

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO “DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS
QUÍMICOS”**

**IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS QUÍMICOS EM MALHA
FECHADA**

CID MARCOS GONÇALVES ANDRADE
Engenheiro Químico (UFSCar)
Msc Engenharia Mecânica (USP)

Prof. Dr. RUBENS MACIEL FILHO
Orientador

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Campinas – São Paulo
Dezembro/2000

N.º CHAMADA: T/UNICAMP
 An 24i
 V. _____ Ex. _____
 TOMBO BC/ 44173
 PROC. 16-392101
 C D
 PREC. R\$ 11,00
 DATA 26/04/01
 N.º CPD _____

CM-00155025-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

An24i Andrade, Cid Marcos Gonçalves
 Identificação de procesos químicos em malha fechada /
 Cid Marcos Gonçalves Andrade.--Campinas, SP: [s.n.],
 2000.

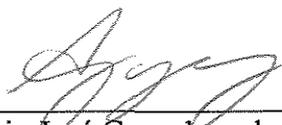
Orientador: Rubens Maciel Filho.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
 Faculdade de Engenharia Química.

1. Identificação de sistemas. 2. Processos químicos. 3.
 Sistemas de controle por realimentação. 4. Modelos
 matemáticos. 5. Controle de processo. I. Maciel Filho,
 Rubens. III. Universidade Estadual de Campinas.
 Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

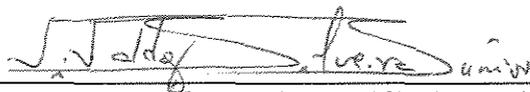
Dissertação de Doutorado defendida por Cid Marcos Golçalves Andrade e aprovada em 18 de Dezembro de 2000 pela Banca Examinadora constituída pelos Doutores:



Prof. Dr. Rubens Maciel Filho (orientador)
(FEQ / UNICAMP)



Prof. Dr. Antonio José Gonçalves da Cruz
(DEQ / UFSCAR)



Prof. Dr. Vivaldo Silveira Junior
(FEA / UNICAMP)



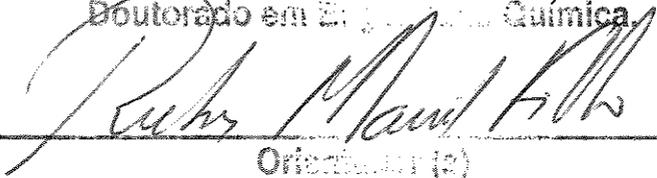
Prof. Dr. Luiz Augusto Barbosa Cortez
(FEAGRI / UNICAMP)



Dr. Eduardo Coseli Vasco de Toledo
(FEQ / DPQ / UNICAMP – FAPESP)

566501002

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de
Doutorado em Engenharia Química.


Orientador (s)

Dedico

*Aos meus pais,
e ao meu filho.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Rubens Maciel Filho, pela orientação e apoio na execução deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Vandoel Pedro Barbosa Júnior pelas sugestões sobre a tese.

A Elis Esmanhoto pelo carinho e companhia.

Aos colegas e amigos da Universidade Estadual de Maringá.

Sumário

Lista de Símbolos.....	XV
Lista de Abreviaturas.....	xxxí
Resumo.....	xxxííí
Abstract.....	xxxv
1 Introdução.....	1
1. 1 Colocação do Problema e Objetivos.....	1
1. 2 Estrutura do Trabalho	3
1. 3 Principais Contribuições	4
2 Métodos Clássicos de Identificação de Sistemas.....	6
2. 1 Introdução	6
2. 2 Etapas no Processo de Identificação	8
2. 2. 1 Projeto do Experimento.....	8
2. 2. 2 Análise dos Dados.....	11
2. 2. 3 Estrutura do Modelo.....	11
2. 2. 4 Seleção do Modelo	12
2. 2. 5 Validação do Modelo.....	13
2. 3 Métodos Não Paramétricos	14
2. 3. 1 Introdução.....	14

2. 3. 2	Método da Análise da Correlação	15
2. 3. 3	Método da Análise Espectral.....	16
2. 4	Métodos Paramétricos.....	17
2. 4. 1	Introdução.....	17
2. 4. 2	Método dos Mínimos Quadrados.....	19
2. 4. 3	Método da Variável Instrumental	20
2. 4. 4	Método do Erro de Predição	21
3	A Identificação em Malha Fechada	23
3. 1	Introdução	23
3. 2	Problemas com a Identificação em Malha Fechada	25
3. 2. 1	Introdução.....	25
3. 2. 2	Métodos da Análise da Correlação e Análise Espectral	26
3. 2. 3	Método da Variável Instrumental	26
3. 3	Formas de Identificação em Malha Fechada	27
3. 3. 1	Introdução.....	27
3. 3. 2	Abordagem Direta.....	28
3. 3. 3	Abordagem Indireta.....	29
3. 3. 3. 1	Introdução.....	29
3. 3. 3. 2	Abordagem Indireta Básica.....	29
3. 3. 3. 3	Abordagem Indireta Básica- Caso MIMO.....	31
3.3.3.4	Abordagem Indireta através de Parametrização Particular ("Tailor-Made")	32
3.3.3.5	A Abordagem Indireta através da Parametrização "Dual-Youla".....	33

3. 3. 4	Abordagem através da União Entradas-Saídas.....	35
3. 3. 4. 1	Introdução	35
3. 3. 4. 2	Abordagem através da União Entradas-Saídas usando Fatoração Coprima.....	36
3. 3. 4. 3	Abordagem através da União Entradas-Saídas usando o Método dos Dois Estágios.....	38
3. 3. 4. 4	Abordagem através da União Entradas-Saídas usando o Método da Projeção.....	39
3. 4	As Condições de Identificabilidade	39
3. 5	A Precisão da Identificação em Malha Fechada.....	45
3.6	Aplicação da Identificação em Malha Fechada- Caso SISO: Identificação de dois CSTR Isotérmicos em Série Controlados por um PID	51
3. 6. 1	O Modelo Fenomenológico do Sistema de dois CSTR Isotérmicos em Série Controlados por um PID	51
3. 6. 2	Aplicação da Abordagem Direta.....	53
3. 6. 3	Aplicação da Abordagem Indireta.....	54
3. 6. 4	Aplicação da Abordagem através da União Entradas- -Saídas.....	56
3. 6. 5	Discussão dos Resultados apresentados pelas Abordagens	59
3.7	Aplicação da Identificação em Malha Fechada- Caso MIMO: Identificação de um CSTR não Isotérmico Controlados por um LQR	59
3. 7. 1	O Modelo Fenomenológico do Sistema do CSTR não Isotérmico Controlado por um LQR.....	60

3. 7. 2	Aplicação da Abordagem Direta Multivariável na Identificação do CSTR.....	61
3. 8	Identificação de uma Coluna de Destilação com Extrator Controlada por um LQR.....	64
3. 8. 1	Modelo Fenomenológico Reduzido para a Coluna de Destilação com Extrator Controlada por um LQR	64
3. 8. 2	Aplicação da Abordagem Direta Multivariável na Identificação da Coluna de Destilação	68
3. 9.	Conclusões	72
4	Identificação de Sistemas através dos Métodos dos Subespaços.....	73
4. 1	Introdução	73
4.2	Algoritmos de Identificação pelo Método dos Subespaços	74
4. 3	Propriedades Estocásticas de Sistemas Lineares	76
4. 4	A Estrutura dos Subespaços para Sistemas Lineares	80
4. 5	Projeção do Espaço.....	83
4. 6	As Três Etapas da Identificação através dos Métodos dos Subespaços	84
4. 6. 1	Primeira Etapa: Decomposição através dos Mínimos Quadrados.....	85
4. 6. 2	Segunda Etapa: Decomposição através dos Valores Singulares	87
4. 6. 3	Terceira Etapa: Reconstrução das Matrizes do Espaço dos Estados	87
4. 6. 3. 1	Algoritmos que usam a Estimativa dos Estados	88

4. 6. 3. 2	Algoritmos que usam a Matriz de Observabilidade Estendida	89
4. 7	Comparação da Identificação pelo Método dos Subespaços com o Método do Erro de Predição	90
4. 8	Conclusões	91
5	A Identificação em Malha Fechada através dos Métodos dos Subespaços.....	93
5. 1	Introdução	93
5. 2	Problemas com os Métodos dos Subespaços para a Identificação em Malha Fechada	94
5. 3	Algoritmos para a Identificação em Malha Fechada pelo Método dos Subespaços.....	96
5. 4	Algoritmos para a Identificação pelo Método dos Subespaços em Malha Fechada usando os Estados	100
5. 5	Conclusões	101
6	A Identificação sendo usada no Projeto de Controladores.....	103
6. 1	Introdução	103
6. 2	Exemplos onde a Identificação em Malha Fechada influencia ou não no Projeto do Controlador	104
6. 3	A Conexão entre Identificação e o Projeto do Controlador	105
6. 4	Esquemas de Procedimentos Iterativos de Identificação e Projeto do Controlador.....	108
6. 5	Desempenho da Identificação em Malha Fechada versus Identificação em Malha Aberta quando o Objetivo do Modelo é o Projeto do Controlador.....	110

6.6	Validação do Modelo em Malha Fechada	116
6.7	Aplicação do Procedimento Integrado Identificação/Projeto do Controlador	118
6.8	Conclusões	118
7	Discussões, Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	121
7.1	Discussões	121
7.2	Conclusões	122
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	122
	Referências Bibliográficas	125

Lista de Símbolos

A, B, C, D, Q, R, S	matrizes dinâmicas que representam o modelo do processo, as auto-covarianças e covarianças cruzadas dos ruídos no espaço dos estados
$A_{ce}, B_{ce}, P_{ce}, C_{ce}$	matrizes dinâmicas do modelo da coluna de destilação
$A_K, B_K^r, B_K^y, C_c, D_K^r, D_K^r$	matrizes dinâmicas que representam o modelo do controlador, sendo as entradas $y(t)$ e $r(t)$ para a saída $u(t)$
A/B	projeção ortogonal de A em B
A/B_C	projeção oblíqua de A através de B em C
$A(q), B(q), C(q), D(q)F(q)$	polinômios dos modelos paramétricos
a_1, \dots, a_{na}	coeficientes do polinômio $A(q)$
\hat{a}	estimativa do parâmetro a
$\arg \min_{\theta}$	valores de θ que minimizam
b_1, \dots, b_{nb}	coeficientes do polinômio $B(q)$
\hat{b}	estimativa do parâmetro b
c_1, \dots, c_{nc}	coeficientes do polinômio $C(q)$
$c(t)$	sinal da carga, em malha fechada
$c_e(t)$	concentração de entrada nos reatores em série
$c_r(t)$	concentração de referência nos reatores em série
$c_1(t)$	concentração na saída no primeiro reator, nos reatores em série

$c_2(t)$	concentração na saída no segundo reator, nos reatores em série
C_i	matriz de blocos de Hankel das covariâncias do sinal de saída
$d(t)$	sinal do ruído no controlador
d_1, \dots, d_{nd}	coeficientes do polinômio $D(q)$
$d_1(t)$	variável da carga normalizada, concentração do componente na entrada do reator
$d_2(t)$	variável da carga normalizada, temperatura da água do fluido refrigerante
$D(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, entre os sinais $r_e(t)$ e $u(t)$
$D_c(q)$	polinômio do denominador da fatoração do modelo do controlador $K(q)$
$D_x(q)$	polinômio do denominador da fatoração do modelo auxiliar $P_x(q)$
e	número de Euler
$e(t)$	ruído branco (seqüência de variáveis aleatórias independentes)
$\hat{e}(t)$	estimativa do ruído branco, sendo encarado como erro
E	matriz de blocos de Hankel dos ruídos, caso SISO
\hat{E}	estimativa, para $N \rightarrow \infty$, da matriz de blocos de Hankel dos ruídos, caso SISO
\hat{E}_N	estimativa, para N dados, da matriz de blocos de Hankel dos ruídos, caso SISO
$E(.)$	espectância

$E_{0:n-1}$	matriz de blocos de Hankel dos ruídos
E_f	valores futuros dos ruídos
E_p	valores passados dos ruídos
f	direção de busca, no procedimento de otimização
f_1, \dots, f_{n_f}	coeficientes do polinômio $F(q)$
$f_{K1}, \dots, f_{n_{fK}}$	coeficientes do polinômio $F_K(q)$
$F(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, auxiliar para a abordagem via união entradas-saídas
$F_1(q)$	derivada da função de transferência do controlador, no domínio do tempo, pela função de transferência do processo, no domínio do tempo
$F_2(q)$	derivada da função de transferência do controlador, no domínio do tempo, pela função de transferência do ruído, no domínio do tempo
$F_1(e^{i\omega})$	derivada da função de transferência do controlador, no domínio da frequência, pela função de transferência do processo, no domínio da frequência
$F_2(e^{i\omega})$	derivada da função de transferência do controlador, no domínio da frequência, pela função de transferência do ruído, no domínio da frequência
$F_K(q)$	polinômio (denominador) do modelo paramétrico do controlador
G	matriz auxiliar para a descrição de sistemas estocásticos
$g_{K1}, \dots, g_{n_{fK}}$	coeficientes do polinômio $G_K(q)$
$G(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $c(t)$ e $y(t)$

$G_K(q)$	polinômio (numerador) do modelo paramétrico do controlador
h_0	resposta ao impulso para $i = 0$
h_i	resposta ao impulso do sistema
H_∞	controle robusto que minimiza a norma $\ \cdot\ _\infty$
H_i^d	matriz de bloco triangular inferior determinística de Toeplitz
H_i^s	matriz de bloco triangular inferior estocástica de Toeplitz
H_c^r	matriz de bloco triangular inferior de Toeplitz do controlador para a entrada $r(t)$
H_c^y	matriz de bloco triangular inferior de Toeplitz do controlador para a entrada $y(t)$
i	número de linhas na matriz de blocos de Hankel
iw	número imaginário multiplicado pela frequência
j	número de colunas na matriz de blocos de Hankel
J	critério de desempenho
J_m	desempenho para a malha fechada a ser minimizada
$J(P(q), P_e(q), K(q))$	desempenho ótimo
$J(P(q), P_e(q), \hat{K}(q))$	O desempenho obtido
k	instante de tempo
K	ganho do filtro de Kalman em regime estacionário
$K(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, do controlador

$\hat{K}(q)$	estimativa da função de transferência, no domínio do tempo, do controlador
$K(e^{iw})$	função de transferência, no domínio da frequência, do controlador
$\hat{K}(e^{iw})$	estimativa da função de transferência, no domínio da frequência, do controlador
k_c	constante de proporcionalidade para o PID
$k(P(q), P_e(q))$	controlador como função do modelo do processo e do modelo do ruído
ku	ganho crítico no método de Ziegler-Nichols
l	instante de tempo
L	matriz auxiliar para a decomposição LQ
$L(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, para o critério de validação em malha fechada
L_u	projeção oblíqua em U_f
L_u^c	projeção oblíqua em M_f , para o controlador
L_w	projeção oblíqua em W_p
L_w^c	projeção oblíqua em W_p , para o controlador
$L_{aa}, L_{ab}, L_{ac}, L_{bb}, L_{bc}, L_{cc}$	matrizes auxiliares para a decomposição LQ
m	número de entradas, multivariável
\dot{m}	vazão de massa nos reatores em série
M_f	matriz que contém as variáveis instrumentais
M_i	matriz de blocos de Hankel
$M(q)$	polinômio arbitrário usado na demonstração

n_a	ordem do polinômio $A(q)$
n_b	ordem do polinômio $B(q)$
n_{gk}	ordem do polinômio $G_k(q)$
n_{fk}	ordem do polinômio $F_k(q)$
n_k	ordem do atraso
$N_c(q)$	polinômio do numerador da fatoração do modelo do controlador $K(q)$
$N_x(q)$	polinômio do numerador da fatoração do modelo auxiliar $P_x(q)$
N	número de dados
$N(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, entre $r_e(t)$ e $y(t)$
O_i	projeção oblíqua das saídas futuras, Y_f ; através das entradas futuras, U_f em W_p , recebe o nome também de projeção ponderada
P	número de saídas, multivariável
$p(t)$	sinal de carga para a coluna de destilação
pr_1	probabilidade de sucesso na primeira máquina
pr_2	probabilidade de sucesso na segunda máquina
pu	período crítico no método de Zigler-Nichols
$p(k)$	função "peso" do processo, resposta ao impulso
$\hat{p}(k)$	estimativa da função "peso" do processo, resposta ao impulso
$P(e^{i\omega})$	função de transferência, no domínio da frequência, do

	processo
$\hat{P}(e^{j\omega})$	estimativa da função de transferência, no domínio da frequência, do processo
$P(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, do processo
$\hat{P}(q)$	estimativa da função de transferência, no domínio do tempo, do processo
$P_e(e^{j\omega})$	função de transferência, no domínio da frequência, do ruído
$P_e(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, do modelo do ruído
$\hat{P}_e(q)$	estimativa da função de transferência, no domínio do tempo, do modelo do ruído
$P_{ec}(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $e(t)$ e $y(t)$
$\hat{P}_{ec}(q)$	estimativa da função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $e(t)$ e $y(t)$
$P_{edy}(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $e(t)$ e $z_{dy}(t)$
$P_x(q)$	modelo, fatorado, estabilizável auxiliar para o processo
q	operador avanço
q^{-1}	operador atraso
$q(k)$	função "peso" do controlador, resposta ao impulso
Q	matriz de ponderação para o LQR
Q_a^T, Q_b^T, Q_c^T	matrizes auxiliares para a decomposição LQ
$Q(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $r(t)$ e $u(t)$

r	variável auxiliar para demonstração
R	matriz de ponderação para o LQR
$r(t)$	signal de referência, em malha fechada
$r_e(t)$	soma do signal de carga mais a saída do controlador
$r_u(0)$	covariância normalizada do signal $u(t)$
$r_y(t)$	covariância normalizada do signal $y(t)$
$r_{yu}(0)$	covariância normalizada cruzada entre o signal $y(t)$ e o signal $u(t)$
R_f	valores futuros da entrada $r(t)$
R_p	valores passados da entrada $r(t)$
$R(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $x(t)$ e $u(t)$
$R_u(\tau)$	correlação do signal $u(t)$
$\hat{R}_u(\tau)$	estimativa da correlação do signal $u(t)$
$R_{yu}(\tau)$	correlação cruzada entre os sinais $y(t)$ e $u(t)$
$\hat{R}_{yu}(\tau)$	correlação cruzada entre os sinais $y(t)$ e $u(t)$
s	variável independente no domínio de Laplace
$S(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $c(t)$ e $u(t)$
t	tempo
$T(q)$	função de transferência, no domínio do tempo, que relaciona $r(t)$ e $y(t)$

$T(P(q),K(q))$	função de transferência em malha fechada, no domínio do tempo, do processo
T_c	matriz auxiliar definida para o método dos subespaços em malha fechada
T_1	temperatura, constante, no primeiro reator
T_2	temperatura, constante, no segundo reator
$u(t)$	sinal de entrada determinístico
$\hat{u}(t)$	estimativa do sinal de entrada determinístico
$u_e(t)$	sinal de entrada normalizada, vazão do fluido refrigerante
U	matriz de blocos de Hankel das entradas, caso SISO
$U_{0:i-1}$	matriz de blocos de Hankel das entradas
U_f	valores futuros das entradas
U_p	valores passados das entradas
U, S, V	matrizes da decomposição em valores singulares
$v(t)$	ruído estocástico
V	variância
$V(\hat{a}, \hat{b})$	variância das estimativas dos parâmetros a e b
$V_1(q)$	função de ponderação para o projeto do LQR
$V_2(q)$	função de ponderação para o projeto do LQR
$V_N(\theta)$	função dos parâmetros θ a ser minimizada
$x(t)$	estados do sistema
x_0	estados do sistema no tempo $t = 0$

$x_1(t)$	variável de estado normalizada, concentração
$x_2(t)$	variável de estado normalizada, temperatura
$x^d(t)$	estado determinístico do sistema
$x^s(t)$	estado estocástico do sistema
X	matriz de estados, caso SISO
\hat{X}	estimativa, para $N \rightarrow \infty$ da matriz de estados, caso SISO
\hat{X}_N	estimativa, para N dados, da matriz de estados, caso SISO
X_f	valores futuros dos estados
X_f^c	valores futuros dos estados do controlador
\hat{X}_f	estimativa dos valores futuros dos estados
X_p	valores passados dos estados
$\hat{X}(t)$	estimativa dos estados do sistema
$y(t)$	sinal de saída
$y_1(t)$	variável de saída normalizada, concentração
$y_2(t)$	variável de saída normalizada, temperatura
$y^d(t)$	sinal de saída determinístico do sistema
$y^s(t)$	sinal de saída estocástico do sistema
$\hat{y}(t)$	estimativa do sinal de saída
$\hat{y}(t t-1)$	predição de $y(t)$ um passo adiante
$\hat{y}(t \theta)$	valos de $y(t)$ estimado através dos parâmetros θ
$Y(t)$	matriz dos dados de saída, com dimensão $p \times 1$, caso multivariável

Y_i	matriz de blocos de Hankel das saídas, caso SISO
\hat{Y}_{iN}	estimativa, para N dados caso SISO, da matriz de blocos de Hankel
Y_{0i-1}	matriz de blocos de Hankel das saídas
Y_f	valores futuros das saídas
\hat{Y}_f	estimativa dos valores futuros das saídas
Y_p	valores passados das saídas
w	freqüência
$w(t)$	ruído do processo, o espaço dos estados
$w_a(t)$	sinal auxiliar para demonstração
$w_f(t)$	sinal auxiliar, filtrado, para demonstração
W_1, W_2	matrizes de ponderação para a decomposição SVD
W_p	matriz dos valores passados das entradas e das saídas
z	variável auxiliar, para demonstração
$z_{de}(t)$	sinais de entrada, para a abordagem via união entradas-saídas
$z_{dy}(t)$	sinal de saída para a abordagem indireta via parametrização "Dual-Youla"
$z_f(t)$	sinal auxiliar, filtrado, para demonstração
α	parâmetro do procedimento de otimização
$\varepsilon(t)$	erro de predição
$\varepsilon_{cl}(t)$	resíduo para a malha fechada
$\varepsilon_{res}(t)$	erro residual

δ	parâmetro auxiliar para restringir a variância da saídas
δ_{kl}	delta de Kronecker
$\Phi(t)$	notação para os dados para os dados na representação matricial
$\phi_u(w)$	espectro do sinal $u(t)$
$\phi_{ue}(w)$	espectro cruzado entre os sinais $u(t)$ e $e(t)$
$\phi_{vu}(w)$	espectro cruzado entre os sinais $v(t)$ e $u(t)$
$\phi_y(w)$	espectro do sinal $y(t)$
$\phi_{yu}(w)$	espectro cruzado entre os sinais $y(t)$ e $u(t)$
$\hat{\phi}_u(w)$	estimativa do espectro do sinal $u(t)$
$\hat{\phi}_{vu}(w)$	estimativa do espectro cruzado entre os sinais $v(t)$ e $u(t)$
$\hat{\phi}_{yu}(w)$	estimativa do espectro cruzado entre os sinais $y(t)$ e $u(t)$
$\hat{\phi}_c(w)$	estimativa do espectro do sinal $c(t)$
$\hat{\phi}_r(w)$	estimativa do espectro do sinal $r(t)$
$\hat{\phi}_v(w)$	estimativa do espectro do sinal $u(t)$
φ_i	matriz auxiliar definida para o método dos subespaços em malha fechada
$\varphi^T(t)$	vetor dos dados conhecidos
$\varphi^T(t, \theta)$	vetor de dados, dependendo de θ e t
γ	parâmetro auxiliar, para demonstração
λ	variância do ruído branco
λ_v	variância do ruído $v(t)$

π	número pi ($\approx 3,14$)
θ	vetor de parâmetros
θ_0	vetor dos parâmetros verdadeiros
$\hat{\theta}$	estimativa do vetor de parâmetros
ρ	valor de parâmetro de ponderação para o LQR
ρ_v	resíduo, similar ao ruído $v(t)$
ρ_w	resíduo, similar ao ruído $w(t)$
σ	parâmetro auxiliar usado para demonstração
τ	variável auxiliar para o tempo
τ_I	constante de tempo integral do PID
τ_D	constante de tempo derivativo do PID
ξ	solução da equação algébrica de Riccati
ψ	solução da equação algébrica de Riccati
Θ_i	matrizes complementares ortogonais de Γ_i
τ	sobrescrito, representando transposta
\dagger	sobrescrito, representando pseudo-inversa
\perp	sobrescrito, representando o complemento ortogonal
Δ_c^r	matriz de controlabilidade, do controlador para a entrada $r(t)$, reversa
Δ_c^y	matriz de controlabilidade do controlador, para a entrada $y(t)$, reversa
Δ_i^s	matriz de controlabilidade, do subsistema estocástico, reversa
$\Delta F_a(t)$	variação do fluxo de alimentação

$\Delta\hat{K}(q)$	diferença entre a função de transferência, no domínio do tempo, do controlador real e a estimada
$\Delta\hat{K}(e^{i\omega})$	diferença entre a função de transferência, no domínio da frequência, do controlador real e a estimada
$\Delta\hat{P}(q)$	diferença entre a função de transferência, no domínio do tempo, do processo real e a estimada
$\Delta\hat{P}(e^{i\omega})$	diferença entre a função de transferência, no domínio da frequência, do processo real e a estimada
$\Delta\hat{P}_e(q)$	diferença entre a função de transferência, no domínio do tempo, do ruído real e a estimada
$\Delta\hat{P}_e(e^{i\omega})$	diferença entre a função de transferência, no domínio da frequência, do ruído real e a estimada
$\Delta Q_i(t)$	variação do fluxo de calor no refeedor
$\Delta t_1(t)$	variação da temperatura na interface água-isopropanol
$\Delta t_2(t)$	variação da temperatura na interface água-glicol
$\Delta\hat{T}(q)$	diferença entre a função de transferência, no domínio do tempo, do processo em malha fechada real e a estimada
$\Delta\hat{T}(e^{i\omega})$	diferença entre a função de transferência, no domínio da frequência, do processo em malha fechada real e a estimada
$\Delta V_a(t)$:	variação do fluxo de vapor de água extraído lateralmente
$\Delta V_l(t)$:	variação do fluxo de vapor
$\Delta V_r(t)$:	variação da vazão de vapor no reboiler
$\Delta x_{FAI}(t)$:	variação da composição da alimentação
$\Delta z_1(t)$	variação da posição da interface água-isopropanol
$\Delta z_2(t)$	variação da posição da interface água-glicol

Λ_i	seqüência das covariâncias dos sinais de saída
Λ_0	covariância dos sinais de saída
Γ_i	matriz de observabilidade estendida
Γ_c	matriz de observabilidade estendida do controlador
Σ^s	matriz de covariâncias dos estados
Π_U^\perp	projeção ortogonal de U
$ \cdot $	módulo
$\ \cdot\ $	norma
$\ J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\ $	desempenho do sistema em malha fechada real
$\ J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\ $	desempenho do sistema em malha fechada ideal
$\ J(P(q), K(q))\ _\infty$	norma a ser minimizada para o controle robusto H_∞
*	conjugada transposta

Lista de Abreviaturas

AIC	"Akaike's information theoretic criterion"
ARX	"autoregressive with exogenous variable"
ARMAX	"autoregressive moving average with exogenous variable"
BJ	"Box-Jenkins"
CSTR	"continuous stirred tank reactor"
CVA	"canonical variate analysis"
ERA	"eigen-system realization algorithm"
FIR	"finite impulse response"
FPE	"final prediction error"
IV	"instrumental variable"
LQ	"least square"
LQR	"linear quadratic regulator"
MIMO	"multiple-input multiple-output"
MOESP	"multivariable output-error state space"
N4SID	"numerical algorithms for subspace state space system identification"
OE	"output-error"
PID	"proportional-integral-derivative"
PRBS	"pseudo binary sequence"
SISO	"single-input single-output"
SVD	"singular value decomposition"

Resumo

Os sistemas de controle avançados de processos químicos, tipo preditivo/adaptativo necessitam, em sua estrutura, do modelo do processo a ser controlado. Identificação de sistemas é a modelagem dinâmica a partir dos sinais de entrada e saída. Os processos operam em malha aberta ou fechada. Em determinadas situações práticas, quando o processo em malha aberta é instável ou sujeitos a critérios de segurança e economia, a identificação do processo deve ocorrer com o mesmo operando em malha fechada. Os métodos de identificação que normalmente tem bons desempenhos em malha aberta podem apresentar problemas quando aplicados com os dados sendo obtidos em malha fechada.

Objetiva-se neste trabalho o estudo e a sistematização dos métodos de identificação, tanto os métodos clássicos quanto os métodos dos subespaços, em malha fechada. Isto será feito através de análise teórica, com relação às condições de precisão e identificabilidade. Aplica-se os métodos clássicos, nas suas diferentes abordagens, a processos químicos, cujos dados para a identificação são obtidos através da simulação de modelos fenomenológicos.

Devido às características dos processos químicos, efetua-se a identificação em batelada. Como, também, normalmente apresentam variações naturais em suas entradas de massas ou energia, estas serão as perturbações consideradas nos procedimentos de identificação. O método do erro de predição, em diferentes abordagens, será o aplicado nos exemplos.

Mostra-se que, sendo o objetivo da identificação a obtenção de um modelo para ser usado no projeto de controladores, o modelo obtido via identificação em malha fechada apresenta resultados superiores ao obtido em malha aberta. Fez-se um estudo sistemático do procedimento integrado identificação/projeto do controlador através de algoritmos baseados no modelo do processo. Através de um exemplo, averigua-se a performance do procedimento integrado.

Os métodos paramétricos, como o método do erro de predição são teoricamente os mais indicados para a identificação em malha fechada. Todas as abordagens, deste método, aplicadas aos processos químicos apresentaram bons resultados.

A identificação de processos químicos, quando o objetivo é o projeto de controladores, deve preferencialmente ser realizada em malha fechada podendo ser operacionalizada tendo como entradas as variações naturais das cargas. A escolha da abordagem, desde que o método seja o do erro de predição, depende das características operacionais existentes.

Palavras-Chave: Identificação de sistemas, Processos químicos, Sistemas de controle por realimentação, Modelos matemáticos, Controle de processo.

ABSTRACT

The advanced control systems of chemical process, predictive/adaptative type, require in their structure, the model of the process to be controlled. Systems identification is the dynamic modeling, from the input and output signals. The processes may operate in open loop or in closed loop. In determinate practical situations, when the open loop process is unstable, or is subjected to safety and economical criteria, the process identification must occur with the process operating in closed loop. The identification methods that normally have good performances in open loop do show problems when applied with data being obtained in closed loop.

This work aims to study and to systematize the identification methods, such as the classic methods and the subspaces methods, in closed loop. This will be done through the theoretical analysis, related to the identifyability and accuracy conditions. The classic methods are applied, in their different approaches, to chemical processes, from which the data for the identification is obtained with the simulation of phenomenal models.

Due to the characteristics of the chemical processes, we will proceed the identification "off line". As they usually present natural variations in their mass and energy entries, these will be the perturbations to be considered in the identification procedures. The prediction error method, in different approaches, will be the one applied in the examples.

It is presented that when the aim of the identification is to obtain one model to be used in order to design controllers, the model obtained through the closed loop identification show better results compared to the results obtained in open loop. It was done a systematic study of the integrated identification/design procedure of the controller, using algorithms based on the model of the process. Beginning from one example, the performance of the integrated procedure is verified.

The parametric methods, such as the prediction error method, are, theoretically, the most indicated to identification in closed loop. All the approach of this method has shown good results when applied to chemical processes.

The identification of chemical process, when the aim is to design controllers, must preferentially be realized in closed loop, and it might be operational using as entries the natural variations of the loads. The choice of the approach, since the error prediction is the chosen method, depends on the existent operational characteristics.

Indexing Terms: System Identification, Chemical Process, Closed Loop, Modeling, Advanced Control

1 Introdução

1.1 Colocação do Problema e Objetivos

Os sistemas de controle avançados de processos químicos e biotecnológicos, tipo preditivo/adaptativo necessitam, em sua estrutura, do modelo matemático do processo a ser controlado.

Existem dois procedimentos para a obtenção do modelo matemático de sistemas como os processos químicos. Um baseado nas leis físico-químicas, isto é, nas equações de balanço e nas relações constitutivas, chamado modelamento teórico, outro, experimental, baseado nos dados de entrada e saída, chamado identificação. Pode-se dizer também de um terceiro, um modelamento misto, a partir do modelamento fenomenológico chega-se a um conjunto de equações com parâmetros desconhecidos que podem ser obtidos via técnicas de identificação (estimativa de parâmetros).

A escolha de como proceder o modelamento matemático está relacionada ao conhecimento que se tem sobre o processo, a dimensão do sistema (em termos do número de equações algébricas e diferenciais geradas) e as não-linearidades. Quando o objetivo é a obtenção do modelo para a síntese e projeto de sistemas de controle avançados e robustos, normalmente opta-se pela identificação, devido à simplicidade relativa dos modelos gerados e conseqüentemente melhor adaptação aos algoritmos de controle sintetizados.

Os sistemas operam em malha aberta ou fechada. Nos sistemas em malha fechada, têm-se a realimentação, onde as entradas são influenciadas pelas saídas. Em determinadas situações práticas, quando o processo em malha aberta é instável ou sujeitos a critérios de segurança e economia, a identificação do processo deve ocorrer com o mesmo operando em malha fechada. Isto também ocorre em sistemas onde a realimentação é inerente ao processo, por exemplo: alguns processos econômicos e biológicos (como o corpo humano). Para os sistemas de controle, a realimentação é intencional, faz parte do seu mecanismo.

Os sistemas podem ter uma entrada e uma saída, (SISO, "single-input, single-output") ou múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, "multiple-input, multiple-output").

Neste trabalho os sistemas considerados são os lineares, de parâmetros concentrados e invariantes no tempo. Obviamente sistemas não-lineares, de parâmetros distribuídos e variantes no tempo também podem ser tratados, pelas técnicas apresentadas neste trabalho, desde que sejam devidamente transformados. Existem diversas formas de identificação que podem trabalhar com estes sistemas, mas que trabalham preferencialmente quando em outras situações, por exemplo onde as não-linearidades são severas. Dentre eles, pode-se citar os métodos que usam a lógica nebulosa (ou lógica de "fuzzy"), polinômios de Volterra e redes neuronais.

Os métodos da análise da correlação, da análise espectral, da variável instrumental e do erro de predição são métodos clássicos de identificação. Mais recentemente os métodos baseados nos subespaços foram apresentados e estudados. Em malha aberta todos esses métodos, geralmente, trabalham bem e produzem bons modelos. Entretanto, quando os dados para a identificação são obtidos em malha fechada, os resultados mostram que os métodos da análise espectral, variável instrumental e aqueles baseados nos subespaços apresentam um desempenho não satisfatório.

A identificação pode ser realizada em tempo real ("on-line") ou em batelada ("off-line"). Uma boa parte dos processos químicos apresentam, normalmente, tempos de respostas grandes, e parâmetros que quando variam, o fazem lentamente, sendo possível portanto a identificação "off-line", mesmo quando o objetivo é a síntese de controladores adaptativos/preditivos.

Um dos objetivos deste trabalho é o estudo e a sistematização dos métodos de identificação, tanto os métodos clássicos quanto os métodos dos subespaços, em malha fechada para aplicações a processos químicos. Isto será feito através da abordagem teórica, com relação as condições de precisão e identificabilidade; e da aplicação em exemplos de processos químicos modelados a partir dos princípios de conservação e dos fenômenos físicos e químicos.

Mostra-se, através das aplicações, que é possível a identificação em malha fechada de processos químicos, dentro de várias abordagens, somente através das perturbações naturais das entradas do processo.

Mostra-se também que, sendo o objetivo da identificação a obtenção de um modelo a ser usado posteriormente para o projeto de controladores, o modelo obtido via identificação em malha fechada apresenta resultados superiores ao obtido via identificação em malha aberta.

1. 2 Estrutura do Trabalho

No capítulo 2, apresenta-se o procedimento clássico de identificação, onde focaliza-se tanto os métodos paramétricos como os não-paramétricos para os sistemas lineares com parâmetros concentrados e invariantes no tempo.

O capítulo 3 é dedicado a sistematização dos métodos de identificação em malha fechada tendo como fundamentação os métodos clássicos de identificação. Apresentam-se os problemas que estes métodos têm quando aplicados nestas situações. Nas abordagens (direta, indireta e união entradas-saídas) em malha fechada as suas condições de identificabilidade e precisão são analisadas. Estas abordagens são aplicadas a um sistema químico formado por dois reatores CSTR ("continuous stirred tank reactor") isotérmicos sendo controlados através de um PID ("proportional-integral-derivative"); considera-se nesse caso o sistema numa configuração SISO. Para a situação MIMO escolheu-se como sistema, um reator contínuo de mistura, não isotérmico, controlado por um LQR ("linear quadratic regulator"), aplicando-se a abordagem direta. Aplica-se, também esta abordagem direta MIMO para a identificação de uma coluna de destilação com extrator controlada por um LQR.

No capítulo 4, apresenta-se o método de identificação, em malha aberta, baseado nos subespaços e suas variações.

A seguir, no capítulo 5, mostram-se os problemas que podem apresentar os métodos dos subespaços e propõe-se um algoritmo que procura evitar e solucionar estes problemas.

O modelo matemático resultado da identificação pode ser utilizado na simulação, previsão ou controle. Neste trabalho, visa-se a utilização deste modelo no projeto de controladores. Assim, no capítulo 6 mostra-se que, sendo o objetivo do modelo, oriundo da identificação a síntese de um sistema de controle, a identificação executada em malha fechada apresenta resultados superiores a identificação executada em malha aberta. Apresentam-se aí, também sistemas integrados de identificação/projeto do controlador. Neste capítulo apresenta-se um exemplo para a comparação do desempenho entre um processo controlado por um PID e o mesmo processo controlado por um LQR projetado a partir da identificação em malha fechada, quando controlado pelo PID.

No capítulo 7 são apresentados os comentários e conclusões finais, bem como as sugestões para trabalhos futuros dentro de aspectos ainda abertos para a identificação em malha fechada.

1. 3 Principais Contribuições

- Sistematização dos métodos clássicos, apresentando e estudando as diferentes abordagens da identificação em malha fechada.
- Apresentação e estudo dos problemas a que a identificação, quando executada em malha fechada, pode apresentar, e assim quais as possíveis formas de contornar estes problemas.
- Estudo das condições de identificabilidade e precisão da identificação em malha fechada.
- Aplicação das diferentes abordagens de identificação através dos métodos clássicos para a identificação de processos químicos, em configurações

SISO e MIMO, e quando controlados por formas de controle PID (sintonizado via Ziegler e Nichols) e LQR.

- Mostrar as vantagens e desvantagens da identificação em malha fechada, em termos práticos e teóricos. Focalizando-se principalmente na demonstração de que tendo-se como objetivo o projeto do controlador, a identificação, efetuada em malha fechada apresenta um desempenho superior a identificação em malha aberta.
- Sistematização dos métodos baseados nos subespaços para a identificação em malha aberta e malha fechada, apresentando e estudando os diferentes algoritmos.
- Apresentação e discussão de um algoritmo para o método dos subespaços que procura contornar os problemas que estes métodos apresentam quando trabalham em malha fechada.
- Estudo sistemático do procedimento integrado identificação/projeto do controlador através de algoritmos baseados no modelo do processo.
- Através de um exemplo o desempenho de dois sistemas são comparados. Um em malha fechada cujo controlador foi projetado a partir de critérios heurísticos- método de Ziegler-Nichols. O outro, com o modelo do processo identificado em malha fechada, pelo PID anterior, e projetado o LQR.
- Procurar consolidar na engenharia química, teorias e metodologias avançadas para o controle de sistemas.

2 Métodos Clássicos de Identificação de Sistemas

2.1 Introdução

A identificação de sistemas é a obtenção do modelo dinâmico dos mesmos através da observação dos dados de entrada e saída. Esses modelos podem ser usados para simulação, predição e controle. O uso da identificação na síntese e projeto de controladores é o foco central deste trabalho.

Os modelos e/ou sistemas podem ser divididos em classes, tais como: lineares ou não-lineares, variantes com o tempo ou não variantes, discretos ou contínuos, parâmetros concentrados ou parâmetros distribuídos, parâmetros variantes no tempo ou não, etc. Uma grande parte dos processos químicos industriais podem ser, na prática, na região de operação considerados como lineares, de parâmetros concentrados e invariantes no tempo. Nesta tese estuda-se estes sistemas.

O campo de identificação de sistemas lineares não é novo, embora tenha ganho grande desenvolvimento a partir dos anos setenta, onde destacam-se as publicações de BOX e JENKINS (1976) e EYKHOFF (1974), além de DAVIES (1970), GOODWIN e PAYNE (1977) e SAGE e MELSA (1971). O campo ganhou maturidade com o advento do chamado método do erro de predição (PEM) e da sistematização dos métodos, apresentados em LJUNG (1987) e em SÖDERSTRÖM e STOICA (1989). Mais recentemente, na década de noventa, surgiu o método dos subespaços (que será abordado no Capítulo 4), onde destacam-se os trabalhos de JUANG (1994), VAN OVERSCHEE (1995), HAVERKAMP (1999) e LARIMORE (1996).

Neste trabalho não se estuda os métodos de identificação de sistemas não-lineares e a parâmetros distribuídos. Métodos que lidam com parâmetros distribuídos e variantes no tempo não são discutidos, porém a teoria desenvolvida aqui, pode ser estendida a eles. Como já mencionado no Capítulo 1, os sistemas não-lineares, com parâmetros distribuídos

e variantes no tempo, podem ser transformados em sistemas lineares (linearização), concentrados (por exemplo, através da aplicação da colocação ortogonal) e invariantes no tempo (por exemplo, através da redefinição dos espaços temporais). Deve-se destacar os métodos baseados na lógica nebulosa ("fuzzy") e os baseados em redes neuronais para a identificação de sistemas não-lineares, que não discutem-se aqui.

Como uma forma de classificação, os métodos de identificação podem ser divididos em não paramétricos e paramétricos. O termo não-paramétrico é imperfeito para a designação dos métodos que estão incluídos nesta categoria na literatura, uma vez que os modelos obtidos através destes métodos contém parâmetros. Entretanto o termo é usado por denominar respostas a entradas degrau, impulso e senóide que têm estruturas gerais com um número infinito de parâmetros para caracterizá-los. Já, os métodos que são classificados como paramétricos, têm um conjunto finito de parâmetros.

O método dos subespaços pode ser encarado como uma mistura dos métodos paramétricos e não paramétricos, uma vez que os parâmetros de Markov gerados são respostas ao impulso e faz-se a parametrização de subespaços do espaço original via otimização.

Na Figura 2. 1, tem-se a estrutura geral do problema de identificação, onde estão representadas a entrada determinística $u(t)$, a entrada estocástica $e(t)$ considerada um ruído branco com média zero, a saída $y(t)$ e as funções de transferência da perturbação estocástica $P_e(q)$ e do processo $P(q)$, com q representando o operador deslocamento avanço de modo a permitir consistência matemática às seguintes relações: $qy(t)=y(t+1)$, ou operador deslocamento atraso: $q^{-1}y(t)=y(t-1)$.

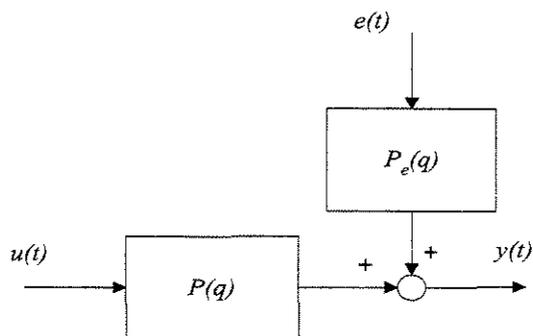


Figura 2.1 A Estrutura Geral do Problema da Identificação em Malha Aberta

2.2 Etapas no Processo de Identificação

O procedimento para a obtenção do modelo dinâmico do sistema a partir dos dados envolve três componentes básicos:

- os dados de entrada e saída;
- um grupo de modelos candidatos;
- um critério para a escolha do modelo, baseado nas informações contidas nos dados (o método de identificação).

O procedimento de identificação envolve as seguintes etapas seqüenciais que são executadas recursivamente até a obtenção de um resultado esperado (um critério a ser alcançado):

- 1°. Projeto do experimento;
- 2°. Coleta dos dados de entrada e saída e análise dos dados;
- 3°. Seleção e definição da estrutura dos modelos candidatos;
- 4°. Escolha do melhor modelo dentre os modelos candidatos, a partir dos dados coletados, e estimativa dos parâmetros do modelo escolhido;
- 5°. Validação do modelo. Se o modelo é adequado, pare. Se não, volte às etapas anteriores;

O fluxograma do procedimento está representado na Figura 2.2.

2.2.1 Projeto do Experimento.

Os dados experimentais são gerados, perturbando-se o sistema através dos sinais de entrada e medindo as saídas obtidas.

ISERMANN (1991), inclui como itens do projeto do experimento:

- escolha dos sinais de entrada;
- definição do período de amostragem;
- definição do tempo de duração do experimento;

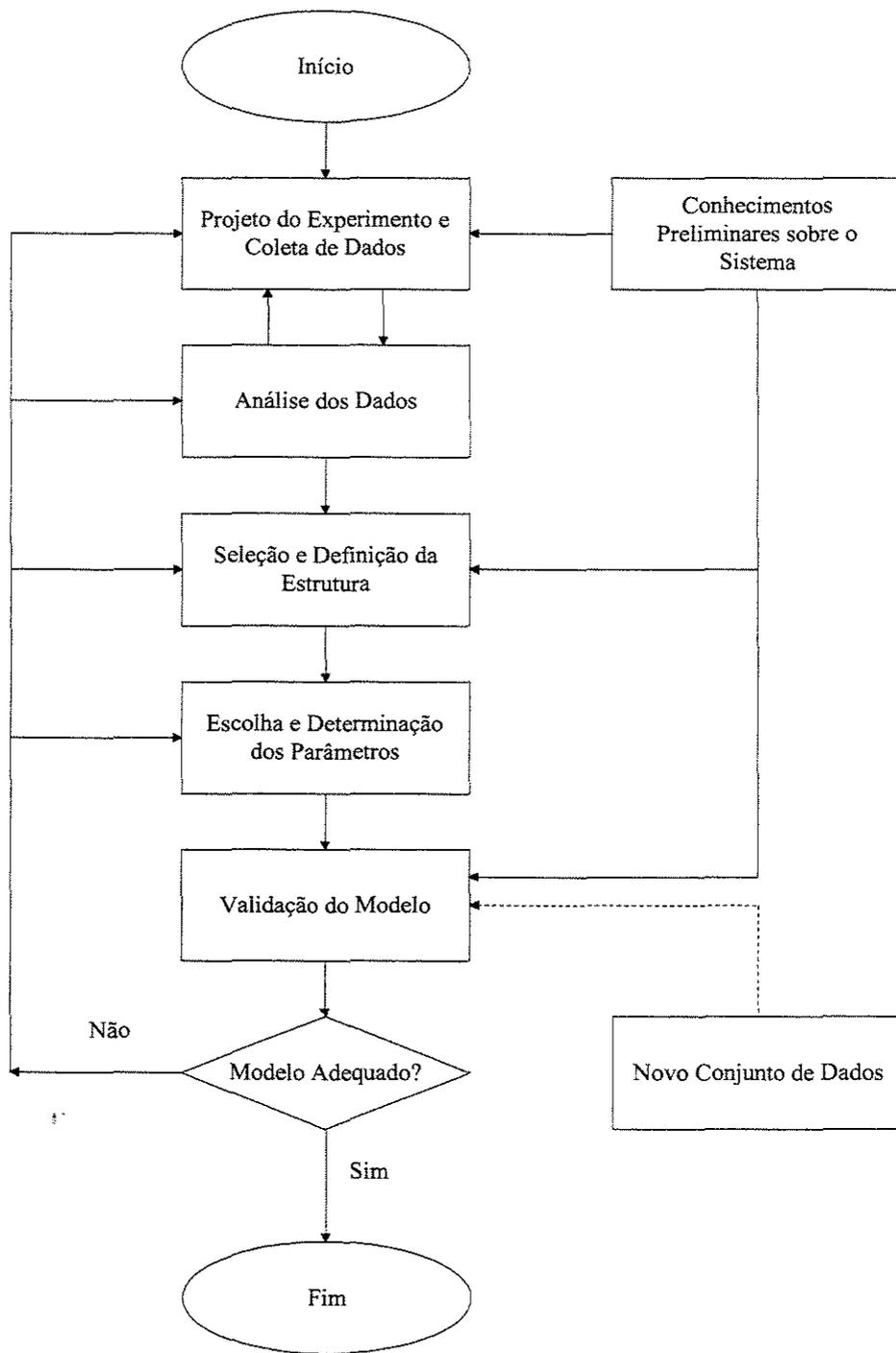


Figura 2.2 Representação do Procedimento para a Identificação de Sistemas

- execução do experimento em malha aberta ou malha fechada;
- definir se a identificação será em batelada ("off-line") ou em tempo real ("on-line");
- seleção dos equipamentos para a geração de sinais, armazenamento e manipulação dos dados;
- filtragem dos dados.

Os sinais de entrada devem ser persistentemente excitados, isto é, devem ser suficientemente ricos para excitar todos os modos de interesse do sistema. Os sinais não periódicos, de frequências múltiplas e os estocásticos são os mais convenientes. Pode-se falar no projeto de sinais ótimos, isto é, as entradas que possibilitam uma máxima quantidade de informações sobre o sistema, com o mínimo de prejuízos operacionais para o sistema.

Com relação ao período de amostragem, deve-se considerar que a amostragem de um processo contínuo implica sempre na perda de informações do processo. Assim, o período de amostragem deve ser escolhido de forma que essa perda seja mínima.

LJUNG (1987) aconselha perturbar o sistema com perturbações degrau para se ter uma avaliação das constantes de tempo do sistema e a partir daí definir o período de amostragem conveniente. ISERMANN (1991) recomenda que a razão entre 95% do tempo de amortecimento do sistema e o período de amostragem seja de 5 a 15 vezes. Uma escolha prática razoável é 1/10 do valor da constante de tempo dominante.

Para a definição do tempo de duração do experimento deve-se considerar as condições operacionais, os custos envolvidos, e a precisão e finalidade que se pretende do modelo a ser produzido.

O procedimento de identificação pode ser feito em malha aberta ou malha fechada, que deve acontecer quando condições operacionais ou de segurança exigirem, sendo o estudo da identificação executado desta última forma, o objetivo principal deste trabalho.

Para os processos químicos que normalmente tem constantes de tempo elevadas, e desde que seus parâmetros não variem muito rapidamente com o tempo, a identificação pode ser executada em batelada, isto é, depois que todos os dados de entrada e saída tenham

sido coletados. O projeto do experimento deve definir também como os dados de entrada serão gerados, e como armazená-los juntamente com os dados de saída produzidos, e qual o meio de manipulá-los.

Após a etapa de validação do modelo, caso os requisitos exigidos não tenham sido preenchidos, pode-se retornar ao projeto do experimento.

2. 2. 2 Análise dos Dados

LJUNG (1986) sugere que os dados, de entrada e saída disponíveis, sejam plotados e observados cuidadosamente, tentando-se reconhecer neles a partir da observação visual a dinâmica do processo. Pode-se tentar, também, analisar se o sistema apresenta não-linearidades acentuadas. Para isto é necessário que no projeto do experimento tenham sido feitos testes com diferentes níveis de entradas.

Uma outra análise a ser considerada é a ocorrência de realimentação nos dados. Isto pode ser feito observando se há alguma correlação entre os resíduos (erros entre o valor esperado e o que ocorre) e as entradas atrasadas.

LJUNG (1986) recomenda a remoção de tendências, pela subtração das médias, e de erros grosseiros e isolados das medidas.

Deve-se selecionar uma parte dos dados em uma análise primária, geralmente a metade, para a estimativa dos parâmetros do modelo e a outra para a validação do mesmo.

A análise dos dados pode levar ao reprojeção do experimento.

2. 2. 3 Estrutura do Modelo

Em termos de estrutura, os modelos podem ser paramétricos ou não paramétricos. Os não-paramétricos são descritos por curvas, funções ou tabelas. Respostas a entradas degrau, impulso ou senóides são exemplos de modelos não-paramétricos; ressalte-se que estas formas de entradas podem ser usadas, também, para encontrar os modelos paramétricos. Os modelos paramétricos são caracterizados por um conjunto de parâmetros finito.

A escolha dos componentes do conjunto de modelos candidatos deve ser baseada no conhecimento da dinâmica do processo e de qual o procedimento a ser utilizado para a obtenção dos parâmetros envolvidos. Em CAINES e CHAN (1975) e em CAINES (1988), são apresentadas formas de medidas da intensidade da realimentação baseadas nestes princípios. KAMINSKAS e RIMIDIS (1985) propuseram uma técnica baseada na existência de raízes comuns à função de transferência. Este método na verdade só é aplicável depois que o procedimento de identificação já ocorreu.

Para o caso de modelos paramétricos o número de parâmetros está diretamente relacionado com a ordem do modelo, isto é, o número de entradas e saídas atrasadas na equação diferença que venha a representar o sistema. Um modelo com ordem alta terá portanto um número grande de parâmetros a determinar e caso este número ultrapasse o valor conveniente para representar a dinâmica do sistema, pode-se gerar problemas numéricos na estimativa dos parâmetros (as matrizes a serem invertidas nos procedimentos da estimativa de parâmetros podem tornar-se próximas de singulares). Assim, o modelo gerado deve ser parcimonioso, isto é, representar bem o sistema com um número mínimo de parâmetros.

Existem critérios para a estimativa da ordem do modelo, o critério de informação de Akaike (AIC, "Akaike's information theoretic criterion") e o do erro final de predição (FPE, "final prediction error"), como propostos em AKAIKE e NAKAGAWA (1972) e que são analisados por VAN DEN BOSCH e VAN DER KLAUW (1994). Estes critérios se baseiam no número de parâmetros envolvidos, no número de dados disponíveis e na função quadrática do erro.

Tanto a escolha da estrutura do modelo como a sua ordem podem ser reconsideradas após a análise da validação do modelo.

2. 2. 4 Seleção do Modelo

Após a escolha da estrutura e ordem do modelo necessita-se estimar os parâmetros do modelo. Os métodos usuais são o dos mínimos quadrados, o da variável instrumental, o do erro de predição e o da máxima verossimilhança.

Esses métodos são extensões do método dos mínimos quadrados, que se baseia numa regressão que minimiza um critério de erro quadrático. Quando os parâmetros do preditor são lineares o método do erro de predição torna-se equivalente ao do mínimos quadrados, desde que não se tenha um processo de regressão não-linear. O método do erro de predição é equivalente ao da máxima verossimilhança quando se assume que as perturbações do modelo tenham distribuição Gaussiana. Para garantir que os sinais de entrada não sejam correlacionados com os ruídos, filtram-se esses dados, e eles recebem o nome de instrumentos e são a base do método das variáveis instrumentais.

2. 2. 5 Validação do Modelo

Na etapa final da identificação, a validação do modelo, verifica-se se o modelo gerado reproduz o comportamento do processo real, levando-se em consideração as limitações do método de estimativa dos parâmetros e o objetivo do uso do modelo gerado. Deve-se observar, que é impossível responder se um modelo representa, ou não, exatamente um sistema real. O que se deve considerar é se o modelo produzido é conveniente para os fins para os quais ele foi gerado.

Caso o modelo produzido não seja considerado válido, o procedimento de identificação deve ser reiniciado pelo projeto do experimento ou escolha da estrutura do modelo, ou ainda pelo método de seleção do modelo e estimativa dos parâmetros.

Entre os critérios para a validação do modelo, está a análise dos resíduos (componentes do sistema que não são cobertos pelo modelo). Caso o resíduo comporte-se como um ruído branco, tem-se a garantia de que tanto o ruído como o sistema foram modelados corretamente. Entretanto, o fato dele não se comportar como um ruído branco não significa necessariamente que o modelo produzido seja incorreto. Neste caso deve-se calcular a correlação entre as entradas e os ruídos. Se a correlação existir significa que os resíduos ainda contém informações sobre o sistema que devem ser incorporadas ao modelo. Se as entradas e os resíduos são independentes, todas as informações dos resíduos foram exploradas na construção do modelo e ele deve ter sido estimado corretamente.

Outra maneira de validação é a comparação direta entre as saídas do modelo identificado e o real. Caso os parâmetros do modelo sejam entes físicos, pode-se observar se os valores estimados estão próximos dos reais.

Um dos temas de pesquisa mais promissores e atuais na área de identificação é o da busca de critérios de validação do modelo do sistema quando identificado em malha fechada, e o objetivo do mesmo é o projeto de controladores. Estes critérios, como será visto no Capítulo 6, têm peculiaridades, uma vez que não é necessário que o modelo obtido tenha grande precisão para todas as faixas de frequência. Pode-se citar os trabalhos de GEVERS *et al.* (1999a) e GEVERS *et al.* (1999b) e ainda GEVERS *et al.* (2000) como importantes nesta área.

2.3 Métodos Não Paramétricos

2.3.1 Introdução

Os métodos não-paramétricos são caracterizados pela resposta a determinadas perturbações. Portanto, é necessário um número muito grande de parâmetros para defini-lo. Aqui abordar-se os seguintes métodos não-paramétricos: análise de correlação, que trabalha no domínio do tempo, e a análise espectral, no domínio da frequência.

2.3.2 Método da Análise da Correlação

A forma do modelo usado para a análise da correlação é:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} p(k)u(t-k) + v(t) \quad (2.1)$$

Onde, $y(t)$ é a saída, $p(k)$ a função "peso" do processo, resposta ao impulso ($P(q) = \sum_{k=0}^{\infty} p(k)q^{-k}$), $u(t)$ a entrada e $v(t)$ é a perturbação não mensurável, independente, não correlacionada com a entrada. Assumindo-se a entrada estocástica e estacionária. Multiplicando-se a equação anterior por $u(t-1)$ e tomando as correlações e

correlações cruzadas, deve-se observar que, sendo a expectância de um sinal igual a zero a covariância é igual a correlação, e são definidas por:

$$R_{yu}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=\tau}^N y(t)u(t-\tau) \quad (2.2)$$

$$R_u(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=\tau}^{\infty} u(t)u(t-\tau) \quad (2.3)$$

assim:

$$R_{yu}(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} p(k)R_u(\tau-k) \quad (2.4)$$

pode-se, então, obter $\hat{p}(k)$, a partir das entradas estimadas de $\hat{R}_{yu}(\tau)$ e $\hat{R}_u(\tau)$ para N dados coletados, relacionados pela equação:

$$\hat{p}(k) = \hat{R}_{yu}(\tau) / \hat{R}_u(\tau) \quad (2.5)$$

2.3.3 Método da Análise Espectral

Para a análise espectral parte-se também da equação (2.1), agora no domínio da frequência:

$$\phi_{yu}(w) = P(e^{-iw})\phi_u(w) \quad (2.6)$$

onde:

$$\phi_{yu}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_{yu}(\tau)e^{-i\tau w} \quad (2.7)$$

$$\phi_u(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_u(\tau)e^{-i\tau w} \quad (2.8)$$

$$P(e^{-iw}) = \sum_{k=0}^{\infty} P(k)e^{-ikw} \quad (2.9)$$

assim, a partir das estimativas de $\hat{\phi}_{yu}(w)$ e $\hat{\phi}_u(w)$ para N dados coletados, $\hat{P}(e^{-iw})$ pode ser obtida por:

$$\hat{P}(e^{-iw}) = \hat{\phi}_{yu}(w) / \hat{\phi}_u(w) \quad (2.10)$$

2.4 Métodos Paramétricos

2.4.1 Introdução

Aqui será considerada a parametrização de modelos lineares representados por:

$$y(t) = P(q)u(t) + P_e(q)e(t) = P(q)u(t) + v(t) \quad (2.11)$$

Dados do processo levam ao ajuste de um modelo linear paramétrico, como:

$$y(t) = \hat{P}(q)u(t) + \hat{P}_e(q)e(t) \quad (2.12)$$

onde $\hat{P}(q)$ é a função de transferência do modelo com o operador q , $\hat{P}_e(q)$ é o modelo do ruído e $\varepsilon(t)$ é o erro de predição:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-1) \quad (2.13)$$

com a equação (2.13) na equação (2.12), $\hat{y}(t|t-1)$, chega-se a predição de y um passo a frente:

$$\hat{y}(t|t-1) = \hat{P}_e^{-1}(q)\hat{P}(q)u(t) + (1 - \hat{P}_e^{-1}(q))y(t) \quad (2.14)$$

desde que $P_e(q) = 1$, pode-se definir o erro residual, que é a diferença entre o valor da saída pelo valor estimado:

$$\varepsilon_{res}(t) = y(t) - \hat{P}(q)u(t) \quad (2.15)$$

As estruturas dos modelos para os métodos paramétricos são:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (2.16)$$

com:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \quad (2.17)$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \quad (2.18)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \quad (2.19)$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (2.20)$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \quad (2.21)$$

A seguir são apresentadas as estruturas gerais de modelos para a obtenção de $\hat{P}(q)$ e $\hat{P}_e(q)$.

Comparando as equações (2.12) e (2.16):

$$\hat{P}(q) = \frac{B(q)}{A(q)F(q)}q^{-nk} \quad (2.22)$$

$$\hat{P}_e(q) = \frac{C(q)}{A(q)D(q)} \quad (2.23)$$

Pode-se ter 32 diferentes estruturas de modelos com as combinações dos polinômios $A - F$, porém as estruturas mais usuais são citadas a seguir.

ARX (estrutura "auto-regressive with exogenous input"), que pode ser escrita como:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - nk) + e(t) \quad (2.24)$$

sendo que o polinômio $A(q)$ é o termo autoregressivo (AR), $B(q)$ corresponde a entrada $u(t)$ externa (X), e nk é o tempo morto do sistema em períodos de amostragem.

Além do FIR (estrutura "finite impulse response"), do BJ (estrutura "Box-Jenkins"), OE (estrutura "Output Error") e o ARMAX (estrutura "auto-regressive moving average with exogenous input")

A seguir são apresentados os métodos para a obtenção dos parâmetros das estruturas dos modelos acima enunciados. Estes métodos são oriundos do método dos mínimos quadrados, sendo que o do erro de predição tem o erro que pode ser minimizado por uma outra função, e no caso da variável instrumental modifica-se a estrutura da equação associada ao método dos mínimos quadrados.

2. 4. 2 Método dos Mínimos Quadrados

Para um modelo com a estrutura:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t) \quad (2. 25)$$

com $y(t)$ a saída mensurável, $\varphi^T(t)$ o vetor de dados conhecidos, θ o vetor de parâmetros desconhecidos e $\varepsilon(t)$ o erro.

Deve-se encontrar então os valores do vetor de parâmetros que minimizam a soma dos quadrados do erro:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (2. 26)$$

Que serão dados por:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \right] \quad (2. 27)$$

Uma forma equivalente da equação (2. 27) é:

$$\hat{\theta} = \left(\Phi^T(t)\Phi(t) \right)^{-1} \Phi^T(t)Y(t) \quad (2. 28)$$

aqui, para o caso multivariável, com $Y(t)$ uma matriz de dimensão $px1$, $\Phi(t)$ uma matriz $n \times p$ e θ uma matriz $n \times 1$.

Os algoritmos de solução do método dos mínimos quadrados envolvem procedimentos lineares.

2.4.3 Método da Variável Instrumental

Voltando a equação (2.25) do método dos mínimos quadrados, para a obtenção da diferença entre o valor de $\hat{\theta}$ (estimado) e o valor de θ_0 (calculado) definindo como:

$$y(t) = \phi^T(t)\theta_0 + v(t) \quad (2.29)$$

onde $v(t)$ é uma perturbação estocástica, na equação (2.24);

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t)\phi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t)(\phi^T(t)\theta_0 + v(t)) \right] \quad (2.30)$$

$$\hat{\theta} = \theta_0 + \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t)\phi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t)v(t) \right] \quad (2.31)$$

quando N tende ao infinito, têm-se:

$$\hat{\theta} - \theta_0 = \left[E\phi(t)\phi^T(t) \right]^{-1} \left[E\phi(t)v(t) \right] \quad (2.32)$$

Assim, a estimativa pelo método dos mínimos quadrados dará uma estimativa tendenciosa para $\hat{\theta}$, a menos que:

$$E\phi(t)v(t) = 0 \quad (2.33)$$

Pode-se mostrar que a condição representada pela equação (2.33) será satisfeita, se e somente se, $v(t)$ for um ruído branco, o qual é um sinal estatisticamente independente de todos os valores passados.

Assumindo-se $Z(t)$ uma matriz de dimensão $n \times n \times n$, de sinais de entrada não correlacionada com a perturbação $v(t)$, assim estima-se θ por:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) \varepsilon(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) [y(t) - \varphi^T(t) \theta] = 0 \quad (2.34)$$

se $n_z = n_\theta$, então a equação (2.33), fornece o chamado método da variável instrumental:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) y(t) \right] \quad (2.35)$$

Evidentemente se $Z(t) = \varphi(t)$ retorna-se ao método dos mínimos quadrados. Os elementos de $Z(t)$ são chamados de instrumentos; que basicamente são obtidos através de filtrações dos dados, normalmente atrasando-os.

2.4.4. Método do Erro de Predição

O método do erro de predição usa a estrutura da equação (2.14), com o erro a ser minimizado, podendo ser o mínimo quadrado ou outra norma qualquer, assim a estimativa dos parâmetros fica:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} V_N(\theta) \quad (2.36)$$

Como já foi mencionado anteriormente, o método do erro de predição é uma extensão do método dos mínimos quadrados e quando os parâmetros no preditor são lineares o problema pode ser resolvido exatamente como um problema de mínimos quadrados.

Quando o método do erro de predição é usado para a obtenção de parâmetros para os modelos FIR e ARX, tem-se um processo de regressão linear, quando os modelos são o ARMAX ou OE ou BJ a regressão passa a ser não linear, podendo assim aparecer problemas numéricos na otimização dos parâmetros. Neste caso a equação (2.24) toma a forma:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t, \theta) \theta \quad (2.37)$$

onde observa-se o efeito não linear de θ em $\varphi(t, \theta)$. Métodos de otimização não linear, que podem ser usados nestas situações como: Newton-Raphson, Lemberg-Marquardt, Gauss-

Newton, que aparecem descritos em LJUNG (1987) baseiam-se no seguinte procedimento iterativo:

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + \alpha f_i \quad (2.38)$$

onde α é a constante de decaimento do método e f a direção de busca.

O chamado método da máxima verossimilhança, como mostrado em SÖDERSTRÖM e STOICA (1989) é semelhante ao método do erro de predição, quando naquele assume-se que o erro tem distribuição Gaussiana, o que é razoável admitir em termos práticos para situações de engenharia. Assim o método do erro de predição é freqüentemente conhecido por método da máxima verossimilhança.

3 A Identificação em Malha Fechada

3.1 Introdução

A identificação em malha fechada ocorre quando os dados experimentais são obtidos com o processo trabalhando com realimentação. Os sistemas de controle são usados para modificar o comportamento dinâmico dos processos; seus objetivos podem ser o aumento da velocidade de resposta ou torná-lo insensível à perturbações. Em tais casos é possível desconectar o controlador e executar a identificação em malha aberta. Porém, quando o sistema é instável, ou por razões econômicas ou de segurança a malha não pode ser aberta, a identificação em malha fechada passa a ser inevitável. Neste capítulo apresenta-se os principais problemas associados a identificação de sistemas quando efetuada em malha fechada, enfatizando os métodos usuais, a identificabilidade, a precisão e exemplos de aplicação para processos químicos com comparações entre as diferentes abordagens.

Na Figura 3. 1, está representada a configuração do processo com realimentação, onde $P(q)$ representa o modelo do processo, $P_e(q)$ o modelo do ruído, $K(q)$ o modelo do controlador, $r(t)$ o ponto de referência (ou "set point"), $c(t)$ a carga ou perturbação, $u(t)$ a entrada, $e(t)$ um ruído branco, $v(t)$ o ruído de medida e $y(t)$ a saída. Para a situação MIMO ("multi-input multi-output"), $u(t)$, $c(t)$ tem dimensão $m \times 1$ e $v(t)$, $y(t)$, $r(t)$ tem dimensão $p \times 1$.

Para o sistema representado acima pode-se escrever uma combinação dos sinais externos:

$$r_e(t) = c(t) + K(q)r(t) \quad (3.1)$$

A função de transferência para o sistema em malha fechada pode ser escrita como:

$$T(P(q), K(q)) = \begin{bmatrix} P(q) \\ I(q) \end{bmatrix} [I(q) + K(q)P(q)]^{-1} \begin{bmatrix} K(q) & I(q) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Assim:

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(q) & G(q) \\ Q(q) & S(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ c(t) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

com:

$$T(q) = P(q)[I(q) + K(q)P(q)]^{-1} K(q) \quad (3.4)$$

$$G(q) = P(q)[I(q) + K(q)P(q)]^{-1} \quad (3.5)$$

$$Q(q) = [I(q) + K(q)P(q)]^{-1} K(q) \quad (3.6)$$

$$S(q) = [I(q) + K(q)P(q)]^{-1} \quad (3.7)$$

Aqui considera-se o sistema em malha fechada como internamente estável (conforme definição em GREEN e LIMEBEER (1995)), isto é, $u(t)$ e $y(t)$ são estáveis para as entradas $c(t)$ e $r(t)$.

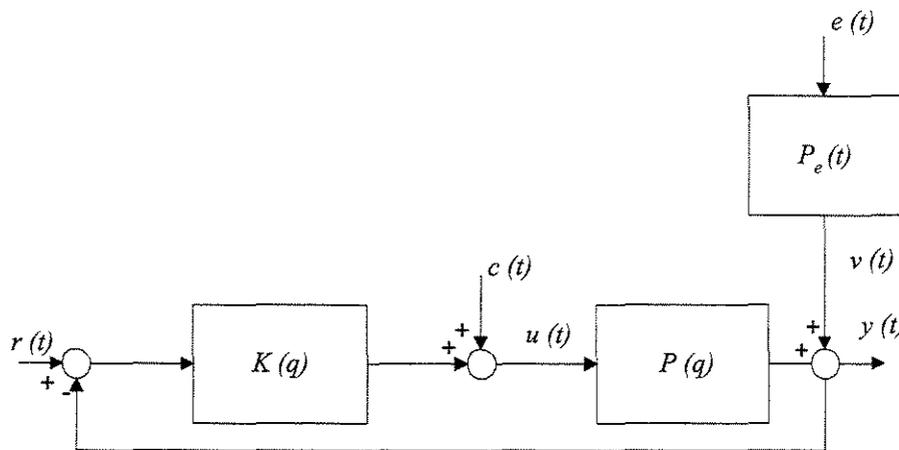


Figura 3. 1 O Sistema em Malha Fechada

3.2 Problemas com a Identificação em Malha Fechada

3.2.1 Introdução

Suponha que pretende-se identificar a planta, segundo um modelo do processo com a estrutura:

$$y(t) = B(q)u(t) + v(t) = b_1u(t-1) + \dots + b_nu(t-n) + v(t) \quad (3.8)$$

usando as medidas de $y(t)$ e $u(t)$.

O sistema pode ser escrito como:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta_0 + v(t) \quad (3.9)$$

onde:

$$\theta_0 = [b_1 \dots b_n]^T \quad \text{e} \quad \varphi(t) = [u(t-1) \dots u(t-n)]^T \quad (3.10)$$

Assim, pode-se obter a estimativa dos parâmetros do vetor θ_0 através da resolução pelo método mínimos quadrados. Para n pontos, a estimativa de θ_0 é fornecida por:

$$\hat{\theta} = \theta_0 + \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)v(t) \right] \quad (3.11)$$

Portanto, para que $\hat{\theta} \rightarrow \theta_0$ é necessário que:

$$E\varphi(t)v(t) = 0 \quad (3.12)$$

o que não acontece, caso a realimentação esteja presente, pois a mesma torna as entradas correlacionadas com o ruído.

3. 2. 2 Métodos da Análise da Correlação e Análise Espectral

Para o sistema representado na Figura 3. 1, as densidades espectrais $\phi_u(w)$ e $\phi_{yu}(w)$ são dadas por:

$$\phi_u(w) = \frac{1}{|1 + P(e^{iw})K(e^{iw})|^2} [\phi_v(w) + \phi_c(w)] \quad (3. 13)$$

$$\phi_{yu}(w) = \frac{1}{|1 + P(e^{iw})K(e^{iw})|^2} \left[P(e^{-iw})\phi_v(w) - \frac{1}{K(e^{-iw})}\phi_c(w) \right] \quad (3. 14)$$

Quando N tende ao infinito, chega-se a:

$$\hat{P}(e^{-iw}) = \hat{\phi}_{yu}(w) / \hat{\phi}_u(w) = \frac{P_0(e^{-iw})\phi_c(w) - K(e^{-iw})\phi_v(w)}{\phi_r(w) + |K(e^{iw})|^2 \phi_c(w)} \quad (3. 15)$$

Assim, $\hat{P}(e^{iw}) = P_0(e^{iw})$ somente se os dados estiverem sem ruídos, isto é:

$$\phi_v(w) = 0 \quad (3. 16)$$

3. 2. 3 Método da Variável Instrumental

Para o método da variável instrumental mostrou-se que a estimativa do vetor de parâmetros θ é dada por:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t)y(t) \right] \quad (3. 17)$$

Para N tendendo ao infinito têm-se:

$$\hat{\theta} - \theta_0 = [EZ(t)\varphi^T(t)]^{-1} [EZ(t)v(t)] \quad (3. 18)$$

Portanto, o método da variável instrumental é consistente somente se as seguintes condições acontecem:

$$EZ(t)v(t) = 0 \quad (3.19)$$

e

$$[EZ(t)\phi^T(t)]^{-1} \text{ existe} \quad (3.20)$$

Como já visto anteriormente, as entradas devido a realimentação estão correlacionadas com os ruídos. Assim o método da variável instrumental falhará, a menos que construa-se as variáveis instrumentais a partir do sinal de carga que não deverá estar correlacionado com o ruído ou atrasando-as de forma que a condição representada pela equação (3.19) seja satisfeita. Deve-se tomar cuidado também na escolha das variáveis instrumentais para que a condição representada pela equação (3.20) também seja satisfeita, caso contrário, não só a eficiência estatística estaria prejudicada como também a própria identificabilidade, como mostra a seção seguinte.

3.3 Formas de Identificação em Malha Fechada

3.3.1 Introdução

Análise da correlação, análise espectral, erro de predição e da variável instrumental são métodos clássicos de identificação de sistemas que em malha aberta apresentam bons resultados. Porém, para o caso em malha fechada os métodos da análise espectral, o da análise da correlação e o da variável instrumental têm falhado, pelos motivos apresentados anteriormente. Sendo assim, atenção especial será dada à estruturas que utilizam o método do erro de predição.

3.3.2 Abordagem Direta

Esta forma de identificação em malha fechada foi proposta e estudada por LJUNG *et al.* (1974). Utiliza-se do método do erro de predição, para $u(t)$ e $y(t)$ mensuráveis, da mesma forma que para malha aberta, não necessitando do conhecimento do modelo do controlador nem obrigatoriamente das entradas externas.

Para a abordagem direta, trabalha-se com o modelo do processo e do erro equacionados na forma:

$$y(t) = P(q)u(t) + P_e(q)e(t) \quad (3.21)$$

O erro de predição para este modelo é dado por:

$$\varepsilon(t) = P_e(q)^{-1}(y(t) - P(q)u(t)) \quad (3.22)$$

que pode ser estimado por:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} V_N(\theta) \quad (3.23)$$

onde normalmente:

$$V_N = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n \varepsilon^2(t) \quad (3.24)$$

A estimativa dos modelos do processo e do ruído serão denotadas por \hat{P} e \hat{P}_e , com

$$\hat{P}(q) = P(q, \hat{\theta}) \quad (3.25)$$

e

$$\hat{P}_e(q) = P_e(q, \hat{\theta}) \quad (3.26)$$

Assim, na identificação em malha fechada segundo a abordagem direta apresenta as mesmas características da identificação em malha aberta. Um estudo da tendência e da variância podem ser encontrados em FORSSEL (1997), sendo ainda estudadas em seção adiante nesta tese.

3.3.3 Abordagem Indireta

3.3.3.1 Introdução

A abordagem indireta para a identificação em malha fechada foi proposta e estudada em LINDBERGER (1972; 1973). Neste caso, identifica-se primeiramente o sistema em malha fechada a partir de $r(t)$ e $y(t)$ ou $c(t)$ e $y(t)$ mensuráveis, e então com o conhecimento do modelo do controlador $K(q)$ obtém-se o modelo da planta $P(q)$. Deve-se ressaltar que este problema de identificação é basicamente um problema em malha aberta desde que os sinais externos $r(t)$ e $c(t)$ não estejam correlacionados com o ruído $v(t)$.

3.3.3.2 Abordagem Indireta Básica

A função de transferência entre $c(t)$ e $y(t)$ é estimada inicialmente, e com o conhecimento do controlador $K(q)$ a função de transferência do processo $P(q)$ é então obtida.

A função de transferência que relaciona $c(t)$ e $y(t)$ é dada por:

$$G(q) = \frac{P(q)}{1 + K(q)P(q)} \quad (3.27)$$

A função de transferência entre $e(t)$ e $y(t)$ é dada por:

$$P_{ec}(q) = \frac{P_e(q)}{(1 + K(q)P(q))} \quad (3.28)$$

Combinando as equações (3.27) e (3.28) obtém-se a saída do processo por:

$$y(t) = G(q)c(t) + P_{ec}(q)e(t) \quad (3.29)$$

O erro de predição para esta abordagem pode ser estimado por:

$$\varepsilon(t) = P_{ec}^{-1}(q)(y(t) - G(q)u(t)) \quad (3.30)$$

sendo os parâmetros estimados por:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t) \quad (3.31)$$

assim, a estimativa dos modelo do processo e do ruído, em malha fechada, serão denotadas por $\hat{G}(q)$ e $\hat{P}_{ec}(q)$, da seguinte forma:

$$\hat{G}(q) = R(q, \hat{\theta}) \quad (3.32)$$

e

$$\hat{P}_{ec}(q) = P_e(q, \hat{\theta}) \quad (3.33)$$

Por fim a estimativa da função de transferência em malha aberta fica sendo a solução da equação:

$$\hat{P}(q) = \frac{\hat{G}(q)}{1 - K(q)\hat{G}(q)} \quad (3.34)$$

Se o controlador $K(q)$ é estável, implica que $\hat{P}(q)$ será estabilizável por $K(q)$. A ordem do modelo em malha aberta deverá ser igual a ordem do modelo em malha

fechada mais a ordem do controlador, assim, esta prefixação de ordem pode levar a imprecisão na solução, ou eventualmente a uma redução na ordem do modelo gerado.

3.3.3.3 Abordagem Indireta Básica- Caso MIMO

Pode-se observar da equação (3.3) que quatro funções de transferência diferentes podem ser usadas na primeira etapa da abordagem indireta de identificação, dependendo da situação experimental particular. A seguir estão resumidas as possibilidades para, quando o sistema MIMO é considerado.

a. $r(t)$ é a entrada e $y(t)$ a saída

$$\hat{T}(q) = \hat{P}(q) \left[I_m(q) + K(q) \hat{P}(q) \right]^{-1} K(q) \quad (3.35)$$

$$\hat{P}(q) = \hat{T}(q) \left[I_p(q) - \hat{T}(q) \right]^{-1} K^{\dagger}(q) \quad (3.36)$$

sob as condições $p \geq m$ e $K(q)$ com inversa à direita.

b. $c(t)$ é a entrada e $y(t)$ é a saída.

$$\hat{G}(q) = \hat{P}(q) \left[I_m(q) + K(q) \hat{P}(q) \right]^{-1} \quad (3.37)$$

$$\hat{P}(q) = \hat{G}(q) \left[I_m(q) - K(q) \hat{G}(q) \right]^{-1} \quad (3.38)$$

c. $r(t)$ é a entrada e $u(t)$ a saída.

$$\hat{Q}(q) = \left[I_m(q) + K(q) \hat{P}(q) \right]^{-1} \quad (3.39)$$

$$\hat{P}(q) = K^{-1}(q) \left[\left(\hat{Q}(q) K^{-1}(q) \right)^{-1} - I_m(q) \right] \quad (3.40)$$

sob as condições $p = m$ e $\det K(q) \neq 0$

d. $c(t)$ é a entrada e $u(t)$ a saída.

$$\hat{S}(q) = [I_m(q) + K(q)\hat{P}(q)]^{-1} \quad (3.41)$$

$$\hat{P}(q) = K^{\dagger}(q) [\hat{P}^{-1}(q) - I_m(q)] \quad (3.42)$$

sob as condições $p \leq m$ e $K(q)$ com inversa à esquerda.

Pode-se notar que somente a função de transferência $\hat{P}(q)$ fornece uma solução para a planta em malha aberta, sem restrições de dimensões nem restrições sobre o controlador. Observa-se também que para o caso SISO, isto é: $m = p = 1$, todas as quatro funções de transferência podem ser usadas sem restrições.

3. 3. 3. 4 A Abordagem Indireta através de Parametrização Particular ("Tailor-Made")

Em VAN DONKELAAR e VAN DEN HOF (1996), apresenta-se uma outra versão da abordagem indireta, que utiliza a parametrização particular ("tailor-made"). Ali, restringe-se a possibilidade de identificação à estrutura OE.

A função de transferência entre $c(t)$ e $y(t)$ é estimada, usando-se uma parametrização em termos dos parâmetros do processo em malha aberta e o conhecimento do controlador, $K(q)$.

É considerado como entrada, então $c(t)$ e a saída $y(t)$. A função de transferência exata entre a entrada e a saída é dada por:

$$G(q) = \frac{P(q)}{I(q) + K(q)P(q)} \quad (3.43)$$

Os parâmetros são estimados de acordo com:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[y(t) - \frac{P(q)}{1 + K(q)P(q)} c(t) \right]^2 \quad (3.44)$$

Levando a função de transferência identificada fornecida por:

$$\hat{P}(q) = P(q, \hat{\theta}) \quad (3.45)$$

O grupo de parâmetros do sistema em malha fechada estável deve ser desconectado no caso da ordem do modelo $\hat{P}(q, \hat{\theta})$ ser menor que a ordem do controlador $K(q)$. Neste caso a precisão do modelo ficará prejudicada.

3.3.3.5 A Abordagem Indireta através da Parametrização "Dual-Youla"

Nesta forma de abordagem indireta proposta por HANSEN *et al.* (1989), onde uma função de transferência particular é estimada, e através do conhecimento do controlador a função de transferência da malha aberta é reconstruída. A planta deve ser com certeza estabilizável pelo controlador. Este método é uma generalização do método indireto convencional. O esquema desta abordagem apresenta-se na Figura 3. 2. Em VAN DEN HOF e CALLAFON (1996) tem-se a generalização para o caso multivariável.

O conhecimento do controlador é necessário e pode ser representado como uma fatoração coprima:

$$K(q) = \frac{N_c(q)}{D_c(q)} \quad (3.46)$$

bem como um sistema auxiliar $P_x(q)$, fatorado, que deve ser estabilizável por $K(q)$:

$$P_x(q) = \frac{N_x(q)}{D_x(q)} \quad (3.47)$$

A entrada considerada:

$$r_e(t) = c(t) + K(q)r(t) \quad (3.48)$$

A saída considerada:

$$z_{dy}(t) = \frac{1}{D_c(q) + P_x(q)N_c(q)} [y(t) - P_x(q)u(t)] \quad (3.49)$$

A função de transferência exata entre $r_e(t)$ e $z_{dy}(t)$, isto é o objeto da identificação, é dada por:

$$R(q) = \frac{(P(q) - P_x(q))D_x(q)}{D_c(q)(1(q) + K(q)P(q))} \quad (3.50)$$

Os parâmetros são estimados de acordo com:

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [z_{tm}(t) - R(q, \theta)x(t)]^2 \quad (3.51)$$

Levando a função de transferência identificada, dada na forma:

$$\hat{R}(q) = R(q, \hat{\theta}_N) \quad (3.52)$$

Enquanto o modelo da planta é obtido como:

$$\hat{P}(q) = \frac{N_x(q) + D_c(q)\hat{R}(q)}{D_x(q) - N_c(q)\hat{R}(q)} \quad (3.53)$$

A ordem do modelo $\hat{P}(q)$ deverá ser igual a soma das ordens de $P_x(q)$, $K(q)$ e $\hat{R}(q)$.

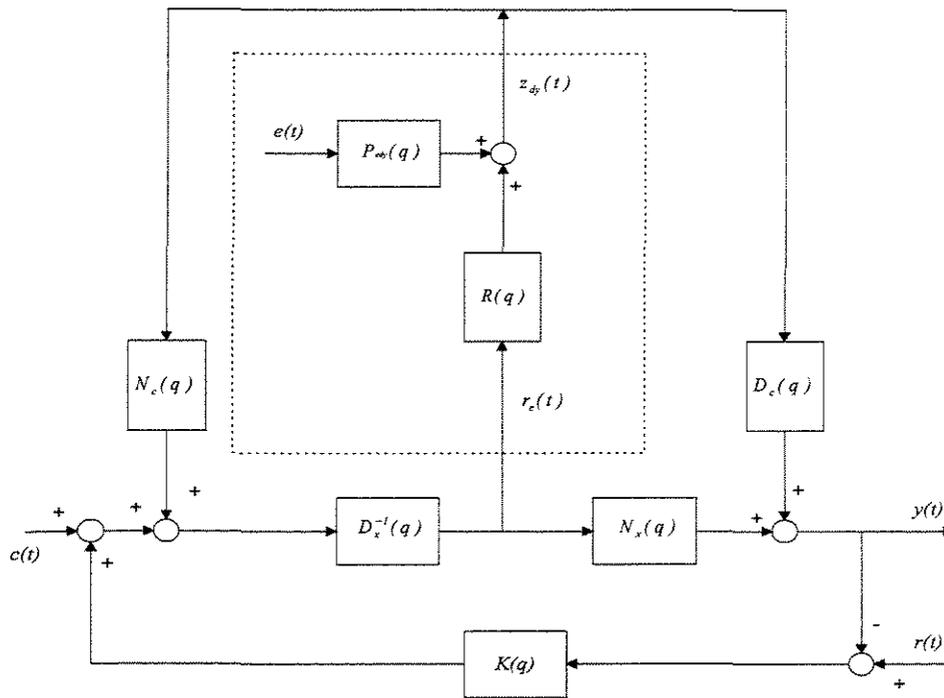


Figura 3. 2 Esquema da Parametrização do Modelo do Processo

3. 3. 4 Abordagem através da União Entradas-Saídas

3. 3. 4. 1 Introdução

Esta forma de identificação em malha fechada foi proposta por PHADKE e WU (1974) e por CAINES e CHAN (1975). Aqui a entrada $u(t)$ e a saída $y(t)$ são consideradas as saídas de um sistema com as entradas $r(t)$ e $v(t)$. Não é necessário conhecimento do modelo do controlador. Posteriormente GEVERS (1978) e DEFALQUE (1976), também estudaram este procedimento. As condições de identificabilidade, são aquelas mesmas para o caso indireto, GUSTAVSSON (1997), e são apresentadas a seguir.

Aqui assumi-se que a entrada $u(t)$ é gerada perturbando-se $r(t)$:

$$u(t) = r(t) - K(q)y(t) \quad (3.54)$$

Ocasionalmente pode-se considerar que o controlador apresente um ruído desconhecido, $d(t)$:

$$u(t) = r(t) - K(q)y(t) + d(t) \quad (3.55)$$

Assim, adicionando-se os erros na equação (3.54) :

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(q) & G(q) \\ Q(q) & S(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S(q)P_e(q) & G(q)S(q) \\ -K(q)S(q)P_e(q) & S(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

A idéia é parametrizar as funções de transferência do processo e dos erros. Diferentes métodos para estas parametrizações são propostos a seguir.

3.3.4.2. Abordagem através da União Entradas-Saídas usando Fatoração Coprima

Esta abordagem foi apresentada em SCHRAMA (1991;1992a), e nela a função de transferência entre $s(t)$ e/ou $c(t)$ e $(y(t),u(t))$ é estimada, e o modelo da planta em malha aberta é obtido tomando o quociente de duas estimativas.

É necessária a fatoração de $P_x(q)$ que é estabilizado por $K(q)$.

$$P_x(q) = \frac{N_x(q)}{D_x(q)} \quad (3.57)$$

A entrada considerada:

$$r_e(t) = c(t) + K(q)r(t) \quad (3.58)$$

A saída considerada:

$$z(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

A função de transferência entre $x(t)$ e $z(t)$ é dada por:

$$\begin{pmatrix} N(q) \\ D(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{P(q)F^{-1}(q)}{I(q) + K(q)P(q)} \\ \frac{F^{-1}(q)}{I(q) + K(q)P(q)} \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

com:

$$F^{-1}(q) = D_x(q) + K(q)N_x(q) \quad (3.61)$$

Os parâmetros são estimados por:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \text{tr} \left[z(t) - \begin{pmatrix} N(q, \theta) \\ D(q, \theta) \end{pmatrix} r_e(t) \right]^T \left[z(t) - \begin{pmatrix} N(q, \theta) \\ D(q, \theta) \end{pmatrix} r_e(t) \right] \quad (3.62)$$

Levando às funções de transferência identificadas:

$$\begin{pmatrix} \hat{N}(q) \\ \hat{D}(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N(q, \hat{\theta}) \\ D(q, \hat{\theta}) \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

O modelo da planta é obtido como:

$$\hat{P}(q) = \frac{\hat{N}(q)}{\hat{D}(q)} \quad (3.64)$$

A ordem do modelo $\hat{P}(q)$ deverá ser igual ao máximo das ordens dos modelos $\hat{N}(q)$ e $\hat{D}(q)$.

3. 3. 4. 3 Abordagem através da União Entradas-Saídas usando o Método dos dois Estágios.

A forma de abordagem inicialmente proposta em VAN DEN HOF *et al.* (1992), onde no primeiro estágio a função de transferência entre o sinal de referência $r(t)$ e o sinal de entrada da planta $u(t)$ é estimada, geralmente um modelo de ordem alta. Com esta estimativa e as saídas $y(t)$, no segundo estágio, obtém-se o modelo da planta.

Uma estimativa da função de transferência entre $r(t)$ e $u(t)$ é obtida através de:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [u(t) - Q(q, \theta)r(t)]^2 \quad (3. 65)$$

Um modelo de alta ordem é obtido e representado por:

$$\hat{Q}(q) = Q(q, \hat{\theta}) \quad (3. 66)$$

A entrada e a saída para a estimativa final são:

$$x(t) = \hat{Q}(q)r(t) \quad (3. 67)$$

$$z(t) = y(t) \quad (3. 68)$$

Os parâmetros são estimados por:

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [z(t) - P(q, \theta)u(t)]^2 \quad (3. 69)$$

O modelo do processo é obtido por:

$$\hat{P}(q) = P(q, \hat{\theta}) \quad (3. 70)$$

Este método, normalmente, tem a importante característica de não fornecer modelos instáveis para os processos que em malha aberta são instáveis.

3.3.4.4 Abordagem através da União Entradas-Saídas usando o Método da Projeção

Este método foi proposto por FORSELL e LJUNG (1997; 1999), e deve ser executado através das seguintes etapas:

Estima-se os parâmetros $q(k)$ para um modelo FIR (“finite impulse response”):

$$u(t) = Q(q)r(t) + e(t) = \sum_{k=-M_1}^{M_2} q(k)s(t-k)r + e(t) \quad (3.71)$$

onde M_1 e M_2 são escolhidos suficientemente grandes de maneira que a correlação entre $u(t)$ e $r(t)$ possa ser ignorada e o sinal simulado é fornecido por:

$$\hat{u}(t) = \hat{Q}(q)r(t) \quad (3.72)$$

Identifica-se então o sistema em malha aberta na forma:

$$y(t) = P(q, \theta)\hat{u}(t) + e(t) \quad (3.73)$$

O fato de $\hat{u}(t)$ ser construído a partir de $r(t)$ não correlacionado com o ruído $e(t)$, faz com que, o problema original de malha fechada converta-se num problema em malha aberta. Este método é similar ao de dois estágios apresentado anteriormente; a diferença esta na utilização de sinais não causais no FIR, já no método dos dois estágios os sinais devem ser causais.

3.4 As Condições de Identificabilidade

Um processo em malha fechada é dito parâmetro-identificável se os parâmetros estimados são consistentes quando se usa um método de estimativa de parâmetros apropriado. Matematicamente significa que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\hat{\theta}_N = \theta_0 \quad (3.74)$$

Para apresentar o problema da identificabilidade para sistemas em malha fechada, analisa-se a seguinte situação:

$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1) + e(t) \quad (3.75)$$

onde $e(t)$ é um ruído branco, com variância λ^2 . Suponha que se tenha como realimentação um controlador proporcional:

$$u(t) = -Ky(t) \quad (3.76)$$

assim substituindo-se a equação (3.76) na equação (3.75):

$$y(t) + (a + bK)y(t-1) = e(t) \quad (3.77)$$

Isto mostra que todos os modelos com os parâmetros na forma:

$$\hat{a} = a - \sigma K \quad e \quad \hat{b} = b + \sigma \quad (3.78)$$

dão a mesma descrição entrada-saída para o sistema representado pela equação (3.75) sob a realimentação representada pela equação (3.76). Portanto, não se pode distinguir dentre estes modelos possíveis, qual o mais adequado.

Isto pode ser facilmente percebido, também, quando considera-se que a estimativa dos parâmetros a e b será obtida através do método dos mínimos quadrados, que gera:

$$\begin{pmatrix} \sum y^2(t-1) & -\sum y(t-1)u(t-1) \\ -\sum y(t-1)u(t-1) & \sum u^2(t-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum y(t)y(t-1) \\ \sum y(t)u(t-1) \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

No caso a primeira matriz acima fica:

$$\sum y^2(t-1) \begin{pmatrix} 1 & K \\ K & K^2 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

que é singular. Portanto, não se pode aplicar o método dos mínimos quadrados.

Vários autores estudaram a identificabilidade dos sistemas quando os dados foram colhidos em malha fechada, destacando-se os trabalhos de DEFALQUE (1976), GEVERS (1978), GUSTAVSSON *et al.* (1977), LINDBERGER (1973), LJUNG *et al.* (1974) e SIN e GOODWIN (1979). Estes trabalhos foram sistematizados em SÖDERSTRÖN e STOICA (1989) e ISERMANN (1991). A seguir resume-se as condições de identificabilidade.

A condição essencial para a identificabilidade em malha fechada para qualquer das abordagens apresentadas anteriormente é que $y(t)$ seja mensurável.

ISERMANN (1991), mostra as condições, de identificabilidade usando o seguinte exemplo: deseja-se estimar os parâmetros de uma planta que pode ser descrita como:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \quad (3.81)$$

Esta equação pode ser estendida por um polinômio arbitrário $M(q)$:

$$(A(q) + M(q))y(t) = (B(q) + M(q))u(t) + C(q)e(t) \quad (3.82)$$

Considera-se ainda, que a realimentação seja feita através da lei de controle:

$$F_K(q)u(t) = -G_K(q)y(t) \quad (3.83)$$

com:

$$F_K(q) = 1 + f_{K1}q + \dots + f_{nf_K}q^{nf_K} \quad (3.84)$$

$$G_K(q) = 1 + g_{K1}q + \dots + g_{ng_K}q^{ng_K} \quad (3.85)$$

Através da substituição da equação(3.82) na equação (3.83):

$$\underbrace{(A(q) + M(q)G_K(q))}_{A^*} y(t) = \underbrace{(B(q) + M(q)F_K(q))}_{B^*} u(t) + \underbrace{(C(q)G_K(q))}_{C^*} e(t) \quad (3.86)$$

Isto mostra que a planta representada pela equação (3.81) pode ser substituída por outra, dada por:

$$A^*(q)y(t) = B^*(q)u(t) + C^*(q)e(t) \quad (3.87)$$

sem mudança dos sinais $u(t)$ e $y(t)$ para uma dado $e(t)$. Como o polinômio $M(q)$ é arbitrário, isto implica que as ordens dos polinômios $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ não podem ser unicamente determinados com base somente nas medidas de $u(t)$ e $y(t)$. Daí resulta a seguinte condição de identificabilidade: "as ordens do modelo da planta e do ruído devem ser conhecidas".

Outra condição de identificabilidade vem da observação da equação (3.83):

$$u(t) = f_{K1}u(t-1) - \dots - f_{nf_K}u(t-nf_K) - g_{K0}y(t) - \dots - g_{ng_K}y(t-ng_K) \quad (3.88)$$

Assim, $u(t)$ será combinação linear dos elementos atrasados a menos que:

$$n_{f_K} \geq n_b + 1 \quad (3.89)$$

ou:

$$n_{g_K} \geq n_a + 1 \quad (3.90)$$

As condições abordadas acima podem, na prática, ser generalizadas, conforme:

- A identificabilidade não pode ser garantida se as entradas são obtidas através de realimentação de ordem baixa das saídas e ruídos. Neste caso pode-se ter as entradas correlacionadas com as saídas.
- A identificabilidade pode ser obtida usando uma realimentação de ordem alta. A ordem necessária, contudo, dependerá da ordem verdadeira da planta.

Caminhos simples para obter-se a identificabilidade são: o uso de entradas externas como a referência e/ou a carga variando no tempo ou uso de controladores que variam seus parâmetros durante o experimento de identificação; a forma de variação desses parâmetros irá depender das dimensões das entradas, saídas e entradas externas.

Para a análise do uso de entradas para adquirir identificabilidade, considerar-se-á, um sistema onde aplica-se perturbação na referência, "set-point". Deve-se ressaltar, o que for válido para a variação na referência é válido para a carga. Todos os exemplos de

aplicação neste trabalho, foram executados considerando-se que os processos químicos normalmente tem variações naturais nas condições físicas ou químicas de suas entradas materiais ou de energia. Aqui se está usando o mesmo exemplo do início da sessão:

$$u(t) = -Ky(t) + r(t) \quad (3.91)$$

A primeira matriz da equação (3.79), fica:

$$\begin{pmatrix} Ey^2(t) & -Ey(t)u(t) \\ -Ey(t)u(t) & Eu^2(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - (a + bK)^2} \quad (3.92)$$

que é positiva definida. Aqui assume-se que o sistema em malha fechada é assintoticamente estável, ou seja: $|a + bK| < 1$.

Como já foi dito, estas mesmas considerações e demonstração equivalente servem para o caso de variação na carga $c(t)$.

Considere-se agora a realimentação ocorrendo com controladores variantes no tempo, neste caso está aumentando-se a riqueza dos sinais $u(t)$.

Toma-se novamente o mesmo sistema do início da sessão e considera-se agora que o controlador varie no tempo segundo as relações:

$$u_1(t) = -K_1 y(t) \quad (3.93)$$

para uma parte do experimento;

$$u_2(t) = -K_2 y(t) \quad (3.94)$$

para a outra parte, restante, do experimento.

Então:

$$y_i(t) + (a + bK_i)y_i(t-1) = e(t) \quad (3.95)$$

ou:

$$\varepsilon(t) = y_i(t) + (\hat{a} + \hat{b}K_i)y_i(t-1) \quad (3.96)$$

o que dá:

$$E\varepsilon_i^2(t) = \lambda^2 \left[1 + \frac{(\hat{a} + \hat{b}K_i - a - bK_i)^2}{1 - (a + bK_i)^2} \right] \quad (3.97)$$

Assim, pode-se ver que:

$$V(\hat{a}, \hat{b}) \geq \lambda^2 = V(a, b) \quad (3.98)$$

Portanto pode-se notar que, para a minimização da função V , $\hat{a} = a$ e $\hat{b} = b$. Para verificar, se este mínimo é único, é necessário resolver:

$$V(a, b) = \lambda^2 \quad (3.99)$$

Isto pode ser feito através da equação (3.97):

$$\hat{a} + \hat{b}K_1 - a - bK_1 = 0 \quad (3.100)$$

$$\hat{a} + \hat{b}K_2 - a - bK_2 = 0 \quad (3.101)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & K_1 \\ 1 & K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + bK_1 \\ a + bK_2 \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

que tem solução única se e somente se $K_1 \neq K_2$. Mostra-se portanto que o uso de dois controladores proporcionais durante o experimento garante a identificabilidade dos parâmetros. Para as abordagens direta, indireta e via união entradas-saídas, as condições de identificabilidade são as mesmas, o que não significa que os métodos dão os mesmos resultados num tempo finito de experimento, nem que tem a mesma facilidade de aplicação e eficiência.

3. 5. A Precisão da Identificação em Malha Fechada

A realimentação tem como um de seus objetivos diminuir a sensibilidade da planta a variações na referência e minimizar os efeitos das variações na carga. Assim os sinais resultantes da ação de um sistema de controle realimentado não apresentarão variações grandes. Portanto, a primeira vista, os sistemas identificados em malha fechada deveriam apresentar uma precisão inferior aos de malha aberta pelo fato de que seus sinais de excitação serem menos amplos. Entretanto, isto não é verdade para todas as frequências e considerando-se que os sinais físicos têm energia limitada, como é mostrado por SÖDERSTRÖM *et al.* (1975) e SÖDERSTRÖM e STOICA (1989). Aqui, através de exemplos procura-se, também, mostrar isto.

Considerando-se um processo que pode ser representado por um sistema de primeira ordem, o que não impede a generalização para sistemas de ordem superior.

Tomando-se o sistema:

$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1) + e(t) \quad (3. 103)$$

onde $e(t)$ é um ruído branco de média zero e de variância λ^2 e $|a| < 1$.

Para este sistema a variância da saída para qualquer entrada, incluindo entradas geradas por realimentação, deverá satisfazer:

$$E y^2(t) = E[-ay(t-1) + bu(t-1) + e(t)]^2 + E[e(t)]^2 \geq E[e(t)]^2 = \lambda^2 \quad (3. 104)$$

Além disso, a equação (3. 104) será obtida precisamente usando-se o controle de mínima variância proposto como:

$$u(t) = \frac{a}{b} y(t) \quad (3. 105)$$

Se os parâmetros a e b , da equação (3. 103), são estimados usando o método do erro de predição, que neste caso transforma-se num método dos mínimos quadrados, desde que toma-se a matriz de covariância normalizada como uma medida escalar da precisão:

$$V = \det \left\{ \lambda^2 \begin{pmatrix} r_y(0) & -r_{yu}(0) \\ -r_{yu}(0) & r_u(0) \end{pmatrix}^{-1} \right\} = \frac{\lambda^2}{r_y(0)r_u(0) - r_{yu}^2(0)} \quad (3.106)$$

com $r_y(0) = Ey^2(t)$, $r_u(0) = Eu^2(t)$, $r_{yu}(0) = Ey(t)u(t)$. O problema resume-se na determinação de condições experimentais que minimizem este critério. Pode-se ver claramente que V será arbitrariamente pequeno se a variância da entrada ou da saída for suficientemente grande. Portanto é necessário introduzir uma restrição. Considera-se uma restrição na variância da saída:

$$r_y(0) \leq \lambda^2(1 + \delta) \quad (3.107)$$

para $\delta > 0$.

Portanto deve-se encontrar quais as condições experimentais para que V tenha valor ótimo.

Por conveniência, vamos introduzir as variáveis r e z :

$$r_y(0) = \lambda^2(1 + b^2 r) \quad (3.108)$$

$$Ey(t)y(t+1) = \lambda^2 bz \quad (3.109)$$

A restrição da equação (3.107) torna-se:

$$0 \leq r \leq \delta / b^2 \quad (3.110)$$

Usando está representação na equação (3.103):

$$\begin{aligned} r_{yu}(0) &= Ey(t)u(t) = \frac{1}{b} Ey(t)[y(t+1) + ay(t) - e(t+1)] = \\ &= \frac{1}{b} [\lambda^2 bz + a\lambda^2(1 + b^2 r)] = \lambda^2 \left(z + \frac{a}{b} + abr \right) \end{aligned} \quad (3.111)$$

$$\begin{aligned} r_u(0) &= \frac{1}{b^2} E[y(t+1) + ay(t) - e(t+1)]^2 = \\ &= \lambda^2 [a^2 + a^2 b^2 r + 2abz + b^2 r] / b^2 \end{aligned} \quad (3.112)$$

Portanto, pode-se escrever o critério V usando as variáveis livres r e s , como:

$$V = \frac{1}{(1+b^2r)(a^2 + a^2b^2r + 2abz + b^2r)/b^2 - (z + a/b + abr)^2} = \frac{1}{b^2r^2 + r - z^2} \quad (3.113)$$

Considerando-se um novo mínimo para V , na equação (3.113) com a restrição da equação (3.110) o mínimo ocorre exatamente quando:

$$r = \delta / b^2 \quad e \quad z = 0 \quad (3.114)$$

O valor ótimo é então:

$$V = \frac{b^2}{\delta(1+\delta)} \quad (3.115)$$

Assim, devido à equação (3.114), as equações (3.108) e (3.109) ficam:

$$Ey^2(t) = \lambda^2(1+\delta) \quad e \quad Ey(t)y(t+1) = 0 \quad (3.116)$$

Para a situação em malha fechada deve-se ter:

$$\frac{\lambda^2}{1-a^2} \leq \lambda^2(1+\delta) \quad (3.117)$$

isto é:

$$\delta \geq \frac{a^2}{1-a^2} \quad (3.118)$$

Introduzindo-se agora:

$$w_a(t) = \frac{1}{1+aq^{-1}}u(t) \quad (3.119)$$

então:

$$y(t) = bw_a(t-1) + \frac{1}{1+aq^{-1}}e(t) \quad (3.120)$$

Levando-se em conta a equação (3.116), as seguintes condições podem ser encontradas:

$$\begin{aligned} b^2 Ew_a^2(t) &= \lambda^2(1+\delta) - \frac{\lambda^2}{1-a^2} = \frac{\lambda^2}{1-a^2}(\delta - \delta a^2 - a^2) \\ b^2 Ew_a(t)w_a(t-1) &= -\frac{a\lambda^2}{1-a^2} \end{aligned} \quad (3.121)$$

Para que esta solução seja possível, é necessário cumprir:

$$|Ew_a(t)w_a(t-1)| \leq Ew_a^2(t) \quad (3.122)$$

o que fornece:

$$|a| \leq \delta(1-a^2) - a^2 \quad \text{ou} \quad \delta \geq \frac{|a|}{1-|a|} \quad (3.123)$$

Resumindo, para a operação em malha aberta existem três possibilidades:

- Se $\delta < \frac{a^2}{(1-a^2)}$, então a restrição a equação (3.106) não pode acontecer para qualquer entrada escolhida;
- Se $\frac{a^2}{(1-a^2)} \leq \delta < \frac{|a|}{(1-|a|)}$, então o valor ótimo, da equação (3.115), não pode ser obtido;
- Se $\frac{|a|}{(1-|a|)} \leq \delta$, então a equação (3.121) caracteriza precisamente a condição que uma entrada ótima deve satisfazer. A entrada ótima poderá ser realizada de diferentes formas. Uma possibilidade é tomar-se $w_a(t)$ como num processo AR:

$$w_a(t) - \frac{a}{\delta - \delta a^2 - a^2} w(t-1) = \hat{e}(t) \quad (3.124)$$

assim:

$$E\hat{e}^2(t) = \frac{\lambda^2 (\delta^2 - a^2(1+\delta))^2}{b^2 (\delta - a^2(1+\delta))} \quad (3.125)$$

Considerar-se-á agora uma condição experimental, onde:

$$u(t) = \frac{a}{b} y(t) + v(t) \quad (3.126)$$

que é a lei de controle de mínima variância, mais um ruído branco de variância λ_v^2 , que é independente de $e(t)$. O sistema em malha fechada torna-se então:

$$y(t) = bv(t-1) + e(t) \quad (3.127)$$

que satisfaz uma condição ótima, se:

$$b^2\lambda_v^2 + \lambda^2 = \lambda^2(1+\delta) \quad (3.128)$$

que implica: $\lambda_v^2 = \lambda^2\delta / b^2$. Observa-se que com uma escolha apropriada de λ_v^2 é possível obter a precisão ótima para qualquer valor de δ . Isto está em contraste com a situação em malha aberta.

Considerar-se-á agora o caso em que um controlador proporcional varie sua constante de proporcionalidade, como nas equações (3.93) e (3.94). Assim o sistema em malha fechada estará representado pela equação (3.95). Portanto:

$$r_y(0) = \gamma_1 E y_1^2(t) + \gamma_2 E y_2^2(t) \quad (3.129)$$

desde que r e z dependam das covariâncias, a equação (3.114) fornece:

$$r = \gamma_1 r_1 + \gamma_2 r_2 = \delta / b^2 \quad \text{e} \quad z = \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 = 0 \quad (3.130)$$

onde r_i e z_i são definidas pelas equações (3. 108) e (3. 109) e por $y_i(t), i = 1,2$.

A restrição definida pela equação (3. 107) pode ser obtida por qualquer dos dois controladores definidos pelas equações (3. 93) e (3. 94). Isto dá:

$$r_i \leq \delta / b^2 \quad i = 1,2 \quad (3. 131)$$

Agora com as equações (3. 130) e (3. 131), obtêm-se:

$$r_1 = r_2 = \delta / b^2 \quad (3. 132)$$

que leva à:

$$\lambda^2(1+\delta) = E y_i^2(t) = \frac{\lambda^2}{1-(a+bk_i)^2} \quad (3. 133)$$

ou:

$$k_{1,2} = \left\{ \pm \left(\frac{\delta}{1+\delta} \right)^{1/2} - a \right\} / b \quad (3. 134)$$

Para o segundo requisito na equação (3. 130), tem-se:

$$\gamma_1 \frac{(a+bk_1)}{1-(a+bk_1)^2} \lambda^2 + \gamma_2 \frac{(a+bk_2)}{1-(a+bk_2)^2} \lambda^2 = 0 \quad (3. 135)$$

o que levando-se em consideração (3. 134), deduz-se à:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = 0 \quad \text{ou} \quad \gamma_1 = \gamma_2 \quad (3. 136)$$

Assim nesta alternativa que consiste no uso de dois controladores proporcionais com duas constantes de proporcionalidade diferentes, em cada metade do tempo do experimento para cada um, fornece uma variância limitada por $\lambda^2(1+\delta)$. Observa-se que usando-se realimentação é possível obter ótima precisão para todos os valores de δ .

O que foi apresentado mostra que experimentos envolvendo realimentação podem trazer benefícios em termos de precisão na estimativa do modelo. Portanto, como na

prática, onde a potência das entradas e das saídas são limitadas fisicamente. Neste sentido as máximas informações devem ser obtidas com os dados sendo gerados em malha fechada. Observa-se ainda que os caminhos para a obtenção de experimentos ótimos não são únicos.

3. 6 Aplicação da Identificação em Malha Fechada- Caso SISO: Identificação de dois CSTR Isotérmicos em Série Controlados por um PID

Aplicou-se as abordagens direta, indireta e união entradas-saídas para a identificação em malha fechada de um sistema formado por dois reatores CSTR em série controlados por um controlador PID, sintonizado através das regras de Ziegler e Nichols. Considerou-se como sinais de entrada para a identificação as variações na carga, isto é, na concentração de entrada da alimentação do componente reagente. A variável manipulada é a vazão de um fluxo secundário do componente puro e a variável controlada é a concentração do reagente no segundo tanque.

Para a aplicação da três abordagens fez-se as seguintes considerações:

- variou-se a carga pseudo-aleatoriamente em 10% para mais ou para menos a partir do valor de regime;
- o erro de medida de 10% do máximo valor obtido para a variável de saída para mais ou para menos.

3. 6. 1. O Modelo Fenomenológico do Sistema de dois CSTR Isotérmicos em Série Controlados por um PID

Obteve-se, este exemplo de processo químico para a aplicação de COUGHANOWR (1991). Trata-se de um sistema de dois reatores CSTR isotérmicos, cujas temperaturas dos tanques são mantidas constantes através de serpentinas de resfriamento. A reação que ocorre nos reatores é considerada exotérmica, de primeira ordem e irreversível. O arranjo físico do sistema está representado na Figura 3. 3.

O objetivo do controle é manter a concentração de saída, do segundo tanque constante, independente de possíveis variações na concentração de entrada do primeiro tanque. A variável manipulada é a vazão do componente puro no primeiro tanque através de um fluxo secundário. Admite-se ainda que as vazões volumétricas mantenham-se constantes. O elemento de medida da concentração está posicionado à uma certa distância do segundo tanque, ocasionando um retardo por transporte. Através de balanços de massa e das equações de taxa de reação, com os parâmetros do processo chega-se, ao sistema em malha fechada no domínio de Laplace, representado na Figura 3. 4.

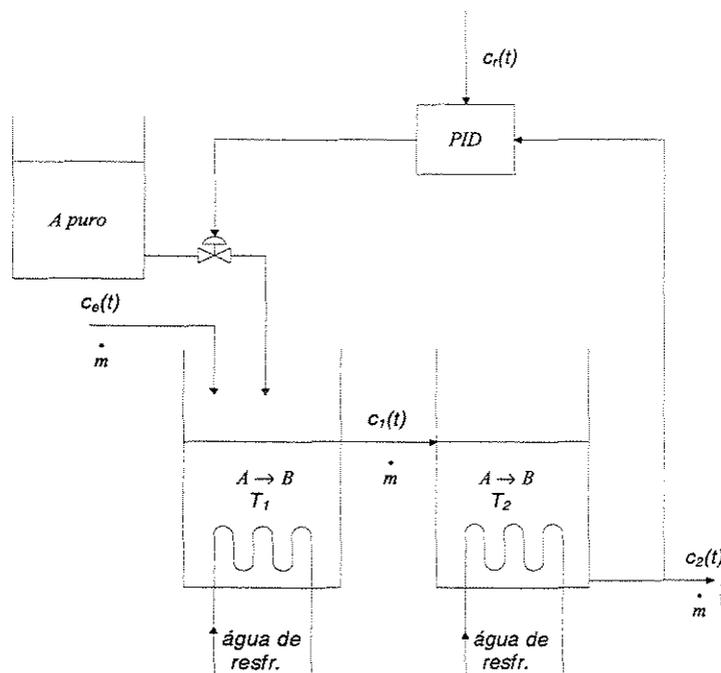


Figura 3. 3 Esquema dos CSTR em Série

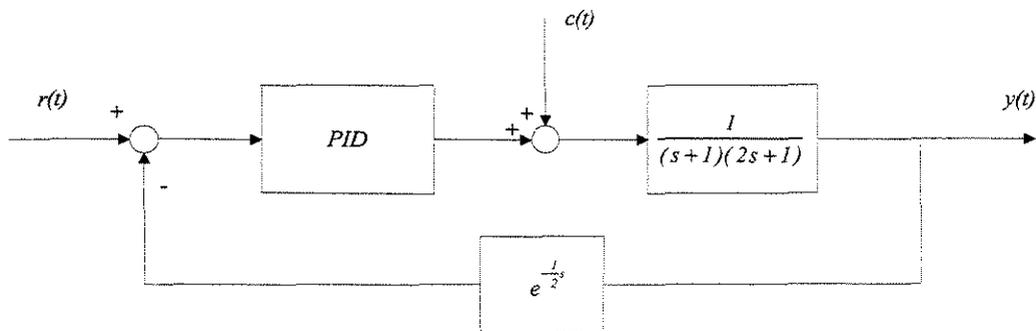


Figura 3. 4 Malha de Controle para o Sistema dos CSTR em Série

O controlador PID foi ajustado através da regras de sintonia de Ziegler e Nichols.

A lei de controle para o PID é dada por: $k_c(1 + \frac{I}{\tau_I s} + \tau_D s)$. Com os parâmetros ajustados,

baseando-se no ganho crítico ku e período crítico pu , através de:

$$k_c = 0.6ku; \quad \tau_I = \frac{pu}{2}; \quad \tau_D = \frac{pu}{8} \quad (3.137)$$

3. 6. 2 Aplicação da Abordagem Direta

Normalmente nos processo químicos têm-se variações naturais aleatórias na carga que podem ser consideradas como ruídos brancos; assim fez-se variar a carga pseudo-aleatoriamente de forma binária. Avaliou-se qual a estrutura e ordem do modelo mais conveniente. A validação do modelo foi feita através da análise do resíduo e da comparação entre os resultados estimados e os experimentais, considerados os gerados pela simulação do modelo teórico. Não se considerou, como importante para a análise o número de dados, apenas considerou-se como importante o sentimento prático do tempo de simulação. Todas as simulações apresentadas neste trabalho foram executadas através do MATLAB™.

Apresentam-se na Figura 3. 5 as respostas da saída medida e da estimada, assim como a validação do modelo. Em todo o trabalho refere-se a real a resposta do modelo fenomenológico.

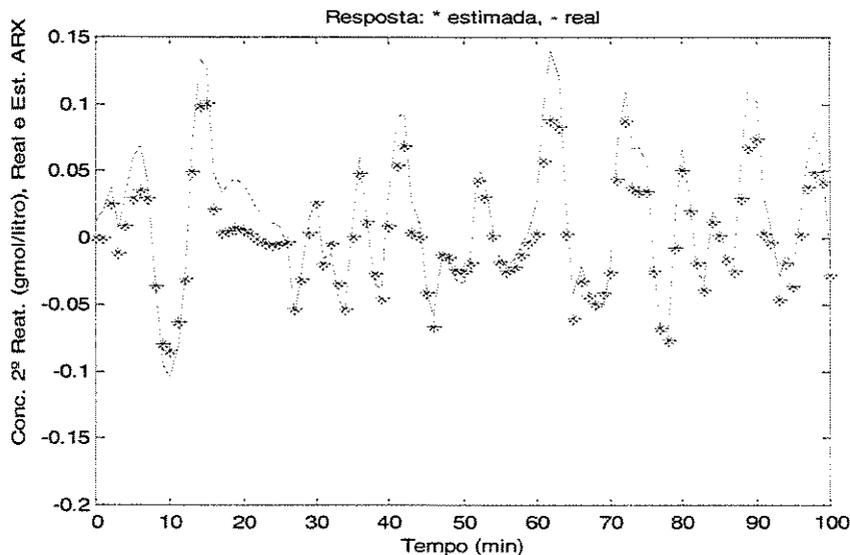


Figura 3. 5 Comparação das Saídas Estimadas, pela Abordagem Direta, e a Medida

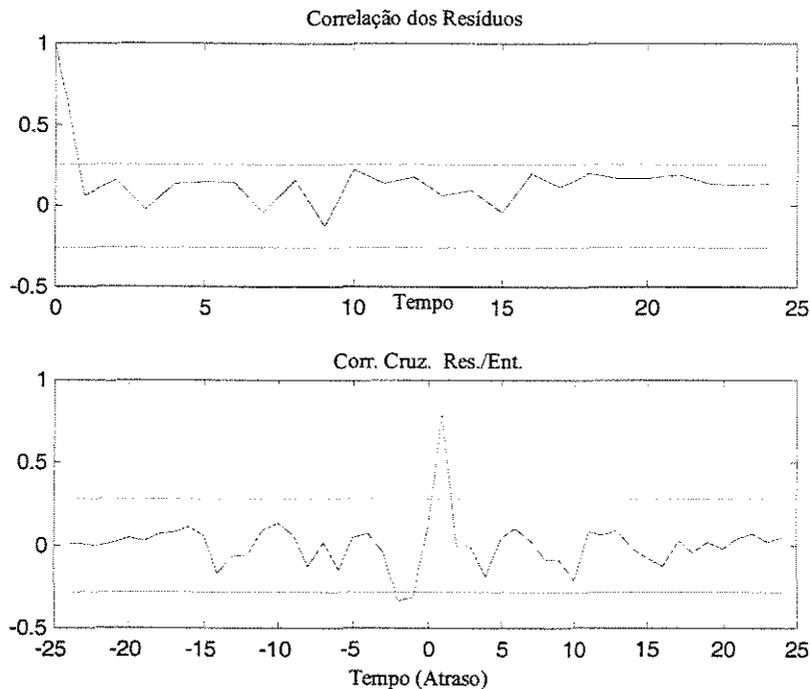


Figura 3. 6 Análise dos Resíduos através da Correlação e Correlação Cruzada Entre os Resíduos e as Entradas, para a Abordagem Direta

Na Figura 3. 6 temos a validação do modelo através da análise dos resíduos.

O procedimento de identificação em malha fechada, segundo a abordagem direta gerou um modelo ARX, para o processo em malha aberta, com $n_a = 2$, $n_b = 2$, $n_k = 2$.

3. 6. 3 Aplicação da Abordagem Indireta

Para a abordagem indireta repetiram-se os mesmos procedimentos de estimulação, e as outras considerações. Utilizou-se a abordagem indireta básica. A validação do modelo foi feita, também da mesma forma que a anterior.

O procedimento de identificação em malha fechada, segundo a abordagem indireta gerou um modelo ARX, para o processo em malha fechada, com $n_a = 2$, $n_b = 2$, $n_k = 2$.

A partir do modelo em malha fechada, representado nas Figuras 3. 7 e 3. 8, obteve-se o modelo para a malha aberta cuja resposta está representada na Figura 3. 9. Apresentam-se a seguir as respostas da saída medida e da estimada, assim como a validação do modelo.

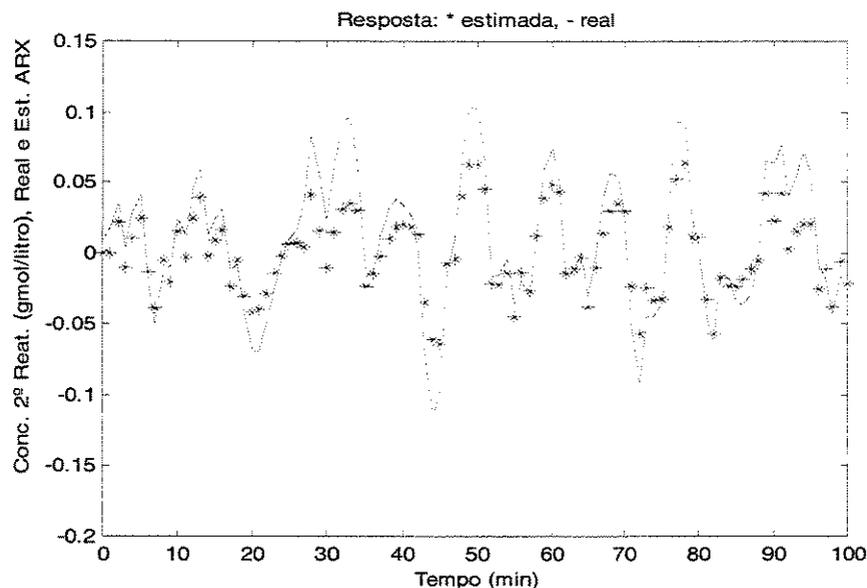


Figura 3. 7 Comparação das Saídas Estimadas, pela Abordagem Indireta e a Medida, para o Sistema em Malha Fechada

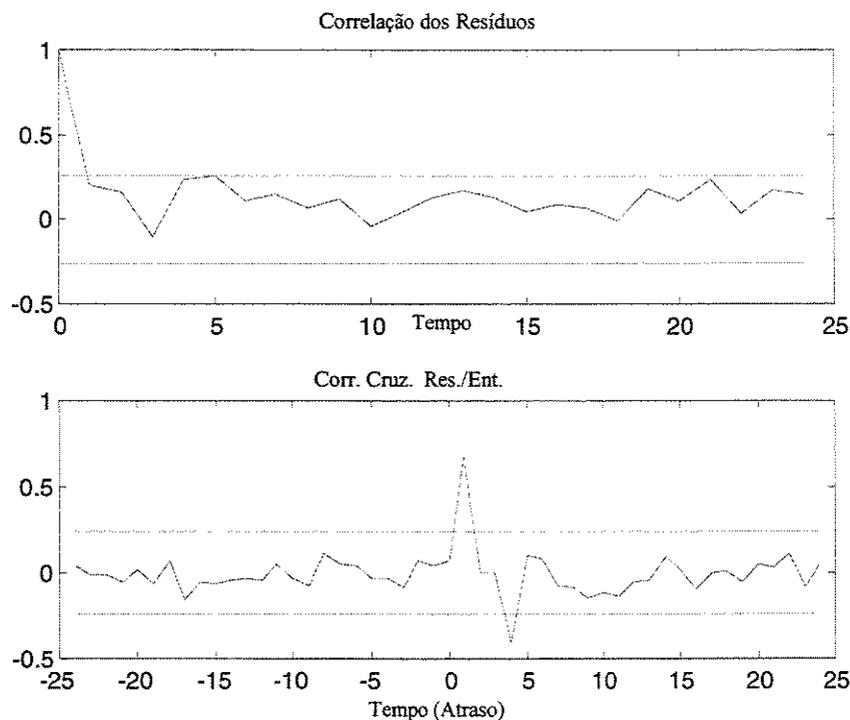


Figura 3. 8 Análise dos Resíduos através da Correlação e Correlação Cruzada entre os Resíduos e as Entradas, para a Abordagem Indireta

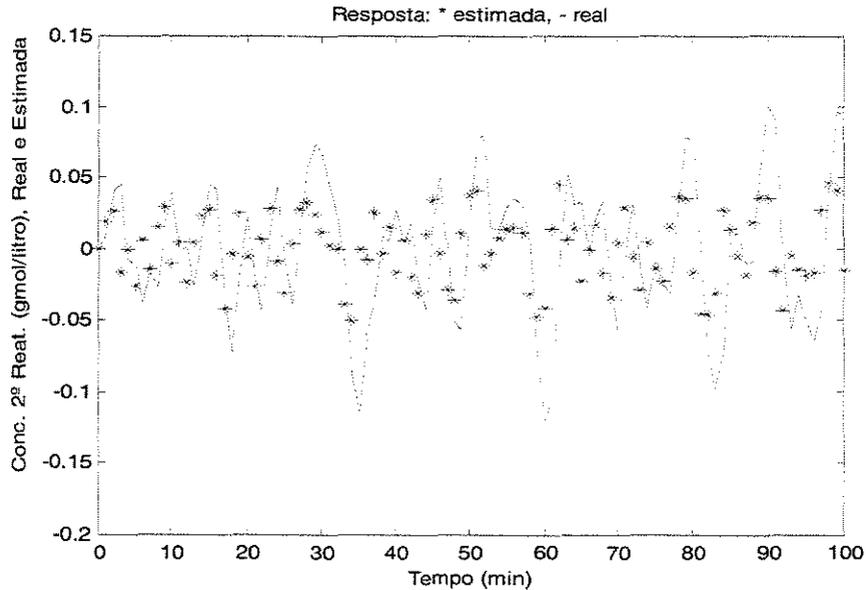


Figura 3. 9 Comparação das Saídas Estimadas, pela Abordagem Indireta e a Medida para o Sistema em Malha Aberta

3. 6. 4 Aplicação da Abordagem através da União Entradas-Saídas

Para a abordagem união entradas-saídas repetiram-se o mesmo procedimento de estimulação, e as outras considerações. Utilizou-se a abordagem união entradas-saídas através do método dos dois estágios. A validação do modelo foi feita, também da mesma forma que as anteriores.

O procedimento de identificação em malha fechada, segundo a abordagem união entradas-saídas gerou no primeiro estágio, para a malha fechada, um modelo ARX, com $n_a = 2, n_b = 2, n_k = 2$, cujas respostas e validação estão representadas na Figuras 3. 10 e 3. 11.

No segundo estágio de identificação, o processo em malha aberta, obteve-se um modelo ARX, com $n_a = 2, n_b = 2, n_k = 1$. As respostas e validação aparecem na Figuras 3. 12 e 3. 13.

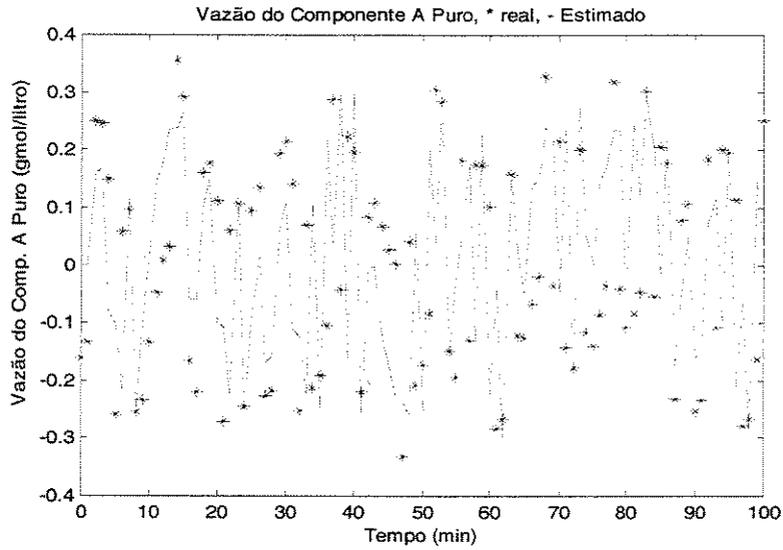


Figura 3. 10 Comparação das Saídas Estimadas, pela Abordagem União Entradas-Saídas e a Medida para o Sistema em Malha Fechada

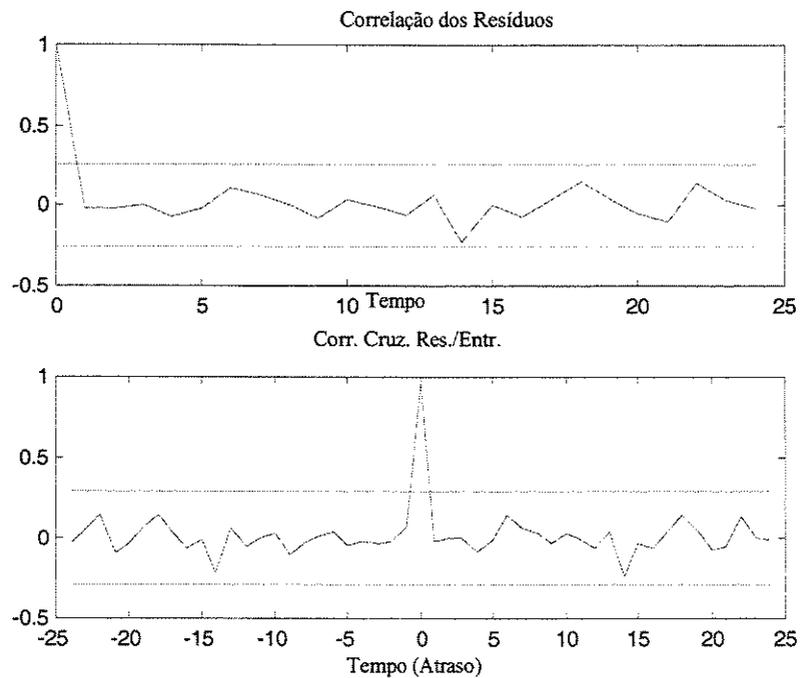


Figura 3. 11 Análise dos Resíduos através da Correlação e Correlação Cruzada entre os Resíduos e as Entradas, para a Abordagem União Entradas-Saídas

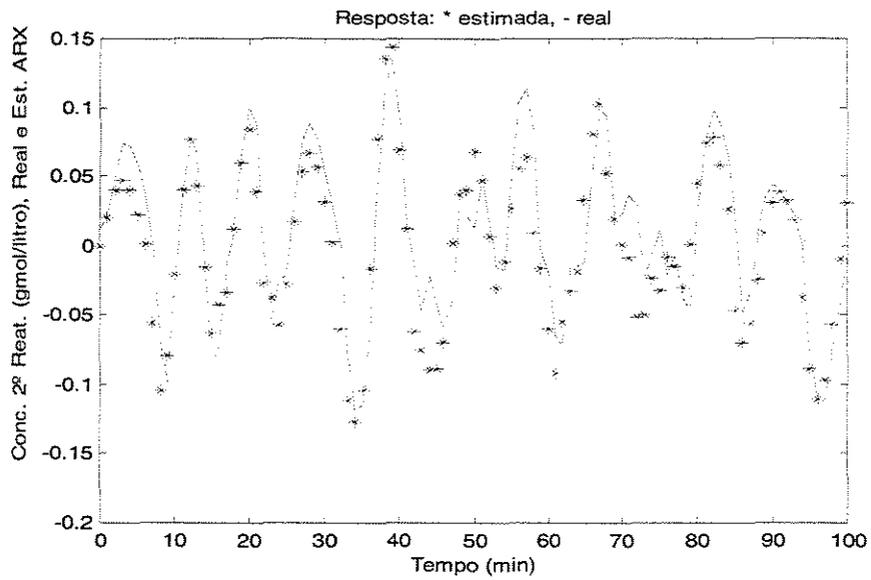


Figura 3. 12 Comparação das Saídas Estimadas pela Abordagem União Entradas-Saídas e a Medida para o Sistema em Malha Aberta

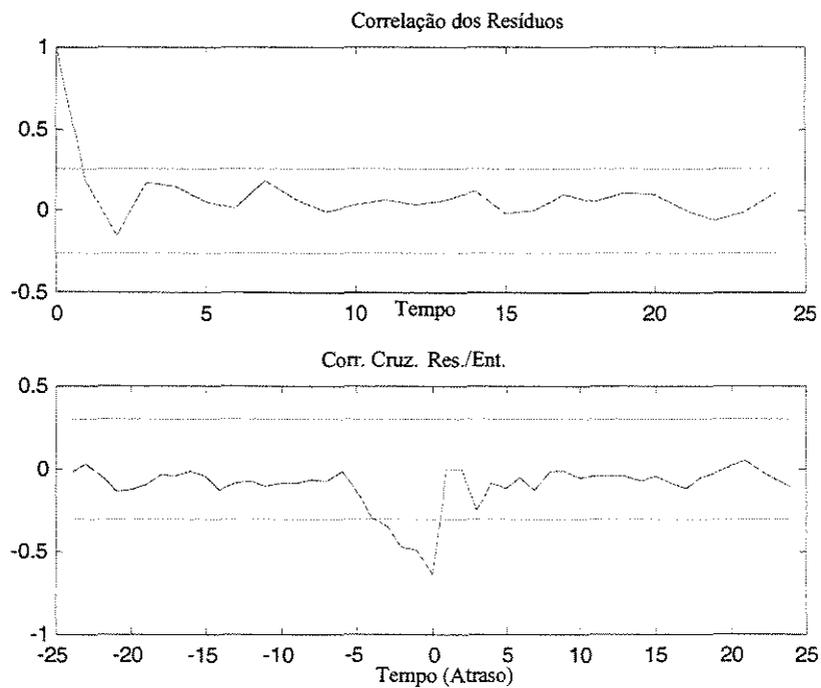


Figura 3. 13 Análise dos Resíduos através da Correlação e Correlação Cruzada entre os Resíduos e as Entradas, para a Abordagem União Entradas-Saídas

3. 6. 5 Discussão dos Resultados apresentados pelas Abordagens Direta e Indireta

Comparando-se as Figuras 3. 5, 3. 9 e 3. 12 pode-se dizer que todas as abordagens apresentam boas estimativas de respostas, sendo que, a abordagem direta a que apresenta melhores resultados no processo químico aplicada, conforme se observa nestas mesmas figuras.

Com relação às análises dos ruídos nas três abordagens, estes comportam-se como ruídos brancos, gráficos superiores nas Figuras 3. 6, 3. 10 e 3. 13. Porém observa-se que existe uma pequena correlação entre a entrada e a saída, originárias da realimentação, que não chega a invalidar a estimativa do modelo identificado.

3. 7 Aplicação da Identificação em Malha Fechada- Caso MIMO: Identificação de um CSTR não Isotérmico, Controlado por um LQR

A aplicação da abordagem direta, que foi a escolhida em razão de apresentar um desempenho superior na sessão anterior, será feita na identificação de um reator não isotérmico. Têm-se duas variáveis de saída, a temperatura e a concentração na saída do reator. Considerou-se como variável manipulável a transferência de energia na serpentina de resfriamento. Tem-se, portanto, um sistema multivariável com duas entradas como carga (a concentração de entrada e a temperatura do fluido de refrigeração), uma variável manipulada e duas saídas.

Para a aplicação da abordagem direta para o caso MIMO fez-se as seguintes considerações:

- variaram-se as cargas pseudo-aleatoriamente em 10% para mais ou para menos a partir dos valores de regime;
- os erros de medidas de 10% obtido para a variável de saída para mais ou para menos.

Para a obtenção dos dados simulou-se o modelo fenomenológico apresentado a seguir.

3. 7. 1. O Modelo Fenomenológico do Sistema Reator CSTR não Isotérmico, Controlado por um LQR

Este exemplo foi extraído de RAMIREZ e TURNER (1969), trata-se de um reator CSTR, onde ocorre uma reação de primeira ordem, irreversível e exotérmica. Através de balanços de massa e energia, a equação da taxa de velocidade de reação e a de transferência de energia na serpentina de resfriamento chega-se após a linearização ao modelo no espaço dos estados.

$$\begin{pmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -0.03318 & -0.002511 \\ 0.05237 & 0.010216 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0988 \end{pmatrix} (u_e(t)) + \begin{bmatrix} 0.030864 & 0 \\ 0 & 0.030864 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.137)$$

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.138)$$

onde:

$x_1(t)$: variável de estado normalizada, concentração;

$x_2(t)$: variável de estado normalizada, temperatura;

$u_e(t)$: variável de entrada normalizada, vazão do fluido refrigerante;

$d_1(t)$: variável de distúrbio (carga) normalizada, concentração do componente na entrada do reator;

$d_2(t)$: variável de distúrbio (carga) normalizada, temperatura da água do fluido refrigerante;

$y_1(t)$: variável de saída normalizada, concentração;

$y_2(t)$: variável de saída normalizada, temperatura;

A seguir apresenta-se o esquema do sistema de controle do CSTR:

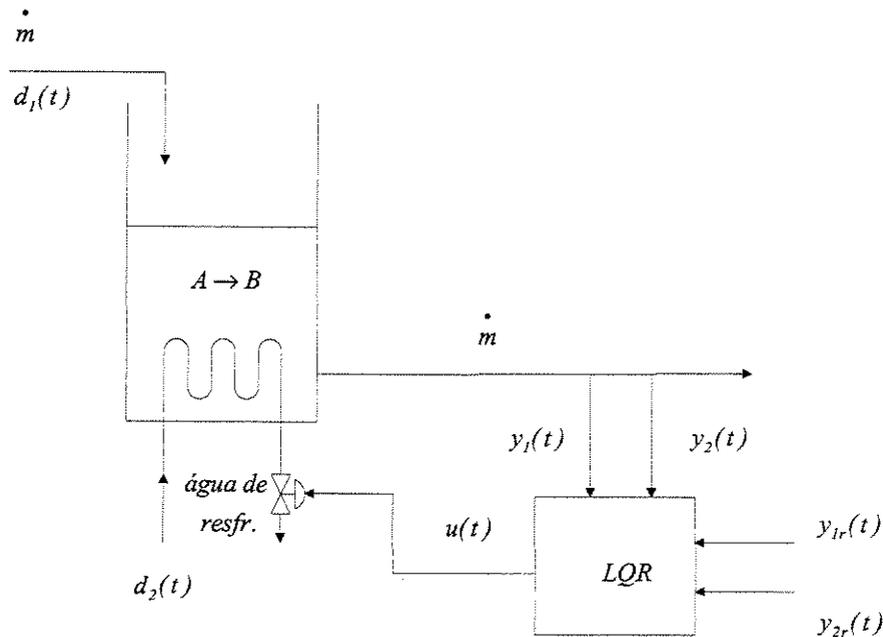


Figura 3. 15 O Reator CSTR Controlado por um LQR.

Este modelo foi usado para a síntese do controlador LQR, que deve otimizar o índice de desempenho dado por:

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)' Q x(t) + u(t)' R u(t)) dt \quad (3. 139)$$

onde Q é uma matriz positiva-semidefinida (ou positiva semidefinida) real e simétrica, R é uma matriz positiva-definida real e simétrica, e u à princípio não sofre restrições. Como o objetivo é somente identificar o processo considerou-se as matrizes de ponderação do LQR iguais a identidade.

3. 7. 2 Aplicação da Abordagem Direta Multivariável na Identificação do CSTR

Normalmente nos processo químicos têm-se variações naturais aleatórias na carga que podem ser consideradas como ruídos brancos, assim fez-se variar as cargas pseudo-aleatoriamente de forma binária. Avaliou-se qual a estrutura e ordem do modelo mais conveniente. A validação do modelo foi feita através da análise do resíduo e da comparação entre os resultados estimados e os experimentais, considerados os gerados pela simulação

do modelo teórico. Não se considerou, como importante para a análise o número de dados, apenas considerou-se como importante o sentimento prático do tempo de simulação.

Apresentam-se a seguir as respostas da saída medida e da estimada, assim como a validação do modelo.

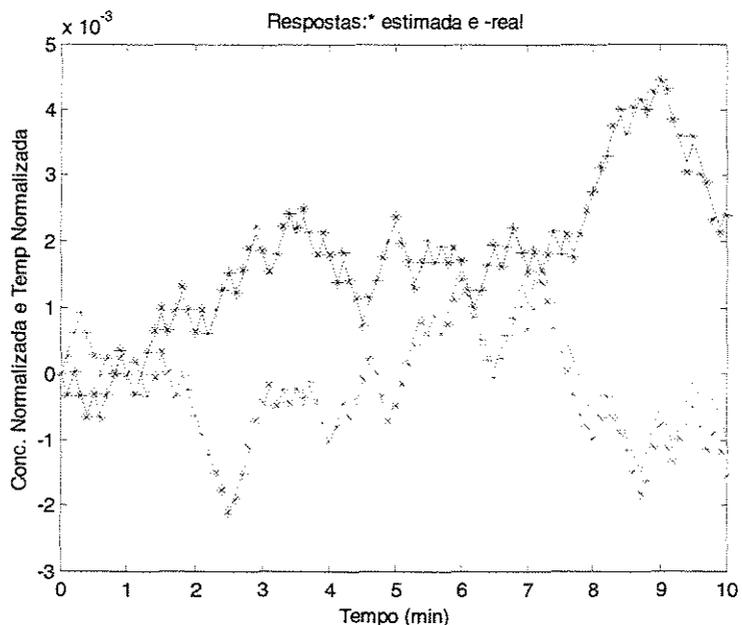


Figura 3. 16 Comparação das Saídas Estimadas pela Abordagem Direta-MIMO para o Sistema em Malha Aberta do CSTR

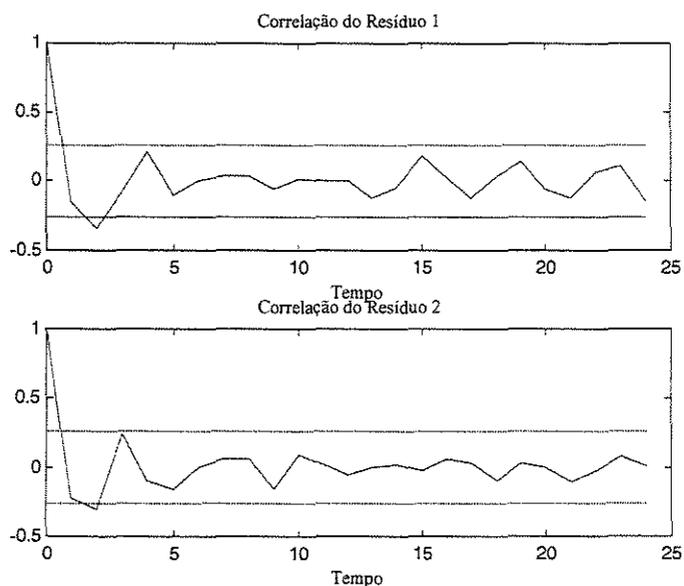


Figura 3. 17 Análise dos Resíduos através da Correlação para o CSTR

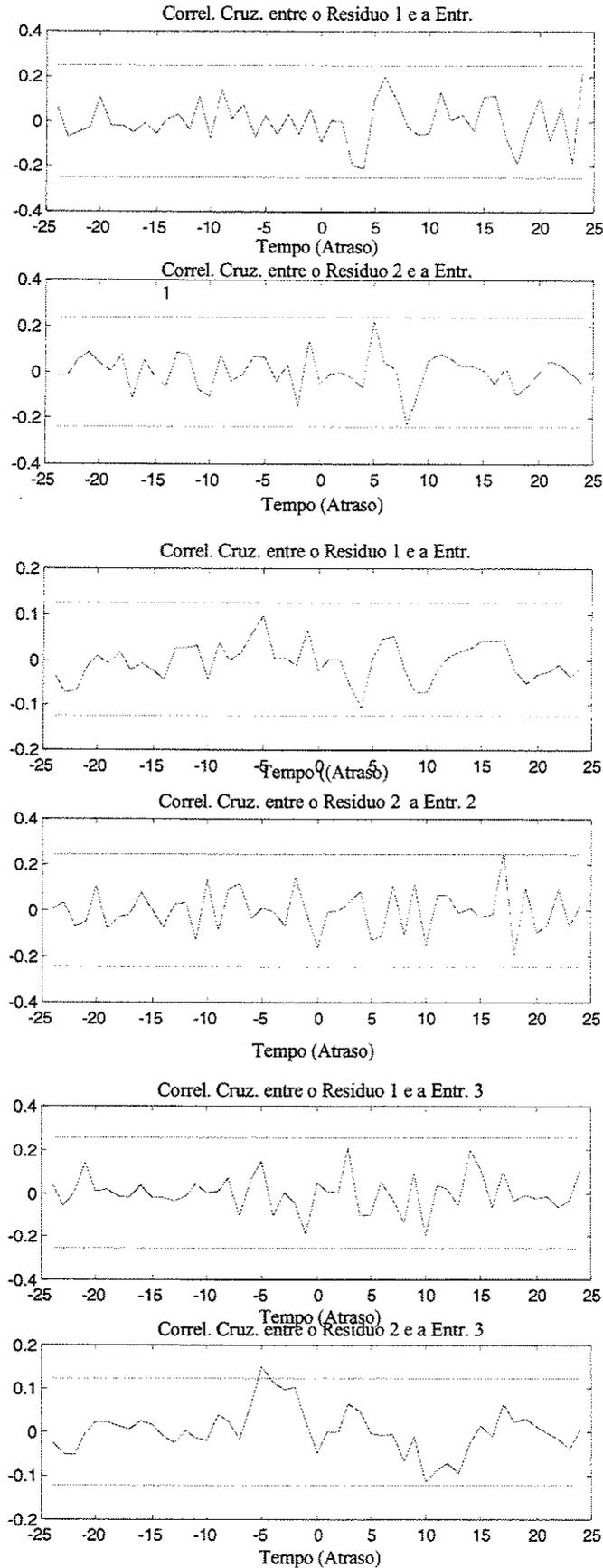


Figura 3. 18 Correlação Cruzada entre os Resíduos e as Entradas para a Abordagem Direta- Caso MIMO

O procedimento de identificação em malha fechada, segundo a abordagem direta gerou para a malha aberta um modelo ARX multivariável, com $n_a = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $n_b = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $n_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, cujas respostas e validação estão representadas na Figuras 3. 16, 3. 17 e 3. 18.

Observando-se a Figura 3. 16 nota-se que o modelo identificado apresenta boas estimativas. Através da análise dos ruídos pelas suas correlações Figura 3. 17 pode-se afirmar que eles têm comportamento de ruído branco. Através da Figura 3. 18 nota-se que temos os ruídos pouco correlacionados com as entradas.

3. 8 Identificação de uma Coluna de Destilação com Extrator Controlada por um LQR

Repete-se aqui o mesmo procedimento desenvolvido na sessão anterior:

- variaram-se as cargas pseudo-aleatoriamente em 10% para mais ou para menos a partir dos valores de regime;
- os erros de medidas de 10% obtido para a variável de saída para mais ou para menos.

Para a obtenção dos dados simulamos o modelo fenomenológico apresentado a seguir.

3. 8. 1 Modelo Fenomenológico Reduzido para a coluna de destilação com extrator controlada por um LQR.

Colunas de destilação são processos complexos. Necessitam-se normalmente de um número muito grande de equações e variáveis para a descrição do seu comportamento dinâmico. Assim a implementação de técnicas de controle ótimo ficam prejudicadas pelo grande número de estados. Para contornar esta dificuldade utilizam-se normalmente modelos reduzidos.

GILLES e RETZBACH (1983), propuseram um modelo reduzido para uma coluna de destilação com perfis de temperatura pronunciados (“sharp”), isto ocorre nas chamadas destilações extrativas, onde um componente é adicionado a fim de possibilitar a extração de misturas azeotrópicas. Nesta coluna, pretende-se separar isopropanol e água usando-se como extrator o glicol. Um diagrama esquemático está apresentado na Figura 3. 19.

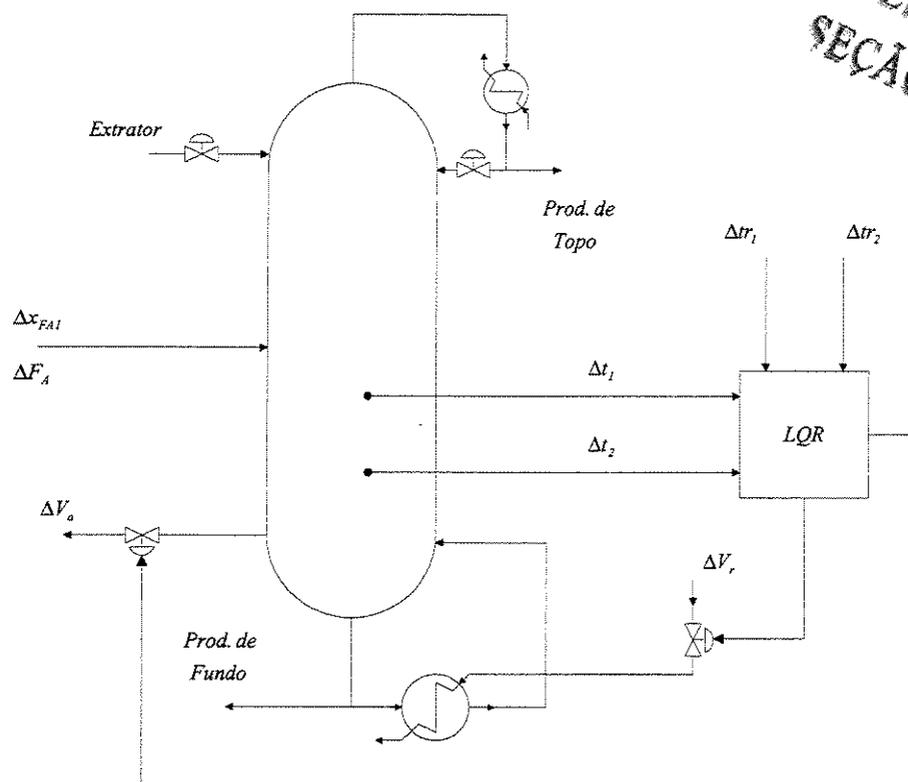


Figura 3. 19 Esquema do Sistema de Controle da Coluna de Destilação

A idéia básica do modelo desenvolvido está nos perfis de concentração e temperatura da coluna. Existem duas posições na vertical onde as principais mudanças físicas ocorrem: $z_1(t)$ onde existe uma interface entre a água e o isopropanol, e $z_2(t)$ onde existe uma interface entre a água e o glicol. Em cada um destes locais existe um gradiente pronunciado de temperatura.

As variações na vazão da mistura água-isopropanol, no fluxo calor no aquecedor, e no fluxo de vapor lateral irão fazer variar as posições $z_1(t)$ e $z_2(t)$. Assim, pelo controle

destas posições na coluna será possível controlar a temperatura e a concentração através da coluna de destilação.

Para o modelo global existe a necessidade da inclusão de outras variáveis de estados.

A dinâmica do refeedor é representada por:

$$\Delta Q_l(t+1) = a_{11}\Delta Q_l(t) + b_{11}\Delta V_r(t) \quad (3.141)$$

$$\Delta V_l(t+1) = a_{21}\Delta Q_l(t) + a_{22}\Delta V_r(t) \quad (3.142)$$

onde: $\Delta Q_l(t)$: variação do fluxo de calor no refeedor;

$\Delta V_l(t)$: variação do fluxo de vapor;

$\Delta V_r(t)$: variação da vazão de vapor no reboiler;

GILLES e RETZBACH (1983) mostraram que as velocidades de variações $\Delta \dot{z}_1(t)$ e $\Delta \dot{z}_2(t)$ das posições das interfaces podem ser representadas linearmente por:

$$\Delta z_1(t+1) = a_{32}\Delta V_l(t) + b_{32}\Delta V_a(t) + f_{31}\Delta x_{FA1}(t) + f_{32}\Delta F_A(t) \quad (3.143)$$

$$\Delta z_2(t+1) = b_{42}\Delta V_a(t) + f_{42}\Delta F_A(t) \quad (3.144)$$

onde: $\Delta V_a(t)$: fluxo de vapor de água extraído lateralmente;

$\Delta x_{FA1}(t)$: variação da composição da alimentação;

$\Delta F_a(t)$: variação do fluxo de alimentação;

As variáveis de controle são, portanto, a vazão de vapor no reboiler e o fluxo de vapor de água extraído lateralmente;

As posições $z_1(t)$ e $z_2(t)$ são determinadas pela medida da temperatura com termopares localizados nas proximidades das posições. As mudanças de temperatura são aproximadamente proporcionais às mudanças de posições.

$$\Delta t_1(t) = c_{13} \Delta z_1(t) \quad (3.145)$$

$$\Delta t_2(t) = c_{24} \Delta z_2(t) \quad (3.146)$$

Os vetores de estados, entradas, perturbações (ou cargas) e saídas são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \Delta Q_1(t) \\ \Delta V_1(t) \\ \Delta z_1(t) \\ \Delta z_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.147)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} \Delta V_r(t) \\ \Delta V_a(t) \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

$$p(t) = \begin{bmatrix} \Delta x_{FA1}(t) \\ \Delta F_A(t) \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \Delta t_1(t) \\ \Delta t_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.150)$$

No espaço dos estados, pode-se representar o processo por:

$$x(t+1) = A_{ce}x(t) + B_{ce}u(t) + P_{ce}p(t) \quad (3.151)$$

$$y(t) = C_{ce}x(t) \quad (3.152)$$

com:

$$A_{ce} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

$$B_{ce} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.154)$$

$$P_{ce} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ p_{31} & p_{32} \\ 0 & p_{42} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

$$C_{ce} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{24} \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

Os valores numéricos especificados por GILLES e RETZBACH (1983) são:

$$a_{11} = -30,30; a_{21} = 0,12 \times 10^{-2}; a_{22} = -6,02; a_{32} = -3,77; a_{42} = -2,80;$$

$$b_{11} = 6,15 \times 10^5; b_{32} = 3,04; b_{42} = 0,052;$$

$$c_{13} = -7,30; c_{24} = -25,00;$$

$$p_{13} = 62,20; p_{32} = 5,76; p_{42} = 5,12$$

Este modelo foi usado para a síntese do controlador LQR, que deve otimizar o índice de desempenho dado representado na equação (3. 139).

3. 8. 2 Aplicação da Abordagem Direta Multivariável na Identificação da Coluna de Destilação

Fez-se variar as duas cargas (concentração da alimentação- entrada 1 e vazão da alimentação- entrada 2), consideradas no modelo fenomenológico, pseudo-aleatoriamente de forma binária. Esta perturbação leva à ação do controle, sobre duas variáveis manipuladas (vazão de vapor no reboiler- entrada 3 e vazão de água extraída lateralmente) . Duas são as saídas (temperatura na interface entre água e isopropanol-saída 1 e temperatura na interface água e glicol-saída 2). Trata-se, então, de um sistema com 4 entradas e duas saídas. Apresenta-se na Figura 3. 20 as temperaturas nas interfaces simuladas através do modelo fenomenológico e estimadas pela abordagem direta do método do erro de predição multivariável.

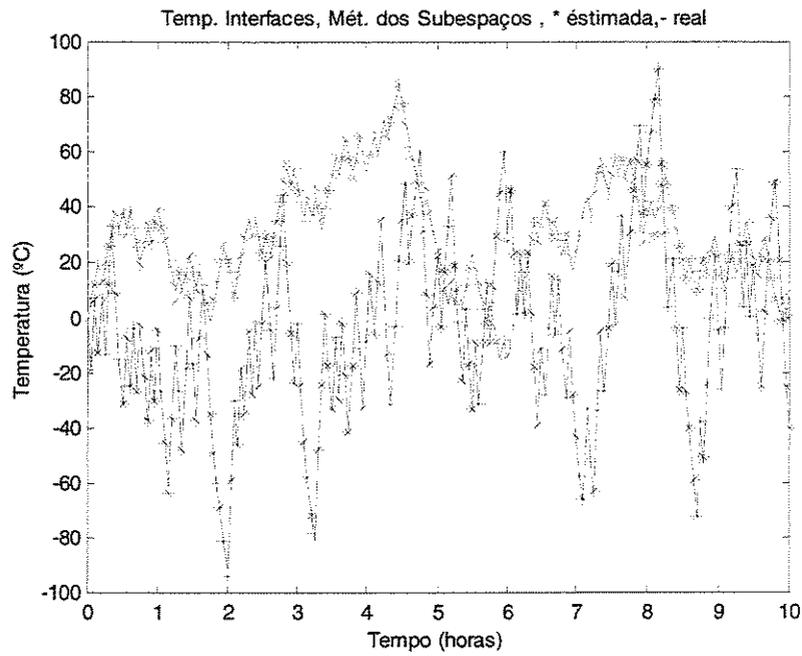


Figura 3. 20 Comparação das Saídas Estimadas pela Abordagem Direta-MIMO para o Sistema em Malha Aberta do CSTR

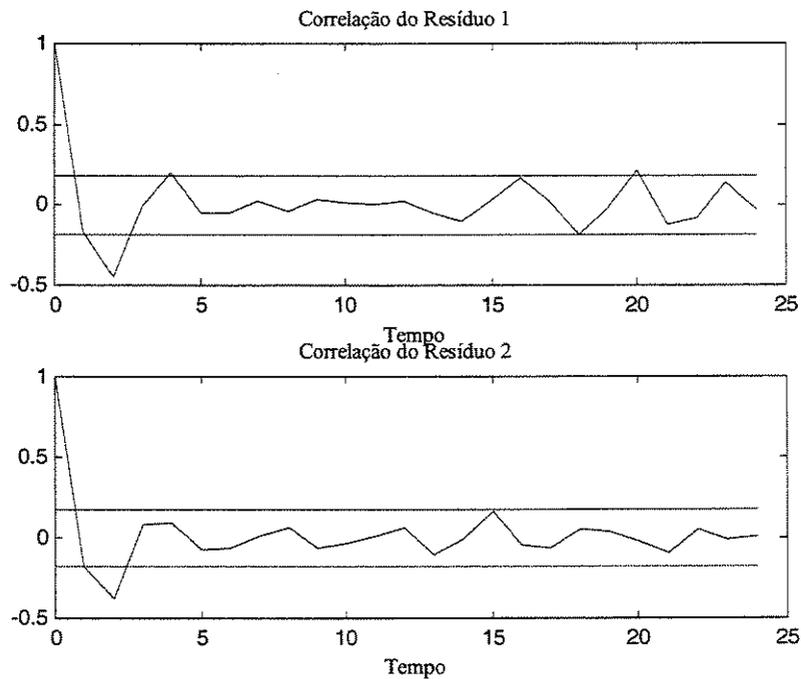


Figura 3. 21 Análise dos Resíduos através da Correlação para o Coluna de Destilação

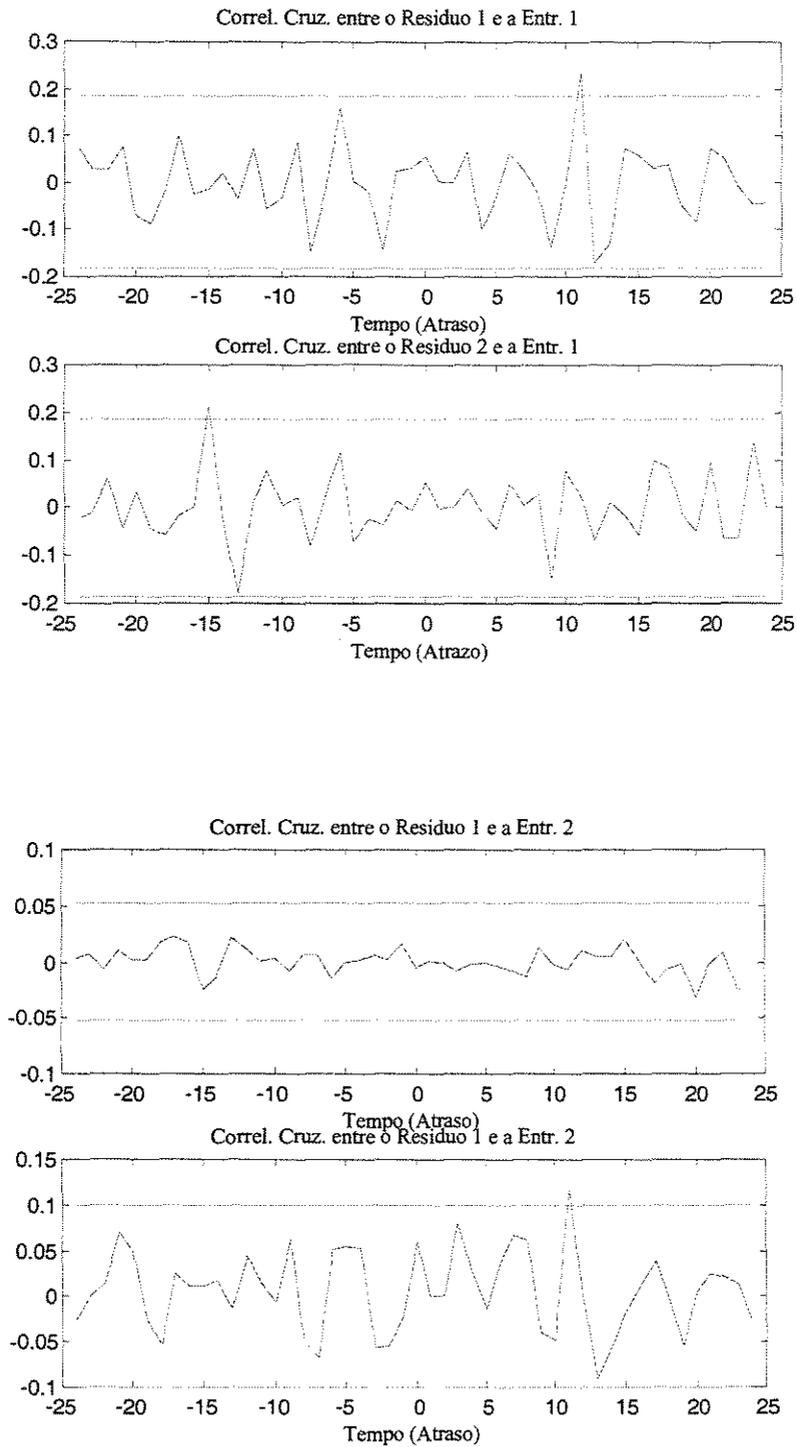


Figura 3. 22 Correlação Cruzada entre, parte dos Resíduos e as Entradas para a Abordagem Direta- Caso MIMO, Coluna de Destilação

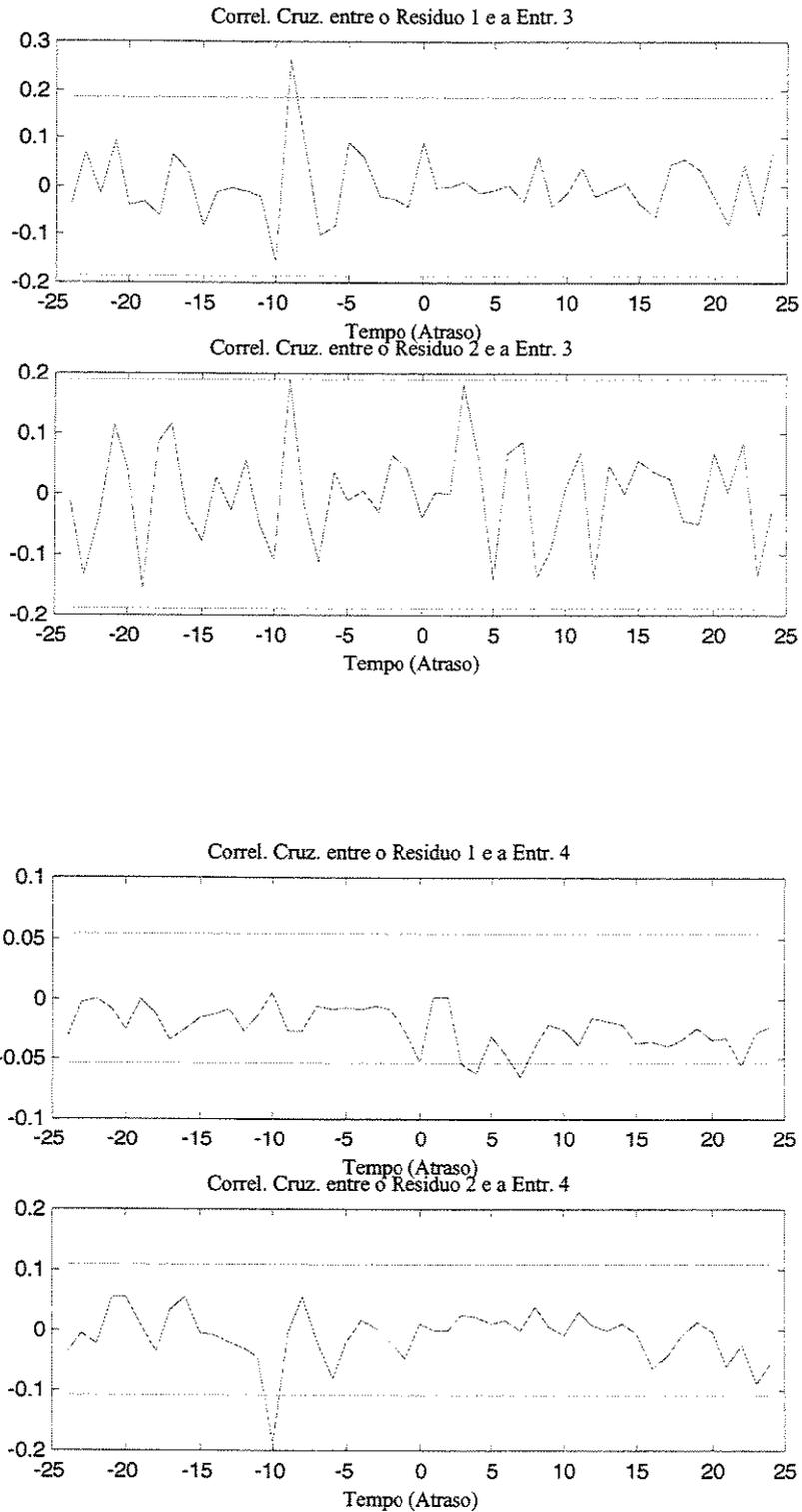


Figura 3. 23 Correlação Cruzada entre parte dos Resíduos e as Entradas para a Abordagem Direta- Caso MIMO, Coluna de Destilação

O procedimento de identificação em malha fechada, segundo a abordagem direta gerou para a malha aberta um modelo ARX multivariável, com $n_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $n_b = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $n_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, cujas respostas e validação estão representadas na Figuras 3. 20, 3. 21, 3. 22 e 3. 23.

Pela Figura 3. 20 observa-se que o modelo identificado apresenta boas estimativas. Através da análise dos ruídos pelas suas correlações Figura 3. 21 pode-se afirmar que eles têm comportamento de ruído branco. Através da Figura 3. 22 e 3. 23 nota-se que tem-se os ruídos pouco correlacionados com as entradas.

3. 8 Conclusões

É possível a identificação, em malha fechada dos processos químicos aqui apresentados, através da variação da carga na faixa de 10%.

A abordagem direta foi a que apresentou uma melhor estimativa, para o caso SISO avaliado.

A abordagem direta, para a configuração MIMO, apresentou bons resultados nos casos aplicados.

4 Identificação de Sistemas através dos Métodos dos Subespaços

4.1 Introdução

No começo dos anos noventa surgiu um novo tipo de algoritmo para a identificação de sistemas lineares, o chamado método dos subespaços. Este método surge da feliz associação entre a teoria de sistemas, a geometria e a álgebra linear. Refere-se a classe de algoritmos cuja principal característica é a aproximação dos subespaços gerados através das linhas ou colunas de alguns blocos das matrizes de dados de entradas/saídas.

Os sistemas agora apresentados são chamados modelos no espaço dos estados:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (4.2)$$

$$x(0) = x_0 \quad (4.3)$$

com:

$$E\left[\begin{pmatrix} w(k) \\ v(l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w^T(k) & v^T(l) \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{kl} \geq 0 \quad (4.4)$$

onde, $x(t)$ é o vetor de estados $nx1$, $u(t)$ é o vetor de entradas $mx1$ e $y(t)$ é o vetor de saídas $px1$. Os vetores $w(t)$, ruído do processo de dimensão $nx1$, e $v(t)$, ruído de medida de dimensão $px1$, são considerados como tendo média zero, não sendo correlacionados entre si e nem com $u(k)$ e estacionários. A é a matriz do sistema nxn , B a matriz de entrada nxm , C a matriz de saída pxn e D a matriz de transmissão pxm . As matrizes Q

de dimensão $n \times n$, S $n \times p$ e R $p \times p$ são as matrizes de covariância das seqüências de ruídos $w(k)$ e $v(l)$ e δ_{pq} delta de Kronecker.

O problema está na estimativa das matrizes A, B, C, D, Q, R, S a partir dos dados de entrada-saída $u(t)$ e $y(t)$.

Algumas técnicas têm sido propostas para isso. O clássico método do erro de predição, onde as matrizes são parametrizadas por alguma forma canônica, e então estes parâmetros são estimados, LJUNG (1987). Este método tem a vantagem de ser estatisticamente eficiente, porém, as desvantagens de ser um método iterativo (e não linear), podendo assim levar a um mínimo local, e as parametrizações canônicas poderem ser numericamente mal condicionadas.

Os chamados métodos dos subespaços é uma interessante alternativa ao do erro de predição. Nestes métodos, primeiro estima-se os estados $x(t)$ e então, encontra-se as matrizes através de um procedimento linear de mínimos quadrados. A aplicação para os sistemas MIMO tornam-se mais simples.

4.2 Algoritmos de Identificação pelo Método dos Subespaços

A questão a ser resolvida nos métodos dos subespaços é como obter os estados a partir dos dados $\{u(t)$ e $y(t)\}$. Assim, em contraste com os algoritmos clássicos de identificação, os métodos baseados nos subespaços primeiro obtém os estados e a partir daí o modelo é determinado. Na Figura 4. 1. está representada a diferença básica entre os métodos clássicos e o dos subespaços.

Deve-se observar a partir da equações (4. 1) à (4. 4) que caso fossem dados $x(t)$, $u(t)$ e $y(t)$ ter-se-ia a seguinte notação matricial:

$$\begin{bmatrix} x(t+1) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (4. 5)$$

Assim, pode-se encontrar A , B , C e D (assumindo-se que esta representação é mínima, isto é, não existe outro sistema de ordem menor que possa representá-lo) como uma regressão linear com os resíduos $\varepsilon^t(t) = [w^T(t), v^T(t)]^T$.

O problema é portanto, encontrar os estados para depois partir-se para a solução como apresentada acima

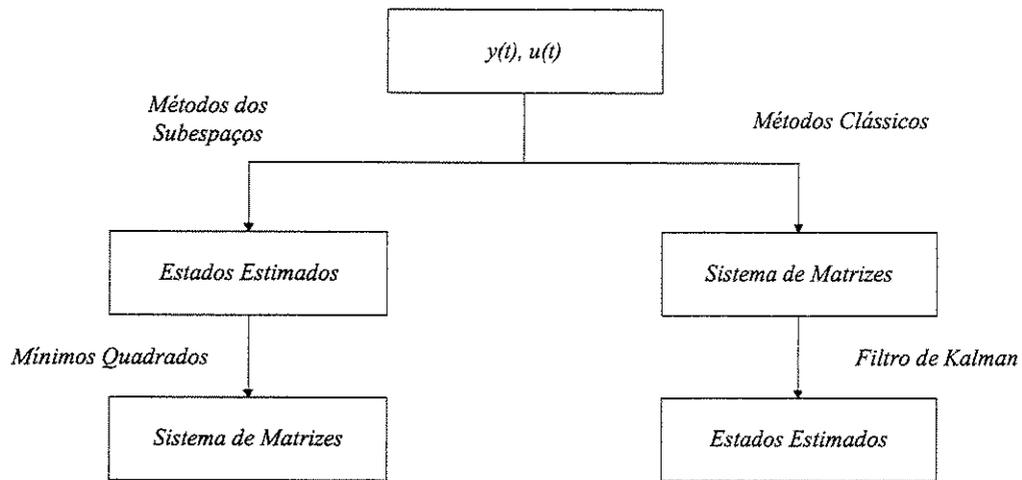


Figura 4. 1 Diferenças Básicas Entre os Métodos Clássicos de Identificação e os Métodos dos Subespaços de Identificação

Existem na literatura os seguintes algoritmos propostos para a identificação pelo método dos subespaços: o N4SID ("Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identification") proposto por VAN OVERSCHEE e DE MOOR (1992a), o CVA ("Canonical Variate Analysis") proposto por LARIMORE (1996), o MOESP ("Multivariable Output-Error State Space") proposto por VERHAEGEN e DEWILDE (1992a, 1992b) e VERHAEGEN (1993), e o ERA ("Eigen-System Realization Algorithm"), proposto por JUANG (1994, 1997).

Os algoritmos mencionados basicamente tem a estrutura apresentada na Figura 4. 2. Ali na seqüência à esquerda estão os algoritmos ERA e MOESP, e à direita os algoritmos N4SID e CVA. Com n representando a ordem do sistema, Γ_i a matriz de

observadores de Markov (matriz de observabilidade estendida) e $\hat{X}(t)$ é a estimativa dos estados.

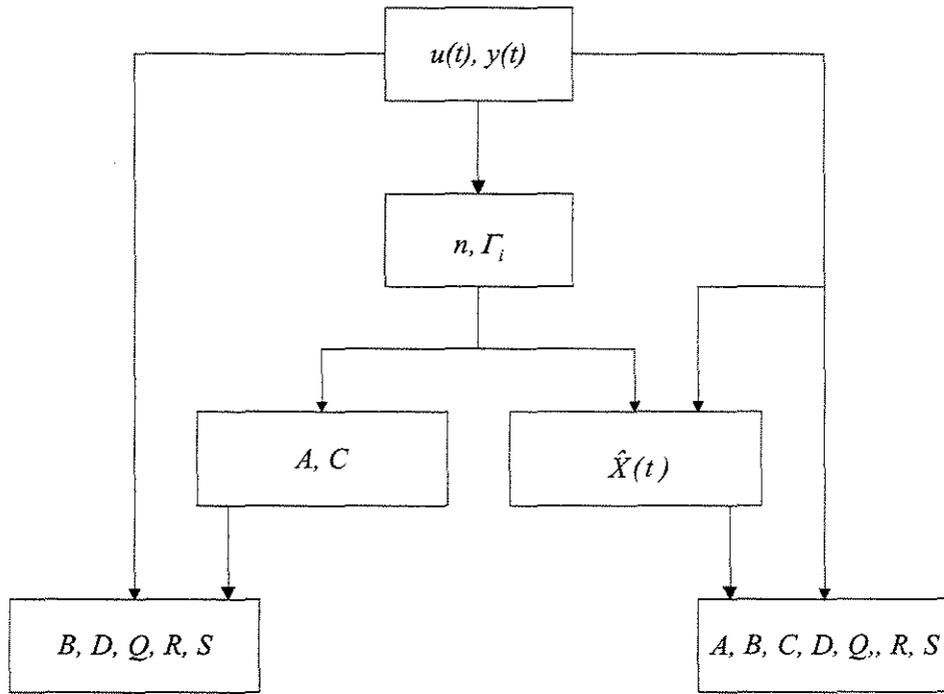


Figura 4. 2 Representação esquemática dos diversos algoritmos para a Identificação pelo Método dos Subespaços.

4.3 Propriedades Estocásticas de Sistemas Lineares

O sistema linear representado pelas equações (4. 1) e (4. 4) pode ser dividido em: uma parte determinística (sobrescrito d) e outra estocástica (sobrescrito s). Os estados e as saídas do sistema global são simplesmente as somas dos estados da parte determinística e da parte estocástica. Assim:

$$x(t) = x^d(t) + x^s(t) \quad (4. 6)$$

$$y(t) = y^d(t) + y^s(t) \quad (4. 7)$$

O subsistema determinístico é representado pelas equações (4.8) e (4.9), as quais descrevem a influência da entrada determinística $u(t)$ na saída determinística $y^d(t)$.

$$x^d(t+1) = Ax^d(t) + Bu(t) \quad (4.8)$$

$$y^d(t) = Cx^d(t) + Du(t) \quad (4.9)$$

O subsistema estocático é representado pelas equações (4.10) e (4.11), as quais descrevem a influência das seqüências de ruídos $w(t)$ e $v(t)$ na saída estocástica $y^s(t)$.

$$x^s(t+1) = Ax^s(t) + w(t) \quad (4.10)$$

$$y^s(t) = Cx^s(t) + v(t) \quad (4.11)$$

A partir da teoria da realização, HO e KALMAN (1966), é conhecido que no caso do subsistema determinístico representado pelas equações (4.8) e (4.9), os sistema de matrizes A, B, C, D podem ser determinados diretamente a partir da resposta ao impulso, h_i , do sistema:

$$h_i = CA^{i-1}B, i > 0 \quad (4.12)$$

$$h_0 = D \quad (4.13)$$

através da decomposição por valores singulares da matriz de blocos de Hankel M_i , com $i > n$ contendo os parâmetros de Markov do sistema:

$$\begin{aligned}
M_i &= \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & \dots & h_i \\ h_2 & h_3 & h_4 & \dots & h_{i+1} \\ h_3 & h_4 & h_5 & \dots & h_{i+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_i & h_{i+1} & h_{i+2} & \dots & h_{2i-1} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{i-1}B \end{bmatrix} \stackrel{SVD}{=} \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

uma possível realização para o sistema de matrizes:

$$A = S_1^{-1/2} U_1(1: \text{final} - p, :)^\dagger U_1(p+1: \text{final}, :) S_1^{1/2} \tag{4.15}$$

$$B = V_1^T(:, 1: m) \tag{4.16}$$

$$C = U_1(1: p, :) \tag{4.17}$$

onde \dagger representa a pseudo-inversa e $D = h_0$.

Para o subsistema estocástico: representado pela equações (4. 10), (4. 11) e (4. 4), utilizando a teoria da realização semelhantemente ao apresentado em AKAIKE (1974), deve-se encontrar os sistema de matrizes A , C , Q , R , S a partir da seqüência de covariâncias de saída A_i :

$$A_i \stackrel{def}{=} E[y^s(t)(y^s(t+1))^T] = CA^{i-1}G, \quad \text{para } i > 0 \tag{4.18}$$

$$G \stackrel{def}{=} E[x^s(t+1)(y^s(t))^T] \tag{4.19}$$

Então, para a obtenção de A , G e C usa-se um procedimento similar ao do caso determinístico, tomando-se a decomposição em valores singulares para a matriz de blocos de Hankel das covariâncias de saída A_i :

$$C_i = \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \dots & \Delta_i \\ \Delta_2 & \Delta_3 & \Delta_4 & \dots & \Delta_{i+1} \\ \Delta_3 & \Delta_4 & \Delta_5 & \dots & \Delta_{i+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i & \Delta_{i+1} & \Delta_{i+2} & \dots & \Delta_{2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{i-1}B]^{SVD} = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

com uma possível realização para o sistema:

$$A = S_1^{-1/2} U_1(1: \text{final} - p, :)^T U_1(p+1: \text{final}, :) S_1^{1/2} \quad (4.21)$$

$$G = V_1^T(:, p: m) \quad (4.22)$$

$$C = U_1(1: p, :) \quad (4.23)$$

Deve-se agora encontrar Q , R , S através de A , G , C e A_0 . Pode-se mostrar que estas matrizes estão relacionadas através das equações:

$$A_0 = C \Sigma^s C^T + R \quad (4.24)$$

$$G = A \Sigma^s C^T + S \quad (4.25)$$

$$\Sigma^s = A \Sigma^s A^T + Q \quad (4.26)$$

onde Σ^s é a matriz de covariância dos estados:

$$\Sigma^s \stackrel{def}{=} E[x^s(t)(x^s(t))^T] \quad (4.28)$$

Pode-se ver que se A , G , C , A_0 são dados, as equações acima tem solução única para Q , R , S somente se Σ^s é conhecido. Portanto, deve-se escolher (como sugere FAURRE (1976)), entre:

$$\xi \leq \Sigma^s \leq \psi \quad (4.29)$$

onde ϕ e φ são as soluções das equações algébricas de Riccati:

$$\xi = A\xi A^T + (G - A\xi C^T)(\Lambda_0 - C\xi C^T)^{-1}(G - A\xi C^T)^T \quad (4.30)$$

$$\psi = A^T \psi A + (C^T - A^T \psi G)(\Lambda_0 - G^T \psi G)^{-1}(C^T - A^T \psi G)^T \quad (4.31)$$

Pode-se redefinir o sistema linear, recebendo a denominação de sistema na forma modificação antecipada ("forward innovation form", segundo FAVOREEL (1999)), quando escolhe-se Σ^s igual a ξ .

Têm-se:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \quad (4.32)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + e(t) \quad (4.33)$$

$$\psi = A^T \psi A + (C^T - A^T \psi G)(\Lambda_0 - G^T \psi G)^{-1}(C^T - A^T \psi G)^T \quad (4.34)$$

com:

$$E[e(t)e^T(t)] = \Lambda_0 - C\Sigma^s C^T \quad (4.35)$$

$$\Sigma^s = A\Sigma^s A^T + (G - A\Sigma^s C^T)(\Lambda_0 - C\Sigma^s C^T)^{-1}(G - A\Sigma^s C^T)^T \quad (4.36)$$

$$K = (G - A\Sigma^s C^T)(\Lambda_0 - C\Sigma^s C^T)^{-1} \quad (4.37)$$

Neste sistema definido pelas equações (4.32)-(4.37), K é o ganho em regime permanente do filtro de Kalman e $e(t)$ o ruído (perturbação). Neste trabalho usa-se esta representação do sistema, uma vez que os algoritmos utilizados apresentam esta forma, conforme visto em HAVERKAMP e VERHAEGEN (1997) e DE MOOR *et al.* (1997).

4.4 A Estrutura dos Subespaços para Sistemas Lineares

Define-se aqui, como os dados usados nos algoritmos estão estruturados na matriz de blocos de Hankel.

A matriz de observabilidade estendida é definida como:

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

As matrizes reversas de controlabilidade estendidas Δ_i^d e Δ_i^s para os subsistemas determinísticos e estocásticos (na forma modificação antecipada) são:

$$\Delta_i^d \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} A^{i-1}B & A^{i-2}B & \dots & AB & B \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\Delta_i^s \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} A^{i-1}K & A^{i-2}K & \dots & AK & K \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

A matriz de bloco triangular inferior determinística de Toeplitz, H_i^d :

$$H_i^d \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

A matriz de bloco triangular inferior estocástica de Toeplitz, H_i^s :

$$H_i^s \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CK & I & 0 & \dots & 0 \\ CAK & CK & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}K & CA^{i-3}K & CA^{i-4}K & \dots & I \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

As matrizes de blocos de Hankel, das entradas $U_{0|i-1}$, das saídas $Y_{0|i-1}$ e dos ruídos $E_{0|i-1}$:

$$U_{0|i-1} \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i-1} & u_i & \dots & u_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$Y_{0|i-1} \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$E_{0|i-1} \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} e_0 & e_1 & \dots & e_{j-1} \\ e_1 & e_2 & \dots & e_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{i-1} & e_i & \dots & e_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Para facilitar a notação define-se as matrizes, onde os subscritos p representam os valores passados e f os valores futuros:

$$U_p \stackrel{def}{=} U_{0|i-1} \quad U_f \stackrel{def}{=} U_{0|2i-1} \quad (4.46)$$

$$Y_p \stackrel{def}{=} Y_{0|i-1} \quad Y_f \stackrel{def}{=} Y_{0|2i-1} \quad (4.47)$$

$$E_p \stackrel{def}{=} E_{0|i-1} \quad E_f \stackrel{def}{=} E_{0|2i-1} \quad (4.48)$$

A matriz contendo os valores passados das entradas U_p e das saídas Y_p :

$$W_p \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} Y_p \\ U_p \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Definindo-se também os valores dos estados passados X_p e futuros X_f :

$$X_p = X_0 \stackrel{def}{=} [x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{j-1}] \quad (4.50)$$

$$X_f = X_i \stackrel{def}{=} [x_i \quad x_{i+1} \quad x_{i+2} \quad \dots \quad x_{i+j-1}] \quad (4.51)$$

O seguinte conjunto de equações, como apresentado em DE MOOR (1988), é o núcleo principal para a identificação de sistemas pelo método dos subespaços:

$$Y_p = \Gamma_i X_p + H_i^d U_p + H_i^s E_p \quad (4.52)$$

$$Y_f = \Gamma_i X_f + H_i^d U_f + H_i^s E_f \quad (4.53)$$

$$X_f = A_i X_p + \Lambda_i^d U_p + \Lambda_i^s E_p \quad (4.54)$$

4.5 Projeção do Subespaço

Nesta sessão definem-se os conceitos de projeção ortogonal e projeção oblíqua. Aqui considera-se as matrizes A de dimensão pxj , B de dimensão qxj , e C de dimensão rxj . Usou-se esta nomenclatura apenas nesta sessão, não estando relacionada com as apresentadas anteriormente.

A projeção ortogonal de A em B que é representada por A/B é definida como:

$$A/B \stackrel{def}{=} AB^+ B \quad (4.55)$$

Pode-se escrever também que:

$$A/B^\perp = A - A/B \quad (4.56)$$

onde A/B^\perp representa a projeção de A em B^\perp (notação para o complemento ortogonal de B)

A projeção oblíqua de A através de B em C , representada por $A/_B C$ é definida como:

$$A/_B C \stackrel{def}{=} A \begin{bmatrix} (C)^+ \\ B \end{bmatrix} (:, I : r) C \quad (4.57)$$

que também pode ser escrita como:

$$A/B C = [A/B^\perp] [C/B^\perp] C \quad (4.58)$$

4.6 As Três Etapas da Identificação através do Método dos Subespaços

Apresenta-se aqui as três etapas do processo de identificação pelo método dos subespaços. A primeira etapa é a projeção das matrizes de dados através da decomposição pelo método dos mínimos quadrados. A segunda etapa é a decomposição através dos valores singulares do resultado obtido anteriormente. Esta etapa leva à determinação da matriz de observabilidade Γ_i e as estimativas do filtro de Kalman \hat{X}_f dos estados X_f . Na terceira etapa as matrizes A, B, C, D, Q, S, R são determinadas a partir de Γ_i e/ou \hat{X}_f . Na Figura 4.3. apresenta-se o esquema das etapas dos algoritmos.

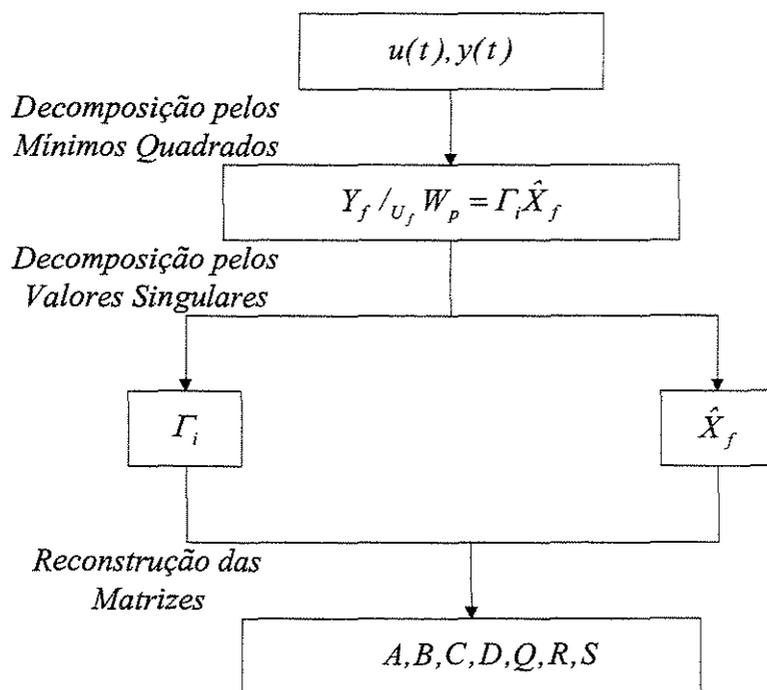


Figura 4.3 Representação esquemática dos algoritmos para a Identificação através do Método dos Subespaços

4. 6. 1 Primeira Etapa: Decomposição através dos Mínimos Quadrados

Nesta etapa deve-se extrair o termos $\Gamma_i X_f$ da equação (4. 53). Isto é feito da seguinte forma: dadas as entradas e saídas passadas W_p e as entradas futuras U_f , pode-se prever os valores ótimos, \hat{Y}_f das futuras saídas, Y_f , posto como:

$$\hat{Y}_f = L_w W_p + L_u U_f \quad (4. 59)$$

A obtenção dos valores ótimos, \hat{Y}_f , para Y_f pode ser encontrado através da solução do problema de mínimos quadrados (LQ):

$$\min_{L_w L_u} \left\| Y_f - \begin{bmatrix} L_w & L_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (4. 60)$$

que pode ser resolvido através da projeção ortogonal de Y_f em W_p e U_f :

$$\hat{Y}_f = Y_f / \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} = L_w W_p + L_u U_f \quad (4. 61)$$

com as projeções obliquas e $L_w W_p$ e $L_u U_f$ podendo ser encontradas separadamente:

$$Y_f /_{U_f} W_p = L_w W_p \quad (4. 62)$$

$$Y_f /_{W_p} U_f = L_u U_f \quad (4. 63)$$

Através da decomposição pelos mínimos quadrados (LQ):

$$\begin{bmatrix} U_f \\ W_p \\ \hat{Y}_f \end{bmatrix} \stackrel{LQ}{=} \begin{bmatrix} L_{cc} & 0 & 0 \\ L_{bc} & L_{bb} & 0 \\ L_{ac} & L_{ab} & L_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_c^T \\ Q_b^T \\ Q_a^T \end{bmatrix} \quad (4. 64)$$

Assim, Y_f , W_p e U_f são:

$$U_f = L_{cc}Q_c^T \quad (4.65)$$

$$W_p = L_{bc}Q_c^T + L_{bb}Q_b^T \quad (4.66)$$

$$Y_f = L_{ac}Q_c^T + L_{ab}Q_b^T + L_{aa}Q_a^T \quad (4.67)$$

A projeção ortogonal, $Y_f / \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix}$ pode ser obtida através de:

$$\begin{aligned} Y_f / \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} &= Y_f \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} = Y_f \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} = \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} L_{ac} & L_{ab} \end{bmatrix}}_{\substack{\text{def} \\ = L}} \begin{bmatrix} L_{cc} & 0 \\ L_{bc} & L_{bb} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.68)$$

A projeção oblíqua, $Y_f /_{U_f} W_p$:

$$Y_f /_{U_f} W_p = L(:, 1 : (m + p) i) W_p \quad (4.69)$$

Através da equação (4. 61) tem-se que:

$$L_w = L(:, 1 : (m + p)) \quad (4.70)$$

$$L_u = L(:, \text{final} - im + 1 : \text{final}) \quad (4.71)$$

Em VAN OVERSCHEE (1995), mostra-se que:

$$O_i \stackrel{\text{def}}{=} Y_f /_{U_f} W_p = \Gamma_i \hat{X}_f \quad (4.72)$$

desde que se considere que a entrada $u(t)$ é não correlacionada com os ruídos $e(t)$, que a entrada $u(t)$ seja persistentemente excitante de ordem $2i$ (ver LJUNG e McKELVEY (1996)), o número de dados seja suficientemente grande ($j \rightarrow \infty$) e que o ruído não seja identicamente zero. O_i recebe a denominação de projeção ponderada.

4. 6. 2 Segunda Etapa: Decomposição através de Valores Singulares

Na sessão anterior chegou-se a equação (4. 72) que é a projeção oblíqua, representada pela equação (4. 62). Nesta sessão encontram-se Γ_i e \hat{X}_f . Desde que o número de elementos da matriz de dados de Hankel j seja infinito ($j \rightarrow \infty$), L_w será uma matriz de ordem n , sendo n a ordem do sistema. Como na prática têm-se um número finito de dados e o efeito dos ruídos, usa-se a decomposição em valores singulares (SVD) para a obtenção de uma matriz aproximada de ordem n . A matriz L_w será ponderada pelas matrizes W_1 e W_2 :

$$W_1 L_w W_2 = [U_1 \quad U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \approx U_1 S_1 V_1^T \quad (4. 73)$$

A ordem n poderá ser estimada pela inspeção dos valores singulares de S_j . Assim:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} \quad (4. 74)$$

$$\hat{X}_f = S_1^{1/2} V_1^T W_2^{-1} W_p \quad (4. 75)$$

4. 6. 3 Terceira Etapa: Reconstrução das Matrizes do Espaços de Estados

Como já foi mencionado, superficialmente, anteriormente as diferenças básicas entre os algoritmos está na terceira etapa, onde uma classe de algoritmos, o N4SID e o CVA usam a estimativa de estados \hat{X}_f para encontrar o modelo no espaço dos estados, enquanto que o MOESP e o ERA usam matriz de observabilidade estendida (também chamada de matriz de observadores de Markov). Na Figura 4.3 representam-se as três etapas do processo de identificação via método dos subespaços.

4. 6. 3. 1 Algoritmos que usam a Estimativa dos Estados

Desde que os estados sejam conhecidos, as matrizes de estado A , B , C e D podem facilmente ser encontradas através do método dos mínimos quadrados:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{\hat{y}_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ U_{\hat{u}_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \quad (4. 76)$$

onde ρ_w e ρ_v são os resíduos. Ve-se nas duas primeiras etapas da identificação pelo método dos subespaços, que as seqüências de estados \hat{X}_i e \hat{X}_{i+1} podem ser obtidas a partir da decomposição pelos valores singulares das seguintes projeções:

$$Y_{i|2i-1} / U_{\hat{u}_{i-1}} W_{0i-1} = \Gamma_i \hat{X}_i \quad (4. 77)$$

$$Y_{i+1|2i-1} / U_{\hat{u}_{i+1}} W_{0i} = \Gamma_i \hat{X}_{i+1} \quad (4. 78)$$

FAVOREEL (1999) sugere a seguinte seqüência de cálculos para forçar que \hat{X}_i e \hat{X}_{i+1} estejam na mesma base no espaço dos estados: primeiro calcula-se Γ_i e \hat{X}_i através da equação (4. 77) como nas equações (4. 74) e (4. 75), então calcula-se Γ_{i-1} como:

$$\Gamma_i = \Gamma_i (1: final - 1, :) W_{0i} \quad (4. 79)$$

a seguir calcula-se \hat{X}_{i+1} através de:

$$\hat{X}_{i+1} = \Gamma_{i-1}^t Y_{i+1|2i-1} / U_{\hat{u}_{i+1}} W_{0i} \quad (4. 80)$$

A seqüência de cálculos apresentados aqui, como sugerido por FAVOREEL (1999), podem levar a estimativas de A , B , C , em D , com bias. Uma vez que \hat{X}_i e \hat{X}_{i+1} , embora tenham a mesma seqüência de entradas, eles têm estados iniciais diferentes. As suas seqüências de estados iniciais são \hat{X}_0^1 e \hat{X}_0^2 :

$$Y_{i|2i-1} / U_{i|2i-1} W_{0|i-1} \rightarrow \hat{X}_0^1 = X_0 / U_{i|2i-1} W_{0|i-1} \quad (4.81)$$

$$Y_{i+1|2i-1} / U_{i+1|2i-1} W_{0|i} \rightarrow \hat{X}_0^2 = X_0 / U_{i+1|2i-1} W_{0|i} \quad (4.82)$$

o que mostra que \hat{X}_0^1 e \hat{X}_0^2 são diferentes. Assim a estimativa das matrizes do espaço do estados podem ser levemente tendenciosas. Em VAN OVERSCHEE (1995) apresentam-se algoritmos mais consistentes, porém com a mesma idéia básica apresentada aqui.

As matrizes das covariâncias dos ruídos deverão ser estimadas a partir dos resíduos ρ_w e ρ_v através do método dos mínimos quadrados:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}_i = \frac{1}{j} \left(\begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix}^T \right) \geq 0 \quad (4.83)$$

4. 6. 3. 2 Algoritmos que usam a Matriz de Observabilidade Estendida

As matrizes A , B , C e D são obtidas em duas etapas: primeiro A e C são estimadas a partir de Γ_i , a seguir B e D são calculadas através do método do mínimos quadrados.

As matrizes A e C podem ser facilmente estimadas a partir de, FAVOREEL (1999):

$$\Gamma_i(1: final-l, :)A = \Gamma_i(l+1: final, :) \quad (4.84)$$

a partir desta equação, A e C podem ser encontrados como:

$$A = \Gamma_i(1: final-l, :)^\dagger \Gamma_i(l+1: final, :) \quad (4.85)$$

$$C = \Gamma_i(1: l, :) \quad (4.86)$$

Com as hipóteses de que os ruídos e_k não são correlacionados com as entradas u_k e desde que os ruídos são persistentemente excitantes de ordem $2i$, pode-se a partir da equação (4. 53) chegar a:

$$\Gamma_i^{-1} Y_f U_f^T = \Gamma_i^{-1} H_i^d \quad (4.87)$$

que pode ser escrita como:

$$[M_1 \ M_2 \ \dots \ M_i] = [\Theta_1 \ \Theta_2 \ \dots \ \Theta_i] \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

onde M_k de dimensão $(pi-n) \times m$ e Θ_k de dimensão $(pi-n) \times l$. Isto pode ser reescrito como:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 & \dots & \Theta_{i-1} & \Theta_{i-1} \\ \Theta_2 & \Theta_3 & \dots & \Theta_i & 0 \\ \Theta_3 & \Theta_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_i & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & \Gamma_i(1: final - p, :) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

As matrizes das covariâncias dos ruídos deverão ser estimadas a partir dos resíduos ρ_w e ρ_v através do método dos mínimos quadrados, como da equação (4.63).

4.7 Comparação da Identificação pelo Método dos Subespaços com o Método do Erro de Predição

Deve-se ressaltar que ao referir-se aqui em identificação pelo método dos subespaços não estão incluídos aqueles métodos de ajuste de parâmetros para situações em que se conhece a estrutura do modelo, e este está na forma de equações de estado (esta forma de identificação é a chamada de cinza ou mista). Pode-se citar a aplicação desta forma no trabalho de LJUNG (1991) e com mais profundidade já embutindo os conceitos do método do erro de predição e do método do subespaços em McKELVEY (1995).

Uma das vantagens do método dos subespaços sobre o método do erro de predição está na facilidade de se trabalhar com sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Outra vantagem é que a escolha da ordem do modelo já faz parte do próprio processo de identificação, enquanto que, no do erro de predição a escolha está baseada num critério de erro posterior. Além disso, os métodos dos subespaços não envolvem técnicas de otimização não linear, podendo ser mais rápidos e precisos, no sentido de não ocorrência de mínimos locais.

Os métodos do erro de predição são teoricamente, e eventualmente praticamente, mais eficientes pelo fato de que otimizam diretamente uma função objetivo. Assim, os dois métodos podem ser acoplados quando se está interessado em grande precisão. O método dos subespaços poderia ser empregado para uma estimativa inicial, evitando assim mínimos locais, e o método do erro de predição para uma reestimativa de todos os parâmetros envolvidos.

4. 8 Conclusões

A identificação pelo método dos subespaços apresenta-se como uma boa alternativa para a identificação, principalmente para configurações MIMO.

O método dos subespaços, quando se deseja uma grande precisão, pode ser acoplado (como uma primeira estimativa) ao método do erro de predição.

5. A Identificação em Malha Fechada através dos Métodos dos Subespaços

5.1 Introdução

Os procedimentos de identificação de modelos no espaço de estados, onde primeiramente os estados são obtidos dos dados e então estima-se o sistema, são chamados de métodos de subespaços e tiveram desenvolvimento promissor a partir dos anos 90, principalmente na aplicação a sistemas multivariáveis. Os principais desenvolvimentos foram feitos, para o caso de malha fechada, partindo dos desenvolvimentos primeiros para malha aberta, a seguir.

Em JUANG (1994), o sistema é excitado através de $c(t)$ ou $s(t)$, e as saídas são medidas, através destas séries temporais obtêm-se os parâmetros de Markov do observador de estado da malha fechada, a partir daí os parâmetros de Markov do sistema, do observador de estado e do controlador são recuperados. Obtêm-se então a realização do sistema e as matrizes de ganho do observador e do controlador. Em JUANG (1997) apresenta-se um “software” desenvolvido segundo esta metodologia.

Numa outra abordagem, LJUNG e McKELVEY (1995), o método de subespaços é usado juntamente com o método de erro de predição, usando um ARX de alta ordem para tal, através de um algoritmo recursivo passo a passo.

VERHAEGEN (1993), trata o sistema em malha fechada como um sistema em malha aberta, aplicando as técnicas do método de subespaços, obtendo assim um sistema matricial para o sistema global. O sistema matricial que representa a planta é obtido então através de manipulação matricial e redução do modelo.

Em VAN OVERSCHEE e DE MOOR (1996), um esquema de projeção para a estimativa dos estados semelhante ao de malha aberta é usado para a malha fechada. A identificação é realizada após estas projeções.

5. 2 Problemas com os Métodos dos Subespaços para a Identificação em Malha Fechada

Um sistema linear, invariante no tempo e discreto, pode ser representado por:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5. 1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (5. 2)$$

A discussão a seguir considera o caso SISO, apenas pela facilidade de notação, podendo facilmente ser estendido para o MIMO.

Os Métodos dos Subespaços podem ser usados para estimar a ordem do sistema, isto é, a dimensão do vetor de estados $x(t)$ e o sistema de matrizes (A, B, C, D) .

Organizando-se a matriz de blocos de Hankel, chega-se a:

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_i \\ y_2 & y_3 & y_4 & \cdots & y_{i+1} \\ y_3 & y_4 & y_5 & \cdots & y_{i+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_i & y_{i+1} & y_{i+2} & \cdots & y_{2i-1} \end{bmatrix} \quad (5. 3)$$

onde $i \geq n$, e os dados de $u(t)$ e $v(t)$ são colocados nas matrizes de bloco de Hankel, denominadas por U e E . Pode-se escrever então:

$$Y_i = \Gamma_i X + H_i U + E \quad (5. 4)$$

com:

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ CB & D & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & 0 \\ CA^{i-2} & CA^{i-3} & \cdot & \cdot & & D \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$X = [x_1 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad x_i] \quad (5.7)$$

Se os termos U e E são nulos, a matriz Γ_i pode ser encontrada a partir de Y . Para as situações em que U e E não são nulos, precisa-se eliminar os efeitos deles.

Definindo a matriz de projeção:

$$\Pi_U^\perp = I - U^T (UU^T)^{-1} U \quad (5.8)$$

Se multiplicar a equação (5.4) pelo lado direito por esta matriz, obtêm-se:

$$Y_i \Pi_U^\perp = \Gamma_i X \Pi_U^\perp + E \Pi_U^\perp \quad (5.9)$$

O próximo problema é remover-se o último termo, multiplicando-se a equação (5.9) pela direita por uma matriz conveniente W^T de dimensão ixN e dividindo tudo por N .

$$\hat{Y}_{iN} = \frac{1}{N} Y_i \Pi_U^\perp W^T = \Gamma_i \frac{1}{N} X \Pi_U^\perp W^T + \frac{1}{N} E \Pi_U^\perp W^T \stackrel{def}{=} \Gamma_i \hat{X}_N + \hat{E}_N \quad (5.10)$$

Se a matriz W é tal que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{E}_N = 0 \quad (5.11)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{X}_N \stackrel{def}{=} \hat{X}, \text{ tem rank completo } n \quad (5.12)$$

Tem-se:

$$\hat{Y}_{iN} = \Gamma_i \hat{X} + \hat{E} \quad (5.13)$$

$$\hat{E}_N = \Gamma_i (\hat{X}_N - \hat{X}) + \hat{E} \rightarrow 0 \quad \text{com } N \rightarrow \infty \quad (5.14)$$

Assim pode-se obter uma boa estimativa de Γ_i pelo decomposição singular de \hat{Y}_{iN} e extraíndo-se da decomposição os vetores singulares esquerdos que correspondem a n .

Em malha aberta pode-se construir W usando entradas atrasadas, como se faz para o Método das Variáveis Instrumentais, porém em malha fechada esta abordagem irá falhar pela correlação entre as entradas e os ruídos.

Uma forma, é construir W a partir de sinais da carga atrasados. Isto irá garantir a equação (5.11). Na prática também é necessário que a equação (5.12) seja satisfeita com boa margem.

5.3 Algoritmos para a Identificação em Malha Fechada através do Método dos Subespaços

Como mostrado na sessão anterior, e como comprovam DE MOOR (1997), FORSSEL (1999) e LJUNG e McKELVEY (1995); os algoritmos de identificação pelo método dos subespaços não funcionam bem quando trabalham com sistemas em malha fechada. Os algoritmos levam à estimativas tendenciosas. Propõe-se, similarmente ao apresentado em DE MOOR (1997), um procedimento (visando minimizar a tendência) para a identificação em malha fechada.

Procura-se identificar o sistema linear invariante no tempo, descrito na forma:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \quad (5.15)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (5.16)$$

com:

$$E\left[\begin{pmatrix} w(k) \\ v(l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w^T(k) & v^T(l) \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{kl} \geq 0 \quad (5.17)$$

Para o controlador, também assume-se ser linear, invariante no tempo de descrito pelas equações de estado:

$$x^c(t+1) = A_c x^c(t) + B_c^y y(t) + B_c^r r(t) \quad (5.18)$$

$$u(t) = C_c x^c(t) + D_c^y y(t) + D_c^r r(t) \quad (5.19)$$

A hipótese que se faz é que se conhece os coeficientes da resposta ao impulso do controlador, o que é razoável, uma vez que, normalmente se conhece o controlador; ou, caso não, pode-se perturbá-lo, sem maiores danos práticos ao processo.

Portanto, sendo dadas as entradas $u(t)$, as saídas $y(t)$ do sistema desconhecido nas equações (5.15) a (5.16), e os coeficientes da resposta ao impulso do controlador, representado pelas equações (5.18) a (5.19), deve-se encontrar as matrizes do A , B , C , D , Q , R e S .

Como foi visto no Capítulo 4, o sistema de equações (4.43) a (4.45) representam os efeitos nos estados $x(t)$, das entradas determinísticas e das entradas estocásticas que podem ser oriundas dos sistema (5.15)-(5.17). E, desde que o controlador seja também linear e invariante no tempo pode-se encontrar as equações análogas:

$$U_f = \Gamma_c X_f^c + H_c^y Y_f + H_c^r R_f \quad (5.20)$$

$$U_p = \Gamma_c X_p^c + H_c^y Y_p + H_c^r R_p \quad (5.21)$$

$$X_f^c = A_c^i X_p^c + \Delta_c^y Y_f + \Delta_c^r R_f \quad (5.22)$$

onde a seqüência X_c^f do controlador é definida por:

$$X_f^c = \begin{bmatrix} x_i^c & x_{i+1}^c & \dots & x_{i+j-1}^c \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Define-se também:

$$\Gamma_c \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} C_c \\ C_c A_c \\ \dots \\ C_c A_c^{i-1} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$H_c^y \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} D_c^y & 0 & \dots & 0 \\ C_c B_c^y & D_c^y & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_c A_c^{i-2} B_c^y & C_c A_c^{i-3} B_c^y & \dots & D_c^y \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$H_c^r \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} D_c^r & 0 & \dots & 0 \\ C_c B_c^r & D_c^r & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_c A_c^{i-2} B_c^r & C_c A_c^{i-3} B_c^r & \dots & D_c^r \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\Delta_c^y \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} A_c^{i-1} B_c^y & \dots & A_c B_c^y & B_c^y \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\Delta_c^r \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} A_c^{i-1} B_c^r & \dots & A_c B_c^r & B_c^r \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Se os dados são obtidos em malha aberta, os algoritmos de identificação pelo método dos subespaços trabalham bem. Entretanto, se os dados são obtidos em malha fechada, a estimativa do modelo deverá ser tendenciosa, uma vez que com a realimentação U_f deverá estar correlacionado com os resíduos E_f . Neste caso a solução pelo métodos mínimos quadrados:

$$\min_{L_w, L_u} \left\| Y_f - \begin{bmatrix} L_w & L_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_p \\ U_f \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (5.29)$$

deverá ser assintoticamente tendenciosa ($j \rightarrow \infty$). O caminho para contornar isto, como foi apresentado por VAN OVERSCHEE e DE MOOR (1996) é substituir a matriz de Hankel de entradas futuras por uma nova matriz M_f , onde os dados não estão correlacionados com os resíduos E_f , isto é similar ao método das variáveis instrumentais

apresentado em GUSTAFSSON (1997). Assim deve-se escolher M_f . Substituindo-se U_f da equação (4. 53) através da equação (5. 20), têm-se:

$$Y_f = T_c(\Gamma X_f + H^d M_f + H^y E_f) \quad (5. 30)$$

onde define-se:

$$T_c \stackrel{def}{=} (I - H^d H_c^y)^{-1} \quad (5. 31)$$

$$M_f \stackrel{def}{=} U_f - H_c^y Y_f \quad (5. 32)$$

A matriz M_f pode ser calculada diretamente da definição, desde que conheça-se as primeiras respostas do controlador ao impulso e, portanto H_c^y é conhecido. A partir da equação (5. 20) pode se ver que M_f pode também ser escrito como:

$$M_f = R_f - \Gamma_c X_f^c \quad (5. 33)$$

desde que:

$$R_f E_f^T = 0 \quad \text{e} \quad X_f^c E_f^T = 0 \quad (5. 34)$$

pode-se ver que:

$$M_f E_f^T = 0 \quad (5. 35)$$

Assim, M_f pode ser considerada como uma matriz que contém as variáveis instrumentais, uma vez que seus elementos não estão correlacionados com os ruídos $e(t)$. Portanto, o critério dos mínimos quadrados fica:

$$\min_{L_w^c, L_u^c} \left\| Y_f - \begin{bmatrix} L_w^c & L_u^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_p \\ M_f \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (5. 36)$$

os parâmetros L_w^c e L_u^c podem ser encontrados através da projeção das futuras saídas Y_f nos espaço W_p e M_f :

$$\hat{Y}_f = Y_f / \begin{bmatrix} W_p \\ M_f \end{bmatrix} = L_w^c W_p + L_u^c M_f \quad (5.37)$$

Com as hipóteses: as entradas $u(t)$ são persistentemente excitantes de ordem $2i$, o número de dados seja grande, o ruído $e(t)$ não seja identicamente igual a zero e os primeiros parâmetros da resposta ao impulso do controlador sejam conhecidas, então:

$$Y_f / W_p = \varphi_i \hat{X}_f \quad (5.38)$$

com:

$$\varphi_i \stackrel{def}{=} T_c \Gamma_i \quad (5.39)$$

5.4 Algoritmos para a Identificação pelo Método dos Subespaços em Malha Fechada usando os Estados

O algoritmo apresentado aqui, foi proposto em VAN OVERSCHEE e DE MOOR (1996). Inicialmente calcula-se as projeções oblíquas através da decomposição pelos mínimos quadrados:

$$O_i = Y_{i|2i-1} / M_{i|2i-1} W_{0i-1} = L_w^c W_{0i-1} \quad (5.40)$$

$$O_{i+1} = Y_{i+2|2i-1} / M_{i+1|2i-1} W_{0i} \quad (5.41)$$

e determina-se L_w^c .

A seguir através da decomposição em valores singulares:

$$W_1 L_w^c W_2 = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

determina-se a ordem n do sistema através da inspeção do número de valores singulares dominantes S_1 . Determina-se, ainda φ_i e φ_{i+1} como:

$$\varphi_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} \quad (5.43)$$

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i(1 : \text{final} - 1, :) \quad (5.44)$$

e as seqüências de estados:

$$\hat{X}_i = S_1^{1/2} V_1^T W_2^{-1} W_p \quad (5.45)$$

$$\hat{X}_{i+1} = \varphi_{i+1}^+ O_i \quad (5.46)$$

A seguir, estima-se as matrizes A , B , C , D do modelo do sistema e as matrizes de covariância dos ruídos Q , R , S , através do método dos mínimos quadrados, para o modelo do sistema:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ U_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Para as matrizes dos ruídos:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}_j = \frac{1}{j} \left(\begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix}^T \right) \quad (5.48)$$

5.5 Conclusões

A identificação através dos métodos dos subespaços pode apresentar problemas quando os dados são obtidos em malha fechada. Aqui apresenta-se um algoritmo que pretende contornar estes problemas.

A identificação pelo método dos subespaços em malha fechada apresenta-se como uma boa alternativa para configurações MIMO.

6 A Identificação sendo usada no Projeto de Controladores

6.1 Introdução

Até o começo dos anos noventa as pesquisas em identificação de sistemas e o projeto de controladores baseados em modelos de sistemas andavam praticamente independentes. A conexão entre estas áreas é evidentemente necessária, sendo os trabalhos de VAN DEN HOF e SCHRAMA (1995) e HJALMARSSON *et al.* (1996) importantes resenhas sobre o assunto.

O modelo matemático, resultado da identificação, pode ser usado para a simulação, previsão ou controle. Neste trabalho intenciona-se usar o modelo para o projeto de controladores em laço de realimentação. Assim, no projeto de controladores por realimentação, o modelo deverá ser preciso à resposta freqüencial perto do ponto $(-1,0)$. A fidelidade para baixas freqüências não é necessária. Portanto, isto significa que valores precisos para o regime permanente ($w=0$) não são obrigatoriamente necessários. Em SCHRAMA (1992a e 1992b) são mostrados exemplos que comprovam isto. A Figura 6. 1 ilustra esta situação. Pode-se ver que o modelo 1 apesar de maior precisão para um tempo grande, é pior, em termos de projeto de controlador, que o modelo 2 que tem um comportamento mais próximo do processo real no transiente. Deve-se ressaltar que estas considerações valem para o controle por realimentação ("feedback"), no controle antecipativo ("feedforward") tem-se a situação contrária.

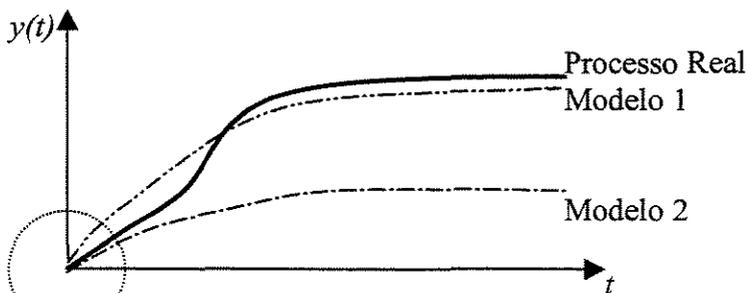


Figura 6. 1 Modelos Pertinentes para o Projeto de Controladores

6. 2 Exemplos onde a Identificação em Malha Fechada influencia ou não no Projeto do Controlador

POLDERMAN (1987), apresenta dois exemplos muito interessantes, de caráter geral, sobre o fato da identificação acontecendo em malha fechada, vir a beneficiar o projeto do controlador ou a atrapalhar.

Como primeiro exemplo, suponha-se duas máquinas "caça níqueis" que pagam, por exemplo um real por jogada com probabilidade $pr1(> 0)$ para a primeira máquina, e $pr2(> 0)$ para a segunda. O ideal seria usar somente a máquina que tenha a maior probabilidade de sucesso. Caso o jogador não saiba qual máquina apresenta maior probabilidade de sucesso, ele poderia proceder da seguinte forma: jogar um certo número de vezes na primeira máquina e verificar o ganho. Em seguida, jogar o mesmo número de vezes na segunda máquina e verificar o ganho. A máquina que apresentar o maior ganho seria a escolhida para jogar todo o dinheiro desejado. Entretanto, dentro do campo da probabilidade, é possível que a máquina escolhida não seja exatamente a máquina certa, uma vez que o número de experimentos foi finito. A entrada aqui é a máquina escolhida, e isto foi feito através da verificação da resposta, caracterizando a realimentação.

Assim, fica claro que o problema de controle, que é otimizar o ganho, pode não ter sido eficiente se a escolha que foi feita for a errada. Aí vê-se claramente que a identificação do sistema, isto é, identificar qual máquina paga mais, executada em malha fechada, através da resposta, se não é feita corretamente leva a um controle ineficiente e subótimo.

Para o segundo exemplo, considere-se um sistema caracterizado por:

$$y(t+1) = ay(t) + bu(t) \quad (6.1)$$

com $y(0)$ sendo um número real qualquer diferente de zero. O objetivo do controle é tornar a saída $y(t)$ igual a zero, atuando sobre a entrada $u(t)$. Suponha-se agora, que (a,b) pode assumir os valores $(1,1)$ ou $(2,2)$. Se (a,b) é igual $(1,1)$:

$$y(t+1) = y(t) + u(t) \quad (6.2)$$

para que $y(1)=0$:

$$u(0) = -y(0) \quad (6.3)$$

O que também acontece se escolhe-se (a,b) igual a $(2,2)$. Portanto para qualquer valor de t , desde que (6.3) seja verdade, $y(t)$ será zero, independentemente de saber-se qual o valor verdadeiro de (a,b) . Assim, o problema da identificação do sistema, isto é, saber qual o valor verdadeiro de (a,b) não interfere na ação ótima do controle.

6.3 A Conexão entre Identificação e o Projeto do Controlador

O problema a ser analisado nesta sessão é se o modelo do processo identificado $\hat{P}(q)$, que leva ao projeto do controlador $K_{\hat{P}(q)}(q)$, gera um sistema de alto desempenho. Isto é, quer se analisar o desempenho do sistema em malha fechada segundo alguma norma do tipo $\|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$ e $\|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$, onde a especificação de J e da norma $\|\cdot\|$ irá depender do tipo de lei de controle a ser adotada. Os sistemas em malha fechada estão representados pelas Figuras 6.2 e 6.3.

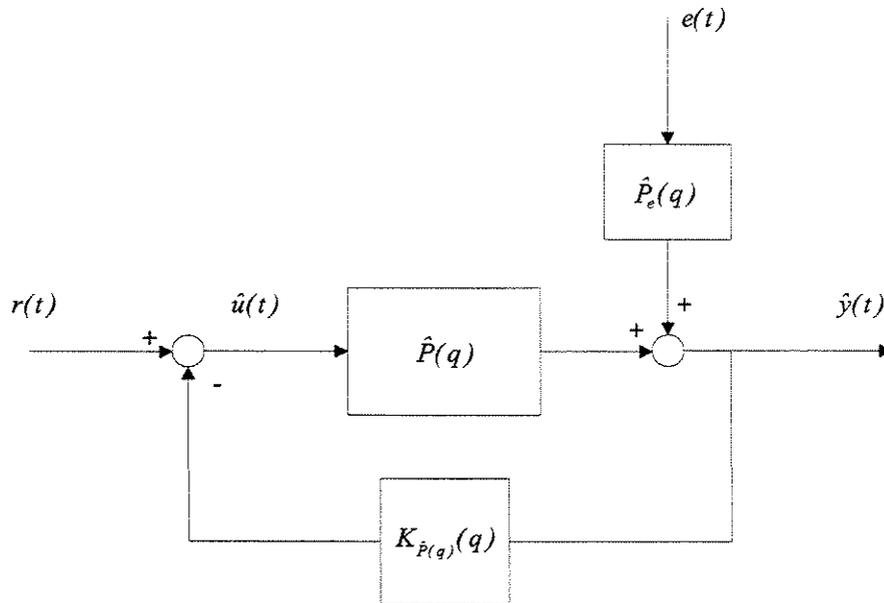


Figura 6.2 O Sistema em Malha Fechada Ideal

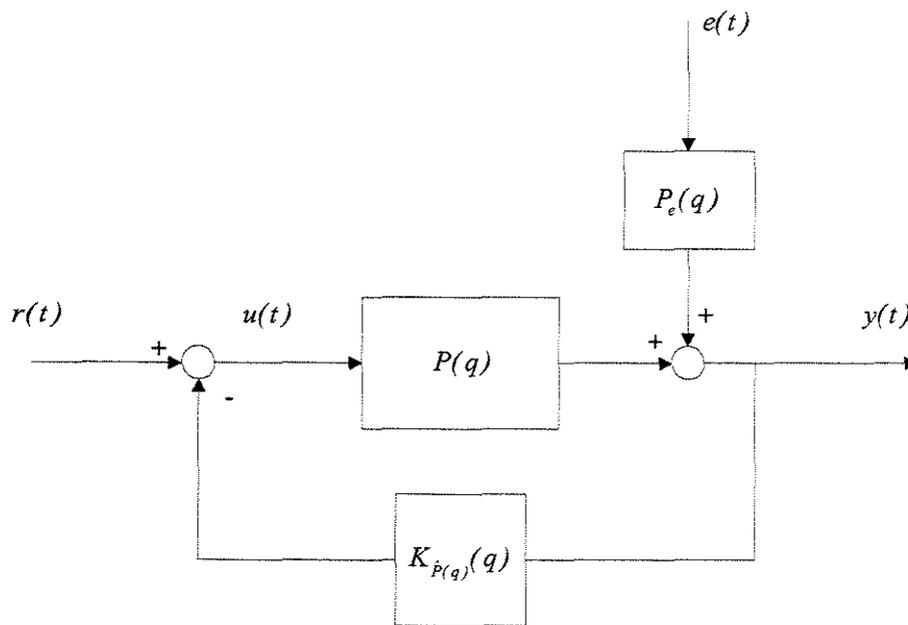


Figura 6.3 O Sistema em Malha Fechada Real

Alguns procedimentos e critérios usados no projeto de controle são:

Controlador Quadrático Linear (LQR), o critério a ser minimizado é:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E \{ [y(t) - r(t)]^2 + \rho u^2(t) \} \quad (6.4)$$

que, também, pode ser colocado como:

$$J(P(q), K(q)) = [y(t) - r(t) \quad \sqrt{\rho} u(t)]^T \quad (6.5)$$

O projeto através da otimização das funções de sensibilidade, que está baseado na escolha de:

$$J(P(q), K(q)) = \begin{bmatrix} V_1(q)(I(q) + P(q)K(q))^{-1} \\ V_2(q)P(q)K(q)(I(q) + P(q)K(q))^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Onde as funções $V_1(q)$ e $V_2(q)$ são funções de ponderação e o desempenho do controlador deve minimizar $\|J(P(q), K(q))\|_{\infty}$.

O projeto de controlador robusto H_∞ , que está baseado na escolha de:

$$J(P(q), K(q)) = T(P(q), K(q)) \quad (6.7)$$

onde:

$$T(P(q), K(q)) = \begin{bmatrix} P(q) \\ I \end{bmatrix} [I + K(q)P(q)] \begin{bmatrix} K(q) & I(q) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

com o desempenho do controle $\|J(P(q), K(q))\|_\infty$ a ser minimizada.

A partir da obtenção do par $(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))$, deve-se avaliar as possíveis soluções para o problema da identificação e do controle usando a seguinte desigualdade triangular, como apresentada em SCHRAMA (1992a, 1992b):

$$\begin{aligned} & \left\| \|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| - \|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q)) - J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \right\| \leq \\ & \leq \|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \leq \\ & \leq \|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| + \|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q)) - J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \end{aligned} \quad (6.7)$$

Nesta desigualdade triangular tem-se: $\|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$ é o desempenho real esperado, $\|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$ é a estimada devido ao projeto do controlador baseado num modelo do processo estimado, $\|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q)) - J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$ é a degradação do desempenho, que origina-se do fato de que o controlador $K(q)$ ter sido projetado a partir do modelo do processo $\hat{P}(q)$ e não do processo real $P(q)$.

Assim, se quer um sistema com alto desempenho, deve-se levar em conta que:

$$\|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \quad \text{seja pequeno} \quad (6.8)$$

e:

$$\|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}) - J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \ll \|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \quad (6.9)$$

A condição representada pela equação (6. 2) representa a alto desempenho. A desigualdade dada pela equação (6. 3) representa a necessidade de desempenho robusto, que sendo satisfeita, significa que a diferença entre a função $J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))$ e a função $J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))$ é relativamente pequena. Observe-se que as duas condições são necessárias, portanto, $\|J(P(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\| \approx \|J(\hat{P}(q), K_{\hat{P}(q)}(q))\|$ só garante a segunda condição.

Os procedimentos convencionais de identificação e projeto de controladores otimizam seus parâmetros independentemente. Assim, foram propostos esquemas iterativos e recursivos de identificação e projeto do controlador, como em SCHRAMA (1992a, 1992b), ZANG *et al.* (1995) e HSIAO (1996).

6. 4 Esquemas de Procedimentos Iterativos de Identificação e Projeto do Controlador

O princípio básico dos esquemas iterativos é a minimização do lado direito da desigualdade triangular, equação (6. 7). Isto pode ser feito em dois estágios minimizando-se os dois termos das equações (6. 8) e (6. 9).

Os parâmetros do modelo do processo e do controlador são obtidos de acordo com:

$$\hat{P}_{i+1}(q) = \arg \min_{\hat{P}_i} \|J(P_i(q), K_i(q)) - J(\hat{P}_i(q), K_i(q))\| \quad (6.10)$$

$$\hat{K}_{i+1}(q) = \arg \min_{\hat{K}_i} \|J(\hat{P}_{i+1}(q), \hat{K}_i(q))\| \quad (6.11)$$

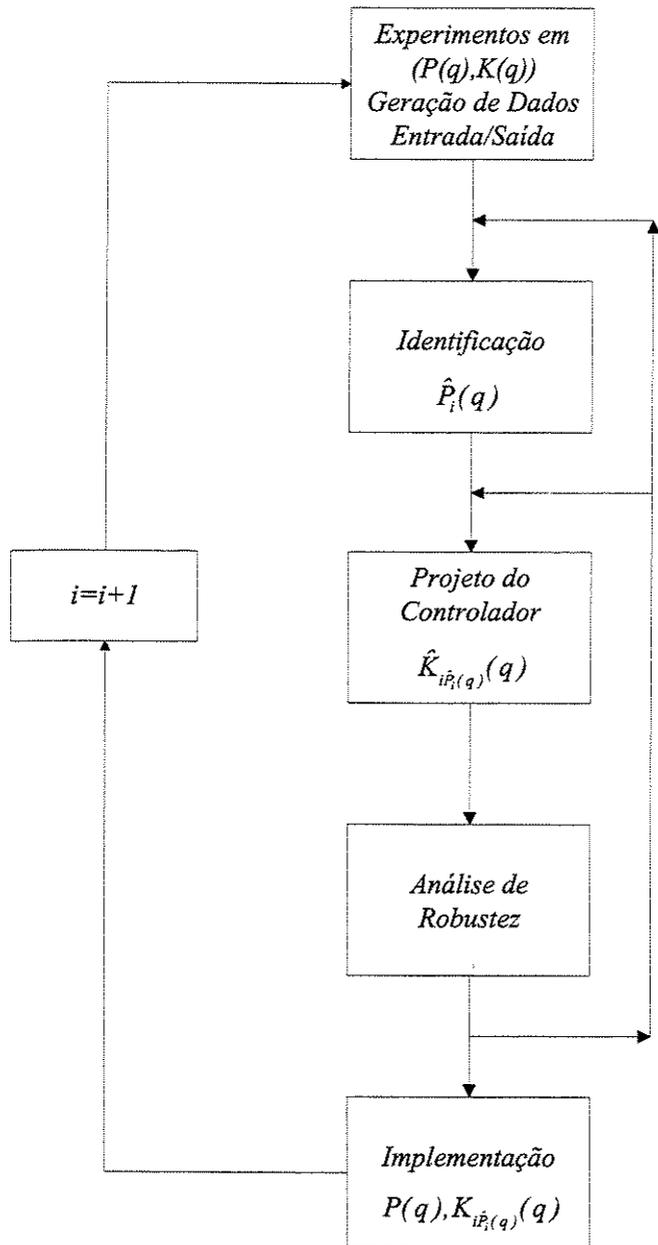


Figura 6. 2 Procedimento Iterativo Identificação/Projeto do Controlador

Deve-se ressaltar que o critério de identificação representado pela equação (6. 10) está completamente determinado se a forma do controle e a norma forem escolhidas. A

diferença entre o processo e o seu modelo é medida pelos desempenhos do processo e do modelo do processo sobre a atuação de um mesmo controlador.

Pode-se ver, também, que para a utilização do critério de identificação, os dados devem ser obtidos em malha fechada, isto é, a identificação deve ser executada em malha fechada com o intuito de se obter informações sobre $J(P(p), K_i(q))$.

Se o teste de robustez não for satisfeito, ver Figura 6. 2., diferentes caminhos são propostos, como em VAN DEN HOF e SCHRAMA (1995): aumentar a complexidade das estruturas dos controladores propostos, redefinir as funções de ponderação no projeto do controlador, identificar os modelos com ordem maior (maior precisão).

A convergência do procedimento iterativo da identificação do modelo do processo acoplada ao projeto do controlador, mesmo que comprovada teoricamente deve ser acompanhada praticamente.

6. 5 Desempenho da Identificação em Malha Fechada versus Identificação em Malha Aberta quando o Objetivo do Modelo é o Projeto do Controlador

Nesta seção, mostra-se que os sistemas controlados através de controladores projetados, usando-se os dados coletados em malha fechada, no procedimento de identificação, apresentam um desempenho superior aos controlados por controladores projetados com os dados obtidos em malha aberta.

O caminho usado para mostrar isto é similar ao que apresentam HAJLMARSSON *et al.* (1994, 1996).

Inicialmente deve-se escolher um critério qualquer para o projeto do controlador, e suponha-se que o modelo do processo e do ruído sejam conhecidos $(P(q), P_e(q))$, pode-se dizer que para a situação real:

$$K(q) = k(P(q), P_e(q)) \quad (6. 12)$$

Para este sistema a entrada $r(t)$ e o ruído branco $e(t)$ com variância λ^2 , irão gerar o sinal de controle $u(t)$ e a saída $y(t)$.

Para a estimativa do modelo do processo e do modelo do erro, para N dados coletados, pode-se escrever:

$$\hat{K}(q) = k(\hat{P}(q), \hat{P}_e(q)) \quad (6.13)$$

gerando o sinal de controle $\hat{u}(t)$ e a saída $\hat{y}(t)$, desde que as mesmas entradas $r(t)$ e $e(t)$ sejam mantidas.

Uma medida para a diferença de desempenho entre o comportamento do sistema ideal controlado pelo controle ótimo $K(q)$ e o real controlado pelo controle subótimo $\hat{K}(q)$, é a variância do erro entre a saída da malha fechada ideal e a da malha fechada real quando gerados pelos mesmos sinais $r(t)$, com espectro $\Phi_r(w)$ e o ruído branco $e(t)$, com variância λ^2 . Pode-se representar esta diferença por:

$$J_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} E \left\{ \sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t)]^2 \right\} \quad (6.14)$$

No caso do critério de controlador de variância mínima, a diferença de desempenho pode ser usada como:

$$J(P(q), P_e(q), \hat{K}(q)) = J(P(q), P_e(q), K(q)) + J_m \quad (6.15)$$

onde $J(P(q), P_e(q), K(q))$ é o desempenho ótimo e $J(P(q), P_e(q), \hat{K}(q))$ o desempenho do sistema com o controlador obtido pelos modelos estimados. Assim, J_v deve ser o menor possível no sentido de que $J(P(q), P_e(q), \hat{K}(q))$ seja muito próximo de $J(P(q), P_e(q), K(q))$.

O objetivo é, portanto, encontrar as melhores condições experimentais para que a identificação de $(P(q), P_e(q))$ torne J_m o menor possível. O que se deve mostrar é que os esquemas iterativos de identificação em malha fechada acoplada ao projeto do controlador

levam a um valor de J_m menor, que para a situação onde a identificação é feita em malha aberta.

Considerando-se as seguintes hipóteses: $P^{-1}(q)$ e $P_e^{-1}(q)$ são uniformemente estáveis, para qualquer frequência ω , e $K(e^{i\omega})$ é uma função complexa diferenciável e depende somente de $P(e^{i\omega})$ e de $P_e(e^{i\omega})$.

A partir das Figuras 6. 2 e 6. 3, tem-se:

$$y(t) = \frac{P(q)}{1 + P(q)K(q)} r(t) + \frac{P_e(q)}{1 + P(q)K(q)} e(t) \quad (6. 16)$$

$$\hat{y}(t) = \frac{P(q)}{1 + P(q)\hat{K}(q)} r(t) + \frac{P_e(q)}{1 + P(q)\hat{K}(q)} e(t) \quad (6. 17)$$

Através da expansão em séries de Taylor e assumindo que:

$$\Delta\hat{K}(q) \stackrel{def}{=} \hat{K}(q) - K(q) \quad (6. 18)$$

é pequeno, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} y(t) - \hat{y}(t) &\approx \frac{P(q)}{[1 + P(q)K(q)]^2} \Delta\hat{K}(q) [P(q)r(t) + P_e(t)e(t)] \approx \\ &\approx \frac{P(q)}{1 + P(q)K(q)} \Delta\hat{K}(q) y(t) \end{aligned} \quad (6. 19)$$

Pode-se escrever também sem a aproximação:

$$y(t) - \hat{y}(t) = \frac{P(q)}{1 + P(q)\hat{K}(q)} \Delta\hat{K}(q) y(t) \quad (6. 20)$$

Observando-se a equação (6. 19) nota-se que em seu lado direito tem-se dois componentes estocásticos: o primeiro $\Delta\hat{K}(q)$ resultante do controlador obtido, $\hat{K}(q)$ a partir do sistema identificado $(\hat{P}(q), P_e(q))$, e o segundo $y(t)$ resultado das entradas $r(t)$ e $e(t)$.

Usando-se a relação de Parseval, ver GREEN e LIMEBEER (1995):

$$J_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{I}{T} E \left\{ \sum_{t=1}^T [y(t) - \hat{y}(t)]^2 \right\} \approx \frac{I}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|P(q)|^2 \Phi_y}{|I + P(q)K(q)|^2} E |\Delta \hat{K}(q)|^2 dw \quad (6.21)$$

Assim, o valor estimado é tomado relativamente a distribuição de probabilidade do erro durante o experimento da identificação que origina a variável estocástica $\hat{K}(q)$ definida na equação (6.13). Usando a notação vetorial, através da equação (6.5) e definindo-se:

$$T(q) \stackrel{def}{=} [P(q) \quad P_e(q)] \quad (6.22)$$

$$\hat{T}(q) \stackrel{def}{=} [\hat{P}(q) \quad \hat{P}_e(q)] \quad (6.23)$$

pode-se escrever, para $\Delta \hat{K}(q)$ pequeno:

$$\hat{K}(q) \approx K(q) + [F_1(q) \quad F_2(q)] \begin{bmatrix} \Delta \hat{P}(q) \\ \Delta \hat{P}_e(q) \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

onde:

$$\Delta \hat{P}(q) \stackrel{def}{=} P(q) - \hat{P}(q) \quad (6.25)$$

$$\Delta \hat{P}_e(q) \stackrel{def}{=} P_e(q) - \hat{P}_e(q) \quad (6.26)$$

$$F_1(q) \stackrel{def}{=} \frac{\partial K(q)}{\partial P(q)} \quad (6.27)$$

$$F_2(q) \stackrel{def}{=} \frac{\partial K(q)}{\partial P_e(q)} \quad (6.28)$$

$$\Delta \hat{T}(q) \stackrel{def}{=} T(q) - \hat{T}(q) \quad (6.29)$$

então:

$$E|\Delta\hat{K}(e^{i\omega})|^2 \approx [F_1(e^{i\omega}) \quad F_2(e^{i\omega})] E[\Delta\hat{T}(e^{i\omega}) \quad \Delta\hat{T}^*(e^{i\omega})] \begin{bmatrix} F_1^*(e^{i\omega}) \\ F_2^*(e^{i\omega}) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

onde * representa a conjugada transposta.

Aplicando-se a fórmula da covariância, LJUNG (1987), que permite o cálculo do vetor de covariâncias da função de transferência dos erros $\Delta\hat{T}$, a frequência para modelos de alta ordem é dada por:

$$\begin{aligned} E[\Delta\hat{T}(e^{i\omega}) \quad \Delta\hat{T}^*(e^{i\omega})] &\approx \frac{n}{N} |P_e|^2 \lambda^2 \begin{bmatrix} \phi_u(\omega) & \phi_{ue}^*(\omega) \\ \phi_{eu}^*(\omega) & \lambda^2 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\approx \frac{n}{N} \frac{|P_e|^2 \lambda^2}{\lambda^2 \phi_u - |\phi_{ue}|^2} \begin{bmatrix} \lambda^2 & -\phi_{ue}^*(\omega) \\ -\phi_{eu}^*(\omega) & \phi_u(\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.31)$$

A equação (6.31) pode ser aplicada tanto para malha aberta ($\phi_{ue} = 0$), como para malha fechada ($\phi_{ue} \neq 0$). Combinando as equações (6.30) e (6.31):

$$\begin{aligned} E|\Delta\hat{K}(e^{i\omega})|^2 &\approx \frac{n}{N} \frac{|P_e|^2 \lambda^2}{\lambda^2 \phi_u - |\phi_{ue}|^2} \times \\ &\times \left(\phi_u |F_2|^2 - F_1(e^{i\omega}) F_2^*(e^{i\omega}) \phi_{ue}^*(\omega) - F_1^*(e^{i\omega}) F_2(e^{i\omega}) \phi_{eu}^*(\omega) + \lambda^2 |F_1|^2 \right) \end{aligned} \quad (6.32)$$

Para o controle de mínima variância, para qualquer frequência, pela escolha de condições experimentais tais que:

$$\phi_{ue}^{ótimo}(e^{i\omega}) = \frac{F_1(e^{i\omega})}{F_2(e^{i\omega})} \lambda^2 \quad (6.33)$$

Se a identificação ocorre em malha fechada, têm-se:

$$u(t) = \frac{1}{1 + P(q)K(q)} r(t) - \frac{P_e(q)K(q)}{1 + P(q)K(q)} e(t) \quad (6.34)$$

e J_m :

$$J_m \approx \frac{n}{2\pi N} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|P|^2 |P_e|^e |F_2|^2}{|I + PK|^2} \phi_y(w) dw \quad (6.42)$$

Para a malha aberta obtêm-se:

$$E|\Delta\hat{K}(e^{iw})|^2 \approx \frac{n}{N} |P_e|^2 |F_2|^2 \left(I + \lambda^2 \frac{|F_l|^2}{\phi_y(w) |F_2|^2} \right) \quad (6.43)$$

e J_m :

$$J_m \approx \frac{n}{2\pi N} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|P|^2 |P_e|^e |F_2|^2}{|I + PK|^2} \phi_y(w) \times \left(I + \lambda^2 \frac{|F_l|^2}{\phi_u(w) |F_2|^2} \right) dw \quad (6.44)$$

A comparação entre as duas situações mostra que quando o objetivo da identificação é o projeto do controlador, a identificação em malha fechada garante um melhor desempenho para o sistema resultante.

6.6 Validação do Modelo em Malha Fechada

Como já foi visto no Capítulo 2, a validação do modelo gerado no processo de identificação está intimamente relacionada com a finalidade que se pretende do modelo.

Em GEVERS *et al.* (1999) e LJUNG e FORSSELL (1999) são estudadas as características estatísticas, em termos de variância e tendência, da identificação tanto em malha fechada como em malha aberta, apresentando uma análise similar a que será feita a seguir.

HUANG (1997) mostra que, a variância assintótica do modelo estimado, usando-se o método do erro de predição, em malha aberta é dada por:

$$E|\Delta\hat{P}(e^{iw})|^2 = \frac{n}{N} \frac{|P_e(e^{iw})|^2 \lambda^2}{\phi_c(w)} = \frac{n}{N} \frac{\phi_v(w)}{\phi_u(w)} \quad (6.45)$$

e a variância do modelo em malha fechada, também através do Método do Erro de Predição é dada por:

$$E|\Delta\hat{P}(e^{i\omega})|^2 = \frac{n \phi_v(\omega)}{N \phi_u(\omega)} \frac{1}{|S(e^{i\omega})|^2} \quad (6.46)$$

Um dos objetivos do controle do processo, através da realimentação é a rejeição de perturbações, isto é:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} S(e^{i\omega}) = 0 \quad (6.47)$$

portanto, a função de sensibilidade tem efeito inverso sobre a precisão no procedimento de identificação do modelo.

LJUNG (1987), mostra que em malha aberta a estimativa dos parâmetros do modelo é dada através do problema de otimização:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \int_{-\pi}^{\pi} \left[|P(e^{i\omega}) - \hat{P}(e^{i\omega})|^2 \phi_u(\omega) + \phi_v(\omega) \right] \frac{1}{|\hat{P}_e(e^{i\omega})|^2} d\omega \quad (6.48)$$

McGREGOR e FOGAL (1995), mostram que em malha fechada as estimativas dos parâmetros é dada através do problema de otimização:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{|P(e^{i\omega}) - \hat{P}(e^{i\omega})|^2 \frac{|S(e^{i\omega})|^2}{|\hat{P}_e(e^{i\omega})|^2} \phi_u(\omega)}{+ \frac{|S(e^{i\omega})|^2 |P_e(e^{i\omega})|^2}{|\hat{S}(e^{i\omega})|^2 |\hat{P}_e(e^{i\omega})|^2} \lambda^2} \right] d\omega \quad (6.49)$$

Pode-se ver então, que em termos de precisão quando $\omega \rightarrow \infty$, a identificação em malha aberta apresenta melhor precisão que em malha fechada, entretanto como foi mostrado anteriormente, quando o objetivo é o projeto do controlador a identificação em malha fechada apresenta um desempenho melhor. Deve-se então, validar o modelo de outra forma, quando a identificação é executada em malha fechada.

Assim em GEVERS *et al* (1999a, 1999b) é apresentado o critério chamada validação do modelo para o controle, onde esta embutido o conceito de validação em malha fechada. O resíduo em malha fechada é definido por:

$$\varepsilon_{cl} = L(q)(\Delta\hat{T}(q)r(t) + S(q)v(t)) \quad (6.50)$$

com:

$$L(q) = \left(\frac{\hat{P}_e(q)}{1 + \hat{P}(q)K(q)} \right)^{-1} \quad (6.51)$$

6.7. Aplicação do Procedimento Integrado Identificação/Projeto de Controlador

Para a aplicação do procedimento integrado identificação projeto do controlador, partiu-se do mesmo processo; dois reatores em série controlados por um PID sintonizado através de das regras de Zigler e Nichols. Este sistema em malha fechada foi identificado na abordagem direta, como apresentado na Capítulo 3. A partir do modelo gerado do processo sintonizou-se um LQR. Os desempenhos, em termos do comportamento às entradas impulso e degrau estão apresentadas nas Figuras 6.3 e 6.4.

Pode-se ver que o desempenho, do sistema que foi identificado em malha fechada e com o modelo gerado projetado o LQR, é superior a do sistema controlado pelo PID projetado inicialmente.

6.8 Conclusões

A identificação em malha fechada, quando o objetivo é o projeto do controlador, é mais favorável, em termos de performance do sistema obtido, que em malha aberta.

O sistema integrado identificação/projeto do controlador, para a aplicação estudada apresenta bom desempenho.

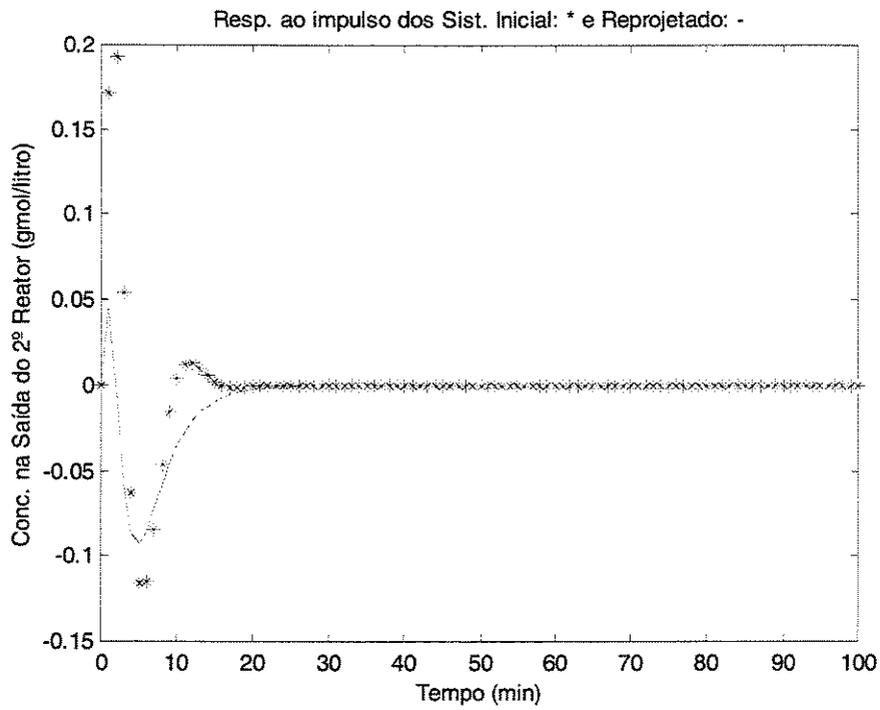


Figura 6. 3 Resposta ao Impulso para o Processo Controlado pelo PID e Processo Controlado pelo LQR obtido via Identificação/Projeto

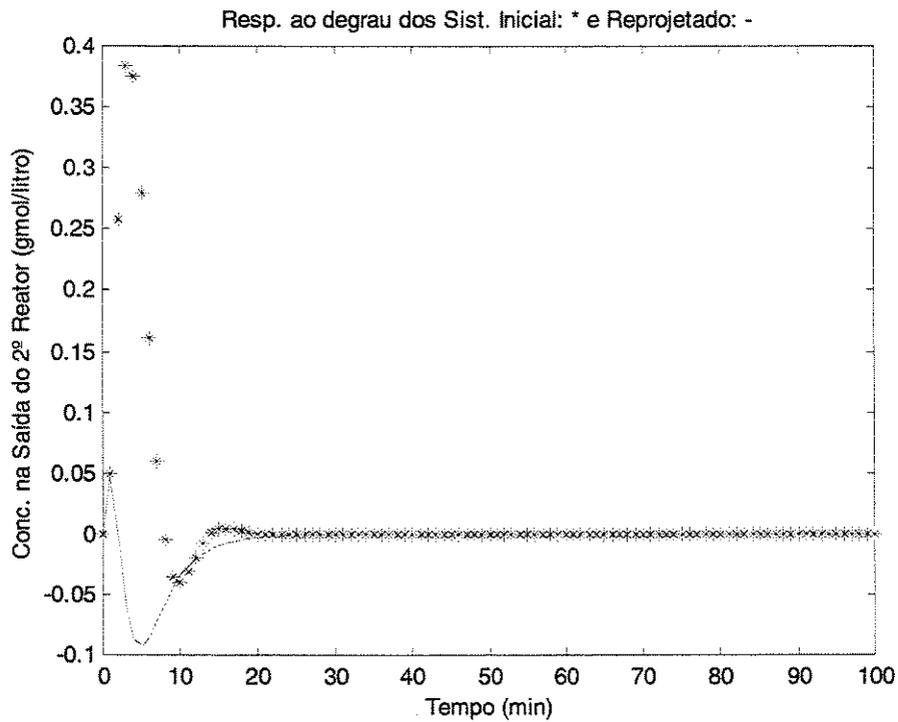


Figura 6. 4 Resposta ao Degrau para o Processo Controlado pelo PID e Processo Controlado pelo LQR obtido via Identificação/Projeto

7 Discussões, Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

7.1 Discussões

Nem todos os métodos de identificação que são eficientes, estatisticamente, para sistemas em malha aberta tem a mesma performance quando aplicados para sistemas em malha fechada. A própria identificabilidade pode ficar comprometida dependendo do tipo de realimentação ou do sinal usado para a identificação.

Do ponto de vista teórico os métodos paramétricos, mais especificamente o método do erro de predição, apresentam uma precisão maior comparativamente ao método dos subespaços. Uma vez que eles claramente otimizam uma função objetivo. Entretanto os métodos dos subespaços, quando para sistemas MIMO, apresentam vantagens de aplicação e vantagens numéricas por serem lineares.

A introdução da realimentação tem como objetivo, a princípio, a diminuição da sensibilidade dos sistemas em malha aberta. Como resultado disso, dados obtidos em malha fechada devem ter menos informações da planta, porém quando o objetivo da identificação é o projeto do controlador, o modelo obtido em malha fechada pode ser mais eficiente por estar trabalhando já com realimentação. Pode-se então, com o processo de identificação nesta forma obter-se um conhecimento melhor da dinâmica da planta nesta situação.

O procedimento Identificação via Método dos Subespaços em Malha Fechada/Projeto de Controlador LQR, tem teoricamente grandes perspectivas de sucesso.

7.2 Conclusões

Os métodos não-paramétricos apresentam problemas na identificação em malha fechada, portanto é preferível a identificação paramétrica, quando em malha fechada, por exemplo utilizando-se o método do erro de predição.

As abordagens direta, indireta e união entradas-saídas apresentam boas performances, ficando o critério de escolha basicamente no fato de conhecer ou não o modelo do controlador.

Os métodos dos subespaços, por apresentarem um procedimento de otimização linear são uma boa alternativa quando se trabalha com sistemas MIMO em malha fechada, desde que sejam observadas as condições propostas aqui.

A identificação em malha fechada quando executada em malha fechada é preferível em termos de performance do sistema quando se objetiva através do modelo identificado o projeto do controlador.

O modelo iterativo identificação/projeto do controlador, partindo-se de um controlador não projetado através do modelo apresentou uma boa performance.

Os processos químicos, aqui analisados, podem ser identificados, com bons resultados, em malha fechada utilizando-se, como sinais de entrada, apenas as variações naturais na carga.

7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Trabalhar-se com a identificação em malha fechada com os métodos de identificação usados normalmente para sistemas não-lineares.

Estudar-se a performance dos sistemas integrados com os algoritmos de identificação operando de forma recursiva ("on-line").

Muitos processos em engenharia química apresentam a necessidade de serem modelados como parâmetros distribuídos, assim deve-se estender o estudo da identificação em malha fechada também para estas situações.

Uma outra possibilidade de estudos é o sistema integrado identificação/projeto de controladores preditivos, principalmente utilizando-se o método dos subespaços para a identificação.

Referências Bibliográficas

AKAIKE, H.; NAKAGAWA, T. *Statistical Analysis and Control of Dynamic Systems*. Tokyo, Kluwer Academic Publishers, 1972.

AKAIKE, H. Stochastic Theory of Minimal Realization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, p. 667-74, 1974.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 2. ed. Oakland, Holden-Day, 1976.

CAINES, P. E. *Linear Stochastic Systems*. USA, John Wiley & Sons, 1988.

CAINES, P. E.; CHAN, C. W. Feedback between Stationary Stochastic Processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 20, n. 4, p. 498-508, 1975.

CARRETE, P.; McKELVEY, T. *Model Parameter Gradients in Prediction Identification of State-Space Systems*. Technical Reports N-2011. Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1998.

COUGHANOWR, D. R. *Process Systems Analysis and Control*. 2. ed. USA, McGraw-Hill, 1991.

- DAVIES, W. D. T. *System Identification for Self-Adaptive Control*. London, John Wiley & Sons, 1970.
- DE BRUYNE, F.; GEVERS, M. Identification for Control: Can the Optimal Restrictive Complexity Model Always Identified? In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33., Lake Vista, 1994. *Proceedings*. IEEE Control System Society, 1994. v. 4, p. 3912-7.
- DEFALQUE, B.; et al. Combined Identification of the Input-Output and Noise Dynamics of Closed Loop Controlled Linear Systems. *Int. J. Control*, v. 24, n. 3, p. 345-60, 1976.
- DE MOOR, B. *Mathematical Concepts and Techniques for Modeling of Static and Dynamic Systems*, 1988, 341 p. Tese (Doutorado)- Department Electrotechniek, Katholieke Universiteit Leuven.
- DE MOOR, B. et al. *Subspace Algorithms for Identification and Stochastic Realization*. Technical Report 1990-28. Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 1990.
- DE MOOR, B. et al. *Algorithms for Subspace System Identification- An Overview*. Technical Report. Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 1997.
- EYKHOFF, P. *System Identification: Parameter and State Estimation*. London, John Wiley & Sons, 1974.

FAURRE, P. Stochastic Realization Algorithms. In: MEHRA, R K.; LAINIOTIS, D. G., ed. *System Identification: Advances and Case Studies*. London, Academic Press, 1976.

FAVOREEL, W. Subspace Methods for Identification and Control of Linear and Bilinear Systems, 1999, 188 p. Tese (Doutorado)- Department Electrotechnie, Katholieke Universiteit Leuven.

FORSSEL, U.; LJUNG, L. *Closed-loop Identification Revisited*. Technical Reports N-1959, Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1997.

FORSSEL, U. Properties and Usage of Closed-loop Identification Methods. Linköping, 1997, 94 p. Tese (Licenciatura)- Department of Electrical Engineering, Division of automatic control, Linköping University.

FORSSEL, U.; LJUNG, L. A Projection Method for Closed-Loop Identification. Technical Reports N- 1984, Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1997.

FORSSEL, U. *Closed-loop Identification: Methods, Theory and Applications*. Linköping, 1999. 263 p. Tese (Doutorado)- Department of Electrical Engineering, Division of Automatic Control, Linköping University.

FORSSEL, U.; LJUNG, L. Closed-Loop Identification Revisited. *Automatica*, v. 35, p. 1215-41, 1999.

GEVERS, M. R. On the Identification of Feedback Systems. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 4., Tbilisi, 1976. *Proceedings*. IFAC, 1978. v. 3, p. 1621-30.

GEVERS, M.; et al. Asymptotic Variance Expressions for Closed-Loop Identification and their Relevance in Identification for Control. *Selected Topics in Identification, Modelling and Control*, v. 9, p. 9-15, 1996.

GEVERS, M.; et al. *Asymptotic Variance Expressions for Closed-Loop Identification and their Relevance in Identification for Control*. Technical Reports, Mechanical Engineering Systems and Control Group, Delft University of Technology, 1999.

GEVERS, M.; et al. Model Validation in Closed Loop. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, California, 1999. *Proceedings*, 1999a.

GEVERS, M.; et al. The Role of Experimental Conditions in Model Validation for Control. In: *Robustness in Identification and Control*. London, Springer-Verlag, 1999b, p. 72-86.

GEVERS, M.; et al. Model Validation for Robust Control and Controller Validation in a Prediction Error Framework. In: IFAC SYSTEM IDENTIFICATION SYMPOSIUM, 12., Santa Barbara, 2000. *Proceedings*, IFAC, 2000.

GILLES, E. D.; RETZBACH, B. Reduced Models and Control of Distillation Columns with Sharp Temperature Profiles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 28, n. 5, p. 628-30, 1983.

GREEN, M.; LIMEBEER, D. Linear Robust Control. USA, Prentice-Hall, 1995.

GOODWIN, G. C.; PAYNE, R. L. *Dynamic System Identification: Experiment and Data Analysis*. New York, Academic Press, 1977.

GUSTAFSSON, T. System Identification using Subspace-based Instrumental Variable Methods. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 11., Kitakyushu, 1997. *Proceedings*. IFAC, 1997. v. 3, p. 1119-24.

GUSTAVSSON, I.; et al. Identification of Process in Closed Loop- Identifiability and Accuracy Aspects. *Automatica*, v. 13, p. 59-75, 1977.

HANSEN, F. et al. Closed-Loop Identification via the Fractional Representation: Experiment Design. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, Pittsburg, 1989. *Proceedings*. American Control Council, 1989. v. 2, p. 1422-7.

HAVERKAMP, B.; VERHAEGEN, M. *SMI TOOLBOX- State Space Model Identification Software for Multivariable Dynamical Systems*. Technical Report. Delft University of Technology, Department of Electrical Engineering, 1997.

HAVERKAMP, B. et al. *SMI Toolbox: A Matlab Toolbox for State Space Model Identification*. Technical Report. Delft University of Technology, Faculty of Information Technology and Systems, Department of Electrical Engineering Systems and Control Engineering Group, 1999.

HJALMARSSON, H., et al. Identification for Control: Choosing the Loop Gives More Accurate Controllers. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33., Lake Buena Vista, 1994. *Proceedings*. IEEE Control System Society, 1994. v. 4, p. 4150-5.

HJALMARSSON, H.; et al. For Model-based Control Design, Closed Loop Identification Gives Better Performance. *Automatica*, v. 12, p. 1659-73, 1996.

HO, B. L.; KALMAN, R. E. Efficient Construction of Linear State Space Models from Input/Output Functions. *Regelungstechnik*, v. 14, p. 545-8, 1966.

HSIAO, M. -H. et al. Iterative LQG Controller Design Through Closed-Loop Identification. *Automatica*, v. 118, p. 366-72, 1996.

HUANG, B. Multivariable Statistical Methods for Control Loop Performance Assessment. Alberta, 1997. Tese (Doutorado)- Department of Chemical Engineering, University of Alberta.

ISERMANN, R. *Digital Control Systems*, v. II, Stochastic Control Multivariable Control, Adaptive Control Applications. 2ª edição. USA, Springer-Verlag, 1991.

JUANG, J. -N. et al. *System/Observer/Controller Identification Toolbox from Input and Output Measurement Data*. Virginia, NASA, 1991.

JUANG, J. -N. *Applied System Identification*. New Jersey, Prentice-Hall, 1994.

JUANG, J. -N. *State Space System Realization with Input- and Output- Data Correlation*. NASA Technical Paper 3622, National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 1997.

KAMINSKAS, V.; RIMIDIS, A. Detection of Unsuspected Feedback in Dynamical Systems. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 7. , New York, 1985. *Proceedings*. IFAC, 1985. v. 2, p. 1723-6.

LARIMORE, W. E. Statistical Optimality and Canonical Variate analysis System Identification. *Signal Processing*, v. 52, n. 2, p. 131-144, 1996.

LINDBERGER, N. A. Stochastic Modelling of Computer-Regulated Linear Plants in Noisy Environments. *Int. J. Control*, v. 16, n. 6, p. 1009-19, 1972.

LINDBERGER, N. A. Stochastic Identification of Computer-Regulated Linear Plants in Noisy Environments. *Int. J. Control*, v. 17, n. 1, p. 65-80, 1973.

LJUNG, L. et al. Identification of Linear Multivariable Systems Operation under Linear Feedback Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 836-40, 1974.

LJUNG, L. System Identification Toolbox: for use with MATLAB. Sherborn. The Math Works, 1986.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. New Jersey, Prentice-Hall, 1987.

LJUNG, L. A Simple Start-up Procedure for Canonical form State Identification, based on Subspace Approximation. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 30., Brighton, 1991. *Proceedings*. IEEE Control System Society, 1991. v. 2, p. 1333-6.

LJUNG, L.; McKELVEY, T. *Subspace Identification from Closed-Loop Data*. Technical Reports N-1752, Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1995.

LJUNG, L.; McKELVEY, T. Subspace Identification from Closed-Loop Data. *Signal Processing*, v. 52, p. 209-16, 1996.

LJUNG, L.; McKELVEY, T. *A Least-Squares Interpretation of Subspace Methods for System Identification*. Technical Reports N-1900, Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1996.

LJUNG, L.; McKELVEY, T. *Interpretation of Subspace Methods: Consistency Analysis*. Technical Reports N-2103, Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1999.

LJUNG, L.; FORSSEL, U. *Bias, Variance and Optimal Experimental Design: Some Comments on Closed Loop Identification*, Technical Reports N-2100. Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1999.

McGREGOR, J.F.; FOGAL, D.T. Closed-Loop Identification: the Role of the Noise Model and Prefilters. *J.Proc. Control*, v.5, n.3, p. 163-71, 1995.

McKELVEY, T. *Identification of State-Space Models from Time and Frequency Data*, 1995. 233 p. Tese (Doutorado)- Department of Electrical Engineering. Linköping University.

McKELVEY, T.; HELMERSSON, A. *State-Space Parameterizations of Multivariable Linear Systems using Tridiagonal Matrix Forms*. Technical Reports N-1901. Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1996.

McKELVEY, M.; HELMERSSON, A. *System Identification using an Over-Parameterized Model Class-Improvement the Optimization Algorithm*. Technical Reports N-2136. Linköping University, Department of Electrical Engineering, 1999.

PHADKE, M. S. WU, S. M. Identification of Multinput-Multioutput Transfer Function and Noise Model of Blast Furnace from Closed-Loop Data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 944-51, 1974.

POLDERMAN, J. W. *Adaptive Control & Identification: Conflate or Conflux?*, 1987, 120p. Tese (Doutorado)- Faculty Mathematical Sciences, University of Twente.

RAMIREZ, W. F.; TURNER, B. A. The Dynamic Modeling, Stability, and Control of Continuous stirred Tank Chemical Reactor. *AIChE Journal*, n. 6, 1969.

SAGE, A. P.; SELSA, J. L. *System Identification*. New York, Academic Press, 1971.

SCHRAMA, R. J. P. Control-Oriented Approximate Closed-Loop Identification via Fractional Representations. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, Boston, 1991. *Proceedings*. 1991, p. 719-20.

SCHRAMA, R. J. P. Accurate Identification for Control: The Necessity of an Iterative Scheme. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 37, n. 7, p. 991-4, 1992a.

SCHRAMA, R. J. P. *Approximate Identification and Control Design*: with application to a mechanical system. Delft, 1992b. 279 p. Tese (Doutorado). Faculty of Mechanical Engineering and Marine Technology, Delft University of Technology.

SIN, K. S.; GOODWIN, G. C. Identifiability Conditions for Continuous Time Linear Closed Loop Systems. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 5., Darmstadt, 1979. *Proceedings*. IFAC, 1979. v. 1, p. 653-9.

SÖDESTRÖM, T. et al. On the Accuracy Problem in Identification. In: IFAC TRIENNIAL WORLD CONGRESS, 6., Boston. *Preprints*. IFAC, 1975. p. 1-7.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. *System Identification*. Grain Britain, Prentice-Hall, 1989.

VAN DEN BOSCH, P. P. J.; VAN DER KLAUW, A. C. *Modeling, Identification and Simulation of Dynamical Systems*. USA, CRC Press, 1994.

VAN DEN HOF, P. M. J.; et al. An Indirect Method Function Estimation from Closed Loop Data. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 31., Tucson, 1992. *Proceedings*. IEEE Control System Society, 1992. v. 1, p. 1702-6.

VAN DEN HOF, P. M. J.; SCHRAMA, J. P. Identification and Control- Closed-loop Issues. *Automatica*, v. 12, p.1751-70, 1995.

VAN DEN HOF, P. M. J.; CALLAFON, R. A. Multivariable Closed-Loop Identification; from indirect Identification to Dual-Youla Parameterization. In: BOSGRA, O. H. et al, ed. *Select Topics in Identification, Modelling and Control*. Delft University Press, v. 9, 1996, p. 1-8.

VAN DER KLAUW, A. C. et al. State Space Identification of Closed-Loop Systems. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 30., Brighton, 1991. *Proceedings*. IEEE Control System Society, 1991. v. 2, p. 1327-32.

VAN DONKELAAR, E. T.; VAN DEN HOF, P. M. J. Analysis of Closed-loop Identification with a Tailor-Made Parameterization. In: BOSGRA, O. H. et al., ed. *Select Topics in Identification, Modelling and Control*. Delft. Delft University Press, v. 9, 1996, p. 17-24.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. *Subspace Algorithms for the Stochastic Identification Problem*. Technical Report. Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 1992a.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. *A Unifying Theorem for Three Subspace System Identification Algorithms*. Technical Report 1993-50-J. Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 1992b.

VAN OVERSCHEE, P. *Subspace Identification, Theory- Implementation- Application*, 1995, 264 p. Tese (Doutorado)- Department Electrotechniek, Katholieke Universiteit Leuven.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. *Closed-Loop Subspace Identification*. Technical Report N-1996-52I. Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 1996.

VERHAEGEN, M; DEWILDE, P. Subspace Model Identification. Part 1. The Output-Error State- Space Model Identification Class of Algorithms. *Int. J. Control*, v. 56, n. 5, p. 1187-210, 1992a.

VERHAEGEN, M; DEWILDE, P. Subspace Model Identification. Part 2. Analysis of Estimation of the Elementary Output-Error State-Space Model Identification Algorithm. *Int. J. Control*, v. 56, n. 5, p. 1211-41, 1992b.

VERHAEGEN, M. Subspace Model Identification. Part 3. Analysis of the Ordinary Output-Error State- Space Model Identification Algorithm. *Int. J. Control*, v. 58, n. 3, p. 555-86, 1993.

VERHAEGEN, M. Application of a Subspace Model Identification Technique to Identify LTI Systems Operating via Closed-Loop. *Automatica*, v. 29, n. 4, p. 1027-40, 1993.

ZANG, Z. et al. Iterative Weighted Least-Squares Identification and Weighted LQG Control Design. *Automatica*, v. 31, n. 11, p. 1577-94, 1995.