



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE ECONOMIA**

GUSTAVO DE OLIVEIRA AGGIO

ANÁLISE SISTÊMICA PARA FENÔMENOS MONETÁRIOS

**TESE DE DOUTORADO APRESENTADA AO
INSTITUTO DE ECONOMIA DA UNICAMP
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS, NA ÁREA DE
TEORIA ECONÔMICA.**

PROFA. DRA. ROSANGELA BALLINI – ORIENTADORA

**ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA TESE DEFENDIDA POR GUSTAVO DE
OLIVEIRA AGGIO E ORIENTADA PELA PROFA.
DRA. ROSANGELA BALLINI.**

CAMPINAS, 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
Maria Teodora Buoro Albertini – CRB8/2142 –
CEDOC/INSTITUTO DE ECONOMIA DA UNICAMP

Ag38a Aggio, Gustavo de Oliveira, 1982-
Análise sistêmica para fenômenos monetários / Gustavo de Oliveira Aggio. -- Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Rosangela Ballini.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Economia.

1. Moeda. 2. Taxas de juros - Estrutura. 3. Inflação(Finanças).
4. Complexidade (Filosofia). I. Ballini, Rosangela, 1969-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Economia. III. Título.

12-008-BIE

Informações para Biblioteca Digital

Título em Inglês: Systemic analysis for monetary phenomena

Palavras-chave em inglês:

Money

Structure of interest rates

Inflation (Finance)

Complexity (Philosophy)

Área de Concentração: Teoria Econômica

Titulação: Doutor em Ciências Econômicas

Banca examinadora:

Rosangela Ballini

Mariano Francisco Laplane

José Maria Ferreira Jardim da Silveira

Eleutério Fernando da Silva Prado

Jorge Eduardo de Castro Soromenho

Data da defesa: 19-12-2011

Programa de Pós-Graduação: Ciências Econômicas

Tese de Doutorado

Aluno: GUSTAVO DE OLIVEIRA AGGIO

**“Análise Sistêmica para Fenômenos
Monetários”**

Defendida em 19 / 12 / 2011

COMISSÃO JULGADORA



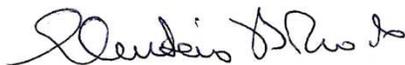
Profa. Dra. ROSANGELA BALLINI
Orientadora – IE / UNICAMP



Prof. Dr. MARIANO FRANCISCO LAPLANE
IE / UNICAMP



Prof. Dr. JOSÉ MARIA FERREIRA JARDIM DA SILVEIRA
IE / UNICAMP



Prof. Dr. ELEUTERIO FERNANDO DA SILVA PRADO
FEA / USP



Prof. Dr. JORGÉ EDUARDO DE CASTRO SOROMENHO
FEA / USP

Aos meus pais.

Aos meus mestres da USP e da UNICAMP.

À Ana.

Em homenagem a Hicks.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar em devo agradecer ao povo brasileiro que no papel da CAPES e da UNICAMP financiaram e proporcionaram a realização deste doutorado. Desde fevereiro de 2010 passei, ainda, a fazer parte do corpo de funcionários públicos federais como professor de economia na Universidade Federal do Pampa. Espero ter a oportunidade de retornar à sociedade o sacrifício empregado em minha formação.

Em segundo lugar devo agradecer a minha família. Meus pais Benedito e Clarice e meus irmãos Fernanda, Eduardo e Ricardo. Em especial, agradeço a razão de toda a nossa alegria, a minha sobrinha Sofia.

Agradeço aos irmãos que a vida me deu. Rafael (um dos mais competentes pesquisadores que já conheci), Henrique, Caê, Alessandro, Wagner, Alexandre, João Vítor, Vinícius e Ciça.

Este é um trabalho que encerra um ciclo de minha formação e, por isso, é dedicado aos meus mestres. O meu primeiro foi meu pai. Economista pela PUC-Campinas, sempre interpretou o mundo das mercadorias com um olhar keynesiano, preocupado com a geração de empregos e com o bem estar da população, mas sem deixar de ser realista e crítico.

Pelos mestres da FEA-USP tenho uma admiração reverencial. Destaco aqui dois grandes nomes: o professor Jorge Eduardo de Castro Soromenho e o professor Eleutério Fernando da Silva Prado. O primeiro foi meu orientador de monografia, estive na minha banca de defesa de dissertação de mestrado e na de tese de doutorado. Foi assistindo às aulas do professor Jorge que fundou-se a minha afinidade com a linha de pesquisa sobre moeda e teoria monetária. O professor Eleutério sempre foi o exemplo de visão crítica construída com muito rigor. Me recordo que ouvi falar pela primeira vez do estudo da complexidade pelo Instituto Santa Fé em uma aula sua de Teoria do Valor. Certamente esta tese ocorre também porque fui aluno no curso de Economia e Complexidade oferecido no segundo semestre de 2008 no IPE-USP pelos professores Jorge e Eleutério conjuntamente com o professor Décio Katsushigue Kadota.

Pelos mestres do IE-UNICAMP guardo a mesma admiração e a gratidão pelo acolhimento de minhas ideias e pela liberdade de pensamento que me foi concedida de forma irrestrita.

Em primeiro lugar agradeço a minha orientadora Rosângela Ballini. Reconheço ter sido uma atitude corajosa ter aceitado orientar um trabalho em uma área ainda pouco explorada. Grande parte da intuição que eu desenvolvi na execução da pesquisa bibliográfica e na delimitação do tema eu devo às horas de conversa que tivemos, seja sobre os rumos da pesquisa em economia, seja sobre a aplicação da matemática. Além de ter me dado a oportunidade de trabalhar com ela em alguns artigos, considero a Rosângela uma grande amiga.

O professor Mariano Laplane participou das bancas de qualificação e defesa desta tese. Suas contribuições norteiam mais do que a pesquisa em si, revelam um conjunto de possibilidades de extensão que eu posso aplicar a ela. Agora que exerço a profissão de professor de economia, fico admirado com a capacidade do professor Mariano de conjugar as mais diversas funções que são fundamentais no mundo acadêmico.

O professor David Dequech, meu orientador de dissertação de mestrado e quem considero meu amigo participou da banca de qualificação desta tese. Nestas páginas eu noto grande influência de seu pensamento, além das referências das leituras que me recomendou em seus cursos e fora destes.

O professor José Maria da Silveira participou da banca de defesa desta tese e, além das contribuições nesta e em outras ocasiões, representa um grande amigo e interlocutor que eu fiz no IE-UNICAMP.

O professor Fernando Gomide da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP foi o grande responsável pela introdução da teoria dos conjuntos probabilísticos utilizada nesta tese, além de proporcionar a honra de trabalhar em dois artigos comigo e com a Rosângela.

Agradeço ainda a oportunidade de ter sido monitor do professor Carlos Antônio Pacheco na cadeira de desenvolvimento econômico. O cuidado com o preparo da aula que o professor Pacheco tinha tem norteado o meu início de carreira.

Na UNICAMP tive a oportunidade de participar das reuniões do Grupo Multidisciplinar de Auto-organização do Centro de Lógica e Epistemologia. Agradeço a todos os membros pelas exposições e conversas e especialmente ao professor Ettore Bresciani Filho.

Agradeço a todos os meus colegas e grandes amigos do IE, principalmente: Antônio Carlos Diegues, Bruno de Conti, Eduardo Angeli, Juan Ernesto Oswaldo Sepulveda, Lucas Teixeira, Marco Antônio Rocha, Dani Vaz, Rodrigo Orair e Pedro Rossi. O amigo Fabrício Pitombo Leite eu destaco porque entra também na categoria dos meus mestres.

No IE-UNICAMP sempre pude contar com a ajuda dos técnicos e do pessoal do Xerox. Um grande abraço a Cida, Marinete, Lurdinha, Alex, Ademir, Daniel e Alemão.

Agradeço a acolhida na Universidade Federal do Pampa campus de Santana do Livramento. Aqui recebi apoio, amizade e respeito. Para não ser injusto frente a possibilidade de esquecer algum nome importante vou resumir a lista nos nomes dos meus grandes camaradas Felipe Almeida, Eduardo Angeli e João Garibaldi.

A Ana Monteiro Costa foi uma grande amiga e agora uma amada companheira. Uma pessoa que abriu mão do seu tempo para fazer com que este trabalho pudesse ser finalizado, sem ela esta tese não teria sido defendida. À Ana eu agradeço, ainda e mais do que tudo, pelo amor e pelo carinho que tem tido comigo.

RESUMO

Nesta tese buscamos compreender aspectos das dinâmicas dos fenômenos da aceitabilidade da moeda, da estrutura de taxas de juros e do processo inflacionário utilizando a abordagem dos sistemas dinâmicos complexos. Nossa justificativa é que o comportamento dos agentes econômicos ocorre de forma descentralizada e, ao menos em parte, delimitado por uma estrutura funcional que, por sua vez, também é sujeita a variação ao longo do tempo. Portanto, nossa abordagem deve considerar um fenômeno em processo e sujeito a não-linearidades.

A tese está dividida em cinco capítulos. No primeiro nós expomos conceitos gerais sobre sistemas dinâmicos complexos, auto-organização, modelos baseados em agentes e lógica *fuzzy* e conjuntos probabilísticos. Explicitamos, assim, as características que atribuímos aos fenômenos estudados e o método empregado para análise.

No segundo capítulo nós oferecemos uma teoria em processo para a emergência da aceitabilidade generalizada de uma moeda, assim como dois modelos para a demonstração das possibilidades deste processo. No terceiro capítulo nós observamos estudos sobre a dinâmica da estrutura das taxas de juros e sugerimos uma explicação para a diferença empiricamente observada entre a dinâmica das taxas de juros de curto e longo prazo. No quarto capítulo nós realizamos um estudo sobre a volatilidade e a persistência na série de variações percentuais do Índice de Preços ao Consumidor dos Estados Unidos. No capítulo final nós comparamos a abordagem do processo inflacionário da chamada nova síntese neoclássica com um modelo de dinâmica de preços fora do equilíbrio.

Palavras chave: moeda; estrutura de taxas de juros; inflação; sistêmica; complexidade

ABSTRACT

In this thesis we aim to understand aspects of the dynamics of the phenomena of the acceptability of the money, of the structure of interest rates and of the inflationary process using the approach of complex dynamic systems. Our explanation is that the behavior of the economic occurs in a decentralized manner, and at least partially delimited by a functional structure which, in turn, is also subject to variation over time. Therefore, our approach should consider a phenomenon in the process and subject to the nonlinearities.

The thesis is divided into five chapters. At first chapter we expose the general concepts about complex dynamic systems, self-organization, agent-based models and fuzzy logic and probabilistic sets. Made explicit, so the characteristics we attribute to the phenomena studied and the analysis method.

In the second chapter we offer a theory in process for the emergence of generalized acceptance of money, as well as two models for demonstrating the possibilities of this process. In the third chapter we observe dynamics studies of the structure of interest rates and suggest an explanation for the empirically observed differences between the dynamics of interest rates for short and long term. In the fourth chapter we perform a study on the volatility and persistence in the series of percentage changes in the Consumer Price Index of the United States. In the final chapter we compare the approach of the inflationary process of the so-called new neoclassical synthesis with a model of price dynamics out of balance.

Keywords: money; structure of interest rates, inflation, systemic, complexity

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1.1: Conjunto <i>fuzzy</i> para a categoria “taxa de juros suficientemente baixa”	p. 23
Figura 1.2: Conjunto probabilístico para a variável “taxa de juros suficientemente baixa”	p. 24
Figura 2.1: Distribuição inicial de agentes no reticulado	p. 34
Figura 2.2: Vizinhanças	p. 36
Figura 2.3: Resultados finais	p. 38
Tabela 2.1: Resultados parciais das simulações	p. 40
Tabela 2.2: Resultados parciais das simulações	p. 41
Tabela 2.3: Resultados parciais das simulações	p. 41
Tabela 2.4: Resultados parciais das simulações	p. 42
Figura 4.1: Variação percentual mensal do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009.....	p. 64
Figura 4.2: Variância amostral móvel com horizonte de 120 meses da variação percentual do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009	p. 66
Figura 4.3: Variância amostral móvel com horizonte de 60 meses da variação percentual do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009	p. 66
Figura 4.4: Variância amostral móvel com horizonte de 120 meses da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006.....	p. 67
Figura 4.5: Variância amostral móvel com horizonte de 60 meses da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006.....	p. 68
Figura 4.6: Teste para o excesso de curtose móvel com horizonte de 120 da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006.....	p. 68
Figura 4.7: Teste para o excesso de curtose móvel com horizonte de 60 da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006.....	p. 69
Figura 4.8: Frequências de valores distantes da média em termos de múltiplos do desvio padrão para intervalos móveis de 120 meses da série de variação do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006	p. 70
Figura 4.9: Ajuste de distribuições estáveis segundo o método dos quantis e por máxima verossimilhança para diferentes períodos da série de variações percentuais do IPC-EUA	p. 79
Tabela 4.6: Valores para a estimativa do índice H	p. 88

Figura 4.10: Dispersão dos valores dos logaritmos das estatísticas R/S_t em relação ao logaritmo de t	p. 89
Tabela 4.7: Valores estimados e estatísticas da regressão.....	p. 89
Tabela 4.8: Teste t de Couillard e Davidson (2005) utilizando as estatísticas de Anis e Lloyd (1976), Peters (1994) e Couillard e Davidson (2004).....	p. 90
Figura 4.11: Evolução das estimativas para o parâmetros α	p. 93
Figura 4.12: Evolução das estimativas para o parâmetros β	p. 93
Figura 4.13: Evolução das estimativas para o parâmetros γ	p. 94
Figura 4.14: Evolução das estimativas para o parâmetro μ	p. 94
Tabela 5.1: Médias, variâncias e amplitudes para p_1^1	p. 114
Figura 5.1: Dinâmica do preço de oferta p_1^1 e de sua média móvel em intervalos de 20 períodos ultra-curtos.....	p. 115
Figura 5.2: Dinâmica da média móvel de p_1^1 para a série completa de 200 períodos ultra-curtos.....	p. 118
Figura 5.3: Número <i>fuzzy</i> para a variável $p_{i,T}^{h,e}$	p. 121
Figura 5.4: Número <i>fuzzy</i> para a variável $\langle p_{i,T}^{h,max}$	p. 123
Figura 5.5: Número <i>fuzzy</i> simplificado para a variável $\langle p_{i,T}^{h,max}$	p. 124
Tabela 5.2: Estatísticas descritivas.....	p. 127
Tabela 5.3: Estatísticas por extratos.....	p. 127
Tabela 5.4: Modelos de regressão linear para a equação (5.21).....	p. 128
Tabela 5.5: Modelos de regressão linear para a equação (5.22).....	p. 128
Figura 5.5a: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 1.....	p. 129
Figura 5.5b: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 2.....	p. 130
Figura 5.5c: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 3.....	p. 130
Figura 5.5d: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 4.....	p. 131
Figura 5.6: Evolução dos preços médios de oferta para as diferentes mercadorias.....	p. 131
Figura 5.7a: Variação percentual de p_1^1	p. 132
Figura 5.7b: Média móvel da variação percentual de p_1^1	p. 133
Figura 5.7c: Variância móvel da variação percentual de p_1^1	p. 133
Figura 5.7d: Curtose móvel da variação percentual de p_1^1	p. 133

Figura 5.8a: Variação percentual da média dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1	p. 134
Figura 5.8b: Média móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1	p. 134
Figura 5.8c: Variância móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1.....	p. 135
Figura 5.8d: Curtose móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1	p. 135
Figura 5.9a: Variação percentual do índice geral de preços.....	p. 136
Figura 5.9b: Média móvel da variação percentual do índice geral de preços	p. 136
Figura 5.9c: Variância móvel da variação percentual do índice geral de preços	p. 136
Figura 5.9d: Curtose móvel da variação percentual do índice geral de preços	p. 136
Figura 5.10: Média móvel do número de unidades da mercadoria de tipo 1 vendidas por todos os ofertantes.....	p. 137
Figura 5.11: Média móvel do número de agentes utilizando a regra de decisão ns_1^1	p. 138
Tabela 4.1: $\alpha = \psi_1(v_\alpha, v_\beta)$	p. 157
Tabela 4.2: $\beta = \psi_2(v_\alpha, v_\beta)$	p. 158
Tabela 4.3: $v_\gamma = \phi_3(\alpha, \beta)$	p. 159
Tabela 4.4: $v_\mu = \phi_4(\alpha, \beta)$	p. 160
Tabela 4.5: Estimativas dos parâmetros de distribuições estáveis para diferentes intervalos da série de variações percentuais do IPC-EUA utilizando o método dos quantis e máxima verossimilhança.....	p. 161

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1: SISTEMAS COMPLEXOS, AUTO-ORGANIZAÇÃO E MODELOS BASEADOS EM AGENTES.....	5
1.1 NOÇÕES GERAIS DE SISTEMAS COMPLEXOS.....	5
1.2 NOÇÕES GERAIS DE AUTO-ORGANIZAÇÃO	7
1.3. MODELAGEM BASEADA EM AGENTES	18
1.4. DÚVIDA, IMPRECISÃO, AMBIGUIDADE E ALEATORIEDADE	20
CAPÍTULO 2. PROCESSO DE FORMAÇÃO DA ACEITABILIDADE DA MOEDA	25
2.1. CONVENÇÕES E FORMAÇÃO DE EQUILÍBRIOS	25
2.2. MOEDA COMO CONVENÇÃO	30
2.3. UM MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O PROCESSO DE IMITAÇÃO	33
2.4. UM MODELO COM DÚVIDA, IMPRECISÃO, AMBIGUIDADE E ALEATORIEDADE	39
2.5. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES.....	40
CAPÍTULO 3: ESTRUTURA DAS TAXAS DE JUROS.....	45
3.1 TEORIAS DAS TAXAS DE JUROS	45
3.2. A ESTRUTURA DE TAXA DE JUROS E CARACTERÍSTICAS DA SUA DINÂMICA	49
3.3. CONTROLE DAS TAXAS DE CURTO PRAZO E A RELAÇÃO COM AS TAXAS DE LONGO PRAZO.....	56
3.4. ABORDAGEM SISTÊMICA SOBRE O MERCADO DE TÍTULOS E DERIVADOS PRIVADOS	60
3.5 TAXAS DE JUROS E INFLAÇÃO	62
CAPÍTULO 4. ANÁLISE ESTATÍSTICA DA INFLAÇÃO	63
4.1. ESCOLHA DOS DADOS E ANÁLISE PRELIMINAR DA VOLATILIDADE.....	63
4.2. AJUSTE DE DISTRIBUIÇÕES ESTÁVEIS PARA A SÉRIE DE DADOS	70
4.3. CÁLCULO DE EXPOENTE DE HURST PARA A SÉRIE	81
4.4. SÍNTESE DAS ANÁLISES.....	90
CAPÍTULO 5. DUAS PERSPECTIVAS PARA A POLÍTICA DE CONTROLE INFLACIONÁRIO	95
5.1. BREVES OBSERVAÇÕES SOBRE A ATUAL TEORIA MONETÁRIA	95
5.2. DINÂMICA DE PREÇOS FORA DE EQUILÍBRIO E PROCESSO INFLACIONÁRIO	105
5.2.1. DINÂMICA DE PREÇOS	105
5.2.2. PROCESSO INFLACIONÁRIO	118
5.2.3. SIMULAÇÕES	126

5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	128
CONCLUSÃO	141
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	145
ANEXO AO CAPÍTULO 4	157

INTRODUÇÃO

O objetivo desta tese é estudar como alguns dos principais fenômenos monetários podem ser considerados em processo e dentro da perspectiva que os agentes econômicos se relacionam de uma forma estruturada e funcional. A perspectiva processual sugere uma dinâmica e o conjunto das relações estruturadas e funcionais dos agentes sugere um ou mais sistemas.

Uma alternativa seria realizar um estudo por meio de um modelo de equilíbrio geral estocástico e dinâmico (DSGE). Um modelo DSGE nada mais é do que um conjunto de equações a diferenças, que representa um processo estocástico, com o qual são racionalizadas as variáveis consumo, investimento, os mercados de bens e serviços, de ativos financeiros e o mercado de trabalho de uma economia como resultado de decisões de maximização intertemporal. Um procedimento desta natureza supõe uma elevada capacidade de coordenação dos agentes, uma vez que a tomada de decisão é suposta como ótima (considerando algumas fricções). Mas uma decisão ótima somente pode ser racionalizada considerando as expectativas com relação ao comportamento dos demais agentes e as crenças nas realizações de determinados estados futuros.

Outro modo seria considerar que os agentes não são capazes de realizar uma racionalização plena sobre os processos em andamento e que, portanto, a economia não precisa estar em um equilíbrio de planos. Além disso, cabe ressaltar que a natureza da dinâmica pode ser um fator a mais de dificuldade para apreensão do processo. Dinâmicas previsíveis e estáveis são apenas casos particulares e, assim, as crenças sobre os estados futuros podem ser constituídas com menor grau de confiança, além de diferirem de agente para agente. Como veremos, até mesmo modelos DSGE simples construídos com o artifício de um agente representativo pressupõe alguma linearização e análise local da estabilidade do equilíbrio. Na análise sistêmica a estrutura não apenas é uma informação de estado para os agentes como também é, ao menos em parte, afetada pelo próprio comportamento dos mesmos. Desse modo, abrimos mão da abordagem DSGE e aderimos a alguns procedimentos que permitem considerar os fenômenos da aceitabilidade da moeda, a

dinâmica da estrutura de taxas de juros e o processo inflacionário dentro da ótica dos sistemas complexos. Primeiramente precisamos explicitar os fenômenos estudados e, em seguida, justificar a abordagem teórica escolhida.

A aceitabilidade da moeda, as taxas de juros e o processo inflacionário caracterizam grande parte do fenômeno da moeda na economia e não podem ser dissociados com facilidade. Por exemplo, uma forma aceita como moeda por um agente representa determinada quantidade de valor que pode diminuir ao longo do tempo, pela inflação, e que pode ser preservada por meio da renúncia à liquidez caracterizada por uma aplicação financeira. Por outro lado, a renúncia à liquidez ocorrerá mediante um acordo em que uma das partes assume o risco da possibilidade de um acirramento do processo inflacionário: o tomador de empréstimo se há alguma forma de indexação ou o emprestador se as taxas são fixas. Temos ainda, que a aplicação à juros nada mais é do que a aceitação de uma quantidade de moeda no futuro, logo uma aposta na continuidade da aceitabilidade da moeda.

Entretanto, o processo de definição da forma aceita como moeda é, ao menos logicamente, anterior à definição de uma estrutura de taxas de juros e de um processo inflacionário. Isso ocorre porque as variáveis nominais são definidas apenas quando se conhece a unidade de conta. Esse raciocínio tem alguma limitação quando nós consideramos que um acirramento do processo inflacionário, por exemplo, pode levar a necessidade de substituição da moeda da economia ou que uma taxa de juros pode ser estipulada em qualquer outra mercadoria da economia. Porém, processos de substituição da moeda ocorrem apenas quando esta instituição social já configura um fenômeno conhecido e uma estrutura de taxas de juros é um fenômeno mais relacionado a economias monetárias estabelecidas. Enquanto que a aceitabilidade da moeda, uma vez definida, pode ser considerada estável dentro de um horizonte significativo de tempo, a evolução das taxas de juros e processo inflacionário se mostram mais instáveis ao longo do tempo.

No capítulo 1 buscaremos explicitar o conceito de sistemas complexos e também o de auto-organização, um fenômeno que pode ocorrer nestes sistemas. A perspectiva da

complexidade na economia considerada em trabalhos seminais como Hayek (1964) ou na perspectiva de Herbert Simon¹ faz referência à tomada de decisão de forma descentralizada, ao problema da informação e racionalidade dos agentes e, por vezes, à heterogeneidade destes. O principal referencial que adotaremos aqui é mais relacionado com os resultados que foram desenvolvidos primeiramente fora da economia e que, posteriormente, geraram novas abordagens econômicas. Porém, segundo Foley (2003) a perspectiva processual já estava presente nos primeiros economistas políticos e, por isso mesmo, não é uma adaptação anacrônica de outras áreas da ciência. Nesse caso, o principal foco é nas características dos sistemas oriundas, principalmente, da presença de não-linearidades. Rosser (2004) oferece um compêndio dos principais trabalhos publicados em economia; Arthur, Durlauf e Lane (1997) organizam trabalhos relacionados ao Instituto Santa Fé; e Salzano e Colander (2007) editam um volume específico para a discussão de política econômica na perspectiva em que a complexidade é um fator ontológico da economia.² Ainda no capítulo 1 apresentaremos uma justificativa para o uso dos modelos baseados em agentes e uma apresentação da lógica *fuzzy* e da teoria dos conjuntos probabilísticos, instrumentos que nos propiciarão modelar os agentes em um ambiente caracterizado por dúvida, imprecisão, aleatoriedade e ambiguidade.

No capítulo 2 nós buscaremos oferecer uma explicação para a emergência da moeda na economia mediante seu caráter convencional. Como a aceitabilidade da moeda é um requisito da existência da estrutura de taxas de juros e da inflação achamos pertinente observar como o comportamento descentralizado dos agentes econômicos é capaz de atingir determinada coordenação. Isso não significa que a exposição será exclusivamente para fornecer um processo que poderia ser assumido como dado. O caráter da moeda como uma convenção foi concebido desde antes da formação da economia como uma ciência autônoma e faz-se necessário explicitar as hipóteses associadas ao processo de coordenação dos agentes.

¹ Apresentada de forma sucinta em Simon (1996).

² Para uma discussão das novas abordagens ver, também, Cardoso (2008).

No capítulo 3 nós buscaremos entender as diferenças entre a dinâmica dos retornos associados a diferentes períodos futuros para títulos soberanos. As taxas de juros configuram um elemento central de coordenação em uma economia monetária e, por vezes, essa variável é assumida na teoria econômica sem maiores considerações sobre a sua evolução ao longo do tempo. Dois aspectos são de maior importância aqui: (i) a capacidade de controle da autoridade monetária sobre as taxas de juros; e (ii) a relação entre variações nas taxas de curto prazo e de longo prazo.

Nos dois capítulos finais da tese nós focaremos no fenômeno da inflação. O capítulo 4 é um estudo empírico da volatilidade e da persistência presente na série de variações percentuais do índice de preços ao consumidor dos Estados Unidos. O estudo da volatilidade tem o objetivo de verificar se uma teoria em equilíbrio é a mais adequada para o estudo deste processo. No capítulo 5 nós compararemos os resultados esperados (teóricos) da chamada nova síntese neoclássica com um modelo de simulação baseado em agentes que descreve uma dinâmica fora do equilíbrio. Nós também buscaremos focar no comportamento do agente mais simples da economia, o consumidor. Assim, não é assumido que um mesmo tipo de agente, com relação aos seus planos intertemporais, é utilizado para compreender consumo, investimento, aplicação financeira, etc. Com isto buscaremos utilizar a ideia de que sistemas complexos podem apresentar elevada robustez, ou seja, variações externas podem alterar parte da sua dinâmica, mas o sistema é capaz de manter grande parte de sua estrutura e funcionalidade.

O esforço teórico realizado nesta tese busca evidenciar a importância do comportamento dos agentes mais simples da economia para a evolução dos fenômenos monetários. Certamente este comportamento é afetado pelas demais instituições da economia (como, por exemplo, o Estado) e nós mantemos sempre esta perspectiva mediante consideração dos sistemas como abertos e sujeitos a interação constante com o meio.

CAPÍTULO 1: SISTEMAS COMPLEXOS, AUTO-ORGANIZAÇÃO E MODELOS BASEADOS EM AGENTES

Este capítulo tem como objetivo expor alguns conceitos centrais associados a sistemas complexos e auto-organização que utilizaremos ao longo da tese, além de explicitar o uso dos chamados modelos baseados em agentes. Os dois primeiros pontos a serem tratados são de grande importância, uma vez que sistêmica, complexidade, auto-organização e incerteza são conceitos de vasto emprego e em diferentes sentidos na literatura. A seguir, apresentamos os conceitos alicerçados em modelagem baseada em agentes com ênfase na abordagem de lógica *fuzzy*, metodologia que será empregada nesta tese.

1.1 NOÇÕES GERAIS DE SISTEMAS COMPLEXOS

D'Ottaviano e Bresciani (2004) nos apresentam as noções de sistema com relação à complexidade e a capacidade de auto-organização. De forma sucinta, um sistema é um conjunto de partes ou elementos estruturado e funcional. Os elementos do sistema podem ser internos, externos ou de fronteira, o que significa que existe, além do próprio sistema, um meio ambiente. Os elementos internos são os que mantêm uma relação somente com elementos do sistema, os externos mantêm uma relação apenas com elementos do meio ambiente e os elementos de fronteira não são nem internos nem externos. O comportamento do sistema define a sua dinâmica e o conjunto de propriedades e formas estruturadas com que se relacionam os seus elementos, denominado de organização do sistema, resultando na variância ou invariância do mesmo. Quando há sinergia (positiva e/ou negativa) entre os elementos, a dinâmica do sistema (e mesmo o próprio sistema) não pode ser compreendida tomando os elementos de forma reduzida, isolada ou independente. Por fim, a organização não implica que o comportamento das partes ou elementos seja sempre pré-determinado. Factualmente devemos considerar a possibilidade do novo e da transformação por meio da existência de alguma autonomia, espontaneidade, incerteza e imprevisibilidade no comportamento dos elementos (internos ou de fronteira).

D'Ottaviano e Bresciani (2004, p. 4) nos informam que a complexidade de um sistema advém das relações circulares entre seus elementos. Logo, a complexidade não é uma característica necessária em um sistema, porque a existência de relações circulares não é obrigatória. Um sistema pode ser formado por diferentes elementos e ser linear, enquanto os resultados da interação entre as partes mantiverem uma proporcionalidade fixa com os seus resultantes. Da mesma forma a não-linearidade pode ser observada em uma equação com apenas uma variável podendo, assim, desenvolver uma dinâmica caótica.

Tomado estes dois pontos extremos podemos entender melhor a perspectiva de Gershenson (2007) para a complexidade. Segundo o autor (Gershenson, 2007, p. 11) esta é definida quando nós temos duas ou mais partes distintas conectadas (em relação) e quando se torna difícil separá-las e compreendê-las isoladamente. Numa análise sistêmica entende-se que a interação entre estas partes gera um resultado, chamado emergente, o qual não pode ser reduzido ao nível das partes (Gershenson, 2007, p. 12). A impossibilidade de reducionismo e a característica dinâmica do sistema complexo (emergente e derivada de relações não-lineares entre as suas partes) determinam a possibilidade de um grande número de formas de representação (parcial) deste. Configura-se, portanto, a necessidade de um método analítico próprio para o sistema complexo (Gershenson, 2007, pp. 16-17).

Em economia, Prado (2006) descreve duas perspectivas teóricas: a microeconomia reducionista e a sistêmica. Enquanto que na primeira o fenômeno macro é mera agregação determinada univocamente pelo comportamento isolado dos elementos, na segunda os agentes econômicos não podem ser tomados de forma isolada. Isto ocorre porque os indivíduos são socializados; sua compreensão deve pressupor as relações que mantém entre si e com a estrutura, inclusive podendo alterar esta. Na microeconomia sistêmica a manifestação macro é um fenômeno emergente.

Se a emergência pode ser definida como a resultante sistêmica da interação estruturada das partes, a auto-organização é um conceito de derivação mais difícil.³ Auto-

³ Muito embora a definição de fenômeno emergente não seja dissociada da forma como o sistema complexo é compreendido. Prado (2009) oferece a exposição das perspectivas dedutivistas e saltacionistas dos fenômenos emergentes, além de oferecer uma concepção adicional a que chama de estrutural. Na tese utilizaremos por duas vezes

organização é um conceito que vem sendo teorizado e aplicado em uma grande variedade de campos do conhecimento. A atratividade do termo se localiza na capacidade de superar limitações relativas aos conceitos de equilíbrio e estabilidade,⁴ de proporcionar uma análise – ao menos conceitual – da possibilidade do novo e da diferenciação de sistemas – organismos ou não – em dois grandes grupos: aqueles que podem ou não se auto-organizar. Essa possibilidade é, dentro da literatura, considerada tanto como uma característica ontológica do sistema ou de uma forma apenas instrumental.

Entendemos que sistemas complexos são caracterizados pela interação de agentes, elementos ou partes, que podem ou não ser em grande número, que podem ser heterogêneos e que se relacionam entre si recorrentemente e de forma não-linear. Esta dinâmica é restringida por estruturas internamente estabelecidas, mas estas estruturas podem estar sujeitas à constante transformação ou superação. É sobre os processos internos (mas não isolados do meio) e descentralizados que podem permitir tanto o surgimento quanto a continuidade, transformação e superação da forma estruturada e funcional destes sistemas que se trata a auto-organização. Portanto, auto-organização refere-se tanto à gênese de estruturas funcionais e mesmo de sistemas, quanto de sua adaptação, transformação, manutenção, reprodução ou superação. Por fim, a consideração de auto-organização permite a consideração da desorganização, ou seja, de processos de degeneração da estrutura funcional (organização) sem a substituição por uma nova forma de organização.

1.2 NOÇÕES GERAIS DE AUTO-ORGANIZAÇÃO

A introdução, ainda necessária, ao uso ou apresentação do termo auto-organização em uma teoria se defronta com duas dificuldades não excludentes. A primeira é que a auto-

os modelos baseados em agentes que seriam alinhados com a perspectiva dedutivista, muito embora nossa abordagem seja muito influenciada por aquela desenvolvida no Grupo Multidisciplinar de Auto-Organização do Centro de Lógica e Epistemologia (CLE) da UNICAMP e sintetizada no texto de D'Ottaviano e Bresciani (2004). Consideramos, ainda, que existe uma grande aproximação entre a abordagem estrutural de Prado (2009) e a do CLE.

⁴ D'Ottaviano e Bresciani (2004, p. 8), porém, conciliam as noções de equilíbrio/desequilíbrio e estabilidade/instabilidade dentro de uma análise sistêmica da auto-organização. Segundo estes autores o sistema em equilíbrio é aquele que está estável, no sentido em que são mantidas as características organizacionais do mesmo. O sistema em desequilíbrio é aquele que está instável e que, portanto, passa por mudança ou transformação. Esta é, portanto, uma perspectiva do sistema como um todo, da variável macro, e não das partes constituintes.

organização foi descrita em diferentes sentidos ao longo de mais de dois séculos. Qualquer referência ao termo pode levar o leitor a noções que não necessariamente estão presentes no significado que o teórico deseja impingir. Isso ocorre porque os novos enfoques não superaram definitivamente os anteriores.

A segunda é que ainda considerando-se ter havido uma ruptura paradigmática que transformou a auto-organização em campo de estudos próprio não há, e não parece que possa haver, definição suficiente para abarcar as possibilidades contempladas pelo termo. O que as partes constituintes do sistema auto-organizam leva à funcionalidade e a algum padrão (mesmo que provisório) de comportamento de uma variável a qual pode ser própria ou exclusiva deste sistema, podendo ser relativo a um novo campo específico de aplicação. É recorrente observarmos a citação da variação de energia, matéria ou informação (D'Ottaviano e Bresciani, 2004; Schweitzer, 1997; Gershenson, 2007) ou de conhecimento ao invés de informação (Foster, 1997) como variáveis de interação do sistema com o meio em um processo de auto-organização. Nós podemos citar a liquidez como uma variável que não temos o conhecimento de ter sido utilizada nessa perspectiva. Liquidez não é energia, matéria ou informação/conhecimento. A liquidez de um ativo é uma variável relativa e, portanto, podemos pensar em fluxo positivo ou negativo de liquidez para dentro de um determinado sistema não na forma de fluxo de ativos mais ou menos líquidos, mas de uma mudança no grau de liquidez associado aos ativos internos e/ou externos a este sistema.

Podemos por ora descrever o que entendemos por auto-organização e até mesmo sugerir uma definição parcial para contemplar os objetivos do estudo, mas não podemos oferecer uma definição geral que seria aceita ou que se encaixasse em pesquisas ou teorias não antagônicas com as características de auto-organização que verificamos como válidas.

Uma tentativa de tornar a noção mais específica é transformar o substantivo em adjetivo, como no caso da teoria da criticalidade auto-organizada (Bak, Tang e Wiesenfeld, 1987) ou ainda da teoria das estruturas dissipativas auto-organizadas (Prigogine e Nicolis, 1967). Abordagens teóricas locais podem ser provisoriamente suficientes para o desenvolvimento e aprofundamento de importantes campos de pesquisa. Pode ocorrer,

porém, que mesmo abordagens específicas possuam elementos suficientemente transcendentais às suas áreas. Faz-se, então, necessário tomar cuidado para que não haja uma generalização precoce dos resultados. Nesse caso, a estrutura metodológica empregada correria o risco de comprometer a aplicação do termo pela possibilidade de uso indevido de analogias.

Antes de prosseguirmos pode ser útil atentarmos para uma apreciação histórica do uso do conceito de auto-organização. Keller (2008 e 2009) define três momentos dentro da história da ciência e da filosofia para a noção de auto-organização. O primeiro surge com Kant, da necessidade de se explicitar a diferença entre um organismo vivo – que é constituído por elementos não vivos – da matéria inanimada. Auto-organização seria a capacidade de manter processos internos a um organismo responsáveis pela sua própria existência. Posteriormente, a separação entre a organização dos complexos vivos em relação aos conjuntos mecânicos reaparece quando as noções de equilíbrio da física mecânica newtoniana se mostram insuficientes ou inadequados para representar sistemas biológicos constantemente afetados pela ação do meio. Regularidade e reação a eventos externos passam a ser interpretados considerando a contraposição do princípio conservativo de energia em sistemas fechados com a relação recorrente e perene entre o objeto ecológico ou biológico e o meio externo. Isto leva a noções alternativas ao equilíbrio como a noção mais geral de estado estacionário e a homeostase.

Dado que o organismo não é auto-suficiente (seja esse organismo um bioma completo ou uma única célula), passou a ser necessário entender o surgimento e a funcionalidade das estruturas em um processo de constante e adaptativa troca de matéria e energia com o meio externo. Relacionado a isto nós temos o fato de que estes objetos de estudo não se encontram no estado de equilíbrio termodinâmico e que, portanto, deve-se considerar a segunda lei da termodinâmica no processo de teorização da auto-organização.

O segundo momento surge nos anos 1920 e 1930 com um movimento teórico de certa forma contrário ao original. Entendem-se, nesse período, as estruturas vivas de forma não excludente a mecanismos e máquinas. Na verdade, com referência a segunda lei da

termodinâmica, compreende-se existirem mecanismos que permitem o funcionamento contínuo em um meio mediante processos próprios de controle e de interação e que tais processos não são considerados, agora, como propriedades exclusivas de organismos vivos.

Keller (2008, pp. 70-71) nos informa que a própria noção de auto-organização passa por um período de crítica nesse momento. Se as propriedades de controle são aquelas do sistema que demonstram funcionalidade deste em relação ao meio externo ou em relação direta com outro sistema, então seria contraditório dizer que estas são propriedades internas do sistema. Estas configurariam mecanismos de reação ou de interação que somente são completos e funcionais, que somente existem, quando complementados com o externo. O mecanismo, máquina ou sistema supostamente capaz de auto-organização seria apenas parte de um processo que envolveria outros mecanismos, máquinas e sistemas em uma relação que não apresentaria a emergência espontânea de novas estruturas e funcionalidades. Nesse caso, a preservação e a capacidade de autorreplicação de estruturas já concebidas ou originais ganha destaque ao invés da noção de novas estruturas internamente geradas quando o sistema é exposto a variações externas. Essa perspectiva, fundada na teoria da cibernética, conflui com a noção de autopoese de Maturana e Varela (1973). Nesta, as máquinas autopoéticas possuem a capacidade de manter constante ou dentro de um intervalo estacionário de variação o comportamento de suas variáveis características. Isso não diferencia uma estrutura viva de uma outra inanimada uma vez que sistemas artificiais podem ser imaginados e projetados de forma a possuírem a propriedade da autopoese.

Keller (2009) defende a tese que a partir dos trabalhos de Prigogine e Nicolis nos anos 1960 e 1970 e, posteriormente, com a pesquisa realizada no Instituto Santa Fé, houve uma mudança paradigmática na noção de auto-organização.⁵ A evidência ocorre pelo número de trabalhos e de congressos que passam a fazer referência a esse tema.

⁵ Foster (1997, p. 439) afirma que o termo auto-organização só ganha respeitabilidade no meio científico quando Prigogine recebe o Prêmio Nobel de Química em 1977. Keller (2009) também destaca o papel central de Prigogine no processo de determinação deste campo de pesquisa.

Uma vantagem teórica desta nova vertente ocorre pela apreciação direta das propriedades da dinâmica dos sistemas, por meio da abordagem matemática. Se anteriormente concebia-se ser necessário categorizar os sistemas auto-organizados como fora do equilíbrio - mecânico ou termodinâmico - agora o estudo de sistemas dinâmicos não-lineares fornece os elementos de teorização do processo de auto-organização. Novas formas de padrões e recorrências – em um sentido amplo destes termos - que antes não eram percebidas porque ainda não haviam sido apreendidos na própria matemática (ainda que o estudo de sistemas dinâmicos não-lineares iniciou-se no final do Século XIX). constituem o foco de toda uma nova discussão teórica. É notável, por exemplo, que o capítulo “Self-Organization and Adaptation in Complex Systems” do livro “The Origins of Order, Self-Organization and Selection in Evolution” de Kauffman (1993) tenha como título da primeira seção “Dynamical Systems and their Attractors”. Nessa perspectiva a propriedade emergente deve ser explicada conforme as possibilidades do conjunto de equações que descreve a dinâmica do sistema. A ideia de ordem em sistemas complexos é concebida por Kauffman (1993), por exemplo, com relação a sistemas constituídos por muitas variáveis (dimensões) as quais podem apresentar atratores estranhos de baixa dimensão. Nesse caso, o universo de possibilidades (ou o espaço de estados) para qual tende a dinâmica é muito mais reduzido do que a quantidade de variáveis sugere inicialmente, ainda que a dinâmica dentro deste conjunto restrito possa ser imprevisível ou de comportamento errático.

D’Ottaviano e Bresciani (2004) nos apresentam primeiramente uma análise sistêmica do processo de auto-organização para somente depois derivar desta análise a possibilidade de auto-organização em sistemas dinâmicos caóticos. Os autores (D’Ottaviano e Bresciani, 2004, pp. 9-10) nos informam que o sistema pode possuir uma organização formal e uma informal. A primeira é definida pela estrutura existente, pré-determinada e a sua funcionalidade é recorrente. A segunda também se baseia em uma estrutura, mas que não é pré-determinada, configurando-se a partir do aspecto autônomo e da espontaneidade, que pode caracterizar o comportamento dos elementos internos ou os elementos de fronteira do sistema. A auto-organização ocorreria pela interação recorrente

do que é pré-determinado com o elemento espontâneo do sistema (D'Ottaviano e Bresciani, 2004, p. 10).

Com relação aos sistemas dinâmicos caóticos, D'Ottaviano e Bresciani (2004, pp. 18-19) nos informam que o estudo da auto-organização por vezes se confunde com o estudo dos atratores, mas fazem a ressalva de que, apesar desses sistemas poderem ser descritos por equações matemáticas e serem, portanto, determinísticos, os fenômenos em questão podem ser, na verdade, não determinados.

No atual paradigma (segundo Keller (2009)) a noção de emergência é quase exclusivamente explicada pelo fenômeno das estruturas dissipativas originalmente observadas na físico-química. Isso faz sentido na medida em que consideramos a noção de atrator só poder ser associada a sistemas dissipativos (D'Ottaviano e Bresciani, 2004, p.14). Estruturas dissipativas são as originadas por processos internos, permitindo que alguns sistemas abertos se mantenham fora do equilíbrio termodinâmico (da máxima entropia) por meio de trocas com o meio externo. Pela segunda lei da termodinâmica (Prigogine e Allen, 1982, p. 6) isso ocorre porque a variação total da entropia de um sistema em um período de tempo é igual a produção interna menos o fluxo de entropia para fora do sistema neste período de tempo. Portanto, sistemas que permanecem fora do equilíbrio termodinâmico possuem duas características: são abertos e conseguem exportar recorrentemente para o meio a entropia gerada internamente. O processo pode ser caracterizado por não-linearidade porque a dinâmica das próprias estruturas internas pode alterar o sistema em um processo de retroalimentação, ou seja, o processo de troca com o meio externo estimula a formação de estruturas internas, mas estas próprias estruturas definirão como a dinâmica ocorrerá. Assim, sensibilidade a estados iniciais e nova organização frente a choques são possibilidades que devem ser consideradas. Logo, o estudo da dinâmica deve contemplar não apenas pontos de equilíbrio ou ciclos bem definidos (oscilações periódicas), mas também atratores estranhos e ciclos limite. Prigogine e Allen (1982) buscam evidenciar que esse processo manifesta-se em diferentes áreas como a química e a biologia, mas também na sociedade e na economia.

Gershenson (2007, pp. 23-36) defende que auto-organização não define uma classe absoluta de sistemas, mas é uma forma de se observar os sistemas. Gershenson (2007) introduz a noção de absoluto e relativo para definir, respectivamente, a qualidade do objeto e da representação que o descreve (o modelo). Enquanto o objeto for complexo existe um número grande de formas de representá-lo. Dependendo da forma de representação e do nível de análise - do foco ou granulação – um mesmo sistema pode ser considerado em auto-organização ou em auto-desorganização. Isso não significa que auto-organização não é um aspecto ontológico de um sistema, mas o que é auto-organizado é sempre variável definida pelo observador.

O que caracterizaria a auto-organização seria um aumento de ordem independente da imposição ou controle de um agente externo, ainda que a influência do meio possa ser considerada (Gershenson, 2007, p. 24). É interessante notar que o autor identifica ordem como o negativo de entropia (Gershenson, 2007, pp. 24-25), mas define que a noção de organização não pode ser reduzida à baixa entropia, que organização pressupõe uma estrutura com funcionalidade ou propósito (Gershenson, 2007, p. 29) e, mais adiante, (Gershenson, 2007, p. 33) que a função ou o comportamento é um resultado autônomo originado da interação das partes sistêmicas.

D'Ottaviano e Bresciani (2004, p. 4) nos informa que ordem é um caso particular de organização e que pressupõe uma relação de natureza específica, de ordem, no sistema. Um exemplo de relação de ordem é o de uma hierarquia. Mas no caso de não haver nenhuma relação de ordem no sistema nós ainda podemos considerar a possibilidade de estabelecimento de uma nova estrutura funcional, de uma auto-organização. A noção de ordem espontânea em economia pode, então, não representar a emergência de uma ordem, mas apenas de uma auto-organização não ordenada.

Dentro do atual paradigma, Foster (1997) busca demonstrar que a auto-organização em economia é uma abordagem teórica superior ao uso do evolucionismo darwinista (ou neo-darwinista) quando se objetiva abordagens teóricas alternativas à teoria econômica

relacionada ao equilíbrio (a que este autor chama de neoclássica).⁶ A argumentação é vasta e passa por uma apreciação da influência da teoria econômica na biologia e do contrassenso que se torna utilizar uma teoria construída sobre as propriedades da concorrência para se criticar a teoria econômica tradicional. O ponto central que nos interessa aqui é que enquanto a aproximação de noções da biologia para a economia passa pelo uso da analogia – que não é perfeita ou mesmo adequada porque a dinâmica populacional seria reversível no tempo na biologia e irreversível no processo econômico e porque a economia permite ampliações indefinidas, ao menos a princípio, de suas populações, o que é inviável no ambiente de competição biológica – a economia é ontologicamente um sistema sujeito à segunda lei da termodinâmica.⁷ Mais do que isso, ainda que não se queira focar no aspecto da energia dentro do processo econômico, a auto-organização no sentido determinado por Prigogine teria nas estruturas dissipativas físico-químicas apenas um caso especial. Em economia, ao invés de energia e matéria, seria o conhecimento a variável em questão (Foster, 1997, p. 440). Neste ponto o autor se remete à noção de ordem espontânea desenvolvida pelos economistas austríacos, que como vimos acima não é necessariamente uma ordem. Por fim, o autor (Foster, 1997, p. 440) define que somente podemos utilizar a noção de auto-organização quando, do processo histórico irreversível, observarmos um maior grau de complexidade se desenvolvendo no processo econômico. Diferentemente de processos biológicos, a auto-organização em economia deve, para Foster (1997), presumir a criação interna de conhecimento, até mesmo de forma intencional.

Foster (1997) está fazendo referência, de forma privilegiada, ao desenvolvimento de conhecimento em firmas e organizações, principalmente como é teorizado na tradição da organização industrial e da microeconomia schumpeteriana. Nesta tese nós estamos mais atentos ao comportamento dos agentes mais simples do sistema monetário, ainda que agentes mais sofisticados como o Estado, bancos e instituições financeiras desempenhem

⁶ A questão do equilíbrio na teoria econômica é extremamente controversa e incompleta. Davidson (1982) define equilíbrio em economia como um estado em que a demanda é igual a oferta. Isso é apenas parcialmente correto. Um modelo de crescimento como o de Solow (1956), por exemplo, nem mesmo precisa explicitar os mercados para desenvolver a noção de equilíbrio. Foster (1997) define a teoria econômica do equilíbrio como estática, mas nós preferimos a terminologia dinâmica em equilíbrio como será apresentada principalmente no capítulo 5 desta tese.

⁷ Foster (1997, p. 439) baseia esse argumento na observação de que o trabalho de Georgesco-Roegen introduziu na economia o que hoje se define como não equilíbrio termodinâmico. Também são aceitáveis os termos dinâmica fora do equilíbrio (como preferimos), dinâmica longe do equilíbrio ou desequilíbrio termodinâmico.

papel fundamental nesta dinâmica, até porque estes são (em relação entre si) fundamentais na estrutura do sistema principal. Nesse caso, nós somos menos reticentes do que Foster quanto a aplicação de estratégias mais reativas dos agentes. Como verificaremos mais a frente, nossa consideração sobre a capacidade cognitiva dos agentes vai fazer referência, principalmente, a estratégias de reavaliação de comportamento frente a presença de dúvida, ambiguidade e aleatoriedade no processo de tomada de decisão. Allen (2001, p. 315) observa ser uma estratégia do processo reducionista de modelagem em economia tomar o comportamento dos agentes pelo comportamento médio da população. Isso eliminaria o efeito de sorte e aleatoriedade os quais podem constituir ruídos importantes dentro do sistema. De fato, Allen argumenta que ao relaxar esta hipótese nós poderíamos conceber uma dinâmica em que os limites entre as bases de atração dos diferentes atratores se tornam difusas (Allen, 2001, p. 318), ou seja, até mesmo a consideração muito simples da dúvida, ambiguidade e aleatoriedade como propomos, pode confluir em um processo mais complexo do que aquele observado na biologia e cuja transposição para a economia, via analogia, tem sido criticada por Foster (1997).

Lesourne e Orléan (1998, p. 2) também estabelecem uma diferenciação entre as abordagens da auto-organização e da evolução (agora em um sentido mais amplo e não apenas darwinista). Enquanto que a auto-organização seria relacionada à emergência de estruturas que antes não existiam, a evolução é relacionada com mudanças que são prováveis de ocorrer. Isso remete à questão de Arthur (2005) entre a diferença da formação de um equilíbrio e a seleção de um equilíbrio. A primeira situação faz referência a um processo próprio, único e imprevisível de estabelecimento de um estado, enquanto que o segundo apenas contempla a definição de uma das alternativas previamente estabelecidas. Para Lesourne e Orléan (1998) o evolucionismo isoladamente não exclui a possibilidade do novo, mas este é no máximo algo acessório ao aspecto estruturante da funcionalidade do sistema. De toda forma as duas abordagens (auto-organização e evolucionismo) não são excludentes.⁸ Na mesma linha de argumentação Foster e Metcalfe (2001) sugerem um individualismo metodológico mais sofisticado no sentido de poder combinar as duas

⁸ D’ottaviano e Bresciani (2004) também oferecem uma perspectiva da evolução de um sistema dentro da dinâmica de estados de equilíbrio (organizado), desequilíbrio (desorganizado) e novo equilíbrio (por meio da auto-organização).

noções, o que de fato revela a preocupação de Foster (1997) em manter uma análise que combine tanto a cooperação (ou mutualismo) e a concorrência presentes na economia. Nós, entretanto, consideramos incoerente separar os agentes do sistema e concordamos com Prado (2006, p. 310), que o individualismo metodológico se torna contraditório nesta perspectiva.

Foley (2003, p. 13) define as estruturas auto-organizadas como aquelas que reproduzem padrões agregados, mas que estão fora do equilíbrio termodinâmico e do equilíbrio micro (ou local), ou seja, estas estruturas existem e se reproduzem no tempo por meio das interações das partes constituintes do sistema sem que haja, no nível destas partes, nem estabilidade ou instabilidade local. O próprio Foley (1994) havia modelado a economia de trocas dentro de um modelo de equilíbrio estatístico, considerando a possibilidade de uma economia desestruturada, de plena instabilidade local. Foley (2003, p. 8) também observa que a auto-organização decorre de um elevado grau de independência do funcionamento local das partes sistêmicas e que isso possibilita a resistência e a adaptação frente a eventos que possam restringir o funcionamento local de alguma parte. Nesse caso, a auto-organização também evidencia a possibilidade de re-organização do funcionamento das estruturas, ou seja, uma adaptação no funcionamento sem uma ruptura considerável, ou perceptível no nível macro ou global, com o padrão de funcionamento anterior.

Ainda com relação ao aspecto matemático da auto-organização, inerente à dinâmica de sistemas, nós temos o caso da criticalidade auto-organizada. O conceito foi introduzido por Bak, Tang e Wiesenfeld (1987) de uma forma muito criativa por meio da dinâmica do monte de areia.⁹ Suponha que grãos de areia idênticos são adicionados um a um aleatoriamente em um determinado espaço. A dinâmica conflui para um estado crítico em que o monte atinge uma inclinação específica, que é denominada de ângulo de repouso (a característica macro). Atingido este ponto, os grãos de areia adicionais podem tanto se acomodar como cair dependendo dos parâmetros da vizinhança (a característica micro) em

⁹ A despeito de um monte de areia ser obviamente pertencente ao mundo tridimensional, os autores conseguem ampliar o modelo para mais do que três dimensões.

que for alocado. Se cair causará uma avalanche de tamanho imprevisível. Apesar desta imprevisibilidade ocorre que a frequência da avalanche de determinado volume é inversamente relacionada ao seu tamanho e essa distribuição de frequências obedece a uma lei de potências, ou seja, existe uma correlação linear (no caso, negativa) entre o logaritmo da frequência da avalanche e o logaritmo do seu volume. Os autores informam ser este um exemplo de um sistema aberto que desenvolve uma estrutura dissipativa fora do equilíbrio. A aleatoriedade no volume das avalanches ocorre dentro de um padrão estabelecido, uma estrutura fractal invariante ou uma invariância de escalas.

Leis de potência são observadas na economia desde o fenômeno da distribuição de renda (na verdade Pareto é o primeiro teórico a evidenciar este fenômeno), nos preços financeiros (Mandelbrot, 1963) e no tamanho das cidades (Krugman, 1995). Scheinkman e Woodford (1994) chegam a desenvolver um modelo para explicitar flutuações econômicas advindas das cadeias produtivas que possui uma dinâmica em um estado crítico auto-organizado no sentido determinado por Bak, Tang e Wiesenfeld (1987). Apesar de podermos observar sinais de invariância de escala em algumas séries econômicas, é necessário enfatizar que a observação de leis de potência não é um requisito para a determinação de auto-organização, mas uma forma de regularidade ou padrão – no sentido amplo dos termos – que vem sendo explicada pela abordagem introduzida por Prigogine e Nicolis. Em particular, é uma forma de se tentar entender a presença de eventos cuja probabilidade seria próxima de zero em um processo aleatório browniano, mas cuja recorrência não demonstra esta regularidade. Longe da grande variância observada apontar para uma desorganização, o padrão de ocorrência é muito bem estabelecido.

Além disso, dando continuidade a observação que em economia a racionalidade dos agentes altera os requisitos do enfoque, nós temos a própria observação de Mandelbrot (Mandelbrot e Hudson, 2004) de que em economia existe o fenômeno da auto-conformidade, ou seja, os padrões estão sujeitos à própria percepção dos agentes sobre os mesmos. Mais do que isso, os agentes econômicos podem passar a desenvolver instrumentos de avaliação destes padrões e regras de conduta ao menos em parte baseadas no uso destes instrumentos. Na medida em que estes instrumentos passam a ser

convencionalmente aceitos pode ocorrer que o seu uso se estabeleça mais por inércia do que por eficiência nos resultados. Um dos pontos centrais da crítica de Mandelbrot (Mandelbrot e Hudson, 2004) é a insistência no uso de métodos que atribuem uma distribuição normal às taxas de retorno dos ativos.

Schweitzer (1997, p. xxi) enumera algumas definições para auto-organização as quais chama de heurísticas. Nestas aparece a ideia de emergência de estruturas e de interação não-linear (caracterizada por retroalimentação) entre as partes constituintes do sistema. Nestas definições notamos dois pontos de destaque: a possibilidade de auto-organização em sistemas conservativos e a consideração da informação (conjuntamente as tradicionais variáveis energia e matéria) como variável de troca com o meio em um processo de auto-organização estabelecido mediante estruturas dissipativas.

Desta forma, consideramos pela evidência literária, que podemos conceber um sistema complexo como auto-organizado quando este possuir estrutura funcional, for aberto, irreduzível ao comportamento das partes, com elementos pré-determinados e não determinados em sua dinâmica, passível de mostrar resistência (robustez) a variações internas e/ou externas ainda que seja passível de mudança e transformação.

1.3. MODELAGEM BASEADA EM AGENTES

Modelos baseados em agentes são aqueles em que a interação dos agentes entre si e com o ambiente é simulada com o uso de computadores. Estes modelos possuem duas características interessantes. De um lado são dedutivos, na medida em que o comportamento é definido para os agentes (Prado, 2009), ou seja, o teórico ainda utiliza de algum método de atribuição de procedimentos (cognitivos, comportamentais, racionais, etc) dos agentes para deduzir, ao menos em parte, o comportamento individual e, em processo de interação, o global. Por outro lado, podem possuir um caráter indutivo. Os agentes não são assumidos como capazes de racionalizações e computações plenas. A questão da racionalidade limitada não é suficiente para determinar o método como indutivo, mas pode ser relacionado a processos indutivos de tomada de decisão.

Simon (1996, p. 39, n. 18) observa que Sargent (1993) aplica o termo racionalidade limitada para processos caracterizados por expectativas adaptativas, mas que não contempla a experimentação e observação empírica de comportamentos. Sargent (1993) está demonstrando que agentes sem capacidade plena de racionalização e computação, no sentido assumido na hipótese de expectativas racionais, podem, ao menos num plano teórico, atingir os mesmos objetivos que agentes com expectativas racionais. Arthur (2005) assume outra perspectiva na qual a heterogeneidade dos agentes com racionalidade limitada permite o estudo da dinâmica fora do equilíbrio, ou seja, da perspectiva de não convergência (ao menos pressuposta como possível) de expectativas, crenças e comportamento. A indução aparece no processo de formação destas variáveis.

A metodologia tem sido suficientemente exposta, por exemplo, em Epstein e Axtell (1996) e Axelrod e Tesfatsion (2006). Um modelo deste tipo descreve ponto a ponto no tempo o processo dinâmico global e de cada agente, ao invés de focar no estudo das regiões topológicas relacionadas ao ponto fixo, como na chamada microeconomia reducionista (Prado, 2006). Em um modelo baseado em agentes, mesmo quando estes sejam projetados segundo as mesmas regras, temos um processo genuinamente descentralizado no qual a aleatoriedade pode ser introduzida, gerando variação qualitativa de resultados sem ser necessário alterar os parâmetros. Neste sentido, cada simulação é potencialmente uma interação inédita, com dinâmica e resultados inéditos, realizada sob os mesmos parâmetros principais. Se o estudo refere-se à observação de efeitos decorrentes de parâmetros específicos, estes podem ser alterados um por vez ou em conjunto com a precisão desejada e relevante para o estudo. As simulações geram dados populacionais que podem ser coletados, analisados e comparados para explicitar a possibilidade e o sentido de fenômenos emergentes.

A construção de modelos computacionais baseados em agentes passa por algumas hipóteses de comportamento estabelecidas com algum grau de arbitrariedade, assim como na modelagem puramente analítica. A vantagem da metodologia, porém, refere-se ao fato de se poder testar uma série de fatores que seriam inviáveis de outra forma como, a heterogeneidade de estados de cada agente. Em modelos puramente analíticos o máximo

que nós podemos almejar são estudos populacionais, como no enfoque evolucionário da teoria dos jogos (Vega-Redondo, 1996) ou na vertente da econofísica proposta por Aoki (1996, 2002). Certamente estas vertentes são complementares à construção de modelos baseados em agentes. Metodologias baseadas em dinâmicas populacionais permitem um estudo mais amplo sobre as possibilidades de diferentes estados, agregados em diferentes níveis. A construção de um modelo baseado em agentes permite considerações mais específicas sobre a micro-fundamentação dos agentes. Nossa impressão inicial é que o procedimento metodológico deve partir de modelos baseados em agentes e, assim, quando comprovada no experimento a possibilidade de existência de determinados resultados macros, podemos partir para estudos populacionais mais generalizados. Nesta tese focaremos no uso de modelos baseados em agentes deixando para futuras pesquisas o estudo analítico das dinâmicas populacionais.

Nós utilizamos o software Netlogo 4.0.3, desenvolvido por Uri Wilensky do Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling da Northwestern University.¹⁰

1.4. DÚVIDA, IMPRECISÃO, AMBIGUIDADE E ALEATORIEDADE

Quando nós aplicamos a modelagem baseada em agentes torna-se possível dosar o ambiente de maior ou menor incerteza em vários aspectos tais como a presença, intensidade e variação de choques exógenos, ou ainda a ambiguidade definida pela capacidade limitada de apreensão do ambiente pelos agentes. Isso nos possibilita um relativo controle, ou seja, podemos comparar ambientes e configurações com relação ao grau de incerteza.¹¹ O grau de incerteza pode ser definido, ao menos em parte, pela própria configuração do agente. Arthur *et al* (1997), por exemplo, comparam a dinâmica associada a agentes que utilizam expectativas racionais e agentes com estratégias mais indutivas em um mercado de ações.

¹⁰ Wilensky (1999).

¹¹ Estamos atentos às limitações relativas a este procedimento. Por exemplo, como comparar a incerteza associada a processos onde não é possível determinar se o processo é ou não computável?

Nesta tese nós queremos destacar um aspecto específico da incerteza, aquele que ocorre porque os agentes podem ter dúvida (ter um baixo grau de confiança) em suas estratégias de tomada de decisão. Para tanto nós empregaremos a teoria da lógica *fuzzy* e dos conjuntos probabilísticos para delimitar e explorar a dinâmica em um ambiente em que a imprecisão e/ou a ambiguidade afetam a percepção das variáveis econômicas e, conseqüentemente, a tomada de decisão. A aleatoriedade, por sua vez, é a variável fundamental que possibilita materializar a presença de imprecisão e ambiguidade na tomada de decisão dentro dos modelos, além de ser a variável que permite considerar o conjunto de equações à diferença (o sistema determinístico) que configura a simulação como um sistema aberto.

Dow e Ghosh (2009) sugerem a aplicação da lógica *fuzzy* na teoria da demanda especulativa de moeda de Keynes (1936). Como se sabe, uma vez que a taxa de juros de um ativo financeiro como um título soberano, por exemplo, for pré-fixado, o preço do mesmo no mercado secundário será inversamente proporcional à taxa de juros corrente. Se a taxa de juros é elevada todos os títulos disponíveis no mercado secundário a menores taxas são depreciados, porque o ofertante de títulos está aceitando uma quantidade menor de moeda por um mesmo fluxo futuro de rendimentos. Keynes (1936) construiu o conceito de demanda especulativa de moeda expondo o fato de haver um nível seguro, um limite, para a taxa de juros. O agente que retém moeda ao invés de comprar um título está abrindo mão do retorno da taxa de juros. Isto será racional na medida em que elevações na taxa de juros forem esperadas. O nível seguro da taxa de juros é aquele no qual a taxa não é suficientemente baixa para que sejam esperadas elevações subsequentes.

A variável “taxa de juros suficientemente baixa”, porém, não é uma noção precisa. Não só diferentes agentes podem avaliar uma mesma taxa como suficiente ou não suficientemente baixa, como variações muito pequenas podem ser interpretadas com alguma ambiguidade por um mesmo agente. Por exemplo, uma taxa de 20% ao ano pode ser observada como muito semelhante à taxa 19,99% ao ano, na mesma medida em que esta taxa pode ser muito semelhante à taxa 19,98% ao ano e assim por diante. Se variações de 0,01% são imperceptíveis, de modo que o agente não distingue taxas separadas por esta

variação ao avaliar se uma taxa é suficientemente baixa, nós chegaríamos, por transitividade, a um resultado lógico que nos informa ser a taxa de 20% indistinguível da taxa limite de 0% ao ano. Obviamente este resultado contradiz as noções econômicas. Entretanto, sem o uso da lógica *fuzzy* nós teríamos que delimitar um patamar arbitrário para separar as categorias, o que seria igualmente irrealista do ponto de vista econômico. Nesse caso, devemos perguntar em que momento uma variação de 0,01% tornou a taxa de juros anual suficientemente baixa. De modo geral: em um sistema onde variações mínimas são imperceptíveis é possível estabelecer categorias ou limites bem definidos?

O conceito de conjuntos *fuzzy* foi sugerido por Zadeh (1965) para estudar objetos que não podem ser classificados senão com alguma ambiguidade e/ou imprecisão. Um conjunto *fuzzy* é aquele no qual é atribuído um valor no intervalo $[0,1]$, chamado grau de pertinência, para cada elemento do conjunto. Suponha o conjunto de todos os valores observados das taxas de juros nos últimos anos. Nós atribuiremos valores maiores de grau de pertinência para as taxas mais baixas e valores menores do grau de pertinência para as taxas mais altas, porque aquelas são menos ambigualmente classificáveis como “suficientemente baixas” do que estas. Para uma taxa muito baixa (i_b) pode ser atribuído o valor do grau de pertinência igual a 1, porque o agente classifica esta taxa como suficientemente baixa sem dúvida nenhuma. Para uma taxa muito alta (i_a) pode ser atribuído o valor do grau de pertinência igual a 0, porque o agente classifica esta taxa como não sendo suficientemente baixa sem dúvida nenhuma. Para os valores entre estes extremos são atribuídos valores no intervalo $[0,1]$. A figura 1.1 apresenta um exemplo para este caso.

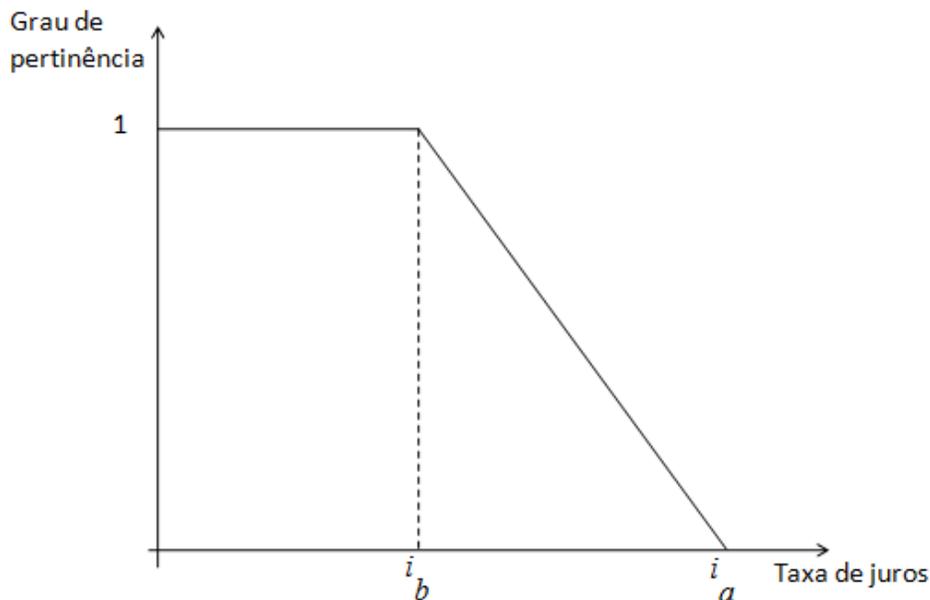


Figura 1.1: Conjunto *fuzzy* para a categoria “taxa de juros suficientemente baixa”

Zadeh (1965, p. 339) nos informa que um conjunto *fuzzy* tem a aplicação mais associada a problemas onde existe a dificuldade de classificação advinda da ausência de critérios definitivos ao invés da presença de aleatoriedade.

Em economia a questão passa pelo processo cognitivo dos agentes. Equilíbrios bem definidos, estáveis e facilmente observáveis podem não configurar o caso mais comum. Categorias bem estabelecidas, como a aceitabilidade da moeda, ainda assim configuram padrões intersubjetivos oriundos de um processo de formação de equilíbrio (esse será o foco do capítulo 2). Com relação a outras variáveis, sujeitas a variações locais e globais, como os preços (foco do capítulo 5), cabe ao agente decidir em cada período de tempo como classificar a variável. Porém, a tomada de decisão do agente afeta o processo de determinação destas variáveis e, assim, o processo é sujeito à correlação entre a dinâmica dos agentes e a estrutura.¹² Cognição e formação de expectativas são mais ou menos

¹² Estamos aqui empregando a perspectiva de Gershenson (2007, p. 31) segunda a qual existe uma correlação entre um nível superior e um inferior em um sistema complexo. Não existe relação causal. Na modelagem baseada em agentes, porém, o processo é definido no tempo discreto no nível dos agentes, portanto os agentes recebem a informação da

preponderantes em um modelo conforme os agentes concebem ou não o problema de interdependência e como eles superam a dificuldade associada à plena racionalização na presença de autossimilaridade conforme exposto por Morgestern (1935).

Hirota (1977) sugere a noção de conjunto probabilístico, para o qual o conjunto *fuzzy* seria um subconjunto. Nesse caso cada grau de pertinência pode variar conforme uma distribuição de probabilidades associada a ele. Hirota (1977, p. 1361) sugere que com isso é possível trabalhar quatro questões (inclusive na teoria da tomada de decisão): (i) ambiguidade de objetivos; (ii) variedade de característica; (iii) subjetividade e personalidade; (iv) evolução do conhecimento e aprendizagem. Nós utilizaremos os conjuntos probabilísticos para modelar a possibilidade de reavaliação de uma estratégia pelo agente, a heterogeneidade dos agentes e para inserir no modelo a presença de alguma aleatoriedade na tomada de decisão. Na figura 1.2 nós apresentamos um exemplo de conjunto probabilístico no qual é evidenciada a distribuição de probabilidades associada ao grau de pertinência da taxa de juros i_m , $i_b < i_m < i_a$.

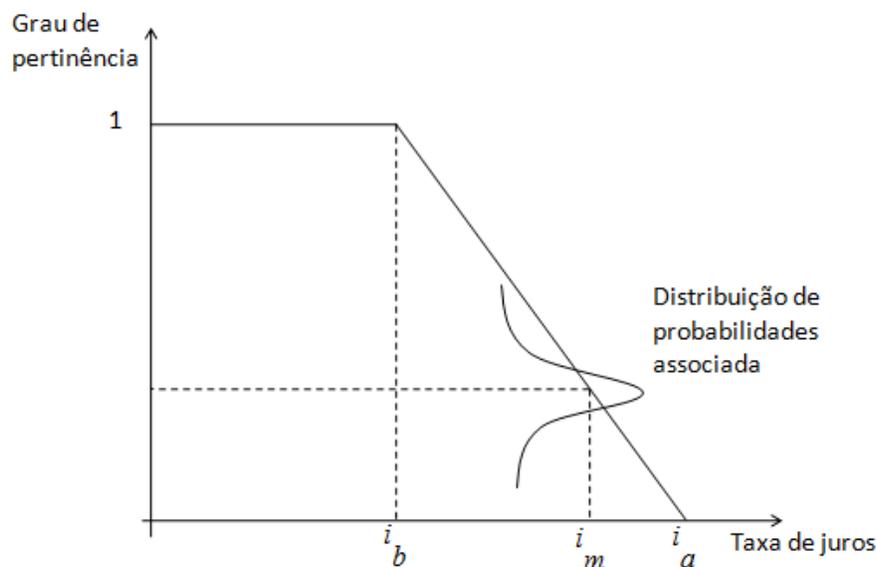


Figura 1.2: Conjunto probabilístico para a variável “taxa de juros suficientemente baixa”

estrutura (definida no período de tempo anterior) e tomam uma decisão que reconfigurará a estrutura para o próximo período.

CAPÍTULO 2. PROCESSO DE FORMAÇÃO DA ACEITABILIDADE DA MOEDA¹³

Neste capítulo consideraremos a aceitabilidade da moeda como uma convenção e buscamos entender como esta instituição social se estabelece. Primeiramente exporemos como o conceito de convenção é mais rigorosamente compreendido em uma perspectiva processual de formação de equilíbrio. Em seguida, observaremos diferentes teorias que focam no aspecto convencional da moeda. Por fim, apresentaremos dois modelos baseados em agentes que permitem a observação do processo de coordenação dos agentes por meio da imitação de comportamento.

2.1. CONVENÇÕES E FORMAÇÃO DE EQUILÍBRIOS

Uma convenção é uma instituição social que permite alguma regularidade e conformidade de comportamentos. Existem diferentes enfoques para a convenção, mas o ponto central é que o comportamento convencional apresenta alguma vantagem para o agente (não necessariamente absoluta) ao comportamento não alinhado.¹⁴ Portanto, a convenção supõe agentes interdependentes, ou seja, a tomada de decisão afeta a tomada de decisão dos demais. Especificamente, esta interdependência ocorre em situações nas quais o alinhamento de tomadas de decisão configura uma forma de coordenação entre os agentes. A coordenação ocorre no sentido na qual se espera que os agentes ajam da mesma maneira em determinadas situações.

Existem considerações que devem ser feitas com relação a descrição acima apresentada. Quando é afirmado que se espera determinado comportamento dos agentes coordenados deve-se evidenciar o sujeito da frase. Pode-se, por exemplo, imaginar um conjunto de agentes com baixa capacidade cognitiva de forma que não existe racionalização sobre o fenômeno, não existe um processo consciente de formação de expectativas. Estes

¹³ Este capítulo é baseado em Aggio (2011) e Aggio, Ballini e Gomide (2009).

¹⁴ Ocorre que o próprio comportamento não convencional pode ser uma estratégia do agente que busca novas formas de atuação econômica (Dequech, 2009).

agentes, porém, podem ter a sua capacidade de coordenação determinada por um processo de seleção de forma que a coordenação é inerente à sua configuração (genética, por exemplo). Neste caso, quem espera o comportamento convencional é apenas o observador externo. Existe, porém, a capacidade de racionalização ao menos parcial do problema em questão e em economia, certamente, este é o caso mais importante. Neste caso, o observador externo também espera a convenção, mas o aspecto mais interessante é o fato de que os agentes formam e comparam expectativas. A coordenação pode ser um resultado esperado ou não de agentes que racionalizam sobre a sua interação. Quando a coordenação é obtida, ao menos parte da vantagem associada ao comportamento convencional será percebida por estes agentes e, assim, a conformidade com a coordenação poderá ocorrer mediante esta racionalização.

Dequech (2009, p. 73) define convenção como uma instituição informal que possui duas características. A primeira é que quando a convenção é seguida de forma consciente, o comportamento convencional de um agente deve ser, ao menos em parte, atribuído ao fato de outros agentes (não necessariamente todos) seguirem a convenção. A consciência do fato determina existir, ao menos, alguma racionalização sobre a tomada de decisão e, portanto, da formação de expectativas sobre o comportamento dos demais agentes. A segunda característica é que a convenção é em algum grau arbitrária, ou seja, existiria pelo menos outra coordenação que representaria um comportamento convencional.

Na literatura tem sido demonstrado uma série de problemas de coordenação que possuem ao menos mais de uma possível solução. Essa perspectiva aparece em Hume (1740) dentro de um processo de socialização, no qual a adesão ao comportamento coordenado ocorre de forma gradual e por meio de um processo de aprendizagem.

Se as possibilidades são conhecidas e o ganho associado a cada estado pode ser razoavelmente inferido, o problema de coordenação pode, a princípio, ser estudado pela teoria dos jogos. Lewis (1969) propõe uma abordagem do problema de coordenação via arcabouço da teoria dos jogos que se tornou referência para estudos posteriores. Mais do que uma definição de convenção que se alinha aos pressupostos de racionalidade do agente

econômico na vertente neoclássica, Lewis (1969) emprega a noção de saliência de Schelling (1960) para explicar o processo de formação de uma convenção. Particularmente, Lewis (1969) desenvolve a noção de saliência pela precedência, demonstrando a determinação da convenção de uma forma processual. A saliência pela precedência nada mais é do que a observação e replicação de configurações de coordenação bem sucedidos.

Sabe-se desde Morgestern (1935) da existência do problema de autorreferência em situações de interdependência. A tomada de decisão de cada agente depende da tomada de decisão dos demais, o que leva a um problema de indeterminação (Arthur, 2005) ou um problema de incomputabilidade (Koppl e Rosser, 2002). Um processo puramente dedutivo não é capaz de determinar qual será o resultado de um problema desta natureza por mais racional que seja um agente ou elevada a sua capacidade de computação. Num problema de coordenação pura, como o estudado por Lewis (1969), nenhum dos possíveis equilíbrios aponta, *a priori*, para a solução do problema. Qualquer tomada de decisão, quando coordenada, leva a um equilíbrio de Nash. Qualquer tomada de decisão não coordenada leva a um não equilíbrio. Como a situação é imaginada em um jogo não cooperativo, ou seja, um jogo no qual o agente não tem como garantir qual será o comportamento dos demais, então a tomada de decisão depende tanto das expectativas quanto das crenças.

Arthur (2005) defende que a perspectiva econômica deveria ser uma de formação de equilíbrio e não de seleção de equilíbrio. Segundo o autor (Arthur, 2005, pp. 1558-1559) o processo econômico é caracterizado por eventos que, por serem pequenos e aleatórios, são de difícil previsão. Se estes pequenos eventos ocorrerem em uma dinâmica não-linear, pode haver uma mudança de resultado final dada a possibilidade de elevada sensibilidade a estados iniciais. A perspectiva da economia em processo se afasta da noção de equilíbrio estático e desenvolve uma noção de (possível, mas não necessário) equilíbrio que ocorre de forma não determinada, ou seja, um processo de mesmo tipo, mas sujeito a pequenos eventos aleatórios, pode resultar em um equilíbrio diferente. A princípio, a teoria de Lewis (1969) não vai contra esta perspectiva. Na verdade a ideia de saliência por precedência nada mais é do que o resultado de uma regra de tomada de decisão. Regras de tomada de decisão são mais relacionadas com a racionalização indutiva do que com a puramente

dedutiva. O comportamento indutivo pode ser relacionado com a racionalidade limitada, como evidencia Arthur (1994). Estes dois aspectos da ontologia econômica, racionalidade limitada e comportamento indutivo, permitem apreciações mais realistas da questão do equilíbrio.

Young (1998, pp. 27-30) expõe quatro processos de aprendizado: (i) seleção natural; (ii) imitação; (iii) replicação de um comportamento bem sucedido (*reinforcement*) e (iv) estratégia da melhor resposta. Seleção natural é o foco de trabalhos que envolvam estratégias evolucionariamente estáveis, como exposto por Vega-Redondo (1996). Neste caso, é estudada a dinâmica populacional dos agentes diferenciados conforme as suas estratégias. As populações mudam porque os agentes (ou os seus descendentes) podem alterar suas estratégias. A principal limitação deste método é que se torna analiticamente complicado estudar situações com um número grande de possíveis resultados finais.¹⁵ A imitação nós discutiremos com maiores detalhes neste capítulo, mas via de regra refere-se a estratégia de copiar um comportamento de sucesso observado ou um resultado que se espera como de sucesso. A replicação de um comportamento bem sucedido refere-se a estratégia do agente manter uma tomada de decisão bem sucedida e abandonar tomadas de decisão mal sucedidas. Young (1993, 1996 e 1998) tem buscado demonstrar a superioridade da estratégia de melhor resposta. Nesta, o agente observa um conjunto de tomadas de decisão de outro agente e escolhe, para o próximo período, a melhor resposta baseado nestas observações. Se todos os agentes possuem a mesma regra de tomada de decisão e o processo for independente do estado inicial, então o processo de interação pode ser definido por uma cadeia de Markov finita, irredutível e aperiódica, o que possibilita uma convergência.

Orléan (1988 e 1998) expõe a racionalidade associada a um processo de imitação de comportamento. Suponha que o agente não tem informações para tomar uma decisão, mas observa outro agente tomando determinada decisão. Imitar é racional na seguinte medida: se o agente imitado possui informações que não estão à disposição do agente imitador,

¹⁵ Na verdade as populações podem estar divididas em um contínuo de estados finais. Ou seja, pode haver um número infinito de equilíbrios. O agente individual, porém, não pode estar exposto a um grande número de possibilidades de escolha.

então este obterá o mesmo resultado do agente possuidor das informações; se o agente imitado não possui informações adicionais, a imitação deixará o agente imitador em uma situação que não é pior do que a que se encontra. Isso, obviamente, é apenas verdade quando a tomada de decisão não leva a um estado pior do que o de não tomar decisão nenhuma, quando isso for possível. A rigor não tomar nenhuma decisão também configura uma decisão.

Orléan (1988) analisa o processo especulativo de imitação que gera a forma riqueza em uma sociedade. Essa problemática, derivada de René Girard, contrapõe-se às tradicionais definições econômicas de riqueza, seja derivada do valor trabalho ou valor utilidade. A riqueza é, a princípio, uma forma não determinada, uma forma que será reconhecida apenas quando um determinado processo levar a uma unanimidade de opiniões, a uma convergência de crenças. Nesse caso, a riqueza determinada por agentes sociabilizados é uma convenção. Orléan (1988, pp. 105-109) sugere a seguinte formalização para o problema. Suponha que cada agente imite outro agente ou a si próprio a cada determinado ponto de tempo discreto. Quem o agente imitará é determinado aleatoriamente, não necessariamente em um processo com probabilidades uniformes. Supondo uma distribuição inicial de opiniões, o processo pode convergir para a seleção de uma única opinião, aquela que é imitada de forma generalizada. Se arranjarmos as probabilidades de um determinado processo de imitação em uma matriz definida em linhas e colunas, respectivamente, por agente imitador e agente imitado, esta será uma matriz de Markov na qual as entradas são as probabilidades de transição de um estado para outro. O autor nos informa (Orléan, 1988, p. 108) que se o grafo associado a esta matriz for aperiódico fortemente conectado, então o processo converge para a formação de uma unanimidade. Intuitivamente isso significaria que existe uma interdependência efetiva entre os agentes. O requisito de Young (1998) para a convergência é que a matriz de Markov fosse finita, irredutível e aperiódica. Uma matriz irredutível é aquela em que a probabilidade condicional entre dois estados é maior que zero para algum período do tempo.¹⁶ Segundo Orléan (1988, p. 109) o processo de especulação mimética deverá ser

¹⁶ Para uma apresentação sucinta de cadeias de Markov ver Dantas (2006, pp. 14-21).

configurado por: (i) indiferenciação dos agentes, na medida em que cada um não pode ser considerado suficientemente diferente de outro, para que a sua lógica de ação seja a mesma, ou muito próxima, da dos demais; (ii) convergência unânime; (iii) indeterminação, *a priori*, do resultado final; (iv) autorrealização do resultado final.

2.2. MOEDA COMO CONVENÇÃO

A ideia de moeda como convenção analisa primordialmente o caráter de sua aceitabilidade. Se algo é a moeda da economia, espera-se ser esta aceita de forma generalizada em transações e pagamentos. O agente que sabe, ou espera com suficiente confiança, que a moeda da economia será aceita sem maiores custos no futuro não evita aceitá-la. Pelo contrário, o agente busca por esta forma para os diferentes motivos de demanda (Keynes, 1936). Jones e Ostroy (1984) demonstram que a flexibilidade de um ativo é um fator que importa na tomada de decisão de um agente. Para nós é a aceitabilidade generalizada da moeda e a expectativa na sua continuidade que determina ser a moeda o ativo de liquidez absoluta e de maior flexibilidade na economia, sendo que, dependendo da interpretação, estes conceitos podem ser confundidos.¹⁷ A arbitrariedade da forma moeda é ainda menos controversa. Ao longo da história o que é moeda altera-se e mesmo na história bem recente alterações na forma moeda são conhecidos. No caso brasileiro, o que era a moeda da economia variou algumas vezes em curto espaço de tempo até a estabilização de preços pós 1994.

A moeda como convenção aparece como *insight* em autores como Locke (1690, pp. 28-30), Hume (1740, pp. 488-490; 1752, pp. 115-122), Mill (1848, p. 542), Lewis (1969, pp. 48-49), Tobin (1970) e Young (1993, p. 57; 1996, p. 105; 1998). Em Kiyotaki e Wright (1989, 1991, 1993) aparece como hipótese necessária para a observação do equilíbrio que define a aceitabilidade da moeda. Em Menger (1871, 1892, 1909), Orléan (1988, pp. 110-

¹⁷ A confiança na permanência da aceitabilidade da moeda envolve mais do que um equilíbrio de coordenação. O Estado é o agente central no processo de manutenção ao longo do tempo da moeda em uma economia. Uma compatibilização da teoria da moeda como convenção e a teoria da moeda do Estado é sugerida em Aggio (2008).

112) e Agleitta e Orléan (2002), porém, são construídas hipóteses que procuram explicitar o processo de formação da moeda-convenção.¹⁸

Menger (1871, 1892, 1909) descreve um processo de emergência de uma instituição social definida como o meio de troca de aceitabilidade generalizada. Menger (1892) apresenta um processo que classifica como não histórico, porque teria se desenvolvido em diferentes locais e períodos seguindo a mesma lógica. A teoria da emergência da moeda parte de uma economia de trocas nas quais as mercadorias são classificadas pelo seu grau de “vendabilidade”. Quanto mais vendável for uma mercadoria mais fácil, mais rápido, se torna ofertá-la em troca de outras mercadorias ao seu preço econômico. Mercadorias menos vendáveis levam mais tempo para serem trocadas ao preço econômico ou terão de ser trocadas em condições desfavoráveis.¹⁹ A variável preço econômico é relacionada à questão econômica como explicitado nos capítulos iniciais de Menger (1871). Bens econômicos, para este autor, são aqueles que são necessários em quantidade superior à quantidade disponível. O preço econômico é aquele que reflete esta relação.²⁰ A dificuldade de vender uma mercadoria ao seu preço econômico reflete a descentralização da economia e a dificuldade de encontrar, para mercadorias menos vendáveis, os compradores potenciais em um curto espaço de tempo. Mercadorias mais vendáveis são aquelas com as quais se encontram compradores com maior facilidade.

Menger (1892, pp. 247-248) nos informa que os agentes percebem que trocar suas mercadorias menos vendáveis por aquelas mais vendáveis, ainda que não sejam as que desejam, é uma melhor estratégia do que tentar trocar diretamente suas mercadorias. Uma vez de posse de mercadorias mais vendáveis se tornará mais fácil adquirir as mercadorias que deseja. Com o passar do tempo algumas mercadorias mais vendáveis acabam

¹⁸ A tradição iniciada pelos trabalhos de Kiyotaki e Wright inspirou autores a desenvolverem modelos que explicitam a escolha, definição ou emergência de um equilíbrio. Marimon, Mcgrattan e Sargent (1990) utilizam algoritmos genéticos para explicitar a definição de um equilíbrio. Prado (2001) utiliza o instrumental da teoria dos jogos evolucionários, evidenciando a possibilidade de equilíbrios múltiplos e as condições de determinação destes.

¹⁹ A princípio, em português, o termo grau de negociabilidade poderia parecer melhor do que o de vendabilidade. A questão é que Menger (1892, p. 252) deixa clara a vantagem do comprador em relação ao vendedor em um processo de barganha, de modo que explicitar que a variável em questão evidencia a facilidade ou dificuldade relativa de se vender uma mercadoria se torna relevante.

²⁰ Estamos atentos ao fato que Menger não buscou formular uma teoria precisa, como a neoclássica, para a determinação de preços (Feijó, 2000, p. 44).

selecionadas para servirem de meio de troca e o seu próprio grau de “vendabilidade” se altera em razão disto. Menger (1982, p. 249) afirma que aceitar um meio de troca de forma habitual já supõe o conhecimento das qualidades desta mercadoria no processo de troca. Este conhecimento, porém, não pode ser vislumbrado de forma instantânea. Existe um processo endógeno de criação de conhecimento que é, a princípio, localizado e depois generalizado conforme é observado o sucesso econômico dos agentes que utilizam o meio de troca. O processo termina quando uma mercadoria é selecionada como o meio de troca de aceitação generalizada.²¹

Orléan (1988, pp. 110-112) estende o seu modelo de especulação mimética para o fenômeno da emergência da moeda na economia. Uma exposição mais detalhada aparece em Aglietta e Orléan (2002). Diferentemente de Menger, os autores definem que uma economia de mercado não pode existir sem a presença de moeda. A emergência da moeda ocorre em um tempo lógico, que se localiza entre o fim do feudalismo (quando os agentes eram protegidos por um mecanismo de relações sociais bem definido para a produção e distribuição de recursos) e a economia de mercado (onde os agentes precisam interagir em mercados para garantir a sua subsistência). Nesse interstício de tempo, os agentes não sabem qual é a forma riqueza da economia e, por isso, encontram-se em uma situação de incerteza radical sem o mecanismo de defesa que representa a função de reserva líquida de valor da moeda. Qualquer intenção de troca é inviabilizada porque os agentes desconfiam da demanda dos demais. Se um agente demanda uma determinada mercadoria, então a percepção desta demanda pelos demais implica a suposição de que este agente pode possuir informação sobre qual é a forma riqueza desta economia. É a mesma justificativa da racionalidade da imitação que é apresentada em Orléan (1988 e 1998). Nesse caso, nenhuma troca se realiza, mas o processo de imitação de expectativas e crenças segue de modo que um processo intersubjetivo conflui na determinação de uma mercadoria como a forma riqueza da economia. A partir deste momento os agentes se dispõem a trocar. Isso ocorre porque agora é possível utilizar ao longo do tempo a forma socialmente reconhecida

²¹ Alguns autores neo-austriacos (O’Driscoll (1986); O’Driscoll e Rizzo (1996); Klein e Selgin (2000)) insistem no fato de ser a mercadoria mais vendável aquele que se tornará a moeda da economia. Isto significaria que o processo é totalmente determinado. Na verdade é evidente que o processo é caracterizado pela possibilidade da ação de um conjunto de variáveis aleatórias e que a mercadoria selecionada não está determinada a princípio.

como a riqueza da economia, aquela que permite superar ao menos parte da incerteza presente no processo econômico, dada a sua liquidez. As teorias de Menger e Aglietta e Orléan são em algum grau complementares, uma vez que em cada uma é enfatizada as características da moeda como meio de troca e reserva líquida de valor, respectivamente.

2.3. UM MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O PROCESSO DE IMITAÇÃO²²

Nosso modelo de análise propõe a consideração sobre simulações de interações descentralizadas de um conjunto de agentes em um determinado ambiente. O ambiente é definido por um reticulado com 1764 casas. Este é apresentado na interface do programa como um retângulo, mas configura a figura geométrica de um torus. Assim, quando um agente ultrapassa o limite superior (inferior) do retângulo, ele reaparece no limite inferior (superior) e quando ultrapassa o limite ocidental (oriental) do retângulo, ele reaparece no limite oriental (ocidental). A cada início de interação, um número arbitrariamente escolhido, menor ou igual a 1763, de agentes é distribuído aleatoriamente pelo reticulado, seguindo a regra inicial de que nenhuma casa do reticulado receba mais do que um agente. Após a primeira movimentação é permitido que mais de um agente ocupe uma casa. Os agentes criados desta forma são divididos aleatoriamente entre catorze cores. A figura 2.1 apresenta uma distribuição inicial com 1.000 agentes.

²² Essa seção corresponde a seção 3 de Aggio (2011) com pequenas modificações.

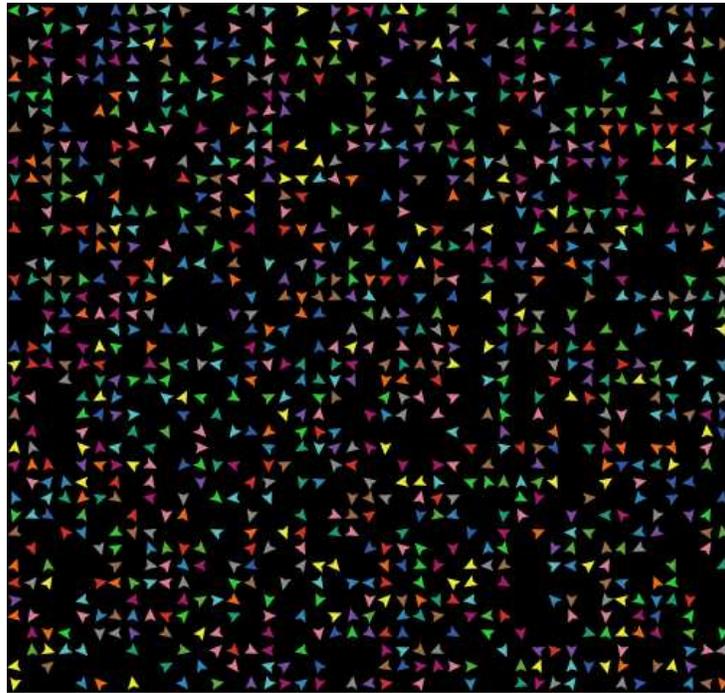


Figura 2.1: Distribuição inicial de agentes no reticulado

Os agentes são simétricos, na medida em que todos são criados e alocados conforme as mesmas regras e possuem as mesmas capacidades cognitivas e computacionais. Os agentes desejam fazer parte de uma maioria, de preferência de uma unanimidade. O elemento comum que defini uma maioria ou uma unanimidade é a cor dos agentes. Como se espera que, em média, haja um número igual de agentes de cada cor, pois são, inicialmente, distribuídos aleatoriamente entre as diferentes cores, temos o resultado que, para constituir uma maioria ou uma unanimidade, pelo menos grande parte dos agentes terá mudado de cor ao atingir este objetivo. No caso de uma unanimidade, em média, treze catorze avos da população encerraram o processo com uma cor diferente da que começou.

Para a construção do modelo supomos não incorrer em custo o agente ao alterar a sua cor. Os agentes também não possuem preferência por qualquer uma das cores. Assim, podemos dizer que os catorze equilíbrios puros, configurando as catorze possíveis unanimidades, apresentam o mesmo retorno máximo para os agentes. Isto representa o caso

extremo do problema de coordenação que Lewis (1969) estuda. Neste caso, somente a saliência pela precedência pode indicar a convenção em formação, porque não há na análise dos retornos nenhuma informação que possa ser utilizada, sob qualquer critério pré-determinado – como a saliência psicológica da simetria, por exemplo – que possa indicar um equilíbrio mais provável e/ou preferível dentre as catorze unanimidades.

Precisamos definir as capacidades cognitivas e computacionais dos agentes e as estratégias de interação utilizadas por eles para gerar e observar um processo que possa ser acompanhado de seleção de uma cor como a convenção. Para isto, definimos cada agente possuindo a capacidade de observar a cor dos demais que, porventura, habitam as oito casas que compõem a sua vizinhança. Na figura 2.2, por exemplo, cada agente que habitar a casa *a* será vizinho dos habitantes das casas *b, c, d, e, f, g, h* e *i*; enquanto que cada agente habitante da casa *j* será vizinho dos agentes que habitarem as casas *k, l, m, n, o, p, q* e *r*. Obviamente, a percepção é elevadamente reduzida em relação à quantidade de casas, 1764, que compõe o reticulado do nosso modelo. A estratégia do agente deve levar em consideração o conjunto de informação disponível, objetivando configurar uma maioria ou unanimidade e a aversão à situação de terminar o processo fora da convenção. Suporemos três estratégias que os agentes podem utilizar para, com seu conjunto limitado de informações, tentar perceber e seguir a convenção em formação.

<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>			
<i>f</i>	<i>a</i>	<i>b</i>			
<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>
			<i>o</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
			<i>n</i>	<i>m</i>	<i>l</i>

Figura 2.2: Vizinhanças

Na primeira estratégia (s_1) o agente, quando o número de agentes que habitam as oito casas de sua vizinhança é maior ou igual a um, aplica uma regra de maioria para tomar a decisão de ficar ou de sair da casa. A regra de maioria consiste em verificar se o número de agentes com a mesma cor que a sua é igual ou maior à metade do número de agentes que habitam a vizinhança. Caso não haja vizinhos nesta localização ou no caso da cor do agente não ser a de maioria, ele se desloca desta casa e adota, aleatoriamente, uma nova cor, repetindo o processo até estar satisfeito com a sua situação. A segunda (s_2) e a terceira estratégia (s_3) são muito semelhantes à primeira. O que muda na segunda estratégia é a exigência do agente para haver ao menos dois ou mais agentes habitando na vizinhança; na terceira estratégia, o agente aumenta sua exigência para ao menos três agentes. Formalmente temos:

$$f(i, v, n) = \begin{cases} 0, & \text{se } v < i \text{ ou } \left(v \geq i \text{ e } \frac{v}{2} > n\right) \\ 1, & \text{se } v \geq i \text{ e } \frac{v}{2} \leq n \end{cases}$$

com $i = 1, 2, 3$, sendo i índice das estratégias, v o número de vizinhos, n o número de vizinhos com a mesma cor que o agente e f uma função que representa a insatisfação quando o valor é zero e satisfação quando o valor é 1.

O deslocamento dos agentes insatisfeitos também é aleatório e definido pela seguinte regra: o agente escolhe aleatoriamente uma inclinação entre 1° e 360° a partir da sua direita e caminha uma quantidade de casas nesta direção escolhida aleatoriamente entre um e dez. É importante notar que a movimentação dos agentes insatisfeitos pode afetar os satisfeitos, uma vez que pode alterar a maioria de uma vizinhança qualquer para onde se deslocou. Uma maioria local é formada quando em uma vizinhança se acumulam agentes satisfeitos, isto é, com uma mesma cor. Este acúmulo de agentes configura o início do processo de convergência. A irreversibilidade do processo se materializa neste momento, tornando-se crescentemente com o número de vizinhos que adotam o mesmo comportamento. O processo é encerrado quando não há mais nenhum agente insatisfeito. Como resultado final, temos a formação de uma quantidade de maiorias locais com o número de cores que pode, a princípio, variar de um a catorze. Definimos unanimidade quando resta apenas uma cor e maioria principal como o número de agentes que possuem a cor mais observada ao final de um processo. Na figura 2.3a, no canto superior esquerdo da figura 2.3, observamos uma unanimidade obtida em uma simulação com 700 agentes utilizando a estratégia s_3 . Na figura 2.3b, no canto superior direito da figura 2.3, observamos uma maioria principal com 639 agentes além de três maiorias locais com 43, 13 e 5 agentes respectivamente, obtidas em uma simulação com 700 agentes utilizando a estratégia s_2 . Na figura 2.3c, na parte inferior da figura 2.3, observamos uma maioria principal com 476 agentes além de dez maiorias locais, obtidas em uma simulação com 700 agentes utilizando a estratégia s_1 .

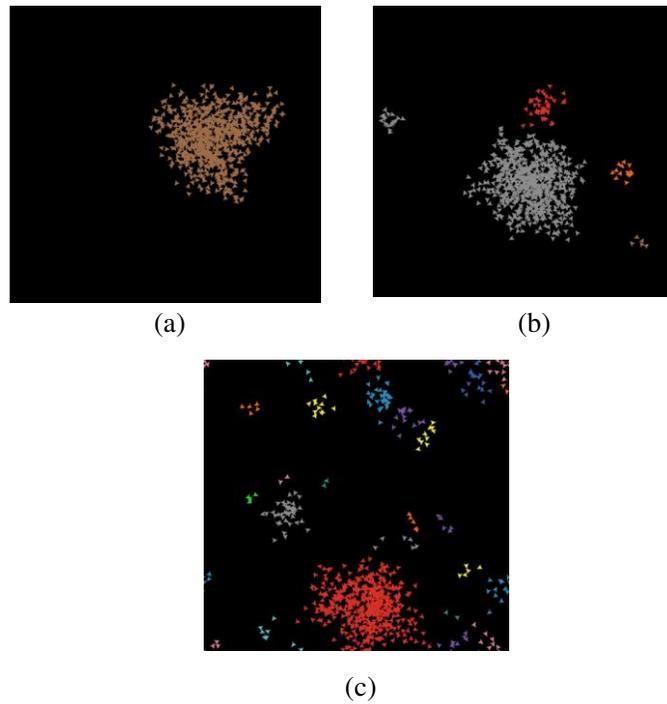


Figura 2.3: Resultados finais

A escolha das estratégias pode ser definida analogamente a uma maior ou menor disposição de um agente a imitar um comportamento observado. O agente que utiliza a primeira estratégia está apto a imitar, iniciar a formação de uma maioria local juntamente com um único agente que habita a sua vizinhança. O agente que utiliza a segunda estratégia se conforma apenas com ao menos dois agentes e o que utiliza a terceira estratégia, com ao menos três agentes para imitar seu comportamento. A observação da cor faz parte do conjunto de informações à disposição de cada agente. A escolha da estratégia é definida pela crença na capacidade deste comportamento intuitivo de acertar qual a convenção em formação.

2.4. UM MODELO COM DÚVIDA, IMPRECISÃO, AMBIGUIDADE E ALEATORIEDADE

Suponha agora que ao invés de haver estratégias fixas o agente avalie a sua vizinhança e determine se imita ou não um comportamento a partir de uma regra de decisão que seja definida conforme um conjunto probabilístico. Denominemos esta regra como estratégia s_4 .

Considere inicialmente o seguinte número *fuzzy*:

$$\begin{cases} k = 0, & \text{se } v \leq 0, \\ k = \frac{v}{3}, & \text{se } 0 < v < 3, \\ k = 1, & \text{se } v \geq 3, \end{cases}$$

no qual k é o grau de pertinência associado a seguinte categoria: o número de vizinhos é suficiente para aplicar a regra de maioria. Como o número v é sempre um número natural, para transformar este número *fuzzy* em um conjunto probabilístico, nós precisamos determinar os universos descritivos apenas para $v = (0,1,2,3)$. Nós definimos que se $v = 0$ o agente nunca aplica a regra de maioria e se $v = 3$ o agente sempre aplicará a regra. Não há dúvida da tomada de decisão nestes casos. Assim, nós devemos definir os universos descritivos apenas para $v = 1$ e $v = 2$.

Para $v = 1$ e $v = 2$ nós atribuiremos os seguintes intervalos:

$$\text{se } v = 1, E(x) = \frac{1}{3} \text{ e } -0,13807 < x < 0,80474,$$

$$\text{se } v = 2, E(x) = \frac{2}{3} \text{ e } -0,27614 < x < 1,60948,$$

sendo que x denota o elemento do universo discursivo.²³ Em seguida nós determinamos um limiar igual a 0,5. O agente irá aplicar a regra de maioria quando $v = 1$ se obtiver um valor maior ou igual a 0,5 em um sorteio com uma distribuição uniforme no intervalo $[-0,13807, 0,80474]$. Devemos notar que isso ocorrerá com valor esperado

²³ Nós definimos uma distribuição uniforme arbitrariamente escolhida com a média igual ao grau de pertinência que seria observado no número *fuzzy* original.

$\frac{0,80474-0,5}{0,80474-(-0,13807)} \cong 32,32\%$. O agente irá aplicar a regra de maioria quando $v=2$ se obtiver um valor maior ou igual a 0,5 em um sorteio em uma distribuição uniforme no intervalo $[-0,27614, 1,60948]$ e isso ocorrerá com valor esperado $\frac{1,60948-0,5}{1,60948-(-0,27614)} \cong 58,84\%$.

2.5. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES

Nós realizamos cinquenta simulações para diferentes populações de tamanhos iguais a 110, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 e 1000 para cada uma das estratégias. Nós consideramos como convergências apenas processos iniciados até o período de tempo igual a 5000. Os resultados estão expostos nas tabelas 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4.

Tabela 2.1: Resultados parciais das simulações

População	Convergências				Tempo inicial médio				Tempo final médio			
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4
110	50	50	3	14	38,70	238,66	2932,00	2074,36	353,08	1661,50	5279,00	4712,36
200	50	50	33	48	30,80	151,28	2588,97	1162,63	329,40	1123,30	4434,76	2957,83
300	50	50	47	50	44,36	135,38	1438,43	549,54	371,76	965,46	2943,70	1974,44
400	50	50	49	50	64,26	187,06	1206,53	479,88	473,46	946,68	2532,00	1651,88
500	50	50	48	50	122,42	281,86	1211,00	678,30	617,30	1115,88	2443,33	1861,50
600	50	50	45	50	411,66	621,16	1519,29	1167,84	1109,88	1522,84	2673,36	2322,36
700	48	50	34	41	1219,35	1206,82	2097,67	1512,32	1795,00	2123,34	3114,67	2656,34
800	40	32	20	26	2040,77	2164,87	2717,15	1951,5	2671,15	3039,72	3842,05	3075,85
900	16	17	13	18	2483,50	1881,82	2620,46	2439,56	3128,81	2809,71	3816,54	3466,50
1000	8	3	5	4	2570,50	2551,67	3699,60	2202,5	3241,37	3574,67	4811,40	3430,75

De forma geral, quanto mais restritiva é a estratégia, menor é o número de convergências e maior é o tempo associado ao início e término do processo. Porém, quanto mais restritiva for a estratégia, maior será a qualidade do resultado final, na medida em que um percentual maior da população estará na maioria principal caso esta ocorra. Para a estratégia construída com conjunto probabilístico nós obtivemos para quase todas as

populações mais convergências do que quando os agentes utilizavam s_3 e um padrão de resultado final próximo ao observado quando do uso desta estratégia. Considerando as variáveis tempo e qualidade da formação final, teremos que os agentes por um lado preferirão estratégias menos restritivas e, por outro, estratégias mais restritivas. Em um ambiente onde estas escolhas pudessem ser racionalizadas, poderíamos pensar em agentes divididos em populações pelas suas estratégias. A consideração global do processo, porém, pode ser substituída por estratégias mais reativas, como aquela construída com o uso de conjuntos probabilísticos.

Tabela 2.2: Resultados parciais das simulações

População	Média de cores ao final				Moda do número de cores ao final				Frequência das modas			
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4
110	11,12	2,48	1,00	1,00	11	3	1	1	19 (38%)	19 (38%)	3 (100%)	14 (100%)
200	12,40	4,26	1,03	1,10	13	4	1	1	21 (42%)	17 (34%)	32 (96,97%)	43 (89,58%)
300	12,34	4,56	1,00	1,54	13	5	1	1	22 (44%)	17 (34%)	47 (100%)	29 (58%)
400	12,38	4,76	1,27	1,86	13	4	1	2	22 (44%)	18 (36%)	37 (75,51%)	25 (50%)
500	11,98	4,32	1,19	1,78	13	5	1	2	16 (32%)	16 (32%)	40 (83,33%)	23 (46%)
600	12,10	3,70	1,40	1,76	13	4	1	1	17 (34%)	14 (28%)	31 (68,89%)	24 (48%)
700	11,77	3,82	1,38	1,49	13	3	1	1	16 (33,33%)	17 (34%)	22 (64,70%)	25 (60,98%)
800	11,50	3,91	1,10	1,58	11	4	1	1	11 (27,5%)	11 (34,37%)	18 (90%)	15 (57,69%)
900	12,25	3,82	1,23	1,50	12	4	1	1	5 (31,25%)	5 (29,41%)	11 (84,61%)	10 (55,55%)
1000	11,88	3,00	1,00	1,00	12	*	1	1	3 (37,5%)	1 (33,33%)	5 (100%)	4 (100%)

* Houve uma ocorrência com duas cores, uma com três cores e uma com quatro cores

Tabela 2.3: Resultados parciais das simulações

População	Média de agentes na maioria principal				50% ou mais			
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4
110	22,84	68,82	110,00	110,00	0	37	3	14
200	38,20	95,40	199,39	193,90	0	18	33	48
300	66,14	151,70	300,00	258,20	0	18	47	48
400	113,32	213,46	374,16	320,34	1	24	49	46
500	193,64	319,40	478,60	419,94	2	35	48	47
600	323,62	472,34	551,38	525,74	34	48	45	49
700	463,40	599,42	659,79	657,68	42	50	34	41
800	574,05	701,78	777,30	772,96	38	32	20	26
900	694,31	832,12	892,23	848,89	16	17	13	18
1000	824,00	937,33	1000,00	1000,00	8	3	5	4

Tabela 2.4: Resultados parciais das simulações

População	75% ou mais				90% ou mais				95% ou mais				100%			
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_1	s_2	s_3	s_4
110	0	10	3	14	0	8	3	14	0	7	3	14	0	7	3	14
200	0	3	33	46	0	1	33	43	0	1	32	43	0	1	32	43
300	0	7	47	33	0	1	47	30	0	1	47	30	0	0	47	29
400	0	7	45	31	0	1	38	20	0	0	38	17	0	0	37	17
500	0	15	45	35	0	2	42	26	0	1	40	23	0	1	40	19
600	1	35	38	38	0	13	35	27	0	6	31	26	0	1	31	24
700	8	43	32	37	0	20	25	32	0	3	24	28	0	0	22	25
800	16	29	19	26	0	18	18	22	0	3	18	20	0	0	18	15
900	12	16	13	17	0	13	13	15	0	8	12	11	0	2	11	10
1000	8	3	5	4	0	3	5	4	0	1	5	4	0	0	5	4

Para analisar estes resultados frente a problemática proposta é necessário partir do grau de racionalidade do agente frente ao problema. Em que ponto de emergência da moeda o agente passa a conscientemente racionalizar sobre o processo que está acontecendo? Para Menger (1892) o processo global não é objetivado pelos agentes; a tomada de decisão individual objetiva apenas diminuir os custos e incertezas associados ao processo de troca. Não obstante, como vimos, Menger (1892) nos informa que alguns agentes aprendem primeiro a se organizar com o uso de meios de troca e conseguem melhores resultados econômicos e, a partir disto, passam a ser percebidos e imitados pelos demais agentes. Isto não define, porém, em que momento transita a percepção da possibilidade de meios de troca para a percepção da moeda. Em Orléan (1988) e Aglietta e Orléan (2002) a hipótese de transição é radical, não há trocas até que a forma da riqueza seja definida e esta definição re-organiza todo o comportamento dos agentes. Em nossos modelos supomos que os agentes buscam seguir a convenção em formação,²⁴ buscam estratégias mais simples de interação e espontaneamente acabam gerando o meio de troca de aceitabilidade generalizada. Certamente, existem processos históricos que não podem ser capitados por estes modelos. A presença do Estado, por exemplo, é assinalada por Menger (1892) como capaz de aprimorar a moeda como instituição econômica e em Menger (1909) o Estado é

²⁴ Também poderíamos ter suposto que os agentes são como os de Menger.

apontado como, por vezes, sendo o criador de algumas formas que se mostraram historicamente as mais vendáveis e que, por fim, se tornaram a moeda da economia.

Acreditamos ser muito improvável poder definir apenas pela dinâmica dos agentes o processo total de transformação das crenças individuais em um estado intersubjetivo tão amplo quanto a aceitabilidade da moeda. Ainda no caso da obtenção de uma unanimidade, assim como na observação de uma coordenação plena que se repete ao longo do tempo, nos parece essencial salientar ser a formação da convenção mais do que a soma dos comportamentos individuais coordenados. O reconhecimento da convenção, o que Aglietta e Orléan (2002) buscam salientar, é em nossa opinião um processo que não pode ser reduzido ao comportamento das partes. Assim, delimitamos nosso modelo em interações locais, sujeitas ao erro e a alguma capacidade de reavaliação da tomada de decisão (no caso do modelo com estratégias definidas pelos conjuntos probabilísticos). O estado final obtido, dependendo da qualidade de sua formação, é o estado crítico que estará sujeito à variação externa e será capaz de reproduzir ou auto-organizar o seu comportamento.

É preciso delimitar estarmos mais preocupados com economias monetárias plenas, no sentido em que todas as relações econômicas envolvendo preços em um determinado sistema são definidas com referência a esta moeda, ou em alguma forma que seja facilmente convertida nela. Esse processo de conversão também envolve a variável tempo e, portanto, incerteza. Como vimos, uma das principais questões para o agente é o estabelecimento de uma forma que represente uma reserva líquida de valor. A alternativa para o uso da moeda como reserva de valor passa por um conjunto de ativos que possuem menor liquidez do que esta, mas possuem um retorno associado a sua posse. A distribuição da riqueza entre ativos com diferentes prazos de conversão para moeda e, portanto, diferentes preços, deve ser compreendida dentro de um sistema complexo. Assim, tendo definido a aceitabilidade da moeda como uma propriedade emergente dentro do sistema econômico, passaremos a buscar entender como que evoluem ao longo do tempo os preços associados às principais reservas de valor alternativas à moeda, os títulos financeiros.

CAPÍTULO 3: ESTRUTURA DAS TAXAS DE JUROS

Neste capítulo focaremos na análise da dinâmica da estrutura de taxas de juros, ou seja, buscaremos observar como ocorre o movimento nos retornos associados a diferentes períodos de tempo. Enquanto que as taxas de curto prazo parecem passíveis de um controle relativo por parte da autoridade monetária, as taxas de mais longo prazo demonstram certa autonomia à inferência externa, ou seja, apresentam um padrão mais robusto. Buscaremos explicitar esta relação lembrando que, dada a existência de mercados secundários, os ativos financeiros de diferentes maturidades devem ser considerados, em algum grau, substitutos.

3.1 TEORIAS DAS TAXAS DE JUROS

A emergência do meio de troca de aceitação generalizada, como visto no capítulo 2, é a da forma que possui aceitabilidade, pois a sua existência social é caracterizada pela percepção intersubjetiva dos agentes de que esta é a liquidez desejável (ou a possível) para se enfrentar, minimamente, as incertezas da economia. Cada agente, portanto, considera que esse construto pode ser alocado ao longo do tempo.

A taxa de juros a qual se submete aquele que antecipa determinada quantidade de moeda e a qual induz outro agente a abrir mão desta mesma quantidade - ainda que este outro agente seja um intermediador ou centralizador de recursos, porque este se compromete de uma forma ou de outra a um conjunto de relações interdependentes, ou mesmo o agente ou instituição privada que cria moeda sem nenhuma referência imediata a algum estoque anterior de recursos - tem levado a economia a diferentes teorias.

Por um lado, entende-se a taxa de juros conforme, ou intimamente relacionada, a distribuição de recursos reais ao longo do tempo. Nos atuais modelos da chamada nova síntese, a taxa de juros é apreciada pelos agentes em suas tomadas de decisão frente a sua capacidade e disposição de antecipar ou adiar consumo e investimento. O detalhamento desta teoria aparecerá no capítulo 5 desta tese. Próximo a esta teoria está a tradicional noção da taxa natural como aquela que equilibra oferta e demanda por fundos emprestáveis

e que iguala poupança e investimento. Estamos, porém, atentos às considerações de Wicksell (1907) de que não há uma relação imediata entre a taxa de juros sobre a moeda e a taxa de retorno do capital. A relação passaria pelo movimento dos preços e, conseqüentemente, pelos efeitos na atividade econômica.

Por outro lado nós temos a teoria da preferência pela liquidez de Keynes (1936). A ideia central é que a taxa reflete a disposição de um agente em renunciar a certa segurança associada à posse de liquidez. Assim, a taxa de juros da moeda é vista como o preço pela renúncia à liquidez e não pela renúncia ao consumo imediato. Se a poupança é a renda não consumida, não significa, porém, que este consumo foi alocado para algum outro momento do tempo. O não gasto pode revelar uma propensão a entesourar - para utilizar o termo que Keynes (1936) escolhe para explicitar a sua ideia - e não necessariamente um plano de consumo futuro. Logo, não ocorreria inequivocamente o investimento presente para saciar este suposto consumo futuro, diretamente ligado à poupança presente. No limite, a poupança significa apenas queda da demanda efetiva.

Há, certamente, simplificações extremas nesta comparação. Tentativas de elucidação levaram ao debate entre Keynes, Hicks, Robertson e, principalmente, Ohlin após a publicação da *Teoria Geral*. Não é objetivo deste capítulo realizar um resgate pela ótica da história do pensamento econômico de como se formaram e permanecem essas teorias.²⁵

Nossa análise posiciona-se de forma não independente a esta discussão, mas suficientemente à margem dela, uma vez que considera pontos de ambas teorias. Aceitamos existir uma dificuldade em inserir a noção de preferência pela liquidez como determinante da taxa de juros em uma teoria na qual há criação endógena de moeda. A preferência pela liquidez em Keynes (1936) refere-se primordialmente ao agente que pode especular com relação a possibilidade de variação de preços de ativos financeiros e reais e reter moeda, ou mesmo demandar moeda via crédito, para esse fim. É claro que bancos demandam ativos financeiros e mesmo participação ativa no setor produtivo, inclusive para manter uma quantidade de capital próprio conforme pode ser exigido por regulamentação ou por

²⁵ Para isso ver Leijonhufvud (1981).

convenção ou norma social de um meio específico.²⁶ Todavia o negócio dos bancos, enquanto agentes centrais do sistema de crédito, é criar liquidez e, posteriormente, corrigir as suas posições ativas e passivas, se necessário. Ainda que haja revisão de estratégias frente à observação de erros ou mudança de cenário, não se encaixa nessa lógica a demanda por liquidez para especulação pelos bancos, mas a oferta de liquidez para os demais agentes e a demanda apenas quando necessária.²⁷ Em complemento a esta característica dos bancos, existe a autoridade monetária podendo agir como emprestador de última instância, ou seja, existe uma instituição que pode garantir as posições de um banco ainda que o mercado não se disponha a isso.²⁸

Porém, mesmo considerando não ser a preferência pela liquidez dos agentes que primordialmente define a taxa de juros, a presença da incerteza na economia e a natureza especulativa, autorreferencial e instável dos diferentes ativos financeiros que não moeda (Orléan, 2004) ainda caracteriza as decisões dos demandantes e ofertantes de crédito. Especificamente sobre os demandantes, na medida em que estes são heterogêneos podemos considerar também como heterogêneas as suas percepções e expectativas. Isso sem deixar de mencionar as diferentes necessidades do crédito, com relação a dimensão, prazos e garantias.

²⁶ Um bom exemplo de como o agente criador de liquidez tem o comportamento influenciado pela observação e avaliação social dos seus procedimentos é dado por Weatherstone (1994). Comparando a forma de agir do Banco da Inglaterra e do Federal Reserve o autor observa que este é caracterizado por regras formais enquanto que o primeiro utiliza outras formas de controle. Como exemplo, Weatherstone (1994, p.35) nos informa que o Banco da Inglaterra costuma requisitar a presença do representante de uma determinada instituição quando esta apresenta um comportamento indesejado pela autoridade monetária. O aspecto social está na informação aos participantes do mercado da seguinte norma: se um banco for requisitado a apresentar-se mais de uma vez ao ano seu comportamento está errado, mas se a instituição não for requisitada nenhuma vez ao ano ela está mostrando insuficiente independência, nos termos do autor, o que nós interpretamos como conservadorismo em excesso, o que pode significar menor rentabilidade.

²⁷ Não há, a princípio, necessidade de inserir o debate sobre moeda endógena tomando primordialmente o enfoque keynesiano ou pós-keynesiano. Não obstante, a literatura pós-keynesiana é aquela em que encontramos os elementos relacionados à preferência pela liquidez no sentido amplo, ou seja, relacionada à presença de incerteza forte na economia. Meirelles (1995) sintetiza os principais pontos do debate. Este, porém, credita um papel maior do que o que nós atribuímos à preferência pela liquidez dos bancos. Identificamos que isto ocorre porque focamos na preferência pela liquidez frente a possibilidade de especulação e o autor foca na preferência com relação a capacidade de proteção contra os fatores futuros incertos, ou seja, na possibilidade de adversidades.

²⁸ Isso não quer dizer que nós supomos que o emprestador de última instância seja um mecanismo que possibilite aos bancos assumir posições mais incertas sem que haja, sempre, um custo adicional a esta tomada de decisão. Em última instância mesmo a autoridade monetária pode deixar de atender a uma demanda de liquidez como foi observado no início da crise bancária dos EUA em 2008.

Em um ambiente deste tipo, a escolha teórica pode ser pela simplicidade dos casos extremos: se a taxa fosse fixa cada agente variaria sua demanda a essa taxa. Se a quantidade de moeda fosse fixa, seria a concorrência das demandas que determinaria a taxa de equilíbrio (se é que este processo de demanda de crédito conflui em um equilíbrio). Nós, porém, consideramos um ambiente descentralizado e onde a coordenação é imperfeita.²⁹ Assim, não buscaremos entender especificamente o que determina as taxas de juros, mas observar algumas características de sua dinâmica.

Nós partiremos da estrutura das taxas de juros sobre títulos soberanos, que nada mais é do que uma forma de comparar os retornos associados a títulos com diferentes maturidades ofertados pelo tesouro de um Estado. Particularmente, focaremos na literatura relativa aos títulos dos EUA por ser esta referência para os debates subsequentes. Nós buscaremos enumerar as diferenças intrínsecas da dinâmica para as taxas de curto e longo prazo, assim como a capacidade de intervenção da autoridade monetária sobre estas taxas. Nossa hipótese é que a substitubilidade entre os títulos não pode ser considerada amplamente, no sentido de tornar os mercados equivalentes em equilíbrio, uma vez que se constata diferenças nas dinâmicas de preços para diferentes horizontes de maturidade. Nós supomos provável a hipótese que diferentes mercados financeiros podem apresentar relativa autonomia uns dos outros ainda que essa autonomia seja um resultado temporário. Nós sugerimos a possibilidade de um controle relativo associado às taxas de curto prazo e uma influência mais restrita sobre as taxas de longo prazo. Uma maneira de entender esta influência é sob a ótica da auto-organização. Em adendo faremos algumas observações sobre a rotina de precificação de títulos privados.

²⁹ Keynes (1930, p. 23) nos informa que se os bancos pudessem coordenar seu comportamento então eles poderiam criar moeda indefinidamente. O limite encontra-se na impossibilidade de cada banco saber se está agindo conforme as outras instituições ou não, ou seja, se haverá no mercado liquidez automaticamente gerada pela criação de crédito de outros agentes.

3.2. A ESTRUTURA DE TAXA DE JUROS E CARACTERÍSTICAS DA SUA DINÂMICA

Seguindo McCulloch (1971) existem várias medidas referindo-se ao mesmo conjunto de informações, que é comumente chamado de estrutura de taxas de juros. A curva de rendimentos, as taxas instantâneas de juros futuros e as taxas médias de juros futuros são exemplos de construções que podem ser derivadas da função de desconto. A função de desconto é aquela que descreve o valor presente de uma unidade monetária para diferentes prazos de maturidade. Enquanto a taxa de juros for maior do que zero esta função será decrescente. Seja $\delta(m)$ a função de desconto onde m é o tamanho da maturidade:

$$\eta(m) = -\frac{1}{m} \ln(\delta(m))$$

é a curva de rendimentos,

$$\rho(m) = -\frac{d\delta(m)/dm}{\delta(m)}$$

é a taxa instantânea de juros futuros, e

$$r(m_1, m_2) = \frac{1}{m_2 - m_1} \int_{m_1}^{m_2} \rho(m) dm$$

ou

$$r(m_1, m_2) = \frac{1}{m_2 - m_1} \ln\left(\frac{\delta(m_1)}{\delta(m_2)}\right)$$

é a taxa média de juros futuros, na qual $m_2 > m_1$.

Se a taxa de juros é maior do que zero, o valor absoluto de $\ln(\delta(m))$ é crescente em relação a m porque o valor presente de uma unidade monetária será menor do que um, decrescente e positivo. Assim, a função de rendimentos também será crescente em relação a m se $\ln(\delta(m))$ compensar o decréscimo $\frac{1}{m}$. A taxa instantânea de juros futuros nada mais é

do que a taxa de declínio da função de desconto e a taxa média de juros futuros uma forma pragmática de calcular intervalos médios para esta taxa. McCulloch (1971, p. 24) nos informa que embora a taxa instantânea de juros futuros seja de grande valia em um plano teórico, não faria sentido conceber que o agente se disponibilizaria a considerar variações futuras em intervalos ínfimos de tempo, sendo que as taxas médias de juros futuros poderiam ser levadas em conta por evidenciar a diferença de rendimentos para intervalos relevantes de tempo.

Uma observação que deve ser feita é que a função de desconto é construída supondo que uma função continuamente diferenciável é uma boa aproximação. Mandelbrot (1982, pp. 101-102) argumenta ser a dinâmica de preços descontínua na economia e a aproximação com a continuidade ocorre por um apelo metodológico que compromete aspectos importantes da análise desta dinâmica. Nesta seção apreciaremos alguns resultados empíricos sem esquecer que devemos ter em mente esta ressalva.

Existem diferentes métodos para construir uma representação da estrutura de taxas de juros a partir dos dados empíricos de preços de venda de títulos. McCulloch (1971) e Fama e Bliss (1987) sugerem métodos de interpolação que buscam transformar informações de títulos com cupom e ofertados descontinuamente como se fossem a função contínua de títulos homogêneos com zero cupom.

Se entendermos os prazos maiores como a soma de prazos menores, a função de desconto mede o total dos efeitos prazo a prazo das taxas curtas presentes dentro da maturidade. Assim, pode-se encarar, *ex ante*, a taxa de longo prazo como uma média ponderada da taxa de menor prazo, juntamente com as expectativas das taxas de curto prazo futuras. Em um mundo com apenas incertezas probabilísticas é adicionado ao retorno médio um retorno de risco que é calculado conforme a probabilidade e a variância associada ao evento incerto. Quando se supõe expectativas racionais e um agente representativo, este fator de risco é o prêmio suficiente para tornar os agentes indiferentes entre uma aplicação de longo prazo ou aplicações sucessivas de curto prazo, levando em conta as informações, expectativas e crenças no momento da tomada de decisão. Assim,

quanto maior a incerteza (probabilística), maior o prêmio de risco para que um agente se disponha a adquirir um título de longo prazo e maior a diferença entre os retornos de curto e longo prazo. A evidência empírica não corrobora a consideração conjunta da relação entre títulos de curto e longo prazo, por meio da substitubilidade perfeita e a hipótese de expectativas racionais (Browne e Manasse, 1989).

Não há motivos para se esperar que as taxas de juros permanecerão constantes ao longo do tempo. Assim, as expectativas fazem referência aos diferentes retornos de curto prazo para todos os períodos dentro da maturidade, podendo a fonte de incerteza se localizar em qualquer destes pontos do tempo. O que de fato não depende da hipótese de expectativas racionais ou de agente representativo. Informação, coordenação e racionalidade são peças não independentes no processo de teorização da interação econômica que forma a cada instante os preços nos mercados secundários de títulos. Tudo o mais constante são os preços nos mercados secundários que corroboram (ou fornecem) os preços para os potenciais novos títulos ofertados, porque estes podem ter as mesmas maturidades e características dos títulos já dispostos, ou serem substitutos muito próximos. O grau de incerteza que a teoria supõe e a capacidade de coordenação dos agentes define os possíveis estados dada a relevância ou não de alguns fatores.

Dos fatores que podem gerar incerteza para o aplicador nós temos: (i) a possibilidade de insolvência do ofertante; (ii) a baixa ou ausente liquidez de um título em um mercado secundário – na verdade esse fator revela a preocupação com um conjunto maior de incertezas: o agente não sabe se precisará ou não de recursos líquidos, mas certamente prefere contar com a possibilidade de transformar seu título em moeda antes do prazo de maturidade, caso necessite -, sem contar que a presença de mercados secundários atende ao especulador interessado em não carregar o título por todo o período de sua maturidade, aquele que espera auferir ganho de capital com a variação (que supostamente não configura a crença comum) negativa das taxas de juros; (iii) a inflação que alterará o retorno real do título.

A primeira fonte de incerteza ganha, dentro da teoria, mais importância em momentos de crise, quando a renegociação de dívidas entra na ordem dos debates econômicos, mas não tem um destaque contínuo no processo de construção teórica. O que queremos dizer com isso é que provavelmente no atual momento histórico esta questão poderá vir a fazer parte das principais contribuições teóricas sobre o tema, mas em outros momentos menos conturbados não entraria como uma variável de destaque. É uma variável de ruptura do processo de criação, transação e encerramento dos títulos e que pode ou não ser tratada de forma probabilística. Se os títulos são ofertados por um Estado, o preço deste incorpora um fator de risco em comparação com os demais títulos soberanos. Títulos privados configuram um caso ainda mais complicado. Neste caso a variável ganha mais destaque e uma literatura própria sobre o tema. Busca-se, por vezes, calcular a probabilidade de sobrevivência de um ativo. Voltaremos a esta questão na seção 3.4.

A existência de mercados secundários é fundamental para supor a substitubilidade entre os ativos de diferentes maturidades. Se há substitubilidade plena existe o processo de correção de preços que encerraria qualquer arbitrariedade. Cabe saber como estas variáveis são consideradas na tomada de decisão. O ganho de capital do agente especulador, daquele que age de forma não convencional (segundo a abordagem de Dequech (2011)), somente pode ser considerado como uma estratégia que não teria lugar em uma teoria baseada em expectativas racionais de um agente representativo, a menos que fossem introduzidas hipóteses como informação assimétrica, o que é pouco plausível sobre títulos soberanos. Se os agentes são iguais e possuem as mesmas informações e crenças, a coordenação, quando ocorre, se caracteriza por todos os agentes atuando em um mesmo ponto de equilíbrio, sendo inviável o comportamento racional não convencional por definição.³⁰ Não significa que a realidade não possa ser muito diferente daquela prevista pelo agente com expectativas racionais. Este também iria vender o seu título caso houvesse uma queda da taxa de juros, de modo que o ganho de capital transformasse a sua riqueza e alterasse os seus planos intertemporais. O fato é a hipótese de expectativas racionais definir que os erros possuem

³⁰ É interessante notar a diferença sutil nas abordagens de Orléan (2004) e Woodford (1990). Enquanto o primeiro demonstra que o comportamento individual pode ir contra as próprias expectativas individuais, porque este acredita que os demais agentes possuem outras expectativas (equivocadas), Woodford busca demonstrar a trajetória para equilíbrios não fundamentalistas apenas quando as expectativas são homogêneas, convergentes.

valor zero na previsão. Assim, o agente não pode ser projetado como o especulador de Keynes (1936), aquele que já na aquisição do título abre mão da moeda (até mesmo assumindo uma posição de débito ao tomar um empréstimo de liquidez) esperando poder obter o ganho de capital, ou que não abre mão da moeda pela taxa de juros porque teme uma perda de capital.

Quanto à inflação esta tem sido a principal variável introduzida para se tentar entender a variação nas taxas de juros. Este esforço teórico desemboca na teoria de política monetária que classifica a nova síntese, ou a teoria dos objetivos flexíveis para a inflação (Svensson (1997), Mishkin (2011)) a ser apresentada no capítulo 5. Para o agente individual que realiza uma aplicação a expectativa de maior inflação futura faz com que o retorno real de longo prazo caia. Para reequilibrar as relações entre demanda de ativos de curto e longo prazo seria necessário que fossem elevadas as taxas de longo prazo, refletindo a expectativa de elevação das taxas de curto prazo futuras, seguindo a ideia presente na equação de Fisher (1930). Mas isso reflete dois pontos que são assumidos como se fossem equivalentes: exigência dos demandantes por retornos nominais maiores e a aceitação pelo ofertante de novos títulos em remunerá-los nesse novo patamar.

Por causa da substitubilidade entre títulos de diferentes maturidades e da relação com a expectativa de inflação, temos um esforço teórico que busca determinar empiricamente qual a quantidade de informação presente na estrutura de taxas de juros sobre: (i) as taxas futuras de curto prazo e (ii) a inflação futura. Se as taxas de longo prazo fossem determinadas por tomadas de decisão que refletissem expectativas com algum grau de realização, esperar-se-ia alguma informação sobre as taxas futuras de curto prazo e sobre a inflação futura, porém, como observa Fama e Bliss (1987, p. 690) não há motivo para esperar que os processos da série de inflação e das taxas de curto prazo sejam os mesmos e constantes ao longo do tempo, de modo que não há, a princípio, como separar *ex ante* os dois movimentos em uma mesma estimativa. Podemos, entretanto, verificar para as séries temporais qual teria sido a eficácia das previsões dadas às hipóteses.

Fama e Bliss (1987) evidenciam pela primeira vez o que passou a ser conhecido como paradoxo das taxas de juros. Os autores demonstram que, para a série de retornos de títulos dos EUA, as taxas médias futuras para títulos de baixa maturidade (um ou dois anos) tem baixo poder preditivo sobre as taxas de curto prazo futuras (à vista ou de curtíssimo prazo). De uma forma simplificada, o retorno *ex ante* do último período de um título de baixa maturidade não é correlacionado com a taxa à vista, ou de curtíssimo prazo, para este mesmo período verificadas *ex post*. Isso significa que o agente comprador desse título de baixa maturidade não poderia tê-lo feito por meio de uma previsão eficiente das taxas de um período, das taxas à vista futuras. Não se confirma, portanto, que o retorno do título é uma composição dos retornos período a período. O paradoxo está no fato de que retornos futuros de mais longo prazo, próximo de cinco anos, por sua vez, demonstraram ser um bom previsor das taxas à vista, ou de curtíssimo prazo, futuras verificadas *ex post*. O resultado a princípio inesperado está no fato de existir mais informação sobre as taxas longe da tomada de decisão do que perto dela. O agente fazendo uso das informações da estrutura de taxas de juros possui um melhor preditor das taxas de curto prazo para períodos mais afastados do que para períodos mais próximos. Fama e Bliss (1987) demonstram que esta informação pode ocorrer exclusivamente porque, a mais longo prazo, a série de taxas de curto prazo possui uma tendência à reversão à média. Os resultados dos autores apontam para os seguintes fatos: as taxas de curto prazo se comportam como um processo aleatório e as taxas de longo prazo parecem evidenciar alguma estrutura. Matsumura, Moreira e Vicente (2010) fornecem a estimativa atualizada da estrutura de taxa de juros dos títulos dos EUA (1, 12, 60 e 120 meses). É evidente a tendência histórica de declínio da série. Os autores utilizam diferentes técnicas de modelagem para testar a qualidade da previsão das taxas e chegam a conclusão que, estatisticamente, nenhum método se mostrou mais eficiente do que supor as séries como passeios aleatórios.

Mishkin (1990) foca sua análise em um período máximo de doze meses. Sejam $\pi_t^m - \pi_t^n$ a variação da taxa de inflação do período n para o período m e $i_t^m - i_t^n$ uma medida para a inclinação da estrutura de taxas de juros para o mesmo intervalo de tempo, o autor propõe a seguinte equação para análise:

$$\pi_t^m - \pi_t^n = \alpha_{m,n} + \beta_{m,n}(i_t^m - i_t^n) + \eta_t^{m,n}, \quad (3.1)$$

na qual o objetivo é testar a significância de $\beta_{m,n}$.

Sejam $E_t \pi_t^m$ a expectativa em t para a taxa de inflação em m e rr_t^m a taxa *ex ante* real de juros para m (ou seja, também uma variável expectacional), nós temos a seguinte aproximação:

$$E_t \pi_t^m = i_t^m - rr_t^m. \quad (3.2)$$

Podemos definir a taxa de inflação como a previsão mais um erro

$$\pi_t^m = E_t \pi_t^m + \varepsilon_t^m, \quad (3.3)$$

substituindo (3.2) em (3.3) nós temos:

$$\pi_t^m = i_t^m - rr_t^m + \varepsilon_t^m. \quad (3.4)$$

Fazendo o mesmo procedimento para o período n e subtraindo de (3.4), teremos:

$$(\pi_t^m - \pi_t^n) = (i_t^m - i_t^n) + (rr_t^n - rr_t^m) + (\varepsilon_t^m - \varepsilon_t^n). \quad (3.5)$$

Relembrando a equação (3.1) e considerando que a declividade da estrutura de juros reais não precisa ser constante, considere $\bar{rr}_t^n - \bar{rr}_t^m$ como a declividade média desta estrutura, nós temos $\alpha_{m,n} = \bar{rr}_t^n - \bar{rr}_t^m$, $\beta_{m,n} = 1$ e $\eta_t^{m,n} = \varepsilon_t^m - \varepsilon_t^n + \bar{rr}_t^m - rr_t^m + rr_t^n - \bar{rr}_t^n$. Se a hipótese nula $\beta_{m,n} = 0$, na estimativa da equação (3.1) é rejeitada, significa que a declividade da estrutura de taxas de juros contém informação sobre a variação da taxa de inflação. Mishkin (1990) identifica que para períodos de três a seis meses não existe informação para a variação na inflação na estrutura de taxas de juros, mas para períodos de nove a doze meses há.

Assumindo serem as taxas reais de juros *ex post* uma boa aproximação para as taxas reais de juros *ex ante*, Mishkin (1990) observa que, para períodos de três a seis meses existe informação na estrutura de taxas de juros para as taxas reais de juros *ex ante*, o que deixa de ocorrer para o período de nove a doze meses. Nós acreditamos que este resultado possui

menos valor do que o anterior, pois faz uma hipótese muito forte sobre a capacidade de previsão dos agentes. Se fosse válida a hipótese de expectativas racionais nós teríamos que a rejeição da hipótese nula $\beta_{m,n} = 1$ seria um bom indicativo (porém não um resultado necessário, ver Mishkin (1990, p. 81, n.2)) de que a inclinação da taxa real de juros varia ao longo do tempo.

Estas observações levam diretamente ao artigo de Taylor (1993) no qual se procura compreender a existência de um comportamento reativo, de uma regra, da autoridade monetária com relação à taxa de juros de curto prazo quando há desvios da taxa de crescimento do produto e/ou da inflação. Assim nós temos uma nova perspectiva teórica: a autoridade monetária escolhe a taxa de curto prazo, logo ela é exógena, mas se a autoridade preza pela credibilidade ela evita a discricão de tomadas de decisão, o que de certa forma endogeniza o seu comportamento. Deste modo, o comportamento da autoridade monetária ganha centralidade na discussão. A fixação da taxa de juros de curto prazo passa a ser, explicitamente na teoria, instrumento de política monetária e não um preço em um sistema de oferta e demanda de liquidez, o que supõe um controle da autoridade monetária sobre este mercado.

3.3. CONTROLE DAS TAXAS DE CURTO PRAZO E A RELAÇÃO COM AS TAXAS DE LONGO PRAZO

Estrella e Mishkin (1997) analisam para um grupo de países europeus algumas evidências já observadas para os EUA com relação à capacidade da autoridade monetária de afetar a estrutura de taxas de juros. Segundo o estudo, caracteriza fato estilizado a elevação da taxa de longo prazo quando a autoridade eleva as taxas de curto prazo, mas em uma proporção menor do que seria esperada, considerando a taxa de longo prazo como uma composição das taxas de curto prazo. Uma explicação é a autoridade monetária provocar uma expectativa de inflação futura menor, o que representa uma queda nas taxas futuras de juros e, conseqüentemente, uma variação na composição da taxa longa.

Woodford (2003, p. 244) nos informa não ser o controle sobre as taxas de curto prazo que permite à autoridade monetária afetar as variáveis reais da economia, mas o fato de haver um impacto nas expectativas sobre as taxas futuras de curto prazo. O controle das taxas de curto prazo seria trivial (Woodford, 2003, pp. 25-31), uma vez que a autoridade monetária poderia atuar diariamente oferecendo liquidez ou aceitando depósitos do setor bancário em um intervalo de juros pré-determinado e em quantidades que não permitiriam aos agentes privados a atuação fora deste intervalo. Nenhum agente poderia oferecer liquidez a uma taxa inferior à remuneração oferecida pelo banco central. Assim, ou os agentes se comportariam conforme a autoridade monetária ou centralizariam as suas operações de curtíssimo horizonte nesta. Essa é uma forma particular de operar a política demonstrando explícita intenção de convergências das taxas curtas para uma meta. Para os EUA a atuação é um pouco mais complicada, uma vez que a autoridade atua menos explicitamente utilizando o mecanismo de mercado aberto para coordenar as taxas de curtíssimo prazo ao invés de remunerar depósitos, o que para Woodford (2003, p. 25) resulta no mesmo, conforme for a percepção dos agentes sobre o comprometimento da autoridade monetária com a política. Não é uma reedição da tentativa de controlar os estoques monetários como o que ocorreu no período de 1979 a 1982, mas uma decisão baseada em um objetivo de taxa de juros e não em um objetivo de taxa de crescimento de um agregado.

Alguma capacidade de atuação da autoridade monetária parece fato estabelecido mesmo fora da teoria econômica. Considerando-se um sistema complexo que não pode ser nem completamente previsto ou controlado, Gershenson (2007, p. 20) assume que a autoridade monetária pode regular o crescimento da economia elevando as taxas de juros, por mais fatores que estejam ligados a este processo de crescimento. Regular, portanto, é visto nessa observação em um sentido mais restrito. Pode-se alterar uma trajetória de elevado crescimento com a elevação da taxa de juros, não se especula em quanto será alterado e nem se a elevação do crescimento pode ser obtido com a diminuição das taxas de juros.

Mishkin (2011, pp. 31-32) nos informa que o fato da economia apresentar não-linearidades e o impacto do setor financeiro no comportamento econômico observado na crise de 2008, demonstram que os modelos de otimização, como os supostos por Woodford (2003), e a hipótese de agente representativo se mostraram inadequados. Mishkin (2011) tenta evidenciar porque uma política que provocou a queda na volatilidade da inflação e do produto não necessariamente pode ser modelada com modelos estocásticos de aproximação linear.

Nossa argumentação vai no seguinte sentido: de uma forma aparentemente contraditória, as taxas de curto prazo são vistas como controladas pela autoridade monetária, ao mesmo tempo em que a sua dinâmica pode ser considerada um passeio aleatório, que apresenta um processo variável para diferentes intervalos de tempo. O controle das taxas ocorre porque o banco central oferece uma alternativa potencial muito saliente para a operação interbancária. A importância do mercado interbancário se localiza na institucionalização de um mecanismo de ajuste do comportamento rotineiro de criação de liquidez, ao mesmo tempo que gera informação, ainda que imperfeita, para os bancos sobre o comportamento dos demais. Considere que o processo de concessão de crédito envolve uma quantidade muito grande de agentes posicionados em partes hierarquicamente organizadas de diferentes instituições, o que configura a capilaridade do sistema bancário. Certamente o comportamento é muito disperso, porém é de alguma forma localmente determinado, ainda que estocasticamente. Tudo o mais constante, o comportamento dos períodos anteriores gera informação para a tomada de decisão atual, o que define, junto com a demanda e as demais variáveis de estado, a criação de crédito. Expansões bem sucedidas podem gerar informação que leve a mais expansões e, nesse caso, existe a possibilidade de *feedback* positivo. Expansões mal sucedidas podem gerar informações que levem a retrações. Nesse caso pode ou não haver linearidade no processo dependendo do comportamento dos demais componentes do sistema. Um grande número de agentes e não-linearidade sugerem uma complexidade que pode explicar, ao menos em parte, a capacidade de atuação da autoridade monetária, uma vez que a dinâmica resultante pode apresentar elevada sensibilidade a variações externas. A atuação da autoridade monetária,

então, ocorre pela sua capacidade de afetar a trajetória das taxas de curto prazo por meio das suas próprias variações. Não por acaso as teorias macroeconômicas atuais sejam baseadas na teoria do controle.

As taxas de longo prazo demonstram maior resistência à alteração. Como vimos no capítulo 1, Gershenson (2007, p. 24) identifica que o aumento de ordem não imposta por um agente externo (sem a exclusão da possibilidade de interação com o meio) é uma propriedade comumente associada a sistemas auto-organizados. Nesse caso a atuação da autoridade monetária, ou do tesouro, se configura apenas como ofertante de títulos. Não há instância de controle por meio da influência sobre o mercado de crédito a longo prazo. Recentemente o Federal Reserve tentou alterar a estrutura de taxas de juros comprando títulos de maior maturidade. Eggertsson e Woodford (2003, p. 162) procurando entender as possibilidades de política em um ambiente de “armadilha da liquidez” relatam que a atuação fora de mercados de curto prazo, com a intenção de alterar a estrutura de taxas de juros não se mostrou conclusivamente eficiente no passado, pois não houve evidências de que o mercado de crédito de longo prazo teve as suas taxas alteradas. Ainda que a estrutura de taxa de juros de títulos soberanos mostre alguma reação na atual política dos EUA, não parece haver possibilidade de replicar a inferência sobre o comportamento do mercado interbancário. A substitubilidade entre os títulos gera uma falsa impressão de equivalência dos mercados em um mundo onde o agente representativo opera o seu portfólio encerrando todas as arbitragens. Ainda que possam ser os mesmos agentes tomando decisões de compra e venda de títulos de curto e longo prazo, as condições não são as mesmas, porque atualmente há possibilidade de controle sobre as taxas curtas enquanto que não há sobre os mercados de mais longo prazo. Devemos considerar a existência de fluxos, trocas, entre estes dois subsistemas, mas a organização e, portanto, a dinâmica dos mesmos é diferente.

3.4. ABORDAGEM SISTÊMICA SOBRE O MERCADO DE TÍTULOS E DERIVADOS PRIVADOS

A análise sistêmica considera o fato de que a estrutura influencia no comportamento das partes definindo, ao menos momentaneamente, grande parte da configuração do estado.³¹ A interação entre a estrutura sistêmica e as partes pode ser repetitiva e apresentar resultados recorrentes que favorecem o estabelecimento de regras de comportamento previsíveis, cuja replicação configura uma estratégia ótima, ou próxima disso. Porém, o resultado desta interação pode apresentar um fenômeno novo ou imprevisível, seja pela ativação de variáveis até então latentes, seja pela variação da relação com o meio externo ou, ainda, resultado de efeitos historicamente dependentes que alteram a trajetória de uma ou mais variáveis. Nesse sentido, o resultado muda a forma como os agentes mais básicos se comportam em relação à estrutura, realimentando a sua transformação. É a percepção deste processo de realimentação que determinará a complexidade considerada na teorização deste sistema.

Uma das causas atribuídas à recente crise financeira foi o acúmulo de ativos privados baseados em colateralização ou em derivativos destes. Como regra de comportamento a concessão de liquidez com colateralização, como hipotecas, foi realizada sob a hipótese de estabilidade da relação de realimentação acima exposta. A concessão destes empréstimos ocorria seguindo a mensuração do valor esperado de uma carteira de determinado perfil de prestador. O artigo seminal de Li (2000) forneceu o método de cálculo das correlações das probabilidades de sobrevivências, dentro de certo tempo, de um conjunto de empréstimos. O autor chega à conclusão que, por estarem sujeitos às mesmas variáveis macroeconômicas (estrutura), a probabilidade de default de dois ou mais agentes de um mesmo grupo, de um mesmo perfil, não são independentes. Assim, ele sugere uma distribuição de probabilidades para o risco da carteira que seja definida por uma função conjunta, uma cópula, das funções de risco individuais.

³¹ Parte do estado é aleatório, ou função do comportamento local e imprevisível das partes.

Há dois problemas na abordagem de Li (2000). A primeira é que o autor supõe suficiente considerar a relação da estrutura para o agente sem considerar maiores efeitos da realimentação. A análise sistêmica considera que a estrutura influi sobre os agentes e que o comportamento destes também influi sobre a estrutura podendo, inclusive, transformá-la. Este ambiente que convenceu Mishkin (2011) sobre a existência de não-linearidades e sobre o equívoco do uso de agentes representativos. O agente representativo é o instrumento recorrentemente utilizado para poder obter a determinação unívoca da estrutura pela interação dessocializada dos agentes. Se, como sugerimos, os mercados de ativos possuem substitubilidade mas não configuram mercados (subsistemas) equivalentes, a própria existência contemporânea de diferentes dinâmicas pode levar alguns mercados para um estado, temporário, de auto-organização ou auto-desorganização, sendo a substitubilidade o mecanismo de troca com o meio, ou com o todo.

O segundo problema com a hipótese de Li (2000) refere-se ao fato dele ter suposto distribuições normais para medir o risco, logo, o preço, dos títulos. Mandelbrot (1969; 1982) e Mandelbrot e Hudson (2004) tem argumentado que os preços trabalhados em mercados financeiros possuem um comportamento mais próximo das distribuições estáveis de variância infinita do que das distribuições normais. Isso significa que o uso da distribuição normal para ponderar o risco de um ativo e, disto, determinar o seu preço, vai contra a evidência empírica que aponta uma incerteza maior sobre a variação do preço dos ativos. Uma observação ainda mais forte é a que as distribuições de probabilidade não se mantêm constantes ao longo do tempo para ativos financeiros (Mantegna e Stanley (2000)). Neste caso, a relação entre novos fluxos de ativos e o estoque tende a ser de difícil determinação, sendo muito improvável que as relações de preços resultantes configurem estados de equilíbrio, nas quais os agentes estão suficientemente confiantes de terem realizados todas as oportunidades de arbitragem.

3.5 TAXAS DE JUROS E INFLAÇÃO

Como observamos, a relação entre as taxas de juros associadas a diferentes períodos devem considerar alguma hipótese sobre a evolução do processo inflacionário. Devemos estar atentos, porém, ao fato de que o processo inflacionário faz referência a interação de um conjunto maior de agentes do que aqueles que consideramos anteriormente para tratar a dinâmica da estrutura de taxas de juros. A inflação é uma variável relacionada a todos os preços de bens e serviços de uma economia e, portanto, intimamente relacionada com o processo de tomada de decisão em consumo e produção. O consumo configura o processo generalizado de uma economia na medida em que todos os agentes individuais são consumidores. Temos, ainda, que o consumo é em larga escala financiado pelo crédito. Por sua vez, a oferta de crédito é regulada pelas características organizacionais do sistema, que é relativamente controlado pela autoridade monetária. Porém, ainda que o processo inflacionário oriundo, principalmente, do consumo possa considerar alguma inferência da autoridade monetária, nós precisamos compreender como ocorre esta dinâmica na medida em que, conforme observamos pela literatura, há uma separação entre os processos relacionados às taxas de juros e à inflação. Nesse sentido, buscaremos observar algumas características estatísticas de determinada série de um índice geral de preços e definiremos uma forma apropriada de considerar a interação descentralizada de agentes consumidores dentro de um processo dinâmico.

CAPÍTULO 4. ANÁLISE ESTATÍSTICA DA INFLAÇÃO

O objetivo deste capítulo é fazer uma apreciação estatística de algumas características de uma série de volatilidade ou variação de inflação moderada em um período considerável de tempo. A escolha do processo inflacionário moderado se deve ao fato de ser em processos dessa natureza que podemos focar no comportamento do agente consumidor, como faremos no capítulo 5. Nossa percepção é que o estudo de correlações com poucas defasagens tem sido amplamente aplicado, conforme pode ser observado por Fuhrer (2009), havendo, ainda, necessidade de análise de efeitos mais duradouros na série.³² Além disso, a análise de mais longo prazo nos possibilita observar como ocorre a variação de comportamento na série.

4.1. ESCOLHA DOS DADOS E ANÁLISE PRELIMINAR DA VOLATILIDADE

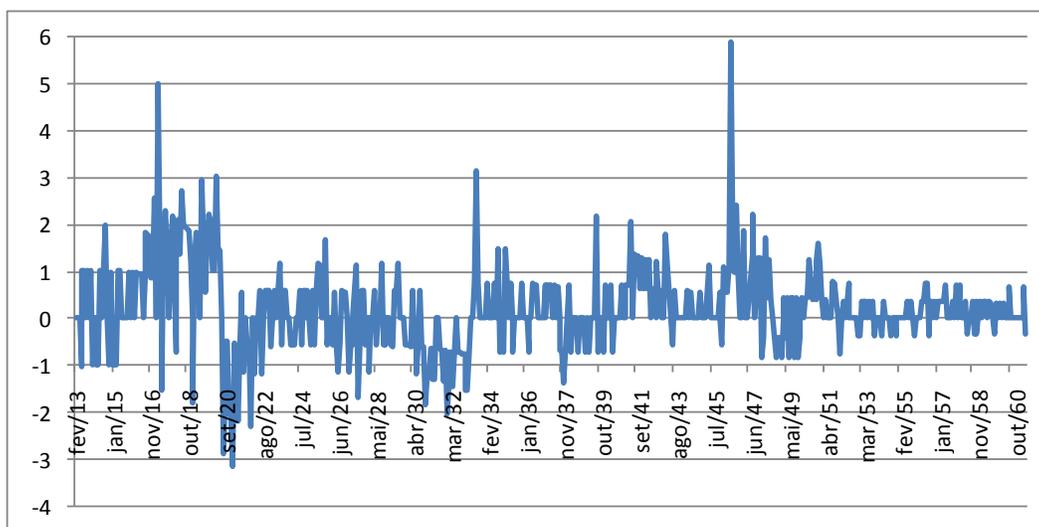
Muito embora caracterizações tais como baixa ou elevada variação de inflação ou, ainda, inflação crônica ou hiperinflação sejam todos conceitos pouco precisos, Heymann e Leijonhufvud (1995, p. 1) nos fornecem uma caracterização muito útil para definir níveis de inflação. Segundo estes autores, a inflação é moderada quando a referência dos agentes sobre inflação é em relação a uma porcentagem anual. A inflação é alta quando a referência dos agentes é mensal e, quando o período relevante é menor do que um mês, temos uma hiperinflação. Buscamos aqui uma série longa de dados para uma variação moderada e a partir desses dados nos concentraremos no seu comportamento com especial ênfase na volatilidade.

A maior série de um mesmo índice de inflação para uma mesma unidade monetária é a série mensal do índice de preços ao consumidor dos Estados Unidos (IPC-EUA).³³ A

³² Uma análise para se detectar efeitos de mais longo prazo também pode ser realizada com o uso de auto-regressores fracionários como em Figueiredo e Marques (2009)

³³ Justifica, ainda, a escolha dessa série a longa bibliografia de estudos estatísticos e de modelagem baseada nesta série

série completa tem início em janeiro de 1913 na forma de número índice.³⁴ Enquanto existem diferentes maneiras de se representar a variação de uma variável qualquer (por exemplo, a mera diferença entre dois valores consecutivos ou a diferença dos logaritmos naturais de dois períodos consecutivos), preferimos utilizar a variação percentual $\pi_t \equiv 100 \left(\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \right)$ por ser a medida convencionalmente associada à variação da inflação.³⁵ Com isto, a partir da série de valores para o índice de janeiro de 1913 a dezembro de 2009, obtivemos uma série de variações percentuais do IPC-EUA com 1.163 observações. A figura 4.1 reproduz, em dois gráficos separados dada a extensão da série, estes valores. Vários eventos podem ser recordados a partir da série, como, a elevada volatilidade nos anos da I Guerra Mundial, a recessão do início dos anos 1920 e a depressão dos anos 1930, o congelamento de preços durante a II Guerra Mundial e o pico da série com um valor de 5,88 para julho de 1946 após a liberação dos preços, a possível raiz unitária presente na série nos anos 1960 e 1970, os choques do petróleo em 1973 e 1978, além dos efeitos da atual crise com cinco meses seguidos de deflação entre agosto a dezembro de 2008 (com um vale de -1,91 em novembro deste ano).



³⁴ A série é computada e disponibilizada pelo Escritório de Estatísticas do Trabalho (BLS) do Departamento do Trabalho do governo dos EUA. A tabela pode ser obtida em <http://ftp.bls.gov/pub/special.requests/cpi/cpia1.txt>. Site acessado em 17/03/2010.

³⁵ Comumente o próprio valor da variação percentual é tomado como o valor da inflação.

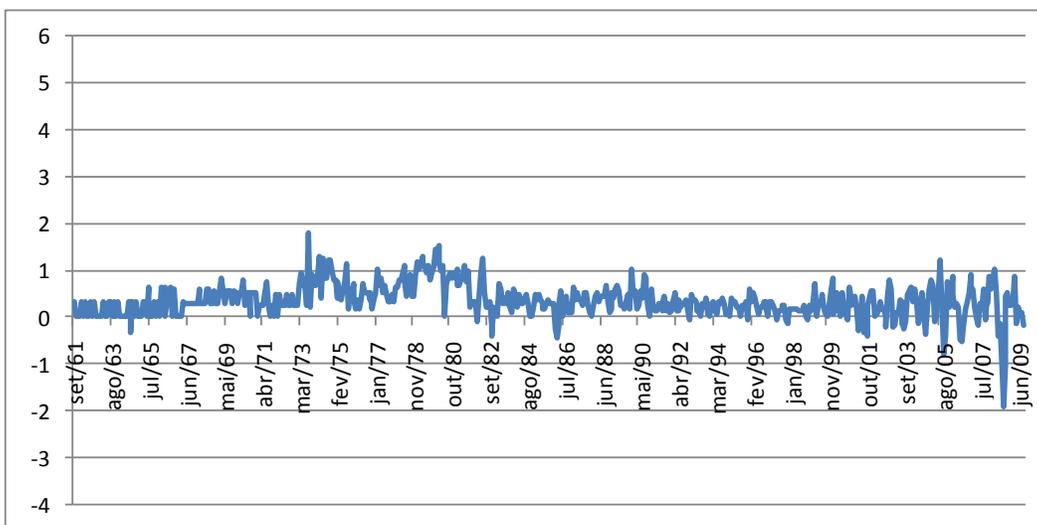


Figura 4.1: Variação percentual mensal do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009

Visualmente podemos observar uma diminuição brusca na volatilidade a partir dos anos 1950. A figura 4.2 apresenta uma série da variância amostral móvel com horizonte de 120 meses enquanto a 4.3 o cálculo é para 60 meses. Temos, portanto, que a própria variância amostral da série de variação percentual diminui muito a partir dos anos 1950 e mostra alguma elevação no final da série, mais facilmente observável no gráfico para a série de variância móvel com horizonte de 60 meses. Com estas evidências iniciais decidimos definir para análise o período de janeiro de 1950 a dezembro de 2006, evitando assim grande parte dos efeitos do congelamento de preços da II Guerra Mundial e o aumento da volatilidade da variação percentual observada com os primeiros efeitos da atual crise.³⁶

³⁶ Existia ainda no período de vigência do Escritório de Administração de Preços e de Oferta para Civis do governo dos EUA (OPA), abril de 1942 a meados de 1948, grande controvérsia em relação a eficácia do controle de preços. Para um relato convincente do real efeito do OPA sobre a série de preços ver Galbraith (1946 e 1975), que foi presidente desse órgão.

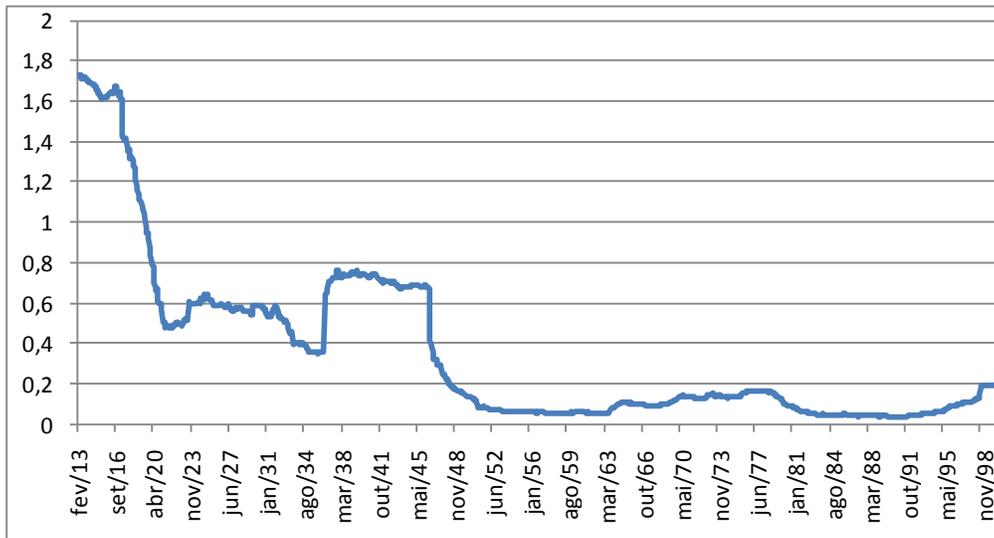


Figura 4.2: Variância amostral móvel com horizonte de 120 meses da variação percentual do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009

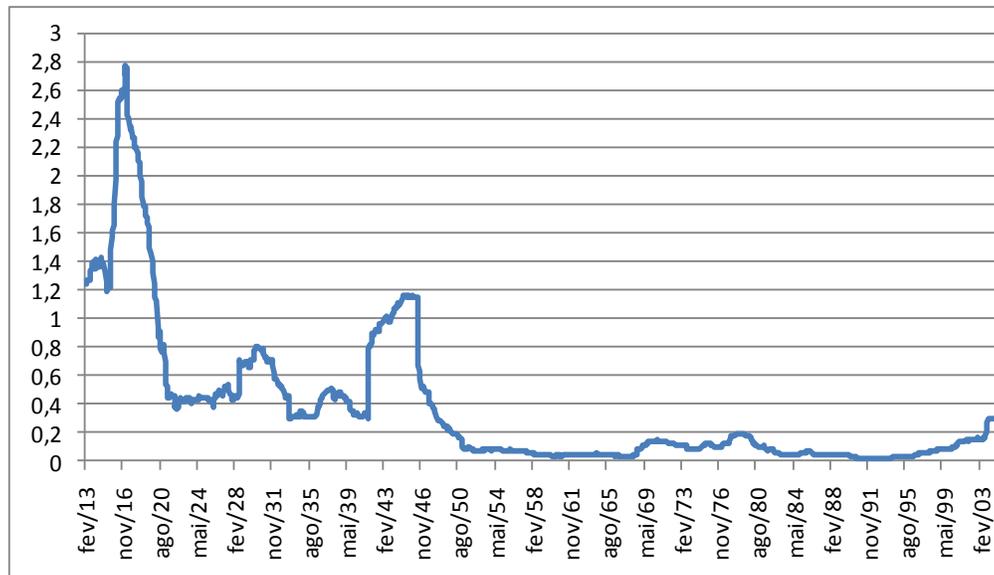


Figura 4.3: Variância amostral móvel com horizonte de 60 meses da variação percentual do IPC-EUA de 02/1913 a 12/2009

Com o período de análise determinado, podemos diminuir a escala e observar características dentro deste período de inflação mais moderada. A figura 4.4 mostra a série da variância amostral móvel com horizonte de 120 meses e a figura 4.5 para horizonte de

60 meses. As figuras 4.6 e 4.7 mostram as séries para os testes de excessos de curtose para horizontes de 120 e 60 meses, respectivamente. Se $\hat{K} = \frac{1}{(n-1)\hat{\sigma}^4} \sum_{t=1}^n (R_t - \hat{\mu})^4$, onde $\hat{\sigma}$ é o valor estimado do desvio padrão e $\hat{\mu}$ é o valor estimado da média, $\hat{K} - 3$ é a medida de excesso de curtose. Morettin e Toloï (2006, p. 501) nos informam que a estatística $\frac{n}{24} (\hat{K} - 3)^2$ tem uma distribuição aproximada da normal padrão. Em um teste bicaudal rejeitamos a hipótese nula $H_0: \hat{K} = 3$ a 5% quando o valor for menor do que $-1,96$ ou maior do que $1,96$. Os gráficos presentes nas figuras 4.6 e 4.7 apresentam o valor móvel da estatística do teste de excesso de curtose, linha azul, assim como os valores $-1,96$, em verde, e $1,96$ em vermelho. As duas medidas móveis nos indicam que a série é heteroscedástica. Na seção seguinte aplicaremos uma técnica que permite entender melhor o comportamento da volatilidade ao longo do tempo.

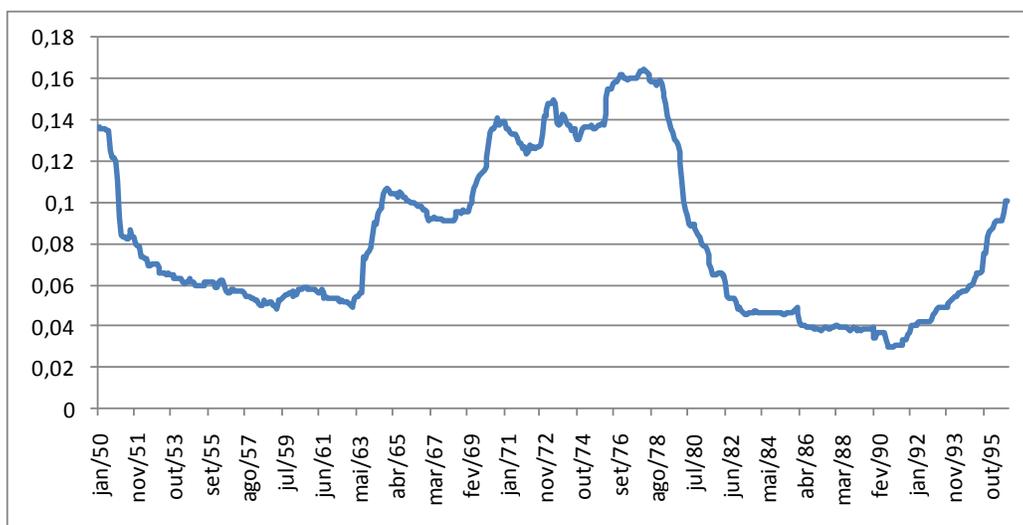


Figura 4.4: Variância amostral móvel com horizonte de 120 meses da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006

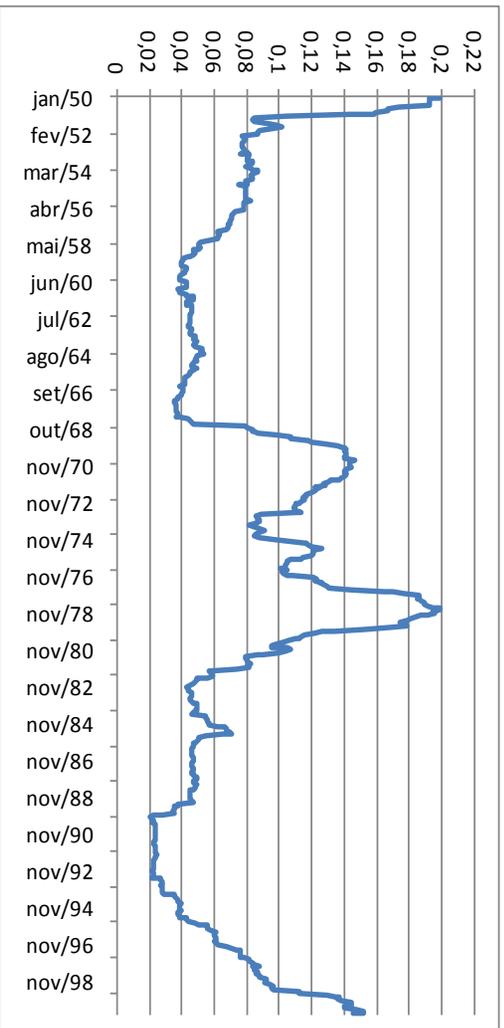


Figura 4.5: Variância amostral com horizonte de 60 meses da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006

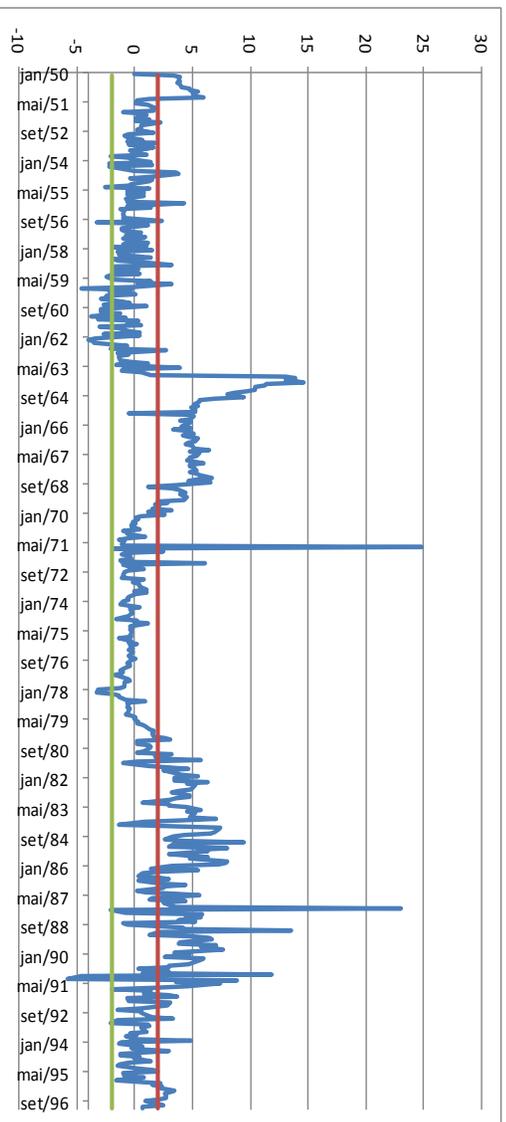


Figura 4.6: Teste para o excesso de curtose móvel com horizonte de 120 da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006

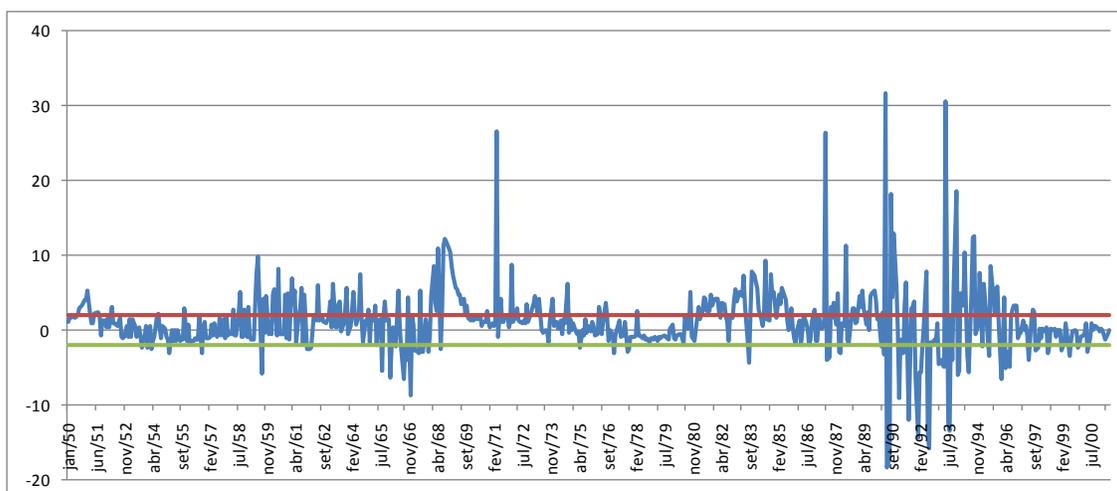


Figura 4.7: Teste para o excesso de curtose móvel com horizonte de 60 da variação percentual do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006

A análise da curtose é preliminar para se entender a presença de um maior ou menor número de observações próximas, em termos de múltiplos de desvios padrão, da média. Uma forma de fazer esta observação de uma maneira mais direta e com maior detalhamento é comparar a frequência destes valores com relação a uma distribuição qualquer com determinada volatilidade conhecida. Para isso nós tomamos os dados em intervalos móveis de 120 observações, normalizamos cada uma dessas séries e computamos a frequência de valores absolutos que são determinadas vezes o valor do desvio padrão acima da média. Por fim, comparamos esta frequência com a esperada em uma distribuição normal. Em uma distribuição normal são esperados que 4,56% dos dados se localizem mais de dois desvios padrões de distância da média, 2% de localizem a mais de 2,329 desvios padrões da média, 0,2% se localizem a mais de 3,090 desvios padrões da média e apenas 0,02% se localizem a mais de 3,719 desvios padrões da média. A figura 4.8 nos informa a frequência observada na nossa série e permite identificar períodos de maior e menor volatilidade.

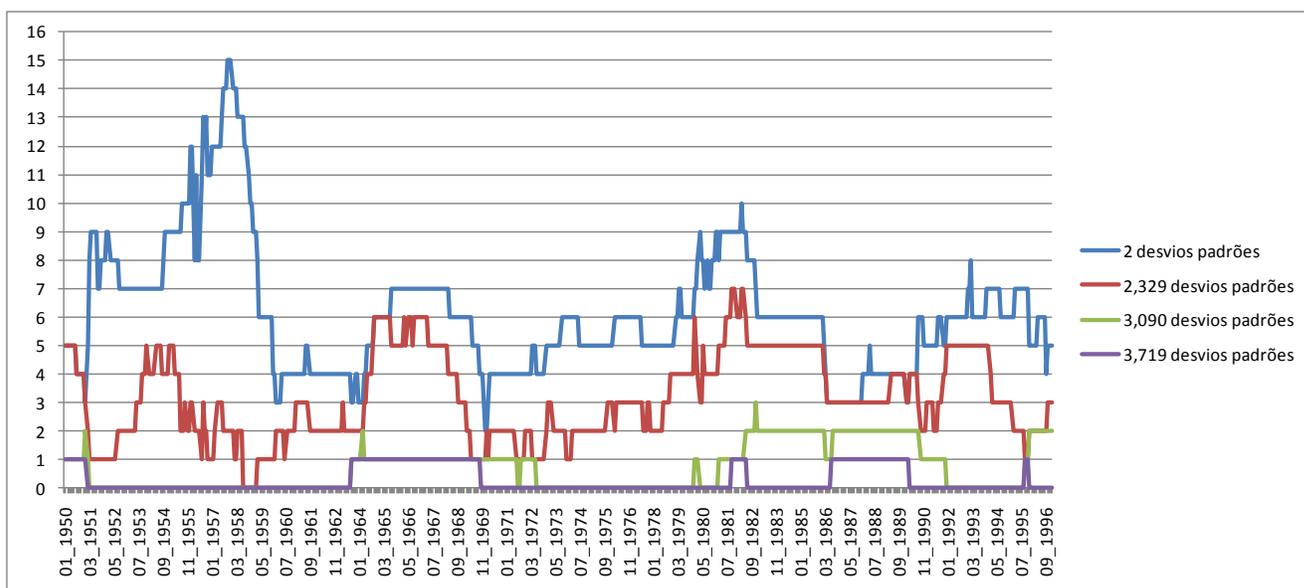


Figura 4.8: Frequências de valores distantes da média em termos de múltiplos do desvio padrão para intervalos móveis de 120 meses da série de variação do IPC-EUA de 01/1950 a 12/2006

4.2. AJUSTE DE DISTRIBUIÇÕES ESTÁVEIS PARA A SÉRIE DE DADOS

Existe uma vasta literatura na qual se aplica o ajuste de distribuições estáveis, além da distribuição normal, para compreender a elevada volatilidade presente em alguns dados de séries temporais econômicas.³⁷ Distribuições estáveis mais leptocúrticas do que a distribuição normal possuem variância infinita. Muito embora dados empíricos forneçam um valor finito para a variância observada,³⁸ frequentemente dados de séries econômicas apresentam-se muito distantes, em termos de múltiplos do desvio padrão, da média. Tal frequência pode ou não conflitar com a probabilidade destes eventos ocorrerem em uma

³⁷ Para referências ver Mandelbrot e Hudson (2004), Mantegna e Stanley (2000) e Ghahfarokhi e Ghahfarokhi (2009).

³⁸ A variância teórica infinita não necessariamente conflita com medidas empíricas finitas de variância. Como ferramenta adicional de análise, foi desenvolvida a ideia de uma distribuição truncada, na qual existe probabilidade positiva de ocorrência de um evento, com função densidade de probabilidade definida por uma distribuição estável ou uma transformação de uma estável, dentro de um intervalo de valores e probabilidade zero de evento para valores abaixo e acima deste intervalo. Estas distribuições são conhecidas como *voos de Lévy*. Tais distribuições não são estáveis, são classificadas como híbridas, porque, para um dado intervalo, são definidas pelos mesmos padrões que uma distribuição estável não normal, mas possuem variância finita. Para os nossos fins, neste capítulo não parece ser necessário aprofundar o ajuste a esse nível.

série que se comporta conforme uma distribuição normal. Duas opções se apresentam quando tal conflito ocorre: a primeira é considerar este conjunto de dados como exceções e a segunda é considerar uma distribuição alternativa na qual a probabilidade destes eventos ocorrerem ser maior. Observamos na figura 4.8 que a série de variações percentuais do IPC-EUA possui dois momentos de desvios mais distantes da média, o que se refletiu também na curtose destes dados: primeiro entre 1963 e 1972, aproximadamente, e depois entre 1980 e 1992.

O uso de distribuições estáveis além da normal possui ampla aceitação na análise de dados financeiros. Isto ocorre por dois fatores principais. O primeiro refere-se à quantidade e à qualidade dos dados. O registro das transações de commodities, câmbio, futuros, opções e os demais derivativos negociados em bolsas física e eletronicamente bem estabelecidas e tradicionais, no sentido institucional do termo, são praticamente livres de erros de coleta e de mensuração, porque são registros populacionais de preços ou de média de preços pagos em intervalos de tempo bem especificados, variando de anos, meses, dias, horas ou mesmo minutos. A existência tradicional de alguns mercados permite análises de séries com milhões de dados, possibilitando ao analista testar com grande segurança a existência de invariância de escala, por exemplo. A primeira evidência de que o uso de distribuições estáveis era mais apropriado para o estudo da volatilidade de alguns preços em mercados financeiros do que o uso exclusivo da distribuição normal foi a apreciação gráfica de que os dados obedeciam a uma lei de potência (Mandelbrot, 1963). Ainda hoje é comum alguns autores chamarem uma distribuição estável de *paretiana estável*.

O segundo motivo refere-se ao predominante entendimento teórico com relação à formação de preços nos mercados financeiros. Aceitando ou não a hipótese de mercados eficientes, o teórico tende a facultar ao agente econômico baixo poder estratégico. Se a hipótese de mercados eficientes for válida, é impossível manter ganhos acima de uma remuneração normal dentro do risco calculado.³⁹ Se há falhas no mercado, é possível identificar possibilidades maiores de retorno. Nos dois casos, porém, a previsibilidade

³⁹ Lembrando sempre que a hipótese de mercados eficientes não supõe nem que os preços são formados segundo os fundamentos, nem que a distribuição destes é normal, para isso ver o artigo seminal de Fama (1965).

teórica dos preços é baseada no fato de que estes são predominantemente, se não completamente, aleatoriamente distribuídos ao longo do tempo.

Dados de inflação são menos confiáveis e precisos do que dados financeiros. Em primeiro lugar são dados amostrais que compõem um índice, podendo variar com relação à sua composição de tempo em tempo, na medida em que variam as demandas e a existência de produtos em uma economia. Tais índices são elaborados, no máximo, para um intervalo mínimo de uma semana, sendo mais tradicionalmente disponibilizados mensalmente. Poucos países mantêm uma mesma unidade monetária para que a série de dados mensais ultrapasse algumas centenas de observações. Eventos históricos singulares como guerras ou processos de estabilização podem implicar em congelamento de preços e, dessa forma, eliminam temporariamente a volatilidade, interrompendo a série. Isso sem contar com a possibilidade de adulteração intencional dos dados.

Ainda devemos considerar o fato de termos escolhido propositadamente para análise o longo período de baixa variação percentual do IPC-EUA. Nesta série não estão presentes valores tão distantes da média, em termos de múltiplos do desvio padrão, como em séries de alguns preços financeiros. Isto, aliado ao número limitado de dados, dificulta a apreciação da presença de invariância de escala ou a identificação de uma medida de lei de potência para valores absolutos mais elevados. Mesmo assim o ajuste de distribuições estáveis se mostrou útil na análise da volatilidade da série e, principalmente, em intervalos móveis desta, permitindo não apenas uma medida adicional de volatilidade, como também informações relevantes sobre o comportamento da assimetria e posição ao longo do tempo. Partamos para o ajuste; a análise dos resultados será feita em conjunto com os das demais seções no final do capítulo.

Seguindo sucintamente a apresentação de Mantegna e Stanley (2000): Considere $S_n \equiv x_1 + x_2 + \dots + x_n$ a soma de n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d.*). Em relação ao tempo, $S_n \equiv x(n\Delta t)$ é a soma de n variáveis *i.i.d.* em $t = n\Delta t$, onde Δt é o intervalo regular de tempo existente entre dois eventos consecutivos. Seja $P[x(n\Delta t)]$, ou simplesmente $P(S_n)$, a função de densidade de probabilidade (fdp) do

processo estocástico, diz-se que este processo é estável quando o formato, ou a forma funcional da fdp, é invariável em relação a n .

Um processo estável também é classificado por possuir um *domínio de atração*, porque a soma de variáveis *i.i.d.* converge assintoticamente para uma distribuição estável, independente da função original que determina a fdp desta lista.⁴⁰ Desta forma, a especificação da família de distribuições estáveis é, também, uma generalização do teorema do limite central. Assim, vale o teorema de Gauss para distribuições com variância finita e vale a generalização, via definição da família completa de distribuições estáveis, para os casos de variância finita e infinita. Este aspecto tem sido ressaltado quando se realiza o ajuste de uma série temporal a uma distribuição estável.

Paul Lévy (1925) a princípio e depois conjuntamente a Khintchine (Khintchine e Lévy, 1936) definiram uma função geral para a equação característica de toda a família das distribuições estáveis.⁴¹ Tal função é definida por quatro parâmetros, a saber, α, β, γ e μ , e apresentada da seguinte maneira:

$$\ln \varphi(q) = \begin{cases} i\mu q - \gamma|q|^\alpha \left[1 - i\beta \frac{q}{|q|} \tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) \right], & \alpha \neq 1 \\ i\mu q - \gamma|q|^\alpha \left[1 - i\beta \frac{q}{|q|} \frac{2}{\pi} \ln|q| \right], & \alpha = 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

na qual $0 < \alpha \leq 2$, γ é um número real positivo, μ é um número real e $-1 < \beta < 1$.

O parâmetro α , também conhecido como parâmetro característico, determina o formato das caudas da fdp, determinando, portanto, a probabilidade de eventos mais extremos. Quanto menor for α , mais pesadas são as caudas da distribuição. A estimativa deste parâmetro nos fornecerá uma medida de volatilidade para a série temporal de determinado período. Uma distribuição estável possui variância finita apenas quando $\alpha = 2$,⁴² neste caso a distribuição estável é uma normal. O parâmetro β , ou de assimetria,

⁴⁰ Para uma apreciação dos teoremas de convergência ver Mantegna e Stanley (2000, pp. 20-28) ou, ainda, a exposição de Lambert e Lindsey (1999).

⁴¹ E por isso as distribuições estáveis serem também chamadas de *Lévy estáveis* ou *L-estáveis*.

⁴² Só existem os momentos estatísticos maiores do que α quando $\alpha = 2$. Assim, quando $\alpha \leq 1$, não existe nem mesmo a média da distribuição. Para uma demonstração sucinta ver Aoki e Yoshikawa (2006).

assume valores positivos quando a fdp é assimétrica à esquerda, nulo quando a fdp é simétrica e negativos quando é assimétrica à direita. O parâmetro γ define a escala da fdp enquanto μ define a sua posição. O uso da função característica ocorre porque apenas para três casos particulares existem formas analíticas conhecidas das fdps.⁴³ Não obstante, existe um conjunto de técnicas que permitem as estimativas dos parâmetros α , β , γ e μ . Utilizaremos o método dos quantis e uma estimativa por máxima verossimilhança. As estimativas obtidas com o método dos quantis são resultados de cálculos próprios nossos, as estimativas de máxima verossimilhança foram obtidas com o uso do aplicativo *Stable* disponível para o programa *Mathematica5.1*, desenvolvido por J. P. Nolan.^{44,45}

Começamos pelo método dos quantis. Utilizaremos o trabalho de McCulloch (1986) porque este é a generalização de um conjunto de trabalhos pioneiros, nos quais inicialmente eram tabelados valores teóricos da função de distribuição acumulada (fda) para determinados valores escolhidos para os parâmetros α, β, γ e μ .⁴⁶ Este artigo generaliza as tabelas para qualquer valor dos intervalos possíveis para os parâmetros.⁴⁷ Primeiramente McCulloch (1986) nos informa que os índices

$$v_{\alpha} = \frac{x_{0,95} - x_{0,05}}{x_{0,75} - x_{0,25}} \quad (4.2)$$

e

$$v_{\beta} = \frac{x_{0,95} + x_{0,05} - 2x_{0,5}}{x_{0,95} - x_{0,05}}, \quad (4.3)$$

nas quais $x_{0,p}$ é o p-ésimo percentil de uma distribuição, são ambos independentes de γ e μ e que é possível definir funções $v_{\alpha} = \phi_1(\alpha, \beta)$ e $v_{\beta} = \phi_2(\alpha, \beta)$, para as quais as estatísticas \hat{v}_{α} e \hat{v}_{β} ,

⁴³ A saber, quando $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, temos uma função lorentziana, ou de Cauchy; quando $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1$, temos uma função de Lévy-Smirnov; quando $\alpha = 2$, a função é normal.

⁴⁴ Disponível em <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/4377/>. Site acessado em 17/03/2010.

⁴⁵ O *Stable* é utilizado, por exemplo, por Menn e Rachev (2006) para o teste de seus modelos, representando uma plataforma respeitável para uso acadêmico.

⁴⁶ Para um sumário destes trabalhos ver no próprio McCulloch (1986, pp. 1112-1114).

⁴⁷ As tabelas elaboradas por McCulloch (1986) estão no anexo a este capítulo (tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4).

$$\hat{v}_\alpha = \frac{\hat{x}_{0,95} - \hat{x}_{0,05}}{\hat{x}_{0,75} - \hat{x}_{0,25}} \quad (4.4)$$

e

$$\hat{v}_\beta = \frac{\hat{x}_{0,95} + \hat{x}_{0,05} - 2\hat{x}_{0,5}}{\hat{x}_{0,95} - \hat{x}_{0,05}}, \quad (4.5)$$

nas quais $\hat{x}_{0,p}$ é estimativa do p-ésimo percentil da distribuição, são, respectivamente, estimadores consistentes de $v_\alpha = \phi_1(\alpha, \beta)$ e $v_\beta = \phi_2(\alpha, \beta)$. Invertendo estas duas funções é possível obter as funções $\alpha = \psi_1(v_\alpha, v_\beta)$ e $\beta = \psi_2(v_\alpha, v_\beta)$. Assim, os parâmetros α e β , podem ser consistentemente estimados por meio das estatísticas $\hat{\alpha} = \psi_1(\hat{v}_\alpha, \hat{v}_\beta)$ e $\hat{\beta} = \psi_2(\hat{v}_\alpha, \hat{v}_\beta)$.

A partir da série calculamos \hat{v}_α e \hat{v}_β . Utilizando interpolação linear bivariada obtivemos as estimativas de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$. Posteriormente, McCulloch (1986) nos informa que a estatística

$$v_\gamma = \frac{x_{0,75} - x_{0,25}}{\gamma} = \phi_3(\alpha, \beta) \quad (4.6)$$

é uma função de α e β e pode ser consistentemente estimada a partir dos valores estimados de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$.

A partir das estimativas $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ calculamos, via interpolação linear bivariada, a estimativa \hat{v}_γ . A estimativa $\hat{\gamma}$ é, a partir disto, calculada da seguinte maneira:

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{x}_{0,75} - \hat{x}_{0,25}}{\hat{v}_\gamma}. \quad (4.7)$$

Por fim, o autor nos informa que a estatística

$$v_\mu = \frac{\mu - x_{0,5}}{\gamma} = \phi_4(\alpha, \beta) \quad (4.8)$$

é uma função de α e β e pode ser consistentemente estimada a partir dos valores estimados de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$.

Novamente, a partir das estimativas $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ calculamos, via interpolação linear bivariada, a estimativa \hat{v}_μ . Por fim, calculamos a estimativa $\hat{\mu}$ da seguinte maneira:

$$\hat{\mu} = \hat{v}_\mu \gamma + \hat{x}_{0,5}. \quad (4.9)$$

A estimativa por máxima verossimilhança é estabelecida por meio de uma aproximação numérica da fdp ou da fda de uma distribuição estável por meio da relação existente entre estas funções e a função característica por meio de uma transformada de Fourier. A aproximação numérica refere-se ao cálculo numérico da integral obtida. Como há várias formas de se estabelecer um cálculo desta natureza, existe um conjunto de procedimentos diferentes à disposição na literatura.⁴⁸ No manual do *Stable*, Nolan nos informa que utiliza o algoritmo fornecido em Rachev e Mittnik (2000). Destarte não termos tido acesso a esta obra, Menn e Rachev (2006, p. 1894) nos informam que é o mesmo algoritmo presente em Mittnik *et al* (1999). Partamos, então, da apresentação presente neste.

Definindo a fdp de uma distribuição estável como $f(x, \alpha, \beta, \gamma, \mu)$ e a equação característica como $\varphi(q, \alpha, \beta, \gamma, \mu)$, Mittnik *et al* (1999, pp. 276-278) nos informam que, via de uma transformada de Fourier, pode-se provar que:

$$f(q, \alpha, \beta, \gamma, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixq} \varphi(q, \alpha, \beta, \gamma, \mu) dq \quad (4.10)$$

O cálculo da integral pode ser realizado por meio do cálculo para N pontos equidistantes, separados por um intervalo de tamanho h , implicando que

$$x_k = \left(k - 1 - \frac{N}{2}\right)h, k = 1, \dots, N. \quad (4.11)$$

Definindo $q = 2\pi\omega$:

$$f\left(\left(k - 1 - \frac{N}{2}\right)h\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(2\pi\omega) e^{-i2\pi\omega\left(k-1-\frac{N}{2}\right)h} d\omega. \quad (4.12)$$

⁴⁸ Um breve sumário pode ser encontrado em Menn e Rachev (2006). Uma interessante alternativa não citada neste último artigo é o algoritmo apresentado por Lambert e Lindsey (1999).

Defini-se, então, a aproximação

$$f\left(\left(k-1-\frac{N}{2}\right)h\right) \approx s \sum_{n=1}^N \varphi\left(2\pi s\left(k-1-\frac{N}{2}\right)\right) e^{-i2\pi(n-1-(N/2))(k-1-(N/2))hs} \quad (4.13)$$

na qual $s = \frac{1}{hN}$. Logo:

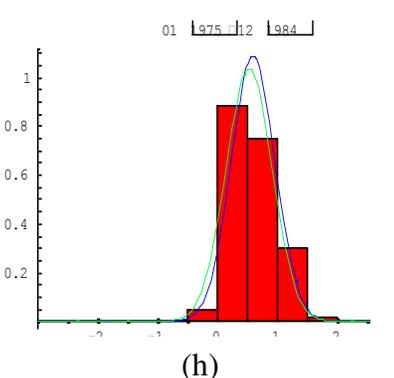
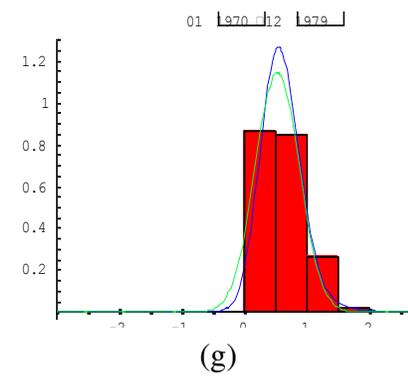
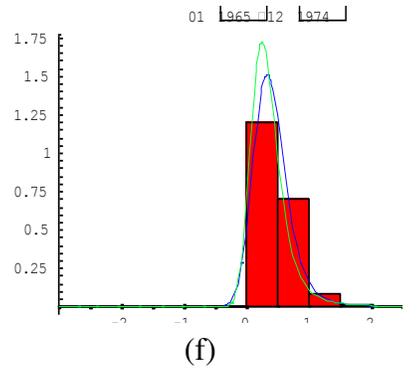
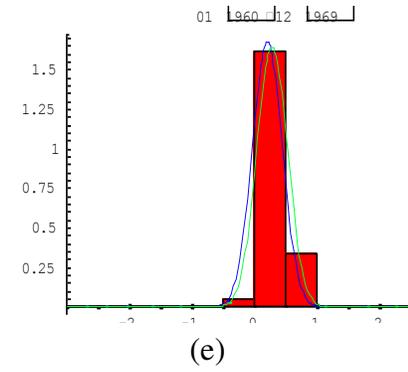
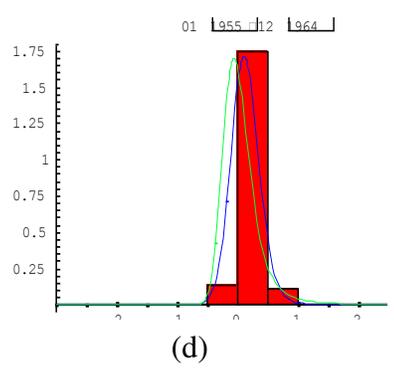
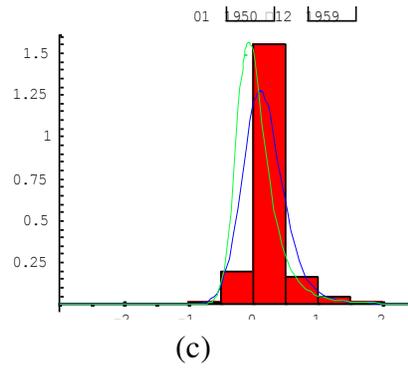
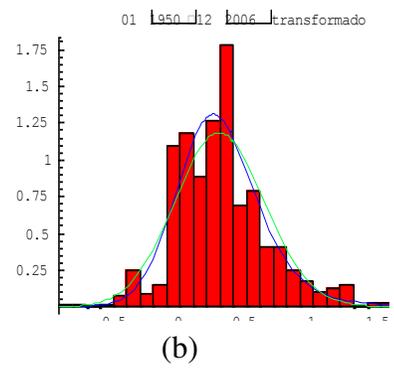
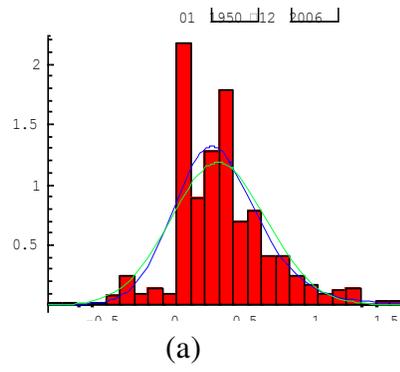
$$f\left(\left(k-1-\frac{N}{2}\right)h\right) \approx \left(s(-1)^{k-1-\frac{N}{2}}\right) \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \varphi\left(2\pi s\left(n-1-\frac{N}{2}\right)\right) e^{-\left(\frac{i2\pi(n-1)(k-1)}{N}\right)} \quad (4.14)$$

a somatória acima pode ser calculada aplicando-se uma transformada de Fourier à sequência $(-1)^{n-1} \varphi\left(2\pi s\left(n-1-\frac{N}{2}\right)\right)$, $n = 1, \dots, N$. Por fim, se normaliza o k -ésimo elemento da sequência obtida por $s(-1)^{k-1-\frac{N}{2}}$, para que a aproximação de $f\left(\left(k-1-\frac{N}{2}\right)h\right)$ esteja completa, fornecendo o valor aproximado da fdp para cada ponto. A partir destes valores, a obtenção da estimativa dos parâmetros depende da maximização da função de verossimilhança ou uma transformação monotônica desta.

Das propriedades de uma fdp de uma distribuição estável, Lambert e Lindsey (1999, p. 413) nos informam que, sem exceções, tais funções são unimodais e possuem o formato de sino. Na figura 4.2 temos treze gráficos compostos. As barras vermelhas compõem o histograma para dados mensais da variação percentual do IPC-EUA para diferentes períodos da série. A curva em azul representa a distribuição estável estimada por máxima verossimilhança enquanto que a curva em verde representa a curva estimada por meio do método dos quantis.

A figura 4.9a representa a série original de variações percentuais para o período de 01/1950 a 12/2006. Destaca-se inicialmente a frequência do intervalo que contém o valor zero. De 684 valores na série temos nada menos do que 131 ocorrência de variações nulas. Destas, 106 ocorrem entre janeiro de 1950 e fevereiro de 1967. Uma parte da explicação para este fato ocorre devido à forma como o índice original é tabulado pelo BLS. Este

órgão nos fornece dados com a precisão de apenas uma casa decimal para o índice para valores calculados antes de janeiro de 2007. Como o valor do índice é 23,5 para janeiro de 1950, temos que a menor variação percentual que poderia ser captada nesta data seria $100 \left(\frac{0,1}{23,5} \right) \cong 0,4255$. Supondo que o BLS faça alguma regra de arredondamento considerando a segunda casa decimal para tabular esses dados com uma casa decimal, teremos que a mínima variação que poderíamos captar antes de atribuir valor zero a ela seria aproximadamente igual a $\frac{0,4255}{2} \cong 0,2128$. Para amenizar este erro de medida nós observamos a menor variação percentual, 0,05144 em junho de 2005, e substituímos os valores zero de toda a série por números pseudoleatórios estimados no *Mathematica5.1* respeitando a regra que estes números pertencem a uma distribuição uniforme com valor mínimo de $-0,05144$ e máximo de $0,05144$, de modo que a esperança seja igual a zero. A esta série demos o nome de *transformada*. Assim, obtemos o histograma mais alisado que pode ser observado na figura 4.9b Como pode ser observado na tabela 4.5 no anexo a este capítulo, os valores estimados dos parâmetros α , β , γ e μ não sofrem nenhuma alteração quanto obtido pelo método dos quantis e variação muito baixa quando estimados por máxima verossimilhança. Muito provavelmente o mesmo erro devido à tabulação dos dados com apenas uma casa decimal deve ocorrer para os períodos de 120 meses para os quais estimamos ano a ano os parâmetros α , β , γ e μ , conforme apresentado na tabela 4.5, principalmente para os dados iniciais. Optamos, porém, por manter a série original nestes intervalos. Construímos ainda gráficos semelhantes aos construídos para a série completa e para a série transformada, para intervalos de cinco em cinco anos além de um para o último período de 120 meses da série.



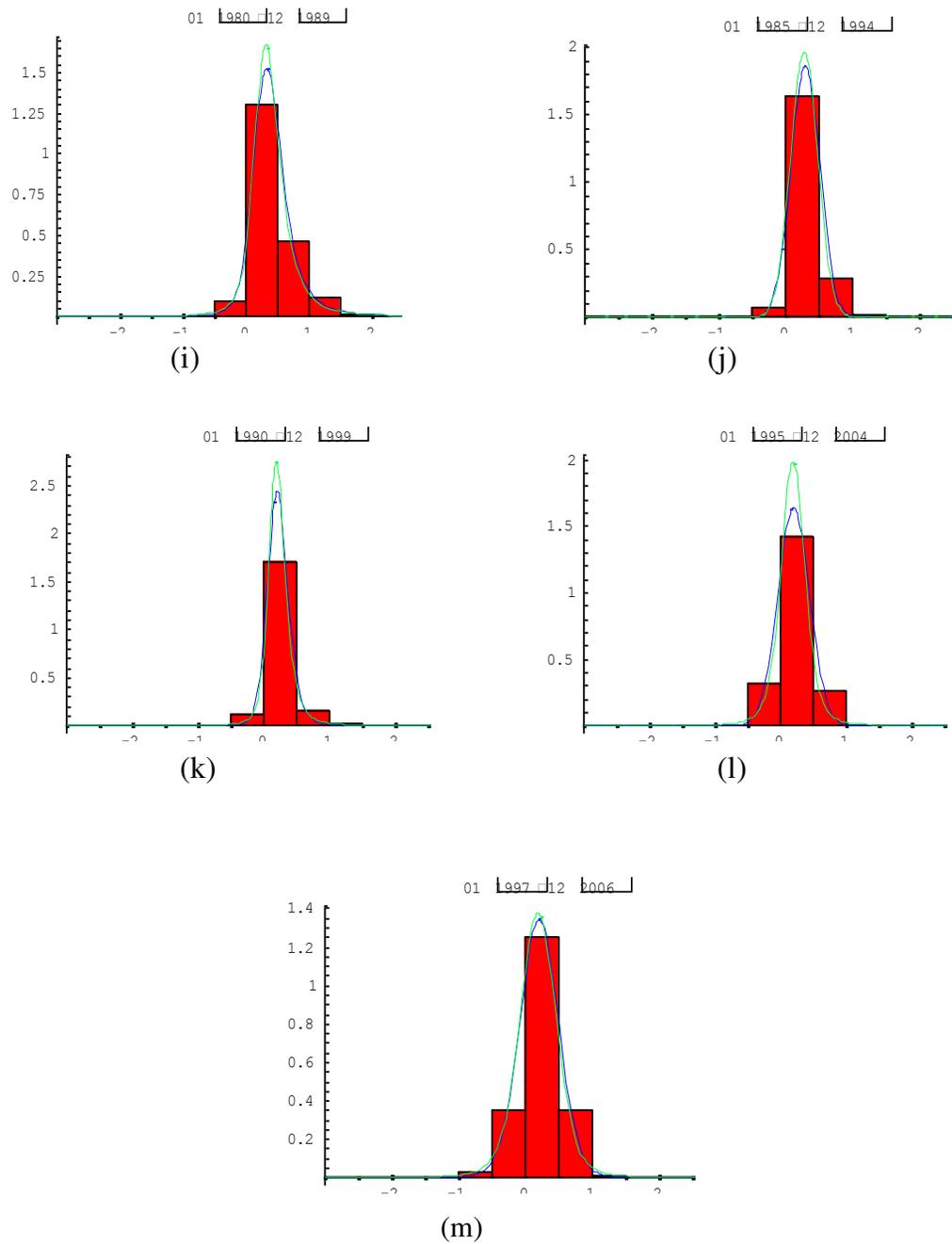


Figura 4.9: Ajuste de distribuições estáveis segundo o método dos quantis e por máxima verossimilhança para diferentes períodos da série de variações percentuais do IPC-EUA

4.3. CÁLCULO DE EXPOENTE DE HURST PARA A SÉRIE⁴⁹

É um fato reconhecido pela macroeconomia ser a inflação caracterizada por persistência. Enquanto que é simples verificar existir auto-correlação entre o valor da inflação em um período e entre um conjunto de atrasos desses valores, tem se mostrado controversa a definição e medida de persistência que melhor caiba ao estudo da inflação. Em vias de esclarecimento, Jeffrey C. Fuhrer (2009) organizou um *survey* do debate e de algumas medidas estatísticas empregadas, assim como forneceu uma taxonomia para o fenômeno.

Segundo Fuhrer (2009) de um ponto de vista a persistência da inflação pode ser considerada *inerente* quando é reflexo da atividade real da economia ou de choques de oferta, ou pode ser considerada como *intrínseca* quando o fenômeno é oriundo do próprio processo inflacionário. De outro ponto de vista, a persistência da inflação pode ser distinguida a *forma reduzida* da *forma estrutural* da persistência. A forma reduzida refere-se a uma propriedade da série que é empiricamente verificada e a qual, a princípio, não é dada nenhuma interpretação econômica. A forma estrutural é aquela que é atribuída a fenômenos econômicos definidos pela teoria.

As explicações teóricas sobre o fenômeno empiricamente observado, a relação entre o entendimento estrutural e o reduzido da persistência inflacionária, podem ser encontradas desde o artigo seminal de Okun (1977) até o estabelecimento dos modelos de equilíbrio geral estocásticos e dinâmicos, seja com a hipótese de expectativas racionais (sumarizado em Woodford (2003)), seja com a hipótese de racionalidade limitada (sumarizado em Sargent (1999) e (2008)).

Uma questão que se observa tratada insatisfatoriamente no trabalho de Fuhrer (2009) é a preocupação com a distinção entre persistência como um efeito de curto prazo e como efeito de longo prazo. Nesse trabalho, Fuhrer (2009) considera as seguintes medidas para capturar a presença de persistência: (i) testes de raiz unitária (ADF e Phillips-Perron); (ii) função de auto-correlação da série definida como um processo regressivo de primeira

⁴⁹ Essa seção é baseada em Aggio e Ballini (2010).

ordem; (iii) a análise da primeira auto-correlação da série; (iv) raiz dominante do processo auto-regressivo univariado da inflação; (v) a soma dos coeficientes auto-regressivos da inflação; (vi) decomposição do componente não observado em estimativas que considerem efeitos permanentes e transitórios da inflação (como, modelos integrados com componente móvel). Destas medidas observa-se que apenas as relacionadas à raiz unitária consideram a possibilidade do efeito de longo prazo ser fator essencial para a persistência.

Porém, é difícil considerar que uma série de inflação (enquanto um processo moderado de variação percentual) possa apresentar efeito permanente de um choque, por exemplo, uma trajetória explosiva, o que seria o caso particular de processos hiperinflacionários. Juselius (1999) recomenda um uso cuidadoso da raiz unitária para o processo inflacionário, uma vez que dependendo do tamanho do período de tempo considerado, a série pode apresentar significativa ou insignificante propensão à reversão à média. Em geral, para períodos mais longos, existem mais observações de reversão à média, enquanto que para períodos mais curtos existem menos ou nenhuma observação, o que caracterizaria a presença de raiz unitária. Além disso, mesmo trabalhando dentro da perspectiva da forma reduzida, devemos considerar ser o comportamento da série influenciado por eventos históricos específicos e por políticas econômicas podendo variar com o tempo, indicando que mesmo períodos de mesmo tamanho podem apresentar diferentes indícios para a presença de raiz unitária. Havendo reversão recorrente à média, podemos identificar a presença de ciclos. Se os diferentes fatores que influenciam o comportamento da série variam ao longo do tempo, devemos empregar uma medida que seja compatível com ciclos não periódicos.

O cálculo do índice H , além de fornecer uma medida específica de memória longa que pode ser comparada entre diferentes séries (por exemplo, entre diferentes países ou entre diferentes índices de inflação), supera o emprego da raiz unitária por não supor efeito permanente na série e por captar a presença de persistência mesmo em processos estacionários - ou seja, indica a presença de persistência, se esta houver, mesmo para séries mais longas. A estimativa do índice H não necessita da pressuposição de que os dados pertençam a uma mesma distribuição de probabilidades o que, conseqüentemente, permite a

análise mesmo que haja quebras estruturais na série. Além disso, Mandelbrot (1972) argumenta que, diferentemente da análise espectral, o índice H capta a presença de ciclos não periódicos. Por fim, cabe ressaltar ser o índice amplamente utilizado na análise de séries temporais financeiras (principalmente no chamado campo da econofísica, e.g. Souza *et al* (2006)) e teoricamente debatido e testado (Mandelbrot (1969 e 1972); Anis e Lloyd (1976); Peters (1994); Teverovsky *et al* (1999); Couillard e Davidson (2005)).

A estimativa do índice H parte da estatística R/S_t , o *rescaled range*, sugerido pelo engenheiro e hidrólogo inglês Harold Hurst (1951). Responsável pela construção de barragens ao longo do rio Nilo, Hurst observou o acúmulo de valores acima e abaixo da média quando tabulou o nível do rio ao longo dos anos. Inspirado pela definição de processo aleatório sugerida por Einstein, Hurst sugeriu um teste para verificar se o acúmulo de valores acima e abaixo da média era aleatório ou não.

Consideremos uma sequência de valores ε_t , $t \geq 1$, independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d.*) com média μ_ε e variância σ_ε^2 . A sequência $W_t = \varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t$ é definida como um passeio aleatório e:

$$E(W_t) = E(\varepsilon_1) + \dots + E(\varepsilon_t) = t\mu_\varepsilon \quad (4.15)$$

e

$$\text{Var}(W_t) = \text{Var}(\varepsilon_1) + \dots + \text{Var}(\varepsilon_t) = t\sigma_\varepsilon^2. \quad (4.16)$$

Se a série de valores do nível do rio Nilo configurasse um passeio aleatório, então o valor do desvio padrão seria igual a $\sigma_\varepsilon t^{\frac{1}{2}}$. A estatística R/S_t testa a hipótese nula do expoente da variável t ser igual a $\frac{1}{2}$. Se chamarmos este expoente de H ,⁵⁰ podemos definir o teste pela hipótese nula $H_0: H = \frac{1}{2}$ e pela hipótese alternativa $H_A: H \neq \frac{1}{2}$. Posteriormente, Mandelbrot (1969) desenvolveu um método para estimar o parâmetro H . Nos termos deste

⁵⁰ Homenagem de Mandelbrot a Hurst e ao matemático Ludwig Otto Hölder (Mandelbrot e Hudson 2004, p. 187).

autor, se rejeitamos a hipótese nula porque $H > \frac{1}{2}$, temos um caso de persistência, se rejeitamos a hipótese nula porque $H < \frac{1}{2}$, temos um caso de anti-persistência.

Seguindo a apresentação de Couillard e Davidson (2005) obteremos o método construído por Mandelbrot. Seja uma série temporal com N observações para iguais intervalos de tempo. Dividindo as observações em M sub-períodos com o mesmo número t de observações, de tal forma que $M \times t = N$, definimos I_m , $m = 1, 2, \dots, M$ como cada um dos M sub-períodos e $N_{k,m}$, $k = 1, 2, \dots, t$, como cada elemento de determinado sub-período. Assim, podemos definir a média μ_{I_m} e o desvio padrão S_{I_m} de cada sub-período como:

$$\mu_{I_m} = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t N_{k,m} \quad (4.17)$$

$$S_{I_m} = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{k=1}^t (N_{k,m} - \mu_{I_m})^2}. \quad (4.18)$$

Com os valores das médias podemos reconstruir a série original e obter uma série com M sequências I_m compostas, cada uma, por t desvios acumulados em relação a μ_{I_m} . Estes desvios acumulados são definidos da seguinte maneira:

$$X_{k,m} = \sum_{i=1}^k (N_{i,m} - \mu_{I_m}) \quad (4.19)$$

e a amplitude dos desvios médios acumulados em cada sequência I_m é definida por:

$$R_{I_m} = \max(X_{k,m}) - \min(X_{k,m}). \quad (4.20)$$

A série com M valores R_{I_m} é normalizada dividindo estes valores de amplitude pelos correspondentes desvios padrões S_{I_m} . A média destes valores padronizados mantém a relação entre H e t . Desta forma é definida a estatística:

$$\frac{R}{S_t} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{R_{I_m}}{S_{I_m}} = ct^H \quad (4.21)$$

sendo c uma constante.

Para obtermos o valor de H e testá-lo devemos calcular uma série de estatísticas R/S_t para diferentes valores de t , linearizar a igualdade $R/S_t = ct^H$ e, assim, estimarmos o valor de H . Para linearizar a igualdade $R/S_t = ct^H$, basta tomar o logaritmo:

$$\log\left(\frac{R}{S_t}\right) = \log(c) + H\log(t) \quad (4.22)$$

Logo, o valor de H pode ser estimado por meio de uma regressão linear simples. Como R_{I_m} é sempre maior ou igual a zero e S_{I_m} é sempre maior que zero, o valor de H terá limite inferior perto de zero, dependendo do valor de c . Como R_{I_m}/S_{I_m} são somatórios de t valores normalizados, seu valor máximo tende a t e, portanto, o valor máximo de H tende a 1, dependendo de c .

A dificuldade na realização deste teste é estabelecer o tamanho dos subperíodos I_m de forma a preservar, para cada valor de R/S_t um número o mais próximo possível de variáveis. Desta forma, os valores de t devem ser preferencialmente divisores inteiros de N , o tamanho da série, ou números inteiros o mais próximo possível de algum divisor deste, de forma que a quantidade de dados excluídos seja mínima.

O teste original de Hurst (1951) necessitava da hipótese que os valores fossem normalmente distribuídos. Para o teste sugerido por Mandelbrot (1969), um teste t , devemos ter os erros do modelo estatístico associado à equação (4.22) como *i.i.d.* e normais. Existe uma controvérsia quanto à validade destes testes. Lo (1991) e Lo e MacKinlay (1999) afirmam que os testes podem levar à conclusão de que existe memória de longo prazo, persistência ou anti-persistência, quando na verdade existem apenas auto-correlações de curto prazo. Ou seja, ambos os testes, o de Hurst (1951) e o de Mandelbrot (1969) não seriam robustos na presença de correlações entre variáveis próximas. Para corrigir este viés, os autores sugerem o uso de uma estatística modificada para R_{I_m} definida da seguinte maneira:

$$Q_{I_m} \equiv \frac{R_{I_m}}{\hat{\sigma}_{I_m}(q)} \quad (4.23)$$

sendo

$$\hat{\sigma}_{I_m}^2 \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_{k,m} - \mu_{I_m})^2 - \frac{2}{t} \sum_{i=1}^q \omega_k(q) \left\{ \sum_{j=i+1}^t (N_{j,m} - \mu_{I_m})(N_{j-i,m} - \mu_{I_m}) \right\}$$

$$\omega_k(q) \equiv 1 - \frac{i}{q+1}$$

com $q < t$ o número de defasagens estabelecida para captar o efeito de curto prazo.

Há, no entanto, evidência de que a correção proposta possui um viés. Em simulações observou-se a tendência à aceitação da hipótese nula $H_0: H = \frac{1}{2}$ quando ela é falsa (Teverovsky *et al*, 1999).

Para superar estas dificuldades, Couillard e Davidson (2005) sugerem um teste t específico para o índice H . Segundo estes autores a controvérsia quanto a aplicação de um teste para o índice H se deve ao fato de que sequências finitas de valores definidos como passeios aleatórios empiricamente apresentam valores maiores que $\frac{1}{2}$ para o índice H . Observando que os valores de H se distribuem como uma curva de *Student*, Couillard e Davidson (2005) propõe o seguinte teste:

$$t = \frac{\text{valor estimado de } H - \text{média do valor de } H \text{ se não existe memória longa}}{\text{desvio padrão de } H \text{ se não existe memória longa}}$$

O valor médio de H se não existe memória longa pode ser estimado obtendo-se valores esperados para as estatísticas R/S_t . Existem duas fórmulas para o cálculo. A de Anis e Lloyd (1976) em que

$$E\left(\frac{R}{S_t}\right) = \frac{\Gamma(t-1)/2}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{t}{2})} \sum_{r=1}^{t-1} \sqrt{\frac{t-r}{r}} \quad (4.24)$$

na qual Γ denota uma função gama. Existe também a de Peters (1994) com

$$E\left(\frac{R}{S_t}\right) = \frac{t-1/2}{t} \sqrt{\frac{2}{t\pi}} \sum_{r=1}^{t-1} \sqrt{\frac{t-r}{r}}. \quad (4.25)$$

Para o desvio padrão de H se não existe memória longa ($\hat{\sigma}_H$) existe, ainda, duas estimativas. Peters (1994) sugere que $\hat{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{N}}$, enquanto que Couillard e Davidson (2005) consideram que $\hat{\sigma}_H = \frac{1}{e^{3\sqrt{N}}}$ é uma melhor estimativa.

A partir destes resultados temos um teste que dispensa a definição de uma mesma distribuição associada às variáveis e que é robusto na presença de auto-correlação entre variáveis próximas. Como não precisamos definir os dados como sendo normalmente distribuídos, podemos empregar para diferentes séries de inflação, que podem apresentar forte assimetria e leptocurtose. Como a estatística R/S_t capta o acúmulo de valores acima e abaixo da média mesmo em processos estacionários, temos a superação da limitação inerente à definição da raiz unitária.

Para nossa série com 684 valores para as variações percentuais no IPC-EUA, calculamos 25 estatísticas R/S_t , utilizando diferentes valores de t . Na tabela 4.6 temos os valores de t , M , o número de valores excluídos $N - M \times t$ (maior que zero quando t não é divisor exato de N), R/S_t , $\ln(t)$ e $\ln(R/S_t)$, onde \ln representa o logaritmo natural de um número.

Tabela 4.6: Valores para a estimativa do índice H

t	M	$N - M \times t$	R/S_t	$\ln(t)$	$\ln(R/S_t)$
6	114	0	2,231823	1,791759	0,802819
9	76	0	3,175864	2,197225	1,15558
12	57	0	3,692345	2,484907	1,306262
17	40	4	4,701999	2,833213	1,547988
18	38	0	4,001347	2,890372	1,386631
19	36	0	4,736913	2,944439	1,555386
22	31	2	5,340028	3,091042	1,675231
31	22	2	6,642357	3,433987	1,893467
34	20	4	7,484701	3,526361	2,012861
36	19	0	7,854725	3,583519	2,061115
38	18	0	7,809637	3,637586	2,055358
40	17	4	9,045844	3,688879	2,202305
42	16	12	9,36304	3,73767	2,23677
45	15	9	9,571144	3,806662	2,258753
52	13	8	11,86543	3,951244	2,473629
57	12	0	12,26695	4,043051	2,506909
62	11	2	13,64297	4,127134	2,613224
68	10	4	15,01109	4,219508	2,708789
76	9	0	16,56727	4,330733	2,807429
85	8	4	18,85925	4,442651	2,937004
97	7	5	17,05237	4,574711	2,836289
114	6	0	24,70406	4,736198	3,206968
136	5	4	25,07614	4,912655	3,221917
171	4	0	33,61344	5,141664	3,514926
228	3	0	44,09239	5,429346	3,786287

A partir da série, definidos os valores de t , foram calculadas as estatísticas R/S_t

A figura 4.10 mostra o gráfico de dispersão dos valores de $\ln(R/S_t)$ em relação aos valores de $\ln(t)$. A reta assinalada foi estimada a partir do método de mínimos quadrados ordinários. Na tabela 4.7 temos os valores para a estimativa $\hat{\alpha}$, relativo ao intercepto, e \hat{H} , relativo ao parâmetro H , que define a inclinação da reta na figura 4.3.

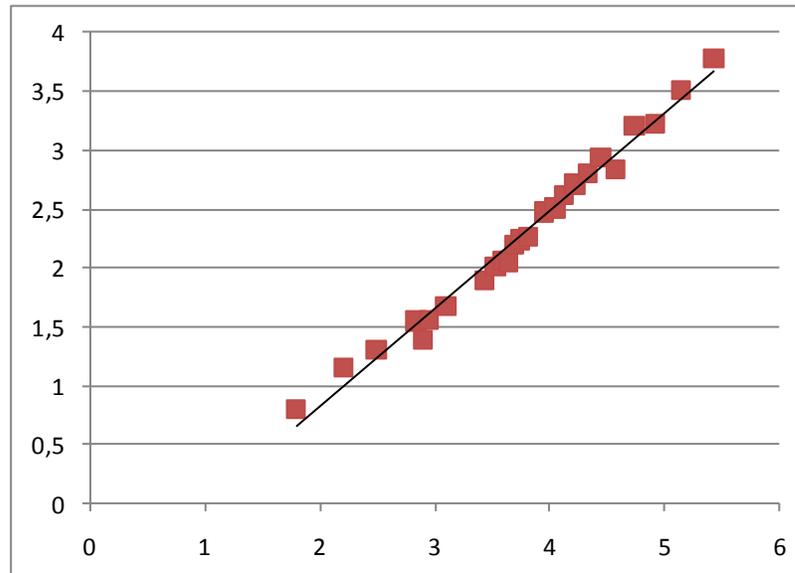


Figura 4.10: Dispersão dos valores dos logaritmos das estatísticas R/S_t em relação ao logaritmo de t

Tabela 4.7: Valores estimados e estatísticas da regressão

Estimativas	$\hat{a} = -0,8425$ (0,08186)	$\hat{H} = 0,8369$ (0,02128)
$r^2 = 0,9852$ e $\bar{r}^2 = 0,9845$		

Os valores entre parênteses são os desvios padrões das estatísticas.

O teste t com $H_0: a = 0$ obteve um valor igual a $-10,2922$, portanto, rejeitamos H_0 a 1%.

O teste t com $H_0: H = \frac{1}{2}$ obteve um valor igual a $15,5943$, portanto, rejeitamos H_0 a 1%.

Como observamos que o teste t obtido diretamente dos dados da regressão pode não ser robusto na presença de auto-correlação entre variáveis próximas, devemos empregar o teste sugerido por Couillard e Davidson (2005). Na tabela 4.8 constam os valores t obtidos com o uso tanto da média sugerida por Anis e Lloyd (1976) quanto a sugerida por Peters (1994), além do uso do desvio padrão sugerido por Peters (1994) como o sugerido por

Couillard e Davidson (2005). Estes resultados confirmam a presença de persistência na série devido à presença de memória longa.

Tabela 4.8: Teste t de Couillard e Davidson (2005) utilizando as estatísticas de Anis e Lloyd (1976), Peters (1994) e Couillard e Davidson (2004)

Média de Anis e Lloyd e desvio padrão de Peters	Média de Anis e Lloyd e desvio padrão de Couillard e Davidson	Média de Peters e desvio padrão de Peters	Média de Peters e desvio padrão de Couillard e Davidson
$t = \frac{0,83688 - 0,57349}{0,03824}$	$t = \frac{0,83688 - 0,57349}{0,04175}$	$t = \frac{0,83688 - 0,62207}{0,03824}$	$t = \frac{0,83688 - 0,62207}{0,041750}$
$t = 6,75712$	$t = 6,18802$	$t = 5,48677$	$t = 5,02460$

Para 23 graus de liberdade o valor de t para o qual $P(t > t_0) = 99,5\%$ é igual a 3,104. Portanto, para qualquer estatística rejeitamos a hipótese nula $H_0: H = \frac{1}{2}$ a 1%.

4.4. SÍNTESE DAS ANÁLISES

Na seção 4.1 observamos pelas figuras 4.4 e 4.5 que houve um aumento da volatilidade da série de variações percentuais do IPC-EUA entre meados de 1963 ou 1968, dependendo do horizonte da série, a meados de 1982 ou 1984 e outro que se inicia na primeira metade dos anos 1990. Principalmente a observação da figura 4.5, por possuir dois picos bem distinguíveis de variância no primeiro momento anteriormente identificado, nos levam a crer que o aumento da variância neste primeiro momento está intimamente relacionado com os choques do petróleo ocorridos primeiro em 1973 e depois em 1978. Nesta mesma seção, as medidas de excesso de curtose definiram, principalmente para o horizonte de 120 meses representado na figura 4.6, intervalos distintos dos acima referidos. Temos excesso de curtose, para a série com horizonte de 120 meses, recorrentemente entre meados de 1963 até o final desta década e entre finais de 1980 e 1993, além de picos muito acentuados entre 1971 e 1972. A frequência de valores acima de três desvios padrões exposta da figura 4.8 também é muito próxima destes dois últimos intervalos estabelecidos pelo teste de excesso de curtose.

A pista para as diferenças entre os intervalos de volatilidade identificados pode ser encontrada no ajuste das distribuições estáveis. Mas primeiro precisamos fazer algumas considerações sobre algumas diferenças presentes nas duas estimativas realizadas. As figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 mostram a evolução no tempo para as estimativas por máxima verossimilhança (MV) e por quantis, respectivamente, dos parâmetros α , β , γ e μ . A maior diferença ocorre nas medidas de assimetria, conforme se pode observar pela figura 4.12. McCulloch (1986, p. 1114) nos informa da possibilidade de estimativa espúria de assimetria no cálculo por quantis. Pela figura 4.9 podemos observar que o ajuste de posicionamento pelo método dos quantis é, por vezes, deslocado. O comportamento da estimativa do parâmetro α pelo método dos quantis se afasta e retorna para o nível de valor igual a 2 ou próximo com mais velocidade que a estimativa por máxima verossimilhança, com exceção da série iniciada em 1958, mas esses dados iniciais comprometem parte da análise, dos 120 valores observados neste período, pois 62 são iguais a zero. Os parâmetros de localização e de escala, entretanto, tendem a ser mais próximos nos dois métodos de estimação, conforme pode ser observado, principalmente após 1960, nas figuras 4.13 e 4.14.

O parâmetro característico é aquele que irá nos fornecer a medida de maior ou menor volatilidade. Nas estimativas temos primeiramente um aumento de volatilidade, diminuição do parâmetro α , (para dados mais confiáveis e estimativa por máximo verossimilhança) a partir da série com início em 1964, com um vale para o valor de α na série com início em 1967 e volta a normalidade na série com início em 1971. Depois novamente um aumento da volatilidade mais pronunciado na série que começa em 1979 e volta à normalidade na que se inicia em 1983. A partir da série iniciada em 1986 um aumento mais moderado da volatilidade do que os anteriores e um retorno lento para a normalidade nas séries finais. A análise das estimativas do parâmetro de posicionamento nos leva à seguinte evidência: existe aumento de volatilidade associado ao aumento no nível da série, como no primeiro momento, e existe o aumento associado a diminuição no nível da série. Mas esse aumento ocorre em função da variação do nível e não na sua permanência. Por isso a baixa volatilidade medida na década de 1970 e entre 1982 e 1988,

por exemplo. Logo, tanto a inflação como a desinflação são mais voláteis conforme se analisa um período relativamente longo. Exemplificando, séries de 120 meses com início em 1964, 1965 ou 1966 possuem mais valores do período anterior do que do posterior ao primeiro choque do petróleo, logo apresentam alguns valores bem distantes de sua média. Séries como as de 1971 e 1972 também são compostas por dados anteriores e posteriores ao mesmo choque, mas predominantemente o último caso. Com o processo de desinflação ocorre o contrário, não sendo captado na medida de variância, mas captado pela medida de excesso de curtose e pelo parâmetro característico da distribuição estável, quando a velocidade da queda em relação ao nível é maior. Isso nos leva a uma das principais sínteses deste capítulo: esses ciclos não periódicos de valores mais e menos voláteis indicam que para a inflação moderada, independente do nível da variação percentual, existe uma tendência ao retorno a baixa volatilidade para períodos longos, podendo indicar uma coordenação em torno de um novo nível após grandes variações; ou seja, existe evidência da capacidade de acomodação dos agentes com relação a diferentes níveis de variação percentual da inflação, sem que haja, necessariamente, acirramento do processo.

Como os parâmetros variam ao longo do tempo, temos que, ao menos para a série completa, os dados não são identicamente distribuídos. Isso não inviabiliza o cálculo do índice de Hurst. Na verdade mesmo séries pouco voláteis podem apresentar memória longa. A relação bem estabelecida entre o índice de Hurst e o parâmetro característico de uma distribuição estável só ocorre em situações bem específicas. O cálculo do índice H nos indicou que os dados não são independentes, ao contrário, possuem persistência. A persistência implica presença de memória longa e justifica a nossa análise de mais longo prazo e a consideração de ciclos

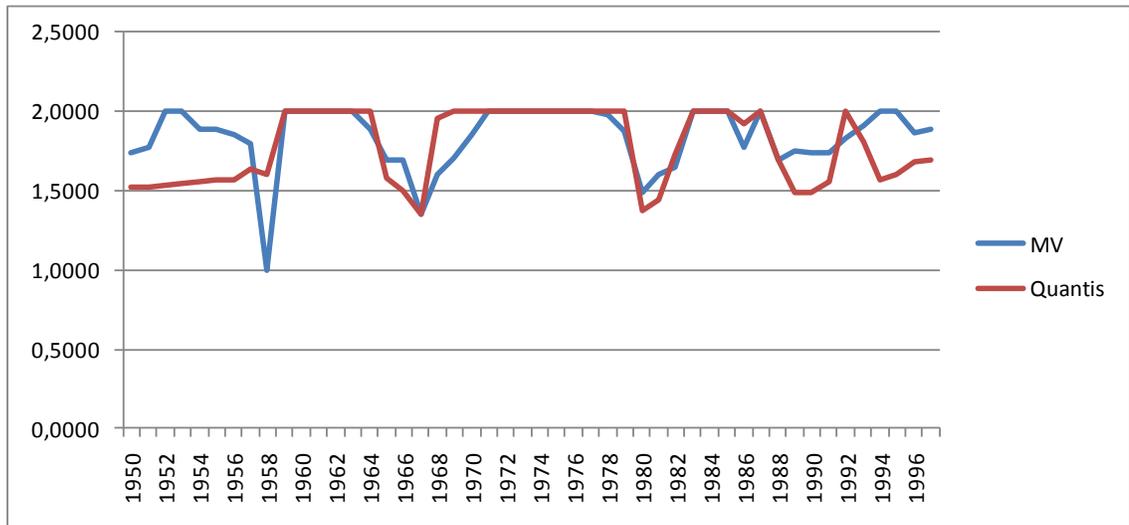


Figura 4.11: Evolução das estimativas para o parâmetros α

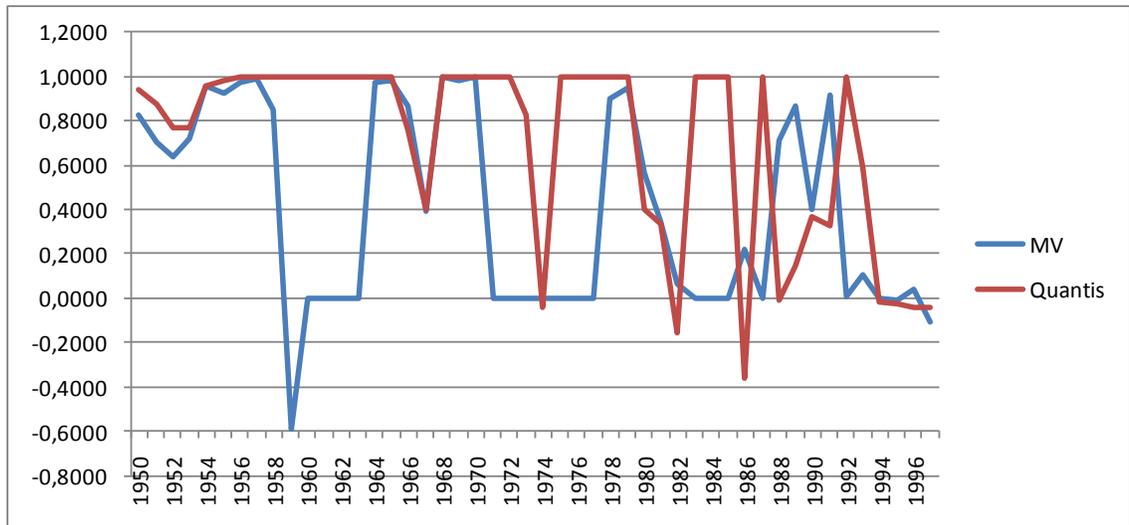


Figura 4.12: Evolução das estimativas para o parâmetros β

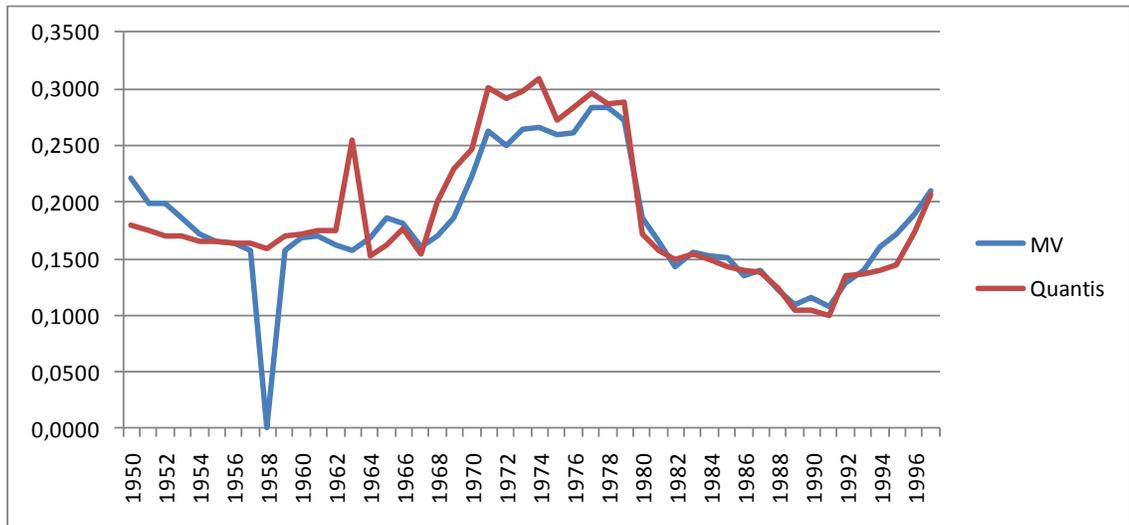


Figura 4.13: Evolução das estimativas para o parâmetros γ

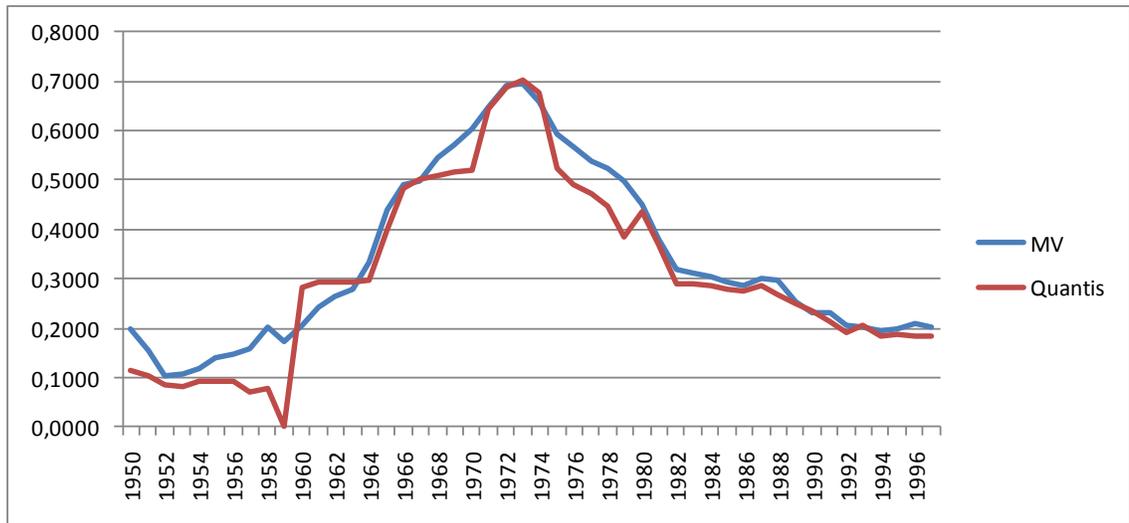


Figura 4.14: Evolução das estimativas para o parâmetro μ

CAPÍTULO 5. DUAS PERSPECTIVAS PARA A POLÍTICA DE CONTROLE INFLACIONÁRIO

Neste capítulo buscamos observar o desenvolvimento da chamada nova síntese que configura o estado da arte na macroeconomia e, posteriormente, sugerir um modelo baseado em agentes no qual é abandonada a perspectiva da dinâmica em equilíbrio que é derivada analiticamente a partir do uso de um agente representativo. Queremos com isto elucidar que a política de combate a inflação deve ser considerada com menos precisão de resultados para ser mais realista, considerando uma menor capacidade cognitiva e computacional dos agentes interdependentes e menor controle sobre o comportamento destes.

5.1. BREVES OBSERVAÇÕES SOBRE A ATUAL TEORIA MONETÁRIA

A atual teoria monetária, parte principal da chamada “nova síntese neoclássica” (Goodfriend e King, 1997), explicita o esforço teórico de cerca de quatro décadas com relação à forma como se administra ou se influencia a oferta de moeda na economia, assim como sobre o efeito desta oferta na atividade econômica, no nível de emprego e na variação do nível de preços. Como bem elucida Sargent (2008, p. 6), a construção teórica transita de seu caráter normativo para o positivo quando passa a influenciar a autoridade monetária e o comportamento dos agentes privados. Por esta razão que os três principais textos de síntese da teoria fazem referência ao “papel da política monetária” (Goodfriend e King, 1997), a uma “ciência da política monetária” (Clarida, Galí e Gertler, 1999) ou a uma “teoria da política monetária” (Woodford, 2003) em seus títulos. Dentro deste quadro tornou-se quase que indissociável a construção do modelo teórico do aparato técnico utilizado para realizar a inferência empírica.

O elemento central da construção do modelo teórico é a consideração da hipótese de expectativas racionais. Lucas (1972) fornece uma explicação para a curva de Phillips introduzindo a noção de efeitos esperados e inesperados de variações autônomas, aplicando

a sugestão teórica de Muth (1961) e expandindo o trabalho iniciado por Phelps (1967), no qual era utilizada a hipótese de expectativas adaptativas. Sargent (1984, p. 410) nos informa que a chamada “revolução das expectativas racionais” se refere ao esforço teórico de considerar a interdependência estratégica dos agentes econômicos. Da transição do plano normativo para o plano positivo surge a necessidade de introduzir essa forma particular de considerar a interdependência estratégica na metodologia econométrica. Lucas (1976) atenta, principalmente, para o fato de que o modelo econométrico, o sistema de equações a diferenças estocástico, deve ser estimado levando em consideração que os efeitos esperados serão racionalmente antecipados pelos agentes econômicos. Assim, a micro-fundamentação apresentada por Phelps e desenvolvida posteriormente com a aplicação da hipótese de expectativas racionais fornece alguma estruturação para o modelo econométrico, na qual são consideradas as restrições associadas à interação estratégica.

A questão da evidência empírica desenvolve uma linha própria de discussão dentro da teoria macroeconômica desde então. Observando os primeiros modelos econométricos baseados na micro-fundamentação com o uso de expectativas racionais, Sims (1980) fornece uma primeira crítica a esta abordagem ao afirmar que a teoria estabelece estruturas *a priori* que não podem ser satisfatoriamente identificadas. Em resposta a esta dificuldade, Sims (1980) sugere o uso de vetores auto-regressivos isentos desta racionalização *a priori* como uma forma de fornecer evidência empírica para a tomada de decisão da autoridade monetária. Sargent (1984) classifica esta estratégia como atórica, afirmando que Sims (1980) ignora em sua argumentação existir uma hierarquia temporal nas tomadas de decisão. Por hierarquia temporal Sargent (1984) está querendo dizer que a autoridade monetária toma a decisão estratégica em um período anterior aos agentes privados e que o comportamento observado da autoridade monetária gera um histórico, o qual pode revelar aos agentes privados uma lei de movimento sobre a sua atuação. De posse desta lei os agentes privados com expectativas racionais escolhem a tomada de decisão ótima para os resultados esperados, voltando à problemática de Lucas (1972). Tanto Sims (1980) quanto Sargent (1984) já consideram o problema de inconsistência temporal levantado por Kindland e Prescott (1977) como um ponto central da transição do caráter normativo para o

caráter positivo da teoria, mais especificamente com relação à influência sobre política monetária. A cada momento do tempo cabe a autoridade monetária a escolha de seguir os valores especificados em um exercício de otimização de sua política monetária e fiscal ou reavaliar a otimização, sabendo que efeitos de sua atuação inesperada poderão resultar em melhores valores para as variáveis objetivo, ao menos temporariamente. Ao perceber esta possibilidade os agentes antecipam seu efeito podendo levar ao resultado limite no qual não há efeito inesperado. A inferência estatística depende, então, em qual estágio desta relação de interdependência entre as tomadas de decisão da autoridade monetária e dos agentes privados se localiza atualmente a economia e como se estabelece o vínculo entre expectativas e confiança.

Atualmente existem outras estratégias de identificação e estimação dos parâmetros além daquelas observadas por Sims (1980). Do modelo estrutural construído como um modelo de equilíbrio geral dinâmico e estocástico (DSGE, da sigla em inglês), no qual podem ser racionalizadas evidências empíricas observadas originalmente em estimativas com vetores auto-regressivos, as estimativas podem ser obtidas sob a hipótese dos agentes conhecerem o modelo teórico (como em técnicas de máxima verossimilhança ou pelo método generalizado dos momentos). Além disso, podem ser empregadas as chamadas técnicas de calibragem, na qual simulações comparam o ajuste aos dados de um conjunto de intervalos de valores para determinados parâmetros. Por fim, pode-se utilizar técnicas de modelagem de aprendizado como o método bayesiano, por exemplo. As metodologias continuam, apesar de sua sofisticação, alvo de críticas ou, ao menos, são acompanhadas de uma cláusula de não existir método que possua uma aplicação generalizada. Johansen (2006) demonstra que mesmo métodos onde o modelo correto da economia é conhecido, podem levar a erros de inferência se a distribuição associada aos resíduos estocásticos não permite um ajuste adequado aos dados. Canova e Sala (2009) enumeram uma série de dificuldades com relação à identificação dos parâmetros do modelo DSGE, uma vez que existe uma relação não-linear entre as matrizes de informação do modelo estrutural e as matrizes de informação do modelo reduzido. Desta maneira, a função objetivo escolhida para minimizar os erros pode possuir pontos de mínimo local, ou seja, diferentes

parâmetros da estimativa reduzida poderiam fazer referência a um mesmo modelo estrutural. Nestes dois artigos podem ser encontradas referências para a discussão com relação às metodologias de estimativa de parâmetros de um modelo DSGE. Com relação às análises baseadas principalmente no uso de vetores auto-regressivos sem maiores preocupações com o modelo estrutural ainda são aceitas as ponderações de Lucas (1976) como a maior fonte de crítica.

Dentro da estratégia teórica de observar algumas subestruturas mais simples com o uso de vetores auto-regressivos, o estudo de Taylor (1993) fornece um ponto de partida tanto para o enfoque teórico quanto para a inferência empírica. Taylor observa que a autoridade monetária dos Estados Unidos segue a regra, com exceções em alguns períodos, de ajustar a taxa de juros de curto prazo, as que regulam os empréstimos de liquidez interbancários, ao invés de ajustar a quantidade do meio de pagamentos. Dentro do enfoque teórico a principal crítica do uso de regras para a taxa de juros ao invés de regras para a evolução de algum agregado monetário, dentro do exercício intertemporal de otimização da política monetária, é a de Sargent e Wallace (1975). Segundo os autores ao definir um comportamento para a taxa de juros, a autoridade monetária cria um estado no qual o nível de preços não é determinado, ou seja, existem múltiplos equilíbrios de expectativas racionais para diferentes níveis de preços e taxas nominais de juros. Como o uso corrente das autoridades monetárias indica o uso de regras para as taxas de juros, coube aos economistas da nova síntese explicitar como se contorna a crítica de Sargent e Wallace (1975) sem abrir mão da hipótese de expectativas racionais. Além de Clarida, Galí e Gertler (1999) observarem as dificuldades associadas à escolha de regras para o comportamento de um agregado monetário, Woodford (2003) explicita uma generalização teórica que parte de um modelo neo-wickselliano no qual, a princípio, os agentes não precisam carregar moeda para efetuar transações e no qual os preços são plenamente flexíveis. O autor demonstra (Woodford 2003, pp. 64-72) que um equilíbrio de expectativas racionais sob estas condições é uma dupla de processos $\{P_t, i_t\}$ que satisfaça as seguintes condições para todos os instantes $t = 0, \dots, \infty$

$$i_t = i_t^m \tag{5.1}$$

$$1 + i_t = \beta^{-1} \left\{ E_t \left[\frac{u_c(Y_{t+1}; \xi_{t+1})}{u_c(Y_t; \xi_t)} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \right\}^{-1} \quad (5.2)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t [u_c(Y_T; \xi_T) W_T^S / P_T] = 0 \quad (5.3)$$

$$\sum_{T=t}^{\infty} \beta^T E_t [u_c(Y_T; \xi_T) Y_T] < \infty \quad (5.4)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t [u_c(Y_T; \xi_T) D_T / P_T] = 0 \quad (5.5)$$

sendo P_t o nível geral de preços; i_t é a taxa nominal de juros para ativos de curto prazo isentos de risco, uma vez que os mercados são completos; i_t^m é a taxa nominal da base monetária, que pode ser considerada em uma economia sem retenção de moeda pelos agentes apenas como unidades contábeis em um balanço entre o banco central e o agente privado; $0 < \beta < 1$ o fator de desconto intertemporal; E é o operador de esperança matemática; $u_c(\cdot)$ é a utilidade marginal do consumo; Y_t é o nível de renda; ξ_t são as perturbações estocásticas e, a princípio, Y_t e ξ_t são considerados processos exógenos; $W_T^S \equiv (1 + i_{T-1}^m) M_{T-1}^S + A_T^S$ em que A_T^S é o valor agregado dos títulos do governo no início do período $T, T \geq t$ e o sobrescrito s indica uma quantidade ofertada (o que é utilizado apenas para evidenciar o papel da autoridade monetária, uma vez que o equilíbrio exige o encerramento de todos os mercados); M_T^S é o ativo ofertado pela autoridade monetária (a base monetária) e que define a unidade de conta da economia; por fim $D_T \equiv M_T^S + B_T^S$, na qual B_T^S é o valor de fim de período dos títulos oferecidos pelo governo (menos M_T^S). A diferença entre A_T^S e B_T^S ocorre porque A_T^S é um valor para um determinado estado contingente, mais precisamente $B_t = E_t [Q_{t,t+1} A_{t+1}]$, sendo $Q_{t,t+1}$ um fator de desconto estocástico e $E_t [Q_{t,t+1}] = \frac{1}{1+i_t}$

A equação (5.1) ocorre porque não existe possibilidade de arbitragem. Quando é retirada a hipótese de não existirem fricções monetárias, de forma que uma quantidade de moeda é demandada mesmo que não se faculte a posse deste estoque o pagamento de juros, $i_t \geq i_t^m$. A equação (5.2) é, simplesmente, a taxa marginal de substituição intertemporal podendo ser interpretada como uma equação de Fisher para a relação entre taxa nominal, taxa real de juros e inflação. Neste caso, $\frac{u_c(Y_{t+1}; \xi_{t+1})}{u_c(Y_t; \xi_t)}$ é interpretada como a taxa real de

juros. A equação de Euler é resultado da manipulação da condição de primeira ordem para a maximização intertemporal de utilidade do agente privado representativo. A equação (5.3) ocorre uma vez que o agente esgota a sua restrição intertemporal para maximizar sua utilidade em consumo, de modo que $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [Q_{t,T} W_T] = 0$, ou seja, o limite do valor esperado para a riqueza, para o poupado, dado o estado contingente no horizonte infinito é zero. Como, porém, o agente não pode manter um desequilíbrio entre as suas receitas e seus gastos para todos os períodos (não é permitido o chamado esquema “Ponzi” onde o agente sempre pode aumentar seus gastos mediante empréstimos), temos que o consumo possui um limite superior implicando em (5.4). A equação (5.5) é uma condição técnica para que (5.3) ocorra, evidenciando o papel central da autoridade monetária na evolução de $\{P_t, i_t\}$.

Com a hipótese de existirem fricções monetárias, devemos considerar o estoque real de moeda na taxa marginal de substituição intertemporal. A produção também pode ser internalizada por meio da definição de uma função de produção e do mercado de oferta de insumos. Finalmente, com a explicitação de uma função de demanda, como a de Dixit e Stiglitz (1977),⁵¹ por exemplo, podemos considerar a existência de mais de um bem de consumo na economia. A variável renda pode ser dividida entre gastos do governo, investimentos e balança comercial além do consumo já considerado.⁵² Apesar dessa expansão do modelo, o resultado é que a política monetária apesar de fundamental para a definição de $\{P_t, i_t\}$, continua a não influenciar a dinâmica do produto enquanto os preços são plenamente flexíveis (Woodford 2003, p. 152). Para estabelecer uma relação entre as variáveis nominais e as variáveis reais da economia a estratégia parte da consideração teórica de existir um conjunto de fatores que faz com que seja racional não corrigir os preços a cada instante do tempo.⁵³ Uma estratégia teórica para simular um efeito desta

⁵¹ Woodford (2003, p. 167) demonstra, porém, que o uso da hipótese de elasticidade de substituição constante, característica do modelo Dixit-Stiglitz, não é necessária.

⁵² Por motivos de simplificação Woodford (2003) expande a demanda agregada apenas para os gastos do governo, mas nos textos de base citados pelo autor, muitos dos quais de sua própria autoria, os demais fatores da demanda são considerados. Um modelo simples com consumo e investimento é o modelo base de Clarida, Galí e Gertler (1999). Para uma introdução a este modelo, inclusive para a inferência estatística, ver Ireland (2004).

⁵³ A consideração de rigidez de preços dentro do paradigma de micro-fundamentação da macroeconomia é característica da escola novo keynesiana. A não neutralidade da moeda, ao menos no curto prazo, também pode ser inserida por meio da hipótese de assimetria de informação, como na escola novo clássica. Modelos da nova síntese podem considerar os dois fatores na estrutura da curva de Phillips.

rigidez é fazer uma concessão na hipótese de expectativas racionais. Nesta linha Calvo (1983) sugere que em cada ponto do tempo uma fração α das firmas reajusta o seu preço enquanto que uma fração $1 - \alpha$ mantém o preço do período imediatamente anterior. Desta forma, variações nominais podem levar a variações na taxa marginal de substituição intertemporal e alterar a tomada de decisão do agente em relação ao que seria racional frente à flexibilidade plena de preços.

Woodford (2003, pp. 139-242) define um modelo no qual: (i) $Y_t + C_t + G_t$, onde C_t é o consumo agregado e G_t é o nível de gastos do governo exogenamente determinado; (ii) $\Lambda(p^i, p^l, P, Y, \xi)$ é a função de lucro nominal de um agente que oferta a mercadoria i ao preço p^i , p^l é o índice de preço para a indústria da mercadoria i , ξ é um vetor exógeno de distúrbâncias para preferências, tecnologia e gastos do governo.⁵⁴ É suposto, ainda, que todas as firmas de uma mesma indústria fixam o mesmo preço a cada período, de forma que a estratégia de Calvo (1983) é transferida para as indústrias, ou seja, a cada período uma fração α das indústrias reajusta seus preços e uma fração $1 - \alpha$ mantém o preço do período imediatamente anterior. Assim, $\Lambda(p^i, p^l, P, Y, \xi) = \Lambda(p^*, p^*, P, Y, \xi)$, onde p^* representa o preço reajustado na indústria. Neste caso, o equilíbrio é uma tripla de processos $\{P_t, Y_t, i_t\}$, para $t = 0, \dots, \infty$, que satisfaz:

$$1 + i_t = \beta^{-1} \left\{ E_t \left[\frac{u_c(Y_{t+1} - G_{t+1}; \xi_{t+1})}{u_c(Y_t - G_t; \xi_t)} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \right\}^{-1} \quad (5.6)$$

$$\sum_{T=t}^{\infty} \beta^T E_t [u_c(Y_T - G_T; \xi_T)(Y_T - G_T)] < \infty \quad (5.7)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T E_t [u_c(Y_T - G_T; \xi_T) D_T / P_T] = 0 \quad (5.8)$$

$$P_t = \mathcal{P}(p_t^*, P_{t-1}) \quad (5.9)$$

$$E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha\beta)^{T-t} u_c(Y_T - G_T; \xi_T) P_T^{-1} \Lambda_1(p_t^*, p_t^*, P_T; Y_T, \xi_T) \right\} = 0 \quad (5.10)$$

$$i_t = \phi(\Pi_t / \Pi_t^*; Y_t, v_t) \quad (5.11)$$

⁵⁴ Woodford (2003) utiliza a letra Π tanto para a função de lucro quanto para a definição de taxa bruta de inflação, aqui nós alteramos Π para Λ na função de lucro nominal para evitar equívocos.

A equação (5.6) é, novamente, a condição de primeira ordem exposta na forma de uma equação de Euler e que pode ser interpretada como uma equação de Fisher. A equação (5.7) evidencia o limite no nível de consumo associado à restrição orçamentária, enquanto que (5.8) evidencia a condição técnica, com relação à consistência entre D_T e a política monetária, para que haja a exaustão das possibilidades de consumo, dada a restrição orçamentária intertemporal. A equação (5.9) é a lei de movimento do índice geral de preços. A equação (5.10) é a condição de primeira ordem para a decisão ótima de precificação. Por fim, a equação (5.11) é a regra de política monetária, onde $\Pi_t = P_t/P_{t-1}$ é a taxa bruta de inflação, Π_t^* é a meta exogenamente determinada e v_t é um fator de perturbações exógenas.

Com uma aproximação log-linear de (5.6), Woodford (2003, p. 243) obtém a função de demanda agregada:

$$\hat{Y}_t = g_t + E_t(\hat{Y}_{t+1} - g_{t+1}) - \sigma(\hat{i}_t - E_t\pi_{t+1}) \quad (5.12)$$

sendo $\hat{Y} = \ln(\bar{Y})$ e \bar{Y} o nível da renda para meta de inflação igual a zero. A aproximação log-linear é realizada para a vizinhança deste valor. g_t é um componente da perturbação exógena que mede uma mudança na relação da renda real com a sua utilidade marginal, σ é a elasticidade de substituição intertemporal do consumo agregado. $\hat{i}_t = (1 + i_t)/(1 + \bar{i})$, em que \bar{i} é a taxa de juros para a qual a inflação é igual a zero. $\pi_{t+1} = \ln(P_{t+1}/P_t)$ é a taxa de inflação. Da aproximação log-linear de (5.9) e (5.10) Woodford (2003, p. 245) obtém a curva de Phillips novo-keynesana:

$$\pi_t = \kappa(\hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n) + \beta E_t\pi_{t+1} \quad (5.13)$$

na qual $\kappa > 0$ é um coeficiente que varia em relação à frequência de reajuste de preços - a fração α de Calvo (1983) - e a elasticidade do custo marginal em relação ao nível de atividade. \hat{Y}_t^n é a variação exógena na taxa natural de produto decorrida de perturbações reais, ou seja, $\hat{Y}_t^n = \ln(Y_t^n)$, sendo Y_t^n o nível natural do produto, aquele que ocorreria caso não houvesse rigidez de preços e também definido como produto potencial. O

chamado hiato do produto é definido por $x_t = \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n$.⁵⁵ Por fim, da aproximação log-linear de (5.11) é possível definir uma função de reação linear para a taxa de juros conforme, por exemplo, uma regra de Taylor (1993). As equações (5.12), (5.13) mais a aproximação log-linear para a regra de política monetária fornecem o modelo básico de três equações da nova síntese. Assim, desvios da renda em relação ao produto potencial e/ou desvios da inflação com relação à meta induzem, pela regra de política monetária, a variação na taxa nominal de juros, alterando a condição de maximização dos agentes privados realinhando as variáveis para os valores objetivos. Este sistema de equações pode ser expandido para considerar demais variáveis econômicas de um modelo DSGE mais completo.

Por meio deste exercício de linearização Woodford (2003) busca fornecer uma resposta para a crítica às regras de taxa de juros presente em Sargent e Wallace (1975). Segundo aquele autor a existência de múltiplos equilíbrios para a $\{P_t, i_t\}$, no caso de preços plenamente flexíveis, ou para $\{P_t, Y_t, i_t\}$, no caso da presença de preços rígidos, pode ser contornada pelo fato de existir determinação local para o equilíbrio sob a hipótese de que as variáveis não se afastem suficientemente da região do equilíbrio. Explicitamente o autor supõe a região de equilíbrio para inflação perto de zero no exercício de aproximação log-linear, mas considera que o resultado pode ser expandido para valores acima de zero, mas suficientemente baixos. Um resultado direto desta abordagem é que não são esperadas variações consideráveis nas trajetórias das variáveis.

Em adição a esta abordagem nós temos o enfoque nos equilíbrios auto-confirmatórios. Em Woodford (2003, pp. 123-138) está exposta esta possibilidade, mas a abordagem de Woodford (1990) parece-nos ser mais interessante. Woodford (1990) analisa o caso no qual existem múltiplos equilíbrios sob expectativas racionais, alguns dos quais podem ser do tipo determinado pela presença de um “sunspot”. Um equilíbrio de expectativas racionais onde há um *sunspot* é tal que as crenças dos agentes convergiram para um estado determinado pela presença de incerteza extrínseca. Um caso particular é o

⁵⁵ O hiato do produto pode ser definido mais genericamente por $\ln(Y_t) - \ln(\hat{Y}_t^n)$, com Y_t não necessariamente igual a \bar{Y}_t , considerando também com isso os casos em que a meta de inflação é diferente de zero.

de flutuações especulativas que são racionais (no sentido das expectativas racionais) na medida em que as crenças dos agentes validam este comportamento. Woodford (1990, p. 277) evidencia, porém, o fato de que o equilíbrio com *sunspot* é racional apenas no instante em que os agentes já atuam no equilíbrio, não havendo porque supor convergência de crenças em uma dinâmica fora de equilíbrio. Dinâmicas de convergência podem, porém, ser racionalizadas mediante a introdução de algum mecanismo arbitrariamente escolhido de aprendizagem. Supondo um mecanismo de aprendizado para equilíbrio estocástico de expectativas racionais, Woodford (1990) contraria a conclusão de Lucas (1986) segundo a qual os agentes se coordenariam para a obtenção do equilíbrio previsto pela teoria quantitativa da moeda. Havendo equilíbrios com *sunspot*, estes são plausíveis e devem ser considerados evidenciando que o sistema econômico pode ser mais instável mesmo quando analisado sob a racionalização das expectativas racionais.

Existe, ainda, outra abordagem para equilíbrios auto-confirmatórios. Sargent (1999, 2008) introduz uma série de considerações sobre o resultado da política monetária mediante esta abordagem. Em particular, o autor considera a possibilidade de má especificação do modelo. Sargent nos informa que um equilíbrio auto-confirmatório configura um equilíbrio de expectativas racionais apenas quando a tomada de decisão no processo de maximização intertemporal sob um vetor percebido de preferências, tecnologia, dotações e informação é o mesmo que ocorreria se os agentes conhecessem os valores verdadeiros para este vetor (Sargent, 2008, pp. 10-13). O autor reconhece que a ideia de equilíbrio auto-confirmatório se equipara ao caso de autorreferência (Sargent, 1999) e, por isso, faz uma consideração sobre os resultados da teoria do aprendizado na teoria dos jogos (Sargent, 2008).

Neste ponto podemos realizar uma lista inicial de considerações sobre a abordagem da nova síntese. A teoria requer normativamente a noção de equilíbrio de expectativas racionais. Desvios da hipótese ocorrem em casos no qual se utiliza uma dinâmica de aprendizado sob racionalidade limitada que pode levar a um equilíbrio de expectativas racionais. Desvios mais consideráveis são sempre acompanhados de avisos da possibilidade de convergência, como em Sargent, Williams e Zha (2006). Quanto à convergência esta pode ocorrer para um equilíbrio onde haja um evento *sunspot* ou pode ocorrer para um

ponto onde a tomada de decisão sob expectativas racionais seria outra. Na nossa análise da teoria o que mais chama a atenção é que os equilíbrios são múltiplos, a determinação do equilíbrio é local e restrita a uma baixa volatilidade das variáveis.

5.2. DINÂMICA DE PREÇOS FORA DE EQUILÍBRIO E PROCESSO INFLACIONÁRIO⁵⁶

Nós sugerimos um enfoque do processo inflacionário a partir de três hipóteses centrais: (i) o agente consumidor possui uma cesta de consumo invariável ao longo do tempo; (ii) os preços possuem uma lei de movimento determinada pelo excesso de demanda observada localmente pelos ofertantes; (iii) os agentes demandantes possuem um preço de reserva reajustado após um determinado intervalo de tempo com base em sua informação local. A terceira hipótese pode introduzir inércia no processo, resultando que a persistência inflacionária se origina, ao menos em parte, na validação de uma elevação observada de preços. Somada à terceira hipótese nós temos o fato de que os agentes possuem dúvida e incerteza sobre a validade de sua própria informação. Na presença deste tipo de incerteza pode não haver disponível para o agente uma estratégia ótima, que é inequivocamente definida. Por causa disso eles mudam sua forma de atuar na economia, em um processo adaptativo, tentando equacionar o problema de aceitar um preço que consideram elevado com a possibilidade de não consumir determinada mercadoria em um intervalo de tempo.

5.2.1. DINÂMICA DE PREÇOS

Para fornecer esta construção nós partimos de uma dinâmica de preços inspirada pelo *tâtonnement* de Walras (1900). Neste caso, o ofertante eleva o preço em resposta a um excesso de demanda e diminui o preço quando há um excesso de oferta, ou excesso de demanda negativo. Nós estamos atentos para as observações de Jaffé (1967) para o fato de que o *tâtonnement* foi sugerido por Walras como um processo que levaria o preço para o equilíbrio, dentro da sua concepção do funcionamento da economia, que ficou conhecida

⁵⁶ Essa seção é uma versão ampliada de Aggio, Ballini e Gomide (2011)

como enfoque atemporal do equilíbrio (Soromenho, 2011). A análise do trabalho de Walras se encontra além do escopo desta tese. Nosso ponto de referência é o estudo realizado por Day (1994) da formalização do *tâtonnement* conforme sugerida por Samuelson (1943). Reproduzindo sinteticamente a descrição do modelo e os principais resultados, considere que o preço p de uma determinada mercadoria segue a seguinte função:

$$p_{t+1} = \theta(p_t) = \max\{0, p_t + g[e(p_t)]\} \quad (5.14)$$

em que $g[\circ]$ é monotonicamente crescente e

$$e(p_t) = D(p_t) - S(p_t) \quad (5.15)$$

é o excesso de demanda definido pelo preço p no instante de tempo t .

Day (1994) define a demanda da seguinte maneira:

$$0 < D(0) < \infty,$$

$$D(p) \geq 0, D'(p) \leq 0 \text{ para } p \geq 0,$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} pD(p) = 0.$$

A oferta também é definida:

$$S(p) = 0, 0 \leq p \leq \bar{p},$$

$$S'(p) \geq 0, p \geq \bar{p}$$

$$0 < \sup_{p \geq 0} S(p) = \bar{y} < \infty.$$

Os resultados de Day (1994) são que (5.14) possui ponto fixo e pode apresentar convergência estável para o equilíbrio, como esperado originalmente na formulação do *tâtonnement*. Não obstante, o processo pode também ser caracterizado por ciclos de todas as ordens e por trajetórias não periódicas, além de elevada sensibilidade ao estado inicial. Neste caso, a trajetória de p seria caracterizada por imprevisibilidade e elevada

volatilidade, o que dificulta a análise mediante os requisitos teóricos expostos na seção anterior. Portanto, nós assumiremos a hipótese de racionalidade limitada e, dada a generalidade do modelo de Day (1994), vamos redefini-lo por meio de um modelo baseado em agentes construído para simulações.

Nossa primeira consideração é sobre a concorrência. Nós assumimos que existem na economia quatro tipos de mercadoria $i = 1, 2, 3, 4$. Para cada tipo de mercadoria existem quatro ofertantes, assim $j_i, j = 1, 2, 3, 4$, é o j -ésimo ofertante da i -ésima mercadoria. As mercadorias de um tipo diferente não são substitutas enquanto que as mercadorias de um mesmo tipo são, por definição, substitutas perfeitas. A concorrência ocorre por dois mecanismos que ficarão mais claros na medida em que explicitarmos a dinâmica do consumo nesta economia.

Nós estruturamos o processo dinâmico por meio de uma sucessão de períodos ultra-curtos, como a *semana* de Hicks (1939). A inspiração na sugestão de Hicks (1939) ocorre na medida em que as reavaliações (quando ocorrem) levam em conta os eventos decorridos no período anterior. Diferentemente da sugestão de Hicks (1939) não é suposto que os preços estejam em equilíbrio e que as transações ocorram em um único *dia* da semana. Cada período ultra-curto é definido por um número finito e fixo de pontos ou instantes no tempo.⁵⁷

Tendo definido a estrutura da economia pelo número de mercadorias e pelo número de ofertantes, temos agora que definir a população de agentes consumidores. Tomemos esta população pelo número destes agentes, $N = 1, 2, \dots, n$. A dinâmica nada mais é do que o resultado da interação dos agentes restringidos pela estrutura observada ponto a ponto no tempo ou por meio de alguma média de resultados calculados para os períodos ultra-curtos. Para definir e simular esta dinâmica nós precisamos estabelecer regras de interação. Essas regras são como se segue: no instante de tempo $t = 0$ os agentes consumidores são divididos em quatro grupos. Os agentes do primeiro grupo iniciam o processo de interação

⁵⁷ Posteriormente a construção deste modelo nós observamos que Prado (2007, p. 762) constrói um modelo em que o tempo é dividido em “momento”, “fase” e “vida”. Sendo o “momento” o que nós chamamos de ponto no tempo e “fase” o período ultra-curto. A “vida” será o tamanho da simulação realizada ao invés da duração do mercado como em Prado (2007).

no instante $t = 1$, o primeiro instante do primeiro período ultra-curto, visitando um ofertante da mercadoria de tipo 1. Em $t = 2$ o agente visita um ofertante da mercadoria de tipo 2 e em $t = 3$ e $t = 4$ visita, respectivamente, um ofertante da mercadoria de tipo 3 e, após, um da mercadoria de tipo 4, retornando para um ofertante da mercadoria de tipo 1 em $t = 5$, reiniciando assim o ciclo enquanto durar o processo de interações. Agentes do segundo, terceiro e quarto grupos seguem um processo idêntico, a não ser pelo fato de iniciarem o processo, respectivamente, por ofertantes de mercadoria do tipo 2, 3 e 4. Temos, assim, que em média, a cada ponto do tempo, um quarto da população visita ofertantes de cada tipo i de mercadoria. Desta forma, não precisamos assumir substituíbilidade entre os diferentes tipos de mercadoria para observar o efeito da concorrência. Um ofertante de determinada mercadoria que foi visitado por um agente, mas não efetuou uma venda somente terá a oportunidade de realizá-la daqui a um período de quatro pontos no tempo. Se houvesse mais mercadorias e o comportamento dos agentes fosse o mesmo, teríamos mais concorrência nesse sentido peculiar, dentro de uma perspectiva temporal. Se tivéssemos menos mercadorias teríamos menos concorrência. O aspecto da concorrência fica mais claro quando pensamos em receita por unidade de tempo. Com relação a mercadorias do mesmo tipo o efeito do número de ofertantes ocorre a partir da hipótese de que cada ofertante j_i será visitado com uma probabilidade igual a 0,25 pelo agente consumidor que deve visitar um ofertante de mercadoria de tipo i .

A demanda individual de um agente em um período ultra-curto é fixado em uma unidade de cada tipo de mercadoria. A função de demanda para um período ultra-curto é definida por duas variáveis. E_i^h é a variável aquisição que assume valor igual a 1 se o agente h já efetuou a compra da mercadoria i neste determinado período ultra-curto e zero se o agente ainda não efetuou essa compra. $p_i^{h,max}$ é o preço de reserva da mercadoria i para o agente h . Com estas duas variáveis nós definimos a função de demanda individual como:

$$D(p_i^h) = \begin{cases} 0 & \text{se } E_i^h = 1 \text{ ou se } p_i^j \geq p_i^{h,max} \\ 1 & \text{se } E_i^h = 0 \text{ e } p_i^j < p_i^{h,max} \end{cases} \quad (5.16)$$

na qual p_i^j é o preço de oferta da mercadoria i no ofertante visitado pelo agente h .

Ao invés de descrever uma forma funcional para a oferta, nós definimos diretamente a função de reação do ofertante j_i para um excesso de demanda $[e(p_{i,t}^j)]$ observado. Seja $v_{i,t}^j$ o número de vendas da mercadoria i que o ofertante j realizou no instante de tempo t , definimos a função de reação ao excesso de demanda por:

$$g[e(p_{i,t}^j)] = \begin{cases} 0,01(v_{i,t}^j - 1)p_{i,t}^j, & \text{se } v_{i,t}^j \leq 1, \\ 0,01(v_{i,t}^j - 2)p_{i,t}^j, & \text{se } 2 \leq v_{i,t}^j \leq 6, \\ 0,05p_{i,t}^j & \text{se } v_{i,t}^j > 6. \end{cases} \quad (5.17)^{58}$$

Nós definimos ainda que se a função de reação ao excesso de demanda implica que o preço deve ser fixado abaixo de 4, o ofertante automaticamente corrige o preço para 5 em $t + 1$. Suponha que 5 seja igual ao custo médio do ofertante. Devido à presença de custos fixos já pagos e/ou do acúmulo de estoques, um ofertante pode aceitar um preço de venda abaixo do custo médio para um intervalo limitado de tempo. Suponha que 4 seja o custo marginal do ofertante, não há porque continuar ofertando uma mercadoria abaixo de seu custo marginal. Embora tenhamos focado nas condições de demanda e deixado a oferta subordinada a uma função de reação ao excesso de demanda, veremos nas simulações que existe um intervalo considerável para os parâmetros que tornam as definições dos valores para o limite mínimo do preço de oferta irrelevante. Desta forma, nós podemos redefinir o preço de uma mercadoria i , ofertada por j em $t + 1$ como segue:

$$p_{i,t+1}^j = \begin{cases} 5, & \text{se } 3,96 \leq p_{i,t}^j < 4 \\ p_{i,t}^j + g[e(p_{i,t}^j)], & \text{se } p_{i,t}^j \geq 4 \end{cases} \quad (5.18)^{59}$$

O limite inferior ocorre quando $p_{i,t}^j = 4$ e $v_{i,t}^j = 0$, o que implica $p_{i,t+1}^j = p_{i,t}^j - 0.01p_{i,t}^j = 3.96$. Ou seja, nós temos que quando o preço não é menor do que quatro, o ofertante o

⁵⁸ Os valores foram arbitrariamente escolhidos de modo a evidenciar que a dinâmica é caracterizada por pequenas variações dentro de um processo em que o ofertante tenta se adequar às variações observadas na demanda.

⁵⁹ Day (1994) define o modelo para apenas uma mercadoria, assim na equação (5.14) a função de reação era definida para p_{t+1} . Como em nosso modelo trabalhamos com quatro mercadorias e com diferentes ofertantes nossa função de reação passa a ser definida para cada mercadoria específica e para cada ofertante, ou seja, para $p_{i,t+1}^j$.

eleva em 1% caso venda três unidades, ou em 2% caso venda quatro, ou em 3% se vender cinco e 4% se vender seis unidades da mercadoria. Caso venda mais do que seis unidades o ofertante irá aumentar o preço em 5%. Se vender apenas uma ou duas unidades o ofertante manterá o preço. Se não houver nenhuma venda em um ponto do tempo o preço de oferta é diminuído em 1%. A função de reação ao excesso de demanda é uma tentativa de adequar o preço de oferta para o próximo período a uma variação esperada da demanda.

Nós assumimos que as transações em um mesmo ponto do tempo ocorrem de forma simultânea de modo que não há como o ofertante (que deve ser entendido como uma instituição, uma firma, e não como um indivíduo que simultaneamente realiza todas as operações) adequar o preço no mesmo instante. O excesso de demanda é percebido depois das transações terem ocorrido e o preço é corrigido para o próximo instante do tempo. Estipulamos um limite superior para o qual a variação de preço é constante para evidenciar que o ofertante espera observações de excesso de demanda muito elevadas como estados que se realizam com baixa probabilidade e que não necessariamente representam boa previsão para a demanda imediatamente posterior. O limite foi escolhido arbitrariamente. Mais transações do que 7 geram a mesma variação de preços do que 7. A cada instante de tempo é esperado que 8 agentes consumidores visitem cada ofertante, assim, nós definimos um valor próximo de 8. O maior número médio de transações para cada instante de tempo dentro de um período ultra-curto nas simulações foi de 6,3662. A análise de cada simulação em separado indicou um valor máximo de 9,98 para a média de transações em um instante de tempo. Por fim, foram observados valores de até 19 transações em um mesmo instante do tempo, embora valores desse patamar e próximo fossem muito raros. Assim, no processo de modelagem nós enfrentamos o seguinte *tradeoff*: definir valores na função reação ao excesso de demanda para valores inesperados e obter uma variação de preços que representasse todas as unidades transacionadas e aceitar que o ofertante espera um resultado pouco provável se realize consecutivamente, ou manter a função de reação sensível apenas para variações com maior probabilidade de ocorrência e aceitar que o ofertante é insensível a diferenças em variações muito grandes no excesso de demanda. Nossa opção foi a segunda possibilidade.

Ao início de cada novo período ultra-curto cada variável E_i^h assume valor igual a zero como consequência da demanda ser de uma mercadoria de cada tipo por período. Assim, existe uma demanda potencial no início do período ultra-curto que vai diminuindo ao longo do tempo, durante o período, na medida que os agentes aceitam preços de oferta e alteram o valor da variável E_i^h de zero para um. Temos, portanto, que a duração do período ultra-curto define um valor para a demanda média por unidade de tempo. Dado que a equação (5.18) varia negativamente com a queda do número de transações por unidade de tempo, temos ser esperado que o nível médio de preços tenda a ser menor quanto maior for a duração do período. Se o processo não for explosivo, certamente a média é diretamente relacionada com o atrator. Para possibilitar as simulações, temos que definir alguns valores iniciais como segue. O preço inicial de oferta $p_{i,t}^j$ para cada ofertante em $t = 0$ é dado por:

$$p_{i,0}^j = 9 + rd_{0,1} \quad (5.19)$$

na qual $rd_{0,1}$ é um número racional aleatoriamente definido no intervalo $[0, 1)$. O preço de reserva $p_i^{h,max}$ para cada agente h em $t = 0$ é:

$$p_i^{h,max} = 7 + rd_{0,4} \quad (5.20)$$

sendo $rd_{0,4}$ também é um número racional aleatoriamente definido no intervalo $[0, 4)$. Desta forma, os preços iniciais de oferta se encontram no intervalo $[9, 10)$ enquanto que os preços iniciais de reserva se encontram em $[7, 11)$. Nós determinamos uma maior heterogeneidade para os agentes consumidores propositadamente para se distanciar da hipótese de agente representativo. Os intervalos de valores para os preços de oferta mudam rapidamente no processo de interação não havendo razão para supor uma estrutura mais heterogênea no início do processo.

As diferenças nos preços de reserva são úteis também para identificar um importante problema de coordenação entre os agentes. Suponha que cada agente é, a princípio, indiferente quanto ao instante exato do tempo em que comprará a unidade da mercadoria i dentro de um período. Se todos os agentes, ou um número suficiente deles,

pudessem coordenar o seu comportamento de modo que as transações fossem distribuídas da melhor forma dentro de um período, o processo dos preços poderia ser ao menos, em parte, controlado de forma a gerar a menor elevação possível.⁶⁰ Essa não é uma hipótese realista, uma vez que nós temos uma dinâmica descentralizada. Os agentes são caracterizados por racionalidade limitada e possuem apenas a informação referente aos preços totais de oferta e, possivelmente, alguma ideia da demanda potencial. A evolução da variável aquisição da mercadoria i pelo agente h , E_i^h , para toda a população é uma informação que não pode ser inferida. Portanto, uma vez que os agentes esperem que a demanda potencial seja maior no início do período e que a função preço de oferta reaja positivamente a excessos de oferta, nós temos que os agentes teriam um incentivo em concentrar suas transações no início do período. Não obstante, ainda que os agentes pudessem se coordenar, o resultado seria variável da confiança com que se espera os outros agentes agirem racionalmente. No caso de dúvida, novamente teríamos um incentivo para considerar o adiantamento da compra dentro de um período. Neste momento, nós consideramos apenas diferenças no preço de reserva para definir certa ansiedade quanto à possibilidade de terminar o período sem ter conseguido efetuar uma compra de determinada mercadoria. Adiante, quando houver a possibilidade de elevação sustentada do nível de preço, nós forneceremos uma estratégia com a qual os agentes tentarão se adaptar à escolha que parece existir entre aceitar um preço maior e correr um risco menor de terminar o período sem ter comprado determinada mercadoria, ou esperar um preço menor e aumentar tal risco. Mais do que isso, esperamos observar o efeito agregado desta dinâmica.

Das equações (5.17)-(5.20) nós sabemos que $3,96 \leq p_{i,t}^j < 11,55$, onde o limite inferior é definido pela oferta e o limite superior é definido pela demanda. Inicialmente nós realizamos 100 simulações com uma população fixa com $N = 128$. Nós variamos, porém, o tamanho do período ultra-curta. Cada simulação compreende 300 períodos ultra-curtos

⁶⁰ Caso a coordenação fosse perfeita a variação de preços seria igual a zero. Como existem 128 agentes consumidores e a demanda de cada um é uma unidade de cada mercadoria, se os agentes se coordenassem para que em cada ponto do tempo dois agentes consumidores efetuassem transações com cada um dos ofertantes, a demanda total seria satisfeita (supondo que os preços de reserva fossem maiores que os preços de oferta) e a variação dos preços seria igual a zero dado por (5.17) e que temos 16 pontos do tempo e 4 ofertantes para cada tipo de mercadoria ($16 \cdot 4 \cdot 2 = 128$).

dos quais nós analisamos os dados dos 200 últimos. Os dados dos 100 primeiros períodos são descartados para evitar um viés definido pelas condições iniciais.

A tabela 5.1 apresenta valores para a média, variância e amplitude para o preço de oferta da mercadoria de tipo 1 do primeiro ofertante (p_1^1) para diferentes tamanhos de períodos ultra-curtos. Os dados mostram que os preços tendem a diminuir à medida que cresce o tamanho do período ultra-curto. Também observamos que a amplitude aumenta com o aumento do período, o que é evidenciado também pela variância. Notamos também que o valor máximo observado cai mais devagar do que o valor mínimo observado à medida em que aumenta o tamanho do período. Supondo que o processo gerador dos dados não define distribuições de probabilidades com formatos muito diferentes (ainda que possuam parâmetros consideravelmente distintos), temos que o coeficiente de variação, a razão entre o desvio padrão e a média, aumenta tanto pelo aumento da variância quanto pela diminuição da média à medida em que o tamanho do período ultra-curto é maior. Em nenhuma simulação foram observados valores abaixo de 5 o que implica que a nossa imposição para valores arbitrários de custo médio e custo marginal não foi necessária. Para os valores apresentados na tabela 5.1, os limites dos preços foram definidos apenas pelo lado da demanda, a estes preços os ofertantes se disponibilizaram a ofertar o quanto foi demandado, reajustando o preço para o instante de tempo imediatamente posterior conforme a função de reação ao excesso de demanda. Para testar a possibilidade de uma tendência declinante nós realizamos simulações adicionais com duração de 5.000 períodos ultra-curtos com duração de 20, 21 e 22 instantes de tempo. Novamente não houve nenhuma observação de preço abaixo de 5 para períodos de tamanho igual a 20. Para simulações com período igual a 21 notamos que os preços, esporadicamente, ficavam abaixo de 4. Já as simulações com períodos de tamanho 22 podem ser definidas como rápidos declínios seguidos de oscilações entre os valores 3,96 e 5.

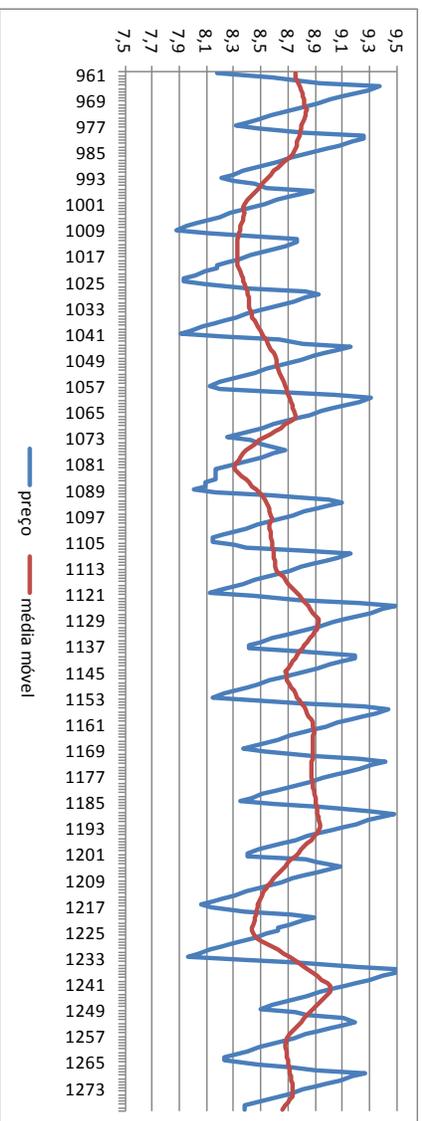
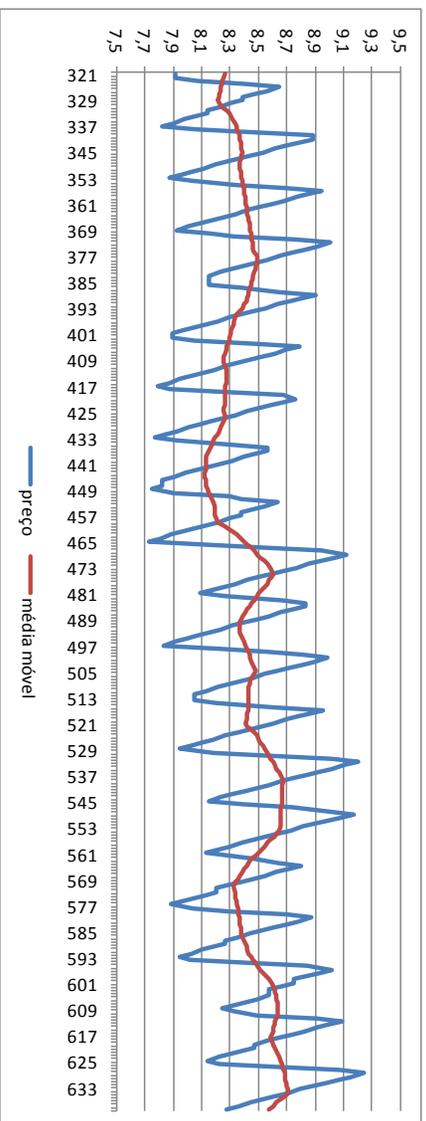
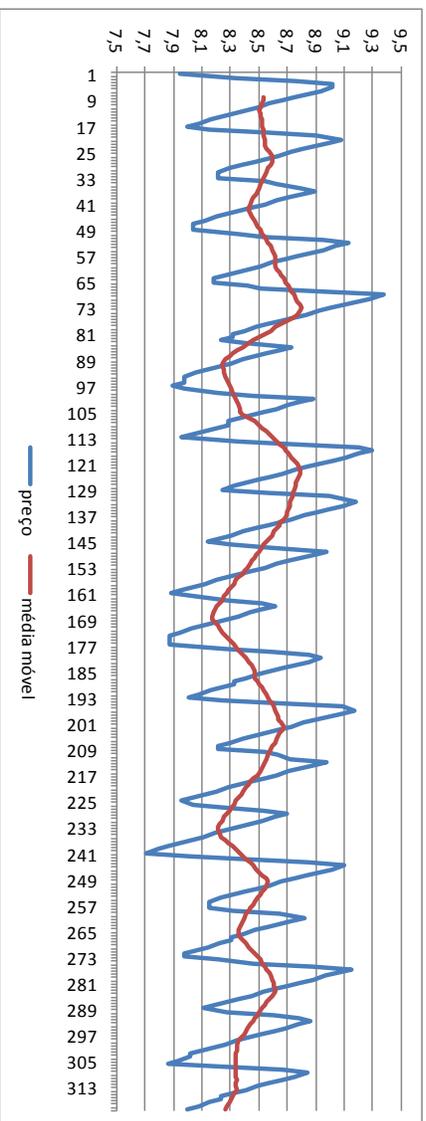
Tabela 5.1: Médias, variâncias e amplitudes para p_1^1

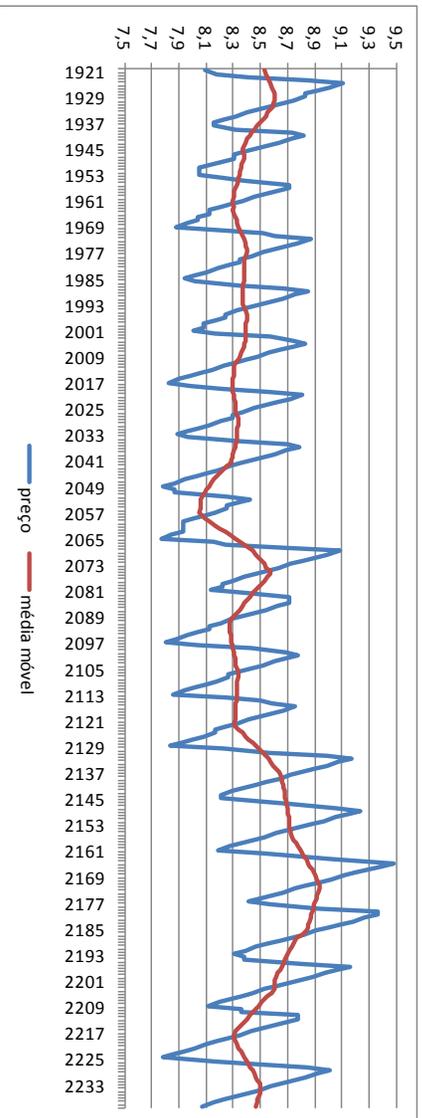
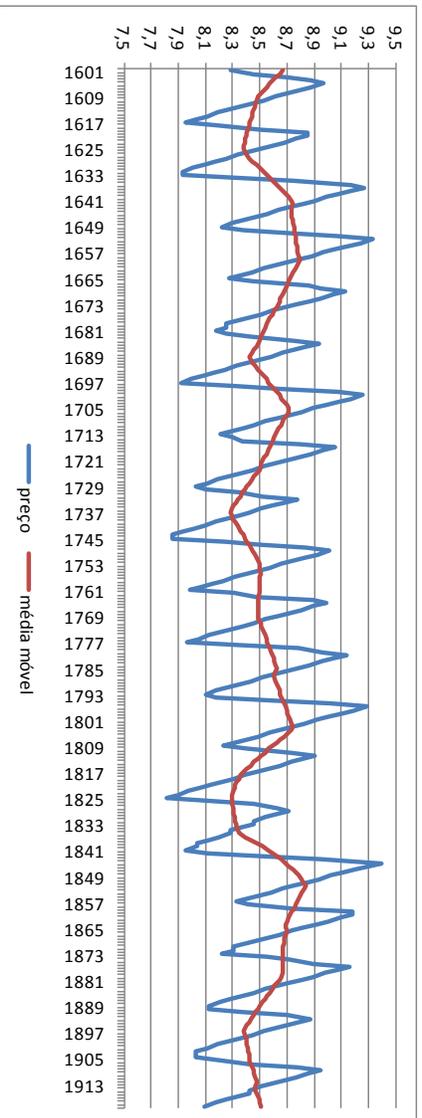
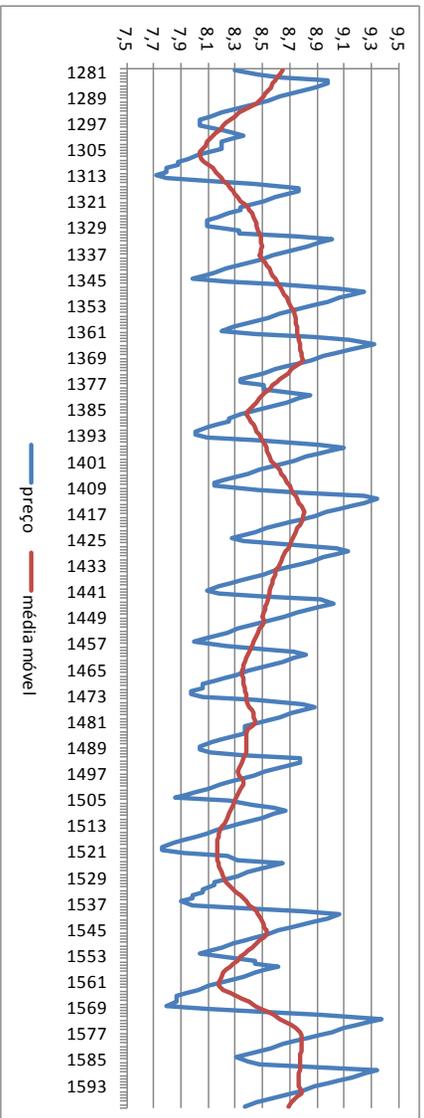
Tamanho do período ultra-curto	Maior valor médio observado	Menor valor médio observado	Maior variância observada	Menor variância observada	Maior valor observado	Menor valor observado
4	10,54232	10,05589	0,033635	0,017962	11,1289	9,489576
8	9,916971	9,256121	0,068495	0,042788	10,83361	8,652065
12	9,558026	8,881162	0,119527	0,075093	10,8412	8,19797
16	9,129789	8,478938	0,165643	0,107037	10,5445	7,63279
20	8,320657	7,616945	0,20033	0,152241	10,11	6,61079

Estes dados indicam que, para os parâmetros utilizados, se $I = [a, b] \subset D$, na qual D é o domínio da função, $\theta(I) \subset I$, I é não expansivo sob θ , a função que define a equação a diferença do preço. Se um intervalo qualquer dentro do domínio é não expansivo sob θ nós temos que existe um ponto fixo. Nas simulações que realizamos, nós não observamos convergência para um ponto fixo.⁶¹ Verificamos que os preços oscilam conforme a função de excesso de demanda reage às mudanças na demanda potencial dentro de um período ultra-curto, o que define ciclos com pico e vale bem evidentes.

Na figura 5.1 temos dez gráficos, cada um representando 20 períodos ultra-curtos, com os valores para o preço de oferta p_1^1 e a média móvel para um intervalo de 16 pontos no tempo, que é igual ao tamanho do período ultra-curto. A simulação tem um tamanho de 300 períodos ultra-curtos dos quais nós descartamos os 100 iniciais. Assim, o primeiro gráfico compreende os 20 primeiros períodos analisados, o segundo vai do período 21 até o 40 e assim por diante até que o último vai do período 181 até o período 200. A média móvel permite observar alternâncias não regulares de tendências à alta e à baixa da série do preço de oferta p_1^1 . Na figura 5.2 observamos a série para a média móvel para todo o intervalo de tempo. Cabe lembrar que os limites da série do preço de oferta p_1^1 são definidos primordialmente pela demanda, pelos limites fixados. Desta forma, se o processo apresenta um atrator, nós temos que este é definido pela função de reação ao excesso de demanda, que é interno a limites definidos pela demanda e é sujeito aos efeitos da concorrência, os quais permitem certa aleatoriedade no fluxo de demandantes que entram em contato com um mesmo ofertante.

⁶¹ A dinâmica proposta é descontínua e, também por este motivo, não-linear (Day, 1994), tornando a convergência para um ponto fixo um resultado pouco esperado.





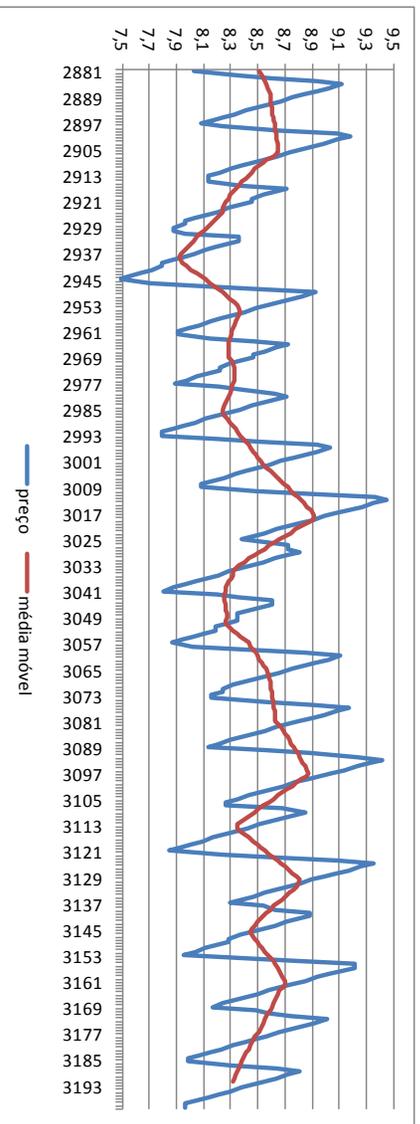
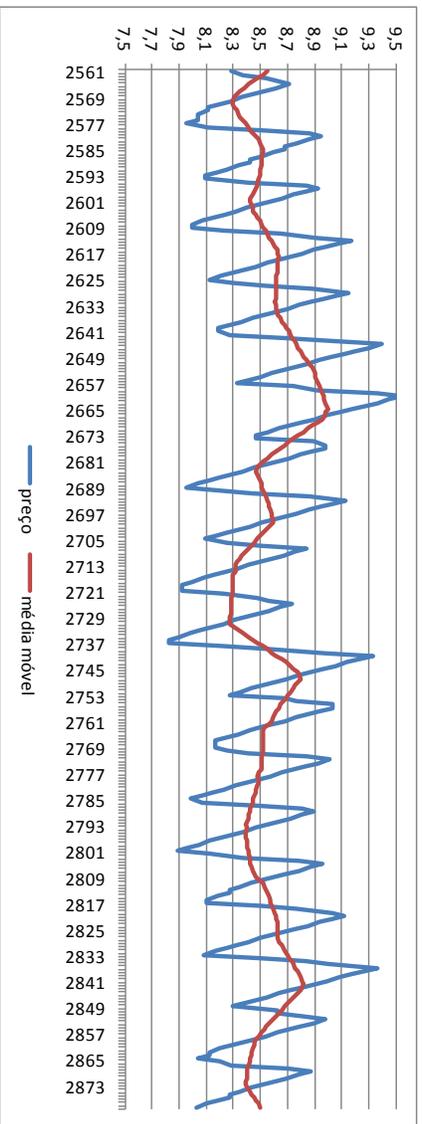
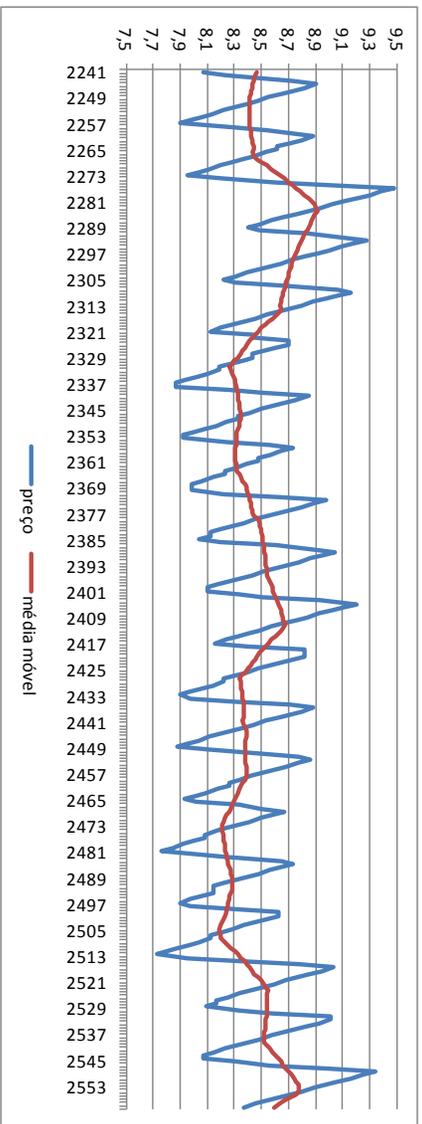


Figura 5.1: Dinâmica do preço de oferta p_t^j e de sua média móvel em intervalos de 20 períodos ultra-curtos

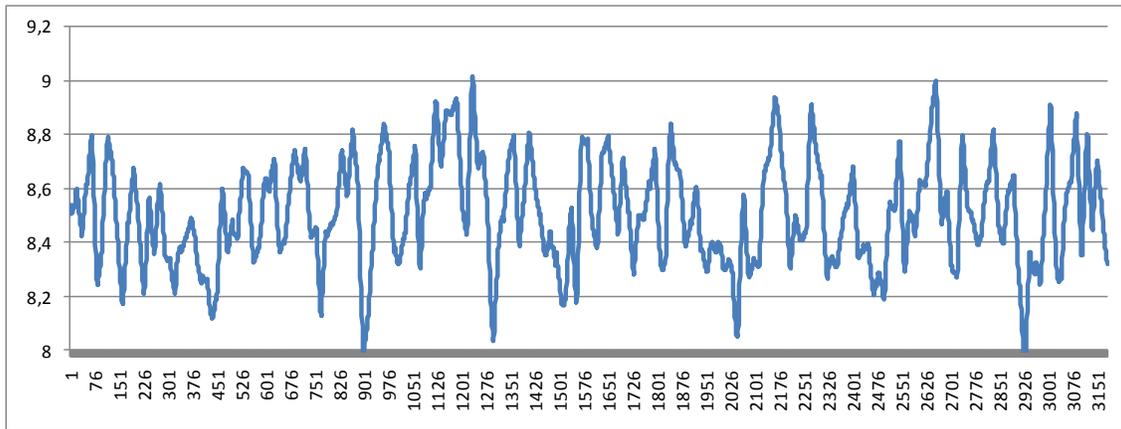


Figura 5.2: Dinâmica da média móvel de p_1^1 para a série completa de 200 períodos ultra-curtos

5.2.2. PROCESSO INFLACIONÁRIO

Processos de preços nos quais a série é estacionária ou possui baixa volatilidade não refletem dificuldades maiores para a tomada de decisão entre aceitar um preço ou sujeitar-se à incerteza da aquisição de uma mercadoria. A própria experiência dos preços configura informação suficiente de modo que não há necessidade de reavaliação dos preços de reserva após um período inicial de aprendizagem. Se esta reavaliação não ocorre a demanda continua a estabelecer limites não expansivos para a trajetória dos preços. Temos, portanto, que a estacionariedade é auto-confirmatória até o ponto em que o comportamento da série não induz uma reavaliação dos preços de reserva. Entretanto, se a volatilidade da série é tal que induz o agente a realizar esta reavaliação, porque os valores considerados até então deixaram de corresponder satisfatoriamente com os dados observados, a dinâmica baseada em preços de reserva fixos se torna irrealista. Assim, nós acreditamos ser necessário tornar endógena a definição dos preços de reserva.

A partir da estrutura da dinâmica em nosso modelo nós definimos que os agentes reavaliam seus preços de reserva ao início de cada período ultra-curto. Considere $p_{i,T}^h$ uma variável que nós denominamos de preço da mercadoria i percebido pelo agente h em um determinado período ultra-curto T . Como nós fixamos, a partir deste ponto, o tamanho do

período ultra-curto em 16 instantes do tempo, nós consideramos a seguinte forma adaptativa para $p_{i,T}^h$:

$$p_{i,T}^h = \frac{p_{i,T-1}^{o,1} + p_{i,T-1}^{o,2} + p_{i,T-1}^{o,3} + p_{i,T-1}^{o,4}}{4} \quad (5.21)$$

na qual $p_{i,T-1}^{o,1}$ é o primeiro preço da mercadoria i observado pelo agente h no período $T - 1$, $p_{i,T-1}^{o,2}$, $p_{i,T-1}^{o,3}$ e $p_{i,T-1}^{o,4}$ são, respectivamente, o segundo, terceiro e quarto preço da mercadoria i observado pelo agente h no período $T - 1$.⁶²

O processo de reavaliação dos preços de reserva deve considerar uma importante fonte de incerteza e imprecisão. O fato é que é improvável os agentes perceberem se a volatilidade dos preços é oriunda de um processo inflacionário ou de uma variação de preços relativos, o que, ao menos em parte, remete à problemática de Phelps (1967) e Lucas (1972). Para uma modelagem da tomada de decisão com variações permanentes de preços, nós julgamos necessário considerar que os dois movimentos podem ocorrer simultaneamente. Além disso, se torna complicado conceber que os agentes possuam uma lista precisa de preços relativos. A experiência cotidiana é sempre em termos nominais e, por isso, nós definimos todas as variáveis preço (de oferta, percebida e de reserva) em termos nominais. Enquanto que a tradição originada no monetarismo foca em um equívoco de avaliação sob informação imperfeita, a saber, o erro do agente ofertante (de mercadoria e de trabalho) ao julgar que um efeito de uma variação nos meios de pagamento é na verdade uma variação de demanda, nós focamos na dificuldade do agente consumidor de transitar da informação do preço percebido para uma atualização do preço de reserva. Isto ocorre porque o preço percebido varia mais ou menos conforme a média móvel dos preços de oferta. A diferença é que o agente consumidor recolhe os dados com algum intervalo de tempo (no qual se dirigiu a ofertantes de outras mercadorias) e, possivelmente, de diferentes ofertantes.

⁶² Uma possibilidade seria ponderar os valores observados, o que seria condizente com a hipótese que valores mais recentes são mais relevantes para o processo de definição de uma variável expectacional. Por outro lado, podemos considerar que o comportamento cíclico dentro de um período ultra-curto é de conhecimento dos agentes de modo que a média simples configure uma melhor opção. Temos ainda o fato da análise ser baseada dentro de um período ultra-curto e que, por definição, o espaçamento máximo entre os pontos no tempo onde foram recolhidas as informações não é de grandeza significativa.

Da transição para o preço percebido para a definição do preço de reserva para o período ultra-curto que se inicia, torna-se necessário ao agente definir uma noção para o preço esperado da mercadoria. A partir dos preços esperados e da sua renda o agente consumidor poderá definir seus preços de reserva. O agente conhece apenas os valores observados no período anterior. Sabe, ainda, que os valores variam, mas não conhece a natureza desta variação de modo que não pode construir uma expectativa precisa sobre o preço esperado no próximo período.

Uma forma de modelar esta imprecisão e incerteza é por meio da lógica *fuzzy*. Já que o agente não consegue definir um valor preciso para a variável preço esperado, nós podemos defini-la como um número *fuzzy* com parâmetros relacionados ao preço percebido. Considere $p_{i,T}^{h,e}$ o preço esperado da mercadoria i pelo agente h para o período ultra-curto.

A figura 5.3 descreve um número *fuzzy* triangular no qual $p_{i,T}^{h,e}$ é definido em função do preço percebido $p_{i,T}^h$. Para cada preço de oferta observado pelo agente h em um determinado instante do tempo ($p_{i,t}^{o,h}$) é atribuído um grau de pertinência para a categoria $p_{i,T}^{h,e}$. A interpretação econômica deste número é simples. O agente h associa o valor $\alpha p_{i,T}^h$, $0 < \alpha \leq 1$, a $p_{i,T}^{h,e}$ sem nenhuma dúvida ou ambiguidade, ou seja, se o agente h observar um valor para o preço de oferta $p_{i,t}^{o,h}$ igual a $\alpha p_{i,T}^h$ a sua expectativa é confirmada sem nenhuma dúvida ou ambiguidade. Para valores $p_{i,t}^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $\beta p_{i,T}^h$, $0 < \beta < \alpha$, o agente possui dúvida crescente (à medida que os valores se aproximam de $\beta p_{i,T}^h$) em relação a validade destes como representação para $p_{i,T}^{h,e}$. O mesmo ocorre com valores $p_{i,t}^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ (à medida que os valores se aproximam de $p_{i,T}^h$). Valores $p_{i,t}^{o,h}$ abaixo de $\beta p_{i,T}^h$ e acima de $p_{i,T}^h$ são considerados, respectivamente, baixos e altos demais para serem considerados boas representações para $p_{i,T}^{h,e}$.

O limite superior revela uma importante hipótese sobre o comportamento dos agentes, a saber, que não se espera que o preço nominal da mercadoria seja superior à

média observada no período anterior. Esta hipótese não é necessária, mas nós preferimos introduzi-la para tornar evidente que o processo inflacionário pode ser racionalizado em um ambiente em que, a princípio, a inflação não é antecipada pelos agentes. Com isto nós nos afastamos da construção teórica baseada na interação da autoridade monetária para deixar evidente e isolada a possibilidade de inflação oriunda do comportamento do agente sob incerteza gerada na própria dinâmica dos preços. Como o modelo é aberto a choques exógenos e a variações nos parâmetros expectacionais, a reação à política monetária pode ser introduzida, mas manteremos o modelo o mais simples possível para observar os resultados limitados a uma estrutura já existente. Além disso, vemos com vantagem a construção de uma dinâmica que não depende da possibilidade de uma convergência auto-confirmatória, pois estamos trabalhando em uma metodologia que permite a agentes semelhantes tomarem decisões distintas.

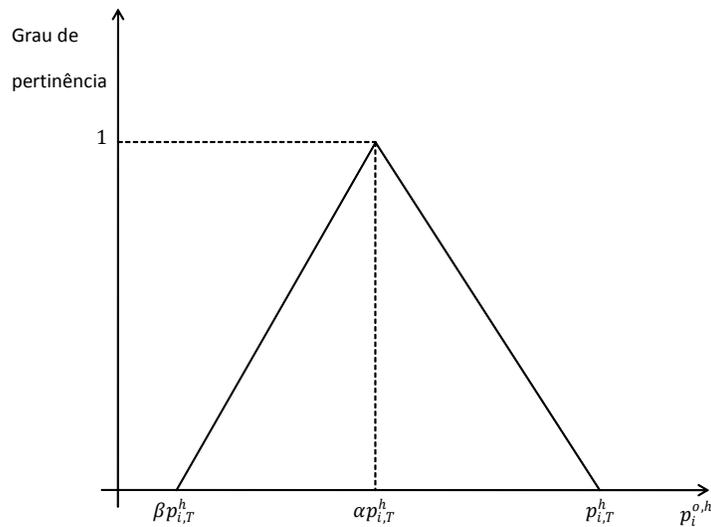


Figura 5.3: Número *fuzzy* para a variável $p_{i,T}^{h,e}$

Agora nós precisamos assumir algumas hipóteses auxiliares para conceber a dinâmica do modelo com inflação. Vamos assumir que a renda de cada agente é exógena e suficiente para a aquisição de uma mercadoria de cada tipo ao seu preço de reserva em cada

período de tempo ultra-curto.⁶³ Os agentes entesouram o diferencial entre a renda e o gasto na aquisição de mercadorias. Caso os agentes não efetuem nenhuma compra, a renda toda é entesourada. Isso significa que os agentes atribuem utilidade ou valor a estoques de moeda (em forma física ou puramente contratual) que não esperam precisar utilizar, pelo menos no horizonte atual de tomada de decisão. Abrimos mão com isso da hipótese representada pela equação (5.3) segundo a qual o agente exaure as suas possibilidades de consumo dado a sua restrição intertemporal. O melhor resultado para um agente é consumir todas as mercadorias de sua demanda e entesourar o maior diferencial definido para cada mercadoria pela diferença entre o preço de reserva e o preço pago.

O preço de reserva é definido quando é preferível não consumir e entesourar. Para valores abaixo do preço de reserva é sempre preferível consumir, para valores acima do preço de reserva é sempre preferível entesourar. A questão é que o preço de reserva varia, de período para período, pelas mesmas razões em que varia o preço esperado da mercadoria, uma vez ser esta a variável expectacional utilizada na tomada de decisão. Vimos que o preço esperado é concebido dentro de um quadro de incerteza sobre a natureza da variação dos preços. Variações de preço relativo nesse contexto são complicadas de analisar porque as mercadorias são não-substitutas entre si, mas cada uma é substituta em relação ao estoque de moeda e esta relação é definida pelo preço de reserva. Por outro lado, reavaliações generalizadas dos preços de reserva influirão na dinâmica do nível geral de preços. Logo, nós temos que a variação relativa de preços e a variação nominal não são apenas indistinguíveis para os agentes, na verdade são partes de uma mesma dinâmica. Como os preços são flexíveis, variações relativas ocorrem ponto a ponto do tempo dadas as funções de reação ao excesso de demanda. Se os preços de reserva permanecessem fixos, os preços relativos permaneceriam, ao menos em média, fixos também. Porém, se a experiência pessoal do agente não indicar este resultado, dada a volatilidade dos preços, torna-se necessário reavaliar o preço de reserva na medida em que os dados coletados localmente indicam estar o valor desatualizado. Assim, nós vamos modelar o preço de reserva, ou melhor, a variável *menor do que o preço de reserva* ($\langle p_{i,T}^{h,max}$, da mercadoria i ,

⁶³ Não estamos assumindo que a renda é igual ao somatório dos preços de reserva, ela pode ser maior do que esse valor, mas não muito.

para o agente h , no período ultra-curto T), como um número *fuzzy* da mesma forma que fizemos com a variável $p_{i,T}^{h,e}$. Deste modo, o número *fuzzy* terá, a princípio, um formato trapezoidal como representado na figura 5.4. Isto ocorre porque o valor $\beta p_{i,T}^h$ deixa de ter importância na tomada de decisão, uma vez que o agente sempre prefere o menor preço possível. Assim, ainda que valores abaixo de $\beta p_{i,T}^h$ sejam considerados improváveis, o agente não deixará de adquirir uma mercadoria se observar o preço neste patamar.⁶⁴

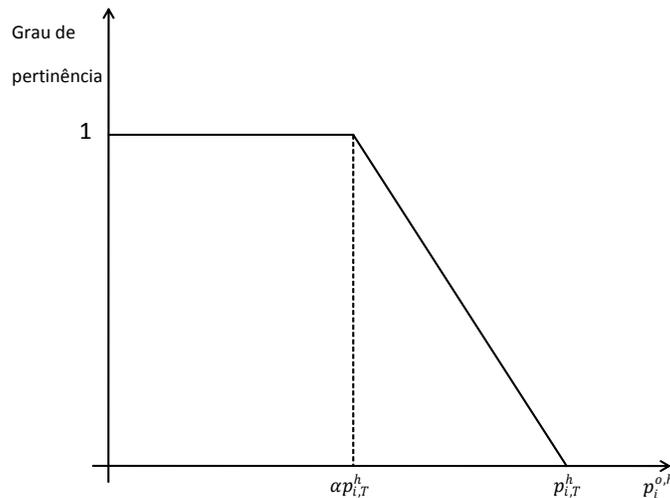


Figura 5.4: Número *fuzzy* para a variável $\langle p_{i,T}^{h,max} \rangle$

Uma forma de introduzir algum grau de aleatoriedade na tomada de decisão e, ainda, possibilitar um conjunto de regras para a reavaliação da atuação econômica pode ser feita usando a definição da variável $\langle p_{i,T}^{h,max} \rangle$ como um conjunto probabilístico. Por motivos de simplificação nós redefinimos o número *fuzzy* para $\langle p_{i,T}^{h,max} \rangle$ antes de implementarmos o conjunto probabilístico. Agora, para valores de $p_i^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ é atribuído um grau de pertinência constante e igual a 0,5 para a categoria $\langle p_{i,T}^{h,max} \rangle$, conforme a figura 5.5.

⁶⁴ Não há motivo especial para definir o limite superior de $\langle p_{i,T}^{h,max} \rangle$, ou seja, $p_{i,T}^{h,max}$, como igual a $p_{i,T}^{h,e} \cdot p_{i,T}^{h,max}$ poderia ser maior ou menor que este valor, definimos assim por simplicidade.

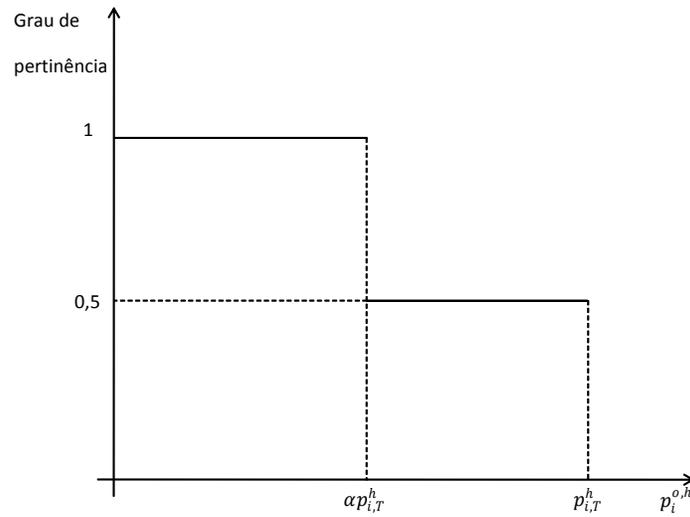


Figura 5.5: Número *fuzzy* simplificado para a variável $\langle p_{i,T}^{h,max}$

Considere, agora, que para cada valor $p_i^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ é associada uma distribuição de probabilidade para o grau de pertinência à categoria $\langle p_{i,T}^{h,max}$. Nós definimos uma distribuição de probabilidades uniforme e com a média igual ao grau de pertinência, como no capítulo 2. Assim, seja x um elemento do universo descritivo:

$$0,051391 < x < 0,948609.$$

Suponha que um agente observa em um período ultra-curto valores aos quais ele considera como maiores do que o seu preço de reserva. Na medida em que a variável $\langle p_{i,T}^{h,max}$ passa a ser concebida em um conjunto probabilístico, a avaliação é sujeita a alguma variabilidade. É possível que o agente termine um período ultra-curto sem ter adquirido determinada mercadoria e, posteriormente, verifique que não atuou da melhor forma possível, ou seja, que pelo menos um determinado preço observado poderia ter sido considerado menor do que o seu preço de reserva. Pode ocorrer, ainda, que a revisão do comportamento ocorra porque o agente aceitou um preço e comprou uma determinada mercadoria e, posteriormente, verificou um preço de oferta menor. Ou seja, o agente teria adquirido a mercadoria em outro instante do tempo dentro do mesmo período ultra-curto

por um preço menor. Como definimos anteriormente que o agente é indiferente entre em que momento do tempo dentro de um mesmo período ultra-curto adquire a mercadoria, nós temos que o agente estaria pior tendo aceitado um preço maior anteriormente.

Nós definimos um conjunto de regras para que o agente possa reavaliar o seu comportamento. Como a tomada de decisão do agente depende da determinação de um limiar e de um sorteio, nós definimos as regras por meio de variações equidistantes neste limiar. Se o agente emprega a regra de decisão s_1^i , então o limiar compreende toda a distribuição e qualquer valor abaixo de $p_{i,T}^h$ é considerado como menor do que o preço de reserva. Se o agente emprega a regra de decisão s_2^i nós definimos o valor do limiar como 0,15 e o agente considerará um valor $p_i^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ como menor que o preço de reserva com uma probabilidade igual a $\frac{0,948609-0,15}{0,948609-0,051391} = 89,0095\%$. Quando o agente utilizar a regra de decisão s_3^i nós definimos o valor do limiar como 0,3 e o agente considerará um valor $p_i^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ como menor que o preço de reserva com uma probabilidade igual a $\frac{0,948609-0,3}{0,948609-0,051391} = 72,2911\%$. Por fim, se utilizar a regra de decisão s_4^i nós definimos o valor do limiar como 0,45 e o agente considerará um valor $p_i^{o,h}$ entre $\alpha p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ como menor que o preço de reserva com uma probabilidade igual a $\frac{0,948609-0,45}{0,948609-0,051391} = 55,5728\%$. Para qualquer valor $p_i^{o,h}$ abaixo de $\alpha p_{i,T}^h$ o agente atribui um grau de pertinência igual a um para a categoria abaixo do preço de reserva e para qualquer valor acima de $p_{i,T}^h$ ele atribui um grau de pertinência igual a zero.

Nesse sentido, seja a regra de decisão s_r^i , $r = (1, 2, 3, 4)$, o agente será mais apto, em média, a aceitar um preço de oferta maior quanto menor for o valor de r . Isso nos permite definir o mecanismo de reavaliação de estratégias. Se um agente utiliza uma regra de decisão s_r^i , $r \neq 1$, e não conseguiu efetuar a compra da mercadoria de tipo i no período ultra-curto, então no próximo período ele altera a sua regra de decisão para s_{r-1}^i . Se um agente utiliza uma regra de decisão s_r^i , $r \neq 4$, e observa dentro de um mesmo período ultra-

curto um preço de oferta menor do que o preço que aceitou, então no próximo período ele altera a sua regra de decisão para s_{r+1}^i .

5.2.3. SIMULAÇÕES

Nós realizamos 200 simulações, 100 para o valor $\alpha = 0,9$ e 100 para o valor $\alpha = 1$. Quando $\alpha = 1$ todos os valores iguais ou menores do que $p_{i,T}^h$ são considerados $< p_{i,T}^{h,max}$ e todos os valores maiores do que $p_{i,T}^h$ não são menores que o preço de reserva. Quando $\alpha = 0,9$, valores entre $0,9p_{i,T}^h$ e $p_{i,T}^h$ são considerados como sendo menores do que o preço de reserva dependendo probabilisticamente da regra de decisão utilizada. As simulações duraram cada uma 300 períodos dos quais nós descartamos os dados dos 100 primeiros para evitar o viés de condições iniciais.

A variável π_1^1 é a variação percentual de p_1^1 de período a período medida com dados do primeiro instante de tempo de cada período ultra-curto; v_1^1 é o total de vendas do ofertante $j = 1_1$; ov_1^1 é o número de instantes de tempo em que este ofertante realizou uma venda; ns_1^1 é o número de agentes utilizando a regra de comportamento menos restritiva, s_1^1 . Na tabela 5.2 observamos um maior número de vendas e um maior nível de variação percentual do preço no modelo em que todos os agentes são menos restritivos, quando $\alpha = 1$. Esse resultado não rejeita a perspectiva teórica presente na nova-síntese de que há uma relação positiva entre produto e inflação. Quando $\alpha = 0,9$ o número de instantes do tempo em que ocorre ao menos uma transação é maior. A tabela 5.3, porém, demonstra haver alguma relação inversa entre produto e inflação dentro de um mesmo modelo. Nós ordenamos os processos do menor para o maior valor médio da variação percentual e separamos em cinco extratos. A tabela 5.3 apresenta o valor médio observado em cada extrato. Nunes (2010) nos informa que mesmo estimativas de curvas de Phillips novo-keynesianas apresentam, quando utilizada a hipótese de expectativas racionais, este mesmo

resultado. Ou seja, o valor κ da equação (5.13) apresenta um valor negativo em algumas estimativas, o que contraria a teoria.⁶⁵

Tabela 5.2: Estatísticas descritivas

Modelo		$\alpha = 0,9$	$\alpha = 1$
π_1^1	Média	1,6616	1,8540
	Mediana	1,6740	1,8629
	Variância	0,0070	0,0035
v_1^1	Média	4972,1	5083,12
	Mediana	4961	5061
	Variância	10063,71	9264,733
ov_1^1	Média	1151,37	1097,29
	Mediana	1150,5	1093
	Variância	1147,872	1032,875
ns_1^1	Média	65,36	-
	Mediana	65,54	-
	Variância	17,40	-

Tabela 5.3: Estatísticas por extratos

Modelo	Extrato	Média de π_1^1	Média de v_1^1	Média de ov_1^1	Média de ns_1^1
$\alpha = 0,9$	1-20	1,52898	5024,05	1178,95	60,481
	21-40	1,633561	4945,9	1163,35	63,06
	41-60	1,678681	4965,9	1145,7	66,383
	61-80	1,710396	4951,8	1142,7	67,76875
	81-100	1,756519	4972,85	1126,15	69,10075
$\alpha = 1$	1-20	1,759592	5095,5	1122,75	-
	21-40	1,830632	5068,15	1107,1	-
	41-60	1,864067	5094,4	1087,9	-
	61-80	1,892955	5074,95	1090	-
	81-100	1,922547	5082,6	1078,7	-

As diferenças observadas nas comparações inter e intra-modelos nos levaram a buscar medir as correlações entre as variáveis. Nós definimos a seguinte equação e estimamos com mínimos quadrados ordinários:

⁶⁵ A sugestão apresentada por Nunes (2010) é adicionar à expectativa racional alguma outra fonte de informação (*survey*) que representaria uma expectativa adaptativa. Isto se mostra contraditório, ou o agente forma a sua expectativa de uma maneira ou de outra.

$$\pi_1^1 = \varphi_0 + \varphi_1 v_1^1 + \varphi_2 o v_1^1 + \varepsilon, \quad (5.21)$$

na qual ε é o erro estatístico. Os resultados presentes na Tabela 5.4 confirmam a correlação negativa entre π_1^1 e v_1^1 e entre π_1^1 e $o v_1^1$ na análise intra-modelos. Para o modelo com $\alpha = 0,9$ nós estimamos, ainda, a seguinte equação:

$$\pi_1^1 = \varphi_0 + \varphi_1 v_1^1 + \varphi_2 o v_1^1 + \varphi_3 n s_1^1 + \varepsilon. \quad (5.22)$$

A tabela 5.5 demonstra que se mantêm as correlações negativas entre π_1^1 e v_1^1 e entre π_1^1 e $o v_1^1$. Além disso, observamos uma correlação positiva entre π_1^1 e $n s_1^1$. Ou seja, quanto maior a população de agentes menos restritivos a maiores preços, maior será, em média, a variação percentual de um preço.

Tabela 5.4: Modelos de regressão linear para a equação (5.21)

	φ_0	φ_1	φ_2	R^2
$\alpha = 0,9$	6,089535	-0,000434	-0,001973	0,557948
	(0,441971)	(6,22x10 ⁻⁵)	(0,000184)	
	(13,77814)	(-6,974909)	(-10,72104)	
$\alpha = 1$	5,073724	-0,000292	-0,001583	0,450513
	(0,452233)	(5,95x10 ⁻⁵)	(0,000178)	
	(11,21926)	(-4,89969)	(-8,874062)	

Para cada estimativa de parâmetro nós temos o desvio padrão (em parênteses logo abaixo) e o valor da estatística t para o teste de significância dos parâmetros. Todos os valores são significantes a 1%

Tabela 5.5: Modelos de regressão linear para a equação (5.22)

	φ_0	φ_1	φ_2	φ_3	R^2
$\alpha = 0,9$	3,254824	-0,000289	-0,000810	0,011870	0,723808
	(0,512545)	(5,29x10 ⁻⁵)	(0,000212)	(0,001563)	
	(6,350318)	(-5,455101)	(-3,826041)	(7,592783)	

Para cada estimativa de parâmetro nós temos o desvio padrão (em parênteses logo abaixo) e o valor da estatística t para o teste de significância dos parâmetros. Todos os valores são significantes a 1%.

5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nosso modelo, possibilitamos que os agentes interagissem com diferentes ofertantes e observamos em simulações que os preços oferta de diferentes ofertantes de

uma mesma mercadoria não diferem significativamente ao longo do tempo. As figuras 5.5(a)-(d) mostram a evolução dos preços separados por tipo de mercadoria e para os quatro ofertantes de cada uma. Para cada tipo de mercadoria nós temos três gráficos que são sequências de 100 períodos ultra-curtos de uma mesma simulação.⁶⁶ Nós observamos que para os preços de cada ofertante de uma mesma mercadoria não há tendência de distanciamento dos preços, na verdade os preços oscilam entre si. Para diferentes mercadorias, porém, os níveis de preços se distanciam. Na figura 5.6 nós observamos os preços médios de cada tipo de mercadoria se afastando ao longo do tempo.

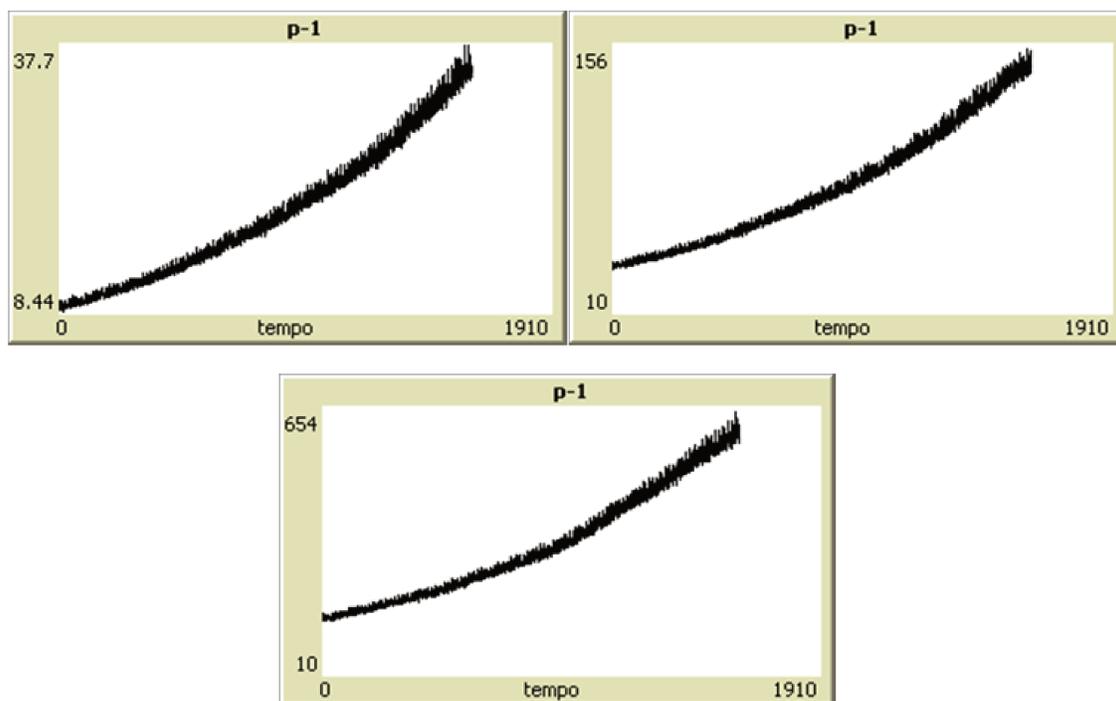


Figura 5.5a: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 1

⁶⁶ Notar que a escala do eixo vertical dos gráficos se altera para possibilitar a visualização de valores em diferentes patamares.

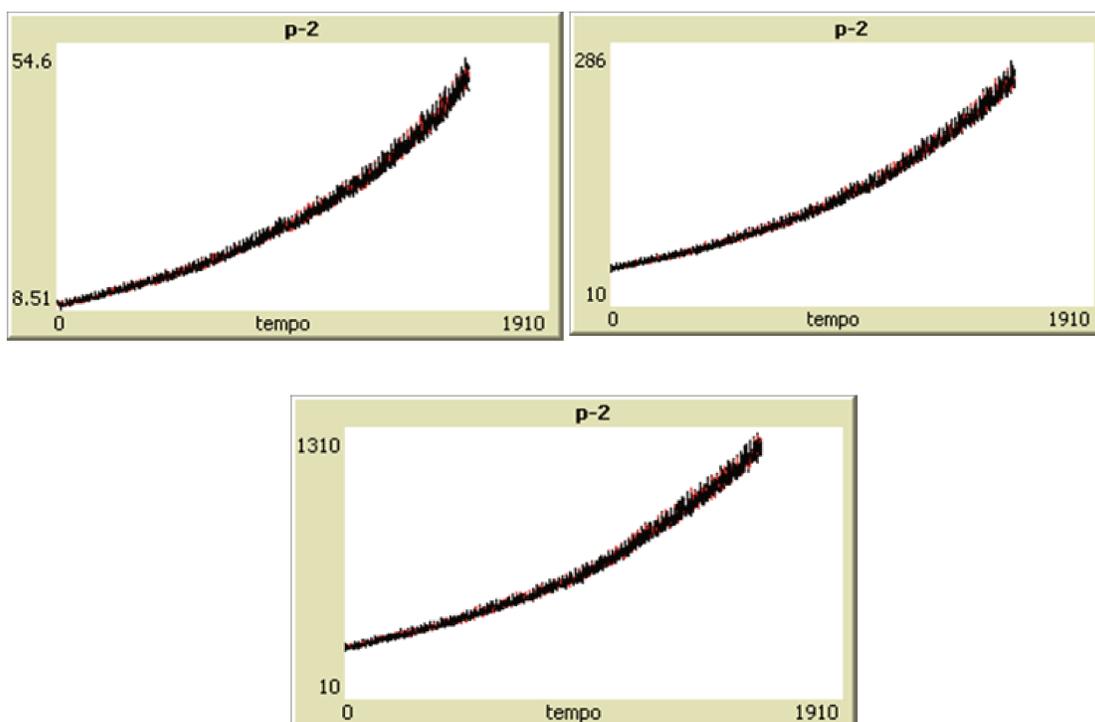


Figura 5.5b: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 2

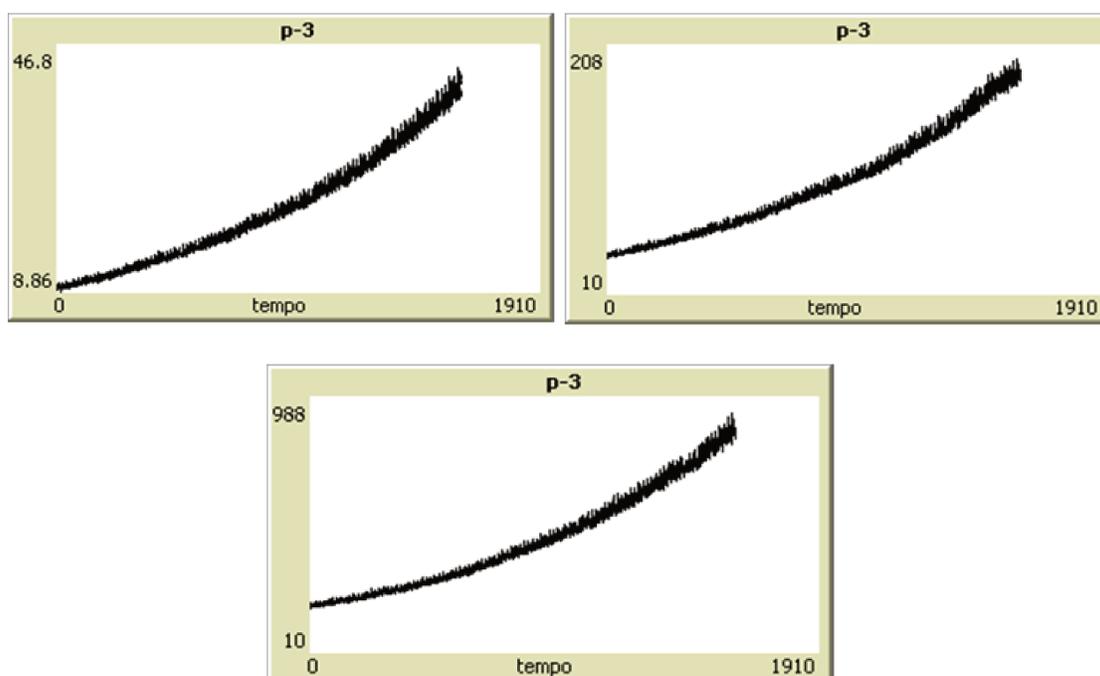


Figura 5.5c: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 3

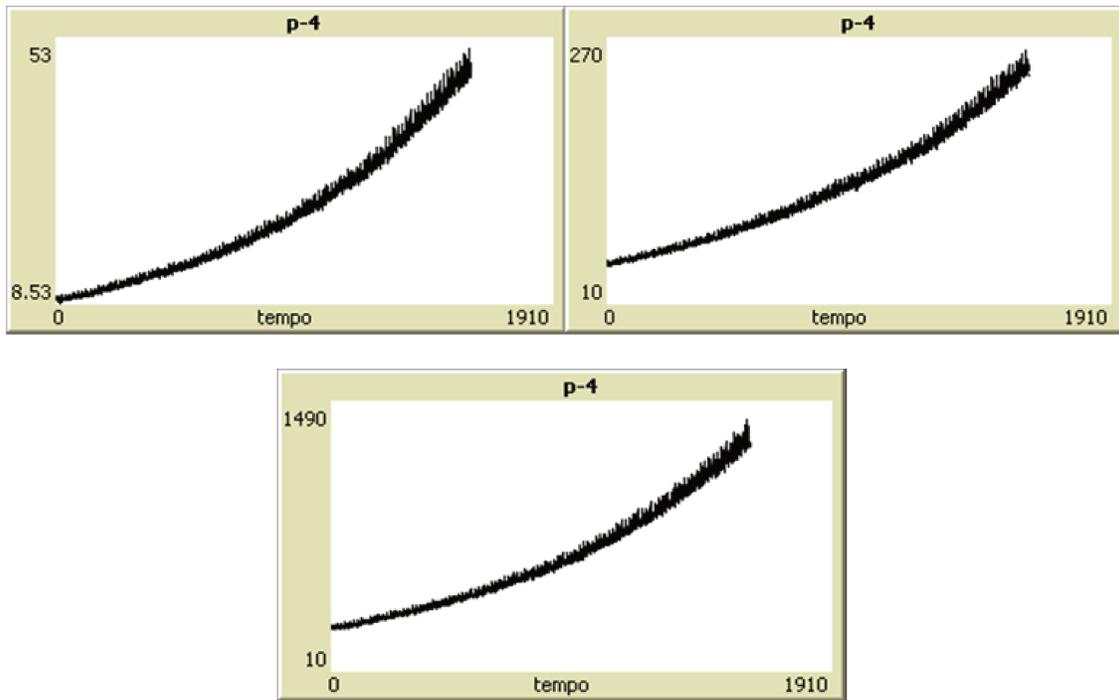


Figura 5.5d: Evolução dos preços de oferta da mercadoria de tipo 4

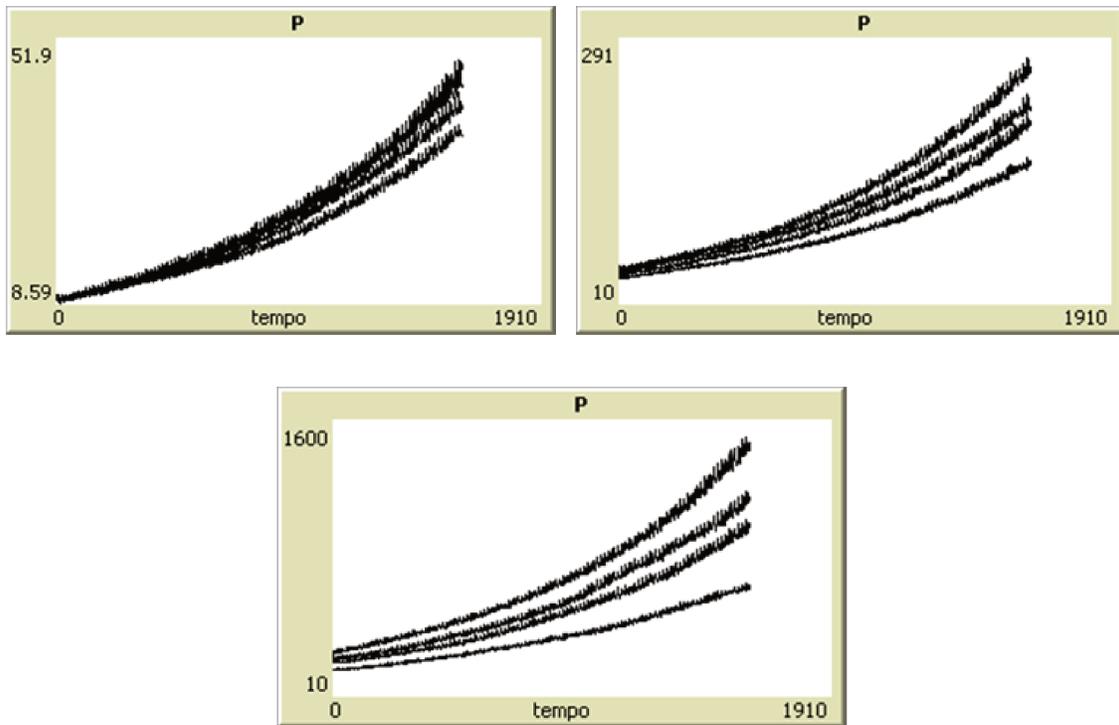


Figura 5.6: Evolução dos preços médios de oferta para as diferentes mercadorias

Por fim, nós realizamos uma simulação final onde o valor de α assumia valores iguais a 0,8, 0,9 e 1. A simulação teve um tamanho total de 460 períodos ultra-curtos dos quais nós descartamos os 100 iniciais. Assim, os dados correspondem a seis intervalos de tamanho igual a 60 períodos ultra-curtos e em cada intervalo α assume, respectivamente, os valores (0,8; 0,9; 1; 0,8; 1; 0,9).

As figuras 5.7a, 5.7b, 5.7c e 5.7d expõem, respectivamente, as variações percentuais para p_1^1 , a média móvel de 60 períodos, a variância móvel de 60 períodos e a curtose móvel,⁶⁷ também de 60 períodos, para esta mesma variável.⁶⁸

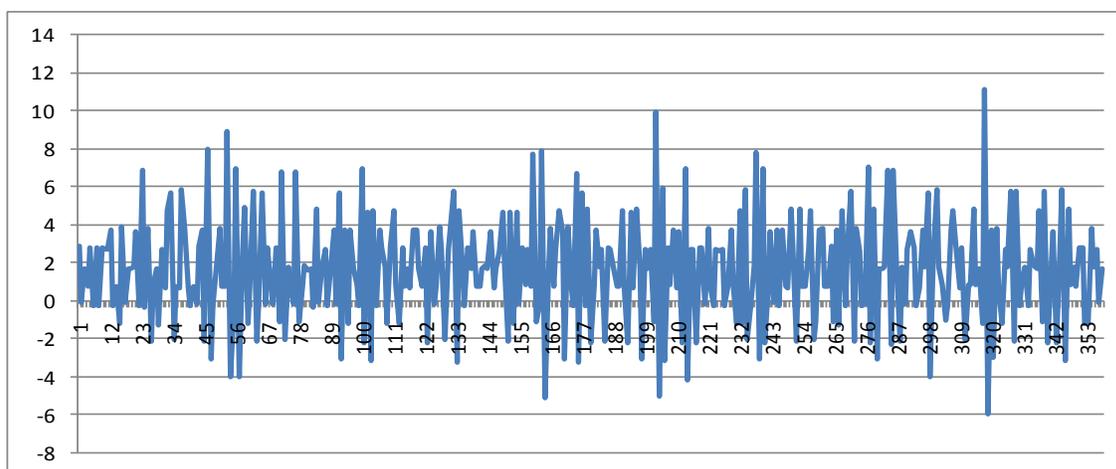


Figura 5.7a: Variação percentual de p_1^1

⁶⁷ A variável é excesso de curtose, ou seja, o valor da curtose menos 3 para todos os gráficos desta seção.

⁶⁸ As séries de média móvel devem ser lidas da seguinte maneira. No eixo horizontal de cada gráfico o valor igual a 1 representa a média móvel para um intervalo onde $\alpha = 0,8$, ou seja, é a média dos 60 primeiros períodos. A medida que o valor aumenta dados com $\alpha = 0,9$ vão sendo adicionados até que no valor igual a 61 todos os dados são obtidos com $\alpha = 0,9$. Assim ocorre sucessivamente conforme a variação no valor de α exposto anteriormente.

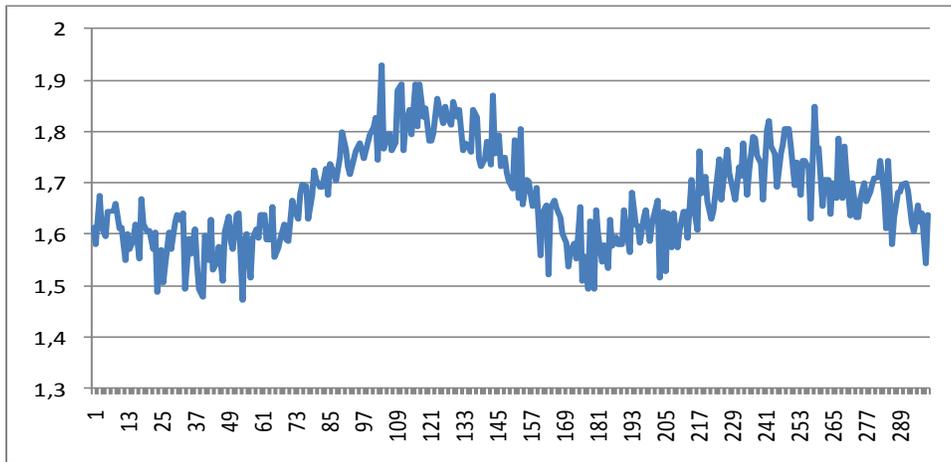


Figura 5.7b: Média móvel da variação percentual de p_1^1

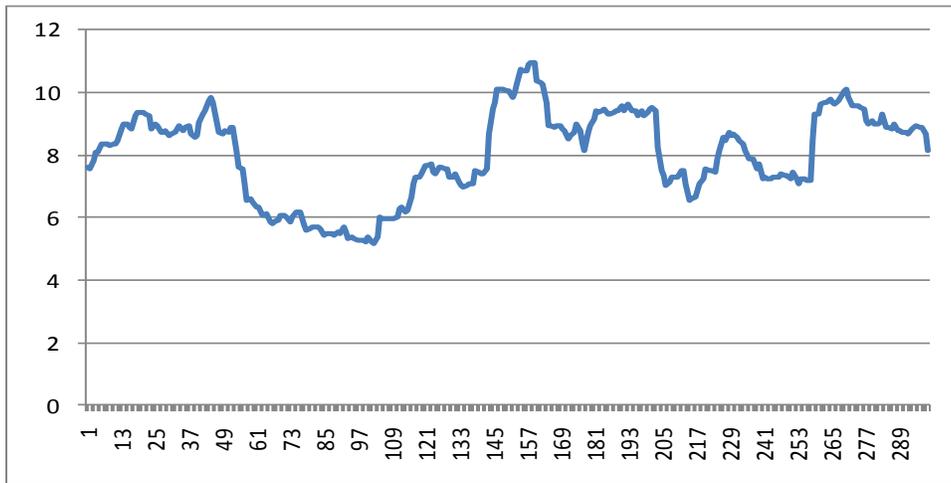


Figura 5.7c: Variância móvel da variação percentual de p_1^1

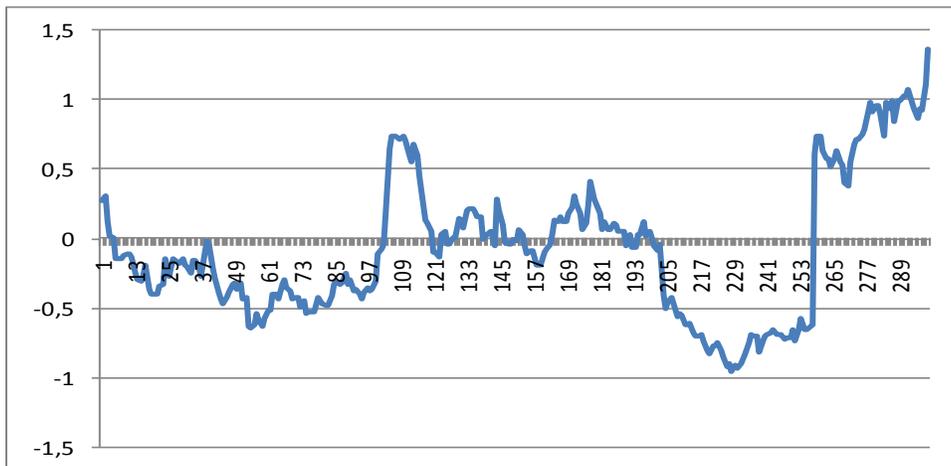


Figura 5.7d: Curtose móvel da variação percentual de p_1^1

As figuras 5.8a, 5.8b, 5.8c e 5.8d expõem, respectivamente, as variações percentuais para o valor médio dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1, a média móvel de 60 períodos, a variância móvel de 60 períodos e a curtose móvel, também de 60 períodos, para esta mesma variável. Comparando estes dados com os de p_1^1 nós observamos que diminui a amplitude de variação da série, diminui o patamar das variâncias, mas aumenta consideravelmente o conjunto de valores para os quais existe excesso de curtose.

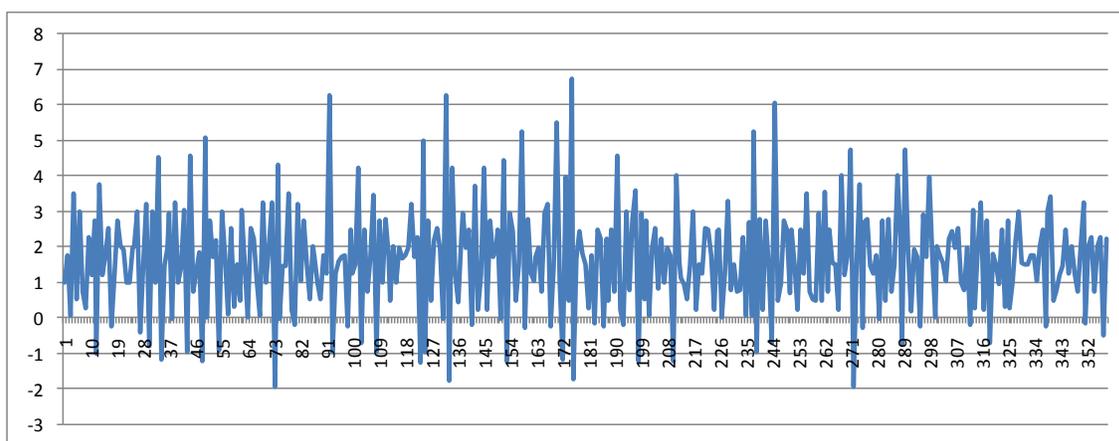


Figura 5.8a: Variação percentual da média dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1

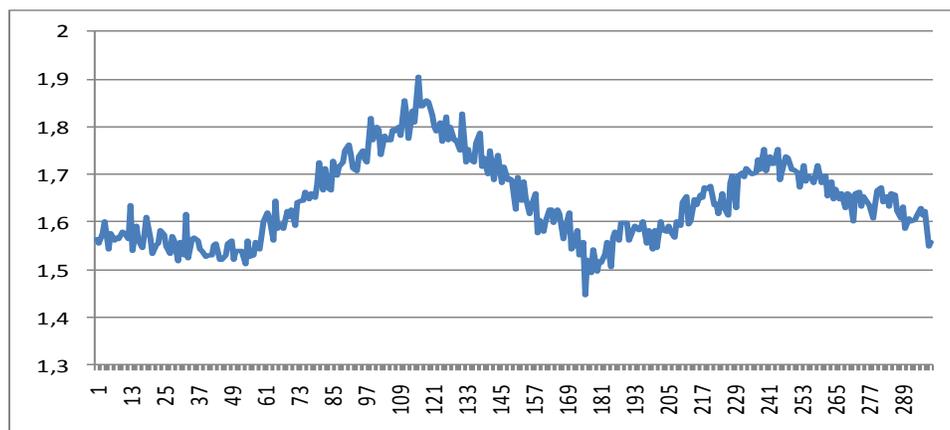


Figura 5.8b: Média móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1

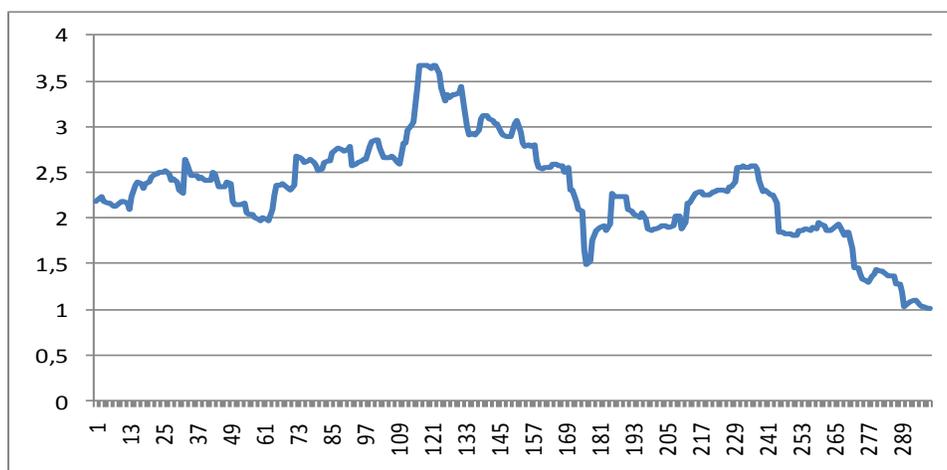


Figura 5.8c: Variância móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1

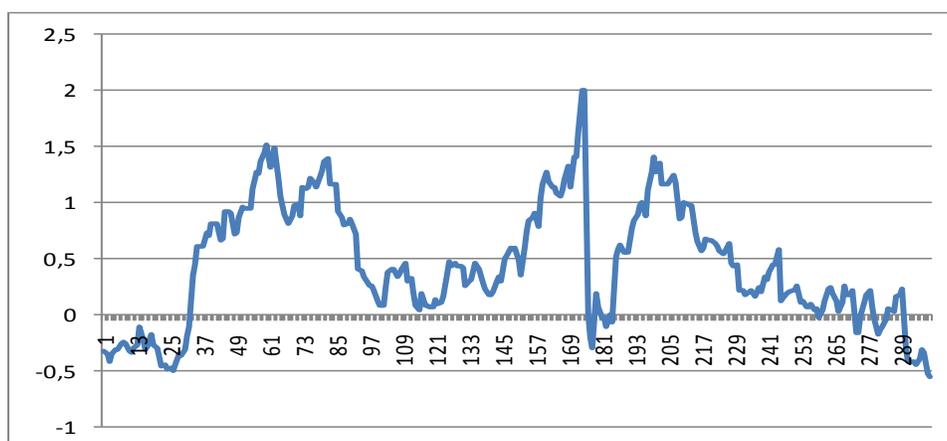


Figura 5.8d: Curtose móvel da variação percentual dos preços dos diferentes ofertantes da mercadoria de tipo 1

As figuras 5.9a, 5.9b, 5.9c e 5.9d expõem, respectivamente, os dados para a série da média geométrica (peso uniforme) para todos os preços de oferta da economia, a média móvel de 60 períodos, a variância móvel e a curtose móvel, ambos de 60 períodos, para esta mesma série. Novamente a amplitude de variação da série cai, assim como o patamar da variância. A série para a curtose móvel demonstra dois intervalos bem característicos de excesso de curtose associado à elevação do valor de α .

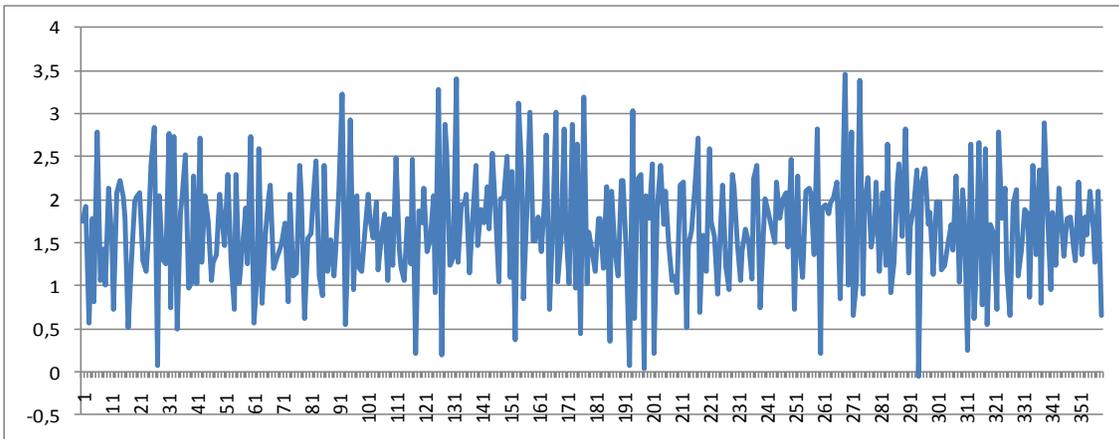


Figura 5.9a: Variação percentual do índice geral de preços

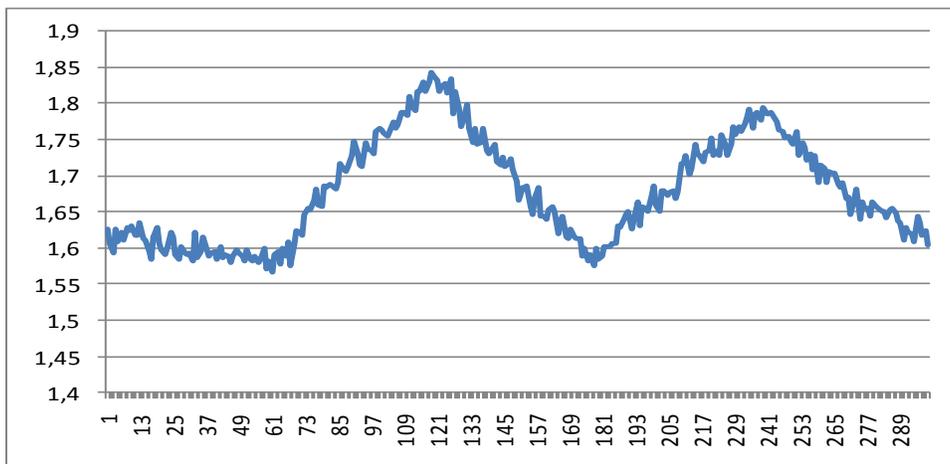


Figura 5.9b: Média móvel da variação percentual do índice geral de preços

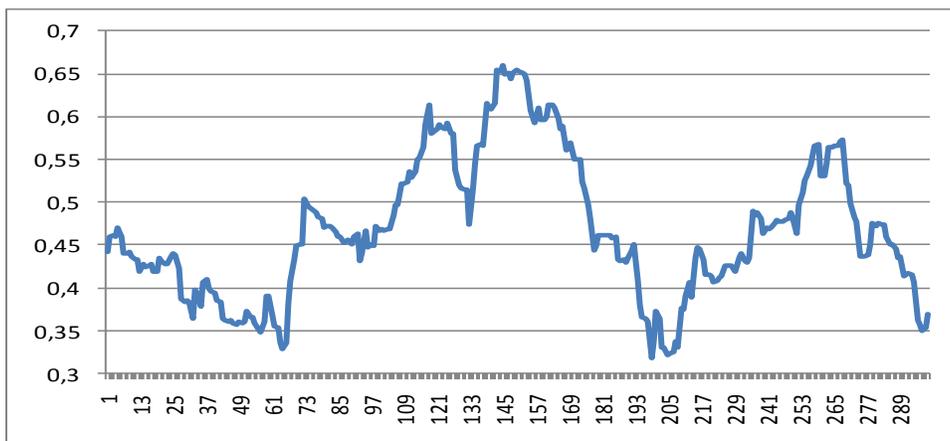


Figura 5.9c: Variância móvel da variação percentual do índice geral de preços

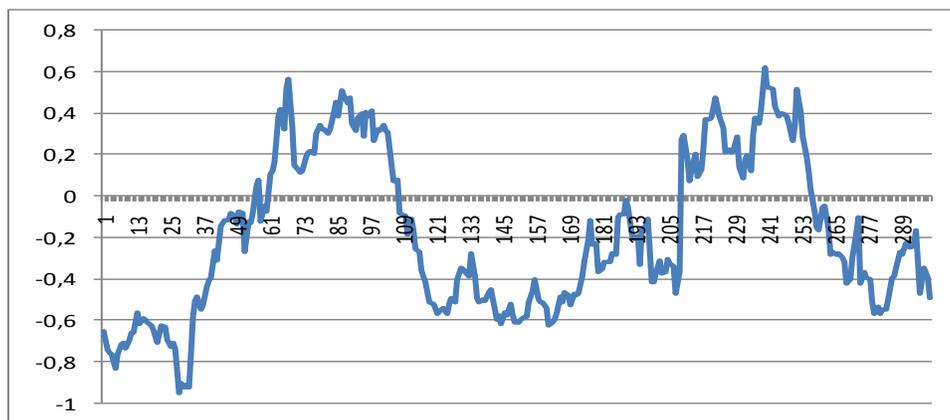


Figura 5.9d: Curtose móvel da variação percentual do índice geral de preços

A figura 5.10 apresenta a média móvel de 60 períodos para o número de vendas de todos os ofertantes da mercadoria de tipo 1. Notamos que quando α varia de 0,8 para 0,9 (do valor 1 para o 60 no eixo horizontal do gráfico) quase não há variação neste valor médio, mas quando α varia de 0,9 para 1 e depois para 0,8 (de 61 a 120 e de 121 a 180 no eixo horizontal) nós temos uma alternância entre uma tendência de alta e uma tendência de baixa no número de unidades vendidas. Finalmente, o valor de α varia de 0,8 para 1 e depois para 0,9 (do valor 181 a 240 e de 241 a 300) no gráfico, mostrando, agora, uma tendência menor de alta seguida de uma queda no valor do número de unidades vendidas.

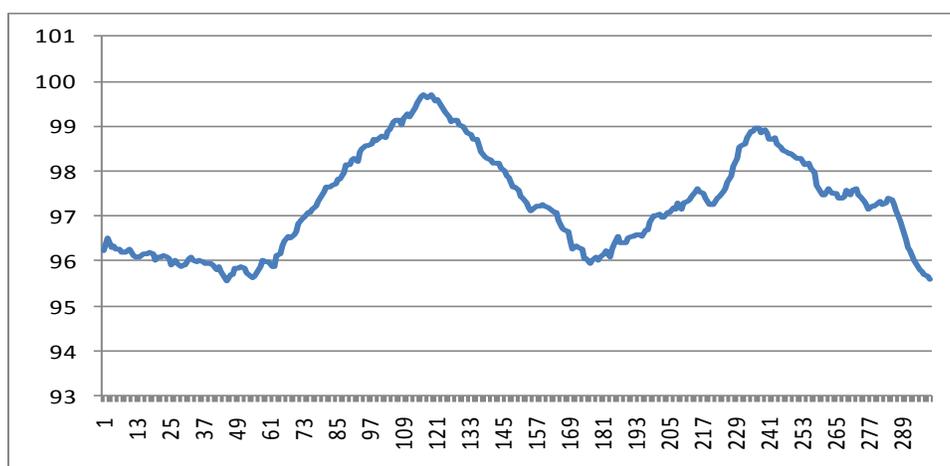


Figura 5.10: Média móvel do número de unidades da mercadoria de tipo 1 vendidas por todos os ofertantes

A figura 5.11 apresenta a média móvel de 60 períodos do número de agentes utilizando a regra de tomada de decisão menos restritiva ns_1^1 para a decisão de considerar ou não um preço de oferta da mercadoria de tipo 1 como abaixo do preço de reserva.

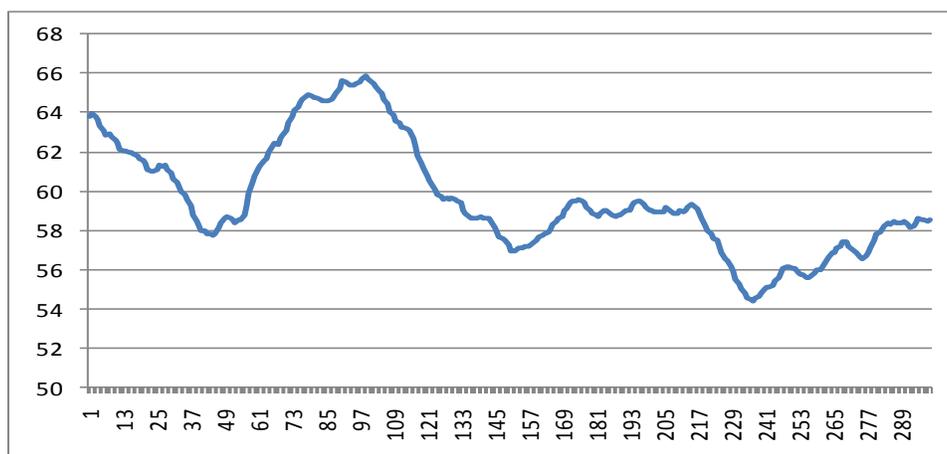


Figura 5.11: Média móvel do número de agentes utilizando a regra de decisão ns_1^1

No atual modelo de política monetária tornou-se prática: (i) manter o público em geral informado sobre as tomadas de decisão da autoridade monetária; e (ii) evidenciar o padrão de comportamento desta. O que na teoria de Kindland e Prescott (1977) assume um elevado grau de apreensão das possibilidades pelos agentes. O indivíduo é considerado capaz de compreender e verificar a escolha entre inflação e produto a que está sujeita a autoridade monetária. Como vimos, porém, esta escolha não é inequivocamente observada nos dados, mesmo quando utilizada a hipótese de expectativas racionais.

Acreditamos, porém, que a informação sobre a aceleração dos preços e mesmo atuação da autoridade monetária possa ser globalmente observada e que esta observação dentro de um contexto específico pode fazer variar alguns parâmetros comportamentais dos agentes. O agente não precisa ter a racionalidade plena e ser capaz de inferir a tomada de decisão ótima condizente com a lei de movimento dos preços para que se espere alguma alteração na dinâmica global. Por outro lado, ainda que o parâmetro de reação à informação de acirramento do processo inflacionário (o parâmetro α , por exemplo), aquele que

demonstra a relação dos agentes internos ao sistema à variação do meio externo, possa ser uma variável de coordenação, estamos atentos ao fato de que cada agente poderá adaptar a sua atuação pontual de forma descentralizada e, por isso, não há nem equilíbrio global nem local. O movimento autônomo dos agentes internos gera uma dinâmica populacional que define parte da estrutura do sistema e que, portanto, define parte da dinâmica.⁶⁹ Este movimento, porém, não é compreendido na nova síntese, principalmente devido ao uso do agente representativo e pelo foco de análise na vizinhança do ponto de equilíbrio. Em nosso modelo utilizamos agentes com as mesmas configurações básicas e observamos empiricamente as resultantes médias (e as variâncias) do comportamento dos mesmos, porém, não deduzimos analiticamente o comportamento coordenado reduzido a um único tipo, ou a um número limitado de tipos de agentes.

⁶⁹ Devemos, ainda, lembrar que o processo inflacionário pode apresentar memória longa, ou seja, a mudança nos patamares de variação pode ser mais lenta ou mais rápida dependendo de características específicas de cada sistema.

CONCLUSÃO

Velupillai (2007) demonstra a impossibilidade de uma política econômica efetiva em uma economia complexa. Por política econômica efetiva o autor se refere a uma que seja recursiva, uma forma algorítmica ou um conjunto de regras baseadas nos valores observados dos processos dinâmicos.⁷⁰ A política econômica em uma economia complexa, conforme sugerida por Brock e Colander (2000), consistiria em deslocar a trajetória econômica observada para determinada base de atração. Portanto, o economista deveria não somente apreender o processo dinâmico em questão como também deveria ser capaz de identificar uma base de atração que levaria a um estado melhor do que o correspondente para o atual processo.

Segundo Velupillai (2007, p. 283), sistemas dinâmicos relacionados a pontos limites, ciclos limites e atratores estranhos não são universalmente computáveis, ao contrário de sistemas dinâmicos que estão no limite destes atratores. Supor uma política efetiva para uma economia complexa significaria supor a existência de um algoritmo que para qualquer trajetória observada pudesse definir recursivamente a base de atração desta. Como se sabe, mesmo processos que podem ser implementados em uma máquina universal de Turing podem ser não computáveis.⁷¹

Porém, o que aparentemente representa uma visão pessimista da capacidade de inferência sobre o estado econômico demonstra-se, na verdade, uma conformidade com a observação da realidade complexa. Velupillai (2007, p. 285) observa que pode haver métodos não recursivos para atingir o mesmo objetivo da política econômica efetiva de Brock e Colander (2000). Abordagens que indicam métodos precisos de inferência sobre a economia deixam de ter validade nesta nova perspectiva.

⁷⁰ Casti (1992, p. 297) observa que a noção de algoritmo permite uma bem definida noção matemática para a ideia intuitiva de processo efetivo.

⁷¹ O *Halting Problem* demonstra que não há um procedimento generalizado que permita informar que iniciado um programa em uma máquina universal de Turing esta irá ou não chegar em algum momento ao final do procedimento (Casti, 1992, pp. 300-302).

Nesta tese nós buscamos explicitar a existência e características da dinâmica de fenômenos monetários essenciais dentro da perspectiva de uma realidade complexa, focando principalmente no comportamento dos agentes econômicos mais simples. Esta escolha ocorreu para evidenciar o fato de que tomar o comportamento dos agentes econômicos como um dado, por meio das hipóteses sobre a sua racionalidade, e deduzir os fenômenos agregados destes comportamentos isolados implica em uma suposta previsibilidade da dinâmica que acreditamos não configurar uma boa representação do sistema econômico.

Nós partimos do fenômeno da aceitabilidade da moeda como uma propriedade emergente de um sistema caracterizado por tomadas de decisão descentralizadas e sujeitas a um problema de indefinição de resultado final. Ainda que a existência da moeda suponha o fenômeno da aceitabilidade generalizada e que a moeda seja uma instituição social universalmente estabelecida no atual momento histórico, é importante demonstrar que a obtenção do estado inicial passível de gerar uma auto-organização pode ser classificado como um evento raro. Toda a estrutura monetária generalizada da economia capitalista é fruto de um processo bem estabelecido que não pode ser simplesmente considerado como natural, ainda que seja válido o argumento que a moeda ocorreu em diferentes lugares e em diferentes períodos históricos.

A explicitação da emergência da moeda na economia não somente configura uma teoria de anteparo para o estudo da estrutura das taxas de juros, como também fornece alguns elementos de racionalização para características desta estrutura. Nós sugerimos que os mercados para títulos de curto e de longo prazo não podem ser considerados como um mesmo sistema. Estes mercados podem, no limite, ser considerados subsistemas de um mesmo sistema.⁷² Isto ocorre porque a organização (a estrutura funcional) destes dois mercados demonstra ser diferente na medida em que reagem de forma diferenciada a uma variação externa de mesma natureza. No mercado de curto prazo há a possibilidade de controle relativo pela autoridade monetária enquanto que no de longo prazo não há.

⁷² Qualquer conjunto de sistemas compartilha desta propriedade uma vez que todo sistema é subsistema do universo. Obviamente, porém, os mercados de títulos de curto e longo prazo configuram sistemas em constante interação.

Mercados de títulos, porém, não são universalmente observados, principalmente quando se consideram prazos longos. Existe, por exemplo, uma discussão sobre a dificuldade de desenvolver um mercado privado de crédito de longo prazo no Brasil. A gênese deste mercado certamente configura a possibilidade de formação de uma organização que até então não existe na economia. É necessário que determinados agentes formem relações recorrentes entre si de modo que se tornem indissociáveis da estrutura e distinguíveis do meio externo, com o qual interagem de forma diferenciada. Possivelmente isto também configura um estado suficientemente raro para que possa ser considerado naturalmente esperado. Lembrando a prova de Velupillai (2007), não há como identificar para todo caso uma política econômica específica que permita estabelecer um mercado deste tipo. Portanto, também não há como afirmar se existe um conjunto obrigatório e suficiente de práticas para que este mercado se estabeleça. O estudo das suas características dinâmicas, porém, não apenas auxilia a compreensão do fenômeno como pode servir de base para políticas não recursivas de estímulo ao crédito de longo prazo.

Enquanto que na atual teoria monetária, a denominada nova síntese neoclássica, espera-se que os agentes possam coordenar o seu comportamento com relação a variação nas taxas de juros de curto prazo e da influência destas em toda a estrutura de taxas de juros, nós focamos na dinâmica fora do equilíbrio de agentes consumidores para explicitar algumas possibilidades da dinâmica de preços. Na medida em que os agentes realizam as suas compras dentro de cada período ultra-curto há uma dissipação de sua demanda que é repostada a cada novo período. Desta forma o comportamento dos preços é oscilatório uma vez que são determinados para reagir a um excesso de demanda. Na medida em que esta oscilação se torna imprevisível para o agente, torna-se complicado estabelecer expectativas bem definidas e socialmente compartilhadas (num processo intersubjetivo). Há num processo de variação de preços deste tipo a possibilidade de tornar a reavaliação constante de preços de reserva a melhor opção para o agente econômico. Obviamente isso depende de um mecanismo de recuperação de sua renda que nós tomamos como dado. Nós observamos que mesmo em configurações nas quais os agentes são mais relutantes em aceitar uma maior variação de preços, o comportamento individual - em alguma medida espontâneo,

mas, ao menos em parte, determinado pela estrutura e pela dinâmica populacional dos demais agentes - pode variar localmente na tentativa de encontrar melhores formas de atuação. Nesse sentido cabe colocar em perspectiva a capacidade de coordenação de crenças e expectativas que é atribuída atualmente às autoridades monetárias.

Estes resultados sugerem que existe um campo de pesquisa que precisa ser desenvolvido considerando as limitações da capacidade de apreensão dos fenômenos monetários. Isso não implica, porém, em uma perspectiva pessimista da capacidade de atuação da autoridade monetária. Implica apenas que devem ser reconsideradas a relevância e validade de alguns procedimentos tomados como métodos precisos e acima de qualquer crítica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGGIO, G.O. (2008), *Moeda, Convenção, Contratos e Impostos – Uma Contribuição para a Teoria da Aceitabilidade da Moeda*, Dissertação de Mestrado, Campinas: UNICAMP.
- AGGIO, G.O. (2011), Emergência de Convenções Sociais: Uma análise a partir da Simulação de Interações Descentralizadas Caracterizadas pela Disposição à Imitação de Comportamento, *Revista Brasileira de Economia*, vol. 65, no. 1, pp. 3-21.
- AGGIO, G.O.; BALLINI, R. (2010), Aplicação do Cálculo do Índice H para Teste de Memória Longa como uma Medida de Persistência Inflacionária. In: 32o. Encontro Brasileiro de Econometria, 2010, Salvador. Encontro Brasileiro de Econometria, 2010.
- AGGIO, G.O.; BALLINI, R.; GOMIDE, F. (2009), Emergence of Social Conventions: An Approach Based on Decentralized Interactions of Individuals and Strategies Characterized by Probabilistic Sets, *Fuzzy Economic Review*, vol. 14, no. 2, pp. 35-52.
- AGGIO, G.O.; BALLINI, R.; GOMIDE, F. (2011), Out-Of-Equilibrium Price Dynamics and the Inflationary Process. In: IEEE Symposium on Computational Intelligence for Financial Engineering & Economics CIFE, 2011, Paris. IEEE Symposium Series in Computational Intelligence-SSCI, 2011.
- AGLIETTA, M. ; ORLÉAN, A. (2002), *La Monnaie Entre Violence et Confiance*, Paris: Odile Jacob.
- ALLEN, P.M. (2001), Knowledge, Ignorance and the Evolution of Complex Systems. In: FOSTER, J.; METCALFE, J.S. (eds.) (2001).
- ANIS, A. A.; LLOYD, E. H. (1976), The Expected Value of the Adjusted Rescaled Hurst Range of Independent Normal Summands, *Biometrika*, vol. 63. no. 1, pp. 111-116.
- AOKI, M. (1996), *New Approaches to Macroeconomic Modeling: Evolutionary Stochastic Dynamics, Multiple Equilibria, and Externalities as Field Effects*, Cambridge; Cambridge University Press.
- AOKI, M. (2002), *Modeling Aggregate Behavior and Fluctuations in Economics: Stochastic Views of Interacting Agents*, Cambridge; Cambridge University Press.
- AOKI, M.; YOSHIKAWA, H. (2006), Stock Prices and the Real Economy: Power Law Versus Exponential Distributions, *Journal of Economic Interaction and Coordination*, vol. 1, no. 1, pp. 45-73.

- ARTHUR, B.W. (1994), Inductive Reasoning and Bounded Rationality, *The American Economic Review*, vol. 84, no. 2, pp. 406-411.
- ARTHUR, W.B. (2005), Out-of Equilibrium Economics and Agent-Based Modeling. In: JUDD, K.; TEFATSION, L. (eds.) (2005).
- ARTHUR, W.B., DURLAUF, S.N.; LANE, D.A. (eds.) (1997), *The Economy as an Evolving Complex System II*, Reading: Addison-Wesley.
- ARTHUR, W.B.; HOLLAND, J.H.; LEBARON, B.; PALMER, R.; TAYLER, P. (1997), Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market. In: ARTHUR, W.B., DURLAUF, S.N.; LANE, D.A. (eds.) (1997).
- AXELROAD, R. ; TEFATSION, L. (2006), A Guide for Newcomers to Agent-Based Modeling in the Social Sciences. In: JUDD, K.; TEFATSION, L. (eds.) (2005).
- BAK, P.; TANG, C.; WIESENFELD, K. (1987), Self-Organized Criticality: An Explanation of $1/f$ Noise, *Physical Review Letters*, vol 59, pp. 381-384.
- BROCK, W.A.; COLANDER, D. (2000), Complexity and Policy. In: COLANDER, D. (ed.), *Complexity Vision and the Teaching of Economics*, Cheltenham: Edward Elgar, 2000.
- BROWNE, F.; MANASSE, P. (1989), The Information Content of the Term Structure of Interest Rates: Theory and Practice, OECD Economics Department Working Papers, no. 69, OECD, disponível em: <http://dx.doi.org/10.1787/748671027822>, site acessado em 13/11/2011.
- CALVO, G. (1983), Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework, *Journal of Monetary Economy*, vol. 12, no. 3, pp. 383-398.
- CANOVA, F.; SALA, L. (2009), Back to Square One: identification Issues in DSGE Models, *Journal of Monetary Economics*, vol. 56, no. 4, pp. 431-449.
- CARDOSO, F.G. (2008), *Elementos para a Integração Analítica da Micro e da Macroeconomia*, Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro: UFRJ
- CASTI, J.L. (2007), *Reality Rule: II, Picturing the World in Mathematics – The Frontier*, Nova York: John Wiley & Sons.
- CLARIDA, R.; GALÍ, J. GERTLER, M. (1999), The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, vol. 37, no. 4, pp. 1661-1707.
- COLANDER, D. (ed.) (2006), *Post Walrasian Macroeconomics: Beyond the Dynamic Stochastic General Equilibrium Model*, Cambridge: Cambridge University Press.

- COUILLARD, M.; DAVIDSON, M. (2005), A Comment on Measuring the Hurst Exponent of Financial Time Series, *Physica A*, no. 348, pp. 404-418.
- DANTAS, W.G. (2006), *Estudo de Propriedades Críticas para Modelos de Rede com Estados Absorventes*, Tese de Doutorado, Niterói: UFF.
- DAVIDSON, R. (1982), Economic Dynamics. In: SCHIEVE, W.C.; ALLEN, P.M. (eds.) (1982).
- DAY, R.H. (1994), *Complex Economic Dynamics - Vol. 1: An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanisms*, Cambridge: The MIT Press.
- DEQUECH, D. (2009), Institutions, Social Norms, and Decision-Theoretic Norms. *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 72, no.1, pp. 70-78.
- DEQUECH, D. (2011), Financial Conventions in Keynes's Theory: The Stock Exchange, *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 33, no. 3, pp. 469-489.
- DIXIT, A.K.; STIGLITZ, J.E. (1977), Monopolistic, Competition and Optimum Product Diversity, *American Economic Review*, vol. 67, no. 3, pp. 297-308.
- D'OTTAVIANO, I.M.L.; BRESCIANI, F.E. (2004), Auto-organização e Criação, *Multiciência*, no. 3, pp. 1-23.
- DOW, S.C.; GHOSH, D. (2009), Fuzzy Logic and Keynes's Speculative Demand for Money, *Journal of Economic Methodology*, vol. no. 1, pp. 57-69.
- EGGERTSSON, G.B.; WOODFORD, M. (2003), The Zero Bound on Interest Rates and Optimal Monetary Policy. In: *Brookings Papers on Economic Activity*, vol. 2003, no. 1, pp. 139-211.
- EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. (1996), *Growing Artificial Societies – Social Science from the Bottom Up*, Cambridge: The MIT Press.
- ESTRELLA, A.; MISHKIN, F.S. (1997), The Term Structure of Interest Rates and its Role in Monetary Policy for the European Central Bank, NBER Working Paper Series, no. 5279, disponível em: <http://www.nber.org/papers/w5279>, site acessado em 13/11/2011.
- FAMA, E. F. (1965), The Behavior of Stock-Market Prices, *The Journal of Business*, vol. 38, no.1, pp. 34-105.
- FAMA, E.F.; BLISS, R.R. (1987), The Information in Long-Maturity Forward Rates, *The American Economic Review*, vol. 77, no. 4 (Sep., 1987), pp. 680-692.
- FEIJÓ, R. (2000), *Economia e Filosofia na Escola Austríaca – Menger, Mises e Hayek*, São Paulo: Nobel.

- FIGUEIREDO, E. A.; MARQUES, A. M. (2009), Inflação Inercial como um Processo de Longa Memória: Análise a partir de um Modelo Arfima-Figarch, *Estudos Econômicos*, vol. 39, no. 2, pp. 437-458.
- FISHER, I. (1930), *The Theory of Interest*, Nova York: Macmillan.
- FOLEY, D. K. (1994), A Statistical Equilibrium Theory of Markets, *Journal of Economic Theory*, vol. 62, pp. 321-345.
- FOLEY, D. K. (2003), *Unholy Trinity – Labor, Capital, and Land in the New Economy*, Londres: Routledge.
- FOSTER, J. (1997), The Analytical Foundation of Evolutionary Economics: From Biological Analogy to Economic Self-Organization, *Structural Change and Economic Dynamics*, no. 8, pp. 427-451.
- FOSTER, J.; METCALFE, J.S. (eds.) (2001), *Frontiers of Evolutionary Economics – Competitions, Self-Organization and Innovation Policy*, Cheltenham: Edward Elgar.
- FOSTER, J.; METCALFE, J.S. (2001), Modern Evolutionary Economic Perspectives: An Overview. In: FOSTER, J.; METCALFE, J.S. (eds.) (2001).
- FUHRER, J. C. (2009), Inflation Persistence, *Working Papers – Federal Reserve Bank of Boston*, No. 09-14, pp. 1-65, disponível em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1520513, site acessado em 23/03/2010.
- GALBRAITH, J. K. (1946), Reflections on Price Control, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 60, no. 4, pp. 475-489.
- GALBRAITH, J. K. (1975), *Money – Where it Came, Where it Went*, 5ª edição, Nova York: Bantam Books.
- GERSHESON, C. (2007) *Design and Control of Self-Organizing Systems*, Tese de Doutorado: Faculteit Wetenschappen Center Leo Apostel for Interdisciplinary Studies, Bruxelas: Universidade de Vrije.
- GHAHFAROKHI, M. A. B.; GHAHFAROKHI, P. B. (2009), Applications of Stable Distributions in Time Series Analysis, *Computer Sciences and Financial Markets, World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol 49, no. 1, pp. 1027-1031.
- GOODFRIEND, M.; KING, R.G. (1997), The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy, *NBER Macroeconomics Annual*, vol. 12, pp. 231-283.
- HAYEK, F.A. (1964), The Theory of Complex Phenomena. In: HAYEK, F.A. *Studies in Philosophy, Politics and Economics*, Chicago: The University of Chicago Press, 1967.

- HEYMANN, D; LEIJONHUFVUD, A. (1995), *High Inflation: The Arne Ryde Memorial Lectures*, Oxford: Clarendon Press.
- HICKS, J.R. (1939), *Value and Capital: an Inquiry Into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, 2ª edição, Oxford: Clarendon Press, 1968.
- HIROTA, K. (1977), Concepts of Probabilistic Sets, *IEEE Conference on Decision and Control Including 16th Symposium on Adaptive Process and a Special Symposium on Fuzzy Set Theory and Applications*, vol. 16, pp. 1361-1366.
- HUME, D. (1740), *A Treatise of Human Nature*, 2ª edição, Oxford: Clarendon Press, 1978.
- HUME, D. (1752), *Of Money*. In HAAKONSSSEN, K (ed.) *David Hume: Political Essays*, Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- HURST, H. E. (1951), Long Term Storage Capacity of Reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, no. 1, pp. 770-799.
- IRELAND, P. (2004), A Method for Taking Models to the Data, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 28, pp. 1205-1226.
- JAFFÉ, W. (1967), Walras's Theory of Tâtonnement: A Critique of Recent Interpretations, *Journal of Political Economy*, vol.75, no. 1, pp.: 1-19.
- JOHANSEN, S. (2006), Confronting Economic Model with the Data. In: COLANDER, D. (2006).
- JONES, R.A.; OSTROY, J.M. (1984), Flexibility and Uncertainty, *The Review of Economic Studies*, vol. 51, no. 1, pp. 13-32.
- JUDD, K.; TEFATSION, L. (eds.) (2005), *Handbook of Computational Economics - vol 2: Agent-Based Computational Economics*, North-Holland: Elsevier.
- JUSELIUS, K. (1999), Models and Relations in Economics and Econometrics, *Journal of Economic Methodology*, vol. 6, no. 2, pp. 259-290.
- KAUFFMAN, S.A. (1993), *The Origins of Order, Self-Organization and Selection in Evolution*, Oxford: Oxford University Press.
- KELLER, E.F. (2008), Organisms, Machines, and Thunderstorms: A History of Self-organization, Part One, *Historical Studies in Natural Sciences*, vol. 38, no. 1, pp. 45-75.
- KELLER, E.F. (2009), Organisms, Machines, and Thunderstorms: A History of Self-organization, Part Two. Complexity, Emergence, and Stable Attractors, *Historical Studies in Natural Sciences*, vol. 39, no. 1, pp. 1-31

- KEYNES, J.M. (1930) *A Treatise on Money in Two Volumes*. In: KEYNES, J. M., *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, volume V, Londres: Macmillan 1973.
- KEYNES, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*. In: KEYNES, J. M., *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, volume VII, Londres: Macmillan 1973.
- KHINTCHINE, A. Y.; LÉVY, P. (1936), Sur Les Lois Stables, *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences*, vol. 202, no. 1, pp. 374-376.
- KYNDLAND, F.R.; PRESCOTT, E. (1977), Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans, *Journal of Political Economy*, vol. 85, no. 3, pp. 473-491.
- KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. (1989), On Money as a Medium of Exchange, *Journal of Political Economy*, vol. 97, no. 4, pp. 927-954.
- KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. (1991), A Contribution to the Pure Theory of Money, *Journal of Economic Theory*, vol. 53, pp. 215-235.
- KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. (1993), A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics, *The American Economic Review*, vol. 83, no. 1, pp. 63-77.
- KLEIN, P.G.; SELGIN, G. (2000), Menger's Theory of Money: Some Experimental Evidence. In: SMITHIN, J. (ed.), *What is Money*, Londres: Routledge, 2000.
- KOPPL, R.; ROSSER, J.B. (2002), All That I Have to Say Has Already Crossed Your Mind, *Metroeconomica*, vol. 53, no.4, pp. 339-360.
- KRUGMAN, P. (1995), *The Self-Organizing Economy*, Boston: Blackwell Publishers.
- LAMBERT, P.; LINDSEY, J. K. (1999), Analyzing Financial Returns by Using Regression Models on Non-Symmetric Stable Distributions, *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, vol. 48, no. 3, pp. 409-424.
- LEIJONHUFVUD, A. (1981) The Wicksell Connection: Variations on a Theme. In: LEIJONHUFVUD, A. *Information and Coordination: Essays in Macroeconomic Theory*, Nova York: Oxford University Press, 1981.
- LESOURNE, J.; ORLÉAN, A. (eds.) (1998), *Advances in Self-Organization and Evolutionary Economics*, Londres: Economica.
- LÉVY, P. (1925), *Calcul des Probabilités*, Paris: Gauthier-Villars et Cie.
- LEWIS, D. (1969), *Convention: A Philosophical Study*, 2ª edição, Malden: Blackwell, 2002.

- LI, D.X. (2000), On Default Correlation: A copula function approach, *Journal of Fixed Income*, vol. 9, no. 4, pp. 43-54.
- LOCKE, J. (1690), *The Second Treatise of Government*, Indianapolis: The Library of Liberal Arts, 1981.
- LO, A. W. (1991), Long-Term Memory in Stock Market Prices, *Econometrica*, vol. 59, no. 5, pp. 1279-1313.
- LO, A. W.; MACKINLAY, A. C. (1999), *A Non-Random Walk Down Wall Street*, Princeton: Princeton University Press.
- LUCAS, R.E., JR. (1972), Expectations and Neutrality of Money, *Journal of Economic Theory*, vol. 4, no. 2, pp. 103-124.
- LUCAS, R.E., JR. (1976), Econometric policy Evaluation: A Critique, *Carnegie-Rochester Conferences Series on Public Policy*, vol. 1, pp. 19-46.
- LUCAS, R.E., JR. (1986), Adaptive Behavior and Economic Theory, *Journal of Business*, vol. 59, pp. 401-426.
- MANDELBROT, B.B. (1963), The Variations of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, vol XXXVI, pp. 393-413.
- MANDELBROT, B.B. (1969), Long-Run Linearity, Locally Gaussian Process, H-Spectra and Infinite Variances, *International Economic Review*, vol. 10, no. 1, pp. 82- 111.
- MANDELBROT, B.B. (1972), Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis, *Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 1, no. 3, pp. 259-290.
- MANDELBROT, B.B. (1982), The Many faces of Scaling: Fractals, Geometry of Nature, and Economics. In: SCHIEVE, C.; ALLEN, P.M. (eds.) (1982).
- MANDELBROT, B.B.; HUDSON, R.L. (2004), *The (Mis) Behavior of Markets: A Fractal View of Risk, Ruin, and Reward*, Nova York: Basic Books.
- MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. (2000), *An Introduction to Econophysics – Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge: Cambridge University Press.
- MARIMON, R. ; MCGRATTAN, E.R. ; SARGENT, T. J. (1990), Money as a Medium of Exchange in an Economy With Artificially Intelligent Agents, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 14, no. 2, pp. 329-373.
- MATSUMURA, M.S.; MOREIRA, A.R.B.; VICENTE, .V.M. (2010), Forecasting the Yield Curve with Linear Factor Models, Banco Central do Brasil: Working

Paper Series 223, disponível em: www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps223.pdf, site acessado em 13/11/2011.

- MATURANA, H.R.; VARELA, F. (1973), *Autopoiesis and Cognition – The Realization of the Living*, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- MCCULLOCH, J.H., (1971) Measuring the Term Structure of Interest Rates, *The Journal of Business*, vol. 44, no. 1, pp. 19-31.
- MCCULLOCH, J. H. (1986), Simple Consistent Estimators of Stable Distribution Parameters, *Communications in Statistics Simulation and Computation*, vol. 15, no. 4, pp. 1109-1136.
- MEIRELLES, A.J. (1995), Moeda Endógena e Teoria Monetária da Produção, *Revista de Economia Política*, vol. 15, no. 3, pp. 18-30.
- MENGER, C. (1871), *Principles of Economics*, Glencoe: The Free Press, 1950.
- MENGER, C. (1892), On the Origin of Money, *The Economic Journal*, vol. 2, no. 6, pp. 239-255.
- MENGER, C. (1909), Money. In: LATZER, M.; SCHMITZ, S.W. (eds.) *Carl Menger and the Evolution of Payments Systems: From Barter to Electronic Money*, Cheltenham: Edward Elgar, 2002.
- MENN, C.; RACHEV, S. T. (2006), Calibrated FFT-Based Density Approximations for α -Stable Distributions, *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 50, no. 1, pp. 1891-1904.
- MILL, J. S. (1848), *Principles of Political Economy*, Londres: J. W. Parker, 1997.
- MISHKIN, F.S. (1990), What Does The Term Structure Tell Us About Inflation, *Journal of Monetary Economics*, vol. 25, no. 1, pp. 77-95.
- MISHKIN, F.S. (2011), Monetary Policy Strategy: Lessons from the Crisis, NBER Working Paper Series, no. 16755, disponível em: <http://www.nber.org/papers/w16755>, site acessado em 13/11/2011.
- MITTNIK, S.; RACHEV, S. T.; DOGANOGLU, T.; CHENYAO, D. (1999), Maximum Likelihood Estimation of Stable Paretian Models, *Mathematical and Computer Modeling*, vol. 29, no. 1, pp. 275-293.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C., (2006), *Análise de Séries Temporais*, 2ª edição, São Paulo: Edgard Blücher.
- MORGESTERN, O. (1935), Perfect Foresight and Economic Equilibrium. In: SCHOTTER, A. (ed.), *Select Economic Writings of Oskar Morgenstern*, Nova York: New York University Press, 1976.

- MUTH, J.F. (1961), Rational Expectations and the Theory of Price Movements, *Econometrica*, vol. 29, no. 3, pp. 315-335.
- NUNES, R. (2010), Inflation Dynamics, The Role of Expectations, *Journal of Money Credit and Banking*, vol. 42, no. 6, pp. 1161-1172.
- O'DRISCOLL, G. P. (1986). Money: Menger's Evolutionary Theory. *History of Political Economy*, vol.18, no. 4, pp. 601–616.
- O'DRISCOLL I, G. P.; RIZZO, M.J. (1996). *The Economics of Time and Ignorance*, Londres: Routledge.
- OKUN, A. M. (1977), Efficient Disinflationary Policies, *American Economic Review*, vol. 68, no. 2, pp. 348-352.
- ORLÉAN, A. (1988), Money and Mimetic Speculation. In: DUMOUCHEL, P. (ed.), *Violence and Truth*, Stanford: Stanford University Press, 1988.
- ORLÉAN, A. (1998), Informational Influences and the Ambivalence of Imitation. In: LESOURNE, J.; ORLÉAN, A. (ed.) (1998).
- ORLÉAN, A. (2004) What is collective Belief?. In: BOURGINE, P.; NADAL, J.P. (eds.) *Cognitive Economics: An Interdisciplinary Approach*, Berlin: Springer, 2004.
- PETERS, E. E. (1994), *Fractal Market Analysis*, Nova York: Wiley.
- PHELPS, E.S. (1967), Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment over Time, *Economica*, vol. 34, no. 135, pp. 254-281.
- PRADO, E.F.S. (2001), O Modelo de Kiyotaki-Wright: Uma Versão de Economia Clássica. *Revista de Economia Contemporânea*, vol. 5, no. 2, pp. 201-220.
- PRADO, E.F.S. (2006), Microeconomia Reducionista e Microeconomia Sistêmica, *Nova Economia*, vol. 16, no. 2, pp. 303-322.
- PRADO, E.F.S. (2007), Formação de Preços como Processo Complexo, *Estudos Econômicos*, vol. 37, no. 4, pp. 745-769.
- PRADO, E.F.S. (2009), *Economia, Complexidade e Dialética*, São Paulo: Plêiade.
- PRIGOGINE, I.; ALLEN, P.M. (1982), The Challenge of Complexity. In: SCHIEVE, W.C.; ALLEN, P.M. (eds.) (1982).
- PRIGOGINE, I.; NICOLIS, G. (1967), On Symmetry-Breaking Instabilities in Dissipative Systems, *Journal of Chemical Physics*, vol. 46, no. 9, pp. 3542-3550.
- RACHEV, S. T.; MITTNIK, S. (2000), *Stable Paretian Models in Finance – Series in Financial Economics and Quantitative Analysis*, Nova York: Wiley.

- ROSSER, J.B. (ed.) (2004), *Complexity in Economics, volumes 1, 2 e 3*, Northampton: Edward Elgar.
- SALZANO, M.; COLANDER, D. (2007), *Complexity Hints for Economic Policy*, Milão: Springer.
- SAMUELSON, P.A. (1943), Dynamics, Statics and the Stationary States, *The Review of Economic and Statistics*, vol. 25, no. 1, pp. 58-68.
- SARGENT, T.J. (1984), Autoregressions, Expectations, and Advice, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, vol. 74, no. 2, pp. 408-415.
- SARGENT, T.J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Nava York: Oxford University Press.
- SARGENT, T. J. (1999), *The conquest of American Inflation*, 2ª edição, Princeton: Princeton University Press.
- SARGENT, T.J. (2008), Evolution and Intelligent Design, *American Economic Review*, vol. 98, no. 1, pp. 5-37.
- SARGENT, T.J.; WALLACE, N. (1975), Rational Expectations and the Theory of Economic Policy, *Journal of Monetary Economics*, vol. 2, no. 2, pp. 169-183.
- SARGENT, T.J.; WILLIAMS, N.; ZHA, T. (2006), The Conquest of South American Inflation, *NBER Working Paper Series*, no. 12606, disponível em <http://www.nber.org/papers/w12606.pdf>, site acessado em 28/01/2011.
- SCHEINKMAN, J.A.; WOODFORD, M. (1994), Self-Organized Criticality and Economic Fluctuations, *The American Economic Review*, vol. 84, no. 2, pp. 417-421.
- SCHIEVE, W.C.; ALLEN, P.M. (eds.) (1982), *Self-Organization and Dissipative Structures – Applications in Physical and Social Sciences*, Austin: University of Texas Press.
- SCHWEITZER, F. (1997), *Self-Organization of Complex Structures – From Individual to Collective Dynamics*, Londres: CRC Press.
- SHELLING, T. C. (1960), *The Strategy of Conflict*, Cambridge: Harvard University.
- SIMON, H.A. (1996), *The Sciences of the Artificial*, 3ª edição, Cambridge: The MIT Press.
- SIMS, C.A. (1980), Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, vol. 48, no. 1, pp. 1- 48.
- SOLOW, R.M. (1956), A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, no. 1, pp. 65-94.

- SOROMENHO, J.E.C. (2011), As Primeiras Impressões de Hicks Sobre a Teoria Geral (Primeira Versão, Janeiro de 2011), mimeo, São Paulo: FEA/USP, disponível em <http://www.fea.usp.br/feaecon//biblioteca.php?a=5>, site acessado em 13/11/2011.
- SOUZA, S.R.S.; TABAK, B.M.; CAJUEIRO, D.O. (2006), Investigação da Memória de Longo Prazo na Taxa de Câmbio no Brasil, *Revista Brasileira de Economia*, vol. 60, no. 2, pp. 193-209.
- SVENSSON, L.E.O. (1997). Optimal Inflation Targets, ‘Conservative’ Central Banks, and Linear Inflation Contracts, *American Economic Review*, vol. 87 (março), pp. 98-114.
- TAYLOR, J.B. (1993), Discretion Versus Policy Rules in Practice, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 39, no. 1, pp. 195-214.
- TEVEROVSKY, V.; TAQQU, M.; WILLINGER, W. (1999). A Critical Look at Lo's Modified R/S Statistic, *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 80, no. 1, pp. 211–227.
- TOBIN, J. (1992), Money as a Social Institution and Public Good. In: EATWELL, J.; MILGATE, M.; NEWMAN, P. (eds.) *The New Palgrave Dictionary of Finance and Money*, Londres: Macmillan, 1992.
- VEGA-REDONDO, F. (1996), *Evolution, Games and Economic Behavior*, Oxford: Oxford University Press.
- VELUPILLAI, K.V. (2007), The Impossibility of an Effective Theory of Policy in a Complex Economy. In: SALZANO, M.; COLANDER, D. (2007).
- WALRAS, L. (1900), *Élèments D'Économie Politique Pure: Édition Définitive*, Paris: Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence, 1952.
- WEATHERSTONE, D. (1994), Change and the Art of Monetary Policy. In: COLANDER, D.C.; DAANE, D. (eds.) *The Art of Monetary Policy*, Nova York: M. E. Sharpe, 1994.
- WICKSELL, K. (1907), The Influence of the Rate of Interest on Prices, *The Economic Journal*, Vol. 17, no. 66, pp. 213-220.
- WILENSKY, U. (1999), Netlogo. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL. Site acessado em 12/11/2011.
- WOODFORD, M. (1990), Learning to Believe in Sunspots, *Econometrica*, vol. 58, no. 2, pp. 277-307.

- WOODFORD, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton: Princeton University Press.
- YOUNG, H. P. (1993), The Evolution of Conventions, *Econometrica*, vol. 61, no. 1, pp. 57-84.
- YOUNG, H. P. (1996), The Economics of Convention, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 10, no. 2, pp. 105-122.
- YOUNG, H. P. (1998), *Individual Strategy and Social Structure – An Evolutionary Theory of Institutions*, 2ª edição, Princeton: Princeton University Press, 2001.
- ZADEH, L.A. (1965), Fuzzy Sets, *Information and Control*, no. 8, pp. 338-353.

ANEXO AO CAPÍTULO 4

Tabela 4.1: $\alpha = \psi_1(v_\alpha, v_\beta)$

	v_β						
v_α	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0
2,439	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
2,5	1,916	1,924	1,924	1,924	1,924	1,924	1,924
2,6	1,808	1,813	1,829	1,829	1,829	1,829	1,829
2,7	1,729	1,730	1,737	1,745	1,745	1,745	1,745
2,8	1,664	1,663	1,663	1,668	1,676	1,676	1,676
3,0	1,563	1,560	1,553	1,548	1,547	1,547	1,547
3,2	1,484	1,480	1,471	1,460	1,448	1,438	1,438
3,5	1,391	1,386	1,378	1,364	1,337	1,318	1,318
4,0	1,279	1,273	1,266	1,250	1,210	1,184	1,150
5,0	1,128	1,121	1,114	1,101	1,067	1,027	0,973
6,0	1,029	1,021	1,014	1,004	0,974	0,935	0,874
8,0	0,896	0,892	0,887	0,883	0,855	0,823	0,769
10,0	0,818	0,812	0,806	0,801	0,780	0,756	0,691
15,0	0,698	0,695	0,692	0,689	0,676	0,656	0,595
25,0	0,593	0,590	0,588	0,586	0,579	0,563	0,513

Notar que $\psi_1(v_\alpha, -v_\beta) = \psi_1(v_\alpha, v_\beta)$.

Traduzida de McCulloch (1986, p. 1117).⁷³

⁷³ As traduções das tabelas são nossas. As traduções referem-se ao padrão referente aos decimais de um número e às notas ao final da tabela. Nenhum número ou intervalo foi alterado ou recalculado.

Tabela 4.2: $\beta = \psi_2(v_\alpha, v_\beta)$

v_α	v_β						
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0
2,439	0,0	2,160	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2,5	0,0	1,592	3,390	1,0	1,0	1,0	1,0
2,6	0,0	0,759	1,800	1,0	1,0	1,0	1,0
2,7	0,0	0,482	1,048	1,694	1,0	1,0	1,0
2,8	0,0	0,360	0,760	1,232	2,229	1,0	1,0
3,0	0,0	0,253	0,518	0,823	1,575	1,0	1,0
3,2	0,0	0,203	0,410	0,632	1,244	1,906	1,0
3,5	0,0	0,165	0,332	0,499	0,943	1,560	1,0
4,0	0,0	0,136	0,271	0,404	0,689	1,230	2,195
5,0	0,0	0,109	0,216	0,323	0,539	0,827	1,917
6,0	0,0	0,096	0,190	0,284	0,472	0,693	1,759
8,0	0,0	0,082	0,163	0,243	0,412	0,601	1,596
10,0	0,0	0,074	0,147	0,220	0,377	0,546	1,482
15,0	0,0	0,064	0,128	0,191	0,330	0,478	1,362
25,0	0,0	0,056	0,112	0,167	0,285	0,428	1,274

Notar que $\psi_2(v_\alpha, -v_\beta) = -\psi_2(v_\alpha, v_\beta)$. Entradas nesta tabela maiores do que 1,0 são necessárias para permitir uma acurada interpolação linear bivariada quando β se aproxima de 1,0 por baixo. Como resultado, é possível que em estimativas a partir de interpolações para séries finitas de dados se verifique valores estimados para β maiores do que 1,0. Neste caso a estimativa deve ser truncada imediatamente antes de 1,0.

Tradução de McCulloch (1986, p. 1118).

Tabela 4.3: $v_\gamma = \phi_3(\alpha, \beta)$

α	β				
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00
2,00	1,908	1,908	1,908	1,908	1,908
1,90	1,914	1,915	1,916	1,918	1,921
1,80	1,921	1,922	1,927	1,936	1,947
1,70	1,927	1,930	1,943	1,961	1,987
1,60	1,933	1,940	1,962	1,997	2,043
1,50	1,939	1,952	1,988	2,045	2,116
1,40	1,946	1,967	2,022	2,106	2,211
1,30	1,955	1,984	2,067	2,188	2,333
1,20	1,965	2,007	2,125	2,294	2,491
1,10	1,980	2,040	2,205	2,435	2,696
1,00	2,000	2,085	2,311	2,624	2,973
0,90	2,040	2,149	2,461	2,886	3,356
0,80	2,098	2,244	2,676	3,265	3,912
0,70	2,189	2,392	3,004	3,844	4,775
0,60	2,337	2,635	3,542	4,808	6,247
0,50	2,588	3,073	4,534	6,636	9,144

Notar que $\phi_3(\alpha, -\beta) = \phi_3(\alpha, \beta)$.

Tradução de McCulloch (1986, p. 1120).

Tabela 4.4: $v_\mu = \phi_4(\alpha, \beta)$

α	β				
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00
2,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,90	0,0	0,023	0,047	0,070	0,094
1,80	0,0	0,051	0,101	0,152	0,202
1,70	0,0	0,084	0,167	0,250	0,331
1,60	0,0	0,126	0,252	0,375	0,495
1,50	0,0	0,184	0,366	0,544	0,717
1,40	0,0	0,269	0,534	0,791	1,041
1,30	0,0	0,407	0,808	1,196	1,573
1,20	0,0	0,679	1,347	1,998	2,631
1,10	0,0	1,483	2,949	4,389	5,806
1,00 ⁺	0,0	∞	∞	∞	∞
1,00	0,0	-0,098	-0,223	-0,383	-0,576
1,00 ⁻	0,0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
0,90	0,0	-1,677	-3,394	-5,159	-6,966
0,80	0,0	-0,865	-1,789	-2,777	-3,820
0,70	0,0	-0,580	-1,243	-1,992	-2,816
0,60	0,0	-0,422	-0,960	-1,613	-2,373
0,50	0,0	-0,311	-0,779	-1,409	-2,198

Notar que $\phi_4(\alpha, -\beta) = -\phi_4(\alpha, \beta)$.

Tradução de McCulloch (1986, p. 1122).

Tabela 4.5: Estimativas dos parâmetros de distribuições estáveis para diferentes intervalos da série de variações percentuais do IPC-EUA utilizando o método dos quantis e máxima verossimilhança

Intervalo	Valores obtidos pelo método dos quantis				Valores obtidos por máxima verossimilhança			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\mu}$
01/1950-12/2006	1,9771	1,0000	0,2382	0,3087	1,7476	0,7667	0,2142	0,3304
01/1950-12/2006 transformado	1,9771	1,0000	0,2382	0,3087	1,7538	0,7711	0,2152	0,3297
01/1950-12/1959	1,5179	0,9369	0,1789	0,1138	1,7440	0,8276	0,2206	0,1978
01/1951-12/1960	1,5230	0,8713	0,1754	0,1023	1,7720	0,7046	0,1994	0,1549
01/1952-12/1961	1,5367	0,7683	0,1703	0,0840	2,0000	0,6393	0,1980	0,1038
01/1953-12/1962	1,5426	0,7710	0,1705	0,0826	2,0000	0,7217	0,1860	0,1086
01/1954-12/1963	1,5619	0,9531	0,1656	0,0916	1,8848	0,9577	0,1715	0,1193
01/1955-12/1964	1,5641	0,9851	0,1646	0,0932	1,8881	0,9242	0,1645	0,1388
01/1956-12/1965	1,5702	1,0000	0,1642	0,0921	1,8510	0,9736	0,1630	0,1473
01/1957-12/1966	1,6321	1,0000	0,1641	0,0726	1,7975	0,9904	0,1567	0,1579
01/1958-12/1967	1,6027	1,0000	0,1590	0,0780	1,0024	0,8480	0,0009	0,2020
01/1959-12/1968	2,0000	1,0000	0,1696	0,0000	2,0000	-0,5905	0,1570	0,1718
01/1960-12/1969	2,0000	1,0000	0,1713	0,2833	2,0000	0,0000	0,1678	0,2077
01/1961-12/1970	2,0000	1,0000	0,1741	0,2924	2,0000	0,0000	0,1694	0,2417
01/1962-12/1971	2,0000	1,0000	0,1747	0,2933	2,0000	0,0000	0,1626	0,2629
01/1963-12/1972	2,0000	1,0000	0,2550	0,2924	2,0000	0,0000	0,1575	0,2799
01/1964-12/1973	2,0000	1,0000	0,1525	0,2976	1,8923	0,9752	0,1688	0,3355
01/1965-12/1974	1,5745	1,0000	0,1621	0,3981	1,6963	0,9836	0,1858	0,4402
01/1966-12/1975	1,5008	0,7604	0,1760	0,4821	1,6885	0,8646	0,1817	0,4921
01/1967-12/1976	1,3485	0,4041	0,1541	0,5027	1,3496	0,3939	0,1597	0,4966
01/1968-12/1977	1,9544	1,0000	0,1998	0,5086	1,6000	0,9938	0,1698	0,5461
01/1969-12/1978	2,0000	1,0000	0,2293	0,5155	1,7013	0,9792	0,1854	0,5698
01/1970-12/1979	2,0000	1,0000	0,2459	0,5208	1,8479	0,9979	0,2221	0,6054
01/1971-12/1980	2,0000	1,0000	0,3010	0,6441	2,0000	0,0000	0,2628	0,6477
01/1972-12/1981	2,0000	1,0000	0,2915	0,6881	2,0000	0,0000	0,2504	0,6924
01/1973-12/1982	2,0000	0,8297	0,2974	0,7042	2,0000	0,0000	0,2648	0,6959
01/1974-12/1983	2,0000	-0,0414	0,3095	0,6768	2,0000	0,0000	0,2658	0,6571
01/1975-12/1984	2,0000	1,0000	0,2721	0,5254	2,0000	0,0000	0,2593	0,5920
01/1976-12/1985	2,0000	1,0000	0,2830	0,4907	2,0000	0,0000	0,2616	0,5670

01/1977-12/1986	2,0000	1,0000	0,2956	0,4739	2,0000	0,0000	0,2835	0,5365
01/1978-12/1987	2,0000	1,0000	0,2866	0,4480	1,9732	0,9003	0,2832	0,5246
01/1979-12/1988	2,0000	1,0000	0,2881	0,3842	1,8813	0,9485	0,2729	0,4968
01/1980-12/1989	1,3774	0,4007	0,1723	0,4361	1,4901	0,5627	0,1866	0,4512
01/1981-12/1990	1,4409	0,3317	0,1570	0,3698	1,6012	0,3424	0,1655	0,3799
01/1982-12/1991	1,7299	-0,1540	0,1499	0,2890	1,6437	0,0677	0,1428	0,3204
01/1983-12/1992	2,0000	1,0000	0,1546	0,2911	2,0000	0,0000	0,1551	0,3126
01/1984-12/1993	2,0000	1,0000	0,1488	0,2857	2,0000	0,0000	0,1532	0,3041
01/1985-12/1994	2,0000	1,0000	0,1435	0,2778	2,0000	0,0000	0,1514	0,2938
01/1986-12/1995	1,9231	-0,3630	0,1401	0,2757	1,7778	0,2229	0,1350	0,2860
01/1987-12/1996	2,0000	1,0000	0,1385	0,2847	2,0000	0,0000	0,1396	0,3018
01/1988-12/1997	1,6906	-0,0055	0,1241	0,2682	1,6880	0,7155	0,1228	0,2975
01/1989-12/1998	1,4845	0,1479	0,1042	0,2510	1,7531	0,8651	0,1091	0,2525
01/1990-12/1999	1,4913	0,3670	0,1042	0,2363	1,7334	0,3990	0,1160	0,2299
01/1991-12/2000	1,5585	0,3302	0,0994	0,2116	1,7432	0,9146	0,1083	0,2315
01/1992-12/2001	2,0000	1,0000	0,1351	0,1919	1,8301	0,0078	0,1292	0,2073
01/1993-12/2002	1,8101	0,5871	0,1361	0,2064	1,9073	0,1057	0,1398	0,2033
01/1994-12/2003	1,5692	-0,0151	0,1391	0,1857	2,0000	0,0032	0,1600	0,1957
01/1995-12/2004	1,6006	-0,0260	0,1439	0,1876	2,0000	-0,0110	0,1722	0,2005
01/1996-12/2005	1,6827	-0,0438	0,1733	0,1841	1,8638	0,0379	0,1892	0,2084
01/1997-12/2006	1,6945	-0,0401	0,2063	0,1828	1,8908	-0,1085	0,2104	0,2005
