

Modelos e Algoritmos de Cabeamento de Redes Telefônicas

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação devidamente corrigida e defendida por Daniel Felix Ferber e aprovada pela Banca Examinadora.

Campinas, 09 de agosto de 2007.

Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura (Orientador)

Dissertação apresentada ao Instituto de Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

UNIDADE BC
Nº CHAMADA: F 373m
T/UNICAMP
V. _____ EX. _____
TOMBO BOOL 75858
PROC JCP-129-08
C _____ D x
PREÇO 011,00
DATA 05-03-08
BIB-ID 425997

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Bibliotecária: Miriam Cristina Alves – CRB8a / 5094

F373m Ferber, Daniel Felix
Modelos e algoritmos para o problema de cabeamento em redes telefônicas/Daniel Felix Ferber -- Campinas, [S.P. :s.n.], 2007.

Orientador : Arnaldo Vieira Moura
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Computação.

1. Otimização combinatória. 2. Heurística. 3. GRASP (Sistema operacional de computador). 4. Interconexão de redes (Telecomunicações) I. Moura, Arnaldo Vieira. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Computação. III. Título.

Título em inglês: Models and algorithms for the phone network cabling problem.

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Combinatorial optimization. 2. Heuristics. 3. GRASP (Operating systems). 4. Internetworking (Telecommunication).

Área de concentração: Otimização combinatória.

Titulação: Mestre em Computação

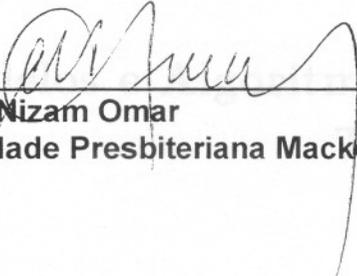
Banca examinadora: Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura (IC-Unicamp)
Prof. Dr. Nizam Omar (Mackenzie)
Prof. Dr. João Meidanis (IC-Unicamp)

Data da defesa: 09/08/2007

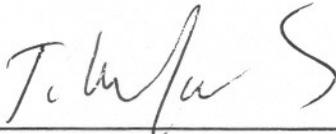
Programa de Pós-Graduação: Mestrado em Computação

TERMO DE APROVAÇÃO

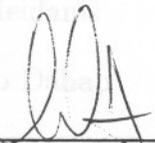
Dissertação Defendida e Aprovada em 09 de agosto de 2007, pela Banca examinadora composta pelos Professores Doutores:



Prof. Dr. Nizam Omar
Universidade Presbiteriana Mackenzie



Prof. Dr. João Meidanis
IC - UNICAMP.



Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura
IC - UNICAMP.

200803397 #

Modelos e Algoritmos de Cabeamento de Redes Telefônicas

Daniel Felix Ferber¹

Setembro de 2007

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Arnaldo Vieira Moura (Orientador)
- Prof. Dr. Nizam Omar
- Prof. Dr. João Meidanis
- Prof. Dr. Ricardo Dahab

¹Suporte financeiro de: Bolsa da FAPESP (processo 03/09754-6) 2003–2006 e Universidade Estadual de Campinas 2003–2006.

Resumo

O principal objetivo deste trabalho é a elaboração de heurísticas para auxiliar no projeto de cabeamento de redes telefônicas. O cabeamento será tratado desde os armários de distribuição até as caixas terminais.

O auxílio de uma ferramenta computacional especializada no projeto de novas redes telefônicas abre caminhos para a minimização de custos e também reduz sensivelmente o tempo de planejamento.

Inicialmente, estuda-se o problema para se obter uma especificação minuciosa, acompanhada de um modelo matemático. Com estas informações, desenvolve-se diferentes estratégias para algoritmos baseados na heurística GRASP, e compara-se os resultados experimentais obtidos.

Abstract

The main goal of these studies is the design of heuristics to support the planning of wire cabling on a phone network. The cabling will be handled from the central distribution point to terminal boxes.

The assistance of a computational tool specialized in the design of phone networks raises new opportunities for cost reduction and decreases considerably the time spent designing the network.

The problem is first studied in order to achieve a detailed specification with a mathematical model. Based on this information, several different strategies are laid out based on a heuristic called GRASP and the experimental results are compared.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Arnaldo V. Moura, pela orientação durante os estudos e por me incentivar para a carreira acadêmica. Da mesma forma agradeço também ao Prof. Dr. Cid. C. de Souza.

Agradeço à minha família, às pessoas que amo e que me amam, por sempre me apoiarem durante os muitos anos de estudo e pesquisa.

Sou grato aos amigos de faculdade que me acompanharam pelo desafio do mestrado e certamente estarão comigo para próximas aventuras acadêmicas e profissionais.

O apoio da FAPESP, através de bolsa de estudo, processo 03/09754-6, foi de grande importância para a viabilização e realização deste trabalho de pesquisa.

Sumário

Resumo	vii
Abstract	ix
Agradecimentos	xi
1 Introdução	1
1.1 Heurísticas em problemas de otimização	1
1.2 Problema de otimização de cabeamento das companhias telefônicas	2
1.3 Motivação	2
1.4 Contexto	3
1.5 Organização do documento	3
2 Descrição do problema	5
2.1 Hierarquia da rede telefônica	5
2.2 Definição do problema de cabeamento telefônico	6
2.3 Restrições de cabeamento	7
3 Modelamento dos dados	15
3.1 Estrutura de dados	15
3.2 Entrada do algoritmo (instância)	19
3.3 Saída do algoritmo (solução)	21
4 Técnicas Heurísticas GRASP	23
5 Heurística	27
5.1 Requisitos de implementação	27
5.2 Representação da solução	28
5.2.1 Primeira proposta	28
5.2.2 Segunda proposta	29

5.2.3	Terceira proposta	30
5.2.4	Quarta proposta	30
5.3	Estrutura de dados	32
5.3.1	Instalação	32
5.3.2	Solução	34
5.3.3	Alternativa	35
5.4	Estratégia de construção	37
5.4.1	Primeira proposta	38
5.4.2	Segunda proposta	38
5.4.3	Terceira proposta	40
5.5	Aprimoramentos para a construção	41
5.5.1	Opções de caminhos para cada árvore	42
5.5.2	Distância ajustada	42
5.5.3	Penalidade ajustada	43
5.5.4	Penalidade ajustada ao destino	44
5.5.5	Ajustes específicos	44
5.6	Fase de construção	49
5.6.1	Processo iterativo de construção	49
5.6.2	Estimativas de variação de penalização	52
5.7	Heurísticas de cálculo de penalização	53
5.7.1	Causas da variação de penalizações	53
5.7.2	Tabela de variação de penalização	54
5.7.3	Variação de penalização sobre caminhos	57
5.7.4	Caminhos de variação mínima de penalização	58
5.7.5	Algoritmo dinâmico de caminhos mínimos	59
5.8	Função objetivo	60
5.9	Fase de busca local	63
5.9.1	Remoção de árvores pequenas	63
5.9.2	Trocar caixas entre duas árvores	65
5.10	Simplificação	66
5.10.1	Caminhos desnecessários	66
5.10.2	Vértices desnecessários	67
5.10.3	Pontos de curva	68
6	Resultados experimentais	69
6.1	Instância de testes	69
6.2	Planejamento e execução	74
6.3	Tempo de execução	76

6.4	Resultados obtidos	77
6.5	Evolução das heurísticas	85
6.6	Qualidade das heurísticas	89
6.7	Exemplo de solução	93
6.7.1	Melhor solução	93
6.7.2	Solução típica	98
6.8	Considerações finais	104
7	Conclusão	109
	Bibliografia	112

Lista de Tabelas

5.1	Custo de cabos nas arestas	60
5.2	Penalização de compartilhamento de arestas	62
5.3	Lógica de decisão para custo de emenda	62
5.4	Custos das emendas	63
6.1	Redução da instância após simplificação	70
6.2	Configurações dos testes da heurística	74
6.3	Tempo de execução da heurística	76
6.4	Resultados para fase de construção na máquina A	78
6.5	Resultados para busca local na máquina A	78
6.6	Diferença entre busca local e fase de construção na máquina A	78
6.7	Resultados para fase de construção na máquina B	79
6.8	Resultados para busca local na máquina B	79
6.9	Diferença entre busca local e fase de construção na máquina B	79
6.10	Melhoria relativa à configuração 1 - fase construção, máquina A	82
6.11	Melhoria relativa à configuração 1 - busca local, máquina A	82
6.12	Melhoria relativa à configuração 1 - fase construção, máquina B	82
6.13	Melhoria relativa à configuração 1 - busca local, máquina B	82

Lista de Figuras

2.1	Cabeamento dos pontos de demanda para o ponto de distribuição	7
2.2	Tipos de emendas	10
2.3	Tipos de curvas de cabeamento	11
3.1	Estrutura de dados da instância	16
4.1	Pseudo-código do GRASP	23
4.2	Pseudocódigo da fase construção	24
4.3	Pseudocódigo da fase busca local	25
5.1	Representação através de árvores de cabeamento	29
5.2	Representação através de árvores de cabeamento em múltiplas camadas . .	31
5.3	Exemplo de uma Instalação	33
5.4	Solução formada por duas Instalações	35
5.5	Alternativas para as Instalações das figuras 5.4(a) e 5.4(b), respectivamente	36
5.6	Alternativa afetada pela adição de vértice na Instalação	37
5.7	Cabeamento típico da primeira proposta	38
5.8	Cabeamento típico da segunda proposta	39
5.9	Cabeamento típico da terceira proposta	41
5.10	Exemplo de operação sobre uma Instalação	41
5.11	Área preferencial para cabeamento	48
5.12	Exemplo de Instalação com cabos instalados	55
5.13	Alternativa para a Instalação da figura 5.12	55
5.14	Exemplo de uma árvore pequena	64
5.15	Troca de caixas entre árvores	66
5.16	Exemplo de ponto de curva transformado em arestas	68
6.1	Distribuição de grau de vértice e demanda por caixa	70
6.2	Instância original	71
6.3	Instância após simplificação de caminhos desnecessários	72
6.4	Instância após simplificação de vértices desnecessários	73

6.5	Distribuição da quantidade de árvores	76
6.6	Comparativo entre configurações e máquinas	80
6.7	Comparativo entre melhoria relativa à configuração	84
6.8	Evolução da penalização, máquina A	85
6.9	Evolução da penalização, máquina B	86
6.10	Evolução do número de árvores, solução típica, fase de construção	87
6.11	Evolução da penalização, solução típica, fase de construção	88
6.12	Evolução da decisão de cabeamento, solução típica, fase de construção	88
6.13	Comparação de custo entre as 20 melhores soluções	89
6.14	Comparação de penalização entre as 20 melhores soluções	90
6.15	Distribuição de custo e penalização antes da busca local	91
6.16	Distribuição de custo e penalização depois da busca local	91
6.17	Comparação do número de árvores entre as 20 melhores soluções	92
6.18	Melhor solução obtida após busca local	94
6.19	Listagem da melhor solução, Instalação 1	95
6.20	Listagem da melhor solução, Instalação 2	96
6.21	Listagem da melhor solução, Instalação 3	97
6.22	Solução típica obtida após fase de construção	99
6.23	Solução típica obtida após busca local	100
6.24	Listagem da solução típica, Instalação 1	101
6.25	Listagem da solução típica, Instalação 2	102
6.26	Listagem da solução típica, Instalação 3	103

Capítulo 1

Introdução

1.1 Heurísticas em problemas de otimização

Nas diversas áreas da indústria, comércio e setor público, ao buscar formas para bom aproveitamento de recursos disponíveis, surge um número muito grande de alternativas onde se pode utilizar otimização. Entre alguns exemplos destes problemas, estão: escalonamento de mão de obra, roteamento de veículos e projeto de redes de comunicação.

Visando encontrar a melhor solução para um dado problema de natureza combinatorial, poder-se-ia analisar todas as possibilidades em relação a uma função objetivo que mede a qualidade de cada solução. Ocorre que, na prática, o número de combinações possíveis cresce exponencialmente com o tamanho do problema. Como muitos destes problemas são comprovadamente classificados como NP-difíceis [22], isso praticamente exclui algoritmos determinísticos e exatos a solução destes problemas, especialmente em instâncias de entrada suficientemente grandes para acomodar dados reais.

Na ausência de algoritmos clássicos adequados, uma alternativa é o uso de heurísticas que possam auxiliar no processo de busca de soluções consideradas suficientemente boas. Conforme Resende [47], a eficácia dessas heurísticas depende de sua habilidade em adaptar-se a particularidades das instâncias, em evitar ótimos locais e em aproveitar algumas características especiais do problema. Tais heurísticas podem melhorar seus resultados com o emprego de técnicas de reinício de busca, aleatoriedade controlada e pré-processamento inteligente.

Várias técnicas de busca utilizam heurísticas construídas baseadas nesses conceitos, como por exemplo: *Simulated Annealing* [32], *Busca Tabu* [27], *Algoritmos Genéticos* [30, 34, 40, 39, 8] e *GRASP* (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) [47, 48].

1.2 Problema de otimização de cabeamento das companhias telefônicas

As companhias telefônicas têm necessidade de atender a demanda crescente de novos clientes através da expansão da rede telefônica ora em uso, e também através da instalação de pares de fios telefônicos em novas áreas ainda sem o serviço. Apesar do advento de novas tecnologias, como, por exemplo, telecomunicação sem fio, que introduzem um grande potencial para simplificar o projeto das redes telefônicas, elas apresentam limitações quanto à qualidade da comunicação e baixas taxas de transmissão de dados. Existem também dificuldades como perdas de sinal e alto investimento por cliente.

Neste contexto, as redes baseadas em cabeamento de fios trançados continuarão predominando devido à simplicidade da tecnologia, experimentada há décadas e de custo amortizado, além da qualidade de transmissão suficiente para a grande maioria das aplicações em telecomunicações atuais e futuras. Existe a tendência de fios trançados serem substituídos por outras tecnologias com maior capacidade e melhor qualidade de transmissão, como por exemplo a fibra ótica, alternativa esta que também necessita de cabeamento.

Assim, as companhias telefônicas continuam concentrando seus esforços no estudo do cabeamento das redes telefônicas. A busca por procedimentos automatizados e eficazes continua uma questão pertinente.

1.3 Motivação

A estruturação e posterior implementação de projetos de redes telefônicas é um processo complexo e dispendioso. Afinal, mobiliza-se inúmeros profissionais que, durante considerável intervalo de tempo, estarão envolvidos em questões técnicas tais como o balanceamento da qualidade de serviço e a utilização de recursos. Esse balanceamento, por sua vez, objetiva atender os usuários finais da rede, sem, no entanto superdimensionar a rede gerando gastos desnecessários.

O grande número de variáveis e restrições envolvidas no projeto de redes telefônicas impossibilita a rápida obtenção de soluções de qualidade a partir da intuição humana. Existe também a dificuldade para estipulação de parâmetros capazes de avaliar uma solução proposta.

Uma ferramenta computacional especializada apresentaria uma visão mais ampla e detalhada tanto dos problemas a serem resolvidos quanto da gama de soluções disponíveis. Sendo ela capaz de gerar um anteprojeto de qualidade e baixo custo de uma rede telefônica, este poderia ser validado e ajustado por especialistas. A ferramenta seria ainda mais interessante se ela fosse capaz de gerar diversas alternativas, todas de qualidade semelhante e de custo comparável. Isto permitiria aos especialistas escolher a solução que

melhor se ajuste como ponto de partida para o projeto de cabeamento. A grande valia para companhias telefônicas estaria em reduzir o tempo para a obtenção de um projeto final aceitável e também em aumentar o escopo das decisões de projeto.

1.4 Contexto

Este trabalho está inserido em um trabalho maior, derivado de uma aplicação real originária no Centro de Pesquisa em Telecomunicações (CPqD).

Outros trabalhos relacionados [38, 37] já foram desenvolvidos e propuseram outros algoritmos, utilizando diversas técnicas de otimização combinatória, para resolver problemas que antecedem o cabeamento telefônico.

O CPqD atuou como parceiro no desenvolvimento do projeto como um todo e forneceu dados reais para testes de algoritmos. Este trabalho baseia-se nas novas restrições e informações disponibilizadas pelo CPqD, como também nos resultados obtidos em projetos anteriores.

1.5 Organização do documento

O capítulo 2 apresenta e define o problema de cabeamento de redes telefônicas. São descritas as restrições e regras que caracterizam o problema. No capítulo 3, é apresentado um modelamento conveniente para os representar as instâncias e as soluções. O capítulo 4 explica a técnica heurística sugerida para abordar o problema de cabeamento de redes telefônicas. Em seguida, no capítulo 5, encontra-se a discussão mais extensa deste trabalho, cobrindo diversas propostas de heurística experimentadas. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas e analisadas algumas soluções obtidas para uma instância típica do problema. Segue a conclusão deste trabalho de pesquisa no capítulo 7.

Capítulo 2

Descrição do problema

Os princípios para cabeamento de redes telefônicas estão descritos em [51]. Esta seção descreve como o problema foi interpretado para fins de elaboração da heurística resolvidora.

2.1 Hierarquia da rede telefônica

O problema de cabeamento telefônico é estudado sob vários ângulos, conforme descrito a seguir.

1. Um *sistema telefônico* é composto por vários *sistemas urbanos* que se interligam através da *rede interurbana*. A *rede interurbana* é composta por um conjunto de *estações interurbanas* ligadas através de *rotas de transmissão*.
2. Cada *sistema urbano* é constituído por uma ou mais *áreas de comutação*, interligadas através da uma *rede de troncos*.
3. Cada *área de comutação* abrange uma *central telefônica* e uma *rede externa*. A rede externa é o ponto de partida para o planejamento de novas redes telefônicas e remanejamentos das redes existentes. Ela é subdividida em áreas chamadas *seções de serviço*.
4. Cada *seção de serviço* possui um *ponto de distribuição* (também chamado *armário de distribuição*) interligado à subestação da *área de comutação* correspondente. O ponto de distribuição está interligado com a central telefônica e situa-se aproximadamente no centro da seção de serviço. Na seção de serviço tem-se a *rede de distribuição* ou *rede secundária*, formada por lances de pares individuais de fios telefônicos que ligam o *ponto de distribuição* aos *pontos de demanda*.

5. Um *ponto de demanda* concentra um ou mais assinantes de linhas telefônicas em equipamentos denominados *caixas terminais*. A partir das *caixas terminais* originam-se os lances finais para os equipamentos individuais de assinantes.

2.2 Definição do problema de cabeamento telefônico

Devido à complexidade a resolução do problema de planejamento de redes telefônicas, o mesmo foi dividido em etapas isoladas, conforme está descrito no artigo de Almeida [2]:

1. **Definição das *seções de serviço*:** Os pontos de demanda são agrupados em seções de serviço. Para cada seção de serviço, é definido um ponto de distribuição (ou armário de distribuição).

A restrição essencial desta etapa é obedecer a faixa de ocupação mínima e máxima de cada ponto de distribuição. Tipicamente, ele comporta até 600 assinantes, mas deseja-se que seja ocupado com aproximadamente 400 a 480 assinantes, de modo que possa ainda atender uma demanda crescente futura.

O objetivo é manter o número de assinantes por seção de serviço aproximadamente equilibrado, como também minimizar o número de seções, uma vez que o principal elemento gerador de custo é a aquisição e instalação dos armários de distribuição.

2. **Definição das *caixas terminais*:** Para cada seção de serviço, a demanda de um grupo de assinantes próximos é agrupada em caixas terminais, que formam os pontos de demanda.

Nesta etapa, determina-se o tipo de cada caixa terminal a ser instalada, que depende de seu custo e na sua capacidade para atender a demanda. Normalmente, ela é instalada em postes existentes na seção de serviço ou em novos postes instalados para esta finalidade. Determinam-se também as conexões entre as caixas terminais e os assinantes próximos. Caixas terminais também podem ser instaladas em pontos com expectativa de crescimento futuro de demanda.

A restrição essencial desta etapa é obedecer à faixa de ocupação mínima e máxima de cada caixa terminal. As caixas disponíveis, normalmente, têm capacidade máxima de 10 ou 20 assinantes.

Esta etapa visa minimizar o custo total formado pelo custo das caixas terminais e cabeamento das conexões até os assinantes.

3. **Definição do *cabeamento da seção de serviço*:** Cada caixa terminal é interligada ao ponto de distribuição da seção de serviço através de lances de cabos.

Este trabalho tem seu foco na parte 3 do sistema descrito acima. Os problemas 1 e 2 já foram abordados em trabalhos anteriores [2, 38, 37] e não serão tratados em detalhe.

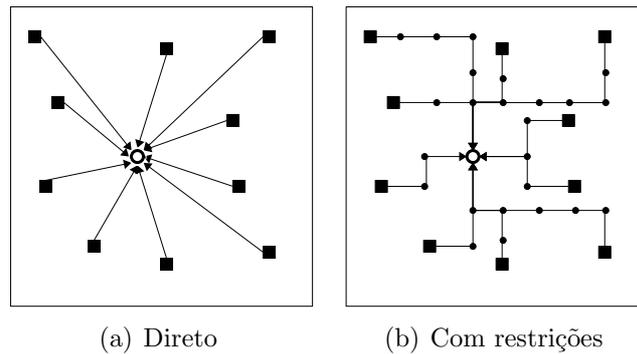


Figura 2.1: Cabeamento dos pontos de demanda para o ponto de distribuição

2.3 Restrições de cabeamento

Os princípios envolvidos no cabeamento estão descritos no documento da TELEBRÁS [51, 50].

Descrição geral

O problema consiste em encontrar uma rede de distribuição constituída por um cabeamento viável e de custo mínimo formado por pares de fios telefônicos que partem dos pontos de demanda de uma seção de serviço até o ponto de distribuição.

A figura 2.1(a) ilustra esta situação, com caixas terminais representadas por quadrados pretos e o ponto de distribuição pelo círculo branco no centro. Retrata-se uma solução trivial, na qual os assinantes são atendidos por um cabeamento formando um segmento direto de cada ponto de demanda para o ponto de distribuição.

Os pares de fios telefônicos individuais de diferentes pontos de distribuição podem ser agrupados em cabos para compartilhar o mesmo percurso, com objetivo de racionalizar custos e facilitar sua instalação e manutenção. O percurso destes cabos está sujeito a restrições geográficas e regras de cabeamento. Por exemplo, ele deve seguir o posteamento já existente ou deve prever a instalação de novos postes na seção de serviço. Também precisa considerar a disposição dos logradouros da seção de serviço. Para a mesma situação ilustrada na figura 2.1(a), a figura 2.1(b) mostra como seria um possível cabeamento respeitando os postes e ruas existentes.

O problema então consiste em determinar a rede de distribuição que deve ser formada por pares de fios telefônicos individuais partindo de pontos de demanda até alcançar o ponto de controle da seção de serviço. Durante o percurso, os fios podem concentrar-se em lances, formando cabos.

A seguir, cada um dos conceitos envolvidos no problema será especificado detalhada-

mente.

Pontos de Demanda

A demanda que deverá ser atendida é dada por *caixas terminais* e *caixas prediais* distribuídas pela seção de serviço. As caixas terminais são pontos onde existe a possibilidade de derivar uma conexão de pares de fios telefônicos para atender a demanda de clientes individuais (tipicamente residenciais ou pequeno comércio). Caixas prediais são pontos onde existe uma derivação de grande número de pares para atender a demanda de um edifício com muitos clientes.

Como não existe nenhuma distinção conceitual entre caixas terminais e prediais (além do número de pares de fios telefônicos que comportam), utilizaremos a terminologia *caixa* ou mais especificamente *ponto de demanda* para ambos os casos.

A posição das caixas terminais foi determinada em trabalhos que antecederam este projeto [2, 38] e sua localização sempre coincide com um poste ou uma caixa subterrânea.

As caixas terminais estão disponíveis apenas em algumas capacidades determinadas. Portanto, nos pontos de demanda, as caixas sempre possuem capacidade maior ou igual a demanda dos assinantes próximos. Deve-se atender no mínimo a demanda das caixas terminais. Caixas terminais diferentes ao longo de um mesmo percurso de cabeamento podem compartilhar os pares instalados em excesso (que não estão atendendo demanda) com propósito de atender demandas futuras. Essa opção, entretanto, ainda não será considerada neste projeto.

Ponto de Distribuição

Outros algoritmos [2, 38] já foram desenvolvidos para realizar uma divisão da rede externa em seções de serviço e definir um ponto de distribuição para o qual devem convergir todos os pares de fios telefônicos provenientes dos pontos de demanda da seção correspondente. Um engenheiro deve visitar as vizinhanças do local definido pelo algoritmo para determinar um conjunto de possíveis opções viáveis para o ponto de distribuição. Isto porque a localização sugerida pelos algoritmos nem sempre é viável exatamente na forma proposta, devido à sua posição no calçamento, entradas de veículos, cruzamentos de vias e outros obstáculos.

Em um dos locais finais determinados será instalado um armário de distribuição, chamado simplesmente de ponto de distribuição. Este ponto de distribuição é ligado, através de dutos, para postes ou para caixas subterrâneas próximas. É através destes dutos que os pares de fios telefônicos da seção de serviço chegam ao armário.

Cabos e lances

Durante o percurso dos pontos de demanda para o ponto de distribuição, os pares de fios telefônicos individuais são agrupados em feixes, denominados cabos. Estes cabos existem apenas em algumas determinadas capacidades. Por este motivo, para agrupar pares em um determinado percurso, é necessário utilizar um cabo de capacidade maior ou igual que o número de pares que realmente se deseja transportar. Os pares de fios em excesso de um cabo são chamados pares mortos. Existem coeficientes que definem a ocupação mínima e máxima desejada para cada cabo.

Estes cabos podem seguir um percurso através de dutos subterrâneos (lance subterrâneo) ou instalados entre postes (lances aéreos). O tipo de um lance depende principalmente da capacidade do cabo, de seu comprimento e se o mesmo é subterrâneo ou aéreo.

Existem restrições quanto ao cabeamento aéreo. Ele não pode atravessar avenidas, rodovias, linhas férreas, barreiras geográficas ou outros obstáculos. É definida uma distância máxima para um lance aéreo entre dois postes. Na impossibilidade de um lance aéreo, existe a opção de se realizar um percurso subterrâneo. Alguns casos particulares obrigam um percurso subterrâneo, como a ligação às caixas prediais ou a ligação de pontos de controle para postes ou caixas subterrâneas próximas. Para realizar lances subterrâneos através de um duto subterrâneo, deve-se observar também a capacidade dos dutos.

Os cabos estão disponíveis em bobinas, com segmentos de tamanho finito. Eventualmente, percursos muito longos exigem uma união entre dois cabos. Esta restrição, entretanto, não será considerada neste projeto.

Emendas

Em certos postes ou em certas caixas subterrâneas, os cabos podem sofrer emendas, que são situações que exigem corte do cabo e a junção manual de cada par de fios telefônicos do cabo. Estes cortes são realizados com objetivo de:

Derivar em bifurcações. É uma emenda em um cabo de grande capacidade, onde dois ou mais cabos de menor ou igual capacidade seguem em direções diferentes. Veja figura 2.2(a).

Reduzir capacidade do cabo. Trata-se de uma emenda realizando uma migração de um cabo de maior capacidade para um outro de menor capacidade. Isto pode ser interessante quando o cabo possui um grande número de pares mortos. Dependendo do percurso do cabo, poderá ser interessante passar a utilizar um cabo de menor capacidade (e, portanto mais barato). Veja figura 2.2(b).

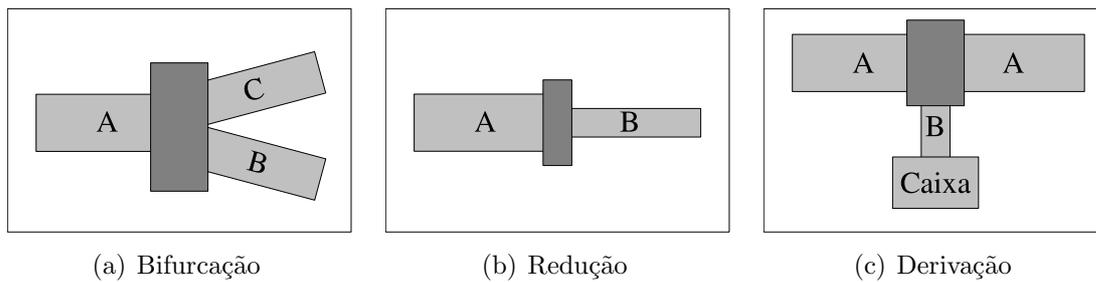


Figura 2.2: Tipos de emendas

Alimentar caixas terminais ou prediais. Quando existe uma ou mais caixas instaladas no poste ou na caixa subterrânea, então o cabo precisa apresentar uma emenda para atender este ponto de demanda. Veja figura 2.2(c).

Um poste ou uma caixa subterrânea pode apresentar uma emenda que simultaneamente deriva em bifurcações e alimenta caixas. As emendas podem gerar pares mortos nos cabos sendo mais importante atender a demanda que tentar distribuir de forma equilibrada os pares mortos.

Para instalar uma emenda, é necessário que um técnico desloque-se para o ponto em questão e realize manualmente a união dos pares de fios telefônicos e o isolamento dos pares mortos. Esta é a principal causa do custo elevado das emendas na rede de distribuição. Neste estudo, cada tipo de cabo é associado a um *custo de emenda*.

Os comprimentos dos cabos serão tidos como infinitos e não será necessário considerar situações de emenda entre dois cabos de tamanho finito.

Percurso de Cabeamento

O percurso dos lances de cabos está atrelado à geografia da seção de serviço. Ele depende principalmente da disposição dos postes, caixas subterrâneas e dutos já existentes nas ruas e avenidas. Caso não seja possível atender um ponto de demanda através de elementos de suporte existentes, então novos postes ou novas caixas subterrâneas (e os respectivos dutos) podem ser instalados com propósito de abrigar os lances. Evidentemente, esta segunda opção apresenta um custo significativamente maior e será evitada sempre que possível.

A situação mais comum para realizar o cabeamento é o lance aéreo entre dois postes. Em alguns casos, quando a ligação aérea entre dois postes não for possível, poderá ser instalado um duto entre os mesmos para abrigar um lance subterrâneo.

No caso de cruzamentos entre logradouros, raramente existem postes exatamente nas esquinas. Para que um cabo realize a curva na esquina, utiliza-se uma solução formada

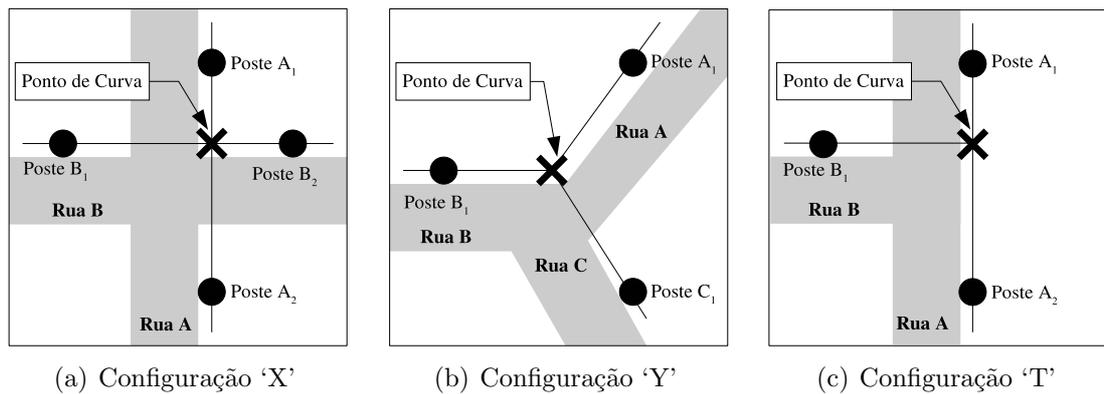


Figura 2.3: Tipos de curvas de cabeamento

por quatro postes, um par situado ao longo de cada rua e cada poste do par situado em lados opostos do cruzamento. Entre os postes de cada par é esticado um cabo de aço fino, formando um ponto de interseção na esquina. Esta interseção forma um *ponto de curva* com configuração em forma de ‘X’ (figura 2.3(a)). Soluções similares também são possíveis com configuração em forma de ‘Y’ (figura 2.3(b)) e de ‘T’ (figura 2.3(c)).

Não existem restrições quanto à direção do cabeamento. Deve-se sempre utilizar a opção de menor custo. Em particular, o percurso do cabo pode retornar novamente em direção ao ponto de partida (trajeto de retorno). Também, caixas terminais de uma mesma rua podem ser atendidas por diferentes cabos oriundos de sentidos opostos.

Entre algumas outras características do cabeamento, pode-se citar:

- Os pontos de demanda representados por caixas terminais costumam estar localizados nos postes. Caixas prediais encontram-se sempre em caixas subterrâneas.
- Emendas podem ocorrer apenas em postes ou em caixas subterrâneas, mas não em pontos de curva.
- Não existem restrições quanto à direção do cabeamento. Deve-se sempre utilizar a opção de menor custo.
- A tendência para o percurso do cabeamento será partir de um ponto de demanda em direção ao ponto de distribuição. Pode ocorrer que, por algum motivo, o percurso afaste-se temporariamente do ponto de distribuição. Isto não será considerado como uma violação de regra de cabeamento.
- Um mesmo logradouro pode ser atendido por um cabeamento com percursos que provêm de direções opostas.

- O percurso de um lance aéreo deve evitar atravessar mais de uma vez o mesmo logradouro.
- Normalmente, deseja-se que o cabeamento telefônico seja semelhante a um já existente, mesmo que de outra natureza como, por exemplo, uma rede elétrica, desde que isto não acarrete aumento no custo da solução.

A possibilidade de instalar um lance (seja ele aéreo ou subterrâneo) entre dois pontos (seja um poste ou caixa subterrânea) depende de várias condições, entre elas:

- Um lance aéreo não pode atravessar barreiras geográficas como montanhas ou rios largos.
- Da mesma forma, um lance aéreo não costuma atravessar linhas férreas, rodovias ou avenidas muito largas ou com trânsito intenso de veículos.
- O lance aéreo não pode atravessar áreas particulares. Isto é especialmente pertinente quando o cabeamento deve contornar uma esquina. Ao invés de instalar um lance entre dois postes adjacentes à esquina, resultando em uma secante que corta a propriedade situada na esquina, a solução deve recorrer a um ponto de curva na esquina.
- Um lance aéreo não deve interligar dois postes se existe um terceiro poste entre os mesmos.
- Dutos subterrâneos ou lances aéreos sobre avenidas devem ocorrer de forma padronizada, como por exemplo, nos cruzamentos de avenidas.

O caráter subjetivo destas regras dificulta a descrição de um algoritmo exato que verifica se o cabeamento entre dois postes ou caixas subterrâneas é válido ou não. Por exemplo, a decisão sobre a possibilidade de instalação de um novo duto através de uma avenida pode estar condicionada a outros fatores externos que dificultariam o problema se fossem também parâmetros de entrada para o algoritmo. Como outro exemplo, em um cruzamento, muitos fatores externos podem influenciar se um lance será realizado por ar ou por terra.

Decidiu-se, portanto, que a ferramenta receberá a descrição de todas as possíveis instalações de lances, qualificadas como aéreas ou subterrâneas, e se cada possibilidade já está presente na rede existente. As possibilidades de cabeamento podem ser geradas automaticamente por uma heurística, mas caberá a uma pessoa realizar correções manuais, como remover as opções inadequadas e adicionar outras que julgar necessárias.

Por exemplo, o engenheiro poderá decidir em um cruzamento atípico de ruas quais possíveis ligações entre os postes próximos poderiam ser realizadas através de lances aéreos ou através de dutos subterrâneos. Ele poderá até remover uma possibilidade da instância, caso ela seja inviável.

Capítulo 3

Modelamento dos dados

3.1 Estrutura de dados

Nesta seção será apresentada a estrutura de dados que representa uma instância do problema de cabeamento de redes telefônicas.

Grafo de possibilidade de cabeamento

Uma instância de seção de serviço é representada através de um grafo simples, não orientado e conexo $G(V, E)$, de vértices V e arestas E . A notação é semelhante à utilizada por Cormen [10] e Murty e Bondy [1].

Os vértices V do grafo podem ser *postes*, *caixas subterrâneas*, *pontos de curva* ou *armários de distribuição*. Para o caso de poste ou de caixa subterrânea, ambos chamados de ponto de demanda, o vértice pode estar associado com zero, uma ou mais caixas terminais. Caixas subterrâneas admitem apenas caixas prediais.

As arestas E do grafo representam todas as possibilidades para o algoritmo decidir onde instalar um ou mais cabos entre dois vértices. As arestas podem ser de tipo *lance aéreo* ou *duto subterrâneo*. Os tipos de aresta diferenciam-se somente no custo, sendo que passar um cabo por um duto subterrâneo é consideravelmente mais caro que um lance aéreo.

Pressupõe-se que o gráfico $G(V, E)$ represente uma instância correta, não havendo, por exemplo, uma aresta indicando a possibilidade de instalar um lance aéreo entre duas caixas subterrâneas. A figura 3.1 ilustra a estrutura de dados através de um modelo UML.

Definição do vértice

Para evitar a definição de estruturas de dados específicas para cada um dos quatro tipos de vértices, são definidos os seguintes atributos genéricos, determinados a partir da natureza

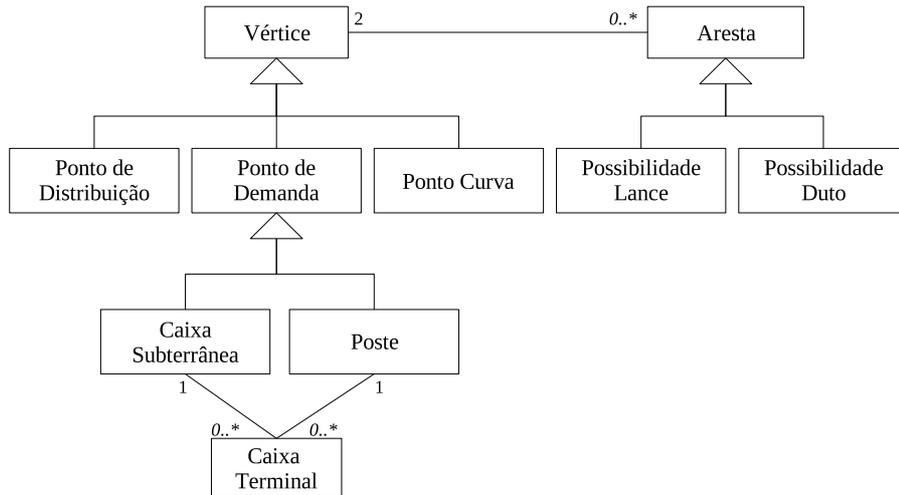


Figura 3.1: Estrutura de dados da instância

do vértice e das caixas associadas com o mesmo.

Demanda. A demanda de um vértice (medida em número de pares de fios telefônicos) é dada pela soma da demanda das caixas instaladas no mesmo. Caso não exista caixa associada, então a demanda é considerada nula. Para pontos de distribuição e pontos de curva, a demanda é nula por definição.

Capacidade. De forma análoga à demanda, a capacidade é obtida pela soma da capacidade das caixas instaladas num certo ponto. Para pontos de distribuição e pontos de curva, a capacidade é nula por definição.

Oferta. A oferta representa quantos pares de fios telefônicos podem ser encaminhados a partir do vértice à subestação da área de comutação. Somente o ponto de distribuição possui oferta. Para os demais tipos de vértice, a oferta é nula por definição.

Possibilidade de emenda. Todo vértice de tipo poste ou caixa subterrânea permite uma emenda se nele houver uma caixa terminal ou predial. Vértices podem requerer uma emenda se o grau do vértice for maior ou igual a 3, exceto para pontos de curva e pontos de distribuição que não admitem emendas, independente do grau. Mesmo que o tipo de vértice ofereça a possibilidade de emenda, a instância pode definir através desta propriedade que ele não deve aceitar emendas.

Característica de ponto de curva. Para cada par de arestas incidentes, este atributo indica se é necessário instalar um suporte para alterar a direção do cabeamento (veja figura 2.3). Postes, caixas subterrâneas e pontos de distribuição não têm essa necessidade e, para cada par de arestas incidentes, neste caso, o atributo será falso.

Para os pontos de curva, deve-se observar que o suporte é necessário somente se o cabeamento não ocorre entre postes opostos em relação à rua do cruzamento. Por exemplo, os lances entre os postes A1-A2 ou B1-B2 da figura 2.3(a) não requerem suporte.

Existência e custo de instalação. Quando verdadeiro, a existência indica que o vértice já pode ser utilizado para o cabeamento sem custo adicional de instalação. Caso contrário, o uso do vértice resulta no custo adicional de instalação.

Note que as propriedades genéricas do vértice não trazem informações detalhadas sobre a construção do ponto de curva. No decorrer do pré-processamento, os vértices de tipo ponto de curva serão removidos da instância e substituídos por arestas, conforme será descrito na seção 5.10.3.

Se o grafo G for interpretado como um fluxo, então os vértices com demanda positiva são considerados produtores (de pares de fios telefônicos) enquanto os vértices com oferta positiva serão sorvedouros. Note que nunca um vértice apresentará demanda e oferta positivas.

É permitido que uma instância apresente apenas um ponto de distribuição.

Os seguintes atributos de vértice auxiliam na visualização gráfica de mapas de instância e de solução, mas não são essenciais para a execução da heurística:

Identificador. Um nome curto e único para referenciar o vértice no mapa.

Coordenada. Sua localização espacial na seção de serviço.

Os próximos atributos permitem otimizações na implementação das heurísticas. Basicamente, eles servem para agilizar a tomada de decisões, sem necessidade de explorar as características de um vértice toda vez que ele for visitado.

Grau. Conta o número de arestas incidentes. Conta-se, em separado, as arestas tipo lance aéreo e tipo duto subterrâneo.

Mapa de vértices vizinhos MV_v . Define-se $MV_v(w) = a$ sse o vértice w é vizinho de v através da aresta a , caso contrário, $MV_v(w)$ não é definido. Ao se usar uma estrutura de mapa, é possível determinar, em tempo constante, se um vértice w é vizinho de um outro vértice v .

Mapa de arestas incidentes MA_v . Define-se $MA_v(a) = w$ sse o vértice w é vizinho de v através da aresta a , caso contrário, $MA_v(w)$ não é definido. Usando uma estrutura de mapa, é possível determinar, em tempo constante, se uma aresta a incide em um vértice v .

Definição da aresta

As arestas são caracterizadas pelos seguintes atributos.

Comprimento. A distância, através do duto ou lance aéreo entre os dois vértices adjacentes da aresta. O valor será no mínimo a distância euclidiana entre os vértices. Para dutos ligados a postes deve-se adicionar também a distância do cabeamento até o chão no pé do poste. Entre dois postes, deve-se considerar a distância adicional gerada pelo arqueamento do cabo para o caso de lance aéreo.

Capacidade. Caso apresente um valor definido, então limita o número máximo de pares de fios telefônicos que podem passar entre os dois vértices. Soma-se a capacidade dos cabos instalados na aresta. Utilizado para dutos subterrâneos previamente instalados e que apresentam um diâmetro limitado. Para lances aéreos, o valor deste atributo não é definido.

Existência e custo na instalação. Quando verdadeiro, a existência indica para dutos subterrâneos se o mesmo já encontra-se previamente instalado. O uso de dutos já existentes oferece um custo significativamente menor que a instalação de novos dutos. Para lances aéreos, este atributo será sempre falso. Se o atributo existência de instalação for falso, então indica o aumento no custo da solução decorrente do uso da aresta (e da decorrente da instalação da mesma).

Existência de rede. Se verdadeiro este atributo indica que já existe um cabeamento de uma outra rede entre os dois vértices (por exemplo, uma rede elétrica).

Definição da caixa terminal ou predial

A caixa terminal ou predial possui apenas dois atributos.

Demanda. Quantos assinantes são efetivamente atendidos pela caixa. Isto equivale ao número de pares de fios telefônicos que devem ser ligados ao ponto de distribuição.

Capacidade. O número máximo de assinantes que podem ser atendidos pela caixa.

Definição de cabos

Os cabos são caracterizados pelos seguintes atributos.

Identificador. Um nome curto e único para cada cabo. Usado para imprimir a solução da heurística.

Custo linear. Custo por unidade de distância para instalar o cabo entre dois vértices.

Custo de instalação. Custo fixo adicional de mão de obra para instalar o cabo entre dois vértices.

Custo de emenda. Custo fixo adicional caso seja necessário realizar uma emenda deste cabo com outro(s) em uma extremidade da aresta no qual o cabo está instalado.

Capacidade. Número máximo de pares de fios telefônicos transportados pelo cabo.

Maiores detalhes de como os custos são empregados pela heurística encontram-se na seção 5.8, na descrição da função objetivo.

3.2 Entrada do algoritmo (instância)

Descreve-se resumidamente os dados que devem ser fornecidos como instância inicial para a heurística solucionadora.

Tipos de cabos

Tabela dos cabos que poderão ser utilizados em lances aéreos ou passados por dutos subterrâneos. Formada pelas colunas: identificador, capacidade, custo linear, custo fixo de instalação e custo de emenda.

Postes

Relação de todos os postes disponíveis na área de serviço. Para cada poste, são lidos os seguintes atributos: tipo de vértice, identificador, coordenada de localização, existência na instalação ou custo de instalação, e aceitação de emenda. As propriedades demanda, capacidade e oferta são calculadas de acordo com o tipo do vértice e das associações com caixas terminais ou prediais. As propriedades possibilidade de emenda e característica de ponto de curva são calculadas a partir do tipo e do grau do vértice. Por fim, o atributo grau do vértice e os mapas de arestas incidentes e de vértices vizinhos são calculados a partir da topologia do grafo da instância. Note que as propriedades existência na instalação e custo de instalação são mutuamente exclusivas na entrada.

Caixas subterrâneas

Relação de todas as caixas subterrâneas disponíveis na área de serviço. O tratamento é similar à relação de postes. Para cada caixa subterrânea, são lidos os seguintes atributos: identificador, coordenada de localização e existência na instalação ou custo de instalação. Os demais atributos são calculados a partir destas características da caixa subterrânea.

Pontos de curva

Relação de todos possíveis pontos de curva na área de serviço. Para cada ponto, é lido o identificador e uma atribuição de identificadores (IDs) para vértices vizinhos, de acordo com a figura 2.3.

1. para configuração em “X”: ID poste A1, ID poste A2, ID poste B1, ID poste B2.
2. para configuração em “T”: ID poste A1, ID poste A2, ID poste B1.
3. para configuração em “Y”: ID poste A1, ID poste B1, ID poste C1.

Os atributos de demanda, capacidade e oferta são automaticamente atribuídos para zero. A possibilidade de emenda, a aceitação de emenda e a existência na instalação são atribuídos para falso, enquanto a característica do ponto de curva é atribuída para verdadeiro. A coordenada de localização é calculada a partir da interseção dos cabos que sustentam o ponto de curva. Esta localização é importante uma vez que o pré-processamento precisa calcular o comprimento dos cabos de sustentação e dos cabos através do ponto de curva para depois substituir por uma única aresta com custo equivalente (veja seção 5.10.3).

Pontos de distribuição

Exatamente um único vértice é ponto de distribuição. São lidos os atributos: o identificador, a coordenada e a oferta. Não apresentam custo, pois se assume que eles já existem na instância. Os atributos demanda e capacidade são atribuídos automaticamente para zero.

Possibilidades de novos lances aéreos

Relação de pares de vértices que podem ser interligados através de lance aéreo. Para cada par, são lidos: o identificador dos vértices da extremidade da aresta, a distância (arqueada) e a existência na instalação ou o custo de instalação e existência de rede. Note que as propriedades existência na instalação e custo de instalação são mutuamente exclusivas na entrada. Não existe ordenação para os vértices da extremidade da aresta, uma vez que a mesma é bidirecional. A capacidade é atribuída automaticamente para infinito, uma vez que não existe limite (teórico) para o número de cabos em um lance aéreo.

Uma vez que todas as arestas foram informadas, determina-se o grau de cada vértice e os mapas de vizinhança $MV_v(w)$ e $MA_v(a)$.

Possibilidades de novos dutos subterrâneos

Relação de pares de vértices que podem ser interligados através de dutos. Para cada par, são lidos: o identificador dos vértices da extremidade da aresta, a distância (incluindo a distância vertical em postes), a capacidade e a existência na instalação ou o custo de instalação, existência de rede e capacidade máxima (se houver).

Caixas terminais e prediais

Lista de caixas que devem ser atendidas. Para cada caixa, devem ser informados: identificador do vértice no qual a caixa está instalada, demanda e capacidade. Apesar das caixas terminais possuírem capacidade de 10 ou 20 pares, para manter generalidade, utilizaremos um valor independente para cada caixa terminal. Note que em um poste ou em uma caixa subterrânea podem estar localizadas mais de uma caixa terminal.

3.3 Saída do algoritmo (solução)

Ao final do processamento, a heurística solucionadora produz uma solução formada por um conjunto de árvores sobrepostas que representam uma sugestão para realizar o cabeamento telefônico partindo das caixas (terminais ou prediais) até os pontos de distribuição (armários) de forma a minimizar o custo de implantação e minimizar penalizações decorrentes de eventuais violações de restrições.

Os vértices na saída correspondem aos vértices fornecidos como instância na entrada. As arestas na saída são um subconjunto das arestas da instância. Se uma árvore da solução possui uma certa aresta, então seu cabeamento passa por esta aresta.

A solução informa, para cada aresta de cada árvore, o identificador, a utilização e a capacidade do cabo instalado. Para o ponto de distribuição, informa quantos pares de fios telefônicos devem ser ligados à central telefônica. Nos vértices, a solução informa como devem ocorrer eventuais emendas para bifurcações ou para atender caixas terminais ou prediais.

Por fim, a solução contém o valor total do custo, expresso em duas grandezas, um valor monetário e outro correspondente a penalização por eventuais violações de restrições.

Capítulo 4

Técnicas Heurísticas GRASP

Esta seção apresenta um resumo sobre os conceitos encontrados na literatura [7, 47, 14, 48] a respeito da heurística Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP). Trata-se de uma abordagem adequada para problemas combinatoriais que envolvem um conjunto de decisões $E = \{1, 2, \dots, n\}$ que formam um conjunto de soluções viáveis $F \subseteq 2^E$. Para avaliar a qualidade de uma dada solução $S \in F$, utiliza-se a função objetivo $f : 2^E \mapsto \mathfrak{R}$. Deseja-se encontrar (no caso do problema de minimização) $S^* \in F$ tal que $f(S^*) \leq f(S)$ para todo $S \in F$. O conjunto de decisões E , a função objetivo f e o conjunto de soluções viáveis F são específicos do problema.

GRASP é uma meta-heurística iterativa para se obter boas soluções para problemas combinatoriais, com iterações consistindo de duas fases: *construção* e *busca local*. Durante a fase de construção, o algoritmo gera uma solução viável. Depois, sua vizinhança será investigada pela busca local. Por se tratar de uma heurística iterativa, o GRASP reinicia o processo diversas vezes e mantém a melhor solução encontrada como resultado final. O pseudocódigo da figura 4.1 ilustra as principais etapas do GRASP.

Na fase de construção, uma solução viável é construída iterativamente, um elemento

procedure GRASP($f(\cdot)$, $g(\cdot)$, α , n , S^*)

```
1:  $S^* := \infty$ 
2: for  $k \in \{1 \dots n\}$  do
3:    $S :=$  Construção( $g(\cdot)$ ,  $\alpha$ )
4:   BuscaLocal( $f(\cdot)$ ,  $S$ )
5:   if  $f(S) < f(S^*)$  then
6:      $S^* := S$ 
7:   end if
8: end for
```

Figura 4.1: Pseudo-código do GRASP

```

procedure Construção( $g(\cdot)$ ,  $\alpha$ )
1:  $S := \emptyset$ 
2: inicializar lista candidatos  $C$ 
3: while  $C \neq \emptyset$  do
4:    $\underline{s} := \min\{g(t) \mid t \in C\}$ 
5:    $\bar{s} := \max\{g(t) \mid t \in C\}$ 
6:    $RCL := \{s \in C \mid g(s) \leq \underline{s} + \alpha(\bar{s} - \underline{s})\}$ 
7:   escolhe arbitrariamente  $s \in RCL$ 
8:    $C := C - \{s\}$ 
9:    $S := S \cup \{s\}$ 
10:  atualizar lista de candidatos  $C$ 
11: end while
12: retorna  $S$ 

```

Figura 4.2: Pseudocódigo da fase construção

de cada vez. A cada iteração, a escolha do próximo elemento é determinada pela lista de elementos candidatos, determinada por uma função gulosa (*greedy*) que avalia o benefício de cada elemento em relação à solução parcial construída até este momento. A lista formada pelos melhores elementos candidatos desta iteração é chamada de *RCL* (*Restricted Candidate List*). A escolha do próximo elemento é realizada aleatoriamente sobre a RCL.

A componente adaptável da heurística vem do fato de que os benefícios associados com cada elemento são atualizados a cada iteração da fase de construção a fim de refletir as alterações incorporadas pela seleção dos elementos anteriores. A componente probabilística do GRASP é caracterizada pela escolha aleatória de um dos melhores candidatos da RCL, mas não necessariamente o melhor deles. Esta maneira de realizar a escolha permite a obtenção de diferentes soluções para cada iteração do GRASP, sem excluir as características gulosa e adaptável.

A cada uma das n iterações, o algoritmo gera uma solução S , utilizando a função de ordenação de elementos candidatos $g(\cdot)$ e o parâmetro α , que controla a aleatoriedade na fase de construção. Para $\alpha = 0$, temos um algoritmo guloso (sempre o melhor elemento da RCL é adicionado a cada etapa da construção), para $\alpha = 1$, o algoritmo realiza uma busca aleatória. A figura 4.2 ilustra uma implementação genérica do procedimento *Construção* do GRASP, em pseudo-código.

As soluções geradas pela fase Construção do GRASP não garantem otimalidade local com respeito a definições de vizinhança. Portanto, é benéfico aplicar uma busca para tentar melhorar cada solução construída. O algoritmo de busca local funciona de modo iterativo, sucessivamente trocando a solução atual S por um vizinho melhor S' , isto é, um elemento de menor (minimização) ou maior (maximização) valor segundo a função

```

procedure BuscaLocal( $f(\cdot)$ ,  $S$ )
1:  $V := \{S' \text{ vizinho de } S \mid f(S') < f(S)\}$ 
2: while  $V \neq \emptyset$  do
3:    $S :=$  elemento escolhido de  $V$ 
4:    $V := \{S' \text{ vizinho de } S \mid f(S') < f(S)\}$ 
5: end while

```

Figura 4.3: Pseudocódigo da fase busca local

objetivo. Ele termina se não encontrar solução melhor na vizinhança.

A busca na vizinhança pode ser implementada usando-se tanto a estratégia *best-improving* quanto a estratégia *first-improving*. No primeiro caso, todos os vizinhos são analisados e o melhor dentre eles é selecionado. Já na segunda estratégia, é selecionado o primeiro candidato que apresentar um valor melhor para a função objetivo. A figura 4.3 ilustra uma implementação genérica do procedimento *BuscaLocal* em pseudo-código. A entrada para o algoritmo inclui como parâmetro a solução encontrada na fase *Construção* e a função objetivo $f(\cdot)$.

Heurísticas desta natureza requerem um tempo exponencial, se selecionarmos pontos de partida arbitrários [47], mas a prática tem revelado que a sua eficiência melhora com uma boa escolha do ponto de partida. Uma implementação cuidadosa e uma estrutura de dados específica permitem criar um procedimento de construção de soluções viáveis de boa qualidade para iniciar uma busca local eficiente.

Variações do GRASP

A seguir são resumidas algumas variações descritas na literatura [47, 48].

Path relinking. O Grasp mantém um pequeno conjunto de soluções de alta qualidade (elite) para servir como referência. Para cada solução localmente ótima S encontrada em uma iteração, escolhe-se uma solução encontrada em um caminho entre S uma das soluções de referência.

Long-term memory. Neste caso, o GRASP mantém na memória um conjunto de melhores soluções encontradas (elite), mas suficientemente distintas entre si. A função de avaliação dos elementos candidatos na fase de *Construção* é modificada de forma a favorecer elementos que ocorrem com frequência nas melhores soluções.

GRASP reativo. Conforme foi detalhado na descrição da fase *Construção* do GRASP, o tamanho da RCL é influenciado por um fator α que determina um compromisso entre aleatoriedade e crescimento local para a escolha do próximo elemento candidato.

No GRASP reativo, α é escolhido dentre um conjunto de valores $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$, respectivamente, com probabilidades $\{p(\alpha_1), p(\alpha_2), \dots, p(\alpha_m)\}$. A fase de *Construção* acompanha a qualidade das soluções geradas para cada valor de α_k , adaptando a distribuição de probabilidades de modo a favorecer os α_k s mais promissores.

Princípio da otimalidade próxima. Assume-se que na vizinhança de uma solução muito boa existam outras soluções de alta qualidade. Segundo esta linha de raciocínio, deve-se aplicar uma heurística de busca local em cada iteração da fase de *Construção*.

Convergência global. Durante a fase de construção, a escolha arbitrária dos elementos poderá não selecionar um elemento que se encontra em todas as soluções globalmente ótimas. A escolha do parâmetro α tende a impedir uma convergência assintótica global. Propõe-se utilizar diferentes graus de aleatoriedade para a escolha dos elementos durante a fase de construção, ou seja, valores de α próximos de 1. Este efeito pode ser obtido através do GRASP reativo.

GRASP paralelo. Como a execução de cada iteração do GRASP é totalmente independente, a implementação paralela distribuída sobre vários processadores é uma estratégia natural.

Capítulo 5

Heurística

5.1 Requisitos de implementação

No problema de cabeamento telefônico, a representação da solução levou em consideração os seguintes requisitos funcionais:

Facilidade de expansão de cabeamento. Pela natureza iterativa do GRASP, é importante que a estrutura de dados possa acomodar facilmente novos cabeamentos adicionados à solução.

Adaptação de cabeamento existente. Ao atender uma nova caixa terminal, poderá ser necessário adaptar trechos do cabeamento existente, trocando cabos por outros de capacidade maior ou ajustando emendas e bifurcações existentes.

Arestas compartilhadas. A solução deve permitir mais de um cabo em uma mesma aresta. Um requisito importante para a função objetivo será determinar eficientemente se uma determinada aresta acomoda mais de um cabeamento e a penalização decorrente.

Identificação de cabeamentos saturados. A expansão de um cabeamento é limitada pela capacidade do maior cabo, que no caso particular estudado é de 200 pares. A fase de construção do GRASP precisa identificar eficientemente arestas para as quais a expansão se torna impossível devido à limitação de capacidade nos cabos.

Alterações temporárias. Para heurísticas mais elaboradas, por exemplo, a busca local, poderá ser necessário estudar o impacto de alterações locais, tal como alterar o cabo que atende determinada caixa, ou adicionar/remover um cabeamento de determinados trechos. É interessante poder aplicar estas operações sem necessidade de criar cópias temporárias das soluções. Isto acelera o processo para determinar a

variação de custo de uma alteração sem necessidade de criar cópias das estruturas de dados para aplicar a função objetivo sobre as mesmas.

Representação desacoplada da instância. Pelo fato do GRASP gerar, manipular e armazenar mais de uma solução simultaneamente, não será permitida a dependência entre a estrutura de dados da instância e da solução. De forma simplificada, não é desejável que durante a execução do GRASP seja necessário realizar alterações na estrutura de dados que representa a entrada. Tais alterações seriam potencialmente conflitantes com soluções geradas anterior e posteriormente.

5.2 Representação da solução

São apresentados os estudos realizados para decidir sobre uma representação da solução. Foram verificadas 4 representações, denominadas de *primeira proposta*, *segunda proposta*, *terceira proposta* e *quarta proposta*, conforme a evolução das idéias que as fundamentam. Somente a última proposta foi utilizada para um estudo mais aprofundado no restante do trabalho.

5.2.1 Primeira proposta

Para cada aresta da instância, associar uma lista de cabos instalados na mesma.

Para cada segmento de cabo, armazenar também quantos pares estão efetivamente em uso para atender demanda.

Os cabos (ou grupos de cabos) partem das caixas terminais ou prediais até a raiz t , formando uma estrutura de árvore. Implicitamente, os cabos de uma aresta estão orientados no mesmo sentido. A figura 5.1(a) ilustra esta representação. Um segmento de linha contínua representa um cabo instalado entre dois vértices. Note que entre os vértices t e a existe uma aresta ocupada com dois cabos.

A principal vantagem desta proposta é a representação da estrutura de dados ser equivalente à representação da solução. A sua manipulação também é relativamente simples e rápida. A função objetivo pode ser implementada de forma eficiente.

A dificuldade está em representar emendas de bifurcações e emendas para atender caixas. Sem lançar mão de estruturas de dados mais complexas nos vértices, não será possível determinar para uma aresta com mais de um cabo, por exemplo, qual deles atende uma caixa de um vértice adjacente. Nas bifurcações, é necessário escolher para

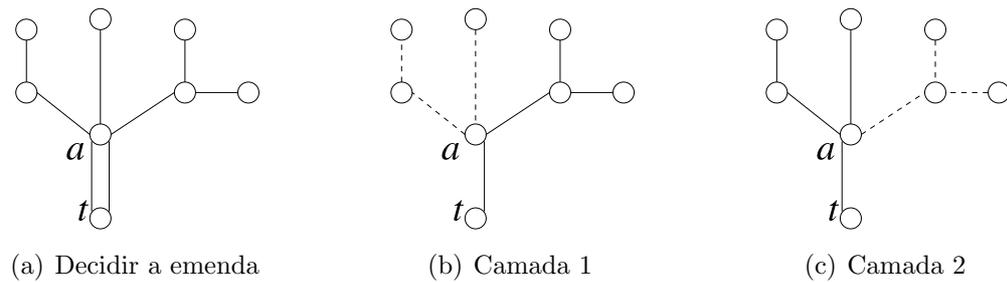


Figura 5.1: Representação através de árvores de cabeamento

cada cabo, se ele será partido em cabos menores, ou se os cabos que compartilham a mesma aresta serão separados para continuarem por caminhos diferentes.

Utilizando esta proposta de representação, uma iteração da fase de construção do GRASP precisa realizar várias decisões. Primeiro, para cada caixa a ser atendida, é necessário decidir um caminho entre a raiz t e caixa. Caso haja sobreposição de parte do caminho com o cabeamento existente, então surge a questão adicional de decidir, em cada aresta da sobreposição, como distribuir a demanda sobre os cabos existentes. Um novo cabo poderá ser instalado ou a demanda poderá ser compartilhada com o(s) cabo(s) já existente(s) em uma aresta. Neste último caso, existe a complexidade adicional de selecionar o cabo adequado, e decidir como caracterizar as emendas quando a demanda é atendida por outro cabo.

Conforme surgem novas emendas e novos caminhos, cresce a quantidade de decisões a serem tomadas pela heurística. A dificuldade do problema aumenta a medida que novas caixas são atendidas. Deseja-se, na verdade, o efeito inverso, que a solução fique cada vez mais fácil de decidir à medida que novos cabeamentos são adicionados. Por este motivo, pesquisou-se uma outra proposta mais eficiente, apresentada a seguir.

5.2.2 Segunda proposta

Definir cabos adicionais fictícios, cuja capacidade corresponde à combinação de dois ou mais cabos reais.

Desta forma, uma aresta recebe apenas um cabo, ou um cabo fictício. Esta proposta elimina a dificuldade de gerenciar a lista de cabos em cada aresta. Em cada iteração para estender um caminho, esta proposta evita a escolha do cabo nas arestas onde ocorre sobreposição. Mas não evita a complexidade de caracterizar as emendas nas arestas de cabos múltiplos e de decidir como distribuir a demanda nos cabos.

Ainda com o objetivo de simplificar a representação do cabeamento e evitar o aumento da dificuldade do problema a medida que novas caixas são atendidas, estudou-se uma

terceira proposta mais eficiente, apresentada a seguir.

5.2.3 Terceira proposta

Atender as caixas com uma ou mais árvores sobrepostas, cada qual com no máximo um cabo por aresta.

Se dois cabos compartilham uma mesma aresta, então eles pertencerão a árvores diferentes.

As figuras 5.1(b) e 5.1(c) ilustram a mesma situação da figura 5.1(a), mas com a solução dividida em duas árvores. Um segmento de linha contínua representa um cabo instalado, um segmento tracejado representa um cabo instalado em outra árvore. Note que as duas árvores se sobrepõem na aresta entre os vértices t e a .

Como cada aresta da árvore possui apenas um cabo, não existe a complexidade de caracterizar a emenda em arestas com cabos múltiplos, nem a necessidade de decidir como distribuir a demanda sobre múltiplos cabos em uma mesma aresta. Em bifurcações e emendas, a atribuição de demanda ao cabo é trivial. A soma da demanda dos cabos saindo do vértice deve ser igual à demanda do cabo entrando. Caixas atendidas pela árvore adicionam demanda ao cabo.

Permanece somente a questão de escolher o caminho entre a raiz t e a caixa terminal a ser atendida. Pode-se optar por estender o cabeamento de uma árvore existente até a caixa ou criar uma nova árvore formada somente pelo caminho da raiz t até a caixa. Desta forma, a complexidade será proporcional somente à quantidade de árvores e às possibilidades de estender cada uma.

Contra esta proposta pode-se argumentar com a maior dificuldade para determinar se uma aresta é utilizada em mais de uma árvore, uma vez que todas as árvores precisam ser consultadas. A heurística deverá evitar utilizar a mesma aresta em mais de uma árvore.

Corre-se o risco de que duas árvores possam decidir instalar cabos em uma mesma aresta, mas em sentidos opostos, característica indesejada segundo a especificação do problema. Os resultados da implementação sobre instâncias de teste mostram que esta situação é extremamente improvável.

Esta proposta já permite elaborar um modelo interessante para o problema de cabeamento. A próxima proposta introduz mais uma idéia que facilita a implementação da heurística de busca local, visando analisar eficientemente alterações locais e temporárias.

5.2.4 Quarta proposta

Representar modificações da árvore de cabeamento como uma sobreposição ordenada de alterações diferenciais.

A terceira proposta já contempla a maioria dos requisitos necessários para a implementação do GRASP, como facilidade de expansão do cabeamento, adaptabilidade de cabos existentes para variação de demanda e uma forma elegante para tratar múltiplos cabos na mesma aresta. Continua difícil analisar o impacto (no custo e na penalização) de alterações pontuais, uma vez que será necessário, para cada alteração, escrever algoritmos incrementais específicos ou reiniciar a análise sobre uma cópia modificada da solução. Por exemplo, uma vez implementado o algoritmo que calcula o custo de cabos e emendas no caminho do ponto de distribuição t até uma determinada caixa, é desejável aplicar o mesmo algoritmo sobre uma das modificações pontuais do grafo e assim calcular a diferença de custo decorrente.

Para facilitar a representação de modificações pontuais, propõe-se que cada árvore seja representada como uma sobreposição de camadas. A camada inferior é dada pela árvore da solução original. As demais camadas introduzem alterações, como por exemplo, adição ou remoção de arestas, alteração na utilização de cabos ou substituição de cabos por outros de capacidade diferente.

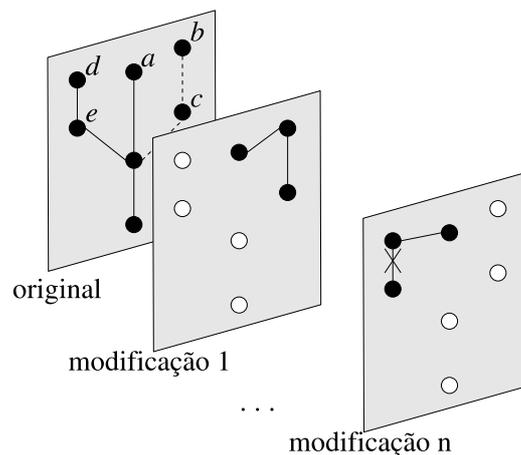


Figura 5.2: Representação através de árvores de cabeamento em múltiplas camadas

Para obter uma propriedade da árvore com n modificações, é necessário consultar primeiro a camada n . Se a propriedade não for atribuída nesta camada, consulta-se a camada anterior, $n - 1$, e assim por diante, até alcançar a árvore original. Se camadas diferentes conflitam em relação à característica procurada, então prevalece a atribuição da camada de maior nível. Na figura 5.2, a primeira modificação (ou camada) insere duas novas arestas no canto superior direito com objetivo de adicionar um cabo do vértice a até os vértices b e c . Na n -ésima modificação, o canto superior esquerdo é afetado pela remoção da aresta entre vértices e e d , além da conexão do vértice d com a . A variação de custo gerada pela n -ésima modificação pode ser avaliada calculando o custo do caminho

para o vértice d na modificação $n - 1$, depois na modificação n . Ainda na figura 5.2, a alteração da camada n equivale a atribuir um novo antecessor do vértice d para a , ao invés de e .

O principal benefício da organização em camadas está na simplificação da implementação de diversas operações da heurística. A fase de construção não precisa modificar uma solução parcial para representar a inserção de um cabeamento para uma nova caixa. Não há necessidade da busca local realizar trocas de arestas. Ao invés de elaborar operações complexas para manipular o grafo da solução, basta adicionar à solução existente uma camada que descreve a modificação desejada.

Esta estratégia facilita também a análise e comparação de possibilidades de inserir caminhos. Diversas opções de camadas podem ser construídas para uma mesma solução. Não há necessidade de implementar *back tracking*, pois basta ignorar a camada adicional para se obter as características da solução de um nível acima.

Em alguns casos, esta abordagem também contribui para a melhoria da eficiência da execução. A função objetivo pode reaproveitar informações de camadas de um nível acima e calcular somente a diferença de custo.

5.3 Estrutura de dados

Para descrever as possibilidades de crescimento incremental de uma solução existente, optou-se pela representação de dados descrita nesta seção.

5.3.1 Instalação

A *Instalação* representa uma árvore de ramificações de cabeamento, com raiz no ponto de distribuição t e cobrindo (ou seja, atendendo) um subconjunto das caixas da instância.

Para o subconjunto de vértices da instância que estão situados sobre os caminhos das caixas atendidas pela Instalação até a raiz t , dizemos que estes *pertencem à Instalação*. A Instalação associa para cada um destes vértices, exatamente um *vértice antecessor*, uma *lista de vértices sucessores* e uma *lista de caixas atendidas* pelo mesmo (que pode ser vazia). Apesar de utilizar sucessores e antecessores na estrutura de dados, a Instância não atribui um sentido para as arestas da Instalação. Para os demais vértices da instância, a Instalação não mantém qualquer informação.

O fato de um vértice pertencer à Instalação não implica que a(s) caixa(s) deste vértice é(são) atendidas pela mesma Instalação, apesar de isso ser incentivado pela função objetivo. Se um vértice possuir mais de uma caixa, então é permitido (mas não desejado) que elas sejam atendidas por Instalações diferentes.

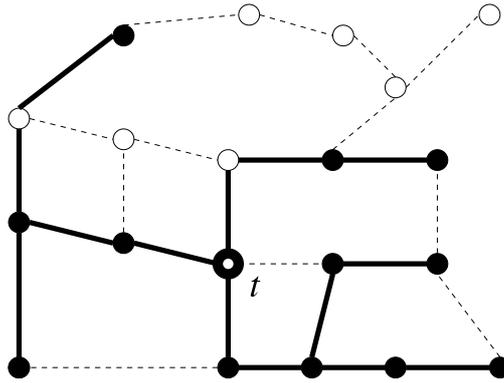


Figura 5.3: Exemplo de uma Instalação

Para um subconjunto das arestas localizadas sobre os caminhos, a Instalação também mantém a *utilização* (soma das demandas atendidas por caminhos através desta aresta) e o *cabo* necessário para suportar esta utilização.

Esta representação permite descrever a solução de forma totalmente isolada da instância, uma vez que a Instalação mapeia as informações para vértices e arestas da instância. Como consequência, é possível manipular mais de uma Instalação sobre a mesma instância.

A figura 5.3 mostra um exemplo de Instalação. O vértice central de contorno mais forte é o ponto de distribuição t , raiz da árvore de cabeamento. Para simplificar a ilustração, supomos que há exatamente uma caixa em cada vértice. Quando preenchido, o vértice simboliza uma caixa atendida. Arestas de linha mais forte possuem cabos instalados.

Inicialização. Uma Instalação é criada contendo somente o vértice raiz, que está associado com o ponto de distribuição t da instância, para qual o antecessor é indefinido e a lista de sucessores, vazia. Os demais vértices da instância não possuem entradas na Instalação.

Operações. A Instalação define quatro operações:

- **Adição de um vértice.** Ele deve ser obrigatoriamente vizinho a um vértice que já pertence à Instalação. A adição de um trecho requer uma série de adições de vértices individuais, uma de cada vez. Cria-se um registro na Instalação para o novo vértice, atribui-se seu antecessor, adiciona-se o vértice à lista de sucessores deste antecessor e adiciona-se um registro para a aresta entre os dois vértices. Às arestas são atribuídas utilização nula e um cabo especial, cuja capacidade e custo são nulos.
- **Remoção de um vértice.** Esta é a operação antagônica à adição de um vértice. O vértice removido deve ser obrigatoriamente uma folha da árvore representada pela

Instalação. O cabo na aresta entre o vértice removido seu antecessor deve apresentar utilização nula.

- **Adição de caixa.** A caixa deve localizar-se obrigatoriamente em um vértice pertencente à Instalação. Ela não pode ser atendida por uma outra Instalação. O cabeamento até o vértice deve permitir aumentar a utilização de todas as arestas no caminho do vértice da caixa até a raiz (ponto de distribuição t) em uma quantidade igual à demanda da caixa. Arestas com cabos saturados são substituídos por cabos de capacidade maior para acomodar a maior demanda gerada pela nova caixa instalada.
- **Remoção de caixa.** Esta é a operação oposta à adição de caixa. Da utilização dos cabos nas arestas situadas no caminho da caixa até a raiz t é subtraída a demanda da caixa. Eventualmente, algumas arestas deste caminho são atribuídas a cabos de menor capacidade.

A Instalação registra cada uma das operações em um histórico, para acompanhar quais vértices são adicionados e removidos, como também os vértices afetados nas arestas incidentes pela troca de um cabo por outro de maior ou menor capacidade. Esta informação será utilizada, no GRASP, por um algoritmo dinâmico de caminhos mínimos, para determinar quais vértices alteraram seu custo ou quais afetaram a topologia do grafo, como também pela função objetivo incremental. Isto permite isolar eficientemente o subconjunto dos vértices que foram afetados pelas operações sobre a Instalação e assim restringir a função objetivo a reavaliar somente as características destes vértices.

5.3.2 Solução

Uma Solução para o problema de cabeamento é formada como uma sobreposição de Instalações, tal que cada caixa é atendida por exatamente uma Instalação. Cada Instalação é uma árvore de cabeamento e a Solução é, portanto a sobreposição dessas árvores.

Durante a execução do GRASP, a Solução pode estar incompleta, ou seja, pode atender apenas um subconjunto das caixas da instância. Neste caso, ou a caixa é atendida por exatamente uma Instalação, ou não está atendida.

Eventualmente, a sobreposição de árvores resultará em arestas compartilhadas por mais de uma Instalação (ou seja, mais de uma árvore), o que é perfeitamente válido, desde que não ultrapasse um certo limite de Instalações por aresta. Para melhorar o desempenho da heurística, a Solução gerencia um mapa que associa cada aresta a uma lista de Instalações que compartilham a mesma. Também associa as caixas com a respectiva Instalação que a atende.

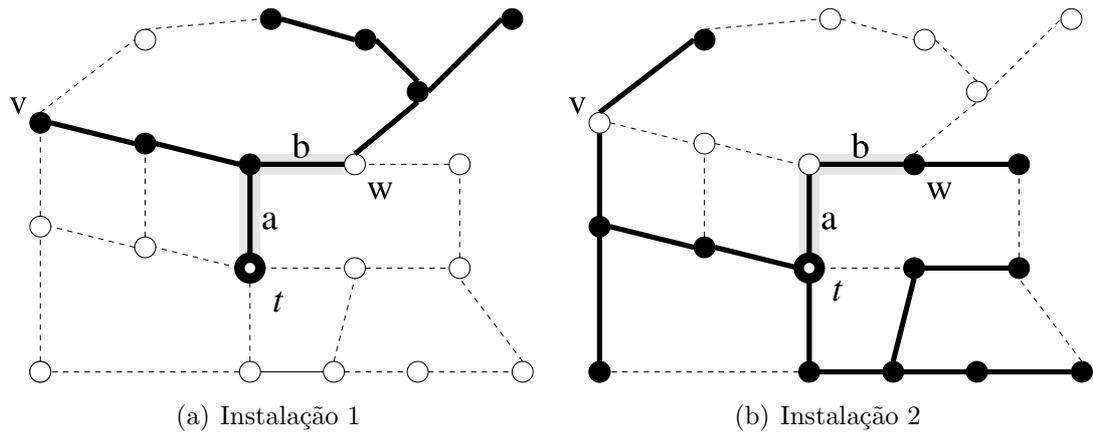


Figura 5.4: Solução formada por duas Instalações

As figuras 5.4(a) e 5.4(b) ilustram como duas Instalações poderiam ser construídas para atender todas as caixas da instância. Note que as arestas a e b são compartilhadas pelas duas Instalações. Note também que os vértices compartilhados pelas duas instalações são atendidos por apenas uma delas. Isto ocorre no vértice w : na Instalação 1, apesar do cabeamento passar por w , ele é atendido pelo cabeamento da Instalação 2.

Inicialização. Uma Solução é criada contendo somente uma única Instalação, contendo apenas a raiz (ponto de distribuição t).

Operações. Uma Solução permite:

- **Adicionar uma nova Instalação, contendo apenas a raiz t .** Este tipo de operação faz sentido quando compensa iniciar uma nova árvore de cabeamento para atender as caixas restantes. Costuma ser necessário quando as Instalações existentes estão saturadas (cabos nas arestas não comportam atender as demais caixas) ou quando o custo de adicionar novas caixas atinge níveis muito elevados.
- **Remover uma Instalação.** Nesta caso, as caixas antes atendidas pela Instalação são retiradas e voltam a apresentar status de não atendidas. Esta operação é usada pelas estratégias de busca local que visam unir duas ou mais Instalações.

5.3.3 Alternativa

A *Alternativa* representa uma forma de estender uma Instalação existente para alcançar os vértices da Instância. Uma Alternativa $A(I)$ é uma árvore, com raiz em t , que contém a árvore da Instalação I e também os caminhos da árvore até os demais vértices da instância. Ou seja, a Alternativa $A(I)$ forma uma árvore completa que cobre todos os

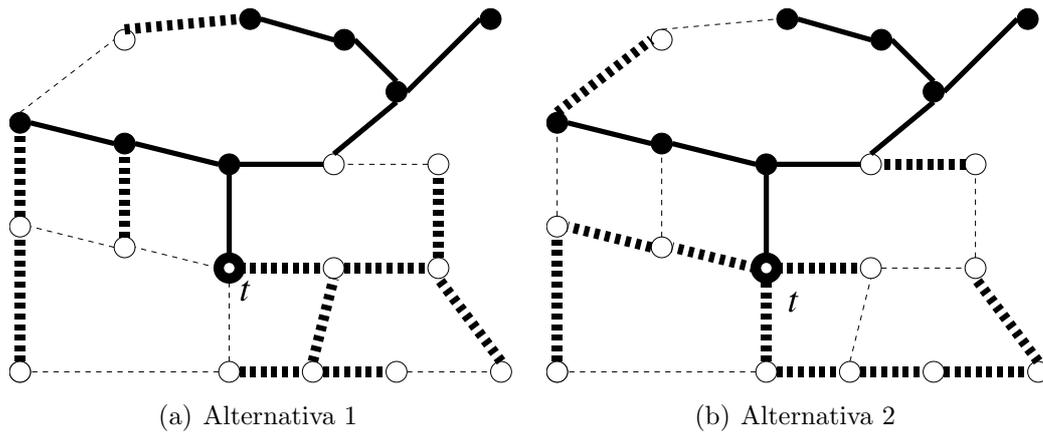


Figura 5.5: Alternativas para as Instalações das figuras 5.4(a) e 5.4(b), respectivamente

vértices da instância. No entanto, é nula a extensão do caminho para vértices já pertencentes à Instalação. A Instalação não tem conhecimento das Alternativas associadas com a mesma. Mais de uma Alternativa pode estar associada a uma mesma Instalação, mas representando critérios diferentes para expandir o cabeamento. As figuras 5.5(a) e 5.5(b) são alternativas para a mesma Instalação da figura 5.4(a).

Inicialização. A Alternativa é inicializada com base em uma Instalação já existente. Os vértices não cobertos pela Instalação são adicionados à Alternativa, mas de forma desconexa. A árvore será construída mais tarde.

Operações. As operações definidas para a Alternativa são notificações de eventos ocorridos na Instalação.

- **Adição de vértice na Instalação.** Faz com que o vértice seja retirado da representação da Alternativa. Aos vizinhos, cujos antecessores coincidem com o vértice removido, são atribuídos novos antecessores da Instalação.

Na figura 5.6(a), suponha que a Instalação foi estendida com um novo cabeamento do vértice b (já pertencente à Instalação) até o vértice a (não pertencente). Por este motivo, a Alternativa deve ser atualizada, removendo da mesma o vértice a . Os vizinhos do vértice a , para os quais ele era o antecessor, precisam ser alterados, de forma que o antecessor passe a ser o vértice a' , vértice equivalente da Instalação. Veja a figura 5.6(b).

- **Remoção de vértice da Instalação.** Esta operação é oposta à adição, realizando as operações de atualizar os vizinhos. Equivaleria a transformar a Alternativa da figura 5.6(b) para aquela da figura 5.6(a).

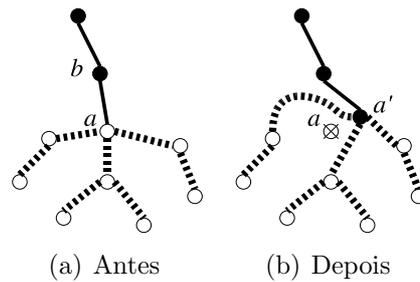


Figura 5.6: Alternativa afetada pela adição de vértice na Instalação

Note como a abordagem da representação em camadas descrita na seção 5.2.4 torna-se útil para representar e manipular diversas possibilidades de Alternativas para uma mesma Instalação.

5.4 Estratégia de construção

A seguir são descritas três propostas, denominadas de *primeira proposta*, *segunda proposta* e *terceira proposta*, que foram estudadas e implementadas para decidir a melhor estratégia para a fase de construção. Na seção 5.5, a terceira proposta será aprimorada através de uma investigação mais detalhada.

A fase de construção do GRASP é iterativa. Cada iteração adiciona um novo elemento a uma solução parcial para construir gradativamente uma solução completa e viável. Para isso, em cada iteração, o algoritmo realiza escolhas sobre um conjunto de opções que representam possibilidades para estender a solução parcial. Cada opção está associada a um valor que descreve como ela afeta a qualidade da solução em processo de construção. Este valor é tipicamente calculado com auxílio de uma função objetivo, mas ajustado de acordo com outros critérios aplicáveis. A função objetivo e eventuais ajustes são explicados para cada proposta. A escolha da opção a ser aplicada é realizada com um certo grau de aleatoriedade. Para minimização, a probabilidade da opção é inversamente proporcional à qualidade da opção. Antes da escolha, podem ser aplicados ajustes envolvendo critérios de normalização e filtragem dos melhores elementos. Uma discussão mais aprofundada sobre os ajustes será realizada oportunamente.

Para a discussão que segue, assumimos que o custo da solução ou de um cabeamento que constitui a solução é a soma do custo de material e mão de obra, em unidades monetárias. Já a penalização é a soma do custo com outros pesos que medem desvios da solução em relação às características desejadas.

5.4.1 Primeira proposta

Crescer uma árvore de cabeamento a partir da raiz (ponto de distribuição t).

A cada iteração, adicionar uma nova aresta à solução parcial. A cada vértice v é associado um valor $P(v)$ que mede um potencial para caixas não atendidas nas proximidades. O cálculo deste potencial considera principalmente o custo gerado pela distância do vértice até a caixa não atendida mais próxima e o custo de atualizar o cabeamento existente do ponto de distribuição t até esta caixa.

Seleciona aleatoriamente um vértice v , e conecta-o através de um cabo para um vizinho w , desconexo, escolhido aleatoriamente, com probabilidade proporcional ao potencial $P(v)$, entre os vizinhos com valores altos de $P(w)$ e acima da média dos potenciais de toda a vizinhança formada por vértices desconexos.

Esta abordagem foi descartada logo no início devido as seguintes dificuldades. A atualização dos potenciais $P(v)$ é uma operação dispendiosa, pois envolve o cálculo de vários caminhos mínimos para cada vértice. A adição de arestas individuais é uma operação muito localizada, incapaz de considerar a distribuição das caixas que devem ser atendidas. O cabeamento cresce lentamente em torno do ponto de distribuição t e é difícil estabelecer critérios para direcionar melhor as novas arestas. A construção exigirá um grande número de iterações até obter uma solução viável. Até conectar todas as caixas com o ponto de distribuição, o algoritmo terá adicionado um grande número de arestas desnecessárias que não pertencem a um cabeamento de uma caixa (vide figura 5.7). Pelo fato do cabeamento não crescer com um foco bem definido, pois $P(v)$ contém pouca informação para direcionar o cabeamento, é pouco provável que o cabeamento de cada caixa seja um percurso que minimiza a distância ou o custo, mesmo que correto e viável.

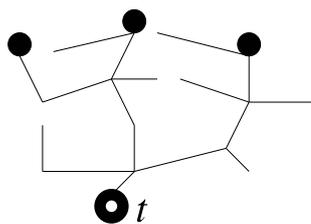


Figura 5.7: Cabeamento típico da primeira proposta

5.4.2 Segunda proposta

Crescer o cabeamento das caixas em direção ao ponto de distribuição t .

O cabeamento de uma caixa é construído parcialmente, aresta por aresta, em direção ao ponto de distribuição. A cada iteração, adicionar uma aresta que aproxima o cabeamento de alguma caixa da solução parcial na direção de t . A cada vértice v é associado um valor $D(v)$ que mede a distância euclidiana até t .

Em uma iteração, selecionar aleatoriamente uma caixa C . Seja v_0 o vértice da caixa C e seja $v_0, v_1, v_2 \dots v_n$ o caminho já construído para a mesma. A nova aresta é adicionada para estender o caminho até o vértice v_{n+1} , sendo que v_{n+1} é um vértice escolhido aleatoriamente entre os vizinhos de v_n cuja distância $D(v)$ está abaixo da média das distâncias dos demais vizinhos.

A segunda proposta resolve de forma simples o problema de falta de critério para direcionar o crescimento. Dificuldades surgem quando há necessidade de se afastar temporariamente do ponto de distribuição t . Por exemplo, a topologia pode forçar o cabeamento por um percurso em forma de “U” para desviar de um obstáculo ou para contornar uma quadra até chegar em t .

Ao invés da distância euclidiana do vértice até o ponto de distribuição t , utiliza-se então a medida de distância do caminho mínimo, calculada previamente por um algoritmo de caminhos mínimos durante o pré-processamento. As arestas crescem no sentido dos vértices que oferecem caminho mínimo mais curto até o ponto de distribuição t .

Uma particularidade que chama atenção é o fato de cada caixa decidir seu próprio percurso independentemente das outras, priorizando seu caminho mínimo individual, sem considerar o cabeamento de caixas próximas. Desta forma, os cabeamentos tendem a seguir percursos paralelos, minimizando as distâncias individuais (tal como na figura 5.8). Seria desejável unir os cabeamentos paralelos em percursos comuns, substituir cabos paralelos por um único cabo de maior capacidade e, assim, reduzir o custo total da solução.

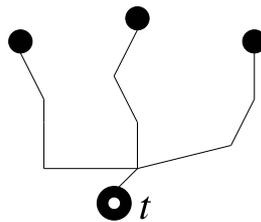


Figura 5.8: Cabeamento típico da segunda proposta

Uma forma mais eficiente de implementar a mesma estratégia é, depois de escolher aleatoriamente uma caixa, adicionar, na mesma iteração, todo o percurso completo da caixa até o ponto de distribuição t . Para que este algoritmo não seja demasiadamente deter-

minístico, será necessário escolher aleatoriamente um dos melhores k caminhos mínimos. Esta alternativa, em particular, não foi implementada neste trabalho.

5.4.3 Terceira proposta

Criar um cabeamento partindo da caixa diretamente para o ponto de distribuição t , ou ao encontro com um cabeamento próximo já existente em alguma árvore.

A cada iteração os valores $D(v)$ são atualizados de tal forma que arestas que já possuem um cabo instalado são consideradas com comprimento nulo. Isto deverá incentivar vértices distantes do ponto de distribuição t a re-aproveitarem caminhos até os vértices mais próximos que já apresentam cabeamento para caixas atendidas. Esta estratégia é capaz de produzir soluções viáveis com um número muito menor de operações que a primeira proposta, pois adiciona menos arestas ao cabeamento.

Para cada vértice v , o caminho $p(v, d)$ com distância $D(v, d)$ representa dentre duas possibilidades, aquela que resulta na menor distância $D(v, d)$:

- Caminho mínimo de v até o ponto de distribuição t (neste caso, $d = t$).
- A menor entre as possibilidades de caminho mínimo de v até um vértice $d \in T$, onde T é uma árvore de cabeamento e $d \neq t$.

Seleciona-se aleatoriamente uma caixa C (situada no vértice c), priorizando aquelas de menor valor $D(c, t)$. Ao instalar o novo cabeamento no caminho $p(v, d)$, são atualizados $D(w, t)$ e $p(w, t)$ dos demais vértices w com caixas não instaladas.

Trata-se de uma otimização da abordagem apresentada para a segunda proposta. Deseja-se obter um cabeamento semelhante ao da figura 5.9. Uma vez instalado o cabeamento para uma determinada caixa, esta estratégia busca compartilhar o mesmo caminho com outras caixas próximas. Suponha um vértice v , distante dos demais cabeamentos existentes. Neste caso, o caminho até o ponto de distribuição será o mais curto. Uma vez escolhida a caixa do vértice v , é instalado o cabeamento de v até o ponto de distribuição t conforme $p(v, t)$. Após a atualização, suponha um outro vértice w que esteja próximo do caminho $p(v, t)$. Este vértice obterá um caminho mais curto até um vértice $z \in p(v, t)$ e não mais diretamente para o ponto de distribuição t , uma vez que é considerado nulo o comprimento de qualquer aresta sobre o caminho de z para t . Eventualmente, em uma das próximas iterações, a caixa em w será escolhida e será instalado um cabeamento sobre

o caminho $p(w, z)$, de w até z , minimizando $D(w, z)$, e será ajustado o cabeamento do trecho compartilhado de $p(v, t)$ do vértice z até o ponto de distribuição t .

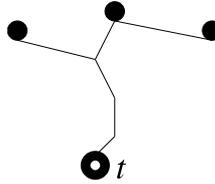
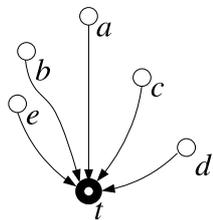


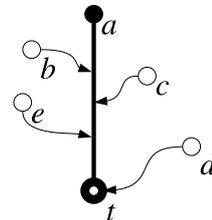
Figura 5.9: Cabeamento típico da terceira proposta

Como exemplo, considere a figura 5.10(a), que ilustra para cada um dos vértices a , b , c , d e e , os caminhos mínimos $p(a, t)$, $p(b, t)$, $p(c, t)$, $p(d, t)$ e $p(e, t)$. Suponha que em um certo momento, a heurística de construção opte pela instalação da caixa no vértice a . Os vértices próximos ao caminho $p(a, t)$, ou seja, vértices b , c e e , são atualizados para que seus caminhos compartilhem $p(a, t)$ (vide figura 5.10(b)). O vértice d mantém seu caminho original, pois está distante de $p(a, t)$.

Como primeiro ponto favorável, nota-se que o algoritmo realiza um número consideravelmente menor de iterações, pois constrói um caminho completo para cada caixa, ao invés de consumir uma iteração para cada aresta do caminho. Esta estratégia está baseada em decisões que analisam a instância como um todo, evitando decisões locais que poderiam adicionar arestas desnecessárias.



(a) Caminhos individuais



(b) Caminhos parcialmente compartilhados

Figura 5.10: Exemplo de operação sobre uma Instalação

5.5 Aprimoramentos para a construção

A terceira proposta de fase de construção resultou nas melhores soluções viáveis. No entanto, algumas características indesejadas do modelo motivaram uma pesquisa mais elaborada, que resultou em vários aprimoramentos. São apresentadas as adaptações realizadas, na mesma seqüência como foram realizados os testes sobre as instâncias reais.

Para maior conveniência adota-se a seguinte notação, com relação ao processo de escolha utilizada pela heurística de construção. Em cada iteração i , a heurística constrói uma lista de escolhas L_i . Esta lista é um conjunto onde cada elemento é uma opção representada pela tupla de valores $\langle C, m, p \rangle$, onde C é uma caixa não atendida, p é um caminho possível para instalar o cabeamento que atende C e m é o valor que expressa como esta opção afeta a qualidade da solução de acordo com uma função objetivo. Quanto maior o valor de m , pior a escolha. A heurística de construção escolherá aleatoriamente uma opção com probabilidade inversamente proporcional a m , podendo ser aplicados eventuais ajustes de normalização, filtragem dos melhores elementos e bônus específicos para opções individuais.

5.5.1 Opções de caminhos para cada árvore

Na terceira proposta, uma opção $\langle C, m, p \rangle \in L_i$ foi definida como sendo o caminho $p(v, d)$ que minimiza $D(v, d)$ da caixa C no vértice v até o ponto de distribuição $d = t$ ou até a árvore T , escolhendo T e $d \in T$ de forma a minimizar $D(v, d)$ ao compartilhar o cabeamento de T . Existe apenas uma única opção para cada vértice. A existência de poucas opções por caixa resulta em uma busca gulosa (*greedy*). Melhores resultados foram obtidos utilizando uma opção para cada árvore que compõe a solução parcial.

Redefine-se a lista de escolha L_i como $L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$ para uma solução parcial com n Instalações. O conjunto L_t é formado por opções $\langle C, D(v, t), p_{v,t} \rangle$, de cada caixa C no vértice v com caminho $p_{v,t}$ que minimiza $D(v, t)$ para o ponto de distribuição t . Para cada árvore T_i , o conjunto L_{T_i} é formado por opções $\langle C, D(v, w), p_{v,w} \rangle$, para cada caixa C no vértice v com caminho $p_{v,w}$ onde $w \in T_i$ e $p_{v,w}$ minimiza $D(v, w)$. Agora, existe, para cada vértice v , uma opção de caminho diretamente para o ponto de distribuição e uma opção até cada uma das árvores da solução parcial em construção.

5.5.2 Distância ajustada

A menor distância $D(v, t)$ do vértice v até o ponto de distribuição t , de acordo com as propostas apresentadas em 5.4.2 e 5.4.3, tanto na forma da medida euclidiana ou quanto na forma de um caminho mínimo, não é uma medida eficaz para a determinar a variação da qualidade da solução com escolha do vértice v . A heurística de construção tende a escolher primeiro as caixas próximas aos pontos de distribuição t ou a pontos próximos a caminhos existentes (que, por sua vez, tendem a ligar as caixas próximas de t), pois opções com valores menores de $D(v, t)$ são privilegiadas. O crescimento ocorre sempre concentrado em torno do vértice t . Para incentivar um crescimento uniforme sobre toda a instância, define-se a distância ajustada $D_A(v, d)$, do vértice v para o destino d , como:

$$D_A(v, d) = \frac{D_P(p_{v,d})}{d_e(v, t)} \quad (5.1)$$

Na fórmula, $D_P(p_{v,d})$ é a distância sobre o caminho mínimo $p_{v,d}$ do vértice v até o destino d , e $d_e(v, t)$ é a distância euclidiana de v até o ponto de distribuição t . O destino d pode ser o próprio ponto de distribuição t ou um vértice $d \in T$, onde T é uma outra árvore de cabeamento e $p_{v,d}$ é o caminho mínimo entre v e d . Esta fórmula incentiva caminhos eficientes até o ponto de distribuição t .

A lista de escolha L_i agora é formada por opções $\langle C, D_A(v, d), p_{v,d} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C , e d é o destino que minimiza $D_A(v, d)$, sendo d o ponto de distribuição t ou um vértice de uma outra árvore T .

O conceito de “distância ajustada” não foi utilizado, pois a “penalidade ajustada”, apresentada a seguir, produziu melhores resultados.

5.5.3 Penalidade ajustada

De nada adiantaria obter um caminho eficiente se ele resultasse em um grande número de arestas compartilhadas e num excesso de emendas caras. Nestes casos, pode ser mais interessante e econômico atender um conjunto de vértices através de um caminho menos eficiente em relação à distância, mas vantajoso quanto ao custo das emendas. Para considerar também o impacto de novas emendas e arestas compartilhadas, define-se a penalidade ajustada:

$$P_A(v, d) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v, t)} \quad (5.2)$$

Na fórmula, a função $\Delta P(p_{v,d}, D_v)$ é a *variação de penalização* da função objetivo sobre toda solução parcial. Esta função calcula o quanto a penalização total aumenta na solução para atender a demanda adicional D_v devido à caixa localizada em v . A penalização total aumenta em decorrência do novo cabeamento no caminho $p_{v,d}$ do vértice v até o destino d , além de outros eventuais ajustes necessários no cabeamento previamente existente na solução parcial. O cálculo da variação de penalização $\Delta P(p_{v,d}, D_v)$ pode ser realizado de forma razoavelmente eficiente, como será discutido na seção 5.7. É importante lembrar que a penalização é a soma do custo com outros pesos que medem desvios em relação a características desejadas.

A lista de escolha L_i passa a ser opções $\langle C, P_A(v, d), p_{v,d} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C , e d é o destino que minimiza $P_A(v, d)$, sendo d o ponto de distribuição t ou um vértice de uma outra árvore T . Note que a medida de qualidade da solução deixa de ser apenas a distância. Ela considera, agora, também o custo/benefício do percurso do cabeamento.

O conceito de “penalidade ajustada” foi substituído pela idéia de “penalização ajustada ao destino”, conforme descrito a seguir.

5.5.4 Penalidade ajustada ao destino

Suponha duas caixas não atendidas C_v e C_w , respectivamente nos vértices v e w , igualmente próximos ao cabeamento da árvore T e tal que v está muito distante do ponto de distribuição t e w está relativamente perto. Neste caso, as opções $\langle C_v, P_A(v, T), p_{v,T} \rangle$ e $\langle C_w, P_A(w, T), p_{w,T} \rangle$ não são medidas justas, pois temos: $d_e(v, t) \gg d_e(w, t)$ e portanto: $P_A(v, T) \ll P_A(w, T)$. A notação $P_A(z, T)$ representa $P_A(v, d)$ onde $d \in T$, tal que o caminho de v a d minimiza $P_A(v, d)$.

A probabilidade de escolha da caixa C_v será muito superior a probabilidade de escolha de C_w , apesar das duas estarem em situações de similaridade. Por este motivo, redefine-se a penalidade ajustada para:

$$P_A(v, d) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v, d)} \quad (5.3)$$

Note a diferença no quociente, onde o ponto de distribuição t foi substituído pelo destino d . Neste caso, ou $d = t$, ou $d \in T$.

A penalidade ajustada torna-se mais eficaz em relação ao caminho escolhido tanto para os vértices próximos como também para os distantes do ponto de distribuição. O valor de $P_A(v, d)$ expressa a variação linear média da penalização da solução para atender a caixa no vértice v . O valor de $P_A(v, d)$ continua satisfazendo a propriedade de privilegiar caminhos eficientes, ou seja, que percorrem distâncias com uma penalização relativamente baixa.

Caixas não atendidas situadas em vértices localizados em uma árvore merecem tratamento especial, uma vez que $v \in T$ e $d \in T$, e, portanto, $d_e(v, d) = 0$. O valor $d_e(v, d)$ não pode ser utilizado como denominador. Estas caixas já encontram-se sobre um cabeamento e basta decidir se elas devem ser atendidas ou não. Para tais casos, a heurística de construção atribui um bônus específico, obtido experimentalmente como 50, ao invés de utilizar $P_A(v, d)$.

O conceito de “Penalidade ajustada ao destino” é muito eficaz para avaliar as opções na fase de construção. No entanto, adaptações específicas geraram resultados mais interessantes.

5.5.5 Ajustes específicos

A amplitude dos valores de penalização ajustada tende ser muito pequena. A não ser que a topologia da instância obrigue um caminho a realizar desvios significativos, ou a

não ser que o caminho exija arestas compartilhadas ou emendas particularmente caras, a penalidade para atender uma caixa costuma apresentar forte correlação com a distância do cabeamento. O quociente $\Delta P(p_{v,d}, D_v)/d_e(v, d)$ tende a uma constante. De fato, a penalização ajustada separa somente caminhos eficientes dos não eficientes, mas não estabelece um critério para distinguir caminhos eficientes entre si. Como resultado, a heurística de construção apresenta dificuldades para escolher uma caixa não atendida da lista de escolhas, uma vez que todas as opções recebem probabilidades quase iguais.

Ajuste de caminhos para árvores próximas. Durante a fase de construção, suponha a existência de duas árvores, T_1 e T_2 , distantes uma da outra, que crescem, aos poucos, conforme novas caixas são atendidas. Um vértice v_1 , suponha próximo de T_1 , potencialmente apresentará um valor penalidade ajustada P_A para o caminho até T_1 semelhante ao valor da penalidade ajustada para o caminho até T_2 se os dois caminhos forem igualmente eficientes por unidade de distância. Ou seja, é igualmente provável que a fase de construção decida atender v_1 por T_1 ou por T_2 . O efeito indesejável são vértices próximos de T_1 atendidos por T_2 e vice-versa. O mesmo vale para as demais caixas não atendidas com vértices em situação semelhante.

Entre as árvores T_1 e T_2 surge um cabeamento intenso e, após certo número de iterações, esgotam-se as possibilidades de cabeamento sem sobreposição. A heurística continua operando, agora com valores cada vez maiores para a penalidade ajustada, pois será sempre forçada a compartilhar arestas, e continuará igualmente provável atender um vértice através de T_1 ou T_2 . O resultado é um cabeamento compartilhando muitas arestas em sentidos opostos.

Para lidar com este problema foi definida a distância de referência d_{ref} , que deve ser informada como um parâmetro da instância. Um valor razoável de d_{ref} é aproximadamente um quinto do diâmetro da instância. Define-se a função penalização ajustada próxima, considerando a árvore T e o vértice $d \in T$, como:

$$P_{AP}(v, d) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v, d)} \left(c_1 + c_2 \frac{d_e(v, d)}{d_{ref}} \right) \quad (5.4)$$

As constantes c_1 e c_2 foram obtidas experimentalmente como, respectivamente, 0,6 e 0,4. Novos critérios passam a reger a avaliação das opções de atendimento de caixas. Uma árvore não pode atender uma caixa situada a uma distância euclidiana maior que $2d_{ref}$.

A lista de escolha L_i continua definida como $L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$. Mas a lista L_{T_i} agora é formada por opções $\langle C, P_{AP}(v, d), p_{v,d} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C , e d é o destino que minimiza $P_{AP}(v, d)$, sendo d um vértice da árvore T_i .

Note que no mesmo exemplo das árvores T_1 e T_2 , isto não elimina a possibilidade de um vértice v_2 , distante da árvore T_1 , ser atendido pela mesma. Apenas torna isso menos

provável. Caso isto realmente ocorra, então os demais vértices entre T_1 e T_2 tornam-se mais próximos de T_2 devido ao cabeamento entre v_1 e T_2 e a heurística preferirá atendê-los utilizando T_2 .

Ajuste de caminhos para ponto de distribuição t . Sem um devido tratamento é igualmente provável que a heurística de construção escolha instalar uma nova caixa no vértice v usando um caminho diretamente para o ponto de distribuição t ou através de um caminho para uma árvore próxima. No primeiro caso, pode ocorrer uma sobreposição de arestas do novo caminho direto com uma árvore já existente, de forma que a heurística será obrigada a criar uma nova árvore para representar este caminho. A função de penalização ajustada prioriza atender caixas através de árvores próximas, mas sem reduzir significativamente a possibilidade de cabeamentos diretos ao ponto de distribuição t (e com eventual sobreposição com outras árvores existentes). Por outro lado, deseja-se manter relativamente baixo o número de árvores criadas na fase de construção, para evitar um desbalanceamento do número de assinantes em cada árvore e porque a velocidade de execução dos algoritmos decresce com um maior número de árvores.

Para desincentivar novas árvores, opções envolvendo um caminho direto para t precisam receber um multiplicador específico para a função de penalização ajustada para que a penalização atinja um valor semelhante aquele relativo à uma árvore distante. Ademais, para criar novas árvores, deseja-se escolher vértices distantes do ponto de distribuição t , de forma que o novo caminho possa ser compartilhado por um grande número de outras caixas ainda não atendidas nas proximidades do novo caminho. Experimentalmente verificou-se que esta hipótese produziu bons resultados.

Define-se a distância de fronteira d_{fron} , como sendo a distância mínima desejada para que caixas sejam atendidas por caminhos diretos para t . Este valor deve ser informado como parâmetro da instância, valores típicos sendo da ordem de três quartos do diâmetro da instância.

Para avaliar o caminho direto para o ponto de distribuição t , define-se a função penalização ajustada distante, determinada como:

$$P_{AD}(v) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v,t)} \left(c_3 - c_4 \frac{d_e(v,t)}{d_{fron}} \right) \quad (5.5)$$

As constantes c_3 e c_4 foram obtidas experimentalmente. Seus melhores valores foram fixados, respectivamente, em 2,6 e 0,2. Mantém-se a lista de escolha L_i definida como $L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$. O conjunto L_t , no entanto, agora é formado por opções $\langle C, P_{AD}(v,t), p_{v,t} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C .

Outra estratégia, seguindo a mesma linha de raciocínio e que melhora sensivelmente a qualidade da solução, é forçar a instalação de uma árvore nova para cada uma das três primeiras caixas atendidas. Pela função de penalização ajustada distante, estas caixas

serão potencialmente distantes do ponto de distribuição t . Estes três caminhos incentivarão caixas próximas de cada caminho a compartilhar o cabeamento. Uma vez que a instância típica possui 600 assinantes e o cabo de maior capacidade suporta 200 linhas, espera-se obter três árvores. Se estas árvores iniciais estiverem bem distribuídas, será menos provável que a heurística de construção venha a criar novas árvores devido à sobreposição de cabeamento em arestas.

Ajuste dinâmico de distâncias – ponto central. Nesta etapa, as soluções obtidas através da heurística de construção já apresentam boa qualidade e são adequadas para a realização da busca local. No entanto, em algumas execuções, a heurística de construção enfrentou dificuldades para atender caixas situadas na fronteira da instância ou na fronteira entre duas ou três árvores. Antes de avançar o estudo da busca local, decidiu-se investigar a causa deste problema.

Uma sub-árvore é considerada saturada quando não permite adicionar novas caixas. Note que o cabo instalado nas arestas próximas da raiz da sub-árvore concentra todos os pares de fios telefônicos de toda a demanda atendida pela sub-árvore. Se a soma da demanda das caixas atendidas pela sub-árvore é suficiente para alcançar a capacidade do maior cabo disponível, então não será possível substituir um cabo próximo da raiz por um de capacidade maior e assim aumentar a demanda atendida pela sub-árvore.

Uma vez estabelecidas as árvores iniciais para as primeiras três caixas atendidas, os limitantes de distância incentivam o crescimento uniforme em torno destes três caminhos. Pode ocorrer que uma destas três árvores sature e passe a não mais atender novas caixas próximas. Isto ocorrerá, provavelmente, quando chegar a vez das caixas mais distantes das árvores existentes, tipicamente da fronteira da instância ou na mediatriz entre duas árvores.

A figura 5.11(a) ilustra esta situação. A área cinza envolve a instância. As áreas delimitadas pelo tracejado são os espaços que podem ser atendidos por cada uma das três árvores, para as quais representa-se somente o caminho do primeiro vértice que originou a mesma. A árvore não pode atender caixas fora da área tracejada devido aos limitantes de distância, e tende a saturar atendendo as caixas restritas a sua respectiva área. Note como a instância tem várias áreas não cobertas nas mediatrizes entre árvores adjacentes, para as quais a heurística apresentará dificuldades para atender as caixas ali situadas. Aumentar os limitantes de distância atingirá uma fração maior da instância, mas também causará uma sobreposição maior entre as árvores. Na sobreposição, caixas podem apresentar probabilidade semelhante para cada uma das árvores, gerando cabeamentos sobrepostos com arestas compartilhadas.

A solução sugerida é permitir que os limitantes de distância sejam adaptados durante a execução do algoritmo, com objetivo de ajustar-se mais facilmente às árvores, de acordo com a demanda de caixas não atendidas próximas. Redefine-se a função $P_{AP}(v, T)$, con-

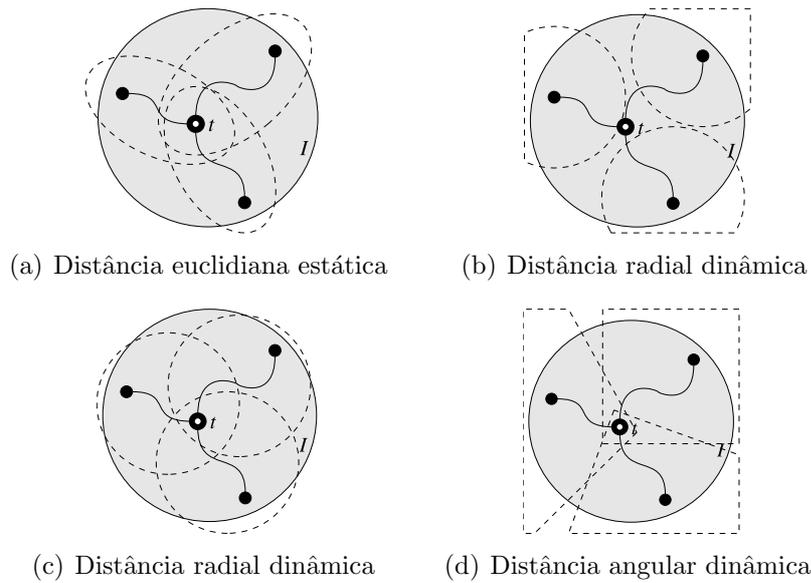


Figura 5.11: Área preferencial para cabeamento

siderando a árvore T e o vértice $d \in T$, como:

$$P_{AP}(v, d) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v, T_C)} \left(c_1 + c_2 \frac{d_e(v, T_C)}{d_{ref}} \right) \quad (5.6)$$

Comparando com a definição anterior de $P_{AP}(v, d)$, a distância euclidiana $d_e(v, d)$ foi substituída por $d_e(v, T_C)$, onde T_C é o ponto central de T . As coordenadas de T_C são calculadas como a média das coordenadas de cada caixa atendida pela árvore. As constantes c_1 e c_2 são as mesmas que para o “ajuste de árvores próximas”.

Os limitantes de distância não são mais medidos em relação à fronteira da árvore, mas sim em relação ao ponto central. A heurística passa a operar com limitantes radiais. A figura 5.11(b) mostra esta situação no início do cabeamento, para as primeiras três caixas atendidas. Com o progresso da heurística de construção, a situação tende para a figura 5.11(c), uma vez que o ponto central T_C é deslocado ao atender novas caixas em torno do caminho de cada árvore. Esta estratégia cobre uma fração maior da instância, mas não elimina totalmente o problema de sobreposição. De fato, experimentos comprovaram que o uso de limitantes radiais reduz a dificuldade para atender vértices na fronteira, mas em contrapartida gera uma quantidade expressiva de arestas compartilhadas nas fronteiras das árvores.

Ajuste dinâmico de distâncias – ângulo de referência. Melhores resultados foram obtidos adotando-se limitantes angulares. Caminhos através da árvore T , com $d \in$

T , passam a ser avaliados pela função $P_{AA}(v, d)$, a função de penalização ajustada angular, definida como:

$$P_{AA}(v, d) = \frac{\Delta P(p_{v,d}, D_v)}{d_e(v, T_C)} \left(c_5 + c_6 \frac{\theta(v, T_C)}{\alpha_{ref}} \right) \quad (5.7)$$

O ponto T_C é o ponto central da árvore T , α_{ref} é o ângulo de referência fornecido como parâmetro da instância, e c_5 e c_6 são as constantes obtidas experimentalmente. Seus melhores valores foram determinados, respectivamente, como 0,4 e 0,6. Nota-se na figura 5.11(d) como os setores reduzem a sobreposição das árvores e diminuem a fração não coberta da instância, tanto na fronteira da instância como na mediatriz entre as árvores adjacentes.

A lista de escolha L_i continua definida como $L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$. Mas a lista L_{T_i} agora é formada por opções $\langle C, P_{AA}(v, d), p_{v,d} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C , e d é o destino que minimiza $P_{AA}(v, d)$, sendo d um vértice da árvore T_i .

5.6 Fase de construção

Esta seção descreve como a união dos conceitos apresentados até o momento resultou em uma heurística eficaz para a fase de construção estudada neste trabalho. Adotou-se a terceira proposta de estratégia de crescimento (seção 5.4.3), utilizando a penalidade ajustada ao destino (seção 5.5.4), junto com os ajustes específicos (seção 5.5.5).

Vale lembrar, conforme foi apresentado na seção 5.3.1, a solução parcial é formada por um conjunto de Instalações. Uma Instalação I é uma árvore com raiz está no ponto de distribuição t e representa os caminhos do cabeamento de t até o subconjunto das caixas atendidas pela Instalação I . Uma Alternativa $A(I)$ é uma árvore com raiz em t . Ela contém a árvore da Instalação I e também uma árvore de caminhos até os demais vértices da instância.

5.6.1 Processo iterativo de construção

A fase de construção é iterativa. O processo inicia com uma solução parcial vazia, que não possui Instalações e atende nenhuma caixa. A cada iteração, uma nova caixa é atendida. Ela é adicionada para uma determinada Instalação já existente, ou uma nova Instalação é criada para a caixa. Para isso, adiciona-se todo o cabeamento necessário e adapta-se o cabeamento previamente existente na solução parcial. O processo termina assim que todas as caixas terminais forem atendidas. Cada caixa terminal ou predial será atendida por exatamente uma Instalação.

Elementos candidatos. Na i -ésima iteração, a heurística da fase de construção prepara o conjunto de escolhas $L_i = L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$, onde n é o número de Instalações da solução parcial. Cada elemento tem a forma $\langle C, m, p \rangle$, onde C é uma caixa não atendida, p é um caminho possível para instalar o cabeamento que atende C e m é a variação da penalização total decorrente deste cabeamento. Quanto maior o valor de m , pior a escolha.

O conjunto L_t é formado por elementos $\langle C, P_{AD}(v, t), p_{v,t} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C . O elemento descreve uma possibilidade para atender a caixa C criando uma nova Instalação cujo cabeamento vai direto para o ponto de distribuição t .

O conjunto L_{T_i} é formado por elementos $\langle C, P_{AA}(v, d), p_{v,d} \rangle$, onde v é o vértice da caixa C , e d é o destino que minimiza $P_{AA}(v, d)$, sendo d um vértice da árvore T_i correspondente à Instalação I_i . O elemento descreve uma possibilidade para atender a caixa C através de um cabeamento até o vértice d da Instalação I_i , re- aproveitando parte do cabeamento de I_i .

O conjunto L_i será utilizado como lista de elementos candidatos para determinar $RCL \subseteq L_i$, conforme descrito na seção 4.

Normalização. Os valores m dos elementos de L_i são normalizados. O pior elemento (de maior m) recebe peso 5 e o melhor elemento (de menor m) recebe peso 100. Os demais elementos recebem peso neste intervalo 5–100, inversamente proporcional a m . Se o elemento recebeu um bônus como descrito na seção 5.5.4, este bônus será somado ao peso.

Restricted Candidate List. Se $|L_i| \leq 10$, então $RCL = L_i$. Se $|L_i| < 18$, então RCL recebe os dez melhores elementos de L_i . Senão, RCL será formada por 55% dos melhores elementos de L_i .

Durante os testes preliminares da heurística de construção, verificou-se que aproximadamente 45% dos elementos candidatos representam opções muito ruins e podem ser ignorados sem prejudicar o crescimento da solução parcial. Estas opções representam cabeamentos para árvores que estão muito longe da caixa ou que criariam uma nova Instalação compartilhando muitas arestas com outras Instalações já existentes. Durante as últimas iterações, optou-se por não mais descartar elementos, mas manter os 10 melhores (ou menos se a lista de candidatos não possuir tantos elementos).

Crescimento da solução parcial. O elemento $\langle C, m, p \rangle \in RCL$ é sorteado aleatoriamente, com probabilidade proporcional ao valor de seu respectivo peso.

Se o elemento apresenta forma $\langle C, P_{AD}(v, t), p_{v,t} \rangle$, então a caixa C no vértice v será atendida através de uma nova Instalação. O procedimento utilizará as operações elementares descritas na seção 5.3. Cria-se uma nova Instalação vazia, adiciona-se vértices, uma a um, para formar o caminho $p_{v,t}$, e finalmente, a caixa é inserida na Instalação. Neste momento, é atribuído o cabeamento de v até o ponto de distribuição t .

Caso o elemento sorteado seja $\langle C, P_{AA}(v, d), p_{v,d} \rangle$, então a Caixa C no vértice v será atendida pela Instalação I para qual $d \in I$. Adiciona-se vértices à instalação I , um a um, para formar o caminho $p_{v,d}$, insere-se a caixa na Instalação I , atribui-se o cabeamento de v até d e adapta-se o cabeamento em I de d até o ponto de distribuição t .

Atualização dos elementos candidatos. Após modificar o cabeamento, é necessário re-avaliar as opções da lista de elementos candidatos L_i para obter a lista de candidatos L_{i+1} da próxima iteração $i + 1$. As opções correspondentes às caixas já atendidas devem ser removidas da lista.

Lista de elementos candidatos

A fase de construção utiliza o conceito de Alternativas (seção 5.3.3) para construir a lista de elementos candidatos $L_i = L_t \cup L_{T_1} \cup L_{T_2} \cup \dots \cup L_{T_n}$.

Denota-se $A(I, D)$ a Alternativa que indica como seriam os caminhos estendendo a Instalação I para atender uma demanda de adicional de D unidades para cada vértice da instância. A Alternativa sugere um caminho para cada vértice, independente deles possuírem ou não uma caixa não atendida, ou possuírem uma caixa com outra demanda.

Para cada Instalação I da solução parcial, a fase de construção mantém uma Alternativa $A(I, D)$ para cada possível valor de D (de 1 até 20). As caixas não atendidas com demanda D poderão ser ligadas à árvore da Instância I através do caminho de expansão dado por esta Alternativa $A(I, D)$.

Denota-se $A(0, D)$ a Alternativa que indica como estender uma nova Instalação vazia para atender uma demanda de adicional de D unidades para cada vértice da instância. As caixas não atendidas com demanda D poderão ser ligadas diretamente ao ponto de distribuição t através do caminho dado por esta Alternativa $A(0, D)$.

Mais especificamente, as Alternativas $A(I, D)$ e $A(0, D)$ não sugerem um caminho qualquer, mas sim um caminho eficiente em relação, respectivamente, a P_{AA} e P_{AD} . Na fase de construção, cada Alternativa $A(I, d)$ armazena também, para cada vértice, os valores de $P_{AA}(v, d)$ e $\Delta P(p_{v,d}, D)$. Cada Alternativa $A(0, D)$, armazena para cada vértice, os valores $P_{AD}(v, t)$ e $\Delta P(p_{v,t}, D)$. Estes valores foram definidos na seção 5.5.5. A função $\Delta P(p_{v,d}, D)$ mede a *variação de penalização* da função objetivo sobre toda

solução parcial em decorrência de instalar um cabeamento no caminho $p_{v,d}$ para atender uma demanda D no vértice v .

Gerar a lista de elementos candidatos L_i a partir das Alternativas é relativamente simples. Para determinar um elemento $\langle C, P_{AD}(v, t), p_{v,t} \rangle \in L_t$, correspondente à caixa C (com demanda D_C), basta consultar a Alternativa $A(0, D_C)$ para obter a penalização ajustada $P_{AD}(v, t)$ e o caminho de cabeamento $p_{v,t}$. O mesmo vale para os elementos $\langle C, P_{AA}(v, d), p_{v,d} \rangle \in L_{T_j}$. É necessário consultar a Alternativa $A(I_j, D_C)$ para obter $P_{AA}(v, d)$ e $p_{v,d}$.

Considerando ser eficiente gerenciar as alternativas $A(I, D)$ (para cada Instalação I) e $A(0, D)$, então a obtenção da lista de candidatos é quase imediata. Esta facilidade, no entanto, se depara com a necessidade de atualização de todas as Alternativas, sempre quando for adicionada uma caixa a uma Instalação. Será necessário re-avaliar uma Alternativa para cada Instalação e para cada valor possível de demanda, que por sua vez varia de 1 até 20.

5.6.2 Estimativas de variação de penalização

A atualização de um grande número de Alternativas seria desastroso para a eficiência da heurística de construção. Por este motivo decidiu-se utilizar uma mesma Alternativa para um intervalo de valores de demanda $[D_{min}, D_{max}]$. Esta Alternativa compartilha um valor estimado para $\Delta P(p_{v,d}, D_{max})$.

Seja $\Delta P(p_{v,d}, D)$ o aumento da penalização decorrente de se instalar uma demanda D no vértice v , através do caminho $p_{v,d}$, onde d é o ponto de distribuição t ou $d \in T$ para uma árvore T . É fácil convencer-se de que $\Delta P(p_{v,d}, D) \leq \Delta P(p_{v,d}, D + 1)$. Um cabeamento que fornece $D + 1$ pares de linhas telefônicas adicionais para um vértice também pode atender uma demanda adicional de apenas D , utilizando igual ou menor quantidade de recursos e violando igual ou menor número de requisitos. Por conseqüência, a variação de penalização para a demanda $D + 1$ pode ser utilizada como limitante superior para variação de penalização da demanda D e também para as demais demandas menores que D .

Da mesma forma, uma Alternativa $A(I, D + 1)$ pode ser consultada para obter o caminho para um vértice com demanda menor ou igual a D . Idem para a Alternativa $A(0, D + 1)$. Os valores de $P_{AD}(v, t)$ e $P_{AA}(v, d)$ (calculados a partir de $\Delta P(p_{v,d}, D)$), não serão precisos, mas sim limitantes superiores.

Na fase de construção implementada neste trabalho não foi utilizado uma Alternativa para cada valor possível de demanda. Em particular, experimentou-se três particionamentos distintos dos valores de D , como será discutido na seção 6.2. Uma partição, para todas as demandas entre D_{min} e D_{max} compartilha as mesmas Alternativas $A(I, D_{max})$

e $A(0, D_{max})$.

Evidentemente, assume-se um compromisso entre o tempo de execução do algoritmo e qualidade das decisões na fase de construção. Quanto menor o número de partições para intervalos da demanda, mais rápido será o algoritmo (uma vez que menos Alternativas precisam ser atualizadas), mas as opções da fase de construção são avaliadas por aproximações de baixa precisão.

5.7 Heurísticas de cálculo de penalização

Nesta seção será apresentada uma estratégia eficiente para calcular variação de penalidade e gerenciar as Alternativas na fase de construção da heurística GRASP.

A Alternativa possui tabelas que relacionam os valores de $\Delta P(p_{v,d}, D)$, $P_{AD}(v, t)$ ou $P_{AA}(v, d)$ para cada vértice. A seguir, explica-se como obter eficientemente cada elemento destas tabelas. Será mostrado que, dado um vértice v para o qual a tabela da demanda D contém o valor de $\Delta P(p_{v,d}, D)$, e dado um vértice w que na Alternativa é sucessor de v , é possível calcular $\Delta P(p_{w,d}, D) = \Delta P(p_{v,d}, D) + P_{v,w,D}$, onde $P_{v,w,D}$ mede quanto a penalização total da solução parcial aumentará em decorrência de adaptar a aresta entre os vértices v e w para atender uma demanda adicional D em w .

De fato, dada uma Alternativa, é possível determinar $\Delta_P(v, w)$ para cada aresta da instância. O problema de encontrar a melhor forma de atender uma demanda D em um vértice v , ou seja, minimizar $\Delta P(p_{v,d})$, resume-se ao problema de descobrir o caminho mais curto entre t e v , onde os valores de $\Delta P(p_{w,v}, D)$ são os pesos das arestas.

5.7.1 Causas da variação de penalizações

Ao atender uma nova caixa no vértice v através do caminho $p_{v,d}$ que estende uma instalação I a partir do vértice $d \in I$, a solução é afetada de várias maneiras, entre elas:

- É necessário instalar um novo cabo sobre o caminho $p_{v,d}$. Isto aumenta o custo total da solução.
- Eventualmente, será necessário substituir cabos sobre o caminho $p_{d,t}$ em I por cabos de maior capacidade para que eles acomodem a demanda adicional da nova caixa. Além do aumento de custo devido a cabos mais caros, as emendas nos cabos de maior capacidade também apresentarão custo maior, uma vez que o custo da emenda depende do cabo incidente de maior capacidade.
- O novo caminho $p_{v,d}$ pode resultar em uma nova bifurcação no vértice d , ou seja, eventualmente uma nova emenda afetará o custo total da solução.

- No percurso do caminho $p_{v,d}$ poderá ser necessário instalar pontos de curva, que influenciarão o custo total da solução.
- O caminho $p_{v,d}$ poderá conter arestas já presentes em outras Instalações, aumentando a penalidade total da solução.

5.7.2 Tabela de variação de penalização

Para melhor expor a estratégia que calcula eficientemente a variação de penalização decorrente de alterações no cabeamento, denomina-se de *tabela de variação de penalização* os valores $\Delta P(p_{v,d}, D)$ que a Alternativa $A(I, D)$ ou $A(0, D)$ armazena para cada vértice.

Os valores da tabela de variação de penalização serão sempre positivos, uma vez que, pela natureza do problema, o atendimento de uma nova demanda sempre resulta no aumento de custo e/ou no aumento de penalização. A medida que novos pontos de demanda são adicionados à Instalação, mas nunca retiradas, o uso dos cabos aumenta monotonicamente, até que seja substituído por outro de maior capacidade. Portanto, o custo dos cabos nas arestas somente pode crescer.

O mesmo vale para as emendas. Ao aumentar a capacidade dos cabos incidentes, cresce o custo das emendas de acordo com o cabo de maior capacidade incidente no vértice. Emendas já existentes não podem ser removidas, pois isto implicaria retirar um ponto de demanda da Instalação ou remover uma bifurcação, o que quebraria a conexão da solução parcial.

Com o crescimento das Instalações, mais arestas tendem a serem compartilhadas entre diferentes Instalações, gerando outro tipo de penalização crescente.

O exemplo a seguir ilustra como os valores $\Delta P(p_{v,d}, D)$ são calculados para a tabela de variação de penalização. Suponha a instância da figura 5.12. Ela representa uma solução parcial formada por apenas uma Instalação. Para maior simplicidade da discussão, assume-se que todos os vértices possuem exatamente uma caixa terminal, todas com demanda 10. Nos vértices a , b , d e f há uma caixa terminal atendida. As caixas são indicadas pelos retângulos com o número 10 nele inscrito. Os vértices c , e e g também possuem caixas terminais, ainda não atendidas. As arestas ta , ab , bc , cd e cf possuem cabos instalados, representados pelos segmentos de linha contínua. Como há uma bifurcação com emenda no vértice c , ele foi desenhado como um diamante ao invés de um círculo. Os segmentos de linha tracejados ag e de não possuem cabos.

Para atender as caixas terminais nos vértices a , b , d e f , foi instalado um cabeamento, cujo uso e capacidade está indicado na mesma figura 5.12. O número 40/50 na aresta ta indica, por exemplo, que se decidiu utilizar um cabo com capacidade de 50 pares de fios telefônicos, dos quais somente 40 são utilizados para atender a demanda em a , b , d e f .

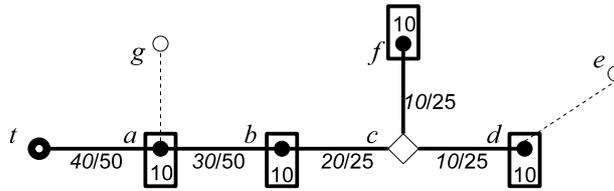


Figura 5.12: Exemplo de Instalação com cabos instalados

A partir da Instalação representada pela figura 5.12 pode-se construir a Alternativa para obter caminhos até as caixas terminais não atendidas em c , e e g . Neste exemplo, adotaremos $D = 10$. A Alternativa adiciona as arestas ag e de , como na figura 5.13. Devido à simplicidade deste exemplo, esta é a única Alternativa possível. Note que para atender o vértice c não é necessário adicionar novas arestas, uma vez que ele já está na árvore da Instalação.

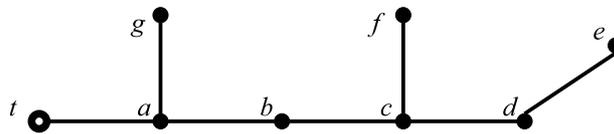


Figura 5.13: Alternativa para a Instalação da figura 5.12

Estuda-se, a título de exemplo, como construir o valor $\Delta C(v) = \Delta P(p_{v,d}, D)$ de cada vértice da tabela de variação de penalização.

- Vértice t . Por definição, não é possível instalar demanda no ponto de distribuição. Portanto a variação de penalização da solução será considerada zero qualquer que seja o valor de D .

$$\Delta C(t) = 0$$

- Vértice a . Note que a caixa do vértice a já está atendida. Mas o objetivo da tabela de variação de penalização é estudar a hipótese na qual seria necessário atender uma caixa adicional com demanda D .

É possível atender de mais 10 pares de fios telefônicos no vértice a simplesmente mantendo o cabo já existente em ta . Ele possui capacidade de 50 pares, sendo que 40 estão em uso (para atender as caixas terminais em b , d e f). Sobram exatamente 10 pares em ta que seriam usados para a demanda adicional de a . Como o cabeamento permanece inalterado, a penalização não varia.

$$\Delta C(a) = 0$$

- **Vértice b .** Note que neste caso, o vértice a não possui demanda adicional, somente o vértice em estudo, ou seja, b . A abordagem é semelhante à do vértice a . A demanda adicional em b seria atendida simplesmente aumentando o uso dos cabos nas arestas ta e ab , respectivamente, de 40 para 50 e de 30 para 40. Como o cabeamento permanece inalterado, a penalização não varia.

$$\Delta C(b) = 0$$

- **Vértice c .** Tal como para b , aumentar-se-ia o uso dos cabos nas arestas ta e ab . Mas não é possível atender a demanda adicional de 10 em c , pois a capacidade do cabo em bc não é suficiente para 30 pares de fios telefônicos. Seria necessário substituir o cabo atual em bc com capacidade 25 por outro de capacidade 50 para abrigar a demanda extra. A variação de penalização, neste caso, é diferença de custo dos cabos, somado à diferença de custo da emenda em c , que passa de uma emenda de tamanho 25 para uma de tamanho 50.

Seja CC o custo de um cabo e CE o custo da emenda. Então:

$$\Delta C(c) = CC(bc, 50) - CC(bc, 25) + CE(c, 50) - CE(c, 25)$$

- **Vértice d (ou f).** Para instalar uma demanda adicional de 10 em d ou f , o procedimento é idêntico para os dois casos. Muda somente o caminho. Os cabos em ta e ab permaneceriam inalterados, enquanto o cabo em bc precisaria ser substituído por outro de capacidade 50. O cabo em cd (ou cf) não sofreria alteração.

Observa-se uma propriedade importante para a determinação dos valores de $\Delta C(v)$ para um vértice v situado sobre a árvore da Instalação. A diferença de penalização em relação ao cabeamento original é formada pela diferença de penalização das alterações necessárias do caminho de t até o antecessor de v , acrescido da diferença de penalização das alterações do antecessor até o próprio v .

Seja $\Delta CC(a)$ o aumento de penalização devido a troca do cabo na aresta a e $\Delta CE(v)$ o aumento de penalização devido a troca da emenda em v . Se não houver necessidade de troca de cabo ou de emenda, então, respectivamente, $\Delta CC(a) = 0$ e $\Delta CE(v) = 0$.

Portanto:

$$\Delta C(d) = \Delta C(c) + \Delta CC(cd) + \Delta CE(c) + \Delta CE(d)$$

$$\Delta C(f) = \Delta C(c) + \Delta CC(cf) + \Delta CE(c) + \Delta CE(f)$$

Neste caso, como os cabos em cd e cf não precisam ser alterados, nem as emendas em c , d e f , então:

$$\Delta C(d) = \Delta C(c)$$

$$\Delta C(f) = \Delta C(c)$$

- **Vértice e .** Adicionar uma demanda adicional em e equivaleria a atender a demanda em d e prolongar o cabeamento até o vértice e .

Isto revela outra característica importante para os valores de $\Delta C(v)$ em relação a um vértice v não atendido pela Instalação. O valor de $\Delta C(v)$ é a soma de $\Delta C(w)$ para um vértice w pertencente à fronteira da Instalação com a Alternativa e o custo do caminho de w até v usando as arestas da Alternativa. O custo deste caminho é fácil de calcular, uma vez que ele utiliza somente cabos com a menor capacidade disponível e não apresenta emendas sobre o caminho. Mas poderia haver necessidade de instalar uma emenda no vértice da fronteira entre a Instalação e a Alternativa, caso o caminho resulte em uma bifurcação de um caminho existente na Instalação.

Portanto:

$$\Delta C(e) = \Delta C(d) + \Delta CC(de) + \Delta CE(d)$$

Neste caso, uma vez que já existe uma emenda em d :

$$\Delta C(e) = \Delta C(d) + CC(de, 25)$$

- **Vértice g .** A estratégia seria a mesma que para o vértice e , observando-se ainda que seria necessário realizar uma bifurcação no vértice a , que caso o vértice a não apresentasse uma caixa atendida, resultaria em uma nova emenda.

$$\Delta C(g) = \Delta C(a) + CC(ag, 25)$$

Desta forma, os valores de $\Delta C(\cdot)$ para os vértices de a , b , c , d , e e f permitem construir a *tabela de variação de penalização*. Estes valores são específicos para uma demanda D . Isto significa que, caso um vértice v possua uma caixa não atendida com uma demanda D' diferente de D , então a tabela não poderá ser utilizada para precisar com exatidão a variação de penalização.

5.7.3 Variação de penalização sobre caminhos

Uma característica interessante é o fato de que a variação de penalização $\Delta P(p_{v,d}, D)$, decorrente de uma demanda D , supostamente localizada no vértice v , depender exclusivamente dos vértices e das arestas sobre o caminho $p_{v,d}$. O valor de $\Delta P(p_{v,d}, D)$ não será afetado pelo cabeamento dos demais vértices ou arestas.

Seja $S(T, p_{v,d}, D)$ a soma das penalizações geradas em vértices e arestas sobre o caminho $p_{v,d}$, considerando uma árvore de cabeamento T de uma Instalação. No caso do destino d ser um vértice de uma árvore (ou seja, $d \neq t$), deve-se também somar a $S(T, p_{v,d}, D)$ as penalizações de vértices e arestas sobre caminho de d até o ponto de

distribuição t . O valor de $S(T, p_{v,d}, D)$ é calculado facilmente considerando-se as características dos cabos e emendas sobre o caminho de v até o ponto de distribuição t . Seja T' a nova árvore obtida a partir de T após a instalação de uma suposta demanda D no vértice v . A variação de penalização no caminho $p_{v,d}$ da árvore T para o mesmo caminho em T' será $S(T', p_{v,d}, D) - S(T, p_{v,d}, D)$.

A variação de penalização resultante de arestas compartilhadas entre duas ou mais Instalações precisa ser tratada com mais atenção, uma vez que este critério não depende dos caminhos, mas da configuração do cabeamento de cada Instalação. Para uma aresta a no caminho $p_{v,d}$, suponha que ela esteja presente em k_a Instalações. Se $k_a \geq 2$, então isto caracteriza um compartilhamento e a penalização da tabela 5.2 da seção 5.8 será aplicada para cada uma das k_a Instalações. Seja $comp(k_a)$ o valor que penaliza, em cada Instalação, o compartilhamento da aresta a . Ao compartilhar uma aresta em mais uma Instalação, a solução sofrerá uma penalização adicional de $k_a(comp(k_a + 1) - comp(k_a))$ para cada aresta a no caminho $p_{v,d}$.

Ao penalizar o compartilhamento, com pequenos valores, em cada caminho, ao invés de penalizar globalmente com um valor elevado, foi possível tratar esta restrição através de uma penalização que depende apenas do caminho. Satisfaz as mesmas características de $S(T, p_{v,d})$, evitando assim um segundo modelo de penalização.

5.7.4 Caminhos de variação mínima de penalização

Primeiramente, é fundamental observar a seguinte propriedade. Seja v um vértice da instância. Seja $\Delta P(p_{v,t}, D)$ a variação total de penalização para fornecer D pares de linhas telefônicas do ponto de distribuição t até v pelo caminho $p_{v,t}$. Se desejarmos fornecer os D pares adicionais não para o vértice v , mas sim para um vizinho w de v , através do caminho $p_{v,t}$ e estendido pela aresta de v a w , podemos calcular a variação de penalização para atender D pares em w como $\Delta P(p_{w,t}, D) = \Delta P(p_{v,t}, D) + P_{v,w,D}$, sendo que $P_{v,w,D}$ é a soma da penalização de uma nova emenda em v (caso seja necessário bifurcar o cabeamento em v), da penalização do comprimento da aresta de v a w para um novo cabo que comporta D pares, e a penalização eventual de compartilhar a aresta de v a w com outras árvores.

Note que $\Delta P(p_{v,t}, D)$ já inclui a penalização de adaptações do cabeamento v até o ponto de distribuição t para oferecer uma demanda adicional D no vértice v , como troca cabos por outros de capacidade maior e ajustes nas emendas. Ou seja, o vértice v possui a demanda adicional D que agora desejamos oferecer para o vértice w .

Com objetivo de obter a tabela de variação de penalização de uma Alternativa, é atribuído um “peso” igual ao valor de $P_{v,w,D}$ para cada aresta (entre dois vértices v e w). É possível determinar os valores de $\Delta C(v)$ da tabela de variação de penalização para

uma demanda adicional D utilizando-se o conceito de soma de pesos sobre o caminho entre dois pontos (o ponto de distribuição t e os demais vértices). Assim, a tabela de variação de penalização pode ser obtida através de um algoritmo de caminhos de peso mínimo modificado. Como a Instalação é imutável, os caminhos definidos pela Instalação precisam ser preservados e somente as extensões de caminhos da Alternativa são passíveis de minimização. Para isso, calcula-se o peso dos caminhos na árvore da Instalação, e somente depois se aplica o algoritmo de caminhos mínimos, considerando toda a Instalação como um único vértice colapsado, cujas arestas incidentes tem peso igual ao peso do caminho de t até elas.

5.7.5 Algoritmo dinâmico de caminhos mínimos

De uma iteração para outra da fase de construção, a Alternativa pode sofrer alterações locais devido ao cabeamento da nova caixa atendida. Este cabeamento interfere nos valores $P_{v,w,D}$ das arestas sobre o caminho do cabeamento da nova caixa. Atualizar a tabela de variação de penalização requer manter os caminhos da Alternativa minimizados em relação à $\Delta P(p_{v,t}, D)$.

Na revisão da literatura sobre algoritmos com este propósito [9, 6, 49, 17, 18, 21, 15, 33, 4, 11, 19, 46, 20, 41, 44, 3, 43, 42, 5, 31, 45, 12] não foi possível encontrar uma solução para atualizar uma árvore de caminhos mínimos para variações simultâneas nos pesos de diversas arestas.

Em um estudo realizado em paralelo com este trabalho, publicado como relatório técnico [13], propõe-se um algoritmo dinâmico que atende este requisito. Aborda-se o problema de atualizar uma árvore de caminhos mínimos, em uma só execução do algoritmo, para múltiplas modificações simultâneas aumento e diminuição de custo em arestas. O algoritmo não apresenta restrições quanto ao domínio do peso das arestas, desde que não sejam negativos.

O algoritmo atualiza somente os caminhos afetados. Sua complexidade de pior caso é $O(m+n \log n)$ para um grafo com n vértices e m arestas. Sua eficiência é potencialmente melhor que as demais soluções conhecidas até o momento, desde o número de modificações seja pequeno comparado com o total de arestas no grafo e as modificações situem-se sobre uma quantidade pequena de caminhos. Este é exatamente o caso da atualização da tabela de variação de penalização. A adição de uma caixa afeta as arestas que estão sobre alguns poucos caminhos específicos: o caminho do cabeamento e dos cabeamentos que bifurcam do mesmo.

O tempo de execução é independente do número de modificações no grafo e é garantidamente menor ou igual que a computação de uma nova árvore de caminhos mínimos. A similaridade com o algoritmo de Dijkstra permite uma implementação simples e uma

fácil compreensão do funcionamento do algoritmo.

5.8 Função objetivo

A qualidade de uma solução possui duas medidas: o custo e o desvanecimento. A soma das duas medidas resulta na penalização. Os custos estão baseados em estimativas reais.

A função objetivo é aplicada sobre cada uma das Instalações (vide explicação de “Instalação” e “Solução” da seção 5.3). O custo total (desvanecimento total) de uma Solução é a soma dos custos (desvanecimentos) das Instalações que compõem a Solução.

Se a Solução for incompleta, então a função objetivo avalia somente arestas e vértices utilizados em cada uma das Instalações da Solução. Não se penaliza caixas terminais sem atendimento. Desta forma, durante a execução do GRASP, o custo e o desvanecimento tendem a crescer assim que novas caixas terminais são atendidas.

Um vértice de uma determinada Instalação pode gerar custos de duas naturezas. O primeiro está relacionado a existência ou não de uma emenda. O segundo depende da existência ou não de um ponto de curva. Vértices não geram desvanecimento.

Uma aresta presente na Instalação implica na atribuição de um cabo à mesma. Gera-se, portanto o custo de instalar o cabo. Haverá desvanecimento se a aresta for compartilhada com outras Instalações.

Cabos

A aresta por si só não recebe custo nem desvanecimento. Quando uma Instalação contém a aresta, ou seja, a Instalação requer a atribuição de um cabo à aresta, o custo será formado pela soma de um custo variável proporcional ao comprimento do cabo e um custo fixo de instalação.

A tabela 5.1 contém os valores utilizados para as instâncias.

Cabo	Lance Aéreo		Duto Subterrâneo	
	Fixo	Linear	Fixo	Linear
25 pares	10,0	5,0	50,0	5,0
50 pares	10,0	7,0	50,0	7,0
75 pares	10,0	10,0	50,0	10,0
150 pares	10,0	15,0	50,0	15,0
200 pares	10,0	20,0	50,0	20,0

Tabela 5.1: Custo de cabos nas arestas

Ocupação dos cabos

A função objetivo não trata os coeficientes mínimo e máximo de ocupação que restringe a demanda atendida através de um cabo.

A implementação do coeficiente mínimo violaria a premissa utilizada na seção 5.7, que a penalização de um cabeamento nunca decresce com o aumento da demanda atendida pelo cabo. Por exemplo, se um cabo apresenta ocupação inferior à dada pelo coeficiente mínimo, então adicionar mais demanda de uma caixa ao cabo resultará em um decréscimo da penalização, uma vez que esta restrição deixaria de ser violada. Ou seja, a variação de penalização $\Delta P(p_{v,d})$ seria negativa.

Existe um segundo argumento contra a implementação do coeficiente mínimo. Uma nova instalação é criada ao estabelecer um cabeamento inicial para uma caixa não atendida, sem compartilhar arestas com outra Instalação. Se a caixa apresentar uma demanda abaixo da ocupação dada pelo coeficiente mínimo, então todo esse cabeamento inicial sofrerá uma violação fortemente penalizada. A fase de construção tenderia a evitar novas Instalações, que por sua vez impediria a heurística de expandir corretamente o cabeamento.

Já para o coeficiente máximo de ocupação, basta especificar cabos de menor capacidade na entrada do algoritmo para obrigar a heurística a deixar uma quantidade de pares de fios telefônicos livres nos cabos. Por exemplo, supondo que existem cabos com capacidade 25, 50 e 100, e o coeficiente máximo de ocupação é 90%, então os cabos informados para o algoritmo deverão apresentar capacidades 22, 45 e 90, respectivamente.

Compartilhamento de arestas

Caso uma aresta seja compartilhada por mais de uma Instalação, então a aresta recebe a soma de desvanecimento variável, proporcional ao comprimento do cabo, mais um desvanecimento fixo. O valor é somado uma vez para cada uma das Instalações envolvidas no compartilhamento de acordo com a tabela 5.2. Note que não se gera desvanecimento para aresta sem cabeamento e associada a apenas um ou dois cabos. A partir do segundo cabo, a penalização cresce exponencialmente.

O desvanecimento variável é importante para evitar que o custo variável predomine nas arestas mais longas. Caso contrário, a heurística tenderia a compartilhar as arestas longas pois resultará em uma penalização menor quando comparada ao uso de várias arestas curtas não compartilhadas.

Número de Instalações	Penalização	
	Fixo	Linear
0	0,0	0,000
1	0,0	0,000
2	100,0	1,400
3	200,0	1,960
4	400,0	2,744
5	800,0	3,842

Tabela 5.2: Penalização de compartilhamento de arestas

Emendas

Cada tipo de cabo disponível possui um custo associado à emenda. A existência de uma emenda é decidida de acordo com regras definidas na tabela 5.3. Os custos estão na tabela 5.4. Em geral, há necessidade de emenda sempre que um vértice apresente uma bifurcação no cabeamento, seja para atender uma caixa terminal situada no próprio vértice, seja para dar seguimento ao cabeamento em dois ou mais caminhos distintos. Nestes casos, em situações reais, o custo é dado pelo custo associado à emenda do cabo de maior capacidade que incide no vértice. A função objetivo considera esta característica.

Vértice	Emenda	Custo
Vértices não atendidos pela instalação do cabo	Não	0
Raiz (armário, ou ponto de distribuição)	Não	0
Nas folhas (vértices de grau 1 onde termina um cabo)		
Com caixa	Sim	cabo
Sem caixa	Não	0
Ponto de passagem (vértice de grau 2 onde passa o cabo)		
Com caixa	Sim	maior cabo
Sem caixa, cabos iguais	Não	0
Sem caixa, cabos diferentes	Sim	maior cabo
Bifurcações (vértice de grau maior que 2)		
Com caixa	Sim	maior cabo
Sem caixa	Sim	maior cabo

Tabela 5.3: Lógica de decisão para custo de emenda

Pontos de curva

Caso o vértice admita instalação de um ponto de curva, então o custo depende do seu tipo de acordo com a figura 2.2 da seção 2.3.

Cabo	Custo emenda
25 pares	12,5
50 pares	37,5
75 pares	50,0
150 pares	75,0
200 pares	100,0

Tabela 5.4: Custos das emendas

- Para o ponto de curva “X”. Soma-se um valor constante de 15,0 unidades ao custo somente se o cabeamento liga os pontos A1 com B1, A1 com B2, A2 com B1 ou A2 com B2. Não há custo caso o cabeamento ligue somente os pontos A1 com A2, ou B1 com B2, uma vez que neste caso não há necessidade de instalar cabos de suporte.
- Para o ponto de curva “Y”. Soma-se um valor constante de 10,0 unidades independente da direção do cabeamento, pois sempre haverá necessidade de instalar os três cabos de suporte até o centro onde está o ponto de curva.
- Para o ponto de curva “T”. Soma-se um valor constante de 10,0 unidades ao custo somente se o cabeamento liga os pontos A1 com B1 ou A2 com B1. Não há custo caso o cabeamento ligue somente os pontos A1 com A2, uma vez que neste caso não há necessidade de instalar o ponto de curva.

5.9 Fase de busca local

A busca local é realizada em duas etapas: remoção de árvores pequenas e troca de caixas entre árvores.

5.9.1 Remoção de árvores pequenas

Na implementação atual da fase de construção, existe a possibilidade da heurística GRASP optar por criar uma Instalação (uma árvore) apenas para atender uma ou duas caixas distantes do ponto de distribuição. A figura 5.14 mostra um caso real obtido pela heurística de construção. O traçado mais intenso representa o cabeamento da Instalação. Os pequenos quadrados representam caixas terminais existentes na Instalação. A caixa atendida é ressaltada pelo quadrado maior sobre o traçado da Instalação.

Uma Instalação com poucas caixas terminais costuma ser indesejável, pois a caixa poderia ser atendida com um custo menor por uma outra Instalação que já cobre as caixas vizinhas. Uma árvore pequena normalmente gera uma penalização muito alta,

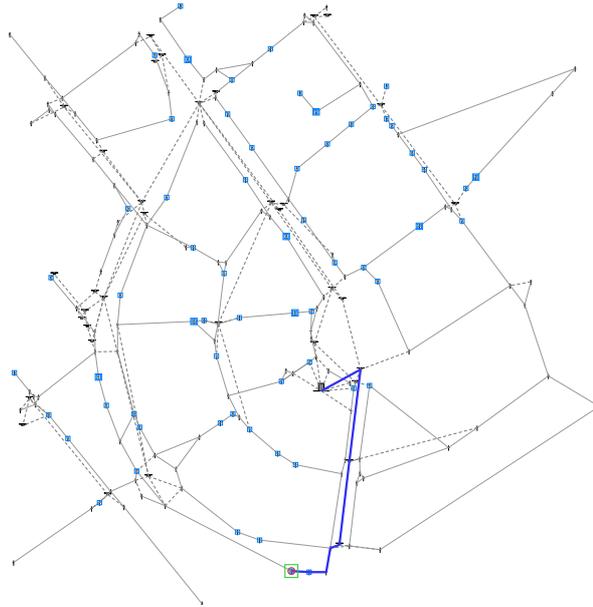


Figura 5.14: Exemplo de uma árvore pequena

pois para chegar até a caixa à qual atende recorre a um percurso através de árvores próximas, compartilhando um grande número de arestas.

Este comportamento não é um defeito da heurística de construção do GRASP. De fato, as árvores pequenas costumam ser criadas somente nas últimas iterações da fase de construção. Durante a execução da fase de construção, a opção de criar novas árvores apresenta uma penalidade consideravelmente alta e existe um número muito grande de outras opções mais vantajosas. A heurística de escolha na fase de construção preferirá adicionar caixas a Instalações existentes próximas, ao invés de criar uma nova árvore. Próximo do fim da fase construção, a adição de mais caixas em uma árvore existente torna-se cada vez mais cara, pois será necessário substituir cabos por outros de capacidade cada vez maior, o que, por sua vez, acarreta também em emendas de custo maior. O valor da penalização de adicionar uma caixa à Instalação existente aproxima-se da penalização de criar uma nova árvore. As probabilidades para as duas opções tornam-se semelhantes, e o número de opções é reduzido. Neste contexto, a heurística de escolha poderá optar corretamente por instalar uma nova árvore.

Seria necessário adotar um fator de ajuste dinâmico para melhorar a distribuição de probabilidades, deixando a função de penalização mais complexa. Ao invés de se estudar um processo de sorteio mais elaborado para a fase de construção, preferiu-se implementar, na fase de busca local, uma heurística de correção simples que identifica as árvores pequenas e redistribui as caixas por elas atendidas para outras árvores maiores.

Para que uma Instalação T_P seja considerada uma árvore pequena e ser elegível para

eliminação, ela deve satisfazer um dos seguintes critérios: conter menos de cinco caixas e atender uma demanda inferior ou igual a 25 assinantes. Seja T (diferente de T_P) uma árvore que pertence à solução. Ela será considerada candidata para receber a caixa $C \in T_P$ no vértice v se satisfizer as seguintes opções: o cabeamento da árvore T passa pelo vértice v (alta prioridade) ou passa próximo do vértice v (baixa prioridade).

A caixa C é movida para a árvore T que minimiza a penalização total da solução. Caso uma caixa de T_P não possa ser movida para uma outra árvore, então a árvore T_P original é restaurada. Caso contrário, ela é removida da solução.

Nas instâncias reais usadas, esta estratégia sempre removeu as árvores pequenas. Nestes casos, o custo da solução cai de forma proporcional ao o comprimento do cabeamento da árvore T_P . A redução da penalidade deve-se, principalmente, à redução do número de arestas compartilhadas.

5.9.2 Trocar caixas entre duas árvores

A heurística de busca local escolhida para a segunda fase GRASP é o deslocamento de caixas entre árvores. Para cada caixa da instância, a heurística analisa a redução de penalização resultante ao movê-la da árvore atual T_A para uma outra árvore T . As operações para verificar o impacto de alterações locais são facilitadas usando a abordagem de várias camadas descrita na seção 5.2.4. Os passos a seguir permitem simular o efeito da remoção da caixa sem afetar a árvore T_A . Para a árvore atual T_A , cria-se uma nova camada T_{A1} . Nela, subtrai-se a demanda da caixa da utilização dos cabos situados em arestas no caminho da caixa até o ponto de distribuição t . Se a caixa situava-se sobre uma folha da árvore em T_A , remove-se em T_{A1} também as arestas e os vértices do caminho da bifurcação ou até a próxima caixa da árvore.

Escolhe-se aleatoriamente uma árvore T para realizar a troca, priorizando aquelas que resultaram no maior decréscimo de penalização. A tabela de variação de penalização será útil para otimizar o processo de calcular a penalidade de cada opção de troca.

Casos típicos nos quais se espera obter ganhos com a busca local são:

- Reduzir uma emenda. Na figura 5.15(a), a árvore T_A atende a caixa no vértice b e portanto há necessidade de uma emenda no vértice a . Na árvore T_B , atender a caixa no vértice c exige uma emenda no vértice d . Se não existir caixa no vértice a , a emenda nesse vértice poderia ser economizada atendendo o vértice c pela árvore T_B , conforme na figura 5.15(b).
- Reduzir distância de cabeamento, atendendo uma caixa através de uma árvore mais próxima.

Buscas mais elaboradas, porém não estudadas neste trabalho, poderiam ser:

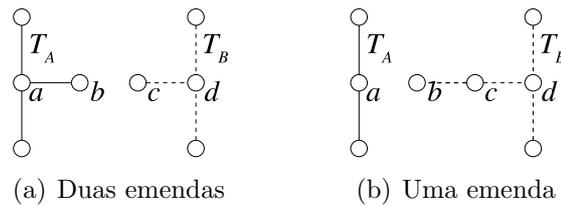


Figura 5.15: Troca de caixas entre árvores

- Atender a caixa na mesma árvore, mas através de vértices antecessores diferentes.
- Identificar emendas perto da raiz da árvore de cabeamento. Na proximidade da raiz, o cabo tende a apresentar alta capacidade para comportar a demanda de um grande número de assinantes atendidos através do cabo. As emendas neste cabo serão, portanto, caras. Instalar uma bifurcação nesse cabo para atender um pequeno número de caixas próximas resultará em uma emenda cara, que poderia ser evitada, eventualmente, se estas poucas caixas pudessem ser atendidas por outra árvore ou através de outros vértices antecessores da mesma árvore.
- Isolar uma sub-árvore de T_A e verificar quais outras árvores podem atender caixas localizadas nesta sub-árvore. Este procedimento pode ser interessante para atender toda uma rua ou avenida por uma outra árvore. É um caso generalizado das figuras 5.15(a) e 5.15(b), no qual existiriam mais de duas caixas entre os vértices a e d .

5.10 Simplificação

Trata-se de um passo de pré-processamento da instância, realizado antes da fase de construção. O objetivo é eliminar informação desnecessária para as heurísticas do GRASP.

O pré-processamento utiliza padrões de vértices facilmente identificados e que representam uma configuração redundante. Estes vértices sofrem modificações para se obter uma instância mais simples, mas equivalente à instância original.

5.10.1 Caminhos desnecessários

Na topologia do grafo de possibilidades de cabeamento sugerido nos dados fornecidos pelo CPqD, observa-se um grande número de vértices com as seguintes características:

- Não apresentam caixa terminal.
- Encontram-se no centro de quadras, ou estão ao longo das ruas ou avenidas, mas sem oferecer um possível caminho para uma caixa terminal.

- Apresentam grau 1, ou são bifurcações para vértices de grau 1, ou bifurcações para sub-árvores que não apresentam caixa terminal. Ou seja, são sub-árvores que não apresentam demanda, que serão chamadas de *árvores de caminhos desnecessários*.

Estes vértices não necessitam de cabeamento, mas elevam a complexidade do espaço de busca com opções que não contribuem com a solução. São identificados pela heurística de caminhos desnecessários e eliminados da instância. Esta heurística opera iterativamente em passos. No primeiro, ela busca e marca na instância todos os vértices que satisfazem as seguintes condições:

- Não possuem caixa, não possuem demanda nem oferta de pares telefônicos.
- Não são pontos de curva nem ponto de distribuição.
- Apresentam grau zero ou um e não permitem bifurcações.

Isto equivale a encontrar as folhas das árvores de caminhos desnecessários.

Nos demais passos, realiza-se a mesma busca, mas restrita aos vizinhos dos vértices marcados. Ao calcular o grau de um vértice, não se contabiliza os vizinhos marcados. Isto equivale a reduzir as árvores de caminhos desnecessários retirando vértices a partir das folhas.

Por fim, os vértices marcados são removidos.

5.10.2 Vértices desnecessários

Em trechos contínuos de arestas consecutivas ao longo de uma rua ou avenida é comum ocorrerem vértices sem caixas terminais. Estes vértices são postes (ou caixas) que servem como suporte para o cabeamento entre um par de caixas ou bifurcações. A adição de uma aresta do trecho fará sentido somente mediante a adição das demais arestas no trecho. Todas as arestas do trecho receberão o mesmo cabo, uma vez que não faria sentido instalar uma emenda entre suas extremidades.

Nada mais natural que condicionar que estas arestas sejam adicionadas simultaneamente em uma só operação. Para isso, a heurística de vértices desnecessários substitui todo trecho por uma única aresta fictícia, cujo comprimento é igual à soma das arestas retiradas.

A heurística opera em dois passos. No primeiro, identifica conjuntos de vértices que satisfazem as seguintes restrições:

- Não possuem caixa, nem demanda ou oferta de pares telefônicos.
- Não são pontos de curva ou distribuição.
- Não são o encontro de uma possibilidade de tubo subterrâneo com uma de lance aéreo.
- Apresentam grau 2.

No segundo passo, o trecho formado pelo conjunto de vértices é substituído por uma

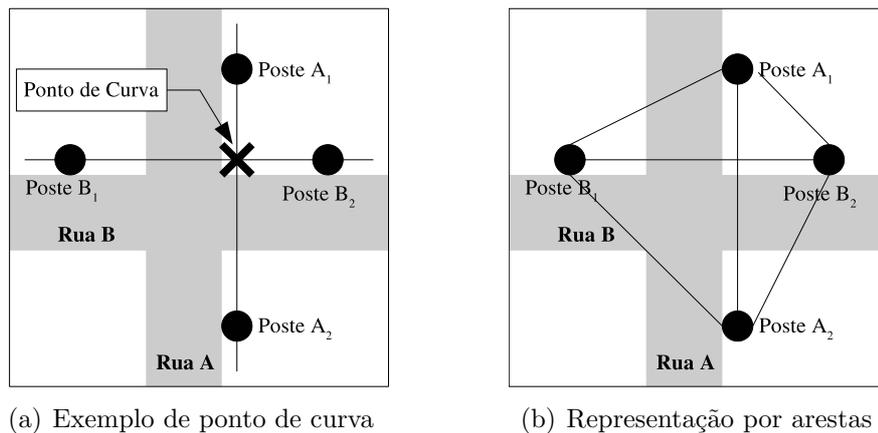


Figura 5.16: Exemplo de ponto de curva transformado em arestas

única aresta.

5.10.3 Pontos de curva

Os pontos de curva são vértices que apresentam uma característica especial: eles possuem regras que associam custos diferentes para cada possibilidade de cabeamento através dos mesmos. Para evitar a complexidade decorrente de implementar essas regras na heurística, decidiu-se criar arestas especiais para representar cada possível cabeamento através um ponto de curva.

Se existe um ponto de curva entre dois vértices alinhados, então se cria uma aresta com comprimento igual à distância entre estes dois vértices e sem custo de instalação. Esta aresta representa a possibilidade de instalar um cabeamento entre os dois postes, que dispensa de ponto de curva. Na figura 5.16(a), isto seria um cabeamento do poste A_1 para o A_2 ou de B_1 para o B_2 , tal como na figura 5.16(b).

Já para dois vértices não alinhados, entre os quais existe um ponto de curva, adiciona-se uma aresta com comprimento igual à distância do caminho entre esses três vértices e com custo de instalação igual ao custo de instalação do ponto de curva que seria necessário para realizar este cabeamento. Na figura 5.16(a), isto seria um cabeamento do poste A_1 para o B_1 , A_1 para o B_2 , A_2 para o B_1 ou de A_2 para o B_2 .

Capítulo 6

Resultados experimentais

6.1 Instância de testes

Nesta seção será apresentada a instância de testes. Esta instância foi selecionada, pois apresenta as seguintes características de interesse:

- A instância reflete dados reais, obtidos através de parceria com o CPqD.
- Ela apresenta uma rica variedade de características, desde quadras regulares para as quais o cabeamento é bastante trivial, como também assimetrias na geografia que perturbarão o cabeamento sistemático. Para instâncias muito regulares, o problema de cabeamento é mais simples, de modo que não haveria necessidade de um algoritmo de otimização. A instância ilustra um caso importante no qual uma ferramenta computacional será de grande valor para auxílio no projeto da rede telefônica.
- Na instância ocorrem várias situações de cabeamento, uniformemente distribuídas pelo mapa. Entre elas podemos reconhecer possibilidades de lances aéreos e de dutos subterrâneos, ambos os casos envolvendo distâncias curtas e longas.
- Existe uma diversidade de ruas e avenidas, que geram várias configurações interessantes para instalação de cabos. Em aproximadamente metade das esquinas há possibilidade de instalação de pontos de curva. Dutos subterrâneos estão à disposição para atravessar avenidas, uma vez que na maioria das vezes elas não podem ser cruzadas por lances aéreos. Várias avenidas possuem galerias subterrâneas, nas quais poderá ser passado um cabeamento caso os postes próximos estejam com cabeamento saturado.

A instância abrange uma área de aproximadamente 780x730 metros. Nela encontram-se 706 postes e 215 caixas subterrâneas. Existem 710 arestas representando possibilidades

de lances aéreos e 327 de dutos subterrâneos. A figura 6.2 contém uma ilustração da instância original, antes de aplicar as simplificações e o pré-processamento.

Existem 71 caixas distribuídas em 63 postes. Não há caixas subterrâneas atendendo demanda. Apenas 8 postes contém 2 caixas. São 61 caixas de capacidade 10 e outras 10 de capacidade 20. A demanda média das caixas é de 6,7 pares telefônicos.

Os vértices possuem grau relativamente baixo devido a topologia da instância. A maioria dos vértices de grau 1 pode ser considerada ruído nos dados de entrada. Já os vértices de grau 2 são postes (ou caixas subterrâneas) intermediárias ao longo de ruas ou avenidas pelas quais é possível passar um cabeamento, mas não faz sentido realizar bifurcações. Vértices de grau 3 ou 4 são típicos de cruzamentos, muitas vezes como pontos de curva. Vértices de grau maior são caixas subterrâneas com muitas ligações ou o próprio ponto de distribuição. A figura 6.1 ilustra algumas características da instância.

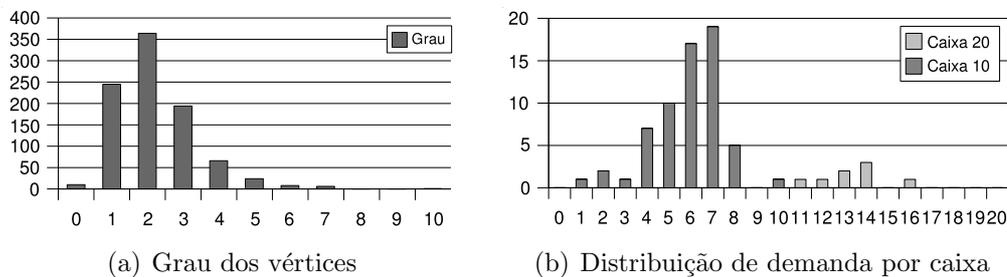


Figura 6.1: Distribuição de grau de vértice e demanda por caixa

Ao aplicar a simplificação de caminhos desnecessários, vide seção 5.10, são removidos 247 postes, 167 caixas subterrâneas, 230 possibilidades de lances aéreos e 135 possibilidades de dutos. O resultado desta simplificação encontra-se na figura 6.3, que agora reflete possibilidades reais de cabeamento. O resultado da simplificação de vértices desnecessários pode ser encontrado na figura 6.4. Mais 262 postes e 30 caixas subterrâneas foram removidos, além de 262 possibilidades de lances aéreos e 30 dutos. A tabela 6.1 resume estes resultados.

	Instância Original	Simplificação caminhos	Simplificação vértices
Postes	706	459	197
Caixas subterrâneas	215	80	50
Possib. lances aéreos	710	480	218
Possib. dutos sub.	327	192	162
Total	1958	1211	627

Tabela 6.1: Redução da instância após simplificação

Nela observamos que o número de componentes que formam a solução foi reduzido em aproximadamente 70%. Ainda assim, o problema sobre a instância é complexo.

A instância após simplificações, usada como entrada para os algoritmos de otimização, está mostrada na figura 6.4.

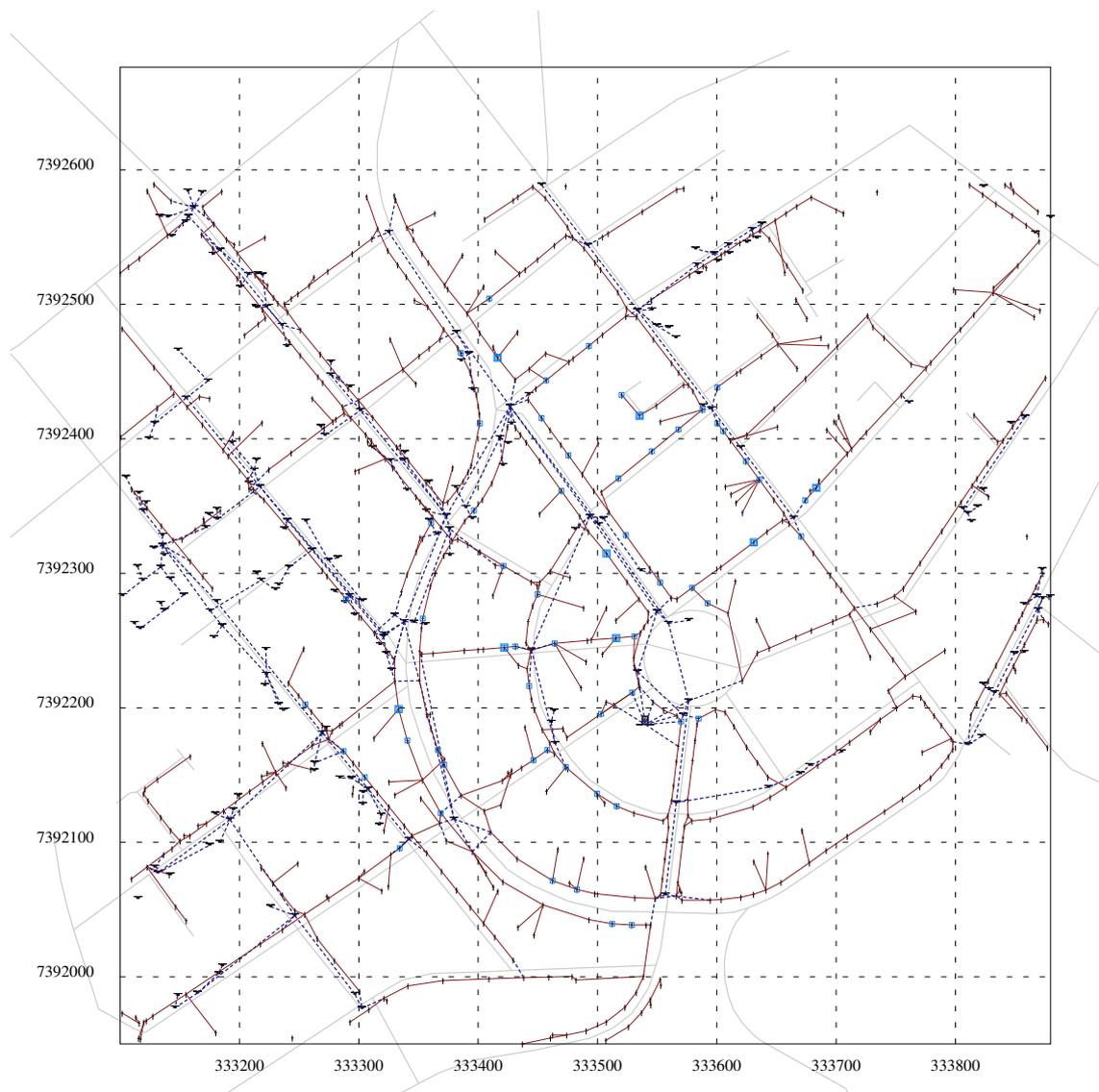


Figura 6.2: Instância original

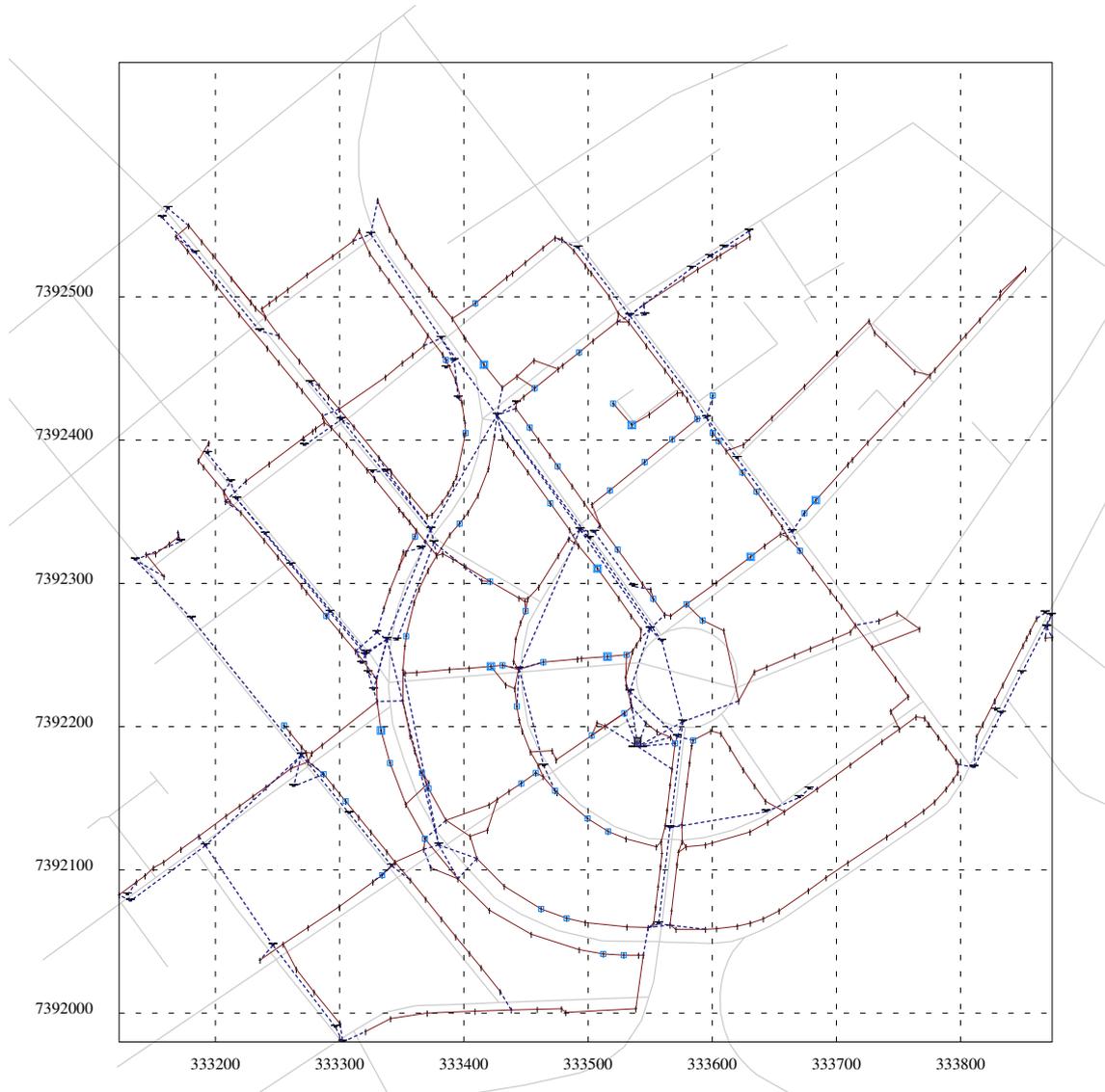


Figura 6.3: Instância após simplificação de caminhos desnecessários

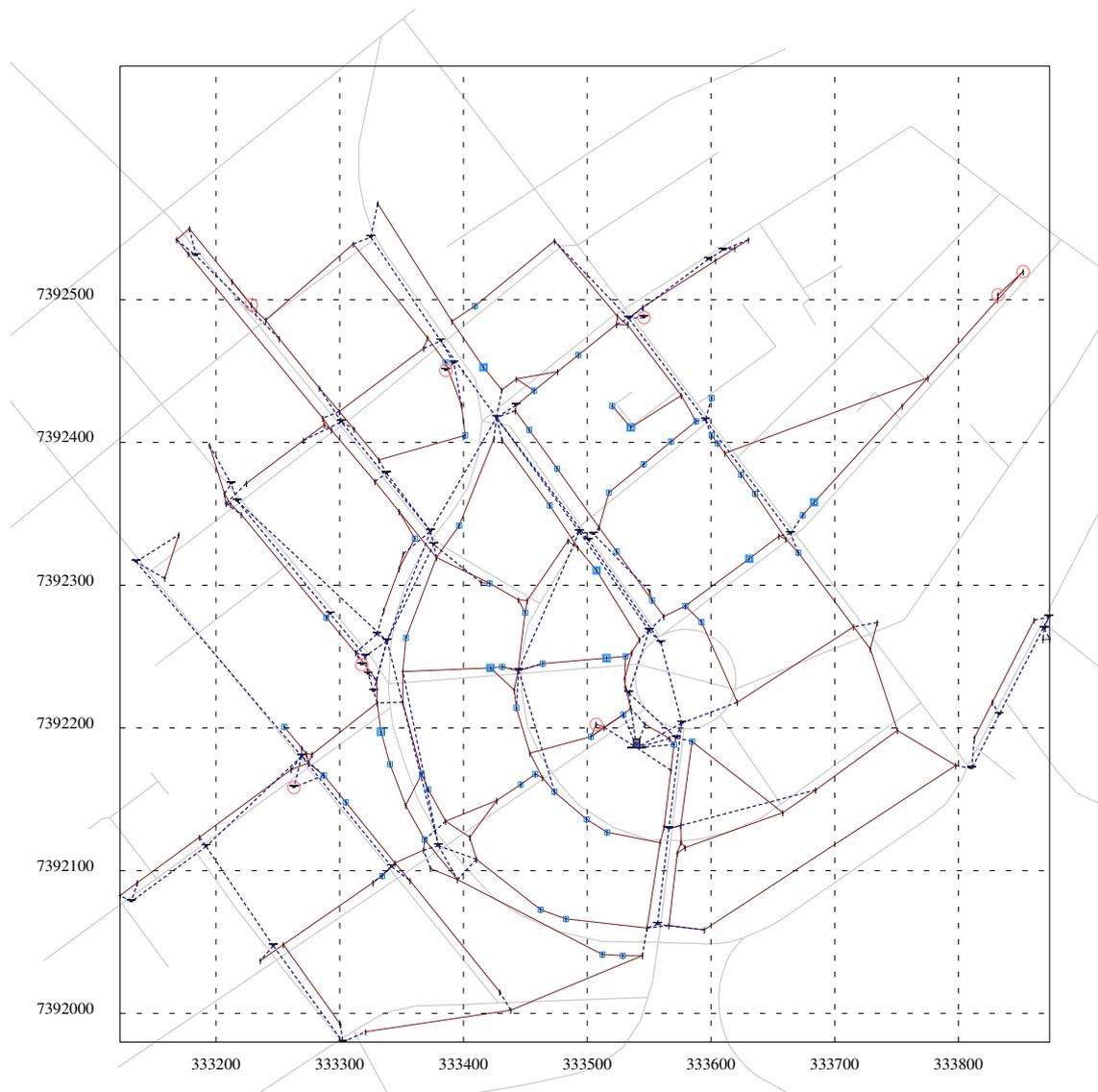


Figura 6.4: Instância após simplificação de vértices desnecessários

6.2 Planejamento e execução

Para verificar a heurística proposta neste trabalho, implementou-se os algoritmos em C++. O total aproximado de 45.000 linhas de código foi traduzido para binário executável com auxílio do compilador GNU, versão 4.0.3. Os testes ocorreram em um ambiente formado pelo sistema operacional Linux (Ubuntu 5, kernel 2.6.15-28-386), utilizando a ferramenta de desenvolvimento *Eclipse C/C++ Development Tooling - CDT*.

Os resultados experimentais foram obtidos executando a heurística em duas máquinas distintas, com as seguintes configurações:

- Características da **Máquina A**:
Um processador Intel(R) Pentium(R) M, frequência 1.6GHz, *cache* de 2MB;
1GB memória RAM.
- Características da **Máquina B**:
Dois processadores Intel(R) Pentium(R) 4, frequência 3.2GHz, *cache* de 0,5MB;
2GB memória RAM.

Durante a investigação da melhor estratégia para a fase de crescimento na seção 5.4, realizaram-se testes específicos para gerar 100 soluções iniciais na fase de construção. Os resultados destes testes permitiram aprimorar e compreender melhor as técnicas sugeridas e mencionadas anteriormente. No entanto, estes resultados serão omitidos por não serem essenciais para a conclusão deste trabalho. Para comparar os testes, para reproduzir resultados e para depurar o algoritmo durante o desenvolvimento do código fonte, utilizou-se sempre a mesma semente para o gerador de números aleatórios e a mesma função objetivo com valores que refletem custos reais.

Para os testes finais, cada máquina realizou um conjunto de testes para três possíveis configurações do algoritmo. As configurações diferem de acordo com o critério utilizado para as tabelas de estimativas de variação de penalização (seção 5.6.2) e os respectivos limitantes superiores. Em cada teste, a fase de construção gera 300 soluções iniciais.

Configuração	Intervalos de demanda
1	1-10; 11-20
2	0-5; 6-10; 11-20
3	0-5; 6-10; 11-14; 15-20

Tabela 6.2: Configurações dos testes da heurística

A tabela 6.2 ilustra as três configurações usadas neste trabalho. A primeira, e mais simples, utiliza dois limitantes superiores para o valor da variação de penalização: 10 (para caixas com demanda de 1 a 10) e 20 (para caixas com demanda de 11 a 20). A

escolha destes limitantes se deve ao fato que, para esta instância, as caixas terminais existem somente para capacidades de 10 ou 20.

Evidentemente, a aproximação será de baixa qualidade para os vértices com demanda muito inferior ao limitante superior. Por exemplo, suponha que um determinado vértice com demanda 3 possa ser atendido utilizando o cabeamento já existente nas Instalações de uma solução parcial. Neste caso, a variação de penalização na solução será zero. O limitante superior utilizado para este vértice considerará uma demanda de 10. Devido ao uso da aproximação com um excesso de 7, a heurística poderá contabilizar, desnecessariamente, a substituição de cabos por outros de maior capacidade, ou a instalação de novas emendas, resultando em um valor muito maior para a variação de penalização.

Por este motivo, experimentou-se também para uma outra configuração (a segunda da tabela 6.2) para os limitantes superiores nas tabelas de estimativas de variação de penalização. Como a instância revelou um número expressivo de vértices com demanda entre 6 e 10, adotou-se uma tabela estimativas dedicada exclusivamente para este intervalo. Com a fase de construção utilizando valores mais precisos para a escolha dos caminhos, espera-se obter resultados melhores.

Na terceira configuração da tabela 6.2, aplicou-se o mesmo raciocínio para o intervalo de demanda de 11 a 20. A melhora esperada para a convergência, todavia, é menos significativa que para a segunda configuração, uma vez que é relativamente baixo o número de vértices com demanda nos intervalos de 11 a 14 e de 15 a 20.

A implementação utiliza tabelas (*hash-maps*) para associar entre si os elementos das estruturas de dados. Utiliza também conjuntos (*hash-sets*) para enumerar elementos. No início do trabalho, optou-se pelo endereço de memória dos elementos para servir de índice das tabelas e de identificador para os conjuntos. Esta decisão era interessante por simplificar o código que opera sobre as estruturas de dados. No entanto, ao reproduzir testes iguais em várias máquinas, são obtidos resultados diferentes.

Todas as configurações utilizaram a mesma semente para o gerador de números pseudo-aleatórios. Verifica-se que ele sempre gera a mesma seqüência de números para governar as decisões. Portanto, para uma certa instância e certa configuração, esperava-se que o algoritmo obtivesse soluções iguais, o que, de fato, não ocorreu.

Como o sistema operacional de cada máquina carrega a heurística em regiões de memória diferentes, os índices e os identificadores dos elementos das estruturas de dados não são iguais entre as máquinas. Os elementos das tabelas são consultados em uma ordem diferente em cada máquina. O mesmo acontece para a enumeração dos conjuntos. Apesar da seqüência de números sorteados ser a mesma nas duas máquinas, as decisões são aplicadas sobre dados obtidos com uma ordenação diferente.

6.3 Tempo de execução

O tempo de execução da heurística foi medido, somente na máquina B, para cada uma das três configurações da heurística. Cada medição corresponde a 300 iterações da heurística, sendo que cada qual inclui a fase de construção, otimização de busca local, produção de relatórios e representação gráfica.

A tabela 6.3 mostra os resultados obtidos para cada configuração do algoritmo. Na segunda coluna encontram-se os intervalos utilizados para cada tabela de estimativa de variação de penalização. A terceira e quarta colunas contêm, respectivamente, o tempo total e médio (em segundos) para cada solução. A tabela está ilustrada na figura 6.5.

Configuração	Intervalos	Tempo total [s]	Tempo médio por solução [s]
1	1-10; 11-20	288,39	0,96
2	0-5; 6-10; 11-20	375,30	1,25
3	0-5; 6-10; 11-14; 15-20	561,33	1,87

Tabela 6.3: Tempo de execução da heurística



Figura 6.5: Distribuição da quantidade de árvores

Observa-se que o tempo médio cresce de acordo com o número de intervalos. Poderia-se esperar um crescimento proporcional pois, pela implementação da heurística, cada iteração da fase de construção atualiza as tabelas de estimativa de variação de penalização para cada um dos intervalos. Seja n o número de vértices e m o número de arestas da instância. A atualização da tabela apresenta complexidade $O(m + n \ln n)$ e o número de iterações é igual ao número de caixas, ou seja, $O(n)$. Cada execução de uma configuração

do algoritmo, para k tabelas, apresentará complexidade $O(k \cdot n \cdot (m + n \ln n))$, ou seja, proporcional a k .

A figura 6.5 sugere um leve crescimento acima do comportamento linear. É importante lembrar que a medição de tempo não considera apenas a fase de construção e busca local, mas também geração de relatórios e representação gráfica. As duas últimas operações, em particular, não foram implementadas visando eficiência.

6.4 Resultados obtidos

As tabelas 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9 resumem os resultados obtidos para a execução da heurística em cada uma das três configurações. Os resultados estão divididos por máquina na qual a heurística foi executada, sendo as máquinas identificadas como A e B. Para cada máquina, foram registrados os resultados (parciais) após a fase de construção e ao final da busca local. Desta forma é possível valorar a contribuição da busca local em relação a fase de construção.

Na máquina A, a fase de construção gerou o resultado apresentado na tabela 6.4. Cada um dos blocos, numerados de 1 até 3, corresponde a uma das configurações conforme explicado na seção 6.2. A primeira coluna de um bloco corresponde à estatística do custo da solução parcial. A segunda coluna é a estatística da penalização, calculada a partir do custo e do desvanecimento em consequência de outras características indesejadas encontradas na solução. A terceira coluna corresponde ao número de Instalações da solução parcial.

Em um bloco, a primeira linha contém o custo e a penalização da melhor solução parcial. Na mesma linha, a terceira coluna contém o número de Instalações da menor solução (que não necessariamente é a de menor penalização). A segunda linha resume a média dos valores de custo, penalização e tamanho para todas as soluções parciais. A terceira linha mostra o custo e a penalização da pior solução. O tamanho representa o número de instalações da maior solução (também, não necessariamente corresponde à pior solução).

A tabela 6.5 resume as mesmas informações da tabela 6.4, mas considerando as soluções após a busca local. A tabela 6.6 compara os valores das tabelas 6.5 e 6.4, informando o decréscimo porcentual relativo dos valores de custo e penalização após a busca local.

A solução correspondente à primeira linha da tabela 6.4 não é necessariamente a mesma solução da primeira linha da tabela 6.5. O mesmo vale para a terceira linha das mesmas tabelas.

As tabelas 6.7, 6.8 e 6.9 resumem os resultados para a máquina B.

As figuras 6.6(a), 6.6(b) e 6.6(e) ilustram para a máquina A, respectivamente, as tabelas 6.4, 6.5 e 6.6. A ordenada corresponde ao custo/penalização da tabela e a abscissa

cada uma das configurações. As primeiras 6 barras ilustram o primeiro bloco, correspondente à configuração 1. As próximas 6 barras correspondem ao bloco 2 e assim por diante. As figuras 6.6(c), 6.6(d) e 6.6(f) ilustram, respectivamente, as tabelas 6.7, 6.8 e 6.9 para a máquina B.

Fase de construção, Máquina A

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	32638	33504	4	31955	35095	3	32363	33068	3
média	39305	45896	6,2	38718	44836	5,9	38416	43887	5,5
pior	48895	66208	10	45622	58844	9	44844	55720	9

Tabela 6.4: Resultados para fase de construção na máquina A

Busca local, Máquina A

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	31031	31560	3	31598	32273	3	31650	31707	3
média	37005	41379	4,3	36901	41044	4,2	36719	40791	4,1
pior	43283	52002	7	44094	51832	6	41922	48689	6

Tabela 6.5: Resultados para busca local na máquina A

Melhoria relativa da busca local - Máquina A

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	4,9%	5,8%	25%	1,1%	8,0%	0%	2,2%	4,1%	0%
média	5,9%	9,8%	30%	4,7%	8,5%	28%	4,4%	7,1%	26%
pior	11,5%	21,5%	30%	3,3%	11,9%	33%	6,5%	12,6%	33%

Tabela 6.6: Diferença entre busca local e fase de construção na máquina A

Fase de construção, máquina B

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	34046	35188	4	33492	35236	3	31131	31131	3
média	39310	45969	6,3	38875	45320	6	38427	43838	5,7
pior	47739	62588	10	46673	58306	10	43955	58160	8

Tabela 6.7: Resultados para fase de construção na máquina B

Busca local, Máquina B

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	32171	34034	3	32427	33739	3	31131	31131	3
média	37039	41426	4,4	36920	41241	4,3	36776	40734	4,1
pior	44933	54941	6	43678	51143	7	42675	53176	6

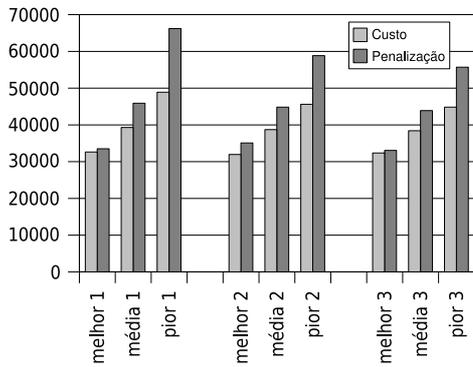
Tabela 6.8: Resultados para busca local na máquina B

Melhoria relativa da busca local - Máquina B

	config. 1			config. 2			config. 3		
melhor	5,5%	3,3%	25%	3,2%	4,3%	0%	0,0%	0,0%	0%
média	5,8%	9,9%	30%	5,0%	9,0%	29%	4,3%	7,1%	27%
pior	5,9%	12,2%	40%	6,4%	12,3%	30%	2,9%	8,6%	25%

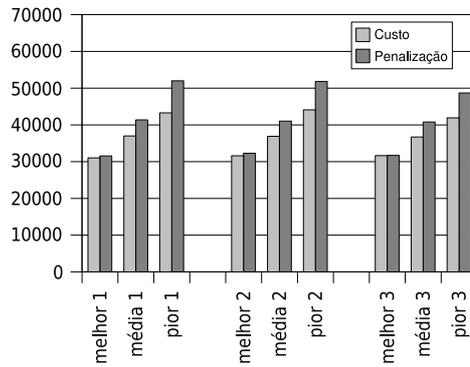
Tabela 6.9: Diferença entre busca local e fase de construção na máquina B

Comparativo entre Configurações
Máquina A - Fase Construção



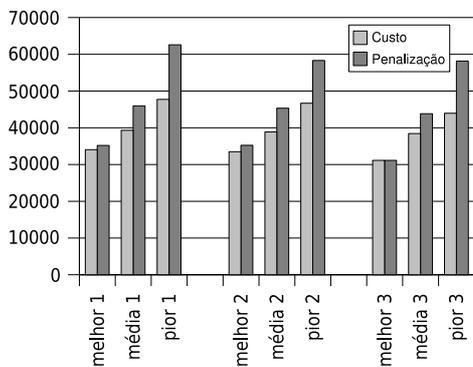
(a) Máquina A - Fase Construção

Comparativo entre Configurações
Máquina A - Busca Local



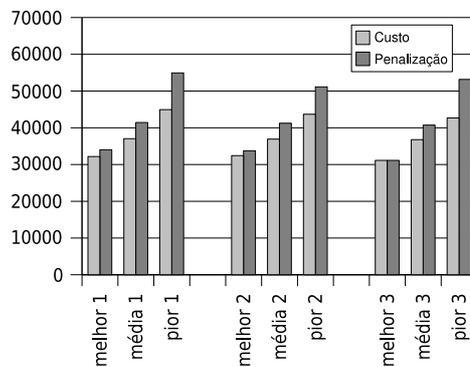
(b) Máquina A - Busca Local

Comparativo entre Configurações
Máquina B - Fase Construção



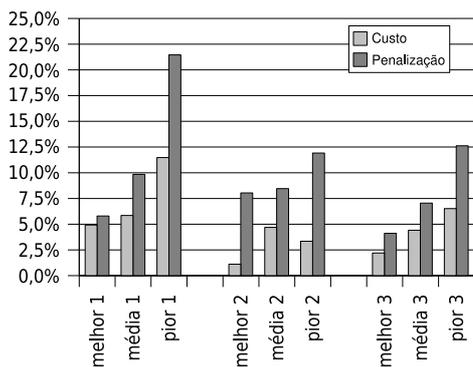
(c) Máquina B - Fase Construção

Comparativo entre Configurações
Máquina B - Busca Local



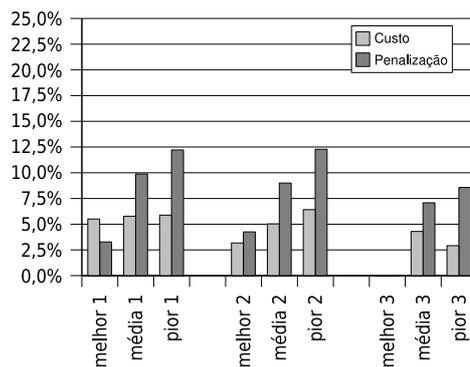
(d) Máquina B - Busca Local

Melhoria Relativa
Máquina A



(e) Melhoria Relativa - Máquina A

Melhoria Relativa
Máquina B



(f) Melhoria Relativa - Máquina B

Figura 6.6: Comparativo entre configurações e máquinas

Análise dos resultados

As tabelas 6.6 e 6.9 são interessantes pois permitem avaliar o efeito da busca local. Ela sempre reduz o custo da solução. Em média, pode-se esperar melhorias de 5% para o custo e de 7 a 10% para a penalização. Desta forma, a busca local constitui uma operação relevante da heurística.

Conclui-se que a busca local é capaz de retirar características indesejáveis e também reduzir o custo. Observa-se que a redução de custo ocorre principalmente devido à eliminação de Instalações pequenas e desnecessárias, atendendo a demanda destas através de Instâncias maiores próximas. Esta otimização resulta na melhoria de 5% no valor da penalização. Os demais 2% a 5% de melhoria são decorrentes do menor número de Instalações, e potencialmente, um menor número de arestas compartilhadas. Esta afirmação é facilmente comprovada observando que, em média, a busca local reduz o número de árvores em quase um terço.

Nota-se que a busca local é mais eficiente na configuração 1, ou seja, apresenta maiores índices de melhoria relativa. Este é um comportamento esperado. A qualidade das soluções parciais após fase de construção da configuração 1 é pior que das configurações 2 e 3. Assim, será mais fácil para a busca local encontrar possibilidades de otimização na configuração 1 que nas configurações 2 e 3.

O resultado da configuração 3 na máquina B constitui uma exceção. A solução após a busca local apresentou o mesmo custo e a mesma penalização que a solução parcial da fase de construção. As heurísticas de busca local não foram capazes de encontrar características que permitissem melhorar a solução. No entanto, trata-se de um feliz acaso. De fato, na máquina A, que realizou uma seqüência diferente de decisões aleatórias, a busca local foi necessária para reduzir em 4,1% a penalização da melhor a solução parcial.

De acordo com as figuras 6.6(a), 6.6(b), 6.6(c) e 6.6(d), a busca local reduz a amplitude do valor da penalização entre a melhor e a pior solução. Ou seja, a busca é mais eficiente nas soluções piores. É possível que uma solução parcial qualquer da fase de construção seja otimizada com mais eficácia e assim alcance uma menor penalização que a busca local da melhor solução parcial da fase de construção.

Também, as mesmas figuras permitem observar que a amplitude dos resultados das configurações 2 e 3 é consideravelmente menor que a da configuração 1. As melhores soluções apresentam custo e penalização semelhantes em todas as configurações. Mas a pior solução da configuração 3 apresenta valores muito mais baixos de custo e penalização que a pior da configuração 1.

A busca local diminuiu o número de Instalações na configuração 1, mas não nas configurações 2 e 3. Isto permite concluir que a fase de construção das configurações 2 e 3 produzem soluções menores, e potencialmente de menor custo e penalização. É interessante observar que, para a melhor solução, nas configurações 2 e 3, a solução parcial

após a fase de construção apresenta o mesmo número de Instalações que após a busca local. As tabelas 6.6 e 6.9 mostram que a chance da busca local reduzir o número de Instalações decresce da configuração 1 para a 3. Conclui-se que a configuração 3 possui uma heurística de construção mais eficiente, capaz de gerar soluções muito próximas às da busca local e com menos características penalizadas na função objetivo.

Fase Construção – Máquina A

	configuração 2		configuração 3	
melhor	2,1%	-4,7%	0,8%	1,3%
média	1,5%	2,3%	2,3%	4,4%
pior	6,7%	11,1%	8,3%	15,8%

Tabela 6.10: Melhoria relativa à configuração 1 - fase construção, máquina A

Busca Local – Máquina A

	configuração 2		configuração 3	
melhor	-1,8%	-2,3%	-2,0%	-0,5%
média	0,3%	0,8%	0,8%	1,4%
pior	-1,9%	0,3%	3,1%	6,4%

Tabela 6.11: Melhoria relativa à configuração 1 - busca local, máquina A

Fase Construção – Máquina B

	configuração 2		configuração 3	
melhor	1,6%	-0,1%	8,6%	11,5%
média	1,1%	1,4%	2,2%	4,6%
pior	2,2%	6,8%	7,9%	7,1%

Tabela 6.12: Melhoria relativa à configuração 1 - fase construção, máquina B

Busca Local – Máquina B

	configuração 2		configuração 3	
melhor	-0,8%	0,9%	3,2%	8,5%
média	0,3%	0,4%	0,7%	1,7%
pior	2,8%	6,9%	5,0%	3,2%

Tabela 6.13: Melhoria relativa à configuração 1 - busca local, máquina B

Uma vez finalizada a discussão sobre a influência da busca local, é de interesse observar as tabelas 6.10, 6.11, 6.12, 6.13. Seus valores foram calculados, cada qual, a partir das tabelas 6.4, 6.5, 6.7 e 6.8, respectivamente. Cada bloco é formado por três linhas, que correspondem, de cima para baixo, respectivamente, ao melhor valor, ao valor médio e ao pior valor. A coluna esquerda do bloco corresponde ao custo e a da direita, à penalização. Cada valor de um bloco indica a redução relativa em relação ao bloco da configuração 1. Um valor negativo indica um valor que piora o custo ou a qualidade. O bloco 1 foi

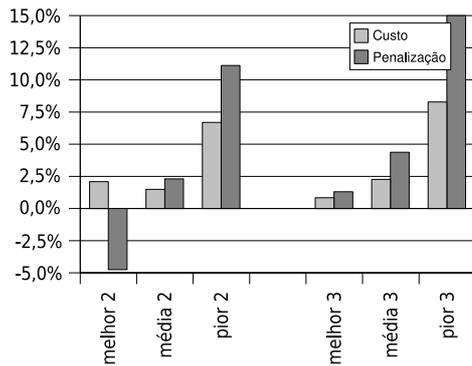
omitido, uma vez que não faz sentido comparar a configuração 1 com ela mesma. As figuras 6.7(a), 6.7(b), 6.7(c) 6.7(d) ilustram estas tabelas.

Analisando os dados sob esta ótica, é possível afirmar que uma configuração com mais intervalos para as tabelas de estimativas de variação de penalização (como é o caso das configurações 2 e 3) não necessariamente reduz o custo e penalização da melhor solução durante a fase de construção. Isto é evidenciado nas baixas porcentagens da melhoria relativa nos valores da primeira linha, que em alguns casos são até negativos, indicando que a melhor solução piorou com a configuração 2 ou a 3.

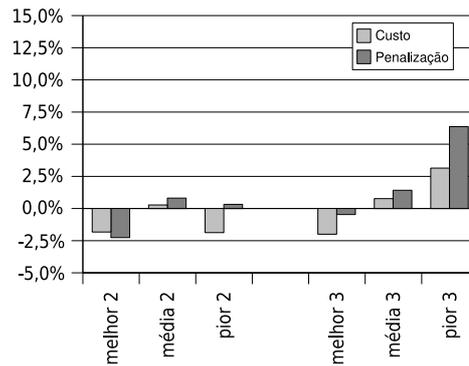
Por outro lado, as configurações 2 e 3 sempre resultaram em soluções médias melhores, reduzindo consideravelmente a penalização da pior solução. Novamente, nota-se que as configurações 2 e 3 resultam em um conjunto de soluções com menor variância. As barras de “médio” e “pior” dos gráficos da figura 6.7 tendem a ser maiores que as barras de “melhor”, ou seja, a busca local é mais eficiente para as soluções medianas e para as piores. As configurações com mais intervalos para as tabelas de estimativas de variação de penalização reduzem a amplitude entre os resultados.

Os ganhos da configuração 3 são expressivamente altos. Ao comparar os resultados da fase de construção para a configuração 1 e 2 entre as máquinas A e B (tabelas 6.4 e 6.7), observa-se que a máquina B gerou resultados inferiores àqueles da máquina A. No entanto a configuração 3 obteve resultados finais similares em ambas as máquinas. Assim, nos gráficos 6.7(c) e 6.7(d), a configuração 3 apresenta barras altas não por ocorrer melhora significativa na busca local, mas sim porque as configurações 1 e 2 apresentaram resultados relativamente piores nesta máquina.

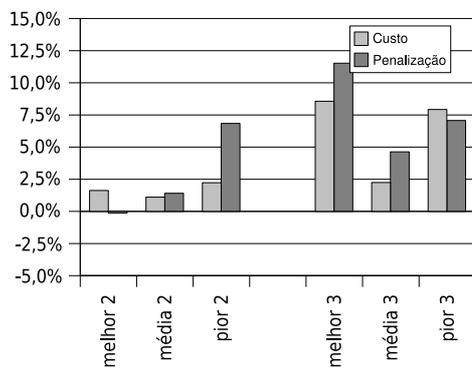
Podemos concluir que a configuração 3 apresenta a característica favorável de gerar resultados similares, mesmo quando a heurística é executada em ambientes e máquinas diferentes. Esta configuração é, portanto, mais estável.

Melhoria Relativa a Configuração 1
Máquina A - Fase Construção

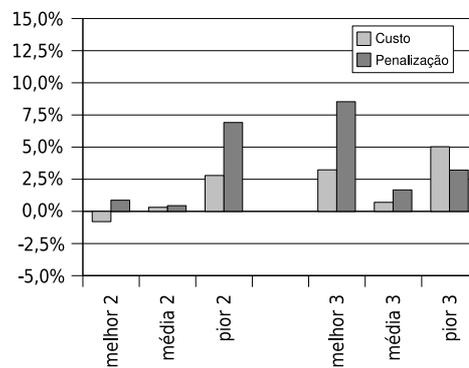
(a) Máquina A - Fase Construção

Melhoria Relativa a Configuração 1
Máquina A - Busca Local

(b) Máquina A - Busca Local

Melhoria Relativa a Configuração 1
Máquina B - Fase Construção

(c) Máquina B - Fase Construção

Melhoria Relativa a Configuração 1
Máquina B - Busca Local

(d) Máquina B - Busca Local

Figura 6.7: Comparativo entre melhoria relativa à configuração

6.5 Evolução das heurísticas

As figuras 6.8 e 6.9 ilustram, respectivamente para a máquina A e B, como o valor da penalização da melhor solução conhecida variou durante as iterações. Nas duas máquinas, observa-se que a configuração 1 converge rapidamente para um mínimo após poucas iterações. No caso da máquina B em particular, a convergência ocorre em um custo relativamente alto quando comparado com os resultados das outras configurações. As configurações 2 e 3, por sua vez, exploram melhor o espaço de busca e o valor da penalização decresce até o final da execução da heurística.

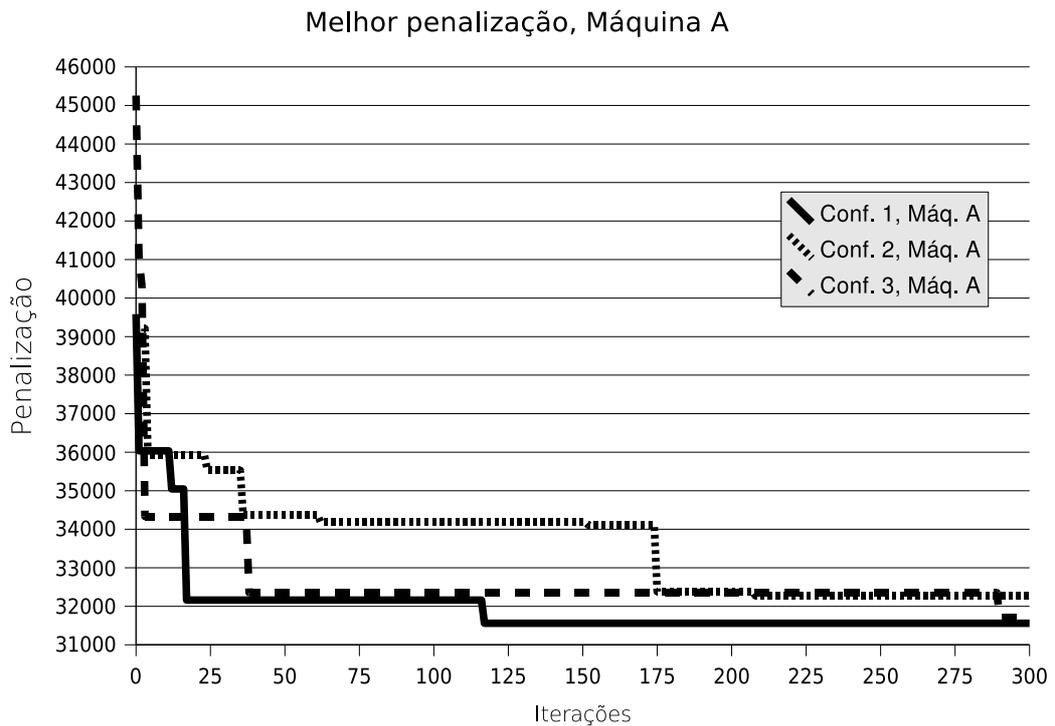


Figura 6.8: Evolução da penalização, máquina A

A seguir é apresentado o comportamento da heurística enquanto produz uma solução típica da configuração 3 e de penalização média. O gráfico da figura 6.10 mostra o número de árvores que compõem a solução parcial a cada iteração, conforme novas caixas são atendidas.

A última iteração cria uma nova árvore para atender a última caixa terminal restante. Este é um comportamento típico da fase de construção. Quanto mais caixas são atendidas, menos opções sobram para realizar cabeamentos e a penalidade ajustada assume valores cada vez maiores. Nas últimas iterações, a diferença de penalidade para instalar uma

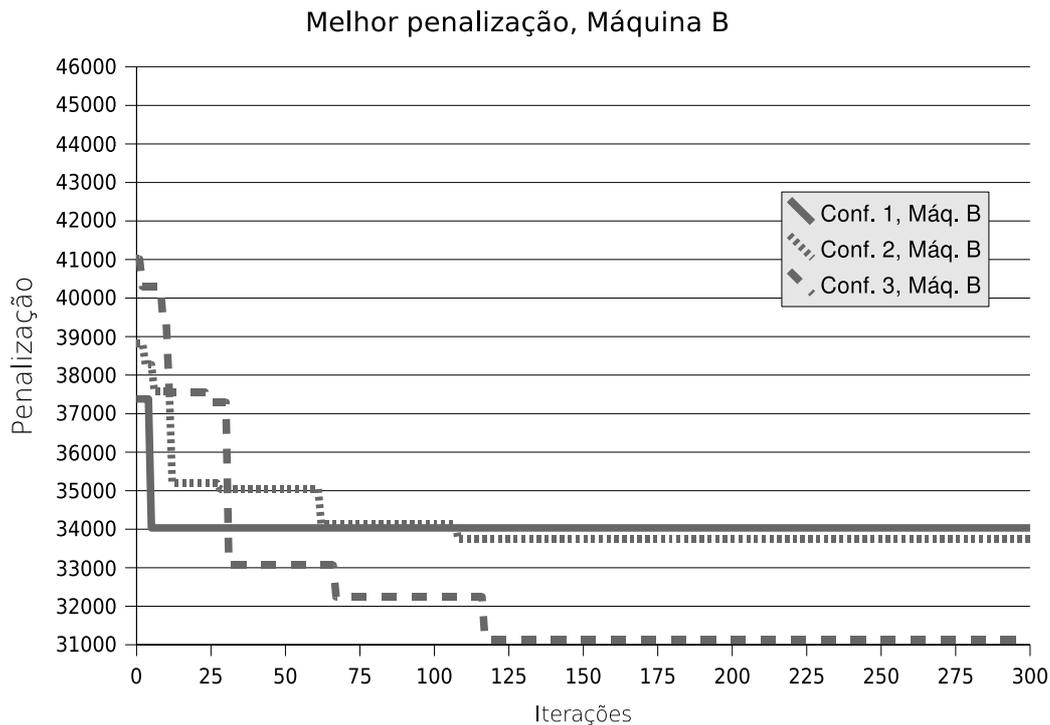


Figura 6.9: Evolução da penalização, máquina B

nova árvore deixa de ser significativa quando comparada à penalidade para estender as demais árvores. Portanto, a probabilidade da primeira escolha aumenta.

O crescimento, de acordo com a iteração da fase de construção da solução típica, para o custo e a penalização está no gráfico da figura 6.11. Comparando com a figura 6.10, não existe nenhuma relação direta do aumento do número de árvores com o crescimento da penalização. No entanto, quanto maior o número de árvores, maior é a possibilidade do cabeamento compartilhar arestas com outras árvores, e conseqüentemente, de aumentar a penalização.

A figura 6.12 contém um resumo gráfico da solução típica. Ele representa como varia a estatística da lista de elementos candidatos L_i nas sucessivas iterações da fase de construção. Os elementos são $\langle C, P, p \rangle$, conforme explicado na seção 5.5. Neste elemento, C é a caixa terminal e P é a penalidade ajustada para o cabemanto no caminho p (veja seção 5.5.5).

No gráfico, os triângulos (com ponta voltada para cima, na curva inferior) representam os valores mínimos de P em cada iteração. Os triângulos (com ponta para baixo, na curva superior) correspondem os valores máximos e os losangos, aos valores médios. Os pontos retangulares sem linha representam a penalidade ajustada do elemento sorteado da RCL

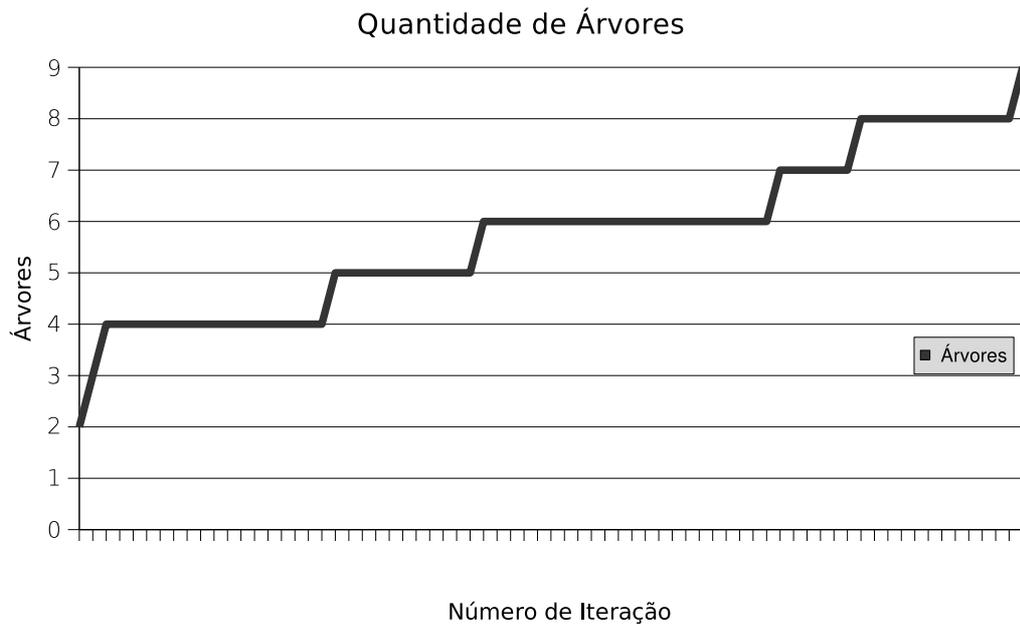


Figura 6.10: Evolução do número de árvores, solução típica, fase de construção

em cada iteração.

A fase de construção opta, na maioria das vezes, por elementos cuja penalização ajustada está abaixo da média. É raro, devido a probabilidade baixa, a heurística selecionar um elemento com alta penalização ajustada, caso que normalmente corresponde à opção de adicionar uma nova árvore.

Os valores médios de P crescem com as iterações, uma vez que atender caixas torna-se cada vez mais difícil e, portanto, mais caro. Durante as últimas iterações, os elementos candidatos restringem-se a ligar uma caixa a uma árvore bastante saturada (resultando em uma escolha de alta variação de penalização devido ao tamanho das emendas e a grande capacidade dos cabos envolvidos) ou a criar uma nova árvore com muitas arestas compartilhadas.

De fato, o valor mínimo de P , nas últimas iterações, tende a crescer rapidamente até quase coincidir com o valor máximo de P . Isto sugere que a fase de construção poderia adotar uma estratégia diferente para as últimas iterações. Para não tornar a fase de construção ainda mais complexa, optou-se por delegar as escolhas desfavoráveis para a busca local, que se mostrou plenamente capaz de resolver eficientemente estes casos.

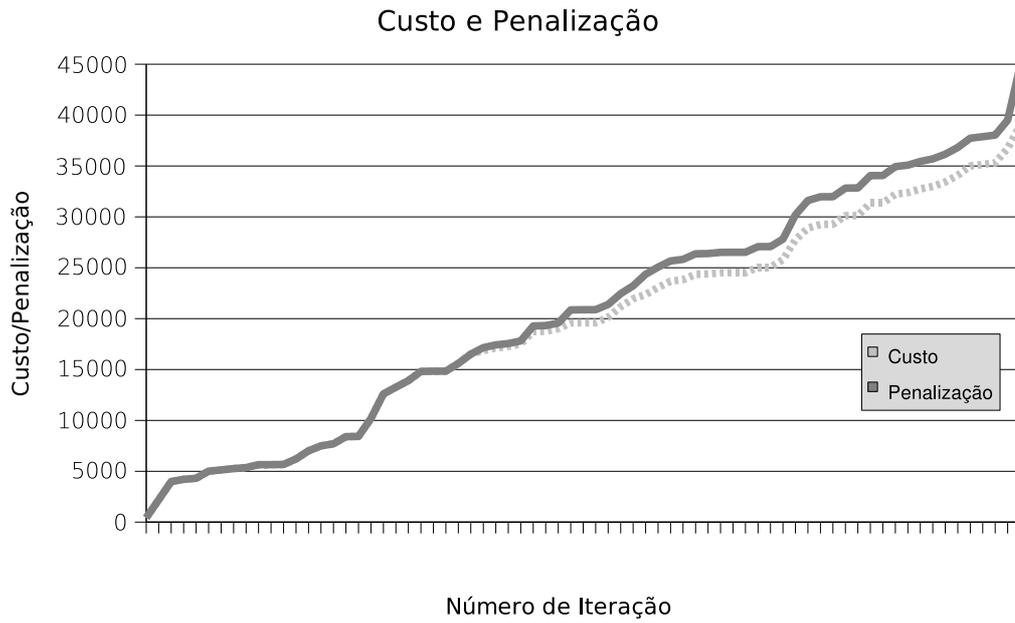


Figura 6.11: Evolução da penalização, solução típica, fase de construção

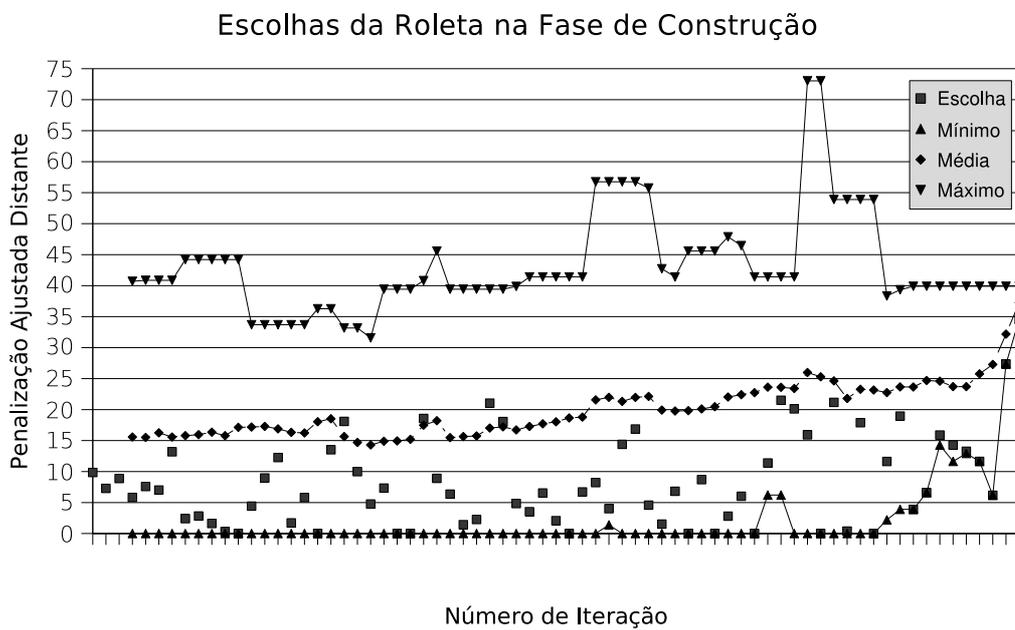


Figura 6.12: Evolução da decisão de cabeamento, solução típica, fase de construção

6.6 Qualidade das heurísticas

Esta seção analisa a eficácia da fase de construção e o efeito da busca local sob um outro ponto de vista. Estudou-se os resultados obtidos na máquina A, com a configuração 3, nas 20 melhores soluções considerando uma execução da heurística GRASP com 300 soluções de partida.

A figura 6.13 mostra o custo antes e depois da busca local das 20 melhores soluções obtidas pelo GRASP. A busca local melhora as soluções geradas pela heurística de construção em uma proporção semelhante à apresentada na tabela 6.6. Especialmente, a busca local produziu uma melhora significativa na melhor solução.

No mesmo gráfico, após a busca local, os custos convergem para valores próximos, comprovando que a heurística de busca local possui uma boa capacidade de redução de custos e é uniforme suficiente para tratar uma ampla variedade de soluções obtidas na fase de construção.

O gráfico revela que, para as melhores soluções, não existe relação explícita entre a qualidade da solução parcial após a fase de construção com a da solução após a busca local. Existem casos nos quais podem ser obtidas soluções boas otimizando soluções parciais cujo custo ou penalização não estavam entre os 20 melhores. Conclui-se que a fase de construção gera uma diversidade de soluções iniciais propícia para explorar bem o espaço na busca local. Esta é uma característica importante para o funcionamento eficiente da heurística GRASP.

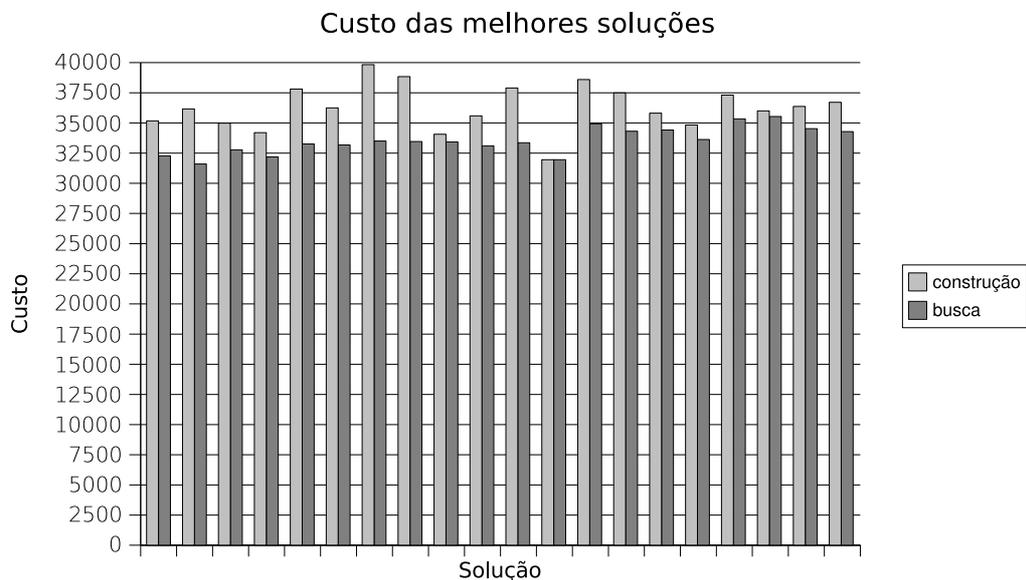


Figura 6.13: Comparação de custo entre as 20 melhores soluções

A figura 6.14 ilustra a penalização (soma do custo com o desvanecimento) das mesmas 20 melhores soluções. Este resultado é ainda mais interessante. A fase de busca local reduz consideravelmente o valor da penalização e atinge valores próximos aos do custo, como visto na figura 6.13. Isto significa que a busca local melhora a solução por reduzir significativamente o desvanecimento ao corrigir requisitos violados, mas não reduz significativamente o custo da solução.

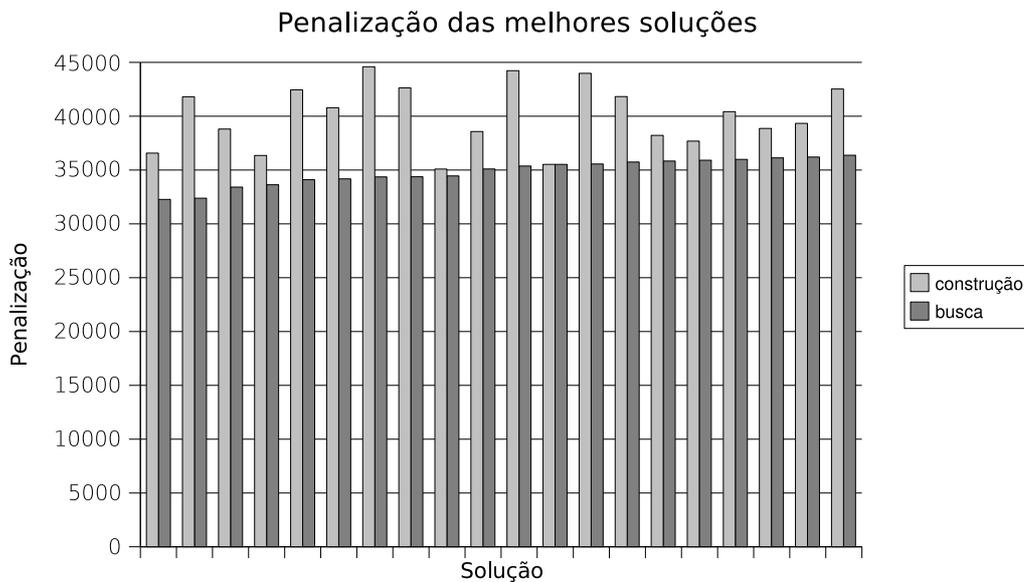


Figura 6.14: Comparação de penalização entre as 20 melhores soluções

As figuras 6.15 e 6.16 levam à mesma conclusão. Elas representam, respectivamente, a distribuição de custo e de penalização para as soluções antes e depois da busca local. As soluções da fase de construção e da busca local apresentam custos semelhantes. Seus histogramas correspondem aos de menor intervalo nas duas figuras. Para a penalização, o histograma é mais largo e o centro deslocado para valores mais altos. A busca local desloca o histograma da penalização para valores mais baixos e reduz a amplitude da penalização.

Segundo a figura 6.17, o número de árvores não influencia na qualidade da solução. De fato, existem nas 20 melhores soluções finais casos com 3, 4 ou até 5 árvores, mas todas de penalização semelhante. Este resultado comprova que não devemos penalizar demasiadamente a possibilidade de gerar novas árvores na fase de construção.

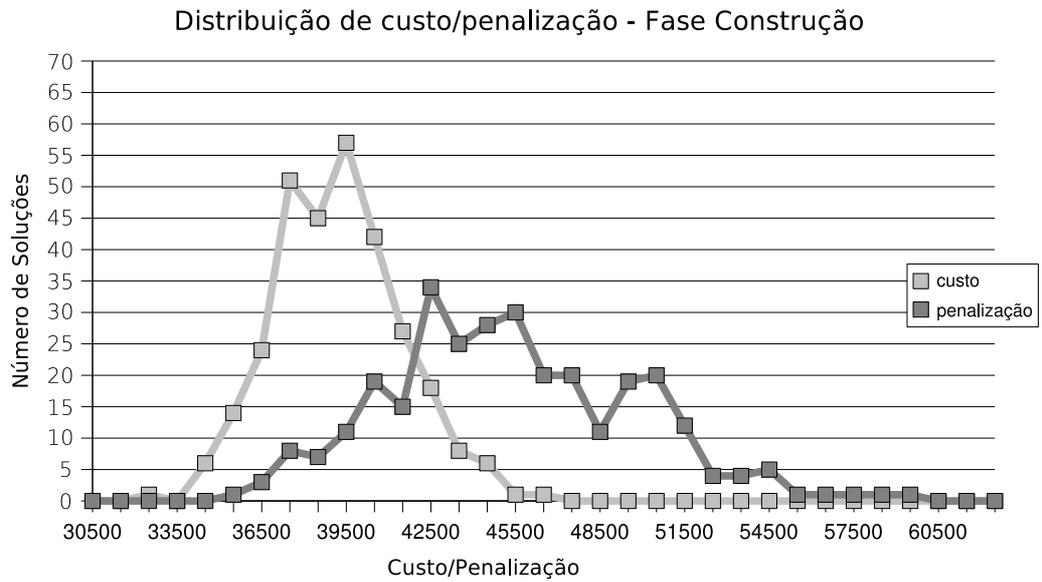


Figura 6.15: Distribuição de custo e penalização antes da busca local

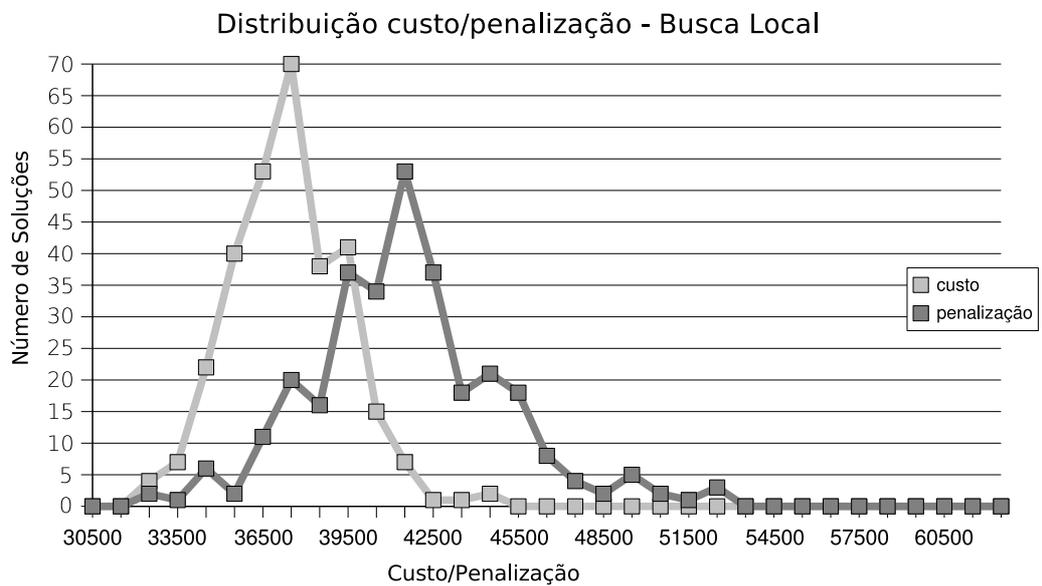


Figura 6.16: Distribuição de custo e penalização depois da busca local

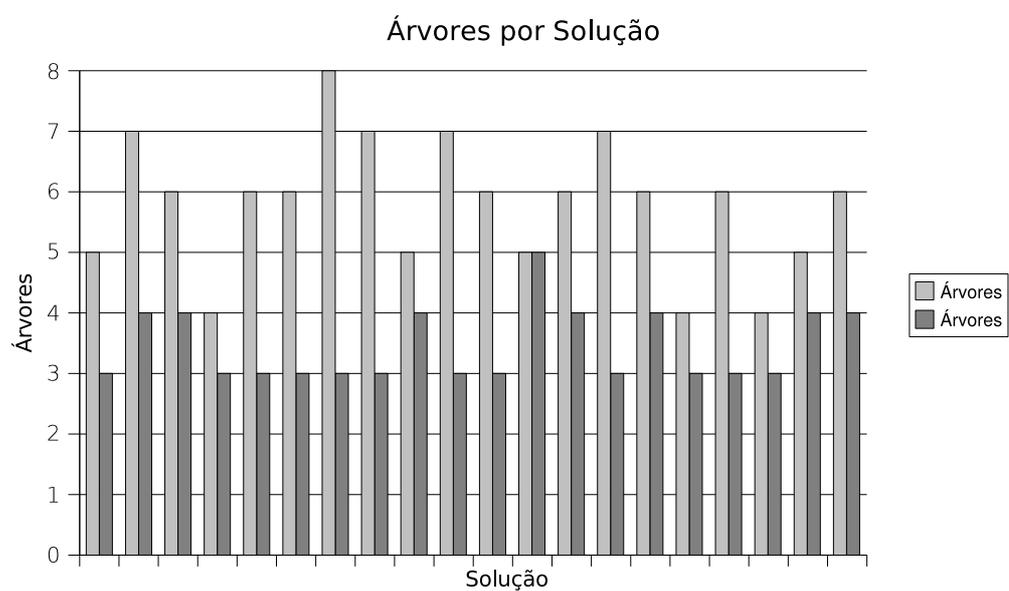


Figura 6.17: Comparação do número de árvores entre as 20 melhores soluções

6.7 Exemplo de solução

6.7.1 Melhor solução

Será apresentada a melhor solução encontrada pela heurística, produzida com a configuração 3 na máquina B:

Custo: 31131,07

Penalização: 31131,07

Ela é composta por três Instalações. Para cada uma delas são apresentadas as listagens dos vértices que pertencem à instalação (figuras 6.19, 6.20 e 6.21). Cada linha dessas tabelas contém informações sobre um vértice da Instalação, sendo o respectivo vértice identificado na primeira coluna (Vértices da Instalação). A organização peculiar da primeira coluna contém a representação em forma de árvore da Instalação, o que permite identificar o respectivo antecessor de cada vértice. A segunda e terceira colunas (Vértice-Custo, Vértice-Penal.) contêm o custo e a penalização gerada no vértice, tipicamente devido a emendas. A quarta coluna (Vértice-Tipo) informa o tipo do vértice, que pode ser raiz, folha (vértice no qual termina o cabeamento), continuação (um vértice sem bifurcação do cabeamento) ou bifurcação. Para este último tipo, a quinta coluna (Vértice-Bifurc.) indica o tamanho da emenda na bifurcação. A sexta coluna (Vértice-Caixa) indica qual caixa está atendida pelo vértice através de dois números: demanda/capacidade. Quando a coluna está em branco, então o vértice não atende nenhuma caixa. Nos raros casos quando um vértice atende mais de uma caixa, as demais caixas estão caracterizadas nas próximas linhas que excepcionalmente não possuem identificador de vértice. A sétima e a oitava colunas (Aresta-Uso e Aresta-Capac.) caracterizam o cabo até seu antecessor, ou seja, o número de pares em uso no cabo e a capacidade total do cabo. A nona e a décima colunas (Aresta-Custo, Aresta-Penal.) contêm o custo e a penalização gerada na aresta até o antecessor.

Visualização gráfica

Nesta solução em particular, a busca local não foi capaz de alterar a melhor solução. Por este motivo será apresentada somente a solução após a busca local (figuras 6.18(a), 6.18(b) e 6.18(c)) que é idêntica a solução parcial da fase de construção.

Nessas figuras não são mostrados os pontos de curva. O pré-processamento os substituiu por um conjunto de arestas que representam cada possibilidade de cabeamento neles. A representação do ponto de curva apenas adicionaria maior complexidade desnecessária às figuras.

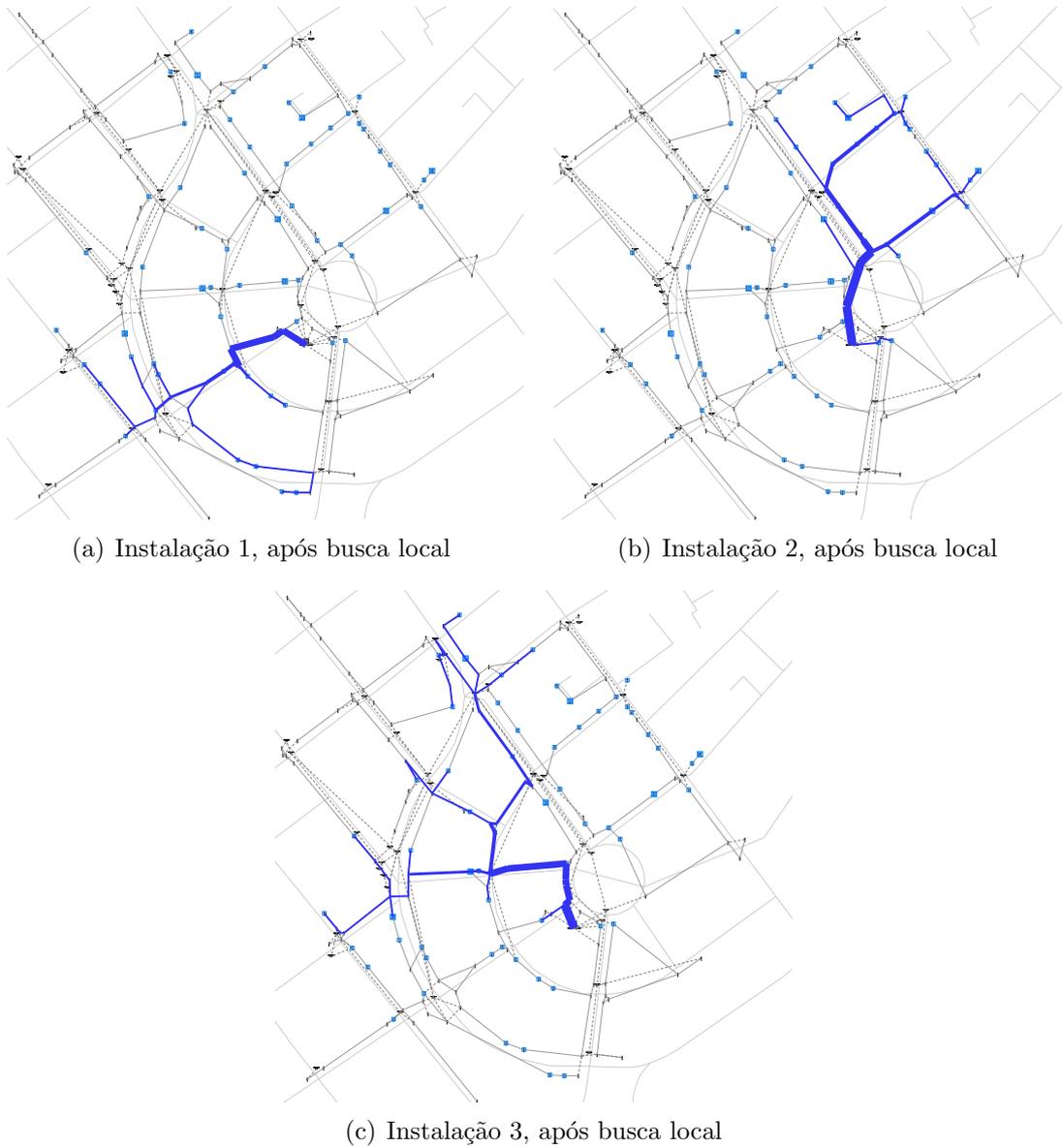


Figura 6.18: Melhor solução obtida após busca local

```

Instalacao: 1
*****
Custo: 7486,33
Penalizacao: 7486,33

Numero de vertices: 30
Numero de segmentos de cabo: 29
Numero de caixas atendidas: 16

```

Vertices da Instalacao	Vertice					Aresta				
	Custo	Penal.	Tipo	Bifurc.	Caixa	Uso	Capac.	Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+401996			Cont			115	150	734,60		
+256376			Cont			115	150	249,20		
+59939			Cont			115	150	1231,67		
+pCT30	75,00		Bif	150		115	150	477,71		
+256380	50,00		Cont	100	7/10	79	100	116,43		
+256391	37,50		Cont	75	6/10	72	75	151,60		
+256394	37,50		Bif	75		66	75	244,70		
+aPT0			Cont			22	25	222,33		
+59975			Cont			22	25	113,66		
+256440	12,50		Cont	25	7/10	22	25	342,25		
+60036	12,50		Cont	25	8/10	15	25	119,15		
+256416			Cont			7	25	341,00		
+256426			Cont			7	25	174,21		
+256436	12,50		Cont	25	6/10	7	25	89,75		
+256437	12,50		Folh	25	1/10	1	25	92,35		
+256396	25,00		Bif	50		44	50	349,94		
+256509	25,00		Bif	50	7/10	33	50	223,49		
+256508			Cont			19	25	52,45		
+256504	12,50		Bif	25		19	25	149,96		
+256511	12,50		Cont	25	3/10	14	25	326,80		
+60009	12,50		Folh	25	11/20	11	25	151,85		
+60010	12,50		Folh	25	5/10	5	25	80,00		
+59946			Cont			7	25	170,25		
+256494	12,50		Folh	25	7/10	7	25	189,30		
+256497	12,50		Cont	25	5/10	11	25	160,00		
+59945	12,50		Folh	25	6/10	6	25	77,75		
+59966	25,00		Cont	50	16/20	36	50	125,98		
+59935	12,50		Cont	25	13/20	20	25	182,90		
+256386	12,50		Folh	25	7/10	7	25	107,55		
Total	437,50	0,00			16:115			7048,83	-0,00	# 0

Figura 6.19: Listagem da melhor solução, Instalação 1

Instalacao: 2

 Custo: 11037,09
 Penalizacao: 11037,09

 Numero de vertices: 36
 Numero de segmentos de cabo: 35
 Numero de caixas atendidas: 28

Vertices da Instalacao	Custo	Penal.	Vertice Tipo	Bifurc.	Caixa	Uso	Capac.	Aresta Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+59967	12,50		Cont	25	8/10	15	25	216,20		
+60568			Cont			7	25	78,85		
+59955	12,50		Folh	25	7/10	7	25	116,30		
+60567			Cont			196	200	1280,48		
+60566	100,00		Bif	200		196	200	1399,50		
+256286	100,00		Bif	200		184	200	504,03		
+256285	37,50		Bif	75	7/10	75	75	243,03		
+256284	12,50		Folh	25	7/10	7	25	102,00		
+256271	37,50		Cont	75	6/10	61	75	656,60		
					7/10					
+59954	25,00		Bif	50		48	50	222,94		
+aPT6	25,00		Bif	50		27	50	57,22		
+256270	12,50		Cont	25	14/20	22	25	236,70		
+256125	12,50		Folh	25	8/10	8	25	106,15		
+59953	12,50		Folh	25	5/10	5	25	91,75		
+61189			Cont			21	25	97,65		
+256267	12,50		Cont	25	6/10	21	25	146,76		
+60037	12,50		Folh	25	10/20	15	25	85,00		
					5/10					
+59958	75,00		Cont	150	14/20	109	150	270,00		
+256338	50,00		Cont	100	7/10	95	100	746,95		
+256340	50,00		Bif	100		88	100	373,60		
+256191	12,50		Cont	25	8/10	15	25	303,20		
+256206	12,50		Folh	25	7/10	7	25	203,55		
+256337	37,50		Cont	75	14/20	73	75	410,00		
+256141	37,50		Cont	75	6/10	59	75	371,20		
+256142	37,50		Cont	75	13/20	53	75	298,30		
+59950	25,00		Bif	50	6/10	40	50	192,98		
+256136			Cont			16	25	139,55		
+256143	12,50		Cont	25	4/10	16	25	255,85		
					4/10					
+256188	12,50		Folh	25	8/20	8	25	124,65		
+61132	12,50		Bif	25		18	25	88,30		
+59952	12,50		Cont	25	6/10	11	25	115,95		
+256137	12,50		Folh	25	5/10	5	25	51,35		
+59951	12,50		Folh	25	7/10	7	25	144,30		
+59956			Cont			12	25	103,80		
+256339	12,50		Folh	25	7/10	12	25	352,39		
					5/10					
Total	850,00	0,00			128:211			10187,09	-0,00	# 0

Figura 6.20: Listagem da melhor solução, Instalação 2

Instalacao: 3

 Custo: 12607,65
 Penalizacao: 12607,65

 Numero de vertices: 52
 Numero de segmentos de cabo: 51
 Numero de caixas atendidas: 27

Vertices da Instalacao	Vertice					Aresta				
	Custo	Penal.	Tipo	Bifurc.	Caixa	Uso	Capac.	Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+256375	100,00		Bif	200	7/10	152	200	851,86		
+256316			Cont			138	150	161,40		
+256400			Cont			138	150	375,00		
+256399			Cont			138	150	144,40		
+256398	75,00		Cont	150	4/10	138	150	450,00		
+60046	75,00		Cont	150	6/10	134	150	318,00		
					5/10					
+59931	75,00		Cont	150	7/10	123	150	1047,00		
+pCX29	75,00		Div	150		116	150	467,60		
+59964	25,00		Cont	50	5/10	45	50	112,38		
+59940	25,00		Cont	50	7/10	40	50	76,08		
					4/10					
+256492	25,00		Bif	50		29	50	516,77		
+256493			Cont			22	25	136,05		
+256500	12,50		Div	25		22	25	163,90		
+256519			Cont			6	25	374,21		
+256518			Cont			6	25	32,85		
+60006			Cont			6	25	39,10		
+256526	12,50		Folh	25	6/10	6	25	122,85		
+256502	12,50		Folh	25	4/10	10	25	128,30		
					6/10					
+59972			Cont			6	25	101,45		
+255901			Cont			6	25	164,79		
+255914	12,50		Folh	25	6/10	6	25	195,00		
+256487	12,50		Folh	25	7/10	7	25	145,95		
+256365	37,50		Cont	75	12/20	65	75	515,34		
+256363	37,50		Bif	75		53	75	144,20		
+aPT4			Cont			38	50	64,94		
+59957			Cont			38	50	432,25		
+aPT5			Cont			38	50	85,07		
+256342	25,00		Cont	50	6/10	38	50	309,79		
+59960			Cont			32	50	469,20		
+60570	25,00		Div	50		32	50	182,93		
+256200			Cont			15	25	174,93		
+59944	12,50		Cont	25	7/10	15	25	128,60		
					2/10					
+256197			Cont			6	25	236,55		
+256195	12,50		Folh	25	6/10	6	25	133,85		
+60571			Cont			9	25	434,25		
+60572			Cont			9	25	153,05		
+59963	12,50		Cont	25	4/10	9	25	83,95		
+255674			Cont			5	25	198,60		
+255676	12,50		Folh	25	5/10	5	25	131,70		
+59962			Cont			8	25	142,90		
+59933	12,50		Cont	25	6/10	8	25	108,78		
+256183			Cont			2	25	132,50		
+256186	12,50		Folh	25	2/10	2	25	118,05		
+59937	12,50		Cont	25	4/10	15	25	145,30		
+59974	12,50		Bif	25		11	25	261,37		
+256361	12,50		Folh	25	6/10	6	25	169,55		
+59999			Cont			5	25	252,15		
+255894	12,50		Folh	25	5/10	5	25	144,85		
+256368			Cont			6	25	51,17		
+59965	12,50		Folh	25	6/10	6	25	95,00		
+256376	12,50		Folh	25	7/10	7	25	169,40		
Total	812,50	0,00			27:152			11795,15	0,00	# 0

Figura 6.21: Listagem da melhor solução, Instalação 3

6.7.2 Solução típica

Será apresentada uma solução mais típica encontrada pela heurística, produzida com a configuração 3 na máquina A:

Custo: 31707,40

Penalização: 31707,40

A listagem da solução está nas figuras 6.24, 6.25 e 6.26.

Visualização gráfica

A fase de construção resultou nas 5 Instalações da figura 6.22. A busca local eliminou 2 Instalações, resultando na solução da figura 6.23.

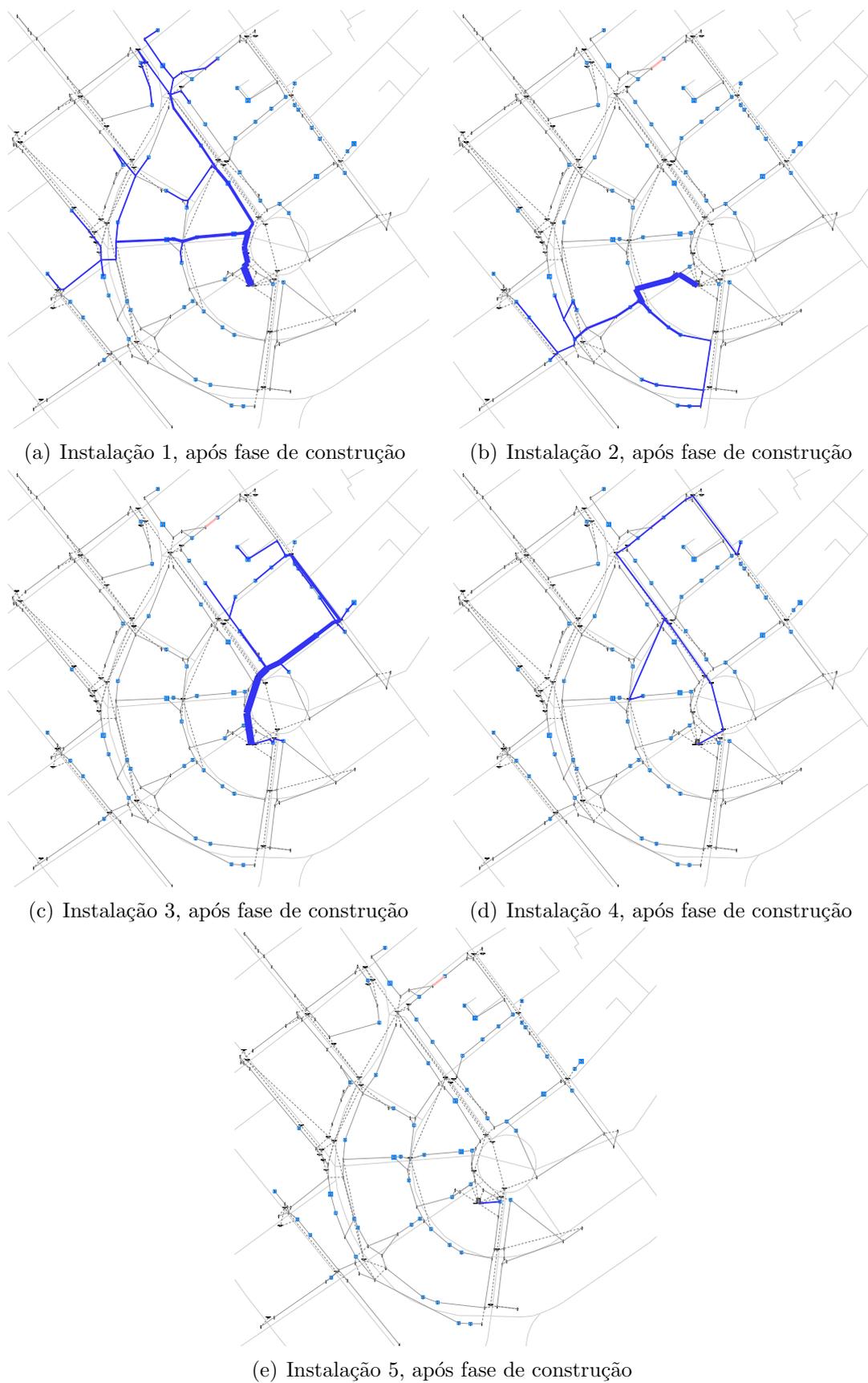


Figura 6.22: Solução típica obtida após fase de construção

Instalacao: 1

 Custo: 12819,31
 Penalizacao: 12819,31

 Numero de vertices: 56
 Numero de segmentos de cabo: 55
 Numero de caixas atendidas: 29

Vertices da Instalacao	Vertice				Aresta					
	Custo	Penal.	Tipo	Bifurc.	Caixa	Us	Capac.	Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+256375	100,00		Cont	200	7/10	164	200	851,86		
+256316			Cont			157	200	199,25		
+256400			Cont			157	200	466,25		
+256399			Cont			157	200	178,00		
+256293	100,00		Bif	200		157	200	564,00		
+59956			Cont			73	75	132,40		
+256339	37,50		Cont	75	7/10	73	75	694,79		
					5/10					
+aPT5	37,50		Bif	75		61	75	274,76		
+256342	25,00		Cont	50	6/10	45	50	309,79		
+59960			Cont			39	50	469,20		
+60570	25,00		Div	50		39	50	182,93		
+59959			Cont			7	25	130,50		
+256206	12,50		Folh	25	7/10	7	25	106,00		
+256200	12,50		Bif	25		23	25	174,93		
+59944	12,50		Cont	25	7/10	15	25	128,60		
					2/10					
			Cont			6	25	236,55		
+256197			Folh	25	6/10	6	25	133,85		
+62049	12,50		Bif	25		8	25	91,18		
+256183			Cont			2	25	217,63		
+256186	12,50		Folh	25	2/10	2	25	118,05		
+59933	12,50		Folh	25	6/10	6	25	95,10		
+60571			Cont			9	25	434,25		
+60572			Cont			9	25	153,05		
+59963	12,50		Cont	25	4/10	9	25	83,95		
+255674			Cont			5	25	198,60		
+255676	12,50		Folh	25	5/10	5	25	131,70		
+59957			Cont			16	25	63,62		
+aPT4	12,50		Bif	25		16	25	311,61		
+256365	12,50		Folh	25	12/20	12	25	66,68		
+256363			Cont			4	25	49,24		
+59937	12,50		Folh	25	4/10	4	25	145,30		
+256398	50,00		Cont	100	4/10	84	100	97,45		
+60046	50,00		Cont	100	6/10	80	100	241,00		
					5/10					
+59931	37,50		Cont	75	7/10	69	75	528,50		
+pCX29	37,50		Bif	75		62	75	238,80		
+59964	37,50		Cont	75	5/10	56	75	156,26		
+59940	37,50		Cont	75	7/10	51	75	104,40		
					4/10					
+256492	25,00		Bif	50		40	50	516,77		
+256493			Cont			22	25	136,05		
+256500	12,50		Div	25		22	25	163,90		
+256519			Cont			6	25	374,21		
+256518			Cont			6	25	32,85		
+60006			Cont			6	25	39,10		
+256526	12,50		Folh	25	6/10	6	25	122,85		
+256502	12,50		Folh	25	4/10	10	25	128,30		
					6/10					
+59972			Cont			6	25	101,45		
+255901			Cont			6	25	164,79		
+255914	12,50		Folh	25	6/10	6	25	195,00		
+256487	12,50		Cont	25	7/10	18	25	145,95		
+59974	12,50		Bif	25		11	25	362,85		
+256361	12,50		Folh	25	6/10	6	25	169,55		
+59999			Cont			5	25	252,15		
+255894	12,50		Folh	25	5/10	5	25	144,85		
+256368			Cont			6	25	51,17		
+59965	12,50		Folh	25	6/10	6	25	95,00		
Total	862,50	0,00			29:164			11956,81	0,00	# 0

Figura 6.24: Listagem da solução típica, Instalação 1

Instalacao: 2

 Custo: 7530,96
 Penalizacao: 7530,96
 Numero de vertices: 29
 Numero de segmentos de cabo: 28
 Numero de caixas atendidas: 17

Vertices da Instalacao	Custo	Penal.	Vertice Tipo	Bifurc.	Caixa	Uso	Capac.	Aresta Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+401996			Cont			122	150	734,60		
+256376	75,00		Cont	150	7/10	122	150	249,20		
+59939			Cont			115	150	1231,67		
+pCT30	75,00		Bif	150		115	150	477,71		
+256380	37,50		Cont	75	7/10	57	75	80,95		
+256391	25,00		Cont	50	6/10	50	50	109,12		
+256394			Cont			44	50	174,29		
+256396			Cont			44	50	349,94		
+256509	25,00		Bif	50	7/10	44	50	223,49		
+256508			Cont			19	25	52,45		
+256504	12,50		Bif	25		19	25	149,96		
+256511	12,50		Cont	25	3/10	14	25	326,80		
+60009	12,50		Folh	25	11/20	11	25	151,85		
+60010	12,50		Folh	25	5/10	5	25	80,00		
+59946	12,50		Bif	25		18	25	170,25		
+59945	12,50		Cont	25	6/10	11	25	184,85		
+256497	12,50		Folh	25	5/10	5	25	77,75		
+256494	12,50		Folh	25	7/10	7	25	189,30		
+59966	37,50		Cont	75	16/20	58	75	175,68		
+59935	25,00		Cont	50	13/20	42	50	252,06		
+256386	25,00		Cont	50	7/10	29	50	146,57		
+aPT1			Cont			22	25	253,67		
+256416	12,50		Bif	25		22	25	384,82		
+60036	12,50		Cont	25	8/10	15	25	341,00		
+256440	12,50		Folh	25	7/10	7	25	119,15		
+256426			Cont			7	25	174,21		
+256436	12,50		Cont	25	6/10	7	25	89,75		
+256437	12,50		Folh	25	1/10	1	25	92,35		
Total	487,50	0,00			17:122			7043,46	-0,00	# 0

Figura 6.25: Listagem da solução típica, Instalação 2

Instalacao: 3

 Custo: 11357,13
 Penalizacao: 11357,13

Numero de vertices: 35
 Numero de segmentos de cabo: 34
 Numero de caixas atendidas: 25

Vertices da Instalacao	Vertice				Aresta					
	Custo	Penal.	Tipo	Bifurc.	Caixa	Uso	Capac.	Custo	Penal.	Comp.
+ARM1			Raiz							
+256318			Cont			15	25	201,04		
+59967	12,50		Cont	25	8/10	15	25	45,00		
+60568			Cont			7	25	78,85		
+59955	12,50		Folh	25	7/10	7	25	116,30		
+60567			Cont			177	200	1280,48		
+60566			Cont			177	200	1399,50		
+256286	100,00		Bif	200		177	200	504,03		
+256285	75,00		Bif	150	7/10	134	150	476,07		
+256284	12,50		Folh	25	7/10	7	25	102,00		
+256271	75,00		Cont	150	6/10	120	150	1303,20		
					7/10					
+59954	75,00		Bif	150		107	150	618,40		
+aPT6	12,50		Bif	25		19	25	43,73		
+256270	12,50		Folh	25	14/20	14	25	236,70		
+59953	12,50		Folh	25	5/10	5	25	91,75		
+61189	50,00		Bif	100		88	100	192,95		
+256267	12,50		Cont	25	6/10	21	25	146,76		
+60037	12,50		Folh	25	10/20	15	25	85,00		
					5/10					
+61132	37,50		Div	75		67	75	1201,10		
+59952	12,50		Cont	25	6/10	19	25	115,95		
+256137	12,50		Cont	25	5/10	13	25	51,35		
+256126			Cont			8	25	60,00		
+256125	12,50		Folh	25	8/10	8	25	119,85		
+59951	12,50		Folh	25	7/10	7	25	144,30		
+59950	25,00		Bif	50	6/10	41	50	103,62		
+256142	12,50		Cont	25	13/20	19	25	140,70		
+256141	12,50		Folh	25	6/10	6	25	154,15		
+256136			Cont			16	25	139,55		
+256143	12,50		Cont	25	4/10	16	25	255,85		
					4/10					
+256188	12,50		Folh	25	8/20	8	25	124,65		
+59958	25,00		Cont	50	14/20	43	50	101,00		
+256338	25,00		Cont	50	7/10	29	50	353,91		
+256340	12,50		Bif	25		22	25	131,20		
+256191	12,50		Folh	25	8/10	8	25	303,20		
+256337	12,50		Folh	25	14/20	14	25	210,00		
Total	725,00	0,00			25:192			10632,13	-0,00	# 0

Figura 6.26: Listagem da solução típica, Instalação 3

6.8 Considerações finais

A falta de dados sobre cabeamentos de redes telefônicas existentes não permite comparar os resultados experimentais com soluções obtidas através de um processo manual. Além disso, a função objetivo emprega parâmetros aproximados para calcular o custo da solução, uma vez que valores exatos são considerados confidenciais. Desta forma não será possível afirmar que a heurística produz soluções cujo custo seja significativamente inferior ao processo manual.

Mesmo assim, uma ferramenta computacional baseada na heurística proposta neste trabalho será de grande valor no processo de desenvolvimento do projeto de cabeamento telefônico. A heurística permite encontrar, em alguns poucos minutos, diversas soluções que respeitam as restrições do problema, e busca manter o custo total em um nível mais baixo possível. Ela fornece rapidamente um ponto de partida para uma segunda etapa na qual poderão ser considerados outros critérios para aprimorar o cabeamento através de um processo manual.

A função objetivo pode ser facilmente configurada com parâmetros mais precisos que reflitam custos reais. Eventualmente, será necessário calibrar novamente alguns parâmetros obtidos experimentalmente, tal como os coeficientes que determinam o ajuste angular da penalização ajustada.

O comportamento da heurística é uniforme e estável. Quando executada em máquinas diferentes, as soluções diferem quanto ao cabeamento, mas apresentam qualidades semelhantes.

A configuração 3 apresentou os melhores resultados uma vez que utiliza aproximações mais precisas para estimar a qualidade de cada escolha na fase de construção. O oposto ocorre na configuração 1.

Durante a fase de construção, a configuração 1 converge rapidamente para uma solução. Será pouco provável que um número maior de iterações alcance uma solução melhor. A configuração 3, por sua vez, requer um número maior de iterações para convergir para a melhor solução, cuja qualidade será superior à melhor solução da configuração 1.

A fase de construção não evita totalmente árvores pequenas. Tampouco evita o compartilhamento indesejável de arestas. Especialmente nas últimas iterações, a fase de construção tende a adicionar diversas árvores que percorrem muitas arestas para atender uma ou duas caixas terminais, caixas estas que poderiam ser facilmente atendidas por árvores já existentes e próximas, e que resultariam em uma penalização muito menor.

Não foi possível melhorar este comportamento indesejável da heurística. Felizmente, a busca local identifica estas situações e é capaz de resolvê-las eficientemente. Desta forma, não foi necessário investir mais tempo e esforço com objetivo de aprimorar ainda mais a fase de construção.

A partir dos resultados obtidos é possível constatar a importância do modelo utilizado para a fase de construção. Ele é consideravelmente mais complexo que a fase de busca local. Durante este trabalho, optou-se por investir mais esforço para aprimorar a fase de construção, visando obter soluções de boa qualidade, mas que pudessem ser otimizadas por um processo simples de busca local. A fase de construção também é capaz de gerar uma ampla gama de possibilidades de soluções muito distintas no cabeamento, mas todas dentro de uma mesma faixa de custos. Estas soluções oferecem pontos de partida para a próxima fase de busca local explorar o espaço de busca através de muitas situações diferentes. A estratégia de combinar a fase de construção mais complexa, porém eficiente e diversificada, com uma busca local simples revelou ser uma boa estratégia para resolver o problema de cabeamento telefônico.

A busca local apresenta alguma dificuldade para reduzir o custo de uma solução. Todavia, em muitos casos, as melhores soluções obtidas praticamente zeraram a parcela de desvanecimento da penalização, uma vez que nestes casos a busca local é capaz de eliminar todas as restrições violadas. Após a busca local, as melhores soluções apresentam uma avaliação muito semelhante ao custo calculado pela função objetivo. Conclui-se que nas melhores soluções, a penalização é determinada quase que exclusivamente pelo custo das Instalações.

Não existe uma relação direta entre o número de Instalações (árvores) de uma solução com seu custo e sua penalização. De fato, existem soluções com 5 ou 6 Instalações apresentando custo menor que soluções com apenas 3 ou 4 árvores. Enquanto o número de Instalações for baixo, a escolha por adicionar uma nova Instalação não necessariamente eleva a penalização da solução parcial. Esta escolha pode até ser mais vantajosa do que atender uma caixa através de uma árvore já existente. Durante a fase de construção, a escolha por instalar uma nova Instalação é mantida com uma probabilidade intencionalmente baixa.

Este trabalho não considera o caso de adaptar um cabeamento existente para uma nova configuração de caixas terminais. Para isso, modificações como as seguintes seriam necessárias:

1. Para permitir o crescimento futuro de uma Instalação, é importante que ela apresente uma margem de folga para atender novas caixas terminais ou para aumentar a demanda das caixas existentes.

Esta folga pode ser expressa como um fator de ociosidade α , $0 < \alpha < 1$. Para uma caixa com demanda d , o algoritmo proveria um total de $\lceil d \cdot \alpha \rceil$ pares extras de fios telefônicos ao construir a primeira solução. Este excesso ficará reservado exclusivamente para abrigar um futuro aumento de demanda da caixa, sem necessidade de alterar o cabeamento.

O modelo atual da fase de construção interrompe o crescimento de uma Instalação somente quando um cabo está saturado, ou seja, ele não permite adicionar mais demanda, nem ser trocado por outro de maior capacidade. Uma vez que se deseja expandir o cabeamento da Instalação no futuro, ele não poderá estar saturado na solução. É necessário estabelecer um fator de limite β , $0 < \beta < 1$, que indica que nenhuma aresta da Instalação pode apresentar cabos com uso superior a $\lceil \beta \cdot C_{max} \rceil$, onde C_{max} é a capacidade do maior cabo disponível.

Os cabos da Instalação apresentam pares mortos, ou seja, pares que não estão sendo utilizados para atender demanda. Seria interessante aproveitar estes pares mortos como folga para futura expansão do cabeamento.

2. A nova fase de construção do GRASP utiliza o cabeamento existente como solução parcial da primeira iteração, ao invés do cabeamento vazio.
3. A adição de novas caixas utiliza as funcionalidades já existentes no modelo da fase de construção. A nova caixa pode ser atendida por uma Instalação já existente, ou ser atendida por uma nova Instalação.
4. O aumento de demanda em caixas existentes exigirá uma pequena adaptação na heurística da fase de construção.

Caso a caixa apresente uma demanda ociosa, ela poderá ser atendida a custo zero, sem necessidade de modificar o cabeamento atual.

Senão, o procedimento será similar ao de adicionar novas caixas. Utiliza-se as tabelas de estimativas de variação de penalização para avaliar as possibilidades de levar uma nova demanda adicional ao vértice que contém a caixa. Os cabos e as emendas do caminho do vértice até o ponto de distribuição são atualizados adequadamente.

Isto implica uma modificação no critério de parada da fase de construção. O novo critério será inexistência de novas caixas não atendidas e inexistência de caixas com demanda adicional não atendida.

5. A remoção de caixas terminais também afeta o modelo. A heurística remove as caixas em uma fase de pré-processamento, mantendo inalterado o cabeamento existente. Mas subtrai a demanda da caixa do uso dos cabos afetados.
6. Para a redução da demanda em caixas existentes, se a demanda reduziu para zero, então o caso é equivalente à remoção da caixa. Senão, o cabeamento existente é mantido inalterado, mas subtrai-se a diferença de demanda do uso dos cabos afetados.

7. Um modelo mais elaborado da busca local poderá avaliar a existência de folhas não utilizadas no cabeamento de uma Instalação. Se forem removidas caixas da Instalação, deixando em cabos que não são mais utilizados para atender a demanda das caixas, então deverá ser verificado a viabilidade e o benefício econômico de remover o cabeamento para reaproveitar/reciclar os cabos e peças.

Capítulo 7

Conclusão

Este trabalho apresenta uma poderosa ferramenta computacional, baseada na heurística GRASP, com objetivo de auxiliar o projeto de cabeamento de redes telefônicas urbanas. A heurística apresenta capacidade de gerar soluções excelentes, visando sempre reduzir o custo de instalação e eliminar restrições violadas no problema de cabeamento.

Comparando com livros e manuais técnicos que tratam sobre o cabeamento telefônico, observa-se que estes procuram minimizar os custos e melhorar a qualidade da solução através de uma grande quantidade de regras muito específicas, para orientar o engenheiro a evitar situações conhecidas e classificadas como indesejáveis ou de alto custo. O GRASP, por sua vez, adota uma estratégia totalmente diferente. Ele possui liberdade para experimentar uma grande quantidade de combinações, encontrando soluções em um espaço de possibilidades muito mais amplo. Assim, a heurística não substitui o engenheiro responsável pelo projeto de cabeamento telefônico, mas serve como uma ferramenta computacional cujo objetivo é também reduzir significativamente o esforço e o tempo para elaborar uma proposta de cabeamento.

O estudo e a descrição do problema contribuíram com uma especificação minuciosa do problema de cabeamento telefônico urbano, sendo resultado de pesquisa em literatura e de entrevistas com pessoas atuantes nesta área. Foram definidos os conceitos envolvidos na solução do problema e descritas as restrições de cabeamento e demais regras para validar uma solução, uma vez que não existe literatura acessível com estas informações.

Durante a pesquisa, foi possível obter diversas instâncias para o problema de cabeamento. No entanto, para estas instâncias inexitem soluções reais que pudessem servir como referência para comparação de resultados. O fato de a função objetivo utilizar parâmetros aproximados também gera novas barreiras para comparações com cabeamentos existentes. Em contrapartida, esta ferramenta produz soluções em tempo sensivelmente menor do que quando adotada uma abordagem manual. Além do custo satisfatório obtido para as soluções, a heurística é capaz de atribuir um cabeamento que atende per-

feitamente vários requisitos subjetivos, como disposição do cabeamento.

Destaca-se o estudo aprofundado da heurística de construção, que não apenas gera um conjunto inicial de soluções viáveis, conforme esperado pela definição do GRASP, mas também de boa qualidade e atendendo a maioria das restrições do problema. Estas soluções apresentam uma ampla gama de possibilidades distintas de cabeamento, mas de custo semelhante. Isto fornece um ponto de partida valioso para a próxima fase de busca local, que, por sua vez, apresentou condições de realizar melhoria significativa sobre as soluções viáveis.

Foi necessário estudar e verificar experimentalmente muitas variantes do modelamento da fase de construção. Este processo permitiu investigar e entender o comportamento de cada uma das estratégias. Os melhores resultados foram obtidos adotando uma penalização ajustada para cada segmento do cabeamento. A medida de qualidade do cabeamento considera também a medida a eficiência do cabeamento para percorrer uma determinada distância. Um outro ajuste mostrou-se necessário para evitar um número elevado de arestas compartilhando dois ou mais cabeamentos. Para isso, o cabeamento precisa crescer radialmente através da instância.

A busca local proposta neste trabalho é simples, porém eficaz. Seu foco está em eliminar vícios da fase de construção, uma vez que ela pouco afeta o custo, mas identifica e reduz consideravelmente as violações das restrições do problema. Em muitos casos, a busca local é capaz de eliminar todas as restrições violadas na solução inicial.

A fase de construção da heurística GRASP pode beneficiar-se de um algoritmo dinâmico de caminhos mínimos para otimizar o procedimento que calcula e atualiza o impacto da penalização para cada possibilidade de decisão. No entanto, a pesquisa bibliográfica não revelou uma solução que atendesse plenamente a necessidade de modificações simultâneas nos pesos de diversas arestas. Por este motivo, realizou-se um estudo paralelo cujo resultado está publicado como relatório técnico [13] e que sugere um algoritmo dinâmico adequado. Ele elimina a restrição de tipo e número de modificações permitidas e também de domínio do peso das arestas, desde que não sejam negativos. No pior caso, o algoritmo dinâmico apresenta eficiência igual à computação de uma nova árvore de caminhos mínimos. Mas na média, a sua eficiência é vantajosa. Para modificações nos moldes exigidos pela fase de construção da heurística GRASP, o algoritmo dinâmico resulta em ganhos significativos de eficiência.

Para trabalhos futuros, sugere-se o aprimoramento da busca local, adicionando novas heurísticas de otimização, ou até utilizar um método mais avançado, como por exemplo, Busca Tabu. A investigação sobre variantes do GRASP (path relinking, long-term memory, GRASP reativo, etc) é uma outra possível contribuição de grande valor. A estratégia da fase de construção poderá ser flexibilizada para tratar também a re-adequação de um cabeamento existente à uma nova configuração de demanda.

Para uma abordagem ainda mais completa, trabalhos futuros poderiam verificar como o problema de cabeamento trataria a distribuição uniforme dos pares mortos. De preferência, o modelo poderia considerar não só a demanda das caixas, como também utilizar tais pares mortos para atender a capacidade das caixas.

Referências Bibliográficas

- [1] J. A. and U. S. R. Murty. Bondy. *Graph Theory With Applications*. MacMillan & Co LTD, 1978.
- [2] S. M. Almeida, F. K. Miyazawa, A. A. Santos, S. Livramento, A. V. Moura, and N. V. Filho. Localização de recursos em redes telefônicas. Technical report, Instituto da Computação — UNICAMP, 2002.
- [3] Ausiello, Italiano, Spaccamela, and Nanni. Incremental algorithms for minimal length paths. *J. Algorithms*, 12, 1991.
- [4] Giorgio Ausiello, Giuseppe F. Italiano, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Incremental algorithms for minimal length paths. *J. Algorithms*, 12(4):615–638, 1991.
- [5] Giorgio Ausiello, Giuseppe F. Italiano, Alberto Marchetti Spaccamela, and Umberto Nanni. Incremental algorithms for minimal length paths. In *SODA '90: Proceedings of the First Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pages 12–21, Philadelphia, PA, USA, 1990. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [6] Michael Barbehenn. A note on the complexity of dijkstra’s algorithm for graphs with weighted vertices. *IEEE Trans. Computers*, 47(2):263, 1998.
- [7] S. Binato, W. J. Hery, D. M. Loewenstern, and M. G. C. Resende. A greedy randomized adaptive search procedure for job shop scheduling. Technical report, AT&T Labs Research, 2000.
- [8] Lance D. Chambers. *The Practical Handbook of Genetic Algorithms: Applications, Second Edition*. Chapman & Hall/CRC, 2 edition, December 2000.
- [9] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, and Ronald L. Rivest. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, Cambridge, MA, 1990.
- [10] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction to Algorithms*. The MIT Press, 2nd edition, September 2001.

- [11] Edsger W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1:269–271, 1959.
- [12] David Eppstein. Finding the k shortest paths. *SIAM J. Comput.*, 28(2):652–673, 1999.
- [13] Daniel F. Ferber and Arnaldo V. Moura. Um algoritmo dinâmico para Árvore de caminhos mínimos. Technical Report IC-07-22, Instituto da Computação — UNICAMP, July 2007.
- [14] P. Festa and M. G. C. Resende. Grasp: An annotated bibliography. Technical report, AT&T Labs Research, 2001.
- [15] Paolo Giulio Franciosa, Daniele Frigioni, and Roberto Giaccio. Semi-dynamic shortest paths and breadth-first search in digraphs. In *STACS '97: Proceedings of the 14th Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science*, pages 33–46, London, UK, 1997. Springer-Verlag.
- [16] Michael L. Fredman and Robert Endre Tarjan. Fibonacci heaps and their uses in improved network optimization algorithms. *Journal of the ACM*, 34(3):596–615, July 1987.
- [17] Daniele Frigioni, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Incremental algorithms for the single-source shortest path problem. In *FSTTCS*, pages 113–124, 1994.
- [18] Daniele Frigioni, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Fully dynamic output bounded single source shortest path problem (extended abstract). In *Proceedings of the Seventh Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pages 212–221, Atlanta, Georgia, 28–30 January 1996.
- [19] Daniele Frigioni, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Semidynamic algorithms for maintaining single-source shortest path trees. *Algorithmica*, 22(3):250–274, 1998.
- [20] Daniele Frigioni, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Fully dynamic algorithms for maintaining shortest paths trees. *J. Algorithms*, 34(2):251–281, 2000.
- [21] Daniele Frigioni, Alberto Marchetti-Spaccamela, and Umberto Nanni. Fully dynamic shortest paths in digraphs with arbitrary arc weights. *J. Algorithms*, 49(1):86–113, 2003.

- [22] Michael R. Garey and Johnson David S. *Computers and intractability: A guide to the theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, California, 1979.
- [23] F. Glover. Tabu search - part i. *ORSA Journal on Computing*, 1(3):190–206, 1989.
- [24] F. Glover. Tabu search - part ii. *ORSA Journal on Computing*, 2(1):4–32, 1990.
- [25] F. Glover and M. Laguna. Tabu search. In C. R. Reeves, editor, *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, chapter 3, pages 70–150. McGraw-Hill, 1995.
- [26] Fred Glover. Tabu search: a tutorial. *Interfaces*, 20(4):74– 94, July-August 1990.
- [27] Fred Glover and Fred Laguna. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1997.
- [28] Fred Glover and Manuel Laguna. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, 1997.
- [29] Fred Glover and Manuel Laguna. Tabu search. Taken from the net web site: [www-bus.colorado.edu, directory faculty/laguna/Papers/ts.pdf.](http://www-bus.colorado.edu/directory/faculty/laguna/Papers/ts.pdf), August 2000.
- [30] D. E. Goldberg. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Reading: Addison-Wesley, 1989, 1989.
- [31] Valerie King. Fully dynamic algorithms for maintaining all-pairs shortest paths and transitive closure in digraphs. In *FOCS '99: Proceedings of the 40th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, page 81, Washington, DC, USA, 1999. IEEE Computer Society.
- [32] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.
- [33] Philip Klein, Satish Rao, Monika Rauch, and Sairam Subramanian. Faster shortest-path algorithms for planar graphs. In *Proceedings of the 26th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, STOC'94 (Montréal, Québec, Canada, May 23-25, 1994)*, pages 27–37, New York, 1994. ACM Press.
- [34] John R. Koza. Genetic programming. In James G. Williams and Allen Kent, editors, *Encyclopedia of Computer Science and Technology*, volume 39, pages 29–43. Marcel-Dekker, 1998.
- [35] M. Laguna. Tabu search tutorial. II Escuela de Verano Latino-Americana de Investigación Operativa, Mendes, RJ, 1995.

- [36] Lipton, R. J. and Tarjan, R. E. A separator theorem for planar graphs. *SIAM J. Appl. Math.*, 36:177–199, 1979.
- [37] Silvana Livramento, Arnaldo V. Moura, Flavio Keidi Miyazawa, Mário M. Harada, and Rogério A. Miranda. A genetic algorithm for telecommunication network design. In *EvoWorkshops*, pages 140–149, 2004.
- [38] Silvana Livramento, Arnaldo Vieira Moura, Flávio Keidi Miyazawa, Mário Massato Harada, and Rogério Albertoni Miranda. Um algoritmo genético para projeto de rede de telecomunicações. Technical Report IC-03-24, Instituto da Computação — UNICAMP, November 2003.
- [39] Zbigniew Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer, November 1998.
- [40] Melanie Mitchell. *An Introduction to Genetic Algorithms*. The MIT Press, February 1998.
- [41] Paolo Narvaez, Kai-Yeung Siu, and Hong-Yi Tzeng. New dynamic SPT algorithm based on a ball-and-string model. In *INFOCOM (2)*, pages 973–981, 1999.
- [42] Paolo Narváez, Kai-Yeung Siu, and Hong-Yi Tzeng. New dynamic algorithms for shortest path tree computation. Technical report, Bell Labs, Lucent Technologies, 5 1998.
- [43] Paolo Narváez, Kai-Yeung Siu, and Hong-Yi Tzeng. New dynamic algorithms for shortest path tree computation. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 8(6):734–746, 2000.
- [44] G. Ramalingam and Thomas W. Reps. An incremental algorithm for a generalization of the shortest-path problem. *J. Algorithms*, 21(2):267–305, 1996.
- [45] G. Ramalingam and Thomas W. Reps. An incremental algorithm for a generalization of the shortest-path problem. *J. Algorithms*, 21(2):267–305, 1996.
- [46] G. Ramalingam and Thomas W. Reps. On the computational complexity of dynamic graph problems. *Theor. Comput. Sci.*, 158(1-2):233–277, 1996.
- [47] M. G. C. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. Technical report, AT&T Labs Research, 1998.
- [48] M. G. C. Resende and C. C. Ribeiro. Greedy randomized adaptive search procedures. Technical Report 2, AT&T Labs Research, 2002.

- [49] P. M. Spira and A. Pan. On finding and updating spanning trees and shortest paths. *SIAM Journal on Computing*, 4(3):375–380, sep 1975.
- [50] TELEBRÁS. *Procedimento de Projeto de Cabo de Distribuição —Multiplagem*, outubro 1977.
- [51] TELEBRÁS. *Procedimento de Projeto de Cabo de Distribuição – Princípios Gerais*, outubro 1977.