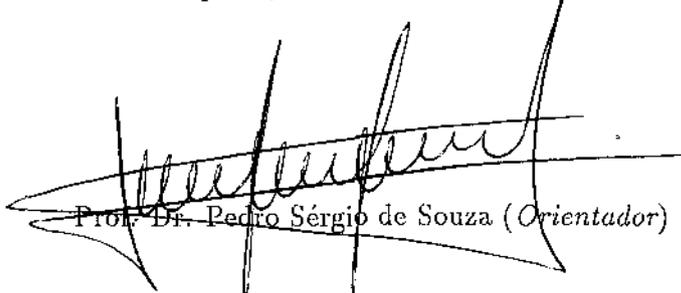


# *A-Teams* para um Problema de Transporte de Derivados de Petróleo

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida pelo Sr. Eduardo Camponogara e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 15 de dezembro de 1995.



Prof. Dr. Pedro Sérgio de Souza (*Orientador*)

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	T/ONICAMP
V.	C15 Fa
TOMBO BC	26789
PROC.	667196
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
X	<input type="checkbox"/>
PREÇO	11,00
DATA	08/02/96
N.º CPD	

CM00083068.0

Camponogara, Eduardo

C157t A-Teams para um problema de transporte de derivados de petróleo/Eduardo Camponogara.-- Campinas, [S.P. :s.n.], 1995.

Orientador : Pedro Sérgio de Souza.

Dissertação [mestrado] - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação.

1.Petróleo - Derivados. 2. Petróleo - Transporte. 3. Planejamento. 4. \*Fluxo em rede. 5.\*Escalonamento.I.Souza, Pedro Sérgio de. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação. III. Título.

Tese de Mestrado defendida e aprovada em 15 de dezembro de 1995  
pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.

*Paulo Ricardo de Oliveira*

---

Prof (a). Dr (a).

*Paulo Ricardo de Oliveira*

---

Prof (a). Dr (a).

*[Handwritten signature]*

---

Prof (a). Dr (a).

# *A-Teams* para um Problema de Transporte de Derivados de Petróleo<sup>1</sup>

Eduardo Camponogara<sup>2</sup>

Departamento de Ciência da Computação  
IMECC – UNICAMP

Banca Examinadora:

- Pedro Sérgio de Souza (orientador)<sup>3</sup>
- Ricardo Dahab<sup>3</sup>
- Ismael Regis de Farias Jr<sup>4</sup>
- João Meidanis (suplente)<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

<sup>2</sup>O autor é Bacharel em Informática pela Universidade Federal de Santa Maria.

<sup>3</sup>Professor do Departamento de Ciência da Computação - IMECC - UNICAMP.

<sup>4</sup>Pesquisador do *IBM Consulting Group*.

*Aos meus Pais, Euclides e Isalda*

# Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Pedro Sérgio de Souza, por sua confiança e amizade acima de tudo. Por sua firmeza em indicar as implicações dos possíveis caminhos a seguir.

A Waldir Arruda, por sua disposição e valiosa ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus companheiros de república, Márcio Botelho, George Marconi Lima, Ricardo Pignatari e Fábio Pova, os quais foram minha família em uma terra até então desconhecida.

Aos meus colegas mais próximos, Nuccio Zuquello, Rosiane Rodrigues, Verônica Almeida, Horácio e Sandra Saggion e Wesley Ribeiro.

Ao meu amigo Edson Bacin, por seu companheirismo.

À guria que todo pai gostaria de ter como filha, Karen Pires. Por seus adoráveis bolos e recomendações na escrita da tese.

À minha parceira de dança Cristiane Reynaldo, por sua paciência.

Um agradecimento especial aos Professores Ricardo Dahab, Pedro J. de Rezende, João Meidanis e João Carlos Setubal. Por seus ensinamentos nas disciplinas.

Aos Professores Marcus Vinícius S. Poggi de Aragão e Cid Carvalho de Souza, pelo apoio, críticas e recomendações ao trabalho.

A todos os demais colegas de mestrado.

*Bonitas são as coisas que vemos.  
Mais bonitas são as que entendemos.  
Ainda mais bonitas são aquelas que não compreendemos.*

Nieles Steensen (Steno) 1638-1686  
"The Origin of the Universe"

## Resumo

A presente dissertação trata do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo (PTDP) da Petrobrás (Companhia Brasileira de Petróleo). A empresa dispõe de um conjunto de refinarias e terminais no Estado de São Paulo, responsáveis pela produção e distribuição dos derivados de petróleo aos mercados consumidores. As bases (refinarias e terminais) não são auto-suficientes no suprimento de seus mercados locais, exigindo o transporte de derivados de uma base para outra através de dutos. Dada uma rede de transporte, uma configuração inicial e uma expectativa de produção e consumo, o problema é encontrar os fluxos de produtos nos dutos que atendam aos mercados e satisfaçam as restrições tecnológicas e temporais.

Inicialmente é formalizado o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo, envolvendo a especificação dos dados, da solução e da função objetivo. As dificuldades de incorporação de todas as restrições e de aquisição de dados levaram à adoção de um problema mais simples, denominado Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado (PTDPS), muito semelhante ao original.

Um modelo em Programação Matemática é proposto para o PTDPS. Esse modelo foi derivado do Modelo de Fluxo em Rede com Múltiplos períodos, cujos dutos foram subdivididos em segmentos e identificados por vértices em função de suas significativas capacidades. Variáveis binárias foram associadas aos vértices dos segmentos a fim de limitar o armazenamento a um único produto e expressar as restrições de compatibilidade de produtos em segmentos adjacentes. A característica linear do modelo levou à aplicação da ferramenta de otimização CPLEX 3.0 na intenção de resolver o modelo de uma instância real do PTDPS.

A dificuldade em obter soluções para o modelo motivou o desenvolvimento de uma abordagem heurística. Com esse objetivo, foi proposta uma abordagem de decomposição do PTDPS em três subproblemas: a geração das operações de transporte (*jobs*); a escolha da rota entre a base produtora e a consumidora de cada *job*; e a programação das operações (escalonamento). Esses componentes foram integrados em um Time Assíncrono (*A-Team*), que pode ser visto como uma organização de software descentralizada para cooperação de algoritmos. Um *A-Team* foi implementado e os resultados obtidos mostraram a sua adequabilidade à resolução do PTDPS.

# Abstract

The present master's dissertation deals with the Problem of Oil Transportation through Pipelines (PTDP) from the Brazilian Oil Company (Petrobrás). The company has a set of refineries and terminals all over the State of São Paulo, responsible for production and delivery of oil-derived products to consumers' markets. The bases (terminals and refineries) don't necessarily produce enough to supply their own demands. Therefore, one should ship products through a network of pipes that connect the bases. Given a network, a initial state and a planning of production and demand at each base, the goal is to find what goods should be pumped into the pipes in order to supply the markets without violating any technological or temporal constraint.

First, the Problem of Oil Transportation through Pipelines is formalized by means of describing the input data, solution and objective function. As a result of the difficulties in dealing with all the constraints and collecting the data from a real instance, a simplified version of the main problem was adopted, denominated the Simplified Problem of Oil Transportation through Pipelines (PTDPS), very similar to the original one.

A Mathematical Programming Model for the PTDPS, derived from Multi-Period Network Flow Model, was proposed. The pipes of the network were split into segments and identified in the model as nodes. Binary variables were associated to the nodes with the aim of allowing the storage of only one product at each segment. It was necessary to express the constraints of compatible products in adjacent segments. The model for an instance of the PTDPS was optimized with the CPLEX 3.0 package.

The difficulty in obtaining a solution for the model motivated the development of an heuristical approach, which split the problem into three components: generation of shipment's operations (jobs); selection of a route connecting source and target bases of each job; and scheduling the jobs. The components were integrated in an Asynchronous Team (A-Team), that is a decentralized software organization for cooperation among algorithms. The achieved results showed that A-Teams are adequate for the PTDPS's resolution.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Visão Geral do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo .	2
1.2	Objetivos . . . . .	2
1.3	Organização da Dissertação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Definição do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo</b>	<b>6</b>
2.1	Introdução . . . . .	6
2.2	Dados do Problema . . . . .	8
2.3	Solução do Problema . . . . .	13
2.4	Função Objetivo . . . . .	18
2.5	Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado . .	19
<b>3</b>	<b>Modelo Matemático para o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado</b>	<b>23</b>
3.1	Introdução . . . . .	23
3.2	Programação Matemática . . . . .	24
3.3	Modelos de Fluxo em Rede . . . . .	26
3.4	Fluxo em Rede com Multiperíodos . . . . .	29
3.5	Modelo em Programação Matemática para o PTDPS . . . . .	29
3.5.1	Construção do Modelo . . . . .	31
3.6	Resultados Computacionais . . . . .	41
3.7	Incrementos ao Modelo Matemático do PTDPS . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Abordagem Heurística de Decomposição e Times Assíncronos</b>	<b>44</b>
4.1	Introdução . . . . .	44
4.2	Abordagens Heurísticas . . . . .	44
4.2.1	Algoritmos Genéticos . . . . .	48
4.2.2	<i>Simulated Annealing</i> (SA) . . . . .	49
4.2.3	<i>Tabu Search</i> . . . . .	51
4.3	Times Assíncronos . . . . .	52
4.3.1	Projeto de Times Assíncronos . . . . .	55
4.4	Problemas de Escalonamento . . . . .	57
4.4.1	<i>Job Shop Scheduling Problem</i> . . . . .	58

---

4.5	Abordagem de Decomposição do PTDPS . . . . .	62
4.5.1	Algoritmo de Geração de <i>Jobs</i> . . . . .	65
4.5.2	Algoritmo de Escalonamento . . . . .	70
4.5.3	Abordagem Heurística de Decomposição Integrada em Ti- mes Assíncronos . . . . .	74
4.6	Resultados Computacionais . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>84</b>
5.1	Contribuições . . . . .	85
5.2	Extensões . . . . .	85
<b>A</b>	<b>Uma Instância do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo</b>	<b>87</b>
<b>B</b>	<b>Uma Instância do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado</b>	<b>105</b>
<b>C</b>	<b>Modelo Matemático de uma Instância do PTDPS</b>	<b>118</b>
C.1	Dados da Instância do PTDPS . . . . .	118
C.2	Construção do Modelo . . . . .	120
<b>D</b>	<b>Uma Solução para a Instância do PTDPS</b>	<b>134</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>178</b>

# Lista de Tabelas

2.1	capacidade das bases na rede do PTDP a ser exemplificada no PTDP Simplificado. . . . .	22
2.2	capacidade dos tanques na rede do PTDP Simplificado correspondente às capacidades do PTDP original, dadas na Tabela 2.1. Cada tanque $(u, p)$ possui capacidade equivalente à $cp_u(p)$ , exceto o tanque $(u, p_3)$ , cuja capacidade é nula no PTDP original. . . . .	22
3.1	resultados computacionais da busca de uma solução viável para o modelo contínuo de uma instância do PTDP. Os resultados compreendem o número de variáveis, de restrições e o tempo de CPU despendido em modelos com intervalos de 24, 48, 72, 96 e 120 horas. Os períodos adotados são de 4 horas. . . . .	43
4.1	instância exemplo do JSP com 4 <i>jobs</i> e 3 máquinas. A cada <i>job</i> é dado o roteamento nas máquinas e o tempo de processamento das tarefas. . . . .	60
4.2	resultados obtidos da aplicação do <i>A-Team</i> proposto para resolução do PTDP, onde os <i>jobs</i> apresentam quantidades não inferiores à $1.000m^3$ . Na primeira coluna está o número de horas sem falta de produto nas bases. Na segunda, a somatória das quantidades não supridas durante as horas seguintes. Um valor de 27.036 é equivalente à falta de $2.703m^3$ nas bases durante 10 horas. O critério de parada adotado foi o de executar 1.500 agentes, ou seja, 1.500 iterações. Os tempos de CPU estão disponíveis nas duas últimas colunas e foram obtidos em uma máquina Sun modelo SparcServer1000. . . . .	79
4.3	quantidades a serem transportadas no suprimento dos mercados durante um intervalo de 120 horas. Essas programações são dependentes das quantidades dos <i>jobs</i> . . . . .	79

- 4.4 resultados obtidos da aplicação do *A-Team* proposto para resolução do PTDPS, onde os *jobs* apresentam quantidades não inferiores à  $3.000m^3$ . Na primeira coluna está o número de horas sem falta de produto nas bases. Na segunda, a somatória das quantidades não supridas durante as horas seguintes. Um valor de 104.376 é equivalente à falta de  $10.437m^3$  nas bases durante 10 horas. O critério de parada adotado foi o de executar 1.500 agentes, ou seja, 1.500 iterações. Os tempos de CPU estão disponíveis nas duas últimas colunas e foram obtidos em uma máquina Sun modelo SparcServer1000. . . . . 81
- A.1 refinarias e terminais do PTDP adotado. Na coluna mais à esquerda estão os identificadores das bases para as diferentes tabelas de dados a serem apresentadas. . . . . 89
- A.2 descrição dos dutos da rede da Petrobrás no Estado de São Paulo. Na coluna mais à esquerda estão os códigos dos dutos, os quais identificarão os dutos nas diferentes tabelas de dados. A última coluna contém a informação do sentido principal de transporte. O duto 1, por exemplo, possui sentido principal de *RP* para *BA*, ou seja, *esquerda*(1) = *RP* e *direita*(1) = *BA*. . . . . 90
- A.3 descrição dos produtos derivados de petróleo admitidos na rede de transporte do problema adotado. . . . . 90
- A.4 capacidade de armazenamento dos produtos nas bases. . . . . 91
- A.5 capacidade e vazões nos sentidos principal e secundário dos dutos. A cada duto estão disponíveis duas linhas na tabela. A primeira contém as vazões máximas de cada produto no sentido principal de transporte. Por outro lado, a segunda contém as vazões máximas no sentido secundário. Embora existam vazões não disponíveis, qualquer duto pode transportar qualquer produto. Tal não disponibilidade é procedente do procedimento de solução adotado na empresa, em que não consta a vazão de produtos em dutos através dos quais não é normalmente feito transporte. . . . . 92
- A.6 capacidade e vazões nos sentidos principal e secundário dos dutos. A cada duto estão disponíveis duas linhas na tabela. A primeira contém as vazões máximas de cada produto no sentido principal de transporte. Por outro lado, a segunda contém as vazões máximas no sentido secundário. Embora existam vazões não disponíveis, qualquer duto pode transportar qualquer produto. Tal não disponibilidade é procedente do procedimento de solução adotado na empresa, em que não consta a vazão de produtos em dutos através dos quais não é normalmente feito transporte. . . . . 94

- A.7 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = GA$  através dos dutos incidentes. Para o duto  $e$  incidente em GA, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{GAe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{GAe}$ ). . . . . 95
- A.8 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = TB$  através dos dutos incidentes. Para o duto  $e$  incidente em TB, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{TBe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{TBe}$ ). . . . . 95
- A.9 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = GU$ . Para o duto  $e$  incidente em GU, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{GUe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{GUe}$ ). . . . 95
- A.10 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = BA$ . Para o duto  $e$  incidente em BA, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{BAe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{BAe}$ ). . . . 96
- A.11 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = UT$ . Para o duto  $e$  incidente em UT, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{UTe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{UTe}$ ). . . . 96
- A.12 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = SB$ . Para o duto  $e$  incidente em SB, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{SBe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{SBe}$ ). . . . 97
- A.13 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = ST$ . Para o duto  $e$  incidente em ST, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{STe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{STe}$ ). . . . 97
- A.14 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RB$ . Para o duto  $e$  incidente em RB, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RBe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RBe}$ ). . . . 98
- A.15 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RC$ . Para o duto  $e$  incidente em RC, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RCe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RCe}$ ). . . . 98
- A.16 vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RP$ . Para o duto  $e$  incidente em RP, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RPe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RPe}$ ). . . . 99

A.17	vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base $u = RV$ . Para o duto $e$ incidente em RV, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RV_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RV_e}$ ). . . . .	99
A.18	campanhas de produção e demanda, de cada produto, em cada base e em qualquer dia do mês de abril de 1995. Para cada base $u$ , há duas linhas na tabela, uma para a produção (PROD), correspondendo à função $pr_{up}$ , e outra para a demanda (DEM), correspondendo à função $dm_{up}$ em qualquer dia do mês. . . . .	100
A.19	estoque de produtos nas refinarias e terminais às 00 horas do dia 28 do mês de março de 1995. . . . .	101
A.20	produtos e quantidades inicialmente armazenados nos dutos às 00 horas do dia 28 de março de 1995. Cada entrada na tabela, linha, representa um segmento de produto de um duto. O duto 10, por exemplo, possui, no sentido principal, $825m^3$ de álcool anidro (A) e $12975m^3$ de álcool hidratado (H). . . . .	102
B.1	capacidade de armazenamento dos produtos nas bases. Cada entrada $(u, p)$ na tabela, indica a capacidade de armazenamento de produto $p$ , no tanque $(u, p)$ , na base $u$ . A entrada $(RP, G)$ , por exemplo, indica que o tanque $(RP, G)$ pode armazenar $200226m^3$ de $G$ em RP. . . . .	106
B.2	vazão única dos produtos nos dutos. . . . .	107
B.3	quantidade adequada dos jobs quando a quantidade mínima de transporte é de $1000m^3$ . . . . .	108
B.4	quantidade adequada dos jobs quando a quantidade mínima de transporte é de $3000m^3$ . . . . .	108
B.5	características dos dutos quando é adotado período de quatro horas para o Modelo Matemático do PTDPS. . . . .	110
B.6	rotas de suprimento para a base Guararema (GA). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até GA, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	111
B.7	rotas de suprimento para a base Guarulhos (GU). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até GU, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	111
B.8	rotas de suprimento para a base Utinga (UT). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até UT, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	112

B.9	rotas de suprimento para a base Barueri (BA). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até BA, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	113
B.10	rotas de suprimento para a base Revap (RV). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RV, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	114
B.11	rotas de suprimento para a base Tebar (TB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até TB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	114
B.12	rotas de suprimento para a base Replan (RP). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RP, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	115
B.13	rotas de suprimento para a base Reduc (RD). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RD, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	115
B.14	rotas de suprimento para a base Sutin (ST). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até ST, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	115
B.15	rotas de suprimento para a base Sebat (SB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até SB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	116
B.16	rotas de suprimento para a base RPBC (RB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	116
B.17	rotas de suprimento para a base Recap (RC). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RC, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (*) não foram fornecidas pela Petrobrás. . . . .	116
B.18	relação de produtos admitidos na rede e seus respectivos produtos selantes. . . . .	117
C.1	descrição dos produtos derivados de petróleo admitidos na rede do PTDPS. . . . .	118

---

C.2	capacidade de armazenamento dos produtos nas bases em unidades de volume (u.v.). . . . .	119
C.3	capacidade, vazão e número de segmentos dos dutos da rede. . . .	119
C.4	campanhas de produção e demanda das bases nos períodos 1, 2 e 3. Para cada período há duas linhas na tabela, uma para produção (PROD) e outra para demanda (DEM), onde os volumes são dados em unidades de volume (u.v.). . . . .	119
C.5	estoque de produtos nas bases. . . . .	120
C.6	produtos e quantidades inicialmente armazenados nos dutos. . . .	120

# Lista de Figuras

1.1	rede de refinarias, terminais e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. O grafo representa a rede, onde os vértices são as bases e as arestas indicam a conexão através de dutos entre as duas bases adjacentes. . . . .	3
1.2	rede ampliada de bases e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. Os vértices do grafo indicam refinarias (vértices preenchidos) e terminais (vértices vazios), enquanto que as arestas, a conexão de duas bases através de dutos. Os rótulos associados aos vértices são os identificadores das bases. . . . .	3
2.1	esquema de refinarias e terminais da Petrobrás no Estado de São Paulo, representado por um grafo, onde os círculos (vértices) são as bases e as arestas, os dutos. Certas bases estão conectadas por mais de uma aresta, o que indica a existência de mais de um duto entre elas. Um exemplo é formado pelas bases UT e RC, onde três (3) dutos podem ser usados para executar o transporte de produtos. Os vértices estão rotulados por identificadores das bases. . . . .	7
2.2	duto $e_1 = u_1u_2$ com produtos e quantidades inicialmente armazenados. O duto possui, no sentido principal (de $u_1$ para $u_2$ ), 10 u.v. (unidades de volume) de produto $p_1$ , 20 u.v. de $p_2$ e 10 u.v. de $p_1$ . . . . .	10
2.3	rede de bases e dutos usada para exemplificar restrições locais. A base $u_1$ não admite bombeamento simultâneo de um produto $p_1$ nos dutos $e_1$ , $e_2$ e $e_3$ . . . . .	12
2.4	configuração de produtos e quantidades armazenados em um duto $e_1 = u_1u_2$ , em um instante $t_1$ . . . . .	14
2.5	produtos armazenados em um duto $e_1 = u_1u_2$ . A execução de uma operação de bombeamento de produto $p_1$ , na extremidade $u_1$ , deve apresentar uma vazão instantânea ( $vzi$ ) inferior aos limites, de expedição de $p_1$ em $u_1$ , de recebimento de $p_1$ em $u_2$ e de transporte de $p_1$ e $p_2$ no duto $e_1$ . . . . .	16
2.6	rede de bases e dutos usada para exemplificar restrições locais. A base $u_1$ não admite bombeamento simultâneo de um produto $p_1$ nos dutos $e_1$ e $e_2$ . . . . .	18

- 2.7 rede de bases e dutos de um PTDP a ser exemplificada no PTDP Simplificado. . . . . 20
- 2.8 rede  $G'$  do PTDP Simplificado correspondente à rede  $G$  dada na Figura 2.7. Cada base ( $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ ) possui um tanque para cada produto ( $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ ), representado por um par ordenado como, por exemplo, o tanque  $(u_1, p_1)$  de produto  $p_1$  na base  $u_1$ . Cada tanque possui dois terminais, um de entrada e outro de saída, conectados a todos os dutos de longa distância incidentes na base. A capacidade de cada tanque  $(u, p)$  é equivalente à  $cp_u(p)$ . . . . . 21
- 3.1 rede de transporte de um Problema de Fluxo em Rede. Uma base produtora, vértice 1, com produção  $b_1 = 20$ , deve distribuir 20 unidades de produto às bases consumidoras, vértices 4 e 5 com demandas  $b_4 = 5$  e  $b_5 = 15$ , respectivamente. Depósitos intermediários, vértices 2 e 3, devem ser utilizados no estabelecimento das conexões. Os pares  $(u_a, c_a)$ , associados aos arcos, indicam a capacidade ( $u_a$ ) e o custo ( $c_a$ ) de transporte através da conexão  $a$ . . . . . 28
- 3.2 rede de transporte estática de uma instância do Problema de Fluxo em Rede. Uma base produtora ( $a$ ) possui conexões, representadas pelos arcos, para outras duas bases consumidoras ( $b$  e  $c$ ). . . . . 30
- 3.3 rede de transporte dinâmica  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente à rede estática  $G = (V, A)$ . Cada vértice de  $V$  é representado em  $G_T$  a cada instante  $t \in \{0, 1, 2, T = 3\}$ . Os arcos  $a((u_1, t_1), (u_2, t_2))$  indicam os transportes realizados entre o vértice  $u_1$  e  $u_2$  durante o intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ , quando  $u_1 \neq u_2$ , ou a quantidade que ficou armazenada em  $u_1$ , quando  $u_1 = u_2$ . . . . . 30
- 3.4 grafo  $G = (V, E)$  da rede de um PTDP, possuindo três bases ( $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ ) conectadas pelos dutos  $e_1$  e  $e_2$ . . . . . 32
- 3.5 representação gráfica do grafo  $G' = (V', A')$  obtido a partir do grafo  $G = (V, E)$ . Toda base  $u_i \in V$  é representada em  $G'$  por um par ordenado  $(u_i, u_i)$  (círculos preenchidos). Por outro lado, os vértices  $(e_1, 1)$  e  $(e_1, 2)$  representam o duto  $e_1$ , enquanto  $(e_2, 1)$  representa o duto  $e_2$  em  $G'$ . . . . . 33
- 3.6 rede  $G_T = (V_T, A_T)$  resultante da representação multiperíodo do grafo  $G' = (V', A')$ . As bases são identificadas por círculos preenchidos, enquanto os vértices dos segmentos de dutos, por círculos vazios. Para a construção de  $G_T$ , assumiu-se  $T = 3$ ,  $P = \{g, a\}$  e  $\tau(a) = 1$  para todo  $a \in A'$ . Os vértices de fontes e sorvedouros  $((p, p, t))$ , dos produtos  $a$  e  $g$ , estão representados apenas para os períodos inicial e final. . . . . 35

- 4.1 exemplo de possíveis combinações de quatro heurísticas determinísticas **A**, **B**, **C** e **D** para resolução de um Problema de Otimização. A heurística **D** é de construção, enquanto **A**, **B** e **C**, de melhoria. . . . . 53
- 4.2 exemplo de representação gráfica de um *A-Team*. Três memórias, **M1**, **M2** e **M3** são compartilhadas por sete agentes. As memórias são identificadas por retângulos e os agentes, por setas. As setas indicam de onde os agentes obtêm informações e onde gravam os resultados de suas computações. Os agentes **D1**, **D2** e **D3** são chamados de destruidores, pois são encarregados de remover dados das memórias. . . . . 55
- 4.3 diagrama de Gantt de um escalonamento válido para a instância exemplo do JSP. As regiões hachuradas indicam períodos em que as máquinas estão desocupadas. As tarefas são indicadas por pares de números  $ij$ , onde  $i$  indica a operação e  $j$ , o *job*. . . . . 60
- 4.4 Diagrama de Venn dos escalonamentos semi-ativos (SA), ativos (A) e sem-atraso (ND). O escalonamento ótimo (\*) não é necessariamente um escalonamento sem-atraso. . . . . 61
- 4.5 exemplo de uma rede simples do PTDPS. Duas bases (A e B) estão ligadas por meio de um duto de longa distância ( $d_9$ ) com capacidade para 30 u.v. A rede admite os produtos **G** (gasolina) e **D** (diesel). Três *jobs*, **J1** (10 u.v. de **D**), **J2** (10 u.v. de **G**) e **J3** (10 u.v. de **D**), estão inicialmente armazenados em  $d_9$ . A base **A** contém os tanques  $t_{AG}$  (gasolina) e  $t_{AD}$  (diesel), enquanto **B**, os tanques  $t_{BG}$  (gasolina) e  $t_{BD}$  (diesel). Estão ilustradas as conexões internas, as quais são constituídas pelas válvulas de entrada nos tanques ( $v_{AGi}$ ,  $v_{ADi}$ ,  $v_{BGi}$  e  $v_{BDi}$ ), de saída dos tanques ( $v_{AGo}$ ,  $v_{ADo}$ ,  $v_{BGo}$  e  $v_{BDo}$ ), do duto de longa distância ( $d_9e$  e  $d_9d$ ) e os dutos de curta distância ( $d_1, \dots, d_8, d_{10}, \dots, d_{17}$ ). Os dutos de curta distância operam no sentidos indicados graficamente pelas setas. . . . . 64
- 4.6 duas bases (A e B) estão conectadas através de um duto de longa distância ( $d_{AB}$ ). Os últimos transportes em  $d_{AB}$  ocorreram no sentido de A para B. Se um *job*  $j$  está em B e deve ser transportado para A, uma inversão no sentido de transporte será necessária. Essa tarefa é dramática, pois todos os *jobs* em  $d_{AB}$  deverão ser armazenados em A ao mesmo tempo que uma quantidade equivalente à capacidade do duto é bombeada em B. . . . . 68
- 4.7 rede formada pelo conjunto de bases  $V = \{A, B, C, D, E, F\}$  e o conjunto de dutos  $E = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\}$ . Os sentidos de transporte nos dutos, para as operações programadas até um período  $t$ , estão indicados por setas. O duto  $d_7$  ainda não foi operado e por isso não possui sentido definido. . . . . 70

- 4.8 representação gráfica do *A-Team* para resolver instâncias do PTDPS. A memória de dados contém todas as informações da instância, sendo acessadas pelos agentes *GrJbRt1*, *GrJbRt2* e *GrJbRt3*. Esses mesmos agentes gravam na memória de *jobs* e rotas. Os agentes de escalonamento *JSPM1*, *JSPM2*, *JSPM3*, *JSPM4* e *JSPM5* lêem instâncias de *jobs* e rotas e dados do PTDPS, construindo soluções completas. O agente de realimentação *Re* lê soluções, faz modificações e grava uma instância na memória *jobs* e rotas. Por fim, os agentes *De1* e *De2* (destruidores) são responsáveis pela remoção de instâncias das memórias segundo uma política de destruição. . . . . 77
- 4.9 ilustração da estimativa do não-suprimento para um intervalo de 120 horas. Foram utilizados *jobs* com quantidades não inferiores à  $1.000m^3$ . A linha **A** indica a quantidade total a ser transportada durante o intervalo de programação. Já a linha **B**, a quantidade total a ser transportada durante as primeiras 100 horas. Por fim, a linha **C**, a estimativa da quantidade não suprida durante as 20 últimas horas da programação. Essa estimativa é aproximadamente 3% da quantidade total em 120 horas. . . . . 80
- 4.10 ilustração da estimativa do não-suprimento para um intervalo de 120 horas. Foram utilizados *jobs* com quantidades não inferiores à  $3.000m^3$ . A linha **A** indica a quantidade total a ser transportada durante o intervalo de programação. Já a linha **B**, a quantidade total a ser transportada durante as primeiras 88 horas. Por fim, a linha **C**, a estimativa da quantidade não suprida durante as 32 últimas horas da programação. Essa estimativa é aproximadamente 7% da quantidade total em 120 horas. . . . . 82
- 4.11 conjectura do comportamento das soluções com programação de 144 horas a serem obtidas com o *A-Team* proposto. A linha **A** representa as melhores soluções obtidas com o *A-Team* para quantidades de *jobs* não inferiores à  $3.000m^3$  e intervalo de programação de 120 horas. A linha **B** representa as soluções que se espera encontrar com o *A-Team*, quando o intervalo de programação é de 144 horas e o primeiro dia é o resultado da solução em **A**. . . . . 83
- A.1 rede de bases e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. As bases são os vértices do grafo, representados por círculos, e os dutos são as arestas. As bases e os dutos estão rotulados por identificadores. 88
- C.1 rede de bases e dutos do modelo matemático exemplo. Duas bases (RP e GA) estão conectadas através do duto  $e_1$ . . . . . 118
- C.2 rede  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente à rede  $G$  da Figura C.1. . . . . 121

- C.3 ilustração das operações executadas no duto correspondentes à solução da instância exemplo do PTDPS. No início do primeiro período, o duto tem armazenado 100 u.v. de D e 100 u.v. de Q. Os estoques no início de cada período estão disponíveis ao lado de cada base. No início do primeiro período, por exemplo, a base RP possui 500 u.v. de G, 150 u.v de D e 100 u.v de Q. As operações são indicadas por arcos de um segmento para outro entre diferentes períodos. Durante o segundo período, 100 u.v. de Q são bombeadas na base GA e, conseqüentemente, 100 u.v. de D são removidas do duto e armazenadas na base RP. No primeiro período, o duto está parado e no último é transportado metade da quantidade máxima. . . . . 133

# Capítulo 1

## Introdução

O sucesso dos empreendimentos industriais, comerciais e de prestação de serviços é extremamente dependente das decisões estratégicas e gerenciais a serem tomadas. Nos estabelecimentos industriais, por exemplo, a decisão de quais produtos serão produzidos, em que escala e com quais recursos, de forma a maximizar os ganhos, é uma tarefa árdua. Os mercados competitivos, os recursos escassos e a instabilidade dos mercados têm influenciado drasticamente a tomada de decisão. Tais dificuldades determinaram o desenvolvimento de ferramentas de apoio à decisão a fim de auxiliar no planejamento da produção das empresas, de maneira a maximizar os ganhos e reduzir os custos. Em particular, Modelos de Programação Matemática Linear [Wil78] têm sido aplicados devido à flexibilidade e à existência de algoritmos eficientes [Chv83] para solução dos mesmos. Tão logo o planejamento esteja concluído, ou seja, já decidiu-se quais produtos e em que quantidades serão produzidos, o escalonamento da produção deve ser realizado, o qual preocupa-se com os instantes em que os recursos devem ser utilizados para manufatura dos bens.

Na concepção clássica, o planejamento é, na maioria das vezes, realizado separadamente do escalonamento [Bak74], em função da dificuldade de modelagem e integração das duas etapas. Entretanto, há problemas nos quais a integração de ambas é importante para o sucesso da empresa, onde as decisões do planejamento podem influenciar profundamente o escalonamento a ponto de inviabilizar a solução. Um exemplo é o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo no Estado de São Paulo, onde o planejamento corresponde à escolha dos produtos a serem transferidos de uma refinaria para outra e o escalonamento, à programação da execução das operações planejadas para suprir os mercados consumidores. O planejamento pode tornar-se inviável em função das restrições tecnológicas e temporais, verificadas apenas durante a etapa de escalonamento.

## 1.1 Visão Geral do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo

No Estado de São Paulo, a produção e distribuição dos derivados de petróleo é feita através de refinarias e terminais da Petrobrás. As refinarias processam o petróleo cru nos seus diversos derivados, os quais são distribuídos aos mercados consumidores, que, por suas vezes, estabelecem o planejamento da produção nas refinarias e da demanda nas bases (refinarias e terminais). Embora a distribuição seja feita nas refinarias e terminais, a produção está concentrada nas refinarias e isso implica na necessidade de transporte entre as bases, o qual é feito, em sua grande maioria, através de uma rede de dutos. As Figuras 1.1 e 1.2 ilustram a rede de dutos e bases da Petrobrás no Estado de São Paulo. Uma vez conhecidas as campanhas de produção (planejamento) nas refinarias e de demanda nas bases, o objetivo da Petrobrás é encontrar o fluxo de produtos nos dutos, que atenda às demandas e reduza os custos de transporte e operação do sistema. Na fase de planejamento, define-se as operações de transporte, ou seja, os produtos e quantidades a serem transferidos de uma base para outra. No escalonamento, é feita a programação dos recursos utilizados em cada operação (dutos) e o seqüenciamento das operações. A existência de restrições como, por exemplo, a ordem de transporte dos produtos através de um duto, pode tornar inviável a execução de um certo planejamento. A integração do planejamento com o escalonamento é, portanto, necessária para a resolução do problema.

## 1.2 Objetivos

Um dos objetivos deste trabalho é a definição do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo (PTDP) através da especificação dos dados, da solução e da função objetivo, uma vez que se trata de um Problema de Otimização [NW88, PS82]. A formalização foi desenvolvida a partir do PTDP da Petrobrás, cuja visão e objetivos inerentes ao problema foram considerados. A complexidade do PTDP e a dificuldade de obtenção de dados da instância da Petrobrás, levaram à concepção de um problema mais simples, Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado (PTDPS). O PTDPS apresenta as características principais do problema original.

É indiscutível a importância dos modelos no estudo, compreensão e busca de solução de problemas, evidenciadas no desenvolvimento de um Modelo em Programação Matemática Mista [NW88, Wil78] para o PTDPS. Esse modelo foi derivado do Modelo de Fluxo em Rede com Múltiplos Períodos [Roc84], cujos dutos foram particionados em segmentos representados por vértices. A característica linear do modelo permite, pelo menos a princípio, o uso de ferramentas de otimização como o CPLEX 3.0 [CPL94]. Nenhuma solução inteira para o PTDPS foi encontrada e isto limitou os resultados computacionais ao do modelo contínuo.

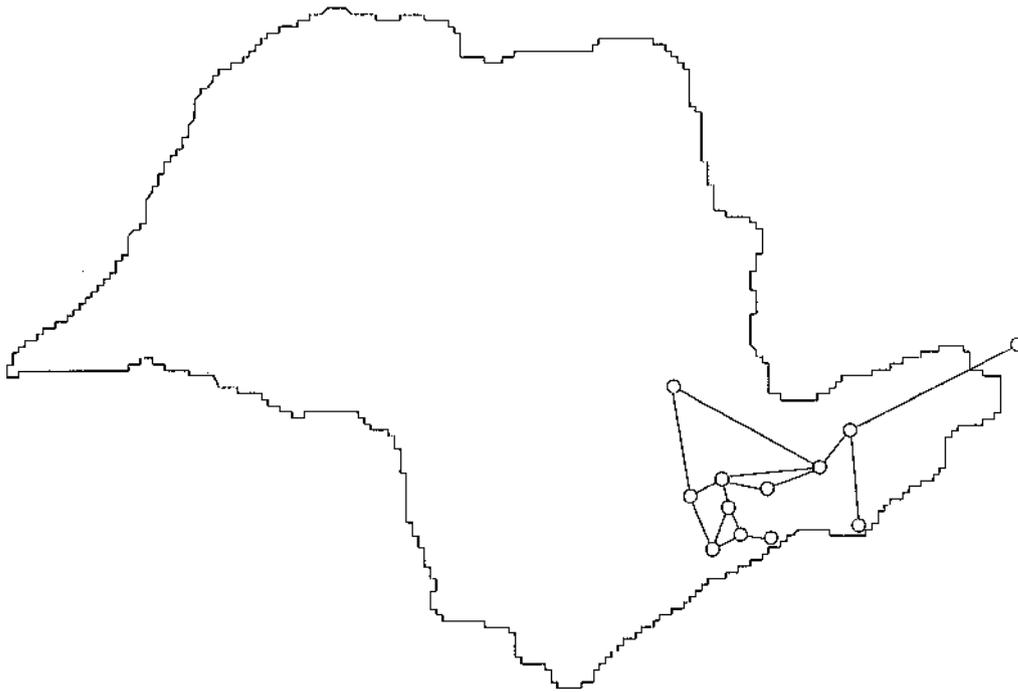


Figura 1.1: rede de refinarias, terminais e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. O grafo representa a rede, onde os vértices são as bases e as arestas indicam a conexão através de dutos entre as duas bases adjacentes.

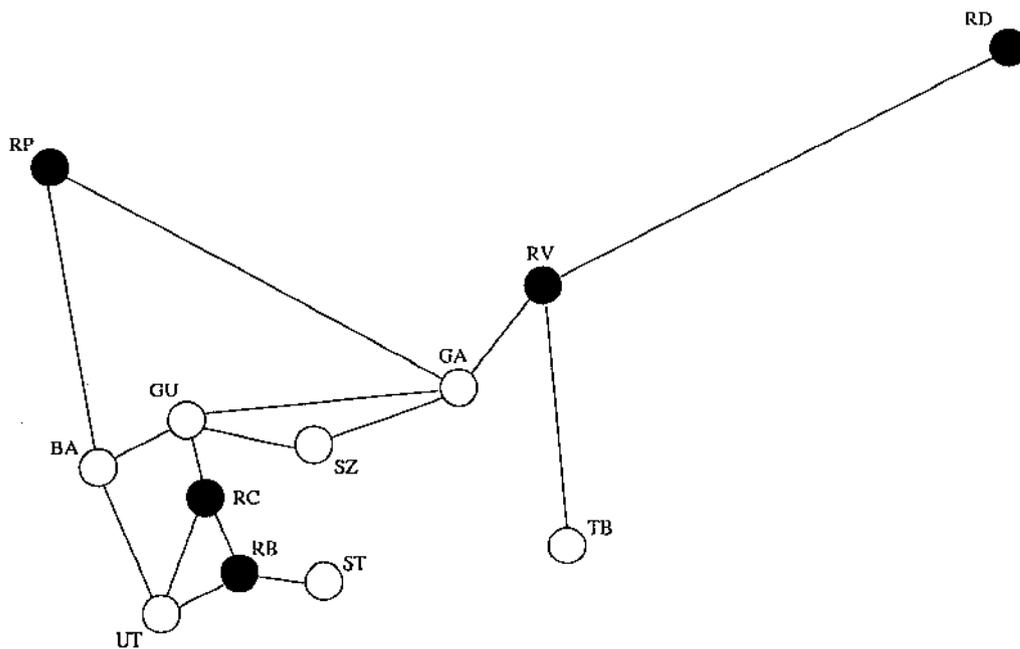


Figura 1.2: rede ampliada de bases e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. Os vértices do grafo indicam refinarias (vértices preenchidos) e terminais (vértices vazios), enquanto que as arestas, a conexão de duas bases através de dutos. Os rótulos associados aos vértices são os identificadores das bases.

A não obtenção de soluções inteiras e a dificuldade em encontrar soluções para o modelo contínuo do PTDPS motivaram o projeto de uma abordagem heurística [ZE81]. Essa abordagem decompôs [BM81] o problema em subproblemas menores e independentes, onde o resultado de um é a entrada de outro. Os subproblemas compreendem a escolha das operações de transporte, de uma base para outra, a rota utilizada e o escalonamento das operações. A integração dos subproblemas, envolvendo planejamento e escalonamento, foi desenvolvida com Times Assíncronos (do inglês *Asynchronous Teams* ou *A-Teams*) [dS93]. *A-Teams* são organizações de software descentralizadas para cooperação de algoritmos, chamados agentes, onde várias soluções são mantidas em memórias compartilhadas pelos agentes. Os *A-Teams* são adequados à abordagem de decomposição, pois os agentes, embora específicos de cada subproblema, cooperam dentro da organização e produzem soluções adequadas. Além disso, *A-Teams* permitem realimentação (*feedback*), evidenciada na influência do escalonamento sobre o planejamento.

Em síntese, são os seguintes os objetivos:

- definir o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo e sua versão mais simplificada (PTDPS);
- propor um modelo para o PTDPS;
- averiguar a aplicabilidade de ferramentas de otimização à solução direta do modelo do PTDPS;
- propor uma abordagem heurística para o PTDPS;
- mostrar que *A-Teams* é uma técnica adequada para resolver o PTDPS.

### 1.3 Organização da Dissertação

O Segundo Capítulo compreende a formalização do PTDP e do PTDPS. O PTDP tem uma notação matemática estruturada em funções, as quais caracterizam os dados e a solução. As restrições são formadas por equações e desigualdades envolvendo as funções. A fim de ajudar o leitor no entendimento das definições, vários exemplos foram inseridos no texto. A definição do PTDPS é desenvolvida de maneira intuitiva, procurando explicar as diferenças e modificações em relação ao problema original. Os dados referentes a uma instância do PTDP da Petrobrás e o correspondente problema simplificado estão disponíveis nos Apêndices A e B, respectivamente.

O Terceiro Capítulo trata do Modelo Matemático do PTDPS. Inicialmente é apresentada a Programação Matemática como uma poderosa ferramenta de modelagem. Os Modelos Clássicos de Fluxo em Rede e com Multiperíodos fornecem suporte necessário ao entendimento do Modelo do PTDPS. O modelo é

descrito de uma forma construtiva, ou seja, a partir dos dados são geradas as variáveis, as restrições e a função objetivo de uma instância genérica do PTDPS. Exemplos estão presentes no texto para auxiliar a compreensão do leitor. Por fim, são discutidos os resultados computacionais obtidos através da aplicação de uma ferramenta de otimização na resolução de uma instância do PTDPS. Entretanto, não se conseguiu obter uma solução inteira para o PTDPS, limitando a otimização ao modelo contínuo. Algumas das possíveis limitações e extensões do modelo são tratadas ao final do capítulo. O Apêndice C contém um modelo completo para uma instância trivial do PTDPS que, juntamente com os resultados de sua otimização, auxiliam o leitor no entendimento do modelo.

No Quarto Capítulo, são propostas a abordagem de decomposição e a integração com Times Assíncronos para resolver o PTDPS. Inicialmente são apresentadas as heurísticas, seus tipos e aplicações, familiarizando o leitor com o assunto. Em seguida, apresenta-se as heurísticas de propósito geral (Meta-heurísticas) como, por exemplo, Algoritmo Genético, *Tabu Search* e *Simulated Annealing*. Seguindo as Meta-heurísticas, apresentam-se os Times Assíncronos, com sua definição e aplicações, os quais podem ser vistos como Meta-heurísticas. Em seguida, os Problemas de Escalonamento e o caso particular do *Job Shop Scheduling Problem* (JSP). Utilizando-se de *A-Teams* e do JSP, é proposta a abordagem de decomposição, composta pelas etapas de geração de operações de transporte (*jobs*), seleção de rotas, escalonamento através de um JSP modificado e a integração em *A-Teams*. Ao final, encontram-se os resultados computacionais obtidos com um *A-Team* aplicado à instância do PTDPS. Uma solução completa, composta de *jobs*, rotas e escalonamento está disponível no Apêndice D.

O Último Capítulo, Capítulo 5, contém as contribuições e possíveis extensões do presente trabalho.

## Capítulo 2

# Definição do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo

### 2.1 Introdução

A definição do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo compreende a especificação dos dados e da solução. Os dados correspondem a toda informação necessária à caracterização de uma instância qualquer do problema. Já a solução, corresponde à formalização das variáveis a serem determinadas na solução de qualquer instância. A princípio, podem existir várias soluções para uma instância, e o interesse é o de encontrar a solução que possa ser implementada com menores custos de transporte e operação do sistema. Devido a essas características, o problema é dito de Otimização Combinatória [PS82], o qual consiste em encontrar a melhor solução, solução ótima, dentre um número finito ou contavelmente infinito de soluções alternativas. A avaliação da qualidade de uma solução é feita através de uma função objetivo que, para o PTDP, corresponde aos custos de transporte e operação.

A rede de transporte é o primeiro dado do problema, exemplificada pela Figura 2.1, e possui as informações das características físicas das bases e dos dutos. As bases apresentam capacidades de armazenamento, produção e demanda diárias para cada produto derivado do petróleo. Os dutos são caracterizados por suas capacidades (volumes) e vazões, dependentes dos produtos e do sentido de transporte. Além desses dados, a situação da rede também faz parte dos dados de entrada (configuração inicial), sendo representada pelos produtos e suas respectivas quantidades, armazenados nos dutos e bases da rede. A rede está sujeita a falhas e os mercados não são estáveis, o que implica a característica dinâmica do problema. Para contornar essa questão, assumir-se-á uma situação estática a cada evento dinâmico.

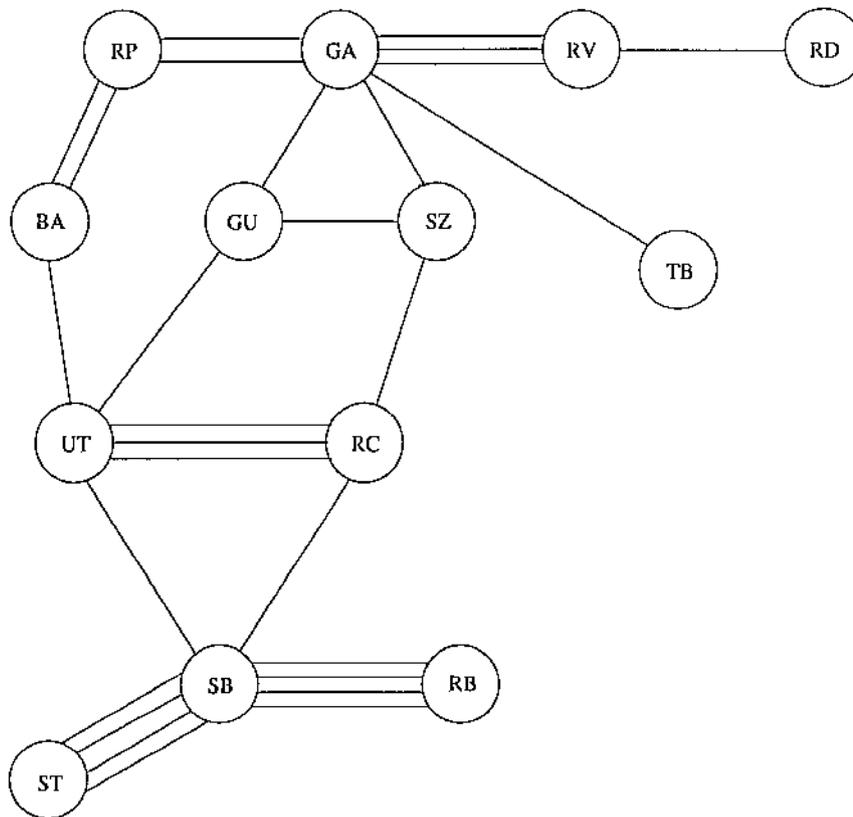


Figura 2.1: esquema de refinarias e terminais da Petrobrás no Estado de São Paulo, representado por um grafo, onde os círculos (vértices) são as bases e as arestas, os dutos. Certas bases estão conectadas por mais de uma aresta, o que indica a existência de mais de um duto entre elas. Um exemplo é formado pelas bases **UT** e **RC**, onde três (3) dutos podem ser usados para executar o transporte de produtos. Os vértices estão rotulados por identificadores das bases.

Conforme discussão inicial, a solução do PTDP corresponde ao fluxo de produtos nos dutos, o qual garante o abastecimento dos mercados e, também, atenda às restrições tecnológicas e temporais. Um exemplo de restrição tecnológica é a seqüência de transporte dos produtos. Para cada produto, existe um subconjunto de produtos compatíveis, os quais podem ser transportados, um após o outro, através de um duto. A indisponibilidade de dutos em determinados períodos é um exemplo de restrição temporal. O objetivo do PTDP é encontrar a solução que supra os mercados e reduza os custos de transporte e operação do sistema. Em função da complexidade e dependência humana na solução do Problema da Petrobrás, o objetivo limita-se ao de encontrar uma solução válida, não necessariamente ótima.

Nas próximas seções, serão formalizados os dados, a solução e a função objetivo do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo, assumindo uma situação estática. Em virtude da grande quantidade de detalhes inerentes ao PTDP e da inviabilidade de implementação em um trabalho inicial, adotar-se-á um problema simplificado, muito próximo do problema real. Tal problema será apresentado na última seção do presente capítulo.

## 2.2 Dados do Problema

A rede de transporte constitui o dado principal, sendo modelada por um grafo  $G = (V, E)$ , onde os vértices são as bases, refinarias ou terminais, e as arestas, os dutos através dos quais é feito o transporte dos produtos. As características físicas das bases (vértices), dos dutos (arestas) e, conseqüentemente, as características físicas da rede, estão descritas abaixo através de funções:

1. **produtos derivados de petróleo:** a rede permite o armazenamento e transporte de um conjunto finito  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{n_p}\}$  de produtos  $p_i$ ;
2. **capacidade de armazenamento das bases:** embora as bases apresentem complexos de tanques, onde os derivados são estocados, assume-se que, para cada produto, existe um único tanque com capacidade equivalente. A função  $cp_u$  ( $cp_u : P \rightarrow Z_+$ ) associa, a cada produto  $p \in P$ , a correspondente capacidade de armazenamento, em unidades de volume (u.v.), na base  $u \in V$ ;
3. **sentidos de transporte nos dutos:** embora o grafo  $G$  seja não-direcionado, é de vital importância especificar um sentido principal e outro secundário para os possíveis transportes através de um duto  $e$ . Assumindo  $e = uv$ , onde  $u = esquerda(e)$  e  $v = direita(e)$ , o sentido de  $u$  para  $v$  é dito principal e o de  $v$  para  $u$ , secundário;
4. **capacidade dos dutos:** os dutos apresentam capacidades, ou seja, volumes em decorrência dos seus significativos comprimentos e diâmetros.

Através da função  $cpd$  ( $cpd : E \rightarrow Z_+$ ), obtém-se a capacidade em unidades de volume de qualquer duto  $e \in E$ . A diferença de viscosidade dos produtos e as irregularidades do relevo implicam as vazões diferenciadas para cada produto e sentido de transporte. Para cada produto  $p$  em um duto  $e = uv$ , as máximas vazões admitidas nos sentidos principal e secundário são obtidas, respectivamente, através das funções  $vzd_{esquerda(e)c}$  ( $vzd_{ue} : P \rightarrow Z_+$ ) e  $vzd_{direita(e)c}$ ;

5. **vazões máximas de recebimento e expedição de produto nas bases:** as bases apresentam complexos de dutos e válvulas responsáveis pela conexão dos dutos externos (entre bases) aos tanques, limitando as vazões de recebimento e expedição de produto. Através das funções  $vze_{ue}$  ( $vze_{ue} : P \rightarrow Z_+$ ) e  $vze_{ue}$  ( $vze_{ue} : P \rightarrow Z_+$ ), obtém-se as vazões máximas de expedição e de recebimento de um produto  $p$ , em uma base  $u$ , através de um duto  $e$ , respectivamente. Essas funções estão definidas sempre que  $e$  é incidente em  $u$ .

As campanhas de produção das refinarias e de consumo dos mercados consumidores são traduzidas em termos de valores estimados de produção e demanda em cada base da rede. Tais estimativas são determinadas através de projeções que consideram a experiência já adquirida e o período de tempo. Em períodos de safra, por exemplo, o consumo de óleo diesel supera, em várias vezes, o consumo nos demais períodos na região de Campinas. Para efeito de definição, assumir-se-á o intervalo de tempo a ser programado dividido em  $T$  subintervalos de mesmo tamanho  $\tau$ , em unidades discretas de tempo  $\delta$ , os quais são denominados de períodos. Assumindo  $\theta$  o instante inicial, obtém-se a produção e a demanda do produto  $p$ , na base  $u$ , durante o período de tempo  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ , através das funções  $pr_{up}$  ( $pr_{up} : \{1, 2, \dots, T\} \rightarrow Z_+$ ) e  $dm_{up}$  ( $dm_{up} : \{1, 2, \dots, T\} \rightarrow Z_+$ ), respectivamente. Para unidades discretas de tempo em minutos ( $\delta=1$  min) e períodos de um dia ( $\tau = 1440\delta$ ),  $pr_{up}(t)$  e  $dm_{up}(t)$  fornecem a quantidade de produto  $p$  a ser produzida e consumida na base  $u$  durante o intervalo de tempo correspondente ao dia  $t$ , respectivamente.

Além das características físicas da rede e das campanhas de produção e demanda, a situação inicial da rede é imprescindível na composição dos dados. Essa situação é estabelecida pelas quantidades de produtos armazenadas nas bases e dutos, abaixo descritas:

1. **estoque inicial nas bases:** a função  $sti_u$  ( $sti_u : P \rightarrow Z_+$ ) fornece a quantidade de produto  $p$  inicialmente estocada na base  $u$ ;
2. **produtos inicialmente armazenados nos dutos:** todo duto  $e$  está sempre cheio de produtos, sendo as quantidades inicialmente armazenadas no sentido principal obtidas através da função  $sdi_e$ . Formalmente,  $sdi_e$  pode

ser representada por:

$$sdi_e : \{1, 2, \dots, nsdi_e\} \rightarrow \{pdi_{1e}, pdi_{2e}, \dots, pdi_{nsdi_e e}\}$$

$$sdi_e(i) = pdi_{ie},$$

onde  $nsdi_e$  é o menor número de segmentos em que o duto pode ser dividido de forma que cada um deles seja constituído de um único produto. Todo elemento  $pdi_{ie}$  é um par  $(produto\_di_{ie}, quantidade\_di_{ie})$ , o qual especifica o produto e a quantidade do segmento  $i$  no duto  $e$ , respectivamente. Para o duto  $e_1 = u_1 u_2$  de conexão entre as bases  $u_1$  e  $u_2$ , ilustrado na Figura 2.2, tem-se  $sdi_{e_1}$  dada por:

$$sdi_{e_1} : \{1, 2, nsdi_{e_1} = 3\} \rightarrow \{pdi_{1e_1} = (p_1, 10),$$

$$pdi_{2e_1} = (p_2, 20),$$

$$pdi_{3e_1} = (p_1, 10)\}.$$



Figura 2.2: duto  $e_1 = u_1 u_2$  com produtos e quantidades inicialmente armazenados. O duto possui, no sentido principal (de  $u_1$  para  $u_2$ ), 10 u.v. (unidades de volume) de produto  $p_1$ , 20 u.v. de  $p_2$  e 10 u.v. de  $p_1$ .

O complexo de conexões internas às bases implica a existência de restrições físicas quanto ao conjunto de operações a serem realizadas simultaneamente. Entende-se por operação, toda atividade envolvida no início e término do bombeamento de um produto em um duto. Além destas restrições, existem, também, restrições temporais decorrentes da não disponibilidade de recursos físicos ou humanos. Abaixo seguem tais restrições:

1. **demanda sazonal e troca de turno:** essas duas restrições correspondem aos períodos de tempo durante os quais as bases não iniciam ou terminam qualquer operação. A demanda sazonal, por exemplo, é um período de tempo que uma certa base não opera, tal como feriado e período noturno. Já a troca de turno, em uma base, é extremamente delicada e não deve coincidir com operações. Ambas as restrições são específicas de cada base e estão sujeitas a modificações, sendo obtidas através da função  $ds_u$ , a qual fornece o conjunto de intervalos em que operações não podem ser iniciadas ou terminadas em uma base  $u$ . Formalmente,  $ds_u$  é dada por:

$$ds_u : \{1, 2, \dots, nds_u\} \rightarrow \{(início\_ds_{1u}, término\_ds_{1u}),$$

$$(início\_ds_{2u}, término\_ds_{2u}),$$

$$\vdots$$

$$(início\_ds_{nds_u u}, término\_ds_{nds_u u})\},$$

onde  $ds_u(i) = (início\_ds_{iu}, término\_ds_{iu})$ .

$início\_ds_{iu}$  e  $término\_ds_{iu}$  são dados em unidades discretas de tempo  $\delta$  e estão dentro do intervalo de programação ( $0 \leq início\_ds_{iu}, término\_ds_{iu} \leq T\tau$ ). Assumindo  $\delta = 1$  minuto,  $\tau = 1$  dia,  $T = 2$  dias e a troca de turno na base  $u_1$  entre 12 e 13 horas, tem-se  $ds_{u_1}$  dada por:

$$ds_{u_1} : \{1, nds_{u_1} = 2\} \rightarrow \{(início\_ds_{1u_1}, término\_ds_{1u_1}) = (720, 780), \\ (início\_ds_{2u_1}, término\_ds_{2u_1}) = (2160, 2220)\};$$

2. **manutenções programadas:** são os períodos de tempo em que certos dutos estão inoperacionais, ou seja, não podem ser realizados transportes através dos mesmos. A função  $mp_e$  associa, a cada duto  $e$ , um conjunto de intervalos de tempo em que  $e$  não está disponível.  $mp_e$  é formalmente expressa por:

$$mp_e : \{1, 2, \dots, nmp_e\} \rightarrow \{(início\_mp_{1e}, término\_mp_{1e}), \\ (início\_mp_{2e}, término\_mp_{2e}), \\ \vdots \\ (início\_mp_{nmp_e e}, término\_mp_{nmp_e e})\},$$

onde  $mp_e(i) = (início\_mp_{ie}, término\_mp_{ie})$ . Considerando  $\delta = 1$  minuto,  $\tau = 1$  dia,  $T = 2$  dias e a manutenção do duto  $e_1$  programada entre 16 e 18 horas do segundo dia, tem-se  $mp_{e_1}$  dada por:

$$mp_{e_1} : \{nmp_{e_1} = 1\} \rightarrow \{(início\_mp_{1e_1}, término\_mp_{1e_1}) = (2400, 2520)\};$$

3. **restrições locais:** o complexo de conexões internas às refinarias implica a impossibilidade de execução concomitante de certas operações. Como exemplo, considere um tanque com um terminal de entrada e outro de saída. Para esse tanque, no máximo uma operação de entrada e outra de saída podem ser executadas simultaneamente. O conjunto de todas as restrições locais a uma base  $u$  é o conjunto  $RL_u = \{rl_{1u}, rl_{2u}, \dots, rl_{nrl_u u}\}$ , onde  $nrl_u$  é a sua cardinalidade. Cada restrição  $rl_{iu}$  corresponde a um conjunto de operações que não podem ser realizadas concomitantemente. Formalmente,  $rl_{iu}$  é expressa por:

$$rl_{iu} : \{1, 2, \dots, ndr_{iu}\} \rightarrow \{(duto\_rl_{1iu}, origem\_rl_{1iu}, \\ destino\_rl_{1iu}, produto\_rl_{1iu}), \\ (duto\_rl_{2iu}, origem\_rl_{2iu}, \\ destino\_rl_{2iu}, produto\_rl_{2iu}), \\ \vdots \\ (duto\_rl_{ndr_{iu}iu}, origem\_rl_{ndr_{iu}iu}, \\ destino\_rl_{ndr_{iu}iu}, produto\_rl_{ndr_{iu}iu})\},$$

onde  $rl_{iu}(j) = (duto\_rl_{jiu}, origem\_rl_{jiu}, destino\_rl_{jiu}, produto\_rl_{jiu})$ . Um exemplo de restrição local pode ser estabelecido ao considerar-se uma base  $u_1$  incidente aos dutos  $e_1 = u_1v_1$ ,  $e_2 = u_1v_2$  e  $e_3 = u_1v_3$ , conforme a Figura 2.3. Se a base  $u_1$  não admite expedição simultânea de um produto  $p_1$ , então, três restrições locais,  $rl_{1u_1}$ ,  $rl_{2u_1}$  e  $rl_{3u_1}$  são necessárias para modelar a restrição em  $p_1$ . Essas restrições são dadas por:

$$rl_{1u_1} : \{1, ndr_{1u_1} = 2\} \rightarrow \{(e_1, u_1, v_1, p_1), (e_2, u_1, v_2, p_1)\};$$

$$rl_{2u_1} : \{1, ndr_{2u_1} = 2\} \rightarrow \{(e_1, u_1, v_1, p_1), (e_3, u_1, v_3, p_1)\}$$

e

$$rl_{3u_1} : \{1, ndr_{3u_1} = 2\} \rightarrow \{(e_2, u_1, v_2, p_1), (e_3, u_1, v_3, p_1)\};$$

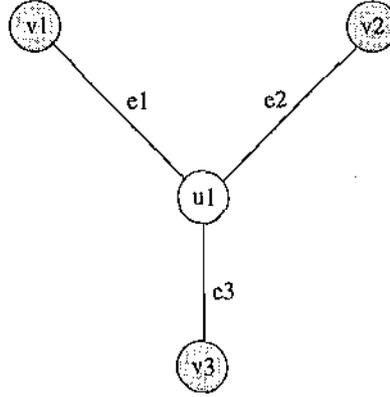


Figura 2.3: rede de bases e dutos usada para exemplificar restrições locais. A base  $u_1$  não admite bombeamento simultâneo de um produto  $p_1$  nos dutos  $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$ .

4. **restrições de seqüenciamento:** as diferentes características físicas e químicas dos derivados de petróleo impedem o transporte de certos produtos em contato com outros, definindo restrições na ordem em que os produtos são transportados. A cada produto  $p$  está associado um conjunto  $SC_p \subseteq P$ , o qual indica quais produtos podem entrar em contato com  $p$ . Como exemplo, considere  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$  e  $p_1$  o único produto compatível com os demais. Nesse caso, tem-se:

$$SC_{p_1} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\};$$

$$SC_{p_2} = \{p_1, p_2\};$$

$$SC_{p_3} = \{p_1, p_3\} \text{ e}$$

$$SC_{p_4} = \{p_1, p_4\};$$

5. **restrições de quantidades mínimas das operações:** a quantidade de bombeamento de um produto  $p$  distinto do produto  $p'$  armazenado no duto

deve ser superior a uma quantidade  $q_{tmb_e}(p, p')$ , dependente do duto  $e$  e dos produtos  $p$  e  $p'$ . Essa restrição provém da mistura dos produtos  $p$  e  $p'$  na interface de contato dos mesmos, dentro do duto. A interface é normalmente misturada com o produto de menor qualidade, podendo ser  $p$  ou  $p'$ . Dado um duto  $e$ , um produto  $p$  a ser bombeado e um produto  $p'$  armazenado em  $e$ , a função  $q_{tmb_e}$  retorna a quantidade mínima a ser bombeada, conforme a função abaixo:

$$q_{tmb_e} : P \times P \rightarrow Z_+.$$

## 2.3 Solução do Problema

A solução pode ser definida como um conjunto  $S$  de funções  $sd_e$ , as quais mapeiam cada duto  $e$  a uma seqüência de operações de transporte. Formalmente,  $sd_e$  é dada por:

$$sd_e : \{1, 2, \dots, no_e\} \rightarrow \{op_{1e}, op_{2e}, \dots, op_{no_e e}\}$$

$$sd_e(i) = op_{ie},$$

onde

$$op_{ie} = (\text{inicio}_{ie}, \text{termino}_{ie}, \text{quantidade}_{ie}, \text{origem}_{ie}, \text{produto\_origem}_{ie}, \\ \text{destino}_{ie}, \text{produto\_destino}_{ie})$$

e  $no_e$  é o número de operações a serem executadas no duto  $e$ . Cada operação  $op_{ie}$  é caracterizada pelos atributos:

1.  $inicio_{ie}$ : momento de início do bombeamento na extremidade  $origem_{ie}$ ;
2.  $termino_{ie}$ : momento em que termina o bombeamento no duto  $e$ ;
3.  $quantidade_{ie}$ : quantidade de produto  $produto\_origem_{ie}$  a ser expedido em  $origem_{ie}$  e de produto  $produto\_destino_{ie}$  a ser recebido em  $destino_{ie}$ ;
4.  $origem_{ie}$ : extremidade do duto  $e$  a partir da qual é feito o bombeamento;
5.  $destino_{ie}$ : extremidade de  $e$  oposta à  $origem_{ie}$ ;
6.  $produto\_origem_{ie}$ : produto a ser expedido na extremidade  $origem_{ie}$  de  $e$ ;
7.  $produto\_destino_{ie}$ : produto armazenado na extremidade  $destino_{ie}$  de  $e$ .

Uma solução  $S$  válida deve atender um conjunto de restrições físicas e um conjunto de restrições inerentes ao problema. Antes da apresentação das restrições, algumas funções, necessárias à formalização das restrições, serão definidas. Tais funções são decorrentes da solução, pois podem ser obtidas a partir de uma simulação das operações. Abaixo seguem as funções:

1.  $pd_{eu}(t)$ : é uma função que, dado um instante  $t$ , retorna o produto armazenado na extremidade  $u$  de um duto  $e$ ;
2.  $st_{pu}(t)$ : dado um instante  $t$ , a função  $st_{pu}(t)$  retorna a quantidade de produto  $p$  armazenada na base  $u$ ;
3.  $pd_{tuc}(i)$ : dados um instante  $t$ , um duto  $e$ , uma extremidade referencial  $u$  ( $u \in \{esquerda(e), direita(e)\}$ ) e um segmento de produto  $i$  em  $e$ , a função retorna o produto armazenado em  $i$ . Entende-se por segmento de produto, uma quantidade contígua de um mesmo produto em um certo duto. Formalmente, essa função pode ser expressa como:

$$pd_{tuc} : \{1, 2, \dots, np_{te}\} \rightarrow P$$

$$pd_{tuc}(i) = p,$$

onde  $np_{te}$  é o número de segmentos de produto em  $e$ , no instante  $t$ . Pode-se observar que  $pd_{tesquerda(e)e}(i) = pd_{tdireita(e)e}(np_{te} - i + 1)$ . Como exemplo, considere o duto  $e_1 = u_1u_2$ , cuja configuração em um instante  $t_1$  é ilustrada pela Figura 2.4. Para esse instante,  $pd_{t_1u_1e_1}(1) = pd_{t_1u_2e_1}(3) = p_1$ ,  $pd_{t_1u_1e_1}(2) = pd_{t_1u_2e_1}(2) = p_2$  e  $pd_{t_1u_1e_1}(3) = pd_{t_1u_2e_1}(1) = p_3$ , onde  $np_{t_1e_1} = 3$ ;

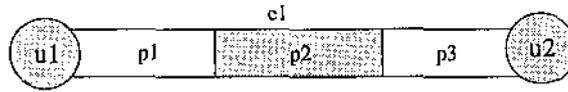


Figura 2.4: configuração de produtos e quantidades armazenados em um duto  $e_1 = u_1u_2$ , em um instante  $t_1$ .

4.  $vzi_{ie}(t)$ : é uma função que, dado um instante  $inicio_{ie} \leq t \leq termino_{ie}$ , retorna a vazão instantânea da operação  $i$  no duto  $e$ .

Uma solução viável  $S$  para uma instância  $M$  do problema, assumindo existência de pelo menos uma solução viável, deve satisfazer às seguintes restrições:

1. **estoque positivo nas bases**: a quantidade de produto armazenada nas bases deve sempre ser positiva, garantindo o suprimento dos mercados consumidores. Formalmente, essas restrições são dadas por:

$$st_{pu}(t) \geq 0 \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P \\ \forall t \geq 0; \end{cases}$$

2. **capacidade de armazenamento**: a quantidade de produto armazenada nas bases não pode superar a capacidade, conforme indicado pelas restrições abaixo:

$$cp_u(p) \geq st_{pu}(t) \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P \\ \forall t \geq 0; \end{cases}$$

3. **restrições de seqüenciamento:** essas restrições garantem, durante o intervalo de tempo de execução de qualquer operação, a compatibilidade do produto em bombeamento com o produto na mesma extremidade do duto. Essas restrições estão abaixo formalizadas:

$$pd_{eorigem_{ie}}(t) \in SC_{produto\_origem_{ie}} \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall t, inicio_{ie} \leq t \leq termino_{ie}. \end{cases}$$

Assume-se como consistente, quanto à restrição de seqüenciamento, o estado inicial dos produtos armazenados nos dutos;

4. **restrições de quantidades mínimas das operações:** essas restrições podem ser estabelecidas como segue:

$$quantidade_{ie} \geq qtmb_e(produto\_origem_{ie}, pd_{inicio_{ie}origem_{ie}}(1)) \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e; \end{cases}$$

5. **consistência entre vazão e quantidade nas operações:** a integral no tempo da vazão instantânea de uma operação deve ser igual à quantidade transportada na operação. Formalmente, tais restrições são dadas por:

$$quantidade_{ie} = \int_{inicio_{ie}}^{termino_{ie}} vzi_{ie}(t).dt \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e; \end{cases}$$

6. **vazões máximas:** a vazão instantânea de uma operação, em um certo duto, deve respeitar às vazões máximas de expedição de produto na base origem da operação, de recebimento na base destino e de transporte no duto. Abaixo seguem, respectivamente, as restrições de expedição, recebimento e transporte:

$$vzi_{ie}(t) \leq vze_{origem_{ie}}(produto\_origem_{ie}) \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall t, inicio_{ie} \leq t \leq termino_{ie}; \end{cases}$$

$$vzi_{ie}(t) \leq vze_{destino_{ie}}(produto\_destino_{ie}) \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall t, inicio_{ie} \leq t \leq termino_{ie}; \end{cases}$$

e

$$vzi_{ie}(t) \leq \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} vzd_{origem_{ie}}(pd_{lorigem_{ie}}(1)), \\ vzd_{origem_{ie}}(pd_{lorigem_{ie}}(2)), \\ \vdots \\ vzd_{origem_{ie}}(pd_{lorigem_{ie}}(np_{te})) \end{array} \right\} \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall t, inicio_{ie} \leq t \leq termino_{ie}. \end{cases}$$

Como exemplo, considere o estado de um duto  $e_1 = u_1 u_2$ , conforme a Figura 2.5. Considere ainda, as operações em  $e_1$  dadas por:

$$sd_{e_1} : \{1\} \rightarrow \{op_{1e_1} = (10, 15, 10, u_1, p_1, u_2, p_1)\}.$$

As restrições de vazões máximas garantem que a vazão instantânea da operação 1 em  $e_1$ ,  $vzi_{1e_1}$ , não supera a vazão máxima de expedição de  $p_1$  em  $u_1$ , de recebimento de  $p_1$  em  $u_2$  e de transporte de  $p_1$  e  $p_2$  no duto  $e_1$ ;

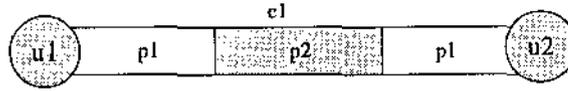


Figura 2.5: produtos armazenados em um duto  $e_1 = u_1 u_2$ . A execução de uma operação de bombeamento de produto  $p_1$ , na extremidade  $u_1$ , deve apresentar uma vazão instantânea ( $vzi$ ) inferior aos limites, de expedição de  $p_1$  em  $u_1$ , de recebimento de  $p_1$  em  $u_2$  e de transporte de  $p_1$  e  $p_2$  no duto  $e_1$ .

7. **demanda sazonal:** durante os intervalos de tempo correspondentes à demanda sazonal e à troca de turno, nenhuma operação pode ser iniciada ou terminada na base. As restrições abaixo garantem, respectivamente, que os instantes de início e término de uma dada operação, não estão contidos em qualquer intervalo da demanda sazonal da base origem ou da base destino:

$$\begin{aligned} & \begin{aligned} & [início_{ie}, início_{ie}] \\ & \cap \\ & [início_{ds_{jorigem_{ie}}}, término_{ds_{jorigem_{ie}}}] = \emptyset \end{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall j = 1, 2, \dots, nds_{origem_{ie}} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{aligned} & [término_{ie}, término_{ie}] \\ & \cap \\ & [início_{ds_{jorigem_{ie}}}, término_{ds_{jorigem_{ie}}}] = \emptyset \end{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall j = 1, 2, \dots, nds_{origem_{ie}} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{aligned} & [início_{ic}, início_{ie}] \\ & \cap \\ & [início_{ds_{jdestino_{ie}}}, término_{ds_{jdestino_{ie}}}] = \emptyset \end{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall j = 1, 2, \dots, nds_{destino_{ie}} \end{array} \right. \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} & \begin{aligned} & [término_{ie}, término_{ie}] \\ & \cap \\ & [início_{ds_{jdestino_{ie}}}, término_{ds_{jdestino_{ie}}}] = \emptyset \end{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall j = 1, 2, \dots, nds_{destino_{ie}} \end{array} \right. \end{aligned}$$

8. **manutenções programadas:** durante os intervalos de tempo em que os dutos estão em manutenção, nenhuma operação pode ser executada. Semelhante às restrições do item anterior, as restrições abaixo garantem a

não-execução de operações durante os momentos de indisponibilidade dos dutos:

$$\begin{aligned} & [inicio_{ie}, termino_{ie}] \\ & \cap \\ & [inicio_{mp_{je}}, termino_{mp_{je}}] = \emptyset \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, no_e \\ \forall j = 1, 2, \dots, nmp_e; \end{array} \right.$$

9. **restrições locais:** as restrições locais às bases devem ser obedecidas. Tais restrições devem garantir que, em qualquer restrição local  $rl_{iu}$ , em uma base  $u$ , não há operações na solução  $S$  simultaneamente paralelas às operações em  $rl_{iu}$ . Entende-se por operações paralelas, aquelas executadas em um mesmo duto, com uma mesma origem, destino e produto. As restrições, abaixo formalizadas, garantem que, qualquer combinação de operações em  $S$ , paralelas às operações em  $rl_{iu}$ , não são executadas simultaneamente em qualquer instante de tempo.

$$\begin{aligned} & [inicio_{j_1 duto_{rl_{1iu}}}, termino_{j_1 duto_{rl_{1iu}}}] \\ & \cap \\ & [inicio_{j_2 duto_{rl_{2iu}}}, termino_{j_2 duto_{rl_{2iu}}}] \\ & \cap \\ & \vdots \\ & [inicio_{j_{ndr_{iu}} duto_{rl_{ndr_{iu}iu}}}, termino_{j_{ndr_{iu}} duto_{rl_{ndr_{iu}iu}}}] = \emptyset \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall u \in V \\ \forall i = 1, 2, \dots, nrl_u \\ \forall z = (j_1, j_2, \dots, j_{ndr_{iu}}) \in \\ \quad \{1, 2, \dots, no_{duto_{rl_{1iu}}}\} \times \\ \quad \{1, 2, \dots, no_{duto_{rl_{2iu}}}\} \times \\ \quad \vdots \\ \quad \{1, 2, \dots, no_{duto_{rl_{ndr_{iu}iu}}}\}, \\ \text{tal que} \\ \text{origem}_{j_i duto_{rl_{iu}}} = \text{origem}_{rl_{tiu}} \\ \text{destino}_{j_i duto_{rl_{iu}}} = \text{destino}_{rl_{tiu}} \\ \text{produto}_{j_i duto_{rl_{iu}}} = \text{produto}_{rl_{tiu}}. \end{array} \right.$$

Um exemplo pode ser estabelecido ao considerar-se uma base  $u_1$  incidente aos dutos  $e_1 = u_1 v_1$ ,  $e_2 = u_1 v_2$  e  $e_3 = u_1 v_3$ , conforme Figura 2.6. Se a base  $u_1$  não admite expedição simultânea de um produto  $p_1$  nos dutos  $e_1$  e  $e_2$ , então uma restrição local  $rl_{1u_1}$  é necessária a fim de modelar a restrição em  $u_1$ . Formalmente,  $rl_{1u_1}$  é dada por:

$$rl_{1u_1} : \{1, ndr_{1u_1} = 2\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\text{duto}_{rl_{11u_1}}, \text{origem}_{rl_{11u_1}}, \\ \quad \text{destino}_{rl_{11u_1}}, \text{produto}_{rl_{11u_1}}) = (e_1, u_1, v_1, p_1), \\ (\text{duto}_{rl_{21u_1}}, \text{origem}_{rl_{21u_1}}, \\ \quad \text{destino}_{rl_{21u_1}}, \text{produto}_{rl_{21u_1}}) = (e_2, u_1, v_2, p_1) \end{array} \right\}.$$

Seja  $S'$  a solução de uma instância  $M'$  do PTDP, cuja rede é ilustrada pela Figura 2.6, dada por:

$$S' = \{sd_{e_1}, sd_{e_2}, sd_{e_3}\},$$

onde

$$sd_{e_1} : \{1, 2, no_{e_1} = 3\} \rightarrow \begin{cases} op_{1e_1} = (10, 15, 5, v_1, u_1, p_2, p_2), \\ op_{2e_1} = (15, 20, 5, u_1, v_1, p_1, p_2), \\ op_{3e_1} = (30, 35, 5, u_1, v_1, p_1, p_1) \end{cases};$$

$$sd_{e_2} : \{1, no_{e_2} = 2\} \rightarrow \begin{cases} op_{1e_2} = (13, 18, 5, v_2, u_1, p_2, p_1), \\ op_{2e_2} = (29, 34, 5, u_1, v_2, p_1, p_2) \end{cases}$$

e

$$sd_{e_3} : \{no_{e_3} = 1\} \rightarrow \{op_{1e_3} = (10, 15, 5, u_1, v_3, p_1, p_2)\}.$$

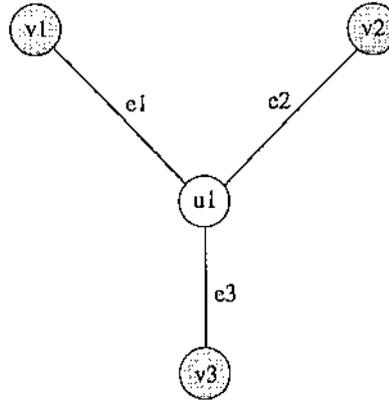


Figura 2.6: rede de bases e dutos usada para exemplificar restrições locais. A base  $u_1$  não admite bombeamento simultâneo de um produto  $p_1$  nos dutos  $e_1$  e  $e_2$ .

Segundo a restrição local  $rl_{1u_1}$ , há duas tuplas,  $z_1 = (2, 2)$  e  $z_2 = (3, 2) \in \{1, 2, no_{e_1} = 3\} \times \{1, no_{e_2} = 2\}$ , correspondentes às operações paralelas com as operações na restrição. As restrições impostas às operações paralelas  $z_1$  e  $z_2$  em  $S'$  são dadas, respectivamente, por:

$$[inicio_{2e_1}, termino_{2e_1}] = [15, 20] \cap [inicio_{2e_2}, termino_{2e_2}] = [29, 34] = \emptyset$$

e

$$[inicio_{3e_1}, termino_{3e_1}] = [30, 35] \cap [inicio_{2e_2}, termino_{2e_2}] = [29, 34] = [30, 34].$$

De acordo com as restrições acima, a solução  $S'$  não é válida, pois operações paralelas à restrição  $rl_{1u_1}$  são simultaneamente executadas durante o intervalo  $[30, 34]$ .

## 2.4 Função Objetivo

A Petrobrás mantém contratos de suprimento de derivados com indústrias químicas, petroquímicas e distribuidoras de combustíveis, em termos de cotas a serem entregues diariamente. Essas determinam os mercados consumidores e,

conseqüentemente, as campanhas de produção e demanda nas bases. Toda vez que uma demanda não é suprida, o cliente recebe o produto em outra base, onde o mesmo esteja disponível. Entretanto, a Petrobrás indeniza o cliente através do pagamento do frete adicional. Além de suprir os mercados, evitando os custos de frete adicional, há interesse em reduzir os custos de operação e transporte tanto quanto possível. Os custos de operação estão relacionados com o pessoal técnico envolvido. Já os custos de transporte, são resultantes dos custos de instalação, manutenção dos dutos e energia elétrica consumida pelas bombas durante os transportes.

A fim de expressar a função objetivo, inicialmente considera-se um custo  $co$  (em unidade monetárias) para cada operação de transporte e um custo  $ct_e$  (em unidades monetárias) para cada unidade de volume transportada através do duto  $e$ . Dada uma solução  $S$ , a função objetivo  $f(S)$  pode ser expressa por:

$$f(S) = co \sum_{e \in E} no_e + \sum_{e \in E} \left( ct_e \sum_{i=1}^{no_e} quantidade_{ie} \right),$$

onde  $no_e$  é o número de operações executadas no duto  $e$ ,  $co$ , o custo associado a cada operação,  $quantidade_{ie}$ , a quantidade de produto transportada na  $i$ -ésima operação executada em  $e$  e  $ct_e$ , o custo unitário de transporte através do duto  $e$ . Assumindo a existência de pelo menos uma solução  $S$  para uma instância  $M$ , o problema pode ser estabelecido como o de encontrar uma solução  $S$  válida que minimize  $f(S)$ .

Embora a função objetivo do PTDP envolva custos de transporte e operação, a Petrobrás tem se limitado a encontrar uma solução viável, não necessariamente ótima, que atenda aos mercados consumidores e às restrições. Essa dificuldade é decorrente da complexidade do problema e da dependência da interação humana no processo de solução. Do ponto de vista teórico, se conhecidos os custos de transporte, de operação e frete adicional, a solução ótima não necessariamente seria a de frete adicional nulo. Entretanto, não se tem disponível esses dados do problema real. Portanto, o objetivo do PTDP simplificado, a ser visto na próxima seção, limita-se a encontrar uma solução viável. Esse fato, a princípio, indica a inexistência de função objetivo. Pode-se, entretanto, transformar a restrição de suprimento dos mercados em objetivo e procurar minimizar a inviabilidade.

## 2.5 Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado

Em função da dificuldade de implementação de todas as restrições e detalhes do PTDP, e de aquisição de dados reais, adotou-se um Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado (PTDPS), muito semelhante ao problema real. Na apresentação do PTDPS, discutir-se-á as diferenças do problema simplificado em relação ao real.

A primeira diferença está no grafo  $G = (V, E)$  da rede de bases e dutos. No PTDPS, os vértices são de dois tipos: tanques ( $B$ ) e válvulas ( $U$ ), onde  $V = B \cup U$ . Os tanques armazenam os produtos e as válvulas são as conexões entre dutos. Os dutos também são subdivididos em dois conjuntos: de curta ( $C$ ) e de longa distância ( $L$ ), onde  $E = C \cup L$ . Os dutos de curta distância são internos às bases e não apresentam capacidades significativas, enquanto os de longa distância são interbases e apresentam capacidades significativas. Enquanto os dutos são não-direcionados no problema original, operam em ambos os sentidos, no simplificado os dutos podem ser não-direcionados ou direcionados, quando operam ou não em ambos os sentidos, respectivamente. A representação das bases seguiu a convenção de especificar um tanque para cada produto  $p$ , em cada base  $u$ , representado pelo par  $(u, p)$ , com capacidade equivalente a  $cp_u(p)$ . Cada tanque  $(u, p)$  possui dois terminais, um de entrada e outro de saída de produto, os quais estão conectados, através de dutos de curta distância, a todos os dutos de longa distância incidentes na base. Certas bases, no problema original, não apresentam capacidade de armazenamento de certos produtos, portanto, o transporte de tais produtos através de dois dutos incidentes a essas bases é feito diretamente de um duto para outro. Para simplificar as operações de transporte, adicionou-se um tanque para esses produtos, de forma a evitar operações diretas de dutos para dutos e sempre realizar armazenamento. A fim de exemplificar a estrutura interna das bases, considere uma instância  $M$  do PTDP, cuja rede  $G$  é exemplificada pela Figura 2.7 e, a capacidade das bases, pela Tabela 2.1.

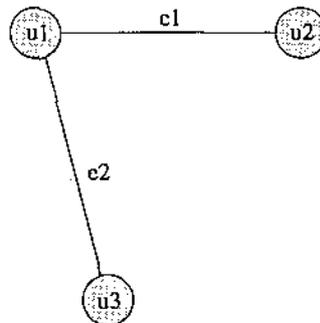


Figura 2.7: rede de bases e dutos de um PTDP a ser exemplificada no PTDP Simplificado.

A rede  $G'$  no PTDPS, correspondente à  $G$  no PTDP, é ilustrada na Figura 2.8 e as capacidades, pela Tabela 2.2. Observe a existência de um tanque  $(u_1, p_3)$ , com capacidade de 1 u.v. de  $p_3$ , na base  $u_1$  do PTDP Simplificado. No PTDP original, a capacidade de armazenamento de  $p_3$  é nula em  $u_1$ .

No PTDPS não são consideradas explicitamente as restrições locais, ou seja, são omitidas. Entretanto, a estrutura de tanques e válvulas adotada impõe restrições locais implícitas, onde no máximo uma operação de expedição e outra de

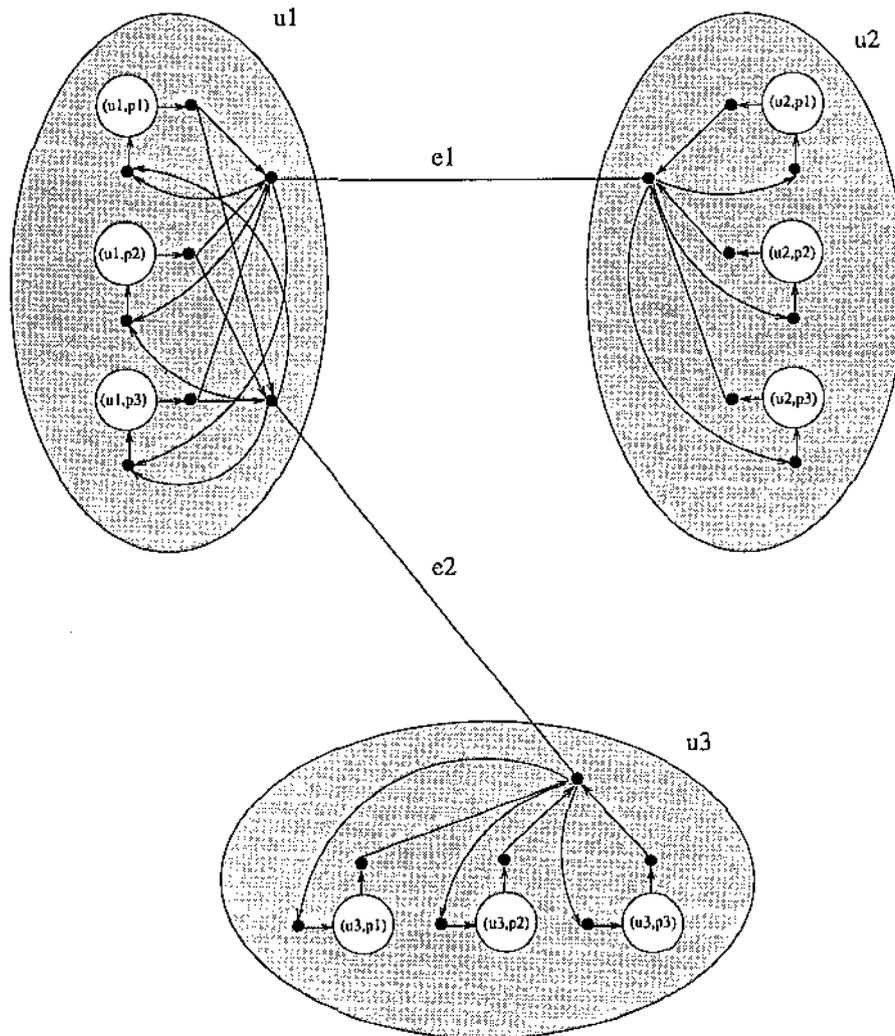


Figura 2.8: rede  $G'$  do PTDP Simplificado correspondente à rede  $G$  dada na Figura 2.7. Cada base ( $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ ) possui um tanque para cada produto ( $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ ), representado por um par ordenado como, por exemplo, o tanque  $(u_1, p_1)$  de produto  $p_1$  na base  $u_1$ . Cada tanque possui dois terminais, um de entrada e outro de saída, conectados a todos os dutos de longa distância incidentes na base. A capacidade de cada tanque  $(u, p)$  é equivalente a  $cp_u(p)$ .

base	capacidades por produto ( $cp_u(p)$ )		
	$p_1$	$p_2$	$p_3$
$u_1$	10	10	
$u_2$	10	10	10
$u_3$	10	10	10

Tabela 2.1: capacidade das bases na rede do PTDP a ser exemplificada no PTDP Simplificado.

tanque	base	produto	capacidade
$(u_1, p_1)$	$u_1$	$p_1$	10
$(u_1, p_2)$	$u_1$	$p_2$	10
$(u_1, p_3)$	$u_1$	$p_3$	1
$(u_2, p_1)$	$u_2$	$p_1$	10
$(u_2, p_2)$	$u_2$	$p_2$	10
$(u_2, p_3)$	$u_2$	$p_3$	10
$(u_3, p_1)$	$u_3$	$p_1$	10
$(u_3, p_2)$	$u_3$	$p_2$	10
$(u_3, p_3)$	$u_3$	$p_3$	10

Tabela 2.2: capacidade dos tanques na rede do PTDP Simplificado correspondente às capacidades do PTDP original, dadas na Tabela 2.1. Cada tanque  $(u, p)$  possui capacidade equivalente à  $cp_u(p)$ , exceto o tanque  $(u, p_3)$ , cuja capacidade é nula no PTDP original.

recebimento de qualquer produto  $p$ , em qualquer base  $u$ , podem ocorrer simultaneamente. Essa restrição é função do uso exclusivo dos dutos e válvulas durante as operações de transporte.

Em verdade, as restrições locais são provenientes da topologia das conexões internas às bases. Porém, o grupo responsável pela programação dos dutos da Petrobrás não trabalha com essas informações. Alternativamente, as restrições tecnológicas da topologia são convertidas para restrições locais, mais fáceis de serem manipuladas através da interação humana. Acredita-se que o esquema de conexões proposto para o PTDPS possa ser estendido de maneira a representar as diferentes restrições locais do PTDP.

A variação nas vazões nos dutos, dependentes do produto e do sentido de transporte, não é elevada. Assume-se, portanto, uma vazão única por duto como aquela que aparece com maior frequência.

Os dados de uma instância do PTDP da Petrobrás estão disponíveis no Apêndice A, em forma de tabelas. Referentes a mesma instância, encontram-se os dados do PTDPS descritos no Apêndice B.

## Capítulo 3

# Modelo Matemático para o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado

### 3.1 Introdução

A representação e o estudo de um sistema, físico ou abstrato, são frequentemente desenvolvidos através de modelos nos meios científicos, industriais e comerciais. Várias razões justificam a construção de modelos. Dentre elas, pode-se mencionar: (1) o estudo de um sistema complexo; (2) a busca de soluções de um problema real através da solução de um modelo; e (3) a simulação e projeto de um sistema. Na primeira classe, pode-se citar os sistemas físicos modelados por sistemas de equações. Na segunda, os Problemas de Otimização Combinatória e na última, os mercados financeiros, onde são feitas simulações da evolução do mercado a fim de identificar as melhores aplicações.

A abstração desempenha um papel crucial na concepção dos modelos, permitindo integrar as características e atividades de interesse ao mesmo tempo que desconsidera os detalhes não relevantes. Dentre os diferentes tipos de modelos, os modelos matemáticos são comumente utilizados em função dos mecanismos formais de solução, simulação e avaliação disponíveis. Um modelo matemático pode ser visto como um modelo abstrato, o qual representa uma realidade física (sistema) através de uma notação simbólica, onde as características e atributos são representados por variáveis, enquanto as atividades, dentro do sistema, por equações que inter-relacionam as variáveis [Gor78].

O problema objeto de estudo neste trabalho está relacionado às áreas de Otimização [Lue89, NW88] e Pesquisa Operacional [WW76], cujo objetivo é fazer uso adequado do sistema de transportes e atender aos mercados consumidores.

Em ambas as áreas, a Programação Matemática [Wil78], uma ferramenta de modelagem, tem desempenhado um papel importante na concepção de modelos e desenvolvimento de Algoritmos de Otimização. Há classes de problemas, dentro da família de problemas em programação matemática, cuja solução é obtida computacionalmente de forma eficiente como, por exemplo, modelos em Programação Linear resolvidos através do algoritmo Simplex [Chv83]. Em particular, o modelo a ser apresentado para o PTDPS é um modelo linear com variáveis inteiras e contínuas, ou seja, um modelo misto. Além dessas características, o modelo apresenta uma estrutura de fluxo em rede, a qual, por si só, define uma classe de problemas. Nas seções a seguir serão apresentados uma visão geral de Programação Matemática, uma sucinta introdução aos Problemas de Fluxo em Rede estáticos e dinâmicos (envolvem o tempo) e o modelo em Programação Matemática para o PTDPS. Por fim, apresentar-se-á os resultados computacionais obtidos na solução de uma instância do PTDPS e a discussão das limitações e possíveis extensões do modelo proposto.

## 3.2 Programação Matemática

A programação matemática tem suas raízes na Segunda Guerra Mundial, quando os países envolvidos no conflito fizeram uso de cientistas e pesquisadores para analisar problemas operacionais de forma quantitativa. Problemas tais como a escolha de rotas para comboios, táticas de combate em operações submarinas, estratégias de bombardeio e construção de campos minados. Essas aplicações deram origem à área que mais tarde foi denominada de Pesquisa Operacional [WW76]. Após a guerra, os cientistas de pesquisa operacional concentraram-se na formalização das abordagens desenvolvidas durante a guerra e começaram a aplicá-las nos setores industriais. Nesse contexto, surgiu a Programação Matemática, a qual pode ser vista como uma representação matemática, cujo objetivo é programar ou planejar a melhor alocação dos recursos às atividades competitivas, sujeitas às restrições impostas pela natureza do problema [BHM77]. Essas restrições podem, por exemplo, refletir as restrições financeiras, tecnológicas e organizacionais de uma empresa.

O modelo geral de Programação Matemática pode ser estabelecido como o de encontrar valores para as variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , as quais maximizem a função objetivo  $z$ , onde

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

sujeito às seguintes restrições:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1;$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2;$$

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m;$$

e

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0.$$

Um exemplo simples de programação matemática é o problema de produção e montagem, onde uma empresa produz os produtos  $p_1, p_2, \dots, p_n$  e deseja determinar a quantidade  $x_i$  de produto  $p_i$  ( $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ), de forma a maximizar os lucros, com os recursos disponíveis. Os coeficientes das variáveis  $x_i$  na função  $f$  representam os índices de lucratividade, enquanto nas funções  $g_j$ , as quantidades de recursos  $j$  necessários à produção de  $x_1$  unidades de produto  $p_1$ ,  $x_2$  unidades de produto  $p_2$ , e assim sucessivamente. Como exemplo de recursos escassos, citam-se: horas disponíveis de utilização de máquinas; matéria-prima e mão-de-obra.

O modelo geral de programação matemática possui subclasses, dependentes do grau das equações  $f$ ,  $g_j$  e do tipo das variáveis  $x_i$ , se contínuas ou discretas. Quanto ao grau das equações, os modelos em programação matemática podem ser classificados como:

1. **lineares:** quando as restrições e função objetivo são funções lineares. Embora essa classe seja subdividida em função do tipo das variáveis, modelos em programação linear são lineares com variáveis contínuas. Em 1947, George B. Dantzig desenvolveu um método geral de solução de problemas dessa classe, chamado Simplex [Chv83], cuja associação aos computadores digitais tornou a programação linear um dos mais difundidos métodos de otimização nos diferentes segmentos industriais e científicos. Vários problemas foram modelados em programação linear e resolvidos através do Simplex, permitindo aplicação direta das soluções obtidas ou auxiliando na tomada de decisão;
2. **não lineares:** quando as restrições ou a função objetivo não são lineares. Um exemplo é o Problema de Máxima Satisfatibilidade Ponderada [Par95], uma generalização do Problema de Satisfatibilidade (SAT) [GJ79]. Nesse problema, uma cláusula é uma disjunção de variáveis booleanas do conjunto  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Existe uma coleção  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$  de cláusulas e, a cada cláusula  $c_i$ , está associado um peso  $w(i)$ . Uma cláusula é dita satisfeita quando pelo menos uma de suas variáveis possui valor “verdadeiro”. Deseja-se encontrar uma atribuição de valores para as variáveis de  $X$  tal que a somatória dos pesos das cláusulas satisfeitas seja a maior possível (maximize  $\sum_{c_i \in C_S} w(i)$ , onde  $C_S \subseteq C$  é o conjunto das cláusulas satisfeitas).

Quanto ao tipo das variáveis, os modelos podem ser classificados como:

1. **contínuos:** quando as variáveis admitem qualquer valor real dentro dos limites impostos pelas restrições;

2. **inteiros ou combinatórios:** quando as variáveis assumem apenas valores discretos. Em oposição aos modelos de programação linear, os modelos de programação linear e não linear inteiros são NP-Difíceis [GJ79, PS82]. Isto significa que não se conhece algoritmo de propósito geral capaz de resolvê-los eficientemente. Um exemplo clássico de programação inteira é o Problema da Mochila [MT90], onde um alpinista deseja escolher um subconjunto  $I$  de um conjunto  $S$  de objetos de forma que a soma do peso de todos os objetos em  $I$  não supere a capacidade da mochila. A cada objeto de  $S$ , está associado um valor e o atleta deseja encontrar aquele subconjunto  $I$  cuja soma dos objetos seja a maior possível. Evidentemente, não é possível levar uma parte de um objeto e, conseqüentemente, variáveis binárias são associadas a cada objeto para indicar a decisão de colocar ou não o objeto na mochila;
3. **mistos:** quando o modelo apresenta variáveis contínuas e discretas. Um exemplo é o modelo a ser proposto para o PTDPS.

A otimização de um dado modelo, ou seja, a busca da solução de melhor avaliação que atenda às restrições, é extremamente dependente da classe do modelo. Modelos lineares com variáveis contínuas, por exemplo, são, em geral, satisfatoriamente otimizados através do Simplex [Chv83]. Por outro lado, modelos inteiros ou mistos são NP-Difíceis [GJ79]. Para otimização desses últimos modelos, abordagens de enumeração implícita, como *Branch-and-Bound*, são propostas na literatura [Tah76, NW88]. A estratégia de *Branch-and-Bound* gera uma árvore de enumeração a partir da divisão do espaço de soluções (*branch*) e a otimalidade é garantida pela enumeração de todas as soluções. A eficiência da estratégia é dependente da qualidade dos limites inferiores e superiores (*bound*) para a função objetivo, em cada vértice da árvore. Em problemas de minimização, por exemplo, um vértice com limite inferior superior ao valor da melhor solução inteira conhecida, permite descartar toda a subárvore com raiz nesse vértice. Outra estratégia para solução de modelos inteiros é a *Branch-and-Cut* [Tah76, NW88]. Nessa estratégia, o modelo é relaxado, ou seja, todas as variáveis são tomadas na sua forma contínua. Iterativamente a estratégia resolve o modelo contínuo e insere novas restrições até encontrar uma solução inteira. As restrições inseridas são chamadas de cortes (*cut*), pois reduzem o espaço de soluções sem eliminar possíveis soluções inteiras. Além das estratégias mencionadas, existem abordagens aproximadas ou heurísticas [BM81, MM81], a serem tratadas no Capítulo 4.

### 3.3 Modelos de Fluxo em Rede

Existem modelos em programação linear com uma estrutura especial de rede, a qual pode ser explorada no desenvolvimento de algoritmos. A motivação para

tomar vantagem dessa estrutura está relacionada com a necessidade de resolver problemas de grande porte [Las70], cujas soluções não seriam obtidas com a tecnologia atual de computadores. O primeiro problema com estrutura especial a ser analisado é o Problema de Transporte [BJ77], um caso particular do Problema de Fluxo em Rede. O modelo clássico de Problemas de Fluxo em Rede surgiu na logística industrial, onde um certo produto deve ser distribuído das indústrias (origens) aos mercados consumidores (destinos) [BHM77]. Nesses problemas a produção nas indústrias e a demanda dos clientes são conhecidas, e o produto pode ser transportado diretamente da indústria para o cliente ou indiretamente através de centros de distribuição. As indústrias, os clientes e os centros de distribuição definem os vértices de uma rede  $G = (V, A)$  [BM76], onde os arcos representam as possíveis conexões de transporte. A todo arco da rede estão associados dois atributos: a capacidade e o custo unitário de transporte da conexão. Para o caso de minimização do custo total de transporte, o objetivo é encontrar a quantidade transportada através de cada conexão, de forma a minimizar o custo total de transporte e atender à demanda dos clientes. A Figura 3.1 ilustra um exemplo de Problema de Fluxo em Rede, cujos círculos rotulados por números correspondem aos vértices e as setas, aos arcos. Os arcos são direcionados, ou seja, o transporte é permitido apenas no sentido da cauda para a cabeça do arco [BM76], cuja representação é feita através de um par ordenado  $(u, v)$ , onde  $u$  é a cauda e  $v$  a cabeça. A todo arco  $a$  está associado um par ordenado  $(u_a, c_a)$ , onde  $u_a$  é a capacidade da conexão e  $c_a$ , o custo de transporte por unidade de produto. A cada vértice  $u \in V$ , está associado um atributo  $b_u$ , indicando a quantidade produzida ( $b_u > 0$ ) ou a demanda ( $b_u < 0$ ) em  $u$ . Quando  $b_u = 0$ , o vértice  $u$  representa um centro de distribuição, em outras palavras, não é produzida nem consumida qualquer quantidade de produto.

Para modelar o problema em programação matemática, inicialmente define-se, a cada arco  $a = (u, v)$ , uma variável  $x_a$ , cujo valor indica a quantidade transportada através da ligação  $a$ . No modelo, devem ser inseridas restrições de conservação de fluxo a cada vértice  $u$  (fluxo saindo - fluxo entrando = suprimento  $b_u$  em  $u$ ), e de capacidade nos arcos. Para o caso de minimizar o custo de transporte, o problema é modelado como segue:

$$\text{Minimize } z = \sum_{a \in A} c_a x_a$$

sujeito a:

$$\sum_{a=(v,u) \in A} x_a - \sum_{a=(u,v) \in A} x_a = b_v \quad \{\forall v \in V$$

e

$$0 \leq x_a \leq u_a \quad \{\forall a \in A.$$

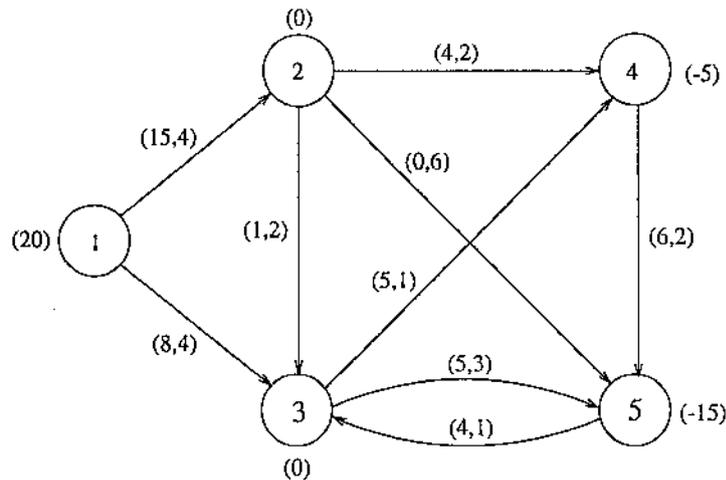


Figura 3.1: rede de transporte de um Problema de Fluxo em Rede. Uma base produtora, vértice 1, com produção  $b_1 = 20$ , deve distribuir 20 unidades de produto às bases consumidoras, vértices 4 e 5 com demandas  $b_4 = 5$  e  $b_5 = 15$ , respectivamente. Depósitos intermediários, vértices 2 e 3, devem ser utilizados no estabelecimento das conexões. Os pares  $(u_a, c_a)$ , associados aos arcos, indicam a capacidade ( $u_a$ ) e o custo ( $c_a$ ) de transporte através da conexão  $a$ .

No modelo matemático acima, as primeiras restrições são de conservação de fluxo e asseguram a igualdade da produção ou demanda de uma base  $v$ ,  $b_v$ , com a diferença da quantidade saindo e a quantidade entrando em  $v$ . Se  $b_v > 0$ , então a diferença deve ser positiva e igual à quantidade líquida produzida em  $v$ . Se  $b_v < 0$ , a diferença deve ser negativa, indicando que a quantidade líquida entrando em  $v$  é igual a  $|b_v|$ . Por fim, se  $b_v = 0$ , então  $v$  é uma base intermediária e não armazena qualquer quantidade de produto.

Além do problema de transporte ilustrado, existem outros problemas com estrutura de fluxo em rede. Dentre eles, citam-se [Roc84, BHM77]:

1. **redes de comunicação:** nessas redes, os vértices são centrais telefônicas e terminais, e os arcos, as ligações telefônicas (canais de satélite e de microondas, etc.). O material transportado corresponde às mensagens;
2. **redes elétricas:** em tais redes, os vértices são as junções elétricas e os arcos, os fios e componentes elétricos. O material transportado corresponde à corrente elétrica regida pelas leis de Kirchhoff;
3. **redes hidráulicas:** a água é o material transportado através de dutos entre casas e reservatórios, onde os dutos são os arcos e os estabelecimentos, os vértices da rede.

### 3.4 Fluxo em Rede com Multiperíodos

Em certos modelos a notação de fluxo estático não é adequada [Roc84], sendo necessário considerar a transferência de material de vários vértices para outros vértices ao longo do tempo. Como exemplo, considere o problema de transportar o produto de um vértice de suprimento para um vértice consumidor no menor tempo possível. Cada conexão (arco) possui um tempo para executar um transporte de capacidade limitada e existem, também, limitações de armazenamento nos vértices intermediários. A solução do problema exige a discretização do fluxo no tempo, de forma a especificar, a cada período de tempo, as quantidades transportadas através de cada arco e armazenadas nos vértices. Uma técnica chamada Multiperíodo [Roc84] permite reduzir o problema dinâmico a um problema estático, quando os arcos são unidirecionais. Seja  $G = (V, A)$  uma rede, onde  $\tau(a)$  é um valor positivo associado a cada arco  $a \in A$ , o qual corresponde a duração, ou seja, o tempo, em unidades discretas, necessário para percorrer o arco. A redução requer a construção de uma rede  $G_T = (V_T, A_T)$ , correspondente a um intervalo de tempo  $0 \leq t \leq T$ , obedecendo os seguintes passos:

1.  $V_T = V \times \{0, 1, \dots, T\}$ ;
2. para todo  $a = (u, v) \in A$  e  $t \geq 0$ , tal que  $(t + 1)\tau(a) \leq T$ , tem-se  $a_t = ((u, t\tau(a)), (v, (t + 1)\tau(a))) \in A_T$ . O arco  $a_t$  representa a possibilidade de transportar do vértice  $u$ , no instante  $t\tau(a)$ , para o vértice  $v$ , no instante  $(t + 1)\tau(a)$ ;
3. para todo  $u \in V$  e  $0 \leq t < T$ , tem-se  $a_t = ((u, t), (u, t + 1)) \in A_T$ . O arco  $a_t$  representa a quantidade estocada no vértice  $u$  no intervalo de tempo  $[t, t + 1]$ .

Um fluxo em  $G_T$  corresponde a um fluxo dinâmico em  $G$ , o qual especifica a quantidade transportada através de cada arco  $a$ , a cada intervalo de tempo. Fluxos em arcos  $a$  de  $G_T$ , conectando um mesmo vértice  $u$  de  $G$ , representam a quantidade estocada em  $u$  durante o intervalo de tempo de um período. A Figura 3.2 ilustra a rede  $G = (V, A)$  constituída por três vértices e três arcos. A rede  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente está ilustrada na Figura 3.3 para  $T = 3$  e  $\tau(a) = 1$  para todo  $a \in A$ .

### 3.5 Modelo em Programação Matemática para o PTDPS

O problema em tratamento neste trabalho apresenta uma estrutura de fluxo em rede onde os vértices da rede ( $G = (V, E)$ ) são as refinarias e terminais ( $V$ ), as arestas, os dutos ( $E$ ) e o material de transporte, os derivados de petróleo. A solução do problema exige o conhecimento das operações executadas nos dutos, as quais podem ser representadas através dos fluxos, aplicados aos dutos em

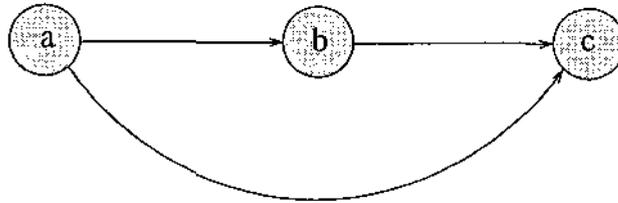


Figura 3.2: rede de transporte estática de uma instância do Problema de Fluxo em Rede. Uma base produtora ( $a$ ) possui conexões, representadas pelos arcos, para outras duas bases consumidoras ( $b$  e  $c$ ).

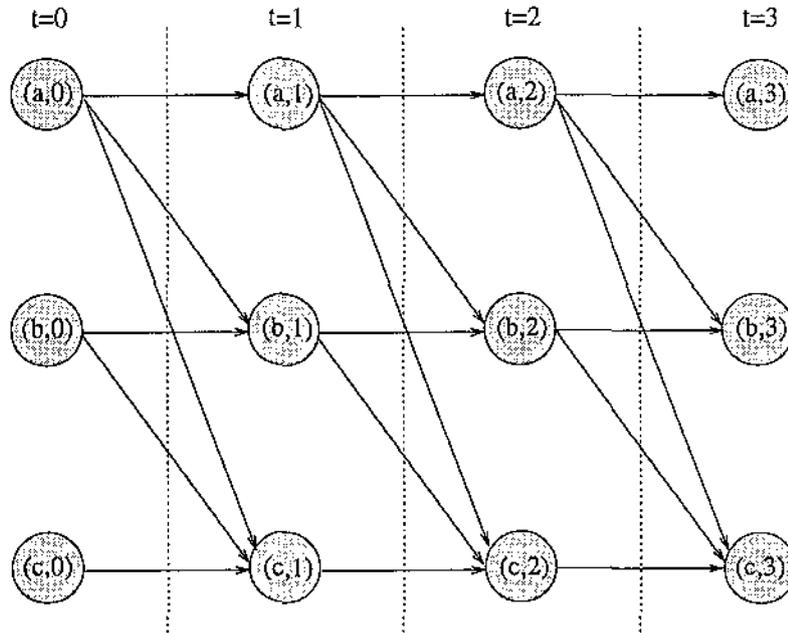


Figura 3.3: rede de transporte dinâmica  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente à rede estática  $G = (V, A)$ . Cada vértice de  $V$  é representado em  $G_T$  a cada instante  $t \in \{0, 1, 2, T = 3\}$ . Os arcos  $a((u_1, t_1), (u_2, t_2))$  indicam os transportes realizados entre o vértice  $u_1$  e  $u_2$  durante o intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$ , quando  $u_1 \neq u_2$ , ou a quantidade que ficou armazenada em  $u_1$ , quando  $u_1 = u_2$ .

intervalos discretos de tempo. Esse fato torna uma abordagem Multiperíodo adequada à modelagem do PTDPS. Entretanto, um Modelo de Fluxo em Rede com Multiperíodos não é suficiente para representar o problema, onde as restrições de seqüenciamento, a capacidade de armazenamento dos dutos e a existência de vários produtos são exemplos de restrições não consideradas pelo modelo clássico. O modelo a ser proposto estende o de Fluxo em Rede com Multiperíodos, de forma a agregar as principais características inerentes ao PTDPS. A capacidade dos dutos é considerada no modelo ao dividir-se cada duto em um conjunto de segmentos representados por vértices, onde cada um possui a capacidade correspondente à máxima quantidade de produto transportada em um período de tempo. Conseqüentemente, a vazão diferenciada por produto ( $vzd$ ) e as vazões máximas de expedição e recebimento de produto nas bases incidentes ao duto ( $vze_{ue}$  e  $vzr_{ue}$ ) foram desconsideradas. Assume-se as durações dos dutos ( $\tau(e)$ ) pequenas o suficiente para ter-se um número inteiro de vértices correspondentes aos dutos. As restrições de seqüenciamento restringem o contato de um produto  $p$  apenas com produtos compatíveis do conjunto  $SC_p$  durante os transportes, sendo representadas através do armazenamento de um único produto em cada segmento de duto e garantindo a compatibilidade dos produtos em segmentos adjacentes. Para estabelecer essas restrições, variáveis binárias são incorporadas ao modelo, de maneira a identificar qual produto está armazenado em cada segmento de duto, a cada período de tempo.

### 3.5.1 Construção do Modelo

Antes de proceder à construção do modelo, algumas definições serão feitas. Seja:

1.  $T$ : é um valor inteiro correspondente ao número de períodos a ser considerado pelo modelo, onde cada período é dado em unidades discretas de tempo  $\delta$ . Para  $\delta = 1$  hora e  $T = 48$ , o modelo considerará um horizonte de  $T\delta = 48$  horas;
2.  $vzm$ : para todo duto  $e$ , a função  $vzm$  associa a vazão admitida para todos os produtos de  $P$  em unidades de volume por período;
3.  $\tau$ : essa função retorna a duração, em número de períodos, das operações de transporte em um duto  $e$ . Para  $\tau(e) = 2$ , por exemplo, as operações em  $e$  ocorrerão de dois em dois períodos;
4.  $nvd$ : dado um duto  $e$ , a função  $nvd$  retorna o número de vértices representantes de  $e$ . Assumir-se-á  $nvd(e)$  um número inteiro, tal que:

$$nvd(e) = \frac{cpd(e)}{vzm(e)\tau(e)},$$

onde  $cpd(e)$  é a capacidade do duto  $e$ . Essa expressão garante a equivalência entre o número de segmentos com capacidade igual à quantidade máxima das operações, e o número de vértices correspondentes ao duto. Em outras palavras, a capacidade de cada vértice de um duto  $e$  é igual à quantidade máxima transportada durante  $\tau(e)$  unidades discretas de tempo ( $\tau(e)\delta$ );

5.  $pdsi$ : dados um duto  $e$ , um segmento  $i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)\}$  e um produto  $p$ , a função  $pdsi$  retorna 1 se  $p$  é o produto de maior quantidade em  $i$  na situação inicial, ou retorna 0, caso contrário ( $pdsi_{ei} : P \rightarrow \{0, 1\}$ ).

De posse das funções acima apresentadas, constrói-se um grafo direcionado  $G' = (V', A')$  a partir de  $G$ , inscrendo-se os vértices correspondentes aos dutos e substituindo-se as arestas por arcos. Em  $G'$ , cada vértice  $u \in V$  será representado por um par ordenado  $(u, u)$  e cada duto  $e \in E$ , pelos vértices  $(e, 1), (e, 2), \dots, (e, nvd(e))$ . Formalmente,  $G'$  é construído como segue:

$$V' = \{(u, u)/u \in V\} \cup \{(e, i)/e \in E \text{ e } i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)\}\};$$

$$A' = \{((e, i), (e, i+1))/e \in E \text{ e } i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)-1\}\} \cup \{((e, i), (e, i-1))/e \in E \text{ e } i \in \{nvd(e), nvd(e)-1, \dots, 2\}\} \cup \{((e, 1), (u, u)), ((u, u), (e, 1)), ((e, nvd(e)), (v, v)), ((v, v), (e, nvd(e)))/e = uv \in E\};$$

e

$$\tau(((e, i), (u, v))) = \tau(((u, v), (e, i))) = \tau(e) \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e). \end{cases}$$

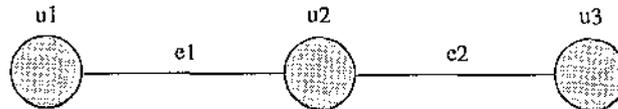


Figura 3.4: grafo  $G = (V, E)$  da rede de um PTDPS, possuindo três bases ( $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ ) conectadas pelos dutos  $e_1$  e  $e_2$ .

A Figura 3.5 ilustra o grafo  $G' = (V', A')$  obtido a partir da rede  $G = (V, E)$  ilustrada na Figura 3.4, assumindo  $nvd(e_1) = 2$  e  $nvd(e_2) = 1$ . Em  $G'$ , os dutos  $e_1$  e  $e_2$  são representados por dois  $((e_1, 1)$  e  $(e_1, 2))$  e um vértice  $((e_2, 1))$ , respectivamente. As arestas de  $G$  são representadas em  $G'$  por dois arcos, os quais discriminam os sentidos de operação dos dutos.

A partir de  $G'$  constrói-se a representação  $G_T$  de  $G'$  em multiperíodos. Em  $G_T$ , os vértices  $u \in V$  são representados pelos vértices  $(u, u, 0), (u, u, 1), \dots, (u, u, T)$ , um a cada período. O mesmo ocorre para os vértices  $(e, i)$  onde  $e \in E$  e  $i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)\}$ . Além desses vértices, são inseridos vértices para as fontes

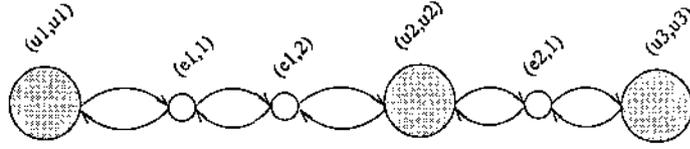


Figura 3.5: representação gráfica do grafo  $G' = (V', A')$  obtido a partir do grafo  $G = (V, E)$ . Toda base  $u_i \in V$  é representada em  $G'$  por um par ordenado  $(u_i, u_i)$  (círculos preenchidos). Por outro lado, os vértices  $(e_1, 1)$  e  $(e_1, 2)$  representam o duto  $e_1$ , enquanto  $(e_2, 1)$  representa o duto  $e_2$  em  $G'$ .

(produção) e sorvedouros (consumo), um para cada produto a cada período, representados em  $G_T$  por  $(p, p, t)$ , onde  $p \in P$  e  $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ . Formalmente,  $G_T$  é construído como segue:

$$VP_T = \{(p, p, t) / p \in P \text{ e } t \in \{0, 1, \dots, T\}\};$$

$$V_T = V' \times \{0, 1, \dots, T\} \cup VP_T;$$

e

$$A_T = AA_T = \{((u, t\tau((u, v))), (v, (t+1)\tau((u, v)))) / \\ e = (u, v) \in A' \text{ e} \\ t \in \{0, 1, \dots, T-1\} \text{ e} \\ (t+1)\tau((u, v)) \leq T\} \cup$$

$$AD_T = \{((e, i, t\tau(e, i)), (e, i, (t+1)\tau(e, i))) / \\ e \in E \text{ e} \\ i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)\} \text{ e} \\ t \in \{0, 1, \dots, T-1\} \text{ e} \\ (t+1)\tau(e, i) \leq T\} \cup$$

$$AB_T = \{((u, u, t), (u, u, t+1)) / u \in V \text{ e } t \in \{0, 1, \dots, T-1\}\} \cup$$

$$AP_T = \{((u, u, t), (p, p, t)), ((p, p, t), (u, u, t)) / \\ u \in V \text{ e} \\ p \in P \text{ e} \\ t \in \{0, 1, \dots, T\}\} \cup$$

$$AI_T = \{((p, p, 0), (e, i, 0)) / \\ e \in E \text{ e} \\ p \in P \text{ e} \\ i \in \{1, 2, \dots, nvd(e)\}\}.$$

A Figura 3.6 é a representação gráfica do grafo  $G_T$  correspondente aos grafos  $G$  e  $G'$  ilustrados pelas Figuras 3.4 e 3.5, respectivamente. Assumiu-se  $T = 3$ ,  $P = \{g, a\}$  e  $\tau(a) = 1$  para todo  $a \in A$ . Em  $G_T$ , os vértices de  $G'$  são

replicados  $T+1$  vezes a fim de representar o estado da rede a cada período. Além desses vértices, foram inseridos os vértices  $(a, a, i)$  e  $(g, g, i)$  para  $i \in \{0, 1, \dots, T\}$ , correspondentes aos vértices de produção e demanda de  $a$  (álcool) e  $g$  (gasolina) a cada período. Entretanto, na Figura 3.6, esses últimos estão ilustrados apenas nos períodos inicial e final.

Dada uma instância  $M$  do PTDP e o grafo  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente, procede-se a construção do modelo matemático. A todo arco  $a \in A_T$  são associadas variáveis  $x_a^p$ , as quais indicam a quantidade de produto  $p$  transportada através de  $a$ . As quantidades transportadas através dos arcos incidentes nos vértices  $(p, p, t) \in V_T$  são conhecidas e correspondem às quantidades inicialmente armazenadas nas bases e dutos ( $t = 0$ ) e às campanhas de produção e demanda ( $t > 0$ ). Além das variáveis de transporte  $x_a^p$ , variáveis binárias  $y_u^p$  estão associadas aos vértices  $u = (e, i, t) \in V_T$ , a fim de indicar se o produto  $p$  está ou não armazenado no segmento  $i$  de um duto  $e$ , no início do período  $t$ . Formalmente, tem-se:

$$x_a^p = \begin{cases} \text{quantidade de produto } p \text{ transportada} \\ \text{através do arco } a \end{cases}$$

e

$$y_{u=(e,i,t)}^p = \begin{cases} 1, & \text{se no início do período } t, \text{ o segmento } i \\ & \text{do duto } e \text{ possui o produto } p \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Abaixo seguem as restrições do modelo:

1. **restrições de conservação de fluxo:** com exceção dos vértices  $(p, p, t)$  correspondentes às fontes e sorvedouros, o fluxo deve ser conservado em todo vértice de  $G_T$ . Formalmente, essas restrições são expressas por:

$$\sum_{a=(u,v) \in A_T} x_a^p = \sum_{a=(v,u) \in A_T} x_a^p \quad \begin{cases} \forall p \in P \\ \forall u \in V_T - VP_T; \end{cases}$$

2. **restrições de capacidade nos dutos:** a máxima quantidade transportada de uma base para um duto incidente  $e$  ou vice-versa, é limitada pelo produto da vazão de  $e$  ( $vzm(e)$ ) pela duração dos arcos em  $e$  ( $\tau(e)$ ). Os transportes em  $e$  podem ocorrer em ambos os sentidos, onde os produtos, quantidades e sentidos fazem parte da solução. Essas restrições são formalmente expressas pelas desigualdades abaixo:

$$\sum_{p \in P} \sum_{a=((e,1,t),(u,u,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p + \sum_{p \in P} \sum_{a=((u,u,t),(e,1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \leq vzm(e)\tau(e) \quad \begin{cases} \forall e = uv \in E \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e). \end{cases}$$

Como exemplo, considere o grafo  $G_T$  da Figura 3.6 e o duto  $e_2$ . Para o intervalo de tempo  $[0, \delta]$ , decorrido durante o período 0, as restrições são

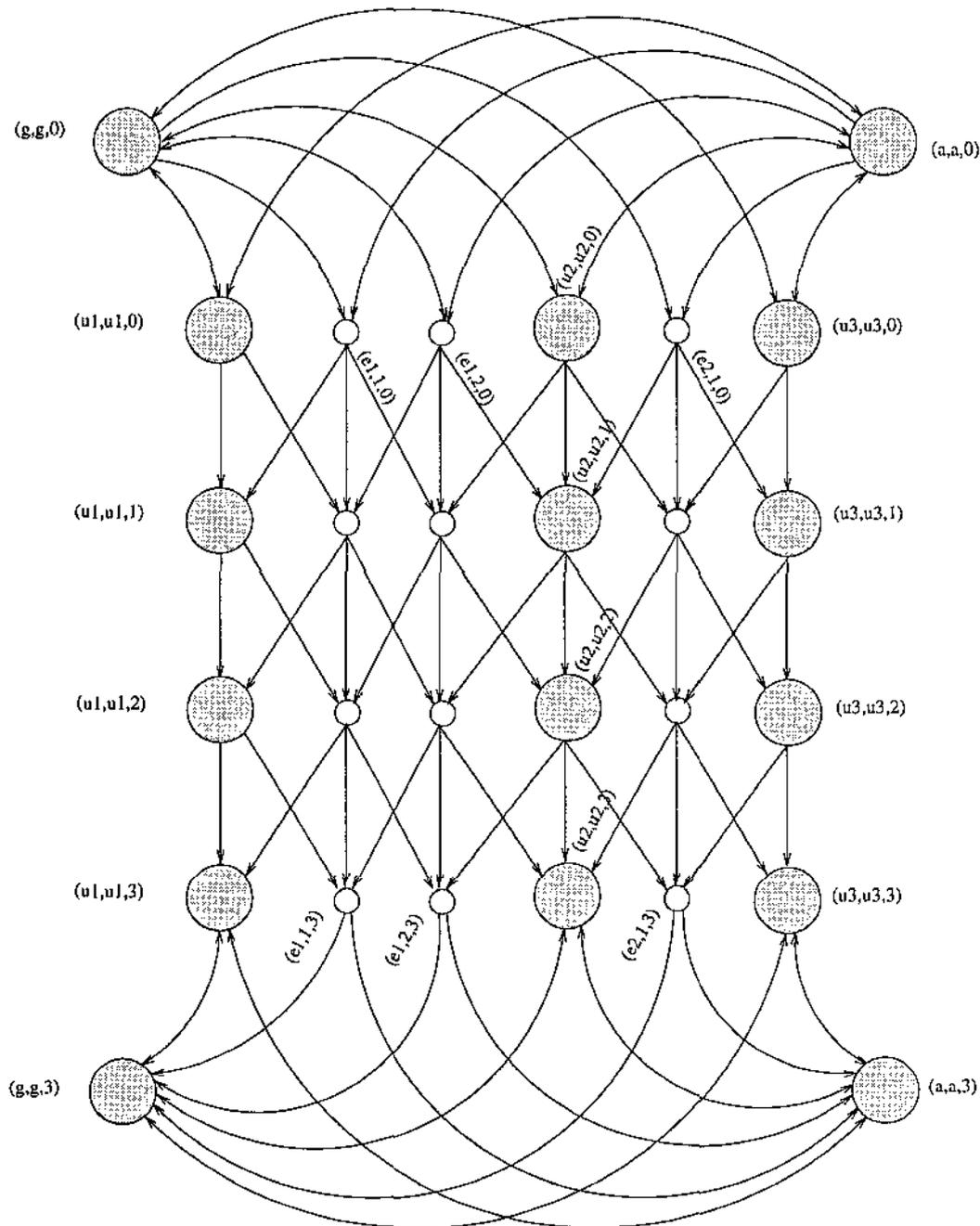


Figura 3.6: rede  $G_T = (V_T, A_T)$  resultante da representação multiperíodo do grafo  $G' = (V', A')$ . As bases são identificadas por círculos preenchidos, enquanto os vértices dos segmentos de dutos, por círculos vazios. Para a construção de  $G_T$ , assumiu-se  $T = 3$ ,  $P = \{g, a\}$  e  $\tau(a) = 1$  para todo  $a \in A'$ . Os vértices de fontes e sorvedouros  $((p, p, t))$ , dos produtos  $a$  e  $g$ , estão representados apenas para os períodos inicial e final.

dadas por:

$$\begin{aligned} x_{((e_2,1,0),(u_2,u_2,1))}^g + x_{((e_2,1,0),(u_2,u_2,1))}^a + \\ x_{((u_2,u_2,0),(e_2,1,1))}^g + x_{((u_2,u_2,0),(e_2,1,1))}^a \leq vzm(e_2); \end{aligned}$$

3. **fluxo comum nos dutos:** o fluxo de produto é o mesmo em todos os seus segmentos, ou seja, se uma certa quantidade é bombeada em um extremo, a mesma quantidade deverá ser transportada em todos os segmentos e no sentido do bombeamento. A esta restrição dá-se o nome de fluxo comum nos dutos, podendo ser garantida através do transporte de mesma quantidade em ambos os sentidos dos segmentos. Para um duto  $e = uv \in E$ , as restrições são divididas em três classes e formalizadas como segue:

- (a) fluxo comum para segmentos de dutos não incidentes às bases nos sentidos, respectivamente, da esquerda para a direita e da direita para a esquerda:

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,i,t),(e,i+1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p = \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,i+1,t),(e,i+2,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e) - 2 \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e); \end{array} \right.$$

e

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,i,t),(e,i-1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p = \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,i-1,t),(e,i-2,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e \in E \\ \forall i = 3, 4, \dots, nvd(e) \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e); \end{array} \right.$$

- (b) fluxo comum para o segmento de  $e$  incidente a  $u$ :

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P} \sum_{a=((u,u,t),(e,1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p = \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,1,t),(e,2,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p + \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,1,t),(u,u,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e = uv \in E \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e); \end{array} \right.$$

e

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,1,t),(u,u,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p = \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,2,t),(e,1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p + \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((v,v,t),(e,1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e = uv \in E \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e); \end{array} \right.$$

- (c) fluxo comum para o segmento de  $e$  incidente a  $v$ :

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P} \sum_{a=((v,v,t),(e,nvd(e),t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p = \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,nvd(e),t),(e,nvd(e)-1,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p + \\ \sum_{p \in P} \sum_{a=((e,nvd(e),t),(u,u,t+\tau(e))) \in A_T} x_a^p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall e = uv \in E \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e); \end{array} \right.$$

e

$$\sum_{p \in P} \sum_{a=((e, nvd(e), t), (v, v, t + \tau(e))) \in A_T} x_a^p = \sum_{p \in P} \sum_{a=((u, u, t), (e, nvd(e), t + \tau(e))) \in A_T} x_a^p + \sum_{p \in P} \sum_{a=((e, nvd(e) - 1, t), (e, nvd(e), t + \tau(e))) \in A_T} x_a^p \quad \begin{cases} \forall e = uv \in E \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e). \end{cases}$$

As restrições de fluxo comum no duto  $e_1$  do grafo  $G_T$ , ilustrado na Figura 3.6, estão descritas abaixo para o primeiro período:

- (a) fluxo comum para segmentos de dutos não incidentes às bases: não há dois segmentos não incidentes às bases em  $e_1$ ;
- (b) fluxo comum para o segmento de  $e_1$  incidente a  $u_1$ :

$$x_{((u_1, u_1, 0), (e_1, 1, 1))}^g + x_{((u_1, u_1, 0), (e_1, 1, 1))}^a = x_{((e_1, 1, 0), (e_1, 2, 1))}^g + x_{((e_1, 1, 0), (e_1, 2, 1))}^a$$

e

$$x_{((e_1, 1, 0), (u_1, u_1, 1))}^g + x_{((e_1, 1, 0), (u_1, u_1, 1))}^a = x_{((e_1, 2, 0), (e_1, 1, 1))}^g + x_{((e_1, 2, 0), (e_1, 1, 1))}^a;$$

- (c) fluxo comum para o segmento de  $e_1$  incidente a  $u_2$ :

$$x_{((u_2, u_2, 0), (e_1, 2, 1))}^g + x_{((u_2, u_2, 0), (e_1, 2, 1))}^a = x_{((e_1, 2, 0), (e_1, 1, 1))}^g + x_{((e_1, 2, 0), (e_1, 1, 1))}^a$$

e

$$x_{((e_1, 2, 0), (u_2, u_2, 1))}^g + x_{((e_1, 2, 0), (u_2, u_2, 1))}^a = x_{((e_1, 1, 0), (e_1, 2, 1))}^g + x_{((e_1, 1, 0), (e_1, 2, 1))}^a;$$

4. **restrições de capacidade de armazenamento nas bases:** a quantidade de cada produto  $p$ , armazenada no início de cada período  $t$ , não deve superar a capacidade de armazenamento da base  $u$ . Tais restrições são formalmente estabelecidas como segue:

$$\sum_{a=(v, (u, u, t)) \in A_T} x_a^p \leq cp_u(p) \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P \\ \forall t = 0, 1, \dots, T. \end{cases}$$

Para a rede  $G_T$ , ilustrada na Figura 3.6, as restrições de capacidade de armazenamento na base  $u_2$ , no início do período 1, são expressas por:

$$\begin{aligned} & x_{((g, g, 1), (u_2, u_2, 1))}^g + x_{((u_2, u_2, 0), (u_2, u_2, 1))}^g + \\ & x_{((e_1, 2, 0), (u_2, u_2, 1))}^g + x_{((e_2, 1, 0), (u_2, u_2, 1))}^g \leq cp_{u_2}(g) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} & x_{((a, a, 1), (u_2, u_2, 1))}^a + x_{((u_2, u_2, 0), (u_2, u_2, 1))}^a + \\ & x_{((e_1, 2, 0), (u_2, u_2, 1))}^a + x_{((e_2, 1, 0), (u_2, u_2, 1))}^a \leq cp_{u_2}(a); \end{aligned}$$

5. **produção e demanda nas bases:** as quantidades produzidas e consumidas de cada produto  $p$ , em cada base  $u$ , a cada período  $t$ , são conhecidas e devem ser atribuídas às variáveis associadas aos arcos de produção e demanda como segue:

$$x_{a=((p,p,t),(u,u,t)) \in A_T}^p = pr_{up}(t) \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P \\ \forall t = 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

e

$$x_{a=((u,u,t),(p,p,t)) \in A_T}^p = dm_{up}(t) \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P \\ \forall t = 1, 2, \dots, T. \end{cases}$$

A partir da rede  $G_T$ , representada pela Figura 3.6, pode-se descrever as equações de produção e demanda na base  $u_2$ , no início do período 1, como segue:

$$\begin{aligned} x_{((g,g,1),(u_2,u_2,1))}^g &= pr_{u_2g}(1); \\ x_{((u_2,u_2,1),(g,g,1))}^g &= dm_{u_2g}(1); \\ x_{((a,a,1),(u_2,u_2,1))}^a &= pr_{u_2a}(1) \quad e \\ x_{((u_2,u_2,1),(a,a,1))}^a &= dm_{u_2a}(1); \end{aligned}$$

6. **estoque inicial nas bases:** a quantidade de cada produto  $p$ , inicialmente armazenada em cada base  $u$ , deve ser atribuída às variáveis associadas aos arcos de entrada da base no início do período 0. A atribuição dessas variáveis é formalizada como segue:

$$x_{a=((p,p,0),(u,u,0)) \in A_T}^p = sti_u(p) \quad \begin{cases} \forall u \in V \\ \forall p \in P. \end{cases}$$

Para a rede  $G_T$ , da Figura 3.6, o estoque inicial na base  $u_1$  é expresso pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned} x_{((g,g,0),(u_1,u_1,0))}^g &= sti_{u_1}(g) \quad e \\ x_{((a,a,0),(u_1,u_1,0))}^a &= sti_{u_1}(a); \end{aligned}$$

7. **estoque inicial nos dutos:** analogamente às restrições anteriores, as variáveis associadas aos arcos de entrada nos segmentos dos dutos devem ser atribuídas de com acordo com os produtos e quantidades inicialmente armazenados. Formalmente, tais restrições são expressas por:

$$x_{a=((p,p,0),(c,i,0)) \in A_T}^p = pdsi_{ei}(p) \frac{cpd(e)}{nvd(e)} \quad \begin{cases} \forall e \in V \\ \forall p \in P \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e). \end{cases}$$

Assumindo que o duto  $e_1$  na rede  $G_T$ , da Figura 3.6, possui apenas produto  $g$ , as equações de estoque inicial para  $e_1$  são dadas por:

$$x_{((g,g,0),(e_1,1,0))}^g = \frac{cpd(e_1)}{2};$$

$$x_{((g,g,0),(e_1,2,0))}^g = \frac{cpd(e_1)}{2};$$

$$x_{((a,a,0),(e_1,1,0))}^a = 0 \quad e$$

$$x_{((a,a,0),(e_1,2,0))}^a = 0;$$

8. **restrições de armazenamento de um único produto em cada segmento de duto:** essas restrições são necessárias na construção das restrições de seqüenciamento, as quais garantem a compatibilidade dos produtos em segmentos adjacentes. Abaixo estão formalizadas essas restrições:

$$\sum_{p \in P} y_{(e,i,t)}^p = 1 \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e) \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e) \end{cases}$$

e

$$\sum_{a=(u,(e,i,t)) \in A_T} x_a^p = (y_{(e,i,t)}^p) \cdot \left( \frac{cpd(e)}{nvd(e)} \right) \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e) \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e) \\ \forall p \in P \end{cases}$$

A primeira restrição garante armazenamento de apenas um produto no segmento  $i$ , de qualquer duto  $e$ , no início do período  $t$ . As restrições representadas pela segunda expressão estabelecem que se alguma quantidade de produto  $p$  foi transferida para o segmento  $i$  no início do período  $t$ , então nenhum outro produto pode ter sido transferido para  $i$ , ou seja, o segmento possui apenas produto  $p$ . As restrições para o segmento 1 do duto  $e_1$  da rede  $G_T$  ilustrada na Figura 3.6, no início do período 1, estão abaixo descritas:

$$\begin{aligned} y_{(e_1,1,1)}^g + y_{(e_1,1,1)}^a &= 1; \\ x_{((u_1,u_1,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g \\ &+ x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g = (y_{(e_1,1,1)}^g) \cdot \left( \frac{cpd(e_1)}{nvd(e_1)} \right) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} x_{((u_1,u_1,0),(e_1,1,1))}^a + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^a \\ + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^a = (y_{(e_1,1,1)}^a) \cdot \left( \frac{cpd(e_1)}{nvd(e_1)} \right); \end{aligned}$$

**9. restrições de seqüenciamento:** cada segmento  $i$  de um duto  $e$ , em qualquer período  $t$ , deve conter um produto  $p$  compatível com os produtos armazenados nos segmentos adjacentes a  $i$ . Formalmente, essas restrições são representadas por:

$$y_{(e,i,t)}^p \leq \sum_{j \in SC_p} y_{(e,i+1,t)}^j \quad \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall i = 1, 2, \dots, nvd(e) - 1 \text{ e } nvd(e) > 1 \\ \forall p \in P. \end{cases}$$

Assumindo  $P = \{a, g, q\}$  como produtos admitidos na rede  $G_T$  da Figura 3.6, onde:  $SC_g = \{a, g, q\}$ ;  $SC_a = \{a, g\}$  e  $SC_q = \{g, q\}$ . Nessas condições, as restrições de seqüenciamento para o segmento 1 do duto  $e_1$ , no início do período 0, são expressas por:

$$\begin{aligned} y_{(e_1,1,0)}^a &\leq y_{(e_1,2,0)}^a + y_{(e_1,2,0)}^g; \\ y_{(e_1,1,0)}^g &\leq y_{(e_1,2,0)}^a + y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^q \end{aligned}$$

e

$$y_{(e_1,1,0)}^q \leq y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^q.$$

Além das variáveis e das restrições, ainda resta a função objetivo  $f$  para tornar o modelo completo. De acordo com a definição do PTDPS, a função  $f$  deve computar o custo de todas as operações ( $f_1$ ) e dos transportes ( $f_2$ ) executados em uma solução  $S$ .

Uma alternativa para cálculo das operações executadas é determinar o número de trocas de produtos em ambos os extremos de cada duto. Isso pode ser desenvolvido através da inserção de variáveis  $z$  como segue:

$$z_{a=((e,i,t),(e,i,t+\tau(e)))}^p = \begin{cases} 1, & \text{se o segmento } i \text{ possui produto } p \\ & \text{no início do período } t + \tau(e), \\ & \text{mas não possui no início de } t \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As variáveis  $z_a^p$  são obtidas a partir das variáveis  $y_u^p$  como segue:

$$\begin{aligned} z_{a=((e,1,t),(e,1,t+\tau(e)))}^p &= \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall p \in P \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e) \end{cases} \\ y_{(e,1,t+\tau(e))}^p - y_{(e,1,t)}^p \\ z_a^p \geq 0 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} z_{a=((e,nvd(e),t),(e,nvd(e),t+\tau(e)))}^p &= \begin{cases} \forall e \in E \\ \forall p \in P \\ \forall t = 0, \tau(e), \dots, k\tau(e) \leq T - \tau(e) \end{cases} \\ y_{(e,nvd(e),t+\tau(e))}^p - y_{(e,nvd(e),t)}^p \\ z_a^p \geq 0 \end{aligned}$$

Assumindo a solução de uma instância do modelo como composta pela tripla  $S = (x, y, z)$ , onde:

$$\begin{aligned} x &\in R_+^{A_T \times P}; \\ y &\in \{0, 1\}^{V_{A_T \times P}} \end{aligned}$$

e

$$z \in \{0, 1\}^{AD_T \times P};$$

pode-se determinar o valor da função  $f_1(S)$  para o custo das operações da seguinte maneira:

$$f_1(S) = c_0 \sum_{a \in AD_T} \sum_{p \in P} z_a^p.$$

Os custos de transporte podem ser obtidos diretamente das variáveis  $x_a^p$ , sendo computados na função  $f_2(S)$  como segue:

$$\begin{aligned} f_2(S) = & \sum_{a = ((\text{esquerda}(e), \text{esquerda}(e), \text{tr}(e)), (e, 1, (t+1)\tau(c))) \in A_T} \sum_{p \in P} ct_e x_a^p + \\ & \sum_{a = ((e, 1, t\tau(c)), (\text{esquerda}(e), \text{esquerda}(e), (t+1)\tau(c))) \in A_T} \sum_{p \in P} ct_e x_a^p. \end{aligned}$$

A função  $f_2(S)$ , acima descrita, compreende o produto das quantidades transportadas ( $x_a^p$ ) e o custo de transporte nos dutos ( $ct_e$ ), para o primeiro segmento de cada duto, a cada período de tempo.

A partir das restrições e da função objetivo acima descritas, o problema pode ser estabelecido como o de encontrar uma solução  $S$  válida, tal que:

$$\text{Minimize } f(S) = f_1(S) + f_2(S).$$

### 3.6 Resultados Computacionais

A Programação Matemática é, sem dúvida, uma ferramenta poderosa para modelagem de Problemas de Otimização como, por exemplo, o do Caixeiro Viajante (PCV) [LLKS85], da Mochila [MT90], de Recobrimento de Conjuntos [Lon95] e *Job Shop Scheduling* (JSP) [NW88]. Entretanto, os modelos nem sempre são diretamente aplicáveis na obtenção de soluções. No JSP, por exemplo, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura são de enumeração implícita [TT93, Bak74] e heurísticos [Bak74, Fre82], pois o modelo em Programação Matemática é não linear e possui restrições disjuntivas [NW88], consideradas difíceis. Outro exemplo é o PCV, cujo número de restrições necessárias para eliminar subrotas pode ser exponencial. Suas inserções são feitas à medida que se fazem necessárias [CP80, LLKS85, JRR94]. No caso particular do PTDPS, desenvolveu-se um modelo em Programação Matemática Linear Mista, o qual traduziu os objetivos, as restrições e a solução, em termos de variáveis e desigualdades. A característica linear desse modelo permite, pelo menos a princípio, a aplicação

de ferramentas de propósito geral para otimização. Estando disponível o otimizador CPLEX 3.0 [CPL94], considerado um dos melhores, decidiu-se averiguar a solução do modelo correspondente à instância do PTDPS disponível no Apêndice B. Implementou-se um algoritmo capaz de gerar o modelo no formato "lp"<sup>1</sup> do CPLEX. Com períodos de uma a quatro horas (duração dos arcos) e intervalo de programação de 40 horas, não se obteve solução viável após vários dias de processamento em uma máquina Sun modelo SparcServer1000 com 8 processadores e aproximadamente 250Mb de memória. Entende-se por solução viável, uma solução que atenda aos mercados consumidores, com a produção disponível e transporte através dos dutos.

A dificuldade de resolver o modelo do PTDPS restringiu o estudo à obtenção de uma solução viável para o modelo contínuo (relaxação linear). Na Tabela 3.1 estão os resultados computacionais, compreendendo o número de variáveis, de restrições e o tempo de CPU despendido na busca de uma solução viável para diferentes intervalos de tempo. Adotaram-se períodos de quatro horas (duração dos arcos) e o processamento foi realizado no mesmo servidor Sun. No modelo contínuo, as variáveis  $y_n^p$  não são necessárias e foram removidas, juntamente com as variáveis  $z_n^p$ , a fim de reduzir o número de restrições e variáveis. Dentre os diferentes algoritmos disponíveis no CPLEX, adotou-se o *networkflow optimizer*. Períodos de quatro horas acarretaram a modificação da capacidade dos dutos, pois esses devem apresentar um número inteiro de vértices correspondentes aos segmentos. As características dos dutos para períodos de quatro horas são encontradas na Tabela B.5.

Não foi desenvolvido um estudo sobre a qualidade das soluções do modelo contínuo, ou seja, quão distantes são as soluções contínuas das inteiras. Porém, o tempo computacional despendido na relaxação linear e a não-obtenção de soluções inteiras inviabilizam a aplicação prática de ferramentas de otimização diretamente sobre o modelo proposto. Esses resultados contrastam com os obtidos em outros problemas semelhantes, os quais são eficientemente otimizados [dAa95, KPS87, BS93]. Intuitivamente, pode-se observar a existência de nós exclusivos de produção e consumo nos modelos clássicos, implicando um sentido único de transporte. No PTDPS o sentido das operações dos dutos, em cada período, faz parte da solução uma vez que os transportes podem ocorrer em ambos os sentidos. As bases podem ser tanto consumidoras quanto produtoras. Pelas razões acima, acredita-se que não é possível resolver o PTDPS através da otimização direta do modelo proposto com a tecnologia disponível. Daí a importância em desenvolver uma abordagem heurística para resolução do problema.

<sup>1</sup>"lp" é um dos formatos de entrada do CPLEX, muito semelhante ao escrito à mão.

períodos	horas	variáveis	restrições	tempo de CPU	
				em min	em horas
6	24	16459	9556	10	0.17
12	48	31734	17847	523	8.72
18	72	47022	26151	1803	30
24	96	62310	34455	5694	94.9
30	120	77598	42759	5238	87.3

Tabela 3.1: resultados computacionais da busca de uma solução viável para o modelo contínuo de uma instância do PTDPS. Os resultados compreendem o número de variáveis, de restrições e o tempo de CPU despendido em modelos com intervalos de 24, 48, 72, 96 e 120 horas. Os períodos adotados são de 4 horas.

### 3.7 Incrementos ao Modelo Matemático do PTDPS

Nem todas as restrições do PTDP foram incorporadas ao modelo do PTDPS. As seguintes restrições foram identificadas durante as apresentações dos resultados intermediários à Petrobrás e podem ser adicionadas ao modelo do PTDPS em uma próxima fase de desenvolvimento:

1. **restrições locais:** podem ser expressas através da representação dos tanques e dutos internos às bases;
2. **restrições de manutenção programada:** podem ser facilmente estabelecidas pela remoção dos arcos de transporte quando o duto não está disponível;
3. **demanda sazonal e troca de turno:** fixando-se em zero (0) todas as variáveis  $z_n^p$  de dutos adjacentes às bases durante os períodos, assegura-se que operações não serão executadas nas bases;
4. **quantidade mínima das operações:** pode ser aplicada implicitamente ao modelo através de segmentos de dutos com capacidades superiores à quantidade mínima das operações.

## Capítulo 4

# Abordagem Heurística de Decomposição e Times Assíncronos

### 4.1 Introdução

Na intenção de encontrar uma abordagem com potencial para resolver instâncias do PTDPS, em tempo computacional limitado, será proposta uma abordagem heurística de decomposição. O problema será particionado em três etapas: geração de operações de transporte (*jobs*); roteamento; e escalonamento. A existência de várias heurísticas para cada etapa e a possibilidade de realimentação (*feedback*), motivaram a integração dos componentes em Times Assíncronos. Inicialmente, discutir-se-á o que são heurísticas, seus diferentes tipos, propósitos e as Meta-heurísticas. Completando os fundamentos de heurísticas, seguem os *A-Teams* com sua definição e aplicações. Os Problemas de Escalonamento, os seus diferentes tipos e algoritmos estão presentes no texto, juntamente com o *Job Shop Scheduling Problem* (JSP). O JSP é estendido no desenvolvimento de um modelo de escalonamento das operações de transporte nos dutos. A partir do JSP, das heurísticas e *A-Teams*, apresentar-se-á a abordagem de decomposição e os resultados computacionais obtidos na solução do PTDPS.

### 4.2 Abordagens Heurísticas

Do ponto de vista teórico, problemas NP-Difíceis [GJ79], para os quais não se conhece algoritmo eficiente de solução para todas as instâncias, motivaram o desenvolvimento de algoritmos de aproximação, chamados heurísticos. O objetivo principal no projeto dessas heurísticas tem sido a garantia de desempenho [LLKS85, BM81], medida de duas maneiras: a proximidade do valor da função objetivo em relação à solução ótima; e a habilidade do algoritmo

gerar soluções viáveis. Existem várias técnicas para medir quão próximos da solução ótima são os resultados da heurística, incluindo análise do pior caso [CLR90, LLKS85, Fis80], análise do caso médio [CLR90, Man89] e análise probabilística [LLKS85, EH84, ZE81]. Os dois últimos tipos de análise são extremamente complexos quando comparados à análise do pior caso. Portanto, a maior parte das análises de heurística tem sido feita em termos do pior caso. Dois exemplos podem ser enunciados para o Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Nesse problema, um viajante deve visitar um única vez  $n$  cidades e retornar à cidade de origem, de forma a minimizar o caminho total percorrido. Na primeira heurística, chamada vizinho mais próximo, o viajante vai, a partir da cidade em que se encontra, para a cidade mais próxima ainda não visitada. A segunda heurística, heurística de Christofides [LLKS85], faz uso da árvore geradora mínima [BM76] e de emparelhamento ponderado em grafos [BM76]. A análise de desempenho no pior caso mostra que a solução obtida a partir da primeira heurística pode ser arbitrariamente ruim quando comparada à solução ótima. Já a segunda heurística, obtém solução com função objetivo não-superior a  $3/2$  do valor da solução ótima.

Embora a Programação Matemática seja uma poderosa ferramenta de modelagem de Problemas de Otimização Combinatória com grau de precisão normalmente adequado, a solução dos modelos de problemas reais nem sempre encontra soluções satisfatórias em tempo limitado [BCC<sup>+</sup>95]. Esses problemas motivaram, do ponto de vista prático, o desenvolvimento de algoritmos heurísticos. O modelo do PTDPs é um exemplo, cuja otimização através de uma ferramenta de reconhecida eficiência não produziu resultados satisfatórios em tempo limitado [CdS95b].

Na visão dos problemas reais, a análise das heurísticas também é procedente e feita através de três aspectos: (1) complexidade da heurística, ou seja, tempo computacional; (2) recursos computacionais como, por exemplo, memória; e (3) qualidade da solução. O primeiro aspecto de avaliação é inerente aos limites de tempo disponíveis para solução e, conseqüentemente, quanto menor a complexidade da heurística, menor o tempo para obtenção das soluções. Da mesma forma, os recursos computacionais são limitados e devem ser considerados no projeto. Por fim, a qualidade da solução obtida deve ser satisfatória, onde satisfatório é um termo não bem definido e dependente da aplicação em questão. Os métodos de análise do pior caso, caso médio e probabilístico podem ser aplicados no intuito de obter medidas de desempenho. Entretanto, a dificuldade de aplicação de tais métodos é aumentada em função da complexidade inerente aos problemas reais, tornando, muitas vezes, inviável a aplicação deles. Outro tipo de análise, análise empírica, é normalmente utilizada. Para problemas teóricos padrão, normalmente há instâncias com soluções ótimas conhecidas, obtidas através de algum método exato como *Branch-and-Bound* [BT85], *Branch-and-Cut* [PR91] ou Programação Dinâmica [CLR90], as quais podem ser utilizadas para efeito de comparação. Em problemas reais, a qualidade é em geral avaliada diretamente pelo usuário

ou comparada a soluções, obtidas manualmente ou através de outros métodos [BCC<sup>+</sup>95].

Ambas as motivações acima citadas, teóricas e práticas, foram responsáveis pelo desenvolvimento das heurísticas e proporcionaram espaço de destaque na solução de Problemas de Otimização. Da grande diversidade de concepções e aplicações, surgiram trabalhos de classificação das heurísticas como os trabalhos de Ball e Magazine [BM81], Zanakis e Evans [ZE81], Müller-Merbach [MM81] e Zanakis et al. [ZEV89], entre outros. Segundo os trabalhos acima, as heurísticas podem ser classificadas como:

1. **heurísticas de construção:** são as capazes de gerar soluções através da adição de componentes, um a um, até a obtenção de uma solução completa. Um exemplo clássico é o algoritmo guloso, o qual adiciona à solução o componente com melhor avaliação. Para o PCV, um algoritmo guloso é a Heurística do Vizinho Mais Próximo [Gol80];
2. **heurísticas de melhoria:** ao contrário das heurísticas de construção, as de melhoria partem de uma solução viável para o problema e, sucessivamente, procuram melhorá-la através de trocas e modificações em um processo de busca local. Um dos exemplos clássicos é a heurística  $k$ -opt para o PCV [LK73]. A cada iteração, um conjunto de  $k$  arestas é removido da rota corrente e trocado por um outro conjunto de arestas, formando uma nova rota caso o custo seja aprimorado. As possíveis trocas constituem a vizinhança da solução e, normalmente, levam a soluções viáveis. Entretanto, há heurísticas que admitem soluções não viáveis no intuito de escapar de ótimos locais, ou seja, das configurações cujas vizinhanças não melhoram as soluções;
3. **heurísticas aplicadas em programação matemática:** são aquelas obtidas através da modificação de procedimentos exatos de solução de problemas formulados em Programação Matemática. Um exemplo é o método de solução proposto por Hillier [Hil69], onde inicialmente é resolvido o problema contínuo (LP). A partir da solução LP, encontra-se o ponto inteiro mais próximo, podendo ser obtido através do arredondamento das variáveis fracionárias sem violar as restrições. Outras soluções inteiras são investigadas na vizinhança do segmento de reta formado pelos dois primeiros pontos. Por fim, as soluções inteiras obtidas podem ser submetidas a uma heurística de melhoria;
4. **heurísticas de decomposição:** a decomposição pode ser vista como a subdivisão de um problema em um conjunto de subproblemas tratáveis, cujos resultados de um são os dados de outro. Para o PCV, uma possível decomposição é realizada quando um algoritmo identifica um conjunto de

arestas não-ótimas, remove tais arestas e depois transfere o problema restrito a outro algoritmo [JV82]. A decomposição é um procedimento aplicado em problemas reais onde, por vezes, os modelos clássicos não são adequados [CdS95c];

5. **heurísticas de particionamento:** como o próprio nome induz, algoritmos de particionamento "quebram" o problema em pequenos subproblemas e cada um é resolvido independentemente. A solução dos subproblemas é combinada de forma a construir uma solução do problema principal. No caso do PCV, uma abordagem de particionamento é a divisão do plano em pequenas regiões, configurando menores PCVs [Kar77];
6. **heurísticas de restrição do espaço de soluções:** essas heurísticas restringem o espaço de soluções de maneira a tornar mais fácil a solução do problema. Tipicamente, as restrições admitem a busca de soluções em conjuntos com propriedades específicas. No PTDPS, por exemplo, em vez de admitir operações com qualquer quantidade de produto, pode-se restringir as quantidades a certos valores pré-determinados. Evidentemente, a solução do problema restrito não necessariamente corresponde à solução ótima global, entretanto, reduz drasticamente o universo de possíveis soluções;
7. **heurísticas de relaxação:** ao contrário das heurísticas de restrição, as de relaxação expandem o espaço de soluções de forma a obter problemas tratáveis. Abordagens de Relaxação Lagrangeana [NW88, BC84] e relaxação de problemas inteiros para contínuos estão dentro dessa categoria. Tais métodos são tipicamente multiestágio, uma vez que o resultado do passo de relaxação é geralmente uma solução inviável, sendo necessário um segundo passo para viabilizar a solução. No caso de relaxação de problemas inteiros, é comum o uso de métodos de arredondamento das variáveis fracionárias [Bar81].

A aplicação das heurísticas em diferentes Problemas de Otimização evidenciou a falta de robustez em relação aos ótimos locais, verificada, principalmente, nas heurísticas de melhoria. Considere, por exemplo, a heurística  $k$ -opt para o PCV, onde, a cada iteração, são verificadas todas as trocas possíveis de  $k$  arestas. Se nenhuma das novas rotas apresentar custo inferior ao da rota corrente, a heurística termina. Essa situação configura um ótimo local. Com o objetivo de explorar o espaço de soluções de maneira mais abrangente e encontrar melhores soluções, técnicas foram desenvolvidas no sentido de evitar a parada em ótimos locais. As heurísticas de melhoria determinísticas, como a  $k$ -opt, são extremamente dependentes da solução inicial e a técnica de execução da heurística a partir de diferentes soluções foi utilizada a fim de encontrar melhores soluções. Essas e outras técnicas, culminaram nas chamadas Meta-heurísticas, que podem ser usadas para resolver Problemas de Otimização com pequenas modificações

e, combinadas com outras heurísticas, evitar a parada em ótimos locais. Dentre as Meta-heurísticas, as mais conhecidas são: Algoritmo Genético; *Simulated Annealing* e *Tabu Search*. Recentemente surgiram aplicações de Redes Neurais [BI92, Loo92] e Times Assíncronos.

### 4.2.1 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos têm origem nos mecanismos de seleção natural e as soluções do problema são representadas por cromossomos. Os cromossomos codificam as características dos indivíduos e no problema, os atributos da solução. A teoria da evolução propõe a sobrevivência dos indivíduos mais aptos, em detrimento dos menos qualificados, como fator de evolução natural das espécies. Esse mesmo conceito está embutido no processo de busca do Algoritmo Genético, sendo desenvolvido probabilisticamente através da evolução da população em novas gerações. A técnica de Algoritmos Genéticos foi proposta por John Holland [Gol89, Dav91] com a idéia de transferir a robustez, eficiência e flexibilidade dos sistemas biológicos para os algoritmos de otimização.

Para aplicar algoritmos genéticos deve-se, primeiramente, codificar todas as soluções do problema em uma estrutura denominada cromossomo, constituída por uma seqüência de genes. Em termos gerais, um cromossomo deve admitir todas as variáveis (genes) necessárias à representação de qualquer solução. A avaliação da aptidão (*fitness function*) de um cromossomo é medida pelo valor da função objetivo da solução codificada pelo cromossomo. Dessa forma, quanto melhor a função objetivo, maior a aptidão do cromossomo. Para o Problema do Caixeiro Viajante com  $n$  cidades, um cromossomo poderia ser constituído de uma seqüência de  $n$  genes e cada gene  $i$  identificaria a  $i$ -ésima cidade visitada pelo viajante. Uma vez caracterizado o cromossomo, é necessário construir operadores de interação entre os indivíduos da população, os quais asseguram a perpetuação e evolução da população em uma nova geração. Os operadores normalmente usados são os de Recombinação e Mutação. O primeiro consiste em herdar genes de dois ou mais ancestrais (cromossomos) para gerar um descendente. O segundo, na modificação aleatória de genes em cromossomos, característica presente nas espécies. No caso do PCV proposto, um operador de Recombinação pode ser obtido, a partir de dois ancestrais, usando uma rota parcial de um deles e inserindo as demais cidades segundo a heurística do vizinho mais próximo na ordem do outro cromossomo. A mutação poderia ser realizada fazendo trocas aleatórias entre duas ou mais cidades em um cromossomo qualquer.

A cada iteração do Algoritmo Genético, uma nova população de cromossomos é total ou parcialmente renovada através dos operadores definidos. A escolha dos cromossomos pertencentes à nova geração é feita probabilisticamente dando maior probabilidade aos cromossomos com melhor aptidão. O pseudo-código simplificado de um Algoritmo Genético está abaixo descrito:

---



---

**ALGORITMO GENÉTICO**

Gere uma população com  $n$  cromossomos  
 Avalie os cromossomos da população segundo a função de aptidão

Enquanto o critério de convergência não for atingido faça:

Gere novos cromossomos através dos operadores  
 de Recombinação e Mutação

Elimine cromossomos da população em número suficiente  
 para caber os novos cromossomos

Avalie os novos cromossomos produzidos através  
 da função de aptidão

FimEnquanto

FimAlgoritmo

---



---

Os critérios de convergência normalmente usados são (1) um número fixo de gerações e (2) a qualidade desejada para a melhor solução. A grande dificuldade desses algoritmos é a construção de operadores eficazes, que procurem traduzir as características inerentes ao problema. Outra dificuldade associada é a possibilidade de gerar soluções inviáveis durante a Recombinação e Mutação, requerendo procedimentos adicionais para tornar a solução viável. No exemplo dado para o PCV, os operadores sempre geram soluções viáveis.

Dentre os problemas resolvidos eficientemente através de Algoritmos Genéticos, o aprendizado de Redes Neurais [AM90] constitui um Problema de Otimização resolvido satisfatoriamente através de Algoritmos Genéticos [Bar95].

#### 4.2.2 *Simulated Annealing* (SA)

Segundo a Mecânica Estatística [Sch46], sistemas físicos de muitas moléculas atingem o estado de equilíbrio de forma espontânea, independentemente da configuração inicial. Num sistema físico, podem existir inúmeras configurações, sendo representadas pela posição de cada molécula dentro do sistema. O estado de equilíbrio não é estático, o sistema oscila aleatoriamente de uma configuração para outra de maneira que a probabilidade  $P(c)$  do sistema encontrar-se em um estado  $c$  é dada pela equação de Boltzmann-Gibbs:

$$P(c) = C \exp \left[ \frac{-E(c)}{T} \right],$$

onde  $E(c)$  é a energia da configuração,  $T$ , a temperatura e  $C$ , uma constante de normalização. Quando o sistema está em equilíbrio, em uma certa temperatura,

as configurações oscilam em uma região de energia próxima à energia média do sistema. Conhecida a energia média  $E_T$  para uma temperatura  $T$ , pode-se verificar o equilíbrio ou não do sistema. Entretanto, é impraticável calcular  $E_T$ , porque é necessário avaliar todas as possíveis configurações. Uma alternativa para identificar o estado de equilíbrio foi proposta em [MRR<sup>+</sup>53], onde é feita a simulação das oscilações do sistema segundo a equação de Boltzmann-Gibbs. O modelo de simulação proposto permitiu o estudo de processos de *annealing*, ou seja, aquecer um sistema a altas temperaturas e reduzi-las lentamente até baixas temperaturas com níveis de energia muito baixos ( $E_T$ ). Encontrar o estado do sistema a baixas temperaturas, quando uma equação de energia é fornecida, é um Problema de Otimização não muito diferente dos encontrados em Otimização Combinatória [LA87, AK90, SA92]. A idéia de expressar Problemas Combinatórios em termos de sistemas físicos e executar a simulação do *annealing* foi proposta em [KJV83]. Em tal abordagem, a configuração do sistema é uma solução do problema combinatório e a energia, o valor da função objetivo. Para aplicar *Simulated Annealing* em Problemas de Otimização, deve-se dispor, além das representações da solução e da função objetivo, das especificações da escala de temperatura e da identificação do equilíbrio a cada temperatura. A escala de temperatura normalmente aplicada é a geométrica, cuja temperatura seguinte é o produto de um parâmetro  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) e a temperatura corrente ( $T_{i+1} = \alpha T_i$ ). É comum considerar o equilíbrio em uma temperatura  $T_i$  após a execução de um número  $L$  de iterações. Assumindo  $V(s)$  como o conjunto de todas as possíveis soluções obtidas a partir de uma solução  $s$ , ou seja,  $V(s)$  é a vizinhança de  $s$ , pode-se descrever o algoritmo *Simulated Annealing* como segue:

---



---

#### ALGORITMO SIMULATED ANNEALING

```

Gere uma solução  $s$  inicial
Faça  $s^* \leftarrow s$  ( $s^*$  é a melhor solução encontrada.)
Seja  $T$  a temperatura inicial

Enquanto não foi atingida a condição de parada faça:
  Repita  $L$  vezes
    Escolha aleatoriamente uma solução  $s' \in V(s)$ 
    Se  $f(s') < f(s)$ 
      Então  $s \leftarrow s'$ 
      Se  $f(s') < f(s^*)$ 
        Então  $s^* \leftarrow s$ 
    Senão
      Então gere um número aleatório  $r$  entre  $[0, 1]$ 

```

---

Se  $r \leq \exp \left[ -\frac{1}{T} (f(s') - f(s)) \right]$   
 Então  $s \leftarrow s'$

FimRepita  
 Faça  $T \leftarrow \alpha T$   
 FimEnquanto  
 FimAlgoritmo

---

O algoritmo SA é considerado robusto pois, conhecida uma vizinhança  $V$ , pode-se rapidamente aplicar o algoritmo geral. A maior dificuldade é encontrar os parâmetros adequados para a escala de temperatura ( $\alpha$ ), teste de equilíbrio ( $L$ ) e condição de parada. O *Simulated Annealing* já foi aplicado em vários problemas combinatórios e, no PCV, a abordagem apresentou potencial significativo de encontrar soluções ótimas [Cer85]. Problemas de roteamento de conexões e disposição de circuitos VLSI são, também, eficientemente resolvidos através de *Simulated Annealing* [SM91].

### 4.2.3 Tabu Search

*Tabu Search* pode ser visto como uma Meta-heurística que, combinada com procedimentos de busca, procura soluções de Problemas de Otimização. Conhecida a vizinhança  $V(s)$  do procedimento de busca, ou seja, o conjunto de soluções obtidas a partir da solução  $s$ , pode-se descrever o funcionamento do *Tabu Search*. O passo inicial consiste em encontrar uma solução inicial e torná-la a solução corrente  $s$ . A cada passo encontra-se a vizinhança  $V(s)$  e escolhe-se a melhor solução  $s' \in V(s)$  como solução corrente, independente da função objetivo  $f(s')$  ser ou não melhor do que  $f(s)$ . Esse procedimento é muito semelhante ao de busca local, exceto que soluções piores são admitidas. O *Simulated Annealing*, como foi visto, também aceita soluções piores, mas com uma probabilidade que diminui com a temperatura. A característica mais interessante do *Tabu Search* é a **lista tabu**, a qual define, a cada iteração, os movimentos não permitidos. Sua finalidade é excluir os movimentos que retornem a uma solução já explorada em iterações passadas, ou seja, evitar ciclos. Cada movimento permanece proibido (tabu) durante um número limitado de iterações (tamanho da **lista tabu**), dessa forma, quando o movimento de  $s$  para  $s'$  é executado ( $s \rightarrow s'$ ), o movimento de  $s'$  para  $s$  ( $s' \rightarrow s$ ) é colocado no início da lista ao mesmo tempo que o mais antigo é removido. Outra finalidade da **lista tabu** é a busca em regiões não-exploradas do espaço de soluções. Durante a execução do procedimento, a melhor solução encontrada ( $s^*$ ) é mantida. A questão pendente é a condição de parada, normalmente definida como um número máximo  $n$  de iterações ou a proximidade de uma estimativa  $\bar{f}$  (limite inferior ou superior). A busca termina tão logo seja atingido

o número máximo  $n$  ou  $f(s^*)$  seja próximo o suficiente de  $\bar{f}$ . O pseudo-código do algoritmo geral de *Tabu Search* está abaixo descrito:

---



---

### ALGORITMO *TABU SEARCH*

```

Encontre uma solução inicial  $s$ 
Faça  $s^* \leftarrow s$ 

Enquanto não foi atingida a condição de parada, faça:
  Encontre a vizinhança  $V(s)$ 
  Encontre a melhor solução  $s' \in V(s)$ 
    cujo movimento  $(s \rightarrow s')$  não esteja na lista tabu  $l$ 
  Insira o movimento  $(s' \rightarrow s)$  no início de  $l$ 
  Se  $l$  estiver cheia
    Então remova o último movimento de  $l$ 
  Faça  $s \leftarrow s'$ 
  Se  $f(s) < f(s^*)$ 
    Então  $s^* \leftarrow s$ 

FimEnquanto
FimAlgoritmo

```

---



---

É comum os algoritmos de *Tabu Search* apresentarem um critério de aspiração, o qual permite a execução de um movimento  $(s' \rightarrow s)$  tabu. Dentre os diferentes critérios, o mais freqüente é aceitar o movimento quando  $s'$  é uma solução melhor do que  $s^*$  ( $f(s') < f(s^*)$ ). O método *Tabu Search* foi aplicado em vários Problemas Combinatórios conforme Glover [Glo90]. Dentre eles, a aplicação ao *Flow Shop Scheduling Problem* [Bak74] permitiu a obtenção de soluções ótimas com base na comparação com os limites inferiores conhecidos [HdW87, Tai90, Tai93, Pei95].

### 4.3 Times Assíncronos

Em 1981, Ball e Magazine [BM81] endereçaram a composição de heurísticas como uma das possíveis direções de pesquisa. Em muitas instâncias, uma heurística produz bons resultados para uma classe de problemas em que outra produz resultados inferiores e vice-versa. Os procedimentos em que duas ou mais heurísticas são combinadas podem apresentar resultados significativamente melhores. Segundo Peixoto [Pei95], encontram-se disponíveis na literatura exemplos

de métodos para combinar heurísticas. Para um problema  $P$ , por exemplo, com quatro heurísticas determinísticas  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , tal que  $A$ ,  $B$  e  $C$  são de melhoria e  $D$  de construção, pode-se combiná-las de acordo com a Figura 4.1.

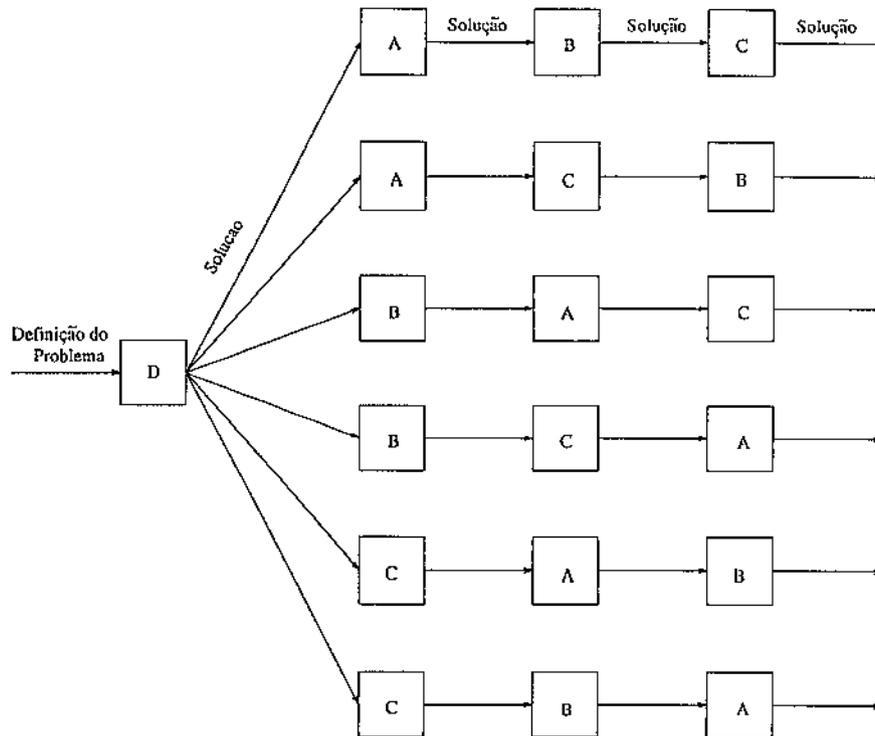


Figura 4.1: exemplo de possíveis combinações de quatro heurísticas determinísticas  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  para resolução de um Problema de Otimização. A heurística  $D$  é de construção, enquanto  $A$ ,  $B$  e  $C$ , de melhoria.

De acordo com a classificação de problemas desenvolvida por de Souza [dS93], o problema  $P$  pode ser visto como um Problema Multialgoritmo, se possui as seguintes características:

1. não apresenta algoritmo capaz de encontrar solução ótima em tempo limitado. Problemas de Otimização são, em geral, exemplos desses problemas;
2. apresentam várias heurísticas para solução com diferentes complexidades, eficiências, robustezes e várias outras características.

Em Problemas Multialgoritmo, surge a questão de qual combinação de heurísticas é capaz de gerar os melhores resultados. A alternativa ilustrada na Figura 4.1 é uma possibilidade, porém, possui as seguintes fraquezas:

1. existindo várias heurísticas ( $n$ ), pode existir um número muito grande de alternativas (ordem de  $n!$ , se as heurísticas são executadas exatamente uma vez);

2. a mesma característica das heurísticas pode evidenciar-se na combinação, ou seja, uma dada combinação é adequada para uma classe de problemas mas não para outra. A cada instância, é necessário identificar a combinação adequada.

Em verdade, deseja-se uma organização em que não é necessário conhecer a ordem de execução dos algoritmos. Uma organização capaz de explorar as diferentes possibilidades através da cooperação dos algoritmos. Times Assíncronos, proposto por Talukdar et al. [TdS90, TdS92, TdS93, Tal93, dST93], é um modelo organizacional adequado à combinação de algoritmos para resolver Problemas Multialgoritmo. Um *A-Team* é uma organização de software descentralizada onde várias soluções são mantidas em memórias compartilhadas por agentes autônomos (não há dependência de controle entre os agentes), cuja comunicação é assíncrona (os agentes não precisam esperar por outros para executar tarefas) e o fluxo de dados é cíclico (soluções geradas por um agente podem ser utilizadas por outros). Mais detalhadamente, as características de *A-Teams* são:

1. **agentes autônomos:** os agentes são responsáveis por suas próprias decisões com relação à política de seleção, de escalonamento e de alocação de recursos. Se o agente for autônomo, não existe controle central para supervisão dos agentes;
2. **comunicação assíncrona:** não há dependência entre os agentes e, conseqüentemente, não há necessidade de sincronização entre os mesmos. Sendo assíncrona a comunicação, a execução dos agentes pode ser desenvolvida em paralelo;
3. **fluxo de dados cíclico:** o ciclo de informação permite a interação dos agentes. A informação gerada por um pode ser utilizada por outro.

Não existindo controle na ordem de execução dos agentes, qualquer ordem é possível de ser realizada, permitindo as diferentes formas de cooperação dos algoritmos. Essa virtude é desejável, evitando uma ordenação explícita, dependente da instância, das heurísticas utilizadas na resolução de um problema. Entretanto, a cooperação dos agentes deve ser sinérgica, ou seja, as soluções obtidas pelo *A-Team* devem ser melhores do que as obtidas pelos agentes individualmente. Através da especificação de parâmetros no *A-Team*, obtém-se cooperação sinérgica como a apresentada no Problema do Caixeiro Viajante [dS93], *Flow Shop Scheduling Problem* [Pei95, PdS94a], *Job Shop Scheduling Problem* [Cav95], *Set Covering* [Lon95], Roteamento de Veículos [Gli94] e Problemas Multiobjetivo [RdS95].

Nos *A-Teams*, as memórias compartilhadas são representadas graficamente por retângulos e os agentes por setas, as quais indicam de onde são lidos os objetos e onde são gravados os resultados de suas computações. Uma memória

pode ser composta de várias outras memórias internas. Um exemplo de *A-Team* está ilustrado na Figura 4.2. No exemplo, o agente *A* lê e grava na memória *M1*; o agente *B* lê da memória *M2* e grava na memória *M1*; o agente *C* lê das memórias *M1* e *M2* e grava em *M3*; e o agente *D* lê de *M3* e grava na memória *M2*. Todos os agentes são autônomos e a comunicação é assíncrona, permitindo a operação simultânea e contínua em diferentes dados. A condição de fluxo de dados cíclica é verificada pela composição das memórias *M1* e *M2*, agente *C*, memória *M3*, agente *D* e memória *M2*. A execução contínua dos agentes provocaria crescimento indeterminado das memórias. Entretanto, agentes especiais, chamados destruidores, são incorporados no *A-Team* a fim de eliminar objetos internos às memórias. No exemplo da Figura 4.2, os agentes *D1*, *D2* e *D3* são destruidores.

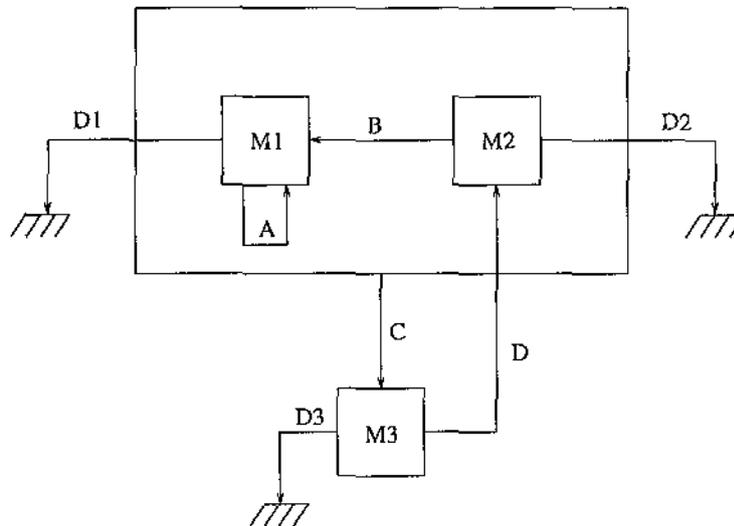


Figura 4.2: exemplo de representação gráfica de um *A-Team*. Três memórias, *M1*, *M2* e *M3* são compartilhadas por sete agentes. As memórias são identificadas por retângulos e os agentes, por setas. As setas indicam de onde os agentes obtêm informações e onde gravam os resultados de suas computações. Os agentes *D1*, *D2* e *D3* são chamados de destruidores, pois são encarregados de remover dados das memórias.

#### 4.3.1 Projeto de Times Assíncronos

Os bons resultados obtidos em problemas de grande porte demonstram a conjectura de que *A-Teams* são adequados à solução de Problemas de Otimização [Che92, dS93, Mur92] [Cav95, Pei95]. Com o objetivo de guiar futuros trabalhos de *A-Teams* aplicados a tais problemas, Peixoto [PdS94b] desenvolveu uma Metodologia de Especificação de Times Assíncronos para Problemas de Otimização Combinatória. A metodologia é formada pelos passos abaixo enumerados:

1. **especificação do problema:** compreende o estudo abrangente do problema a ser tratado, procurando descrever as variáveis, domínios e restrições;
2. **definição da representação e padrão de qualidade das soluções:** a codificação das soluções deve ser adequada ao armazenamento nas memórias e ao rápido acesso pelos agentes. A qualidade da solução diz respeito à avaliação das soluções obtidas e o critério de parada. Quando o valor da solução ótima ou um limite inferior é conhecido, pode-se determinar a condição de parada quando uma solução estiver a  $x\%$  do limite. Outro critério de parada é a convergência do *A-Team*, identificada pela pouca diversidade das soluções na memória ou a não-produção de melhores soluções por um certo número de iterações;
3. **adequabilidade do problema ao uso da Metodologia de Especificação de *A-Teams*:** os problemas adequados a *A-Teams* são os problemas na classe de Problemas Multialgoritmo;
4. **classificação dos algoritmos disponíveis:** esta fase corresponde à busca dos algoritmos disponíveis e à classificação com critérios semelhantes aos apresentados na Seção 4.2;
5. **estrutura geral do *A-Team*:** é um *A-Team* generalizado, onde todas as heurísticas classificadas são abordadas. Essa estrutura deve ser considerada como ponto de partida para construção do *A-Team*;
6. **memórias:** o tamanho e a organização das memórias estão correlacionadas com o desempenho do *A-Team*. Nesse passo da metodologia são discutidos o tamanho, a organização e a iniciação das memórias;
7. **agentes:** os agentes são autônomos e nesse caso, é necessário definir a política de seleção de dados de cada agente. Dentre as diferentes políticas de seleção, citam-se: (1) a escolha da pior solução na memória; (2) a escolha da melhor solução; (3) a escolha aleatória; e (4) a escolha probabilística, onde cada solução possui uma probabilidade proporcional a função objetivo, ou seja, quanto melhor a solução, maior a probabilidade de escolha;
8. **métodos de destruição:** essa questão diz respeito à escolha de que soluções são removidas da memória a fim de evitar o crescimento indeterminado. A destruição da pior solução, com probabilidade uniforme e linear, são exemplos de políticas de destruição;
9. **implementação:** esse passo da metodologia trata das ferramentas a serem utilizadas na implementação de *A-Teams*;

10. **validação e modificações:** trata da avaliação dos resultados obtidos após a execução do *A-Team* e das modificações a serem realizadas a fim de obter os resultados desejados.

Os passos da metodologia podem ser verificados no presente trabalho. O primeiro passo corresponde ao Segundo Capítulo, onde foi formalizado o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo com suas variáveis, restrições e objetivo. O passo 2 compreende a representação dos dados e da qualidade da solução obtida. Os dados armazenados nas memórias foram projetados como objetos [Lip91, Str94], compatíveis com as definições do PTDPS. Observou-se ainda os fatores de concorrência [Tan92] de uma futura implementação paralela ou distribuída. A qualidade da solução está restrita ao tempo computacional disponível. A Petrobrás, dentro de sua sistemática, resolve o problema diariamente para uma programação aproximada de uma semana em quatro horas. As atividades de programação envolvem cinco engenheiros com larga experiência na empresa. A adequação do PTDPS (passo 3) está relacionada com o Capítulo 3, onde se procurou utilizar ferramentas de otimização. A não-obtenção, em tempo limitado, de soluções do modelo matemático motivou o desenvolvimento de uma abordagem heurística, a qual culminou em um problema Multialgoritmo, pois várias heurísticas podem ser utilizadas (ver Seção 4.5). Os passos 4 e 5 fazem parte da abordagem de decomposição (ver Seção 4.5), na qual foram propostos os algoritmos e a estrutura do *A-Team*. Os passos 6, 7, 8 e 9 compreendem os resultados computacionais (ver Seção 4.6), onde se implementou o *A-Team* e se definiu o tamanho das memórias, as políticas de seleção e de destruição. O último passo corresponde à avaliação dos resultados obtidos.

## 4.4 Problemas de Escalonamento

O escalonamento compreende a alocação de recursos ao longo do tempo a fim de executar um conjunto de tarefas [Bak74, TT93]. Em termos práticos, o escalonamento pode ser visto como uma função de tomada de decisão, em outras palavras, deve-se decidir quando e quais recursos serão alocados às tarefas. Em muitos casos, decisões de alto nível devem ser tomadas antes da programação de execução das tarefas (escalonamento). Decisões estratégicas e gerenciais determinarão quais produtos, em que escala e com quais recursos serão produzidos. As questões envolvidas em tais decisões compreendem a fase de planejamento. Respondidas as questões estratégicas, o escalonamento é relevante para programar a execução das tarefas com os recursos disponíveis.

A Teoria de Escalonamento [Cof76, Bak74, Fre82, NW88] compreende o estudo e o desenvolvimento de modelos matemáticos para Problemas de Escalonamento práticos e teóricos. A intenção é capturar as propriedades do problema real de uma forma matemática concisa, capaz de dirigir as decisões durante o

escalonamento. As decisões são tomadas observando as restrições e a função objetivo. Idealmente, a função objetivo consiste de todos os custos dependentes do escalonamento. Na prática, é difícil medir tais custos e três objetivos são comumente empregados:

1. uso eficiente dos recursos;
2. rápida resposta às demandas;
3. não-violação das *due dates* (data limite para término das tarefas).

A capacidade limitada dos recursos e as limitações tecnológicas configuram as restrições freqüentemente encontradas em Problemas de Escalonamento. Essas restrições podem ser evidenciadas na ordem de utilização dos recursos. Quando existem recursos distintos para executar uma tarefa, tem-se um problema de alocação, ou seja, qual recurso deve ser alocado à tarefa. O problema de seqüenciamento surge na ordem em que diferentes tarefas são processadas em um mesmo recurso. Os recursos são normalmente caracterizados por suas propriedades qualitativas e quantitativas como, por exemplo, precisão e tempo de processamento. As tarefas são caracterizadas pelos recursos necessários ao processamento, os tempos e a ordem de processamento. As diferentes configurações de recursos e tarefas promoveram o desenvolvimento de Modelos de Escalonamento apropriados para cada problema.

A indústria motivou significativamente o desenvolvimento da área de Escalonamento e influenciou a terminologia empregada. Por isso, os recursos são chamados de máquinas e as tarefas, de *jobs*. Dentre os diferentes Modelos de Escalonamento, o *Job Shop Scheduling Problem* é um dos mais gerais.

#### 4.4.1 *Job Shop Scheduling Problem*

No *Job Shop Scheduling Problem* (JSP) [Cof76, Bak74, Fre82], são dados  $n$  *jobs* e  $m$  máquinas, onde todo *job* deve ser processado em uma ordem particular em cada uma das  $m$  máquinas. O problema está em encontrar uma seqüência de processamento dos *jobs* nas máquinas, respeitando a ordem de processamento dos *jobs*, o uso exclusivo das máquinas e minimizando a função objetivo. As funções objetivo mais comuns são as de minimizar:

1. *makespan*: tempo total de processamento de todos os *jobs*;
2. *tardiness*: atraso na data prevista para término dos *jobs*;
3. *flow time*: intervalo de processamento das tarefas, ou seja, o tempo de processamento entre o início da primeira e o término da última tarefa na máquina.

O JSP possui tanto aplicações comerciais quanto industriais [ML93]. Um exemplo é uma indústria de móveis, cujas máquinas como plainas, lixadeiras e serradeiras executam as operações de manufatura dos utensílios. Nesse problema prático, a construção de uma cadeira corresponde a um *job* e as tarefas, ao processamento da matéria-prima através da serradeira, plaina e lixadeira, respectivamente (restrição de precedência).

Formalmente, no JSP são dados o conjunto  $J = \{J_1, \dots, J_n\}$  com  $n$  *jobs* e o conjunto  $M = \{M_1, \dots, M_m\}$  com  $m$  máquinas [BJ93]. Cada *job*  $J_i$  possui um conjunto  $O_i = \{O_{1i}, \dots, O_{n_i i}\}$  com  $n_i$  operações ou tarefas. As tarefas devem ser processadas em ordem, ou seja,  $O_{ji}$  deve ser processada antes de  $O_{(j+1)i}$  para  $v = 1, \dots, n - 1$ . A toda tarefa  $O_{ji}$ , dois atributos estão associados: a máquina  $M_{u_{ji}} \in M$  em que deve ser processada e o tempo de processamento  $T_{u_{ji}}$ . A seqüência de máquinas  $u_{1i}, \dots, u_{n_i i}$ , pelas quais o *job*  $i$  deve ser processado, é dita roteamento e constitui a restrição de precedência.

Uma instância exemplo do JSP com 4 *jobs* e 3 máquinas está disponível na Tabela 4.1. A Figura 4.3 ilustra a representação gráfica de uma solução para a instância através de um Diagrama de Gantt. Nessa representação, as regiões hachuradas indicam períodos de tempo ociosos, chamados *idle times*, pois as máquinas estão desocupadas. Em termos do JSP, um escalonamento é dito válido quando:

1. respeita as restrições de precedência de todos os *jobs*;
2. cada máquina processa somente uma tarefa de cada vez;
3. uma vez iniciado o processamento de uma tarefa, essa não é interrompida, ou seja, não há preempção.

Em princípio, existe um número infinito de escalonamentos válidos para qualquer JSP, pois uma quantidade arbitrária de *idle times* pode ser inserida entre dois pares de operações adjacentes. Esses *idle times* são supérfluos e nada ajudam no desempenho da solução. Eliminar o *idle time* supérfluo corresponde à operação de ajustar o momento de início das tarefas sem alterar a seqüência de execução nas máquinas, chamada *local left-shift*. O conjunto de escalonamentos onde não é possível efetuar nenhuma operação *local left-shift* é dito conjunto de escalonamentos semi-ativos. Esse conjunto é finito e possui no máximo  $(n!)^m$  escalonamentos.

O ajuste no qual uma operação é iniciada antes, sem inserir espera em qualquer outra operação, é chamado *global left-shift*. Considere a Figura 4.3 novamente. Embora o diagrama de Gantt evidencie um escalonamento semi-ativo, é possível executar operações *global left-shift*. A tarefa  $O_{12}$  pode ser iniciada antes da tarefa  $O_{23}$ . Como consequência, suas sucessoras podem ser iniciadas antes e reduzir o *makespan*. O conjunto de todos os escalonamentos nos quais

<i>Job i</i>	Roteamento			Tempo de Processamento		
	$M_{1i}$	$M_{2i}$	$M_{3i}$	$T_{1i}$	$T_{2i}$	$T_{3i}$
1	1	2	3	4	3	2
2	2	1	3	1	4	4
3	3	2	1	3	2	3
4	2	3	1	3	3	1

Tabela 4.1: instância exemplo do JSP com 4 *jobs* e 3 máquinas. A cada *job* é dado o roteamento nas máquinas e o tempo de processamento das tarefas.

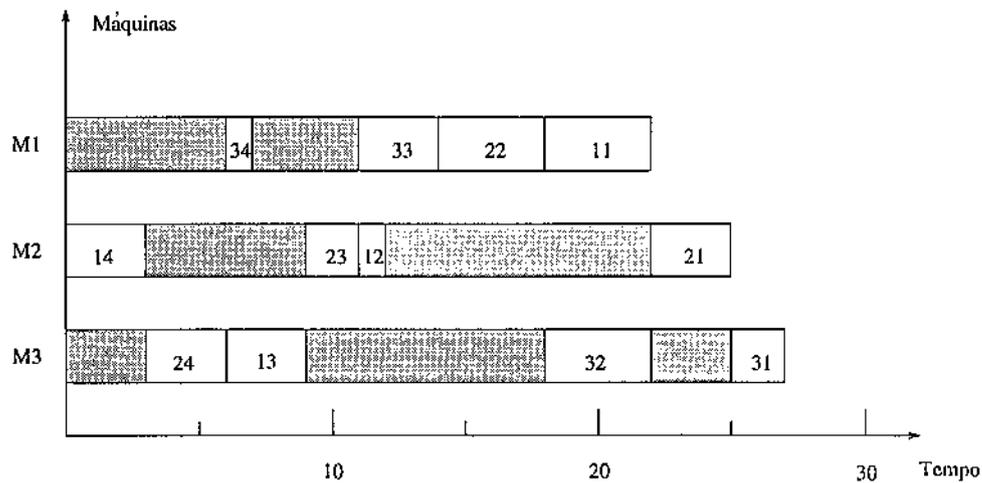


Figura 4.3: diagrama de Gantt de um escalonamento válido para a instância exemplo do JSP. As regiões hachuradas indicam períodos em que as máquinas estão desocupadas. As tarefas são indicadas por pares de números  $ij$ , onde  $i$  indica a operação e  $j$ , o *job*.

nenhum ajuste *global left-shift* possa ser executado é chamado de conjunto de escalonamentos ativos. Outro conjunto de escalonamentos, chamado conjunto de escalonamentos sem-atraso, pode ser estabelecido se nenhuma máquina permanece ociosa quando poderia processar alguma tarefa. O diagrama de Venn da Figura 4.4 ilustra o relacionamento entre estes conjuntos. Embora o conjunto de escalonamentos sem-atraso seja um subconjunto do conjunto de escalonamentos ativos, não é dominante [HC90]. Isto significa que o escalonamento ótimo não é necessariamente um escalonamento sem-atraso.

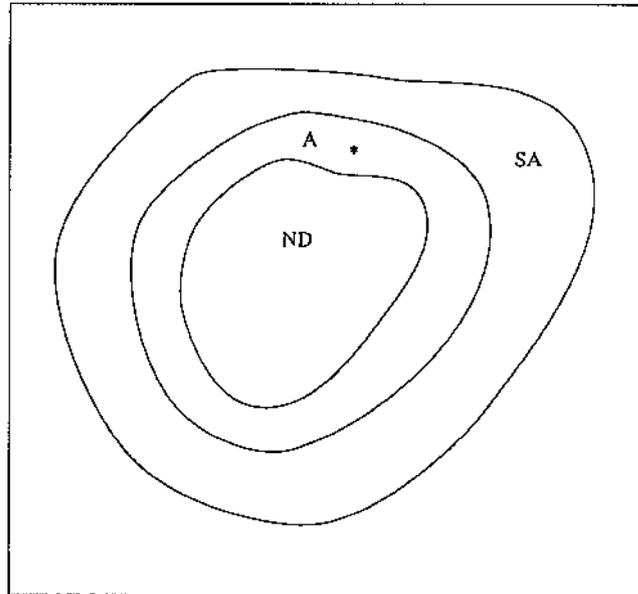


Figura 4.4: Diagrama de Venn dos escalonamentos semi-ativos (SA), ativos (A) e sem-atraso (ND). O escalonamento ótimo (\*) não é necessariamente um escalonamento sem-atraso.

Dentre os diferentes esquemas de geração de escalonamento, os procedimentos de *dispatching* [Bak74] são os mais utilizados, onde as decisões não são tomadas de uma só vez, mas apenas quando necessário. No JSP, uma decisão deve ser tomada sempre que uma máquina fica desocupada, podendo a máquina permanecer desocupada ou executar alguma tarefa em espera. Giffier e Thompson [GT60] apresentaram o primeiro algoritmo para gerar escalonamentos ativos, o qual é recursivamente executado para cada uma das tarefas aptas a serem processadas. Em outras palavras, o algoritmo enumera todos os possíveis escalonamentos ativos. Mais tarde, Brooks e White [BW65] apresentaram um algoritmo de *Branch-and-Bound* para gerar escalonamentos ativos e sem-atraso. Essas abordagens de enumeração são inviáveis para problemas de grande dimensão e algoritmos heurísticos são utilizados [KSS<sup>+</sup>89]. A combinação de procedimentos de *dispatching* com heurísticas é desenvolvida através de regras de prioridade, as quais definem uma ordenação das tarefas aptas a processar. A tarefa com mais alta

prioridade é executada imediatamente, gerando um único escalonamento. Na literatura, está disponível uma grande quantidade de regras de prioridade [PI77]. Dentre elas, citam-se:

1. SPT (*shortest processing time*): quando a máquina fica desocupada, a tarefa com menor tempo de processamento é alocada;
2. MWKR (*most work remaining*): quando a máquina fica desocupada, a tarefa cujo *job* apresenta maior tempo de processamento restante é alocada;
3. LLXT (*least laxity*): a tarefa com menor *laxity* é executada, ou seja, com menor diferença entre a *due date* e o momento corrente.

Vários trabalhos de combinação de heurísticas estão disponíveis na literatura [OH85]. Em particular, em [SWV92] foi proposta uma abordagem híbrida, onde regras de prioridade distintas são usadas em diferentes janelas de tempo.

## 4.5 Abordagem de Decomposição do PTDPS

Segundo as heurísticas de decomposição [BM81], pretende-se particionar o PTDPS em subproblemas menores e independentes. Os subproblemas compreendem as decisões específicas do PTDPS e são combinados com o objetivo de gerar soluções do problema principal [CdS95c]. A sistemática empregada pelo grupo responsável pela programação do sistema do PTDP da Petrobrás [Arr95b] compreende a escolha de bases produtoras para suprir consumidores, a opção de rotas entre as bases e a programação dos transportes. Todos os passos são executados um após o outro toda vez que identifica-se um desabastecimento, ou seja, a solução final é construída de maneira integrada com os outros passos. Essa sistemática contraria a abordagem de decomposição, cujo âmago é a simplificação através do desacoplamento dos subproblemas. Dividiu-se o PTDPS em três etapas:

1. **geração de *jobs***: compreende a escolha das operações necessárias ao suprimento dos mercados. Cada *job* é inicialmente constituído de uma base origem, destino, produto, quantidade e *due date*. O *job* traduz a operação de transferência de uma quantidade, de um certo produto, de uma base para outra, até uma certa data;
2. **roteamento**: trata da escolha dos dutos e tanques intermediários a serem utilizados para transportar o *job*, desde a base origem até a base destino;
3. **escalonamento**: compreende a alocação dos recursos, como dutos, válvulas, capacidade e quantidade nos tanques e o seqüenciamento das tarefas no tempo.

Durante as primeiras implementações da abordagem, observou-se a importância do uso de informações específicas da instância em tratamento. A Petrobrás faz uso de um conjunto restrito de rotas na sistemática de solução, não considerando, em atividades cotidianas, rotas alternativas [Arr95c]. As rotas empregadas são frutos da experiência adquirida ao longo dos anos e foram consideradas nos procedimentos de geração de *jobs* e roteamento. Tais rotas, juntamente com outras acrescentadas pelo autor, estão relacionadas no Apêndice B.

O escalonamento foi desenvolvido através da extensão do *Job Shop Scheduling Problem* a um *Job Shop Scheduling Problem* Modificado (JSPM) [CdS95a], cujas máquinas correspondem aos dutos e os *jobs*, às operações de transporte. As máquinas apresentam características não-convencionais como capacidade de armazenamento e processamento simultâneo de vários *jobs*. Além disso, os *jobs* podem ser parcialmente processados, há preempção e várias máquinas são acopladas em seqüência, uma após a outra, durante os transporte. Essas características tornam o JSPM consideravelmente complexo quando comparado com os modelos clássicos.

A fim de ilustrar as complicações envolvidas com o escalonamento, considere a rede da Figura 4.5 formada por duas bases, **A** e **B**, conectadas através do duto de longa distância  $d_9$ . Se apenas os produtos **D** (diesel) e **G** (gasolina) trafegam na rede, a base **A** possui os tanques  $t_{AD}$  (para diesel) e  $t_{AG}$  (para gasolina) e **B**, os tanques  $t_{BD}$  e  $t_{BG}$ . No duto de longa distância  $d_9$ , três *jobs* estão armazenados, **J1** com 10 u.v. (unidades de volume) de diesel, **J2** com 10 u.v. de gasolina e **J3** com 10 u.v. de diesel. Considere a situação em que o duto  $d_9$  está parado e o *job* **J4** com 20 u.v. de gasolina está no tanque  $t_{AG}$ , devendo ser transportado até o tanque  $t_{BG}$ . Para executar esta operação, inicialmente deve-se alocar 20 u.v. no tanque  $t_{AG}$ , assegurando a quantidade de **J4**. As válvulas  $v_{AGo}$  e  $d_{9e}$  devem ser alocadas a fim de garantir o uso exclusivo dos dutos de curta distância  $d_1$ ,  $d_5$  e o duto de longa distância  $d_9$ . Evidentemente os *jobs* **J1** e **J2** deverão ser armazenados na base **B**. Há duas possibilidades: o destino de **J1** é para **B** ou para **A**. Se para **B**, então é conhecida a rota e necessariamente deve fazer uso dos dutos  $d_{17}$  e  $d_{13}$ , sendo armazenado no tanque  $t_{BD}$ . Caso contrário, deve-se encontrar a rota (mesma do caso anterior) capaz de armazenar **J1** no tanque  $t_{BD}$ . Nesse momento, deve-se alocar as válvulas  $d_{9d}$  e  $v_{BDi}$ , garantindo o acesso exclusivo aos dutos  $d_{17}$  e  $d_{13}$ . Aloca-se a capacidade de 10 u.v. em  $t_{BD}$ , necessária ao armazenamento de **J1**. **J4** é maior do que **J1**, logo, no momento em que o *job* **J1** termina, deve-se interromper o bombeamento e realizar os chaveamentos necessários na base **B**. Os recursos alocados por **J1** são liberados e o mesmo procedimento de alocação em **J1** é aplicado ao *job* **J2**. O exemplo descrito é simples em vista da omissão de casos particulares presentes no escalonamento. Abaixo seguem alguns casos:

1. no momento de término de **J1**, pode não haver recursos disponíveis para transportar **J2** até o tanque **t<sub>BD</sub>**. Nesse caso, o duto **d<sub>9</sub>** fica parado até que haja recursos suficientes para remover **J2** do duto;
2. se for possível alocar todos os recursos de **J2** ao término de **J1**, então **J4** será completamente transferido para o duto. Caso **J2** tenha mais do que 10 u.v., ficará parcialmente no duto e parcialmente no tanque;
3. durante a fase inicial do algoritmo, podem existir partes do duto com produtos não alocados a *jobs*, chamados de *jobs* nulos. Esses segmentos recebem tratamento diferenciado dos *jobs* normais, pois podem ser subdivididos e não apresentam rotas associadas;
4. quando ocorre inversão no sentido de transporte do duto **d<sub>9</sub>**, freqüentemente há *jobs* parcialmente processados na extremidade a onde serão feitos os novos bombeamentos. Antes de enviar um novo *job*, o *job* parcialmente processado deve ser totalmente bombeado para o duto;

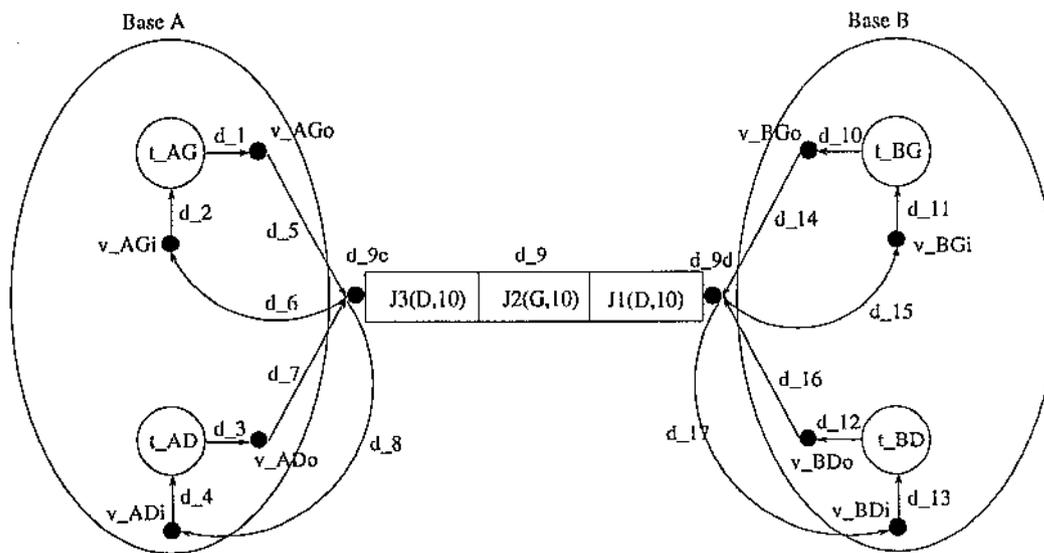


Figura 4.5: exemplo de uma rede simples do PTDPS. Duas bases (A e B) estão ligadas por meio de um duto de longa distância (**d<sub>9</sub>**) com capacidade para 30 u.v. A rede admite os produtos **G** (gasolina) e **D** (diesel). Três *jobs*, **J1** (10 u.v. de **D**), **J2** (10 u.v. de **G**) e **J3** (10 u.v. de **D**), estão inicialmente armazenados em **d<sub>9</sub>**. A base A contém os tanques **t<sub>AG</sub>** (gasolina) e **t<sub>AD</sub>** (diesel), enquanto B, os tanques **t<sub>BG</sub>** (gasolina) e **t<sub>BD</sub>** (diesel). Estão ilustradas as conexões internas, as quais são constituídas pelas válvulas de entrada nos tanques (**v<sub>AGi</sub>**, **v<sub>ADi</sub>**, **v<sub>BGi</sub>** e **v<sub>BDi</sub>**), de saída dos tanques (**v<sub>AGo</sub>**, **v<sub>ADo</sub>**, **v<sub>BGo</sub>** e **v<sub>BDo</sub>**), do duto de longa distância (**d<sub>9c</sub>** e **d<sub>9d</sub>**) e os dutos de curta distância (**d<sub>1</sub>**, ..., **d<sub>8</sub>**, **d<sub>10</sub>**, ..., **d<sub>17</sub>**). Os dutos de curta distância operam no sentido indicado graficamente pelas setas.

Os casos particulares, acima mencionados, podem apresentar variantes em função do tamanho dos *jobs*. Os *jobs* podem ser menores, iguais ou maiores do que a capacidade dos dutos. Outra questão é a independência dos recursos. A liberação ou alocação de um recurso em uma base pode afetar o processamento dos *jobs* em bases adjacentes.

As características não-convencionais do escalonamento, combinadas com os procedimentos de *dispatching*, e eventos discretos de produção e demanda nas bases, conferem significativo esforço na implementação.

Nas subseções a seguir, serão apresentados os algoritmos de geração de *jobs*, roteamento, escalonamento e a integração deles em um Time Assíncrono.

#### 4.5.1 Algoritmo de Geração de *Jobs*

Cada *job* é formado pelos seguintes atributos:

1. **quantidade:** quantidade de produto a ser transportada;
2. **produto:** produto do *job*;
3. **due date:** data limite para chegada do *job* na base destino;
4. **tanque ou duto origem:** os dutos apresentam grande quantidade de armazenamento e, conseqüentemente, a origem de um *job* pode ser um segmento de produto no duto;
5. **tanque-destino:** tanque para o qual o *job* deve ser transferido.

As rotas são formadas por uma seqüência de dutos de conexão entre o tanque-origem até o destino. A geração dos *jobs* é dirigida por uma simulação dos eventos de produção e demanda. Quando um desabastecimento é identificado, gera-se um *job* de suprimento nesse momento. A origem e quantidade dos produtos a serem transportados são questões importantes. Quantidades pequenas podem gerar violação das restrições e muitas operações nas bases. Por outro lado, quantidades muito grandes podem exigir grande quantidade de recursos. Essa questão foi resolvida ao especificar-se a quantidade do *job* dependente do tanque-destino. A origem do *job* pode, a princípio, ser qualquer tanque ou duto com produto disponível. Analogamente à sistemática da Petrobrás, o tanque-origem é escolhido heurísticamente a partir das rotas conhecidas. Isso caracteriza a escolha do *job* concomitantemente com sua rota.

Antes de descrever o pseudo-código, considere as estruturas de dados abaixo:

1. **dTq:** estrutura de dados com as informações dos tanques da rede. Cada tanque possui as seguintes informações:
  - (a) capacidade;
  - (b) produto;

- (c) estoque inicial;
  - (d) estoque corrente;
  - (e) quantidade das operações de transporte (*jobs*);
2. **dDt**: estrutura de dados com as informações dos dutos de longa distância. Cada duto possui as informações abaixo:
- (a) capacidade;
  - (b) lista de segmentos de produtos;
  - (c) sentido das operações já realizadas, podendo ser nenhum, sentido principal ou secundário;
3. **dPer**: estrutura de dados com as campanhas de produção e demanda em cada base, em todos os períodos;
4. **dJb**: estrutura de dados para armazenar os *jobs*. Os atributos dos *jobs* são os seguintes:
- (a) origem, podendo ser um tanque ou um duto;
  - (b) tanque-destino;
  - (c) produto;
  - (d) quantidade;
  - (e) *due date*;
5. **dRt**: estrutura de dados onde estão armazenadas as rotas fornecidas como dado do problema;
6. **dJbRt**: estrutura de dados onde serão armazenadas as rotas associadas a cada *job*;
7. **iNPer**: número de períodos como horas, por exemplo, da programação de suprimento.

Abaixo segue o pseudo-código do algoritmo de geração de *jobs* e rotas:

---

### ALGORITMO DE GERAÇÃO DE *JOBS* E ROTAS

Atualize os tanques em **dTq**, colocando o estoque inicial no estoque corrente

Faça **iCPer** ← 1 (período corrente)

Atualize o sentido dos transportes dos dutos em **dDt** como o de que nenhum transporte foi executado

Enquanto **iCPer** ≤ **iNPer** faça

Atualize os estoques correntes de acordo com a produção e demanda prevista para o período  $iCPer$

Seja  $IUnd$  a lista de todos os tanques com estoque negativo

Para cada tanque  $tq$  em  $IUnd$  faça

Classifique as rotas em  $dRt$  cujo destino é  $tq$  nas listas abaixo:

1.  $IMsStCEst$ : rotas cujos dutos não operam no sentido contrário aos *jobs* já programados. O tanque-origem ou duto da rota possui produto em quantidade suficiente para o *job*;
2.  $IMsStSEst$ : idêntica à lista anterior, exceto que não há produto em quantidade suficiente para compor o *job* na origem e nos dutos da rota;
3.  $IDfStCEst$ : pelo menos um duto da rota será operado em sentido contrário e há produto disponível na origem ou dutos da rota;
4.  $IDfStSEst$ : idêntica à lista anterior, porém não há produto disponível na origem ou dutos da rota.

FimClassifique

Seja  $p$  um número aleatório entre  $[0, 1]$

Se  $p \leq 0,5$

$(l_1, l_2, l_3, l_4) \leftarrow (IMsStCEst, IMsStSEst, IDfStCEst, IDfStSEst)$

Senão

$(l_1, l_2, l_3, l_4) \leftarrow (IMsStCEst, IDfStCEst, IMsStSEst, IDfStSEst)$

Seja  $l$  a primeira lista não-vazia em  $(l_1, l_2, l_3, l_4)$

Escolha aleatoriamente com probabilidade uniforme uma rota  $r$  em  $l$

Construa o *job*  $j$  com *due date*  $iCPer$  para suprir  $tq$

Se há produto disponível em um duto  $d$  de  $r$

Faça a origem de  $j$  ser o duto e aloque esta quantidade em  $d$

Senão

aloque a quantidade na origem de  $r$

remova a quantidade de  $j$  da origem de  $r$

Transfira a quantidade de  $j$  para o tanque  $tq$  (destino de  $r$ )

Atualize os sentidos de transporte dos dutos em  $r$

Insira  $j$  em  $dJb$  e  $r$  em  $dJbRt$

Se o produto de  $j$  exige selante e a origem de  $j$  é tanque

Escolha um número aleatório  $p$  entre  $[0, |SC_{\text{produto de } j}|]$

Se  $p \leq 1$

Gere um *job* do produto selante com mesma rota  $r$ ,  
origem e *due date* de  $j$

FimPara

$iCPer \leftarrow iCPer + 1$

FimEnquanto

A inversão de sentido de transporte em dutos de longa distância é onerosa. Considere duas bases, **A** e **B**, conectadas por um duto de longa distância  $d_{AB}$  e os transportes executados no sentido de **A** para **B**, conforme Figura 4.6. Se há um *job*  $j$  em **B** com destino para **A**, uma inversão deverá ocorrer. Antes de  $j$  atingir seu destino, toda a capacidade do duto deverá ser armazenada em **A** e uma quantidade equivalente à capacidade do duto deverá ser bombeada de **B** para **A**, permitindo o transporte de  $j$ . A fim de evitar inversões, a seleção da rota de um *job* dá prioridade para rotas onde não ocorre inversão até o momento da geração do *job*.

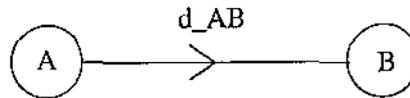


Figura 4.6: duas bases (**A** e **B**) estão conectadas através de um duto de longa distância ( $d_{AB}$ ). Os últimos transportes em  $d_{AB}$  ocorreram no sentido de **A** para **B**. Se um *job*  $j$  está em **B** e deve ser transportado para **A**, uma inversão no sentido de transporte será necessária. Essa tarefa é dramática, pois todos os *jobs* em  $d_{AB}$  deverão ser armazenados em **A** ao mesmo tempo que uma quantidade equivalente à capacidade do duto é bombeada em **B**.

Outra questão é o uso de produtos como selante, isto é, produtos utilizados na interface de dois produtos não-compatíveis. Considere as bases **A** e **B** do exemplo anterior e um *job*  $j$  com produto QAV (ver restrições de compatibilidade no Apêndice A) a ser transportado para **B** através de  $d_{AB}$ , o qual está carregado de gasolina. O QAV é compatível apenas com o diesel e, portanto, não pode ser transportado. Se não existir nenhum *job* de diesel de **A** para **B**, o *job*  $j$  não atingirá seu destino antes da *due date*. Na sistemática da Petrobrás, um *job* de diesel seria transportado de **A** para **B**, servindo de interface entre o QAV e a gasolina. Essa heurística está presente no algoritmo através da geração *jobs* de interface, com probabilidade inversamente proporcional ao número de produtos compatíveis com o produto de  $j$  ( $|SC_{\text{produto de } j}|$ ). A seleção dos produtos que exigem selante é feita pelo usuário. Em particular, os dados relativos aos selantes da instância do PTDP encontram-se na Tabela B.18.

O algoritmo pode ser exemplificado por meio de uma rede parcial  $G = (V, E)$  representada graficamente pela Figura 4.7. As bases do conjunto  $V = \{A, B, C, D, E, F\}$  estão conectadas através dos dutos de longa distância do conjunto  $E = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\}$ . Considere o algoritmo em um período  $t$ , quando detecta a falta de produto  $G$  (gasolina) na base  $F$ . Nesse momento um *job*  $j$  é programado em quantidade  $q$  para suprimento de  $F$ . Inicialmente, assuma:

1. as rotas  $r_1 = (C, d_2, B, d_1, A, d_6, F)$ ,  $r_2 = (D, d_7, F)$ ,  $r_3 = (E, d_8, F)$  e  $r_4 = (B, d_3, D, d_7, F)$  em  $dRt$  com destino para  $F$  e produto  $G$ ;
2. produto  $G$  disponível em quantidade  $q$  nas bases  $C$  e  $E$ , mas não nas bases  $B$  e  $D$ ;
3. as operações já programadas, antes de  $t$ , fazem uso dos dutos nos sentidos indicados pelas setas na Figura 4.7.

Com essas informações, as listas de rotas são as seguintes:

$IMsStCEst = \{r_3\}$  (mesmo sentido, com estoque);

$IMsStSEst = \{r_2\}$  (mesmo sentido, sem estoque);

$IDfStCEst = \{r_1\}$  (sentido contrário, com estoque);

$IDfStSEst = \{r_4\}$  (sentido contrário, sem estoque).

Conhecidas as listas acima, o algoritmo escolhe aleatoriamente uma rota  $r$  da primeira lista  $l$  não-vazia na seqüência  $(IMsStCEst, IMsStSEst, IDfStCEst, IDfStSEst)$  ou  $(IMsStCEst, IDfStCEst, IMsStSEst, IDfStSEst)$ . Em ambos os casos,  $l = \{r_3\}$  é a lista e  $r_3$ , a rota escolhida. Os passos seguintes do algoritmo compreendem a geração do *job*  $j$ , a atualização dos sentidos de transporte dos dutos em função de  $r_3$  e a geração do *job* selante. As atualizações nos sentidos de transporte para cada uma das rotas estão abaixo descritas:

1. se  $r_3$  é escolhida para  $j$ , os sentidos de operação são mantidos;
2. se  $r_2$  é escolhida para  $j$ , o duto  $d_7$ , antes sem operação programada, recebe o sentido de  $D$  para  $F$ ;
3. se  $r_1$  é escolhido para  $j$ , o duto  $d_2$  será operado em ambos os sentidos e, a partir de  $t$ , qualquer sentido é admitido;
4. se  $r_4$  é escolhido para  $j$ ,  $d_4$  será operado em ambos os sentidos e  $d_7$  no sentido de  $D$  para  $F$ .

Na seqüência, o algoritmo gera o *job* para suprir o próximo tanque na lista  $IUnd$ .

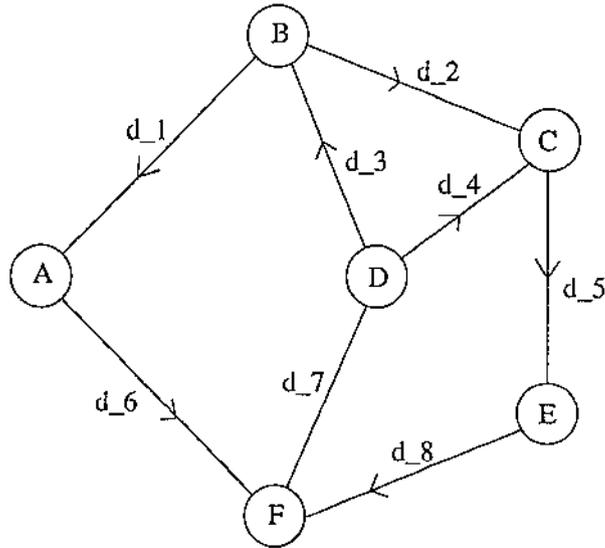


Figura 4.7: rede formada pelo conjunto de bases  $V = \{A, B, C, D, E, F\}$  e o conjunto de dutos  $E = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\}$ . Os sentidos de transporte nos dutos, para as operações programadas até um período  $t$ , estão indicados por setas. O duto  $d_7$  ainda não foi operado e por isso não possui sentido definido.

#### 4.5.2 Algoritmo de Escalonamento

O escalonamento foi projetado através de procedimento de *dispatching*, tomando decisões apenas quando um duto (máquina) fica ocioso. Nesse momento, um *job* apto ao transporte é escalonado e, conseqüentemente, o escalonamento gerado é sem-atraso. A escolha do *job* é feita através de regras de prioridade.

O algoritmo inicialmente armazena a situação inicial da rede em estruturas de dados para dutos de longa distância (**DDtL**), dutos de curta distância (**DDtC**), tanques (**dTq**) e válvulas (**dVI**). Os *jobs* programados (**dJb**) são alocados aos segmentos de dutos ou tanques, conforme sejam suas origens. O escalonamento dos primeiros *jobs* às máquinas, isto é, das operações transporte aos dutos, é desenvolvido por um procedimento inicial, o qual escolhe os tanques com probabilidade proporcional à quantidade a ser removida. Os tanques são escolhidos, um a um, e tenta-se alocar os *jobs* na lista de *jobs* em espera, segundo a ordem da regra de prioridade adotada. Toda vez que um *job* é alocado, eventos são inseridos em uma fila de eventos, dependentes do *job* e dos segmentos de produto no duto de longa distância. Se o *job* na extremidade oposta é menor, por exemplo, o evento corresponde ao término desse *job*. Quando o evento ocorrer na evolução do escalonamento, recursos serão liberados e alocados a fim de continuar o bombeamento do *job* (para maiores detalhes, ver o exemplo da Figura 4.5). Além dos eventos mencionados, os de produção e demanda (**dPr**) são inseridos na fila. Completada a fase inicial, o algoritmo executa um laço até que a data do próximo evento seja superior ao intervalo de tempo da programação. Dentro do laço, são

tratados os eventos de produção e demanda, término de *job* em bombeamento e na extremidade oposta ao bombeamento. Antes de apresentar o pseudo-código do algoritmo, considere as estruturas de dados abaixo:

1. **dTq**: estrutura de dados com as informações dos tanques da rede. Cada tanque possui as seguintes informações:
  - (a) capacidade;
  - (b) estoque;
  - (c) lista de *jobs* em espera para serem transportados;
  - (d) lista de *jobs* em bombeamento;
  - (e) lista de *jobs* bloqueados;
2. **dVl**: estrutura de dados com as válvulas da rede. Cada válvula tem um estado, podendo ser alocado ou livre;
3. **dDtL**: estrutura de dados para os dutos de longa distância, os quais possuem os seguintes dados:
  - (a) capacidade;
  - (b) situação, podendo ser livre ou em operação;
  - (c) sentido dos últimos transportes, podendo ser principal, secundário ou nenhum;
  - (d) quantidade transportada no sentido corrente;
  - (e) lista de *jobs* armazenados no sentido principal;
4. **dDtC**: estrutura de dados com os dutos internos às bases;
5. **fEv**: fila de eventos em ordem não-decrescente de data. Cada evento contém os seguintes atributos:
  - (a) tipo do evento: de produção e demanda; término do *job* na extremidade de bombeamento e término do *job* na extremidade oposta;
  - (b) para os eventos de produção e demanda, têm-se os dados: tanque, produção e consumo;
  - (c) caso não seja evento de produção e demanda, tem-se o duto onde ocorre o evento;
6. **dJb**: estrutura de dados com os *jobs* da programação: os atributos dos *jobs* são os mesmos apresentados no algoritmo de geração de *jobs*;
7. **dJbRt**: estrutura de dados com as rotas associadas a cada *job*;

8. **dSol**: estrutura de dados para a solução do PTDPS, composta por uma lista de operações executadas em cada duto de longa distância. Uma operação é constituída pelos seguintes dados:

- (a) *job* em bombeamento;
- (b) *job* na extremidade oposta (pode ser um *job* nulo);
- (c) quantidade transportada;
- (d) tanque de onde está sendo removido o produto (tanque-origem);
- (e) tanque para onde está sendo enviado o produto (tanque-destino);
- (f) data de início do transporte;
- (g) data de término.

Com base nas estruturas acima, o pseudo-código do algoritmo de escalonamento pode ser enunciado como segue:

---



---

#### ALGORITMO DE ESCALONAMENTO

Atualize o estoque dos tanques em **dTq** a partir do estoque inicial  
 Insira os *jobs* com origem em tanque nas listas de espera dos seus respectivos tanques em **dTq**  
 Aloque os *jobs* de **dJb** com origem em dutos em segmentos de produto dos dos seus respectivos dutos em **dDtL**  
 Insira na fila de eventos todos os eventos de produção e demanda previstos em **dPr**  
 Torne todas as válvulas em **dVl** e dutos em **dDtL** livres  
 Faça o escalonamento inicial dos *jobs*  
 Faça  $t \leftarrow 0$

Enquanto  $t \leq$  data final da programação faça  
   Seja *ev* o próximo evento em **fEv**  
   Se *ev* é um evento de produção e demanda  
     Atualize o estoque no tanque *ev.tanque* em **dTq**

  Se *ev* é um evento de término do *job* em bombeamento  
     Se o duto já transportou pelo menos o dobro de sua capacidade no sentido corrente  
       decida aleatoriamente qual será o próximo sentido  
     Se ocorreu inversão de duto  
       Se há *job* parcialmente processado  
         Escalone este *job*  
         Gere o próximo evento e insira em **fEv**

Construa a operação e insira em **dSol**  
 Senão  
   Use a regra de prioridade para escalonar o próximo *job*  
   Gere o próximo evento e insira em **fEv**  
   Construa a operação e insira em **dSol**  
 Senão  
   Use a regra de prioridade para escalonar o próximo *job*  
   Gere o próximo evento e insira em **fEv**  
   Construa a operação e insira em **dSol**

Se **ev** é um evento de término de *job* na extremidade oposta  
   Tente alocar os recursos para o próximo *job* na extremidade oposta  
   Se conseguiu alocar  
     Reescalone o *job*  
     Gere o próximo evento e insira em **fEv**  
     Construa a operação e insira em **dSol**  
   Senão  
     Coloque o *job* em bombeamento na lista de *jobs* bloqueados

A cada início de período (hora) faça  
   Estabeleça uma lista **I** dos *jobs* bloqueados  
   Para cada *job j* em **I** faça  
     Tente alocar os recursos necessários para terminar o *job*  
     Se conseguiu  
       Reescalone o *job*  
       Gere o próximo evento e insira em **fEv**  
       Construa a operação e insira em **fEv**  
   FimPara  
   Estabeleça uma lista **I** dos *jobs* em espera segundo uma regra de prioridades  
   Para cada *job j* em **I** faça  
     Se consegue alocar os recursos necessários ao bombeamento de *j*  
       Escalone o *job j*  
       Gere o próximo evento e insira em **fEv**  
       Construa a operação e insira em **fEv**  
   FimPara

Faça  $t \leftarrow$  data do evento

FimEnquanto

---

O algoritmo está em alto-nível e vários detalhes estão implícitos. Na alocação dos recursos para processar um *job*, por exemplo, várias tarefas devem ser cumpridas. Deve-se: alocar a quantidade de produto do *job* no tanque origem; alocar as válvulas desde o tanque-origem até o duto de longa distância; alocar o duto de longa distância; encontrar a rota para o *job* na extremidade oposta ao bombeamento; alocar as válvulas nessa última rota; e alocar a capacidade no tanque-destino. Esses e outros detalhes foram exemplificados na Figura 4.5.

### 4.5.3 Abordagem Heurística de Decomposição Integrada em Times Assíncronos

Os algoritmos de geração de *jobs*, de rotas e de escalonamento podem gerar soluções acoplando-se a saída de um à entrada de outro. Várias heurísticas podem ser utilizadas em cada um dos algoritmos, configurando um Problema Multialgoritmo, adequado à aplicação de *A-Teams*. Três agentes de geração de *jobs* e rotas foram criados com diferentes prioridades na seleção de rotas. Da mesma forma, cinco agentes de escalonamento foram obtidos através de regras de prioridade distintas para o algoritmo geral. O ciclo no fluxo de dados do *A-Team* foi construído por meio de um algoritmo de realimentação. Esse agente toma soluções completas, analisa as bases não supridas e modifica a instância de *jobs* e rotas para posterior escalonamento. São os seguintes os agentes de geração de *jobs* e rotas:

1. **GrJbRt1**: é idêntico ao algoritmo apresentado na Seção 4.5.1;
2. **GrJbRt2**: é semelhante ao agente **GrJbRt1**, diferindo apenas na escolha da lista  $l$ . Em **GrJbRt2**,  $l$  é sempre a primeira lista não-vazia na ordem (IMsStCEst, IMsStSEst, IDfStCEst, IDfStSEst);
3. **GrJbRt3**: é semelhante ao agente **GrJbRt1**, onde a lista de rotas  $l$  é sempre a primeira lista não-vazia na ordem (IMsStCEst, IDfStCEst, IMsStSEst, IDfStSEst).

A partir do algoritmo de escalonamento, muitos agentes podem ser construídos com diferentes regras de prioridade<sup>1</sup>. Cinco agentes foram propostos para o *A-Team*:

1. **JSPM1**: nesse agente, o *job* com maior prioridade é o *job*  $j$  com menor *due date*;
2. **JSPM2**: a regra de prioridade procura aumentar a prioridade dos *jobs* com poucos produtos compatíveis. Para isso, a prioridade de um *job*  $j$  é igual ao produto de sua *due date* por  $|SC_{j,\text{produto}}|$ . Dessa forma, quanto maior

<sup>1</sup>as regras de prioridade designam valores para cada *job* como, por exemplo, a *due date*. Em todas as regras, quanto menor o valor, maior a prioridade

a cardinalidade do conjunto de produtos compatíveis com  $j$ , menor a sua prioridade;

3. **JSPM3**: nesse agente, a regra aumenta a prioridade dos *jobs* com produto igual ao da extremidade de bombeamento do duto. Se o produto  $j$ .produto de um *job*  $j$  é igual ao produto  $p$  no duto, a prioridade é a *due date* dividida por um fator  $k$  (adotou-se  $k = 3$ ). Caso contrário, a prioridade de  $j$  é a própria *due date*.
4. **JSPM4**: a regra de prioridade é o produto da *due date* do *job* por um número aleatório entre  $[0, 1]$ . Apenas os *jobs* com *due date* não superiores ao dobro do intervalo de programação sofrem essa perturbação. Os demais têm prioridade igual à *due date*;
5. **JSPM5**: Esse agente não possui uma regra fixa. Toda vez que existe uma decisão de que *job* alocar, uma regra é escolhida aleatoriamente dentre as regras propostas para os agentes **JSPM1**, **JSPM2**, **JSPM3** e **JSPM4**.

As estruturas de dados do algoritmo de realimentação (**Re**) são as seguintes:

1. **dTq**: idêntica ao do algoritmo de geração de *jobs*;
2. **dJb**: idem;
3. **dJbRt**: idem;
4. **dDt**: idem;
5. **dRt**: idem;
6. **dPer**: idem;
7. **iNPer**: idem;
8. **dSol**: idêntica ao do algoritmo escalonamento.

Com base nessas estruturas segue o algoritmo:

---

### ALGORITMO DE REALIMENTAÇÃO

Atualize os tanques em **dTq**, colocando o estoque inicial no corrente

Faça  $iCPer \leftarrow 1$  (período corrente)

Enquanto  $iCPer \leq iNPer$  faça

Atualize os estoques correntes em **dTq** de acordo com a produção prevista para o período  $iCPer$  em **dPer**

Para todas as operações  $j$  em dutos  $d$  com término em  $(iCPer-1, iCPer]$  faça  
 Remova a quantidade de  $j$  do tanque-origem em  $dTq$   
 Adicione a quantidade de  $j$  no tanque-destino em  $dTq$   
 FimPara

Seja  $IUnd$  a lista de todos os tanques com estoque negativo  
 Seja  $IUnd'$  uma permutação aleatória de  $IUnd$   
 Seja  $n$  um número aleatório inteiro dentro do intervalo  $[1, |IUnd'|]$

Para os  $n$  primeiros tanques  $tq$  em  $IUnd'$  faça  
 Escolha aleatoriamente uma rota  $r$  com destino  $tq$  em  $dRt$   
 Construa o *job*  $j$  com *due date*  $iCPer$  para suprir  $tq$   
 Insira  $j$  em  $dJb$   
 Insira  $r$  em  $dJbRt$

FimPara

Faça  $iCPer \leftarrow iCPer + 1$

FimEnquanto

$dJb$  e  $dJbRt$  definem uma nova instância para escalonamento

---

O fluxo de dados do *A-Team* para cooperação dos agentes propostos está representado graficamente na Figura 4.8.

## 4.6 Resultados Computacionais

Com o propósito de averiguar a capacidade de *A-Teams* para resolução do PTDPS, foi implementado o *A-Team* proposto na abordagem heurística de decomposição (ver Figura 4.8). A codificação foi realizada em linguagem C++ [Lip91, Str94] em estações de trabalho Sun e sistema operacional Solaris. O código implementado é extremamente flexível, pois não está restrito à instância da Petrobrás. Qualquer topologia de rede e configuração interna às refinarias podem ser traduzidas no grafo de entrada, o qual é constituído de tanques, válvulas, dutos de curta e longa distância. A mesma flexibilidade pode ser verificada nos demais dados como, por exemplo, as rotas de suprimento. As estruturas de dados para armazenar as diferentes informações foram implementadas com a biblioteca LEDA 3.1 [Nah95], que auxiliou significativamente na codificação e flexibilidade do *A-Team*.

Segundo a Metodologia de Especificação de Times Assíncronos [Pei95], além da implementação deve-se dimensionar o tamanho das memórias, as políticas de

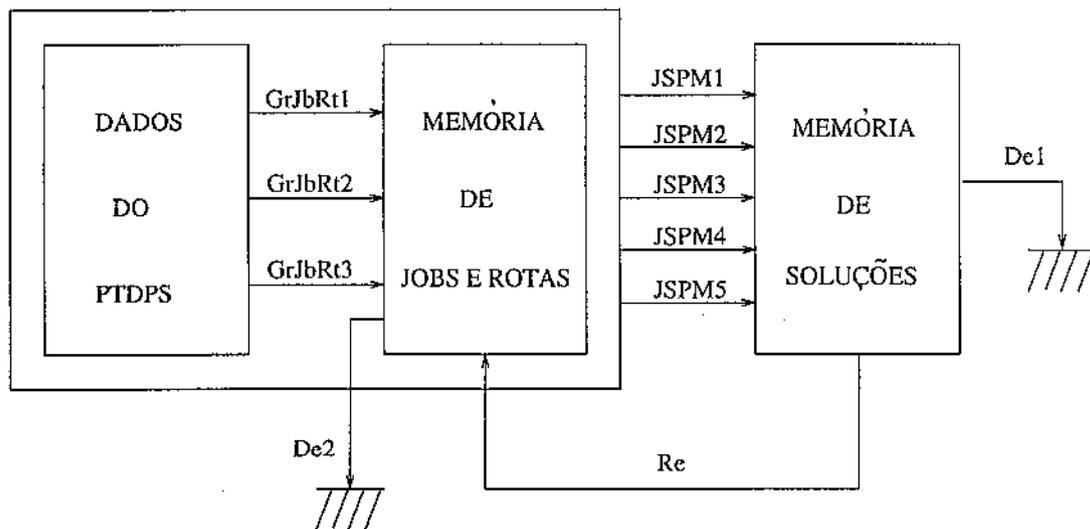


Figura 4.8: representação gráfica do *A-Team* para resolver instâncias do PTDPS. A memória de dados contém todas as informações da instância, sendo acessadas pelos agentes **GrJbRt1**, **GrJbRt2** e **GrJbRt3**. Esses mesmos agentes gravam na memória de *jobs* e rotas. Os agentes de escalonamento **JSPM1**, **JSPM2**, **JSPM3**, **JSPM4** e **JSPM5** lêem instâncias de *jobs* e rotas e dados do PTDPS, construindo soluções completas. O agente de realimentação **Re** lê soluções, faz modificações e grava uma instância na memória *jobs* e rotas. Por fim, os agentes **De1** e **De2** (destruidores) são responsáveis pela remoção de instâncias das memórias segundo uma política de destruição.

destruição nas memórias e de seleção dos agentes. A memória de dados (MD) (ver Figura 4.8) mantém todas as informações (estruturas de dados) de uma instância do PTDPS. A memória de *jobs* e rotas (MJR) contém 20 instâncias da programação de *jobs* e rotas para posterior escalonamento. A memória de soluções (MS), por sua vez, armazena 100 soluções compostas das instâncias de *jobs*, rotas e os respectivos escalonamentos.

Com relação às políticas de destruição, o agente **De2** elimina aleatoriamente uma instância presente em MJR, toda vez que uma nova instância é inserida. De maneira semelhante, o agente **De1** remove a pior solução em MS, sendo aquela em que ocorre mais cedo o desabastecimento. As políticas de seleção são as mesmas para os demais agentes, os quais escolhem aleatoriamente uma instância nas memórias.

A execução paralela e contínua dos agentes foi simulada seqüencialmente. Sempre que um agente termina o seu processamento, o próximo é selecionado aleatoriamente.

Os dados da instância do PTDPS adotado encontram-se tabelados no Apêndice B, compreendendo: a rede e suas características físicas; as campanhas de produção e demanda; as rotas fornecidas pela Petrobrás; a situação inicial do sistema; e as quantidades das operações de transporte. Os períodos dos eventos de produção e demanda e do algoritmo de escalonamento (**INPer**) são de uma hora. Além desses parâmetros, o intervalo de programação é de 450 horas, mas considera-se apenas 120 horas (5 dias). Uma quantidade de *jobs* superior ao suprimento é necessária para deslocar os produtos nos dutos.

Os resultados a serem apresentados estão divididos em duas partes. A primeira corresponde às quantidades de *jobs* com aproximadamente 12 horas de consumo, mas não inferiores à  $1.000m^3$  (ver Tabela B.3). A segunda, às quantidades de aproximadamente 24 horas de consumo, mas não inferiores à  $3.000m^3$  (ver Tabela B.4). O critério de parada adotado foi o de encontrar uma solução que atenda aos mercados consumidores durante 120 horas ou executar 1.500 agentes. Os resultados obtidos através do *A-Team* para as primeiras quantidades estão na Tabela 4.2, onde utilizou-se uma máquina Sun modelo SparcServer1000. As quantidades de produtos necessárias ao suprimento dos mercados para o intervalo de 120 horas encontram-se na Tabela 4.3. Segundo os resultados da tabela, nenhuma solução que atenda à demanda dos mercados durante 120 horas foi encontrada. A melhor solução obtida apresenta desabastecimento a partir de 100 horas e uma estimativa de não-suprimento de 27.036, podendo ser vista como a não-entrega de cerca de  $1.352m^3$  durante as últimas 20 horas. Essa quantidade é cerca de 3% do total necessário ao suprimento dos mercados e está ilustrada no gráfico da Figura 4.9. Nessa figura estão indicadas as quantidades totais a serem transportadas para o suprimento de 120 horas (linha A), para o suprimento de 100 horas (linha B) e a estimativa do não-suprimento durante as 20 últimas horas da programação (linha C).

Uma solução encontrada com o *A-Team*, semelhante à impressa no Apêndice D, foi avaliada por Arruda [Arr95a], responsável pela programação do sistema de dutos da Petrobrás, o qual considerou razoável a solução apresentada. Todavia, Arruda ressaltou que:

1. o armazenamento intermediário em bases não é realizado em certas operações, cujos transportes são feitos diretamente de um duto de longa distância para outro;
2. alguns *jobs* tinham quantidades inferiores à mínima exigida.

Resultados do <i>A-Team</i>				
início do desabastecimento (h)	estimativa do não-suprimento	no. de iterações	tempo de CPU	
			em s	em horas
100	27036	1500	30044	8,35
100	27536	1500	32561	9,04
100	27036	1500	32406	9,00

Tabela 4.2: resultados obtidos da aplicação do *A-Team* proposto para resolução do PTDPS, onde os *jobs* apresentam quantidades não inferiores à  $1.000m^3$ . Na primeira coluna está o número de horas sem falta de produto nas bases. Na segunda, a somatória das quantidades não supridas durante as horas seguintes. Um valor de 27.036 é equivalente à falta de  $2.703m^3$  nas bases durante 10 horas. O critério de parada adotado foi o de executar 1.500 agentes, ou seja, 1.500 iterações. Os tempos de CPU estão disponíveis nas duas últimas colunas e foram obtidos em uma máquina Sun modelo SparcServer1000.

Quantidades Necessárias ao Suprimento	
produto	quantidade ( $m^3$ )
G	17500
D	7500
Q	7500
N	1992
P	0
A	2000
H	8832
total	45324

Tabela 4.3: quantidades a serem transportadas no suprimento dos mercados durante um intervalo de 120 horas. Essas programações são dependentes das quantidades dos *jobs*.

A segunda observação motivou o aumento da quantidade dos *jobs* (ver Tabela B.4), compreendendo a segunda parte dos resultados computacionais. Para quantidades não inferiores à  $3.000m^3$ , os resultados obtidos estão disponíveis

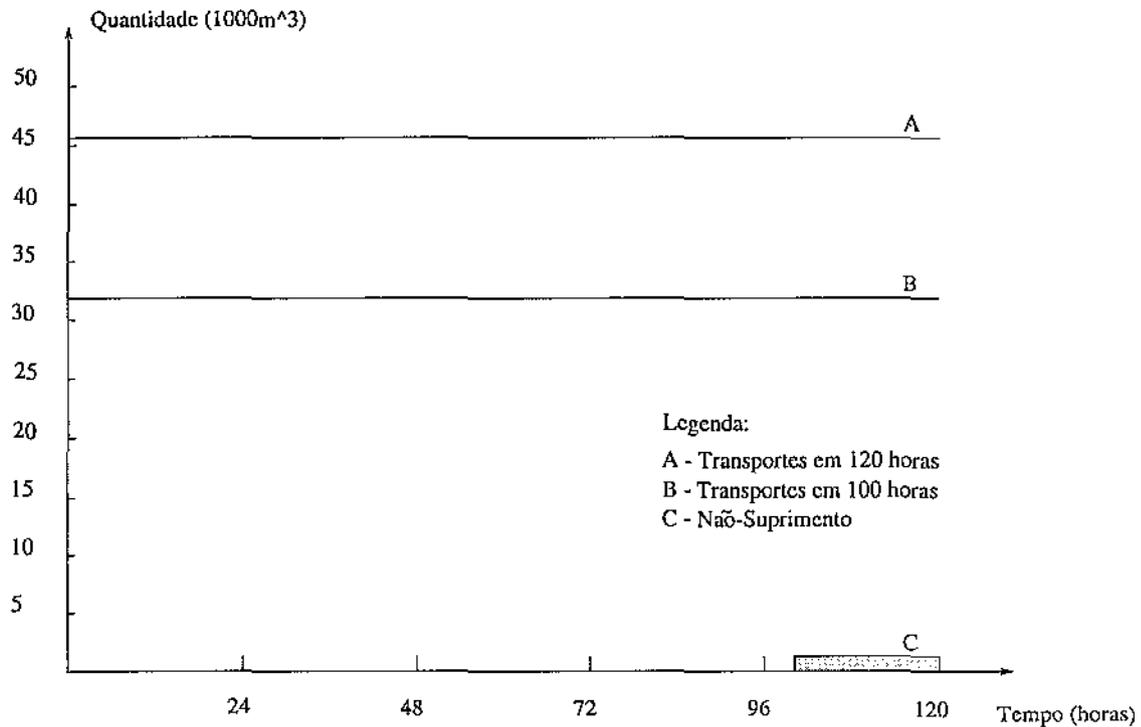


Figura 4.9: ilustração da estimativa do não-suprimento para um intervalo de 120 horas. Foram utilizados *jobs* com quantidades não inferiores à  $1.000m^3$ . A linha A indica a quantidade total a ser transportada durante o intervalo de programação. Já a linha B, a quantidade total a ser transportada durante as primeiras 100 horas. Por fim, a linha C, a estimativa da quantidade não suprida durante as 20 últimas horas da programação. Essa estimativa é aproximadamente 3% da quantidade total em 120 horas.

na Tabela 4.4. Novamente, nenhuma solução sem desabastecimento durante as 120 horas foi encontrada. A melhor solução obtida apresenta não-suprimento a partir de 88 horas, a qual é de qualidade inferior às obtidas na primeira parte dos resultados. A estimativa do não-suprimento na melhor solução é 104.376, correspondendo à uma quantidade de  $3.261m^3$  não entregue durante as últimas 32 horas. Essa quantidade perfaz 7% do total de  $48.108m^3$  a ser transportado, conforme ilustração da Figura 4.10.

Resultados do <i>A-Team</i>				
início do desabastecimento (h)	estimativa do não-suprimento	no. de iterações	tempo de CPU	
			em s	em horas
88	104376	1500	29152	8,10
88	104376	1500	28659	7,96
88	106374	1500	31343	8,71

Tabela 4.4: resultados obtidos da aplicação do *A-Team* proposto para resolução do PTDPS, onde os *jobs* apresentam quantidades não inferiores à  $3.000m^3$ . Na primeira coluna está o número de horas sem falta de produto nas bases. Na segunda, a somatória das quantidades não supridas durante as horas seguintes. Um valor de 104.376 é equivalente à falta de  $10.437m^3$  nas bases durante 10 horas. O critério de parada adotado foi o de executar 1.500 agentes, ou seja, 1.500 iterações. Os tempos de CPU estão disponíveis nas duas últimas colunas e foram obtidos em uma máquina Sun modelo SparcServer1000.

Em termos práticos, deseja-se uma solução para o dia seguinte ao da programação. No entanto, a programação deve levar em conta os dias subseqüentes, pois os dutos apresentam grande capacidade, levando até 30 horas para o transporte de uma extremidade à outra nos dutos de maior capacidade. As soluções obtidas são razoáveis quanto ao suprimento, pois garantem o abastecimento de até 88 horas e consideram os transportes para um horizonte de 120 horas. Assumindo o estado final do primeiro dia e submetendo ao *A-Team* para os próximos 5 dias, acredita-se que os resultados serão semelhantes aos obtidos, conforme ilustração da Figura 4.11.

As razões dessa conjectura advêm da maior flexibilidade dos algoritmos durante a fase de iniciação, quando os dutos não apresentam sentidos definidos e seus segmentos de produto ainda não foram alocados. Outro fator é o comportamento local dos algoritmos, os quais procuram privilegiar os transportes com *due dates* inferiores. As melhores soluções não necessariamente dão prioridade às operações mais urgentes. Mais detalhadamente, evidencia-se que, embora todos os *jobs* da programação estão aptos ao transporte, ou seja, não existe uma data de liberação (*release date*), o transporte demasiadamente antecipado pode eventualmente levar à falta de produto nas bases produtoras. É conveniente aguardar a produção na origem antes de executar os transportes menos urgentes. A reprogramação para o segundo dia provavelmente considerará os *jobs* não-urgentes já

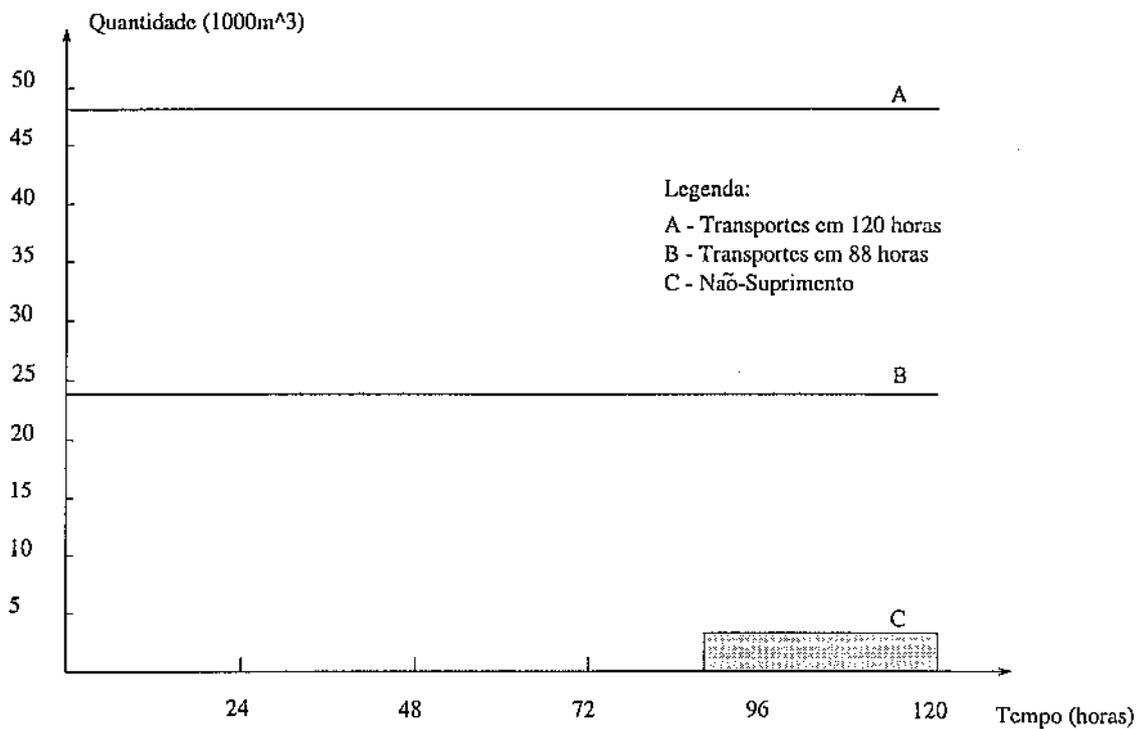


Figura 4.10: ilustração da estimativa do não-suprimento para um intervalo de 120 horas. Foram utilizados *jobs* com quantidades não inferiores à  $3.000m^3$ . A linha A indica a quantidade total a ser transportada durante o intervalo de programação. Já a linha B, a quantidade total a ser transportada durante as primeiras 88 horas. Por fim, a linha C, a estimativa da quantidade não suprida durante as 32 últimas horas da programação. Essa estimativa é aproximadamente 7% da quantidade total em 120 horas.

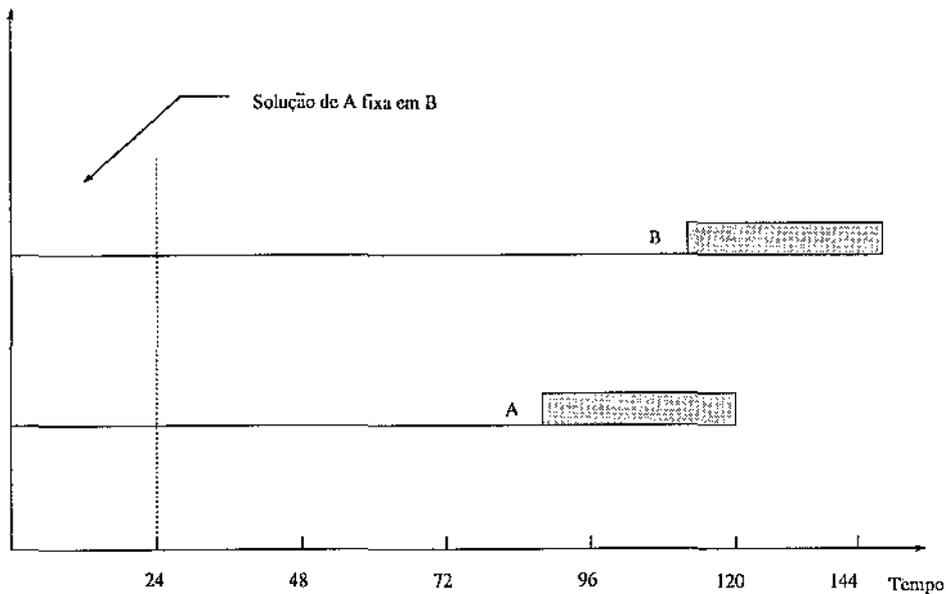


Figura 4.11: conjectura do comportamento das soluções com programação de 144 horas a serem obtidas com o *A-Team* proposto. A linha **A** representa as melhores soluções obtidas com o *A-Team* para quantidades de *jobs* não inferiores à  $3.000m^3$  e intervalo de programação de 120 horas. A linha **B** representa as soluções que se espera encontrar com o *A-Team*, quando o intervalo de programação é de 144 horas e o primeiro dia é o resultado da solução em *A*.

transportados.

Embora as observações de Arruda indiquem a violação de restrições, os padrões da solução encontrada são semelhantes aos realizados pela Petrobrás [Arr95a]. Esse fato, juntamente com os resultados apresentados, mostram que *A-Teams* é uma técnica adequada à resolução do PTDPS.

## Capítulo 5

# Conclusões

Este trabalho se propôs a formalizar e apresentar uma solução, tão útil quanto possível, para o Problema de Transporte de Derivados de Petróleo da Petrobrás. As investigações e testes mostraram que o problema possui muitas peculiaridades e restrições, as quais podem ser inseridas gradualmente aos modelos propostos, em Programação Matemática e Heurístico. Uma das características mais originais do PTDP é a integração de planejamento com escalonamento, onde muitas das variáveis, ou seja, respostas produzidas pela solução, são dados para os Modelos Clássicos [CdS95a, NW88, Wil78]. Considere o *Job Shop Scheduling Problem*. Nesse modelo, já se conhece os *jobs*, as suas características e as máquinas onde serão processados. Do ponto de vista prático e empresarial, tais respostas são difíceis de serem encontradas e quantificadas. A empresa deve avaliar os seus recursos humanos, tecnológicos, os fatores dinâmicos e os mercados a fim de planejar a sua produção. Só, então, é procedido o escalonamento, o qual assume como dado as respostas do planejamento. No PTDPS as fases são dependentes, há que se definir os *jobs*, suas quantidades (características), rotas e construir o escalonamento que, por sua vez, é mais intrincado do que os clássicos. Nos resultados computacionais foi possível perceber o quanto o planejamento influencia no escalonamento, pois *jobs* de grande quantidade exigem maiores recursos e dificultam a obtenção de soluções.

A despeito dos desafios, desenvolveu-se a formalização do PTDP e adotou-se um problema mais simples em função das dificuldades de implementação e aquisição de dados. Com base nas definições, foi proposto um modelo em Programação Matemática para o PTDPS. Esse modelo é geral o suficiente para envolver as respostas desejadas na solução. Entretanto, encontrar soluções através de otimizadores sem fornecer informações adicionais é impraticável com a tecnologia disponível. Com o CPLEX 3.0 não se obteve solução inteira, mesmo em um computador rápido e bem equipado. Uma alternativa para resolver o PTDPS foi proposta por meio de uma abordagem heurística que decompôs o problema em subproblemas menores. Esses componentes foram integrados em um Time

Assíncrono e os resultados mostraram a capacidade de se encontrar soluções inteiras. Segundo avaliação da Petrobrás, as soluções obtidas estão substancialmente próximas de uma solução real [Arr95a]. Com a incorporação das restrições não presentes na versão simplificada do PTDP e de informações específicas da instância, possivelmente resultaria em soluções úteis.

## 5.1 Contribuições

As principais contribuições desse trabalho são:

- o estudo, compreensão e formalização de um problema real. O Problema de Transporte de Derivados de Petróleo;
- a coleta e organização de dados de uma instância do PTDP;
- o desenvolvimento de um Modelo Matemático Linear Misto para o PTDPs;
- a averiguação preliminar da solução do Modelo Matemático de uma instância do PTDPs através de um otimizador;
- o desenvolvimento de uma abordagem heurística de decomposição e *A-Teams* adequada para resolver o PTDPs.

## 5.2 Extensões

Algumas das possíveis extensões do trabalho são:

- o levantamento detalhado das restrições locais das refinarias e a construção de um esquema de conexões internas que expressem tais restrições;
- a coleta de dados das restrições de demanda sazonal e manutenção programada, permitindo a inserção das mesmas no modelos propostos;
- o estudo e implementação de técnicas para embutir conhecimento no Modelo Matemático para o PTDPs. Três idéias podem ser concretizadas:
  - identificar a capacidade adequada para os segmentos de produto em cada duto;
  - aumentar o intervalo de programação e avaliar apenas a parte inicial do intervalo;
  - desenvolver um procedimento heurístico capaz de definir os sentidos dos dutos a cada período, removendo a simetria do modelo original;
- a extensão da implementação do escalonamento de forma a agregar as operações executadas diretamente entre dutos de longa distância;

- 
- a busca de quantidades de *jobs* dependentes das rotas e não dos destinos. Além disso, tornar as quantidades não-fixas, sendo dinamicamente modificadas durante a resolução do problema;
  - o acoplamento de vários *A-Teams* em seqüência, conectando as soluções de um aos dados do próximo. Nesse esquema, o primeiro *A-Team* gera soluções para cinco dias e a solução do primeiro dia é assumida estática para o segundo *A-Team*. Esse, por sua vez, gera soluções para seis dias com o primeiro dia já conhecido. E assim sucessivamente.

## Apêndice A

# Uma Instância do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo

Neste apêndice estão tabelados os dados de uma instância do PTDP da Petrobrás, os quais estão de acordo com a definição feita no capítulo 2. Abaixo seguem os dados do PTDP:

1. **rede de bases e dutos:** o grafo  $G = (V, E)$  da rede está ilustrado na Figura A.1, onde os rótulos dos vértices (círculos) são os identificadores das bases e os rótulos das arestas, dos dutos. Nas Tabelas A.1 e A.2, respectivamente, estão disponíveis informações adicionais das bases e dutos;
2. **conjunto  $P$  de produtos:** a Tabela A.3 apresenta o código e o nome de cada produto admitido na rede. Em verdade, os produtos disponíveis na tabela são subdivididos em subprodutos, onde a gasolina, por exemplo, é subdividida em gasolina comum, especial e tipo exportação. Entretanto, agrupou-se estes subprodutos em função da indisponibilidade de dados específicos para cada subproduto e da compatibilidade dos mesmos durante os transportes;
3. **capacidade de armazenamento nas bases:** a Tabela A.4 contém a capacidade de armazenamento total de cada produto  $p$ , em cada base  $u \in V$ . Cada entrada  $(u, p)$  da tabela corresponde ao valor da função  $cp_u(p)$ ;
4. **características físicas dos dutos:** nas Tabelas A.5 e A.6 estão disponíveis, a capacidade e as vazões máximas por produto nos dutos da rede. As entradas na tabela correspondem aos valores obtidos através de  $vzd_{ue}(p)$ , onde  $e$  é duto considerado e  $u$  é a base a partir da qual é feito bombeamento do produto  $p$ . Para o duto 1, por exemplo, a linha com sentido RP-BA apresenta as vazões obtidas para todos os produtos no sentido principal, ou seja,

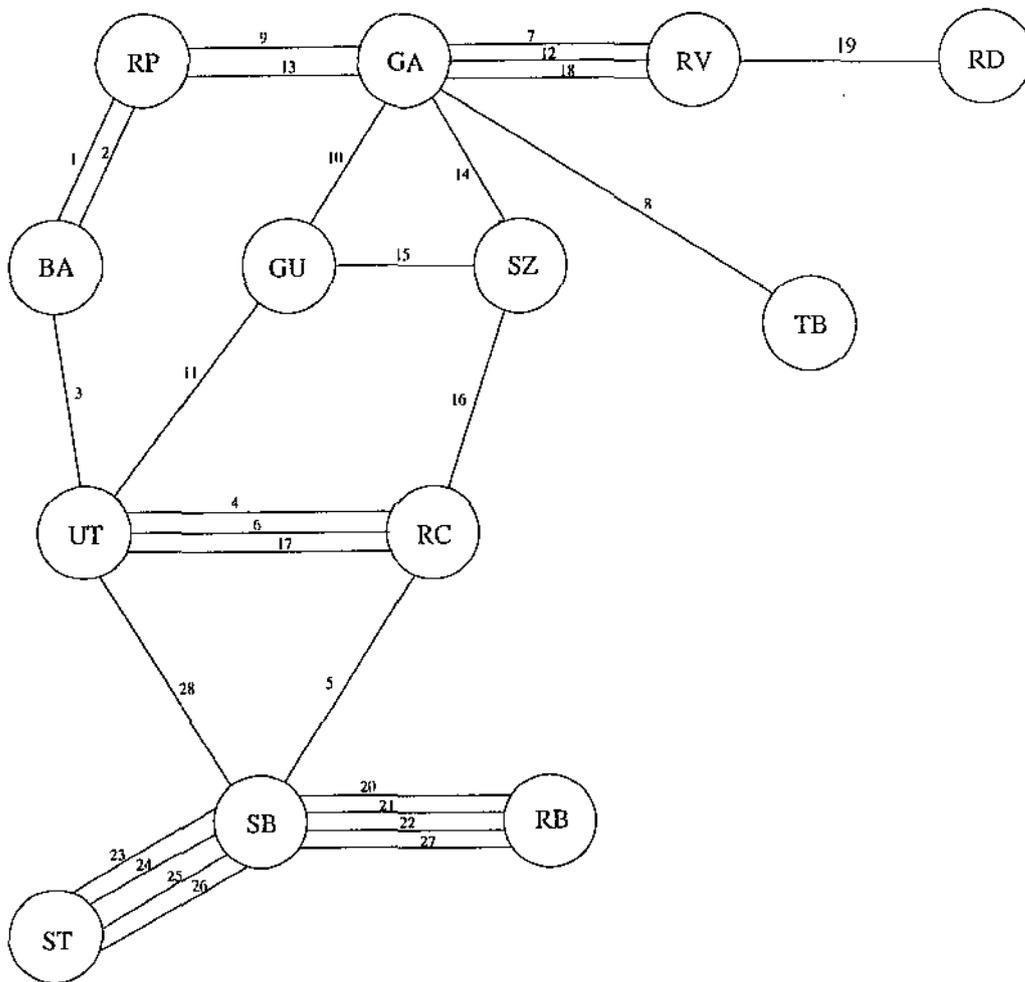


Figura A.1: rede de bases e dutos da Petrobrás no Estado de São Paulo. As bases são os vértices do grafo, representados por círculos, e os dutos são as arestas. As bases e os dutos estão rotulados por identificadores.

identificador da base	código da base	descrição	localidade
RP	REPLAN	Refinaria de Paulínea	Paulínea
GA	SEGUA	Terminal de Guararema	Guararema
RV	REVAP	Refinaria	São José dos Campos
RD	REDUC	Refinaria Duque de Caxias	Rio de Janeiro
BA	SEOBA	Terminal de Barueri	Barueri
UT	UTINGA	Terminal de Utinga	São Caetano
GU	SEGUAR	Terminal de Guarulhos	Guarulhos
SZ	SUZANO	Terminal de Suzano	Suzano
TB	GEBAST	Terminal de São Sebastião	São Sebastião
RC	RECAP	Refinaria	Capuava
SB	SEBAT	Terminal de Cubatão	Cubatão
RB	RPBC	Refinaria	Cubatão
ST	SEOSA	Terminal de Santos	Santos

Tabela A.1: refinarias e terminais do PTDP adotado. Na coluna mais à esquerda estão os identificadores das bases para as diferentes tabelas de dados a serem apresentadas.

$vzd_{RP1}$ . Já a segunda linha, apresenta as vazões no sentido secundário de transporte, ou seja,  $vzd_{BA1}$ ;

código	nome	sentido principal
1	OPASA 10	RP-BA
2	OPASA 14	RP-BA
3	OBATI	UT-BA
4	LINHA A	RC-UT
5	LINHA A	SB-RC
6	RECAP8	RC-UT
7	OSVAT 22	RV-GA
8	OSPLAN	GA-TB
9	OSPLAN	RP-GA
10	OSVAT 22	GA-GU
11	OSVAT 22	GU-UT
12	OSVAT 16	RV-GA
13	OSPLAN II	GA-RP
14	OSVAT 16	GA-SZ
15	OSVAT 16	SZ-GU
16	OSVAT 16	SZ-RC
17	OSVAT 16	RC-UT
18	OSRIO	GA-RV
19	OSRIO	RV-RD
20	LINHA R1	RB-SB
21	LINHA R5	RB-SB
22	LINHA R6	RB-SB
23	LINHA A2	SB-ST
24	LINHA A4	SB-ST
25	LINHA A6	SB-ST
26	LINHA A9	ST-SB
27	LINHA R9	RB-SB
28	LINHA B	SB-UT

Tabela A.2: descrição dos dutos da rede da Petrobrás no Estado de São Paulo. Na coluna mais à esquerda estão os códigos dos dutos, os quais identificarão os dutos nas diferentes tabelas de dados. A última coluna contém a informação do sentido principal de transporte. O duto 1, por exemplo, possui sentido principal de *RP* para *BA*, ou seja,  $esquerda(1) = RP$  e  $direita(1) = BA$ .

código	nome
G	gasolina
D	diesel
Q	querosene de avião (QAV)
N	nafta
P	propano (GLP)
A	álcool anidro
H	álcool hidratado

Tabela A.3: descrição dos produtos derivados de petróleo admitidos na rede de transporte do problema adotado.

base	capacidade por produto em $m^3$						
	G	D	Q	N	P	A	H
RP	200226	399718	75819	75507	40873	80194	132829
GA	133597					64421	257728
RV	162434	213963	79514	116155	27667	29077	9490
RD	97037	165812			19125	42049	49083
BA	30377	50748			7391	11132	27231
UT	37564	41500		87300	11600	14157	36400
GU	26757	34464	32484			15137	25399
TB	51757	177247	41016	25531			52520
RC	53182	60447			11729		
SB	45981	21143		10186		4671	
RB	124811	191512		9468	13764		
ST	89328	37928			75893		

Tabela A.4: capacidade de armazenamento dos produtos nas bases.

duto	capacidade ( $m^3$ )	sentido	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
			G	D	Q	N	P	A	H
1	5250	RP-BA	220	200	220	220	200		
		BA-RP	220	200			200		
2	9400	RP-BA	420	400	420	420		420	420
		BA-RP	420	400					
3	4750	UT-BA	500	500		500		500	500
		BA-UT	500	500			400	500	500
4	1200	RC-UT	450	450					
		UT-RC	450	450			400	450	450
5	3100	SB-RC	450	450		450	400		
		RC-SB	450	450				450	450
6	350	RC-UT	200	200					
		UT-RC							
7	8300	RV-GA	1400	1400	1400	1400		1400	1400
		GA-RV	1400	1400	1400	1400		1400	1400
8	21500	GA-TB	1400	1400	1400	1400		1400	1400
		TB-GA	1400	1400	1400	1400		1400	1400
9	42000	RP-GA	1400	1400	1400	1400		1400	1400
		GA-RP	1400	1400	1400			1400	1400
10	13800	GA-GU	1400	1400	1400	1400		1400	1400
		GU-GA	1400	1400					
11	5700	GU-UT	1400	1400	1400	1400		1400	1400
		UT-GU	1400	1400	1400	1400		1400	1400
12	4300	RV-GA	700	700	700	700	600		
		GA-RV	700	700	700	700			
13	23500	GA-RP	700	700	700		600		
		RP-GA							
14	4100	GA-SZ	700	700	700	700	600		
		SZ-GA	700	700	700	700			

Tabela A.5: capacidade e vazões nos sentidos principal e secundário dos dutos. A cada duto estão disponíveis duas linhas na tabela. A primeira contém as vazões máximas de cada produto no sentido principal de transporte. Por outro lado, a segunda contém as vazões máximas no sentido secundário. Embora existam vazões não disponíveis, qualquer duto pode transportar qualquer produto. Tal não disponibilidade é procedente do procedimento de solução adotado na empresa, em que não consta a vazão de produtos em dutos através dos quais não é normalmente feito transporte.

5. **vazões máximas de recebimento e expedição de produto nas bases:** essas vazões equivalem as obtidas através das funções  $vzr_{uc}$  e  $vzc_{ue}$ , respectivamente. Para cada base, as vazões estão disponíveis em tabelas distintas como segue:
  - (a) base GA (SEGUA): Tabela A.7;
  - (b) base TB (GEBAST): Tabela A.8;
  - (c) base GU (SEGUAR): Tabela A.9;
  - (d) base BA (BARUERI): Tabela A.10;
  - (e) base UT (SUTIN): Tabela A.11;
  - (f) base SB (SEBAT): Tabela A.12;
  - (g) base ST (SEOSA): Tabela A.13;
  - (h) base RB (RPBC): Tabela A.14;
  - (i) base RC (RECAP): Tabela A.15;
  - (j) base RP (REPLAN): Tabela A.16;
  - (k) base RV (REVAP): Tabela A.17;
6. **campanhas de produção e demanda:** Na Tabela A.18 estão disponíveis as campanhas de produção e demanda, as quais são obtidas através das funções  $pr_{up}$  (produção) e  $dm_{up}$  (demanda), para qualquer base  $u$ , produto  $p$  e em qualquer dia do mês de abril de 1995. As campanhas diárias foram obtidas através da distribuição uniforme das campanhas de produção e demanda totais do referido mês;
7. **estoque inicial nas bases:** os produtos e quantidades armazenados nas bases às 00 horas do dia 28 de março de 1995 estão disponíveis na Tabela A.19. Os valores na tabela são os mesmos obtidos através das funções  $sti_u$ ;
8. **produtos inicialmente armazenados nos dutos:** a Tabela A.20 apresenta os produtos e quantidades armazenados nos dutos às 00 horas do dia 28 de março de 1995. Os segmentos de produtos estão dispostos no sentido principal de transporte e correspondem aos obtidos através das funções  $sdi_e$ ;

duto	capacidade ( $m^3$ )	sentido	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
			G	D	Q	N	P	A	H
15	3050	SZ-GU	700	700	700	700			
		GU-SZ	700	700					
16	3500	SZ-RC	700	700		700	600		
		RC-SZ	700	700					
17	1300	RC-UT	700	700		700	600		
		UT-RC	700	700					
18	4600	GA-RV	700	700				700	700
		RV-GA							
19	37400	RV-RD	700	700	700	700	600	700	700
		RD-RV							
20	174	RB-SB	350			350			
		SB-RB	350			350			
21	174	RB-SB	500	500					
		SB-RB	500	500					
22	309	RB-SB	600	600					
		SB-RB	600	600					
23	1078	SB-ST	600	600			360		
		ST-SB	600	600					
24	1782	SB-ST	1000						
		ST-SB	1000						
25	1078	SB-ST	600	600					
		ST-SB	600	600					
26	582	ST-SB	360						
		SB-ST	400						
27	114	RB-SB					350		
		SB-RB					350		
28	2100	SB-UT	350	350		350	350		
		UT-SB							

Tabela A.6: capacidade e vazões nos sentidos principal e secundário dos dutos. A cada duto estão disponíveis duas linhas na tabela. A primeira contém as vazões máximas de cada produto no sentido principal de transporte. Por outro lado, a segunda contém as vazões máximas no sentido secundário. Embora existam vazões não disponíveis, qualquer duto pode transportar qualquer produto. Tal não disponibilidade é procedente do procedimento de solução adotado na empresa, em que não consta a vazão de produtos em dutos através dos quais não é normalmente feito transporte.

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
7	REC	1400	1400				1400	1400
	ENV	1400	1400				1400	1400
8	REC	1400	1400				1400	1400
	ENV	1400	1400				1400	1400
9	REC	1400	1400				1400	1400
	ENV	1400	1400				1400	1400
10	REC	1400	1400				1400	1400
	ENV	1400	1400				1400	1400
12	REC	700	700					
	ENV	650	600				650	650
13	REC							
	ENV	650	650				650	650
14	REC	700	700					
	ENV	650	600				650	650
18	REC							
	ENV	500	500				500	500

Tabela A.7: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = GA$  através dos dutos incidentes. Para o duto  $e$  incidente em  $GA$ , a vazão máxima de recebimento ( $v_{zrGAe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $v_{zeGAe}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
8	REC	1400	1400	1400	1400		1400	
	ENV	1300	1300	1300	1300		1300	

Tabela A.8: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = TB$  através dos dutos incidentes. Para o duto  $e$  incidente em  $TB$ , a vazão máxima de recebimento ( $v_{zrTB_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $v_{zeTB_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
10	REC	1400	1400	1400			1400	1400
	ENV	500	500					
11	REC	400	400					
	ENV	500	500					
15	REC	700	700	700				
	ENV	400	400					

Tabela A.9: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = GU$ . Para o duto  $e$  incidente em  $GU$ , a vazão máxima de recebimento ( $v_{zrGU_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $v_{zeGU_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
1	REC	200	200	200	200	200		
	ENV	200	200			200		
2	REC	400	400	400	400		400	400
	ENV	400	400					
3	REC	400	400			330	450	450
	ENV	450	450		450		450	450

Tabela A.10: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = BA$ . Para o duto  $e$  incidente em BA, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{BAe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{BAe}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
3	REC	500	500				500	500
	ENV	400	400				400	400
4	REC	600	600					
	ENV	400	400				400	400
6	REC	200	200					
	ENV							
11	REC	1400	1400		1100		1400	1400
	ENV	400	400				400	400
17	REC	700	700			600		
	ENV	400	400					
28	REC	350	350			350	330	
	ENV							

Tabela A.11: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = UT$ . Para o duto  $e$  incidente em UT, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{UTe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{UTe}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
5	REC	450	450				450	450
	ENV	420	400		420	330		
20	REC	350			350			
	ENV	300			300			
21	REC	500	500					
	ENV	300	300					
22	REC	600	600					
	ENV	300	300					
23	REC	600	600			330		
	ENV	300	300					
24	REC	600						
	ENV	300						
25	REC		600					
	ENV		300					
26	REC					330		
	ENV							
27	REC					290		
	ENV							
28	REC							
	ENV	300	300		300	330		

Tabela A.12: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = SB$ . Para o duto  $e$  incidente em SB, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{SB_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{SB_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
23	REC	600	600					
	ENV	600	600			360		
24	REC	1000						
	ENV	1000						
25	REC	600	600					
	ENV	600	600					
26	REC							400
	ENV							360

Tabela A.13: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = ST$ . Para o duto  $e$  incidente em ST, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{ST_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{ST_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
20	REC							
	ENV	350			350			
21	REC							
	ENV	500	500					
22	REC	1000						
	ENV	600	600					
27	REC					320		
	ENV					290		

Tabela A.14: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RB$ . Para o duto  $e$  incidente em RB, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RB_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RB_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
4	REC							
	ENV	350	300					
5	REC	320						
	ENV					330		
6	REC							
	ENV	200	200					
16	REC		600					
	ENV	300	280					
17	REC							
	ENV	350	300					

Tabela A.15: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RC$ . Para o duto  $e$  incidente em RC, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RC_e}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RC_e}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
1	REC	200	200			200		
	ENV	200	200	200	200	200		
2	REC							
	ENV	400	400	400	400		400	400
9	REC	1400	1400	1400			1400	1400
	ENV	850	700	700	850		900	900
13	REC	650	650			400		
	ENV							

Tabela A.16: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RP$ . Para o duto  $c$  incidente em RP, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RPc}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RPc}$ ).

duto	operação	vazões por produto ( $m^3/hora$ )						
		G	D	Q	N	P	A	H
7	REC	1400	1400	1400	1400		1400	1400
	ENV	1100	1100	1100	1100			
12	REC							
	ENV	650	550	650	650	600		
18	REC	500					500	500
	ENV							
19	REC							
	ENV	500	500	500	500	500		

Tabela A.17: vazões máximas de recebimento e expedição de produto na base  $u = RV$ . Para o duto  $e$  incidente em RV, a vazão máxima de recebimento ( $vzr_{RVe}$ ) é obtida na linha com operação "REC" e, a vazão de expedição, na linha com operação "ENV" ( $vze_{RVe}$ ).

base	prod/dem	produção e demanda $m^3$						
		G	D	Q	N	P	A	H
RP	PROD	9167	19333	1900	3600	1159	2057	9000
	DEM	6667	21000	900		1619		
GA	PROD							
	DEM	333						
RV	PROD	6733	9600	3967	3733	828		
	DEM	800	1767			423	233	667
RD	PROD							
	DEM	1033	567		2000	92	167	3567
BA	PROD							
	DEM	2700	2500				767	2000
UT	PROD							
	DEM	2400	2533		6467	1049	667	2667
GU	PROD							
	DEM	2567	2833	3567			733	1667
SZ	PROD							
	DEM							
TB	PROD						1300	1667
	DEM	4667	3600					
RC	PROD	2267	2400		267	184		
	DEM	600			267	313		
SB	PROD							
	DEM							
RB	PROD	6567	9267		4500	718		
	DEM	1467	700		4233			
ST	PROD					644		
	DEM	3333	5400			129		

Tabela A.18: campanhas de produção e demanda, de cada produto, em cada base e em qualquer dia do mês de abril de 1995. Para cada base  $u$ , há duas linhas na tabela, uma para a produção (PROD), correspondendo à função  $pr_{up}$ , e outra para a demanda (DEM), correspondendo à função  $dm_{up}$  em qualquer dia do mês.

base	estoque ( $m^3$ )						
	G	D	Q	N	P	A	H
RP	96733	215751	25310	33425	12769	25583	79487
GA	43666					25474	83061
RV	54452	62186	59938	41939	13759	4730	9410
RD	31074	67792			9254	3560	12760
BA	15033	26506			5701	3450	2439
UT	5616	9591		67720	7012	5890	5708
GU	16787	12282	11374			3118	7695
SZ							
TB	6140	89668		21517			12002
RC	19720	14337			6568		
SB	6925	10751		6612		25	
RB	41455	100722		315	4771		
ST	7944	20154			35449		

Tabela A.19: estoque de produtos nas refinarias e terminais às 00 horas do dia 28 do mês de março de 1995.

9. **restrições de seqüenciamento:** os conjuntos  $SC_p$ , abaixo descritos, apresentam os produtos compatíveis com o  $p$ :

$$SC_G = \{G, D, N, P, A, H\};$$

$$SC_D = \{G, D, Q, N\};$$

$$SC_Q = \{D, Q\};$$

$$SC_P = \{G, N, P\};$$

$$SC_A = \{G, A, H\};$$

$$SC_H = \{G, A, H\} \text{ e}$$

$$SC_N = \{G, D, N, P\};$$

10. **restrições de quantidades mínimas das operações:** esses dados não foram formalmente fornecidos pela Petrobrás. O único dado disponível é não execução de operações de transporte com tempo inferior a duas horas de bombeamento;

11. **restrições locais:** as restrições locais, fornecidas pela Petrobrás, estão em alto nível, ou seja, não estão discriminadas de acordo com o formalismo apresentado na definição do PTDP. A transformação de tais restrições na especificação formal é direta, mas não será desenvolvida no texto porque seria excessivamente longa. A extensa quantidade de restrições advém das restrições locais englobarem todos os possíveis casos. Abaixo seguem as restrições disponibilizadas pela Petrobrás:

(a) restrições locais na Refinaria de Paulínea (RP). RP não opera simultaneamente por dutos diferentes o mesmo produto. As operações

duto	sentido principal	segmentos de produtos	
		produto	quantidade ( $m^3$ )
1	RP-BA	G	5250
2	RP-BA	G	9400
3	UT-BA	H	4750
4	RC-UT	D	1200
5	SB-RC	G	1034
		D	2066
6	RC-UT	G	350
7	RV-GA	Q	8300
8	GA-TB	G	8773
		H	12727
9	RP-GA	H	14811
10	GA-GU	A	825
		H	12975
11	GU-UT	H	5700
12	RV-GA	D	4300
13	GA-RP	D	11034
		G	3000
		P	9466
14	GA-SZ	D	4100
15	SZ-GU	D	3050
16	SZ-RC	D	3500
17	RC-UT	G	1300
18	GA-RV	H	4600
19	RV-RD	H	20764
		A	10000
		H	4200
		G	3000
20	RB-SB	N	174
21	RB-SB	D	174
22	RB-SB	G	309
23	SB-ST	G	1078
24	SB-ST	G	1782
25	SB-ST	D	1078
26	ST-SB	P	582
27	RB-SB	P	114
28	SB-UT	P	2100

Tabela A.20: produtos e quantidades inicialmente armazenados nos dutos às 00 horas do dia 28 de março de 1995. Cada entrada na tabela, linha, representa um segmento de produto de um duto. O duto 10, por exemplo, possui, no sentido principal,  $825m^3$  de álcool anidro (A) e  $12975m^3$  de álcool hidratado (H).

impossíveis são de recebimento, envio ou envio e recebimento. A modelagem dessas restrições podem ser desenvolvidas ao tomarr-se os possíveis pares de dutos incidentes em RP e construir tantas restrições locais quantas forem as combinações de operações e produtos. O número total de restrições locais necessárias é  $C_4^2 \cdot 4 \cdot 7 = 168$  (combinação de dutos \* operações possíveis \* produtos);

(b) restrições locais na Refinaria de São José dos Campos (RV). Há quatro restrições locais em RV, descritas abaixo:

- i. RV não pode enviar gasolina (G) através do duto 19 (OSRIO) simultaneamente ao recebimento de álcool hidratado (H) através dos dutos 7 (OSVAT22), 12 (OSVAT16) e 18 (OSRIO). Para representar essas restrições, são necessárias 3 restrições locais:

$$r_{l1RV} = \{(7, GA, RV, H), (19, RV, RD, G)\};$$

$$r_{l2RV} = \{(12, GA, RV, H), (19, RV, RD, G)\}$$

e

$$r_{l3RV} = \{(18, GA, RV, H), (19, RV, RD, G)\};$$

- ii. RV não recebe QAV (Q) através de qualquer duto ao mesmo tempo que envia QAV através de outro duto. Essa restrição pode ser representada através de 12 restrições locais.
- iii. RV não recebe nenhum produto através do duto 7 (OSVAT22) enquanto estiver enviando qualquer produto através do duto 19 (OSRIO). São necessários 7 restrições locais para representar essas restrição.
- iv. enquanto RV estiver enviando nafta (N) através do duto 19 (OSRIO) não pode receber ou enviar gasolina (G) através dos dutos 7 (OSVAT22) ou 12 (OSVAT16). São necessárias 4 restrições locais para representar essas restrição;

(c) restrições locais no terminal de Guararema (GA). Há 3 restrições em GA. São elas:

- i. GA não opera simultaneamente, ou seja, não recebe ou envia, os produtos gasolina (G) e diesel (D) através de quaisquer dutos. São necessários  $C_8^2 \cdot 4 \cdot 2 = 224$  (combinação de dutos dois a dois \* possíveis operações \* produtos G e D) para representar a restrição acima;
- ii. GA não recebe mais do que dois produtos quaisquer, simultaneamente. São necessários  $C_3^3 \cdot 7^3 = 19208$  restrições locais;

- iii. Não pode enviar simultaneamente, quaisquer produtos, através dos dutos 10 (OSVAT22), 7 (OSVAT22), 12 (OSVAT16), 14 (OSVAT16), 8 (OSPLAN), 9 (OSPLAN) e 13 (OSPLAN II). São necessários,  $C_{7.7^2}^2 = 1029$  restrições locais.

## Apêndice B

# Uma Instância do Problema de Transporte de Derivados de Petróleo Simplificado

Neste apêndice estão tabelados os dados da instância do PTDPS, correspondentes à instância fornecida no Apêndice A. Abaixo seguem os dados do PTDPS:

1. **rede de bases e dutos:** o grafo misto  $G' = (V = U \cup B, A = C \cup L)$ , correspondente ao grafo  $G = (V, E)$  do PTDP, é o mesmo da Figura A.1, com exceção da representação das bases por um conjunto de tanques  $(u, p)$ , válvulas e dutos, conforme exemplificado na Figura 2.8;
2. **conjunto P de produtos:** idêntico ao do PTDP (ver Tabela A.3);
3. **capacidade de armazenamento nas bases:** em função da não execução de transportes diretos entre dutos de longa distância, tanques foram inseridos, com capacidade de  $5000m^3$ , em algumas bases. A Tabela B.1 apresenta a capacidade de armazenamento de cada produto em cada duto. Cada entrada na tabela,  $(u, p)$ , indica a capacidade de armazenamento de produto  $p$ , no tanque  $(u, p)$ , na base  $u$ ;
4. **características físicas dos dutos:** no PTDPS assume-se uma vazão única para todos os produtos e sentidos. Na Tabela B.2 estão disponíveis as vazões adotadas para os dutos de longa distância. Os dutos de curta distância, internos às bases, não apresentam vazões limitantes;
5. **vazões máximas de recebimento e expedição de produto nas bases:** não considera-se essas restrições no PTDPS. Entretanto, elas podem ser naturalmente estabelecidas através da inserção das vazões máximas dos dutos internos às bases;

base	capacidade por produto em $m^3$						
	G	D	Q	N	P	A	H
RP	200226	399718	75819	75507	40873	80194	132829
GA	133597	5000	5000	5000	5000	64421	257728
RV	162434	213963	79514	116155	27667	29077	9490
RD	97037	165812	5000	5000	19125	42049	49083
BA	30377	50748	5000	5000	7391	11132	27231
UT	37564	41500	5000	87300	11600	14157	36400
GU	26757	34464	32484	5000	5000	15137	25399
TB	51757	177247	41016	25531	5000	5000	52520
RC	53182	60447	5000	5000	11729	5000	5000
SB	45981	21143	5000	10186	5000	4671	5000
RB	124811	191512	5000	9468	13764	5000	5000
ST	89328	37928	5000	5000	75893	5000	5000

Tabela B.1: capacidade de armazenamento dos produtos nas bases. Cada entrada  $(u, p)$  na tabela, indica a capacidade de armazenamento de produto  $p$ , no tanque  $(u, p)$ , na base  $u$ . A entrada  $(RP, G)$ , por exemplo, indica que o tanque  $(RP, G)$  pode armazenar  $200226m^3$  de  $G$  em RP.

6. **campanhas de produção e demanda:** as mesmas disponíveis na Tabela A.18;
7. **estoque inicial nas bases:** os mesmos disponíveis na Tabela A.19;
8. **produtos inicialmente armazenados nos dutos:** os mesmos fornecidos pela Tabela A.20;
9. **restrições de seqüenciamento:** as mesmas disponíveis no Apêndice A;
10. **restrições de quantidades mínimas das operações:** em uma fase anterior à avaliação da Petrobrás [Arr95a], assumiu-se a quantidade de  $1000m^3$  como quantidade mínima das operações de transporte de todos os produtos, em todos os dutos. Para esta quantidade mínima, as quantidades adequadas para os *jobs* estão disponíveis na Tabela B.3. Após a avaliação da Petrobrás, as quantidades foram consideradas superiores às quantidades bombeadas nos dutos de maior vazão durante duas horas. A maior vazão é de  $1400m^3$  e a quantidade mínima de transporte foi estabelecida em  $3000m^3$ . Na Tabela B.4 encontram-se as quantidades adequadas dos *jobs* quando a quantidade mínima é de  $3000m^3$ ;
11. **restrições locais:** de acordo com a exposição desenvolvida na seção 2.5, a estrutura da rede do PTDP não admite a expedição ou bombeamento simultâneo de um mesmo produto. Em termos de modelagem, a representação interna das bases através de tanques, dutos e válvulas, é forte o

duto	nome	vazão $m^3/hora$
1	OPASA 10	220
2	OPASA 14	420
3	OBATI	500
4	LINHA A	450
5	LINHA A	450
6	RECAP8	200
7	OSVAT 22	1400
8	OSPLAN	1400
9	OSPLAN	1400
10	OSVAT 22	1400
11	OSVAT 22	1400
12	OSVAT 16	700
13	OSPLAN II	700
14	OSVAT 16	700
15	OSVAT 16	700
16	OSVAT 16	700
17	OSVAT 16	700
18	OSRIO	700
19	OSRIO	700
20	LINHA R1	350
21	LINHA R5	500
22	LINHA R6	600
23	LINHA A2	600
24	LINHA A4	1000
25	LINHA A6	600
26	LINHA A9	400
27	LINHA R9	350
28	LINHA B	350

Tabela B.2: vazão única dos produtos nos dutos.

Quantidade Adequada para os <i>jobs</i> com Quantidade Mínima de $1000m^3$							
base	Produtos						
	G	D	Q	N	P	A	H
RP	1032	1000	1000	1000	1992	1000	2500
GA	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
RV	1000	1440	1000	1000	1000	1000	1000
RD	1032	1000	1000	1992	1000	1000	2500
BA	2500	2472	1000	1000	1000	1000	2208
UT	2400	2500	1000	2500	1000	1000	2500
GU	2500	2500	2500	1000	1000	1000	1656
SZ	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
TB	2500	2500	1000	1000	1000	1000	1000
RC	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
SB	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
RB	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
ST	1344	2500	1000	1000	1000	1000	1000

Tabela B.3: quantidade adequada dos *jobs* quando a quantidade mínima de transporte é de  $1000m^3$ .

Quantidade Adequada para os <i>jobs</i> com Quantidade Mínima de $3000m^3$							
base	Produtos						
	G	D	Q	N	P	A	H
RP	3384	3000	3000	3000	3456	3000	3000
GA	3240	3000	3000	3000	3000	3000	3000
RV	3000	4320	3000	3000	3456	3000	3000
RD	3096	3456	3000	3984	3000	3000	3000
BA	3500	3500	3000	3000	3120	3480	3208
UT	3400	3500	3000	3500	3360	3360	3500
GU	3500	3500	3500	3000	3000	3000	3312
SZ	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
TB	3500	3500	3360	3360	3000	3000	3000
RC	3000	3000	3000	3000	3360	3000	3000
SB	3000	3000	3000	3000	3000	3168	3000
RB	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
ST	3344	3500	3000	3000	3000	3000	3000

Tabela B.4: quantidade adequada dos *jobs* quando a quantidade mínima de transporte é de  $3000m^3$ .

suficiente para representar as restrições locais do PTDPS. O autor modelou as restrições locais, disponíveis no Apêndice A, usando um tanque para cada produto, válvulas e dutos direcionados, internos às bases.

O Modelo Matemático do PTDPS exige um número inteiro de vértices correspondentes a segmentos de duto, ou seja, a razão entre a capacidade do duto e a quantidade transportada por período deve ser inteira. Aumentou-se a capacidade dos dutos, conforme a Tabela B.5, a fim de assegurar a razão inteira.

A sistemática de solução de instâncias do PTDP adotada pela Petrobrás considera um conjunto restrito de rotas. Essas rotas foram obtidas com a experiência adquirida pela empresa ao longo dos anos. Toda vez que um mercado consumidor está na eminência de desabastecimento, uma operação de transporte é programada com a escolha de uma rota. A rota contém a base origem de onde é removido o produto e todos os dutos e bases intermediários até a base destino. As rotas estão organizadas em tabelas, uma para cada base como segue:

1. base GA: Tabela B.6;
2. base GU: Tabela B.7;
3. base UT: Tabela B.8;
4. base BA: Tabela B.9;
5. base RV: Tabela B.10;
6. base TB: Tabela B.11;
7. base RP: Tabela B.12;
8. base RD: Tabela B.13;
9. base ST: Tabela B.14;
10. base SB: Tabela B.15;
11. base RB: Tabela B.16;
12. base RC: Tabela B.17;

Discutiu-se na abordagem de decomposição do PTDP (ver Seção 4.5) a importância dos *jobs* de selante e a construção dos mesmos dentro do procedimento de geração de *jobs* e rotas. Na Tabela B.18 estão os produtos e seus respectivos selantes.

código	nome	sentido principal	vazão $m^3/\text{período}$	volume ( $m^3$ )	no. vértices	segmentos
1	OPASA 10	RP-BA	880	5280	6	G-5280
2	OPASA 14	RP-BA	1680	10080	6	G-10080
3	OBATI	UT-BA	2000	6000	3	H-6000
4	LINHA A	RC-UT	1800	1800	1	D-1800
5	LINHA A	SB-RC	1800	3600	2	D-2399 G-1201
6	RECAP8	RC-UT	800	800	1	G-800
7	OSVAT 22	RV-GA	5600	11200	2	Q-11200
8	OSPLAN	GA-TB	5600	22400	4	G-9140 H-13260
9	OSPLAN	RP-GA	5600	44800	8	H-15799 G-29001
10	OSVAT 22	GA-GU	5600	16800	3	A-1004 H-15796
11	OSVAT 22	GU-UT	5600	5600	1	H-5600
12	OSVAT 16	RV-GA	2800	5600	2	D-5600
13	OSPLAN II	GA-RP	2800	25200	9	D-11832 G-3217 P-10151
14	OSVAT 16	GA-SZ	2800	5600	2	D-5600
15	OSVAT 16	SZ-GU	2800	5600	2	D-5600
16	OSVAT 16	SZ-RC	2800	5600	2	D-5600
17	OSVAT 16	RC-UT	2800	2800	1	G-2800
18	OSRIO	GA-RV	2800	5600	2	H-5600
19	OSRIO	RV-RD	2800	39200	14	H-21764 A-10481 H-4402 G-2553
20	LINHA R1	RB-SB	1400	1400	1	N-1400
21	LINHA R5	RB-SB	2000	2000	1	D-2000
22	LINHA R6	RB-SB	2400	2400	1	G-2400
23	LINHA A2	SB-ST	2400	2400	1	G-2400
24	LINHA A4	SB-ST	4000	4000	1	G-4000
25	LINHA A6	SB-ST	2400	2400	1	D-2400
26	LINHA A9	ST-SB	1600	1600	1	P-1600
27	LINHA R9	RB-SB	1400	1400	1	P-1400
28	LINHA B	SB-UT	1400	2800	2	P-2800

Tabela B.5: características dos dutos quando é adotado período de quatro horas para o Modelo Matemático do PTDPS.

Rotas de Suprimento para a Base GA		
produto	origem	rota
G	RP	(RP,09,GA)
	RV	(RV,07,GA)
D	RV	(RV,07,GA)
	SB	(SB,05,RC,16,SZ,14,GA)
	UT	(UT,17,RC,16,SZ,14,GA)
	TB	(TB,08,GA)
A	RP	(RP,09,GA)
	TB	(TB,08,GA)
H	TB	(TB,08,GA)
	RP	(RP,09,GA)

Tabela B.6: rotas de suprimento para a base Guararema (GA). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até GA, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base GU		
produto	origem	rota
G	RP	(RP,09,GA,10,GU)
	RC	(RC,16,SZ,15,GU)
	RV	(RV,07,GA,10,GU)
	RV	(RV,07,GA,14,SZ,15,GU)
	UT	(UT,11,GU)
	GA	(GA,10,GU)
D	RC	(RC,16,SZ,15,GU)
	RV	(RV,07,GA,10,GU)
	RV	(RV,07,GA,14,SZ,15,GU)
	SB	(SB,05,RC,16,SZ,15,GU)
	UT	(UT,17,RC,16,SZ,15,GU)
Q	RV	(RV,07,GA,10,GU)
	RV	(RV,07,GA,14,SZ,15,GU)
	RP	(RP,09,GA,14,SZ,15,GU)
	UT	(UT,17,RC,16,SZ,15,GU) (*)
A	GA	(GA,10,GU)
	RP	(RP,09,GA,10,GU)
H	GA	(GA,10,GU)

Tabela B.7: rotas de suprimento para a base Guarulhos (GU). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até GU, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base UT		
produto	origem	rota
G	RP	(RP,09,GA,10,GU,11,UT)
	RP	(RP,02,BA,03,UT)
	RC	(RC,04,UT)
	RC	(RC,17,UT)
	RC	(RC,06,UT)
	RV	(RV,07,GA,10,GU,11,UT)
	SB	(SB,28,UT)
	SB	(SB,05,RC,04,UT)
	SB	(SB,05,RC,17,UT)
	GU	(GU,11,UT)
	BA	(BA,03,UT)
D	RC	(RC,04,UT)
	RC	(RC,17,UT)
	SB	(SB,05,RC,04,UT)
	SB	(SB,05,RC,17,UT)
	RP	(RP,01,BA,03,UT) (*)
Q	TB	(TB,08,GA,GA,10,GU,11,UT)
	RP	(RP,01,BA,03,UT) (*)
N	RP	(RP,09,GA,10,GU,11,UT)
	RP	(RP,09,GA,14,SZ,16,RC,17,UT)
	RV	(RV,07,GA,14,SZ,16,RC,17,UT)
	RV	(RV,07,GA,14,SZ,16,RC,16,UT)
	RP	(RP,02,BA,03,UT)
P	RP	(RP,02,BA,03,UT)
	RP	(RP,01,BA,03,UT)
	SB	(SB,28,UT)
A	BA	(BA,03,UT)
	GA	(GA,10,GU,11,UT)
	RP	(RP,09,GA,10,GU,11,UT)
	RP	(RP,02,BA,03,UT)
H	GA	(GA,10,GU,11,UT)
	BA	(BA,03,UT) (*)

Tabela B.8: rotas de suprimento para a base Utinga (UT). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até UT, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base BA		
produto	origem	rota
G	RP	(RP,02,BA)
	RP	(RP,01,BA)
	RC	(RC,17,UT,03,BA)
	RC	(RC,04,UT,03,BA)
	UT	(UT,03,BA)
	GU	(GU,11,UT,03,BA)
D	RP	(RP,01,BA)
	RC	(RC,17,UT,03,BA)
	RC	(RC,04,UT,03,BA)
	SB	(SB,05,RC,04,UT,03,BA)
	SB	(SB,05,RC,17,UT,03,BA)
	UT	(UT,03,BA)
Q	RP	(RP,01,BA)
A	BA	(RP,02,BA)
	UT	(UT,03,BA)
	GU	(GU,11,UT,03,BA)
H	RP	(RP,02,BA)
	UT	(UT,03,BA)
	GU	(GU,10,UT,03,BA)

Tabela B.9: rotas de suprimento para a base Barueri (BA). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até BA, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base RV		
produto	origem	rota
D	RP	(RP,09,GA,07,RV)
	UT	(UT,17,RC,16,SZ,14,GA,12,RV)
	GU	(GU,15,SZ,14,GA,12,RV)
	GA	(GA,07,RV)
	GA	(GA,12,RV)
	GA	(TB,08,GA,07,RV)
Q	RP	(RP,09,GA,07,RV)
	TB	(TB,08,GA,07,RV)
N	TB	(TB,08,GA,07,RV)
N	RP	(RP,09,GA,07,RV) (*)
A	GA	(GA,18,RV)
A	TB	(TB,08,GA,18,RV)
H	GA	(GA,18,RV)

Tabela B.10: rotas de suprimento para a base Revap (RV). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RV, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base TB		
produto	origem	rota
G	RV	(RV,07,GA,08,TB)
	GA	(GA,08,TB)
D	RV	(RV,07,GA,08,TB)
	GA	(GA,08,TB)
Q	RV	(RV,07,GA,08,TB)
N	RV	(RV,07,GA,08,TB)

Tabela B.11: rotas de suprimento para a base Tebar (TB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até TB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base RP		
produto	origem	rota
G	RV	(RV,12,GA,13,RP)
	GA	(GA,09,RP)
D	RV	(RV,12,GA,13,RP)
	BA	(BA,11,RP)
	GA	(GA,13,RP)
	GA	(GA,09,RP)
P	RV	(RV,12,GA,13,RP)
A	GA	(GA,09,RP)
H	GA	(GA,09,RP)

Tabela B.12: rotas de suprimento para a base Replan (RP). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RP, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base RD		
produto	origem	rota
G	RV	(RV,19,RD)
D	RV	(RV,19,RD)
Q	RV	(RV,19,RD)
N	RV	(RV,19,RD)
N	RP	(RP,09,GA,07,RV,19,RD)
P	RV	(RV,19,RD)
A	GA	(GA,18,RV,19,RD)
H	GA	(GA,18,RV,19,RD)
H	RV	(RV,19,RD) (*)

Tabela B.13: rotas de suprimento para a base Reduc (RD). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RD, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base ST		
produto	origem	rota
G	RB	(RB,22,SB,24,ST)
	SB	(SB,23,ST)
	SB	(SB,24,ST)
D	RB	(RB,21,SB,25,ST)
	SB	(SB,25,ST)

Tabela B.14: rotas de suprimento para a base Sutin (ST). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até ST, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base SB		
produto	origem	rota
G	RB	(RB,22,SB)
	ST	(ST,23,SB)
	ST	(ST,24,SB)
	BA	(BA,03,UT,04,RC,05,SB)
D	RB	(RB,21,SB)
	ST	(ST,25,SB)
N	RB	(RB,20,SB)
P	RB	(RB,27,SB)
P	ST	(ST,26,SB)
A	BA	(BA,03,UT,04,RC,05,SB)

Tabela B.15: rotas de suprimento para a base Sebat (SB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até SB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base RB		
produto	origem	rota
G	ST	(ST,24,SB,22,RB)
	SB	(SB,22,RB)
D	ST	(ST,25,SB,21,RB)
	SB	(SB,21,RB)
N	SB	(SB,20,RB)
P	ST	(ST,26,SB,27,RB)

Tabela B.16: rotas de suprimento para a base RPBC (RB). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RB, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Rotas de Suprimento para a Base RC		
produto	origem	rota
D	RP	(RP,01,BA,03,UT,04,RC) (*)

Tabela B.17: rotas de suprimento para a base Recap (RC). As rotas são formadas por um conjunto de bases e dutos de longa distância, desde a base origem até RC, para os diferentes produtos. As rotas identificadas por (\*) não foram fornecidas pela Petrobrás.

Produtos Selantes	
produto	produto selante
G	não tem
D	não tem
Q	D
N	não tem
P	G
A	G
H	G

Tabela B.18: relação de produtos admitidos na rede e seus respectivos produtos selantes.

## Apêndice C

# Modelo Matemático de uma Instância do PTDPS

No presente apêndice, pretende-se apresentar uma instância simples do PTDPS, o modelo matemático e sua solução no intuito de auxiliar o leitor na compreensão do modelo matemático proposto.

### C.1 Dados da Instância do PTDPS

Abaixo seguem os dados da instância:

1. **rede de bases e dutos:** a rede  $G = (V, E)$  é formada por duas bases e um duto de conexão conforme Figura C.1;

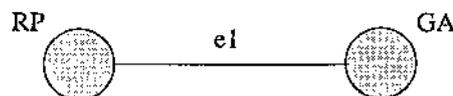


Figura C.1: rede de bases e dutos do modelo matemático exemplo. Duas bases (RP e GA) estão conectadas através do duto  $e_1$ .

2. **conjunto P de produtos:** a Tabela C.1 apresenta o código e o nome dos produtos admitidos na rede;

código	nome
g	gasolina
d	diesel
q	querosene de avião

Tabela C.1: descrição dos produtos derivados de petróleo admitidos na rede do PTDPS.

3. **capacidade de armazenamento nas bases:** a Tabela C.2 contém a capacidade de armazenamento total de cada produto  $p$ , em cada base  $u \in V$ .

base	capacidade por produto (u.v.)		
	g	d	q
RP	1000	1000	1000
GA	1000	1000	1000

Tabela C.2: capacidade de armazenamento dos produtos nas bases em unidades de volume (u.v.).

4. **características físicas dos dutos:** na Tabela C.3 estão disponíveis a capacidade ( $cpd : E \rightarrow Z_+$ ), a vazão ( $vzm : E \rightarrow Z_+$ ) e o número de segmentos do duto;

duto	capacidade (u.v.)	vazão (u.v./período)	n. segmentos ( $nvd$ )
$e_1$	200	100	2

Tabela C.3: capacidade, vazão e número de segmentos dos dutos da rede.

5. **campanhas de produção e demanda:** as campanhas estão disponíveis na Tabela C.4 para um horizonte de três períodos, ou seja,  $T = 3$ ;

período	prod/dem	bases					
		RP			GA		
		g	d	q	g	d	q
1	PROD	25				50	50
	DEM		50	50	50		
2	PROD	25				50	50
	DEM		50	50	50		
3	PROD	25				50	50
	DEM		50	50	50		

Tabela C.4: campanhas de produção e demanda das bases nos períodos 1, 2 e 3. Para cada período há duas linhas na tabela, uma para produção (PROD) e outra para demanda (DEM), onde os volumes são dados em unidades de volume (u.v.).

6. **estoque inicial nas bases:** os produtos e quantidades armazenados na bases estão disponíveis na Tabela C.5;
7. **produtos inicialmente armazenados nos dutos:** tais dados estão disponíveis na Tabela C.6;
8. **restrições de seqüenciamento:** os conjuntos  $SC_p$ , abaixo descritos, apresentam os produtos compatíveis com  $p$ :

$$SC_g = \{g, d\};$$

base	estoque (u.v.)		
	g	d	q
RP	500	150	100
GA	500	500	500

Tabela C.5: estoque de produtos nas bases.

duto	segmentos de produto	
	produto	quantidade (u.v.)
$e_1$	d	100
	q	100

Tabela C.6: produtos e quantidades inicialmente armazenados nos dutos.

$$SC_q = \{q, d\};$$

e

$$SC_d = \{d, q, g\}.$$

## C.2 Construção do Modelo

Assumindo a duração dos arcos em  $G'$  unitários, ou seja,  $\tau(a) = 1$  *período* para todo  $a \in A'$ , constrói-se o grafo  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente a representação multi-período de  $G$ .  $G_T$  está parcialmente ilustrado na Figura C.2, onde omitiu-se os vértices de produção e demanda nos períodos 1 e 2.

O conjunto de restrição estão abaixo especificadas de acordo com as definições do capítulo 2:

### 1. restrições de conservação de fluxo:

$$\begin{aligned} x_{((g,g,0),(RP,RP,0))}^g &= x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^g \\ x_{((d,d,0),(RP,RP,0))}^d &= x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^d \\ x_{((q,q,0),(RP,RP,0))}^q &= x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^q + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{((g,g,0),(e_1,1,0))}^g &= x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g \\ x_{((d,d,0),(e_1,1,0))}^d &= x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d \\ x_{((q,q,0),(e_1,1,0))}^q &= x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{((g,g,0),(e_1,2,0))}^g &= x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^g \\ x_{((d,d,0),(e_1,2,0))}^d &= x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^d \\ x_{((q,q,0),(e_1,2,0))}^q &= x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^q \end{aligned}$$

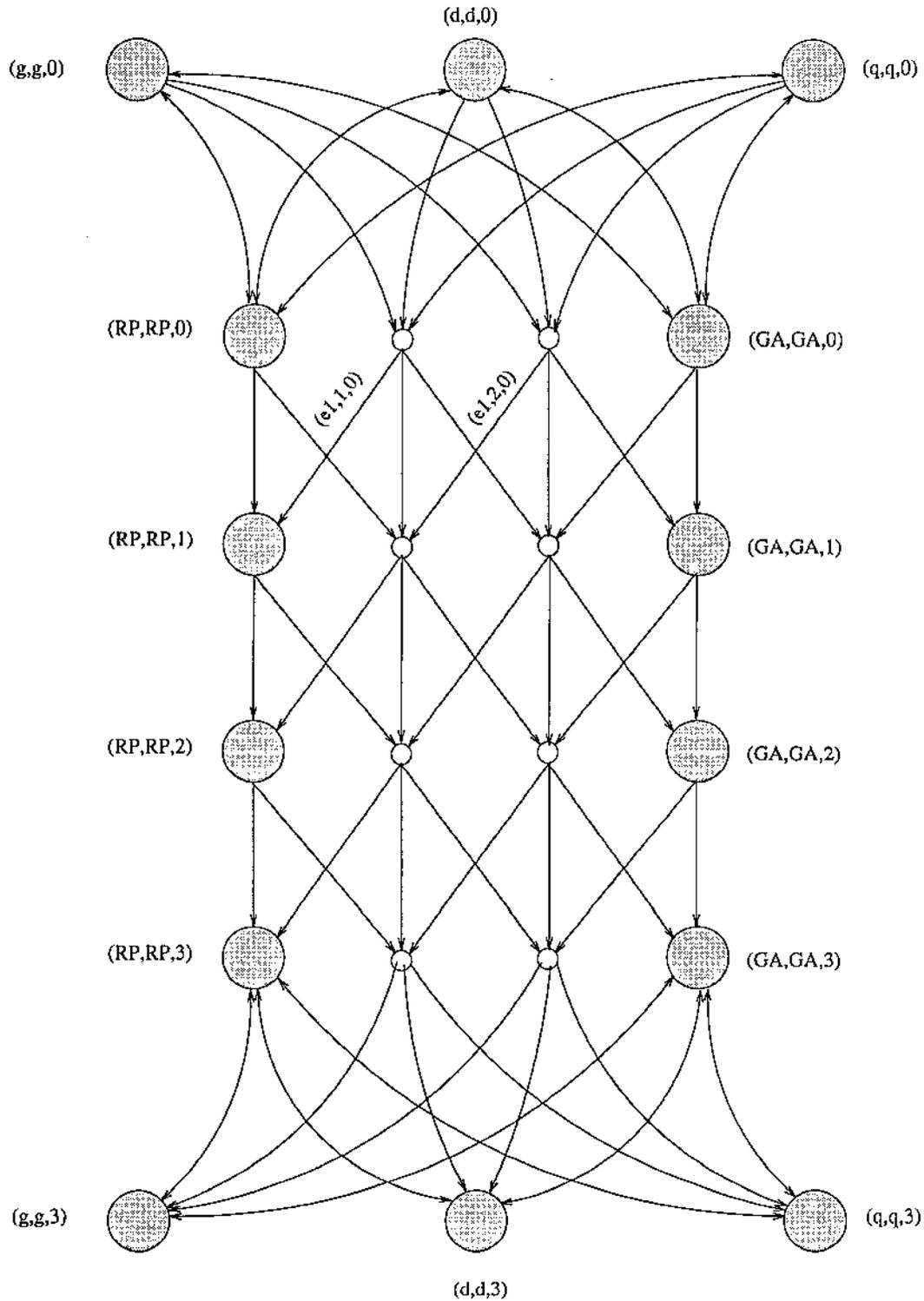


Figura C.2: rede  $G_T = (V_T, A_T)$  correspondente à rede  $G$  da Figura C.1.

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,0),(GA,GA,0))}^g &= x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^g \\
x_{((d,d,0),(GA,GA,0))}^d &= x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^d \\
x_{((q,q,0),(GA,GA,0))}^q &= x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^q + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x_{((g,g,1),(RP,RP,1))}^g + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^g = \\
&x_{((RP,RP,1),(g,g,1))}^g + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^g \\
&x_{((d,d,1),(RP,RP,1))}^d + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^d = \\
&x_{((RP,RP,1),(d,d,1))}^d + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^d \\
&x_{((q,q,1),(RP,RP,1))}^q + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^q = \\
&x_{((RP,RP,1),(q,q,1))}^q + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^q + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g = \\
&x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g \\
&x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d = \\
&x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d \\
&x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q = \\
&x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^g = \\
&x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^g \\
&x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^d = \\
&x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^d \\
&x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^q = \\
&x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((g,g,1),(GA,GA,1))}^g = \\
&x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(g,g,1))}^g \\
&x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((d,d,1),(GA,GA,1))}^d = \\
&x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(d,d,1))}^d \\
&x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^q + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^q + x_{((q,q,1),(GA,GA,1))}^q = \\
&x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(q,q,1))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x_{((g,g,2),(RP,RP,2))}^g + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^g = \\
&x_{((RP,RP,2),(g,g,2))}^g + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^g \\
&x_{((d,d,2),(RP,RP,2))}^d + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d = \\
&x_{((RP,RP,2),(d,d,2))}^d + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^d \\
&x_{((q,q,2),(RP,RP,2))}^q + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^q = \\
&x_{((RP,RP,2),(q,q,3))}^q + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^q + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g = \\
& x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g \\
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d = \\
& x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d \\
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q = \\
& x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^g = \\
& x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^g \\
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^d = \\
& x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^d \\
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^q = \\
& x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((g,g,2),(GA,GA,2))}^g = \\
& x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(g,g,2))}^g \\
& x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((d,d,2),(GA,GA,2))}^d = \\
& x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(d,d,2))}^d \\
& x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^q + x_{((q,q,2),(GA,GA,2))}^q = \\
& x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(q,q,2))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((g,g,3),(RP,RP,3))}^g + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^g = \\
& x_{((RP,RP,3),(g,g,3))}^g + x_{((RP,RP,3),(g,g,4))}^g \\
& x_{((d,d,3),(RP,RP,3))}^d + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^d = \\
& x_{((RP,RP,3),(d,d,3))}^d + x_{((RP,RP,3),(d,d,4))}^d \\
& x_{((q,q,3),(RP,RP,3))}^q + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q = \\
& x_{((RP,RP,3),(q,q,3))}^q + x_{((RP,RP,3),(q,q,4))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g = \\
& x_{((e_1,1,3),(g,g,4))}^g \\
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d = \\
& x_{((e_1,1,3),(d,d,4))}^d \\
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q = \\
& x_{((e_1,1,3),(q,q,4))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^g = \\
& \quad x_{((e_1,2,3),(g,g,4))}^g \\
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^d = \\
& \quad x_{((e_1,2,3),(d,d,4))}^d \\
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,3),(q,q,4))}^q \\
& x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((g,g,3),(GA,GA,3))}^g = \\
& \quad x_{((GA,GA,3),(g,g,3))}^g + x_{((GA,GA,3),(g,g,4))}^g \\
& x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((d,d,3),(GA,GA,3))}^d = \\
& \quad x_{((GA,GA,3),(d,d,3))}^d + x_{((GA,GA,3),(d,d,4))}^d \\
& x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^q + x_{((q,q,3),(GA,GA,3))}^q = \\
& \quad x_{((GA,GA,3),(q,q,3))}^q + x_{((GA,GA,3),(q,q,4))}^q
\end{aligned}$$

## 2. restrições de capacidade nos dutos:

$$x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^q + \\
x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^q \leq 100$$

$$x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^q + \\
x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^q \leq 100$$

$$x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^q + \\
x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q \leq 100$$

## 3. fluxo comum nos dutos:

$$\begin{aligned}
& x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q \\
& \quad x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q \\
& \quad x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q = \\
& \quad x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q \\
& \quad x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q = \\
& \quad x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^q = \\
& \\
& \quad x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^q = \\
& \quad \quad x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q = \\
& \quad \quad x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q = \\
& \quad x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^q = \\
& \\
& \quad x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q = \\
& \quad \quad x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q = \\
& \quad \quad x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q = \\
& \quad x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^q =
\end{aligned}$$

#### 4. restrições de capacidade de armazenamento nas bases:

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,0),(RP,RP,0))}^g &\leq 1000 \\
x_{((d,d,0),(RP,RP,0))}^d &\leq 1000 \\
x_{((q,q,0),(RP,RP,0))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,1),(RP,RP,1))}^g + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^g &\leq 1000 \\
x_{((d,d,1),(RP,RP,1))}^d + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^d &\leq 1000 \\
x_{((q,q,1),(RP,RP,1))}^q + x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(RP,RP,1))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,2),(RP,RP,2))}^g + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^g &\leq 1000 \\
x_{((d,d,2),(RP,RP,2))}^d + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d &\leq 1000 \\
x_{((q,q,2),(RP,RP,2))}^q + x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,3),(RP,RP,3))}^g + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^g &\leq 1000 \\
x_{((d,d,3),(RP,RP,3))}^d + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^d &\leq 1000 \\
x_{((q,q,3),(RP,RP,3))}^q + x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,0),(GA,GA,0))}^g &\leq 1000 \\
x_{((d,d,0),(GA,GA,0))}^d &\leq 1000 \\
x_{((q,q,0),(GA,GA,0))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^g + x_{((g,g,1),(GA,GA,1))}^g &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^d + x_{((d,d,1),(GA,GA,1))}^d &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,0),(GA,GA,1))}^q + x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^q + x_{((q,q,1),(GA,GA,1))}^q &\leq 1000 \\
\\
x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^g + x_{((g,g,2),(GA,GA,2))}^g &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^d + x_{((d,d,2),(GA,GA,2))}^d &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,1),(GA,GA,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^q + x_{((q,q,2),(GA,GA,2))}^q &\leq 1000 \\
\\
x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^g + x_{((g,g,3),(GA,GA,3))}^g &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^d + x_{((d,d,3),(GA,GA,3))}^d &\leq 1000 \\
x_{((e_1,2,2),(GA,GA,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^q + x_{((q,q,3),(GA,GA,3))}^q &\leq 1000
\end{aligned}$$

### 5. produção e demanda nas bases:

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,1),(RP,RP,1))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,1),(RP,RP,1))}^d &= 0 \\
x_{((q,q,1),(RP,RP,1))}^q &= 0 \\
x_{((RP,RP,1),(g,g,1))}^g &= 0 \\
x_{((RP,RP,1),(d,d,1))}^d &= 50 \\
x_{((RP,RP,1),(q,q,1))}^q &= 50 \\
\\
x_{((g,g,2),(RP,RP,2))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,2),(RP,RP,2))}^d &= 0 \\
x_{((q,q,2),(RP,RP,2))}^q &= 0 \\
x_{((RP,RP,2),(g,g,2))}^g &= 0 \\
x_{((RP,RP,2),(d,d,2))}^d &= 50 \\
x_{((RP,RP,2),(q,q,2))}^q &= 50 \\
\\
x_{((g,g,3),(RP,RP,3))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,3),(RP,RP,3))}^d &= 0 \\
x_{((q,q,3),(RP,RP,3))}^q &= 0 \\
x_{((RP,RP,3),(g,g,3))}^g &= 0 \\
x_{((RP,RP,3),(d,d,3))}^d &= 50 \\
x_{((RP,RP,3),(q,q,3))}^q &= 50 \\
\\
x_{((g,g,1),(GA,GA,1))}^g &= 0 \\
x_{((d,d,1),(GA,GA,1))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,1),(GA,GA,1))}^q &= 50 \\
x_{((GA,GA,1),(g,g,1))}^g &= 50 \\
x_{((GA,GA,1),(d,d,1))}^d &= 0 \\
x_{((GA,GA,1),(q,q,1))}^q &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,2),(GA,GA,2))}^g &= 0 \\
x_{((d,d,2),(GA,GA,2))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,2),(GA,GA,2))}^q &= 50 \\
x_{((GA,GA,2),(g,g,2))}^g &= 50 \\
x_{((GA,GA,2),(d,d,2))}^d &= 0 \\
x_{((GA,GA,2),(q,q,2))}^q &= 0 \\
\\
x_{((g,g,3),(GA,GA,3))}^g &= 0 \\
x_{((d,d,3),(GA,GA,3))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,3),(GA,GA,3))}^q &= 50 \\
x_{((GA,GA,3),(g,g,3))}^g &= 50 \\
x_{((GA,GA,3),(d,d,3))}^d &= 0 \\
x_{((GA,GA,3),(q,q,3))}^q &= 0
\end{aligned}$$

6. estoque inicial nas bases:

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,0),(RP,RP,0))}^g &= 500 \\
x_{((d,d,0),(RP,RP,0))}^d &= 150 \\
x_{((q,q,0),(RP,RP,0))}^q &= 100 \\
\\
x_{((g,g,0),(GA,GA,0))}^g &= 500 \\
x_{((d,d,0),(GA,GA,0))}^d &= 500 \\
x_{((q,q,0),(GA,GA,0))}^q &= 500
\end{aligned}$$

7. estoque inicial nos dutos:

$$\begin{aligned}
x_{((g,g,0),(e_1,1,0))}^g &= 0 \\
x_{((d,d,0),(e_1,1,0))}^d &= 100 \\
x_{((q,q,0),(e_1,1,0))}^q &= 0 \\
\\
x_{((g,g,0),(e_1,2,0))}^g &= 0 \\
x_{((d,d,0),(e_1,2,0))}^d &= 0 \\
x_{((q,q,0),(e_1,2,0))}^q &= 100
\end{aligned}$$

8. restrições de armazenamento de um único produto em cada segmento de duto:

$$\begin{aligned}
y_{(e_1,1,0)}^g + y_{(e_1,1,0)}^d + y_{(e_1,1,0)}^q &= 1 \\
x_{((g,g,0),(e_1,1,0))}^g &= (y_{(e_1,1,0)}^g)(100) \\
x_{((d,d,0),(e_1,1,0))}^d &= (y_{(e_1,1,0)}^d)(100) \\
x_{((q,q,0),(e_1,1,0))}^q &= (y_{(e_1,1,0)}^q)(100)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^d + y_{(e_1,2,0)}^q = 1 \\
& x_{((g,g,0),(e_1,2,0))}^g = (y_{(e_1,2,0)}^g)(100) \\
& x_{((d,d,0),(e_1,2,0))}^d = (y_{(e_1,2,0)}^d)(100) \\
& x_{((q,q,0),(e_1,2,0))}^q = (y_{(e_1,2,0)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,1,1)}^g + y_{(e_1,1,1)}^d + y_{(e_1,1,1)}^q = 1 \\
& x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g = (y_{(e_1,1,1)}^g)(100) \\
& x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d = (y_{(e_1,1,1)}^d)(100) \\
& x_{((RP,RP,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q = (y_{(e_1,1,1)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,2,1)}^g + y_{(e_1,2,1)}^d + y_{(e_1,2,1)}^q = 1 \\
& x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^g = (y_{(e_1,2,1)}^g)(100) \\
& x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^d = (y_{(e_1,2,1)}^d)(100) \\
& x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((GA,GA,0),(e_1,2,1))}^q = (y_{(e_1,2,1)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,1,2)}^g + y_{(e_1,1,2)}^d + y_{(e_1,1,2)}^q = 1 \\
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g = (y_{(e_1,1,2)}^g)(100) \\
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d = (y_{(e_1,1,2)}^d)(100) \\
& x_{((RP,RP,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q = (y_{(e_1,1,2)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,2,2)}^g + y_{(e_1,2,2)}^d + y_{(e_1,2,2)}^q = 1 \\
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^g = (y_{(e_1,2,2)}^g)(100) \\
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^d = (y_{(e_1,2,2)}^d)(100) \\
& x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^q = (y_{(e_1,2,2)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,1,3)}^g + y_{(e_1,1,3)}^d + y_{(e_1,1,3)}^q = 1 \\
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g = (y_{(e_1,1,3)}^g)(100) \\
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d = (y_{(e_1,1,3)}^d)(100) \\
& x_{((RP,RP,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q = (y_{(e_1,1,3)}^q)(100) \\
& y_{(e_1,2,3)}^g + y_{(e_1,2,3)}^d + y_{(e_1,2,3)}^q = 1 \\
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^g = (y_{(e_1,2,3)}^g)(100) \\
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^d = (y_{(e_1,2,3)}^d)(100) \\
& x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^q = (y_{(e_1,2,3)}^q)(100)
\end{aligned}$$

### 9. restrições de seqüenciamento:

$$\begin{aligned}
y_{(e_1,1,0)}^g & \leq y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^d \\
y_{(e_1,1,0)}^d & \leq y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^d + y_{(e_1,2,0)}^q \\
y_{(e_1,1,0)}^q & \leq y_{(e_1,2,0)}^g + y_{(e_1,2,0)}^d
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{(e_1,1,1)}^g &\leq y_{(e_1,2,1)}^g + y_{(e_1,2,1)}^d \\
y_{(e_1,1,1)}^d &\leq y_{(e_1,2,1)}^g + y_{(e_1,2,1)}^d + y_{(e_1,2,1)}^q \\
y_{(e_1,1,1)}^q &\leq y_{(e_1,2,1)}^g + y_{(e_1,2,1)}^d \\
\\
y_{(e_1,1,2)}^g &\leq y_{(e_1,2,2)}^g + y_{(e_1,2,2)}^d \\
y_{(e_1,1,2)}^d &\leq y_{(e_1,2,2)}^g + y_{(e_1,2,2)}^d + y_{(e_1,2,2)}^q \\
y_{(e_1,1,2)}^q &\leq y_{(e_1,2,2)}^g + y_{(e_1,2,2)}^d \\
\\
y_{(e_1,1,3)}^g &\leq y_{(e_1,2,3)}^g + y_{(e_1,2,3)}^d \\
y_{(e_1,1,3)}^d &\leq y_{(e_1,2,3)}^g + y_{(e_1,2,3)}^d + y_{(e_1,2,3)}^q \\
y_{(e_1,1,3)}^q &\leq y_{(e_1,2,3)}^g + y_{(e_1,2,3)}^d
\end{aligned}$$

As variáveis  $z_u^p$ , dependentes das variáveis  $y_u^p$ , são calculadas como segue:

$$\begin{aligned}
z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g &= y_{(e_1,1,1)}^g - y_{(e_1,1,0)}^g \\
z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d &= y_{(e_1,1,1)}^d - y_{(e_1,1,0)}^d \\
z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^q &= y_{(e_1,1,1)}^q - y_{(e_1,1,0)}^q \\
\\
z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g &= y_{(e_1,2,1)}^g - y_{(e_1,2,0)}^g \\
z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^d &= y_{(e_1,2,1)}^d - y_{(e_1,2,0)}^d \\
z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^q &= y_{(e_1,2,1)}^q - y_{(e_1,2,0)}^q \\
\\
z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^g &= y_{(e_1,1,2)}^g - y_{(e_1,1,1)}^g \\
z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^d &= y_{(e_1,1,2)}^d - y_{(e_1,1,1)}^d \\
z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q &= y_{(e_1,1,2)}^q - y_{(e_1,1,1)}^q \\
\\
z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^g &= y_{(e_1,2,2)}^g - y_{(e_1,2,1)}^g \\
z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^d &= y_{(e_1,2,2)}^d - y_{(e_1,2,1)}^d \\
z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^q &= y_{(e_1,2,2)}^q - y_{(e_1,2,1)}^q \\
\\
z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^g &= y_{(e_1,1,3)}^g - y_{(e_1,1,2)}^g \\
z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^d &= y_{(e_1,1,3)}^d - y_{(e_1,1,2)}^d \\
z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q &= y_{(e_1,1,3)}^q - y_{(e_1,1,2)}^q \\
\\
z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^g &= y_{(e_1,2,3)}^g - y_{(e_1,2,2)}^g \\
z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^d &= y_{(e_1,2,3)}^d - y_{(e_1,2,2)}^d \\
z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q &= y_{(e_1,2,3)}^q - y_{(e_1,2,2)}^q
\end{aligned}$$

Todas as restrições já foram definidas e resta apenas descrever a função objetivo. Assumindo 200 unidades monetária como custo de cada operação e custo

unitário para as operações de transportes, ou seja,  $co = 20$  e  $ct_e = 1$  para todo  $e \in E$ , pode-se especificar as funções  $f_1(S)$  e  $f_2(S)$  como:

$$f_1(S) = 200\{ z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^g + z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d + z_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^q + z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g + z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^d + z_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^q + z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^g + z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^d + z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q + z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^g + z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^d + z_{((e_1,2,1),(e_1,2,2))}^q + z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^g + z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^d + z_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q + z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^g + z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^d + z_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q \}$$

e

$$f_2(S) = x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^g + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^d + x_{((e_1,1,0),(e_1,2,1))}^q + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^g + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^d + x_{((e_1,2,0),(e_1,1,1))}^q + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^g + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^d + x_{((e_1,1,1),(e_1,2,2))}^q + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^d + x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^q + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^g + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^d + x_{((e_1,1,2),(e_1,2,3))}^q + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^g + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^d + x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q.$$

As variáveis não nulas da solução  $S$  ótima, ou seja, a solução que minimiza  $f(S) = f_1(S) + f_2(S)$  e satisfaz as restrições, estão abaixo descritas:

$$\begin{aligned} x_{((g,g,0),(RP,RP,0))}^g &= 500 \\ x_{((d,d,0),(RP,RP,0))}^d &= 150 \\ x_{((q,q,0),(RP,RP,0))}^q &= 100 \\ x_{((g,g,0),(GA,GA,0))}^g &= 500 \\ x_{((d,d,0),(GA,GA,0))}^d &= 500 \\ x_{((q,q,0),(GA,GA,0))}^q &= 500 \\ x_{((d,d,0),(e_1,1,0))}^d &= 100 \\ x_{((q,q,0),(e_1,2,0))}^q &= 100 \\ y_{(e_1,1,0)}^d &= 1 \\ y_{(e_1,2,0)}^q &= 1 \\ x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^g &= 500 \\ x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^d &= 150 \\ x_{((RP,RP,0),(RP,RP,1))}^q &= 100 \\ x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^g &= 500 \\ x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^d &= 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((GA,GA,0),(GA,GA,1))}^g &= 500 \\
x_{((e_1,1,0),(e_1,1,1))}^d &= 100 \\
x_{((e_1,2,0),(e_1,2,1))}^g &= 100 \\
y_{(e_1,1,1)}^d &= 1 \\
y_{(e_1,2,1)}^g &= 1 \\
x_{((g,g,1),(RP,RP,1))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,1),(RP,RP,1))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,1),(RP,RP,1))}^g &= 50 \\
x_{((g,g,1),(GA,GA,1))}^g &= 50 \\
x_{((d,d,1),(GA,GA,1))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,1),(GA,GA,1))}^g &= 50 \\
x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^g &= 520 \\
x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^d &= 100 \\
x_{((RP,RP,1),(RP,RP,2))}^g &= 50 \\
x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^g &= 450 \\
x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^d &= 550 \\
x_{((GA,GA,1),(GA,GA,2))}^g &= 450 \\
x_{((e_1,1,1),(RP,RP,2))}^d &= 100 \\
x_{((e_1,2,1),(e_1,1,2))}^g &= 100 \\
x_{((GA,GA,1),(e_1,2,2))}^g &= 100 \\
y_{(e_1,1,2)}^g &= 1 \\
y_{(e_1,2,2)}^g &= 1 \\
x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^g &= 550 \\
x_{((RP,RP,2),(RP,RP,3))}^d &= 150 \\
x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^g &= 400 \\
x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^d &= 600 \\
x_{((GA,GA,2),(GA,GA,3))}^g &= 450 \\
x_{((g,g,2),(RP,RP,2))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,2),(RP,RP,2))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,2),(RP,RP,2))}^g &= 50 \\
x_{((g,g,2),(GA,GA,2))}^g &= 50 \\
x_{((d,d,2),(GA,GA,2))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,2),(GA,GA,2))}^g &= 50 \\
x_{((GA,GA,2),(e_1,2,3))}^g &= 50
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{((e_1,1,2),(RP,RP,3))}^q &= 50 \\
x_{((e_1,2,2),(e_1,1,3))}^q &= 50 \\
x_{((e_1,1,2),(e_1,1,3))}^q &= 50 \\
x_{((e_1,2,2),(e_1,2,3))}^q &= 50 \\
y_{(e_1,1,3)}^q &= 1 \\
y_{(e_1,2,3)}^q &= 1 \\
x_{((g,g,3),(RP,RP,3))}^g &= 25 \\
x_{((d,d,3),(RP,RP,3))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,3),(RP,RP,3))}^q &= 50 \\
x_{((g,g,3),(GA,GA,3))}^g &= 50 \\
x_{((d,d,3),(GA,GA,3))}^d &= 50 \\
x_{((q,q,3),(GA,GA,3))}^q &= 50 \\
x_{((RP,RP,3),(g,g,4))}^g &= 575 \\
x_{((RP,RP,3),(d,d,4))}^d &= 100 \\
x_{((GA,GA,3),(g,g,4))}^g &= 350 \\
x_{((GA,GA,3),(d,d,4))}^d &= 650 \\
x_{((GA,GA,3),(q,q,4))}^q &= 500 \\
x_{((e_1,1,3),(g,q,4))}^q &= 100 \\
x_{((e_1,2,3),(g,q,4))}^q &= 100 \\
z_{((e_1,1,1),(e_1,1,2))}^q &= 1
\end{aligned}$$

Função objetivo:

$$f_1(S) = 200$$

$$f_2(S) = 150$$

$$f(S) = 350$$

A solução, acima apresentada, está ilustrada graficamente na Figura C.3.

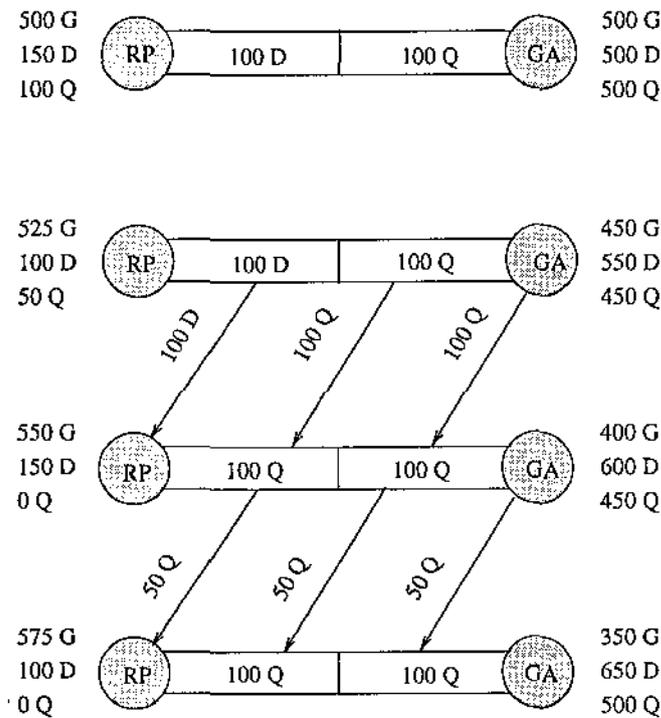


Figura C.3: ilustração das operações executadas no duto correspondentes à solução da instância exemplo do PTDPS. No início do primeiro período, o duto tem armazenado 100 u.v. de D e 100 u.v. de Q. Os estoques no início de cada período estão disponíveis ao lado de cada base. No início do primeiro período, por exemplo, a base RP possui 500 u.v. de G, 150 u.v. de D e 100 u.v. de Q. As operações são indicadas por arcos de um segmento para outro entre diferentes períodos. Durante o segundo período, 100 u.v. de Q são bombeadas na base GA e, conseqüentemente, 100 u.v. de D são removidas do duto e armazenadas na base RP. No primeiro período, o duto está parado e no último é transportado metade da quantidade máxima.

## Apêndice D

# Uma Solução para a Instância do PTDPS

Neste apêndice encontra-se uma solução para a instância do PTDPS. Os dados da instância estão relacionados no Apêndice B. Utilizou-se o *A-Team* proposto na abordagem heurística de decomposição e as quantidades dos *jobs* da Tabela B.3. A solução a ser apresentada atendeu os mercados consumidores para um intervalo de 120 horas. Uma solução com as mesmas características da em questão foi avaliada pela Petrobrás.

A solução é composta pela lista de operações de transporte a serem executadas em cada duto. Por questões de clareza, incorporou-se os *jobs* e suas rotas. A lista abaixo contém todas as operações, uma para cada duto, compreendendo:

1. o sentido das operações no duto (**Sentido**), indicado pelas bases de onde é removido e armazenado produto, respectivamente;
2. o *job* na extremidade de bombeamento (**Job1**);
3. o produto bombeado para o duto (**Pr1**);
4. o *job* na extremidade oposta ao bombeamento (**Job2**);
5. o produto recebido na extremidade oposta ao bombeamento (**Pr2**);
6. a quantidade transportada (**Quantidade**);
7. o instante em que inicia o transporte (**Início**);
8. o instante em que termina o transporte (**Fim**).

Duto: 01

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RP-BA	235	D	226	G	2472	26.00	37.24
RP-BA	317	D	226	G	28	38.00	38.13
RP-BA	317	D	nulo	G	2472	38.13	49.36
RP-BA	342	D	nulo	G	308	50.00	51.40
RP-BA	342	D	235	D	2164	51.40	61.24

Duto: 02

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RP-BA	5	H	54	G	2208	0.00	5.26
RP-BA	34	H	54	G	292	6.00	6.70
RP-BA	34	H	101	G	1916	6.70	11.26
RP-BA	55	H	101	G	584	11.26	12.65
RP-BA	55	H	160	G	1624	12.65	16.51
RP-BA	63	A	160	G	876	17.00	19.09
RP-BA	63	A	nulo	G	124	19.09	19.38
RP-BA	84	H	nulo	G	2208	20.00	25.26
RP-BA	97	H	nulo	G	248	25.26	25.85
RP-BA	97	H	5	H	1960	25.85	30.51
RP-BA	92	A	5	H	248	31.00	31.59
RP-BA	92	A	34	H	752	31.59	33.38
RP-BA	125	A	34	H	1000	33.38	35.76
RP-BA	172	A	34	H	456	35.76	36.85
RP-BA	172	A	55	H	544	36.85	38.14
RP-BA	217	A	55	H	1000	38.14	40.52
RP-BA	262	A	55	H	664	40.52	42.10
RP-BA	262	A	63	A	336	42.10	42.90
RP-BA	105	G	63	A	664	43.00	44.58
RP-BA	105	G	84	H	2208	48.00	53.26
RP-BA	105	G	97	H	128	53.26	53.56
RP-BA	173	G	97	H	2080	53.56	58.51
RP-BA	173	G	92	A	920	58.51	60.70
RP-BA	104	H	92	A	80	61.00	61.19
RP-BA	104	H	125	A	1000	61.19	63.57

RP-BA	104	H	172	A	1000	63.57	65.95
RP-BA	104	H	217	A	128	65.95	66.26
RP-BA	110	H	217	A	872	66.26	68.33
RP-BA	110	H	262	A	1000	68.33	70.71
RP-BA	110	H	105	G	336	70.71	71.51
RP-BA	118	H	105	G	2208	72.00	77.26
RP-BA	121	H	105	G	456	83.00	84.09
RP-BA	121	H	173	G	1752	84.09	88.26
RP-BA	149	H	173	G	1248	88.26	91.23
RP-BA	149	H	104	H	960	91.23	93.51
RP-BA	155	H	104	H	1248	93.51	96.49
RP-BA	155	H	110	H	960	96.49	98.77
RP-BA	164	H	110	H	1248	99.00	101.97
RP-BA	164	H	118	H	960	101.97	104.26
RP-BA	171	H	118	H	1248	104.26	107.23
RP-BA	171	H	121	H	960	107.23	109.51
RP-BA	178	H	121	H	1248	110.00	112.97
RP-BA	178	H	149	H	960	112.97	115.26
RP-BA	207	H	149	H	1248	116.00	118.97
RP-BA	207	H	155	H	960	118.97	121.26

Duto: 03

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
UT-BA	30	A	1	H	1000	0.00	2.00
UT-BA	73	G	1	H	1208	43.00	45.42
UT-BA	73	G	14	H	1292	45.42	48.00
UT-BA	280	D	14	H	916	59.00	60.83
UT-BA	280	D	nulo	H	1556	60.83	63.94
UT-BA	385	D	nulo	H	28	64.00	64.06
UT-BA	385	D	30	A	1000	71.00	73.00
UT-BA	385	D	73	G	1444	78.00	80.89
UT-BA	201	D	73	G	1056	80.89	83.00
UT-BA	201	D	280	D	1416	83.00	85.83
UT-BA	343	G	280	D	1056	93.00	95.11
UT-BA	343	G	385	D	1444	95.11	98.00
BA-UT	385	D	343	G	1444	98.00	100.89
BA-UT	311	G	343	G	1056	100.89	103.00
BA-UT	311	G	201	D	1944	103.00	106.89

BA-UT	294	H	201	D	528	107.00	108.06
BA-UT	294	H	385	D	1972	108.06	112.00
BA-UT	310	H	385	D	500	112.00	113.00
BA-UT	310	H	311	G	2000	113.00	117.00
BA-UT	323	H	311	G	1000	117.00	119.00
BA-UT	323	H	294	H	1500	119.00	122.00

Duto: 04

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RC-UT	20	D	nulo	D	1800	0.00	4.00
RC-UT	20	D	20	D	700	4.00	5.56
RC-UT	42	D	20	D	1800	6.00	10.00
RC-UT	42	D	42	D	700	10.00	11.56
RC-UT	64	D	42	D	1800	11.56	15.56
RC-UT	64	D	64	D	700	15.56	17.11
RC-UT	169	D	64	D	1800	17.11	21.11
RC-UT	169	D	169	D	700	21.11	22.67
RC-UT	280	D	169	D	1800	23.00	27.00
RC-UT	280	D	280	D	672	27.00	28.49
RC-UT	385	D	280	D	1800	28.49	32.49
RC-UT	385	D	385	D	672	32.49	33.99
RC-UT	52	G	385	D	1800	36.00	40.00
RC-UT	52	G	52	G	600	40.00	41.33
RC-UT	421	D	52	G	1800	108.00	112.00
RC-UT	421	D	421	D	672	113.00	114.49

Duto: 05

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
SB-RC	33	G	nulo	D	2399	8.00	13.33
SB-RC	33	G	nulo	G	1	13.33	13.33
SB-RC	145	D	nulo	G	1200	13.33	16.00
SB-RC	145	D	33	G	1300	16.00	18.89

Duto: 06

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RC-UT	8	G	nulo	G	800	0.00	4.00
RC-UT	8	G	8	G	1600	4.00	12.00
RC-UT	103	G	8	G	800	16.00	20.00
RC-UT	103	G	103	G	1600	20.00	28.00

Duto: 07

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RV-GA	78	D	12	Q	2500	0.00	1.79
RV-GA	78	D	21	Q	500	1.79	2.14
RV-GA	140	D	21	Q	2000	2.14	3.57
RV-GA	140	D	49	Q	1000	6.00	6.71
RV-GA	39	G	49	Q	1500	7.00	8.07
RV-GA	39	G	393	Q	1000	10.00	10.71
RV-GA	48	G	393	Q	1500	11.00	12.07
RV-GA	48	G	nulo	Q	1000	20.00	20.71
RV-GA	57	G	nulo	Q	200	21.00	21.14
RV-GA	57	G	78	D	2300	21.14	22.79
RV-GA	70	G	78	D	700	23.00	23.50
RV-GA	70	G	140	D	1800	23.50	24.79
RV-GA	86	G	140	D	1200	29.00	29.86
RV-GA	86	G	39	G	1300	29.86	30.79
RV-GA	124	G	39	G	1200	30.79	31.64
RV-GA	124	G	48	G	1300	31.64	32.57
RV-GA	135	G	48	G	1200	32.57	33.43
RV-GA	135	G	57	G	1300	33.43	34.36
RV-GA	150	G	57	G	1200	34.36	35.21
RV-GA	150	G	70	G	1300	35.21	36.14
RV-GA	161	G	70	G	1200	36.14	37.00
RV-GA	161	G	86	G	1300	37.00	37.93
RV-GA	180	D	86	G	1200	38.00	38.86
RV-GA	180	D	124	G	1800	38.86	40.14
RV-GA	181	D	124	G	700	40.14	40.64
RV-GA	181	D	135	G	1800	40.64	41.93

RV-GA	319	D	135	G	700	41.93	42.43
RV-GA	319	D	150	G	1800	42.43	43.71
RV-GA	322	D	150	G	700	43.71	44.21
RV-GA	322	D	161	G	2300	44.21	45.86
RV-GA	45	Q	161	G	200	46.00	46.14
RV-GA	45	Q	180	D	800	46.14	46.71
RV-GA	51	Q	180	D	2200	46.71	48.29
RV-GA	51	Q	181	D	300	48.29	48.50
RV-GA	179	Q	181	D	1000	49.00	49.71

Duto: 08

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
GA-TB	10	G	nulo	H	2500	0.00	1.79
GA-TB	15	G	nulo	H	2500	2.00	3.79
GA-TB	25	G	nulo	H	2500	4.00	5.79
GA-TB	62	G	nulo	H	2500	5.79	7.57
GA-TB	99	G	nulo	H	2500	8.00	9.79
GA-TB	112	G	nulo	H	760	10.00	10.54
GA-TB	112	G	2	G	1740	10.54	11.79
GA-TB	162	G	2	G	760	12.00	12.54
GA-TB	162	G	3	G	1740	12.54	13.79
GA-TB	177	G	3	G	760	14.00	14.54
GA-TB	177	G	7	G	1740	14.54	15.79
GA-TB	188	G	7	G	760	15.79	16.33
GA-TB	188	G	nulo	G	1640	16.33	17.50
GA-TB	188	G	10	G	100	17.50	17.57
GA-TB	195	G	10	G	2400	18.00	19.71
GA-TB	195	G	15	G	100	19.71	19.79
GA-TB	255	G	15	G	2400	20.00	21.71
GA-TB	255	G	25	G	100	21.71	21.79
GA-TB	271	G	25	G	2400	21.79	23.50
GA-TB	271	G	62	G	100	23.50	23.57
GA-TB	308	G	62	G	2400	30.00	31.71
GA-TB	308	G	99	G	100	31.71	31.79
GA-TB	39	G	99	G	2400	32.00	33.71
GA-TB	39	G	112	G	100	33.71	33.79
GA-TB	48	G	112	G	2400	34.00	35.71
GA-TB	48	G	162	G	100	35.71	35.79

GA-TB	326	G	162	G	2400	35.79	37.50
GA-TB	326	G	177	G	100	37.50	37.57
GA-TB	70	G	177	G	2400	42.00	43.71
GA-TB	70	G	188	G	100	43.71	43.79
GA-TB	86	G	188	G	2400	44.00	45.71
GA-TB	86	G	195	G	100	45.71	45.79
GA-TB	124	G	195	G	2400	45.79	47.50
GA-TB	124	G	255	G	100	47.50	47.57
TB-GA	255	G	124	G	100	47.57	47.64
TB-GA	187	G	124	G	2400	47.64	49.36
TB-GA	187	G	86	G	600	49.36	49.79
TB-GA	23	A	86	G	1000	49.79	50.50
TB-GA	40	A	86	G	900	51.00	51.64
TB-GA	40	A	70	G	100	51.64	51.71
TB-GA	278	G	70	G	2400	51.71	53.43
TB-GA	278	G	326	G	600	53.43	53.86
TB-GA	53	A	326	G	1000	56.00	56.71
TB-GA	72	A	326	G	900	76.00	76.64
TB-GA	72	A	48	G	100	76.64	76.71
TB-GA	91	A	48	G	1000	96.00	96.71
TB-GA	116	A	48	G	1000	112.00	112.71

Duto: 09

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RP-GA	154	G	76	G	2400	0.00	1.71
RP-GA	154	G	129	G	600	1.71	2.14
RP-GA	244	G	129	G	1800	2.14	3.43
RP-GA	244	G	337	G	1200	3.43	4.29
RP-GA	37	D	337	G	1300	5.00	5.93
RP-GA	37	D	410	G	1700	5.93	7.14
RP-GA	36	Q	410	G	800	8.00	8.57
RP-GA	36	Q	482	G	1700	8.57	9.79

Duto: 10

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
---------	------	-----	------	-----	------------	--------	-----

---

GA-GU	107	H	26	H	1656	0.00	1.18
GA-GU	56	A	26	H	844	2.00	2.60
GA-GU	56	A	35	H	156	2.60	2.71
GA-GU	264	A	35	H	1000	2.71	3.43
GA-GU	314	A	35	H	500	3.43	3.79
GA-GU	314	A	44	H	500	3.79	4.14
GA-GU	114	H	44	H	2000	5.00	6.43
GA-GU	114	H	58	H	500	6.43	6.79
GA-GU	136	H	58	H	1156	6.79	7.61
GA-GU	136	H	66	H	500	7.61	7.97
GA-GU	146	H	66	H	2000	7.97	9.40
GA-GU	146	H	80	H	500	9.40	9.75
GA-GU	167	H	80	H	1156	9.75	10.58
GA-GU	167	H	90	H	500	10.58	10.94
GA-GU	170	H	90	H	2000	10.94	12.37
GA-GU	170	H	nulo	H	500	12.37	12.72
GA-GU	202	H	nulo	H	328	13.00	13.23
GA-GU	202	H	27	A	1000	13.23	13.95
GA-GU	202	H	nulo	A	4	13.95	13.95
GA-GU	202	H	107	H	324	13.95	14.18
GA-GU	206	H	107	H	1332	14.18	15.13
GA-GU	206	H	56	A	1000	15.13	15.85
GA-GU	206	H	264	A	168	15.85	15.97
GA-GU	236	H	264	A	832	16.00	16.59
GA-GU	236	H	314	A	824	16.59	17.18
GA-GU	241	H	314	A	176	17.18	17.31
GA-GU	241	H	114	H	2324	17.31	18.97
GA-GU	272	H	114	H	176	19.00	19.13
GA-GU	272	H	136	H	1656	19.13	20.31
GA-GU	272	H	146	H	668	20.31	20.79
GA-GU	281	H	146	H	1656	21.00	22.18
GA-GU	315	H	146	H	176	22.18	22.31
GA-GU	315	H	167	H	1480	22.31	23.37
GA-GU	76	G	167	H	176	24.00	24.13
GA-GU	76	G	170	H	2224	24.13	25.71
GA-GU	79	G	170	H	276	26.00	26.20
GA-GU	79	G	202	H	1656	26.20	27.38
GA-GU	79	G	206	H	568	27.38	27.79
GA-GU	129	G	206	H	1932	27.79	29.17
GA-GU	129	G	236	H	468	29.17	29.50
GA-GU	140	D	236	H	1188	30.00	30.85

GA-GU	140	D	241	H	1812	30.85	32.14
GA-GU	49	Q	241	H	688	33.00	33.49
GA-GU	49	Q	272	H	1812	33.49	34.79

Duto: 11

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
GU-UT	16	G	4	H	2400	0.00	1.71
GU-UT	26	H	4	H	100	3.00	3.07
GU-UT	26	H	11	H	2400	3.07	4.79
GU-UT	44	H	11	H	100	7.00	7.07
GU-UT	44	H	nulo	H	600	7.07	7.50
GU-UT	44	H	16	G	1800	12.00	13.29
GU-UT	66	H	16	G	600	13.29	13.71
GU-UT	66	H	26	H	1900	13.71	15.07
GU-UT	90	H	26	H	600	15.07	15.50
GU-UT	90	H	44	H	1900	15.50	16.86
GU-UT	114	H	44	H	600	20.00	20.43
GU-UT	114	H	66	H	1900	20.43	21.79
GU-UT	146	H	66	H	600	23.00	23.43
GU-UT	146	H	90	H	1900	23.43	24.79
GU-UT	170	H	90	H	600	27.00	27.43
GU-UT	170	H	114	H	1900	27.43	28.79
GU-UT	206	H	114	H	600	30.00	30.43
GU-UT	206	H	146	H	1900	30.43	31.79
GU-UT	241	H	146	H	600	34.00	34.43
GU-UT	241	H	170	H	1900	34.43	35.79

Duto: 14

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
GA-SZ	12	Q	218	D	2500	2.00	5.57
GA-SZ	21	Q	285	D	2500	5.57	9.14
GA-SZ	393	Q	nulo	D	600	16.00	16.86
GA-SZ	393	Q	12	Q	1900	16.86	19.57
GA-SZ	78	D	12	Q	600	24.00	24.86

GA-SZ	78	D	21	Q	2400	24.86	28.29
GA-SZ	57	G	21	Q	100	38.00	38.14
GA-SZ	57	G	393	Q	2400	38.14	41.57
GA-SZ	135	G	393	Q	100	48.00	48.14
GA-SZ	135	G	78	D	2400	48.14	51.57
GA-SZ	161	G	78	D	600	52.00	52.86
GA-SZ	161	G	57	G	1900	62.00	64.71

Duto: 15

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
SZ-GU	218	D	31	D	2500	6.00	9.57
SZ-GU	285	D	71	D	2500	9.57	13.14
SZ-GU	123	D	nulo	D	600	16.00	16.86
SZ-GU	123	D	218	D	1900	16.86	19.57
SZ-GU	12	Q	218	D	600	25.00	25.86
SZ-GU	12	Q	285	D	1900	25.86	28.57
SZ-GU	252	D	285	D	600	32.00	32.86
SZ-GU	252	D	123	D	1900	32.86	35.57
SZ-GU	21	Q	123	D	600	39.00	39.86
SZ-GU	21	Q	12	Q	1900	39.86	42.57
SZ-GU	393	Q	12	Q	600	49.00	49.86
SZ-GU	393	Q	252	D	1900	49.86	52.57
SZ-GU	78	D	252	D	600	53.00	53.86
SZ-GU	78	D	21	Q	2400	53.86	57.29
SZ-GU	106	G	21	Q	100	58.00	58.14
SZ-GU	106	G	393	Q	2400	58.14	61.57
SZ-GU	193	G	393	Q	100	61.57	61.71
SZ-GU	193	G	78	D	2400	61.71	65.14

Duto: 16

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RC-SZ	106	G	123	D	2500	12.00	15.57
RC-SZ	193	G	252	D	2500	28.00	31.57
RC-SZ	227	G	nulo	D	600	32.00	32.86

RC-SZ	227	G	106	G	1900	32.86	35.57
RC-SZ	377	G	106	G	600	42.00	42.86
RC-SZ	377	G	193	G	1900	42.86	45.57
RC-SZ	444	G	193	G	600	45.57	46.43
RC-SZ	444	G	227	G	1900	66.00	68.71

Duto: 17

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RC-UT	87	D	73	G	2500	34.00	37.57
RC-UT	113	D	nulo	G	300	38.00	38.43
RC-UT	113	D	87	D	2200	40.00	43.14
RC-UT	201	D	87	D	300	60.00	60.43
RC-UT	201	D	113	D	2172	60.43	63.53
RC-UT	240	G	113	D	328	69.00	69.47
RC-UT	240	G	201	D	2072	69.47	72.43
RC-UT	343	G	201	D	400	73.00	73.57
RC-UT	343	G	240	G	2100	73.57	76.57
RC-UT	204	D	240	G	300	84.00	84.43
RC-UT	204	D	343	G	2200	84.43	87.57
RC-UT	384	G	343	G	300	92.00	92.43
RC-UT	384	G	204	D	2200	92.43	95.57

Duto: 18

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
GA-RV	222	H	189	H	1000	36.00	37.43
GA-RV	222	H	203	H	1500	88.00	90.14

Duto: 19

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RV-RD	176	G	nulo	G	2553	0.00	3.65

RV-RD	176	G	17	H	447	3.65	4.29
RV-RD	24	N	17	H	1992	4.29	7.13
RV-RD	46	N	17	H	61	7.13	7.22
RV-RD	46	N	nulo	H	1902	7.22	9.94
RV-RD	46	N	nulo	A	29	9.94	9.98
RV-RD	67	N	nulo	A	1992	9.98	12.82
RV-RD	94	N	nulo	A	1992	12.82	15.67
RV-RD	119	N	nulo	A	1992	16.00	18.85
RV-RD	132	D	nulo	A	3000	19.00	23.29
RV-RD	131	Q	nulo	A	1000	24.00	25.43
RV-RD	230	Q	nulo	A	476	26.00	26.68
RV-RD	230	Q	28	H	524	26.68	27.43
RV-RD	292	Q	28	H	1000	27.43	28.86
RV-RD	341	Q	28	H	976	28.86	30.25
RV-RD	341	Q	43	H	24	30.25	30.29
RV-RD	419	Q	43	H	1000	31.00	32.43
RV-RD	420	D	43	H	1476	32.43	34.54
RV-RD	420	D	59	H	1524	34.54	36.71
RV-RD	152	N	59	H	976	36.71	38.11
RV-RD	152	N	74	H	1016	38.11	39.56
RV-RD	182	N	74	H	1484	39.56	41.68
RV-RD	182	N	93	H	508	41.68	42.41
RV-RD	219	N	93	H	1992	42.41	45.25
RV-RD	257	N	111	H	1992	46.00	48.85
RV-RD	295	N	111	H	508	49.00	49.73
RV-RD	295	N	126	H	1484	49.73	51.85
RV-RD	332	N	126	H	1016	52.00	53.45
RV-RD	332	N	151	H	976	53.45	54.85
RV-RD	367	N	151	H	1524	54.85	57.02
RV-RD	367	N	nulo	H	468	57.02	57.69
RV-RD	402	N	nulo	H	1296	58.00	59.85
RV-RD	402	N	176	G	696	59.85	60.85
RV-RD	439	N	176	G	1992	60.85	63.69
RV-RD	474	N	176	G	312	63.69	64.14
RV-RD	474	N	24	N	1680	64.14	66.54

Duto: 21

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
---------	------	-----	------	-----	------------	--------	-----

RB-SB	19	D	nulo	D	2000	0.00	4.00
RB-SB	19	D	19	D	500	4.00	5.00
RB-SB	29	D	19	D	2000	5.00	9.00
RB-SB	29	D	29	D	500	9.00	10.00
RB-SB	38	D	29	D	2000	10.00	14.00
RB-SB	38	D	38	D	500	14.00	15.00
RB-SB	47	D	38	D	2000	15.00	19.00
RB-SB	47	D	47	D	500	19.00	20.00
RB-SB	60	D	47	D	2000	20.00	24.00
RB-SB	60	D	60	D	500	24.00	25.00
RB-SB	68	D	60	D	2000	25.00	29.00
RB-SB	68	D	68	D	500	29.00	30.00
RB-SB	81	D	68	D	2000	30.00	34.00
RB-SB	81	D	81	D	500	34.00	35.00
RB-SB	89	D	81	D	2000	35.00	39.00
RB-SB	89	D	89	D	500	39.00	40.00
RB-SB	102	D	89	D	2000	40.00	44.00
RB-SB	102	D	102	D	500	44.00	45.00
RB-SB	142	D	102	D	2000	45.00	49.00
RB-SB	142	D	142	D	500	49.00	50.00
RB-SB	174	D	142	D	2000	50.00	54.00
RB-SB	174	D	174	D	500	54.00	55.00
RB-SB	190	D	174	D	2000	55.00	59.00
RB-SB	190	D	190	D	500	59.00	60.00
RB-SB	208	D	190	D	2000	60.00	64.00
RB-SB	208	D	208	D	500	64.00	65.00
RB-SB	220	D	208	D	2000	65.00	69.00
RB-SB	220	D	220	D	500	69.00	70.00
RB-SB	237	D	220	D	2000	70.00	74.00
RB-SB	237	D	237	D	500	74.00	75.00
RB-SB	258	D	237	D	2000	75.00	79.00
RB-SB	258	D	258	D	500	79.00	80.00
RB-SB	283	D	258	D	2000	80.00	84.00
RB-SB	283	D	283	D	500	84.00	85.00
RB-SB	289	D	283	D	2000	85.00	89.00
RB-SB	289	D	289	D	500	89.00	90.00
RB-SB	307	D	289	D	2000	90.00	94.00
RB-SB	307	D	307	D	500	94.00	95.00
RB-SB	324	D	307	D	2000	95.00	99.00
RB-SB	324	D	324	D	500	99.00	100.00
RB-SB	338	D	324	D	2000	105.00	109.00
RB-SB	338	D	338	D	500	109.00	110.00

---

RB-SB	364	D	338	D	2000	117.00	121.00
-------	-----	---	-----	---	------	--------	--------

---

Duto: 22

---

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RB-SB	41	G	18	G	1344	0.00	2.24
RB-SB	50	G	nulo	G	1056	3.00	4.76
RB-SB	50	G	41	G	288	4.76	5.24
RB-SB	69	G	41	G	1056	5.24	7.00
RB-SB	69	G	50	G	288	7.00	7.48
RB-SB	75	G	50	G	1056	12.00	13.76
RB-SB	75	G	69	G	288	13.76	14.24
RB-SB	85	G	69	G	1056	14.24	16.00
RB-SB	85	G	75	G	288	16.00	16.48
RB-SB	98	G	75	G	1056	17.00	18.76
RB-SB	98	G	85	G	288	18.76	19.24
RB-SB	108	G	85	G	1056	19.24	21.00
RB-SB	108	G	98	G	288	21.00	21.48
RB-SB	120	G	98	G	1056	21.48	23.24
RB-SB	120	G	108	G	288	23.24	23.72
RB-SB	128	G	108	G	1056	23.72	25.48
RB-SB	128	G	120	G	288	25.48	25.96
RB-SB	143	G	120	G	1056	25.96	27.72
RB-SB	143	G	128	G	288	27.72	28.20
RB-SB	157	G	128	G	1056	28.20	29.96
RB-SB	157	G	143	G	288	29.96	30.44
RB-SB	168	G	143	G	1056	30.44	32.20
RB-SB	168	G	157	G	288	32.20	32.68
RB-SB	183	G	157	G	1056	33.00	34.76
RB-SB	183	G	168	G	288	34.76	35.24
RB-SB	194	G	168	G	1056	36.00	37.76
RB-SB	194	G	183	G	288	37.76	38.24
RB-SB	213	G	183	G	1056	38.24	40.00
RB-SB	213	G	194	G	288	40.00	40.48
RB-SB	223	G	194	G	1056	41.00	42.76
RB-SB	223	G	213	G	288	42.76	43.24
RB-SB	238	G	213	G	1056	48.00	49.76
RB-SB	238	G	223	G	288	49.76	50.24
RB-SB	254	G	223	G	1056	51.00	52.76

RB-SB	254	G	238	G	288	52.76	53.24
RB-SB	270	G	238	G	1056	54.00	55.76
RB-SB	270	G	254	G	288	55.76	56.24
RB-SB	286	G	254	G	1056	56.24	58.00
RB-SB	286	G	270	G	288	58.00	58.48
RB-SB	296	G	270	G	1056	58.48	60.24
RB-SB	296	G	286	G	288	60.24	60.72
RB-SB	316	G	286	G	1056	61.00	62.76
RB-SB	316	G	296	G	288	62.76	63.24
RB-SB	325	G	296	G	1056	64.00	65.76
RB-SB	325	G	316	G	288	65.76	66.24
RB-SB	339	G	316	G	1056	67.00	68.76
RB-SB	339	G	325	G	288	68.76	69.24
RB-SB	354	G	325	G	1056	69.24	71.00
RB-SB	354	G	339	G	288	71.00	71.48
RB-SB	372	G	339	G	1056	72.00	73.76
RB-SB	372	G	354	G	288	73.76	74.24
RB-SB	388	G	354	G	1056	75.00	76.76
RB-SB	388	G	372	G	288	76.76	77.24
RB-SB	398	G	372	G	1056	77.24	79.00
RB-SB	398	G	388	G	288	79.00	79.48
RB-SB	417	G	388	G	1056	79.48	81.24
RB-SB	417	G	398	G	288	81.24	81.72
RB-SB	429	G	398	G	1056	82.00	83.76
RB-SB	429	G	417	G	288	83.76	84.24
RB-SB	445	G	417	G	1056	85.00	86.76
RB-SB	445	G	429	G	288	86.76	87.24
RB-SB	460	G	429	G	1056	88.00	89.76
RB-SB	460	G	445	G	288	89.76	90.24
RB-SB	476	G	445	G	1056	90.24	92.00
RB-SB	476	G	460	G	288	92.00	92.48
RB-SB	489	G	460	G	1056	92.48	94.24
RB-SB	489	G	476	G	288	94.24	94.72

Duto: 23

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
SB-ST	32	G	6	G	1344	5.00	7.24

Duto: 24

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
SB-ST	22	G	9	G	1344	0.00	1.34
SB-ST	61	G	13	G	1344	1.34	2.69
SB-ST	18	G	nulo	G	1312	3.00	4.31
SB-ST	18	G	22	G	32	4.31	4.34
SB-ST	41	G	22	G	1312	14.00	15.31
SB-ST	41	G	61	G	32	15.31	15.34
SB-ST	50	G	61	G	1312	16.00	17.31
SB-ST	50	G	18	G	32	17.31	17.34
SB-ST	69	G	18	G	1312	17.34	18.66
SB-ST	69	G	41	G	32	18.66	18.69
SB-ST	233	G	41	G	1312	18.69	20.00
SB-ST	233	G	50	G	32	20.00	20.03
SB-ST	75	G	50	G	1312	20.03	21.34
SB-ST	75	G	69	G	32	21.34	21.38
SB-ST	85	G	69	G	1312	21.38	22.69
SB-ST	85	G	233	G	32	22.69	22.72
SB-ST	98	G	233	G	1312	24.00	25.31
SB-ST	98	G	75	G	32	25.31	25.34
SB-ST	108	G	75	G	1312	26.00	27.31
SB-ST	108	G	85	G	32	27.31	27.34
SB-ST	120	G	85	G	1312	28.00	29.31
SB-ST	120	G	98	G	32	29.31	29.34
SB-ST	128	G	98	G	1312	30.00	31.31
SB-ST	128	G	108	G	32	31.31	31.34
SB-ST	143	G	108	G	1312	33.00	34.31
SB-ST	143	G	120	G	32	34.31	34.34
SB-ST	157	G	120	G	1312	35.00	36.31
SB-ST	157	G	128	G	32	36.31	36.34
SB-ST	168	G	128	G	1312	38.00	39.31
SB-ST	168	G	143	G	32	39.31	39.34
SB-ST	183	G	143	G	1312	40.00	41.31
SB-ST	183	G	157	G	32	41.31	41.34
SB-ST	194	G	157	G	1312	43.00	44.31
SB-ST	194	G	168	G	32	44.31	44.34
SB-ST	234	G	168	G	1312	48.00	49.31
SB-ST	234	G	183	G	32	49.31	49.34

---

SB-ST	213	G	183	G	1312	50.00	51.31
SB-ST	213	G	194	G	32	51.31	51.34
SB-ST	223	G	194	G	1312	53.00	54.31
SB-ST	223	G	234	G	32	54.31	54.34
SB-ST	238	G	234	G	1312	56.00	57.31
SB-ST	238	G	213	G	32	57.31	57.34
SB-ST	254	G	213	G	1312	58.00	59.31
SB-ST	254	G	223	G	32	59.31	59.34
SB-ST	270	G	223	G	1312	61.00	62.31
SB-ST	270	G	238	G	32	62.31	62.34
SB-ST	286	G	238	G	1312	63.00	64.31
SB-ST	286	G	254	G	32	64.31	64.34
SB-ST	296	G	254	G	1312	66.00	67.31
SB-ST	296	G	270	G	32	67.31	67.34
SB-ST	316	G	270	G	1312	69.00	70.31
SB-ST	316	G	286	G	32	70.31	70.34
SB-ST	325	G	286	G	1312	72.00	73.31
SB-ST	325	G	296	G	32	73.31	73.34
SB-ST	339	G	296	G	1312	74.00	75.31
SB-ST	339	G	316	G	32	75.31	75.34
SB-ST	354	G	316	G	1312	77.00	78.31
SB-ST	354	G	325	G	32	78.31	78.34
SB-ST	372	G	325	G	1312	80.00	81.31
SB-ST	372	G	339	G	32	81.31	81.34
SB-ST	388	G	339	G	1312	81.34	82.66
SB-ST	388	G	354	G	32	82.66	82.69
SB-ST	398	G	354	G	1312	84.00	85.31
SB-ST	398	G	372	G	32	85.31	85.34
SB-ST	417	G	372	G	1312	87.00	88.31
SB-ST	417	G	388	G	32	88.31	88.34
SB-ST	429	G	388	G	1312	90.00	91.31
SB-ST	429	G	398	G	32	91.31	91.34
SB-ST	445	G	398	G	1312	93.00	94.31
SB-ST	445	G	417	G	32	94.31	94.34
SB-ST	460	G	417	G	1312	95.00	96.31
SB-ST	460	G	429	G	32	96.31	96.34

---

Duto: 25

---

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
---------	------	-----	------	-----	------------	--------	-----

SB-ST	117	D	nulo	D	2400	0.00	4.00
SB-ST	117	D	117	D	100	4.00	4.17
SB-ST	127	D	117	D	2400	4.17	8.17
SB-ST	127	D	127	D	100	8.17	8.33
SB-ST	19	D	127	D	2400	9.00	13.00
SB-ST	19	D	19	D	100	13.00	13.17
SB-ST	29	D	19	D	2400	19.00	23.00
SB-ST	29	D	29	D	100	23.00	23.17
SB-ST	38	D	29	D	2400	24.00	28.00
SB-ST	38	D	38	D	100	28.00	28.17
SB-ST	47	D	38	D	2400	28.17	32.17
SB-ST	47	D	47	D	100	32.17	32.33
SB-ST	60	D	47	D	2400	32.33	36.33
SB-ST	60	D	60	D	100	36.33	36.50
SB-ST	68	D	60	D	2400	36.50	40.50
SB-ST	68	D	68	D	100	40.50	40.67
SB-ST	81	D	68	D	2400	41.00	45.00
SB-ST	81	D	81	D	100	45.00	45.17
SB-ST	89	D	81	D	2400	46.00	50.00
SB-ST	89	D	89	D	100	50.00	50.17
SB-ST	102	D	89	D	2400	51.00	55.00
SB-ST	102	D	102	D	100	55.00	55.17
SB-ST	142	D	102	D	2400	56.00	60.00
SB-ST	142	D	142	D	100	60.00	60.17
SB-ST	156	D	142	D	2400	68.00	72.00
SB-ST	156	D	156	D	100	72.00	72.17
SB-ST	174	D	156	D	2400	80.00	84.00
SB-ST	174	D	174	D	100	84.00	84.17
SB-ST	190	D	174	D	2400	88.00	92.00
SB-ST	190	D	190	D	100	92.00	92.17
SB-ST	208	D	190	D	2400	100.00	104.00
SB-ST	208	D	208	D	100	104.00	104.17
SB-ST	220	D	208	D	2400	112.00	116.00
SB-ST	220	D	220	D	100	116.00	116.17

Duto: 26

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
---------	------	-----	------	-----	------------	--------	-----

ST-SB	165	P	141	P	1000	0.00	2.50
ST-SB	232	G	nulo	P	600	3.00	4.50
ST-SB	232	G	165	P	1000	4.50	7.00
ST-SB	232	G	232	G	1400	8.00	11.50
ST-SB	231	P	232	G	1000	44.00	46.50
ST-SB	268	P	232	G	600	46.50	48.00
ST-SB	268	P	231	P	400	48.00	49.00

Duto: 27

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
RB-SB	274	P	199	P	1000	7.00	9.86
RB-SB	328	P	nulo	P	400	9.86	11.00
RB-SB	328	P	274	P	600	11.00	12.71
RB-SB	373	P	274	P	400	12.71	13.86
RB-SB	373	P	328	P	600	13.86	15.57
RB-SB	425	P	328	P	400	16.00	17.14
RB-SB	425	P	373	P	600	17.14	18.86
RB-SB	478	P	373	P	400	19.00	20.14
RB-SB	478	P	425	P	600	20.14	21.86

Duto: 28

Sentido	Job1	Pr1	Job2	Pr2	Quantidade	Início	Fim
SB-UT	137	P	82	P	1000	3.00	5.86
SB-UT	163	P	109	P	1000	7.00	9.86
SB-UT	197	P	nulo	P	800	10.00	12.29
SB-UT	197	P	137	P	200	12.29	12.86
SB-UT	229	P	137	P	800	13.00	15.29
SB-UT	229	P	163	P	200	15.29	15.86
SB-UT	265	P	163	P	800	15.86	18.14
SB-UT	265	P	197	P	200	18.14	18.71
SB-UT	302	P	197	P	800	28.00	30.29
SB-UT	302	P	229	P	200	36.00	36.57
SB-UT	477	P	229	P	800	52.00	54.29
SB-UT	477	P	265	P	200	56.00	56.57

Na relação abaixo seguem os *jobs* e suas rotas. A cada *job*, a primeira linha contém:

1. o identificador (número) de cada *job* (**Job**);
2. a origem do *job* (**Origem**), podendo ser um duto ou tanque-origem da rota;
3. o produto a ser transportado (**Prod**);
4. a base destino (**Destino**);
5. a *due date* (**Due Date**);
6. a quantidade do *job*.

A segunda linha corresponde à rota, ou seja, a seqüência de dutos desde a origem até o destino.

Job	Origem Rota	Prod	Destino	Due Date	Quant
1	duto 03	H	BA	32	2208
2	duto 08	G	TB	32	2500
3	duto 08	G	TB	48	2500
4	duto 11	H	UT	52	2500
5	RP 02	H	BA	56	2208
6	duto 23	G	ST	60	1344
7	duto 08	G	TB	60	2500
8	RC 06	G	UT	60	2400
9	duto 24	G	ST	68	1344
10	GA 08	G	TB	72	2500

11	duto 11	H	UT	76	2500
12	duto (07,14,15)	Q	GU	80	2500
13	duto 24	G	ST	80	1344
14	duto 03	H	BA	84	2208
15	GA 08	G	TB	84	2500
16	GU 11	G	UT	84	2400
17	duto 19	H	RD	88	2500
18	duto (22,24)	G	ST	88	1344
19	RB (21,25)	D	ST	92	2500
20	RC 04	D	UT	92	2500
21	duto (07,14,15)	Q	GU	96	2500
22	SB 24	G	ST	96	1344
23	TB (08,18)	A	RV	96	1000
24	RV (19)	N	RD	100	1992
25	GA (08)	G	TB	100	2500
26	duto (10,11)	H	UT	100	2500
27	duto 10	A	GU	104	1000
28	duto 19	H	RD	104	2500
29	RB (21,25)	D	ST	104	2500
30	UT 03	A	BA	108	1000
31	duto 15	D	GU	108	2500

32	SB	G	ST	108	1344
	23				
33	SB	G	UT	108	2400
	(05,04)				
34	RP	H	BA	112	2208
	02				
35	duto	H	GU	112	1656
	10				
36	RP	Q	GU	112	2500
	(09,14,15)				
37	RP	D	GU	112	3000
	(09,14,15)				
38	RB	D	ST	112	2500
	(21,25)				
39	RV	G	TB	112	2500
	(07,08)				
40	TB	A	RV	112	1000
	(08,18)				
41	RB	G	ST	116	1344
	(22,24)				
42	RC	D	UT	116	2500
	04				
43	duto	H	RD	120	2500
	19				
44	duto	H	UT	120	2500
	(10,11)				
45	RV	Q	TB	120	1000
	(07,08)				
46	RV	N	RD	124	1992
	19				
47	RB	D	ST	124	2500
	(21,25)				
48	RV	G	TB	124	2500
	(07,08)				
49	duto	Q	GU	128	2500
	(07,10)				
50	RB	G	ST	128	1344
	(22,24)				
51	RV	Q	GU	128	2500
	(07,10)				
52	RC	G	UT	132	2400
	04				

53	TB 08	A	GA	132	1000
54	duto 02	G	BA	136	2500
55	RP 02	H	BA	136	2208
56	GA 10	A	GU	136	1000
57	RV (07,14,15)	G	GU	136	2500
58	duto 10	H	GU	136	1656
59	duto 19	H	RD	136	2500
60	RB (21,25)	D	ST	136	2500
61	SB 24	G	ST	136	1344
62	GA 08	G	TB	136	2500
63	RP 02	A	BA	140	1000
64	RC 04	D	UT	140	2500
65	RV (07,10)	Q	GU	140	2500
66	duto (10,11)	H	UT	144	2500
67	RV 19	N	RD	148	1992
68	RB (21,25)	D	ST	148	2500
69	RB (22,24)	G	ST	148	1344
70	RV (07,08)	G	TB	148	2500
71	duto 15	D	GU	152	2500
72	TB 08	A	GA	152	1000
73	duto (17,03)	G	BA	156	2500

74	duto 19	H	RD	156	2500
75	RB 22	G 24	ST	156	1344
76	duto (09,10,11)	G	UT	156	2400
77	RV (07,14,15)	Q	GU	156	2500
78	RV (07,14,15)	D	GU	156	3000
79	GA 10	G	GU	160	2500
80	duto 10	H	GU	160	1656
81	RB (21,25)	D	ST	160	2500
82	duto 28	P	UT	160	1000
83	RP 09	H	GA	160	1000
84	RP 02	H	BA	164	2208
85	RB (22,24)	G	ST	164	1344
86	RV (07,08)	G	TB	164	2500
87	RC 17	D	UT	164	2500
88	RP (09,10)	A	GU	168	1000
89	RB (21,25)	D	ST	168	2500
90	duto (10,11)	H	UT	168	2500
91	TB (08,18)	A	RV	168	1000
92	RP 02	A	BA	172	1000
93	duto 19	H	RD	172	2500
94	RV 19	N	RD	172	1992

---

95	RP 09	H	GA	172	1000
96	RV (07,10)	Q	GU	172	2500
97	RP 02	H	BA	173	2208
98	RB (22,24)	G	ST	176	1344
99	GA 08	G	TB	176	2500
100	RP (09,10,11)	A	UT	176	1000
101	duto 02	G	BA	180	2500
102	RB (21,25)	D	ST	180	2500
103	RC 06	G	UT	180	2400
104	RP 02	H	BA	180	2208
105	RP 02	G	BA	180	3000
106	RC (16,15)	G	GU	184	2500
107	GA 10	H	GU	184	1656
108	RB (22,24)	G	ST	184	1344
109	duto 28	P	UT	184	1000
110	RP 02	H	BA	184	2208
111	duto 19	H	RD	188	2500
112	GA 08	G	TB	188	2500
113	RC 17	D	UT	188	2500
114	GA (10,11)	H	UT	188	2500
115	RV (07,10)	Q	GU	188	2500

116	TB (08,18)	A	RV	188	1000
117	SB 25	D	ST	192	2500
118	RP 02	H	BA	192	2208
119	RV 19	N	RD	196	1992
120	RB (22,24)	G	ST	196	1344
121	RP 02	H	BA	196	2208
122	RP (09,10)	A	GU	200	1000
123	duto (16,15)	D	GU	200	2500
124	RV (07,08)	G	TB	200	2500
125	RP 02	A	BA	204	1000
126	duto 19	H	RD	204	2500
127	SB 25	D	ST	204	2500
128	RB (22,24)	G	ST	204	1344
129	duto (09,10,11)	G	UT	204	2400
130	RP 09	H	GA	204	1000
131	RV 19	Q	RD	204	1000
132	RV 19	D	RD	204	3000
133	TB 08	A	GA	204	1000
134	RP 09	H	GA	205	1000
135	RV (07,14,15)	G	GU	208	2500
136	GA 10	H	GU	208	1656

---

137	SB 28	P	UT	208	1000
138	RP 09	H	GA	208	1000
139	RV (07,10)	Q	GU	208	2500
140	RV (07,10)	D	GU	208	3000
141	duto 26	P	SB	209	1000
142	RB (21,25)	D	ST	212	2500
143	RB (22,24)	G	ST	212	1344
144	RP (09,10,11)	A	UT	212	1000
145	SB (05,17)	D	UT	212	2500
146	GA (10,11)	H	UT	212	2500
147	GA (10,11)	G	UT	212	3000
148	RP 09	H	GA	212	1000
149	RP 02	H	BA	213	2208
150	RV (07,08)	G	TB	216	2500
151	duto 19	H	RD	220	2500
152	RV 19	N	RD	220	1992
153	RP 09	H	GA	220	1000
154	RP 09	G	GA	220	3000
155	RP 02	H	BA	221	2208
156	SB 25	D	ST	224	2500
157	RB (22,24)	G	ST	224	1344

---

158	RV (07,10)	Q	GU	224	2500
159	TB 08	A	GA	224	1000
160	duto 02	G	BA	228	2500
161	RV (07,14,15)	G	GU	228	2500
162	GA 08	G	TB	228	2500
163	SB 28	P	UT	228	1000
164	RP 02	H	BA	228	2208
165	ST 26	P	SB	229	1000
166	RP (09,10)	A	GU	232	1000
167	GA 10	H	GU	232	1656
168	RB (22,24)	G	ST	232	1344
169	RC 04	D	UT	232	2500
170	GA (10,11)	H	UT	232	2500
171	RP 02	H	BA	232	2208
172	RP 02	A	BA	236	1000
173	RP 02	G	BA	236	3000
174	RB (21,25)	D	ST	236	2500
175	RV 19	H	RD	240	2500
176	RV 19	G	RD	240	3000
177	GA 08	G	TB	240	2500
178	RP 02	H	BA	240	2208

179	RV (07,08)	Q	TB	240	1000
180	RV (07,08)	D	TB	240	3000
181	RV (07,10)	D	GU	244	2500
182	RV 19	N	RD	244	1992
183	RB (22,24)	G	ST	244	1344
184	RP 09	H	GA	244	1000
185	RV (07,10)	Q	GU	244	2500
186	TB (08,18)	A	RV	244	1000
187	TB (08,18)	G	RV	244	3000
188	GA 08	G	TB	245	2500
189	duto 18	H	RV	248	1000
190	RB (21,25)	D	ST	248	2500
191	RP (09,10,11)	A	UT	248	1000
192	RP 09	H	GA	248	1000
193	RC (16,15)	G	GU	252	2500
194	RB (22,24)	G	ST	252	1344
195	GA 08	G	TB	252	2500
196	RV (07,10,11)	N	UT	252	2500
197	SB 28	P	UT	252	1000
198	RP 09	H	GA	252	1000
199	duto 27	P	SB	253	1000

200	RP 09	H	GA	253	1000
201	RC (17,03)	D	BA	256	2472
202	GA 10	H	GU	256	1656
203	duto (18,19)	H	RD	256	2500
204	RC 17	D	UT	256	2500
205	RV (07,10,11)	G	UT	256	2400
206	GA (10,11)	H	UT	256	2500
207	RP 02	H	BA	256	2208
208	RB (21,25)	D	ST	260	2500
209	RP 09	H	GA	260	1000
210	RV (07,10)	Q	GU	260	2500
211	TB 08	A	GA	260	1000
212	RP (09,10)	A	GU	264	1000
213	RB (22,24)	G	ST	264	1344
214	RV (07,08)	G	TB	264	2500
215	RP (09,10,11)	N	UT	264	2500
216	RP 09	H	GA	264	1000
217	RP 02	A	BA	268	1000
218	duto (14,15)	D	GU	268	2500
219	RV 19	N	RD	268	1992
220	RB (21,25)	D	ST	268	2500

---

221	RP 02	H	BA	268	2208
222	GA (18,19)	H	RD	272	2500
223	RB (22,24)	G	ST	272	1344
224	RP (09,10,11)	N	UT	272	2500
225	RP 02	H	BA	272	2208
226	duto 01	G	BA	276	2500
227	RC (16,15)	G	GU	276	2500
228	RV (07,08)	G	TB	276	2500
229	SB 28	P	UT	276	1000
230	RV 19	Q	RD	276	1000
231	ST 26	P	SB	277	1000
232	ST 26	G	SB	277	3000
233	SB 24	G	ST	278	1344
234	SB 24	G	ST	279	1344
235	RP 01	D	BA	280	2472
236	GA 10	H	GU	280	1656
237	RB (21,25)	D	ST	280	2500
238	RB (22,24)	G	ST	280	1344
239	RC 17	D	UT	280	2500
240	RC 17	G	UT	280	2400
241	GA (10,11)	H	UT	280	2500

242	RV	N	UT	280	2500
	(07,10,11)				
243	RP	H	GA	280	1000
	09				
244	RP	G	GA	280	3000
	09				
245	RV	Q	GU	280	2500
	(07,14,15)				
246	TB	A	GA	280	1000
	08				
247	RP	H	BA	281	2208
	02				
248	RP	G	BA	281	3000
	02				
249	duto	H	RV	284	1000
	18				
250	RP	A	UT	284	1000
	(09,10,11)				
251	RP	G	UT	284	3000
	(09,10,11)				
252	duto	D	GU	288	2500
	(16,15)				
253	GA	H	RD	288	2500
	(18,19)				
254	RB	G	ST	288	1344
	(22,24)				
255	GA	G	TB	288	2500
	08				
256	RP	H	GA	288	1000
	09				
257	RV	N	RD	292	1992
	19				
258	RB	D	ST	292	2500
	(21,25)				
259	RV	N	UT	292	2500
	(07,10,11)				
260	RP	H	GA	292	1000
	09				
261	RP	H	GA	293	1000
	09				
262	RP	A	BA	296	1000
	02				

263	RP 02	G	BA	296	3000
264	GA 10	A	GU	296	1000
265	SB 28	P	UT	296	1000
266	RP 02	H	BA	296	2208
267	RV (07,14,15)	Q	GU	296	2500
268	ST 26	P	SB	297	1000
269	RV (07,14,15)	G	GU	300	2500
270	RB (22,24)	G	ST	300	1344
271	GA 08	G	TB	300	2500
272	GA (10,11)	H	UT	300	2500
273	RP (09,10,11)	N	UT	300	2500
274	RB 27	P	SB	300	1000
275	RP 02	H	BA	300	2208
276	RP 02	G	BA	300	3000
277	TB 08	A	GA	300	1000
278	TB 08	G	GA	300	3000
279	RV (07,08)	G	TB	301	2500
280	RC (04,03)	D	BA	304	2472
281	GA 10	H	GU	304	1656
282	GA (18,19)	H	RD	304	2500
283	RB (21,25)	D	ST	304	2500

284	RC 17	D	UT	304	2500
285	duto (14,15)	D	GU	308	2500
286	RB (22,24)	G	ST	308	1344
287	RV (07,10,11)	N	UT	308	2500
288	RP 09	H	GA	308	1000
289	RB (21,25)	D	ST	312	2500
290	RV (07,08)	G	TB	312	2500
291	RP 09	H	GA	312	1000
292	RV 19	Q	RD	312	1000
293	RP 02	H	BA	313	2208
294	BA 03	H	UT	314	2500
295	RV 19	N	RD	316	1992
296	RB (22,24)	G	ST	316	1344
297	RV (07,10)	Q	GU	316	2500
298	TB (08,18)	A	RV	316	1000
299	duto 18	H	RV	320	1000
300	RP (09,10,11)	A	UT	320	1000
301	RP (02,03)	N	UT	320	2500
302	SB 28	P	UT	320	1000
303	RP 02	H	BA	320	2208
304	RV (07,10)	G	GU	324	2500

---

305	GA (8,19)	H	RD	324	2500
306	GA (18,19)	G	RD	324	3000
307	RB (21,25)	D	ST	324	2500
308	GA 08	G	TB	324	2500
309	RP 02	H	BA	324	2208
310	BA 03	H	UT	325	2500
311	BA 03	G	UT	325	3000
312	RP 02	A	BA	328	1000
313	RC (17,03)	D	BA	328	2472
314	GA 10	A	GU	328	1000
315	GA 10	H	GU	328	1656
316	RB (22,24)	G	ST	328	1344
317	RP (01,03)	D	UT	328	2500
318	RP (02,03)	N	UT	328	2500
319	RV (07,10)	D	GU	332	2500
320	RP 02	H	BA	332	2208
321	RV (07,14,15)	Q	GU	332	2500
322	RV (07,14,15)	D	GU	332	3000
323	BA 03	H	UT	333	2500
324	RB (21,25)	D	ST	336	2500
325	RB (22,24)	G	ST	336	1344

326	GA 08	G	TB	336	2500
327	RP (09,10,11)	N	UT	336	2500
328	RB 27	P	SB	336	1000
329	RP 02	H	BA	336	2208
330	TB 08	A	GA	336	1000
331	GA (18,19)	H	RD	340	2500
332	RV 19	N	RD	340	1992
333	RP (01,03)	P	UT	344	1000
334	RP 09	H	GA	344	1000
335	RP 02	H	BA	345	2208
336	BA 03	H	UT	346	2500
337	duto (09,10)	G	GU	348	2500
338	RB (21,25)	D	ST	348	2500
339	RB (22,24)	G	ST	348	1344
340	RP (09,10,11)	N	UT	348	2500
341	RV 19	Q	RD	348	1000
342	RP 01	D	BA	352	2472
343	RC (17,03)	G	BA	352	2500
344	GA 10	H	GU	352	1656
345	GA 08	G	TB	352	2500
346	RC 17	D	UT	352	2500

347	RP 09	H	GA	352	1000
348	RV (07,10)	Q	GU	352	2500
349	TB (08,18)	A	RV	352	1000
350	RP 09	H	GA	353	1000
351	GA (18,19)	H	RD	356	2500
352	GA 18	H	RV	356	1000
353	GA 18	G	RV	356	3000
354	RB (22,24)	G	ST	356	1344
355	RP (02,03)	A	UT	356	1000
356	RP (02,03)	G	UT	356	3000
357	RV (07,10,11)	N	UT	356	2500
358	RP 02	H	BA	356	2208
359	RV 07	G	GA	357	1000
360	RV 07	G	GA	358	1000
361	RP 02	A	BA	360	1000
362	RP 02	G	BA	360	3000
363	RP (09,10)	A	GU	360	1000
364	RB (21,25)	D	ST	360	2500
365	RP 02	H	BA	360	2208
366	BA 03	H	UT	361	2500
367	RV 19	N	RD	364	1992

368	RV	G	TB	364	2500
	(07,08)				
369	RV	N	UT	364	2500
	(07,10,11)				
370	RP	P	UT	364	1000
	(01,03)				
371	RB	D	ST	368	2500
	(21,25)				
372	RB	G	ST	368	1344
	(22,24)				
373	RB	P	SB	368	1000
	27				
374	RP	H	GA	368	1000
	09				
375	RP	G	GA	368	3000
	09				
376	RV	Q	TB	368	1000
	(07,08)				
377	RC	G	GU	372	2500
	(16,15)				
378	GA	H	RD	372	2500
	(18,19)				
379	RP	H	GA	372	1000
	09				
380	TB	A	GA	372	1000
	08				
381	RP	H	BA	373	2208
	02				
382	BA	H	UT	374	2500
	03				
383	BA	G	UT	374	3000
	03				
384	RC	G	BA	375	2500
	17	03			
385	RC	D	BA	376	2472
	(04,03)				
386	RV	D	GU	376	2500
	(07,10)				
387	GA	H	GU	376	1656
	10				
388	RB	G	ST	376	1344
	(22,24)				

---

389	RV	G	TB	376	2500
	(07,08)				
390	RC	D	UT	376	2500
	17				
391	RP	N	UT	376	2500
	(09,10,11)				
392	RV	Q	TB	376	1000
	(07,08)				
393	duto	Q	GU	380	2500
	(07,14,15)				
394	RB	D	ST	380	2500
	(21,25)				
395	RP	H	BA	380	2208
	02				
396	RP	G	BA	380	3000
	02				
397	RV	Q	GU	380	2500
	(07,10)				
398	RB	G	ST	384	1344
	(22,24)				
399	RP	N	UT	384	2500
	(09,10,11)				
400	RP	H	GA	384	1000
	09				
401	GA	H	RD	388	2500
	(18,19)				
402	RV	N	RD	388	1992
	19				
403	RV	G	TB	388	2500
	(07,08)				
404	RP	P	UT	388	1000
	(01,03)				
405	RP	H	BA	388	2208
	02				
406	RP	G	BA	388	3000
	02				
407	BA	H	UT	389	2500
	03				
408	RP	A	BA	392	1000
	02				
409	GA	A	GU	392	1000
	10				

410	duto (09,10)	G	GU	392	2500
411	GA 18	H	RV	392	1000
412	RB (21,25)	D	ST	392	2500
413	GA (10,11)	A	UT	392	1000
414	RP (02,03)	N	UT	392	2500
415	RP 09	H	GA	392	1000
416	TB (08,18)	A	RV	392	1000
417	RB (22,24)	G	ST	396	1344
418	RP 02	H	BA	396	2208
419	RV 19	Q	RD	396	1000
420	RV 19	D	RD	396	3000
421	RC (04,03)	D	BA	400	2472
422	RV (07,14,15)	D	GU	400	2500
423	GA 10	H	GU	400	1656
424	RC 17	D	UT	400	2500
425	RB 27	P	SB	400	1000
426	RP 09	H	GA	400	1000
427	RP 09	G	GA	400	3000
428	RB (21,25)	D	ST	404	2500
429	RB (22,24)	G	ST	404	1344
430	GA 08	G	TB	404	2500

---

431	RV	N	UT	404	2500
	(07,10,11)				
432	RP	H	GA	404	1000
	09				
433	RP	G	GA	404	3000
	09				
434	RV	Q	GU	404	2500
	(07,14,15)				
435	GA	H	RD	408	2500
	(18,19)				
436	RP	H	BA	408	2208
	02				
437	TB	A	RV	408	1000
	(08,18)				
438	BA	H	UT	409	2500
	03				
439	RV	N	RD	412	1992
	19				
440	RB	D	ST	412	2500
	(21,25)				
441	RP	N	UT	412	2500
	(02,03)				
442	RP	P	UT	412	1000
	(01,03)				
443	RP	H	GA	412	1000
	09				
444	RC	G	GU	416	2500
	(16,15)				
445	RB	G	ST	416	1344
	(22,24)				
446	RV	G	TB	416	2500
	(07,08)				
447	RP	H	BA	416	2208
	02				
448	RP	G	BA	416	3000
	02				
449	RV	Q	GU	416	2500
	(07,10)				
450	BA	H	UT	417	2500
	03				
451	RV	D	GU	420	2500
	(07,14,15)				

---

452	RV	N	UT	420	2500
	(07,10,11)				
453	RP	H	BA	420	2208
	02				
454	RP	A	BA	424	1000
	02				
455	RC	D	BA	424	2472
	(17,03)				
456	GA	A	GU	424	1000
	10				
457	GA	H	GU	424	1656
	10				
458	GA	H	RD	424	2500
	(18,19)				
459	RB	D	ST	424	2500
	(21,25)				
460	RB	G	ST	424	1344
	(22,24)				
461	RC	D	UT	424	2500
	04				
462	RC	G	UT	424	2400
	06				
463	GA	H	RV	428	1000
	18				
464	GA	G	TB	428	2500
	08				
465	RP	A	UT	428	1000
	(02,03)				
466	RP	G	UT	428	3000
	(02,03)				
467	RP	H	GA	428	1000
	09				
468	TB	A	RV	428	1000
	(08,18)				
469	RP	N	UT	432	2500
	(02,03)				
470	RP	H	GA	432	1000
	09				
471	RV	Q	TB	432	1000
	(07,08)				
472	RV	D	TB	432	3000
	(07,08)				

473	RP 09	H	GA	433	1000
474	RV 19	N	RD	436	1992
475	RB (21,25)	D	ST	436	2500
476	RB (22,24)	G	ST	436	1344
477	SB 28	P	UT	436	1000
478	RB 27	P	SB	436	1000
479	RP 02	H	BA	436	2208
480	BA 03	H	UT	437	2500
481	RV (07,14,15)	D	GU	440	2500
482	duto (09,10)	G	GU	440	2500
483	GA (18,19)	H	RD	440	2500
484	GA 08	G	TB	440	2500
485	RP (02,03)	N	UT	440	2500
486	RP 02	H	BA	440	2208
487	RV (07,14,15)	Q	GU	440	2500
488	RV (07,14,15)	D	GU	440	3000
489	RB (22,24)	G	ST	444	1344
490	RC (04,03)	D	BA	448	2472
491	GA 10	H	GU	448	1656
492	RB (21,25)	D	ST	448	2500
493	RC 04	D	UT	448	2500

---

494	RP	N	UT	448	2500
	(09,10,11)				
495	RP	H	BA	448	2208
	02				
496	TB	A	RV	448	1000
	(08,18)				
497	BA	H	UT	449	2500
	03				
498	BA	G	UT	449	3000
	03				

---

# Bibliografia

- [AK90] E. Aarts e J. Korst. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing*. John Wiley & Sons, 1990.
- [AM90] I. Aleksander e H. Morten. *An Introduction to Neural Computing*. Chapman and Hall, London, 1990.
- [Arr95a] W. A. C. Arruda. Comunicação Pessoal. Rua dos Ingleses, 380, 11o. andar, 01329-000, São Paulo, SP, agosto de 1995.
- [Arr95b] W. H. C. Arruda. Comunicação Pessoal. Rua dos Ingleses, 380, 11o. andar, 01329-000, São Paulo, SP, março de 1995.
- [Arr95c] W. H. C. Arruda. Comunicação Pessoal. Rua dos Ingleses, 380, 11o. andar, 01329-000, São Paulo, SP, abril de 1995.
- [Bak74] K. R. Baker. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. John Wiley, 1974.
- [Bar81] J. J. Bartholdi. A guaranteed accuracy round-off algorithm for cyclic scheduling and set converging. *Operations Research*, 29:501–510, 1981.
- [Bar95] J. M. Barreto. Redes neurais: Fundamentos e aplicações. II Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, Curitiba, PR, setembro de 1995.
- [BC84] J. Barcelo e J. Casanovas. An heuristic lagrangean algorithm for the capacitated plant location problem. *European Journal of Operational Research*, 15(2):212–226, 1984.
- [BCC<sup>+</sup>95] M. H. Bjornal, A. Caprara, P. I. Cowling, F. Della Croce, H. Lourenço, F. Malucelli, A. J. Orman, D. Pisinger, C. Rego, e J. J. Salazar. Some thoughts on combinatorial optimisation. *European Journal of Operational Research*, 83:253–270, 1995.
- [BHM77] S. Bradley, A. Hax, e T. Magnanti. *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley, 1977.

- [BI92] L. I. Burke e J. P. Ignizio. Neural networks and operations research: an overview. *Computer & Operations Research*, 19(3/4):179–189, abril de 1992.
- [BJ77] M. S. Bazaraa e J. J. Jarvis. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley & Sons, 1977.
- [BJ93] P. Brucker e B. Jurisch. A new lower bound for the job shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 64:156–167, 1993.
- [BM76] J. A. Bondy e U. S. R. Murty. *Graph Theory with Applications*. Elsevier North Holland Inc., 1976.
- [BM81] M. Ball e M. Magazine. The design and analysis of heuristics. *Networks*, 11:215–219, 1981.
- [BS93] C. Barnhart e Y. Sheffi. A network-based primal-dual heuristic for the solution of multicommodity network flow problems. *Transportation Science*, 27(2):102–117, May de 1993.
- [BT85] E. Balas e P. Toth. *The Traveling Salesman Problem*, capítulo Branch and Bound Methods. John Wiley & Sons, Chichester, 1985.
- [BW65] G. W. Brooks e C. R. White. An algorithm for finding optimal or near-optimal solutions to the production scheduling problem. *Journal of Industrial Engineering*, 16(1), janeiro de 1965.
- [Cav95] V. F. Cavalcante. Times assíncronos na resolução do job shop scheduling problem - heurísticas de construção. Master's thesis, Departamento de Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.
- [CdS95a] E. Camponogara e P. S. de Souza. A extensão de um modelo de escalonamento aplicada a um problema de suprimento de demandas. In *XXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Vitória, ES, novembro de 1995.
- [CdS95b] E. Camponogara e P. S. de Souza. Modelo matemático de um problema de suprimento de demandas. In *Anais do II Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 1995.
- [CdS95c] E. Camponogara e P. S. de Souza. A solução de um problema de transporte através de sua decomposição. In *Anais do XXII Seminário Integrado de Software e Hardware*, volume II, pp. 1396–1400, julho de 1995.

- [Cer85] V. Cerny. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1), janeiro de 1985.
- [Che92] C. L. Chen. *Bayesian Nets and A-Teams for Power System Fault Diagnosis*. PhD thesis, Electrical and Computer Engineering Department, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 1992.
- [Chv83] V. Chvátal. *Linear Programming*. W. H. Freedman and Company, 1983.
- [CLR90] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, e R. L. Rivest. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, 1990.
- [Cof76] E. G. Jr. Coffman. *Computer and Job-Shop Scheduling Theory*. John Wiley&Sons, 1976.
- [CP80] H. Crowder e M. W. Padberg. Solving large-scale symmetric traveling salesman problems to optimality. *Management Science*, 26(5), maio de 1980.
- [CPL94] CPLEX Optimization, Inc. *Using the CPLEX callable library*, 1994.
- [dAa95] M. V. S. P. de Aragão. Comunicação pessoal, seminário de otimização do departamento de ciência da computação, universidade estadual de campinas, outubro de 1995.
- [Dav91] L. Davis. *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [dS93] P. S. de Souza. *Asynchronous Organizations for Multi-Algorithm Problems*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, abril de 1993.
- [dST93] P. S. de Souza e S. N. Talukdar. Asynchronous organizations for multi-algorithm problems. In *ACM Symposium on Applied Computing*, Indianapolis, IN, fevereiro de 1993.
- [EH84] J. R. Evans e P. A. Hall. Probabilistic analysis of assignment ranking: the travelling salesman problem. *American Journal of Mathematical and Management Science*, 4(1):71-88, 1984.
- [Fis80] M. L. Fisher. Worst-case analysis of heuristic algorithms. *Management Science*, 26:1-18, 1980.
- [Fre82] S. French. *Sequencing and Scheduling: an Introduction to the Mathematics of the Job-Shop*. John Willey, 1982.

- [GJ79] M. R. Garey e D. S. Johnson. *Computers and Intractability: a guide to the theory of NP-Completeness*. Freeman, San Francisco, 1979.
- [Gli94] M. V. Glienke. Métodos multi-algorítmicos aplicados a problemas de roteamento de veículos. Proposta de Tese de Mestrado, Departamento de Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1994.
- [Glo90] F. Glover. Tabu search: A tutorial. *Interfaces*, 20(4):74–94, 1990.
- [Gol80] B. Golden. Approximate traveling salesman algorithms. *Operations Research*, 28:694–711, 1980.
- [Gol89] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [Gor78] G. Gordon. *System Simulation*. Prentice Hall, second edition edição, 1978.
- [GT60] B. Giffler e G. L. Thompson. Algorithms for solving production scheduling problems. *Operations Research*, 8(4), 1960.
- [HC90] J. Hutchison e Y. L. Chang. Optimal nondelay job-shop schedules. *International Journal of Production Research*, 28(2):245–257, 1990.
- [HdW87] A. Hertz e D. de Werra. Using tabu search techniques for graph coloring. *Computing*, 39:345–351, 1987.
- [Hil69] F. S. Hillier. Efficient heuristic procedures for integer linear programming with an interior. *Operations Research*, 17:600–637, 1969.
- [JRR94] M. Jünger, G. Reinelt, e G. Rinaldi. The traveling salesman problem. Pre-Print, 1994.
- [JV82] R. Jonker e T. Volgenant. Identification of non-optimal arcs for the traveling salesman problem. *Operations Research Letters*, 1:85–88, 1982.
- [Kar77] R. M. Karp. Probabilistic analysis of partitioning algorithms. *Mathematics of Operations Research*, 2(3):209–224, 1977.
- [KJV83] S. Kirkpatrick, C. D. Gellatt Jr., e M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, maio de 1983.
- [KPS87] D. Klingman, N. Phillips, e D. Steiger. An optimization based integrated short-term refined petroleum product planning system. *Management Science*, 33(7), julho de 1987.

- [KSS<sup>+</sup>89] M. Ya. Kovalev, Ya. M. Shafranskiy, V. A. Strusevich, V. A. Tanaev, e A. V. Tuzikov. Approximation scheduling algorithms: a survey. *Optimization*, 20(6):859–878, 1989.
- [LA87] P. J. M. Laarhoven e E. H. L. Aarts. *Simulated Annealing: Theory and Applications*. Reidel, 1987.
- [Las70] L. S. Lasdon. *Optimization Theory for Large Systems*. The MacMillan Company, 1970.
- [Lip91] S. B. Lippman. *C++ Primer*. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [LK73] S. Lin e B. Kernigham. An efficient heuristic algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, 21:498–516, 1973.
- [LLKS85] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnoy Kan, e D. B. Shmoys, editores. *The Traveling Salesman Problem*. John Wiley & Sons, Chichester, 1985.
- [Lon95] H. J. Longo. Aplicação de *a-teams* ao problema de recobrimento de um conjunto. Master's thesis, Departamento de Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.
- [Loo92] C-K. Looi. Neural network methods in combinatorial optimization. *Computer & Operations Research*, 19(3/4):191–208, abril de 1992.
- [Lue89] D. G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, second edition edição, 1989.
- [Man89] U. Manber. *Introduction to Algorithms: A Creative Approach*. Addison-Wesley, 1989.
- [ML93] B. L. Maccarthy e J. Liu. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. *International Journal of Production Research*, 31(1), janeiro de 1993.
- [MM81] H. Müller-Merbach. Heuristics and their design: a survey. *European Journal of Operational Research*, 8:1–23, 1981.
- [MRR<sup>+</sup>53] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. Teller, e E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6):1087–1092, junho de 1953.
- [MT90] S. Martello e P. Toth. *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*. John Wiley & Sons, 1990.

- [Mur92] S. Murthy. *Synergy in cooperation agents: designing manipulators from task specifications*. PhD thesis, Electrical and Computer Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 1992.
- [Nah95] S. Naher. *LEDA User Manual*, 1995.
- [NW88] G. L. Nemhauser e L. A. Wolsey. *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, 1988.
- [OH85] P. J. O'Gradye e G. Harrison. A general search sequencing rule for job shop sequencing. *International Journal of Production Research*, 1985.
- [Par95] A. D. Parreira. Métodos algébrico-enumerativos. Master's thesis, Departamento de Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.
- [PdS94a] H. P. Peixoto e P. S. de Souza. Times assíncronos: uma nova técnica para o flow shop scheduling problem. In *Anais do XXI Seminário Integrado de Software e Hardware - Semish*, Caxambu, MG, 1994.
- [PdS94b] H. P. Peixoto e P. S. de Souza. Uma metodologia de especificação de times assíncronos. In *Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Florianópolis, SC, 1994.
- [Pei95] H. P. Peixoto. Metodologia de especificação de times assíncronos para problema de otimização combinatória. Master's thesis, Departamento de Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.
- [PI77] S. S. Panwalkar e W. Iskander. A survey of scheduling rules. *Operations Research*, 25(1):559-572, maio de 1977.
- [PR91] R. G. Parker e R. L. Rardin. A branch-and-cut algorithm for the resolution of the large-scale symmetric travelling salesman problem. *SIAM review*, 33(1):60-100, 1991.
- [PS82] C. H. Papadimitriou e K. Steiglitz. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall, 1982.
- [RdS95] R. F. Rodrigues e P. S. de Souza. Asynchronous teams: a multi-algorithm approach for solving combinatorial multi-objective optimization problems. In *5th Workshop of the DGO-Working Group: Multicriteria Optimization and Decision Theory*, março de 95.
- [Roc84] R. T. Rockafellar. *Network Flows and Monotropic Optimization*. Wiley, 1984.

- [SA92] A. Silverman e J. Adler. Animated simulated annealing. *Computers in Physics*, 6(3):277–281, maio de 1992.
- [Sch46] E. Schrödinger. *Statistical Thermodynamics*. Cambridge University Press, London, 1946.
- [SM91] K. Shahookar e P. Mazumder. Vlsi cell placement techniques. *ACM Computing Survys*, 23(2):143–220, junho de 1991.
- [Str94] B. Stroustrup. *The C++ Programming Language*. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [SWV92] R. H. Storer, S. D. Wu, e R. Vaccari. New search spaces for sequencing problems with application to job shop scheduling. *Management Science*, 38(10):1495–1509, outubro de 1992.
- [Tah76] H. A. Taha. *Integer Programming: Theory, Applications and Computations*. Academic Press, 1976.
- [Tai90] E. Taillard. Some efficient heuristic methods for the flow shop sequencing problem. *European Journal of Operations Research*, 47(1):65–74, 1990.
- [Tai93] E. Taillard. Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operations Research*, 64(2):278–285, 1993.
- [Tal93] S. N. Talukdar. Asynchronous teams. In *Fourth Symposium on Expert Systems Application to Powers Systems*, Australia, janeiro de 1993.
- [Tan92] A. S. Tanenbaum. *Modern Operating Systems*. Prentice Hall, 1992.
- [TdS90] S. N. Talukdar e P. S. de Souza. Asynchronous teams. In *Second SIAM Conf. on Linear Algebra: Signals, Systems, and Control*, San Francisco, CA, novembro de 1990.
- [TdS92] S. N. Talukdar e P. S. de Souza. Scale efficiency organizations. In *IEEE Int. Conference on Systems, Man and Cybernetics*, IL, outubro de 1992.
- [TdS93] S. N. Talukdar e P. S. de Souza. *Engineering Design: The creation of products and processes*, capítulo Objects Organizations and SuperObjects. McGraw Hill, 1993.
- [TT93] S. Tzafestas e A. Triantafyllakis. Deterministic scheduling in computing and manufacturing systems: a survey of models and algorithms. *Mathematics and Computers in Simulation*, 35:397–434, 1993.

- [Wil78] H. P. Williams. *Model Building in Mathematical Programming*. John Wiley & Sons, 1978.
- [WW76] G. E. WhiteHouse e B. L. Wechster. *Applied Operations Research: A Survey*. John Wiley & Sons, 1976.
- [ZE81] S. H. Zanakis e J. R. Evans. Heuristic optimization: why, when and how to use it. *Interfaces*, 11(5):84-111, 1981.
- [ZEV89] S. H. Zanakis, J. R. Evans, e A. A. Vazacopoulos. Heuristic methods and applications: a categorized survey. *European Journal of Operational Research*, 43:88-110, 1989.