

ESCOAMENTO EM TUBOS DE SUSPENSÕES  
COM COMPORTAMENTO NÃO-NEWTONIANO

Autor: Carlos Henrique Ataíde

Orientador: Cesar Costapinto Santana

020/85

Este exemplar corresponde  
à redação final da tese  
defendida por Carlos Henrique Ataíde  
e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 30/04/85  
Cesar Santana

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

ESCOAMENTO EM TUBOS DE SUSPENSÕES  
COM COMPORTAMENTO NÃO-NEWTONIANO

Autor : Carlos Henrique Ataíde

Orientador : Cesar Costapinto Santana

Tese submetida à Comissão de Pós-Graduação da  
Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP -  
como parte dos requisitos necessários para a  
obtenção do Grau de :  
MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA

Campinas, SP - Brasil

Abril de 1985

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

AOS MEUS PAIS

A G R A D E C I M E N T O S

- 1 - Ao Prof.Dr. Cesar Costapinto Santana pela orientação e estímulo prestados no desenvolvimento deste trabalho
- 2 - À CAPES , Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa concedida
- 3 - Ao Prof. João Sampaio D'Ávila (CCET-UFS) pelas valiosas discussões e contribuições
- 4 - Ao Departamento de Engenharia Química
- 5 - À Margarida Seixas Maia pelo trabalho de datilografia
- 6 - Ao colega José Roberto Rosa pelo auxílio na elaboração das figuras deste trabalho
- 7 - Aos amigos

INDICE GERAL

	Página
Capítulo I - Introdução ao estudo e objetivos do presente trabalho	01
I.1 - Introdução	02
I.2 - Objetivos do presente trabalho	05
I.2.1- Reologia	05
I.2.2- Determinação da velocidade de transição	06
I.2.3- Escoamento turbulento	07
Capítulo II - Revisão da literatura	08
Capítulo III - Aspectos teóricos do escoamento laminar, e de transição	15
III.1- Fundamentos do escoamento laminar em tubos	16
III.2- Solução da equação de Rabinowitsch para modelos reológicos clássicos	23
III.2.1 - Modelo de Bingham	23
III.2.2 - Modelo de Ostwald-de Waele	24
III.2.3 - Modelo de Robertson & Stiff	27
III.3- Números de Reynolds generalizados	29
III.4- Velocidade de transição e Número de Reynolds de transição	32
Capítulo IV - Montagem experimental, equipamentos e materiais utilizados	34
IV.1 - Instalação piloto	35
IV.2 - Reômetro capilar	36
IV.3 - Reômetro rotatório	37
IV.4 - Materiais utilizados	42



## R E S U M O

Podemos sublinhar que, a contribuição deste trabalho está na tentativa de se encontrar uma expressão mais genérica, em função dos parâmetros pertinentes ao escoamento, para se prever a velocidade de transição do regime laminar para o turbulento e a queda de pressão no regime turbulento de modo mais consistente, que permite projetar minerodutos de maneira mais eficiente e econômica.

Em uma etapa inicial experimental foi realizada a caracterização reológica de suspensões de bentonita, caulim e bauxita preparadas a três concentrações em peso (massa de sólido/massa da suspensão) para cada material : 5,60%, 7,30%, 8,50%; 10,90%, 14,70%, 22,70%; e 10,30%, 19,10%, 24,60% respectivamente, sendo nessas determinações utilizados reômetros do tipo capilar e rotativo. Numa segunda etapa também experimental foram determinadas as velocidades médias e as quedas de pressão no escoamento dos mesmos materiais, efetuando-se as medidas numa instalação piloto composta por tubos horizontais de ferro galvanizado de diâmetros 2,16, 3,58 e 5,30 cm.

Na interpretação dos resultados experimentais procurou-se caracterizar a transição do regime laminar a turbulento, que permite o cálculo da velocidade de transição, e com a utilização de Números de Reynolds Generalizados, baseados nos modelos reológicos de Bingham, Ostwald-de Waele e Robertson & Stiff, foi obtido o correlacionamento com o coeficiente de atrito calculado no escoamento destes materiais nos tubos nas regiões laminar, de transição e turbulento. Este estudo permite também verificar, como já observara outros autores, o efeito do diâmetro do tubo no cálculo da queda de pressão na região de fluxo turbulento.

A B S T R A C T

The objective of this research has been to obtain a more general expression to predict the transition velocity from laminar to turbulent flow in more efficient and economical slurry pipeline designs.

In the first experimental step of this research a rheological characterization of bentonite, kaolin and bauxite suspensions has been accomplished for three different weight concentrations of each material: 5.60%, 7.30%, 8.50%; 14.70% , 22.70%; and 10.30%, 19.10%, 24.60% respectively, by means of rotary and capillary rheometers. In the second experimental step the average velocities and pressure drops of the flow with the same particles have been determined in a pilot plant containing three horizontal tubes of galvanized iron of 2.36, 3.58 and 5.30cm in diameter.

The experimental results have been analyzed in order to characterize the transition from laminar to turbulent flow , which makes it possible to determination of the transition velocity. By using the Generalized Reynolds Numbers, which is based upon the rheological models of Bingham, Ostwald-de-Waele and Robertson and Stiff, a correlation has been obtained for the friction factor throughout the flow of the above materials in tubes for the laminar, transition and turbulent flow have also been considered and compared to other research work in the field.



CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO AO ESTUDO E OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO AO ESTUDO E OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

#### I.1 - INTRODUÇÃO

O transporte hidráulico de partículas vem sendo extensamente estudado devido principalmente ao baixo custo envolvido na utilização de tubulações e bombas levando portanto, a um grande desenvolvimento desta técnica tanto para o transporte na própria indústria como e, principalmente a longas distâncias originando assim os conhecidos minerodutos, por onde são transportados milhões de toneladas anuais de carvão, fosfato, minério de ferro, cobre, etc. Estes sistemas de transportes permitem o aproveitamento de jazidas mais remotas, quase que inacessíveis ou proibitivos se compararmos a outros meios de transportes.

O transporte de suspensões de sólidos finos ( $d_p < 100 \mu$ ) e de concentrações mais elevadas através de dutos é realizado em sua grande maioria em regime turbulento, e nestas condições estes materiais apresentam, normalmente, comportamento de fluido homogêneo e não-newtoniano.

A mecânica clássica dos fluidos trata basicamente do escoamento de fluidos newtonianos através da equação do movimento de Navier-Stokes e de suas generalizações para materiais que apresentam uma mesma viscosidade, independente da taxa de deformação (gradiente de velocidade). Uma equação constitutiva deste tipo não é suficientemente abrangente para descrever o comportamento de fluidos, que não apresentam uma mesma viscosidade para uma determinada faixa de gradiente de velocidade, denominados

fluidos não-newtonianos. A Ciência da Reologia surgiu devido as dificuldades matemáticas na resolução de problemas de engenharia com fluidos não-newtoniano. Os fluidos não-newtonianos estudados nesse trabalho se situam na classe daqueles que a taxa de de formação depende exclusivamente da tensão de cisalhamento (queda de pressão), também chamados de fluidos independente do tempo.

Em estudos de sistemas que envolvem o transporte hidráulico horizontal de partículas temos como objetivos principais as determinações da queda de pressão e da velocidade média do escoamento, que permitem então o cálculo da potência de bombeamento.

Procura-se conduzir o escoamento destes fluidos numa faixa de velocidades onde se obtêm as vantagens do escoamento turbulento : certa homogeneidade e moderada queda de pressão no escoamento. Os critérios de homogeneidade não possuem ainda uma aceitação geral, devido principalmente à falha das equações na descrição de perfis de concentração notadamente para suspensões mais concentradas.

A figura (I.1) mostra a existência de diversos regimes de escoamento, devido a ação do campo gravitacional, que depende para um mesmo sistema, da velocidade de escoamento e para sistemas diferentes, também das propriedades físicas e dimensões das partículas transportadas. O diagrama da figura (I.1) resume a nomenclatura utilizada para a caracterização dos vários regimes, em suas curvas típicas de  $\log \left( \frac{\Delta P}{L} \right)$  contra  $\log (V)$  para sistemas horizontais com misturas que tendem a sedimentar.

O escoamento pseudo homogêneo ocorre a velocidades superiores a  $V_1$ , onde a suspensão apesar de possuir uma tendência

a sedimentar, se mantem com uma distribuição uniforme de concentração na seção do tubo devido aos valores elevados da velocidade, na região da Figura (I.1), denominada escoamento simétrico. Apesar de possuírem importância teórica, os dois primeiros regimes de escoamento (estacionário e deslizante) raramente ocorrem para os níveis práticos de velocidade usualmente utilizados no transporte de partículas, especialmente com sólidos finamente divididos, onde o diâmetro médio das partículas se situa geralmente na faixa de 5 a 100  $\mu$ .

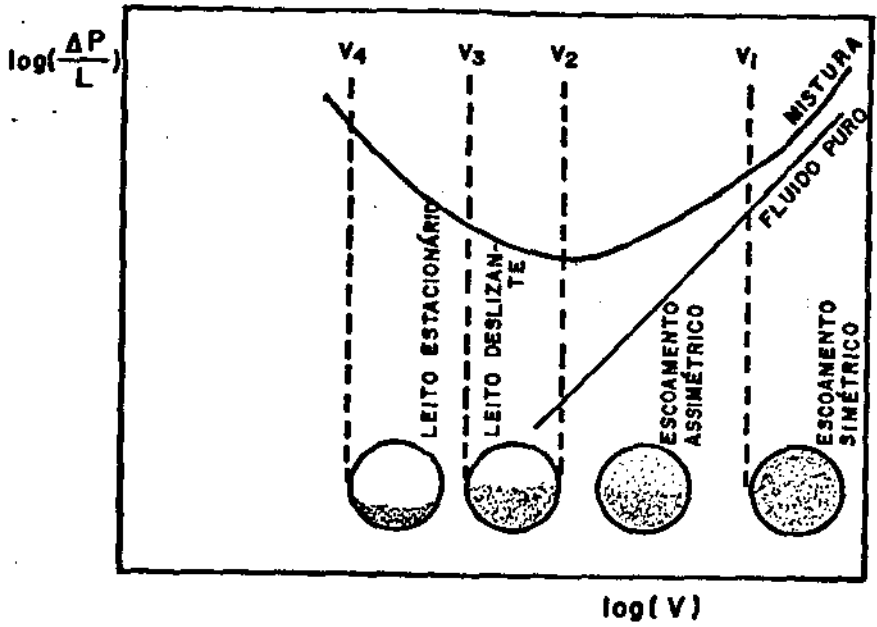


FIG.(I-1)-DIAGRAMA TÍPICO DO TRANSPORTE HIDRÁULICO HORIZONTAL

## I.2 - OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

### I.2.1 - REOLOGIA

A reologia de suspensões vem sendo há muito tempo objeto de estudo, pois várias operações de engenharia envolvem sistemas sólido-fluido, da maior importância econômica como por exemplo, o transporte hidráulico de partículas. Muitas dificuldades adicionais surgem na modelagem destes problemas, pois a forma, distribuição de tamanho das partículas sólidas, a natureza do fluido e características físico-químicas de ambos os constituintes, exercem uma influência fundamental na determinação das propriedades reológicas das misturas formadas.

Ao se estudar sistemas dispersos como as suspensões, tem-se dois problemas fundamentais: estabelecer a equação reológica que governe o comportamento da suspensão e a dependência dos coeficientes fenomenológicos, por exemplo a viscosidade plástica e a tensão residual de um fluido de Bingham, com a concentração.

Na verdade a viscosidade aparente ou efetiva e a propriedade do fluido que melhor caracteriza seu comportamento e, por isso, sua determinação é de fundamental importância na ciência e na indústria. E conhecendo-se essa viscosidade aparente que podemos determinar, por exemplo, que tipo de bomba deve ser utilizada no transporte, sua potência, etc.

Entre os métodos utilizados para determinar as propriedades dos fluidos não-newtonianos, independentes do tempo utilizaremos neste estudo os reômetros capilares e rotativos, visando a caracterização reológica dos mesmos.

### I.2.2 - DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE TRANSIÇÃO

Para a determinação da velocidade de transição laminar-turbulento são encontradas na literatura várias correlações, devido à variedade de modelos reológicos que descrevem os fluidos não-newtonianos. Os métodos existentes para a previsão da velocidade de transição ( $V_T$ ) se baseiam no correlacionamento de algumas definições de Número de Reynolds com os parâmetros reológicos dos modelos clássicos.

No diagrama típico de escoamento destes materiais, a velocidade de transição,  $V_T$ , pode ser obtida a partir de gráficos bilogarithmicos de fator de atrito ( $f$ ) versus Número de Reynolds Generalizado, utilizando-se então a interseção das retas como critério para a determinação da região de transição, como mostra a figura (I.2) abaixo :

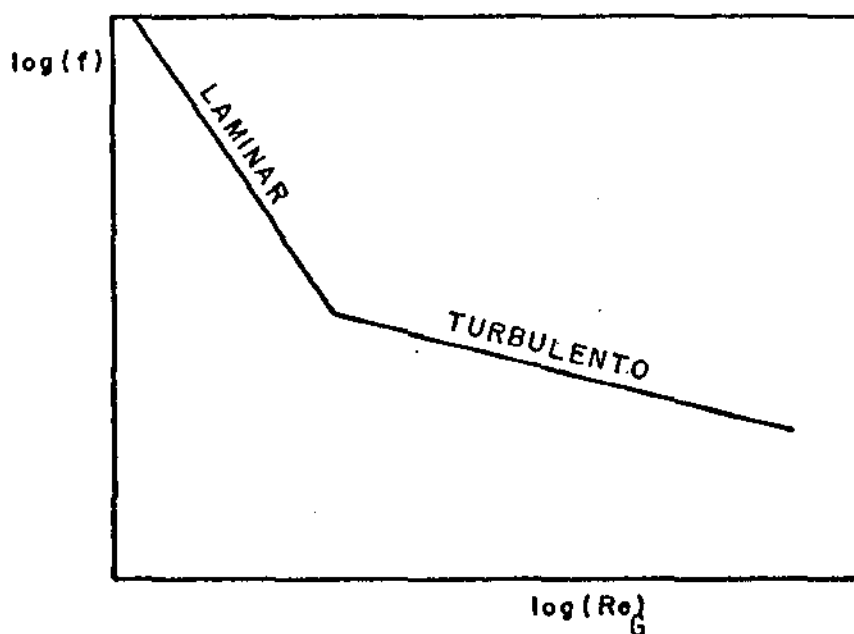


FIG.(I-2)-FATOR DE ATRITO-NÚMERO DE REYNOLDS GENERALIZADO

Uma das finalidades deste estudo está na necessidade de se relacionar a velocidade  $V_T$  com as propriedades reológicas do fluido e com as características geométricas do tubo de modo a prevermos a transição do escoamento laminar para o turbulento.

### I.2.3 - ESCOAMENTO TURBULENTO

Já foi mencionado anteriormente que o transporte destes materiais se faz na maioria dos casos em regime turbulento, sendo portanto de grande importância a predição da queda de pressão no escoamento em função da vazão, das propriedades do fluido e das características da tubulação.

Não existe até o momento uma técnica universalmente aceita para o cálculo da queda de pressão no escoamento turbulento de fluidos não-newtonianos, ocorrendo no entanto na literatura várias correlações, que foram obtidas através da técnica da análise adimensional acoplada a dados experimentais limitados a alguns tipos de fluido, numa tentativa de generalização da relação entre o fator de atrito e os vários Números de Reynolds generalizados do escoamento.

No presente estudo procuraremos determinar correlações baseadas nos resultados experimentais de modo a efetuarmos uma previsão segura do coeficiente de atrito no escoamento das suspensões.

CAPÍTULO II

REVISÃO DA LITERATURA



## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

A velocidade na qual a transição do regime laminar para o turbulento ocorre é denominada velocidade de transição, sendo encontradas na literatura correlações como as de Durand<sup>1</sup>, Thomas<sup>2</sup>, Craft<sup>3</sup> e Newitt<sup>4</sup>, as quais foram estabelecidas fixando-se o Número de Reynolds de transição. Outras correlações expressas em termos de Número de Reynolds de transição, como as de Sinclair<sup>5</sup>, Spells<sup>6</sup>, Durand<sup>7</sup> e Thomas<sup>8</sup> da Tabela (II.1), deixam em aberto a estimativa da transição.

Os primeiros resultados para se obter o coeficiente de atrito em escoamento turbulento foram altamente empíricos. Acreditavam que a viscosidade aparente para muitos fluidos não-newtonianos era aproximadamente constante no regime turbulento, de modo que, com um valor adequado para a viscosidade o diagrama clássico de Moody para fluidos não-newtonianos poderia ser aplicado.

Este método era baseado no fato que, para os fluidos do tipo Bingham ou Ostwald-de Waele, para taxa de deformação suficientemente alta a viscosidade permanece aproximadamente constante e o fluido se comporta como um newtoniano. Estes resultados eram razoáveis quando os fluidos não-newtonianos apresentavam um comportamento em que suas propriedades não diferiam muito dos fluidos newtonianos.

De qualquer modo o problema todo estava em escolher uma viscosidade aparente adequada para as condições de escoamen

to para a determinação de um Número de Reynolds Generalizado.

Uma melhor metodologia usava a "viscosidade turbulenta" obtida a partir da queda de pressão em condições turbulentas, portanto via experimental. Deste modo não poderíamos projetar uma tubulação diretamente das propriedades do fluido e a aplicação de escala só poderia ser feita a partir de uma planta piloto.

Uma série de trabalhos foi desenvolvida com o objetivo de melhorar estas primeiras tentativas, como o trabalho de Metzner & Reed<sup>9</sup> que otimizaram resultados anteriores simplesmente por não considerarem a viscosidade aparente constante, e procuraram correlacionar o coeficiente de atrito com um Número de Reynolds Generalizado.

Dodge & Metzner<sup>10</sup> determinaram, para fluidos do tipo Ostwald-de Waele, inspirados na fórmula de von Kármán, expressões que permitem relacionar o coeficiente de atrito com as variáveis pertinentes ao escoamento e propriedades do fluido.

Ainda para o caso de fluidos com comportamento do tipo Ostwald-de Waele, encontramos na literatura correlações como de Tomita<sup>11</sup>, Clapp<sup>12</sup> e Szilas et alii<sup>13</sup> mostradas na Tabela (II.2), que possibilitam a previsão do coeficiente de atrito turbulento.

Churchill & Usagi<sup>14</sup> e Ellis<sup>15</sup>, com base nas equações de Churchill<sup>16</sup>, Schlichting<sup>17</sup> e Nikuradse<sup>18</sup> para o coeficiente de atrito de fluidos newtonianos, propuseram correlações válidas para fluidos do tipo Bingham para quaisquer valores de rugosidade e Número de Reynolds como mostra a tabela (II.2).

Outros autores procuraram generalizar a expressão de

Blasius, válida para fluidos newtonianos, como Kemblowski & Kolodziejcki<sup>19</sup>, que fizeram investigaoes com suspensões de caulim em várias concentraoes, calcularam o coeficiente de atrito turbulento e compararam com a expressão proposta por Blasius.

Heywood & Richardson<sup>20</sup> também estudaram o comportamento de suspensões de caulim escoando em tubos, e analisaram os resultados experimentais obtidos de coeficiente de atrito turbulento comparando-os com as curvas propostas por Blasius e Dodge & Metzner.

Thomas<sup>21</sup> trabalhando com suspensões de óxido de tório verificou o efeito do diâmetro da tubulaao de escoamento no cálculo do coeficiente de atrito turbulento.

No Capítulo IV apresentaremos uma tabela constituída dos diversos Número de Reynolds Generalizado propostos na literatura, incluindo-se também uma nova proposta de Número de Reynolds desenvolvida neste trabalho.

Tabela II.1 - Correlações para previsão da velocidade de transição laminar-turbulento

AUTOR	CORRELAÇÃO
Sinclair <sup>5</sup>	$V_T = \left[ 650 g d_{85} \left( \frac{\rho_s - 1}{\rho_l} \right)^{0,8} \right]^{1/2}$ <p>para <math>d_{85}/D</math> pequeno</p> $V_T = \left[ 0,19 g d_{85} \left( \frac{d_{85}}{D} \right)^{-2} \left( \frac{\rho_s - 1}{\rho_l} \right)^{0,8} \right]^{1/2}$ <p>para <math>d_{85}/D</math> grande</p>
Spells <sup>6</sup>	$V_T^{1,225} = 0,0251 g d_{85} \left( \frac{D \rho}{\mu} \right)^{0,775} \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right)$ $V_T^{1,225} = 0,0741 g d_{85} \left( \frac{D \rho}{\mu} \right)^{0,775} \left( \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \right)$ <p>para o caso de existir uma uniformidade no perfil de concentração</p>
Thomas <sup>8</sup>	$V_T = \sqrt{\frac{(Re_M)_T \cdot \tau_o}{6 \rho}}$
Durand <sup>7</sup>	$V_T = \frac{1000 \mu_p}{D \rho} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{D^2 \tau_o \rho}{\mu_p^2}} \right]$

Tabela II.2 - Correlações para previsão do coeficiente de atrito no regime turbulento

AUTOR	CORRELAÇÃO
Dodge & Metzner <sup>10</sup>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{2}{n^{0,75}} \log \left[ Re_{PL} \left( \frac{f}{4} \right)^{\frac{1}{2} - \frac{n}{2}} - \frac{0,2}{n^{1,2}} \right]$
Tomita <sup>11</sup>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left[ Re_{PL} \frac{\sqrt{f}}{2} \right] - 0,2$
Clapp <sup>12</sup>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1,35}{n} - 1,48 + \frac{2,27}{n} \log \left[ Re_{PL} \left( \frac{f}{4} \right)^{\frac{1-n}{2}} \right] + 0,34 \left( \frac{5n-8}{n} \right)$
Szilas et alii <sup>13</sup>	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{10^{-\beta/2}}{Re_{PL} f} \frac{(2-n)}{2n} + \frac{\epsilon}{3,71 D} \right]$ <p>onde <math>\beta = 1,51^{1/3} \left( \frac{0,707}{n} + 2,12 - \frac{4,015}{n} - 1,057 \right)</math></p>
Churchill & Usagi <sup>14</sup>	$f = \left[ \left( \frac{8}{Re_B} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12}$ <p>onde,</p> $A = \left[ 2,457 \left( \ln 1/(Re_B) \right)^{0,9} + 0,27 \frac{\epsilon}{D} \right]^{16}$ $B = \left( \frac{37.530}{Re_B} \right)^{16}$
Ellis <sup>15</sup>	$f = 0,00454 + 0,654 (Re_B)^{-0,70}$

Apresentamos a seguir as definições contidas na Tabela (II.1) e (II.2) :

Definições da Tab.(II.1)

$d_{85}$  = corresponde ao diâmetro de partículas tal que 85% em peso das partículas são menores que  $d_{85}$ ;

$\rho_s$  = massa específica do sólido;

$\rho_l$  = massa específica do líquido;

$\rho$  = massa específica do fluido (suspensão);

$\mu$  = viscosidade dinâmica do líquido transportador;

$g$  = aceleração da gravidade;

$D$  = diâmetro do tubo;

$\tau_0$  = tensão residual do modelo de Bingham

$\mu_p$  = viscosidade plástica do modelo de Bingham

$(Re_M)_T$  = Número de Reynolds Generalizado definido por :

$$(Re_M)_T = \frac{D V_T \rho}{\mu_p \left( 1 + \frac{D \tau_0}{6 \mu_p V_T} \right)}$$

Definições da Tab. (II.2)

$f$  = coeficiente de atrito definido por :  $f = \frac{D \Delta P}{4 L} \frac{\rho V^2}{2}$  ;

$Re_{PL}$  = Número de Reynolds Generalizado definido por:

$$Re_{PL} = \frac{V^{2-n} D^n \rho}{\frac{k(6-n+2)^n}{8n}}$$

$n$  = Índice de comportamento do modelo de Ostwald-de Waele

$k$  = Índice de consistência do modelo de Ostwald-de Waele

$Re_B$  = Número de Reynolds Generalizado definido por:  $Re_B = \frac{\rho V D}{\mu_p}$

$\epsilon$  = rugosidade do tubo

### CAPÍTULO III

ASPECTOS TEÓRICOS DO ESCOAMENTO LAMINAR, E DE TRANSIÇÃO

### CAPÍTULO III

#### ASPECTOS TEÓRICOS DO ESCOAMENTO LAMINAR, E DE TRANSIÇÃO

##### III.1 - FUNDAMENTOS DO ESCOAMENTO LAMINAR DE SUSPENSÕES EM TUBOS

Em escoamento plenamente estabelecido em tubos é válido o balanço de forças descrito a seguir, para qualquer fluido independente do seu caráter newtoniano ou não. As equações reológicas são sempre do tipo  $\tau_R = f(\dot{\gamma})$ , relacionam a tensão de cisalhamento na parede do tubo com a taxa de deformação, devemos então relacionar estes parâmetros com grandezas que podem ser medidas no escoamento em tubo. Desse modo a queda de pressão deve estar relacionada com a tensão de cisalhamento e, como veremos a seguir, a vazão deve estar relacionada com a taxa de deformação.

O balanço de forças no elemento cilíndrico é :

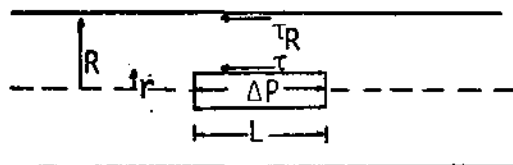


Figura III.1 - Estudos das forças que atuam no escoamento laminar de suspensões em tubos.

$$2\pi r L \tau = \pi r^2 \Delta P \quad (\text{III.1})$$

onde:

$\tau$  = tensão cisalhamento no elemento cilíndrico.



$r$  = raio do elemento cilíndrico

$\Delta P$  = queda de pressão piezométrica no tubo

$L$  = comprimento do tubo.

Então a tensão de cisalhamento na parede do tubo:

$$\tau_R = R \Delta P / 2L \quad (\text{III.2})$$

onde;

$R$  = raio do tubo.

A mesma expressão, para a tensão de cisalhamento na parede, pode ser também obtida a partir da equação do movimento para um fluido qualquer escoando em um tubo (Bird et alii)

$$0 = - \frac{dp}{dz} - \frac{1}{r} \frac{d(r \tau)}{dr} + \rho g \quad (\text{III.3})$$

A partir do estudo das tensões em um fluido incompressível qualquer, vem:

$$\underline{\tau} = - p \underline{I} + \underline{S} \quad (\text{III.4})$$

onde:

$\underline{\tau}$  = tensor tensão cisalhante

$p$  = pressão média

$\underline{I}$  = tensor identidade

$\underline{S}$  = tensor tensão "extra"

A expressão (III.4) pode ainda ser escrita:

$$\underline{\tau} = (\sigma \operatorname{div}(v) + \alpha_B) \underline{I} - 2 \eta (\dot{\gamma}) \underline{D} \quad (\text{III.5})$$

onde :

$\sigma$  = 2 $\eta$  coeficiente de viscosidade

$\alpha_B$  = "bulk viscosity"

$v$  = velocidade local

$\eta(\dot{\gamma})$  = função viscosidade aparente

$\underline{D}$  = tensor taxa de deformação

Para equações constitutivas na forma  $\underline{\tau} = f(\underline{D})$ , temos:

$$\underline{D} = \frac{1}{2} \left[ \nabla v + \nabla v^T \right] \quad (\text{III.6})$$

onde:

$\nabla v$  = gradiente da velocidade local

$\nabla v^T$  = gradiente transposto da velocidade local.

Em escoamento laminar e estabelecido em tubos  $\bar{e}$  válida a expressão  $v_z = f(r)$ , então :

$$\nabla v = \begin{pmatrix} 0 & \frac{dv_z}{dr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.7})$$

e

$$\nabla v^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{dv_z}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Substituindo (III.7) e (III.8) em (III.6), vem :

$$\underline{D} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \frac{dv_z}{dr} & 0 \\ \frac{1}{2} \frac{dv_z}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

então :

$$D_{rz} = D_{zr} = - \frac{1}{2} \frac{dv_z}{dr} \quad (\text{III.10})$$

Substituindo (III.10) em (III.5), admitindo-se fluido incompressível ( $\text{div}(v_z) = 0$ ), e considerando-se a "bulk viscosity"  $\alpha_B$  igual a  $P$  (pressão termodinâmica).

$$\tau_{rz} = - 2 \eta (\dot{\gamma}) \frac{1}{2} \frac{dv_z}{dr} \quad (\text{III.11})$$

ou ainda,

$$\frac{\tau_{rz}}{\eta (\dot{\gamma})} = - \frac{dv_z}{dr} \quad (\text{III.12})$$

Então a taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ , é definida por :

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_{rz}}{\eta (\dot{\gamma})} = - \frac{dv_z}{dr} \quad (\text{III.13})$$

Por outro lado a vazão volumétrica em um tubo é dada por:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z r dr d\theta \quad (\text{III.14})$$

ou,

$$Q = 2\pi \int_0^R v_z r dr d\theta \quad (\text{III.15})$$

Integrando a expressão (III.15) por partes, vem:

$$Q = \pi \left[ v_z r^2 \right]_0^R - \pi \int_0^R r^2 dv_z \quad (\text{III.16})$$

Como em  $r = R$ ;  $v_z = 0$  (sem deslizamento), então :

$$Q = -\pi \int_0^R r^2 dv_z \quad (\text{III.17})$$

Substituindo (III.3) em (III.17), vem :

$$Q = \pi \int_0^R r^2 \dot{\gamma} dr \quad (\text{III.18})$$

Combinando as equações (III.1) e (III.2), temos :

$$r = \frac{\tau R}{\tau_R} \quad (\text{III.19})$$

Diferenciando a equação (III.19), vem:

$$dr = \frac{R}{\tau_R} d\tau \quad (\text{III.20})$$

Levando (III.19) e (III.20) em (III.18), obtemos:

$$Q = \Pi \int_0^{\tau_R} \left( \frac{\tau R}{\tau_R} \right)^2 \dot{\gamma} \frac{R}{\tau_R} d\tau \quad (\text{III.21})$$

Multiplicando ambos os membros da equação (III.21) por 4 e rearranjando, obtemos:

$$\frac{4 Q}{\Pi R^3} = \frac{4}{\tau_R^3} \int_0^{\tau_R} \dot{\gamma} \tau^2 d\tau \quad (\text{III.22})$$

Esta é uma das formas conhecidas da equação de Rabinowitsch<sup>22</sup> para o caso de um fluido qualquer independente do tempo. Se  $\dot{\gamma}$  for uma expressão conhecida então é possível se fazer uma integração analítica caso contrário, faz-se uma integração numérica.

A solução da equação de Rabinowitsch para o caso de um fluido newtoniano que apresenta equação constitutiva do tipo:

$$\dot{\gamma} = \tau / \mu \quad (\text{III.23})$$

Substituindo (III.23) em (III.22) e integrando vem:

$$\frac{4 Q}{\Pi R^3} = \frac{1}{\mu} \frac{R \Delta P}{2 L} \quad (\text{III.24})$$

Então para o caso de fluido newtoniano a taxa de deformação é dada por:

$$\dot{\gamma} = \frac{4Q}{\Pi R^3} \quad (\text{III.25})$$

A equação (III.22) nem sempre é a mais conveniente quando desejamos caracterizar um fluido desconhecido. A forma usada extensivamente, por melhor se adaptar aos dados experimentais, é obtida diferenciando a equação (III.22) com relação a  $\tau_R$ , assim :

$$\frac{d}{d\tau_R} \left( \frac{\tau_R^3 4Q}{\pi R^3} \right) = \frac{4}{d} \frac{d}{d\tau_R} \int_0^{\tau_R} \dot{\gamma} \tau^2 d\tau \quad (\text{III.26})$$

ou ainda,

$$\dot{\gamma} = \frac{4}{4\pi R^3} \frac{d(Q\tau_R^3)}{\tau_R^2 d\tau_R} \quad (\text{III.27})$$

então:

$$\dot{\gamma} = \frac{3}{4} \frac{4Q}{\pi R^3} + \frac{1}{4} \tau_R \frac{d(4Q/\pi R^3)}{d\tau_R} \quad (\text{III.28})$$

se fizermos:

$$b = \frac{d \ln(4Q/\pi R^3)}{d \ln(R\Delta P/2L)} \quad (\text{III.29})$$

A equação (III.29) ainda pode ser escrita :

$$\dot{\gamma} = \left( \frac{3+b}{4} \right) \frac{4Q}{\pi R^3} \quad (\text{III.30})$$

Portanto a equação (III.30) apresenta o que podemos

chamar um fator de correção dado por  $(3 + b)/4$  que dá, a "verdadeira" taxa de deformação na parede para qualquer fluido não-newtoniano. O número  $b$  é facilmente obtido através da inclinação de um gráfico bi-logarítmico de  $4Q/\pi R^3$  os  $R\Delta P/2L$ .

### III.2 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE RABINOWITSCH PARA MODELOS REOLÓGICOS CLÁSSICOS

#### III.2.1 - MODELO DE BINGHAM OU PLÁSTICO IDEAL

Apresenta a seguinte equação reológica:

$$\dot{\gamma} = (\tau - \tau_0)/\mu_p \quad \text{para } \tau > \tau_0 \quad (\text{III.31})$$

onde :

$\mu_p$  = é a viscosidade plástica (inclinação da curva no diagrama reológico)

$\tau_0$  = é a tensão residual ou a tensão que deve ser alcançada para começar o escoamento.

Então substituindo (III.31) em (III.22) e integrando,

obtemos:

$$\frac{4Q}{\pi R^3} = \frac{4}{\mu_p \tau_R^3} \left[ \frac{\tau^4}{4} - \frac{\tau^3 \tau_0}{3} \right]_{\tau_0}^{\tau_R} \quad (\text{III.32})$$

ou ainda,

$$\frac{4 Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\mu_p} \frac{R \Delta P}{2L} \left[ 1 - \frac{4}{3} \left( \frac{\tau_0}{R \Delta P / 2L} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_0}{R \Delta P / 2L} \right)^4 \right] \quad (\text{III.33})$$

Esta é a equação de Buckingham<sup>23</sup>, que pode ser obtida explicitamente para a queda de pressão. Para  $\tau_0=0$ , fica reduzida a equação (III.24) para  $\mu_p$  igual a  $\mu$ .

Na maioria dos casos experimentais, no entanto, a tensão residual ( $\tau_0$ ) é pequena em relação a tensão de cisalhamento na parede do tubo ( $\tau_R$ ), então ;

Se  $\tau_0 \ll \tau_R$  a equação (III.33) fica reduzida a:

$$\frac{4 Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\mu_p} \left[ \frac{R \Delta P}{2L} - \frac{4}{3} \tau_0 \right] \quad (\text{III.34})$$

Que pode ser explicitada em termos da queda de pressão, de modo que:

$$\frac{R \Delta P}{2L} = \mu_p \frac{4 Q}{\pi R^3} + \frac{4}{3} \tau_0 \quad (\text{III.35})$$

### III.2.2 - MODELO DE OSTWALD-DE WAELE DO TIPO PSEUDOPLÁSTICO

$$\dot{\gamma} = \left( \frac{\tau}{k} \right)^{1/n} \quad (\text{III.36})$$

Onde :



$k$  = mede a consistência do fluido

$n$  = índice de comportamento (mede o desvio do caracter não-newtoniano)

Substituindo (III.36) em (III.22) e integrando, obtemos :

$$\frac{4 Q}{\pi R^3} = \frac{4}{k^{1/n} \tau_R^3} \left[ \frac{\tau_R}{k} \right]^{1/n} \quad (\text{III.37})$$

ou ainda,

$$\frac{4 Q}{\pi R^3} = \frac{4n}{3n+1} \left[ \frac{\tau_R}{k} \right]^{1/n} \quad (\text{III.38})$$

Explicitando a tensão de cisalhamento, obtemos:

$$\frac{R \Delta P}{2L} = k \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \left( \frac{4 Q}{\pi R^3} \right)^n \quad (\text{III.39})$$

Para  $n = 1$ , caso dos fluidos newtonianos, então  $k = \mu$  resultando a equação (III.24).

Existe, no entanto, uma semelhança entre o tratamento geral para um fluido qualquer e o modelo de Ostwald-de Waele, como vemos a seguir :

Da equação (III.29), temos:

$$\frac{1}{n'} = \frac{d \ln(4Q/\pi R^3)}{d \ln(R \Delta P/2L)} \quad (\text{III.40})$$

Desta forma a equação (III.30), fica :

$$\dot{\gamma} = \frac{3 n' + 1}{4 n'} \left( \frac{4 Q}{\pi R^3} \right) \quad (\text{III.41})$$

Diferenciando a equação (III.30) e dividindo por  $\ln \tau_R$ , teremos :

$$\frac{d \ln \dot{\gamma}}{d \ln \tau_R} = \frac{d \ln \left( \frac{3 n' + 1}{4 n'} \right)}{d \ln \tau_R} + \frac{d \ln \left( \frac{4 Q}{\pi R^3} \right)}{d \ln \tau_R} \quad (\text{III.42})$$

Por outro lado, da equação (III.36), vem :

$$\ln \tau = \ln k + n \ln \dot{\gamma} \quad (\text{III.43})$$

Diferenciando a equação (III.43), obtemos:

$$n = \frac{d \ln \tau}{d \ln \dot{\gamma}} \quad (\text{III.44})$$

Substituindo as equações (III.40) e (III.44) em (III.42), obtemos :

$$\frac{1}{n} = \frac{d \ln \left( \frac{3 n' + 1}{4 n'} \right)}{d \ln (\tau_R)} + \frac{1}{n'} \quad (\text{III.45})$$

ou ainda,

$$n = \frac{n'}{1 - \frac{1}{3 n' + 1} \frac{d n'}{d \ln \tau_R}} \quad (\text{III.46})$$

Na maioria dos casos experimentais,  $n'$  fica praticamente constante em relação a  $\ln \tau_R$ , resultando então em  $n = n'$ .

Integrando a expressão (III.40), obtemos :

$$\frac{R \Delta P}{2L} = k' \left( \frac{4Q}{\pi R^3} \right)^{n'} \quad (\text{III.47})$$

Comparando as expressões (III.47) e (III.39), obtemos:

$$k' = k \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (\text{III.48})$$

Esta relação só é válida para casos onde  $n = n'$ .

onde:

- $k'$  = índice de consistência definido pela equação (III.48)
- $n'$  = índice de comportamento definido pela equação (III.40)

Levando em conta (III.48) em (III.39), encontramos a seguinte expressão para fluidos pseudoplásticos.

$$\frac{R \Delta P}{2L} = k' \left( \frac{4Q}{\pi R^3} \right)^{n'} \quad (\text{III.49})$$

### III.2.3 - MODELO DE ROBERTSON & STIFF

Recentemente Robertson & Stiff<sup>24</sup> sugeriram um modelo de fluido que apresenta a seguinte equação reológica:

$$\dot{\gamma} = \left( \frac{\tau}{A} \right)^{1/B} - C \quad (\text{III.50})$$

Onde A, B e C são parâmetros determinados experimentalmente.

$$C = \frac{\dot{\gamma}_{\min} \dot{\gamma}_{\max} - \dot{\gamma}^2}{2 \dot{\gamma} - \dot{\gamma}_{\min} - \dot{\gamma}_{\max}} \quad (\text{III.51})$$

onde :

$\dot{\gamma}_{\min}$  = taxa de deformação mínima

$\dot{\gamma}_{\max}$  = taxa de deformação máxima

$\dot{\gamma}$  = taxa de deformação obtida da curva experimental  
( $\tau_R \times \dot{\gamma}$ ) para  $\tau_R$  dado pela média geométrica.

$$\tau_R = (\tau_{R_{\min}} \tau_{R_{\max}})^{1/2} \quad (\text{III.52})$$

onde :

$\tau_{R_{\min}}$  = tensão de cisalhamento mínima associada a  $\dot{\gamma}_{\min}$

$\tau_{R_{\max}}$  = tensão de cisalhamento máxima associada a  $\dot{\gamma}_{\max}$

Faz-se um gráfico bilogarítmico de  $\tau_R$  versus  $\dot{\gamma} + C$  de tal modo que B é a inclinação, e estaria associada ao carácter não-newtoniano, e A é a interceptação, associada ao índice de consistência do fluido.

Para esse modelo de fluido temos o seguinte desenvolvimento: substituindo (III.50) em (III.22) integrando e rearranjando, tem-se :

$$\frac{4 Q}{\pi R^3} = \frac{4 B}{3 B+1} \left( \frac{\tau_R}{A} \right)^{1/B} - \frac{4 C}{3} \quad (\text{III.53})$$

O uso da equação de Rabinowitsch na forma diferencial, eq. (III.28), obtemos :

$$\dot{\gamma} = \frac{3 B+1}{4 B} \cdot \frac{4 Q}{\pi R^3} + \frac{C}{3 B} \quad (\text{III.54})$$

### III.3 - NÚMEROS DE REYNOLDS GENERALIZADOS

A maioria das correlações tanto para a previsão da velocidade de transição como para o cálculo do coeficiente de atrito turbulento, é apresentada em função de Número de Reynolds Generalizados. Devido a variedade de comportamentos reológicos que descrevem os fluidos não-newtonianos, são conhecidas várias definições de Números de Reynolds Generalizados, como mostra a Tabela (III.1).

Em geral usa-se um Número de Reynolds Generalizado, definido por :

$$\text{Re}_{MR} = \frac{v^{2-n'} \cdot D^{n'} \cdot \rho}{k' \cdot 8^{n'-1}} \quad (\text{III.55})$$

de tal modo que para o escoamento laminar :

$$f = \frac{16}{\text{Re}_{MR}} \quad (\text{III.56})$$

onde  $f$  é o coeficiente de atrito definido por :

$$f = \frac{D \Delta P}{4L} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (\text{III.57})$$

Um gráfico tipo Fanning para o coeficiente de atrito pode ser encontrado em Wasp et alii<sup>30</sup> para diversos valores de  $n'$  numa larga faixa de  $Re_{MR}$ .

Neste estudo foi desenvolvido, baseado no modelo reológico a tres parâmetros de Robertson & Stiff, um novo Número de Reynolds Generalizado  $Re_{RS}$ , uma vez que este modelo apresentou um melhor comportamento reológico para os materiais estudados.

Substituindo (III.54) em (III.50) e rearranjando tem-se:

$$\tau = A \left[ \frac{3 B+1}{4B} \frac{4 Q}{\pi R^3} + \frac{4C}{3} \right]^B \quad (III.58)$$

Substituindo a equação (III.58) em (III.56) e pelo uso da equação (III.57), temos :

$$f = \frac{16}{Re_{RS}} = A \frac{\left[ \frac{3 B+1}{4B} \frac{8 V}{D} + \frac{4 C}{3} \right]}{1/2 \rho V^2} \quad (III.59)$$

obtem-se então :

$$Re_{RS} = \frac{8 V^2 \rho}{A \left[ \frac{3 B+1}{4B} \frac{8 V}{D} + \frac{4 C}{3} \right]^B} \quad (III.60)$$

Tabela III.1 - Definições de Números de Reynolds Generalizado para fluidos não-newtoniano

Relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação	Número de Reynolds	Autor
$\tau_R = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$	$Re_M = \frac{\rho V D}{\mu_p \left(1 + \frac{D \tau_0}{6 \mu_p V}\right)}$	Thomas <sup>25</sup>
$\tau_R = k' \dot{\gamma}^{n'}$	$Re_{MR} = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{k' 8^{n'-1}}$	Metzner <sup>9</sup>
$\tau_R = A (\dot{\gamma} + C)^B$	$Re_{RS} = \frac{8 V^2 \rho}{A \left( \frac{3 B+1}{4 B} \frac{8 V}{D} + \frac{4 C}{3} \right)^B}$	este trabalho

### III.4 - VELOCIDADE DE TRANSIÇÃO E NÚMERO DE REYNOLDS DE TRANSIÇÃO

O escoamento de partículas finas por motivos já expostos são preferencialmente conduzidos em regime turbulento.

Hanks<sup>26</sup> após experiências com fluidos de Ostwal-de Waele escoando em tubos, apresenta um gráfico que permite a determinação do Número de Reynolds de transição segundo a consistência do fluido. Hanks<sup>27</sup> procurou estender os trabalhos realizados por Ryan & Johnson<sup>28</sup> na determinação do parâmetro de estabilidade local mostrando a influência da geometria de escoamento sobre o mesmo.

No caso de fluidos de Bingham, Hanks & Pratt<sup>29</sup> realizaram trabalhos experimentais com pastas de cimento, suspensões de argila, óxido de titânio, construíram um gráfico, mostrado por Wasp et alii<sup>30</sup>, que permite a partir de determinado Número de Hedstrom<sup>31</sup>, obter o Número de Reynolds de transição, conforme as equações abaixo:

$$(Re_B)_T = \frac{(1 - \frac{4}{3} \alpha_T + \frac{1}{3} \alpha_T^4)}{8 \alpha_T} He \quad (III.61)$$

onde :

$$He = 16800 \frac{\alpha_T}{(1-\alpha_T)^3} \text{ para, } \alpha_T = \left( \frac{\tau_0}{\tau_{RT}} \right) \quad (III.62)$$

$$(Re_B)_T = \frac{\rho V_T D}{\mu_p} \quad (III.63)$$



e,

$$He = \frac{\tau_0 \rho D^2}{\mu_p^2} \quad (\text{III.64})$$

onde:

$(Re_B)_T$  = Número de Reynolds de Bingham de transição

He = Número de Hedstrom

$\alpha_T$  = Relação entre a tensão residual ( $\tau_0$ ) e a tensão na parede ( $\tau_R$ ) na transição.

#### CAPÍTULO IV

MONTAGEM EXPERIMENTAL, EQUIPAMENTOS E MATERIAIS UTILIZADOS

## CAPÍTULO IV

## MONTAGEM EXPERIMENTAL, EQUIPAMENTOS E MATERIAIS UTILIZADOS

## IV.1 - INSTALAÇÃO PILOTO

O sistema utilizado, conforme Figura (IV.1) opera em circuito fechado através de tubos comerciais de ferro galvanizados com diâmetros interno de 2,16, 3,58 e 5,30 cm, dispendo também de um tanque de alimentação de forma cilíndrica e base cônica, com capacidade aproximada de 500 litros e um outro (tanque) para amostragem com volume aproximado de 100 litros.

O comprimento total da seção de testes analisada é de aproximadamente 3 metros, e as tomadas de pressão foram medidas no trecho horizontal inferior sendo instaladas de maneira a eliminar os efeitos de entrada. As quedas de pressão ao longo do escoamento foram medidas através de manômetros diferenciais de tubos em U de vidro, contendo mercúrio ou tetracloreto de carbono como fluidos manométricos.

A circulação da suspensão ao longo do sistema foi realizada por uma bomba centrífuga, de rotor aberto de 5 HP de potência do tipo auto-escorvante fabricada pela MARK, de tal forma que a própria circulação do material garantia uma boa uniformidade no reservatório principal.

As medidas de vazão foram feitas através do desvio periódico de fluxo do reservatório principal para o de amostragem, previamente calibrado, de paredes translúcidas permitindo rapidamente a leitura. A conexão entre os dois tanques é feita de modo

que a mistura amostrada possa ser succionada pela bomba após a medição do volume.

O "by-pass" permite, através de uma válvula, o controle da vazão no sistema. Para cada material estudado foram realizadas simultaneamente várias medições de concentração em peso,  $C_w$ , e temperatura.

#### IV.2 - REÔMETRO CAPILAR

Devido à alta densidade das partículas, as suspensões de caulim e bauxita sedimentam-se facilmente e desse modo torna-se conveniente o uso do reômetro capilar de tubos descartáveis proposto por Massarani<sup>32</sup>, mostrado na Figura (IV.2).

A precisão da medida reológica em reômetro capilar depende fundamentalmente do controle de temperatura do material (suspensões) e da qualidade dos tubos. Os cuidados que devem ser tomados na viscometria capilar clássica estão relatados em Van Wazer et alii<sup>33</sup>.

Visando o controle de temperatura foi construído um frasco de Mariotte capaz de abrigar, submerso no próprio material da experiência, a maior parte do tubo capilar. Esta nova versão do frasco clássico consiste de um vidro de conserva na qual a tampa, modificada, sustenta a serpentina de termoregulação (conectada a um banho termostático), o termômetro, o tubo de alimentação de ar e o selo-de-graxa por onde passa o tubo capilar. A agitação no interior do frasco foi feita com agitador magnético.

O banho termostático usado é composto de bomba de demanda, do tipo HAAKE C e, um controlador de temperatura HAAKE F3.

A relação entre a taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ , e a tensão cisalhante,  $\tau_R$ , pode ser estabelecida através da medida da vazão mássica no tubo capilar para diferentes desníveis H:

$$\tau_R = \frac{D \Delta P}{4 L} \quad (\text{IV.1})$$

definindo  $y$  como,

$$y = \frac{32 Q_W}{\rho \pi D^3} = \frac{8 v}{D} \quad (\text{IV.2})$$

então,

$$\dot{\gamma} = \frac{3}{4} y + \frac{1}{4} y \frac{d \ln y}{d \ln \tau_R} \quad (\text{IV.3})$$

onde :

D = diâmetro do tubo;

$\Delta P$  = Hpg - queda de pressão piezométrica;

H = desnível entre a extremidade inferior do tubo de alimentação de ar e a extremidade inferior do capilar;

L = comprimento do tubo capilar;

$Q_W$  = vazão mássica do fluido no capilar.

### IV.3 - REÔMETRO ROTATÓRIO

As suspensões de bentonita, fluido de perfuração, apresentam uma particularidade em relação aos outros materiais estudados, ou seja, existe uma certa "interação" entre o sólido e o líquido formando um tipo de "gel" perfeitamente homogêneo.

Foi utilizado nas determinações experimentais um Reômetro Rotacional marca HAAKE tipo ROTOVISCO RV2, mostrado na Figura (IV.3), este reômetro possui um copo estacionário com raio  $R_c = 10,5$  mm e rotores intercambiáveis com raio  $R_B = 10,02$  mm (rotor de código MVI),  $R_B = 9,2$  mm (rotor de código MVII) e  $R_B = 7,6$  mm (rotor de código MVIII), sendo a altura de cada rotor (h) igual a 60 mm.

Um motor acoplado ao reômetro permite que sejam submetidos ao rotor 20 rotações distintas quais sejam:  $1, \sqrt{2}$ ,  $2, 2\sqrt{2}$ ,  $4, 4\sqrt{2}$ ,  $8, 8\sqrt{2}$ ,  $16, 16\sqrt{2}$ ,  $32, 32\sqrt{2}$ ,  $64, 64\sqrt{2}$ ,  $128, 128\sqrt{2}$ ,  $256, 256\sqrt{2}$ ,  $512, 512\sqrt{2}$  rotações por minuto. A suspensão que ocupa o pequeno espaço entre o rotor e o copo imprime ao primeiro um torque que é transmitido a uma mola de precisão que constitui a "cabeça de medida". A deflexão da mesma é mostrada em um visor localizado na unidade básica onde se efetua também a seleção da velocidade do rotor.

A temperatura dos ensaios foi obtida e controlada utilizando-se o banho termostático já descrito anteriormente.

As equações que conduzem à relação entre a tensão cisalhante na parede do rotor ( $\tau_R$ ) e a taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ) são obtidas de Van Wazer et alii, sendo descritas a seguir.

Para se obter as equações fundamentais os autores adotaram as seguintes hipóteses: (1) O fluido é incompressível; (2) o movimento do líquido é laminar; (3) as linhas de fluxo são circulares e horizontais (isto é a velocidade e função unicamente do raio); (4) não há um movimento relativo entre a superfície do cilindro e o fluido imediatamente em contato com o cilindro; (5) o movimento é bi-dimensional; (6) o sistema é isotérmico.

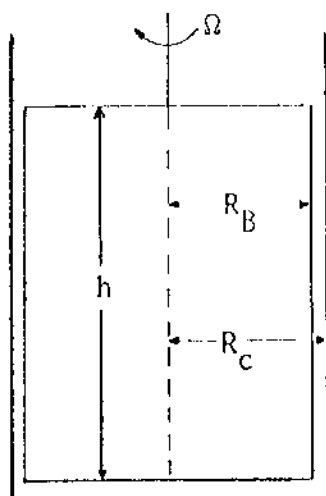


Figura IV.4 - Viscosímetro de cilindros concêntricos

O torque por unidade de altura  $\bar{e}$  dado por :

$$G = 2\pi r \tau r = 2\pi r^2 \tau \quad (\text{IV.4})$$

A tensão cisalhante na parede do rotor :

$$\tau_R = G/2\pi R_B^2 h \quad (\text{IV.5})$$

onde :

$h$  = altura do rotor

$R_B$  = raio do rotor

Como a velocidade angular,  $\Omega$ ,  $\bar{e}$  dada por  $v/r$ , então a equação (III.13) fica :

$$\dot{\gamma} = r \frac{d \Omega}{d r} \quad \text{ou,} \quad \dot{\gamma} = r \frac{d}{d r} \left( \frac{v}{r} \right) \quad (\text{IV.6})$$

A integração da equação (IV.6) usando a condição de em  $r = R_C$ ,  $v = 0$ , então :

$$\Omega = \int_{R_C}^{R_B} \dot{\gamma} \frac{d r}{r} \quad (\text{IV.7})$$

Diferenciando a equação (IV.4), temos:

$$\tau \cdot 2 r dr + r^2 d \tau = 0 \quad (\text{IV.8})$$

então,

$$\frac{d r}{r} = - \frac{d \tau}{2 \tau} \quad (\text{IV.9})$$

Usando o resultado de (IV.9) em (IV.7), temos :

$$\Omega = - \int_{\tau_C}^{\tau_R} \dot{\gamma} \frac{d \tau}{2 \tau} \quad (\text{IV.10})$$

ou ainda,

$$\Omega = \int_{\tau_C}^{\tau_R} \dot{\gamma} \frac{d \tau}{2 \tau} \quad (\text{IV.11})$$

onde :

$\tau_C$  = tensão cisalhante na parede do copo

$\tau_R$  = tensão cisalhante na parede do rotor ("bob")



Esta equação é geral, válida para qualquer fluido escoando no espaço anular de dois cilindros concêntricos. É equivalente a equação de Rabinowitsch e desde que se conheça o modelo reológico, isto é a função  $\dot{\gamma}$ , então a relação existente entre a velocidade angular (taxa de deformação) e o torque pode ser encontrado.

A equação (IV.11) pode ser diferenciada em relação a  $\tau_R$  (tensão cisalhante no rotor), resultando a seguinte expressão:

$$\frac{d\Omega}{d\tau_R} = \frac{1}{2} \frac{1}{\tau_R} \left[ \dot{\gamma}(\tau_R) - \dot{\gamma}(\tau_C) \right] \quad (IV.12)$$

Krieger & Elrod<sup>34</sup> converteram a expressão (IV.12), usando a série de Euler-Mac Laurin, e chegaram a seguinte expressão final expandida:

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\ln a} \left[ 1 + (\ln a) \frac{d \ln \Omega}{d \ln \tau_R} + \frac{(\ln a)^2}{3 \Omega} \frac{d^2 \Omega}{d(\ln \tau_R)^2} - \frac{(\ln a)^4}{45 \Omega} \frac{d^4 \Omega}{d(\ln \tau_R)^4} + \dots \right] \quad (IV.13)$$

onde :

$$a = \frac{R_C}{R_B}$$

A equação (IV.13) pode ser reescrita truncando a série no seu quarto termo, para valores de  $a$  próximo da unidade. Na maioria dos casos experimentais o espaço anular entre os cilin-

dros concêntricos  $\bar{\epsilon}$  muito pequeno, resultando um valor de  $\alpha$  próximo de 1.

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\ln a} \left[ 1 + m' \ln a + \frac{(m' \ln a)^2}{3} - \frac{(m' \ln a)^4}{45} \right] \quad (\text{IV.14})$$

onde :

$$m' = d \ln \Omega / d \ln \tau_R \quad (\text{IV.15})$$

#### IV.4. - MATERIAIS UTILIZADOS

Foram utilizadas no estudo 3 tipos de materiais, BENTONITA (ARNOSA-NORDESTE), CAULIM E BAUXITA (Ambos da região de Poços de Caldas, MG).

A densidade desses sólidos foi determinada através de medidas com PICNÔMETRO, enquanto que a caracterização das partículas foi feita a partir da análise granulométrica dos materiais, como mostra a Tabela (IV.5).

Tabela IV.5 - Massa específica e diâmetro médio dos materiais estudados

	diâmetro médio ( $d_p$ ) ( $\mu$ )	massa específica ( $\rho_s$ ) ( $\text{g/cm}^3$ )
BENTONITA	74,2	1,75
CAULIM	62,6	2,85
BAUXITA	78,2	2,73

O diâmetro médio de  $(d_p)$  é definido por :

$$d_p = \frac{1}{\sum_i \frac{x_i}{d_{pi}}}$$

onde :

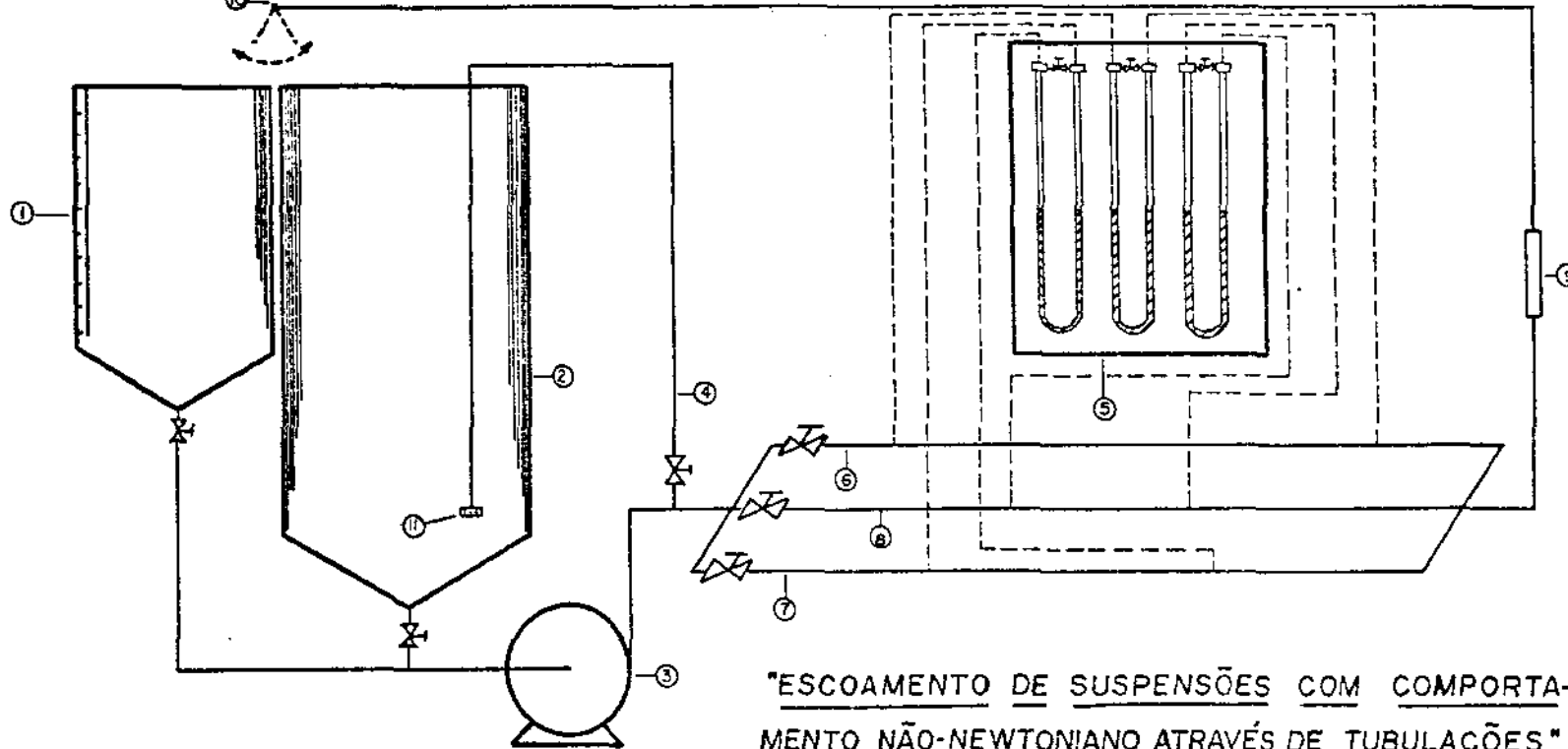
$x_i$  = fração da amostra retida na peneira  $i$ .

$d_{pi}$  = diâmetro médio entre as peneiras  $i$  e  $i-1$ .

ou seja :

$$d_{pi} = (d_{pi} + d_{pi-1})/2$$

A análise granulométrica dos materiais foi realizada utilizando um conjunto de peneiras do tipo : 60,80,100,115, 150, 200,270 e 325 da série TYLER.



"ESCOAMENTO DE SUSPENSÕES COM COMPORTAMENTO NÃO-NEWTONIANO ATRAVÉS DE TUBULAÇÕES"

- 1- RESERVATÓRIO CALIBRADO PARA AMOSTRAGEM
- 2- RESERVATÓRIO PRINCIPAL
- 3- BOMBA CENTRÍFUGA
- 4- BY-PASS
- 5- MANÔMETROS DIFERENCIAIS
- 6- TUBO DE AÇO-CARBONO (DIÂMETRO NOMINAL = 3/4 in)
- 7- TUBO DE AÇO-CARBONO (DIÂMETRO NOMINAL = 1 1/4 in)
- 8- TUBO DE AÇO-CARBONO (DIÂMETRO NOMINAL = 2 in)
- 9- VISOR (TUBO TRANSPARENTE)
- 10- COTOVELO MÓVEL P/ DESVIO DA DIREÇÃO DO ESCOAMENTO
- 11- DISPERSOR DE FLUXO

Figura IV-1 - Esquema da instalação piloto utilizado no estudo

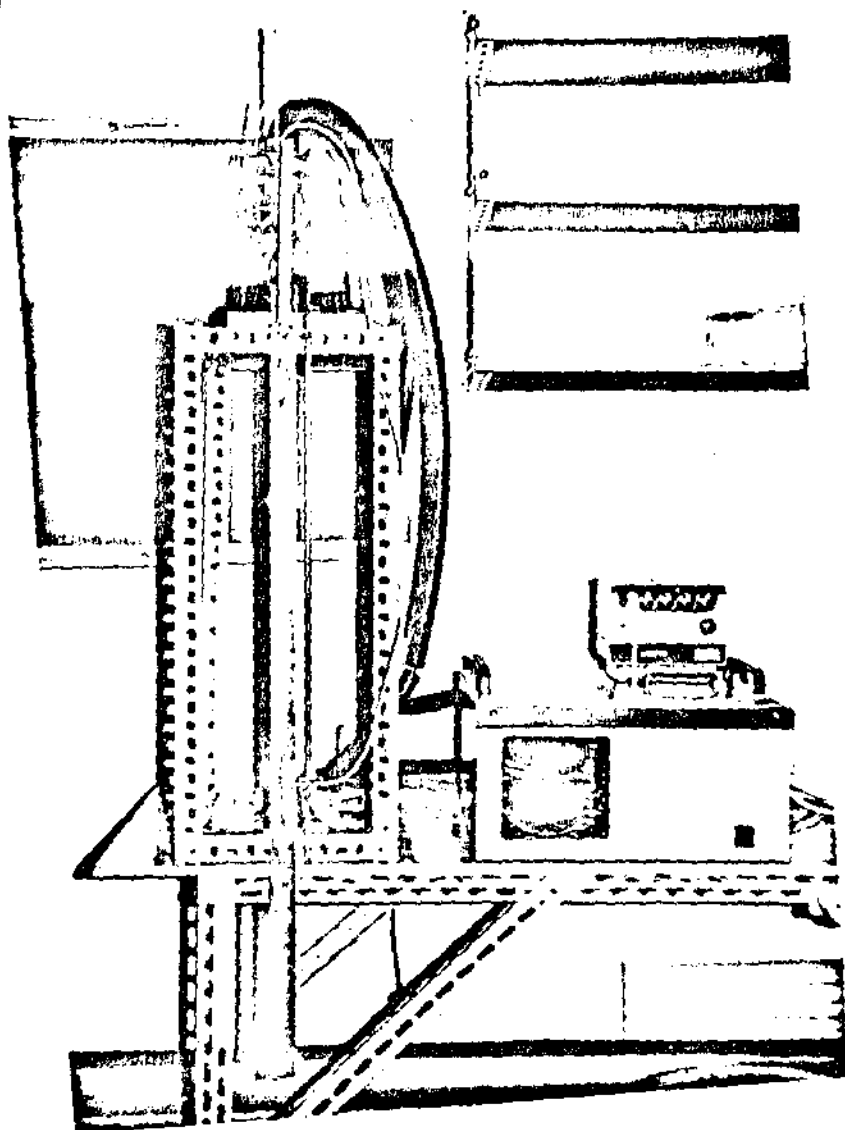


Figura IV.2 - Aspectos gerais do reômetro capilar

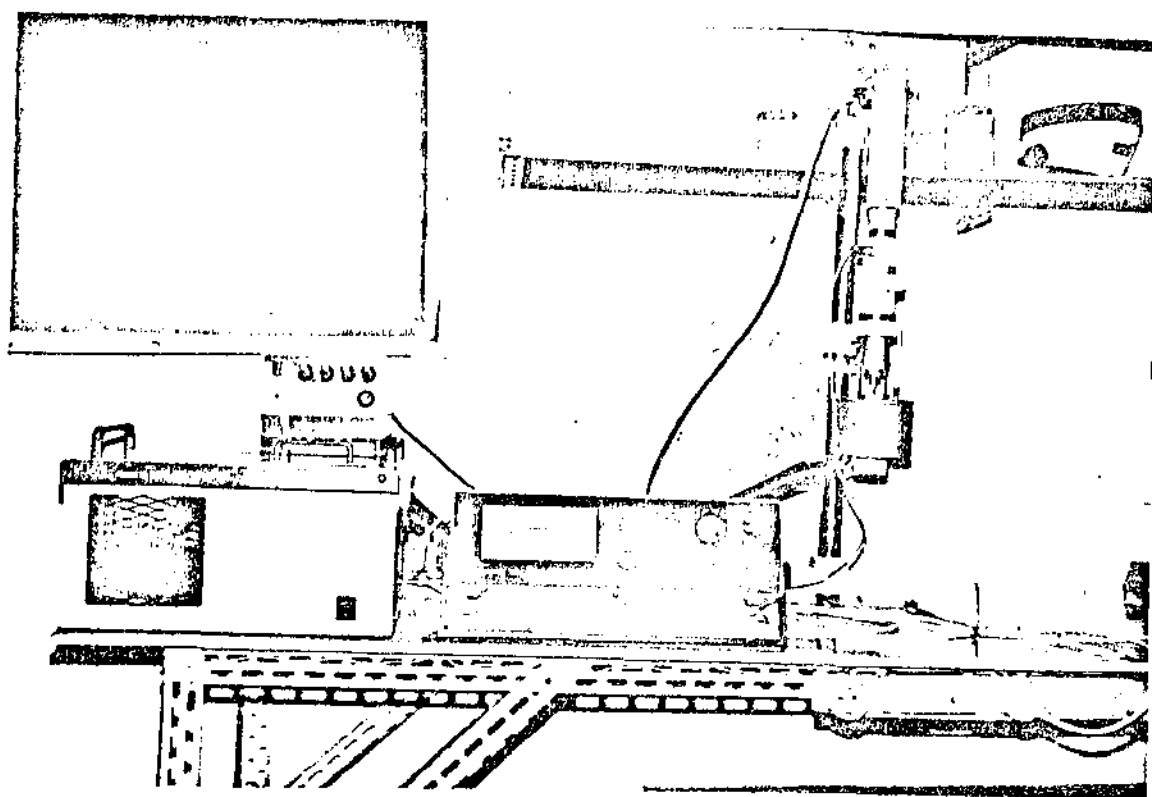


Figura IV.3 - Aspectos gerais do reômetro rotativo

## CAPÍTULO V

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

## CAPÍTULO V

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

## V.1 - REÔMETRO CAPILAR

Utilizando-se o reômetro capilar anteriormente descrito, a relação entre a taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ , e a tensão cisalhante,  $\tau_R$ , foi estabelecida através de medidas de vazão mássica no tubo capilar  $Q_W$ , para diferentes desníveis do sistema H, e com o uso das equações (IV.1), (IV.2) e (IV.3).

$$\tau_R = \frac{D \Delta P}{4L}$$

$$y = \frac{32 Q_W}{\pi \rho D^3}$$

e

$$\dot{\gamma} = \frac{3}{4} y + \frac{1}{4} y \frac{d \ln y}{d \ln \tau_R}$$

Foram realizadas um total de 100 medidas experimentais de  $\tau_R$  X  $\dot{\gamma}$  para as suspensões de caulim, bauxita e bentonita. No caso das suspensões de caulim e bauxita foram feitas determinações experimentais para as 3 concentrações em peso,  $C_W$ , diferentes para cada material de, 10,90%, 14,70% e 22,70% e 10,30%, 19,10% e 24,60% respectivamente, no caso das suspensões de bentonita, por razões práticas de dificuldades de escoamento no capi



lar, foram feitas determinações experimentais no reômetro capilar somente para  $C_W = 5,6\%$  (massa de sólidos/massa da suspensão).

Os ensaios foram realizados a temperatura de  $28^{\circ}\text{C}$  para 2 relações  $L/D$  diferentes, os resultados obtidos, as curvas reológicas de  $\tau_R$  versus  $\dot{\gamma}$ , são mostradas nas Figuras (V.1), (V.2) e (V.3)

## V.2 - REÔMETRO ROTATÓRIO

O viscosímetro rotacional HAAKE modelo RV2, projetado e construído pela HAAKE, foi utilizado para obtenção dos parâmetros reológicos das suspensões de bentonita nas concentrações em peso  $C_W$  de 7,30% e 8,50%. A relação entre a taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ , e a tensão cisalhante,  $\tau_R$ , é obtida das equações (IV.13) e (IV.5).

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\ln a} \left[ 1 + m' \ln a + \frac{(m' \ln a)^2}{3} + \frac{(m' \ln a)^4}{45} \right]$$

onde ,

$$a = \frac{R_C}{R_B}$$

$$\tau_R = \frac{G}{2\pi R_B h}$$

e

$$m' = \frac{d \ln \Omega}{d \ln \tau_R}$$

Os ensaios foram realizados a 28°C, utilizando o rotor de código MVI e uma "cabeça de medida" de código MK-500, os resultados são mostrados na Figura (V.3).

Os parâmetros reológicos, bem como os desvios médio relativo, das suspensões analisadas para os 3 modelos reológicos propostos, de Bingham, Ostwald-de Waele e Robertson & Stiff são mostrado na Tabela (V.4), foram obtidos através do processamento dos dados experimentais, utilizando-se os programas de computador que constam nos anexos A e B deste trabalho.

Onde o desvio médio relativo é definido por :

$$DM (\%) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left| \frac{\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}} \right| \times 100$$

para,

$\dot{\gamma}_c$  = taxa de deformação calculada para cada modelo reológico ajustado

m = Nº de pontos experimentais

### V.3 - INSTALAÇÃO PILOTO

Na instalação piloto já descrita e mostrada na Figura (IV.1), foram realizadas determinações experimentais utilizando as mesmas suspensões (bentonita, caulim, bauxita) nas concentrações já definidas na reologia.

Com dados experimentais de V e  $\Delta P/L$ , para os tubos de diâmetro de 2,16, 3,58, 5,30 cm, o coeficiente de atrito f foi determinado pela equação (III.57).

$$f = \frac{D \cdot \Delta P / 2 L}{\rho V^2 / 2}$$

Associando-se os parâmetros reológicos da Tabela(V.4), com os dados experimentais da instalação piloto foram calculados, através do programa de computador que consta no Anexo C, os vários Número de Reynolds generalizado mostrados na Tabela (III.1).

$$Re_M = \frac{\rho V D}{\mu_p \left(1 + \frac{D \tau_0}{6 \mu_p V}\right)}$$

$$Re_{MR} = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{k' 8^{n'-1}}$$

$$Re_{RS} = \frac{8 V^2 \rho}{A \left( \frac{3 B+1}{4 B} \frac{8 V}{D} + \frac{4 C}{3} \right)^B}$$

Os resultados de  $f \times Re$  generalizados são mostrados nas Figuras (V.5), (V.6), (V.7), (V.8), (V.9), (V.10), (V.11), (V.12) e (V.13).

As velocidades de transição ( $V_T$ ) apresentadas na Tabela (V.14) foram obtidas, conforme sugere os gráficos das Figuras (V.5), (V.6), (V.7), (V.8), (V.9), (V.10), (V.11), (V.12) e (V.13), fazendo-se  $Re_M$ ,  $Re_{MR}$  e  $Re_{RS}$  igual a 2100.

Admitindo que as suspensões apresentam um comportamento do tipo Bingham, o Número de Hedstrom proposto por Hanks e

Pratt foi calculado através da equação (III.64), utilizando os parâmetros reológicos ajustados para o modelo de Bingham da Tabela (IV.4).

$$He = \frac{\tau_0 \rho D^2}{\mu_p^2}$$

O Número de Reynolds de Bingham de transição  $(Re_B)_T$  da equação (III.63) foi calculado a partir das velocidades de transição da Tabela (IV.14), para  $Re_M = 2100$ , e os parâmetros reológicos ajustados para o modelo de Bingham da Tabela (IV.4).

$$(Re_B)_T = \frac{\rho V_T D}{\mu_p}$$

Os resultados de  $(Re_B)_T \times He$  são mostrados na Figura (V.15).

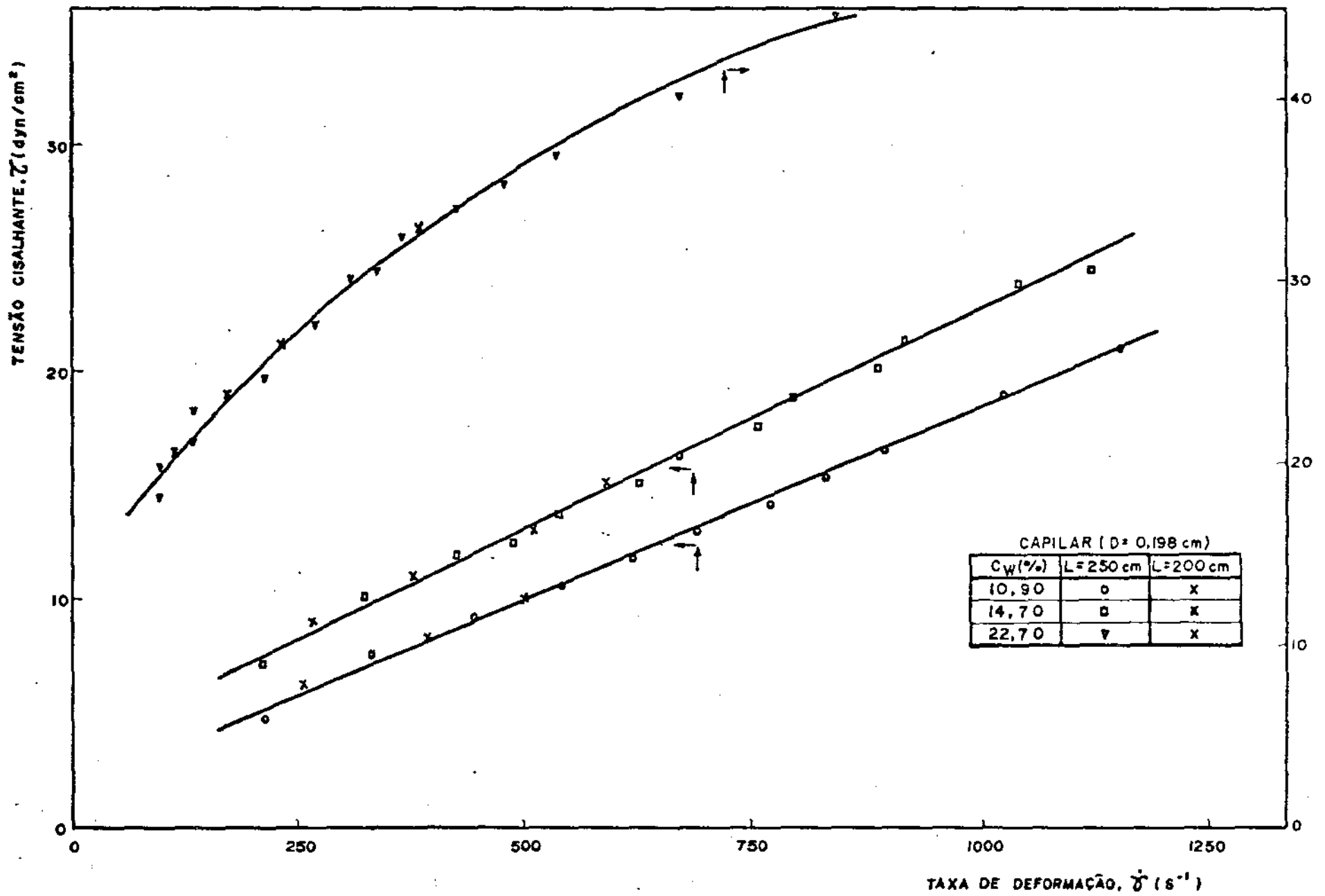


Figura V.1 - Tensão cisalhante X Taxa de deformação - Caulim (28<sup>0</sup>C)

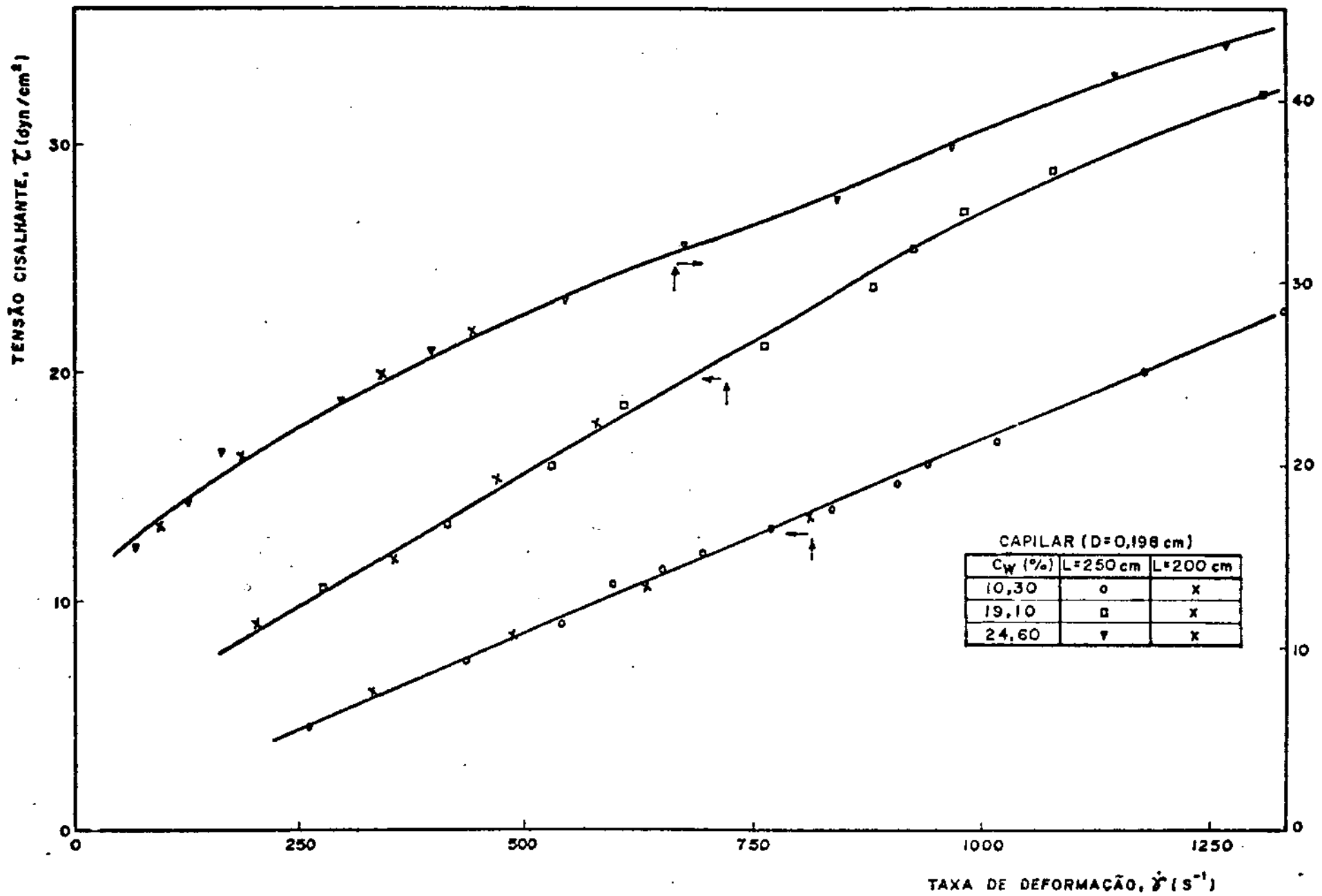


Figura V.2 - Tensão cisalhante X Taxa de deformação - Bauxita (28°C)

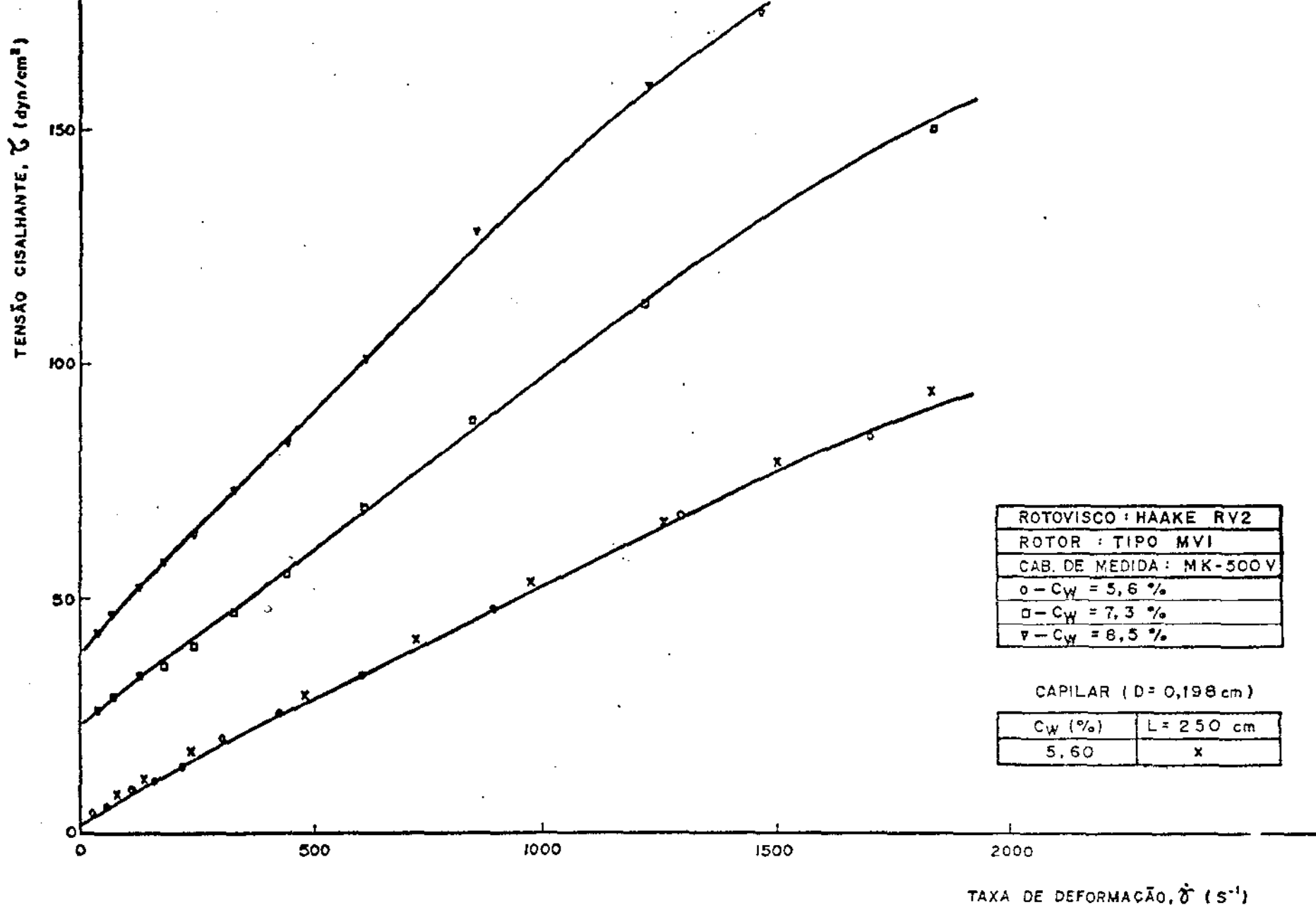
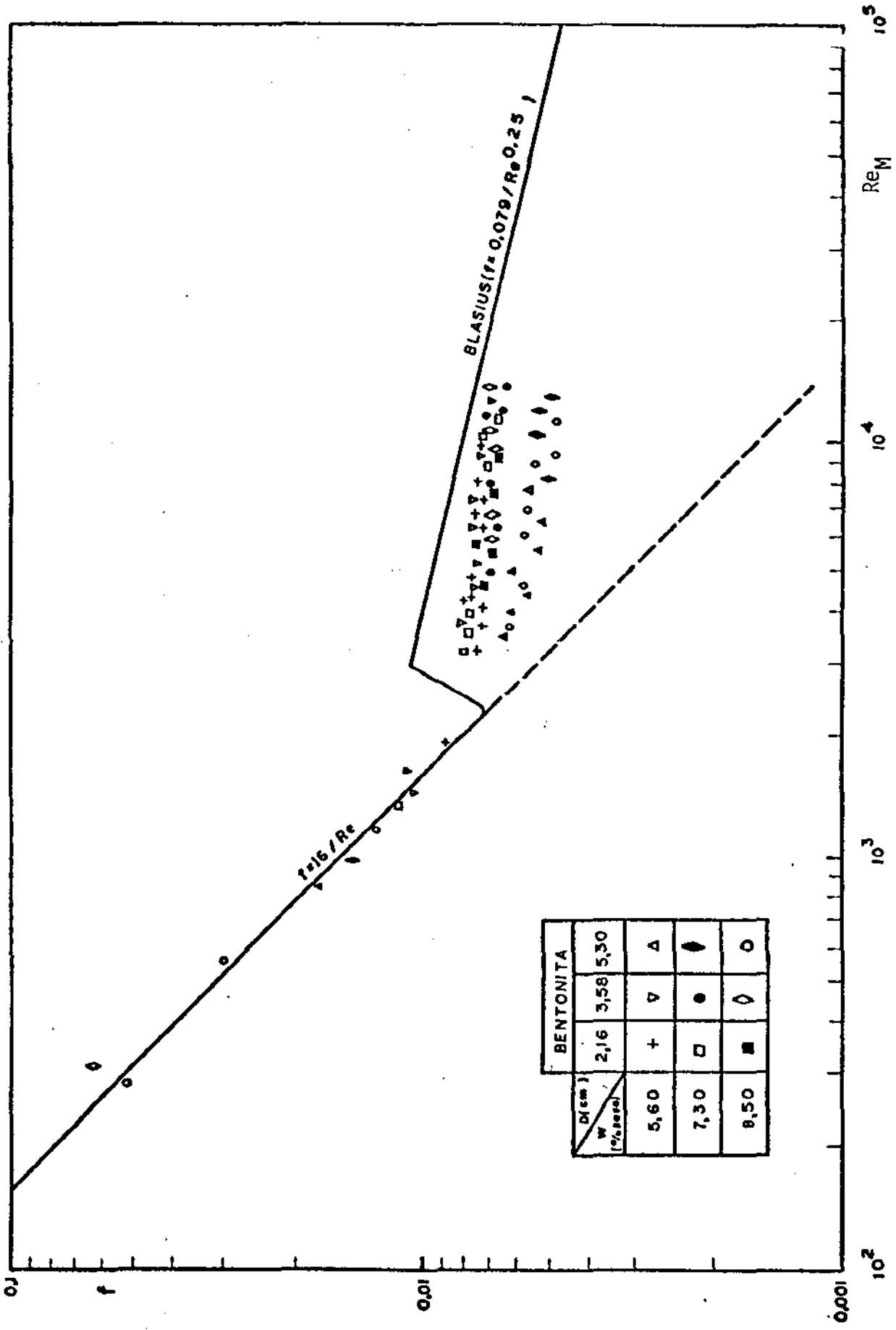


Figura V.3 - Tensão cisalhante X Taxa de deformação - Bentonita (28°C)

Tabela V.4 - Parâmetros Reológicos das Suspensões (T = 28°C)

	Concentração (% peso)	Bingham	DM (%)	Ost.-de Waele	DM (%)	Rob. e Stiff	DM (%)
Bentonita  ( $d_p = 74,2\mu$ )	5,6	$\tau_o = 2,924$ $\mu_p = 0,0503$	6,72	$k = 0,377$ $n = 0,699$	5,53	$A = 0,117$ $B = 0,881$ $C = 32,869$	1,91
	7,3	$\tau_o = 18,925$ $\mu_p = 0,0705$	1,99	$k = 4,301$ $n = 0,443$	13,10	$A = 0,125$ $B = 0,929$ $C = 286,16$	1,73
	8,5	$\tau_o = 31,880$ $\mu_p = 0,0920$	2,89	$k = 8,127$ $n = 0,403$	11,88	$A = 0,411$ $B = 0,811$ $C = 262,49$	1,39
Caulim  ( $d_p = 62,6\mu$ )	10,9	$\tau_o = 1,624$ $\mu_p = 0,0162$	2,75	$k = 0,086$ $n = 0,770$	3,85	$A = 1,31 \cdot 10^{-7}$ $B = 2,419$ $C = 1333,02$	0,84
	14,7	$\tau_o = 2,492$ $\mu_p = 0,0194$	1,84	$k = 0,130$ $n = 0,744$	2,71	$A = 5,00 \cdot 10^{-6}$ $B = 2,02$ $C = 1009,29$	1,15
	22,7	$\tau_o = 14,365$ $\mu_p = 0,296$	5,72	$k = 3,496$ $n = 0,374$	3,29	$A = 3,496$ $B = 0,373$ $C = -0,00053$	3,29
Bauxita  ( $d_p = 78,2\mu$ )	10,3	$\tau_o = 1,250$ $\mu_p = 0,0151$	1,59	$k = 0,0366$ $n = 0,888$	1,75	$A = 0,027$ $B = 0,926$ $C = 38,700$	1,65
	19,1	$\tau_o = 3,440$ $\mu_p = 0,0220$	3,26	$k = 0,144$ $n = 0,758$	3,84	$A = 0,308$ $B = 0,655$ $C = -72,12$	4,3
	24,6	$\tau_o = 11,569$ $\mu_p = 0,0231$	3,49	$k = 3,538$ $n = 0,337$	2,44	$A = 1,646$ $B = 0,446$ $C = 79,803$	0,72





		BENTONITA	
D (cm)	W (%)	2,16	3,58
5,60		+	∇
7,30		□	●
9,50		■	◇

Figura V.5 - Coeficiente de atrito X número de Reynolds Generalizados

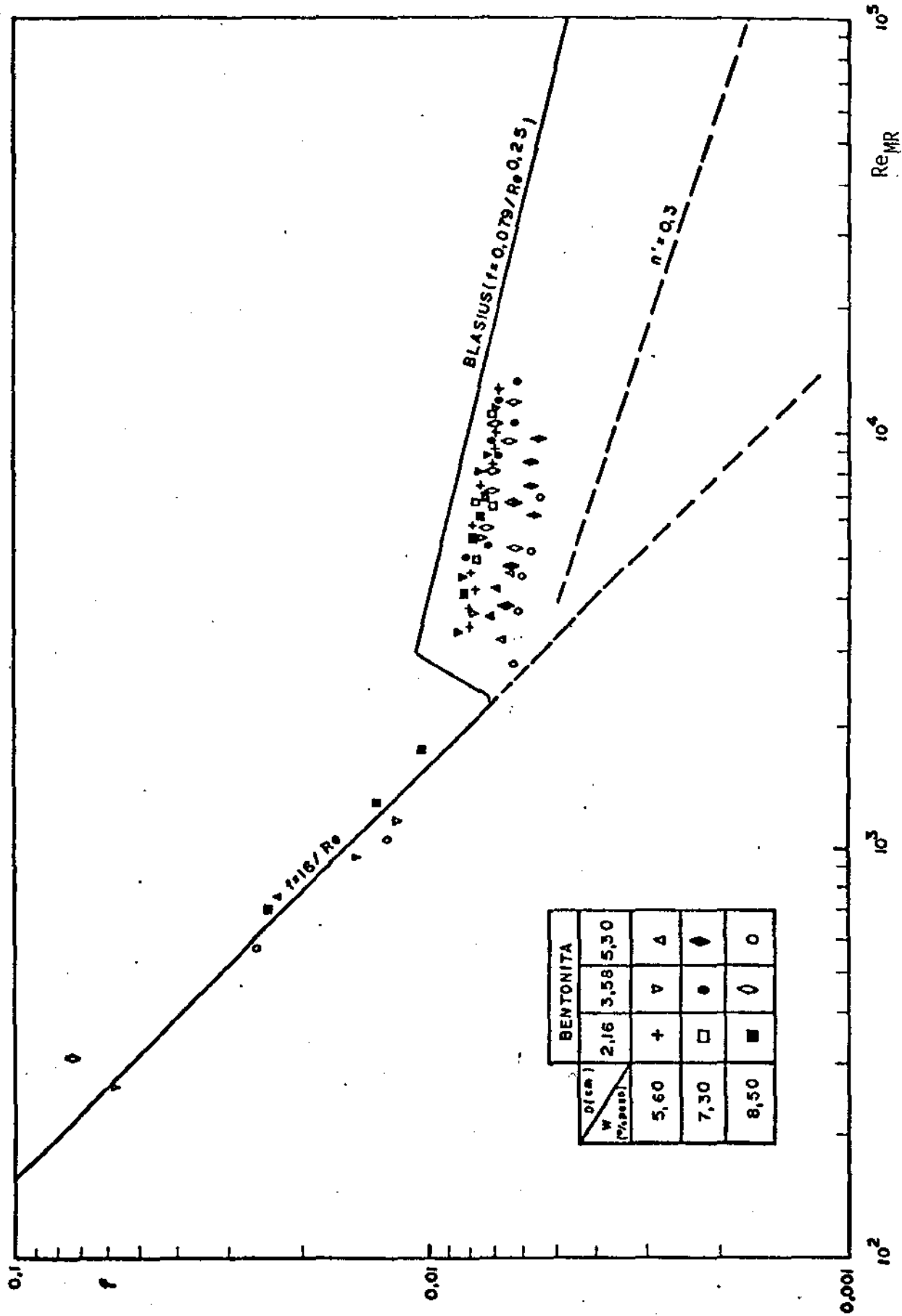


Figura V.6 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado

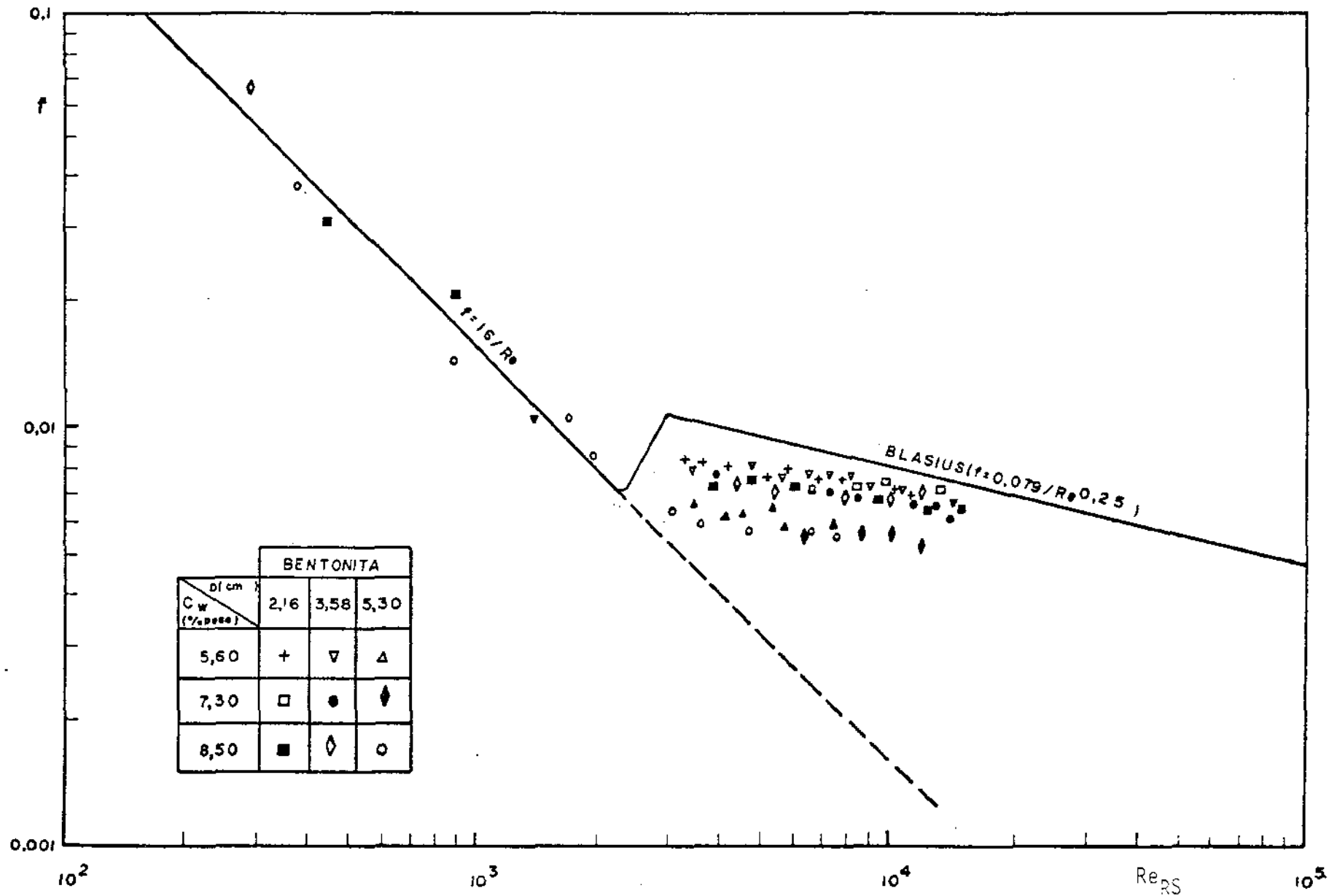


Figura V.7 - Coeficiente de atrito X ãmero de Reynolds Generalizado

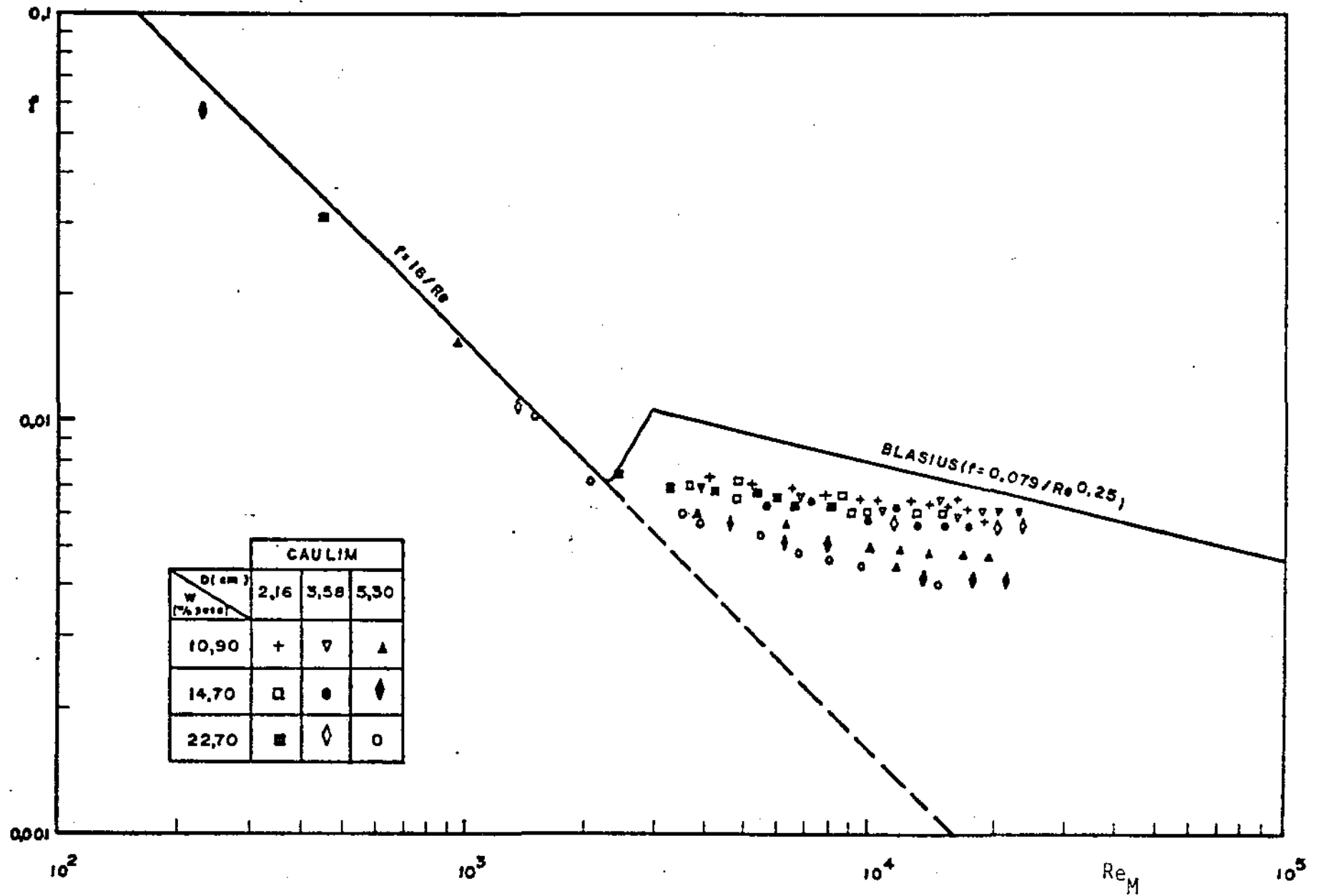


Figura V.8 - Coeficiente de atrito X ũmero de Reynolds Generalizado

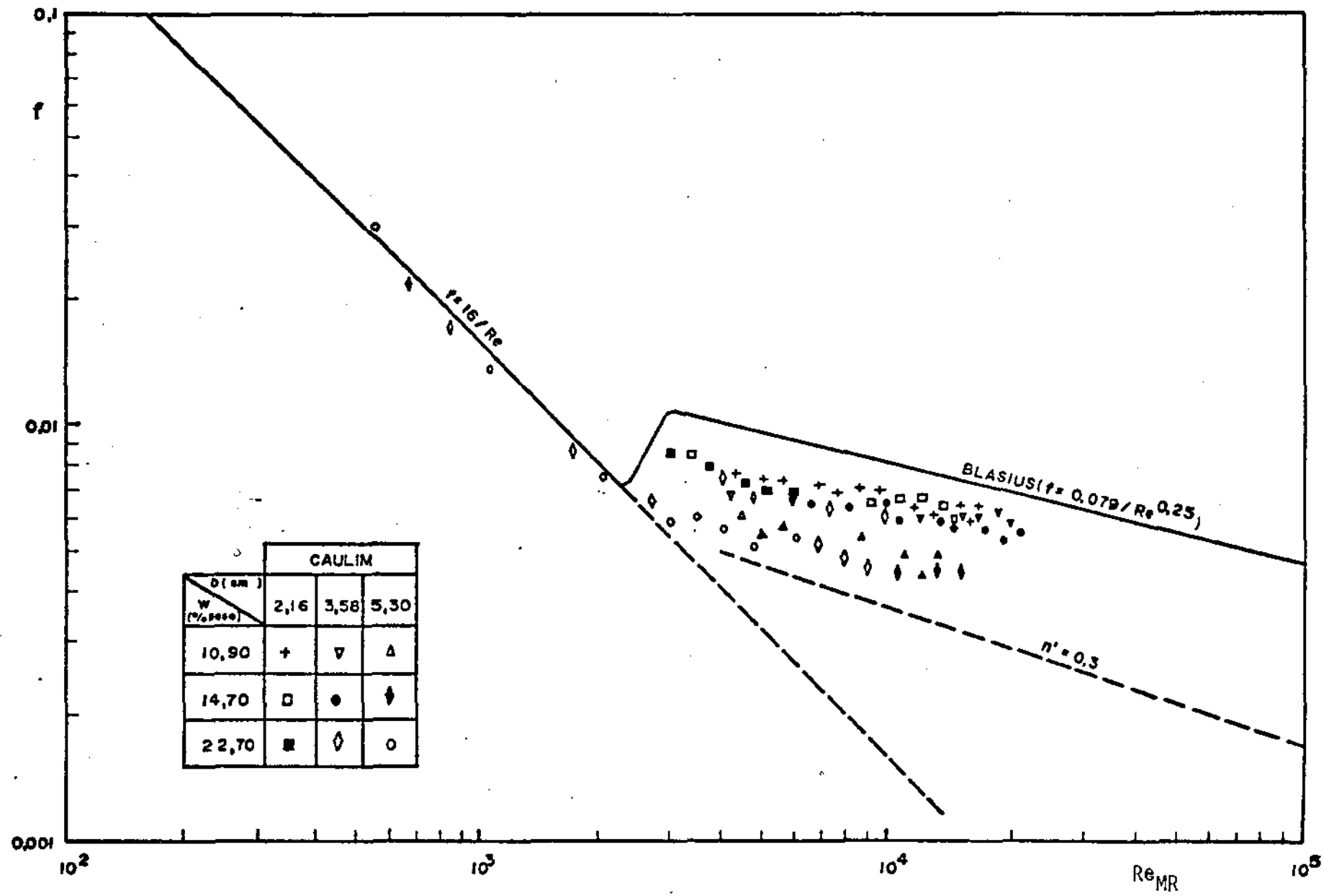


Figura V.9 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado

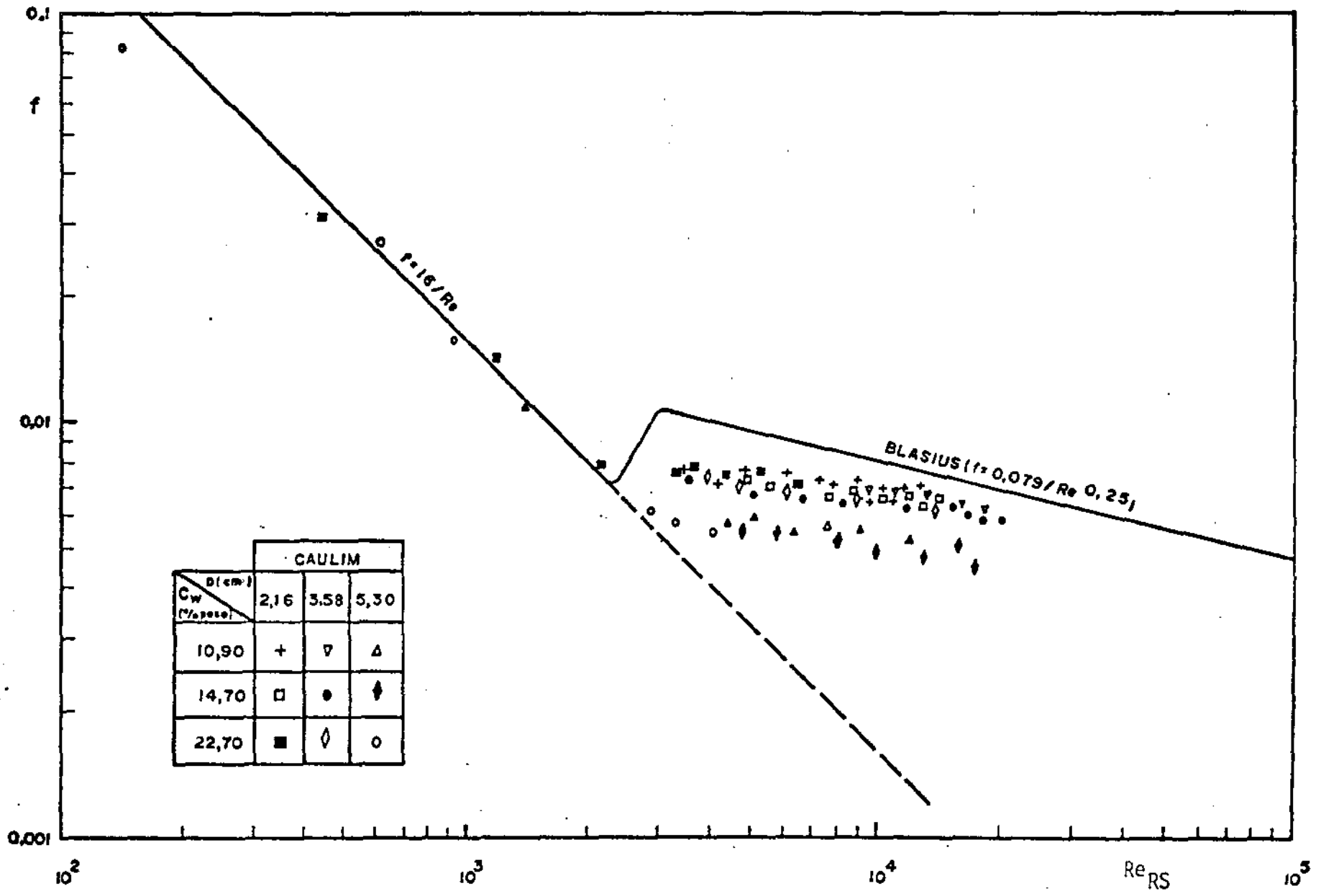


Figura V.10 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado

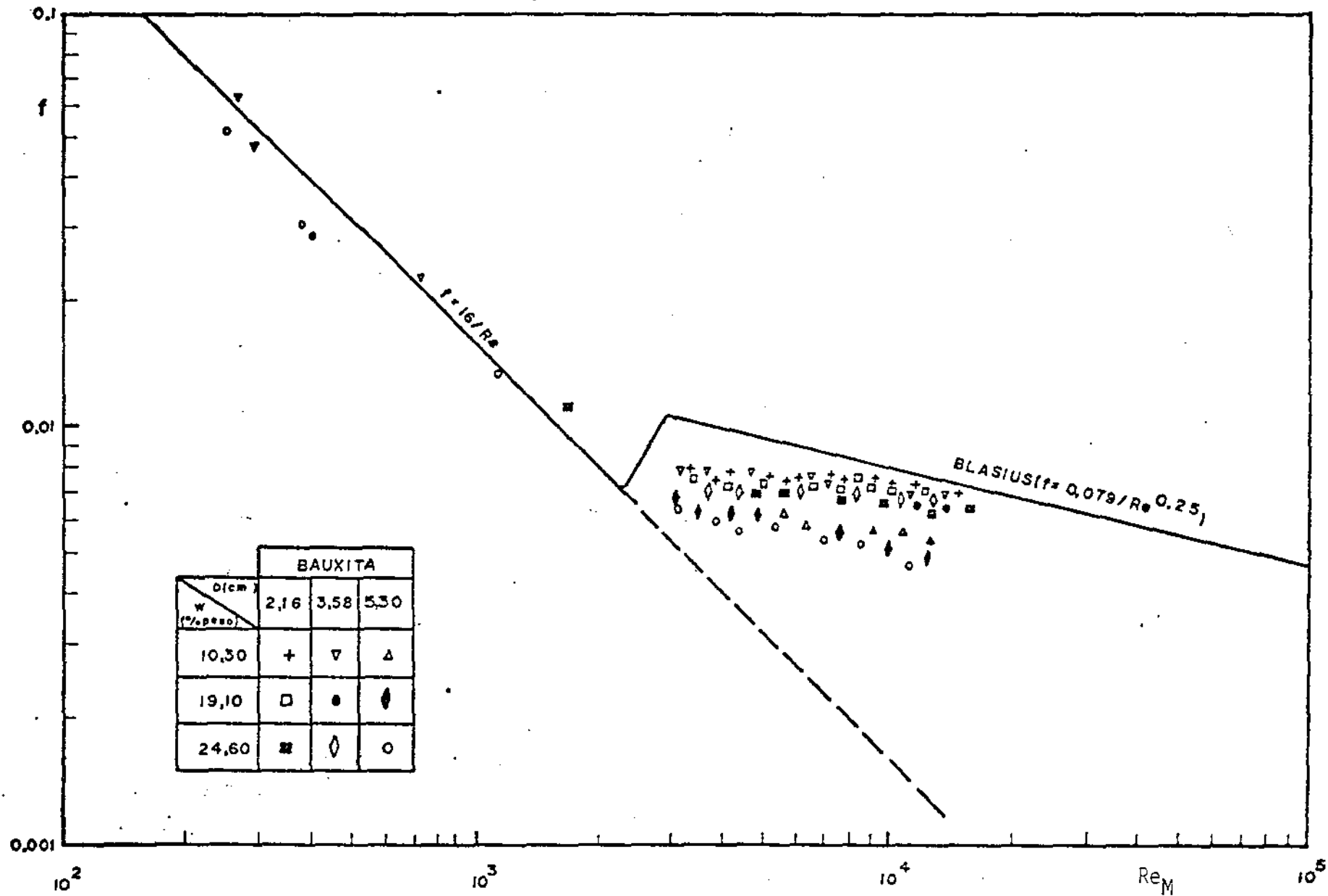


Figura V.11 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado

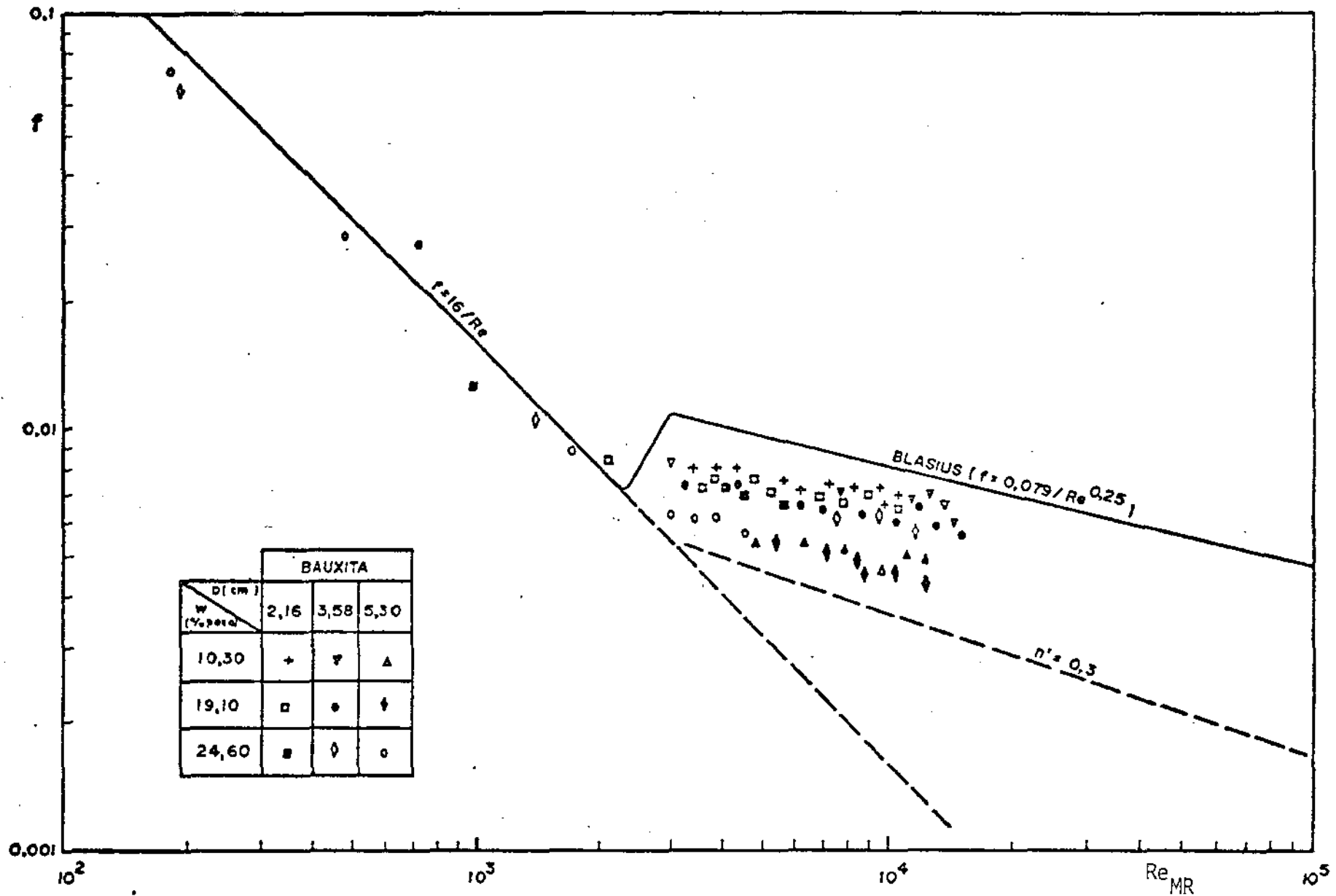


Figura V.12 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado



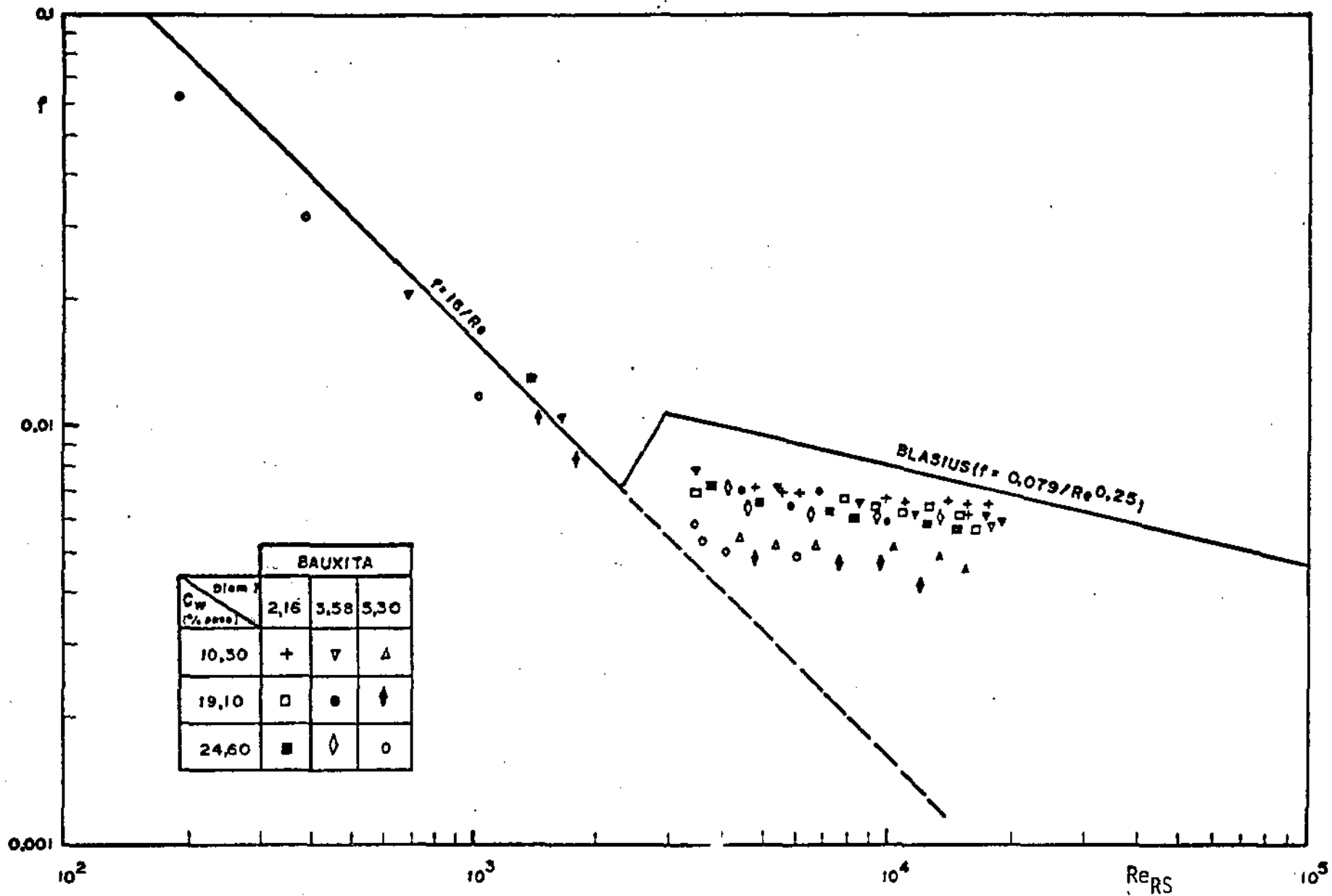


Figura V.13 - Coeficiente de atrito X Número de Reynolds Generalizado

Tabela V.14 - Velocidade de transição laminar-turbulento

Sólido	Concentração $C_W$ (% peso)	Tubo (D = cm)	Velocidade de Transição $V_T$ (cm/s)		
			$Re_{R_s} = 2100$	$Re_M = 2100$	$Re_{MR} = 2100$
Bentonita	5,60	2,16	66,55	62,54	434,35
		3,58	50,72	48,39	452,16
		5,30	43,14	42,03	456,86
	7,30	2,16	128,42	118,39	189,26
		3,58	111,16	100,94	231,72
		5,30	103,11	93,96	259,21
	8,50	2,16	165,62	152,56	174,36
		3,58	142,16	130,50	197,84
		5,30	130,91	120,58	230,99
Caulim	10,90	2,16	50,53	29,03	54,04
		3,58	48,44	25,64	65,39
		5,30	47,46	24,15	79,48
	14,70	2,16	52,33	34,29	52,11
		3,58	49,86	30,73	68,33
		5,30	48,71	28,99	81,01
	22,70	2,16	77,91	69,93	199,69
		3,58	69,41	66,25	245,27
		5,30	63,41	63,28	285,39
Bauxita	10,30	2,16	24,14	26,76	2169,37
		3,58	20,37	23,78	2175,86
		5,30	18,63	22,33	2352,74
	19,10	2,16	41,27	39,77	969,41
		3,58	30,99	35,82	1074,23
		5,30	23,74	34,11	1108,94
	24,60	2,16	67,42	61,39	185,19
		3,58	61,48	57,86	227,28
		5,30	57,96	57,05	267,87

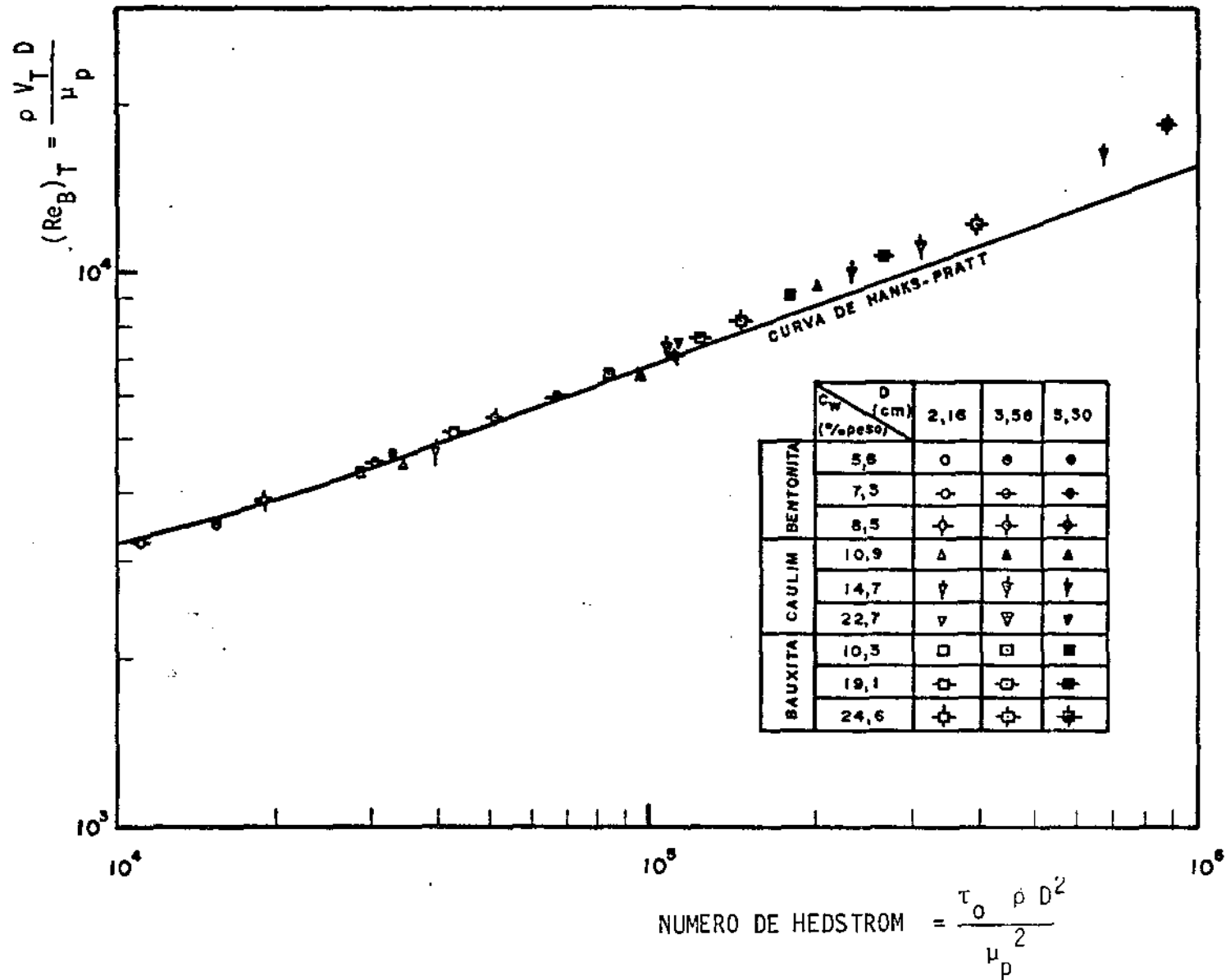


Figura V.15 - Variação do  $(Re_B)_T$  com He para fluidos de Bingham escoando em tubos

## CAPÍTULO VI

## ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### VI.1 - REOLOGIA

Os resultados obtidos para as suspensões analisadas indicam que para suspensões de bentonita, que não possuem tendência a sedimentar, podemos utilizar tanto o reômetro capilar como o rotatório visando a caracterização reológica das mesmas.

As suspensões de bauxita e caulim, mostraram no entanto tendência acentuada à sedimentação dos sólidos, sendo empregado o reômetro capilar vertical na identificação reológica.

O comportamento reológico das suspensões é melhor descrito, entre os modelos propostos, pelo modelo de Robertson & Stiff, que de um modo geral apresenta menores Desvios Médio Relativo DM(%), conforme mostra a Tabela (V.4).

#### VI.2 - INSTALAÇÃO PILOTO

Numa análise dos gráficos experimentais de coeficiente de atrito  $f$  versus Número de Reynolds Generalizado podemos constatar :

##### VI.2.1 - REGIÃO LAMINAR

Na região laminar a queda de pressão pode ser obtida para qualquer diâmetro de tubo, independente do Número de Reynolds Generalizado, através da equação :

$$f = \frac{16}{Re_G} \quad (VI.1)$$

onde  $Re_G$  representa qualquer um dos N<sup>os</sup>. de Reynolds Generalizados apresentados na Tabela (III.1).

### VI.2.2 - REGIÃO DE TRANSIÇÃO

A transição laminar-turbulento ocorre para todos os materiais analisados na região onde  $Re_G \cong 2100$ , como mostram as Figuras de  $f \times Re_G$ . Desse modo as velocidades de transição  $V_T$ , podem ser calculadas através das soluções das equações explícitas e implícitas a seguir :

$$\frac{8 V_T^2 \rho}{A \left[ \left( \frac{3B+1}{4B} \right) \frac{8 V_T}{D} + \frac{4C}{3} \right]^B} \cong 2100 \quad (VI.2)$$

$$\frac{\rho V_T D}{\mu_p \left( 1 + \frac{D \tau_0}{6 \mu_p V_T} \right)} \cong 2100 \quad (VI.3)$$

$$\frac{\rho D^{n'} V_T^{2-n'}}{k' 8^{n'-1}} \cong 2100 \quad (VI.4)$$

A partir dos parâmetros reológicos clássicos de Bingham Tabela (V.4) e da equação (VI.3) podemos calcular através

das equações (III.64) e (III.63):

$$He = \frac{\tau_0 \rho D^2}{\mu_p^2}$$

$$(Re_B)_T = \frac{\rho V_T D}{\mu_p}$$

Os valores de  $He$  e  $(Re_B)_T$  foram comparados com a curva proposta por Hanks & Pratt, conforme Figura (V.15), mostrando que a velocidade de transição, para os materiais estudados, pode ser prevista a partir dos parâmetros reológicos de Bingham ( $He$ ) e a curva de Hanks & Pratt  $[(Re_B)_T]$ .

### VI.2.3 - REGIÃO TURBULENTA

Na região de escoamento turbulento observa-se que os resultados de  $f \times Re_G$  para tubos de menor diâmetro ( $D = 2,16$  e  $D = 3,58$  cm) encontram-se correlacionados por uma curva única, enquanto que verificou-se um efeito do diâmetro do tubo para os dados experimentais referentes ao diâmetro de 5,30 cm.

Para cada comportamento podemos estabelecer no escoamento turbulento expressões do tipo Blasius :

$$f = \frac{W}{Re_G^z} \tag{VI.5}$$

Os valores de  $W$  e  $z$  obtidos por regressão linear de aproximadamente 400 dados experimentais de  $f \times Re_G$  são indicados na Tabela (VI.1) a seguir.

Tabela VI.1 - Parâmetros W e z de correlações do tipo Blasius para o escoamento turbulento das suspensões de Bentonita, Caulim e Bauxita.

Diâmetro do tubo (D)	Valores de W e z propostos para equação do tipo Blasius	Desvio Médio DM (%)
2,16 cm	W = 0,2392	5,20
3,58 cm	z = 0,1379	
5,30 cm	W = 0,2805 z = 0,1848	5,60

As suspensões de bentonita apresentam, como foi relatado no Capítulo IV características tixotrópicas ou seja, para um mesmo material os parâmetros reológicos variam com o tempo após o preparo da mistura. Este efeito foi contornado, pois não era interesse deste estudo, realizando a caracterização reológica simultaneamente com as corridas na instalação piloto. Entre a preparação e a análise desses materiais foi estabelecido um tempo médio de 48 horas, necessário para uma boa homogeneização dos mesmos.



## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

## CAPÍTULO VII

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Apesar das técnicas de projetos de minerodutos se encontrarem numa fase relativamente avançada, os projetistas em geral se deparam com dois tipos de problemas: a escolha do modelo reológico adequado ao material em questão e o relacionamento entre as variáveis do sistema que permitem calcular a queda de pressão no escoamento turbulento.

O presente trabalho permite concluir:

(1) Através dos dados experimentais no escoamento laminar, para os materiais analisados nas concentrações estudadas, entre os modelos reológicos propostos, o descrito por Robertson & Stiff foi o que melhor correlacionou o comportamento das suspensões apresentando desvios menores para a previsão da tensão cisalhante.

(2) A velocidade de transição laminar-turbulento pode ser prevista, para os materiais analisados, a partir do gráfico proposto por Hanks & Pratt, uma vez conhecidos os parâmetros reológicos clássico de Bingham desses materiais.

(3) A comparação entre os valores do coeficiente de atrito turbulento experimental  $f$  e as diversas correlações existentes para a predição de  $f$  não foi objetivo deste trabalho, na medida em que estudos neste sentido se mostraram específicos às condições analisadas. Apenas para ilustrar este empirismo foi acrescentada, nos gráficos de  $f \times Re_{MR}$  das figuras (V.8), (V.9) e (V.10), a curva proposta por Metzner & Reed para  $n' = 0,30$  ,

mostrando que para suspensões mais concentradas onde temos  $n'$  próximo de 0,30 o desvio do  $f$  experimental e o  $f$  previsto por Metzner & Reed.

Os resultados do coeficiente de atrito turbulento ver sus  $N_{RS}$  de Reynolds Generalizado mostraram um mesmo comportamento, inclusive um efeito do diâmetro do tubo, já constatado por Wasp et alii, foi verificado para o caso  $D = 5,30$  cm, indicando que o coeficiente de atrito turbulento pode ser calculado, para os materiais analisados, a partir das expressões tipo Blasius pro postas para qualquer um dos  $N_{RS}$  de Reynolds Generalizado.

Podemos então enfatizar como contribuição científica do trabalho desenvolvido os seguintes aspectos:

(1) Na caracterização reológico o modelo, a tres pa râmetros de Robertson & Stiff, foi utilizado e apresentou um melhor desempenho em relação aos modelos clássicos.

(2) Os dados experimentais dos materiais analisados mostram que a curva proposta por Hanks & Pratt pode ser utilizada, com boa segurança, para previsão da transição  $V_T$ .

(3) Para a previsão do coeficiente de atrito turbulento o presente trabalho apresenta correlações do tipo Blasius, que permite a partir dos  $N_{RS}$  de Reynolds Generalizados propostos inclusive o  $Re_{RS}$ , desenvolvido no presente trabalho e baseado nos parâmetros reológicos de Robertson & Stiff, prever a queda de pressão no escoamento turbulento.

Como decorrência dos resultados desse trabalho, sugerimos a análise experimental com tubos de maior diâmetro, numa tentativa de reforçar e procurar generalizar as correlações propostas.

Outra sugestão considerada pertinente é o estudo da influência do diâmetro das partículas nas propriedades reológicas dos fluidos.

Sugerimos também estudos sobre a transferência de calor no escoamento das suspensões em tubos aquecidos, visando a extensão de problemas mais gerais envolvido no processamento das suspensões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Durand, R., "Basic relationships of the transportations of solids in pipes - experimental research", Proc.-Minnesota Int-Hydraulics Convention, pp.89-103, (1953)
- 2 - Thomas, D.G., "Non-Newtonian Suspensions", Part. I, Ind. Eng. Chem., vol.55, pp.18-29, (1963)
- 3 - Craft, B.G., e Holden, W.R., "Drilling and Production" , Prentice-Hal Inc., New Jersey, p.128, (1962)
- 4 - Newitt, D.M., Richardson, J.F., Abbott, M., Turtle, R.B., "Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes" , Trans. Instn. Chem. Engrs., vol.33, p.93, (1955)
- 5 - Sinclair, C.G., "The Limit Deposit velocity of Heterogeneous Suspensions", Interection between Fluids and Particles, London: Instn. Chem. Engrs., vol.33, p.79, (1955)
- 6 - Spells, K.E., "Correlations for use in Transport of Aqueous Suspensions of Fine solids Through Pipes", Trans.Instr. Chem. Engrs., vol. 33, p.79, (1955)
- 7 - Durand, R., Condolios, E., "Hydraulic Transport of Coal and Solid Material in Pipes", Proc., Colloq. on Hydraulic Transportation, London, Nov., (1952)
- 8 - Thomas, D.G., "Suspensions Non-Newtonian, I, Physical Properties and Laminar Characteristics", Ind. Eng. Chem., vol.55, nº 11, p.266-271, November, (1963)

- 9 - Metzner, A.B., Reed, J.A., "Flow of Non-Newtonian Fluids  
Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-  
-Flow Regions", AIChE Journal, vol. 1, no 4, December,  
p.434, (1955)
- 10 - Dodge, D.N., Metzner, A.B., "Turbulent Flow of Non-  
Newtonian Systems", AIChE Journal, vol. 5, no 2, June,  
p. 189, (1959)
- 11 - Tomita, Y., "A Study on Non-Newtonian Flow in Pipes Lines",  
Bulletin of ASME, vol.2, no 4, December, p.434, (1955)
- 12 - Clapp, R.M., Conf. on Int. Devel. in Heat Transfer, Univ.  
Colorado, p.652, (1961)
- 13 - Szilas, A.P., Bobok, E., Navratil, L., "Determination of  
Turbulent Pressure Loss of Non-Newtonian Oil Flow in  
Rough Pipes", Rheol. Acta 20, p.487, (1981)
- 14 - Churchill, W.S., Usagi, R.A. "A General Expression for the  
Correlation of Rates of Transfer and Other Phenomena",  
AIChE Journal, vol. 18, No6, pp.69-72, (1972)
- 15 - Ellis, R.C., George, D.S., "Practical Interpretations on  
Rheology, Annular Displacing Forces. How to avoid by  
Passing Mud During Primary Cementing", World Oil,  
pp.64-69, (1977)
- 16 - Churchill, W.S., "Empirical Expressions for the Shear Stress  
in Turbulent Flow in Commercial Pipe", AIChE Journal,  
vol. 19, no 2, pp.69-73, (1973)
- 17 - Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", 4<sup>th</sup> ed., Mc.  
Graw-Hill, New York, p.515, (1960)
- 18 - Nikuradse, J., "Strömungsgesetze in Ranhen Röhren", Ver.  
Deutsch. Ing., Forschungsheft 361, (1933)

- 19 - Kemblowski, Z., Kolodziejcki, J., "Flow resistances of Non-Newtonian Fluids in Transitional and Turbulent Flow", International Chemical Engineering, vol. 13, n<sup>o</sup> 2, April, p.265, (1973)
- 20 - Heywood, N.I., Richardson, J.F., "Rheological Behavior of Flocculated and Dispersed Aqueous Kaolin Suspensions in Pipe Flow", Journal of Rheology, 22(6),pp.500-513,(1978)
- 21 - Thomas, D.G., "Prog. in Int. Research on Thermodynamic and Transport Properties", Chapter 61, 1678, ASME, New York, (1962)
- 22 - Rabinowitsch, B.A., Physik. Chem. Ser- A, 145, 1,(1929)
- 23 - Buckingham, E., "On Plastic Flow Through Capillary Tubes", ASTM Proc., 29, 21, p. 1154, (1921)
- 24 - Robertson, R.E., e Stiff, H.A. Jr., "An Improved Mathematical Model for Relating Shear Stress to Shear Rate in Drilling Fluids an Cement Slurries", Soc.Petrol. Eng.I., Trans-AIME, vol. 261, pp.31-36, Feb. (1976)
- 25 - Thomas, D.G., "Non-Newtonian Suspensions", Part I, Ind.Eng. Chem., V.55, pp.18-29, Nov., (1963)
- 26 - Hanks, R.W., "The Laminar-Turbulent Transition for Flow in Pipes, Concentric Annuli, and Parallel Plates", AIChE, Journal, vol.9, n<sup>o</sup>1, p.45-48, January, (1963).
- 27 - Hanks,R.W., "The Laminar-Turbulent Transition for Fluids with a Yield Stress", AIChE Journal,vol.9, n<sup>o</sup> 3, pp.306-309, May, (1963)

- 28 - Ryan, N.W., Johnson, N.M., "Transition from Laminar to Turbulent Flow in Pipes", AICHE Journal, vol.5, nº 4, pp.433-435, December, (1959)
- 29 - Hanks, R.W., Pratt, D.R., "On the Flow on Bingham Plastic Slurries in Pipes and between Parallel Plates", Soc. of Petroleum Engineers, pp.189-203, June, (1952)
- 30 - Wasp, E.J., Kenny, J.P., Ghandi, R.L., "Solid-Liquid flow Slurry Pipeline Transport", series on Bulk Materials Handling vol.1 (1975-77), nº4, pp.70-84, Trans. Tech Publications
- 31 - Hedstrom, B.O.A., "Flow of Plastics Materials in Pipes" , Ind. Eng. Chem., vol.44, pp.651-656, (1952)
- 32 - Massarani, G., "Viscosímetro Capilar de Tubos Descartáveis", 4º Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Belo Horizonte, julho, (1980)
- 33 - Van Wazer, J.R., Lions, J.W., Kim, K.Y., Colwell, R.E., "Viscosity and Flow Measurement. A Laboratory Handbook of Rheology", Interscience Publishers, New York, p.65, (1966)
- 34 - Kreiger, I.M., & Elrod, H., Journal Appl. Phys., vol. 24, p. 134, (1953)



## Tensão Cisalhante x Taxa de Deformação - Viscosímetro Capilar

```

100 REM IDENTIFICAÇÃO DA SUSPENSÃO UTILIZANDO REÔMETRO CAPILAR
110 REM N - Nº de pontos experimentais
120 REM RC - Raio do capilar (cm)
130 REM L - Comprimento do capilar (cm)
140 REM DM - Massa específica da suspensão (g/cm**3)
150 REM M(I)- Massa da suspensão coletada no tempo T(I)
160 REM T(I)- Tempo de escoamento (s)
170 REM H(I)- Desnível do sistema (cm)
180 REM VAZ(I)- Vazão volumétrica em (cm**3/s)
190 REM VEL(I)- Velocidade média de escoamento (cm/s)
200 REM QPL(I)- Queda de pressão no escoamento (dyna/cm**2/cm)
210 REM X(I) - Pseudo-taxa de deformação (1/s)
220 REM Y(I) - Tensão de cisalhamento (dyna/cm**2)
230 REM XC(I)- Taxa de deformação "corrigida" (1/s)
240 REM TAL0- Tensão residual (dyna/cm**2)
250 REM ETA - Viscosidade plástica (poise)
260 REM K - índice de consistência
270 REM N - índice de comportamento
280 REM A - 1º parâmetro de "Robertson-Stiff"
290 REM B - 2º parâmetro de "Robertson-Stiff"
300 REM C - 3º parâmetro de "Robertson-Stiff"
310 LPRINT SPC(45);"***R E O L O G I A ***"
320 LPRINT SPC(45);" - - - - -"
330 LPRINT:LPRINT
340 LPRINT SPC(10);"CAULIM";SPC(5);"CONCENTRAÇÃO=10.9%";SPC(5);"RAIO";
350 LPRINT " DO CAPILAR =.099 cm ";SPC(5);"TEMPERATURA=26 °C"
360 DIM M(20),T(20),H(20),QPL(20),VAZ(20),Y(20),X(20),LX(20),LY(20)
370 DIM VEL(20),XCRS(20),C(8),R(8,9),XM(20),LXCRS(20),XC(20),A(10)
380 DIM ERMP(20),ERMRS(20),ERMBI(20)
390 DATA 10,.099,245,1.271
400 GET N,RC,L,DM
410 PRINT N,RC,L,DM
420 FOR I=1 TO N
430 GET M(I),T(I),H(I)
440 PRINT M(I),T(I),H(I)
450 NEXT
460 ARE=3.1415*(RC**2)
470 FOR I=1 TO N
480 VAZ(I)=M(I)/(T(I)*DM)
490 VEL(I)=VAZ(I)/ARE
500 QPL(I)=DM*981*H(I)/L
510 Y(I)=RC*QPL(I)/2
520 X(I)=4*VAZ(I)/(3.1415*(RC**3))
530 LX(I)=LN(X(I))
540 LY(I)=LN(Y(I))
550 NEXT
560 REM y(1)=menor tensão de cisalhamento e y(n)= a maior
570 YM=(Y(1)*Y(N))**.5
580 FOR I=1 TO N
590 X(I)=LX(I)
600 Y(I)=LY(I)
610 NEXT
620 INPUT "grau do polinômio=1";GP
630 GOSUB 5000
640 NLIN=C(2)
650 FOR I=1 TO N
660 XC(I)=EXP(X(I))*(1+3*C(2))/(4*C(2))
670 NEXT
680 FOR I=1 TO N
690 X(I)=XC(I)
700 Y(I)=EXP(LY(I))
710 NEXT
720 INPUT "grau do polinômio=4";GP
730 GOSUB 5000
740 FOR K=1 TO 50
750 XM(1)=(X(1)*X(N))**.5
760 XM(K+1)=(YM-C(1))/(C(2)+C(3)*XM(K)+C(4)*XM(K)**2+C(5)*XM(K)**3)
770 IF ABS(XM(K+1)-XM(K)) < 1 THEN 800
780 XM(K)=XM(K+1)
790 NEXT
800 PC=(X(1)*X(N)-(XM(K)*XM(K)))/(2*XM(K)-X(1)-X(N))
810 FOR I=1 TO N
820 XCRS(I)=XC(I)+PC

```

```

830 LXCRS(I)=LN(XCRS(I))
840 NEXT
850 LPRINT SPC(2);"TAXA DE DEFORMAÇÃO";SPC(5);"TENÇÃO DE CISALHAMENTO";SPC(5);"TAX. DEFOR. CORRIGIDA"
860 LPRINT SPC(2);"-----";SPC(5);"-----";SPC(5);"-----"
870 LPRINT
880 FOR I=1 TO N
890 LPRINT ("f13.3,f24.3,f27.3") EXP(LX(I));Y(I);XC(I)
900 NEXT
910 LPRINT:LPRINT
920 LPRINT SPC(40);"====="
930 LPRINT SPC(40);"***POWER-LAW***"
940 LPRINT SPC(40);"====="
950 ERMPL=0
960 FOR I=1 TO N
970 X(I)=LN(XC(I))
980 Y(I)=LN(Y(I))
990 NEXT
1000 INPUT "grau do polinômio=1";GP
1010 GOSUB 5000
1020 LPRINT SPC(20);"K=";EXP(C(1));SPC(10);"N=";C(2);SPC(20);"n'=";NLIN
1030 ERRO=0
1040 FOR I=1 TO N
1050 ERMPL(I)=ABS(EXP(Y(I))-EXP(C(1))*(XC(I)**C(2)))*100/EXP(Y(I))
1060 ERRO=ERRO+ERMPL(I)
1070 NEXT
1080 ERROM=ERRO/N
1090 LPRINT
1100 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
1110 LPRINT:LPRINT
1120 LPRINT SPC(40);"====="
1130 LPRINT SPC(40);"*****BINGHAM*****"
1140 LPRINT SPC(40);"====="
1150 ERMBI=0
1160 FOR I=1 TO N
1170 X(I)=XC(I)
1180 Y(I)=EXP(Y(I))
1190 NEXT
1200 INPUT "grau do polinômio=1";GP
1210 GOSUB 5000
1220 LPRINT SPC(20);"TAL0=";3/4*C(1);SPC(10);"ETA=";C(2)
1230 ERRO=0
1240 FOR I=1 TO N
1250 ERMBI(I)=ABS(Y(I)-(C(1)+C(2)*X(I)))*100/Y(I)
1260 ERRO=ERRO+ERMBI(I)
1270 NEXT
1280 ERROM=ERRO/N
1290 LPRINT
1300 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
1310 LPRINT
1320 LPRINT SPC(40);"====="
1330 LPRINT SPC(40);"***ROBERTSON-STIFF***"
1340 LPRINT SPC(40);"====="
1350 ERMRS=0
1360 FOR I= 1 TO N
1370 X(I)=LN(XCRS(I))
1380 Y(I)=LY(I)
1390 NEXT
1400 INPUT "grau do polinômio=1";GP
1410 GOSUB 5000
1420 LPRINT SPC(20);"A=";EXP(C(1));SPC(10);"B=";C(2);SPC(10);"C=";PC
1430 ERRO=0
1440 FOR I=1 TO N
1450 ERMRS(I)=ABS(EXP(Y(I))-EXP(C(1))*((XC(I)+PC)**C(2)))*100/EXP(Y(I))
1460 ERRO=ERRO+ERMRS(I)
1470 NEXT
1480 ERROM=ERRO/N
1490 LPRINT
1500 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
1510 END

```

```

5000 REM SUBROTINA - RESOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÃO ALGÉBRICAS LINEARES
5020 REM método de eliminação de Gauss
5040 REM gp=grau do polinômio
5060 D=GP+1
5080 FOR I=1 TO D
5100 FOR J=1 TO D+1
5120 R(I,J)=0
5140 NEXT
5160 NEXT
5180 FOR J=2 TO 2*GP+1
5200 A(J)=0
5220 NEXT
5240 FOR K=1 TO GP+2
5260 T(K)=0
5280 NEXT
5300 A(1)=N
5320 FOR I=1 TO N
5340 FOR J=2 TO 2*GP+1
5360 A(J)=A(J)+X(I)**(J-1)
5380 NEXT
5400 FOR K=1 TO GP+1
5420 R(K,GP+2)=T(K)+Y(I)*X(I)**(K-1)
5440 T(K)=T(K)+Y(I)*X(I)**(K-1)
5460 NEXT
5480 T(GP+2)=T(GP+2)+Y(I)**2
5500 NEXT
5520 FOR J=1 TO GP+1
5540 FOR K=1 TO GP+1
5560 R(J,K)=A(J+K-1)
5580 NEXT
5600 NEXT
5620 N1=D+1
5640 NM=D-1
5660 FOR I=1 TO NM
5680 I1=I+1
5700 FOR J=I1 TO D
5720 Q=R(J,I1)/R(I,I)
5740 FOR K=1 TO N1
5760 R(J,K)=R(J,K)-Q*R(I,K)
5780 NEXT
5800 NEXT
5820 NEXT
5840 FOR I=1 TO D
5860 C(I)=0
5880 NEXT
5900 FOR I=1 TO D
5920 J=D+1-I
5940 C(J)=R(J,N1)/R(J,J)
5960 IF J=D THEN 6060
5980 J1=J+1
6000 FOR K=J1 TO D
6020 C(J)=C(J)-R(J,K)/R(J,J)*C(K)
6040 NEXT
6060 NEXT
6080 LPRINT:LPRINT
6100 RETURN

```

Tensão Cisalhante x Taxa de Deformação - Viscosímetro Rotatório  
HAAKE RV2

```

100 REM IDENTIFICAÇÃO DOS PARAMETROS REOL. UTILIZANDO REÔMETRO ROTATÓRIO
120 REM N= Nº de pontos experimentais
140 REM RB= Raio do rotor ou "bob" (cm)
160 REM RC= Raio do cilindro ou copo (cm)
180 REM H= Altura do cilindro (cm)
200 REM A= Fator relativo à "cabeça de medida"
220 REM N(I)= Rotação do "bob" (rpm)
240 REM S(I)= Deflexão no viscosímetro
260 REM SB(I)= Tensão de cisalhamento no rotor ( dyna/cm**2)
280 REM OME(I)= Velocidade angular (1/s)
300 REM FSB(I)= Taxa de deformação (1/s)
320 REM K= índice de consistência "Power-Low"
340 REM N= índice de comportamento "Power-Low"
360 REM TAL0= Tensão residual "Bingham" (dyna/cm**2)
380 REM ETA= Viscosidade Plástica "Bingham" (poise)
400 REM A= 1º parâmetro de "Robertson-Stiff"
420 REM B= 2º parâmetro de "Robertson-Stiff"
440 REM C= 3º parâmetro de "Robertson-Stiff"
460 REM
480 LPRINT SPC(45); "*** R E O L O G I A ***"
500 LPRINT SPC(45); "-----"
520 LPRINT:LPRINT
540 LPRINT SPC(5); "BENTONITA"; SPC(5); "CONCENTRAÇÃO=5.6%"; SPC(5); "CABEÇA DE ";
560 LPRINT "MED.=MK-50, TIPO DO BOB = MVI"; SPC(5); "TEMPERATURA = 28°C"
580 DIM N(20), S(20), Y(20), X(20), LX(20), LY(20), XCRS(20), C(10), R(10,11)
600 DIM LXCRS(20), MD(20), SB(20), OME(20), M(20), FSB(20), VER(20), T(20)
620 DIM ERMBSI(20), ERMRS(20), ERML(20), XM(20), A(15)
660 GET N, RB, RC, H, A
680 PRINT N, RB, RC, H, A
700 FOR I=1 TO N
720 GET N(I), S(I)
740 PRINT N(I), S(I)
760 NEXT
780 ARE=2*3.1415*(RB**2)*H
800 FOR I=1 TO N
820 MD(I)=A*S(I)
840 SB(I)=MD(I)/ARE
860 OME(I)=N(I)*2*3.1415/60
880 X(I)=LN(SB(I))
900 Y(I)=LN(OME(I))
920 NEXT
940 INPUT "grau do polinômio=4"; GP
960 GOSUB 1290
980 FOR I=1 TO N
1000 Y(I)=C(1)+C(2)*X(I)+C(3)*(X(I)**2)+C(4)*(X(I)**3)+C(5)*(X(I)**4)
1020 M(I)=C(2)+2*C(3)*X(I)+3*C(4)*(X(I)**2)+4*C(5)*(X(I)**3)
1040 VER(I)=M(I)*LN(RC/RB)
1060 CX=LN(RC/RB)
1080 FSB(I)=(OME(I)/CX)*(1+M(I)*CX+1/3*((CX*M(I))**2))
1100 X(I)=FSB(I)
1120 Y(I)=SB(I)
1140 NEXT I
1160 INPUT "grau do polinômio=4"; GP
1180 GOSUB 5000
1200 YM=(Y(1)*Y(N))**.5
1220 FOR K=1 TO 50
1240 XM(1)=(X(1)*X(N))**.5
1260 XM(K+1)=(YM-C(1))/(C(2)+C(3)*XM(K)+C(4)*(XM(K)**2)+C(5)*(XM(K)**3))
1280 PRINT XM(K), XM(K+1)
1300 IF ABS(XM(K+1)-XM(K)) < 1 THEN 1360
1320 XM(K)=XM(K+1)
1340 NEXT
1360 PC=(X(1)*X(N)-(XM(K)*XM(K)))/(2*XM(K)-X(1)-X(N))
1380 FOR I=1 TO N
1400 XCRS(I)=X(I)+PC
1420 LXCRS(I)=LN(XCRS(I))
1440 NEXT
1460 LPRINT SPC(5); "TAXA DE DEFORMAÇÃO"; SPC(10); "TENSÃO DE CISALHAMENTO";
1480 LPRINT SPC(10); "M(verific.)";
1500 LPRINT SPC(5); "-----"; SPC(10); "-----";
1520 LPRINT SPC(10); "-----"
1540 FOR I=1 TO N
1560 LPRINT ("f18.3, f29.3, f25.3") X(I); Y(I); VER(I)
1580 NEXT
1600 LPRINT:LPRINT

```

```

1620 LPRINT SPC(40);"=====
1640 LPRINT SPC(40);"***POWER-LAW***"
1660 LPRINT SPC(40);"=====
1680 ERHPL=0
1700 FOR I=1 TO N
1720 X(I)=LN(FSB(I))
1740 Y(I)=LN(SB(I))
1760 NEXT
1780 INPUT "grau do polinômio=1";GP
1800 GOSUB 5000
1820 LPRINT SPC(30);"K=";EXP(C(1));SPC(10);"N=";C(2)
1840 ERRO=0
1860 FOR I=1 TO N
1880 ERHPL(I)=ABS(SB(I)-EXP(C(1))*(FSB(I)**C(2)))*100/SB(I)
1900 ERRO=ERRO+ERHPL(I)
1920 NEXT
1940 ERROM=ERRO/N
1960 LPRINT:LPRINT
1980 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
2000 LPRINT
2020 LPRINT SPC(40);"=====
2040 LPRINT SPC(40);"****BINGHAM****"
2060 LPRINT SPC(40);"=====
2080 ERMBI=0
2100 FOR I=1 TO N
2120 X(I)=FSB(I)
2140 Y(I)=SB(I)
2160 NEXT
2180 INPUT "grau do polinômio=1";GP
2200 GOSUB 5000
2220 LPRINT SPC(30);"TAL0=";3/4*C(1);SPC(10);"ETA=";C(2)
2240 ERRO=0
2260 FOR I=1 TO N
2280 ERMBI(I)=ABS(Y(I)-(C(1)+C(2)*X(I)))*100/Y(I)
2300 ERRO=ERRO+ERMBI(I)
2320 NEXT I
2340 ERROM=ERRO/N
2360 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
2380 LPRINT
2400 LPRINT SPC(40);"=====
2420 LPRINT SPC(40);"***ROBERTSON-STIFF***"
2440 LPRINT SPC(40);"=====
2460 ERMRS=0
2480 FOR I=1 TO N
2500 X(I)=LN(XCRS(I))
2520 Y(I)=LN(Y(I))
2540 NEXT I
2560 INPUT "grau do polinômio=1";GP
2580 GOSUB 5000
2600 LPRINT SPC(30);"A=";EXP(C(1));SPC(10);"B=";C(2);SPC(10);"C=";PC
2620 ERRO=0
2640 FOR I=1 TO N
2660 ERMRS(I)=ABS(SB(I)-EXP(C(1))*((FSB(I)+PC)**C(2)))*100/SB(I)
2680 ERRO=ERRO+ERMRS(I)
2700 NEXT
2720 ERROM=ERRO/N
2740 LPRINT:LPRINT
2760 LPRINT SPC(40);"DESVIO MÉDIO=";ERROM
2780 END

```

Coeficiente de Atrito x Número de Reynolds Generalizados

```

RINT CHR$(30);"3";
EM IDENTIFICAÇÃO DA TRANSIÇÃO L-T NO ESCOAMENTO DE SUSPENSÕES
EM N - Nº de pontos
EM RC- Raio interno do tubo(cm)
EM DIS- Distância entre as tomadas de pressão(cm)
EM A- 1º coeficiente de ajuste p/ calibração do reservatório.
EM B- 2º
EM DFM- Massa específica fluido manométrico(g/cm**3)
EM DM - Massa específica da mistura ou suspensão(g/cm**3)
EM BI1- 1º parâmetro de Bingham(dina/cm**2)
EM BI2- 2º (g/cm*s)
EM R1 - 1º parâmetro de Robertson-Stiff
EM R2 - 2º
EM R3 - 3º " " " "
EM PL1- 1º parâmetro Power-Law
EM PL2- 2º
EM T(I) - Tempo de escoamento (s)
EM H(I) - Nível da suspensão no res. calibrado
EM L(I) - Desnível nos manômetros (cm)
EM VOL(I) - Volume da suspensão no res. calibrado (litros)
EM VEL(I) - Velocidade média de escoamento (cm/s)
EM QPL(I) - Queda de pressão no esc. por unid. de compr. (dyna/cm**2/cm)
EM Y(I) - Tensão cisalhante na parede (dyna/cm**2)
EM FA(I) - Coeficiente de atrito
EM RPL(I) - Nº de Reynolds "Power-Low"
EM RRS(I) - Nº de Reynolds "Robertson-Stiff"
EM RBI(I) - Nº de Reynolds "Bingham"
EM RMO(I) - Nº de Reynolds "Modificado"
EM RMR(I) - Nº de Reynolds "Metzner-Reed"
LPRINT SPC(30);"=====
LPRINT SPC(30);"TRANSIÇÃO L-T NO ESCOAMENTO DE SUSPENSÕES"
LPRINT SPC(30);"=====
LPRINT:LPRINT
LPRINT SPC(10);"BENTONITA";SPC(5);"CONCENTRAÇÃO=5.6%";SPC(5);"TUBO= 3/4 in";SPC(5);"TEMPERATURA=28°C"
LPRINT:LPRINT
DIM T(20),H(20),L(20),VOL(20),VAZ(20),VEL(20),QPL(20),RPL(20),RMR(20),RBI(20),X(20),Y(20)
DIM FA(20),RMO(20),RRS(20),PARA(20)
GET N,RC,DIS,A,B,DFM,DM,E,BI1,BI2,R1,R2,R3,PL1,PL2
PRINT N,RC,DIS,A,B,DFM,DM,E,BI1,BI2,R1,R2,R3,PL1,PL2
ARE=3.1415*(RC**2)
PAR1=(3*R2+1)/(4*R2)
PAR2=4*R3/3
P1=PL1
P2=PL2*((3*PL1+1)/(4*PL1))*PL1
FOR I=1 TO N
GET T(I),L(I),H(I)
PRINT T(I);L(I),H(I)
NEXT I
LPRINT SPC(2);"TAX.DEFORM.";SPC(2);"TENS.CISALH.";SPC(2);"QUEDA DE PRESSÃO/L";SPC(2);"VEL.DE ESC.DA MISTURA";
LPRINT SPC(2);"FAT.ATRITO";SPC(2);"R.MET./REED";SPC(2);"R.MODIFIC.";SPC(2);"R.ROB./STIFF";SPC(2);"R.BINGHAM";
LPRINT SPC(2);"-----";SPC(3);"-----";SPC(2);"-----";SPC(2);"-----";
LPRINT SPC(2);"-----";SPC(2);"-----";SPC(2);"-----";SPC(2);"-----";
LPRINT
FOR I=1 TO N
VOL(I)=A+B*L(I)
VAZ(I)=(VOL(I)/T(I))*1000
VEL(I)=VAZ(I)/ARE
QPL(I)=H(I)*(DFM-DM)*981/DIS
X(I)=4*VAZ(I)/(3.1415*(RC**3))
Y(I)=RC*QPL(I)/2
FA(I)=Y(I)*2/(DM*(VEL(I)**2))
DEN=P2*(8**(P1-1))
DENOM=(P2/8)*((6*P1+2)/P1)**P1
RPL(I)=(2*RC)**P1*(VEL(I)**(2-P1))*DM/DENOM
RMR(I)=((2*RC)**P1)*(VEL(I)**(2-P1))*DM/DEN
RBI(I)=VEL(I)*DM*2*RC/BI2
RMO(I)=RBI(I)/(1+((2*RC*BI1)/6)/(VEL(I)*BI2))
PARA(I)=(PAR1*VEL(I)*8/(2*RC)+PAR2)**R2
RRS(I)=8*(VEL(I)**2)*DM/(R1*PARA(I))
LPRINT ("f10.3,f14.3,f17.3,f20.3,f19.6,f13.1") X(I);Y(I);QPL(I);VEL(I);FA(I);RMR(I);
LPRINT ("f13.1,f13.1,f13.1") RMO(I);RRS(I);RBI(I)
NEXT I
DATA
    
```

N O M E N C L A T U R A

- a - Razão entre os raios do cilindro e roto, adimensional
- A - Parâmetro definido pela equação III.50, adimensional
- B - Parâmetro definido pela equação III.50, adimensional
- b - Parâmetro definido pela equação III.29, adimensional
- C - Parâmetro definido pela equação III.51,  $[T^{-1}]$
- $C_W$  - Concentração em peso, adimensional
- $d_p$  - Diâmetro médio das partículas,  $[L]$
- $d_{p_i}$  - Diâmetro de abertura da peneira i,  $[L]$
- $d_{p_{i-1}}$  - Diâmetro de abertura da peneira i-1,  $[L]$
- $\text{div}(v_z)$  - Divergente da velocidade local,  $[T^{-1}]$
- D - Diâmetro do tubo,  $[L]$
- DM - Desvio Médio Relativo, adimensional
- $\underline{D}$  - Tensor deformação,  $[T^{-1}]$
- $\underline{D}_{zr}$  - Tensor deformação na direção z,  $[T^{-1}]$
- $d_{85}$  - Diâmetro de partículas tal que 85% em peso das partículas são menores que  $d_{85}$ ,  $[L]$
- e - Rugosidade do tubo,  $[L]$
- f - Coeficiente de atrito, adimensional
- g - Aceleração da gravidade,  $[LT^{-2}]$
- G - Torque,  $[ML^2T^{-2}]$
- H - Desnível do sistema,  $[L]$
- h - Altura do rotor,  $[L]$
- He - Número de Hedstrom, adimensional
- $\underline{I}$  - Tensor identidade, adimensional
- k - Índice de consistência definido pela eq. III.36,  $[ML^{-1}T^{n-2}]$

- $k'$  - Índice de consistência definido pela eq. III.47,  $[ML^{-1}T^{m'-2}]$   
 $L$  - Comprimento do tubo,  $[L]$   
 $m$  - Número de pontos experimentais, adimensional  
 $m'$  - Parâmetro definido pela equação IV.15, adimensional  
 $n$  - Índice de comportamento definido pela equação III.36, adimensional  
 $n'$  - Índice de comportamento definido pela equação III.47, adimensional  
 $p$  - Pressão média,  $[MT^{-2}L^{-1}]$   
 $Q$  - Vazão volumétrica,  $[L^3T^{-1}]$   
 $Q_W$  - Vazão volumétrica,  $[MT^{-1}]$   
 $R$  - Raio do tubo,  $[L]$   
 $R_B$  - Raio do rotor ("bob"),  $[L]$   
 $R_C$  - Raio do cilindro (copo),  $[L]$   
 $Re_G$  - Número de Reynolds Generalizado, adimensional  
 $Re_M$  - Número de Reynolds Modificado, adimensional  
 $Re_B$  - Número de Reynolds de Bingham, adimensional  
 $(Re_B)_T$  - Número de Reynolds de Bingham de transição, adimensional  
 $Re_{MR}$  - Número de Reynolds de Metzner & Reed, adimensional  
 $Re_{RS}$  - Número de Reynolds de Robertson & Stiff, adimensional  
 $\underline{S}$  - Tensor tensão extra,  $[MT^{-2}L^{-1}]$   
 $V$  - Velocidade média de escoamento,  $[LT^{-1}]$   
 $V_T$  - Velocidade de transição laminar-turbulento,  $[LT^{-1}]$   
 $v_z$  - Velocidade local na direção  $z$ ,  $[L.T^{-1}]$   
 $W$  - Parâmetro de ajuste definido pela eq. VI.5, adimensional  
 $X_i$  - Fração molar retida na peneira  $i$ , adimensional  
 $y$  - Parâmetro definido pela equação IV.2,  $[T^{-1}]$   
 $z$  - Parâmetro de ajuste definido pela equação VI.5, adimensional



$\alpha_B$	- "Bulk Viscosity"
$\alpha_T$	- Parâmetro definido pela equação III.62, adimensional
$\dot{\gamma}$	- Taxa de deformação, $[L^{-1}]$
$\dot{\gamma}(\tau_B)$	- Taxa de deformação em $\tau_B$ , $[T^{-1}]$
$\dot{\gamma}(\tau_C)$	- Taxa de deformação em $\tau_C$ , $[T^{-1}]$
$\dot{\gamma}_{m\grave{a}n.}$	- Taxa de deformação mínima, $[T^{-1}]$
$\dot{\gamma}_{m\grave{a}x.}$	- Taxa de deformação máxima, $[T^{-1}]$
$\dot{\gamma}_C$	- Taxa de deformação ajustada, $[T^{-1}]$
$\Delta P$	- Queda de pressão piezométrica, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\eta(\dot{\gamma})$	- Fun�o viscosidade aparente, $[MT^{-1} L^{-1}]$
$\nabla v$	- Gradiente da velocidade local $[T^{-1}]$
$\nabla v^T$	- Gradiente transposto da velocidade local, $[T^{-1}]$
$\rho$	- Massa específica da suspensão, $[ML^{-3}]$
$\rho_s$	- Massa específica do sólido, $[ML^{-3}]$
$\rho_f$	- Massa específica do fluido, $[ML^{-3}]$
$\tau$	- Tensão cisalhante, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_o$	- Tensão residual, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_R$	- Tensão cisalhante na parede do tubo, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_C$	- Tensão cisalhamento na parede do copo $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_{Rm\grave{a}n.}$	- Tensão cisalhante mínima na parede, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_{Rm\grave{a}x.}$	- Tensão cisalhante máxima na parede, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\tau_{rz}$	- Tensão cisalhante na dire�o z, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\underline{\tau}$	- Tensor tensão cisalhante, $[MT^{-2} L^{-1}]$
$\mu_p$	- Viscosidade plástica, $[MT^{-1} L^{-1}]$
$\Omega$	- Velocidade angular, $[T^{-1}]$