CONCEITOS GEOMÉTRICOS ATRAVÉS DA LINGUAGEM LOGO

MARIA CECILIA CALANI Baranauskas

ORIENTADOR

PROF.DR. FERNANDO CURADO

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Junho - 1981

Alguns homens vêem as coisas que existem e se perguntam porquê, eu sonho coisas que nunca existiram e me pergunto por que não?

B. Shaw

A meus pais

AGRADECIMENTOS

A *Fernando Curado* pelo trabalho de orientação e pela oportunidade que me deu de trabalhar com LOGO.

Às crianças: *Ana, Christine, Eduardo, Fábio, Fabrice, Fernando, Frederick, Joeme, Karina, Kleber, Maria Elisa, Martin, Myriana, Paula, Paulinho e Patrícia* por me fornecerem dados e motivação para continuação do trabalho.

À vários amigos que me auxiliaram direta ou indiretamente, especialmente àqueles com quem pude compartilhar minhas idéias.

A *Silvia M. Rodrigues de Oliveira* pelos trabalhos de datilografia.

SUMÁRIO

RESUMO

O trabalho aqui apresentado é um estudo e proposta de metodologia de uso da linguagem de programação LOGO no ensino de conceitos geométricos para crianças. O conteúdo de geometria abordado é o sugerido pelos "Guias Curriculares para o Ensino de 1º Grau do Estado de São Paulo".

A metodologia proposta utiliza idéias de computação, inteligência artificial e teorias de aprendizagem.

No contexto computacional são utilizados, como ferramentas, os conceitos de primitivas, procedimentos, procedimentos recursivos, depuração de procedimentos, heurísticas para resolução de problemas, etc.

Cerca de 15 crianças na faixa etária dos 8 aos 12 anos participaram dos experimentos, agrupadas duas a duas, com escolaridade equivalente, em sessões semanais de uma a duas horas de duração, utilizando o terminal gráfico GT-40 instalado numa sala do Centro de Computação da UNICAMP.

ABSTRACT

This work shows a study and a proposal for a methodology to teach geometric concepts to children using the LOGO programming language. The geometric concepts considered were suggested by the "Guias Curriculares para o ensino de 1º Grau do Estado de São Paulo" (Oficial Curriculum for the Public System of Schools - State of São Paulo).

The proposed methodology draws it ideas from computer science, artificial intelligence and learning theory.

The tools used in the computacional context are the concepts of primitives, procedures, recursive procedures, debbuging and problem solving heuristics.

Nearly 15 children between 8 and 12 years old took part in the experiments, grouped by pairs in weekly sessions of about 1 to 2 hours. A GT-40 graphic terminal was used.

1. *INTRODUÇÃO*

Com base nas idéias de Dewey-Montessori-Piaget , de que "crianças aprendem fazendo e pensando sobre o que fazem", acredita-se que o desenvolvimento intelectual da criança deva estar diretamente relacionado com sua própria experiência e observação. Por conseguinte, seria aconselhável criar ambientes nos quais a criança se envolvesse em experiências que ativassem suas intuições e conceitos. Além disso, a duração das experiências (ou o número de experimentos) deveria ser longa o suficiente para que a criança se envolvesse no processo, tentando várias idéias, comparando seu trabalho com o de outras crianças, criticando e sendo criticada. Tudo isto num meio onde a experiência em si seria mais importante do que um resultado específico. Onde o tradicional conceito de "certo ou errado" fosse suplantado pelo conceito de que uma descoberta leva a indução de outras e que os processos de aprendizagem mais adequados à realidade humana são aqueles baseados em associações e descobertas .

Pensando nisso, foi criado o projeto LOGO [1] , que integra idéias de Computação, Inteligência Artificial e Teorias de Aprendizagem, com o objetivo de criar meios adequados para o desenvolvimento intelectual de pessoas.

Este trabalho relata os resultados de uma investigação que, usando a teoria e a experiência da cultura LOGO, tentou descobrir as potencialidades de se introduzir a crianças os conceitos fundamentais de Geometria, através de um ambiente computacional baseado na linguagem LOGO.

O trabalho envolveu duas abordagens:

- observação experimental e análise, do ponto de vista da teoria LOGO, da interação de crianças frente a um terminal gráfico, usando a linguagem LOGO.

- escolha de um subconjunto dos tópicos de Geometria expostos no Guia Curricular para o Ensino de 1º Grau do Estado de São Paulo (GCSP) e seu tratamento no contexto computacional de LOGO.

A título de ilustração, pode-se encontrar no Apendice 2 um dos trabalhos (procedimento principal e procedimentos auxiliares) de uma das crianças.

2. *HISTÓRICO*

LOGO teve origem no Laboratório de Inteligência Artificial (I.A.) do Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.) com base nos modelos computacionais de representação de conhecimento propostos por Papert e Minsky e com fundamentos nas teorias de I.A e de Psicologia do Desenvolvimento de Piaget. Já produziu vários grupos afiliados, espalhados pelo Canadá, França, Suécia, Alemanha e Escócia. Dentre os trabalhos desenvolvidos usando a metodologia e a linguagem LOGO, podem ser ressaltados os seguintes:

- Brookline (arredores de Boston): aplicação de LOGO em escolas de 1º Grau (Junior High Schools), com duração de 1 ano, interrompido por falta de recursos financeiros.
- Edinburgh: experimentos em laboratório, na Universidade de Edinburgh.
- Quebec: treinamento de professores usando uma versão francesa de LOGO.

Em todos eles, o enfoque principal foi dado à programação em si. Nenhuma destas abordagens procurou criar meios de introduzir LOGO como ferramenta computacional em currículos já existentes.

Em I.A., ao lado de robótica, visão por máquinas entendimento de linguagem natural,etc., LOGO foi classificado,por Nilson [2] , como uma aplicação de Psicologia do Processamento de Informação às Ciências. Portanto, LOGO incorpora uma teoria de como se pensa, aplicada a assuntos de conteúdo específico: Geometria, Física, Música, etc.

A teoria LOGO de como se pensa pode ser explicada pela idéia de Arcabouços ("Frames") proposta por Minsky [3] e das consequentes teorias sobre representação de conhecimento e descrição de processos.

Um arcabouço é uma estrutura de dados composta de nós e relações que representam determinada situação; em particular, pode representar a situação de aprendizado de um conceito.

Associados a cada arcabouço ou sistema de arcabouços existem vários níveis de informação. Nos níveis superiores, que são fixos, aparecem as coisas que são sempre verdade a respeito da situação. Nos níveis inferiores aparecem nós terminais que são preenchidos com dados específicos da situação.

Um exemplo de sistema de arcabouços está na figura 1.

O efeito de certas ações pode causar modificações num arcabouço ou num sistema de arcabouços. Então, desse ponto de vista, aprendizagem passa a ser o processo de adquirir novos arcabouços quer por modificação de antigos ou por criação de novos.

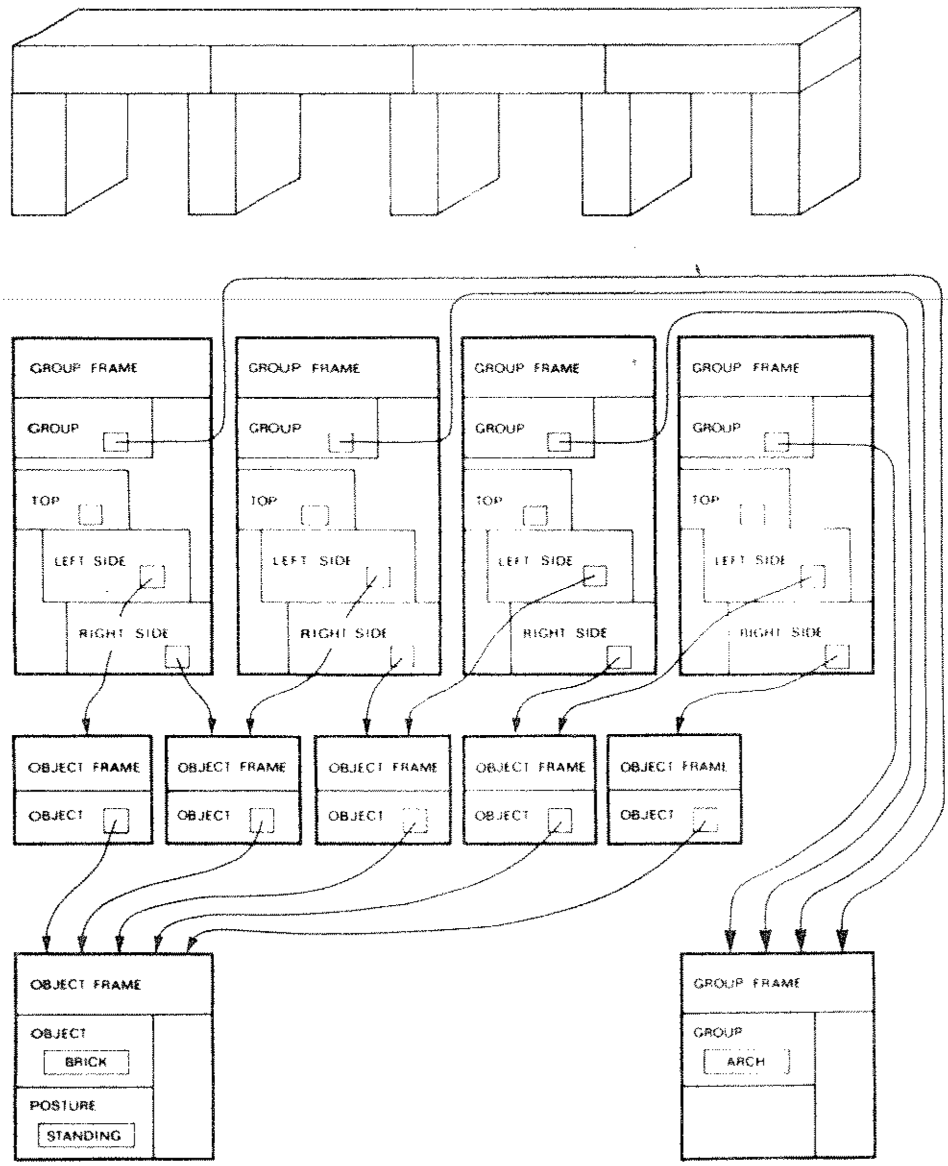


Figura 1 - Exemplo de um arcabouço para um aqueduto, conforme Winston [4], pag. 184.

Tanto a modificação como a criação de arcabouços é feita através do uso de relações antigas e sucessivas adaptações que melhor representem a situação, gerando novas relações. Daí os processos de analogia e metáfora serem naturais na criação de conhecimento.

2.1 - APRENDIZAGEM NA VISÃO PIAGETIANA E NUM SISTEMA DE ARCABOUÇOS

Se a idéia de arcabouços é fortemente condicionada pela abordagem computacional adotada por Minsky(estrutura de dados utilizando apontadores,por exemplo)ela também apresenta influências da abordagem epistemológica de Piaget. Neste sentido,aprendizagem, num sistema de arcabouços pode ser vista como o que Piaget chamou assimilação e acomodação.

Em geral, um professor diz que o aluno "assimilou a lição" se compreendeu bem o que lhe foi explicado. E, ainda segun o o ponto de vista do professor, se "compreendeu", "aumentou seu conhecimento". Para Piaget, todavia, "assimilar" não modifica o sujeito e só há "aprendizagem" se o aluno realizou uma "acomodação".

Para entender o que é acomodação segundo a visão' de Piaget é preciso primeiro conceituar "esquema". Segundo Lima [5], na linguagem piagetiana entende-se por"esquema" o modelo de atividade que o organismo(a mente) utiliza para incorporar o meio como alimento. Quando o organismo (a mente) assimila, incorpora a realidade a seus esquemas de ação. Nesse processo, o organismo (a mente) não' se modifica operativamente; mas, incorpora novos dados ao esquema.

Num paralelo com sistema de arcabouços dir-se-ia que, nesse processo, nós terminais são preenchidos com dados de uma determinada situação sem alterar a estrutura do arcabouço. Logo é possível caracterizar o trabalho na metodologia LOGO como uma especialização da visão piagetiana num contexto computacional.

Se os esquemas de ação não conseguem assimilar a situação, ou o organismo desiste do esforço ou se modifica. Esta modificação é o que Piaget chama "acomodação". Portanto, só há aprendizagem (aumento de conhecimento) quando o esquema de assimilação sofre acomodação.

São as acomodações que constituem o desenvolvimento da inteligência.

Na abordagem computacional, "acomodação" seria o resultado de modificações num sistema de arcabouços através de relações que melhor representem uma dada situação.

Piaget distingue 3 pontos fundamentais na assimilação:

a) assimilação repetitiva: funcionamento da máquina biológica ou mental

b) assimilação recognitiva: capacidade de reconhecer se a situação é conhecida ou nova, suas semelhanças e diferenças

c) assimilação generalizadora: capacidade de assimilar elementos próximos não muito diferentes da realidade já assimilada.

Quando a generalização solidifica-se transforma-se em capacidade de acomodação.

Diante de uma dificuldade (problema), o organismo (a mente):

a) recua ou desiste da atividade

b) deforma a situação para adaptá-la aos esquemas de assimilação (mecanismo de defesa)

c) reestrutura o esquema de ação (acomodação).

Feita a reestruturação, o organismo (a mente) passa a dispor de um novo esquema de ação que deve ser alimentado (diz-se que houve uma "equilibração majorante").

Note-se que a expressão "acomodação" nada tem com seu sentido corriqueiro (conformação). Ela consiste num aumento da mobilidade do esquema, num esforço de reestruturação para enfrentar as perturbações do meio.

Então, diante de uma situação problema, pode ocorrer:

- busca de um sistema de arcabouços que melhor se adapte às condições da situação (assimilação repetitiva)

- consulta aos arcabouços do sistema para verificar como a situação problema se enquadra no sistema de arcabouços, semelhanças e diferenças (assimilação recognitiva)

- ajustes no sistema de arcabouços com modificação de relações e criação de novos arcabouços de maneira a melhor representarem a situação (assimilação generalizadora).

Portanto, o aumento de conhecimento (aprendizagem) depende de uma reestruturação do comportamento (motor, verbal ou mental) provocada por uma situação problema.

2.2 - PIAGET, ARCABOUÇOS, LOGO E GEOMETRIA

Estabelecida a ligação entre Arcabouços e a teoria piagetiana, é preciso associá-las a LOGO. Note-se, inicialmente , que esquemas e arcabouços são descrições, com certeza simplificadas, da forma em que conhecimento é armazenado e manipulado. Nas duas descrições, o processo mental é associado a uma verificação de quanto a realidade se conforma com esquemas já existentes . Não se discute, em ambas, a natureza ou complexidade da linguagem usada para fazer a descrição. Todavia, ao reconhecer a existência de uma descrição, subentende-se que há uma "linguagem" e que esta deve ter primitivas de estabelecimento de relações, de reconhecimento de padrões, de operações com estruturas de dados,etc.

Algumas destas relações mais gerais podem ser encontradas nas linguagens de computação existentes, embora sua disponibilidade seja mais consequência da necessidade de se ter a relação no ambiente para o qual a linguagem foi desenvolvida, do que a intenção de se obter, através da linguagem um instrumento poderoso para descrever processos gerais.

Ao se pensar em implementar computacionalmente um instrumento que incorporasse a descrição piagetiana de manipula ção de conhecimento, ficou claro que este instrumento deveria ter' características que facilitassem a manipulação de descrições. LOGO foi então criado, na versão Bolt,Baranck e Newman, como uma linguagem em que fosse fácil escrever procedimentos e que permitisse' a incorporação do procedimento ao conjunto de primitivas. A extensão do MIT, que acrescentou um pequeno Robot chamado de tartaruga, estendeu o poder da linguagem original a um contexto onde fosse natural para crianças a manipulação de uma linguagem computacional.' A escolha de um Robot com movimentos, naturalmente associou a trajetória do Robot - produto de uma sequência especificada de ' ações - com figuras geométricas - uma sequência especificada de linhas.

2.3 - GEOMETRIA EM SMALLTALK

Um outro tipo de abordagem de ensino de Geometria utilizando meios computacionais vem sendo desenvolvido pelo ' Xerox Learning Research Group (LRG) através da linguagem de programação Smalltalk [6] caracterizada por classes de objetos que enviam e recebem mensagens.

No currículo de geometria são fornecidas aos estudantes, definições de classes para ponto, linha, triângulo e círculo . São ensinadas noções básicas de Smalltalk para se criar ' exemplos de classes e para se enviar mensagens a esses exemplos.

O currículo de geometria dá atenção especial ao problema de construir um círculo que circunscreve ou inscreve um triângulo.

Membros da classe triângulo são criados e cada triângulo responde a uma mensagem da forma:

bissect side ⟨side identifier⟩

para criar uma nova linha, isto é, uma linha que secciona o lado desejado.

Uma linha responde a mensagens da forma:

intersect ⟨line⟩

retornando o ponto de intersecção.

Para circunscrever um triângulo, seccionamos dois lados do triângulo e determinamos a intersecção das novas linhas. Um círculo é então formado com esse ponto como centro e com o raio igual à distância desse ponto a um vértice do triângulo (Fig.2). Exemplo:

```
(t bissect side 1) name 'L1'
(t bissect side 2) name 'L2'
(L1 intersects L2) name 'P'
Circle P  P distance t vertex 1
```

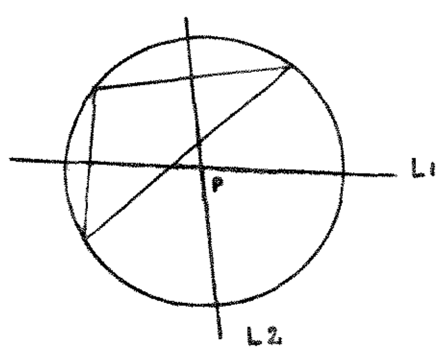


Fig.2

Inscrevemos um círculo em um triângulo utilizando o seguinte processo (fig.3)

(t bissect angle 1) name 'L1'

(t bissect angle 2) name 'L2'

(L1 intersects L2) name 'P'

circle P t side t distance P

A sequência particular descrita aqui corresponde' a "Seventh-grade mathematics unit at Jordan [6] .

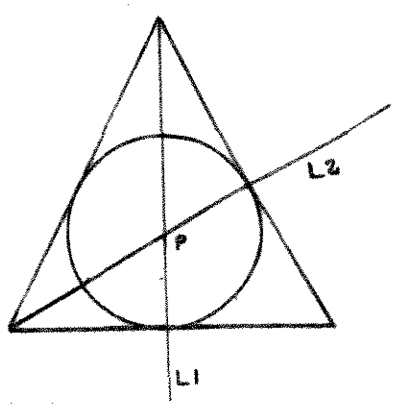


Fig.3

3. LOGO - GEOMÉTRICO

LOGO, que pertence à família LISP, é uma linguagem conversacional e recursiva. Entre suas características, ressalta a de possuir palavras reservadas que produzem ações específicas nos dispositivos especiais do meio LOGO e que também podem' ser usadas para definir, através de procedimentos especificados por um usuário, novas palavras. Seu interpretador foi construído de forma a reconhecer da mesma maneira tanto as primitivas ' quanto as palavras-procedimento definidas por meio das primitivas. Consequentemente, para o usuário, a definição de um procedimento' passa a ser vista como uma nova palavra que passou a incorporar o conjunto de palavras reservadas e que pode por sua vez ser usada' na definição de outros procedimentos.

No meio computacional LOGO existe também uma área de trabalho em disco onde os procedimentos definidos durante' uma sessão são armazenados. Durante a sessão a área de trabalho ' está permanentemente à disposição do usuário. A linguagem também possui palavras de manipulação de arquivos que permitem armazenar permanentemente em disco procedimentos definidos.

LOGO-Geométrico é um subconjunto de LOGO onde as ações são aplicadas a um dispositivo representado por um pequeno' triângulo (▷) que pode se mover na tela de um terminal gráfico.

Ao "ente" representado pelo triângulo (▷) damos o nome de "tartaruga", antropomorfismo cujo objetivo é facilitar a familiarização da criança usuário com o ambiente computacional de LOGO. O conceito é ainda estendido dizendo-se que o vértice do triângulo, que indica a direção é o "nariz" da tartaruga. O contexto acima descrito pode parecer impreciso do ponto de vista formal. Todavia, o antromorfismo apenas oculta a precisão matemática inerente à construção do símbolo. À tartaruga é associado um Estado composto de posição e direção:

$$E \equiv E(P,\alpha)$$

Associando-se à posição um sistema de coordenadas cartesianas com origem no centro da tela do terminal gráfico, o estado E da tartaruga passa a ser também definido por uma tripla (p1,p2,d) onde $P = (p1,p2)$ e $\alpha = d$. Por convenção toma-se a direção leste como origem de direção e consequentemente $E = (0,0,0)$ representa a origem do sistema de coordenadas da tartaruga. (Fig.4)

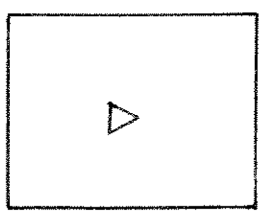


Fig.4

São quatro as primitivas básicas que permitem alterar o estado da tartaruga. Todas elas provocam uma ação física, fazendo com que sua aplicação à tartaruga provoque uma mudança de estado claramente identificável pela vista.

1. FORWARD(FD): causa um movimento linear na direção dada pelo "nariz" da tartaruga (▷) mantendo fixa a coordenada direção.

EX: ▷ estado inicial (Ei) Ei $\equiv$ E(P1,α)

FD 200

——▷ estado final (Ef) Ef $\equiv$ E(P2,α)

2. BACK (BK): causa um movimento linear na direção oposta à direção dada pelo nariz da tartaruga, mantendo fixa a coordenada direção.

EX: ——▷ Ei $\equiv$ E(P2,α)

BK 300

▷—— Ef $\equiv$ E(P3,α)

3. RIGHT(RT): causa uma rotação em sentido horário, mantendo fixa a coordenada posição.

EX: ▷—— Ei $\equiv$ E(P3, α1)

RT 90

▽—— Ef $\equiv$ E(P3, α2)

4. LEFT(LT): causa uma rotação em sentido anti-horário, mantendo fixa a coordenada posição.

EX: ▽—— Ei $\equiv$ E(P3, α2)

LT 90

▷—— Ef $\equiv$ E(P3, α1)

Para se definir um procedimento usa-se a chave "TO" seguida da palavra a ser criada.

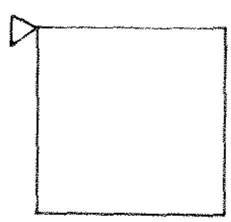
EX:
```
TO  LADO
1  FD 200
2  RT 90
END
```

```
TO  QUADRADO
1   LADO
2   LADO
3   LADO
4   LADO
END
```

Os dois procedimentos acima são incorporados ao dicionário de palavras disponíveis para uso e a execução de qualquer um é feita omitindo-se a chave "TO"

Uso e efeito das palavras "LADO" e "QUADRADO":

LADO 

QUADRADO 

Um"comando" à tartaruga passa a ser, então, o uso de qualquer palavra da linguagem: primitivas ou procedimentos definidos.

Além destas primitivas básicas, LOGO geométrico ainda possui outras específicas do ambiente da tartaruga e pode usar qualquer primitiva geral da linguagem. O Glossário [7] apresenta as primitivas disponíveis na versão UNICAMP e, à medida em que primitivas específicas forem necessárias para a descrição do trabalho aqui apresentado, serão introduzidas.

4. O CONTEXTO EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados com um grupo de 15 crianças na faixa etária de 8 a 12 anos, em sessões semanais de uma a duas horas de duração.

Escolheu-se agrupar crianças, de escolaridade equivalente, duas a duas para minimizar a inibição que poderia ocorrer no relacionamento criança-instrutor se trabalhassemos com uma criança por vez. Para cada reunião havia um objetivo a ser atingido, embora não seja possível prever o curso a ser seguido pela criança a partir do início de cada reunião. Muitas vezes a criança evolui por caminhos diversos do planejado, fazendo com que haja constante adaptação por parte do instrutor.

São apresentados aqui os resultados obtidos em duas fases de um trabalho que vem sendo realizado desde Outubro de 1978. Os resultados referentes a introdução de crianças ao meio LOGO referem-se à primeira fase que durou 3 meses. Os resultados específicos de aplicações em geometria foram obtidos durante o período Agosto/79 a Agosto/80. Os experimentos foram realizados usando-se o sistema LOGO disponível no CCUEC e um terminal gráfico GT-40. Numa Área de Trabalho, espaço físico de memória, os procedimentos definidos pelo usuário são manipulados e corrigidos e um arquivo em disco é usado para armazenar procedimentos para utilização em sessões posteriores.

Esta versão de LOGO foi desenvolvida na UNICAMP, adaptando-se a versão Bolt,Baranck & Newman às condições do sistema DEC-10 disponível. Suas particularidades e restrições estão especificadas em [7] .

O trabalho experimental constou de duas fases distintas: na primeira as crianças foram introduzidas ao computador e a LOGO. Em seguida foram feitos os experimentos propriamente ditos.

4.1 - FAMILIARIZAÇÃO COM O EQUIPAMENTO E COM A LINGUAGEM

Para motivar a criança foram previamente preparados procedimentos simples que simulavam diálogos da tartaruga com a criança.

EX:

C: TARTARUGA

" OI, VOCÊ QUER BRINCAR COMIGO?"

C: QUERO

"EU TAMBÉM QUERO"

" COMO É O SEU NOME?"

C: FÁBIO

"FÁBIO, VAMOS COMEÇAR?"

"EU VOU ME ESCONDER E VOCÊ SÓ VERÁ MEU NARIZ".

As primitivas LOGO foram apresentadas numa primeira tentativa de adequar o contexto LOGO à situação brasileira (ver [8]). Foi então adotada a alternativa de condensar as ações correspondentes a FD, RT, LT por meio das seguintes palavras e expressões em português:

FD 100 ≡ PASSEIE

RT 90 ≡ GIRE-DIREITA

LT 90 ≡ GIRE-ESQUERDA

FD :N ≡ PASSEIO :N

RT :A ≡ GIRO.DIR :A

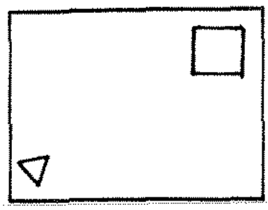
LT :A ≡ GIRO.ESQ :A

A escolha dos termos foi baseada na intuitividade de seu uso em relação ao efeito que causam à tartaruga na tela.

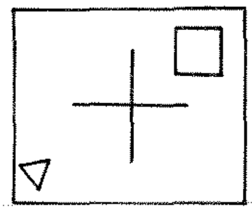
Com estes procedimentos básicos foi possível iniciar o processo de familiarização, fazendo com que as crianças "brincassem" com os comandos à tartaruga, observando seus efeitos. Inicialmente foram utilizadas as primitivas básicas traduzidas, de parâmetros implícitos (PASSEIE, GIRE-DIREITA, GIRE-ESQUERDA). A manipulação das primitivas de parâmetros explícitos (PASSEIO :N, GIRO. DIR :A, GIRO.ESQ. :A) começou quando as próprias crianças perceberam sua necessidade.

Para tanto, foram utilizados os procedimentos JOGO1, JOGO2 e LAB, projetados para desenvolver a capacidade de estimar distâncias e ângulos através da manipulação das primitivas.

JOGO1, JOGO2:



JOGO1



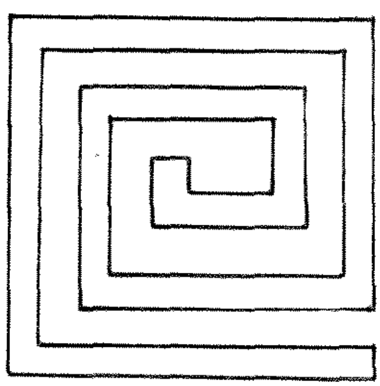
JOGO2

Partindo de um estado inicial pré-estabelecido, a criança deveria "conduzir a tartaruga até sua casa "(representada por um quadrado no canto da tela).

Em JOGO2 há um obstáculo no centro da tela, do qual a tartaruga deve desviar.

Venceria os jogos quem conseguisse levá-la usando um número menor de etapas (comandos).

LAB:



LAB :N :A

Partindo de um estado inicial, a criança deveria conduzir a tartaruga através do labirinto.

4.2 - ANÁLISE DE ALGUNS RESULTADOS INICIAIS

A "Se eu falar- PASSEIE 3 Vezes - ela PASSEIA ?"

"Ela pode voltar o nariz dela ?"

" Vire para trás !"

"Dê meia volta!"

"Pergunta aí: você está cansada?"

B "Eu quero falar - GIRE GIRE "

C "O que acontece com -GIRE_ DIREITA? -

Para mim ela gira para a esquerda! "

D "Se eu disser GIRE_DIREITA ela vai fazer assim...

(fez com a mão)

E "Ela gira e para no mesmo lugar?"

"Passear para a direita".

F PASSEIO 1

PASSEIO 4

GIRO.ESQ 400

GIRO.ESQ 2341

G "Ela anda muito devagar....

porque PASSEIO 1 é muito pouco "

H T : (400 300 0)

I "Não está em nenhuma direção, então?"

(por causa da direção zero)

J GIRO.DIR 34
GIRO.DIR 13
GIRO.ESQ 47

Estas são partes de diálogos que aconteceram durante os primeiros encontros das crianças com a tartaruga.

Em [A] aparece a tendência de a criança supor que a tartaruga (a máquina por extensão) é capaz de tudo. O uso do português como linguagem, mais a tentativa de montar sentenças leva a criança a pensar que a tartaruga atua como um ser humano. Como consequência, há a extensão de que ela é capaz de fazer tudo o que fazemos. Note-se que, mais adiante [B] , a criança já desconfia que a tartaruga (como máquina) não é tão poderosa assim. Então, ela tenta descobrir os limites para saber o que a tartaruga é capaz de fazer e o que ela gostaria que fizesse.

O uso da tela como referencial [C] (e não a própria tartaruga) desaparece quando as crianças passam a usar seus próprios corpos para simular as ações da tartaruga [D] . O uso do corpo é uma analogia que parece muito natural para a criança. A coordenada direção do estado da tartaruga (o nariz da tartaruga na tela) foi simulada com as mãos.

"O conceito de direção é natural, mesmo para crianças muito novas..."(Claudia Lemos, PhD,Linguista-UNICAMP). Para a criança , a "direção" já está explicitada visualmente pelo "nariz da tartaruga". Daí, o uso de "estado" ser confundido com "posição". Em consequência disso, há inicialmente um vínculo entre o "giro" e o "passeio" [E] , que desaparece quando a criança começa a manipular o sistema de coordenadas da tartaruga. O conceito de "estado" retorna, então, como "realimentação" à criança, que passa a incorporar os conceitos de posição e direção ao mundo que existe em sua volta. Na teoria da assimilação de Jean Piaget, a acomodação resulta de realimentação. A realimentação é um processo de auto-regulação da ação que aparece em todos os fenômenos ativos.

Com o uso de parâmetros altos em "PASSEIO" [F] , a criança corre o risco de jogar a tartaruga fora da tela. Daí o uso de parâmetros baixos em "PASSEIO". Esse risco ela não corre em relação ao "GIRO". Note-se que, então, já existe "intuitivamente " a idéia de que o giro não muda a posição da tartaruga. Segundo [9], "intuição" é a apreensão direta, imediata e atual de um objeto na sua realidade atual. O uso que Jean Piaget faz desse termo e que estamos considerando aqui, opõe-se a esta definição. Para Piaget, o objeto só é conhecido por aproximações sucessivas, mediante intenso esforço de manipulação, inicialmente sensório-motora (manipulação física feita pela criança) e, posteriormente, mediante operações mentais (elaboração de conceitos sobre os objetos). A crença (convicção com um único ponto de vista sobre uma situação) seria o exemplo do que chama de "intuição" (as noções que não são vistas mentalmente em todos os seus ângulos possíveis são noções "intuitivas") . GIRO-ESQ 400 [F] , na realidade causa uma mudança relativamente pequena na direção da tartaruga (40º). Por causa da rapidez com que a tartaruga gira, no efeito do comando acima não fica visível a volta completa mais 40º. Daí o uso de parâmetros altos nos giros, em busca de mudanças maiores na direção da tartaruga.

A afirmação [G] pode ser interpretada da seguinte maneira:

- velocidade é uma primitiva que existe no contexto da criança.

- o efeito de "PASSEIO 1"na tela é uma mudança muito pequena de posição.

- para atingir um determinado objetivo, a tartaruga teria que dar muitos "PASSEIO 1"e isso seria muito demorado para a criança (por causa do teclado).

- visto que a criança "incorporou" a tartaruga, esta andaria muito devagar...

No atual processo educacional, "velocidade" não é um conceito abordado com crianças, apesar de fazer parte do mundo que a rodeia. Não sendo introduzido a ela, a criança tenta formalizar o conceito, baseada na idéia intuitiva, criando teorias próprias e testando-as . Segundo Jean Piaget, o pensamento intuitivo é fonte da criatividade, uma vez que não é limitado pelas regras da lógica.

A afirmação [I] , em [H/I] pode ser interpretada como:

- 3ª coordenada zero significa direção zero.

- o "zero" é associado à idéia de"vazio"
- um conjunto vazio é um conjunto que não possui elementos
- direção zero, então, é o mesmo que direção vazia
- direção pode ser confundida com o conjunto das direções
- daí: direção zero ser confundida com "nenhuma direção" .

Em termos absolutos, não há problema em associar o "zero" com o "vazio". Mas, em termos relativos essa associação' pode levar a criança a esse tipo de raciocínio. Uma solução para' esse problema , talvez seja associar as direções 0, 90, 180, 270 , com Leste, Norte,Oeste e Sul respectivamente.

GIRO.ESQ e GIRO.DIR [J] são operações particulares de LOGO. Não há assunto análogo a esse no currículo das escolas de 1º Grau. No entanto, é um conceito facilmente adquirido pela criança porque é natural em seu contexto físico. GIRO.DIR 13 foi uma tentativa de corrigir um resultado não esperado, que não funcionou. Isso deu origem a um problema novo: correção do 1º resultado não esperado composto com a correção do 2º resultado não esperado. A correção dessa composição de resultados não esperados levou ao uso de soma de ângulos de maneira natural. Além disso,foi usada a idéia de que GIRO.ESQ X e GIRO.DIR X são"opostos"; isto é, fazem retornar à direção original. O termo piagetiano para essa característica é "reversibilidade". Uma atividade(verbal ou mental) é reversível quando à ação direta corresponde uma inversa (anula -

ção) ou uma recíproca. Para Piaget, o desenvolvimento da inteligência faz-se por um aumento crescente da mobilidade das ações interiorizadas e o primeiro momento da mobilidade é precisamente a reversibilidade.

4.3 - *OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO TRABALHO*

Do G.C.S.P., [10] , foi escolhido para objeto de estudo o tema IV - Geometria - com os seguintes objetivos:

- adquirir conhecimentos que possibilitem uma compreensão do mundo físico aparente;
- adquirir habilidades em construções geométricas;
- desenvolver a intuição geométrica.

A partir destes objetivos, resolveu-se desenvolver uma metodologia para abordar, através de LOGO, alguns tópicos de Geometria constantes do G.C.S.P.

O uso de um meio computacional como instrumento através do qual os objetivos do G.C.S.P. pudessem ser atingidos procura mostrar como o processo de aquisição de conhecimento pode ser facilitado. Paralelamente, o uso de LOGO também permite que certas ferramentas de computação possam ser absorvidas e usadas com facilidade por crianças. Dentro da forma LOGO de se encarar aprendizagem, ferramentas como procedimentos, recursão e depuração de procedimentos são instrumentos naturais de aprendizagem e tornã-los acessíveis, em conceito e vivencialmente, a crianças permite-lhes uma visão mais estruturada e formal de processos intuitivos por elas usados para resolver problemas de seu dia-a-dia. Note-se que "abotoar" é um processo recursivo; tentar abrir uma caixa, colocar um objeto numa fenda levam a depuração de procedimentos.

Kowaltowski [11] define procedimento como uma sequência finita de instruções que podem ser executadas por um agente computacional, seja ele humano ou não. No contexto LOGO, um procedimento é visto pela criança como "ensinar uma nova palavra" à tartaruga. Essas novas palavras, por sua vez, podem fazer parte de novos procedimentos e assim por diante.

Um procedimento pode ser visto, então, como uma "descrição de processos" e, quando algum resultado não sai como a criança espera, a razão da "falha" é buscada diretamente na descrição do processo que falhou (depuração) e não em "si própria".

A idéia de recursão consiste em utilizar, direta ou indiretamente, uma palavra dentro do mesmo procedimento que a define. Essa idéia é vista pela criança como um "efeito de repetição" de um determinado processo e que exige um "breque": uma condição de parada para a tartaruga.

4.4 - CONCEITOS INICIAIS

O Universo de trabalho da Geometria em estudo será representado pela tela do terminal gráfico.

O objeto dessa geometria será a tartaruga em seus movimentos pela tela.

Uma trajetória será formada por um conjunto de estados da tartaruga, que tem dois modificadores associados: o passeio e o giro.

DEFINIÇÃO 1:

A tartaruga descreve um Passeio quando varia sua coordenada da posição (P), mantendo fixa a coordenada direção (α), Fig.5.

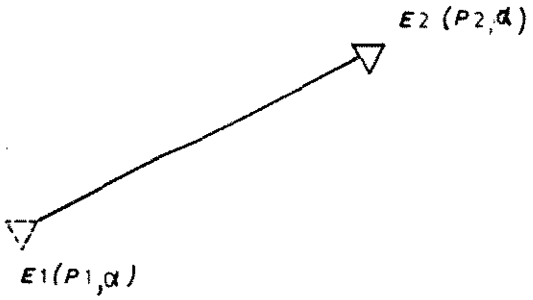


Fig.5

DEFINIÇÃO 2:

A tartaruga descreve um GIRO quando varia sua coordenada direção (α), mantendo fixa a coordenada posição (P), Fig.6.

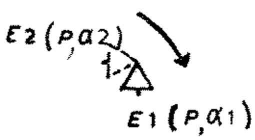


Fig. 6

Partindo-se destas duas definições foi possível desenvolver procedimentos, jogos e problemas que permitiram às crianças dominar os seguintes conceitos geométricos:

a) Sistema de coordenadas

b) Figuras geométricas

c) Manipulação de ângulos

d) Construções geométricas

Os capítulos seguintes apresentam os conceitos geométricos envolvidos dentro de uma perspectiva LOGO e os experimentos desenvolvidos com diversas crianças.

5.- O SISTEMA DE COORDENADAS DA TARTARUGA

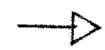
DEFINIÇÃO 3:

O sistema de coordenadas da tartaruga é um sistema de referências que permite localizar um estado qualquer da tartaruga num determinado instante, numa tela real ou abstrata de maneira que a **cada** estado da tartaruga na tela corresponde uma única tripla ordenada(coord x,coord y,direção) e a cada tripla ordenada corresponde um único estado da tartaruga, num determinado instante.

5.1 - O JOGO DAS COORDENADAS

Objetivos: introduzir o sistema de coordenadas da tartaruga e, por extensão, o sistema de coordenadas cartesiano, levando a criança a associar o efeito dos comandos dados à tartaruga com a mudança de estado ocorrida.

Além das primitivas básicas traduzidas e de seus próprios mnemônicos, FD, RT, LT, foi utilizado o procedimento ONDE .ESTA que retorna a sentença "Estou na posição x y olhando na direção z",onde (x,y,z) corresponde ao estado atual da tartaruga. O procedimento foi construído usando-se a primitiva HERE que retorna uma tripla com as coordenadas do estado atual da tartaruga.

DESCRIÇÃO	COMANDO	EFEITO NA TELA
"HOME" é uma primitiva de LOGO que coloca a tartaruga na origem de seu sistema de coordenadas:estado (0,0,0) (centro da tela)	HOME	
É dado um comando à tartaruga e a criança observa o efeito que ele causa à tartaruga na tela (mudança de estado)	PASSEIE	
A seguir cada criança (em geral são duas) "arrisca um palpite" sobre o novo estado da tartaruga e o anota em papel à parte.		
Depois, através do procedimento "ONDE.ESTÁ", a própria tartaruga responde qual é seu estado atual para que a criança confira seu "palpite".	ONDE.ESTA	"Estou na posição 100 0 olhando na direção 0".
	GIRE.ESQ	
	.....	.....
	ONDE.ESTÁ	"Estou na posição 100 0 olhando na direção 90"

Observação: Assim como HOME, outras primitivas de LOGO foram introduzidas a medida em que o contexto solicitou.

Após cada jogada, contam-se as "coincidências" ' das respostas de cada jogador com a resposta dada pela tartaruga . No final, o jogador com maior total de pontos (o que fez mais"coincidências") vence o jogo.

Inicialmente foram utilizadas as primitivas PASSEIO: N, GIRO.DIR :N, com parâmetros quaisquer para que as crianças percebessem quais coordenadas variavam e quais se mantinham invariantes a cada tipo de comando e não se preocupassem, ainda, de quanto variavam. Também, após familiaridade com as primitivas básicas, o uso de mnemônicos foi preferido, pela facilidade e rapidez no uso do teclado.

5.2 - ANÁLISE DE ALGUNS RESULTADOS

R_1 mostra trechos de um protocolo experimental ' de onde podem ser extraídos alguns resultados.

R1

:

T: (55 23 35) — resposta da tartaruga em determinado instante

LT 24

T: (55 23 59)

A C: "Sempre que gira muda a direção 3º número — observação de uma criança

FD 41

T: (76 59 59)

B C: "Quando ela anda muda a posição 1º e 2º números"

.
.
.

T: (100 -300 180)

GIRE.DIREITA

C: (100 -300 90)

T: (100 -300 90)

C C: "Posição não muda quando mando girar; posição muda quando mando passear"

.
.
.

T: (400 300 0)

GIRE.DIREITA

D C: (400 300 90)

T: (400 300 270)

Apesar do efeito físico na tela, a associação do giro com mudança de direção e do passeio com mudança de posição só foi feita quando as crianças manipularam o sistema de coordenadas da tartaruga [A,B,C] . Essa associação não foi formalizada enquanto as crianças usavam algoritmos locais (ver [E] em 4.2)

Em [D] a criança deu um tratamento local para ângulo usando a 3a coordenada para mostrar de quanto foi o giro e não para mostrar o efeito global do giro no sistema de coordenadas da tartaruga. Ou seja, da direção " ▷ " para a direção "▽" o giro à direita foi de 90º realmente.

A manipulação do sistema de coordenadas da tartaruga induz o raciocínio global, conforme pode ser interpretado pelo protocolo R2.

R2

.
.
.

T: (300 0 0)

GIRE.ESQUERDA

C: (300 0 90)

T: (300 0 90)

PASSEIE

C: (100 0 90)

T: (300 100 90)

C: "Já entendi!... Por isso é que tem 2 números".

.
.
.

T: (300 300 90)

GIRE.DIREITA

C: (300 300 0)

PASSEIE

C:(100 300 0)

T: (400 300 0)

C: "Já sei!...Quando ela anda assim " ▷ " soma um deles, quando ela anda na direção " △ " soma o outro!"

.
.
.

T: (500 100 270)

PASSEIE

C: (500 0 270)

T: (500 0 270)

PASSEIE

C: (500 -100 270)

T: (500 -100 270)

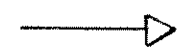
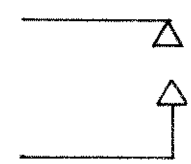
C: "Quando desce (▽) diminui; em vez de somar,subtrai. O 1º número soma quando ela vai andando assim " ▷ ". O 2º número é quando sobe (△). Quando desce (▽) é o 2º número, só que subtrai".

Os exemplos acima mostram como a manipulação do sistema de coordenadas da tartaruga leva a noção intuitiva do sistema de coordenadas cartesiano. Especialmente a 3a coordenada, quando usada para os valores, 0, 90, 180 e 270, auxilia na descoberta do funcionamento do sistema pois diz "para onde" (em que direção) a tartaruga está indo. Também a manipulação de números negativos parece natural para os valores 180 e 270 na 3a coordenada.

Existe uma aparente não conexão entre o mundo vivencial da criança e o conceito abstrato de sistemas de coordena -

das. Foi proposto, então, como complemento ao Jogo das Coordenadas, um 2º jogo simulando o processo de se sair de um determinado' lugar numa cidade, por exemplo, (onde,"direção" é para onde se está olhando) e se chegar a um outro, andando um certo número de quadras, virando à direita, etc.

EXEMPLO:

	Processo utilizado	Efeito na tela
Para a tartaruga sair do estado Ei (0,0,0) e chegar ao estado Ef (200,0,0):	FD 200 ONDE.ESTA	 "Estou na posiçaõ 200 0 olhando na direção 0"
Para a tartaruga sair do estado Ei (200,0,0) e chegar ao estado Ef (200,100,90)	LT 90 FD 100 ONDE.ESTA	 "Estou na posição 200 100 olhando na direção 90.

No fim de cerca de 4 sessões as crianças demonstraram, depois de uma série de"descobertas" que as levaram ao domínio dos conceitos, pouco interesse em prosseguir jogando.

6.- FIGURAS GEOMÉTRICAS: INTRODUÇÃO INTUITIVA AO ESTUDO DE PROPRIEDADES TOPOLÓGICAS

O meio computacional LOGO mostra-se particularmente útil no tratamento de conceitos topológicos simples. Estes conceitos podem ser formalizados precisamente e a partir de sua formalização é possível desenvolver procedimentos auxiliares que permitem às crianças fácil domínio sobre conceitos elementares.

O tratamento formal a seguir é necessário para mostrar a potência da ferramenta computacional e as possibilidades criadas pela abordagem.

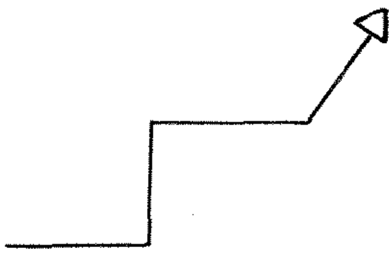
6.1 - CONCEITOS BÁSICOS

A aplicação dos modificadores de estado da tartaruga leva aos conceitos de Passeio Quebrado (PQ) e Passeio Quebrado Fechado (PQF).

DEFINIÇÃO 4:

Dizemos que o Passeio da tartaruga é Quebrado quando sua trajetória é composta por dois ou mais Passeios sendo que pelo menos dois consecutivos têm orientações distintas e não-opostas.

EXEMPLOS



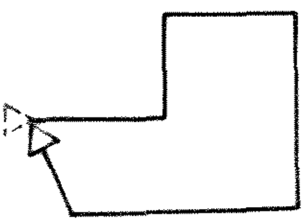
é um PQ

não é um PQ

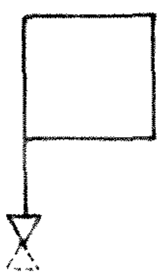
DEFINIÇÃO 5:

Dizemos que o Passeio Quebrado é Fechado quando é um Passeio Quebrado e as coordenadas posição dos estados inicial e final coincidem e nenhum trecho de sua trajetória é repetido.

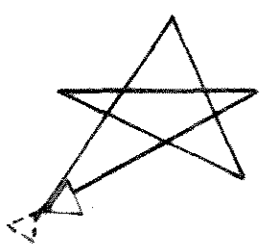
EXEMPLOS



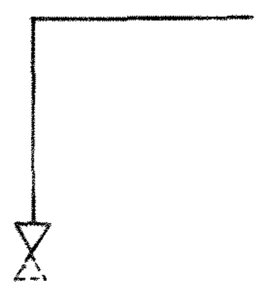
é um PQF



não é um PQF



é um PQF



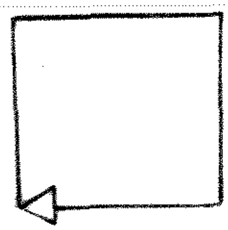
não é um PQF

Podemos classificar o Passeio Quebrado Fechado em dois tipos: simples e não-simples.

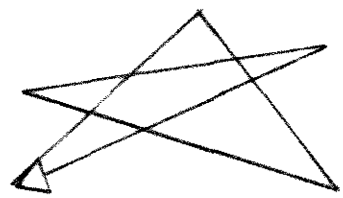
DEFINIÇÃO 6:

Dizemos que o Passeio Quebrado Fechado é Simples (PQFS) quando os Passeios de sua trajetória não se cruzam e não-simples, (PQF$\bar{S}$) em caso contrário.

EXEMPLOS



é um PQFS



não é um PQFS

DEFINIÇÃO 7:

Chamaremos PONTO às coordenadas POSIÇÃO de um estado da tartaruga.

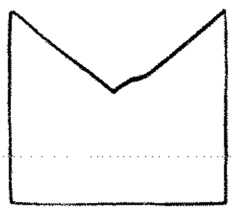
O PQFS determina na tela três conjuntos de pontos:

- os interiores ao PQFS, que formam a REGIÃO INTERIOR ou INTERIOR.
- os exteriores ao PQFS, que formam a REGIÃO EXTERIOR OU EXTERIOR.
- os pontos do PQFS, que formam a FRONTEIRA do PQFS.

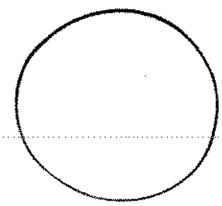
DEFINIÇÃO 8:

Dizemos que o PQFS é conexo (PQFSC) quando qualquer Passeio que une dois pontos interiores está na REGIÃO INTERIOR do PQFS e não-conexo (PQFS$\bar{C}$) em caso contrário.

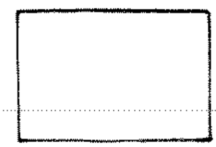
EXEMPLOS:



não é um BQFSC



é um PQFSC



é um PQFSC

6.2 - PROPRIEDADES DO PQFS

- É sempre possível unir dois pontos quaisquer interiores (ou exteriores) por um PQ que não encontra a fronteira do PQFS.

- Qualquer Passeio ou PQ que una um ponto interior a um ponto exterior (ou vice-versa), encontra a fronteira em pelo menos um ponto.

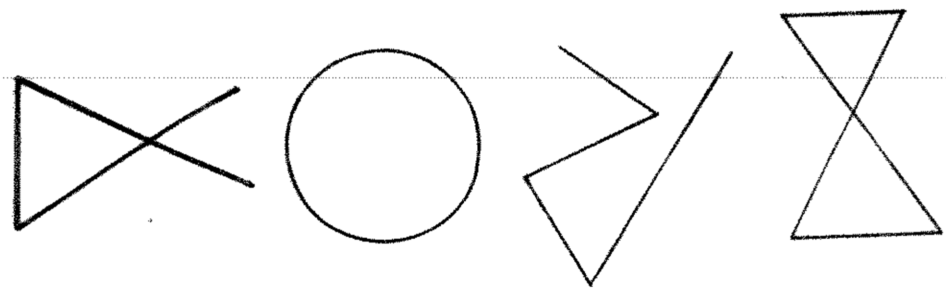
- Generalização da propriedade anterior: a partir de um ponto interior, qualquer Passeio(ou PQ) que ligue esse ponto interior a um ponto exterior, o faz com um número ímpar de encontros com a fronteira do PQFS.

A partir de um ponto exterior, qualquer Passeio que ligue esse ponto a outro ponto exterior, o faz em zero ou em um número par de encontros com a fronteira do PQFS.

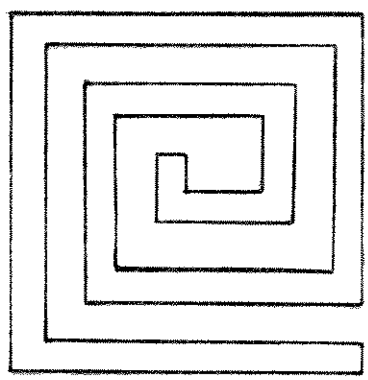
6.3 - *UM EXPERIMENTO PARA INTRODUZIR NOÇÕES TOPOLÓGICAS E SEUS RESULTADOS*

Procedimentos utilizados: Figuras e LAB 100 90

FIGURAS



LAB 100 90



- Foi pedido que as crianças fizessem a tartaruga entrar, quando possível, nas figuras. Elas verificaram que em algumas era possível (figuras abertas) e em outras não (figuras fechadas). Descreveram as figuras como abertas e fechadas: uma cruzada aberta (não-simples), outra cruzada fechada (não-simples).

- Foi pedido que, andando pelo labirinto, dissessem em que situação a tartaruga se encontrava (dentro ou fora dele). Confundiram-se quando a tartaruga não estava nem dentro, nem fora do labirinto; mas, exatamente na "linha" (fronteira).

- Para trabalhar com as propriedades do PQFS, a tartaruga foi colocada dentro de um quadrado como mostra a figura 7.

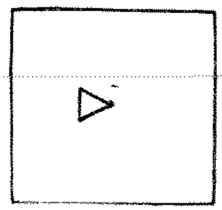


Fig. 7

-"Para a tartaruga sair do quadrado, quantas vezes ela deverá passar pela fronteira?"

C: "Uma vez".

-"Para entrar e sair, entrar e sair novamente, quantas vezes ela deverá passar pela fronteira?"

C: "Quatro vezes".

-"Para entrar no quadrado, passando duas vezes pela fronteira, como a tartaruga deveria fazer?"

C: "É impossível."

Colocando a tartaruga novamente no centro do quadrado:

- "Após passar três vezes pela fronteira, em que região ficará a tartaruga?"

C:"A tartaruga ficará fora do quadrado."

-"Após passar quatro vezes"..

C: " A tartaruga ficará dentro do quadrado".

- "Após passar 2.000 vezes"....

C:" A tartaruga ficará dentro. Passando um número par de vezes pela fronteira, ela fica dentro e um número ímpar, fica fora".

- "E se a tartaruga estivesse inicialmente fora' do quadrado?"

C:"Seria o contrário: número ímpar de vezes deixa a tartaruga dentro e número par, fora.

Então, a tartaruga foi colocada em um estado ' qualquer do labirinto para as crianças determinarem se ela estava' dentro ou fora dele. A solução mais imediata foi fazer a tartaruga percorrer os caminhos do labirinto até tirá-la de lá ou concluir que estava dentro dele. Foi pedido, então, uma resposta sem que a tartaruga percorresse o labirinto. As crianças fizeram, então, a tartaruga "atravessar a fronteira" até chegar a um ponto exterior e contaram o número de vezes que a fronteira era atravessada. (Fig. 8)

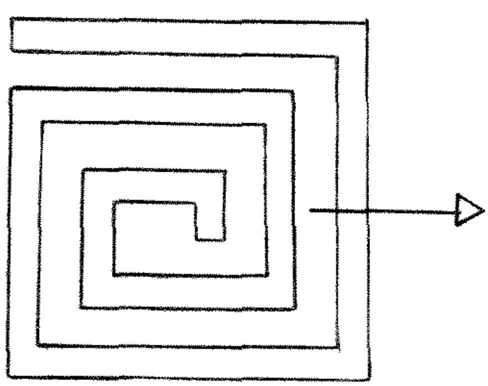


Fig. 8

Essa generalização não é um processo simples;mas, as crianças atingiram o objetivo fazendo uma analogia com o problema anterior, mais simples.

Com estes conceitos, estamos prontos para evoluir na direção da construção de polígonos, conforme será visto no capítulo seguinte.

7. FIGURAS GEOMÉTRICAS: AMPLIAÇÃO DO ESTUDO INTUITIVO DE SUAS PROPRIEDADES E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

7.1 - O "TAMANHO" DA VOLTA COMPLETA

AFIRMAÇÃO 1:

Se um determinado estado da trajetória da tartaruga (E1) for modificado pela aplicação sucessiva de GIRO.DIR : N e GIRO.ESQ: N (ou vice-versa), então o estado final (E2), resultante, coincidirá com seu estado inicial. Ou seja, GIRO.DIR: N e GIRO.ESQ: N são opostos: o efeito de um anula o efeito do outro.

AFIRMAÇÃO 2:

Se um estado E1 da tartaruga passar a um estado E2, com E1 $\equiv$ E2, por meio de uma ou mais aplicações, no mesmo sentido, do modificador GIRO, então a tartaruga terá rotacionado uma volta (mod. 360).

As afirmações acima podem ser usadas na análise da estrutura de figuras geométricas para permitir métodos simples de construção. Note-se que um PQFS pode ser descrito pelos diversos estados em que está a tartaruga ao fim de cada aplicação de um dos dois modificadores e que, alternativamente, a construção de um PQFS pode ser feita por aplicações alternadas dos modificadores de estado PASSEIO e GIRO de maneira que o estado inicial e final da tartaruga coincidam, ou seja,:

$$Ei\ (Pi,\ \alpha i) \xrightarrow{PASSEIO} E2(P2,\ \alpha 2) \xrightarrow{GIRO} E3\ (P2,\ \alpha 2)\ \ldots$$

$$\ldots\ Ef\ (Pf,\ \alpha f)\ \text{onde}\ Pi \equiv Pf\ \text{e}\ \alpha i \equiv \alpha f.\quad \text{(Fig. 9)}$$

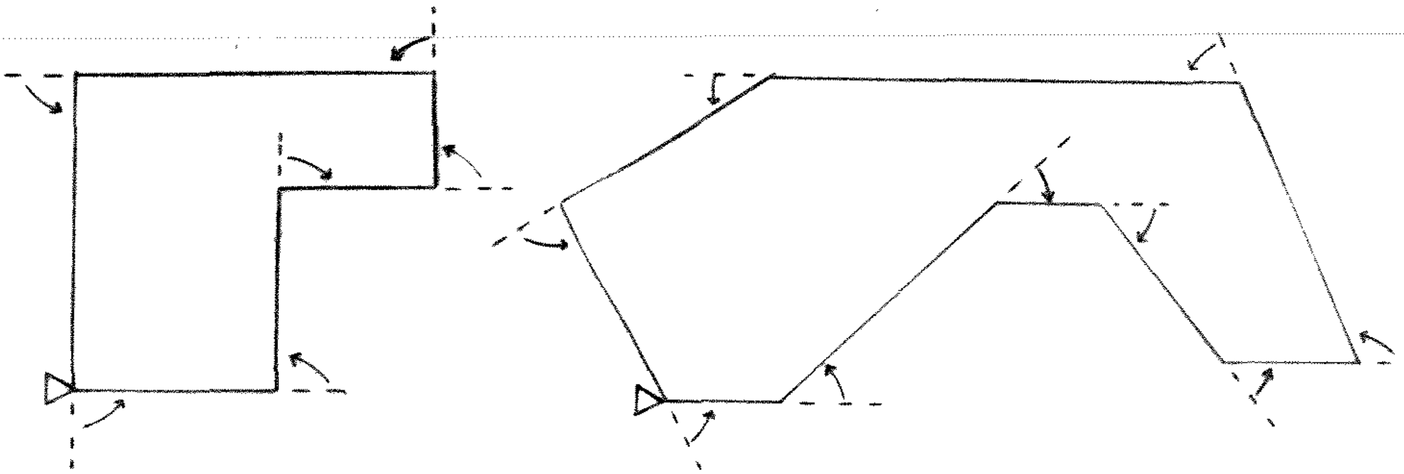


Fig. 9

A aplicação dos modificadores PASSEIO não altera αj. Então, sem perda de generalidade, podemos supor a aplicação de todos os modificadores GIRO em Ei. Usando as afirmações 1 e 2 anteriores concluimos que, para dar uma "volta completa", isto é, para construir um PQFS,a tartaruga obrigatoriamente gira, num mesmo sentido, 360º.

Este "Teorema da Tartaruga" [12] , intuitivo e simples, permite abordar problemas de construção geométrica de forma mais adequada ao contexto em que crianças entendem e aprendem conceitos matemáticos.

7.2 - *TRATAMENTO DE ÂNGULOS EM CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS*

Pelo fato de a tartaruga ser definida por um estado composto de uma posição e uma direção, a representação de ângulo é dada pelo resultado da aplicação do modificador GIRO em um determinado estado da tartaruga. Então, ângulo passa a ser o resultado de uma ação (e não uma medida abstrata da posição relativa de duas retas) e este fato pode ser usado em conjunção com o Teorema da Tartaruga para tornar mais natural para uma criança a estrutura de figuras geométricas.

7.2.1 - *A CONSTRUÇÃO DO QUADRADO*

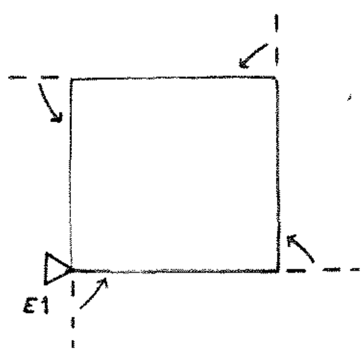


Fig. 10

Para desenhar um quadrado (Fig. 10), a tartaruga parte de um estado inicial E1, passeia, gira, passeia,gira, ... até retornar ao estado inicial E1, descrevendo uma volta completa. Portanto, ela terá girado 360º num mesmo sentido. Como a construção do quadrado envolve quatro giros, em cada vez ela deve girar 360/**4**.

Note-se que, em LOGO, existe a primitiva QUOTIENT que retorna o quociente da divisão do dividendo pelo divisor. Então, a rigor uma criança só precisa ter a noção conceitual do que é divisão, pois, QUOTIENT 360 4 resolve o problema.

DEFINIÇÃO 9

Chamaremos POLIGONO ao PQFS. O efeito de cada passeio que forma o PQFS será chamado Lado do Polígono e o Polígono será dito REGULAR (P.R.) quando seus lados tiverem a mesma medida e os giros geradores de seus ângulos forem iguais.

7.2.2 - O "TAMANHO" DO GIRO PARA CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS REGULARES.

Para desenhar um P.R., a tartaruga gira 360º num mesmo sentido, uma vez que um polígono regular é um PQFS.

Cada lado do P.R. é obtido pela aplicação sucessiva dos modificadores GIRO e PASSEIO. Portanto, em um P.R. de N lados, o modificador GIRO será aplicado N vezes. Como os giros' devem ser iguais, o "tamanho" do giro deverá ser 360/N.

Por outro lado, partindo de um estado inicial Ei e aplicando em Ei giros de 360/N, serão necessárias N aplica ções desse modificador para que a tartaruga descreva uma volta completa (Ei = Ef). Como aplicações intermediárias de PASSEIO não alteram as coordenadas direção, podemos ter um P.R. de N lados aplicando passeios de mesma medida entre os giros.

7.3 - COMO A RECURSÃO PODE SER INTRODUZIDA À CRIANÇA - DESCRIÇÃO DE EXPERIMENTOS

A construção de P.R. de N lados, usando LOGO, cria a necessidade de se escrever procedimentos compactos, à medida em que N cresce. Isto pode ser feito por meio de procedimentos recursivos e a introdução de recursão a crianças pode ser um processo simples (Ver 7.4)

Incialmente propõe-se que a criança, usando' giros de 90º num mesmo sentido, faça a tartaruga partir de um estado inicial e retornar a ele mesmo:

C: HOME / posicionamento da tartaruga no centro da tela

T: ▷

C: LT 90

T: △

C: LT 90

T: ◁

C: LT 90

T: ▽

C: LT 90

T: ▷

A tartaruga partiu de um estado inicial, fez quatro giros de 90º voltando ao mesmo estado; girou, no total, 360º. Portanto, girando 90º em cada vez, precisa de quatro giros para completar uma volta.

- Usando giros de 120º, num mesmo sentido, partir de um estado inicial e retornar a ele mesmo:

C: HOME

T: ▷

C: LT 120

T; ▷

C: LT 120

T: ▷

C: LT 120

T: ▷

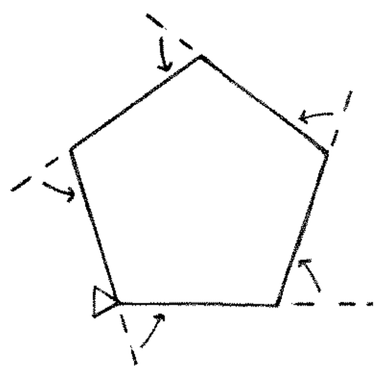
Portanto, girando 120º em cada vez, a tartaruga precisa de três giros para completar uma volta.

A seguir, com base no "tamanho" da volta completa e no número de determinados giros que levam a tartaruga a fazer uma volta completa, pediu-se à criança que ensinasse a tartaruga a desenhar um P.R. de cinco lados: o problema, portanto, seria "descobrir" de quanto deveria ser cada giro da tartaruga.

Para desenhar um P.R. de cinco lados, a tartaruga parte de um estado inicial, passeia e gira cinco vezes, retornando ao mesmo estado. Cada passeio tem a mesma medida e cada giro também, pois o polígono é regular.

C: "cada giro deve ser de 72º (360 ÷ 5)"

```
HOME
PASSEIE
LT 72
PASSEIE
LT 72
PASSEIE
LT 72
PASSEIE
LT 72
PASSEIE
LT 72
```



Para desenhar um P.R. de seis lados, o giro deve ser de 360 ÷ 6 e assim sucessivamente.

Usando processo análogo a criança desenhou um P.R. de dez lados e disse que era uma circunferência, principalmente por causa do uso do terminal GT 40 e do tamanho do lado usado (FD 50)

```
FD 50
LT 36
FD 50
.
```

Sugeriu-se que diminuisse o número de comandos, uma vez que FD 50, LT 36 se repetiam.

C: "Como falar para a tartaruga repetir dez vezes?"

Uma vez que, na versão LOGO utilizada, não está implementado o comando de repetição, sugeriu-se à criança ensinar a tartaruga a repetir os comandos.

C: TO BOLA

1 FD 50

2 LT 36

3 ?

Ela sugeriu 3 END.

O decágono seria, então, dado pela repetição de BOLA dez vezes:

BOLA

BOLA

⋮

BOLA

Então, foi feita a seguinte "brincadeira" para levar a criança à idéia de recursão:

-"Cada vez que eu falar - BOLA - você bate na mesa e fala "BOLA" e cada vez que eu ouvir - BOLA - eu bato na mesa e falo - BOLA!"

Brincou-se por algum tempo. Então, foi feita a seguinte mudança na "brincadeira".

-"Cada vez que você ouvir - BOLA - você escreve no terminal FD 50, LT 36 e fala - BOLA _."

A criança percebeu que a tartaruga "não pararia mais", ponto fundamental.

Sugeriu-se continuar escrevendo o procedimento' BOLA:

```
TO  BOLA
 1  FD 50
 2  LT 36
 3  ?
```

A criança respondeu imediatamente: "3 BOLA! Mas, quando para?

Ensinou-se, então, um"comando de breque",termo' usado pelas crianças:

```
IF  (LAST HERE) = 0 STOP
```

para que a tartaruga parasse quando voltasse ao estado inicial. Por tentativa e erro a criança descobriu que o comando de breque deveria ser inserido "antes de mandar repetir".

O procedimento BOLA ficou, então, escrito da seguinte maneira:

```
TO  BOLA
 1  FD 50
 2  LT 36
 3  IF (LAST HERE) = 0 STOP
 4  BOLA
END
```

7.3.1 - GENERALIZAÇÃO ATRAVÉS DO USO DE PARÂMETROS NO PROCEDIMENTO.

Para fazer Bolas "de diversos tamanhos", usando o mesmo procedimento, deve haver uma alteração no comando que gera o PASSEIO:

```
TO BOLA :N
 1 FD :N
 2 LT 36
 3 IF (LAST HERE) =0 STOP
 4 BOLA :N
END
```

Para fazer Bolas "com mais lados":

20 (vinte) lados   girar 360÷ 20 = 18º cada vez

30 (trinta) lados   girar 360 ÷ 30 = 12º cada vez

40 (quarenta) lados   girar 360 ÷ 40= 9º cada vez

Conclui, então, que a modificação deve ser no GIRO:

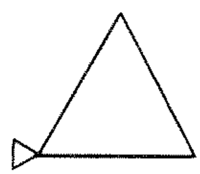
```
TO BOLA :N :A
 1 FD :N
 2 LT :A
 3 IF (LAST HERE) = 0 STOP
 4 BOLA :N :A
END
```

ou ainda, em função do número de lados

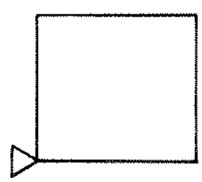
```
TO BOLA :N :L
10 FD :N
20 RT (QUOCIENT 360 :L)
30 IF (LAST HERE) = 0 STOP
40 BOLA :N :L
END
```

Então a criança começou a "brincar" com os efeitos do uso de parâmetros no procedimento BOLA:

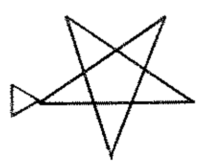
BOLA 400 120



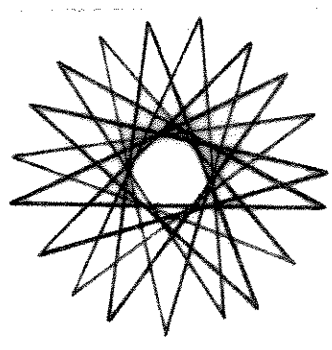
BOLA 400 90



BOLA 400 144



BOLA 400 152



7.4 - *COMENTÁRIOS*

Note-se que, a primeira necessidade sentida pela criança foi a de "fazer a tartaruga repetir comandos". Poder-se-ia, então, introduzir iteração através de transferência de controle, como por exemplo:

```
TO POLI
10 FD...
20 RT...
30 IF(...
40 GOTO 10
END
```

uma vez que não existe implementado, na versão LOGO utilizada, um comando de repetição (por exemplo to tipo REPEAT(...)).

No entanto, já era bastante natural, no contexto LOGO utilizado até então, um procedimento referenciar outros procedimentos previamente definidos (para ensinar uma nova palavra à tartaruga, pode-se utilizar palavras já ensinadas). Tendo em vista a disponibilidade de recursão em LOGO, o mais natural seria, então, introduzir a idéia de que na definição de um procedimento poder-se-ia referenciar o próprio procedimento.

Neste contexto estamos falando de recursão, segundo a definição de KOWALTOWSKI [11]. Não se pretende discutir nesta tese a respeito da natureza do processo (se iterativo ou recursivo).

Experiência de LOGO tem mostrado que a reação da criança "a tartaruga não para" é típica. PAPERT e seus colaboradores a encontraram com grande frequência e, na UNICAMP, CURADO também a encontrou todas as vezes em que introduziu procedimentos recursivos.

Não está claro, ainda, se as crianças aprendem (na terminologia Piagetiana) o que é recursão uma vez que os experimentos da UNICAMP não foram extensos o suficiente para permitir que as crianças fossem expostas a novas situações "recursivas". O certo é que em determinados problemas que apareceram a criança percebeu ' que poderia escrever procedimentos recursivos e os adotou como solução (ver o procedimento CHRIS em 9.2)

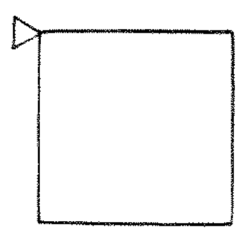
8.- MANIPULAÇÃO DE ÂNGULOS ATRAVÉS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS: ALGUNS EXPERIMENTOS.

Três experimentos são relatados. Além de permitir uma avaliação de como os conceitos de manipulação de ângulos podem ser aplicados fora do campo abstrato de sistemas de coordenadas, seus protocolos mostram como LOGO permite que a própria criança proponha um problema e tente resolvê-lo. Como em muitos casos do cotidiano, os procedimentos delineados para resolver o problema - a descrição dos passos necessários para se atingir a solução - nem sempre, quando executados, fazem aquilo que deveriam fazer. O processo que então se inicia - a depuração - pode ser rico em oportunidades de aprendizagem. Os relatos dos experimentos mostram, melhor que descrições, a riqueza do meio LOGO.

8.1 - A CASINHA

A criança já havia ensinado a tartaruga a desenhar um quadrado, através do procedimento:

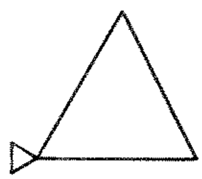
```
TO QUADRADO
 1 FD  150
 2 RT   90
 3 FD  150
 4 RT   90
 5 FD  150
```



```
 6 RT   90
 7 FD  150
 8 RT   90
END
```

Um triângulo também já havia sido ensinado através do procedimento TRIÂNGULO:

```
TO  TRIANGULO
 1 FD  150
 2 LT  120
 3 FD  150
 4 LT  120
 5 FD  150
 6 LT  120
END
```



A sequência de comandos HOME, QUADRADO, TRIANGULO gerou um "pedaço de uma casinha" (Fig.11)

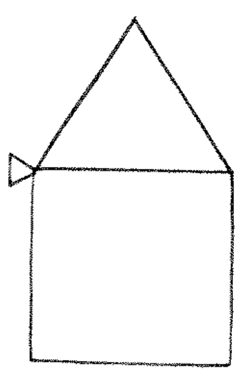


Fig.11

Note-se como LOGO é rico em fazer surgir situações novas: inicialmente, "brincando" com os comandos ensinados à tartaruga, a sequência auto-sugerida pela criança lembrou o desenho infantil de uma casa ("pedaço de uma casinha"). Daí, então, surgiu um interesse novo; ensinar a tartaruga a desenhar uma"casinha completa". Além disso, levou ao uso da heurística "dividir para conquistar", uma vez que o problema novo passou a ser resolvido por partes: "ensinar um retângulo" (lateral da casa) e"ensinar um paralelogramo" (telhado lateral da casa). (Fig.12)

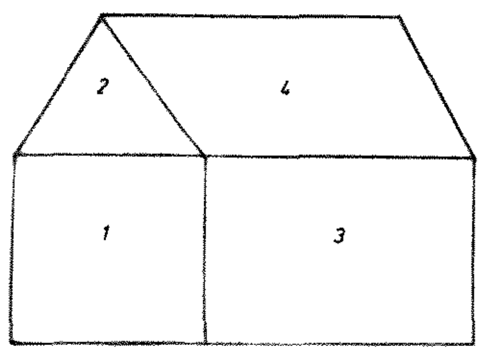


Fig. 12

Construção do RETANGULO [3] :

```
TO  RETANGULO
 1  FD 200
 2  RT  90
 3  FD 150    / "pois o lado de  [1] mede 150"
 4  RT  90
 5  FD 200
```

6 RT 90

7 FD 150

8 RT 90

END

Construção do PARALELOGRAMO [4] :

1º passo: FD 200 / o lado comum a [3]

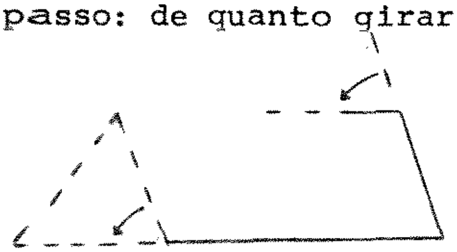
2º passo: de quanto girar?

LT 120

"porque é como se estivesse fazendo o lado do triângulo [2] ".

3º passo: FD 150 /comprimento do lado de [2].

4º passo: de quanto girar?

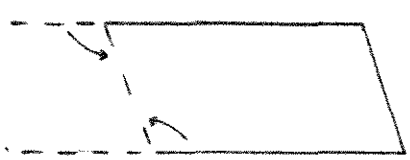


LT 60

"porque é como se tivesse um triângulo aí".

5º passo: FD 200 / comprimento do lado de [3] .

6º passo: de quanto girar?

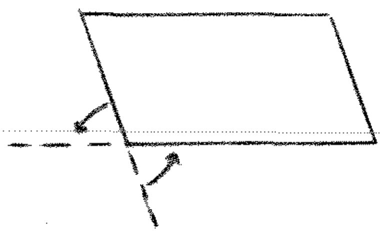


LT 120

"porque é como se fosse fazer um triângulo para baixo"

7º passo: FD 150 / comprimento do lado de [2]

8º passo: de quanto girar?



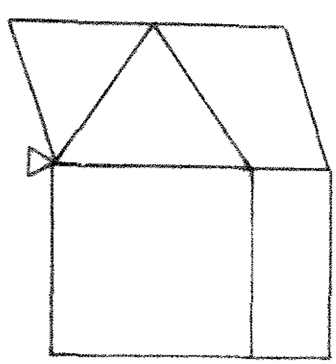
LT 60

"porque é como se tivesse um triângulo virado para baixo"

O procedimento CASINHA foi, então, escrito da seguinte maneira:

```
TO CASINHA
  1 QUADRADO
  2 TRIANGULO
  3 RETANGULO
  4 PARALELOGRAMO
END
```

CASINHA gerou:



O resultado não foi o esperado!

Teve início,então, o processo de depuração: executando o procedimento CASINHA passo a passo a criança passou a procurar a imperfeição na descrição do seu processo de resolução.

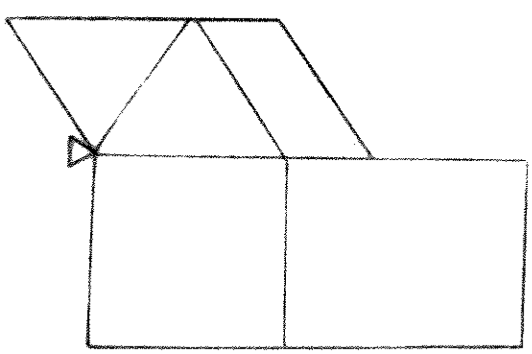
Correção sugerida pela criança:

"Trocar os FD 200 por FD 350 no retângulo."

Note-se que a criança percebeu que a "imperfeição" era causada pelo estado inicial da tartaruga quando era executado o comando RETANGULO.

A solução proposta contorna o problema simplesmente estendendo o tamanho do lado do retângulo. A outra solução possível, mudar o estado da tartaruga para que ela começasse a desenhar o retângulo no ponto adequado, não foi adotada. Note-se também que o procedimento imperfeito tinha duas etapas inadequadas:Paralelogramo e Retângulo. A criança tentou dividir a solução em duas partes: atacou inicialmente o retângulo e é plausível supor que a criança, ao solucionar a primeira imperfeição, imaginou estar,automaticamente, corrigindo a segunda.

A execução de CASINHA gerou:



O resultado ainda não foi o esperado!

Na realidade, a imperfeição foi corrigida apenas localmente para RETANGULO e continuou para PARALELOGRAMO. Duas soluções poderiam ter sido adotadas então: modificar o procedimento CASINHA deslocando a tartaruga para o estado inicial adequado a PARALELOGRAMO:

```
TO CASINHA
  1 QUADRADO
  2 TRIANGULO
  3 RETANGULO
  4 FD 150
  5 PARALELOGRAMO
END
```

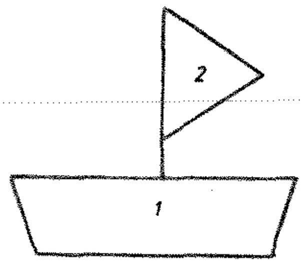
Em vez disso, a criança preferiu a solução "ideal": retomou RETANGULO em sua forma original e alterou o procedimento CASINHA para:

```
TO CASINHA
  1 QUADRADO
  2 TRIANGULO
  3 FD 150
  4 RETANGULO
  5 PARALELOGRAMO
END
```

Dessa maneira, com o deslocamento da tartaruga para um estado inicial adequado a RETANGULO e a PARALELOGRAMO, as imperfeições foram corrigidas de maneira global.

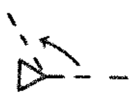
8.2 - O BARQUINHO

Sugeriu-se à criança,ensinar a tartaruga a desenhar um barquinho do tipo:



1º passo: ensinar a tartaruga a desenhar o trapézio [1], uma vez que o triângulo [2] já havia sido ensinado.

1 LT 120



2 FD 100 lado menor do trapézio descoberto através de tentativas e aproximações

3 RT 120

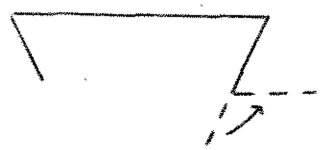
"porque é como se o trapézio fosse um pedaço de um triângulo".

4 FD 300 lado maior de [1]

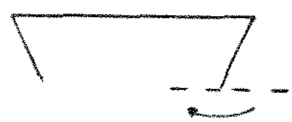
5 RT 120 mesma justificativa do giro anterior

6 FD 120 lado menor do trapézio

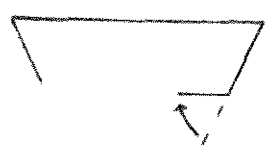
7 LT 120 — a criança percebeu que havia girado em sentido contrário ao que era esperado.



8 RT 180 — correção adotada para a falha anterior: um giro em sentido contrário ao anterior de 120º (para anular o efeito do comando anterior) mais 60º.



No procedimento propriamente dito, a criança substitui os comandos das linhas de número 7 e 8 pelo comando: RT 60; ou seja, a partir do estado da tartaruga na linha 6, houve um giro à direita de 60º.



"porque é como se tivesse um triângulo aí".

8 FD 200

9 RT 120 — a criança percebeu que a tartaruga havia girado o dobro do que deveria

10 LT 60 correção sugerida pela criança.

Os comandos das linhas de número 9 e 10 são substituidos, no procedimento, pelo comando RT 60; ou seja, a criança percebeu que o efeito resultante dos comandos RT 120 e LT 60 é RT 60.

Estas etapas foram então condensadas no seguinte procedimento TRA, no qual a própria criança incorporou as etapas intermediárias necessárias para depuração:

```
TO TRA
 1 LT 120
 2 FD 100
 3 RT 120
 4 FD 300
 5 RT 120
 6 FD 100
 7 RT  60
 8 FD 200
 9 RT  60
END
```

2º passo: a construção da vela.

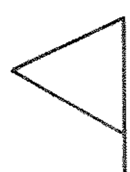
- Posicionamento da vela:

```
TO V
 1 FD 100
 2 RT 120
 3 FD 150
 4 LT  90
END
```

_ Construção do mastro:

```
TO M
 1 FD 100
 2 TRI       procedimento que gera um triângulo, feito em
             sessões anteriores.
END
```

M gerou :

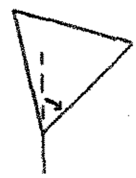


"uma vela voltada para a esquerda".

Observando os comandos do procedimento TRI a criança descobriu o porquê da vela ficar "voltada para a esquerda": para fazer TRI a tartaruga gira sempre para a esquerda. Para não alterar o procedimento TRI, o estado inicial da tartaruga antes do comando TRI deveria ser alterado:

```
TO  M
 1  FD 100
 2  RT  45
 3  TRI
END
```

M gerou:

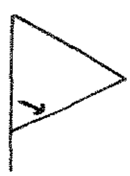


"uma vela torta!"

Então, foi"experimentado" girar mais 15º no comando da linha de número 2:

```
TO  M
 1  FD 100
 2  RT  60
 3  TRI
 4  HT      primitiva de LOGO que "esconde" a tartaruga
END
```

M gerou:



Note-se que, o posicionamento da tartaruga para a construção da vela "voltada para a direita" não foi imediato. O processo envolvia visualizar TRI com uma certa rotação; daí a dificuldade. Somente quando a criança viu a vela como era esperado, percebeu o porquê de ter girado 60º (linha de número 2: giro interno do triângulo)

Foi escrito, então, o procedimento BARQUINHO:

```
TO BARQUINHO
 1 TRA
 2 V
 3 M
END
```

8.3- A PIPA

Sugeriu-se à criança, ensinar a tartaruga a desenhar uma "pipa" do tipo:

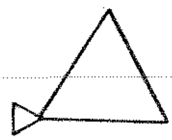
O problema foi dividido em dois subproblemas:

- ensinar a tartaruga a desenhar a cabeça [1 e 2]
- ensinar a tartaruga a desenhar o rabo.

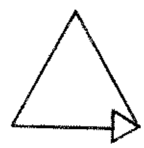
Resolução do 1º subproblema:

1 HOME   posicionamento da tartaruga no centro da tela

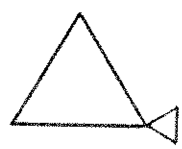
2 LTFD   procedimento que gera um triângulo, feito pelas crianças em sessão anterior



3 FD 150

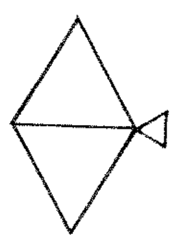


4 RT 180



Os comandos das linhas de números 3 e 4 posicionam a tartaruga de maneira adequada à utilização do mesmo procedimento (LTFD), para gerar [2] . .

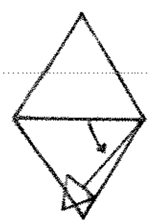
5 LTFD



6 LT 45 a criança percebeu que o giro não foi suficiente para a direção que ela queria dar a tartaruga.

7 LT 5

8 FD 200



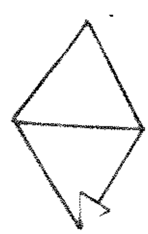
Nesse ponto ela percebeu que ainda não tinha girado o suficiente. Lembrou-se, então, do problema anterior (posicionamento da tartaruga para construção da vela do barquinho) e sugeriu a seguinte correção:

9 BK 200 retorno ao estado anterior

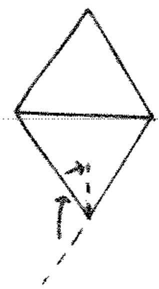
10 LT 10 giro de 10º para completar 60º (giro interno no triângulo)

Incorporando a depuração feita, a criança substituiu os comandos das linhas de números 6, 7, 8, 9, 10, pelo comando LT 60, no procedimento propriamente dito.

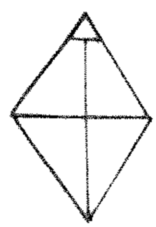
11 FD 200



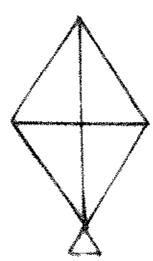
12 RT 150 — 150 = 120 + 30
120: giro externo para construção do triângulo
30: metade do giro interno do triângulo.



13 FD 250 — valor determinado através de tentativas e aproximações



14 BK 250



15 LT 180 — posicionamento da tartaruga para a resolução do 2º subproblema (construção do rabo da pipa).

Estas etapas foram, então, condensadas no procedimento CABEÇA:

```
TO CABEÇA
 1 HOME
 2 LTFD
 3 FD 150
 4 RT 180
 5 LTFD
 6 LT 60
 7 FD 200
 8 RT 150
 9 FD 250
10 BK 250
11 LT 180
END
```

Resolução do 2º subproblema:

1 FD 50

2 RT 30 — não era para a direita e sim para a esquerda que ela queria girar

3 LT 60 — para que o efeito resultante dos comandos de números 2 e 3 fosse LT 30.

4 FD 50

5 RT 30

6 FD 50

7 LT 30

8 FD 50

Incorporadas as correções foi escrito o procedimento propriamente dito:

```
TO RABO
 1 FD 50
 2 LT 30
 3 FD 50
 4 RT 30
 5 FD 50
 6 LT 30
 7 FD 50
END
```

Um procedimento mais elaborado, do ponto de vista computacional, poderia ter sido feito em RABO. Mas, isso envolveria introduzir conceitos fundamentais de programação (variável, variável contadora) o que me faria desviar a atenção, por um determinado tempo, do objetivo principal.

Então, foi escrito o procedimento PIPA:

```
TO PIPA
 1 CABEÇA
 2 RABO
END
```

8.4 - COMENTÁRIOS

No contexto LOGO, existe a facilidade de, antes de se escrever um procedimento,(isto é, "ensinar algo à tartaruga") se poder escrever cada comando e ver o resultado que causa' à tartaruga na tela. Se é um resultado não esperado, a correção é feita imediatamente. Isso induz o uso da heurística "dividir para conquistar", ou seja, o problema é resolvido por partes.

Depois dessa primeira fase experimental, a criança passa à fase, propriamente dita, de escrever os procedimentos, incorporando as correções, conforme visto anteriormente.

Na fase seguinte, quando os procedimentos que resolvem cada parte são integrados num só procedimento que resolve o problema como um todo e esse procedimento é executado, pode ocorrer um resultado não esperado, uma vez que cada parte do problema, de certa forma, é resolvida "localmente". Tem início, então, a fase de depuração do procedimento que espera um resultado do ponto de vista global. O processo todo recomeça, agora no sentido inverso: para cada comando do procedimento (que pode ser um procedimento que resolve uma parte do problema) é verificado se seu resultado é o esperado, em relação à resolução das outras partes do problema. Quando uma correção é feita e testada, se o resultado ainda não foi o esperado, todo o processo recomeça.

Programação e depuração assemelham-se a certas características do comportamento humano. Quando se tem um problema, cria-se uma representação para ele e faz-se uma descrição de seu processo de resolução. O objetivo final pode ou não ser atingido. No caso de não o ser, busca-se a falha na descrição de resolução e todo o processo recomeça.

Pode-se fazer uma analogia,também, entre tal processo e o de um organismo que sofre uma acomodação ou de um sistema de arcabouços quando sofre ajustes para poder representar uma situação nova.

9. CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS NUMA CIRCUNFERÊNCIA

O tratamento em LOGO de construções geométricas apresentado até agora, leva a uma linha de abordagem diferente da linha clássica, por exemplo, de se construir uma circunferência a partir de seu Centro e de um Raio determinado.

Para introduzir a construção de PR inscritos e circunscritos numa circunferência, procurou-se usar os conceitos geométricos já adquiridos pelas crianças e uma abordagem em que fosse natural aplicar o mesmo processo de raciocínio usado na construção de polígonos.

Neste sentido o problema pode ser colocado da seguinte maneira:

"Dada uma circunferência com a tartaruga em seu centro, construir um P.R. de N lados, inscrito na circunferência".

Este problema pode ser subdividido em dois subproblemas:

1) Divisão da circunferência em N partes de mesma medida.
2) Ligação dos N pontos marcados.

SUBPROBLEMA 1:

Dividir a circunferência em N partes de mesma medida.

Por 7.1 , se a tartaruga "passear" sobre a circunferência, partindo de um estado inicial Ei e chegando a um estado Ef ≡ Ei, ela terá feito um giro total de 360º.

Se marcarmos na circunferência N partes de mesma medida, então, ao final de cada parte ela terá feito um giro total de 360/N, uma vez que a circunferência é gerada da mesma maneira que um P.R.

Esta solução é idêntica àquela obtida ao se supor a tartaruga no centro da circunferência, descrevendo os mesmos giros que descreveria na trajetória pela circunferência e, a cada giro da tartaruga, levá-la de encontro à fronteira da circunferência, marcando o ponto Pi do estado Ei da circunferência. Voltar ao centro da circunferência e repetir o processo até que Ef coincida com Ei.

Um exemplo para N = 3 está na figura 13

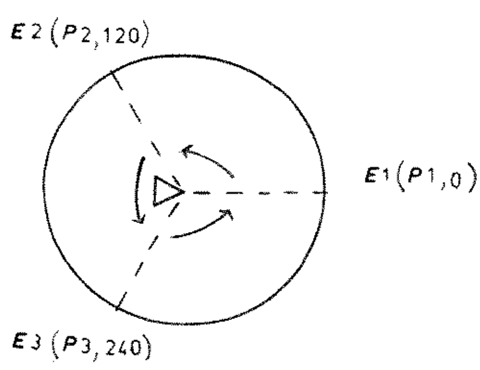


Fig.13

SUBPROBLEMA 2

Ligar os pontos marcados.

Dadas as coordenadas de um estado E(P,α), a primitiva SETTURTLE $|P,\alpha|$ (ST) leva a tartaruga, do estado em que se encontra ao estado E (Fig. 14)

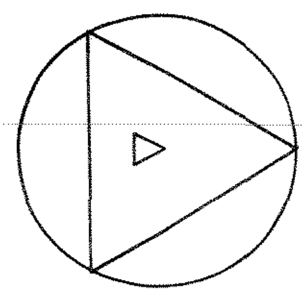


Fig. 14

Para dar suporte ao problema, procedimentos para se determinar o Centro e o Raio da circunferência foram necessários (ver Apêndice 1). Quando não são fornecidas às crianças as coordenadas do Centro da circunferência e a medida de seu raio, ela os determina "descobrindo" primeiramente a medida do diâmetro e o faz através de tentativas e aproximações.

PROCESSO UTILIZADO:

- divide-se a circunferência em duas partes de mesma medida delimitando-as por dois pontos.
- calcula-se a distância entre os dois pontos marcados.

A partir da distância calculada obtém-se o Raio (metade da distância calculada) e o Centro (estado que delimita o raio na trajetória que liga os dois pontos).

Os resultados obtidos são aproximados uma vez que, na versão LOGO utilizada, aritmética de ponto flutuante não está implementada.

Os procedimentos que resolvem os subproblemas um e dois encontram-se no Apêndice 1:

Processo utilizado na resolução do subproblema 1:

- partir do centro e levar a tartaruga até a fronteira da circunferência (utilizando a medida do Raio)

- guardar em uma lista (LP) o ponto encontrado na fronteira .

- retornar ao centro da circunferência(utilizando a medida do raio).

- girar 360/N onde N é o número de partes que se quer dividir a circunferência.

- repetir o processo até que se tenha chegado ao primeiro ponto marcado.

Processo utilizado para a resolução do subproblema 2:

- unir todos os pontos de LP através da primitiva de LOGO SETTURTLE (ST).

ST [coorx coory dir] transfere a tartaruga para o estado de coordenadas [coorx coory dir], deixando seu rastro do ponto anterior ao ponto [coorx coory].

Claramente os procedimentos acima necessitam conhecimentos de manipulação de listas, de atribuição de valores temporários a variáveis e de contadores intermediários para controle do estado do processamento. As crianças,no entanto,ainda não haviam sido devidamente expostas a todas estas necessidades, nem têm preocupações de escrever procedimentos gerais. Por isto solucionam problemas de forma simples, usando aquilo que sabem.

9.1 - ALGUNS EXPERIMENTOS PARA SE INTRODUZIR CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA.

Sugeriu-se à criança, ensinar a tartaruga a desenhar uma bússola (Fig. 15)

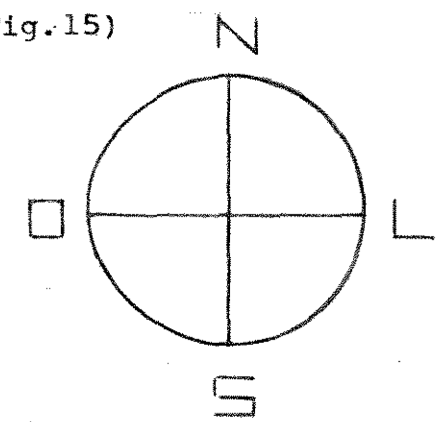


Fig. 15

1 BOLA 20 9 — utilizando o procedimento BOLA :N :A (ver 7.3.1) gerou uma circunferência.

Dadas as coordenadas do Centro da circunferência [10,-127,0], ela posicionou a tartaruga:

2 PU — (PENUP): primitiva de LOGO usada para que o rastro da tartaruga não seja visível na tela.

3 ST [10,-127,0]

4 PD	(PENDOWN): primitiva de LOGO usada para desativar PU deixando o rastro da tartaruga visível na tela
5 FD 127	caminhou até encontrar a circunferência, usando a primitiva FD e controu as unidades de FD usadas (127)
6 PU	
7 FD 20	caminhou "mais um pouco" em PU para não deixar o rastro na tela.
8 PD	tem início o desenho da letra L.
9 LT 90	
10 FD 30	
11 BK 30	
12 RT 90	
13 FD 30	
14 PU	
15 BK 177	voltou ao centro da circunferência (177= 127 + 20 + 30)
16 LT 90	girou 90º à esquerda
17 PD	

Então, começaria a repetir o processo, a partir da linha de número 5; mas, achou que já poderia "ensinar a tartaruga" e começou a escrever os procedimentos:

```
TO IDA
10 FD 127
20 PU
```

```
30 FD 20
40 PD
END
TO DESL
10 LT 90
20 FD 30
30 BK 90
40 RT 90
50 FD 20
END
TO VOLTA
10 PU
20 BK 177
30 LT 90
40 PD
END
--------
TO BUSSOLA
10 BOLA 20 9
20 PU
30 ST [10 -127 0]
40 PD
50 IDA
60 DESL
70 VOLTA
```

```
80 IDA

90 DESN
  :
END
```

Tendo-se conseguido o objetivo, indiretamente, em relação a um método para dividir a circunferência em partes de mesma medida, sugeriu-se o seguinte problema: "desenhar uma estrela de seis pontas inscrita na circunferência"; isto é, cada ponta' da estrela deveria estar na fronteira da circunferência (Fig.16)

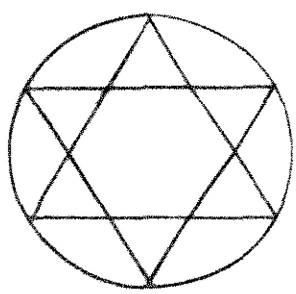


Fig. 16

A criança preferiu desenhar uma estrela de oito pontas, inscrita na circunferência (Fig. 17), porque já havia desenhado uma na escola. O problema seria"marcar"os oito pontos!

Perguntando a ela como faria para conseguir ' quatro pontos, lembrou-se do problema de desenhar a bússola. Numa analogia, percebeu que um problema equivalente seria "dividir a circunferência em oito partes de mesma medida".

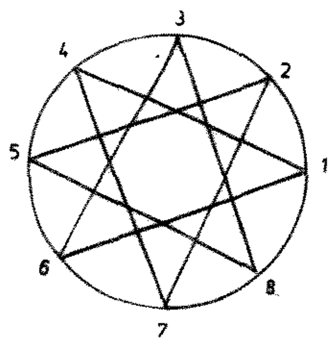


Fig. 17

Sugestão da criança para o procedimento:

1 BOLA 20 9

2 PU

3 ST [10 -127 0]

4 FD 127

5 ONDE.ESTA — procedimento que fornece como saída as coordenadas da tartaruga

6 BK 127

7 LT 45 — girar 45º porque é metade de 90º necessário para desenhar a bússsola (Fig.18)

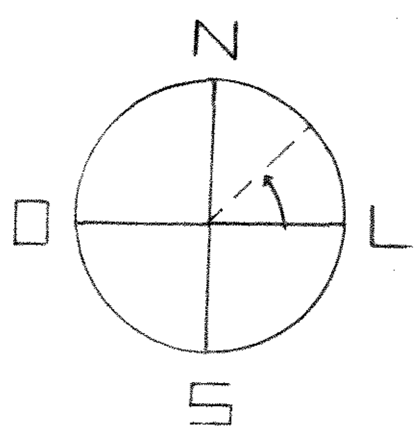


Fig. 18

8 FD 127

9 ONDE.ESTA

⋮ ⋮

Outra criança, observando a repetição dos comandos das linhas de números 4,5,6 e 7 e já tendo trabalhado com recursão, sugeriu o seguinte procedimento:

```
TO CHRIS
 1 FD 127
 2 ONDE.ESTA
 3 BK 127
 4 LT 45
 5 "comando para não repetir sempre"
 6 CHRIS
END
```

Mostrou-se, então, "um comando para não repetir sempre":

IF (LAST HERE) = 0 STOP   quando a tartaruga tiver chegado ao primeiro estado marcado (que tem direção zero),deve parar.

Para ligar os pontos adequados (Fig.19) a criança posicionou a tartaruga num dos pontos marcados e usou a primitiva ST.

EXEMPLO:

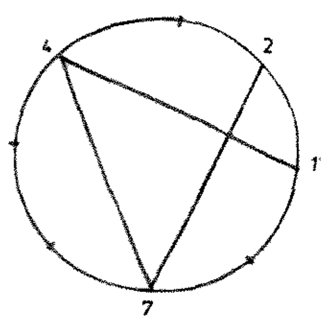


Fig.19

```
PU
ST P1,d1      P1 representa as coordenadas posição e d1 a
              coordenada direção do estado 1.
PD
ST P4,d4
ST P7,d7
⋮
```

Dando continuidade ao trabalho, pediu-se para a criança construir um triângulo inscrito na circunferência. Então, ela sugeriu uma alteração no procedimento CHRIS para "usá-lo para dividir a circunferência em outros números de partes".

O procedimento CHRIS, anterior, foi alterado para:

```
TO CHRIS :A
 1 FD 127
 2 ONDE.ESTA
 3 BK 127
 4 LT :A
 5 IF(LAST HERE) = 0 STOP
 6 CHRIS :A
END
```

Dessa maneira, o subproblema 1 (de 9.) foi resolvido da seguinte maneira:

```
BOLA 20 9
PU
```

ST [10 -127 0]

CHRIS 120 procedimento que divide a circunferência em três partes de mesma medida, fornecendo como saída os três estados: E1(P1,0), E2(P2,120) e E3(P3,240). (Fig. 20)

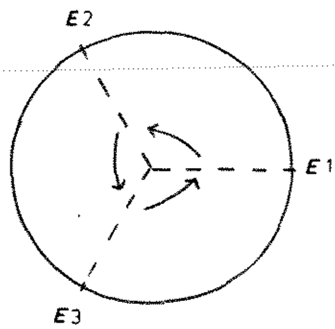


Fig. 20

Para resolver o subproblema 2 (ligar os pontos gerados como resultado do subproblema 1 para construção do polígono desejado), a criança sugeriu posicionar a tartaruga em um dos três pontos e usar o procedimento BOLA, uma vez que ele gera polígonos.

Surgiram, então, dois problemas novos:

- qual deveria ser a direção da tartaruga, depois que ela fosse levada a um dos três pontos (Fig.21)

- qual deveria ser o tamanho do lado do polígono (Fig.21)

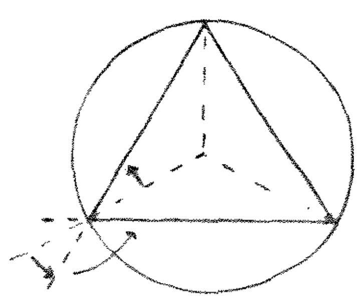


Fig. 21

Desenhando a figura 21 num papel à parte, a criança percebeu que deveria dar um giro inicial à tartaruga de 120º (giro necessário para gerar o triângulo) mais 30º (metade do giro interno do triângulo).

Para saber o tamanho do lado do polígono, forneceu-se à criança o procedimento DIST (em Apêndice 1), que calcula aproximadamente à distância entre dois pontos.

Então, o subproblema 2 (de 9,) ficou resolvido da seguinte maneira:

ST P3, 240	P3 representa as coordenadas posição do estado E3.
LT 150	direcionamento inicial para a tartaruga.
PD	
BOLA d.120	d representa o tamanho do lado do polígono.

O processo de resolução do subproblema 2 passou a ser, então:

- levar a tartaruga a um dos estados marcados
- direcionar a tartaruga com um giro α onde α é metade do ângulo interno do polígono que se quer inscrever mais o ângulo gerador do polígono.
- chamar o procedimento BOLA d β onde d deve ser a distância entre dois pontos consecutivos marcados e β o giro necessário para a construção do polígono desejado.

9.2 - UM EXPERIMENTO PARA SE INTRODUZIR CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS REGULARES CIRCUNSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA.

Dando prosseguimento ao que vinha sendo propos-to, sugeriu-se o problema de "circunscrever um quadrado em uma cir-cunferência",isto é, os lados do quadrado deveriam "tocar" a cir-cunferência (Fig.22)

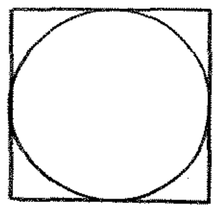


Fig.22

Resolução adotada pela criança:

HOME primitiva-LOGO que inicializa a tartaruga na origem de seu sistema de coordenadas.

BOLA 20 9 procedimento que gera uma circunferência (um polígono de 40 lados onde a medida de cada lado é 20 unidades)

PU

ST[10 -127 0] posicionamento da tartaruga no centro da circunferência previamente estabelecido e direcionamento em zero.

Com base em resoluções de problemas anteriores a criança procurou levar a tartaruga a um estado Ef tal que pudesse aplicar o procedimento BOLA :N :A (Fig.23)

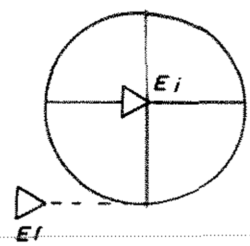


Fig. 23

RT 90

FD 127 leva a tartaruga à fronteira da circunferência (a medida do raio já era conhecida)

LT 90

Olhando para a figura 21, a criança achou que o tamanho do lado do quadrado deveria ser duas vezes a medida do raio; testou sua teoria:

BK 127 leva a tartaruga ao estado Ef (Fig. 23)

PD

BOLA 254 90 procedimento que gera um quadrado cujo lado' mede 254 unidades.

Passamos, a seguir, ao problema de se construir um P.R. de três lados circunscrito na circunferência.

Por analogia à resolução do problema anterior , a criança procurou levar a tartaruga ao estado Ef (Fig.24) para utilizar o procedimento BOLA :N :A.

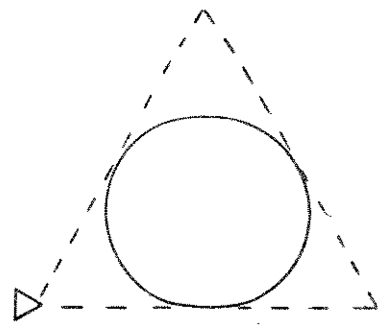


Fig. 24

Depois de muitas tentativas que não sairam a contento, abandonou esse método de resolução pois "não sabia como determinar o tamanho do lado".

Outra maneira de abordar o problema aconteceu, sob minha orientação, com outro grupo de crianças: colocada a tartaruga no centro da circunferência, os comandos seguintes mostram' o processo utilizado para a construção de um triângulo equilátero' circunscrito na circunferência.

```
FD 200
FD 200
BK 400
RT 120
FD 320
BK 320
RT 120
FD 400
BK 400
PU
```

(Ver Fig. 25)

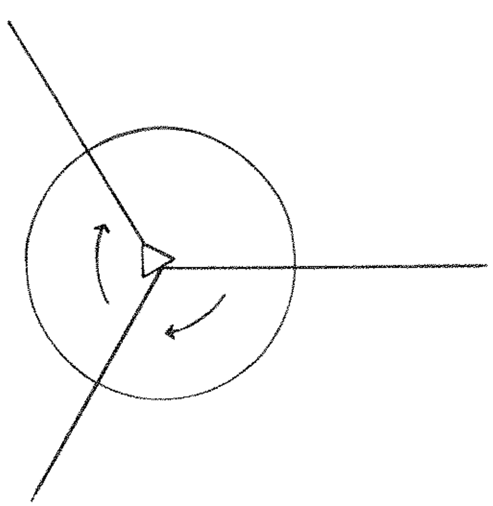


Fig. 25

BK 115

RT 135

LT 45

FD 215

BK 15

BK 400

FD 400

(Ver Fig. 26)

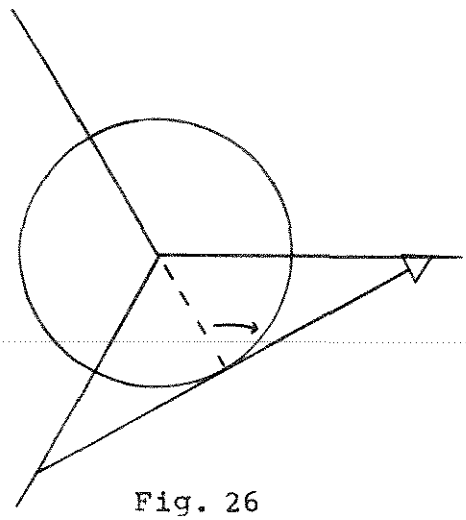


Fig. 26

RT 120

LT 240

FD 400

(Ver Fig. 27)

PD

LT 120

FD 400

LT 120

FD 400

LT 120

FD 400

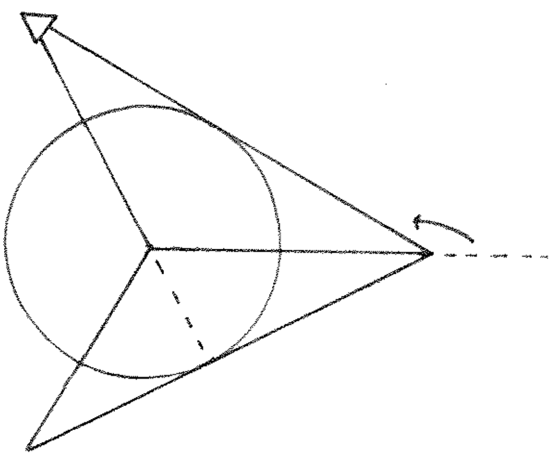


Fig. 27

Note-se que esse não é um problema simples. Embora o conceito de tangente já tivesse aparecido "intuitivamente" alguns experimentos deveriam abordar esse conceito, antes de se trabalhar efetivamente em construção de polígonos circunscritos na circunferência.

10. CONCLUSÕES

Os objetivos iniciais propostos foram atingidos e superados. Não surgiram problemas decorrentes da interação de crianças com a máquina; pelo contrário, o sentido lúdico do ambiente ' motiva a criança e o caráter mitificado de se"trabalhar com um computador" não foi observado. Seguem comentários sobre alguns aspectos que considero importante.

10.1 - A QUESTÃO DO ANTROPOMORFISMO

Do ponto de vista psicológico, uma questão fundamental a respeito da tartaruga é a discussão de seu potencial para o antropomorfismo.

Quando a criança descobre, usando seu próprio ' corpo, por exemplo, a reversibilidade de GIRO, ela está fazendo muito mais que ser mais ativa em relação a uma criança sentada em sua carteira. Ela está identificando-se com entidades matemáticas. Por conseguinte, estará apta a transferir às entidades matemáticas conhecimento matemático que já possui de maneira menos formal. Isso porque, em dado momento, a matemática "através de seu corpo" estará sendo integrada como conhecimento "intuitivo".

Várias consequências decorrem então:

Do ponto de vista de depuração, a visão antropomórfica aumenta a consciência da criança de suas próprias ações. En sinando a si própria alguma coisa, inconscientemente ela melhora sua sensibilidade para a imperfeição de descrição. Isto é, seu processo descritivo de resolução de um problema torna-se menos sujeito a resultados não-esperados. Por outro lado, quando acontece um resultado não-esperado ela está apta a procurar a imperfeição em seu processo descritivo de resolução, colocando-se, por exemplo, "no lugar" da tartaruga.

Do ponto de vista do deutero-aprendizado:" sempre que se aprende algo em particular, também se aprende algo geral sobre métodos de aprender" (Gregory Bateson). Isto é, as crianças podem articular melhor os processos de aprender a pensar. Isso acontece através de dois processos interativos:

1. Usando metáforas antropomórficas, as crianças podem aprender a "ensinar a tartaruga". Isso é feito usando seu próprio processo de aprendizado como modelo.

2. Esse processo é válido na direção oposta também; certos aspectos do aprendizado humano podem ser conceituados como "programação e depuração". Usando metáforas "computomórficas" como uma ajuda a pensar sobre ela própria, a criança pode ganhar habilidades para aprender. Dessa maneira, "programação" pode ser vista como um modelo de resolução de problemas analíticos e a criança ganha confiança em seu aprendizado tornando-se seu próprio avaliador. Isso é acompanhado pela realimentação imediata provida pelo computador ou pela própria comparação que a criança faz dos resultados com suas intenções.

Esses dois processos são simultâneos e concorrem para desenvolver aprendizado análogo ao que Piaget chamou "assimilação e acomodação".

10.2 - O USO DE HEURÍSTICAS

Segundo PEREIRA [13] , as heurísticas autênticas provocam e orientam o processo criador. Podem ser questões e ordens de processos que determinem de modo incompleto a atividade mental e que contenham indeterminação com respeito ao meio de executá-las.

A heurística apresenta os seguintes princípios construtivos: simplicidade, regularidade e continuidade. A simplicidade é definida como a escolha da questão mais simples, capaz de produzir a redução do número de alternativas possíveis para a aquisição de uma informação. A regularidade corresponde a organização hierárquica de questões, pois a hierarquia permite descer de questões gerais para questões específicas e comprender todo o material analisado, ou partir de questões específicas para questões gerais. A continuidade nos permite "interrogar" o desconhecido em termos do conhecido, em transformar as questões formuladas e introduzir outras diferentes quando assim exigirem as investigações.

Consideremos a heurística de Polya:"subdivida o problema e tente lembrar-se de uma situação similar". Essa heursitica não indica nem o campo de busca, nem qualidades exatas que sirvam para encontrar um problema semelhante ou do mesmo gênero. Assim, existe indeterminação em tal heurística. Mas, ela atualiza as operações dos problemas correspondentes e dirige a busca das relações. Portanto, essa heurística aponta, de certo modo, a solução.

O contexto da tartaruga possibilita o uso dessa heurística nos seguintes aspectos:

1. O computador permite que esses princípios heurísticos sejam formulados mais naturalmente, usando-se sub-procedimentos. Ensina-se a criança a ver o problema em termos de subproblemas a serem resolvidos e representar as soluções dos subproblemas em termos de procedimentos que podem ser combinados para prover uma solução ao problema como um todo. Ver em [8.1,8.2 e 8.3] "CASINHA","BARQUINHO", "PIPA", etc.

2. A "alguma coisa similar" encontrada pela criança não é meramente outra peça da matemática formal; mas, na maioria das vezes, conhecimento intuitivo das relações entre os "similares". Por exemplo, a chamada do mesmo procedimento para fazer um quadrado e um retângulo, simplesmente usando parâmetros diferentes.

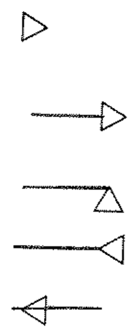
3. A criança chega ao conceito de "estado" através da aplicação dos operadores de mudança de estado e manipulação de componentes independentes (posição e direção). Dessa maneira, entra em contato com as relações entre o local e o global, a determinação da estrutura global pelo controle local (sistema de coordenadas), etc.

Outra heurística que aparece com frequência no trabalho das crianças é "fazer teoria - testar resultados".

Segundo PIAGET, grande quantidade de aprendizado matemático toma lugar de maneira "informal", isto é, sem a intervenção deliberada de adultos. Conhecimento formal é frequentemente adquirido através de um refinamento de conhecimento informal (intuitivo) existente. Para a criança, articular transformações do informal para o formal (e vice-versa) é facilitado pelo fato de o contexto da tartaruga ser um modelo concreto do formal.

A realimentação imediata provida pelo computador, através de diagnósticos de erro ou de resultados de execução de um programa facilita o uso da heurística "fazer teoria - testar resultados". Por exemplo, no contexto da tartaruga a criança pode formular a seguinte teoria:" PASSEIE causa o mesmo efeito de PASSEIO 93" e pode testar imediatamente sua teoria através de um processo como:

HOME
PASSEIE
GIRE.ESQUERDA
GIRE.ESQUERDA
PASSEIO 93



10.3- A MATEMÁTICA "PODEROSA"

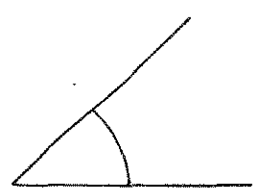
Muito pouco do conhecimento matemático transmitido nas escolas é apreciado pela criança como "poderoso" no senti do de ajudá-la a resolver problemas de seu dia a dia. Consequentemente, há pouca motivação para aprendê-lo. Por exemplo, são apresentadas à criança , nas aulas de desenho,"receitas" de como se constrói um polígono inscrito numa circunferência; mas,não existe' participação criativa da criança no processo de resolução do problema específico "construir um triângulo equilátero inscrito numa' circunferência", nem relacionamento disto com seu mundo (por exemplo, desenho da bússola).

Uma consequência local disso pode ser que a criança não aprenda a coisa, ou a aprenda de maneira dissociada;isto é, o fragmento de conhecimento não é ligado a nada.

Uma consequência global pode ser o desenvolvimento de uma atitude desdenhosa em relação à escola e ao aprendizado.

No contexto da tartaruga, a criança aprende matemática através de um processo mais informal e natural. Convém salientar alguns aspectos importantes:

1. A idéia de ângulo e de medida angular é "atrapalhada" e mesmo "difícil" para muitas crianças porque é vista de forma estática. Por exemplo, para o ângulo de 45º é mostrada a seguinte ' representação:



No contexto da tartaruga, a noção de ângulo é mostrada através do efeito dinâmico dos comandos GIRO.ESQ 45, mais real e intuitivamente acessível que"ângulo de 45º".

2. A representação "procedimental" da matemática formal' reduz a sua distância da matemática intuitiva da criança. Note-se , por exemplo, o processo de construção do trapézio, procedimento que faz parte de "CASINHA" em |8.1|e suas relações com "congruências de ângulos".

3. No contexto da tartaruga, a criança entra em contacto com idéias poderosas como noção de estado, operadores de mudanças ' de estado, manipulação de um sistema de coordenadas onde o efeito ' dinâmico e o uso da coordenada direção são relevantes no processo ' de aprendizado.

10.4 - USOS DE COMPUTADORES EM EDUCAÇÃO

Alguns usos do computador em educação lembram' frequentemente a imagem de SKINNER e a modificação de comportamento programável, em vez das imagens de Piaget e Dewey de aprendizado espontâneo e ativo.

O princípio de programação sugerido por Skinner (instrução programada) funciona da seguinte maneira: dadas as definições, o aluno deve extrair as consequências corretas, escolhendo entre duas ou três alternativas que a máquina lhe oferece. Se ele escolhe a "boa" o trabalho continua;caso contrário o trabalho recomeça. Cada informação nova fornecida pela máquina dá lugar a escolhas que provam a compreensão obtida.

O ensino programado pode ser eficaz no que se refere à aprendizagem; mas, não o é no que se refere à invenção (criatividade); a menos que, tal como experimentou S. PAPERT, a programação seja entregue à própria criança.

Na realidade, há uma cooperação entre o computador e a visão de Piaget do desenvolvimento intelectual. A própria presença do computador pode criar um ambiente de aprendizado Piagetiano. Ou seja, ao contrário de ser submetido a um programa de computador de metas pré-estabelecidas, o aluno "usa" o computador como uma "ferramenta" para aprender, criando e descobrindo.

O computador já está tão equipado com periféricos e software que pode ser usado por uma criança como uma ferramenta poderosa para fazer muitas coisas que ela ache suficientemente de valor e envolventes, sendo necessário um esforço muito pequeno para ela aprender a se comunicar com a máquina.

Programar computadores envolve um ambiente único onde os conceitos são úteis imediatamente e criam prazer imediato. Através da resposta provida pelo computador (diagnósticos de erro ou resultados de execução de um programa), a criança torna-se seu próprio avaliador e, potencialmente, ganha confiança em suas habilidades para aprender. Um diagnóstico de erro, ao contrário da imagem negativa de "errado" leva a uma reformulação de seu processo de resolução e direciona o aluno na busca da solução.

10.5 - SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DA PESQUISA

Apesar dos objetivos iniciais terem sido atingidos com o uso de um subconjunto muito pequeno de facilidades que LOGO oferece em termos de linguagem de programação, pontos surgiram que mostraram ser perfeitamente acessível a crianças uma introdução efetiva a conceitos fundamentais de programação (conceito de variável por exemplo).

Portanto, é viável a criação de uma metodologia para ensino de LOGO como linguagem de programação, podendo-se utilizar, para isso, aplicações de Geometria. Para tanto, uma versão de LOGO totalmente traduzida para a língua portuguesa facilitaria esse processo. Paralelamente, um estudo sobre diagnósticos de erro e envio de mensagens explicativas facilitaria a depuração de programas, o que considero fundamental no processo de aprendizagem. Caberia, também, um estudo sobre métodos de avaliação de rendimento, necessários quando se pensa em utilizar um processo novo em ensino.

Com base no estudo feito nesta tese, muito do que foi conseguido em termos de ensino de geometria via LOGO poderia ser adaptado para tornar o ensino formal de geometria e desenho geométrico mais interessante.

BIBLIOGRAFIA

|1| PAPERT,S. - *Uses of technology to enhance education.* Cambridge, MIT AIL , 1973. (LOGO memo,8)

|2| NILSON,N. J.- Artificial intelligence. In: ROSENFELD,J.L.,ed. *Iformat-ion processing,74; proceedings of IFIP Congress,Stockholm, 1974.* London, North-Holland,1974. p.778-801.

|3| MINSKY,M. — A Framework for representing knowledge. In: WINSTON , P, ed. —*The psychology of computer vision.* New York,McGraw-Hill, 1975.

|4| WINSTON,P .H.- *Artificial intelligence.* Reading, Addison-Wesley, 1977.

|5| LIMA, L.O .- *Conceitos fundamentais de Piaget;vocabulário.* Rio de Janeiro, MOBRAL, 1980.

|6| GOLDBERG, A.- *Smalltalk in the classroom.* Palo Alto, XEROX-Palo Alto Research Center,1977.

|7| CURADO,F. — *Manual; glossário de primitivas e mensagens de erro de LOGO.* Campinas, IMECC/UNICAMP, 1978.

|8| ________ & VALENTE,J.A.- *Some problems of translating LOGO to a romance language.* Cambridge, MIT LOGO Group, 1977.

|9| FERREIRA, A.B.H. - *Novo dicionário da lingua portuguesa.* Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1976.

|10| SÃO PAULO. Secretaria da Educação.- *Guias curriculares para o ensino de 1º grau.* São Paulo, CERHUPE, 1975.

|11| KOWALTOWSKI,T. *et al.* - *Aspectos teóricos da computação.* Poços de Caldas, IMPA, 1977. Parte A.

|12| PAPERT,S.— *On making a theorem for a child; proceedings of ACM Annual Conference,1972.* Chicago, ACM, 1972.

|13| PEREIRA, W.C.A.- *Resolução de problemas criativos; ativação da capacidade de pensar.* Brasília, EMBRAPA-DID,1980. (EEMBRA-PA-DID.Miscelânea, 1)

APÊNDICE 1

```
TO DIST :A :B :C :D
10 MAKE "CT 0
20 MAKE "SOMA1 :A -:C
30 MAKE "SOMA2 :B -:D
40 MAKE "SOMA1 :SOMA1 *:SOMA1
50 MAKE "SOMA2 :SOMA2 *:SOMA2
60 MAKE "SOMA :SOMA1 +:SOMA2
70 MAKE "ENT :SOMA
80 IF :SOMA <99 GO 150
90 MAKE "A1 :SOMA /100
100 MAKE "CT :CT +1
110 MAKE "RESTO :A1 *100
120 MAKE "RESTO :SOMA -:RESTO
130 MAKE "SOMA :A1
140 GO 80
150 MAKE "I 1
160 MAKE "II :I *:I
170 IF EITHER :II >:SOMA OR :II =:SOMA GO 200
180 MAKE "I :I +1
190 GO 160
200 IF :II >:SOMA MAKE "I :I -1
210 MAKE "D1 :I
220 IF :CT =0 GO 450
225 MAKE "D2 :I
230 MAKE "R1 :D1 *:D1
240 MAKE "SOMA :SOMA -:R1
250 MAKE "SOMA :SOMA *100
260 MAKE "SOMA :SOMA +:RESTO
270 MAKE "DIV :D2 *2
280 MAKE "MA :SOMA /10
290 MAKE "COMP :MA /:DIV
300 MAKE "DIV :DIV *10
310 MAKE "DIV1 :DIV +:COMP
320 MAKE "COMP :"[illegible]

330 IF EITHER :COMP <:[illegible] OR :COMP =:SOMA GO 360
340 MAKE "COMP :COMP -1
350 GO 310
360 MAKE "D1 :D1 *10
370 MAKE "D1 :D1 +:COMP
375 MAKE "D2 :"[illegible]
```

```
3?0 IF :CT =1 GO 450
3?4 MAKE "R1 :COMP
3?5 MAKE "N1 :ENT
3?6 MAKE "CT2 0
390 MAKE "N2 :N1 /10
410 MAKE "RESTO :N2 *10
420 MAKE "RESTO :N1 -:RESTO
430 MAKE "N1 :N2
435 MAKE "CT2 :CT2 +1
440 IF :CT >:CT2 +1 GO "C390
445 MAKE "CT :CT -1
446 GO 240
450 PRINT :O1
451 OUTPUT :O1
END
```

```
TO AUX1 :L :P :G
10 MAKE "A HERE
15 MAKE "CONT 0
20 MAKE "CONT :CONT +1
30 FORWARD :P
40 RIGHT :G
45 PRINT :CONT
4? PRINT :L /2
50 IF :CONT <:L /2 GO 20
60 MAKE "B HERE
70 PRINT :A
80 PRINT :B
END
```

```
TO AUX2 :A :B
10 MAKE "X1 FIRST :A
20 MAKE "X2 FIRST :B
30 MAKE "Y1 FIRST BUTFIRST :A
40 MAKE "Y2 FIRST BUTFIRST :B
50 MAKE "D DIST :X1 :Y1 :X2 :Y2
60 MAKE "D :D /2
70 PRINT :D
80 PRINT :B
END
```

```
TO AUX3 :R
10 RIGHT 85
20 FORWARD :R
30 MAKE "C HERE
50 PRINT :C"G
END
```

```
TO DIVIDEC :N :R
10 MAKE "CONT 1
20 MAKE "LISTA ( )
30 FORWARD :R
40 MAKE "P HERE
50 MAKE "LISTA LPUT :P :LISTA
60 BACK :R
70 RIGHT 360/:N
80 PRINT :LISTA
90 IF :CONT = :N STOP
100 MAKE "CONT :CONT +1
110 GO 30
END
```

```
TO UNCP :LISTA
10 MAKE "P1 FIRST :LISTA
20 MAKE "PX FIRST :LISTA
30 MAKE "PY FIRST BUTFIRST :LISTA
40 SETTURTLE :P1
50 IF EMPTYP :LISTA STOP
60 MAKE "LISTA BUTFIRST :LISTA
70 GO 10
END
```

APÊNDICE 2

```
TO TWIG
10 HOME
20 ROBO
21 PRINT [CERTA VEZ...]
22 PRINT [NO PLANETA TERRA]
23 PRINT [FOI CONSTRUIDO O PRIMEIRO ROBO]
30 CLEARSCREEN
40 HOME
50 ROBSOP
51 PRINT [O NOME DELE ERA TWIG]
60 CLEARSCREEN
70 HOME
80 ROBBY
81 PRINT [QUANDO FOI RECEM-MONTADO]
82 PRINT [FOI DAR O PRIMEIRO PASSO.....]
90 CLEARSCREEN
100 HOME
110 ROBBOY
111 PRINT [E OLHEM O QUE ACONTECEU!!!!!!!!!!!]
119 PENUP
120 SETTURTLE [60 0 0]
130 PENDOWN
140 BACK 300
150 HIDETURTLE
END

TO ROBSOP
10 SETXY 75 200
20 RIGHT 90
30 SETXY 75 75
40 FORWARD 75
50 PENUP
60 FORWARD 25
70 LEFT 90
80 FORWARD 37
90 PENDOWN
100 BALL 4 18
110 PENUP
120 LEFT 90
130 FORWARD 130
140 RIGHT 90
150 BACK 37
160 FORWARD 25
170 FORWARD 25
180 LEFT 90
110 PENUP
```

```
120 FORWARD 15
130 RIGHT 90
140 FORWARD 20
150 RIGHT 180
160 PENDOWN
170 CIRCM 6 18 218
END

TO ROBO
10 RET 150 200
20 FORWARD 75
30 LEFT 90
40 PENUP
50 FORWARD 200
60 RIGHT 90
70 FORWARD 75
80 LEFT 112
90 PENDOWN
100 MCIRC
110 LEFT 104
120 FORWARD 146
130 RIGHT 90
140 PENUP
150 FORWARD 50
160 LEFT 45
170 PENDOWN
180 RET 150 30
190 PENUP
200 RIGHT 135
210 FORWARD 150
220 PENDOWN
230 RIGHT 45
240 FORWARD 30
250 LEFT 90
260 RET 150 30
270 PENUP
280 HOME
290 RIGHT 90
300 FORWARD 75
310 LEFT 90
320 PENDOWN
330 RET 150 75
340 FORWARD 75
350 LEFT 90
360 FORWARD 75
370 COMPUTADOR
380 PES
390 MAOD
400 MAOE
END
```

```
TO ROBOY
10 PENUP
20 FORWARD 150
30 PENDOWN
40 RET 200 75
50 FORWARD 200
60 RET 75 125
70 PENUP
80 SETTURTLE [388 125 0]
90 PENDOWN
100 CIRCM 4 18 0
110 PENUP
120 SETTURTLE [150 75 192]
130 PENDOWN
140 CIRCM 9 12 336
150 PENUP
160 SETTURTLE [220 38 0]
170 PENDOWN
180 RET 30 80
190 PENUP
200 SETTURTLE [235 118 90]
210 PENDOWN
220 FORWARD 20
230 LEFT 90
240 PENUP
250 FORWARD 15
260 RIGHT 90
270 FORWARD 20
280 RIGHT 180
290 PENDOWN
300 CIRCM 6 18 90
END

TO BODY
10 RET 75 200
20 RIGHT 90
30 FORWARD 75
40 LEFT 90
50 FORWARD 50
60 LEFT 123
70 FORWARD 98
80 RIGHT 123
90 FORWARD 75
100 RIGHT 57
110 FORWARD 60
120 RIGHT 100
130 FORWARD 65
140 PENUP
150 RIGHT 15
160 LEFT 90
170 FORWARD 25
180 LEFT 90
185 BACK 25
```

```
186 PENDOWN
190 CIRCM 4 18 8
200 PENUP
210 FORWARD 65
220 LEFT 90
230 FORWARD 5
240 RIGHT 90
250 PENDOWN
260 CIRCM 4 18 8
270 PENUP
280 LEFT 90
290 FORWARD 230
300 RIGHT 8
310 LEFT 225
320 PENDOWN
330 RLT 150 36
340 RIGHT 135
350 PENUP
360 FORWARD 60
361 LEFT 90
362 FORWARD 20
370 RIGHT 45
380 PENDOWN
390 FORWARD 70
400 RIGHT 90
401 FORWARD 30
402 RIGHT 90
410 FORWARD 92
420 RIGHT 45
430 PENUP
440 FORWARD 82
450 LEFT 90
460 FORWARD 43
470 PENDOWN
480 LEFT 12
490 CIRCM 9 12 246
500 PENUP
510 SETTURTLE [-68 81 225]
520 PENDOWN
530 FORWARD 20
540 LEFT 90
550 PENUP
560 FORWARD 15
570 RIGHT
580 FORWARD 20
590 RIGHT 180
600 PENDOWN
610 CIRCM 6 18 225
620 PENUP
630 SETTURTLE [142 71 315]
```

```
640 PENDOWN
650 FORWARD 20
660 LEFT 90
670 PENUP
680 FORWARD 15
690 RIGHT 90
700 FORWARD 20
710 RIGHT 180
720 PENDOWN
730 CIRCM 6 16 315
END

TO REC :N :M
1 FORWARD :N
2 LEFT 90
3 FORWARD :M
4 LEFT 90
5 FORWARD :N
6 LEFT 90
7 FORWARD :M
8 LEFT 90
END

TO CIRCM :M :N :P
10 LEFT :N
20 FORWARD :M
30 IF ( LAST HERE ) = :P STOP
40 CIRCM :M :N :P
END

TO BALL :N :A
1 FORWARD :N
2 LEFT :A
3 IF ( LAST HERE ) = 0 STOP
4 BALL :N :A
END

TO MCIRC
1 FORWARD 12
2 LEFT 9
3 IF ( LAST HERE ) = 250 STOP
4 MCIRC
END
TO RAOD
10 PENUP
20 FORWARD 35
30 LEFT 90
40 FORWARD 250
50 LEFT 47
60 RIGHT 175
70 FORWARD 150
80 RAD
END
```

```
TO PES
10 HOME
20 RIGHT 90
30 PENUP
40 FORWARD 100
50 LEFT 90
60 FORWARD 40
70 PENDOWN
80 BALL 4 18
90 PENUP
100 FORWARD 75
110 PENDOWN
120 BALL 4 18
END
```

```
TO MAO
10 PENDOWN
20 FORWARD 25
30 LEFT 90
40 PENUP
50 FORWARD 15
60 RIGHT 90
70 FORWARD 20
80 RIGHT 180
90 PENDOWN
100 CIRCM 6 18 322
END
```

```
TO MAOE
10 HOME
20 LEFT 90
30 FORWARD 150
40 RIGHT 47
50 LEFT 175
60 PENUP
70 FORWARD 150
80 PENDOWN
90 FORWARD 25
100 LEFT 90
110 PENUP
120 FORWARD 15
130 RIGHT 90
140 FORWARD 20
150 RIGHT 180
160 PENDOWN
170 CIRCM 6 18 218
END
```

```
TO COMPUTADOR
10 PENUP
20 LEFT 90
30 FORWARD 75
40 RIGHT 90
50 FORWARD 30
60 RIGHT 90
70 PENDOWN
80 RECT 30 40
90 FORWARD 30
100 RECT 30 40
110 FORWARD 30
120 RECT 30 40
130 FORWARD 30
140 RECT 30 40
150 FORWARD 30
160 RECT 30 40
170 BACK 120
180 LEFT 90
190 FORWARD 70
200 RIGHT 90
210 PENUP
220 FORWARD 30
230 PENDOWN
240 BALL 4 18
250 PENUP
260 FORWARD 40
270 PENDOWN
280 BALL 4 18
290 PENUP
300 FORWARD 40
320 PENDOWN
330 BALL 4 18
340 PENUP
350 BACK 80
351 LEFT 90
352 PENUP
353 FORWARD 40
354 RIGHT 90
355 PENDOWN
360 BALL 4 18
370 PENUP
380 FORWARD 40
390 PENDOWN
400 BALL 4 18
410 PENUP
420 FORWARD 40
430 PENDOWN
440 BALL 4 18
END
```