Filtragem de Imagens a partir da sua Decomposição em Resíduos Morfológicos

Silvio Jamil Ferzoli Guimarães

Dissertação de Mestrado

Filtragem de Imagens a partir da sua Decomposição em Resíduos Morfológicos

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação devidamente corrigida e defendida por Silvio Jamil Ferzoli Guimarães e aprovada pela Banca Examinadora.

Campinas, 6 de Agosto de 1999.

Prof. Dr. Neucimar Jerônimo Leite
(Orientador)

Dissertação apresentada ao Instituto de Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Instituto de Computação
Universidade Estadual de Campinas

Filtragem de Imagens a partir da sua Decomposição em Resíduos Morfológicos

Silvio Jamil Ferzoli Guimarães

Agosto de 1999

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Neucimar Jerônimo Leite (Orientador)
  IC-UNICAMP
- Prof. Dr. Arnaldo de Albuquerque Araújo
  DCC-UFMG
- Prof. Dr. Ricardo de Oliveira Anido
  IC-UNICAMP
- Profa. Dra. Cláudia Maria Bauzer Medeiros
  IC-UNICAMP

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP

Guimarães, Silvio Jamil Ferzoli

G947a Filtragem de imagens a partir da sua decomposição em resíduos morfológicos / Silvio Jamil Ferzoli Guimarães -- Campinas, [S.P. :s.n.], 1999.

Orientador : Neucimar Jerônimo Leite

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Computação.

1. Processamento digital de imagens. 2. Morfologia (Matemática). I. Leite, Neucimar Jerônimo. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Computação. III. Título.

Aos meus pais, Luiz e Saada.

Agradecimentos

À Deus, por ter me dado saúde e coragem para enfrentar este desafio.

Aos meus pais, Luiz e Saada, pelas imensas horas de conforto e sabedoria a mim dispensados dando-me força para continuidade.

Ao meu orientador, pela ajuda, companheirismo e pelas brilhantes idéias que foram determinantes para o término deste trabalho.

Aos meus amigos, Bico, Nego e Lobo, pelo apoio dado e pelas suas grandes amizades. Aos amigos de república, Dário e Cláudio, pelas intermináveis conversas a respeito do trabalho. E a todos os amigos, que porventura esqueci de mencionar, que fazem ou fizeram parte da minha vida. E também a todos da Família Santos pelo constante apoio e incentivo.

Ao grupo de trabalho de Morfologia Matemática do IC-UNICAMP, Marta, Pablo, Deley, Pascual, Luis Mariano, Luiz Eduardo e Daniel, pelas diversas discussões que só levam ao crescimento pessoal e profissional.

Ao Instituto de Computação pela confiança a mim dada para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, à CAPES e ao PROTEM-CC pelo imprescindível apoio financeiro.

"Eu não me envergonho de corrigir e mudar minhas opiniões, porque não me envergonho de raciocinar e aprender."

(Alexandre Herculano)

Resumo

Resíduos morfológicos representam de forma hierarquizada uma imagem, em que a mesma é decomposta morfologicamente de acordo com um parâmetro de tamanho λ. Desta decomposição, obtemos uma relação entre os diferentes níveis residuais que representa a complexidade das estruturas. Desta forma, tentamos extrair estruturas da imagem que estejam associadas àquele parâmetro e a complexidade da estrutura desejada. Neste trabalho, utilizando conceitos de Morfologia Matemática, analisamos o processo de extração de estruturas em imagens digitais numérica (níveis de cinza) a partir da decomposição por resíduos morfológicos.

Abstract

Morphological residues represent an image hierarchically by a decomposition of its structures and according to a size parameter λ. From this decomposition, we can obtain a relation between the different residual levels associated with the complexity of the image structures. In this work, we introduce a method for filtering components of gray-scale images based on the morphological residue decomposition, and taking into account a size parameter and a certain level of complexity of the different structures we want to be filtered.

Conteúdo

Lista de Definições

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

A análise de imagens é uma área importante na sociedade moderna, pois ajuda a solucionar problemas referentes à *extração de informações a partir de imagens digitalizadas*, envolvendo diversas aplicações, tais como: medicina, odontologia, geologia, física, química, biologia, engenharia de materiais, radar, satélite, dentre tantas outras.

No início dos anos 60, a NASA iniciou as atividades de pesquisa em análise de imagens com o objetivo de melhorar a qualidade das imagens captadas pelas sondas espaciais. Por volta de 1964, na École Nationale Supérieure des Mines de Paris, em Fointainebleau, George Matheron e Jean Serra formalizaram o conceito de *Morfologia Matemática* usando uma nova abordagem para a resolução de problemas de análise de imagens: *extrair informações a partir de transfomações de formas*, usando dois operadores, então denominados dilatação e erosão [18], [19].

Devido à crescente necessidade de automação na resolução de problemas em diversas aplicações, e com o crescente uso de processamento e análise de imagens, houve a necessidade de se estruturar o desenvolvimento de projetos em uma cadeia de processamento, como podemos visualizar na Figura 1.1 [17]. De modo geral, esta cadeia pode ser subdividida em aquisição, pré-processamento, segmentação, descrição, reconhecimento e interpretação [6], [17].

Neste trabalho, consideramos especificamente as etapas de pré-processamento e segmentação. O pré-processamento consiste em melhorar a "sintaxe" da imagem de tal forma a aumentar as possibilidades de sucesso nas operações futuras. Dentre as técnicas usadas, podemos citar, por exemplo, a filtragem. Técnicas e problemas de filtragem são tratados, por exemplo, em [4], [17], [6], [22], [21]. Dentre estas técnicas, consideramos a abertura por superfície [22], que é um filtro similar à abertura por reconstrução mas sem influência de formas, e funções de extinção [21] que é uma transformação que age sobre a imagem eliminando ou preservando seus componentes de acordo com certos critérios (forma, tamanho, contraste, etc).

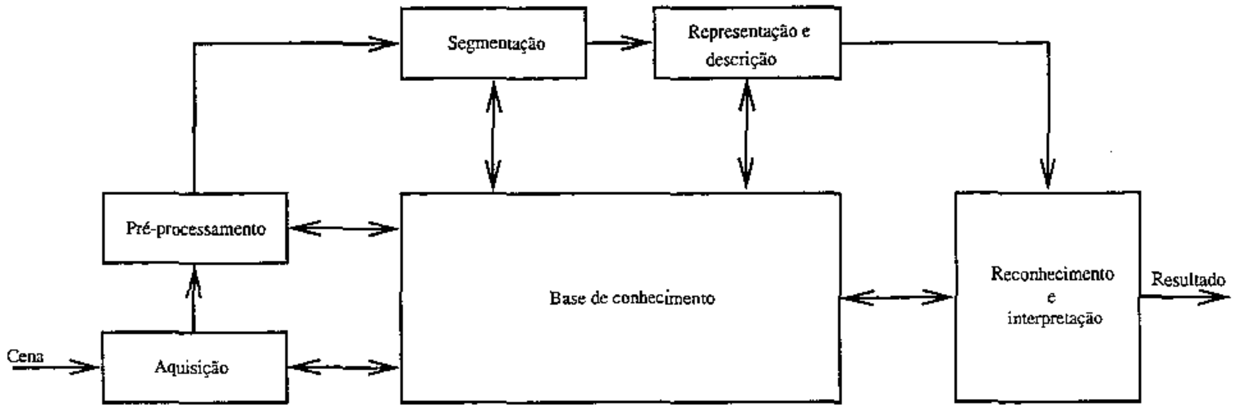


Figura 1.1: Etapas do processamento de imagens [17].

Após o pré-processamento, encontramos uma das tarefas mais difíceis em Processamento Digital de Imagens, a segmentação, cuja finalidade é subdividir a imagem em partes constituintes. Técnicas e problemas de segmentação são tratados, por exemplo, em [12], [9], [23], [3], [2], [17], [6], [18], [19].

Estas operações são realizadas a partir da imagem original, mas com o crescimento da complexidade das aplicações em processamento de imagens, verificamos a necessidade de tentar reduzir o custo computacional através de esquemas de decomposição de imagens. A partir desta decomposição, utilizamos seqüências de imagens mais simples, geradas a partir da mesma cena, com tipos de informações diferentes. Estas imagens contêm informações mais finas ou mais grosseiras, associadas a algum parâmetro pré-estabelecido, e são representadas a partir de múltiplas resoluções. Em [7] é definida uma arquitetura para a decomposição de imagens em multi-resolução, a partir de um esquema piramidal.

Neste trabalho, através de conceitos de Morfologia Matemática, abordamos o problema da filtragem a partir do conceito de decomposição de imagens em resíduos morfológicos. Este conceito está diretamente associado à noção de granulometria [15] que descreve quantitativamente a granularidade de uma imagem. Informalmente, a abordagem granulométrica caracteriza uma imagem como sendo uma coleção de grãos, que são então peneirados. A granulometria decompõe, assim, a imagem em classes de componentes, enquanto que os resíduos morfológicos constituem uma representação completa hierarquizada da imagem [18], [19].

1.1 Conteúdo da dissertação

Nesta dissertação, utilizamos alguns conceitos de Morfologia Matemática, e os leitores não familiarizados com o assunto poderão encontrar os conceitos básicos, por exemplo, em [18], [19], [5], [1]. Este trabalho contém os seguintes capítulos.

Capítulo 2: Transformações morfológicas

Ilustramos algumas transformações morfológicas importantes, como: reconstrução morfológica, que tenta extrair componentes associados a determinados elementos; função de extinção empregada na extração de características de uma imagem (forma, contraste, etc) para uma futura filtragem; abertura por superfície, que extrai informação da imagem baseada em um atributo área do seu componente.

Capítulo 3: Granulometria e resíduos morfológicos

Estabelecemos a base teórica para o processo de decomposição de imagens através da definição de um esquema de decomposição multi-resolução do tipo piramidal, inserindo, nesta decomposição, a granulometria e os resíduos morfológicos.

Capítulo 4: Filtragem a partir de resíduos por atributo

Propomos um novo método de filtragem de imagens a partir da sua decomposição em resíduos morfológicos, definindo os atributos, as propriedades, o algoritmo para a filtragem e alguns exemplos.

Capítulo 5: Alguns exemplos de filtragens morfológicas

Mostramos alguns resultados obtidos por filtragens usando a abertura por superfície, a função de extinção e o resíduo por atributo.

Capítulo 6: Aplicação

Considerando um problema real, a detecção de alvos em imagens de radar, mostramos como utilizar o novo método de filtragem para atingir este objetivo. As imagens empregadas aqui foram fornecidas pela Marinha do Brasil.

Capítulo 7: Conclusão

Finalmente, fazemos um breve resumo referente às conclusões do trabalho e algumas possíveis extensões do mesmo.

Apêndice A: Notação

Descrição da notação empregada nesta dissertação.

Apêndice B: Algoritmo

Apresentação do conjunto de funções associadas à filtragem a partir de resíduos por atributo.

Capítulo 2

Transformações morfológicas

Um problema encontrado na extração de características de estruturas ou regiões, a partir de transformações não-morfológicas, refere-se à geração de resultados não conclusivos dos mesmos que dependem de uma análise interpretativa. No entanto, ao considerarmos transformações morfológicas, as operações sobre as estruturas definem, a priori, o padrão a ser seguido, através de questões do tipo: esta estrutura satisfaz este critério (critério definido a partir de um elemento estruturante ou de uma certa topologia, por exemplo)?

Destas questões surgem algumas outras perguntas tais como, o que é uma estrutura? Ou ainda, como representamos uma estrutura? Para o caso binário, uma estrutura é geralmente definida como um componente conexo, e para o caso numérico (em níveis de cinza), os extremos da imagem podem ser utilizados como marcadores das suas diversas estruturas. As transformações que usam estes conceitos de estruturas são as transformações conexas e são realizadas através de operadores conexos.

2.1 Operações morfológicas conexas

A noção de operador conexo foi formalizada por Serra e Salembier [20], e constitui a base de transformações mais evoluídas da morfologia matemática, tais como: reconstrução morfológica (Seção 2.2), abertura por superfície (Seção 2.3) e dinâmica (Seção 2.4.2). Estas técnicas podem ser associadas, entre outras, às etapas de filtragem e segmentação de imagens.

Definição 2.1 (Operador conexo binário [20]) *Um operador binário ψ é dito conexo se para todo conjunto A do espaço euclidiano E, a diferença simétrica entre A e $\psi(A)$, denotado $A\triangle\psi(A)$, é exclusivamente constituída de componentes conexos de A ou de seu complemento A^c.*

$$\psi \textit{ é conexo} \iff \mathcal{C}(A \triangle \psi(A)) \subset (\mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(A^c)) \tag{2.1}$$

(a) Original

(b) Transformação conexa

Figura 2.1: Exemplo de operador conexo binário.

(a) Original

(b) Transformação não-conexa

Figura 2.2: Exemplo de operador não-conexo binário.

onde $\mathcal{C}(A)$ representa os componentes conexos do conjunto A.

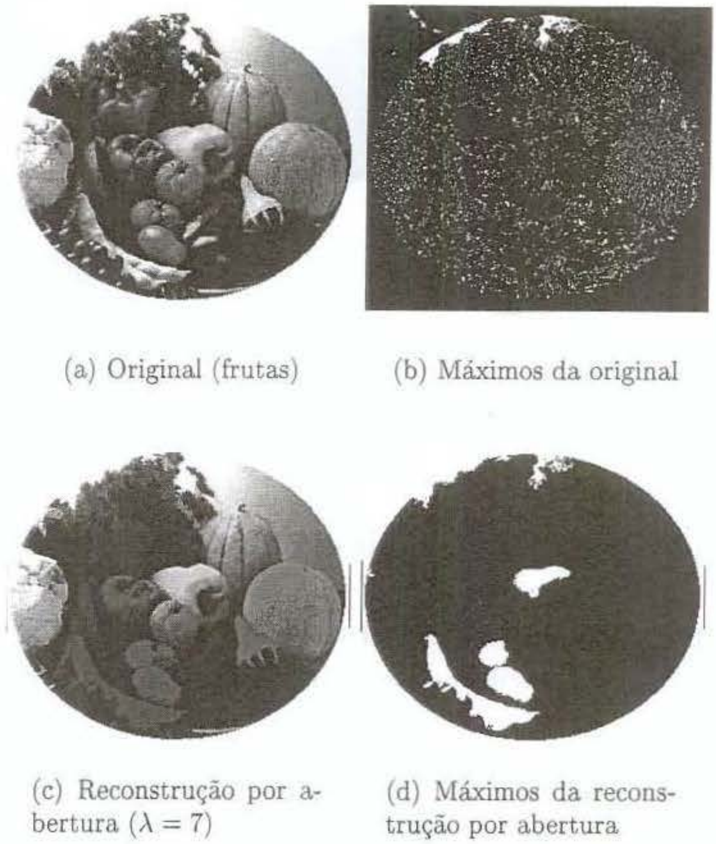
Uma característica destes operadores é a preservação da relação de conexidade, isto é, se dois pontos $p, q \subset \mathcal{Z}^2$ são conexos em A ou em A^c (existe um caminho entre estes dois pontos em A ou em A^c), eles continuarão conexos após a transformação. Nas Figuras 2.1 e 2.3, ilustramos um exemplo de uma transformação conexa e na Figura 2.2, uma tranformação não-conexa.

A definição de operações conexas para funções (imagens numéricas) tem como base os operadores binários que agem sobre as seções planas (platôs) destas funções [20].

Definição 2.2 (Operador conexo numérico [20]) *Um operador numérico ψ é dito conexo se, e somente se, ele estende os platôs da imagem de entrada f.*

$$\psi \text{ é conexo } \iff \forall x \in E, Plt_x(f) \subset Plt_x(\psi(f)) \tag{2.2}$$

onde $Plt_x(f) = \mathcal{C}_x(\{y \in E \mid f(y) = f(x)\})$ representa um platô de uma função f no ponto x, e $\mathcal{C}_x$ o componente conexo associado ao ponto x.



(a) Original (frutas) (b) Máximos da original

(c) Reconstrução por abertura ($\lambda = 7$) (d) Máximos da reconstrução por abertura

Figura 2.3: Exemplo de operador conexo numérico.

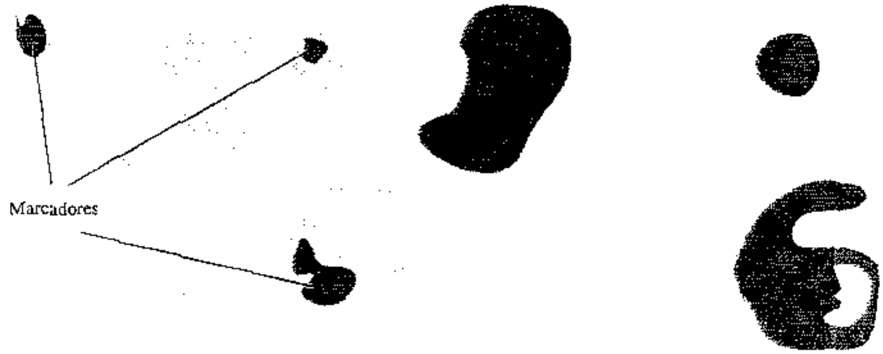
Estes operadores têm como característica estender e fundir platôs da imagem [20].

2.2 Reconstrução morfológica

Da necessidade de se trabalhar apenas com um subconjunto da imagem surgiu o conceito de operadores morfológicos geodésicos [14]. Técnicas geodésicas podem ser encontradas, por exemplo, em [14], [18], [19], [22]. Associadas às transformações geodésicas que contam com um conjunto fixo e um conjunto transformável, temos a reconstrução morfológica [22].

2.2.1 Reconstrução para imagens binárias

Sejam I e J duas imagens binárias definidas sobre o mesmo domínio Γ tal que $J \subseteq I$. Em termos de mapeamento, isto significa que: $\forall p \in \Gamma$, $J(p) = 1 \Longrightarrow I(p) = 1$. J é chamado de *marcador* e I de *máscara*. Sejam $I_1, I_2, \cdots, I_n$ os componentes conexos de I.



(a) Imagem original marcada (b) Imagem reconstruída

Figura 2.4: Reconstrução binária a partir de marcadores.

Definição 2.3 (Reconstrução binária [22]) *A reconstrução $\rho_J(I)$ da máscara I, a partir do marcador J, é a união dos componentes conexos de I contendo, no mínimo, um ponto de J.*

$$\rho_J(I) = \bigcup_{J \cap I_k \neq \emptyset} I_k \tag{2.3}$$

Uma forma de determinar estes componentes conexos é através de dilatações geodésicas [14] até a estabilidade (idempotência). Em outras palavras,

$$\rho_J(I) = \bigcup_{n \geq 1} {\delta_J}^{(n)}(I) \tag{2.4}$$

onde ${\delta_J}^{(n)}$ indica n dilatações geodésicas elementares tal que

$${\delta_J}^{(1)}(I) = (J \oplus B) \cap I \tag{2.5}$$

ı que B é o elemento estruturante.

A Figura 2.4 ilustra uma reconstrução binária em que a parte mais escura da Figura 2.4(a) é considerada a imagem marcadora. Nesta transformação, são preservados apenas os componentes conexos associados a algum marcador.

2.2.2 Reconstrução numérica

Dadas duas imagens numéricas, f e g, tais que $g \leq f$ (isto é, para todo pixel $p \Longrightarrow g(p) \leq f(p)$), a reconstrução $\rho_g(f)$ de f, a partir de g, é obtida dilatando-se geodesicamente g em f,

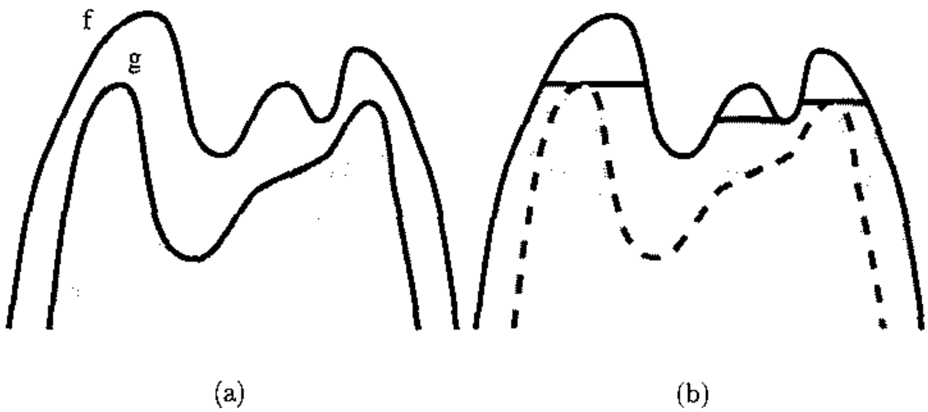


Figura 2.5: Reconstrução numérica de f a partir de g.

até a estabilidade (f representa a máscara e g o marcador). A dilatação geodésica numérica elementar é dada por

$$\delta_g{}^{(1)}(f) = (g \oplus B) \wedge f \tag{2.6}$$

onde $\wedge$ representa o ínfimo e $(g \oplus B)$ indica a dilatação de g por um elemento estruturante planar B [18], [19]. Desta forma, podemos definir a reconstrução numérica a partir de iterações de dilatações geodésicas.

Definição 2.4 (Reconstrução numérica [22]) *A reconstrução $\rho_g(f)$ da máscara f, a partir do marcador g, é obtida por iterações de dilatações geodésicas de g sobre f até a estabilidade.*

$$\rho_g(f) = \bigvee_{n \geq 1} \delta_g{}^{(n)}(f) \tag{2.7}$$

Diferentemente da reconstrução binária, e como ilustrado na Figura 2.5, na reconstrução numérica, apenas os picos de f marcados por g são preservados através da reconstrução.

2.3 Abertura por superfície

Os operadores de imagem utilizados em morfologia matemática normalmente são definidos a partir de um ou mais elementos estruturantes [18], [19], [10]. Como exemplo destes operadores, podemos citar a erosão, dilatação, abertura e fechamento. Em [22] é introduzido um operador de abertura que satisfaz os requisitos básicos da abertura (crescente, anti-extensiva, idempotente) e remove informações da imagem a partir do atributo área, independentemente da forma dos seus componentes. Em [4] é feita uma generalização desta abertura para quaisquer transformações crescentes.

Definição 2.5 (Operador baseado em atributo [4]) *Um operador ϕ^S baseado no atributo S é dado por*

$$\phi^S(f) = max_{r_c}\phi_{r_c,S}(f) \tag{2.8}$$

onde f é a imagem original, $\{r_c\}$ é o conjunto de máximos regionais da imagem, e

$$\phi_{r_c,S}(f)(x) = max\{t \mid x \in \psi_S[\Pi_{r_c}(\mathcal{X}_t{}^+(f))]\} \tag{2.9}$$

sendo que Π_x é uma abertura conexa em x, $\mathcal{X}_t{}^+(f) = \{x \mid f(x) \geq t\}$ e t indica o limiar. S é o atributo sobre $X \in E$ tal que:

$$\psi_S(X) = \begin{cases} X, \text{ Se X satisfaz S} \\ \emptyset, \text{ caso contrário} \end{cases} \tag{2.10}$$

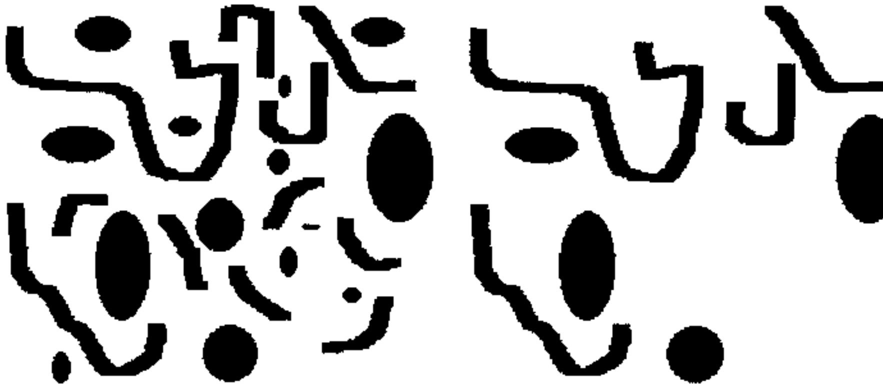
O operador de atributo dado pela Equação 2.8 pode ser definido, conceitualmente, da seguinte forma: descemos através de conjuntos limiarizados, a partir de cada máximo regional da imagem, até que o conjunto limiarizado alcançado satisfaça o atributo ψ_S. Neste estágio, substituímos todos os pontos do conjunto pelo nível de cinza máximo t em que S foi satisfeito.

A transformação representada pela Equação 2.8 é invariante à translação, crescente, anti-extensiva e idempotente. Estas propriedades são de fundamental importância para as transformações morfológicas e são determinadas pelo tipo de atributo S considerado. Se este atributo constitui uma transformação crescente, então definimos uma abertura, em caso contrário, obtemos um afinamento [19]. Um atributo é crescente

$$\text{se } X \text{ satisfaz } S \text{ e } Y \geq X \Rightarrow Y \text{ satisfaz } S$$

O atributo área, por exemplo, é um critério crescente. A partir destas considerações, podemos definir uma nova transformação morfológica, a abertura por superfície, como sendo uma transformação conexa, crescente, anti-extensiva e idempotente. A abertura por superfície, para imagens binárias, extrai os componentes conexos cuja área é superior a um determinado limiar, e para imagens numéricas, avalia cada componente conexo originado por limiares sucessivos de f, através de operações binárias.

Definição 2.6 (Abertura por superfície binária [22]) *A abertura por superfície de tamanho λ de uma imagem binária X, denotada $\delta_\lambda{}^a$, onde X_1, X_2, $\cdots$, X_n representam os*



(a) (b)

Figura 2.6: Filtragem dos objetos com área ≥ 700 .

componentes conexos de X, é definida por

$$\delta_\lambda{}^a(X) = \bigcup\{X_i \mid \acute{A}rea(X_i) \geq \lambda \ onde\ i = 0,\ 1,\ \cdots\ n\} \tag{2.11}$$

Definição 2.7 (Abertura por superfície numérica [22]) *A abertura por superfície de tamanho λ de uma imagem numérica f, denotada $\delta_\lambda{}^a$, é definida por*

$$\delta_\lambda{}^a(f) = \vee\{\lambda \leq f(x) \mid \acute{A}rea(\mathcal{C}_x(\mathcal{X}_h{}^+(f))) \geq \lambda\} \tag{2.12}$$

onde Área(X) define a área do conjunto X (número de pixels), e $\mathcal{X}_h{}^+$ o limiar de X de valor h. A Figura 2.6 ilustra a abertura por superfície binária.

2.4 Função de extinção

A função de extinção é empregada na análise das estruturas de uma imagem a partir de transformações cada vez mais seletivas, onde eliminamos progressivamente estas estruturas, das menos significativas às mais significativas. Quando *marcamos* uma estrutura e a consideramos durante o processo de filtragem, o índice no qual ela desaparece inteiramente da imagem transformada constitui uma medida de persistência em relação à transformação.

Isto permite-nos caracterizar a estrutura em relação à operação de filtragem, e se aplicarmos este procedimento a cada estrutura, obtemos uma caracterização completa da cena.

Este princípio básico dos valores de extinção considera uma análise local (objeto a objeto) da imagem, ao contrário de uma transformação global, como no caso da granulometria (Seção 3.2).

2.4.1 Função de extinção

Seja $\Psi = (\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família decrescente de transformações conexas anti-extensivas.

$$\forall \lambda, \psi_\lambda(f) \text{ é conexo} \tag{2.13}$$

$$\forall \mu \geq \lambda \geq 0 \Longrightarrow \psi_\lambda \leq \psi_\mu \tag{2.14}$$

$$\forall \lambda \geq 0, \psi_\lambda(f) \leq f \text{ e } \psi_0 = Id \tag{2.15}$$

onde Id representa o função identidade.

As funções de extinção, para os casos binário e numérico, são tratadas de formas diferentes devido às diferentes definições de conexidade.

<u>Caso binário</u>

Seja Y um conjunto qualquer e X um subconjunto de Y ($X \subset Y$). Suponha um operador conexo e anti-extensivo ψ_λ. A partir deste, podemos obter dois possíveis resultados sobre X: $\psi_\lambda(X) = X$ ou $\psi_\lambda(X) = \emptyset$. Por hipótese, ψ_λ é decrescente em relação a um índice λ, portanto

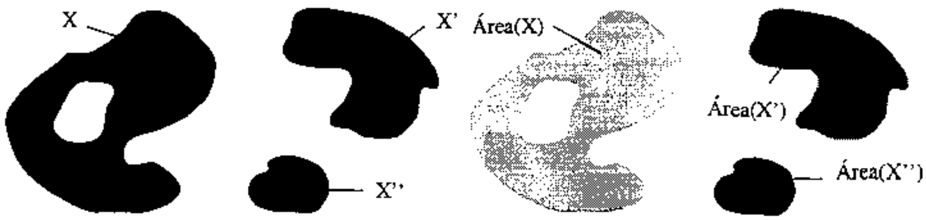
$$\text{Se } X \text{ é conexo, } \exists \lambda \geq 0 \text{ tal que } \begin{cases} \mu \leq \lambda \Longrightarrow \psi_\mu(X) = X \\ \psi_{\lambda+1}(X) = \emptyset \end{cases} \tag{2.16}$$

onde o índice λ caracteriza a persistência da partícula conexa X em relação à família Ψ.

Definição 2.8 (Valor de extinção de um conjunto conexo [21]) *Seja X um conjunto conexo e $\Psi = (\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família decrescente de transformações conexas anti-extensivas. O valor de extinção de X em relação a Ψ, $\varepsilon_\Psi(X)$, é o valor máximo de λ tal que ψ_λ preserva X.*

$$\varepsilon_\Psi(X) = \vee\{\lambda \geq 0 \mid \psi_\lambda(X) = X\} \tag{2.17}$$

Definição 2.9 (Função de extinção de um conjunto conexo [21]) *Seja Y um conjunto conexo e $\Psi = (\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família decrescente de transformações conexas anti-extensivas.*



(a) (b)

Figura 2.7: Função de extinção de conjunto em que cada componente é associado a sua área.

A função de extinção de Y em relação a Ψ, $\mathcal{F}_\Psi{}^\varepsilon(Y)$, que associa a cada componente conexo o seu valor de extinção, é dada por

$$\forall x \in Y, \mathcal{F}_\Psi{}^\varepsilon(Y)(x) = \begin{cases} \varepsilon_\Psi(X), \ se \ \exists X \in \mathcal{C}(Y), x \in X \\ 0, \ caso \ contrário \end{cases} \tag{2.18}$$

Na Figura 2.7, associamos a cada componente conexo da imagem a sua área (número de pixels do componente).

Caso numérico

No caso de funções numéricas, a análise é realizada a partir dos extremos regionais da função. Consideraremos aqui que estas transformações agem sobre as estruturas mais claras da imagem. As operações agindo sobre as estruturas escuras são obtidas por dualidade [18], [19].

Definição 2.10 (Extremos regionais de uma função numérica - mínimo e máximo [19]) *Um máximo (mínimo) regional, M, de uma função f é definido por um platô de nível de cinza h, tal que todo pixel na sua vizinhança tem um valor de nível de cinza menor (maior) que h.*

Seja $\text{Max}(f)$ o conjunto dos máximos regionais de uma função f. Considere ψ_λ um operador conexo agindo sobre a imagem de tal forma a propagar as suas zonas planas, em particular os máximos. Assim,

$$\forall M \in \text{Max}(f), x \in M \Longrightarrow M \subset Plt_x(\psi_\lambda(f)) \tag{2.19}$$

Um máximo de f é estendido através de ψ_λ, dando origem a um máximo ou a um platô. As imagens $\psi_\lambda(f)$ são constituídas de platôs cada vez mais estendidos, à medida que aumentamos o valor de λ, para finalmente constituir um único platô quando $\lambda = \infty$. Como ψ_λ é decrescente em relação a λ, temos que

$$\forall M \in \text{Max}(f), \exists \lambda \geq 0 \text{ tal que } \begin{cases} \mu \leq \lambda \Longrightarrow M \in \text{Max}(\psi_\mu(f)) \\ M \notin \text{Max}(\psi_{\lambda+1}(f)) \end{cases} \tag{2.20}$$

Definição 2.11 (Valor de extinção de um máximo regional [21]) *Seja M um máximo regional de f e $\Psi = (\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família decrescente de transformações conexas anti-extensivas. O valor de extinção de M em relação a Ψ, $\varepsilon_\Psi(M)$, é o valor máximo tal que M continua a ser um máximo regional de $\psi_\lambda(f)$.*

$$\varepsilon_\Psi(M) = \vee\{\forall \mu \leq \lambda \mid M \subset Max(\psi_\mu(f))\} \tag{2.21}$$

Supondo que as estruturas claras são todas marcadas por um máximo regional, então o valor de extinção de cada máximo M caracteriza a persistência da estrutura durante a filtragem. O critério de filtragem define a característica da estrutura a ser extraída.

Definição 2.12 (Função de extinção de um máximo regional [21]) *Seja f uma função numérica e $\Psi = (\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família decrescente de transformações conexas anti-extensivas. A função de extinção de f em relação a Ψ, $\mathcal{F}_\Psi{}^\varepsilon(f)$, que associa a cada máximo regional o seu valor de extinção é dada por*

$$\forall x \in E, \mathcal{F}_\Psi{}^\varepsilon(f)(x) = \begin{cases} \varepsilon_\Psi(M), \ se\ \exists M \in Max(f), x \in M \\ -\infty, \ caso\ contrário \end{cases} \tag{2.22}$$

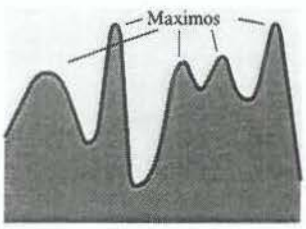
A Figura 2.8 ilustra a função de extinção obtida por abertura por reconstrução.

2.4.2 Dinâmica

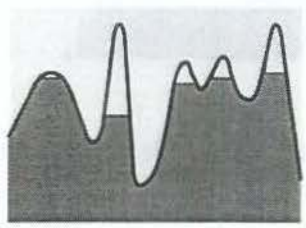
O conceito de dinâmica proposto por Grimaud [8] permite avaliar os extremos (mínimos e máximos regionais) de uma imagem numérica de acordo com um critério de contraste das suas estruturas.

Definição 2.13 (Dinâmica [8]) *A dinâmica de um máximo regional, M, de uma imagem f é o desnivelamento mínimo a ser atingido quando, em partindo de M, se deseja atingir um ponto de mais alta intensidade.*

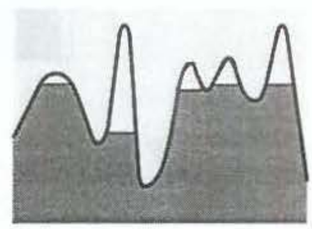
$$din(M) = \bigvee_{\mathcal{C}=(p_0,p_1,\cdots,p_n)\ onde\ p_0 \in M\ e\ f(x)>f(p_0)} \{\wedge\{f(x), x \in \mathcal{C}\}\} \tag{2.23}$$



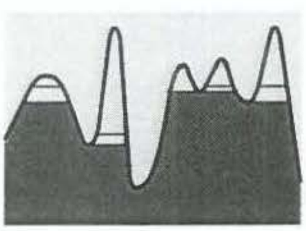
(a) Imagem original



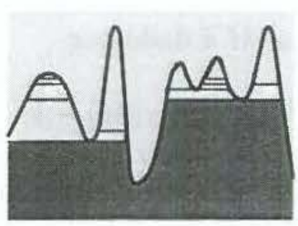
(b) Abertura com $\lambda = 1$



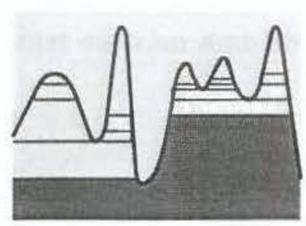
(c) Abertura com $\lambda = 2$



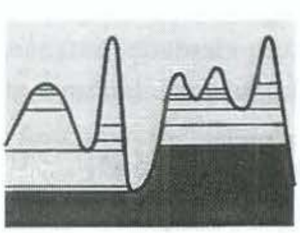
(d) Abertura com $\lambda = 3$



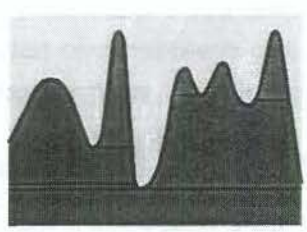
(e) Abertura com $\lambda = 6$



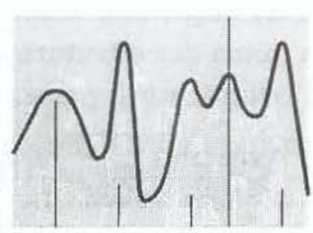
(f) Abertura com $\lambda = 8$



(g) Abertura com $\lambda = 9$



(h) Caracterização do instante que um máximo regional deixa de ser máximo regional



(i) Valores de extinção associados a cada máximo regional

Figura 2.8: Função de extinção. A cada máximo regional associamos o tamanho máximo da abertura por reconstrução preservando o respectivo domo.

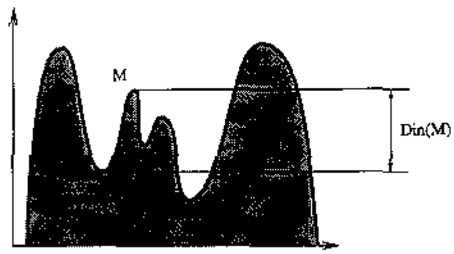


Figura 2.9: Dinâmica de um máximo regional.

É importante observar que esta transformação não considera nenhum critério espacial (forma, tamanho, etc). A dinâmica pode ser vista como uma função de extinção cujo valor de extinção de uma máximo regional M é dado por

$$\varepsilon^d(M) = din(M) - 1 \tag{2.24}$$

Na Figura 2.9, representamos a dinâmica do máximo regional M.

2.4.3 Função de extinção de superfície

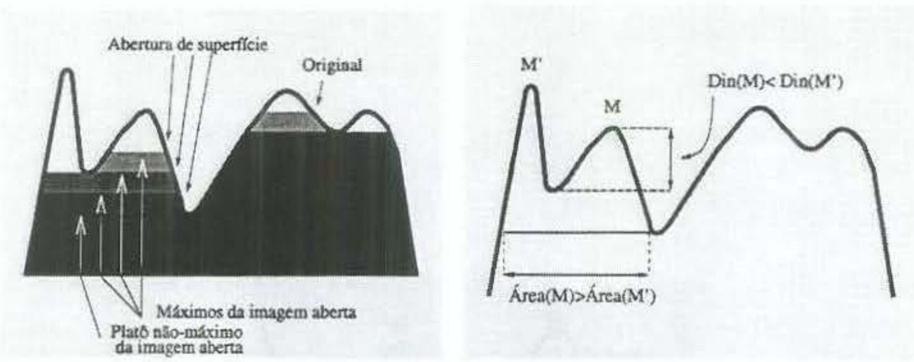
Como vimos na Seção 2.3, a abertura por superfície é uma transformação que se adapta localmente a forma das estruturas, não considerando nenhum elemento estruturante fixo. A partir desta característica, podemos definir o valor de extinção por abertura, ε^a, como

$$\forall M \in \mathrm{Max}(f), \varepsilon^a(M) = \vee\{\lambda \geq 0 \mid M \cap \mathrm{Max}(\delta_\lambda{}^a(f)) \neq \emptyset\} \tag{2.25}$$

Ao contrário das aberturas morfológicas clássicas [18], [19], que levam em conta o critério de forma das estruturas, este valor de extinção considera apenas a área dos componentes da imagem. Aqui, o critério de contraste também não é considerado. A Figura 2.10 ilustra este valor de extinção.

2.4.4 Filtragem por função de extinção

As funções de extinção associam a cada extremo da imagem, para o caso numérico, uma característica da mesma como, por exemplo: contraste, forma, tamanho, volume, etc. Para um dado critério, a função de extinção permite-nos extrair marcadores das regiões mais significativas da imagem. Estes marcadores podem ser considerados num processo de reconstrução geodésica para a filtragem dos componentes menos significativos. Um exemplo desta



(a) Aberturas de tamanhos crescentes

(b) Valores de extinção

Figura 2.10: Comparação entre dinâmica e valor de extinção de superfície.

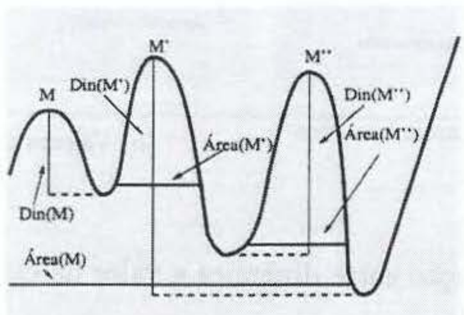
filtragem, para as estruturas claras da imagem, é dado por

$$\mathcal{R}_s^{\varepsilon,+}(f) = \rho_{Marc}(f) \text{ onde } Marc = Max_s = \{M \in \mathrm{Max}(f) \mid \varepsilon(M) \geq s\} \qquad (2.26)$$

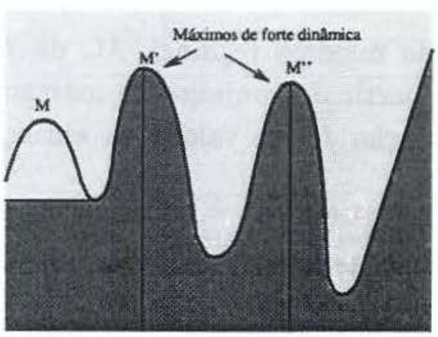
em que $\varepsilon(M)$ representa um valor de extinção do máximo regional, M, de f. $\rho_{Marc}(f)$ representa uma reconstrução morfológica de f a partir do conjunto de marcadores $Marc$. $\mathcal{R}_s^{\varepsilon,+}$ representa a eliminação de estruturas de função f com valores de extinção menores que o limiar s. A Figura 2.11 ilustra estes conceitos.

2.5 Conclusão

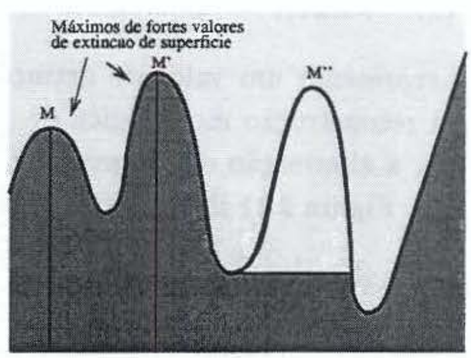
Neste capítulo, apresentamos a reconstrução morfológica que será utilizada como uma das etapas do processo de filtragem a ser proposto. Abordamos, ainda, algumas transformações morfológicas, tais como, dinâmica, abertura e função de extinção por superfície, que consideraremos, posteriormente, numa etapa de análise entre os resultados da filtragem definida por estes métodos e a introduzida neste trabalho.



(a) Valores de extinção



(b) Filtragem por dinâmica



(c) Filtragem por função de extinção de superfície

Figura 2.11: Princípio da filtragem por função de extinção. As estruturas de menor valor de extinção são eliminadas no processo de reconstrução morfológica.

Capítulo 3

Granulometria e resíduos morfológicos

Através de transformações granulométricas, podemos decompor uma imagem em classes de componentes, de acordo com um parâmetro de tamanho, e obter uma descrição completa e hierarquizada desta imagem a partir dos seus resíduos morfológicos. A decomposição produzida pela granulometria pode ser inserida, ainda, no contexto de uma transformada de pirâmide que, através de operações básicas, descreve os resíduos morfológicos de uma imagem.

3.1 Decomposição morfológica

Diferentes graus de detalhes que podem estar associados às diferentes estruturas da imagem podem ser analisados a partir de uma representação hierárquica consistindo de reduções sucessivas de resolução [11] e dependente de um parâmetro de tamanho, por exemplo. Neste sentido, quanto maior a resolução, maior a quantidade de informação presente na imagem [16]. Assim, em altas resoluções encontramos detalhes mais finos e em baixas, detalhes mais grosseiros.

Partindo deste conceito, verificamos que, dependendo da aplicação, não é necessário tratar a imagem e seus detalhes como um todo mas, sim, alguns níveis específicos destes detalhes combinados entre si.

O processamento de imagens, através de métodos de multi-resolução, tem se tornado cada vez mais importante por diversas razões:

1. Há uma forte evidência de que o sistema visual humano processa as informações em múltiplas resoluções.
2. Imagens consistem geralmente de características de estruturas significativas contidas em resoluções diferentes.
3. Sensores podem fornecer imagens, a partir da mesma fonte, com diferentes resoluções.

4. Algoritmos multi-resolução oferecem vantagens computacionais.
5. As imagens geradas a partir da decomposição são mais simples.

O trabalho em [7] propõe um esquema geral de decomposição em multi-resolução através de uma seqüência de reduções sucessivas da informação definida a partir do sinal através da aplicação de regras fixas de mapeamento entre os diversos níveis de representação.

A representação matemática deste esquema de decomposição considera uma seqüência de domínios, associados a cada nível, e de operadores denominados de *análise* e *síntese* que mapeiam informações entre níveis. Os operadores de análise reduzem a informação na tentativa de simplificar a representação da imagem, enquanto que os operadores de síntese tentam recuperar parte da informação perdida durante o processo de análise.

Este esquema piramidal de decomposição de imagens é descrito a seguir.

3.1.1 Operadores de análise e síntese

Sejam $\mathcal{J} \subseteq \mathcal{Z}$ o conjunto de índices correspondente aos níveis da pirâmide e Γ_j o domínio atribuído a cada nível j. Dentro desta arquitetura, a análise do sinal consiste da sua decomposição na direção de um nível j crescente, através do operador de análise. A síntese do sinal procede na direção contrária, isto é, j decrescente, através do operador de síntese.

Definição 3.1 (Operador de análise) *O operador de análise $\psi_j{}^{\uparrow}$ reduz a informação da imagem a partir da sua simplificação, mapeando um sinal para um nível maior, de j a $j+1$.*

$$\psi_j{}^{\uparrow} : \Gamma_j \rightarrow \Gamma_{j+1} \tag{3.1}$$

Definição 3.2 (Operador de síntese) *O operador de síntese $\psi_j{}^{\downarrow}$ recupera a informação perdida durante o processo de análise do sinal, mapeando a imagem para um nível inferior, de $j+1$ a j.*

$$\psi_j{}^{\downarrow} : \Gamma_{j+1} \rightarrow \Gamma_j \tag{3.2}$$

Podemos, a partir destes operadores, realizar uma composição de operações, $\hat{\psi}(x) = \psi^{\downarrow}\psi^{\uparrow}(x)$, com a finalidade de gerar uma aproximação de x, pois os operadores de análise são projetados para reduzir a informação, e esta nem sempre pode ser recuperada totalmente pelo operador de síntese (isto é, sem nenhuma perda). Como conseqüência direta do uso destes operadores, podemos definir a seguinte transformada de pirâmide.

3.1.2 Transformada da pirâmide

A análise de um sinal $x \in \Gamma_j$, seguido da operação de síntese, gera uma aproximação $\hat{x} = \hat{\psi}_{j,j+1}(x) = \psi^{\downarrow}\psi^{\uparrow}(x) \in \hat{\Gamma}_j$ de x, onde $\hat{\Gamma}_j = \Gamma_j{}^{(j+1)}$. Assumindo, agora, que existe um operador de subtração, $(x, \hat{x}) \mapsto x \dot{-} \hat{x}$, mapeando $\Gamma_j \times \hat{\Gamma}_j$ em um conjunto Y_j e um operador de adição, $(\hat{x}, y) \mapsto \hat{x} \dot{+} y$, mapeando $\hat{\Gamma}_j \times Y_j$ em Γ_j, o sinal de detalhes, $y = x \dot{-} \hat{x}$, contém a informação sobre x não presente em $\hat{x}$. É importante que x possa ser recuperado a partir da sua aproximação $\hat{x}$ e dos detalhes y obtidos. Partindo das imagens aproximadas e de detalhes, podemos recuperar integralmente o sinal x,

$$\hat{x} \dot{+} (x \dot{-} \hat{x}) = x, \text{ se } x \in \Gamma_j \text{ e } \hat{x} = \hat{\psi}_{j,j+1}(x) \tag{3.3}$$

Isto conduz ao seguinte esquema recursivo:

$$x \to \{y_0, x_1\} \to \{y_0, y_1, x_2\} \to \cdots \to \{y_0, y_1, \cdots, y_j, x_{j+1}\} \to \cdots \tag{3.4}$$

onde

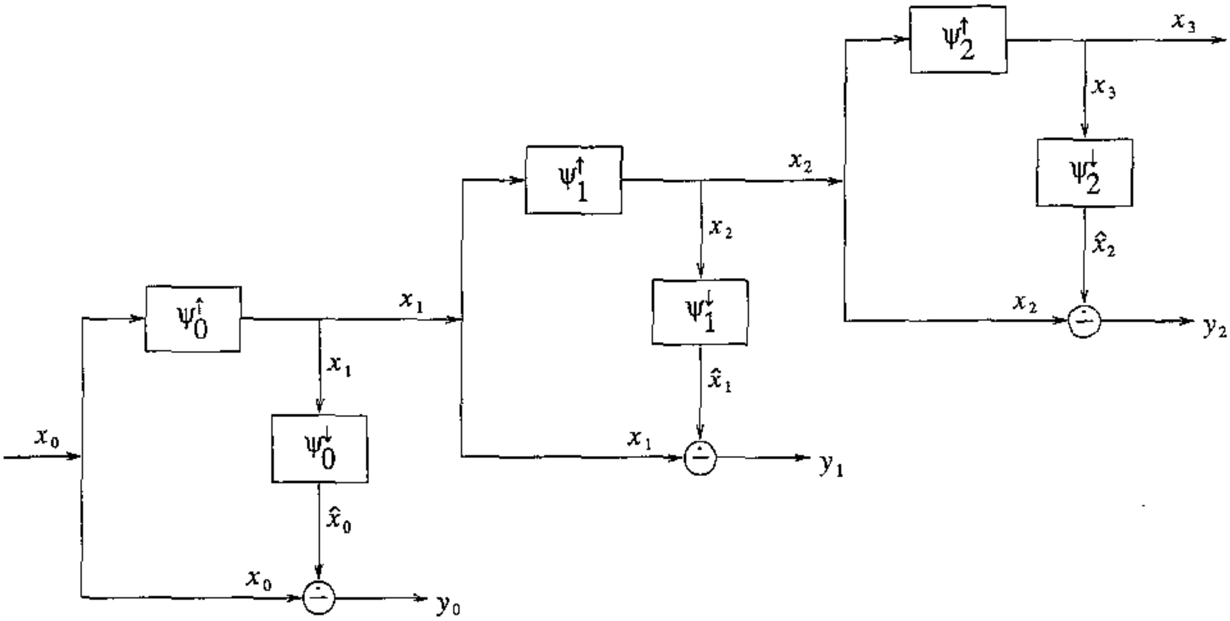
$$\begin{cases} x_0 = x \in \Gamma_0 \\ x_{j+1} = \psi_j{}^{\uparrow}(x_j) \in \Gamma_{j+1}, j \geq 0 \\ y_j = x_j \dot{-} \psi_j{}^{\downarrow}(x_{j+1}) \in Y_j \end{cases} \tag{3.5}$$

Note que, a partir da condição de reconstrução perfeita, o sinal $x \in \Gamma_0$ pode ser *exatamente* reconstruído. A Figura 3.1 mostra parte do processo de decomposição multi-resolução de imagens.

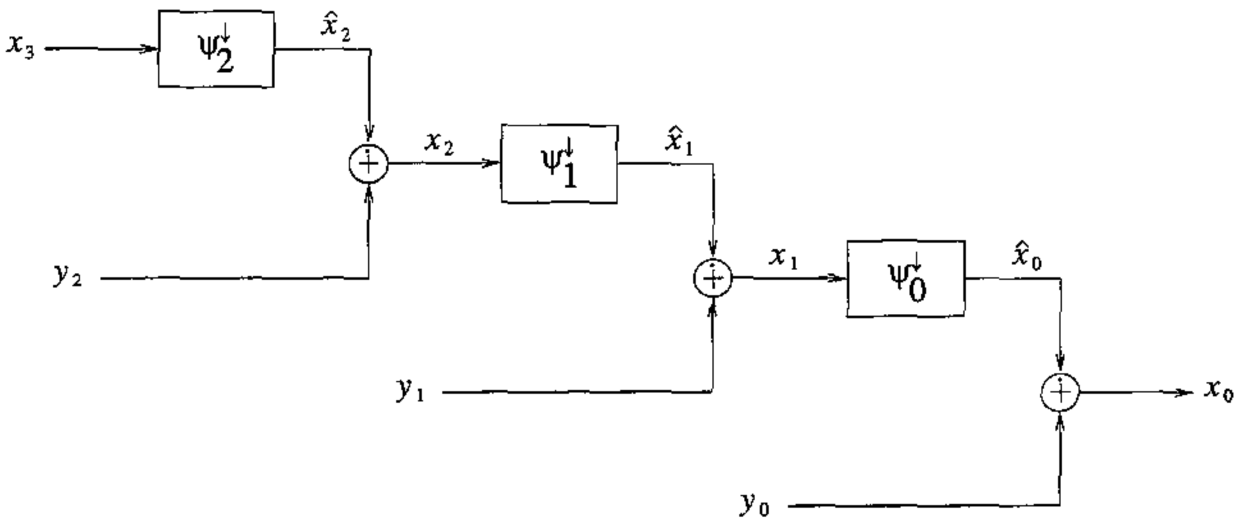
Partindo destas definições, mostraremos como inserir as transformações de granulometria e resíduos morfológicos, definidas nas duas próximas seções, que decompõem a imagem em classes de componentes ou resíduos, simplificando, de maneira hierarquizada, a sua representação original. Neste caso, as operações de granulometria constituem os operadores de análise e os resíduos, os detalhes extraídos.

3.2 Granulometria

A *granulometria* $(\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$, concebida por Matheron [15] para descrever quantitativamente a granularidade em uma imagem binária, é um conceito morfológico básico utilizado no processo de análise e extração de objetos que decompõe a imagem em classes de componentes conforme o elemento estruturante empregado. Informalmente, a granulometria caracteriza uma imagem binária como sendo uma coleção de grãos que são fisicamente "peneirados", objetivando eliminar um conjunto de partículas de determinado tamanho, definido pela abertura da peneira. Desta forma, podemos definir dois conjuntos: o primeiro contendo os objetos



(a) Decomposição



(b) Recuperação

Figura 3.1: Processo de decomposição multi-resolução de imagens com três níveis.

(a) Original (b) $\lambda = 7$ (c) $\lambda = 13$

Figura 3.2: Efeito de aberturas em uma imagem binária, usando um elemento estruturante planar quadrático.

menores que a abertura da peneira e o segundo, o que sobrou da peneiração, de tamanho maior que a abertura da peneira. Como na peneiração, a área da imagem diminui, à medida que os grãos atravessam a abertura da peneira de tamanho crescente, estas aberturas podem ser associadas a um parâmetro de tamanho, λ, relativo ao elemento estruturante (Figuras 3.2 e 3.3).

Definição 3.3 (Granulometria [15]) *Seja $(\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma família de transformações de imagem dependentes de um parâmetro λ. Esta família constitui uma granulometria se, e somente se, as seguintes propriedades forem satisfeitas*

$$\forall \lambda \geq 0, \psi_\lambda \text{ é crescente} \tag{3.6}$$

$$\forall \lambda \geq 0, \psi_\lambda \text{ é anti-extensivo} \tag{3.7}$$

$$\forall \lambda \geq 0, \mu \geq 0, \psi_\mu \psi_\lambda = \psi_\lambda \psi_\mu = \psi_{max(\lambda,\mu)} \tag{3.8}$$

A Propriedade 3.8 implica na idempotência, isto é,

$$\psi_\lambda[\psi_\lambda(X)] = \psi_\lambda(X) \tag{3.9}$$

A família de transformações ψ_λ é uma família decrescente de aberturas algébricas [18], e para todo B convexo, a família de abertura em relação aos homotéticos de B dados por $\lambda B = \{\lambda b \mid b \in B\}, \lambda \geq 0$, constitui uma granulometria.

Diretamente associado ao conceito de granulometria, obtemos o conceito de resíduos morfológicos, definido a seguir, onde este considera a diferença entre níveis granulométricos consecutivos.

(a) Original (frutas)

(b) Abertura com $\lambda = 3$ (c) Abertura com $\lambda = 7$ (d) Abertura com $\lambda = 10$

Figura 3.3: Granulometria a partir de uma imagem numérica.

3.3 Resíduos morfológicos

O *resíduo morfológico* ($\mathcal{R}$) [19] caracteriza a informação extraída de uma imagem a partir de uma série de transformações granulométricas (Definição 3.3). Este resíduo é dado pela diferença entre dois níveis granulométricos consecutivos.

Definição 3.4 (Resíduos morfológicos [19]) *Seja $(\psi_\lambda)_{\lambda \geq 0}$ uma granulometria. O resíduo morfológico $\mathcal{R}_\lambda$, de nível residual λ associado a parâmetros de tamanho λ, é definido como a diferença entre os resultados de dois níveis granulométricos consecutivos. Ou seja,*

$$\forall \lambda \geq 1, X \in R^N, \mathcal{R}_\lambda(X) = \psi_{\lambda-1}(X) \backslash \psi_\lambda(X) \tag{3.10}$$

$$\forall \lambda \geq 1, f \in R^N, \mathcal{R}_\lambda(f) = \psi_{\lambda-1}(f) - \psi_\lambda(f) \tag{3.11}$$

As Equações 3.10 e 3.11 definem, respectivamente, o resíduo morfológico para imagens

(a) Original

(b) Resíduo de nível 7 (c) Resíduo de nível 9 (d) Resíduo de nível 13

Figura 3.4: Resíduos morfológicos de uma imagem binária.

binária e numérica, e representam os componentes preservados em um nível $(\lambda - 1)$ que foram eliminados em um nível granulométrico λ. Nas Figuras 3.4 e 3.5, ilustramos os resíduos morfológicos binário e numérico, respectivamente.

De acordo com a transformação ψ, a família de resíduos, correspondendo à $(\mathcal{R}_\lambda)_{\lambda \geq 1}$, contém toda a informação granulométrica e define uma representação hierárquica completa de uma imagem. Assim, para o caso binário

$$X = \bigcup_{\lambda \geq 1} \mathcal{R}_\lambda(X) \tag{3.12}$$

e, para o caso numérico,

$$f = \mathcal{R}_1(f) + \mathcal{R}_2(f) + \cdots + \mathcal{R}_\lambda(f) + \cdots = \sum_{\lambda \geq 1} \mathcal{R}_\lambda(f) \tag{3.13}$$

(a) Resíduo de nível 3 (b) Resíduo de nível 7 (c) Resíduo de nível 10

Figura 3.5: Resíduos morfológicos de uma imagem numérica.

3.4 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos os conceitos de granulometria e resíduos morfológicos, que representam a imagem de forma completa e hierarquizada, e que constituem a base da definição de resíduos por atributo apresentada no próximo capítulo.

Capítulo 4

Filtragem a partir de resíduos por atributo

A decomposição de imagens em resíduos morfológicos (Definição 3.4) nos ajuda a caracterizar alguns atributos das estruturas da imagem, tais como, tamanho e forma. Um outro atributo a ser considerado, relativo à irregularidade da estrutura, quando a consideramos como uma superfície topográfica, refere-se ao que denominaremos de nível de desaparecimento do ponto que, como veremos, pode ser obtido a partir de famílias de transformações granulométricas caracterizando a persistência do ponto entre diferentes níveis residuais. A partir destes atributos e de outras considerações feitas a seguir, definimos resíduos por atributo e, por conseguinte, um novo método de filtragem que se baseia nesta informação. No diagrama abaixo, ilustramos, em linhas gerais, a cadeia de processamento necessária para a filtragem, desde a imagem original até a obtenção dos resíduos por atributo.

$$
\begin{array}{c}
\text{Imagem} \\
\downarrow \\
\text{Resíduos morfológicos} \\
\downarrow \\
\text{Resíduos binarizados} \\
\downarrow \\
\text{Mapeamento} \\
\downarrow \\
\text{Desaparecimento} \\
\downarrow \\
\text{Resíduos por atributo}
\end{array}
$$

4.1 Introdução

Seja $\Gamma_I \subset \mathcal{Z}^2$ o domínio de uma imagem binária ou numérica bidimensional I, em que cada pixel pode assumir valores discretos no intervalo $[0, L-1]$, L igual a 2 para imagens binária. Seja, ainda, $\Phi_\phi(\Gamma_I)$ um subconjunto de pontos $p \in \Gamma_I$ tal que após uma certa transformação, $\phi : \mathcal{Z}^2 \to \mathcal{Z}$, da imagem, o seu resultado seja maior ou igual a zero. Assim, podemos definir o seguinte conjunto (imagem)

$$\Phi_\phi(\Gamma_I)(p) = \begin{cases} 1 \text{ se } \phi(p) > 0 \\ 0 \text{ se } \phi(p) = 0 \end{cases} \tag{4.1}$$

Quando consideramos $\phi = \mathcal{R}_\lambda$, $\lambda \geq 1$, definimos resíduo binarizado $\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_I)$.

Definição 4.1 (Resíduo binarizado) *Seja $\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_I)$ um subconjunto de pontos $p \in \Gamma_I$ tal que $\mathcal{R}_\lambda(\Gamma_I(p))$ é maior ou igual a zero, assim, o resíduo binarizado é dado por*

$$\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_I)(p) = \begin{cases} 1 \textit{ se } \mathcal{R}_\lambda(p) > 0 \\ 0 \textit{ se } \mathcal{R}_\lambda(p) = 0 \end{cases} \tag{4.2}$$

Desta forma, observamos que para uma imagem binária X

$$\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_X) \bigcap \Phi_{\mathcal{R}_\mu}(\Gamma_X) = \emptyset, \lambda \neq \mu, \lambda, \mu \in N \tag{4.3}$$

o que significa que os "detalhes" extraídos de uma imagem em um nível λ, a partir de uma transformação granulométrica, não estão presentes em um nível diferente μ, como podemos visualizar na Figura 3.4. Para uma imagem numérica f, temos que

$$\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_f) \bigcap \Phi_{\mathcal{R}_\mu}(\Gamma_f) \neq \emptyset, \lambda \neq \mu, \lambda, \mu \in N \tag{4.4}$$

Neste caso, não ocorre necessariamente uma supressão sucessiva de pontos entre níveis do resíduo binarizado, pontos estes sendo afetados pela abertura ψ_λ (estes pontos podem apenas ser suavizados por tal operação). A Figura 4.1 ilustra estes aspectos para o caso monodimensional, onde cada nível residual λ representa o parâmetro de tamanho λ associado, por exemplo, ao raio do elemento estruturante planar. As partes escuras da Figura 4.1 à esquerda são os resíduos $\mathcal{R}_\lambda$ da imagem original f (Figura 4.1.(a)), enquanto que à direita encontram-se representados os subconjuntos $\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_f)$. Observe que o ponto "n" pertence aos subconjuntos $\Phi_{\mathcal{R}_1}(\Gamma_f)$, $\Phi_{\mathcal{R}_2}(\Gamma_f)$ e $\Phi_{\mathcal{R}_8}(\Gamma_f)$, $\lambda = 1,\ 2$ e 8 representando um parâmetro de tamanho das estruturas ao qual este ponto pode estar associado.

(a)

(b) $\mathcal{R}_1$

(c) $\Phi_{\mathcal{R}_1}$

(d) $\mathcal{R}_2$

(e) $\Phi_{\mathcal{R}_2}$

(f) $\mathcal{R}_4$

(g) $\Phi_{\mathcal{R}_4}$

(h) $\mathcal{R}_5$

(i) $\Phi_{\mathcal{R}_5}$

(j) $\mathcal{R}_8$

(k) $\Phi_{\mathcal{R}_8}$

Figura 4.1: Resíduos morfológicos (à esquerda) e resíduo binarizado (à direita) de níveis 1, 2, 4, 5 e 8.

Partindo dos subconjuntos $(\Phi_{\mathcal{R}_\lambda})_{\lambda \geq 1}$ de pontos presentes nos diferentes níveis, podemos associar a cada ponto $p \in \Gamma_I$ o *mapeamento* definido a seguir

Definição 4.2 (Mapeamento) *Seja $(\Phi_{\mathcal{R}_\lambda})_{\lambda \geq 1}$ uma família de resíduos morfológicos binarizados. Para todo ponto $p \in \Gamma_I$ definimos um mapeamento contendo informações a respeito do parâmetro de tamanho $\lambda \in N$ associado a cada nível residual λ.*

$$\mathcal{M}_\lambda(p) = \begin{cases} 1 \ se \ \Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(p) = 1 \\ 0 \ se \ \Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(p) = 0 \end{cases} \tag{4.5}$$

Por exemplo, considerando o ponto "n" da Figura 4.1, definimos o *mapeamento* $\mathcal{M}(n)$ da seguinte forma:

$$\mathcal{M}(n) = \{1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0\} \text{ onde } \lambda = 1,\ 2,\ 3, \cdots,\ 9 \text{ e } n \in \Gamma_f$$

A partir desta informação, podemos considerar, para o processo de filtragem, a informação de parâmetro associada aos diferentes níveis em que os pontos da imagem são apagados (mudam de 1 para 0), a partir dos subconjuntos $\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_f)$ definidos pela seqüência de operações residuais $(\mathcal{R}_\lambda)_{\lambda \geq 1}$. No exemplo anterior, o ponto n aparecendo pela primeira vez em $\Phi_{\mathcal{R}_1}(\Gamma_f)$, é apagado inicialmente em $\Phi_{\mathcal{R}_3}(\Gamma_f)$. Este mesmo ponto reaparece pela última vez em $\Phi_{\mathcal{R}_8}(\Gamma_f)$, e finalmente desaparece em $\Phi_{\mathcal{R}_9}(\Gamma_f)$. Como veremos, o momento em que estes pontos desaparecem em $\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}(\Gamma_f)$ pode ser útil na caracterização das diferentes estruturas presentes na imagem de acordo com a complexidade das mesmas.

Definição 4.3 (Desaparecimento do ponto) *O mapeamento de um ponto é representado por mudanças consecutivas do estado 1 para o estado 0 no mapeamento $\mathcal{M}$, representando o instante em que um ponto deixa de pertencer ao resíduo morfológico.*

Associado a esta informação de desaparecimento, podemos fazer duas possíveis considerações: uma à respeito da ordem de ocorrência, ϱ, destes desaparecimentos, e a outra, sobre o número de ocorrência, η, destes desaparecimentos. A primeira está relacionada com os diferentes instantes em que um ponto desaparece nos diferentes níveis residuais, e a segunda, com o número de transições (mudanças de estado de 1 para 0 em $\mathcal{M}$). Normalmente, o número de desaparecimentos pode ser associado à irregularidade (complexidade) das estruturas. Como exemplo, consideremos os máximos regionais da Figura 4.2 relacionados com as estruturas A e B indicadas. Estas estruturas possuem um mesmo parâmetro de tamanho (4, neste caso) mas são de complexidades diferentes. Uma possui pontos de máximo regional com 3 desaparecimentos (A) e a outra, pontos de máximo com apenas 1 desaparecimento (B).

Na Tabela 4.1 apresentamos o *mapeamento* $\mathcal{M}$ associado aos pontos da Figura 4.1 e o número de desaparecimentos, η, de cada ponto da imagem.

λ	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
η	2	2	2	3	2	3	3	3	2	1	2	1	2	2	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Tabela 4.1: Mapeamento dos pontos da Figura 4.1

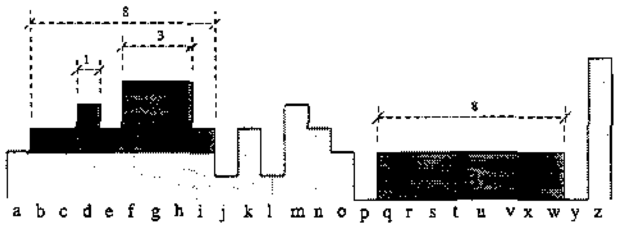


Figura 4.2: Exemplo de estruturas a serem eliminadas.

4.2 Resíduos por atributo

Considerando a persistência dos pixels de imagens numérica em diferentes níveis residuais (Equação 4.4), utilizamos o parâmetro λ, relacionado ao tamanho dos resíduos, e/ou a informação referente ao desaparecimento dos pontos nestes níveis residuais como atributos básicos para uma filtragem. Aqui, o parâmetro λ concerne o tamanho dos objetos (estruturas pequenas são representadas por baixos níveis residuais enquanto que as grandes são representadas por altos níveis), e a informação do desaparecimento pode representar uma característica de forma da estrutura.

Definição 4.4 (Resíduos por atributo - definição geral) *Seja $(\mathcal{R}_\lambda)_{\lambda \geq 1}$ uma família de resíduos morfológicos e $(\mathcal{M})_{\forall p \in \Gamma_I}$ o mapeamento de todos os pontos do domínio Γ_I. Os resíduos por atributo, Ω, representam a informação presente em um nível residual λ, $\mathcal{R}_\lambda$, relativa a um parâmetro de tamanho λ e/ou ao desaparecimento dos pontos em $\mathcal{M}$.*

A caracterização das estruturas de interesse da imagem está relacionada com a boa escolha dos atributos considerados. Para o processo de filtragem podemos definir, por exemplo, os seguintes conjuntos de atributos

- Filtragem usando o parâmetro de tamanho λ, independentemente do *mapeamento* $\mathcal{M}$.
- Filtragem considerando a informação da ordem ou do número de desaparecimentos em $\mathcal{M}$, independentemente do parâmetro de tamanho λ.
- Filtragem dependente do parâmetro λ e da informação contida em $\mathcal{M}$.

Assim, o processo de filtragem consiste basicamente de três etapas:

1. Definição dos atributos: obtida a partir dos tipos de estruturas a serem extraídas no processo de filtragem, dependendo do parâmetro de tamanho e/ou da informação contida em $\mathcal{M}$.
2. Definição dos marcadores: baseado nos atributos considerados, determina *conjuntos* de marcadores necessários à extração das estruturas de interesse.
3. Reconstrução: realiza a reconstrução geodésica (seção 2.2) da imagem original, a partir da imposição dos marcadores definidos anteriormente.

Como veremos, diferentes imagens podem ser obtidas a partir destas operações básicas de filtragem e combinadas, entre si, para a obtenção do resultado final. As seções seguintes descrevem mais detalhadamente estas operações.

4.3 Definição de atributos

O processo de definição de atributos, associado à caracterização das estruturas de interesse da imagem, é de grande importância no processo de filtragem.

Neste caso, consideramos dois possíveis atributos que podem ser usados conjuntamente: um relativo ao parâmetro de tamanho, λ, e um outro associado à informação de desaparecimento (número ou ordem) dos pontos nos diferentes níveis residuais contida no mapeamento $\mathcal{M}$.

4.3.1 Estruturas associadas ao parâmetro λ, e independente do mapeamento $\mathcal{M}$

A utilização deste atributo refere-se apenas, ao tamanho das estruturas a serem extraídas. Resíduos por atributo, considerando somente o parâmetro de tamanho, correspondem aos resíduos morfológicos [19], a partir do qual, obtemos uma relação hierárquica entre as estruturas, em que, estruturas pequenas estão presentes nos primeiros resíduos e as estruturas maiores, nos últimos.

Definição 4.5 (Resíduos por atributo de tamanho) *Seja $(\mathcal{R}_\lambda)_{\lambda\geq 1}$ uma família de resíduos morfológicos. Os resíduos por atributo usando o parâmetro de tamanho λ estão diretamente associados à informação de tamanho das estruturas [19].*

Nas Figuras 4.3 e 4.4, ilustramos dois exemplos de resíduos por atributo de tamanho.

Figura 4.3: Pontos associados a um parâmetro de tamanho 4 (regiões mais escuras) obtidos a partir do resíduo morfológico de nível 4 ($\mathcal{R}_4$).

Figura 4.4: Pontos associados a parâmetros de tamanho 1 e 2 (regiões mais escuras) obtidos a partir do resíduo morfológico de níveis 1 ($\mathcal{R}_1$) e 2 ($\mathcal{R}_2$), respectivamente.

4.3.2 Estruturas associadas ao mapeamento $\mathcal{M}$

Neste caso, consideramos mais diretamente a irregularidade/complexidade das estruturas a serem extraídas, independentemente da informação de tamanho das mesmas. Esta irregularidade pode ser avaliada em termos de relações entre níveis residuais consecutivos, a partir das informações do *mapeamento* $\mathcal{M}$. Neste sentido, podemos considerar a ordem de ocorrência dos desaparecimentos dos pontos, nos diferentes níveis residuais, e/ou o número total destes desaparecimentos.

A partir da Figura 4.1 e da Tabela 4.1, podemos, por exemplo, determinar os máximos associados a dois desaparecimentos, $\eta = 2$, em $\mathcal{M}$ (os pontos k e m de *mapeamento* $\mathcal{M}(k) = \{1,0,0,0,0,0,0,1,0\}$ e $\mathcal{M}(m) = \{1,1,0,0,0,0,0,1,0\}$, respectivamente). Estes máximos são apresentados na Figura 4.5.

Definição 4.6 (Resíduos por atributo de desaparecimento) *Seja $(\mathcal{M})_{\forall p \in \Gamma_I}$ o mapeamento dos pontos do domínio Γ_I. Os resíduos por atributo de desaparecimento referem-se às informações contidas no mapeamento $\mathcal{M}$ relativas ao número de desaparecimentos e/ou ordem de ocorrência do desaparecimento. Este desaparecimento é indicado pelas transições de 1 para 0 em $\mathcal{M}$.*

Figura 4.5: Máximos k e m associados a dois desaparecimentos, $\eta = 2$, em $\mathcal{M}(k) = \{1,0,0,0,0,0,0,1,0\}$ e $\mathcal{M}(m) = \{1,1,0,0,0,0,0,1,0\}$.

Na Figura 4.6, ilustramos todos os máximos associados ao primeiro desaparecimento em $\mathcal{M}$, isto é, primeira transição de 1 para 0. O *mapeamento* $\mathcal{M}$ é ilustrado na Tabela 4.1.

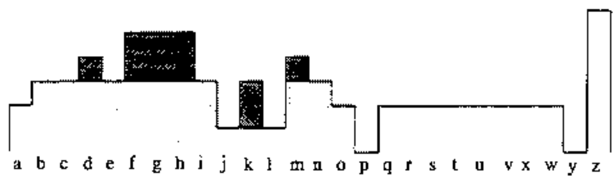


Figura 4.6: Máximos associados ao primeiro desaparecimento $\varrho = 1$ em $\mathcal{M}$ obtidos a partir da Figura 4.1 e Tabela 4.1. Por exemplo, os máximos d e q, com os seguintes mapeamentos $\mathcal{M}(d) = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$ e $\mathcal{M}(q) = \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$, desaparecem pela primeira vez nos níveis 1 e 4, respectivamente.

4.3.3 Estruturas associadas ao parâmetro λ e ao mapeamento $\mathcal{M}$

Neste modelo, consideramos a irregularidade das estruturas a serem extraídas e a informação de tamanho associada. Aqui, podemos levar em conta, também, a ordem de ocorrência dos desaparecimentos dos pontos, nos diferentes níveis residuais, e/ou o número total destes desaparecimentos como parâmetros da irregularidade. A informação de tamanho das estruturas pode ser considerada a partir dos níveis dos resíduos morfológicos.

Figura 4.7: Região de máximo com um único desaparecimento, $\eta = 1$, associado a um parâmetro de tamanho $\lambda = 4$. Assim, por exemplo, $\mathcal{M}(q) = \{0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$, encontramos que o momento de desaparecimento ocorreu no nível 4 do mapeamento.

Definição 4.7 (Resíduos por atributo de tamanho e desaparecimento) *Seja $(\mathcal{R}_\lambda)_{\lambda \geq 1}$ uma família de resíduos morfológicos e $(\mathcal{M})_{\forall p \in \Gamma_I}$ o mapeamento de todos os pontos do domínio Γ_I. Os resíduos por atributo de tamanho e desaparecimento representam a informação presente em um nível residual λ, $\mathcal{R}_\lambda$, relativa a um parâmetro de tamanho λ e ao desaparecimento dos pontos em $\mathcal{M}$.*

Na Figura 4.7, apresentamos um exemplo a partir do qual determinamos os máximos com um único desaparecimento, $\eta = 1$, ocorrido no nível residual 4, associado ao parâmetro de tamanho 4.

Na Figura 4.8, temos um exemplo que considera a ordem de ocorrência do desaparecimento e o parâmetro de tamanho. Neste caso, a partir do *mapeamento*, determinamos os máximos que desapareceram pela segunda vez, $\varrho = 2$, no nível residual 5, isto é, a segunda transição de 1 para 0 em $\mathcal{M}$ ocorreu no nível 5.

Figura 4.8: Máximos com o segundo desaparecimento, $\varrho = 2$, em $\mathcal{M}$ associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 5$. Por exemplo, em $\mathcal{M}(d) = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$, temos que a segunda transição de 1 para 0 ocorre no nível 5.

4.4 Definição dos marcadores

A informação (estrutura) a ser extraída no processo de filtragem é dependente dos marcadores utilizados na reconstrução geodésica [22], [14], já que estes definem as estruturas da imagem a serem ou não preservadas. Os marcadores são definidos de acordo com o tipo de filtragem escolhida (diferentes resíduos por atributo), que por sua vez depende dos atributos considerados. Para que possamos obter a filtragem desejada, definimos dois conjuntos de marcadores, *Preserva* e *Elimina*, que contêm marcadores para as estruturas da imagem que pretendemos preservar e eliminar, respectivamente.

Para cada tipo de resíduo por atributo considerado, obtemos conjuntos de marcadores diferentes. As seções seguintes ilustram a definição dos marcadores considerando os diferentes resíduos por atributo.

4.4.1 Definição de marcadores associados ao parâmetro λ, e independente do mapeamento $\mathcal{M}$

Para a obtenção das estruturas associadas a um parâmetro de tamanho λ, definimos os dois conjuntos de marcadores da seguinte forma:

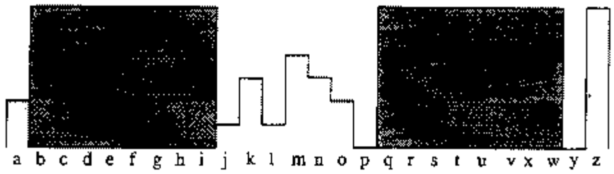
$$\begin{aligned} Preserva &= \{ \text{ Todos os pontos } p \in \Phi_{\mathcal{R}_\lambda} \} \\ Elimina &= \{ \text{ Todos os pontos } p \in (\Phi_{\mathcal{R}_\mu} \backslash \Phi_{\mathcal{R}_\lambda}),\ \mu > \lambda \} \end{aligned}$$

onde \ representa a diferença entre conjuntos.

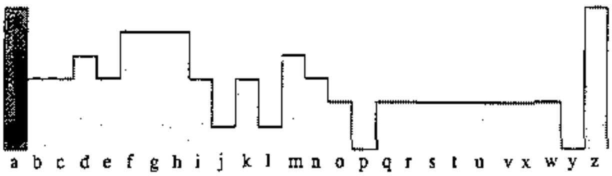
Por exemplo, os marcadores *Preserva* e *Elimina*, associados a um parâmetro de tamanho $\lambda = 4$ (regiões mais escuras da Figura 4.9(a)), contêm os pontos pertencentes ao resíduo binarizado de nível 4 (Figura 4.9(b)) e os pontos de resíduos binarizados de nível superior a 4 (Figuras 4.9(c) e 4.9(d)), respectivamente. Estes conjuntos de marcadores são:

- $Preserva = \{b, c, d, e, f, g, h, i, q, r, s, t, u, v, x, w\}$
- $Elimina = \{a, j, k, l, m, n, o\}$

(a) Pontos associados a $\lambda = 4$



(b) $\Phi_{\mathcal{R}_4}$



(c) $\Phi_{\mathcal{R}_5} \backslash \Phi_{\mathcal{R}_4}$

(d) $\Phi_{\mathcal{R}_8} \backslash \Phi_{\mathcal{R}_4}$

Figura 4.9: Definição de marcadores associados ao parâmetro de tamanho $\lambda = 4$. $Preserva = \{b, c, d, e, f, g, h, i, q, r, s, t, u, v, x, w\}$ e $Elimina = \{a, j, k, l, m, n, o\}$.

4.4.2 Definição de marcadores associados ao mapeamento $\mathcal{M}$

A partir do *mapeamento* $\mathcal{M}$, podemos obter informações a respeito do número e ordem de ocorrência dos desaparecimentos. Desta forma, definimos $\Xi(p)$ como sendo o número de desaparecimentos do ponto p em $\mathcal{M}$, e $\theta(\mathcal{M}(p), \varrho)$ o nível do desaparecimento de ordem ϱ do ponto p em $\mathcal{M}$. Considerando $\Xi(p)$, definimos os conjuntos de marcadores associados ao número de desaparecimentos η, como

$$\begin{aligned} &Preserva = \{p \in \Gamma_I \text{ onde } \Xi(p) = \eta\} \\ &Elimina = \emptyset \end{aligned}$$

Como exemplo, consideremos a definição de marcadores associados a dois desaparecimentos $\eta = 2$. Como ilustrado na Figura 4.10, apenas os pontos k e m são considerados marcadores, pois $\Xi(k) = \Xi(m) = 2$. Assim,

- $Preserva = \{k, m\}$
- $Elimina = \emptyset$

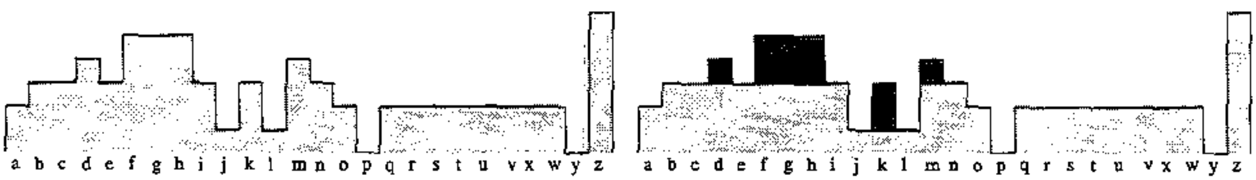
Figura 4.10: Definição de marcadores associados aos máximos com dois desaparecimentos $\eta = 2$. $Preserva = \{k, m\}$ e $Elimina = \emptyset$.

Sejam η e ϱ o número de desaparecimentos e a ordem de ocorrência do desaparecimento, respectivamente. Para que a ordem de ocorrência ϱ exista, o número de desaparecimentos η de um ponto tem que ser maior ou igual a ϱ ($\eta \geq \varrho$). Assim, uma exemplo para a obtenção dos conjuntos de marcadores associados à ordem de ocorrência do desaparecimento ϱ são definidos por

$$\begin{aligned} \forall p \in Max, Preserva &= \{p \in \Gamma_I \text{ onde } \Xi(p) \geq \varrho\} \\ \forall t \notin Preserva, Elimina &= \{t \in \Gamma_I \mid \Xi(p) < \varrho\} \end{aligned}$$

Na Figura 4.11, apresentamos um exemplo da definição de marcadores com seus máximos associados ao primeiro desaparecimento, $\varrho = 2$, em $\mathcal{M}$, assim

- $Preserva = \{d, f, g, h, k, m, q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$
- $Elimina = \{b, c, e, i, j, l\}$



(a) Imagem original

(b) Máximos de $\Xi(p) \geq 2$

Figura 4.11: Exemplo da definição de marcadores associados ao segundo desaparecimento $\varrho = 1$ dos máximos em $\mathcal{M}$. $Preserva = \{d, f, g, h, k, m\}$ e $Elimina = \{j, l, q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$.

4.4.3 Definição de marcadores dependentes do parâmetro λ e do mapeamento $\mathcal{M}$

Considerando Ξ e θ obtidos a partir de $\mathcal{M}$, e para os conjuntos de marcadores, o número de desaparecimentos η e o parâmetro de tamanho λ, uma possível forma de obtenção dos respectivos conjuntos é a seguinte

$$Preserva = \{\forall p \in \Gamma_I \mid \Xi(p) = \eta \text{ e } \theta(\mathcal{M}(p), \eta) = \lambda\}$$
$$Elimina = \emptyset$$

Na Figura 4.12, definimos os marcadores relativos às estruturas onde os máximos possuem um único desaparecimento, $\eta = 1$, associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 4$. Desta forma, definimos os seguintes conjuntos de marcadores como

- $Preserva = \{q, r, s, t, u, v, x, w\}$
- $Elimina = \emptyset$

(a) Imagem original

(b) $\eta = 1$

(c) $\lambda = 4$

Figura 4.12: Exemplo da definição de marcadores com um único desaparecimento, $\eta = 1$, associado ao tamanho $\lambda = 4$. $Preserva = \{q, r, s, t, u, v, x, w\}$ e $Elimina = \emptyset$.

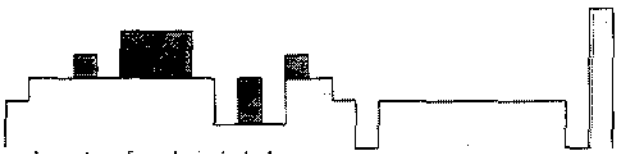
Os conjuntos de marcadores definidos para a ordem de ocorrência associados ao parâmetro de tamanho λ são

$$\forall p \in Max, Preserva = \{p \mid \Xi(\mathrm{p}) \geq \varrho \text{ e } \theta(\mathcal{M}(\mathrm{p}),\ \varrho) = \lambda\}$$
$$\forall t \notin Preserva, Elimina = \{t \mid \Xi(\mathrm{p}) < \varrho\}$$

Por exemplo, os conjuntos de marcadores para os pontos com o segundo desaparecimento, $\varrho = 2$, associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 5$, Figura 4.13, definem os seguintes conjuntos

- $Preserva = \{d, f, g, h\}$
- $Elimina = \{j, l, q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$

(a) Imagem original



(b) $\eta \geq 2$

(c) $\lambda = 5$

Figura 4.13: Exemplo da definição de marcadores para os pontos com o segundo desaparecimento, $\varrho = 2$, associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 5$. *Preserva* $= \{d, f, g, h\}$ e *Elimina* $= \{j, l, q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$.

4.5 Filtragem

A partir da definição dos marcadores, realizamos, no processo de filtragem, a reconstrução morfológica com o objetivo de recuperar integralmente as estruturas de interesse da imagem.

O algoritmo geral da filtragem de resíduos por atributo é dado por:

Algoritmo 4.5.1 (Resíduos por atributo) *Entrada: o parâmetro de tamanho λ e/ou a informação sobre o desaparecimento das estruturas da imagem.*

Saída: imagem filtrada.

1. *Determinar o conjunto de mapeamento $\mathcal{M}$ para todo ponto $p \in \Gamma_I$.*
2. *Determinar os conjuntos de marcadores, Preserva e Elimina, de acordo com cada atributo.*
3. *Extração das estruturas através da reconstrução:*
   (a) *Reconstrução das estruturas da imagem usando o conjunto de marcadores Preserva.*
   (b) *Reconstrução das estruturas da imagem usando o conjunto de marcadores Elimina.*
   (c) *Subtração da imagem obtida em (3a) pela imagem em (3b) (os pontos negativos assumem valor zero).*

O Apêndice B apresenta o conjuntos das demais funções associadas ao algoritmo de filtragem de resíduos por atributo.

As Figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 ilustram a obtenção das diferentes estruturas associadas aos atributos definidos nas seções anteriores.

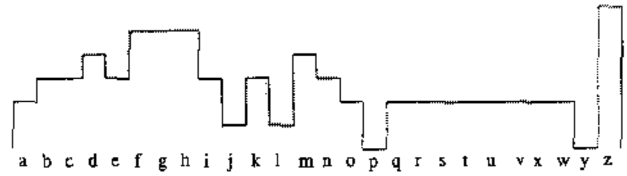
(a) $\rho_{Preserva}(f)$

(b) $\rho_{Elimina}(f)$

(c) $\rho_{Preserva}(f) - \rho_{Elimina}(f)$

Figura 4.14: Extração de estruturas associadas ao parâmetro de tamanho $\lambda = 4$. Os marcadores utilizados na reconstrução são definidos por $Preserva = \{b, c, d, e, f, g, h, i, q, r, s, t, u, v, x, w\}$ e $Elimina = \{a, j, k, l, m, n, o\}$.

(a) $\rho_{Preserva}(f)$



(b) $\rho_{Elimina}(f)$

(c) $\rho_{Preserva}(f) - \rho_{Elimina}(f)$

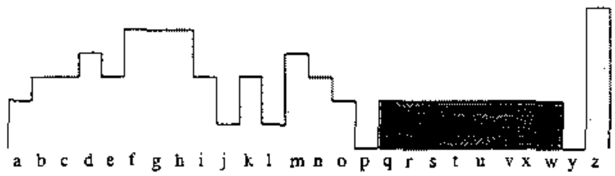
Figura 4.15: Extração de estruturas associadas a dois desaparecimentos, $\eta = 2$, onde os marcadores da reconstrução são definidos por $Preserva = \{k, m\}$ e $Elimina = \emptyset$.

(a) $\rho_{Preserva}(f)$

(b) $\rho_{Elimina}(f)$

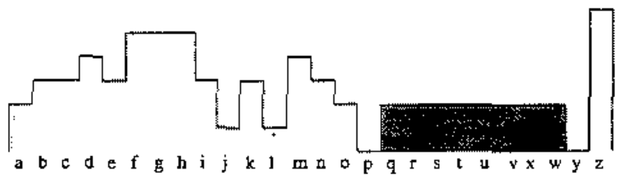
(c) $\rho_{Preserva}(f) - \rho_{Elimina}(f)$

Figura 4.16: Extração de estruturas associadas ao primeiro desaparecimento, $\varrho = 2$, dos máximos, onde os marcadores são definidos por $Preserva = \{d, f, g, h, k, m\}$ e $Elimina = \{j, l, q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$.



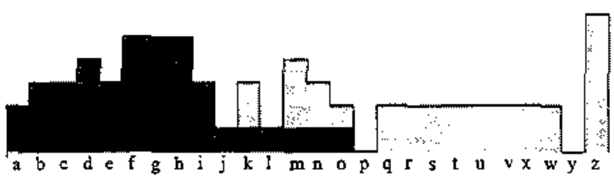
(a) $\rho_{Preserva}(f)$

(b) $\rho_{Elimina}(f)$



(c) $\rho_{Preserva}(f) - \rho_{Elimina}(f)$

Figura 4.17: Extração de estruturas com apenas um único desaparecimento, $\eta = 1$, associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 4$. Os marcadores para a reconstrução são definidos por $Preserva = \{q, r, s, t, u, v, x, w\}$ e $Elimina = \emptyset$.



(a) $\rho_{Preserva}(f)$

(b) $\rho_{Elimina}(f)$

(c) $\rho_{Preserva}(f) - \rho_{Elimina}(f)$

Figura 4.18: Extração de estruturas onde o segundo desaparecimento, $\varrho = 2$, dos máximos está associado ao parâmetro de tamanho $\lambda = 5$. Os marcadores para a reconstrução são definidos por $Preserva = \{d, f, g, h\}$ e $Elimina = \{q, r, s, t, u, v, x, w, z\}$.

4.6 Propriedades

Considere $\rho_T(f)$, a reconstrução morfológica da imagem f com o conjunto de marcadores T, P e E os conjuntos de marcadores *Preserva* e *Elimina*, respectivamente, obtidos a partir da imagem original f, e a filtragem a partir de resíduos por atributo,

$$\Omega(f)(x) = \begin{cases} \rho_P(f)(x) - \rho_E(f)(x) \text{ se } \rho_P(f)(x) \geq \rho_E(f)(x) \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

A filtragem a partir de resíduo por atributo é uma transformação idempotente, anti-extensiva e conexa.

Anti-extensiva

$\rho_P(f) - \rho_E(f) \leq f \Longrightarrow \Omega(f) \leq f$

Idempotente

Considere $P1$ e $E1$ os conjuntos de marcadores *Preserva* e *Elimina*, respectivamente obtidos a partir da primeira transformação $(\Omega(f))$. A transformação $\Omega(\Omega(f))) = \rho_{P1}(\Omega(f)) - \rho_{E1}(\Omega(f))$ não modifica o resultado obtido pela primeira transformação, que, originalmente, elimina toda informação não desejada da imagem. Assim, $\Omega(\Omega(f))) = \rho_{P1}(\Omega(f))$, pois $E1 = \emptyset$. Como, $P1 = P$, temos que $\Omega(\Omega(f))) = \rho_P(\Omega(f)) = \Omega(f)$.

Conexo

Informalmente, o método estende os platôs da imagem, a partir da associação da reconstrução morfológica ao processo de filtragem.

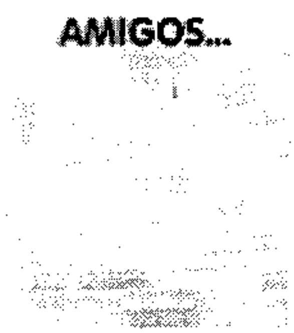
4.7 Exemplos de filtragem

A Figura 4.19 ilustra a segmentação por limiarização a partir de uma imagem filtrada usando resíduos por atributo, em que procuramos extrair o texto "AMIGOS...". Observe que, a partir da imagem 4.19(b), representando a segmentação por limiarização da imagem original 4.19(a), não obtemos de forma satisfatória a estrutura desejada, já que existem outros componentes com mesmo nível de cinza. A Figura 4.19(d) representa a extração da estrutura desejada, através da segmentação por limiarização do resultado obtido pela composição das filtragens considerando a mesma ordem de ocorrência do desaparecimento, $\varrho = 2$, mas com parâmetros de tamanho $36 \leq \lambda \leq 38$.

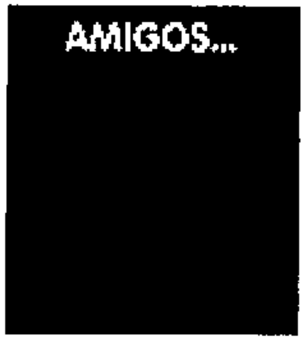
Os histogramas da imagem original 4.19(a) e da imagem filtrada 4.19(c) são apresentados na Figura 4.20. Observe a facilidade de definição de um limiar para a segmentação a partir deste último histograma, devido a diminuição do número de níveis de cinza e da melhor distribuição dos mesmos.

(a) Original

(b) Segmentação por limiarização da imagem (a) invertida (limiar = 24)



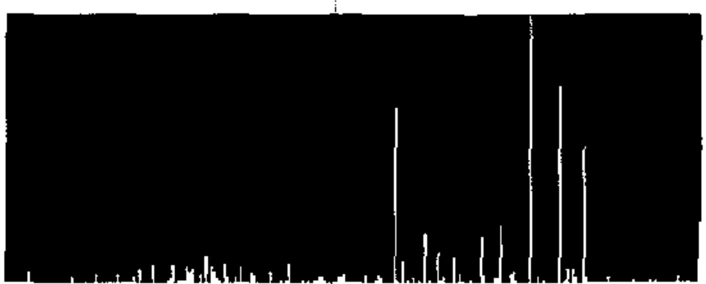
(c) Filtragem considerando que o segundo desaparecimento ocorreu entre os níveis residuais 36 e 38 ($\varrho = 2$ e $36 \leq \lambda \leq 38$)



(d) Segmentação por limiarização da imagem (c) invertida (limiar = 148)

(e) Subtração da imagem (a) pela imagem (c)

Figura 4.19: Extração de estruturas da imagem seguida de uma segmentação por limiarização.



(a) Histograma de 4.19(a)

(b) Histograma de 4.19(c)

Figura 4.20: Histogramas das imagens 4.19(a) e 4.19(c).

A Figura 4.21 ilustra a extração de diferentes textos ("BOOKNET" e "A LIVRARIA VIRTUAL - THE BRAZILIAN BOOKSTORE") a partir da imagem 4.21(a). Na Figura 4.21(b), temos que a segmentação por limiarização não fornece bons resultados, novamente, devido à semelhança dos níveis de cinza. Neste caso, consideramos uma composição do número de desaparecimentos $3 \leq \eta \leq 5$, Figura 4.21(c), ou a ordem de ocorrência do desaparecimento, $\varrho = 2$, associada a um parâmetro de tamanho $\lambda = 14$, Figura 4.21(e), em que extraímos o texto "BOOKNET" a partir de limiarização, Figuras 4.21(d) e 4.21(f). A Figura 4.21(g) apresenta a diferença entre a imagem original, Figura 4.21(a), e a imagem filtrada, Figura 4.21(e), a partir da qual podemos extrair o outro texto desejado através de uma limiarização, Figura 4.21(h). A principal diferença das imagens filtradas da Figura 4.21 está associada a maior facilidade do uso número de desaparecimentos em relação a ordem de ocorrência por ser mais fácil a obtenção dos marcadores necessários para a filtragem.

A Figura 4.22 ilustra os histogramas da imagem original, Figura 4.21(a), da imagem filtrada, Figura 4.21(e), e da imagem subtraída, Figura 4.21(g). Observe, de novo, a facilidade na definição de um limiar para a segmentação.

A Figura 4.23 ilustra a extração de diferentes componentes de mesmo nível de cinza e parâmetro de tamanho, mas com ordem de desaparecimentos diferentes ("COMO COMPRAR OU VENDER UM CARRO PELA INTERNET" e "??"). Na Figura 4.23(b) observamos a dificuldade de se extrair estes componentes por limiarização da imagem original 4.23(a). As Figuras 4.23(d) e 4.23(g) ilustram uma boa segmentação dos componentes desejados, a partir da limiarização das Figuras 4.23(c) e 4.23(f), respectivamente.

Outros exemplos deste tipo de filtragem seguida de uma segmentação são apresentados nas Figuras 4.24 e 4.25.

(a) Imagem original

(b) Segmentação por limiarização de (a) (*limiar* = 129)

(c) Filtragem considerando os máximos com o número de desaparecimentos entre 3 e 5 ($3 \leq \eta \leq 5$)

(d) Segmentação por limiarização de (c) (*limiar* = 93)

(e) Filtragem considerando que o segundo desaparecimento está associado ao nível residual 14 ($\varrho = 2$ e $\lambda = 14$)

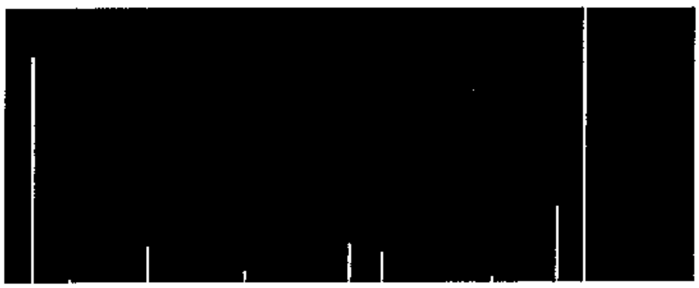
(f) Segmentação por limiarização de (e) (*limiar* = 89)

(g) Subtração da imagem (a) pela imagem filtrada (e)

(h) Segmentação por limiarização de (g) (*limiar* = 64)

Figura 4.21: Extração de estruturas da imagem seguida de uma segmentação por limiarização.

(a) Histograma de 4.21(a)



(b) Histograma de 4.21(e)

(c) Histograma de 4.21(g)

Figura 4.22: Histogramas das imagens 4.21(a), 4.21(e) e 4.21(g).

(a) Imagem original

(b) Segmentação por limiarização de (a) (*limiar* = 219)

(c) Filtragem considerando que o segundo desaparecimento está associado ao nível residual 16 ($\varrho = 2$ e $\lambda = 16$)

(d) Segmentação por limiarização de (c) (*limiar* = 48)

(e) Filtragem considerando que os máximos possuem um número de desaparecimentos entre 2 e 7 ($2 \leq \eta \leq 7$)

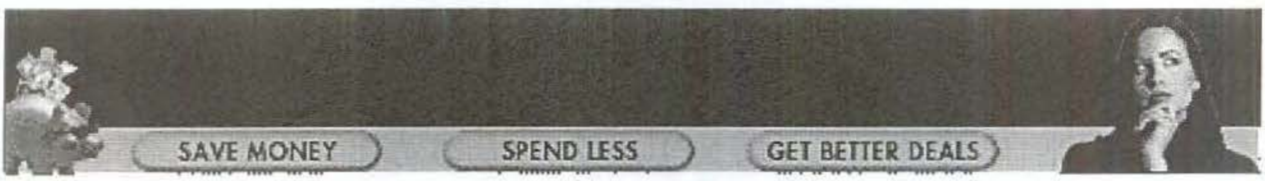
(f) Subtração da imagem (a) pela imagem (e)

(g) Segmentação por limiarização de (f) (*limiar* = 67)

Figura 4.23: Extração de estruturas da imagem seguida de uma segmentação por limiarização.

(a) Imagem original

(b) Segmentação por limiarização de (a) (*limiar* = 192)



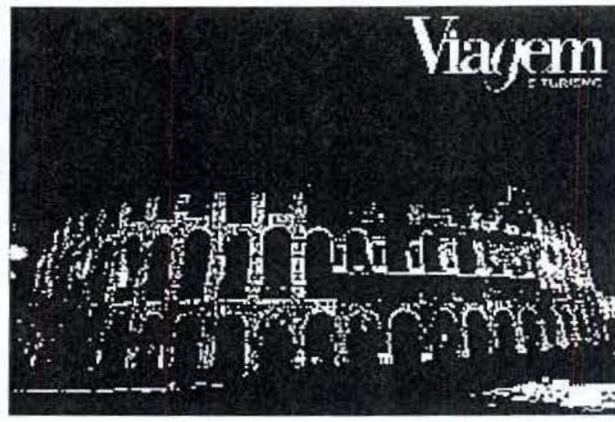
(c) Filtragem considerando que os máximos possuem um número de desaparecimentos maior que 5 ($\eta \geq 5$)

(d) Subtração da imagem (a) pela imagem (b)

(e) Segmentação por limiarização de (d) (*limiar* = 106)

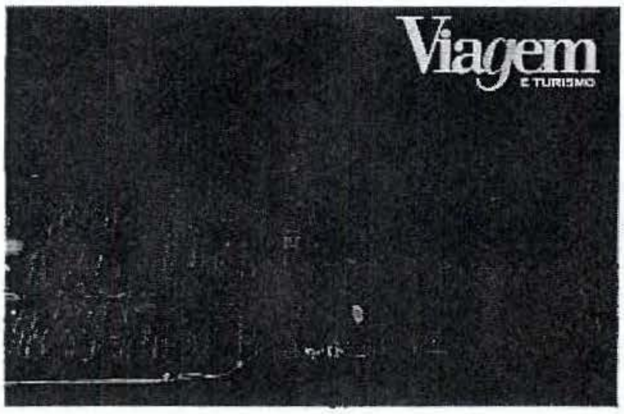
Figura 4.24: Extração de estruturas da imagem seguida de uma segmentação por limiarização.

(a) Imagem original

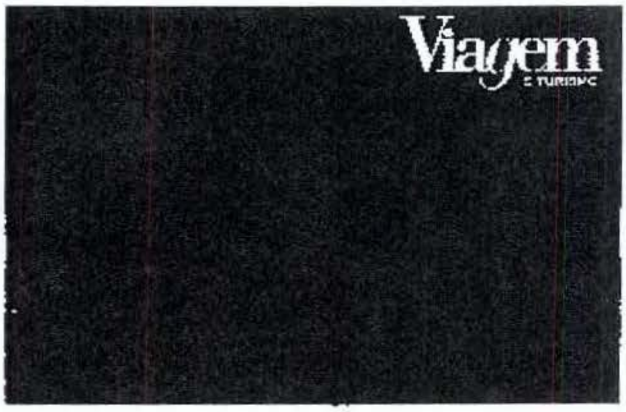


(b) Segmentação por limiarização de (a) (*limiar* = 202)

(c) Filtragem considerando que os máximos possuem um número de desaparecimentos maior que 14 ($\eta \geq 14$)



(d) Subtração da imagem (a) pela imagem (c)



(e) Segmentação por limiarização de (d) (*limiar* = 133)

Figura 4.25: Extração de estruturas da imagem seguida de uma segmentação por limiarização.

4.8 Conclusão

A filtragem a partir de resíduos por atributo considera dois diferentes atributos, tamanho e desaparecimento, associados a uma informação de tamanho e de complexidade das estruturas. Como vimos, através de alguns exemplos, estes dois atributos combinados podem servir para discriminar componentes de mesmo parâmetro de tamanho mas com informações de desaparecimentos diferentes, e vice-versa.

Capítulo 5

Alguns exemplos de filtragens morfológicas

Neste capítulo, ilustramos algumas diferenças entre a filtragem a partir de resíduo por atributo e outras filtragens morfológicas usando dinâmica, abertura por superfície e função de extinção de superfície.

5.1 Dinâmica

Como vimos, a dinâmica (Seção 2.4.2) é uma transformação que permite avaliar os extremos da imagem através de um critério de contraste. A Figura 5.1 apresenta um exemplo de uma imagem original contendo diferentes estruturas. A Figura 5.2(a) apresenta todos os valores da dinâmica associados aos máximos dessa imagem. A partir destes valores, podemos usar a Equação 2.26 descrita na Seção 2.4.4 para a realização da filtragem. As regiões mais escuras das Figuras 5.2(b) e 5.2(c) representam as estruturas resultantes.

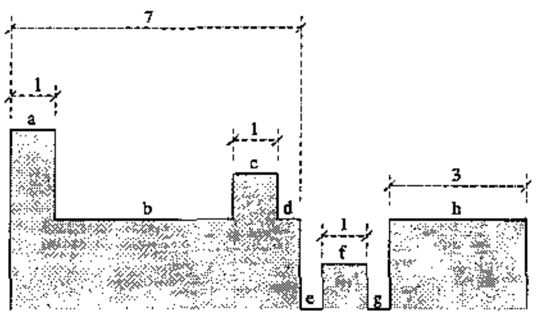
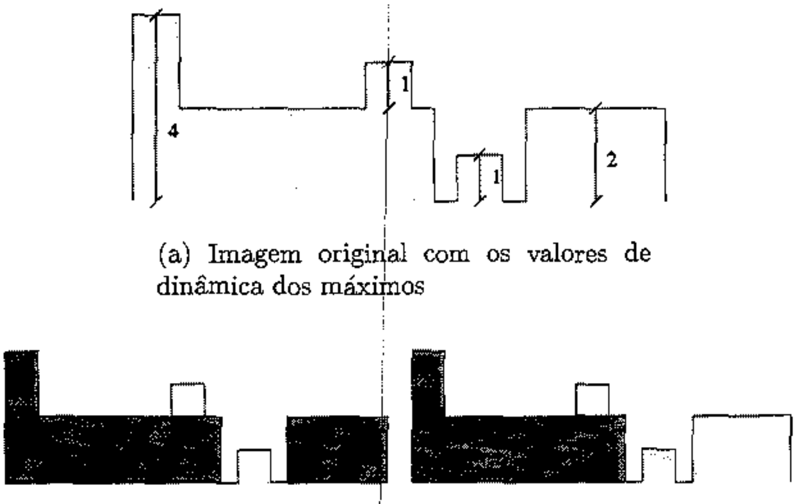


Figura 5.1: Imagem a ser filtrada.



(a) Imagem original com os valores de dinâmica dos máximos

(b) $s = 2$

(c) $s = 4$

Figura 5.2: Exemplo de estruturas obtidas a partir da filtragem usando dinâmica. Neste caso, consideramos como marcadores, na reconstrução, os pontos com valor de dinâmica maior ou igual a um limiar (s).

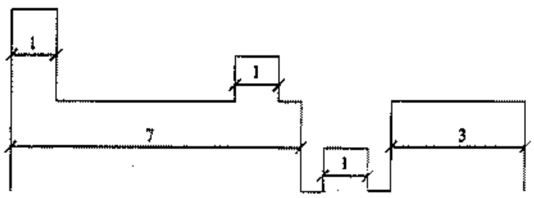
5.2 Abertura por superfície

A abertura por superfície é uma transformação que considera informações de área das estruturas como parâmetro de filtragem.

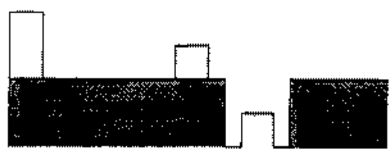
A Figura 5.3(a) ilustra alguns valores de área que podem ser usados como critério de filtragem. As regiões mais escuras das Figuras 5.3(b) e 5.3(c) representam as estruturas obtidas pela filtragem considerando a abertura por superfície.

5.3 Função de extinção de superfície

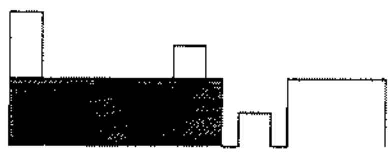
Esta transformação permite avaliar os extremos da imagem a partir da caracterização do tamanho das estruturas. A Figura 5.4(a) mostra os valores de extinção associados aos máximos da imagem usados pela filtragem a partir da função de extinção de superfície. A Equação 2.26 define os critérios utilizados para a definição dos marcadores. As regiões mais escuras das Figuras 5.4(b) e 5.4(c) representam as estruturas obtidas pela filtragem considerando função de extinção por superfície.



(a) Imagem original com os valores de área associado a cada estrutura

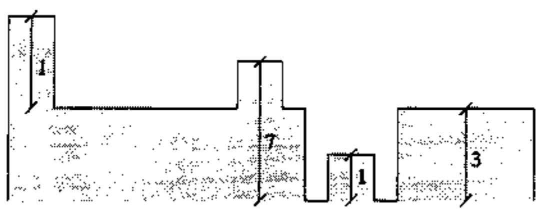


(b) Área ≥ 3



(c) Área ≥ 7

Figura 5.3: Exemplos de estruturas obtidas da filtragem a partir da abertura por superfície. Estas estruturas são associadas a valores de área acima de um determinado limiar.



(a) Imagem original contendo os valores de extinção de superfície

(b) $s = 3$

(c) $s = 7$

Figura 5.4: Exemplo de estruturas obtidas da filtragem a partir da função de extinção de superfície, considerando como marcadores, na reconstrução, os pontos de valores de extinção acima do limiar (s) especificado.

λ	a	b	c	d	e	f	g	h
1	1	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
η	2	1	2	1	0	1	0	1

Tabela 5.1: Mapeamento dos pontos da Figura 5.1

5.4 Resíduo por atributo

Como vimos, a filtragem a partir de resíduo por atributo leva em conta dois atributos, tamanho e desaparecimento, associados ao tamanho e à complexidade das estruturas da imagem. O resíduo por atributo é obtido a partir de uma análise local dependente do elemento estruturante empregado.

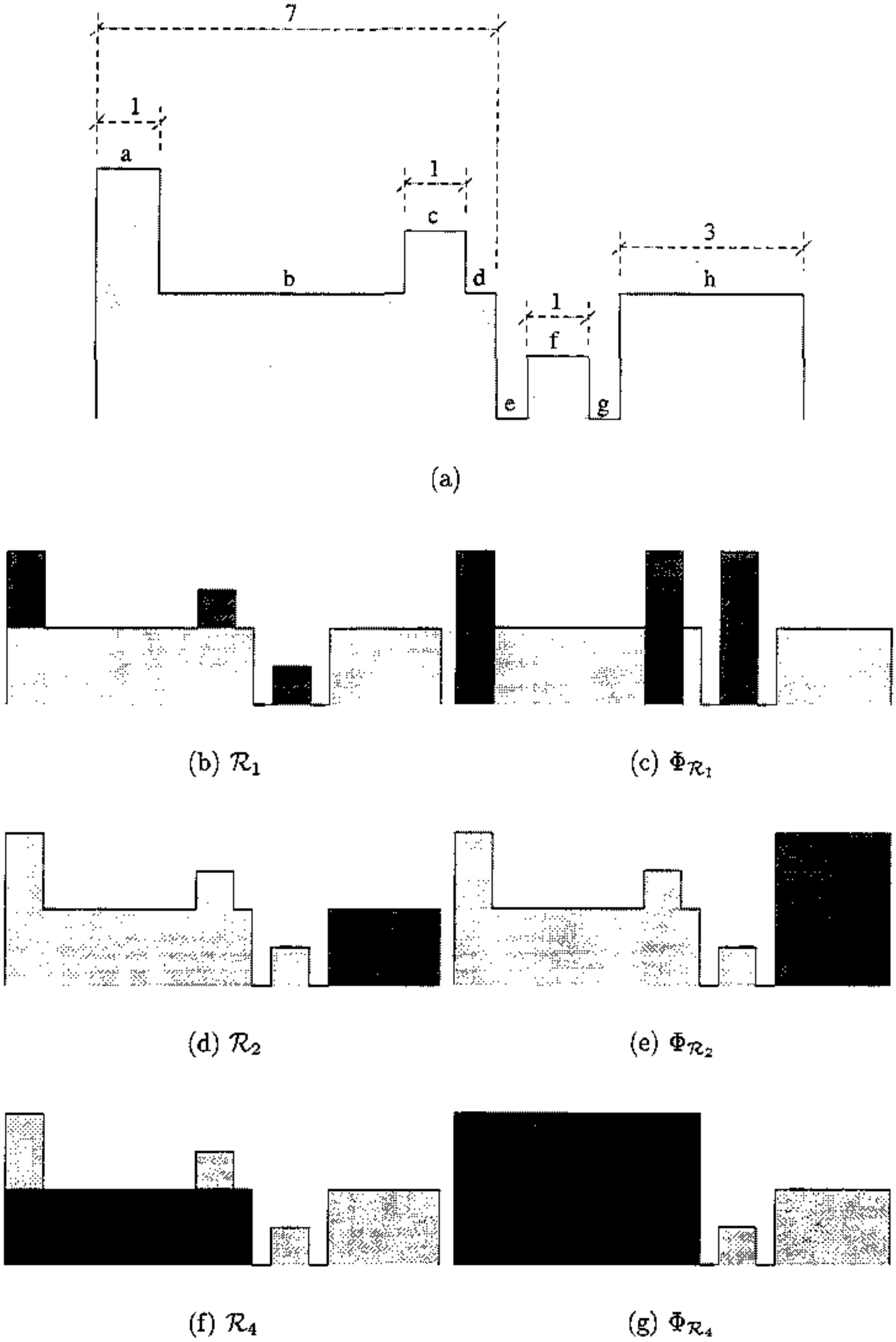
A Figura 5.5 ilustra os resíduos morfológicos e os resíduos binarizados, e a Tabela 5.1 mostra os mapeamentos dos platôs definidos na Figura 5.5(a).

As Figuras 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 ilustram algumas possíveis filtragens realizadas a partir da Figura 5.5(a) e das informações contidas no mapeamento $\mathcal{M}$, apresentado na Tabela 5.1. As regiões mais escuras destas figuras representam as diferentes estruturas extraídas no processo de filtragem.

As Figuras 5.9(c) e 5.9(d) apresentam estruturas que só podem ser obtidas a partir da filtragem de resíduo por atributo, pois as mesmas possuem parâmetros de contraste e tamanho diferentes. Estas estruturas não podem ser obtidas considerando-se apenas informação da dinâmica, da abertura por superfície e da função de extinção por superfície. Observe que a característica comum destas estruturas está relacionada com a informação de desaparecimento associada a um parâmetro de tamanho específico.

5.5 Conclusão

Uma análise comparativa de diferentes métodos de filtragem é uma tarefa difícil de ser realizada. Resumidamente, neste capítulo, vimos como a noção de resíduo por atributo pode ser utilizada na extração de componentes da imagem que não podem ser obtidos diretamente ao considerarmos, apenas, as informações de contraste (dinâmica) e tamanho (abertura e função de extinção por superfície). Através do resíduo por atributo, conseguimos caracterizar diferentes níveis de complexidade das estruturas que, como ilustrado no Capítulo 4, podem ser associados a um processo de filtragem e segmentação de imagens.



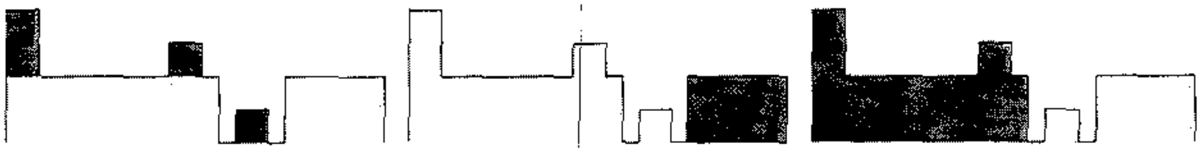
(a)

(b) $\mathcal{R}_1$ (c) $\Phi_{\mathcal{R}_1}$

(d) $\mathcal{R}_2$ (e) $\Phi_{\mathcal{R}_2}$

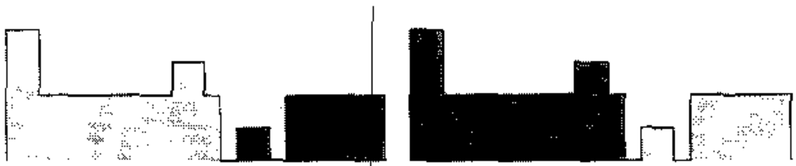
(f) $\mathcal{R}_4$ (g) $\Phi_{\mathcal{R}_4}$

Figura 5.5: Resíduos morfológicos (à esquerda) e resíduo binarizado (à direita) de níveis 1, 2 e 4.



(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = 2$ (c) $\lambda = 4$

Figura 5.6: Exemplos de estruturas obtidas da filtragem a partir de resíduo por atributo de tamanho λ.

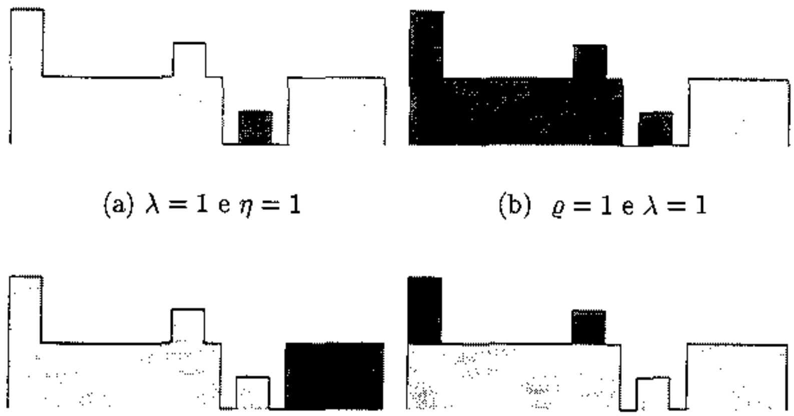


(a) $\eta = 1$ (b) $\eta = 2$

Figura 5.7: Exemplo de estruturas obtidas da filtragem a partir de resíduo por atributo de desaparecimento (número).

(a) $\varrho = 1$ (b) $\varrho = 2$

Figura 5.8: Exemplo de estruturas obtidas da filtragem a partir de resíduo por atributo de desaparecimento (ordem).



(a) $\lambda = 1$ e $\eta = 1$

(b) $\varrho = 1$ e $\lambda = 1$

(c) $\lambda = 2$ e $\eta = 1$

(d) $\varrho = 2$ e $\lambda = 4$

Figura 5.9: Estruturas obtidas a partir da filtragem de resíduo por atributo de tamanho λ e de desaparecimento (ordem e número).

Capítulo 6

Aplicação

Neste capítulo, ilustramos uma aplicação referente à extração de *alvos* em imagens de radar. Esta aplicação está relacionada com o projeto **SAPRI** (**S**istema de **A**quisição, **P**rocessamento e **R**econhecimento de **I**magens), desenvolvido no âmbito do PROTEM-CC, Fase 3.

6.1 Contexto do SAPRI

O projeto **SAPRI** tem como objetivo dar requisitos básicos para a realização de uma análise tática, a partir de informações geradas das imagens de radar adquiridas. Este projeto é subdividido em vários módulos, como podemos visualizar no Diagrama 6.1.

O módulo de Aquisição de Imagem de Radar é responsável pela digitalização dos sinais provenientes do radar. O módulo de Processamento e Extração é responsável pela filtragem inicial visando a eliminação de ruídos e extração de características relevantes para uma futura análise de *alvos* extraídos neste módulo. O módulo de Reconhecimento e Interpretação tem como função analisar os *alvos*, promovendo a sua respectiva identificação. O módulo de Acompanhamento tem como função realizar um acompanhamento dos alvos, através de técnicas de correlação e de predição de trajetória. O módulo de Interface Homem-Máquina é responsável pela apresentação do sistema para o operador. E, finalmente, o módulo de Carta Náutica Eletrônica tem como função a eliminação de terras, ilhas, bóias, faróis visando facilitar o projeto do módulo de Processamento e Extração.

6.2 O problema

O problema considerado aqui está inserido no módulo de Processamento e Extração, a partir do qual tentamos extrair *alvos*, através de características de forma e tamanho, em imagens do seguinte tipo:

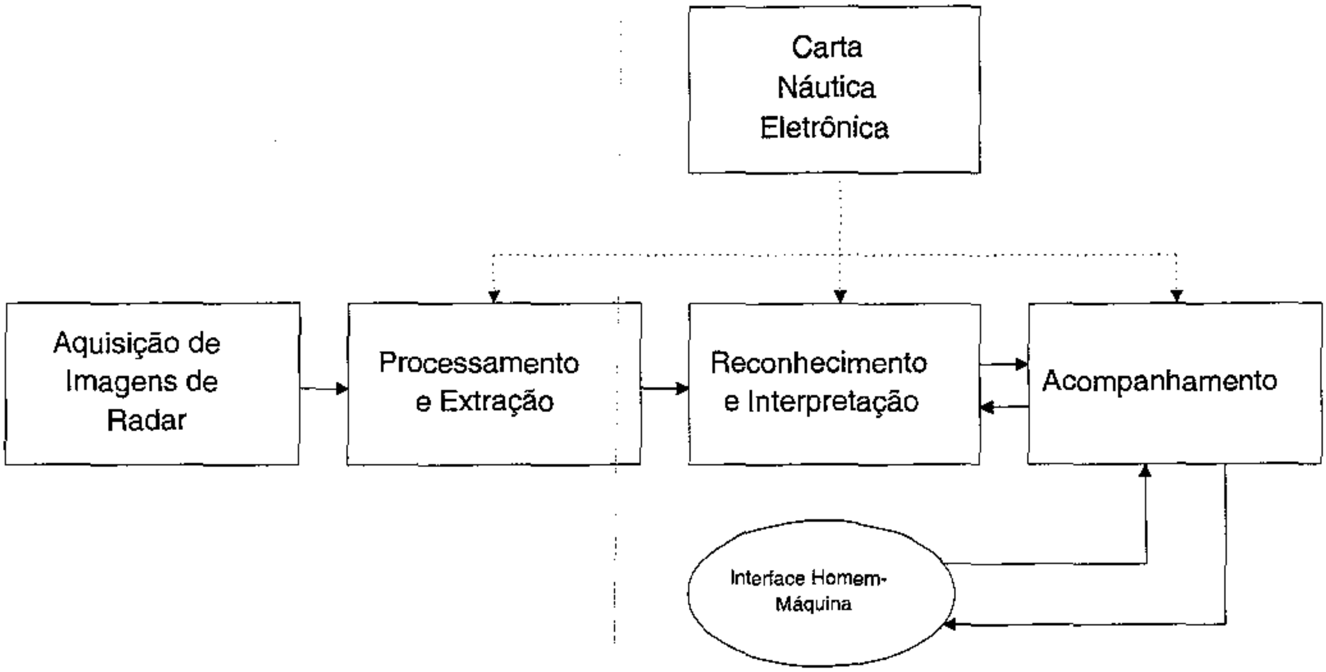


Figura 6.1: Módulos do sistema **SAPRI** .

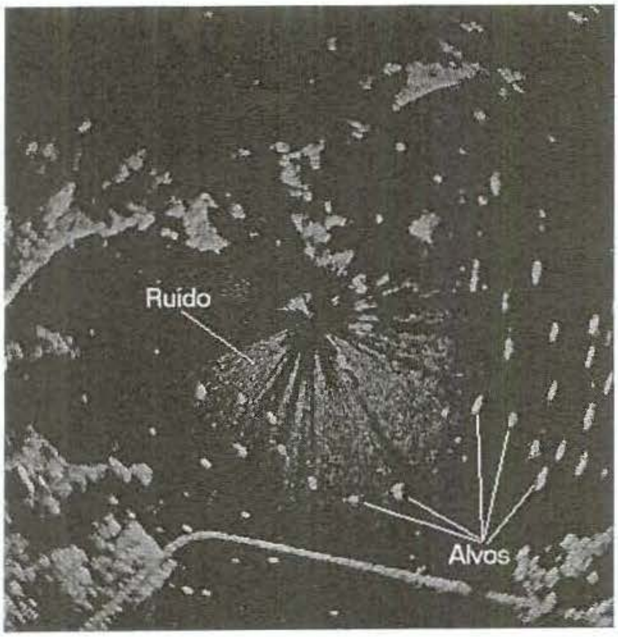
- Dimensões: 384x384 pixels.
- Resolução: 4 bits por pixel ou 16 níveis de cinza.

Nesta etapa da filtragem, tentamos filtrar a imagem de tal forma que a detecção e classificação automática dos alvos se torne uma tarefa mais simples. Esta filtragem consiste na eliminação do ruído *speckle*, originado principalmente pelo reflexo do mar, provocando o que chamamos de *Sea Clutter* , e na eliminação de grandes áreas de terra, presentes na região de interesse. Na Figura 6.2, apresentamos duas imagens originais, uma delas contendo um nível significativo de ruído.

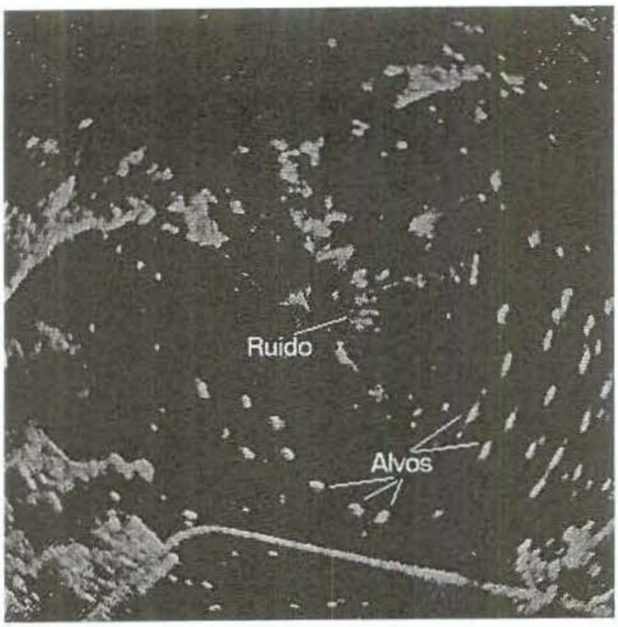
A qualidade das imagens está diretamente associada às condições climáticas, sendo que a *Sea Clutter* , originada pelo reflexo do mar, é a característica que mais prejudica a extração de alvos, pois cobre, na maioria dos casos, uma área considerável da imagem o que dificulta a análise destes alvos.

6.3 A filtragem

A partir das características de tamanho e desaparecimento dos pontos entre os níveis residuais, concluímos que os alvos possuem máximos com parâmetros de tamanho $\lambda = 3$, 4 e 5, associados ao primeiro desaparecimento $\varrho = 1$, e que as regiões não significativas, possuem parâmetro de tamanho $\lambda > 5$ para o primeiro desaparecimento $\varrho = 1$. Assim, definimos os



(a) Com ruído



(b) Sem ruído

Figura 6.2: Imagens de radar, com e sem ruído, da região da Baía de Guanabara (RJ).

conjuntos de marcadores, *Preserva* e *Elimina*, a serem utilizados pela reconstrução morfológica, da seguinte forma:

- *Preserva* = { Máximos com primeiro desaparecimento $\varrho = 1$ associados aos tamanhos λ entre 3 e 5}
- *Elimina* = { Todos os pontos, menos os já marcados, com primeiro desaparecimento $\varrho = 1$ associados aos tamanhos λ maiores que 5 }

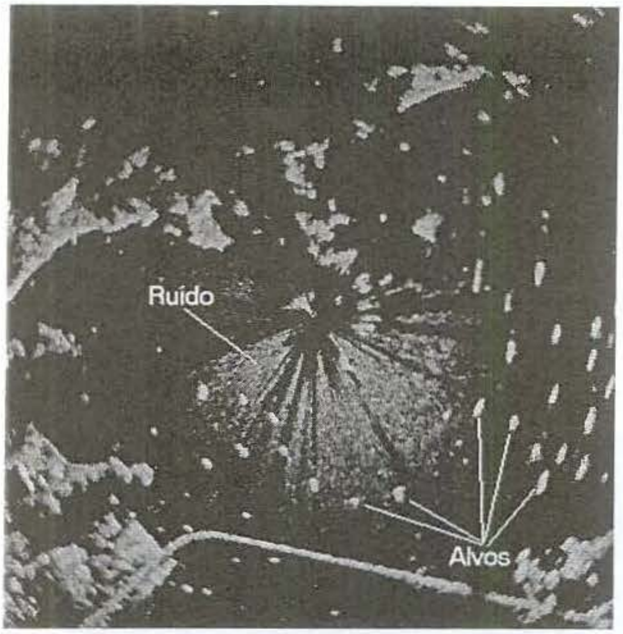
As Figuras 6.3(a) e 6.6(a) apresentam duas imagens originais contendo, respectivamente, uma com um nível significativo de ruído e outra com menos ruído. As Figuras 6.3(b) e 6.6(b) são definidas considerando a filtragem com os marcadores descritos acima.

As Figuras 6.4 e 6.7 representam os componentes obtidos da diferença entre a imagem original e as imagens filtradas, das Figuras 6.3 e 6.6, respectivamente.

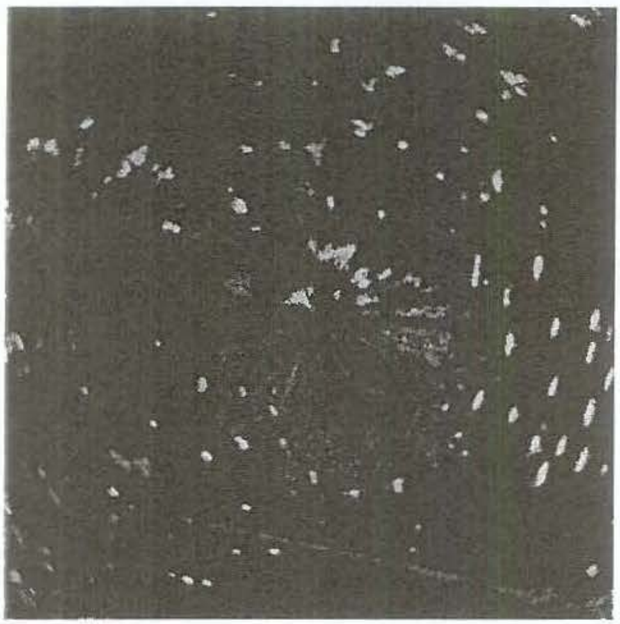
As Figuras 6.5 e 6.8 ilustram os resultados das segmentações por limiarização das imagens das Figuras 6.3 e 6.6. Observe que, naquelas imagens obtemos componentes de interesse (alvos), mas também componentes não significativos para a análise. Como ilustramos na Figura 6.1, esta etapa, processamento e extração, é pré-requisito para as etapas seguintes. Assim, o seu resultado é enviado para um classificador para que possamos avaliar se realmente é alvo ou não, e se for qual o tipo de alvo (navio de guerra, fragata, avião, etc).

6.4 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos uma aplicação real do método de filtragem proposto, em que tentamos extrair alvos de imagens de radar.



(a) Imagem original



(b) Imagem filtrada

Figura 6.3: Filtragem a partir de resíduos por atributo de tamanho e desaparecimento dos máximos (primeiro desaparecimento, $\varrho = 1$, entre os níveis 3 e 5).

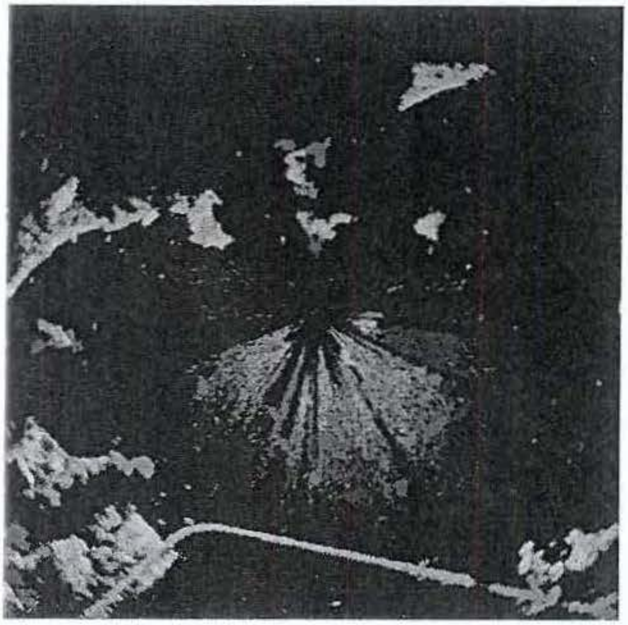
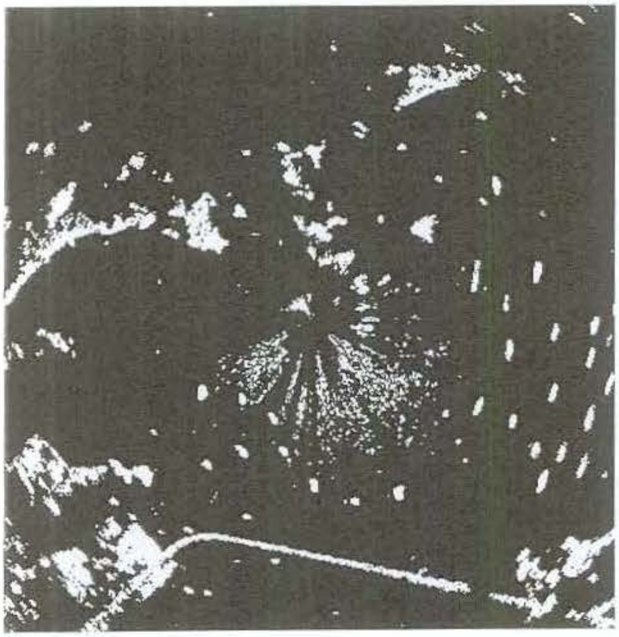
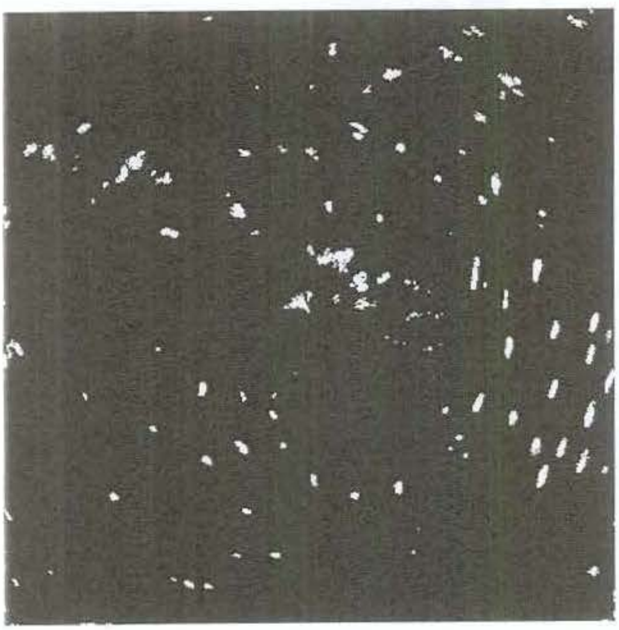


Figura 6.4: Diferença entre as Figuras 6.3(a) e 6.3(b).

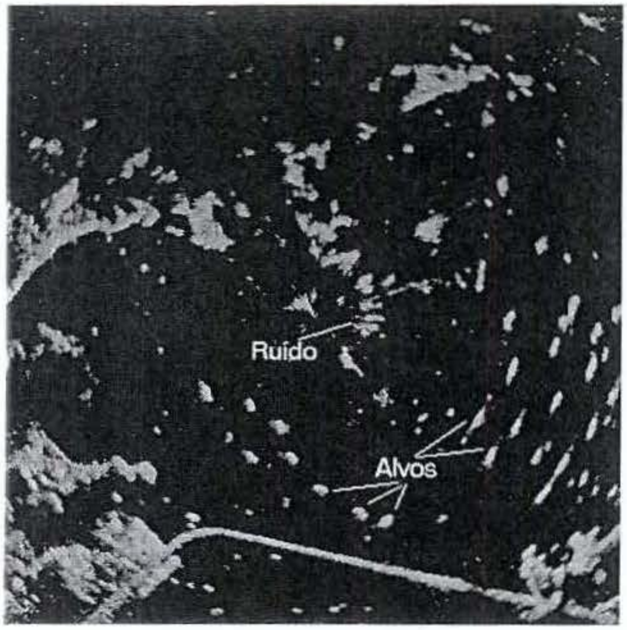


(a) Melhor limiarização (limiar = 96) de 6.3(a)

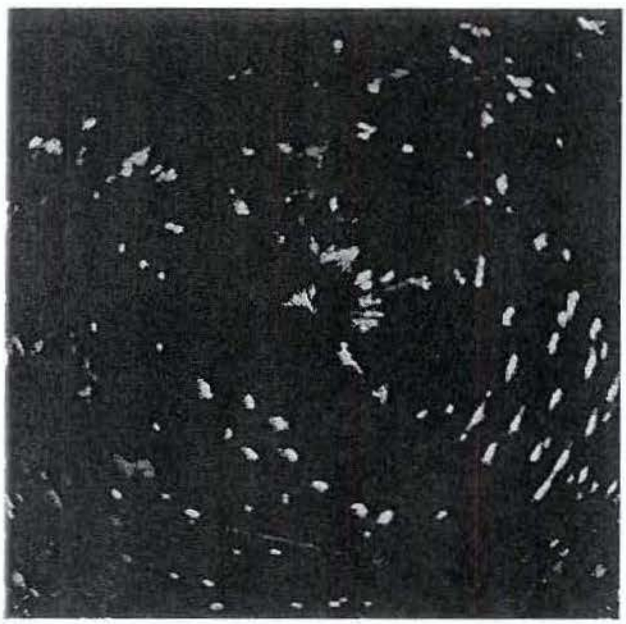


(b) Melhor limiarização (limiar = 96) de 6.3(b)

Figura 6.5: Segmentação por limiarização.



(a) Imagem original



(b) Imagem filtrada

Figura 6.6: Filtragem a partir de resíduos por atributo de tamanho e desaparecimento dos máximos (primeiro desaparecimento, $\varrho = 1$, entre os níveis 3 e 5).

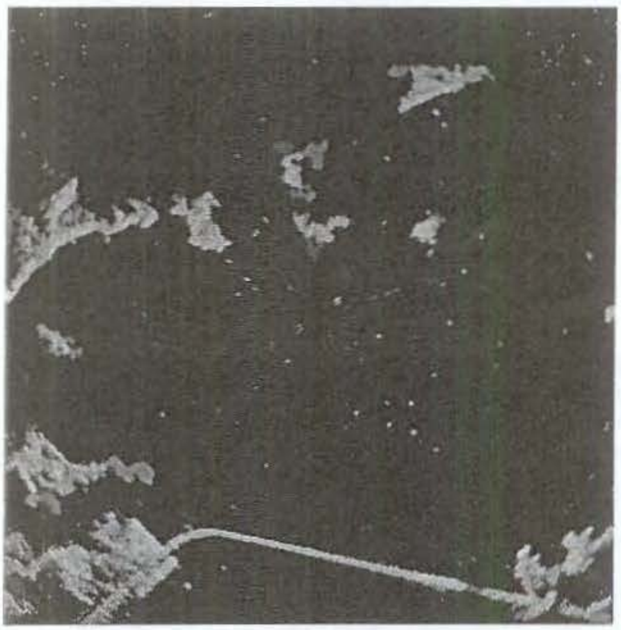
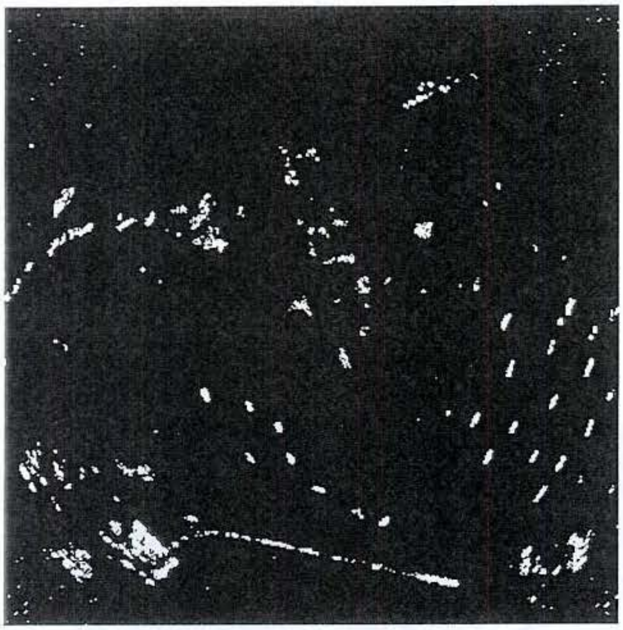
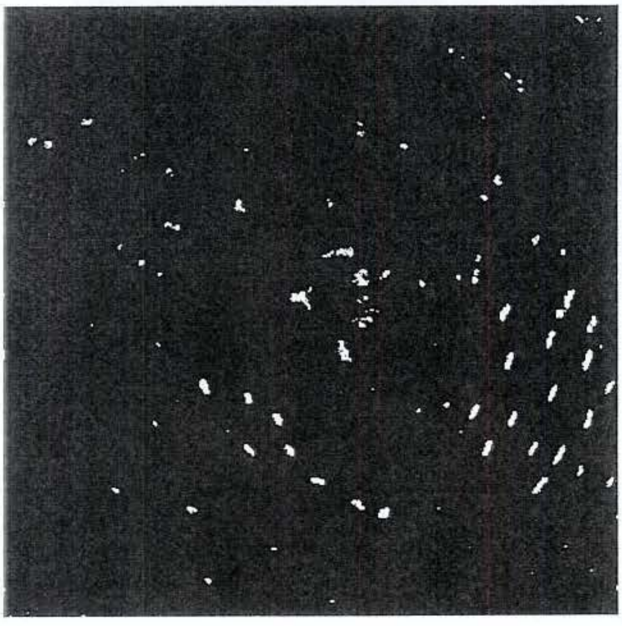


Figura 6.7: Diferença entre as Figuras 6.6(a) e 6.6(b).



(a) Melhor limiarização (limiar = 160) da imagem original ruidosa (Figura 6.6(a))



(b) Melhor limiarização (limiar = 144) da imagem original ruidosa (Figura 6.6(b))

Figura 6.8: Segmentação por limiarização.

Capítulo 7

Conclusão e trabalhos futuros

Nesta dissertação, propomos um novo método de filtragem de imagens a partir de resíduo por atributo considerando conjuntamente parâmetros de tamanho e complexidade das estruturas de interesse da imagem. Em linhas gerais, este método considera a decomposição de imagens em resíduos morfológicos a partir do qual é possível representá-la de forma exata e hierárquizada. Após esta decomposição, extraímos as informações desejadas utilizando conceitos de resíduo binarizado e de desaparecimento, para finalmente ser realizada a filtragem.

Através de alguns exemplos (Capítulo 5), mostramos que somente a informação de contraste (dinâmica) e tamanho (abertura e função de extinção por superfície) não são suficientes para a extração de determinadas estruturas da imagem, estruturas estas que podem ser obtidas a partir do método proposto.

Apresentamos, ainda, um problema real associado à extração de alvos em imagens de radar em que a utilização do método produz bons resultados.

Um problema comum encontrado neste tipo de filtragem concerne ao desempenho dos algoritmos. O tempo computacional para a obtenção dos resíduos morfológicos é considerável, mesmo quando utilizamos o artifício de decomposição de elementos estruturantes. Assim, um próximo trabalho a ser realizado neste sentido refere-se à otimização do método considerando, por exemplo, árvores de componentes [13]. Um outro ponto que deve ser investigado diz respeito à análise dos resíduos morfológicos, tendo como base uma família de aberturas por superfície, por exemplo.

Apêndice A

Notação

ε	Valor de Extinção
${\mathcal{F}_{\Psi}}^{\varepsilon}$	Função de Extinção
E	Conjunto euclidiano
ψ	Transfomação qualquer
$\triangle$	Diferença simétrica
$\mathcal{C}$	Componente conexo
$\subseteq$	Relação de inclusão
$\mathcal{Z}^2$	ZxZ
$\forall$	Para todo
Plt_x	Platô contendo o ponto x
Γ	Domínio
$\rho_J(I)$	Reconstrução de I a partir de J
$\bigcup$	União
$\bigcap$	Interseção
$\emptyset$	Conjunto vazio
$\neq$	Diferente
$\delta_{\lambda B}$	Dilatação com elemento estrutura de tamanho λ
B	Elemento estruturante planar
${\delta_J}^{(n)}(I)$	Dilatação geodésica em n iterações de I a partir de J
$\leq$	Menor ou igual
$\geq$	Maior ou igual
$\wedge$	Ínfimo
$\vee$	Supremo
Π_c	Abertura conexa
${\mathcal{X}_h}^+$	Limiarização de X com valor h
$\Longrightarrow$	Implica

$\psi^{\uparrow}$	Operador de análise
$\psi^{\downarrow}$	Operador de síntese
$\hat{\psi}$	Composição de operadores (aproximação)
$\dot{+}$	Operador de soma
$\dot{-}$	Operador de subtração
ϕ^S	Operador baseado no atributo S
${\delta_\lambda}^a$	Abertura por superfície de tamanho λ
Id	Transformação identidade
$\exists$	Existe
$\mathrm{Max}(f)$	Máximos da imagem f
$\notin$	Não pertence
$\in$	Pertence
${\mathcal{R}_s}^{\varepsilon,+}(f)$	Filtro de extinção (Elimina os componentes com valores de extinção menores que S)
$\mathcal{Z}$	Conjunto dos inteiros
$\mathcal{R}_\lambda$	Resíduo morfológicos de nível λ
mapeamento	Conjunto de mapeamento dos níveis
Ω	Resíduo por atributo - definição geral
θ	Retorna o nível da ordem de ocorrência
Ψ	Família de transformações conexas decrescentes
η	Número de desaparecimentos
ϱ	Ordem de ocorrência dos desaparecimentos
$\Xi(p)$	Número de desaparecimentos do ponto p
$\Phi_{\mathcal{R}_\lambda}$	Resíduo binarizado de nível λ

Apêndice B

Algoritmo

Neste apêndice, descrevemos as funções associadas ao algoritmo de filtragem a partir de resíduos por atributo.

A função Mapeamento tem como objetivo gerar o *mapeamento* $\mathcal{M}$ para todos os pontos p do domínio Γ_I, considerando a imagem original como parâmetro.

Algoritmo B.0.1 (Mapeamento) *Entrada: imagem a ser analisada.*
Saída: o mapeamento $\mathcal{M}$ e o número de desaparecimentos dos pontos.

1. *Faça para cada ponto $p \in \Gamma_I$, o conjunto $\mathcal{M}(p) = \emptyset$ e $\Xi = 0$.*
2. *Encontrar o resíduo morfológico de nível 1 ($\mathcal{R}_1(\Gamma_I)$)*
3. *Enquanto existir algum resíduo morfológico de nível i, faça para cada ponto $p \in \Gamma_I$*
   (a) *Se resíduo$(p, i) == 0$, então $\mathcal{M}_i(p) = 0$*
   (b) *Senão $\mathcal{M}_i(p) = 1$*
4. *Para todo o intervalo do conjunto $\mathcal{M}(p)$, faça*
   (a) *Se $\mathcal{M}_i(p) = 1$ e $\mathcal{M}_{i+1}(p) = 0$ então $\Xi(p) = \Xi(p) + 1$*

A obtenção dos conjuntos de marcadores, *Preserva* e *Elimina*, associados ao atributo de tamanho λ e/ou ao desaparecimento (número e ordem - η e ϱ, respectivamente) são definidos a partir das funções Marcadores (tamanho), Marcadores (desaparecimento) e Marcadores (tamanho e desaparecimento), definidos a seguir, considerando os respectivos atributos e o *mapeamento* $\mathcal{M}$ como parâmetros.

Algoritmo B.0.2 (Marcadores (tamanho)) *Entrada: tamanho λ e mapeamento $\mathcal{M}$.*
Saída: os conjuntos de marcadores, Preserva e Elimina.

1. *Para todo ponto $p \in \Gamma_I$.*

(a) $Preserva = \{p \mid \mathcal{M}_\lambda(p) = 1\}$

(b) $Elimina = \{p \mid \mathcal{M}_\lambda(p) = 0$ *e* $\mathcal{M}_\mu(p) = 0$ *onde* $\mu > \lambda\}$

Algoritmo B.0.3 (Marcadores (desaparecimento)) *Entrada: desaparecimento (η e ϱ). Saída: os conjuntos de marcadores, Preserva e Elimina.*

1. *Se entrada for ordem de ocorrência ϱ, então*

   (a) *Para todo $p \in \Gamma_I$, faça*

      i. $Preserva = \{p \mid \Xi(p) \geq \varrho\}$

      ii. $\forall p \in Preserva, Elimina = \{t \in \Gamma_I \mid \mathcal{C}_p(\mathcal{X}_{val(p)}{}^+(f)) \subset \mathcal{C}_t(\mathcal{X}_{val(t)}{}^+(f))$ *onde* $\Xi(t) = \Xi(p) - \varrho\}$

2. *Se entrada for número de desaparecimentos η, então*

   (a) *Para todo $p \in \Gamma_I$, faça*

      i. $Preserva = \{p \mid \Xi(p) = \eta\}$

      ii. $Elimina = \emptyset$

Algoritmo B.0.4 (Marcadores (tamanho e desaparecimento)) *Entrada: tamanho λ e informação de desaparecimento (η e ϱ). Saída: os conjuntos de marcadores, Preserva e Elimina.*

1. *Se entrada for ordem de ocorrência ϱ, então*

   (a) *Para todo $p \in \Gamma_I$, faça*

      i. $Preserva = \{p \mid \Xi(p) \geq \varrho$ e $\theta(\mathcal{M}(p),\ \varrho) = \lambda\}$

      ii. $\forall p \in Preserva), Elimina = \{t \mid \mathcal{C}_p(\mathcal{X}_{val(p)}{}^+(f)) \subset \mathcal{C}_t(\mathcal{X}_{val(t)}{}^+(f))$ *onde* $\Xi(t) = \Xi(p) - \varrho$ *e* $\theta(\mathcal{M}(t), \varrho) > \lambda\}$

2. *Se entrada for número de desaparecimentos η, então*

   (a) *Para todo $p \in \Gamma_I$, faça*

      i. $Preserva = \{p \mid \Xi(p) = \varrho$ e $\theta(\mathcal{M}(p), \varrho) = \lambda\}$

      ii. $Elimina = \emptyset$

A função Reconstrução, a seguir, recupera integralmente as estruturas de interesse, através de uma subtração entre as imagens reconstruídas, considerando-se os conjuntos de marcadores, *Preserva* e *Elimina*.

Algoritmo B.0.5 (Reconstrução) *Entrada: imagem original e os conjuntos de marcadores, Preserva e Elimina. Saida: imagem Resultado.*

1. $Operando1 = \rho_{Preserva}(f)$
2. $Operando2 = \rho_{Elimina}(f)$
3. *Para todo ponto* $p \in \Gamma_I$, *faça*
   (a) *Se* ($Operando1(p) - Operando2(p) < 0$), *então* $Resultado(p) = 0$
   (b) *Senão* $Resultado(p) = Operando1(p) - Operando2(p)$

Bibliografia

[1] Gerald Jean Francis Banon and Junior Barrera. *Bases da Morfologia Matemática para Análise de Imagens Binárias.* Trabalho Apresentado na Escola de Computação, 1994.

[2] S. Beucher and F. Meyer. The morphological approach to segmentation: The watershed transform. In Edward R. Dougherty, editor, *Mathematical Morphology in Image Processing*, chapter 12, pages 433–481. Marcel Dekker, Inc., 1993.

[3] S. Beucher and X. Yu. Road recognition in complex traffic situations. In *7th IFAC/IFORS Simposium on Transportation Systems: Theory and Application of Advanced Technology*, 1994.

[4] Edmond J. Breen and Ronald Jones. Attribute openings, thinnings, and granulometries. *Computer Vision and Image Processing*, 64(3):377–389, November 1996.

[5] Jacques Facon. *Morfologia Matemática: Teoria e Exemplos.* Editora Universitária Champagnat da Pontífice Universidade Católica do Paraná, 1996.

[6] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods. *Digital Image Processing.* Addison-Wesley Publishing Company, 1993.

[7] John Goutsias and Henk J. A. M. Heijmans. Multiresolution signal decomposition schemes. part1: Linear and morphological pyramids. Technical report, Center of Imaging Science and Department of Electric and Computer Engineering, 1997.

[8] Michel Grimaud. A new measure of contrast: the dynamics. *Proceeding of SPIE Image Algebra and Morphological Image Processing III*, 1769:292–305, 1992.

[9] Robert Haralick and Linda Shapiro. Image segmentation techniques. *Computer, Vision, Graphics and Image Processing*, 35:100–132, 1985.

[10] Henk Heijmans. *Image Operators*, volume 1. Academic Press, 1982.

[11] Henk J. A. M. Heijmans and A. Toet. Morphological sampling. *CVGIP: Image Understanding*, 54(3):384–400, November 1991.

[12] Paul Jackway and Mohamed Deriche. Scale-space properties of the multiscale morphological dilation-erosion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(1):38–51, Janeiro 1996.

[13] Ronald Jones. Components trees for image filtering and segmentation. *Proceedings of IEEE Workshop on NonLinear Image and Signal Processing*, 13(6):583–598, September 1997.

[14] C. Lantuejoul and F. Maisonneve. Geodesic methods in quantitative image analysis. *Pattern Recognition*, 17(2):177–187, 1984.

[15] George Matheron. *Random Sets and Integral Geometry*. John Wiley, 1975.

[16] Olivier Rioul. A discrete-time multiresolution theory. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 41(8):2591–2606, August 1993.

[17] Azriel Rosenfeld and Avinash C. Kak. *Digital Picture Processing*, volume 1. Academic Press, INC, second edition, 1982.

[18] Jean Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, volume 1. Academic Press, 1982.

[19] Jean Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology: Theoretical Advances*, volume 2. Academic Press, 1988.

[20] Jean Serra and Pierre Salembier. Connected operators and pyramids. *Proceeding of SPIE Image Algebra and Mathematical Morphology*, 93:164–175, February 1993.

[21] Corinne Vachier. *Extraction de Caractéristiques, Segmentation D'Image et Morphologie Mathematique*. PhD thesis, École Nationale des Mines de Paris, 1995.

[22] Luc Vincent. Grayscale area opennings and closings, their efficient implementation and applications. In Jean Serra and Pierre Salembier, editors, *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal Processing*, pages 22–27. UPC Publications, May 1993.

[23] Luc Vincent and Pierre Soillet. Watersheds in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simmulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6):583–598, Junho 1991.