

200014332



1150042442



IMECC

T/UNICAMP F737n

N. A. VASILIEV E A LÓGICA

NÃO - CLÁSSICA

REGINA A. MUNHOZ DA FONTE

Doado Pela Família
Prof.^a Ayda I. Arruda

Orientador

Prof.^a D.^{ra} Ayda Ignez Arruda

Dissertação apresentada ao Departamento de Filosofia do Instituto de Ciências Humanas da UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Lógica e Filosofia da Ciência, na área de Lógica.

Campinas

1983

IMECC.
BIBLIOTECA

À minha mãe,
mulher de coragem
que me apontou o caminho.
Dedico.

Expresso os mais sinceros agradecimentos:

- A prof^a D^{ra} Ayda Ignez Arruda, pela orientação, estímulo e amizade que me dispensou no período de mestrado e na redação desta Dissertação.
- Aos professores do Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência da UNICAMP, que contribuíram para a minha formação.
- A Marcos Antonio Munhoz e Nilza Clarice Galindo, pela amizade e colaboração durante o curso de Pós-Graduação.
- Ao CNPq, CAPES e FAPESP, pelo apoio financeiro.
- Ao Arnaldo, companheiro e amigo de todas as horas, pela compreensão e apoio.

ÍNDICE

PREFÁCIO	1
CAPÍTULO I - RESUMO CRÍTICO DOS ARTIGOS DE VASILIEV. .	1
1.1 - Sobre os juízos particulares, o triângulo das o- posições e a lei do Quarto-Excluído	1
1.1.1 - Juízos sobre fatos, juízos sobre conceitos. Uma interpretação não clássica para os juízos parti- culares: os juízos "acidentais"	1
1.1.2 - O Triângulo das Oposições	9
1.1.3 - O Princípio do Quarto Excluído	11
1.2 - Lógica Imaginária (não-aristotélica)	14
1.3 - Lógica e Metalógica	23
CAPÍTULO II - SILOGISMOS NÃO-ARISTOTÉLICOS	29
2.1 - Introdução	29
2.2 - Uma axiomatização para a silogística de Vasiliev - O sistema S_3	37
2.3 - Método de Decisão	47
2.4 - Conclusão	48
CAPÍTULO III - VASILIEV: UM PRECURSOR DAS LÓGICAS PARA- CONSISTENTES E POLIVALENTES	51
3.1.1 - Introdução	51
3.1.2 - Lógica dos Conceitos	54
3.1.3 - Lógicas imaginárias com juízos contraditórios. .	54
3.1.4 - A lógica das negações relativa e absoluta. . . .	55
3.1.5 - A lógica da similaridade e da diferença	56

3.2	- Vasiliev e a lógica paraconsistente	57
3.2.1	- Vasiliev e Lukasiewicz	59
3.2.2	- Vasiliev e Jaśkowski	63
3.2.3	- Vasiliev e da Costa	67
3.3	- Vasiliev e a lógica polivalente	72
3.3.1	- Introdução	72
3.3.2	- Um cálculo trivalente para a lógica da negação <u>ab</u> soluta e relativa	74
3.3.3	- Os cálculos polivalentes L_{n+1} , $2 \leq n < w$	78
NOTAS		81
BIBLIOGRAFIA		86

PREFÁCIO

N.A. Vasiliev é atualmente considerado o primeiro precursor moderno das idéias que, nos últimos 60 anos, possibilitaram a construção das chamadas lógicas não clássicas. Até bem pouco tempo, no entanto, seu trabalho permaneceu desconhecido, e a divulgação de suas idéias deve-se inicialmente a V.A. Smirnov, 1962, (vide [16]) e G. Kline, 1965, (vide [9]).

Mas foi através do trabalho de A.I. Arruda (vide [1] , [2] e [3]) que as idéias do filósofo russo foram devidamente interpretadas e formalizadas de modo a serem reconhecidas como precursoras das lógicas paraconsistentes e polivalentes.

São conhecidos, da obra lógica de Vasiliev, três artigos, escritos no período de 1910-1912 (vide [17], [18] e [19]) e dois abstract ; um deles do mesmo período e o outro de 1925. (vide [20] e [21]). Nesta dissertação abordaremos apenas os três artigos citados, em sua tradução para o português feita por Edmundo Braga.

Este trabalho está dividido em três capítulos.

No primeiro capítulo apresentamos um resumo crítico dos três artigos citados, abordando principalmente as idéias relevantes para o estudo que faremos no capítulo III.

No segundo capítulo damos um tratamento formal à silogística contraditória apresentada em [18]. Iniciamos com um resumo crítico da descrição dada por Vasiliev a esta silogística, e em seguida propomos uma axiomática para a mesma, nos moldes daquela proposta por Lukasiewicz em [11], para a silogística aristotélica.

O terceiro capítulo está dividido em duas secções principais: Vasiliev como precursor da lógica paraconsistente, e Vasiliev como precursor da lógica polivalente. Esse capítulo se baseia essencialmente nos artigos [4] e [5] de A.I. Arruda.

Existem ainda alguns pontos interessantes nos artigos de Vasiliev que não foram abordados neste trabalho, como por exemplo:

1) Uma análise da lógica dos conceitos (apresentada em [17]), que a interprete como uma lógica modal com operadores de necessidade, impossibilidade e contingência. Para tanto, teríamos que construir inicialmente a silogística modal correspondente, cujos juízos seriam classificados, segundo a quantidade, apenas em universais, e segundo a qualidade em: "é necessário que S seja P" (juízo afirmativo), "é impossível que S seja P" (juízo negativo) e "é contingente que S seja P" (juízo acidental). Todavia os três juízos qualitativamente distintos teriam que ser independentes devido à lei de Quarto-Excluído (vide seção 1.1.3).

2) Um estudo das lógicas da similaridade e da diferença (apresentada em [18]). Estas lógicas são muito semelhantes às lógicas das negações relativas e absoluta (vide seção 3.1.4), podendo ser interpretadas como lógicas polivalentes onde se admite um valor de verdade "falso", um valor de verdade "absolutamente verdadeiro" e vários valores de verdade "relativamente verdadeiro".

CAPÍTULO I

RESUMO CRÍTICO DOS ARTIGOS DE VASILIEV

1.1. SOBRE OS JUÍZOS PARTICULARES, O TRIÂNGULO DAS OPOSIÇÕES E A LEI DO QUARTO-EXCLUIDO.

RESUMO. Neste artigo Vasiliev propõe uma classificação não aristotélica para os juízos que os divide, antes de mais nada, em juízos sobre fatos e juízos sobre conceitos. Os primeiros são sub-classificados, segundo a qualidade, em afirmativos e negativos. Segundo a quantidade são sub-divididos em singulares, de grupo (numéricos e numericamente indeterminados) e universais. Os juízos sobre conceitos serão subdivididos quanto à qualidade em afirmativos, negativos e acidentais. No que se refere à quantidade, todos os juízos sobre conceitos serão singulares ou universais. Para os juízos sobre conceitos Vasiliev formula uma *Lei do Quarto-Excluído* e sugere um *Triângulo das Oposições* que substituem, respectivamente, a *Lei do Terceiro Excluído* e o *Quadrado das Oposições*, de tradição aristotélica, os quais deverão ser mantidos apenas para os juízos sobre fatos.

1.1.1. JUÍZOS SOBRE FATOS, JUÍZOS SOBRE CONCEITOS. UMA INTERPRETAÇÃO NÃO CLÁSSICA PARA OS JUÍZOS PARTICULARES : OS JUÍZOS "ACIDENTAIS".

Desde que formulada por Aristóteles, a divisão clássica para as proposições categóricas (ou juízos), feita na introdução da sua silogística, e que as divide em universais, particulares e singulares segundo a quantidade e em afirmativas e negativas, segundo a qualidade, foi motivo de muita discussão e controvérsia entre filósofos de várias épocas. É no trabalho de filósofos como W. Hamilton, A. de Morgan, W.S. Jevons e outros

que Vasiliev se inspira para sugerir uma nova classificação para os juízos, obtida a partir de uma nova interpretação para as proposições categóricas da lógica tradicional.

Vasiliev sugere uma classificação primeira e geral aos juízos, considerando juízos sobre fatos e juízos sobre conceitos. Esta classificação lhe permitirá, posteriormente, a idealização do que ele chama "duas lógicas diversas", uma para os juízos sobre fatos, outra para os juízos sobre conceitos. A primeira, claramente relacionada à lógica tradicional, admite princípios como o do Terceito Excluído. Na segunda aparece, em substituição, um "princípio de Quarto Excluído", e as relações lógicas entre as proposições são esquematizadas num "triângulo das oposições" o qual substitui o quadrado das oposições da lógica tradicional.

Basicamente o que diferencia um juízo sobre fato de um juízo sobre conceito é que o primeiro tem como sujeito um termo que denota objetos reais e que tem relações espaço-temporais como o predicado, expressando um fato determinado, como no juízo "Ivan Ivanovitch agora está bêbado", enquanto o segundo tem como sujeito um conceito, não relacionado temporal ou espacialmente ao predicado. Tais juízos, como por exemplo, "todos os triângulos têm a soma dos ângulos internos igual a 180°", traduzem uma regra.

Feita esta classificação geral, Vasiliev subclassifica os juízos conforme resumiremos no que segue.

Começemos pelos juízos sobre conceitos. Vasiliev os subclassifica segundo a quantidade em singulares e universais. O item "particular" desaparece nesta classificação. Surge em substituição uma qualidade "acidental", resultante de uma nova interpretação para os juízos particulares que têm como sujeito um conceito. O item "acidental" ocorre, como veremos a seguir, completando a classificação dos juízos quanto à qualidade, ao lado dos itens afirmativo e negativo. Os juízos singulares aqui, como na lógica aristotélica, são considerados à parte. Assim, a classificação dos juízos sobre conceitos com relação à quantidade é única: para Vasiliev um conceito só pode ser pensado quando se considera a totalidade de sua extensão, isto é, um

juízo sobre conceito será necessariamente universal. Detalhe-mos este ponto.

A idéia básica de Vasiliev é que a formulação de um juízo sobre conceito deve expressar uma relação entre um predicado e *toda* a extensão do conceito em questão. Não ocorrem maiores dificuldades quando se trata de um juízo universal. Dizer que "todo S é P" ("nenhum S é P") é estabelecer uma relação afirmativa (negativa) entre o predicado P e todos os indivíduos na extensão do conceito S. Com relação aos juízos particulares, no entanto, somente uma nova interpretação, diferente da tradicional, permitirá a Vasiliev estender a eles sua idéia inicial.

O juízo particular "algum S é P", que na lógica tradicional significa "algum, podendo ser todo, S é P", é interpretado por Vasiliev, quando S se refere a um conceito, no sentido de "somente algum, não todo, S é P". O predicado P passa portanto a se referir a uma parte restrita da extensão do conceito S. Mas uma parte restrita da extensão de um conceito pressupõe, para Vasiliev, a própria totalidade desta extensão: ao formular o juízo particular restrito "(somente) algum S é P", considera-se, segundo ele, *toda* a extensão de S, para depois atribuir o predicado P a alguns elementos apenas dessa extensão. Assim, em se tratando de um conceito, o novo juízo particular, seja de qualidade afirmativa "somente algum S é P", ou de qualidade negativa, "somente algum S não é P", expressa a mesma idéia: a idéia de que da totalidade dos indivíduos sob tal conceito a alguns convém, e aos demais não convém o predicado P. Cada uma destas formulações deixa de se referir ao sujeito de maneira particular e passa a tratá-lo na sua totalidade "... realmente, quando eu penso 'algum, não todo, S é P', eu devo pensar ao mesmo tempo 'algum S não é P', neste caso eu simultaneamente penso sobre todos os S, penso que alguns deles são P, mas que os outros não são P..." (p. 17) ⁽¹⁾.

Vasiliev pretende que o juízo particular, segundo sua nova interpretação, se constitua numa síntese das qualidades afirmativa e negativa. Por outro lado, expressando o fato de o predicado P convir a alguns dos indivíduos da extensão de

S, e ao mesmo tempo não convir a outros indivíduos sob tal conceito, tal juízo apresenta, no que se refere à relação existente entre o predicado e o conceito em questão, um caráter compatível, mas não obrigatório, caráter que Vasiliev chamará "acidental" ⁽²⁾. Este caráter acidental da relação entre S e P fica melhor determinado, segundo ele, pela proposição "S pode ser P".

Nas formas "S pode ser P", ou "Somente algum S é P", o juízo acidental, juntamente com o afirmativo "Todo S é P" e o negativo "Nenhum S é P", completa a classificação quanto à qualidade, para os juízos sobre conceitos. Segundo a quantidade, qualquer juízo sobre o conceito será universal: tomado em toda sua extensão, um conceito só poderá ser pensado de maneira universal, seja afirmativa, negativa ou acidentalmente.

É interessante notar que, para Vasiliev, a nova interpretação dada ao juízo particular presta-se melhor aos usos da linguagem usual e, principalmente, da científica, do que a interpretação tradicional. Segundo ele, "... em ciência utilizamos 'algum' com o sentido de 'não todo' e não o poderíamos utilizar de outro modo. Não se pode afirmar 'algum, mas pode ser todo, S é P'. Tal juízo, em ciência, não é propriamente um juízo mas sim uma pergunta, um problema, cuja solução será: 'nem todo S é P' ou 'Todo S é P' (p.6). Nesta passagem já se pressente a idéia, a ser desenvolvida mais tarde, de negar ao juízo particular tradicional a própria condição de juízo, colocando-o simplesmente como um estágio necessário à formulação dos juízos universais (afirmativos, acidentais ou negativos). De fato, nas páginas 11 e 12, Vasiliev se refere ao juízo particular tradicional como uma "forma híbrida" de universal e particular, "... apenas um estágio psicológico no processo cognitivo, (...) indicando que tal processo ainda não terminou (...) que ainda não se optou pelo juízo universal ou pelo (juízo estritamente) particular".

Para reforçar esta recusa da própria condição de juízo ao juízo particular tradicional, Vasiliev propõe uma identificação entre o mesmo e a proposição indefinida de Aristóteles ⁽³⁾. A ausência de qualquer quantificador universal ou particular na proposição indefinida aristotélica permite, segundo ele,

interpretá-la de maneira que o predicado seja atribuído da mesma forma à totalidade ou a apenas uma parte da extensão do sujeito, exatamente como ocorre na interpretação tradicional dada aos juízos particulares. Esta coincidência nas interpretações de ambos os juízos permite a Vasiliev sugerir que os juízos particulares tradicionais sejam denominados, daí em diante, juízos indefinidos⁽⁴⁾.

Tratemos agora dos juízos sobre fatos. Segundo a quantidade, Vasiliev os divide em singulares, de grupo - que serão juízos numéricos ou juízos numericamente indeterminados - e universais. Cada um deles poderá ser, quanto à qualidade, afirmativo ou negativo. Um juízo singular sobre fato, como por exemplo, "O cinzeiro está sobre a mesa", assim como um universal sobre fato, como no exemplo, "Todas as flores do vaso são amarelas", têm as características citadas no início desta exposição: seu sujeito refere-se a objetos reais e se relaciona temporal e espacialmente com o predicado.

Os juízos de grupo, além destas características, apresentam como sujeito uma coleção de termos que denotam os elementos de um grupo de objetos reais. Um juízo de grupo corresponde à agregação de vários juízos singulares sobre fatos cujo predicado seja comum a todos. É, por exemplo, um juízo de grupo o seguinte: "o tinteiro, a lâmpada e o cinzeiro estão sobre a mesa". O juízo "Setenta soldados morreram na batalha" é um exemplo de juízo numérico de grupo. Seu sujeito deixa de especificar cada um dos elementos do grupo em questão para especificar a quantidade daqueles elementos.

Um juízo de grupo numericamente indeterminado é do tipo "vários (poucos, muitos, alguns, etc) soldados morreram na batalha". No caso de ocorrer o signo "alguns" na formulação do juízo, ele não se confunde com o juízo particular tradicional, "algum, podendo ser todo, $S \text{ é } P$ ", o qual, conforme o exposto, é para Vasiliev antes uma hipótese na formulação dos juízos universais que propriamente um juízo. Também não se confunde com o juízo accidental sobre conceito quando este é tomado na forma "(Somente) algum $S \text{ é } P$ ". Isto porque o primeiro se refere a um grupo de objetos reais observados, nada informando com respeito a objetos externos a esse grupo, enquanto o segundo se relaciona à totalidade dos indivíduos sob o conceito S ,

expressando que a alguns desses indivíduos convém o predicado P, aos demais não convém.

Aqui exatamente fica determinada a diferença fundamental entre um juízo accidental e um juízo numericamente indeterminado. O juízo accidental sintetiza afirmação e negação uma vez que se refere à totalidade da extensão do conceito que tem como sujeito. Num juízo numericamente indeterminado, pelo contrário, negação e afirmação não se fundem, porque se referem a fatos, e a fatos diferentes. O fato que o juízo "alguns (vários) soldados morreram naquela batalha" expressa é obviamente diverso daquele expresso pelo juízo negativo "alguns (vários) soldados não morreram naquela batalha".

Entende-se melhor esta diferenciação, assim como a própria classificação que distingue os juízos e usa como critério sua referência a fatos, por um lado, e a conceitos, por outro, se analisarmos as motivações epistemológicas que determinam esta classificação.

Para Vasiliev, o processo pelo qual algo passa a ser conhecido nas ciências empíricas é acompanhado pela formulação de juízos que se sucedem em ordem crescente de abstração e generalização. Os juízos sobre fatos correspondem aos primeiros estágios do processo cognitivo, sendo estes, portanto, os "juízos primitivos", aqueles que se relacionam ao conhecimento incompleto. Ao conhecimento concluído correspondem os juízos sobre conceitos, todos universais. Vasiliev determina, portanto, uma correspondência entre o processo cognitivo, por um lado, e o processo de formulação dos juízos, por outro.

No início do processo cognitivo, marcado pela constatação de que um objeto A, num determinado momento ou situação específica, apresenta a propriedade P, é formulado um juízo singular sobre fatos, "A é P". Com relação aos estágios seguintes, nos quais se observa a propriedade P em outros objetos além de A, formulam-se sucessivamente juízos de grupo numéricos: "A e B são P", etc.

Se o processo cognitivo alcançou o estágio onde se formula um juízo numericamente indeterminado - "Alguns (vários) S reais são P" - passa-se então a um estágio intermediário, que leva deste juízo, o qual se refere a fatos relativos a um grupo

de S reais observados no início do processo, a um juízo sobre o conceito em cuja extensão estão incluídos os S observados, juízo este que deixará de se referir àqueles fatos isolados e passará a traduzir uma regra. É a este estágio intermediário do processo cognitivo que Vasiliev faz corresponder a formulação do juízo particular tradicional, na qualidade não de juízo, mas de conjectura: "... se um naturalista verifica que alguns (vários), exemplares da classe de fenômenos por ele investigada efetivamente possui a propriedade P, então, ele constrói a seguinte conjectura, que é uma hipótese: 'alguns, podendo ser todos, os S são P'. Logo o processo cognitivo o leva a alguma regra - ou ao juízo accidental ou ao universal afirmativo. Deste modo o juízo indefinido (isto é, particular tradicional), refere-se ao estágio intermediário (mais psicológico do que lógico) entre o juízo numericamente indeterminado e o accidental (ou universal afirmativo), é a ponte que leva do fato à regra". (p. 12).

Do estágio intermediário passa-se portanto, a um estágio que conclui o processo cognitivo, no qual é formulado, agora sobre o conceito em cuja extensão estão os S reais observados, um dos dois juízos: ou o universal afirmativo, "todo S é P", ou o accidental, "Somente alguns S são P" (ou "S pode ser P"). Este último juízo será formulado no caso de ocorrer paralelamente, e por um processo similar, a formulação de um juízo numericamente indeterminado negativo, "alguns S (reais) não são P", com relação a outros objetos do grupo em questão. A presença de ambos os juízos numericamente indeterminados - o afirmativo e o negativo - determina a conclusão do processo com a formulação do juízo accidental "somente alguns S são P" ("S pode ser P").

Um processo perfeitamente análogo a este, mas em cujos estágios se formulariam juízos negativos, levaria à formulação de um juízo universal negativo, ou novamente à formulação de um accidental. Em qualquer dos casos obtêm-se, portanto, um juízo sobre conceito⁽⁵⁾.

A passagem que leva de um juízo sobre fato a um juízo sobre conceito é feita, segundo Vasiliev, indutivamente. Mas ele não trata detalhadamente este ponto: ..." não tocaremos agora nesta questão, diremos apenas que para isso servem os

diversos processos indutivos". (p. 23) Vasiliev enfatiza apenas o aspecto de seu interesse: qualquer processo indutivo se dá sempre do particular para o universal, levando sempre do fato à regra. Com estas considerações, as quais aparecem muitas vezes confusas, ele quer garantir o caráter universal daqueles juízos com os quais se conclui qualquer processo cognitivo. Assim, no tratamento conceitual do seu objeto, a cada ciência, empírica ou racional, só é adequada, segundo ele, uma lógica na qual seja abolida, para os juízos, a qualidade particular tradicional.

Vasiliev propõe, dentro destas características, uma nova lógica para os juízos sobre conceitos. Nela, as leis que regem as relações lógicas entre os juízos, dois a dois, são alteradas, do que resulta um novo esquema para o estudo de tais relações - o "triângulo das oposições" - em substituição ao clássico quadrado das oposições. E em decorrência da terceira qualidade - a accidental - ao lado da afirmativa e da negativa, surge para a lógica dos juízos sobre conceitos, um novo princípio - o "princípio do Quarto-Excluído".

Cabe ressaltar que Vasiliev extrapola o sentido usual da lei de terceiro Excluído. Conforme veremos na próxima seção, quando tratamos de [18], esta lei clássica significa para Vasiliev, antes de mais nada, a impossibilidade de uma terceira qualidade para os juízos da lógica tradicional, além da afirmativa e da negativa.

Vasiliev afirma que os juízos sobre fatos devem ser tratados, por outro lado, dentro dos padrões da lógica aristotélica, isto é, que para tais juízos são válidos o quadrado das oposições e a lei clássica de Terceiro-Excluído. Esta afirmação é, no entanto, ambígua, se considerarmos o fato de que os juízos sobre fatos receberam, assim como os juízos sobre conceitos, uma nova classificação. Nesta classificação o item "particular" é interpretado de maneira não tradicional. (Os juízos particulares sobre fatos são, conforme vimos, subdivididos em juízos de grupo (numéricos) e juízos de grupo numericamente determinados). Vasiliev teria então que explicar de que maneira as relações lógicas entre estes diferentes juízos são estabelecidas (se é que isto é possível) pelo quadrado clássico das

No que se concerne aos juízos sobre conceitos, segundo Vasiliev, o quadrado não se aplica: as relações lógicas existentes entre os juízos, todos universais, que aparecem na sua classificação, são outras.

A notação I e O, usada para os juízos particulares tradicionais, ele a substitui por M, que agora denota seu juízo accidental, e que juntamente com A e E, notações que ele conserva para os juízos sobre conceitos universal afirmativo e universal negativo, respectivamente, determinará os vértices do seu *Triângulo das Oposições* para os juízos sobre conceitos. Procuraremos resumir, no que segue, as relações lógicas esquematizadas pelo "triângulo".

A lei que rege as proposições contrárias ⁽⁶⁾, A e E do Quadrado das Oposições, é preservada para o Triângulo das Oposições: ambas não podem ser verdadeiras, mas podem ser ambas falsas, e neste caso será verdadeira a proposição accidental (M).

No que se refere às subcontrárias clássicas, I e O, uma vez que, segundo a nova interpretação para os juízos particulares, ambas constituem um único juízo - o accidental M - não pode haver entre elas qualquer relação de contrariedade: a falsidade, assim como a verdade de uma delas determina a falsidade (verdade) da outra. "... Não somente não existe nenhuma (relação de) contrariedade (entre I e O) como também ambos os juízos constituem um único juízo" (p. 28).

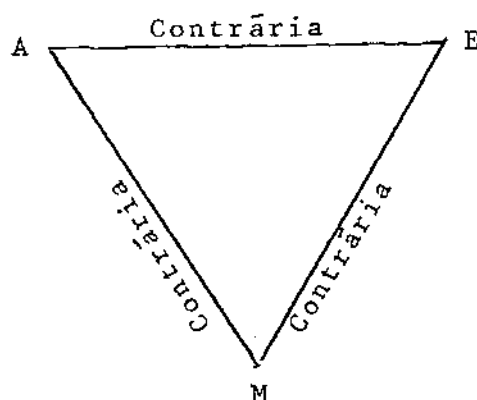
A relação de contraditoriedade existente entre os pares de proposições clássicas A e O, E e I, respectivamente, e que é representada nas diagonais do quadrado das oposições, desaparece quando se trata dos pares A e M, E e M do triângulo das oposições. Vasiliev reconhece estes pares antes contrários que contraditórios: em cada par não ocorre que ambas as proposições sejam verdadeiras, mas pode ocorrer de ambas serem falsas, como no exemplo "todos os triângulos tem a soma dos ângulos igual a 200° ", proposição universal afirmativa que é falsa e "os triângulos podem ter a soma dos ângulos igual a 200° ", proposição accidental, que é interpretada "alguns triângulos têm e outros não têm a soma dos ângulos igual a 200° ", sendo, portanto, também uma proposição falsa. Como exemplo para o par

E e M, Vasiliev escolhe as proposições "nenhuma pessoa é mortal", universal negativa, que é falsa, e "as pessoas podem ser mortais", proposição accidental, significando "algumas pessoas são, outras não, mortais", também falsas ⁽⁷⁾ .

Estabelecida a relação de contrariedade entre as proposições A, E e M, duas a duas, perde-se também a lei que no quadrado das oposições regia as subalternas: conforme se viu anteriormente, da verdade da proposição universal afirmativa (ou da universal negativa) não se segue a verdade da accidental, pelo contrário, a verdade de qualquer uma das três proposições determina a falsidade das duas outras.

Em resumo, no triângulo das oposições, apenas uma lei determina as relações lógicas entre as proposições A, E e M: "duas proposições opostas, entre A, E e M não podem ser ambas verdadeiras, mas podem ser ambas falsas".

Na p. 30 ele apresenta seu triângulo das oposições, e acrescenta: "... pode-se considerar firmemente estabelecido que na esfera dos juízos sobre conceitos não há lugar para o quadrado das oposições. Para estes juízos não podem existir diferentes relações de contrariedade, contraditoriedade, subordinação e sub-contrariedade... Todas as relações na esfera dos juízos sobre conceitos levam-nos a uma relação de contrariedade..." (p. 32).



1.1.3. O PRINCÍPIO DO QUARTO EXCLUIDO.

Aristóteles dá diversas formulações para o Princípio do Terceiro Excluído, dentre as quais citamos as seguintes: ⁽⁸⁾

(a) A respeito do que é e do que tem sido, é necessário - rio que a afirmação ou negação seja verdadeira ou falsa, e no que (se predica) universalmente do universal, sempre um é verdadeiro, o outro é falso.

(b) É necessário que uma parte da contradição seja verdadeira, mas, se é necessário negá-la ou afirmá-la, é impossível que ambas as coisas sejam falsas ao mesmo tempo.

(c) Seja A ser bom e B não ser bom..., a todo (sujeito) há de convir ou A ou B e a nenhum (sujeito) ambos⁽⁹⁾.

(d) De outro lado, porém, nada pode haver de intermediário a uma contradição, mas é necessário que um predicado qualquer se afirme ou se negue de um sujeito⁽¹⁰⁾.

Uma formulação moderna para o princípio é a seguinte:

(e) Para qualquer proposição p tem-se "p ou não-p".

Assim formulado, o princípio implica que, de uma sentença e sua negação, pelo menos uma deve ser verdadeira.

Pode-se distinguir dois tipos de formulação para o princípio: as que o enunciam fazendo referência às relações lógicas entre proposições contraditórias, como em (a), (b), (e) e aquelas que o enunciam fazendo referência à pertinência ou não de um predicado a um sujeito, como por exemplo, (c) e (d).

A polêmica em torno da validade do Princípio do Terceiro excluído já tem início com Aristóteles: ele próprio coloca em dúvida sua validade universal quanto trata dos futuros contingentes. Essas discussões sobre a validade do princípio acompanham toda a lógica tradicional, principalmente aquela que se desenvolve no século XIX.

Elas aparecem nos trabalhos de pensadores como Hegel, Shopenhauer e Mill. Vasiliev restringe a validade do princípio apenas aos seus juízos sobre fatos. Com relação aos juízos sobre conceitos ele é categórico: "... está claro que, para os (juízos sobre) conceito, a lei do Terceiro Excluído não é verdadeira" (p. 41).

Vasiliev nega a validade do princípio para os juízos sobre conceito analisando os dois tipos de formulação apresentadas para o mesmo. Aquelas formulações que se baseiam nas

relações lógicas entre proposições contraditórias ("duas proposições contraditórias não podem ser ambas falsas") serão derrogadas a partir da ausência de qualquer relação de contraditoriedade entre os juízos sobre conceitos, ausência que ficou determinada a partir do "triângulo das oposições" segundo o qual dois a dois os juízos, afirmativo, negativo e acidental, podem ser ao mesmo tempo falsos.

As formulações que, por outro lado, são baseadas na imposição de um entre dois predicados contraditórios para cada objeto considerado, a exemplo de (c) e (d) anteriormente citadas, Vasiliev as refuta conforme trataremos no que segue.

Quando se considera um conceito e um predicado qualquer, fica estabelecida entre eles uma dentre três possíveis relações: de necessidade, como ocorre entre o conceito "homem" e o predicado "mortal", de impossibilidade, como ocorre entre o conceito "Triângulo" e o predicado "bondoso"; de possibilidade ou compatibilidade como ocorre entre o conceito "homem" e o predicado "louro". Apenas uma dentre estas relações se estabelece entre o conceito e o predicado em questão, uma quarta opção não existe.

Ele também se refere às relações entre um conceito e um predicado qualquer dizendo que, ou o predicado é intrínseco ao conceito em questão, ou lhe é extrínseco ou lhe é intrínseco acidentalmente.

Estas três possíveis relações entre um sujeito e um predicado se expressam nos três tipos de juízos que ocorrem na classificação, dada por Vasiliev, quanto à qualidade, para os juízos sobre conceitos. Assim, para o conceito "homem" e o predicado "louro" estas relações se expressam nos juízos: afirmativo - "Todo homem é louro"; negativo - "Nenhum homem é louro"; e acidental - "O homem pode ser louro", (isto é, somente alguns homens são louros)".

O princípio do Quarto Excluído, conforme Vasiliev o formula,

(a) de três juízos - afirmativo, negativo e acidental - somente um pode ser verdadeiro e não se pode formular um quarto; garante que, no exemplo acima citado, apenas o juízo

acidental é verdadeiro, e com relação ao sujeito "homem" e ao predicado "louro" não se formula, além dos três citados, qualquer outro juízo.

Vasiliev apresenta duas outras formulações para o Princípio do Quarto Excluído, baseadas nas relações possíveis entre um conceito e um predicado, que expomos no que segue.

(b) Relativamente a cada conceito, e qualquer predicado, podemos formar três diferentes juízos: um sobre a necessidade do predicado para o dado conceito, outro sobre a impossibilidade, e ainda um terceiro sobre a sua possibilidade. Um desses juízos será verdadeiro e não poderá ser formulado um quarto.

(c) Cada predicado relaciona-se com cada conceito de tal modo que, ou ele é intrínseco ao mesmo como proprium, ou ele é intrínseco como accidens, ou em geral, ele não é intrínseco, e uma quarta possibilidade não existe (p. 43).

Para concluir é importante citar as palavras de Vasiliev na p. 46: "... a lei do terceiro excluído não é uma lei lógica comparável com as leis lógicas da identidade, contradição e razão suficiente, as quais envolvem toda a esfera da lógica e do pensamento". Conforme veremos posteriormente, esta é a gênese de uma idéia que estratificará os juízos segundo níveis de abstração crescente, até um nível onde as leis são, segundo ele, "leis do pensamento puro" sem qualquer componente empírico adquirido pela interação com os objetos e eventos externos, sejam eles reais ou imaginários. Estas "leis puramente racionais" comporão um sistema o qual se inclui em qualquer outro sistema lógico possível, um sistema que, segundo ele, constitui "o mínimo lógico indispensável" e que ele denominará em [18] e [19], "metalógica".

1.2. LÓGICA IMAGINÁRIA, (NÃO ARISTOTÉLICA).

RESUMO. Na lógica não aristotélica de Vasiliev há dois tipos de leis: as "empíricas" (ontológicas) referentes aos objetos aos quais se aplica a lógica, e as "leis do pensamento", relacionados exclusivamente à atividade

racional, que excluem qualquer conteúdo ontológico. Estas últimas compõem um arcabouço lógico universalmente válido, que Vasiliev denomina *metalógica*. O princípio de contradição na formulação "A não pode ser não-A" é tomado como uma lei ontológica, a ser derogada na construção da lógica imaginária. Assim sendo, existirão juízos do tipo "S é e não é P" (juízos "contraditórios"). No entanto, a formulação "um mesmo juízo não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso" para o Princípio de Contradição será mantida. Para Vasiliev estas não são apenas formulações distintas para um único princípio: são princípios distintos. A este último Vasiliev denomina *Princípio de Não-Auto Contradição*. A derrogação do Princípio (ontológico) de Contradição só é possível mediante a introdução de uma negação não clássica. Os juízos ficam portanto classificados, segundo a qualidade, em afirmativos, negativos e contraditórios. Com a introdução da terceira qualidade surge uma lei denominada *Lei de Quarto Excluído*, em substituição à tradicional lei de Terceiro Excluído. Vasiliev propõe, como extensão da silogística aristotélica, uma silogística para a lógica imaginária. Propõe também uma generalização para sua lógica, obtendo assim lógicas de qualquer dimensão, ou seja com um número qualquer de qualidades do juízo.

Neste artigo de 1912, inspirado nas idéias de ruptura com a tradição lógica que começam a surgir em fins do século XIX, e principalmente nos resultados do trabalho de N.I. Lobachewski no que se refere à construção da geometria não-euclideana, Vasiliev defende a possibilidade de construção de uma lógica "não-aristotélica".

Seu programa para a construção da "nova lógica" segue aquele de Lobachewski na construção da nova geometria: sendo a lógica dada pela síntese de alguns axiomas independentes (aqui ele se refere, obviamente, à lógica vista com um sistema axiomático) é perfeitamente racional imaginar-se que a eliminação de alguns desses axiomas não afeta o caráter lógico do sistema obtido, da mesma forma que a derrogação do Quinto Postulado de Euclides não nega ao sistema de Lobachewski seu caráter

geométrico.

Na lógica de Vasiliev não vale o Princípio de Contradição na formulação "A não pode ser ao mesmo tempo, e sob o mesmo aspecto, B e não B⁽¹¹⁾". Ele não pretende, no entanto, abordar o problema da existência de contradições efetivas no mundo real. Por isso sua lógica se aplica não à realidade objetiva - a qual é, segundo ele, objeto da lógica tradicional - mas sim a um mundo cujas características determinam operações lógicas diferentes daquelas que nos ocorrem na interação com os objetos reais. Sua lógica tem como objeto um mundo ideal, criado pela imaginação, e por essa razão, Vasiliev a denomina "lógica imaginária".

Na base da lógica imaginária proposta por Vasiliev encontra-se uma nova interpretação para a negação, conforme expomos no que segue.

Com relação ao juízo negativo da lógica tradicional Vasiliev distingue dois aspectos, primeiro um *aspecto formal* segundo o qual o juízo negativo "S não é P" determina a falsidade do juízo afirmativo correspondente "S é P". Este aspecto refere-se a uma propriedade formal de negação. Por outro lado, aplicando-se aos objetos do mundo exterior e, assim, refletindo as propriedades desses objetos, a lógica tradicional define sua negação a partir destas mesmas propriedades, conferindo-lhe, portanto um *aspecto ontológico*, que Vasiliev chama "material". Este aspecto se refere ao próprio fundamento da negação. Vejamos esta fundamentação ontológica que Vasiliev propõe à negação clássica.

Um juízo afirmativo tem para Vasiliev uma fundamentação ontológica ou material óbvia: "o objeto é vermelho" é um juízo que decorre diretamente da percepção de que o atributo vermelho pertence ao objeto em questão. Um juízo afirmativo se formula imediatamente a partir de dados sensoriais proporcionados pela realidade objetiva. Não se passa o mesmo com um juízo negativo. Segundo ele, a formulação de um juízo negativo não se baseia diretamente nos dados empíricos dessa realidade, mas ocorre mediante um processo dedutivo, que tem como premissa um enunciado relativo à incompatibilidade de dois atributos, isto é, a impossibilidade física de co-pertinência desses atributos

a um mesmo objeto.

A formulação, por exemplo, do juízo "o objeto não é branco" é obtida como conclusão de um silogismo cuja premissa maior expressa uma situação de incompatibilidade entre dois atributos e cuja premissa menor é afirmativa, formulada diretamente a partir dos dados sensoriais com relação ao objeto em questão:

O vermelho é incompatível com o branco.

O objeto é vermelho.

O objeto não é branco.

Este processo detutivo se dá, segundo ele, tão rapidamente que, a partir dos dados sensoriais nos quais se baseia a premissa menor passa-se diretamente à conclusão, enquanto a premissa maior funciona, na maioria das vezes, com um "elo psicológico esquecido".

Se a lógica tradicional define, segundo Vasiliev, o predicado não-A como sendo a classe daqueles atributos que são incompatíveis com A, e se o Princípio de Contradição proíbe a co-pertinência de A e não-A ao mesmo objeto, isto é, se tal princípio expressa exatamente esta incompatibilidade entre A e não-A, estariam portanto, a negação tradicional e o Princípio de Contradição "indissolivelmente ligados", podendo-se dizer que o Princípio de Contradição é uma consequência do próprio conceito de negação da lógica tradicional, ou que este conceito é consequência do Princípio de Contradição.

Vasiliev, toma nestas considerações, o Princípio de Contradição na forma kantiana "nenhum objeto pode ter um predicado que o contradiga", ou na forma "A não pode ser não-A", formas estas relacionadas ao aspecto material de negação.

Dada a interdependência entre tais formulações para o princípio e a definição tradicional da negação, Vasiliev conclui que para derrogar o Princípio de Contradição de sua lógica imaginária basta que nela a negação seja tomada de forma a não ser fundamentada na incompatibilidade de predicados. Vasiliev mudará portanto o aspecto "material" da negação, mas deverá conservar seu aspecto formal.

O juízo negativo da lógica imaginária não será obtido através de qualquer processo de inferência. Sua formulação, a

exemplo das formulações dos juízos afirmativos clássicos, baseia-se diretamente em dados empíricos: "... suponhamos um mundo onde os juízos negativos fossem imediatos, como são imediatos para nós os juízos afirmativos, onde a própria experiência, sem qualquer dedução, convence-nos de que "S não é P". Tais juízos continuariam a ser negativos, já que conservariam a propriedade formal de nosso juízo negativo (isto é, do juízo negativo tradicional), segundo a qual o juízo negativo declara falso o afirmativo. Entretanto esta seria uma negação diferente da nossa (da tradicional), uma vez que ela se basearia na percepção imediata e não na incompatibilidade e em deduções; ela teria outro aspecto material". (pp. 13-14).

Vasiliev não se detém nos detalhes de um tal processo psicológico que possibilitaria formular juízos negativos diretamente a partir de "sensações negativas". Tudo se justifica na suposição inicial de que essas são sensações sobre objetos de um mundo imaginário.

Um ponto fundamental na construção da lógica imaginária é a distinção feita por Vasiliev entre o Princípio de Contradição, segundo as formulações já citadas, e um princípio que ele denomina *Princípio de Diferenciação absoluta entre a Verdade e a Falsidade* - "um mesmo juízo não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso".

Para Vasiliev estas não são absolutamente apenas formulações diferentes para uma mesma lei lógica mas constituem dois princípios lógicos diferentes: o primeiro se refere aos objetos do mundo exterior, expressando a impossibilidade de que tais objetos apresentem atributos contraditórios. É um princípio com componentes ontológicos, ou, como quer Vasiliev, um princípio "empírico". O segundo se refere ao sujeito cognicente, proibindo contradições no seu raciocínio." ... A lei da Diferença Absoluta entre a Verdade e a Falsidade dirige-se ao sujeito, proibindo-o de contradizer-se a si próprio, indica que o juízo verdadeiro é sempre verdadeiro e que o falso é sempre falso, e que por isso ele (o sujeito) não pode reconhecer o mesmo juízo ora como verdadeiro, ora como falso. Esta lei proíbe a auto-contradição, e por si mesma impõe a lógica e a concordância nas afirmações do sujeito. Esta lei poderia ser

I. M. E. C. C.

BIBLIOTECA

chamada de *Lei de Não-Auto-Contradição*" (p.16)⁽¹²⁾ .

A introdução, na lógica imaginária, de uma negação diferente da tradicional possibilitará, conforme veremos a seguir, a ocorrência de juízos contraditórios, do tipo "S é e não é P", estando portanto excluída, nesta lógica, a validade do Princípio de Contradição. O princípio de Não Auto-Contradição, por outro lado, deverá compor não só a lógica imaginária como também qualquer lógica possível: "... é impossível omitir essa lei, pois aquele que a omitisse, que passasse a confundir a verdade com a falsidade deixaria de raciocinar logicamente". (p. 15).

O juízo contraditório é introduzido de maneira construtiva: sendo *a* o fato no qual se fundamenta o juízo afirmativo "S é A" e *b* o fato no qual se fundamenta o juízo negativo "S não é A", e considerando a nova definição para a negação, a qual exclui qualquer relação de incompatibilidade entre *a* e *b*, existe a possibilidade de que *a* e *b* ocorram simultaneamente. Se o fato *a* determina a veracidade de juízo "S é A", e o fato *b* a veracidade do juízo "S não é A" e considerando que este novo juízo negativo conserva o que Vasiliev denomina "aspecto formal" da negação, pelo qual a verdade de negação "S não é A" equivale à falsidade da afirmação "S é A", então com a simultaneidade de ocorrência dos fatos *a* e *b* teremos ambos os juízos - afirmativo e negativo - ao mesmo tempo verdadeiros e falsos, o que viola o Princípio de Não-Auto-Contradição. Vasiliev propõe então a introdução de um terceiro juízo, do tipo "S é e não é A", que deverá ser verdadeiro no caso em questão, enquanto ambos os outros serão falsos. A este juízo Vasiliev denomina contraditório ou indiferente. Retomaremos mais adiante esta classificação dos juízos da lógica imaginária, quando tratarmos da teoria do silogismo.

A introdução de uma terceira qualidade parece não induzir a introdução de um terceiro valor de verdade. A idéia é que a nova lógica permaneça bivalente, já que as relações lógicas estabelecidas entre os três juízos são de tal forma que, para cada caso, dois dos três juízos - afirmativo, negativo e contraditório - com as devidas correções quanto à quantidade, sejam falsos quando o terceiro é verdadeiro.

A existência de três diferentes qualidades na lógica imaginária sugere a Vasiliev a possibilidade de ampliação indefinida do número dessas qualidades: "... podemos pensar num sistema lógico com n tipos de juízos de qualidade diferentes, e a tal sistema chamaremos de sistema lógico de ordem n ou com n dimensões". (p. 31).

Nesta idéia de generalização dos sistemas lógicos a lógica aristotélica e a imaginária seriam, portanto, sistemas de segunda e terceira ordens (ou dimensões) respectivamente.

Uma lógica de dimensão n caracteriza-se por uma lei de $(n+1)$ -excluído: "existem n tipos de juízos de qualidades distintas e a $(n+1)$ -ésima qualidade não existe". (p. 32). Esta é uma lei genérica, que serve aos sistemas lógicos de todas as ordens. Casos particulares desta lei são a lei do Terceito Excluído⁽¹³⁾ da lógica tradicional, e uma lei do quarto excluído para a lógica imaginária. Tal lei estipula a inexistência de um juízo de uma quarta qualidade, além das qualidades afirmativa, negativa e contraditória.

A utilização, neste contexto, do termo "dimensão" provém da analogia que mais uma vez Vasiliev estabelece entre as construções lógicas e as geométricas: é certo que além da geometria no plano (2 dimensões) e no espaço euclidiano (3 dimensões) pode-se conceber geometrias de "dimensão n ", para espaços com dimensão maior que 3.

Por outro lado, a analogia entre a lógica imaginária e a geometria de Lobaschewski estende-se dos respectivos métodos de construção ao próprio conteúdo de cada uma: a classificação ternária dada pela geometria não-euclidiana às retas do plano-convergentes, divergentes e paralelas - Vasiliev associa à classificação dada aos juízos pela lógica imaginária, separando-os segundo três qualidades distintas. A dicotomia existente nas disciplinas "reais" - a geometria euclidiana, por um lado, e a lógica aristotélica, por outro, se transforma, de maneira análoga, numa tricotomia quando se trata das disciplinas "imaginárias" - respectivamente, a geometria de Lobaschewski e a lógica sem o Princípio de Contradição.

Vasiliev estabelece ainda uma analogia com relação à possibilidade de interpretação destas disciplinas "imaginárias"

no âmbito daquelas "reais". Tomando como base o fato de que a geometria 'não euclídeana' pode ser interpretada dentro da euclídeana, Vasiliev afirma que, analogamente, a lógica imaginária pode ser interpretada dentro da lógica tradicional aristotélica, através da lógica dos conceitos, tratada em [17] : a qualidade contraditória da lógica imaginária é interpretada em termos da qualidade "acidental" da lógica dos conceitos. O juízo "S pode ser P", significando que alguns S são P, outros não são P, pode ser analisado, segundo Vasiliev, como uma síntese da afirmação e da negação. Assim, como na lógica imaginária, também na lógica dos conceitos se substitui a lei do "terceiro excluído" (segundo a concepção de Vasiliev) pela lei do Quarto Excluído.

Cabe ressaltar que a palavra "interpretação" não é usada aqui no seu sentido lógico; O que Vasiliev entende por "interpretação" é apenas uma forma de expressar, dentro da lógica tradicional, juízos de três qualidades distintas. Voltaremos a este tópico no capítulo III.

Vasiliev propõe ainda duas "interpretações" alternativas para a lógica imaginária, sendo a primeira a lógica da semelhança e da diferença, a qual toma os juízos afirmativos e negativos como expressão, respectivamente, da semelhança e da diferença entre dois fenômenos. Admitindo-se a possibilidade de existir, simultaneamente semelhanças e diferenças entre dois fenômenos, tal lógica expressaria esta coincidência num terceiro juízo, quanto à qualidade, o qual corresponderia ao juízo contraditório da lógica imaginária.

A outra "interpretação" refere-se a uma lógica com duas negações caracterizadas da seguinte maneira: uma negação absoluta, no sentido de que não-A exclui todos os atributos do conceito A, e uma negação relativa, significando que não-A exclui apenas alguns atributos do conceito A. (Neste sentido, a negação clássica poderia, segundo ele, ser entendida como uma negação relativa. Um juízo negativo clássico, por exemplo, "o cão não é homem" expressaria uma negação relativa, pois não exclui do conceito "cão" a característica humana de ser mamífero). Nesta lógica aparecem portanto três juízos quanto a qualidade - o afirmativo, expressando a pertinência, com relação ao sujeito, de todos os atributos do predicado; o juízo negativo absoluto

e o negativo relativo, no qual ocorrem, respectivamente, as negações absoluta e relativa. É nesta parte que pela única vez Vasiliev fala de outros valores de verdade, que não o verdadeiro, e o falso, falando num valor *relativamente falso* e num valor *absolutamente falso*.

Vasiliev antecipa algumas idéias sobre sua "metalógica", idéias que estão desenvolvidas com detalhe no terceiro artigo. Achamos conveniente abordá-las mais adiante, quando tratarmos do mesmo.

Finalizando ele aborda uma questão terminológica: a palavra "lógica", que até então denotava a lógica aristotélica ou tradicional, passa a designar também as diferentes lógicas, relativas aos diferentes sistemas de objetos, sejam eles reais ou imaginários. Designa, ainda, a metalógica, bem como a lógica como conceito, gênero, do qual todas as anteriores são casos particulares.

Vasiliev sabe da diversidade das concepções filosóficas no que se refere ao problema da determinação daqueles que efetivamente compõe os princípios da lógica ou do "pensamento formal", como quer ele. Numa época que imediatamente precedeu a gênese da lógica matemática e que assistia ao desenvolvimento do método axiomático pela escola formalista, compreende-se o interesse na determinação de tais princípios, assim como na demonstração de sua independência.

Para Vasiliev, a lógica imaginária é útil neste cenário por diversas razões: seu método de construção, incluindo uma análise no que se refere à existência ou não de características ontológicas nas leis lógicas, determinaria a totalidade daqueles que efetivamente poderiam ser tomados como postulados numa possível axiomatização para a lógica tradicional. E mais, através de tal método seria possível uma formulação exata para tais postulados, assim como a demonstração de sua independência. Vasiliev não se detém para explicar de que maneira tal método cumpriria estes itens. Ele talvez se refira à idéia de que, uma vez separados os princípios "empíricos" daqueles "puramente lógicos", possa-se passar à tarefa de selecionar, entre estes últimos, aqueles que comporão os postulados de uma tal axiomatização para a lógica.

Vasiliev prevê para a lógica o destino formalista que já coubera à matemática e que fora devidamente consolidada pelo "Grundlagen der Geometrie" de Hilbert. Suas lógicas imaginárias, longe de serem sistemas ordenados, são apenas uma idéia. Representam no entanto, as aspirações de inovação e ruptura com a lógica tradicional que caracterizam aquela fase de transição na história da lógica.

1.3. LÓGICA E METALÓGICA.

RESUMO. A idéia introduzida em [18], de distinguir as leis lógicas entre "empíricas" (ontológicas), e "leis do pensamento" (sem componentes ontológicos), toma corpo neste terceiro artigo e culmina com a idealização de um sistema lógico que trate unicamente das chamadas "leis do pensamento", o qual Vasiliev denominará *metalógica*. Trata-se, segundo ele, de uma lógica primeira - no sentido de que, a partir dela constroi-se as demais lógicas (aristotélica, imaginária e outros sistemas alternativos possíveis) - e universal, isto é, válida para qualquer sistema de objetos e para qualquer estrutura de pensamento que a eles se aplique.

O termo *metalógica*, conforme usado comumente pelos lógicos atuais, apareceu como extensão do termo *metamatemática*, criado por Hilbert, e usado pela primeira vez no trabalho de 1923, "Die Logische Grundlagen der Mathematik".

Deve-se a criação do termo, com o significado atual, a J. Łukasiewicz e A. Tarski que o usaram pela primeira vez no artigo "Untersuchungen über den Aussergenkalkül", de 1930. O termo ocorre também em trabalhos realizados paralelamente em Praga, por R. Carnap.

Vasiliev já empregara o termo neste artigo de 1913 e no anterior, [18], de 1912, embora com significado diverso, ou pelo menos não tão bem definido como o apresentam os lógicos da escola de Varsóvia. Para ele o termo *metalógica* surge por analogia ao termo *metafísica*, conforme veremos posteriormente.

Comecemos por uma questão que neste artigo é básica. Trata-se de saber se os princípios lógicos, ou "leis básicas da razão", segundo a concepção da lógica tradicional - leis de identidade, contradição, terceiro excluído e razão suficiente - refletem exclusivamente a atividade racional, independentemente das características particulares dos objetos aos quais a lógica se aplica, ou se tais princípios, resultantes das interações entre a razão e o mundo objetivo, possuem nuances ontológicas - ou, como quer Vasiliev, se tais princípios são ou não "empíricos".

Este problema clássico recai na questão, não menos antiga, da relatividade ou imutabilidade das leis lógicas. Entre a posição dogmática que defende a validade absoluta e a imutabilidade dos princípios lógicos, como normas para o pensamento correto, e a posição segundo a qual todos estes princípios dependem da experiência, sendo portanto, sujeitos a variações em função das características particulares dos objetos a que se aplicam, Vasiliev escolherá uma posição intermediária: apenas alguns princípios lógicos são fixos e imutáveis. Estes são normas segundo as quais se processa a atividade racional pura e por isso deverão ser válidos para todo sistema de objetos sobre os quais a razão se aplica. Em uma palavra, deverão ser válidos em qualquer sistema que pretenda ser lógico. Vasiliev se refere a tais princípios como "leis do pensamento formal".

Por outro lado, Vasiliev já havia demonstrado em [18] que nem todo princípio lógico tradicional é condição necessária para a logicidade de um sistema. Há princípios que podem ser derogados sem que com isto a lógica perca sua característica fundamental, qual seja a de refletir a capacidade racional de julgar e deduzir. Na lógica imaginária, por exemplo, eliminam-se os princípios de Contradição e de Terceiro Excluído. Também, na lógica dos conceitos se elimina o princípio de Terceiro Excluído, na ascepção de Vasiliev. Os princípios derogáveis expressam para Vasiliev não a atividade racional propriamente dita, mas referem-se antes às propriedades dos objetos (reais ou imaginários) aos quais a lógica se aplica. São princípios ontológicos e sua formulação é obtida a partir da experiência. Vasiliev os denomina princípios empíricos. A empiricidade do princípio que aqui denominamos Princípio de Contradição, por

exemplo, ficou caracterizada, conforme se viu no artigo anterior, através da interpretação dada por Vasiliev à negação tradicional, entendendo-a como expressão da incompatibilidade entre atributos, interpretação esta que dá àquela negação, e por extensão àquele princípio, o aspecto empírico a que Vasiliev se refere.

É importante ressaltar mais uma vez que alguns dos princípios que Vasiliev considera como princípios distintos, com base nesta classificação dos princípios em "empíricos" por um lado, e "leis do pensamento formal", por outro, constituem-se, do ponto de vista da lógica tradicional, em formulações distintas para um mesmo princípio. Veja-se por exemplo, o caso do Princípio de Não Auto-Contradição e do Princípio de Contradição, apresentados em [18] como princípios distintos.

Os princípios lógicos "não empíricos" gozam de uma universalidade que não caracteriza os chamados "princípios empíricos". São normas de pensamento lógico válidas para todas as pessoas e para todo sistema de objetos aos quais a lógica se aplica. Isto pressupõe que a atividade racional, embora flexível a uma certa variabilidade determinada pelas diferentes características dos diferentes sistemas de objetos (ou mundos) sobre os quais ela se exerce, se restringe segundo certos limites:

"... propomos um sujeito de invariabilidade conhecida nas suas funções racionais - capacidade de juízo e raciocínio. Onde isto não existe, não existe lógica" (p. 10).

Tais princípios "não empíricos" formam, portanto uma base invariante, imprescindível ao exercício da razão e destituída de qualquer conteúdo ou referência ontológica. Constituem o sistema lógico que Vasiliev denomina *metalógica*.

Cada uma das lógicas, particulares, (isto é, relativas a cada sistema particular de objetos), é obtida quanto determinados princípios ontológicos são acrescentados à base invariante e, segundo Vasiliev, "puramente formal" que constitui a metalógica. Somente através destas lógicas, que para Vasiliev são, por esta razão, "semi-empíricas e semi-rationais", pode-se obter conhecimento de alguma realidade: "... a metalógica por si só não pode servir de instrumento de conhecimento; ela é o

fundamento de qualquer conhecimento, mas para ser um instrumento de conhecimento, ela deve enriquecer-se de princípios materiais (ontológicos)". (p. 31).

Esta concepção da metalógica, que a desvincula de características empíricas ou materiais surgiu por analogia à metafísica: "... a metafísica é o conhecimento da existência em condições não experimentais, da existência autêntica e única, a menos das variedades empíricas das coisas. A metalógica é o conhecimento do pensamento em condições não experimentais; o pensamento puro desviando-se de qualquer variação no conteúdo do pensamento". (p. 30).

Quais são, afinal, estes princípios lógicos que, abstendo-se de qualquer conteúdo empírico, regem especificamente a atividade racional "pura"? Vasiliev não se detém nesta importante questão. Sabemos através de [18] que o Princípio de Diferenciação Absoluta entre Verdade e Falsidade (Princípio de Não-Auto-Contradição), pertence a metalógica. Também seriam metalógicas certas versões da lei de identidade e da lei escolástica da razão suficiente. Mas isto não é colocado de maneira explícita, apenas pode ser inferido ao longo do texto. Na p.17, por exemplo, numa digressão na qual trata da lógica imaginária, Vasiliev diz: "... na lógica imaginária conservam-se os juízos e raciocínios, e, também, o princípio geral dos juízos, que é a lei da imutabilidade do significado dos termos, ou lei de identidade, e o princípio geral do raciocínio, que é a lei da razão suficiente". Podemos inferir que tais leis, uma vez relacionadas, segundo a concepção de Vasiliev, às funções racionais propriamente ditas - raciocínio e capacidade de juízo - seriam leis que integrariam o arcabouço metalógico. Todavia, no que se refere à lei da razão suficiente, em outra passagem, Vasiliev diz que a formulação ontológica dessa lei é a lei da causalidade - "Todo fenômeno tem uma causa" - e que esta formulação distingue-se da seguinte: "Todo juízo deve ser fundamentado". Porém, não fica claro se a segunda formulação é metalógica ou não. Na realidade, Vasiliev não conseguiu dar formulações puramente metalógicas para estas duas leis, isto é, formulações envolvendo a verdade ou falsidade dos juízos.

Vasiliev sugere também uma lei metalógica de Segundo Excluído, Segundo ele, a metalógica deveria excluir a qualidade

negativa, pois somente a qualidade afirmativa compõe a esfera do "puramente racional" enquanto que a negação pressupõe componentes "empíricos", isto é, ontológicos. A negação tradicional, que segundo sua interpretação, fundamenta-se na incompatibilidade de atributos, e a negação da lógica imaginária, fundamentada diretamente nos dados sensoriais, referem-se antes a certas características dos objetos exteriores que à atividade racional propriamente dita.

Para salvar a coerência destas considerações, Vasiliev teria que explicar como desvincular o conceito de negação dos conceitos de verdade e falsidade. Porque estes conceitos foram tomados como integrantes de atividade puramente racional, na medida em que aparecem em formulações de leis metalógicas, como por exemplo, na formulação dada ao princípio de Diferença Absoluta entre a Verdade e Falsidade (não auto-contradição) - "um mesmo juízo não pode ser ao mesmo tempo verdadeiro e falso".

A lei de Segundo Excluído (Vasiliev não a enuncia explicitamente) é especialmente problemática para a metalógica de Vasiliev. De fato, apesar desta lei de exclusão da segunda qualidade, podemos paradoxalmente inferir pelo contexto que, juntamente com a lei de Não-auto-Contradição existe na metalógica uma lei do tipo "todo juízo é verdadeiro ou é falso", (lei de bivalência que inclui uma formulação semântica para a lei tradicional do Terceiro-Excluído). Por outro lado, sendo a metalógica um sistema de leis normativas ao exercício da razão, leis estas válidas em qualquer sistema lógico possível, como entender a lei do Segundo-Excluído, cuja validade se restringe à própria esfera metalógica?

Vasiliev introduz a lei do Segundo-Excluído a partir da relação que estabelece entre negação e equívoco (erro): a metalógica, como "lógica do conhecimento perfeito", excluiria os juízos negativos, pois estes se relacionariam ao erro, ao equívoco. Vasiliev se refere à negação tradicional. Um matemático que nunca erra, jamais emite juízos negativos, pois o conhecimento exato se expressa, segundo ele, exclusivamente através de juízos afirmativos. A idéia é muito discutível: exatamente no campo da matemática existem muitos juízos negativos aos quais

difícilmente se poderia associar equívocos. Considere-se, por exemplo, a proposição " π não é um número racional".

Consequentemente, esta idéia de tomar a metalógica como uma lógica só de juízos afirmativos e com uma lei de Segundo-Excluído só pode ser entendida se pensarmos que Vasiliev quiz generalizar completamente sua lei de $(n+1)$ -Excluído, sem considerar os problemas que daí advêm.

Vasiliev concebe a metalógica como um sistema que, nas suas palavras, e conforme já vimos, "é muito pobre em conteúdo" e que, "para tornar-se instrumento de conhecimento, deve enriquecer-se de princípios materiais (ontológicos)". Intuitivamente, portanto, ele caracteriza a metalógica como um sistema estritamente formal, que tem como objetos as proposições e suas relações com os conceitos de verdade e falsidade, independentemente da interpretação (segundo ele, do "conteúdo") que se dê às mesmas.

Estas considerações, aliadas ao fato de que, para Vasiliev a metalógica se constitui numa base lógica invariante na construção de qualquer outro sistema lógico, nos permitirão, no capítulo III, interpretar a metalógica através do cálculo clássico de proposições.

CAPÍTULO II

SILOGISMOS NÃO ARISTOTÉLICOS

2.1. INTRODUÇÃO.

Neste capítulo examinaremos a proposta apresentada por Vasiliev em [18], de construção de uma teoria do silogismo que inclua os juízos contraditórios como premissas silogísticas⁽¹⁴⁾. Trata-se, na verdade, de uma tentativa de estender a silogística aristotélica aos novos juízos da lógica imaginária: os modos silogísticos tradicionais são mantidos, e modos contraditórios são acrescentados à primeira e terceira figuras.

Muitas das passagens são absolutamente confusas, e assim nossa exposição não pode, muitas vezes, fugir de uma eventual interpretação dessas idéias. A nova silogística, segundo a interpretamos, poderá ser tratada formalmente através do sistema axiomático que foi dado à silogística aristotélica por J. Lukasiewicz, 1950. Disto nos ocuparemos mais adiante.

Vimos que a lógica imaginária de Vasiliev acrescenta aos juízos afirmativos e negativos um terceiro juízo de qualidade contraditória. Mostrar a possibilidade de novas modalidades silogísticas que incluam o novo juízo como premissa significa para Vasiliev, em última instância, mostrar que sua lógica imaginária preserva as regras lógicas usuais, e em particular a inferência silogística.

Iniciando a exposição de sua teoria do silogismo, Vasiliev propõe um estudo do juízo que inclui, com relação à qualidade, a classificação ternária acima referida. Mas tal estudo perde a objetividade quando se trata da classificação dos juízos segundo a quantidade. Porque ele retoma aqui a idéia exposta em [17], de classificar os juízos segundo sua referência a fatos ou a conceitos. Do primeiro grupo serão tratados apenas os juízos singulares. Estes serão afirmativos, negativos ou contraditórios segundo haja uma fundamentação ontológica que determine, com relação a um certo S, a formulação de cada tipo de juízo. Os juízos singulares, assim como na silogística

aristotêmica, não ocorrerão como premissas silogísticas.

Os juízos de grupo, que apareciam no artigo anterior completando a classificação dos juízos sobre fatos, não são aqui mencionados.

Vejamos como estão divididos os juízos sobre conceitos.

Vasiliev pretende tomar os juízos particulares segundo a interpretação não clássica que lhes foi atribuída na lógica sobre conceitos do artigo [17], "somente algum S é P". Isto introduz o item "acidental" também na classificação dos juízos ~~sobre conceitos~~ da lógica imaginária. Mas este item, dada a existência da qualidade contraditória, passa a integrar esta classificação, não ^{apenas} mais do ponto de vista da qualidade, com ^{quantidade} anteriormente, mas ~~sim~~ no que se refere à quantidade.

Os juízos ~~sobre~~ conceito serão universais, (de qualida^{de} afirmativa, negativa e contraditória) e acidental^{is}. Se no artigo [17] o juízo acidental reunia os juízos particular afirmativo e particular negativo numa única formulação, aqui, em face da terceira qualidade a ser considerada, ele passa a assumir quatro diferentes formulações, na tentativa de unificação das três qualidades: "alguns S são P, os demais não são P" (unificação das qualidades afirmativa e negativa), "alguns S são P, os demais são e não são P" (afirmativa e contraditória), "alguns S não são P, os demais são e não são P" (negativa e contraditória), "alguns S são P, outros não são P, os demais são e não são P". (afirmativa, negativa e contraditória). Estas são as quatro relações "acidentais" possíveis quando se considera, dentro do escopo da lógica imaginária, um predicado P e a totalidade dos indivíduos sob um conceito S. O universo desses indivíduos, que na lógica dos conceitos apresentada anteriormente ficava, através da relação "acidental", bipartido - por um lado naqueles indivíduos que possuíam o atributo em questão, e por outro, naqueles que não o possuíam - acrescenta agora uma terceira partição, referente aos indivíduos que simultaneamente possuem e não possuem tal atributo.

Os quatro juízos acidentais, somados aos três universais - afirmativo, "todo S é P", negativo "nenhum S é P" e contraditório "todo S é e não é P" - constituem os sete juízos possíveis da lógica imaginária, quando se considera a relação entre um conceito S e um predicado P.

Parte desta classificação é, no entanto, inútil. Os juízos acidentais conforme apresentados acima aparentemente não ocorrem como premissas nos novos silogismos propostos por Vasiliev. Nos silogismos onde ocorrem premissas particulares elas são tomadas no sentido tradicional. Assim sendo, seguiremos esta linha em nossa tentativa de construir corretamente a silogística da lógica imaginária.

Conforme se sabe, Aristóteles distingue três figuras do silogismo, a partir das diferentes relações em que o termo médio está com os extremos⁽¹⁵⁾. Denotando os termos maior (predicado da conclusão), médio (comum a ambas as premissas) e menor (sujeito da conclusão), respectivamente, pelas letras A, B e C, temos os seguintes conhecidos esquemas para a representação das três figuras:

A - B	B - A	A - B
B - C	B - C	C - B
A - C	A - C	A - C

Cada par de letras constitui o esquema de uma proposição, onde a primeira delas refere-se ao predicado e a segunda ao sujeito, segundo a formulação usual de Aristóteles.

As diferentes maneiras pelas quais os silogismos são construídos dentro de cada figura chamamos modos. Aristóteles reconhece a validade de 14 modos silogísticos. Aceitando-se que a proposição universal (afirmativa ou negativa) implica a sua subalterna (particular afirmativa ou particular negativa, respectivamente) acrescenta-se a estes mais quatro modos subalternos (dois na primeira e dois na segunda figura), obtendo-se os usuais 18 modos válidos, mnemônicamente conhecidos por Barbara, Celarent, Darii, Ferio, Barbari e Celaront, na 1ª figura; Cesare, Camestres, Festino, Baroco, Camestrop e Cesaro, na 2ª figura; Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo e Ferison, na 3ª figura. *4ª figura?*

A teoria do silogismo que Vasiliev propõe na lógica imaginária é em linhas gerais como segue.

Estabelece que na primeira figura todos os modos aristotélicos são mantidos, referindo-se aos quatro primeiros modos apenas, sem menção aos modos subalternos.

São acrescentados, nesta figura, dois novos modos, conseguidos respectivamente ao se substituir, nos modos Barbara e Darii, as premissas maiores - universais afirmativas - por premissas universais contraditórias. Os novos silogismos, apresentados à p. 227 são os seguintes:

1) Todo M é e não é P.

Todo S é M.

Todo S é e não é P.

2) Todo M é e não é P.

Algum S é M.

Algum S é e não é P.

Para Vasiliev estes silogismos são tão válidos quanto aqueles dos quais procedem: "... qual o sentido da premissa menor 'S é M'? O seu significado está em que todos os juízos verdadeiros com relação a M são também verdadeiros com relação a S. (...) (se), relativamente a M pode ser verdadeiro o juízo contraditório 'M é e não é P', e uma vez que S é M, necessariamente devemos deduzir "S é e não é P". Se no conceito M existem contradições e S depende deste conceito, então S deve possuir as mesmas contradições. Se a classe M é caracterizada por contradições então, presume-se que qualquer S que esteja nessa classe também será contraditório". ([18], p. 226).

Vasiliev apresenta uma prova de validade de 1) por redução ao absurdo. É durante essa prova que ele estabelece explicitamente, e pela única vez, algo sobre as relações lógicas entre os juízos, com as devidas correções quanto a quantidade. A prova é em linhas gerais como segue. Se as premissas do silogismo 1) são verdadeiras, e se negarmos sua conclusão teremos que considerar como verdadeira uma das duas proposições: "algum, podendo ser todo, S é P", e "algum, podendo ser todo, S não é P". (Aqui portanto, Vasiliev determina que sendo falsa

uma proposição universal contraditória, suas correspondentes, particular afirmativa e particular negativa, serão verdadeiras). Tomando cada uma destas proposições como premissa maior e mantendo a premissa menor "Todo S é M", obtêm-se os silogismos aristotêlicos Disamis ou Bocardo, cujas respectivas conclusões ("algum M é P" e "algum M não é P") declaram falsa a proposição "todo M é e não é P". Portanto, sendo verdadeiras as premissas menor e maior de 1) a conclusão deverá ser verdadeira, o que prova a validade do silogismo.

Na terceira figura, Vasiliev acrescenta aos seis modos aristotêlicos três novos modos contraditórios, substituindo na premissa maior dos modos afirmativos Darapti, Disamis e Datisi, respectivamente, o juízo afirmativo pelo contraditório. São os seguintes os novos modos:

3) Todo M é e não é P.
 Todo M é S.

Algum S é e não é P.

4) Algum M é e não é P.
 Todo M é S.

Algum S é e não é P.

5) Todo M é e não é P.
 Algum M é S.

Algum S é e não é P.

Ele não apresenta provas de validade para estes modos introduzidos na terceira figura.

No que se refere à segunda figura o texto é absolutamente confuso. Vasiliev diz que não são acrescentados novos modos e que os modos clássicos não tem uma conclusão simples, podendo-se apenas afirmar, com relação a esta figura, que a conclusão não pode ser afirmativa, e "... uma vez que na lógica imaginária, além de afirmativos, os juízos podem ser negativos ou contraditórios, não se pode saber se a conclusão na segunda figura será negativa ou contraditória". ([18], p. 228). Esta

questão na realidade não se coloca, pois o predicado da conclusão, (termo maior) ocupa o lugar do sujeito na premissa maior, quando se trata de um silogismo da 2^a figura. Um silogismo desta figura que tivesse uma conclusão contraditória teria portanto como premissa maior um juízo cujo sujeito é um termo contraditório. Juízos dessa natureza não são tratados na silogística de Vasiliev. Assim, um silogismo de 2^a figura só poderá ter como conclusão um juízo afirmativo e o problema que Vasiliev aborda não se coloca. Dentro da axiomática que propomos mais adiante para a silogística de Vasiliev existem modalidades para os silogismos da 2^a figura onde as premissas maior e menor são contraditórias. A conclusão será, conforme acabamos de constatar, necessariamente afirmativa.

A segunda figura é particularmente difícil para Vasiliev já que todos os seus modos são negativos. Se analisarmos os novos modos contraditórios propostos vemos que eles procedem de modos aristotélicos afirmativos, através da substituição de premissas maiores afirmativas por premissas maiores contraditórias. Nenhum novo silogismo foi proposto a partir de qualquer modo aristotélico negativo: Vasiliev parece não saber como, exatamente, operar com o juízo contraditório segundo os modos negativos tradicionais. Nisto consiste seu problema com relação à segunda figura. Retomando o assunto em [19] ele dirá que os silogismos desta figura são impossíveis do ponto de vista da lógica imaginária. Seria estranho que ele optasse por excluir de sua silogística os silogismos tradicionais da segunda figura, uma vez que manteve todos os modos aristotélicos da primeira e terceira figuras, inclusive aqueles negativos. E sabemos que os silogismos da segunda figura podem ser obtidos a partir de Barbara (1^a figura) e Datisi (3^a figura) (cf. Lukasiewicz [11]).

Os silogismos contraditórios 1) a 5) serão aqui interpretados como modalidades dos silogismos afirmativos dos quais respectivamente procedem.

Por um processo análogo àquele que tradicionalmente chamamos "obversão", o qual, no estudo do juízo da lógica aristotélica se dá através da introdução de termos negativos, do tipo não-P (não-homem, não-mortal) e que converte os juízos negativos em afirmativos, pode-se converter também os juízos

contraditórios em afirmativos. Para isto introduziremos termos do tipo "P e não-P", que denominaremos termos contraditórios. O juízo "todo S é e não é P" poderá assim ser convertido no afirmativo "todo S é P e não-P". Analogamente para o juízo particular contraditório. Assim como os termos negativos do caso aristotélico, aqui também os termos contraditórios não deverão ocorrer como sujeito das proposições.

Através do processo acima descrito os juízos contraditórios que ocorrem nos silogismos 1) a 5) são transformados em afirmativos e os modos contraditórios de Vasiliev aparecem como modalidades dos modos afirmativos que lhes deram origem.

Isto sugere que as axiomatizações tradicionais dadas à silogística aristotélica, como por exemplo aquela apresentada por Lukasiewicz em [11] podem ser extendidas à silogística de Vasiliev, uma vez acrescentadas novas variáveis para os termos contraditórios, guardadas certas restrições já que estes termos ocorrem, segundo a interpretação que damos aos juízos contraditórios, somente como predicado e nunca como sujeito.

A não ocorrência dos termos contraditórios como sujeito das proposições exclui a possibilidade de leis de conversão dos tipos $Aa\bar{b} \rightarrow I\bar{b}a$, $Ia\bar{b} \rightarrow I\bar{b}a$ ou similares, onde $\bar{b}$ denota um termo contraditório. E também determina a impossibilidade de modos contraditórios na primeira figura, onde a premissa menor é um juízo contraditório, uma vez que o predicado de tal premissa (termo médio) funcionará como sujeito na premissa maior. Na terceira figura, analogamente, não há silogismo se a premissa menor for contraditória, pois o predicado de tal premissa é sujeito da conclusão. Em [19], Vasiliev diz simplesmente que a quarta figura (aristotélica) é válida; é importante ressaltar que também nela são impossíveis quaisquer modalidades contraditórias, pois os termos maior e menor, assim como o médio, são sujeito e predicado, alternadamente, em alguma das três premissas.

Analisemos agora a natureza dos juízos particulares que ocorrem nos silogismos 2) a 5). Consideremos, por exemplo, o silogismo 2). A premissa menor, assim como a conclusão, são juízos particulares tomados segundo a interpretação tradicional: Vasiliev parece se dar conta da impossibilidade de se tomar

como premissa (e, obviamente de se obter como conclusão) qualquer um dos quatro juízos acidentais propostos. Qual seria a conclusão daquele silogismo se a premissa menor fosse, por exemplo, o juízo "algum S é M, os demais não são M"?

2') Todo M é e não é P
 Algum S é M, os demais não são M.

 ?

Poder-se-ia inferir, aceitando o argumento de Vasiliev na demonstração de Barbara-contraditório, que "algum S é e não é P", (com relação àqueles elementos sob o conceito S que são M, conforme a primeira parte da premissa menor). Mas nada se pode inferir com relação aos demais S. Deste modo a conclusão do silogismo seria do tipo "algum, podendo ser todo, S é e não é P", que é um juízo particular, mas no sentido clássico⁽¹⁶⁾. Também nos modos 3), 4) e 5) Vasiliev emprega os juízos particulares, sejam eles afirmativos ou contraditórios, segundo a interpretação tradicional.

Um outro aspecto a ser abordado diz respeito à afirmação de Vasiliev de que a nova silogística mantém os modos silogísticos aristotélicos da primeira e terceira figuras. Cabe ressaltar, completando as considerações do parágrafo anterior, que aqueles modos aristotélicos em cujas premissas ocorrem juízos particulares só serão mantidos, obviamente, se se mantém a interpretação tradicional para tais juízos, abandonando a interpretação "acidental" que ele propõe na sua classificação inicial. A interpretação tradicional para os juízos particulares é portanto, ao contrário do que ele afirma ao longo dos artigos [17] e [18], não somente adequada, mas aparentemente necessária, se se quer, como Vasiliev, obter uma silogística sem fugir aos padrões aristotélicos.

Comentários idênticos aplicam-se aos silogismos aristotélicos em cujas premissas ocorrem juízos negativos: embora a nova negação da lógica imaginária tenha sido introduzida como substitutiva à negação clássica, é na verdade uma negação fraca, usada unicamente na formulação do juízo contraditório. De fato, referindo-se aos modos negativos da primeira e terceira figuras,

Vasiliev diz que tais modos serão mantidos. Isto é, será mantida a interpretação tradicional para os juízos negativos.

2.2. UMA AXIOMATIZAÇÃO PARA A SILOGÍSTICA DE VASILIEV - O SISTEMA S_3 .^{V63}

Os silogismos contraditórios de Vasiliev, segundo a interpretação que lhes damos, podem ser tratados formalmente, conforme expomos no que segue.

No livro *Aristotle Syllogistic* (1957), J. Lukasiewicz propõe um sistema axiomático para a silogística aristotélica não modal, que resumiremos a seguir.

Constituem a linguagem do sistema:

- i) Variáveis para termos universais - $a, b, c, \dots$
- ii) Constantes A, E, I, O , que denotam respectivamente os funtores binário "todo - é -", "nenhum - é -", "algum - é -", "algum - não é -".

As constantes A, E, I, O , aplicadas às variáveis para termos formam respectivamente as quatro proposições aristotélicas:

- Aab - Todo a é b .
- Eab - Nenhum a é b .
- Iab - Algum a é b .
- Oab - Algum a não é b .

Os silogismos aristotélicos tomam a forma de uma implicação onde o antecedente é uma conjunção de proposições. O modo Barbara, por exemplo, tem a forma $Abc \ \& \ Aab \rightarrow Aac$

Como axiomas do sistema, Lukasiewicz escolhe duas leis de identidade e os modos Barbara e Datisi, da 1ª e 3ª figuras, respectivamente:

- 1) Aaa
- 2) Iaa
- 3) $Abc \ \& \ Aab \rightarrow Aac$
- 4) $Abc \ \& \ Iba \rightarrow Iac$

Como regras de inferência tem-se Modus Ponens e uma

regra de substituição segundo a qual novas expressões são obtidas a partir de outras expressões do sistema, através (e unicamente) da substituição de uma variável para termo por uma outra variável para termo.

DEFINIÇÕES. $Eab = \neg Iab$

$Oab = \neg Aab$

A partir dos axiomas 1 a 4, e tendo o cálculo proposicional clássico como lógica subjacente, Lukasiewicz deduz todos os silogismos não modais aristotélicos, inclusive os da quarta figura, assim como as leis de conversão das proposições A, E e I, (respectivamente, $Aab \rightarrow Iba$, $Eab \rightarrow Eba$ e $Iab \rightarrow Iba$), e leis de subordinação de proposição afirmativas ($Aab \rightarrow Iab$) e negativas ($Eab \rightarrow Oab$).

Queremos obter um sistema formal para tratar com os silogismos contraditórios, mas que ao mesmo tempo trate com os silogismos aristotélicos, dentro da concepção de Vasiliev de que sua silogística seja uma extensão da silogística aristotélica. A linguagem do nosso sistema S_3 é a seguinte:

- i) Variáveis para termos universais no sentido aristotélico: $a, b, c, \dots$
- ii) Variáveis para termos universais contraditórios: $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$ (as quais só aparecem como termo predicado).
- iii) As constantes A e I, de Lukasiewicz.

A e O são definidos como segue.

DEFINIÇÕES. $D_1 - Eab = \neg Iab$

$D_2 - Oab = \neg Aab$

As constantes A, E, I, O, aplicadas às variáveis $a, b, c, \dots$ formam respectivamente as proposições aristotélicas Aab, Eab, Iab, Oab , como no sistema de Lukasiewicz; e tendo como argumento, no lugar do predicado, uma variável do tipo $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$ formam respectivamente as proposições universais (aristotélicas ou contraditórias):

$Aa\bar{b}$ = Todo a é $\bar{b}$

$Ea\bar{b}$ = Nenhum a é $\bar{b}$

e particulares (aristotêlicas ou contraditórias):

$Ia\bar{b}$ = Algum a é $\bar{b}$

$Oa\bar{b}$ = Algum a não é $\bar{b}$.

Tendo em vista as definições D_1 e D_2 , temos que as únicas expressões atômicas bem formadas do sistema são Aab , $Aa\bar{b}$, Iab , $Ia\bar{b}$ e suas substituições.

Cada uma das implicações abaixo representa um dos silogismos contraditórios de Vasiliev, e por substituição o silogismo aristotêlico que lhe deu origem na ordem: Barbara, Darii, Darapti, Disamis e Datisi.

- 1) $Ab\bar{c}$ & $Aab \rightarrow Aa\bar{c}$
- 2) $Ab\bar{c}$ & $Iab \rightarrow Ia\bar{c}$
- 3) $Ab\bar{c}$ & $Aba \rightarrow Ia\bar{c}$
- 4) $Ib\bar{c}$ & $Aba \rightarrow Ia\bar{c}$
- 5) $Ab\bar{c}$ & $Iba \rightarrow Ia\bar{c}$

Com exceção dos silogismos da quarta figura, todos os demais silogismos terão uma modalidade contraditória, isto é, admitirão juízos contraditórios como premissas. As implicações abaixo os representam:

- (6) $Ab\bar{c}$ & $Aab \rightarrow Ia\bar{c}$ (Barbari)
- (7) $Eb\bar{c}$ & $Aab \rightarrow Ea\bar{c}$ (Celarent)
- (8) $Ec\bar{b}$ & $Aa\bar{b} \rightarrow Eac$ (Cesare)
- (9) $Ac\bar{b}$ & $Ea\bar{b} \rightarrow Eac$ (Camestres)
- (10) $Ac\bar{b}$ & $Eba \rightarrow Eac$ (Cemenes)
- (11) $Eb\bar{c}$ & $Aab \rightarrow Oa\bar{c}$ (Celaront)
- (12) $Ec\bar{b}$ & $Aa\bar{b} \rightarrow Oac$ (Cesaro)
- (13) $Ac\bar{b}$ & $Ea\bar{b} \rightarrow Oac$ (Camestrop)
- (14) $Ac\bar{b}$ & $Eba \rightarrow Oac$ (Camenop)
- (15) $Eb\bar{c}$ & $Iab \rightarrow Oa\bar{c}$ (Ferio)
- (16) $Ec\bar{b}$ & $Ia\bar{b} \rightarrow Oac$ (Festino)
- (17) $Eb\bar{c}$ & $Iba \rightarrow Oa\bar{c}$ (Ferison)
- (18) $Ec\bar{b}$ & $Iba \rightarrow Oac$ (Fresison)

- (19) $Eb\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Oa\bar{c}$ (Felapton)
- (20) $Ecb \ \& \ Aba \rightarrow Oac$ (Fesapo)
- (21) $Ac\bar{b} \ \& \ Oa\bar{b} \rightarrow Oac$ (Baroco)
- (22) $Ob\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Oa\bar{c}$ (Bocardo)
- (23) $Ac\bar{b} \ \& \ Aba \rightarrow Iac$ (Bramantip)
- (24) $Icb \ \& \ Aba \rightarrow Iac$ (Dimaris)

Tomando-se os silogismos 1 e 5 como axiomas, assim como as leis de identidade Aaa e Iaa , demonstra-se em S_3 a validade dos modos restantes, de maneira similar àquela pela qual Lukasiewicz demonstra, no seu sistema, os silogismos aristotélicos. O modo 4) no entanto, será tomado ad hoc como axioma por não ser, aparentemente, demonstrável a partir dos demais. (Sua demonstração, a partir de (5), pressupõe uma lei de conversão do tipo $Ia\bar{b} \rightarrow Ib\bar{a}$), que não é válida no sistema S_3 .

AXIOMAS: A1) Aaa

A2) Iaa

A3) $Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Aa\bar{c}$ (Barbara)

A4) $Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}$ (Datisi)

A5) $Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c}$ (Disamis)

REGRAS DE INFERÊNCIA. MP) $\alpha, \alpha \rightarrow \beta / \beta$

RS) Regra de substituição: se α é uma expressão válida do sistema, então qualquer expressão produzida a partir de α , através de uma substituição válida é uma expressão válida do sistema. São substituições válidas unicamente as seguintes:

- i) Substituir uma variável - termo do tipo a, b, c por outra do mesmo tipo.
- ii) Substituir uma variável - predicado do tipo $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$, por outra do mesmo tipo.
- iii) Substituir uma variável - predicado do tipo $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$, por uma variável do tipo a, b, c .

INDEPENDÊNCIA DOS AXIOMAS.

TEOREMA 1. Cada um dos axiomas A1), A2) e A3) são independentes

dos demais.

Prova-se como em Lukasiewicz.

TEOREMA 2. O axioma A5) independe dos demais axiomas.

PROVA. Façamos $Aab \mid a \leq b$, $Aa\bar{b} \mid a < b$, $Iba \mid b \geq a$, $Ib\bar{a} \mid b < a$.
Temos:

A1) $Aaa \mid a \leq a$ (vale)

A2) $Iaa \mid a \geq a$ (vale)

A3) $Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Aa\bar{c} \mid (b < c) \ \& \ (a \leq b) \rightarrow (a < c)$ (vale)

A4) $Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c} \mid (b < c) \ \& \ (b \geq a) \rightarrow (a < c)$ (vale)

A5) $Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c} \mid (b < c) \ \& \ (b \leq a) \rightarrow (a < c)$
(não vale)

Temos portanto que a interpretação considerada válida os axiomas A1, A2), A3) e A4) mas não válida (A5).

TEOREMA 3. O axioma A4) independe dos demais axiomas.

PROVA. Façamos $Aab \mid a \leq b$, $Aa\bar{b} \mid a < b$, $Iba \mid b \leq a$, $Ib\bar{a} \mid b > a$.

Demonstra-se a validade de A1), A2) e A3) como no Teorema 2.

A4) $Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c} \mid b < c \ \& \ b \leq a \rightarrow a > c$ (não vale)

A5) $Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c} \mid b > c \ \& \ b \leq a \rightarrow a > c$ (vale).

A5) vale pois $c < b \leq a$ logo $c < a$, ou seja $a > c$.

Assim, a interpretação válida A1), A2), A3) e A5) mas não válida A4).

Todas as demonstrações de validade dos modos silogísticos e das leis de conversão e subordinação para as proposições são feitos de maneira similar àquelas dadas por Lukasiewicz. As demonstrações para os silogismos da quarta figura são idênticas às de Lukasiewicz e não as repetiremos aqui.

As leis de conversão permanecem válidas, mas apenas para as proposições aristotélicas. Sua demonstração é aquela de Lukasiewicz, apenas substituindo devidamente, através da regra

RS iii), variáveis de tipo $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ por variáveis do tipo a , b , c . São elas:

- (A) Conversão da premissa I: $Iab \rightarrow Iba$
- (B) Conversão da premissa A: $Aab \rightarrow Iba$
- (C) Conversão da premissa E: $Eab \rightarrow Eba$

As leis de subordinação valem também para as premissas contraditórias:

(D) SUBORDINAÇÃO DAS PREMISSAS A-I :

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

$$(1) (Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow [Ab\bar{c} \rightarrow (Iba \rightarrow Ia\bar{c})] \quad p \mid Ab\bar{c}, q \mid Iba, r \mid Ia\bar{c}$$

$$(2) Ab\bar{c} \rightarrow Iba \rightarrow Ia\bar{c} \quad (1), (A4), MP$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

$$(3) Ab\bar{c} \rightarrow (Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow [Iba \rightarrow (Ab\bar{c} \rightarrow Ia\bar{c})] \quad p \mid Ab\bar{c}, q \mid Iba, r \mid Ia\bar{c}$$

$$(4) Iba \rightarrow (Ab\bar{c} \rightarrow Ia\bar{c}) \quad (2), (3), MP$$

$$(5) Iaa \rightarrow (Aa\bar{c} \rightarrow Ia\bar{c}) \quad (4): b \mid a$$

$$(6) Aa\bar{c} \rightarrow Ia\bar{c} \quad (A2), (5), MP$$

(E) SUBORDINAÇÃO DAS PREMISSAS E-O :

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$

$$(7) (Aa\bar{b} \rightarrow Ia\bar{b}) \rightarrow (\neg Ia\bar{b} \rightarrow \neg Aa\bar{b}) \quad p \mid Aa\bar{b}, q \mid Ia\bar{b}$$

$$(8) Aa\bar{b} \rightarrow Ia\bar{b} \quad (D) : \bar{c} \mid \bar{b}$$

$$(9) \neg Ia\bar{b} \rightarrow \neg Aa\bar{b} \quad (7), (8), MP$$

$$(10) Ea\bar{b} \rightarrow Oa\bar{b} \quad (9), D1, D2.$$

MODOS AFIRMATIVOS/CONTRADITÓRIOS (1^a e 3^a figuras).

(F) DARII

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow [(s \rightarrow q) \rightarrow (p \ \& \ s \rightarrow r)]$$

$$(11) (Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow [(Iab \rightarrow Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Ia\bar{c})]..$$

$$(12) (Iab \rightarrow Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Ia\bar{c}) \quad (A4), (11), MP$$

$$(13) Ab\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Ia\bar{c} \quad (12), (A), MP$$

(G) BARBARI

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow [(s \rightarrow q) \rightarrow (p \ \& \ s \rightarrow r)]$$

$$(14) (Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow [(Aab \rightarrow Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ia\bar{c})]$$

$$(15) (Aab \rightarrow Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ia\bar{c}) \quad (14), (A4), MP$$

$$(16) Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ia\bar{c} \quad (B), (15), MP$$

(H) DARAPTI

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow [(s \rightarrow q) \rightarrow (p \ \& \ s \rightarrow r)]$$

$$(17) (Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow [(Aba \ \& \ Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c})]$$

$$(18) (Aba \rightarrow Iba) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c}) \quad (17), (A4), MP$$

$$(19) Aba \rightarrow Iba \quad (D) : a \mid b, \ \bar{c} \mid a$$

$$(20) Ab\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c} \quad (18), (19), MP$$

MODOS NEGATIVOS/CONTRADITÓRIOS

(I) CELARENT

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (\neg r \ \& \ q \rightarrow \neg p)$$

$$(21) (Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow (\neg Ia\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow \neg Ib\bar{c})$$

$$(22) \neg Ia\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow \neg Ib\bar{c} \quad (21), (A5), MP$$

$$(23) Ea\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Eb\bar{c} \quad (22), D1$$

$$(24) Eb\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ea\bar{c} \quad (23): a \mid b, \ b \mid a$$

(J) FERIO

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (\neg r \ \& \ q \rightarrow \neg p)$$

$$(25) (Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow (\neg Ia\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow \neg Ab\bar{c})$$

$$(26) \neg Ia\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow \neg Ab\bar{c} \quad (A4), (25), MP$$

$$(27) Ea\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ob\bar{c} \quad (26), D1 \text{ e } D2$$

$$(28) Eb\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Oa\bar{c} \quad (27): a \mid b.$$

(K) CESARE

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (p \ \& \ \neg r \rightarrow \neg q)$$

$$(29) (Eb\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Oa\bar{c}) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ \neg Oa\bar{c} \rightarrow \neg Iab)$$

$$(30) Eb\bar{c} \ \& \ \neg Oa\bar{c} \rightarrow \neg Iab \quad (28), (29), MP$$

$$(31) Eb\bar{c} \ \& \ Aa\bar{c} \rightarrow Eab \quad (30), D1, D2$$

$$(32) Ec\bar{b} \ \& \ Aa\bar{b} \rightarrow Eac \quad (31) : b \mid c, \bar{c} \mid \bar{b}$$

(L) CAMESTRES

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (p \ \& \ \neg r \rightarrow \neg q)$$

$$(33) (Ab\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Ia\bar{c}) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ \neg Ia\bar{c} \rightarrow \neg Iab)$$

$$(34) Ab\bar{c} \ \& \ \neg Ia\bar{c} \rightarrow \neg Iab \quad (F), (33), MP$$

$$(35) Ab\bar{c} \ \& \ Ea\bar{c} \rightarrow Eab \quad (34), D1$$

$$(36) Ac\bar{b} \ \& \ Ea\bar{b} \rightarrow Eac \quad (35) : b \mid c, \bar{c} \mid \bar{b}$$

(M) CELARONT

$$(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

$$(37) (Ea\bar{b} \rightarrow Oa\bar{b}) \rightarrow [(p \rightarrow Ea\bar{b}) \rightarrow (p \rightarrow Oa\bar{b})]$$

$$(38) (p \rightarrow Ea\bar{b}) \rightarrow (p \rightarrow Oa\bar{b}) \quad (E), (37), MP$$

$$(39) (Eb\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ea\bar{c}) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Oa\bar{c}) \quad (38): p \ Eb\bar{c} \ \& \ Aab, \\ \bar{b} \mid \bar{c}$$

$$(40) Eb\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Oa\bar{c} \quad (I), (39), MP.$$

(N) CESARO

$$(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

$$(41) (Eac \rightarrow Oac) \rightarrow [(p \rightarrow Eac) \rightarrow (p \rightarrow Oac)]$$

$$(42) (Eac \rightarrow Oac) \quad (E) : \bar{b} \mid c$$

$$(43) (p \rightarrow Eac) \rightarrow (p \rightarrow Oac) \quad (41), (42), MP$$

$$(44) (Ec\bar{b} \ \& \ Aa\bar{b} \rightarrow Eac) \rightarrow (Ec\bar{b} \ \& \ Aa\bar{b} \rightarrow Oac) \quad (43): p \mid Ec\bar{b} \ \& \ Aa\bar{b}$$

$$(45) Ec\bar{b} \ \& \ Aa\bar{b} \rightarrow Oac \quad (44), (K), MP$$

(O) CAMESTROP

$$(46) (Eac \rightarrow Oac) \quad (E) : \bar{b} \mid c$$

$$(47) (p \rightarrow Eac) \rightarrow (p \rightarrow Oac) \quad \text{idem (43)}$$

$$(48) (Ac\bar{b} \ \& \ Ea\bar{b} \rightarrow Eac) \rightarrow (Ac\bar{b} \ \& \ Ea\bar{b} \rightarrow Oac) \quad (47): p \mid Ac\bar{b} \ \& \ Ea\bar{b}$$

$$(49) Ac\bar{b} \ \& \ Ea\bar{b} \rightarrow Oac \quad (L), (48), MP$$

(P) FESTINO

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (p \ \& \ \neg r \rightarrow \neg q)$$

$$(50) (Eb\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ea\bar{c}) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ \neg Ea\bar{c} \rightarrow \neg Aab)$$

$$(51) Eb\bar{c} \ \& \ \neg Ea\bar{c} \rightarrow \neg Aab \quad (50), (I), MP$$

$$(52) Eb\bar{c} \ \& \ Ia\bar{c} \rightarrow Oab \quad (51), D1, D2$$

$$(53) Ec\bar{b} \ \& \ Ia\bar{b} \rightarrow Oac \quad (52): b \mid c, \bar{c} \mid \bar{b}, b \mid c$$

(Q) FERISON

$$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow [(s \rightarrow q) \rightarrow (p \ \& \ s \rightarrow r)]$$

$$(54) (Eb\bar{c} \ \& \ Iab \rightarrow Oa\bar{c}) \rightarrow [(s \rightarrow Iab) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ s \rightarrow Oa\bar{c})]$$

$$(55) (s \rightarrow Iab) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ s \rightarrow Oa\bar{c}) \quad (J), (54), MP$$

(56) $(Iba \rightarrow Iab) \rightarrow (Eb\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Oa\bar{c})$ (55): s | Iba

(57) $Iba \rightarrow Iab$ (A): b | a , a | b

(58) $Eb\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Oa\bar{c}$ (56), (57), MP

(R) FELAPTON

$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (\neg r \ \& \ q \rightarrow \neg p)$

(59) $(Aa\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ib\bar{c}) \rightarrow (\neg Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow \neg Aa\bar{c})$

(60) $Aa\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ib\bar{c}$ (G): b | a , a | b

(61) $\neg Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow \neg Aa\bar{c}$ (59), (60), MP

(62) $Eb\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Oa\bar{c}$ (61), D1, D2

(S) BOCARDO

$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (\neg r \ \& \ q \rightarrow \neg p)$

(63) $(Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Aa\bar{c}) \rightarrow (\neg Aa\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow \neg Ab\bar{c})$

(64) $\neg Aa\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow \neg Ab\bar{c}$ (A3), (63), MP

(65) $Oa\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Ob\bar{c}$ (64), D2

(66) $Ob\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Oa\bar{c}$ (65): a | b , b | a

(T) BAROCO

$(p \ \& \ q \rightarrow r) \rightarrow (p \ \& \ \neg r \rightarrow \neg q)$

(67) $(Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Aa\bar{c}) \rightarrow (Ab\bar{c} \ \& \ \neg Aa\bar{c} \rightarrow \neg Aab)$

(68) $Ab\bar{c} \ \& \ \neg Aa\bar{c} \rightarrow \neg Aab$ (A3), (66), MP

(69) $Ab\bar{c} \ \& \ Oa\bar{c} \rightarrow Oab$ (67), D2

(70) $Ac\bar{b} \ \& \ Oa\bar{b} \rightarrow Oac$ (68): b | c , $\bar{c}$ | $\bar{b}$

2.3. MÉTODO DE DECISÃO.

Para obter um método de decisão para o sistema, procedemos como Lukasiewicz o faz para o seu sistema axiomático para a silogística aristotélica. Consideremos

I. (A1) $\vdash Aaa$

(A2) $\vdash Iaa$

(A3) $\vdash Ab\bar{c} \ \& \ Aab \rightarrow Aa\bar{c}$

(A4) $\vdash Ab\bar{c} \ \& \ Iba \rightarrow Ia\bar{c}$

(A5) $\vdash Ib\bar{c} \ \& \ Aba \rightarrow Ia\bar{c}$

a) $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ e $\vdash \alpha$ então $\vdash \beta$

b) se β é uma substituição válida de α e $\vdash \alpha$ então $\vdash \beta$

e mais os seguintes axiomas e regras para refutação.

II. (*A6) $\dashv Acb \ \& \ Aab \rightarrow Iac$

c) se $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ e $\dashv \beta$ então $\dashv \alpha$

d) se β é uma substituição válida de α e $\dashv \beta$ então $\dashv \alpha$.

e) (Regra de Slupecki). Sejam α e β expressões negativas e simples e γ uma expressão elementar⁽¹⁷⁾, todas da silogística aristotélica. Temos que se $\dashv \alpha \rightarrow \beta$ e $\dashv \beta \rightarrow \gamma$ então $\dashv \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$.

Provemos, agora, que o sistema acima é decidível.

Dos axiomas do grupo I, obtemos toda a silogística aristotélica. Então, junto com os axiomas do grupo II prova-se como em Lukasiewicz que o sistema é decidível para a silogística aristotélica. Vejamos agora como refutar expressões bem formadas onde ocorrem termos contraditórios. Cumpre lembrar que nas expressões bem formadas os termos contraditórios nunca aparecem como sujeito das constantes primitivas A e I.

Seja β uma expressão refutada da silogística aristotélica e seja $\bar{\alpha}$ uma expressão onde ocorrem termos contraditórios (obviamente, só como predicados de A ou I) de modo que β é uma substituição válida de $\bar{\alpha}$. Logo, como $\dashv \beta$, então $\dashv \bar{\alpha}$.

2.4. CONCLUSÃO.

Ao propormos a axiomática para a silogística de Vasiliev pensávamos que com ela obteríamos modos contraditórios apenas na primeira e terceira figuras, e apenas como modalidades dos modos afirmativos aristotélicos. Porém ao desenvolver o sistema, vimos que também aparecem modalidades contraditórias a partir dos modos negativos da primeira e terceira figuras. Da mesma forma, aparecem modalidades com ambas as premissas contraditórias na segunda figura. Estas não constituem propriamente "modos contraditórios" uma vez que a conclusão não é contraditória, mas sim negativa.

Conforme já observamos anteriormente, o não aparecimento de modalidades contraditórias na quarta figura explica-se pelo fato de que o termo contraditório só pode ocorrer no lugar do predicado e nessa figura todas as variáveis ocorrem tanto no lugar do sujeito como no lugar do predicado.

Em linhas gerais, portanto, tudo se passa como no sistema de Lukasiewicz. Acreditamos que isto se deva ao fato de que, quando propõe sua silogística, apesar de introduzir proposições com predicados contraditórios, ao proceder suas inferências dedutivas a partir destas proposições, Vasiliev o faz classicamente, tomando exatamente o padrão aristotélico.

Como explicar então as modalidades contraditórias não mencionadas por Vasiliev, e seu problema com relação à segunda figura? Obviamente Vasiliev não sabia que tomando-se apenas os modos Barbara e Datisi, bem como as leis de identidade, pode-se obter todos os modos tradicionais de todas as figuras. Uma vez que ele mantém esses modos segundo a formulação aristotélica, toda a silogística tradicional sai deles, resolvendo seu dilema no que se refere aos silogismos da segunda figura.

Com relação às modalidades contraditórias da primeira e terceira figuras, provenientes dos modos *negativos*, Vasiliev aparentemente não percebeu que provas semelhantes àquela que ele dá ao silogismo Barbara-contraditório (vide seção 2.1), poderiam ser apresentadas também para as modalidades negativo-contraditórias. Uma prova para Ferio-contraditório, por exemplo, sairia analogamente, recaindo nos modos aristotélicos Datisi e

Ferison, da terceira figura. Dentro do nosso sistema, por outro lado, todas essas provas saem a partir dos axiomas Datisi-contraditório e Disamis-contraditório, conforme e exposto na secção 2.2. Saem também a partir destes axiomas, as provas para as "modalidades pseudo-contraditórias" da segunda figura.

A razão pela qual Vasiliev não percebeu a possibilidade destas modalidades pode ser uma decorrência do fato de que não dominava a lógica matemática, para com o uso dela analisar a silogística aristotélica. Porém, isso não é um erro grave, o próprio Lukasiewicz, com toda sua criatividade e conhecimento tanto da lógica aristotélica como da lógica matemática só obteve sua axiomatização em 1939, tendo publicado esses resultados só em 1950.

Outra justificativa para Vasiliev não ter considerado as modalidades negativo-contraditórias da primeira e da terceira figuras pode decorrer do fato de que ele considerava os juízos contraditórios como sendo juízos negativos e de seu erro ao dizer que ao se substituir a qualidade afirmativa da premissa maior, na primeira e terceira figuras, pela correspondente qualidade negativa, obtêm-se os modos negativos dessas figuras. De fato, para se obter esses modos, essa substituição tem que ser feita, porém é necessário ainda corrigir a conclusão para que se venha a obter um silogismo. Intuitivamente Vasiliev o fez, nos modos Darii, Darapti e Datisi para obter respectivamente Ferio, Ferison e Felapton. Ele fez intuitivamente ainda mais, ao substituir a premissa particular afirmativa pela particular negativa em Disamis para obter Bocardo. Este fato mostra, mais uma vez, que Vasiliev estava considerando a constante I na sua interpretação usual.

Note-se ainda, que apesar de Vasiliev conhecer e citar a obra lógica de Aristóteles, aparentemente ele não a analisou a fundo. Uma prova disso são suas dificuldades ao esboçar a silogística com juízos contraditórios. Porém, outra vez a falta não é grave se comparada com o fato de que essa silogística é, de fato, o primeiro sistema dedutivo não-clássico que se obteve.

Em certo sentido Vasiliev raciocinava corretamente ao dizer que não há modos contraditórios na segunda figura. Pois, para que um modo seja realmente contraditório pode-se exigir

que a conclusão o seja, o que não ocorre no nosso sistema.

A razão pela qual Vasiliev em [18] não mencionou a 4^a figura, acreditamos que se deve ao fato de que o próprio Aristóteles não a mencionou, apesar de ocasionalmente mencionar silogismos desta figura. A razão pela qual não menciona os modos subalternos, acreditamos que se deve ao fato de que ele não tenciona (embora não possa se esquivar de) trabalhar com juizos particulares aristotélicos e sim com juízos acidentais.

Para finalizar, observamos que o nosso sistema S_3 pode ser adaptado, de modo a não considerar $Ea\bar{b}$ e $Oa\bar{b}$ como expressões bem formadas do sistema. Deste modo, obteremos um sistema S'_3 onde os modos contraditórios são os 5 que Vasiliev considerava, mais o modo Barbari-contraditório.

Todavia, mesmo o sistema S'_3 ainda não é completamente adequado para formalizar a silogística contraditória de Vasiliev. Pois, S'_3 pode ser interpretado de modo que os termos denotados por $\bar{a}$, $\bar{b}$, ..., não sejam termos contraditórios. Acreditamos que a única maneira de formalizar adequadamente a silogística contraditória de Vasiliev é tomar como lógica subjacente uma lógica paraconsistente. Pela interpretação dada por Arruda em [4] (e discutida na secção 3.2.3 do Capítulo III) para as lógicas imaginárias de Vasiliev, essa lógica subjacente poderia ser o sistema C_1 de Da Costa.

CAPÍTULO III

VASILIEV: UM PRECURSOR DAS LÓGICAS PARACONSISTENTES E POLIVALENTES

3.1.1. INTRODUÇÃO.

Este capítulo tem por finalidade resumir e discutir alguns dos pontos fundamentais das idéias de Vasiliev, assim como interpretar essas idéias no contexto da linguagem lógico-matemática atual.

Todo sistema lógico é, para Vasiliev, constituído por duas partes: 1) *a metalógica*, contendo leis de cunho, segundo ele, puramente racional, no sentido de que independem das propriedades dos objetos aos quais a lógica se aplica, sendo portanto válidas para todos os sistemas lógicos possíveis, 2) *a parte empírica da lógica*, que varia de um sistema para outro, contendo leis, estas sim dependentes das características dos objetos considerados.

Vasiliev não arrola todos os princípios de sua metalógica, citando apenas como princípio metalógico a sua lei de Não-Auto-Contradição - "um mesmo juízo não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso". Infere-se, no entanto, pelo contexto, um princípio metalógico de bivalência - "um juízo ou é verdadeiro ou é falso".

Para Vasiliev, a metalógica trata apenas com juízos afirmativos, conforme já se viu. Os juízos negativos são descartados porque a negação não-A equivale à afirmação da falsidade de A. Para Vasiliev isto significa passar de um conceito impregnado por características ontológicas - qual seja, o conceito de negação como ele o entende, fundamentado na incompatibilidade de predicados - para conceitos "puramente racionais" (e portanto perfeitamente enquadrados no contexto metalógico), como são para ele os conceitos de verdade e falsidade. Juízos de qualidade distinta da afirmativa e da negativa não são sequer mencionados, talvez porque tais juízos estejam, a exemplo do

negativo, ontologicamente comprometidos.

Nos parece que o que Vasiliev pretende com a metalógica é possibilitar uma abordagem dos juízos apenas no que se refere à verdade ou à falsidade dos mesmos. Vista como um sistema onde importa apenas a verdade ou falsidade das proposições (para Vasiliev, dos juízos) independentemente de sua natureza (qualidade), a metalógica aparece, na verdade, como um cálculo proposicional. Pelo fato de que, para Vasiliev, o princípio metalógico de Não-Auto-Contradição regula a correção do raciocínio, a sua metalógica pode, por outro lado, ser considerada como uma metalinguagem semântica consistente e bivalente para qualquer sistema lógico. Diríamos que a metalógica, concebida por Vasiliev dentro da concepção lógica tradicional, é convenientemente interpretável do ponto de vista da lógica atual como o cálculo proposicional clássico.

Podemos justificar tal afirmação observando que duas cláusulas semânticas suficientes para caracterizar o cálculo proposicional clássico, quais sejam 1) "A é verdadeira se e só se não-A é falsa" e 2) "A & B é verdadeira se e só se A e B são verdadeiras", (onde A e B são fórmulas) são implicitamente aceitas por Vasiliev. A primeira cláusula corresponde ao que Vasiliev denomina "aspecto formal" da negação, abordado na seção (1.2). A segunda aparece implicitamente quando ele introduz os juízos de grupo (sobre fatos). O juízo de grupo "o tinteiro, a lâmpada e o cinzeiro estão sobre a mesa" é verdadeiro, se os juízos singulares "o tinteiro está sobre a mesa", "a lâmpada está sobre a mesa" e "o cinzeiro está sobre a mesa" forem verdadeiros.

Outra justificativa é a seguinte. Ao construir a silogística contraditória fica claro que com o termo "nossa lógica" ele se refere à silogística aristotélica. Sabe-se, no entanto, (vide capítulo II) que a silogística aristotélica pode ser formalmente construída através de um sistema S_2 que tem o Cálculo Proposicional clássico (C_0) como lógica subjacente. Considerando a generalização para as lógicas n-dimensionais, e o fato de que para Vasiliev, a única lógica de dimensão 2 é a "nossa lógica", isto é, a silogística aristotélica, e que a única lógica que precede a lógica de dimensão 2 é a metalógica, então

podemos interpretar a metalógica como sendo o cálculo proposicional clássico, C_0 .

Estaria assim justificada a possibilidade de se interpretar a metalógica como sendo o cálculo proposicional clássico.

Sendo a metalógica um fragmento de cada uma das lógicas de Vasiliev, o cálculo proposicional relativo a cada uma dessas lógicas deverá ser uma extensão de C_0 , ou um cálculo proposicional dentro do qual seja possível obter C_0 .

A questão de como formalizar a parte empírica de cada uma das lógicas de Vasiliev é ainda mais difícil, uma vez que Vasiliev é menos explícito quando trata dos princípios "empíricos" de suas lógicas.

Nos limitaremos agora a explicitar quais os novos operadores lógicos a serem considerados para a formalização da parte empírica de uma lógica de Vasiliev. Possíveis axiomatizações serão consideradas nas seções posteriores.

Considerando que neste nível interessam tanto a quantidade como a qualidade dos juízos, a parte empírica de uma lógica deverá ser formalizada através de um cálculo de predicados. A formalização de diferentes lógicas se dará através de diferentes cálculos de predicados, pois é justamente neste nível que, para Vasiliev, desaparece a unicidade da lógica.

A lógica aristotêmica, lógica de "dimensão 2", segundo Vasiliev, será interpretada aqui como o cálculo de predicados clássicos.

Para formalizar a parte empírica das lógicas de dimensão $n \geq 3$, temos que considerar, além dos quantificadores, novos operadores proposicionais para formalizar os juízos de diferentes qualidades, introduzidos por Vasiliev. Mas as propriedades desses novos conectivos deverão ser estudados a nível proposicional. Consequentemente, o cálculo proposicional para uma lógica de Vasiliev será o cálculo proposicional clássico (metalógica) acrescido com esses novos conectivos e axiomas que regulem o seu uso ou, um cálculo proposicional não clássico dentro do qual possa ser obtido o cálculo proposicional clássico.

No que segue analisaremos os operadores lógicos a serem

considerados em cada uma das lógicas que de alguma maneira foram propostas por Vasiliev, ao longo dos três artigos.

3.1.2. LÓGICA DOS CONCEITOS

Neste caso todos os juízos são universais, logo necessitamos apenas de um quantificador universal. Para formalizar os juízos universais negativos, deveríamos considerar uma nova negação, diferente daquela da metalógica, pois, nesta lógica deve ser válido um princípio de quarto-excluído. Quanto aos juízos acidentais, tomados na forma "S pode ser P", poderíamos considerar um operador modal, mas não trataremos disto em detalhe neste trabalho. Esta lógica só vai ser usada para uma breve comparação com o trabalho de Jaśkowski.

3.1.3. LÓGICAS IMAGINÁRIAS COM JUÍZOS CONTRADITÓRIOS.

Por lógica imaginária com juízos contraditórios entende-se daqui para diante a lógica de dimensão 3, no sentido de Vasiliev, (isto é, com juízos de três qualidades distintas - afirmativa, negativa e contraditória), e suas possíveis generalizações para dimensão n , maior que 3, (isto é, lógicas com n tipos distintos de juízos no que se refere à qualidade).

Na lógica imaginária com juízos contraditórios e de dimensão 3 precisamos de uma negação e de uma conjunção para formalizar o juízo contraditório. Esta negação obviamente não será a clássica, sendo portanto diferente da negação da metalógica. Denotaremos esta negação não-clássica por $\neg_1$. Precisamos de outra negação $\neg_0$, para formalizar o juízo negativo. A conjunção poderá ou não, ser a mesma da metalógica.

Na hierarquia segundo a qual Vasiliev formula suas lógicas, e dada nossa interpretação do ponto de vista formal para tais lógicas, um sistema de dimensão 3 é sempre uma extensão do cálculo clássico de predicados, o qual, por sua vez, é uma extensão da metalógica. Ao trabalharmos apenas com juízos afirmativos e negativos obteremos o cálculo de predicados clássico.

Uma lógica imaginária de dimensão n deve ser uma extensão da lógica imaginária de dimensão $n-1$. Ela terá n tipos distintos de juízos: o afirmativo, o negativo e $n-2$ contraditórios. Por generalização podemos supor que para formalizar os $n-2$ juízos contraditórios da lógica imaginária de dimensão n necessitamos de $n-2$ diferentes negações não clássicas, denotados por $\neg_1, \neg_2, \neg_3, \dots, \neg_{n-2}$. Deste modo, uma axiomatização da lógica imaginária de dimensão n deve ser uma lógica adequada para o tratamento com $n-1$ negações distintas. Generalizando a definição dada em Arruda [1], diremos que uma lógica é adequada para o tratamento com i negações distintas se: 1) existem i símbolos primitivos distintos de negação ou 2) existe apenas um símbolo primitivo de negação mas é possível definir $i-1$ outros; todos eles comportando-se de maneira distinta.

3.1.4. A LÓGICA DAS NEGAÇÕES RELATIVA E ABSOLUTA.

Esta é também uma lógica de dimensão 3. Para Vasiliev, a negação relativa é a "nossa negação", ou, conforme a interpretamos, a negação da lógica clássica. O juízo negativo "S não é P", se nele ocorre a negação relativa, nega com relação a S apenas alguns atributos de P. A negação absoluta é mais restritiva; dizer que S não é absolutamente P significa negar de S todos os atributos de P. A formalização dos três tipos de juízos, com qualidades distintas, pode ser feita como no caso da lógica imaginária de dimensão 3. Se construirmos uma hierarquia de lógicas de dimensão n , $n > 3$, a partir da lógica das negações relativa e absoluta, a formalização dos diferentes tipos de juízos pode ser feita como na hierarquia de lógicas imaginárias com juízos contraditórios.

Para Vasiliev, a lógica das negações relativa e absoluta se constitui numa "interpretação" da lógica imaginária de dimensão 3 dentro da lógica tradicional. A justificativa para essa afirmação é mais uma vez a analogia estrutural que existe entre a lógica imaginária de dimensão 3 e a geometria não euclidiana, e o fato de que a última pode, realmente, ser interpretada dentro da geometria euclidiana. O que Vasiliev faz é

simplesmente caracterizar uma negação não clássica (que ele chama "relativa") a partir da negação clássica, obtendo dois tipos de juízos negativos. Que não se trata de uma interpretação no sentido atual do termo fica claro quando ele afirma que a silogística da lógica das negações relativa e absoluta é diferente da silogística da lógica imaginária de dimensão 3. Como nenhuma das duas silogísticas está corretamente construída, sua justificativa para tal afirmação não é clara. Todavia pode-se dar uma outra justificativa mais correta e adequada. Na lógica imaginária existem juízos contraditórios enquanto que na lógica das negações relativa e absoluta não ocorrem tais juízos. Como, para Vasiliev, toda lógica se aplica a um sistema de objetos (ou "mundo") e ainda, diferentes "mundos" determinam diferentes lógicas, então o "mundo" relativo a uma lógica imaginária é inconsistente, enquanto o "mundo" da lógica das negações relativa e absoluta é consistente. Ao falar em interpretação, todavia, Vasiliev não estava totalmente errado, pois se sua lógica imaginária de dimensão 3 for axiomatizada como em Arruda [4], ela pode, de fato, ser interpretada dentro da lógica clássica.

3.1.5. A LÓGICA DA SIMILARIDADE E DA DIFERENÇA.

Tudo o que foi dito da lógica das negações relativa e absoluta aplica-se à lógica da similaridade e da diferença. Pois, dizer que S é similar a P é dizer que, apesar de semelhantes, S e P não são idênticos. Isto é, que alguns atributos de P não são atributos de S, enquanto que outros o são. Isto equivale a afirmar que "S não é P", onde a negação é relativa.

Por outro lado, ao afirmar que S é diferente de P, significando que nenhum dos atributos de P aplica-se a S, recai-se na negação absoluta, conforme apresentada na lógica do item anterior.

Finalizando, cumpre mencionar que, embora desconheci — das por aqueles que efetivamente compuseram os primeiros sistemas formais da lógica não-clássica, as idéias de Vasiliev coincidem, em muitos pontos, com as idéias destes criadores ou

precursores das lógicas que hoje chamamos paraconsistente e polivalente. No que segue nos reportaremos brevemente a estes pontos comuns.

Em primeiro lugar, Vasiliev percebe a possibilidade da construção de lógicas não aristotélicas, através da derrogação de algumas das formulações dos princípios clássicos de contradição e de terceiro-excluído.

A possibilidade de construção de geometrias não euclidianas, como a de Lobachewski, é usada como argumento na demonstração da possibilidade de construção de sistemas lógicos não-clássicos.

Tudo indica que Vasiliev foi o criador do termo "metalógica" que aparece por primeira vez em [18], de 1912. O termo, como o significado atual, apareceu só em 1930, no artigo de Łukasiewicz e Tarski, conforme o colocado na p. 23. A menos das imprecisões na conceituação do sistema que tal termo denomina, pode-se de certa forma, interpretá-lo de maneira a não distanciá-lo muito do seu significado atual. (Podemos, como já foi mencionado, interpretar a metalógica como uma metalingua — gem semântica para um sistema formal).

Vasiliev constroi uma hierarquia de lógicas não aristotélicas, através de generalização, dentro das tendências atualmente usuais na lógica e na matemática.

Assim como os lógicos não-clássicos que o sucederam, Vasiliev percebe um potencial lógico que não pode ser explorado dentro da lógica tradicional, e isto se constitui numa das motivações que o levam a antecipar, em pelo menos 10 anos, o aparecimento das lógicas não-clássicas⁽¹⁸⁾.

3.2. VASILIEV E A LÓGICA PARACONSISTENTE

Em 1910 Łukasiewicz levantava a possibilidade da existência de lógicas sem o princípio de contradição. No artigo [12], ele discute a questão da validade absoluta do Princípio de Contradição, revisionando as diversas formulações aristotélicas para o princípio, do ponto de vista da lógica matemática.

No entanto, o primeiro sistema formal construído a partir da eliminação de certos princípios lógicos tradicionais só aparece, em 1948, proposto por S. Jaśkowski⁽¹⁹⁾. Trata-se de um cálculo proposicional que conserva a validade do Princípio de Contradição, $\neg(A \ \& \ \neg A)$, mas elimina o Princípio do Terceiro-Excluído, $A \vee \neg A$.

Finalmente, em 1963, surgiram os cálculos de predicado de primeira ordem C_n^* , $1 \leq n \leq \omega$, de da Costa, com aplicações na construção de teorias especiais de conjunto. Estava criada o que atualmente chamamos lógica paraconsistente.

Falando intuitivamente, uma lógica é paraconsistente se ela serve de base para teorias inconsistentes e não triviais. Isto significa que há nessa lógica uma negação $\neg$, tal que de duas fórmulas contraditórias A e $\neg A$ não se pode, em geral, obter uma fórmula B qualquer⁽²⁰⁾.

Aristóteles, que segundo Lukasiewicz já admitia uma restrição à validade universal do Princípio de Contradição, sugerindo, portanto, a possibilidade de eliminação do princípio, teria sido, ele próprio, o primeiro precursor da lógica paraconsistente.

Algumas das idéias de Hegel, em sua Dialética, são também precursoras dos conceitos básicos dessa lógica. É o caso, por exemplo, do princípio dialético de Unidade dos Opostos, nas suas várias formulações.

As lógicas imaginárias de Vasiliev fazem dele o primeiro precursor moderno da lógica paraconsistente. Tais lógicas, embora não estejam apresentadas dentro do rigor formal da linguagem lógico-matemática já disponível na época, podem ser consideradas bem sucedidas, na medida em que são passíveis de tratamento formal, conforme se constata em Arruda [1] e [4], e, particularmente no que se refere à silogística imaginária, conforme apresentado no capítulo anterior.

É interessante notar, que também para Vasiliev, o princípio dialético de Unidade dos Opostos é fonte de inspiração na criação de suas lógicas. O juízo accidental da lógica dos conceitos, onde afirmação e negação se unem, ("alguns S são P , os demais não são P "), é segundo ele, uma forma de unidade dos

opostos. Neste caso, Vasiliev toma o princípio dialético no sentido de unidade, mas sem *identidade* ou *coincidência* dos opostos. (Coincidência dos atributos opostos ocorre na formulação do juízo contraditório "S é e não é P", da lógica imaginária de dimensão 3. Mas Vasiliev não estabelece esta relação entre tal juízo e o princípio, ou pelo menos não a menciona explicitamente). Usando a terminologia de V. J. Mc Gill em [13], diríamos que para Vasiliev, o princípio exclui a identidade no sentido estrito. A respeito do juízo accidental, poderíamos dizer o que Mc Gill diz a respeito da antinomia "one-many" ⁽²¹⁾ na p. 422 de [13]: "... (it) may be conceived as forming an inseparable unity of some sort, which would in fact specifically exclude identity".

3.2.1. VASILIEV E LUKASIEWICZ

São muitas as idéias comuns aos artigos de Vasiliev, em particular [18], e ao histórico artigo [12], de Lukasiewicz, mostrando que suas motivações na construção de lógicas não-aristotélicas eram muito semelhantes.

O advento da geometria não-euclídeana serviu a ambos como argumento na idéia de que era necessária uma revisão nos princípios da lógica tradicional. Tal revisão possibilitaria, a exemplo do que ocorreu na geometria, novos sistemas lógicos não-aristotélicos. Para Vasiliev estes novos sistemas foram consolidados imediatamente nas lógicas imaginárias com juízos contraditórios. Para Lukasiewicz só se consolidariam mais tarde, na lógica polivalente de 1920, O logice trójwartosciowej.

Quanto a essa necessidade de revisão nos princípios tradicionais, os dois artigos são supreendentemente semelhantes:

"Just as in the course of the nineteenth century a more exact examination of the Euclidian parallel line postulate has led to new, non-Euclidian systems of geometry, so the conjecture would not be entirely out of order that a fundamental revision of basic laws of Aristotle's logic might perhaps lead to new non-Aristotelian Systems of Logic". (Lukasiewicz, [12], p. 486).

"... (sendo) a lógica obtida como síntese de vários axiomas independentes, devemos chegar à conclusão de que é totalmente racional a eliminação de alguns axiomas e a construção da lógica sem os mesmos. Exatamente assim acontece na construção da geometria não-euclídeana, que é possível apenas quando eliminamos o quinto postulado de Euclides" (Vasiliev [18], p. 221). "... esta denominação (lógica imaginária) é análoga àquela denominação "nova geometria" criada por Lobachewski. Esta analogia nas denominações corresponde à analogia interna entre a lógica não-aristotélica e a geometria não-euclídeana, à igualdade do método lógico usado em ambas. A geometria não euclídeana é a geometria sem o quinto postulado de Euclides... a lógica não-aristotélica é a lógica sem a lei da contradição. Aqui não é demais acrescentar que a geometria não euclídeana serviu-nos de modelo para a construção da lógica não-aristotélica" (Vasiliev [18], p. 208).

A antiga questão "qual a justificativa para considerar os princípios lógicos aristotélicos como irrefutavelmente verdadeiros?" se coloca para ambos. É bem verdade que Vasiliev dedica à questão, a exemplo de tantos outros filósofos que já haviam dela se ocupado, considerações de ordem puramente filosófica, enquanto que para Lukasiewicz o que importa é abordá-la, assim como outras questões referentes à condição dos princípios tradicionais, através do prisma da lógica simbólica, o que possibilitará reformular corretamente tais questões, e possivelmente solucioná-las.

Lukasiewicz consegue, sem dúvida, ver mais claramente do que Vasiliev, os problemas que os princípios lógicos tradicionais levantam ao serem tratados através da lógica matemática que, naquela época, apenas começava. Mas também a Vasiliev tais problemas não escaparam, e ele percebe, como Lukasiewicz, que a solução para alguns deles depende exatamente de uma revisão daqueles princípios. Veja-se, por exemplo, o problema de como formular os princípios tradicionais, do ponto de vista da lógica matemática, e o problema da independência de tais princípios, quando assim formulados. Vasiliev sabe, assim como Lukasiewicz, que a solução desses problemas se relaciona, de alguma maneira, a uma revisão dos princípios tradicionais.

Lukasiewicz escreve:

"... [the Aristotelian principles of logic] offer the modern investigator a wealth of unsolved problems. Above all there arises the question of how the highest of the basic laws of logic, whose number has substantially increased since Aristotle, should be formulated, and then in what relation do they stand to one another, especially whether they are independent of each other or whether in some way they lead back to a final principle; further whether their domain of validity is unrestricted or whether in fact certain exceptions are admitted, and finally, what gives us the justification to hold these basic laws as irrefutably true? These are candid questions which have indeed been occasionally raised and discussed before but which are significantly more sharply formulated from the standpoint of symbolic logic and which can thus be put into a new light" . (Lukasiewicz [12], pp. 486-487).

Para Vasiliev, uma revisão nos princípios lógicos tradicionais nos permite:

"... 1) determinar mais exatamente todos os axiomas e postulado que se encontram na base da lógica, 2) dar a todos eles uma formulação mais exata, ... 3) demonstrar que todos os axiomas encontrados são independentes... já que no conceito de axioma entra como condição indispensável a característica de independência, 4) esclarecer qual operação lógica depende de qual axioma, 5) dar um sistema completo de axiomas e postulados para a lógica. Em outras palavras, é preciso iniciar na lógica esta sequência de investigações que já foram realizados na geometria. Esta investigação pode ser denominada de investigação axiomática. Graças a esta investigação axiomática será possível, no futuro, determinar todos os axiomas e postulados da lógica. (Vasiliev, [18], p. 245).

Com relação às várias formulações dadas por Aristóteles ao Princípio de Contradição, Lukasiewicz as divide em três tipos distintos de formulações, segundo características que as diferenciam uma das outras. Para Lukasiewicz existe uma formulação ontológica "it is impossible that the same thing belong and not belong to the same thing at the same time and in the

L. M. E. C. C.

BIBLIOTECA

same respect", uma formulação lógica: "the most certain of all basic principles is that contradictory proposition are not true simultaneously", e uma formulação psicológica: "no one can believe that the same thing can (at the same time) be and not be". ([12], pp. 487 - 488).

Vasiliev leva esta diferenciação de formulações mais adiante, chegando mesmo a estabelecer que elas se referem a princípios distintos, que ele denominou "princípio de Contradição", o qual corresponde à formulação ontológica de Lukasiewicz, e "princípio de não-auto-contradição", correspondente à formulação lógica.

Para Vasiliev, assim como para Lukasiewicz, estabelecer esta diferenciação no que se refere às várias formulações para o princípio constituem-se numa prática metodológica. Para Lukasiewicz trata-se de, diferenciando-os, estudar de modo preciso as várias demonstrações que Aristóteles dá ao Princípio de Contradição. Para Vasiliev trata-se de, a partir da distinção feita, construir um sistema lógico não tradicional que, embora derogue uma das formulações (e por isso será não tradicional), tenha sua coerência garantida através da preservação da outra formulação.

Lukasiewicz argumenta a favor da tese de que Aristóteles já sabia que se podia derrogar o Princípio de Contradição:

"... at a time of the political decline of Greece, Aristotle becomes the founder and investigator of systematic, scientific, cultural work. Perhaps he saw in that consolation for the future and the future greatness of his nation. For him, it must have been a prescription to hold high the value of scientific research. Denial of the principle of contradiction would have opened door and gate to every falsity and nipped the young, blossoming science in the bud. Hence, the Stagirite turns against the opponents of the principle with forceful language in which one can trace an internal fervor, against the eristic thinkers of Megara, the cynics of the school of Antisthenes, the disciples of Heraclitus, the partisans of Protágoras; and the battles with all of them for a theoretical principle as if for personal goods. He might well have himself felt the weaknesses

of his argument, and so he announced his principle a final axiom, an unassailable dogma". (cf. [12], pp. 508-509).

De modo similar, Vasiliev discute o princípio do terceiro-excluído em Aristóteles:

"(o princípio do terceiro-excluído) apareceu na mente de Aristóteles com a finalidade de refutar seus adversários e não por razões lógicas (cf. [18], p. 31) ... Aristóteles tentou provar esta lei a partir de sua definição de juízo, que sempre afirma ou nega, que sempre é verdadeiro ou falso; logo, a proposição intermediária nunca seria nem verdadeira nem falsa, e não representaria um juízo. É claro que sua definição contém petitio principii uma vez que a lei do terceiro-excluído já está implícita na definição de juízo" (cf. [18], p. 33).

Deste modo, ambos remetem a Aristóteles a percepção de que era possível derrogar alguns dos princípios lógicos clássicos, ou seja, que tais princípios não são leis absolutas e que, portanto, podem existir lógicas onde tais princípios não são universalmente válidos.

3.2.2. VASILIEV E JAŠKOWSKI

O primeiro cálculo proposicional paraconsistente apareceu em 1948, construído por S. Jaśkowski. Apesar de não serem tão marcantes, existem certas semelhanças entre as motivações (e resultados) de Vasiliev e de Jaśkowski para a construção de sistemas adequados ao tratamento de contradições. Dentre as lógicas delineadas por Vasiliev, as que mais se prestam à comparação com o trabalho de Jaśkowski são a lógica dos juízos sobre conceitos e a lógica imaginária (com juízos contraditórios) de dimensão 3.

Para construir sua lógica de juízos sobre conceitos, Vasiliev começa com uma nova classificação para os juízos (vide capítulo I, seção 1.1) em juízos sobre fatos e juízos sobre conceitos e uma discussão crítica do juízo particular da lógica aristotélica tradicional. Para Vasiliev, a proposição "algum (podendo ser todo) S é P" não é propriamente um juízo, uma vez

que nela a quantidade não está determinada. Todavia, para ele, essa proposição é útil (poderíamos dizer, indispensável), para o processo de conhecimento em ciência. Ela funciona como uma hipótese - se um cientista verifica que vários objetos tem uma certa propriedade, ele formula a hipótese "algum, podendo ser todo, S é P ". Porém, uma vez completado o processo de conhecimento, essa proposição perde o seu sentido, pois o cientista formulará o resultado final por meio de um dos seguintes juízos: "Somente alguns S são P " ou "Todo S é P ". Obviamente, apenas um dentre estes juízos pode ser verdadeiro.

Pode-se dizer que Vasiliev concentrou-se muito mais na forma de uma hipótese científica e muito menos no papel que elas desempenham na ciência. Jaśkowski, por seu lado, já procedeu de modo contrário, como se pode ver pela seguinte citação de [8], p. 173:

"... it is known that the evolution of empirical disciplines is made by period in which the theorists are unable to explain the results of experiments by a homogeneous and consistent theory, but use different hypothesis, which are not always consistent with one another, to explain the various group of phenomena. This applies, for instance, to physics in its present day stage. Some hypothesis are even termed working hypothesis when they result in certain correct predictions, but have no chance to be accepted for good, since they fail in some other cases. A hypothesis which is known to be false is sometimes termed a fiction. In the opinion of Vaihinger ... fictions are characteristic of contemporary science and are indispensable instruments of scientific research. Regardless of whether we accept that extremist and doubtful opinion or not, we have to take into account the fact that in some cases we have to do with a system of hypothesis which, if subjected to a too consistent analysis, would result in a contradiction between themselves or with a certain accepted law, but which we use in a way that is restricted so as not to yield a self-evident falsehood. All these considerations raise the issue which shall be formulated precisely in terms of mathematical logic".

Vasiliev, aparentemente, não dominava a lógica matemática

já existente em sua época. Portanto, não conseguiu expressar — se de modo tão preciso quanto Jaśkowski.

Partindo de sua classificação dos juízos sobre conceitos em universal afirmativo, "Todo S é P", universal negativo, "Nenhum S é P", e (universal) accidental, "Somente alguns S são P" ou "S pode ser P" ou "alguns S são P, outros não são P", Vasiliev delinea uma lógica (apenas a teoria de oposição) onde, em lugar da lei de terceiro-excluído, vale uma lei de quarto-excluído. Ao esboçar a sua lógica dos juízos sobre conceitos, Vasiliev não faz nenhuma menção explícita à lei de Não Contradição. Mas, pelo contexto, pode-se inferir que ela é válida nesta lógica. Como já mencionado em 3.1.2, uma das possíveis formalizações da lógica em juízos sobre conceitos é através de uma lógica modal onde, obviamente, a lei de terceiro-excluído, $A \vee \neg A$, não seja universalmente válida, e onde a lei de não-contradição, $\neg(A \ \& \ \neg A)$, o seja.

Apesar de ter partido de motivações distintas, o resultado final (a lógica) de Vasiliev tem muitas semelhanças com a lógica discursiva, D_2 , de Jaśkowski.

O cálculo proposicional D_2 de Jaśkowski pode ser descrito suscintamente como segue:

Na linguagem do sistema modal S5 de Lewis, define-se

$$p \rightarrow_d q =_{\text{def}} \Diamond p \rightarrow q$$

$$p \leftrightarrow_d q =_{\text{def}} (\Diamond p \rightarrow q) \ \& \ (\Diamond q \rightarrow p).$$

Isto posto, as teses de D_2 são as fórmulas F de S5 construídas apenas com $\rightarrow_d$, $\leftrightarrow_d$, $\&$, $\vee$, $\neg$, tais que $\Diamond F$ é teorema de S5. No sistema D_2 a lei de terceiro excluído, $A \vee \neg A$, não é universalmente válida, mas a lei de não-contradição, $\neg(A \ \& \ \neg A)$ o é. Por outro lado, pode-se definir em D_2 uma negação forte, $\sim$, e uma implicação, $\supset$, que se comportam classicamente. Portanto, o cálculo proposicional clássico pode ser obtido dentro de D_2 .

Em [17], Vasiliev não faz nenhuma menção à metalógica, mas em [18], ele diz que a lógica dos juízos sobre conceitos é uma "interpretação" da lógica imaginária de dimensão 3. Assim sendo, a metalógica deve ser um fragmento da lógica dos juízos

sobre conceitos. Este fato, mostra outra analogia entre D_2 e a lógica dos juízos sobre conceitos - ambas podem ser consideradas como extensões do cálculo proposicional clássico.

Jaśkowski faz uma distinção precisa entre sistemas *contraditórios* (aqueles onde existe uma fórmula A tal que A e $\neg A$ são teoremas) e sistemas *super-completos* ou *triviais*, como agora são chamados (aqueles onde toda fórmula é teorema, ou aqueles que são contraditórios e onde vale a lei de *super-completude*, $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$). Colocada esta diferenciação, Jaśkowski impõe certas condições para que um sistema S seja uma lógica adequada ao estudo de teorias ("mundos", na terminologia de Vasiliev) contraditórias e não triviais, a saber: 1) em S não deve ser válida a lei de super-completude; 2) S deve ser suficientemente rico para permitir inferências práticas; 3) S deve ter uma justificativa intuitiva. Jaśkowski reconhece que as duas últimas condições são vagas e de difícil realização.

Por seu lado, Vasiliev insiste em que devemos raciocinar consistentemente (isto é, de acordo com a lei de não-auto-contradição) mesmo quando raciocinamos sobre objetos contraditórios. Portanto, mesmo que indiretamente, Vasiliev quer que suas lógicas não sejam super-completas. Pois, caso elas o fossem, para toda fórmula A , A e $\neg A$ seriam ambas verdadeiras. Porém, para Vasiliev, o juízo negativo expressa a falsidade do juízo afirmativo correspondente. Portanto, se A e $\neg A$ denotam, respectivamente um juízo afirmativo e seu correspondente juízo negativo, todo juízo seria simultaneamente verdadeiro e falso, o que contradiz a lei de não-auto-contradição.

A segunda condição imposta por Jaśkowski, também está presente na argumentação de Vasiliev. Ao delinear sua lógica imaginária de dimensão três, Vasiliev diz que esse sistema pode ser chamado de lógica, uma vez que nele pode-se fazer deduções; como se faz em "nossa lógica". Para comprovar tal afirmação, ele constroi uma silogística contraditória que é uma extensão da silogística aristotélica (vide capítulo II).

Jaśkowski justifica intuitivamente o seu sistema D_2 , como uma lógica adequada ao tratamento uniforme e sistemático das teses formuladas pelos diversos participantes de uma discussão. Daí o nome de lógica discursiva, dado ao seu sistema.

Apesar de não argumentar de modo tão claro quanto Jaśkowski, Vasiliev também se esforça para justificar intuitivamente as suas lógicas. Para justificar intuitivamente a sua lógica de conceito, ele faz uma longa discussão crítica sobre a classificação aristotélica das proposições (juízos) para depois introduzir a sua própria classificação. Para justificar as suas lógicas imaginárias, ele apela para "mundos imaginários", isto é, mundos criados pela nossa mente, e cuja lógica adequada ao seu estudo seria uma lógica não aristotélica (não-clássica).

Em suma, partindo de motivações distintas mas ao mesmo tempo similares, Vasiliev e Jaśkowski, usando diferentes métodos, chegam a solução semelhantes para o problema de construção de lógicas adequadas ao tratamento de contradições.

3.2.3. VASILIEV E DA COSTA

Os sistemas C_n , C_n^* e $C_n^=$ de N.C.A. da Costa marcam efetivamente o surgimento de uma atividade lógica alternativa. A partir deles está criado o novo tipo de lógica que em 1976, F. Miró Quesada chamaria de *lógica paraconsistente*.

A construção de uma hierarquia de cálculos proposicionais C_n , $1 \leq n \leq w$, em seguida estendida a uma hierarquia de cálculos de predicado de primeira ordem correspondentes, C_n^* , $1 \leq n \leq w$, e com igualdade $C_n^=$, $1 \leq n \leq w$, baseia-se nas seguintes idéias: 1) teorias consistentes e inconsistentes têm o mesmo status lógico; 2) do ponto de vista sintático e semântico toda teoria é admissível, desde que seja não-trivial; 3) para estudar as teorias inconsistentes é necessário construir sistemas lógicos adequados para tratar com contradições⁽²²⁾. Guardadas as devidas restrições quanto à acuidade lógico-formal, as motivações de Vasiliev para a construção de lógicas não aristotélicas são muito semelhantes às de da Costa.

Mais que isto, conforme trataremos de examinar a seguir, os sistemas lógicos paraconsistentes de da Costa constituem-se numa das possíveis interpretações para a hierarquia de lógicas imaginárias de Vasiliev.

Os cálculos proposicionais C_n , $1 \leq n \leq w$, e os cálculos de predicado C_n^* , $1 \leq n \leq w$, satisfazem as seguintes condições (1) o princípio de contradição $\neg(A \ \& \ \neg A)$ não é universalmente válido. (2) de duas fórmulas contraditórias, A e $\neg A$, não deve ser possível deduzir uma fórmula qualquer. (3) é simples extender C_n , $1 \leq n \leq w$, a cálculos de predicados de primeira ordem correspondentes (com ou sem igualdade), e cada $C_n, (C_n^*)$ será mais forte que $C_{n+1} (C_{n+1}^*)$. (4) C_n , $1 \leq n \leq w$ contém a maior parte dos esquemas e regras de C_0 (C_0 e C_0^* denotam aqui, respectivamente, o cálculo proposicional clássico e o cálculo de predicados de primeira ordem), as quais não interfiram com as duas primeiras condições.

Cumprindo os objetivos deste trabalho necessitamos apenas dos cálculos C_n e C_n^* com $1 \leq n < w$.

Os sistemas C_n , $1 \leq n < w$, são construídos a partir de C_0 fazendo-se uma restrição ao princípio de redução ao absurdo, que fica então enunciado como segue: $B^{(n)} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$. Seja B^0 abreviação de $\neg(B \ \& \ \neg B)$. Abrevia-se $B^{00...0}$ onde o símbolo 0 aparece m vezes por B^m . Define-se $B^{(n)} = B^1 \ \& \ B^2 \ \dots \ \& \ B^n$. Assim, tanto B^0 como $B^{(1)}$ abreviam $\neg(B \ \& \ \neg B)$, e em C_1 particularmente, o princípio de redução ao absurdo é enunciado como segue:

$$B^0 \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$$

Nos sistemas C_n e C_n^* , $1 \leq n < w$, está definida uma negação forte, $\neg^*$, a partir de uma negação fraca, $\neg$:

$$\neg_n^* A =_{\text{def}} \neg A \ \& \ A^{(n)}.$$

$\neg_n^*$ satisfaz todas as propriedades da negação clássica.

Em C_n as fórmulas A tais que $A^{(n)}$ são chamadas fórmulas bem comportadas e para tais fórmulas se aplicam os postulados do cálculo proposicional clássico.

Os postulados de C_n , $1 \leq n < w$, são os de Kleene para o cálculo proposicional clássico⁽²³⁾, (C_0), (substituindo-se, conforme já foi dito, o postulado clássico de redução ao absurdo), e mais os seguintes postulados:

$$A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \supset B)^{(n)}$$

$$A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \& B)^{(n)}$$

$$A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \vee B)^{(n)}$$

Os postulados de C_n^* , $1 \leq n < w$ são os do respectivo C_n mais os seguintes; (I a IV estão sujeitos às restrições usuais):

$$\text{I)} \frac{C \supset A(x)}{C \supset \forall x A(x)}$$

$$\text{II)} \frac{A(x) \supset C}{\exists x A(x) \supset C}$$

$$\text{III)} \forall x A x \supset A(t)$$

$$\text{IV)} A(t) \supset \exists x A(x)$$

$$\text{V)} \forall x (A(x))^{(n)} \supset (\exists x A(x))^{(n)}$$

$$\text{VI)} \forall x (A(x))^{(n)} \supset (\forall x A(x))^{(n)}$$

VII) Se A e B são fórmulas congruentes (no sentido de Kleene) ou se uma resulta da outra pela supressão de quantificadores vâcuos, então $A \equiv B$ é um axioma.

Os sistemas C_n^* , $1 \leq n < w$ podem ser considerados como extensões da lógica clássica. Cada C_n^* , $1 \leq n < w$ trata com pelo menos $n+1$ negações distintas, a saber $\neg, \neg_1^*, \dots, \neg_{n+1}^*$, onde cada $\neg_m^*$, $1 \leq m < n$ é uma negação não-clássica.

No que segue procuraremos analisar a hierarquia das lógicas imaginárias de Vasiliev de maneira a que a hierarquia de cálculos C_n^* de da Costa se constitua numa possível interpretação para aquelas lógicas.

Os sistemas lógicos de da Costa são, segundo ele, adequados para o estudo de teorias paraconsistentes. Por seu lado, Vasiliev quer que suas lógicas imaginárias expressem as contradições existentes em mundos ditos "imaginários", mas de modo que as lógicas, elas mesmas, constituam-se em sistemas coerentes.

Segundo a concepção lógico-formal atual diríamos que tais lógicas devem tratar com contradição sem que isto acarrete que em sua linguagem exista uma fórmula A tal que A e $\neg A$ sejam ambas teoremas (isto é, sem que isto elimine sua consistência).

O objetivo das lógicas paraconsistentes de da Costa é antes derivar todos os paradoxos possíveis e existentes em um sistema em questão do que eliminá-los. Este é também o objetivo das lógicas imaginárias com juízos contraditórios delineadas por Vasiliev. Elas devem expressar todas as contradições dos "mundos" a que se referem e não descartá-las.

Na hierarquia de lógicas de da Costa se concretiza o que na hierarquia de lógicas de Vasiliev é uma abstração genérica: cada uma das lógicas inclui mais contradição do que as lógicas precedentes.

Por outro lado, a metalógica tem, com relação às lógicas imaginárias, o mesmo papel que C_0 , com relação aos cálculos de da Costa: ambos são fragmentos comuns a cada uma das lógicas que os sucedem, respectivamente, na hierarquia.

Na terminologia de Vasiliev, se se interpreta a metalógica como sendo o cálculo proposicional clássico (conforme fizemos em secção anterior), diríamos, com relação a C_0 , que ele se constitui numa lógica de dimensão 1, enquanto C_0^* , o cálculo de predicados clássico, numa lógica de dimensão 2.

Na hierarquia de Vasiliev as contradições são tratados nas lógicas de dimensão ≥ 3 . Num certo sentido, portanto, cada C_n^* de da Costa, com $n \geq 1$, é na terminologia de Vasiliev, uma lógica de dimensão n , $n \geq 3$.

Denotaremos por LI_n , $n \geq 3$, a hierarquia de lógicas imaginárias com juízos contraditórios de dimensão n . Consideremos LI_3 . Vejamos de que maneira podemos formalizar, na linguagem de C_1 , seus três juízos distintos quanto à qualidade.

Sendo p uma variável proposicional, os juízos afirmativos de LI_3 serão formalizados por p & p^0 , os negativos por $\neg_1^* p$, ou seja, $\neg p$ & p^0 . A escolha desta formalização se baseia no fato de que para os juízos afirmativos e negativos de LI_3 deve valer a lógica clássica.

Na semântica de C_1 o valor de verdade de $\neg p$ não está univocamente determinado pelo valor de verdade de p , podendo ocorrer de p e $\neg p$ serem ambas verdadeiras. Neste caso, teríamos a formulação do juízo contraditório de Vasiliev. Tal juízo pode então ser formalizado na linguagem de C_1 por $p \& \neg p$. Temos ainda, pela semântica de C_1 que $(p \& p^0) \vee (\neg p \& p^0) \vee (p \& \neg p)$ é verdadeiro e que tal disjunção é exclusiva. Estaria assim formalizada, na linguagem de C_1 , a lei de quarto excluído de Vasiliev.

Como LI_3 é uma extensão da lógica clássica ela se aplica, na verdade, a um sistema (ou "mundo") que admite, ao mesmo tempo, objetos contraditórios e objetos não contraditórios. Nisto ela é similar, mais uma vez, ao cálculo C_1^* de da Costa, o que faz de C_1^* , conforme o exposto acima, uma formalização possível e adequada para a lógica imaginária de dimensão 3, proposta por Vasiliev.

Vamos agora considerar as lógicas imaginárias, LI_{n+2} , $n > 1$, por um lado, e os cálculos C_n^* , $n > 1$, por outro. Em LI_{n+2} , $n > 1$, há $n+2$ juízos com qualidades distintas, satisfazendo a lei de $(n+3)$ -excluído de Vasiliev. Há portanto, além dos juízos afirmativo e negativo, n juízos contraditórios.

Em C_n^* , $n > 1$, há uma lei sintática de $(n+3)$ -excluído, (ver Arruda [4]), obtida da seguinte maneira:

Seja F uma fórmula da forma

$$A \& \neg A \& A^1 \& A^2 \& \dots \& A^n.$$

De F podemos formar $n+2$ diferentes fórmulas por eliminação de um dos componentes da conjunção:

$$\begin{aligned} F_1 &: A \& A^1 \& A^2 \& \dots \& A^n \\ F_2 &: \neg A \& A^1 \& A^2 \& \dots \& A^n \\ &\vdots \\ F_{n+2} &: A \& \neg A \& A^1 \& \dots \& A^{n-1} \end{aligned}$$

$F_3, F_4, \dots, F_{n+2}$ são fórmulas contraditórias, pois A e $\neg A$ aparecem em todas elas. Por outro lado a conjunção de F_i com F_j ,

$i \neq j$, é sempre falsa em C_n , pois é equivalente a F , que trivializa o sistema⁽²⁴⁾. Logo a disjunção: $G = F_1 \vee F_2 \vee \dots \vee F_{n+2}$ é exclusiva, e G é um teorema de C_n onde somente um dos disjuntos é verdadeiro, enquanto os demais são falsos.

Podemos portanto, formalizar os juízos afirmativos de LI_{n+2} , na linguagem de C_n , através de F_1 , tomando uma variável proposicional p ao invés da variável sintática A : $p \& p^{(n)}$. Os juízos negativos serão formalizados, analogamente, através de F_2 : $\neg p \& p^{(n)}$. Os n juízos contraditórios serão formalizados, de maneira análoga, isto é, fazendo-se a devida troca no tipo de variável através das fórmulas $F_3, F_4, \dots, F_{n+2}$. G formaliza a lei de $(n+3)$ -excluído da lógica LI_{n+2} . Desta forma C_n^* é uma axiomatização possível para LI_{n+2} .

3.3. VASILIEV E A LÓGICA POLIVALENTE

3.3.1. INTRODUÇÃO

As lógicas polivalentes surgiram a partir do questionamento sobre a validade universal do Princípio de Bivalência, "toda proposição é verdadeira ou é falsa", e da lei clássica do terceiro excluído, "para qualquer proposição p , temos $p \vee \neg p$ " (isto é, de um enunciado e sua negação pelo menos um deverá ser verdadeiro). A questão da validade destes princípios, (o primeiro é muitas vezes considerado como uma formulação alternativa para o segundo), remonta a Aristóteles e ao problema antigo da determinação do valor de verdade dos futuros contingentes. Este problema foi talvez a principal motivação para Lukasiewicz na criação do primeiro sistema formal de lógica polivalente, em 1920.

Quase que ao mesmo tempo (1921) surgiu o sistema de Post, [14], o qual introduz uma distinção entre falsidade "completa" e falsidade "incompleta", posteriormente generalizada através da distinção entre diferentes níveis de falsidade.

Para G. Kline, no entanto, (vide [9]), o primeiro idealizador das lógicas polivalentes foi Vasiliev. Segundo ele, todas as lógicas de Vasiliev são passíveis de uma interpretação

polivalente.

Concordando com Kline , observamos que algumas concepções básicas presentes na construção das lógicas polivalentes, quais sejam, (1) a generalização do conceito de negação através da introdução de novos tipos de proposição, em oposição à proposição afirmativa, (2) a questão das relações entre os valores de verdade que cada uma das novas proposições deverá assumir, (3) a consequente derrogação do Princípio de terceiro excluído; são características da maioria das lógicas delineadas por Vasiliev.

Mas, por outro lado, cabe observar que em nenhuma destas lógicas, com excessão da lógica das negações relativa e absoluta (vide secção 3.1.4), Vasiliev sugere que um novo valor de verdade, além de "verdadeiro" e "falso", deva ser considerado. Sua lei metalógica de não-auto-contradição visa exatamente eliminar a possibilidade de ocorrência simultânea destes valores com relação a um mesmo juízo. Uma interpretação que, como a de Kline , entenda a lógica imaginária de dimensão 3 como sendo necessariamente uma lógica trivalente (ou, em geral, uma lógica imaginária de dimensão n como sendo uma lógica de n valores de verdade) é, portanto, possível, mas discutível.

Com relação à lógica da negação relativa e absoluta, em particular, Kline demonstra que, uma vez tratada do ponto de vista formal, ela antecipa em muitos aspectos o trabalho de Post. A distinção feita por Vasiliev entre dois tipos de negação (ou falsidade), as quais ele denomina negação (falsidade) absoluta e negação (falsidade) relativa, antecipa em certo sentido, a menos, é claro, do rigor formal do cálculo de Post, a distinção caracterizada neste cálculo entre falsidade "completa" e falsidade "incompleta".

As negações absoluta e relativa referem-se, conforme já vimos, a um conceito A e à classe dos atributos $p_1, p_2, \dots, p_n$ que se aplicam a A . Negar absolutamente que S seja A é negar, com relação a S , todos os atributos $p_i, 1 \leq i \leq n$. Negar relativamente que S seja A é negar, com relação a S , apenas alguns destes atributos, afirmando os demais. Obviamente, afirmar que S é A significa afirmar, com relação a S , todos os atributos de A . Esta lógica admite portanto, três diferentes tipos de

juízos segundo a qualidade.

Nesta lógica a lei de terceiro excluído é substituída por uma lei de quarto excluído segundo a qual, para cada caso, um dentre os três juízos é verdadeiro, e nenhum juízo de uma quarta qualidade pode ser formulado. Cada uma das três proposições é, para cada caso, ou verdadeira, ou absolutamente falsa, ou relativamente falsa.

No que segue exporemos uma possível formalização para esta lógica, feita através de um cálculo L , trivalente. Podemos conceber uma generalização para a lógica da diferença absoluta e relativa, estendendo-a através de sistemas que admitam, ao invés de uma, várias negações relativas. Tais sistemas, de $n+1$ proposições quanto à qualidade, e a exemplo dos sistemas que, analogamente, generalizam a lógica imaginária de dimensão 3, admitem uma lei de $(n+2)$ -excluído, e são formalizados através de uma hierarquia de cálculos polivalentes L_{n+1} , $2 \leq n < \omega$.⁽²⁵⁾

3.3.2. UM CÁLCULO TRIVALENTE PARA A LÓGICA DA NEGAÇÃO ABSOLUTA E RELATIVA.

Os três juízos da lógica das negações absoluta e relativa são formalizados em L da seguinte maneira:

$$Q = p_1 \ \& \ p_2 \ \& \ \dots \ \& \ p_n$$

$$NaQ = \sim p_1 \ \& \ \sim p_2 \ \& \ \dots \ \& \ \sim p_n$$

$$NrQ = (\sim p_1 \vee \sim p_2 \vee \dots \vee \sim p_n) \ \& \ (p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n)$$

onde $\sim$ é a negação clássica, Na e Nr denotam, respectivamente, as negações absoluta e relativa, e p_i denota a proposição " S é IP_i " onde IP_i é um atributo de um conceito A . Assim, por exemplo, Q formaliza a proposição afirmativa " S é A " (S contém todos os atributos de A).

A linguagem de L deverá, portanto, ser composta por:

- variáveis proposicionais: $p_1, p_2, p_3, \dots$
- os conectivos: $\supset, \&, \vee, \sim, Na, Nr$ ($\equiv$ definido como usual).

DEFINIÇÃO 1: a) uma variável proposicional é uma fórmula atômica.

b) Se A e B são fórmulas, então $A \supset B$, $A \& B$, $A \vee B$ e $\sim A$ são fórmulas.

c) Se $p_1, p_2, \dots, p_n$ são fórmulas atômicas, então $p_1 \& p_2 \& \dots \& p_n$ é uma fórmula básica (as fórmulas básicas serão denotadas por Q).

d) Se Q é uma fórmula básica, então NaQ e NrQ são fórmulas.

AXIOMAS: 1) $A \supset (B \supset A)$

2) $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$

3) $A \supset (B \supset A \& B)$

4) $A \& B \supset A$

5) $A \& B \supset B$

6) $A \supset A \vee B$

7) $B \supset A \vee B$

8) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$

9) $A \vee \sim A$

10) $A \supset (\sim A \supset B)$

11) $\sim Q \equiv NaQ \vee NrQ$

12) $\sim (NaQ) = Q \vee NrQ$

13) $\sim (NrQ) = Q \vee NaQ$

REGRA DE INFERÊNCIA. $A, A \supset B \mid B$

A axiomática de L coincide com a de V_3 (vide [1]) se substituirmos $\bar{Q}$ por NaQ e $Q \cdot \bar{Q}$ por NrQ . Portanto, de modo análogo, provam-se em L os seguintes teoremas.

DEFINIÇÃO 2. Seja IF o conjunto das fórmulas de L. Uma valoração para L é uma função $v : IF \rightarrow \{V, F\}$ tal que:

$v(A \supset B) = V$ see $v(A) = F$ ou $v(B) = V$

$v(A \& B) = V$ see $v(A) = v(B) = V$

$v(A \vee B) = V$ see $v(A) = V$ ou $v(B) = V$

$v(\sim A) = V$ see $v(A) = F$

TEOREMA 1. Seja $Q = p_1 \& p_2 \& \dots \& p_n$ onde os p_i são variáveis proposicionais. Então:

$$v(Q) = V \quad \text{see} \quad v(p_i) = V, \quad 1 \leq i \leq n$$

$$v(NaQ) = V \quad \text{see} \quad v(p_i) = F, \quad 1 \leq i \leq n$$

$$v(NrA) = V \quad \text{see} \quad \text{existe pelo menos um } i \text{ e um } j \text{ tais que} \\ v(p_i) = F \text{ e } v(p_j) = V$$

$$v(\sim Q) = v(NaQ \vee NrQ)$$

$$v(\sim NaQ) = v(Q \vee NrQ)$$

$$v(\sim NrQ) = v(Q \vee NaQ)$$

DEFINIÇÃO 3. Sejam Γ e Δ subconjuntos de $\mathcal{IF}$ e façamos $\bar{\Gamma} = \{A \in \mathcal{IF} : \Gamma \vdash A\}$. Então:

- 1) Diz-se que Γ é *trivial* se $\bar{\Gamma} = \mathcal{IF}$. Em caso contrário, diz-se que Γ é *não-trivial*.
- 2) Diz-se que Γ é *não trivial e maximal* se Γ é não trivial e para toda fórmula $A \notin \Gamma$, $\Gamma \cup \{A\}$ é trivial.
- 3) Uma fórmula $A \in \mathcal{IF}$ é *válida* se para toda valoração v , $v(A) = 1$.
- 4) Uma valoração v é *modelo* de um conjunto de fórmulas Γ , se $v(A) = 1$ para todo $A \in \Gamma$.
- 5) Escreve-se $\Gamma \models A$ se $v(A) = 1$ para toda valoração v , que é modelo de Γ . Em particular, escreve-se $\models A$ quando A é válida.

TEOREMA 2. Se $\Gamma \vdash A$ então $\Gamma \models A$

TEOREMA 3. Se $\Gamma \models A$ então $\Gamma \vdash A$

TEOREMA 4. $\Gamma \vdash A$ se, e somente se $\Gamma \models A$

COROLÁRIO. $\vdash A$ se, e somente se $\models A$

Para provar que L é decidível, vamos reescrever a definição 2 na tabela que segue, onde consideramos todos os itens da definição e todas as possibilidades de associar os valores

V e F aos componentes atômicos de uma fórmula.

(1)	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>$A \supset B$</u>	<u>$A \& B$</u>	<u>$A \vee B$</u>	(2)	<u>A</u>	<u>$\sim A$</u>
	V	V	V	V	V		V	F
	F	V	V	F	V		F	V
	V	F	F	F	V			
	F	F	V	F	F			

Constroí-se então a tábua de verdade de Q, NaQ e NrQ , e eliminando-se as linhas repetidas obtêm-se:

(3)	$P_1, P_2, \dots, P_n$	Q	NaQ	NrQ
	V V	V	V	F
	F V	V	F	V
	F F	F	F	V

donde

(3')	<u>Q</u>	<u>NaQ</u>	<u>NrQ</u>
	V	F	F
	F	F	V
	F	V	F

Se uma fórmula A assume sempre o valor V na tabela M , composta por (1), (2) e (3) escreve-se $\models_M A$ e lê-se "A é válida em M".

TEOREMA 5. $\models_M A$ se, e somente se $\models A$.

Todavia, queremos que as fórmulas básicas funcionem como se fossem atômicas. Neste caso, a tabela (3') não é uma tábua de verdade, pois há bifurcação para o valor F . No entanto, esta bifurcação pode ser eliminada se introduzimos dois

valores de falsidade, 0 para absolutamente falso e 1 para relativamente falso. Deste modo os valores de NaQ e NrQ serão univocamente determinados pelo valor de Q . Obtemos assim, a seguinte tábua de verdade M' .

A	B	$A \supset B$	$A \& B$	$A \vee B$	$\sim A$	Q	NaQ	NrQ
V	V	V	V	V	0	V	0	1
0	V	V	0	V	V	1	1	V
1	V	V	1	V	V	0	V	1
V	0	0	0	V				
0	0	V	0	0				
1	0	V	0	1				
V	1	1	1	V				
0	1	V	0	1				
1	1	V	1	1				

TEOREMA 6. $\models_{M'} A$ se, e somente se $\models_M A$

TEOREMA 7. $\models_{M'} A$ se, e somente se $\models_M A$

Consequentemente, o cálculo L é trivalente.

3.3.3. OS CÁLCULOS POLIVALENTES L_{n+1} , $2 \leq n < w$.

Arruda associa cada cálculo L_{n+1} a um sistema (hipotético) de objetos onde os conceitos têm um número fixo, n , de atributos. Devemos ter $n \geq 2$ para que se mantenha o significado que Vasiliev dá à negação relativa. Em L_{n+1} teremos, para cada caso, uma proposição afirmativa, uma negativa absoluta e um certo número de negações relativas necessárias para se obter uma lei de $(n+2)$ -excluído. Devemos ter, portanto, $n-1$ negações relativas que serão denotadas por $N_1, N_2, \dots, N_{n-1}$. Denota-se a negação absoluta por N_0 .

I. M. E. C. C.

BIBLIOTECA

Tomando, por exemplo, o caso $n=2$, definimos:

$$Q = p_1 \ \& \ p_2$$

$$N_0 Q = \sim p_1 \ \& \ \sim p_2$$

$$N_1 Q = V (\sim p_{i1} \ \& \ p_{i2})$$

e obtemos um sistema L_3 , construído de maneira análoga ao cálculo L da secção anterior. L_3 tem 3 axiomas para as negações relativa e absoluta, e é um cálculo trivalente.

Para $n = 3$, definimos

$$Q = (p_1 \ \& \ p_2 \ \& \ p_3$$

$$N_0 Q = \sim p_1 \ \& \ \sim p_2 \ \& \ \sim p_3$$

$$N_1 Q = V (\sim p_{i1} \ \& \ p_{i2} \ \& \ p_{i3})$$

$$N_2 Q = V (\sim p_{i1} \ \& \ \sim p_{i2} \ \& \ p_{i3})$$

e introduzimos os valores 1 e 2 para os dois valores "relativamente falso", obtendo-se a tábua de verdade

Q	$N_0 Q$	$N_1 Q$	$N_2 Q$
V	0	1	2
1	2	V	1
2	1	1	V
0	V	2	1

que prova a lei do quinto excluído no sistema L_4 . Temos agora quatro axiomas para N_0 , N_1 e N_2 e quatro valores de verdade, V, 0, 1, 2.

Para um cálculo L_{n+1} , $2 \leq n < w$, em geral, definimos, conforme o já exposto, $n-1$ negações relativas:

$$Q = p_1 \& p_2 \& \dots \& p_n$$

$$N_0 Q = \sim p_1 \& \sim p_2 \& \dots \& \sim p_n$$

$$N_1 Q = V(\sim p_{i1} \& p_{i2} \& \dots \& p_{in})$$

$$N_2 Q = V(\sim p_{i1} \& \sim p_{i2} \& p_{i3} \& \dots \& p_{in})$$

$$N_3 Q = V(\sim p_{i1} \& \sim p_{i2} \& \sim p_{i3} \& p_{i4} \& \dots \& p_{in})$$

$$\vdots$$

$$N_{n-1} Q = V(\sim p_{i1} \& \sim p_{i2} \& \dots \& \sim p_{in-1} \& p_{in})$$

introduzimos $n-1$ valores de verdade para os $n-1$ graus de "relativamente falso", obtendo a tábua:

Q	$N_0 Q$	$N_1 Q$	$N_2 Q$	$N_3 Q$	$\dots$	$N_{n-2} Q$	$Q_{n-1} Q$
V	0	1	2	3		$n-2$	$n-1$
1	$n-1$	V	1	2		$n-3$	$n-2$
2	$n-2$	1	V	1		$n-4$	$n-3$
3	$n-3$	2	1	V		$n-5$	$n-4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$n-2$	2	$n-3$	$n-4$	$n-5$		V	1
$n-1$	1	$n-2$	$n-3$	$n-4$		1	V
0	V	$n-1$	$n-2$	$n-3$		2	1

a qual prova a validade da lei de $(n+2)$ -excluído. Em L_{n+1} tem-se $n+1$ axiomas para as negações absoluta e relativas.

Deste modo, constroi-se uma hierarquia de lógicas que refletem e generalizam as idéias básicas de Vasiliev para a lógica das negações relativa e absoluta. Cada L_{n+1} , $n \geq 2$, é uma lógica $(n+1)$ -valente na qual os valores de verdade admitem uma interpretação intuitiva.

NOTAS

- (1) Esta interpretação para o juízo particular é semelhante àquela de T. Sugihara (*Particular and Indefinite Propositions*): "P convém a um S (pelo menos) e não convém a um S (pelo menos)" citada por I.M. Bochenski em [6], p. 70.
- (2) Na p. 20, Vasiliev escreve: "... a ligação accidental é do ponto de vista de Hegel uma síntese da afirmação e da negação". Esta idéia de unificação das qualidades opostas está obviamente inspirada no princípio dialético da Unidade dos Opostos. Retomaremos o assunto no capítulo III.
- (3) A proposição indefinida de Aristóteles modernamente tomada na forma "S é P", aparece na divisão das proposições feita em Analítica Priora: "(Chamo de proposição) indefinida (a proposição que exprime) o pertencer ou o não pertencer sem (indicar) o universal ou o particular, como por exemplo, correspondem os contrários a uma mesma ciência, ou o prazer não é um bem". (An. Pr. Al. 24a, 19-22, citado por Vasiliev à p. 8).
- (4) Segundo I.M. Bochenski, o próprio Aristóteles admite uma equivalência entre o juízo particular e a proposição indefinida, devido à coincidência entre as propriedades formais desses juízos (Vide [6], p. 70).
- (5) Os juízos universais sobre fatos, afirmativos ou negativos, que só aparecem numa classificação dos juízos feita no final do artigo, não aparecem na descrição deste processo de formulação dos juízos.
- (6) Ele conserva o termo "contrárias" para o Triângulo das Oposições porque a lei que rege as proposições A e E, na lógica tradicional, foi preservada na lógica dos conceitos.

- (7) Os juízos citados são adaptações daqueles apresentados por Vasiliev à p. 27 e que nos parecem, conforme originalmente apresentados, um tanto confusos.
- (8) (a), (b) e (c) são citados por I.M. Bochenski, [6], pp. 74,75.
- (9) Esta é uma formulação conjunta do Princípio do Terceiro-Excluído e do Princípio de Contradição.
- (10) Formulação aristotélica em Met. T 1011, b23,24, citada por Vasiliev à p. 33.
- (11) Para evitar ambiguidades na exposição fixaremos as seguintes denominações:
- Princípio de Não-Contradição para quaisquer formulações do princípio.
 - Princípio de Contradição para as formulações do tipo "A não pode ser não-A", ou "A não pode ser, ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto, B e não B".
 - Princípio de Não-auto-Contradição para as formulações do tipo "proposições contraditórias, isto é, uma das quais é a negação da outra, não podem ser simultaneamente verdadeiras", ou, "um mesmo juízo não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso".

A distinção entre as duas últimas denominações será sugerida pelo próprio Vasiliev no decorrer do texto, conforme veremos. No capítulo III falaremos sobre a semelhança entre esta distinção, feita por Vasiliev, entre as diferentes formulações para o princípio, e a distinção estabelecida por Lukasiewicz, em [12], para as formulações aristotélicas do princípio, dividindo-as em formulações ontológica, lógica e psicológica.

- (12) Esta distinção feita às leis lógicas, dividindo-as em "leis empíricas", por um lado, e "leis do pensamento", por outro, desenvolve-se e acaba por levar à idéia do sistema que Vasiliev chamará *metalógica*, cujo programa seria apresentado no artigo de 1913 - "Lógica e Metalógica", do qual trataremos adiante.

- (13) É preciso esclarecer que aqui, assim como em [17], Vasiliev extrapola o significado usual da lei de Terceiro-Excluído, que semanticamente se enuncia: "dentre duas proposições contraditórias, uma é verdadeira". Para Vasiliev tal lei expressa, antes de mais nada, a impossibilidade de uma terceira qualidade para os juízos da lógica tradicional, além da afirmativa e da negativa. Segundo esta aceção, tal lei ficaria melhor denominada por *lei de exclusão da terceira qualidade*. Sob as mesmas considerações, a lei que Vasiliev denomina *lei de Quarto Excluído* fica melhor denominada por *lei de exclusão da quarta qualidade*", e a lei geral de $(n+1)$ -excluído por *lei de exclusão da $(n+1)^{\text{a}}$ qualidade*.
- (14) Utilizaremos o termo "premissa" para nos referir de um modo geral a qualquer uma das três proposições que compõe um silogismo. Distinguiremos os silogismos em afirmativos, negativos e contraditórios a partir da qualidade da conclusão, a saber, afirmativa, negativa e contraditória, respectivamente.
- (15) Os silogismos da quarta figura, embora conhecidos por Aristóteles e mencionados nos Primeiros Analíticos, não foram estabelecidos por ele sistematicamente como o foram os silogismos das três primeiras figuras. (vide por exemplo [11], pp. 31,32).
- (16) O silogismo 2' também poderia ser considerado da seguinte maneira: Considerando-se "algum S é M, os demais não são M" como sendo "algum S é M e algum S não é M", teríamos que desmembrar o silogismo em questão em dois outros:

2'a) Todo M é e não é P

Algum S é M.

Algum S é e não é P

(Darií)

$$\begin{array}{c}
 2'b) \quad \text{Todo } M \text{ é e não é } P \\
 \quad \quad \text{Algum } S \text{ não é } M \\
 \hline
 ?
 \end{array}$$

O primeiro recai no modo Darii contraditório, o segundo recai numa forma impossível da primeira figura. Assim sendo, a forma 2') é uma forma impossível da primeira figura.

- (17) A terminologia aqui empregada é como a de Lukasiewicz [11], capítulo IV.
- (18) Vide Kline [9].
- (19) Vide [8].
- (20) Sobre a lógica paraconsistente e seu desenvolvimento consulte-se Arruda [2] e [3].
- (21) A antinomia One-Many, um exemplo histórico de unidade dos opostos, estabelece que a Unidade deve ser uma Multiplicidade, já que ela é composta por partes, e a multiplicidade, por outro lado, deve ser uma unidade. Esta antinomia está relacionada com o paradoxo de Russell, da teoria axiomática de Conjuntos.
- (22) Vide [7], p. 237 e ss.
- (23) S.C. Kleene, Introduction to metamathematics, D.V. Nostrand Company, Inc., 1952.
- (24) Uma fórmula F trivializa um sistema S se juntando-se F a S como um novo axioma, o sistema resultante é trivial (vide [7], p. 240).
- (25) Estes cálculos, assim como o cálculo L, foram desenvolvidos por A.I. Arruda, no artigo "N.A. Vasiliev, a forerunner of many-valued logic", a aparecer. G. Kline havia sugerido a possibilidade de formalizar a lógica das negações relativa e absoluta. Mas as definições que ele dá para as negações absoluta e relativa, respectivamente,

$\bar{A} = \sim p_1 \ \& \ \sim p_2 \ \& \ \dots \ \& \ p_n$ e $\sim A = \sim p_1 \vee \sim p_2 \vee \dots \vee$
 $\vee \sim p_n$, onde $\&$ e $\vee$ são os conectivos de conjunção e disjun-
 ção usuais, não satisfazem à lei de Quarto Excluído. (vide
 [9], p. 322).

BIBLIOGRAFIA

- [1] ARRUDA, A.I., *On the imaginary logic of N.A. Vasiliev*, em *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability* (Eds. A.I. Arruda, N.C.A. da Costa and R. Chuaqui), North-Holland, (1977), pp. 3-22.
- [2] ARRUDA, A.I., *A survey of paraconsistent logic*, em *Mathematical Logic in Latin America*, (Eds. A.I. Arruda, R. Chuaqui and N.C.A. da Costa), North-Holland, (1980), pp. 3-24.
- [3] ARRUDA, A.I., *Aspects of the historical development of paraconsistent logic*, em *Paraconsistent Logic*, (Ed. R. Routley and G. Priest), a aparecer.
- [4] ARRUDA, A.I., *N.A. Vasiliev: a forerunner of paraconsistent logic*, a aparecer.
- [5] ARRUDA, A.I., *N.A. Vasiliev: a forerunner of many-valued logic*, a aparecer.
- [6] BOCHENSKI, I.M., *Historia de la logica formal*, Ed. Gredos, S.A., Madrid, (1966).
- [7] COSTA, N.C.A. da, *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, Ed. Hucitec, Ed. Universidade de S. Paulo, (1980).
- [8] JAŚKOWSKI, S., *Propositional Calculus for contradictory deductive systems*, *Studia Logica* XXIV, (1969) , pp. 143-157.
- [9] KLINE; G., *N.A. Vasiliev and the development of many-valued logic*, in *Contributions to Logic and Methodology in Honor to I. M. BOCHENSKI* (Ed. A.T. (Tymieniecka) , North-Holland, (1965), pp. 315-326.

- [10] KNEALE, W. e M. KNEALE, *O desenvolvimento da lógica*, Ed. Fundação Calouste Gulbenkian., (1980).
- [11] LUKASIEWICZ, J., *La silogística de Aristóteles, desde el punto de vista de la lógica formal moderna*, Editorial Tecnos, S.A., (1977).
- [12] LUKASIEWICZ, J., *On the principle of contradiction in Aristotle*, Review of Metaphysics XXIV, (1971), pp. 485-509.
- [13] MC GILL, N. J. , and W.T. PARRY, *The unity of opposites: a dialectical principle*, Science and Society XII (1948), pp. 418-444.
- [14] POST, E.L., *Introduction to a general theory of elementary propositions*, American Journal of Mathematics, 43 (1921), pp. 163-185.
- [15] PATZIG, G., *Aristotle, Lukasiewicz and the origins of many-valued logic*, in Logic, Methodology and Philosophy of Science (Eds. Suppes, Henkin, Ioja and Moisil) , (1973), pp. 921-929.
- [16] SMINORV, V.A., *Logičeskíe vzglády N.A. Vasilieva (N.A. Vasiliev's logical views)*, Očerki po Istorii logiki Rossii (Essays in the history of logic in Russia) , Izdatel'stvo Moskovskogo Universiteta, Moscow, (1962), p. 242-257.
- [17] VASILIEV, N.A., *On castnyh suzdēniāh, o trēugol'nikē protivopoložnostěj, o zakonē isključennogo četvertogo* (Sobre os juizos particulares, o triângulo das oposições e a lei de quarto excluído), Učiniē zapiski Kazan'shogo Universiteta, (1910).

- [18] VASILIEV, N.A., *Voobrazaēmaā (nēariatotēlēva) logika* (Imaginay (non-Aristotelian) logic), *Žurnal Ministērstva Nododnogo Prosvēšceniā*, vol. 40, (1912), pp. 207 - 246.
- [19] VASILIEV, N.A., *Logika i mētalogika* (Logic and meta-logic), *Logos*, vols. 2-3, pp. 53-81.
- [20] VASILIEV, N.A., *Voobražaēmmā logika: Kōspēct lektsii* (Imaginary logic, Abstract of a lecture), pp. 6.
- [21] VASILIEV, N.A., *Imaginary (Non-Aristotelian) Logic*, *Atti del V Congresso Internazionale di Filosofia* (Napoli, 5-9 maggio, 1924), Naples, 107-109.