



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
INSTITUTO DE ECONOMIA**

**FABRÍCIO PITOMBO LEITE**

**MACRODINÂMICA À KEYNESIANA: UMA TRAVESSIA COM  
CONSISTÊNCIA ENTRE FLUXOS E ESTOQUES A PARTIR  
DO ENCADEAMENTO DE CURTOS PERÍODOS DO  
MULTIPLICADOR**

TESE DE DOUTORADO APRESENTADA AO  
INSTITUTO DE ECONOMIA DA UNICAMP PARA  
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS ECONÔMICAS - ÁREA DE  
CONCENTRAÇÃO TEORIA ECONÔMICA.

**PROF. DR. ANTONIO CARLOS MACEDO E SILVA – ORIENTADOR**

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR FABRÍCIO PITOMBO LEITE E  
ORIENTADA PELO PROF. DR. ANTONIO CARLOS  
MACEDO E SILVA.

**CAMPINAS, 2012**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR  
 Maria Teodora Buoro Albertini – CRB8/2142 –  
 CEDOC/INSTITUTO DE ECONOMIA DA UNICAMP

Leite, Fabrício Pitombo, 1980-  
 L536m Macrodinâmica à Keynesiana: uma travessia com consistência  
 entre fluxos e estoques a partir do encadeamento de curtos períodos  
 do multiplicador/ Fabrício Pitombo Leite. - Campinas, SP: [s.n.],2012.

Orientador: Antonio Carlos Macedo e Silva.  
 Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,  
 Instituto de Economia.

1. Macroeconomia – Modelos matemáticos. 2. Análise fluxo-esto-  
 que. 3. Multiplicador (Economia). I. Silva, Antonio Carlos Macedo e,  
 1959-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Economia.  
 III. Título.

12-024-BIE

**Informações para Biblioteca Digital**

**Título em Inglês:** Keynesian-style macrodynamics: a stock-flow consistent traverse  
 through the enchainment of multiplier short periods

**Palavras-chave em inglês:**

Macroeconomics – Mathematical models

Stock-flow analysis

Multiplier (Economics)

**Área de Concentração:** Teoria Econômica

**Titulação:** Doutor em Ciências Econômicas

**Banca examinadora:**

Antonio Carlos Macedo e Silva

Adriana Nunes Ferreira

Mariano Francisco Laplane

Claudio Hamilton Matos dos Santos

Ricardo de Figueiredo Summa

**Data da defesa:** 27-02-2012

**Programa de Pós-Graduação:** Ciências Econômicas

Tese de Doutorado

Aluno: FABRÍCIO PITOMBO LEITE

**“Macrodinâmica à Keynesiana: uma travessia com  
consistência entre fluxos e estoques a partir  
do encadeamento de curtos períodos  
do multiplicador”**

Defendida em 27 / 02 / 2012

**COMISSÃO JULGADORA**



**Prof. Dr. ANTONIO CARLOS MACEDO E SILVA**  
Orientador – IE/UNICAMP



**Profa. Dra. ADRIANA NUNES FERREIRA**  
IE / UNICAMP



**Prof. Dr. MARIANO FRANCISCO LAPLANE**  
IE/UNICAMP



**Prof. Dr. CLAUDIO HAMILTON MATOS DOS SANTOS**  
IPEA/DF



**Prof. Dr. RICARDO DE FIGUEIREDO SUMMA**  
UFRJ



*Aos que tentaram, até o fim, fazer  
prevalecer o poder das ideias  
frente aos interesses escusos*



## AGRADECIMENTOS

A minha esposa, Elaine Kiara, pelo esforço, em grande medida, compulsório.

Aos familiares e amigos, que consciente ou inconscientemente tiveram seus planos de visita a Natal vetados no período de confecção dessa tese. Nada a dizer da minha própria impossibilidade de visitá-los. Em especial, a meus pais, Adeilson e Nildes, meus sogros, Marcos e Dilza, e meu cunhado Gabriel pelo apoio numa temporada oculta de julho de 2011, na qual progresso significativo foi realizado.

A todos os colegas, professores e funcionários com quem convivi nos tempos de Unicamp. Especificamente no período do doutorado, aos colegas Antonio Carlos Diegues, Bruno De Conti, Eduardo Angeli, Marco Antonio da Rocha, Rodrigo Orair e Pedro Rossi. Em todos os momentos desde o mestrado, ainda que a distância, a Gustavo Aggio e Lucas Teixeira, que também leram e comentaram versões prévias de capítulos dessa tese, contribuindo para a versão final. Gustavo e Lucas participaram mais do que qualquer outro da construção / confirmação de cada passo, não somente da tese, mas da minha carreira, desde quando essa era mero projeto utópico ou tão somente um grande (ambicioso, mas não necessariamente bom) plano de estudos. Agradeço especialmente aos dois por suportarem toda a espécie de loucuras e inquietações, ligadas ou não à tese, apesar da distância física dos últimos tempos – de um núcleo comum em Campinas passamos a integrar uma conexão entre Natal, Rio de Janeiro e Santana do Livramento.

Aos funcionários e prestadores de serviço ligados ao IE, em especial a Alex, Cida, Fátima, Marinete e Regina (essa última fundamental no meu período de Estágio Docente), e também a Alemão e Daniel da xérox. No período de doutoramento, especialmente aos professores Antonio Carlos Macedo e Silva, meu orientador (incrivelmente presente com mais do que o Oceano Atlântico de distância à época da orientação), Adriana Nunes Ferreira e Mariano Laplane, que compuseram minha banca de defesa (Adriana esteve presente ainda na qualificação), não por acaso: foram estes meus professores de Macroeconomia na Unicamp.

Adriana Nunes Ferreira e Mariano Laplane ministraram conjuntamente, no primeiro semestre de 2008, um curso de Macroeconomia que contemplava a leitura de textos originais selecionados desde a síntese neoclássico-keynesiana à recente síntese novo-keynesiana/novo-clássica; agradeço ao clima de debate propiciado numa turma de dimensões bem reduzidas (acredito que quatro alunos ao todo); naturalmente, agradeço ainda as contribuições de ambos na defesa, que se não estão inteiramente presentes nessa versão, certamente marcarão minhas escolhas futuras. Laplane é certamente um daqueles grandes mestres que se tem a (rara) oportunidade de conhecer.

Antonio Carlos Macedo e Silva me acompanha desde o seu curso de Macroeconomia no primeiro semestre do mestrado (2006) até o meu último curso realizado na Unicamp, no inverno de 2009, este versando sobre modelos de consistência entre fluxos e estoques, proferido em parceria com Claudio Hamilton dos Santos. Sobre o papel de orientação, não há como expressar meu agradecimento, me restando dizer que Macedo foi um orientador num sentido muito mais amplo, tendo participado das minhas bancas de qualificação e defesa da dissertação de mestrado e assumido o papel de orientação já na transição para o doutorado: obrigado pela confiança, a todo o momento. Claudio Hamilton dos Santos participou, sempre com provocativas e úteis sugestões, das bancas de qualificação e defesa desta tese. Ter tido contato com tão hábil e abnegado profissional certamente influenciará minha carreira.

Ainda no contexto do meu período de doutoramento na Unicamp, destaco o incentivo da professora Rosângela Ballini, à época coordenadora da graduação, tanto para minha inserção no Programa de Estágio Docente quanto para a realização de concursos abertos na ocasião. A

influência do professor Rodolfo Hoffmann, como exemplo de acadêmico, vai muito além do escopo da tese. Certamente que o uso da econometria e as escolhas associadas tem a influência de seus cursos de mestrado, mas há ainda um fato mais específico ligado ao doutoramento: convencido por um pequeno conjunto de alunos (Eduardo, Gustavo e Rodrigo, além de mim) a ministrar um curso sobre o que fosse do seu interesse, o professor Rodolfo Hoffmann nos presenteou com meio semestre de “seminários secretos sraffianos”, com cada aula apresentada com o mesmo rigor de seus cursos de métodos quantitativos, apesar de ser totalmente extra-oficial, tanto para os alunos envolvidos quanto para ele. Tive ali a oportunidade de aprofundar meus conhecimentos sobre os esquemas insumo-produto, seguindo a ótica de Pasinetti, aos quais havia sido apresentado pelo professor João Damásio de Oliveira Filho, ainda na UFBA.

Agradeço ainda a Esther Dweck e Ricardo Summa, professores da UFRJ convidados a compor a banca. À primeira, impedida de comparecer pelos compromissos no Ministério do Planejamento, especialmente pela atenção em ter enviado seus comentários, se fazendo, assim, presente. Ao segundo, pela árdua tarefa de ter lido e feito uma série de críticas construtivas em situação de tempo tão adversa, um agradecimento especial.

Finalmente, agradeço aos colegas de departamento da UFRN, instituição que integrei a partir de janeiro de 2010 e onde fui muito bem acolhido. O apoio departamental nesse período em que a tese foi escrita foi de fundamental importância, inclusive pela compreensão em me permitir uma distância maior das atividades que não as de sala de aula. Mais do que um apoio departamental, de especial valor foi o contato mais próximo com os colegas André Marques, André Lourenço, Márcia Bezerra, Marconi Gomes da Silva e William Eufrásio Nunes Pereira durante esse tempo. A generosidade dos colegas em suportar a carga burocrática e dividir suas experiências facilitou muito a minha tarefa de lecionar enquanto escrevia a tese.

Antes, mais uma vez, e sempre, ao povo brasileiro, a que sirvo por ofício e por paixão. Por ser fruto de muitos anos de estudo em instituições públicas, desde o CEFET-BA, passando pela UFBA, até a UNICAMP, só me resta tentar a cada dia, ensinando, reduzir a minha dívida para com o meu país. Tendo sido bolsista PIBIC na graduação, ter auferido bolsa do CNPq por todo o período do mestrado e bolsa da CAPES por parte do doutorado, me cabe tentar retribuir também em pesquisa relevante para a nação o esforço, no mais das vezes inconsciente, deste povo.

## RESUMO

Essa tese está dividida em três partes. Na primeira, discute-se o curto período subjacente ao multiplicador tradicional dos gastos autônomos, de modo que estejam explicitados os grandes agregados macroeconômicos e as conexões entre os mesmos, para que a separação entre as parcelas autônoma e induzida com relação à renda é crucial. Em um segundo capítulo, integrante dessa primeira parte, procede-se a estimativas dos parâmetros envolvidos em uma dada especificação do multiplicador, para o Brasil, nas quais tenta-se ainda captar o período de tempo (cronológico) inerente ao período (teórico) do multiplicador. Na segunda parte, realiza-se a tarefa de justificar o tratamento dado ao investimento, considerado autônomo com relação à renda, lançando mão de uma explicação a partir das relações intersetoriais existentes num sistema econômico. Mais uma vez, efetua-se a divisão em dois capítulos, um explicitando a base teórica utilizada, a partir de um esquema multissetorial, e outro apresentando resultados empíricos, baseados em matrizes insumo-produto. Finalmente, na terceira parte, empregando modelos de consistência entre fluxos e estoques, são derivadas algumas implicações dinâmicas para além do curto período do multiplicador, decorrentes de uma dada estrutura observada. Para tal, as estimativas dos parâmetros e do próprio período do multiplicador são utilizadas, passando-se de um modelo teórico de simulação a uma estratégia aplicada que incorpora o papel dos estoques em um arcabouço trivial de análise dos agregados macroeconômicos.

**Palavras-chave:** Multiplicador; Esquema multissetorial; Modelos de consistência entre fluxos e estoques.

## ABSTRACT

This thesis is divided into three parts. The first one discusses the short period behind the traditional autonomous expenditure multiplier, in a way that exposes the major macroeconomic aggregates and their interconnections; at this point the separation between the autonomous and induced parcels with respect to income is crucial. A second chapter, compounding the first part, presents estimations of the parameters involved in a given specification of the multiplier, for Brazil, trying also to capture the chronological period of time inherent to the theoretical period of the multiplier. Considering the presentation of the investment in the previous part as autonomous with respect to income, the second part explores this hypothesis arguing from the inter-sectoral relationships existent in a economic system. Once more, the division in two chapters was made, one outlining the theoretical basis, from a multi-sectoral scheme, and another featuring empirical results, based on input-output matrices. Finally, the third part employs stock-flow consistent models to derive some dynamical implications to beyond the short period of multiplier, resulting from a given observed structure. To this end, the estimations of the parameters and of the multiplier period are used, moving from a theoretical simulation model to an applied strategy that incorporates the role of stocks in a trivial framework of analysis of the macroeconomic aggregates.

**Key words:** Multiplier; Multi-sectoral scheme; Stock-flow consistent models.



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Parâmetros

- $e_p$ : Elasticidade do nível geral de preços com relação aos gastos autônomos  
 $e_Q$ : Elasticidade da renda real com relação aos gastos autônomos  
 $e_Y$ : Elasticidade da renda nominal com relação aos gastos autônomos  
 $i$ : Taxa nominal de juros
- $\alpha, \alpha_1$ : Propensão marginal a consumir a partir da renda  
 $\alpha_2$ : Propensão marginal a consumir a partir da riqueza  
 $\beta$ : Multiplicador (total) dos gastos autônomos  
 $\beta_n$ : Multiplicador relativo à defasagem  $n$   
 $\varepsilon$ : Termo de erro para estimativas do multiplicador  
 $\phi_i$ : Coeficientes para os termos dos VAR estimados  
 $\gamma$ : Propensão marginal a importar  
 $\kappa$ : Termo constante para estimativas do multiplicador  
 $\lambda_d$ : Autovalor dominante da matriz  $\mathbf{H}$   
 $\lambda^i$ : Coeficiente para a progressão geométrica estimada pela abordagem de Koyck  
 $\mu$ : Termo de erro identificado no SVAR  
 $v$ : Razão capital-produto desejada  
 $\theta$ : Carga tributária líquida  
 $\nu$ : Coeficiente para identificação estrutural no SVAR  
 $\psi$ : Fração do investimento a ser corrigido em um período

### Variáveis (escalares) – letras minúsculas para os logaritmos naturais das mesmas

- $A$ : Soma dos gastos autônomos (investimento, gastos do governo e exportações, em termos nominais)  
 $C$ : Consumo (em termos nominais)  
 $I$ : Investimento privado (em termos nominais)  
 $G$ : Gastos do governo (consumo e investimento do governo, em termos nominais)  
 $K$ : Estoque de capital  
 $M$ : Importações (em termos nominais)  
 $P$ : Nível geral de preços  
 $Q$ : Renda real  
 $S$ : Poupança  
 $T$ : Arrecadação de impostos (em termos nominais)  
 $W$ : Estoque de riqueza  
 $X$ : Exportações (em termos nominais)  
 $Y$ : Renda nominal  
 $Y_d$ : Renda disponível (em termos nominais)  
 $Z$ : Variável binária (*dummy*) para estimativa de quebra estrutural

## Vetores e Matrizes

- A:** Matriz de coeficientes técnicos (atividade X atividade)  
**B:** Matriz dos coeficientes técnicos para bens de capital (atividade X atividade)  
 $\mathbf{b}'_m$ : Vetor do investimento induzido total a cada iteração  $m$   
**c:** Vetor de margens de comércio e transporte, impostos indiretos líquidos de subsídios e importações  
**D:** Matriz de parcela de mercado (atividade X produto)  
 $\mathbf{d}'_m$ : Vetor de dinâmica de indução do investimento a cada iteração  $m$   
**e:** Vetor de exportações (por produto)  
**f:** Vetor de demanda final (por produto)  
**g:** Vetor de produção total menos exportações (por produto)  
**H:** Matriz de coeficientes técnicos em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada (atividade X atividade)  
**I:** Matriz identidade  
 $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ : Matriz inversa de Leontief  
**j:** Vetor de demanda final por bens de investimento (por atividade)  
**m:** Vetor de importações e impostos sobre importações (por produto)  
**q:** Vetor de produção total (por produto)  
 $\mathbf{r}'_m$ : Vetor das proporções do investimento verticalmente integrado de ordem  $m$   
**U:** Matriz de consumo intermediário (atividade X atividade)  
 $\mathbf{U}_K$ : Matriz de consumo intermediário para bens de investimento (atividade X atividade)  
**u:** Vetor soma  
**V:** Matriz de produção (atividade X produto)  
**v:** Vetor de valor adicionado (por atividade)  
**w:** Vetor da proporção entre valor adicionado e produção total (por atividade)  
**x:** Vetor de produção total (por atividade)  
**y:** Vetor de demanda final (por atividade)  
**Z:** Matriz de consumo intermediário (produto X atividade)  
**z:** Vetor de produção total para bens de investimento (por atividade)

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>PARTE I</b>	
<b>1. O CURTO PERÍODO DO MULTIPLICADOR</b> .....	9
1.1. Princípio da Demanda Efetiva (PDE) e multiplicador.....	10
1.2. Expectativas e período do multiplicador.....	19
1.3. Gasto primário e gasto secundário.....	26
1.4. Diferentes multiplicadores?.....	28
1.5. Distribuição de renda.....	32
1.6. Multiplicador e preços.....	35
1.7. Ênfases diferentes e formulações parciais para o multiplicador.....	38
<b>2. MULTIPLICADOR NO BRASIL: ALGUMAS TENTATIVAS DE MENSURAÇÃO</b> .....	41
2.1. Regressões para os níveis das variáveis.....	42
2.2. Regressões para os logaritmos naturais das variáveis.....	60
2.3. Vetores autorregressivos ou autorregressão vetorial (VAR).....	64
2.4. Vetores autorregressivos estruturais (SVAR).....	71
2.5. Cointegração e vetores de correção de erros (VEC).....	80
Apêndice 2.1 – Carga tributária líquida.....	93
Apêndice 2.2 – Sobre o período do multiplicador.....	95
<b>PARTE II</b>	
<b>3. INVESTIMENTO E RELAÇÕES INTERSETORIAIS</b> .....	97
3.1. O multiplicador como uma matriz?.....	98
3.2. Rumo ao crescimento equilibrado?.....	102
3.3. Esquema insumo-produto básico e magnitudes verticalmente integradas de Pasinetti.....	105
3.4. Proporções do investimento pelo destino e multiplicadores de produção.....	112
3.5. Proporções das proporções a partir do investimento pelo destino verticalmente integrado.....	116
3.6. O esquema dinâmico de Leontief e o investimento desbalanceado.....	121
3.7. Algumas considerações adicionais sobre a dinâmica do investimento induzido.....	124
Apêndice 3.1 – O caso do investimento equilibrado.....	129
<b>4. TRAJETÓRIA DESBALANCEADA DO INVESTIMENTO: APLICAÇÕES PARA O BRASIL A PARTIR DE MATRIZES INSUMO-PRODUTO</b> .....	131
4.1. Obtenção das matrizes insumo-produto para o Brasil (1995-2008): considerações preliminares.....	131
4.2. O procedimento de Guilhoto e Sesso Filho (2005) e comparações entre as matrizes obtidas.....	134
4.3. A dinâmica do investimento induzido.....	141
4.4. O sistema dinâmico de Leontief e as aproximações possíveis.....	150
4.5. A renda como uma <i>proxy</i> para o investimento induzido pelo investimento.....	152
4.6. De volta aos indicadores de encadeamento.....	153
4.7. Notas acerca do nível de agregação.....	156

**PARTE III**

<b>5. A PASSAGEM DO CURTO AO LONGO PRAZO: MODELOS SFC NUMA ESTRATÉGIA DE APLICAÇÃO À ECONOMIA BRASILEIRA.....</b>	<b>159</b>
5.1. De volta às formulações parciais para o multiplicador: os três saldos.....	160
5.2. O estoque de riqueza em um modelo macroeconômico tradicional.....	170
Apêndice 5.1 – O pagamento de juros destacado.....	186
Apêndice 5.2 – A influência do estoque de capital e o investimento totalmente endógeno.....	191
<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>197</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>201</b>

## INTRODUÇÃO

Estudos sobre a dinâmica macroeconômica, isto é, sobre o comportamento dos agregados macroeconômicos ao longo do tempo, no mais das vezes geram resultados pouco intuitivos, mesmo inconclusivos para parte dos economistas, por razões aparentemente simples: (i) definições parciais acerca dos próprios *agregados* que descreveriam razoavelmente um sistema econômico<sup>1</sup>, ainda mais incompletas quando se trata da especificação do *comportamento* de grupos de agentes tão díspares em motivações e resultados; (ii) critério de periodização que não nos leva de fato ao transcurso do tempo, sendo que podemos nos encontrar em um único curto período de tempo *ou* em um equilíbrio de longo período, sem que a conexão dos diversos curtos períodos *ao longo* do tempo esteja explicitada.

Decerto que essa simplicidade é aparente. Se assim não fosse, já estariam resolvidos os pontos principais de uma explicação da macrodinâmica econômica. Elegemos aqui a seguinte estratégia para lidar com essas dificuldades:

(1) Na primeira parte da tese realizamos a discussão inerente à escolha de um período de tempo identificado como o curto período, a saber, o período teórico do multiplicador<sup>2</sup>. Se estamos interessados no desenrolar desse período teórico necessitamos realizar de início a divisão entre os componentes de gasto autônomos e induzidos, o que implica estabelecer os parâmetros relacionados às parcelas induzidas; a estimação desses parâmetros, para o Brasil, é o passo seguinte, aqui realizada de modo a tentar mensurar também o período cronológico de tempo em que se esgotam os efeitos do multiplicador, ou seja, de modo a propor uma aproximação entre os curtos períodos teórico e cronológico.

(2) Dentre todos os componentes elencados como autônomos com relação à renda, certamente o investimento é o mais sujeito a controvérsias. A relação causal aqui trabalhada supõe o investimento como um dos gastos autônomos que, no conjunto, parecem de fato preceder o nível de renda, dando margem para a interpretação de que a soma dos gastos autônomos causa a renda também no sentido estatístico, como documentado na primeira parte da tese. Uma explicação para a relação normalmente encontrada entre os níveis de renda e investimento, muitas vezes interpretada como uma evidência a favor do acelerador, foi aqui aventada a partir

---

1 No sentido de não serem considerados todos os componentes da renda, quer seja por uma hipótese temporária acerca da ausência de governo ou setor externo, por exemplo, quer seja pela suposição de que os fluxos relativos a cada macroagregado se compensam gerando saldos nulos.

2 Como o período de tempo necessário para que o multiplicador encerre seus efeitos.

das relações intersetoriais, que pode ser resumida na afirmação de que o investimento em uma atividade induz o investimento em outra atividade. Uma análise multissetorial é utilizada na segunda parte da tese para explorar esse tópico.

(3) Utilizando o período de tempo identificado com o período do multiplicador, na primeira parte, podemos dar um passo adiante e encadear esses curtos períodos de modo a afirmarmos algo acerca de um sistema econômico para prazos mais longos, *dados* os parâmetros (também estimados na primeira parte) e variáveis exógenas; naturalmente, exercícios com diferentes níveis para essas variáveis exógenas, que não o inicial, poderiam ser feitos a partir de um modelo de consistência entre fluxos e estoques (SFC) como o sugerido na terceira parte dessa tese. A ligação entre uma estratégia de aplicação considerando somente os fluxos e um modelo desse tipo o mais simplificado possível, apesar de plenamente definido, é também sugerida, com ilustrações para o caso brasileiro.

Mas a motivação para o caminho efetuado está na ordem inversa. Justamente com o intuito de chegarmos a essa última parte da tese, de modo a aplicarmos um modelo SFC à economia brasileira – tarefa que pressupõe as estimativas dos parâmetros obtidas no segundo capítulo, bem como a estimativa do período cronológico de tempo identificado com o curto prazo –, foi realizado todo o debate conceitual do primeiro capítulo. Pelo tratamento dado ao investimento (considerado autônomo) desde a primeira parte da tese, justifica-se a busca da explicação multissetorial empreendida na segunda parte. Assim, a terceira parte expressa sinteticamente nossos objetivos, representando a meta a orientar o esforço anterior.

Examinemos então mais pormenorizadamente o que compõe cada uma dessas partes, fornecendo uma visão geral do caminho percorrido. Iniciamos a primeira parte da tese efetuando um debate acerca da relação entre o princípio da demanda efetiva e o multiplicador, visto que esse último é uma ferramenta imprescindível para atingirmos nossos objetivos mais gerais, enquanto o primeiro é também indispensável para uma linha de pensamento bastante ampla que coloca a demanda em papel de destaque numa explicação da macrodinâmica econômica. O estudo dessa interação nos possibilita entender por que não devemos abrir mão do multiplicador para operacionalizar o princípio da demanda efetiva num contexto macroeconômico, ainda mais quando tomamos o período teórico delimitado pela ação do mesmo como o curto prazo.

A discussão sobre o papel das expectativas de curto e de longo prazo e seu impacto na teorização macroeconômica não pode ser deixada de lado em um estudo que tenha a pretensão de

discutir um período teórico de tempo: como interagem as expectativas de longo prazo e o investimento, qual a relação entre as expectativas de curto prazo e os períodos de produção e do multiplicador e por que uma mediação adequada entre as instâncias teórica e cronológica necessita ser feita são algumas das questões também colocadas no primeiro capítulo.

Um outro tópico pertinente, sobretudo para o que se propõe essa tese, diz respeito à ligação entre o multiplicador keynesiano tradicional e as relações intersetoriais. Para uma dada separação entre gastos autônomos e induzidos, o que teríamos a dizer acerca da complementariedade das cadeias produtivas? Atacamos a questão em dois momentos: ainda no primeiro capítulo tratamos de destacar que os efeitos que se devem aos encadeamentos entre as atividades não se confundem com os provenientes do multiplicador dos gastos autônomos; mas somente no terceiro capítulo são exploradas as consequências desses encadeamentos numa teoria multissetorial para o investimento.

Em última instância, uma separação qualquer dos componentes de gasto entre as parcelas autônoma e induzida culmina numa determinada formulação para o multiplicador, que é composto pelos parâmetros atinentes às parcelas induzidas, e numa dada estrutura para o multiplicando, que é formado justamente pela soma dos componentes considerados autônomos. Uma ilustração acerca dessa flexibilidade oferecida pelo multiplicador, a depender de como procedemos à separação desses componentes entre autônomos e induzidos, é oferecida ao final do primeiro capítulo, onde apontamos para a separação aqui efetuada, objeto de estimação no capítulo subsequente.

Antes disso, entretanto, nos dedicamos a assinalar um erro até certo ponto comum tanto a análises teóricas quanto aplicadas: tomar somente um dos componentes de gasto autônomo e derivar daí diferentes multiplicadores para cada um desses componentes, como os chamados “multiplicador do investimento”, “multiplicador dos gastos do governo” (multiplicador fiscal, modernamente), etc. Uma vez que consideramos mais de um componente como autônomo, tais “multiplicadores” somente seriam válidos numa condição particular em que todos os outros componentes autônomos, que não o focalizado, permanecessem constantes: como essa não é uma condição provável de ocorrer na prática, mensurações a partir daí padecem de sérios problemas.

Ainda sobre o multiplicador e seus parâmetros, realizamos um breve debate acerca da distribuição de renda, a qual, como se sabe, tem que ser considerada dada para que possamos definir o multiplicador; quando pensamos numa alteração da mesma, devemos ter em mente que

o parâmetro que reflete a propensão marginal a consumir é capaz de captar tal mudança, alterando, assim, o próprio multiplicador.

Uma discussão que é relacionada àquela mais geral acerca da diferenciação entre variáveis nominais e reais também é realizada em dois momentos: num primeiro plano mais teórico, destacamos a frequente indefinição sobre o nível de preços presente na análise do multiplicador, mas não restrita a essa, perpassando as abordagens de cunho keynesiano em caráter mais amplo; num segundo momento, mas ainda na primeira parte da tese (capítulo 2), destacamos a persistência dessa indefinição num plano empírico, ao concluir que não há diferença estatística significativa entre as estimativas para séries a preços correntes e séries deflacionadas.

Esse segundo capítulo cumpre justamente a função de fornecer substância empírica ao debate acerca do multiplicador, sempre para o caso brasileiro recente, testando diversas especificações e metodologias de estimação alternativas, sem se desviar, no entanto, do objetivo central de estimar os parâmetros e o período relativos ao multiplicador. Nesse contexto, ingressamos em algumas questões tais como a causalidade no sentido estatístico mais usual e a possibilidade das séries seguirem uma trajetória comum, sem relação definida entre as mesmas.

Na medida em que as contrapartidas empíricas para a magnitude e o período concernentes ao multiplicador são obtidas com alguma segurança, vislumbra-se a perspectiva de uma mediação entre os conceitos de tempo teórico e cronológico, justificando a estratégia em duas subdivisões empreendida para a primeira parte da tese. Mais do que fornecer as estimativas necessárias para as simulações de um modelo de consistência entre fluxos e estoques, realizadas na terceira parte da tese, essa estratégia é aqui considerada como fundamental a um projeto de pesquisa de inspiração keynesiana.

A despeito de termos efetuado a separação entre componentes de gasto autônomos e induzidos e também testes estatísticos baseados nessa separação, a inclusão do investimento entre os gastos autônomos é certamente controversa, seja por causa da longa tradição dos modelos do tipo multiplicador-acelerador ou porque testes empíricos também podem ser realizados para estabelecer pelo menos uma correlação senão uma causalidade entre o nível de renda e o investimento agregado.

Sob uma das possíveis óticas de cunho keynesiano, entretanto, que privilegia o fenômeno da *crise* como parte constituinte do ciclo, parece inconcebível não tratar o investimento como autônomo: desse ponto de vista, a explicação da dinâmica macroeconômica recai inteiramente

sobre mudanças da eficiência marginal do capital causando os movimentos do investimento agregado (Keynes, 1936, capítulo 22). Assim, uma análise macrodinâmica com foco na sucessão de períodos curtos que trate o investimento como induzido parece não nos conduzir a uma explicação para esse fenômeno; dito de maneira mais caricata, temos a explicação para tudo exceto para as crises, que é justamente quando mais necessitamos de uma.

Disso não se segue que inexistam efeitos de “carregamento” relevantes para o investimento em períodos sucessivos. Assim, partimos para uma explicação que conserva o caráter autônomo do investimento e busca nos encadeamentos setoriais uma explicação para a indução do investimento pelo próprio investimento. Essa tarefa só pode ser realizada ao desagregarmos o investimento em mais de uma atividade, na tentativa de captar de que modo o investimento em uma atividade é capaz de induzir o investimento em outra atividade; ou seja, necessitamos trabalhar com um modelo multissetorial, o que é feito na segunda parte dessa tese.

Reservamos ao terceiro capítulo a exposição de um arcabouço básico de Leontief e a introdução do artifício da integração vertical a partir de Pasinetti, não sem antes tangenciar alguns temas como as tentativas de generalização do multiplicador tradicional a partir de uma matriz, importante para que possamos retomar o tópico das diferenças entre o mesmo e os esquemas multissetoriais, e os modelos de crescimento equilibrado, caros a tais esquemas de análise. Mas reside de fato num sistema de Leontief e na utilização das unidades de capacidade produtiva verticalmente integradas o cerne da explicação para a dinâmica multissetorial do investimento aqui tencionada.

A partir das proporções do investimento realizado por cada atividade, já em termos verticalmente integrados, desenvolvemos uma explicação que se baseia no “transbordamento” do investimento em uma atividade para as demais a fim de que se preserve uma dada estrutura tecnológica. Não há compromisso, entretanto, com a preservação de tal estrutura para além de um período bastante restrito de tempo, de modo que não há qualquer incompatibilidade com discussões de longo prazo acerca da mudança estrutural. Nesse período restrito de tempo (não coincidente com o período do multiplicador), relacionado à dinâmica do investimento, descrevemos um processo iterativo de convergência a uma determinada proporcionalidade do investimento entre as atividades. Por fim, contextualizamos essa análise com o conhecido esquema dinâmico de Leontief, do qual retemos algumas aproximações úteis para fins aplicados.

A exemplo da primeira parte da tese, essa segunda também é subdividida em dois capítulos.

No quarto capítulo é realizada uma aplicação do esquema multissetorial desenvolvido anteriormente utilizando matrizes insumo-produto para o Brasil. Merecem destaque as características dinâmicas da convergência para uma economia real, bem como o debate acerca dos índices de ligação e setores-chave que remontam a uma longa tradição pelo menos desde Hirschman. Algum suporte empírico à ideia de que a renda serve como uma variável instrumental para a explicação da indução do investimento pelo próprio investimento é também fornecido nesse capítulo.

Fechando a tese, o quinto capítulo utiliza todo o debate precedente e as estimativas dos parâmetros e do período do multiplicador para implementar uma estratégia aplicada de um modelo de consistência entre fluxos e estoques para a economia brasileira. Uma mediação entre tal estratégia aplicada e uma discussão teórica acerca desses modelos é efetuada, sobretudo no que tange a suas propriedades dinâmicas. Uma vez definido o arcabouço mais básico de análise, o caminho fica livre para a introdução da contrapartida empírica para os dados brasileiros, iniciando por uma estratégia de aplicação a partir das razões inerentes aos três saldos dos setores institucionais típicos da contabilidade nacional.

Vale notar que mesmo as explicações que focalizam a taxa de crescimento dos agregados macroeconômicos, nas quais a travessia se dá entre uma dada taxa de crescimento definida num curto prazo e uma taxa de crescimento de estado estacionário, que prevaleceria no longo prazo, acabam por definir uma “tendência” de crescimento da economia, sem que sejam feitas considerações adicionais acerca de como os níveis de um agregado passam de um a outro quando os períodos se sucedem: em outras palavras, postula-se uma taxa de crescimento exógena, sem explicar-se por que critérios a mesma se mantém.

Ao contrário, privilegiamos aqui uma análise dos níveis das variáveis e de suas trajetórias de crescimento implicadas por uma dada configuração, a qual molda o comportamento das variáveis de estoque da economia. A tarefa de modelos SFC não é de descrever a real trajetória dinâmica dos agregados macroeconômicos ao longo de um período de calendário, e sim de descrever a trajetória que seria observada caso se mantivessem constantes as variáveis exógenas e parâmetros, tomando como base qualquer ponto inicial e, ademais, sem a necessidade lógica de que partamos de um estado estacionário. Contudo, sabermos qual o tempo de calendário envolvido entre um curto período e outro *se* mantivermos constantes variáveis exógenas e parâmetros é aqui considerado crucial, inclusive para que se possa fazer ilações acerca de

trajetórias alternativas caso alterássemos quaisquer dos parâmetros ou variáveis exógenas.

É esse tipo de travessia que levamos em conta ao estabelecer a passagem do curto ao longo prazo (estado estacionário) a partir de um modelo SFC, explicitando o *processo* que se conclui quando os níveis param de variar, e não postulando que tais níveis das variáveis endógenas estão dados por hipótese. Há ainda a preocupação de estabelecer não somente o nível de renda de estado estacionário, obtível desde a mais simples das estratégias de aplicação, mas de visualizar a trajetória através da qual se atingiria o mesmo, no caso de convergência, e ainda de explicitar qual a configuração de variáveis exógenas que deveria prevalecer para obtermos desde o início o nível de renda compatível com o equilíbrio de estado estacionário, sem que seja posto nenhum processo ulterior de convergência.



## CAPÍTULO 1 – O CURTO PERÍODO DO MULTIPLICADOR

*“Ninguém pode supor que há algo de novo na ideia do multiplicador”.*

*Richard Kahn (1984: 101)*

Boa parte dos desenvolvimentos em Macroeconomia entre os anos 1930 e 1970 se deu sem que houvesse muita margem para controvérsia acerca da funcionalidade do multiplicador. No entanto, alguns tópicos foram relegados a um segundo plano, a exemplo do período efetivo de tempo em que se supõe que o multiplicador cumpra sua tarefa, do impacto da distribuição de renda no que tange à magnitude do mesmo, do comportamento dos preços no desenrolar do processo do multiplicador, do papel das expectativas e dos encadeamentos setoriais, dentre outros.

A incorporação das expectativas racionais e a redução dos grupos de agregados a um múltiplo de um único agente representativo encerraria, de um lado, a utilização de modelos baseados no papel do multiplicador; de outro lado, alguma noção de que não há qualquer ensejo para a estabilidade dos parâmetros, dada a incerteza fundamental que permeia o ambiente econômico, também colocaria em xeque a possibilidade de existência do multiplicador, para não nos referir somente à possibilidade de estimação.

Para o conjunto de autores que se alinha a tal noção, entretanto, o princípio da demanda efetiva, entendido, grosso modo, a partir da afirmação de que o gasto gera a renda (*e.g.*, Possas, 1987), é bastante caro, senão delimitador da própria concepção acerca do funcionamento do sistema econômico. Com isso, algumas considerações sobre a relação entre o princípio da demanda efetiva (como um princípio mais fundamental e livre de relações comportamentais) e o multiplicador (como uma ferramenta analítica apropriada no nível macroeconômico) necessitam ser feitas e estão contempladas na seção 1.1.

Uma vez emersa a ideia de período do multiplicador, que se coloca prontamente ao pensarmos na própria definição de multiplicador, como o período de tempo necessário para que decorram todos os gastos induzidos pela renda, também se fazem necessários esclarecimentos sobre o papel das expectativas (de curto e longo prazo) e suas relações com aquele período de tempo teórico, presentes na seção 1.2. É a definição teórica rigorosa desse período de tempo que pode possibilitar uma mediação empírica adequada com o tempo cronológico.

Algumas observações preliminares são feitas também no que se refere à relação entre o multiplicador e os encadeamentos setoriais (seção 1.3), de modo que um tratamento mais

adequado desses terá que aguardar até o terceiro capítulo. Seguem-se ainda observações pontuais acerca da consideração (inadequada) de diferentes multiplicadores para diferentes parcelas autônomas de gasto (1.4), da relação entre distribuição de renda e multiplicador (1.5) e da reflexão (normalmente secundária) acerca dos preços no processo do multiplicador (1.6).

Finalmente são discutidas formulações alternativas para o multiplicador através da escolha de quais componentes de gasto são levados em conta e como se dá a divisão entre as parcelas autônoma e induzida, reservando ao capítulo subsequente considerações de natureza empírica a partir de uma escolha específica apresentada na última seção do presente capítulo.

### 1.1. Princípio da Demanda Efetiva (PDE) e multiplicador

Keynesianos de Cambridge<sup>3</sup> não parecem ver qualquer problema com o uso do multiplicador, como podemos notar a partir das exposições de Pasinetti (1974, 1997, 2001) para o PDE. Na realidade, o que identifica a Escola de Cambridge não é somente o fato de uma análise “estática”, de curto prazo, estar assentada no multiplicador, mas de também estarem todos os desenvolvimentos “dinâmicos”, de longo prazo, a partir de Harrod (1939a). Invalidar tal aparato de análise (e não necessariamente os princípios mais básicos envolvidos) significaria, para estes, retroceder mais de sete décadas de teoria econômica.

Os velhos-keynesianos identificados com a síntese neoclássica, dos dois lados do Atlântico, os quais trataram rapidamente de desenvolver e generalizar formalmente alternativas de uso para o multiplicador<sup>4</sup> (*e.g.* Samuelson, 1942; Hansen, 1953), tampouco estariam dispostos a abrir mão do instrumento que os levou tão longe, não só academicamente, mas também em termos da possibilidade de influenciar as decisões de política econômica, a despeito de não terem compromisso explícito com o PDE enquanto tal<sup>5</sup>. Mesmo algumas linhas de pesquisa novo-keynesianas, ainda que equivocadamente (a nosso juízo, como veremos adiante), se dedicam a aferir impactos entendidos como multiplicadores.

Eichner e Kregel (1975), no esforço de sintetizar a teoria pós-keynesiana de modo a incluir

---

3 Ver Pasinetti (2005) para um apanhado sobre a escola de Cambridge.

4 Isso para não citar as tentativas imediatas de mensuração do multiplicador e da propensão marginal a consumir, *e.g.* Clark (1938), Stone e Stone (1938), ou os desenvolvimentos posteriores de Haavelmo (1945, 1947), não necessariamente ligados a Cambridge ou à síntese neoclássica.

5 O que não quer dizer que não encontremos referências ao PDE em autores da síntese neoclássica. Hansen (1953), por exemplo, abre seu livro tratando deste princípio, apesar da interpretação ali presente ter, de fato, uma relação mais íntima com o “problema” da insuficiência de demanda efetiva.

os pós-keynesianos “americanos” (Weintraub, Davidson, Minsky e os próprios) entre os pós-keynesianos “originais” de Cambridge (Harrod, Kahn, Kaldor, Robinson, etc.), não abrem mão de explicitar o papel que os “gastos discricionários” têm em determinar o nível de atividade econômica, através do multiplicador e de sua formulação dinâmica a partir de Harrod, o que também não se perde em sínteses mais recentes como a de Arestis (1996). Lavoie (2006: 12-13) considera ainda que o PDE “está no núcleo de todas as abordagens pós-keynesianas”, sendo relevante tanto no curto quanto no longo prazo<sup>6</sup>. Arestis, Dunn e Sawyer (1999: 528-529), apesar de não utilizarem o termo PDE, acreditam que o tema central da escola pós-keynesiana se baseia nas “contribuições fundamentais de Keynes e Kalecki, a saber, que em uma economia monetária da produção o nível de atividade econômica é definido pelo nível de demanda efetiva”.

Em livro recente intitulado “O multiplicador keynesiano”, os editores declaram que a “análise do multiplicador é um foco central da macroeconomia keynesiana”, sobre o qual “muito da teoria keynesiana e pós-keynesiana do emprego e da demanda agregada é baseado” (Gnos e Rochon, 2008: 1). Destacam, no entanto, que esse não é um tema consensual nem mesmo entre os pós-keynesianos, que se dividem entre a aceitação e a rejeição total do multiplicador enquanto instrumento útil e/ou necessário para a validade do princípio da demanda efetiva, o que fica claro ao longo do livro.

Onde poderia ter se perdido, então, a conexão entre o multiplicador e o PDE? Rochon (2008: 168) afirma que até o ataque<sup>7</sup> de Moore (1988) pós-keynesianos geralmente aceitavam o multiplicador, ficando as críticas e rejeições a cargo de economistas ligados ao *mainstream*, de acordo com a magnitude adotada para o efeito *crowding-out*<sup>8</sup>. De outro lado, afirmações de que o “multiplicador expressa o princípio da demanda efetiva” (Bortis, 2008: 66) ainda podem ser encontradas.

De um lado, Davidson (2001: 404-406) tenta retirar a ênfase sobre o multiplicador numa explicação do princípio da demanda efetiva, colocando-a sobre as “propriedades essenciais da

---

6 Generalizando ainda mais a afirmativa, para o curto prazo, Lavoie, Rodríguez e Seccareccia (2004: 129) argumentam que a “noção de demanda efetiva, e seus impactos na economia no curto prazo, é algo sobre o que os autores de todas as tradições heterodoxas estão em concordância geral”.

7 Mais sobre as bases desse ataque logo adiante.

8 A que se seguiu a ideia da incapacidade do gasto público afetar a demanda agregada, num contexto de expectativas racionais trazido por Barro (1974) e a chamada equivalência ricardiana (ver Tobin, 1980, cap. 3); não pode surpreender o fato deste autor continuar alegando, após a crise financeira de 2008, que o multiplicador (especificamente tratando da política fiscal) é essencialmente zero (ver Ilzetzki, Mendoza e Végh, 2010: 1). Sobre a falta de aderência aos fatos da hipótese de equivalência ricardiana, consultar Barbosa-Filho *et al* (2006).

moeda”<sup>9</sup>. De outro, Pasinetti (2001) se mantém firme na manutenção do multiplicador enquanto instrumental útil para representar o PDE<sup>10</sup>.

O que teria levado alguns dos pós-keynesianos “americanos” à negação do multiplicador? Partindo da ideia de que, para entender o PDE, temos que separar os componentes da demanda entre aqueles que dependem da renda (endógenos) e os que não dependem da renda (exógenos), como o faz Davidson (1994, 2001), nada nos impede de (antes pelo contrário, nos impele a) utilizar a análise do multiplicador, a exemplo do encontrado em Kaldor (1983: 7):

“A originalidade na concepção de demanda efetiva de Keynes recai na divisão da demanda em dois componentes, um componente endógeno e um componente exógeno. [...] Se a relação entre produto e demanda endógena (que Keynes chamou de 'propensão a consumir') é tomada como dada, é o valor da demanda exógena que determina qual será o total da produção e do emprego. Uma elevação na demanda exógena, por quaisquer razões, causará uma elevação na produção que será algum múltiplo da primeira, uma vez que a elevação na produção assim originada causará uma elevação consequente na demanda endógena, por um processo de 'multiplicador’”.

Tudo isso passando por uma explicação muito semelhante à oferecida por Davidson, na qual a *identidade* existente entre as curvas de oferta e demanda agregadas (considerando ambas inteiramente determinadas pela renda – ou pelo nível de emprego, como na *Teoria Geral*) é substituída pela proposição de que uma *igualdade* entre as duas só ocorre numa situação de *equilíbrio*, pois somente uma *fração* da demanda agregada pode ser explicada pelo nível de renda (ou de emprego) numa economia monetária (em oposição a uma economia de trocas puras), no que se demonstra a diferença entre a lei de Say e o PDE (e.g. Davidson, 1994: 20-23; 2001: 393-394; ver também o próprio Keynes, 1936: 25-30). Sintomática é a negligência com um trecho em que Keynes (1937a) contrapõe a lei de Say diretamente ao multiplicador<sup>11</sup>, isso em um texto tomado como cavalo de batalha pelos pós-keynesianos “americanos”.

De passagem, a separação estrita entre as parcelas da demanda agregada que dependem da renda (endógenas, induzidas) daquelas que não dependem da renda (exógenas, autônomas) é utilizada aqui justamente como ponto de partida para se entender, derivar e tentar mensurar o

9 Como se sabe, tal ênfase de interpretação é uma constante na obra de Davidson (e.g. 1978), apesar de suas exposições mais didáticas utilizarem o instrumental do multiplicador sem maiores restrições (ver Davidson, 1994, caps. 3 e 5).

10 “Me parece inconcebível que alguém devesse menosprezar ou mesmo eliminar da análise de Keynes uma ferramenta analítica básica tão importante quanto o multiplicador, a qual incidentalmente ilustra tão claramente a operação da demanda efetiva em situações de preços estáveis e capacidade produtiva ociosa” (Pasinetti, 2001: 385).

11 “Eu tenho dúvida se muitos economistas modernos realmente aceitam a Lei de Say de que a oferta cria sua própria demanda. Mas eles não têm estado atentos que a estão assumindo tacitamente. Assim a lei psicológica subjacente ao Multiplicador tem passado desapercibida” (Keynes, 1937a: 223).

processo do multiplicador, não implicando que o arcabouço pós-keynesiano das curvas de oferta e demanda agregadas seja invalidado, uma vez que a própria igualdade entre essas curvas pode ser interpretada como um equilíbrio do multiplicador. Aliás, como bem demonstrou Amadeo (1989), as versões oferta e demanda do PDE não são excludentes, mas representações alternativas<sup>12</sup>.

Quanto ao ataque de Moore, este se baseia em sua conhecida análise acerca da endogeneidade da moeda, apresentada em “horizontalistas e verticalistas” (Moore, 1988) e resumida pelo próprio (Moore, 1994: 121-124) na seguinte sequência: (i) tomando uma economia fechada com moeda-crédito (há também considerações para uma economia aberta, aqui ignoradas por simplificação), o banco central é obrigado a assegurar ao sistema a liquidez requerida, donde resulta que a oferta de moeda é endogenamente determinada e a taxa de juros se torna o instrumento de política monetária, sendo determinada exogenamente; (ii) desse modo, tanto a teoria da preferência pela liquidez quanto a teoria dos fundos emprestáveis para a determinação da taxa de juros são invalidadas; (iii) os bancos centrais somente conseguem influenciar indiretamente, via manipulação da taxa de juros, a demanda por crédito; (iv) por causa das mudanças nas expectativas, obtemos uma elasticidade-juro da demanda por crédito extremamente baixa e uma oferta de moeda pró-cíclica, apesar das flutuações nos juros; (v) na medida em que empréstimos bancários são utilizados para financiar um gasto deficitário em investimento, o aumento concomitante nos depósitos fornece a “poupança de conveniência” equivalente, donde resulta a igualdade entre poupança e investimento sem a necessidade de que se suponha qualquer mecanismo de ajuste como o multiplicador. Assim, argumenta-se que tanto a teoria da preferência pela liquidez quanto o multiplicador devem ser abandonados<sup>13</sup> quando adotamos uma oferta de moeda totalmente endógena<sup>14</sup>.

---

12 Grosso modo, poderíamos dizer que a versão-oferta apresentada por Amadeo (1989: 90) destaca as decisões de produzir (e empregar) tomadas por um grupo de pessoas (produtores/empresários), levando-se em conta as expectativas sobre a demanda e a estrutura de custos das firmas, enquanto que a versão-demanda se baseia essencialmente nos determinantes do consumo e investimento agregados; Keynes utiliza alternadamente (às vezes embaralhadamente, *e.g.* Keynes, 1936: 29) essas duas “versões” ao longo da *Teoria Geral*, não nos parecendo exagero entender o multiplicador como elo de ligação entre as duas, considerando-se a hierarquização das decisões envolvida, como em Carvalho (1992: 136-137).

13 E aqui não haveria incoerência com a interpretação de Kregel (1988) de que a teoria da preferência pela liquidez e o multiplicador são duas faces da mesma moeda, uma vez que Moore coloca ambas de lado.

14 A que se opõe corretamente Cottrell (1994: 112) argumentando que, se temos uma taxa de juros exogenamente determinada (ou dada), é resultado conhecido dos manuais de macroeconomia que o multiplicador é máximo, compatibilizando os resultados obtidos a partir de uma curva LM horizontal com o encontrado a partir da cruz keynesiana: “Longe de destruir o multiplicador, a moeda endógena mooreana deveria, *prima facie*, re-estabelecê-lo em toda a sua glória”.

Com base nessa cadeia de raciocínio, contudo, parece que o máximo que Moore (1988, 1994) alcança é concluir que não há necessidade de que tomemos o período do multiplicador para que a poupança seja igual ao investimento, essa igualdade se dando a cada momento. Mais ainda, igualando o fluxo de poupança (nova) gerado por uma ampliação do investimento à variação no estoque de moeda (o que é claro se tomamos a moeda como o único ativo financeiro do sistema), chegaríamos ao seu resultado (Moore, 1994: 126) quanto à igualdade entre o multiplicador e a velocidade de circulação da moeda. A conclusão que se mantém é de que não necessitamos de qualquer processo de ajustamento de renda para igualar poupança e investimento porque estes são iguais a cada instante pelo simples fato de que, ao financiar o investimento, *e antes que se dê qualquer processo de ajuste* suposto, a poupança (variação no estoque de moeda) acompanha o investimento.

Essa parece ser uma conclusão demasiado conhecida pela síntese neoclássica, exposta na primeira das sucessivas “rodadas” do multiplicador. Ainda mais, é uma conclusão conhecida pelo menos desde Robertson (1936: 173), o qual a expressa também de maneira tabular explicitando o correr dos “dias”<sup>15</sup>, de modo que no “dia” seguinte ao inicial temos um investimento (constante) de um dado montante equivalente à renda recebida no dia anterior, toda retida em forma de moeda ao iniciar o “dia”, uma vez que não poderia *até então* ter sido gasta. Com essa definição de período, a renda à disposição a cada início do dia é sempre igual ao montante de moeda, o que torna a velocidade de circulação da moeda<sup>16</sup>, além de constante, igual à unidade.

Lendo ao reverso, *antes que uma parcela da nova renda gerada seja gasta*, ou antes que os agentes possam ajustar plenamente seus gastos de acordo com suas propensões a consumir, também a poupança será igual à renda, para que muitos recorrem ao artifício de que há uma poupança “forçada” ou “involuntária”<sup>17</sup>. Somente quando, erroneamente, não se admita correspondência entre gastos e rendimentos no agregado, ou quando algum corte equivocado no tempo permita que o fluxo de renda auferido em um período se transforme em um estoque que passa para o período seguinte (e ainda assim o gasto tenha sido efetuado!) é que se pleiteia alguma discrepância entre poupança e investimento (de acordo com as definições adotadas por

15 “Eu suponho a existência de um período de tempo, a ser denominado um “dia”, que é finito, mas não obstante tão curto que a renda que um homem recebe em um dado dia não pode ser alocada durante seu curso para qualquer uso particular” (Robertson, 1933: 399).

16 “Eu estou surpreso que ele [Robertson] possa pensar que aqueles que se divertem com a velocidade de circulação da moeda têm muito em comum com a teoria do multiplicador” (Keynes, 1937a: 210). Ver também as considerações de Kahn (1984: 103-104) sobre esse debate e, ainda, as comparações de Samuelson (1942) entre a velocidade de circulação e a teoria do multiplicador.

17 Ver também Cottrell (1994: 114) e Carvalho (1996: 314) a esse respeito.

Keynes na *Teoria Geral*), o que, como bem demonstra Lerner (1938), acaba por consistir num erro lógico.

A correspondência entre poupança e investimento já é assegurada a partir de uma identidade contábil. No entanto, tomar o período do multiplicador como unidade temporal de análise<sup>18</sup> (e fazer uma hipótese comportamental necessária, a de que o consumo é função da renda) nos assegura ainda que não há espaço para qualquer tipo de “poupança forçada”, pois, ao final do processo lógico do multiplicador (agora implicando equilíbrio), toda a renda já tomou sua destinação em termos de consumo ou poupança, não mais sobrando espaço para desvios da propensão a consumir “correta”.

Em resumo, de um lado, a depender da hipótese que se tome para a variação do estoque de moeda, podemos fazer com que o multiplicador coincida com a velocidade de circulação da moeda, como em Moore (1994): com o investimento sendo igual à variação no estoque de moeda, para uma economia fechada e sem governo, a preços constantes, obtemos diretamente a igualdade entre estas definições. De maneira mais geral, “tão logo alguém tenha definido arbitrariamente moeda e renda, sempre pode definir velocidade” (Samuelson, 1942: 602). Por outro lado, a depender da definição de período adotada, podemos garantir essa igualdade para uma dada velocidade de circulação: Moore (1994: 126n) atribui a essa suposta igualdade entre velocidade e multiplicador o fracasso em se estabelecer empiricamente qual, dentre os dois conceitos, pode ser tomado como uma relação mais estável, enquanto Samuelson (1942: 601) ironiza acerca dessa coincidência empírica:

“É inadequado que os antigos astrônomos tenham tomado o período de rotação da terra em torno do sol como a unidade convencional para o cômputo do tempo, porque com os hábitos financeiros atuais isso resulta num valor para a velocidade renda da moeda de dois ou três, não dissimilar ao valor usualmente obtido para o multiplicador. A semelhança é, claro, puramente casual e somente uma indicação de confusão. Se nós usássemos o ciclo de dez anos como nossa unidade de tempo, a velocidade renda estaria mais ou menos ao redor de trinta, enquanto o multiplicador continuaria sendo dois”.

Ao discorrer sobre a explicação dos circuitistas, a sequência de Rochon (2008: 172) pode nos ser útil para deixar mais clara, sinteticamente, a ideia de partida de Moore: para o investimento ser realizado este precisa ser financiado pelos bancos, os quais criam moeda ao concederem os empréstimos<sup>19</sup>. Também aí não há nada de novo e ao menos Rochon (2008)

<sup>18</sup> Mais sobre o período do multiplicador e a noção de equilíbrio subjacente logo adiante.

<sup>19</sup> Ver também Davidson (1968: 314; 1978: 271) sobre a consideração de que o investimento é financiado endogenamente via crédito.

reconhece que isso já está presente na formulação original de Kahn (1931: 174), na qual se considera “que a cooperação inteligente do sistema bancário está sendo tomada como certa”, supondo que o Banco Central tem por objetivo atingir o máximo de emprego possível<sup>20</sup>, e que se ocorrer uma “restrição de crédito, então qualquer tentativa de aumentar o emprego [...] pode se tornar vã” (*ibid*: 175).

A nossa postura aqui é de natureza ainda mais simples: uma vez que esses gastos foram efetuados (a medição é sempre *ex post*), foram também financiados de algum modo e, ao menos que a estrutura de *funding* não seja adequada<sup>21</sup>, ao longo do período do multiplicador são geradas as poupanças correspondentes.

Resta ainda a alternativa de justificar a “morte natural” do multiplicador (Moore, 1994: 128n) como simples resultado de que “em um mundo não-ergódico é impossível a própria concepção de qualquer equilíbrio macroeconômico estável” (*ibid*: 127). Ao que nos parece, isso já é ir um pouco longe demais e tentar jogar fora uma das ferramentas analíticas mais úteis que os economistas já tiveram à disposição. Aliás, é abrir mão até do refúgio no curto-prazo caricaturado por Macedo e Silva e Dos Santos (2011), não havendo mais o que dizer acerca do chamado destes para que tentemos teorizar sobre períodos mais longos. O apelo para a “natureza evanescente, inquantificável e incognoscível das expectativas de longo-prazo do investidor” que levaram Keynes a cunhar o termo *animal spirits* (Moore, 2008: 120)<sup>22</sup>, ao decretar o fim do multiplicador, deixa, sem dúvida, os pós-keynesianos “americanos” pouco equipados mesmo para o curto prazo<sup>23</sup>.

É fato conhecido que há certa tendência, em alguns círculos pós-keynesianos, a tentar rejeitar *ex ante* qualquer afirmativa que lance mão do conceito de equilíbrio, mesmo que esse seja de natureza tão simples e útil quanto o equilíbrio implicado pelo multiplicador. Deve estar claro, também no que tange ao processo do multiplicador, que estamos num mundo não-ergódico,

20 “[...] consistente com a permanência no padrão ouro”, foi necessário Kahn (1931: 174) qualificar à época.

21 Ou seja, incapaz de trocar dívidas de curto por dívidas de longo prazo para o caso do financiamento ter que ser pago antes do término do período do multiplicador (a esse respeito, Asimakopulos, 1986).

22 Infelizmente, não vale a pena debater qualquer ponto acerca desse ataque mais recente de Moore (2008), uma vez que se seguem equívocos sobre complexidade, raízes unitárias e cointegração, por exemplo, para que se atinja a opinião de que “se um sistema complexo não tem tendência a se mover em direção a alguma posição futura de 'equilíbrio' específica, não pode haver um processo de 'multiplicador' keynesiano” (Moore, 2008: 121).

23 Dequech (2000; 2003) argumenta corretamente que não necessariamente o reconhecimento da incerteza por parte dos pós-keynesianos levaria ao niilismo teórico. “Aqueles que implícita ou explicitamente igualam incerteza fundamental com completa ignorância colocam uma ênfase relativamente maior em fatores tais como *animal spirits* e podem ter mais dificuldade em se livrar do fardo do niilismo” (Dequech, 2000:43), adverte, no entanto. Levar a incerteza a esse extremo e ainda se apoiar na complexidade parece realmente ter levado parte dos pós-keynesianos ao completo niilismo teórico.

sujeito à incerteza fundamental, no qual as expectativas com relação ao investimento (só mais um dentre os componentes da demanda agregada ou *causa causans*?<sup>24</sup>) mudam o tempo todo e que, com isso, nunca atingimos o equilíbrio prometido pelo multiplicador. A despeito disso, as decisões de investimento são tomadas e passíveis de mensuração (*ex post*, naturalmente), não variam radicalmente a ponto de não conseguirmos perceber nenhuma regularidade entre o mesmo e o nível de renda, e *podem* (devem?) ser mapeadas, enquanto comportamento médio para um dado período, de modo que consigamos captar o que há de estável na relação entre um gasto autônomo (exógeno) efetuado e sua contrapartida em termos do nível de renda (endógeno).

Não estamos com isso afirmando que uma relação matemática precisa pode ser estabelecida entre a soma dos gastos autônomos e o nível de renda, de modo que esta se mantenha exatamente a mesma em qualquer período tomado, sem qualquer desvio; isso seria advogar pela invariabilidade dos parâmetros em qualquer circunstância, ainda que conseguíssemos medi-los adequadamente. No entanto, assumir a postura exatamente contrária, a de que nenhuma regularidade pode ser apreendida (mesmo que isso implique tomarmos médias para os parâmetros em dado período), uma vez que a incerteza presente numa economia capitalista é de tal natureza que não permite qualquer previsão, ainda que para um período relativamente curto de tempo (cronológico), de modo que os parâmetros nunca podem ser obtidos (ou apresentam variações tão extremas que qualquer tentativa de mensurá-los é vã), parece contrariar a lógica subjacente à teoria do multiplicador e, sobretudo, parece contrariar o que conseguimos observar acerca do “mundo real”, propalado objetivo último de análise dos próprios pós-keynesianos “americanos”.

A partir dos artigos da referida coletânea recente (Gnos e Rochon, 2008) ou de debates pretéritos também citados (*e.g.* Moore, 1994; Cottrell, 1994; Dalziel, 1996<sup>25</sup>; Davidson, 2001; Pasinetti, 2001) podemos constatar que a possibilidade de consenso parece, inclusive, estar mais remota. E no caso do Brasil, o quadro seria o mesmo?

No conhecido capítulo brasileiro acerca da controvérsia da demanda efetiva (Belluzzo e Tavares, 1981; Castro, 1981), mesmo que Belluzzo e Tavares (1981) tenham se oposto à

---

24 “A teoria pode ser resumida pela afirmação de que, dada a psicologia do público, o nível de produto e emprego como um todo depende do montante de investimento. Eu coloquei desta forma não porque esse é o único fator de que depende o produto agregado, mas porque é usual em um sistema complexo reconhecer como a *causa causans* aquele fator que é mais propenso a amplas e repentinas flutuações” (Keynes, 1937a: 221).

25 Essas três primeiras referências tratam de um debate ocorrido entre Moore (1994) e Cottrell (1994), na década de 1990, sobre o papel do multiplicador considerando alguns aspectos da moeda endógena, o qual foi, de certo modo, sumarizado por Dalziel (1996). Ocorreu na mesma década um debate brasileiro acerca do horizontalismo (Costa, 1993; 1994 e Carvalho, 1993), o qual foi, analogamente, sumarizado por Meirelles (1995); no entanto, este se restringiu à teoria monetária, sem destacar as possíveis relações com o multiplicador.

interpretação “bastarda” de Keynes e à versão dos manuais de Macroeconomia que enfatizam a reta de 45 graus de Hansen, referindo-se basicamente à inadequação das ideias de “hiato” e “insuficiência de demanda efetiva”, não parecem abrir mão do mecanismo do multiplicador, citando inclusive uma alusão de Keynes ao mesmo (*ibid*: 110).

A não menos conhecida interpretação de Possas (1987: 48-59) para o PDE parte da autonomia envolvida na decisão, tentando colocá-lo em sua forma mais “simples e geral”; em uma sentença: “Em qualquer ato de compra e venda tomado isoladamente, produz-se um fluxo monetário – pagamento de um lado, recebimento de outro – decorrente de *uma única* decisão autônoma: a de efetuar determinado *dispêndio*” (*ibid*: 51, grifos no original). Não há, entretanto, qualquer incompatibilidade entre essa exposição “microeconômica” e o mecanismo do multiplicador, desde que assumamos algumas hipóteses, restritivas na interpretação deste autor, como uma função comportamental (consumo) que estabeleça o equilíbrio findo o tempo necessário para o esgotamento do processo (o período do multiplicador). Menos incompatibilidade ainda há com qualquer versão exposta por Kalecki<sup>26</sup> para o PDE, sem enunciá-lo a partir dessa terminologia mas deixando clara a autonomia da decisão de gasto, ou qualquer versão exposta por Keynes, informalmente em artigo de opinião<sup>27</sup>, ou num rascunho não tornado definitivo do que viria a ser a *Teoria Geral*<sup>28</sup>.

Não pode haver, do nosso ponto de vista, nada de enganoso em afirmar que, no nível macroeconômico, o multiplicador é a ferramenta analítica que nos permite visualizar o princípio da demanda efetiva, ou seja, o processo de geração de renda a partir de um gasto autônomo. O que não quer dizer que não há diferenças entre as duas coisas: de um lado, o princípio em um nível mais fundamental, livre de relações comportamentais (como a função consumo); de outro, a *representação* desse princípio no contexto macroeconômico, a ferramenta analítica (ver, por exemplo, Pasinetti, 1997).

---

26 Sobre sua equação igualando lucros aos gastos dos capitalistas em consumo e investimento (cuja explicação mais cristalina foi dada posteriormente, a partir do esquema tridepartamental, em Kalecki, 1968b), escreve Kalecki (1942: 251): “Qual o sentido adequado dessa equação? Significa que os lucros em dado período determinam consumo e investimento dos capitalistas ou o contrário? A resposta a essa questão depende de qual dessas quantidades estiver diretamente sujeita às decisões dos capitalistas. Ora, é claro que eles podem decidir consumir e investir mais em um dado período curto que no precedente, mas não podem decidir ganhar mais. Portanto, são suas decisões de investimento e consumo que determinam os lucros, e não o contrário”.

27 “É frequentemente dito pelos sabichões que nós não podemos gastar mais do que ganhamos. Isso é, naturalmente, bem verdade para o indivíduo, mas muitíssimo enganoso se aplicado à comunidade como um todo”, caso em que “seria muito mais verdade dizer que nós não podemos ganhar mais do que gastamos” (Keynes, 1932: 126).

28 “Para a proposição de que a oferta cria sua própria demanda, eu devo substituí-la pela proposição de que o gasto cria sua própria renda, i.e. uma renda exatamente suficiente para cobrir o gasto” (Keynes, 1933b: 80-81).

## 1.2. Expectativas e período do multiplicador

É tema conhecido que Keynes (1936, capítulo 5) relaciona as decisões de produção (a escala com que se produz dada a capacidade instalada) com expectativas de curto prazo e as decisões de investimento (ampliação da capacidade) com expectativas de longo prazo (*e.g.* Davidson, 1978: 20-25; Asimakopulos, 1985; Possas, 1986: 298; Possas, 1987: 75-76; Macedo e Silva, 1999, capítulo 3). E o faz afirmando que os resultados apurados de produção e vendas, que podem confirmar ou não as expectativas, “somente serão relevantes para o emprego na medida em que causem uma modificação nas expectativas subsequentes” (Keynes, 1936: 47), especificamente no que tange às expectativas de curto prazo. Considera posteriormente também a possibilidade de que as expectativas de curto-prazo sempre se realizem<sup>29</sup>.

Tal simplificação quanto às expectativas é factível justamente porque, para fins de observarmos a passagem de um a outro “período do multiplicador”, o que pode ser feito por simples exercícios de estática comparativa, não importa o que acontece às expectativas de curto prazo, contanto que estejam dadas as expectativas de longo prazo<sup>30</sup>. E essa é a virtude de expor o Princípio da Demanda Efetiva sem a necessidade de mencionar desapontamentos de expectativas e mudanças nos preços ou na distribuição de renda, que, apesar de lançarem luz em aspectos essenciais da dinâmica, obscurecem a chegada a um resultado obtenível independentemente dessas considerações. Esse é o resultado oferecido pelo multiplicador.

Muito mais difícil é a compreensão do que vem a ser o próprio período do multiplicador e a temporalidade envolvida (se houver) com relação às diferentes modalidades de expectativas, ou como estas podem se relacionar com os ciclos (curto prazo?) ou tendências de crescimento (longo prazo?). Identificar as expectativas de curto prazo com um “período de produção” e este com um curto prazo marshalliano (com capacidade produtiva dada) parece ser uma alternativa,

---

29 “Eu comecei, como disse, reconhecendo essa diferença [entre rendimentos esperados e obtidos pelos empresários] como importante. Mas finalmente percebi que esta era de importância secundária e enfatizá-la obscurecia o argumento real. Pois a teoria da demanda efetiva é substancialmente a mesma se assumirmos que as expectativas de curto-prazo sempre são realizadas” (Keynes, 1937b: 181). E continua (*ibid*) afirmando: “se eu estivesse escrevendo o livro novamente deveria começar expondo minha teoria sob a hipótese de que as expectativas de curto-prazo sempre são realizadas; e então fazer um capítulo subsequente mostrando que diferença faz quando as expectativas de curto-prazo são desapontadas”. A consideração de que as expectativas de curto-prazo sempre são realizadas permitiu a Kregel (1976) fechar sua interpretação para um modelo de equilíbrio estático, no qual, ademais, as expectativas de longo-prazo são mantidas constantes em um nível qualquer.

30 Hicks (1936: 242-243) considera essencial a divisão entre expectativas de longo prazo, exógenas, e expectativas de curto prazo, sempre satisfeitas, para que tenhamos os tipos de repercussão propostos, com relações *determinadas* partindo da indústria de bens de capital para a de bens de consumo.

confinando as expectativas de longo prazo a um “período do investimento” e ao longo prazo marshalliano. Se a explicação do multiplicador se dá para uma dada capacidade produtiva, também poderia ser associado o “período de produção” ao “período do multiplicador”, e isso parece acontecer, por exemplo, em Amadeo (1989: 97). No entanto, pouco adiante (*ibid*: 102) a interpretação é de que um “equilíbrio pleno”, condizente com o esgotamento do processo do multiplicador, somente ocorrerá após uma série de períodos de produção<sup>31</sup>.

De fato, os períodos de produção na *Teoria Geral* parecem tratar de uma outra dinâmica, típica do estudo dos ciclos a partir de variações nos estoques ou preços, como o efetuado, por exemplo, no *Tratado sobre a moeda* (Keynes, 1930), refletindo um modo de análise bastante em voga antes da *Teoria Geral*<sup>32</sup>. Se identificamos, portanto, o período de produção com a dinâmica cíclica do curto prazo e considerarmos que um estado de expectativas constante ligado ao período do investimento forma o longo prazo, poderia se entender que o “período do multiplicador” é uma concepção de longo prazo. Dando margem para grande ambiguidade, poder-se-ia encontrar abrigo também para essa interpretação na *Teoria Geral*. Transformando os conceitos de emprego para renda, quando Keynes (1936: 48) trata da influência das expectativas de longo prazo, poderíamos apresentar o seguinte resumo: se um “estado de expectativas” se mantivesse indefinidamente, tal que todas as repercussões possíveis sobre o nível de renda tivessem surtido efeito, esse nível de renda assim obtido poderia ser chamado de nível de renda de longo período<sup>33</sup>

34 .

Nesse contexto, onde se situaria a análise (e, portanto, o período) do multiplicador? No curto ou no longo prazo? Certamente a resposta está mais no campo das definições que da teorização, mas desde que abstraíamos os “ciclos de estoques”, relegando-os a um “curtíssimo” prazo sobre o qual não se julgue necessária a consideração (para fins de descrever a

31 Em Possas (1987) há a tentativa de se introduzir os conceitos de período de produção e período de investimento enquanto instâncias puramente teóricas, sem contrapartida necessária em termos de tempo histórico. Explicitamente (*ibid*: 88-90), podemos encontrar a interpretação de que o desdobramento do multiplicador deve atravessar vários períodos de produção, sendo que não pode haver coincidência entre “período de produção” e “período do multiplicador”

32 Como também era o caso, por exemplo, da teoria dos ciclos em Hayek (ver Soromenho, 2011).

33 Para os nossos fins, não necessitaremos distinguir os conceitos de prazo (*run*) e período (*period*). Para tal distinção, consultar Carvalho (1990).

34 Se segue que, “embora as expectativas possam variar tão frequentemente que o nível efetivo de emprego nunca tenha tempo de atingir o emprego de longo período correspondente ao estado de expectativas existente, ainda assim cada estado de expectativas tem seu nível definido de emprego de longo período correspondente” (Keynes, 1936: 48). Para observações específicas sobre essa concepção de longo período na *Teoria Geral*, consultar Asimakopulos (1985). Vale notar que é a partir daí que os “keynesianos neo-ricardianos”, de acordo com a denominação de Dutt e Amadeo (1990), encontram uma correspondência com Keynes, interpretando essa posição de longo período como centro de gravitação (ver Carvalho, 1985, 1990).

macrodinâmica), e entendamos que a definição cronológica do período necessário para que se esgotem os efeitos do multiplicador se situe dentro de um período curto de tempo, não restariam objeções para definir o “período do multiplicador” como o curto prazo. Ademais, quer definamos o longo prazo em termos cronológicos ou da necessidade de obtenção de um estado estacionário, o candidato natural ao cargo não seria o “período do multiplicador”.

A ideia de que o “período macroeconômico” pode ser teoricamente definido de modo a representar o decurso de tempo necessário para que haja o esgotamento do efeito-multiplicador, sendo este o “período do multiplicador”, pode ser encontrada em Macedo e Silva (1995: 130; 138-139). Definindo o período do multiplicador desse modo, continuam válidas as ressalvas de que um conjunto de efeitos multiplicadores se dá ao mesmo tempo (cronológico) e de que, provavelmente, os períodos macroeconômicos serão diferentes uns dos outros (Macedo e Silva, 1995: 141); todavia, um período médio para o multiplicador pode ser aferido. Desse modo, nossa busca reside não na tentativa de definir um período teórico para fins de se fazer afirmações vagas acerca de um processo de multiplicador instantâneo, lógico e atemporal; pelo contrário, a ideia aqui é justamente igualar o período contábil ao teórico, de modo a fazer com que o tempo cronológico seja contado a partir do período do multiplicador<sup>35</sup> e que, assim, possamos afirmar que ao cabo de um tempo cronológico definido, é de se esperar que os efeitos decorrentes de uma ampliação do gasto autônomo tenham se esgotado (a despeito da óbvia constatação de que outros processos estão em andamento)<sup>36</sup>.

Apesar de trabalhar sempre na perspectiva de que é impossível fixar teoricamente o período do multiplicador (Possas, 1987: 88), Macedo e Silva (1999: 197) nos fornece uma série de indicações de que a exposição-padrão do multiplicador trabalha com a hipótese implícita de que o período contábil foi definido como o próprio período do multiplicador<sup>37</sup>, para que ao final obtenhamos um equilíbrio bem definido. De acordo com Carvalho (1996), essa seria uma hipótese de trabalho da própria *Teoria Geral*: “Como Leijonhufvud (1968) apontou, o período envolvido nas definições de equilíbrio da *Teoria Geral* é definido precisamente como a duração

---

35 Ou seja, queremos adequar o tempo cronológico ao teórico, no sentido utilizado por Possas (1987).

36 Assim, estamos também nos contrapondo à noção de que “o multiplicador *não* explica como a economia A [qualquer] se expande ao longo do tempo quando os gastos exógenos mudam” (Davidson, 2001: 407, grifos no original), a qual evoca a interpretação do multiplicador como um experimento controlado (Davidson, 1994: 40-41).

37 Ainda, de acordo com Macedo e Silva (1995: 143): “Tanto na Teoria geral quanto no modelo IS-LM, o período macroeconômico está balizado pelo multiplicador”. Há um reconhecimento do próprio Hicks (1981: 147-148) de que estamos tratando de um curto período como um “ano” no modelo IS-LM, não uma “semana” como em outros de seus modelos.

requerida para o multiplicador operar. Não faz sentido então perguntar quanto tempo leva para o multiplicador produzir seus efeitos: *leva um período*” (Carvalho, 1996: 324, grifos no original).

Mais do que situar a unidade de tempo teórico da *Teoria Geral* no período do multiplicador, Leijonhufvud (1968: 61) de fato identifica a contraparte de um curto prazo em que se igualam poupança e investimento, em termos de tempo de calendário, como o período suficiente para que os efeitos do multiplicador se esgotem, desenvolvendo apêndice específico (*ibid*: 60-66) para tratar dos problemas da análise de períodos. Desde que se considere um conjunto de variáveis como constante e outro perfeitamente variável (nos termos aqui utilizados, que sejam separadas as parcelas autônoma e induzida com relação à renda), esse último se ajustando integralmente dentro de um período de análise – indicando que “os processos relevantes de curto-prazo são sempre convergentes” (Leijonhufvud, 1968: 61n) –, podemos identificar o curto prazo keynesiano, para esse autor.

Tal construção logicamente consistente, desde que cheguemos a um consenso sobre a classificação desses dois conjuntos de variáveis, não é, entretanto, o único requisito para se fazer teoria econômica (Leijonhufvud, 1968: 62): “Relevância empírica é outro. Para modelos de “períodos” de curto-prazo isso levanta um problema intimamente ligado àquele da classificação, a saber, a que intervalo aproximado de tempo de calendário o curto prazo do modelo corresponde. Alguma concepção do intervalo de tempo implicado por tal modelo é requerida para o propósito de testá-lo”.

Adicionalmente a essas definições que nos conduzem a situar o período do multiplicador no curto prazo, podemos acrescentar, por exclusão, que, conforme Godley e Lavoie (2007a: 70-74), o equilíbrio implicado pelo multiplicador não pode ser classificado como um equilíbrio de longo prazo, pelo menos não no sentido clássico de ausência de mudanças em qualquer variável da economia, sejam fluxos ou estoques (estado estacionário)<sup>38</sup>. Isso porque a análise do multiplicador usualmente trata somente dos impactos das variáveis de fluxo consideradas exógenas sobre as variáveis, também de fluxo, consideradas endógenas, sem que sejam levadas em conta as alterações resultantes nas variáveis de estoque e os impactos subsequentes dessas

---

38 Godley e Lavoie (2007a: 70) deixam claro que o equilíbrio implicado pelo processo do multiplicador é relativo somente ao curto prazo, significando um equilíbrio temporário que não pode ser entendido no sentido de estado estacionário. Sobre a noção clássica de estado estacionário, ver Robbins (1930), o qual atribui a Marshall uma versão ainda mais elaborada do conceito, onde estão presentes elementos de continuidade com a versão clássica, mormente a ideia de que o estado estacionário é *resultante* de forças que atuaram para levar a economia a uma posição de repouso, em um processo rumo ao equilíbrio; a essa versão Robbins opõe a de J. B. Clark, onde se assume *por hipótese* que algumas variáveis estão paradas.

últimas nas variáveis endógenas. Ignorando tal influência dos estoques, não podemos ter atingindo uma situação de ausência de variações, ou seja, de estado estacionário<sup>39</sup>. Se identificamos estado estacionário com longo prazo, podemos identificar o período do multiplicador com o curto prazo.

Em Kalecki (1937: 78-80) já estava clara a postura de tomar o período do multiplicador como o curto período, bem como a ideia de descrever um “processo dinâmico como uma cadeia de equilíbrios de curto período” (*ibid*: 80)<sup>40</sup>. Também Carvalho (1990: 288-289) explicita que uma “análise de longo-período nas linhas estabelecidas por Keynes demandaria o estudo dos fatores de continuidade que conectam cada curto período ao próximo”. Tomar como o curto prazo o período de tempo estritamente necessário para que se realize o processo do multiplicador, ou seja, fazer com que nosso curto prazo coincida com o próprio “período do multiplicador”, e entender o encadeamento desses curtos períodos como o percurso (*traverse*) que nos leva do curto ao longo prazo, este último entendido como estado estacionário, é justamente a tarefa a que se propõem os modelos SFC.

A necessidade de tomar uma definição rigorosa para o período do multiplicador, entretanto, parece estar passando despercebida mesmo para este tipo de análise no qual seria essa uma consequência lógica. O reconhecimento de que o equilíbrio decorrente do multiplicador somente pode ser considerado como um de curto prazo e a tentativa explícita de encadear períodos de curto prazo (portanto, períodos do multiplicador) tem ficado somente no campo conceitual e, quando das simulações realizadas a partir desses modelos, é notória a falta de cuidado acerca de qual o período, cronológico e mesmo teórico, tomado como base<sup>41</sup>. Apesar de se utilizar a análise do multiplicador para a obtenção de cada equilíbrio de curto prazo, não há referências ao período

---

39 “O problema com a estória padrão dos livros-texto é que esta trata de fluxos sem levar em conta o impacto dos fluxos sobre os estoques – e o impacto subsequente dos estoques sobre os fluxos. Até que um estado estacionário seja atingido, fluxos de curto-prazo gerarão mudanças nos estoques” (Godley e Lavoie, 2007a: 71). De acordo com Tobin (1980: 74) “nós sabemos que a solução IS/LM não pode representar, em geral, um equilíbrio estacionário. Os valores que a solução fornece para as variáveis de fluxo no modelo usualmente implicam que estoques estão aumentando ou diminuindo”. Esse autor considera ainda que “Keynes estava bastante consciente de que o modelo da *Teoria Geral* descrevia somente um equilíbrio temporário de curto prazo” (*ibid*: 75).

40 Todavia, a opção de Kalecki de encadear os períodos parte da explicação dos determinantes do investimento, o que certamente passa pelo estoque de capital, mas não pelo estoque de riqueza em geral como a chave para a ligação entre períodos, como tem se observado presentemente nos modelos SFC. Ao reconsiderar a utilidade de separar-se analiticamente ciclo e tendência e construir-se teorias distintas para explicá-los, Kalecki (1968a: 263) acaba por reafirmar que não vê motivos para que não utilizemos a mesma abordagem dos ciclos para o problema do crescimento, uma vez que “a tendência de longo-prazo é somente um componente, que muda lentamente, de uma cadeia de posições de curto-prazo; esta não possui existência independente”.

41 “Não deveria ser dada muita atenção aos anos numéricos que são mostrados no eixo-x do gráfico. Esses de fato representam períodos: poderiam ser anos, trimestres, meses” (Godley e Lavoie, 2007a: 72n).

do multiplicador e, quando muito, se toma um período contábil arbitrário para explicitar a passagem do tempo.

Quanto à noção de equilíbrio envolvida no processo do multiplicador, precisamos deixar claro mais uma vez que essa não se confunde com a identidade contábil. Se estabelecemos somente uma relação comportamental como a função consumo (para simplificar, uma economia fechada, sem governo e sem consumo autônomo), é necessário que ao final do processo do multiplicador, haja equilíbrio nessa relação, ou seja, que a razão obtida entre consumo e renda reflita corretamente a propensão marginal a consumir. Partindo da proposição de “que o consumidor está “satisfeito”, ou em “equilíbrio”, quando considera adequada a relação entre consumo e renda” (Macedo e Silva, 1999: 184), o que tem que ocorrer justamente ao fim do “período do multiplicador”, a dedução do multiplicador pressupõe, por conseguinte, o equilíbrio dos consumidores<sup>42</sup>.

Daí não podemos inferir que não ocorreu qualquer “desvio” deste equilíbrio ao longo do período do multiplicador. Estamos longe de afirmar que não há “expectativas, incerteza, cadeias produtivas, estruturas de mercado e conjunturas distintas” (Macedo e Silva, 1999: 195). Aqui, simplesmente temos que considerar que há regularidade suficiente para que tomemos o final de cada período médio do multiplicador como refletindo uma suposta resolução para estes “desvios de curtíssimo prazo”. Também precisamos admitir que a tentativa de mensurar o período do multiplicador tem que contar com uma dose de arbitrariedade no sentido de desconsiderar “rodadas” desprezíveis (*ibid*: 198) do multiplicador (que não acrescentem sequer um centavo ao resultado final?), ou, traduzindo para a estatística, desconsiderar os períodos mais distantes por não acrescentarem informação significativa à nossa explicação.

Dadas todas essas restrições, talvez fosse preferível “interpretar o multiplicador num sentido puramente lógico, não-temporal, [...] [não importando] se o “multiplicador” é antecipado ou não pelos empresários, ou quanto tempo leve para produzir seu efeito, desde que esse possa ser identificado e se possível quantificado” (Possas, 1987: 89). Todavia, mesmo que não fizéssemos hipóteses acerca da defasagem temporal, especificamente quanto a previsões, tratando a alteração da renda somente como *potencial*, como também sugere Possas (1987: 90), teríamos que fazê-las para tentar captar qual a magnitude do próprio multiplicador<sup>43</sup>.

---

42 De maneira geral, como destacado por Carvalho (1992: 145), “quando o multiplicador tiver concluído sua tarefa, os agentes estarão em equilíbrio”.

43 “Eu estou aqui considerando a posição final de equilíbrio quando tudo tenha se estabelecido. Mas algum tempo passará, obviamente, entre um ponto em que o emprego primário se origina e o ponto em que o emprego

Restam ainda, na literatura que trata do multiplicador, algumas imprecisões que se devem: (i) à falta de reconhecimento de que necessitamos trabalhar com o período do multiplicador; (ii) ao fato de não se levar às últimas consequências o encadeamento período a período. Como se sabe, a “teoria lógica do multiplicador, que se mantém continuamente, sem defasagens, em todos os momentos do tempo” (Keynes, 1936: 122), foi enunciada pelo próprio Keynes em oposição a um modo de pensar essa relação a partir das “consequências de uma expansão nas indústrias de bens de capital que tem um efeito gradual, sujeito a defasagens e somente após um intervalo” (*ibid*). No entanto, algumas interpretações não levam em consideração que o multiplicador “instantâneo” tem que gerar os mesmos resultados de um que considere as defasagens, desde que tomemos o período de tempo correto.

Representando o primeiro grupo, Moore (1994, 2008), por exemplo, acredita que o multiplicador nunca realiza seus efeitos, pois, em um período seguinte (o qual, deveria estar explícito, tem que se situar *antes* que se encerre o período do multiplicador), o investimento se alterará e, com isso, também a renda de equilíbrio. Não há dúvida de que os gastos autônomos se alteram a todo momento e, por esse motivo, é premente que se tome o período adequado de tempo, pois, para efeitos do funcionamento do modelo, os gastos autônomos têm que ser considerados constantes ao passo que a renda se ajusta (via multiplicador) integralmente no decorrer desse período. O que não quer dizer que os gastos autônomos não se alterem no tempo cronológico, mas que são necessárias mediações: tomando-se o período de tempo cronológico correto, o ajuste da renda tem que se dar dentro de um único período de tempo teórico – o período do multiplicador.

Por outro lado, representando o segundo grupo, Chick (1983, capítulo 14), por exemplo, acredita que o que está em jogo é se a mudança nos gastos autônomos é *sustentada* (uma vez alterado, o nível se mantém para todos os períodos seguintes) ou somente para o período *imediato* (retornando ao nível inicial posteriormente); em seus termos, no primeiro caso, ter-se-ia uma teoria estática e, no segundo, uma teoria dinâmica<sup>44</sup>. Tal classificação não é essencialmente adequada ao ponto de vista aqui defendido, uma vez que, ao tentarmos encadear períodos do multiplicador, estamos levando em conta apenas um período de cada vez, no que podemos

---

secundário atinge suas dimensões plenas, pois salários e lucros não são gastos tão logo são recebidos. Eu não entro na questão dessa defasagem temporal” (Kahn, 1931: 183n).

44 Essa distinção também é realizada por Chick (1983, capítulo 14) de outra maneira: entre uma teoria que leve em conta as defasagens como uma teoria dinâmica do multiplicador, e uma outra interpretação para o multiplicador como essencialmente estático, a qual guarda relação com a expansão dos gastos autônomos como uma condição necessária a determinada expansão do nível de renda.

interpretar sua explicação (representada graficamente, inclusive) para a versão estática como válida somente para um período adiante, e não como descrevendo uma variação sustentada. Sua interpretação dinâmica, se acompanharmos período a período<sup>45</sup> como aqui sugerido, é tautológica: se a um aumento dos gastos autônomos em um período se segue uma diminuição da mesma magnitude no período seguinte, o nível de renda retorna ao inicial, encerrando essa dicotomia entre variação permanente / temporária. Descrever uma variação como sustentada seria equivalente a dizer que os gastos autônomos assumem o mesmo valor para cada um dos períodos subsequentes, o que não se diferencia de uma explicação “dinâmica” na qual atribuímos valores para cada período.

Concluimos assim pela necessidade de se tentar aferir, ao mesmo tempo, o multiplicador e o seu período, interpretando-o como um período curto. A sucessão desses períodos curtos deve constituir explicação da travessia até o estado estacionário, entendido como o longo prazo, não no intuito de apontar para onde a economia convergirá realmente, mas no sentido de se analisar a própria sustentabilidade da trajetória caso não ocorram mudanças nos parâmetros e variáveis exógenas<sup>46</sup>.

### 1.3. Gasto primário e gasto secundário

Um motivo frequente de confusão quando se discute o multiplicador é a acusação de que neste não estão presentes as inter-relações setoriais, o que significa dizer, de maneira caricata, que tanto faz o investimento ser feito na indústria automobilística, com grandes efeitos de encadeamento, quanto no setor de empréstimos pessoais, com poucas interligações setoriais. Algumas observações necessitam ser feitas nesse particular, visto que tomar o investimento no agregado não é o mesmo que desconsiderar os encadeamentos setoriais; dito de outro modo, não necessariamente os que utilizam somente o investimento agregado ignoram a existência de relações intersetoriais.

Se trabalhássemos com um período teórico bem definido, que não se confunde com o

---

45 Curiosamente, a interpretação de Chick (1983) para uma teoria estática, em termos de uma mudança sustentada no nível de uma variável, seria respaldada por Harrod (1939a: 15), através da imagem de um exercício de estática comparativa no qual é mantido para sempre o novo *nível* de uma variável exógena e se analisa o que ocorreu com as variáveis endógenas. No entanto, para uma teoria dinâmica, a proposta de Harrod (*ibid*) vai no sentido não de acompanhar a sucessão de períodos, mas de imaginar que essa mudança, uma vez posta, se dá permanentemente, se adequando assim a uma análise de dada *taxa* de variação.

46 Mais sobre a travessia no capítulo 5. Nesse sentido da sustentabilidade da trajetória, ver Macedo e Silva e Dos Santos (2011: 120).

período do multiplicador, no qual, por hipótese, todos os efeitos de encadeamento se esgotassem, seria somente a partir daí que o multiplicador keynesiano dos gastos autônomos deveria ser considerado; antes disso, teríamos que levar em conta os efeitos diretos e indiretos de um gasto inicial sobre o montante de emprego ou de renda. A esse volume de emprego, que inclui o emprego *direto*, gerado no próprio setor onde o gasto é efetuado, e o *indireto*, gerado ao longo da cadeia produtiva, Kahn (1931) denomina emprego primário, nomenclatura adotada por Keynes em oportunidades posteriores (Keynes, 1933a: 342; 1936: 113). Já no conhecido panfleto em parceria com Henderson, Keynes (1929: 102 *et seqs*) deixa claro que os empregos indiretos têm que ser levados em conta quando se considera um gasto inicial<sup>47</sup>, sendo que tais impactos (aqueles que incidem ao longo da cadeia) constituem, segundo Keynes (*ibid*: 106), o “ABC da economia”.

Nada nos garante, no entanto, que em um período contábil qualquer os componentes da demanda final tomados como autônomos corresponderão exatamente ao resultado final de todas as repercussões típicas das relações intersetoriais. De outro lado, tentar tomar esse agregado (resultado de interações passadas ainda não esgotadas) e desdobrá-lo para um mesmo período adotado para o multiplicador da renda seria adotar uma hipótese demasiado heroica quanto à coincidência das defasagens nas relações intersetoriais e naquelas características do multiplicador. Ainda mais grave, do ponto de vista dos agregados nominais, mesmo que tomássemos somente os impactos diretos ao longo da cadeia, considerando-os pertencentes a um mesmo período, incorreríamos num erro de dupla contagem: se tomamos, por exemplo, os investimentos em determinado período e tentamos rastrear os encadeamentos e contabilizar a renda gerada em cada etapa da cadeia, obtemos uma medida para o valor bruto da produção (em decorrência dessa alteração na demanda final), quando sabemos que a renda é convencionalmente medida em termos de valor adicionado<sup>48</sup>.

Tentativas explícitas para contornarmos esse problema terão que aguardar até o terceiro

---

47 “Não há nada fantasioso ou inconsistente sobre a proposição de que a construção de estradas requer uma demanda por materiais para estradas, que requer uma demanda por trabalho e também por outras mercadorias, o que, por seu turno, requer uma demanda por trabalho. Essas reações são da própria essência do processo industrial” (Keynes, 1929: 105).

48 Para o caso do multiplicador do emprego, como exposto por Kahn (1931), a ideia é captar o volume de emprego gerado, direta e indiretamente, por um gasto inicial antes de se estudar as repercussões desse gasto em termos de renda e aumento do consumo (o efeito multiplicador propriamente dito), portanto, de um aumento ulterior do emprego. Em termos de emprego ou de quantidades de mercadorias (como seria o caso originalmente imaginado para as repercussões dos modelos insumo-produto), não há qualquer contradição. O problema surge quando tomamos uma medida de renda nominal que, por definição contábil, tem que ser igual à soma das categorias finais de gastos (ou do valor adicionado em cada etapa, não da soma do consumo intermediário).

capítulo, quando esboçaremos uma explicação para o comportamento do investimento em termos de encadeamentos intersetoriais. Até lá, trataremos os componentes autônomos de gasto, dentre os quais incluímos o investimento, como dados em períodos arbitrários de tempo, o que não causa qualquer prejuízo em termos da análise do multiplicador keynesiano dos gastos autônomos. Forneceremos posteriormente um tratamento específico para o comportamento do investimento que nos permitirá, fazendo uma mediação adequada entre a concepção teórica e as relações intersetoriais observadas, integrar dois períodos teóricos de tempo a fim de determinar como uma parcela (menos agregada) específica do investimento pode gerar repercussões ao longo da cadeia, atingindo o multiplicador dos gastos autônomos e gerando repercussões de outra natureza.

Admitindo, no entanto, que estamos tomando o multiplicando no sentido de gastos primários, prossegue Keynes (1929: 106):

“Mas isso não é o total da estória. Adicionalmente ao emprego indireto de que estamos tratando, uma política de desenvolvimento promoveria o emprego de outras maneiras. O fato de que um grande número de trabalhadores que agora estão desempregados estaria recebendo salários ao invés de seguro-desemprego significaria um aumento no poder de compra efetivo que daria um estímulo geral ao comércio”<sup>49</sup>.

A esse emprego “que é gerado desse modo na produção de bens de consumo será denominado emprego secundário” (Kahn, 1931: 174), denominação também adotada por Keynes (1936, capítulo 10) e incorporada antes da transformação dos itens correspondentes ao emprego para o multiplicador de renda.

#### 1.4. Diferentes multiplicadores?

É frequente em debates de macroeconomia, teórica ou aplicada, que se façam referências ao multiplicador dos gastos públicos, ao multiplicador dos impostos, ao multiplicador do investimento, etc. De fato, procuraremos deixar claro aqui que só podemos definir um

---

49 Não temos aqui a menor pretensão de afirmar que Keynes foi o primeiro autor a expor convincentemente a ideia subjacente ao multiplicador. Certamente citações anteriores diversas “provam” o contrário, como, por exemplo, advoga Murphy (2009: 30) pela precedência de William Petty ou Bortis (2008: 63-66) pela precedência de François Quesnay, por implicitamente expor o “princípio do multiplicador”, e de Nicholas Johannsen por fazê-lo explicitamente. Não obstante, o próprio Richard Kahn (1984: 91) considera o panfleto *Can Lloyd George Do It?*, escrito por Keynes em co-autoria com Hubert Henderson (Keynes, 1929), como o marco que o levou a escrever seu artigo onde expõe o multiplicador do emprego (Kahn, 1931), reconhecendo seu débito com Colin Clark e James Meade para a formulação original e com Jens Warming para a forma futura tomada pelo mesmo. “De certo modo, muito foi dito sobre o multiplicador antes de Keynes, mas Keynes foi o único que integrou esse princípio em um esquema teórico abrangente e coerente capaz de elaborações ulteriores e de integração em arcabouços mais amplos de análise” (Bortis, 2008: 66).

multiplicador, resultante da separação entre as parcelas autônoma e induzida da renda. Isso não quer dizer que só exista uma forma de separá-las<sup>50</sup>, mas, uma vez feita a separação, não podemos conceber a existência de vários multiplicadores. Na *Teoria Geral*, há referências diretas ao multiplicador do investimento, mas isso porque a separação ali realizada coloca o investimento como única parcela autônoma e o consumo como única parcela induzida. No mundo real, não temos como realizar a divisão somente entre consumo e investimento, deixando de lado as outras parcelas: todas as partes constituintes da renda (qualquer que fosse a desagregação tomada) teriam que ser classificadas entre autônomas e induzidas e, se consideradas induzidas, funções comportamentais necessariamente teriam que ser explicitadas para as mesmas.

Não é por acaso que em um bom manual<sup>51</sup>, seguindo a tradição da síntese neoclássica, antes de se apresentar o multiplicador, ocorre a agregação de todos os gastos autônomos<sup>52</sup> de um lado, e da propensão marginal a consumir multiplicada pela renda (tipicamente a única parcela considerada dependente da renda) de outro, para então, como deve ser, se introduzir o conceito de *multiplicador dos gastos autônomos*.

Deveria ser óbvio que tentar medir diferentes “multiplicadores” a partir de cada parcela dos gastos autônomos é um exercício estéril; um exemplo bastante recente, entretanto, um “guia” a respeito de “multiplicadores fiscais” publicado como uma nota técnica do Fundo Monetário Internacional (FMI) – Spilimbergo, Symansky e Schindler (2009), nos mostra que assim não é<sup>53</sup>.

Neste, os “multiplicadores fiscais” foram definidos como a razão entre a mudança no produto correspondente a um mudança no déficit fiscal (*ibid*: 2), podendo ser calculados para um único período qualquer (multiplicadores de *impacto*), para vários períodos adiante de renda com relação a um período de déficit, para o *pico* de mudança de renda dentre vários períodos adiante relativamente a um período de déficit, e ainda para mudanças *cumulativas* em um horizonte

50 Consultar Samuelson (1942) sobre a flexibilidade do conceito de multiplicador. Kaldor (1983) e Davidson (1994) sobre a essencialidade dessa separação.

51 Ver, por exemplo, o caminho tomado por Dornbusch, Fischer e Startz (2001: 193-194).

52 A menos que esteja explicitada a hipótese de que estamos tratando de uma economia fechada e sem governo, na qual o consumo é simplesmente uma fração da renda, pois aí não haveria o que se agregar, sendo uma coisa igual à outra desde o início; ou seja, a soma de todos os gastos autônomos já seria o investimento e de todo o gasto induzido seria o produto entre a propensão marginal (e média) a consumir e a renda.

53 Bem como a enxurrada recente de textos tentando estimar “multiplicadores fiscais” que emergiu após a crise: Cogan *et al* (2010) tentam comparar alternativas entre modelos velhos e novos keynesianos; Monacelli, Perotti e Trigari (2010) estimam relações para o nível de renda e para a taxa de desemprego visando observar a consistência das mesmas frente a um modelo novo-keynesiano; Chahrour, Schmitt-Grohé e Uribe (2010) partem de um modelo de equilíbrio geral dinâmico estocástico (DSGE) na tentativa de comparar alternativas de identificação de choques de impostos; e Ilzetzki, Mendoza e Végh (2010) tratam de “multiplicadores fiscais” a partir das variáveis de gasto do governo (separadamente do consumo e do investimento do governo) para um conjunto de 44 países (dados em painel).

tomado tanto para a renda quanto para o déficit. Após considerações pertinentes sobre os “vazamentos” possíveis (advindos de poupança e importações, por exemplo), afetando o tamanho do multiplicador, e diversas outras sobre o “tamanho típico” do multiplicador para categorias selecionadas de países, não excluindo-se a possibilidade de o multiplicador ser negativo, questiona-se a confiabilidade do multiplicador, para que encontramos a seguinte resposta: “O maior desafio empírico é o viés de simultaneidade. Por exemplo, uma expansão fiscal bem sucedida em resposta a um choque exógeno negativo resultaria em um aumento do déficit com pouca alteração no produto (levando inapropriadamente à conclusão de que os multiplicadores são baixos)” (*ibid*: 5)<sup>54</sup>. O que realmente surpreende é que isso não estava presente anteriormente nesse artigo em considerações sobre possíveis alterações na estimativa do multiplicador advindas da crise financeira, um “experimento” típico para nos mostrar que não existem diferentes multiplicadores passíveis de mensuração.

Para fins de ilustração, imaginemos uma situação na qual os gastos do governo aumentam em dez unidades monetárias e as exportações diminuem em cinco unidades monetárias. É legítimo tomarmos a variação (de cinco) na soma dos gastos autônomos e compararmos com uma variação, digamos<sup>55</sup>, de dez no nível de renda; todavia, olhar somente para o aumento de dez nos gastos do governo, comparar com o aumento de dez no nível de renda e daí concluir que o “multiplicador dos gastos do governo” é igual a um seria um erro crasso, pois não estaríamos considerando o impacto que uma redução nas exportações teria sobre a renda. Ilustrando, esquematicamente, o que foi expresso:

$$\Delta Y = [\text{"multiplicador"}] \Delta G$$

$$\Delta G = 10, \Delta Y = 10 \Rightarrow \text{"multiplicador dos gastos do governo"} = 1$$

$$\Delta Y = [\text{"multiplicador"}] \Delta X$$

$$\Delta X = -5, \Delta Y = 10 \Rightarrow \text{"multiplicador das exportações"} = -2$$

$$\Delta Y = [\text{"multiplicador"}](\Delta G + \Delta X) = [\text{"multiplicador"}] \Delta A$$

$$\Delta G = 10, \Delta X = -5, \Delta Y = 10 \Rightarrow \text{"multiplicador dos gastos autônomos"} = 2$$

54 “O multiplicador somente amplifica o que lhe é colocado. Se o gasto público é acompanhado por investimento privado negativo, o multiplicador funciona ao contrário, pois o *multiplicando* (gasto público mais desinvestimento privado líquido) apresenta um saldo negativo”, como afirma Samuelson (1942: 576, grifos no original; no mesmo sentido, ver também Samuelson, 1939: 75) ao justificar o fato de alguns economistas irem ainda mais longe e levarem em conta a possibilidade de multiplicadores negativos. No mesmo sentido, podemos retroceder até Keynes (1936: 119, grifos no original): “Nós estamos lidando até aqui com um incremento *líquido* do investimento. Se, portanto, quisermos adaptar o que foi dito, sem restrições, ao efeito de (e.g.) um incremento nas obras públicas, teremos que admitir que esse não é contrabalançado por uma diminuição do investimento em outras direções”.

55 Imaginemos que não conheçamos os parâmetros relacionados ao multiplicador e tudo o que temos são essas variações explicitadas para dois “períodos do multiplicador” ainda abstratamente definidos.

Agora, como antes, um aumento nos gastos do governo gera um aumento (em dobro) no nível de renda, assim como uma diminuição das exportações gera uma diminuição (e não um aumento) em dobro no nível de renda, e só porque houve uma redução das exportações a renda apurada não foi o dobro da variação nos gastos do governo. Não poderíamos concluir que o “multiplicador dos gastos do governo” é igual a 1, tampouco que o “multiplicador das exportações” é negativo; tudo o que podemos concluir nesse exercício é que um aumento de 5 nos gastos autônomos gera um aumento de 10 no nível de renda, sendo, portanto, o multiplicador (dos gastos autônomos, o único passível de ser calculado) igual a 2.

Palavras antigas de precaução e exemplos recentes de que as mesmas não foram ouvidas podem ainda ser encontrados. Apesar da estratégia tomada por Smithies (1948) ser diferente da adotada nesse trabalho (tal autor considera que todos os componentes da demanda têm partes endógenas e exógenas e não estima as propensões marginais indiretamente como sugerido por Haavelmo), permanece válido o alerta de considerar o multiplicador “um instrumento perigoso que é passível de ser usado indiscriminadamente. Em particular, há uma tendência de se aplicar o multiplicador a mudanças em um fator exógeno sem a devida atenção ao que está acontecendo com os outros. A única maneira satisfatória de proceder é trabalhar com o modelo completo ao invés de reduzi-lo a um único componente” (*ibid*: 305).

Desde Haavelmo (1947) deveria estar clara a ideia de que temos que estimar o multiplicador sob a hipótese de que o multiplicando é completamente autônomo com relação ao nível de renda, seja qual for a especificação adotada para a definição da parcela autônoma. Este autor inicia sua exposição a partir de um investimento autônomo, redefinido de modo a abarcar a diferença entre renda disponível e consumo, e depois flexibiliza a especificação para que essa parcela denominada investimento seja também parcialmente induzida; no entanto, todas as parcelas definidas na renda nacional estão presentes nas especificações, o que faz com que não ocorra a desconsideração de variações em “outras” parcelas exógenas.

Consideramos aqui que é a imprecisão teórica de explicitar a existência de multiplicadores separados para as distintas parcelas de gastos autônomos (sem o cuidado de deixar claro que os mesmos somente seriam válidos sob a hipótese de que todos os demais gastos autônomos permaneçam constantes) que gera o erro empírico de proceder-se a estimações com o foco em uma variável de gasto autônomo sem que sejam controladas as demais variáveis. Mais exemplos que seguiram a linha de imaginar que existem (e podem ser estimados) diferentes

“multiplicadores” para os diferentes componentes da demanda, tais como “o multiplicador do investimento” ou o “multiplicador dos gastos públicos”, podem ser listados, sendo que este último foi estimado por Blanchard e Perotti (2002) para os EUA, num artigo de grande influência por sugerir uma nova estratégia de identificação estrutural para o sistema, e por Peres e Ellery (2009) para o Brasil<sup>56</sup>.

Dos mais diversos matizes teóricos procedem essas estimativas, entretanto. Oreiro, Nakabashi e Souza (2010: 588-589) consideram *a priori* que somente exportações e gastos do governo são autônomos com relação à demanda, destacando que o investimento não é uma variável exógena do ponto de vista do processo de crescimento. Não obstante, estimam um modelo para testar se o crescimento é de fato “puxado pela demanda” no qual o investimento faz parte das variáveis explicativas, para somente deixar de ser considerado exógeno a partir da significância dos coeficientes de ajustamento de um modelo de correção de erros<sup>57</sup>. Ademais, tratam separadamente cada componente “exógeno” da demanda agregada, para regressões em logaritmos, concluindo que “o multiplicador dos gastos de consumo corrente do governo é aproximadamente igual a 0,37, de tal forma que um aumento de 1% dos gastos de consumo corrente do governo irá resultar num aumento de 0,37% do PIB real brasileiro” (*ibid*: 601). Claro está que não teria como se tratar de uma estimativa do multiplicador, mas de uma elasticidade; no entanto, todo o procedimento adotado levaria a considerar a existência de diferentes “multiplicadores” para os diferentes componentes da demanda agregada, premissa que consideramos aqui inadequada.

### 1.5. Distribuição de renda

Como já demonstrou Possas (1987: 89n), derivar um multiplicador a partir de Kalecki, dando espaço para diferentes propensões a consumir de classes selecionadas, termina somente por desagregar a propensão marginal a consumir da sociedade como um todo (a tratada por Keynes) numa média ponderada (pelas respectivas participações na renda nacional) de diferentes propensões a consumir. Apesar de poder se constituir em exercício útil, abre espaço para maiores

---

56 Peres e Ellery (2009) se propuseram justamente ao exercício de testar a metodologia de identificação de Blanchard e Perotti (2002) para os dados brasileiros. Destacamos esse último artigo justamente pelo fato de ter sido tomado como base para boa parte da literatura empírica que se seguiu, e não só para o caso do Brasil.

57 Mais sobre isso no capítulo seguinte.

problemas com os dados e o conseqüente uso de hipóteses *ad hoc* desnecessárias<sup>58</sup>.

Levando-se o argumento adiante, a propensão marginal a consumir da sociedade pode ser entendida como “uma média *ponderada* das propensões marginais dos indivíduos, na qual a ponderação precisa ser proporcional à parcela que a mudança em cada renda individual tem na mudança da renda total”, como afirma Staehle (1937: 138, grifos no original), autor que acusa Keynes de não ter dado a devida atenção à distribuição de renda na formação de sua propensão marginal a consumir.

A essa acusação, Keynes (1939) simplesmente respondeu que dificilmente poderia ter sido mais preciso ou enfático ao considerar este fator na *Teoria Geral*, citando diretamente o trecho que introduz o conceito de propensão a consumir (Keynes, 1936: 90-91), e ainda enumerando alguns outros (*ibid*: 92; 121; 262). O reconhecimento de Staehle (1939: 129) de que de fato negligenciou “totalmente as referências à influência da distribuição de renda sobre a “propensão a consumir” que estão contidas no livro de Mr. Keynes” vem acompanhado de considerações acerca da distribuição funcional de renda para classes selecionadas, e ainda acerca da relação desta com a distribuição pessoal (como é denominada hoje) de renda.

Deveria se explicitar que tratar de uma redistribuição em favor de uma classe com uma *menor* propensão a consumir<sup>59</sup> é uma maneira equivalente de falar de uma transferência regressiva (de quem ganha menos para quem ganha mais, aumentando portanto a desigualdade da distribuição pessoal de renda). Uma vez que as classes se diferenciem justamente por suas diferentes propensões a consumir (como em Kalecki ou nas teorias de crescimento e distribuição do tipo Kaldor-Pasinetti), redistribuir em favor de uma classe com *maior* propensão a consumir é aumentar a propensão a consumir da comunidade como um todo, assim como diminuir a desigualdade na distribuição pessoal de renda também significa aumentar a propensão a consumir agregada, aumentando o multiplicador<sup>60</sup>.

58 Naturalmente, desnecessárias do ponto de vista da descrição da macrodinâmica para uma dada distribuição de renda, não como caso geral. Ver também Carvalho (1991: 36-37) sobre esse ponto.

59 É forçoso notar que Keynes trabalhou com aspectos da redistribuição de renda entre classes selecionadas, já ressaltando as diferentes “propensões a consumir” das classes, desde *As conseqüências econômicas da paz* (Keynes, 1919), passando pelo *Tract* (Keynes, 1923), a mais “clássica” de suas obras nesse aspecto da divisão dos agentes em categorias funcionais, e chegando à *Teoria Geral*, na qual é evidência incontestável a afirmação de que a “transferência de assalariados para outros fatores [empresários e rentistas] tenderá, provavelmente, a diminuir a propensão a consumir” (Keynes, 1936: 262).

60 Isso não é tão óbvio para todos como é, por exemplo, para Carneiro (2010: 15), que discorre com naturalidade sobre o padrão de crescimento recente da economia brasileira: “O aumento do consumo decorrente da melhora da distribuição da renda, com o concomitante aumento do multiplicador, tem ainda potencial significativo embora decrescente”. Sobre a relação entre a distribuição de renda e a propensão marginal a consumir, consultar também Chick (1983, capítulo 6).

Enquanto parece mais direta a afirmação de que concentrar a renda entre os que ganham mais, *dentro de cada classe*, sempre terá um efeito deletério sobre a propensão a consumir correspondente e, com isso, sobre a propensão a consumir como um todo, pode não ser tão claro o efeito de uma transferência de renda, digamos, de um assalariado que está acima do percentil dos que ganham mais – *i.e.*, no grupo do 1% mais bem remunerado entre os assalariados – para um capitalista<sup>61</sup> que está abaixo do percentil dos que ganham menos – pertencente ao grupo do 1% mais mal remunerado entre os capitalistas. A menos que fizéssemos uma hipótese explícita (e arbitrária) também quanto ao montante dos rendimentos (o que define os estratos de renda, não classes funcionais), tal transferência poderia ter o efeito de aumentar a desigualdade na distribuição de renda, caso o trabalhador em questão ganhasse menos que o capitalista, ou diminuir a desigualdade, caso contrário. Por tal motivo as classes constituem agregações nas quais, assim como para a sociedade como um todo, estamos tomando propensões marginais a consumir para a média (seja da comunidade como um todo ou de uma classe selecionada).

Desse modo, clamar pela inclusão de mais uma variável explicativa que capte a distribuição de renda numa função consumo keynesiana típica e, por conseguinte, também numa estimativa do multiplicador, é incorrer num erro, antes de tudo, lógico, uma vez que a propensão marginal a consumir deve ser capaz de captar mudanças na distribuição de renda: quão mais desigual é a distribuição de renda menor é a propensão marginal a consumir e vice-versa, de modo que, do ponto de vista teórico, a inclusão de mais uma variável seria redundante.

Tudo isso com a ressalva de que se tentamos estimar uma propensão marginal a consumir a partir de séries temporais teremos somente a propensão marginal a consumir média para aquele período, refletindo a distribuição de renda (não importando qual a medida adotada, sendo a mais usual o coeficiente de Gini) média para aquele período, e não suas mudanças, que, no mais das vezes, são bastante lentas.

Como tem que ser lenta qualquer mudança nos fatores capazes de alterar a propensão a consumir para que possamos quantificá-la de algum modo, assumindo que “a propensão a consumir é uma função bastante estável, de maneira que, em geral, o montante do consumo agregado depende principalmente do montante da renda agregada” (Keynes, 1936: 96). Na verdade, necessitamos apenas que a propensão a consumir seja mais estável que o comportamento da renda, isto é, que se mostre estável durante o período definido como o

---

61 Somente para utilizar a distinção habitual entre duas classes, capitalistas e assalariados (ou trabalhadores), como em Kalecki (1942), Kaldor (1956) e Pasinetti (1962), por exemplo.

“período do multiplicador”. Visto que o efeito-multiplicador consiste em ajustamentos sucessivos do consumo aos novos níveis de renda, faz-se necessário, para que capturemos alguma regularidade no processo, que a propensão marginal a consumir não varie ao longo do mesmo<sup>62</sup>.

### 1.6. Multiplicador e preços

Com relação aos preços, numa passagem que o próprio Kahn (1984: 99) considera ser a parte mais importante do seu artigo sobre o multiplicador (apesar de perdida no corpo principal), podemos depreender que o processo do multiplicador é imaginado de maneira a abarcar mudanças tanto nos preços quanto no produto real, dada uma alteração da demanda nominal, com o peso a recair em cada componente a depender das condições de oferta, que *podem* inclusive ser tais que não ocorra nenhum impacto nos preços, não sendo esse o caso geral (Kahn, 1931: 177-178). Apesar de não considerar que haja algo de errado com a afirmação de que *pode* ocorrer uma alteração nos preços, considera ainda mais fantástica a hipótese de que os preços cresçam e não haja *nenhuma* alteração no volume de emprego<sup>63</sup> (*ibid*: 178).

Assim, uma interpretação baseada em curvas de oferta e demanda agregadas, similares a suas contrapartes para um só produto como as apresentadas nos manuais de macroeconomia modernos, não só não constituiria uma violência à concepção original de Kahn, como seria autorizada por diversas passagens desse artigo que tratam de analogias para os bens de consumo como um todo<sup>64</sup> ou da inclinação da curva de oferta em geral<sup>65</sup>.

A concepção de que um aumento da demanda pode ser absorvido tanto por um aumento dos preços quanto por um aumento do produto real pode também ser encontrada em Chick (1983, capítulo 15), a partir de uma análise que enfoca as elasticidades do produto, a exemplo do

---

62 Adicionalmente, se considerarmos os ajustes na distribuição de renda decorrentes de erros de expectativas de curto prazo, como em Amadeo (1989), precisamos supor que chegamos ao final de cada período do multiplicador com a mesma distribuição de renda observada no início do mesmo.

63 “O aumento nos preços, se realmente ocorrer, é uma companhia natural para um produto aumentado, em um grau indicado pela inclinação da curva de oferta” (Kahn, 1931: 178). A passagem do nível de emprego para o produto / renda real tem que ficar subentendida todo o tempo, uma vez que Kahn (1931) trata somente do nível de emprego, e também Keynes (1936) no mais das vezes.

64 “O nível de preços e a produção dos bens de consumo produzidos internamente, exatamente como o preço e a produção de qualquer mercadoria individual, são determinados pelas condições de oferta e demanda” (Kahn, 1931: 177).

65 “Para um dado aumento na produção de bens de consumo, a mudança no seu nível de preços depende somente da curva de oferta dos bens de consumo em geral [...] Se a curva de oferta cresce abruptamente, há um grande aumento nos preços; se condições de preço de oferta constante prevalecerem, não há aumento de preços” (Kahn, 1931: 177-178).

efetuado por Keynes (1936, capítulo 20) na *Teoria Geral*. Como tal, permanece de fato indeterminado o nível geral de preços<sup>66</sup>. Tudo o que temos são elasticidades que, por definição, têm que se complementar.

Saindo da esfera das medições em termos de salários, como é o caso na *Teoria Geral*, e partindo para a concepção de que efetuamos as medições em preços correntes, sendo o nível geral de preços a conexão entre renda real e renda nominal, teríamos, considerando  $Y$  para renda nominal,  $Q$  para renda real e  $P$  para nível geral de preços, e ainda que a soma dos gastos autônomos,  $A$ , é tomada em termos correntes:

$$Y = QP$$

$$\log Y = \log Q + \log P$$

$$\frac{\partial \log Y}{\partial \log A} = \frac{\partial \log Q}{\partial \log A} + \frac{\partial \log P}{\partial \log A}$$

Ou, escrevendo as elasticidades da maneira mais usual:

$$\frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{A}{Y} = \frac{\partial Q}{\partial A} \cdot \frac{A}{Q} + \frac{\partial P}{\partial A} \cdot \frac{A}{P}$$

$$e_Y = e_Q + e_P$$

O que continua não nos dizendo nada além de que um (*e.g.*) aumento dos gastos autônomos, tomados em termos nominais, se divide entre o aumento de renda real e o aumento do nível geral de preços (lembrando que  $\partial Y/\partial A$  representa o próprio multiplicador dos gastos autônomos sem definições de tempo cronológico, *i.e.*, para um período do multiplicador).

Ironicamente, isso implica as mesmas indeterminações pretensamente corrigidas por Friedman (1974a), por concluir que temos somente uma teoria para a renda nominal, sem sabermos exatamente quanto do “choque” recai sobre a renda real e quanto recai sobre o nível de preços, com a ressalva de que no caso de Friedman os “choques” se devem à oferta de moeda e não aos gastos autônomos<sup>67</sup>. Certamente, a consideração de que a análise de Keynes se restringe

66 Amadeo (1989) em várias passagens defende que na *Teoria Geral* está desenvolvida uma “teoria sistemática do produto, emprego e nível de preços” (*ibid*: 67), chegando a afirmar que “o equilíbrio do período de produção está associado não somente com mudanças em quantidades (estoques) como afirmado na abordagem da “dicotomia preços versus quantidades” evidenciada por Hicks e Leijonhufvud, mas principalmente com mudanças no nível de preços e na distribuição de renda” (*ibid*: 102). Deve ficar claro que o foco desse autor está nos desequilíbrios dentro do período do multiplicador, das flutuações dentro desse período, por assim dizer. No entanto, admitir que essas flutuações engendram mudanças nos preços não é incompatível com a abordagem aqui adotada, isso porque estamos interessados nas posições finais de equilíbrio do processo do multiplicador, sem que para isso necessitemos logicamente negar os desequilíbrios que possam vir a ocorrer dentro do período do multiplicador e as consequentes mudanças nos preços.

67 Friedman (1974a: 48-50) continua na mesma indeterminação ao realizar a divisão da renda nominal entre preços e produto real explicando-a a partir de variáveis esperadas e de desvios com relação ao equilíbrio de longo prazo, sendo este equilíbrio determinado através de um *deus ex machina* atribuído ao equilíbrio geral walrasiano, de

ao caso de preços rígidos não se justifica<sup>68</sup> (e esse ponto no debate tem que ser concedido a Davidson, 1974: 93), mas se mantém a resposta de Friedman (1974b: 157) de que a determinação do nível de preços é arbitrária.

Tão arbitrária quanto<sup>69</sup>, entretanto, seria a hipótese de que os preços se formam numa outra esfera, por um processo de adição de margem aos custos, o que significa que aqueles são explicados por outros determinantes. Se a explicação para os custos recai sobre fatores extra-econômicos, de conflito distributivo, por exemplo, se torna ainda mais arbitrária do ponto de vista da macrodinâmica, o que não significa dizer que é arbitrária do ponto de vista da descrição de um processo microeconômico de *formação* de preços.

O reconhecimento de que os preços são determinados num contexto estranho ao multiplicador parece permear toda a literatura pós-keynesiana, a julgar pela constatação de que o livro que se propõe a servir de compêndio para teorias de preço compatíveis com os desenvolvimentos pós-keynesianos (Lee, 1999) não faz qualquer referência ao multiplicador. Este se baseia em teorias que, de um modo ou de outro, tratam a formação de preços a partir da adição de uma parcela aos custos<sup>70</sup>.

Ocioso observar que grande parte da teoria pós-keynesiana de formação de preços por *mark up* toma o trabalho de Kalecki como inspiração, algumas vezes sem fazer a ressalva necessária de que este autor demarca logo de saída a diferença entre preços determinados pelos custos e preços determinados pela demanda, grosso modo, diferenciando produtos manufaturados de matérias-primas (Kalecki, 1954). Tanto em Kalecki (1954) quanto em Hicks (1974), posteriormente, o elemento-chave da diferenciação entre preços flexíveis e preços fixos é a possibilidade de o fornecimento das mercadorias se dar por fluxos contínuos ou por estoques relativamente rígidos por um longo período de tempo; *i.e.*, se os mercados são dominados por fluxos ou por estoques<sup>71</sup>. O uso exclusivo de regras de *mark up* sobre os salários para o nível

---

quem nunca se mostrou seguidor (ver o próprio Friedman (1949) ou De Vroey (2009) sobre a abordagem confessadamente marshalliana deste autor).

68 A exemplo de Kahn (1931), Keynes (1936: 296) afirma que um “aumento da demanda efetiva, de modo geral, se dissipará parcialmente num aumento da quantidade de emprego e parcialmente num aumento do nível de preços”.

69 Do ponto de vista da evolução dos preços ao longo do tempo, se considerarmos que as mudanças nas variáveis nominais são descritas por um processo de multiplicador.

70 Lee (1999) apresenta detalhadamente as “doutrinas” dos preços administrados, dos custos normais e do *mark up* a partir dos autores fundamentais envolvidos; em termos de estratégias de precificação, há sempre a adição de uma margem a alguma definição de custos (Lee, 1999: 10; Lavoie, 2001), quer sejam custos unitários médios (*mark up pricing*), custos unitários relativos a alguma noção de utilização normal da capacidade (*normal cost pricing*), ou custos unitários visando atingir alguma meta em termos de taxa de lucro (*target-return pricing*).

71 Para uma exposição nessa linha, consultar Macedo e Silva (1999, capítulo 4).

geral de preços, como em Minsky (1986, capítulo 11) e Davidson (1994: capítulo 9), por exemplo, pressupõe, no mínimo, que os mercados sejam predominantemente do tipo *fix-price*<sup>72</sup>.

Há ainda uma extensão possível do processo de fixação de preços por *mark up* que se refere ao estabelecimento do vetor de preços relativos a partir da matriz inversa de Leontief, levando em conta os impactos diretos e indiretos de salários e lucros ao longo da cadeia produtiva. Esse foi o caminho tomado por Eichner (1987), autor que também desenvolveu uma teoria de fixação de preços por *mark up* a partir de seus estudos sobre as mega-corporações. É sob essa influência que Arestis (1996), seguindo Eichner (1985), situa a teoria pós-keynesiana de produção e preços como baseada num modelo insumo-produto<sup>73</sup>.

### 1.7. Ênfases diferentes e formulações parciais para o multiplicador

Um ponto destacado por Samuelson (1942) como virtude da análise do multiplicador é a flexibilidade que a mesma proporciona, o que resulta na possibilidade de chegarmos a diferentes formulações sem que nenhuma esteja “errada” ou incompatível com o princípio mais geral. O que necessitamos fazer é, de posse da finalidade e do contexto em questão, proceder ao corte adequado em termos de variáveis autônomas e dependentes da renda. Se tratarmos exclusivamente de mudanças nas variáveis, e não de seus níveis absolutos, há ainda a possibilidade de utilizar a cláusula *ceteris paribus* e lançar luz somente sobre as variáveis desejadas.

Tomemos o exemplo de Harrod (1939b: 118)<sup>74</sup>, o qual assume, inicialmente, que não há investimento (estrangeiro ou doméstico), sendo *toda* a renda despendida em consumo, quer seja de produtos domésticos ou importados. A renda nacional, portanto, pode ser representada pela soma de consumo e exportações (trata-se de uma economia sem governo). Assim, “uma vez que a renda total é igual ao total de gastos, o valor das exportações é igual ao das importações” (*ibid.*). Nos termos aqui definidos, representando as exportações por  $X$ , as importações por  $M$ , o nível de renda por  $Y$  e a “propensão marginal a importar” por  $\gamma$ , podemos assim expressar as conclusões

72 Hicks (1981: 145) toca ainda no ponto de que modelos de preços rígidos como o IS-LM se apoiam numa hipótese implícita de que regras de *mark up* podem cumprir o papel de transferir a rigidez dos salários nominais aos preços, o que pode nos levar a crer que foi feito um uso ainda mais difundido desse processo de formação de preços.

73 Eichner (1987: 14) chega a incluir Leontief entre os que contribuíram para o desenvolvimento da teoria pós-keynesiana.

74 Apesar de a primeira edição desta obra datar de 1933, utilizamos o ano de 1939 por ser este o ano da edição em que Harrod afirma ter expresso pela primeira vez a doutrina do “multiplicador de comércio exterior” (consultar o prefácio desta quarta edição, página ix).

de Harrod (1939b: 120) para o “multiplicador de comércio exterior” (barras sobre as variáveis designando que são autônomas):

$$\begin{aligned} Y &\equiv C + M \equiv C + X \\ X &= \bar{X} \\ M &= \gamma Y \\ \gamma Y &= \bar{X} \\ Y_{XM} &= \frac{\bar{X}}{\gamma} \end{aligned}$$

Se uma economia pode ser descrita sem poupança, investimento, gastos e arrecadação do governo, considerando ainda que haja uma propensão marginal a consumir igual a um (desde que haja o “vazamento” a partir das importações), o multiplicador seria o recíproco da propensão marginal a importar. Tornando o modelo menos restritivo, mas ainda sem considerar o papel do governo, Harrod (1939b: 127-129) chega às seguintes conclusões, levando em conta “adições ao capital” (investimento representado por  $I$  e poupança por  $S$ ), além do consumo doméstico:

$$\begin{aligned} Y &\equiv C + M + S \equiv C + X + I \\ X &= \bar{X} \\ M &= \gamma Y \\ I &= \bar{I} \\ S &= (1 - \alpha) Y \\ \gamma Y + (1 - \alpha) Y &= \bar{X} + \bar{I} \\ Y &= \frac{\bar{X} + \bar{I}}{\gamma + (1 - \alpha)} \end{aligned}$$

onde  $\alpha$  é a propensão marginal a consumir. Esse resultado final, não por coincidência, contém o próprio multiplicador dos gastos autônomos presente em diversas análises de origem keynesiana, desde que acrescentemos as variáveis relativas ao governo ( $G$  para gastos do governo e  $T$  para impostos líquidos, com  $\theta$  para a carga tributária).

$$\begin{aligned} Y &\equiv C + M + S + T \equiv C + X + I + G \\ X &= \bar{X} \\ M &= \gamma Y \\ I &= \bar{I} \\ S &= (1 - \alpha)(1 - \theta) Y \\ G &= \bar{G} \\ T &= \theta Y \\ \gamma Y + (1 - \alpha)(1 - \theta) Y + \theta Y &= \bar{X} + \bar{I} + \bar{G} \\ Y &= \frac{\bar{X} + \bar{I} + \bar{G}}{\gamma + (1 - \alpha)(1 - \theta) + \theta} \end{aligned}$$

Definindo a soma dos gastos autônomos como  $A = \bar{I} + \bar{G} + \bar{X}$  e observando que o denominador da razão acima corresponde ao tradicionalmente apresentado para uma economia aberta e com governo, temos:

$$Y = \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] A$$

As questões em jogo, portanto, são: (i) quais parcelas formam a renda nacional; (ii) quais parcelas são consideradas autônomas e quais são consideradas induzidas; e (iii) quais as relações comportamentais postuladas para as parcelas induzidas.

Ao longo deste trabalho, consideraremos como *puramente autônomos* o investimento, os gastos do governo e as exportações (resultando na soma de gastos autônomos como acima) e como *parcialmente autônomos* (portanto, *parcialmente induzidos*) os gastos com consumo e com importações, o que modificaria ligeiramente o resultado para o multiplicador acima, de modo que restaria um outro termo oriundo das parcelas autônomas de gastos com consumo e importações. Tomaremos sempre funções comportamentais lineares conforme parâmetros já definidos acima.

Explicitando formalmente tais definições:

$$Y \equiv C + M + S + T \equiv C + X + I + G$$

$$X = \bar{X}$$

$$M = \bar{M} + \gamma Y$$

$$I = \bar{I}$$

$$G = \bar{G}$$

$$T = \theta Y$$

$$Y_d = Y - T$$

$$C = \bar{C} + \alpha Y_d = \bar{C} + \alpha(1 - \theta)Y$$

resultando na seguinte formulação, objeto de estimativa do capítulo seguinte:

$$Y = \left[ \frac{\bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] + \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] A$$

## CAPÍTULO 2 – MULTIPLICADOR NO BRASIL: ALGUMAS TENTATIVAS DE MENSURAÇÃO

*“Mas em cada intervalo de tempo a teoria do multiplicador se confirma no sentido de que o incremento da demanda agregada é igual ao produto do incremento do investimento agregado e do multiplicador determinado a partir da propensão a consumir”.*

*John Maynard Keynes (1936: 123)*

Nesse capítulo temos o objetivo de proceder à estimativa dos parâmetros concernentes às parcelas induzidas pela renda, basicamente as propensões marginais a consumir e a importar, tomando como dada a carga tributária líquida, essa última objeto de discussão em apêndice ao final do capítulo. Para uma determinada divisão entre os componentes de gasto autônomos e induzidos, tais propensões possibilitam a mensuração da magnitude do multiplicador; a partir da verificação das defasagens envolvidas nessa estimativa, podemos ainda fazer algumas inferências sobre o período do multiplicador em questão.

Trabalhamos com dados trimestrais para as contas nacionais do Brasil, em milhões de reais, no período que compreende o terceiro trimestre de 1994 e o primeiro trimestre de 2010; os dados foram obtidos junto ao Ipea<sup>75</sup>. Para as estimativas econométricas e apresentação dos gráficos das séries foi utilizado o programa Eviews 4.1, ao passo que alguns outros cálculos e os gráficos 2.3 e 2.10 foram efetuados utilizando o Mathematica 5.1.

Iniciamos as estimativas pela forma mais simples possível, através de regressões pelo método dos mínimos quadrados ordinários, levando em conta o viés de simultaneidade inerente a estimativas em que a variável dependente é também parte constituinte da variável independente. Num primeiro momento (seção 2.1), tratamos de diversas especificações para os níveis das variáveis para, posteriormente (seção 2.2), compararmos essas estimativas iniciais com outras realizadas a partir dos logaritmos naturais das variáveis.

Principalmente pela necessidade de separar, aprioristicamente, as variáveis entre dependente e independentes e, de algum modo, estabelecer previamente a causalidade existente entre as mesmas, nossas estimativas iniciais poderiam ser objeto de suspeição. Contornando esse problema estimamos, na seção 2.3, vetores autorregressivos (VAR) para as séries de gastos autônomos e renda e verificamos através de métodos e especificações alternativas que a

---

75 No módulo macroeconômico, entre os índices analíticos, em <http://www.ipeadata.gov.br>.

causalidade no sentido de Granger se dá, invariavelmente, na direção esperada. No entanto, uma vez que a inserção de observações contemporâneas não pode ser feita em um VAR sem algum procedimento de identificação, estimamos também um VAR estrutural (SVAR) e assim pudemos avaliar a reação das séries a alguns tipos de choque, sob diferentes especificações, o que consta da seção 2.4.

Finalmente, na seção 2.5, atacamos outra fonte de problemas ligada à possibilidade de regressão espúria e de resultados viesados caso as séries fossem cointegradas. Desse modo, testamos a cointegração entre as séries através de diferentes procedimentos e efetuamos a estimação de vetores de correção de erros (VEC), sendo que os resultados encontrados não invalidam as estimativas anteriores. Pelo contrário, ao cabo de todo o percurso, nos foi possível concluir que o método dos mínimos quadrados ordinários, a partir das defasagens distribuídas da soma dos gastos autônomos, de onde partimos, nos fornece estimativas adequadas dos parâmetros e do próprio período do multiplicador envolvido.

### 2.1. Regressões para os níveis das variáveis

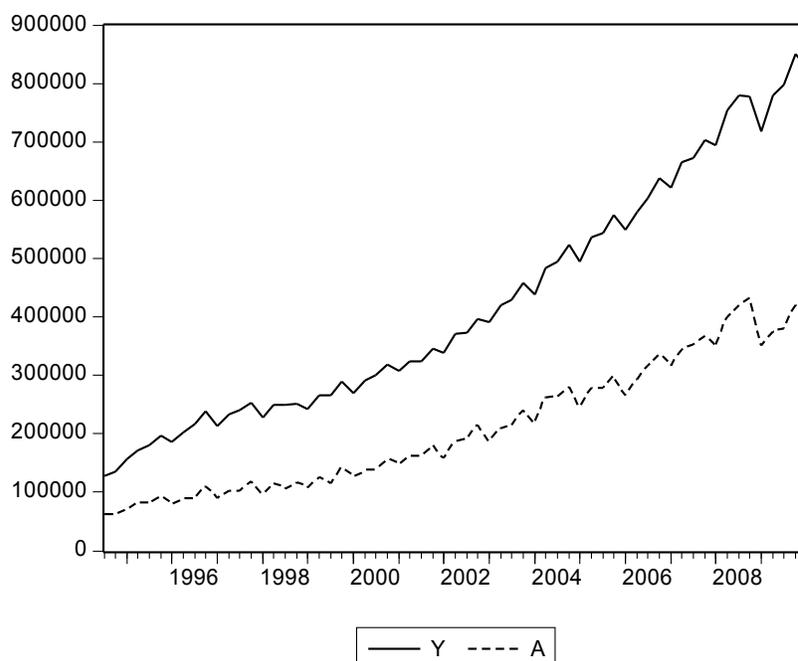


Gráfico 2.1 – Séries em níveis para renda ( $Y$ ) e soma dos gastos autônomos ( $A$ )

Em consonância com a abordagem de Haavelmo (1947), nossa tentativa principia na mensuração do multiplicador em si (através de Mínimos Quadrados Ordinários – MQO), para

que, indiretamente<sup>76</sup>, nos seja possível obter estimativas dos parâmetros para a propensão marginal a consumir ( $\alpha$ ) e a propensão marginal a importar ( $\gamma$ ), levando-se em conta uma carga tributária líquida média<sup>77</sup> ( $\theta$ ); definindo a soma dos gastos autônomos ( $A = \bar{I} + \bar{G} + \bar{X}$ ), obtivemos facilmente a seguinte expressão ao final do capítulo anterior:

$$Y = \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] A$$

Assim, uma estimativa do nível de renda ( $Y$ ) em função da soma dos gastos autônomos ( $A$ ) nos renderia, diretamente, uma estimativa do multiplicador da ordem de 1,85, esta estimativa preliminar apresentando diversos problemas quanto à normalidade e à autocorrelação dos resíduos, bem como quanto à heteroscedasticidade. De resto, considerando que parcelas do consumo e das importações *podem* ser autônomas (o que admitimos teoricamente é que parte destas variáveis é induzida, não necessariamente que estas são totalmente induzidas) o intercepto estimado representaria o termo relativo ao consumo autônomo descontadas as importações autônomas ( $\bar{C} - \bar{M}$ ), já ampliado pelo multiplicador; assim, separadamente, teríamos as estimativas do intercepto e da inclinação da função, respectivamente<sup>78</sup>:

$$Y = \left[ \frac{\bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] + \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] A$$

Em termos estatísticos, representando os coeficientes estimados mais o termo de erro,  $Y = \kappa + \beta_0 A + \varepsilon$ , donde se conclui que representaremos a constante, ou seja, as parcelas autônomas de consumo menos importações vezes o multiplicador por *kappa* ( $\kappa$ ), e o próprio multiplicador por *beta* –  $\beta_0$  para o caso deste ser “instantâneo”, isto é, sem defasagens (ou pelo menos com todos os atrasos resolvidos dentro do trimestre). Vale lembrar, especialmente para o caso em que ainda não consideramos defasagens, que a soma dos gastos autônomos é também parte da renda, o que contribui para que o ajuste seja satisfatório. Segue para esse caso, no gráfico 2.2, abaixo, a plotagem das observações no plano  $A$ - $Y$ , com uma linha de regressão ajustada.

76 Lembrando que as estimativas diretas das funções consumo e importação padeceriam, a priori, de um viés de alta em suas respectivas propensões marginais devido ao problema da simultaneidade (tornando os resíduos necessariamente correlacionados com uma variável explicativa). A preocupação com a simultaneidade pode ser encontrada em trabalho anterior de Haavelmo (1943). A terminologia Mínimos Quadrados Indiretos é também utilizada para esse procedimento.

77 Discutida no apêndice 2.1, ao final do capítulo.

78 Trataremos da possibilidade desta estimativa representar um vetor de cointegração em tópico subsequente.

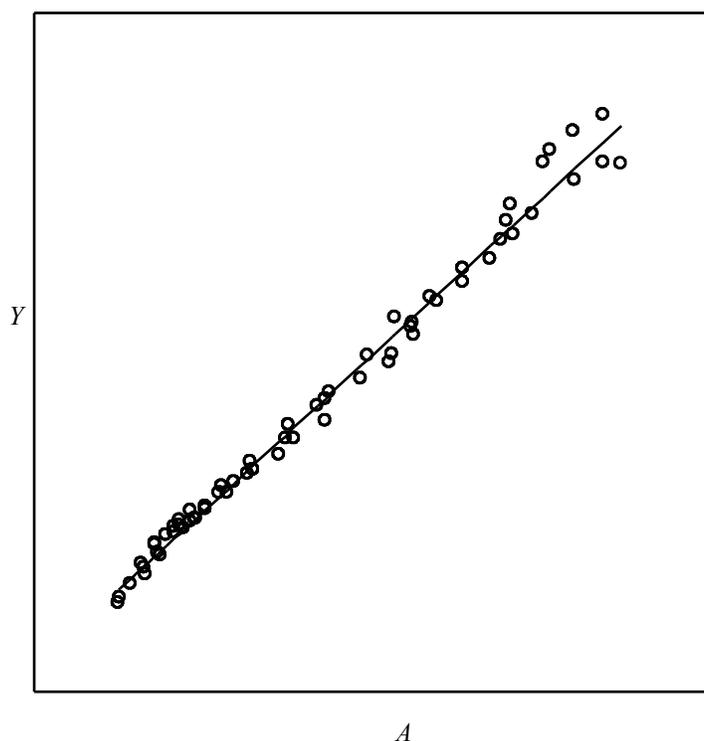


Gráfico 2.2 – Observações plotadas em níveis com linha de regressão

Nosso interesse reside, no entanto, em obter estimativas da renda a partir de valores defasados dos gastos autônomos, além do valor corrente, a fim de delimitarmos, simultaneamente, qual o “período do multiplicador” envolvido; ou seja, quais as defasagens existentes para que variações nos gastos autônomos encerrem seus efeitos sobre a renda. Obviamente que até aqui estamos tomando como verdade, para procedermos a essas estimativas, que os componentes de gastos selecionados são de fato autônomos, constituindo estes a parte exógena da nossa equação e sendo a renda, bem como parte do consumo e das importações, componentes endógenos. Sobre a adequação dessa perspectiva à luz dos desenvolvimentos de técnicas mais recentes de estimação, inclusive no que concerne às defasagens envolvidas, teremos que aguardar seções subsequentes tratando de vetores autorregressivos.

Ao levarmos adiante estimativas por MQO com a renda como variável dependente, utilizando valores defasados da soma dos gastos autônomos como variáveis explicativas<sup>79</sup>,

<sup>79</sup> O que caracteriza, na linguagem da econometria, um modelo de defasagens distribuídas. Na literatura empírica mais recente, Romer e Romer (2007) utilizam um modelo de defasagens distribuídas para tentar captar os efeitos de um choque de alteração nos impostos. Chahrour, Schmitt-Grohé e Uribe (2010) discutem tal estratégia em comparação com a alternativa mais utilizada de estimar-se um SVAR (também estimado aqui, adiante).

obtivemos estatísticas significativas dos parâmetros até o sexto trimestre. Logicamente que, para valores defasados de uma mesma variável, teremos uma elevada correlação entre as defasagens, o que por si só já seria suficiente para caracterizar multicolinearidade a partir das variáveis explicativas, distorcendo os desvios-padrão e nos levando a excluir algumas defasagens; todavia, tipicamente, os movimentos captados pelos coeficientes se “deslocam” para defasagens próximas quando da exclusão de alguma defasagem, no caso de variáveis altamente correlacionadas, não provocando grandes distorções quanto à soma das estimativas desses coeficientes, que é nosso objetivo final.

Desse modo, reportamos as estatísticas relativas às defasagens de 1 a 6, bem como à observação contemporânea, excluídas as defasagens 2 e 4, as quais não se revelaram estatisticamente significativas (a um nível de significância menor que 12,5%, quando incluídas conjuntamente)<sup>80</sup>.

Tabela 2.1 – Regressão de  $Y$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	44989,0410	2264,5053	19,8671	0,0000
$A$	1,1264	0,0508	22,1711	0,0000
$A(-1)$	-0,3414	0,0653	-5,2271	0,0000
$A(-3)$	0,2848	0,0486	5,8597	0,0000
$A(-5)$	0,5460	0,0736	7,4182	0,0000
$A(-6)$	0,3113	0,0641	4,8576	0,0000
$R^2$	0,9988		D-W ( $d$ )	1,1654
$R^2$ Ajustado	0,9987			
Jarque-Bera	3,4571		Prob( $JB$ )	0,1775
White ( $F$ )	1,1686		Prob( $F$ -White)	0,3359

Na tabela 2.1, acima, bem como nas subsequentes, constam ainda estatísticas relativas à análise dos resíduos. Para essa primeira regressão, as mesmas são indicativas de ausência de heteroscedasticidade (estatística  $F$  para o teste White sem termos cruzados, sob a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade) e de distribuição normal dos resíduos (teste Jarque-Bera sob a hipótese nula de normalidade). O  $d$  de Durbin-Watson, indicativo de autocorrelação residual positiva, a aplicação de outros testes e a inspeção do correlograma dos resíduos nos levou a

Tentativas de estimação de um modelo consistente com um arcabouço pós-keynesiano foram sugeridas por Eichner (1979) e tiveram desdobramentos e resultados apresentados em Forman e Eichner (1981) para os Estados Unidos, Arestis (1986, 1988, 1989) e Arestis, Driver e Rooney (1986) para o Reino Unido. A consideração de uma parcela de gastos autônomos (chamados discricionários) e suas defasagens é realizada nesse caso e, apesar de não haver preocupação quanto ao período do multiplicador e a escolha recair sobre componentes cíclicos – livres de tendência, o bloco II desses modelos trata da relação entre taxas de crescimento dos gastos autônomos e da renda, sugerindo uma estimativa para o multiplicador.

80 Na falta de observações em contrário, seguiremos a prática de trabalhar com um nível de significância de 5%.

realizar o procedimento de Cochrane-Orcutt em duas etapas, admitindo que a autocorrelação residual possa ser gerada por um processo autorregressivo de primeira ordem – AR(1) – e que iterações adicionais não incrementam significativamente a estimativa dessa autocorrelação<sup>81</sup>.

Com uma autocorrelação residual estimada em 0,4094, a qual é utilizada para a transformação das variáveis de modo que estas sejam agora representadas por  $Y_t - 0,4094Y_{t-1}$  e  $A_t - 0,4094A_{t-1}$ , e a posterior re-estimação da regressão<sup>82</sup>, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 2.2 – Regressão de  $Y$  contra  $A$  e defasagens (Cochrane-Orcutt em 2 etapas)

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$	$t$ de Student (=)
Constante	26061,5498	2082,4452	12,5149	0,0000	NC
$A$	1,1273	0,0437	25,7729	0,0000	0,0206
$A(-1)$	-0,3153	0,0659	-4,7844	0,0000	0,3961
$A(-3)$	0,2719	0,0438	6,2045	0,0000	-0,2945
$A(-5)$	0,5154	0,0739	6,9765	0,0000	-0,4141
$A(-6)$	0,3298	0,0516	6,3953	0,0000	0,3585
$R^2$	0,9973		D-W ( $d$ )	1,8861	
$R^2$ Ajustado	0,9971				
Jarque-Bera	1,7391		Prob( $JB$ )	0,4191	
White ( $F$ )	1,3312		Prob( $F$ -White)	0,2436	

Além do  $t$  de Student usual para a hipótese nula de que o coeficiente é igual a zero, apresentamos, na última coluna, estatísticas sob a hipótese nula de que os coeficientes são iguais aos encontrados anteriormente (na tabela 2.1); ou seja, testamos a hipótese de que os coeficientes encontrados após a aplicação do procedimento de Cochrane-Orcutt são estatisticamente iguais aos originais (mesmo na presença de autocorrelação residual), concluindo que não podemos rejeitar a hipótese nula de igualdade entre os coeficientes, *para nenhum coeficiente* relativo aos gastos autônomos. Exemplificando para o coeficiente relativo a  $A$  sem defasagens, temos:

$$t = \frac{1,1273 - 1,1264}{0,0437} = 0,0206$$

Uma justificativa para utilizarmos o procedimento de Cochrane-Orcutt e assim, “retirarmos” a autocorrelação dos resíduos é a de verificar se, simplesmente, ainda que expurguemos tal informação restante nos resíduos, nossos coeficientes permanecem os mesmos; isto é, se as estimativas são de fato robustas mesmo na ausência dessa informação nos resíduos. Visto isso, parece agora clara a razão de termos calculado as estatísticas  $t$  relativas à igualdade entre os coeficientes.

81 Como sugerido, por exemplo, por Greene (2003: 273).

82 Há quem denomine de Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) o procedimento para obtenção das estimativas por esta via.

Desse modo, somando os coeficientes relativos aos gastos autônomos, expostos na tabela 2.1, obteríamos um multiplicador de aproximadamente 1,93, para uma defasagem total de 6 trimestres (um ano e meio). Tudo isso levando em conta variáveis nominais, em níveis e sem qualquer espécie de dessazonalização ou retirada de tendência<sup>83</sup>.

$$Y_t = \kappa + \beta_0 A_t + \beta_1 A_{t-1} + \beta_3 A_{t-3} + \beta_5 A_{t-5} + \beta_6 A_{t-6} + \varepsilon_t$$

$$\beta_0 + \beta_1 + \beta_3 + \beta_5 + \beta_6 = 1,9272$$

$$\beta_2 = \beta_4 = 0$$

Desde as primeiras tentativas de utilização de modelos de defasagens distribuídas (ver Alt, 1942), a escolha das defasagens e o procedimento utilizado para a inclusão das mesmas tem sido, essencialmente, *ad hoc*, resultando em especificações das mais diversas para um mesmo conjunto de dados. Nos utilizando de um outro procedimento para a escolha das defasagens (incluindo as defasagens uma a uma, da menor para a maior, e excluindo aquelas que passam a se mostrar não-significativas com a inclusão da subsequente), poderíamos encontrar uma outra especificação para o nosso caso. No entanto, a defasagem máxima selecionada continuaria sendo a sexta e a soma dos coeficientes (portanto, o multiplicador) seria, aproximadamente, a mesma (1,9298 contra 1,9272 obtida anteriormente).

Tabela 2.3 – Regressão de  $Y$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	44608,8510	2417,3331	18,4538	0,0000
$A$	0,8517	0,0673	12,6571	0,0000
$A(-3)$	0,1443	0,0655	2,2050	0,0320
$A(-4)$	0,3022	0,0821	3,6835	0,0006
$A(-5)$	0,2888	0,0713	4,0500	0,0002
$A(-6)$	0,3428	0,0783	4,3754	0,0001
$R^2$	0,9987		D-W ( $d$ )	1,0261
$R^2$ Ajustado	0,9985			
Jarque-Bera	1,2229		Prob( $JB$ )	0,5426
White ( $F$ )	2,2024		Prob( $F$ -White)	0,0346

Obs.: estimadores de White consistentes com heteroscedasticidade.

Podemos notar nesse caso, todavia, uma diferença substantiva: não há mais nenhum coeficiente negativo, o que nos habilita a utilizar um procedimento alternativo para a estimação

83 Isso porque se espera que a tendência e o padrão sazonal sejam refletidos em ambas as séries e, na ausência de outras variáveis que não apresentem padrão sazonal, não parece restar justificativa para tais procedimentos. Mais sobre isso nos tópicos seguintes: sobre a tendência, a possibilidade de retirada de tendência estocástica e determinística é colocada, bem como a possibilidade de cointegração; sobre o padrão sazonal, grosso modo, o “ponto de vista adotado é de que a sazonalidade em uma variável econômica não é necessariamente um fenômeno isolado, mas pode ser relacionada com a sazonalidade em outras variáveis econômicas com as quais aquela variável interage. Portanto, os próprios componentes sazonais podem conter informação acerca das relações entre as séries” (Wallis, 1974: 19).

dos mesmos, sem a necessidade de especificarmos o número de defasagens (virtualmente infinitas), desde que façamos uma hipótese quanto aos coeficientes: a de que estes decrescem como numa progressão geométrica (hipótese que não é estranha teoricamente ao comportamento do multiplicador). Tal procedimento é conhecido como abordagem de Koyck<sup>84</sup> para os modelos de defasagens distribuídas.

No nosso caso, supondo que a renda é determinada por infinitas defasagens para o gasto autônomo, teríamos  $Y_t = \kappa + \beta_0 A_t + \beta_1 A_{t-1} + \dots + \varepsilon_t$ . Desde que façamos a hipótese de que  $\beta_i = \beta_0 \lambda^i$ , obtemos  $Y_t = \kappa + \beta_0 A_t + \beta_0 \lambda A_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 A_{t-2} + \dots + \varepsilon_t$ ; mais compactamente,

$$Y_t = \kappa + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_0 \lambda^i A_{t-i} + \varepsilon_t$$

Tomando uma defasagem para as variáveis e multiplicando ambos os lados por  $\lambda$ , obtemos  $\lambda Y_{t-1} = \lambda \kappa + \beta_0 \lambda A_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 A_{t-2} + \beta_0 \lambda^3 A_{t-3} + \dots + \lambda \varepsilon_{t-1}$ , de modo que  $Y_t - \lambda Y_{t-1} = (1 - \lambda)\kappa + \beta_0 A_t + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}$ , o que resulta em  $Y_t = (1 - \lambda)\kappa + \beta_0 A_t + \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}$ , sendo esta nossa forma final para a transformação de Koyck.

Assim, só nos resta a estimativa de três parâmetros, redundando em (estatísticas  $t$  de Student entre parênteses):

$$Y_t = 18284,52 + 0,9941A_t + 0,4744Y_{t-1}$$

(4,6344) (11,3196) (9,8857)

Uma vez que a soma dos coeficientes (*betas*) agora é representada pela soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão menor que um,

$\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i = \beta_0 + \beta_0 \lambda + \beta_0 \lambda^2 + \dots + \beta_0 \lambda^i = \beta_0 (1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^i)$ , esta pode ser expressa simplesmente por  $\beta_0 (1/(1 - \lambda))$ , resultando, no nosso caso, num multiplicador de 1,8915.

A simples observação dos coeficientes relativos ao *beta* e ao *lambda* já nos deixaria claro que partiríamos de um multiplicador instantâneo de pouco menos que a unidade, na primeira defasagem esse seria menor que meio, na segunda menor que um quarto e assim sucessivamente, decaindo rapidamente ao acrescentarmos defasagens. No gráfico 2.3, abaixo, podemos visualizar a trajetória dessa progressão geométrica até a décima defasagem.

<sup>84</sup> Consultar, por exemplo, Gujarati (2004: 665-669).

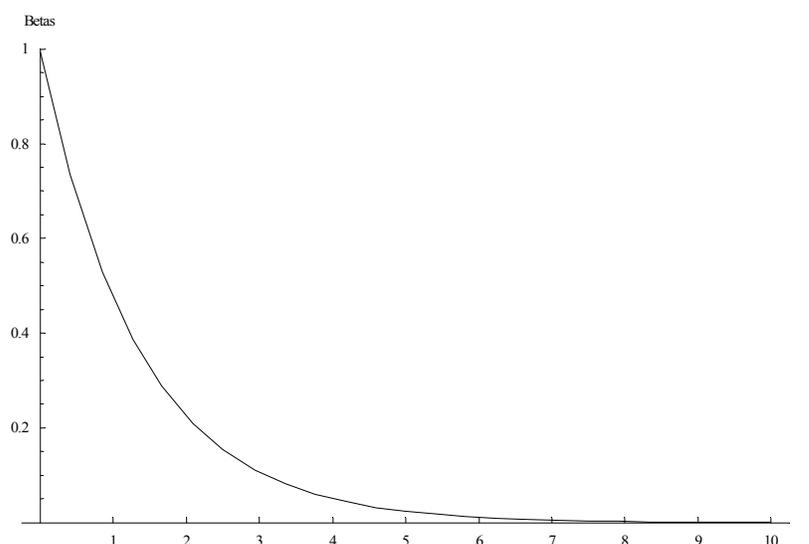


Gráfico 2.3 – Betas para defasagens distribuídas pela abordagem de Koyck

$$\beta_i = \beta_0 \lambda^i$$

$$\beta_i = 0,9941 \cdot 0,4744^i$$

Algumas outras informações úteis podem ser captadas pela abordagem de Koyck: a defasagem mediana, ou seja, o período de tempo necessário para que metade do efeito multiplicador se dê sobre a renda, calculada por  $-(\log 2 / \log \lambda)$ , é de 0,9296, isto é, 84 dias; e a defasagem média, que expressa a média ponderada (pelos betas) das defasagens,  $(\lambda / 1 - \lambda)$ , é de 0,9027, ou 81 dias<sup>85</sup>.

Na intenção de verificarmos o comportamento das séries deflacionadas, isto é, de trabalharmos agora com as contrapartes em termos reais para renda e gastos autônomos, procedemos uma breve digressão, abaixo relatada.

A partir da série histórica do IBGE para o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo), tomando o último mês de cada trimestre da série mensal para o índice e alterando a base para o terceiro trimestre de 1994, chegamos a uma série de números-índice com base 100 e deflacionamos ambas as séries, renda e soma dos gastos autônomos, a fim de obtermos estimativas em termos reais. Regredindo essas séries deflacionadas, encontramos:

<sup>85</sup> Alguns outros desdobramentos das estimativas a partir da abordagem de Koyck estão no apêndice 2.2.

Tabela 2.4 – Regressão de Y contra A e defasagens (séries deflacionadas)

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	t de Student	valor p	t de Student (=)
Constante	43283,2393	3151,6736	13,7334	0,0000	-0,5412
A	1,1077	0,0923	12,0041	0,0000	-0,2026
A(-1)	-0,3810	0,1242	-3,0682	0,0034	-0,3188
A(-3)	0,2122	0,0900	2,3581	0,0222	-0,8067
A(-5)	0,4979	0,1296	3,8409	0,0003	-0,3711
A(-6)	0,1776	0,1033	1,7186	0,0917	-1,2943
R <sup>2</sup>	0,9801		D-W (d)	0,5104	
R <sup>2</sup> Ajustado	0,9781				
Jarque-Bera	2,9261		Prob(JB)	0,2315	
White (F)	0,9016		Prob(F-White)	0,5001	

Obs.: o coeficiente relativo à sexta defasagem não seria significativo a 5%, mas seria significativo a 10%, como se pode notar. Apesar deste apresentar a estatística *t* mais elevada para o teste acerca da igualdade dos parâmetros, não podemos rejeitar a hipótese nula de ausência de diferença ao nível de 5%.

Também no caso de utilizarmos outras defasagens (como as da tabela 2.3), obtivemos resultados similares:

Tabela 2.5 – Regressão de Y contra A e defasagens (séries deflacionadas)

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	t de Student	valor p	t de Student (=)
Constante	42647,9504	3250,4248	13,1207	0,0000	-0,6033
A	0,8135	0,1100	7,3973	0,0000	-0,3472
A(-3)	0,0902	0,0925	0,9750	0,3342	-0,5861
A(-4)	0,3005	0,1309	2,2946	0,0259	-0,0136
A(-5)	0,2148	0,1010	2,1261	0,0384	-0,7326
A(-6)	0,2012	0,1068	1,8848	0,0652	-1,3259
R <sup>2</sup>	0,9786		D-W (d)	0,4693	
R <sup>2</sup> Ajustado	0,9765				
Jarque-Bera	1,6980		Prob(JB)	0,4279	
White (F)	0,9031		Prob(F-White)	0,5380	

Obs.: o coeficiente relativo à primeira defasagem não seria significativo nem mesmo a 10% e o coeficiente relativo à sexta defasagem não seria significativo a 5%, mas seria significativo a 10%, como se pode notar.

Desses resultados, cabe assinalar que os testes efetuados (reportados na última coluna) para verificar se os parâmetros estimados em termos reais diferem dos estimados em termos nominais nos apontam que *nenhum dos coeficientes pode ser considerado estatisticamente diferente* dos obtidos para variáveis nominais, donde podemos concluir que: (i) as variações nos preços não foram suficientes para gerar divergência dentro do “período do multiplicador”; (ii) com uma inflação relativamente estável (em qualquer nível que fosse) o multiplicador com e sem deflacionamento das séries permaneceria o mesmo – no limite, se a inflação fosse exatamente a mesma em todos os trimestres, não haveria qualquer “descasamento” ocasionado pelas defasagens utilizadas; ou (iii) o processo de variação dos preços é de fato independente do

multiplicador (como na hipótese de ser determinada exogenamente pelos custos). Devemos ter em mente que, apesar do deflacionamento ter sido o mesmo para as séries<sup>86</sup>, as diferentes defasagens envolvidas não nos permitiriam concluir que os coeficientes permaneceriam necessariamente os mesmos.

Assim, mantém-se a indeterminação quanto ao nível de preços. A alternativa referida no capítulo anterior, de separarmos as elasticidades quanto a renda real e preços, sempre estará disponível *a posteriori*. Mas cabe fazermos um alerta: as estimativas das elasticidades não provam que o aumento dos preços se deu *por causa* do aumento nos gastos autônomos; permanece a ressalva de que o multiplicador é capaz de explicar a renda nominal do mesmo modo que a real, *se levamos em conta* o deflacionamento de ambas as séries.

No nosso caso, lembrando que estamos tentando captar como um aumento *nominal* dos gastos autônomos se divide em preços e renda real, estimando as elasticidades de longo prazo<sup>87</sup> obtivemos o seguinte:

$$e_Y = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{A}{Y} = 0,9012$$

$$e_Q = \frac{\partial Q}{\partial A} \cdot \frac{A}{Q} = 0,3373$$

$$e_P = \frac{\partial P}{\partial A} \cdot \frac{A}{P} = 0,5639$$

Assim, como condição, se mantém que  $e_Y = e_Q + e_P$  (as estimativas são independentes), com aumentos dos gastos em termos nominais recaindo mais sobre preços que sobre renda real. Considerando as limitações destacadas acima, permanecemos sem explicação para o nível de preços, entendendo essas estimativas de elasticidades como meros exercícios econométricos para explicitar a tautologia presente na *Teoria Geral* e, ainda mais, inerente a uma explicação a partir do multiplicador.

Observado isso, podemos utilizar com alguma segurança as estimativas dos coeficientes e chegar às seguintes relações:

$$Y_t = 44989,04 + 1,1264A_t - 0,3414A_{t-1} + 0,2841A_{t-3} + 0,5460A_{t-5} + 0,3113A_{t-6} \quad (2.1)$$

ou

86 Claro está que a ressalva de que todos os componentes do PIB foram deflacionados pelo mesmo índice de preços deve ser efetuada; no entanto, para séries trimestrais, não nos restam alternativas para que esse deflacionamento seja feito com diferentes deflatores, por exemplo para o consumo e o investimento, e, ainda assim, a série original para o produto possa ser recuperada a partir da soma de seus componentes (ainda que índices de preços com uma desagregação mais adequada estejam disponíveis, não há deflatores implícitos trimestrais disponíveis).

87 Regredindo em logaritmos e sem levar em conta as defasagens.

$$Y_t = 44608,85 + 0,8517A_t + 0,1443A_{t-3} + 0,3022A_{t-4} + 0,2888A_{t-5} + 0,3428A_{t-6} \quad (2.2)$$

Estas somente repetindo em forma de equação as estimativas para os coeficientes apresentadas nas tabelas 2.1 e 2.3. Assim, se segue que, aproximadamente, poderíamos trabalhar com:

$$Y_t = \kappa + 1,93 \sum_{i=0}^6 A_{t-i} / 7 \quad (2.3)$$

Essa relação 2.3 já reflete uma tentativa de agregar-se o multiplicador em seu período, de modo que se trabalhe com um único coeficiente e sem desconsiderar qualquer defasagem (sendo que é utilizada a média aritmética do multiplicando da relação):

$$Y_t = \left[ \frac{\bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] + \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] (A_t + A_{t-1} + A_{t-2} + A_{t-3} + A_{t-4} + A_{t-5} + A_{t-6}) / 7$$

$$Y_t = \kappa + \beta (A_t + A_{t-1} + A_{t-2} + A_{t-3} + A_{t-4} + A_{t-5} + A_{t-6}) / 7 + \varepsilon_t$$

Ao efetuarmos a estimativa por MQO de uma série de gastos autônomos já ponderada deste modo, os coeficientes para o intercepto, de 46511,7572, e do multiplicador, de 1,9380, são muito próximos de nossa estimativa inicial. O ajuste desta relação pode ser conferido no gráfico abaixo, no qual os resíduos são apresentados na escala à esquerda (os estimadores utilizados são os de White consistentes com heteroscedasticidade, da qual poderia se suspeitar por uma rápida inspeção dos resíduos no gráfico).

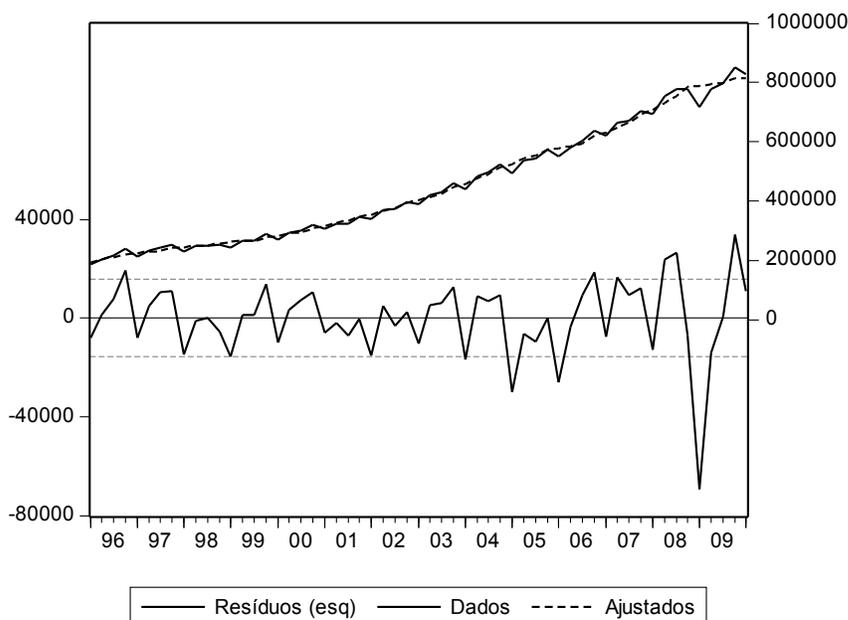


Gráfico 2.4 – Renda e ajuste pelo multiplicador a partir da média aritmética dos gastos autônomos

Façamos uma breve pausa para entendermos essa tentativa de agregação e a relação com o período do multiplicador definido teoricamente. Se agregássemos, dentro de um período teórico definido como o período do multiplicador (que só por coincidência é igual ao período contábil), tudo o que acontece com os gastos autônomos, a renda nesse período teria que ser igual à soma dos gastos autônomos vezes o multiplicador, assim como em qualquer manual de macroeconomia (comumente sem referência ao período adotado). Se tomássemos uma média aritmética para os gastos autônomos em diferentes trimestres estaríamos conferindo o mesmo peso para cada defasagem por ocasião da transformação em um período teórico (aqui de um ano e meio).

Assim, claro está que tomar uma média ponderada das séries corresponde a colocar os devidos pesos nas defasagens (dos gastos autônomos) a partir dos coeficientes encontrados e, destarte, estabelecermos a transição desejada para o período do multiplicador, no qual a renda é prevista simplesmente a partir da soma dos gastos, *no mesmo período teórico*, aqui equivalente à agregação de períodos contábeis até a sexta defasagem. Tomando a estrutura de defasagens em 2.2, podemos representá-la equivalentemente como:

$$Y_t = 44608,85 + 1,9298(0,4413A_t + 0,0748A_{t-3} + 0,1566A_{t-4} + 0,1497A_{t-5} + 0,1776A_{t-6}) \quad (2.4)$$

ou, prescindindo de defasagens (expressas em trimestres), tendo em mente a média ponderada<sup>88</sup> dos gastos autônomos para um período do multiplicador,

$$Y = 44608,85 + 1,93A \quad (2.5)$$

A partir disso, o ajuste, obviamente superior ao efetuado a partir da média aritmética, pode ser conferido no gráfico 2.5, abaixo:

---

<sup>88</sup> Uma vez que os coeficientes para a ponderação são obtidos a partir da soma dos mesmos, tais coeficientes têm que somar 1 e estimativas por MQO que considerem essa média ponderada têm que resultar exatamente nesse multiplicador para a inclinação e na mesma constante para o intercepto.

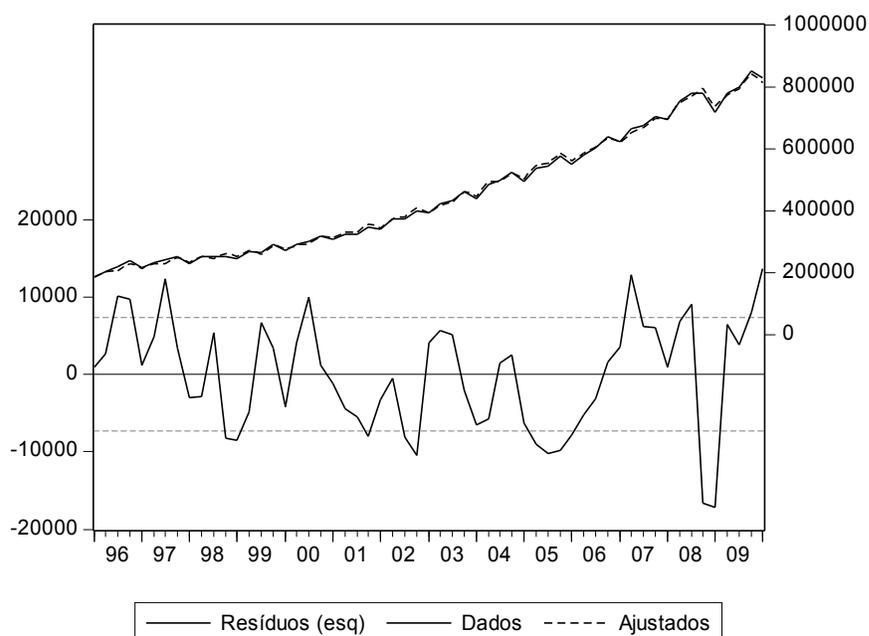


Gráfico 2.5 – Renda e ajuste pelo multiplicador a partir da média ponderada dos gastos autônomos

Podemos ainda tentar estabelecer o seguinte:

$$Y_t = \kappa + 1,93A_{t-6} \quad (2.6)$$

Uma vez que aí tomaríamos somente o valor dos gastos autônomos com antecedência de 6 trimestres, o padrão sazonal diferiria muito entre as duas séries (como o período é de um ano e meio, a “fase” do comportamento cíclico estaria totalmente descasada), de modo que as ajustamos sazonalmente a partir de médias móveis multiplicativas<sup>89</sup>. O ajuste foi novamente efetuado com estimadores de White consistentes com heteroscedasticidade e, por uma estimativa direta por MQO, obtivemos um multiplicador ligeiramente mais alto (2,01); todavia, estamos agora trabalhando com um estimativa com um horizonte de um ano e meio de previsão, ao passo que as estimativas anteriores trabalham com informações inclusive contemporâneas para a série de gastos autônomos.

De maneira bastante aproximada, quase que como uma “regra de bolso” para o

89 Ainda assim, seria de se esperar, com uma antecedência tão grande, uma volatilidade das estimativas maior do que a da própria série, pois, sendo nosso multiplicador uma média ponderada, a relação só seria mais estável caso os gastos autônomos se alterassem pouco durante um período do multiplicador. As médias móveis multiplicativas foram calculadas pela rotina do EViews 4.1 do seguinte modo, exemplificando para a renda:  $(0,5Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + 0,5Y_{t+2})/4$ . Os fatores de escala para renda foram estimados, do primeiro ao quarto trimestre, em 0,959333, 1,006989, 1,001777 e 1,033320; para os gastos autônomos, em 0,925445, 1,015797, 0,989287 e 1,075276,

comportamento da renda nominal para o Brasil, poderíamos tomar, portanto:

$$Y_t = \left[ \frac{\bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] + \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] A_{t-6}$$

$$Y_t = \kappa + 2A_{t-6}$$

Graficamente, o ajuste com antecedência de um ano e meio pode ser conferido abaixo:

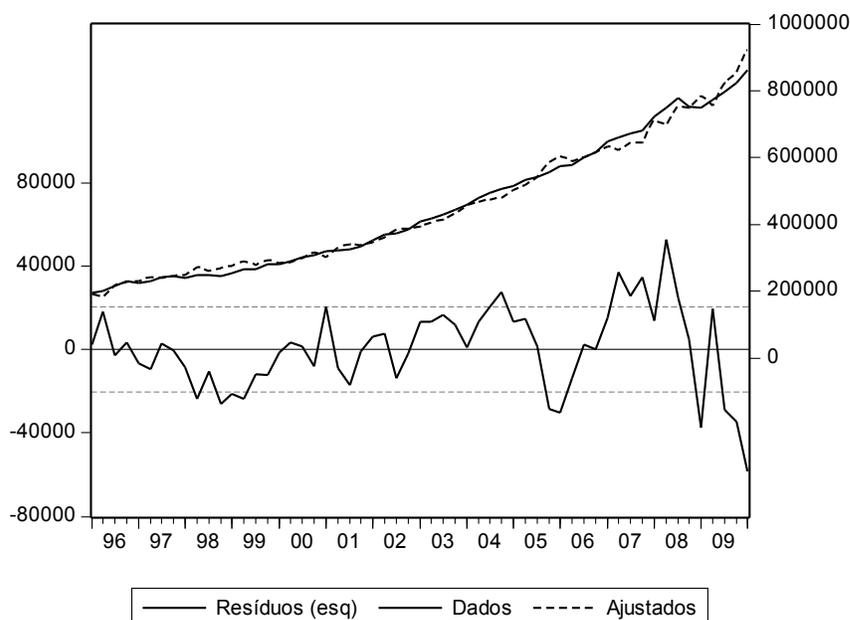


Gráfico 2.6 – Renda com ajuste sazonal e multiplicador antecedente de 6 trimestres

Deve ficar claro que a utilidade de uma estimação menos eficiente tem que ser julgada pela antecedência possibilitada pela mesma: também deve estar claro que cada vez que nos aproximamos do trimestre a ser estimado, na direção de observações contemporâneas, podemos utilizar mais informação e estimar melhor o comportamento da renda, mesmo que através de uma média aritmética dos gastos autônomos (e não uma média ponderada que seria o caso de utilizarmos exatamente os coeficientes estimados para cada defasagem).

De outro modo, gradativamente, acrescentando as defasagens da sexta até a observação contemporânea, sempre considerando médias aritméticas dos gastos autônomos, vamos ganhando poder de previsão, conforme exposto na tabela 2.6, abaixo, a qual retrata a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) para cada especificação da variável relativa aos gastos autônomos, e como essa SQR diminui em relação ao caso da antecedência de 6 trimestres. Ainda o desvio-padrão das séries dos resíduos estimados é apresentado, bem como seu comportamento em termos

percentuais a cada inclusão. Finalmente, os *betas* (ou seja, as estimativas diretas do multiplicador) e seus respectivos *t* de Student fecham a tabela<sup>90</sup>.

Tabela 2.6 – Diferentes médias aritméticas dos gastos autônomos e erros de previsão

Defasagens de <i>A</i>	Soma dos quadrados dos resíduos (SQR)	Porcentagem da SQR	Desvio-padrão dos resíduos	Porcentagem do desvio-padrão dos resíduos	$\beta$ estimado	<i>t</i> de Student
Somente 6	23174508426,4	100%	623,58	100%	2,01	50,19
5 e 6	18178276852,7	78,44%	543,73	87,19%	1,99	57,66
4 a 6	15756652133,7	67,99%	539,34	86,49%	1,98	60,42
3 a 6	14794195892,4	63,84%	550,80	88,33%	1,97	60,95
2 a 6	13264840409,1	57,24%	541,90	86,90%	1,96	62,79
1 a 6	11384952795,3	49,13%	505,34	81,04%	1,95	66,91
Atual a 6	7821407524,3	33,75%	411,53	65,99%	1,94	80,31

Também podemos observar visualmente esse ganho de poder de previsão, a partir do gráfico 2.7, abaixo, que retrata o último destes passos; ao compararmos este com o gráfico anterior, notamos que o ajuste era muito inferior, mas aquele apresentava a virtude de uma antecedência de um ano e meio contra nenhuma antecedência (observações contemporâneas) deste último<sup>91</sup>.

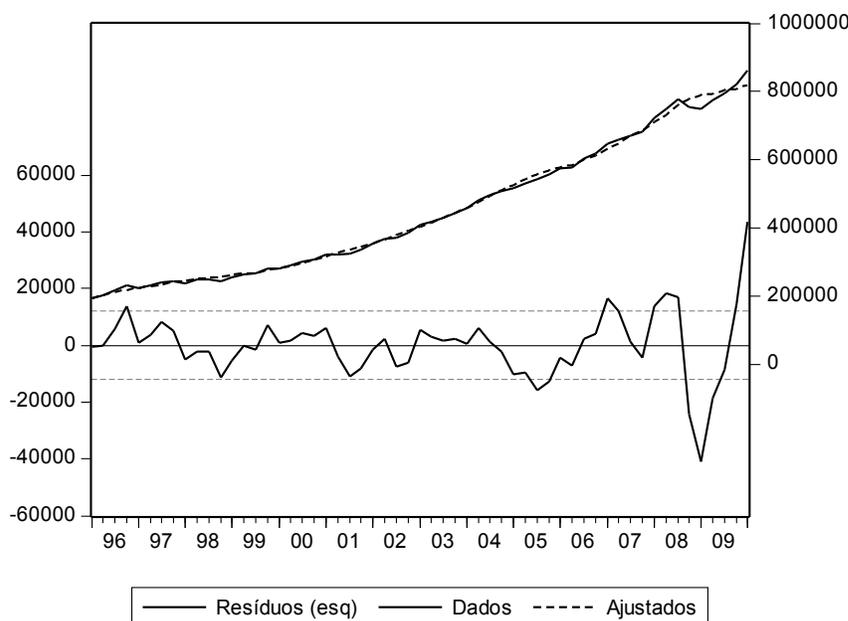


Gráfico 2.7 – Renda com ajuste sazonal e multiplicador da média aritmética dos 6 últimos trimestres (com gastos contemporâneos).

90 Vale alertar que os maiores graus de ajuste e *t* de Student observados dentre todas as defasagens utilizadas individualmente (de 1 a 6) se deram justamente para a sexta defasagem.

91 Notando que mantivemos as séries ajustadas sazonalmente para fins de comparabilidade; naturalmente, as diferenças entre os gráficos 2.4 e 2.7 decorrem daí.

Indiretamente, a partir de um multiplicador estimado em 1,9272, o que podemos afirmar acerca dos parâmetros que captam o comportamento endógeno do consumo e das importações? Começando pelo inverso do multiplicador, podemos depreender que  $1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma = 0,5189$ , o que implica que  $\alpha(1 - \theta) - \gamma = 0,4811$ , isto é, que a propensão marginal a consumir, já descontada de impostos, menos a propensão marginal a importar, tem que ser aproximadamente 0,48. Consistentemente, não muito mais que isso poderia ser afirmado, uma vez que ambas as variáveis sobre as quais devemos estimar os coeficientes são endógenas, pelo menos parcialmente, com relação à renda.

O método dos Mínimos Quadrados Indiretos<sup>92</sup>, conforme proposto por Haavelmo (1947) e utilizado desde os primeiros modelos econométricos (velho-)keynesianos em larga escala (e.g. Klein, 1947; Barger e Klein, 1954), nos permite obter estimativas desses coeficientes para um dado valor do multiplicador ou, de outro modo, substituindo a variável explicativa “verdadeira” (o nível de renda) pela variável exógena correspondente (a soma dos gastos autônomos); assim:

Tabela 2.7 – Regressão de  $C$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	41649,2817	2373,4702	17,5478	0,0000
$A$	0,3524	0,0533	6,6176	0,0000
$A(-1)$	-0,2125	0,0685	-3,1045	0,0031
$A(-3)$	0,2705	0,0509	5,3103	0,0000
$A(-5)$	0,5114	0,0771	6,6291	0,0000
$A(-6)$	0,2432	0,0672	3,6208	0,0007
$R^2$	0,9964		D-W ( $d$ )	0,9174
$R^2$ Ajustado	0,9960			
Jarque-Bera	1,9127		Prob( $JB$ )	0,3843
White ( $F$ )	1,6966		Prob( $F$ -White)	0,1104

A soma dos coeficientes dessa regressão resulta em 1,1650, a qual, dividida por 1,9272 nos dá a estimativa para a propensão marginal a consumir (descontados impostos)<sup>93</sup>,  $\alpha(1 - \theta) = 0,6045$

Pode-se notar que essa tabela é diretamente comparável à tabela 2.1. Para termos também coeficientes comparáveis aos da tabela 2.3 procedemos a seleção de defasagens da mesma forma, o que nos rendeu o seguinte:

92 Que é alternativo ao uso de Mínimos Quadrados em 2 Estágios, como exemplificado por Hoffmann (2006: 305-309).

93 Se estamos contrapondo diretamente consumo e renda, logicamente já estamos descontando os impostos; se estivéssemos tratando da renda *disponível* a estimativa seria somente do *alfa* de nossa função consumo. Ver apêndice 2.1 ao final do capítulo.

Tabela 2.8 – Regressão de  $C$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	41280,1795	2475,3881	16,6763	0,0000
$A$	0,1938	0,0569	3,4094	0,0013
$A(-3)$	0,1897	0,0540	3,5156	0,0009
$A(-4)$	0,1594	0,0746	2,1372	0,0374
$A(-5)$	0,3541	0,0653	5,4223	0,0000
$A(-6)$	0,2692	0,0691	3,8974	0,0003
$R^2$	0,9961		D-W ( $d$ )	0,9326
$R^2$ Ajustado	0,9957			
Jarque-Bera	1,5550		Prob( $JB$ )	0,4595
White ( $F$ )	1,5567		Prob( $F$ -White)	0,1504

Nesse caso, a soma dos coeficientes seria de 1,1662, que deve ser dividida por 1,9298, resultando em  $\alpha(1-\theta) = 0,6043$ , propensão muito próxima à relatada acima. Deve estar claro que estamos tratando, em ambos os casos, já da propensão marginal a consumir total, assim como tratamos de um multiplicador total, expresso pela soma de todos os coeficientes:

$$\beta = \sum_{i=0}^n \beta_i = \frac{1}{1 - \alpha(1-\theta) + \gamma}$$

Quando estimamos as propensões a consumir a partir dos gastos autônomos, o que obtemos na soma dos coeficientes é:

$$\frac{\alpha(1-\theta)}{1 - \alpha(1-\theta) + \gamma} = [\alpha(1-\theta)]\beta,$$

daí a divisão pelo multiplicador para chegarmos à própria propensão marginal a consumir total.

Quanto à propensão marginal a importar, portanto, não seriam necessárias novas estimativas, bastando-nos subtrair 0,6045 do obtido anteriormente, através do multiplicador, para  $\alpha(1-\theta) - \gamma = 0,4811$ , resultando em 0,1234 no primeiro caso (compatível com as estimativas apresentadas nas tabelas 2.1 e 2.7), ou subtrair 0,6043 de 0,4818, rendendo uma propensão marginal a importar de 0,1225 (para as estimativas das tabelas 2.3 e 2.8). Se estivéssemos utilizando somente duas casas decimais para todos os parâmetros, claro está que obteríamos os mesmos resultados:  $\alpha(1-\theta) = 0,60$ ,  $\gamma = 0,12$  e  $\alpha(1-\theta) - \gamma = 0,48$ .

O fato de não termos apresentado até então estimativas diretas para uma “função-importação”, o que pode parecer arbitrário à primeira vista, se revela, como veremos, decorrência da característica dos dados utilizados e da forma como os tratamos: uma vez que a renda, pela definição da contabilidade nacional, é igual à soma de investimento, exportações, gastos do governo (os três aqui tratados inicialmente como autônomos) e consumo, subtraídas as

importações, resulta que os coeficientes relativos às importações podem ser obtidos pela diferença entre aqueles obtidos para o consumo (utilizando a soma dos gastos autônomos como variável explicativa) e os obtidos para o próprio multiplicador. Algebricamente, temos (utilizando somente uma defasagem para simplificar, sem perda de generalidade):

$$Y_t = \kappa_Y + \beta_0 A_t + \beta_1 A_{t-1} + \varepsilon_{Yt}$$

$$C_t = \kappa_C + \alpha_0 \beta_0 A_t + \alpha_1 \beta_1 A_{t-1} + \varepsilon_{Ct}$$

Uma vez que, pela identidade contábil,  $Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t - M_t = C_t + A_t - M_t$ ,  $M_t = C_t + A_t - Y_t$ . Expressando as importações como  $M_t = \kappa_M + \gamma_0 \beta_0 A_t + \gamma_1 \beta_1 A_{t-1} + \varepsilon_{Mt}$  e substituindo, na identidade contábil, as equações utilizadas,

$\kappa_M + \gamma_0 \beta_0 A_t + \gamma_1 \beta_1 A_{t-1} + \varepsilon_{Mt} = \kappa_C + \alpha_0 \beta_0 A_t + \alpha_1 \beta_1 A_{t-1} + \varepsilon_{Ct} + A_t - \kappa_Y - \beta_0 A_t - \beta_1 A_{t-1} - \varepsilon_{Yt}$ , temos:

$$\kappa_M = \kappa_C - \kappa_Y$$

$$\gamma_0 \beta_0 A_t = \alpha_0 \beta_0 A_t + A_t - \beta_0 A_t$$

$$\gamma_0 \beta_0 = \alpha_0 \beta_0 - \beta_0 + 1$$

$$\gamma_1 \beta_1 A_{t-1} = \alpha_1 \beta_1 A_{t-1} - \beta_1 A_{t-1}$$

$$\gamma_1 \beta_1 = \alpha_1 \beta_1 - \beta_1$$

$$\varepsilon_{Mt} = \varepsilon_{Ct} - \varepsilon_{Yt}$$

Desse modo, ao subtrairmos os coeficientes encontrados nas estimativas de  $C$  contra  $A$  daqueles obtidos nas estimativas de  $Y$  contra  $A$ , obtemos aqueles que resultariam de uma estimativa de  $M$  contra  $A$  para todas as defasagens, não só para a primeira (à exceção dos coeficientes “contemporâneos”, aos quais é necessário somarmos 1), como podemos confirmar nas tabelas abaixo. O problema com isso é que nada nos garante que os resíduos, obtidos também desse modo, pela subtração das duas séries, tenham as características desejáveis, começando pela normalidade (para equações do multiplicador e para “funções-consumo” os indícios são de que os resíduos seguem uma distribuição normal). Ao encontrarmos uma variância dos resíduos muito elevada, também a variância relativa à estimativa dos coeficientes é muito alta, fazendo com que encontremos poucas razões  $t$  significativas.

Tabela 2.9 – Regressão de  $M$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	-3339,7593	1540,9695	-2,1673	0,0349
$A$	0,2260	0,0293	7,7038	0,0000
$A(-1)$	0,1289	0,0407	3,1677	0,0026
$A(-3)$	-0,0143	0,0382	-0,3744	0,7097
$A(-5)$	-0,0346	0,0404	-0,8560	0,3960
$A(-6)$	-0,0681	0,0360	-1,8910	0,0643
$R^2$	0,9730		D-W ( $d$ )	0,8147
$R^2$ Ajustado	0,9703			
Jarque-Bera	5,7741		Prob( $JB$ )	0,0557
White ( $F$ )	2,5850		Prob( $F$ -White)	0,0141

Obs.: estimadores de White consistentes com heteroscedasticidade.

Tabela 2.10 – Regressão de  $M$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	-3328,6716	1452,4215	-2,2918	0,0261
$A$	0,3421	0,0334	10,2553	0,0000
$A(-3)$	0,0454	0,0317	1,4336	0,1578
$A(-4)$	-0,1428	0,0438	-3,2643	0,0020
$A(-5)$	0,0653	0,0383	1,7035	0,0946
$A(-6)$	-0,0736	0,0405	-1,8147	0,0754
$R^2$	0,9736		D-W ( $d$ )	0,6460
$R^2$ Ajustado	0,9710			
Jarque-Bera	19,6228		Prob( $JB$ )	0,0001
White ( $F$ )	1,6020		Prob( $F$ -White)	0,1362

Como o esperado, as propensões marginais a importar obtidas a partir da soma dos coeficientes são exatamente as mesmas apresentadas anteriormente,  $0,2379/1,9272 = 0,1234$  e  $0,2364/1,9298 = 0,1225$ .

## 2.2. Regressões para os logaritmos naturais das variáveis

A prática de logaritmizar as séries não foi aqui seguida de imediato por nosso interesse residir na estimativa direta dos coeficientes de impacto (“multiplicadores”), e não na estimativa das elasticidades, como se sabe ser o caso de regressões a partir de transformações “log-log”. Todavia, pela própria característica de crescimento exponencial de muitas das séries macroeconômicas, procedemos também a esse recurso, o qual, pelo menos visualmente, nos renderia relações mais estáveis entre as duas variáveis (mais uma vez, deixemos questões sobre raiz unitária e cointegração para tópicos posteriores), como podemos observar nos gráficos seguintes:

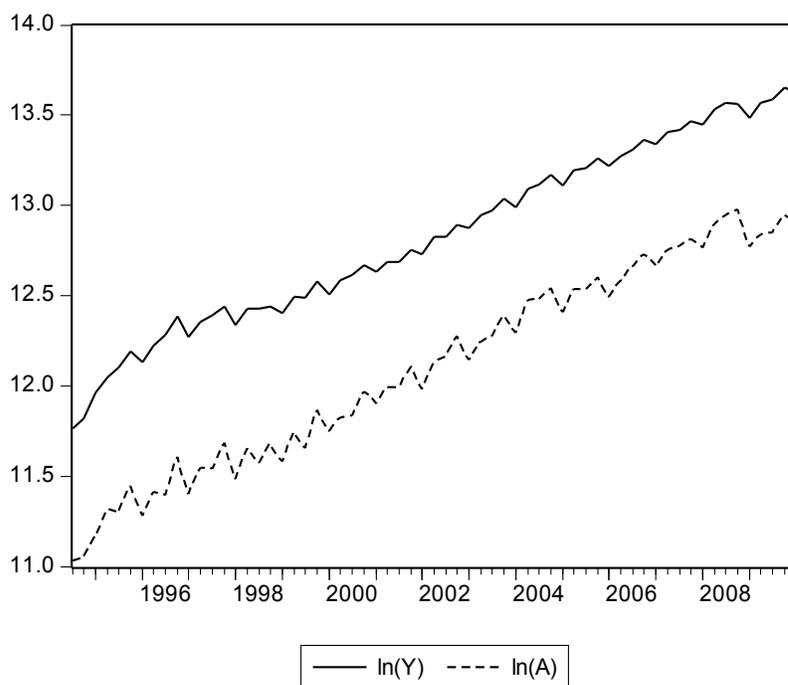


Gráfico 2.8 – Logaritmos das séries para renda e soma dos gastos autônomos

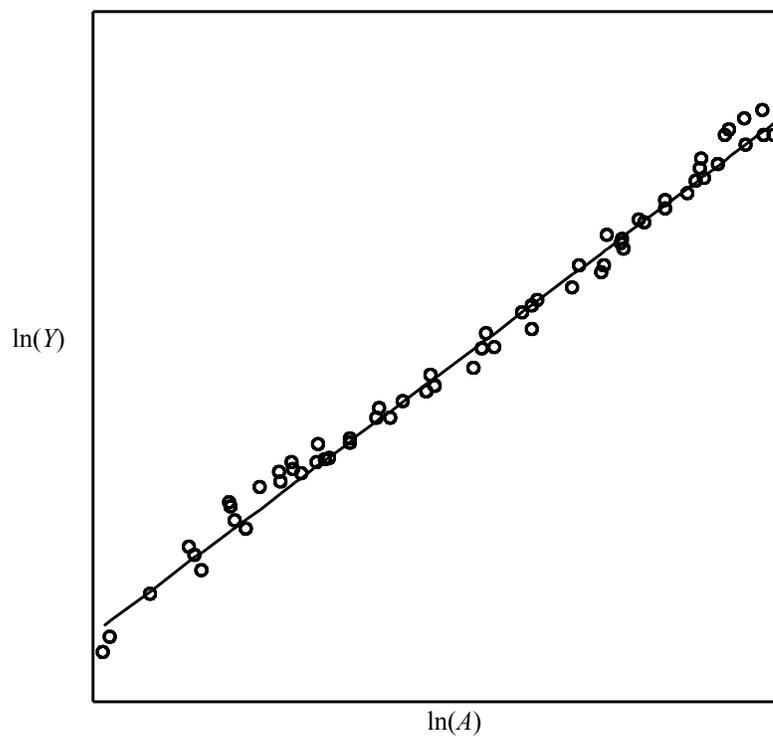


Gráfico 2.9 – Observações plotadas em logaritmos com linha de regressão

Os coeficientes de impacto podem ser recuperados de regressões nos logaritmos, entretanto, desde que façamos uma hipótese simplificadora quanto aos pontos das séries a serem tomados como representativos.

Uma vez que  $\frac{\partial \ln Y}{\partial \ln A} = \frac{\partial Y}{\partial A} \cdot \frac{A}{Y}$ , podemos tomar os pontos das médias para ambas as séries, obtendo assim uma razão entre gastos autônomos e renda correspondente a 0,4980, o que nos possibilita converter as elasticidades encontradas em impactos diretamente medidos em Reais. Tomando, portanto, as médias para gastos autônomos e renda e somando as elasticidades estimadas para as diversas defasagens (conforme explicitadas na tabela 2.11, abaixo), temos que  $0,8757 = (\partial Y/\partial A) \cdot 0,4980$ , o que nos rende um multiplicador de aproximadamente 1,7584. Tomando os máximos e mínimos de ambas as séries, obtivemos as razões de 0,5093 e 0,4808, o que renderia multiplicadores de 1,7194 e 1,8213, respectivamente, suavizando o caráter de arbitrariedade da escolha do ponto das médias.

Seguem, assim, os resultados para uma regressão nos logaritmos naturais das variáveis:

Tabela 2.11 – Regressão de  $\ln(Y)$  contra  $\ln(A)$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	<i>t</i> de Student	valor <i>p</i>
Constante	2,2963	0,0861	26,6751	0,0000
$\ln(A)$	0,3673	0,0578	6,3526	0,0000
$\ln[A(-3)]$	0,1095	0,0430	2,5489	0,0139
$\ln[A(-4)]$	0,2001	0,0637	3,1420	0,0028
$\ln[A(-5)]$	0,1084	0,0449	2,4145	0,0194
$\ln[A(-6)]$	0,0904	0,0456	1,9831	0,0528
$R^2$	0,9971		D-W ( <i>d</i> )	0,5674
$R^2$ Ajustado	0,9968			
Jarque-Bera	1,9517		Prob( <i>JB</i> )	0,3769
White ( <i>F</i> )	1,6180		Prob( <i>F</i> -White)	0,1315

Como podemos notar, a seleção das defasagens coincide com a segunda possibilidade de fazê-la (como na tabela 2.3), aqui não nos sendo aceitável, em termos da significância das defasagens (por qualquer método *ad hoc*, como já referido), uma alternativa coincidente com as defasagens da tabela 2.1. A seleção se estende também à sexta defasagem, a qual apresenta uma probabilidade caudal pouco superior a 5% (não seria estatisticamente significativa a 5%, mas seria a 10%), com as defasagens 3 e 5 não sendo estatisticamente significativas a 1%, mas sendo a 5% de significância.

Podemos notar ainda que não há coeficientes negativos para esse caso de tomarmos os logaritmos, o que, mais uma vez, nos possibilita vislumbrar uma outra forma para o

comportamento dos coeficientes, a saber, a abordagem de Koyck. Como demonstrado anteriormente, tal abordagem consiste em supor que os coeficientes decrescem obedecendo uma progressão geométrica, aqui explicitada no gráfico abaixo, com os valores correspondentes para tal taxa de decaimento.

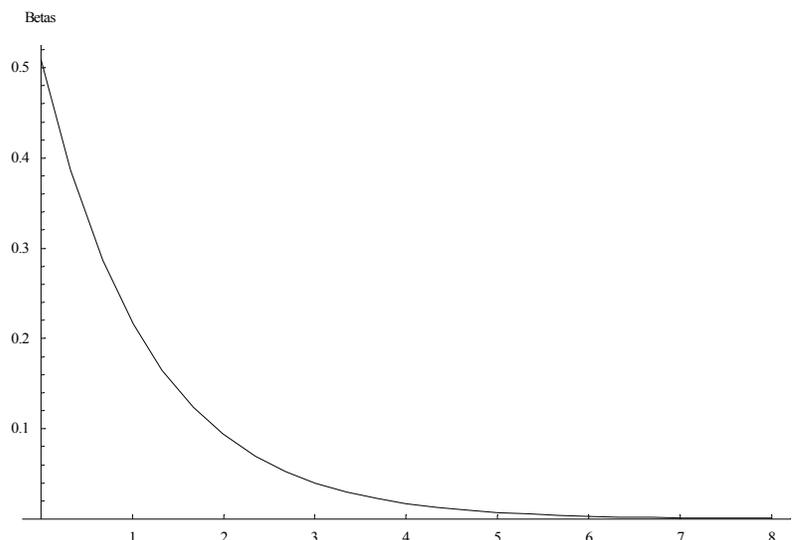


Gráfico 2.10 – Betas para defasagens distribuídas pela abordagem de Koyck

$$\beta_i = \beta_0 \lambda^i$$

$$\beta_i = 0,5087 \cdot 0,4293^i$$

Segue, abaixo, a regressão que resultou nesses valores (estatísticas *t* de Student entre parênteses):

$$\ln Y_t = 1,1766 + 0,5087 \ln A_t + 0,4293 \ln Y_{t-1}$$

$$(10,6998) \quad (13,4927) \quad (10,4124)$$

A partir da transformação de Koyck, a soma dos termos da progressão geométrica é estimada em 0,8914, resultando num multiplicador, no ponto das médias das variáveis, de 1,79. A defasagem média, comparando-se com a obtida para as séries originais, cairia para 68 dias e a defasagem mediana para 74 dias.

Resta-nos somente, portanto, separar dentre os elementos do multiplicador o que se deve às propensões marginais a consumir e a importar. Estimando, também pelos logaritmos naturais, os coeficientes relativos ao consumo, temos:

Tabela 2.12 – Regressão de  $\ln(C)$  contra  $\ln(A)$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	<i>t</i> de Student	valor <i>p</i>
Constante	2,5378	0,1294	19,6186	0,0000
$\ln(A)$	0,1173	0,0869	1,3498	0,1830
$\ln[A(-3)]$	0,1985	0,0646	3,0744	0,0034
$\ln[A(-4)]$	0,1778	0,0957	1,8576	0,0690
$\ln[A(-5)]$	0,2086	0,0675	3,0913	0,0032
$\ln[A(-6)]$	0,1171	0,0685	1,7095	0,0934
$R^2$	0,9926		D-W ( <i>d</i> )	0,7367
$R^2$ Ajustado	0,9918			
Jarque-Bera	2,1303		Prob( <i>JB</i> )	0,3447
White ( <i>F</i> )	1,2470		Prob( <i>F</i> -White)	0,2880

Tomando, mais uma vez, os pontos das médias para as séries em questão e convertendo as elasticidades, podemos chegar a uma estimativa da propensão marginal a consumir total (descontados impostos), somando as elasticidades, do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln C}{\partial \ln A} &= \frac{\partial C}{\partial A} \cdot \frac{A}{C} \\ 0,8192 &= \frac{\partial C}{\partial A} \cdot 0,8059 \\ \frac{\partial C}{\partial A} &= 1,0166 \\ \frac{\partial C/\partial A}{\partial Y/\partial A} &= \frac{\partial C}{\partial A} \cdot \frac{\partial A}{\partial Y} = \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1,0166}{1,7584} = 0,5781 \end{aligned}$$

Assim, como  $\frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} = 1,7584$  e  $\alpha(1 - \theta) = 0,5781$ ,  $\gamma = 0,5781 - 0,4313 = 0,1468$ ;

portanto, uma propensão marginal a consumir um pouco menor e uma propensão marginal a importar um pouco maior, compatíveis com um multiplicador ligeiramente mais baixo (1,93 contra 1,76) encontrado por essa via.

### 2.3. Vetores autorregressivos ou autorregressão vetorial (VAR)

Uma vez que as estimações realizadas anteriormente, por MQO, partem da premissa de que a soma dos gastos autônomos seja, de fato, autônoma com relação à renda, cabe-nos analisar também sob o ponto de vista de um modelo VAR, que não institui tal condição *a priori*, o que os dados nos informam acerca da relação entre essas séries.

Inicialmente, partiremos de um VAR padrão, o qual não impõe qualquer restrição sobre os coeficientes com o ônus de não podermos estabelecer relações contemporâneas entre as séries, visto que, se assim procedêssemos, os termos de erro da equação relativa à renda seriam

correlacionados com os gastos autônomos e vice-versa. Em seção posterior, trataremos de identificar esse VAR padrão a partir de restrições sobre as relações contemporâneas (ou seja, estimaremos um VAR estrutural – SVAR), de modo a recuperar as informações relativas ao sistema primitivo.

Como se sabe (e.g. Enders, 2004: 264), para um VAR ser corretamente estimado, as variáveis devem ser estacionárias. A prática corrente de tomar a primeira diferença das séries como estacionária foi aqui seguida, não sem antes procedermos ao teste Ampliado de Dickey-Fuller (ADF) para identificar a presença de raiz unitária, inicialmente nos níveis e então nas primeiras diferenças das variáveis, como reportado abaixo.

Tabela 2.13 – Valores para a estatística  $t$  de um teste ADF com defasagens selecionadas pelo critério de Schwarz

	Variável	Nível	valor $p^*$	Defasagens	1ª diferença	valor $p^*$	Defasagens
Regressão somente com intercepto	$Y$	3,8123	1,0000	5	-1,0164	0,7411	8
	$A$	2,2096	0,9999	5	-4,7366	0,0003	4
	$\ln Y$	-0,1508	0,9383	4	-4,4128	0,0008	3
	$\ln A$	-0,8087	0,8089	5	-5,5987	0,0000	4
Regressão com intercepto e tendência linear	$Y$	-0,3474	0,9873	5	-4,8897	0,0011	4
	$A$	-1,8305	0,6768	5	-5,6692	0,0001	4
	$\ln Y$	-2,8379	0,1902	4	-4,1084	0,0104	3
	$\ln A$	-2,1712	0,4961	4	-5,5150	0,0001	4

\* Para os valores críticos de MacKinnon (1996), sob a hipótese nula de presença de raiz unitária.

O teste consiste em rodar a regressão de uma variável contra seu valor defasado (e testar se o coeficiente estimado é estatisticamente diferente de um) ou, alternativamente, da primeira diferença da variável contra o nível defasado (e testar se o coeficiente estimado é estatisticamente diferente de zero, como de praxe)<sup>94</sup>: exemplificando, com o acréscimo de somente uma diferença defasada e de uma constante, testa-se  $\Delta Y_t = \kappa + \zeta Y_{t-1} + \phi \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$  e verifica-se se  $\zeta$  é estatisticamente diferente de zero, valendo-se de valores críticos diferentes dos de uma distribuição  $t$ . No caso de rejeição da hipótese nula, infere-se que a variável não tem raiz unitária (como para as primeiras diferenças), e o caso em que não podemos rejeitar tal hipótese é indicativo de raiz unitária.

94 Os valores tabelados por MacKinnon (1996) são informados para apenas uma cauda da distribuição por estarmos testando de fato a hipótese alternativa de que a raiz seja menor que a unidade (e não diferente da unidade) e, conseqüentemente, de que o coeficiente testado aqui seja menor que zero, uma vez que raízes maiores que a unitária denotam o comportamento de uma série explosiva.

Apesar de também ser prática corrente trabalhar somente com os logaritmos das séries, além de haver indícios de que a primeira diferença da série para a renda não é estacionária (para o teste ADF sem tendência), apresentamos, na sequência de gráficos abaixo, o comportamento para as séries das primeiras diferenças antes e após tomarmos seus logaritmos naturais.

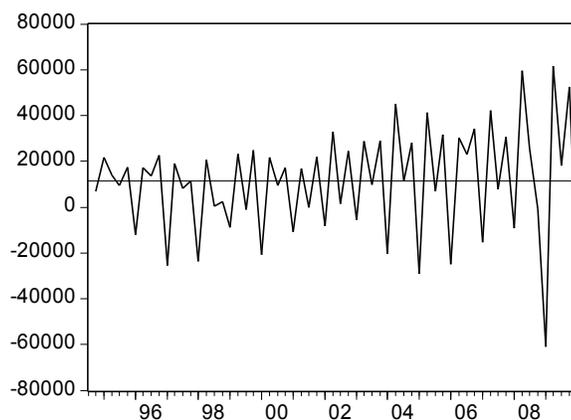


Gráfico 2.11 – Primeira diferença de  $Y$

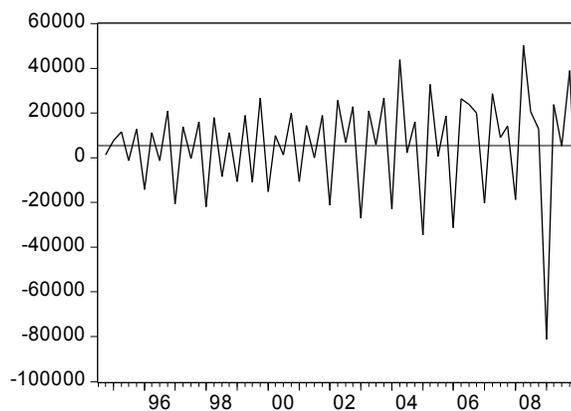
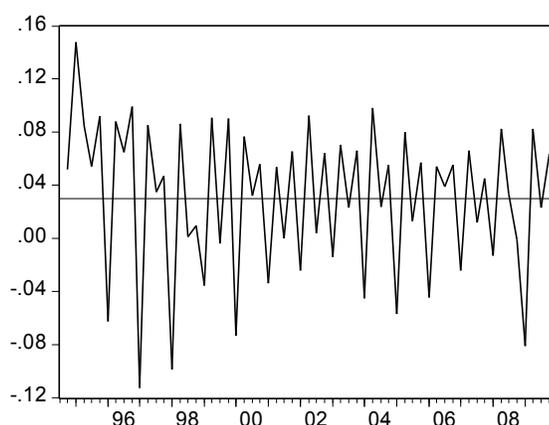
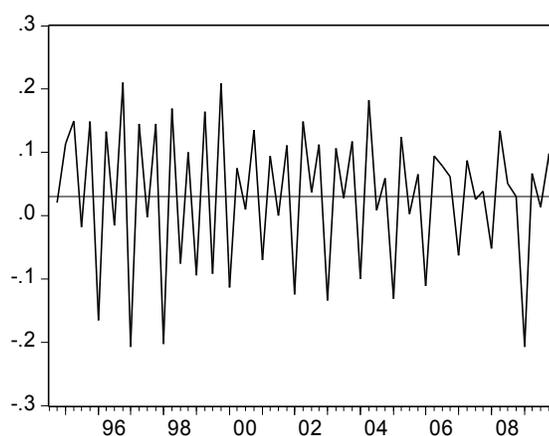


Gráfico 2.12 – Primeira diferença de  $A$

Em consonância com a experiência, ao trabalharmos com séries macroeconômicas, dado o crescimento exponencial inerente a muitas destas, a variância das primeiras diferenças cresce com a série, para que a prática de tomar os logaritmos se faz útil, eliminando tal heteroscedasticidade das mesmas, como podemos notar abaixo.

Gráfico 2.13 – Primeira diferença de  $\ln Y$ Gráfico 2.14 – Primeira diferença de  $\ln A$ 

Conforme destacado por Juselius (2006: 40), a diferenciação das séries<sup>95</sup> tem o intuito principal de obtermos processos com média constante e de tal modo que as observações se aproximem de uma distribuição normal, estando simetricamente distribuídas abaixo e acima da média (destacada pela linha horizontal em todos os gráficos), o que parece ser atingido somente nos gráficos que retratam os logaritmos das séries<sup>96</sup>.

Visto isso, foi estimado o VAR padrão para as diferenças dos logaritmos das séries. Representando os logaritmos por letras minúsculas e o operador de diferenças pelo delta

95 Essa prática se tornou usualmente aceita para séries macroeconômicas, contra a retirada de tendência determinística por outros métodos, principalmente pela influência do artigo seminal de Nelson e Plosser (1982).

96 Utilizando as estatísticas de Jarque-Bera, há indícios de que a série para a primeira diferença dos gastos autônomos não siga uma distribuição normal (com probabilidade de 0,000004 de cometermos um erro ao rejeitarmos a hipótese nula de normalidade). Para as diferenças dos logaritmos, valores  $p$  de 0,1426 e 0,1650, respectivamente para a renda e soma dos gastos autônomos, indicam que não devemos rejeitar a hipótese de que estas seguem uma distribuição normal.

maiúsculo, como de praxe, podemos assim representar o modelo estimado:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \phi_1 + \sum_{i=1}^5 \phi_{i11} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i12} \Delta a_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta a_t &= \phi_2 + \sum_{i=1}^5 \phi_{i21} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i22} \Delta a_{t-i} + \varepsilon_{2t}\end{aligned}$$

ou, em termos matriciais,

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta a_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{111} & \phi_{112} \\ \phi_{121} & \phi_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta a_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{511} & \phi_{512} \\ \phi_{521} & \phi_{522} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-5} \\ \Delta a_{t-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

A escolha das defasagens, conforme tabela 2.14, abaixo, foi efetuada a partir dos diversos critérios disponíveis, dos quais selecionamos aqui os mais usuais, os critérios de informação de Akaike e de Schwarz. Como pode-se notar, não teríamos uma resposta conclusiva a partir dos mesmos, o que nos levou a tomar a maior das defasagens (a quinta) por ser essa a escolha predominante em todas as outras tentativas de estimarmos vetores autorregressivos para essas variáveis<sup>97</sup>.

Tabela 2.14 – Escolha das defasagens

Defasagem	Akaike	Schwarz
0	-6,6228	-6,5504
1	-7,3416	-7,1246
2	-7,4549	-7,0933
3	-7,9290	-7,4227
4	-8,3386	-7,6876*
5	-8,3913*	-7,5956
6	-8,3183	-7,3780

\* Defasagem selecionada

Quanto à estabilidade do sistema, confirmamos que não há raízes do polinômio característico fora do círculo unitário, com o módulo da maior raiz correspondendo a 0,9772, o que satisfaz, portanto, o critério de estabilidade do VAR<sup>98</sup>. A análise dos resíduos mostrou que não devemos rejeitar as hipóteses nulas de ausência de autocorrelação (estatísticas  $Q$  e LM até a quinquagésima defasagem) e ausência de heteroscedasticidade (teste de White sem termos cruzados com probabilidade caudal conjunta de 0,2538), tampouco de normalidade (com probabilidade caudal conjunta para a estatística Jarque-Bera de 0,0812 para a decomposição de Cholesky e 0,4317 para a decomposição a partir da inversa da matriz das raízes quadradas das

97 Mais especificações adiante.

98 Se insistíssemos em especificar o modelo sem logaritmizar as variáveis, essa condição não seria satisfeita, o que corroborou com o discutido acima para que trabalhássemos, daqui em diante, somente com as séries em logaritmos.

covariâncias).

De acordo com o anunciado, um dos nossos intuítos ao estimar o modelo a partir de vetores autorregressivos é o de testar a causalidade de uma variável a outra. Com a conhecida limitação da definição de causalidade em econometria<sup>99</sup>, tomamos, como o usual, a causalidade no sentido de Granger (1969), sabendo que a mesma está restrita a um teste de precedência temporal de uma série sobre a outra; ou, de outro modo, a um teste de incremento de poder explicativo ao se incluir valores defasados de uma variável em uma regressão contra outra variável.

Assim, nos seria possível afirmar que os gastos autônomos não causam a renda (no sentido de Granger) se  $\phi_{i12} = 0$  (os coeficientes relacionados aos gastos autônomos na equação relativa à renda fossem nulos) para todas as defasagens selecionadas e, similarmente, que a renda não Granger-causa os gastos autônomos se  $\phi_{i21} = 0 \quad \forall i = 1,2,3,4,5$ .

Através de testes de Wald para exclusão desses blocos de coeficientes, testando a hipótese de que os gastos autônomos não causam, no sentido de Granger, a renda ( $\phi_{112} = \phi_{212} = \phi_{312} = \phi_{412} = \phi_{512} = 0$ ), obtivemos os seguintes resultados: uma estatística qui-quadrado de 13,2244, denotando uma probabilidade de cometermos um erro ao rejeitarmos a hipótese nula de 0,0214. Ou seja, podemos rejeitar a hipótese nula a um nível de significância de 2,14%, implicando causalidade partindo dos gastos para a renda, no sentido de Granger.

Por outro lado, sob a hipótese nula de que a renda não Granger-causa os gastos autônomos ( $\phi_{121} = \phi_{221} = \phi_{321} = \phi_{421} = \phi_{521} = 0$ ), obtivemos os seguintes resultados: uma estatística qui-quadrado de 4,7901, denotando uma probabilidade de cometermos um erro ao rejeitarmos a hipótese nula de 0,4420. Assim, não podemos rejeitar a hipótese nula, a uma significância de até 44,2%, de que a causalidade não parte da renda para o gasto. A *causalidade*, no sentido de Granger, é *unidirecional, partindo dos gastos autônomos para a renda*.

Se essa causalidade é unidirecional, de acordo com Sims (1972), podemos considerar válidas as estimativas de modelos de defasagens distribuídas como os especificados anteriormente, uma vez que a soma dos gastos autônomos se mostrou, em algum sentido, “exógena” com relação à renda<sup>100</sup>. Assim, a escolha *a priori*, somente em bases teóricas, efetuada para estimarmos nossas regressões anteriores não se mostrou, afinal, de todo arbitrária. Desde que troquemos as variáveis envolvidas, podemos parafrasear Sims (1972: 542) e afirmar que os

<sup>99</sup> Uma longa discussão pode ser encontrada, por exemplo, em Geweke (1984).

<sup>100</sup> Apesar de não podermos definir exogeneidade num sentido estrito a partir dos testes de Granger, uma vez que as relações contemporâneas, as quais definem o tipo de exogeneidade fraca, não são testadas.

dados verificaram a hipótese nula de que regressões com defasagens distribuídas da renda contra os gastos autônomos têm uma interpretação causal.

Tentando evitar toda a espécie de testes prévios e transformação das séries, dado o alto grau de arbitrariedade das especificações, o baixo poder dos testes de presença de raiz unitária e a falta de confiabilidade dos testes de cointegração para amostras pequenas, Toda e Yamamoto (1995) sugerem um procedimento simples, específico para testes de causalidade de Granger, que consiste em: (i) formular um VAR em níveis com um número de defasagens a mais equivalente à ordem máxima de integração que se espera das séries envolvidas; (ii) realizar testes de Wald para as defasagens originais, ignorando as defasagens incluídas a mais.

Portanto, sem a necessidade de testes de cointegração nem de diferenciação das séries e supondo que as séries são integradas de ordem 1 (como a maior parte das séries macroeconômicas), basta-nos especificar modelos para os níveis (originais e logaritmos) das séries, acrescentando uma defasagem a mais (a sexta, de acordo com a escolha das defasagens explicitada na tabela 2.15, abaixo), e depois realizar os testes de Wald para os coeficientes relativos às 5 primeiras defasagens. Estamos estimando, tomando os níveis como exemplo, um VAR como o seguinte, com uma defasagem a mais por conta da possibilidade das séries serem integradas de primeira ordem:

$$Y_t = \phi_1 + \sum_{i=1}^6 \phi_{i11} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^6 \phi_{i12} A_{t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$A_t = \phi_2 + \sum_{i=1}^6 \phi_{i21} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^6 \phi_{i22} A_{t-i} + \varepsilon_{2t}$$

Tabela 2.15 – Escolha das defasagens

Defasagem	Níveis		Logaritmos	
	Akaike	Schwarz	Akaike	Schwarz
0	48,8400	48,9078	-1,8827	-1,8110
1	43,5602	43,7753	-6,8579	-6,6429
2	43,2644	43,6228	-7,2785	-6,9200
3	43,1916	43,6934	-7,4222	-6,9204
4	42,6876	43,3327	-7,9974	-7,3522
5	42,1322*	42,9207*	-8,3041*	-7,5155*
6	42,2082	43,1401	-8,2820	-7,3501

\* Defasagem selecionada

Assim, lembrando que os testes de Wald para a exclusão de blocos de coeficientes devem

ser efetuados sem levar em conta a sexta defasagem, as hipóteses nulas passíveis de testes são as mesmas utilizadas anteriormente: a de que os gastos autônomos não Granger-causam a renda ( $\phi_{112} = \phi_{212} = \phi_{312} = \phi_{412} = \phi_{512} = 0$ ) ou a de que a renda não Granger-causa os gastos autônomos ( $\phi_{121} = \phi_{221} = \phi_{321} = \phi_{421} = \phi_{521} = 0$ ). Os resultados, explicitados na tabela 2.16, abaixo, corroboram com uma causalidade unidirecional partindo da soma dos gastos autônomos para o nível de renda; a um nível de significância de 5% podemos rejeitar a hipótese nula de que os gastos não causam a renda para as variáveis originais ou em logaritmos, ao passo que a probabilidade de estarmos cometendo um erro ao rejeitarmos a hipótese nula de que a renda não causa os gastos é de 11,98% para os níveis e 37,14% para os logaritmos, indicando que não devemos rejeitá-la.

Tabela 2.16 – Testes de causalidade

Hipótese nula	Níveis		Logaritmos	
	$\chi^2$	valor $p$	$\chi^2$	valor $p$
$A$ não causa $Y$	12,0729	0,0338	11,2605	0,0465
$Y$ não causa $A$	8,7427	0,1198	5,3787	0,3714

Para outras finalidades que não os testes de causalidade de Granger, entretanto, um VAR corretamente especificado requer estacionariedade de ambas as séries ou cointegração entre as mesmas. Mais uma vez adiando o tópico da cointegração e considerando que o caminho de tornar as séries estacionárias por diferenciação foi relatado acima, procedamos também à alternativa de retirada de tendência determinística e identifiquemos, pelas duas vias, o VAR, convertendo-o num VAR estrutural (SVAR) e relatando os resultados em termos de funções impulso-resposta e decomposição de variância.

#### 2.4. Vetores autorregressivos estruturais (SVAR)

Conforme mencionado, um dos intuitos de um VAR estrutural (SVAR) é recuperar informações do sistema primitivo, o que implica re-estabelecer relações contemporâneas entre as variáveis. Entretanto, isso só pode ser feito se impusermos algumas restrições à estrutura dessas relações. No nosso caso, deve parecer óbvio que a candidata natural a restrição é a ausência da influência *contemporânea* da renda numa equação que tente explicar a soma dos gastos autônomos, lembrando que nossos testes de causalidade já indicaram que valores *defasados* para

a renda não ajudam a explicar o comportamento dos gastos autônomos, justificando considerá-los exógenos em algum sentido<sup>101</sup>. No entanto, resta a exogeneidade no sentido fraco, que se refere justamente a tal ausência de relação contemporânea.

Se impuséssemos tal restrição, todos os parâmetros poderiam ser estimados e recuperaríamos a relação contemporânea entre gastos autônomos e renda, mas somente em uma direção: mudanças dos gastos autônomos causando mudanças no nível de renda, ou seja, incorporaríamos os gastos numa regressão para explicar a renda no mesmo período de tempo. Assim, o sistema primitivo poderia ser escrito por<sup>102</sup>:

$$\begin{bmatrix} 1 & \nu \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta a_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{111} & \phi_{112} \\ \phi_{121} & \phi_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta a_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{511} & \phi_{512} \\ \phi_{521} & \phi_{522} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-5} \\ \Delta a_{t-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \end{bmatrix}$$

implicando que o que de fato estimamos a partir de um VAR padrão é uma versão em que todos os componentes do lado direito da equação são pré-multiplicados pela inversa da matriz que pré-multiplica as primeiras diferenças, no lado esquerdo da equação (nesse caso, a inversa consistindo da mesma com o  $\nu$  com sinal trocado).

A recuperação de todos os coeficientes (e também dos termos de erro “originais”) passaria, portanto, pela estimativa de  $\nu$  para que as operações pertinentes fossem realizadas. Uma vez que o interesse de recuperarmos o sistema primitivo reside na aplicação dos mesmos para as funções de impulso-resposta e para a decomposição da variância, para que necessitamos dos termos de erro “originais”, aqui representados por  $\mu$ , procedemos à estimativa de  $\nu$  e dos  $\omega$  abaixo, para um sistema como o seguinte:

$$\begin{bmatrix} 1 & \nu \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \end{bmatrix}, \text{ implicando } \begin{cases} \varepsilon_{1t} = \omega_1 \mu_{1t} - \nu \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{2t} = \omega_2 \mu_{2t} \end{cases} \text{ e } \begin{cases} \mu_{1t} = \frac{\varepsilon_{1t} + \nu \varepsilon_{2t}}{\omega_1} \\ \mu_{2t} = \frac{\varepsilon_{2t}}{\omega_2} \end{cases}.$$

Estimados tais parâmetros e, portanto, feita nossa decomposição estrutural<sup>103</sup>, obtivemos um  $\nu$  de  $-0,4517$ , após 7 iterações e com estatística  $z$  de teste com probabilidade caudal de  $0,0000$ , denotando um VAR estrutural exatamente identificado e uma relação positiva entre

101 O que não quer dizer que estamos incorrendo no erro apontado por Cavalcanti (2010), efetuando tal restrição *em virtude* dos resultados de testes de causalidade de Granger, mas sim pelas razões teóricas expostas no capítulo anterior, sendo que os testes de causalidade funcionam como mais um subsídio à escolha.

102 Não alteramos os *phis* por outra letra por simplicidade e trocamos os *epsilons* por *mis*, estes últimos expressando os termos de erro originais, a se recuperar.

103 Para esse caso de uma matriz  $2 \times 2$ , nossa decomposição baseada no pressuposto de exogeneidade dos gastos autônomos é idêntica a um dos ordenamentos da decomposição de Choleski.

gastos autônomos e renda também para relações contemporâneas<sup>104</sup>.

Os gráficos relativos às funções impulso-resposta se encontram reproduzidos abaixo; de especial interesse é a observação da reação dos gastos autônomos a choques relacionados à renda (abaixo à esquerda, partindo de zero pela decomposição estrutural utilizada) e da reação da renda a choques relacionados aos gastos autônomos (acima à direita). Quanto à primeira, esta não difere significativamente de zero para nenhum horizonte tomado. Quanto à última, percebe-se que esta parte de um valor significativo na defasagem 1 e apresenta picos (positivos) significativos nas defasagens 5 e 9 decrescendo em intensidade paulatinamente.

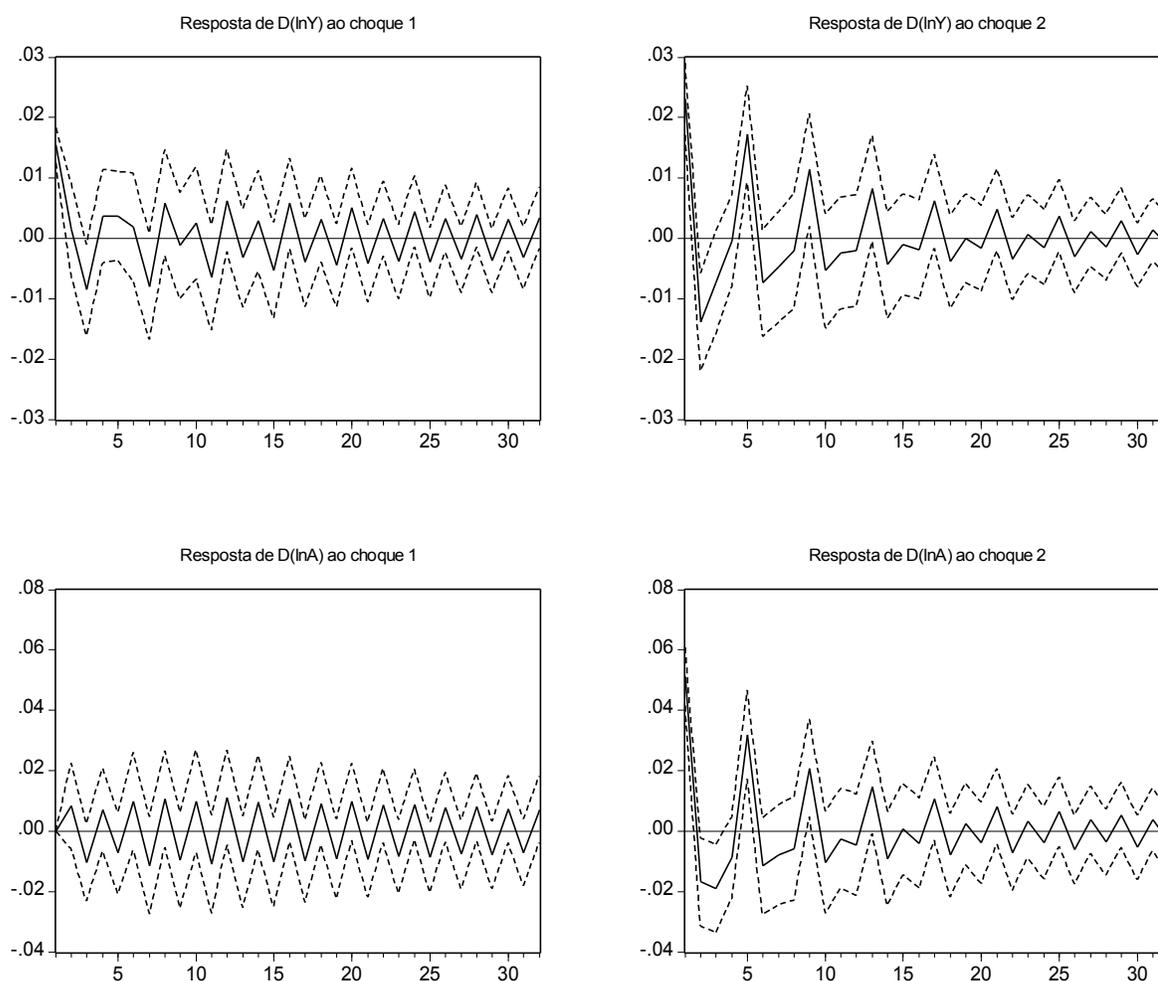


Gráfico 2.15 – Funções impulso-resposta das diferenças dos logaritmos (tendência estocástica)

<sup>104</sup> Uma vez que os testes concernentes à estabilidade e à análise dos resíduos foram mencionados na seção anterior, estes não sofrendo alterações com o procedimento de identificação, não repetiremos os resultados aqui.

Na tabela 2.17, abaixo, apresentamos também a decomposição de variância para a identificação estrutural aqui utilizada, a qual mostra a proporção dos movimentos em uma série que se deve aos próprios choques comparativamente aos choques advindos de outra série. Tomando os casos extremos, se um choque de gastos autônomos não explica nada da variação do erro de previsão da renda, para qualquer horizonte, essa pode ser considerada exógena, ao passo que se o mesmo choque explicasse toda a variação na renda, poderíamos considerá-la endógena (*e.g.* Enders, 2004: 280). Tomando os horizontes do primeiro trimestre ao trigésimo sexto (9 anos), parecem haver indícios de exogeneidade dos gastos autônomos e de endogeneidade da renda, esta última sendo explicada em até 76,6% por choques nos gastos autônomos, os quais são “auto-explicados” em 92,3% para o horizonte de seis trimestres (lembrando que foi este o período do multiplicador adotado anteriormente).

Tabela 2.17 – Decomposição da variância para identificação estrutural

Períodos	D(lnY)		D(lnA)	
	Choque 1	Choque 2	Choque 1	Choque 2
1	31,1%	68,9%	0,0%	100,0%
6	23,4%	76,6%	7,7%	92,3%
12	28,6%	71,4%	16,9%	83,1%
18	30,3%	69,7%	22,5%	77,5%
24	33,1%	66,9%	26,2%	73,2%
30	34,7%	65,3%	29,5%	70,5%
36	36,0%	64,0%	31,4%	68,6%

Se fizéssemos, por motivos ilustrativos e não teóricos, a decomposição estrutural contrária (correspondente ao outro ordenamento numa decomposição de Choleski), não poderíamos observar um comportamento tão claro da decomposição de variância. Conforme apresentado na tabela 2.18, abaixo, ainda que não concluíssemos que os gastos autônomos são exógenos com relação à renda, não poderíamos tampouco concluir por uma renda exógena com relação aos gastos autônomos.

Tabela 2.18 – Decomposição da variância com o ordenamento contrário

Períodos	D(lnY)		D(lnA)	
	Choque 1	Choque 2	Choque 1	Choque 2
1	100,0%	0,0%	69,0%	31,0%
6	88,1%	11,9%	59,4%	40,6%
12	80,5%	19,5%	52,9%	47,1%
18	73,6%	23,4%	46,3%	53,7%
24	69,5%	30,5%	42,9%	57,1%
30	66,1%	33,9%	40,2%	59,8%
36	64,0%	36,0%	38,5%	61,5%

Uma vez que os demais resultados de interesse que independem de identificarmos o VAR já foram apresentados anteriormente, passemos ao caso de retirada de tendência determinística. Como se sabe, a hipótese de que a maior parte das séries macroeconômicas segue uma tendência estocástica, o que autoriza a diferenciação como estratégia para torná-las estacionárias (Nelson e Plosser, 1982), foi posta em xeque por Perron (1989), o qual conclui que tais séries seguem uma tendência determinística *com quebras estruturais*, indicando que a prática pretérita de retirada de tendência através de uma regressão sobre um termo de tendência determinística (seja linear ou quadrático) não estava equivocada, mas necessitava de uma qualificação quanto à inclusão de quebras (também determinísticas) nessas séries (*e.g.* Enders, 2004: 205).

Desse modo, cabe-nos testar: (i) se a retirada de tendência determinística gera séries estacionárias; (ii) se essas séries apresentam quebras estruturais; e (iii) se vetores autorregressivos com tendência determinística e quebras estruturais oferecem uma explicação razoável ou comparável à obtida através do suposto de tendência estocástica.

Para a primeira tarefa, basta-nos rodar regressões para ambas as séries ajustando uma tendência linear<sup>105</sup> e verificar se os resíduos dessas regressões são estacionários; uma vez que se espera que os resíduos de uma regressão tenham média zero e estes resíduos agora são justamente nossas séries sem tendência, procedemos a testes ADF sem constante ou tendência para os resíduos obtidos (ou seja, para nossas séries sem tendência).

<sup>105</sup> Mais adequada às séries em logaritmos; para as séries originais, tendências quadráticas seriam certamente mais apropriadas.

No primeiro caso, para os logaritmos da renda, podemos notar no gráfico abaixo o ajuste da tendência linear à série, ressaltando que a estatística  $t$  obtida pelo teste ADF<sup>106</sup> de  $-2,8211$  nos permite concluir, com probabilidade de estarmos rejeitando uma hipótese nula verdadeira de 0,55%, que a retirada da tendência linear rende uma série estacionária (sem a presença de raiz unitária).

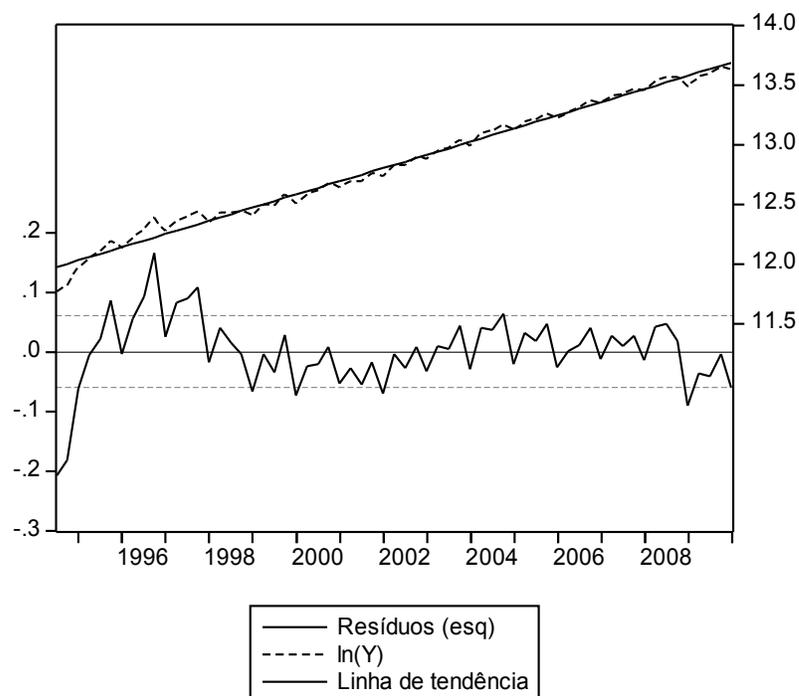


Gráfico 2.16 – Retirada de tendência determinística de  $\ln(Y)$

Também para os logaritmos dos gastos autônomos, a tendência linear é eficaz em transformar a série em estacionária, para um nível de significância de até 1,59% (estatística  $t$  de  $-2,4274$ ).

106 Com 4 defasagens, selecionadas pelo critério de Schwarz, para renda e também gastos autônomos.

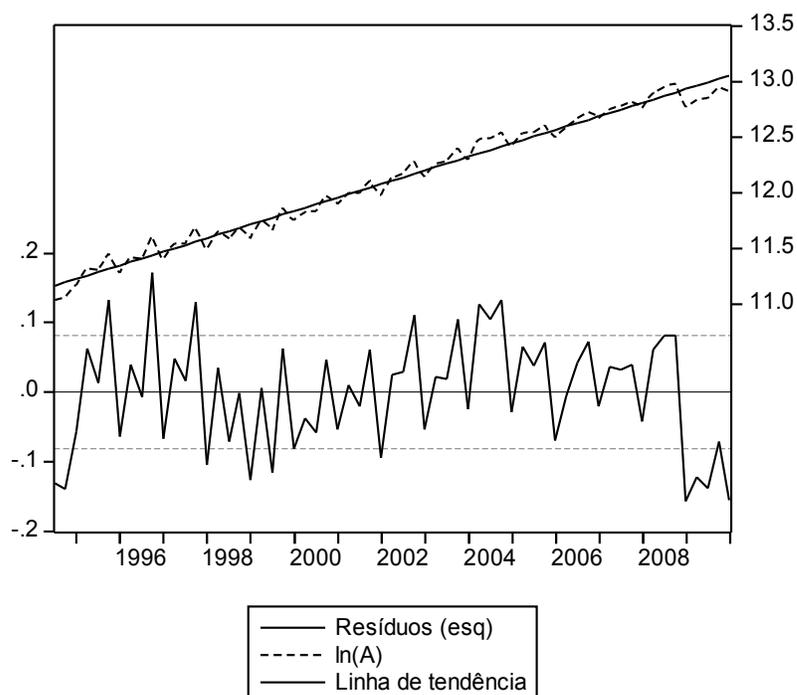


Gráfico 2.17 – Retirada de tendência determinística de  $\ln(A)$

Para a verificação de quebras estruturais, nos valemos de pontos de quebra identificados em outros estudos recentes<sup>107</sup> e, para essas mesmas linhas de tendência, testamos algumas variáveis binárias (*dummies*) para mudança no intercepto, não encontrando evidências de quebra para a série relativa à renda, a um nível de significância de 5%, mas encontrando evidências de quebra para os gastos autônomos, com um valor  $p$  associado à estatística  $t$  da *dummy* relativa ao último trimestre de 2001 de 0,0221, sendo esse trimestre o que apresentou um coeficiente mais significativo para a quebra.

Os testes e, por conseguinte, a retirada de tendência com quebra, se basearam numa regressão do tipo  $a_t = \kappa_0 + \kappa_1 t + \kappa_2 Z_t + \varepsilon_t$ , onde  $Z$  é uma variável binária que assume o valor 1 para observações relativas ao período de quebra em diante e 0 para os períodos anteriores (é uma *shift dummy*, no linguajar econométrico). Testou-se, portanto, quão significativo era o coeficiente relacionado a tal variável ( $\kappa_2$ ) para o período já explicitado, ainda com o termo de erro

<sup>107</sup> Foram testadas quebras para o período compreendido entre o segundo trimestre de 1999 e o último de 2001, em consonância com o relatado nos seguintes estudos: entre o segundo trimestre de 1999 e o segundo trimestre de 2001 estão as possíveis quebras para séries de consumo e renda em Abe (2010: 34), baseando-se em testes para múltiplas quebras estruturais de Bai e Perron (2003), e no último trimestre de 2001 está a quebra encontrada em Dos Santos e Pires (2009: 226) num contexto de relações de cointegração, baseando-se em testes de Zivot e Andrews (1992) e de Gregory e Hansen (1996).

correspondendo à série livre de tendência e, como no caso do gráfico abaixo, considerando a quebra estrutural. O teste ADF relativo a esse caso com quebra (também com 4 defasagens) revelou uma estatística  $t$  de  $-3,58$  (valor  $p$  de  $0,0006$ ), também levando à rejeição da hipótese de presença de raiz unitária, agora sensivelmente mais longe da região em que não podemos rejeitar a hipótese nula.

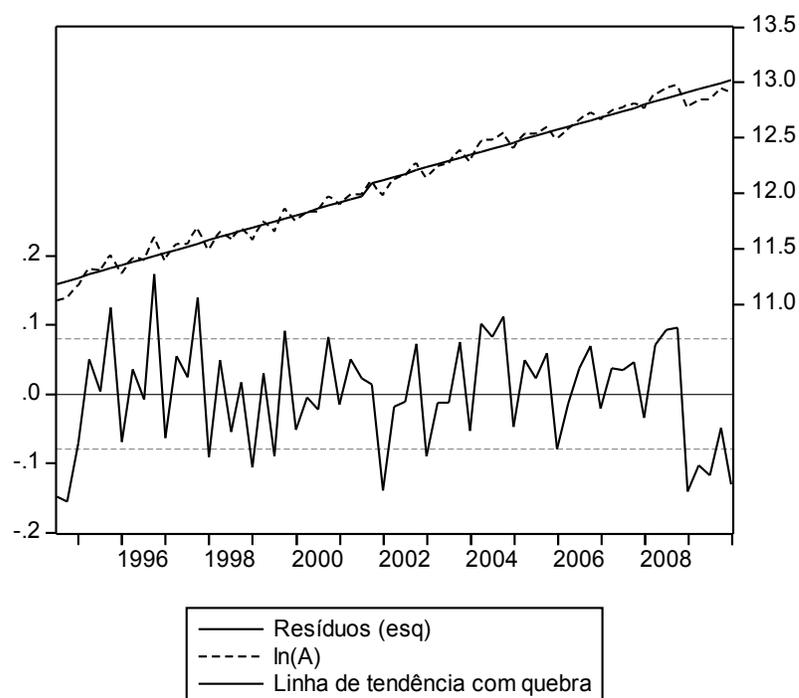


Gráfico 2.18 – Retirada de tendência determinística de  $\ln(A)$  considerando uma quebra estrutural

Visto isso, só nos resta especificar um VAR com tendência determinística e levando em conta a possibilidade de quebra estrutural; ou seja, não diferenciar as séries e incluir um coeficiente relativo à tendência e outro relativo à quebra estrutural em cada uma das equações do VAR que, nada mais sendo que regressões por MQO, corresponderão a regressões sobre as séries livres de tendência determinística e quebra estrutural.

$$y_t = \phi_{10} + \phi_{11}t + \phi_{12}Z_t + \sum_{i=1}^5 \phi_{i11}y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i12}a_{t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$a_t = \phi_{20} + \phi_{21}t + \phi_{22}Z_t + \sum_{i=1}^5 \phi_{i21}y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i22}a_{t-i} + \varepsilon_{2t}$$

Com a seleção das defasagens recaindo novamente sobre a quinta, procedemos aos testes de causalidade de Granger sob essa nova especificação (os quais independem da identificação

estrutural), resultando numa estatística qui-quadrado de 25,2235 e probabilidade caudal associada de 0,0001 para a hipótese nula de que os gastos autônomos não Granger-causam a renda, levando à sua rejeição ( $\phi_{112} = \phi_{212} = \phi_{312} = \phi_{412} = \phi_{512} = 0$ ); e numa estatística qui-quadrado de 8,4963 e probabilidade caudal associada de 0,1309 para a hipótese nula de que a renda não Granger-causa os gastos autônomos ( $\phi_{121} = \phi_{221} = \phi_{321} = \phi_{421} = \phi_{521} = 0$ ), não indicando sua rejeição. Mais uma vez, a causalidade de Granger é unidirecional, partindo dos gastos autônomos para a renda.

Realizada a identificação estrutural do mesmo modo que o apresentado acima, obtivemos  $v = -0,4305$ , próximo ao valor encontrado para o VAR em diferenças, com estatística  $z$  e probabilidade caudal associada também muito próximos aos anteriores. Tais similaridades se refletem no padrão observado para os gráficos de impulso-resposta.

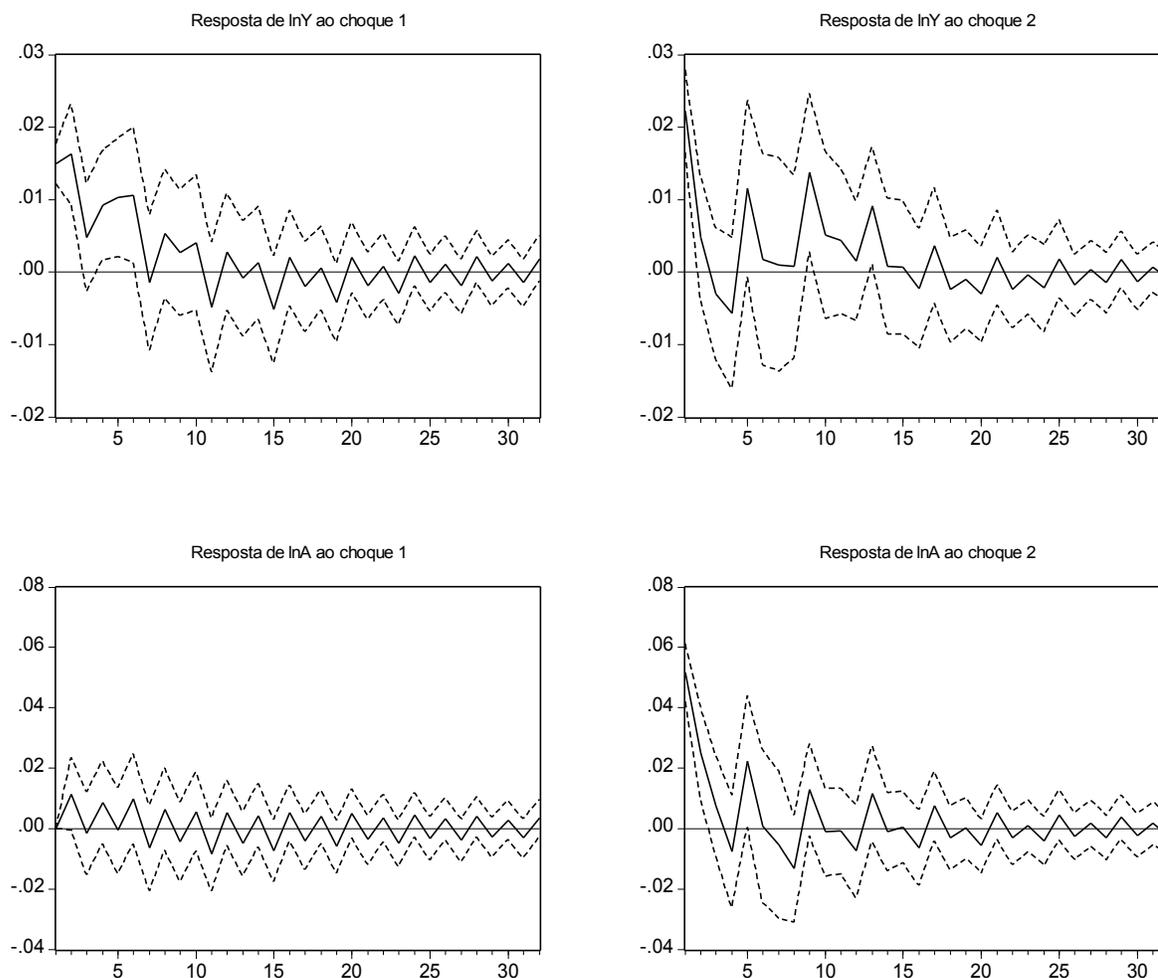


Gráfico 2.19 – Funções impulso-resposta dos logaritmos (tendência determinística)

Como mais uma alternativa de comparação entre as especificações em diferenças (tendência estocástica) e com tendência determinística, tomemos os resíduos resultantes de cada um dos SVAR.

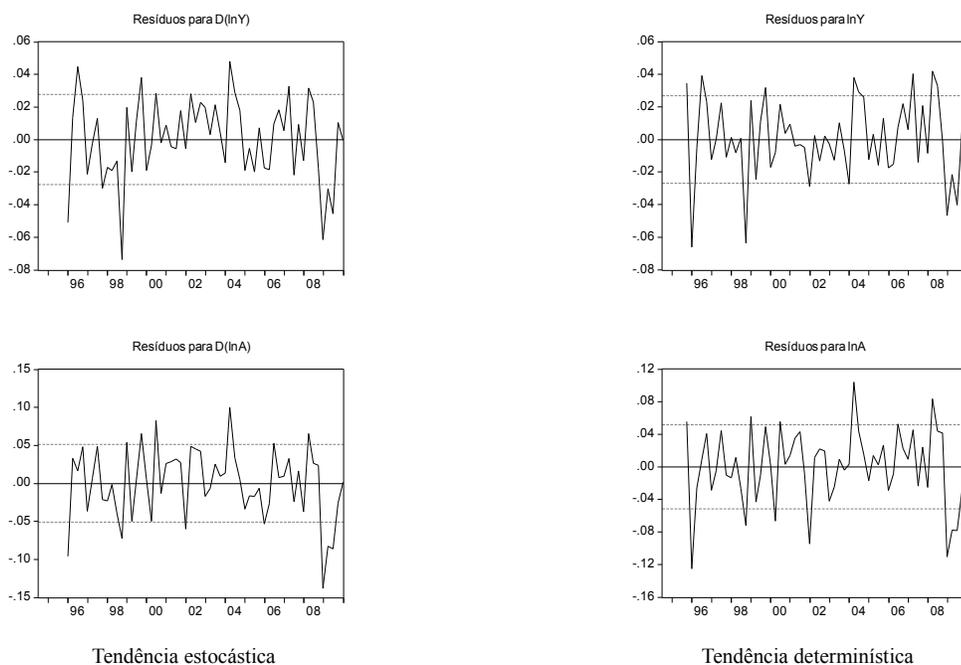


Gráfico 2.20 – Resíduos para especificações alternativas do SVAR

Vale notar que a estabilidade do sistema foi confirmada, também para essa versão que considera a tendência determinística com uma quebra estrutural, por uma raiz máxima igual a 0,9641, em módulo. Pelos testes de normalidade multivariados não podemos negar a hipótese nula de distribuição normal (com probabilidade caudal conjunta para a estatística Jarque-Bera de 0,0977 para a decomposição de Cholesky e 0,3604 para a decomposição a partir da inversa da matriz das raízes quadradas das covariâncias), assim como testes de multiplicador de Lagrange para autocorrelação não permitem rejeitar a hipótese nula de sua ausência e testes White para heteroscedasticidade não permitem rejeitar a hipótese nula de resíduos homoscedásticos (com probabilidade caudal associada de 0,3831).

## 2.5. Cointegração e vetores de correção de erros (VEC)

Temos, no contexto desse trabalho, pelo menos dois bons motivos para testar a existência de uma relação de cointegração entre as séries de renda e soma dos gastos autônomos: (i) todas as nossas regressões efetuadas anteriormente podem ser julgadas espúrias caso não haja um vetor de

cointegração relacionando essas variáveis; (ii) a simples diferenciação das séries utilizada nas autorregressões vetoriais produz resultados viesados caso as variáveis sejam de fato cointegradas ou, de maneira mais geral (o que vale também para a retirada de tendência determinística), todos os resultados ficam comprometidos por não incluirmos a relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis independentes em nossas estimativas.

Uma primeira alternativa para testarmos se as séries são cointegradas é utilizar o procedimento sugerido por Engle e Granger (1987). Apesar do reconhecido baixo poder que os testes relacionados apresentam sob algumas circunstâncias (ver, *e.g.*, Gregory e Hansen, 1996: 101), podemos ainda utilizar alguns desenvolvimentos posteriores para lidar, por exemplo, com quebras estruturais nessa suposta relação de cointegração, amenizando um dos problemas com os testes originais, tudo isso para iniciar nossa análise com os testes baseados em resíduos de uma relação estimada por MQO, o que faremos logo a seguir; mais adiante, trataremos também das estimativas baseadas no procedimento de Johansen (1988) para testar a existência de tal relação.

A intuição mais simples por trás da ideia de cointegração, para o caso de duas séries como o nosso, é que essas seguem trajetórias afins e que, por isso mesmo, não é necessário que controlemos suas tendências (através da retirada das mesmas, quer seja sob a hipótese de tendência estocástica ou determinística) numa regressão que envolva ambas. No caso mais geral, para duas ou mais séries, basta dizer que uma combinação linear entre as mesmas pode resultar numa outra que seja estacionária.

Desse modo, tomando  $Y_t = \kappa + \beta A_t + \varepsilon_t$ , temos que  $\varepsilon_t = Y_t - \kappa - \beta A_t$ . Se os termos de erro são estacionários, há de fato uma combinação linear entre nossas variáveis (não-estacionárias) que resulta numa outra estacionária; ou seja, podemos afirmar que existe um vetor de cointegração relacionando tais variáveis que é igual a  $[1 \quad -\kappa \quad -\beta]$ . Uma ressalva necessita ser feita: as séries envolvidas necessitam ser integradas de mesma ordem, condição que parece ser cumprida no nosso caso (conforme tabela 2.13, acima), sendo que ambas são não-estacionárias, mas integradas de primeira ordem (lembrando, apresentam raiz unitária para os níveis, mas são estacionárias para as primeiras diferenças).

É precisamente esse o caminho sugerido pelo procedimento de Engle e Granger (1987): testar a ordem de integração das séries, o que já realizamos, para posteriormente verificar se as mesmas são cointegradas. Tal verificação passa, portanto, por estimarmos regressões por MQO (as quais são super-consistentes em caso de cointegração – ver Enders, 2004: 336) e, obtidos os

resíduos das mesmas, testá-los para a presença de raiz unitária (através de um teste ADF).

As regressões e, desde que os resíduos sejam estacionários, os vetores de cointegração respectivos (para variáveis originais e logaritmos) são dados por:

$$Y_t = 32516,08 + 1,8530A_t + e_t \quad [1 \quad -32516,08 \quad -1,85];$$

$$\ln Y_t = 1,9180 + 0,9012 \ln A_t + e_t \quad [1 \quad -1,92 \quad -0,90].$$

Na primeira parte da tabela 2.19, abaixo, podemos verificar os resultados de um teste ADF para os resíduos dessas regressões, o que nos permite afirmar que os vetores acima são de fato vetores de cointegração a um nível de significância de menos de 3% para as séries originais e de pouco mais de 5% para os logaritmos das séries, pois podemos rejeitar a hipótese nula de presença de raiz unitária a esses níveis. Assim, a fase de teste para a existência de cointegração entre as séries poderia ser dada por concluída.

Tabela 2.19 – Teste de cointegração pelo procedimento de Engle e Granger (valores para a estatística  $t$  de um teste ADF com defasagens selecionadas pelo critério de Schwarz)

	Variáveis	$t$	valor $p^*$	Defasagens	Quebra	Procedimento
Regressão somente	$Y$ e $A$	-2,1889	0,0287	5	NA	
com intercepto	$\ln Y$ e $\ln A$	-1,9396	0,0508	5	NA	
Regressão com intercepto	$Y$ e $A$	-3,9793	0,0002	4	2000:4	Significância da <i>dummy</i>
e quebra “conhecida”	$\ln Y$ e $\ln A$	-2,8831	0,0047	4	2000:4	
Regressão com intercepto	$Y$ e $A$	-4,2331	0,0001	4	2001:2	Gregory e Hansen
e quebra “desconhecida”	$\ln Y$ e $\ln A$	-3,2999	0,0014	5	1999:4	

\* Para os valores críticos de MacKinnon (1996), sob a hipótese nula de presença de raiz unitária.

Alguns problemas surgem, entretanto: e se quiséssemos trabalhar com um nível de significância de 1%, as séries poderiam ser consideradas cointegradas? Não sendo, poderia haver algum erro no nosso procedimento? De acordo com Gregory e Hansen (1996: 101), ao não considerarmos a possibilidade de uma quebra estrutural *na relação de cointegração*, e caso esta exista, há uma grande chance de não rejeitarmos erroneamente a hipótese nula de presença de raiz unitária; tudo que temos que fazer é levar em conta a possibilidade desta quebra (ou seja, a possibilidade de que essa relação de cointegração se altere em algum momento, mas continue existindo) e re-estimar uma regressão incluindo uma *dummy* para representá-la.

No espírito de trabalhos seminais como o de Perron (1989), este considerando quebras na própria série e o significado disso para testes de raiz unitária na série (e não nos resíduos de uma

relação de cointegração)<sup>108</sup>, a inclusão de variáveis *dummy* pode ser uma alternativa viável quando conhecemos a data da quebra. Testando, para o mesmo período com possibilidade de quebra utilizado anteriormente (entre o segundo trimestre de 1999 e o último de 2001), uma *dummy* de mudança de nível (intercepto), obtivemos, para as séries originais, um valor  $p$  de 0,0587 (portanto, não significativa a 5%), enquanto o mesmo é de 0,0006 para os logaritmos (sendo o último trimestre de 2000 o mais significativo em ambos os casos).

Partindo da hipótese de que o período da quebra é desconhecido, como o efetuado, por exemplo, por Zivot e Andrews (1992) ou Gregory e Hansen (1996), e considerando que as estatísticas  $t$  relacionadas a *dummies* são ineficientes no caso de cointegração (Gregory e Hansen, 1996: 117), utilizamos também o procedimento proposto por Gregory e Hansen (1996), de modo que a quebra seria identificada no segundo trimestre de 2001 para as séries originais (pelo menor valor da estatística  $t$  relativa ao teste ADF,  $-4,2331$ , lembrando que os valores críticos são sempre unicaudais e negativos) e, para os logaritmos, no último trimestre de 1999, com estatística  $t$  de  $-3,2999$  e probabilidade caudal de 0,14%, apesar da *dummy* ser ligeiramente mais significativa no último trimestre de 2000<sup>109</sup>.

Assim, podemos concluir com uma maior segurança pela existência de uma relação de cointegração entre as séries, de modo que estamos aptos a representar um sistema que considere as estimativas dessa relação de longo prazo, a saber, a partir de vetores de correção de erros (VEC), os quais podem ser denotados como se segue, similarmente ao nosso VAR anterior para logaritmos:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \phi_1 + \phi_y(y_{t-1} - \kappa - \beta a_{t-1}) + \sum_{i=1}^5 \phi_{i11} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i12} \Delta a_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta a_t &= \phi_2 + \phi_a(y_{t-1} - \kappa - \beta a_{t-1}) + \sum_{i=1}^5 \phi_{i21} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \phi_{i22} \Delta a_{t-i} + \varepsilon_{2t}\end{aligned}$$

Nessa especificação não consideramos quebras estruturais por uma razão muito simples: o

108 Deve ficar claro que a existência de quebras nas séries não implica quebras na relação de cointegração, como pode ser intuído a partir da imagem de duas séries que apresentam quebras da mesma natureza no mesmo momento: se as duas mudam de direção ou dão um “salto” no mesmo momento e na mesma proporção, a relação de cointegração continua exatamente a mesma.

109 A rigor, concentramos o teste entre o segundo e o oitavo decis da série de observações, o que compreende o intervalo do terceiro trimestre de 1997 ao primeiro de 2007, a fim de evitar que características do início e do fim da amostra, como efeitos remanescentes da implantação do Plano Real e oriundos da recente crise financeira internacional, contaminassem os resultados. Tal procedimento tem relação com a ideia de que pode ser cedo para afirmar que os efeitos da recente crise transformaram a relação de cointegração entre as séries trabalhadas (por falta de observações suficientes), sendo, ademais consistente com o proposto por Gregory e Hansen (1996: 104), por motivos computacionais e de graus de liberdade disponíveis, os quais afirmam que, em princípio, o período tomado pode ser qualquer subconjunto do total de observações.

ajuste a partir de um vetor de cointegração que levasse em conta uma quebra estrutural se mostrou inferior ao obtido a partir da especificação acima. No entanto, certamente se eleva o peso da evidência a favor da hipótese de que as séries são cointegradas a partir do conjunto maior de testes efetuados em virtude dessa possibilidade de quebra.

De fato, a única alteração nessa representação é a inclusão da nossa relação de cointegração em um VAR padrão, a qual pode ser efetuada, na prática, a partir dos termos de erro<sup>110</sup> das regressões estimadas acima para então, numa segunda etapa, rodarmos o VAR padrão. Como uma descrição intuitiva do mecanismo de correção de erros, podemos imaginar que quando estes termos de erro são positivos, isso indica que a renda está se afastando de sua relação de longo prazo com os gastos autônomos, sendo que algo tem que acontecer para que tal relação seja retomada: a renda deve diminuir e/ou os gastos autônomos devem aumentar, o que implica que  $\phi_y < 0$  e  $\phi_a > 0$ , sendo a magnitude desses parâmetros comumente interpretadas como a velocidade de ajustamento.

Para evitar esse procedimento em duas etapas, bem como qualquer pré-concepção acerca de quais seriam as variáveis dependentes e independentes numa relação de cointegração, como uma estimada por MQO, podemos recorrer a Johansen (1988) e trabalhar somente com uma condição sobre o posto (*rank*) da matriz que pré-multiplica as variáveis em níveis:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta a_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_y & -\phi_y\beta \\ \phi_a & -\phi_a\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ a_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{111} & \phi_{112} \\ \phi_{121} & \phi_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta a_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{511} & \phi_{512} \\ \phi_{521} & \phi_{522} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-5} \\ \Delta a_{t-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Essa é a versão matricial para o sistema VEC exposto acima, omitindo o intercepto *kappa* da função de cointegração por questões de simplicidade e simetria. Também por simplicidade, mas sem perda de generalidade, tomemos uma formulação inicial para um sistema cointegrado com somente uma defasagem que nos permita estimar em níveis as relações entre as variáveis:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ a_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{111} & \phi_{112} \\ \phi_{121} & \phi_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ a_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

O qual pode ser representado ainda por:

$$\mathbf{x}_t = \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\Phi}\mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

Adicionar o vetor das variáveis,  $\mathbf{x}$ , com uma defasagem, em ambos os lados, nos rende:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} &= \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\Phi}\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \Delta \mathbf{x}_t &= \boldsymbol{\phi} + (\boldsymbol{\Phi} - \mathbf{I})\mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \end{aligned}$$

---

110 Com uma defasagem, em consonância com a defasagem das variáveis da função de cointegração.

com a matriz identidade (sempre definida na dimensão que torne possível a operação) representada por  $\mathbf{I}$ . Por esse motivo, podemos tomar como alternativas as representações de um VAR em níveis e um VEC que explicita a relação de cointegração (desde que esta exista)<sup>111</sup>.

Definindo  $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Phi} - \mathbf{I}$ , claro deve ficar que impor a relação de cointegração equivale a tornar

$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \phi_y & -\phi_y\beta \\ \phi_a & -\phi_a\beta \end{bmatrix}$ , sendo esta uma matriz de posto igual a 1, uma vez que as linhas (e as colunas, naturalmente) não são linearmente independentes. Ou seja, impor um vetor de cointegração entre as variáveis é equivalente a estabelecer uma relação sobre o posto dessa matriz. É equivalente ainda a estabelecer uma condição sobre a própria estabilidade do sistema, a saber, que uma das raízes do polinômio característico (o autovalor máximo, também chamado de dominante) da matriz  $\mathbf{\Phi}$  seja igual à unidade<sup>112</sup>.

Caso não impuséssemos a relação de cointegração, mas simplesmente estimássemos uma matriz  $\mathbf{\Pi}$  qualquer a partir de um sistema como  $\Delta \mathbf{x}_t = \boldsymbol{\phi} + \mathbf{\Pi}\mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$ , poderíamos testar o posto da matriz e concluir que: se o mesmo apresentasse posto igual a 1 haveria uma relação de cointegração como a exposta acima; se o posto fosse 2 (no nosso caso correspondendo ao posto pleno) cada variável seria originariamente estacionária e, portanto, não poderia haver cointegração<sup>113</sup>; se o posto fosse zero o sistema seria um passeio aleatório (com deslocamento), estacionário na primeira diferença<sup>114</sup>. Uma exposição sobre essas condições pode ser encontrada, por exemplo, em Enders (2004: 331; 383-384), sendo que as mesmas estão explicitadas em Johansen e Juselius (1990: 170).

Testando, inicialmente sem quaisquer restrições, os resultados para nossa matriz  $\mathbf{\Pi}$ , obtivemos os seguintes autovalores: 0,1262 e 0,0306. A pergunta óbvia é quão pequeno tem que

111 Visto que, por definição, as variáveis são estacionárias nas diferenças, a inclusão de diferenças defasadas entre as variáveis independentes em nada altera a característica de estacionariedade dos resíduos de uma relação de cointegração, se essa existir (Hoffmann, 2006: 362), tampouco qualquer teste acerca do posto da matriz em questão (Enders, 2004: 357).

112 Uma vez que um dos autovalores da matriz  $\mathbf{\Pi}$  é igual a zero quando há dependência linear, da soma de uma matriz diagonal contendo os autovalores e uma matriz identidade resulta uma matriz contendo 1 na diagonal principal. Lembrando que  $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Phi} - \mathbf{I}$ , segue-se que uma das raízes de  $\mathbf{\Phi}$  é igual a 1. Para que o sistema seja cointegrado e não-explosivo, a outra raiz necessariamente tem que ser menor que 1.

113 Considerando que a condição de estabilidade do sistema é cumprida, qual seja, que os autovalores de  $\mathbf{\Phi}$  sejam menores que 1, o que implica que as raízes de  $\mathbf{\Pi}$  sejam ambas menores que zero. Caso não se cumpra a condição de estabilidade, também não pode haver cointegração, uma vez que as variáveis não seriam estacionárias na primeira diferença.

114 Similarmente, se ambas as raízes de  $\mathbf{\Pi}$  são iguais a zero e sempre podemos fazer uma decomposição de modo que  $\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Phi} - \mathbf{I}$ , segue-se que, a partir da representação em autovalores,  $\mathbf{\Phi} = \mathbf{I}$ , sendo que ambas as séries apresentam raiz unitária sem que haja qualquer relação de longo prazo entre as mesmas.

ser o autovalor para não ser considerado significativamente diferente de zero (Juselius, 2006:121) e a resposta tem sido dada e requalificada desde Johansen (1988) a partir de suas razões de verossimilhança, as quais se utilizam das conhecidas estatísticas para o traço e para o máximo autovalor da matriz a fim de determinar o posto e, por conseguinte, a existência de relações de cointegração. Para as estatísticas sobre o traço, testamos a hipótese nula de posto zero contra a alternativa de posto maior que zero (e, sucessivamente, de posto menor ou igual a 1 contra posto maior que 1, até o posto pleno), e para as estatísticas sobre o máximo autovalor, testamos relações de igualdade como posto igual a zero (hipótese nula) contra posto igual a 1 (hipótese alternativa), também sucessivamente até o posto pleno.

No nosso caso, seriam somente dois passos: ao testar se o autovalor dominante (0,1262) é estatisticamente diferente de zero, obtivemos 9,46 como estatística de teste quando o valor crítico a 5% é de 15,41 para o teste do traço, e 7,69 para um valor crítico também a 5% de 14,07 para o teste do máximo autovalor, denotando um posto zero e, portanto, ausência de cointegração; desse modo, não precisaríamos prosseguir para o segundo autovalor (0,0306), visto que não rejeitamos a hipótese nula de um posto zero.

Se insistíssemos, entretanto, em forçar uma relação de cointegração (um posto 1), visto que pelo procedimento de Engle e Granger (1987) essa parecia ser uma alternativa viável, em que os resultados poderiam nos ser úteis? Ainda sem impor nenhuma restrição, estimando a função de cointegração a partir da hipótese de “independência condicional” de Johansen, obteríamos o seguinte vetor de cointegração:  $[1 \quad -2,08 \quad -0,89]$ , pouco diferente do obtido anteriormente para a regressão nos logaritmos. De acordo com Juselius (2006: 122) não seria má ideia utilizar as razões  $t$  associadas aos parâmetros de ajustamento,  $\phi_y$  e  $\phi_a$  no nosso caso, para discriminar grosseiramente entre coeficientes mais e menos significativos, uma vez que a condição de estabilidade (raízes dentro do círculo unitário) do sistema seja cumprida.

Obtivemos um  $\phi_y = -0,32$ , com razão  $t$  de  $-1,72$ , sendo significativa pelo menos a 10%, mas um  $\phi_a = -0,15$  com razão  $t$  de  $-0,43$  e, o que é mais grave, com o sinal trocado (se contra as evidências o considerássemos diferente de zero). À primeira vista, ainda pior seria o quadro se tomássemos as estatísticas obtidas por MQO pelo procedimento de Engle e Granger (alternativamente, se impuséssemos o mesmo vetor  $[1 \quad -1,92 \quad -0,90]$  obtido anteriormente):  $\phi_y = -0,23$  com razão  $t$  de  $-1,42$  e  $\phi_a = -0,04$  com razão  $t$  de  $-0,12$ .

A partir desses dados e utilizando as evidências obtidas anteriormente quanto à causalidade no sentido de Granger<sup>115</sup>, além da já propalada opção por testar a hipótese de que variações contemporâneas da renda não ajudam a explicar variações na soma dos gastos autônomos (quando da restrição no SVAR), temos mais uma oportunidade de testar a exogeneidade fraca desta última variável.

Apesar de não termos obtido, a partir dos testes de Johansen, indicativos de existência de um vetor de cointegração, Watson (1994: 2878) nos adverte sobre a desvantagem de não se impor qualquer restrição *a priori* sobre a relação de cointegração, em termos do baixo poder dos testes acerca da existência da mesma, relativamente à estimação dessa relação já com uma restrição incorporando a imposição “correta” sobre o vetor de cointegração. Tudo isso para alertar sobre o risco de procedermos a restrições somente após termos rejeitado a hipótese de posto nulo em um modelo irrestrito, que é o caminho sugerido por Johansen e Juselius (1990: 199-200), os quais derivam o estimador da razão de verossimilhança de um vetor de cointegração restrito pelos coeficientes de ajustamento, condicional à hipótese de existência de tal vetor.

Impor uma restrição no coeficiente de ajustamento da equação dos gastos autônomos, de modo a considerar que  $\phi_a = 0$ , equivale a dizer que os gastos autônomos não reagem a qualquer distanciamento de uma relação de equilíbrio entre renda e gastos autônomos; isto é, o mecanismo de correção de erros não atua coibindo eventuais desvios *a partir de alterações na soma dos gastos autônomos*, mas somente a partir de alterações na renda. Formalmente, tal restrição acarreta a nulidade da segunda linha da matriz relacionada:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \phi_y & -\phi_y\beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, numa versão reduzida (sem as diferenças defasadas),

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta a_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_y & -\phi_y\beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ a_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} y_t = (1 + \phi_y)y_{t-1} - \phi_y\beta a_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ a_t = a_{t-1} + \varepsilon_{2t} \end{matrix},$$

sendo, portanto, uma raiz unitária e a outra igual a  $(1 + \phi_y)$ . Visto que  $\phi_y < 0$ , as condições de estabilidade do sistema restrito são garantidas<sup>116</sup>.

115 Às quais podemos somar testes de Wald para exclusão dos blocos de coeficientes defasados (sem levar em conta exogeneidade fraca) realizados sobre esse VEC não restrito: estatística qui-quadrado de 15,4779 e probabilidade caudal associada de 0,0085 para a hipótese nula de que os gastos autônomos não participam, com defasagens, para uma explicação da renda; e estatística qui-quadrado de 4,8772 e probabilidade caudal associada de 0,4310 para a hipótese nula de que a renda não participa, com defasagens, para uma explicação dos gastos autônomos.

116 Apesar de não termos mencionado os resultados para testes sobre os resíduos dos VEC estimados, todas as evidências a favor da normalidade, homoscedasticidade e inexistência de autocorrelação foram também obtidas:

Da estimação a partir dessa restrição, podemos destacar que: (i) a imposição do coeficiente de ajustamento  $\phi_a = 0$  nos rende uma estimativa mais significativa para o outro coeficiente, de modo que  $\phi_y = -0,24$  (muito próximo dos  $-0,23$  obtidos a partir do procedimento de Engle e Granger, sem restrições, relatado acima) com razão  $t$  de  $-2,52$ ; (ii) a estimativa da relação de cointegração pouco se altera, obtendo-se um vetor igual a  $[1 \ -2,04 \ -0,89]$ ; e (iii) mais importante, o teste de razão da verossimilhança para identificar uma restrição efetiva, condicional à existência de uma função de cointegração, resulta numa estatística qui-quadrado de 0,1831 e num valor  $p$  de 0,6687, denotando que não devemos rejeitar a restrição imposta sob pena de cometermos um erro com 66,87% de confiança.

Assim, parece haver suporte adicional para que consideremos que os gastos autônomos são fracamente exógenos com relação ao nível de renda. Somando-se ao fato de que os gastos autônomos não respondem a desvios da relação de longo prazo, os mesmos não parecem reagir a qualquer estímulo advindo do nível de renda. Ainda para esse mesmo modelo VEC restrito, realizamos testes de Wald para exclusão dos blocos de coeficientes defasados, os quais resultaram numa estatística qui-quadrado de 15,1707 e probabilidade caudal associada de 0,0097 para a hipótese nula de que os gastos autônomos defasados não têm poder explicativo relativamente à renda, e numa estatística qui-quadrado de 4,8069 e probabilidade caudal associada de 0,4399 para a hipótese nula de que a renda defasada não contribui para uma explicação dos gastos autônomos<sup>117</sup>.

Desse modo, podemos afirmar, também num contexto de vetores de correção de erros, que o nível de renda não Granger-cause a soma dos gastos autônomos, sendo que o inverso não é verdadeiro: a causalidade estabelecida permanece unidirecional, fluindo dos gastos para a renda. Ademais, o fato de que os níveis de renda corrente e defasado não contribuem numa explicação da soma dos gastos autônomos nos autoriza a afirmar que os gastos autônomos são estritamente (ou fortemente) exógenos com relação ao nível de renda. Todavia, permanece a ressalva de que “exogeneidade fraca continuará recaindo em hipóteses *a priori*; nenhum conjunto de testes econométricos substituirá a formulação cuidadosa do modelo econômico” (Geweke, 1984: 1122).

---

probabilidades caudais de 0,0726 e 0,3657 para a hipótese nula de normalidade a partir das decomposições já citadas anteriormente, e de 0,5640 para a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade, além da ausência de autocorrelação indicada por testes de multiplicadores de Lagrange para ordens superiores. A estabilidade do sistema também está assegurada pela segunda maior raiz com módulo de 0,9826 (visto que a raiz máxima é obrigatoriamente unitária em um VEC).

117 Valores muito próximos aos obtidos para um VEC não-restrito, apresentados em nota acima.

Complementando as evidências acerca da exogeneidade, reproduzimos abaixo os resultados para a decomposição da variância (com a decomposição de Choleski ordenada a partir dos gastos autônomos), a qual pode ser informativa também para o caso de um VEC (Enders, 2004: 338):

Tabela 2.20 – Decomposição da variância para o VEC

Períodos	lnY		lnA	
	Choque 1	Choque 2	Choque 1	Choque 2
1	28,9%	71,1%	0,0%	100,0%
6	36,0%	64,0%	2,9%	97,1%
12	20,0%	80,0%	3,9%	96,1%
18	11,8%	88,2%	4,0%	96,0%
24	8,9%	91,1%	4,1%	95,9%
30	7,1%	92,9%	4,0%	96,0%
36	6,0%	94,0%	3,8%	96,2%

Afinal, depois de termos culminado nosso trajeto com considerações sobre cointegração e exogeneidade estatística dos gastos autônomos, qual a principal mensagem a ser retida? Após as conclusões de Sims (1972) a favor do uso de modelos de defasagens distribuídas somente a partir de testes de causalidade de Granger, o que dizer acerca de um conceito mais forte de exogeneidade? “A importância prática é que uma variável fracamente exógena não padece do tipo de realimentação que necessite o uso de um VAR” (Enders, 2004: 368). Estimativas por MQO são, portanto, apropriadas, uma vez que a trajetória dos gastos autônomos independe da trajetória da renda e somente a causalidade contrária pode ser atribuída. Ainda, porque as séries são cointegradas, não há o perigo de estarmos estimando regressões espúrias, como as apontadas por Granger e Newbold (1974), visto que, apesar de nossas variáveis serem reconhecidamente não estacionárias, são integradas de mesma ordem e cointegradas, de modo que os resíduos de uma regressão de  $Y$  contra  $A$  são estacionários.

Para o nosso caso específico as consequências práticas são animadoras: podemos voltar a estimar por MQO as variáveis em níveis, mesmo que nos atenhamos ao caso dos logaritmos<sup>118</sup>. Recuperando uma regressão como a relatada na tabela 2.11 e incluindo todos os termos até a quinta defasagem (como indicaram as estatísticas para a escolha das defasagens nas últimas seções), teríamos (estatísticas  $t$  de Student entre parênteses):

<sup>118</sup> Lembrando que as últimas seções se basearam somente nas estimativas dos logaritmos das séries para atender aos critérios de estabilidade de um VAR.

$$\ln Y_t = 2,3040 + 0,4848 \ln A_t - 0,1192 \ln A_{t-1} + 0,0561 \ln A_{t-2} + 0,1270 \ln A_{t-3} + 0,1135 \ln A_{t-4} + 0,2121 \ln A_{t-5}$$

(25,5457) (6,5998) (-1,5171) (1,1793) (2,3776) (1,3779) (2,3938)

Com uma soma dos coeficientes de 0,8744, ainda teríamos um multiplicador (no ponto das médias das séries) da ordem de 1,76. Como se sabe, regressões em logaritmos estimam um modelo com elasticidade constante, e não com um multiplicador (no nosso caso) constante. Por esse motivo, como visto anteriormente, é necessário que façamos uma hipótese acerca do ponto da série a ser tomado como referência; para que não pareça que a escolha típica dos pontos médios das séries distorce demasiadamente as estimativas do multiplicador, explicitemos também que nos pontos máximos de cada série o multiplicador é de 1,72 e nos pontos mínimos 1,82, resultados semelhantes, para esse nível de aproximação, aos obtidos levando-se em conta a inclusão da sexta defasagem (apresentados na tabela 2.11).

Observando que tais estimativas padecem de uma série de problemas, a começar pela presença de heteroscedasticidade (os resultados apresentados são consistentes com heteroscedasticidade a partir dos estimadores de White) e autocorrelação nos resíduos (há indícios de normalidade, contudo), e que, ainda que essas sejam “corrigidas”, permanece a baixa significância de alguns coeficientes (notadamente os relacionados às defasagens 1, 2 e 4), adotemos o seguinte procedimento: excluamos as defasagens não-significativas por ordem (da menos significativa para a mais significativa), uma a uma, reavaliando a estatística  $t$  a cada re-estimação.

Nessa ordem, foram excluídas as defasagens 2 e 1, restando as relações contemporânea e com as defasagens de 3 a 5, exatamente as mesmas apontadas na tabela 2.11 se desconsiderássemos a sexta defasagem por não ser significativa a 5% (o valor  $p$  calculado foi de 0,0528). Assim:

$$\ln Y_t = 2,2822 + 0,4493 \ln A_t + 0,1057 \ln A_{t-3} + 0,1845 \ln A_{t-4} + 0,1363 \ln A_{t-5} \quad (2.7)$$

(25,3585) (8,4835) (2,3233) (3,1942) (3,0655)

Observemos ainda, no gráfico abaixo, a “aderência” à série original e o comportamento dos resíduos. Não há suporte para rejeitarmos a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade (estatística  $F$  para o teste de White sem termos cruzados de 1,8262 com probabilidade caudal associada de 0,0946), tampouco a hipótese nula de normalidade dos resíduos (estatística Jarque-Bera de 1,0555 com probabilidade caudal associada de 0,5899). Uma forte autocorrelação positiva entre os resíduos indicada pelo  $d$  de Durbin-Watson de 0,6143, entretanto, nos levou a realizar novamente o procedimento de Cochrane-Orcutt em duas etapas (com um coeficiente

autorregressivo de primeira ordem estimado em 0,6869), atingindo os resultados apresentados na tabela 2.21, logo abaixo.

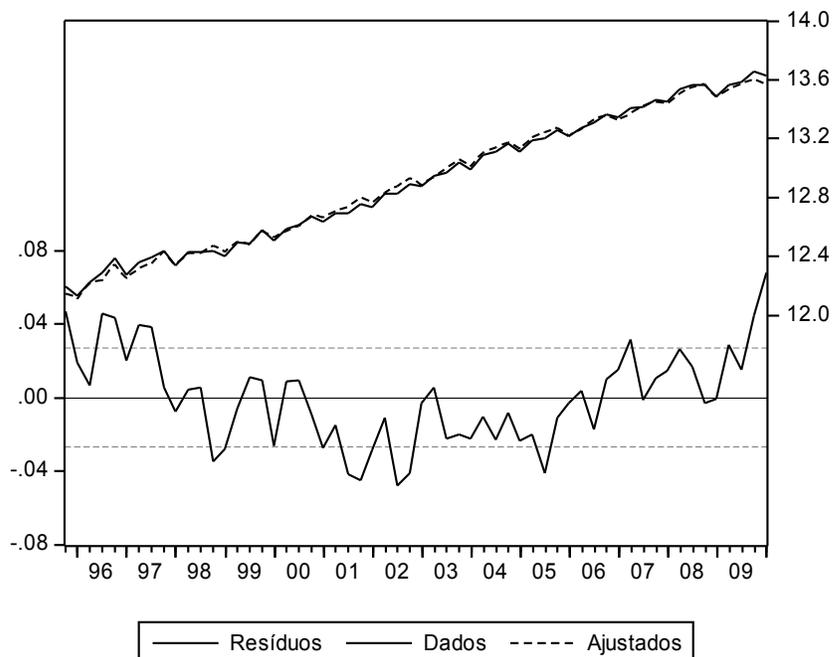


Gráfico 2.21 – Ajuste da regressão a partir dos logaritmos (defasagens 3 a 5)

Tabela 2.21 – Regressão de  $\ln(Y)$  contra  $\ln(A)$  e defasagens (Cochrane-Orcutt em 2 etapas)

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$	$t$ de Student (=)
Constante	0,6599	0,0616	10,7160	0,0000	NC
$\ln(A)$	0,5035	0,0471	10,6923	0,0000	1,1514
$\ln[A(-3)]$	0,1320	0,0285	4,6400	0,0000	0,9255
$\ln[A(-4)]$	0,1540	0,0469	3,2830	0,0018	-0,6496
$\ln[A(-5)]$	0,1000	0,0284	3,5207	0,0009	-1,2777
$R^2$	0,9844		D-W ( $d$ )	1,8383	
$R^2$ Ajustado	0,9832				
Jarque-Bera	0,1526		Prob( $JB$ )	0,9265	
White ( $F$ )	0,2958		Prob( $F$ -White)	0,9640	

Após esse procedimento, a estatística  $d$  de Durbin-Watson não parece indicar autocorrelação de primeira ordem e os testes Breusch-Godfrey baseados no multiplicador de Lagrange para ordens superiores, bem como a inspeção dos correlogramas, acusam uma autocorrelação de quarta ordem que não poderia ser sustentada a 1% de significância. Conforme apresentado na tabela, há fortes evidências de que não podemos rejeitar as hipóteses nulas de normalidade e ausência de heteroscedasticidade; em suma, a análise dos resíduos nos indica que

as estimativas para os parâmetros são consistentes e eficientes, o que, aliando-se o fato de que os mesmos não são estatisticamente diferentes dos apresentados antes de efetuarmos o procedimento de Cochrane-Orcutt (como as estatísticas  $t$  para a igualdade entre os mesmos, na última coluna, atestam), nos assegura que os resultados apresentados em (2.7) são adequados.

A soma dos coeficientes dessa equação é de 0,8758, o que nos rende um multiplicador também da ordem de 1,76 no ponto das médias. Em resumo, levando em conta todas as estimativas apresentadas nesse capítulo, tudo indica que tenhamos um multiplicador entre 1,75 e 2 para um período de 5 a 6 trimestres, sendo este totalmente referendado a partir da constatação empírica da hipótese de que os gastos autônomos são, de fato, exógenos com relação ao nível de renda<sup>119</sup>.

---

119 Estimativas de “multiplicadores fiscais” recentes para os EUA, com todos os problemas de concepção já discutidos no capítulo anterior, parecem situá-lo em 1,6, cifra em conformidade com o apresentado em Monacelli, Perotti e Trigari (2010) para o pico da influência dos gastos do governo, com um multiplicador do emprego (ver Ilzetzki, Mendoza e Végh, 2010), ou, ainda, com a elasticidade do produto real a variações nos gastos do governo (ver Cogan *et al*, 2010), sendo esta a posição “oficial” de Christina Romer, então presidente do conselho de assessores econômicos dos EUA. No caso novo-clássico capitaneado por Robert Barro, acredita-se que este seja zero (Ilzetzki, Mendoza e Végh, 2010: 1)

## APÊNDICE 2.1 – CARGA TRIBUTÁRIA LÍQUIDA

Em nossas estimativas, regredimos o nível de renda contra a soma dos gastos autônomos e também o consumo contra esta última, de modo que obtivemos sempre a propensão a consumir já descontados os impostos,  $\alpha(1-\theta)$ . E se quiséssemos incluir a carga tributária líquida<sup>120</sup> e estimar o *alfa* separadamente, qual seria o procedimento? Tendo em mente a concepção de que  $\theta$  é um parâmetro sob controle do governo e não passível de ser estimado dentro do modelo, temos basicamente duas opções: tomarmos a média desse parâmetro para o período em questão ou considerarmos a carga tributária a cada período e obtermos o conceito de renda disponível (renda descontada da carga tributária líquida) para então estimar a propensão marginal a consumir.

Felizmente estimativas recentes para a carga tributária líquida trimestral, cobrindo quase todo o período aqui trabalhado (1995-2009), estão disponíveis em Dos Santos, Macedo e Silva e Ribeiro (2010)<sup>121</sup>. Infelizmente essa apresenta uma tendência de crescimento não desprezível no período em questão<sup>122</sup>, de modo que tomar sua média pode distorcer significativamente nossas estatísticas.

O procedimento de tomar a média da carga tributária para o período implicitamente foi adotado aqui, uma vez que equivale à simples separação entre renda e renda disponível. Podemos obter, para um período do multiplicador qualquer, os coeficientes relativos a  $Y = \kappa + \beta A + \varepsilon$ , tentando captar os parâmetros subjacentes a:

$$Y = \left[ \frac{\bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1-\theta) + \gamma} \right] + \left[ \frac{1}{1 - \alpha(1-\theta) + \gamma} \right] A$$

Tomando a estrutura de defasagens exposta na equação 2.4, chegamos ao seguinte resultado:  $Y = 44608,85 + 1,93A$ , no qual  $\alpha(1-\theta) = 0,6043$ . Sabendo que a carga tributária líquida média para o período,  $\theta = 0,1749$ , claro está que a propensão marginal a consumir “pura”,  $\alpha = [0,6043/(1-0,1749)] = 0,7324$ . E assim seria se regredíssemos a renda *disponível*,  $Y_d = (1-\theta)Y$ , contra a soma dos gastos autônomos (com as mesmas defasagens), levando em

120 Carga tributária bruta menos as transferências ao setor privado, aqui entendida já como proporção do PIB – alíquota tributária média (e marginal), como em Musgrave e Miller (1948), ou ainda propensão marginal a tributar, como em Samuelson (1942), para citar contribuições no contexto do multiplicador.

121 Utilizamos a série com ajuste sazonal encontrada na última coluna das páginas 228 e 229.

122 “A análise dos dados discutidos deixa claro que o aumento da carga tributária líquida, embora considerável no período 1995-2008 (de aproximadamente 15% para 20% do PIB), foi bem inferior ao da carga tributária bruta (de aproximadamente 27% para 35% [...]). Isso ocorreu porque as TAPS [transferências de assistência e previdência e subsídios] [...] também aumentaram no período, de aproximadamente 12% para 15% do PIB” (Dos Santos, Macedo e Silva e Ribeiro, 2010: 223).

conta tal carga tributária líquida média. Com a soma dos coeficientes (um “multiplicador” alterado) resultando em 1,5924 e levando em conta que a soma dos coeficientes de uma regressão de  $C$  contra  $A$ , relatada na tabela 2.8, é igual a 1,1662, basta dividirmos um pelo outro para obtermos diretamente  $\alpha = 1,1662/1,5924 = 0,7324$ .

Ao tomarmos a opção de considerar a carga tributária líquida para cada período<sup>123</sup>, e assim obter uma renda disponível mais fidedigna, obtivemos uma propensão marginal a consumir superior e, também para uma média da carga tributária, um multiplicador superior<sup>124</sup>:

$$\left[ \frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma} \right] = \left[ \frac{1}{1 - 0,7718(1 - 0,1749) + 0,1225} \right] = 2,0589$$

Os resultados dessa regressão estão relatados na tabela abaixo, lembrando que obtivemos a propensão marginal a consumir dividindo a soma dos parâmetros da tabela 2.8 pela soma dos parâmetros da tabela 2.23, abaixo; assim  $\alpha = 1,1662/1,5111 = 0,7718$ , implicando uma propensão a consumir depois de impostos também maior,  $\alpha(1 - \theta) = 0,6368$ .

Tabela 2.23 – Regressão de  $Y_d$  contra  $A$  e defasagens

Variável	Coefficiente	Desvio-Padrão	$t$ de Student	valor $p$
Constante	51515,3712	2295,7331	22,4396	0,0000
$A$	0,5125	0,0525	9,7672	0,0000
$A(-3)$	0,1314	0,0512	2,5682	0,0133
$A(-4)$	0,5028	0,0780	6,4500	0,0000
$A(-5)$	0,1648	0,0648	2,5438	0,0141
$A(-6)$	0,1996	0,0710	2,8104	0,0070
$R^2$	0,9980		D-W ( $d$ )	1,0502
$R^2$ Ajustado	0,9978			
Jarque-Bera	1,9510		Prob( $JB$ )	0,3770
White ( $F$ )	1,2331		Prob( $F$ -White)	0,2968

123 Lembrando que nesse caso não temos dados disponíveis para os dois últimos trimestres de 1994 e para o primeiro de 2010.

124 Não poderíamos ter um multiplicador para cada ponto diferente da carga tributária, lembrando que as propensões estimadas são uma média para a amostra. Ainda assim, tomando, aproximadamente, a carga tributária mínima como 14% e a máxima como 21%, teríamos multiplicadores de 2,18 e 1,95, respectivamente.

## APÊNDICE 2.2 – SOBRE O PERÍODO DO MULTIPLICADOR

Façamos uma breve digressão para uma das “conjecturas inspiradas” de Keynes<sup>125</sup> e a relação desta com estimativas menos cuidadosas do multiplicador. Apesar de deixar claro que estava tratando somente da posição final de equilíbrio, sem entrar no mérito das defasagens (Kahn, 1931: 183n), Kahn (1984: 101) aceita as críticas quanto à falta de uma análise verdadeiramente sequencial para o multiplicador (visto que a passagem de uma posição à outra implicada pela teoria lógica do multiplicador não deixa de ser um exercício de estática comparativa), julgando que essa falha não se converteu num debate sem fim por causa de uma intervenção de Keynes. Esta se concretizou numa afirmação de que estimativas das defasagens indicavam que “sete oitavos dos efeitos totais advêm dos gastos primários e das primeiras duas repercussões, tal que as defasagens envolvidas não são excessivamente importantes” (Keynes, 1933a: 343).

Tomando as estimativas aqui efetuadas pela abordagem de Koyck, que considera que os coeficientes decrescem como na soma de uma progressão geométrica de razão menor que um, sendo, portanto, o próprio multiplicador a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, o que nos informariam os dados para o caso brasileiro recente?

Para as variáveis originais, repetindo nossa progressão para os *betas* já explicitada anteriormente, temos:

$$\begin{aligned}\beta_i &= \beta_0 \lambda^i \\ \beta_i &= 0,9941 \cdot 0,4744^i\end{aligned}$$

Ao somarmos o coeficiente ligado aos gastos autônomos contemporâneos com os relativos às defasagens um e dois<sup>126</sup>, obtivemos  $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 = 1,6890$ , correspondente a 89,3% de um multiplicador total<sup>127</sup> de 1,8915, pouco acima dos sete oitavos propostos por Keynes naquele então.

A despeito das conjecturas de Keynes, somando mais uma defasagem e fechando, assim, um período de um ano (considerando o trimestre inicial mais três defasagens), 95% do multiplicador já teria tido o seu efeito nesse período. É por essa razão que tomar arbitrariamente o

125 Tomando de empréstimo o termo utilizado por Kahn (1984: 94) para designar as conjecturas de Keynes e Henderson sobre a magnitude do multiplicador, sem uma estimativa formal do mesmo.

126 Fazendo a ressalva de que as repercussões num plano puramente teórico não têm contrapartidas diretas em trimestres, estes servindo aqui como a aproximação possível.

127 Para os logaritmos teríamos que 92,1% do multiplicador seria explicado nesse mesmo intervalo.

período de um ano como se fosse o período do multiplicador (ou, o que era a única alternativa, estimar a partir de dados anuais sem a preocupação adicional com o período) não nos conduz a erros muito grosseiros, sendo uma prática até certo ponto aceita, apesar de injustificável de um ponto de vista teórico. Pela mesma razão, as defasagens se tornam relativamente desimportantes ao trabalharmos somente com dados anuais como uma primeira aproximação. Levando às últimas consequências a escolha das defasagens aqui tomada e comparando com os resultados a partir da abordagem de Koyck (vale lembrar, com um multiplicador calculado para infinitas defasagens), 98,9% do multiplicador seria explicado até a quinta defasagem (*i.e.*, dentro de um ano e meio) e 99,5% até a sexta.

### CAPÍTULO 3 – INVESTIMENTO E RELAÇÕES INTERSETORIAIS

*“O fato de que esses efeitos diretos existem, i.e., de que os investimentos em um período são frequentemente as principais forças indutoras por trás de parte dos investimentos adicionais de períodos subsequentes, é certamente bem conhecido, mas por alguma razão esse conhecimento não tem sido inteiramente transferido da teoria da produção para a teoria do crescimento”.*

*Albert Hirschman (1958: 42)*

Difícilmente haveria resistência a um argumento literário que aventasse que o investimento realizado em um setor, através de uma série de conexões ao longo da cadeia produtiva em questão, induziria o investimento noutro setor. Possivelmente alguma desconfiança emergiria se disso concluíssemos que não há uma relação causal partindo do nível de renda agregado para o investimento; ou seja, que o investimento é totalmente autônomo com relação ao nível de renda. Essa última afirmação já fizemos ao incluir o investimento na soma dos gastos autônomos, nos restando o ônus de justificá-la, para que recorreremos justamente às relações intersetoriais.

O objetivo desse capítulo é demonstrar que o investimento efetuado por um setor *pode* se desdobrar em investimento em outros setores, dadas algumas hipóteses um tanto restritivas e no decurso de um dado período de tempo, que não se confunde com o período do multiplicador, trabalhado nos capítulos anteriores. Considerações de um ponto de vista empírico, com estimativas para o Brasil, serão feitas no capítulo subsequente.

Inicialmente, na primeira seção, tecemos algumas considerações sobre a ideia de generalizar-se o multiplicador keynesiano tradicional a partir de multiplicadores para as relações entre os diferentes macroagregados, explicitando no que isso difere de uma análise insumo-produto e debatendo também a formatação de um matriz de contabilidade social. Posteriormente, na seção 3.2, esclarecemos as diferenças entre a abordagem aqui perseguida para explicar o investimento e as abordagens que vislumbram uma trajetória de crescimento equilibrado, temática ainda retomada de maneira mais formal em apêndice ao final do capítulo.

Apresentamos então, na seção 3.3, um esquema insumo-produto básico e o artifício das magnitudes verticalmente integradas de Pasinetti para assim definir como o investimento se insere nesse contexto. Passando das proporções do investimento pelo destino (seção 3.4) a um processo iterativo que descreve o comportamento dinâmico dessas proporções (seção 3.5), atingimos os resultados fundamentais propostos nesse capítulo, então inseridos num esquema dinâmico de Leontief (seção 3.6), que dão suporte à ideia de indução do investimento pelo

próprio investimento em decorrência das ligações intersetoriais.

Certamente algumas objeções quanto à ausência de mediações entre o investimento em um setor e o desdobramento deste em outro setor podem ser levantadas: tais relações intersetoriais nos levam a concluir que o investimento nos diferentes setores se dá sempre *pari passu* e em bloco? Supor que existem essas relações nos garante que as mesmas são fortes o suficiente para gerar tal indução? Qual a utilização da capacidade existente no setor a ser induzido para que se efetive a possibilidade de transbordamento ao longo da cadeia? Alguns indicativos para a contextualização do debate podem ser encontrados na seção 3.7, que encerra o capítulo tecendo considerações adicionais não plenamente desenvolvidas nas seções anteriores.

### 3.1. O multiplicador como uma matriz?

Um pleito um tanto comum entre os que trabalham com esquemas multissetoriais é o de “generalizar” o multiplicador de renda keynesiano a partir da consideração de diferentes multiplicadores para diferentes setores da economia. Preliminarmente, precisamos explicitar sobre qual conceito de setor se baseia tal pleito, para que não restem dúvidas acerca da conexão entre os multiplicadores dessa maneira perseguidos e a análise insumo-produto.

A começar pelo conceito de *setor* presente em Goodwin (1949)<sup>128</sup>, apesar deste buscar apoio explícito na abordagem de Leontief, devemos destacar que se trata de um setor macroagregado, tal como empresas, governo ou famílias, divisões estas explicitamente utilizadas em Goodwin (1950) posteriormente. Deste modo, sua análise busca a razão entre recebimentos e gastos efetuados de um agregado a outro (por mais que desagreguemos o setor), explicitando as inter-relações em termos de fluxos de gastos, isto é, determinando as “propensões marginais a gastar” de cada macroagregado, o que não pode ser confundido com os coeficientes tecnológicos de um setor típico da análise de Leontief<sup>129</sup>. Em Chipman (1950), o conceito de “organismos econômicos” é utilizado para descrever macroagregados dessa mesma natureza, deixando claro que não são idênticos aos setores utilizados por Leontief.

Kurz (1985), dividindo a renda entre salários e lucros e estabelecendo diferentes propensões médias a poupar entre as classes (definidas em termos dessas categorias de renda),

---

128 Tomamos de empréstimo o título do referido artigo para a pergunta que inicia essa seção.

129 Que já estavam presentes em seus primeiros modelos de “interdependência geral”, como em Leontief (1937). Uma clivagem desse tipo apontando a confusão indevida também pode ser encontrada em Solow (1952: 29-30).

bem como diferentes cestas de consumo entre as mesmas, e tratando de um modelo que produz mais de uma mercadoria, demonstra que o multiplicador dependeria das condições técnicas de produção (inclusive os coeficientes tecnológicos *à la* Leontief), das taxas de lucro setoriais e das próprias propensões a poupar e padrões de consumo. De fato, o autor conclui que, uma vez relaxadas as hipóteses de diferentes propensões a poupar, diferentes cestas de consumo e existência de mais de uma mercadoria (poderíamos dizer de outro modo, uma vez que consideremos somente os grandes agregados macroeconômicos), estaríamos de volta ao multiplicador de renda tradicional. Longe de afirmarmos que as divisões efetuadas são irrelevantes, poderíamos entender que, dependendo da finalidade, a aplicação do multiplicador de renda tradicional se justifica perfeitamente; para outros fins, entretanto, se faz necessária a consideração das divisões efetuadas por Kurz (1985). Para uma descrição da macrodinâmica econômica podemos prescindir dessas subdivisões ao supormos a distribuição de renda como dada.

É justamente o objetivo principal das matrizes de contabilidade social (Social Accounting Matrices – SAM) apresentar, ao mesmo tempo, dados relativos à relação entre esses diferentes macroagregados, à distribuição funcional de renda por tipo de rendimento, às transferências realizadas entre os setores macroagregados, e ainda conter a própria matriz insumo-produto em sua estrutura. “Em particular, nós consideramos a desagregação detalhada das contas de fatores e famílias – implicando, por exemplo, contas separadas para diferentes tipos de trabalho e para diferentes tipos de família – como uma importante prioridade” (Pyatt e Round, 1977: 340), afirma o artigo que parece ter introduzido a terminologia e algumas aplicações da SAM, pelo menos para além do próprio grupo de pesquisadores que trabalhavam no desenvolvimento das mesmas.

Parece haver alguma confusão, ou um uso alternativo do termo SAM, visto que se passou a denominar a junção das matrizes de fluxos de fundos (variação nos estoques) ao sistema de contas nacionais tradicional (fluxos), na tentativa de integrar fluxos e estoques de um sistema econômico consistentemente (gerando a base contábil dos modelos SFC), pelo mesmo termo (ver Dos Santos, 2003; Taylor, 2004; Willcox, 2003, 2005)<sup>130</sup>. Com relação à sua origem, não há grande margem para controvérsia de que tal arcabouço para a contabilidade social se deva a

---

130 Dos Santos (2003: 4-5) pondera ainda que somente uma parte dos modelos baseados em SAM para fins de implementação de modelos de equilíbrio geral computável (CGE) é SFC.

Richard Stone<sup>131</sup>, atestada pelas considerações do mesmo para o desenvolvimento desse arcabouço do ponto de vista de um “consumidor” de estatísticas (Stone, 1966).

Stone (1966) descreve, de fato, um sistema em que tanto as informações relativas ao setor “real” (incluindo as matrizes insumo-produto) quanto as relativas ao setor “financeiro”<sup>132</sup> deveriam estar integradas e disponíveis, o que contemplaria tanto os economistas mais interessados em temas como produção e emprego, por exemplo, quanto os mais interessados em temas como poupança e composição do portfólio. Nessa interpretação, tanto seria um equívoco enfatizar somente as relações intersetoriais e fluxos entre os macroagregados e denominar o resultado de SAM, quanto enfatizar somente a composição da renda, sua distribuição entre os macroagregados e a variação dos estoques derivada dos fluxos e fazer o mesmo. De fato, dependendo do objeto sob análise necessitamos focalizar um aspecto ou outro, mas tendo em mente a ressalva de que uma SAM, pelo menos conceitualmente, deveria nos oferecer o quadro mais geral<sup>133</sup>.

A relativa falta de atenção dada à integração com as matrizes de fluxos de fundo<sup>134</sup> e a negligência em se tentar dar o passo seguinte de explicitar os estoques (e não somente a variação dos mesmos) parece permear as tentativas de utilização de uma SAM desde o início, a se notar que Pyatt e Round (1977) sequer mencionam o tópico na introdução ou nas considerações finais, não apontando para desenvolvimentos futuros nessa direção, e só há uma breve observação sobre a simplicidade do tratamento atribuído aos fluxos de fundos no estudo de caso do Irã (*ibid*: 345).

Isso poderia justificar tratamento similar para as tentativas de se estimar uma SAM para o Brasil: estimativas recentes de Tourinho (2008) e a análise através de SAM em Fochezatto (2011) tangenciam rapidamente o ponto ao explicitar os fluxos de poupança entre os macroagregados<sup>135</sup>.

131 Pyatt e Round (1977: 341) situam a primeira SAM como a contrapartida em termos do sistema de informações que alimentou o *Cambridge Growth Project*, iniciado por Stone e Brown.

132 Sobre a integração com o setor financeiro através da consideração dos fluxos de fundos, consultar Ritter (1963) para uma exposição mais pragmática. De um ponto de vista mais teórico, Roe (1973) faz uma defesa da necessidade de medição pormenorizada dos agregados financeiros (a partir dos *flow of funds*) que perpassa a importância dos ativos na teoria da preferência pela liquidez de Keynes e dos passivos na teoria de Minsky.

133 Autores como Lance Taylor, com larga experiência com as matrizes de insumo-produto (*e.g.* Taylor, 1975), certamente consideram, ainda que implicitamente, que as mesmas fazem parte do lado real da economia, destacando o aspecto dos fluxos de fundos de uma SAM; a ressalva é necessária para macroeconomistas que não costumam integrar as relações intersetoriais em suas análises.

134 Digna de nota é a tentativa de integração com os fluxos de fundos efetuada por Eichner (1987, cap. 2), tornando consistente o seu arcabouço contábil. Por outro lado, essa falta de atenção permanece em exemplos recentes como Miller e Blair (2009, cap. 11), cuja nova edição, de 2009, conta com a adição de um capítulo para as SAM do ponto de vista da análise insumo-produto.

135 Tourinho (2008: 330) explicita que tal aspecto não foi sequer contemplado numa versão da SAM prévia, para o ano de 2003. Em uma série de artigos, Bonelli e Cunha (1981; 1982; 1983) atacam questões de distribuição de renda e consumo num contexto multisetorial, análise tipicamente realizada através do arcabouço de uma SAM,

Prado e Kadota (1982) são explícitos com relação à tentativa de estimação de uma SAM no contexto da obtenção de multiplicadores do emprego para o Brasil, mas sequer mencionam o “lado financeiro” da análise. Por outro lado, a leitura de Willcox (2003, 2005) privilegia a relação entre os macroagregados e sua integração com as variáveis de estoque, sem qualquer referência às relações de produção intersetoriais.

Decerto que tais considerações não têm nenhuma intenção de acusar um ou outro lado de distorcer o “verdadeiro” significado de uma SAM, mesmo porque em um contexto aplicado isso se torna uma questão de ênfase, cabendo-nos julgar a adequação da análise ao cumprimento dos objetivos tencionados, mas tão somente de demonstrar que acepções diametralmente opostas estão sendo utilizadas sem maiores ressalvas.

Tendo em vista evitarmos mal-entendidos, utilizaremos aqui, sobretudo no capítulo subsequente que trata de estimativas para matrizes de insumo-produto para o Brasil, o conceito de atividade, adotado pelo IBGE (2008) para designar os tradicionais setores presentes nas matrizes insumo-produto, e, ainda na última parte dessa tese, o termo “setores institucionais”, este utilizado por Dos Santos (2006) e Taylor (2008) para descrever os macroagregados presentes numa análise SFC. São justamente esses setores institucionais que os trabalhos citados de “generalização” do multiplicador numa forma matricial pretendem descrever, estando ausentes considerações das diferentes atividades nos modelos SFC, enquanto que essas atividades estão presentes nas SAM “originais”, apesar de não haver qualquer consideração dos estoques nessas últimas.

Para fecharmos essa seção, separando de uma vez a relação existente entre *setores institucionais* da relação entre *atividades*, basta observar que é justamente esse o objetivo das decomposições<sup>136</sup> efetuadas numa matriz de multiplicadores originada por uma SAM, como por exemplo em Pyatt e Round (1979): isolar os efeitos multiplicadores resultantes de transferências diretas entre setores institucionais dos efeitos multiplicadores das transferências interindustriais, isto é, resultantes da relação entre as atividades, esses últimos captados pela inversa de Leontief e modernamente chamados de multiplicadores de produção, como veremos.

---

mas sem explicitar a relação com o mesmo; ao invés disso, desenvolvem um instrumental próprio de análise a partir de matrizes (estáticas e dinâmicas) de insumo-produto tradicionais, efetuando as separações pretendidas. Assim, não cabe qualquer menção de negligência por parte desses autores, uma vez que o objetivo não era estimar uma SAM.

<sup>136</sup> Algumas decomposições podem ser encontradas em Miller e Blair (2009: 516-522).

### 3.2. Rumo ao crescimento equilibrado?

Uma ligação poderia ser feita entre nossa afirmação de que recorreremos às relações intersetoriais para explicar a dinâmica própria ao investimento e a ideia de que o investimento seguiria uma trajetória de crescimento equilibrado, sobre a qual discutiremos logo adiante. Nada mais longe da nossa intenção, entretanto, que consiste em descrever período a período uma dinâmica “desequilibrada” do investimento, pois somente desse modo o investimento feito em um elo da cadeia induziria o investimento num outro elo<sup>137</sup>.

Essa distância se deve ao fato de que a pergunta feita em geral pelos modelos dinâmicos multissetoriais – qual o investimento requerido em cada atividade, ao longo do tempo, para tornar possível uma determinada taxa de crescimento do produto? – é totalmente diferente da nossa. Uma taxa única de crescimento estaria, portanto, relacionada à manutenção da proporção inicial. A nossa questão, por outro lado, diz respeito ao investimento necessário em uma atividade, dado o investimento realizado em outra atividade, se quisermos preservar a estrutura de produção<sup>138</sup> corrente.

Ao preservar tal estrutura de produção, não estamos assumindo, entretanto, que os coeficientes tecnológicos permanecerão os mesmos *ad infinitum*, como costuma ser o caso de modelos multissetoriais dinâmicos. Como nossas pretensões são mais modestas, de descrever a macrodinâmica período a período, tais coeficientes só necessitam permanecer constantes por um período de tempo; em outras palavras, nós somente precisamos supor que os mesmos permanecem constantes, para inferirmos algo acerca do desdobramento dos investimentos ao longo da cadeia, por um período (não mais o período do multiplicador, mas um outro período teórico que podemos denominar período do investimento).

“Essa ênfase sobre a relevância dos coeficientes fixos na análise de processos de crescimento pode parecer, à primeira vista, auto-contraditória” (Lowe, 1976: 9); todavia, é no espírito de que em cada momento os aspectos tecnológicos exercem alguma restrição à dinâmica econômica que devemos entender que os coeficientes fixos de produção dominam os processos de ajustamento em nosso horizonte de análise, interpretando tais processos como descontínuos, e

---

137 Logicamente, se o investimento fosse realizado de maneira balanceada, preservando uma determinada proporcionalidade da produção entre as atividades, não faria sentido falar numa indução de uma atividade a outra. Uma prova formal para isso, nos termos aqui desenvolvidos, pode ser encontrada em apêndice a esse capítulo.

138 A manutenção de tal estrutura de produção inclui, implicitamente, dados coeficientes de importação, uma vez que os coeficientes tecnológicos adotados se referem aos de produção nacional.

considerando que “os coeficientes técnicos de produção inicialmente prevalentes somente podem ser alterados por um processo produtivo que é condicionado por esses próprios coeficientes” (Lowe, 1976: 10). Assim, também no que se refere à dinâmica do investimento aqui perseguida, “o que em retrospecto se parece com um processo secular é, de fato, uma abstração derivada de uma sequência de movimentos de curto prazo” (*ibid*).

O crescimento equilibrado exposto, por exemplo, por Solow e Samuelson (1953), trata de uma dada taxa de crescimento para o produto agregado, sem que as proporções em que as mercadorias são produzidas se alterem. Ou seja, todas as atividades crescem a uma mesma taxa, de modo que a participação de cada atividade no produto agregado permanece inalterada. Tal modalidade de crescimento parte do modelo de von Neumann<sup>139</sup>(1946), no qual os produtos em um período entram integralmente como insumos no período seguinte; isso acontece porque se admite que todo o excedente é reinvestido, consistindo num esquema fechado, se fôssemos utilizar a terminologia de Leontief<sup>140</sup>, onde, ademais, o trabalho é “produzido” pelo consumo<sup>141</sup> (Solow e Samuelson, 1953: 412). Assim, “faz sentido perguntar por que tal modelo tem exercido, em geral, tamanha fascinação entre os economistas, quando a dinâmica real de capitalismo não é a do crescimento equilibrado”<sup>142</sup>(Teixeira, 2000: 68).

Não poderia estar presente nesse arcabouço qualquer mudança na distribuição do investimento entre as atividades, uma vez que “a abordagem de von Neumann preserva ao longo do tempo as mesmas proporções, descartando *a priori* qualquer reflexão genuína sobre desproporções e mudanças estruturais” (Teixeira, 2000: 76). É justamente nas desproporções que buscaremos uma dinâmica própria para o investimento. Quanto às mudanças estruturais, é esse o tema central da obra de Pasinetti (1981, 1993), sobre a qual faremos agora breve digressão num

---

139 De acordo com o próprio autor, esse trabalho foi apresentado pela primeira vez num seminário em Princeton, em 1932, e publicado originalmente em alemão em 1938.

140 Um esquema fechado considera endógeno o vetor de demanda final, tratando-o de forma idêntica aos coeficientes tecnológicos de uma atividade qualquer, ao passo que um sistema aberto considera a demanda final exógena. Fazendo uma ligação com o primeiro capítulo, vale notar que Eichner (1985: 153) chega a afirmar que a “teoria pós-keynesiana da produção é baseada, no caso mais simples, em um sistema aberto de Leontief”.

141 “A força de trabalho é reproduzida dentro do próprio sistema, desde que os bens por ela requeridos estejam disponíveis na forma de uma composição fixa que permita a subsistência dos trabalhadores. Por outro lado, von Neumann supõe que os capitalistas reinvestem todo excedente” (Teixeira, 2000: 69).

142 “A evolução dos sistemas econômicos modernos, especialmente desde o advento da revolução industrial, mostra que, ao longo do tempo, as mudanças permanentes nos níveis absolutos das magnitudes macroeconômicas básicas (tais como produto nacional bruto, consumo total, investimento total, emprego total, etc.) são invariavelmente associadas a mudanças em suas composições, isto é, à *dinâmica* de sua *estrutura*” (Pasinetti, 1993: 1, grifos no original); “e ainda, o modelo de von Neumann e os modelos de dinâmica proporcional em geral têm exercido uma espécie de fascinação contagiosa” (*ibid*: 7).

contexto comparativo com os modelos de crescimento balanceado<sup>143</sup>.

De saída, podemos recuperar a crítica de Pasinetti (1975: 81-82) aos sistemas fechados (na acepção de Leontief, com os coeficientes de consumo considerados endógenos), por estarem presentes nestes elementos comportamentais misturados a coeficientes técnicos de produção, tornando-os irrelevantes para finalidades práticas. Os coeficientes de consumo, considerados endógenos, refletem a razão entre a demanda final por bens de consumo produzidos por cada atividade com relação à produção total daquela atividade. Em suas próprias análises posteriores, com finalidades estritamente teóricas, Pasinetti explicita que apesar dos coeficientes técnicos e dos relativos à demanda por bens de consumo ocuparem uma posição simétrica em alguns sistemas, os primeiros são determinados tecnologicamente em cada setor enquanto os últimos traduzem conceitos macroeconômicos, que só existem como uma média para o sistema econômico como um todo (Pasinetti, 1981: 81n).

A preocupação de Pasinetti (1981, 1993) está em apontar as condições sob as quais uma trajetória de pleno emprego poderia ser estabelecida, abandonando o caso mais simples de crescimento proporcional entre os setores e considerando as mudanças estruturais ensejadas pelo progresso técnico. Em sua própria defesa quanto a mal-entendidos comuns, Pasinetti (1985: 247) esclarece que sua abordagem não assume por hipótese que uma economia sempre está em pleno emprego, mas trata das condições que um crescimento com pleno emprego continuado requereria<sup>144</sup>.

Se interpretarmos desse modo a obra de Pasinetti, facilmente entendemos que as alterações *exigidas* nos coeficientes de consumo para uma dada taxa de progresso técnico (e com isso, uma redução na razão entre número de trabalhadores e produção em cada setor), não são pensadas como movimentos dos coeficientes de consumo observados numa economia real, mas tão somente representam o que *deveria* ocorrer para manter-se o pleno emprego ao longo do tempo (ver, em especial, Pasinetti, 1993: 53). Assim, poderia se constituir exercício útil comparar a projeção teórica de Pasinetti acerca desses coeficientes de consumo com a tentativa de captá-los empiricamente através das SAM.

143 Estamos utilizando os termos equilibrado e balanceado, alternadamente, como sinônimos.

144 Ver também Forstater (2002) sobre esse ponto, especialmente sobre a questão do pleno emprego como meta e do instrumentalismo desta maneira implícito na obra de Pasinetti. O fato de que Pasinetti compartilha da ideia do instrumentalismo presente em Lowe, no sentido da estipulação dos resultados econômicos desejáveis e da consequente teorização acerca dos meios para atingi-los, é apontado por Forstater (2002: 205), que desenvolve um estudo detalhado sobre a análise instrumental deste último (Forstater, 1999). Podemos encontrar em Lowe (1976: 12-16) uma descrição da análise instrumental precedendo sua exposição de uma teoria do crescimento econômico.

Uma crítica mais direta de Pasinetti (1981: 118-123) aos modelos de crescimento proporcional<sup>145</sup> caminha justamente na direção de apontar possíveis alterações nos coeficientes (de trabalho e tecnológicos) refletindo o fenômeno do progresso técnico, negligenciado por tais modelos. Com alterações nos coeficientes técnicos de maneira descontínua, todos os elementos refletindo determinada *estrutura* teriam que ser datados, ou seja, considerados válidos por um determinado período de tempo em que se faz a análise (um período do investimento), *como se* tais coeficientes permanecessem constantes, e isso não escapa a Pasinetti (1973: 38). Com o progresso técnico, no entanto, tais coeficientes podem se alterar, e aqui podemos considerar livremente tais alterações sem desenvolver uma explicação para as mesmas (que é a tarefa de Pasinetti, 1981, 1993), de modo a encadear períodos relativos ao investimento sem a necessidade de supor que permanecem os mesmos eternamente, como é o caso dos modelos de crescimento equilibrado.

A partir de von Neumann, diversos foram os desenvolvimentos de uma linha de pesquisa que se desdobrou em várias manifestações do teorema da via expressa<sup>146</sup> (*turnpike*), sendo que tomar essa via expressa consiste precisamente em estabelecer uma dada proporção da produção que pode nos oferecer a taxa de crescimento balanceado máxima, sendo essa, não por coincidência, a proporção compatível com a trajetória de von Neumann. De outro modo, o “*turnpike* era para ser a trajetória mais rápida de crescimento balanceado do estoque de capital, o equilíbrio de von Neumann” (McKenzie, 1998: 2). Uma discussão um pouco mais aprofundada sobre o tema terá que ser postergada até a seção 3.6, a fim de que convençionemos um arcabouço básico de análise, a saber, o esquema insumo-produto, sobre o qual se erigiu uma das explicações para a via expressa. Alicerçaremos assim a ideia de que somente o investimento desbalanceado gera o tipo de induções aqui perseguidas, coisa que as explicações a partir de trajetórias balanceadas (para o investimento *e* para a produção, como veremos adiante) não pode nos fornecer, temática também retomada no apêndice a esse capítulo.

### 3.3. Esquema insumo-produto básico e magnitudes verticalmente integradas de Pasinetti

Iniciemos nossa exposição a partir das identidades contábeis que servem de base para o

---

145 As características básicas do modelo de von Neumann foram expostas por Pasinetti (1975), no último capítulo dessa obra.

146 Como demonstra, por exemplo, o levantamento de McKenzie (1998).

esquema de Leontief<sup>147</sup>. Em dado período de tempo, o total da produção de uma economia tem que ser igual à demanda por bens finais mais a demanda por bens de consumo intermediário. Se esse total da produção é dividido por atividade, a demanda final por bens produzidos em cada atividade sendo representada pelo vetor-coluna  $\mathbf{y}$ , o qual, portanto, deve ter dimensão<sup>148</sup>  $n \times 1$ , um vetor-coluna com as mesmas características,  $\mathbf{x}$ , pode ser definido para o total da produção por atividade.

Podemos definir uma matriz  $\mathbf{U}$ ,  $n \times n$ , que expressa, atividade por atividade, a produção de bens de consumo intermediário realizada pela atividade  $i$  e demandada pela atividade  $j$ , na qual cada elemento (escalar) situado na linha  $i$  e na coluna  $j$ ,  $U_{ij}$ , representa, portanto, a produção efetuada na atividade  $i$  destinada à atividade  $j$ . Assim, ao longo da primeira linha, por exemplo, temos a produção da atividade 1 destinada a cada atividade  $j$ . A soma dos elementos dessa linha denotaria o total produzido pela atividade 1 para consumo intermediário de todas as outras atividades (inclusive da própria, na primeira coluna). Ao contrário, se percorrêssemos a primeira coluna dessa matriz, teríamos o consumo intermediário da atividade 1, de acordo com o produzido por cada atividade  $i$ . Analogamente, a soma dos elementos dessa coluna corresponderia ao total do consumo intermediário da atividade 1.

Denominando de  $\mathbf{u}$  o vetor-coluna que cumpre essa função de somar as colunas de uma matriz<sup>149</sup>, se pós-multiplicado pela mesma, sendo que todos os componentes deste vetor são iguais à unidade, e a matriz identidade de  $\mathbf{I}$ , definindo as dimensões destes de modo a tornar possíveis as operações desejadas, prossigamos.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para que não restem dúvidas sobre o que significam as expressões “soma das colunas” ou “soma das linhas”, estamos utilizando-as no seguinte sentido: à soma de todos os elementos de uma linha qualquer, portanto, à soma das colunas de uma dada linha, estamos designando soma

147 Aqui apresentaremos brevemente os elementos básicos, enfatizando os mais adequados para nossos fins; uma discussão introdutória mais detalhada pode ser encontrada em Pasinetti (1975, cap. 4) e Miller e Blair (2009, caps. 1 e 2).

148 No capítulo seguinte expressaremos o esquema com 12 atividades, tendo, portanto, os vetores-coluna dimensão  $12 \times 1$ . Como veremos, todas as matrizes e vetores foram definidos de modo a preservar a compatibilidade com a metodologia do IBGE (2008); assim, as adaptações necessárias ao estudo empírico a partir de matrizes insumo-produto serão apresentadas no próximo capítulo.

149 Por vezes chamados de vetores de adição (*summation vectors*), como no apêndice A de Miller e Blair (2009).

das colunas; para esse caso específico,  $\mathbf{U}\mathbf{u} = \sum_j U_{ij}$ . O caso contrário, da soma das linhas, pode ser expresso por  $\mathbf{u}'\mathbf{U} = \sum_i U_{ij}$  (utilizaremos o símbolo ' para indicar a transposição de uma matriz ou vetor). O uso dos termos no sentido contrário ocorre porque a soma das colunas de uma dada linha corresponde à soma de todos os elementos daquela linha, daí, uma soma da linha (e não das linhas) poderia expressar adequadamente esse sentido. Porque se mostrará importante para nossa análise, explicitemos também em termos matriciais o afirmado acima.

$$\text{Definida a matriz } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix}, \text{ temos } \mathbf{U}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_j U_{1j} \\ \sum_j U_{2j} \\ \vdots \\ \sum_j U_{nj} \end{bmatrix} \text{ como a}$$

$$\text{soma das colunas, para cada linha, e } \mathbf{u}'\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i U_{i1} & \sum_i U_{i2} & \dots & \sum_i U_{in} \end{bmatrix}$$

como a soma das linhas, para cada coluna, com cada elemento dos vetores resultantes expressando o somatório explicitado.

A divisão de cada elemento ao longo de uma linha da matriz  $\mathbf{U}$  pelo total da produção da atividade correspondente a cada coluna  $j$ , presente no vetor  $\mathbf{x}$ , nos informa a necessidade de produção pela atividade  $i$  para ser entregue à atividade  $j$  como proporção da produção total de cada atividade  $j$ . Assim, por se tratar de uma proporção, representa o valor<sup>150</sup> a ser produzido por cada uma das atividades, para consumo intermediário, a fim de que se obtenha uma unidade do valor da atividade em questão (na coluna selecionada). É justamente isso que consta em uma matriz  $\mathbf{A}$ , como tipicamente encontrada nas análises de insumo-produto. Matricialmente, realizar essa divisão corresponde a definir  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$ , com o circunflexo representando a diagonalização do vetor  $\mathbf{x}$  e o expoente  $-1$  indicando a operação de inversão da matriz, como de praxe<sup>151</sup>. Claro está que a matriz de consumo intermediário poderia ser representada por  $\mathbf{U} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$ .

Considerando, então, que  $\mathbf{U}\mathbf{u} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ , teríamos duas formas alternativas de explicitar a

150 No sentido de preços multiplicados pelas quantidades. Análises do tipo insumo-produto originalmente se referiam a quantidades físicas de mercadorias, mas estamos desde já explicitando o sistema em termos de valor por ser essa a única possibilidade empiricamente factível. Isso implica que mudanças nos coeficientes tecnológicos assim obtidos podem estar refletindo alterações nos preços relativos. Sobre a utilização, nas análises empíricas, do conceito de preços básicos, aguardemos o próximo capítulo.

151 Lembrando que diagonalizar um vetor consiste em estabelecer uma matriz-diagonal onde cada um dos elementos da diagonal principal é formado pelos elementos do vetor original. A inversa de uma matriz-diagonal corresponde ao recíproco de cada um dos elementos, logo, a operação representa a divisão descrita acima.

referida identidade contábil de que o total da produção, por atividade, tem que ser igual à produção por atividade destinada ao consumo intermediário mais o total por atividade destinado à demanda final. Somar as colunas, ao longo de cada linha da matriz  $\mathbf{U}$ , nos diria o mesmo que recuperar essa informação multiplicando cada elemento ao longo de uma linha da matriz  $\mathbf{A}$  pelo total da produção da atividade referente a cada coluna. Destarte, se segue o esquema básico de Leontief:

$$\begin{aligned}\mathbf{Ax} + \mathbf{y} &= \mathbf{x} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{x} - \mathbf{Ax} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} \\ \mathbf{x} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}\end{aligned}\quad (3.1)$$

Atenção especial normalmente é dada à matriz  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , denominada inversa de Leontief. O papel da mesma é transformar um vetor de demanda final em um vetor de produção total; ou seja, a inversa de Leontief nos informa o total da produção compatível com um determinado vetor de demanda final, captando quanto é necessário, direta e indiretamente, em termos de valor produzido em cada atividade, para que tenhamos as unidades de demanda final correspondentes. O fato de a inversa de Leontief corresponder às necessidades diretas e indiretas de produção para uma dada demanda final normalmente é mais bem compreendido a partir de sua expressão alternativa,  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots$ , pois uma vez que a matriz  $\mathbf{A}$  representa os requerimentos diretos, em termos de consumo intermediário, para uma dada produção, tal aproximação representaria, além do impacto inicial dado pelo próprio vetor de demanda final e captado por  $\mathbf{I}$ , o impacto direto dado por  $\mathbf{A}$  e os impactos indiretos dados pelas sucessivas “rodadas”  $\mathbf{A}^2$ ,  $\mathbf{A}^3$ , etc<sup>152</sup>.

De acordo com Pasinetti (1973), podemos utilizar ainda a seguinte representação<sup>153</sup>:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \\ \mathbf{Ax} &= \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{Hy}\end{aligned}$$

onde as colunas de  $\mathbf{A}$  expressam unidades de capacidade produtiva direta (Pasinetti, 1973: 19) e as colunas de  $\mathbf{H}$  expressam unidades de capacidade produtiva verticalmente integradas (*ibid*: 21). Disso, já deve ficar claro que podemos obter o consumo intermediário produzido por atividade a partir da pós-multiplicação do vetor de produção total,  $\mathbf{x}$ , pela matriz  $\mathbf{A}$ , ou pela pós-

152 Com essa denominação, por exemplo, em Miller e Blair (2009: 244). A clara analogia com as soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão menor que um (nesse caso, com o autovalor máximo de  $\mathbf{A}$  menor que um) está apontada em Pasinetti (1975: 90).

153 Tudo isso, como é de certo modo usual nas análises que visam obter a matriz  $\mathbf{H}$  de Pasinetti, sob a hipótese de que a matriz de coeficientes técnicos,  $\mathbf{A}$ , somente expressa os bens de capital circulantes, não considerando os bens de capital fixo (ver Pasinetti, 1973: 18).

multiplicação do vetor de demanda final,  $\mathbf{y}$ , pela matriz  $\mathbf{H}$ .

A matriz  $\mathbf{H}$  pode ainda ser expressa alternativamente por  $\mathbf{H} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} - \mathbf{I}$ , ou seja, pela inversa de Leontief descontados os efeitos iniciais; assim, a soma das linhas, em cada coluna de  $\mathbf{H}$ , representa também o que, modernamente, pode-se denominar de multiplicadores de produção, sobre os quais nos debruçaremos mais adiante, excluídos os efeitos iniciais (*i.e.*, sem contar o vetor de gastos finais exógenos), como em Miller e Blair (2009: 244)<sup>154</sup>.

A transformação em questão quando pós-multiplicamos um vetor de demanda final pela matriz  $\mathbf{H}$ , pode ser entendida, portanto, como uma em que deixamos de expressar as magnitudes em termos de demanda final e passamos a expressá-las (as mesmas magnitudes, agora transformadas) em termos de consumo intermediário. Ao invés de tomarmos cada atividade pela sua demanda final estamos tomando a atividade verticalmente integrada equivalente, o que vem a ser o consumo intermediário gerado em todas as atividades correspondente à demanda final de uma atividade.

Visto isso, seja  $\mathbf{j}$  o vetor-coluna que representa a demanda final do investimento pela origem<sup>155</sup> (para os nossos fins somente a formação bruta de capital fixo, desconsiderando a variação de estoque), podemos também obter um vetor-coluna  $\mathbf{z}$  que representa o total da produção compatível com tal demanda final por investimento.

$$\mathbf{z} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{j}$$

Mais geralmente, poderíamos remontar um esquema equivalente a (3.1), somente no que se refere ao investimento:

$$\begin{aligned} \mathbf{Az} + \mathbf{j} &= \mathbf{z} \\ \mathbf{j} &= \mathbf{z} - \mathbf{Az} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{z} \\ \mathbf{z} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{j} \end{aligned}$$

Desse modo, tomar o consumo intermediário produzido para fins de investimento, por atividade, equivaleria a fazer  $\mathbf{Az} = \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{j} = \mathbf{Hj}$ . Segundo Pasinetti (1973: 25-26), teríamos em  $\mathbf{Hj}$  a série de bens de capital requeridos, direta e indiretamente, para produzir determinada

154 Uma demonstração um tanto intuitiva pode ser dada como se segue: uma vez que  $\mathbf{Ax} = \mathbf{Hy}$ , a identidade  $\mathbf{Ax} + \mathbf{y} = \mathbf{x}$  tanto pode resultar em  $\mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$ , quanto em  $\mathbf{Hy} + \mathbf{y} = \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} = (\mathbf{H} + \mathbf{I})\mathbf{y}$ , donde se conclui que  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{H} + \mathbf{I})$  e, portanto, que  $\mathbf{H} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} - \mathbf{I}$ .

155 Pela origem no sentido de representar as atividades produtoras de bens de capital, não as atividades que adquiriram bens de capital, justamente por se tratar de uma parcela da demanda final (do mesmo modo, a parcela de demanda final por bens de consumo reflete o total produzido por cada atividade e demandado como bens de consumo pelas famílias). Assim, esse vetor terá tantos componentes nulos quantas forem as atividades que não produzem bens de capital. Mais adiante, trataremos da transformação do investimento pela origem para o investimento pelo destino.

quantidade de bens de investimento medida em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada. Estaríamos efetuando, desse modo, uma transformação de uma unidade física de investimento verticalmente integrada para uma unidade de investimento medida em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada. Assim como a matriz  $\mathbf{A}$  reclassifica quantidades físicas brutas de acordo com o critério da “indústria” na qual as mesmas são requeridas, a matriz  $\mathbf{H}$  reclassifica quantidades físicas líquidas (verticalmente integradas) de acordo com o critério do “setor verticalmente integrado” no qual estas são requeridas (Pasinetti, 1973).

Em um caso, trabalhando com o sistema em termos físicos e distribuindo a produção pelo critério de indústria, estamos lidando com a matriz  $\mathbf{A}$ ; noutro, trabalhando com o sistema em termos verticalmente integrados e distribuindo a demanda final de acordo com o critério de setor verticalmente integrado, estamos lidando com a matriz  $\mathbf{H}$ . Os dois modos de operação, entretanto se equivalem, sendo, ainda de acordo com Pasinetti (1973: 19), o primeiro diretamente observável, apesar de manter a análise num nível mais superficial, e o segundo conceitualmente mais complexo, mas mais poderoso analiticamente.

De um modo ou de outro, por ora é importante retermos que, assim como nos foi possível definir a matriz de consumo intermediário para o nosso sistema econômico como um todo a partir de  $\mathbf{U} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$ , utilizando a produção total para tal, também nos é possível definir uma matriz de consumo intermediário específica para as magnitudes relativas ao investimento, supondo que as relações tecnológicas envolvidas são as mesmas que as obtidas para o sistema econômico como um todo. Essa é dada por  $\mathbf{U}_k = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}$ .

À semelhança do que fizemos anteriormente para o consumo intermediário total, podemos percorrer, agora no que se refere ao consumo intermediário para investimento, linhas e colunas dessa matriz  $\mathbf{U}_k$ . Cada elemento ao longo de uma linha vai nos indicar quanto da produção desta atividade flui para todas as outras atividades; a soma de todos esses elementos (uma soma das colunas,  $\mathbf{U}_k\mathbf{u}$  ou  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}\mathbf{u}$ ), nos fornece, portanto, o total produzido por esta atividade (referente à linha), como consumo intermediário, para atender à demanda final por bens de capital. Cada elemento ao longo de uma coluna vai nos indicar quanto da produção de todas as outras atividades flui para a atividade em questão; a soma de todos esses elementos (uma soma das linhas,  $\mathbf{u}'\mathbf{U}_k$  ou  $\mathbf{u}'\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}$ ), nos fornece, portanto, o total produzido por todas as outras atividades e destinado a esta atividade (referente à coluna) como consumo intermediário de bens de capital.

Claro está que a soma das colunas,  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{j}$ , representa uma transformação do

investimento líquido, por origem, para os termos de capacidade produtiva verticalmente integrada. No espírito de Pasinetti (1973), entendamos essa pós-multiplicação por  $\mathbf{H}$  como uma reclassificação do nosso vetor de investimento original,  $\mathbf{j}$ . Tal reclassificação, no entanto, pode ser estendida para a matriz  $\mathbf{U}_K$  como um todo. O total do investimento em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada pode ser apurado tanto pela soma das colunas de  $\mathbf{u}'\mathbf{U}_K$  quanto pela soma das linhas de  $\mathbf{H}\mathbf{j}$ , uma vez que  $\mathbf{u}'\mathbf{U}_K\mathbf{u} = \mathbf{u}'\mathbf{H}\mathbf{j}$ , ambas expressando o total do investimento, assim transformado em um escalar. Entretanto, a soma das linhas da matriz  $\mathbf{U}_K$  tem um significado totalmente diferente da soma das colunas: enquanto a soma das colunas, que pode ser representada por  $\mathbf{H}\mathbf{j}$ , nos dá o investimento pela origem (*i.e.*, de acordo com as atividades produtoras de bens de capital), agora em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada, a soma das linhas nos fornece, também nesses termos, o investimento pelo destino, ou seja, de acordo com as atividades demandantes de bens de capital.

O que se sugere aqui, portanto, é que a chave para transformar o investimento pela origem (a saber, o único disponível de maneira compatível com as tabelas de recursos e usos das contas nacionais) no investimento pelo destino é a utilização de uma matriz de consumo intermediário para a produção de bens de capital. Ao tomarmos as magnitudes dessa matriz, entretanto, necessitamos ter em mente que se trata do investimento medido em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada, e não do investimento comumente apurado, em termos físicos.

Os caminhos aqui efetuados para chegar a esse investimento pelo destino, utilizando as transformações sugeridas por Pasinetti (1973), consideraram também as possibilidades empíricas de organização dos dados e nos levaram a alternativas de agregação diferentes das apontadas por Lange (1960). Mas o sentido de encontrar como o montante do investimento é “alocado” em determinada atividade, que permeia nossa própria tentativa de encontrar a matriz de consumo intermediário relativa ao investimento, vai ao encontro do adotado por este último autor, que trabalha com uma matriz de investimento em termos de produto final e utiliza a soma das linhas dessa matriz para obter o investimento total, produzido pelas diversas atividades e alocado na  $j$ -ésima atividade (Lange, 1960: 312)<sup>156</sup>.

---

<sup>156</sup> Normalmente, essa transformação do investimento pela origem para o investimento pelo destino é efetuada por meio de uma “matriz de distribuição” para o investimento, como explicitado em Taylor (1975: 51) e Bonelli e Cunha (1983: 93-94). Recentemente foi estimada para o Brasil uma Matriz de Absorção de Investimento, compondo um estudo transversal coordenado por Fábio Freitas para o Projeto PIB (disponível em <http://www.projetopib.org>), que cumpre essa tarefa de apresentar o investimento pelo destino para o ano de 2005, somente possível com um trabalho de pesquisa bastante intensivo na obtenção, compilação e cruzamento dos dados.

### 3.4. Proporções do investimento pelo destino e multiplicadores de produção

Apesar de já termos mencionado a expressão “multiplicadores de produção”, façamos uma breve pausa para explicar detalhadamente o significado que se tem atribuído à mesma. Uma vez compreendido que a inversa de Leontief,  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , transforma um vetor de demanda final num vetor de produção total, caberia a seguinte indagação: quanto tem que se alterar<sup>157</sup> a produção total de uma economia se quisermos promover a alteração de uma unidade na demanda final de uma atividade selecionada? É exatamente essa a resposta que nos fornecem os multiplicadores simples de produção: uma alteração de uma unidade na demanda final pelo produto de determinada atividade gera uma alteração de tantas unidades de produção, na economia como um todo, refletindo os impactos diretos e indiretos provenientes dessa demanda final alterada.

Assim, pós-multiplicar a inversa de Leontief por um vetor-coluna,  $\mathbf{v}_i$ , definido de modo que todos os elementos do mesmo sejam nulos, exceto a linha  $i$  selecionada, que assume o valor de 1, equivaleria a buscar essa explicação de qual seria o impacto na produção dada uma alteração de uma unidade de demanda final na atividade  $i$  selecionada. Mas o vetor-coluna resultante dessa operação,  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{v}_i$ , é equivalente a simplesmente selecionarmos uma coluna  $j$  da matriz inversa de Leontief, de acordo com a atividade  $i$ . Isso implica obtermos, através de uma coluna da inversa de Leontief, os impactos em termos de alteração da produção em cada atividade, dada a alteração da demanda final.

A soma desta alteração em cada atividade nos fornece, portanto, a alteração na produção total dada a alteração de uma unidade de demanda final na atividade selecionada. Isso equivale, portanto, a somar todas as linhas de uma dada coluna da matriz inversa de Leontief. Se fizermos isso para todas as atividades, o resultado são os modernamente denominados multiplicadores simples de produção (Miller e Blair, 2009: 245-246), que podemos expressar por  $\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ .

Quanto a esse significado específico, não pode haver dúvida acerca do “funcionamento” de tal mecanismo, porquanto baseado numa identidade contábil, sempre válido para ligar um vetor de demanda final a um vetor de produção total em dado período do tempo<sup>158</sup>. Assim, afirmar que

157 Quando se fala em alteração da demanda final resultando em alterações na produção total, estamos logicamente supondo retornos constantes à escala, como é o caso de qualquer exercício dessa natureza utilizando o esquema básico de Leontief. Ocioso repetir que como Sraffa (1960) não efetuou esse tipo de exercício, não precisou supor retornos constantes à escala – ver, *e.g.*, o intercâmbio entre Eatwell (1977), Burmeister (1977) e Levine (1977).

158 Ademais, uma analogia com o multiplicador dos gastos autônomos não seria adequada, uma vez que naquele caso parâmetros comportamentais como a propensão marginal a consumir estariam envolvidos, enquanto que no caso dos multiplicadores de produção somente coeficientes tecnológicos estão sendo considerados.

o vetor-linha  $\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  expressa corretamente os multiplicadores de produção em dado período, para cada atividade, não está sob questionamento. Qualquer exercício, todavia, que venha a extrapolar essa relação para além do período apurado e que venha a fazer conjecturas tais como “se fizéssemos uma determinada alteração na demanda final de uma dada atividade, os impactos resultantes seriam superiores ao caso em que fizéssemos a mesma alteração na demanda final de outra atividade”, estaria sujeito a uma série de considerações acerca de rendimentos de escala, rigidez dos coeficientes tecnológicos, nível de agregação utilizado, peso de cada atividade na economia, etc. Esse tipo de conjectura é o que permeia a temática dos encadeamentos e setores-chave de uma economia, à qual faremos uma breve alusão por ora e retomaremos oportunamente.

Primeiramente devemos explicitar que os multiplicadores simples de produção são uma maneira de expressar os chamados encadeamentos<sup>159</sup> à montante (ou para trás – *backward linkages*) de um sistema econômico que considere mais de uma atividade. Como tais, significam alternativamente que o esforço para aumentar a produção de uma atividade  $j$  qualquer será seguido de um aumento da demanda por bens produzidos em todas as atividades da economia que essa atividade  $j$  necessite como insumo. Como estamos utilizando a inversa de Leontief, os efeitos de encadeamento diretos e indiretos já estão sendo levados em conta. Os encadeamentos à jusante (ou para frente – *forward linkages*) poderiam ser trabalhados, mas em um modelo de Leontief pelo lado da demanda, como o esboçado anteriormente, a direção de causalidade usual implica encadeamentos à montante (Miller e Blair, 2009: 555); ademais, esse tipo de causalidade entre as atividades é mais confiável que o estímulo a partir da oferta à jusante, razão pela qual historicamente tem tido maior visibilidade<sup>160</sup>.

A proposta de utilização da soma das linhas da inversa de Leontief para medir encadeamentos à montante foi avançada em Yotopoulos e Nugent (1973: 161) e atacada em diversas frentes, num debate acerca das comparações destes indicadores entre países<sup>161</sup>, por Laumas (1976), Boucher (1976), Riedel (1976) e Jones (1976).

Registremos o alerta de Laumas (1976) acerca da utilização de multiplicadores não-ponderados, no qual se destaca a possibilidade de utilização de uma ponderação “de acordo com

---

159 Também em Miller e Blair (2009: 555-559) há um tópico acerca da relação entre encadeamentos e modelos insumo-produto.

160 Ver Yotopoulos e Nugent (1976: 335) ou ainda a afirmação de Hirschman (1958: 116) de que os encadeamentos à montante são mais nítidos e refletem pressões na demanda, enquanto os encadeamentos à jusante nunca podem ocorrer em sua “forma pura”.

161 Também num contexto de comparação internacional, Chenery e Watanabe (1958) reconhecidamente inauguraram boa parte das definições de indicadores de encadeamento.

a parcela na demanda final de um dado setor”<sup>162</sup>(*ibid*: 309), pois desenvolveremos esse ponto logo adiante. Um ataque comum a três desses críticos advoga pela utilização dos já conhecidos índices de poder de dispersão de Rasmussen<sup>163</sup>, sendo que Laumas (*ibid*) acredita que esse seja “devidamente ponderado”. Como defendido por Yotopoulos e Nugent (1976: 340), os índices de poder de dispersão são perfeitamente correlacionados com os multiplicadores simples de produção, uma vez que a única diferença é que os primeiros são normalizados pelo número de atividades, ou seja, normalizados por uma constante<sup>164</sup>.

Há ainda certa controvérsia acerca da consideração dos impactos iniciais de uma inversa de Leontief (captados pela matriz identidade), ou mesmo sobre a utilização dos elementos ao longo da diagonal principal da mesma, tanto no que se refere aos encadeamentos (Miller e Blair, 2009: 557) quanto aos multiplicadores de produção (*ibid*: 278-281). Para os nossos fins, na tentativa de entender os encadeamentos à montante sem que estes tenham como impulso inicial uma alteração da demanda final, devemos recuperar o significado da matriz **H** a partir de sua expressão alternativa apresentada acima, qual seja,  $\mathbf{H} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} - \mathbf{I}$ . Obviamente a subtração da matriz identidade não altera, em termos ordinais, qualquer comparação entre os diferentes multiplicadores para as atividades, excluindo justamente os efeitos iniciais da expansão da inversa de Leontief e mantendo em tela os efeitos diretos e indiretos de encadeamento.

Assim, multiplicadores de produção modificados, a partir de **H**, podem ser representados simplesmente por  $\mathbf{u}'\mathbf{H}$ . Estes, com efeito, continuam sendo não-ponderados no sentido de que somente levam em consideração a estrutura interna da economia, e não o peso que cada atividade tem de acordo com algum critério selecionado. O único problema com isso é que multiplicadores não-ponderados tratam, sem distinção, as “pressões” por aumento da produção em uma atividade, como se fossem originariamente distribuídas equitativamente, com todas atividades exercendo a mesma “influência”. Assim, quando da comparação entre os multiplicadores das diferentes atividades, também não há a consideração do maior ou menor potencial de liderar uma expansão de acordo com o peso das diferentes atividades na economia.

---

162 Proporções da produção total ou da demanda final também são sugeridos por Miller e Blair (2009: 281-282) como alternativas de ponderação.

163 Por vezes chamados de índices de Rasmussen-Hirschman; o trabalho pioneiro de Rasmussen data de 1956 e foi citado por Hirschman (1958: 108) como exemplo para a obtenção de indicadores de encadeamentos à montante que consideram efeitos diretos e indiretos.

164 Nos termos aqui trabalhados não seria equivocado expressar o poder de dispersão por  $n \times \frac{\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{u}}$ . Vale notar que o denominador é um escalar, por isso a fórmula é apresentada como uma fração.

Nossa proposta aqui é de que façamos essa ponderação de acordo com a participação de cada atividade no total do investimento pelo destino; ou seja, uma ponderação de acordo com o investimento realizado por cada atividade. A racionalização aqui é bastante simples: queremos entender os efeitos ao longo da cadeia engendrados por um aumento da produção de bens de capital em uma atividade, para isso ponderando a demanda adicional gerada de acordo com o peso que cada atividade apresenta em relação à própria demanda por bens de capital. Ao expormos os diferentes multiplicadores de produção desse modo ponderados, estes refletirão não somente a estrutura interna da economia, mas também os diferentes pesos da demanda por bens de capital. Assim, as atividades que mais estão expandindo sua capacidade produtiva são justamente aquelas que estão forçando mais do que a média o aumento da produção de bens de capital de todas as outras atividades (lembrando que em se tratando de unidades de capacidade produtiva verticalmente integradas, todas as atividades são produtoras de bens de capital, a despeito de não o serem em termos de unidades físicas).

A chave para transformar esse argumento relativamente trivial na ponderação dos multiplicadores a partir da matriz **H** se encontra no conceito de atividade verticalmente integrada. Consideremos que o aumento da produção de bens de capital na atividade agropecuária (por exemplo) demanda um aumento da produção da indústria de transformação (levando em conta até então somente os coeficientes técnicos). Digamos que essa pressão por mais produção na indústria de transformação se traduz em aumento do investimento nessa atividade, e aqui, apesar de ser também verdade que uma pressão por aumento de produção pode se traduzir em aumento da capacidade produtiva, enfatizemos o lado da complementariedade entre as cadeias: ou essa demanda por bens de capital se distribui ao longo da cadeia, ou os coeficientes técnicos necessariamente se alterarão.

A questão é, como se distribuirá a demanda por novos bens de capital entre as diferentes atividades? A resposta aqui aventada é simples: a partir dos coeficientes técnicos ponderados pela participação apurada de cada atividade no investimento total por destino, tudo isso em termos verticalmente integrados. Assim, no nosso exemplo, a pressão por um aumento na produção de bens de capital a partir da atividade agropecuária, ao implicar (via coeficientes técnicos) uma demanda maior pela produção na indústria de transformação, faz com que essa última realize mais investimentos de acordo com a sua participação na demanda total por investimentos; e isso se estende para todas as outras atividades do sistema econômico.

Lembrando que já definimos nosso vetor-linha de investimento pelo destino (em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada) como  $\mathbf{u}'\mathbf{U}_K$  ou  $\mathbf{u}'\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}$ , e ainda o total do investimento, também nesses termos, por  $\mathbf{u}'\mathbf{U}_K\mathbf{u}$ , basta-nos tomar a razão entre os dois, e teremos o investimento pelo destino como proporção do investimento total:

$$\mathbf{r}' = \frac{\mathbf{u}'\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}}{\mathbf{u}'\mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}'\mathbf{U}_K}{\mathbf{u}'\mathbf{U}_K\mathbf{u}} \quad (3.2)$$

Utilizando essa razão como termo de ponderação, nosso multiplicador ponderado de produção seria representado por  $\mathbf{r}'\mathbf{H}$ . Se quisermos manter a comparabilidade com o caso não-ponderado, basta realizarmos alguma normalização, como por exemplo pelo número de atividades, obtendo assim indicadores similares aos do grau de dispersão de Rasmussen. Assim, teremos  $n \times \frac{\mathbf{u}'\mathbf{H}}{\mathbf{u}'\mathbf{H}\mathbf{u}}$  como um multiplicador não-ponderado e  $n \times \frac{\mathbf{r}'\mathbf{H}}{\mathbf{r}'\mathbf{H}\mathbf{u}}$  para o caso ponderado.

Se quiséssemos, no entanto, manter os vetores-linha resultantes como proporções, assim como as iniciais, não multiplicaríamos as razões pelo número de atividades,  $n$ . Porque se mostrará importante, façamos a definição de uma nova proporção resultante, após a pré-multiplicação pela matriz  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{s}' = \frac{\mathbf{r}'\mathbf{H}}{\mathbf{r}'\mathbf{H}\mathbf{u}} \quad (3.3)$$

### 3.5. Proporções das proporções a partir do investimento pelo destino verticalmente integrado

Algumas questões acerca da relação existente entre  $\mathbf{r}'$  e  $\mathbf{s}'$  poderiam surgir em consequência das definições anteriores: (i) essas proporções podem ser iguais? (ii) sob que condições? (iii) qual o significado disso em termos econômicos?

Inicialmente, tentaremos demonstrar que essas duas proporções não são, via de regra, iguais, exceto em um caso muito especial. Retomando a definição de  $\mathbf{s}'$ , logo acima, o que estaríamos requerendo no caso de uma igualdade é que a pré-multiplicação das proporções iniciais de investimento pela matriz  $\mathbf{H}$  resultasse em um vetor-linha também de proporções, ou seja, um vetor-linha dividido por uma constante, igual ao primeiro.

Formalmente, se  $\frac{\mathbf{r}'\mathbf{H}}{\text{constante}} = \mathbf{s}' \Rightarrow \mathbf{r}'\mathbf{H} = \text{constante} \times \mathbf{s}'$ , a única forma de  $\mathbf{r}'$  ser igual a  $\mathbf{s}'$  é que a multiplicação por um escalar seja equivalente à multiplicação por uma matriz. Se representarmos a constante por  $\lambda_d$  e postularmos tal igualdade, podemos re-escrever essa relação

como  $\mathbf{r}'\mathbf{H} = \mathbf{r}'\lambda_d$ . Vista por esse ângulo, e ainda com a ideia de um escalar que funciona como substituto de uma matriz, claro está que se trata de um típico problema para a determinação de autovalores e autovetores, no qual  $\mathbf{r}'$  tem que ser um autovetor à esquerda da matriz  $\mathbf{H}$  e  $\lambda_d$  um autovalor da mesma ao qual está associado o autovetor.

Dito de outro modo, a única forma dessas duas proporções, antes e depois de pré-multiplicar-se por  $\mathbf{H}$ , ser a mesma, é no caso em que a primeira é um autovetor à esquerda de  $\mathbf{H}$ , o que garante que a segunda proporção também é. Uma vez que estamos tratando de proporções, por definição positivas, necessitamos que todos os elementos deste autovetor sejam positivos. Pelos teoremas de Perron-Frobenius para matrizes não-negativas pode-se provar ainda que este autovetor é único (no qual todos os elementos têm o mesmo sinal), ligado ao autovalor máximo, ou dominante, e, portanto,  $\lambda_d$  representaria justamente este autovalor máximo<sup>165</sup>. Assim, a única forma de obtermos uma relação do tipo  $\mathbf{r}'\mathbf{H} = \mathbf{r}'\lambda_d$  é sendo  $\lambda_d$  um autovalor máximo e  $\mathbf{r}'$  um autovetor à esquerda associado a esse autovalor dominante.

E se, de fato, as proporções do investimento pelo destino pudessem ser expressas por esse autovetor à esquerda ligado ao autovalor dominante? Seria esse o caso, a ser exposto em mais detalhes no apêndice a esse capítulo, no qual o investimento é balanceado. Intuitivamente, seria o caso em que a ponderação feita pela demanda de bens de capital por cada atividade, levando-se em conta os coeficientes tecnológicos existentes, resulta exatamente nas mesmas proporções de investimento, assim, não havendo qualquer indicação de que essas proporções se alterarão a partir da própria produção de bens de capital.

Visto que esse é um caso bastante particular, o que dizer da possibilidade dessas proporções não serem as mesmas? Se ocorre a produção de bens de capital de acordo com as necessidades expressas na proporção inicial de investimentos pelo destino,  $\mathbf{r}'$ , e se essa própria produção gera uma demanda por mais investimentos cuja proporção entre as atividades é definida por  $\mathbf{r}'$ , chegamos, após a realização desses investimentos induzidos, a uma nova proporção  $\mathbf{s}' \neq \mathbf{r}'$ . Supondo que essa nova proporção ainda seja diferente do autovetor à esquerda da matriz  $\mathbf{H}$ , a partir dessa nova proporção  $\mathbf{s}'$  temos um novo potencial indutor de investimento, dado que a produção de bens de capital, agora incorporando a indução a partir das proporções  $\mathbf{r}'$ , vai engendrar uma série de novos investimentos dada por  $\mathbf{s}'\mathbf{H}$ .

---

<sup>165</sup> Para exposições sobre as propriedades de matrizes, autovalores e autovetores e ainda sobre os teoremas de Perron-Frobenius, tudo isso no contexto de uma teoria da produção, consultar os apêndices matemáticos de Pasinetti (1975) e de Kurz e Salvadori (1995). O autovalor máximo, ou dominante, é o maior, em módulo, dos autovalores de uma matriz.

Generalizando, a proporção  $\mathbf{s}'$  é apenas o resultado da primeira rodada de um processo iterativo que se encerra somente quando não houver mais potencial de indução a partir do próprio investimento inicial, que se deu na proporção  $\mathbf{r}'$ . Assim, esse processo se encerra quando as proporções resultantes forem iguais ao autovetor à esquerda ligado ao autovalor dominante da matriz  $\mathbf{H}$ . Uma vez que não estamos mais tratando de duas etapas, conservemos o  $\mathbf{r}'$  e acrescentemos subscritos, a começar de 0 para a proporção inicial, passando para 1 após a primeira rodada e assim sucessivamente. Estamos fazendo, portanto,  $\mathbf{s}' = \mathbf{r}'_1$ .

Exemplifiquemos rapidamente para sumarizar o visto até aqui. Se a proporção inicial do investimento,  $\mathbf{r}'_0$ , for de metade para cada uma das duas atividades desse exemplo, ou seja, um vetor-linha  $\mathbf{r}'_0 = [0,5 \quad 0,5]$ , teremos o seguinte, dada a matriz  $\mathbf{H}$  (os valores estão arredondados para duas casas decimais, somente para fins desse exemplo):

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0,50 & 0,15 \\ 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}, \quad \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{u}} = \mathbf{r}'_1 = [0,65 \quad 0,35], \quad \frac{\mathbf{r}'_1 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_1 \mathbf{H} \mathbf{u}} = \mathbf{r}'_2 = [0,69 \quad 0,31], \quad \frac{\mathbf{r}'_2 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_2 \mathbf{H} \mathbf{u}} = \mathbf{r}'_3 = [0,70 \quad 0,30].$$

Assim, se tivermos um investimento inicial total de 120, já em termos verticalmente integrados, 60 estariam sendo demandados pela primeira atividade e 60 pela segunda. Essa proporção vai se alterando até que se torne estável, passando de 50% em cada atividade para 65% na primeira atividade após a primeira iteração, então para 69% e se estabilizando em 70%. A proporção em  $\mathbf{r}'_3$  já é, em termos aproximados, igual ao autovetor à esquerda de  $\mathbf{H}$  ligado ao autovalor dominante (os autovalores são 0,61 e 0,14). Isso quer dizer que multiplicar essa proporção por  $\mathbf{H}$  não rende mais uma proporção diferente da mesma.

Para que tivéssemos essa proporção final, dado o investimento inicial de 60 efetuado por cada atividade, teríamos que ter uma alteração relativa de 50% para 70% na primeira atividade e de 50% para 30% na segunda atividade, resultando em  $[\begin{smallmatrix} 0,70 \\ 0,30 \end{smallmatrix} / \begin{smallmatrix} 0,50 \\ 0,50 \end{smallmatrix}] = [1,40 \quad 0,60]$ . No entanto, se o investimento inicial de 60 na atividade 2 não se desfaz, ou, em outras palavras, fixando esse investimento em 60 (e não imaginando que este se reduziu para 36), teríamos uma alteração do tipo  $60 \times [\begin{smallmatrix} 1,40 \\ 0,60 \end{smallmatrix} / \begin{smallmatrix} 0,60 \\ 0,60 \end{smallmatrix}] = 60 \times [2,33 \quad 1,00] = [140 \quad 60]$ , resultando num investimento de 140 na atividade 1 e fixado 60 na atividade 2. A proporção final, de 70% de um total de 200 corresponde a esses 140, sendo os 30% restantes correspondentes a 60. Nesse exemplo, o investimento inicial de 120 induziu, ao re-estabelecer a proporção compatível com os coeficientes técnicos, um investimento adicional de 80. Como veremos no capítulo seguinte, essa dinâmica não necessariamente é tão simples (monotonicamente convergente) e rápida (convergindo em 3 iterações) quanto a do nosso exemplo.

Descrições mais formais acerca do método iterativo da potenciação, que nos levaria a tais resultados, podem ser encontradas em Householder (1953: 150-153; 1964: 187-190) e em Jolliffe (2002: 409-410), por exemplo. Generalizando, se temos um vetor de proporções,  $\mathbf{r}'_0$ , que pré-multiplicado pela matriz  $\mathbf{H}$  nos rende um vetor  $\mathbf{r}'_1 = \mathbf{s}'$ , chegaríamos à seguinte representação se levássemos o procedimento iterativo adiante:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}'_1 &= \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{u}} \\ \mathbf{r}'_2 &= \frac{\mathbf{r}'_1 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_1 \mathbf{H} \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^2}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^2 \mathbf{u}} \\ \mathbf{r}'_3 &= \frac{\mathbf{r}'_2 \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_2 \mathbf{H} \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{H} \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^3}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^3 \mathbf{u}} \\ &\vdots \\ \mathbf{r}'_m &= \frac{\mathbf{r}'_{m-1} \mathbf{H}}{\mathbf{r}'_{m-1} \mathbf{H} \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^m}{\mathbf{r}'_0 \mathbf{H}^m \mathbf{u}} \end{aligned}$$

Assim, para  $m \rightarrow \infty$ ,  $\mathbf{r}'_m$  tende ao autovetor à esquerda ligado ao autovalor dominante de  $\mathbf{H}$ , tudo isso válido se pensarmos que os autovetores e as proporções aqui utilizados têm norma (de primeira ordem) igual a um em todas as iterações ( $\|\mathbf{r}'_m\|_1 = 1$ ), *i.e.*, que a soma dos elementos do vetor é sempre igual a um, como o requerido para tratarmos de proporções, e que a matriz  $\mathbf{H}$  de fato possui um autovalor dominante não-múltiplo (como é usual nas aplicações práticas em economia)<sup>166</sup>. Devemos lembrar, portanto, que o vetor  $\mathbf{s}'$  obtido anteriormente é somente o resultado da primeira rodada de um procedimento iterativo que só se encerra quando as proporções se igualam à do referido autovetor.

Ainda, vale notar que à medida que  $m$  vai crescendo, as proporções da matriz  $\mathbf{H}^m$  vão se alterando de modo a tornar todas as linhas proporcionais ao autovetor à esquerda ligado ao autovalor dominante e todas as colunas proporcionais ao autovetor à direita correspondente, o que resulta numa matriz que, se pré-multiplicada (para o caso de um vetor à esquerda; pós-multiplicada para um vetor à direita) por um vetor qualquer, gera como resultado as proporções do autovetor<sup>167</sup>.

166 Na terminologia especializada, a matriz tem que ser primitiva e indecomponível. A velocidade da convergência se dá justamente pela razão entre os dois maiores autovalores, logo, se temos uma raiz múltipla não há convergência; se os dois maiores autovalores são muito próximos a convergência é lenta, mas ocorre. Há ainda a dificuldade imposta por raízes complexas cujas partes reais não são inferiores ao autovalor dominante; nesse caso, não se pode garantir que os vetores de preços ou de quantidades sejam não-negativos, o que é crucial para obtermos algum significado econômico. Colocando o teorema da estabilidade do dual em uma frase, “se o sistema de produção é relativamente estável, o sistema de preços não pode ser, e vice versa” (Jorgenson, 1960: 895). Diferentes exposições desse problema podem ser encontradas em Morishima (1958) e Solow (1959).

167 Esse método se constituía em algoritmo útil para obtenção do autovalor dominante e dos autovetores associados sobretudo quando as dificuldades computacionais eram mais restritivas, o que fazia com que se recorresse a aproximações tão boas quanto maior o número de iterações exequíveis.

Com o objetivo de analisar o sistema de preços, e o controverso tema da transformação de valores em preços como resultado de um longo processo iterativo, Pasinetti (1973: 27-31) recorre ao artifício dos setores verticalmente integrados de ordens superiores, a partir de uma potenciação como em  $\mathbf{H}^m$ , demonstrando como passamos dessa construção altamente abstrata a um poderoso instrumento analítico.

Algumas dessas propriedades podem ser também encontradas no debate acerca da convergência à proporção compatível com o crescimento equilibrado, a partir do teorema da via expressa. Nesse contexto, McKenzie (1963: 175-177) busca provar a convergência ao *turnpike* justamente a partir de um autovetor à esquerda, que é comumente utilizado para a resolução do vetor de preços em um esquema insumo-produto<sup>168</sup>.

Generalizando e introduzindo uma notação formal para as operações de divisão efetuadas no exemplo acima, à luz da convergência ao autovetor agora explicitada, teríamos uma dinâmica de indução do investimento determinada por:

$$\mathbf{d}'_m = \frac{\mathbf{r}'_m \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}}{\min\{\mathbf{r}'_m \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}\}} \quad (3.4)$$

sendo que este vetor-linha resultante representa a divisão de cada elemento do autovetor (atingido na iteração  $m$ ) pela parcela inicial que cada atividade demanda de investimento, tudo isso normalizado pelo menor (mínimo) dos elementos provenientes dessa divisão, de modo a reproduzir a ideia de que estamos fixando o investimento realizado “em excesso” por determinada atividade, uma vez que esse incremento da capacidade não irá se desfazer no processo de ajustamento<sup>169</sup>.

Multiplicando agora o valor do investimento (pelo destino) inicial por cada um desses elementos, obtemos um novo vetor-linha contendo o investimento pelo destino “ajustado”, após o “balanceamento” que decorre diretamente da estrutura de nosso sistema econômico:

$$\mathbf{b}'_m = (\mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{d}}'_m \quad (3.5)$$

Através dessas duas últimas equações, formalizamos uma passagem “direta” das proporções iniciais àquelas contidas no autovetor. Todavia, será útil também retermos que

168 As diversas contradições acerca da trajetória de crescimento equilibrado e da possibilidade de convergência à mesma são apresentadas por Bródy (1970: 112-120).

169 Aqui estamos utilizando o mesmo tipo de argumento de Goodwin (1951: 4) para a duração da fase de baixa do ciclo: “Máquinas, uma vez feitas, não podem ser desfeitas, tal que o investimento negativo é limitado ao desgaste com o uso, com o tempo e com as inovações”. Argumento similar para as dificuldades de recuperação que se devem à lentidão do desinvestimento pode ser encontrado ainda em Hicks (1950: 119). Também por esse motivo restringimos nossa definição de investimento nesse capítulo à formação bruta de capital fixo, negligenciando a variação de estoque.

podemos descrever uma dinâmica rodada a rodada até que a convergência seja atingida. Para tal, teríamos  $\mathbf{d}'_1 = \frac{\mathbf{r}'_1 \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}}{\min\{\mathbf{r}'_1 \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}\}}$  para a primeira rodada,  $\mathbf{d}'_2 = \frac{\mathbf{r}'_2 \hat{\mathbf{r}}_1^{-1}}{\min\{\mathbf{r}'_2 \hat{\mathbf{r}}_1^{-1}\}}$  para a segunda rodada e assim sucessivamente, com o subscrito para  $\mathbf{b}'$  também representando o resultado após cada rodada.

### 3.6. O esquema dinâmico de Leontief e o investimento desbalanceado

A introdução da inversa dinâmica por Leontief (1970) teve a pretensão de tornar possível a análise empírica da “mudança econômica” nos mesmos moldes que sua inversa estática já fazia para um dado período. É crucial nessa análise a definição da matriz  $\mathbf{B}$  como uma matriz quadrada dos coeficientes do estoque de capital necessário à produção. Uma hipótese também importante para o entendimento desse esquema decorre da defasagem do efeito dual do investimento com relação à alteração da capacidade produtiva; apesar de o efeito sobre a renda incidir no mesmo período, o efeito sobre a capacidade só se dá no período seguinte, pois “se assume que os bens de capital produzidos no ano  $t$  são instalados e colocados em operação no ano seguinte,  $t+1$ ” (Leontief, 1970: 295).

Portanto, “para construir seu modelo dinâmico, Leontief adicionou novos elementos também encontrados no modelo de crescimento Harrod-Domar. Nesse último, o investimento é a única fonte de mudanças na produção. O modelo de Leontief poderia ser concebido como um modelo Harrod-Domar multissetorial” (Bródy, 1970: 54). Taylor (1975: 51) e Bonelli e Cunha (1983: 94) descrevem a formulação para o investimento em modelos dinâmicos multissetoriais a partir de uma simples relação para o acelerador. Assim, “é admitido que o acelerador se mantém como uma relação técnica”<sup>170</sup>(Taylor, 1975: 52), desmistificando a relação capital-produto e explicitando que a mesma também reflete as condições técnicas de produção, como objetiva demonstrar Lange (1960). Fechando a analogia, também Jorgenson (1961: 105) anuncia seu propósito de trabalhar com uma “generalização multissetorial do familiar modelo de crescimento Harrod-Domar, a saber, o sistema dinâmico insumo-produto de Leontief”.

A descrição do esquema dinâmico de Leontief foi também apropriada justamente para uma

---

<sup>170</sup> Ver a distinção de Minsky (1954: 20-21) sobre as concepções do acelerador como um parâmetro estrutural (relacionado à técnica) e como um coeficiente do investimento, realizado ou induzido (relacionado ao comportamento).

das expressões do teorema da via expressa. Sobre essa versão, levada até a seara dos testes empíricos por Tsukui (1968)<sup>171</sup>, faz-se uma aplicação para o Japão tentando constatar quão longe está a proporção do produto daquela compatível com o teorema da via expressa. Pela natureza aplicada, são tomadas as versões desse teorema presentes em McKenzie (1963) e Tsukui (1966), idealizadas justamente para um sistema dinâmico de Leontief.

Realizando pequenas adaptações e seguindo nossas definições para as variáveis, podemos representar esse esquema dinâmico a partir de Leontief (1970) por:

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t - \mathbf{B}_{t+1} (\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t) = \mathbf{y}_t$$

Mantendo os coeficientes técnicos constantes, simplesmente por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t - \mathbf{A} \mathbf{x}_t + \mathbf{B} \mathbf{x}_t &= \mathbf{y}_t + \mathbf{B} \mathbf{x}_{t+1} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{x}_t &= \mathbf{y}_t + \mathbf{B} \mathbf{x}_{t+1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Definimos aqui a matriz  $\mathbf{B}$  como uma que relaciona a produção de bens de capital como consumo intermediário realizada no setor  $i$  (ou, em outras palavras, o investimento verticalmente integrado) necessária para atender a demanda do setor  $j$ . Assim como utilizamos o consumo intermediário total para definir a matriz  $\mathbf{A}$ , utilizamos agora o consumo intermediário relativo ao investimento para definir a matriz  $\mathbf{B}$ , que tem que ser  $\mathbf{B} = \mathbf{U}_K \hat{\mathbf{x}}^{-1} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{x}}^{-1}$ . Num contexto diferente, partindo de uma matriz de distribuição pós-multiplicada por uma matriz diagonal contendo as relações incrementais capital-produto setoriais, Bonelli e Cunha (1983: 94) afirmam, equivalentemente, que o elemento típico da matriz  $\mathbf{B}$  “denota o montante do bem  $i$  necessário como capital adicional por unidade de produto no setor  $j$ ”.

Dessa definição, e admitindo que o produto é o mesmo nos períodos  $t$  e  $t+1$ , a fim de que possamos conferir a equação, não é difícil demonstrar que:

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{x} &= \mathbf{y} + \mathbf{B} \mathbf{x} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{y} + \mathbf{B} \mathbf{x}) &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{x} \end{aligned}$$

Para nossos fins, entretanto, a característica mais interessante que emerge dessas definições é que, como  $\mathbf{B} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{x}}^{-1} \Rightarrow \mathbf{B} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}$ , e mais,  $\mathbf{B} \mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{z} = \mathbf{H} \mathbf{j}$ . Assim, podemos re-escrever (3.6) como:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{x}_t = \mathbf{y}_t + \mathbf{H} \mathbf{j}_{t+1} \quad (3.7)$$

Mais uma vez, a relação  $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{y} + \mathbf{H} \mathbf{j})$  também tem que se manter para um período

171 Apesar do texto de Leontief (1970) sobre a inversa dinâmica ter sido publicado em 1970, Tsukui (1968), por exemplo, cita relatório de pesquisa do *Harvard Economic Research Project*, comandado por Leontief, através de um texto de 1953 de autoria do mesmo denominado “Solução numérica geral do sistema insumo-produto dinâmico simples”. Assim, não é de se estranhar que tantos textos sobre a inversa dinâmica “antecipem” o do próprio Leontief.

dado, sem considerar mudanças ao longo do tempo.

Como já nos referimos, ainda é necessário que mudemos a pergunta feita pela maior parte dos modelos dinâmicos multissetoriais: não queremos responder sobre quanto de investimento é necessário para determinado aumento de produção, e sim sobre o impacto que a alteração do investimento induzido de uma atividade a outra vai gerar em termos de produto. Mudando a pergunta, podemos continuar a utilizar o esquema dinâmico de Leontief.

É fácil perceber, todavia, que no nosso esquema poderíamos chegar de um vetor de demanda final até as necessidades de investimento verticalmente integradas, ou às necessidades de consumo intermediário para a produção de bens de capital, através de  $\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ . Ou seja, a partir de  $\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$  chegaríamos em  $\mathbf{Hj}$ , visto que  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{x}$  e que  $\mathbf{Bx} = \mathbf{Hj}$ . Desse modo, não seria absurda a ideia de se estabelecer multiplicadores de produção para o investimento nos mesmos moldes dos usuais, apresentados acima, a partir de  $\mathbf{u}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ . No entanto, isso não responderia à nossa pergunta, mas à tradicional que procura a relação partindo do produto e chegando ao investimento.

Todo o nosso esforço ao longo desse capítulo vai no sentido de estabelecer o potencial de indução de um investimento feito por uma atividade se refletindo em investimento em outras atividades, tudo em termos de unidades de capacidade produtiva verticalmente integradas. Desse modo, o que estamos discutindo é uma potencial alteração em  $\mathbf{Hj}$ . Considerando que, também em termos verticalmente integrados, a soma do investimento pela origem tem que ser igual à soma do investimento pelo destino, uma vez que tenhamos o vetor  $\mathbf{b}'$  resultante, a soma dos elementos deste tem que ser igual à soma dos elementos de nosso  $\mathbf{Hj}$  potencial. Acrescentando um asterisco para distinguir esse  $\mathbf{Hj}$  potencial, e sob a hipótese de que os setores produtores de bens de capital não alteram, para esse período sob análise, sua participação no fornecimento de bens de capital, podemos fazer:

$(\mathbf{Hj})^* = \left( \frac{\mathbf{b}'_m \mathbf{u}}{\mathbf{u}' \mathbf{Hj}} \right) \times \mathbf{Hj}$ , com o termo à direita entre parênteses resultando num escalar representando um multiplicador para quantas vezes  $\mathbf{Hj}$  tem que ser incrementado, ou, alternativamente,

$(\mathbf{Hj})^* = \mathbf{b}'_m \mathbf{u} \times \left( \frac{\mathbf{Hj}}{\mathbf{u}' \mathbf{Hj}} \right)$ , com o termo entre parênteses agora representando um vetor de proporções do investimento pela origem, a serem multiplicadas pela soma do investimento pelo destino “re-balanceado”.

Visto isso, podemos re-escrever (3.7) em termos potenciais também para o total da

produção, observando que o vetor de demanda final inicial permanece inalterado, bem como as matrizes de coeficientes técnicos

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{y} + (\mathbf{H}\mathbf{j})^*) \quad (3.8)$$

Porque se mostrará útil mais adiante, definamos um vetor do valor adicionado em cada atividade,  $\mathbf{v}$ , informação comumente disponível no sistema de contas nacionais, e tomemos a proporção de cada elemento do mesmo com relação ao total da produção na atividade correspondente, de modo que  $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{x}}^{-1}\mathbf{v}$ . Assim, podemos recuperar o valor adicionado em cada atividade através de  $\hat{\mathbf{w}}\mathbf{x}$ . Portanto, podemos definir ainda o potencial de impacto no valor adicionado por cada atividade como:

$$\mathbf{v}^* = \hat{\mathbf{w}}(\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{y} + (\mathbf{H}\mathbf{j})^*) \quad (3.9)$$

### 3.7. Algumas considerações adicionais sobre a dinâmica do investimento induzido

Antes de encerrarmos esse capítulo e partirmos para uma avaliação empírica do apresentado até então, algumas ressalvas são necessárias. Da dinâmica sugerida na qual o investimento desbalanceado induz, ao longo de um período de tempo e através de diversas “rodadas”, o investimento em outras atividades de modo a balanceá-las, não se deve inferir que, na realidade, em algum momento do tempo de fato atingimos um vetor de investimento pelo destino perfeitamente equilibrado. Inferir algo parecido seria incorrer no mesmo erro de afirmar que, porque não podemos observar continuamente o nível de renda compatível com o equilíbrio do multiplicador keynesiano dos gastos autônomos, não há tal mecanismo em funcionamento. Por um motivo simples: também com relação ao investimento não excluimos a possibilidade de determinações completamente autônomas (também quanto ao próprio investimento passado) estarem ocorrendo nas diversas atividades.

A mesma lógica que nos permite entender que, no agregado, o equilíbrio do multiplicador não é atingido a cada período de tempo (cronológico) pela simples razão de que os gastos autônomos se alteram constantemente, também tem que funcionar para entendermos que o investimento realizado (*e.g.*) pela atividade que em determinada circunstância lidera a expansão do investimento agregado não ficará estagnado até que todas as forças (estruturais) que nos impelem a proporções balanceadas cumpram sua tarefa.

Tampouco se pode recorrer à justificativa de que a análise está seriamente comprometida

alegando que os coeficientes tecnológicos mudam a todo momento e tal mecanismo de balanceamento só seria válido para coeficientes constantes. Em primeiro lugar, esses coeficientes não se alteram bruscamente a todo instante e a tentativa de estimar uma série de matrizes ano a ano serve mais de suporte para isso do que prova o contrário. Em segundo lugar, não temos nenhum compromisso com a constância desses coeficientes para além do período em que tal balanceamento se efetive; não utilizaremos os mesmos coeficientes sequer para a estimativa desse período (diferentes coeficientes captarão um período médio para tal), tampouco faremos exercícios que suponham a utilização de uma mesma matriz de coeficientes técnicos entre 1995 e 2008.

Visto que essas considerações já caminham na direção da aplicação empírica, passemos à questão da utilização da capacidade. Como se sabe, esse tema é tão controverso para a teoria do investimento que, mesmo quando se trata do agregado, algum compromisso entre as possibilidades de teorização e o factível empiricamente é necessário. No nosso caso multissetorial, tal compromisso se torna ainda mais complicado: não haveria qualquer dificuldade teórica em ponderarmos de algum modo o vetor **b'** pelos níveis de utilização da capacidade de cada atividade, bastando pré-multiplicar o referido vetor por uma matriz diagonal contendo, por exemplo, alguma forma de desvios normalizados dos níveis de utilização com relação à média. Todavia, tais níveis por atividade não existem para o Brasil, pelo menos não com a mesma formatação das atividades exigida para compatibilização com as matrizes insumo-produto<sup>172</sup>, só nos restando a suposição de que a utilização da capacidade em todas as atividades se encontra em seu nível normal, ou desejado, decorrência direta da falta de qualquer outra hipótese.

Desse modo, nos eximimos de maiores considerações sobre o tema, destacando a notória conexão entre a utilização da capacidade instalada (geral) e o nível de investimento (deflacionado), como no gráfico abaixo, onde está delimitada também a média para o período (82%), acima da qual, poder-se-ia inferir, as pressões sobre o investimento são maiores<sup>173</sup>.

---

172 Para uma matriz muito agregada como a 12 X 12, teríamos a aplicabilidade de índices somente para a indústria da transformação e construção civil. Para matrizes mais desagregadas como a 55 X 55 não mais que 14 atividades poderiam ser compatibilizadas, deixando de lado toda a (complicada) esfera da agropecuária, serviços e administração pública, sobre as quais é realmente difícil falar em utilização da capacidade.

173 Lavoie, Rodríguez e Seccareccia (2004: 139) observam que em uma interpretação marxista para o nível normal de utilização da capacidade, este pode ser tomado pela média da utilização da capacidade efetiva para um dado período, uma vez que a utilização normal representa uma concepção de centro de gravitação. Para uma discussão acerca do conceito de utilização da capacidade, ver Feijó (2006).

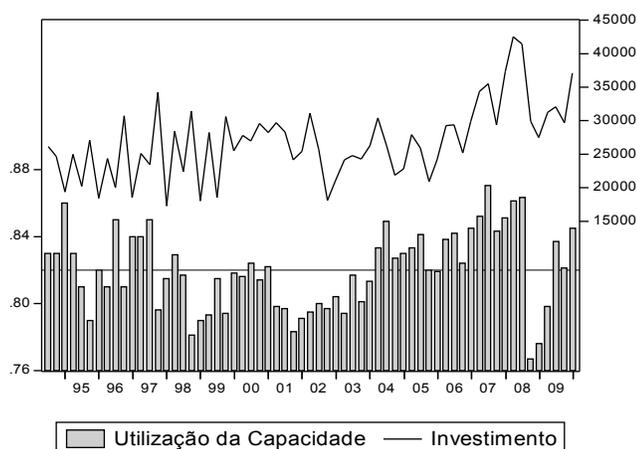


Gráfico 3.1 – Utilização da capacidade instalada e investimento

Como ilustraremos no capítulo seguinte, os principais direcionamentos desse capítulo são compatíveis com os anunciados por Hirschman (1958), visto que os efeitos equilibradores agem como indutores do investimento e quanto maiores os encadeamentos de determinada atividade, maiores são os efeitos de indução do investimento. Todavia, uma diferença crucial tem que ser destacada.

A soma das linhas de uma inversa de Leontief indicando os encadeamentos à montante representa aquilo que pode ser considerado efetivado em um intervalo de tempo, e a análise de Hirschman (1958) trata de destacar justamente o poder desses encadeamentos enquanto indutores de novos investimentos; no entanto, ao trabalharmos com o investimento em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada para cada período, já estamos considerando os investimentos decorrentes desses encadeamentos como dados. O que nos interessa é, a partir daí, analisar a possibilidade de ocorrerem novos investimentos em virtude do balanceamento das proporções de investimento verticalmente integrado.

Sobre o efeito de complementariedade do investimento, Hirschman (1958: 41-44) quebra uma cadeia de raciocínio que considera que o investimento só pode gerar mais investimento indiretamente, a partir do aumento da renda gerando mais poupança e assim mais investimento, e parte para a explicação do investimento induzindo diretamente mais investimento: “Os investimentos em um período fazem surgir investimentos complementares no período seguinte com uma determinação e lógica próprias” (*ibid*: 42).

Estamos longe de afirmar que esse investimento induzido ao longo da cadeia, pelo fato de

tomarmos um determinado período de tempo, ocorre de maneira instantânea ou automática. No entanto, o que estamos procurando é a explicação para um investimento induzido após transcorridos esses efeitos de encadeamento “iniciais”, após ter sido apurado um dado investimento em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada. Por esse motivo nossa explicação não pode residir somente nos multiplicadores simples de produção.

Na interpretação de Gunder Frank (1960), a “estratégia fundamental de desenvolvimento econômico de Hirschman é [...] construir continuamente desestabilizadores ou desequilíbrios na economia e então confiar em suas forças equilibradoras para mover e continuar movendo a economia para longe desse ponto morto. Os desequilíbrios servem como mecanismos de indução, como ele os denomina; e as forças equilibradoras fornecem os “encadeamentos” entre as discontinuidades que têm sido entremeadas entre faixas de continuidade” (Frank, 1960: 433)<sup>174</sup>. É com o funcionamento dessas forças equilibradoras, potencialmente indutoras do investimento, que estivemos preocupados ao longo desse capítulo. E a explicação dessas está além de um determinado período em que os multiplicadores de produção são dados como certos.

“Para resumir as recomendações de Hirschman, podemos assinalar que ele enfatiza o investimento *induzido*. Mas ao contrário dos keynesianos que introduziram esse termo, ele acredita que esse investimento pode ser mais bem induzido nem tanto pela demanda por consumo, mas por outro investimento” (Frank, 1960: 436, grifos no original). Como se sabe, a indução do investimento a partir da renda permeia as análises baseadas no princípio do acelerador e é particularmente cara à tentativa de Hicks (1950: 62) de chegar a “um tipo de 'Super-Multiplicador' que pode ser aplicado para qualquer dado nível de investimento autônomo”<sup>175</sup>.

Não temos a intenção, entretanto, de contestar a estratégia de resolução do problema da instabilidade do modelo de Harrod via investimento (a parcela deste capaz de criar capacidade produtiva) completamente induzido pela renda, concomitante à existência de alguma parte do gasto totalmente autônoma, como na solução do supermultiplicador sraffiano de Serrano (1996;

---

174 A julgar pelo prefácio de Hirschman (1958: viii-ix) para uma reimpressão, escrito em 1961, a interpretação de Gunder Frank está correta, sobretudo no que se refere ao papel dos mecanismos que atuam na direção do balanceamento do investimento, pois com relação aos desequilíbrios não restavam dúvidas, como se conclui de um trecho frequentemente citado: “Se é para manter a economia se movendo adiante, a tarefa da política de desenvolvimento é manter tensões, desproporções e desequilíbrios” (Hirschman, 1958: 66).

175 O próprio Hicks reconhece *a posteriori* que o caráter de autonomia de parte do seu investimento se esvai ao tomarmos uma perspectiva de longo prazo, uma vez que a parte induzida estaria relacionada à renda corrente (e à verificada no passado recente) e a parte autônoma à trajetória de longo prazo da economia, não sendo, desse modo, verdadeiramente autônoma (Hicks, 1950: vii, prefácio à terceira impressão escrito em 1955). A mesma conclusão a partir de um outro ponto de vista pode ser encontrada em Minsky (1954: 81). Uma “generalização multissetorial do supermultiplicador de Hicks” foi perseguida por Morishima e Kaneko (1962: 822).

também em Serrano e Freitas, 2007). Há que se notar que tampouco enfrentamos as questões de grau de utilização da capacidade e da taxa de lucro, cruciais à temática aí proposta, mesmo por não ser nossa intenção trabalhar com uma teoria do longo prazo para a demanda efetiva, mas proceder à sucessão de curtos períodos.

As suposições de que a propensão marginal a consumir reflete uma dada distribuição de renda (capítulo 1) e de que a utilização da capacidade gira em torno de seu nível normal (seção anterior) não entrariam em conflito com parte da resolução do supermultiplicador sraffiano, apesar de tratarmos o investimento como completamente autônomo com relação à renda (juntamente com outras categorias de gasto). Por outro lado, justamente porque não nos perguntamos nada sobre o processo de ajustamento ao longo prazo, de fato não propusemos nenhum mecanismo de ajuste endógeno da distribuição de renda nem da utilização da capacidade; tomando ambas como dadas e visto que utilizamos outros componentes de gasto autônomo (além do investimento), não pode haver incompatibilidade com a conclusão de que o que se ajusta com alterações no investimento é a fração entre a propensão média e a propensão marginal a poupar (Serrano, 1996; Serrano e Freitas, 2007), por mais paradoxal que possa parecer.

Desse modo, nossa explicação do investimento induzindo mais investimento vai na direção de apontar que a regularidade existente entre o nível de renda e o nível de investimento<sup>176</sup>, utilizada como “fato estilizado” que justifica a adoção do acelerador, na verdade está captando os desdobramentos do investimento (que é parte da renda) gerando mais investimento, antes do que refletindo uma evidência comportamental mais bem definida. Em outros termos, a renda serve como uma *proxy* para o próprio investimento na explicação para o investimento induzido.

---

<sup>176</sup> À exceção dos períodos em que ocorrem crises pronunciadas, nos quais a queda do investimento parece preceder a queda na renda agregada; *i.e.*, a despeito de um crescimento da renda podemos observar uma queda do investimento.

### APÊNDICE 3.1 – O CASO DO INVESTIMENTO EQUILIBRADO

Tentaremos expor nesse apêndice, nos termos do nosso próprio modelo, o caso em que o investimento é o requerido para manter a proporção do produto em equilíbrio e, por isso, o investimento feito por uma atividade não induz o investimento em uma outra atividade.

O fato de o vetor da proporção dos investimentos pelo destino ser um autovetor à esquerda de  $\mathbf{H}$ , nos oferece mais do que poderia parecer à primeira vista: este também é autovetor das matrizes  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , a inversa de Leontief, e  $\mathbf{A}$ , a própria matriz de coeficientes técnicos<sup>177</sup>. Numa versão bastante simplificada de um modelo de crescimento equilibrado, a partir de um esquema de Leontief no qual todo o excedente é investido (portanto, o excedente é igual ao investimento,  $\mathbf{j}$ ), poderíamos escrever o seguinte, considerando que o produto cresce a uma taxa constante  $\pi$ , gerando a necessidade de que os meios de produção cresçam à mesma taxa, como em Pasinetti (1975: 250):

$$\begin{aligned}\mathbf{x} - \mathbf{Ax} &= \mathbf{j} \\ \mathbf{x} - \mathbf{Ax} &= \pi \mathbf{Ax}\end{aligned}$$

Disso decorre que  $\mathbf{x} = \mathbf{Ax}(1 + \pi)$ , que pode ser interpretado como um problema de autovetores à direita em que o autovalor dominante,  $\lambda_d$ , é igual a  $1/(1 + \pi)$ :

$$\frac{1}{(1 + \pi)} \mathbf{x} = \mathbf{Ax}$$

Assim, definido o autovalor dominante, teríamos definida a taxa de crescimento consistente com o crescimento equilibrado, sendo que as proporções do produto seriam dadas pelo autovetor à direita de  $\mathbf{A}$ . Isso, naturalmente, se a matriz  $\mathbf{A}$  incorporasse os coeficientes de trabalho e consumo e o excedente fosse dado somente pelo investimento, restrições obrigatórias para esse tipo de dinâmica de crescimento equilibrado.

Como já explicitado, o autovetor associado a esse mesmo autovalor dominante, mas pelo lado contrário, à esquerda, corresponde exatamente às proporções balanceadas de investimento pelo destino. Assim, o mesmo sistema que garante o crescimento equilibrado, a partir das proporções do produto dadas pelo autovetor à direita de  $\mathbf{A}$  e pela taxa de crescimento dada pelo autovalor máximo ligado a essa matriz, garante também as proporções de investimento balanceadas, mediante as quais não há desequilíbrios setoriais do investimento que gerem qualquer indução de um setor ao outro. Nos termos do nosso modelo, se  $\mathbf{r}'$  é um autovetor à

<sup>177</sup> Apesar dos autovalores dessas três matrizes serem diferentes, os autovetores ligados a cada um dos autovalores dominantes serão os mesmos.

esquerda de  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{x}$  é um autovetor à direita, considerando que ambos estão associados ao autovalor dominante dessa matriz.

Demonstremos a ausência de indução, agora utilizando nossas próprias definições para a capacidade de indução do investimento de uma atividade a outra. Se o vetor das proporções iniciais,  $\mathbf{r}'_0$ , é igual ao autovetor à esquerda, a divisão entre os elementos desses dois vetores resultaria sempre em 1. Desse modo, teríamos

$\mathbf{d}'_m = \frac{\mathbf{r}'_m \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}}{\min\{\mathbf{r}'_m \hat{\mathbf{r}}_0^{-1}\}} = \mathbf{u}'$ , com o que  $\mathbf{b}'_m = (\mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{d}}'_m = (\mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}) \hat{\mathbf{u}}' = (\mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}) \mathbf{I} = \mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}$ . Assim, o vetor  $\mathbf{b}'$  resultante após todas as etapas de “balanceamento” é igual ao investimento pelo destino inicial, donde se conclui que não houve qualquer indução.

Se quiséssemos levar a análise adiante, perceberíamos que, na expressão  $(\mathbf{Hj})^* = \left( \frac{\mathbf{b}'_m \mathbf{u}}{\mathbf{u}' \mathbf{Hj}} \right) \times \mathbf{Hj}$ , o escalar entre parênteses resultaria em 1, o que implica que o  $\mathbf{Hj}$  potencial é o mesmo que o efetivo e, portanto,  $\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{y} + (\mathbf{Hj})^*) = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{x}$ .

## CAPÍTULO 4 – TRAJETÓRIA DESBALANCEADA DO INVESTIMENTO: APLICAÇÕES PARA O BRASIL A PARTIR DE MATRIZES INSUMO-PRODUTO

*“O crescimento balanceado que é revelado pelas duas fotografias tiradas em dois diferentes pontos do tempo é o resultado final de uma série de avanços acidentados de um setor seguidos pelo catching-up de outros setores. Se esse catching-up vai além do alvo, como frequentemente acontece, então o cenário está armado para avanços adicionais em outra parte.”*

*Albert Hirschman (1958: 63)*

Apresentamos na primeira seção desse capítulo as hipóteses adotadas para uma compatibilização satisfatória entre os dados obtidos e as necessidades impostas por um esquema insumo-produto teórico, descrevendo brevemente algumas das escolhas efetuadas pelo próprio IBGE. Posteriormente, na seção 4.2, se discute o procedimento executado para a obtenção de matrizes insumo-produto para os anos em que não há disponibilidade de dados. Os dados utilizados para as matrizes insumo-produto são os divulgados pelo IBGE, sempre em milhões de reais, para os anos de 2000 e 2005, ao passo que, para todos os demais anos entre 1995 e 2008, foram realizadas estimativas a partir das tabelas de recursos e usos, também divulgadas pelo IBGE, sendo 2008 o ano mais recente para as mesmas. Utilizamos ainda nesse capítulo dados trimestrais de valor adicionado disponíveis para as 12 atividades listadas mais adiante. Todo o processamento dos dados apresentados nesse capítulo foi efetuado no Mathematica 5.1.

Após a apresentação dos procedimentos necessários para a obtenção do conjunto de matrizes utilizado, ilustramos empiricamente, na seção 4.3, a dinâmica do investimento conforme sugerida no capítulo anterior, destacando-se a natureza da convergência observada e efetuando-se também a aproximação possível com o valor adicionado para um esquema com somente 12 atividades (seção 4.4). Na seção 4.5, são apresentados dados para o debate em torno da ideia de que a renda serve como uma *proxy* para captar o investimento induzido pelo próprio investimento em outras atividades; retoma-se a questão dos encadeamentos na seção 4.6. A última seção tece algumas considerações sobre a sensibilidade dos resultados ao nível de agregação utilizado.

### 4.1. Obtenção das matrizes insumo-produto para o Brasil (1995-2008): considerações preliminares

Para o que se segue, utilizamos como referência, além da própria metodologia do IBGE (2008) para encontrarmos matrizes insumo-produto compatíveis, Guilhoto (2004) para as linhas mais gerais e Guilhoto e Sesso Filho (2005) para a atualização das matrizes a partir das tabelas de

recursos e usos. Para ilustrar o apresentado no capítulo anterior, trabalhamos com matrizes contendo 12 atividades, o que representa um nível de agregação ainda manejável como exemplo, além de ser a desagregação máxima disponível para dados de valor adicionado trimestrais, que serão utilizados adiante.

Nossa primeira tarefa foi adotar hipóteses plausíveis e, acima de tudo, que tornassem nossas matrizes compatíveis com as apresentadas pelo IBGE para os anos de 2000 e 2005; ou seja, a partir das tabelas de recursos e usos para estes anos, adotar as hipóteses e fazer as estimações que tornassem as matrizes aqui obtidas idênticas às divulgadas pelo IBGE (2008). Uma vez que toda a nossa formulação teórica se baseia numa descrição do sistema econômico em que as matrizes refletem as ligações atividade por atividade, necessitamos de algumas operações de transformação dos dados das tabelas de recursos e usos do IBGE para que exista uma equivalência com o capítulo anterior.

Inicialmente, para compatibilizar resultados por produto com resultados por atividade, é necessário fazer uma escolha quanto à tecnologia adotada: se baseada no produto ou baseada no setor. A tecnologia baseada no setor (ou na indústria) parece ter maior aderência à realidade, além de ser a opção que mais se aproxima do modelo original de Leontief (Guilhoto, 2004: 20-21), não por acaso tendo sido o padrão adotado pelo IBGE (2008), também por julgar que a formulação atividade por atividade é mais adequada para captar as relações intersetoriais<sup>178</sup>. Tal escolha implica que estamos admitindo que a participação de cada setor no mercado dos produtos em que atua se mantém constante<sup>179</sup>, para o que se faz necessária a estimação de uma matriz de parcela de mercado (comumente chamada de matriz de *market-share*).

Esta pode ser estimada do seguinte modo: visto que temos um matriz de produção  $\mathbf{V}$  que nos apresenta para cada atividade o valor da produção de cada um dos produtos e ainda um vetor  $\mathbf{q}$  com o total da produção por produto, basta fazer  $\mathbf{D} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{q}}^{-1}$ , com  $\mathbf{D}$  fixando, para cada produto, a proporção das atividades que o produzem. Assim, essa matriz  $\mathbf{D}$  de parcela de mercado serve para transformar um vetor-coluna expresso em termos de produto em um outro vetor-coluna expresso em termos de atividade.

De maneira geral, a “matriz de produção nos informa o que cada indústria (setor) da economia produz de cada produto, enquanto que a matriz de usos e recursos fornece a quantidade

178 Enquanto a escolha da tecnologia baseada no produto privilegiaria as relações tecnológicas, não havendo qualquer critério implícito de superioridade entre uma escolha e outra, e sim de adequação ao objeto (IBGE, 2008).

179 No caso contrário, da tecnologia baseada no produto, essa participação pode ser alterada e o que se mantém constante é a cesta produzida por cada atividade (que pode se alterar no caso da tecnologia baseada na indústria).

de insumos que cada setor utiliza para realizar a sua produção, ou melhor, o seu conjunto de produtos” (Guilhoto, 2004: 19). Assim, precisamos destacar a diferença entre componentes específicos obtidos em termos de produto e os obtidos em termos de atividade. Uma vez que cada atividade produz mais de um produto, não é a mesma coisa tomar o que se considera o produto de determinada atividade e o total produzido por essa mesma atividade: por exemplo, para o ano de 2008, mais de 3% do produto considerado como da indústria extrativa foi produzido no âmbito da indústria de transformação, enquanto que mais de 1% do produto tido como da indústria de transformação foi de fato produzido no âmbito da atividade agropecuária.

Apesar de manter em vista que a análise do capítulo anterior é pensada inteiramente em termos de atividade, alguns dos dados são obtidos em termos de produto: (i) a demanda final é originalmente obtida em termos de valor demandado de cada produto (e não de cada atividade), ou seja, temos a demanda pelo que se considera produto de determinada atividade, o qual não necessariamente é inteiramente produzido por esta; (ii) o consumo intermediário obtido está em termos do valor do produto utilizado por cada atividade, *i.e.*, quanto do que se considera produto de uma dada atividade é utilizado como insumo para a produção total de uma outra atividade (e não para o produto desta outra). Por outro lado, como mencionado acima, os dados relativos à produção destacam quanto cada atividade produz em valor do produto da própria e de todas as outras atividades em que esta esteja envolvida, daí a obtenção da matriz **D** de parcela de mercado, utilizada para as transformações necessárias.

Como o que obtemos diretamente do IBGE é uma matriz de consumo intermediário expressando os valores do produto utilizado por cada atividade (digamos, **Z**), nossa matriz **A** não pode ser encontrada diretamente por  $\mathbf{Z}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$ , como o efetuado no capítulo anterior a partir de  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$ , mas agora corresponde a  $\mathbf{A} = \mathbf{D}\mathbf{Z}\hat{\mathbf{x}}^{-1} = \mathbf{U}\hat{\mathbf{x}}^{-1} \Rightarrow \mathbf{U} = \mathbf{D}\mathbf{Z}$ , sendo **x** o vetor de produção total por atividade (logo,  $\mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{q}$ ). Do mesmo modo, se temos um vetor de demanda final expresso por produto (digamos, **f**), como é o caso na prática, este precisa ser transformado para um vetor expresso por atividade, tal que tenhamos  $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{f}$ . Em síntese, transformando todos os componentes que são encontrados por produto para seus equivalentes por atividade, para que utilizamos a matriz de parcela de mercado, podemos trabalhar com o esquema de Leontief usual<sup>180</sup>. Com relação ao capítulo anterior, basta entender que todas as matrizes são atividade por

---

180 Uma descrição desse procedimento consta em IBGE (2008) e Grijó e Bêrni (2006); de maneira muito mais completa e pormenorizada em Guilhoto (2004), inclusive no que se refere à tecnologia baseada no produto e ao esquema produto por produto, ao invés de atividade por atividade.

atividade e todos os vetores estão expressos por atividade, o que vale também para o vetor de investimento por origem, que é uma parcela da demanda final.

Uma outra compatibilização necessária diz respeito à valoração dos dados apresentados nas tabelas de recursos e usos. Os dados para a produção por atividade, por exemplo, estão valorados a preços básicos, enquanto que os dados acerca do consumo intermediário por atividade estão valorados a preços de consumidor. A passagem de preços básicos a preços de consumidor, explícita no caso da apresentação das contas de produção (por produto), se dá pela soma dos impostos indiretos líquidos de subsídios com as margens de comércio e de transporte. Uma vez que estejamos interessados em entender a estrutura de relações intersetoriais atinentes à produção de um sistema econômico, devemos desconsiderar da análise as margens de comércio e transporte, bem como os impostos indiretos incidentes, e empiricamente isso é o mais próximo que conseguimos chegar dos desenvolvimentos originais de modelos insumo-produto, pensados em termos de quantidades físicas de mercadorias. Necessitamos ainda desconsiderar a parcela referente às importações, no total da oferta de produtos, se quisermos manter a compatibilidade com a produção e elucidar as conexões intersetoriais de um sistema econômico nacional.

Assim, o que se necessita é a conversão de todos os itens expressos em preços de consumidor para preços básicos. Isso não constitui nenhum problema para o usuário de matrizes insumo-produto no que se refere aos anos em que temos uma divulgação completa das mesmas (2000 e 2005 no nosso caso), uma vez que a matriz de consumo intermediário é fornecida tanto em termos de preços de mercado (de consumidor) quanto em termos de preços básicos. No entanto, para efetuar uma atualização dessas matrizes a partir de dados preliminares das contas nacionais (Guilhoto e Sesso Filho, 2005; Grijó e Bêrni, 2006), alguma estratégia para realizar essa conversão tem que ser seguida. Relataremos em linhas gerais na seção seguinte, portanto, a estratégia de conversão aqui utilizada, tecendo ainda comparações entre as estimativas obtidas para o ano de 2005 e as matrizes oficialmente divulgadas pelo IBGE, visto que há disponibilidade dos dados completos para as matrizes insumo-produto nesse ano.

#### 4.2. O procedimento de Guilhoto e Sesso Filho (2005) e comparações entre as matrizes obtidas

Colocando em nossos termos, simplificados, o procedimento sugerido por Guilhoto e Sesso Filho (2005) resumidamente consiste em buscar uma forma de distribuir os componentes que respondem pela diferença entre a oferta nacional a preços básicos e a oferta global a preços de

consumidor, distribuição essa a ser realizada entre os elementos de uma matriz de usos de bens e serviços (considerando, para tal, tanto o consumo intermediário das atividades quanto a demanda final). Aqui, tomando conjuntamente os componentes que respondem por essa diferença, poderíamos chegar à explicação a seguir.

Dividindo cada componente do consumo intermediário, em termos de produtos  $i$  destinados a cada atividade  $j$ , pela demanda total por produtos (isto é, fazendo  $\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{Z}$ ), tudo a preços de consumidor<sup>181</sup>, e também cada componente da demanda final pela demanda total (fazendo  $\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{f}$ ), temos as proporções (a soma das colunas da matriz resultante com o vetor-coluna resultante tem que ser igual a um) segundo as quais cada produto é distribuído em termos de demanda total. Se supusermos que os componentes relativos às margens de comércio e transporte, impostos indiretos líquidos de subsídios e importações são distribuídos de acordo com essas mesmas proporções, podemos fazer o seguinte: (i) primeiro, a soma desses componentes pode ser representada por um vetor-linha  $\mathbf{c}' = \mathbf{q}' - \mathbf{u}'\mathbf{V}$ , que responde justamente pela diferença entre a oferta total a preços de consumidor e a oferta doméstica a preços básicos; (ii) posteriormente, distribuir cada componente desse vetor pelas proporções encontradas acima, resultando numa matriz  $\hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{Z}$  para a distribuição entre os elementos do consumo intermediário e num vetor  $\hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{f}$  para a distribuição entre os elementos da demanda final; (iii) finalmente, basta tomar a matriz de consumo intermediário a preços de consumidor e subtrair essa matriz com a distribuição realizada anteriormente que chegamos numa estimativa para a matriz de consumo intermediário a preços básicos; o mesmo vale para o vetor de demanda final.

Formalmente, a partir da metodologia sugerida por Guilhoto e Sesso Filho (2005), utilizada aqui numa versão bastante simplificada, a estimativa para a matriz de consumo intermediário a preços básicos pode ser representada por  $\mathbf{Z}_{EST} = \mathbf{Z} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{Z} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1})\mathbf{Z}$ . Analogamente, para o vetor de demanda final a preços básicos por  $\mathbf{f}_{EST} = \mathbf{f} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{f} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1})\mathbf{f}$ . A simplificação aqui utilizada consiste basicamente em não separar os componentes entre, de um lado, margens de comércio e transporte e impostos indiretos líquidos de subsídios e, de outro lado, importações e impostos relacionados às mesmas. Fazendo essa separação, o que Guilhoto e Sesso Filho (2005) propõem<sup>182</sup> é que não se aloque para as exportações componentes de importação e imposto de

181 Não utilizaremos subscritos para diferenciar as matrizes a preços básicos das matrizes a preços de consumidor, já que o objetivo das estimativas é justamente chegar a preços básicos. Todas as matrizes  $\mathbf{Z}$  sem subscritos estão a preços de consumidor enquanto posteriormente diferenciaremos as matrizes estimadas por EST e as já divulgadas pelo IBGE a preços básicos por IBGE.

182 Corretamente, como deve ficar claro. Seguiremos essa proposta para algumas comparações com matrizes mais desagregadas, destacando os ganhos em termos de redução dos erros que isso nos possibilita. Por ora,

importação, calculando coeficientes separados para esses dois grandes grupos.

Devemos ter em mente que a partir desse procedimento podemos obter todo o conjunto de matrizes necessário à compatibilização pretendida: obtidos, a preços básicos, a matriz  $\mathbf{Z}$  e o vetor  $\mathbf{f}$ , podemos obter um vetor  $\mathbf{q} = \mathbf{Z}\mathbf{u} + \mathbf{f}$ , também a preços básicos<sup>183</sup>, e daí  $\mathbf{D} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{q}}^{-1}$ ,  $\mathbf{A} = \mathbf{D}\mathbf{Z}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$  e  $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{f}$ , tudo valorado a preços básicos, lembrando que  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{x}$  já obedeciam a essa valoração. Desse modo, nos é possível conferir as relações mais básicas do esquema de Leontief, por exemplo, que  $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$  para qualquer ano desejado, a partir dos dados divulgados nas tabelas de recursos e usos. Uma vez que o vetor de produção total por atividade,  $\mathbf{x}$ , é divulgado a preços básicos, podemos conferir a consistência das estimativas a preços básicos para qualquer ano observando se a igualdade  $\mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{q}$  se mantém; e esta tem que se manter tanto para os valores obtidos a preços de mercado quanto para os calculados a preços básicos, sendo que  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{q}$  diferirão entre si a depender da forma de valoração adotada, mas têm que manter a consistência após a multiplicação.

Logicamente tal tipo de consistência não é exclusividade da metodologia adotada. Assim, cabe notar que Grijó e Bêrni (2006) adotam um procedimento diferente, a partir da obtenção de uma matriz de *mark-up* a ser aplicada na transformação do consumo intermediário para preços básicos; são calculadas distintas matrizes para componentes desse *mark-up* e a transformação efetuada a partir daí é encarada somente como uma projeção inicial para que se inicie um processo iterativo de balanceamento das matrizes (método RAS), fazendo com que as mesmas converjam para o somatório das linhas disponível. Depois de obtidos os *mark-ups* para um ano em que haja tal disponibilidade de dados, ter-se-ia que fazer a hipótese um tanto heroica (ou, pragmaticamente, a que está disponível) de que estes permanecem constantes com o passar do tempo<sup>184</sup>.

Tomando o ano de 2005, listemos, para fins de comparação, as matrizes de consumo intermediário produto X atividade divulgada pelo IBGE a preços básicos e estimada tendo por base Guilhoto e Sesso Filho (2005), considerando as seguintes atividades, por ordem, de acordo com a classificação do IBGE:

---

manteremos o caso mais simples possível.

183 Esse vetor  $\mathbf{q}$  assim obtido sempre será igual ao vetor a preços básicos divulgado pelo IBGE, apesar de  $\mathbf{Z}\mathbf{u}$  e  $\mathbf{f}$  não o serem. As hipóteses adotadas para a obtenção da matriz  $\mathbf{Z}$  e do vetor  $\mathbf{f}$  a preços básicos tratam justamente da repartição dos componentes citados entre os diversos elementos da matriz de consumo intermediário e da demanda final. Somando o total do consumo intermediário e da demanda final, por produto, obteremos sempre o vetor “correto” de produção total por produto.

184 De acordo com Grijó e Bêrni (2006: 31), baseando-se no “postulado de inflexibilidade das matrizes de *mark-ups*”.

1. Agropecuária
2. Indústria extrativa
3. Indústria de transformação
4. Produção e distribuição de eletricidade e gás, água e esgoto e limpeza urbana
5. Construção civil
6. Comércio
7. Transporte, armazenagem e correio
8. Serviços de informação
9. Intermediação financeira, seguros e previdência complementar e serviços relacionados
10. Atividades imobiliárias e aluguéis
11. Outros serviços
12. Administração, saúde e educação públicas e seguridade social

$$\mathbf{Z}_{IBGE} = \begin{pmatrix} 16588 & 0 & 104143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1697 & 281 \\ 1144 & 6289 & 65336 & 4220 & 1692 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28 & 29 \\ 46720 & 14680 & 417444 & 7375 & 41152 & 16277 & 38916 & 7537 & 6397 & 1155 & 62991 & 21535 \\ 999 & 4268 & 38249 & 29842 & 324 & 4902 & 2578 & 2023 & 1038 & 162 & 9204 & 6574 \\ 0 & 1420 & 1573 & 9 & 3414 & 186 & 23 & 592 & 1184 & 4051 & 2674 & 10356 \\ 7419 & 2042 & 62451 & 1291 & 8751 & 6571 & 6067 & 1402 & 1549 & 220 & 13822 & 4599 \\ 4101 & 10962 & 46088 & 2263 & 2212 & 13218 & 15486 & 3074 & 2082 & 239 & 9555 & 3556 \\ 554 & 3852 & 14373 & 1641 & 322 & 4110 & 2074 & 23025 & 7843 & 325 & 25276 & 19228 \\ 2203 & 2039 & 25732 & 1809 & 1430 & 5661 & 3712 & 3311 & 23050 & 607 & 3896 & 29891 \\ 229 & 826 & 6748 & 419 & 133 & 7120 & 775 & 3699 & 1234 & 618 & 4548 & 7607 \\ 63 & 5924 & 26506 & 5874 & 2341 & 16107 & 10680 & 12691 & 14400 & 1801 & 25492 & 30268 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{EST} = \begin{pmatrix} 16822 & 0 & 100633 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1956 & 332 \\ 1271 & 5085 & 72385 & 3406 & 1817 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 29 \\ 40576 & 13478 & 407186 & 7692 & 43667 & 15808 & 35956 & 7933 & 6501 & 1235 & 63350 & 22919 \\ 1178 & 3523 & 31678 & 26856 & 382 & 5777 & 2284 & 1667 & 1224 & 190 & 10845 & 7746 \\ 0 & 1436 & 1591 & 9 & 3640 & 188 & 23 & 599 & 1197 & 4097 & 2703 & 10475 \\ 0 & 0 & 102838 & 0 & 1414 & 149656 & 0 & 0 & 0 & 0 & 277 & 0 \\ 2801 & 12217 & 38223 & 2415 & 1104 & 16456 & 15447 & 3366 & 2307 & 254 & 8938 & 3366 \\ 534 & 3312 & 12570 & 1389 & 363 & 3957 & 1797 & 20696 & 9239 & 313 & 25597 & 18693 \\ 2264 & 2095 & 27051 & 1868 & 1489 & 5867 & 3859 & 3414 & 23696 & 622 & 4195 & 30135 \\ 220 & 4482 & 6956 & 428 & 513 & 7588 & 1843 & 5149 & 1278 & 613 & 6236 & 8277 \\ 59 & 6165 & 27576 & 6079 & 2512 & 16598 & 10251 & 13018 & 14882 & 1895 & 25956 & 29984 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por se tratarem de estimativas, existem desvios com relação à do IBGE, tomada como referência (as matrizes apresentadas acima estão aproximadas de modo a não apresentarem casas decimais, mas os cálculos foram realizados com o maior nível de precisão possível). Como pode ser facilmente observado, as maiores distorções se encontram na linha 6, correspondente à atividade de comércio, refletindo certo “viés de distribuição da margem de comércio, alocando valores adicionais para o consumo intermediário, o que causa variações dos valores de indicadores econômicos.” (Guilhoto e Sesso Filho, 2005: 22).

Na tentativa de estabelecer algum critério para a medição desses erros, com relação aos valores divulgados pelo IBGE, poderíamos partir da subtração de uma matriz pela outra; elevando cada elemento resultante dessa subtração ao quadrado (uma vez que existem tanto

desvios positivos quanto negativos), e finalmente somando todos os elementos já elevados ao quadrado, isto é, tomando a soma dos quadrados dos desvios para as estimativas, obtivemos uma magnitude da ordem de  $4,24 \times 10^9$ , que pode ainda ser ponderada pela número de elementos ( $n^2 = 144$ ) de modo a obtermos uma média dos quadrados dos desvios da ordem de  $2,94 \times 10^7$ . Fazendo o mesmo para os vetores de demanda final, apresentados transpostos abaixo, teríamos  $1,95 \times 10^{10}$  e  $1,63 \times 10^9$ .

$$\mathbf{f}'_{BGE} = \begin{vmatrix} 56583 & 29991 & 646445 & 34537 & 141559 & 178415 & 70489 & 38814 & 95554 & 164745 & 283250 & 415943 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{f}'_{EST} = \begin{vmatrix} 59548 & 24707 & 662322 & 41351 & 141082 & 40415 & 76430 & 42977 & 92340 & 155118 & 280423 & 415943 \end{vmatrix}$$

Como o objetivo final mais usual das estimações de um esquema insumo-produto é o de obter a inversa de Leontief, nos concentremos nos erros atinentes à mesma. A média dos quadrados dos desvios é de  $6,93 \times 10^{-3}$  e, como veremos, se deve em grande medida, mais uma vez, a distorções introduzidas na atividade de comércio, entenda-se uma distribuição ineficiente das margens de comércio ao longo dos componentes de consumo intermediário. Essas distorções também se tornam evidentes na linha 6 da matriz inversa de Leontief, apresentada logo adiante. Se excluíssemos essa linha<sup>185</sup>, nossa média dos quadrados dos desvios cairia para  $4,00 \times 10^{-4}$ .

Para termos uma referência melhor sobre a magnitude dessas distorções, se trabalhássemos com o esquema de Leontief para 110 produtos e 55 setores, estimando as matrizes exatamente do mesmo modo que procedemos até aqui para esse mesmo ano de 2005, nossa média dos quadrados dos desvios<sup>186</sup> seria de  $1,60 \times 10^{-3}$ ; retirando a linha correspondente à atividade de comércio (42 nesse caso),  $9,74 \times 10^{-5}$ . Daí concluímos que os ganhos provenientes da desagregação são inferiores aos obtidos com a exclusão dessa atividade.

Essas distorções levaram Guilhoto e Sesso Filho (2005: 22) ao anúncio de que “o desenvolvimento da metodologia apresentada inclui o cálculo de coeficientes que permitem distribuir de forma mais correta a margem de comércio para o consumo intermediário e a demanda final”. Em Guilhoto e Sesso Filho (2010), as estimativas já levam em conta algum procedimento *ad hoc* de correção das margens de comércio e transporte, no que concerne à sua distribuição nessas atividades, e ainda da atividade correspondente à intermediação financeira e seguros, como se pode conferir através das matrizes recentemente divulgadas<sup>187</sup>.

185 O que na prática significa pré-multiplicar um tipo de matriz identidade modificada, de modo que o elemento relativo à atividade seja nulo. Assim, para calcular a média dos quadrados dos desvios devemos fazer uma ponderação que exclua esses  $n$  elementos transformados em zero.

186 Naturalmente, ajustada para o número de elementos que agora é de  $55^2=3025$  e não mais de  $12^2=144$ .

187 As matrizes estimadas de acordo com essa metodologia foram divulgadas na segunda semana de julho de 2011 e estão disponíveis em <http://www.usp.br/nereus>.

O fato de não considerarmos a distinção entre o grupo de importação e imposto de importação e o grupo dos componentes restantes, para que não aloquemos o primeiro na demanda final de exportações, nos traz um ônus, em termos de distorções, muito menor. Poderíamos assim resumir a alteração necessária, definindo um vetor  $\mathbf{e}$  para exportações e um vetor  $\mathbf{m}$  para importações e impostos de importação: redefinindo  $\mathbf{c}' = \mathbf{q}' - (\mathbf{u}'\mathbf{V} + \mathbf{m}')$  e fazendo  $\mathbf{g} = \mathbf{q} - \mathbf{e}$ ,

$$\mathbf{Z}_{EST} = \mathbf{Z} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{m}}\hat{\mathbf{g}}^{-1}\mathbf{Z} \text{ e } \mathbf{f}_{EST} = \mathbf{f} - \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{f} - \hat{\mathbf{m}}\hat{\mathbf{g}}^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{e}).$$

Trabalhando ainda com o esquema 110 X 55 para o ano de 2005, observamos que a média dos quadrados dos desvios caiu de  $1,60 \times 10^{-3}$  para  $1,56 \times 10^{-3}$  quando fizemos essa modificação. Por outro lado, pelo fato de o procedimento específico adotado em Guilhoto e Sesso Filho (2010) para distribuição das margens de comércio, transporte e da atividade de intermediação financeira não ter sido explicitado, testamos a adoção de uma hipótese também *ad hoc* e extrema com relação à distribuição de todos os componentes que ligam a oferta doméstica a preços básicos à oferta total a preços de consumidor entre os elementos da matriz de usos para a atividade de comércio: a de que nada é distribuído entre os elementos de consumo intermediário, recaindo o peso somente sobre a demanda final.

De volta ao esquema 12 X 12, procedendo dessa forma, a única alteração seria nos componentes não-nulos da linha 6: onde tínhamos 102838, 1414, 149656 e 277, teríamos agora, respectivamente, 3710, 51, 5399 e 10. Percebe-se que onde estava sendo detectado um erro de sobre-alocação para os componentes de consumo intermediário (concomitante à distribuição ineficiente), agora estamos gerando necessariamente um viés de sub-alocação, sobrecarregando o valor correspondente a essa atividade no vetor de demanda final.

Com essa alteração, a média dos quadrados dos desvios cairia para  $3,03 \times 10^{-4}$ , portanto, menor do que a obtida anteriormente com a exclusão da linha. Assim, os ganhos com esse tipo de ajuste, por mais arbitrário que seja, superam em muito os ganhos provenientes da desagregação e, ainda que desagreguemos nossa matriz e consideremos separadamente importações e exportações, os ganhos são inferiores aos obtidos com esse ajuste.

Analisemos as inversas de Leontief nas versões do IBGE, estimada anteriormente (EST) e agora ajustada desse modo (AJ). Logo abaixo, constam os respectivos vetores de demanda final por atividade,  $\mathbf{y}$ , e o vetor de produção total  $\mathbf{x}$ . Lembrando que as hipóteses alternativas para a obtenção das estimativas tratam da distribuição dos componentes entre o consumo intermediário e a demanda final, a pós-multiplicação do vetor de demanda final por atividade pela inversa de

Leontief, em sua versão correspondente, resulta no mesmo vetor de produção total por atividade.

$$\mathbf{y}_{IBGE} = \begin{pmatrix} 63975 \\ 29947 \\ 639443 \\ 34213 \\ 142077 \\ 178639 \\ 69765 \\ 38297 \\ 95915 \\ 146116 \\ 292792 \\ 425147 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_{EST} = \begin{pmatrix} 67105 \\ 24815 \\ 654691 \\ 40887 \\ 141555 \\ 46286 \\ 75545 \\ 43025 \\ 92680 \\ 137545 \\ 283614 \\ 424909 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_{AJ} = \begin{pmatrix} 67118 \\ 24870 \\ 654995 \\ 40888 \\ 141555 \\ 281130 \\ 75627 \\ 41972 \\ 92680 \\ 137609 \\ 293667 \\ 425560 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 194477 \\ 106910 \\ 1314604 \\ 132635 \\ 167672 \\ 294390 \\ 180898 \\ 140269 \\ 199331 \\ 176258 \\ 446368 \\ 432871 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}_{IBGE} = \begin{pmatrix} 1,1361 & 0,0315 & 0,1447 & 0,0159 & 0,0412 & 0,0132 & 0,0397 & 0,0154 & 0,0098 & 0,0024 & 0,0309 & 0,0138 \\ 0,0303 & 1,0794 & 0,0846 & 0,0506 & 0,0332 & 0,0079 & 0,0223 & 0,0091 & 0,0056 & 0,0016 & 0,0156 & 0,0081 \\ 0,4309 & 0,3124 & 1,5832 & 0,1563 & 0,4137 & 0,1297 & 0,3965 & 0,1500 & 0,0947 & 0,0241 & 0,2657 & 0,1276 \\ 0,0282 & 0,0736 & 0,0693 & 1,2962 & 0,0235 & 0,0308 & 0,0407 & 0,0333 & 0,0159 & 0,0028 & 0,0426 & 0,0297 \\ 0,0016 & 0,0166 & 0,0044 & 0,0022 & 1,0224 & 0,0025 & 0,0023 & 0,0076 & 0,0083 & 0,0237 & 0,0082 & 0,0267 \\ 0,0674 & 0,0489 & 0,0890 & 0,0275 & 0,0781 & 1,0359 & 0,0639 & 0,0294 & 0,0208 & 0,0047 & 0,0523 & 0,0260 \\ 0,0505 & 0,1395 & 0,0807 & 0,0398 & 0,0405 & 0,0595 & 1,1175 & 0,0412 & 0,0224 & 0,0037 & 0,0431 & 0,0218 \\ 0,0160 & 0,0628 & 0,0346 & 0,0312 & 0,0151 & 0,0271 & 0,0313 & 1,2106 & 0,0624 & 0,0040 & 0,0807 & 0,0669 \\ 0,0287 & 0,0393 & 0,0456 & 0,0285 & 0,0243 & 0,0295 & 0,0399 & 0,0400 & 1,1373 & 0,0052 & 0,0227 & 0,0861 \\ 0,0059 & 0,0133 & 0,0121 & 0,0072 & 0,0057 & 0,0248 & 0,0096 & 0,0315 & 0,0097 & 1,0036 & 0,0147 & 0,0200 \\ 0,0264 & 0,0943 & 0,0623 & 0,0757 & 0,0401 & 0,0747 & 0,0917 & 0,1283 & 0,0968 & 0,0133 & 1,0850 & 0,0944 \\ 0,0025 & 0,0056 & 0,0046 & 0,0078 & 0,0025 & 0,0032 & 0,0048 & 0,0044 & 0,0029 & 0,0004 & 0,0037 & 1,0032 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}_{EST} = \begin{pmatrix} 1,1300 & 0,0282 & 0,1393 & 0,0149 & 0,0415 & 0,0260 & 0,0352 & 0,0152 & 0,0098 & 0,0025 & 0,0304 & 0,0139 \\ 0,0290 & 1,0666 & 0,0910 & 0,0415 & 0,0365 & 0,0171 & 0,0217 & 0,0096 & 0,0061 & 0,0018 & 0,0164 & 0,0088 \\ 0,3655 & 0,2869 & 1,5712 & 0,1504 & 0,4275 & 0,2594 & 0,3599 & 0,1508 & 0,0964 & 0,0251 & 0,2610 & 0,1306 \\ 0,0234 & 0,0596 & 0,0615 & 1,2587 & 0,0215 & 0,0661 & 0,0339 & 0,0281 & 0,0168 & 0,0029 & 0,0441 & 0,0318 \\ 0,0015 & 0,0176 & 0,0050 & 0,0020 & 1,0241 & 0,0055 & 0,0024 & 0,0079 & 0,0086 & 0,0240 & 0,0085 & 0,0271 \\ 0,0553 & 0,0488 & 0,2346 & 0,0258 & 0,0813 & 1,9971 & 0,0581 & 0,0291 & 0,0191 & 0,0047 & 0,0441 & 0,0242 \\ 0,0375 & 0,1488 & 0,0812 & 0,0390 & 0,0327 & 0,1387 & 1,1136 & 0,0426 & 0,0237 & 0,0036 & 0,0401 & 0,0209 \\ 0,0133 & 0,0543 & 0,0340 & 0,0264 & 0,0148 & 0,0492 & 0,0273 & 1,1873 & 0,0710 & 0,0039 & 0,0796 & 0,0647 \\ 0,0275 & 0,0399 & 0,0512 & 0,0285 & 0,0258 & 0,0609 & 0,0404 & 0,0410 & 1,1422 & 0,0055 & 0,0238 & 0,0875 \\ 0,0065 & 0,0472 & 0,0198 & 0,0089 & 0,0096 & 0,0539 & 0,0164 & 0,0429 & 0,0116 & 1,0038 & 0,0197 & 0,0227 \\ 0,0230 & 0,0988 & 0,0801 & 0,0752 & 0,0426 & 0,1929 & 0,0883 & 0,1306 & 0,1013 & 0,0140 & 1,0863 & 0,0946 \\ 0,0020 & 0,0055 & 0,0051 & 0,0071 & 0,0024 & 0,0093 & 0,0045 & 0,0044 & 0,0031 & 0,0005 & 0,0037 & 1,0032 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}_{AJ} = \begin{pmatrix} 1,1293 & 0,0276 & 0,1361 & 0,0146 & 0,0404 & 0,0126 & 0,0344 & 0,0148 & 0,0096 & 0,0024 & 0,0298 & 0,0136 \\ 0,0285 & 1,0662 & 0,0890 & 0,0413 & 0,0358 & 0,0082 & 0,0212 & 0,0094 & 0,0060 & 0,0018 & 0,0161 & 0,0086 \\ 0,3583 & 0,2808 & 1,5401 & 0,1472 & 0,4168 & 0,1263 & 0,3525 & 0,1474 & 0,0942 & 0,0245 & 0,2554 & 0,1277 \\ 0,0216 & 0,0581 & 0,0537 & 1,2578 & 0,0188 & 0,0328 & 0,0320 & 0,0272 & 0,0162 & 0,0028 & 0,0427 & 0,0311 \\ 0,0013 & 0,0175 & 0,0043 & 0,0020 & 1,0238 & 0,0026 & 0,0023 & 0,0079 & 0,0085 & 0,0240 & 0,0083 & 0,0271 \\ 0,0018 & 0,0040 & 0,0062 & 0,0023 & 0,0026 & 1,0205 & 0,0036 & 0,0039 & 0,0027 & 0,0004 & 0,0030 & 0,0027 \\ 0,0337 & 0,1457 & 0,0651 & 0,0373 & 0,0272 & 0,0699 & 1,1097 & 0,0408 & 0,0226 & 0,0033 & 0,0372 & 0,0194 \\ 0,0120 & 0,0532 & 0,0286 & 0,0258 & 0,0129 & 0,0260 & 0,0260 & 1,1867 & 0,0706 & 0,0038 & 0,0786 & 0,0642 \\ 0,0258 & 0,0385 & 0,0441 & 0,0277 & 0,0233 & 0,0306 & 0,0387 & 0,0402 & 1,1416 & 0,0053 & 0,0226 & 0,0868 \\ 0,0051 & 0,0459 & 0,0135 & 0,0083 & 0,0075 & 0,0271 & 0,0149 & 0,0422 & 0,0111 & 1,0037 & 0,0186 & 0,0221 \\ 0,0166 & 0,0935 & 0,0528 & 0,0724 & 0,0332 & 0,0760 & 0,0818 & 0,1276 & 0,0994 & 0,0135 & 1,0814 & 0,0920 \\ 0,0017 & 0,0052 & 0,0037 & 0,0069 & 0,0020 & 0,0033 & 0,0041 & 0,0042 & 0,0030 & 0,0004 & 0,0034 & 1,0031 \end{pmatrix}$$

### 4.3. A dinâmica do investimento induzido

Assim como ocorre com qualquer escolha não trivial acerca da melhor forma de organização dos dados à disposição, devemos destacar que as hipóteses descritas acima foram aqui adotadas também com a intenção de se adequar ao nosso objetivo principal, qual seja, de descrever a dinâmica de indução do investimento em uma atividade a partir do investimento realizado em outra atividade. Ocioso lembrar que o que se mostra adequado aos nossos fins pode ser totalmente inadequado para um objetivo diverso.

Somente a essa altura, entretanto, podemos especificar do que se trata essa escolha, atentando para a natureza da dinâmica de convergência das proporções iniciais ao autovetor, sobre a qual se fez um alerta no capítulo anterior. Uma vez que as matrizes insumo-produto para 2000 e 2005 não são objeto de nossas estimativas, além dos critérios quanto aos desvios já discutidos na seção anterior, o critério de adequação da dinâmica obtida a partir das matrizes estimadas para os demais anos à dinâmica observada para as matrizes relativas a esses anos foi levado em consideração. Sobre essa adequação, podemos afirmar resumidamente que se trata do modo como a convergência ocorre: se monotonicamente, ciclicamente ou com oscilações alternadas; em que rodada se concentra o pico antes que a convergência seja retomada, etc. Talvez uma inspeção gráfica dessas trajetórias ilumine a questão mais do que um debate prévio<sup>188</sup>.

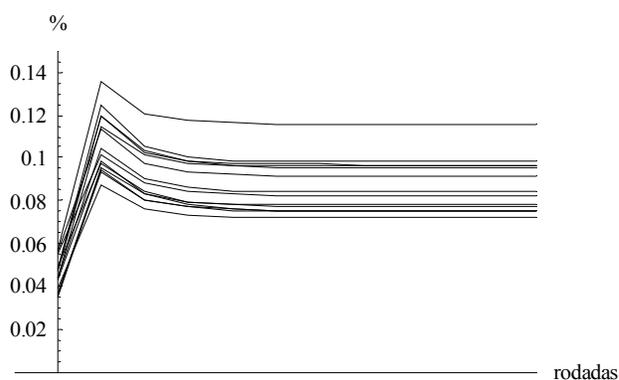


Gráfico 4.1 – Convergência das proporções para a atividade 1

Para a atividade 1 (agropecuária), a dinâmica é claramente de ultrapassagem (*overshooting*, terminologia usual em outras temáticas) na primeira rodada e convergência posterior. Apesar de a convergência ser não-monotônica, o comportamento é bastante homogêneo para os diferentes

<sup>188</sup> Todos os gráficos foram traçados para 12 iterações e mostram as trajetórias considerando as matrizes de 1995 a 2008. No eixo das ordenadas está indicada a participação percentual no investimento pelo destino de cada setor, com a convergência ocorrendo com a sucessão das “rodadas”, expostas no eixo das abscissas.

anos, o que se repetiu com maior ou menor homogeneidade para as atividades 7 (transporte) e 11 (outros serviços)

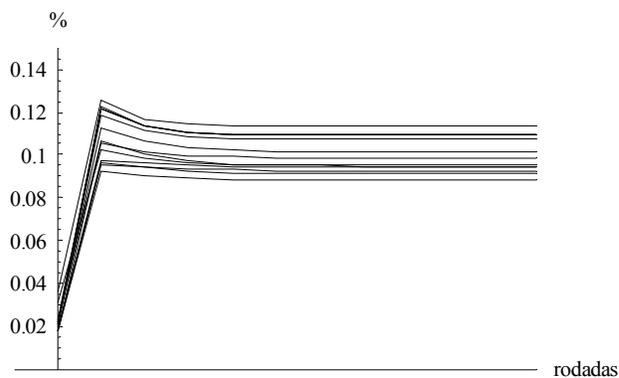


Gráfico 4.2 – Convergência das proporções para a atividade 7

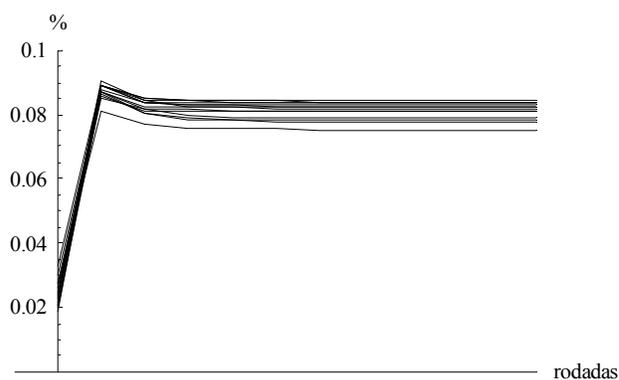


Gráfico 4.3 – Convergência das proporções para a atividade 11

Para a atividade 2 (indústria extrativa) também há ultrapassagem, mas o pico ocorre na segunda, terceira ou até quarta rodada, apesar de o gráfico deixar a impressão de que em alguns casos a convergência é monotônica.

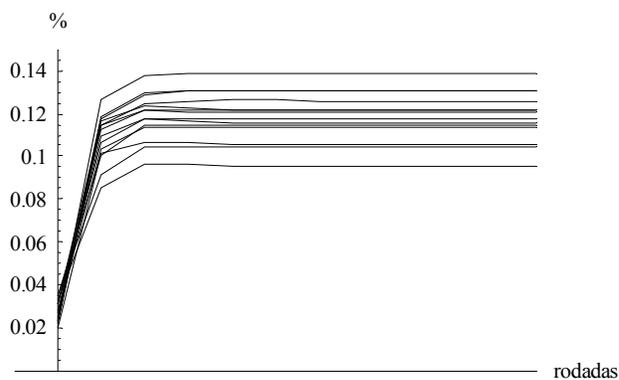


Gráfico 4.4 – Convergência das proporções para a atividade 2

No caso da atividade 3 (indústria de transformação) a dinâmica é monotonicamente

convergente, saindo da faixa dos 60% para atingir a faixa dos 16%. Comportamento similar pode ser observado para a atividade 5 (construção civil).

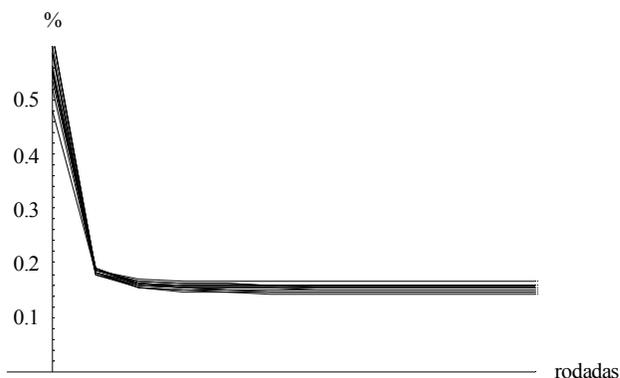


Gráfico 4.5 – Convergência das proporções para a atividade 3

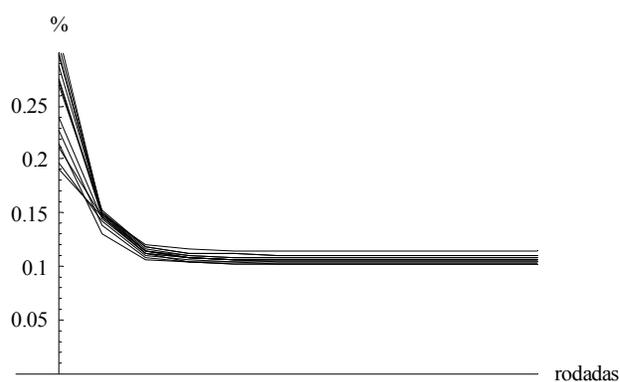


Gráfico 4.6 – Convergência das proporções para a atividade 5

A atividade 4 (produção e distribuição de eletricidade e gás, água e esgoto e limpeza urbana) também apresenta convergência monotônica, agora no sentido contrário: saindo tipicamente de menos de 2% e atingindo percentuais próximos a até 12%.

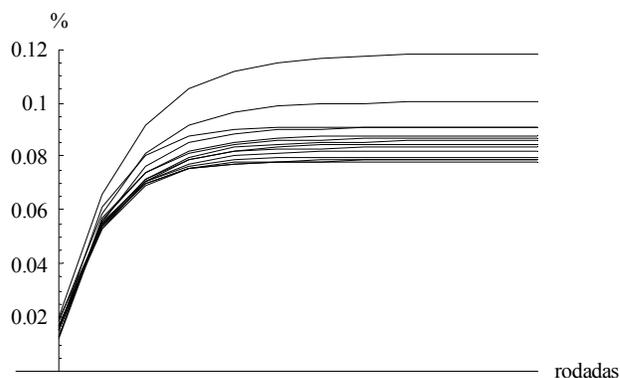


Gráfico 4.7 – Convergência das proporções para a atividade 4

Para a atividade 6 (comércio), lembrando que em relação a essa atividade fizemos uma

hipótese *ad hoc* sobre a distribuição dos componentes entre consumo intermediário e demanda final, a dinâmica é monotonicamente convergente, à exceção de 2000 e 2005 que partem de um nível mais alto; todos os percentuais se situam na faixa de 1,5% a 5,4%. Em grande medida algum peso na escolha a partir do critério da dinâmica se deve ao comportamento dessa atividade, justamente para adequá-la a uma faixa mais próxima do percentual encontrado nas matrizes obtidas diretamente do IBGE.

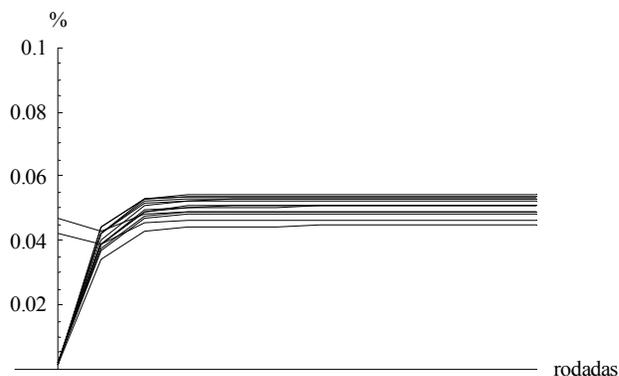


Gráfico 4.8 – Convergência das proporções para a atividade 6

Alguns comportamentos menos homogêneos entre os diferentes anos também podem ser encontrados. Para a atividade 8 (serviços de informação), por exemplo, a convergência não é monotônica para alguns casos, com o pico sendo atingido na terceira, quarta ou quinta rodada, mas torna-se monotônica a partir de 2004.

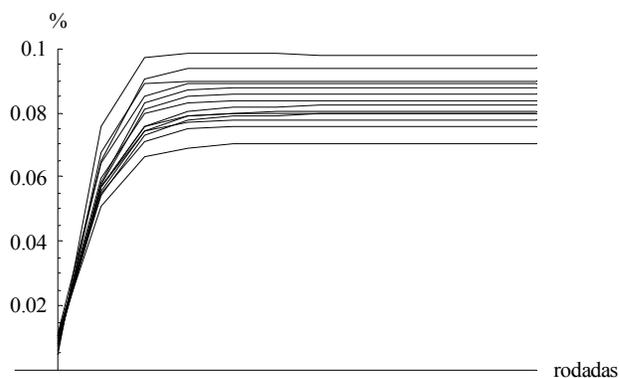


Gráfico 4.9 – Convergência das proporções para a atividade 8

O mesmo é válido para a atividade 9 (intermediação financeira): apesar de parecer, a convergência não é monotônica para todos os anos, ocorrendo picos em rodadas próximas à décima segunda, bem próximos ao valor de convergência. Idem para a atividade 12 (administração pública).

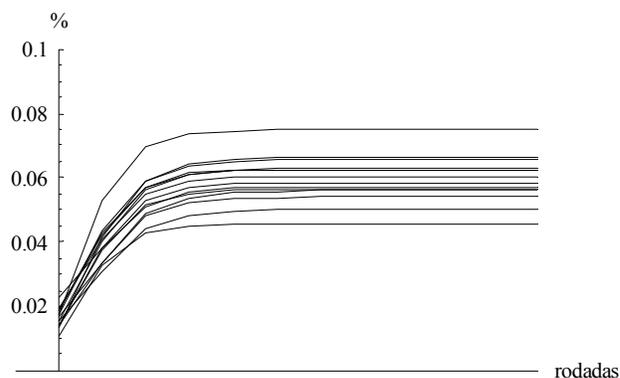


Gráfico 4.10 – Convergência das proporções para a atividade 9

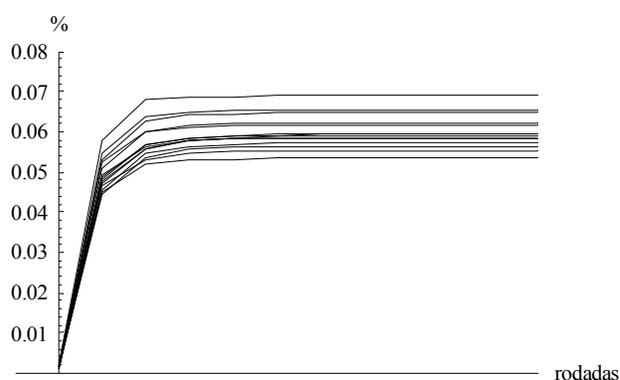


Gráfico 4.11 – Convergência das proporções para a atividade 12

Finalmente, no caso das atividades imobiliárias e alugueis (atividade 10), a convergência não é monotônica, com o pico sendo atingido na primeira ou segunda rodada.

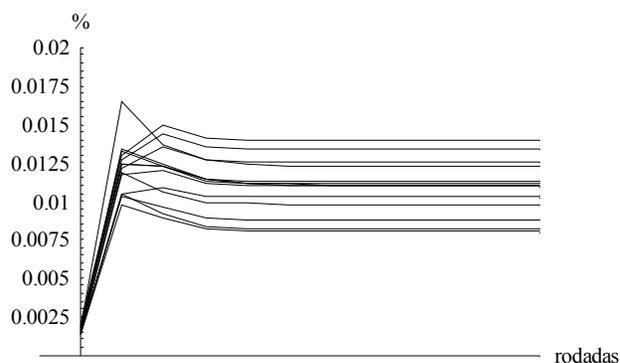


Gráfico 4.12 – Convergência das proporções para a atividade 10

Para entender essa diversidade de padrões de convergência, que inclui a possibilidade de convergência não-monotônica, precisaríamos recorrer à síntese do sistema proposta por Goodwin e Punzo (1987: 198-208) através da ideia de representação diagonal. Esta nada mais é que a representação de uma matriz em sua forma diagonalizada, *i.e.* uma matriz-diagonal formada pelos

autovalores da mesma. Apesar de garantirmos a convergência de um sistema sabendo que todos os autovalores são, em módulo, menores que um, autovalores negativos podem explicar uma convergência oscilatória e autovalores complexos uma convergência cíclica.

No caso da matriz **H** tomando o ano de 2005<sup>189</sup> como exemplo, temos três pares de complexos conjugados como autovalores, o que explicaria a convergência não-monotônica para alguns componentes do autovetor: os autovalores dessa matriz, em ordem decrescente, são 0,9205; 0,2776; 0,2323; 0,1102; 0,0746; 0,0203 ± 0,0306i; 0,0241 ± 0,0127i; 0,0032 ± 0,0161i e um último autovalor real muito próximo de zero. O fato de não termos autovalores maiores que a unidade sugere que estamos tratando de um sistema viável, ou seja, no qual a reprodução dos insumos necessários à produção está assegurada (a produção é superior aos insumos utilizados, *i.e.*, há excedente); em outras palavras, se trata de uma matriz produtiva (ver Pasinetti, 1975: 85-86).

Como anunciado, nem sempre a convergência é tão simples quanto em nosso exemplo do capítulo anterior; nem tão rápida: utilizamos 12 iterações para obtermos resultados razoáveis de convergência até o autovetor. Na tabela 4.1, abaixo, observemos as proporções para as diferentes rodadas (a tabela mostra os vetores  $\mathbf{r}'_m$  “empilhados”), lembrando que o significado de cada rodada é somente o de uma pré-multiplicação a mais pela matriz **H**, com a posterior normalização para que tenhamos o formato de proporções.

Tabela 4.1 – Convergência ao autovetor para o ano de 2005

Atividades / rodadas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mathbf{r}'_0$	0,056995	0,026998	0,549955	0,018965	0,214999	0,046982	0,036227	0,010841	0,010901	0,001305	0,024324	0,001508
$\mathbf{r}'_1$	0,135912	0,103054	0,184595	0,053574	0,130543	0,042888	0,125113	0,050937	0,032936	0,010431	0,085090	0,044926
$\mathbf{r}'_2$	0,121011	0,113148	0,169809	0,070701	0,107370	0,048513	0,116421	0,066003	0,042870	0,010851	0,081454	0,051848
$\mathbf{r}'_3$	0,117270	0,113386	0,166630	0,076657	0,104433	0,048620	0,114225	0,069288	0,044837	0,010338	0,081385	0,052929
$\mathbf{r}'_4$	0,116210	0,113358	0,165641	0,078565	0,103646	0,048646	0,113643	0,070085	0,045305	0,010273	0,081373	0,053256
$\mathbf{r}'_5$	0,115897	0,113355	0,165348	0,079177	0,103409	0,048659	0,113473	0,070295	0,045425	0,010255	0,081363	0,053344
$\mathbf{r}'_6$	0,115804	0,113354	0,165262	0,079372	0,103339	0,048662	0,113423	0,070351	0,045456	0,010250	0,081359	0,053367
$\mathbf{r}'_7$	0,115777	0,113355	0,165237	0,079433	0,103318	0,048663	0,113408	0,070366	0,045464	0,010248	0,081358	0,053373
$\mathbf{r}'_8$	0,115769	0,113355	0,165230	0,079452	0,103312	0,048664	0,113403	0,070370	0,045466	0,010248	0,081357	0,053375
$\mathbf{r}'_9$	0,115766	0,113355	0,165228	0,079458	0,103310	0,048664	0,113402	0,070371	0,045466	0,010248	0,081357	0,053375
$\mathbf{r}'_{10}$	0,115766	0,113355	0,165227	0,079460	0,103309	0,048664	0,113402	0,070372	0,045467	0,010248	0,081357	0,053375
$\mathbf{r}'_{11}$	0,115765	0,113355	0,165227	0,079461	0,103309	0,048664	0,113402	0,070372	0,045467	0,010248	0,081357	0,053375
$\mathbf{r}'_{12}$	0,115765	0,113355	0,165227	0,079461	0,103309	0,048664	0,113401	0,070372	0,045467	0,010248	0,081357	0,053375
autovetor	0,115765	0,113355	0,165227	0,079461	0,103309	0,048664	0,113401	0,070372	0,045467	0,010248	0,081357	0,053375

189 Não expusemos como exemplo a matriz **H** no final da seção anterior justamente porque esta é igual à inversa de Leontief menos a matriz identidade; ou seja, basta que se subtraia 1 de cada componente da diagonal principal da inversa de Leontief para chegarmos à matriz **H**.

Tomando seis casas decimais, como o apresentado na tabela, há a impressão de que a convergência ocorreu muito antes da décima segunda rodada. Todavia, distorções significativas ainda poderiam advir caso encerrássemos o processo de iteração numa fase anterior. Quanto ao modo como ocorre a convergência, poderia restar o questionamento acerca da relação entre este e o comportamento do investimento induzido: realmente isso faz diferença?

No nosso esquema, a diferença é significativa e pode ser explicada do seguinte modo, já ilustrando com o comportamento das atividades aqui destacado: se a indústria de transformação realiza investimentos acima da proporção balanceada, isso induz investimentos, por exemplo, na atividade agropecuária; se essa atividade “exagera” na resposta induzida<sup>190</sup> pelas desproporções (como de fato é o caso descrito pela ultrapassagem), essa capacidade criada não será desfeita e então temos uma indução posterior do investimento na própria indústria de transformação. O que serve para essas duas atividades deve ser estendido para todas as demais e aí está o quadro para as complicadas inter-relações dinâmicas que devemos mapear.

A tabela 4.2, abaixo, ilustra os investimentos induzidos a partir da indústria de transformação (principalmente, já que essa atividade apresenta o maior “desvio” com relação à proporção balanceada e constitui a maior parte da demanda de investimento), para o ano de 2005. Na última linha, a título de comparação, encontra-se o resultado final de uma trajetória conduzida diretamente para o autovetor, sem consideração da dinâmica rodada a rodada. Nessa última linha, como seria de se esperar, o nível de investimento demandado pela indústria de transformação é o mesmo do inicial. Em contraste, observemos uma dinâmica que é puxada pela atividade 3, levada adiante na primeira rodada pela atividade 5, na segunda rodada pela atividade 10 e daí para frente o investimento se mantém constante na atividade 1. Justamente porque a convergência não é monotônica para todas as atividades, o ajuste não é igual ao obtido caso caminhássemos diretamente das proporções iniciais àquelas sugeridas pelo autovetor.

---

<sup>190</sup> E isso frequentemente ocorre, de acordo com Hirschman (1958: 63). A descrição desse autor se baseia no *catching-up* estimulado de uma atividade a outra.

Tabela 4.2 – Dinâmica no investimento induzido para o ano de 2005

Atividades / rodadas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>u' A<math>\hat{z}</math></b>	14078	6689	135840	4684	53105	11605	8948	2678	2693	322	6008	372
<b>b'<sub>1</sub></b>	100015	75835	135840	39424	96063	31560	92068	37483	24237	7676	62616	33060
<b>b'<sub>2</sub></b>	108268	101233	151927	63255	96063	43404	104161	59052	38355	9708	72876	46388
<b>b'<sub>3</sub></b>	110123	106476	156475	71985	98069	45657	107263	65066	42105	9708	76425	49704
<b>b'<sub>4</sub></b>	110123	107421	156965	74450	98218	46098	107690	66414	42932	9735	77111	50467
<b>b'<sub>5</sub></b>	110123	107708	157111	75233	98258	46235	107820	66793	43162	9744	77310	50686
<b>b'<sub>6</sub></b>	110123	107794	157155	75478	98269	46275	107859	66900	43226	9747	77368	50749
<b>b'<sub>7</sub></b>	110123	107819	157169	75554	98273	46287	107870	66930	43244	9748	77385	50767
<b>b'<sub>8</sub></b>	110123	107827	157173	75578	98274	46291	107873	66939	43249	9748	77390	50772
<b>b'<sub>9</sub></b>	110123	107829	157174	75585	98274	46292	107874	66941	43250	9748	77391	50773
<b>b'<sub>10</sub></b>	110123	107830	157174	75588	98274	46292	107875	66942	43251	9748	77392	50774
<b>b'<sub>11</sub></b>	110123	107830	157174	75588	98274	46292	107875	66942	43251	9748	77392	50774
<b>b'<sub>12</sub></b>	110123	107830	157175	75588	98274	46292	107875	66942	43251	9748	77392	50774
<b>autovetor</b>	95175	93193	135840	65328	84935	40008	93232	57855	37380	8425	66887	43882

Tabelas similares às duas exibidas acima poderiam ser oferecidas para todos os anos em que estimamos as matrizes insumo-produto (1995-2008, à exceção de 2000 e 2005, diretamente obtidas). No entanto, é justamente esse tipo de informação que o conjunto de gráficos acima, por atividade, visa sintetizar. Uma vez que os padrões de dinâmica foram similares entre as matrizes, não julgamos necessário reproduzir aqui todos os resultados relativos ao processo de indução do investimento.

Devemos ressaltar ainda que os resultados apresentados nessa tabela são puramente nocionais, cabendo a observação de que as duas últimas linhas (a que corresponde à décima segunda rodada e a que corresponde à trajetória direta para o autovetor) apresentam as mesmas proporções, que, por sua vez, são exatamente as proporções do autovetor. Todos os valores estão sob a cláusula de que uma atividade (ou mais atividades em determinadas rodadas quando a convergência não é direta) conserva o mesmo nível de investimento enquanto ocorre o processo de ajuste (potencial). Ademais, não há uma separação prévia entre uma parcela totalmente autônoma (não somente com relação à renda, mas também quanto ao investimento em outra atividade) e outra que pode ser considerada como passível de indução.

No caso de algumas atividades, o ajuste requerido supera em muitas vezes o investimento inicial, de modo que não estamos buscando uma correspondência factual direta. E nem poderíamos, uma vez que partimos de magnitudes em termos de unidades de capacidade produtiva verticalmente integradas e aumentamos a ordem de integração na medida em que procedíamos a uma nova rodada. No entanto, nos apoiando na discussão realizada no capítulo anterior acerca de

um  $H_j$  potencial e da incorporação deste no esquema dinâmico de Leontief, buscamos o retorno a uma unidade de medida com a qual possamos efetuar comparações, como a produção total e o valor adicionado, ambos em termos de unidades físicas e expressos a preços básicos.

Talvez fosse mais adequado utilizarmos outra tabela para representar essa dinâmica do investimento, dada a arbitrariedade envolvida na definição de quanto do investimento verticalmente integrado na atividade 3 estaria “assegurado” constante por todo o período de análise (ao invés de simplesmente mantermos o inicial), o que guarda relação com uma separação (também arbitrária) acerca de quanto do investimento em cada atividade é considerado autônomo (com relação ao próprio investimento) e quanto é passível de indução. O que importa é que, onde quer que tracemos essa linha divisória, a relação necessária para estimarmos nosso  $H_j$  potencial se mantém.

Tabela 4.3 – Dinâmica no investimento induzido para o ano de 2005 (modificada, com “base” 1)

Atividades / rodadas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$u'Az$	0,1036	0,0492	1,0000	0,0345	0,3909	0,0854	0,0659	0,0197	0,0198	0,0024	0,0442	0,0027
$b'_1$	0,7363	0,5583	1,0000	0,2902	0,7072	0,2323	0,6778	0,2759	0,1784	0,0565	0,4610	0,2434
$b'_2$	0,7970	0,7452	1,1184	0,4657	0,7072	0,3195	0,7668	0,4347	0,2824	0,0715	0,5365	0,3415
$b'_3$	0,8107	0,7838	1,1519	0,5299	0,7219	0,3361	0,7896	0,4790	0,3100	0,0715	0,5626	0,3659
$b'_4$	0,8107	0,7908	1,1555	0,5481	0,7230	0,3394	0,7928	0,4889	0,3160	0,0717	0,5677	0,3715
$b'_5$	0,8107	0,7929	1,1566	0,5538	0,7233	0,3404	0,7937	0,4917	0,3177	0,0717	0,5691	0,3731
$b'_6$	0,8107	0,7935	1,1569	0,5556	0,7234	0,3407	0,7940	0,4925	0,3182	0,0718	0,5696	0,3736
$b'_7$	0,8107	0,7937	1,1570	0,5562	0,7234	0,3407	0,7941	0,4927	0,3183	0,0718	0,5697	0,3737
$b'_8$	0,8107	0,7938	1,1570	0,5564	0,7235	0,3408	0,7941	0,4928	0,3184	0,0718	0,5697	0,3738
$b'_9$	0,8107	0,7938	1,1571	0,5564	0,7235	0,3408	0,7941	0,4928	0,3184	0,0718	0,5697	0,3738
$b'_{10}$	0,8107	0,7938	1,1571	0,5564	0,7235	0,3408	0,7941	0,4928	0,3184	0,0718	0,5697	0,3738
$b'_{11}$	0,8107	0,7938	1,1571	0,5564	0,7235	0,3408	0,7941	0,4928	0,3184	0,0718	0,5697	0,3738
$b'_{12}$	0,8107	0,7938	1,1571	0,5564	0,7235	0,3408	0,7941	0,4928	0,3184	0,0718	0,5697	0,3738

Assim, para um escalar qualquer para o investimento verticalmente integrado na atividade 3, teríamos essa representação, na qual basta multiplicar o escalar escolhido por todos os elementos da tabela para que tenhamos uma alternativa à tabela 4.2 (observando que agora  $u'Az$  não significa mais o investimento verticalmente integrado inicial, mas a parcela desse suscetível à indução). No entanto, se mantivermos a proporcionalidade entre o que pode ser induzido e o que se considera autônomo para um dado período de análise, claro está que é o mesmo que tomar todo o investimento como passível de indução, com a diferença de que não necessitamos definir em que atividades se aloca essa parcela autônoma.

No caso de 2005, a proporção ( $b'_m u/u'Az u$ ) a ser multiplicada pelo investimento pela

origem efetuado em termos de capacidade produtiva verticalmente integrada,  $\mathbf{Hj}$ , se situa na casa de 3,85. Como veremos, essa razão entre o potencial e o efetivo não é tão grande quando passamos ao total da produção ou ao valor adicionado. Mais uma vez, o importante é que podemos obter o  $\mathbf{Hj}$  potencial e daí partir para o esquema dinâmico de Leontief da mesma forma, visto que

$$(\mathbf{Hj})^* = \left( \frac{\mathbf{b}'_m \mathbf{u}}{\mathbf{u}' \mathbf{Hj}} \right) \times \mathbf{Hj} = \left( \frac{\mathbf{b}'_m \mathbf{u}}{\mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}} \mathbf{u}} \right) \times \mathbf{Hj} .$$

#### 4.4. O sistema dinâmico de Leontief e as aproximações possíveis

Ao explicitarmos uma solução para o sistema dinâmico de Leontief em termos de valor adicionado por atividade, na equação (3.9),  $\mathbf{v}^* = \hat{\mathbf{w}}(\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{y} + (\mathbf{Hj})^*)$ , deixamos em aberto uma posterior utilização da mesma. Precisamente porque não temos outros dados trimestrais disponíveis por atividade (e o nível máximo de desagregação é esse das 12 utilizadas), só nos resta tomar o total do efeito potencial de indução e observar o comportamento da série para o valor adicionado, como uma *proxy*, para daí retirar alguma informação no que concerne ao período do investimento, *i.e.*, o período de tempo suficiente para que os efeitos de indução tenham se esgotado.

Naturalmente, melhor seria que tivéssemos os dados trimestrais diretamente acerca do investimento por destino (por unidades físicas); se esses estivessem disponíveis, boa parte do trabalho de estimativa das matrizes anuais, conversão do investimento por origem para termos de capacidade produtiva verticalmente integrada, transformação do investimento induzido em termos verticalmente integrados para valor adicionado por atividade e, finalmente, mensuração do período do investimento, nos teria sido poupado.

Não sendo esse o caso, procedemos da seguinte forma na tentativa de captar o período em que os potenciais efeitos de indução tivessem se esgotado, levando em conta o valor adicionado por cada atividade: calculamos, com base na matriz de cada ano, o  $\mathbf{Hj}$  potencial e o convertimos para o valor adicionado potencial, por atividade. Para o ano de 2005, por exemplo, isso resulta numa razão entre o valor adicionado potencial e o efetivo de 1,27, ante a razão de 3,85 citada acima (lembrado que estamos tratando tudo em termos nominais).

A partir daí tomamos os dados trimestrais disponíveis, por atividade, e iniciamos no primeiro trimestre do ano subsequente a contabilizar em que trimestre os efeitos potenciais seriam atingidos. Assim, deve ficar claro que mensuramos um período em que as “exigências”

seriam satisfeitas, não implicando que os investimentos realizados fossem de fato induzidos, mas somente significando que não seria mais “necessário” levar adiante os efeitos de indução.

Tabela 4.4 – Valor adicionado em cada atividade

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1995 T1	8134	1319	26694	4244	7310	16788	4845	1082	12576	10366	20358	22362
1995 T2	7916	1030	30772	3366	8543	17878	5107	968	11917	12207	24740	23522
1995 T3	10949	1226	28757	3349	8747	18309	8180	988	15138	14506	26519	21409
1995 T4	8556	1470	28463	5081	9207	19157	9137	1304	16008	17989	28826	28751
1996 T1	7979	2017	26035	4759	9288	16513	5276	1372	13888	19802	29086	26198
1996 T2	11534	1566	29916	4406	10377	18590	6254	1878	13200	21710	31001	27575
1996 T3	11307	1514	32140	4454	11178	20440	10282	1822	16573	23626	32305	25064
1996 T4	10138	1666	36679	5620	11410	21903	9758	2430	16214	24726	36493	34899
1997 T1	10135	1707	31757	5051	11058	19189	6163	724	14490	25211	34208	28444
1997 T2	12590	1654	37297	5312	12180	20997	8162	2270	13766	26727	34718	29934
1997 T3	11045	1629	37046	5735	13212	22511	11538	2821	17302	27562	35391	27218
1997 T4	11054	1895	32360	5871	13272	22467	12263	3124	18256	28907	37750	36658
1998 T1	9570	1585	31386	6726	12802	19373	7088	3368	15627	27474	35731	30321
1998 T2	15395	1286	37059	6602	13727	21925	8827	2996	14856	28395	37208	31963
1998 T3	12993	1549	36395	6659	13745	22568	11448	3235	18628	28734	36371	28969
1998 T4	9887	1862	31260	6503	13056	21499	10801	3461	19647	29674	36391	39375
1999 T1	12064	1771	30134	6943	12463	19928	8083	4261	15375	26727	40540	32890
1999 T2	14731	1774	41630	7103	13268	22813	8263	3575	14589	27759	42665	34631
1999 T3	11648	2560	38632	7903	13238	23584	10300	3557	18421	28747	40481	31457
1999 T4	12340	3007	39158	7893	13260	26366	12141	3816	19453	29928	43487	42485
2000 T1	14111	3491	39253	8339	13143	23995	9683	8397	13673	27707	36656	35305
2000 T2	16502	3350	46595	8390	14356	25963	11334	8538	12904	28203	39910	37291
2000 T3	14691	4213	45327	8986	14511	28738	14507	9852	16655	28886	39517	33672
2000 T4	11938	5217	44759	9037	14354	29579	14216	10040	17675	30604	41333	46253
2001 T1	16120	3735	46927	9990	14754	27818	10168	9071	17025	28143	39065	40339
2001 T2	20151	3844	46840	8603	14961	29523	14247	8598	16013	29480	43065	42490
2001 T3	14832	4808	48854	7770	15094	29896	15879	12241	20922	29956	39112	38562
2001 T4	15717	4067	49026	7222	14678	32307	16142	9209	22210	31846	45119	52177
2002 T1	20392	2691	45907	10822	15405	26687	14109	10826	20984	31309	45002	45944
2002 T2	24463	3238	57051	10900	16640	31747	16037	10558	19674	32151	49993	48378
2002 T3	20698	6053	54528	10542	17424	34230	16755	11693	26213	32875	45704	43971
2002 T4	18698	8436	57076	9941	17751	36726	14107	12293	28182	34006	44882	59436
2003 T1	28398	6746	57621	11055	15751	36734	10689	12026	23681	34024	46807	51809
2003 T2	33085	4216	67811	11824	15712	38508	16090	12712	22214	35019	51650	54538
2003 T3	24224	6354	70761	13500	18007	39120	21647	14173	28739	35589	51629	49429
2003 T4	22912	7932	68762	13986	19465	41399	20329	14439	29588	37137	56272	66501
2004 T1	31858	5679	67624	15690	19167	40373	18173	14715	21997	35752	54000	54306
2004 T2	39435	8180	79828	16017	20457	45207	19396	15117	21250	36597	57297	58393
2004 T3	23817	9641	85336	16192	22906	48591	20127	16089	25406	37716	57930	58327
2004 T4	20085	8497	87435	16784	22339	49592	20639	18226	28249	41111	61316	73401
2005 T1	25227	8881	77169	17586	20845	46914	20483	17310	25597	40121	60216	61825
2005 T2	31321	10805	86493	17887	22389	51294	22533	18042	29498	40954	63151	65819
2005 T3	26151	12258	85022	17425	23442	52273	23743	18767	36477	41840	63589	65112
2005 T4	22464	13424	84612	17493	23552	55312	24718	19119	38365	43010	67285	84440
2006 T1	26173	14290	76504	18465	22600	52787	24337	17796	33245	42376	68737	69459
2006 T2	30984	13848	88502	18771	23000	56076	24477	18861	35344	43262	71462	73029
2006 T3	29231	16528	93228	19324	25165	60194	24995	19916	36784	44554	75046	75074
2006 T4	25178	14198	95154	19854	25522	64551	24847	20453	41045	45948	79430	93820
2007 T1	32223	12034	86271	20308	24642	61164	25017	19783	43713	46374	77296	82353
2007 T2	38774	11949	97368	21116	27023	67462	26281	21214	46011	48550	79379	86462
2007 T3	30143	13284	105291	20221	29491	72314	28191	21844	42638	48861	81195	84479
2007 T4	26126	16403	100690	20146	30045	76429	30294	24889	43246	50672	87770	100429
2008 T1	39247	15769	89302	20173	29042	71799	30370	23045	45724	50946	85578	90238
2008 T2	51701	19222	108461	20534	31336	80862	31729	24196	42060	52301	90284	97640
2008 T3	34533	26037	125393	19521	33943	87137	33463	23665	45140	53799	92650	96017
2008 T4	26792	22470	105906	20647	32230	83577	33451	27131	42454	53245	96286	123062
2009 T1	38721	10891	86436	20593	28764	72136	33063	23831	45139	55066	97721	108353
2009 T2	51520	6460	106388	22356	32301	78584	34380	25155	48412	56278	101625	108960
2009 T3	41214	7571	116324	23799	36522	84339	35750	25438	53598	58470	105615	110270
2009 T4	35249	10108	124176	26357	37565	87981	37812	27584	52992	60784	109226	138856
2010 T1	41733	11951	108814	24297	36674	83216	38495	24937	57800	59716	108193	116545
2010 T2	53900	18635	123972	25584	41051	93635	40689	26045	58690	61379	110460	122752
2010 T3	46846	23174	130264	26761	43427	95289	42856	26838	61548	62406	117724	123233

Teríamos, assim, uma defasagem de três a quatro trimestres para a atividade 2; de dois a três trimestres para as atividades 1, 3, 4 e 7; de um a dois trimestres para as atividades 6, 8 e 9; e de um trimestre para as atividades 5, 10, 11 e 12. A tabela acima ilustra o valor adicionado trimestral, de modo que destacamos o trimestre correspondente ao fim dos efeitos necessários de indução, sempre com relação ao ano anterior (a exceção é a atividade 2, que em duas ocasiões apresentou uma defasagem de mais de um ano).

#### 4.5. A renda como uma *proxy* para o investimento induzido pelo investimento

Retomando a ideia de que as relações captadas entre os níveis de renda e investimento funcionam como substitutas para as relações de indução do investimento pelo próprio investimento, vejamos: a média, para os dados trimestrais do período que vai do terceiro trimestre de 1994 ao primeiro trimestre de 2010, da relação investimento / renda é de 17,39%, com mínimo de 12,54% e máximo de 21,94%; ainda, para esse mesmo período, se estimarmos uma regressão simples<sup>191</sup> sem intercepto (por não ser significativo) do investimento contra renda, obteremos um coeficiente de 17,54%. Para os dados anuais, de 1995 a 2008, a variação dessa relação também é pequena, bem como da razão entre o valor adicionado potencial (estimado) e o efetivo, que fica entre 1,2106 e 1,3303, com média de 1,2645.

Desse modo, se tomarmos nosso exemplo para o ano de 2005, deveríamos esperar que o incremento do investimento para o ano de 2006, obtido pela multiplicação do investimento de 2005 por 1,2645, fosse próximo ao obtido pela razão incremental de 17,54% multiplicada pela renda no ano de 2006, tudo isso se supuséssemos, como uma aproximação, que o período de realização desse potencial é também de um ano. E, de fato, essa valor é próximo: 358264 do primeiro modo ante 356892 do segundo. E isso não é um caso isolado: generalizando para uma relação do tipo “investimento no ano  $t$  multiplicado por 1,2645, sobre renda no ano  $t+1$ ”, obtivemos uma média para o período de 17,70% (para o exemplo específico de 2005 é de 17,61%).

Assim, com a simplificação de considerarmos o período do investimento como concluído em um ano, não parece haver diferença significativa entre a estimativa de um investimento induzido pela renda (acelerador) e a estimativa por meio das relações intersetoriais através das quais o investimento em uma atividade induz mais investimento em outra atividade. É esse o

191 As séries apresentam indícios de cointegração, portanto, tomemos a estimativa como um vetor de cointegração.

sentido de se utilizar uma estimativa como substituta para a outra, ou melhor, a renda como variável instrumental para captar essa relação de indução do investimento pelo próprio investimento. Num contexto empírico, a regularidade entre investimento e renda sempre poderá ser obtida, mas do ponto de vista aqui defendido, uma vez que desde o primeiro capítulo tomamos o investimento como autônomo com relação à renda, tal regularidade somente reflete uma relação estrutural mais intrincada.

#### 4.6. De volta aos indicadores de encadeamento

O debate nesse capítulo não poderia ser concluído sem retomarmos o velho tema dos indicadores de encadeamento, utilizados sobretudo na busca pelos setores-chave de uma economia. Conforme já mencionado, a maneira mais direta de obtermos indicadores de encadeamento à montante é a partir da soma das linhas de uma inversa de Leontief, sendo que esses são ainda perfeitamente correlacionados com o poder de dispersão de Rasmussen, não podendo haver qualquer mudança na seleção de setores-chave se alternarmos entre a utilização de um ou outro indicador<sup>192</sup>. Entretanto, por ser um índice normalizado, o indicador de Rasmussen nos oferece a vantagem de poder ser comparado com multiplicadores ponderados de produção, como os aqui propostos a partir da proporção do investimento (verticalmente integrado) pelo destino em cada atividade. Numa rápida inspeção da tabela 4.5, abaixo, podemos observar que a primeira seção oferece justamente, nessa ordem, os multiplicadores simples de produção, os índices de poder de dispersão de Rasmussen, e os multiplicadores ponderados de produção, já normalizados para que possam ser comparados com os anteriores (tudo para o ano de 2005).

---

<sup>192</sup> Sonis *et al* (1995) fornecem um apanhado que contempla também outros tipos de indicadores utilizados, como o proposto por Cella (1984), por exemplo.

Tabela 4.5 – Multiplicadores de produção e índices de encadeamento

Atividades / indicadores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$	1,82	1,92	2,22	1,74	1,74	1,44	1,86	1,70	1,49	1,09	1,67	1,52
$n \times \frac{\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{u}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{u}}$	1,08	1,14	1,32	1,03	1,03	0,85	1,11	1,01	0,88	0,65	0,99	0,91
$n \times \frac{\mathbf{r}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{r}'(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{u}}$	1,30	0,92	3,75	0,50	1,92	0,53	1,13	0,44	0,30	0,09	0,77	0,36
$\mathbf{u}'\mathbf{H}$	0,82	0,92	1,22	0,74	0,74	0,44	0,86	0,70	0,49	0,09	0,67	0,52
$n \times \frac{\mathbf{u}'\mathbf{H}}{\mathbf{u}'\mathbf{H}\mathbf{u}}$	1,21	1,34	1,78	1,08	1,08	0,64	1,26	1,03	0,71	0,13	0,97	0,77
$n \times \frac{\mathbf{r}'\mathbf{H}}{\mathbf{r}'\mathbf{H}\mathbf{u}}$	1,63	1,24	2,22	0,64	1,57	0,51	1,50	0,61	0,40	0,13	1,02	0,54
$\mathbf{u}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$	0,14	0,12	0,19	0,07	0,38	0,06	0,11	0,05	0,03	0,01	0,06	0,03
$n \times \frac{\mathbf{u}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{u}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{u}}$	1,30	1,16	1,85	0,69	3,62	0,60	1,03	0,47	0,32	0,12	0,53	0,30
$n \times \frac{\mathbf{r}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{r}'\mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{u}}$	1,42	0,91	1,86	0,37	4,63	0,39	0,99	0,31	0,21	0,14	0,49	0,29

Essas primeiras duas linhas já seriam suficientes para cumprir o papel proposto por Hirschman (1958) de encontrarmos os setores-chave, se atentássemos somente para os encadeamentos à montante. Utilizando um ou outro indicador, procederíamos a uma ordenação das atividades da economia de acordo com o potencial de encadeamentos à montante de cada atividade: no nosso caso, a atividade 3 (indústria de transformação) seria prioritária, seguida pelas atividades 2, 7, 1, etc. Ao utilizarmos um indicador ponderado, na terceira linha, já há alguma mudança perceptível quanto a essa ordenação, destacando que a atividade 5 (construção civil) se torna a segunda em ordem de importância.

Na segunda seção dessa tabela, quando se toma não mais a inversa de Leontief, mas a matriz  $\mathbf{H}$ , lembrando que a intenção é excluir os efeitos iniciais do cálculo dos indicadores, algumas diferenças podem ser notadas ao observarmos a terceira linha (as duas primeiras são redundantes com relação a suas equivalentes na seção acima). Essa é a rodada inicial (normalizada) de nosso processo iterativo descrito no capítulo passado. Deve-se observar que, por esse critério, os setores-chave não seriam os mesmos adotados a partir da inversa de Leontief.

Finalmente, na última seção da tabela apresentamos multiplicadores de produção (e suas derivações) para o investimento, aventados no capítulo anterior, que devem ser interpretados da seguinte forma: uma alteração na produção total de determinada atividade representa um impacto

de quanto para a produção de bens de consumo intermediário relacionados ao investimento? Entendido desse modo, não é difícil perceber porque o setor-chave seria o da construção civil.

Após essa revista na tabela, poderíamos nos questionar em que medida a conclusão que se origina na escolha dos setores-chave é a mesma oferecida nesse trabalho. Uma primeira consideração tem que ser feita: não há qualquer contradição com a ideia de que se deve estimular as atividades com maiores possibilidades de encadeamento, para desfrutarmos dos incrementos provenientes de uma integração vertical ao longo da cadeia. A diferença reside no que daí se segue: uma vez considerando a atividade verticalmente integrada, que tipos de benefícios podemos obter do processo de balanceamento do investimento, das forças equilibradoras por assim dizer?

Uma decorrência direta dessa última pergunta é tentar mensurar qual o impacto esperado no processo de ajuste das proporções se deliberadamente causarmos distorções nas mesmas. Um exercício já efetuado nesse capítulo foi partir de proporções iniciais dadas e analisar o processo de ajuste rumo às proporções equilibradas; o que propomos agora é partir das proporções equilibradas (do autovetor), causar uma discrepância com relação a essas proporções em cada atividade e analisar qual o impacto que decorre do ajuste, comparando cada atividade de acordo com as repercussões geradas no processo de retorno ao equilíbrio.

Dada a complexa interação entre as atividades já descrita anteriormente, não temos porque imaginar *a priori* que esse exercício produza os mesmos resultados dos obtidos somente através dos encadeamentos. Partindo do autovetor e produzindo, em cada atividade, uma redução de 10% com relação à sua própria proporção de equilíbrio, obtivemos, também considerando o ano de 2005, os seguintes resultados:

Tabela 4.6 – Desbalanceamentos e convergência ao autovetor

Atividades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Redução de 10%	1,0224	1,01937	1,06315	1,01276	1,03834	1,00768	1,02383	1,01755	1,01197	1,00165	1,02632	1,00638

Esse indicador consiste, portanto, nos ganhos em termos de indução do investimento, obtidos ao longo de 12 iterações, após reduzirmos em 10% a proporção de cada atividade com relação à que consta do autovetor; imaginando que o investimento verticalmente integrado por destino é o mesmo, mas inicialmente distribuído nas proporções “corretas”, o indicador é alternativa para a razão  $(\mathbf{b}'_m \mathbf{u} / \mathbf{u}' \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}} \mathbf{u})$  já utilizada anteriormente. Como se pode notar, a

ordenação das atividades não seria a mesma que as obtidas pelos indicadores da tabela anterior (não coincide perfeitamente com nenhuma delas), mas uma conclusão é crucial: assim como a indústria de transformação tem o maior potencial de induzir direta e indiretamente uma série de novos investimentos, é também nessa indústria que os desequilíbrios para baixo gerariam um maior potencial de transbordamento no processo de retorno às proporções balanceadas.

#### 4.7. Notas acerca do nível de agregação

Uma questão importante até então deixada em aberto diz respeito à sensibilidade dos nossos resultados ao nível de agregação utilizado. Como uma decorrência lógica da motivação para iniciarmos a discussão que permeou os últimos dois capítulos, poderíamos afirmar de imediato que nossos resultados são sensíveis ao nível de agregação utilizado; se não fossem, qual seria a necessidade de sairmos do nível máximo de agregação (o macroagregado investimento) em busca da explicação para a dinâmica do investimento induzido? Nossa explicação para a indução só faz sentido se considerarmos mais de uma atividade.

Partindo da premissa de que o investimento em uma atividade induz o investimento noutra atividade, necessitamos desagregar o investimento em pelo menos mais um nível, como fizemos no exemplo do capítulo 3. Suponhamos que o investimento na agropecuária não se dê de forma balanceada com relação ao investimento na indústria (em geral); desse modo, já há espaço para a consideração do investimento induzido. Mas aí ainda está implícito que o investimento em cada uma das duas atividades é feito em bloco, supostamente de modo a não restarem desequilíbrios dentro desse bloco. Os desequilíbrios possíveis são *entre* os blocos, não *dentro* de cada bloco. A indução, por conseguinte, reflete os ajustes para a proporção balanceada entre esses blocos, ignorando qualquer ajuste interno.

E, com relação ao nível de desagregação aqui utilizado, estaríamos perdendo parte significativa dessa dinâmica interna? Certamente, a se destacar que toda a indústria de transformação está agregada numa única atividade, e que a maior parte das atividades corresponde ao setor de serviços (tipicamente com poucos encadeamentos). Utilizando o esquema 110 produtos por 55 atividades, encontramos resultados de indução superiores a dez vezes mais que os obtidos a partir das matrizes 12 X 12. Lembrando que estamos tratando do investimento verticalmente integrado, tomando o ano de 2005, de um total de indução da ordem de 3,85 para o esquema 12 X 12, passaríamos a um total de 49,94 no esquema 110 X 55.

Certamente boa parte dessa explicação reside no “ajuste fino” realizado entre tantas atividades diferentes, de modo a caminharem a proporções balanceadas, similar à dinâmica de ultrapassagem referida anteriormente que, por sua vez, gera uma série de repercussões ao longo da cadeia, permanecendo a ideia de que aquele investimento realizado “em excesso” não será desfeito num curto período de tempo; se imaginarmos esses desdobramentos através de 55 atividades, claro está que a explicação se torna bastante mais complicada do que a (já complicada) oferecida acima para 12 atividades. Mas ainda subsiste a ideia de que boa parte da dinâmica é desconsiderada quando tratamos conjuntamente, por exemplo, a indústria de celulose e a de máquinas e equipamentos, ambas componentes da indústria de transformação, como se fossem uma só atividade. Procedendo assim, com esse nível de agregação, estamos desconsiderando quaisquer possibilidades de desequilíbrios entre essas duas indústrias, não captando os investimentos induzidos provenientes dos mesmos.

Compreendido o papel do nível de desagregação na dinâmica induzida do investimento uma outra questão vem à tona: o período de tempo necessário a esse ajuste total permanece o mesmo qualquer que seja o nível de agregação? Intuitivamente a negativa a essa resposta é imediata. Dada a complexidade envolvida e o número muito maior de ajustes requeridos entre as atividades, é de se esperar que esse processo de indução leve tanto mais tempo para cumprir sua tarefa maior seja o nível de desagregação adotado. Mas as consequências disso são muito mais abrangentes do que podem parecer à primeira vista.

Afora o fato de não termos dados trimestrais para mais que as 12 atividades utilizadas (e, ainda assim, somente para o valor adicionado, como vimos), uma evidente restrição poderia surgir para considerarmos um processo de ajuste que durasse, digamos, mais que o período do multiplicador: qual seria a utilidade, enquanto instrumento preditivo, de um processo de ajuste em um tipo de gasto autônomo que durasse mais que o próprio processo de ajuste da renda a alterações nos gastos autônomos? Decerto que para fins de previsão de potenciais impactos ao longo de um período não restrito de tempo, não há o menor problema em se tomar um período do investimento maior que o período do multiplicador; mas com relação à descrição da macrodinâmica, as limitações se tornam patentes.

E mais (e talvez mais grave), se buscarmos um esquema com o máximo possível de desagregação e ancorarmos nossa explicação para o investimento induzido num modelo que pressupõe que os coeficientes são fixos para o período de ajuste, qual a utilidade dessa explicação

se esse período de ajuste for tão grande que se torne impossível ignorar mudanças nos coeficientes tecnológicos? Nesse ponto juntamos dois tópicos: (i) o conhecido debate acerca da estabilidade dos coeficientes tecnológicos ao longo do tempo, que seria tão maior quanto menor fosse o nível de desagregação utilizado (*e.g.* Sevaldson, 1970); (ii) nossas próprias considerações que vão no sentido de concluir que o período requerido para o ajuste via investimento induzido é tão maior quanto maior seja o nível de desagregação, o que sugere, portanto, maiores possibilidades de mudanças tecnológicas e a conseqüente variação dos coeficientes.

Para esse dois tópicos permanece uma só resposta, que vai ao encontro de uma ideia também não tão recente de se encontrar um nível ideal de desagregação no qual os notórios ganhos de poder explicativo advindos da consideração de um número maior de atividades não sejam ofuscados por uma grande variabilidade dos coeficientes<sup>193</sup>. Temos que fazer o adendo ainda com relação ao período de tempo do ajuste, que idealmente deveria ser menor que o período do multiplicador.

---

193 Para uma interessante discussão sobre o nível de agregação e estabilidade dos parâmetros, ver Chipman (1950: 355-357), no contexto dos diferentes “organismos econômicos” e suas propensões a gastar.

## CAPÍTULO 5 – A PASSAGEM DO CURTO AO LONGO PRAZO: MODELOS SFC NUMA ESTRATÉGIA DE APLICAÇÃO À ECONOMIA BRASILEIRA

*“Sempre deve haver um problema de travessia. Para o estudo de uma travessia tem que se recorrer a métodos sequenciais de um tipo ou de outro”.*

*John Hicks (1981: 153)*

Ao lidarmos com a definição dos períodos (do multiplicador, do investimento) em capítulos anteriores, tivemos o intuito de delimitar um período teórico dentro do qual se desdobram efeitos de um impacto inicial tipicamente exógeno (soma dos gastos autônomos, investimento em uma atividade). Claro está que esses efeitos se desdobram ao longo do tempo, não são instantâneos, e a abstração de delimitar um período teórico serve justamente para conceder à análise um caráter estático, desde que tomemos o período adequado. O desafio a essa altura consiste em encadear períodos, para que necessariamente temos que utilizar o artifício das defasagens, no nosso caso a partir de um sistema de equações em diferenças. Mais particularmente, o desafio consiste em encadear períodos do multiplicador, visto que os períodos do investimento foram utilizados para atribuir uma dinâmica própria a essa variável, dinâmica tal que não nega, de modo algum, aquela de caráter mais agregado que parte da soma dos gastos autônomos e chega à determinação do nível de renda.

Um problema típico de travessia se estabelece para nos levar de um nível a outro de estado estacionário ou, como normalmente é o caso de modelos de crescimento dos mais diversos matizes, de uma taxa de crescimento de estado estacionário a outra. Não há, entretanto, necessidade lógica de fazermos a suposição de que se parte de um estado estacionário, mas somente de descrever o processo para chegarmos de uma configuração qualquer até um nível de estado estacionário, se a trajetória for convergente. Como nos referimos no primeiro capítulo, é o encadeamento dos curtos períodos do multiplicador, a partir da utilização de alguma variável de estoque defasada<sup>194</sup>, que caracteriza os modelos de consistência entre fluxos e estoques (SFC), objeto desse capítulo.

Centraremos fogo, portanto, na descrição da trajetória da economia, período a período, que ocorreria caso mantivéssemos todos os parâmetros e variáveis exógenas constantes. Desse modo, a nosso juízo, não está na diversidade de agentes institucionais a especificidade de um modelo SFC. Decerto que com uma gama mais variada de agentes, o que também significa que temos que

<sup>194</sup> “A variável de estoque defasada oferece o componente dinâmico essencial que gerará sequências em tempo real” (Godley e Lavoie, 2006: 245).

fazer um conjunto maior de hipóteses comportamentais, há uma quantidade maior de “experimentos” possíveis na medida do maior número de parâmetros comportamentais atribuídos; entretanto, supor, por exemplo, que existem dezenas de ativos financeiros em nossa economia e fazer com que os parâmetros que captam a “preferência pela liquidez” permaneçam constantes pode significar a mesma coisa que descrever uma economia com um único ativo financeiro, a depender das hipóteses comportamentais adotadas para os gastos a partir da riqueza.

Muito temos a ganhar com uma descrição institucionalmente mais rica de um sistema econômico (Macedo e Silva e Dos Santos, 2011), mas se essa descrição vai longe das possibilidades de aplicação, podemos nos deparar com uma situação em que, de um lado, temos um modelo ideal de funcionamento da economia equivalente ao Arrow-Debreu e, de outro, um modelo tão minimalista quanto o *New Cambridge* (Dos Santos e Macedo e Silva, 2010a), sem que nunca preenchamos a lacuna que os separa. Nossa tarefa consistirá também em traçar a ligação entre as possibilidades mais simples de aplicação e um modelo SFC dinamicamente especificado.

Todas as simulações e os gráficos resultantes das mesmas foram elaborados no Mathematica 5.1, ao passo que alguns outros gráficos descrevendo dados e operações mais triviais com as séries macroeconômicas foram elaborados no Eviews 4.1. Continuamos a utilizar os dados em milhões de reais, como nos capítulos anteriores.

### 5.1. De volta às formulações parciais para o multiplicador: os três saldos

Retomando o debate do final do primeiro capítulo dessa tese (seção 1.7), do mesmo modo que aventamos a possibilidade de existência de diferentes multiplicadores dos gastos autônomos a partir de Harrod (1939b), a depender de quantos macroagregados tomássemos e da definição de quais seriam autônomos e quais induzidos, podemos prosseguir para os diferentes setores institucionais. A separação em setores institucionais dá margem para inúmeras (quantas sejam as distinções) razões de equilíbrio<sup>195</sup>, desde que cada um desses setores contenha parcelas exógenas e endógenas, sendo que a razão prevalecente em cada setor institucional reflete adequadamente a renda obtida via multiplicador quando todos os outros setores institucionais estão equilibrados: por exemplo, levar em conta somente uma razão para a renda de equilíbrio externo (não como

---

<sup>195</sup> Normalmente essas razões são definidas pela divisão entre a parcela exógena e os parâmetros relacionados à parcela endógena, em cada setor institucional selecionado, resultando numa renda de equilíbrio para o mesmo, como veremos detalhadamente mais adiante.

restrição, mas como indicativo da renda de equilíbrio) em um modelo usual de macroeconomia aberta, equivale a supor que investimento e poupança são iguais, bem como gastos e arrecadação do governo, em consonância com o contemplado para o multiplicador de comércio exterior na referida seção.

Antes de observarmos o funcionamento de um modelo SFC típico, cabe fazermos algumas considerações sobre a possibilidade de implementação de uma estratégia aplicada como alternativa ao modelo “completo”, baseada nos fluxos obteníveis para determinado período, na linha dos modelos de três saldos *New Cambridge*, como advogado por Dos Santos e Macedo e Silva (2010a). Na tentativa de tornar a análise tão simples quanto possível, tomemos a identidade contábil que nos revela os três saldos em uma economia de acordo com a desagregação típica das descrições macroeconômicas, colocando, de um lado, os fluxos de usos para a renda (por parte das famílias) e, de outro, os fluxos de recursos das firmas (repassados às famílias numa agregação para o setor privado como um todo, como deixaremos claro):

$$C + S + T + M \equiv C + I + G + X$$

Assim, re-arrumando os termos, podemos fazer:

$$(S - I) + (T - G) + (M - X) \equiv 0$$

saldos:    privado    público    externo

onde destacamos os saldos dos setores institucionais privado, público e externo, que, somados, têm que resultar em zero. De uma forma ou de outra, praticantes da abordagem dos três saldos chegam a esses resultados, normalmente contendo um nível de detalhamento um pouco maior acerca das transferências entre os setores institucionais e/ou organizados de modo a representar os setores devedores com sinal positivo e os credores com sinal negativo, e não o contrário como acima; posteriormente costuma se dividir o setor privado entre famílias e firmas. Para os nossos fins, e de modo a compatibilizar essa análise com a do multiplicador, mantenhamos a notação.

De um modo geral, o que se faz é observar o comportamento efetivo desses três saldos e realizar inferências acerca da necessária acumulação de estoques caso recursos e usos não se contrabalanceiem em cada setor institucional<sup>196</sup>; por exemplo, se o saldo do setor externo for zero (exportações igualam importações), um déficit público (fluxo) necessariamente tem que ser compensado por um superávit privado e, assim, está ocorrendo um aumento da dívida pública (estoque). O que normalmente não se faz é levar adiante o pleito de Godley (1999b) e utilizar

<sup>196</sup> Tomemos Dos Santos (2004) ou Barbosa-Filho *et al* (2006, 2008) como representativos para essa finalidade, só para ficar em poucos exemplos. São muitos os trabalhos recentes que utilizam os três saldos, grande parte produzida e/ou divulgada no âmbito do *Levy Economics Institute*. No Brasil, um exemplo recente é Teixeira (2010, cap. 2), em que se destaca a natureza puramente contábil do exercício a partir dos três saldos.

também as “razões” – fiscal, de comércio exterior e uma combinação das duas –, para a representação desses possíveis desequilíbrios, valendo a ressalva de que as mesmas estão presentes desde Godley e Cripps (1983: 111, 296 e 295, respectivamente) e Godley (1983: 147-148), e foram re-apresentadas recentemente em Godley e Lavoie (2007a: 71, 179 e 178, respectivamente)<sup>197</sup>.

Um bom motivo para não fazê-lo é que sairíamos de uma análise que utiliza relações contábeis “puras” e passaríamos a ter que considerar estimativas para alguns parâmetros e uma necessária separação entre variáveis consideradas endógenas e exógenas. Mas a motivação para fazê-lo reside na possibilidade de encontrar, dadas as variáveis exógenas, qual o nível de renda compatível com o equilíbrio fiscal (em cada período) – *i.e.*, o nível de renda em que o estoque de dívida pública não se altera, qual o compatível com o equilíbrio na balança comercial – *i.e.*, o nível de renda em que a dívida externa líquida<sup>198</sup> não se altera, e ainda, qual o nível de renda, a cada momento, em que o setor privado não estaria acumulando nem desacumulando estoques de riqueza.

Godley (1999b) parece de fato considerar esse tipo de análise um “acessório” indispensável para entendermos os três saldos, argumentando que fazer inferências acerca do setor institucional em foco se torna fácil, também no que se refere a trajetórias ao longo do tempo, ou seja, a taxas de crescimento das variáveis exógenas. Uma vez que, no segundo capítulo, obtivemos as estimativas para os parâmetros em questão, fazendo a separação entre fatores endógenos e exógenos, não há dificuldade alguma com essa implementação.

Observando que os termos do lado esquerdo da identidade  $I + G + X \equiv S + T + M$  são considerados exógenos, enquanto os do lado direito considerados endógenos (pelo menos parcialmente), teríamos:

$$\begin{array}{ll} I = \bar{I} & S = (1 - \alpha)(1 - \theta)Y - \bar{C} \\ G = \bar{G} \text{ de um lado, e } & T = \theta Y \text{ do outro.} \\ X = \bar{X} & M = \gamma Y + \bar{M} \end{array}$$

197 Aparentemente nenhum outro trabalho posterior a Godley (1999b) utilizou as referidas razões num contexto de aplicação aos três saldos, à exceção de Godley e Wray (1999), que realiza um exercício similar ao primeiro. Em Godley e Lavoie (2006: 246) há menção à razão que resulta da combinação das duas, mas no contexto do estado estacionário de um modelo SFC completo.

198 A relação mais precisa entre os fluxos representativos dos saldos setoriais e a variação dos estoques de dívida será explicitada na próxima seção (tabela 5.5). O mecanismo que nos habilita a utilizar o conceito de Dívida Externa Líquida, ao invés do conceito (mais usual) de Passivo Externo Líquido, também está descrito na seção seguinte, na qual se faz ainda um uso empírico de tal conceito, que “corresponde à soma da dívida externa bruta do setor público não-financeiro e do Banco Central, deduzida de suas aplicações em moeda estrangeira” (BCB, 2008: 138).

Se organizarmos do seguinte modo, voltamos ao multiplicador tradicional:

$$\bar{I} + \bar{G} + \bar{X} = (1 - \alpha)(1 - \theta)Y - \bar{C} + \theta Y + \gamma Y + \bar{M}$$

$$Y = \frac{\bar{I} + \bar{G} + \bar{X} + \bar{C} - \bar{M}}{(1 - \alpha)(1 - \theta) + \theta + \gamma} \text{ ou } Y = \frac{\bar{I} + \bar{G} + \bar{X} + \bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma}$$

Mas se raciocinarmos a partir de  $(I - S) + (G - T) + (X - M) \equiv 0$  e tomarmos cada termo entre parênteses separadamente (o que significa considerar que os termos restantes são zero), teríamos  $[\bar{I} - (1 - \alpha)(1 - \theta)Y + \bar{C}] + (\bar{G} - \theta Y) + (\bar{X} - \gamma Y - \bar{M}) \equiv 0$ , que resulta em

$$Y_{IS} = \frac{\bar{I} + \bar{C}}{(1 - \alpha)(1 - \theta)}, \quad Y_{GT} = \frac{\bar{G}}{\theta} \text{ e } Y_{XM} = \frac{\bar{X} - \bar{M}}{\gamma}$$

A última dessas razões exibidas acima é uma representação do conhecido multiplicador de comércio exterior de Harrod<sup>199</sup> (1939b), ligeiramente modificado por considerarmos que parte das importações não depende da renda (enquanto o usual é considerar as importações totalmente endógenas). Essa é a razão de comércio exterior utilizada por Godley, à qual nos referimos acima, presente, portanto, há muito tempo nos desenvolvimentos ligados a Cambridge.

A consideração das variáveis relativas ao setor público e dos efeitos que o equilíbrio orçamentário do governo exerce sobre a renda teve que aguardar, entretanto, por mais de um quarto de século (Ott e Ott, 1965: 71), ocorrendo fora do contexto da Escola de Cambridge e sendo absorvida, posteriormente, pelos modelos *New Cambridge*. Christ (1967) apresenta um modelo que leva em conta a interdependência entre fluxos e estoques e as restrições implicadas, enfatizando: (i) os fluxos de investimento na conformação do estoque de capital, a este acrescidos os estoques de base monetária e títulos do governo para totalizar o estoque de riqueza privada, a qual é também variável explicativa (com uma defasagem) de sua função consumo; e (ii) a restrição, por parte do governo, para o financiamento dos seus gastos, funcionando como alternativas a arrecadação de impostos e a emissão de títulos públicos e base monetária. No entanto, os exercícios propostos nesse artigo têm por objetivo a obtenção de resultados (e “multiplicadores”) para um período adiante, não trazendo o encadeamento de vários períodos nem a análise de equilíbrios de estado estacionário típicos dos modelos SFC.

Em outro artigo (Christ, 1968), todavia, esse autor demonstra sua preocupação também

<sup>199</sup> Acerca do qual Kaldor (1988) faz uma interessante exposição que reafirma a importância deste e de sua contraparte em termos de taxas de crescimento, a lei de Thirlwall, enquanto fator limitante do crescimento, como nos modernos estudos sobre o crescimento com restrições de divisas. Para trabalhos recentes com aplicações para o Brasil, ver Lima e Carvalho (2008) e Carvalho, Lima e Santos (2008). Vale lembrar que Thirlwall (1979) não tinha conhecimento do multiplicador de Harrod (1939b) ao publicar seu artigo, como afirmado pelo próprio (Thirlwall, 1997: 377).

com os “multiplicadores de longo prazo”, concluindo, em consonância com os modelos SFC, que, dados os gastos do governo e sem alterações nas alíquotas tributárias, o multiplicador de longo prazo dos gastos do governo é igual ao inverso da alíquota tributária marginal; isso porque, reconhece Christ (1968: 66), um equilíbrio estático de longo prazo requer um orçamento equilibrado. A mesma conclusão já havia sido enunciada por Ott e Ott (1965: 74, ênfases suprimidas)<sup>200</sup>, similarmente afirmando que o “multiplicador dos gastos é, assim, o recíproco da propensão marginal a tributar”. Vale notar que esses resultados foram obtidos para modelos de economia fechada que, não obstante, apresentam outros componentes de demanda final (consumo e investimento), de modo que o equilíbrio unicamente determinado pela esfera governamental é explicitado como uma espécie de condição de longo prazo. Assim, chegaríamos ao mesmo  $Y_{GT} = \bar{G}/\theta$ .

Apesar de o entendimento desse equilíbrio orçamentário como renda de equilíbrio de estado estacionário, sobretudo como resultado final de curtos períodos encadeados, ter aguardado, por sua vez, os modelos *New Cambridge*, estando expresso em Godley e Cripps (1983: 111) e em Godley (1983: 147), este já aparece como uma solução de estado estacionário desde a origem, não representando uma simples manipulação de identidades contábeis como no caso de Harrod (1939b) para o equilíbrio externo<sup>201</sup>. Se seguissemos Harrod (1939b) quanto à ausência de poupança, agora para uma economia fechada e sem formação de capital, teríamos, similarmente:

$$\begin{aligned} Y &\equiv C + T \equiv C + G \\ \theta Y &= \bar{G} \\ Y_{GT} &= \frac{\bar{G}}{\theta} \end{aligned}$$

Supor, ainda, um modelo SFC bastante simples (sem investimento) no qual os fluxos de poupança se convertem em estoques de riqueza ( $S = \Delta W$ ), como em Godley e Lavoie (2007a, capítulo 3), nos levaria ao mesmo resultado, deixando clara a natureza do equilíbrio de estado estacionário, no qual não pode haver variação no estoque de riqueza (poupança):

$$\begin{aligned} Y &\equiv C + T + S \equiv C + G \\ S &= \Delta W \\ T + \Delta W &= G \\ \theta Y &= \bar{G} - \Delta W \end{aligned} \quad \text{se } \Delta W = 0 \Rightarrow Y_{GT} = \frac{\bar{G}}{\theta}$$

200 Aos quais Godley e Lavoie (2007a: 72n) atribuem a primazia da afirmação.

201 É forçoso ainda reconhecer que podemos interpretar o multiplicador de comércio exterior já a partir da hipótese (implícita) de um equilíbrio de estado estacionário, uma vez que não há poupança, condição que identifica uma abordagem estática, diferenciando-a da dinâmica, em seus próprios termos (Harrod, 1948, capítulo 1).

Posição fiscal (*fiscal stance*) é a denominação dada em Godley e Cripps (1983: 111) e adotada em Godley e Lavoie (2007a: 72) para essa razão. Seu significado é mais profundo do que parece: é o nível de renda que faria com que o estoque de dívida pública (riqueza privada) parasse de variar. No caso de uma economia fechada, portanto, todos os estoques parariam de variar; para o caso de uma economia aberta, ainda teríamos que analisar a posição da dívida externa líquida. Curiosamente, Godley (1983: 147) utiliza também a expressão “taxa garantida” para essa relação de equilíbrio de estado estacionário para o orçamento governamental e, uma página adiante, repete a expressão como “fluxo de renda nacional garantida” para uma outra equação, concernente a uma economia aberta, que, em nossos termos, corresponderia a

$$Y^* = \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma} \quad (5.1)$$

essa significando a combinação das razões fiscal e de comércio exterior, de modo a tornar  $(S - I) = 0$ , o que implica que  $(T - G) + (M - X) = 0$ .

Interpretando essas razões como multiplicadores, podemos mesmo entender que parte do debate acerca da adequação da “velha” *versus* “nova” abordagem de Cambridge gira em torno da composição dos mesmos (Mata, 2006: 8), no qual se faz parecer que enquanto a “velha” Cambridge levava em conta o multiplicador completo, a “nova” tratava apenas de multiplicadores parciais, como o de comércio exterior.

Todas essas relações fluxo-fluxo são, portanto, parte de uma tradição que tem origem com o uso de multiplicadores, parciais ou não, e transcende as fronteiras de Cambridge, apesar de se mostrarem cruciais para os próprios desenvolvimentos ligados a esta escola. No entanto, um outro tipo de relação, entre variáveis de fluxo e variáveis de estoque, também parece ter se desenvolvido em semelhante contexto a partir de Harrod (1939a) e sua taxa garantida de crescimento, a qual incorpora ao arcabouço do multiplicador a relação capital-produto, portanto, uma relação estoque-fluxo. Esse tipo de relação foi também caro aos desenvolvimentos *New Cambridge*, através do uso extensivo de normas estoque-fluxo (*e.g.* Godley e Cripps, 1983: 42-43), e da consideração de que estas apresentam um grau considerável de estabilidade<sup>202</sup>.

Apesar de a utilização de normas estoque-fluxo ser uma das possibilidades de exposição das características de um equilíbrio de estado estacionário, essa não é a única. Tampouco foi a

---

202 O uso dessas normas não parece ter tido grande apelo entre macroeconomistas, a julgar pela baixa aceitação do livro de Godley e Cripps (1983), onde se utiliza a ideia básica de uma razão desejada entre estoque de riqueza financeira e fluxo de renda (*ibid.*: 49, 61). Curiosamente, parte da assim chamada heterodoxia parece ter aceito relativamente bem o mesmo argumento quando exposto em termos mais frouxos por Aglietta (1995: 17)

estratégia principal de exposição adotada em Godley e Lavoie (2007a), a despeito de ter se explicitado a equivalência entre a utilização das mesmas e uma derivação a partir de uma função consumo em que a riqueza defasada entra como argumento (*ibid*: 76-77). Na seção seguinte, que tratará mais pormenorizadamente da especificação de um modelo SFC, a sucessão de equilíbrios dos curtos períodos do multiplicador e as situações de estado estacionário serão expostos sem fazer uso de normas estoque-fluxo enquanto atributos comportamentais.

Por ora, debruçemo-nos sobre as razões fluxo-fluxo apresentadas acima, das quais as três últimas – fiscal ( $Y_{GT}$ ), de comércio exterior ( $Y_{XM}$ ) e uma combinação das duas ( $Y^*$ ) – foram exaustivamente enfatizadas por Godley, como relatado. Antes de observarmos o comportamento desses níveis de renda de equilíbrio para o Brasil, necessitamos tecer algumas considerações acerca das adaptações possíveis para uma perspectiva aplicada. Inicialmente, consideramos que: (i) as séries das variáveis exógenas são uma média aritmética para o período atual mais seis defasagens; (ii) a série estimada via multiplicador se constitui numa aproximação satisfatória para a renda (ver capítulo 2); e (iii) os dados para os gastos do governo podem ser ajustados para incluir o investimento do governo (isso não faz diferença para estimar o multiplicador, mas faz para tomar esses componentes separadamente) a partir da média da participação deste no investimento total (11,27%), obtida através das Contas Econômicas por Setores Institucionais do IBGE (2000-2006), procedendo-se ao ajuste análogo no investimento privado.

Num segundo momento, necessitamos também acrescentar as transferências com o pagamento de juros sobre a dívida ao conceito de carga tributária líquida, uma vez que este pagamento de juros ainda não está destacado da renda nacional, de tal modo que obtivemos um  $\theta = 0,1125$ . O pagamento de juros, como porcentagem do PIB, foi calculado a partir das estatísticas de necessidade de financiamento do setor público (NFSP), categoria de usos, tomando a média mensal dos fluxos de pagamentos de juros internos sobre o PIB, conforme divulgado pelo Banco Central do Brasil a partir de dezembro de 2001 até março de 2010 (mantendo a consistência com o período tomado anteriormente). A média para esse período foi de 6,24%, subtraída dos 17,49% de média da carga tributária líquida obtida a partir de Dos Santos, Macedo e Silva e Ribeiro (2010) e expresso no apêndice 2.1, resultando nos 11,25% para esse parâmetro.

Conforme o referido apêndice, se estamos mensurando  $\alpha(1-\theta)$ , essa alteração na carga tributária tem uma contrapartida na propensão marginal a consumir, de modo que os mesmos 0,6043 obtidos anteriormente para  $\alpha(1-\theta)$  devem ser divididos por  $(1-\theta) = 0,8875$ , resultando em

$\alpha = 0,6809$ . Ou seja, com a redução da carga tributária líquida e a incorporação dos juros à renda disponível, ajustamos para baixo a propensão marginal a consumir antes de impostos líquidos de transferências. Foi utilizado ainda  $\gamma = 0,1225$ , agora como antes. Feitos esses ajustes, obtivemos o gráfico 5.1:

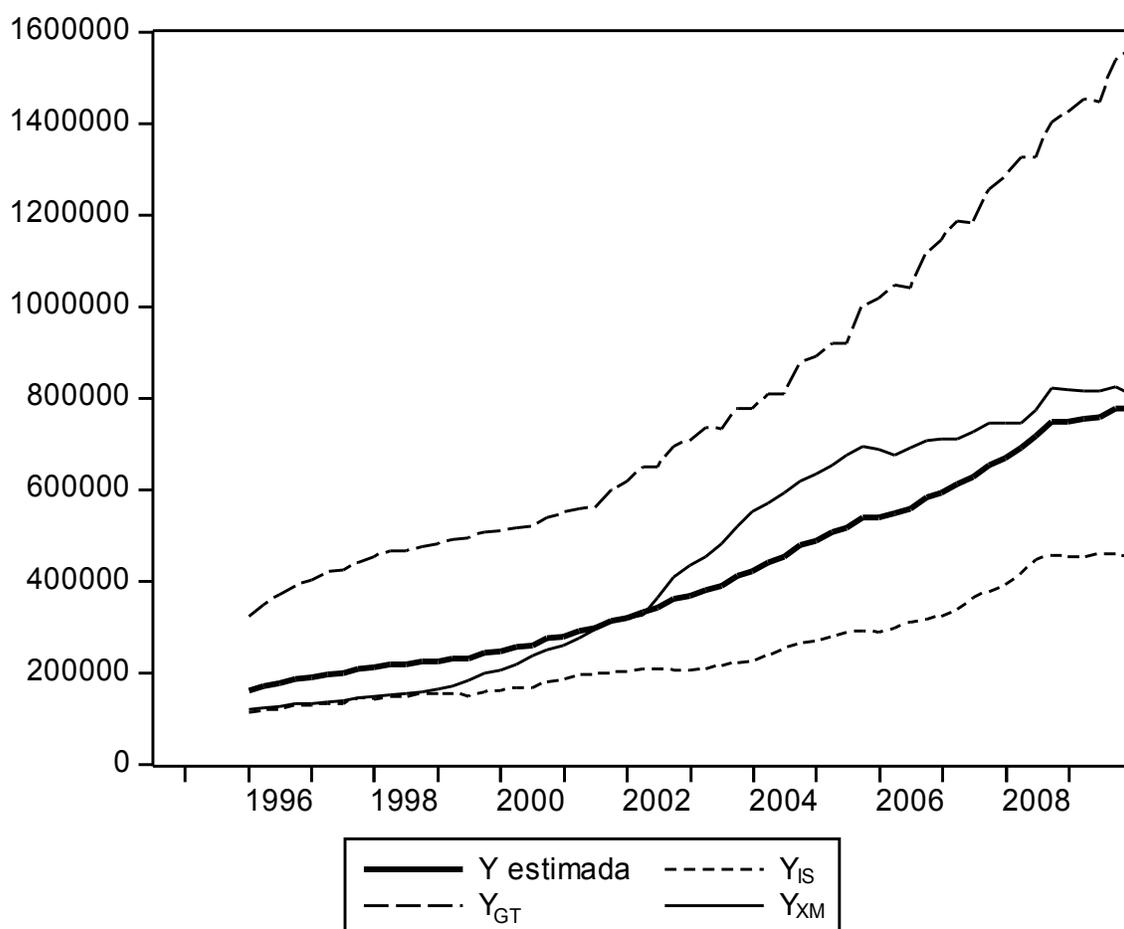


Gráfico 5.1 –As três razões e a renda estimada via multiplicador

É necessário explorar o significado deste tipo de representação. A razão entre gastos do governo e a carga tributária líquida média ( $Y_{GT} = \bar{G}/\theta$ ), por exemplo, nos informa o nível de renda em que teríamos um equilíbrio orçamentário, para o nível de gastos do governo (exógenos) prevalecente; assim, se esta linha está acima da renda estimada a partir do multiplicador tradicional, o *setor público* está “puxando” a demanda agregada para cima através de déficits orçamentários, como ocorre para o nosso caso ao longo de todo o período analisado. Um

equilíbrio orçamentário implica manter o estoque de dívida pública, emitido por causas internas<sup>203</sup>, constante.

Ao contrário, também ao longo de todo o período podemos observar o *setor privado* contribuindo negativamente para o nível de renda da economia, o que poderia ser interpretado<sup>204</sup> como uma evidência de que o nível de investimento é insuficiente comparado à propensão a poupar para a economia como um todo, uma vez que o nível de renda efetivo é superior àquele que seria obtido caso poupança e investimento estivessem em equilíbrio ( $Y_{IS} = (\bar{I} + \bar{C}) / (1 - \alpha)(1 - \theta)$ ). Considerando o investimento como autônomo, o nível de poupança é, conseqüentemente, superior ao necessário para o equilíbrio entre poupança e investimento, sendo aquela necessariamente superior a este (há superávits no setor privado para todo o período). Numa situação em que a poupança se igualasse ao investimento, o setor privado não estaria alterando seu estoque de riqueza.

O *setor externo* se apresenta tanto como indutor quanto como repressor do nível de renda nesse período ( $Y_{XM} = (\bar{X} - \bar{M}) / \gamma$ ). Antes do terceiro trimestre de 2002, esse setor contribuiu negativamente para o nível de renda, enquanto a partir desse trimestre passa a contribuir positivamente, apresentando um auge para essa contribuição positiva (medida pela distância entre a renda de equilíbrio nesse setor e a renda obtida pelo multiplicador) no terceiro trimestre de 2005 e ficando mais próximo de um equilíbrio na balança comercial (superávits menores) depois disso. Por um outro ponto de vista, se levássemos em conta somente a balança comercial como potencial geradora de divisas e interpretássemos a razão de comércio exterior como indicativa de uma tendência de longo prazo, poderíamos afirmar ainda que houve restrição externa ao crescimento antes do terceiro trimestre de 2002, o que não se coloca após esse trimestre, com uma reaproximação a essa condição no final da série. No caso em que obtivéssemos equilíbrio na balança comercial o setor externo não alteraria sua estrutura patrimonial, de modo que a dívida emitida por causas externas se manteria constante, como veremos na formulação da seção subsequente.

Como já explicitado, as razões fiscal e de comércio exterior são extensivamente discutidas e utilizadas nos escritos de Godley, ao que se acrescenta ainda uma combinação entre essas duas que gera um equilíbrio de estado estacionário, que caracterizaremos aqui como uma primeira

<sup>203</sup> Explicitaremos a diferença entre a dívida emitida por causas internas e a emitida por causas externas no início da próxima seção.

<sup>204</sup> Sobre os diferentes “fechamentos” teóricos possíveis a partir dos dados para esses setores e a aderência empírica dos mesmos, consultar Barbosa-Filho *et al* (2006).

aproximação para esse tipo de equilíbrio em um modelo SFC. A equação (5.1), que nos diz que  $Y^* = (\bar{G} + \bar{X} - \bar{M})/(\theta + \gamma)$ , se aplicada ao caso brasileiro, gera a trajetória mostrada no gráfico 5.2, comparada à gerada a partir do multiplicador tradicional:

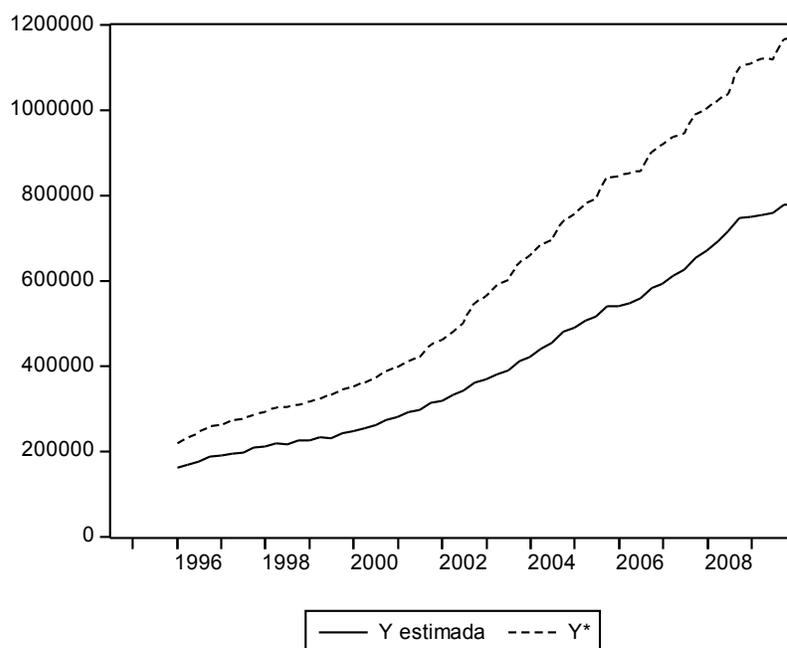


Gráfico 5.2 – Aproximação para o estado estacionário SFC

Devemos levar em conta ao analisar o afastamento observado entre essas séries, ao longo do tempo, que estamos tomando uma carga tributária média para o período: uma vez que a carga tributária se eleva nesse período e como a equação para o estado estacionário é mais sensível a variações em *theta* que a equação do multiplicador, parte da explicação para esse afastamento se deve a um mero efeito estatístico. Contudo, o afastamento maior a partir do último trimestre de 2008 reflete genuinamente as políticas macroeconômicas utilizadas para o enfrentamento da crise recente, uma vez que observamos uma queda da carga tributária concomitante ao aumento dos gastos do governo (ver Dos Santos e Macedo e Silva, 2010b).

Essa série para a renda de estado estacionário, facilmente obténível a partir de fluxos das contas nacionais acrescidos dos parâmetros relativos à carga tributária e à propensão marginal a importar, tem um significado muito mais importante do que poderia parecer à primeira vista: representa, para cada trimestre, o nível de renda compatível com um equilíbrio de estado

estacionário no qual o setor privado não altera seu estoque de riqueza<sup>205</sup>.

Assim, para cada nível de renda efetivamente apurado, temos uma contraparte em termos do nível de renda que seria obtido após encerrarem-se todas as considerações acerca da riqueza, para uma dada configuração desse estoque. Tendo em vista que a travessia de uma posição qualquer para o estado estacionário não se dá automática ou instantaneamente, se faz necessário que especifiquemos mais detalhadamente um modelo SFC que explique, dinamicamente, como chegamos ao mesmo equilíbrio de estado estacionário.

## 5.2. O estoque de riqueza em um modelo macroeconômico tradicional

Um modelo macroeconômico tradicional para uma economia aberta e com governo pode ser descrito razoavelmente bem através de uma explicação do tipo “fluxo circular de renda”, no qual de um lado se encontram as famílias e do outro as firmas, tendo que se acrescentar um setor institucional correspondente ao governo e outro representando o resto do mundo. A face monetária das operações entre tais setores institucionais costuma tomar a seguinte representação: (i) famílias, para as quais flui toda a renda gerada exclusivamente no interior das firmas, gastam em bens de consumo adquiridos frente às firmas e pagam impostos ao governo, restando ainda o resíduo que “vaza” como poupança; (ii) o governo, por sua vez, tem como fonte tal receita de impostos e efetua despesas em termos de gastos do governo, junto às firmas; (iii) as firmas, além dos rendimentos obtidos pelas vendas junto às famílias e ao governo, também ganham com a venda de produtos para o resto do mundo (exportações) e gastam com produtos adquiridos do resto do mundo (importações); soma-se os gastos privados com investimento<sup>206</sup> e, finalmente, todo o rendimento obtido menos os gastos com importações é distribuído às famílias (não é necessário separarmos salários, lucros, juros, etc., mas somente imaginar que *tudo* é transferido às famílias); (iv) o resto do mundo, que transaciona com as firmas “nacionais”, tem um saldo que é justamente o contrário da balança comercial, pois esse setor institucional ganha com as importações “nacionais” e perde com as exportações.

Essa estrutura de transações (somente fluxos), que resulta na identidade

---

205 E isso sem contar com hipóteses adicionais acerca do equilíbrio nos demais setores, como é o caso quando consideramos cada um dos “multiplicadores parciais” isoladamente; agora, como estamos tratando de uma situação em que os setores público e externo estão *conjuntamente* em equilíbrio, logicamente também está o setor privado.

206 Quer sejam pensados em termos de firma para firma ou a partir de um suposto “intermediário financeiro” que aloca a poupança; de todo modo, tal intermediário estaria entre as firmas, uma vez que logicamente nessa categoria incluímos também os bancos comerciais e demais representantes do setor financeiro.

$C + S + T + M \equiv C + I + G + X$ , pode ser descrita em termos da seguinte tabela, nos moldes das presentes em análises SFC<sup>207</sup>:

Tabela 5.1 – Transações num modelo macroeconômico tradicional

	Famílias	Firmas	Governo	Resto do mundo	$\Sigma$
Consumo	$-C$	$+C$			0
Investimento		Corrente $+I$			0
		Capital $-I$			
Gastos do Governo		$+G$	$-G$		0
Exportações		$+X$		$-X$	0
Importações		$-M$		$+M$	0
[Memo]		$Y = C + I + G + X - M$			
Rendimentos	$+Y$	$-Y$			0
Impostos líquidos	$-T$		$+T$		0
$\Sigma$	$S = Y - T - C$	$-I$	$T - G$	$M - X$	0

Estão aí resumidas todas as informações a respeito dos fluxos desse sistema econômico simplificado<sup>208</sup>, com destaque para o investimento, que significa um ganho corrente para as firmas produtoras de bens de capital ao mesmo tempo que uma despesa de capital para as demais. A renda, totalmente distribuída para as famílias, está explicitada numa linha que visa somente contextualizar essa simples identidade macroeconômica.

As hipóteses enunciadas até então não foram feitas com a pretensão de descrever adequadamente a realidade ou de representar as “melhores” escolhas possíveis; são estas que, implicitamente e com uma ou outra pequena variação, estão presentes nos modelos típicos de uma economia aberta e com governo. Portanto, é desejável que iniciemos daí, mas devemos destacar desde já que faremos isso não somente por apego aos velhos hábitos de pensamento, mas principalmente porque resultados qualitativamente diferentes e que reproduzem o funcionamento dinâmico de uma economia que opera sob condições de consistência entre fluxos e estoques

207 Com pequenas alterações, mas no mesmo espírito, *e.g.* Godley, 1999a; Lavoie e Godley, 2002; Dos Santos, 2006; Dos Santos e Zezza, 2008; Godley e Lavoie, 2007a, 2007b, 2007c; van Treeck, 2009; Macedo e Silva e Dos Santos, 2011. Especial destaque para Godley e Lavoie (2006), por se tratar de uma economia aberta em termos relativamente simples (com poucos agentes institucionais), sendo que a primeira parte da tabela 1 é semelhante à aqui apresentada.

208 Os que estão habituados com a exposição deste tipo de modelo podem ter sentido a ausência do fluxo de pagamento de juros sobre a dívida, transferência do setor público ao setor privado comumente destacada. Um tratamento adequado da questão consta do apêndice 5.1, ao final do capítulo, mas cabe ressaltar, desde já, que o fato de não termos explicitado tais transferências não significa que estas não ocorram em nosso sistema econômico, uma vez que os impostos foram também considerados líquidos de transferências com juros (por conseguinte, também a carga tributária líquida), como o efetuado em Godley e Cripps (1983: 107n). Se fizermos com que essas transferências com pagamento de juros integrem a renda disponível e sejam gastas na proporção da propensão marginal a consumir, a parte não gasta também integra o fluxo de poupança que se junta ao estoque de riqueza do período anterior e assim por diante. Essas considerações não têm a pretensão de afirmar que os resultados são idênticos ao destacarmos os pagamentos de juros, como ficará claro no referido apêndice.

podem ser obtidos a partir de um arcabouço tão simples quanto esse. E mais: uma vez que boa parte dos dados macroeconômicos disponíveis está compilada de modo a se adequar a essa explicação mais usual, se faz imprescindível que entendamos o funcionamento de um modelo SFC a partir daí, para que possamos acrescentar novos elementos à medida que novos dados sejam gerados (inclusive pela demanda dos pesquisadores), de modo a termos plena consciência dos mecanismos dinâmicos essenciais do modelo<sup>209</sup>.

Tendo isso em mente, façamos a hipótese mais simples possível acerca da estrutura patrimonial desses setores institucionais: o estoque de capital ( $K$ ) é o único ativo a permanecer nas firmas, enquanto que, a exemplo da renda, o estoque de riqueza acumulado ( $W$ ) pertence às famílias. Enquanto o estoque de capital é o único ativo desse tipo de sistema que não tem contrapartida em termos de um passivo financeiro (o setor institucional firmas abarca o setor financeiro), isto é, é o único ativo real do sistema, o estoque de riqueza é contrapartida da emissão de dívida pública.

Tabela 5.2 – Estrutura patrimonial acrescida a um modelo macroeconômico tradicional

	<b>Famílias</b>	<b>Firmas</b>	<b>Governo</b>	<b>Resto do mundo</b>	<b><math>\Sigma</math></b>
Dívida pública	$+W$		$-W_I$	$-W_E$	0
Capital fixo		$+K$			$K$
<b><math>\Sigma</math></b>	$+W$	$+K$	$-W_I$	$-W_E$	$K$

Essa emissão de dívida pública, para uma economia aberta, deve ser entendida em duas frentes: a emissão de dívida realizada para cobrir um déficit público ( $G > T$ ), e a emissão de dívida realizada para cobrir um déficit do resto do mundo ( $X > M$ ). Enquanto a dívida identificada com o passivo interno,  $-W_I$ , é de compreensão mais direta, façamos o caminho que nos leva ao passivo externo,  $-W_E$ . Se o saldo da balança comercial é positivo, isso significa que o setor institucional “resto do mundo” tem um saldo negativo e, portanto, acumulará um estoque de dívida; comumente isso se dá sob a forma de acumulação de reservas pelo país superavitário; para que essas reservas sejam acumuladas pela autoridade monetária, as divisas “em excesso” são recolhidas pela mesma em troca de moeda nacional; se não se deseja aumentar o estoque de

209 Nossa ênfase no modo de funcionamento dos modelos SFC não exclui a possibilidade de utilizarmos um cenário institucionalmente mais rico e mais adequado à realidade para “organizar o pensamento”, iluminando períodos, espaços ou debates teóricos específicos, como parece ser o intuito de Willcox (2003; 2005), por exemplo. O que se destaca aqui é que esse tipo de análise, com elevada complexidade institucional e baixa preocupação com a formulação dinâmica, por si só, não nos diz muito acerca do mecanismo dinâmico que faz com que um modelo SFC atinja os resultados de simulação comumente apresentados. Tampouco deveria o espírito científico se contentar com resultados de uma simulação sobre o funcionamento da qual pouco se apreende.

moeda nacional (uma vez que não haja mudanças nas necessidades de transação) ou alterar a taxa de juros (se a mesma fosse determinada por oferta e demanda por moeda; nos modelos SFC essa também é dada), a moeda “em excesso” deve ser trocada por títulos da dívida pública (se se mantém o mesmo estoque destes pela autoridade monetária, só pode ter ocorrido uma emissão pelo tesouro nacional); em resumo, fixadas as taxas de juros e de câmbio (fixadas para a análise, o que não quer dizer que são inalteráveis ou que o regime é de câmbio fixo), a contrapartida de um déficit do resto do mundo também é a emissão de dívida pública e, portanto, aumento da riqueza do setor privado.

Logicamente o inverso tem que ser verdadeiro, e é essa “esterilização” automática (culminando na tese da “compensação”) que também se encontra em Godley e Lavoie (2006: 250-252), apesar de destacar-se mais um setor institucional (banco central) e trabalhar-se explicitamente com estoques de reservas, moeda e títulos públicos (em poder do banco central e em poder do público, separadamente). Ao fim e ao cabo, também se conclui nesse artigo que um déficit no setor institucional “resto do mundo” implica um aumento da riqueza privada (com o setor público equilibrado, como uma hipótese do tipo tudo mais constante)<sup>210</sup>, sendo que podemos garantir que essa especificação mais simples aqui oferecida (com o banco central agregado ao setor público e bancos comerciais ao setor privado, por exemplo) é perfeitamente funcional no concernente à dinâmica de um modelo SFC.

Uma vez que já estamos tratando de três grandes saldos, o do setor privado, o do setor público e o do setor externo, como é usual a partir da identidade macroeconômica  $(S - I) + (T - G) + (M - X) \equiv 0$ , e considerando que toda a renda é distribuída às famílias, uma representação ainda mais simples e mais compatível com a análise macroeconômica tradicional, bem como com a exposta na seção anterior (porém menos intuitiva do ponto de vista de um “fluxo circular de renda”), poderia ser gerada a partir da junção de famílias e firmas em um único setor institucional, o setor privado. Desse modo, teríamos:

---

<sup>210</sup> Uma alternativa a esse tipo de dinâmica é possível ao estabelecer-se um conjunto análogo a essas matrizes para um outro “país”, especificando cada transação, ativo e passivo deste, ao invés de trabalhar-se somente com o setor institucional “resto do mundo”; nesse caso, fazendo com que a taxa de câmbio possa variar, podem ser extraídas outras conclusões. No entanto, isso foge de nosso interesse imediato, sendo que retomaremos esse tópico somente ao especificarmos uma solução de estado estacionário para o sistema, quando surge o debate acerca da possibilidade de existência de déficits gêmeos.

Tabela 5.3 – Estrutura patrimonial acrescida a um modelo macroeconômico tradicional (setor privado agregado)

	<b>Privado</b>	<b>Público</b>	<b>Externo</b>	<b>Σ</b>
Dívida pública	$+W$	$-W_I$	$-W_E$	0
Capital fixo	$+K$			$K$
<b>Σ</b>	$W+K$	$-W_I$	$-W_E$	$K$

Tabela 5.4 – Transações num modelo macroeconômico tradicional (setor privado agregado)

	<b>Privado</b>		<b>Público</b>	<b>Externo</b>	<b>Σ</b>
	Corrente	Capital			
Investimento	$+I$	$-I$			0
Gastos do Governo		$+G$	$-G$		0
Exportações		$+X$		$-X$	0
Importações		$-M$		$+M$	0
Impostos líquidos		$-T$	$+T$		0
<b>Σ</b>		$S-I$	$T-G$	$M-X$	0

Partindo dessas duas tabelas, podemos completar a análise especificando claramente como se altera a estrutura de ativos e passivos. Informalmente, já o fizemos ao descrever o processo de “esterilização”, mas com os setores desse modo agregados fica ainda mais direta a descrição em termos de um modelo macroeconômico tradicional, desde que especifiquemos os fluxos de fundos entre os setores:

Tabela 5.5 – Fluxos de fundos num modelo macroeconômico tradicional (setor privado agregado)

	<b>Privado</b>	<b>Público</b>	<b>Externo</b>	<b>Σ</b>
Saldos setoriais	$S-I$	$T-G$	$M-X$	0
Dívida pública	$-\Delta W$	$+\Delta W_I$	$+\Delta W_E$	0
Capital fixo	$+\Delta K$			$+\Delta K$
<b>Σ</b>	$+\Delta K$	0	0	$+\Delta K$

Dado um estoque de riqueza proveniente do período anterior, este só pode aumentar caso o setor privado tenha um superávit, e se reduzir caso haja um déficit. Assim,  $W_{-1} + (S - I) = W$ . Por sua vez, um superávit no setor privado só pode ocorrer caso haja um déficit no setor público ou no setor externo, tomando cada um desses saldos por vez e lembrando, como consta da tabela, que  $(S - I) = (G - T) + (X - M)$ . Para que a soma das linhas resulte em zero para os setores público e externo, cabe observar que a variação desses passivos parece representada com o sinal trocado: por exemplo, um superávit do setor público significa uma redução da dívida (passivo), visto que  $-W_{I-1} + (T - G) = -W_I \Rightarrow \Delta W_I + (T - G) = 0$ . Para o setor privado, recordemos que há dois “usos” possíveis para a poupança: investimento (variação do capital fixo) ou acumulação de riqueza financeira<sup>211</sup>; assim, uma vez que necessariamente  $\Delta W = (S - I)$  e  $K = I + K_{-1}$ , temos que

211 Vale notar que não estamos considerando a depreciação do capital fixo. Com relação aos “usos”, obviamente que não estamos invertendo a relação de causalidade existente, mas somente explicitando que, para uma economia aberta e com governo, na qual a poupança do setor privado não necessariamente é igual ao investimento, quando o investimento é menor do que a poupança necessariamente ocorre aumento do estoque de riqueza financeira.

$$(S - I) + I = \Delta W + \Delta K.$$

Tudo isso, até então, não passa de uma mera descrição do que *tem que* ocorrer em um sistema econômico caracterizado dessa forma. Para entender *como* ocorre a dinâmica período a período temos que adotar algumas hipóteses comportamentais acerca desses agregados; certamente o mesmo ocorre com as identidades contábeis que somente caracterizam fluxos, as quais necessitam de hipóteses comportamentais (uma função consumo, por exemplo) para *explicar* teoricamente como as identidades se mantêm.

No presente caso, entretanto, temos que incluir dentre as hipóteses algo que caracterize a entrada do estoque de riqueza no sistema econômico. Assim como, de acordo com a identidade contábil, o estoque de riqueza se altera em virtude dos saldos dos setores institucionais contemplados, é necessário fazermos uma hipótese sobre como esse estoque retorna ao sistema econômico. Tomemos, pois, o multiplicador utilizado para o curto período e revejamos as hipóteses comportamentais que nos levaram até o mesmo:

$$Y = \frac{\bar{I} + \bar{G} + \bar{X} + \bar{C} - \bar{M}}{1 - \alpha(1 - \theta) + \gamma}$$

Consideramos que investimento, gastos do governo e exportações eram completamente autônomos, ao passo que importações e consumo eram parcialmente induzidos, de acordo com  $M = \bar{M} + \gamma Y$  e  $C = \bar{C} + \alpha(1 - \theta)Y$ . Mantenhamos todas essas hipóteses, à exceção da relativa ao consumo, sobre a qual faremos uma pequena qualificação: a parcela autônoma com relação à renda é função do estoque de riqueza acumulado até o período (do multiplicador) anterior<sup>212</sup>. Quanto à parcela induzida, nenhuma outra qualificação é requerida por ora, de modo que definimos:

$$C = \alpha_1(1 - \theta)Y + \alpha_2 W_{-1} \quad (5.2)$$

Mantidos todos os demais parâmetros comportamentais, somente acrescentando um subscrito 1 à mesma propensão marginal a consumir (a partir da renda) trabalhada anteriormente,

---

212 A influência sobre o consumo de modificações da riqueza privada não representa novidade no debate macroeconômico, sendo trazida à tona nas diversas roupagens para algum tipo de efeito-riqueza. Ackley (1951), por exemplo, faz um apanhado a respeito e utiliza uma função consumo dependente dos “ativos acumulados” (*ibid*: 157). Recentemente, Bardsen *et al* (2005: 29-30) apresentam uma função consumo dependente da riqueza financeira líquida somada ao estoque de imóveis residenciais (além da renda disponível), argumentando que esta é relativamente estável por mais de uma década numa aplicação empírica para a Noruega. Uma tentativa de exposição em termos ainda mais simples, para uma economia fechada, com governo, mas sem investimento, foi efetuada em Leite (2010), onde o objetivo foi também de traduzir o funcionamento dinâmico de um modelo SFC para as exposições-padrão do multiplicador em termos da tradicional cruz keynesiana (Hansen, 1953: 49, 111-112).

o que fizemos foi tornar  $\bar{C} = \alpha_2 W_{-1}$ , o que não significa que essa parcela deixe de ser autônoma com relação à renda, mas será função da riqueza defasada em um período, hipótese que se tornou usual na literatura SFC (e.g. Godley e Lavoie, 2007a: 66) e que garante a dinâmica requerida por tais modelos. Não faremos ainda nenhuma hipótese acerca da influência do estoque de capital sobre o investimento (nem sobre qualquer outra variável de fluxo), sendo que, apesar desse estoque se alterar com o investimento realizado, por ora não especificaremos sua influência no fluxo de gastos<sup>213</sup>.

Desse modo, o fluxo de renda implicado pelo multiplicador, a cada curto período, corresponderia a:

$$Y = \frac{\bar{I} + \bar{G} + \bar{X} - \bar{M} + \alpha_2 W_{-1}}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} = \frac{A - \bar{M} + \alpha_2 W_{-1}}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \quad (5.3)$$

Sabendo que  $W = W_{-1} + (S - I)$  e explicitando a equação da poupança ( $Y - T - C$ , como se sabe), chegamos a  $W = W_{-1} + (1 - \alpha_1)(1 - \theta)Y - \alpha_2 W_{-1} - \bar{I}$ , restando desenvolver o termo relativo à renda, uma vez que também esta é função da riqueza defasada em um período.

$$W = W_{-1} + \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (A - \bar{M} + \alpha_2 W_{-1}) - \alpha_2 W_{-1} - \bar{I}$$

Agrupando os termos que trazem a riqueza defasada, temos:

$$W = \left\{ 1 - \alpha_2 \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right] \right\} W_{-1} + \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (A - \bar{M}) - \bar{I}$$

ou

$$W = \left\{ 1 - \alpha_2 \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right] \right\} W_{-1} + \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (A - \bar{M}) - \bar{I} \quad (5.4)$$

Como mencionamos anteriormente, a única variável defasada presente em nosso sistema de equações em diferenças é a riqueza; isso significa que é a inclusão dessa variável que garante a dinâmica de todo o sistema, uma vez que temos: (i) variáveis exógenas, que não se alteram, exceto por hipótese; (ii) variáveis endógenas ligadas à renda sem defasagens (impostos e importações); (iii) o consumo, ligado à renda do mesmo período e à riqueza do período anterior, de modo que daí se deriva (iv) a renda, endogenamente determinada (via multiplicador, agora como antes) e ligada à riqueza defasada em um período (do multiplicador, por definição).

213 Deixaremos para um apêndice a esse capítulo uma especificação que leve em conta essa influência por dois motivos: (i) uma formulação compatível com a estratégia de aplicação de Godley prescinde da mesma; (ii) nossos resultados de estado estacionário para o nível de renda não se alteram com tal consideração, apesar de a trajetória ser diferente (vide apêndice 5.2).

Enquanto a parte exógena à renda (o que inclui a própria riqueza) nos dá a solução para o nível de renda (assim como ocorre com o multiplicador convencional) a cada período curto, o que garante a sucessão desses períodos é a dinâmica descrita pela riqueza; essa conexão de um a outro período do multiplicador, também no que se refere ao nível de renda, é totalmente determinada por

$$\Gamma_s = 1 - \alpha_2 \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right],$$

que é justamente o termo que liga, na equação (5.4), acima, a riqueza em um período (do multiplicador) à riqueza no período seguinte; este é o termo que nos dá a solução homogênea da referida equação e, portanto, que nos informa acerca da convergência do sistema. É a combinação dos parâmetros presentes nessa função que nos dirá se há convergência ao estado estacionário<sup>214</sup> ou se a solução é explosiva<sup>215</sup>.

Quando ocorre convergência ao estado estacionário, em nosso caso significando que o estoque de riqueza parou de variar e, portanto, também a renda se estabilizou num dado patamar, podemos determinar *a priori* qual é o nível de riqueza de estado estacionário e, por conseguinte, também o nível de renda e de todas as outras variáveis. Fazendo  $W = W_{-1}$ , estamos obviamente admitindo que a poupança se iguala ao investimento e, assim, não há mais acumulação (ou desacumulação) de riqueza financeira no nosso sistema:

$$\begin{aligned} W^* &= \left\{ 1 - \alpha_2 \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right] \right\} W^* + \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (A - \bar{M}) - \bar{I} \\ \alpha_2 \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right] W^* &= \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (A - \bar{M}) - \bar{I} \\ \alpha_2 W^* &= \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{\theta + \gamma} (A - \bar{M}) - \left[ \frac{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma}{\theta + \gamma} \right] \bar{I} \end{aligned}$$

Acrescentando um asterisco agora para definir valores de estado estacionário, assim

214 Algumas considerações sobre o encadeamento dos períodos do multiplicador e sobre o estado estacionário foram feitas na seção 1.2.

215 Teoricamente essa dinâmica poderia ser oscilatória, mas no nosso caso não parece plausível uma combinação de valores para os parâmetros da função  $\Gamma_s$  (que poderia ser chamada de função de convergência) de forma a gerar um resultado negativo; na verdade, também não parece plausível uma combinação que gere um resultado maior que a unidade, ou seja, que não gere uma convergência monotônica (a convergência é garantida se  $\Gamma_s$  for, em módulo, menor que 1, sendo a dinâmica oscilatória para valores negativos). Explicitando a faixa de variação possível para os parâmetros, tomemos as restrições tipicamente consideradas para o multiplicador:  $0 < \alpha_1, \alpha_2, \theta, \gamma < 1$ , com o adendo da propensão a consumir a partir da riqueza e lembrando que se se considera uma propensão marginal a poupar positiva, deve-se tomar ainda uma restrição para a soma das outras propensões a partir da renda ( $\alpha_1(1 - \theta) + \gamma < 1$ ). Para um sistema mais complexo, como o apresentado no apêndice 5.2, em que haja mais de uma variável defasada influenciando as demais, existe ainda a possibilidade de dinâmicas cíclicas.

encontraríamos o relativo à riqueza. Uma vez que  $\alpha_2$  também está multiplicando a riqueza no multiplicador convencional, mantemos assim o resultado, bastando substituir o lado direito na equação (5.3) para encontrarmos a renda relativa ao estado estacionário. Após algumas manipulações algébricas chegamos simplesmente a

$$Y^* = \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma},$$

que é justamente a equação (5.1) apresentada anteriormente.

Assim, para um sistema econômico representado dessa maneira, necessitamos de somente três variáveis exógenas e dois parâmetros, todos relacionados com os setores público e externo, justamente para chegar ao nível de renda que obedece à condição de que a riqueza do setor privado não se altere e, portanto, todas as variáveis de estoque e de fluxo também se mantenham constantes. Deve ficar claro que podemos acompanhar essa dinâmica pretendida pelo modelo, período a período, utilizando a equação (5.3); todavia, para obtermos o estado final, não necessitamos segui-la, período a período, por um número suficientemente grande destes, até que a renda não mais se altere: basta utilizar a equação (5.1) para sabermos *para onde* converge o nível de renda, ainda que não conheçamos o *caminho* efetuado para chegar até lá, ao estado estacionário.

É ainda importante notar que tal resultado de estado estacionário prescinde de qualquer especificação quanto ao estoque de riqueza, contanto que sejam somente esses os fluxos considerados; assim, uma vez que a poupança seja igual ao investimento, não há variação de estoques no setor privado, e uma vez que não haja tal variação, a renda permanecerá a mesma. A partir de  $(S - I) + (T - G) + (M - X) \equiv 0$ , se o primeiro termo entre parênteses é, por hipótese, zero, nos resta  $(T - G) = (X - M)$ ; ou seja, superávits no setor público serão acompanhados de superávits da balança comercial (déficits do ponto de vista do setor externo) e déficits públicos serão acompanhados de déficits comerciais – teremos déficits gêmeos. Isso se relaciona com nossa discussão acerca do estado estacionário na medida em que substituamos os termos da identidade por nossas equações de comportamento:

$$\begin{aligned} (\theta Y - \bar{G}) &= (\bar{X} - \bar{M} - \gamma Y) \\ (\theta + \gamma)Y &= \bar{G} + \bar{X} - \bar{M} \\ Y^* &= \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma} \end{aligned}$$

Assim, mais uma vez, retornamos à equação (5.1), sem especificar diretamente como

ocorre a travessia até o estado estacionário. O que interessa daí reter é que esse equilíbrio, definido de modo que não haja alteração do estoque de riqueza do setor privado, é compatível com déficits ou superávits gêmeos, que não necessariamente são sustentáveis ao longo do tempo. Pela natureza paradoxal desse equilíbrio, Godley e Cripps (1983: 294-295) preferem denominá-lo equilíbrio de *quase* estado estacionário, sendo que uma exposição mais detalhada pode ser encontrada em Godley e Lavoie (2006: 249-253), os quais terminam por recuperar a discussão da restrição de balanço de pagamentos a partir da seguinte lógica: se estamos numa situação de déficits gêmeos, o setor público pode reagir reduzindo seus gastos até que o nível de renda seja compatível com um equilíbrio na balança comercial, sendo a renda assim limitada por esta; ou seja, a redução dos gastos ocorreria até fazer com que  $Y = \bar{G}/\theta = (\bar{X} - \bar{M})/\gamma$ , atingindo-se assim um *super* estado estacionário (Godley e Lavoie, 2006: 252), no qual não há mais espaço para esses desequilíbrios. Esse estado estacionário *pleno*, como denominado por Godley e Cripps (1983: 296), que ocorre com os equilíbrios simultâneos nas esferas pública e externa, não é uma decorrência lógica do modelo, portanto, não é atingido endogenamente.

Ao definirmos um modelo SFC “completo” a partir da inclusão do estoque de riqueza a um modelo macroeconômico tradicional, retornamos ao mesmo estado estacionário obtido de maneira mais direta e expresso na equação (5.1). Não obstante, o caminho determinado pelo estoque de riqueza somente pode ser traçado mediante uma formulação dinâmica plenamente especificada. Assim, para considerações de natureza mais prática, definimos o estoque de riqueza a partir do conceito de dívida fiscal líquida, que exclui o “efeito dos passivos contingentes [...], das receitas de privatização e de outros itens que impactam o estoque da dívida líquida no período sob análise, mas não representam fluxo advindo de esforço fiscal” (Silva e Medeiros, 2009: 103).

Tomando especificamente<sup>216</sup> o terceiro trimestre de 2006, as estatísticas disponibilizadas pelo Banco Central para a dívida fiscal líquida nos fornecem uma média de 37,1% do PIB. Para os valores dos parâmetros trabalhados na seção anterior e essa proporção média para a dívida fiscal líquida a gerar o estoque de dívida (riqueza) com defasagem de um período (o primeiro trimestre de 2005 ao levarmos em conta seis trimestres de defasagem), obtivemos uma propensão marginal a consumir a partir da riqueza ( $\alpha_2$ ), através da divisão do intercepto da função consumo

<sup>216</sup> Poderíamos, para fins de ilustração, tomar qualquer trimestre dentro do período sob análise. Esse trimestre específico foi selecionado por constituir o marco em que a dívida externa líquida do setor público, de acordo com o conceito do Banco Central do Brasil (2008: 138), se torna negativa (essa dívida é “zerada” entre agosto e setembro de 2006 e a partir daí não mais se torna positiva). Deixando de lado a simbologia desse fato, qualquer afirmação acerca da evolução da dívida pública (riqueza privada) se torna mais confiável se pudermos ignorar a dívida externa em um dado período.

pelo estoque de riqueza<sup>217</sup>, de 0,03047.

Ademais, retomemos a propensão marginal a consumir (a partir da renda), a carga tributária e a propensão marginal a importar da seção anterior, expressas, respectivamente, por  $\alpha_1 = 0,6809$ ,  $\theta = 0,1125$  e  $\gamma = 0,1225$ . Dados os parâmetros, podemos determinar o tipo de trajetória esperado, utilizando nossa função de convergência,  $\Gamma_s$ , que nesse caso resulta em 0,9862, sendo, portanto, convergente. Uma vez garantida a convergência, tudo o que necessitamos para obter o nível de renda de estado estacionário compatível com os gastos exógenos do terceiro trimestre de 2006, de acordo com (5.1), é tomar as parcelas autônomas  $\bar{G} = 116885,2$ ,  $\bar{X} = 82145,52$  e  $\bar{M} = -2339,04875$  (essa última correspondendo ao intercepto estimado da função importação).

Aplicando a equação (5.1), obtivemos  $Y^* = 856893$ , ao passo que a renda prevalecente no terceiro trimestre de 2006, calculada via multiplicador, é de 557369. Essa é a diferença destacada no gráfico 5.3 pela área sombreada. Já havíamos explicitado, no gráfico anterior (5.2), que para cada nível de renda efetivo poderíamos oferecer uma contraparte em termos de estado estacionário, sendo que a única inovação no gráfico 5.3 consiste em destacar um trimestre específico para tal. Isso porque apesar de sabermos *a priori* para onde o nível de renda tende, em estado estacionário, não oferecemos uma ilustração dessa trajetória, tarefa a que nos dedicaremos a essa altura.

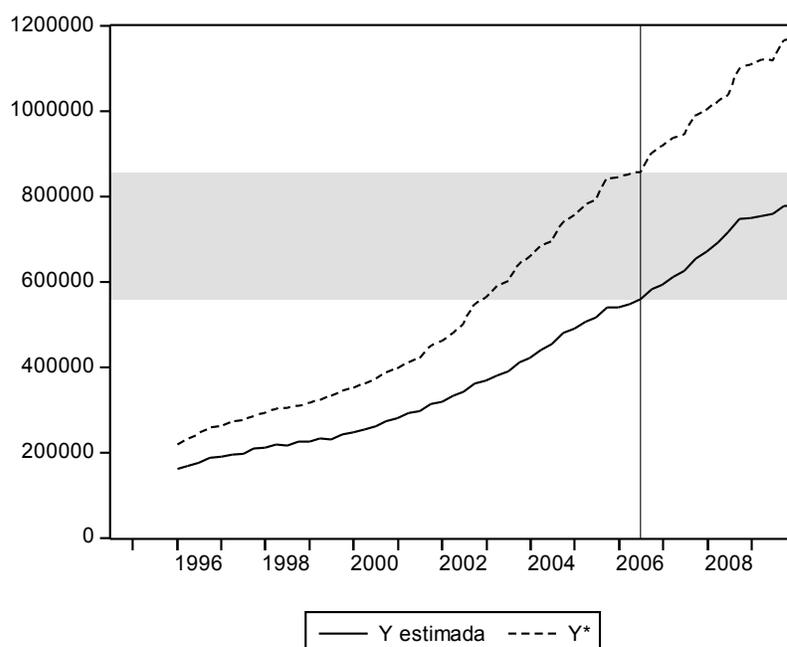


Gráfico 5.3 – Aproximação para o estado estacionário SFC com destaque para 2006.3

217  $\alpha_2 = \frac{\bar{C}}{W_{-1}} = \frac{5369,2102}{176211,9037} = 0,03047$

Considerando que o estoque de riqueza inicial foi estabelecido pela proporção da renda, como explicitado acima, para descrever a dinâmica período a período da riqueza e, por conseguinte, da renda e de todas as outras variáveis endogenamente determinadas, necessitamos explicitar ainda o nível exógeno de investimento, que equivale a 82090,24 para o período. Assim, resolvendo recursivamente a equação (5.4), para o estoque de riqueza, e daí a equação (5.3), que apresenta a dinâmica da renda (da qual a riqueza é argumento com uma defasagem), teríamos a seguinte representação gráfica para a trajetória da renda<sup>218</sup>:

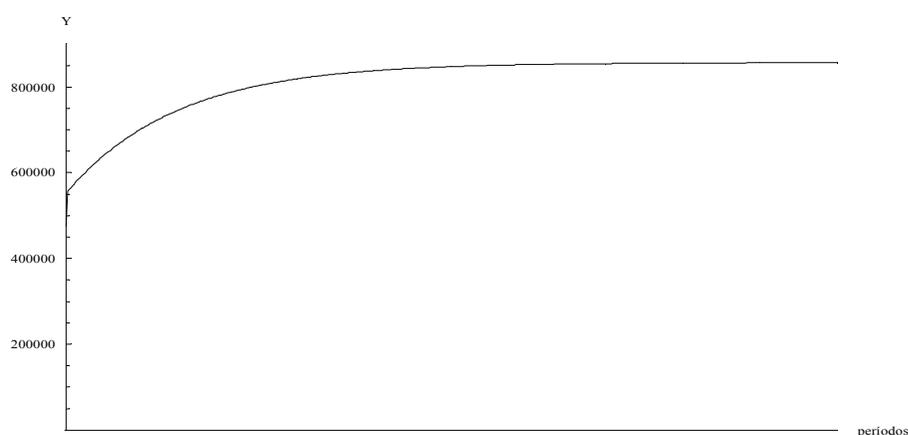


Gráfico 5.4 – Trajetória da renda rumo ao estado estacionário

Esse gráfico explicita, portanto, a travessia que nos leva dos 557369 iniciais até os 856893 de estado estacionário, isto é, nos mostra como preenchemos a diferença representada pela região hachurada no gráfico anterior (5.3). A convergência do estoque de riqueza para o estado estacionário é também monotônica; no entanto, tal estoque cresce, proporcionalmente, muito mais que a renda, atingido a ordem de  $5,27 \times 10^6$ , de modo a observarmos a convergência a uma relação dívida/renda de 6,15, ante os 37,1% iniciais.

Para cada um dos setores institucionais podemos ilustrar a trajetória de convergência ao estado estacionário: (i) o setor privado, pela própria definição deste equilíbrio, converge à igualdade entre investimento e poupança, não mais havendo alteração no estoque de riqueza; (ii) o setor público parte de uma situação deficitária e permanece na mesma, tornando-se o orçamento cada vez menos deficitário, mas nunca positivo; e (iii) o setor externo parte de uma situação deficitária e passa a uma superavitária, ou seja, a balança comercial passa de positiva a negativa

218 Na falta de observações em contrário, utilizaremos um padrão de exibição de 500 períodos para os gráficos.

(com o crescimento da renda, dados o nível de exportações e a propensão marginal a importar), nos levando a uma situação de déficits gêmeos.

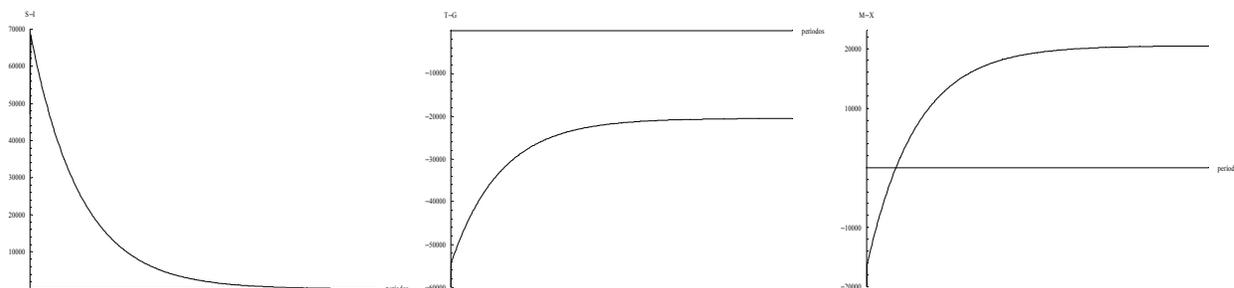


Gráfico 5.5 – Trajetória para os três saldos

Vale notar ainda que a arrecadação de impostos converge para 96400,4, de modo que o déficit público converge para 20484,8, dado o gasto público (exógeno) de 116885,2 ( $\theta Y^* - \bar{G} = 96400,4 - 116885,2 = -20484,8$ ); analogamente, o saldo do setor externo compensa o déficit público ( $(\gamma Y^* + \bar{M}) - \bar{X} = 102630,3 - 82145,5 = 20484,8$ ). Como proporção da renda, o déficit público converge para 2,39%.

A temporalidade dessa convergência, entretanto, necessita ainda ser discutida: nessas simulações, a renda convergiu ao estado estacionário num intervalo não inferior a 1000 períodos do multiplicador, ou seja, num intervalo não inferior a 1500 anos! Destaca-se, assim, que a natureza da convergência aqui perseguida é puramente nocional, como também o é o próprio conceito de equilíbrio de estado estacionário. Não se deve tentar obter desses exercícios gerados a partir de modelos SFC a emulação da trajetória de uma economia real em tempo de calendário, pois os mesmos somente estão habilitados a nos responder questões do tipo: dado um conjunto de variáveis exógenas (seja em níveis, como nessa tese, ou em taxas de crescimento) e parâmetros comportamentais, qual a trajetória implicada pela alteração nas variáveis de estoque, rumo a um estado estacionário? Ou seja, mesmo numa tentativa de aplicação, deve ficar claro que estamos trabalhando com hipóteses “como se” todas as variáveis exógenas e parâmetros permanecessem os mesmos<sup>219</sup>.

Para caracterizarmos quão lentamente atingir-se-ia o estado estacionário, vale notar que os impactos previstos por “efeitos-riqueza puros” seriam de magnitude muito pequena, quando comparados à trajetória real da economia. Partindo do terceiro trimestre de 2006, quando

<sup>219</sup> Uma outra utilidade de modelos SFC é justamente alterar variáveis exógenas e parâmetros e comparar trajetórias alternativas.

tínhamos uma renda de 557369, o que podemos afirmar é que, se todos os gastos autônomos permanecessem os mesmos, a renda, a ser atingida no primeiro trimestre de 2008, passaria a 561508 se somente considerássemos os efeitos-riqueza derivados de uma dinâmica SFC (comparada a 669339 observada) e a 565589 no terceiro trimestre de 2009 (comparada a 758145). O primeiro trimestre de 2008 e o terceiro trimestre de 2009 não foram escolhidos aleatoriamente para representar a dinâmica SFC, mas correspondem precisamente ao esperado nos dois períodos do multiplicador subsequentes, donde podemos resgatar a questão da temporalidade: como deixamos claro, o tempo nessa formulação SFC é contado a partir do período do multiplicador, com uma defasagem para a entrada do estoque de riqueza na função consumo, conforme a equação (5.2).

Assim, de um crescimento da renda nominal de 36,02% em três anos, somente a taxa de crescimento de 1,47% poderia ser atribuída à dinâmica da riqueza desse modelo SFC. No que concerne à renda de estado estacionário (demarcada pela linha horizontal superior no gráfico 5.6, abaixo), seriam necessários 257 períodos do multiplicador (quase 400 anos) para que nos aproximássemos da mesma<sup>220</sup> (com menos de 1% de diferença para o seu valor de estado estacionário, a saber, para que ultrapassássemos 848327). Os pontos destacados no gráfico abaixo se referem justamente ao equilíbrio, a cada período do multiplicador, decorrente da dinâmica de um modelo SFC: o primeiro é o nosso período base (de onde partimos), e os seguintes os esperados para um e dois períodos do multiplicador adiante.

---

220 Com uma precisão de aproximação para 856893, sem casas decimais, seriam necessários 1053 períodos.

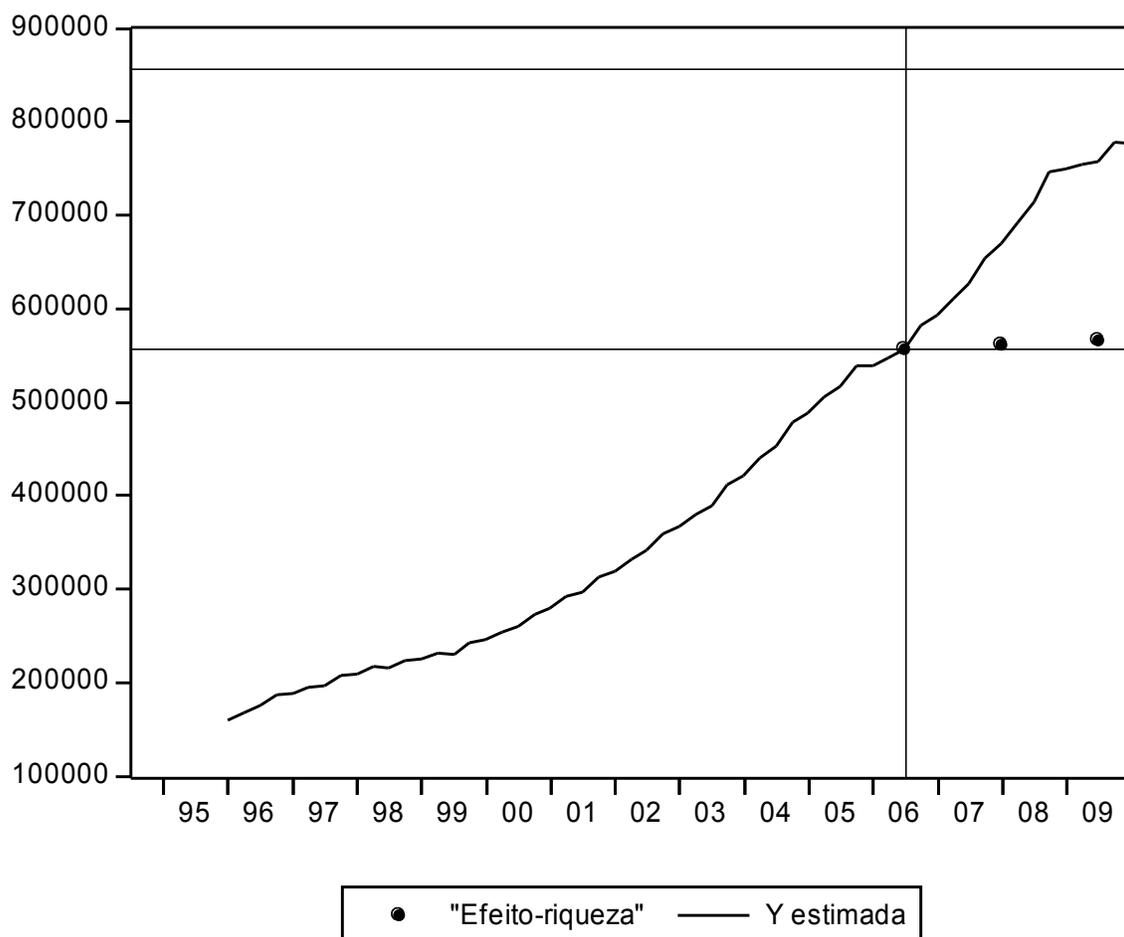


Gráfico 5.6 – Renda estimada e dinâmica SFC

Uma outra indagação que poderíamos nos fazer utilizando esse tipo de modelo é quanto ao alcance imediato desse equilíbrio de estado estacionário, *caso alterássemos alguma variável exógena ou parâmetro*. Por todas as considerações feitas anteriormente, no nosso caso uma variável candidata emergiria com mais força: visto que o setor privado acumulou riqueza, contribuindo negativamente para o nível de demanda da nossa economia por todo o período (vide gráfico 5.1), qual o aumento requerido no investimento privado para atingirmos imediatamente o equilíbrio de estado estacionário?

Lembrando que o elemento que forneceu a dinâmica rumo ao estado estacionário foi o consumo autônomo (à renda, porém dependente da riqueza), por meio das elevações no estoque de riqueza implicadas pelos valores prevaletentes de variáveis exógenas e parâmetros, as quais se

refletiram num aumento do consumo até nos levar ao estado estacionário, uma forma de entender a alteração necessária nos gastos autônomos à renda é acompanhar o comportamento dessa parcela do consumo induzida pela riqueza.

Partimos de 5369,21015, intercepto estimado da nossa função consumo, e ajustamos a propensão marginal a consumir a partir da riqueza ( $\alpha_2$ ) por essa estimativa. Em estado estacionário, o estoque de riqueza atingiu  $5,27 \times 10^6$ , que multiplicado por um  $\alpha_2 = 0,03047$  e descontado o ponto de partida (o intercepto estimado, ou  $\alpha_2$  multiplicado pelo estoque de riqueza inicial), nos fornece justamente a alteração dinâmica que se deu nessa parcela de consumo autônomo. Ou seja,  $\Delta \bar{C} = \alpha_2(W^* - W_0) = 0,03047(5,27 \times 10^6 - 176212) = 155213,6481$ .

Essa seria, portanto, a alteração necessária no (*e.g.*) investimento para fazer com que atingíssemos imediatamente (no mesmo período do multiplicador) a renda de equilíbrio de estado estacionário. Dado o investimento efetivo de 82090,24, isso significaria um aumento de 2,9 vezes no total do investimento, levando-o a 237303,8881. Nesse caso hipotético, não haveria alterações posteriores causadas por mudanças nos estoques, uma vez que o estoque de riqueza permaneceria no nível inicial (176212), e a renda e todos os saldos dos setores institucionais atingiriam imediatamente seus níveis de estado estacionário. Isso implicaria ainda a mesma relação déficit/renda de 2,39%, mas uma redução da razão dívida/renda de 37,1% para 20,6%, uma vez que a dívida pública não aumentaria, com o incremento da renda resultando de um gasto do setor privado.

## APÊNDICE 5.1 – O PAGAMENTO DE JUROS DESTACADO

Há certamente uma diferença crucial entre descontar as transferências com pagamento de juros como uma parcela da renda em determinado período, e daí estabelecer um comportamento dinâmico como se essas transferências fossem realizadas sempre na mesma proporção com relação ao *fluxo de renda*, e conectar essas mesmas transferências ao *estoque de riqueza* num instante do tempo, com a dinâmica determinada pela trajetória desse estoque.

A partir da mesma estrutura patrimonial explicitada na tabela 5.3, podemos visualizar uma descrição alternativa para as transações e fluxos de fundos, através das tabelas abaixo, com o fluxo de pagamento de juros destacado do restante dos rendimentos ( $i$  para a taxa de juros, sendo esta multiplicada pelo estoque de riqueza do período anterior), onde observamos que nossa identidade usual se torna  $(S + iW_{-1} - I) + (T - iW_{-1} - G) + (M - X) \equiv 0$ .

Tabela 5.6 – Transações com pagamento de juros

	Privado		Público	Externo	$\Sigma$
	Corrente	Capital			
Investimento	+I	-I			0
Gastos do Governo		+G	-G		0
Exportações		+X		-X	0
Importações		-M		+M	0
Impostos líquidos		-T	+T		0
Juros da dívida		+iW <sub>-1</sub>	-iW <sub>-1</sub>		0
$\Sigma$	S+iW <sub>-1</sub> -I		T-(G+iW <sub>-1</sub> )	M-X	0

Tabela 5.7 – Fluxos de fundos com pagamento de juros

	Privado	Público	Externo	$\Sigma$
Saldos setoriais	S+iW <sub>-1</sub> -I	T-(G+iW <sub>-1</sub> )	M-X	0
Dívida pública	-ΔW	+ΔW <sub>I</sub>	+ΔW <sub>E</sub>	0
Capital fixo	+ΔK			+ΔK
$\Sigma$	+ΔK	0	0	+ΔK

Considerar o pagamento de juros sobre a dívida como um item separado da renda nacional, uma vez que este representa uma transferência e não um gasto propriamente dito, tem se tornado uma prática usual não somente para a modelagem SFC, mas na própria contabilidade nacional (Godley e Lavoie, 2007a: 36; 101). Ao deixarmos explícito seu caráter de transferência e relembramos que uma função consumo normalmente trata do conceito de renda disponível, de modo a especificarmos  $C = \alpha_1 Y_d + \alpha_2 W_{-1} = \alpha_1 (1 - \theta) Y + \alpha_2 W_{-1}$  (uma vez que usualmente se define  $Y_d = Y - T$  e  $T = \theta Y$ ), necessitamos somente redefinir o conceito de renda disponível fazendo

com que o fluxo de pagamentos de juros seja considerado em destaque. Ou seja, fazer com que  $Y_d = Y - T + iW_{-1}$ , o que nos renderia a seguinte função consumo, que apresenta o adendo de um terceiro termo à direita:

$$C = \alpha_1(1 - \theta)Y + \alpha_2W_{-1} + \alpha_1iW_{-1}$$

Podemos organizá-la ainda de duas maneiras, privilegiando pontos de vista diversos, a primeira agrupando o consumo a partir dos fluxos de um lado e o consumo a partir do estoque de outro, e a segunda agrupando o que é função da renda de um lado e o que é função da riqueza de outro:

$$C = \alpha_1[(1 - \theta)Y + iW_{-1}] + \alpha_2W_{-1} \text{ ou } C = \alpha_1(1 - \theta)Y + (\alpha_1i + \alpha_2)W_{-1}$$

A partir dessa modificação na função consumo, contrapartidas para as dinâmicas da riqueza e da renda que destaquem o pagamento de juros podem ser obtidas. Com a conexão entre a riqueza em um período e o imediatamente anterior descrita pela seguinte função de convergência, para o caso em que consideramos explicitamente o pagamento de juros,

$$\Gamma_C = (1 + i) - (\alpha_1i + \alpha_2) \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right]$$

a dinâmica período a período para a renda pode ser representada por:

$$Y = \frac{A - \bar{M} + (\alpha_1i + \alpha_2)W_{-1}}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma}$$

observando que o saldo do setor privado agora inclui o pagamento de juros sobre a dívida, o que implica que partimos de  $W = W_{-1} + (S - I) + iW_{-1}$ , ou seja, de  $W = (1 + i)W_{-1} + (S - I)$ .

Claro está que essa dinâmica não traduz somente uma alteração contábil, mas carrega uma substantiva diferença em comparação com a apresentada no corpo do capítulo, inclusive no que tange à questão da convergência. Uma rápida inspeção da função de convergência  $\Gamma_C$ , que dita a dinâmica da riqueza, já põe em dúvida a possibilidade de obtermos um resultado menor que a unidade<sup>221</sup>. Todavia, para exprimirmos isso de maneira mais formal, podemos testar, por exemplo, para que valores de  $i$  (uma vez que é o pagamento de juros o objeto desse apêndice) teríamos  $\Gamma_C < 1$ , o que resulta em:

$$i < \frac{(\theta + \gamma)\alpha_2}{(1 + \gamma)(1 - \alpha_1)} \quad (5.5)$$

Assim, a convergência não pode ser garantida para quaisquer valores para os parâmetros, mas uma combinação específica dos mesmos precisa prevalecer para que esta ocorra. Por

<sup>221</sup> E aqui devemos acrescentar a restrição de uma taxa de juros nominal positiva ( $i > 0$ ).

constituir um parâmetro correlato, ao interferir diretamente no estoque de riqueza, que, por sua vez, influencia diretamente o fluxo de pagamento de juros, fazendo o mesmo exercício para a propensão marginal a consumir a partir da riqueza obtivemos a seguinte condição necessária para a convergência (que poderia ser obtida facilmente manipulando diretamente a inequação anterior):

$$\alpha_2 > i \left[ \frac{(1+\gamma)(1-\alpha_1)}{\theta+\gamma} \right] \quad (5.6)$$

Ademais, sem que explicitemos todas as relações algébricas, na intenção de não sobrecarregar o texto, poderíamos ainda afirmar algo acerca da “velocidade” de convergência (quando for esse o caso) do sistema, tomando as derivadas parciais da função  $\Gamma_c$  com relação a cada um dos parâmetros que a compõem, e também para a taxa de juros, para um intervalo aceitável para os mesmos:

$$\frac{\partial \Gamma_c}{\partial i} > 0, \quad \frac{\partial \Gamma_c}{\partial \alpha_1} < 0, \quad \frac{\partial \Gamma_c}{\partial \alpha_2} < 0, \quad \frac{\partial \Gamma_c}{\partial \theta} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \Gamma_c}{\partial \gamma} < 0$$

ou seja, quão maiores os valores para os parâmetros, mais rápida é a convergência para o estado estacionário, e quão maior seja a taxa de juros, mais lenta é essa convergência, visto que a mesma se dá mais rapidamente para valores de  $\Gamma_c$  mais distantes de 1 e próximos de 0. Tais resultados não parecem contradizer a lógica para essa dinâmica, uma vez que, por exemplo, maiores taxas de juros levariam a incrementos maiores do estoque de riqueza privada (dívida pública) e, portanto, à convergência mais lenta a um estoque de riqueza de estado estacionário, enquanto maiores gastos a partir da riqueza acumulada levariam ao resultado contrário<sup>222</sup>.

Manipulando uma equação para a riqueza similar a (5.4), para que obtenhamos a solução que nos leva diretamente à renda de estado estacionário, devemos destacar que agora o estoque de riqueza (também de estado estacionário) aparece explicitamente na mesma:

$$Y^* = \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M} + iW^*}{\theta + \gamma}$$

Para que analisemos as possibilidades de aplicação dessa formulação em que o pagamento de juros aparece em destaque, podemos desfazer uma alteração nos parâmetros realizada na seção 5.1 com o intuito de descontar da carga tributária líquida as transferências de juros. Agora, podemos retomar os parâmetros originais  $\alpha_1 = 0,7324$  e  $\theta = 0,1749$ . A diferença na carga tributária

---

<sup>222</sup> Conclusões explicitadas também em Leite, Aggio e Angeli (2009: 477-478) para um modelo SFC mais simples, para uma economia fechada.

de 6,24%, correspondente às transferências com juros como proporção da renda, reaparecerá no período base (tomemos novamente o terceiro trimestre de 2006) justamente como pagamento de juros sobre a dívida do período anterior,  $iW_{-1}$ . Utilizando a proporção da renda de 37,1% para o estoque de dívida, temos os mesmos 176211,9037 de antes para tal estoque no período anterior, que confrontado com a proporção da renda comprometida com juros no período atual nos fornece uma taxa de juros implícita<sup>223</sup> de 19,74%.

Dividir o intercepto estimado para o consumo autônomo, de 5369,21015, por esse estoque de dívida não pode mais nos fornecer diretamente a propensão marginal a consumir a partir da riqueza ( $\alpha_2$ ), uma vez que o consumo autônomo deveria ser agora expresso por  $\bar{C} = (\alpha_1 + \alpha_2)W_{-1}$ . No entanto, chegamos a um impasse, pois tomando a mesma propensão marginal a consumir a partir da renda,  $\alpha_1 = 0,7324$ , e a taxa de juros implícita calculada em 19,74%, obtivemos um  $\alpha_2 = -0,1141$ . Assim, de saída, temos resultados para juros e propensões a consumir incompatíveis com a formatação de nosso modelo, não sendo ilusória a afirmação de que a taxa de juros obtida é muito alta para o consumo autônomo médio estimado.

Se insistíssemos em “calibrar” uma taxa de juros compatível com nossa estimativa para o consumo autônomo, esta necessariamente teria que ser inferior à obtida. Tomando uma taxa de juros suficiente para tornar  $\alpha_2$  igual a zero (o que continuaria sendo incompatível com o funcionamento de um modelo SFC), encontraríamos 4,16%. Desse modo, somente para taxas de juros inferiores a esta última teríamos parâmetros compatíveis com nosso consumo autônomo. Uma taxa de juros de (e.g.) 2% resultaria em  $\alpha_2 = 0,0158$ ; atentando para a equação (5.6), todavia, a uma taxa de juros de 2% necessitaríamos de um  $\alpha_2 > 0,0202$  para fazer com que a trajetória fosse convergente, o que significa que não podemos utilizar qualquer taxa de juros abaixo de 4,16%. Fazendo o raciocínio contrário, tomando a equação (5.5), um  $\alpha_2 = 0,0158$  seria compatível com uma taxa de juros inferior a 1,57%, ilustrando as estritas condições de convergência para o nosso sistema. No que concerne à convergência, portanto, poderíamos qualificar nossa afirmação acrescentando que, para esse conjunto de dados, a taxa de juros geralmente é muito elevada e/ou a propensão marginal a consumir a partir da riqueza é muito baixa.

---

223“Claro está [...] que a DLSP [Dívida Líquida do Setor Público] é composta por muitos ativos e passivos diferentes, emitidos em datas diferentes e remunerados a taxas distintas. A taxa implícita reflete, assim, o histórico de decisões tomadas no passado sobre a aquisição de ativos e passivos pelo governo (e a “maturidade” dos mesmos) e é, portanto, muito diferente da taxa SELIC” (Dos Santos e Macedo e Silva, 2010b: 29). No nosso caso, devemos acrescentar ainda que o período tomado para o cálculo da mesma é o período do multiplicador, o que explica o fato desta ser muito superior às taxas implícitas calculadas para um ano por esses autores (15,04% para o ano de 2006, por exemplo).

Para fins de comparação com os resultados obtidos no corpo do capítulo, enunciemos também as condições que fazem com que obtenhamos aproximadamente a mesma renda de estado estacionário encontrada:  $Y^* = 856893$ . Tendo em vista tornar compatível o nível de consumo autônomo inicial e convergir para esse valor, encontramos (exibindo mais casas decimais que o efetuado ao longo do capítulo) uma taxa de juros de 1,0146% e  $\alpha_2 = 0,0230390696$ .

O estoque de riqueza converge, agora como antes, para uma ordem de  $5,27 \times 10^6$ , muito mais lentamente (mais que o dobro de períodos são necessários à convergência<sup>224</sup>), levando a renda aos 856893 pretendidos e a arrecadação de impostos a 149870,5 (17,49% da renda). À diferença do obtido anteriormente, quando a arrecadação de 96400,4 (equivalendo a 11,25% da renda) era utilizada para cobrir os gastos do governo, gerando um déficit de 20484,8 (uma vez que tal arrecadação estava sendo considerada líquida de pagamento de juros), temos agora uma arrecadação superior em 53470,1 justamente para cobrir o pagamento de juros da dívida. Ou seja, em estado estacionário,  $iW^* = 53470,1$ , que é a parcela de 6,24% da renda transferida em juros, o que exemplifica a validade da fórmula  $Y^* = (\bar{G} + \bar{X} - \bar{M} + iW^*) / (\theta + \gamma)$  para a renda de estado estacionário, gerando o mesmo nível de renda que antes.

Sob essas condições, em estado estacionário, a renda disponível continua a mesma, visto que  $Y_d^* = (1 - \theta)Y^* + iW^*$ , sendo as parcelas comprometidas com as transferências de juros exatamente as mesmas, quer as descontemos diretamente através da manipulação da carga tributária ou as separemos explicitamente. Tudo isso também é válido para explicar que o saldo do setor público, podendo agora ser expresso por  $\theta Y^* - (\bar{G} + iW^*)$ , continua o mesmo, bem como o déficit público, em relação à renda, que converge para 2,39%.

---

224 Tomando uma precisão dessa ordem de duas casas decimais, 730 períodos foram necessários à convergência para o caso anterior, contra 1511 para o exibido nesse apêndice.

## APÊNDICE 5.2 – A INFLUÊNCIA DO ESTOQUE DE CAPITAL E O INVESTIMENTO TOTALMENTE ENDÓGENO

Introduzindo uma função para o investimento de modo a torná-lo completamente endógeno, seguindo o “princípio da aceleração” a partir de uma razão capital-produto desejada,  $v$ , poderíamos representar por  $vY_{-1}$  o estoque de capital desejado no período (do multiplicador) corrente, com um período anterior para a renda justamente para caracterizar a defasagem para o efeito dual do investimento<sup>225</sup>; desse modo, a razão capital-produto desejada considera o estoque de capital no período corrente comparado com a renda em período anterior. Assim, se supusermos ainda que o ajustamento do estoque de capital efetivo ao desejado não se dá dentro de um mesmo período, mas somente uma fração  $\psi$  desse desajuste é corrigida, chegamos a uma função para o investimento similar à encontrada em Pasinetti (1974: 49) para traduzir o “princípio do ajustamento do estoque de capital”:  $I = \psi(vY_{-1} - K_{-1})$ . Lembrando que o investimento, por definição, representa a variação do estoque de capital ( $K = K_{-1} + I$ ), a seguinte equação pode ser utilizada para descrever o comportamento dinâmico desta variável de estoque:

$$K = \psi v Y_{-1} + (1 - \psi) K_{-1} \quad (5.7)$$

Para a dinâmica da renda, reorganizando a equação (5.3) nos termos de tal comportamento endógeno do investimento, teríamos:

$$Y = \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M} + \alpha_2 W_{-1} + \psi v Y_{-1} - \psi K_{-1}}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \quad (5.8)$$

Finalmente, realizando as modificações pertinentes para a dinâmica do estoque de riqueza, uma alternativa a equação (5.4) pode ser dada por:

$$W = \left\{ 1 - \alpha_2 \left[ \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} \right] \right\} W_{-1} + \frac{\theta + \gamma}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (\psi K_{-1} - \psi v Y_{-1}) + \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{1 - \alpha_1(1 - \theta) + \gamma} (\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}) \quad (5.9)$$

Como podemos notar, cada variável no período corrente é função das outras variáveis com uma defasagem; ou seja, não mais o estoque de riqueza determina completamente a dinâmica pretendida, mas a interação entre os estoques de riqueza e capital e o fluxo de renda. Assim, deixamos de analisar somente uma equação em diferenças e partimos propriamente para um sistema de equações em diferenças, que pode ser mais bem representado matricialmente por:

<sup>225</sup> O que pode ser entendido nos termos de uma aproximação para a renda esperada a partir da renda no período anterior, como explicitamente em Pasinetti (1974: 49) ou Possas (1987: 120-121). Uma discussão detalhada acerca do acelerador, contemplando as diversas versões para uma equação do investimento como a utilizada aqui está presente em Possas (1987: 117-124). Uma equação idêntica à aqui avançada pode ser encontrada desde Pasinetti (1960: 216-217).

$$\begin{bmatrix} Y \\ K \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{-v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \\ \psi v & 1-\psi & 0 \\ -\psi v \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & \psi \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & 1-\alpha_2 \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{-1} \\ K_{-1} \\ W_{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \\ 0 \\ \frac{(1-\alpha_1)(1-\theta)}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \end{bmatrix} (\bar{G} + \bar{X} - \bar{M})$$

A estabilidade do sistema pode ser determinada a partir dos autovalores da matriz que nos fornece a solução homogênea do sistema, *i.e.*, a partir dos autovalores de:

$$\Gamma_K = \begin{bmatrix} \frac{\psi v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{-v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \\ \psi v & 1-\psi & 0 \\ -\psi v \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & \psi \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & 1-\alpha_2 \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) \end{bmatrix}$$

Como se sabe, o sistema convergirá a um estado estacionário se cada um dos três autovalores for menor que um, em módulo, apresentando comportamento explosivo em caso contrário. Essa convergência será monotônica para autovalores reais positivos e cíclica na presença de um par de complexos conjugados, podendo ainda ser oscilatória caso haja uma raiz negativa.

A solução de estado estacionário do sistema pode ser dada por:

$$\begin{bmatrix} Y^* \\ K^* \\ W^* \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\psi v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{-v}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} & \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \\ \psi v & 1-\psi & 0 \\ -\psi v \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & \psi \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) & 1-\alpha_2 \left( \frac{\theta+\gamma}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \right) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \\ 0 \\ \frac{(1-\alpha_1)(1-\theta)}{1-\alpha_1(1-\theta)+\gamma} \end{bmatrix} (\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}) \quad (5.10)$$

Tomando os mesmos valores para os parâmetros utilizados ao longo do capítulo, acrescentemos ainda uma relação capital-produto desejada ( $v$ ) de 2,94, esta condizente com a média para o período 1993-2002 apresentada em Bacha e Bonelli (2005: 180), a qual também não se distancia das estimativas de Morandi e Reis (2004) – cuja metodologia é tomada como referência pelo Ipea para os dados de estoque de capital – e Morandi (2005), sendo que neste último trabalho são apresentadas relações capital-produto para 2004 de 3,17 (total) e 2,78 (excluindo-se o governo).

Fixando todos os demais parâmetros, o valor máximo para a fração  $\psi$  que faz com que o sistema convirja é de aproximadamente 0,1740. Entendendo isso como uma restrição, exemplifiquemos as trajetórias obtidas a partir de  $\psi = 0,15$ ; ou seja, a fração da discrepância entre os estoques de capital efetivo e desejado, a ser corrigida em um período do multiplicador, é de 15%. Os autovalores obtidos para a matriz  $\Gamma_K$ , apresentada acima, são 0,9872 e o par de complexos conjugados  $0,8500 \pm 0,3736i$ , denotando uma solução convergente, porém com ciclos,

isto é, apresentando flutuações amortecidas e convergindo ao estado estacionário. Utilizando ainda os mesmos valores para as variáveis exógenas gastos do governo, exportações e importações<sup>226</sup> (parcela desta última), obtivemos o seguinte vetor para o estado estacionário (valores aproximados):

$$\begin{bmatrix} Y^* \\ K^* \\ W^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 856893 \\ 2519264 \\ 7964328 \end{bmatrix}$$

Vale notar que o valor obtido para a renda de estado estacionário é o mesmo, quer o investimento seja tratado como inteiramente exógeno, como ao longo do capítulo, ou inteiramente endógeno, como nesse apêndice. Ou seja, no que se refere à renda de estado estacionário, esta continua a ser determinada pela equação (5.1)<sup>227</sup>. A rigor, resolvendo algebricamente o sistema acima (5.10), temos o seguinte vetor de solução de estado estacionário:

$$\begin{bmatrix} Y^* \\ K^* \\ W^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma} \\ v \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma} \\ \frac{(1 - \alpha_1)(1 - \theta)}{\alpha_2} \cdot \frac{\bar{G} + \bar{X} - \bar{M}}{\theta + \gamma} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Isso significa que a trajetória para o nível de renda, apesar de apresentar oscilações, converge para o mesmo nível encontrado anteriormente, como podemos observar graficamente:

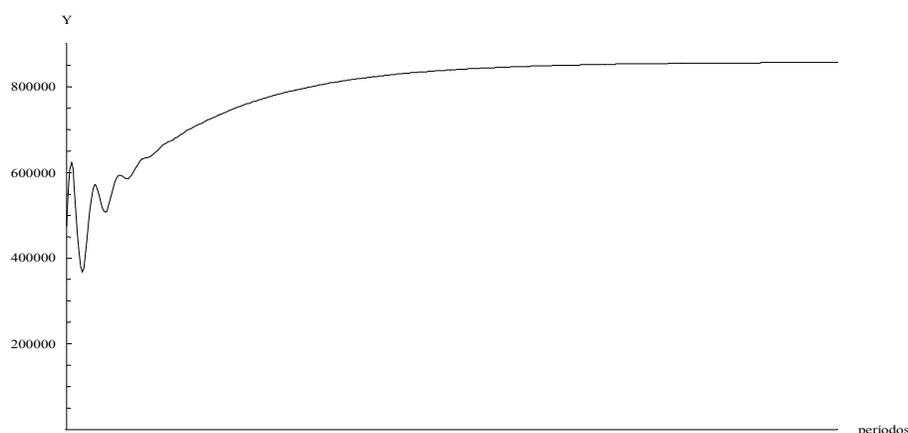


Gráfico 5.7 – Trajetória para a renda com investimento endógeno

226 Devemos acrescentar que os valores iniciais para o estoque de capital foram ajustados de modo a gerar o mesmo nível inicial de investimento utilizado ao longo do capítulo, a saber, 82090,24.

227 O que poderia ser conferido rapidamente ao notarmos que, em estado estacionário, a equação (5.7) para o estoque de capital se reduziria a  $K^* = vY^*$ . Substituindo para a riqueza e a renda, nota-se que os termos relativos ao investimento desaparecem, para o estado estacionário, o que não deve causar surpresa, uma vez que o investimento necessariamente tem que se tornar zero nessa situação (ao não considerarmos a depreciação).

Tomando os primeiros 75 períodos, a fim de observarmos mais detalhadamente as flutuações amortecidas (com trajetória de crescimento, contudo), temos:

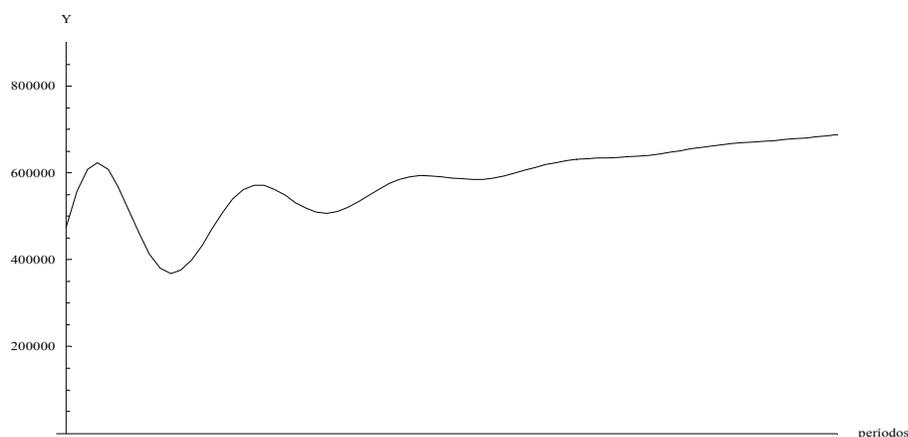


Gráfico 5.8 – Trajetória para a renda com investimento endógeno (75 períodos)

Além da renda, cada um dos três saldos dos setores institucionais selecionados converge para o mesmo valor de estado estacionário encontrado anteriormente (o setor privado convergindo para zero, agora como antes), o que implica que o déficit público, como proporção da renda, também converge para 2,39%.

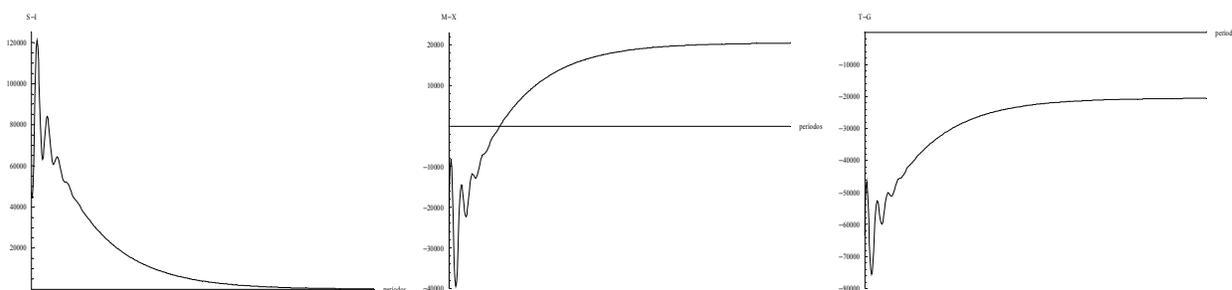


Gráfico 5.9 – Trajetória para os três saldos com flutuações amortecidas

O estoque de riqueza, contudo, é maior que o anterior para fazer frente a um equilíbrio de estado estacionário no qual o investimento se torna zero (a diferença entre o estoque de riqueza para esse caso, de investimento induzido, e o caso do investimento autônomo, multiplicada pela propensão marginal a consumir a partir da riqueza, equivale ao próprio investimento autônomo). Assim, o estoque de riqueza é de 9,29 vezes o fluxo de renda, em estado estacionário, comparados aos 6,15 relatados no corpo do capítulo.

Tomando uma perspectiva mais ilustrativa do papel da convergência a uma mesma renda de estado estacionário, a despeito das flutuações, observemos o comportamento convergente da

renda obtida no corpo do capítulo (gráfico 5.4) quando comparada ao caso em que as flutuações não são amortecidas (nem explosivas), mas oscilam indefinidamente em torno do mesmo valor de estado estacionário. Esse é o caso quando fazemos  $\psi = 0,1740$ , para o qual obtemos como autovalores de  $\Gamma_k$  o par de complexos conjugados de raio unitário  $0,9061 \pm 0,4231i$ . Assim, temos a linha cheia, que corresponde a uma convergência monotônica para o estado estacionário (tendência?), comparada à tracejada, que descreve um ciclo perpétuo girando em torno do mesmo nível de renda, em estado estacionário.

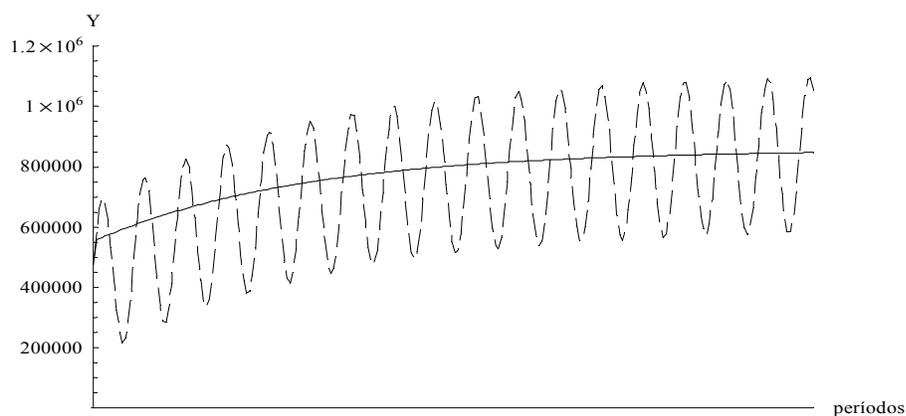


Gráfico 5.10 – Flutuações cíclicas e tendência (250 períodos)



## CONCLUSÃO

A tentação de concluir tendo como base somente os resultados dos exercícios exibidos no último capítulo não é pequena também para o presente estudo. Há boas razões para tal: (i) esse capítulo foi apresentado como meta-síntese para a tese, norteando, em última instância, todo o esforço precedente; (ii) os resultados são derivados de aplicação inédita de um modelo SFC para os dados brasileiros; (iii) as conclusões acerca do equilíbrio de estado estacionário, a partir da interação entre uma estratégia aplicada e uma formulação teórica relativamente flexível, são fortes o bastante para a delimitação de um programa de pesquisa a partir das mesmas.

Nenhuma dessas razões, entretanto, poderia ser sustentada independentemente dos capítulos anteriores, seja pela formulação teórica ou pelos resultados empíricos presentes nos mesmos. Deste modo, tracemos os objetivos e conclusões parciais de cada uma das partes constituintes da tese.

Na primeira parte, reafirmamos o papel do multiplicador enquanto elemento essencial para uma explicação baseada no princípio da demanda efetiva, a despeito de possíveis considerações (pertinentes) acerca da incerteza que permeia, sobretudo, as decisões de investimento. Para o entendimento de tais decisões num ambiente de incerteza, as expectativas de longo prazo têm que ser levadas em conta, as quais não se confundem com as expectativas de curto prazo que, por sua vez, constituem referência útil para a delimitação do período do multiplicador, identificado aqui como a unidade temporal de análise para o curto prazo.

Definido o período em que os efeitos do multiplicador se esgotam como o curto prazo, mais uma escolha se torna essencial para mensurarmos tais efeitos: quais parcelas (macroagregados) são consideradas exógenas (autônomas com relação à renda) e quais parcelas são consideradas endógenas (induzidas pela renda). Feita essa escolha, partimos para a estimativa do próprio multiplicador e dos parâmetros que o constituem, numa aplicação para o Brasil entre o terceiro trimestre de 1994 e o primeiro trimestre de 2010.

Iniciando nossas estimativas da forma mais simples possível (através de Mínimos Quadrados Ordinários – MQO – para as séries em níveis), trabalhamos também com estimativas a partir dos logaritmos das séries, utilizamos a metodologia dos vetores autorregressivos (VAR), fazendo posteriormente uma identificação estrutural (SVAR), e estimamos ainda vetores de correção de erros (VEC). Tudo isso nos levou à conclusão de que as estimativas iniciais por MQO eram adequadas, uma vez que as séries apresentam causalidade unidirecional partindo

sempre da soma dos gastos autônomos para a renda (exogeneidade em sentido amplo), ausência de resposta contemporânea dos gastos autônomos à renda ao realizarmos algum procedimento de identificação (exogeneidade fraca), e, por último, são cointegradas, o que nos habilita a estimar por MQO a relação entre duas séries não-estacionárias, não constituindo uma regressão espúria, relação esta que não apresenta realimentação da renda para os gastos autônomos.

Estimando, simultaneamente, o período de tempo em que essa relação parece se sustentar, ou seja, o número de defasagens (em trimestres) em que a soma dos gastos autônomos continua contribuindo para a explicação do nível de renda, há indícios de que tenhamos um multiplicador entre 1,75 e 2, vigente para um período de 5 a 6 trimestres. Propensões marginais a consumir e a importar da ordem de 0,73 e 0,12, respectivamente, emergiram dessas estimativas ao utilizarmos uma carga tributária líquida média de 17,49%.

Ainda no concernente a essa primeira parte da tese, devemos destacar que o investimento foi tratado como autônomo (com relação à renda) desde o início. Para os testes de causalidade que indicaram que a soma dos gastos autônomos causa, no sentido de Granger, o nível de renda, também o investimento estava incluso nesta soma. Entretanto, considerando que tal autonomia do investimento está longe de ser consensual, procuramos uma explicação para a mesma a partir da ideia de que ocorre indução do investimento de uma atividade a outra, mesmo que não haja indução advinda do nível de renda. Esse foi o desiderato da segunda parte da tese.

No capítulo 3, viabilizamos uma construção teórica em que as desproporções do investimento explicam a indução de uma atividade a outra: se o investimento (pelo destino e verticalmente integrado) não é proporcional entre as atividades, o fato de uma atividade ter investido proporcionalmente mais induz o investimento nas outras atividades, ao longo da cadeia produtiva, a fim de que se preserve a estrutura de produção vigente (pelo menos por um período teórico de tempo que difere do período do multiplicador).

Tal construção nos possibilitou, no capítulo subsequente, descrever a dinâmica desse ajustamento das desproporções entre as atividades rumo a um vetor de investimentos balanceado, por meio de um processo iterativo, para uma economia real (Brasil entre 1995 e 2008). Isso só foi possível através da estimação de matrizes insumo-produto para os anos em que não há divulgação das mesmas por parte do IBGE. Utilizando a metodologia apresentada no capítulo 3, pudemos afirmar, na seção 4.5, que a correlação existente entre investimento agregado e nível de renda pode ser explicada, alternativamente, a partir das relações intersetoriais nas quais o investimento

em uma atividade induz o investimento noutra atividade, dada uma desproporção inicial.

No último capítulo, finalmente, utilizamos as estimativas obtidas para os parâmetros subjacentes ao multiplicador e para o período relativo ao mesmo para demonstrar que uma estratégia de aplicação a partir das razões dos setores institucionais expostas por Godley era possível, com dados brasileiros, e, além disso, compatível com uma determinada especificação dinâmica completa de um modelo SFC bastante simplificado. A especificação de tal modelo nos leva a uma explicação para além do curto prazo, uma vez que tomamos a sucessão de curtos períodos do multiplicador como o caminho que nos leva ao longo prazo (estado estacionário), conforme o exposto já no primeiro capítulo.

Inicialmente sem explicitar um mecanismo de realimentação para o estoque de capital (cuja variação supostamente interferiria nas próprias decisões de investimento), de modo a permanecer com um investimento completamente autônomo com relação à renda, obtivemos determinados níveis de renda de estado estacionário para cada nível de renda efetivamente observado (ou pelas estimativas destes últimos via multiplicador). A especificação dinâmica para a trajetória de convergência ao estado estacionário foi formalmente explicitada e aplicada, por simulações, para o Brasil, tomando um ponto de partida (trimestre) específico, de modo a definirmos um estoque de riqueza inicial e visualizarmos a trajetória de convergência ao estado estacionário (para o nível de renda e para o saldo de cada setor institucional), caso todos os parâmetros e variáveis exógenas permanecessem constantes.

Em que pese a dinâmica intersetorial atribuída anteriormente ao investimento, em apêndice ao último capítulo destacamos também que tomar o investimento como completamente endógeno (com relação à renda) não interfere no resultado para a renda de estado estacionário, em caso de convergência, alterando somente a natureza da mesma, que nessa hipótese se daria por meio de flutuações amortecidas. Logicamente, qualquer combinação que levasse em conta parcela do investimento como autônoma e outra parcela como induzida não alteraria o equilíbrio de estado estacionário, apesar de modificar o processo de convergência até o mesmo, com maior (menor) amplitude de flutuações cíclicas quão maior (menor) fosse o peso atribuído ao componente induzido.

Do ponto de vista dos resultados aplicados deste último capítulo, devemos destacar que: (i) o setor público puxou para cima a demanda agregada brasileira, através de déficits orçamentários, durante todo o período 1996-2010, ao contrário do setor privado, o qual acumulou estoques de

riqueza financeira durante todo o período, não realizando investimentos produtivos na escala suficiente; (ii) o setor externo, que a partir do terceiro trimestre de 2002 também puxou a demanda agregada para cima, deu mostras de que esse processo começou a se esgotar no final do período analisado, o que pode vir a significar o ressurgimento de uma restrição externa ao crescimento; (iii) as trajetórias simuladas para um trimestre específico (2006.3) indicaram uma convergência bastante lenta para o nível de renda de estado estacionário, sobretudo pela baixa propensão a consumir a partir da riqueza (complementada pelas altas taxas de juros, como exposto no apêndice 5.1), mas também a convergência para uma situação de déficits gêmeos, com déficit público estabilizado em 2,39% da renda.

Naturalmente, os resultados ora apresentados devem ser tomados como preliminares, posto que constituem apenas o primeiro passo de um projeto de pesquisa mais amplo que deve incluir o acompanhamento sistemático de todos os parâmetros aqui elencados e revisão periódica das tendências obtidas a partir dos modelos SFC, a fim de que possamos fazer afirmações balizadas por um maior peso das evidências.

## REFERÊNCIAS

- ABE, R. A. H. (2010). Consumo no Brasil: quebras estruturais e suavização do consumo (dissertação de mestrado). São Paulo: Fundação Getúlio Vargas.
- ACKLEY, G. (1951). The wealth-saving relationship. *The Journal of Political Economy*, 59(2): 154-161.
- AGLIETTA, M. (1995). *Macroeconomia financeira*. São Paulo: Loyola, 2004.
- ALT, F. L. (1942). Distributed lags. *Econometrica*, 10(2): 113-128.
- AMADEO, E. J. (1989). *Keynes's principle of effective demand*. Aldershot: Elgar.
- ARESTIS, P. (1986). Wages and prices in the UK: the post Keynesian view. *Journal of Post Keynesian Economics*, 8(3): 339-358.
- ARESTIS, P. (1988). The credit segment of a UK post Keynesian model. *Journal of Post Keynesian Economics*, 10(2): 250-269.
- ARESTIS, P. (1989). On the post Keynesian challenge to neoclassical economics: a complete quantitative macro-model for the U.K. economy. *Journal of Post Keynesian Economics*, 11(4): 611-629.
- ARESTIS, P. (1996). Post Keynesian economics: towards coherence. *Cambridge Journal of Economics*, 20: 111-135.
- ARESTIS, P.; DRIVER, C. & ROONEY, J. (1986). The real segment of a UK post Keynesian model. *Journal of Post Keynesian Economics*, 8(2): 163-181.
- ARESTIS, P.; DUNN, S. P. & SAWYER, M. (1999). Post Keynesian economics and its critics. *Journal of Post Keynesian Economics*, 21(4): 527-549.
- ASIMAKOPULOS, A. (1985). "Long-period employment" in The General Theory. *Journal of Post Keynesian Economics*, 7(2): 207-213.
- ASIMAKOPULOS, A. (1986). Finance, liquidity, saving, and investment. *Journal of Post Keynesian Economics*, 9(1): 79-90.
- BACHA, E. L. & BONELLI, R. (2005). Uma interpretação das causas da desaceleração econômica do Brasil. *Revista de Economia Política*, 25(3): 163-189.
- BAI, J. & PERRON, P. (2003). Computation and analysis of multiple structural change models. *Journal of Applied Econometrics*, 18(1): 1-22.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL (2008). *Finanças públicas*, 6a. ed. Brasília: BCB.
- BARBOSA-FILHO, N.; RADA, C., TAYLOR, L. & ZAMPARELLI, L. (2006). Fiscal, foreign, and private net borrowing: widely accepted theories don't closely fit the facts. In: *Anais do XXXIV Encontro Nacional de Economia – ANPEC*, 2006, Salvador.
- BARBOSA-FILHO, N.; RADA, C., TAYLOR, L. & ZAMPARELLI, L. (2008). Cycles and trends in U.S. net borrowing flows. *Journal of Post Keynesian Economics*, 30(4): 623-647.

- BARDSSEN, G.; EITRHEIM, O; JANSEN, E. S. & NYMOEN, R. (2005). *The econometrics of macroeconomic modelling*. Oxford: Oxford University Press.
- BARGER, H. & KLEIN, L. R. (1954). A quarterly model for the United States economy. *Journal of the American Statistical Association*, 49(267): 413-437.
- BARRO, R. (1974). Are government bonds net wealth? *The Journal of Political Economy*, 82(6): 1095-1117.
- BELLUZZO, L. G. M. & TAVARES, M. C. (1981). Ainda a controvérsia sobre a demanda efetiva: uma pequena intervenção. *Revista de Economia Política*, 1(3): 107-110.
- BLANCHARD, O. & PEROTTI, R. (2002). An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output. *The Quarterly Journal of Economics*, 117(4): 1329-1368.
- BONELLI, R. & CUNHA, P. V. (1981). Crescimento econômico, padrão do consumo e distribuição da renda no Brasil: Uma abordagem multisectorial para o período 1970/75. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 11(3): 703-756.
- BONELLI, R. & CUNHA, P. V. (1982). Mudanças nas estruturas de produção, renda e consumo e crescimento econômico no Brasil no período 1970/75. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 12(3): 807-850.
- BONELLI, R. & CUNHA, P. V. (1983). Distribuição de renda e padrões de crescimento: um modelo dinâmico da economia brasileira. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 13(1): 91-154.
- BORTIS, H. (2008). The multiplier relation as the pure theory of output and employment in a monetary production economy. In: GNOS, C. & ROCHON, L-P. (eds.), 2008.
- BOUCHER, M. (1976). Some further results on the linkage hypothesis. *The Quarterly Journal of Economics*, 90(2): 313-318.
- BRODÝ, A. (1970). *Proportions, prices and planning*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- BURMEISTER, E. (1977). The irrelevance of Sraffa's analysis without constant returns to scale. *Journal of Economic Literature*, 15(1): 68-70.
- CARNEIRO, R. M. (2010). Desafios do desenvolvimento brasileiro. In: CARNEIRO, R. M. & MATIJASCIC, M. (orgs.). *Desafios do desenvolvimento brasileiro*. Ipea, 2010.
- CARVALHO, F. J. C. (1985). Alternative analyses of short and long run in post Keynesian economics. *Journal of Post Keynesian Economics*, 7(2): 214-234
- CARVALHO, F. J. C. (1990). Keynes and the long period. *Cambridge Journal of Economics*, 14: 277-290.
- CARVALHO, F. J. C. (1991). Distribuição de renda, demanda efetiva e acumulação. *Revista de Economia Política*, 11(3): 29-48.
- CARVALHO, F. J. C. (1992). *Mr. Keynes and the post Keynesians: principles of macroeconomics for a monetary production economy*. Aldershot: Elgar.

- CARVALHO, F. J. C. (1993). Sobre a endogenia da oferta de moeda: réplica ao professor Nogueira da Costa. *Revista de Economia Política*, 13(3): 114-121.
- CARVALHO, F. J. C. (1996). Sorting out the issues: the two debates (1936/37; 1983-86) on Keynes's finance motive revisited. *Revista Brasileira de Economia*, 50(3): 312-327.
- CARVALHO, V. R.; LIMA, G. T. & SANTOS, A. T. L. A. (2008). A restrição externa como fator limitante do crescimento econômico brasileiro: um teste empírico. *Economia*, 9(2): 285-307.
- CASTRO, A. B. (1981). A controvérsia da demanda efetiva: o deslocamento da questão. *Revista de Economia Política*, 1(4): 110-115.
- CAVALCANTI, M. A. F. H. (2010). Identificação de modelos VAR e causalidade de Granger: uma nota de advertência. *Economia Aplicada*, 14(2): 251-260.
- CELLA, G. (1984). The input-output measurement of interindustry linkages. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 46(1): 73-84.
- CHAHROUR, R.; SCHMITT-GROHÉ, S. & URIBE, M. (2010). A model-based evaluation of the debate on the size of the tax multiplier. *NBER Working Paper*, 16169.
- CHENERY, H. B. & WATANABE, T. (1958). International comparisons of the structure of production. *Econometrica*, 26(4): 487-521.
- CHICK, V. (1983). *Macroeconomics after Keynes*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- CHIPMAN, J. S. (1950). The multi-sector multiplier. *Econometrica*, 18(4): 355-374.
- CHRIST, C. F. (1967). A short-run aggregate-demand model of the interdependence and effects of monetary and fiscal policies with Keynesian and classical interest elasticities. *The American Economic Review*, 57(2): 434-443.
- CHRIST, C. F. (1968). A simple macroeconomic model with a government budget restraint. *The Journal of Political Economy*, 76(1): 53-67.
- CLARK, C. (1938). Determination of the multiplier from national income statistics. *The Economic Journal*, 48(191): 435-448.
- COGAN, J. F.; CWIK, T.; TAYLOR, J. B. & WIELAND, V. (2009). New Keynesian versus old Keynesian government spending multipliers. *NBER Working Paper*, 14782.
- COSTA, F. N. (1993). (Im)propriedades da moeda. *Revista de Economia Política*, 13(2): 61-75.
- COSTA, F. N. (1994). Sobre o “horizontalismo” da oferta de moeda: réplica ao Professor Cardim de Carvalho. *Revista de Economia Política*, 14(1): 142-146.
- COTTRELL, A. (1994). Endogenous money and the multiplier. *Journal of Post Keynesian Economics*, 17(1): 111-120.
- DALZIEL, P. (1996). The Keynesian multiplier, liquidity preference, and endogenous money. *Journal of Post Keynesian Economics*, 18(3): 311-331.
- DAVIDSON, P. (1968). Money, portfolio balance, capital accumulation, and economic growth. *Econometrica*, 36(2): 291-321.

- DAVIDSON, P. (1974). A Keynesian view of Friedman's theoretical framework for monetary analysis. In: GORDON, R. J. (ed.) *Milton Friedman's monetary framework: a debate with his critics*. Chicago: The University of Chicago Press, 1974.
- DAVIDSON, P. (1978). *Money and the real world*. 2<sup>nd</sup> ed. London: MacMillan.
- DAVIDSON, P. (1994). *Post Keynesian macroeconomic theory: foundations for successful economic policies for the twenty-first century*. Aldershot: Elgar.
- DAVIDSON, P. (2001). The principle of effective demand: another view. *Journal of Post Keynesian Economics*, 23(3): 391-409.
- DE VROEY, M. (2009). A Marshall-Walras divide? A critical review of the prevailing viewpoints. *History of Political Economy*, 41(4): 709-736.
- DEQUECH, D. (2000). Fundamental uncertainty and ambiguity. *Eastern Economic Journal*, 26(1): 41-60.
- DEQUECH, D. (2003). Conventional and unconventional behavior under uncertainty. *Journal of Post Keynesian Economics*, 26(1): 145-168.
- DORNBUSCH, R., FISCHER, S. & STARTZ, R. (2001). *Macroeconomics*, 8<sup>th</sup> ed. New York: McGraw Hill.
- DOS SANTOS, C. H. (2003). Three Essays on Stock-Flow Consistent Macroeconomic Modeling (PhD Dissertation). New York: New School for Social Research.
- DOS SANTOS, C. H. (2004). Notas sobre a crescente (e peculiar) fragilidade financeira do capitalismo norte-americano. *Economia e Sociedade*, 13(2): 23-49.
- DOS SANTOS, C. H. (2006). Keynesian theorising during hard times: stock-flow consistent models as an unexplored 'frontier' of Keynesian macroeconomics. *Cambridge Journal of Economics*, 30: 541-565.
- DOS SANTOS, C. H. & MACEDO E SILVA, A. C. (2009). Revisiting (and connecting) Marglin-Bhaduri and Minsky: an SFC look at financialization and profit-led growth. *The Levy Economics Institute Working Paper*, 567.
- DOS SANTOS, C. H. & MACEDO E SILVA, A. C. (2010a). Revisiting "New Cambridge": the three financial balances in a general stock-flow consistent applied modelling strategy. *The Levy Economics Institute Working Paper*, 594.
- DOS SANTOS, C. H. & MACEDO E SILVA, A. C. (2010b). Um panorama macroeconômico das finanças públicas 2007-2010. Campinas: mimeo.
- DOS SANTOS, C. H.; MACEDO E SILVA, A. C. & RIBEIRO, M. B. (2010). Uma metodologia de estimação da carga tributária líquida brasileira trimestral no período 1995-2009. *Revista de Economia Contemporânea*, 14(2): 209-236.
- DOS SANTOS, C. H. & PIRES, M. C. C. (2009). Qual a sensibilidade dos investimentos privados a aumentos na carga tributária brasileira? Uma investigação econométrica. *Revista de Economia Política*, 29(3): 231-231.

- DOS SANTOS, C. H. & ZEZZA, G. (2008). A simplified, 'benchmark', stock-flow consistent post-Keynesian growth model. *Metroeconomica*, 59(3): 441-478.
- DUTT, A. K & AMADEO, E. J. (1990). *Keynes's third alternative?* The neo-Ricardian Keynesians and the post Keynesians. Aldershot: Elgar.
- EATWELL, J. (1977). The irrelevance of returns to scale in Sraffa's analysis. *Journal of Economic Literature*, 15(1): 61-68.
- EICHNER, A. S. (1979). A post Keynesian short-period model. *Journal of Post Keynesian Economics*, 1(4): 38-63.
- EICHNER, A. S. (1985). *Towards a new economics: essays in post-Keynesian and institutionalist theory*. Ann Arbor: M. E. Sharpe.
- EICHNER, A. S. (1987). *The macrodynamics of advanced market economies*. Armonk: M. E. Sharpe, 1991.
- EICHNER, A. S. & KREGEL, J. A. (1975). An essay on post-Keynesian theory: a new paradigm in economics. *Journal of Economic Literature*, 13(4): 1293-1314.
- ENDERS, W. (2004). *Applied econometric time series*, 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons.
- ENGLE, R. F. & GRANGER, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2): 251-276.
- FEIJÓ, C. A. (2006). A medida de utilização de capacidade: conceitos e metodologias. *Revista de Economia Contemporânea*, 10(3): 611-629.
- FORMAN, L. & EICHNER, A. S. (1981). A post Keynesian short-period model: some preliminary econometric results. *Journal of Post Keynesian Economics*, 4(1): 117-135.
- FORSTATER, M. (1999). Working backwards: instrumental analysis as a policy discovery procedure. *Review of Political Economy*, 11(1): 5-18.
- FORSTATER, M. (2002). Full employment policies must consider effective demand and structural and technological change: a prime point of Pasinetti's political economy. In: DAVIDSON, P. (ed.). *A post Keynesian perspective on twenty-first century economic problems*. Cheltenham: Elgar, 2002.
- FOCHEZATTO, A. (2011). Estrutura da demanda final e distribuição de renda no Brasil: uma abordagem multissetorial utilizando uma matriz de contabilidade social. *Economia*, 12(1): 111-130.
- FRIEDMAN, M. (1949). The Marshallian demand curve. *The Journal of Political Economy*, 57(6): 463-495.
- FRIEDMAN, M. (1974a). A theoretical framework for monetary analysis. In: GORDON, R. J. (ed.) *Milton Friedman's monetary framework: a debate with his critics*. Chicago: The University of Chicago Press, 1974.
- FRIEDMAN, M. (1974b). Comments on the critics. In: GORDON, R. J. (ed.) *Milton Friedman's monetary framework: a debate with his critics*. Chicago: The University of Chicago Press, 1974.

- GEWEKE, J. (1984). Inference and causality in economic time series models. In: GRILICHES, Z. & INTRILIGATOR, M. D. (eds.). *Handbook of econometrics*, vol. II. Amsterdam: North-Holland, 1984.
- GNOS, C. & ROCHON, L-P. (eds.) (2008). *The Keynesian multiplier*. London: Routledge.
- GODLEY, W. (1983). Keynes and the management of real national income and expenditure. In: WORSWICK, D & TREVITHICK, J. (eds.), *Keynes and the Modern World*, p.135-157. Cambridge: Cambridge University Press.
- GODLEY, W. (1999a). Money and credit in a Keynesian model of income determination. *Cambridge Journal of Economics*, 23: 393-411.
- GODLEY, W. (1999b). Seven unsustainable processes. *The Levy Economics Institute*, special report.
- GODLEY, W. & CRIPPS, F. (1983). *Macroeconomics*. Oxford: Oxford University Press.
- GODLEY, W. & LAVOIE, M. (2006). Comprehensive accounting in simple open economy macroeconomics with endogenous sterilization or flexible exchange rates. *Journal of Post Keynesian Economics*, 28(2): 241-276.
- GODLEY, W. & LAVOIE, M. (2007a). *Monetary economics: an integrated approach to credit, money, income, production and wealth*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- GODLEY, W. & LAVOIE, M. (2007b). Fiscal policy in a stock-flow consistent (SFC) model. *Journal of Post Keynesian Economics*, 30(1): 79-100.
- GODLEY, W. & LAVOIE, M. (2007c). A simple model of three economies with two currencies: the eurozone and the USA. *Cambridge Journal of Economics*, 31: 1-23
- GODLEY, W. & WRAY, L. R. (1999). Can Goldilocks survive? *The Levy Economics Institute Policy Note*, 1999/4.
- GOODWIN, R. M. (1949). The multiplier as matrix. *The Economic Journal*, 59(236): 537-555.
- GOODWIN, R. M. (1950). Does the matrix multiplier oscillate? *The Economic Journal*, 60(240): 764-770.
- GOODWIN, R. M. (1951). The nonlinear accelerator and the persistence of business cycles. *Econometrica*, 19(1): 1-17.
- GOODWIN, R. M. & PUNZO, L. F. (1987). *The dynamics of a capitalist economy: a multi-sectoral approach*. Boulder: Westview Press.
- GRANGER, C. W. J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37(3): 424-438.
- GRANGER, C. W. J. & NEWBOLD, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics*, 2: 111-120.
- GREENE, W. H. (2003). *Econometric analysis*. 5<sup>th</sup> ed. Prentice-Hall.
- GREGORY, A. W. & HANSEN, B. E. (1996). Residual-based tests for cointegration in models

with regime shifts. *Journal of Econometrics*, 70: 99-126.

GRIJÓ, E. & BÊRNI, D. A. (2006). Metodologia completa para a estimativa de matrizes de insumo-produto. *Teoria e Evidência Econômica*, 14(26): 9-42.

GUILHOTO, J. J. M. (2004). *Análise de insumo-produto: teoria e fundamentos*. São Paulo: mimeo.

GUILHOTO, J. J. M. & SESSO FILHO, U. A. (2005). Estimação da matriz insumo-produto a partir de dados preliminares das contas nacionais. *Economia Aplicada*, 9(2): 277-299.

GUILHOTO, J. J. M. & SESSO FILHO, U. A. (2010). Estimação da matriz insumo-produto utilizando dados preliminares das contas nacionais: aplicação e análise de indicadores econômicos para o Brasil em 2005. *Economia & Tecnologia*, 23: 53-62.

GUJARATI, D. N. (2004). *Basic econometrics*. 4<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill.

HAAVELMO, T. (1943). The statistical implications of a system of simultaneous equations. *Econometrica*, 11(1): 1-12.

HAAVELMO, T. (1945). Multiplier effects of a balanced budget. *Econometrica*, 13(4): 311-318.

HAAVELMO, T. (1947). Methods of measuring the marginal propensity to consume. *Journal of the American Statistical Association*, 42(237): 105-122.

HANSEN, A. H. (1953). *Guia para Keynes*. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 1973.

HARROD, R. F. (1939a). An essay in dynamic theory. *The Economic Journal*, 49(139): 14-33.

HARROD, R. F. (1939b). *International economics*, 4<sup>th</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press (The Cambridge economic handbooks), 1966.

HARROD, R. F. (1948). *Towards a dynamic economics*. London: Macmillan, 1966.

HICKS, J. R. (1936). Keynes' theory of employment. *The Economic Journal*, 46(182): 238-253.

HICKS, J. R. (1950). *A contribution to the theory of the trade cycle*. Oxford: Oxford University Press, 1956.

HICKS, J. R. (1974). *The crisis in Keynesian economics*. Southampton: Basil Blackwell.

HICKS, J. R. (1981). IS-LM: an explanation. *Journal of Post Keynesian Economics*, 3(2): 139-154.

HIRSCHMAN, A. O. (1958). *The strategy of economic development*. Clinton: Yale University Press, 1975.

HOFFMANN, R. (2006). *Análise de regressão: uma introdução à econometria*. São Paulo: Hucitec.

HOUSEHOLDER, A. S. (1953). *Principles of numerical analysis*. New York: McGraw-Hill.

HOUSEHOLDER, A. S. (1964). *The theory of matrices in numerical analysis*. New York: Dover.

IBGE (2008). Matriz de insumo-produto, Brasil, 2000/2005. *Contas Nacionais*, 23. Rio de

Janeiro: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

ILZETZKI, E.; MENDOZA, E. G. & VÉGH, C. A. (2010). How big (small?) are fiscal multipliers? *NBER Working Paper*, 16479.

JOHANSEN, S. (1988). Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12: 231-254.

JOHANSEN, S. & JUSELIUS, K (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2): 169-210.

JOLLIFFE, I. T. (2002). *Principal component analysis*, 2<sup>nd</sup> ed. New York: Springer.

JONES, L. P. (1976). The measurement of Hirschmanian linkages. *The Quarterly Journal of Economics*, 90(2): 323-333.

JORGENSON, D. W. (1960). A dual stability theorem. *Econometrica*, 28(4): 892-899.

JORGENSON, D. W. (1961). Stability of a dynamic input-output system. *The Review of Economic Studies*, 28(2): 105-116.

JUSELIUS, K. (2006). *The cointegrated VAR model: methodology and applications*. Oxford: Oxford University Press.

KAHN, R. F. (1931). The relation of home investment to unemployment. *The Economic Journal*, 41(162): 173-198.

KAHN, R. F. (1984). *The making of Keynes' General Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

KALDOR, N. (1956). Alternative theories of distribution. *The Review of Economic Studies*, 23(2): 83-100.

KALDOR, N. (1958). Capital accumulation and economic growth. In: *Further essays on economic theory*. London: Duckworth, 1978.

KALDOR, N. (1983). Keynesian economics after fifty years. In: WORSWICK, D & TREVITHICK, J. (eds.), *Keynes and the Modern World*, p.1-48. Cambridge: Cambridge University Press.

KALDOR, N. (1988). The role of effective demand in the short run and the long run. In: BARRÈRE, A. (ed.) *The foundation of Keynesian analysis*. New York: St. Martin's Press. 1988.

KALECKI, M. (1937). A theory of the business cycle. *The Review of Economic Studies* 4(2): 77-97.

KALECKI, M. (1942). A theory of profits. *The Economic Journal*, 52(206/207): 258-267.

KALECKI, M. (1954). *Teoria da dinâmica econômica*. In: *Keynes / Kalecki* (Coleção Os Pensadores). São Paulo: Abril Cultural, 1978.

KALECKI, M. (1968a). Trend ans business cycles reconsidered. *The Economic Journal*, 78(310): 263-276.

- KALECKI, M. (1968b). The Marxian equations of reproduction and modern economics. In: *Capitalism: economic dynamics*. Oxford: Clarendon Press, 1991 (Collected Works of Michal Kalecki, v.II)
- KEYNES, J. M. (1919). *The economic consequences of the peace*. Cambridge: Macmillan, 1971. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.II).
- KEYNES, J. M. (1923). *A tract on monetary reform*. Cambridge: Macmillan, 1971. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.IV).
- KEYNES, J. M. (1929). Can Lloyd George do it? In: *Essays in persuasion*. Cambridge: Macmillan, 1972. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.IX).
- KEYNES, J. M. (1930). *A treatise on money*. v.1 – the pure theory of money. Cambridge: Macmillan, 1971. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.V).
- KEYNES, J. M. (1932). *Activities 1931-1939: World crises and policies in Britain and America*, p.126-127. Cambridge: Macmillan, 1982. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.XXI).
- KEYNES, J. M. (1933a). The means to prosperity. In: *Essays in persuasion*. Cambridge: Macmillan, 1972. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.IX).
- KEYNES, J. M. (1933b). The distinction between a co-operative economy and an entrepreneur economy. In: Cambridge: Macmillan (The collected writings of John Maynard Keynes, v. XXIX). p.76-87.
- KEYNES, J. M. (1936). *The general theory of employment, interest, and money*. Cambridge: Macmillan, 1973. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.VII).
- KEYNES, J. M. (1937a). The general theory of employment. *The Quarterly Journal of Economics*, 51(2): 209-223.
- KEYNES, J. M. (1937b). Ex post and ex ante. In: *The General Theory and after: part II – defence and development*. Cambridge: Macmillan, 1973. (The collected writings of John Maynard Keynes, v.XIV).
- KEYNES, J. M. (1939). Mr. Keynes on the distribution of incomes and “propensity to consume”: a reply. *The Review of Economics and Statistics*, 21(3): 129.
- KLEIN, L. R. (1947). The use of econometric models as a guide to economic policy. *Econometrica*, 15(2): 111-151.
- KREGEL, J. A. (1976). Economic methodology in the face of uncertainty: the modeling methods of Keynes and the post Keynesians. *The Economic Journal*, 86(342): 209-225.
- KREGEL, J. A. (1988). The multiplier and liquidity preference; two sides of the theory of effective demand. In: BARRÈRE, A. (ed.) *The foundation of Keynesian analysis*. New York: St. Martin's Press. 1988.
- KURZ, H. D. (1985). Effective demand in a “classical” model of value and distribution: the multiplier in a Sraffian framework. *The Manchester School*, 53(2): 121-137.

- KURZ, H. D. & SALVADORI, N. (1995). *Theory of production: a long-period analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LANGE, O. (1960). The output-investment ratio and input-output analysis. *Econometrica*, 28(2): 310-324.
- LAUMAS, P. S. (1976). The weighting problem in testing the linkage hypothesis. *The Quarterly Journal of Economics*, 90(2): 308-312.
- LAVOIE, M. (2001). Pricing. In: HOLT, R. P. F. & PRESSMAN, S. (eds.) *A new guide to post Keynesian economics*. London: Routledge, 2001.
- LAVOIE, M. (2006). *Introduction to post-Keynesian economics*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- LAVOIE, M. & GODLEY, W. (2002). Kaleckian models of growth in a coherent stock-flow monetary framework: a Kaldorian view. *Journal of Post Keynesian Economics*, 24(2): 277-311.
- LAVOIE, M.; RODRÍGUEZ, G. & SECCARECCIA, M. (2004). Similitudes and discrepancies in post-Keynesian and Marxist theories of investment: a theoretical and empirical investigation. *International Review of Applied Economics*, 18(2): 127-149.
- LEE, F. S. (1999). *Post Keynesian price theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LEIJONHUFVUD, A. (1968) *On Keynesian economics and the economics of Keynes: a study in monetary theory*. Oxford: Oxford University Press.
- LEITE, F. P. (2010). Dívida pública e riqueza privada, déficit público e consumo autônomo: uma nota explicativa sobre a consistência entre estoques e fluxos. In: *Anais do III Encontro Internacional da Associação Keynesiana Brasileira*, 2010, São Paulo: FGV.
- LEITE, F. P.; AGGIO, G. O. & ANGELI, E. (2009). Endividamento público, crescimento, moeda e inflação: comentário a “Matemática agradável”, de Gerson Lima. *Revista de Economia Política*, 29(4): 473-483.
- LEONTIEF, W. (1937). Interrelation of prices, output, savings, and investment. *The Review of Economics and Statistics*, 19(3): 109-132.
- LEONTIEF, W. (1970). The dynamic inverse. In: *Input-output economics*, 2<sup>nd</sup> ed. New York: Oxford University Press, 1986.
- LERNER, A. P. (1938). Saving equals investment. *The Quarterly Journal of Economics*, 52(2):297-309.
- LEVINE, A. L. (1977). The irrelevance of returns to scale in Sraffa's analysis: a comment. *Journal of Economic Literature*, 15(1): 70-72.
- LIMA, G. T. & CARVALHO, V. R. (2008). Macrodinâmica do produto sob restrição externa: a experiência brasileira no período 1930-2004. *Economia Aplicada*, 12(1): 55-77.
- LOWE, A. (1976). *The path of economic growth*. Cambridge: Cambridge University Press.
- MACEDO E SILVA, A. C. (1995). A economia de Keynes, a busca de uma nova teoria

econômica e a “armadilha do equilíbrio”. *Economia e Sociedade*, 4(2): 111-158.

MACEDO E SILVA, A. C. (1999). *Macroeconomia sem equilíbrio*. Petrópolis: Vozes.

MACEDO E SILVA, A. C. & DOS SANTOS, C. H. (2011). Peering over the edge of the short-period? The Keynesian roots of stock-flow consistent macroeconomic models. *Cambridge Journal of Economics*, 35: 105-124.

MACKINNON, J. G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests. *Journal of Applied Econometrics*, 11(6): 601-618.

MATA, T. (2006). The importance of being Cambridge: old school, new school and Cambridge journal in the 1970s. In: *Eleventh annual European conference on the history of economics*, 2006.

McKENZIE, L. W. (1963). Turnpike theorems for a generalized Leontief model. *Econometrica*, 31(1): 165-180.

McKENZIE, L. W. (1998). Turnpikes. *The American Economic Review*, 88(2): 1-14.

MEIRELLES, A. J. (1995). Moeda endógena e teoria monetária da produção. *Revista de Economia Política*, 15(3): 18-30.

MILLER, R. E. & BLAIR, P. D. (2009). *Input-output analysis: foundations and extensions*, 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press.

MINSKY, H. P. (1954). *Induced investment and business cycles*. Cheltenham: Elgar, 2004.

MINSKY, H. P. (1986). *Stabilizing an unstable economy*. New Haven: Yale University Press.

MONACELLI, T.; PEROTTI, R. & TRIGARI, A. (2010). Unemployment fiscal multipliers. *NBER Working Paper*, 15931.

MOORE, B. J. (1988). *Horizontalists and verticalists: the macroeconomics of credit money*. Cambridge: Cambridge University Press.

MOORE, B. J. (1994). The demise of the Keynesian multiplier: a reply to Cottrell. *Journal of Post Keynesian Economics*, 17(1): 121-133.

MOORE, B. J. (2008). The demise of the Keynesian multiplier revisited. In: GNOS, C. & ROCHON, L-P. (eds.), 2008.

MORANDI, L. (2005). Estoque e produtividade de capital fixo – Brasil, 1940-2004. *Textos para discussão UFF / Economia*, 174.

MORANDI, L. & REIS, E. J. (2004). Estoque de capital fixo no Brasil, 1950-2002. In: *Anais do XXXII Encontro Nacional de Economia – ANPEC*, 2004, João Pessoa.

MORISHIMA, M. (1958). Prices, interest and profits in a dynamic Leontief system. *Econometrica*, 26(3): 358-380.

MORISHIMA, M. & KANEKO, Y. (1962). On the speed of establishing multi-sectoral equilibrium. *Econometrica*, 30(4): 818-823.

MURPHY, A. E. (2009). *The genesis of macroeconomics: new ideas from Sir William Petty to*

Henry Thornton. Oxford: Oxford University Press.

MUSGRAVE, R. A. & MILLER, M. H. (1948). Built-in flexibility. *The American Economic Review*, 38(1): 122-128.

NELSON, C. R. & PLOSSER, C. I. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series. *Journal of Monetary Economics*, 10: 139-162.

OREIRO, J. L.; NAKABASHI, L. & SOUZA, G. J. G. (2010). A economia brasileira puxada pela demanda agregada. *Revista de Economia Política*, 30(4): 581-603.

OTT, D. J. & OTT, A. F. (1965). Budget balance and equilibrium income. *The Journal of Finance*, 20(1): 71-77.

PASINETTI, L. L. (1960). Cyclical fluctuations and economic growth. *Oxford Economic Papers*, 12(2): 215-241.

PASINETTI, L. L. (1962). Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth. *The Review of Economic Studies*, 29(4): 267-279.

PASINETTI, L. L. (1973). The notion of vertical integration in economic analysis. In: *Essays on the theory of joint production*. New York: MacMillan, 1980.

PASINETTI, L. L. (1974). *Growth and income distribution: essays in economic theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

PASINETTI, L. L. (1975). *Lecciones de teoría de la producción*. México: Fondo de Cultura Económica, 1984.

PASINETTI, L. L. (1981). *Structural change and economic growth: a theoretical essay on the dynamics of the wealth of nations*. Cambridge: Cambridge University Press.

PASINETTI, L. L. (1985). The difficulty, and yet the necessity, of aiming at full employment: a comment on Nina Shapiro's note. *Journal of Post Keynesian Economics*, 7(2): 246-248.

PASINETTI, L. L. (1993). *Structural economic dynamics: a theory of the economic consequences of human learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

PASINETTI, L. L. (1997). The principle of effective demand. In: HARCOURT, G. C. & RIACHI, P. A. (orgs.). *A 'second edition' of the general theory*. London: Routledge, 1997.

PASINETTI, L. L. (2001). The principle of effective demand and its relevance in the long run. *Journal of Post Keynesian Economics*, 23(3): 383-390.

PASINETTI, L. L. (2005). The Cambridge school of Keynesian economics. *Cambridge Journal of Economics*, 29: 837-848.

PERES, M. A. F. & ELLERY Jr., R. G. (2009). Efeitos dinâmicos dos choques fiscais do governo central no PIB do Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 39(2): 159-206.

PERRON, P. (1989). The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57(6): 1361-1401.

POSSAS, M. L. (1986). Para uma releitura teórica da Teoria Geral. *Pesquisa e Planejamento*

*Econômico*, 16(2): 295-308.

POSSAS, M. L. (1987). *A dinâmica da economia capitalista: uma abordagem teórica*. São Paulo: Brasiliense.

POSSAS, M. L. (1999). Demanda efetiva, investimento e dinâmica: a atualidade de Kalecki para a teoria macroeconômica. *Revista de Economia Contemporânea*, 3(2): 17-46

PRADO, E. F. S. & KADOTA, D. K. (1982). Multiplicadores de emprego no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 12(1): 207-230.

PYATT, G. & ROUND, J. I. (1977). Social accounting matrices for development planning. *The Review of Income and Wealth*, 23(4): 339-364.

PYATT, G. & ROUND, J. I. (1979). Accounting and fixed price multipliers in a social accounting matrix framework. *The Economic Journal*, 89(356): 850-873.

RIEDEL, J. (1976). A balanced-growth version of the linkage hypothesis: a comment. *The Quarterly Journal of Economics*, 90(2): 319-322.

RITTER, L. S. (1963). A framework for financial analysis. In: DAWSON, J. C. (ed.). *Flow of funds analysis – a handbook for practitioner*. M.E. Sharpe, 1996.

ROBBINS, L. (1930). On a certain ambiguity in the conception of stationary equilibrium. *The Economic Journal*, 40(158): 194-214.

ROCHON, L-P. (2008). The Keynesian multiplier: the monetary pre-conditions and the role of banks as defended by Richard Kahn's 1931 paper – a horizontalist re-interpretation. In: GNOS, C. & ROCHON, L-P. (eds.), 2008.

ROE, A. R. (1973). The case for flow of funds and national balance sheet accounts. *The Economic Journal*, 83(330): 399-420.

ROMER, C. D. & ROMER, D. H. (2007). The macroeconomic effects of tax changes: estimates based on a new measure of fiscal shocks. *NBER Working Paper*, 13264.

SAMUELSON, P. A. (1939). Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration. *The Review of Economics and Statistics*, 21(2): 75-78.

SAMUELSON, P. A. (1942). Fiscal policy and income determination. *The Quarterly Journal of Economics*, 56(4): 575-605.

SERRANO, F. (1996). *The Sraffian supermultiplier* (PhD Dissertation). Cambridge: Cambridge University.

SERRANO, F. & FREITAS, F. (2007). El supermultiplicador sraffiano y el papel de la demanda efectiva en los modelos de crecimiento. *Circus*, 1(1): 21-37.

SEVALDSON, P. (1970). The stability of input-output coefficients. In: CARTER, A. P. & BRÓDY, A. (eds.) *Applications of input-output analysis*. Amsterdam: North-Holland, 1970.

SILVA, A. D. B. M. & MEDEIROS, O. L. (2009). Conceitos e estatísticas da dívida pública. In: SILVA, A. C.; CARVALHO, L. O. & MEDEIROS, O. L. (orgs.) *Dívida pública: a experiência*

- brasileira. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional, 2009.
- SIMS, C. (1972). Money, income, and causality. *The American Economic Review*, 62(4): 540-552.
- SMITHIES, A. (1948). The multiplier. *The American Economic Review*, 38(2): 299-305.
- SOLOW, R. M. (1952). On the structure of linear models. *Econometrica*, 20(1): 29-46.
- SOLOW, R. M. (1959). Competitive valuation in a dynamic input-output system. *Econometrica*, 27(1): 30-59.
- SOLOW, R. M. & SAMUELSON, P. A. (1953). Balanced growth under constant returns to scale. *Econometrica*, 21(3): 412-424.
- SONIS, M.; GUILHOTO, J. J. M.; HEWINGS, G. J. D. & MARTINS, E. B. (1995). Linkages, key sectors and structural change: some new perspectives. *The Developing Economies*, 33(3): 233-270.
- SOROMENHO, J. E. C. (2011). As primeiras impressões de Hicks sobre a Teoria Geral. São Paulo: mimeo.
- SPIILIMBERGO, A.; SYMASNKY, S. & SCHINDLER, M. (2009). Fiscal multipliers. *IMF Staff Position Note*, May 20, 2009.
- SRAFFA, P. (1960). *Production of commodities by means of commodities: prelude to a critique of economic theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.
- STAEHLE, H. (1937). Short-period variations in the distribution of incomes. *The Review of Economics and Statistics*, 19(3): 133-143.
- STAEHLE, H. (1939). Mr. Keynes on the distribution of incomes and “propensity to consume”: a rejoinder. *The Review of Economics and Statistics*, 21(3): 129-130.
- STONE, R. (1966). The social accounts from a consumer's point of view. *The Review of Income and Wealth*, 12(1): 1-33.
- STONE, R. & STONE, W. M. (1938). The marginal propensity to consume and the multiplier: a statistical investigation. *The Review of Economic Studies*, 6(1): 1-24.
- TAYLOR, L. (1975). Theoretical foundations and technical implications. In: BLITZER, C. R.; CLARK, P. B.; TAYLOR, L. (eds.). *Economy-wide models and development planning*. Oxford: Oxford University Press.
- TAYLOR, L. (2004). *Reconstructing macroeconomics: structuralist proposals and critiques of the mainstream*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- TAYLOR, L. (2008). A foxy hedgehog: Wynne Godley and macroeconomic modelling. *Cambridge Journal of Economics*, 32: 639-663.
- TEIXEIRA, J. R. (2000). O modelo de von Neumann e a fascinação com a teoria do crescimento equilibrado. *Revista de Economia Contemporânea*, 4(2): 65-83.
- TEIXEIRA, L. A. S. (2010). Uma investigação sobre o endividamento dos trabalhadores norte-

americanos dos anos 1980 aos anos 2000 (dissertação de mestrado). Campinas: Unicamp.

THIRLWALL, A. P. (1979). The balance of payments constraint as an explanation of international growth rate differences. *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 128: 45-53.

THIRLWALL, A. P. (1997). Reflections on the concept of balance-of-payments-constrained growth. *Journal of Post Keynesian Economics*, 19(3): 377-385.

TOBIN, J. (1980). *Asset accumulation and economic activity*. Chicago: The University of Chicago Press.

TODA, H. Y. & YAMAMOTO, T. (1995). Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes. *Journal of Econometrics*, 66: 225-250.

TOURINHO, O. A. F. (2008). Matrizes de contabilidade social (SAM) para o Brasil de 1990 a 2005. *Revista do BNDES*, 14(29): 327-364.

TSUKUI, J. (1966). Turnpike theorem in a generalized dynamic input-output system. *Econometrica*, 34(2): 396-407.

TSUKUI, J. (1968). Application of a turnpike theorem to planning for efficient accumulation: an example for Japan. *Econometrica*, 36(1): 172-186.

VAN TREECK, T. (2009). A synthetic, stock-flow consistent macroeconomic model of 'financialisation'. *Cambridge Journal of Economics*, 33: 467-493.

VON NEUMANN, J. (1946). A model of general economic equilibrium. *The Review of Economic Studies*, 13(1): 1-9.

WALLIS, K. F. (1974). Seasonal adjustment and relations between variables. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345): 18-31.

WATSON, M. W. (1994). Vector autoregressions and cointegration. In: ENGLE, R. F. & MCFADDEN, D. L. (eds.). *Handbook of econometrics*, vol. IV. Amsterdam: North-Holland, 1994.

WILLCOX, L. D. (2003). Endividamento forçado, Big Government e a implausibilidade de crise no capitalismo: um exercício a partir de um modelo de consistência entre fluxos e estoques. *Ensaio FEE*, 24(1): 223-248.

WILLCOX, L. D. (2005). Modelos de consistência entre fluxos e estoques e aplicação para o caso brasileiro: uma possível leitura crítica (tese de doutoramento). Campinas: Unicamp.

YOTOPOULOS, P. A. & NUGENT, J. B. (1973). A balanced-growth version of the linkage hypothesis: a test. *The Quarterly Journal of Economics*, 87(2): 157-171.

YOTOPOULOS, P. A. & NUGENT, J. B. (1976). In defence of a test of the linkage hypothesis. *The Quarterly Journal of Economics*, 90(2): 334-343.

ZIVOT, E. & ANDREWS, D. W. K. (1992). Further evidence on the great crash, the oil price shock, and the unit-root hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3): 251-270.