Lógica Condicional Forte

Cláudia Nalon

Dissertação de Mestrado

Lógica Condicional Forte

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação devidamente corrigida e defendida por Cláudia Nalon e aprovada pela Banca Examinadora.

Campinas, 12 de Maio de 1998.

Prof. Dr. Jacques Wainer (Orientador)

Dissertação apresentada ao Instituto de Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP

Nalon, Cláudia

N149L Lógica condicional forte / Cláudia Nalon -- Campinas, [S.P. :s.n.], 1997.

Orientador : Jacques Wainer

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Computação.

1. Representação do conhecimento (Teoria da informação). 2. Inteligência artificial. I. Wainer, Jacques. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Computação. III. Título.

Instituto de Computação
Universidade Estadual de Campinas

Lógica Condicional Forte

Cláudia Nalon[1]

Dezembro 1997

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Jacques Wainer (Orientador)
- Prof. Dr. Gerson Zaverucha
  Universidade Federal do Rio de Janeiro
- Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura
  Universidade Estadual de Campinas
- Prof. Dr. Cid Carvalho de Souza (Suplente)
  Universidade Estadual de Campinas

[1] Esta tese foi parcialmente financiada pela CAPES e pela FAPESP (95/8998-0).

Tese de Mestrado defendida e aprovada em 22 de dezembro de 1997 pela Banca Examinadora composta pelos Professores Doutores

Prof. Dr. Gerson Zaverucha

Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura

Prof. Dr. Jacques Wainer

Prefácio

As lógicas não-monotônicas podem ser classificadas, segundo as conclusões que podem ser obtidas, em fracas ou fortes. As lógicas fortes, entre as quais se incluem sistemas não-monotônicos clássicos [Reiter, 80] [McCarthy, 80] [Moore, 85] [Marek e Truszczynski, 91], permitem conclusões não desejáveis, deixando de tratar aspectos como, por exemplo, especificidade. Lógicas não-monotônicas fracas, como as condicionais [Delgrande, 87] [Boutilier, 94], não permitem algumas conclusões desejáveis, como as que tratam de irrelevância e herança de propriedades, por exemplo. Esta tese apresenta a semântica da Lógica Condicional Forte (LCF), que atende às características gerais da relação de conseqüência não-monotônica preferencial [Kraus et al, 90], suportadas pelas lógicas condicionais, mas que, além disso, também lida com outros modos de raciocínio (irrelevância, herança e ambigüidade) não tratados por tais lógicas. A definição da semântica do condicional é mais restritiva e, além disso, diferentemente de enfoques recentes, que procuram fortalecer lógicas já existentes através de filtros sobre o conjunto de modelos, é proposto um método para a construção dos modelos a partir de informação local (obtida dos condicionais individualmente) e global (obtida dos condicionais conjuntamente) extraídas diretamente da base de conhecimento.

Agradecimentos

Ao corpo docente e aos funcionários do Instituto de Computação pelo convívio, aprendizado e apoio.

À CAPES e à FAPESP pelo apoio financeiro.

Ao Professor Jacques Wainer, pela orientação e pelo incentivo ao desenvolvimento deste trabalho.

À Banca Examinadora, pelas críticas e sugestões.

Aos meus amigos, alguns dos quais tive a oportunidade de conhecer em Campinas, pelo duro exercício de paciência e pelo apoio recebido em todos os momentos.

A minha mãe e meus irmãos, com admiração e carinho.

Conteúdo

Prefácio v

Agradecimentos vi

1 Introdução 1

2 Lógicas Monotônicas 4

2.1 Lógica Proposicional 4

2.1.1 Sintaxe da Lógica Proposicional 5

2.1.2 Semântica da Lógica Proposicional 6

2.1.3 Regras Semânticas 6

2.2 Lógica Modal 9

2.2.1 Sintaxe da Lógica Modal Proposicional 9

2.2.2 Semântica da Lógica Modal Proposicional 10

3 Características das Lógicas Não-Monotônicas 13

3.1 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica 14

3.1.1 Lógicas Cumulativas 15

3.1.2 Lógicas Preferenciais 16

3.1.3 Lógicas Racionais 16

3.2 Modos de Raciocínio 17

3.2.1 Especificidade 17

3.2.2 Irrelevância 18

3.2.3 Herança 18

3.2.4 Ambigüidade 19

3.3 Propriedades da Conseqüência Não-Monotônica X Modos de Raciocínio . . 19

3.3.1 Lógicas Cumulativas 19

3.3.2 Lógicas Preferenciais 20

3.3.3 Lógicas Racionais 21

4 Lógicas Não-Monotônicas 26
4.1 Lógicas Não-Monotônicas Tradicionais 27
4.1.1 Lógica Default 27
4.1.2 Circunscrição 28
4.1.3 Lógica Preferencial 29
4.2 Lógicas Condicionais 29
4.2.1 A lógica N 30
4.2.2 A lógica CO^* 33
4.3 Lógicas Fortalecidas 34
4.3.1 Conseqüência Condicional 34
4.3.2 Lógica Condicional Fortalecida com a Noção de Preferência entre Mundos 35

5 Lógica Condicional Forte 38
5.1 Lógica Condicional Forte 38
5.2 Exemplos 43

6 Resultados 46
6.1 Teoremas 46
6.1.1 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica 46
6.1.2 Modos de Raciocínio 47

7 Conclusão 51

Bibliografia 54

A Teoremas e Provas 58
A.1 Derivação de Regras 58
A.2 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica 58
A.3 Modos de Raciocínio 61
A.3.1 Especificidade 61
A.3.2 Ambigüidade 61
A.3.3 Irrelevância 61

Capítulo 1

Introdução

Eis se delineia
espantosa batalha
entre o ser inventado
e o mundo inventor.
Sou ficção rebelada
contra a mente universa
e tento construir-me
de novo a cada instante, a cada cólica,
na faina de traçar
meu início só meu
e distender um arco de vontade
para cobrir todo o depósito
de circunstantes coisas soberanas.

(Carlos Drummond de Andrade, A Suposta Existência)

A *Inteligência Artificial* (IA) é uma das áreas da Ciência da Computação e um dos seus objetivos é prover técnicas que permitam a automação de comportamentos inteligentes.

Para a realização desta tarefa, é necessário, dado um problema, caracterizá-lo adequadamente e fornecer um mecanismo que permita encontrar a solução. Duas subáreas da IA, intrinsicamente relacionadas, *Representação de Conhecimento* e *Raciocínio* preocupam-se com estes aspectos. Enquanto em Representação de Conhecimento busca-se o melhor modo de caracterizar um problema, e o contexto relevante para a sua resolução, em Raciocínio procuram-se mecanismos que atuarão sobre o conhecimento, sob determinada representação, de modo a produzir uma solução.

Existem vários enfoques para o tratamento do conhecimento. As duas principais correntes são a conexionista e a simbolista. Os conexionistas defendem que o conhecimento deve ser tratado de forma análoga à que é realizada por estruturas biológicas, simulando a ação paralela das unidades neuronais. Muitas aplicações baseadas neste paradigma têm alcançado sucesso, principalmente em problemas que exigem classificação (e.g., reconhecimento de imagens). Os simbolistas defendem que o conhecimento deve ser tratado através da manipulação de símbolos, tais como fórmulas, palavras, signos em geral. A base para a argumentação simbolista está no fato de que parte do conhecimento humano é alcançado através da linguagem.

Muito trabalho tem sido realizado com o intuito de tornar possível a utilização de linguagens naturais como parte de sistemas inteligentes. Apesar do esforço, há ainda muitos problemas, inerentes às linguagens naturais, que precisam ser resolvidos (ambigüidades, fala irrelevante, referências contextualizadas, etc). Uma linguagem formal é um modo de representação claro e conciso, mais facilmente automatizável, embora limitado em sua expressividade.

A *Lógica*, objeto de Representação de Conhecimento e Raciocínio, é a área de estudo que se preocupa com formalismos que permitam capturar os mecanismos de raciocínio que levem a conclusões consistentes, dada uma base de conhecimento. Um *sistema lógico* é composto de uma *linguagem formal*, que define quais são as expressões que são legais do ponto de vista sintático, e por uma *semântica*, que define quais expressões, entre as sintaticamente corretas, são verdadeiras.

Dada uma *teoria*, i.e. um conjunto de sentenças da linguagem formal de um sistema lógico, existem, basicamente, duas formas de se testar a sua consistência. A primeira é baseada na semântica, onde a partir da verdade de um conjunto de sentenças da teoria, verifica-se a possibilidade de conclusão da verdade de uma dada outra sentença. Na segunda forma, o sistema lógico é visto como um *sistema dedutivo*, onde um conjunto de fatos, chamados *axiomas*, e um conjunto de *regras de dedução* (ou *regras de inferência*) são dados, e o objetivo consiste em determinar quais fatos seguem dos axiomas e das regras, através de um cálculo. Neste último caso, não há preocupação com o significado das sentenças, mas com as suas estruturas. A ênfase deste trabalho está na semântica dos sistemas lógicos e não serão, portanto, estudados sistemas dedutivos. Sugere-se, como leituras introdutórias, os textos de [Torsun, 92] e [Bergmann et al, 90].

Uma das críticas às lógicas, apontada por [Minsky, 74], é a de que elas não são adequadas para expressar o raciocínio humano, que é o modelo de inteligência que se pretende atingir. As lógicas foram, por muito tempo, desenvolvidas para atender aos métodos matemáticos, sendo, portanto, excessivamente rígidas no que diz respeito ao conhecimento que pode ser representado (e adquirido) e às conclusões que podem ser inferidas. Tais lógicas são *monotônicas*, ou seja, o acréscimo de novos conhecimentos ao sistema não invalida conclusões anteriormente inferidas. Assim, se uma fórmula α é considerada verdadeira e a partir dela conclui-se uma fórmula γ (escreve-se $\alpha \models \gamma$), então a inclusão de uma fórmula β deve continuar permitindo a inferência de γ (escreve-se $\alpha \wedge \beta \models \gamma$). A questão é que o raciocínio humano não se comporta desta maneira: é *não-monotônico*, ou seja, a inclusão de novos conhecimentos pode levar à falsificação de conclusões anteriormente inferidas. Sabendo-se, por exemplo, que "mamíferos normalmente vivem na terra" e que "Orca é um mamífero", conclui-se que "Orca vive na terra" (ou seja, $\alpha \models \gamma$). Se, entretanto, adquire-se o conhecimento de que "baleias são mamíferos", "baleias são animais aquáticos" e de que "Orca é uma baleia", a conclusão obtida é outra: "Orca não é um animal terrestre" (ou seja, $\alpha \wedge \beta \models \neg\gamma$).

Os sistemas não-monotônicos são normalmente extensões de lógicas monotônicas, clássicas ou modais, baseadas em linguagens proposicionais ou de primeira ordem. No próximo capítulo, será feita uma apresentação sumária dos conceitos de lógicas proposicionais e de lógicas modais proposicionais. Restringiu-se à apresentação destes dois sistemas, baseados em linguagens proposicionais, porque os conceitos relacionados a eles são importantes para o entendimento da semântica da Lógica Condicional Forte, o sistema aqui proposto.

Em seguida, no Capítulo 3, serão mostradas as principais características das lógicas não-monotônicas. São duas as formas usuais, encontradas na literatura, para a caracterização dos aspectos que tais sistemas devem resolver. A primeira forma apresenta propriedades gerais da relação de conseqüência lógica não-monotônica, a partir das quais um sistema pode, então, ser classificado. O segundo modo consiste em estabelecer, através de exemplos, um conjunto de modos de raciocínio com os quais os sistemas não-monotônicos devem lidar.

No Capítulo 4 será feita uma revisão de algumas das principais lógicas não-monotônicas existentes, procurando enfatizar os aspectos de raciocínio que tais lógicas tratam (ou não) adequadamente, como também apresentando a classificação de cada sistema de acordo com o conjunto de propriedades que são satisfeitas pela relação de conseqüência lógica não-monotônica.

O Capítulo 5 apresenta a semântica da Lógica Condicional Forte (LCF), o objeto desta tese. Serão mostradas as diferenças entre a LCF e as demais lógicas condicionais, principalmente no que diz respeito à semântica do condicional e do que é obtido a partir da estrutura semântica resultante e da definição da relação de conseqüência. Alguns exemplos simples ilustram o modo como os modelos de uma teoria são construídos na Lógica Condicional Forte.

O penúltimo capítulo apresenta os resultados obtidos: os modos de raciocínio que são adequadamente resolvidos e a classificação da LCF de acordo com as propriedades da relação de conseqüência não-monotônica. Por fim, serão apresentadas a conclusão e as propostas para trabalhos futuros. O Apêndice A traz as provas dos teoremas apresentados nos Capítulos 5 e 6.

Capítulo 2

Lógicas Monotônicas

The only way to rectify our reasonings is to make them as tangible as those of the mathematicians, so that we can find our error at a glance, and when there are disputes among persons we can simply say, "Let us calculate... to see who is right."

(Leibnitz, The Art of Discovery)

As lógicas não-monotônicas são geralmente construídas como extensões de lógicas monotônicas. Por isso, antes de se passar às características e aos formalismos tradicionais de lógicas não-monotônicas, serão apresentadas algumas características de lógicas monotônicas clássicas e modais.

Pretende-se, aqui, menos do que um texto abrangente acerca de sistemas monotônicos, apresentar sumariamente os principais aspectos das lógicas clássica proposicional e modal proposicional, uma vez que os conceitos pertinentes a estes dois sistemas serão importantes para o entendimento da Lógica Condicional Forte, sistema que foi desenvolvido a partir de uma linguagem proposicional estendida e que tem sua semântica baseada em estruturas utilizadas pelas lógicas modais.

2.1 Lógica Proposicional

A lógica proposicional é o sistema lógico que apresenta a semântica mais simples. Entretanto, muitos dos conceitos e técnicas usados no seu estudo são generalizados por lógicas mais expressivas, como a lógica de primeira ordem, como também por lógicas proposicionais modais.

Em uma lógica proposicional, as assertivas são representadas por símbolos ou pela composição desses símbolos através de conectivos lógicos. Assim, o símbolo p pode representar "Tweety é um pássaro" ou "Orca é uma baleia". O significado de cada fórmula é dado por uma valoração, ou seja, uma atribuição de valores de verdade.

2.1.1 Sintaxe da Lógica Proposicional

Definição 2.1. O alfabeto da linguagem proposicional consiste de:

- símbolos proposicionais, tomados do final do alfabeto minúsculo latino, seguidos ou não de índices: p, q, r, p_1, q_2, ...
- constantes proposicionais: $\top$ (verdadeiro) e $\bot$ (falso)
- conectivos lógicos: $\wedge$ (e), $\vee$ (ou), $\supset$ (implicação material), $\neg$ (não) e $\Leftrightarrow$ (equivalência material).
- pontuação: parênteses esquerdo e direito

Toda cadeia de símbolos da linguagem proposicional constitui uma fórmula. Entretanto, apenas as fórmulas construídas de acordo com as regras abaixo são válidas:

Definição 2.2. Fórmulas proposicionais são definidas indutivamente como se segue:

- Todo símbolo proposicional é uma fórmula.
- $\top$ e $\bot$ são fórmulas proposicionais.
- Se α e β são fórmulas proposicionais, então $\neg\alpha$[1], $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \supset \beta)$ e $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$ são fórmulas proposicionais.
- Todas as fórmulas proposicionais são obtidas pela aplicação, em número finito de vezes, das regras acima.

[1]Se α é uma fórmula proposicional, poderá ser usada $\bar{\alpha}$ como representação alternativa para $\neg\alpha$.

Todas as fórmulas construídas de acordo com a definição acima são chamadas de *fórmulas bem-formadas* (fbf) ou *sentenças.* No que se segue, a referência a fórmula subentende que se trata de uma fórmula bem-formada. Como convenção, os parênteses que compõem as fórmulas proposicionais serão dispensados sempre que não houver ambigüidade na leitura das mesmas.

Uma fórmula composta unicamente de um símbolo proposicional é dita *fórmula atômica*, enquanto fórmulas construídas com o uso dos conectivos são ditas *compostas.* Nas fórmulas compostas, são chamadas *subfórmulas* as fórmulas que aparecem antes e depois do conectivo lógico ou a fórmula que segue o símbolo de negação.

2.1.2 Semântica da Lógica Proposicional

Para definir a semântica ou significado de uma fórmula proposicional, introduz-se o conjunto de valores de verdade ou domínio semântico $\{V, F\}$[2], onde V indica verdadeiro e F, falso. Uma proposição é uma sentença que deve ser ou verdadeira ou falsa. O valor de verdade de uma sentença pode ser obtido a partir dos valores de verdade das sentenças que a compõem. Assim, o valor de verdade a ser atribuído a uma fórmula depende apenas da estrutura desta fórmula e dos valores de verdade atribuídos a suas subfórmulas.

Definição 2.3. Uma *interpretação* (ou *valoração* ou *função de significação*) I é uma atribuição ou uma função que determina um valor de verdade, ou verdadeiro ou falso, a cada um dos elementos do conjunto de símbolos proposicionais; uma interpretação vazia não atribui valor de verdade a nenhum símbolo proposicional.

Desse modo, uma fórmula proposicional pode admitir mais de uma interpretação. Por exemplo, para a fórmula proposicional $(p \supset q)$, uma interpretação I_1 atribui V a p e F a q. Outra interpretação, I_2, pode atribuir V a ambos os símbolos p e q.

2.1.3 Regras Semânticas

Dada uma interpretação para uma fórmula, pode-se determinar o valor de verdade desta fórmula, sob esta interpretação, através da aplicação de um conjunto de regras.

[2]Neste texto poderá ser usado o domínio $\{0, 1\}$ como representação alternativa para o domínio semântico $\{V, F\}$, onde 0 indica falso e 1, verdadeiro

Definição 2.4. Sejam α e β fórmulas proposicionais e I uma interpretação para as variáveis proposicionais que compõem α e β. Então o valor de α (e de todas as suas subfórmulas) sob I é determinada pela aplicação recursiva das seguintes regras semânticas:

- O valor de verdade de cada símbolo proposicional que compõe α é o mesmo valor de verdade determinado por I.
- A constante proposicional $\top$ é verdadeira sob I.
- A constante proposicional $\bot$ é falsa sob I.
- A fórmula $\neg\alpha$ é verdadeira sob I se α é falsa sob I e é falsa sob I se α é verdadeira sob I.
- A conjunção $\alpha \wedge \beta$ é verdadeira sob I se ambas α e β são verdadeiras sob I; é falsa, caso contrário.
- A disjunção $\alpha \vee \beta$ é falsa sob I se ambas α e β são falsas sob I; é verdadeira, caso contrário.
- A implicação material $\alpha \supset \beta$ é falsa sob I se α é verdadeira sob I e β é falsa sob I; é verdadeira, caso contrário.
- A equivalência material $\alpha \Leftrightarrow \beta$ é verdadeira sob I se α e β têm o mesmo valor de verdade sob I; é falsa, caso contrário.

Sendo α e β fórmulas proposicionais, a seguinte tabela-verdade resume as regras acima:

	α	β	$\neg\alpha$	$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \supset \beta$	$\alpha \Leftrightarrow \beta$
I_1	F	F	V	F	F	V	V
I_2	F	V	V	F	V	V	F
I_3	V	F	F	F	V	F	F
I_4	V	V	F	V	V	V	V

Definição 2.5. Uma interpretação I *satisfaz* uma fórmula α, se sob I, α é verdadeira. Neste caso, I é um *modelo* para α.

Na tabela-verdade apresentada acima, as interpretações I_1, I_2 e I_4 satisfazem a fórmula $\alpha \supset \beta$. Assim, I_1, I_2 e I_4 são modelos para $\alpha \supset \beta$.

Definição 2.6. Uma fórmula α é *satisfatível*, se existe pelo menos uma interpretação que a torne verdadeira.

A fórmula $\alpha \supset \beta$ é satisfatível, pois sob três interpretações ela é verdadeira. Existem fórmulas que sempre são satisfeitas e outras que nunca são.

Definição 2.7. Uma fórmula α é *válida* se é verdadeira sob toda interpretação.

Fórmulas válidas são normalmente chamadas *tautologias*. Na lógica clássica, assume-se o *Princípio do Terceiro Excluído*, que diz que uma dada fórmula ou é verdadeira ou é falsa, não podendo ser atribuído outro valor (e.g. indeterminado). A fórmula $\alpha \vee \neg\alpha$, que representa este Princípio, é sempre verdadeira e, portanto, válida.

Definição 2.8. Uma fórmula α é *insatisfatível* (ou *inconsistente*) se é falsa sob toda interpretação.

Fórmulas insatisfatíveis são normalmente chamadas *contradições*. O *Princípio da Não-Contradição* diz que uma dada fórmula não pode assumir simultaneamente mais de um valor de verdade. A fórmula $\alpha \wedge \neg\alpha$, que o representa, é sempre falsa , ou seja, insatisfatível.

Definição 2.9. Duas fórmulas α e β são *equivalentes* se, sob toda interpretação, α e β têm o mesmo valor.

São equivalentes, por exemplo, as fórmulas $\alpha \vee \beta$ e $\neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$, ou seja, conforme a definição da verdade de uma disjunção: a disjunção de duas fórmulas é verdadeira quando não é verdade que ambas são falsas.

Definição 2.10. Um conjunto de fórmulas α_1, α_2, ... é *consistente* se existe alguma interpretação na qual cada α_i é verdadeira.

Outra forma de definir consistência é dizer que a conjunção das fórmulas que pertencem ao conjunto é satisfatível.

Definição 2.11. Seja S um conjunto de fórmulas proposicionais e α uma fórmula proposicional. Dizemos que α é *conseqüência lógica* de S (escreve-se $S \models \alpha$) se toda interpretação que satisfaz as fórmulas proposicionais em S, também satisfaz α.

Em particular, uma tautologia é conseqüência lógica do conjunto vazio. Se α é uma tautologia, escreve-se $\models \alpha$. Se o conjunto S contém apenas um elemento β, será usada a notação $\beta \models \alpha$, ao invés de $\{\beta\} \models \alpha$. Além disso, se S é um conjunto de fórmulas proposicionais e α e β são fórmulas proposicionais, as expressões $S \wedge \alpha \models \beta$ e $S, \alpha \models \beta$ denotam a conseqüência lógica de β a partir da união de S e $\{\alpha\}$.

2.2 Lógica Modal

Enquanto na lógica clássica se fala na possibilidade de satisfazer uma fórmula (ou seja, encontrar uma valoração ou interpretação que a torne verdadeira), em uma lógica modal, a denotação de uma fórmula não é funcionalmente dependente dos valores de verdade das suas componentes. Um *mundo* é definido por uma interpretação, de acordo com a lógica clássica, proposicional ou de primeira ordem, a partir da qual a lógica modal é estendida. O valor de verdade de uma fórmula depende da observação de sua significação em um subconjunto dos mundos possíveis (ou seja, a partir de um conjunto de possíveis valorações ou interpretações).

Serão apresentados aqui os conceitos básicos, que compreendem a sintaxe e semântica, de uma lógica modal proposicional. Para um estudo mais detalhado sobre lógicas modais, ver [Chellas, 80] ou [Cresswell e Hughes, 73].

2.2.1 Sintaxe da Lógica Modal Proposicional

O alfabeto da linguagem modal proposicional envolve, além dos símbolos proposicionais apresentados na seção 2.1.1, os símbolos $\Box$ e $\Diamond$, que são os operadores modais unários, respectivamente chamados de operador de necessidade e operador de possibilidade. Se

α é uma fórmula, $\Box\alpha$ é lida como "α é necessariamente verdadeira" e $\Diamond\alpha$, como "α é possivelmente verdadeira".

As fórmulas bem-formadas da lógica modal proposicional são construídas a partir da seguinte definição:

Definição 2.12. Fórmulas modais proposicionais são definidas indutivamente como se segue:

- Se α é uma fórmula bem-formada proposicional, então α é uma fórmula modal proposicional;
- se α é uma fórmula modal proposicional, então $\Box\alpha$ e $\Diamond\alpha$ são fórmulas modais proposicionais.
- Se α e β são fórmulas modais proposicionais, então $\neg\alpha$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \supset \beta)$ e $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$ são fórmulas modais proposicionais.
- Todas as fórmulas modais proposicionais são obtidas pela aplicação, em número finito de vezes, das regras acima.

Geralmente, o operador de possibilidade é definido em função do operador de necessidade:

$$\Diamond\alpha \equiv \neg\Box\neg\alpha$$

2.2.2 Semântica da Lógica Modal Proposicional

O valor de verdade de uma fórmula modal é dado em função de um conjunto de mundos, onde cada mundo é uma valoração definida de acordo com a semântica da lógica proposicional. Uma *estrutura ou modelo de Kripke* é uma tripla $M = (W, R, \varphi)$, onde W é um conjunto de mundos possíveis; R é uma relação entre os mundos; e φ é a função de significação.

Em uma estrutura $M = (W, R, \varphi)$, a relação R entre os mundos é chamada relação de acessibilidade. Dados dois mundos, ω e υ, a expressão "$\omega R \upsilon$" é lida como υ é acessível a partir de ω. Diferentes restrições sobre esta relação entre os mundos levam a diferentes lógicas modais. Uma estrutura de mundos pode ser representada como um grafo, onde os nós são rotulados com os mundos e as arestas representam a relação de acessibilidade.

A função de significação, φ, atribui um valor de verdade, verdadeiro ou falso, a uma dada fórmula proposicional α, em um determinado mundo ω. Diz-se que uma fórmula proposicional α é verdadeira em um mundo ω, se, e somente se, $\varphi(\alpha, \omega) = V$.

A verdade de uma fórmula proposicional, ou seja, que não contém operadores modais, é avaliada de acordo com a semântica proposicional. As demais fórmulas são avaliadas em relação à estrutura de mundos. Denota-se por $M \models_\omega \alpha$ a verdade da fórmula modal proposicional α no mundo ω do modelo M.

Definição 2.13. Sejam α e β fórmulas modais proposicionais.

- se α é uma fórmula proposicional (i.e., sem operadores modais) então $M \models_\omega \alpha$, se, e somente se, $\varphi(\alpha, \omega) = V$.
- $M \models_\omega \Box\alpha$, se, e somente se, para todo mundo v tal que $\omega R v$, $M \models_v \alpha$.
- $M \models_\omega \Diamond\alpha$ se, e somente se, para algum mundo v tal que $\omega R v$, $M \models_v \alpha$.
- $M \models_\omega \neg\alpha$ se e somente se $M \not\models_\omega \alpha$.
- $M \models_\omega \alpha \wedge \beta$ se, e somente se, $M \models_\omega \alpha$ e $M \models_\omega \beta$.
- $M \models_\omega \alpha \vee \beta$ se, e somente se, ocorre $M \models_\omega \alpha$ ou $M \models_\omega \beta$ ou ambos.
- $M \models_\omega \alpha \supset \beta$ se, e somente se, $M \not\models_\omega \alpha$ ou $M \models_\omega \beta$.
- $M \models_\omega \alpha \Leftrightarrow \beta$ se, e somente se, $M \models_\omega \alpha$ e $M \models_\omega \beta$ têm o mesmo valor.

A satisfatibilidade e a validade de fórmulas modais proposicionais são definidas em função da noção de estrutura:

Definição 2.14. Uma estrutura $M = (W, R, \varphi)$ *satisfaz* uma fórmula modal proposicional α se existe ω, $\omega \in W$, tal que $M \models_\omega \alpha$.

Dada uma estrutura, esta satisfaz uma fórmula se existe algum mundo em que tal fórmula seja verdadeira. Uma fórmula é *satisfatível* se existe uma estrutura que a satisfaça.

Definição 2.15. Uma fórmula modal proposicional α é *válida* em uma estrutura $M = (W, R, \varphi)$ se para todo mundo ω, $\omega \in W$, $M \models_\omega \alpha$. Neste caso, diz-se que M é um *modelo* para α.

Para que uma fórmula seja válida, em uma dada estrutura, é preciso que ela seja verdadeira em todos os mundos. Observe-se que o conceito de validade é dado em relação a uma determinada estrutura, mas pode ser estendido para um conjunto (ou classe) de estruturas. Assim, uma fórmula só será *válida em uma classe*, se for válida em todas as estruturas desta classe. Em particular, tautologias proposicionais são fórmulas válidas em todas as estruturas. A fórmula $\Box\alpha \supset \alpha$, que diz que se algo é necessariamente verdadeiro, então é verdadeiro em todos os mundos, é um outro exemplo de fórmula válida.

A definição de conseqüência lógica modal é dada a seguir:

Definição 2.16. Sejam α e β fórmulas modais proposicionais. Diz-se que β *é conseqüência lógica modal* de α (em símbolos: $\alpha \models \beta$), se todo modelo de α é também modelo de β.

O conceito de necessidade de uma fórmula pode ser usado para restringir o número de mundos que fazem parte da estrutura de Kripke. Na Lógica Condicional Forte, apresentada no Capítulo 5, onde a verdade de uma fórmula é dada em relação a um conjunto de mundos, as fórmulas que representam fatos (e.g. "baleias são mamíferos") são consideradas necessárias. Assim, apenas os mundos que satisfazem tais fórmulas fazem parte da estrutura semântica.

No capítulo 3, são reunidas algumas das principais lógicas não-monotônicas. Enquanto a semântica dos primeiros sistemas ([Reiter, 80], [McCarthy, 80]) é baseada na extensão do conjunto de conseqüências, lógicas condicionais tradicionais ([Delgrande, 87], [Boutilier, 92]) são exemplos de sistemas que apresentam semânticas baseadas em estruturas de mundos. Em particular, na lógica CO^* [Boutilier, 92] a definição do operador condicional é feita a partir de um conjunto de operadores modais.

Capítulo 3

Características das Lógicas Não-Monotônicas

> *A lógica é a ciência do conhecimento; é a teoria do conhecimento. O conhecimento é o reflexo da natureza pelo homem; mas não se trata de um reflexo simples, imediato, total; esse processo consiste em toda uma série de abstrações, de formulações, de formação de conceitos, de leis, etc; e os conceitos, leis, etc (o pensamento, a ciência = a idéia lógica) abarcam relativamente, aproximadamente, as leis da natureza em eterno movimento e desenvolvimento.*
>
> *(Lênin, Cadernos)*

As lógicas não-monotônicas procuram capturar dois aspectos do raciocínio humano, quais sejam:

- possibilitar a obtenção de conclusões (mesmo que falíveis) a partir de conhecimento incompleto acerca do domínio do problema;
- possibilitar que o conhecimento seja revisto quando da aquisição de novos conhecimentos.

O primeiro aspecto caracteriza o *raciocínio default* e está relacionado com o *problema de qualificação*, ou seja, com a dificuldade (ou até mesmo com a impossibilidade) de se arrolar todas as condições que são necessárias para se obter uma conclusão correta a partir de um conjunto de sentenças que caracteriza um problema. Assim, é preciso uma forma de representação que permita expressar assertivas gerais (i.e. sentenças que caracterizam propriedades típicas) e, também, as exceções relativas a estas assertivas. Além disso, é necessário um mecanismo que permita, dada a incompletude da caracterização do problema, obter-se conclusões plausíveis a partir de uma base de conhecimento. Como expresso em [McCarthy, 80], será considerada correta a conclusão obtida a partir do conhecimento representado, se todos os fatos relevantes forem levados em conta para a sua obtenção.

Para exemplificar, supor uma base de conhecimento que contenha as seguintes assertivas: "mamíferos são animais terrestres", "baleias são mamíferos" e "baleias não são animais terrestres, mas aquáticos". Sabendo-se que "Orca é um mamífero", conclui-se, por default, que "Orca é um animal terrestre". Entretanto, sabendo-se que "Orca é uma baleia", ou seja, que o indivíduo ou subclasse é um grupo de exceção dentro da regra, a conclusão a ser obtida é outra: "Orca não é um animal terrestre, mas aquático".

O segundo aspecto, que caracteriza a revisão de crenças, diz respeito ao caráter dinâmico da base de conhecimento. A inclusão de novas informações à base pode tornar menos plausíveis conclusões anteriores ou, até mesmo, invalidar tais conclusões. Nesse caso, é preciso que a base seja reavaliada e possivelmente reconstruída de forma a permitir que conclusões consistentes continuem sendo inferidas.

No decorrer deste trabalho, será tratado apenas o primeiro aspecto. Para uma leitura inicial acerca de revisões de crenças, ver [Gärdenfors, 86] [Gärdenfors, 90].

As propriedades que uma lógica não-monotônica deve possuir para capturar o raciocínio default são usualmente descritas de duas formas: ou como um conjunto de propriedades gerais da relação de conseqüência não-monotônica [Kraus et al, 90] ou como um conjunto de exemplos de inferências desejáveis. As duas próximas seções detalham estas formas.

3.1 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica

Até o final da década passada, a noção de não-monotonicidade era quase sempre descrita pelo seu aspecto negativo, através da propriedade que a lógica não possuia, i.e. monotonicidade. Em [Kraus et al, 90], [Freund et al, 91] e [Lehmann et al, 92], são apresentados estudos dos padrões gerais do raciocínio não-monotônico através de propriedades que ajudam a caracterizar tal raciocínio a partir de referências a suas propriedades positivas. São definidas, entre outras, as famílias de lógicas cumulativas, preferenciais e racionais, as quais serão apresentadas nas subseções seguintes.

No que se segue, será usado o símbolo $\models_{LP}$ para denotar a relação de conseqüência na lógica proposicional. O símbolo $\models$ será utilizado para expressar a relação de conseqüência não-monotônica.

3.1.1 Lógicas Cumulativas

Uma lógica não-monotônica é cumulativa quando satisfaz as seguintes propriedades:

- Reflexividade

$$\alpha \models \alpha \tag{3.1}$$

A propriedade de reflexibilidade parece ser satisfeita universalmente por qualquer tipo de raciocínio. Uma lógica cuja relação de conseqüência não satisfaz tal propriedade possivelmente expressa conhecimento acerca de fatos que são modificados com o tempo.

- Equivalência lógica à esquerda

$$\frac{\models_{LP} \alpha \Leftrightarrow \beta, \alpha \models \gamma}{\beta \models \gamma} \tag{3.2}$$

Esta propriedade expressa que fórmulas proposicionais logicamente equivalentes têm a mesma conseqüência não-monotônica, uma vez que as conseqüências de uma fórmula dependem do seu significado e não de sua forma.

- Enfraquecimento à direita

$$\frac{\models_{LP} \alpha \supset \beta, \gamma \models \alpha}{\gamma \models \beta} \tag{3.3}$$

O enfraquecimento à direita diz que se uma fórmula implica logicamente em outra, também implica na sua conseqüência proposicional.

- Corte

$$\frac{\alpha \wedge \beta \models \gamma, \alpha \models \beta}{\alpha \models \gamma} \tag{3.4}$$

Esta propriedade expressa o fato de que se pode chegar a uma conclusão plausível a partir de um conjunto aumentado de fatos. Obviamente válida em lógicas que somente expressam o raciocínio monotônico, ela não implica em monotonicidade. Apenas diz que uma conclusão plausível é tão segura quanto a suposição em que foi baseada. Por exemplo, supondo que "nas noites de sexta-feira, normalmente as pessoas não estão em casa" e que "se é noite de sexta-feira e as pessoas não estão em casa, normalmente estão em algum tipo de confraternização", é bastante razoável admitir que sendo sexta-feira, à noite, normalmente as pessoas estarão confraternizando.

- Triangulação

$$\frac{\alpha \models \beta, \alpha \models \gamma}{\alpha \wedge \beta \models \gamma} \tag{3.5}$$

A triangulação estabelece que o conhecimento de um novo fato não invalida conclusões plausíveis anteriormente inferidas. Considerando o exemplo acima, é admissível concluir que, sendo sexta-feira à noite e sabendo-se que as pessoas não estão em casa, elas estejam portanto confraternizando, uma vez que só o fato de ser sexta-feira à noite já é razão suficiente para supor que estarão confraternizando.

3.1.2 Lógicas Preferenciais

Um sistema preferencial é aquele que, além de satisfazer as regras que caracterizam as lógicas cumulativas, também satisfaz a seguinte regra:

- Regra OU

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \gamma}{\alpha \vee \beta \models \gamma} \tag{3.6}$$

Esta regra diz que qualquer fórmula que é, separadamente, conseqüência plausível de duas fórmulas distintas, também é a conseqüência plausível da sua disjunção.

3.1.3 Lógicas Racionais

Um sistema racional é um sistema preferencial que satisfaz monotonicidade racional [Lehmann et al, 92]:

- Monotonicidade Racional

$$\frac{\alpha \wedge \beta \not\models \gamma, \alpha \not\models \neg\beta}{\alpha \not\models \gamma} \tag{3.9}$$ [1]

[1] São caracterizações equivalentes a 3.7:

- [Freund et al, 91]

$$\frac{\alpha \models \gamma, \alpha \not\models \neg\beta}{\alpha \wedge \beta \models \gamma} \tag{3.8}$$

- [Boutilier, 94]

Esta propriedade expressa o fato de que a inclusão de informação adicional à evidência, quando se espera que esta informação não seja negada, deve levar à mesma conclusão anteriormente obtida. Por exemplo, se não se pode concluir que a festa será boa se Maria e João estiverem presentes ($\alpha \wedge \beta \not\models \gamma$), então não é possível concluir que a festa será boa quando se sabe apenas que Maria estará presente ($\alpha \not\models \gamma$), uma vez que a presença desta não garante a ausência de João ($\alpha \not\models \neg\beta$).

3.2 Modos de Raciocínio

Outra forma de descrever as propriedades desejáveis de uma lógica não-monotônica é através de um conjunto de exemplos de inferências que devem ser obtidas a partir desta lógica. Estes exemplos, ou modos de raciocínio, abrangem os aspectos de especificidade, herança e irrelevância. Para descrever e exemplificar estes aspectos, é dada a seguinte base de conhecimento [Nalon e Wainer, 96]:

1. Mamíferos normalmente vivem na terra.
2. Mamíferos normalmente não são ovíparos.
3. Baleias são mamíferos.
4. Baleias normalmente não vivem na terra.
5. Morcegos são mamíferos.
6. Animais que voam normalmente são ovíparos.
7. Morcegos voam.

3.2.1 Especificidade

Especificidade estabelece que informação mais específica deve prevalecer sobre informação mais geral. Desse modo, quando uma classe possui uma determinada propriedade, mas uma de suas subclasses não a possui, esta subclasse não pode herdar esta propriedade. Por exemplo, dadas as assertiva 1, 3 e 4 acima, a inferência sobre uma baleia deve levar à conclusão de que ela não vive na terra.

$$\frac{\alpha \models \gamma, \alpha \wedge \beta \not\models \gamma}{\alpha \models \neg\beta} \tag{3.9}$$

3.2.2 Irrelevância

Irrelevância estabelece que uma proposição ou propriedade irrelevante não afeta as conclusões que deveriam ser obtidas caso a proposição ou propriedade não estivesse presente.

O exemplo mais usual de irrelevância, encontrado sob variadas instâncias na literatura, ocorre quando a uma determinada evidência α, cuja conseqüência não-monotônica é β, é acrescentada informação γ cuja linguagem não faz parte da linguagem da teoria original, e deseja-se que β continue sendo inferida. Usando a base acima, de 1 e sabendo-se que o animal é um mamífero marrom, deve-se concluir que ele vive na terra, uma vez que não há qualquer indicação de que a cor do mamífero interfira no habitat em que ele vive.

Esta forma de irrelevância é, aqui, chamada de *fraca* em contraposição a outras formas possíveis para a caracterização do problema. Supor que à base anterior fosse acrescentada a seguinte assertiva:

8. Mamíferos marrons normalmente são peludos.

Neste caso, embora a característica da cor do animal possa influenciar na obtenção de algumas conclusões, ela não deve influenciar na conclusão de que mamíferos marrons normalmente sejam animais terrestres. Este modo de raciocínio, em que a informação irrelevante faz parte da linguagem da teoria, será chamado *irrelevância forte*.

Uma outra possível forma de irrelevância ocorre quando a base de conhecimento agrega informações sobre dois domínios diferentes. Supor, por exemplo, que a base de exemplo contivesse ainda informações a respeito da flora tropical. Não é de se esperar que um agente racional questione acerca do que se pode concluir a respeito da conjunção de "mamíferos" e do "formato x de folha". Entretanto, dependendo da forma como a base de conhecimento for construída, tal questionamento pode ser feito. Neste caso, o sistema lógico deve manter todas as conclusões obtidas a respeito dos mamíferos, considerando irrelevante a informação a respeito do formato de folha. Assim, uma *teoria irrelevante* não deve também interferir nas conclusões obtidas a partir de uma outra teoria dada.

3.2.3 Herança

Herança estabelece que propriedades de uma superclasse devem ser herdadas pela subclasse, se não houver evidência em contrário. Ou seja, se não houver qualquer indicação de que a subclasse representa um grupo de exceção em relação a determinada propriedade, a subclasse deverá possuir as mesmas características da classe a que pertence. Por exemplo, a partir de 1, 2 e 3, conclui-se que uma baleia não gera seus filhotes a partir de ovos.

3.2.4 Ambigüidade

A estes aspectos pode-se juntar um outro, que aqui é chamado de ambigüidade. Ambigüidade estabelece que se a base de conhecimento "permite" a inferência de uma fórmula e de sua negação, sem que algum aspecto de especificidade se aplique à evidência que possibilitou estas duas inferências, então nada pode ser concluído sobre a fórmula a partir da evidência. O exemplo clássico para este aspecto é o Nixon's Diamond. Nixon era republicano e quacker. Os quackers são considerados pacifistas, enquanto os republicanos são considerados não pacifistas. Nada se pode dizer, portanto, do caráter pacífico de Nixon. Usando a base de conhecimento sobre os mamíferos, de 2, 5, 6 e 7, não é possível determinar se morcegos geram seus filhotes a partir de ovos (ou não). Desse modo, nenhuma conclusão deve ser obtida.

3.3 Propriedades da Conseqüência Não-Monotônica X Modos de Raciocínio

Nesta seção serão discutidos os resultados que podem ser obtidos em cada uma das famílias lógicas apresentadas acima. Em particular, serão mostrados quais modos de raciocínio são resolvidos a partir do conjunto de propriedades que caracteriza cada sistema.

3.3.1 Lógicas Cumulativas

Sistemas cumulativos apresentam um conjunto de propriedades interessantes para o estudo de sistemas não-monotônicos [Gabbay, 85]. Por exemplo, nestas lógicas é resolvida a seguinte caracterização para o problema de especificidade:

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \neg\gamma, \models_{LP} \beta \supset \alpha}{\alpha \wedge \beta \models \neg\gamma}$$

Sabendo-se que $\models_{LP} \beta \supset \alpha$ implica em $\beta \models \alpha$, especifidade é uma instância da regra de triangulação (3.5).

As seguintes propriedades também podem ser derivadas em sistemas cumulativos [Kraus et al, 90]:

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \alpha, \alpha \models \gamma}{\beta \models \gamma} \tag{3.10}$$

$$\frac{\alpha \models \gamma, \alpha \models \beta}{\alpha \models \beta \wedge \gamma} \tag{3.11}$$

$$\frac{\alpha \models \beta \supset \gamma, \alpha \models \beta}{\alpha \models \gamma} \tag{3.12}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \models \alpha, \alpha \models \gamma}{\alpha \vee \beta \models \gamma} \tag{3.13}$$

Destas propriedades, as três primeiras são nomeadas: equivalência, regra E[2] e, por último, modus ponens no conseqüente.

Nos sistemas cumulativos não é ainda possível extrair todas as inferências que são consideradas desejáveis, como ambigüidade, por exemplo.

3.3.2 Lógicas Preferenciais

Os sistemas preferenciais permitem um grande número de inferências desejáveis. É possível, nestes sistemas, resolver o problema de ambigüidade [Kraus et al, 90].

Entre outras propriedades que são deriváveis em lógicas preferenciais estão as seguintes:

$$\frac{\alpha \wedge \beta \models \gamma}{\alpha \models \beta \supset \gamma} \tag{3.14}$$

$$\frac{\alpha \wedge \neg\beta \models \gamma, \alpha \wedge \beta \models \gamma}{\alpha \models \gamma} \tag{3.15}$$

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \delta}{\alpha \vee \beta \models \gamma \vee \delta} \tag{3.16}$$

$$\frac{\alpha \vee \gamma \models \gamma, \alpha \models \beta}{\gamma \models \alpha \supset \beta} \tag{3.17}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \models \alpha, \beta \vee \gamma \models \beta}{\alpha \vee \gamma \models \alpha} \tag{3.18}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \models \alpha, \beta \vee \gamma \models \beta}{\alpha \models \gamma \supset \beta} \tag{3.19}$$

$$\frac{\alpha \models \bot}{\alpha \wedge \beta \models \bot} \tag{3.20}$$

[2] Uma outra possível caracterização de sistemas preferenciais pode ser feita através das propriedades de reflexividade, equivalência lógica à esquerda, enfraquecimento à direita, regra E, regra OU e triangulação. Neste caso, corte é regra derivada.

$$\frac{\alpha \vee \beta \models \neg\beta}{\alpha \models \neg\beta} \tag{3.21}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \vee \gamma \models \neg\alpha \wedge \neg\beta}{\beta \vee \gamma \models \neg\beta} \tag{3.22}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \models \neg\alpha}{\alpha \vee \beta \vee \gamma \models \neg\alpha} \tag{3.23}$$

$$\frac{\alpha \wedge \beta \models \neg\gamma, \alpha \not\models \neg\beta}{\alpha \not\models \gamma} \tag{3.24}$$

As seis primeiras propriedades são apresentadas em [Kraus et al, 90] e as últimas, em [Lehmann et al, 92]. A última destas propriedades, que é satisfeita em qualquer sistema preferencial, é uma instância de monotonicidade racional (3.7).

Os sistemas preferenciais falham no tratamento dos problemas de irrelevância e herança.

3.3.3 Lógicas Racionais

Em [Kraus et al, 90] e, de forma mais aprofundada, em [Lehmann et al, 92], é discutido que os sistemas caracterizados pelas relações preferenciais não lidam adequamente com todos os tipos de raciocínio não-monotônico que seriam desejáveis. Estas formas de raciocínio dizem respeito ao fato de que, na ausência de certas assertivas, a ausência de outras assertivas deveria ser deduzida. Três formas de raciocínio são apresentadas:

- Racionalidade Negativa

$$\frac{\alpha \wedge \gamma \not\models \beta, \alpha \wedge \neg\gamma \not\models \beta}{\alpha \not\models \beta} \tag{3.25}$$

Esta regra diz que uma conclusão não é obtida apenas com base na ignorância. Assim, β não será uma conclusão plausível a partir de α, se não for conseqüência ou de $\alpha \wedge \gamma$ ou de $\alpha \wedge \neg\gamma$.

- Racionalidade Disjuntiva

$$\frac{\alpha \not\models \gamma, \beta \not\models \gamma}{\alpha \vee \beta \not\models \gamma} \tag{3.26}$$

Esta propriedade estabelece que uma conclusão obtida a partir de uma disjunção deve ser suportada por pelo menos uma das proposições que a compõem.

A última propriedade é monotonicidade racional, apresentada mais acima (3.7).

Em [Lehmann et al, 92], é provado que todo sistema preferencial que satisfaz racionalidade disjuntiva satisfaz também racionalidade negativa. Também é provado que uma relação racional satisfaz racionalidade disjuntiva e, portanto, racionalidade negativa.

Em [Freund et al, 91] e em [Kraus et al, 90], as duas seguintes propriedades são apresentadas:

- Contraposição

$$\frac{\alpha \models \beta}{\neg\beta \models \neg\alpha} \tag{3.27}$$

- Transitividade

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \gamma}{\alpha \models \gamma} \tag{3.28}$$

Em sistemas cumulativos, monotonicidade e transitividade são equivalentes; além disso, na presença das regras que caracterizam um sistema cumulativo, contraposição implica em monotonicidade. Desse modo, estas propriedades não são desejáveis em sistemas não-monotônicos.

Um sistema racional não satisfaz, do mesmo modo que as lógicas cumulativas e preferenciais, as propriedades de Contraposição e Transitividade, como apresentadas em suas formas gerais (3.27, 3.28). Em [Freund et al, 91], entretanto, é mostrado que um sistema racional satisfaz formas mais fracas de contraposição e de transitividade e que são interessantes que um sistema que pretenda lidar com o raciocínio não-monotônico deva satisfazer:

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \alpha \supset \gamma, \alpha \vee \beta \not\models \neg\alpha}{\alpha \models \gamma} \tag{3.29}$$

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \alpha \supset \gamma, \beta \not\models \neg\alpha}{\alpha \models \gamma} \tag{3.30}$$

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \gamma, \alpha \vee \beta \not\models \neg\alpha}{\alpha \models \gamma} \tag{3.31}$$

$$\frac{\alpha \models \beta, \beta \models \gamma, \beta \not\models \neg\alpha}{\alpha \models \gamma} \tag{3.32}$$

As propriedades acima apresentam formas enfraquecidas de transitividade, ou seja, a transitividade é válida se alguma outra condição é satisfeita. Estas condições estão estabelecidas em forma negativa. A transitividade poderá ser satisfeita se a base de conhecimento não estabelecer uma condição contrária. A regra 3.32, também chamada *transitividade fraca*, diz que se é possível afirmar α, β e γ, e que não existe razão para negar α em presença de β, então γ é obtida. Esta caracterização para transitividade fraca nos diz que uma propriedade só será herdada se α não for uma subclasse de β. Um exemplo clássico mostra a diferença entre transitividade e transitividade fraca. Suponha a seguinte base de conhecimento [Freund et al, 91]:

1. Estudantes normalmente são adultos.
2. Adultos normalmente trabalham.
3. Adultos normalmente não são estudantes.

No caso do sistema satisfazer a transitividade em sua forma geral, seria obtida a conclusão de que estudantes normalmente trabalham. Entretanto, a regra de transitividade fraca não força a obtenção, considerada indesejável, da mesma conclusão. Entende-se, ainda seguindo o exemplo, que a obtenção de "estudantes normalmente trabalham" é bloqueada uma vez que a classe dos adultos é uma classe muito maior do que a classe dos estudantes e, portanto, os estudantes não herdam as propriedades típicas dos adultos.

Outra propriedade, que também é satisfeita por sistemas racionais, é a forma enfraquecida de contraposição:

$$\frac{\gamma \wedge \alpha \models \beta, \gamma \not\models \beta}{\gamma \wedge \neg\beta \models \neg\alpha} \tag{3.33}$$

Aqui, a contraposição entre α e β é obtida na presença de um contexto arbitrário dado por γ. Além disso, existe um enfraquecimento da regra de contraposição por requerer que β não seja conseqüência de γ, assegurando a relevância de α para a obtenção de β. Observe-se a base de conhecimento dada abaixo:

1. Pingüins são pássaros.
2. Pássaros normalmente têm asas.
3. Pássaros normalmente voam.
4. Pingüins normalmente não voam.

A partir de tal base, sabe-se que pássaros que são pingüins não voam e que de pássaro não se conclui que não voa. A conclusão obtida, usando a regra de contraposição fraca, é a de que pássaros que voam normalmente não são pingüins. Observe-se que a contraposição, na sua forma geral, forçaria a obtenção de conclusões não desejáveis, como a de que animais que não voam normalmente não são pássaros, o que levaria também à conclusão de que pingüins normalmente não são pássaros.

Os resultados obtidos por sistemas racionais atendem a parte das intuições relacionadas com o raciocínio de senso comum. Entretanto, tais sistemas podem ser classificados como fracos, segundo a caracterização em [Delgrande, 94]. Como mostrado abaixo, alguns resultados desejáveis não são obtidos. Por exemplo, da base acima pode-se obter a conclusão de que pássaros normalmente não são pingüins. Embora seja compatível com nossas intuições, uma vez que pingüins são uma classe de exceção dentro da categoria dos pássaros, tal conclusão não permitirá, em um sistema racional, que a herança de propriedades ocorra corretamente:

1. Pingüins $\models$ pássaros.
2. Pássaros $\models$ voam.
3. Pingüins $\models \neg$ voam.
4. Pingüins e pássaros $\models \neg$ voam. (de 1 e 3, usando triangulação)
5. Pingüins e pássaros $\not\models$ voam. (de 4)
6. Pássaros $\models \neg$ pingüins. (de 2 e 5, usando a regra 3.9).

Esta última relação de conseqüência bloqueia, devido à regra de transitividade fraca, a inferência de que pingüins tenham asas, embora pingüins sejam pássaros e estes tenham asas. Assim como ocorre no exemplo sobre estudantes e adultos, pássaros são considerados uma classe maior do que a classe de pingüins. Por constituirem uma classe de exceção, não herdam as propriedades típicas dos pássaros, embora não haja na base de conhecimento nenhuma assertiva que negue a possibilidade de herança.

Um outro resultado importante, entretanto, é obtido por sistemas racionais. Os modos de raciocínio relativos a irrelevância são instâncias da propriedade de monotonicidade racional. As lógicas racionais resolvem, portanto, além de especificidade (solucionada em sistemas cumulativos) e de ambigüidade (tratada por lógicas preferenciais), o problema de irrelevância. Além disso, o problema de herança é parcialmente resolvido, como discutido acima. De qualquer forma, tal classe de sistemas lógicos é ainda fraca para resolver adequadamente todos os problemas relacionados ao raciocínio não-monotônico.

No próximo capítulo serão apresentados vários sistemas não-monotônicos. Serão enfatizadas as classes de problemas que estes sistemas tratam (ou não) adequadamente e a que família de lógicas pertencem de acordo com as propriedades da relação de conseqüência não-monotônica.

Capítulo 4

Lógicas Não-Monotônicas

Somente aquele que pode avaliar os gigantescos esforços e, antes de tudo, a paixão sem os quais as criações intelectuais científicas inovadoras não existiriam, pode pesar a força do sentimento, único a criar um trabalho totalmente desligado da vida prática. Que confiança profunda na inteligibilidade da arquitetura do mundo e que vontade de compreender, nem que seja uma parcela minúscula da inteligência a se desvendar no mundo, devia animar Kepler e Newton para que tenham podido explicar os mecanismos da mecânica celeste, por um trabalho solitário de muitos anos. Aquele que só conhece a pesquisa científica por seus efeitos práticos vê depressa demais e incompletamente a mentalidade de homens que, rodeados de contemporâneos céticos, indicaram caminhos aos indivíduos que pensavam como eles. Ora, eles estão dispersos no tempo e no espaço. Aquele que devotou a sua vida a idênticas finalidades é o único a possuir uma imaginação compreensiva destes homens, daquilo que os anima, lhes insufla a força de conservar o seu ideal, apesar de inúmeros malogros.

(Albert Einstein, Como Vejo o Mundo)

Neste capítulo serão apresentados vários sistemas não-monotônicos, escolhidos entre os mais conhecidos. Nenhum destes sistemas resolve todos os problemas caracterizados na seção 3.2, sobre os modos de raciocínio. Além disso, nenhum destes sistemas pode ser classificado como racional, deixando de resolver os problemas referentes a transitividade fraca e contraposição fraca e, também, não satisfazendo as propriedades de racionalidade negativa, racionalidade disjuntiva e de monotonicidade racional, que, como argumentado em [Kraus et al, 90], [Freund et al, 91] e [Lehmann et al, 92], deveriam ser satisfeitas por um sistema que pretenda capturar o raciocínio não-monotônico. A importância do estudo desses sistemas, deve-se ao fato de terem se tornado clássicos na literatura, apresentando os conceitos iniciais e a motivação que está por trás do estudo de sistemas de raciocínio default. As lógicas condicionais estudadas apresentam características que serão contrastadas com as da Lógica Condicional Forte, permitindo um melhor entendimento desta última. Por fim, serão apresentadas duas lógicas condicionais fortalecidas, a primeira com a noção de prioridade sobre regras e a segunda com a noção de preferência sobre mundos. Estas últimas foram escolhidas como representantes das mais recentes direções de pesquisa para a resolução dos problemas de raciocínio não-monotônico.

4.1 Lógicas Não-Monotônicas Tradicionais

Serão apresentadas, rapidamente, três lógicas não-monotônicas que são consideradas tradicionais.

4.1.1 Lógica Default

A *lógica default* [Reiter, 80] foi introduzida como um método para raciocínio não-monotônico. Dado um conjunto de sentenças de primeira ordem, que representa o conhecimento sobre o mundo, a idéia é que existem várias formas plausíveis através das quais o conhecimento pode ser estendido. Estas possíveis extensões são representadas por *regras default*, que têm a forma $\alpha(x) : \beta(x)/\gamma(x)$. Uma regra desta forma deve ser lida como "se α é conhecida e β é consistente com o que se sabe, então assumir que γ é verdadeira". O exemplo clássico dos pássaros pode ser escrito como "Pássaro(Tweety) : Voa(Tweety) / Voa(Tweety)".

Uma *teoria default* é um par ordenado $T = (W, D)$, onde W é um conjunto de sentenças ordinárias (proposicionais ou de primeira ordem) e D é um conjunto de regras default. Uma extensão de uma teoria default pode ser alcançada pela adição de tantas inferências default quanto possíveis. Define-se uma extensão da seguinte forma:

- $E_0 = W$
- $E_{i+1} = Th(E_i) \cup \{\gamma \mid (\alpha : \beta/\gamma) \in D, \alpha \in E_i$ e $\neg\beta \notin E\}$, onde $Th(X)$ é o conjunto de todas as conseqüências monotônicas de X
- $E = \bigcup_{i=0}^{\infty} E_i$

Defaults são interpretados como regras que permitem estender um conjunto de crenças na ausência de evidência conflitante. Tal evidência pode ser originária de fatos ou de outros defaults, podendo levar a muitas, uma ou nenhuma extensão. Por exemplo, para $W = \emptyset$, $D = \{: C/\neg D, : D/\neg C\}$, obtem-se duas extensões: $E' = \{\neg C\}$ e $E'' = \{\neg D\}$. Para $W = \{pássaro(Tweety), pássaro(x) \supset voa(x), cachorro(Rex)\}$ e $D = \{: \neg voa(x)/\neg voa(x)\}$, a extensão obtida é $E = Th(W) \cup \{\neg voa(Rex)\}$, que mostra que a única extensão possível é aquela que conclui que Rex é o único que não voa. Por fim, para $W = \emptyset$ e $D = \{: \alpha/\neg\alpha\}$, tem-se $E = \emptyset$.

Embora lide adequadamente com problemas como irrelevância e herança, a lógica default não resolve o problema de especificidade. Para a base $W = \{pingüim(Tweety)$, $pingüim(x) \supset pássaro(x)$, $pássaro(x) \supset voa(x)$, $pingüim(x) \supset \neg voa(x)\}$ e $D = \{pássaro(x) : voa(x)/voa(x)$, $pingüim(x) : \neg voa(x)/\neg voa(x)\}$, são obtidas duas extensões, numa das quais se conclui que Tweety voa e outra em que Tweety não voa. Estas extensões não representam cenários igualmente plausíveis, uma vez que a regra que estabelece que pingüins não voam é mais específica e deveria prevalecer sobre a que estabelece que pássaros voam. Por esta razão, a codificação de defaults em lógicas não-monotônicas é usualmente aumentada com axiomas de cancelamento, prioridades ou dispositivos similares, para eliminar extensões que não lidam adequadamente com este tipo de raciocínio.

A lógica default não pertence a nenhuma das famílias de lógicas, classificadas segundo as propriedades da relação de conseqüência não-monotônica. Em [Makinson, 89], mostra-se que este sistema nem sempre satisfaz a propriedade de triangulação (3.5). Para tornar a lógica default cumulativa, algumas variantes foram propostas. Como exemplos, pode-se citar [Brewka, 91], [Delgrande e Jackson, 91], [Lucaszewicz, 88] e [Schaub, 91].

4.1.2 Circunscrição

Em [McCarthy, 80] , propõe-se que raciocínio default pode ser visto como a minimização da extensão de predicados.

A lógica contém o seguinte axioma de circunscrição[1]

$$A(P) \land \forall p \neg (A(p) \land p < P)$$

onde p é um predicado com variáveis livres x e

$$p < P = \forall x(p(x) \supset P(x)) \land \neg \forall x(P(x) \supset p(x)$$

Intuitivamente, o axioma significa que se x são variáveis livres de uma sentença P, o efeito de circunscrever P em uma teoria A é limitar as instâncias de x que satisfazem P àquelas que são necessárias em A. Por exemplo, se uma teoria é $A = \{\forall x(pássaro(x) \supset voa(x)), pássaro(Tweety))\}$, a circunscrição do predicado voa pela teoria é $A(voa) = \{voa(Tweety)\}$, ou seja, os modelos preferidos são aqueles em apenas Tweety voa.

[1]Esta caracterização do axioma é apresentada em [Lifschitz, 85].

McCarthy, em sua lógica, introduz um novo predicado *ab* (*abnormal*), que significa exceção. As assertivas gerais são escritas na forma $\forall x(P(x) \wedge \neg ab(x) \supset Q(x))$, que se lê "se $P(x)$ é verdadeira e x não é anormal, então $Q(x)$ é verdadeira". É justamente esse predicado de anormalidade que é circunscrito na teoria, ou seja, escolhem-se como modelos aqueles mundos em que há menos exceções (ou que são mais normais). Se, por exemplo, temos uma teoria $A = \{\forall x(pássaro(x) \wedge \neg ab(x) \supset voa(x)), pássaro(Tweety))\}$, circunscrever o predicado *ab* limita os modelos àqueles em que o menor número de indivíduos são anormais, ou seja, os modelos preferidos são aqueles em que a maioria dos pássaros voa.

As propriedades da relação de conseqüência lógica caracterizam circunscrição como um sistema preferencial.

4.1.3 Lógica Preferencial

Embora o estudo apresentado em [Shoham, 88] seja elaborado em função de objetos temporais (ou seja, objetos que têm características dependentes do momento em que são observados), a sua importância no contexto deste trabalho se deve à introdução da noção de *modelos preferenciais* em lógicas não-monotônicas.

Uma *relação de preferência* sobre modelos é uma pré-ordem $\prec$ sobre as interpretações de uma teoria. Assim, dados dois modelos M_1 e M_2, $M_1 \prec M_2$ significa que M_1 é preferido em relação a M_2. Um *critério de preferência* define o que torna um modelo preferível em relação a outro. Diferentes critérios de preferência definem diferentes lógicas não-monotônicas.

Se o critério de preferência escolhido restringe os modelos àqueles que são mais plausíveis ou mais prováveis, então obtem-se um subconjunto de modelos e, com isso, limita-se as extensões com as quais se trabalha. Observe-se que a lógica da circunscrição, apresentada anteriormente, é uma lógica preferencial, na medida em que "prefere" os modelos que são mínimos em relação às exceções apresentadas.

A relação de conseqüência preferencial, apresentada em [Kraus et al, 90], é uma variação da noção de preferência apresentada em [Shoham, 88].

4.2 Lógicas Condicionais

As lógicas condicionais apareceram como uma forma mais natural de expressar sentenças do tipo "se ..., então ...", em conformidade com seu uso coloquial. No uso comum, tais sentenças expressam características e causalidades típicas. Por exemplo, "pássaros tipicamente voam" e "se chove, então normalmente não faz sol". Tais sentenças admitem exceção, capturando, portanto, aquela forma de raciocínio definida como característica do raciocínio *default*.

As lógicas condicionais são construídas como extensões de lógicas clássicas ou modais, com o acréscimo do operador binário "$\longrightarrow$". A fórmula $\alpha \longrightarrow \beta$ é lida como "se α, então normalmente β" ou "se α, então tipicamente β" ou, ainda, "ignorando condições de exceção, se α, então β". O significado de "$\alpha \longrightarrow \beta$" é dado em relação a um subconjunto de mundos em uma estrutura de Kripke: é verdadeira se existe uma relação pré-determinada entre os mundos em que α é verdadeira e os mundos em que β é verdadeira. A relação de acessibilidade pode diferir de sistema para sistema. O modo como a relação de acessibilidade entre mundos é definida determina, também, a diferença entre as lógicas condicionais.

Normalmente, as lógica condicionais estruturam o conhecimento em duas componentes: um conhecimento anterior K, contendo informação genérica sobre o domínio de interesse, e uma evidência E, contendo informação específica da situação sobre a qual se deseja raciocinar. Intuitivamente, K contém as regras relevantes, enquanto E contém os fatos ou observações conjunturais. Por exemplo, no exemplo canônico "pássaros voam, pingüins não", inclui-se em K as assertivas gerais e estritas "pingüins são pássaros", "pássaros voam" e "pingüins não voam"; fatos, tais como "Tweety é um pássaro", são incluídos no conjunto de evidências E.

É usual, também, que o conhecimento anterior K de uma teoria $T = \langle K, E \rangle$ seja particionado em duas componentes: um conjunto S de regras contingentes (sentenças estritas) e um conjunto D de regras condicionais (sentenças condicionais). Regras condicionais são expressões na forma $\alpha \longrightarrow \beta$, onde α e β são sentenças que denotam o antecedente e o conseqüente condicional respectivamente.

Além de permitir a expressão de regras gerais de uma forma elegante, existe outro motivo para o aparecimento de lógicas condicionais: as lógicas não-monotônicas tradicionais não conseguem raciocinar sobre *defaults*, ou seja, não é possível derivar, a partir do conjunto de *defaults*, novas regras *defaults*. Se, por exemplo, sabemos que "pingüins são pássaros", "pingüins não voam" e que "pássaros normalmente voam", não há como derivar "pássaros que não são pingüins normalmente voam". Nessas lógicas também não é possível raciocinar a partir de negações de *defaults*. Assim, seguindo o exemplo anterior, não há como derivar "pingüins normalmente não voam".

Serão apresentadas agora duas lógicas condicionais, que diferem em seus aspetos semânticos.

4.2.1 A lógica N

Em [Delgrande, 87], são apresentados dois sistemas: a lógica NP e a lógica N. NP é uma lógica proposicional estendida com o operador condicional binário $\longrightarrow$. A lógica N é uma extensão de primeira ordem para NP. As linguagens de N e NP excluem ocorrências aninhadas do operador condicional e ambas as semânticas são baseadas na estrutura de mundos de Kripke.

Para a lógica NP, a relação de acessibilidade E entre dois mundos ω_1 e ω_2, $E\omega_1\omega_2$ é válida quando ω_2 é pelo menos tão normal quanto ω_1. Esta relação, transitiva e reflexiva, é definida para suportar outra propriedade, chamada *forward connected*, que estabelece que se $E\omega_1\omega_2$ e $E\omega_1\omega_3$, então ou $E\omega_2\omega_3$ ou $E\omega_3\omega_2$. Um modelo é definido como a estrutura $M = \langle W, E, P\rangle$, onde W é um conjunto de mundos, E é a relação de acessibilidade e P é a função cujo domínio são as variáveis proposicionais e que, dada uma fórmula proposicional, resulta no conjunto de mundos em que esta fórmula é verdadeira. Dadas as fórmulas proposicionais α e β, o condicional $\alpha \rightarrow \beta$ é verdadeiro em um modelo M, em um mundo ω, se:

1. $\exists\omega_1 \in W$, $E\omega\omega_1$, $\models_{\omega_1} \alpha$ e $\models_{\omega_1} \beta$, e para todo $\omega_2 \in W$, $E\omega_1\omega_2$, $\models_{\omega_2} \alpha \supset \beta$; ou

2. $\forall\omega_1$, $E\omega\omega_1$, $\models_{\omega_1} \neg\alpha$.

Ou seja, o condicional $\alpha \rightarrow \beta$ é verdadeiro em um modelo M, em um mundo ω, se existe algum mundo ω_1 tão normal quanto ω em que vale $\alpha \wedge \beta$ e todos tão normais quanto ω_1 satisfazem $\alpha \supset \beta$; ou se $\neg\alpha$ é necessária.

Embora a semântica de NP seja construída a partir desta relação de acessibilidade, Delgrande utiliza, no desenvolvimento desta e da lógica N, uma função de seleção de mundos f, que toma como argumentos um determinado mundo ω e um conjunto de mundos Ω, tendo como resultado o conjunto de mundos em Ω que são pelo menos tão excepcionais quanto ω. Se $\|\alpha\|^M$é o conjunto dos mundos do modelo M em que a fórmula α é verdadeira, então $f(\omega, \|\alpha\|^M)$ é o subconjunto dos mundos em M, que são tão normais quanto ω, em que α é verdadeira.

A partir da função de seleção de mundos f, um modelo é definido por $M = \langle W, f, P\rangle$. Todo modelo definido pela relação de acessibilidade tem um modelo equivalente definido pela função de seleção de mundos. A fórmula "$\alpha \rightarrow \beta$" é verdadeira em um mundo ω do modelo M quando os mundos de M que são tão normais quanto ω e que satisfazem α, também satisfazem β, ou seja, temos $M \models_\omega \alpha \rightarrow \beta$, se $f(\omega, \|\alpha\|^M) \subseteq \|\beta\|^M$.

A lógica N é definida como extensão da lógica NP. Um modelo é quadra $M = \langle W, f, D, V\rangle$, onde W é um conjunto de mundos, f é uma função de seleção de mundos, D é um conjunto de indivíduos e V é uma função sobre termos e predicados. O condicional é definido do mesmo modo que ocorre na lógica proposicional.

A função de seleção de mundos, dado um mundo em um modelo, provoca uma ordenação parcial dos mundos, considerando suas características de normalidade (ou de não excepcionalidade) em relação a uma fórmula α. Por exemplo, segundo esse critério, diz-se que é menos excepcional (ou mais normal) um mundo em que todos os pássaros voam do que um mundo em que pingüins, que são pássaros, não voam.

A lógica N, assim como as demais lógicas condicionais, lida adequadamente com o problema de especificidade. Entretanto, falha na resolução de problemas que lidem com irrelevância. Para resolver isto, Delgrande propõe, em [Delgrande, 88], utilizar a lógica N na representação das regras gerais e fazer uso de considerações metateóricas que sancionem as inferências não-monotônicas desejáveis. Na realidade, são apresentadas duas propostas para a solução do problema, que, como mostrado em [Delgrande, 88], são equivalentes entre si. A idéia, em ambos os casos, é fortalecer a lógica fazendo com que apenas um subconjunto dos modelos seja considerado, tornando maior o número de inferências obtidas.

A primeira proposta consiste em estender o conjunto de regras condicionais. Para cada regra $\alpha \rightarrow \beta$ do conjunto de condicionais e para cada fórmula γ da linguagem de primeira ordem, se a regra $\alpha \wedge \gamma \rightarrow \beta$ é consistente, ou seja, se não existe nenhuma outra regra que leve à negação de β, é então acrescentada ao conjunto de regras condicionais. Basicamente, este procedimento faz com que o conjunto de regras condicionais seja acrescido de quantas regras forem necessárias para expressar o fato de que sentenças irrelevantes são, de fato, irrelevantes. Assim, para cada sentença de primeira ordem γ, pelo menos uma das sentenças $\alpha \wedge \gamma \rightarrow \beta$ ou $\alpha \wedge \neg\gamma \rightarrow \beta$ passa a fazer parte da extensão do conjunto de regras condicionais. Embora esta proposta resolva o problema de irrelevância, sua implementação só é razoável no caso proposicional, ou seja, na lógica NP, onde um número finito de sentenças precisa ser considerado.

A primeira proposta é baseada no Princípio de Relevância, cuja definição redundante e vaga diz que apenas as sentenças sobre as quais se sabe que colaboram para a obtenção do valor de verdade de uma relação condicional são de fato relevantes para tal obtenção. A segunda proposta baseia-se no Princípio de Normalidade, onde se considera que o mundo que está sendo modelado está entre os mundos menos excepcionais nos quais as sentenças estritas são verdadeiras e de acordo com o conjunto de regras condicionais. Desse modo, acrescenta-se informação ao conjunto de regras contigentes. Aqui, mais de uma extensão é possível, principalmente no caso em que a base contém exemplos de especificidade e de transitividade. Apenas conclusões obtidas em extensões maximais são consideradas.

Por ser uma lógica de primeira ordem, as propriedades da sua relação de conseqüência não-monotônica não podem ser comparadas com as apresentadas em [Kraus et al, 90]. Entretanto, a parte proposicional da lógica não satisfaz triangulação, como notado em [Boutilier, 94] e em [Lehmann et al, 92]. Desse modo, a lógica NP não pode ser classificada como uma lógica preferencial.

4.2.2 A lógica CO^*

Em [Boutilier, 92], Boutilier apresenta o estudo de vários sistemas lógicos proposicionais. Em [Boutilier, 94], são apresentadas duas caracterizações para dois destes sistemas, $CT4O$ e $CT4DO$ (CO). O fragmento da lógica $CT4O$, que não permite o aninhamento de condicionais, é um sistema preferencial, baseado em uma lógica bimodal. Este sistema não resolve alguns problemas relacionados a herança. A lógica CO deixa ainda de tratar o problema de irrelevância.

Entre os sistemas apresentados em [Boutilier, 92], o de maior poder expressivo é a lógica CO^*, que é uma extensão de CO. A semântica para CO^* impõe uma ordenação total sobre os mundos de um modelo e todos os mundos são comparáveis. Assim, dado um mundo ω em um modelo, é possível investigar todos os mundos que são acessíveis (ou não) a partir de ω. Um mundo ω_2 é acessível a um mundo ω_1, se ω_2 é pelo menos tão normal quanto ω_1. A relação de acessibilidade entre mundos é mais forte do que a exigida na semântica proposta em [Delgrande, 87]: a lógica N impõe apenas uma ordenação parcial entre mundos e não exige que todos os mundos de um modelo sejam comparáveis.

Dados um modelo M e um mundo ω, na lógica CO^*, a semântica dos operadores modais unários de necessidade é definida do seguinte modo:

- $\Box$, onde $M \models_\omega \Box\alpha$ se, para todo mundo v que é acessível a partir de ω, $M \models_v \alpha$.
- $\overleftarrow{\Box}$, onde $M \models_\omega \overleftarrow{\Box}\, \alpha$ se, para todo mundo v que não é acessível a partir de ω, $M \models_v \alpha$.
- $\overleftrightarrow{\Box}$, onde $M \models_\omega \overleftrightarrow{\Box}\, \alpha$ se, para todo mundo v, $M \models_v \alpha$.

Os operadores de possibilidade ($\Diamond$, $\overleftarrow{\Diamond}$ e $\overleftrightarrow{\Diamond}$) são definidos da forma usual.

A partir desses operadores é definido o operador condicional binário "$\rightarrow$":

$$\alpha \rightarrow \beta = \overleftrightarrow{\Box}\, \neg\alpha \vee \overleftrightarrow{\Diamond}\, (\alpha \wedge \Box(\alpha \supset \beta))$$

ou seja, "$\alpha \rightarrow \beta$" é verdadeira se α é falsa em todos os mundos ou se, sendo α verdadeira em algum mundo ω, em todos os mundos acessíveis a partir de ω, $\alpha \supset \beta$ é verdadeira.

As fórmulas que contém o operador condicional são usadas para expressar assertivas gerais. Estas são verdadeiras quando existe um modelo em que, nos mundos menos excepcionais, a implicação material é verdadeira. Como existe uma ordenação total dos mundos, observe-se que a implicação material é verdadeira em todos os mundos mais normais ou não é verdadeira em nenhum mundo.

Para tratar o problema de irrelevância, outro conectivo é definido:

$$\alpha > \beta = \overleftrightarrow{\Box}\, (\alpha \supset (\Box(\alpha \supset \beta) \wedge \overleftarrow{\Diamond}\, (\alpha \wedge \beta))) \wedge \overleftrightarrow{\Diamond}\, \alpha$$

Para qualquer proposição γ, é provado que se $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$ é satisfatível, dado o condicional $\alpha \rightarrow \beta$, se é possível assegurar que $\alpha > \beta$, então β é conseqüência de $\alpha \wedge \gamma$. A proposta de Boutilier é estender a base de conhecimento, estabelecendo $\alpha > \beta$ para todo condicional $\alpha \rightarrow \beta$. Entretanto, alguns problemas podem ocorrer. Por exemplo, no caso da base conter dois condicionais independentes $\alpha \rightarrow \beta$ e $\gamma \rightarrow \delta$, ambas as fórmulas $\alpha > \beta$ e $\gamma > \delta$ deveriam ser acrescentadas à base de conhecimento. A partir de $\alpha > \beta$, conclui-se que todos os mundos $\alpha \wedge \beta$, igualmente normais, estão incluídos entre os mundos menos excepcionais que satisfazem α. Mas os mundos $\alpha \wedge \beta$ incluem tanto os mundos $\gamma \wedge \delta$ quanto os mundos $\gamma \wedge \neg\delta$, o que contradiz $\gamma \rightarrow \delta$.

A lógica CO^* é um sistema preferencial e alguns problemas relacionados a herança não podem ser resolvidos.

4.3 Lógicas Fortalecidas

Em [Delgrande, 94], os sistemas não-monotônicos são classificados em dois grupos. Um sistema forte é aquele em que algumas inferências indesejáveis podem ser obtidas. Usualmente tais sistemas não tratam de especificidade dentro da própria lógica e alguns não lidam com ambigüidade. Sistemas não-monotônicos clássicos, tais como lógica default [Reiter, 80], circunscrição [McCarthy, 80], lógica autoepistêmica [Moore, 85] e lógicas modais não-monotônicas [Marek e Truszczynski, 91], pertencem a este grupo. Um sistema fraco, por outro lado, embora lide adequadamente com os aspectos de especificidade e ambigüidade, não consegue tratar corretamente irrelevância e herança. Exemplos de sistemas fracos são a lógica N [Delgrande, 87] e CT4 [Boutilier, 94]. As pesquisas na construção de sistemas lógicos capazes de obter todas as conclusões desejáveis têm sido direcionadas ou para o enfraquecimento de lógicas fortes [Brewka, 91] ou para o fortalecimento de lógicas fracas [Delgrande, 88], [Geffner e Pearl, 92], [Boutilier, 94], [Delgrande, 94]. Neste último sentido o que se propõe é o estabelecimento de critérios que diminuam o conjunto de modelos da lógica original, tornando maior o número de fórmulas verdadeiras em todos os modelos e, assim, derivando mais conclusões a partir da base de conhecimento. Serão apresentadas, nesta seção, duas propostas para o fortalecimento de lógicas condicionais.

4.3.1 Conseqüência Condicional

Em [Geffner e Pearl, 92] é apresentado um sistema que procura combinar os aspectos positivos dos sistemas fortes [Reiter, 80] [McCarthy, 80] com os aspectos positivos das lógicas condicionais, mostrando que as diferenças entre estes enfoques pode ser reduzida a uma ordenação sobre os condicionais de uma determinada teoria, retomando a idéia apresentada em [Pearl, 90] para o sistema Z. A intuição por trás do desenvolvimento apresentado assemelha-se a uma variação da lógica da circunscrição [McCarthy, 80], chamada circunscrição priorizada [Lifschitz, 85], em que as regras defaults são ordenadas de acordo com uma prioridade dada. Entretanto, ao invés de serem especificadas pelo usuário, as prioridades são extraídas automaticamente da base de conhecimento.

Uma regra default tem a forma $\alpha \rightarrow \delta$, onde δ é uma suposição de normalidade. Esta forma de representação é chamada *teoria default baseada em suposição*. Se, por exemplo, uma teoria condicional contém a regra condicional $\alpha \rightarrow \beta$, então numa teoria baseada em suposição ela é substituída pela sentença $\alpha \wedge \delta \supset \beta$ e pelo condicional $\alpha \rightarrow \delta$.

O conjunto de modelos para uma dada teoria são as interpretações que satisfazem as sentenças estritas e a evidência. O conjunto de suposições violadas por uma interpretação M é denotada por $\Delta[M]$.

Uma estrutura preferencial priorizada é dada por $\langle \mathcal{I}, <, \Delta_{\mathcal{I}}, \prec \rangle$, onde $\mathcal{I}$ é um conjunto de interpretações, $<$ é uma relação binária sobre $\mathcal{I}$, $\Delta_{\mathcal{I}}$ é o conjunto de suposições da teoria e $\prec$ é a relação de prioridade, transitiva e não-reflexiva, sobre $\Delta_{\mathcal{I}}$. Dadas duas interpretações M e M', $M < M'$ se, e somente se, $\Delta[M] \neq \Delta[M']$ e se para toda suposição δ em $\Delta[M] - \Delta[M']$, existe uma suposição δ' em $\Delta[M'] \neq \Delta[M]$ tal que $\delta \prec \delta'$.

O conjunto de modelos preferenciais de uma teoria é dado pela par $\langle \mathcal{I}, < \rangle$ de uma estrutura preferencial priorizada $\langle \mathcal{I}, <, \Delta_{\mathcal{I}}, \prec \rangle$.

Um conjunto de estruturas preferenciais priorizadas é admissível se todos os conjuntos de suposições em conflito com um condicional $\alpha \rightarrow \delta$ contém uma suposição δ' tal que $\delta' \prec \delta$. Ou seja, são admitidas apenas as estruturas em que os condicionais violados pelo conjunto de interpretações têm prioridade menor do que todos os condicionais que são satisfeitos.

Uma proposição β é conseqüência condicional de uma teoria T se β é verdadeira em todos os modelos preferenciais de T em todas as estruturas preferenciais priorizadas admissíveis.

O sistema apresentado resolve adequadamente o problema de irrelevância, de especificidade e de ambigüidade. Entretanto, falha na solução do problema de herança. A lógica obtida pode ser classificada como preferencial em relação às propriedades da relação de conseqüência não-monotônica. Monotonicidade racional não é válida na lógica de conseqüência condicional.

4.3.2 Lógica Condicional Fortalecida com a Noção de Preferência entre Mundos

O sistema apresentado em [Delgrande, 94] é caracterizado a partir de uma lógica condicional proposicional. O operador condicional tem o significado usual: dado um modelo, $\alpha \rightarrow \beta$ é verdadeira quando existe um mundo em que $\alpha \wedge \beta$ é verdadeira e, em todos os mundos que não são menos excepcionais, $\alpha \supset \beta$ é verdadeira; ou quando $\neg\alpha$ é necessária. Ocorrências aninhadas do operador condicional não são permitidas. A relação de acessibilidade é a mesma da lógica NP, ou seja, é reflexiva, transitiva e forward connected. Fórmulas estritas são consideradas necessárias e W é o conjunto de mundos que as satisfaz.

Diferentemente do enfoque apresentado em [Shoham, 88], a noção de preferência não é estabelecida em relação ao conjunto de modelos, mas em relação aos mundos. Se a fórmula condicional $\alpha \rightarrow \beta$ é verdadeira na teoria original, então ela prefere os mundos em que sua contrapartida material $(\alpha \supset \beta)$ é verdadeira. Formalmente, o conjunto de mundos preferidos de uma fórmula condicional $\alpha \rightarrow \beta$ é, então, $pref(\alpha \rightarrow \beta) = \{\omega \in W | \omega \models \alpha \supset \beta\}$. Dados dois mundos, ω_1 e ω_2, o conjunto de fórmulas que preferem ω_1 a ω_2 é dado por $pref(\omega_1, \omega_2) = \{\alpha \rightarrow \beta \in T | \omega_1 \in pref(\alpha \rightarrow \beta), \omega_2 \notin pref(\alpha \rightarrow \beta)\}$.

A teoria original T também fornece uma noção de especificidade entre fórmulas: uma fórmula α é menos específica que uma fórmula β (escreve-se $\alpha \prec \beta$) se, e somente se, $T \models \alpha \vee \beta \rightarrow \neg\beta$ e $T \models \Diamond\alpha$. Por exemplo, na teoria $T = \{\alpha \rightarrow \gamma, \beta \supset \alpha, \beta \rightarrow \neg\gamma\}$, a fórmula α é menos específica do que β. Uma fórmula α é pelo menos tão específica quanto uma fórmula β (escreve-se $\alpha \preceq \beta$) quando não ocorre que β seja menos específica do que α, ou seja, $\alpha \preceq \beta = \neg(\beta \prec \alpha)$. Na teoria pássaro-pingüim, temos *pingüim* $\preceq$ *pássaro*. Dadas as fórmulas proposicionais α, β_1 e β_2, se $\beta_1 \vee \beta_2 \prec \alpha$, e não ocorre que $\beta_1 \prec \alpha$, então admite-se que $\beta_2 \prec \alpha$ e a ordenação das fórmulas em relação à especificidade é dita completa.

A partir da ordenação completa de fórmulas em relação à especificidade é definida a ordem preferencial entre mundos: para $\omega_1, \omega_2 \in W$, $\omega_1 < \omega_2$, se, e somente se, $pref(\omega_1, \omega_2) \neq \emptyset$ e para todo condicional $\gamma \rightarrow \delta \in pref(\omega_2, \omega_1)$, existe um condicional $\alpha \rightarrow \beta \in pref(\omega_1, \omega_2)$, tal que $\gamma \preceq \alpha$ e não ocorre que $\alpha \preceq \gamma$. Ou seja,um mundo ω_1 é preferido em relação a um mundo ω_2, quando existe um condicional que prefere ω_1 a ω_2; se existir um condicional que prefira ω_2 a ω_1, então existe um outro condicional cujo antecedente não é menos específico e que prefere ω_1 a ω_2.

Seja Π_T o conjunto de todas as ordens preferenciais entre mundos. Uma fórmula β é conseqüência preferencial de α na teoria T, se, e somente se, para toda ordem $P \in \Pi_T$, para todo $\omega_2 \models \alpha \wedge \neg\beta$, existe $\omega_1 \models \alpha \wedge \beta$ e $\omega_1 < \omega_2$.

A classificação em relação às propriedades da relação de conseqüência não-monotônica do sistema resultante do acréscimo da noção de preferências entre mundos a uma teoria condicional irá depender do sistema condicional original. Entretanto, é mostrado em [Delgrande, 94] que o sistema resultante mantém os resultados da teoria original, ou seja, se $\alpha \rightarrow \beta \in T$, então β é conseqüência preferencial de α. Embora seja apresentada uma teoria de provas, apenas a consistência do sistema é obtida, faltando uma prova para demonstrar que é completo.

A lógica condicional acrescida com a noção de preferência sobre mundos resolve especificidade, herança e irrelevância. Entretanto, ambigüidade não é tratada adequadamente. Se dois condicionais pertencem à teoria e não é possível estabelecer uma relação de especificidade entre seus antecedentes, então a ordem preferencial não expressa a ambigüidade da base de conhecimento. Em particular, como discutido em [Nalon e Wainer, 96], não se obtém todas as conseqüências desejáveis a partir da seguinte teoria $T = \{\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \neg\beta, \delta \rightarrow \beta\}$.

Capítulo 5

Lógica Condicional Forte

> *— Gato Cheshire... quer fazer o favor de me dizer qual é o caminho que eu devo tomar?*
> *— Isso depende muito do lugar para onde você quer ir — disse o Gato.*
> *— Não me interessa muito para onde... — disse Alice.*
> *— Não tem importância então o caminho que você tomar — disse o Gato.*
> *— ... contanto que eu chegue a algum lugar — acrescentou Alice como uma explicação.*
> *— Ah, disso pode ter certeza — disse o Gato — desde que caminhe bastante.*
>
> *(Lewis Carroll, Alice no País das Maravilhas)*

A lógica desenvolvida, Lógica Condicional Forte (LCF), expressa o conhecimento a ser tratado não-monotonicamente através de condicionais. Entretanto, diferentemente de tais sistemas, que são classificados como fracos, a LCF, através de uma relação de conseqüência lógica fortalecida e por determinar o conjunto de modelos a partir de informação local (contida em cada um dos condicionais separadamente) e global (expressa pelo conjunto de condicionais como um todo), consegue resolver os exemplos que se enquadram nos modos de raciocínio discutidos na seção 3.2.

5.1 Lógica Condicional Forte

A LCF baseia-se um uma lógica proposicional estendida com o operador binário condicional ($\rightarrow$). P denota o conjunto de símbolos proposicionais da linguagem. A base de conhecimento $KB = \langle S, C \rangle$ é expressa por um conjunto de regras, onde S é o conjunto de regras estritas (fórmulas sem o condicional) e C é o conjunto de regras condicionais. Cada regra condicional contém apenas um operador condicional. O conjunto de fatos é chamado de evidência (E).

Seja $T = \langle KB, E \rangle$ uma teoria, onde L_T é a sua linguagem. O conjunto $\mathcal{W}$ contém todos os mundos de L_T, ou seja, o conjunto de todas as valorações para todos os símbolos proposicionais da teoria. Um LCF-modelo é o par $\langle W, < \rangle$, onde $W \subseteq \mathcal{W}$ é o conjunto de mundos possíveis que satisfazem as regras estritas (consideradas necessárias) e $<$ é a relação de acessibilidade entre os mundos em W. Dados dois mundos ω e v, $\omega < v$ pode ser interpretado como ω é menos excepcional do que v. A relação $<$ é transitiva e assimétrica, mas algumas outras restrições são impostas a ela. Alguns dos mundos em W podem ser incomparáveis, ou seja, estão "isolados" dentro do modelo.

A construção de um LCF-modelo pode ser vista como a especificação incremental da relação $<$. Entretanto, nos passos intermediários, a relação parcialmente especificada pode não satisfazer as propriedades de transitividade ou assimetria. As especificações intermediárias da relação de preferência podem ser representadas de dois modos: como um conjunto de restrições ou como como um conjunto de pares de mundos.

Definição 5.17. Uma restrição é a relação entre um mundo e um conjunto de mundos, denotada por $\omega <' \{v_1, ..., v_m\}$, onde $\omega < v_i$ para todo $i = 1, ..., m$.

Dizemos que um par de mundos $\langle a, b \rangle$ pertence a uma restrição $\omega <' \{v_1, ..., v_m\}$, se, e somente se, $a = \omega$ e $b \in \{v_1, ..., v_m\}$. Do mesmo modo, dizemos que um par de mundos $\langle a, b \rangle$ pertence a um conjunto de restrições $R = \{r_1, ..., r_n\}$, se, e somente se, $\langle a, b \rangle$ pertence a uma das restrições $r_i \in R$.

A definição padrão, encontrada em, por exemplo, [Delgrande, 87] e [Boutilier, 92], para a semântica de uma regra condicional estabelece que $\alpha \rightarrow \beta$ é satisfeita em um modelo quando ou $\neg\alpha$ é verdadeira em todos os mundos do modelo ou quando todos os mundos em que $\alpha \wedge \neg\beta$ são mais excepcionais do que algum mundo em que $\alpha \supset \beta$ é verdadeira. Para fortalecer a noção de semântica do condicional, foi estabelecido um critério mais restritivo, exigindo que todos os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ sejam mais excepcionais do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$. Deste modo são estabelecidas relações apenas entre mundos $\alpha \wedge \beta$ e $\alpha \wedge \neg\beta$. Os outros mundos, que satisfazem $\alpha \supset \beta$, ou seja, os mundos $\neg\alpha$, não são considerados mais normais, diferentemente do que ocorre nas demais lógicas condicionais.

Como ponto de partida para a construção dos modelos, determina-se, para cada condicional $\alpha \rightarrow \beta$, um conjunto de todas as relações que estabelecem que os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ sejam mais excepcionais do que exatamente um mundo $\alpha \wedge \beta$.

Definição 5.18. O conjunto de restrições definido por uma regra condicional $\alpha \to \beta$ é $R_{[\alpha\to\beta]} = \{\omega_1 <' \Psi,\ \omega_2 <' \Psi, ...,\ \omega_m <' \Psi\}$ onde $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_m$ são todos os mundos em W que satisfazem $\alpha \wedge \beta$ e $\Psi = \{v \mid v \in W,\ v \models \alpha \wedge \neg\beta\}$, onde $\models$ indica satisfatibilidade proposicional.

Cada uma das restrições do conjunto estabelece que *um mundo* que satisfaz $\alpha\wedge\beta$ é mais normal do que *todos os mundos* que satisfazem $\alpha\wedge\neg\beta$. O primeiro passo na construção dos LCF-modelos é escolher uma restrição de cada um dos conjuntos de restrições definidos por cada uma das regras condicionais em C e juntá-las em um outro conjunto de restrições chamado pré-modelo.

Definição 5.19. Dado $C = \{c_1,\ c_2,\ ...,\ c_n\}$, para cada c_i existe um conjunto de restrições $R_i = \{r_{i1}, r_{i2}, ..., r_{im_i}\}$. Um pré-modelo é o conjunto de restrições $PM = \{r_{1x1},\ r_{2x2}, ...,\ r_{1xn}\}$, onde $r_{ix_i} \in R_i$.

A partir de agora é mais conveniente trabalhar com conjuntos de pares de mundos ao invés de conjuntos de restrições. Assim, por exemplo, se uma dada teoria possui dois condicionais c_1 e c_2, cujos conjuntos de restrições são, respectivamente $R_1 = \{\{\langle a,b\rangle\},\{\langle c,d\rangle\}\}$ e $R_2 = \{\{\langle e,f\rangle\},\{\langle g,h\rangle\}\}$, então os pré-modelos resultantes são $PM_1 = \{\langle a,b\rangle,\langle e,f\rangle\}$, $PM_2 = \{\langle a,b\rangle,\langle g,h\rangle\}$, $PM_3 = \{\langle c,d\rangle,\langle e,f\rangle\}$ e $PM_4 = \{\langle c,d\rangle,\langle g,h\rangle\}$.

Cada pré-modelo especifica de modo parcial a relação $<$ entre os mundos de W. Alguns pré-modelos podem levar a ciclos, fazendo com que a relação deixe de ser assimétrica. Estes modelos com ciclos não serão usados na construção dos modelos. Para eliminá-los, é primeiramente necessário estabelecer todas as relações especificadas pelos conjuntos de restrições que compõem o pré-modelo.

Definição 5.20. O pré-modelo estendido PMe_i de um pré-modelo PM_i é o fechamento transitivo do conjunto $\{\langle\omega,v\rangle \mid \langle\omega,v\rangle \in PM_i\}$.

Um pré-modelo estendido (ou a *extensão de um pré-modelo*) nada mais é do que que o conjunto completo das relações de ordem estabelecidas pelo pré-modelo. Assim, se $PM = \{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,d\rangle\}$ é um pré-modelo, então $PM_e = \{\langle a,b\rangle,\langle b,c\rangle,\langle c,d\rangle, \langle a,c\rangle,\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle\}$ é seu pré-modelo estendido.

Definição 5.21. Um pré-modelo estendido PMe_i é inconsistente se, e somente se, existe um mundo ω tal que $\langle \omega, \omega \rangle \in PMe_i$. Caso contrário, é consistente.

Cada pré-modelo estendido consistente estabelece parte da relação de ordem de cada modelo, de modo que a relação entre os mundos é assimétrica e não-reflexiva. Além disso, apenas informação local é utilizada para a sua construção. Na construção dos modelos, informação global será acrescentada e, para isso, todos os pré-modelos estendidos consistentes serão analisados.

Seja $PM = \{PMe_1,\ PMe_2, ...,\ PMe_m\}$ o conjunto de todos os pré-modelos estendidos consistentes de uma teoria T. Ao se observar este conjunto, nota-se que algumas das relações de ordem que são estabelecidas em cada um dos pré-modelos estendidos consistentes não têm o seu inverso[1] em qualquer outro componente. Existem, assim, pares de mundos que pertencem a alguns pré-modelos estendidos e que não são contestados:

Definição 5.22. O conjunto de pares não-contestados[2] (PNC) é definido como $PNC = \{\langle \omega, v \rangle | \langle \omega, v \rangle \in PMe_i \text{ e } \nexists j, j \neq i, \langle v, \omega \rangle \in PMe_j\}$.

Cada modelo pode ser agora determinado. A partir dos conjuntos de pré-modelos estendidos consistentes, construídos a partir da informação isolada de cada regra condicional, agrega-se o conjunto de pares não-contestados, ou seja, a informação global extraída da comparação da informação fornecida por cada uma das regras condicionais com as informações fornecidas pelas demais regras.

Definição 5.23. Seja PMe_i um pré-modelo estendido consistente. O LCF-modelo M_i correspondente a PMe_i é o fecho transitivo da união de PMe_i e de PNC, desde que este fecho não seja inconsistente[3].

Um dos problemas que poderia decorrer do processo de construção dos modelos da Lógica Condicional Forte para uma determinada teoria seria que o conjunto de ordens não-contestadas poderia estabelecer ciclos. Supor, por exemplo, que três pré-modelos estendidos consistentes, necessariamente distintos, PMe_1, PMe_2 e PMe_3 estabelecessem, respectivamente, as seguintes ordens não-contestadas: $\langle x, y \rangle$, $\langle y, z \rangle$ e $\langle z, x \rangle$. Desse modo, quando o conjunto de ordens não-contestadas fosse unido aos pré-modelos consistentes e

[1] O inverso de um par ordenado $\langle a, b \rangle$ é $\langle x, y \rangle$, onde $x = b$ e $y = a$.
[2] Também chamado, neste texto, de conjunto de ordens não-contestadas.
[3] Não contenha um par $\langle \omega, \omega \rangle$, onde $\omega \in W$.

estabelecido o fecho transitivo sobre estes conjuntos, nenhum dos modelos resultantes seria consistente. Embora não tenha sido encontrada uma prova que garanta a não ocorrência deste fato, no conjunto de exemplos testados nunca aconteceu a formação de ciclos.

Conjectura 1 *Não existem mundos x, y e z, tais que* $\{\langle x,y\rangle, \langle y,z\rangle, \langle z,x\rangle\} \supset PNC$.

Por fim, a definição de conseqüência lógica.

Definição 5.24. Sejam α e β fórmulas proposicionais. A base de conhecimento KB e a evidência α têm como conseqüência lógica β (escreve-se $KB, \alpha \models \beta$), se e somente se para todo LCF-modelo $M_i = \langle W, <_i\rangle$, para todo $\omega \in W$, se $\omega \models \alpha \wedge \neg\beta$, existe um mundo $v \in W$ tal que $v < \omega$ e $v \models \alpha \wedge \beta$.

No caso em que $E = \emptyset$, a conclusão de uma fórmula β a partir da base de conhecimento é denotada por $KB \models \beta$. Quando for conveniente e não houver ambigüidade na interpretação de qual base de conhecimento está sendo usada, a expressão $KB, \alpha \models \beta$ será escrita na forma reduzida $\alpha \models \beta$.

A definição de conseqüência lógica é mais forte do que aquelas definidas pelas lógicas condicionais tradicionais [Delgrande, 87] [Delgrande, 88] [Boutilier, 94]. Nestas últimas, uma conclusão β é obtida a partir de α se todo mundo $\alpha \wedge \neg\beta$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \supset \beta$, ou se $\neg\alpha$ é verdadeira em todos os mundos. Na LCF, β é obtida de α se todos os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ são mais excepcionais do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$. Observe-se que se $\neg\alpha$ é necessária, não existirão mundos $\alpha \wedge \neg\beta$, sendo obtida, na LCF, a conclusão não-monotônica de β a partir de α, em acordo com as lógicas condicionais existentes e com as noções da lógica clássica referentes à implicação material, onde do falso tudo pode ser obtido. Entretanto, dada a existência de um mundo $\alpha \wedge \neg\beta$, a LCF exige também a existência de um mundo em que a conjunção da evidência e da conclusão seja verdadeira. Esta noção se distancia da proposta das demais lógicas condicionais, que podem considerar como menos excepcionais mundos em que a evidência é falsa e que, portanto, satisfazem a implicação material. Exemplificando, suponha-se uma regra condicional que estabeleça que os mamíferos normalmente sejam animais terrestres. Nas outras lógicas condicionais, pode-se considerar também, dependendo da base de conhecimento, dentro de um modelo, que mundos em que não existam mamíferos são mais normais que mundos em que eles existam. Esta proposição baseia-se na premissa de que seriam mais normais os mundos em que os animais não pudessem ser classificados, como no exemplo, por sua classe (e.g., mamíferos, pássaros, etc). O que está implícito nessa premissa é que o estabelecimento de uma regra condicional pressupõe excepcionalidade: se o animal pode ser classificado, então ele é excepcional sob o ponto de vista do critério desta classificação. Portanto, dentro deste modelo, são mais normais os mundos em que não se enxerga qualquer classificação. Assim, Pode-se dizer que se estabelece, a partir da relação entre os mundos desse modelo, a relação entre o que pode e o que não pode ser classificado. Entretanto, tanto na LCF quanto nas demais lógicas condicionais, este caso está tratado pela obtenção da conclusão não-monotônica a partir da necessidade da falsidade da evidência. Se o animal não cai em qualquer classificação, sendo, portanto, necessariamente "não-mamífero", concluir-se-á que é possível que viva normalmente na terra, assim como é possível que viva normalmente na água ou em qualquer outro habitat. A proposta aqui apresentada pressupõe uma visão ontológica e epistemológica diferenciada, onde a relação de mundos não irá expressar relações que não foram estabelecidas, nem pelo condicional, nem pela base de conhecimento como um todo, muito menos expressar fatos acerca do que não se conhece. Desse modo, se a base de conhecimento estabelece propriedades acerca de uma classe, na LCF, os modelos expressarão a excepcionalidade acerca destas propriedades: serão mais excepcionais, seguindo o exemplo, mundos em que mamíferos não vivam na terra.

A relação de conseqüência não-monotônica, como definida acima, estabelece apenas relações entre fórmulas proposicionais. Será definida, agora, a obtenção de uma fórmula condicional a partir da base de conhecimento.

Definição 5.25. $KB \models \alpha \rightarrow \beta$ se, para todo modelo M de KB, todo mundo $\omega \in W$, tal que $\omega \models \alpha \wedge \neg\beta$, existe um mundo v, tal que $v \models \alpha \wedge \beta$ e v é menos excepcional do que ω.

Uma das críticas às lógicas não-monotônicas tradicionais, em que a semântica é baseada na extensão do conjunto de conseqüências, é que não é possível derivar novas regras. O próximo teorema garante que na Lógica Condicional Forte isto é possível.

Teorema 1 *Seja* $T = \langle KB, E\rangle$. *Se* $KB, \alpha \models \beta$, *então* $KB \models \alpha \rightarrow \beta$.

Observar que este teorema não diz que o condicional pode ser acrescentado à teoria sem que haja modificação do conjunto de modelos. É provável que este conjunto se altere, já que novas imposições de ordem entre os mundos terão que ser acatadas. Entretanto, novas regras condicionais podem ser obtidas a partir da estrutura semântica.

5.2 Exemplos

Serão mostrados, nesta seção, dois exemplos simples que se enquadram como problemas de irrelevância e especificidade.

Exemplo 1. Dada uma base de conhecimento $KB = \langle C, S\rangle$, onde $C = \{p \rightarrow q\}$, queremos concluir, entre outras coisas, que q pode ser inferido a partir de $p \wedge r$. O conjunto de símbolos proposicionais da linguagem desta teoria é $\{p, q, r\}$. Os mundos possíveis são:

ω	0	1	2	3	4	5	6	7
p	0	0	0	0	1	1	1	1
q	0	0	1	1	0	0	1	1
r	0	1	0	1	0	1	0	1

O conjuntos de regras estritas é vazio, portanto $W = \{\omega_0, \ldots, \omega_7\}$. O conjunto de restrições definido por $p \rightarrow q$ é:

$R_{[p\rightarrow q]} = \{\omega_6 <' \{\omega_4, \omega_5\}, \ \omega_7 <' \{\omega_4, \omega_5\}\}$

Cada restrição em $R_{[p\rightarrow q]}$ define um pré-modelo. Os dois pré-modelos estendidos consistentes são: $PMe_1 = \{\langle\omega_6, \omega_4\rangle, \langle\omega_6, \omega_5\rangle\}$ e $PMe_2 = \{\langle\omega_7, \omega_4\rangle, \langle\omega_7, \omega_5\rangle\}$.

O conjunto de pares não-contestados é a união dos pré-modelos:

$PNC = \{\langle\omega_6,\omega_4\rangle, \langle\omega_6,\omega_5\rangle, \langle\omega_7,\omega_4\rangle, \langle\omega_7,\omega_5\rangle\}$

e, portanto, existe um único LCF-modelo que é o próprio PNC. Este modelo pode ser representado graficamente como na figura abaixo, onde os mundos mais normais estão à direita. Os mundos em cada grupo, embora incomparáveis entre si, são "igualmente normais", no sentido que são menos ou mais normais que o mesmo grupo de mundos. Os mundos ω_0, ω_1, ω_2 e ω_3 estão isolados, ou seja, não são menos ou mais excepcionais que nenhum outro mundo.

$$[\omega_4, \omega_5] \longrightarrow [\omega_6, \omega_7]$$
$$[\omega_0 , \omega_1, \omega_2 , \omega_3]$$

A conclusão q é obtida a partir da base de conhecimento e da evidência $p \wedge r$, já que $\omega_7 < \omega_5$, ou seja, todos os mundos $p \wedge r \wedge \neg q$ (no caso, apenas ω_5) são mais excepcionais do que algum mundo $p \wedge r \wedge q$.

Exemplo 2. Este exemplo mostra como é tratado o caso de especificidade. Dada uma base de conhecimento $KB = \langle C, S\rangle$, onde $C = \{p \rightarrow q, \ r \rightarrow \neg q\}$ e $S = \{r \supset p\}$, queremos concluir, entre outras coisas, que $\neg q$ pode ser inferido a partir de $p \wedge r$. O conjunto de símbolos proposicionais da linguagem desta teoria é $\{p, q, r\}$. Os mundos possíveis são:

ω	0	1	2	3	4	5	6	7
p	0	0	0	0	1	1	1	1
q	0	0	1	1	0	0	1	1
r	0	1	0	1	0	1	0	1

O conjuntos de regras estritas contém a implicação material $r \supset p$, portanto $W = \{\omega_0, \omega_2, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7\}$.

O conjunto de restrições definido por $p \rightarrow q$ é:
$R_{[p \rightarrow q]} = \{\omega_6 <' \{\omega_4,\ \omega_5\},\ \omega_7 <' \{\omega_4,\ \omega_5\}\}$

O conjunto de restrições definido por $r \rightarrow \neg q$ é:
$R_{[r \rightarrow \neg q]} = \{\omega_5 <' \{\omega_7\}\}$

O conjunto de pré-modelos estendidos da teoria é $PMe = \{PMe_1, PMe_2\}$, onde:
$PMe_1 = \{\omega_6 <' \{\omega_4,\ \omega_5, \omega_7\},\ \omega_5 <' \{\omega_7\}\}$ e
$PMe_2 = \{\omega_7 <' \{\omega_4,\ \omega_5, \omega_7\},\ \omega_5 <' \{\omega_7\}\}$

O conjunto PMe_2 contém um ciclo e, portanto, o único pré-modelo estendido consistente é o primeiro.

O conjunto de pares não-contestados é o próprio pré-modelo PMe_1:
$PNC = \{\langle\omega_6, \omega_4\rangle,\ \langle\omega_6, \omega_5\rangle,\ \langle\omega_6, \omega_7\rangle,\ \langle\omega_5, \omega_7\rangle\}$
e, portanto, existe um único LCF-modelo que é o próprio PNC. Este modelo pode ser representado graficamente como na figura abaixo, onde os mundos mais normais estão à direita. Os mundos em cada grupo, embora incomparáveis entre si, são "igualmente normais", no sentido que são menos ou mais normais que o mesmo grupo de mundos. Os mundos ω_0 e ω_2 estão isolados, ou seja, não são menos ou mais excepcionais que nenhum outro mundo.

$$
\begin{tikzcd}
{[\omega_7]} \arrow[r] & {[\omega_5]} \arrow[r] & {[\omega_6]} \\
 & {[\omega_4]} \arrow[ur] & \\
 & {[\omega_0\ ,\ \omega_2]} &
\end{tikzcd}
$$

A conclusão $\neg q$ é obtida a partir da base de conhecimento e da evidência $p \wedge r$, já que $\omega_7 < \omega_5$, ou seja, todos os mundos $p \wedge r \wedge q$ (no caso, apenas ω_7) são mais excepcionais do que algum mundo $p \wedge r \wedge \neg q$ (ω_5).

O capítulo seguinte apresenta os resultados gerais obtidos pela Lógica Condicional Forte. São propostas generalizações para os modos de raciocínio e apresentadas as propriedades satisfeitas pela relação de conseqüência não-monotônica.

Capítulo 6

Resultados

Onde termina a especulação, na vida real, começa o conhecimento real e positivo, a exposição da atividade prática e do processo prático de desenvolvimento dos homens.

(Marx e Engels, Deutsche Ideologie)

A seguir são apresentados os resultados alcançados a partir da semântica da Lógica Condicional Forte. Primeiramente, serão mostradas quais propriedades da relação de conseqüência lógica são satisfeitas pela LCF. Em seguida, serão discutidos os modos de raciocínio que são tratados adequadamente pela lógica. As provas dos teoremas estão no Apêndice A.

6.1 Teoremas

No que se segue, os símbolos α, β e γ representam fórmulas proposicionais; $L(X)$, onde X é um conjunto de fórmulas proposicionais, é a linguagem de X; $L(\alpha)$, onde α é um símbolo proposicional, é a linguagem de α.

6.1.1 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica

Como mostrado no Capítulo 3, uma das formas de caracterizar sistemas não-monotônicos é através de um conjunto de propriedades que o sistema satisfaz. Nesta seção serão mostradas quais regras a Lógica Condicional Forte satisfaz, terminando por determinar em que família de lógicas está incluída.

Teorema 2 *A Lógica Condicional Forte satisfaz Reflexividade*

$$\alpha \models \alpha$$

Teorema 3 *A Lógica Condicional Forte satisfaz Equivalência lógica à esquerda*

$$\frac{\models_{LP} \alpha \Leftrightarrow \beta, \alpha \models \gamma}{\beta \models \gamma}$$

Teorema 4 *A Lógica Condicional Forte satisfaz Enfraquecimento à direita*

$$\frac{\models_{LP} \alpha \supset \beta, \gamma \models \alpha}{\gamma \models \beta}$$

Teorema 5 *A Lógica Condicional Forte satisfaz Corte*

$$\frac{\alpha \wedge \beta \models \gamma, \alpha \models \beta}{\alpha \models \gamma}$$

Teorema 6 *A Lógica Condicional Forte satisfaz Triangulação*

$$\frac{\alpha \models \beta, \alpha \models \gamma}{\alpha \wedge \beta \models \gamma}$$

Teorema 7 *A Lógica Condicional Forte satisfaz a regra OU.*

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \gamma}{\alpha \vee \beta \models \gamma}$$

Teorema 8 *A Lógica Condicional Forte é um sistema preferencial.*

6.1.2 Modos de Raciocínio

Serão mostrados aqui os modos de raciocínio que a Lógica Condicional Forte trata adequadamente.

Como mostrado no Capítulo 3, especificidade e ambigüidade são tratados adequadamente por sistemas preferenciais.

Especificidade

O próximo teorema generaliza o problema de especificidade como uma propriedade da relação de conseqüência não-monotônica e mostra que a Lógica Condicional Forte a satisfaz.

Teorema 9 *A Lógica Condicional Forte satisfaz a seguinte regra:*

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \neg\gamma, \models_{LP} \beta \supset \alpha}{\alpha \wedge \beta \models \neg\gamma}$$

Ambigüidade

Ambigüidade ocorre quando duas fórmulas, sem relação entre si, levam a resultados opostos. Da conjunção destas fórmulas nenhum resultado pode ser obtido.

Teorema 10 *A Lógica Condicional Forte resolve ambigüidade.*

Irrelevância

As lógicas preferenciais não lidam adequadamente com o problema de irrelevância, como discutido na seção 3.3. Supor uma dada teoria T, que permita a inferência de β como conseqüência não-monotônica de α e que γ seja uma fórmula proposicional tal que $\delta \in L(\gamma)$ então $\delta \notin L(T)$. Sistemas preferenciais garantem que não é possível derivar a negação de β a partir da conjunção de α e γ. Este resultado, derivado da regra 3.24 é ainda mais fraco do que o esperado para o problema de irrelevância.

Irrelevância é tratada adequadamente por sistema racionais. Embora não tenha sido provado que a Lógica Condicional Forte satisfaça monotonicidade racional, o teorema seguinte prova que a forma fraca de irrelevância é resolvida pelo sistema. Quando um símbolo proposicional que não pertencia à linguagem de T é incluído na evidência, os mesmos resultados anteriores são obtidos.

Teorema 11 *Sejam α, β fórmulas proposicionais. Seja $T = \langle KB, E \rangle$ uma teoria, onde $E = \{\alpha\}$. Sejam L_T a linguagem de T e W o conjunto de mundos que satisfazem as regras estritas de T. Se $KB, \alpha \models \beta$, então $KB, \alpha \wedge \gamma \models \beta$, onde γ é uma variável proposicional (ou sua negação) e $\gamma \notin L_T$.*

O próximo teorema apresenta a extensão deste resultado, onde qualquer fórmula irrelevante é acrescentada à evidência:

Teorema 12 *Sejam α, β fórmulas proposicionais. Seja $T = \langle KB, E \rangle$ uma teoria, onde $E = \{\alpha\}$. Seja L_T a linguagem de T. Se $KB, \alpha \models \beta$, então $KB, \alpha \wedge \gamma \models \beta$, onde γ é uma fórmula proposicional e nenhum dos símbolos proposicionais de γ pertencem a L_T.*

Este teorema diz que a conjunção da evidência a qualquer fórmula proposicional, constituída por símbolos proposicionais que não estavam presentes na linguagem da teoria, continua permitindo a inferência das mesmas conclusões anteriores.

Quando um símbolo proposicional, que não pertencia à teoria, é acrescentado à evidência, o que ocorre é uma extensão da linguagem original, de modo a incluir este novo símbolo. As relações entre os mundos não se altera, uma vez que são determinadas pelas regras condicionais, as quais não são modificadas. Daí, como resultado do teorema anterior, obtém-se:

1. Se a linguagem da teoria for estendida com quaisquer símbolos, os resultados da teoria original continuam a ser obtidos.
2. Se a linguagem da teoria for diminuída de modo a conter apenas os símbolos proposicionais que compõem as regras (condicionais e estritas) e a evidência, os resultados da teoria original continuam a ser obtidos.

Não foi provado que a forma forte de irrelevância é tratada dentro da LCF. Entretanto, o conjunto de exemplos que inclui este modo de raciocínio produz sempre os resultados esperados. Um dos exemplos utiliza a seguinte base de conhecimento:

1. Mamíferos normalmente são animais terrestres.
2. Mamíferos marrons normalmente são peludos.

A característica da cor do animal não interfere nas conclusões sobre mamíferos. Assim, conclui-se "animais terrestres" tanto de "mamíferos", quanto de "mamíferos marrons".

Do mesmo modo, embora não tenha sido obtida a prova para o caso de teorias irrelevantes, a Lógica Condicional Forte resolve adequadamente os exemplos testados. Supor a teoria $T = \langle KB, E \rangle$, onde $KB = \{\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta\}$. Os seguintes resultados são obtidos:

- $\alpha \models \beta$
- $\gamma \models \delta$
- $\alpha \wedge \gamma \models \beta$

- $\alpha \wedge \delta \models \beta$
- $\alpha \wedge \gamma \wedge \delta \models \beta$
- $\gamma \wedge \beta \models \delta$

Herança

Como não foi provado que a Lógica Condicional Forte satisfaz monotonicidade racional (3.7), não é possível derivar transitividade fraca. Entretanto, nos exemplos testados, incluindo aqueles apresentados nas seções 3.2 e 3.3, a Lógica Condicional Forte bloqueia o mecanismo de inferência sempre que a base de conhecimento contém informação que negue a possibilidade de herança de propriedades da superclasse. Além disso, o sistema, diferentemente dos sistemas racionais, permite que subclasses herdem propriedades quando não há informação em contrário. Alguns dos exemplos são mostrados abaixo:

1. $KB = \{$mamíferos $\rightarrow$ terrestres, mamíferos $\rightarrow \neg$ ovíparos, baleias $\rightarrow$ mamíferos, baleias $\rightarrow \neg$ terrestres$\}$
   - mamíferos $\models$ terrestres
   - mamíferos $\wedge$ baleias $\models \neg$ terrestres
   - baleias $\models \neg$ ovíparos.
2. $KB = \{$estudantes $\rightarrow$ adultos, adultos $\rightarrow$ trabalhadores, estudantes $\rightarrow \neg$ trabalhadores$\}$
   - estudantes $\models$ adultos
   - estudantes $\models \neg$ trabalhadores
3. $KB = \{$pingüins $\supset$ pássaros, pássaros $\rightarrow$ voam, pássaros $\rightarrow$ têm asas, pingüins $\rightarrow \neg$ voam$\}$
   - pingüins $\models \neg$ voam
   - pingüins $\models$ têm asas

Capítulo 7

Conclusão

What we call the beginning is often the end
And to make an end is to make a beginning.
The end is where we start from...

(T.S. Elliot, Four Quartets)

Sim, quero a palavra última que também é tão primeira que já se confunde com a parte intangível do real. Ainda tenho medo de me afastar da lógica porque caio no instintivo e direto, e no futuro. Desde já é futuro, e qualquer hora é hora marcada. Que mal porém tem eu me afastar da lógica? Estou lidando com a matéria-prima. Estou atrás do que fica atrás do pensamento.

(Clarice Lispector, Água Viva)

Foi apresentada a semântica da Lógica Condicional Forte (LCF), uma lógica condicional que além de manter as boas propriedades de sistemas fracos, que dão um tratamento elegante para o problema de especificidade, também lida corretamente com tipos de inferências associadas a sistemas fortes, tais como herança e irrelevância. Neste trabalho foram, também, propostas generalizações para os problemas de irrelevância e especificidade, modos de raciocínio que normalmente são apresentados na literatura através de exemplos. Provou-se que a LCF resolve adequadamente estes problemas e mostrou-se que instâncias associadas ao problema de herança são também resolvidas corretamente. Além disso, a lógica é desejavelmente fraca quando trata o problema de ambigüidade, não permitindo que nenhuma conclusão seja obtida em tal caso.

Diferentemente de outros sistemas [Delgrande, 94] [Geffner e Pearl, 92], a LCF não se baseia em nenhuma outra lógica subjacente para definir especificidade ou irrelevância, nem implementa mecanismos externos para bloquear inferências indesejáveis ou para aumentar o conjunto de conseqüências não-monotônicas. O seu poder de inferência baseia-se em uma definição mais restrita do operador condicional e na semântica que passa a agregar informação global à estrutura de mundos a partir da qual a noção de conseqüência é estabelecida.

Paralelamente ao trabalho de tese, foi implementado um protótipo para um provador de teoremas para a Lógica Condicional Forte. Escrito em LISP, este provador é composto de duas partes: um construtor de modelos, que, a partir de uma dada base de conhecimento, constrói o conjunto dos modelos LCF; e um checador de modelos, que responde às consultas sobre a base de conhecimento. Muito recurso é requerido para a primeira parte do provador, uma vez que é necessário lidar com a satisfabilidade de fórmulas, na checagem de quais mundos satisfazem as regras estritas da base de conhecimento e de quais mundos satisfazem os condicionais, que é um problema NP-completo, além do problema inerente ao tamanho das estruturas que possam representar os conjuntos de restrições, conjuntos de pré-modelos e, por fim, o conjunto de modelos. Muito esforço é consumido na extensão dos conjuntos de pré-modelos e na verificação da consistência dos mesmos. Além disso, a construção do conjunto de ordens não-contestadas exige a verificação de todos os pré-modelos estendidos consistentes. A segunda parte do provador, entretanto, é simples. Embora ainda exija a verificação da satisfabilidade de fórmulas, para a determinação dos mundos que satisfazem a conjunção da evidência e da conclusão e os que satisfazem a conjunção da evidência e da negação da conclusão, após este passo, o percorrimento dos grafos, que representam os modelos, permite determinar se uma fórmula é conseqüência não-monotônica de outra ou não. Por se tratar de um sistema lógico baseado na linguagem proposicional a verificação da relação de conseqüência não-monotônica também é decidível. A divisão do provador em duas partes só é possível a partir da prova de que a LCF resolve o problema de irrelevância, já que não é preciso acrescentar mundos e ordens aos modelos quando uma variável proposicional irrelevante é acrescentada à evidência. Este provador pode ser disponibilizado e o seu melhoramento, tanto a nível algorítmico, como em relação às interfaces, é uma das propostas para trabalhos futuros.

A extensão da Lógica Condicional Forte a partir de uma lógica de primeira ordem é outra proposta de extensão deste trabalho. Vários outros fatores têm que ser considerados em tais sistemas. Isto também permitiria uma melhor comparação com alguns sistemas, como a Lógica N [Delgrande, 87], que apresenta outros problemas além daqueles aqui relacionados. Seria necessário também um estudo acerca das propriedades da relação de conseqüência lógica, uma vez que o estudo apresentado em [Kraus et al, 90] referem-se a lógicas baseadas em linguagem proposicional.

Para finalizar, um outro estudo, baseado na Linguagem Condicional Forte, está em andamento. Este estudo refere-se ao caráter dinâmico da base de conhecimento e se relaciona também com a possibilidade da separação e da união de teorias a partir de conjuntos de modelos já construídos. No momento, apenas teorias independentes, ou seja, com linguagens distintas, estão sendo consideradas.

Bibliografia

[Bergmann et al, 90] Bergmann, M., Moor, J. e Nelson, J. *The Logic Book.* McGraw-Hill, segunda edição, 1990.

[Boutilier, 92] Boutilier, C.*Conditional Logics for Default Reasoning and Belief Revision.* (Ph.D. Dissertation) Technical Report - KRR-TR-92-1, University of Toronto, January, 1992.

[Boutilier, 94] Boutilier, C. *Conditional Logics of Normality: A Modal Approach.* Artificial Intelligence, vol. 68, pp. 87-154, 1994.

[Brafman, 96] Brafman, R. I. *"Statistical" First Order Conditionals.* Proceedings of The Fifth International Conference on Knowledge Representation and Reasoning, Massachusetts, 1996, pp. 398-410.

[Brewka, 91] Brewka, G. *Cumulative Default Logic: In Defense of Nonmonotonic Inference Rules.* Artificial Intelligence, vol. 50 (2), pp.183-205, 1991.

[Chellas, 80] Chellas, B.F. *Modal Logic: An Introduction.* Cambridge University Press, 1980.

[Cresswell e Hughes, 73] Cresswell, M.J., Hughes, G.E. *Introduccion a la Logica Modal.* Editorial Tecnos, Madrid, 1973.

[Delgrande, 87] Delgrande, James P. *A First-Order Conditional Logical for Prototypical Properties.* Artificial Intelligence, vol. 33 (1), pp. 105-130, 1987.

[Delgrande, 88] Delgrande, J.P. *An Approach to Default Reasoning Based on a First-Order Conditional Logic: Revised Report.* Artificial Intelligence, vol. 36 (1), pp. 63-90, 1988.

[Delgrande e Jackson, 91] Delgrande, J. P.; Jackson, W. *Default Logic Revised.* Em Allen, J. F.; Fikes, R. E. e Sandewall, E. Proceedings of 2nd International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning, Cambridge, MA, 1991, pp. 118-127.

[Delgrande, 94] Delgrande, James P. *A preference Approach to Default Reasoning: Preliminary Report*, American Association for Artificial Intelligence Conference, Seattle, WA, July, 1994.

[Dung e Son, 96] Dung, P. M., Son, T. C. *An Argumentation-Theoretic Approach to reasoning With Specificity.* Proceedings of The Fifth International Conference on Knowledge Representation and Reasoning, Massachusetts, 1996, pp. 506-517.

[Freund et al, 91] Freund, M., Lehmann,D. Morris, P. *Rationality, Transitivity and Contraposition.* Artificial Intelligence, vol. 52, pp.191-203, 1991.

[Gabbay, 85] Gabbay, D. *Theoretical Foundations For Non-Monotonic Reasoning In Expert-Systems.* EmK.R. Apt, ed., *Logics and Models of Concurrent Systems* Berlim, Springer, 1985.

[Gärdenfors, 86] Gärdenfors, P. *Belief Revision And The Ramsey Test For Conditionals.* The Philosophical Review, 95:81-93, 1986

[Gärdenfors, 90] Gärdenfors, P. *Belief Revisions and Nonmonotonic Logic: Two Sides Of The Same Coin?.* Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence, pp. 768-773, 1990.

[Geffner e Pearl, 92] Geffner,H., Pearl, J. *Conditional Entailment: Bridging Two Approaches To Default Reasoning.* Artificial Intelligence, vol. 53, pp. 209-244, 1991.

[Kraus et al, 90] Kraus, S., Lehmann,D., Magidor, M. *Nonmonotonic Reasoning, Preferential Models and Cumulative Logics.* Artificial Intelligence, vol. 44, pp.167-207, 1990.

[Lehmann et al, 92] Lehmann, D., Magidor,M. *What Does a Conditional Knowledge Base Entail?* Artificial Intelligence, vol. 55 (1), pp. 1-60, 1992.

[Lifschitz, 85] Lifschitz, V. *Computing Circumscription.* Proceedings of 9th IJCAI, Los Angeles, CA, 1985, pp.121-127.

[Lucaszewicz, 88] Lucaszewicz, W. *Considerations On Default Logic - An Alternative Approach.* Comput. Intell., vol. 4, pp. 1-16, 1988.

[Makinson, 89] Makinson, D. *General Theory Of Cumulative Inference.* Em Reinfrank, M.; de Kleer, J.; Ginsberg, M.L. e Sandewall, E. (organizadores). Proceedings of the Second International Workshop on Non-Monotonic Reasoning, 1988. Lecture Notes in Artificial Intelligence (346), Springer-Verlag, Berlim, 1989, pp. 1-18.

[Marek e Truszczynski, 91] Marek, W., Truszczynski, M. *Autoepistemic Logic.* Journal of the ACM, 38:588-619, 1991.

[McCarthy, 80] McCarthy, J. *Circumscription - A Form Of Nonmonotonic Reasoning.* Artificial Intelligence, vol. 13, pp. 27-39, 1980.

[Minsky, 74] Minsky, M. *A Framework For Representing Knowledge.* Em Brachman,R; Levesque, H. J. (organizadores) *Readings in Knowledge Representation.* Morgan Kaufmann, 246-262, 1985.

[Moore, 85] Moore, R. C. *Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic.* Artificial Intelligence, vol. 25 (1), pp. 75-94, 1985.

[Nalon e Wainer, 96] Nalon, C., Wainer, J. *Constructing Conditional Models With Good Properties: Preliminary Results.* Anais da Conferência Internacional da Sociedade Chilena de Computação, 1996.

[Pearl, 90] Pearl, J. *System Z: A natural ordering of defaults with tractable applications to nonmonotonic reasoning.* In Proceedings of the Third Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge, pp. 121-135, Pacific Grove, Ca., 1990.

[Reiter, 80] Reiter, R. *A logic for default reasoning.* Artificial Intelligence, vol. 13 (1,2), pp. 81.132, 1980.

[Schaub, 91] Schaub, T. *On Commitment And Cumulativity In Default Logics.* Em Kruse, R. (organizador). Proceedings of European Conference On Symbolic and Quantitative Approaches To Uncertainty. Berlim, 1991, Springer-Verlag, pp.304-309.

[Shoham, 88] Shoham, Y. *Reasoning About Change: Time and Causation from the Standpoint of Artificial Intelligence.* MIT Press, 1988.

[Torsun, 92] Torsun, I. S. *Foundations of Intelligent Knowledge-Based Systems.* Academic Press, Londres, 1992.

Apêndice A

Teoremas e Provas

A seguir são apresentados os resultados alcançados a partir da semântica da Lógica Condicional Forte. Enquanto o primeiro teorema trata do aspecto de construção dos modelos da LCF, os seguintes tratam das propriedades que a relação de conseqüência lógica satisfaz e classifica o sistema. A última seção apresenta as provas dos modos de raciocínio que são adequadamente tratados.

A.1 Derivação de Regras

Teorema 1. Seja $T = \langle KB, E \rangle$. Se $KB, \alpha \models \beta$, então $KB \models \alpha \rightarrow \beta$.
Prova A partir da definição do condicional. A fórmula $\alpha \rightarrow \beta$ é verdadeira, se em todos os modelos de T, todos os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ forem mais excepcionais do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$. Se $KB, \alpha \models \beta$, então todo mundo $\alpha \wedge \neg\beta$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$ em todos os modelos de T, logo $KB \models \alpha \rightarrow \beta$.

A.2 Propriedades da Relação de Conseqüência Não-Monotônica

Teorema 2. A Lógica Condicional Forte satisfaz Reflexividade

$$\alpha \models \alpha$$

Prova Óbvio. Como não existem mundos $\alpha \wedge \neg\alpha$, a definição de conseqüência não-monotônica é satisfeita. Portanto, $\alpha \models \alpha$

Teorema 3. A Lógica Condicional Forte satisfaz Equivalência lógica à esquerda

$$\frac{\models_{LP} \alpha \Leftrightarrow \beta, \alpha \models \gamma}{\beta \models \gamma}$$

Prova Se $\alpha \Leftrightarrow \beta$, então todos os mundos α serão mundos $\alpha \wedge \beta$. Daí que, se em todos os modelos todo mundo $\alpha \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$ e se todo mundo α é um mundo β, também ocorrerá que todo mundo $\beta \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\beta \wedge \gamma$. Logo $\beta \models \gamma$.

Teorema 4. A Lógica Condicional Forte satisfaz Enfraquecimento à direita

$$\frac{\models_{LP} \alpha \supset \beta, \gamma \models \alpha}{\gamma \models \beta}$$

Prova Se $\alpha \supset \beta$, os mundos que satisfazem as regras estritas são mundos $\alpha \supset \beta$, ou seja, os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ não pertencem a W. Se $\gamma \models \alpha$, sabe-se que todo mundo $\gamma \wedge \neg\alpha$ é mais excepcional do que algum mundo $\gamma \wedge \alpha$ em todos os modelos. Por conseqüência, todos os mundos $\gamma \wedge \neg\alpha$ são mais excepcionas do que algum mundo $\gamma \wedge \alpha \wedge \beta$ (não podem ser mais excepcionais do que algum mundo $\gamma \wedge \alpha \wedge \neg\beta$, porque estes últimos mundos não satisfazem $\alpha \supset \beta$).

Os mundos $\gamma \wedge \neg\beta$ são necessariamente mundos do tipo $\gamma \wedge \neg\alpha \wedge \neg\beta$, para satisfazer $\alpha \supset \beta$.

Os mundos $\gamma \wedge \neg\alpha \wedge \neg\beta$ são mais excepcionais do que algum mundo $\gamma \wedge \alpha \wedge \beta$, porque estão inclusos no conjunto de mundos $\gamma \wedge \neg\alpha$.

Logo, todo mundo $\gamma \wedge \neg\beta$ é mais excepcional do que algum mundo $\gamma \wedge \beta$. Portanto, $\gamma \models \beta$.

Teorema 5. A Lógica Condicional Forte satisfaz Corte

$$\frac{\alpha \wedge \beta \models \gamma, \alpha \models \beta}{\alpha \models \gamma}$$

Prova Para que valha $\alpha \models \gamma$, então todo mundo $\alpha \wedge \neg\gamma$ deve ser mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$.

O conjunto de mundos $\alpha \wedge \neg\gamma$ inclui $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ e $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma$.

Como $\alpha \wedge \beta \models \gamma$, então todo mundo $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$. Basta verificar quais são os mundos menos excepcionais do que $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma$.

Se $\alpha \models \beta$, todo mundo $\alpha \wedge \neg\beta$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$. Entre os mundos $\alpha \wedge \neg\beta$ estão incluídos os mundos $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$ e os mundos $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma$. Então em cada modelo ocorre:

1. $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$ e $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$;
2. ou $(\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$ e $(\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$.

No primeiro caso, o par $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma)$, garante que existe um mundo $\alpha \wedge \gamma$ menos excepcional para o mundo $\alpha \wedge \neg\gamma$.

No segundo caso, o primeiro par $(\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma, \alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma)$ contém o mundo $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ como sendo mais normal do que o mundo $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$. Entretanto, devido à condição $\alpha \wedge \beta \models \gamma$, sabe-se que este mundo é mais excepcional do que o mundo $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$.

Assim, para todo mundo $\alpha \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$. Portanto, $\alpha \models \gamma$.

Teorema 6. A Lógica Condicional Forte satisfaz Triangulação

$$\frac{\alpha \models \beta, \alpha \models \gamma}{\alpha \wedge \beta \models \gamma}$$

Prova Todo mundo $\alpha \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$. Portanto, todo mundo $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$. Assim, um dos dois pares ocorre em todos os modelos:

1. $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma, \alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$ ou
2. $(\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma, \alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma)$.

Como $\alpha \models \beta$, todo mundo $\alpha \wedge \neg\beta$ deve ser mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \beta$. Logo, apenas o primeiro par pertence a todos os modelos da teoria. Portanto, $\alpha \wedge \beta \models \gamma$.

Teorema 7. A Lógica Condicional Forte satisfaz a regra OU.

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \gamma}{\alpha \vee \beta \models \gamma}$$

Prova Se $\alpha \models \gamma$, então todo $\alpha \wedge \neg\gamma$, incluindo os mundos $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ e os mundos $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma$, é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$. Se $\beta \models \gamma$,então todo $\beta \wedge \neg\gamma$, incluindo os mundos $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$ e os mundos $\neg\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$, é mais excepcional do que algum mundo $\alpha \wedge \gamma$. Logo, todo mundo $(\alpha \vee \beta) \wedge \neg\gamma$, ou seja, os mundos $\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$, $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \neg\gamma$ e $\neg\alpha \wedge \beta \wedge \neg\gamma$, são ou mais excepcionais do que algum mundo que ou satisfaz $\alpha \wedge \gamma$ ou que satisfaz $\beta \wedge \gamma$. Portanto, $\alpha \vee \beta \models \gamma$.

Teorema 8. A Lógica Condicional Forte é um sistema preferencial.

Prova De acordo com os teoremas 2 a 7, a Lógica Condicional Forte satisfaz todas as regras que são satisfeitas por um sistema preferencial.

A.3 Modos de Raciocínio

A.3.1 Especificidade

Teorema 9. A Lógica Condicional Forte satisfaz a seguinte regra:

$$\frac{\alpha \models \gamma, \beta \models \neg\gamma, \models_{LP} \beta \supset \alpha}{\alpha \wedge \beta \models \neg\gamma}$$

Prova Este resultado é obtido por lógicas que satisfazem a propriedade de triangulação, logo, também é obtido na Lógica Condicional Forte.

A.3.2 Ambigüidade

Teorema 10. A Lógica Condicional Forte resolve ambigüidade.
Prova Este resultado é obtido por toda lógica preferencial, conforme [Kraus et al, 90].

A.3.3 Irrelevância

Primeiramente, será apresentada a definição da operação de concatenação de mundos.

Definição A.26. Seja W um conjunto de mundos. Sejam $\omega, v \in W$, onde $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$, $v = (v_1, \ldots, v_m)$ e $\omega_i, v_j \in \{0, 1\}$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$. A *concatenação do mundo v ao mundo ω* é definida por $\omega v = (\omega_1, \ldots, \omega_n, v_1, \ldots, v_m)$.

Assim, por exemplo, se $\omega = (0,0,0,1)$ e $v = (1,0,1,0,1)$, então a concatenação de v a ω é $\omega v = (0,0,0,1,1,0,1,0,1)$. Por simplificação, ao concatenar uma variável proposicional α a um mundo ω, escrever-se-á $\omega\alpha$. Por exemplo, se $\omega = (0,0,0,1)$, então $\omega\alpha = (0,0,0,1,1)$.
Teorema 11. Sejam α, β fórmulas proposicionais. Seja $T = \langle KB, E\rangle$ uma teoria, onde $E = \{\alpha\}$. Sejam L_T a linguagem de T e W o conjunto de mundos que satisfazem as regras estritas de T. Se $KB, \alpha \models \beta$, então $KB, \alpha \wedge \gamma \models \beta$, onde γ é uma variável proposicional (ou sua negação) e $\gamma \notin L_T$.

Prova Se $\gamma \notin L_T$, quando ocorre a sua conjunção com a evidência, a linguagem é aumentada de um símbolo, ou seja, $L_T \cup \{\gamma\}$. A conjunção de γ à evidência não altera o conjunto de regras estritas e, portanto, não altera as condições que este conjunto estabelece para a determinação do conjunto W. Deste modo, ocorre apenas a duplicação do número de mundos:

- para cada $\omega_i \in W$, obteremos, por concatenação, $\omega_i\gamma$ e $\omega_i\bar{\gamma}$, onde $\bar{\gamma}$ significa a negação de γ.

A conjunção de γ à evidência não altera as relações estabelecidas pelos condicionais, apenas aumenta o número destas relações. O conjunto de restrições é duplicado, duplicando também o número de modelos:

- onde existia um modelo com o par (ω_i, ω_j) passam a existir dois modelos: o primeiro com os pares $(\omega_i\gamma, \omega_j\gamma)$ e $(\omega_i\gamma, \omega_j\bar{\gamma})$; e o segundo com os pares $(\omega_i\bar{\gamma}, \omega_j\gamma)$ e $(\omega_i\bar{\gamma}, \omega_j\bar{\gamma})$.

Como $KB, \alpha \models \beta$, sabemos que todo $\omega_j \models \alpha \wedge \neg\beta$ pertence a um par (ω_i, ω_j) tal que $\omega_i \models \alpha \wedge \beta$. Assim, para cada modelo em que este par ocorria, passarão a existir dois outros, com os pares correspondentes $(\omega_i\gamma, \omega_j\gamma)$ e $(\omega_i\gamma, \omega_j\bar{\gamma})$, no primeiro modelo e $(\omega_i\bar{\gamma}, \omega_j\gamma)$ e $(\omega_i\bar{\gamma}, \omega_j\bar{\gamma})$, no segundo. Como não é estabelecida ordem entre os $\omega_i\gamma$ e os $\omega_i\bar{\gamma}$, todos os quatro pares destes dois modelos pertencerão ao conjunto de ordens não-contestadas. Daí que para todo $\omega_j\gamma \models \alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$ teremos um mundo menos excepcional $\omega_i\gamma \models \alpha \wedge \beta \wedge \gamma$. Logo, $KB, \alpha \wedge \gamma \models \beta$.

Teorema 12. Sejam α, β fórmulas proposicionais. Seja $T = \langle KB, E\rangle$ uma teoria, onde $E = \{\alpha\}$. Seja L_T a linguagem de T. Se $KB, \alpha \models \beta$, então $KB, \alpha \wedge \gamma \models \beta$, onde γ é uma fórmula proposicional e nenhum dos símbolos proposicionais de γ pertencem a L_T.

Prova A prova deste teorema é trivial. Serão feitas apenas algumas considerações. Para o que se segue considerar que γ_1 é uma variável proposicional (ou sua negação) e γ_2 é uma fórmula proposicional.

São quatro as possibilidades para a forma de γ.

No primeiro caso, $\gamma = \gamma_1 \wedge \gamma_2$ e a prova pode ser obtida por indução sobre o número de variáveis proposicionais que compõem a fórmula adicionada à evidência, com base no teorema anterior.

No segundo caso, $\gamma = \gamma_1 \vee \gamma_2$; neste caso, sabendo-se que ambas γ_1 e γ_2 são irrelevantes, a prova é obtida usando a regra OU (3.6).

No terceiro caso. $\gamma = \neg(\gamma_1 \wedge \gamma_2) = \neg\gamma_1 \vee \neg\gamma_2$. Ou seja, como no segundo caso.

No quarto caso. $\gamma = \neg(\gamma_1 \vee \gamma_2) = \neg\gamma_1 \wedge \neg\gamma_2$. Ou seja, como no primeiro caso.