

CAETANO ERNESTO PLASTINO

INDUÇÃO E CREDIBILIDADE

um estudo probabilístico-personalista sobre
o aprendizado a partir da experiência

Dissertação de Mestrado em Lógica e Filosofia da Ciência apresentada ao Instituto de Filosofia e Ciências Humanas da UNICAMP

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Campinas
1982

Evidence must regularly be sought in external objects, out where observers can jointly observe it. Speculation is allowable if recognized for what it is and conducted with a view to the possible access of evidence at some future stage. (*Quine*)

Ist die Zuversicht gerechtfertigt? - Was die Menschen als Rechtfertigung gelten lassen, - zeigt, wie sie denken und leben. (*Wittgenstein*)

Nos dois primeiros anos da elaboração deste trabalho, contei com o inestimável apoio financeiro da Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Í N D I C E

Prefácio	1
Introdução	4
I. O cálculo das chances e a teoria de Carnap	11
II. A interpretação freqüencial de probabilidade	24
III. A lógica da coerência de crenças parciais	39
Conclusão	72
Apêndices	83
Bibliografia	89

PREFÁCIO

Quando se tem em vista a análise de o que é justificar uma proposição, procura-se formular um conjunto de regras explícitas para uma avaliação correta, com base em alguma evidência disponível, do grau de credibilidade a ser conferido a tal proposição. Essa justificação é sempre relativa e necessita de um ponto de partida, pois a apresentação de razões para se crer ou supor, e.g., que *isto* acontecerá no futuro deve referir-se, direta ou indiretamente, a uma base primordial (mesmo que esta seja apenas provisoriamente admitida).

Para um argumento dedutivo válido, essas regras devem mostrar que a verdade da conclusão fica inteira e definitivamente garantida pelas assunções verdadeiras de que ela é inferida. Estamos aí no âmbito da lógica da certeza: as conclusões certas só podem ser alcançadas por já estarem implícitas no corpo de conhecimentos anteriores.

Nem sempre, no entanto, a relação entre premissas e conclusão é de tipo dedutivo, isto é, com preservação da verdade mas sem ampliação de conteúdo. Com efeito, os casos mais interessantes de tal relacionamento geralmente não estão confinados à dedução: são aqueles em que o fator de incerteza está presente (ou seja, onde há informação imperfeita), em que a forma do argumento leva a conclusões subdeterminadas pelo previamente admitido, mais especificamente, em que uma hipótese é considerada *verossímil* (embora incerta) à luz de descrições de fatos singulares conhecidos ou supostos. É quando vindicamos uma asserção aduzin-

do outras que lhe emprestam um certo apoio racional positivo, quando estimamos o peso da evidência (inconclusiva) para uma conjectura específica acerca de alguma situação, ou quando afirmamos que os dados tabulados relevantes concedem determinada probabilidade a uma extrapolação limitada de algumas persistências e seqüências regulares. Cabe-nos então dizer de que tipo esse raciocínio é e especificar sob que condições devemos tomá-lo como correto.

O problema da inferência indutiva, a qual extrai conclusões a partir de evidências parciais, tem ocupado um lugar de destaque na filosofia da ciência e na lógica, principalmente com as discussões sobre o método experimental. Surgiram muitas soluções, várias dissoluções foram propostas ou sugeridas. Em particular, criaram-se engenhosas teorias que, mediante uma certa interpretação do conceito-chave de probabilidade, pretendiam haver resolvido o problema do nexu indutivo entre proposições de observações específicas e proposições que descrevem situações inobservadas. Mas, para tanto, é preciso, em primeiro lugar, caracterizar claramente as regras que governam a apreciação indutiva e, em segundo lugar, indicar os objetivos desse procedimento indutivo, pois sua justificação será relativa aos fins a que ele tenciona servir.

Meu propósito nesta dissertação é examinar certas condições gerais cuja satisfação dá lugar a uma teoria adequada da indução, procurando evitar as explicações por intuições reveladoras ou acasos naturais. Em especial, será estudada a questão do *aprendizado a partir da experiência* diante do resultado humeano de que (descrições intrínsecas de) eventos

distintos são logicamente independentes entre si. Ou seja, se o futuro é logicamente independente do passado, se a partir de fatos observados nada se pode dizer com certeza acerca da existência ou do caráter de estados de coisas inobservados, como ainda é possível manter-se, a propósito da teoria da indução, a indicação de que nossas experiências passadas influenciem e sirvam de guia a nossas expectativas para o futuro? No que segue, tento esclarecer, via uma interpretação pragmático-subjetivista que introduz o conceito de probabilidade pelos seus usos na ação voluntária em situações de incerteza, essa aparente dissonância e, assim fazendo, mostrar em que medida parece acertado um compromisso com um *princípio de empirismo*, segundo o qual todas as nossas asserções concernentes a questões de fato devem basear-se na evidência objetiva disponível, numa consulta apropriada da experiência.

oOo

INTRODUÇÃO : O PROBLEMA CLÁSSICO DA INDUÇÃO

Na arena filosófica, o problema da indução tem dado origem a uma controvérsia sem fim, especialmente após a formulação e a solução cética devidas a Hume. O argumento humeano, um dos mais brilhantes exemplos de inquirição filosófica, gerou tamanha perplexidade, a ponto de várias das ultimas teorias da indução terem surgido da tentativa de recusar algum de seus estágios.

Segundo Hume, nós em geral observamos que as mesmas causas, em situações iguais, sempre têm produzido os mesmos efeitos. E daí depositamos confiança na continuidade dessa regularidade: concluímos que no futuro essas mesmas conexões legiformes subsistirão invariavelmente. Porém, pergunta Hume, em que fundamento racional baseamos essa inferência que procede por similaridade e projeção de traços? Conforme a célebre solução cética humeana, não há (e não pode haver) razões racionais para tal inferência indutiva. A resposta simples e natural de que a indução enumerativa, a qual projeta para o futuro o que em condições similares tem ocorrido no passado, 'funciona' ou 'quase sempre dá certo' é demonstravelmente circular. Em linguagem atual (veja {1}, capítulo I), o argumento de Hume pode ser exposto da seguinte maneira:

(1) A inferência de uma proposição fatural simples a outra não é de tipo *demonstrativo*, isto é, sua conclusão não é uma conseqüência lógica da premissa. Há, entre ambas, um salto indutivo com aumento de conteúdo empírico.

(2) Assim, desde que se tenha removido as espúrias conexões necessárias em questões de fato, a única base que podemos ter para acreditar que o evento *A* será seguido pelo evento *B* é nossa *experiência* anterior da conjunção constante de *A* e *B*.

(3) Mas, para que essa base seja logicamente conclusiva, é preciso presumir que o futuro assemelhe-se ao passado, que o curso da natureza continuará uniformemente o mesmo.

(4) Tal presunção, que não é uma verdade lógica, é, por sua vez, uma generalização inferida indutivamente a partir do que até então tem sido o caso.

(5) Porém, o procedimento de utilizar uma presunção estabelecida por indução para tentar justificar a própria indução é flagrantemente circular: toma-se como resolvido o que está em causa.

(6) Portanto, os juízos^(*) acerca de casos futuros ou desconhecidos -- na medida em que não são relatos de experiência nem consequência lógica destes -- não podem ser racionalmente validados a partir de observações prévias. A indução não pode ser nada mais que uma associação de idéias

(*) Segundo Hume, as predições probabilísticas não fogem à regra, pois também "a probabilidade funda-se na presunção de uma semelhança entre os objetos que temos experimentado e aqueles que não" ({22} ,p.90). Todavia, é interessante notar, desde já, que não se exclui a possibilidade de juízos probabilísticos serem justificados por observações e outros juízos probabilísticos pré-existentes.

sem justificação racional, cuja aparente inexorabilidade deve ser explicada como produto de um hábito instintivo condicionador.)

Enfim, não há garantia de êxito (completo ou freqüente) através da indução. Tal conclusão, embora fruto de um argumento impecável, é completamente repugnante a nosso senso comum, à crença ordinária de que às vezes estamos racionalmente autorizados a tomar como verdadeiras algumas proposições concernentes a eventos empíricos inobservados alcançadas pela indução a partir de episódios passados. Desde então, foram diversas as tentativas de frustrar a solução cética alvitrada por Hume, muitas vezes por um apelo tácito ao acaso ou à introvisão (totais ou parciais). Examinaremos a seguir o esquema comum a algumas das doutrinas que ensaiaram desafiar a conclusão humeana através da presunção de um princípio acerca da constituição da estrutura interna (profunda) do universo ou de nossas mentes.

Entretanto, como caracterizar claramente esse princípio? E qual justificativa temos para ele? Pela versão usual, ele expressa um pressuposto ontológico acerca do curso da natureza e da ordem do universo; assevera que há casos paralelos no mundo, que aquilo que aconteceu acontecerá novamente sempre que estiver nas mesmas circunstâncias ambientais. Contudo, "se se entender que ele requer a completa identidade de todas as circunstâncias assistentes, então é *inaplicável*, pois as mesmas circunstâncias simplesmente nunca voltam; se a igualdade for requerida apenas das circunstâncias 'relevantes', o princípio é um *truísmo*, pois qualquer aparente desvio seu pode ser atribuído à diferença em algum fator relevante não reconhecido como tal" (21), p.69; itálicos meus).

Concedamos, para fins de argumentação, que a forma cos
tumeira do princípio: 'A natureza é uniforme' seja suficici
entemente compreendida. Esse princípio é, obviamente, um
enunciado sintético. Não há nada de contraditório em se su
por que a partir de amanhã deixem de operar todas as uniforu
midades no curso das coisas que até então temos observado.
No entanto, há uma certa discordância, entre os que admiu
tem o princípio, quanto ao modo de seu estabelecimento.

(i) Por um lado, Stuart Mill considerava-o como uma verdau
de empiricamente estabelecida. Essa concepção, quando isenu
ta de qualificações desesperadamente vagas, contém, como
mostrou Hume, um círculo vicioso. (ii) Por outro lado, alu
guns filósofos (por exemplo, Kant) tomaram o princípio (ou
melhor, a lei da causação universal) como uma verdade estau
belecida *a priori*, dado que é uma pressuposição da possiu
bilidade da experiência. Essa solução, todavia, enfrenta
sérias dificuldades com respeito ao modo como funciona nosu
so mecanismo cognitivo (regido por leis invariáveis), ã mau
neira restritiva de introduzir o conceito de experiência, e
ã instauração de uma esfera transcendental. (iii) Por fim,
Bertrand Russell e outros trataram-no como um postulado de
conhecimento^(*), isto é, como um enunciado cuja a verdade

(*) Mais precisamente, B. Russell considerou cinco postulau
dos: postulado da quase-permanência, postulado das linhas
causais susceptíveis de separação, postulado da continuau
de espaço-temporal das linhas causais, postulado estrutuu
ral, e postulado da analogia. Ver {2}, pp.93-101.

é impossível de ser estabelecida (*a priori* ou empiricamente) e é pressuposta em todo raciocínio indutivo, não cabendo cogitar de sua demonstração. Porém, chamar uma asserção sintética de postulado não a torna menos contingente nem garante uma harmonia pré-estabelecida entre o curso natural e nossos desejos ou necessidades. O simples fato de a exigência ser significativa não implica que ela deva ser satisfeita.

Assim sendo, a concepção de que a uniformidade da natureza é uma condição necessária (mas que deveria ser também suficiente) para a validade das inferências indutivas defronta-se com várias dificuldades de fundamentação. Mas concedamos, outrossim, que o princípio da uniformidade da natureza seja verdadeiro e susceptível de ser por nós conhecido. Estaríamos então de posse de uma justificação dos procedimentos indutivos? Penso que não. A simples asserção da existência de uma uniformidade ou regularidade no fluxo dos fenômenos não nos permite identificar qual é a uniformidade particular que efetivamente tem lugar. Não nos permite, pois, determinar qual das diversas conclusões indutivas particulares é a verdadeira, ou distinguir as induções corretas das incorretas.

Em verdade, o princípio pode ser suficientemente restringido a fim de possibilitar as requeridas especificações: uma generalização que tiver sido confirmada em todas as instâncias já examinadas, será confirmada também em todas as instâncias posteriores. Nesse caso, entretanto, ele seria patentemente falso; basta recordar o clássico exemplo 'Todos os cisnes são brancos'. Seria também contraditório, visto que duas generalizações diferentes

podem ser simultaneamente confirmadas por uma mesma evidência e ainda acarretarem predições distintas. Assim, ao tentarmos evitar sua fraqueza que nada proíbe, acabamos por torná-lo tão estrito que qualquer alteração o confuta. O princípio da uniformidade da natureza parece, enfim, ser monstruosamente imodesto para que seja verdadeiro ou demasiadamente dependente de emendas para que seja proveitoso.

Com efeito, quando as induções são tratadas como deduções parcialmente explícitas a serem complementadas por algum princípio de uniformidade ou limitação, ficam inválidas, epistemicamente circulares ou irrelevantes. Parte-se da idéia de que para justificar uma inferência indutiva é preciso garantir a verdade de sua conclusão. Mas, como vimos, é impossível fornecer essa garantia. E daí muitos filósofos concluírem com rigor que, no tocante à indução, o ceticismo é a única posição sustentável, ou seja, que é preciso suspender o juízo nas questões relativas à validade do raciocínio indutivo e ao aprendizado a partir da experiência adquirida.

É o ideal racionalista de um conhecimento *absolutamente* certo -- o qual negligencia ou mal compreende o caráter contingente, aproximativo e falível das declarações fatuais -- que conduz a essa mina de ceticismo que por toda parte vê chances de erro e engano. Porém, "é necessário, para a justificação da indução, mostrar que sua conclusão é verdadeira?" ([32], p. 348). O propósito de uma justificação epistemológica precisaria ser o de assegurar a verdade? A substituição do requisito de *verdade* da conclusão pelo de sua *probabilidade* parece dar uma nova feição ao problema da infe-

rência indutiva. "Suposições do primeiro tipo são aquelas que nos levam a formular, com base em uma observação simples ou em várias observações, uma regra rígida de validade supostamente universal, uma lei para a predição determinística. Suposições do segundo tipo são aquelas que extraem da experiência apenas linhas-mestras sobre como atribuir probabilidades a um sem-número de possibilidades incertas" (11, p.2). E com esta formulação probabilística do problema da indução talvez seja viável alguma outra espécie de abordagem do apoio evidencial indutivo.

oOo

I. O CÁLCULO DAS CHANCES E A TEORIA DE CARNAP

A teoria matemática de probabilidades originou-se no século XVII a partir do estudo de problemas concernentes a jogos de azar, como, por exemplo, 'qual a chance de se obter um seis duplo em vinte e quatro lançamentos de um par de dados?'. Esses problemas e quebra-cabeças foram analisados em termos de permutações e combinações das unidades básicas, onde cada resultado possível de uma situação faz parte de um conjunto de alternativas de um mesmo tipo. Segundo Laplace, "a teoria das chances consiste em reduzir os eventos de um mesmo tipo a um certo número de casos equipossíveis, isto é, àqueles em que estaríamos igualmente indecisos quanto a sua existência; e em determinar o número de casos favoráveis ao evento cuja a probabilidade é investigada, A razão entre este número e o número de todos os casos possíveis é a medida de sua probabilidade, que é simplesmente uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis" (27), pp.6-7). A noção de probabilidade é, portanto, introduzida quando se conhece alguma coisa acerca das condições em que o evento ocorre, mas onde tal conhecimento não nos permite anunciar com certeza sua ocorrência.

Porém, tal definição clássica de probabilidade, desde que não circular, pressupõe que todas as alternativas possíveis sejam igualmente prováveis. Cumpre descobrir uma regra pela qual se possa estabelecer essa equiprobabilidade.

Essa regra, como se sabe, recebeu o nome de princípio da razão não-suficiente ou princípio da indiferença (PI). As severa que "se não há nenhuma razão *conhecida* para predicar a nosso objeto, de um conjunto de alternativas, uma ao invés de outra, então relativamente a tal conhecimento as asserções de cada uma dessas alternativas têm uma probabilidade *igual*. Assim, probabilidades *iguais* devem ser atribuídas a cada um dos vários argumentos, se houver ausência de fundamento positivo para se atribuir desiguais" ([23], p.42). Ou seja, os eventos equiprováveis são identificados pela carência de evidência relevante para se supor o contrário, pela distribuição uniforme de informação (e ignorância) sobre as alternativas possíveis. A medida de probabilidade deve então ser definida por referência à equiprobabilidade das alternativas, e esta, por sua vez, por referência à simetria em 'estados da mente'. Tem-se, assim, um critério para justificar juízos de indiferença.

Essa abordagem clássica da probabilidade recebeu, a partir do final do século XIX, uma infinidade de críticas e objeções, algumas das quais merecem ser aqui brevemente arroladas:

(1) A ignorância distribuída pelas alternativas possíveis não se distingue facilmente da ignorância em relação a *quais* são as alternativas em perspectiva¹.

(2) Procura-se hipostasiar o grau de segurança subjetiva inicial, mas não há nenhuma ligação lógica dedutiva entre o número de possibilidades abstratas de um evento ocorrer e a incidência com que de fato ela ocorre. O simples fato de alguém basear sua ação no balanço e enumeração das chan

ces não lhe pode permitir descobrir o resultado, de seu empreendimento. Pretende-se, no fundo, fazer uma mágica epistemológica de transformar a ignorância em conhecimento.

(3) Sua definição de probabilidade só se aplica a casos simples analisáveis em termos de um conjunto de alternativas equipossíveis, sendo inútil em casos de experimentos complexos assimétricos.

(4) O PI gera contradições lógicas (e.g., os paradoxos de Bertrand), a menos que lhe sejam impostas severas qualificações e restrições adicionais.

Ainda considerando a probabilidade como o grau de crença ou assentimento que, para uma dada evidência, é racional atribuir-se a uma determinada hipótese, alguns autores tentaram eliminar as inconsistências e outras dificuldades, próprias da concepção clássica original, através da utilização cautelosa de alguma versão aprimorada do PI. A probababilidade é então vista como uma relação lógica quantitativa entre duas proposições (a saber, a hipótese e a evidência), sendo sob vários aspectos semelhante à relação de implicação lógica. A indução, mesmo sem assegurar a verdade da hipótese pela verdade da evidência, é uma forma de inferência² tão lógica, rigorosa e necessária quanto a prôpria dedução. É uma espécie de implicação parcial, que representa uma medida de credibilidade racional. A essa relação lógica quantitativa única Carnap chamou grau de confirmação da hipótese h com base na evidência e . Em símbolos, $c(h, e) = r$, onde $r \in [0, 1]$. Retrata-se assim a medida do apoio inferencial r que o enunciado e empresta ao enunciado h .³ Posto que analítica, a verdade da sentença " $c(h, e) = r$ " deve

ser determinada exclusivamente através do significado das expressões que aí ocorrem -- livre portanto de prejuízos subjetivos --, e independentemente de experiências passadas específicas ou de arbitrários e infundados princípios sintéticos acerca do mundo. O significado dos termos dentro do enunciado de probabilidade determina se a inferência justificatória é legítima ou não. Será legítima se a probabilidade pretendida para sua conclusão for, na verdade, um grau razoável de crédito a ser atribuído a esta conclusão, relativamente às premissas dadas.

Enquanto na lógica dedutiva, quando as premissas implicam logicamente a conclusão, todos os estados de coisas possíveis que satisfazem a premissa satisfazem também a conclusão, na lógica indutiva, quando a evidência implica parcialmente a hipótese, há um certo grau de sobreposição entre os estados possíveis de coisas em que a evidência vale e aqueles em que vale a hipótese. O método semântico de Carnap consiste em definir a probabilidade lógica -- isto é, o grau de confirmação de h com base em e -- como uma certa medida da proporção dessa sobreposição referente à gama de possibilidades deixadas abertas pela evidência disponível considerada.

Contudo, para se conseguir a precisão almejada, alguns novos conceitos semânticos têm que ser introduzidos. Conforme Carnap, o primeiro passo para tal aprimoramento é a relativização do conceito de estados possíveis de coisas a um sistema lingüístico. Para tanto, seja L como o do cálculo de predicados (com igualdade), com os conectivos sendo interpretados de modo costumeiro, referindo-se a um uni

verso finito que contém n indivíduos designados por a_1, \dots, a_n cujos estados possíveis são completamente descritíveis por um número finito de atributos (isto é, propriedades e relações) A_1, \dots, A_m logicamente independentes e de uma ordem particular. Logo, cada estado possível do universo pode ser expresso por uma conjunção de sentenças que, para cada atributo, asseveram quais indivíduos o preenchem e quais não. A uma tal conjunção de sentenças em L Carnap chamou *descrição-de-estado* em L .⁴ E a classe das descrições-de-estado em L compatíveis com a sentença s denomina-se a *amplitude* (em alemão 'Spielraum', em inglês 'range') de s em L . Por fim, à disjunção das descrições-de-estado isomórficas -- isto é, que se distinguem apenas por uma permutação das constantes individuais) em L damos o nome de *descrição-de-estrutura* em L .

Com tal conceituação elaborada, Carnap encontra-se apto a dar início à constituição de uma lógica indutivo-probabilística. A probabilidade lógica de h dado e é então definida como a razão entre a medida da amplitude de $e \& h$ e a medida da amplitude de e .⁵ Mas, de que maneira devemos medir a amplitude de uma proposição ou sentença? Consoante Carnap, a determinação dessa função-medida é certamente uma tarefa da lógica apenas.⁶

À primeira vista, a sugestão mais natural seria atribuir iguais valores de medida a todas as descrições-de-estado e então tomar a medida da amplitude de s como a soma dos valores de medida das descrições-de-estado nela contidas. Essa função- c será designada por c^\dagger . Entretanto, a dita escolha da função-medida é patentemente inadequada, visto que viola o princípio do aprendizado a partir da ex-

periência, pois $c^\dagger(h, e)$ é independente de e . Quer dizer, $c^\dagger(h, e) = c^\dagger(h)$. "Assim, aceitar esse método significa recusar-se a considerar a experiência, os resultados de observação, quando do cômputo das expectativas ou estimativas. Isso está em forte contraste com o que geralmente se considera um raciocínio indutivo correto" ({7}, p.38). Por exemplo, a probabilidade de que uma certa droga auxilie a cura de uma determinada doença no próximo paciente, dado que nos casos anteriores considerados foi obtido êxito completo com seu uso, será igual a $(1/2^{n+1})/(1/2^n)$, isto é, igual a $1/2$. Ou seja, o valor da probabilidade após a aquisição da evidência permaneceria sempre igual ao da probabilidade inicial, não importando a proporção de instâncias confirmadoras apresentadas. "Portanto, a escolha de c^\dagger como grau de confirmação seria equivalente ao princípio de nunca deixar que nossas experiências passadas influenciem nos expectativas para o futuro. Isso obviamente estaria em flagrante contradição com o princípio básico de todo raciocínio indutivo" ({6}, p.565).

Carnap então propôs, sem muita convicção, a atribuição de medidas iguais às descrições-de-estrutura e não às descrições-de-estado. E, desde que se admita que descrições-de-estado isomórficas são equiprováveis, pode-se definir uma probabilidade lógica c^* de acordo com os requisitos desejados. Mais tarde, Carnap notou que esta sua escolha inicial era apenas um caso particular dentre um contínuo de casos possíveis. O sistema de métodos indutivos possíveis é um contínuo unidimensional, cada função- c_λ podendo ser completamente caracterizada por uma escolha de um

parâmetro λ , onde $\lambda \in [0, 00)$, chamado índice de precaução ou de ordem no mundo. A escolha de λ estaria na dependência de dois fatores: um de natureza empírica (a frequência relativa na amostra considerada) e outro de natureza lógica (a extensão relativa da propriedade considerada). Esse parâmetro é, por assim dizer, uma medida do grau de apriorismo com que desejamos julgar as hipóteses à luz dos dados fatuais. Mas aqui já estamos muito longe do projeto original de pensar a probabilidade como uma relação lógica única.⁷

As últimas obras de Carnap, no entanto, reaproximam-se do apriorismo logicista integral, ou seja, eliminam o parâmetro λ e tentam mostrar que a escolha aceitável da função- c é determinada por princípios puramente lógicos. Têm como ideal descobrir, através de especificações *axiomáticas* da probabilidade lógica quantitativa, uma função- c logicamente necessária. São três os conjuntos de axiomas para a lógica indutiva carnapiana. O primeiro deles corresponde aos axiomas do cálculo de probabilidades tradicional (juntamente com o axioma da regularidade). A justificação para tais axiomas é feita mediante o requisito de coerência (estrita) das atribuições de probabilidade. O segundo, explicita os axiomas de invariância (simetria) da função- c com respeito a certas transformações em e e h . Esses axiomas são validados por referência a um núcleo correto e sadio do PI clássico.⁸ Por fim, o terceiro conjunto de axiomas contém, entre outras coisas, dois axiomas a serem justificados pela condição de adequação que exige que a determinação da função- c nos habilite a *aprender da experiência*. O primeiro deles, conhecido como axioma da relevância instancial, assevera que, permanecendo iguais as outras coisas, quanto mais frequentemente um tipo de evento tiver sido observado, mais

provável é a sua ocorrência no futuro. E o segundo axioma, chamado axioma da convergência (ou de Reichenbach), diz que a função $c(A_j, a_{n+1}/e_n)$, onde e_n relata $s_j(n)$ ocorrências de A_j em uma amostra de tamanho n , aproxima-se assintoticamente da frequência relativa $s_j(n)/n$ quando n tende a infinito.

Portanto, para Carnap, a explicação da função- c pode ser adequadamente obtida mediante uma coleção de axiomas formulados em termos puramente lógicos. No entanto, a questão das razões para se aceitar este sistema de axiomas -- ou o problema da justificação da indução -- parece envolver considerações extralógicas e intuitivas. Essas "razões baseiam-se em nossos juízos intuitivos acerca da validade indutiva, isto é, acerca da racionalidade indutiva das decisões práticas (e.g., em relação aos jogos)" ({40}, p.978). Tais razões são, portanto, *a priori*, fruto de nossa habilidade de intuir indutivamente. (Ver {26}, pp.258-267) A teoria carnapiana da indução apresenta-se assim como uma reconstrução racional (lógica) das inferências não-demonstrativas que devemos admitir para adquirir o que desejaríamos chamar conhecimento, para maximizar as 'utilidades epistêmicas'.

Também não são poucas as objeções ao sistema carnapiano de probabilidade lógica, mas apenas algumas delas aqui nos importam. A saber:

(1) O conceito de probabilidade lógica não convém a raciocínios indutivos que fazem uso de linguagens ou modelos mais elaborados do que aqueles extremamente simples examinados por Carnap. Por exemplo, é notável a dificuldade no caso de enunciados de probabilidade acerca de valores de magnitudes físicas. Ou então, quando o número de indivíduos na população é infinito, uma hipótese que assevera um valor pontual (não para um intervalo) da frequência relativa de alguma subclasse de membros da população tem grau de confirmação igual a zero, para qualquer evidência finita.

(2) Os sucessivos fracassos dos intentos carnapianos de isolar, por uma escolha *a priori*, uma única função-c particular -- representante do procedimento indutivo adequado -- são um sintoma de que nossas intuições indutivas podem ser vagas, pouco articuladas, profundamente obscuras e conflitantes entre si.⁹ Isso dificulta enormemente a tarefa de sistematizá-las de modo claro e consistente.

(3) Qual é a aplicação prática dos enunciados verdadeiros de probabilidade lógica, enquanto analíticos e independentes de questões de fato? Como eles podem servir de precioso 'guia da vida' ou apresentar algum significado preditivo que permita conectar o provável com uma certa antecipação parcial do futuro desconhecido?

(4) Os axiomas da lógica indutiva carnapiana são tidos como inerentemente racionais e evidentemente verdadeiros, pois que estribados em nossa intuição indutiva. Porém, essa "resposta de Carnap ao problema da justificação coloca-o, penso, muito próximo daqueles que adotam uma abordagem postulacional para o problema da indução, ou daqueles que esposam uma dissolução tipo 'ordinary language' do problema" ({37}, p.212).¹⁰

(5) O insigne paradoxo da indução de Goodman¹¹, onde se mostra que duas hipóteses, concordantes nas instâncias anteriores e discordantes nas posteriores, não podem ser distinguidas dedutiva ou indutivamente. Deste modo deixa de valer universalmente o fundamental princípio de relevância instancial: ele só se aplicaria no caso de predicados *projetáveis* (ou induzíveis). E, infelizmente, não há como distinguir, lógica ou empiricamente, os predicados projetáveis dos não-projetáveis. Obviamente, os princípios básicos de

invariância (simetria) também não podem ter aplicação geral, e também lhes faltam critérios objetivos para uma aplicação limitada correta. Só se mantêm os axiomas tradicionais do cálculo de probabilidades, que são requeridos pela condição geral de coerência interna. Assim sendo, fica seriamente comprometido o modelo lógico-empirista carnapiano do conhecimento e do aprendizado pela experiência, enfim, de como uma pessoa racional -- com amparo de dados de observação -- avalia suas suposições acerca do mundo fatural. Fica também aberta a porta para soluções não puramente lógicas do problema da inferência indutiva.

oOo

NOTAS I

1. Esse princípio só faz sentido quando utilizamos uma lista exaustiva de casos mutuamente exclusivos.

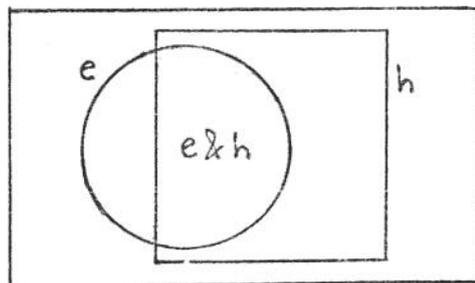
2. A inferência indutiva, consoante Carnap, é um processo de calcular os graus de confirmação de várias hipóteses (dado um certo corpo de evidência total disponível), e não o processo de escolher a hipótese certa ou verdadeira. As regras indutivas não devem, pois, ser vistas como regras de aceitação ou rejeição.

3. Segundo Carnap, além do conceito de probabilidade lógica existe também o igualmente legítimo conceito de probabilidade empírica (baseado na frequência relativa). Todavia, no que concerne à edificação de uma teoria da indução e da confirmação, Carnap considera de valia apenas a probabilidade lógica (indutiva).

4. As descrições-de-estado são os enunciados consistentes mais fortes que se podem formular num sistema lingüístico. Constituem uma partição, isto é, um conjunto de enunciados que são aos pares logicamente inconsistentes e tais que é logicamente impossível que todos os enunciados sejam falsos.

5. O seguinte diagrama, onde as áreas representam as amplitudes das sentenças, mostra que o enunciado " $c(h,e) = 2/3$ "

assevera exatamente que dois terços da amplitude de e estão na amplitude de h , ambas as amplitudes medidas pela função-medida. (Ver [6], p.297)



No caso da inferência dedutiva, o enunciado " e implica logicamente h " assevera que a amplitude de e está inteiramente contida na de h .

6. Para Waismann [49], ao contrário, a escolha de uma função-medida deve ser feita com base na experiência estatística.

7. Para Carnap, então instrumentalista, a escolha de um método indutivo ficaria a cargo de considerações de ordem prática, ou seja, de sua adequação a determinados propósitos requeridos numa situação-problema definida. Não haveria um ajuste último, absoluto e perfeito.

8. Kemeny pretende, erroneamente, justificá-lo por um requisito de empirismo. Ver [40], p.723.

9. Na teoria de Carnap, há um número infinito de modos pelos quais poderíamos definir a probabilidade lógica, todos eles satisfazendo as condições gerais que desejaríamos impor ao conceito de probabilidade. Assim sendo, como justificar nossa escolha de uma particular função- c diante de uma multiplicidade de opções viáveis?

10. Esta objeção merece ser examinada com algum detalhe. Vimos que Carnap assume o princípio do aprendizado a partir da experiência como um critério de correção para a inferência indutiva. Esse princípio simplesmente enuncia aquilo (ou melhor, parte daquilo) que nossa intuição nos revela acerca da função- c . Concorda, pois, em grande medida, com o pensamento indutivo como costumeiramente aplicado à vida diária e à ciência, ou seja, com o que geralmente se toma como um argumento indutivo acertado. O próprio princípio, todavia, não está fundamentado! Como sei que devo segui-lo? Com efeito, afirmar simplesmente que um princípio indutivo deve ser justificado através de nossa intuição (ou inspiração) indutiva equivale a dizer, de maneira

pouco crítica, que preferimos o que é nosso, pela desaten
ta exclusão sumária das alternativas que não se conformam
aos cânones usuais -- isto é, geralmente aceitos e recomen
dados -- do procedimento indutivo e da apreciação de cren
ças fatuais. A intuição é, como disse Wittgenstein, um pre
texto desnecessário.

11. Para maiores detalhes sobre o 'new riddle of induction',
veja [19], capítulo 3.

ooo

II. A INTERPRETAÇÃO FREQUENCIAL DE PROBABILIDADE

Com o propósito de dar uma significação empírica ao conceito de probabilidade, livrando-o então de qualquer tipo de crença racionalizada, alguns autores identificaram a probabilidade à frequência relativa da ocorrência de certos eventos possíveis num agregado suficientemente grande de resultados das efetuações (fisicamente independentes) de um experimento repetível.¹ Seria interpretada como uma propriedade ou disposição empírica de sistemas e processos físicos. E, a partir dessa definição, propuseram uma teoria segundo a qual a probabilidade seria algo de objetivo (e preditivo) com que poderíamos esperar aprender da experiência e ter 'um penhor sobre o futuro'. Essa objetividade seria um ideal a ser perseguido por todo empreendimento cognitivo que envolvesse probabilidades.²

Consideremos, inicialmente, o caso de seqüências *finitas* de observações uniformes. A probabilidade de um elemento, pertencente à classe-de-referência R de tamanho n , possuir a propriedade A será igual à proporção de instâncias com que de fato tal propriedade está distribuída sobre R . Em símbolos:

$$p(A, R) = fr^n(A, R) = \frac{n^o(A, R)}{n} .$$

Desse modo, o que um enunciado de probabilidade assevera não se refere a um evento individual ou a um caso singular, mas apenas a uma classe a que o evento pertence. Se fixarmos n e admitirmos que a probabilidade da ocorrência de um evento depende dos dados empíricos disponíveis, então essa probabilidade pode variar com a frequência relativa efetivamente

observada numa seção finita, deixando assim de ser uma característica invariante dos resultados de experimentação. Além disso, a probabilidade perderia o caráter preditivo que os objetivistas lhe impingem, colapsando-se numa mera descrição de certas porcentagens medidas durante o curso da natureza até então observado, pois não faria referência a instâncias subseqüentes ainda não testadas.

Para remover essas dificuldades, convencionou-se aplicar a probabilidade por referência apenas a classes *infinitas* (enumeráveis). A probabilidade objetiva, na abordagem de von Mises, é então *definida* explicitamente como o limite da frequência relativa da ocorrência de um (tipo de) evento numa sucessão ordenada e ilimitada de resultados de realizações desconexas entre si de um experimento repetente, desde que tal limite exista e seja insensível a uma qualquer seleção de lugar (condições de convergência e aleatoriedade, respectivamente).³ Em símbolos:

$$p(A,R) = \lim_{n \rightarrow \infty} fr^n(A,R) \quad .$$

Assim, se digo que a probabilidade de obter 'cara' no lançamento de uma moeda é 1/2, isso deve ser entendido como um enunciado empírico e objetivo acerca do comportamento dessa moeda (possivelmente determinado por suas propriedades geométricas e físicas), isto é, acerca da frequência com que os eventos desse tipo ocorrem. Os enunciados de probabilidade adquirem, portanto, um conteúdo preditivo, dado que ultrapassam a descrição de exemplos observados e incluem eventos casuais vindouros. Assim, a teoria de probabilidades deve, no entender de von Mises, ser tida como uma teoria científica empírica.⁴

A afamada 'lei dos grandes números' desempenha um papel preponderante na concepção objetivista-freqüencial de probabilidade. Essa lei, também conhecida como teorema de Bernoulli, sugere que a probabilidade não pode ser interpretada arbitrariamente, pois após um grande número de eventos constatados é quase certo⁵ que a freqüência observada não diferirá da probabilidade em mais de um intervalo tão minúsculo quanto se queira. A probabilidade é como que 'objetivamente' determinada pela freqüência relativa, que parece convergir. Mais precisamente, ela assevera que com eventos independentes e de probabilidade constante tem-se:

$$P\left(\left|\frac{N_1}{N} - p_1\right| > a\right) < b,$$

para todo N maior do que um certo n , onde N_1 é o número de êxitos em N eventos considerados, p_1 é a probabilidade de êxito e a e b são números positivos arbitrariamente pequenos. É possível ainda provar um resultado mais forte que este. Com efeito, para quaisquer $a > 0$ e $b > 0$, existe N_0 tal que

$$P\left(\max_{N_0 \leq N \leq N_0 + K} \left|\frac{N_1}{N} - p_1\right| > a\right) < b,$$

onde K é arbitrariamente grande. Ou seja, para uma seqüência de N eventos indefinidamente longa, existe na grande maioria dos casos um limite da freqüência relativa e este limite praticamente não se distingue da probabilidade.

Esse resultado parece permitir conectar a teoria matemática de probabilidades com um fato empírico, a saber, a estabilização da freqüência relativa oscilante em seqüências estatísticas. O teorema adquire assim o caráter de lei empírica, sendo capaz de fornecer "uma predição definida concernente ao resultado numa seqüência muito longa de experimentos" ([47], p.134) e uma caracterização invariante dos resultados em progressões empíricas a longo prazo. Todavia, é

possível mostrar que o conjunto de seqüências para as quais a freqüência relativa não converge tem a *mesma* cardinalidade que o conjunto de seqüências para as quais ela converge.⁶

Tomado como lei empírica, o teorema de Bernoulli pode ser experimentalmente confrontado com a realidade. E se contrariado, que conclusões poderíamos obter? Que o cálculo de probabilidades não se aplica ao mundo real?

Mas a teoria freqüencial tem curiosos critérios de validação, não obstante os percalços de toda a sorte por que passa. Embora insista no carácter fatural dos enunciados de probabilidade, admite que eles não são individualmente controláveis pelos métodos empíricos disponíveis. "Eles não podem ser verificados *a priori* porque se referem a seqüências irregulares; e não podem ser verificados *a posteriori* porque se referem a seqüências infinitas. Similarmente, não podem de maneira nenhuma ser falseados porque a partir da consideração de uma seção finita, embora longa, nunca podemos inferir que uma seqüência infinita e irregular não convergirá a algum limite fixado" ([24], p.159). São, estranhamente, enunciados gerais, contingentes e justificáveis mesmo sem receber os benefícios dos relatos de observações particulares ou das amostras disponíveis de que partimos.

Para alguns essa situação é perfeitamente cabível, pois se trata de representar um processo natural por meio de um objeto puramente matemático, a saber, uma seqüência (extensionalmente) infinita de eventos homogêneos com ocorrências independentes. É um mero artifício mental conveniente, tão comum no âmbito científico, semelhante ao procedimento do geômetra que representa um ponto geométrico por uma marca de giz no quadro-negro, ou do físico que se refere a velo-

cidades instantâneas mas determina empiricamente apenas velocidades médias em intervalos finitos de tempo. Podemos, nesses casos, provisoriamente deixar de considerar, em todos os pequenos detalhes, a aderência à realidade. Todavia, no caso do probabilista, as circunstâncias são um tanto diferentes, visto que faz parte de sua tarefa o exame do próprio conceito de experiência e a explicação (em termos de frequência relativa) que deveria proporcionar a conexão com a realidade. Além disso, suas idealizações (e as conclusões que delas se seguem) não constituem, nos aspectos que importam, aproximações suficientemente próximas das descrições de casos reais. São realisticamente prepósteras, apesar de matematicamente possíveis. Por outro lado, "um enunciado de limite sem o índice de convergência é uma idealização muito distinta das idealizações em ciência. Na ciência, embora não façamos mensurações exatas, pelo menos esperamos alcançar algum grau de aproximação conhecido (e.g., a velocidade da luz não é menor que 185000 m/s). Conhecer o valor do limite sem saber como ele é aproximado em nada nos auxilia a prosperar nas inferências" ([16], p.239). Na interpretação freqüencial essa dificuldade só pode ser contornada pela introdução de *regras metodológicas ad hoc* (arbitrariamente tidas como plausíveis) que estabelecem as condições de aceitação ou rejeição dos enunciados de probabilidade. É, pois, ilusória a pretensão de que a frequência-limite seja grosseiramente igualada às porcentagens em um número finito (por maior que seja) de ensaios.

Em suma, não há fundamento racional para a crença no 'fato empírico' da estabilidade estatística da frequência relativa. Naturalmente, a argumento de Hume aplica-se também a esse caso.⁷

E a adoção de um ponto de partida objetivista concernente ao processo de aplicação a novos domínios mostra-se irremediavelmente incapaz de explicar por que é racional agir segundo considerações de probabilidade. Com base numa certa evidência experimental disponível, não estou apto a saber se existe uma regularidade estatística que se prolongará. Mesmo que saiba, não sei o valor do limite p .⁸ E mesmo conheça p , não o sei o número N de instâncias (num segmento limitado da seqüência) a partir do qual o desvio será sempre menor que ϵ . Enfim, fica-se sem uma justificação para a aplicação desta teoria a decisões práticas tomadas *separadamente* numa situação de incertezas.

Um outro ponto crucial da teoria de von Mises sobre a inferência estatística é o fato de ela sempre supor a admissão da validade de certas hipóteses concernentes às métricas probabilísticas e à forma das distribuições de probabilidade; só assim faz entrar em cena o problema do aprendizado a partir da experiência, ou seja, o problema da seleção -- a partir de uma família de possíveis distribuições de probabilidade -- daquela distribuição que melhor se ajusta às observações subseqüentes.

Reichenbach, um dos principais proponentes da interpretação freqüencial, apresentou uma teoria da indução primitivamente isenta de considerações ou esquemas de natureza probabilística. Num estado de conhecimento que não envolve nenhum conhecimento de probabilidades objetivas, o único instrumento disponível e necessário para inferir limites de freqüências relativas (isto é, probabilidades), a partir de freqüências passadas de eventos ocorridos, é a *regra de indução*. Esta regra é simplesmente uma versão qua-

lificada do clássico princípio de indução por enumeração simples. Assevera que se o valor da frequência numa amostra observada com n elementos é fr^n , devemos supor ('posit') que fr^s , para $s > n$, tende a um limite p que está no intervalo $fr^n \pm \epsilon$. Ou seja, a frequência relativa estatisticamente observada na seção inicial de uma seqüência deve supostamente valer, de maneira aproximada, para qualquer prolongamento da seqüência. Essa regra de indução é, segundo Reichenbach, "o único princípio não-analítico necessário à aplicação do cálculo de probabilidades à realidade" ({33}, p.365). É, ademais, susceptível de justificação pragmática.

Antes de apresentarmos a justificação proposta por Reichenbach é conveniente examinar o que ele entende por uma justificação da regra indutiva. Segundo Reichenbach, "a justificação concerne à questão da apropriação de um certo meio com respeito a um fim escolhido, não à questão da escolha do próprio fim" ({34}, p.324). Vindicar a adoção de uma regra é, pois, mostrar que ela é mais adequada que as outras, tendo-se em vista um determinado propósito a que se designam. No nosso caso, o objetivo é, evidentemente, predizer o futuro, ou seja, determinar o limite da frequência relativa para uma seqüência infinita de eventos análogos.

Reichenbach aceita perfeitamente a conclusão humeana de que não há certeza de acerto em nenhuma de nossas inferências indutivas, mas lembra também que não existe uma prova de que o futuro não pode ser predito. Portanto, é inteiramente cabível o objetivo de predizer o futuro, mesmo para quem admite que as teses acerca do inobservado são intrinsecamente dubitáveis. Tem sentido, pois, a questão da justificação de um método para inferir frequências relativas.

É fácil notar, pela própria definição de limite, que se houver um limite da frequência relativa, a aplicação repetida da regra indutiva leva invariavelmente, em um número finito de passos, ao valor real do limite (dentro do grau de aproximação estipulado). Ou seja, se for possível fazer predições acertadas, então a regra de indução é um método assintótico (ou auto-corretivo) de obtê-las. E se não houver o limite, o método indutivo falhará, mas então os métodos alternativos também não vão falhar. Caso haja um conjunto de métodos que levem ao limite da frequência, o método indutivo certamente estará entre eles. Se algum método funciona, o indutivo funciona também. Em outras palavras, o procedimento indutivo é tal que sua "aplicabilidade é condição necessária para a possibilidade de previsões" ([32], p.357). Havendo a possibilidade de prever com êxito, o agir por indução é uma condição suficiente para se concretizar essa possibilidade. Logo, ao utilizarmos persistentemente a regra de indução não temos nada a perder e tudo a ganhar: a longo prazo ela promete mais que as outras estratégias rivais. A indução fica então pragmaticamente justificada por essa provisão de fundamentos adequados à seleção de uma certa regra de inferência ampliativa, a saber, a regra de indução de Reichenbach.⁹

Porém, de que vale *na prática* uma tal vindicação da indução, dado que nosso uso da regra indutiva é sempre finito -- pois, como disse Keynes, 'in the long run we shall all be dead' -- e que a curto prazo podemos obter melhores resultados com regras não-assintóticas ou mesmo contra-indutivas? Já que, seguindo a solução cética humeana, nem mesmo se pode demonstrar que algum método ampliativo de inferir irá

frequentemente preservar a verdade em classes finitas de eventos inobservados, qual a relevância da justificação pragmática de Reichenbach? Nossas decisões práticas comuns são relativas a casos individuais e particulares, não a sucessões infinitas de resultados fortuitos temporalmente ordenados. Consoante Reichenbach, podemos 'ficticiamente' atribuir probabilidades (ou pesos) a eventos singulares, considerando-as como probabilidades associadas a uma classe infinita de eventos à qual o evento em questão pertence. Mas um dado evento singular pode pertencer a diferentes classes-de-referência, nelas ocorrendo com diferentes frequências relativas. Qual dessas classes fornece o valor de probabilidade mais apropriado à ação sob incerteza? Essa pergunta só pode ser respondida fora dos limites da própria teoria da indução, por um apelo a certas regras metodológicas destinadas à aplicação da teoria probabilística a eventos singulares. E novamente estaremos sujeitos aos embaraços que queríamos evitar: temos que sub-repticiamente reintroduzir juízos subjetivos, mesmo sem dispormos então de uma disciplina que os ordene criteriosa e coerentemente.

Uma outra concepção, aliás interessante, é a de von Kutschera em {46}. Ele considera indispensável o conceito de probabilidade objetiva, mas ressalta que este não pode ser introduzido sem o de probabilidade subjetiva, exatamente para permitir o entendimento da cláusula 'é praticamente certo que ...' envolvida na seguinte definição freqüencial: entende-se pelo enunciado 'A probabilidade do evento E é r ' o mesmo que por 'Para uma seqüência suficientemente longa de realizações de um experimento, é praticamente certo que a freqüência relativa de E ficará

próxima de r' . O conceito de probabilidade subjetiva, por sua vez, seria primitivo e independente, porém, quando tomado isoladamente, com poucas aplicações relevantes no campo das ciências da natureza.

Diante dessas dificuldades próprias da *definição* freqüencial, o conceito de probabilidade objetiva atualmente não mais é introduzido por meio de uma definição explícita, mas apenas *implicitamente caracterizado* pela especificação do sistema de axiomas que ele deve satisfazer. Naturalmente, para que possa ser estabelecida a conexão entre um termo indefinido (num sistema formal) e termos de observação, é preciso aplicar regras de correspondência que lhe propiciem uma interpretação parcial, alguma significância empírica. Por exemplo, no caso da probabilidade objetiva, a independência probabilística -- a que o axioma da aditividade se refere -- deve ser idêntica à independência empírica (física) dos eventos pertencentes ao mundo experimental. Mas o que vem a ser esta *independência física dos eventos*? Ou, sob que condições podemos corretamente dizer que dois eventos não são fisicamente dependentes? Sua determinação, em geral, não se faz por referência a observáveis apenas; requer um estágio muito mais elevado de abstração e teoreci-
dade, um apelo a alguma *teoria física* apropriada (e.g., à-
quela que postula uma velocidade finita na propagação dos efeitos). Não se trata, pois, de entendê-la simplesmente como a ausência de uma influência (facilmente captável) entre a ocorrência ou não de um evento e a ocorrência ou não de outro. Assim, deixa de ser imediatamente aprovativa a mencionada correlação entre um enunciado probabilístico objetivo (isto é, um certo *parâmetro* num modelo teórico) e

'uma seqüência de eventos ou processos uniformes que diferem em certos atributos observáveis', ou o seu teste possível pela experimentação direta, e conseqüentemente as suas aplicações empírico-estatísticas.¹⁰

Nunca saberíamos a que atribuir uma predição considerada 'mal sucedida': ao valor adotado da probabilidade, à suposição de independência probabilística, ao modelo teórico subjacente que especifica legalmente tal independência, ou ao tipo de correlação fixado pelas regras de correspondência admitidas? Qual seria a estratégia para localizar a asserção que deve estar errada? Os juízos onde ocorrem atribuições de probabilidade objetiva -- tratada como um conceito teórico irreduzível que recebe seu significado a partir de regras para a aplicação da teoria -- deixam de ser empírica e autonomamente decidíveis ou ter a função positiva de *por si* representar situações fatuais discrimináveis. Não estão *no mesmo nível* dos enunciados básicos de observação: exatamente ao contrário do pretendido no projeto empirista original.¹¹ Quer dizer, deixa de haver um método simples e eficiente que permita reconhecer, na prática, quando, para um enunciado sintético probabilístico, sua condição-de-verdade está cabalmente preenchida ou não, quando se tem uma prova conclusiva de sua verdade ou falsidade. Além disso, é interessante notar a distância aí mantida entre a atribuição manifesta de graus de probabilidade e o conhecimento da adequação dos valores atribuídos. Dispomos, infelizmente, apenas de porções finitas de dados empíricos, e assim sempre desconhecemos qual é efetivamente a probabilidade da ocorrência de um tipo de evento, embora obviamente possamos fazer hipóteses acerca de seu valor real no caso limite.¹² E tais hipóteses estatísticas só adquirem conteúdo empírico e poder de predição -- podendo então ser julga

das a partir de evidências observacionais -- por intermédio de outras assunções auxiliares, que por sua vez não são passíveis de teste independente. (Também os princípios de conexão entre os graus de crença que alguém deve manter e a sua crença na probabilidade fatural não admitem uma justificação para *cada* aplicação geral sua.) Fica assim enormemente subalternada e enredada -- especialmente pelas assunções estatísticas *ad hoc* concernentes à precisão ou brevidade da convergência -- a tese objetivista de que a um enunciado probabilístico corresponde algum estado de coisas possivelmente real. A objetividade da probabilidade torna-se tão fluida e secreta que parece difícil ser tida como imprescindível ou útil à atividade pragmática de tomar decisões razoáveis diante de alternativas incertas conflitantes.

oOo

NOTAS II

1. Podemos falar da probabilidade de algo acontecer só se a ocorrência é um resultado possível de alguma observação repetível.
2. A concepção freqüencial de probabilidade baseia-se num aspecto familiar da inferência estatística. Muitas vezes inferimos, a partir da observação de uma amostra, que uma certa porcentagem (dentro de certos limites) de coisas de uma classe também pertence a uma segunda classe.
3. O limite existe e é igual a p , quando para cada número positivo ϵ , por menor que seja, é possível encontrar um número N tal que para todo $n > N$ temos $|fr^n - p| < \epsilon$.
4. Todavia, penso que seria mais apropriado tê-la como uma regra de correspondência (no sentido carnapiano) complexa que interpreta satisfatoriamente a probabilidade -- tendo-se em vista sua adequação ao cálculo formal de probabilidades, sua mensuração e sua aplicabilidade prática -- e cujas condições de utilização envolvem as leis naturais da estabilidade das freqüências estatísticas e da exclusão dos sistemas de jogos.
5. Fica a questão de como entender o 'quase certo' ou 'praticamente certo' sem recorrer a um quadro subjetivo de crença racional.
6. Veja {16}, pp.95-97.
7. Consoante Hume, "mesmo após a observação da conjunção freqüente ou constante de objetos, não temos razão para extrair alguma inferência concernente a algum objeto além daqueles de que tivemos experiência"({22}, p.139).
8. Embora a probabilidade estatística seja interpretada como

uma magnitude mensurável (ou estimável), não há definição operacional implicada nos enunciados de probabilidade objetiva ou estatística. Em geral, não há enunciado de observação corrente que seja incompatível com um dado enunciado probabilístico. (Há, todavia, procedimentos probabilísticos para se testar enunciados de probabilidade objetiva.) De nada adianta aqui fazer apelo à idéia de que as hipóteses estatísticas são frases do tipo 'como se'.

9. Algumas dificuldades surgem quando se procura provar que a regra indutiva não só está entre os melhores meios para se alcançar a finalidade desejada, mas também é o melhor deles. Entretanto, esse ponto não é de maior interesse para nossa atual discussão.

10. Tampouco a lei dos grandes números poderá oferecer a almejada ligação entre a teoria formal da probabilidade e o mundo experimental (em particular, a frequência relativa atestatória), pois nela tal ligação só se dá no contexto de um enunciado probabilístico (objetivo), ele próprio insuficientemente interpretado. Von Kutschera apresenta detalhado exame deste tópico (e de outros afins) em [46], capítulo 2, parte 2.

11. Segundo Quine, uma sentença de observação (numa linguagem L) é aquela que, em alguma ocasião, leva a um consenso acerca de seu valor-de-verdade relativamente a qualquer pessoa (de uma comunidade em que se fale L) que testemunhou a ocasião.

12. "A fim de descobrir se um enunciado de probabilidade é verdadeiro ou não, devemos fazer uma observação empírica, e geralmente ela será uma investigação intérmina do tipo cujos resultados se dizem apenas 'prováveis' (num sentido

não-empírico)"(Kyburg {25}, p.5). Sobretudo, inexistirá uma exemplificação patente e paradigmática de seu emprego canônico (padronizado) em determinada situação-problema própria de uma dimensão prático-cognitiva.

oOo

III. A LÓGICA DA COERÊNCIA DE CRENÇAS PARCIAIS

A ação racional sob risco tem como base, em muitos casos práticos, uma atribuição de valores de probabilidade subjetiva aos estados relevantes da natureza. E a análise da razoabilidade de nossos modos de pensamento e comportamento frente à incerteza requer, exclusivamente, a *coerência* entre crenças parciais subjetivas referentes a certos dados experimentais objetivos. A noção de probabilidade, básica para a elaboração de uma lógica da incerteza, não precisa pois significar algo dotado de alguma realidade exterior. Cabe-lhe uma interpretação subjetivista em termos do grau de crença (de um certo indivíduo, num dado momento, com um conjunto de informações) na ocorrência de um evento particular, dado que a razoabilidade dos graus de crença não implica a completa objetividade deles. Tal interpretação -- uma idealização ou depuração da noção pré-científica e ordinária de probabilidade --, advogada especialmente por Ramsey e de Finetti, pode ser melhor compreendida quando antes se examinam algumas de suas críticas à metodologia das concepções objetivistas de probabilidade.

Considerar a probabilidade em sentido objetivo, com base em simetria (casos equiprováveis) ou frequência relativa (resultados repetidos de um ensaio), é substituir confusamente as opiniões e atitudes de uma dada pessoa por um complexo esmerado de aspectos externos atrativos (próprios de um tipo de informação) que poderia ter contribuído para determiná-las e servido de motivo para inspirar certas condutas. É a partir desse prosseguimento avocatório que se

começa a esboçar uma desconfiança em relação à natureza una e subjetiva da probabilidade (chance) e a entender a 'probabilidade subjetiva' como mero epifenômeno acessório.

Quando se lança um dado atribui-se usualmente a mesma probabilidade $1/6$ à obtenção de cada uma de suas faces. Si milaramente, quando se tem uma urna com n bolas, m delas sendo brancas, confere-se em geral probabilidade m/n à retirada de uma bola branca. Esse juízo de *equiprobabilidade* reflete uma situação de simetria tornada objetivamente precisa por referência a moedas perfeitas, bolas idênticas, circunstâncias ou quantidades físicas regularmente proporcionais, etc. Todavia, o critério permanece essencialmente subjetivo, pois a escolha dos fatores e das analogias (para um determinado estado de informação) que influenciam, ou não, seu julgamento é de caráter e natureza pessoais. As situações físicas em si não determinam a probabilidade, embora possivelmente sejam relevantes ao indivíduo que chegará a suas próprias avaliações de probabilidade. As alternativas possíveis são equiprováveis para um indivíduo só na medida em que ele as julga como tais, presumivelmente considerando impertinentes os atributos que distinguem os objetos ou eventos similares. Tal julgamento é de fato subjetivo, não havendo para ele nenhuma prescrição objetiva válida. Ou seja, os juízos de probabilidade não expressam propriedades dos eventos mesmos, mas opiniões associadas aos eventos por alguma pessoa, apreciações individuais diante do mundo exterior. Querer restringir as avaliações de probabilidade a casos de equiprobabilidade é como querer restringir a (aplicação da) noção de volume a casos de poliedros regulares.

No caso de se conceber objetivamente a probabilidade em termos de *freqüência relativa*, as dificuldades de fundamentação teórico-conceptual desta interpretação são ainda maiores, apesar de sua reconhecida (e propalada) importância e utilidade com respeito às aplicações práticas da estatística. Considera-se a inferência de tipo estatístico como uma forma de raciocínio que se aplica a um agregado (isto é, a um grande número de dados relacionados) e cuja validade se deve a um 'efeito de agregado'. A noção de probabilidade é aí formulada, por definição, como o limite da freqüência relativa com que uma propriedade está distribuída no agregado, o qual é constituído de eventos observáveis $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$, em algum sentido análogos e homogêneos (ou seja, em inglês, 'trials of the same phenomenon'), provenientes de execuções independentes, além de presumivelmente apresentar a propriedade física de manter uma regularidade estatística (quer dizer, uma freqüência estável), embora geralmente não especificada pelo sujeito que conduz o experimento. Examinando o cenário dessas suposições típicas da abordagem estatístico-freqüencial, de Finetti tece as seguintes observações críticas.

Estamos justificados ao esperar freqüências estáveis, embora de valores desconhecidos? E o que significa uma probabilidade incôgnita? Existem, sem dúvida, fatos objetivos e circunstâncias empíricas desconhecidas cujo conhecimento poderia afetar nossos juízos de probabilidade. Mas a probabilidade de um evento em nada depende da existência de uma 'incerteza objetiva' que se dissiparia com a ocorrência (sabida ou não) do fato em questão. A grande falha está em se confundir o caráter objetivo das hipóteses veri-

ficáveis com o caráter subjetivo das avaliações de probabilidade (condicional ou não). Por exemplo, o caso típico de se considerar a probabilidade subjetiva de se extrair uma bola branca de uma urna com n bolas como uma estimativa do valor verdadeiro (objetivo) de uma probabilidade incôgnita (isto é, da fração desconhecida m/n , onde m é o número de bolas brancas na urna). No caso de extrações uma-a-uma (com reposição) de uma urna com bolas brancas e pretas (mas de composição desconhecida), o objetivista diria que a probabilidade de uma bola extraída ser branca é relativa a eventos *independentes* (pois não há conexão física entre uma extração e outra), tem como valor uma magnitude objetiva *constante* (pois a composição da urna é invariável) e *desconhecida* (pois não se conhece tal composição).¹ Todavia, de Finetti argumenta da seguinte maneira: "Se considerarmos o caso de uma urna cuja composição é desconhecida, poderemos sem dúvida falar da probabilidade de diversas composições e das probabilidades subordinadas a uma dessas composições; com efeito, a afirmação de que há tanto bolas brancas quanto pretas numa urna exprime um fato objetivo que se pode verificar diretamente, e a probabilidade subordinada a um evento objetivo dado fica bem definida. Se, ao contrário, se joga cara-ou-coroa com uma moeda de aparência irregular, (...) não se tem o direito de considerar como hipóteses distintas as suposições de que esta imperfeição tenha uma influência mais ou menos sensível sobre a 'probabilidade incôgnita', pois essa 'probabilidade incôgnita' não pode ser definida, e as hipóteses que se quer introduzir deste modo não têm nenhuma significação objetiva. A diferença entre esses dois casos é essencial e não pode ser negligenciada; não se pode, no segundo caso, reaver 'por analogia' os raciocínios que eram válidos no primeiro através de razões que não mais

subsistem no outro. Se, após numerosas retiradas, a frequência observada de bolas brancas é f , por que deveríamos atribuir um valor próximo de f à probabilidade de que seja branca a bola nas retiradas que irão se seguir? Pode-se responder que, após a observação de uma tal frequência, atribuímos um valor muito grande à probabilidade de que o número de bolas brancas seja muito próximo da fração f do total, e além disso, admitindo-se que esta fração seja ρ , julgamos que as retiradas são independentes e têm todas a mesma probabilidade $p=\rho$. (...) Porém, no caso precedente de cara-ou-coroa, o negócio é outro: os termos correspondentes que permitiriam a tradução desse raciocínio não existem. Se, não obstante, desejamos raciocinar de um modo idêntico e rigoroso nos dois casos, temos antes que procurar os elementos comuns que os caracterizam e aqueles que os diferenciam" ({10}, pp.49-50). Portanto, o falar de probabilidades incôgnitas² (ou inexistentes) é, pelo menos, um modo de expressão inconveniente e equivocado, produzido pela forte inclinação de se tomar tais probabilidades como algo existente em abstrato³ (mas intimamente amarrado ao referido evento), ou de se exteriorizar e materializar nossas crenças probabilísticas admissíveis, transformando uma avaliação e incerteza subjetivas numa espúria construção fictícia, não-operativa e pretensamente dotada de algum valor objetivo (e projetivo), num 'acaso despersonalizado', numa 'incerteza da Natureza, enfim, numa essencialidade ideal perdida. "Seríamos obrigados a supor que, para lá da distribuição de probabilidade correspondente a nosso julgamento, deve haver uma outra, desconhecida, correspondente a algo de real, e que as diversas hipóteses sobre esta distribuição desconhecida (...) constituem os *eventos* cuja probabilidade poderia-

mos considerar. De nosso ponto de vista, essas frases são completamente destituídas de sentido, e a elas jamais foi dada uma justificação que pudesse parecer satisfatória, mesmo em relação a um ponto de vista diferente" ({10}, p.49).⁴

Propriamente falando, as afirmações sobre probabilidades ou chances referem-se exclusivamente às opiniões do indivíduo em consideração, servindo para expressar com relativa precisão sua escolha (em seu estado de informação), enquanto refletida por seu comportamento real ou potencial -- não importando quão grotescas ou escandalosas essas opiniões nos pareçam --, nunca cabendo perguntar pela concordância ou não das avaliações e conclusões probabilísticas com a realidade exterior. Não são, pois, verdadeiras ou falsas, nem, muito menos, prováveis. Por princípio, não são condenáveis pelo tribunal da observação.

Assim, a noção de probabilidade ou tem um valor subjetivo e efetivo ou é sem significado, porque não há evento algum inequivocamente determinado ao qual essa probabilidade possa corresponder; ou seja, um enunciado de probabilidade representa uma certa crença parcial (isto é, constitui-se num simples registro de um julgamento pessoal) ou não é cognitivamente significativa. Quer dizer, "a probabilidade não 'existe' por si mesma, independentemente das avaliações que dela fazemos mental ou intuitivamente" ({25}, p.199). O fato psicológico de normalmente haver uma certa concordância entre as opiniões subjetivas de uma grande parte de indivíduos razoáveis em nada nos obriga a supor a existência de uma magnitude objetiva $P(E)$ intimamente conectada ao evento E . É uma aberração -- provocada por resíduos de uma mentalidade metafísica -- considerar a objetividade como uma das características essenciais de uma interpretação admissível de probabilidade.⁵

No âmbito da *lógica da certeza*, as proposições são ou verdadeiras ou falsas. E aí, com base em algum corpo de 'verdades' dadas, estamos aptos a asseverar que uma particular conclusão em apreço será estabelecida como *certa* (certamente verdadeira) ou *errada* (certamente falsa) ou *contingente* (incerta, indeterminada). A contingência tem lugar quando nosso estado de informação não é suficiente para estabelecer os casos extremos de verdade ou falsidade de uma proposição, e caracteriza assim um campo de possibilidades eventuais sobre o qual se estende nossa ignorância e dúvida. Porém, a simples especificação de uma proposição como possivelmente verdadeira e possivelmente falsa (em relação a uma dada evidência inconclusiva) não basta como um instrumento e guia para orientação, decisão e ação em condições de incerteza e risco de erro. Não nos contentamos, na realidade, com um tal ponto de chegada. (Entretanto, não se trata de tentar dar palpites ou transformar, com otimismo, o que é incerto numa pretensa e inócua certeza.) Diante de uma incerteza pessoal, temos uma propensão mais ou menos forte a esperar que certas alternativas se realizem ao invés de outras, a estimar o valor de uma grandeza desconhecida como sendo antes maior do que menor que determinado número. É preciso, assim, introduzir ainda um fator pessoal que, dentro do domínio das alternativas possíveis intermédias, nos propicie a inserção de graduações indispensáveis para se medir a confiança a ser depositada numa proposição singular, ou para se computar qual dos diversos cursos de ação é o mais promissor e satisfatório em sua escala de preferências (isto é, o que

apresenta a maior expectativa de um resultado positivo.) Deste modo, permitem-se variações no grau com que, de acordo com o proponente, as circunstâncias por ele conhecidas supostamente tornam razoáveis suas crenças em diferentes hipóteses singulares. Com efeito, "mesmo quando os fundamentos para nossas crenças não são conclusivos, algumas crenças podem estar mais bem fundamentadas que outras" ({29}, p.343).

A noção de probabilidade subjetiva, própria de uma *lógica da incerteza (e da previsão)*⁶, aplicável ao espaço das possibilidades delimitado pela lógica da certeza, é a ferramenta adequada e necessária à tarefa de determinar como o grau de crença (de uma pessoa racional) numa hipótese particular deve ser alterado face a novos fatos que afetam sua plausibilidade.⁷ "Assim como a lógica ordinária bivalente é o instrumento necessário a todo raciocínio onde intervêm simplesmente o fato de um evento ocorrer ou não ocorrer, também a lógica do provável -- lógica com uma escala contínua de valores -- é o instrumento necessário a todos os raciocínios onde intervêm, explícita ou implicitamente, o grau de dúvida, o julgamento da certeza prática ou da impossibilidade prática, enfim, a estimação da verossimilhança de um evento qualquer" ({10}, p.65).

A teoria subjetivista (personalista) de probabilidade interpreta a probabilidade de um evento (ou da proposição que o representa) como o grau de crença atribuído por alguém, no presente estado de seu conjunto de informações, à ocorrência desse evento (que lhe parece possível), a ser revelado pelo comportamento dessa pessoa em situações objetivas de aposta, em um esquema definido de decisões.⁸A

probabilidade de um evento E , para uma pessoa Z , pode então ser experimental e operacionalmente (e não apenas verbalmente) mensurada -- examinando a disposição de Z fazer certos tipos específicos de escolha -- pelo quociente de aposta que Z consideraria indiferentemente justo para o caso da realização de E .⁹ O método de medir crenças parciais consiste, pois, na aplicação de uma lógica rudimentar das preferências e indiferenças relativas a opções contratualmente condicionadas. O valor de probabilidade p que um indivíduo atribui ao evento E é tal que ele julgaria a soma $p.S$ ser equivalente à soma contingente S (positiva ou negativa) subordinada à ocorrência de E , supondo-se linear a utilidade do dinheiro.¹⁰ Quanto mais se acredita na ocorrência de E , mais se estará preparado a arriscar a soma S : daí o quociente de aposta aumentar com o grau de crença. Define-se ainda a probabilidade condicional $p(E/A)$ como o preço p a ser pago pela aposta em que: (i) se A e E ocorrerem, tem-se um ganho unitário; (ii) se A ocorre e E não ocorre, nada se recebe de volta; e (iii) se A não ocorre, a aposta fica cancelada e o valor pago é restituído.

Porém, a teoria subjetivista de probabilidade não tem em mira apenas a decifração e estimação, pela efetuação de uma escolha experimental, do grau de crença real -- enquanto função de desejabilidades e preferências numericamente designadas -- mantido por alguém acerca de um evento particular; mas principalmente os princípios normativos segundo os quais podemos falar de crenças parciais *racionais* e de decisões *racionais*. Após a pessoa Z ter calculado os valores particulares das probabilidades de certos eventos, ainda é possível que eles sejam tais que seu oponente Y

esteja seguro de (nesse sistema de apostas) sempre ganhar, qualquer que seja o resultado em consideração. Diz-se nessa oportunidade que tais graus de crença de Z são incoerentes, quer dizer, levam a uma perda líquida em todos os casos possíveis. Segundo de Finetti, a única condição de *racionalidade* a ser exigida -- e a única a que se está autorizado exigir -- é a de que os graus efetivos de crença devem ser coerentes (isto é, não incoerentes), não permitindo assim a eventual ocorrência do famoso 'Dutch Book'. Ou ainda, em outros termos, uma decisão só será racional se nenhuma lhe for universalmente preferível, ou seja, se nenhuma outra fornecer uma perda menor sob todas as circunstâncias possíveis.¹¹

Um notável teorema obtido por Ramsey e de Finetti, que garante que tal interpretação satisfaz o cálculo ordinário de probabilidades¹²; é o de que as avaliações de probabilidade feitas por um indivíduo devem seguir os axiomas de Kolmogorov a fim de constituírem um sistema coerente de crenças. (Ver apêndice III.) Tais axiomas de probabilidade são, assim, as condições que caracterizam as opiniões coerentes, distinguindo-as das intrinsecamente contraditórias, das que poderiam levar seu portador sistematicamente à derrota.¹³ "Esse cálculo aparece então como o conjunto de regras às quais as avaliações subjetivas de probabilidade dos diversos eventos por um mesmo indivíduo devem se sujeitar, caso não se queira que entre elas haja uma contradição fundamental" ({10}, p.7), que levaria à indesejável consequência da perda com certeza. (Nesse sentido é permitido dizer que a lógica do provável pode reduzir o risco de erro.) Mostra-se, desse modo, que a conformidade das crenças parciais

aos axiomas do cálculo de probabilidades (para o caso de aditividade finita) constitui-se em condição necessária (e também suficiente) para assegurar a coerência das atribuições de probabilidade de uma certa pessoa. Proporciona-se um critério simples e natural para a racionalidade de seu comportamento (face a uma situação de incerteza) com respeito a decisões. E, por fim, vindica-se pragmaticamente a teoria da probabilidade personalizada, pois, desde que alguém aja com vistas à maximização da utilidade esperada, está-se seguro de que suas apreciações serão coerentes.

Se as crenças parciais coerentes satisfazem os axiomas do cálculo de probabilidades tradicional, obviamente satisfazem também qualquer teorema desse cálculo, visto que ele deve ser logicamente deduzível a partir dos axiomas. Com efeito, há um teorema relativo a probabilidades que é particularmente conveniente à discussão do problema básico da aprendizagem a partir da experiência. Refiro-me, é claro, ao teorema de Bayes, o qual enuncia que a probabilidade final $p(h/i\&e)$ é proporcional ao produto da probabilidade inicial $p(h/e)$ pela verossimilhança $p(i/h\&e)$, onde a proposição h representa uma hipótese, e a evidência ou informação prévia e i algum dado ulterior (talvez um novo resultado experimental). (Ver apêndices I e II.) O teorema de Bayes expressa, assim, o modo como geralmente a observação deve modificar os graus de crença de um sujeito, uma norma para o desenvolvimento consistente e conseqüente (após a recepção de informação adicional explícita) da probabilidade inicial em probabilidade final, isto é, para o comportamento de uma pessoa racional que à medida que coleta mais dados aumenta ou diminui sua crença numa hipótese.¹⁵ Sintetiza,

4751/BC

por assim dizer, numa única fórmula, o procedimento de calcular razoavelmente as opiniões subordinadas ao acréscimo de resultados obtidos.¹⁶ Representa, portanto, um importante aspecto do processo rotineiro de aprendizagem pela experiência: a alteração por condicionalização (estimulada pelo acúmulo de dados fatuais) das expectativas de alguém em relação à ocorrência de um evento futuro, onde essa alteração é susceptível de ser constatada em seu comportamento manifesto.¹⁷ Na verdade, a abordagem bayesiana é tão somente uma abordagem de senso-comum, "um conjunto de técnicas para ordenadamente expressar e revisar as opiniões de alguém com a devida consideração pela consistência interna entre seus vários aspectos e pelos dados" ([15], p.195).

Dentre as diversas suposições inicialmente adotadas, a de *independência estocástica* (no sentido probabilístico)¹⁸ dos eventos é a que primeiro sobressai. No entanto, essa condição adicional trivializa ou anula o problema central da validade do raciocínio indutivo e do aprendizado a partir da experiência, pois, ao requerer que o julgamento de um indivíduo sobre as probabilidades consideradas não sofra alterações com base no conhecimento (ou na suposição) de novas circunstâncias singulares, torna impossível a influência de resultados de observação sobre suas avaliações subseqüentes. Embora não haja, do ponto de vista da coerência probabilística interna, nenhuma objeção lógica fundamental em tomar a evidência extraída de uma seqüência de eventos ocorridos como irrelevante ao comportamento futuro da seqüência, ou a probabilidade subjetiva como indiferentemente afastada da freqüência relativa, se pretendermos na prática manter nossa disposição e tendência de aprender da

experiência, de estranhar alguma circunstância vindoura e de admirar as surpresas que a vida nos reserva, devemos então abandonar a condição de independência.

A *intercambialidade* dos eventos é outra suposição auxiliar simples: supõe-se a simetria (em relação a nosso juízo de probabilidade) com respeito à ordem (isto é, a invariância com respeito a permutações) dos eventos na seqüência.¹⁹ Quer dizer, dados n eventos intercambiáveis, a ordem de tais eventos será irrelevante à probabilidade $w_h^{(n)}$ de que h deles ocorram. Como veremos a seguir, esta significativa suposição de intercambialidade -- ao contrário da hipótese de independência -- tem como consequência um importante resultado concernente ao pensamento estatístico.²⁰

Voltemos então ao problema fundamental da influência exercida pela experiência sobre nossas avaliações probabilísticas, conforme o número de casos observados aumenta. Segundo de Finetti, não há uma *solução geral* para esse problema, pois sem restrições é impossível demonstrar que o valor da expectativa das freqüências futuras deva acercar-se das vizinhanças das freqüências passadas. Porém, no caso particular de intercambialidade dos eventos, pode-se provar que se as opiniões finais decorrerem coerentemente das opiniões iniciais, a previsão da freqüência estará, com o aumento de informação, arbitrariamente próxima da freqüência observada publicamente. (Ver apêndice IV.) Desta maneira é possível mostrar que, dentro do quadro subjetivista-bayesiano, as opiniões de diferentes pessoas razoáveis acerca de eventos bem-definidos e intercambiáveis devem progressivamente convergir à unanimidade, tornando-se quase indistinguíveis, não importando quais sejam seus

diferentes graus não-extremos de crença razoável anteriores, desde que suficiente evidência comum seja acumulada.

Esse é o principal resultado obtido pela teoria personalista do aprendizado a partir da experiência: embora reconheça a legitimidade de diversas opiniões preparatórias discordantes (de diferentes pessoas), explica como, sob certas condições simples e naturais, é alcançada uma concordância mais ou menos estreita em suas avaliações pessoais, uma aproximação sucessiva entre as previsões razoáveis e os resultados observacionais contemplados. Com isso se resolve (pelo menos num importante sentido) o problema *prático* da indução -- por oposição ao problema clássico humeano²¹--, afastam-se velhas ameaças céticas a nossas opiniões de senso-comum, e se fornece um modelo adequado da objetividade ostensiva do conhecimento humano.

*Discussão crítica da probabilidade subjetiva*²²

(1) Como se sabe, várias das leis e proposições das teorias científicas têm caráter probabilístico. Afirmam, por exemplo, que a probabilidade de menos que mil decaimentos beta numa amostra radioativa, durante um determinado período, tem um certo valor real p , onde $0 \leq p \leq 1$. Embora possa ainda parecer plausível que em jogos de azar a probabilidade subjetiva (isto é, o grau de crença racional) desempenhe um papel preponderante nas inferências das conclusões, quando se trata de enunciados extraídos do interior da ciência especializada e avançada, tal consideração comumente deixa de ser óbvia ou plausível. Que alguém acredite em algo, é considerado como um dado muito pessoal e subjetivo para servir de base sólida a uma fundamentação de natureza científica.

Se a ciência descreve e explica (também predizendo) os fatos concretos do mundo real, da natureza, o que a probabilidade subjetiva teria que ver com as leis e proposições científicas? Qual seria, enfim, segundo a interpretação subjetivista, o significado (a função) das hipóteses probabilísticas?

A meu ver, a principal tarefa de uma teoria (científica ou não) é propiciar ao interessado *instrumentos* (com as respectivas instruções sobre seu emprego padrão) para resolver um certo tipo de problemas, para lidar com determinadas situações inquietantes. Sua justificação não deve, em última análise, ser fundacionista, mas constar de considerações de utilidade e manejabilidade apropriada a uma prática convencional. Com uma lei determinística inexorável, recomenda-se que o plano de ação de alguém dê preferência à *aceitação* de um determinado resultado particular, rejeição feita de todos os outros. Quando apropriada e acompanhada de uma especificação das condições sob as quais ela pode ser aplicada, garante a validade de um modo material de inferência peculiar a certos campos delimitados. E, com uma lei probabilística, enquanto expressão em forma generalizada e modelar de uma atitude que respeita uma técnica de cálculo ponderado, recomenda-se (independentemente do domínio inteiro das experiências prévias de cada um) uma circumspecta distribuição partitiva e balanceada dos empreendimentos (de alguém) em canais definidos, procurando assim controlar as excentricidades e idiosincrasias que poderiam advir da ausência de uma lei determinística alternativa ou da diversidade de vivências individuais passadas. Exortam, naturalmente, por um

um sistema especial de ameaças e promessas de penas e recompensas, as tendências à uniformidade no comportamento dos opinantes. Proporcionam licenças, ordens ou normas de ação a serem seguidas pelo participante, regimentam seus pareceres e disciplinam seu quadro de aferições e expectativas concernentes aos eventos futuros. (Ao conhecimento teórico devemos pois grande parte daquilo que consideramos sensato fazer.)

A aplicação de teorias, vistas como regras de inferência *de acordo com* as quais os argumentos são construídos, pode então resultar em, além daquelas conclusões com conteúdo descritivo, um elemento imperativo que geralmente tem o efeito de orientar e guiar as escolhas, nossas ou de outras pessoas, conforme os objetivos propostos. No caso específico das hipóteses estatístico-probabilísticas, o dizer descritivo perde seu lugar²³ e o dizer prescritivo (isto é, o dizer como se deve proceder) é que prevalece. Elas fornecem, ao sujeito, uma série de diretivas gerais sobre *como* ele deve medir seus esforços para a obtenção de desideratos ou compensações úteis. Atuam como reguladores das chances e esperanças de se alcançar um fim de serventia. Ou seja, persiste aí a ordenação, mas se exclue a possibilidade de designar valores-de-verdade.²⁴ Assim, uma argumentação (isto é, o avançar de uma proposta a outra) que delas faz uso destina-se a extrair a conclusão de que se deve, *com autoridade e pesos específicos*, fazer uma coisa e não outra, mesmo sem estabelecer qual é o efeito exclusivo. E, embora não seja em si um processo de persuasão, acaba (pelo menos indiretamente) muitas vezes conquistando o assentimento da pessoa

a que ela se dirige e dissipando antagonismos de conduta. Quer dizer, não mais se tenciona antecipar perfeitamente o futuro, apenas regrar propiciatoriamente o comportamento humano em relação a este desconhecido, procurando satisfazer as necessidades e exigências universalmente implicadas na condução (sob incertezas) de nossas 'formas de vida' e denunciar possíveis incoerências em nossas atitudes diante de alternativas reais ou hipotéticas.

Portanto, a doutrina tradicional de que só o conceito de probabilidade objetiva tem emprego nos enunciados da ciência natural, enquanto o conceito de probabilidade subjetiva (por seu caráter não-empírico e personalista) é inaplicável a tal contexto, é duplamente problemática. Inicialmente porque, como vimos no capítulo anterior, é discutível o papel que se pretende dar às probabilidades objetivas na ciência. Depois, porque só com um excessivo 'artificialismo naturalista' poderíamos eliminar, do quadro da ciência, quaisquer razões ou prescrições de valor subjetivo, as quais guiam nossas resoluções concernentes ao porvir e consideram dignas de confiança algumas de nossas opções aventuradas.

(2) Ao contrário do que ocorre com os enunciados empíricos da ciência natural, não há um critério intersubjetivo de teste para os enunciados de probabilidade subjetiva. Não sendo verdadeiros nem falsos, como avaliá-los quanto a sua correção ou adequação? Isso não significa levar as questões de probabilidade a um domínio onde inexistente jurisdição?

Examinados um a um, os enunciados de probabilidade não são testáveis, senão em casos extremos. Porém, tomados em conjunto, é possível conferir se a passagem de um enunciado de probabilidade inicial a um de probabilidade final (ten

do-se em vista novos dados adquiridos) é correta ou não, ou se alguma incoerência foi cometida por inobservância aos axiomas de probabilidade. Se, por exemplo, admitirmos a intercambialidade dos eventos e tomarmos como equiprováveis as diversas frequências relativas possíveis, então, em se notando h casos favoráveis nos n casos considerados, a probabilidade de êxito em algum outro ensaio será, pela fórmula de Laplace, igual a $h+1/n+1$.

E o mesmo ocorre, como vimos, com os enunciados de probabilidade objetiva: as hipóteses estatísticas só podem ser testadas quando se levam em conta (e se admitem provisoriamente) os supostos teóricos em que se baseiam. Com efeito, a situação do probabilista personalista é ainda preferível. Ele dispõe de meios intersubjetivamente controláveis para argumentar em favor de ou contra asserções de probabilidade sem ter que fazer apelo a hipóteses empírico-teóricas, mas tão-só a suposições *a priori* (de fonte subjetiva) cujo reconhecimento se dá independentemente da veracidade daquelas hipóteses.

(3) Seguindo em parte as críticas de Hacking (em {39}, pp.311-325), o popperiano Gillies (em {17}, pp.15-25) levanta uma série de objeções ao modelo personalista de uma teoria da probabilidade. A mais pertinente e arrazoada delas parece-me ser aquela dirigida à suposição de que "quando apostamos em E_{n+1} tendo observado o resultado A nos n primeiros lances, usamos nosso original quociente de aposta condicional $p(E_{n+1}/A)$ ". Consoante Gillies, não há necessidade de essa suposição valer caso nos limitemos às condições subjetivistas de racionalidade. O apostador poderia, antes de realizado o experimento, 'repensar o problema',

'aperfeiçoar sua análise original da situação', 'alterar toda sua perspectiva' ou 'modificar completamente a formulação inicial do problema', e então alterar as distribuições *a priori* que havia adotado em suas atribuições prévias de probabilidade.²⁵

Não há dúvida de que este apostador pode alterar sua função-probabilidade devido a algum presságio ou estado de humor. Não dúvida de que certos fatos estranhos e esquisitos podem lhe *causar* repentinos abalos ou colapsos mentais. Mas por que *razões particulares* teria feito tal reforma, já que nenhuma nova evidência seria entrementes obtida? Ou, com base em que Gillies qualifica aquela conduta de 'muito razoável', 'perfeitamente racional' ou 'altamente racional'? Não estaríamos exatamente diante se um caso em que as regras do jogo estão sendo mudadas durante o próprio jogo, em que repensamos o problema durante sua própria resolução? Enfim, Gillies fica, na melhor das hipóteses, nos devendo uma prova da racionalidade desses procedimentos que ele, enquanto objetivista, defende e recomenda. Ademais, seu 'procedimento racional' pode lhe custar -- em vista de um planejamento atual de escolha e ação à luz de resultados possíveis de alguma experimentação -- a perda com certeza, pois um 'Dutch Book' lhe seria aplicável.²⁶ Por outro lado, se, ao que tudo indica, a modificação mencionada por Gillies atingir também o conjunto original de hipóteses (mutuamente exclusivas e conjuntamente exaustivas) em apreço -- e.g., pela introdução de uma hipótese inédita --, então o 'Dutch Book' não se aplica; mas neste caso a objeção de Gillies deixa de ser contrária ao personalismo bayesiano. (Veja p.77 deste trabalho; e {45}, pp.224-225.)

De fato, os principais proponentes do personalismo não têm apresentado razões para que a probabilidade de h admi-

sim após a aquisição de uma nova evidência implicada logicamente por cada uma delas, então (na presença de certas su posições específicas sobre o domínio de crenças do agente) segue-se que a probabilidade posterior de uma qualquer hipótese deve ser igual à probabilidade anterior dessa hipótese condicionada à evidência relevante total.

(4) Por que é racional *agir* de acordo com nossas próprias expectativas subjetivas acerca do desconhecido? Por que deveríamos preferir as hipóteses verossímeis às inverossímeis? Na verdade, as duntas decisões precisam estar sintonizadas com o que de fato ocorre, e não com o que é subjetivamente provável que ocorra. Eis um interessante paradoxo: já que a crença de que choverá não é uma boa razão para que chova, por que seria uma boa razão para se carregar um guarda-chuva? (Ver {14}, p.122.)

Essas objeções têm sua raiz numa certa pretensão de igualar a ação *racional* à ação *com êxito* (pelo menos freqüente).²⁷ Os personalistas, como bons seguidores da solução humeana do problema clássico da indução, nunca estão certos de terem êxito em suas auspiciosas escaladas vindouras. Não lhes cabe, portanto, oferecer garantias de prosperidade ou acerto em seus próximos palpites. Se para agir racionalmente fosse preciso prever profeticamente o tempo de amanhã, em nenhuma ocasião se poderia saber se é racional levar um guarda-chuva. No entanto, as atuais tomadas-de-decisão sob incerteza não dependem, em sua instrução ou justificação, da determinação objetiva da ocorrência ou não de um evento futuro, mas sim das atuais expectativas com respeito a esses eventos. Por outro lado, parece um pouco es-

tranho que se pergunte pela racionalidade de uma ação que segue uma certa expectativa (minha ou de outro) pertencente a um sistema coerente de opiniões. Afinal, é pelo *comportamento* em apostas, satisfazendo uma exigência geral de racionalidade (a saber, a invulnerabilidade a uma perda líquida certa), que se definiu um padrão para a caracterização objetiva das expectativas razoáveis. O elo de ligação entre a racionalidade lógica e o êxito prático é apenas o seguinte: é racional o plano de ação cujas conseqüências não podem ser prejudiciais em cada realização concebível.²⁸ Por fim, o princípio da maximização da utilidade esperada, quando empregado no caso de conseqüências com iguais valores, mostra facilmente por que razão as hipóteses mais verossímeis devem ser escolhidas para guiar a ação utilitária sob risco.

oOo

NOTAS III

1. Para o objetivista, a probabilidade de uma bola extraída ser branca (dado um corpo de evidências experimentais similares) será, neste exemplo, sempre igual à probabilidade inicial. Ao contrário, para o subjetivista, a probabilidade de a quinta extração ser de uma bola branca, dado que três das quatro retiradas eram brancas, pode ser completamente diferente da probabilidade inicialmente atribuída, pois o suporte evidencial fornecido pelos dados de observação geralmente afetam nossas expectativas e anuências atinentes aos resultados das próximas retiradas. Como veremos mais adiante, se o sujeito considerer intercambiáveis esses eventos e julgá-los inicialmente equiprováveis (isto é, com probabilidade prévia igual a $1/2$), então (pela fórmula de Laplace) a probabilidade final em questão será igual a $2/3$. E assim se permite falar da influência da experiência (adquirida) sobre nossas avaliações probabilísticas com respeito a fatos circunscritos ignorados.

2. A probabilidade, sendo o resultado de uma avaliação subjetiva -- e só adquirindo significado ao se fazer tal avaliação -- é conhecida por quem a fez.

3. De Finetti jocosamente compara tal consideração com o pensar que o sorriso de um gato permanece e continua visível mesmo após o gato ter desaparecido (e mesmo fora do país das maravilhas).

4. E ainda que tivessem sentido próprio, permaneceria subjetivo o exercício entre a dita probabilidade objetiva e

as estimativas subjetivas do agente. Então, por que essa superfetação, essa 'misteriosa noção intermediária', e tratar diretamente dos juízos subjetivos mesmos? Não se trata, obviamente, de apenas encontrar uma entidade objetiva que satisfaça o cálculo de probabilidades. (Como lembra Savage, a distribuição da coleção total dos móveis desta sala seria também uma probabilidade matemática.) O que nos importa é, naturalmente, a relevância da interpretação para a questão do comportamento racional em condições de incerteza e indeterminação.

5. É de se notar, ademais, que as concepções objetivistas de probabilidade, no ensejo de tudo tornar objetivo e palpável, acabam produzindo um efeito oposto: a objetividade, ao invés de garantir seu importante e merecido lugar específico, fica desacreditada pelo intento de aplicá-la (por meio de uma certa 'ad hoc kery') a contextos aos quais ela não é apropriada. (É, lembra de Finetti, como se tentássemos elevar o 'status' da propriedade de rigidez pela consideração artificiosa de que todos os corpos sólidos, inclusive os elásticos ou plásticos, são corpos rígidos.) Ao que tudo indica, parece ser descabida a tese de que só as noções com significação objetiva podem ser claramente compreendidas.

Entretanto, a principal diferença entre as concepções objetivista e subjetivista não é de natureza metafísica ou ontológica, mas metodológica. A formulação reducionista de tipo subjetivista-bayesiano, fundada em base normativo-behaviorista, unifica de maneira rigorosa, sistemática e integrada as várias espécies de probabilidade normalmente reconhecidas, tendo como único requisito (ine-

gavelmente necessário a qualquer teoria da indução) a coerência. Deixa, assim, a noção de probabilidade livre dos esquemas restritivos que a confinam às estreitas zonas da simetria ou da regularidade estatística. As teorias objetivistas, ao contrário, para cada tipo de problema (ou finalidade) adota diferentes expedientes *ad hoc*, na tentativa de sanar as inúmeras deficiências e limitações oriundas de seus supostos básicos.

6. De Finetti distingue claramente a previsão (= uma distribuição balanceada e cautelosa, sobre as alternativas possíveis, de nossas expectativas parciais) da predição (= um mero palpite de adivinhação, um pronunciamento profético, acerca de qual alternativa possível será o caso).

7. Não se trata, obviamente, de investigar as causas ou fontes de onde emergem as crenças ou expectativas que alguém associa à ocorrência de um certo evento fortuito.

8. No entanto, é preciso notar que embora as opiniões possam freqüentemente ser caracterizadas e codificadas (de modo indireto) em termos de quocientes de aposta justa, elas não prejudgam sua própria sistematização por uma particular teoria subjacente. De fato, existem outros dispositivos -- preferíveis sob vários aspectos -- de elicitar experimentalmente (com alguma aproximação) as probabilidades ou expectativas de alguém. É o caso, por exemplo, das 'proper scoring rules' baseadas na noção de penalidade, que dispensa a intervenção de um oponente e obsta a influência de outros fatores secundários.

9. Um quociente de aposta é a fração que tem como numerador a soma arriscada pelo indivíduo em questão na ocorrência do evento E, e como denominador a soma total S que

ele receberá caso o referido evento ocorra.

10. Neste caso, as perdas seriam um dispositivo ou estrateg ma adequado para incentivar uma acurada apreciação de nos sas opiniões pessoais, de nossas expectativas fracionárias a respeito das situações envolvidas.

11. A preferência é o resultado de um balanço de razões for mado pela atribuição de probabilidades e valores aos produ tos dos cursos alternativos de ação e cálculo das utilidades esperadas. O valor esperado de uma alternativa possível é calculado matematicamente multiplicando as probabilidades de cada resultado possível pelo valor atribuído a este resulta do e então adicionando os montantes dos produtos para essa alternativa. Assim, levando-se em consideração as probabilidade das várias conseqüências das ações alternativas que podem ser realizadas e os valores dessas conseqüências, deve-se obviamente (isto é, pela regra da maximização das utilidades esperadas) agir com o fito de obter um benefício (ganho) máximo (ótimo) através dessa atividade.

12. Isto é, que a probabilidade seja uma medida normalizada sobre um espaço de eventos satisfazendo o cálculo constituído pelos axiomas de Kolmogorov.

13. No caso do requisito de coerência estrita, onde proíbe que o apostador não tenha chances de ganhar e ainda tenha uma de perder, também o axioma da regularidade fica satisfeito. Então, só poderíamos atribuir valor um (ou zero) à probabilidade de um evento se este fosse necessário (ou impossível). Para um exame minucioso deste assunto, é recomendável a leitura do artigo de Shimony [41].

14. É interessante notar que a constrição de racionalidade (ou seja, a coerência na estratégia de apostas) requerida pela concepção personalista não impede que duas pessoas ra

cionais, em relação ao mesmo corpo de informações, possam, ao privilegiarem certas circunstâncias ao invés de outras, ter diferentes graus de confiança na verdade de uma proposição. Apenas proíbe que a distribuição de assentimentos parciais relacionados seja internamente incoerente. (Alguns autores consideram essa 'open-mindedness' uma objeção fatal à teoria personalista.) Mesmo no caso de detectar uma incoerência na distribuição de crenças parciais, o modo como removê-la está inteiramente a critério do sujeito. Assim, uma opinião particular sempre pode ser mantida por um adequado acomodamento das opiniões remanescentes. As probabilidades são pura e simplesmente graus subjetivos de crédito; e o cálculo de probabilidades fixa certas relações a valer entre eles, para que constituam um sistema racionalmente admissível.

A concepção lógica de probabilidade, ao contrário, parece habilmente introduzir ainda vários requisitos apriorísticos dúbios até que a probabilidade de h dado e esteja cabalmente determinada apenas pelas proposições h e e , isto é, até que não haja lugar para diferenças pessoais (para um dado conhecimento comum). Assim se pretende eliminar totalmente o grupo de caprichosos e incômodos fatores subjetivos do indivíduo que toma decisões sob risco: todos os indivíduos 'racionais' deveriam calcular e usar a probabilidade (a função-credibilidade) de uma mesma maneira objetiva e correta. Em suma, enquanto na interpretação lógica a probabilidade é relativa simplesmente à informação, na interpretação personalista a relatividade é dupla, a saber, com respeito à informação e à pessoa que opina.

15. Um probabilista indutivo sempre opera com base numa tâ-

cita distribuição inicial de probabilidades relativa a várias possibilidades concernentes ao mundo. (Mesmo que não a reconheça conscientemente, ele se comporta como se a tivesse assumido.) Sua escolha das probabilidades iniciais é uma suposição a priori. Ele tenta codificar em probabilidades iniciais sua bagagem vivencial (acerca da situação em apreço), cujo material geralmente é tão pouco articulado, sistematizado e verbalizado que só pode ser captado 'intuitivamente' através da seleção das probabilidades iniciais, e não através de alguma proposição explícita com respeito à qual poderia condicionarizar seus juízos de probabilidade.

16. Os dados a nossa disposição podem incluir também o comportamento dos 'experts' numa certa tarefa. Enfim, todas as circunstâncias presentemente conhecidas que pensamos serem relevantes devem estar relacionadas na determinação da probabilidade. Tal regra metodológica para a aplicação da teoria da indução a uma dada situação epistêmica chama-se, desde Carnap {6}, §45, 'requirement of total evidence'. Good {18} demonstrou que o princípio da evidência total de Carnap está estreitamente ligado a um princípio de racionalidade (ou seja, à recomendação de maximizar a utilidade esperada): quando o custo da investigação é negligenciável (embora positivo), é racional levar em conta novas observações, no sentido de que a utilidade esperada das conseqüências dos atos subseqüentes (de alguém) é maior se essas observações forem consideradas.

17. Todavia, a experiência por si mesma nunca cria ou causa uma opinião pessoal. Apenas propicia o meio para se modificar uma opinião previamente existente. Apenas restringe a

consideração de todos os casos em princípio possíveis, através da supressão da dúvida em relação aos já verificados praticamente. Também seria enganoso pensar que as opiniões iniciais são falseadas, confirmadas ou corrigidas à luz de uma nova situação experimental; elas são apenas substituídas por opiniões posteriores (finais) que levam em conta mais dados empíricos. Não é questão de correção, mas de uma reavaliação (coerente com as avaliações prévias) que faz uso de novos resultados enriquecedores de nosso estado de informação. Não se trata, pois, de 'aceitar' ou 'rejeitar', em sentido objetivo, uma lei probabilística com base num experimento.

18. A noção de independência estocástica deve ser definida em termos de propriedades probabilísticas (isto é, de noções subjetivas), ao invés de -- como querem os objetivistas -- implicar certas propriedades probabilísticas. É uma propriedade da função-probabilidade com respeito aos eventos, e não dos próprios eventos enquanto tais. Por definição, dois eventos são independentes (para alguém) se segundo o sujeito o conhecimento do resultado de um dos eventos não altera sua avaliação da probabilidade do outro evento. Note-se, além disso, que tal noção não é absoluta, mas relativa a tal ou qual estado de informação. Ver [13], 11.3.

19. No caso de intercambialidade, a probabilidade (para o sujeito) de que certos eventos $E_{i_1}, E_{i_2}, \dots, E_{i_h}$ ocorram não dependerá de quais sejam estes i_1, i_2, \dots, i_h , mas apenas de h .

20. Ademais, é interessante observar que a nebulosa noção objetivista de 'eventos independentes com probabilidade constante mas incôgnita' pode ser adequadamente interpretada e esclarecida, de um ponto de vista personalista, em

termos de eventos intercambiáveis. Pelo teorema da representação de de Finetti, "um conjunto de distribuições para quantidades aleatórias intercambiáveis pode ser representado como uma mistura probabilística de distribuições para as mesmas quantidades aleatórias construídas como independentes e identicamente distribuídas"({25}, p.17).

21. Naturalmente, não se resolve o clássico problema de encontrar uma base racional (um fundamento objetivo) para certas crenças nossas acerca do inobservado. A solução deste não importa quão firme ou difundida é a crença: ter-se-ia de mostrar que ela é racional no sentido de que seria irracional crer de outra maneira. Penso, conforme Savage, que não há uma justificação do procedimento indutivo no sentido de que aquele que o rejeita cometeria um erro comparável ao de uma falácia lógica.

22. Observação: Não penso que a caracterização subjetivista-bayesiana, mesmo em sua forma mais elaborada e acabada, propicie uma resposta incondicionada e irrecusável a todas as questões relativas à inferência de tipo indutivo. Todavia, tento, no que segue, esboçar um esquema de respostas a algumas das principais objeções dirigidas ao personalismo (em teoria probabilística da indução). Isso importará tanto para o reconhecimento de suas dificuldades e limitações intrínsecas quanto para o julgamento da propriedade e cogência das réplicas de cunho objetivista.

Como vem acontecendo no corpo deste trabalho, evito a discutir questões mais técnico-formais, como aquelas relativas a σ -aditividade, probabilidade zero, distribuições impróprias, intercambialidade parcial, condicionalização generalizada, coerência estrita (axioma da regularidade),

crenças de ordem superior, 'proper scoring rules', aleatoriedade, teorias da utilidade, decisão, aceitação, etc., embora sejam de reconhecida importância para o edifício da concepção personalista do raciocínio indutivo-probabilístico. Procuro, antes de tudo, comentar tópicos mais ligados à clarificação conceptual e à aplicabilidade prática.

23. A tencionada relação entre predições probabilísticas objetivas e a realidade exterior só pode ser estabelecida às custas de postulados gerais infundados (chamados 'básicos') ou de regras metodológicas gratuitas (tomadas como plausíveis). Obviamente, por um rearranjo destes, qualquer hipótese probabilística poderia ser mantida. Por outro lado, na teoria personalista, a 'correção' ou 'revisão' de um modelo probabilístico (estatístico) só pode ser feita por um apelo a outras propostas probabilísticas às quais atribuímos prioridade.

24. Mesmo em casos extremos, parece-me ilegítima a conexão pretendida entre as atribuições de probabilidade e os estados de coisas do mundo. É o que acontece, por exemplo, no critério de Einstein, segundo o qual a previsão com probabilidade igual a um do valor de uma quantidade física implica a existência de um elemento de realidade física correspondente a essa quantidade física, ou no 'princípio de Cournot', onde se mantém que um evento com pequeníssima probabilidade (quase) não ocorre ou é (quase) impossível.

25. Um exemplo bem conhecido, e citado por Hacking, é o do dado viciado: se estou convicto de que um dado está viciado, embora não saiba em que direção, a observação do resultado de um lançamento pode transformar todas as minhas avaliações anteriores de equiprobabilidade (por ignorar

inicialmente qual o lado privilegiado), pois então eu teria uma indicação do resultado mais provável. Conforme mostrou Teller ([45], pp.236-237), esse exemplo não pode ser usado para contraditar conclusivamente um princípio para mudança de crenças.

26. Repetindo a notável demonstração de Teller ([45], pp. 223-224), suponhamos que, para um conjunto $\{E_i\}$ de proposições mutuamente exclusivas e conjuntamente exaustivas, e $p(E_i) > 0$, nosso adversário escolha $p_t(A) < p_o(A/E_i)$ se E_i for verdadeira. Sejam, ainda, $x = p_o(A/E_i)$ e $y = p_o(A/E_i) - p_t(A)$, e vendamos, no instante zero, o seguinte sistema de apostas para nosso adversário:

- (a) $\begin{cases} 1 & \text{se } AE_i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
 (b) $\begin{cases} x & \text{se } \bar{E}_i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
 e
 (c) $\begin{cases} y & \text{se } E_i \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$

pelo qual ele pagará o preço máximo de $p_o(AE_i) + x \cdot p_o(\bar{E}_i) + y \cdot p_o(E_i) = p_o(A/E_i) + y \cdot p_o(E_i)$. Se E_i for falsa, o adversário receberá $p_o(A/E_i)$ com a aposta (b), perdendo liquidamente $y \cdot p_o(E_i)$. Se E_i for verdadeira, readquirimos a aposta

1 se A	pelo preço mínimo que recompensar
0 caso contrário	

o adversário. Por definição, este preço é $p_t(A) = p_o(A/E_i) - y$. Nesse caso, o adversário receberá y com a aposta (c) e ainda $p_t(A)$, totalizando $p_o(A/E_i)$. Mas perderá $p_o(A/E_i) + y \cdot p_o(E_i)$, tendo novamente uma perda líquida de $y \cdot p_o(E_i)$. Visto que, por hipótese, $p_o(E_i) > 0$ e $y > 0$, o adversário perderá seguramente a quantia positiva $y \cdot p_o(E_i)$, aconteça o que acontecer. (No caso

de $p_t(A) > p_o(A/E_i)$, o argumento será do mesmo gênero, só que com os papéis invertidos.)

27. É curioso notar que também alguns neopositivistas não admitiram essa identificação oportunista. Carnap, por exemplo, disse que "o êxito depende das circunstâncias contingentes particulares, mas a racionalidade não" ({8}, vol. I, p.26).

28. O critério de coerência estrita amplia um pouco a extensão da noção de procedimento racional em situações de aposta. Ver Shimony {41}.

oOo

CONCLUSÃO : PARA UMA EPISTEMOLOGIA DA PROBABILIDADE SUBJETIVA

O aprendizado a partir da experiência fica, como vimos, salvaguardado, desde que nossas avaliações de probabilidade subjetiva sejam coerentes e não dependam da ordem com que os fenômenos se apresentam no curso das observações em consideração. Todavia, poder-se-ia objetar, com isso só se assegura uma convergência de opiniões (para a frequência relativa conspicuamente constatada em comum) de diversas pessoas e não propriamente uma ampliação cumulativa do conhecimento, com base na experiência passada, do que irá ocorrer ou, pelo menos, do que irá ocorrer na maior parte das vezes. Que sentido há, pois, em se falar de aprendizado, sem que nenhuma nova aquisição seja incorporada ao campo de nossos conhecimentos anteriormente adquiridos? Em outras palavras, como acatar a solução humeana do problema da indução e ainda deixar aberta a possibilidade de se *aprender da experiência*?

Por 'aprender da experiência' entendo a alteração da opinião ou atitude prévia de alguém diante de novos resultados a ele mostrados, desde que tal alteração promova progressivamente a estabilidade e o consenso das opiniões e conclusões práticas, e exclua a possibilidade de avaliações com conseqüências -- qualquer que seja o caso -- manifestamente desastrosas. Para os adeptos da concepção ortodoxa de que toda investigação a respeito de algum acontecimento possível só prospera na medida em que, por um certo modo especial, conduz efetivamente à posse assegurada da *verdade* (predita com base num fundamento sólido e inabalá-

vel) ou a uma (mais) alta verossimilitude, de nada adianta o aprendizado a partir da experiência no sentido fraco acima descrito. Penso, contudo, que este plano assim apresentado é inexecutável -- dado que não há segurança contra a falha ou garantia de êxito (ou avanço em direção à verdade) em nossas operosas aventuras experimentais -- e, apesar disso, que não há razão suficiente para um ceticismo desesperador. Convivemos persistentemente com as incertezas, temos um 'espírito prático' e aguardamos sem descaso. Aprendemos, através de nossos esforços, a regular a marcha de nossas presunções e expectativas em função do já ocorrido, e no trato diário o que geralmente nos importa é estarmos prontos (ou pelo menos propensos) a decidir sobre um possível episódio proposto -- ante a exigüidade dos sinais que encontramos -- com um risco aproximadamente calculado.

A partir de alguns dados experimentais por nós compartilhados, somos em geral compelidos a uma certa conformação interpessoal com respeito a quão provável é um evento especificado. Segundo Hume, tal compulsão deve-se apenas ao costume. Para a teoria personalista, a reeducação da confiança devido à influência da experiência não é apenas um hábito humano, mas algo que de certa forma, como vimos, pode fundar-se em bases razoáveis e menos arbitrárias.

Assim sendo, nossa 'epistemologia' é das opiniões, das crenças de um homem; é pluralista. Com uma explicação (no sentido carnapiano) do conceito corrente e pré-científico de probabilidade em termos do comportamento pessoal, procuram-se preparar receitas -- que respeitem a coerência e admitam a competência e a esperança -- dirigidas ao maior proveito com um certo custo. Sua meta é basicamente habi-

litar-nos a extrair de nosso ambiente um máximo de vantagens práticas. E é com este *fim* que se passa, então, a ter um critério para as apreciações concernentes aos *meios* em tela, para o exame dos expedientes e de suas credenciais.

A questão do embasamento epistemológico das opiniões de um sujeito acerca de um complexo empírico merece, penso, uma resposta elaborada a partir de considerações *pragmáticas*. Rejeitando as propostas dogmáticas, céticas ou conjecturais, propomos que a medida da superioridade epistemológica de um repertório de crenças e conceitos, com respeito aos demais, fique por conta de seu desempenho, enquanto ferramenta, no auxiliar o manuseio do material aberto à observação pública. Enfim, devemos nos contentar com decidir razoavelmente em vista do que queremos e buscamos. Além disso, a crença, tratada como uma *disposição* (de intensidade flutuante) a responder de certos modos característicos a estímulos apropriados, deixa de ser um mero 'elo *indireto* entre o primeiro e o terceiro mundos' popperianos, para se tornar um elemento central da teoria normativa do comportamento coerente, da 'manipulação' responsável e conseqüente.

Não é preciso, nem possível, transcender a subjetividade da crença para então aquilatar correta e objetivamente os méritos de nossas pretensões de acerto. Isto porque o suporte evidencial, a partir da coleção completa dos casos passados relevantes, não é suficiente para revelar a firmeza adequada a algum concluímento, embora seja um ingrediente vital à inferência indutiva, pois a simples receptividade aos dados e habilidade de raciocínio (dedutivo)

não determinam em geral o grau com que estamos racionalmente autorizados a crer numa hipótese singular, nem discriminam a crença razoável da irrazoável. Ao enfrentarmos o 'tribunal da experiência sensível' fazemos valer nossas convenções tácitas e adoções prévias, conquanto muitas vezes ele as modifique. "Na prática, deparamos com o futuro equipados não apenas com uma coleção de dados passados, mas com uma bateria de expectativas tentativas e conjecturas falíveis sem as quais não poderíamos encarar algumas contingências futuras como subjetivamente mais verossímeis que outras" (14), pp.109-110). Mesmo o justificar um parecer por intermédio da confrontação com a experiência de ve estar condicionado ao que já cremos ou supomos. Não fi camos completamente desarmados ou sem artefatos ou 'totalmente inundados de evidência objetiva'. Por conseguinte, há como que uma interferência mútua, não-eliminável, entre estados de coisas e opinião (mesmo que impregnados de teoria), um modelando o outro, sob a condição de que os estados de coisas sejam acessíveis a as opiniões coerentes entre si.

Cabe aqui salientar novamente que as crenças, embora sub jetivas e próprias de uma dada pessoa, são *acerca de* traços objetivos e materiais do mundo. Crer é crer que uma sentença seja verdadeira, ou melhor, que ela seja, em alguma ocasião, verificada.¹ Contudo, a tradicional tese empirista de que a experiência é a única fonte e única justificação para o conhecimento sintético precisa, em vários aspectos, ser restringida e qualificada. A consideração de que uma senten ça está verificada ou falseada depende também de nosso esquema cognitivo-conceptual de representação, isto é, de como

a entendemos dentro de seu contexto teórico, de como a empregamos quando surgem certas circunstâncias típicas apropriadas, e de como selecionamos os perfis e as fatias da realidade a serem levados em conta. Este empirismo é, como disse Quine, *relativo*, pois as revisões e justuras em caso de conflito ou anomalia não são encaminhadas unicamente pela Natureza, mas também pelos requisitos que impomos a um arranjo satisfatório.

Entretanto, a mais séria limitação ao empirismo ortodoxo advém da suposição *a priori* de intercambialidade dos eventos, da qual decisivamente dependem o aprendizado pela experiência e a fundamentação de um princípio indutivo² para enunciados singulares sobre eventos futuros. Será possível fundamentar essa suposição *a priori* de intercambialidade? E se for, como deve ser feita tal fundamentação? Sigo também aqui a sugestão de de Finetti e von Kutschera: *não há critérios lógicos ou empíricos para se julgar uma suposição de intercambialidade.*³

Já que não é de caráter analítico -- isto é, não é deduzível a partir de postulados de significação --, não há como assentá-la ou recusá-la em bases lógico-semânticas. Já que nada assevera acerca do mundo, mas apenas acerca das expectativas de um sujeito racional, não há (e não pode haver) circunstância exterior objetiva nenhuma que obrigue o sujeito a admiti-la ou não. Também não poderíamos tomá-la como uma hipótese de trabalho a mostrar, com o passar do tempo, sua adequação ou não ao cumprimento de uma determinada tarefa, pois dela fazemos uso na própria avaliação da hipótese provisoriamente admitida.⁴

Não obstante a indefinição a que chegamos, não se segue, como querem os objetivistas⁵, a conclusão de que tal supo-

sição *a priori*, uma vez feita, nunca pode ser revogada. Essa objeção, geralmente levantada com o intuito de denunciar o caráter dogmático (e avesso ao teste experimental severo) dos personalistas bayesianos, começa por um mal-entendido. Confunde a ausência de critérios com um critério de conservação ou permanência. De não haver critérios de correção para as suposições de intercambialidade, não se segue, penso, que tais suposições sejam incorrigíveis ou insusceptíveis de revisão. Segue-se apenas que, se porventura fizermos algum 'conserto' ao passarmos a outro contexto-de-decisão, não estaremos aptos a dizer *se* ou *como* ele deve ser feito. Assim, "é claro que não há proibição absoluta nenhuma de que alguém mude sua mente, ou mesmo de que ele a mude sem alguma razão particular; o que se proíbe é que se *tencione* mudar sua mente sem alguma razão particular" ([14], p.112).⁶ Não se advoga, pois, nem mesmo a fraca e plausível alegação empirista de que as variações dos graus de crença racional estão inteiramente assentadas nas variações do corpo de evidências.

Sem dúvida, precisamos e desejamos estar de acordo com respeito a certas questões de fato básicas, pois que sem um consenso (ou equilíbrio) mínimo em nossas avaliações não há como fixar uma matriz comum, fidedigna e paradigmática, a que todas as outras considerações se referem. Portanto, não devemos de antemão recusar todo e qualquer requisito de intercambialidade dos eventos, já que ele pode em geral propiciar a aproximação e constância almejadas e necessárias à comunicação humana. Sua justificação (*pragmática*) só pode ser em termos das conseqüências práticas e dos préstimos oriundos das pretensões de validade que a ele obedecem.⁷

Não se trata, porém, de imprimir *intercambialidade* em eventos de todo tipo ou em qualquer contexto. Essa atitude só revelaria nossa incapacidade de discernir diversas espécies de relevância e peso evidencial ou nossa falta de habilidade em reconhecer a pertinência de certas tendências de ordenação ou regularidade no curso da natureza.⁸ Por outro lado, recusá-la sempre e assumir, por exemplo, a *independência estocástica* em todos os casos, seria o mesmo que aprisionar definitivamente nossas confianças prévias, tomá-las como dogmas monolíticos e isolá-las totalmente dos dados sensíveis oferecidos por observação. Porém, mesmo as suposições de independência -- típicas de uma mente fechada -- têm um importante papel no desenvolvimento do diálogo e da pesquisa. Sem elas, qualquer item de evidência poderia (para nós) estar ligado a outro, numa mescla inteiramente emaranhada e de complexidade intolerável ao manuseio. Todavia, de um ponto de vista lógico, não há razão para se preferir um sistema de crenças a outro, desde que ambos sejam coerentes e levem em conta uma variedade igualmente rica de fenômenos da natureza.

Se forem corretas as considerações acima, o princípio do empirismo puro e radical fica insustentável, conquanto seja à primeira vista altamente plausível. Se a possível verificação de um enunciado sempre se dá no interior de uma teoria (temporariamente acolhida) que envolve leis naturais de relacionamento funcional -- as quais acabam por determinar uma fração do significado do enunciado --, não há modo de evitar a ingerência de suposições seletivas *a priori* na fundamentação de nossas crenças sobre situações específicas do mundo empírico. E, como vimos, tais suposições não se deixam lidimar

pelo simples recurso à observação e experimentação, ou a um princípio transcendente supremo. Conseqüentemente, a tese em pirista só se mantém caso a correlação com a experiência esteja condicionada por aquelas suposições primazes.

A conclusão, a meu ver, é que nossas resoluções e implicações, na vida cotidiana e na ciência, carregam consigo não só a luz da evidência empírica interocular disponível como também, e indissolúvelmente, uma lente íntima que acomoda tudo o que intentamos achar. Desta forma, a imagem resultante deve ser julgada tendo-se em vista ambos os lados da questão. Nas abordagens que procuram, lógica ou empiricamente, ligar de maneira *direta* a evidência observacional à hipótese objetiva em apreço, não há um lugar natural para a atribuição de uma certa validade ao modo indutivo de se aprender da experiência.⁹ Enquanto desvencilhadas de fatores subjetivos, parecem-me totalmente irrelevantes e indiferentes à questão fundamental da avaliação da credibilidade das hipóteses particulares com base em observações atendidas. Presumem que, ao afastar a liberdade individual de se adotar a opinião que preferir, se está apto a qualificar (em algum sentido) uma certa avaliação de *objetivamente justa*, dentro dos belos mas arbitrariamente restritivos padrões de simetria e repetição. Ignoram, ou ocultam, as avaliações (reais ou hipotéticas) multisubjetivas e se dirigem às circunstâncias que poderiam servir de matéria a motivações ou interesses pessoais. Pensam que o *valor estimado* é algo mais que 'uma medida da localização da distribuição final adequadamente escolhida ante algum propósito prático'.

Tais tentativas, creio, não refletem propriamente um progresso no sentido de estreitar os vínculos com a realidade

objetiva ou com a ciência, mas um erro de caráter dogmático, um sentimento sagrado de veneração inacessível à diversidade das crenças. Também a variedade de opiniões e apreciações é um traço indispensável ao conhecimento objetivo. A exclusão das 'pre-juízos' do indivíduo participante só se faz às custas da recusa cética da 'indução racional', visto que estamos aptos a aprender da experiência na medida em que combinamos resultados de experiências passadas com algumas opiniões consciente ou inconscientemente assumidas, em que não sacrificamos inteiramente as confianças habituais que alimentamos e as influências humanas 'perturbativas' com que convivemos no percurso dos empreendimentos arcados.

oOo

NOTAS

1. E a verificação de tal sentença tem que ser, em princípio, possível: deve-se ser capaz de, por operações efetivas, determinar na prática quando sua condição-de-verdade está cabalmente preenchida ou não, quando se tem ou não uma prova conclusiva de sua verdade. Seu significado está subordinado às possibilidades que temos de reconhecer sua verdade, de decidir sobre ela. Logo, não se crê em leis científicas universais; elas funcionam apenas como convenientes prescrições para a formação de enunciados empiricamente decidíveis, estes sim, objetos de crença. Também se pode crer, é claro, em pre-

dicações a respeito do campo de aplicação delas. As próprias prescrições, no entanto, são aceitas ou rejeitadas, fazem parte ou não de nosso corpo de utensílios de ofício. Não cabe falar do grau de crença nelas. Todavia, sobre este ponto não há um consenso entre os subjetivistas. Dorling sustenta haver boas razões para a atribuição de probabilidades subjetivas finitas, tidas como parâmetros teóricos, também a generalizações universais em domínios abertos. Skyrms defende ainda uma teoria das crenças de segunda ordem, isto é, das crenças sobre crenças (de primeira ordem). Ver [28].

2. Por exemplo, o seguinte princípio (fraco) de inferência indutiva: se o predicado F aplica-se a todos os objetos a_1, a_2, \dots, a_n até então examinados, então (para um n suficientemente grande) é mais provável que F se aplique ao próximo objeto a_{n+1} do que não se aplique a ele.

3. Note-se que essa sugestão se acomoda perfeitamente às propostas de Goodman, desde que se fale de eventos intercambiáveis ao invés de predicado projetável.

4. Assim como, lembra von Kutschera, não podemos, por um procedimento de ensaio-e-erro, decidir se o próprio procedimento de ensaio-e-erro é adequado ou não.

5. Veja, por exemplo, Gillies [17], p.23.

6. Continuando, Dorling afirma não haver uma proibição de abandonar uma certa crença, mas apenas de ainda não tê-la abandonado e já ter planejado e formado a firme intenção de abandoná-la na próxima semana.

7. É deveras sugestiva a especulação de von Kutschera a respeito da proveniência e da validade das suposições a priori de intercambialidade. Recusando sua derivação a partir de princípios gerais sintéticos evidentes em si mesmos ou de con-

dições de possibilidade de todo conhecimento empírico, como admitiriam o racionalismo ou o idealismo transcendental -- os quais apenas dissimulam a subjetividade de uma contensão --, propõe uma conexão com a escolha da linguagem em que descrevemos o mundo. Mostra que a intercambialidade deve ser assumida como um pré-requisito para que seja possível aprender-se o uso geral dos termos básicos (de uma linguagem) a partir de exemplos de sua aplicação. Para um exame pormenorizado, ver {46}, pp.156-162.

8. *Conforme von Kutschera, "se soubermos, por exemplo, que num dado foi montado um mecanismo que, lance por lance, desloca seu centro de gravidade de uma maneira regular, não mais tomaríamos como intercambiáveis os eventos 'lado 6 no enésimo lance'"({46}, p.157). Além disso, há várias outras suposições indutivas concernentes ao processo de considerar as observações, tais como, Markov-intercambialidade, intercambialidade parcial, etc.*

9. *No entanto, a tarefa da inferência indutiva não é a de fazer antecipações ou profecias com garantia de êxito total ou freqüente, nem encontrar uma conexão entre fatos passados e fatos futuros, mas fornecer diretrizes para que nossas crenças no inobservado, tendo base em fatos observados relevantes, possam servir de fundamento à ação utilitária.*

APÊNDICE I

Axiomas do Cálculo de Probabilidades

Em termos sentenciais, a função-probabilidade p é definida sobre um conjunto S de sentenças numa dada linguagem específica L , tem como valores números reais e satisfaz os seguintes axiomas:

- A1. Para toda sentença a , $p(a) \geq 0$.
 A2. Se $\vdash a$, então $p(a) = 1$.
 A3. Se $\vdash \neg(a \& b)$, então $p(a \vee b) = p(a) + p(b)$.
 A4. Se $\vdash a \wedge b$, então $p(a) = p(b)$.

Definição de Probabilidade Condicional

Se $p(b) > 0$, define-se $p(a/b) = \frac{p(a \& b)}{p(b)}$.

Noção de Independência Estocástica dos Eventos

As sentenças a, b correspondem a eventos estocasticamente independentes se $p(a/b) = p(a)$. Daí se segue que $p(b/a) = p(b)$.

Teorema de Bayes

Se $\vdash h_1 \vee h_2 \vee \dots \vee h_n$ e $\vdash \neg(h_j \& h_k)$ para $j, k = 1, 2, \dots, n$ com $j \neq k$ e se $p(i/e) > 0$, então

$$p(h_j/e \& i) = \frac{p(h_j/e) \cdot p(i/h_j \& e)}{\sum_{j=1}^n p(h_j/e) \cdot p(i/h_j \& e)}$$

APÊNDICE II

Exemplificação do Teorema de Bayes

Traduzo abaixo um parágrafo inteiro da monografia de Nagel ({29}, p.372), onde se exhibe com clareza uma aplicação apropriada da inferência estatística bayesiana.

"O teorema de Bayes e as conseqüências que dele se seguem jogam importantes papéis nas discussões sobre os fundamentos da probabilidade, da indução e do método científico. Por isso é importante ilustrar como ele pode ser empregado, especialmente porque as limitações de sua utilização não têm sido claramente compreendidas ou lembradas. Seja R a classe, muito numerosa, de tiros disparados contra um certo alvo; seja A a propriedade de o tiro atingir a mosca; e, finalmente, seja B_1 a propriedade de um tiro ser disparado do rifle 1, B_2 do rifle 2, e B_3 do rifle 3. Supõe-se que todos os tiros sejam disparados de tais rifles. A frequência relativa (limite) de tiros do rifle 1 é $3/8$, do rifle 2 é $1/8$, e do rifle 3 é $4/8$; além disso, a probabilidade de um tiro do rifle 1 atingir a mosca é $1/5$, enquanto para o rifle 2 é $2/5$ e para o rifle 3 é $1/5$. Qual é a probabilidade de um tiro que atingiu a mosca ter sido disparado do rifle 2? A questão pergunta pelo valor da $p(B_2/A \text{ e } R)$; ele pode ser obtido pelo teorema de Bayes para $n=3$, onde $p(B_1/R)=3/8$, $p(B_2/R)=1/8$, $p(B_3/R)=4/8$, $p(A/B_1 \text{ e } R)=1/5$, $p(A/B_2 \text{ e } R)=2/5$, $p(A/B_3 \text{ e } R)=1/5$. Um cálculo simples mostra que a probabilidade requerida é $2/9$."

Assim sendo, a determinação da probabilidade final de h da ^{se faz} do e pela probabilidade inicial de h juntamente com a chance de e dado h (ou seja, com a verossimilhança de h à luz de e). Entende-se pois a exigência de uma distribuição *a priori* de

probabilidades para representar as atribuições (reconhecíveis) de probabilidade subjetiva com que alguém começa seus raciocínios indutivos. Essas distribuições de probabilidade podem, naturalmente, ser alteradas através da condicionalização em relação ao estado presente de nosso corpo de informações, o qual continuamente pode ser enriquecido pelo fluxo de informes inéditos.

oOo

APÊNDICE III

A probabilidade $p(E)$ de acordo com a opinião do indivíduo Z é, por definição (operacional), o valor p que Z escolheria numa situação de aposta que o compromete a aceitar qualquer aposta com um ganho $c \cdot (E-p)$, onde c é um número real qualquer à escolha de seu oponente, com $E=1$ no caso de ocorrência do evento e $E=0$ no caso de não ocorrência. A condição de coerência, segundo de Finetti, assevera que o conjunto das crenças parciais de Z é *coerente* se dentre as combinações de apostas que Z tem que aceitar não houver nenhuma para qual os ganhos são uniformemente negativos. Em termos matemáticos (*), isso quer dizer que devemos escolher valores $p_i = p(E_i)$ tais que não haja nenhuma combinação linear

$$X = c_1(E_1 - p_1) + c_2(E_2 - p_2) + \dots + c_n(E_n - p_n)$$

com $\text{Sup}(X)$ negativo (ou $\text{Inf}(X)$ positivo), onde E_1, E_2, \dots, E_n constituem uma classe completa de eventos incompatíveis (daí, $E_1 + E_2 + \dots + E_n = 1$).

Logo, $X_j = c_j - \sum_{i=1}^n c_i p_i$, onde $j=1, 2, \dots, n$. Considerando-se os c_j como incógnitas, tem-se um sistema de equações lineares com determinante

$$\begin{vmatrix} 1-p_1 & -p_2 & \dots & -p_n \\ -p_1 & 1-p_2 & \dots & -p_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -p_1 & -p_2 & \dots & 1-p_n \end{vmatrix} = 1 - (p_1 + p_2 + \dots + p_n)$$

Se esse determinante não for nulo, pode-se escolher c_j de modo que os X_j forneçam $\text{Sup}(X) < 0$ (ou $\text{Inf}(X) > 0$). Portanto, uma condição necessária para a coerência é que $p_1 + \dots + p_n = 1$. E também que $0 < p < 1$, pois se $p > 1$, pode-se escolher c_j posi

tivos de forma que $\text{Sup}(X) < 0$; se $p < 0$, podem-se escolher c_j negativos de maneira que $\text{Inf}(X) > 0$. Por conseguinte, as crenças parciais de um indivíduo Z são coerentes somente se correspondem a uma medida probabilística normalizada, isto é, a uma função (de eventos ou quantidades aleatórias) finitamente aditiva, não-negativa e normalizada.

E a inversa também é válida. Suponhamos que Z atribua aos eventos E_1, E_2, \dots, E_n , de uma partição finita, probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n não-negativas e de soma igual a um. Se eu desejasse forçar Z a apostar de uma maneira que me assegure um ganho certo, teria que fixar os valores c_j para apostas em E_j de modo que o resultado da aposta

$$X = c_1(E_1 - p_1) + c_2(E_2 - p_2) + \dots + c_n(E_n - p_n)$$

seja sempre positivo. Assim sendo,

$$c_1 E_1 + c_2 E_2 + \dots + c_n E_n > c_1 p_1 + c_2 p_2 + \dots + c_n p_n,$$

não importando qual dos E_j ocorra. Ocorrendo E_j , teremos

$$c_j > c_1 p_1 + c_2 p_2 + \dots + c_n p_n.$$

Mas o c_j correspondente não poderá em todos os casos ser maior que o lado direito da desigualdade, pois este é exatamente a média ponderada (pelas probabilidades) dos c_j .

(*) Para maiores detalhes, veja [13], vol. I, pp. 83-89. A demonstração que ora apresentamos é tão-somente uma simplificação de uma das duas provas gerais de de Finetti para quantidades aleatórias (e não apenas para eventos aleatórios). A outra prova, baseada no conceito de penalidade, embora equivalente a esta, é metodologicamente superior, pois dispensa a intervenção de um oponente e evita a influência de fatores como desigualdade de informação, competência ou perspicácia.

APÊNDICE IV

Seja $w_h^{(n)}$ a probabilidade de que, para casos onde os processos podem continuar indefinidamente, em n casos possíveis, h deles sejam favoráveis, não importando a ordem em que apareçam na seqüência. Nesse caso de eventos intercambiáveis, $w_h^{(n)}$ pode ser obtida por uma mistura de processos associados a eventos independentes e equiprováveis. (*) Assim,

$$w_h^{(n)} = \binom{n}{h} \int_0^1 \theta^h \cdot (1 - \theta)^{n-h} \cdot dF(\theta) ,$$

onde $F(\theta)$ representa a função distribuição de freqüência.

A representação em mistura permite-nos então obter a distribuição posterior condicionada à observação de h êxitos e $n-h$ fracassos, ou seja, à verossimilhança $\theta^h \cdot (1 - \theta)^{n-h}$. Em particular, a probabilidade para cada caso individual será dada por

$$p_h^{(n)} = \frac{w_{(h+1)}^{(n+1)}}{w_h^{(n)}} = \int_0^1 \kappa \cdot \theta \cdot \theta^h \cdot (1 - \theta)^{n-h} \cdot dF(\theta) ,$$

isto é, será o valor médio de θ em $[0, 1]$, com pesos $\theta^h (1 - \theta)^{n-h} dF(\theta)$, e fator de normalização κ . À medida que n cresce, o fator de verossimilhança $\theta \cdot (1 - \theta)^{n-h}$ estará concentrado nas vizinhanças de seu ponto de máximo em $\theta = h/n$ e, portanto, a probabilidade de uma freqüência θ próxima da freqüência observada h/n terá um valor preponderante, conduzindo nossa expectativa subjetiva a aproximar-se necessariamente da freqüência efetivamente obtida através da experiência.

(*) Para maiores detalhes sobre o teorema da representação de de Finetti, veja o artigo de Jeffrey (em {8}), parte 3, cap.10.

BIBLIOGRAFIA SELECIONADA

A lista de livros e artigos que aqui relaciono inclui não só aqueles aos quais fiz referência, como também os que maior ascendência tiveram sobre o curso de minhas considerações neste trabalho.

- {1} Ayer, Alfred J. - *Probability and Evidence*, Macmillan, Londres, 1972.
- {2} Ayer, Alfred J. - *As Idéias de Bertrand Russell*, Cultrix/EDUSP, São Paulo, 1974.
- {3} Braithwaite, Richard B. - *Scientific Explanation*, Cambridge University Press, Nova Iorque, 1953.
- {4} Brown, Peter M. - Conditionalization and Expected Utility, *Philosophy of Science* 43 (1976), pp.415-419.
- {5} Burks, Arthur W. - *Chance, Cause, Reason*, The University of Chicago Press, Chicago, 1977.
- {6} Carnap, Rudolf - *Logical Foundations of Probability*, The University of Chicago Press, Chicago, 1962 (segunda edição).
- {7} Carnap, Rudolf - *The Continuum of Inductive Methods*, The University of Chicago Press, Chicago, 1952.
- {8} Carnap, Rudolf & Jeffrey, Richard C. (orgs.) - *Studies in Inductive Logic and Probability I, II*, University of California Press, 1971 e 1980, Berkeley.
- {9} De Finetti, Bruno - Sul significato soggettivo della probabilità, *Fundamenta Mathematicae* 42 (1931), pp.298-329.
- {10} De Finetti, Bruno - La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives, *Annales de l'Institut Henri Poincaré* 7 (1937), pp.1-68.

- {11} De Finetti, Bruno - Initial Probability: A prerequisite for any valid induction, *Synthese* 20 (1969), pp.2-16.
- {12} De Finetti, Bruno - *Probability, Induction and Statistics*, John Wiley, Londres, 1972.
- {13} De Finetti, Bruno - *Theory of Probability 1,2*, John Wiley, Londres, 1974.
- {14} Dorling, Jon - Bayesian Personalism, Falsificationism, and the Problem of Induction, *The Aristotelian Society Supplementary Volume* 55 (1981), pp.109-125.
- {15} Edwards, Ward; Lindman, Harold & Savage, Leonard J. - Bayesian Statistical Inference for Psychological Research, *Psychological Review* 70 (1963), pp.193-242.
- {16} Fine, Terrence L. - *Theories of Probability*, Academic Press, Nova Iorque, 1973.
- {17} Gillies, Donald A. - *An Objective Theory of Probability*, Methuen, Londres, 1973.
- {18} Good, I.J. - On the Principle of Total Evidence, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 17 (1967), pp.319-321.
- {19} Goodman, Nelson - *Fact, Fiction, and Forecast*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1955.
- {20} Hacking, Ian - Subjective Probability, *The British Journal for the Philosophy of Science*, 16 (1966), pp.334-339.
- {21} Hempel, Carl G. - Inductive Inconsistencies, *Aspects of Scientific Explanation* (pp.53-79), The Free Press, Nova Iorque, 1965.
- {22} Hume, David - *A Treatise of Human Nature* (BOOK I), Londres, 1739.
- {23} Keynes, John M. - *A Treatise on Probability*, Macmillan, Londres, 1921.

- {24} Kneale, William - *Probability and Induction*, Oxford University Press, Londres, 1949.
- {25} Kyburg, Henry E. & Smokler, Howard E. (orgs.) - *Studies in Subjective Probability*, Robert E. Krieger Pub. Co., Nova Iorque, 1980 (segunda edição).
- {26} Lakatos, Imre - *The Problem of Inductive Logic*, (org.) North-Holland, Amsterdam, 1968.
- {27} Laplace, Pierre S. de - *A Philosophical Essay on Probability*, Dover Pub., Nova Iorque, 1951 (original francês de 1814).
- {28} Mellor, D.H. (org.) - *Prospects for Pragmatism*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
- {29} Nagel, Ernest - *Principles of the Theory of Probability, Foundations of the Unity of Science I*, The Chicago University Press, Chicago, 1971.
- {30} Quine, Willard V.O. - Dois Dogmas do Empirismo, *Os Pensadores* 52 (1975), pp.237-254.
- {31} Ramsey, Frank P. - *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Routledge & Kegan Paul, Londres, 1931. (Há uma nova edição elaborada por D.H.Mellor.)
- {32} Reichenbach, Hans - *Experience and Prediction*, The University of Chicago Press, Chicago, 1938.
- {33} Reichenbach, Hans - *Theory of Probability*, University of California Press, Berkeley, 1949 (segunda edição).
- {34} Reichenbach, Hans - On the Justification of Induction, *Readings in Philosophical Analysis*, organizado por H.Feigl e W.Sellars, Appleton-Century-Crofts, Nova Iorque, 1949.
- {35} Russell, Bertrand - *Human Knowledge: its scope and limits*, George Allen & Unwin, Londres, 1948.
- {36} Salmon, Wesley C. - The Uniformity of Nature, *Philosophy and Phenomenological Research* 14 (1953), pp.39-48.

- {37} Salmon, Wesley C. - The Foundations of Scientific Inference, *Mind and Cosmos*, organizado por R.S.Colodny, pp.135-275, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1966.
- {38} Savage, Leonard J. - *The Foundations of Statistics*, John Wiley, Nova Iorque, 1954.
- {39} Savage, Leonard J. (org.) - A panel discussion on personal probability, *Philosophy of Science* 34 (1967), pp.305-332.
- {40} Schilpp, Paul A. (org.) - *The Philosophy of Rudolf Carnap*, Open Court, La Salle, Ill., 1963.
- {41} Shimony, Abner - Coherence and the Axioms of Confirmation, *Journal of Symbolic Logic* 20 (1955), pp.1-28.
- {42} Shimony, Abner - Scientific Inference, *The Nature and Function of Scientific Theories*, organizado por R.S.Colodny, pp.79-172, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1970.
- {43} Strawson, Peter F. - *Introduction to Logical Theory*, Methuen & Co., Londres, 1952.
- {44} Swinburne, Richard (org.) - *The Justification of Induction*, Oxford University Press, Londres, 1974.
- {45} Teller, Paul - Conditionalization and Observation, *Synthese* 26 (1973), pp.218-258.
- {46} Von Kutschera, Franz - *Wissenschaftstheorie I, II*, Wilhelm Fink Verlag, Munique, 1972.
- {47} Von Mises, Richard - *Probability, Statistics and Truth*, Macmillan, Nova Iorque, 1957 (segunda edição).
- {48} Von Wright, G.H. - Wittgenstein's Views on Probability, *Revue Internationale de Philosophie* 88-89 (1969), pp.259-283.
- {49} Waismann, Friedrich - Logische Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, *Erkenntnis* 1 (1930-1), pp.228-248.
- {50} Williams, P.M. - Bayesian Conditionalization and the Principle of Minimum Information, *The British Journal for the Philosophy of Science* 31 (1980), pp.131-144.