

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
SISTEMAS DE PROCESSOS QUÍMICOS E INFORMÁTICA

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE
EVENTOS TERMO-HIDRÁULICOS TRANSITÓRIOS
EM MULTICIRCUITOS COM MULTIBOMBAS

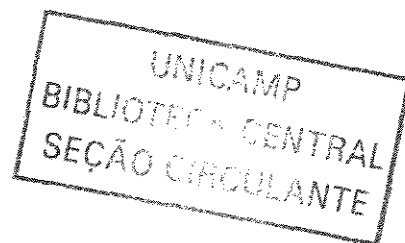
Autor: Marcelo Antônio Veloso

Orientador Prof. Dr. Roger Josef Zemp

Co-Orientador: Prof. Dr. Paulo de Carvalho Tofani

Tese submetida à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de Doutor

CAMPINAS
Fevereiro/2003



UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

200326708

UNIDADE	BA
Nº CHAMADA	
I/UNICAMP	
V546D	
V	EX
TOMBO EC/	55072
PROC.	16-124103
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	07/08/03
Nº CPD	

CM00187263-8

BIBID. 297403

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

V546s Veloso, Marcelo Antônio
Simulação computacional de eventos termo-hidráulicos transitórios em multicircuitos com multibombas / Marcelo Antônio Veloso. --Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador: Roger Josef Zemp
Co-Orientador: Paulo de Carvalho Tofani
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Reatores nucleares – Dinâmica dos fluidos. 2. Escoamento bifásico. I. Zemp, Roger Josef. II. Tofani, Paulo de Carvalho. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. IV. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
SISTEMAS DE PROCESSOS QUÍMICOS E INFORMÁTICA

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE
EVENTOS TERMO-HIDRÁULICOS TRANSITÓRIOS
EM MULTICIRCUITOS COM MULTIBOMBAS

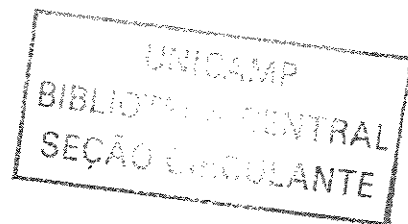
Autor: Marcelo Antônio Veloso

Orientador Prof. Dr. Roger Josef Zemp

Co-Orientador: Prof. Dr. Paulo de Carvalho Tofani

Tese submetida à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de Doutor

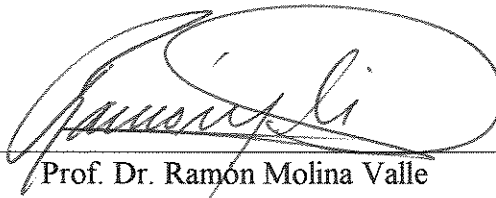
CAMPINAS
Fevereiro/2003



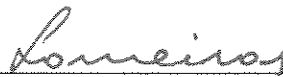
Tese de Doutorado defendida por Marcelo Antônio Veloso e aprovada em 10 de fevereiro de 2003 pela banca examinadora constituída pelos professores doutores:



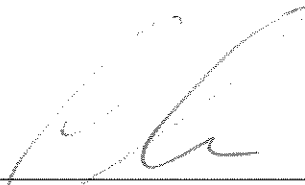
Prof. Dr. Roger Josef Zemp



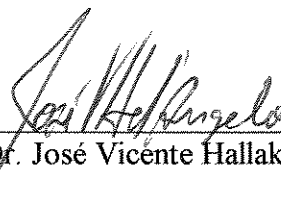
Prof. Dr. Ramon Molina Valle



Prof. Dr. Fernando Soares Lameiras



Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi



Prof. Dr. José Vicente Hallak D' Angelo

Esta versão corresponde à final da Tese de Doutorado defendida por
Marcelo Antônio Veloso em 10 de fevereiro de 2003



Prof. Dr. Roger Josef Zemp



Prof. Dr. Paulo de Carvalho Tofani

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Para Dôra, Bruno, Lirio
e meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Roger Josef Zemp e ao Dr. Paulo de Carvalho Tofani pela orientação e colaboração e pela dedicação com que se devotaram ao árduo esforço que lhes foi exigido na leitura e revisão dos originais.

Ao Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi e aos demais professores da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas que, direta ou indiretamente, contribuíram para o êxito deste trabalho.

Ao Dr. Antônio Carlos de Oliveira Barroso, Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), e ao Dr. Silvestre Paiano Sobrinho, Coordenador Geral do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN), por facultarem o desenvolvimento deste estudo no programa de trabalho destas instituições.

Aos colegas Márcio Soares Dias, Rubens Martins Moreira e Ivan Dionysio Arone pelo incentivo e apoio.

À Prof^a Solange Vaz Coelho pelo encorajamento e confiança manifestada.

À Dr^a Olga Cortes Rabelo Leão Simbalista, atualmente na Eletronuclear, pela iniciação deste autor na ciência da termofluidodinâmica.

Ao amigo e colega de área Dip. Ing. Hans Kemner, da Framatome, pelas sugestões e auxílio na solução de problemas técnicos e esclarecimento de dúvidas surgidos durante a elaboração do trabalho.

Aos colegas Carlos Vicente Goulart de Azevedo e Elcio Tadeu Palmieri pela valiosa ajuda no levantamento de dados de projeto de Angra-2, e à colega Maria da Glória Gonçalves Ribeiro pelas providências administrativas tomadas.

A Lenira Santos Passos Ferreira, Nívia de Almeida Lima e Virgínia Lúcia Rodrigues pela eficiência na obtenção de documentação técnica.

À Eletronuclear, particularmente ao Dr. Guilherme A. Camargo e ao Dr. Ênio Magalhães Freire, pelo fornecimento de documentos técnicos e de dados relativos a Angra-2.

A Maria Auxiliadora, Bruno e Livia Fortini Veloso pelo apoio, incentivo e compreensão nos momentos de angústia.

RESUMO

O programa computacional PANTERA-2 (Programa para Análise Termo-hidráulica de Reatores a Água, Versão 2), cujos fundamentos são descritos neste trabalho, efetua a análise por subcanais de feixes de varetas em conjunção com a simulação de múltiplos circuitos. O programa resolve simultaneamente as equações de conservação da massa, dos momentos axial e lateral e da energia para a geometria de subcanais acopladas com as equações de balanço que descrevem o escoamento de um fluido em um número arbitrário de circuitos de refrigeração conectados a um vaso de pressão que contém o feixe. Atendo-se à formulação de subcanais, a estratégia computacional básica de PANTERA-2 provém dos códigos COBRA, mas um método implícito alternativo de solução orientado para o campo de pressões é usado para resolver as aproximações de diferenças finitas das leis de balanço. Os resultados previstos pelo modelo de subcanais compreendem as distribuições de densidades, entalpias, vazões de massa e pressões nos subcanais. O modelo de circuitos prevê as vazões nos circuitos individuais, a vazão total através do vaso de pressão e as velocidades de rotação das bombas em função do tempo subsequente à falha de qualquer número das bombas de circulação. Os transitórios de vazão nos circuitos podem ser ocasionados pelas perdas de potência elétrica, ruptura de eixos e travamento de rotores das bombas. As variações nas velocidades de rotação das bombas em função do tempo são determinadas através de um balanço de torques. A altura de recalque e o torque hidráulico das bombas são calculadas em função da velocidade e da vazão com duas curvas homólogas polares fornecidas ao programa na forma tabular. Para ilustrar a capacidade analítica de PANTERA-2, três problemas-exemplo são apresentados e discutidos. Comparações entre resultados calculados e medidos indicam que o programa reproduz com boa precisão dados experimentais de temperaturas de saída de subcanais e de fluxos de calor críticos em feixes de 5×5 varetas. Observa-se também uma boa concordância entre as curvas teóricas previstas por PANTERA-2 e valores medidos para as velocidades de rotação das bombas e vazões de massa nos circuitos primários da central nuclear Angra-2, quando suas quatro bombas principais são simultaneamente desligadas para simular o evento de declínio de vazão.

Palavras-chave: análise por subcanais, código de subcanais, códigos cobra, análise de circuitos de escoamento, acidente de falha de bombas.

ABSTRACT

PANTERA-2 (from Programa para Análise Termo-hidráulica de Reatores a Água – Program for Thermal-hydraulic Analysis of Water Reactors, Version 2), whose fundamentals are described in this work, is intended to carry out rod bundle subchannel analysis in conjunction with multiloop simulation. It solves simultaneously the conservation equations of mass, axial and lateral momentum, and energy for subchannel geometry coupled with the balance equations that describe the fluid flows in any number of coolant loops connected to a pressure vessel containing the rod bundle. As far as subchannel analysis is concerned, the basic computational strategy of PANTERA-2 comes from COBRA codes, but an alternative implicit solution method oriented to the pressure field has been used to solve the finite-difference approximations for the balance laws. The results provided by the subchannel model comprise the fluid density, enthalpy, flow rate, and pressure fields in the subchannels. The loop model predicts the individual loop flows, total flow through the pressure vessel, and pump rotational speeds as a function of time subsequent to the failure of any number of the coolant pumps. The flow transients in the loops may initiated by partial, total or sequential loss of electric power to the operating pumps. Transient events caused by either shaft break or rotor locking may also be simulated. The changes in rotational speed of the pumps as a function of time are determined from a torque balance. Pump dynamic head and hydraulic torque are calculated as a function of rotational speed and volumetric flow from two polar homologous curves supplied to the code in the tabular form. In order to illustrate the analytical capability of PANTERA-2, three sample problems are presented and discussed. Comparisons between calculated and measured results indicate that the program reproduces with a good accuracy experimental data for subchannel exit temperatures and critical heat fluxes in 5×5 rod bundles. It is also observed a good correspondence between the theoretical curves predicted by PANTERA-2 and measured values for pump rotational speeds and mass flow rates in the primary loops of Angra-2 nuclear power plant, when the four main coolant pumps are simultaneously switched off to simulate the flow decline event.

Key words: subchannel analysis, subchannel codes, cobra codes, flow loop analysis, pump failure accident.

SUMÁRIO

NOMENCLATURA	xxi
1 INTRODUÇÃO	1
2 MOTIVAÇÃO	7
3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA E LEIS DE BALANÇO	15
3.1 SISTEMA TERMONUCLEAR	16
3.1.1 Componentes Principais de uma Central Nuclear	17
3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO	22
3.2.1 Conceitos do Escoamento Bifásico	22
3.2.2 Teorema de Transporte	25
3.2.3 Lei de Conservação Geral	27
3.2.4 Balanços Integrais Generalizados	28
3.2.5 Balanço Integral de Massa	33
3.2.6 Balanço Integral de Momento	33
3.2.7 Balanço Integral de Energia	36
3.2.8 Sumário das Equações Integrais de Balanço	38
4 FORMULAÇÃO DE SUBCANAIS	41
4.1 DEFINIÇÕES	42
4.1.1 Subcanais	42
4.1.2 Volumes de Controle em Subcanais	44
4.1.3 Sistema de Indexação dos Elementos de um Feixe de Varetas	46
4.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA SUBCANAIS	50
4.2.1 Médias Espaciais	50

4.2.2	Balanço Diferencial de Massa	53
4.2.3	Balanço Diferencia de Energia	55
4.2.4	Balanço Diferencial de Momento Axial	64
4.2.5	Balanço Diferencial de Momento Transversal	72
4.2.6	Sumário das Equações Diferenciais de Balanço	78
4.3	EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS	80
4.3.1	Discretização Axial dos Subcanais	80
4.3.2	Derivação Numérica	85
4.3.3	Equação da Continuidade	89
4.3.4	Equação da Energia	90
4.3.5	Equação do Momento Axial	93
4.3.6	Equação do Momento Transversal	96
4.3.7	Sumário das Equações de Diferenças Finitas	99
5	MODELO DE ESCOAMENTO EM CIRCUITOS	100
5.1	DINÂMICA DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA	102
5.1.1	Equação de Movimento	103
5.1.2	Curvas Características	106
5.2	ESCOAMENTO EM CIRCUITOS	115
5.2.1	Equações de Balanço	115
5.2.2	Vazões de Massa dos Circuitos	119
5.2.3	Solução da Equação Diferencial para Circuitos	131
5.2.4	Entalpias Específicas nas Junções	133
5.2.5	Condições de Contorno e Condições Iniciais	137
6	MODELO TÉRMICO DO COMBUSTÍVEL	138
6.1	DESCRIÇÃO DO MODELO	138
6.1.1	Método dos Resíduos Ponderados	138

6.1.2	Interior do Combustível	140
6.1.3	Interface Combustível-Revestimento	144
6.1.4	Revestimento	145
6.1.5	Solução das Equações de Condução	146
7	SOLUÇÃO NUMÉRICA E ESQUEMA COMPUTACIONAL	150
7.1	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA SUBCANAIS	151
7.1.1	O Método Implícito	152
7.1.2	Distribuição de Vazões de Massa Axiais	155
7.1.3	Distribuição de Entalpias	156
7.1.4	Distribuição de Vazões de Massa Transversais	166
7.1.5	Distribuição de Pressões	170
7.1.6	Condições de Contorno	175
7.2	ESQUEMA COMPUTACIONAL	179
7.2.1	Sumário das Equações	179
7.2.2	Algoritmo Computacional	181
8	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS	184
8.1	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O ESCOAMENTO	185
8.1.1	Propriedades Termofísicas do Fluido	185
8.1.2	Início da Ebulição Nucleada	191
8.1.3	Coefficiente de Atrito	194
8.1.4	Título de Vapor	196
8.1.5	Fração de Vazio	199
8.1.6	Multiplicador de Atrito Bifásico	203
8.1.7	Queda de Pressão em Espaçadores	206
8.1.8	Queda de Pressão Lateral	206
8.1.9	Mistura Turbulenta	208
8.1.10	Mistura Transversal Forçada	212

8.1.11	Condução Térmica entre Subcanais	213
8.2	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O MODELO DE CIRCUITOS	214
8.2.1	Queda de Pressão por Viscosidade	214
8.2.2	Torque de Atrito em Mancais	215
8.2.3	Torque do Motor Elétrico	217
8.2.4	Torque Hidráulico	220
8.3	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O MODELO TÉRMICO	221
8.3.1	Coefficientes de Transferência de Calor	221
8.3.2	Condutância na Interface Combustível-Revestimento	231
8.3.3	Propriedades Térmicas do Combustível e do Revestimento	234
8.3.4	Razão-Limite de Ebulição Nucleada	235
9	APLICAÇÕES	247
9.1	COEFICIENTES RESISTÊNCIA HIDRÁULICA EM ESPAÇADORES E DE MISTURA TURBULENTE EM ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS DE ANGRA-1	247
9.1.1	Seção de Teste e Procedimento Experimental	248
9.1.2	Aspectos Teóricos	251
9.1.3	Resultados e Análise	254
9.1.4	Conclusões	259
9.2	FLUXO DE CALOR CRÍTICO	259
9.2.1	Base de Dados	260
9.2.2	Correção do Diâmetro	263
9.2.3	Análise dos Dados de Fluxo de Calor Crítico	265
9.2.4	Estatística de DNBR	271
9.2.5	Conclusões	273
9.3	EVENTOS TRANSITÓRIOS DE FALHA DE BOMBAS	274

9.3.1	Representação dos Circuitos	275
9.3.2	Dados das Bombas Principais de Circulação	278
9.3.3	Configuração de Subcanais e Varetas	279
9.3.4	Distribuição Axial de Potência	284
9.3.5	Parâmetros e Correlações	285
9.3.6	Condições Iniciais e de Contorno do Problema	286
9.3.7	Resultados e Análise	288
9.3.8	Conclusões	294
10 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES		295
REFERÊNCIAS		299

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
A	área	m ²
a	área de interface de fases	m ²
C _k	coeficiente de condução térmica lateral	W/mK
C' _k	Coeficiente definido pela Equação (4.2.5-16)	s ⁻¹
c	calor específico	J/kgK
c _p	calor específico isobárico	J/kgK
c _{pf}	calor específico isobárico do líquido saturado	J/kgK
D	diâmetro	m
D _h	diâmetro hidráulico aquecido	m
D _w	diâmetro hidráulico molhado	m
d	diâmetro de arame helicoidal	m
[E]	operador de diferença	—
[E] ^T	operador de soma	—
E _C	módulo de elasticidade do revestimento	Pa
e	eficiência ou rendimento	—
e	energia total específica	J/kg
e _{ki}	elemento do operador [E]	—
e _e	eficiência elétrica	—
e _h	eficiência hidráulica	—
e _m	eficiência mecânica	—
e _v	eficiência volumétrica	—
F _c	fator de forma de fluxo	—
F _h	função polar da altura manometria	—
Fr	número de Froude	—
F _s	fator de espaçador	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
F_β	função polar do torque hidráulico	—
f	coeficiente de atrito	—
f	frequência	Hz
$\mathbf{f}$	força externa e mútua por unidade de massa	N/kg
f_a	fator axial de potência	—
f_{ct}	fração de contato	—
f_k'''	$f_k''' = 1$, se $w_k'' \neq 0$; $f_k''' = 0$, se $w_k'' = 0$	—
f_q	fração de potência gerada no fluido	—
$f_{q'''}$	fator da densidade volumétrica de potência	—
f_r	fator radial de potência	—
f_t	fator de momento turbulento	—
f_p	fator de densidade	—
f_{2000}	coeficiente de atrito a $Re = 2000$	—
f_{4000}	coeficiente de atrito a $Re = 4000$	—
G	fluxo de massa	kg/m ² s
g	aceleração da gravidade	m/s ²
$\mathbf{g}$	vetor aceleração gravitacional	m/s ²
H	altura manométrica	m
h	coeficiente de transferência de calor	W/m ² K
h	razão de altura de manométrica	—
h	entalpia específica	J/kg
h_f	entalpia específica de saturação do líquido	J/kg
h_{fg}	calor latente de vaporização	J/kg
h_g	entalpia específica de saturação do vapor	J/kg
h_{gap}	condutância na interface combustível-revestimento	W/m ² K
h_s	coeficiente de transferência de calor superficial	W/m ² K
I	momento de inércia	kg.m ²

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
j	nível axial	–
K	coeficiente de resistência hidráulica transversal	–
k	condutividade térmica	W/mK
k_c	condutividade térmica do revestimento	W/mK
k_{mist}	condutividade térmica de mistura de gases	W/mK
k_0	condutividade térmica de referência	W/mK
L	comprimento	m
ℓ	coordenada longitudinal, distância entre centróides	m
ℓ'	distância efetiva de mistura turbulenta	m
M	massa	kg
M_k	número de Stanton da mistura turbulenta	–
m	vazão de massa	kg/s
N	velocidade de rotação	rpm
NC	número de subcanais	–
NDZ	número de segmentos axiais	–
NK	número de conexões entre subcanais	–
NL	número de circuitos	–
NR	número de varetas	–
N_s	velocidade específica	rpm
NV	número de volume	–
n	velocidade de rotação	rps
$\mathbf{n}$	vetor unitário normal exterior	–
n_{pp}	número de pares de polos do motor	–
P	potência	W
P	perímetro	m
Pe	número de Peclet	–
P_{em}	potência elétrica do motor	W
P_g	potência do campo girante	W

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
P_h	perímetro aquecido	m
P_m	potência motriz	W
Pr	número de Prandtl	—
P_u	potência útil	W
P_w	perímetro molhado	m
p	pressão	Pa
p_{ct}	pressão de contato	Pa
$p_{gás}$	pressão do gás contido na interface combustível-revestimento	Pa
p_r	pressão reduzida	—
p_o	pressão atmosférica	Pa
p^*	pressão de referência	Pa
Q	vazão volumétrica	m ³ /s
$\dot{Q}$	potência térmica específica	W/kg
q	potência térmica	W
q'	densidade linear de potência	W/m
q''	fluxo de calor	W/m ²
q''_s	fluxo de calor superficial	W/m ²
$q''_{s,crit}$	fluxo de calor crítico	W/m ²
q'''	potência por unidade de volume	W/m ³
R	raio do combustível	m
R_{C1}	raio interno do revestimento	m
R_{C2}	raio externo do revestimento	m
Re	número de Reynolds	—
R_F	raio da pastilha combustível	m
r	coordenada radial	m
S	razão de deslizamento	—
S_A	fonte superficial	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
S_V	fonte volumétrica	–
s	escorregamento	–
s	largura de conexão	m
T	temperatura	K
$\mathbf{T}$	tensor de tensões	Pa
t_c	espessura do revestimento	m
T_f	temperatura da fase líquida	K
T_g	temperatura da fase gasosa	K
T_s	temperatura superficial	K
T_{sat}	temperatura de saturação	K
T_0	temperatura de referência	K
ΔT_{sat}	grau de superaquecimento	K
ΔT_{sub}	grau de sub-resfriamento	K
t	tempo	s
$\mathbf{t}$	tensão	Pa
Δt	incremento de tempo	s
u	velocidade axial	m/s
u	energia interna específica	J/kg
$\mathbf{u}$	vetor vetor velocidade	m/s
$\bar{u}_{gj}$	velocidade média de deriva	m/s
u'	velocidade de transporte de momento axial	m/s
u'''	velocidade da mistura transversal forçada	m/s
$\bar{u}'^*$	velocidade de transporte de momento axial em uma conexão	m/s
V	volume	m ³
$\mathbf{V}$	tensor de viscosidade	Pa
v	razão de velocidade	–
v	velocidade lateral	m/s

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
ν	volume específico	m^3/kg
ν_l	volume específico do líquido	m^3/kg
ν'	volume específico efetivo de transporte de momento	m^3/kg
ν^*	volume específico de transporte de momento da célula doadora	m^3/kg
V	volume	m^3
V_m	volume material	m^3
We	número de Weber	—
w	vazão de massa transversal por unidade de comprimento	kg/sm
w'	vazão de massa turbulenta por unidade de comprimento	kg/sm
w'''	vazão de massa transversal forçada	kg/sm
Y	fator de Miropolsky	—
z	coordenada axial	m
z	coordenada	m
Δz	elemento de comprimento axial	m

Símbolos Gregos

α	coeficiente de expansão térmica linear	K^{-1}
α	fração de vazio, razão de velocidade	—
α_m	fator de relaxação da vazão de massa axial	—
α_w	Fator de relaxação da vazão de massa transversal	—
β	razão de torque, coeficiente de mistura turbulenta	—
β_p	coeficiente de interpolação da pressão	—
β_u	coeficiente de interpolação da velocidade de transporte	—
ε	rugosidade superficial	m
ε_h	difusividade térmica	m^2/s
ε_k	difusividade por vórtices	m^2/s
ζ	coeficiente de resistência hidráulica	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Unidades
ζ'	resistência hidráulica por unidade de comprimento	m^{-1}
Θ	transformada de Kirchhof	s
θ	ângulo com a vertical	rad
λ_c	comprimento de condução lateral	m
λ_t	comprimento efetivo de mistura turbulenta	m
μ	viscosidade dinâmica	kg/ms
μ_b	viscosidade média local (<i>bulk</i>)	kg/ms
μ_f	viscosidade do líquido saturado	kg/ms
μ_g	viscosidade do vapor saturado	kg/ms
μ_s	viscosidade superficial	kg/ms
ν	vetor unitário normal exterior	—
ρ	densidade de massa	kg/m^3
σ	tensão superficial	N/m
τ	torque	Nm
τ_e	torque eletromagnético	Nm
τ_h	torque hidráulico	Nm
τ_m	torque mecânico	Nm
τ_s	tensão de cisalhamento na parede	Pa
τ_μ	torque de atrito	Nm
φ_{ni}	fração do perímetro da vareta n que faceia o subcanais i	—
ϕ^2	multiplicador de atrito bifásico	—
χ	título de massa de vapor	—
χ_d	título de destacamento de bolhas	—
χ_{eq}	título de massa de equilíbrio	—
χ_{tt}	parâmetro de Martinelli, Lockhart e Nelson	—
Ψ	função arbitrária do teorema de transporte	—
ψ	função arbitrária da lei de conservação geral	—

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	
ψ	Função de Tong definida pela Equação (4.2.3-38)	—
ω	parâmetro de relaxação do método SOR	—
ω	velocidade de rotação	rad/s
ω_s	velocidade de rotação síncrona	rad/s
Subscritos		
a	axial	
b	média local (<i>bulk</i>)	
C	revestimento	
C0	valor de referência do revestimento	
crít	crítico	
DB	Dittus-Boelter	
d	ponto de destacamento de bolhas	
din	dinâmico	
EU	equivalentemente uniforme	
e	entrada, elétrico	
e/s	entrada e saída	
eq	equilíbrio	
est	estático	
F	combustível	
F0	valor de referência do combustível	
f	líquido saturado	
g	vapor saturado	
gap	interface combustível-revestimento	
ge	grade espaçadora	
h	aquecido, hidráulico	
<i>i</i>	índice de subcanal	
ien	início da ebulição nucleada	

NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição
Subscritos	
i_k	índice de subcanal adjacente à conexão k
iso	isotérmico
j	índice de subcanal
j_k	índice de subcanal adjacente à conexão k
k	índice de volume hidrodinâmico
k	índice de conexão entre subcanais adjacentes
ℓ	laminar, líquido
m	material, mecânico; motor
mist	mistura
NU	não-uniforme
n	índice de vareta
r	radial
s	saída
sat	saturação
sub	sub-resfriado
t	turbulento
w	superfície impermeável ou parede sólida, molhado
μ	atrito, viscosidade
0	valor de referência
Sobrescritos	
H	transporte turbulento de entalpia
M	transporte turbulento de massa
n	nominal
T	matriz transposta
U	transporte turbulento de momento
0	inicial

INTRODUÇÃO

Para estabelecer os limites de segurança de operação de uma instalação térmica, não importando a sua natureza, o comportamento dinâmico da transmissão de calor associada ao escoamento do fluido que arrefece o equipamento aquecedor tem de ser bem conhecido para todas as condições normais e anormais de operação. As maiores limitações são normalmente impostas pela máxima capacidade de remoção da energia térmica produzida nos elementos aquecedores do sistema.

Em sistemas que trabalham no regime de ebulição ou próximo deste, eventos que levem, por exemplo, aos fenômenos de ebulição de película e de secagem da superfície aquecida têm de ser evitados a todo custo. Isto é particularmente importante em núcleos de reatores nucleares, onde uma deterioração no processo de remoção de calor pode levar à destruição do revestimento dos elementos combustíveis, causando a liberação de produtos de fissão radioativos para o fluido refrigerante.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um programa computacional destinado à simulação de eventos transitórios em um número arbitrário de circuitos paralelos conectados a um reator onde um fluido, em regime monofásico ou bifásico, é aquecido por fontes de calor de natureza elétrica, química ou nuclear.

O termo reator designa um vaso de pressão provido internamente de barras aquecedoras cilíndricas, dispostas em matrizes e convenientemente espaçadas, refrigeradas superficialmente por um fluido em escoamento longitudinal. O feixe de barras aquecedoras constitui o núcleo do reator. Cada ramo conectado ao vaso de pressão do reator forma um circuito fechado constituído de uma bomba centrífuga para circulação do fluido refrigerante, de um trocador de calor para a dissipação da energia térmica produzida no núcleo, além das tubulações que conectam estes componente entre si e ao vaso de pressão.

Tal sistema assume neste desenvolvimento a configuração complexa de um reator nuclear com os respectivos circuitos primários de refrigeração. Outras instalações que funcionam segundo os mesmos princípios termodinâmicos e cujo núcleo possua a geometria supramencionada podem ser tratadas como casos particulares desse sistema mais geral.

Assim, as discussões nos capítulos subseqüentes concernirão essencialmente aos aspectos termo-hidrodinâmicos de reatores nucleares para geração de potência, como ênfase para os reatores a água pressurizada (PWR, *pressurized water reactors*).

O programa computacional, denominado PANTERA-2 (Programa para Análise Termohidráulica de Reatores a Água, versão 2), foi codificado na linguagem FORTRAN 77, compatível com FORTRAN 95, para computadores pessoais do tipo IBM PC. Várias características de PANTERA-2 com respeito aos modelos físicos e aos métodos numéricos provêm das versões predecessoras PANTERA-1 (Velo, 1980) e PANTERA-1P (Velo, 1985). A capacidade adicional de simulação de eventos transitórios em circuitos constitui a principal diferença entre PANTERA-2 e as versões de base.

O programa PANTERA-2 foi desenvolvido de modo a permitir duas modalidades de simulação. A primeira, mais ampla, visa a determinação das condições hidráulicas e térmicas no núcleo do reator durante eventos transitórios de decaimento de vazão no vaso de pressão causados pela perda de potência de bombeamento de uma ou mais bombas, em decorrência de pane no sistema de suprimento de potência dos motores elétricos, ruptura de eixo do conjunto motobomba, e travamento de rotor.

O problema consiste basicamente em resolver simultaneamente o conjunto de equações de conservação de massa, energia e momento do fluido no núcleo do reator e o sistema de equações de transmissão térmica nos elementos aquecedores, todas acopladas com as formulações que descrevem o escoamento nos vários circuitos.

As informações necessárias à solução são as características geométricas e termo-hidráulicas do feixe de barras cilíndricas que compõem o núcleo, dos volumes eulerianos que representam os vários componentes dos circuitos, bem como as características das bombas, dentre as quais se incluem as respectivas curvas homólogas. As condições de contorno são maneadas conforme o tipo de evento transitório a ser considerado.

Na segunda modalidade de análise, mediante a supressão dos circuitos e rearranjo apropriado das condições de contorno, as determinações estacionárias e transitórias são efetuadas apenas para o núcleo. Nesse caso particular, somente as equações de balanço do fluido no núcleo e as equações de transmissão térmica nos elementos aquecedores precisam ser resolvidas.

Em certas simulações em regime permanente, quando a distribuição de temperatura dos elementos aquecedores não for de interesse, o modelo de transmissão térmica poderá também ser suprimido. A supressão do modelo térmico pode também ocorrer em situações transitórias quando se deseja que a energia térmica gerada no núcleo seja depositada diretamente no fluido; nesse caso, a inércia térmica dos materiais dos elementos aquecedores não é levada em consideração.

As informações acerca do comportamento hidráulico e térmico do fluido refrigerante em elementos combustíveis de reatores nucleares são obtidas geralmente de experiências conduzidas em feixes de varetas eletricamente aquecidas que simulam as características do elemento. Parâmetros típicos – tais como as distribuições de temperatura (ou de entalpia específica) e de vazão de massa do fluido, além das características de queda de pressão, de mistura de fluido e de fluxo de calor crítico – podem ser obtidos dessas experiências sob condições preestabelecidas. Os métodos analíticos são depois utilizadas para estender o resultados experimentais a elementos combustíveis de reatores.

Nos últimos anos têm-se desenvolvido técnicas analíticas que permitem predizer o comportamento do fluido refrigerante em feixes de varetas aquecidas. Dentre essas, a análise por subcanais é a mais utilizada no momento. Nessa técnica, o feixe de varetas, percorrido longitudinalmente pelo fluido, é discretizado em um número finito de canais paralelos, lateralmente abertos, denominados subcanais. Pelo fato de os subcanais possuírem paredes laterais transparentes, o intercâmbio transversal de massa, energia e momento pode ocorrer com os subcanais adjacentes. As leis de balanço de massa, energia e momento linear são aplicadas a volumes de controle apropriadamente definidos nos subcanais e, então, resolvidas simultaneamente, através de métodos numéricos computacionais, para a obtenção dos campos de grandezas típicas do fluido na matriz de subcanais.

Os programas de computadores que implementam a técnica de subcanais são comumente denominados códigos de subcanais. Os programas da série COBRA (Rowe, 1967, 1969, 1971 e 1973; Stewart et alii, 1977; Jackson e Todreas, 1981), THINC-I e IV (Chelemer, Weisman e Tong, 1967 e 1972), HAMBO (Bowring, 1967), FLICA (Fajeau, 1969), THERMOHYDRAULIK (Ulrych, 1976) e VIPRE-01 (Stewart, 1985) são exemplos de códigos de subcanais. Apesar de esses programas terem sido desenvolvidos independentemente, os seus modelos matemáticos e físicos são semelhantes.

A formulação de subcanais empregada em PANTERA-2 provém de COBRA-IIIC (Rowe, 1973). A diferença mais significativa entre ambos reside nos métodos utilizados para a solução das componentes axial e transversal da equação de balanço do momento linear. Enquanto em COBRA-IIIC, assim como nos demais códigos desta série, as duas equações são combinadas para produzir um sistema de equações lineares para as vazões transversais, em PANTERA-2 a combinação resulta em um sistema linear para os gradientes axiais de pressão nos subcanais. Esta estratégia apresenta enormes vantagens em relação ao método orientado para as vazões transversais porque o sistema de equações resultante exibe propriedades especiais, podendo ser resolvido rapidamente por meio de técnicas iterativas, como o método das sobre-relaxações sucessivas. Isto é particularmente importante no caso de feixes com elevado número de subcanais.

Presentemente, a investigação de transitórios de falha de bombas em circuitos de reatores tem sido efetuada em duas fases. Na primeira fase, utilizando-se um programa para análise de bombas, determina-se a vazão do reator em função do tempo, que, em uma segunda fase, são levadas como condições de contorno a um programa de subcanais que avalia especificamente as grandezas térmicas e hidráulicas do reator. Esse procedimento, além de ser demorado e entediante, fornece resultados apenas aproximados, uma vez que a passagem de um programa para outro pressupõe um comportamento quase-estacionário para o transitório. Em PANTERA-2, a análise é realizada de forma direta, em uma só fase.

A capacidade de realizar a análise por subcanais em conjunção com a simulação de circuitos constitui a característica fundamental de PANTERA-2. Nenhum dos códigos citados anteriormente possui tal capacidade. E não é do conhecimento do autor a existência de qualquer outro programa de domínio público com essa dupla finalidade. Crê-se que estes argumentos, por si só, justificam a originalidade e a importância do presente trabalho.

As características mais importantes de PANTERA-2 são sumariadas a seguir:

- As equações de conservação da massa, da energia e do momento linear para o escoamento em subcanais são escritas sob a forma de diferenças finitas e, então, resolvidas numericamente através de uma técnica implícita. As componentes axial e transversal da equação do momento são combinadas para produzir um sistema de equações lineares para os gradientes axiais de pressão nos subcanais. Isto significa que o método implícito é orientado para campo de pressão.

- As fórmulas que descrevem a dinâmica do fluido nos circuitos e o movimento das bombas formam sistemas de equações diferenciais ordinárias que são integrados no programa com o método de Runge-Kutta de quarta ordem.
- A equação de transmissão térmica nas barras aquecedoras cilíndricas, com características de varetas combustíveis nucleares, é resolvida por meio de uma técnica colocação ortogonal.
- Codificação em FORTRAN 77 compatível com FORTRAN 95, conforme o compilador Lahey/Fujitsu Fortran 95 v5.6.
- Utilização de blocos COMMON para facilitar a redução ou ampliação da área de memória requerida pelo programa. O dimensionamento de variáveis dentro de um bloco é feito por constantes inteiras que assumem valores através de instrução PARAMETER.
- Inicialização automática para zero de todas as variáveis contidas nos blocos COMMON.
- Entrada de dados em formato livre.
- Há duas opções para a seleção dos sistemas de unidades dos dados de entrada e resultados de saída: o Sistema Internacional com seus múltiplos e submúltiplos e o Sistema Britânico podem ser usados independentemente. Internamente, o programa opera no Sistema Internacional, porém com a temperatura em °C.
- As tabelas de propriedades termodinâmicas e de transporte da água em função da pressão e temperatura podem ser geradas internamente com as formulações proposta pelo IFC (International Formulation Committee).
- Modelo de transmissão térmica com propriedades térmicas do combustível e revestimento dependentes da temperatura.
- Modelos para a condutância térmica na interface combustível-revestimento.
- Correlações de transferência de calor para vários regimes de ebulição.
- A taxa de geração volumétrica de calor e a densidade do combustível podem ser radialmente não-uniformes.

- Consideram-se os termos de condução axial na equação da energia para os subcanais e na equação de transmissão térmica para as varetas combustíveis.
- Modelo de cálculo da mistura transversal forçada por arames helicoidais.
- Disponibilidade de tabelas padronizadas para o cálculo do fluxo de calor crítico, além das correlações usuais.
- Densidade do fluido variável ao longo dos circuitos. O escoamento do fluido nos circuitos é, por hipótese, isocórico, mas a densidade é calculada em função da entalpia específica local e da pressão de referência do sistema.
- Utilização da forma polar para representar as curvas homólogas das bombas.

O trabalho subdivide-se em dez capítulos. O Capítulo 1 compreende o presente texto introdutório. As razões que justificam a escolha do assunto desenvolvido no trabalho são apresentadas no Capítulo 2. O sistema físico a ser simulado e as leis gerais de balanço são discutidos no Capítulo 3. Ainda nesse capítulo, considerando-se certas hipóteses simplificativas, deduzem-se, das leis gerais, as equações integrais correspondentes aos balanços de massa, energia e momento que serão usadas no desenvolvimento dos modelos analíticos para subcanais e circuitos. No Capítulo 4, as leis de balanço integral de massa, energia e momento são aplicadas a subcanais a fim de obter as equações de derivadas parciais que regem o escoamento. Mediante a subdivisão dos subcanais em um número arbitrário de segmentos axiais, as formas de diferenças finitas dessas equações são também deduzidas nesse capítulo. O Capítulo 5 ocupa do desenvolvimento e solução das equações que governam o escoamento em circuitos e o movimento de bombas centrífugas. As formulações do modelo de transmissão térmica em varetas combustíveis nucleares são apresentadas no Capítulo 6. A aplicação do método implícito na solução numérica das equações de diferenças finitas para o escoamento em subcanais bem como o algoritmo computacional do programa PANTERA-2 são discutidos no Capítulo 7. No Capítulo 8 descrevem-se os modelos físicos e as relações constitutivas necessários à solução do conjunto de equações para o escoamento em subcanais e circuitos e a transmissão térmica em varetas combustíveis. O Capítulo 9 destina-se à apresentação de três exemplos de utilização de PANTERA-2, incluindo aí comparações entre resultados calculados e dados experimentais. Enfim, conclusões e recomendações são apresentadas no Capítulo 10.

MOTIVAÇÃO

Após um período de mais de trinta anos de desenvolvimento tecnológico e experiência operacional, as centrais nucleares destinadas à geração comercial de potência vêm passando recentemente por um processo de refinamentos e melhoramentos sob os aspectos de operação e controle, ao mesmo tempo em que se inicia o desenvolvimento da próxima geração de reatores.

Como uma fonte de energia que ora contribui e tende a continuar contribuindo de forma significativa e crescente com o desenvolvimento social e econômico da sociedade, bem como da preservação do meio ambiente global, a energia de origem nuclear desponta inexoravelmente – apesar das inúmeras controvérsias acerca de sua segurança e do destino final a ser dado aos rejeitos radioativos – como a solução do problema de crescimento da demanda energética mundial.

Hoje, o sonho de uma energia limpa, como, por exemplos, a fusão nuclear e o aproveitamento em larga escala da energia solar, reveste-se de imensos problemas tecnológicos sem solução imediata em um futuro próximo. Por causa disso e em virtude do esgotamento das fontes convencionais de energia, do surto de desenvolvimento nos países antes classificados como do “terceiro mundo”, vários dos quais desprovidos de recursos energéticos naturais, dos tratados internacionais para a preservação ambiental do planeta, entre outras razões, a geração de energia nuclear deverá assumir um papel significativo neste novo século. Neste cenário um tanto incerto, desenvolvimentos tecnológicos orientados para a segurança e economia dos reatores nucleares tornar-se-ão progressivamente mais importantes e urgentes.

No que tange a essas iniciativas, uma das considerações mais importantes do ponto de vista tecnológico, com enorme impacto sobre a segurança e a economia, relaciona-se ao comportamento nuclear e termo-hidrodinâmico dos reatores nucleares. Especificamente, a análise por subcanais de elementos combustíveis pode ser incluída como um dos itens que carecem ainda de muita pesquisa e desenvolvimento. Felizmente, muitos pesquisadores vêm trabalhando nesta área e resultados significativos têm sido acumulados, em especial no que

diz respeito à modelagem analítica, aos métodos numérico-computacionais de análise, às técnicas de medidas de grandezas físicas do escoamento bifásico, e à interpretação de resultados via processamento de imagens.

Os problemas relativos à termofluidodinâmica em feixes de varetas combustíveis nucleares são, em geral, de natureza extremamente complexa, envolvendo diferentes modalidades de mecanismos de transporte, não-linearidades, mudanças de fase, fenômenos decorrentes de desequilíbrio entre fases, e outros fenômenos inerentes ao escoamento bifásico líquido-vapor.

O procedimento normalmente adotado para investigar o desempenho termo-hidráulico de um novo projeto de elemento combustível tem sido a realização de experimentos em maquetes representativas do elemento em consideração e, então, usar técnicas analíticas para estender os resultados de laboratório à geometria e condições do elemento combustível.

O custo desses ensaios representam hoje uma parcela significativa do custo final do elemento combustível. Por esta razão, o maior desafio com que ora se defrontam os pesquisadores tem sido o desenvolvimento de técnicas analíticas suficientemente confiáveis, de modo que os experimentos possam ser reduzidos a um mínimo necessário, senão abolidos. O projeto e a otimização de novos elementos combustíveis por meio de códigos computacionais terão certamente um impacto significativo no custo da energia gerada, tornando-a cada vez mais competitiva em relações às outras fontes.

O método da análise por subcanais desponta como uma das técnicas mais promissoras a ser usada em conjunção com as práticas de projeto e avaliação de segurança. Todavia, é preciso reconhecer que o método de subcanais tem de ser aplicado a um espectro amplo de condições que inclui, não apenas situações estacionárias, mas também eventos transitórios sob as mais diversas condições operacionais do reator, para as quais existe uma série infindável de problemas sem solução ou resolvidos parcialmente através do empirismo.

A generalização dos modelos físicos e matemáticos não será conduzida por um único pesquisador ou por um grupo isolado de pesquisadores. Ela virá do intercâmbio de conhecimento e experiência acumulados sobre o assunto. Informações acerca do desenvolvimento, verificação e aplicação de modelos e métodos nas várias instituições

mundiais permitem identificar e extrair os problemas e, então, definir as direções da pesquisa e desenvolvimento.

Existe uma falsa idéia de que a tecnologia de reatores refrigerados a água encontra-se perfeitamente desenvolvida e que só alguns poucos problemas carecem ainda de solução. A realidade é, entretanto, bem diferente: numerosos fenômenos do escoamento permanecem obscuros e longe de serem perfeitamente descritos por modelos físicos generalizados. Dentre as inúmeras dificuldades a serem resolvidas, as seguintes poderiam ser citadas:

- Diversidade e complexidade dos processos físicos.
- Generalização das configurações do escoamento.
- Multiplicidade de parâmetros físicos e grupos adimensionais.
- Definição, caracterização e regras de transição dos regimes de ebulição.
- Determinação de características hidráulicas do escoamento bifásico, tais como fração volumétrica de vazio e queda de pressão.
- Determinação precisa do coeficiente de transferência de calor em canais com singularidades (grades, aletas misturadoras, obstáculos, etc.).
- Análise de vibrações em elementos combustíveis decorrentes das interações do fluido com estruturas.
- Generalização dos modelos físicos para descrição dos fenômenos de transição de ebulição e de secagem (*dryout*).
- Modelagem dos transportes turbulentos de massa, energia e momento que resultam da mistura cruzada de fluido no interior do feixe de varetas.

A modelagem suficientemente precisa dos fenômenos físicos associados ao escoamentos monofásico e bifásico leva não somente à redução dos fatores de acréscimo de segurança do projeto e à supressão dos experimentos de grande escala, mas também a uma melhor compreensão do fenômeno em si. Na análise por subcanais, a expectativa é que formulações analíticas mais precisas, resolvidas com a ajuda de computadores cada vez mais potentes, velozes e acessíveis, conduzam a um melhor entendimento de fenômenos, como, por exemplo, a transição do regime de ebulição nucleada para o regime de ebulição de

película (ou transição de ebulição), algo indesejável em reatores que trabalham em condições de ebulição ou próximo dessas.

Uma das maiores limitações dos reatores refrigerados a água é definida em termos da transição de ebulição. O conhecimento imperfeito do fenômeno obriga o projetista de elementos combustíveis a avaliar o fenômeno sob um ângulo pessimista, o que o leva a sobrestimar as margens de segurança, em detrimento de uma maior extração de energia térmica do elemento.

Por uma questão de custo laboratorial, principalmente, os critérios de projeto de um elemento combustível têm sido estabelecidos com base em um número relativamente pequeno de dados experimentais e os experimentos abrangem testes fundamentais que focalizam mais as grandezas físicas de interesse que o fenômeno físico em si. Como consequência, os dados experimentais obtidos de tais experimentos não são generalizados por interpretação detalhada do fenômeno, mas são usados apenas para produzir formulações empíricas, cuja aplicação se restringe à geometria e às condições do experimento. Essa atitude é justificada pelo fato de os modelos analíticos não serem capazes de representar o fenômeno em toda sua extensão, mas apenas parte dele. Por outro lado, as largas margens de segurança consideradas no projeto descartam a necessidade de determinações detalhadas. É por estas razões que existe uma enorme diversidade de relações empíricas para descrever um mesmo fenômeno.

Graças aos recentes avanços na ciência da computação e na tecnologia de computadores, os desenvolvimentos numérico-computacionais estão evoluindo rapidamente para resolver as equações fundamentais. E não é nenhum exagero imaginar que num futuro não muito distante um único código computacional será capaz de realizar uma ampla gama de análises que hoje precisam ser efetuadas por uma multiplicidade de programas separados. A disponibilidade de códigos que realizam simultaneamente a análise neutrônica acoplada à análise por subcanais já é realidade.

Resolvendo diretamente as equações fundamentais de balanço, o que irá requerer o auxílio de supercomputadores, uma grande quantidade de informações acerca dos fenômenos físicos poderá ser obtida. Na análise por subcanais, esforços são desejáveis para substituir as numerosas relações empíricas por modelos tão detalhados quanto possível. Esses esforços ajudarão a entender os fenômenos envolvidos e a generalizar o método.

Atendo-se à termo-hidrodinâmica de reatores nucleares, os códigos de subcanais têm sido ferramentas úteis à avaliação de novos projetos e à determinação das margens de segurança operacional de elementos combustíveis nucleares. Além disso, eles se encontram em posição de permitir a extrapolação de margens de segurança de ensaios em maquetes a limites de projeto de elementos combustíveis. A este respeito, há vários tópicos para ser explorados. Em particular, os dois itens seguintes são de grande importância no momento:

- Capacidade de análise transitória: É necessário melhorar a capacidade dos códigos a fim de que possam calcular diretamente eventos transitórios em feixes de varetas, visando principalmente o comportamento transiente das grandezas associadas ao fenômeno de transição de ebulição e secagem de película.
- Modelo de espaçadores: Os fenômenos de transição de ebulição e de secagem de película são fortemente influenciados pela configuração das grades que mantêm o espaçamento das varetas combustíveis, especialmente se essas grades são providas de aletas misturadoras. A maioria dos códigos de subcanais não dispõem de modelos capazes de prever o comportamento desses fenômenos na vizinhança de uma grade. Os modelos existentes baseiam-se no empirismo.

É evidente que o nível de precisão dos resultados obtidos com o método de subcanais depende da completitude das equações de balanço utilizadas e da acurácia das relações constitutivas usadas para resolvê-las. Entretanto, as primeiras dificuldades surgem quando as equações constitutivas são derivadas de dados experimentais:

- Muitas das correlações empíricas dos escoamentos monofásico e bifásico são derivadas de experimentos em tubos; poucas são desenvolvidas para geometria de subcanais.
- Os experimentos em feixes de varetas, que visam normalmente investigar o comportamento global do fluido, não são apropriados ao estudo das interações localizadas dos campos de variáveis que descrevem o escoamento no interior do feixe.
- A média estatística e o desvio-padrão associados a uma amostragem com um número infinito de pontos, embora seja possível em conceito, não pode ser realizada na prática.

Pelo lado numérico, é preciso ter em mente que os resultados previsto por um programa computacional podem conter desvios decorrentes de:

- Uso inadequado de correlações empíricas fora dos intervalos para os quais foram desenvolvidas.
- Erros residuais em soluções de sistemas e critérios de convergência.
- Difusão de erros numéricos provenientes das aproximações dos termos convectivos e difusivos e das derivadas temporais.
- Incertezas inerentes aos modelos físicos.

Os dois primeiros itens podem ser minimizados pela escolha cuidadosa dos modelos constitutivos e pelo aprimoramento dos algoritmos que lidam com matrizes. A difusão de erros numéricos pode tornar-se importante quando se emprega esquemas de solução com precisão de primeira ordem.

Na maioria dos códigos de subcanais utiliza-se formulação de Euler, com os termos convectivos e difusivos e os termos de derivadas temporais aproximados por diferenças finitas. Como consequência, erros numéricos de primeira ordem são inevitáveis. Por causa disso, uma boa concordância entre resultados calculados e dados experimentais deve ser interpretada com cautela. Antes de emitir uma conclusão definitiva a esse respeito, seria prudente investigar por que o modelo analítico fornece bons resultados. Isso poderia ser feito, em princípio, quantificando-se os erros numéricos e verificando a propagação desses em relação às incertezas inerentes aos modelos físicos empregados no código. Contudo, estas dificuldades, em particular, aquela relacionada aos modelos físicos não podem ser facilmente e completamente superadas.

O desenvolvimento dos códigos de subcanais nas três últimas décadas do século passado constituiu uma atividade contínua na maioria das instituições internacionais com interesse acadêmico ou comercial no assunto. Sumários detalhados acerca do estágio de desenvolvimento desses códigos – incluindo descrição de modelos constitutivos, estratégias numéricas e comparações com dados experimentais – são apresentados em numerosos artigos. Revisões que bem refletem o conhecimento, os esforços de pesquisa e tendências dessa época foram apresentadas por Weisman e Bowring (1975) e Wolf et alii (1987). Uma

coletânea de excelentes trabalhos sobre o método de subcanais, com ênfase à identificação de problemas a serem resolvidos, melhoramentos a serem feitos e necessidades de P&D, foram editados no Japão por Ninokata e Aritomi (1992). Abrangendo um espectro mais amplo, no qual se pode incluir a análise por subcanais, Delhay e Garnier (1999) relatam os resultados de um estudo realizado na França para identificar as deficiências da termo-hidráulica geral e definir as direções dos esforços de pesquisa e desenvolvimento a serem seguidas na corrente década.

É interessante notar que os esforços de desenvolvimento da metodologia de subcanais, incluindo o esforço empreendido no presente trabalho, concentraram-se em uma linha de códigos tradicional, isto é, na geração de programas computacionais com modelos físicos e algoritmos numéricos caracterizados por COBRA-IIIC (Rowe, 1973). Desde então, os múltiplos esforços resultaram em versões melhoradas, especialmente, com respeito aos seguintes pontos:

- Extensão do método analítico a outras classes de problemas.
- Aprimoramento dos modelos constitutivos.
- Ampliação do esquema de solução numérica das equações de balanço a fim de permitir a solução dessas sob uma variedade de condições de contorno e amplo espectro de situações transitórias.
- Otimização do algoritmo numérico com vistas à utilização do código na análise de feixes com largo número de subcanais.

Quase três décadas já se passaram desde a publicação do artigo pioneiro de Weisman e Bowring (1975) sobre o panorama dos códigos de subcanais disponíveis naquela época. Nesse ínterim, uma diversidade de novos programas fundamentados na estratégia computacional dos códigos COBRA foi desenvolvida e vários deles têm sido largamente utilizados pela indústria nuclear e órgãos de licenciamento como ferramentas de projeto e análise termo-hidráulicos. Ainda hoje, a consideração de novos fenômenos, a incessante procura por novos modelos constitutivos mais precisos e gerais, a detecção de discrepâncias entre dados experimentais e resultados previstos pelos programas ora existentes têm levado ao desenvolvimento continuado de códigos de subcanais cada vez mais completos e mais eficientes.

O desenvolvimento dos códigos PANTERA (acrônimo de Programa para Análise Termo-hidráulica de Reatores a Água) no Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN), em Belo Horizonte, Minas Gerais, teve início em 1975 e a liberação da primeira versão do programa (Veloso, 1978) ocorreu em 1978.

Dentre os melhores códigos de subcanais existentes à época, COBRA-IIIC (Rowe, 1973) era um dos poucos com documentação e programas-fonte de domínio público. Por isso, a maioria das instituições de pesquisa com interesse na simulação de subcanais utilizava o COBRA-IIIC ou versões próprias derivadas deste. O uso generalizado do programa propiciara um grande intercâmbio de informações. Descrições de novas versões do código e resultados de investigações teóricas e experimentais sobre subcanais eram freqüentemente encontrados na literatura. Esse ambiente propício levou à idéia de desenvolver também no CDTN um código de subcanais. Naquele momento, a escolha dos modelos físicos e da estratégia numérico-computacional de COBRA-IIIC como ponto de partida para o desenvolvimento de PANTERA foi algo inevitável.

Até o advento do primeiro IBM PC, em 1981, todos os programas computacionais tinham de ser processados em computadores de grande porte (*mainframes*), cujos custos de utilização eram, via de regra, arcados pelo usuário, seja como indivíduo ou como instituição, que nem sempre detinha a propriedade da máquina. O custo final de um processamento, relativamente elevado, crescia diretamente com o tempo de duração da execução e com o tamanho da área de memória exigida pelo programa. Por razões econômicas, portanto, era de suma importância a otimização dos programas a fim de minimizar a área de memória e o tempo de execução por eles requeridos. E o CDTN não era uma exceção a essa regra de economia. Assim, o desenvolvimento dos códigos PANTERA sempre foi caracterizado pela busca incessante de métodos numéricos e algoritmos computacionais eficientes e otimizados, com vistas a reduzir ao máximo os custos de utilização dos programas.

É do feitio acadêmico apresentar em um trabalho desta natureza uma revisão bibliográfica. Contudo, crê-se que a discussão de algumas fontes da longa lista de referências exarada no fim desta dissertação, mesmo das que poderiam ser consideradas fundamentais, por tratarem do mesmo assunto, seria algo repetitivo e de pouca utilidade para o leitor. Por isso, decidiu-se tão-somente pela citação das referências no corpo do trabalho; a maior ou menor importância de cada fonte ficará evidente do próprio contexto.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA E LEIS DE BALANÇO

Este capítulo trata daqueles aspectos introdutórios relacionados ao problema de simulação analítica de eventos termo-hidráulicos transitórios em sistemas térmicos de multicircuitos com multibombas. Tais sistemas, em sua forma mais complexa, serão aqui representados por um reator nuclear. A maior parte do capítulo destina-se à introdução das equações de balanço que governam o escoamento do fluido refrigerante no núcleo e nos circuitos de refrigeração do reator. Essas equações ocorrem como formas especiais de formulações mais gerais oriundas da mecânica dos meios contínuos, cujos fundamentos, conceitos e fórmulas podem ser encontrados em bibliografia específica, especialmente nos escritos de Serrin (1959), Truesdell e Toupin (1960), Truesdell e Noll (1965), Aris (1989) e Slattery (1972, 1999). Os textos de Serrin, Truesdell e Toupin, e Truesdell e Noll encontram-se publicados na forma de separatas na enciclopédia *Handbuch der Physik*.

Serrin apresenta em uma forma matematicamente correta e concisa os princípios da mecânica clássica dos fluidos, incluindo o desenvolvimento das equações fundamentais e tópicos especiais sobre fluidos viscosos, turbulência, ondas de choque. Aris ocupa didaticamente da aplicação de vetores e tensores à teoria da mecânica dos fluidos. Os dois livros de Slattery são equivalentes em conteúdo e seguem, ainda que de forma condensada, a mesma linha de desenvolvimento proposta por Truesdell e colaboradores.

As discussões de Truesdell e Toupin (1960) são particularmente interessantes na medida em que refletem uma outra abordagem da mecânica dos fluidos, raramente encontrada nos livros-texto clássicos. Além de rever historicamente o desenvolvimento da mecânica dos fluidos desde o século XVII, com o objetivo de identificar as reais contribuições de Newton, Euler, Cauchy, Lagrange, Stokes e de outras mentes brilhantes nesse campo da física, Truesdell e Toupin expõem, com a ajuda do cálculo tensorial, a mecânica dos meios contínuos com extraordinária generalidade, clareza e elegância. Símbolos e convenções bem escolhidos podem, em certos casos, imprimir grande simplicidade à exposição de uma teoria e permitir notável economia de raciocínio. Um bom exemplo disso é encontrado nas formulações propostas por Truesdell e Toupin.

3.1 SISTEMA TERMONUCLEAR

Na história relativamente recente da indústria nuclear, muitos tipos de reatores nucleares têm sido propostos para a produção de vapor. Em linhas básicas, os vários tipos de reatores podem ser classificados em quatro grupos, conforme as várias combinações possíveis do meio moderador de nêutrons e do fluido refrigerante. As principais características desses grupos são descritas a seguir:

- 1) Reatores moderados e refrigerados a água leve (H_2O) que utilizam como combustível o dióxido de urânio enriquecido em urânio-235. Os reatores a água pressurizada (PWR, *pressurized water reactor*) e os reatores a água fervente (BWR, *boiling water reactor*) incluem-se nesta categoria. Os reatores russos da linha WWER funcionam segundo os mesmos princípios de um PWR.
- 2) Reatores a UO_2 natural moderados e refrigerados a água pesada (D_2O). Este grupo abrange os reatores canadenses do tipo CANDU (*Canadian deuterium-uranium*) e os reatores PHWR (*pressurized heavy-water reactor*). Este último tipo, desenvolvido pela Siemens AG na Alemanha, representa a linha de reatores adotada atualmente na Argentina.
- 3) Reatores moderados a grafita e refrigerados a gás. Neste grupo incluem-se os reatores dos tipos Magnox a urânio metálico, AGR (*advanced gas-cooled reactor*) a dióxido de urânio (UO_2) enriquecido, e HTGR (*high-temperature gas reactor*) a carboneto de urânio (UC) ou dióxido de tório (ThO_2) enriquecidos. Os reatores russos do tipo RBMK (Chernobyl, por exemplo) são também moderados a grafita, embora, excepcionalmente, utilizem a água leve fervente como refrigerante.
- 4) Reatores sem moderador e refrigerados usualmente por sódio líquido. Incluem-se nesta categoria os reatores a metal líquido (LMR, *liquid metal reactor*) e os reatores rápidos regeneradores a metal líquido (LMFBR, *liquid metal fast breeder reactor*). O moderador é dispensável porque as reações de fissão envolvem essencialmente nêutrons rápidos. O combustível desses reatores consiste de uma mistura de dióxidos de urânio e plutônio (UO_2-PuO_2) e, às vezes, de uma mistura de urânio e plutônio metálicos.

Qualquer tentativa de descrever aqui os vários tipos de reatores poderia resultar em algo incompleto e certamente não passaria de mera transcrição de informações disponíveis na literatura. Assim, prefere-se omitir essa descrição, indicando, contudo, algumas fontes que incluem tópicos específicos sobre esse tema. Ao leitor iniciante em engenharia nuclear que tenha interesse na área recomenda-se a leitura de Collier e Hewitt (1987, p. 23). As discussões técnicas de Lamarsh (1983, p. 119), de Todreas e Kazimi (1990a, p. 1) ou de Glasstone e Sesonske (1994, p. 759) seriam mais indicadas ao leitor experiente que queira revisitar o assunto.

3.1.1 Componentes Principais de uma Central Nuclear

Para simplificar a apresentação, a discussão que se segue concentra-se naquele tipo de reator hoje predominante e cuja hegemonia provavelmente se manterá nas próximas décadas, em razão da longa experiência operacional e do crescente domínio de seus aspectos tecnológicos. Tal sistema é representado nesta descrição pelos reatores a água pressurizada (PWR). A teoria tratada neste capítulo é, contudo, suficientemente geral, podendo ser estendida a outros sistemas térmicos similares e a outros tipos de reatores como, por exemplo, reatores a água fervente (BWR), reatores a água pesada pressurizada (PHWR), reatores a metal líquido (LMR e LMFBR).

As centrais nucleares do tipo PWR para geração de energia elétrica, dependendo do fabricante e do nível de potência, podem ter dois, três ou quatro circuitos primários por reator. A Figura 3.1.1-1 ilustra uma instalação típica de quatro circuitos.

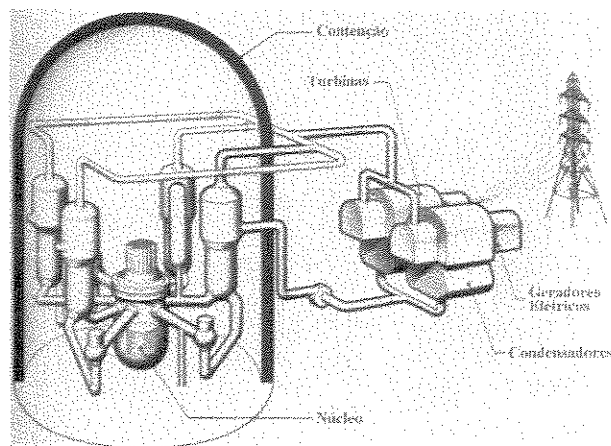


Figura 3.1.1-1 Central PWR de quatro circuitos.

Os principais componentes do circuito primário de refrigeração de um reator a água pressurizada encontram-se representados esquematicamente na Figura 3.1.1-2. Cada circuito consiste basicamente de um gerador de vapor, de uma bomba de circulação principal e das tubulações que conectam esses componentes entre si e ao vaso de pressão do reator. A constância da pressão da água de refrigeração do núcleo é mantida por um único pressurizador instalado em um dos ramos que liga o vaso do reator ao gerador de vapor.

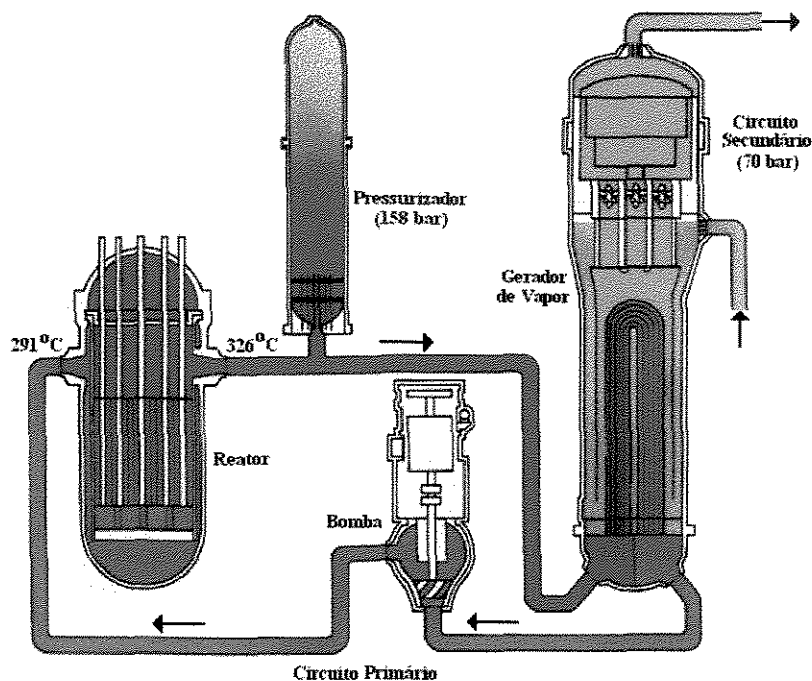


Figura 3.1.1-2 Circuito de refrigeração de um reator PWR.

Um sistema termonuclear funciona de maneira muito semelhante àquele de uma unidade convencional para conversão de energia térmica, no qual o calor gerado por alguma fonte de qualquer natureza tem de ser removido pela circulação de um fluido refrigerante. No sistema da Figura 3.1.1-2, que particularmente representa um dos quatro circuitos primários de refrigeração da central nuclear Angra-2, água comum desmineralizada a uma temperatura de 291°C, aproximadamente, é bombeada a uma vazão total de 18.800 kg/s através de um vaso de pressão que contém o núcleo do reator. O núcleo consiste de 45.548 varetas cilíndricas de combustível nuclear (UO_2), dispostas verticalmente em matrizes quadradas. No vaso de pressão (veja Figura 3.1.1-3), a água flui inicialmente para baixo no espaço anular entre o barril do núcleo e a parede do vaso e, após atingir o fundo do vaso,

flui para cima removendo a potência térmica de aproximadamente 3694 MW, gerada nas varetas combustíveis por reações de fissão, atingindo à saída uma temperatura de cerca de 326°C. Em seguida, a água passa pelas tubulações em U do gerador de vapor, vaporiza a água a baixa pressão (~70 bar) do circuito secundário que circula entre a carcaça e os tubos de gerador de vapor, e retorna ao vaso de pressão à temperatura de 291°C. O vapor produzido no circuito secundário é utilizado para acionar um conjunto turbogerador. O pressurizador, mediante o controle do nível de água e de vapor, mantém a pressão do circuito primário em torno de 158 bar.

Os valores de temperatura, pressão, vazão e de potência mencionados acima se referem especificamente à central nuclear Angra-2. Evidentemente, outras instalações do mesmo tipo podem apresentar condições operacionais diferentes.

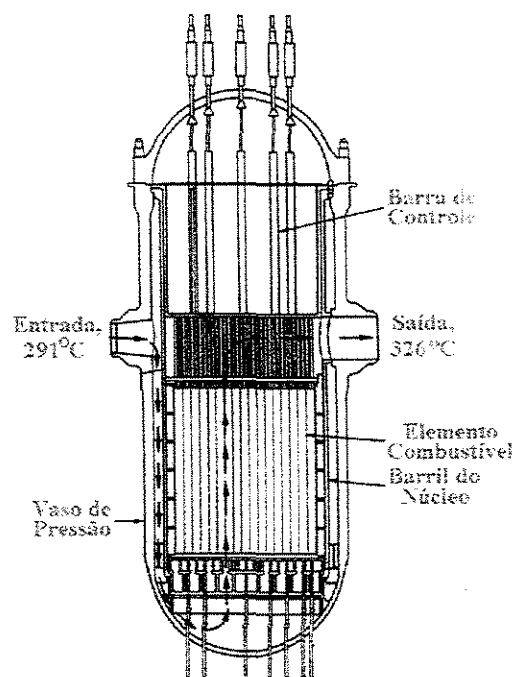


Figura 3.1.1-3 Vaso de pressão de um PWR.

Os núcleos dos reatores nucleares para produção de potência compõem-se usualmente de conjuntos de varetas combustíveis cilíndricas imersas em um fluido que, ao escoar longitudinalmente nos espaços existentes entre as varetas, remove a energia térmica produzida por fissão no material combustível. A esses conjuntos de varetas atribui-se o nome de *elementos combustíveis*.

A título de exemplo, o núcleo do reator da central nuclear Angra-2, cuja seção transversal é mostrada na Figura 3.1.1-4, possui 193 elementos, cada um dos quais consiste de 16×16–20 varetas combustíveis com diâmetro externo de 10,75 mm e um comprimento ativo de 3900 mm, perfazendo um total de 45.548 varetas. As 20 posições em cada elemento não ocupadas por varetas combustíveis alojam os *tubos-guia* das barras de controle do reator.

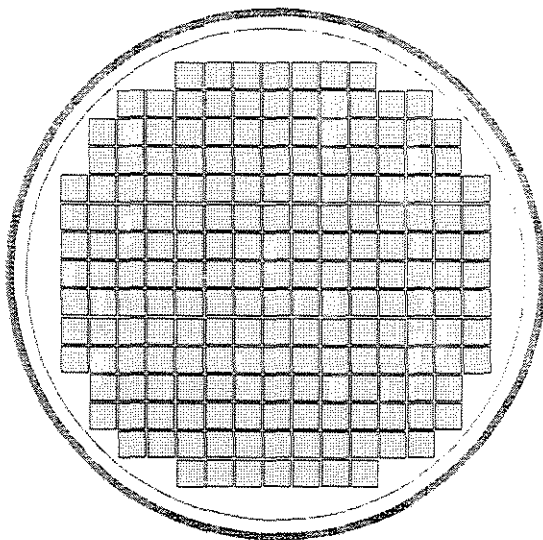


Figura 3.1.1-4 Núcleo de Angra-2.

As varetas combustíveis são tubos de ligas especiais (zircônio, aço inoxidável) recheados com o material combustível e selados em ambas as extremidades. Para PWR e BWR, a coluna combustível consiste usualmente de pequenas pastilhas cilíndricas (cerca de 10 mm de diâmetro e 12 mm de altura) de dióxido de urânio enriquecido de 2 a 4% em peso de urânio-235. Evidentemente, as características do material combustível para outros tipos de reatores podem ser diferentes. O revestimento metálico do combustível assegura a retenção dos produtos de fissão, especialmente de gases, e evita o ataque químico do combustível pelo fluido refrigerante.

As duas principais características de um elemento combustível são a configuração matricial das varetas e o artifício mecânico utilizado para separá-las e sustentá-las. A configuração quadrada é comum à maioria dos reatores comerciais. Contudo, elementos combustíveis com arranjos circulares e hexagonais são também utilizados em alguns tipos particulares de reatores. No caso de um reator a água pressurizada típico, as varetas

combustíveis são dispostas em uma matriz quadrada, tal como ilustra a Figura 3.1.1-5.

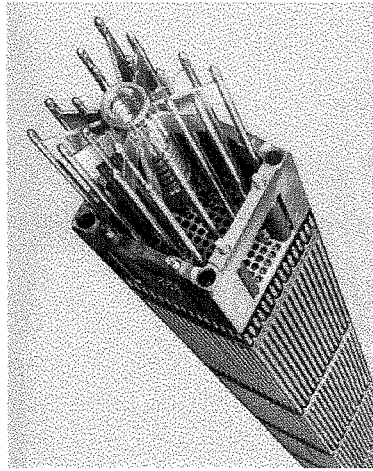


Figura 3.1.1-5 Elemento combustível de PWR.

A integridade mecânica do elemento combustível e o espaçamento das varetas são proporcionados por *grades espaçadoras* distribuídas ao longo do elemento. O espaçamento axial das grades é mantido pelos tubos-guia das barras de controle que são soldados às grades. Para facilitar a montagem e desmontagem do elemento e também para evitar a sua deformação sob o efeito da expansão térmica, as varetas não são soldadas à grade e sim sustentadas por encostos que atuam como molas e suportes nas faces das tiras metálicas que compõem a estrutura da grade, como ilustra a Figura 3.1.1-6. Embora não sejam mostradas na figura, as grades podem dispor-se de aletas cuja função é a de promover a mistura de refrigerante dentro do elemento combustível, homogeneizando-se assim a distribuição de temperatura do fluido.

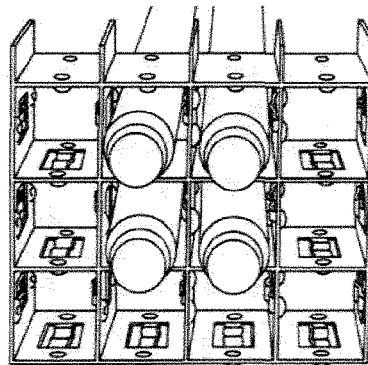


Figura 3.1.1-6 Parte de uma grade espaçadora sem aletas.

3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO

A simulação analítica de sistemas de conversão de energia térmica envolve a solução das equações de transporte de massa, de quantidade de movimento e de energia. As formulações são freqüentemente obtidas mediante a simplificação das equações gerais de conservação, levando-se em consideração o nível necessário de resolução da distribuição espacial das variáveis, a natureza e estado do fluido envolvido, os fenômenos a serem investigados e a precisão numérica desejada.

Muitos dos transitórios importantes que podem ocorrer em sistemas térmicos estão associados à falha de uma ou mais bombas nos circuitos de refrigeração do sistema. Falhas de bombas causadas por perda súbita de potência, ruptura de eixo da bomba, travamento de rotor, ação inadvertida do operador são eventos de ocorrência relativamente comum em todos os tipos de unidades térmicas. A análise de tais eventos e de seus efeitos sobre as condições termofluidodinâmicas no núcleo do reator é objeto deste trabalho.

Esta seção destina-se à apresentação das equações gerais de balanço, a partir das quais se deduzem as fórmulas especiais que descrevem o movimento do fluido no núcleo e nos circuitos do reator.

3.2.1 Conceitos do Escoamento Bifásico

Antes de iniciar o desenvolvimento das equações de balanço, talvez seja conveniente rever alguns conceitos básicos e terminologia comumente empregados na análise do escoamento bifásico. Com este intuito, considere-se um canal no qual duas fases (sistema líquido-vapor) fluem no mesmo sentido e suponha-se que o escoamento seja estacionário e unidimensional, isto é, as quantidades físicas de cada fase só dependem da coordenada associada à direção do escoamento. Tal sistema é ilustrado na Figura 3.2.1-1.

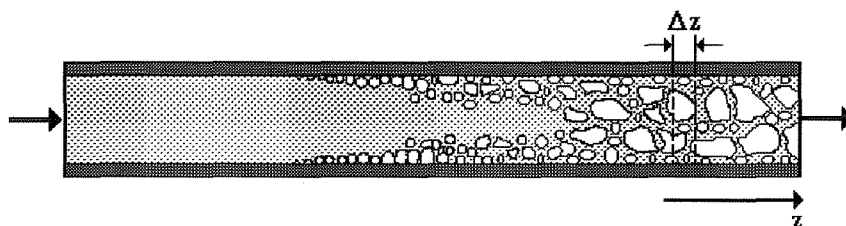


Figura 3.2.1-1 Escoamento bifásico unidimensional.

Para distinguir os componentes do fluido, o subscrito *f* denota a fase líquida, tanto na condição subsaturada quanto na condição saturada. O subscrito *g* denota a fase de vapor saturado. Quando se fizer necessário, o subscrito *ℓ* será usado para representar o líquido subsaturado. O subscrito duplo *fg* refere-se à diferença entre os valores para o vapor e para o líquido de uma mesma quantidade. Assim, por exemplo, u_{fg} denota a diferença entre a velocidade do vapor e a velocidade do líquido.

Nos estados conjugados de saturação, o líquido e seu vapor encontram-se à uma mesma *temperatura de saturação*, T_{sat} , a qual é função somente da pressão de referência do sistema. Diz-se que as fases estão em *equilíbrio termodinâmico* quando elas coexistem a temperaturas idênticas, isto é,

$$T_f = T_g = T_{sat} , \quad (3.2.1-1)$$

e a quantidade de vapor pode ser imediatamente determinada por meio de um balanço térmico aplicado às fases. A pressão correspondente à temperatura de saturação denomina-se *pressão de vapor* ou *pressão de saturação*.

Na análise de sistemas que envolvem processos de ebulição e condensação é usual utilizar-se a temperatura de saturação como referência para outras temperaturas do sistema. Assim, um fluido com uma temperatura abaixo da temperatura de saturação diz-se *sub-resfriado* e a diferença

$$\Delta T_{sub} = T_{sat} - T \quad (3.2.1-2)$$

representa o grau de sub-resfriamento do fluido. Por outro lado, um fluido a uma temperatura mais elevada que a temperatura de saturação denomina-se *superaquecido* e o excesso de temperatura em relação a T_{sat} é freqüentemente denotado por

$$\Delta T_{sat} = T - T_{sat} . \quad (3.2.1-3)$$

No elemento de volume de comprimento Δz mostrado na Figura 3.2.1-1, o fluido escoar a uma vazão de massa m e as vazões de massa da fase líquida e da fase gasosa são, respectivamente, m_f e m_g , de modo que $m = m_f + m_g$. A vazão volumétrica é representada pela letra Q e equivale à soma das vazões volumétricas Q_f e Q_g das fases individuais.

Se A é a área transversal do canal e se A_f e A_g são as áreas transversais ocupadas instantaneamente pelo líquido e pelo vapor, a fração volumétrica de vapor, ou *fração de*

vazio, no elemento de volume pode ser definida pelas relações

$$\alpha = \frac{V_g}{V} = \frac{A_g \Delta z}{A \Delta z} = \frac{A_g}{A}, \quad 1 - \alpha = \frac{V_f}{V} = \frac{A_f \Delta z}{A \Delta z} = \frac{A_f}{A}. \quad (3.2.1-4)$$

As velocidades de escoamento das fases são

$$u_f = \frac{m_f}{\rho_f A_f} = \frac{v_f m_f}{A_f} = \frac{Q_f}{A_f}, \quad u_g = \frac{m_g}{\rho_g A_g} = \frac{v_g m_g}{A_g} = \frac{Q_g}{A_g}, \quad (3.2.1-5)$$

em que ρ é a densidade de massa e v é o volume específico ($v = 1/\rho$).

A razão entre a vazão de massa e a área de escoamento denomina-se fluxo de massa,

$$G = \frac{m}{A} = \rho u = \frac{u}{v}. \quad (3.2.1-6)$$

onde u é, como antes, a velocidade de escoamento do fluido.

O *título de massa de vapor* ou *título de vapor* ou, simplesmente, *título* é definido como a razão entre a vazão de massa de vapor e a vazão de massa total da mistura bifásica,

$$\chi = \frac{m_g}{m} = \frac{m_g}{m_f + m_g}. \quad (3.2.1-7)$$

Se ambas as fases estão em equilíbrio termodinâmico, o título de massa de vapor pode ser alternativamente definido pela relação

$$\chi = \frac{h - h_f}{h_g - h_f} = \frac{h - h_f}{h_{fg}}, \quad (3.2.1-8)$$

onde h representa a entalpia específica do fluido; h_f e h_g são as entalpias específicas de saturação das fases líquida e gasosa, respectivamente. A diferença h_{fg} entre a entalpia específica do vapor e a entalpia específica do líquido denomina-se *calor latente de vaporização*. Convém ressaltar que as Equações (3.2.1-7) e (3.2.1-8) fornecem resultados idênticos somente na condição de equilíbrio termodinâmico.

O volume específico da mistura bifásica é descrito por

$$v = \frac{1}{\rho} = \chi v_g + (1 - \chi) v_f = v_f + \chi v_{fg}, \quad (3.2.1-9)$$

que se obtém mediante a combinação do balanço de massa

$$m v = m_f v_f + m_g v_g \quad (3.2.1-10)$$

com a Equação (3.2.1-7).

Combinando as Equações (3.2.1-4), (3.2.1-5) e (3.2.1-7), obtém-se a seguinte expressão para a fração de vazio:

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + (1 - \chi) S v_f}, \quad (3.2.1-11)$$

onde S é a *razão de deslizamento* das fases, sendo definida como a razão entre a velocidade da fase gasosa e a velocidade da fase líquida, isto é, $S = u_g/u_f$. A razão de deslizamento é freqüentemente determinada por relações empíricas.

Em termos da fração de vazio e do título de vapor, as velocidades das fases podem ser expressas como

$$u_f = \frac{G(1 - \chi)}{\rho_f(1 - \alpha)}, \quad u_g = \frac{G\chi}{\rho_g\alpha}. \quad (3.2.1-12)$$

3.2.2 Teorema de Transporte

Para um corpo material, de volume material $V_m(t)$, constituído de partículas materiais que se movem com velocidade arbitrária $\mathbf{u}$, o *teorema de transporte de Reynolds* estabelece que

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \Psi dV = \int_{V_m(t)} \left(\frac{d\Psi}{dt} + \Psi(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) dV. \quad (3.2.2-1)$$

onde Ψ representa uma grandeza escalar, vetorial ou tensorial qualquer em função da posição e do tempo. Em geral, V_m ou os limites de integração são funções do tempo.

Demonstrações do teorema de transporte, seguindo caminhos ligeiramente diferentes, são reportadas por Aris (1989, p. 84), Slattery (1972, p. 663; 1999, p. 18), Truesdell e Toupin (1960, p. 347) e Whitaker (1968, p. 88).

Mediante algumas transformações algébricas, a Equação (3.2.2-1) pode levar a várias relações alternativas equivalentes para o teorema de transporte. Com efeito, usando o

conceito de derivada material,

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + (\nabla\Psi) \cdot \mathbf{u}, \quad (3.2.2-2)$$

obtem-se

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \Psi dV = \int_{V_m(t)} \left(\frac{\partial\Psi}{\partial t} + (\nabla\Psi) \cdot \mathbf{u} + \Psi(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) dV, \quad (3.2.2-3)$$

que, em virtude da relação $\nabla(\Psi\mathbf{u}) = (\nabla\Psi) \cdot \mathbf{u} + \Psi(\nabla \cdot \mathbf{u})$, se transforma em

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \Psi dV = \int_{V_m} \frac{\partial\Psi}{\partial t} dV + \int_{V_m} \nabla \cdot (\Psi\mathbf{u}) dV. \quad (3.2.2-4)$$

Por fim, a aplicação da transformação de Green à última integral conduz à forma usual do teorema de transporte de Reynolds,

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \Psi dV = \int_{V_m(t)} \frac{\partial\Psi}{\partial t} dV + \int_{A_m(t)} \Psi(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA, \quad (3.2.2-5)$$

onde A_m denota a superfície fechada que contém o volume V_m e $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal orientado para fora da superfície. Em geral, A_m é também uma função do tempo. A equação expressa a derivada em relação ao tempo de uma integral efetuada sobre um volume material cuja superfície de fronteira se move a uma velocidade arbitrária $\mathbf{u}$.

A Equação (3.2.2-5) aplica-se a um corpo material. Entretanto, o teorema de transporte pode ser estendido a um volume espacial $V(t)$ cuja superfície de fronteira $A(t)$ se encontra em movimento a uma velocidade arbitrária $\mathbf{u}_A$. Truesdell e Toupin (1960, p. 347) reportam o *teorema de transporte generalizado* sob a forma

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \Psi dV = \int_{V(t)} \frac{\partial\Psi}{\partial t} dV + \int_{A(t)} \Psi(\mathbf{u}_A \cdot \mathbf{n}) dA. \quad (3.2.2-6)$$

Fisicamente, isto significa que a variação por unidade de tempo do total de Ψ sobre um volume espacial móvel é igual ao total da variação de Ψ por unidade de tempo sobre o volume espacial mais o fluxo líquido de Ψ que sai pela superfície de fronteira.

Para um volume espacial fixo ($\mathbf{u}_A = 0$), a Equação (3.2.2-6) reduz-se a

$$\frac{d}{dt} \int_V \Psi dV = \int_V \frac{\partial\Psi}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \Psi dV. \quad (3.2.2-7)$$

3.2.3 Lei de Conservação Geral

As equações que descrevem os balanços integrais de grandezas físicas como massa, momento e energia são todas da forma

$$(\text{Acumulação}) = (\text{Entrada} - \text{Saída}) + (\text{Produção}).$$

Para um volume material V_m contendo uma massa M , não necessariamente invariante, de densidade ρ , isto significa matematicamente que

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \psi dV = \int_{A_m} \mathbf{S}_A[\psi] \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{V_m} \rho S_V[\psi] dV, \quad (3.2.3-1)$$

onde $S_A[\psi]$ denota o influxo fonte da grandeza arbitrária ψ em V_m através da superfície de fronteira A_m ; $S_V[\psi]$ representa a fonte de ψ em V_m . Truesdell e Toupin (1960, p. 469) referem-se a esta fórmula como *lei geral de conservação* ou *balanço geral*.

Empregando o teorema de transporte sob a forma da Equação (3.2.2-1), o primeiro membro da (3.2.3-1) pode ser escrito como

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \psi dV = \int_{V_m} \left\{ \rho \frac{d\psi}{dt} + \psi \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] \right\} dV.$$

A aplicação da transformação de Green à integral de área resulta em

$$\int_{A_m} \mathbf{S}_A[\psi] \cdot (-\mathbf{n}) dA = - \int_{V_m} (\nabla \cdot \mathbf{S}_A[\psi]) dV$$

Substituindo estas duas expressões na Equação (3.2.3-1), obtém-se

$$\int_{V_m} \left\{ \rho \frac{d\psi}{dt} + \psi \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] + \nabla \cdot \mathbf{S}_A - \rho S_V \right\} dV = 0$$

Esta equação aplica-se a um corpo inteiro e às suas partes, pois cada parte mensurável de um corpo é também um corpo, não importando como foi subdividido. Portanto, como o tamanho do corpo é arbitrário, o integrando será necessariamente nulo; logo

$$\rho \frac{d\psi}{dt} + \psi \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] = -\nabla \cdot \mathbf{S}_A + \rho S_V. \quad (3.2.3-2)$$

Reordenando os termos do primeiro membro da equação e usando a derivada material

$$\frac{d}{dt}(\rho\psi) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho\psi),$$

chega-se facilmente à expressão

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \nabla \cdot (\rho\psi\mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{S}_A + \rho S_V, \quad (3.2.3-3)$$

que corresponde à *forma diferencial da lei de conservação geral*.

3.2.4 Balanços Integrais Generalizados

A lei de conservação geral, o teorema de transporte generalizado e o conceito de interface de fases serão usados a seguir no desenvolvimento da equação geral de balanço macroscópico apropriada à descrição tanto de sistemas monofásicos quanto de sistemas constituídos de múltiplos componentes gasosos, líquidos e sólidos. Evidentemente, dessa equação geral de balanço macroscópico todas as equações relativas aos balanços integrais de massa, momento e energia podem ser recuperadas como meros casos particulares.

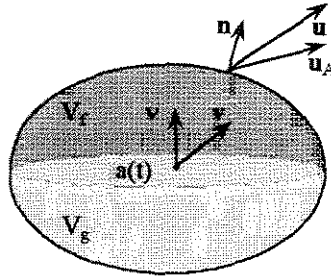


Figura 3.2.4-1 Volume de controle arbitrário.

Considere-se um volume de controle arbitrário $V(t)$, encerrado pela superfície de controle $A(t)$, tal como ilustra a Figura 3.2.4-1. Para uma maior simplicidade, admite-se que o fluido em $V(t)$ seja constituído de uma fase líquida e de uma fase gasosa, ambas separadas por uma superfície divisora $a(t)$ denominada *interface de fases*. Na figura, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{u}_A$ denotam os campos de velocidade do fluido e da superfície móvel $A(t)$, respectivamente; $\mathbf{n}$ e $\mathbf{v}$ são os vetores unitários normais exteriores às superfícies $A(t)$ e $a(t)$. Denotando-se a região espacial ocupada pela fase i em um dado instante t por $V_i(t)$, a região ocupada pelo sistema inteiro no instante t será $V(t) = V_f(t) + V_g(t)$. A superfície de fronteira $A(t)$ do sistema será representada pela soma das superfícies $A_i(t)$ que contornam externamente cada região, isto é, $A(t) = A_f(t) + A_g(t)$. A superfície divisora $a(t)$ pode mover-se no seio do fluido a uma velocidade arbitrária $\mathbf{v}$.

Se $\rho\psi$ denota uma propriedade qualquer do fluido por unidade de volume, o total dessa propriedade em $V(t)$ será

$$\rho\psi V = (\rho\psi)_g V_g + (\rho\psi)_f V_f$$

que, em termos da fração de vazio α , se transforma em

$$\rho\psi = \alpha(\rho\psi)_g + (1-\alpha)(\rho\psi)_f, \quad (3.2.4-1)$$

onde $(\rho\psi)_f$ e $(\rho\psi)_g$ representam os valores da propriedade correspondentes à fase líquida e à fase gasosa, respectivamente. As substituições, por exemplo, de $\psi = 1$, $\psi = \mathbf{u}$ e $\psi = e$ na última equação resultam nas seguintes relações para a densidade de massa, densidade de quantidade de movimento e densidade de energia:

$$\rho = \alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_f, \quad (3.2.4-2)$$

$$\rho\mathbf{u} = \alpha\rho_g\mathbf{u}_g + (1-\alpha)\rho_f\mathbf{u}_f, \quad (3.2.4-3)$$

$$\rho e = \alpha\rho_g e_g + (1-\alpha)\rho_f e_f. \quad (3.2.4-4)$$

A energia total específica e , às vezes chamada energia interna específica de estagnação, equivale à soma da energia interna específica e da energia cinética específica, ou seja,

$$e = u + \frac{1}{2}u^2. \quad (3.2.4-5)$$

A lei de conservação geral expressa sob a forma da Equação (3.2.3-3), qual seja,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) = -\nabla \cdot (\rho\psi\mathbf{u}) - \nabla \cdot \mathbf{S}_A + \rho S_V,$$

aplica-se a todo ponto de cada fase, podendo portanto ser integrada sobre a região ocupada pelas fases individuais. Assim, para a fase líquida,

$$\int_{V_f(t)} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) dV = -\int_{V_f(t)} \nabla \cdot (\rho\psi\mathbf{u}) dV - \int_{V_f(t)} (\nabla \cdot \mathbf{S}_A) dV + \int_{V_f(t)} \rho S_V dV. \quad (3.2.4-6)$$

Usando o teorema de transporte generalizado (veja Subseção 3.2.2), o primeiro membro da equação pode ser escrito como

$$\int_{V_f(t)} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) dV = \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho\psi dV - \int_{A_f(t)} \rho\psi(\mathbf{u}_A \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_f(t)} \rho\psi^{(f)}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA,$$

onde $\rho\psi^{(f)}$ exprime o valor limite da função $\rho\psi$ na vizinhança de $a(t)$ e no interior de $V_f(t)$; $\mathbf{v}$ é o vetor unitário normal à superfície divisora, cujo sentido foi tomado arbitrariamente como aquele da fase g para a fase f ; o produto escalar $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ representa a componente normal da velocidade da superfície divisora.

A aplicação da transformação de Green à primeira e segunda integrais no segundo membro da Equação (3.2.4-6) conduz a

$$\int_{V_f(t)} \nabla \cdot (\rho\psi \mathbf{u}) dV = \int_{A_f(t)} \rho\psi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA - \int_{a(t)} \rho\psi^{(f)} (\mathbf{u}^{(f)} \cdot \mathbf{v}) dA ,$$

$$\int_{V_f(t)} (\nabla \cdot \mathbf{S}_A) dV = \int_{A_f(t)} (\mathbf{S}_A \cdot \mathbf{n}) dA - \int_{a(t)} (\mathbf{S}_A^{(f)} \cdot \mathbf{v}) dA .$$

Substituindo as três últimas expressões na Equação (3.2.4-6), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho\psi dV &= \int_{A_f(t)} \rho\psi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_A) \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_f(t)} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{V_g(t)} \rho S_V dV + \int_{a(t)} \{ \rho\psi^{(f)} (\mathbf{u}^{(f)} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A^{(f)} \cdot \mathbf{v} \} dA . \end{aligned} \quad (3.2.4-7)$$

relação esta que exprime a variação com respeito ao tempo do total de $\rho\psi$ na região V_f .

Analogamente, para a fase gasosa, pode-se mostrar que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_g(t)} \rho\psi dV &= \int_{A_g(t)} \rho\psi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_A) \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_g(t)} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{V_g(t)} \rho S_V dV - \int_{a(t)} \{ \rho\psi^{(g)} (\mathbf{u}^{(g)} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A^{(g)} \cdot \mathbf{v} \} dA . \end{aligned} \quad (3.2.4-8)$$

A substituição das Equações (3.2.4-7) e (3.2.4-8) em

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho\psi dV = \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho\psi dV + \frac{d}{dt} \int_{V_g(t)} \rho\psi dV$$

resulta finalmente na equação que expressa a *forma integral da lei de conservação geral* aplicável a sistemas de escoamento multifásicos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho\psi dV &= \int_{A(t)} \rho\psi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_A) \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A(t)} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{V(t)} \rho S_V dV + \int_{a(t)} [\rho\psi (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A \cdot \mathbf{v}] dA . \end{aligned} \quad (3.2.4-9)$$

Fisicamente, isto significa que o acúmulo por unidade de tempo de uma grandeza $\rho\psi$ em um volume de controle arbitrário $V(t)$ é igual ao influxo líquido de $\rho\psi$ através da superfície de

fronteira $A(t)$ mais as contribuições das fontes superficiais de $\rho\psi$ através de $A(t)$, das fontes volumétricas internas de $\rho\psi$ em $V(t)$ e das transferências interfaciais de $\rho\psi$ no interior de $V(t)$.

Não importando o número de componentes sólidos, líquidos ou gasosos que constituem o sistema, quaisquer fórmulas de balanço integral podem ser derivadas da Equação (3.2.4-9), bastando para isso substituir convenientemente ψ , S_A e S_V pelas funções correspondentes ao balanço desejado.

O operador da forma

$$[\Psi] = \Psi^{(f)} - \Psi^{(g)} \quad (3.2.4-10)$$

que ocorre na última integral da Equação (3.2.4-9) representa o salto da grandeza Ψ através da interface de fases. Então, o integrando da integral escreve-se como

$$[\rho\psi(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A \cdot \mathbf{v}] = \rho^{(f)}\psi^{(f)}(\mathbf{u}^{(f)} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A^{(f)} \cdot \mathbf{v} \\ - \rho^{(g)}\psi^{(g)}(\mathbf{u}^{(g)} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} - \mathbf{S}_A^{(g)} \cdot \mathbf{v}, \quad (3.2.4-11)$$

ou, mais simplesmente,

$$[\rho\psi(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A \cdot \mathbf{v}] = -[\rho\psi U] + [(\mathbf{S}_A)_v] \quad (3.2.4-12)$$

onde

$$U = v_v - u_v \quad (3.2.4-13)$$

é a velocidade local de propagação da interface de fases, sendo definida por Truesdell e Toupin (1960, p. 508) como a velocidade normal com a qual as partículas que constituem $a(t)$ se afastam da superfície divisora. Evidentemente, U representa o excesso da velocidade normal das partículas sobre a velocidade normal da superfície.

A superfície de fronteira de um volume de controle pode ser convenientemente separada em três tipos de superfícies:

- 1) Superfícies permeáveis de entradas e saídas através das quais a massa pode entrar ou sair do volume de controle, $A_{e/s}(t)$;
- 2) Superfícies impermeáveis móveis, $A_w(t)$;
- 3) Superfícies impermeáveis fixas, A_w .

Tal separação de superfície de fronteira é ilustrada na Figura 3.2.4-2. As superfícies permeáveis de entrada e saída de $V_i(t)$ são $A_{e/s,i}(t)$. Note-se que algumas dessas superfícies podem coincidir com uma parte da superfície $A_{e/s}(t)$ de entrada e saída do sistema como um todo; outras poderão coincidir com a superfície divisora para permitir a transferência de massa entre as fases na interface. As superfícies correspondentes a bombas, turbinas, hélices e outros equipamentos similares devem ser tratadas como superfícies impermeáveis móveis.

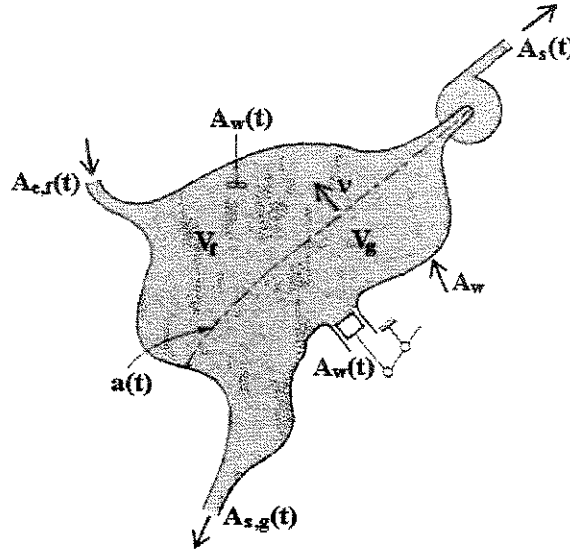


Figura 3.2.4-2 Sistema de escoamento bifásico.

Uma vez que $\mathbf{u} - \mathbf{u}_A = 0$ sobre as superfícies impermeáveis móveis e $\mathbf{u} = \mathbf{u}_A = 0$ sobre as superfícies impermeáveis fixas, a Equação (3.2.4-9) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \psi dV &= \int_{A_{e/s}(t)} \rho \psi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_A) \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A(t)} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{V(t)} \rho \mathbf{S}_V dV + \int_{a(t)} [\rho \psi (\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{S}_A \cdot \mathbf{v}] dA, \end{aligned} \quad (3.2.4-14)$$

Se o fluido consiste de um único componente monofásico ou de uma mistura multifásica uniformemente distribuída, o termo correspondente à transferência interfacial pode ser eventualmente ignorado; para esses casos, a equação integral de balanço assume a forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \psi dV &= \int_{A_{e/s}(t)} \rho \psi (\mathbf{u} - \mathbf{u}_A) \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{A(t)} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{V(t)} \rho \mathbf{S}_V dV. \end{aligned} \quad (3.2.4-15)$$

Admitindo-se que o sistema possa ser representado por um volume de controle fixo no espaço, a derivada material escreve-se como

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \psi dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \psi dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \psi) dV,$$

pois o volume V ou os limites de integração serão independentes do tempo. Além disso, pelo fato de não possuir partes móveis, a fronteira do volume de controle se constituirá apenas de superfícies de entrada e saída, $A_{e/s}$, sobre as quais $\mathbf{u}_A = 0$, e de superfícies sólidas fixas, A_w , sobre as quais $\mathbf{u} = 0$. Portanto, à luz destas particularizações, a lei de conservação assume a forma final,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \psi dV &= \int_{A_{e/s}} \rho \psi \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{S}_A \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho S_V dV, \end{aligned} \quad (3.2.4-16)$$

que será utilizada a seguir no desenvolvimento das equações para os balanços integrais de massa, momento linear e energia aplicáveis ao núcleo e aos circuitos de refrigeração do reator.

3.2.5 Balanço Integral de Massa

Supondo-se que não existam quaisquer fontes superficiais ou volumétricas de massa, a equação da continuidade pode ser imediatamente obtida da Equação (3.2.4-16) mediante a substituição de $\psi = 1$, $\mathbf{S}_A = 0$ e $S_V = 0$. Logo,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA. \quad (3.2.5-1)$$

Esta equação significa que o acréscimo de massa por unidade de tempo no volume de controle equivale ao influxo líquido de massa através das partes permeáveis da superfície de controle.

3.2.6 Balanço Integral de Momento

Para obter a equação que descreve o balanço integral de momento linear em um volume de controle fixo V , basta substituir

$$\psi = \mathbf{u}, \quad \mathbf{S}_A = -\mathbf{T} \quad \text{e} \quad S_V = \mathbf{f}$$

na Equação (3.2.4-16). Isso resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u dV &= \int_{A_{e/s}} \rho u u \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &\quad - \int_{A_{e/s}} \mathbf{T} \cdot (-\mathbf{n}) dA - \int_{A_w} \mathbf{T} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho \mathbf{f} dV. \end{aligned} \quad (3.2.6-1)$$

O vetor $\mathbf{f}$ representa a resultante das forças externas e mútuas por unidade de massa que atuam sobre o fluido; $\mathbf{T}$ denota o tensor das tensões que agem no volume de controle.

De acordo com o teorema fundamental e segunda lei de Cauchy (Truesdell e Toupin, 1960, p. 543 e 546), $\mathbf{T}$ é um tensor simétrico que se relaciona ao vetor tensão $\mathbf{t}$ segundo a equação

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}. \quad (3.2.6-2)$$

O vetor $\mathbf{t}$ descreve a ação das forças de contato por unidade de área que agem sobre um elemento de superfície. O vetor unitário normal exterior $\mathbf{n}$ aponta para o material que está exercendo uma tensão $\mathbf{t}$ sobre a superfície considerada.

Decompondo o tensor $\mathbf{T}$ nas componentes de pressão e de viscosidade, tem-se

$$\mathbf{T} = -(p - p_0)\mathbf{I} + \mathbf{V}, \quad (3.2.6-3)$$

onde $\mathbf{I}$ é o tensor identidade e $\mathbf{V}$ é o tensor de viscosidade. A diferença $p - p_0$, entre a pressão termostática absoluta e a pressão atmosférica, representa a pressão relativa ou manométrica. A pressão atmosférica p_0 poderia ser ignorada desde que fosse relativamente menor que a pressão termostática ou que o sistema não tivesse qualquer comunicação com o ambiente externo. Contudo, sem perda de generalidade, a Equação (3.2.6-3) pode ser reescrita como

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mathbf{V}, \quad (3.2.6-4)$$

observando-se que p representa agora a pressão relativa. De posse desta relação, a segunda integral de superfície no segundo membro da Equação (3.2.6-1) pode escrever-se como

$$\int_{A_{e/s}} \mathbf{T} \cdot (-\mathbf{n}) dA = - \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA. \quad (3.2.6-5)$$

Esta equação exprime as forças de pressão e de viscosidade ou cisalhamento que o fluido exerce sobre as superfícies permeáveis do sistema. De maneira análoga, a integral que descreve as forças de pressão e de viscosidade exercida pelo fluido sobre as superfícies

sólidas assume a forma

$$\int_{A_w} \mathbf{T} \cdot (-\mathbf{n}) dA = -\int_{A_w} p(-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA. \quad (3.2.6-6)$$

A substituição das duas últimas relações na Equação (3.2.6-1) resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{u} dV &= \int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) dA \\ &\quad - \int_{A_{e/s}} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA - \int_{A_w} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho \mathbf{f} dV. \end{aligned} \quad (3.2.6-7)$$

Esta equação expressa o balanço integral de momento linear em um sistema monofásico ou multifásico com as fases uniformemente distribuídas. O primeiro membro representa a variação por unidade de tempo da quantidade de movimento no interior do volume de controle. A primeira integral no segundo membro descreve o influxo líquido de momento para o volume de controle através das partes permeáveis da superfície de fronteira. A última integral exprime a resultante das forças externas e mútuas que agem sobre o material no sistema. Os demais termos da equação têm os significados descritos no parágrafo anterior.

Supondo-se que as forças de viscosidade nas superfícies de entrada e saída sejam pequenas se comparadas às forças de viscosidade sobre as superfícies sólidas, a integral

$$\int_{A_{e/s}} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA$$

pode ser desprezada sem grandes prejuízos para a precisão dos resultados. Além disso, ignorando as forças mútuas e considerando-se que a força gravitacional seja a única força externa que age sobre o sistema, resulta

$$\int_V \rho \mathbf{f} dV = \int_V \rho \mathbf{g} dV, \quad (3.2.6-8)$$

onde $\mathbf{g}$ é a aceleração da gravidade. Com estas hipóteses simplificativas, o balanço integral de momento em um volume de controle fixo assume a forma final

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{u} dV &= \int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) dA \\ &\quad - \int_{A_w} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho \mathbf{g} dV. \end{aligned} \quad (3.2.6-9)$$

As forças de cisalhamento que o fluido exerce sobre as partes impermeáveis, forças essas descritas pela penúltima integral, serão depois convenientemente aproximadas por meio de relações constitutivas para coeficientes de atrito e coeficientes de resistência hidráulica.

3.2.7 Balanço Integral de Energia

A equação para o balanço integral de energia total em um volume de controle fixo arbitrário V pode ser obtida pela substituição de

$$\psi = e = u + \frac{1}{2}u^2, \quad \mathbf{S}_A = \mathbf{q}'' - \mathbf{u} \cdot \mathbf{T}, \quad S_V = \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} + Q$$

na Equação (3.2.4-16). Então,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(u + \frac{1}{2}u^2 \right) dV &= \int_{A_{e/s}} \rho \left(u + \frac{1}{2}u^2 \right) \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_V \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}) dV + \int_V \rho Q dV \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA, \end{aligned} \quad (3.2.7-1)$$

onde $\mathbf{q}''$ é o vetor fluxo de energia na superfície de controle; $\mathbf{T}$ denota o tensor das tensões que agem no volume de controle; o vetor $\mathbf{f}$ representa a resultante das forças externas e mútuas por unidade de massa que atuam sobre o fluido, e a variável Q descreve a potência térmica por unidade de massa adicionada ao fluido como resultado de reações nucleares, reações químicas, corrente elétrica (efeito Joule) ou quaisquer outras formas de geração interna de energia.

O primeiro membro da equação exprime a acumulação de energia interna e de energia cinética por unidade de tempo no volume de controle. Referindo-se ao segundo membro, o primeiro termo representa o influxo líquido de energia interna e energia cinética para dentro do sistema através das seções permeáveis da superfície de controle. A segunda integral descreve a potência térmica conduzida através do fluido; a terceira integral exprime a potência térmica transmitida ao fluido em decorrência do influxo de energia térmica para o volume de controle através das interfaces entre as superfícies sólidas e o fluido; a quarta integral expressa o trabalho por unidade de tempo realizado sobre o sistema pelas forças externas e mútuas; a quinta integral representa a potência térmica adicionada diretamente ao sistema por fontes internas de energia; e as duas últimas integrais exprimem o trabalho realizado por unidade de tempo sobre o sistema pelas forças de contato que agem nas superfícies permeáveis e impermeáveis do volume de controle.

Para o tipo de análise a que se destina este trabalho, admite-se, conforme o procedimento prático usual, a validade das seguintes suposições:

1) A velocidade do fluido é suficientemente baixa, tal que a energia cinética pode ser desprezada em relação à energia interna. Vale, portanto, a aproximação

$$e = u + \frac{1}{2}u^2 \approx u$$

que, em virtude da definição termodinâmica de entalpia específica,

$$h = u + \frac{p}{\rho},$$

se transforma em

$$u + \frac{1}{2}u^2 \approx h - \frac{p}{\rho}. \quad (3.2.7-2)$$

A validade desta aproximação em um problema particular pode ser facilmente analisada estimando-se a energia cinética do fluido e comparando-a, ainda que grosseiramente, com as energias internas envolvidas. Dependendo do nível de precisão que se deseja para as soluções, é possível julgar se a hipótese é ou não satisfatória.

A substituição da Equação (3.2.7-2) na Equação (3.2.7-1) conduz a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV &= \int_{A_{e/s}} \rho h \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \frac{\partial p}{\partial t} dV \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_V \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}) dV + \int_V \rho Q dV \\ &+ \int_{A_{e/s}} p (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA. \end{aligned} \quad (3.2.7-3)$$

2) Conforme Rowe (1971, 1973), é válida a aproximação

$$\frac{\partial p}{\partial t} \approx 0 \quad (3.2.7-4)$$

desde que os transitórios sejam relativamente lentos ou, mais exatamente, que a velocidade de trânsito do fluido seja menor que a velocidade de propagação do som no meio. Isto restringe o modelo analítico àqueles transitórios em que não há perda significativa de fluido pelo sistema.

3) O trabalho realizado sobre o sistema pelas forças externas e mútuas é pequeno em comparação com as demais energias envolvidas, podendo, portanto, ser desprezado. Logo,

$$\int_V \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}) dV \approx 0. \quad (3.2.7-5)$$

4) O trabalho realizado sobre sistema pela forças de viscosidade que agem nas superfícies permeáveis é também desprezível. Portanto, em vista da relação

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mathbf{V},$$

a integral que expressa o trabalho realizado pelas forças de contato que atuam nessas superfícies pode ser aproximada por

$$\begin{aligned} \int_{A_{e/s}} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA &= -\int_{A_{e/s}} p(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dA \\ &\approx -\int_{A_{e/s}} p(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA. \end{aligned} \quad (3.2.7-6)$$

Uma vez que $\mathbf{u} = 0$ sobre as superfícies impermeáveis fixas, a última integral da Equação (3.2.7-3) reduz-se a

$$\int_{A_w} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dA = 0. \quad (3.2.7-7)$$

Por fim, a substituição das Equações (3.2.7-4) a (3.2.7-7) na Equação (3.2.7-3) resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV &= \int_{A_{e/s}} \rho h \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho \dot{Q} dV, \end{aligned} \quad (3.2.7-8)$$

que é a forma final do balanço integral de energia térmica em um volume de controle fixo.

3.2.8 Sumário das Equações Integrais de Balanço

As formas finais das equações que descrevem os balanços integrais de massa, de momento linear e de energia são listadas a seguir:

Balanço de Massa

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \quad (3.2.8-1)$$

Balanço de Momento Linear

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{u} dV = & \int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) dA \\ & - \int_{A_w} \mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho \mathbf{g} dV \end{aligned} \quad (3.2.8-2)$$

Balanço de Energia

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV = & \int_{A_{e/s}} \rho h \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ & + \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho Q dV. \end{aligned} \quad (3.2.8-3)$$

A solução deste conjunto equações de balanço para um dado problema requer a especificação de uma equação de estado termodinâmico da forma

$$\rho = \rho(h, p)$$

para a densidade do fluido. Entretanto, para ser consistente com a supressão dos efeitos sônicos na equação da energia, torna-se necessário substituir esta equação pela fórmula aproximada

$$\rho = \rho(h, p^*), \quad (3.2.8-4)$$

onde p^* é a pressão de referência do sistema, cujo valor deve permanecer constante durante a solução do problema. Esta equação impõe a restrição adicional de que o fluido seja incompressível ($\partial \rho / \partial p = 0$), mas termicamente expansível em razão de a densidade ser uma função da entalpia. Esta aproximação foi introduzida por Meyer (1961), que a julgou mais apropriada ao modelo físico que descreve aquela classe de transitórios operacionais em reatores nucleares que não está associada à perda significativa de fluido refrigerante.

O fato de a pressão do sistema manter-se constante significa que a variação local de pressão não afetará as propriedades termodinâmicas e que as condições de saturação do líquido e do vapor, por serem função apenas da pressão, serão uniformes. O erro introduzido por tal aproximação não será significativo se as variações de pressão forem pequenas em comparação com a magnitude da pressão do sistema. Por outro lado, nos casos de sistemas a baixa pressão ou em transitórios de rápida despressurização, os desvios podem tornar-se importantes.

Deve-se ter em mente que no desenvolvimento das equações de balanço foram consideradas as seguintes hipóteses simplificativas:

- Volume de controle fixo no espaço.
- Fluido monofásico ou multifásico com as fases uniformemente distribuídas. Ignoram-se as transferências de massa, momento e energia que ocorrem nas interfaces de fases.
- Em situações de escoamento bifásico de líquido e vapor, as fases encontram-se em equilíbrio termodinâmico.
- O fluido é incompressível, mas pode expandir-se termicamente.
- A força gravitacional é a única força externa que age sobre o sistema.
- As forças de viscosidade nas superfícies permeáveis são pequenas em comparação com as forças de viscosidade que atuam sobre as superfícies sólidas.
- A energia cinética é significativamente menor que a energia interna do fluido.
- Despreza-se o trabalho realizado pelas forças externas e mútuas.
- Ignora-se o trabalho realizado sobre o sistema pela forças de viscosidade que agem nas superfícies permeáveis.
- A pressão de referência do sistema é aproximadamente constante no espaço e no tempo.

FORMULAÇÃO DE SUBCANAIS

Duas técnicas analíticas têm sido freqüentemente empregadas para a predição das distribuições de velocidade, entalpia (ou temperatura), densidade e pressão em geometrias complexas de núcleos de reatores: a *técnica de meios porosos* e a *técnica de subcanais*. Na aproximação por meios porosos, o sistema de escoamento contendo um fluido e sólidos imersos é discretizado em um certo número de volumes ou regiões agrupadas, a cada uma das quais se atribuem propriedades cujos valores são médias volumétricas tomadas sobre a região. As equações de balanço de massa, momento e energia são expressas em termos dessas propriedades médias e integradas numericamente.

A técnica de subcanais, que se revela um caso especial da formulação geral de meios porosos, surgiu por volta de 1970 graças aos trabalhos pioneiros de Rowe (1967, 1969, 1971, 1973), Chelemer, Weisman e Tong (1967, 1972), Bowring (1967, 1968) e Fajeau (1969). O objetivo da análise por subcanais é determinar as condições térmicas e hidráulicas em torno das varetas combustíveis que compõem o núcleo de um reator.

Os programas computacionais que implementam a técnica analítica de subcanais são largamente utilizados na avaliação das condições termo-hidráulicas do núcleo de um reator durante o regime operacional e em certas situações incidentais causadas por eventos transitórios. Contudo, atualmente, a maior aplicação desses programas tem ocorrido na otimização de novos projetos de elementos combustíveis, em particular, com respeito à queda de pressão, à eficiência de grades espaçadoras e ao desempenho face ao fenômeno do fluxo de calor crítico. Antes que um protótipo de elemento combustível esteja pronto para ser enviado a um laboratório para testes, certamente a análise por subcanais já terá sido usada para aperfeiçoamento do projeto, reduzindo-se assim a quantidade de testes a um mínimo necessário. Com isso, consegue-se uma notável economia de tempo e recursos, algo que refletirá no custo final do elemento combustível.

A formulação analítica discutida neste capítulo é muito semelhante à desenvolvida por Rowe (1973). Basicamente, o elemento combustível é discretizado em um número finito de canais paralelos que se comunicam lateralmente. As equações integrais para os balanços

de massa, momento e energia listadas na Subseção (3.2.8) são aplicadas a esses canais e então resolvidas numericamente para os campos de vazão de massa, entalpia, densidade e pressão. A maior diferença entre ambas as formulações reside nos métodos de solução das equações de balanço escritas sob a forma de diferenças finitas. Obter as formas de diferenças finitas das equações de balanço para subcanais constitui o objetivo maior neste capítulo.

4.1 DEFINIÇÕES

Esta seção ocupa da introdução dos conceitos e fórmulas que serão considerados depois na integração das equações integrais de balanço para o fluido nos subcanais de refrigeração do núcleo de um reator.

4.1.1 Subcanais

No núcleo de um reator nuclear, do qual a Figura 4.1.1-1 visualiza uma pequena parte, o meio refrigerante (líquido, gás ou uma mistura bifásica) flui axialmente nos espaços entre as varetas, retirando a energia térmica gerada por fissão nas pastilhas combustíveis. Tal região de escoamento axial delimitada pelas varetas combustíveis denomina-se *subcanal*. A principal característica dos subcanais é que eles são lateralmente abertos, de modo que a transferência de massa, momento e energia pode ocorrer entre os subcanais adjacentes. A determinação precisa da intensidade dessa interação tem sido o maior desafio para os que se propõem a desenvolver modelos de simulação do escoamento em geometrias de subcanais.

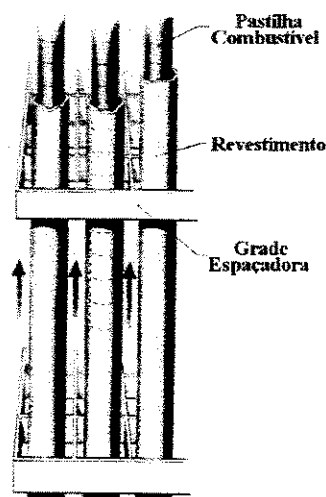


Figura 4.1.1-1 Subcanais do núcleo.

Para melhor ilustrar o conceito de subcanal, considere-se um feixe de 25 varetas arran­jadas em uma matriz 5×5, como mostra a Figura 4.1.1-2. Este feixe é representativo de seções de teste que freqüentemente se utilizam em laboratório para a investigação experimental do comportamento termo-hidráulico de elementos combustíveis, tanto de PWR quanto de BWR. Nesse tipo de experimento, as varetas combustíveis são simuladas por tubos aquecidos eletricamente. Na figura, os subcanais e varetas estão numerados em seqüências arbitrárias. A vareta nº 19, sem aquecimento e com diâmetro ligeiramente maior, representa um tubo-guia de barra de controle. Os números entre parênteses significam os fatores radiais de potência das varetas, ou seja, a razão entre a potência elétrica dissipada na vareta e a potência elétrica média das 24 varetas aquecidas.

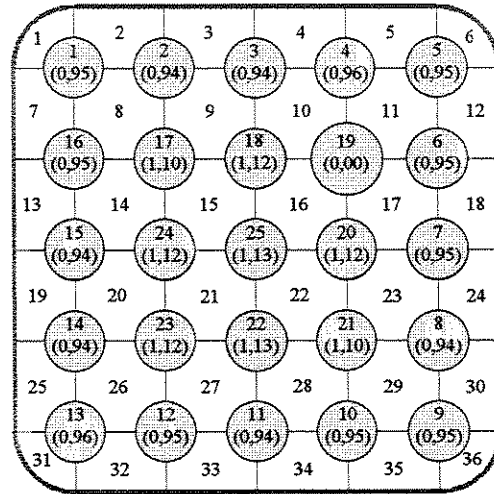


Figura 4.1.1-2 Feixe de varetas 5×5.

As áreas de escoamento dos subcanais são convencionalmente definidas pelas linhas que passam pelos centros das varetas ou pelas linhas perpendiculares que ligam os centros das varetas à parede do vaso de pressão que contém o feixe. Dois outros parâmetros geométricos importantes são o diâmetro hidráulico molhado, D_w , e o diâmetro hidráulico aquecido, D_h , os quais são definidos pela relações

$$D_w = \frac{4A}{P_w}, \quad (4.1.1-1)$$

$$D_h = \frac{4A}{P_h}; \quad (4.1.1-2)$$

onde A denota área de escoamento do subcanal, P_w representa a soma dos perímetros dos contornos sólidos aquecidos e não-aquecidos que delimitam o subcanal, e P_h é soma dos perímetros dos contornos sólidos aquecidos que faceiam o subcanal. Os contornos fictícios definidos pelas linhas que passam pelos centros das varetas não entram nos cálculos desses perímetros.

O feixe de varetas representado na Figura 4.1.1-2 é caracterizado por quatro tipos de subcanais: (1) subcanal interno normal ou subcanal-matriz formado por quatro varetas aquecidas, (2) subcanal interno com parede fria delimitado por três varetas aquecidas e uma vareta não-aquecida, (3) subcanal lateral formado por duas varetas aquecidas e pela parede do vaso de pressão, (4) e subcanal de canto.

Embora tenham sido introduzidos a partir de uma geometria particular, os conceitos de subcanais discutidos acima podem ser estendidos a outros tipos de feixes de varetas, sejam eles hexagonais ou circulares.

4.1.2 Volumes de Controle em Subcanais

A divisão de um feixe de varetas em um número finito de segmentos axiais produz nos subcanais internos do feixe volumes de controle fixos das formas representadas na Figura 4.1.2-1. O diagrama à esquerda ilustra o volume de controle para uma configuração de reticulado retangular freqüentemente encontrada no núcleo dos reatores refrigerados a água leve (por exemplo, BWR e PWR). O outro diagrama corresponde a uma configuração de reticulado triangular típica dos reatores refrigerados a metal líquido (LMR).

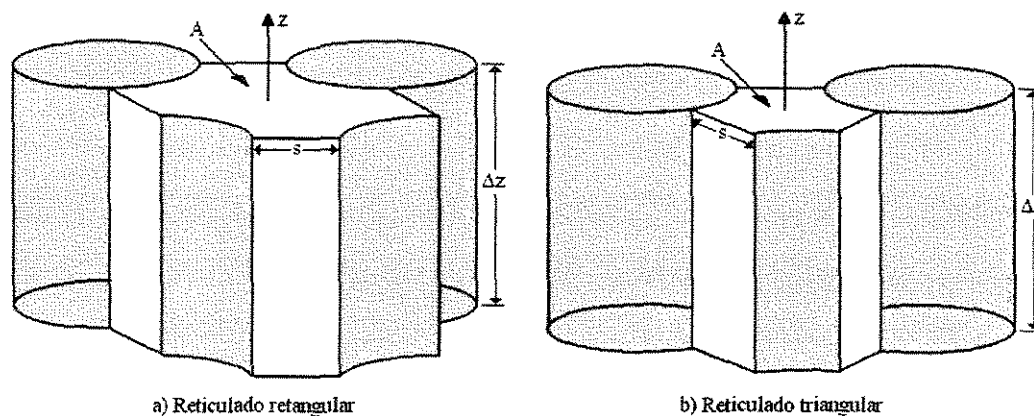


Figura 4.1.2-1 Volumes de controle em subcanais.

Para ambos os reticulados, supondo-se que o feixe seja vertical, o volume de controle é definido pelas superfícies das vareta, pelos planos verticais que passam pelos centros das varetas e pelas superfícies horizontais, estas separadas por uma distância Δz . Evidentemente, os volume de controle produzidos nos subcanais laterais e nos subcanais de canto terão formas diferentes daquelas ilustradas na figura, possuindo, contudo, os mesmos elementos geométricos. Em geral, o volume de controle em um subcanal é caracterizado pela área de escoamento, comprimento, perímetros molhado e aquecido, e pelas aberturas laterais de altura Δz e largura s .

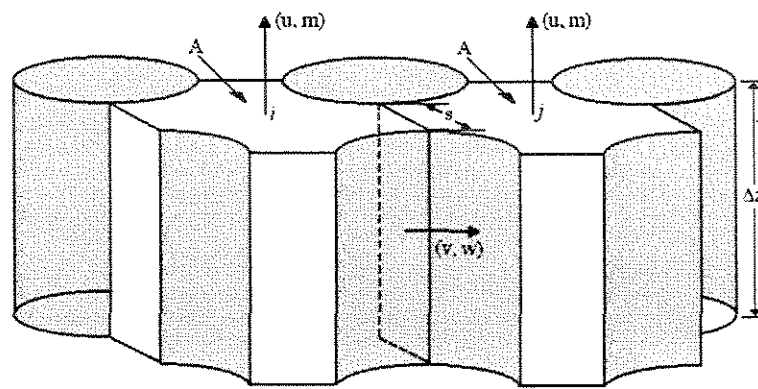


Figura 4.1.2-2 Volumes de controle em subcanais adjacentes.

A Figura 4.1.2-2 mostra os volumes de controle em dois subcanais adjacentes i e j que se comunicam lateralmente através de uma superfície permeável fixa, de largura s , à qual se dá o nome de *interface de conexão* ou, simplesmente, *conexão*. O escoamento é predominantemente longitudinal e o fluido se move em cada subcanal a uma velocidade axial arbitrária u e vazão de massa m . Entretanto, supõe-se que os subcanais sejam acoplados por dois mecanismos de misturas laterais:

- *Mistura transversal forçada*. Este mecanismo está associado à transferência de massa de um subcanal para o outro causada por gradientes laterais de pressão ou por obstáculos nos subcanais.
- *Mistura transversal turbulenta*. É um processo de mistura flutuante com o tempo promovido pela turbulência do fluido e que envolve os transportes laterais de massa, de quantidade de movimento e de energia entre os subcanais adjacentes.

Na Figura 4.1.2-2, v e w representam, respectivamente, a velocidade e a vazão de massa do escoamento lateral forçado através da conexão entre dois subcanais adjacentes. A predominância do escoamento longitudinal requer que a velocidade v de escoamento lateral do fluido seja significativamente menor que a sua velocidade u de escoamento axial.

Uma simplificação muito importante na formulação de subcanais diz respeito à representação da mistura transversal entre subcanais adjacentes. Normalmente, supõe-se que o escoamento lateral que atravessa uma dada conexão seja por essa orientado e que as partículas do fluido percam o senso de direção quando deixam a região da conexão. Isso significa que nenhuma coordenada lateral fixa será necessária para descrever o escoamento e que os subcanais do feixe poderão ser conectados arbitrariamente. Para um escoamento predominantemente axial, esta simplificação é aplicável e, conseqüentemente, os termos correspondentes ao transporte de momento linear nas direções transversais poderão ser desprezados. Entretanto, para o caso de um escoamento lateral localmente predominante, este induzido por algum obstáculo físico dentro do subcanal, a aproximação pode não ser satisfatória. Em síntese, a formulação de subcanais não envolve, portanto, um tratamento tridimensional do escoamento.

4.1.3 Sistema de Indexação dos Elementos de um Feixe de Varetas

Considere-se um feixe de varetas como, por exemplo, aquele ilustrado na Figura 4.1.3-1, no qual os subcanais e as varetas encontram-se numerados arbitrariamente segundo as seqüências $i = 1, 2, \dots, NC$ e $n = 1, 2, \dots, NR$, onde NC e NR denotam, respectivamente, o número total de subcanais e o número total de varetas do feixe.

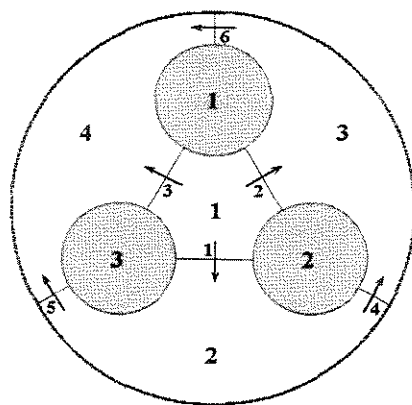


Figura 4.1.3-1 Conexões entre subcanais.

As NK conexões estão numeradas de modo que a cada valor do índice k da sequência $k = 1, 2, \dots, NK$ corresponda um par distinto de subcanais adjacentes (i_k, j_k) , com $i_k < j_k$. Com esta notação, as vazões transversais nas conexões entre os pares de subcanais adjacentes podem ser representadas por w_k ($k = 1, 2, \dots, NK$).

Como a orientação espacial do escoamento transversal em uma dada conexão é fixada pela própria conexão, torna-se necessário estabelecer uma convenção para o sinal da velocidade lateral do fluido. Dados dois subcanais adjacentes, i_k e j_k , interligados por uma conexão k , a vazão transversal w_k será positiva se o escoamento ocorrer do subcanal de índice menor para o subcanal de índice maior, isto é, do subcanal i_k para o subcanal j_k ; a vazão w_k será negativa se o escoamento ocorrer de j_k para i_k .

Para simplificar a entrada de dados, especialmente no caso de feixes com largo número de subcanais, as conexões são numeradas automaticamente na ordem crescente fixando-se cada subcanal i ($i = 1, 2, \dots, NC$) e variando-se sucessivamente o subcanal adjacente j , para $j > i$. A aplicação desta regra de indexação à configuração visualizada na Figura 4.1.3-1 resulta na seguinte tabela para a numeração das conexões:

Tabela 4.1.3-1 Índices das conexões para o feixe na Figura 4.1.3-1.

Número da Conexão	Pares de Subcanais	
k	i_k	j_k
1	1	2
2	1	3
3	1	4
4	2	3
5	2	4
6	3	4

Seja

$$[E] = [e_{ki}] \quad (k = 1, 2, \dots, NK; i = 1, 2, \dots, NC) \quad (4.1.3-1)$$

uma matriz retangular, de dimensão $NK \times NC$, cujos elementos são o sistema duplo

$$e_{ki} = \begin{cases} +1, & \text{se } i = i_k; \\ -1, & \text{se } i = j_k; \\ 0, & \text{se } i \neq i_k \text{ e } i \neq j_k. \end{cases} \quad (4.1.3-2)$$

Para o feixe de varetas representado na Figura 4.1.3-1, mostra-se facilmente, com o auxílio da Tabela 4.1.3-1, que a matriz $[E]$ pode ser expressa como

$$[E] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.1.3-3)$$

Além disso, a transposta de $[E]$ é a matriz $[E]^T$, de dimensão $NC \times NK$, cujas linhas são as colunas da matriz $[E]$:

$$[E]^T = [e_{ik}^T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.1.3-4)$$

A matriz $[E]$ pode ser interpretada como um operador matricial que efetua as operações de diferença entre os dois valores de uma mesma variável atribuídos aos pares de subcanais adjacentes interligados por uma dada conexão. Em outras palavras, $[E]$ define um operador matricial que aplicado a um vetor-coluna $\{T_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, NC$) o transforma em outro vetor-coluna $\{\Delta T_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, NK$), tal que

$$\Delta T_k = T_{i_k} - T_{j_k} \quad (k = 1, 2, \dots, NK). \quad (4.1.3-5)$$

Na notação matricial, esta propriedade pode ser expressa como

$$\{\Delta T\} = [E]\{T\}. \quad (4.1.3-6)$$

Usando a regra de produto matricial, a equação assume a forma

$$\Delta T_k = \sum_{i=1}^{NC} e_{ki} T_i \quad (k = 1, 2, \dots, NK),$$

onde os coeficientes e_{ki} são todos iguais a zero, exceto se $i = i_k$, quando $e_{ki} = +1$, ou se $i = j_k$, quando $e_{ki} = -1$. Portanto,

$$\Delta T_k = e_{k i_k} T_{i_k} + e_{k j_k} T_{j_k} = T_{i_k} - T_{j_k} \quad (k = 1, 2, \dots, NK)$$

A matriz transposta $[E]^T$ efetua as operações de adição para todas as conexões em torno de cada subcanal. Mais exatamente, $[E]^T$ define um operador que transforma o vetor-coluna $\{w_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, NK$) em um outro vetor-coluna $\{W_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, NC$), cujos elementos são

$$W_i = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (4.1.3-7)$$

onde a soma é efetuada para todos os elementos não nulos sobre a i -ésima linha da matriz $[E]$, isto é, para todas as conexões associadas ao subcanal i . Sob a forma matricial, esta propriedade escreve-se como

$$\{W\} = [E]^T \{w\}. \quad (4.1.3-8)$$

Efetuando o produto matricial, esta expressão resulta em

$$W_i = \sum_{k=1}^{NK} e_{ik}^T w_k = \sum_{k=1}^{NK} e_{ki} w_k = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k \quad (i = 1, 2, \dots, NC),$$

pois os fatores e_{ki} serão todos iguais a zero, a menos que k seja o índice de uma conexão associada ao subcanal i ; neste caso, dependendo do valor atribuído ao índice k , o fator e_{ik} valerá $+1$ ou -1 .

Empregando os conceitos dos operadores $[E]$ e $[E]^T$, demonstra-se facilmente que expressões do tipo

$$q_i = - \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) \quad (i = 1, 2, \dots, NC) \quad (4.1.3-9)$$

podem ser escritas sob forma matricial

$$\{q\} = -[E]^T [C] [E] \{T\}, \quad (4.1.3-10)$$

onde $[C]$ denota uma matriz diagonal, de dimensão $NK \times NK$, cujos elementos são os coeficientes C_k ($k = 1, 2, \dots, NK$). Particularmente, as duas últimas equações descrevem as energias adicionadas aos subcanais como resultado das transferências térmicas nas várias conexões. Nesse caso, C_k representa um coeficiente de transmissão de calor na região da conexão considerada.

Em virtude de suas propriedades, os operadores $[E]$ e $[E]^T$ são bastante úteis se se deseja expressar as equações de balanço para subcanais na forma matricial.

4.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA SUBCANAIS

As formas diferenciais das equações de balanço para os subcanais de um feixe de varetas serão obtidas nesta seção mediante a integração das Equações (3.2.8-1) a (3.2.8-3) sobre o volume de controle definido em um subcanal arbitrário.

4.2.1 Médias Espaciais

Sem perda de generalidade, o volume de controle em um subcanal arbitrário pode ser aquele visualizado na Figura 4.2.1-1. A área de escoamento perpendicular à direção axial é representada por A e a velocidade axial do fluido por u . O volume do volume de controle pode ser expresso como

$$V = \bar{A}\Delta z, \quad (4.2.1-1)$$

onde $\bar{A}$ representa a área média de escoamento axial entre as posições axiais $z - \Delta z$ e z . Supondo-se que a área de escoamento axial varie linearmente entre estas posições, a área média será dada por

$$\bar{A} = \frac{1}{2}(A_{z-\Delta z} + A_z), \quad (4.2.1-2)$$

onde $A_{z-\Delta z}$ e A_z são as áreas das superfícies normais à direção axial em $z - \Delta z$ e z .

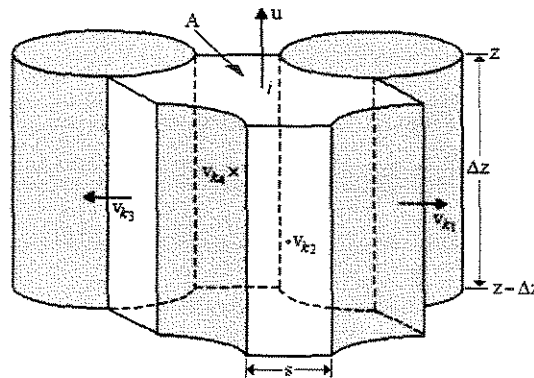


Figura 4.2.1-1 Volume de controle genérico.

Existe um número arbitrário de conexões laterais com subcanais adjacentes (quatro no caso da figura), cada uma das quais possui uma largura s , que pode variar de conexão para conexão, e altura fixa Δz . O fluido atravessa cada conexão com velocidade lateral

qualquer v_k . A área de escoamento lateral de cada conexão equivale a

$$a_k = s_k \Delta z. \quad (4.2.1-3)$$

Para converter as equações integrais de balanço em suas respectivas formas diferenciais faz-se necessária a utilização dos conceitos de médias volumétrica e superficial introduzidos a seguir.

Seja $\rho\psi$ uma grandeza escalar, vetorial ou tensorial qualquer associada a um fluido. A *média volumétrica instantânea* de $\rho\psi$ em um volume V do fluido é definida como (Delhay 1977, p. 39; 1981, p. 2)

$$\langle\langle \rho\psi \rangle\rangle = \frac{1}{V} \int_V \rho\psi dV. \quad (4.2.1-4)$$

Analogamente, define-se a *média superficial instantânea* de $\rho\psi$ sobre uma superfície de área A do fluido como

$$\langle \rho\psi \rangle = \frac{1}{A} \int_A \rho\psi dA. \quad (4.2.1-5)$$

Considere-se um volume V de uma mistura multifásica em que cada fase i ocupa um volume V_i . A *média volumétrica intrínseca* de $\rho\psi$ em V_i é

$$\langle\langle \rho\psi \rangle\rangle_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \rho\psi dV. \quad (4.2.1-6)$$

Então, a *média volumétrica total* de $\rho\psi$ em V pode ser expressa como

$$\langle\langle \rho\psi \rangle\rangle = \frac{1}{V} \int_V \rho\psi dV = \sum_i \frac{1}{V} \int_{V_i} \rho\psi dV = \sum_i (\alpha_v)_i \langle\langle \rho\psi \rangle\rangle_i, \quad (4.2.1-7)$$

onde

$$(\alpha_v)_i = \frac{V_i}{V} \quad (4.2.1-8)$$

representa a fração do volume total ocupada pela fase i .

De maneira similar, considerando-se uma seção reta do fluido de área total A em que cada fase i ocupa uma área A_i , o conceito de média superficial leva a

$$\langle \rho\psi \rangle_i = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \rho\psi dA, \quad (4.2.1-9)$$

para a *média superficial intrínseca* de $\rho\psi$ em A_i , e

$$\langle \rho\psi \rangle = \frac{1}{A} \int_A \rho\psi dA = \sum_i \frac{1}{A} \int_{A_i} \rho\psi dA = \sum_i (\alpha_A)_i \langle \rho\psi \rangle_i, \quad (4.2.1-10)$$

para a *média superficial total* de $\rho\psi$ em A . A razão

$$(\alpha_A)_i = \frac{A_i}{A} \quad (4.2.1-11)$$

representa a fração da área total ocupada pela fase i .

No caso de uma mistura bifásica constituída de um líquido e de seu vapor, as Equações (4.2.1-7) e (4.2.1-10) podem escrever-se como

$$\langle\langle \rho\psi \rangle\rangle = \alpha_v \langle\langle \rho\psi \rangle\rangle_g + (1 - \alpha_v) \langle\langle \rho\psi \rangle\rangle_f, \quad (4.2.1-12)$$

$$\langle \rho\psi \rangle = \alpha_A \langle \rho\psi \rangle_g + (1 - \alpha_A) \langle \rho\psi \rangle_f, \quad (4.2.1-13)$$

em que os subscritos denotam, respectivamente, a fase líquida e a fase gasosa; α é a fração de vazio,

$$\alpha_A = \frac{A_g}{A}, \quad (1 - \alpha_A) = \frac{A_f}{A}; \quad (4.2.1-14)$$

$$\alpha_v = \frac{V_g}{V}, \quad (1 - \alpha_v) = \frac{V_f}{V}. \quad (4.2.1-15)$$

Note-se que os conceitos de médias produzem resultados inteiramente consistentes com os fundamentos do escoamento multifásico, algo que ocorre sem a necessidade de introduzir qualquer hipótese adicional acerca do comportamento das fases individuais. Uma importante consequência da suposição de fases uniformemente distribuídas é a equivalência de α_A e α_v e das médias volumétrica e superficial, ou seja, $\alpha_A = \alpha_v = \alpha$ e $\langle\langle \rho\psi \rangle\rangle = \langle \rho\psi \rangle$.

A média temporal de $\rho\psi(t)$ entre os instantes t e $t + \Delta t$ é definida por

$$\overline{\rho\psi}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \rho\psi(\tau) d\tau. \quad (4.2.1-16)$$

O intervalo de tempo Δt deve ser maior que o período das flutuações aleatórias da grandeza $\rho\psi$ e suficientemente menor que o período das variações no campo de escoamento que não estão associadas à turbulência.

4.2.2 Balanço Diferencial de Massa

Efetuada a integração do fluxo de massa sobre as superfícies permeáveis do volume de controle representado na Figura 4.2.1-1, obtém-se

$$\int_{A_{e/s}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \int_{A_z} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_{z-\Delta z}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA + \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \int_{a_k} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA ,$$

ficando subentendido que a equação se refere a um subcanal arbitrário i . O aparecimento da soma sobre as conexões associadas ao subcanal i no último termo da equação fica evidente pelas razões expostas na Subseção 4.1.3.

A aplicação do conceito de média superficial total conduz às relações seguintes para as integrais dos fluxos de massa nas superfícies permeáveis do volume de controle:

$$\int_{A_z} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \langle \rho u \rangle A|_z ,$$

$$\int_{A_{z-\Delta z}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \langle \rho u \rangle A|_{z-\Delta z} ,$$

$$\int_{a_k} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \langle \rho v \rangle_k s_k \Delta z .$$

A integral para o fluxo de massa sobre o volume de controle torna-se, portanto,

$$\int_{A_{e/s}} \rho \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = -\langle \rho u \rangle A|_z + \langle \rho u \rangle A|_{z-\Delta z} - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \langle \rho v \rangle_k s_k \Delta z .$$

Pela definição de média volumétrica total, a integral da densidade do fluido em V escreve-se como

$$\int_V \rho dV = \langle \langle \rho \rangle \rangle \bar{A} \Delta z .$$

Em vista desta duas últimas expressões, o balanço integral de massa expresso pela Equação (3.2.8-1) se transforma em

$$\bar{A} \Delta z \frac{\partial}{\partial t} \langle \langle \rho \rangle \rangle + \langle \rho u \rangle A|_z - \langle \rho u \rangle A|_{z-\Delta z} + \Delta z \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \langle \rho v \rangle_k s_k = 0 .$$

Dividindo por Δz e tomando o limite quando Δz tende a zero, vem

$$A \frac{\partial}{\partial t} \langle \langle \rho \rangle \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \langle \rho u \rangle A + \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \langle \rho v \rangle_k s_k = 0 . \quad (4.2.2-1)$$

Note-se que, no limite, $A_{z-\Delta z}$ tende a A_z e a área axial média $\bar{A}$ tende a A .

Seja

$$m = \int_A \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \langle \rho u \rangle A = \langle\langle \rho u \rangle\rangle A \quad (4.2.2-2)$$

a vazão de massa axial instantânea, e seja

$$w_k = \frac{1}{\Delta z} \int_{a_k} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \langle \rho v \rangle_k s_k = \langle\langle \rho v \rangle\rangle_k s_k \quad (4.2.2-3)$$

a vazão de massa transversal instantânea por unidade de comprimento axial que atravessa uma dada conexão k como resultados de gradientes laterais pressão ou de obstáculos nos subcanais. Em termos de m e w_k , a Equação (4.2.1-1) escreve-se como

$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} w_k = 0. \quad (4.2.2-4)$$

onde $i = 1, 2, \dots, NC$, lembrando-se que NC é o número total de subcanais. A equação tem dimensão de massa por unidade de comprimento e por unidade de tempo. O primeiro termo representa a variação de massa no subcanal i por unidade de tempo e por unidade de comprimento axial, e o segundo termo exprime a variação espacial da vazão de massa axial no subcanal por unidade de comprimento axial. O último termo representa a soma das vazões transversais por unidade de comprimento axial nas conexões associadas ao subcanal em consideração.

Supondo-se que a distribuição de fases seja uniforme, a densidade do fluido bifásico pode ser expressa em termos das densidades das fases individuais e da fração de vazio como

$$\rho = \langle\langle \rho \rangle\rangle = \langle \rho \rangle = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell, \quad (4.2.2-5)$$

onde o subscrito ℓ é usado no lugar de f para que ρ expresse corretamente a densidade do líquido monofásico quando $\alpha = 0$. Evidentemente, quando as condições bifásicas forem atingidas, a densidade ρ_ℓ deverá ser substituída pela densidade ρ_f de saturação do líquido.

Resta incluir na Equação (4.2.2-4) a transferência turbulenta de massa através das conexões. O intercâmbio flutuante de massa é expresso em termos de uma vazão de massa fictícia por unidade de comprimento axial definida como

$$w_k^M = w_{i_k \leftrightarrow j_k}^M = w_{i_k \rightarrow j_k}^M - w_{j_k \rightarrow i_k}^M, \quad (4.2.2-6)$$

onde o subscrito $i_k \leftrightarrow j_k$ representa o intercâmbio líquido entre os subcanais i_k e j_k que se

comunicam através da conexão k ; o subscrito $i_k \rightarrow j_k$ denota o escoamento do subcanal i_k para o subcanal j_k . De maneira semelhante, definem-se as vazões de massa fictícias $w_k'^U$ e $w_k'^H$ por unidade de comprimento associadas aos transportes turbulentos de momento linear e de entalpia, respectivamente. Tais vazões de massa por unidade de comprimento são estimadas com modelos empíricos. É possível mostrar que no escoamento monofásico não há intercâmbio líquido de massa entre os subcanais, de modo que

$$w_{i_k \rightarrow j_k}'^M = w_{j_k \rightarrow i_k}'^M \quad (4.2.2-7)$$

e, conseqüentemente,

$$w_k'^M = w_{i_k \leftrightarrow j_k}'^M = w_{i_k \rightarrow j_k}'^M - w_{j_k \rightarrow i_k}'^M = 0. \quad (4.2.2-8)$$

Por fim, introduzindo $w_k'^M$ na equação da continuidade, obtém-se

$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w_k'^M) = 0. \quad (4.2.2-9)$$

Considerando-se todos os subcanais e todas as conexões, esta equação pode ser escrita sob a forma matricial mais compacta

$$[A] \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} \right\} + \left\{ \frac{\partial m}{\partial z} \right\} + [E]^T \{w + w'^M\} = 0, \quad (4.2.2-10)$$

onde $[A]$ é uma matriz diagonal, de dimensão $NC \times NC$, cujos elementos da diagonal são as áreas A_i ($i = 1, 2, \dots, NC$), e $[E]^T$ é o operador matricial definido na Subseção 4.1.3.

4.2.3 Balanço Diferencial de Energia

Na Equação (3.2.8-3) para o balanço integral de energia, qual seja,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV &= \int_{A_{e/s}} \rho h \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA \\ &+ \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho Q dV, \end{aligned} \quad (4.2.3-1)$$

as integrais correspondentes à acumulação interna de entalpia e aos fluxos de energia através das superfícies permeáveis do volume de controle visualizado na Figura 4.2.1-1 são tratadas seguindo-se uma linha de raciocínio semelhante à empregada na discussão dos termos homólogos na equação para balanço de massa. Assim, utilizando-se os conceitos de média

volumétrica e de média superficial expressos pelas Equações (4.2.1-4) e (4.2.1-5), a duas primeiras integrais da equação de balanço de energia podem ser escritas como

$$\int_V \rho h dV = \langle \langle \rho h \rangle \rangle \bar{A} \Delta z. \quad (4.2.3-2)$$

$$\int_{A_{e/s}} \rho h \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = -\langle \rho u h \rangle A \Big|_z + \langle \rho u h \rangle A \Big|_{z-\Delta z} - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \langle \rho v h \rangle_k s_k \Delta z. \quad (4.2.3-3)$$

Usando a lei de Fourier,

$$\mathbf{q}'' = -k \nabla T, \quad (4.2.3-4)$$

onde k é a condutividade térmica do fluido, a integral que descreve a potência térmica adicionada ao volume de controle por condução nas superfícies permeáveis de entrada e saída pode ser expressa como

$$\begin{aligned} \int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA &= \int_{A_z} k \frac{\partial T}{\partial z} dA - \int_{A_{z-\Delta z}} k \frac{\partial T}{\partial z} dA - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \int_{a_k} k \frac{\partial T}{\partial y} dA \\ &= \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_z - \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_{z-\Delta z} - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial y} \right\rangle_k s_k \Delta z. \end{aligned}$$

O gradiente lateral de temperatura na conexão k entre dois subcanais adjacentes i_k e j_k é aproximado por

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_k = \frac{T_{i_k} - T_{j_k}}{\lambda_{c,k}} = c_k \frac{T_{i_k} - T_{j_k}}{\ell_k},$$

em que c_k é parâmetro empírico definido como o quociente da distância ℓ entre os centróides dos subcanais e o comprimento efetivo λ_c de condução térmica lateral. Com esta aproximação, a integral de condução torna-se

$$\int_{A_{e/s}} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA = \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_z - \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_{z-\Delta z} - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) \Delta z, \quad (4.2.3-5)$$

onde C_k é um coeficiente de condução térmica definido por

$$C_k = \left(\frac{cs \langle k \rangle}{\ell} \right)_k. \quad (4.2.3-6)$$

Supondo-se que a potência adicionada ao volume de controle pelas superfícies sólidas provenha unicamente da transmissão de calor entre as varetas combustíveis que

delimitam o subcanal e o fluido nele contido, a integral do vetor fluxo de calor sobre as superfícies permeáveis pode escreve-se como

$$\int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA = \Delta z \sum_{n \in i} P_n \phi_{ni} \langle q'' \rangle_n, \quad (4.2.3-7)$$

em que ϕ_{ni} denota a fração do perímetro P_n da vareta n orientado para o subcanal i , e $\langle q'' \rangle_n$ representa o fluxo de calor local médio da vareta; o somatório é efetuado para todas as varetas que compõem o subcanal.

O fluxo de calor local médio $\langle q'' \rangle_n$ é normalmente determinado, via modelo térmico do combustível, com a *lei* de Newton do resfriamento,

$$\langle q'' \rangle_n = \bar{q}_n'' = \bar{h}_{s,n} (T_{s,n} - \bar{T}_n), \quad (4.2.3-8)$$

onde $\bar{h}_s$ denota o coeficiente local médio de transferência de calor na superfície da vareta, T_s é a sua temperatura superficial, e $\bar{T}$ representa a temperatura local média do fluido em torno da vareta.

O coeficiente médio de transferência de calor e a temperatura média do fluido em torno da vareta são tomados como médias ponderadas dos valores destas grandezas nos subcanais que a envolvem, isto é,

$$\bar{h}_{s,n} = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} h_{ni}}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \quad (4.2.3-9)$$

$$\bar{T}_n = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} T_i}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}. \quad (4.2.3-10)$$

É importante ressaltar que o presente algoritmo para a determinação da potência transferida por convecção ao fluido nos subcanais baseia-se na premissa de que os fluxos de calor, os coeficientes de transferência de calor e as temperaturas sejam aproximadamente uniformes em torno de cada vareta combustível.

Opcionalmente, se o modelo térmico não for utilizado, o fluxo de calor local médio será dado por

$$\langle q'' \rangle_n = (1 - \bar{f}_q) \frac{q_n'}{P_n}, \quad (4.2.3-11)$$

onde q'_n representa a densidade linear de potência (potência por unidade de comprimento) produzida na vareta combustível pelos processos de fissão nuclear, incluindo aí aquela parcela de energia radiante que é absorvida pelo fluido; $(1 - \bar{f}_q)$ exprime a fração da potência total depositada no material do combustível. Ainda que a notação seja a mesma, este fluxo não deve ser confundido com o fluxo térmico de convecção definido pela Equação (4.2.3-8).

Utilizando-se ou não o modelo térmico do combustível, a potência adicionada diretamente ao fluido como resultado das interações do meio com as radiações provenientes das reações nucleares na vareta é expressa em termos da densidade linear de potência complementar $\bar{f}_q q'_n$. Assim, a integral para a geração interna de energia escreve-se como

$$\int_V \rho Q dV = \Delta z \sum_{n \in i} \bar{f}_q \varphi_{ni} q'_n. \quad (4.2.3-12)$$

Supondo-se que a densidade de potência gerada no fluido decresça linearmente com o aumento da fração de vazio média, $\bar{\alpha}_n$, nas adjacências da vareta combustível, tal que $\bar{f}_q = f_q$, quando $\bar{\alpha}_n = 0$, e $\bar{f}_q = 0$, quando $\bar{\alpha}_n = 1$, chega-se a

$$\bar{f}_q = (1 - \bar{\alpha}_n) f_q, \quad (4.2.3-13)$$

onde f_q é o valor de entrada para a fração da potência total gerada no fluido. A fração de vazio média em torno da vareta é calculada com

$$\bar{\alpha}_n = \frac{\sum_{i \in n} \varphi_{ni} \alpha_i}{\sum_{i \in n} \varphi_{ni}}, \quad (4.2.3-14)$$

em que as somas são efetuadas para todo os subcanais que envolvem a vareta.

A densidade linear de potência produzida em uma dada posição axial z da vareta combustível pelos processos de fissão nuclear que nela ocorrem pode ser expressa como

$$q'_n(z) = f_{a,n}(z) f_{r,n} q'_{\text{média}}, \quad (4.2.3-15)$$

em que f_a e f_r são os fatores axial e radial de potência; $q'_{\text{média}}$ representa a densidade linear média de potência das varetas combustíveis,

$$q'_{\text{média}} = \frac{q_{\text{total}}}{NR \sum_{n=1} L_n}, \quad (4.2.3-16)$$

onde q_{total} denota a potência total do feixe e L_n é o comprimento axial da região ativa da vareta combustível.

O fator axial de potência em uma dada posição axial z é definido como a razão entre a densidade linear local de potência e a densidade linear média de potência da vareta combustível,

$$f_{a,n}(z) = \frac{q'_n(z)}{\bar{q}'_n}. \quad (4.2.3-17)$$

Se $z = 0$ e $z = L_n$ correspondem, respectivamente, ao início e fim da região ativa, a densidade linear média de potência da vareta é então dada por

$$\bar{q}'_n = \frac{1}{L_n} \int_0^{L_n} q'_n(z) dz. \quad (4.2.3-18)$$

Define-se o fator radial de potência da vareta combustível pela relação

$$f_{r,n} = \frac{\bar{q}'_n}{q'_{\text{média}}}. \quad (4.2.3-19)$$

O fator $f_{a,n}$ é obtido em cada posição axial da vareta por interpolação linear em tabelas fornecidas pelo usuário para as distribuições axiais de potência. Os fatores radiais de potência das varetas, $f_{r,n}$, são também especificados via entrada de dados.

Somando as Equações (4.2.3-7) e (4.2.3-12), obtém-se

$$\begin{aligned} \int_{A_w} \mathbf{q}'' \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_V \rho Q dV &= \Delta z \sum_{n \in i} \phi_{ni} [P_n < q'' >_n + (1 - \bar{\alpha}_n) f_q q'_n] \\ &= q'_i \Delta z, \end{aligned} \quad (4.2.3-20)$$

onde

$$q'_i = \sum_{n \in i} \phi_{ni} [P_n < q'' >_n + (1 - \bar{\alpha}_n) f_q q'_n] \quad (4.2.3-21)$$

representa a potência térmica por unidade de comprimento adicionada ao fluido no volume de controle do subcanal i pelas varetas combustíveis que compõem esse subcanal. O fluxo de calor $< q'' >_n$ será dado pela Equação (4.2.3-8), se o modelo térmico do combustível for utilizado, ou pela Equação (4.2.3-11), em caso contrário. Seleccionando ou não o modelo térmico, a densidade linear de potência q'_n será calculada com a Equação (4.2.3-15).

Retornando ao balanço de energia, a substituição das Equações (4.2.3-2), (4.2.3-3), (4.2.3-5) e (4.2.3-20) na Equação (4.2.3-1) resulta em

$$\begin{aligned} \bar{A}\Delta z \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle + \langle \rho u h \rangle A \Big|_z - \langle \rho u h \rangle A \Big|_{z-\Delta z} + \Delta z \sum_{k \in i} e_{ki} \langle \rho v h \rangle_k s_k \\ = q' \Delta z + \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_z - \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \Big|_{z-\Delta z} - \Delta z \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}). \end{aligned} \quad (4.2.3-22)$$

O fluxo de energia flutuante com o tempo que atravessa a conexão k entre os subcanais adjacentes i_k e j_k é definido por

$$\bar{\phi}_k^H = \frac{\overline{w'_{i_k \rightarrow j_k} h_{i_k}} - \overline{w'_{j_k \rightarrow i_k} h_{j_k}}}{s_k} = \frac{\overline{w'_k{}^H (h_{i_k} - h_{j_k})}}{s_k}, \quad (4.2.3-23)$$

onde

$$\overline{w'_k{}^H} = \frac{\overline{w'_{i_k \rightarrow j_k} h_{i_k}} - \overline{w'_{j_k \rightarrow i_k} h_{j_k}}}{h_{i_k} - h_{j_k}} \quad (4.2.3-24)$$

representa uma vazão de massa líquida por unidade de comprimento axial, flutuante com o tempo, que atravessa a conexão k . O subscrito H indica que essa vazão de massa está associada ao transporte turbulento de energia. A vazão $w'_k{}^H$ é normalmente calculada por relações empíricas. Uma equação semelhante será empregada na próxima subseção para descrever o intercâmbio turbulento de momento. Os transportes turbulentos de energia e de momento linear através das superfícies axiais do volume de controle são supostos pouco importante em comparação com os demais contribuições envolvidas, sendo, por isso, aqui desprezados.

A energia adicionada por unidade de tempo ao volume de controle no subcanal i como resultado da transferência lateral turbulenta de entalpia nas várias conexões pode ser expressa como

$$q_i = - \sum_{k \in i} \bar{\phi}_k^H s_k \Delta z = - \Delta z \sum_{k \in i} e_{ki} \overline{w'_k{}^H} (h_{i_k} - h_{j_k}), \quad (4.2.3-25)$$

onde se suprimem as barras que indicam as médias temporais das variáveis.

Adicionando esta relação ao segundo membro da Equação (4.2.3-22), dividindo a expressão resultante por Δz e tomando o limite quando Δz tende a zero, a equação para o

balanço diferencial de energia térmica torna-se

$$\begin{aligned} A \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho h \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \langle \rho u h \rangle A + \sum_{k \in i} e_{ki} \langle \rho v h \rangle_k s_k \\ = q' + \frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A - \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k^H (h_{i_k} - h_{j_k}). \end{aligned} \quad (4.2.3-26)$$

O acúmulo de energia no volume de controle pode ser expresso em termos de uma *entalpia específica estática* definida por

$$h_{\text{est}} = \frac{\langle \rho h \rangle}{\langle \rho \rangle}. \quad (4.2.3-27)$$

Daí, desde que as fases sejam uniformemente distribuídas no volume de controle, resulta

$$h_{\text{est}} = \frac{\alpha \rho_g h_g + (1 - \alpha) \rho_\ell h_\ell}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell}. \quad (4.2.3-28)$$

A entalpia específica associada ao movimento do fluido, definida por

$$h_{\text{din}} = h = \frac{\langle \rho u h \rangle}{\langle \rho u \rangle} = \frac{\langle \rho v h \rangle}{\langle \rho v \rangle}, \quad (4.2.3-29)$$

denomina-se a *entalpia específica dinâmica*. A igualdade dos dois últimos termos indica que a definição se aplica tanto à direção axial quanto à direção vertical. Supondo-se que as entalpias das fases sejam uniformes sobre as seções retas do subcanal, valem as relações

$$h = \frac{\alpha \langle \rho u \rangle_g h_g + (1 - \alpha) \langle \rho u \rangle_\ell h_\ell}{\langle \rho u \rangle}, \quad (4.2.3-30)$$

para a direção axial, e

$$h = \frac{\alpha \langle \rho v \rangle_g h_g + (1 - \alpha) \langle \rho v \rangle_\ell h_\ell}{\langle \rho v \rangle}, \quad (4.2.3-31)$$

para a direção transversal.

O *título dinâmico de vapor* nas direções axial e transversal é dado pela razão entre os respectivos fluxos de massa de vapor e o fluxo de massa total, ou seja,

$$\chi = \frac{\alpha \langle \rho u \rangle_g}{\langle \rho u \rangle} = \frac{\alpha \langle \rho v \rangle_g}{\langle \rho v \rangle}. \quad (4.2.3-32)$$

A fração complementar de massa líquida é, então,

$$1 - \chi = \frac{(1 - \alpha) \langle \rho u \rangle_f}{\langle \rho u \rangle} = \frac{(1 - \alpha) \langle \rho v \rangle_f}{\langle \rho v \rangle}. \quad (4.2.3-33)$$

Portanto, em termos do título dinâmico, a entalpia específica dinâmica escreve-se como

$$h = \chi h_g + (1 - \chi) h_\ell, \quad (4.2.3-34)$$

donde

$$\chi = \frac{h - h_\ell}{h_g - h_\ell}. \quad (4.2.3-35)$$

A diferença entre a entalpia dinâmica e a entalpia estática é dada por

$$h - h_{\text{est}} = \chi h_g + (1 - \chi) h_\ell - \frac{\alpha \rho_g h_g + (1 - \alpha) \rho_\ell h_\ell}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell}$$

que, com algumas simplificações algébricas, resulta em

$$h - h_{\text{est}} = \frac{\psi}{\rho} (h_g - h_\ell), \quad (4.2.3-36)$$

onde $\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell$ e

$$\psi = (1 - \alpha) \chi \rho_\ell - \alpha (1 - \chi) \rho_g. \quad (4.2.3-37)$$

Para $\rho_\ell = \rho_f$ e $h_\ell = h_f$ a Equação (4.2.3-36) reduz-se na função especial ψ ,

$$\psi = \frac{\rho}{h_{fg}} (h - h_{\text{est}}) = (1 - \alpha) \chi \rho_f - \alpha (1 - \chi) \rho_g, \quad (4.2.3-38)$$

introduzida por Tong (1965, p. 208). A grandeza h_{fg} denota o calor latente de vaporização.

A função ψ pode ser interpretada como uma correção para o deslizamento das fases na equação da energia. Na ausência de deslizamento, pode-se mostrar que $\psi = 0$. Com efeito, substituindo a Equação (3.2.1-11) que exprime a fração de vazio em termos da razão de deslizamento S ,

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + (1 - \chi) S v_f},$$

na Equação (4.2.3-38), obtém-se

$$\psi = \frac{\chi(1-\chi)(S-1)}{\chi v_g + (1-\chi)S v_f}. \quad (4.2.3-39)$$

Evidentemente, $\psi = 0$ quando $S = u_g/u_f = 1$. Neste caso particular, as entalpias dinâmica e estática serão equivalentes. Note-se que a equivalência destas duas entalpias ocorre também no escoamento monofásico.

A substituição das fórmulas

$$\langle\langle \rho h \rangle\rangle = \langle\langle \rho \rangle\rangle h_{\text{est}} = \rho h_{\text{est}},$$

$$\langle \rho u h \rangle_A = \langle \rho u \rangle_A h = m h,$$

$$\langle \rho v h \rangle_s = \langle \rho v \rangle_s h = w h$$

na Equação (4.2.3-26) conduz à expressão

$$\begin{aligned} & A \frac{\partial}{\partial t}(\rho h_{\text{est}}) + \frac{\partial}{\partial z}(m h) + \sum_{k \in i} e_{ki} (w h)_k \\ &= q' + \frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A - \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}). \end{aligned} \quad (4.2.3-40)$$

para o balanço diferencial de energia térmica no volume de controle genérico visualizado na Figura 4.2.1-1.

Da Equação (4.2.3-38) obtém-se

$$\rho h_{\text{est}} = \rho h - h_{fg} \psi.$$

De posse desta expressão, a derivada temporal na Equação (4.2.3-40) pode ser expandida como se segue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho h_{\text{est}}) &= \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) - \frac{\partial}{\partial t}(h_{fg} \psi) = \rho \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t} - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \\ &= \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right) \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t}. \end{aligned}$$

Sendo dependente apenas da pressão do sistema, a qual é, por suposição, aproximadamente invariável com o tempo, o calor latente de vaporização h_{fg} pode ser mantido constante na derivação. Substituindo esta relação na Equação (4.2.3-40), obtém-se a fórmula diferencial

final apropriada à descrição do transporte de energia térmica no volume de controle de um subcanal arbitrário i ,

$$\begin{aligned} & A_i \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + A_i h_i \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mh)_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wh)_k \\ & = q'_i + \frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle_i A_i - \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}). \end{aligned} \quad (4.2.3-41)$$

Como no caso do balanço diferencial de massa, considerando-se todos os NC subcanais e todas as NK conexões do feixe de varetas, a equação pode ser escrita sob a seguinte forma matricial:

$$\begin{aligned} & \left[A \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right) \right] \frac{\partial}{\partial t} \{h\} + \left[A \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] \{h\} + \frac{\partial}{\partial z} \{mh\} + [E]^T \{wh\} \\ & = \{q'\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \right\} - [E]^T [C] [E] \{T\} - [E]^T [w'^H] [E] \{h\}, \end{aligned} \quad (4.2.3-42)$$

onde $[]$, excetuando $[E]$ e $[E]^T$, denota matrizes diagonais e $\{ \}$ representa vetores-coluna; $[E]$ e $[E]^T$ são os operadores matriciais definidos na Subseção 4.1.3. Todos os vetores possuem dimensão $NC \times 1$, exceto $\{wh\}$ que tem dimensão $NK \times 1$. Excluindo $[C]$ e $[w'^H]$, ambas com dimensão $NK \times NK$, as demais matrizes diagonais possuem dimensão $NC \times NC$.

4.2.4 Balanço Diferencial de Momento Axial

O balanço de momento linear tem de ser separado em duas componente: uma, na direção axial, e outra, na direção transversal. O balanço de momento axial será desenvolvido a seguir. Pelo fato de exigir a consideração de um volume de controle especial, a componente transversal será tratada à parte, na próxima subseção.

Reportando-se à Equação (3.2.8-2), o balanço de momento linear na direção axial pode ser expresso como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z) dV &= \int_{A_{e/s}} \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z) \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA \\ &\quad - \int_{A_w} [\mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n})] \cdot \mathbf{e}_z dA + \int_V \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z) dV, \end{aligned}$$

onde $\mathbf{e}_z$ é um vetor unitário na direção axial. Se u representa a componente axial do vetor

velocidade $\mathbf{u}$, então $\mathbf{u} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z$ e a equação de balanço torna-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u dV = \int_{A_{e/s}} \rho u \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA \\ - \int_{A_w} [\mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n})] \cdot \mathbf{e}_z dA + \int_V \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z) dV. \end{aligned} \quad (4.2.4-1)$$

Usando o conceito de média volumétrica expresso pela Equação (4.2.1-4), a primeira integral escreve-se como

$$\int_V \rho u dV = \langle\langle \rho u \rangle\rangle V = \langle\langle \rho u \rangle\rangle \bar{A} \Delta z, \quad (4.2.4-2)$$

onde $\bar{A}$ denota, como antes, a área média de escoamento axial no volume de controle mostrado na Figura 4.2.1-1.

Efetuada a segunda integral sobre as seções de entrada e saída do volume de controle, obtém-se

$$\int_{A_{e/s}} \rho u \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = - \int_{A_z} \rho u^2 dA + \int_{A_{z-\Delta z}} \rho u^2 dA - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \int_{a_k} \rho u v dA.$$

Empregando a definição de média superficial, conforme Equação (4.2.1-5), vem

$$\begin{aligned} \int_{A_{e/s}} \rho u \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = - \langle \rho u^2 \rangle_z A \Big|_z + \langle \rho u^2 \rangle_{z-\Delta z} A \Big|_{z-\Delta z} \\ - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \langle \rho u v \rangle_k s_k \Delta z. \end{aligned} \quad (4.2.4-3)$$

A resultante na direção axial das forças de pressão que agem nas seções de entrada e saída do volume de controle é dada por

$$\begin{aligned} \int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = - \langle p \rangle_z A \Big|_z + \langle p \rangle_{z-\Delta z} A \Big|_{z-\Delta z} \\ = - \langle p \rangle_z A_z + \langle p \rangle_{z-\Delta z} A_{z-\Delta z}, \end{aligned} \quad (4.2.4-4)$$

onde $\langle p \rangle$ é a pressão média na seção reta considerada.

Se a área do subcanal variar axialmente, uma força de pressão extra será exercida pelo fluido sobre as paredes laterais. Supondo-se que a pressão e a área de escoamento variem linearmente entre $z - \Delta z$ e z , o módulo da componente axial dessa força pode ser aproximado por

$$\int_{A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = - \langle \bar{p} \rangle \int_{A_w} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_z) dA,$$

onde

$$\langle \bar{p} \rangle = \frac{1}{2} (\langle p \rangle_z + \langle p \rangle_{z-\Delta z})$$

é a pressão média e a integral no segundo membro representa as projeções das superfícies laterais sobre um plano normal à direção axial. Considerando-se que a área axial varia linearmente entre $z - \Delta z$ e z , pode-se mostrar que

$$\int_{A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = \langle \bar{p} \rangle (A_z - A_{z-\Delta z}).$$

A força de pressão total sobre o volume de controle na direção axial será, portanto,

$$\int_{A_{e/s}} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA + \int_{A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = -\bar{A} (\langle p \rangle_z - \langle p \rangle_{z-\Delta z}). \quad (4.2.4-5)$$

A integral do tensor tangencial de viscosidade

$$\int_{A_w} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA$$

descreve as forças de resistência hidráulica que as superfícies sólidas exercem sobre o fluido. Usualmente, considera-se que a ação dessas forças causa uma perda de pressão total por atrito e uma perda de pressão por resistência local (Idelchik, 1996, p. 36).

As perdas por atrito é uma consequência da viscosidade dos líquidos e gases reais em movimento e resultam da transferência de momento entre moléculas (no escoamento laminar) e entre partículas (no escoamento turbulento) das camadas adjacentes de fluido que se movem a diferentes velocidades. As perdas localizadas provêm dos distúrbios locais no escoamento, tais como obstruções provocadas por grades espaçadoras. A fração da pressão total necessária para vencer as forças de resistência hidráulica é irreversivelmente perdida.

As reduções de pressão por atrito e por resistência local são adicionadas de acordo com o princípio de superposição de perdas, de forma que a resultante das forças de viscosidade exercidas sobre o fluido pode escrever-se como

$$\int_{A_w} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = (\Delta p_{\text{atrito}} + \Delta p_{\text{local}}) \bar{A}.$$

A perda de pressão total por atrito é avaliada com a fórmula de Darcy-Weisbach,

$$\Delta p_{\text{atrito}} = -\frac{1}{2} f \frac{\Delta z}{D_w} \langle \rho u^2 \rangle, \quad (u \geq 0)$$

onde f é um coeficiente de atrito determinado através de relações empíricas; D_w é o diâmetro hidráulico definido pela Equação (4.1.1-1). A perda de pressão local pode ser calculada com

$$\Delta p_{\text{local}} = -\frac{1}{2}\zeta < \rho u^2 >, \quad (u \geq 0)$$

em que ζ é um coeficiente de resistência hidráulica que depende das características do distúrbio local no escoamento. O sinal menos foi introduzido nas duas últimas relações porque as forças de viscosidade sempre opõem ao sentido do movimento; no caso de a velocidade ser negativa, o sinal será mais. De posse destas duas relações, a resultante das forças de viscosidade escreve-se como

$$\int_{A_w} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_z dA = -\frac{1}{2} \left(f \frac{\Delta z}{D_w} + \zeta \right) < \rho u^2 > \bar{A}. \quad (4.2.4-6)$$

A integral para a força gravitacional pode ser escrita como

$$\int_V \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z) dV = - < \rho > g \cos \theta \bar{A} \Delta z, \quad (4.2.4-7)$$

onde θ é o ângulo que o eixo longitudinal do subcanal faz com a vertical: $\theta = 0^\circ$, para um escoamento vertical ascendente; $\theta = 90^\circ$, para um escoamento horizontal; e $\theta = 180^\circ$, para um escoamento vertical descendente.

A substituição das Equações (4.2.4-2) a (4.2.4-7) na Equação (4.2.4-1) leva a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} < \rho u > \bar{A} \Delta z = & - < \rho u^2 > A \Big|_z + < \rho u^2 > A \Big|_{z-\Delta z} - \Delta z \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} < \rho u v >_k s_k \\ & - (< p >_z - < p >_{z-\Delta z}) \bar{A} - \frac{1}{2} \left(f \frac{\Delta z}{D_w} + \zeta \right) < \rho u^2 > \bar{A} \\ & - < \rho > g \cos \theta \bar{A} \Delta z. \end{aligned} \quad (4.2.4-8)$$

A transferência de momento turbulento entre subcanais adjacentes será introduzida na equação de maneira semelhante à inclusão do termo de energia térmica turbulenta na equação da energia. O fluxo de momento flutuante com o tempo que atravessa a conexão k no sentido do subcanal i_k para o subcanal j_k é definido por

$$\overline{\phi_k^U} = \frac{\overline{w_{i_k \rightarrow j_k}^{rM} u_{i_k}} - \overline{w_{j_k \rightarrow i_k}^{rM} u_{j_k}}}{s_k} = \frac{\overline{w_k^{rU} (u_{i_k} - u_{j_k})}}{s_k}, \quad (4.2.4-9)$$

onde

$$\overline{w_k'^U} = \frac{\overline{w_{i_k \rightarrow j_k}'^M u_{i_k}} - \overline{w_{j_k \rightarrow i_k}'^M u_{j_k}}}{\overline{u_{i_k} - u_{j_k}}} \quad (4.2.4-10)$$

representa uma vazão de massa líquida por unidade de comprimento axial, flutuante com o tempo, que atravessa a conexão k . O subscrito U indica que essa vazão de massa está associada ao transporte turbulento de momento. Tal como $w_k'^M$ e $w_k'^H$, a vazão $w_k'^U$ é determinada por relações empíricas.

A força axial total sobre o volume de controle no subcanal i causada pela transferência lateral turbulenta de momento nas várias conexões pode, então, ser expressa como

$$F_i = -\sum_{k \in i} e_{ki} \phi_k^U s_k \Delta z = -\Delta z \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^U (u_{i_k} - u_{j_k}), \quad (4.2.4-11)$$

onde se omitem as barras que indicam as médias temporais das grandezas.

Adicionando a Equação (4.2.4-11) ao segundo membro da Equação (4.2.4-8), dividindo a expressão resultante por Δz e tomando o limite quando Δz tende a zero, o balanço diferencial de momento axial assume a forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle\langle \rho u \rangle\rangle A + \frac{\partial}{\partial z} \langle \rho u^2 \rangle A + \sum_{k \in i} e_{ki} \langle \rho u v \rangle_k s_k = -A \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial z} \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{f}{D_w} + \zeta' \right) \langle \rho u^2 \rangle A - \langle\langle \rho \rangle\rangle A g \cos \theta - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^U (u_{i_k} - u_{j_k}). \end{aligned} \quad (4.2.4-12)$$

onde ζ' é o coeficiente de resistência hidráulica por unidade de comprimento axial.

A vazão de massa axial, m , e a vazão de massa transversal por unidade de comprimento, w , são definidas pelas Equações (4.2.2-2) e (4.2.2-3) como

$$m = \langle \rho u \rangle A = \langle\langle \rho u \rangle\rangle A, \quad (4.2.4-13)$$

$$w = \langle \rho v \rangle s = \langle\langle \rho v \rangle\rangle s. \quad (4.2.4-14)$$

De acordo com a Equação (4.2.1-13), o fluxo de momento axial é dado por

$$\langle \rho u^2 \rangle = \alpha \langle \rho u^2 \rangle_g + (1 - \alpha) \langle \rho u^2 \rangle_\ell,$$

e o fluxo de momento transversal por

$$\langle \rho u v \rangle = \alpha \langle \rho u v \rangle_g + (1 - \alpha) \langle \rho u v \rangle_\ell.$$

O título dinâmico de vapor nas direções axial e transversal é dado pela razão entre os respectivos fluxos de massa de vapor e o fluxo de massa total, isto é,

$$\chi = \frac{\alpha \langle \rho u \rangle_g}{\langle \rho u \rangle} = \frac{\alpha \langle \rho v \rangle_g}{\langle \rho v \rangle}.$$

A fração complementar de massa líquida é,

$$1 - \chi = \frac{(1 - \alpha) \langle \rho u \rangle_\ell}{\langle \rho u \rangle} = \frac{(1 - \alpha) \langle \rho v \rangle_\ell}{\langle \rho v \rangle}.$$

Considerando-se que as distribuições de densidade e de velocidade das fases sejam uniformes sobre as áreas seccionais do subcanal, as expressões para os fluxos de momento podem ser rescritas como

$$\langle \rho u^2 \rangle = \alpha \langle \rho u \rangle_g u_g + (1 - \alpha) \langle \rho u \rangle_\ell u_\ell, \quad (4.2.4-15)$$

$$\langle \rho u v \rangle = \alpha \langle \rho v \rangle_g u_g + (1 - \alpha) \langle \rho v \rangle_\ell u_\ell, \quad (4.2.4-16)$$

uma vez que

$$\langle \rho u^2 \rangle_{g/\ell} = \langle \rho u \rangle_{g/\ell} \langle u \rangle_{g/\ell} = \langle \rho u \rangle_{g/\ell} u_{g/\ell},$$

$$\langle \rho u v \rangle_{g/\ell} = \langle \rho v \rangle_{g/\ell} \langle u \rangle_{g/\ell} = \langle \rho v \rangle_{g/\ell} u_{g/\ell}.$$

Por raciocínio análogo, as equações para o título dinâmico combinadas com as Equações (4.2.4-13) e (4.2.4-14) resultam em

$$\langle \rho u \rangle_g = \rho_g u_g = \frac{m \chi}{A \alpha}, \quad (4.2.4-17)$$

$$\langle \rho u \rangle_\ell = \rho_\ell u_\ell = \frac{m (1 - \chi)}{A (1 - \alpha)}, \quad (4.2.4-18)$$

$$\langle \rho v \rangle_g = \rho_g v_g = \frac{w \chi}{s \alpha}, \quad (4.2.4-19)$$

$$\langle \rho v \rangle_\ell = \rho_\ell v_\ell = \frac{w (1 - \chi)}{s (1 - \alpha)}. \quad (4.2.4-20)$$

Explicitando as velocidades nas quatro últimas equações, vêm

$$u_g = \frac{m}{A} \frac{\chi}{\alpha \rho_g}, \quad (4.2.4-21)$$

$$u_\ell = \frac{m}{A} \frac{(1-\chi)}{(1-\alpha)\rho_\ell}, \quad (4.2.4-22)$$

$$v_g = \frac{w}{s} \frac{\chi}{\alpha \rho_g}, \quad (4.2.4-23)$$

$$v_\ell = \frac{w}{s} \frac{(1-\chi)}{(1-\alpha)\rho_\ell}. \quad (4.2.4-24)$$

Em vista das Equações (4.2.4-17) a (4.2.4-24), as Equações (4.2.4-15) e (4.2.4-16) para os fluxos de momento axial e transversal se transformam em

$$\langle \rho u^2 \rangle A = m u' \quad (4.2.4-25)$$

e

$$\langle \rho u v \rangle s = w u', \quad (4.2.4-26)$$

onde

$$u' = \frac{m}{A} \left[\frac{\chi^2}{\alpha \rho_g} + \frac{(1-\chi)^2}{(1-\alpha)\rho_\ell} \right] \quad (4.2.4-27)$$

é a *velocidade de transporte de momento axial*. A grandeza

$$v' = \frac{\chi^2}{\alpha \rho_g} + \frac{(1-\chi)^2}{(1-\alpha)\rho_\ell} \quad (4.2.4-28)$$

é freqüentemente denominada *volume específico efetivo para o transporte de momento*.

Para um escoamento homogêneo, no qual as fases se movem à mesma velocidade, a fração de vazio será descrita por

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + (1-\chi) v_\ell},$$

em conformidade com a Equação (3.2.1-11). Resolvendo esta equação para χ , obtém-se a

relação

$$\chi = \frac{\alpha \rho_g}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell}.$$

A substituição desta na Equação (4.2.4-28) conduz a

$$v' = \frac{1}{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_\ell},$$

o que indica que, no escoamento homogêneo, o volume específico efetivo para o transporte de momento é justamente o inverso da densidade da mistura bifásica. Observe-se que nesse caso a velocidade de transporte de momento axial reduz-se a velocidade axial do fluido, isto é, $u' = u$.

Empregando a Equação (4.2.4-25), o termo de perda de pressão por viscosidade pode ser reformulado como

$$\frac{1}{2} \left(\frac{f}{D_w} + \zeta' \right) \langle \rho u^2 \rangle A = \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right) \frac{m}{A} |m|, \quad (4.2.4-29)$$

onde ϕ^2 é um parâmetro empírico denominado *multiplicador de atrito bifásico* (Collier e Thome, 1996, p. 34).

Por fim, em virtude das Equações (4.2.4-13), (4.2.4-25), (4.2.4-26) e (4.2.4-29), o balanço diferencial de momento axial expresso pela Equação (4.2.4-12) se transforma em

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mu')_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wu')_k = & -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right) \frac{m_i}{A_i} |m_i| \\ & - A_i \rho_i g \cos \theta - \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'^U (u_{ik} - u_{jk}). \end{aligned} \quad (4.2.4-30)$$

A equação refere-se a um volume de controle em um subcanal arbitrário i . Considerando-se todos os NC subcanais e todas as NK conexões do feixe de varetas, a equação acima assume a seguinte forma matricial:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{m\} + \frac{\partial}{\partial z} \{mu'\} + [E]^T \{wu'\} = & -[A] \frac{\partial}{\partial z} \{p\} - \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right) \frac{m}{A} |m| \right\} \\ & - \{A \rho g \cos \theta\} - [E]^T [w'^U] [E] \{u\}, \end{aligned} \quad (4.2.4-31)$$

onde $[]$, excetuando $[E]$ e $[E]^T$, denota matrizes diagonais e $\{ \}$ representa vetores-coluna; $[E]$ e $[E]^T$ são os operadores matriciais definidos na Subseção 4.1.3. Todos os vetores possuem dimensão $NC \times 1$, exceto $\{w_u\}$ que tem dimensão $NK \times 1$. As matrizes diagonais $[A]$ e $[w'^u]$ têm dimensões $NC \times NC$ e $NK \times NK$, respectivamente.

4.2.5 Balanço Diferencial de Momento Transversal

A discussão que se segue acerca do balanço de momento transversal na interface de conexão entre dois subcanais adjacentes fundamenta-se nos escritos de Rowe (1973), Stewart et al. (1977, 1985), Veloso (1978) e de Todreas e Kazimi (1990b).

A componente transversal do balanço de momento linear na interface de conexão entre dois subcanais adjacentes será desenvolvida mediante a aplicação da Equação (3.2.8-2) ao volume de controle especial V' representado na Figura 4.2.5-1. Este volume de controle é delimitado lateralmente pela superfícies das varetas associadas à conexão e pelos planos que contêm os centróides dos subcanais adjacentes e os eixos centrais das varetas. As faces inferior e superior de V' são as superfícies $A'_{z-\Delta z}$ e A'_z perpendiculares à direção longitudinal em $z - \Delta z$ e z , respectivamente. Definindo o volume de controle V' desta maneira, a soma de todos os V' será igual ao volume total do feixe ocupado pelo fluido. A área lateral da interface de conexão é igual ao produto da largura s da conexão pela altura Δz do volume de controle.

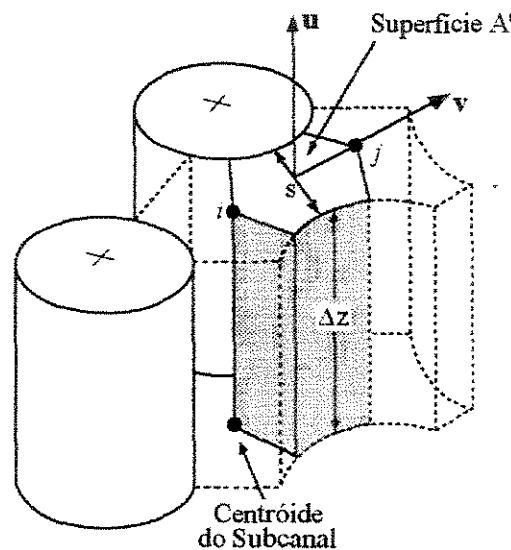


Figura 4.2.5-1 Volume de controle para o momento transversal.

Os subcanais adjacentes i e j são acoplados por uma vazão de massa transversal por unidade de comprimento axial definida por

$$w = \langle \rho v \rangle_s = \langle \langle \rho v \rangle \rangle_s, \quad (4.2.5-1)$$

onde $\langle \rho v \rangle$ denota o fluxo de massa que atravessa a conexão. Deve-se ter em mente que, por convenção, esse fluxo será positivo se o escoamento lateral ocorrer do subcanal de índice menor para o subcanal de índice maior.

Para simplificar a formulação do balanço de momento transversal, supõe-se que a direção do escoamento seja determinada apenas pela orientação da conexão e que o fluido perca o sentido de direção quando atravessa a conexão. Assim, em cada volume de controle do momento transversal, o escoamento é unidimensional e ocorre somente em uma certa direção y perpendicular à interface da conexão.

Por analogia com o desenvolvimento da equação para o balanço de momento axial na subseção precedente, a componente da Equação (3.2.8-2) na direção y escreve-se como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V'} \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y) dV &= \int_{A_{e/s}} \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y) \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA + \int_{A_{e/s} + A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_y dA \\ &\quad - \int_{A_w} [\mathbf{V} \cdot (-\mathbf{n})] \cdot \mathbf{e}_y dA + \int_{V'} \rho (\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_y) dV, \end{aligned} \quad (4.2.5-2)$$

onde $\mathbf{e}_y$ é um vetor unitário normal à superfície $s\Delta z$.

Empregando a definição de média volumétrica expressa pela Equação (4.2.1-4), a integral que descreve o acúmulo de momento no volume de controle assume a forma

$$\int_{V'} \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y) dV = \langle \langle \rho v \rangle \rangle \overline{A'} \Delta z, \quad (4.2.5-3)$$

onde v representa o módulo da componente transversal do vetor velocidade $\mathbf{u}$ e

$$\overline{A'} = \frac{1}{2} (A'_{z-\Delta z} + A'_z)$$

é a área axial média do volume de controle V' .

A integral do fluxo de momento que entra no volume de controle V' através das seções permeáveis pode ser expandida como segue:

$$\int_{A_{e/s}} \rho (\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y) \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = - \int_{A'_z} \rho u v dA + \int_{A'_{z-\Delta z}} \rho u v dA - \sum_{\kappa \in k} \int_{s_{\kappa} \Delta z} \rho v (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA,$$

em que as duas primeiras integrais no segundo membro exprimem os momentos laterais por unidade de tempo transportados pelo escoamento axial através das superfícies A'_z e $A'_{z-\Delta z}$. Em vista da definição de média superficial pela Equação (4.2.1-5), estas integrais podem ser escritas como

$$\int_{A'_z} \rho u v dA = \langle \rho u v \rangle A'_z \quad \text{e} \quad \int_{A'_{z-\Delta z}} \rho u v dA = \langle \rho u v \rangle A'_{z-\Delta z}.$$

O termo

$$\sum_{\kappa \in k} \int_{s_{\kappa} \Delta z} \rho v (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA,$$

foi introduzido originalmente na equação do momento transversal por Stewart et al. (1977) e expressa de forma aproximada a soma dos momentos por unidade de tempo que saem de V' através de todas as conexões adjacentes à conexão k entre os subcanais i e j mostrados na Figura 4.2.5-1.

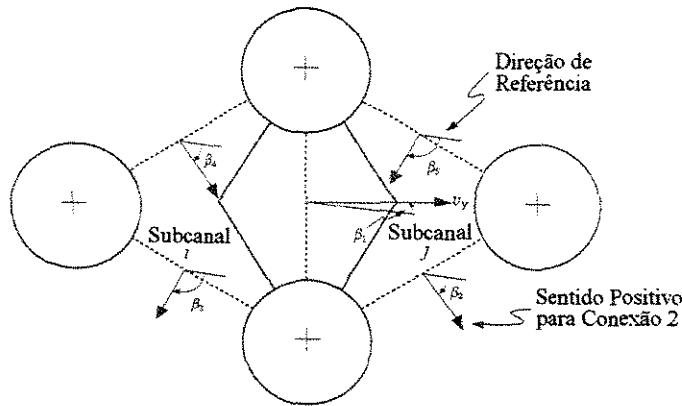


Figura 4.2.5-2 Ângulos de referência das conexões.

Atribuindo a cada conexão κ um ângulo β_κ medido em relação a alguma direção de referência arbitrária, tal como ilustra a Figura 4.2.5-2, Stewart e colaboradores propuseram a correlação

$$\sum_{\kappa \in k} \int_{s_{\kappa} \Delta z} \rho v (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA = \sum_{\kappa \in k} (\sigma C_s \langle \rho v^2 \rangle s \cos \Delta \beta)_\kappa \Delta z,$$

onde $\Delta \beta$ é a diferença entre o ângulo atribuído à conexão κ e o ângulo da conexão de interesse, isto é, $\Delta \beta = \beta_\kappa - \beta_k$. O coeficiente empírico C_s , que pode assumir valores entre zero e um, leva em conta a imperfeição do acoplamento das conexões, principalmente

porque o fluxo de momento em uma dada conexão pode ser afetado pelas condições nas conexões adjacentes a montante. O parâmetro inteiro σ vale +1 quando uma vazão lateral positiva flui para dentro dos subcanais i e j na Figura 4.2.5-2, e vale -1 quando a vazão lateral positiva está saindo dos subcanais.

Considerando-se as expressões introduzidas nos dois parágrafos precedentes, a primeira integral no segundo membro da Equação (4.2.5-2) pode ser escrita como

$$\int_{A_{e/s}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_y) \mathbf{u} \cdot (-\mathbf{n}) dA = -\langle \rho u v \rangle A' \Big|_z + \langle \rho u v \rangle A' \Big|_{z-\Delta z} - \sum_{k \in k} (\sigma C_s \langle \rho v^2 \rangle s \cos \Delta \beta)_k \Delta z. \quad (4.2.5-4)$$

A principal força responsável pelo escoamento transversal numa dada conexão decorre do desequilíbrio de pressões nos subcanais adjacentes i e j . Supondo-se que o escoamento transversal positivo ocorra de i para j , a força lateral total exercida sobre o fluido em V' pode ser aproximada por

$$\int_{A_{e/s}+A_w} p(-\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_y dA = (\langle p \rangle_i - \langle p \rangle_j) s \Delta z, \quad (4.2.5-5)$$

onde $\langle p \rangle$ denota a média superficial das pressões que agem sobre a seção lateral do volume de controle.

A resultante das forças de viscosidade exercidas sobre o volume de controle V' é definida por

$$\int_{A_w} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}_y dA = -\frac{1}{2} K \langle \rho v^2 \rangle s \Delta z, \quad (4.2.5-6)$$

em que K é um coeficiente global de resistência hidráulica que inclui as perdas por atrito e por resistência local. Para feixes de varetas típicos, K é da ordem de um ou menos.

Se a direção de referência escolhida para β for paralela ao plano que contém o eixo do feixe e a vertical, o ângulo de referência β permitirá a avaliação da força gravitacional lateral em feixes inclinados. Assim, a força gravitacional sobre o volume de controle V' será dada por

$$\int_{V'} \rho(\mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_y) dV = -\langle \rho \rangle g \bar{A}' \Delta z \sin \theta \cos \beta \quad (4.2.5-7)$$

onde θ é o ângulo que o eixo do feixe faz com a vertical.

A substituição das Equações (4.2.5-3) a (4.2.5-7) na Equação (4.2.5-2) conduz a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle\langle \rho v \rangle\rangle \bar{A}' \Delta z = & -\langle \rho u v \rangle A' \Big|_z + \langle \rho u v \rangle A' \Big|_{z-\Delta z} \\ & - \sum_{k \in k} (\sigma C_s \langle \rho v^2 \rangle s \cos \Delta \beta)_k \Delta z + (\langle p \rangle_i - \langle p \rangle_j) s \Delta z \\ & - \frac{1}{2} K \langle \rho v^2 \rangle s \Delta z - \langle\langle \rho \rangle\rangle g \bar{A}' \Delta z \sin \theta \cos \beta. \end{aligned}$$

Dividindo esta expressão por Δz e tomando o limite quando Δz tende a zero, obtém-se a equação diferencial que descreve o balanço de momento transversal na conexão k entre dois subcanais adjacentes i_k e j_k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle\langle \rho v \rangle\rangle A' + \frac{\partial}{\partial z} \langle \rho u v \rangle A' + \sum_{k \in k} (\sigma C_s \langle \rho v^2 \rangle s \cos \Delta \beta)_k = \\ (\langle p \rangle_{i_k} - \langle p \rangle_{j_k}) s - \frac{1}{2} K \langle \rho v^2 \rangle s - \langle\langle \rho \rangle\rangle g A' \sin \theta \cos \beta. \end{aligned} \quad (4.2.5-8)$$

Desprezando-se o cisalhamento do fluido em V' , o termo correspondente à difusão de momento turbulento não aparece na equação do momento transversal.

As únicas dimensões que podem ser facilmente especificadas no volume de controle da Figura 4.2.5-1 são a altura Δz e a largura s da conexão. Por causa da complexidade da geometria e do campo de escoamento na região da conexão, a determinação precisa dos centróides dos subcanais e, portanto, da área axial A' do volume de controle V' mostra-se bastante complicada, a menos que inúmeras hipóteses simplificativas sejam consideradas. A fim de contornar tais dificuldades, o volume de controle $V' = A' \Delta z$ é expresso em termos de um comprimento fictício ℓ definido por

$$\ell = \frac{A'}{s}, \quad (4.2.5-9)$$

tal que

$$V' = s \ell \Delta z. \quad (4.2.5-10)$$

O comprimento ℓ é aproximadamente igual à distância entre os centróides dos subcanais adjacentes. Em consequência desta definição de ℓ , a soma dos volumes de controle para o momento transversal, V' , poderá diferir da soma dos volumes de controle dos subcanais, V ,

usados na derivação das equações para os balanço de massa, energia e momento axial. Na prática, contudo, a diferença não é significativa e os resultados de cálculo indicam que os efeitos sobre a precisão da solução são de pouca importância.

A substituição de A' por $s\ell$ na Equação (4.2.5-8) resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho v \rangle s + \frac{\partial}{\partial z} \langle \rho uv \rangle s + \sum_{\kappa \in k} [\sigma C_s \langle \rho v^2 \rangle (s/\ell) \cos \Delta\beta]_{\kappa} = \\ (s/\ell)(\langle p \rangle_{i_k} - \langle p \rangle_{j_k}) - \frac{1}{2} K(s/\ell) \langle \rho v^2 \rangle - \langle \rho \rangle g s \sin \theta \cos \beta. \end{aligned} \quad (4.2.5-11)$$

Os parâmetros C_s , K e (s/ℓ) dependem das características geométricas e hidrodinâmicas do feixe e são normalmente determinados com base em investigações experimentais.

O fluxo de momento transversal transportado pelo escoamento axial é descrito pela Equação (4.2.4-26), qual seja

$$\langle \rho uv \rangle s = w u', \quad (4.2.5-12)$$

em que u' é a velocidade de transporte de momento axial definida pela Equação (4.2.4-27).

Supondo-se que as distribuições de densidade e de velocidade das fases sejam uniformes sobre as interfaces das conexões, o fluxo de momento transversal $\langle \rho v^2 \rangle$ pode escrever-se como

$$\langle \rho v^2 \rangle = \alpha \langle \rho v \rangle_g v_g + (1 - \alpha) \langle \rho v \rangle_\ell v_\ell,$$

que, em vista da Equações (4.2.4-19) e (4.2.4-20), se transforma em

$$\langle \rho v^2 \rangle = \frac{w^2 v'}{s^2}, \quad (4.2.5-13)$$

onde v' é o volume específico efetivo definido pela Equação (4.2.4-28).

Substituindo as Equações (4.2.5-1), (4.2.5-12) e (4.2.5-13) na Equação (4.2.5-11), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (w u') + \sum_{\kappa \in k} [\sigma C_s \frac{1}{s^2} (s/\ell) v' w^2 \cos \Delta\beta]_{\kappa} \\ + \frac{1}{2s^2} K(s/\ell) v' |w| w = (s/\ell)(p_{i_k} - p_{j_k}) - \rho g s \sin \theta \cos \beta. \end{aligned} \quad (4.2.5-14)$$

Embora tenham sido incluídos por uma questão de generalidade, o terceiro e o último termos da Equação (4.2.5-14) serão omitidos na forma final da equação diferencial que será utilizada para descrever o balanço de momento transversal. A exclusão do termo de fluxo de momento transversal justifica-se pelo fato de as velocidades laterais no interior dos subcanais serem pequenas em comparação com as velocidades axiais. O último termo pode ser suprimido porque raros são os problemas que requerem a consideração da componente lateral da força gravitacional. Portanto, a componente transversal do balanço de momento linear na interface de conexão k entre dois subcanais adjacentes i_k e j_k reduz-se a

$$\frac{\partial w_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(wu')_k + C'_k (s/\ell)_k w_k = (s/\ell)_k (p_{i_k} - p_{j_k}), \quad (4.2.5-15)$$

onde

$$C'_k = \left(K \frac{v' |w|}{2s^2} \right)_k. \quad (4.2.5-16)$$

A Equação (4.2.5-15) equivale àquela utilizada por Rowe (1973) no desenvolvimento do programa computacional COBRA-IIIC.

Considerando-se todos os NC subcanais e todas as NK conexões do feixe de varetas, a Equação (4.2.5-15) pode ser escrita sob a forma matricial

$$\frac{\partial}{\partial t}\{w\} + \frac{\partial}{\partial z}\{wu'\} + [(s/\ell)C']\{w\} = [(s/\ell)][E]\{p\}, \quad (4.2.5-17)$$

onde $\{w\}$ e $\{wu'\}$ são vetores-coluna de dimensão $NK \times 1$, $\{p\}$ denota um vetor-coluna de dimensão $NC \times 1$, as matrizes diagonais $[(s/\ell)]$ e $[(s/\ell)C']$ possuem dimensão $NK \times NK$, e $[E]$ é o operador matricial definido na Subseção 4.1.3.

4.2.6 Sumário das Equações Diferenciais de Balanço

Apresentam-se, a seguir, as formas finais das equações diferenciais de balanço para subcanais desenvolvidas nas quatro subseções precedentes:

Balanço de Massa

$$A_i \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\partial m_i}{\partial z} + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w_k^M) = 0 \quad (4.2.6-1)$$

Balço de Energia

$$\begin{aligned}
& A_i \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + A_i h_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mh)_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wh)_k \\
& = q'_i + \frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle_i A_i - \sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) - \sum_{k \in i} e_{ki} w'_k{}^H (h_{i_k} - h_{j_k})
\end{aligned} \quad (4.2.6-2)$$

Balço de Momento Axial

$$\begin{aligned}
\frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (mu')_i + \sum_{k \in i} e_{ki} (wu')_k & = -A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D_w} + \zeta' v' \right)_i \frac{m_i}{A_i} |m_i| \\
& - A_i \rho_i g \cos \theta - \sum_{k \in i} e_{ki} w'_k{}^U (u_{i_k} - u_{j_k})
\end{aligned} \quad (4.2.6-3)$$

Balço de Momento Transversal

$$\frac{\partial w_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (wu')_k + \left[K \frac{(s/\ell) v'}{2s^2} \right]_k |w_k| w_k = (s/\ell)_k (p_{i_k} - p_{j_k}). \quad (4.2.6-4)$$

A Equações (4.2.6-1) a (4.2.6-4) formam, juntamente com a equação de estado,

$$\rho_i = \rho_i(h_i, p^*), \quad (4.2.6-5)$$

onde p^* é a pressão de referência do sistema, o conjunto básico de equações cuja solução por via numérico-computacional fornece as distribuições das grandezas do fluido nos subcanais de um feixe de varetas.

As equações diferenciais serão resolvidas através do método das diferenças finitas. Os campos de solução compor-se-ão dos seguintes vetores de variáveis primárias associadas ao escoamento do fluido, seja em regime monofásico ou em regime bifásico, com as fases líquida e gasosa uniformemente distribuídas no espaço:

$\{m_i\}$ – vazão de massa axial (kg/s),

$\{w_k\}$ – vazão de massa transversal por unidade de comprimento (kg/ms),

$\{\rho_i\}$ – densidade de massa (kg/m³),

$\{h_i\}$ – entalpia dinâmica específica (J/kg),

$\{p_i\}$ – pressão (Pa).

4.3 EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS

As equações de derivadas parciais desenvolvidas na seção precedente aplicam-se a subcanais de um feixe de varetas, lateralmente abertos, que trocam entre si massa, energia e momento. As equações contêm derivadas parciais em relação ao tempo e em relação à coordenada espacial paralela ao eixo longitudinal do subcanal. Dividindo-se o feixe em um número finito de segmentos axiais e indexando-se convenientemente as células (ou malhas) resultantes dessa discretização axial dos subcanais, as derivadas espaciais podem ser substituídas por quocientes de diferenças algébricas das variáveis envolvidas. As derivadas parciais em relação ao tempo são também aproximadas por diferenças dividindo-se o tempo de duração de um dado transitório em um certo número de intervalos de tempo. Desta maneira, as Equações (4.2.6-1) a (4.2.6-4) são transformadas às formas de diferenças finitas e resolvidas numericamente. O desenvolvimento das equações de diferenças finitas para os balanços de massa, de energia e de momentos axial e transversal constitui o objeto desta seção.

4.3.1 Discretização Axial dos Subcanais

Sejam os subcanais de um feixe de varetas, todos de um mesmo comprimento L , divididos em um número finito NDZ de segmentos axiais, tal como ilustra a Figura 4.3.1-1. As malhas ou células resultantes da discretização axial são numeradas sequencialmente de 2 a NDZ + 1. As duas malhas extras nas extremidades são fictícias e não participam diretamente dos cálculos, sendo utilizadas apenas para o estabelecimento das condições de contorno do problema. A malha 1 representa a região de entrada do subcanal e a malha NDZ + 2 representa a região de saída. A malha 2 é a primeira malha ativa e a malha NDZ + 1 é a última. As interfaces das malhas ativas são numeradas de $j = 1$ a $j = NDZ + 1$. O nível axial $j = 1$ corresponde à entrada do subcanal ($z = 0$) e o nível axial $j = NDZ + 1$ corresponde à saída ($z = L$). As posições dos níveis axiais intermediários dependem do comprimento Δz especificado para cada célula, o qual pode variar de célula para célula. A célula de índice j está compreendida entre as posições axiais z_j e z_{j-1} , tal que

$$z_j = z_{j-1} + \Delta z_j, \quad (4.3.1-1)$$

onde Δz_j é o comprimento axial especificado para a referida célula.

Além das interações na direção axial com as células inferior e superior, uma célula em um dado subcanal pode interagir lateralmente com as células homólogas nos subcanais adjacentes. Mais especificamente, se dois subcanais adjacentes i e j forem conectados por uma interface de conexão k , a célula de índice j no subcanal i se comunicará com a célula de mesmo índice no subcanal j através de uma seção de escoamento lateral de área $s_k \Delta z_j$.

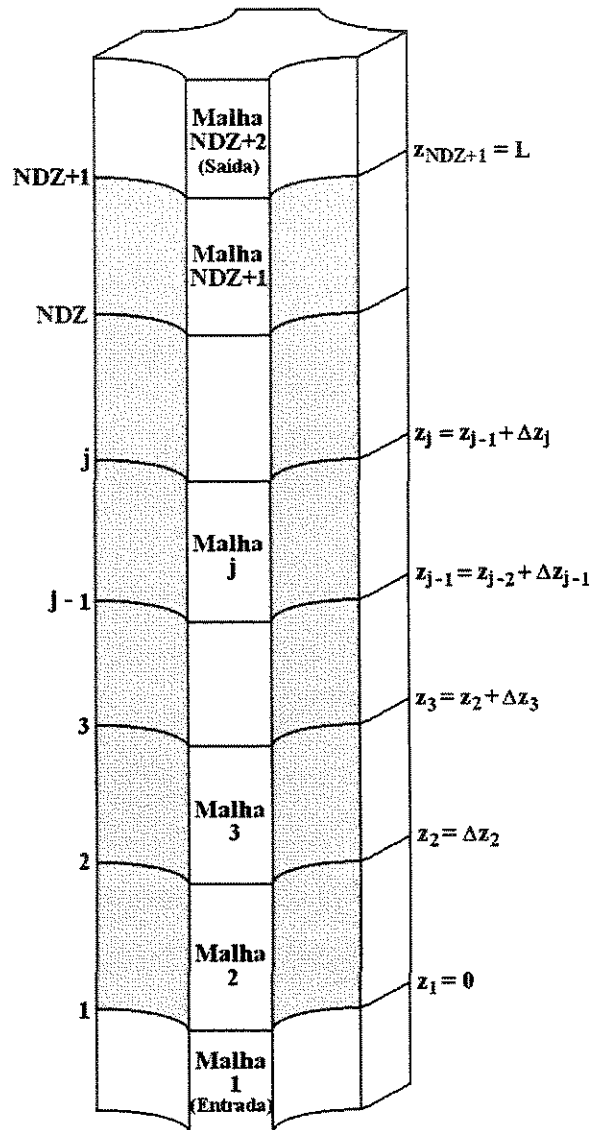


Figura 4.3.1-1 Discretização axial de um subcanal.

As localizações na célula computacional das cinco variáveis primárias associadas ao escoamento do fluido em um dado subcanal – vazão de massa axial, m ; vazão de massa transversal por unidade de comprimento, w ; densidade de massa, ρ ; entalpia específica, h ; e

pressão, p – são mostradas na Figura 4.3.1-2. A vazão de massa axial, a pressão e a área de escoamento axial, A , são definidas sobre as faces inferior e superior da célula, sendo por isso indexadas pelos números atribuídos aos níveis axiais. A densidade e a entalpia posicionam-se no centro da célula e são identificadas pelo respectivo índice. A vazão de massa transversal e a largura da conexão, s , são definidas sobre as interfaces laterais na posição média entre os níveis axiais e são também indexadas pelo número da célula. Evidentemente, além do índice j , as variáveis m , ρ , h e A requer também o índice i para indicar o subcanal a que se referem; as variáveis w e s são afetadas pelo índice k da conexão.

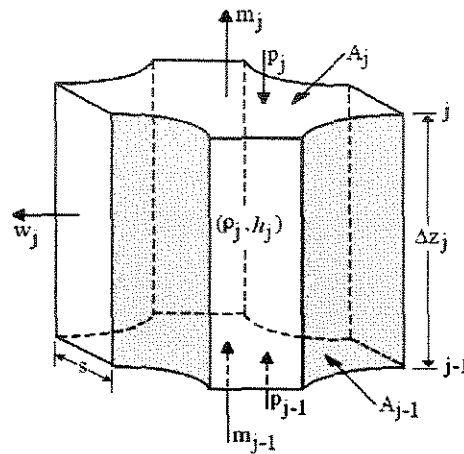


Figura 4.3.1-2 Disposição de variáveis em uma célula.

Não há inconveniência em redefinir a variável pressão, p , como a diferença entre a pressão média superficial local e a pressão média à saída do subcanal,

$$p = \langle p \rangle - \langle p \rangle_{\text{saída}}, \quad (4.3.1-2)$$

de forma que p represente a queda de pressão ao longo do subcanal medida a partir da saída. Por esta definição, p será igual a zero à saída do subcanal.

O fato de a densidade e a entalpia específica serem deslocadas em relação à vazão de massa axial implica rever os relacionamentos entre estas variáveis. Por exemplo, o fluxo de massa na interface axial entre duas células consecutivas tem de ser calculado com

$$G_j = (\rho u)_j = \rho_j^* u_j, \quad (4.3.1-3)$$

onde ρ_j^* é o valor da densidade no nível axial correspondente à interface considerada.

Há pelo menos dois métodos viáveis para determinar a densidade interfacial. O primeiro envolve a introdução de uma função de interpolação da forma

$$\rho_j^* = \left(\frac{1}{2} + \beta\right)\rho_j + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\rho_{j+1}, \quad (4.3.1-4)$$

em que β representa um coeficiente de ponderação. Inspeccionando esta equação, percebe-se que para $\beta = 0$ a densidade interfacial reduz-se à média aritmética das densidades das células. Em um processo de interpolação mais elaborado, o coeficiente β poderia ser uma função do número de Peclet (Maliska, 1995, p. 84).

O método de interpolação apresenta algumas inconveniências computacionais. De fato, sendo ρ_{j+1} (ou ρ_j , se $m_j < 0$) uma variável a jusante no esquema iterativo de varredura axial sucessiva dos subcanais, o valor dessa densidade terá de ser inicialmente estimado e então ajustado iterativamente. Além disso, a estabilidade numérica das soluções será possivelmente dependente do coeficiente de ponderação β .

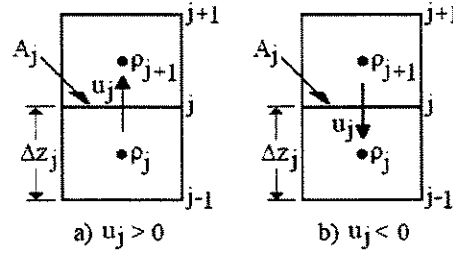


Figura 4.3.1-3 Células doadora e receptora na direção axial.

O segundo método, bem mais simples e livre de problemas numéricos, baseia-se no conceito de células doadora e receptora, cujo significado pode ser melhor compreendido examinando-se os diagramas mostrados na Figura 4.3.1-3. Em ambos os diagramas, o sentido do escoamento é aquele indicado pelo vetor velocidade u_j que aponta da célula doadora para a célula receptora. Usando este conceito, a densidade interfacial é tomada como aquela da célula doadora e expressa-se simplesmente como

$$\rho_j^* = \begin{cases} \rho_j, & \text{se } m_j \geq 0 \\ \rho_{j+1}, & \text{se } m_j < 0. \end{cases} \quad (4.3.1-5)$$

Por razões óbvias, o método das células doadora e receptora será empregado na derivação

das formas de diferenças finitas para as equações de balanço.

Sendo m_j uma variável primária do problema, a velocidade axial pode ser obtida da relação

$$u_j = \frac{m_j}{\rho_j^* A_j} = \frac{m_j v_j^*}{A_j}, \quad (4.3.1-6)$$

em que $v^* = 1/\rho^*$ é o volume específico da célula doadora.

Seguindo um raciocínio análogo ao desenvolvido nos últimos parágrafos, deduz-se que a energia transportada através da interface axial entre duas células pode ser calculada com

$$(mh)_j = m_j h_j^* = \begin{cases} m_j h_j, & \text{se } m_j \geq 0 \\ m_j h_{j+1}, & \text{se } m_j < 0 \end{cases} \quad (4.3.1-7)$$

onde

$$h_j^* = \begin{cases} h_j, & \text{se } m_j \geq 0 \\ h_{j+1}, & \text{se } m_j < 0 \end{cases} \quad (4.3.1-8)$$

é a entalpia específica da célula doadora.

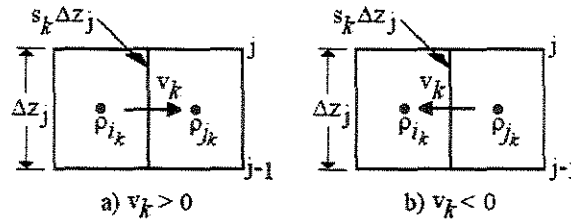


Figura 4.3.1-4 Células doadora e receptora na direção transversal.

Para explorar um pouco mais o conceito de células doadora e receptora, considerem-se duas células homólogas, uma no subcanal i_k e outra no subcanal adjacente j_k , que se comunicam lateralmente através da conexão k , como ilustra a Figura 4.3.1-4. O fluxo de massa que atravessa a conexão k é dado por

$$G_k = (\rho v)_k = \rho_k^* v_k. \quad (4.3.1-9)$$

Para o escoamento transversal, a densidade da célula doadora é definida pela expressão

$$\rho_k^* = \begin{cases} \rho_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ \rho_{j_k}, & \text{se } w_k < 0. \end{cases} \quad (4.3.1-10)$$

Conhecendo-se a vazão de massa transversal por unidade de comprimento axial, w , a velocidade de escoamento lateral pode ser calculada com

$$v_k = \frac{w_k}{\rho_k^* s_k} = \frac{v_k^* w_k}{s_k}, \quad (4.3.1-11)$$

onde $v_k^* = 1/\rho_k^*$ é o volume específico da célula doadora.

Por fim, a energia transportada por unidade de comprimento através da conexão k é dada por

$$(wh)_k = w_k h_k^* = \begin{cases} w_k h_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ w_k h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0 \end{cases} \quad (4.3.1-12)$$

sendo

$$h_k^* = \begin{cases} h_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0 \end{cases} \quad (4.3.1-13)$$

a entalpia específica da célula doadora.

4.3.2 Derivação Numérica

As equações diferenciais para os balanços de massa, energia e momentos axial e transversal listadas na Subseção 4.2.6 são resolvidas neste trabalho pelo *método das diferenças finitas*. Esse método consiste basicamente em aproximar as derivadas parciais por quocientes de diferenças algébricas, algo que permite transformar as equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas lineares apto a ser resolvido numericamente. As relações aproximadas para as derivadas parciais são desenvolvidas a partir de séries de Taylor truncadas.

Inicialmente, considere-se a derivada parcial da densidade em relação ao tempo que ocorre na Equação (4.2.6-1) para o balanço de massa. A expansão de $\rho(t)$ em série de

potências pode escrever-se como

$$\rho(t + \Delta t) = \rho(t) + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t \Delta t + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right|_t \Delta t^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n \rho}{\partial t^n} \right|_t \Delta t^n + R_n, \quad (4.3.2-1)$$

onde R_n é um termo residual que inclui todos os termos de ordem superior a n . Truncando a série após a derivada de primeira ordem, vem

$$\rho(t + \Delta t) = \rho(t) + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t \Delta t + R_1,$$

donde se obtém

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t = \frac{\rho(t + \Delta t) - \rho(t)}{\Delta t} + O(\Delta t). \quad (4.3.2-2)$$

Este relacionamento é às vezes denominado *primeira diferença finita dividida ascendente* ou simplesmente *diferença finita ascendente* para uma derivada de primeira ordem. O termo “ascendente” decorre do fato de a série ter sido desenvolvida para a frente, isto é, no mesmo sentido de evolução do tempo. Observe que o erro de truncamento $O(\Delta t)$ é da ordem do incremento de tempo Δt .

Por outro lado, a série pode também ser expandida para trás com o objetivo de exprimir um valor a montante em termos de um valor a jusante, ou seja,

$$\rho(t - \Delta t) = \rho(t) - \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t \Delta t + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right|_t \Delta t^2 - \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n \rho}{\partial t^n} \right|_t \Delta t^n + R_n. \quad (4.3.2-3)$$

Truncando a série e ordenando os termos, obtém-se a expressão

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t = \frac{\rho(t) - \rho(t - \Delta t)}{\Delta t} + O(\Delta t), \quad (4.3.2-4)$$

à qual se dá o nome de *primeira diferença finita dividida descendente* ou simplesmente *diferença finita descendente* para uma derivada de primeira ordem.

Apenas para complementar, a soma das Equações (4.3.2-1) e (4.3.2-3) resulta em

$$\left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right|_t = \frac{\rho(t + \Delta t) - 2\rho(t) + \rho(t - \Delta t)}{\Delta t^2} + O(\Delta t), \quad (4.3.2-5)$$

que é a fórmula de *diferença finita centrada* para a derivada de segunda ordem.

Usando uma diferença finita descendente e desprezando o erro de truncamento, a derivada temporal da densidade pode ser aproximada por

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_t = \frac{\rho(t) - \rho(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (4.3.2-6)$$

ou, mais simplesmente,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho - \hat{\rho}}{\Delta t}, \quad (4.3.2-7)$$

onde $\hat{\rho}$ denota o valor da densidade no instante $t - \Delta t$. No restante deste capítulo, todas as variáveis encimadas por circunflexo referir-se-ão ao tempo anterior $t - \Delta t$ e as demais ao tempo atual t , no qual se busca a solução. Deve-se acrescentar que todas as variáveis do problema são conhecidas no tempo anterior.

As derivadas espaciais de primeira ordem nas equações de balanço são também aproximadas por diferenças finitas descendentes. Por analogia com Equação (4.3.2-6), a derivada em relação à coordenada axial de uma variável primária definida sobre a interface axial de uma célula computacional – a vazão de massa axial, por exemplo – é estimada com

$$\left. \frac{\partial m}{\partial z} \right|_{z_j} = \frac{m(z_j) - m(z_j - \Delta z_j)}{\Delta z_j},$$

que equivale a

$$\left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_j = \frac{m_j - m_{j-1}}{\Delta z_j}. \quad (4.3.2-8)$$

A aproximação por diferença finita de derivadas espaciais que representam o transporte através das interfaces da célula de grandezas definidas no centro da célula é um pouco mais complicada. Por exemplo, a derivada parcial que descreve o transporte axial de entalpia na equação para o balanço de energia, Equação (4.2.6-2), deve ser aproximada por

$$\left(\frac{\partial mh}{\partial z} \right)_j = \frac{1}{\Delta z_j} [(mh)_j - (mh)_{j-1}] = \frac{1}{\Delta z_j} (m_j h_j^* - m_{j-1} h_{j-1}^*), \quad (4.3.2-9)$$

com a entalpia específica da célula doadora definida pela Equação (4.3.1-8).

Tomando como referência o diagrama de células na Figura 4.3.2-1, o termo de condução axial na equação da energia pode ser desenvolvido como segue:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \right]_j &= \frac{1}{\Delta z_j} \left[\left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle_j A_j - \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle_{j-1} A_{j-1} \right] \\ &= \frac{1}{\Delta z_j} \left[\langle k \rangle_j A_j \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_j - \langle k \rangle_{j-1} A_{j-1} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j-1} \right]. \end{aligned}$$

Aproximando $(\partial T / \partial z)_j$ e $(\partial T / \partial z)_{j-1}$ por diferenças finitas ascendentes,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_j = \frac{T_{j+1} - T_j}{\Delta z'_j} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{j-1} = \frac{T_j - T_{j-1}}{\Delta z'_{j-1}},$$

o termo de condução axial torna-se

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle A \right]_j = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\bar{k}_j A_j \frac{(T_{j+1} - T_j)}{\Delta z'_j} - \bar{k}_{j-1} A_{j-1} \frac{(T_j - T_{j-1})}{\Delta z'_{j-1}} \right]. \quad (4.3.2-10)$$

A condutividade térmica interfacial média é calculada com

$$\bar{k}_j = \langle k \rangle_j = \frac{1}{2} (k_{j+1} + k_j), \quad (4.3.2-11)$$

onde k_j e k_{j+1} são as condutividades térmicas avaliadas nos centros das células em função das temperatura T_j e T_{j+1} , respectivamente.

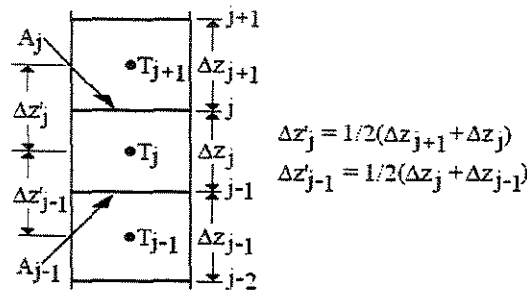


Figura 4.3.2-1 Esquema de condução axial.

As definições e fórmulas introduzidas nesta subseção e na subseção precedente serão usadas a seguir para transformar as equações diferenciais de balanço de massa, de energia e de momentos axial e transversal em suas respectivas formas de diferenças finitas.

4.3.3 Equação da Continuidade

A forma de diferenças finitas da equação diferencial para o balanço de massa é obtida pela substituição das aproximações

$$\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right)_j = \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial m_i}{\partial z} \right)_j = \frac{m_{i,j} - m_{i,j-1}}{\Delta z_j}$$

na Equação (4.2.6-1). Logo,

$$\bar{A}_{i,j} \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} + \frac{m_{i,j} - m_{i,j-1}}{\Delta z_j} + \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}) = 0. \quad (4.3.3-1)$$

Resolvendo esta equação para $m_{i,j}$, obtém-se

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}), \quad (4.3.3-2)$$

onde

$$\bar{A}_{i,j} = \frac{A_{i,j} + A_{i,j-1}}{2}. \quad (4.3.3-3)$$

A disposição na célula computacional das variáveis que ocorrem na equação da continuidade encontra-se visualizada na figura abaixo. Os índices i , k e j denotam o subcanal, a conexão desse com o subcanal adjacente e o nível axial, respectivamente. Observe-se que a densidade, ρ , é estimada no centro da célula; a área de escoamento, A , e a vazão de massa axial, m , são armazenadas sobre as interfaces axiais; e as vazões de massa transversais forçada e turbulenta, w e w'^M , são avaliadas na posição média das interfaces laterais. A vazão de massa turbulenta, w'^M , deve ser calculada com modelos empíricos.

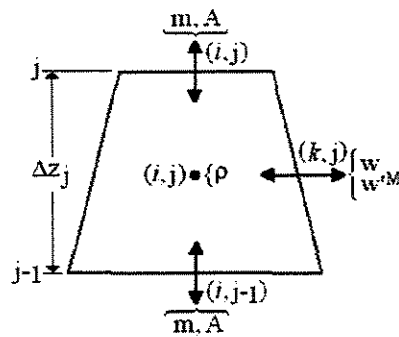


Figura 4.3.3-1 Célula computacional para o balanço de massa.

4.3.4 Equação da Energia

A fórmula de diferenças finitas da Equação (4.2.6-2) para o balanço de energia aplica-se à célula computacional representada na Figura 4.3.4-1. Levando-se em conta os conceitos e as formulações introduzidos na Subseções 4.3.1 e 4.3.2, os vários termos que compõem a equação da energia serão convertidos, a seguir, às respectivas formas de diferenças finitas.

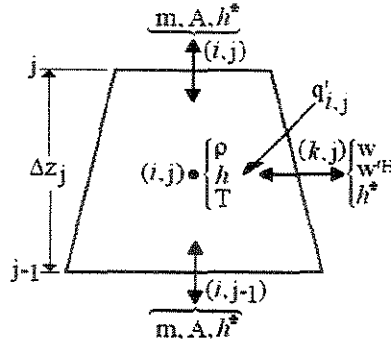


Figura 4.3.4-1 Célula computacional para o balanço de energia.

Por analogia com a aproximação definida pela Equação (4.3.2-7), qual seja,

$$\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right)_j = \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t},$$

a derivada da entalpia específica em relação ao tempo pode também ser determinada com

$$\left(\frac{\partial h_i}{\partial t} \right)_j = \frac{h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}}{\Delta t}.$$

De acordo com a Equação (4.3.2-9), a derivada parcial que exprime o transporte axial de entalpia escreve-se como

$$\left(\frac{\partial (mh)_i}{\partial z} \right)_j = \frac{1}{\Delta z_j} (m_{i,j} h_{i,j}^* - m_{i,j-1} h_{i,j-1}^*),$$

com a entalpia da célula doadora definida pela Equação (4.3.1-8) rescrita sob a forma

$$h_{i,j}^* = \begin{cases} h_{i,j}, & \text{se } m_{i,j} \geq 0 \\ h_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.4-1)$$

Definida pela Equação (4.3.1-12), a densidade linear de potência adicionada à célula como resultado do transporte lateral de entalpia através das conexões entre subcanais adjacentes é dada por

$$\sum_{k \in i} e_{ki} (wh)_{k,j} = \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^*,$$

onde

$$h_{k,j}^* = \begin{cases} h_{i,k,j}, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ h_{j,k,j}, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.4-2)$$

é a entalpia da célula doadora na direção transversal.

O termo de condução axial, definido pela Equação (4.3.2-10), pode ser rescrito como

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left\langle k \frac{\partial T}{\partial z} \right\rangle_i A_i \right)_j = (q'_a)_{i,j} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{2\bar{k}_{i,j} A_{i,j}}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} (T_{i,j+1} - T_{i,j}) - \frac{2\bar{k}_{i,j-1} A_{i,j-1}}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} (T_{i,j} - T_{i,j-1}) \right]. \quad (4.3.4-3)$$

Substituindo as relações precedentes na Equação (4.2.6-2), obtém-se a seguinte fórmula de diferenças finitas para a equação da energia:

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left[\hat{\rho}_{i,j} - h_{ig} \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} \right] (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + \bar{A}_{i,j} h_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) \\ & + m_{i,j} h_{i,j}^* - m_{i,j-1} h_{i,j-1}^* + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* = q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j \\ & - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} C_{k,j} (T_{i,k,j} - T_{j,k,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}'^H (h_{i,k,j} - h_{j,k,j}). \end{aligned} \quad (4.3.4-4)$$

A derivada parcial $(\partial \psi / \partial h)$ é determinada numericamente com a aproximação

$$\frac{\partial \psi}{\partial h} = \frac{\psi(h + \Delta h) - \psi(h)}{\Delta h}, \quad (4.3.4-5)$$

onde ψ é a função de Tong definida pela Equação (4.2.3-38). Os valores do título de vapor e da fração de vazio correspondentes às entalpias $h + \Delta h$ e h são obtidos com as correlações

selecionadas para o cálculo dessas duas variáveis da função ψ . Um incremento fixo Δh de 10^3 J/kg é utilizado nessas determinações.

Em consonância com a Subseção 4.2.3,

$$q'_{i,j} = \sum_{n \in i} \phi_{ni} [P_n < q'' >_{n,j} + (1 - \bar{\alpha}_{n,j}) f_q q'_{n,j}] \quad (4.3.4-6)$$

representa a densidade linear de potência adicionada à célula pela varetas combustíveis que a compõem. Utilizando-se o modelo térmico do combustível, o fluxo de calor na superfície de cada vareta é calculado com

$$< q'' >_{n,j} = \bar{q}''_{n,j} = (\bar{h}_s)_{n,j} [(T_s)_{n,j} - \bar{T}_{n,j}], \quad (4.3.4-7)$$

onde $\bar{h}_s$ denota o coeficiente médio de transferência de calor na superfície da vareta, T_s é temperatura superficial da vareta, e $\bar{T}$ é a temperatura média do fluido em torno da vareta. Por outro lado, se o modelo térmico não for utilizado, o fluxo de calor será dado por

$$< q'' >_{n,j} = [1 - (1 - \bar{\alpha}_{n,j}) f_q] \frac{q'_{n,j}}{P_n}, \quad (4.3.4-8)$$

onde q' é a densidade linear de potência local da vareta combustível, f_q denota a fração da potência total gerada diretamente no fluido, $\bar{\alpha}$ representa a fração de vazio média em torno da vareta combustível e P é o seu perímetro. Usando ou não o modelo térmico, a densidade linear de potência produzida em uma certa posição axial da vareta combustível será calculada com a relação

$$q'_{n,j} = (f_a)_{n,j} (f_r)_n q'_{\text{média}}, \quad (4.3.4-9)$$

em que f_a e f_r são os fatores axial e radial de potência, e $q'_{\text{média}}$ representa a densidade linear média de potência de todas as varetas combustíveis. Um fator radial é prescrito para cada vareta via entrada de dados. O fator axial é determinado na posição axial correspondente ao centro da célula computacional por interpolação linear em uma tabela de entrada para a distribuição axial de potência das varetas.

O coeficiente de condução térmica lateral definido pela Equação (4.2.3-6) é rescrito como

$$C_{k,j} = c_k (s/\ell)_{k,j} \bar{k}_{k,j}, \quad (4.3.4-10)$$

onde

$$\bar{k}_{k,j} = \langle k \rangle_{k,j} = \frac{1}{2}(k_{i_k,j} + k_{j_k,j}) \quad (4.3.4-11)$$

denota a condutividade térmica local média do fluido nas células adjacentes i_k e j_k , (s/ℓ) é a razão entre a largura da conexão e a distância entre os centróides das células, e c_k é um parâmetro empírico de entrada.

Por fim, usando a equação da continuidade sob a forma da Equação (4.3.3-2) para eliminar o segundo termo da Equação (4.3.4-4), obtém-se

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left[\hat{\rho}_{i,j} - h_{fg} \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} \right] (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + m_{i,j} (h_{i,j}^* - h_{i,j}) \\ & - m_{i,j-1} (h_{i,j-1}^* - h_{i,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} (h_{k,j}^* - h_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^M h_{i,j} \\ & + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} C_{k,j} (T_{i_k,j} - T_{j_k,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^H (h_{i_k,j} - h_{j_k,j}) \\ & = q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j. \end{aligned} \quad (4.3.4-12)$$

As vazões de massa fictícias por unidade de comprimento axial, w^M e w^H , associadas aos transportes turbulentos de massa e energia são determinadas com os modelos empíricos descritos na Subseção 8.1.9.

4.3.5 Equação do Momento Axial

Tendo como referência a célula computacional representada na Figura 4.3.5-1, o objetivo agora é obter a forma de diferenças finitas para a equação do momento axial.

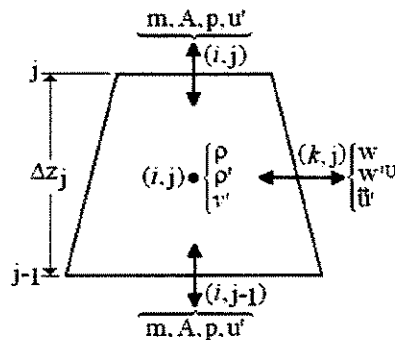


Figura 4.3.5-1 Célula computacional para o balanço de momento axial.

Empregando diferenças finitas descendentes, as derivadas parciais $(\partial m / \partial t)$ e $(\partial p / \partial z)$ na Equação (4.2.6-3) são aproximadas por

$$\left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_j = \frac{m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\Delta t} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_j = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta z_j}.$$

Pelo fato de o fluxo de massa axial, m/A , e o volume específico, v' , estarem locados em posições axiais distintas, a Equação (4.2.4-27) precisa ser ligeiramente modificada, a fim de exprimir mais corretamente a velocidade de transporte de momento nos contornos da malha computacional. Referindo-se ao nível axial j em um subcanal arbitrário i , a equação deve ser rescrita como

$$u'_{i,j} = \left(\frac{mv'^*}{A} \right)_{i,j} = \begin{cases} (m/A)_{i,j} v'_{i,j}, & \text{se } m_{i,j} \geq 0 \\ (m/A)_{i,j} v'_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j} < 0, \end{cases} \quad (4.3.5-1)$$

onde v' é o volume específico efetivo para o transporte de momento, sendo definido pela Equação (4.2.4-28).

Por analogia com a Equação (4.3.2-9), a derivada parcial que descreve o transporte de momento axial na direção axial pode ser expressa como

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} (mu') \right]_j = \frac{1}{\Delta z_j} (m_{i,j} u'^*_{i,j} - m_{i,j-1} u'^*_{i,j-1}),$$

onde u'^* é a velocidade de transporte de momento axial do fluido que sai da célula doadora,

$$u'^*_{i,j} = \left(\frac{mv'^*}{A} \right)^*_{i,j} = \begin{cases} (m/A)_{i,j} v'^*_{i,j}, & \text{se } m_{i,j} \geq 0 \\ (m/A)_{i,j+1} v'^*_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.5-2)$$

Mas, pelo conceito de célula doadora,

$$v'^*_{i,j} = \begin{cases} v'_{i,j}, & \text{se } m_{i,j} \geq 0 \\ v'_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.5-3)$$

Se $m_{i,j} \geq 0$ (escoamento direto) na Equação (4.3.5-2), a velocidade de transporte será então dada por

$$u'^*_{i,j} = \left(\frac{m}{A} \right)_{i,j} v'_{i,j}. \quad (4.3.5-4)$$

Por outro lado, se $m_{i,j} < 0$ (escoamento reverso)

$$u_{i,j}^{*} = \begin{cases} (m/A)_{i,j+1} v'_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j+1} \geq 0 \\ (m/A)_{i,j+1} v'_{i,j+2}, & \text{se } m_{i,j+1} < 0. \end{cases} \quad (4.3.5-5)$$

Logo, generalizando estes resultados, vem

$$u_{i,j}^{*} = \begin{cases} (m/A)_{i,j} v'_{i,j}, & \text{se } m_{i,j} \geq 0 \\ (m/A)_{i,j+1} v'_{i,j+1}, & \text{se } m_{i,j} < 0 \text{ e } m_{i,j+1} \geq 0 \\ (m/A)_{i,j+1} v'_{i,j+2}, & \text{se } m_{i,j} < 0 \text{ e } m_{i,j+1} < 0. \end{cases} \quad (4.3.5-6)$$

O termo referente ao transporte de momento axial na direção transversal pode escrever-se como

$$\left[\sum_{k \in i} e_{ki} (wu')_k \right]_j = \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} \tilde{u}_{k,j}^{*}. \quad (4.3.5-7)$$

Não há entre os pesquisadores um consenso acerca do relacionamento mais apropriado para velocidade de transporte de momento axial, $\tilde{u}^{*}$, na região da interface de conexão entre dois subcanais adjacentes. Alguns preferem tomá-la como a velocidade do fluido no subcanal doador, outros preferem aproximá-la pela média das velocidades nos subcanais doador e receptor. E não é do conhecimento do autor a existência de evidências experimentais que indiquem a melhor opção. Assim, é conveniente propor a fórmula seguinte que permite a livre interpolação entre os dois relacionamentos:

$$\tilde{u}_{k,j}^{*} = \frac{1}{2} \left[(1 + \sigma \beta_{u'}) u_{i_k,j}^{*} + (1 - \sigma \beta_{u'}) u_{j_k,j}^{*} \right], \quad (4.3.5-8)$$

onde $\beta_{u'}$ é um parâmetro constante de entrada que pode receber valores no intervalo $[0, 1]$. O inteiro σ exprime o sinal de $\beta_{u'}$: $\sigma = +1$, se i_k e j_k forem, respectivamente, os índices dos subcanais doador e receptor, e $\sigma = -1$, no caso recíproco. Isto significa que

$$\sigma = \begin{cases} +1, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ -1, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.5-9)$$

Evidentemente, para $\beta_{u'} = 0$,

$$\tilde{u}_{k,j}^{*} = \frac{1}{2} (u_{i_k,j}^{*} + u_{j_k,j}^{*}) \quad (4.3.5-10)$$

e, para $\beta_u = 1$,

$$\tilde{u}_{k,j}^* = \begin{cases} u_{ik,j}^* & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ u_{jk,j}^* & \text{se } w_{k,j} < 0, \end{cases} \quad (4.3.5-11)$$

com as velocidades $u_{ik,j}^*$ e $u_{jk,j}^*$ dadas pela Equação (4.3.5-6).

Considerando-se as relações introduzidas nesta subseção, a Equação (4.2.6-3) para o balanço de momento axial assume a seguinte forma de diferenças finitas:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}) + m_{i,j} u_{i,j}^* - m_{i,j-1} u_{i,j-1}^* + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} \tilde{u}_{k,j}^* \\ & = -\bar{A}_{i,j} (p_{i,j} - p_{i,j-1}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} f \phi^2 v_\ell + \zeta v'^* \right)_{i,j} \frac{m_{i,j}}{A_{i,j}} |m_{i,j}| \\ & - \bar{A}_{i,j} \Delta z_j \rho_{i,j} g \cos \theta - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^U (u_{ik,j} - u_{jk,j}), \end{aligned} \quad (4.3.5-12)$$

onde $\zeta = \zeta' \Delta z_j$ é o coeficiente de resistência hidráulica definido na Equação (4.2.4-6).

4.3.6 Equação do Momento Transversal

A fórmula de diferenças finitas correspondente ao balanço diferencial de momento transversal será obtida mediante a aplicação da Equação (4.2.6-4) à célula computacional representada na Figura 4.3.6-1. Esta célula especial, de forma trapezoidal, encontra-se definida no espaço entre dois elementos aquecedores e se estende na direção transversal até as proximidades dos centróides dos subcanais adjacente i_k e j_k .

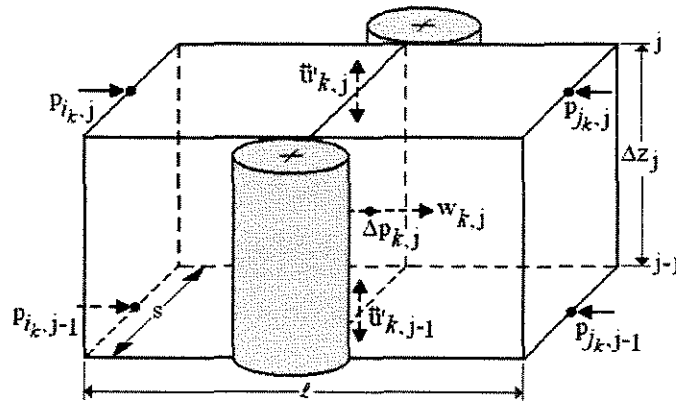


Figura 4.3.6-1 Célula para o balanço de momento transversal

No diagrama da Figura 4.3.6-1, s e ℓ denotam, respectivamente, o espaçamento das varetas e o comprimento fictício de mistura transversal. Na prática, esse comprimento equivale aproximadamente à distância entre os centróides dos subcanais adjacentes. Com o comprimento de mistura definido pela Equação (4.2.5-9), o volume da célula trapezoidal corresponderá ao volume de controle original visualizado na Figura 4.2.5-1. As cotas dos níveis axial da malha coincidem com aquelas definidas nas células empregadas na derivação das fórmulas de diferenças finitas para as outras equações de balanço.

Como anteriormente, usando uma diferença finita descendente, a derivada parcial em relação ao tempo na Equação (4.2.6-4) é aproximada com

$$\left(\frac{\partial w_k}{\partial t} \right)_j = \frac{w_{k,j} - \hat{w}_{k,j}}{\Delta t}.$$

A derivada parcial que descreve o transporte axial de momento transversal pode ser expressa como

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} (w u')_k \right]_j = \frac{1}{\Delta z_j} (\bar{u}'_{k,j} w_{k,j}^* - \bar{u}'_{k,j-1} w_{k,j-1}^*),$$

onde $\bar{u}'$ é a velocidade axial de transporte de momento na região da conexão. Usando novamente a fórmula de interpolação definida pela Equação (4.3.5-8), essa velocidade de transporte será calculada com

$$\bar{u}'_{k,j} = \frac{1}{2} [(1 + \sigma \beta_{u'}) u'_{ik,j} + (1 - \sigma \beta_{u'}) u'_{jk,j}], \quad (4.3.6-1)$$

em que as velocidades $u'_{ik,j}$ e $u'_{jk,j}$ são dadas pela Equação (4.3.5-1); os parâmetros $\beta_{u'}$ e σ têm aqueles significados descritos na subseção precedente. O transporte axial de momento lateral no nível axial j torna-se, portanto,

$$\bar{u}'_{k,j} w_{k,j}^* = \frac{1}{2} [(1 + \sigma \beta_{u'}) u'_{ik,j} w_{k,j}^* + (1 - \sigma \beta_{u'}) u'_{jk,j} w_{k,j}^*]. \quad (4.3.6-2)$$

De acordo com o conceito de célula doadora,

$$u'_{m,j} w_{k,j}^* = \begin{cases} u'_{m,j} w_{k,j}, & \text{se } m_{m,j} \geq 0 \\ u'_{m,j} w_{k,j+1}, & \text{se } m_{m,j} < 0, \end{cases} \quad (4.3.6-3)$$

em que o subscrito m substitui os índices i_k ou j_k .

O termo que leva em conta as perdas por viscosidade pode ser escrito como

$$\left[K \frac{(s/\ell)v'}{2s^2} \right]_{k,j} |w_{k,j}| w_{k,j} = (s/\ell)_{k,j} C'_{k,j} w_{k,j} = (s/\ell)_{k,j} \Delta p_{k,j}, \quad (4.3.6-4)$$

em que

$$C'_{k,j} = K \left(\frac{v'^* |w|}{2s^2} \right)_{k,j} \quad (4.3.6-5)$$

é um coeficiente auxiliar introduzido arbitrariamente e $\Delta p_{k,j}$ representa a queda de pressão lateral decorrente da resistência ao escoamento transversal. Nestas equações, K denota o coeficiente adimensional de resistência hidráulica, definido na Equação (4.2.5-6), que inclui as perdas por atrito e por resistência local. O volume específico efetivo para o transporte de momento é feito igual àquele da célula doadora, isto é,

$$v'^*_{k,j} = \begin{cases} v'_{i_k,j}, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ v'_{j_k,j}, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (4.3.6-6)$$

A diferença lateral de pressões é calculada com a fórmula de interpolação

$$\Delta p_{k,j} = \beta_p (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p) (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}, \quad (4.3.6-7)$$

onde β_p é um parâmetro de ponderação que toma valores arbitrários entre zero e um. Esta equação implica uma dependência da vazão de massa transversal com os gradientes laterais de pressão que existem nos níveis $j - 1$ e j , algo que de fato realmente ocorre. Se $\beta_p = 0$, a vazão de massa transversal na célula j será governada apenas pela diferença de pressão no nível $j - 1$ do par de subcanais adjacentes. Por outro lado, se $\beta_p = 1$, a mistura transversal resulta da diferença de pressão no nível axial j . Outras formas de dependência podem ser consideradas, variando-se o parâmetro β_p no intervalo $0 \leq \beta_p \leq 1$.

A substituição das relações precedentes na Equação (4.2.6-4) reduz a seguinte fórmula de diferenças finitas para balanço de momento transversal:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (w_{k,j} - \hat{w}_{k,j}) + \bar{u}'_{k,j} w^*_{k,j} - \bar{u}'_{k,j-1} w^*_{k,j-1} + \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} C'_{k,j} w_{k,j} \\ & = \beta_p \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p) \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}. \end{aligned} \quad (4.3.6-8)$$

4.3.7 Sumário das Equações de Diferenças Finitas

As fórmulas de diferenças finitas deduzidas nesta seção são listadas a seguir:

Equação da Continuidade

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \bar{A}_{i,j} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_{k,j} + w'_{k,j}) \quad (4.3.7-1)$$

Equação da Energia

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left[\hat{\rho}_{i,j} - h_{fg} \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} \right] (h_{i,j} - \hat{h}_{i,j}) + m_{i,j} (h_{i,j}^* - h_{i,j}) - m_{i,j-1} (h_{i,j-1}^* - h_{i,j}) \\ & + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} (h_{k,j}^* - h_{i,j}) - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j} h_{i,j} + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} C_{k,j} (T_{i,k,j} - T_{j,k,j}) \\ & + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j} (h_{i,k,j} - h_{j,k,j}) = q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j \quad , \end{aligned} \quad (4.3.7-2)$$

Equação do Momento Axial

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (m_{i,j} - \hat{m}_{i,j}) + m_{i,j} u'_{i,j} - m_{i,j-1} u'_{i,j-1} + \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} \tilde{u}'_{k,j} \\ & = -\bar{A}_{i,j} (p_{i,j} - p_{i,j-1}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} f \phi^2 v_\ell + \zeta v'^* \right)_{i,j} \frac{m_{i,j}}{\bar{A}_{i,j}} |m_{i,j}| \\ & - \bar{A}_{i,j} \Delta z_j \rho_{i,j} g \cos \theta - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j} (u_{i,k,j} - u_{j,k,j}) \end{aligned} \quad (4.3.7-3)$$

Equação do Momento Transversal

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (w_{k,j} - \hat{w}_{k,j}) + \tilde{u}'_{k,j} w_{k,j}^* - \tilde{u}'_{k,j-1} w_{k,j-1}^* + \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} C'_{k,j} w_{k,j} \\ & = \beta_p \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p) \Delta z_j (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1} \end{aligned} \quad (4.3.7-4)$$

Estas equações de diferenças finitas são resolvidas em PANTERA-2 por meio de uma técnica implícita. A aplicação do método requer alguns rearranjos nas fórmulas apresentadas acima, especialmente na equação da energia e na equação do momento axial, que serão convertidas em dois sistemas de equações lineares. As transformações algébricas adicionais e detalhes do método de solução numérica são descritos no Capítulo 7.

MODELO DE ESCOAMENTO EM CIRCUITOS

Os métodos de simulação de sistemas térmicos podem envolver vários níveis de complexidade. Para a análise de segurança de unidades térmicas, modelos detalhados podem ser necessários e inúmeros programas computacionais sofisticados, tais como RETRAN (McFadden et al., 1981) e RELAP (Ransom et al., 1985), têm sido desenvolvidos com esse objetivo. Entretanto, para algumas aplicações – como, por exemplo, aquelas que visam a análise do comportamento termo-hidráulico de um fluido refrigerante e de elementos aquecedores em geometria de feixes, durante certos eventos transitórios que não envolvam despressurização repentina do sistema – pode ser mais conveniente o uso de formulações simplificadas. Nessa classe de eventos incluem-se os transitórios que serão discutidos neste capítulo.

Muitos dos transitórios importantes que podem ocorrer em sistemas térmicos estão associados à falha de uma ou mais bombas nos circuitos de refrigeração do sistema. Falhas de bombas causadas por perda súbita de potência elétrica, ruptura de eixo da bomba, travamento de rotor, ação inadvertida do operador são eventos de ocorrência relativamente comum em todos os tipos de unidades térmicas. Tais eventos podem ter consequências danosas para os componentes do sistema, como resultado de uma deficiência de refrigeração de elementos aquecedores.

A redução brusca de vazão exerce influências importantes sobre o comportamento das grandezas físicas primárias do escoamento e sobre os mecanismos de transferência de calor. Em reatores nucleares, por exemplo, cujos núcleos operam em condições de ebulição ou próximo dessas, o decaimento de vazão no núcleo que segue uma falha súbita de bombas pode levar a temperaturas excessivamente altas no material que reveste os elementos combustíveis, em razão da deterioração dos processos de transferência de calor, causando a ruptura do revestimento e a liberação de produtos radioativos para o fluido refrigerante. Fenômenos termo-hidráulicos adversos decorrentes de falha de bombas em qualquer tipo de instalação térmica precisam ser precisamente previstos, tendo em vista a mitigação de seus efeitos sobre um equipamento específico e sobre o restante da instalação.

Transitórios causados por vários modos de operação de bombas são descritos e representados matematicamente por Wylie e Streeter (1978), Chaudhry (1979), e Todreas e Kazimi (1990b). Diversos programas computacionais têm sido desenvolvidos para a simulação de eventos de falha de bombas em circuitos de instalações com bombeamento de fluido. Wylie e Streeter (1978) apresentam um programa que analisa um sistema de bombeamento complexo com vários tipos de bombas e válvulas em paralelo com uma linha de desvio contendo uma válvula de controle. Um programa desenvolvido por Chaudhry (1979) simula as condições transitórias na tubulação de descarga causadas pela perda simultânea de potência de duas bombas em paralelo. Os programas FLOT-1 (Fuls, 1968), PHOENIX (Bordelon, 1970) e PAK (Friederich, 1977) são destinados à simulação de eventos transitórios decorrentes de falhas de bombas em circuitos de reatores nucleares.

Os programas de todas as fontes citadas acima apresentam uma característica comum: a análise dos transitórios é baseada na solução da equação do momento do fluido no circuito combinada com a equação da continuidade da massa, equação para a dinâmica da bomba e curvas características da bomba. O fato de não se considerar a equação da energia implica a suposição de escoamento isotérmico no circuito, aproximação que nem sempre é razoável, especialmente naquelas instalações em que o fluido nos vários ramos do circuito apresentam gradientes significativos de temperatura. As variações de temperatura afetam as propriedades termofísicas do fluido e, portanto, as variáveis do escoamento e o desempenho das bombas.

Este capítulo ocupa da simulação de eventos transitórios em um número arbitrário de circuitos paralelos conectados a um reator onde um fluido, em regime monofásico ou bifásico, é aquecido por fontes de calor de natureza elétrica, química ou nuclear. O termo reator designa aqui qualquer equipamento provido de aquecedores cilíndricos dispostos em matrizes e refrigerados externamente por um fluido em escoamento axial. O fluido em cada circuito é impulsionado por uma bomba centrífuga.

Os eventos transitórios a serem considerados referem-se à falha de uma ou mais bombas em decorrência de perda de potência, ruptura de eixo ou travamento do rotor das bombas. A simulação desses transitórios envolve a solução das equações para a dinâmica das bombas em conjunção com as equações de conservação de massa, momento e energia que governam o escoamento nos circuitos.

5.1 DINÂMICA DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA

Bombas centrífugas compreendem uma ampla classe de bombas em que a geração de pressão ou bombeamento decorre do movimento rotatório de um dispositivo dotado de pás, chamado rotor, impulsor ou impelidor. O rotor exerce sobre o fluido forças que resultam da aceleração que se lhe imprime, usualmente, por meio de um motor elétrico. O motor ao exercer um torque sobre o eixo da bomba fornece energia ao impelidor que realiza assim a conversão de energia mecânica. O resultado é uma vazão de descarga associada ao aumento da diferença de pressão entre o lado de sucção e o lado de descarga. A descarga produzida dependerá da velocidade de rotação e das características da bomba, bem como das condições de escoamento no circuito ao qual estiver ligada.

A determinação precisa do desempenho de uma bomba envolve a especificação de quatro variáveis: *altura manométrica* (H), *vazão volumétrica* ou *descarga* (Q), *velocidade de rotação* (N), e *torque* (τ). Cada uma destas variáveis pode ser expressa em função de duas outras quaisquer, ou seja, para um dado par (Q , N), H e τ podem ser determinada em termos desse par. As curvas que relacionam estas variáveis entre si são chamadas *curvas características* da bomba. Essas curvas são empiricamente desenvolvidas pelo fabricante da bomba. Outras características importantes de um conjunto motobomba são o momento de inércia e os torques do motor e de atrito.

Os eventos transitórios em circuitos são fortemente influenciados pelas bombas e, não raramente, são por elas iniciados. Durante qualquer transitório, o motor fornece torque para: (1) vencer todas as resistências hidráulicas no circuito, (2) compensar as perdas por viscosidade nas partes móveis da bomba, (3) acelerar o fluido no circuito, e (4) acelerar as partes móveis da bomba. Em operação estacionária não há aceleração e, então, somente os dois primeiros itens precisam ser considerados. Em condições transitórias, as variações temporais da velocidade de rotação dependem do momento de inércia e dos torques do conjunto motobomba.

Esta seção ocupa essencialmente do desenvolvimento da equação de movimento e da representação das curvas características de uma bomba centrífuga. As discussões baseiam-se em Stepanoff (1957), Wylie e Streeter (1978, p. 102), Chaudhry (1979, p. 74) e em Daugherty, Franzini e Finnemore (1989, p. 536).

5.1.1 Equação de Movimento

Tratando o motor e a bomba como um corpo rígido, a velocidade de rotação das partes móveis do conjunto pode ser determinada com a equação de movimento

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = \tau(t), \quad (5.1.1-1)$$

onde I é o momento de inércia (kg.m^2) das partes móveis em relação ao eixo de rotação, ω é a velocidade angular (s^{-1}), e τ é a resultante dos torques (Nm) que agem sobre as partes móveis. A resultante dos torques aplicados é dada por

$$\tau(t) = \tau_m(t) - \tau_h(t) - \tau_\mu(t), \quad (5.1.1-2)$$

em que τ_m representa o torque elétrico do motor, τ_h é o torque hidráulico transmitido ao fluido pelo rotor, e τ_μ denota o torque perdido por atrito nos mancais e nas partes móveis. Portanto, a equação de movimento pode escrever-se como

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = \tau_m(t) - \tau_h(t) - \tau_\mu(t). \quad (5.1.1-3)$$

Se o motor estiver desconectado da rede elétrica e se não existir um torque eletromagnético que cause uma frenagem considerável do rotor nos instantes imediatamente após a interrupção da potência elétrica, a Equação (5.1.1-3) tornar-se-á

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = -\tau_h(t) - \tau_\mu(t). \quad (5.1.1-4)$$

Introduzindo as variáveis adimensionais:

$$\alpha(t) = \frac{\omega(t)}{\omega^n} \quad (\text{razão de velocidade}), \quad (5.1.1-5)$$

$$\beta_m(t) = \frac{\tau_m(t)}{\tau_m^n} \quad (\text{razão de torque do motor}), \quad (5.1.1-6)$$

$$\beta_h(t) = \frac{\tau_h(t)}{\tau_h^n} \quad (\text{razão de torque hidráulico}), \quad (5.1.1-7)$$

$$\beta_\mu(t) = \frac{\tau_\mu(t)}{\tau_\mu^n} \quad (\text{razão de torque de atrito}), \quad (5.1.1-8)$$

a Equação (5.1.1-3) se transforma em

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{\tau_m^n \beta_m(t) - \tau_h^n \beta_h(t) - \tau_\mu^n \beta_\mu(t)}{I\omega^n} \quad (5.1.1-9)$$

As grandezas afetadas do sobrescrito n referem-se às condições nominais de operação do conjunto motobomba. Convém enfatizar neste ponto que o termo *nominal* será usado de agora em diante para designar as condições estacionárias no ponto de eficiência máxima da bomba.

Nas condições nominais estacionárias, o torque do motor equilibra exatamente o torque hidráulico e o torque de atrito, de modo que

$$\tau_m^n = \tau_h^n + \tau_\mu^n \quad (5.1.1-10)$$

A eficiência ou rendimento de uma bomba (Stepanoff, 1957, p. 36) é uma medida do seu grau de perfeição mecânica e hidráulica. Fisicamente, a *eficiência mecânica* pode ser definida como a razão entre a energia de saída da bomba e a energia de entrada fornecida ao eixo da bomba. Em outras palavras, o rendimento é a relação entre a potência hidráulica útil e a potência motriz, ou seja,

$$e_m = \frac{P_h}{P_m} = \frac{P_m - P_\mu}{P_m} \quad (5.1.1-11)$$

A potência motriz (*brake horsepower* – bhp) é a potência fornecida pelo motor ao eixo da bomba; a potência útil (*water horsepower* – whp) está associada à parcela da energia de entrada aproveitada pelo líquido para a realização do trabalho de escoamento fora da bomba. A outra parcela se perde por atrito nos mancais e no interior da própria bomba em consequência de perdas diversas. A potência útil de entrada é dada por

$$P_h = g\rho Q_e H_e, \quad (5.1.1-12)$$

onde g é a aceleração gravitacional e ρ é a densidade do fluido. Portanto,

$$e_m = \frac{g\rho Q_e H_e}{P_m} \quad (5.1.1-13)$$

O aumento da altura dinâmica em uma bomba centrífuga é produzido apenas pelo impelidor. As demais partes, além de não contribuir para a altura, causam ainda perdas

mecânicas e hidráulicas e fugas de fluido. Todas as perdas de altura que ocorrem entre os pontos de sucção e de descarga constituem perdas hidráulicas. A *eficiência hidráulica* de uma bomba é definida como a razão entre a altura dinâmica total disponível e a altura de entrada, ou seja

$$e_h = \frac{H_e - \Delta H_{\text{perdas}}}{H_e} = \frac{H}{H_e}. \quad (5.1.1-14)$$

Ao lado das perdas de altura há também as perdas de capacidade provenientes dos vazamentos de fluido através das fendas entre as partes rotantes e estacionárias da bomba. Por causa das fugas, a vazão de descarga disponível é em geral menor que a vazão de sucção. A razão entre essas duas vazões denomina-se *eficiência volumétrica*,

$$e_v = \frac{Q_e - \Delta Q_{\text{fugas}}}{Q_e} = \frac{Q}{Q_e}. \quad (5.1.1-15)$$

Enfim, combinando as três últimas relações, obtém-se a fórmula

$$e = e_m e_h e_v = \frac{g\rho QH}{P_m} \quad (5.1.1-16)$$

para a *eficiência global* ou *total* de uma bomba centrífuga.

O torque de eixo, τ_m^n , relaciona-se à potência elétrica nominal do motor, P_{em}^n , pela equação

$$\tau_m^n = \frac{e_e P_{em}^n}{\omega^n} = \frac{60 e_e P_{em}^n}{2\pi N^n}, \quad (5.1.1-17)$$

onde e_e denota o rendimento do motor, usualmente fornecido pelo fabricante; ω^n e N^n representam a velocidade nominal de rotação do motor, em radianos por segundo (rad/s) e em rotações por minuto (rpm), respectivamente.

O torque hidráulico nominal é dado por

$$\tau_h^n = \frac{g\rho^n Q^n H^n}{(e_h e_v)^n \omega^n} = \frac{60 g\rho^n Q^n H^n}{2\pi (e_h e_v)^n N^n}. \quad (5.1.1-18)$$

O torque nominal de atrito é normalmente determinado por relações empíricas em função da velocidade de rotação da bomba.

A razão de torque hidráulico é determinada com as curvas características em função da velocidade de rotação e da vazão volumétrica da bomba, isto é,

$$\beta_h(t) = f[\alpha(t), v(t)], \quad (5.1.1-19)$$

onde $\alpha(t)$ é a razão de velocidade definida pela Equação (5.1.1-5), qual seja,

$$\alpha(t) = \frac{\omega(t)}{\omega^n},$$

e $v(t)$ é a razão de vazão volumétrica,

$$v(t) = \frac{Q(t)}{Q^n}. \quad (5.1.1-20)$$

As fórmulas para calcular a razão de torque de atrito e a razão de torque de motor são descritas nas Subseções 8.2.2 e 8.2.3.

5.1.2 Curvas Características

A Figura 5.1.2-1 ilustra os vários modos de operação de uma bomba centrífuga. Durante um transiente de decaimento de vazão (*coastdown*), a bomba passa do regime de operação normal (I) para o regime de escoamento reverso com velocidade de rotação positiva (II) e, em seguida, a menos que o eixo da bomba seja equipado com um dispositivo de bloqueio de rotação reversa, a bomba pode passar para as regiões III e IV, com vazões de descarga respectivamente negativa e positiva.

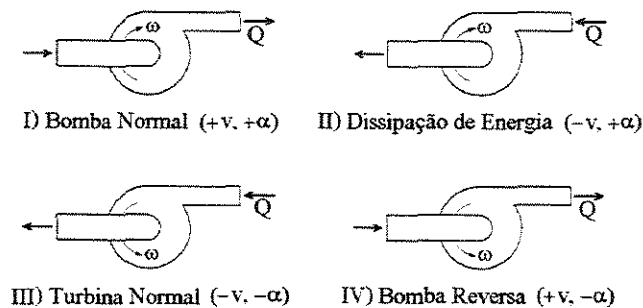


Figura 5.1.2-1 Modos de operação de uma bomba.

As curvas características de uma bomba são desenvolvidas empiricamente pelo fabricante e usualmente descrevem a altura manométrica e o torque hidráulico em função da vazão volumétrica e da velocidade de rotação da bomba. Um conjunto típico de curvas de

quatro quadrantes é mostrado na Figura 5.1.2-2, onde estão representadas as linhas de altura manométrica constante e de torque constante (normalizadas em relação às quantidades nominais) em função da vazão volumétrica e da velocidade da bomba.

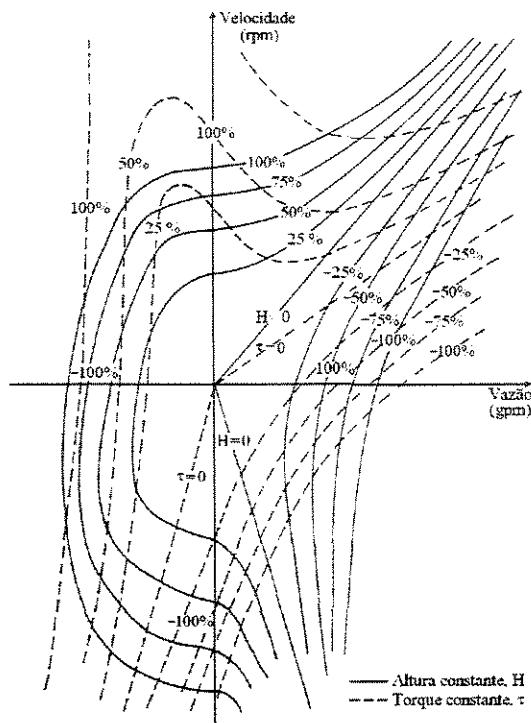


Figura 5.1.2-2 Curvas características de quatro quadrantes.

Quando as curvas de uma certa bomba não são disponíveis, as características de uma bomba similar que tem aproximadamente a mesma velocidade específica podem ser usadas como aproximação. A velocidade específica de uma bomba é definida pela relação (Stepanoff, 1957, p. 27)

$$N_s = \frac{N^n \sqrt{Q^n}}{(H^n)^{3/4}} \quad (5.1.2.1)$$

Em unidades dos Sistema Internacional (SI), N^n é em rotações por minuto (rpm), Q^n em m^3/s e H^n em m; em unidade do Sistema Britânico (SB), N^n é em rpm, Q^n em galões por minuto (gpm) e H^n em pés.

As curvas características de quatro quadrantes são difíceis de serem utilizadas na prática. Entretanto, elas podem ser convertidas a uma forma mais maneável pelo desenvolvimento das curvas homólogas, nas quais a razão de altura manométrica e a razão

de torque hidráulico são representadas em termos da razão de vazão volumétrica e da razão da velocidade de rotação da bomba. Recapitulando e complementando o que foi dito na subseção precedente, estas razões são grandezas adimensionais definidas pelas relações:

$$v = \frac{Q}{Q^n} \quad (\text{razão de vazão volumétrica}), \quad (5.1.2-2)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega^n} = \frac{n}{n^n} \quad (\text{razão de velocidade}), \quad (5.1.2-3)$$

$$h = \frac{H}{H^n} \quad (\text{razão de altura monométrica}), \quad (5.1.2-4)$$

$$\beta = \frac{\tau_h}{\tau_h^n} \quad (\text{razão de torque hidráulico}), \quad (5.1.2-5)$$

onde $n = \omega/2\pi$ é o número de rotações da bomba por segundo.

Curvas homólogas típicas para a altura manométrica e para o torque são mostradas nas Figuras 5.1.2-3 e 5.1.2-4, respectivamente. As três letras que identificam os ramos das curvas têm os seguintes significados:

1ª letra

H – curva para altura manométrica

B – curva para torque hidráulico

2ª letra

A – a abscissa é v/α e a ordenada é h/α^2 ou β/α^2

V – a abscissa é α/v e a ordenada é h/v^2 ou β/v^2

3ª letra

N – bomba normal (+Q, + ω)

D – dissipação de energia (–Q, + ω)

T – turbina normal (–Q, – ω)

R – bomba reversa (+Q, – ω)

A utilização computacional do conjunto completo das curvas homólogas requer a especificação de dados tabulares referentes a 16 ramos de curvas, sendo oito para a altura

manométrica e oito para o torque. Como consequência, o manuseio das curvas homólogas não deixa de ser ainda complicado e trabalhoso.

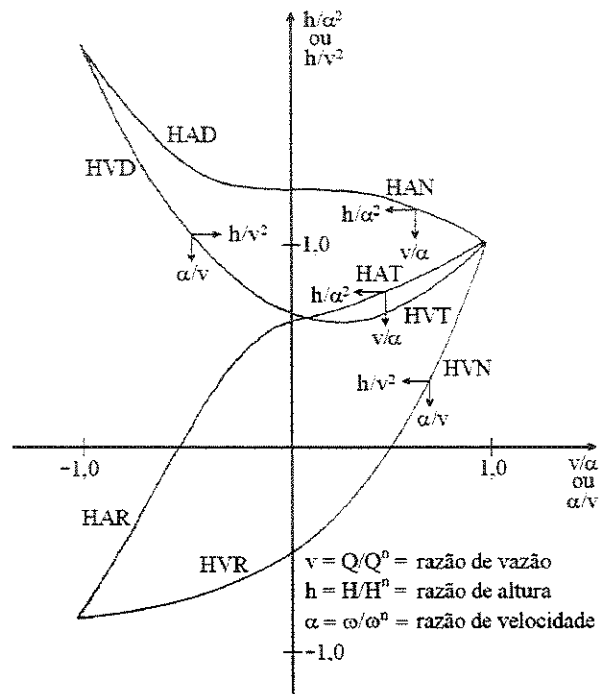


Figura 5.1.2-3 Curvas homólogas para altura manométrica.

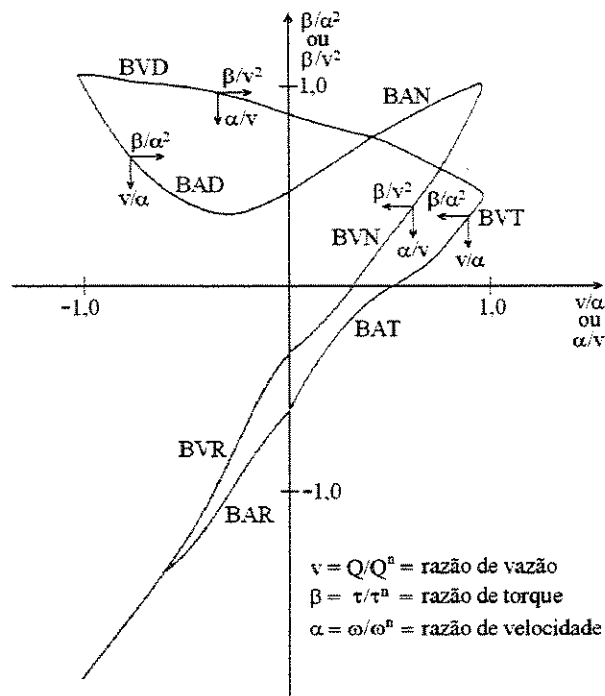


Figura 5.1.2-4 Curvas homólogas para torque hidráulico.

Em se tratando da solução de problemas transitórios, para os quais pode ser necessária a especificação dos dados característicos de todas as zonas de operação, a forma polar descrita por Wylie e Streeter (1978, p. 102) e Chaudhry (1979, p. 74) apresenta-se como a maneira mais simples de representação das curvas características de uma bomba.

No método polar, definindo-se uma nova abscissa θ ,

$$\theta = \tan^{-1}(\alpha/v), \quad (5.1.2-6)$$

e as novas ordenadas

$$F_h = \frac{h}{\alpha^2 + v^2}, \quad (5.1.2-7)$$

$$F_\beta = \frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}, \quad (5.1.2-8)$$

as características completas da bomba podem ser representadas por apenas duas curvas, uma para a altura manométrica ($F_h \times \theta$) e outra para o torque hidráulico ($F_\beta \times \theta$). Por definição, θ é sempre finito e toma valores entre 0 e 2π para as zonas de operação, como mostra a Tabela 5.1.2-1.

Tabela 5.1.2-1 Zonas de operação de uma bomba.

Zonas de Operação	v	α	Intervalo de θ
Bomba normal	+	+	$0 \leq \theta \leq \pi/2$
Dissipação de energia	–	+	$\pi/2 \leq \theta \leq \pi$
Turbina	–	–	$\pi \leq \theta \leq 3\pi/2$
Bomba reversa	+	–	$3\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi$

De posse de gráficos ou tabelas de h/α^2 (ou h/v^2) em função de v/α (ou α/v), é sempre possível determinar $h/(\alpha^2 + v^2)$, uma vez que

$$\begin{aligned} F_h &= \frac{h}{\alpha^2 + v^2} = \frac{h}{\alpha^2} \times \frac{1}{1 + (v/\alpha)^2} \\ &= \frac{h}{v^2} \times \frac{1}{1 + (\alpha/v)^2}. \end{aligned}$$

O mesmo raciocínio se aplica na determinação de $\beta/(\alpha^2 + v^2)$ a partir de gráficos ou tabelas

de β/α^2 (ou β/v^2) em função de v/α (ou α/v), bastando para isso usar as relações

$$F_\beta = \frac{\beta}{\alpha^2 + v^2} = \frac{\beta}{\alpha^2} \times \frac{1}{1 + (v/\alpha)^2} = \frac{\beta}{v^2} \times \frac{1}{1 + (\alpha/v)^2}.$$

Como ilustração, as curvas características para altura manométrica e torque hidráulico na forma polar de uma bomba com velocidade específica N_s de 261 unidades SI são mostradas na Figura 5.1.2-5. Os dados usados na confecção do gráfico foram extraídos de tabela apresentada por Wylie e Streeter (1978, p. 106).

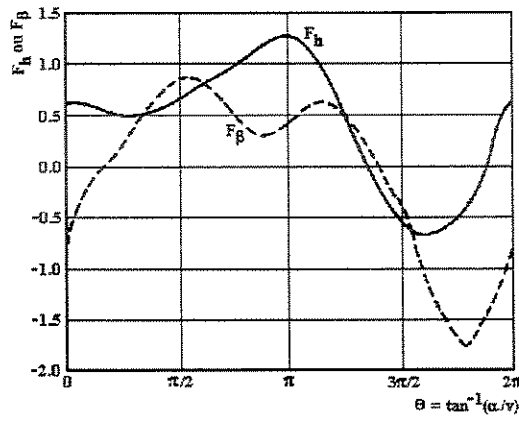


Figura 5.1.2-5 Curvas características na forma polar.

Para qualquer valor de α e v , exceto quando ambos são simultaneamente iguais a zero, o valor de $\theta = \tan^{-1}(\alpha/v)$ pode ser determinado com a função intrínseca $\text{ATAN2}(\alpha, v)$, da linguagem FORTRAN, que é definida na Tabela 5.1.2-2. Como esta função retorna o valor de θ entre 0 e π e entre 0 e $-\pi$, enquanto o intervalo de interesse encontra-se entre 0 e 2π , deve-se adicionar 2π ao valor calculado de θ se esse for negativo.

Tabela 5.1.2-2 Função $\theta = \text{ATAN2}(\alpha, v)$.

Domínio	Definição	Intervalo
$v < 0, \alpha < 0$	$-\pi + \tan^{-1}(\alpha/v)$	$-\pi < \theta < -\pi/2$
$v = 0, \alpha < 0$	$-\pi/2$	
$v > 0$	$\tan^{-1}(\alpha/v)$	$-\pi/2 < \theta < \pi/2$
$v = 0, \alpha > 0$	$\pi/2$	
$v < 0, \alpha > 0$	$\pi + \tan^{-1}(\alpha/v)$	$\pi/2 < \theta < \pi$
$v = 0, \alpha = 0$	erro	

Dispondo de uma tabela de $F_h = h/(\alpha^2 + v^2)$ para valores crescentes de θ no intervalo $0 \leq \theta \leq 2\pi$, um esquema de interpolação parabólica pode ser utilizado para determinar a razão de altura manométrica correspondente a valores dados de α e v . Se a tabela contiver um número suficiente de pontos, o erro introduzido por essa aproximação será pouco importante. Procedimento similar pode ser também usado na avaliação da razão de torque hidráulico.

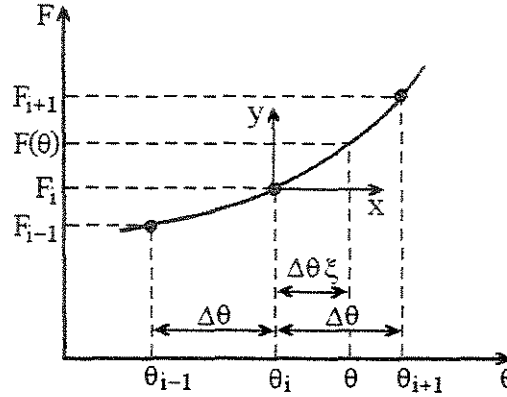


Figura 5.1.2-6 Interpolação parabólica.

Supondo-se que os dados tabulares correspondam a valores de θ dispostos na ordem crescente e igualmente espaçados e que o segmento da curva entre três pontos consecutivos possam ser aproximados por uma parábola (Figura 5.1.2-6), então

$$F(\theta) = a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2.$$

Para simplificar a determinação dos coeficientes da equação, pode ser conveniente definir os novos eixos x e y , com origem em (θ_i, F_i) , de modo que

$$x = \theta - \theta_i \quad \text{e} \quad y = F - F_i.$$

A equação da parábola relativa aos novos eixos torna-se então

$$y = ax^2 + bx. \quad (5.1.2-9)$$

Fazendo as substituições

$$y = F_{i+1} - F_i, \quad \text{para} \quad x = \theta_{i+1} - \theta_i = \Delta\theta$$

$$y = F_{i-1} - F_i, \quad \text{para} \quad x = \theta_{i-1} - \theta_i = -\Delta\theta$$

na Equação (5.1.2-9), obtém-se o sistema

$$F_{i+1} - F_i = a\Delta\theta^2 + b\Delta\theta \quad \text{e} \quad F_{i-1} - F_i = a\Delta\theta^2 - b\Delta\theta,$$

que, ao ser resolvido para a e b, resulta em

$$a = \frac{1}{2\Delta\theta^2}(F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}) \quad \text{e} \quad b = \frac{1}{2\Delta\theta}(F_{i+1} - F_{i-1}).$$

Com estes resultados, a equação da parábola torna-se

$$y = \frac{1}{2\Delta\theta^2}(F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})x^2 + \frac{1}{2\Delta\theta}(F_{i+1} - F_{i-1})x.$$

Introduzindo a variável ξ ,

$$\xi = \frac{\theta - \theta_i}{\Delta\theta} = \frac{x}{\Delta\theta},$$

e considerando $y = F - F_i$, chega-se à forma final da equação de interpolação:

$$F = F_i + \frac{1}{2}(F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})\xi^2 + \frac{1}{2}(F_{i+1} - F_{i-1})\xi. \quad (5.1.2-10)$$

A posição de θ em uma tabela com n pares de pontos pode ser obtida de

$$i = \text{mínimo} \{n - 1, \text{máximo} [2, \text{inteiro}(\theta / \Delta\theta) + 1]\}. \quad (5.1.2-11)$$

As equações de interpolação parabólica para a altura manométrica e para o torque hidráulico são, portanto,

$$F_h = F_{h,i} + \frac{1}{2}(F_{h,i+1} - 2F_{h,i} + F_{h,i-1})\xi^2 + \frac{1}{2}(F_{h,i+1} - F_{h,i-1})\xi, \quad (5.1.2-12)$$

$$F_\beta = F_{\beta,i} + \frac{1}{2}(F_{\beta,i+1} - 2F_{\beta,i} + F_{\beta,i-1})\xi^2 + \frac{1}{2}(F_{\beta,i+1} - F_{\beta,i-1})\xi. \quad (5.1.2-13)$$

Usando a regra da cadeia, as derivadas de F em relação a α e em relação a v podem ser deduzidas de

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \alpha},$$

$$\frac{\partial F}{\partial v} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial v} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial v}.$$

Mas, em vista das definições de F , ξ e θ :

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = (F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})\xi + \frac{1}{2}(F_{i+1} - F_{i-1}),$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \theta} = \frac{1}{\Delta \theta},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{v} \right) = \frac{v}{\alpha^2 + v^2},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{v} \right) = -\frac{\alpha}{\alpha^2 + v^2}.$$

Portanto,

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = \frac{v}{(\alpha^2 + v^2)\Delta \theta} \left[(F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})\xi + \frac{1}{2}(F_{i+1} - F_{i-1}) \right], \quad (5.1.2-14)$$

$$\frac{\partial F}{\partial v} = -\frac{\alpha}{(\alpha^2 + v^2)\Delta \theta} \left[(F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})\xi + \frac{1}{2}(F_{i+1} - F_{i-1}) \right]. \quad (5.1.2-15)$$

Para obter as expressões que fornecem os valores aproximados das derivadas de F_h (ou F_β) em relação a α e em relação a v basta substituir F por F_h (ou F_β) nestas duas fórmulas. Particularmente, a equação para a derivada $\partial F_h / \partial v$ será utilizada mais tarde, na Subseção 5.2.2.

As curvas características de uma bomba são fornecidas ao programa na forma tabular. A cada ramo das curvas homólogas representadas na Figura 5.1.2-3 e 5.1.2-4 pode corresponder uma tabela de entrada. Entretanto, como o programa não prevê o escoamento reverso, somente os ramos HAN e HVN, para a altura manométrica, e BAN e BVN, para o torque, precisam ser especificados. A especificação de tabelas para os demais ramos é opcional.

Ainda na fase de entrada, usando as Equações (5.1.2-6) a (5.1.2-8), os dados são convertidos à forma polar e dispostos na ordem crescente das abscissas, a fim de obter uma tabela para $F_h \times \theta$ e outra para $F_\beta \times \theta$. Por fim, um esquema de interpolação cúbica de Hermite é aplicado a essas tabelas para gerar duas outras com abscissas igualmente espaçadas de $\Delta \theta = 5^\circ$. As interpolações parabólicas são realizadas sobre essas tabelas finais.

5.2 ESCOAMENTO EM CIRCUITOS

Esta seção ocupa do desenvolvimento das equações que governam o escoamento forçado de um fluido monofásico ou bifásico em um sistema térmico constituído de um número arbitrário de circuitos paralelos. A presente formulação incorpora, com algumas adaptações, as idéias de um modelo analítico sugeridas ao autor por Botelho (1997).

5.2.1 Equações de Balanço

O sistema térmico a ser considerado nesta discussão pode ter um número arbitrário de circuitos paralelos que se fecham em um componente principal denominado aqui reator. Cada circuito do sistema pode consistir de uma bomba centrífuga, um trocador de calor (ou gerador de vapor) e das tubulações que conectam os vários componentes entre si. Válvulas poderiam eventualmente existir, mas não consideradas neste tratamento.

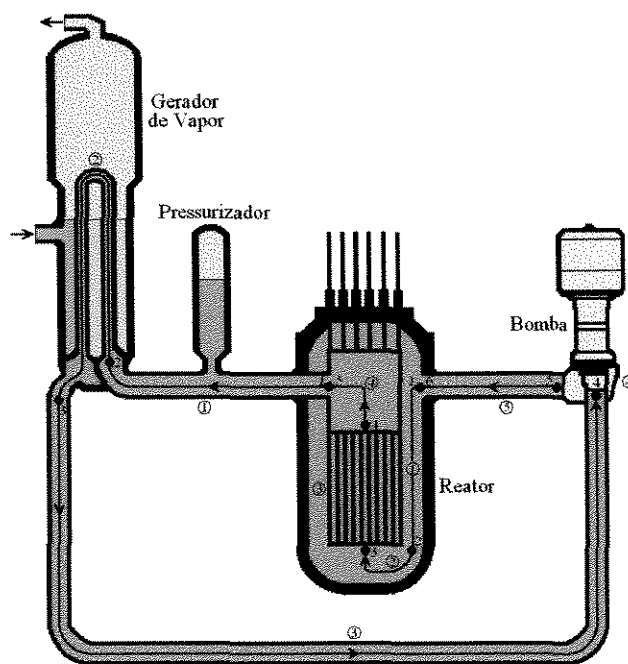


Figura 5.2.1-1 Sistema PWR com um circuito.

O tipo mais complexo de sistema é aquele associado aos circuitos primários de refrigeração de um reator nuclear. Um exemplo de tal sistema para um reator a água pressurizada (PWR, *pressurized water reactor*), com apenas um circuito, é ilustrado na Figura 5.2.1-1. Além dos componentes citados acima, o circuito possui um pressurizador,

cuja função é a de manter constante a pressão do sistema e de limitar e compensar as flutuações no volume do fluido causadas pela alteração de sua temperatura, não permitindo oscilações substanciais da pressão quando houver variações na potência do reator.

O pressurizador é um vaso de pressão, dentro do qual existe cerca de 60% de água e 40% de vapor em condições de saturação à pressão de operação do sistema. O controle de pressão é feito pela variação dos volumes de água e vapor, através do aquecimento elétrico da mistura ou do resfriamento dessa pela aspersão de água sobre o vapor ou ainda pela liberação de vapor para o exterior mediante a atuação de uma válvula de alívio.

Embora seja desenvolvida para um sistema particular, a formulação apresentada a seguir mostra-se suficientemente geral, podendo ser utilizada na simulação de outros tipos de sistemas de circuitos paralelos que funcionam segundo os mesmos princípios de um reator nuclear a água pressurizada.

O desenvolvimento parte das seguintes equações de balanço diferencial de massa, momento linear e energia para o escoamento unidimensional em um canal arbitrário:

Balanço de Massa

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial \ell} = 0 \quad (5.2.1-1)$$

Balanço de Momento Axial

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \ell} (mu') = -A \frac{\partial p}{\partial \ell} - \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D} + \zeta' v' \right) \frac{m}{A} |m| - A \rho g \cos \theta \quad (5.2.1-2)$$

Balanço de Energia

$$A \left(\rho - h_{fg} \frac{\partial \psi}{\partial h} \right) \frac{\partial h}{\partial t} + A h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \ell} (mh) = q' \quad (5.2.1-3)$$

Estas fórmulas são obtidas das Equações (4.2.6-1) a (4.2.6-3) pela supressão dos termos de escoamento transversal e pela substituição de z por ℓ , sendo ℓ a coordenada na direção do escoamento ao longo do canal. A dimensão ℓ faz um ângulo θ com o sentido positivo da vertical do lugar, que aqui é representada pela coordenada z . Note-se que a condução térmica longitudinal não está sendo considerada na equação da energia.

A aproximação utilizada na derivação das equações que regem o escoamento do fluido nos circuitos do reator é a representação de cada ramo do circuito por um número arbitrário de volumes eulerianos, tal como ilustra a Figura 5.2.1-1. Os volumes em cada ramo são numerados seqüencialmente, a partir de 1, no sentido de escoamento do fluido. Uma região de escoamento de índice k comunica-se na direção longitudinal com a região $k - 1$ a montante através da junção de entrada $j = k$, e com a região $k + 1$ a jusante através da junção de saída $j = k + 1$. Excepcionalmente, a região a jusante da último volume (o que corresponde ao maior valor de k) será a região 1. Os volumes definidos no ramo que contém o vaso de pressão do reator são compartilhados por todos os circuitos.

Dependendo do componente do sistema onde são definidos, os volumes podem ser classificados em cinco tipos:

- Tipo 1: núcleo ativo do reator;
- Tipo 2: outros componentes compartilhados por todos os circuitos, tais como as câmaras de entrada e saída do vaso de pressão do reator;
- Tipo 3: bombas de circulação;
- Tipo 4: regiões ativas dos trocadores de calor; e
- Tipo 5: tubulações.

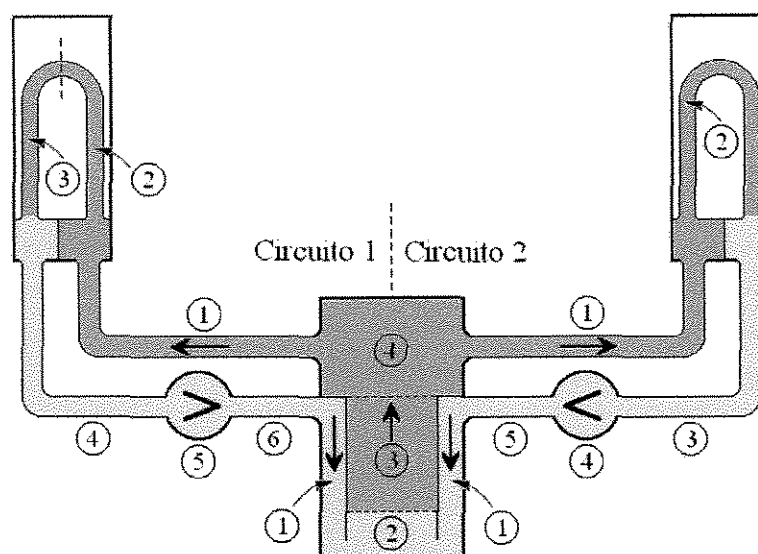


Figura 5.2.1-2 Esquema de indexação para um sistema com dois circuitos.

O esquema de numeração de volumes para um sistema de dois circuitos idênticos é mostrado na Figura 5.2.1-2. Observe-se que o gerador de vapor no circuito da esquerda foi dividido em dois volumes. O volume 1 à entrada do vaso do reator é uma região anular.

Propriedades termofísicas médias são atribuídas ao fluido em cada um dos volumes, as quais são calculada em função da entalpia da massa de fluido e da pressão de referência do sistema. A entalpia de uma região é tomada como a média aritmética das entalpias estimadas nas junções com a equação da energia.

Na aplicação das equações de balanço ao um sistema de múltiplos circuitos, supõe-se que o escoamento seja *isocórico*, isto é, que a densidade de massa seja independente do tempo e função apenas da posição ao longo do circuito. Em consequência, a equação da continuidade se transforma em

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial m}{\partial \ell} = 0, \quad (5.2.1-4)$$

donde se conclui que a vazão será independente da posição. Demais, se m_ℓ for a vazão de massa no ℓ -ésimo circuito, a vazão de massa total em uma região compartilhada por todos os circuitos será

$$m_T = \sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell, \quad (5.2.1-5)$$

onde NL denota o número de circuitos paralelos do sistema.

Considerando-se o fluido como uma mistura bifásica homogênea de líquido e vapor, a velocidade de transporte de momento na Equação (5.2.1-2) reduz-se à velocidade longitudinal do fluido, ou seja,

$$u' = u = \left(\frac{m}{A} \right) v, \quad (5.2.1-6)$$

com o volume específico da mistura definido pela relação

$$v = \frac{1}{\rho} = \chi v_g + (1 - \chi) v_\ell, \quad (5.2.1-7)$$

onde χ denota o título de vapor; v_ℓ e v_g são os volumes específicos de saturação do líquido e do vapor, respectivamente. Se o título for menor que ou igual a zero, v_ℓ representará o

volume específico do líquido sub-resfriado. O volume específico será estimado em função da entalpia e da pressão de referência do sistema com a equação de estado termodinâmico.

O segundo termo no segundo membro da Equação (5.2.1-2) descreve as perdas por atrito e por resistência hidráulica local; como antes, f denota o coeficiente de atrito e ζ' é o coeficiente de resistência hidráulica por unidade de comprimento. O último termo exprime a força exercida sobre o fluido pela gravidade.

Com as hipóteses de escoamento isocórico e bifásico homogêneo (no qual $\psi = 0$), a equação da energia assume a forma

$$A\rho\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \ell}(mh) = q', \quad (5.2.1-8)$$

onde q' representa a energia térmica adicionada ao fluido no canal por unidade de tempo e por unidade de comprimento. Por convenção, a densidade linear de potência q' será positiva se calor estiver sendo adicionado ao volume, e negativa, se calor estiver sendo extraído.

O objetivo a seguir é dispor as equações do momento e da energia em formas apropriadas que possam ser resolvidas para as vazões de massa dos circuitos e para as entalpias específicas das junções.

5.2.2 Vazões de Massa dos Circuitos

A discretização longitudinal do circuito produz nos vários componentes, exceto na bomba, canais de escoamento da forma ilustrada na Figura 5.2.2-1, caracterizados por uma área sectional média A , um diâmetro hidráulico médio D e um comprimento equivalente L .

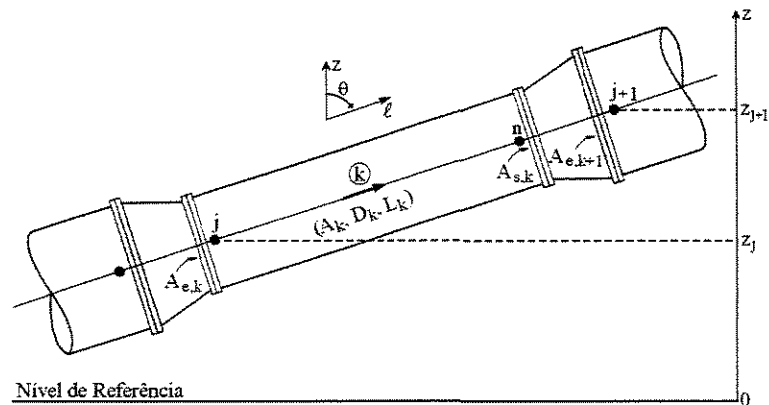


Figura 5.2.2-1 Volume de controle em um componente do circuito.

Uma variação de área pode existir na junção $j + 1$ entre o canal k e o canal $k + 1$ (ou canal 1) a jusante. As áreas seccionais $A_{e,k}$ e $A_{s,k}$ nas junções j e $j + 1$ correspondem às seções de entrada e saída do canal k , respectivamente. A área $A_{e,k+1}$ corresponde à área de entrada do canal $k + 1$ (ou canal 1). A altura z_j do centróide da junção j é medida em relação a um plano horizontal arbitrário, que bem poderia ser o nível do solo.

A integração da Equação (5.2.1-2) entre as posições ℓ_j e ℓ_n conduz a

$$\begin{aligned} \int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial m}{\partial t} d\ell + \int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial}{\partial \ell} (\mu') d\ell = & - \int_{\ell_j}^{\ell_n} A \frac{\partial p}{\partial \ell} d\ell \\ & - \int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D} + \zeta' v' \right) \frac{m}{A} |m| d\ell \\ & - \int_{\ell_j}^{\ell_n} A p g \cos \theta d\ell. \end{aligned} \quad (5.2.2-1)$$

Pelo fato de a vazão de massa m ser independente da coordenada espacial, as duas primeiras integrais têm resultados óbvios; entretanto, a solução das integrais restantes requer certas hipóteses simplificativas acerca dos relacionamentos funcionais dos respectivos integrandos.

Inicialmente, a primeira integral resulta em

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial m}{\partial t} d\ell = \frac{dm}{dt} \int_{\ell_j}^{\ell_n} d\ell = L_k \frac{dm}{dt}, \quad (5.2.2-2)$$

com o comprimento do canal dado por

$$L_k = \ell_n - \ell_j \approx \ell_{j+1} - \ell_j,$$

desde que o comprimento da junção seja desprezível em relação ao comprimento total da região de escoamento considerada.

A segunda integral escreve-se como

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial}{\partial \ell} (\mu') d\ell = (\mu')_n - (\mu')_j,$$

que, em vista da Equação (5.2.1-6), se transforma em

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial}{\partial \ell} (\mu') d\ell = m^2 \frac{v_n}{A_n} - m^2 \frac{v_j}{A_j}.$$

Considerando-se

$$A_j = A_{e,k}, \quad A_n = A_{s,k} \quad \text{e} \quad v_n = v_{j+1},$$

a equação precedente torna-se

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{\partial}{\partial \ell} (\mu') d\ell = \left(\frac{v_{j+1}}{A_{s,k}} - \frac{v_j}{A_{e,k}} \right) m^2. \quad (5.2.2-3)$$

O termo de pressão é escrito como

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} A \frac{\partial p}{\partial \ell} d\ell = \left(\frac{\partial p}{\partial \ell} \right) \int_{\ell_j}^{\ell_n} A d\ell,$$

donde, aproximando o gradiente médio de pressão por

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \ell} \right) = \frac{p_n - p_j}{L_k},$$

obtem-se

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} A \frac{\partial p}{\partial \ell} d\ell = A_k (p_n - p_j), \quad (5.2.2-4)$$

em que

$$A_k = \frac{1}{L_k} \int_{\ell_j}^{\ell_n} A d\ell = \frac{V_k}{L_k},$$

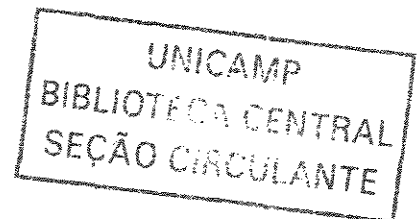
sendo V_k o volume da região entre ℓ_j e ℓ_n .

A integral que descreve as perdas por viscosidade é aproximada por

$$\begin{aligned} \int_{\ell_j}^{\ell_n} \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D} + \zeta' v' \right) \frac{m}{A} |m| d\ell &= \frac{1}{2} \left(\frac{f \phi^2 v_\ell}{D} + \zeta' v' \right)_k \frac{L_k}{A_k} m |m| \\ &= \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{L}{D} \frac{f \phi^2 v_\ell}{v} + \zeta \right)_k \frac{v_k}{A_k} m^2, \end{aligned} \quad (5.2.2-5)$$

onde

$$\sigma = \begin{cases} +1, & \text{se } m \geq 0 \quad (\text{escoamento direto}) \\ -1, & \text{se } m < 0 \quad (\text{escoamento reverso}) \end{cases}$$



O coeficiente adimensional de resistência hidráulica

$$\frac{1}{2} \left(\frac{L}{D} \frac{f \phi^2 v_\ell}{\nu} + \zeta \right)_k$$

exprime as perdas por atrito e por resistência localizada, esta última decorrente de restrições (por exemplo: curvas, orifícios, grades) no caminho de escoamento. As perdas localizadas são descritas em termos de um coeficiente global de resistência local

$$\zeta_k = \zeta'_k L_k,$$

cujo valor para cada volume k precisa ser especificado à entrada de dados. O coeficiente de atrito f e o multiplicador de atrito bifásico ϕ^2 são avaliados por correlações empíricas.

Evidentemente, fica subentendido que a aproximação empregada para resolver a integral na Equação (5.2.2-5) só será válida se o respectivo integrando não sofrer uma variação acentuada ao longo do canal.

A última integral da Equação (5.2.2-1) é aproximada por

$$\int_{\ell_j}^{\ell_n} A_p g \cos \theta d\ell = \int_{z_j}^{z_n} A_p g dz = A_k \rho_k g H_k, \quad (5.2.2-6)$$

onde ρ_k denota a densidade média da mistura bifásica no volume k ,

$$\rho_k = \frac{1}{v_k} = \frac{1}{\chi_k v_g + (1 - \chi_k) v_\ell}; \quad (5.2.2-7)$$

$$H_k = z_n - z_j \quad (5.2.2-8)$$

representa a elevação do volume k .

Substituindo as Equações (5.2.2-2) a (5.2.2-6) na Equação (5.2.2-1), chega-se à seguinte expressão para a variação de pressão entre a entrada e a saída da região de escoamento k definida em um componente qualquer do circuito, excluindo a bomba:

$$\begin{aligned} \Delta p_k = p_j - p_n = & \left(\frac{L}{A} \right)_k \frac{dm}{dt} + \frac{1}{A_k} \left(\frac{v_{j+1}}{A_{s,k}} - \frac{v_j}{A_{e,k}} \right) m^2 \\ & + \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{L}{D} \frac{f \phi^2 v_\ell}{\nu} + \zeta \right)_k \frac{v_k}{A_k^2} m^2 + g \rho_k H_k. \end{aligned} \quad (5.2.2-9)$$

Burgreen (1958) mostra que a equação de Bernoulli é válida numa conexão curta onde existe uma variação na área seccional, ainda que o escoamento não seja estacionário. Portanto, para a junção à saída do volume k representada na Figura 5.2.2-1, vale a relação

$$p_n + \frac{1}{2}\rho_n u_n^2 + g\rho_n z_n = p_{j+1} + \frac{1}{2}\rho_{j+1} u_{j+1}^2 + g\rho_{j+1} z_{j+1} + \frac{1}{2}\zeta_{j+1}\rho_{j+1} v_{j+1} |v_{j+1}|, \quad (5.2.2-10)$$

em que o último termo representa a perda de pressão por viscosidade na junção. Seguindo a convenção usual, essa perda de pressão é determinada em função da velocidade de escoamento na seção de menor área, de modo que

$$v_{j+1} = \frac{m}{\rho_{j+1} A'_{j+1}} = \frac{v_{j+1}}{A'_{j+1}} m, \quad (5.2.2-11)$$

com

$$A'_{j+1} = \text{mínimo} (A_{e,j+1}, A_{s,j+1}),$$

onde $A_{e,j+1}$ e $A_{s,j+1}$ são as áreas de entrada e de saída da junção $j+1$.

Usando definição de v_j expressa pela Equação (5.2.2-11), bem como as relações

$$u_n = \frac{v_{j+1} m}{A_{e,j+1}} \quad \text{e} \quad u_{j+1} = \frac{v_{j+1} m}{A_{s,j+1}},$$

a expressão para a variação de pressão na junção $j+1$ torna-se

$$\Delta p_{j+1} = p_n - p_{j+1} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{A'_{j+1}}{A_{s,j+1}} \right)^2 - \left(\frac{A'_{j+1}}{A_{e,j+1}} \right)^2 + \sigma \zeta_{j+1} \right] \frac{v_{j+1}}{A_{j+1}^2} m^2, \quad (5.2.2-12)$$

desde que $z_n \approx z_{j+1}$.

Para uma junção entre dois volumes simples (isto é, não-compartilhados) ou entre dois volumes compartilhados de índices k e $k+1$, é óbvio que

$$A_{e,j+1} = A_{s,k}, \quad A_{s,j+1} = A_{e,k+1} \quad \text{e} \quad A'_{j+1} = \text{mínimo} (A_{s,k}, A_{e,k+1}). \quad (5.2.2-13)$$

Excepcionalmente, para uma junção terminal que conecta um volume simples de índice k a um volume compartilhado, a queda de pressão na junção será calculada com

$$\Delta p_{j+1} = p_n - p_{j+1} = \frac{1}{2} \sigma \zeta_{j+1} \frac{v_{j+1}}{A_{s,k}^2} m^2. \quad (5.2.2-14)$$

Por outro lado, se a seção de saída do volume compartilhado k compõe-se de múltiplas junções com volumes simples afetados dos índices $k_1, k_2, \dots$, como ilustra a Figura 5.2.2-2, então, na Equação (5.2.2-12),

$$A_{e,j+1} = A_{s,k} \quad \text{e} \quad A_{s,j+1} = A_{e,k_1} + A_{e,k_2} + \dots \quad (5.2.2-15)$$

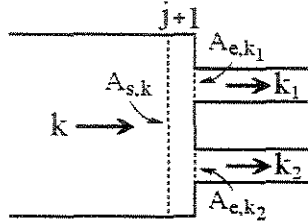


Figura 5.2.2-2 Junções múltiplas de saída.

Por fim, adicionando as Equações (5.2.2-9) e (5.2.2-12), chega-se à seguinte expressão para a queda de pressão no volume k e na junção $j+1$ à saída desse volume:

$$(p_j - p_{j+1})_k = J_k \frac{dm}{dt} + K_k m^2 + M_k, \quad (5.2.2-16)$$

em que

$$J_k = \left(\frac{L}{A} \right)_k, \quad (5.2.2-17)$$

$$\begin{aligned} K_k = & \frac{1}{A_k} \left(\frac{v_{j+1}}{A_{s,k}} - \frac{v_j}{A_{e,k}} \right) + \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{L}{D} \frac{f \phi^2 v_\ell}{v} + \zeta \right)_k \frac{v_k}{A_k^2} \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{A'_{j+1}}{A_{s,j+1}} \right)^2 - \left(\frac{A'_{j+1}}{A_{e,j+1}} \right)^2 + \sigma \zeta_{j+1} \right] \frac{v_{j+1}}{A_{j+1}^2}, \end{aligned} \quad (5.2.2-18)$$

$$M_k = g \rho_k H_k. \quad (5.2.2-19)$$

Para um volume compartilhado por todos os circuitos, como é o caso do núcleo e das câmaras de entrada e saída do vaso de pressão do reator, a Equação (5.2.2-16) pode escrever-se como

$$(p_j - p_{j+1})_{k'} = J_{k'} \frac{dm_T}{dt} + K_{k'} m_T^2 + M_{k'}, \quad (5.2.2-20)$$

que, em vista da Equação (5.1.1-5), se transforma em

$$(p_j - p_{j+1})_{k'} = J_{k'} \frac{d}{dt} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right) + K_{k'} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 + M_{k'}, \quad (5.2.2-21)$$

onde o subscrito k' identifica os volumes compartilhados.

O aumento da pressão do fluido causado por uma bomba instalada em algum ponto do circuito é dado por

$$\Delta p_{k''} = \int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} \frac{\partial p}{\partial \ell} d\ell = (p_{j+1} - p_j)_{k''} = g \rho_{k''} H_{k''}, \quad (5.2.2-22)$$

onde $H_{k''}$ é a altura manométrica desenvolvida pela bomba. O índice k'' representa o número do volume atribuído à bomba. Observe que esta expressão poderia ter sido obtida da Equação (5.2.2-10), fazendo

$$J_{k''} = 0, \quad K_{k''} = 0 \quad \text{e} \quad M_{k''} = -g \rho_{k''} H_{k''}.$$

Em síntese, para volumes dos tipos 3 a 5 (bomba, trocador de calor e tubulações), as equações para as variações de pressão são todas da forma

$$(p_j - p_{j+1})_k = J_k \frac{dm}{dt} + K_k m^2 + M_k; \quad (5.2.2-23)$$

e para os volumes compartilhados dos tipos 1 e 2 (núcleo e câmaras de entrada e saída do vaso de pressão do reator),

$$(p_j - p_{j+1})_{k'} = J_{k'} \frac{d}{dt} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right) + K_{k'} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 + M_{k'}. \quad (5.2.2-24)$$

Seja N o número de volumes simples e N' o número de volumes compartilhados.

Uma vez que $(p_{N+1})_k = (p_1)_{k'}$ e $(p_{N'+1})_{k'} = (p_1)_k$, vale a identidade

$$\sum_{k=1}^N (p_j - p_{j+1})_k + \sum_{k'=1}^{N'} (p_j - p_{j+1})_{k'} = 0,$$

o que significa que a soma das quedas de pressão ao redor do circuito é igual a zero. Daí, considerando as Equações (5.2.2-23) e (5.2.2-24), deduz-se a expressão

$$\sum_{k=1}^N \left[J_k \frac{dm}{dt} + K_k m^2 + M_k \right] + \sum_{k'=1}^{N'} \left[J_{k'} \frac{d}{dt} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right) + K_{k'} \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 + M_{k'} \right] = 0.$$

Reordenando os termos, a equação anterior assume a forma mais simples:

$$S_J \frac{dm}{dt} + S'_J \left(\sum_{\ell=1}^{NL} \frac{dm_{\ell}}{dt} \right) = -S_K m^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 - S_M - S'_M + g\rho_k H_{k'}, \quad (5.2.2-25)$$

onde

$$S_J = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k''}}^N J_k, \quad S_K = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k''}}^N K_k, \quad S_M = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq k''}}^N M_k, \quad (5.2.2-26a)$$

$$S'_J = \sum_{k'=1}^{N'} J_{k'}, \quad S'_K = \sum_{k'=1}^{N'} K_{k'}, \quad S'_M = \sum_{k'=1}^{N'} M_{k'}. \quad (5.2.2-26b)$$

Para o i -ésimo circuito de um sistema com um número arbitrário NL de circuitos, a Equação (5.2.2-25) pode escrever-se como

$$(S_J)_i \frac{dm_i}{dt} + S'_J \left(\sum_{\ell=1}^{NL} \frac{dm_{\ell}}{dt} \right) = -(S_K)_i m_i^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 - (S_M)_i - S'_M + g\rho_i H_i \quad (5.2.2-27)$$

Os coeficientes S'_J , S'_K e S'_M não são afetados pelo índice i porque os valores que se lhes atribuem são os mesmos para todos os circuitos. Para simplificar a notação, o índice k'' foi suprimido no último termo da equação.

O acoplamento entre as Equação (5.1.1-9) para a dinâmica da bomba e a Equação (5.2.2-27) é feito através do termo

$$\Delta p = -g\rho H(m, \omega) = -g\rho H^n h(v, \alpha). \quad (5.2.2-28)$$

Em cada instante do transitório, a razão de altura manométrica h desenvolvida pela bomba é calculada a partir das curvas características em função da razão de descarga,

$$v = \frac{Q}{Q^n} = \frac{\rho^n m}{\rho m^n},$$

e da razão de velocidade de rotação da bomba,

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega^n} = \frac{n}{n^n} = \frac{N}{N^n}.$$

Como anteriormente, o sobrescrito n denota as condições nominais da bomba.

Em condições estacionárias,

$$\frac{dm_i}{dt} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d\omega_i}{dt} = 0;$$

e, como consequência, as Equações (5.2.2-27) e (5.1.1-3) reduzem-se a

$$(S_K)_i m_i^2 + S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell \right)^2 + (S_M)_i + S'_M - g\rho_i H_i = 0, \quad (5.2.2-29)$$

$$(\tau_m)_i = (\tau_h)_i + (\tau_\mu)_i. \quad (5.2.2-30)$$

Com todos os circuitos operando nas condições nominais,

$$m_i = m_i^n, \quad \omega_i = \omega_i^n \quad \text{e} \quad H_i = H_i^n.$$

Por outro lado, se um ou mais circuitos estão operando em regime estacionário, mas fora das condições nominais, de modo que

$$m_i = m_i^o, \quad \omega_i = \omega_i^o \quad \text{e} \quad H_i = H_i^o,$$

a Equação (5.2.2-23) torna-se

$$(S_K)_i (m_i^o)^2 + S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^o \right)^2 + (S_M)_i + S'_M - g\rho_i^o H_i^o = 0. \quad (5.2.2-31)$$

A altura manométrica da bomba será dada por

$$H_i^o = H_i^n h(v_i^o, \alpha_i^o), \quad (5.2.2-32)$$

em que

$$v_i^o = \frac{Q_i^o}{Q_i^n} = \frac{m_i^o}{\rho_i^o Q_i^n} \quad \text{e} \quad \alpha_i^o = \frac{\omega_i^o}{\omega_i^n} = \frac{N_i^o}{N_i^n}.$$

As vazões de massa estacionárias m_i^o são calculadas de modo a satisfazer as curvas características das bombas. Partindo de valores prescritos para as velocidades de rotação das bombas e de estimativas iniciais das vazões de massa nos circuitos, as Equações (5.2.2-31) e (5.2.2-32) podem ser usadas para readaptar as vazões. Fazendo a mudança de variável

$$x_i = \frac{m_i^o}{m_i^n},$$

as Equações (5.2.2-31) e (5.2.2-32) definem o sistema de equações transcendentais

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_{NL}) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, NL), \quad (5.2.2-33)$$

que pode ser resolvido iterativamente com o método de Newton-Raphson.

Desenvolvendo F_i em série de Taylor na vizinhança de $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)})$, tem-se

$$\begin{aligned} F_i(x_1, x_2, \dots, x_{NL}) = & F_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)}) \\ & + \sum_{j=1}^{NL} \frac{\partial F_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)})}{\partial x_j} \delta_j^{(0)} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{NL} \frac{\partial^2 F_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)})}{\partial^2 x_j} (\delta_j^{(0)})^2 + \dots \end{aligned}$$

Truncando a série após o termo de primeira ordem, vem

$$\sum_{j=1}^{NL} \frac{\partial F_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)})}{\partial x_j} \delta_j^{(0)} = -F_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{NL}^{(0)}). \quad (5.2.2-34)$$

Em uma primeira aproximação, a solução da Equação (5.2.2-33) é dada por

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \delta_i^{(0)} \quad (i = 1, 2, \dots, NL), \quad (5.2.2-35)$$

onde os valores de $\delta_i^{(0)}$ são a solução do sistema de equações algébricas lineares definido pela Equação (5.2.2-34).

Estimativas mais precisas de $(x_1, x_2, \dots, x_{NL})$ podem ser obtidas de

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \delta_i^{(k)} \quad (i = 1, 2, \dots, NL), \quad (5.2.2-36)$$

com os valores de $\delta_i^{(k)}$ dados pela solução do sistema

$$\sum_{j=1}^{NL} \frac{\partial F_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{NL}^{(k)})}{\partial x_j} \delta_j^{(k)} = -F_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{NL}^{(k)}). \quad (5.2.2-37)$$

Este sistema é resolvido no programa com o método tradicional de eliminação de Gauss.

A função F_i pode ser escrita como

$$F_i = (S_K)_i (m_i^n x_i)^2 + S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right)^2 + (S_M)_i + S'_M - g \rho_i^\circ H_i^\circ, \quad (5.2.2-38)$$

cujas derivadas parciais de primeira ordem são dadas por:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = 2S'_K m_j^n \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right) \quad (j \neq i), \quad (5.2.2-39)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 2(S_K)_i m_i^n (m_i^n x_i) + 2S'_K m_i^n \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right) - g\rho_i^\circ \frac{\partial H_i^\circ}{\partial x_i}. \quad (5.2.2-40)$$

A derivada parcial de H_i° pode ser expressa como

$$\frac{\partial H_i^\circ}{\partial x_i} = H_i^n \frac{\partial h}{\partial v} \bigg|_{(v_i^\circ, \alpha_i^\circ)}. \quad (5.2.2-41)$$

Usando a relação polar para a altura manométrica, isto é,

$$h = (\alpha^2 + v^2)F_h,$$

conforme Equação (5.1.2-7), a derivada $\partial h / \partial v$ pode escrever-se como

$$\frac{\partial h}{\partial v} = 2vF_h(\alpha, v) + (\alpha^2 + v^2) \frac{\partial F_h(\alpha, v)}{\partial v}, \quad (5.2.2-42)$$

em que a derivada $\partial F_h / \partial v$ é aproximada pela Equação (5.1.2-15).

No regime transitório, definindo a variável x como a razão entre a vazão de massa no instante t e a vazão de massa nominal, isto é,

$$\begin{aligned} x &= \frac{m(t)}{m^n} \\ &= \frac{\rho Q(t)}{\rho^n Q^n} = \frac{\rho}{\rho^n} v(t), \end{aligned} \quad (5.2.2-43)$$

onde Q é vazão volumétrica e ρ é a densidade, a Equação (5.2.2-27) pode ser rescrita como

$$\begin{aligned} (S_J)_i m_i^n \frac{dx_i}{dt} + S'_J \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n \frac{dx_\ell}{dt} \right) &= -(S_K)_i (m_i^n x_i)^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right)^2 \\ &\quad - (S_M)_i - S'_M + g\rho_i H_i. \end{aligned} \quad (5.2.2-44)$$

Considerando-se todos os circuitos do sistema, esta equação assume a forma matricial

$$[A] \left\{ \frac{dx}{dt} \right\} = \{B\}, \quad (5.2.2-45)$$

com as matrizes dadas por:

$$[A] = \begin{bmatrix} [(S_J)_1 + S'_J]m_1^n & S'_J m_2^n & \cdots & S'_J m_{NL}^n \\ S'_J m_1^n & [(S_J)_2 + S'_J]m_2^n & \cdots & S'_J m_{NL}^n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S'_J m_1^n & S'_J m_2^n & \cdots & [(S_J)_{NL} + S'_J]m_{NL}^n \end{bmatrix}, \quad (5.2.2-46)$$

$$\left\{ \frac{dx}{dt} \right\} = \begin{Bmatrix} dx_1 / dt \\ dx_2 / dt \\ \cdots \\ dx_{NL} / dt \end{Bmatrix}, \quad (5.2.2-47)$$

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} -(S_K)_1 (m_1^n x_1)^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right)^2 - (S_M)_1 - S'_M + g(\rho H)_1 \\ -(S_K)_2 (m_2^n x_2)^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right)^2 - (S_M)_2 - S'_M + g(\rho H)_2 \\ \cdots \\ -(S_K)_{NL} (m_{NL}^n x_{NL})^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell^n x_\ell \right)^2 - (S_M)_{NL} - S'_M + g(\rho H)_{NL} \end{Bmatrix}. \quad (5.2.2-48)$$

A Equação (5.2.2-45) define um sistema de equações diferenciais ordinárias da forma

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_{NL}) \quad (i = 1, 2, \dots, NL), \quad (5.2.2-49)$$

em que f_i são os elementos do vetor

$$\{f\} = [A]^{-1} \{B\}, \quad (5.2.2-50)$$

sendo $[A]^{-1}$ a matriz inversa de $[A]$.

A solução deste sistema requer o conhecimento das condições iniciais

$$x_1 = x_1^0, \quad x_2 = x_2^0, \quad \dots, \quad x_{NL} = x_{NL}^0$$

em algum instante $t = t^0$, que é normalmente tomado como instante inicial $t = 0$. O método numérico usado para resolver o sistema será discutido na próxima subseção.

Eventualmente, os transitórios nos circuitos do sistema podem ocorrer pela falhas simultânea ou seqüencial das bombas. A falha de uma bomba pode ser ocasionada pela perda de potência de bombeamento ou pelo travamento do rotor. A perda de potência inclui a

interrupção da energia elétrica fornecida ao motor ou a ruptura do eixo que conecta o motor à bomba. Ambos os eventos são tratados de maneira semelhante. O travamento de rotor é simulado pelo aumento gradual do torque de atrito. A variação do torque de atrito com o tempo é descrito por um função tabular prescrita. Não importando o tipo de evento, o instante de ocorrência da falha de uma ou mais bombas tem de ser especificado à entrada de dados do programa.

5.2.3 Solução da Equação Diferencial para Circuitos

O sistema de equações diferenciais ordinárias definido pela Equação (5.2.2-49), qual seja,

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (5.2.3-1)$$

onde x_i denota a razão entre a vazão de massa no instante t e a vazão de massa nominal para o circuito i e n representa o número de circuitos, é resolvido com o método de Runge-Kutta. Na versão clássica de quarta ordem desse método, conhecendo-se a solução $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$ no instante $t = \tilde{t}$, a solução $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ no instante $t = \tilde{t} + \Delta t$ pode ser aproximada por

$$x_i = \tilde{x}_i + \frac{\Delta x_{i,1}}{6} + \frac{\Delta x_{i,2}}{3} + \frac{\Delta x_{i,3}}{3} + \frac{\Delta x_{i,4}}{6} + O(\Delta t^5) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (5.2.3-2)$$

onde

$$\Delta x_{i,1} = \Delta t f_i(\tilde{t}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n),$$

$$\Delta x_{i,2} = \Delta t f_i\left(\tilde{t} + \frac{\Delta t}{2}, \tilde{x}_1 + \frac{\Delta x_{1,1}}{2}, \tilde{x}_2 + \frac{\Delta x_{2,1}}{2}, \dots, \tilde{x}_n + \frac{\Delta x_{n,1}}{2}\right),$$

$$\Delta x_{i,3} = \Delta t f_i\left(\tilde{t} + \frac{\Delta t}{2}, \tilde{x}_1 + \frac{\Delta x_{1,2}}{2}, \tilde{x}_2 + \frac{\Delta x_{2,2}}{2}, \dots, \tilde{x}_n + \frac{\Delta x_{n,2}}{2}\right),$$

$$\Delta x_{i,4} = \Delta t f_i(\tilde{t} + \Delta t, \tilde{x}_1 + \Delta x_{1,3}, \tilde{x}_2 + \Delta x_{2,3}, \dots, \tilde{x}_n + \Delta x_{n,3}).$$

Estas quatro expressões podem ser generalizadas como

$$\Delta x_{i,j} = \Delta t f_i(t'_j, x'_{1j}, x'_{2j}, \dots, x'_{nj}) \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, 4) \quad (5.2.3-3)$$

onde

$$t'_1 = \tilde{t} \quad x'_{\ell 1} = \tilde{x}_\ell \quad (\ell = 1, 2, \dots, n)$$

$$t'_2 = \tilde{t} + \frac{\Delta t}{2} \quad x'_{\ell 2} = \tilde{x}_\ell + \frac{\Delta x_{\ell,1}}{2} \quad (\ell = 1, 2, \dots, n)$$

$$t'_3 = \tilde{t} + \frac{\Delta t}{2} \quad x'_{\ell 3} = \tilde{x}_\ell + \frac{\Delta x_{\ell,2}}{2} \quad (\ell = 1, 2, \dots, n)$$

$$t'_4 = \tilde{t} + \Delta t \quad x'_{\ell 4} = \tilde{x}_\ell + \Delta x_{\ell,3} \quad (\ell = 1, 2, \dots, n)$$

Como a matriz $[A]^{-1}$ na Equação (5.2.2-50) é independente de t e de $x_1, x_2, \dots, x_n$, vale a relação

$$f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{v=1}^n a_{iv} B_v(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (5.2.3-4)$$

onde a_{iv} denota os elementos da matriz $[A]^{-1}$ e B_v são os elementos do vetor $\{B\}$.

Comparando as Equações (5.2.3-3) e (5.2.3-4), obtém-se

$$\Delta x_{i,j} = \Delta t \sum_{v=1}^n a_{iv} B_v(t'_j, x'_{1j}, x'_{2j}, \dots, x'_{nj}), \quad (5.2.3-5)$$

donde se conclui que os valores de $\Delta x_{1,j}, \Delta x_{2,j}, \dots, \Delta x_{n,j}$ para $j = 1, 2, 3, 4$ são a solução do sistema de equações lineares

$$[A]\{\Delta x_j\} = \Delta t\{B(t'_j, x'_{1j}, x'_{2j}, \dots, x'_{nj})\}. \quad (5.2.3-6)$$

Por fim, a substituição dos valores de Δx_j na Equação (5.2.3-2) fornece a solução do sistema de equações diferenciais que descrevem o escoamento nos circuitos no instante $t = \tilde{t} + \Delta t$.

O método de Runge-Kutta de quarta ordem para o caso particular de apenas uma equação diferencial, ao invés de um sistema, é também empregado para resolver as equações que governam o movimento das bombas. Existe uma equação diferencial para cada bomba. Para uma dada bomba i , a Equação (5.1.1-9) pode ser posta sob a forma

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = g_i(t, \alpha_i, v_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (5.2.3-7)$$

Partindo-se da solução $(\tilde{\alpha}_i, \tilde{v}_i)$ no instante $\tilde{t}$, a nova solução α_i no instante posterior

$\tilde{t} + \Delta t$ será dada por

$$\alpha_i = \tilde{\alpha}_i + \frac{\Delta\alpha_{i,1}}{6} + \frac{\Delta\alpha_{i,2}}{3} + \frac{\Delta\alpha_{i,3}}{3} + \frac{\Delta\alpha_{i,4}}{6}, \quad (5.2.3-8)$$

em que

$$\Delta\alpha_{i,1} = \Delta t g_i(\tilde{t}, \tilde{\alpha}_i, \tilde{v}_i),$$

$$\Delta\alpha_{i,2} = \Delta t g_i\left(\tilde{t} + \frac{\Delta t}{2}, \tilde{\alpha}_i + \frac{\Delta\alpha_{i,1}}{2}, \tilde{v}_i + \frac{\Delta v_{i,1}}{2}\right),$$

$$\Delta\alpha_{i,3} = \Delta t g_i\left(\tilde{t} + \frac{\Delta t}{2}, \tilde{\alpha}_i + \frac{\Delta\alpha_{i,2}}{2}, \tilde{v}_i + \frac{\Delta v_{i,2}}{2}\right),$$

$$\Delta\alpha_{i,4} = \Delta t g_i(\tilde{t} + \Delta t, \tilde{\alpha}_i + \Delta\alpha_{i,3}, \tilde{v}_i + \Delta v_{i,3}),$$

$$\Delta v_{i,1} = \frac{\rho_i^n}{\rho_i} \tilde{x}_i,$$

$$\Delta v_{i,2} = \frac{\rho_i^n}{\rho_i} \left(\tilde{x}_i + \frac{\Delta x_{i,1}}{2}\right),$$

$$\Delta v_{i,3} = \frac{\rho_i^n}{\rho_i} \left(\tilde{x}_i + \frac{\Delta x_{i,2}}{2}\right).$$

É importante acrescentar que as Equações (5.2.3-1) e (5.2.3-7) precisam ser resolvidas simultaneamente.

5.2.4 Entalpias Específicas nas Junções

Os cálculos estacionários e transitórios das distribuições de entalpia específica ao longo de cada circuito partem da junção à saída do trocador de calor e progridem no sentido do movimento do fluido indicado na Figura 5.2.1-2, passando pelo volumes compartilhados, até atingir o volume que antecede a junção de partida, fechando assim o circuito. A fixação do sentido de escoamento do fluido pressupõe a existência em cada bomba de um dispositivo que impeça a reversão do movimento.

A escolha da saída do trocador de calor como junção de partida se deve ao fato de as condições do fluido serem aí normalmente conhecidas ou de fácil determinação. Em

virtude da falta de um modelo analítico para o trocador de calor na presente versão do programa PANTERA-2, a entalpia específica (ou temperatura) do fluido nas junções de partida precisa ser prescrita em função do tempo através de tabelas de entrada. Quando a temperatura for especificada, esta será imediatamente convertida em entalpia via equação de estado termodinâmico $h = h(T, p^*)$, onde p^* é a pressão de referência do sistema.

As distribuições de entalpia do fluido nos circuitos são avaliadas com as relações obtidas a seguir através da integração equação da energia, Equação (5.2.1-8), sobre os volumes definidos nos componentes do sistema. O conhecimento das entalpias ao longo do circuito é necessário à determinação das propriedades físicas do fluido em cada junção.

Inicialmente, seja k o índice de um volume qualquer do sistema, exceto aquele associado ao núcleo do reator, em cuja junção de entrada se conhece a entalpia específica $h_j(t)$. Considere-se que esse volume tenha a forma geométrica, de área seccional média A_k e comprimento L_k , visualizada na Figura 5.2.2-1. A integração da Equação (5.2.1-8) entre as junções j e $j + 1$ de tal volume resulta em

$$\int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho \frac{\partial h}{\partial t} d\ell + \int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} \frac{\partial}{\partial \ell} (mh) d\ell = \int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} q' d\ell. \quad (5.2.4-1)$$

Uma vez que a área A e a densidade ρ são independentes do tempo e a vazão de massa m é independente da posição ao longo do circuito, a equação precedente se transforma em

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho h d\ell + m h_{j+1} - m h_j = q_k. \quad (5.2.4-2)$$

onde q_k denota a potência térmica adicionada ao (ou extraída do) volume k .

A entalpia média da massa de fluido no volume k é dada por

$$\bar{h}_k = \frac{\int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho h d\ell}{\int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho d\ell},$$

donde

$$\int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho h d\ell = \bar{h}_k \int_{\ell_j}^{\ell_{j+1}} A \rho d\ell = \bar{h}_k \int_0^{V_k} \rho dV = \bar{h}_k M_k, \quad (5.2.4-3)$$

em que M_k denota a massa de fluido no volume k ,

$$M_k = \rho_k V_k = \rho_k A_k L_k.$$

Em virtude da Equação (5.2.4-3), a Equação (5.2.4-2) torna-se

$$M_k \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial t} + m h_{j+1} - m h_j = q_k. \quad (5.2.4-4)$$

Fazendo

$$\bar{h}_k = \frac{1}{2}(h_{j+1} + h_j)$$

e usando a aproximação de diferenças finitas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_j}{\partial t} &= \frac{h_j(t) - h_j(t - \Delta t)}{\Delta t} \\ &= \frac{h_j - \hat{h}_j}{\Delta t}, \end{aligned}$$

a Equação (5.2.4-4) resulta na seguinte fórmula para a determinação explícita da entalpia específica na junção de saída do volume k:

$$h_{j+1} = \left(m + \frac{M_k}{2\Delta t} \right)^{-1} \left[\left(m - \frac{M_k}{2\Delta t} \right) h_j + \frac{M_k}{2\Delta t} (\hat{h}_{j+1} + \hat{h}_j) + q_k \right], \quad (5.2.4-5)$$

onde as grandezas encimadas por circunflexo referem-se ao instante anterior $t - \Delta t$.

Se k for um volume compartilhado, a vazão de massa m na equação precedente tem de ser substituída pela vazão de massa total dos circuitos; logo

$$h_{j+1} = \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} + \frac{M_k}{2\Delta t} \right)^{-1} \left[\left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} - \frac{M_k}{2\Delta t} \right) h_j + \frac{M_k}{2\Delta t} (\hat{h}_{j+1} + \hat{h}_j) + q_k \right]. \quad (5.2.4-6)$$

Em condições estacionárias ($\Delta t \rightarrow \infty$), as duas últimas equações reduzem-se a

$$h_{j+1} = h_j + \frac{q_k}{m}, \quad (5.2.4-7)$$

para um volume simples (não-compartilhado); e

$$h_{j+1} = h_j + \frac{q_k}{\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell}}, \quad (5.2.4-8)$$

para um volume compartilhado.

Na junção entre dois volumes simples, ou entre dois volumes compartilhados, ou ainda entre um volume compartilhado e um volume simples (nesta ordem), a entalpia de entrada do volume a jusante será igual à entalpia de saída do volume a montante. Por outro lado, a entalpia na junção de entrada $j = 1$ do volume $k = 1$ para o qual todos os circuitos convergem (veja Figura 5.2.1-2) é dada por

$$h_1 = \frac{\sum_{\ell=1}^{NL} h_{N_\ell+1} m_\ell}{\sum_{\ell=1}^{NL} m_\ell}, \quad (5.2.4-9)$$

em que N_ℓ denota o número de volumes no ramo não-compartilhado do ℓ -ésimo circuito; portanto, $N_\ell + 1$ representa o índice da junção terminal desse ramo.

A grandeza q_k , quando positiva, exprime a potência térmica adicionada ao volume k por algum dispositivo que porventura aí exista, como, por exemplo, um aquecedor elétrico, partes rotantes de uma bomba, ou uma outra fonte qualquer de energia térmica. Quando negativa, q_k expressa a potência térmica removida do volume k .

Existem duas opções para a prescrição da potência q_k . Na primeira, o valor de q_k é especificado via entrada de dados, respeitando a convenção de sinal indicada no parágrafo anterior. Na segunda opção, que se aplica no caso de o volume estar associado ao trocador de calor, potência extraída do volume k será calculada com

$$q_k = -m \Delta h_{tc} \frac{L_k}{L_{tc}}, \quad (5.2.4-10)$$

onde Δh_{tc} é a diferença entre as entalpias de entrada e de saída do trocador de calor e L_{tc} é a soma dos comprimentos dos volumes ativos associados ao trocador de calor. Esta equação implica a retirada no trocador de calor de toda a energia térmica adicionada ao fluido entre a junção de saída (junção de partida dos cálculos) e a junção de entrada do trocador de calor, excluída daquela parcela inercial armazenada no fluido.

Excepcionalmente, as entalpias específicas do fluido no núcleo do reator, sobre as quais incidem fortemente os efeitos da inércia térmica do material dos elementos aquecedores, não são calculadas com o presente modelo, mas com a formulação de subcanais, seguindo o modelo analítico discutido no Capítulo 4.

5.2.5 Condições de Contorno e Condições Iniciais

Além dos dados geométricos e características termo-hidrodinâmicas dos volumes que representam os componentes do sistema, a solução das equações que regem a dinâmica do fluido nos vários circuitos requer a especificação das condições de funcionamento das bombas, das entalpias específicas (ou temperaturas) nas saídas dos trocadores de calor, da potência térmica dos elementos aquecedores, e da pressão de referência do sistema. Os valores das várias grandezas são fornecidas para instante zero do transitório. Estimativas das vazões de massa nos circuitos são também necessárias, mas essas são corrigidas no instante inicial para satisfazer as curvas características das bombas.

O modo de operação de cada bomba, indicando o tipo de falha a ser considerado, precisa ser também fornecido ao programa. Os cálculos transitórios em circuitos podem referir-se aos seguintes eventos:

- 1) Perda total de potência do motor sem acoplamento com o barramento elétrico;
- 2) Perda total de potência do motor com acoplamento com o barramento elétrico;
- 3) Ruptura de eixo entre o impelidor e o volante do conjunto motobomba;
- 4) Ruptura de eixo entre o volante e o motor; e
- 5) Travamento de rotor.

O volante é uma massa metálica com elevado momento de inércia que permite que a bomba continue a girar por um período de tempo relativamente longo mesmo que haja a perda de potência do motor. Assim, os modos 3 e 4 diferem pelo momento de inércia. O momento de inércia para o modo 3 é igual ao momento de inércia do impelidor, isto é, excluindo do momento de inércia total as contribuições do volante e do motor. No modo 4, o momento de inércia será a soma dos momentos de inércia do impelidor e do volante, o que equivale ao momento de inércia total menos o momento de inércia do motor.

Simulações de transitórios que envolvam a associação de falhas de bombas com variações temporais da pressão de referência do sistema, potência térmica dos elementos aquecedores e das entalpias (ou temperaturas) de saída dos trocadores de calor podem ser consideradas. Nesses casos, os valores destas variáveis em função do tempo serão avaliados por interpolação linear em dados tabulares prescritos pelo usuário na entrada de dados do programa.

MODELO TÉRMICO DO COMBUSTÍVEL

O modelo de transmissão térmica visa a determinação das distribuições internas de temperaturas dos elementos aquecedores que compõem um feixe de varetas, bem como das densidades de potência térmica transferidas ao fluido que escoar nos subcanais formados por esses elementos. Os elementos aquecedores são barras cilíndricas com as características de varetas combustíveis de reatores nucleares. O acoplamento entre o modelo térmico e a equação da energia para subcanais é feito através da transferência de calor superficial, segundo a lei de resfriamento de Newton.

6.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

As distribuições de temperaturas das varetas combustíveis são determinadas a partir da taxa de geração volumétrica de calor e de valores ponderados para as temperaturas do fluido e para os coeficientes de transferência de calor em torno de cada vareta. A equação fundamental de transferência de calor é resolvida através de uma combinação do método dos resíduos ponderados (Finlayson, 1972, p. 97) aplicado à coordenada radial com o método das diferenças finitas na coordenada axial e no tempo.

6.1.1 Método dos Resíduos Ponderados

No método dos resíduos ponderados (MWR – *Method of Weigthed Residuals*) utiliza-se uma técnica de colocação ortogonal para a obtenção de uma solução aproximada, da forma de um polinômio ortogonal, para a equação de condução de calor.

A distribuições de temperaturas das varetas combustíveis são obtidas da equação fundamental de condução térmica,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot (k \bar{\nabla} T) + q''' , \quad (6.1.1-1)$$

onde T é a temperatura; t é o tempo; q''' é a taxa de geração volumétrica de calor; e ρ , k e c são, respectivamente, a densidade, a condutividade térmica e o calor específico do material.

O modelo analítico desenvolvido a seguir para uma vareta combustível nuclear, cuja configuração geométrica se encontra representada na Figura 6.1.1-1, fundamenta-se nas seguintes suposições:

- 1) O escoamento de calor é bidirecional, isto é, nas direções radial e axial. A distribuição de temperaturas independe, portanto, da coordenada azimutal.
- 2) As propriedades térmicas dos materiais do combustível e do revestimento, quais sejam: condutividade térmica, calor específico e coeficiente linear de expansão térmica, são funções polinomiais da temperatura.
- 3) A taxa de geração volumétrica de calor e a densidade do combustível podem ser radialmente não-uniformes.
- 4) Nenhuma energia térmica é armazenada na mistura de gases (hélio, argônio, criptônio, xenônio, ar, entre outros) que porventura exista no espaço anular (*gap*) entre o combustível e o revestimento.

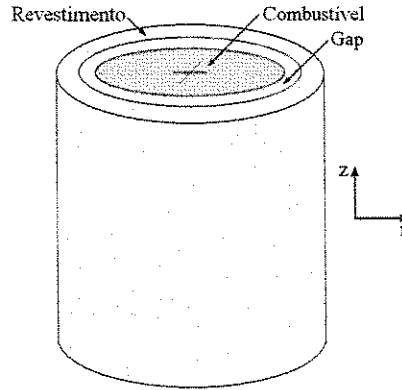


Figura 6.1.1-1 Vareta combustível nuclear cilíndrica.

Ignorando a condução circunferencial, a equação de transmissão de calor pode ser expressa como

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} k(T) \frac{\partial T}{\partial z} + q''', \quad (6.1.1-2)$$

com $r = r'/R$, em que r' representa a coordenada radial e R é o raio do combustível; z denota a coordenada axial. As fórmulas de transmissão térmica nas várias regiões da vareta combustível são desenvolvidas nas próximas subseções.

6.1.2 Interior do Combustível

Considere-se uma transformada de Kirchhoff da forma

$$\Theta = \frac{1}{k_0} \int_{T_0}^T k(T) dT = G(T), \quad (6.1.2-1)$$

onde k_0 é a condutividade térmica do combustível a uma temperatura de referência T_0 . A substituição desta na Equação (6.1.1-2) conduz a

$$\rho c \frac{k_0}{k(T)} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{k_0}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k(T) \frac{\partial T}{\partial z} + q'''. \quad (6.1.2-2)$$

Admitindo-se uma aproximação polinomial para $k(T)$,

$$k(T) = k_0 [1 + a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2 + \dots], \quad (6.1.2-3)$$

a função $G(T)$ pode ser escrita como

$$G(T) = \left[(T - T_0) + \frac{1}{2} a_1 (T - T_0)^2 + \frac{1}{3} a_2 (T - T_0)^3 + \dots \right]. \quad (6.1.2-4)$$

Seja a variável Θ aproximada pelo polinômio

$$\Theta(r) = \sum_{v=1}^{n+1} d_v r^{2v-2}, \quad (6.1.2-5)$$

que é simétrico em relação a $r = 0$ e que satisfaz a condição de contorno $\partial \Theta / \partial r = 0$ em $r = 0$. Avaliando Θ em $n + 1$ posições radiais r_i ($i = 1, 2, \dots, n+1$), obtém-se

$$\Theta_i = \Theta(r_i) = \sum_{v=1}^{n+1} d_v r_i^{2v-2}$$

ou, na notação matricial,

$$\{\Theta\} = [Q]\{d\}, \quad (6.1.2-6)$$

em que os elementos da matriz $[Q]$ são dados por $Q_{iv} = r_i^{2v-2}$. Pode-se mostrar também que

$$\frac{\partial}{\partial r} \{\Theta\} = [C]\{d\} = [C][Q]^{-1} \{\Theta\}, \quad (6.1.2-7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \{\Theta\} \right] = [D]\{d\} = [D][Q]^{-1} \{\Theta\}, \quad (6.1.2-8)$$

com os elementos de [C] e [D] dados por $C_{iv} = (2v-2)r_i^{2v-3}$ e $D_{iv} = (2v-2)^2 r_i^{2v-4}$.

Substituindo a Equação (6.1.2-8) na Equação (6.1.2-2), obtém-se

$$\rho c \frac{k_0}{k(T)} \frac{\partial}{\partial t} \{\Theta\} = \frac{k_0}{R^2} [A] \{\Theta\} + \frac{\partial}{\partial z} k(T) \frac{\partial T}{\partial z} + q''', \quad (6.1.2-9)$$

onde

$$[A] = [D][Q]^{-1}. \quad (6.1.2-10)$$

Para uma dada posição radial i no interior do combustível, a equação de condução escreve-se como

$$(\rho c)_i \frac{k_0}{k_i} \frac{\partial \Theta_i}{\partial t} = \frac{k_0}{R^2} \sum_{v=1}^{n+1} A_{iv} \Theta_v + \frac{\partial}{\partial z} k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} + q_i'''. \quad (6.1.2-11)$$

Esta fórmula aplica-se a qualquer nível axial j da vareta combustível. Para simplificar a notação, o índice j será omitido na apresentação das equações, a menos que a sua inclusão se torne necessária, como no caso da condução axial discutida a seguir.

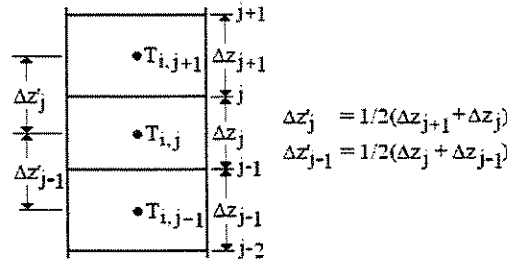


Figura 6.1.2-1 Nodos para a condução axial.

Reportando-se à Figura 6.1.2-1 e usando diferenças finitas, é possível mostrar, por analogia com a Subseção 4.3.2, que o termo de condução axial pode ser aproximado por

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right)_j = (q_a)_{i,j} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{\bar{k}_{i,j}}{\Delta z'_j} (\tilde{T}_{i,j+1} - \tilde{T}_{i,j}) - \frac{\bar{k}_{i,j-1}}{\Delta z'_{j-1}} (\tilde{T}_{i,j} - \tilde{T}_{i,j-1}) \right], \quad (6.1.2-12)$$

com a condutividade térmica $\bar{k}_{i,j}$ dada pela média harmônica

$$\frac{1}{\bar{k}_{i,j}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{k(\tilde{T}_{i,j+1})} + \frac{1}{k(\tilde{T}_{i,j})} \right]. \quad (6.1.2-13)$$

A potência térmica por unidade de volume adicionada à posição radial i , no nível axial j , como resultado da condução axial é calculada explicitamente em termos das temperaturas determinadas na iteração anterior do esquema iterativo associado às varreduras axiais dos subcanais (veja Subseção 7.1.1).

Aproximando-se a derivada temporal por uma diferença finita descendente, tem-se

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial t} = \frac{\Theta_i(t) - \Theta_i(t - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{\Theta_i - \hat{\Theta}_i}{\Delta t}. \quad (6.1.2-14)$$

Por fim, em virtude das Equação (6.1.2-12) e (6.1.2-14), a Equação (6.1.2-11) se transforma em

$$\frac{(\rho c)_i k_0}{\Delta t k_i} \Theta_i - \frac{k_0}{R^2} \sum_{v=1}^{n+1} A_{iv} \Theta_v = \frac{(\rho c)_i k_0}{\Delta t k_i} \hat{\Theta}_i + q_i''' + (q_a''')_i, \quad (6.1.2-15)$$

que é a fórmula utilizada na determinação das temperaturas no interior do combustível.

No método da colocação ortogonal, as posições radiais internas, ou pontos de colocação, são as raízes do polinômio

$$P_n(r^2) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i r^{2i}, \quad (6.1.2-16)$$

sujeito à condição de ortogonalidade

$$\int_0^1 (1 - r^2) P_m(r^2) P_n(r^2) dr^2 = 0 \quad (m = 1, 2, \dots, n-1), \quad (6.1.2-17)$$

com

$$P_0(r^2) = 1.$$

Para uma colocação ortogonal de terceira ordem ($n = 3$), que é a aproximação utilizada neste desenvolvimento, pode-se mostrar que

$$P_3(r^2) = 1 - 15r^2 + 45r^4 - 35r^6, \quad (6.1.2-18)$$

cujas raízes positivas são:

$$r_1 = 0,297\,637\,295, \quad r_2 = 0,639\,895\,979 \quad \text{e} \quad r_3 = 0,887\,501\,809.$$

Para qualquer valor de n , a posição radial r_{n+1} é sempre igual a 1 e corresponde à superfície do combustível. A posição adicional r_{n+2} corresponde à superfície externa do

revestimento. As posições radiais para uma colocação ortogonal de terceira ordem são visualizadas na Figura 6.1.2-2.

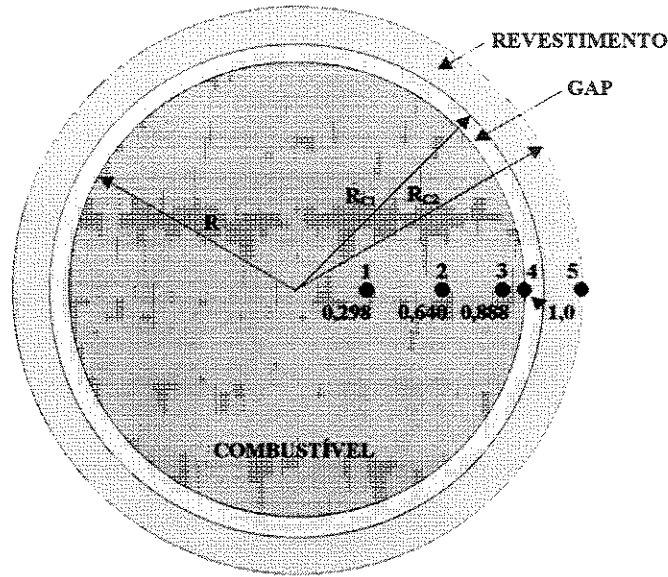


Figura 6.1.2-2 Posições radiais para uma colocação ortogonal de 3ª ordem.

Para as posições radiais relativas

$$r_1 = 0,297\,637\,295, \quad r_2 = 0,639\,895\,979, \quad r_3 = 0,887\,501\,809 \quad \text{e} \quad r_4 = 1,000\,000\,000,$$

as matrizes $[Q]$, $[Q]^{-1}$ e $[A]$ são dadas por:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,885\,879\,595 \times 10^{-1} & 0,784\,782\,657 \times 10^{-2} & 0,695\,222\,943 \times 10^{-3} \\ 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,409\,466\,864 \times 10^{+0} & 0,167\,663\,113 \times 10^{+0} & 0,686\,524\,892 \times 10^{-1} \\ 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,787\,659\,462 \times 10^{+0} & 0,620\,407\,428 \times 10^{+0} & 0,488\,669\,781 \times 10^{+0} \\ 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} & 0,100\,000\,000 \times 10^{+1} \end{bmatrix}$$

$$[Q]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,157\,753\,764 \times 10^{+1} & -0,973\,676\,595 \times 10^{+0} & 0,646\,138\,955 \times 10^{+0} & -0,250\,000\,000 \times 10^{+0} \\ -0,743\,301\,700 \times 10^{+1} & 0,132\,009\,125 \times 10^{+2} & -0,951\,789\,548 \times 10^{+1} & 0,375\,000\,000 \times 10^{+1} \\ 0,107\,467\,588 \times 10^{+2} & -0,261\,813\,265 \times 10^{+2} & 0,266\,845\,677 \times 10^{+2} & -0,112\,500\,000 \times 10^{+2} \\ -0,489\,127\,942 \times 10^{+1} & 0,139\,540\,906 \times 10^{+2} & -0,178\,128\,112 \times 10^{+2} & 0,875\,000\,000 \times 10^{+1} \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -0,158\,814\,260 \times 10^{+2} & 0,196\,363\,795 \times 10^{+2} & -0,528\,118\,620 \times 10^{+1} & 0,152\,623\,266 \times 10^{+1} \\ 0,111\,518\,611 \times 10^{+2} & -0,344\,974\,150 \times 10^{+2} & 0,292\,357\,089 \times 10^{+2} & -0,589\,015\,498 \times 10^{+1} \\ -0,354\,058\,719 \times 10^{+1} & 0,345\,121\,097 \times 10^{+2} & -0,996\,211\,591 \times 10^{+2} & 0,686\,496\,366 \times 10^{+2} \\ -0,338\,699\,866 \times 10^{+2} & 0,136\,249\,687 \times 10^{+3} & -0,252\,379\,701 \times 10^{+3} & 0,150\,000\,000 \times 10^{+3} \end{bmatrix}$$

Por se manterem invariáveis durante os cálculos, os elementos destas matrizes são convenientemente fornecidos ao programa através de uma instrução DATA.

6.1.3 Interface Combustível-Revestimento

A condição de continuidade do fluxo de calor na superfície do combustível leva a

$$-\frac{k_0}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial r} = h'_{\text{gap}} (T_{n+1} - T_{n+2}). \quad (6.1.3-1)$$

A condutância térmica efetiva h'_{gap} é dada por

$$\frac{1}{h'_{\text{gap}}} = \frac{1}{h_{\text{gap}}} + \frac{R}{k_c} \ln \frac{R_{c2}}{R_{c1}} \quad (6.1.3-2)$$

onde h_{gap} é a condutância na interface combustível-revestimento, k_c é a condutividade térmica do revestimento, e R_{c1} e R_{c2} são os raios interno e externo do revestimento. Substituindo a Equação (6.1.2-7) na Equação (6.1.3-1), obtém-se

$$-\frac{k_0}{R} \sum_{v=1}^{n+1} B_{n+1,v} \Theta_v = h'_{\text{gap}} (T_{n+1} - T_{n+2}), \quad (6.1.3-3)$$

onde $B_{n+1,v}$ são os elementos da última linha da matriz

$$[B] = [C][Q]^{-1}, \quad (6.1.3-4)$$

que é dada por

$$[B] = \begin{bmatrix} -0,335\,979\,400 \times 10^{+1} & 0,529\,243\,147 \times 10^{+1} & -0,310\,102\,836 \times 10^{+1} & 0,116\,839\,089 \times 10^{+1} \\ -0,139\,803\,854 \times 10^{+1} & -0,156\,275\,400 \times 10^{+1} & 0,431\,973\,673 \times 10^{+1} & -0,135\,894\,419 \times 10^{+1} \\ 0,697\,216\,495 \times 10^{+0} & -0,367\,667\,543 \times 10^{+1} & -0,112\,675\,827 \times 10^{+1} & 0,410\,621\,720 \times 10^{+1} \\ -0,122\,667\,539 \times 10^{+1} & 0,540\,106\,258 \times 10^{+1} & -0,191\,743\,872 \times 10^{+2} & 0,150\,000\,000 \times 10^{+2} \end{bmatrix}.$$

As temperaturas T_{n+1} e T_{n+2} que ocorrem na Equação (6.1.3-3) podem ser expressas em termos de Θ usando uma série de Taylor truncada, ou seja,

$$\Theta(T) = G(T) \cong G(\tilde{T}) + G'(\tilde{T})(T - \tilde{T}), \quad (6.1.3-5)$$

onde G' é a derivada de G em relação a T , e $\tilde{T}$ é o valor de T obtido na iteração precedente do esquema iterativo associado ao método de solução das equações de condução. Portanto,

$$T_{n+1} = \tilde{T}_{n+1} + \frac{\Theta(T_{n+1}) - G(\tilde{T}_{n+1})}{G'(\tilde{T}_{n+1})} = \tilde{T}_{n+1} + \frac{\Theta_{n+1} - G_{n+1}}{G'_{n+1}}, \quad (6.1.3-6)$$

$$T_{n+2} = \tilde{T}_{n+2} + \frac{\Theta(T_{n+2}) - G(\tilde{T}_{n+2})}{G'(\tilde{T}_{n+2})} = \tilde{T}_{n+2} + \frac{\Theta_{n+2} - G_{n+2}}{G'_{n+2}}. \quad (6.1.3-7)$$

Em vista destes resultados, a Equação (6.1.3-3) se transforma em

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^{n+1} A_{n+1,v} \Theta_v + \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0 G'_{n+1}} \Theta_{n+1} - \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0 G'_{n+2}} \Theta_{n+2} \\ = \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0} \left(\tilde{T}_{n+2} - \tilde{T}_{n+1} + \frac{G_{n+1}}{G'_{n+1}} - \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right). \end{aligned} \quad (6.1.3-8)$$

6.1.4 Revestimento

O balanço de calor na superfície externa do revestimento resulta em

$$\begin{aligned} (\rho c)_{n+2} \frac{\partial T_{n+2}}{\partial t} = h'_{\text{gap}} C_1 (T_{n+1} - T_{n+2}) - \bar{h}_s C_2 (T_{n+2} - \bar{T}) \\ + \frac{\partial}{\partial z} k_{n+2} \frac{\partial T_{n+2}}{\partial z} + q''_{n+2}, \end{aligned} \quad (6.1.4-1)$$

onde $\bar{h}_s$ denota o coeficiente médio de transferência de calor na superfície externa da vareta combustível e $\bar{T}$ é a temperatura média do fluido em torno da vareta. Os coeficientes C_1 e C_2 são dados por:

$$C_1 = \frac{R_{C1}}{t_c (R_{C1} - t_c / 2)}, \quad (6.1.4-2)$$

$$C_2 = \frac{R_{C2}}{t_c (R_{C2} - t_c / 2)}, \quad (6.1.4-3)$$

onde t_c é a espessura do revestimento. Por analogia com a Equação (6.1.2-12), o termo de condução axial é calculado com

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} k_{n+2} \frac{\partial T_{n+2}}{\partial z} \right)_j = (q''_a)_{n+2,j} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{\bar{k}_{n+2,j}}{\Delta z'_j} (\tilde{T}_{n+2,j+1} - \tilde{T}_{n+2,j}) \right. \\ \left. - \frac{\bar{k}_{n+2,j-1}}{\Delta z'_{j-1}} (\tilde{T}_{n+2,j} - \tilde{T}_{n+2,j-1}) \right]. \end{aligned} \quad (6.1.4-4)$$

Substituindo as Equações (6.1.2-1) e (6.1.2-14) na Equação (6.1.4-1), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} \Theta_{n+2} - \frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} \bar{\Theta}_{n+2} = h'_{\text{gap}} C_1 (T_{n+1} - T_{n+2}) \\ - \bar{h}_s C_2 (T_{n+2} - \bar{T}) + q''_{n+2} + (q''_a)_{n+2}. \end{aligned} \quad (6.1.4-5)$$

Usando as Equações (6.1.3-6) e (6.1.3-7) para eliminar as temperaturas T_{n+1} e T_{n+2} na relação precedente, vem

$$\begin{aligned}
 & -\frac{h'_{\text{gap}} C_1}{G'_{n+1}} \Theta_{n+1} + \left(\frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} + \frac{h'_{\text{gap}} C_1 + h_s C_2}{G'_{n+2}} \right) \Theta_{n+2} = \frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} \bar{\Theta}_{n+2} \\
 & + h'_{\text{gap}} C_1 \left(\tilde{T}_{n+1} - \tilde{T}_{n+2} - \frac{G_{n+1}}{G'_{n+1}} + \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right) + \bar{h}_s C_2 \left(\bar{T} - \tilde{T}_{n+2} + \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right) \\
 & + q_{n+2}'' + (q_a'')_{n+2}.
 \end{aligned} \tag{6.1.4-6}$$

6.1.5 Solução das Equações de Condução

As equações de condução térmica desenvolvidas nas três últimas subseções podem ser agrupadas como segue:

$$\frac{(\rho c)_i k_0}{\Delta t k_i} \Theta_i - \frac{k_0}{R^2} \sum_{v=1}^{n+1} A_{iv} \Theta_v = \frac{(\rho c)_i k_0}{\Delta t k_i} \hat{\Theta}_i + q_i'' + (q_a'')_i \quad (1 \leq i \leq n) \tag{6.1.5-1a}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{v=1}^{n+1} A_{n+1,v} \Theta_v + \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0 G'_{n+1}} \Theta_{n+1} - \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0 G'_{n+2}} \Theta_{n+2} \\
 & = \frac{h'_{\text{gap}} R}{k_0} \left(\tilde{T}_{n+2} - \tilde{T}_{n+1} + \frac{G_{n+1}}{G'_{n+1}} - \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right) \quad (i = n+1) \tag{6.1.5-1b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{h'_{\text{gap}} C_1}{G'_{n+1}} \Theta_{n+1} + \left(\frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} + \frac{h'_{\text{gap}} C_1 + h_s C_2}{G'_{n+2}} \right) \Theta_{n+2} \\
 & = \frac{(\rho c)_{n+2} k_0}{\Delta t k_{n+2}} \bar{\Theta}_{n+2} + h'_{\text{gap}} C_1 \left(\tilde{T}_{n+1} - \tilde{T}_{n+2} - \frac{G_{n+1}}{G'_{n+1}} + \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right) \\
 & + \bar{h}_s C_2 \left(\bar{T} - \tilde{T}_{n+2} + \frac{G_{n+2}}{G'_{n+2}} \right) + q_{n+2}'' + (q_a'')_{n+2} \quad (i = n+2) \tag{6.1.5-1c}
 \end{aligned}$$

lembrando-se que n representa o número de pontos de colocação no interior do material combustível, cujas coordenadas radiais são dadas na Figura 6.1.2-2. Estas três expressões compõem um sistema de $n + 2$ equações lineares da forma

$$[A]\{\Theta\} = \{B\}, \tag{6.1.5-2}$$

que pode ser resolvido para $\{\Theta\}$ por meio de uma técnica convencional de eliminação de Gauss.

A conversão de Θ em temperatura é efetuada a partir da Equação (6.1.2-1), utilizando-se o método iterativo de Newton-Raphson,

$$T^{(\kappa+1)} = T^{(\kappa)} - \frac{G(T^{(\kappa)}) - \Theta}{G'(T^{(\kappa)})} \quad (\kappa = 0, 1, 2, \dots), \quad (6.1.5-3)$$

onde κ denota o número da iteração e $T^{(0)}$ é uma estimativa inicial para a temperatura correspondente ao valor considerado de Θ .

O sistema linear definido pela Equação (6.1.5-2) é resolvido para todas as varetas combustíveis nas posições axiais $(z_j - \Delta z_j / 2)$, em que $j = 2, 3, \dots, NDZ + 1$, sendo NDZ o número de segmentos axiais do feixe (veja Figura 4.3.1-1).

Se as propriedades térmicas são dependentes da temperatura, torna-se necessário a utilização de um processo iterativo radial para obter a solução das equações de condução. Nesse processo, utilizam-se as temperaturas da iteração precedente para corrigir as propriedades térmicas que, por sua vez, são usadas na determinação um novo sistema de equações, cuja solução consiste dos valores atualizados das temperaturas. As substituições prosseguem até que ocorra a convergência das temperaturas em todas as posições radiais.

O critério de convergência da distribuição radial de temperaturas é expresso pela relação

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{T_i - \tilde{T}_i}{T_i} \right|, i = 1, 2, \dots, n + 2 \right) < \varepsilon, \quad (6.1.5.4)$$

onde ε é a tolerância de convergência especificada.

As propriedades térmicas do combustível e do revestimento – condutividade térmica, k ; calor específico, c ; e coeficiente de expansão térmica linear, α – são calculadas com polinômios da forma

$$x_v(T) = x_0 [1 + a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2 + a_3(T - T_0)^3], \quad (6.1.5-5)$$

com $x = k, c$ ou α , e $v = F$ ou C ; os subscritos F e C denotam, respectivamente, o combustível e o revestimento, e x_0 é o valor da propriedade à temperatura de referência T_0 . Os coeficientes a_1, a_2 e a_3 bem como os valores de referência para cada propriedade são especificados pelo usuário.

A densidade volumétrica de potência gerada em cada posição radial da vareta combustível é obtida de

$$q_i''' = q'''(r_i) = f_{q'''}(r_i)(1 - f_{q,c}) \frac{q'}{\pi R^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (6.1.5-6a)$$

$$q_{n+2}''' = q'''(r_{n+2}) = f_{q,c} \frac{q'}{\pi(R_{C2}^2 - R_{C1}^2)}, \quad (6.1.5-6b)$$

onde $f_{q'''}$ é o fator de variação radial da densidade volumétrica de potência no combustível e $f_{q,c}$ é a fração da potência gerada no revestimento. Os valores de $f_{q'''}$ e $f_{q,c}$ são especificados pelo usuário via entrada de dados.

A densidade linear de potência local, q' , é igual ao produto dos fatores axial e radial de potência da vareta pela densidade linear média de potência do feixe, ou seja,

$$q' = f_a f_r q'_{\text{média}}. \quad (6.1.5-7)$$

O fator axial f_a é obtido em cada posição axial da vareta por interpolação linear em tabelas especificadas pelo usuário para as distribuições axiais de potência das varetas. Um fator radial f_r , definido como a razão entre a potência média da vareta e a potência média do feixe, tem de ser prescrito para cada uma das varetas do feixe.

A densidade do combustível nos pontos de colocação é dada por

$$\rho_i = \rho(r_i) = f_p(r_i) \rho_{\text{média}}, \quad (6.1.5-8)$$

onde $\rho_{\text{média}}$ é a densidade média do combustível e f_p é o fator de variação radial da densidade. Os fatores f_p nos pontos de colocação são dados de entrada.

A condição de contorno para o fluxo de calor superficial é expressa pela lei de Newton do resfriamento,

$$\bar{q}_n'' = \bar{h}_{s,n} (T_{s,n} - \bar{T}_n) \quad (6.1.5-9)$$

onde $\bar{h}_s$ denota o coeficiente médio de transferência de calor na superfície da vareta, T_s é a temperatura superficial da vareta, e $\bar{T}$ é a temperatura média do fluido.

O coeficiente médio de transferência de calor e a temperatura média do fluido em torno da vareta são tomados como médias ponderadas dos valores destas quantidades nos

subcanais que envolvem a vareta:

$$\bar{h}_{s,n} = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} h_{ni}}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \quad (6.1.5-10)$$

$$\bar{T}_n = \frac{\sum_{i \in n} \phi_{ni} T_i}{\sum_{i \in n} \phi_{ni}}, \quad (6.1.5-11)$$

onde ϕ_{ni} denota a fração do perímetro da vareta n que faceia o subcanal i , h_{ni} é o coeficiente de transferência de calor sobre a porção da superfície da vareta que transfere calor ao subcanal i , e T_i representa a temperatura do fluido no subcanal i . As somas são avaliadas para todos os subcanais ao redor da vareta.

Os coeficientes de transferência de calor h_{ni} na superfície das varetas combustíveis são determinados com as correlações empíricas descritas no Capítulo 8, mais precisamente, na Subseção 8.3.1.

A condutância h_{gap} na interface entre o combustível e o revestimento pode ser especificada como um valor constante de entrada ou, então, calculada com os modelos descritos na Subseção 8.3.2.

O método de determinação da energia adicionada ao fluido pelas varetas completa o modelo térmico. A potência térmica por unidade de comprimento transferida ao subcanal i por convecção é calculada com

$$q'_i = \sum_{n \in i} P_n \phi_{ni} \bar{q}_n'' \quad (6.1.5-12)$$

onde ϕ_{ni} representa novamente a fração do perímetro P_n da vareta n que transfere calor ao subcanal i ; o somatório é efetuado para todas as varetas que delimitam o subcanal.

SOLUÇÃO NUMÉRICA E ESQUEMA COMPUTACIONAL

O modelo matemático proposto no Capítulo 5 para a simulação de eventos transitórios em múltiplos circuitos com múltiplas bombas consiste de um sistema de equações diferenciais ordinárias, cuja solução, com o método de Runge-Kutta de quarta ordem, fornece as velocidades de rotação das bombas e as vazões de massa nos circuitos. O acoplamento entre as equações de movimento das bombas e as fórmulas que exprimem a dinâmica do fluido nos circuitos faz-se através das curvas características das bombas. As entalpias específicas nas junções dos volumes hidrodinâmicos que representam os vários componentes dos circuitos são calculadas explicitamente com expressões obtidas mediante a integração da equação da energia.

Em cada instante de um transitório, a vazão de massa total dos circuitos e a entalpia específica à entrada do núcleo do reator previstas com o modelo de circuitos são condições de contorno para o modelo matemático de subcanais. A pressão de referência do sistema e a potência térmica do núcleo constituem condições de contorno comuns a ambos os modelos.

O modelo transmissão térmica, descrito no Capítulo 6, presta-se a determinar a distribuição de temperaturas das varetas combustíveis e as densidades de potência térmica transferidas ao fluido que escoar nos subcanais. A equação de condução é resolvida através de uma técnica de colocação ortogonal. O acoplamento entre o modelo térmico e o modelo de subcanais é feito através da transferência de calor na superfície das varetas.

O algoritmo computacional associado à formulação de subcanais, discutida no Capítulo 4, é bem mais complexo que os propostos nos Capítulos 5 e 6 para resolver as equações de escoamento em circuitos e de transmissão térmica em varetas combustíveis. Por esta razão e também para evitar que o Capítulo 4 fosse demasiadamente extenso, preferiu-se descrever o método de solução numérica das equações de subcanais em um capítulo à parte. Assim, a próxima seção deste capítulo é dedicada ao desenvolvimento do algoritmo de solução das equações de diferenças finitas para subcanais. O esquema computacional geral usado no programa PANTERA-2 é apresentado na segunda seção.

7.1 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA SUBCANAIS

Para obter as distribuições das cinco variáveis primárias do escoamento – vazão de massa axial, vazão de massa transversal, densidade de massa, entalpia específica e pressão – nos subcanais de um feixe de varetas é necessário resolver simultaneamente as quatro equações de diferenças finitas apresentadas na Subseção 4.3.7. A equação de estado, que exprime a densidade do fluido em função da entalpia específica e da pressão, completa o conjunto de equações básicas. O sistema tem portanto cinco equações e cinco incógnitas.

Pelo menos três técnicas numéricas gerais têm sido normalmente empregadas para resolver sistemas de equações que se assemelham ao conjunto proposto no Capítulo 4. A primeira, a técnica implícita, aplica-se aos problemas em que as vazões de massa axiais são sempre positivas (escoamento estritamente ascendente) e bem maiores que as vazões de massa transversais. Nesse método, a convergência das soluções independem do tamanho do intervalo de tempo Δt prescrito para a simulação de transitórios. Essa técnica encontra-se implementada por Stewart et al. (1977, 1985) nos programas de subcanais COBRA-IV e VIPRE-01. Uma variante do método implícito será utilizada neste trabalho.

A técnica explícita suprime a restrição de escoamento axial positivo, mas sua aplicação se limita a simulações transitórias porque a convergência das soluções só ocorre para pequenos incrementos de tempo. Além disso, ela requer uma solução estacionária, através do método implícito, como condição inicial. A técnica explícita, em combinação com o método implícito estacionário, é também usada no código COBRA-IV.

A técnica semi-implícita, implementada por Rowe (1973) no código COBRA-IIIC, por Jackson e Todreas (1981) em COBRA IIIC/MIT-2, por Veloso (1980, 1982, 1985) em PANTERA-1 e por Veloso e Mistelberger (1986) em COBRA 3CP, é muito semelhante à técnica implícita. A única diferença é que no método semi-implícito a equação da energia é resolvida explicitamente. As duas técnicas fornecem essencialmente os mesmos resultados.

Existe, todavia, um quarto método, usado por Stewart et al. (1985) em VIPRE-01, que combina a técnica implícita com um procedimento de Newton-Raphson para ajustar iterativamente os campos de vazão e de pressão. Esse método é interessante porque permite a simulação de escoamentos ascendente e descendente, incluindo transitórios com reversão do escoamento. Em qualquer instante da simulação, as vazões de massa axiais podem

tornar-se localmente pequenas, inverter a direção ou ser relativamente menores que as vazões transversais. O custo computacional adicional em comparação com o método implícito puro advém sobretudo do aumento do tempo de processamento.

7.1.1 O Método Implícito

Inicialmente, é preciso enfatizar mais uma vez que o método implícito impõe duas severas restrições analíticas:

- Escoamento estritamente ascendente (velocidade axial positiva);
- Velocidade axial relativamente maior que a velocidade transversal.

Os valores inferior e superior da velocidade axial e o limite mínimo da razão entre as velocidades axial e transversal para os quais as soluções dispõem ainda de significado físico não são quantificados. Felizmente, tais limites são raramente ultrapassados, pelo menos em feixes típicos sob condições típicas de operação. Há, entretanto, certas situações de bloqueio em subcanais nas quais as velocidades transversais poderiam ser eventualmente maiores que as velocidades axiais, violando a segunda restrição. Nesses casos, a técnica numérica que se propõe a seguir mostra-se inadequada à análise.

A maneira de aplicação do método implícito às formas de diferenças finitas listadas na Subseção 4.3.7 reflete uma variação do método MAT (*Modified Advanced Theta*) proposto por Masterson e Wolf (1977, 1978). Em linhas gerais, a estratégia computacional utilizada consiste em varrer nível a nível, da entrada ($j = 1$) à saída ($j = \text{NDZ} + 1$), todos os subcanais simultaneamente. Cada varredura axial do feixe constitui uma *iteração axial*.

A equação da energia e as equações dos momentos axial e transversal são maneadas de forma a produzir sistemas de equações algébricas lineares para o campos de entalpia e de pressão dos subcanais. Tais sistemas são resolvidos opcionalmente através de um esquema de eliminação de Gauss ou através do método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação. Optando-se pelo segundo método, as soluções desses sistemas de equações requerem procedimentos iterativos internos que são executados em cada nível axial para toda a matriz de subcanais. Nesses casos, a varredura dos subcanais em cada nível axial constitui uma *iteração radial*. Como se viu no Capítulo 6, o modelo de condução térmica introduz também um esquema iterativo radial para a matriz de varetas combustíveis.

O fluxograma simplificado na Figura 7.1.1-1 dá uma idéia preliminar do esquema computacional usado para resolver as equações de balanço para subcanais com o método implícito. Um fluxograma mais detalhado do método é apresentado na Figura 7.2.2-1.

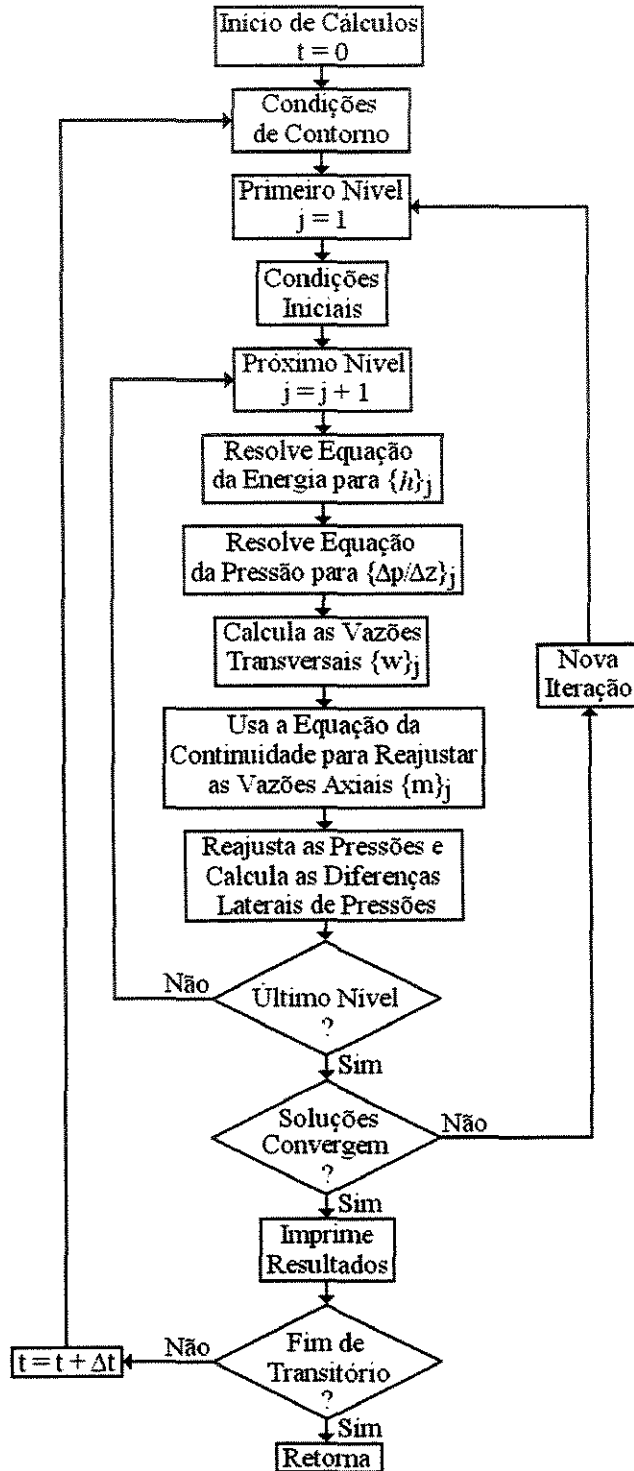


Figura 7.1.1-1 Fluxograma simplificado para o método implícito.

O procedimento numérico para o cálculo transitório é análogo àquele para o cálculo estacionário, exceto que as condições do tempo anterior são usadas como novas condições iniciais para o instante atual do transitório.

Para cada instante do transitório, seguindo a determinação dos valores de contorno, a partir das condições de operação do sistema e dos valores iniciais, as iterações axiais se sucedem até que os desvios nas vazões axiais e transversais em todos os níveis de todos os subcanais sejam menores que as tolerâncias de convergência prescritas para essas variáveis. Quando a convergência ocorre, os resultados correntes são impressos e os cálculos avançam para o instante seguinte, incrementando de Δt o tempo atual. O esquema se repete até o término do transitório, cuja duração e número de incrementos de tempo terão sido especificados pelo usuário.

As condições iniciais no primeiro nível axial ($j = 1$) compreendem normalmente as distribuições de vazões de massa e de entalpias à entrada dos subcanais. As vazões transversais nas conexões em $j = 1$ são feitas iguais a zero e permanecem com este valor até o fim dos cálculos. A pressão de referência, uma das variáveis independentes da equação de estado, suposta axialmente uniforme, é igual à pressão que existe na saída dos subcanais.

Em cada varredura axial, usando as condições do nível axial $j - 1$, as entalpias são determinadas para o nível subsequente j mediante a solução da equação da energia. Um sistema de equações lineares resultante da combinação da equação do momento axial com a equação do momento transversal é então resolvido para os gradientes de pressão dos subcanais no nível axial j . Em seguida, os gradientes de pressão e as diferenças laterais de pressões da iteração anterior são substituídos na equação do momento transversal para a obtenção das vazões transversais $\{w\}_j$. Após a reavaliação das vazões axiais $\{m\}_j$ com a equação da continuidade, o ajuste do campo de pressão local e determinação das diferenças laterais de pressões, os cálculos passam para o nível axial seguinte. Quando a saída do feixe é atingida, testa-se a convergência das soluções. Se os erros nas vazões axiais e transversais forem maiores que as tolerâncias especificadas, os cálculos retornarão ao primeiro nível axial para iniciar uma nova varredura axial dos subcanais.

As próximas subseções ocupam-se da aplicação do método implícito à solução das equações de diferenças finitas para subcanais apresentadas na Subseção 4.3.7.

7.1.2 Distribuição de Vazões de Massa Axiais

Considerando-se todos os NC subcanais e todas as NK conexões entre subcanais adjacentes em um feixe de varetas, a Equação (4.3.7-1) pode ser escrita sob a forma matricial

$$\{m\}_j = \{m\}_{j-1} - \frac{\Delta z_j}{\Delta t} [\bar{A}]_j \{\rho - \hat{\rho}\}_j - \Delta z_j [E]^T \{w + w'^M\}_j, \quad (7.1.2-1)$$

onde $[E]^T$ é o operador matricial de soma definido na Subseção 4.1.3; e $[\bar{A}]$ é uma matriz diagonal cujos elementos da diagonal principal são as áreas médias dos subcanais,

$$[\bar{A}] = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{A}_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{A}_{NC} \end{bmatrix}. \quad (7.1.2-2)$$

Seja $\{S\}$ um vetor-coluna definido pela relação

$$\{S\} = [E]^T \{w\}. \quad (7.1.2-3)$$

Pela regra do produto matricial, os elemento de $\{S\}$ são dados por

$$S_i = \sum_{k=1}^{NK} e_{ik}^T w_k = \sum_{k=1}^{NK} e_{ki} w_k \quad (i = 1, 2, \dots, NC). \quad (7.1.2-4)$$

Em consequência da propriedade do sistema e_{ki} ,

$$e_{ki} = \begin{cases} +1, & \text{se } i = i_k \\ -1, & \text{se } i = j_k, \end{cases}$$

as somas S_i ($i = 1, 2, \dots, NC$) podem ser avaliadas com o seguinte algoritmo computacional simples:

1) Para $i = 1, 2, \dots, NC$

$$0 \rightarrow S_i$$

2) Para $k = 1, 2, \dots, NK$

$$i_k \rightarrow i; \quad j_k \rightarrow j$$

$$S_i + w_k \rightarrow S_i$$

$$S_j - w_k \rightarrow S_j$$

Os resultados finais fornecidos por este algoritmo são as somas S_i definidas por

$$S_i = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k.$$

Para atenuar as oscilações numéricas e acelerar a convergência da solução de um problema, as vazões de massa axiais são relaxadas de acordo com a equação

$$\{m\}_j = \alpha_m \{\hat{m}\}_j + (1 - \alpha_m) \{\tilde{m}\}_j, \quad (7.1.2-5)$$

onde o vetor $\{\hat{m}\}$ contém as vazões de massa previstas pela Equação (7.1.2-1) e $\{\tilde{m}\}$ consiste das vazões de massa da iteração axial anterior. O fator de relaxação α_m , cujo valor ótimo se encontra, via de regra, no intervalo entre 0,7 e 1,0, é um parâmetro de entrada.

Considera-se que a convergência da solução de um problema terá sido atingida quando os desvios nas distribuições de vazões axiais e transversais entre duas iterações consecutivas são menores que as tolerâncias prescritas para estas duas variáveis. O critério de convergência das vazões axiais é dado por

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{m_{i,j} - \tilde{m}_{i,j}}{m_{i,j}} \right|, \quad i = 1, 2, \dots, NC; j = 2, 3, \dots, NDZ + 1 \right) < \epsilon_m, \quad (7.1.2-6)$$

onde NDZ é o número de segmentos axiais de cálculo e ϵ_m é a tolerância de convergência.

Observe-se que nenhuma restrição foi imposta à equação da continuidade com respeito à direção do escoamento axial. Realmente, a equação aplica-se tanto ao escoamento ascendente quanto ao escoamento descendente.

7.1.3 Distribuição de Entalpias

Reordenando a Equação (4.3.7-2) de modo que os termos em $h_{i,j}$ fiquem no primeiro membro, obtém-se

$$\begin{aligned} & \left[m'_{i,j} - m_{i,j} + m_{i,j-1} - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} (w_k + w_k^M)_j \right] h_{i,j} \\ &= m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} - m_{i,j} h_{i,j}^* + m_{i,j-1} h_{i,j-1}^* - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j} h_{k,j}^* \\ & - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} C_{k,j} (T_{i_k} - T_{j_k})_j - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}^{H'} (h_{i_k} - h_{j_k})_j \\ & + q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j, \end{aligned} \quad (7.1.3-1)$$

onde $m'_{i,j}$ é uma vazão de massa fictícia definida por

$$m'_{i,j} = \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \left[\hat{p}_{i,j} - h_{ig} \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right)_{i,j} \right]. \quad (7.1.3-2)$$

O objetivo a seguir é dispor a Equação (7.1.3-1) na forma de um sistema de equações lineares para as entalpias dos subcanais no nível axial j . Isto é conseguido às custas de manipulações algébricas de alguns termos no segundo membro da referida equação e da transposição desses para o primeiro membro.

Antes de iniciar as transformações algébricas dos termos da Equação (7.1.3-1), é preciso introduzir a uma propriedade que será de grande utilidade na formulação e solução de sistemas de equações lineares para subcanais. Em geral, as matrizes dos coeficientes de tais sistemas são *matrizes esparsas*, isto é, possuem em cada linha um grande número de elementos nulos. A propriedade descrita a seguir permitirá identificar os elementos não-nulos das matrizes, facilitando sobremaneira a determinação dessas matrizes e a solução dos sistemas.

Seja i o índice de identificação de um dado subcanal e seja k o índice de uma conexão qualquer ao redor de i . Por convenção, a conexão k interliga o par (i_k, j_k) de subcanais adjacentes. Ora, como k é conexão associada a i , então ou $i = i_k$ ou $i = j_k$. Se $i = i_k$, o outro subcanal interligado por k será $m = j_k = i_k + j_k - i$. Por outro lado, se $i = j_k$, o outro subcanal será $m = i_k = i_k + j_k - i$. Logo, sendo dados i e k , o par (i, m) de subcanais adjacentes, com

$$m = i_k + j_k - i \quad (7.1.3-3)$$

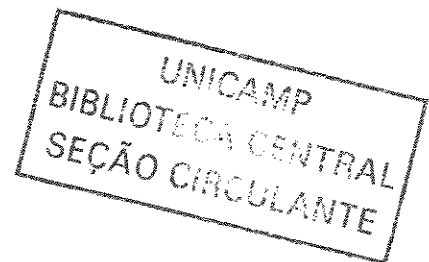
compõem a conexão k .

O termo de transporte axial de entalpia específica da célula doadora no nível axial j , termo esse dado por

$$m_j h_j^* = \begin{cases} m_j h_j, & \text{se } m_j \geq 0 \\ m_j h_{j+1}, & \text{se } m_j < 0, \end{cases}$$

pode ser expresso como

$$m_j h_j^* = \xi(m_j) h_j + [m_j - \xi(m_j)] h_{j+1},$$



onde $\xi(m_j)$ é uma função definida por (Stewart, 1985)

$$\xi(m_j) = \begin{cases} m_j, & \text{se } m_j \geq 0 \\ 0, & \text{se } m_j < 0. \end{cases} \quad (7.1.3-4)$$

Daí, se $m_j \geq 0$,

$$\xi(m_j) - m_j = 0 = \xi(-m_j)$$

e, se $m_j < 0$,

$$\xi(-m_j) + m_j = 0 = \xi(m_j).$$

Logo,

$$\xi(m_j) - m_j = \xi(-m_j) \quad (7.1.3-5)$$

e, portanto,

$$m_j h_j^* = \xi(m_j) h_j - \xi(-m_j) h_{j+1}. \quad (7.1.3-6)$$

Considere-se agora o termo correspondente ao transporte transversal de entalpia específica

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_{i_k}, & \text{se } w_k > 0 \\ e_{ki} w_k h_{j_k}, & \text{se } w_k < 0. \end{cases}$$

Se $i = i_k$, então, em decorrência da propriedade introduzida à página anterior e da definição do sistema e_{ki} , $m = j_k$, $e_{ki} = +1$ e

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_i, & \text{se } e_{ki} w_k > 0 \\ e_{ki} w_k h_m, & \text{se } e_{ki} w_k < 0. \end{cases}$$

Mas, se $i = j_k$, então $m = i_k$, $e_{ki} = -1$ e

$$e_{ki} w_k h_k^* = \begin{cases} e_{ki} w_k h_m, & \text{se } e_{ki} w_k < 0 \\ e_{ki} w_k h_i, & \text{se } e_{ki} w_k > 0. \end{cases}$$

Note-se que, independentemente do valor atribuído a i , as duas expressões são equivalentes.

Usando a função ξ , o termo de transporte lateral de entalpia pode escrever-se como

$$e_{ki} w_k h_k^* = \xi(e_{ki} w_k) h_i + [e_{ki} w_k - \xi(e_{ki} w_k)] h_m,$$

onde

$$\xi(e_{ki} w_k) = \begin{cases} e_{ki} w_k, & \text{se } e_{ki} w_k > 0 \\ 0, & \text{se } e_{ki} w_k < 0. \end{cases} \quad (7.1.3-7)$$

Como antes, se $e_{ki} > 0$,

$$\xi(e_{ki} w_k) - e_{ki} w_k = 0 = \xi(-e_{ki} w_k)$$

e, se $e_{ki} < 0$,

$$\xi(-e_{ki} w_k) + e_{ki} w_k = 0 = \xi(e_{ki} w_k).$$

Logo,

$$\xi(e_{ki} w_k) - e_{ki} w_k = \xi(-e_{ki} w_k) \quad (7.1.3-8)$$

e, por fim,

$$e_{ki} w_k h_k^* = \xi(e_{ki} w_k) h_i - \xi(-e_{ki} w_k) h_m. \quad (7.1.3-9)$$

A diferença de temperaturas no termo de condução térmica lateral é convertida em diferença de entalpias por meio da aproximação

$$T_{i_k} - T_{j_k} = \frac{1}{\tilde{c}_{p,k}} (h_{i_k} - h_{j_k}),$$

com o calor específico avaliado em termos das diferenças de entalpias e temperaturas da iteração axial precedente, ou seja,

$$\tilde{c}_{p,k} = \frac{\tilde{h}_{i_k} - \tilde{h}_{j_k}}{\tilde{T}_{i_k} - \tilde{T}_{j_k}}. \quad (7.1.3-10)$$

Assim, o termo de condução térmica lateral torna-se,

$$\sum_{k \in i} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) = \sum_{k \in i} e_{ki} w_k'' (h_{i_k} - h_{j_k}). \quad (7.1.3-11)$$

Recorrendo-se às Equações (4.3.4-10) e (4.3.4-11), deduz-se que o novo coeficiente de condução de térmica lateral é dado por

$$w_k'' = \frac{1}{2} \frac{c_k (s/\ell)_k}{\tilde{c}_{p,k}} (\tilde{k}_{i_k} + \tilde{k}_{j_k}), \quad (7.1.3-12)$$

onde c_k é um parâmetro empírico de entrada, (s/ℓ) é a razão entre a largura da conexão e a distância entre os centróides dos subcanais, e $\tilde{k}$ denota a condutividade térmica do fluido avaliada em função da temperatura local da iteração anterior. No restante deste capítulo, o til sobre qualquer variável indicará que o valor que se lhe atribui refere-se à iteração anterior do algoritmo iterativo.

Agrupando os termos de condução térmica lateral e de transporte turbulento de entalpia, obtém-se

$$e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) + e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) = e_{ki} (w_k'' + w_k'^H) (h_{i_k} - h_{j_k}).$$

Se $i = i_k$ nesta equação, então $m = j_k$, $e_{ki} = +1$ e

$$h_{i_k} - h_{j_k} = h_i - h_m = e_{ki} (h_i - h_m).$$

Por outro lado, se $i = j_k$, então $m = i_k$, $e_{ki} = -1$ e

$$h_{i_k} - h_{j_k} = h_m - h_i = e_{ki} (h_i - h_m).$$

Conseqüentemente,

$$\begin{aligned} e_{ki} C_k (T_{i_k} - T_{j_k}) + e_{ki} w_k'^H (h_{i_k} - h_{j_k}) &= e_{ki} e_{ki} (w_k'' + w_k'^H) (h_i - h_m) \\ &= (w_k'' + w_k'^H) (h_i - h_m), \end{aligned} \quad (7.1.3-13)$$

pois $e_{ki} e_{ki} = 1$.

Substituindo as Equações (7.1.3-6), (7.1.3-9) e (7.1.3-13) na Equação (7.1.3-1), transpondo os termos em $h_{i,j}$ e $h_{m,j}$ para o primeiro membro e usando as Equações (7.1.3-5) e (7.1.3-8) para simplificar a expressão resultante, chega-se a

$$\begin{aligned} &\left\{ m'_{i,j} + \xi(-m_{i,j}) + \xi(m_{i,j-1}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} [w_{k,j}'' + w_{k,j}'^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})] \right. \\ &\quad \left. - \Delta z_j \sum_{k \in i} e_{ki} w_{k,j}'^M \right\} h_{i,j} - \Delta z_j \sum_{k \in i} [w_{k,j}'' + w_{k,j}'^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})] h_{m,j} \\ &= m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} + \xi(-m_{i,j}) h_{i,j+1} + \xi(m_{i,j-1}) h_{i,j-1} + q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j. \end{aligned} \quad (7.1.3-14)$$

Esta equação aplica-se a escoamentos ascendente e descendente. As vazões de massa por unidade de comprimento axial, w^M e w^H , associadas aos transportes turbulentos de massa e

entalpia são avaliadas com as correlações empíricas descritas na Subseção 8.1.9. A potência térmica por unidade de comprimento, q' , transferida ao fluido pelas varetas combustíveis é descrita pela Equação (4.3.4-6). A densidade linear de potência transmitida axialmente é calculada com a Equação (4.3.4-3) expressa em termos das temperaturas do fluido da iteração precedente,

$$(q'_a)_{i,j} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{2\bar{k}_{i,j} A_{i,j}}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} (\tilde{T}_{i,j+1} - \tilde{T}_{i,j}) - \frac{2\bar{k}_{i,j-1} A_{i,j-1}}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} (\tilde{T}_{i,j} - \tilde{T}_{i,j-1}) \right], \quad (7.1.3-15)$$

em que

$$\bar{k}_{i,j} = \frac{1}{2} [k(\tilde{T}_{i,j+1}) + k(\tilde{T}_{i,j})]$$

é a condutividade térmica média do fluido. Por fim, a soma

$$\sum_{k \in i} e_{ki} w'_{k,j}{}^M$$

é determinada com o algoritmo apresentado na Subseção 7.1.2.

Considerando-se todos os NC subcanais do feixe, a Equação (7.1.3-14) torna-se um sistema de NC equações lineares da forma

$$[A]_j \{h\}_j = \{B\}_j. \quad (7.1.3-16)$$

Os elementos sobre a diagonal principal da matriz dos coeficientes são dados por

$$(A_{ii})_j = m'_{i,j} + \xi(-m_{i,j}) + \xi(m_{i,j-1}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H - w'_{k,j}{}^M + \xi(-e_{ki} w_{k,j})], \quad (7.1.3-17)$$

e os elementos fora da diagonal por

$$(A_{im})_j = \begin{cases} -\Delta z_j [w''_{k,j} + w'_{k,j}{}^H + \xi(-e_{ki} w_{k,j})], & \text{se } m = i_k + j_k - i \\ 0, & \text{se } m \neq i_k + j_k - i \end{cases} \quad (7.1.3-18)$$

lembrando-se que k denota os índices das conexões ao redor do subcanal i . Os elementos do vetor $\{B\}$ consistem dos termos que aparecem no segundo membro da Equação (7.1.3-14):

$$(B_i)_j = m'_{i,j} \hat{h}_{i,j} + \xi(-m_{i,j}) h_{i,j+1} + \xi(m_{i,j-1}) h_{i,j-1} + q'_{i,j} \Delta z_j + (q'_a)_{i,j} \Delta z_j. \quad (7.1.3-19)$$

Cada linha i da matriz $[A]$ possui, além do elemento sobre a diagonal principal, apenas aqueles elementos correspondentes aos índices dos subcanais que têm interfaces com o subcanal i ; todos os demais elementos são nulos. Por exemplo, no caso de um feixe com arranjo quadrangular, cada linha da matriz A_m tem no máximo cinco elementos não-nulos, que ocorrem quando $m = i$ (diagonal) e quando m corresponde aos números daqueles subcanais (quatro, no máximo) que faceiam o subcanal i .

A utilização da relação

$$m = i_k + j_k - i$$

para determinar os números de identificação dos subcanais que faceiam um dado subcanal i requer que se definam os vetores inteiros $IK(MK)$ e $JK(MK)$ que contenham os índices i_k e j_k ($i_k < j_k$) dos subcanais interligados por cada conexão k . Além disso, é necessário definir também uma matriz inteira do tipo $KA(MC, MA)$ que contenha os índices das conexões associadas a cada um dos subcanais. Os inteiros MC , MK e MA são parâmetros de dimensionamento cujos valores são fixados *a priori* levando-se em conta os vários tipos possíveis de feixes: MC é o número máximo de subcanais, MK é número máximo de conexões entre subcanais adjacentes, e MA denota o número máximo mais um de conexões ao redor de cada subcanal. Em cada linha i da matriz KA estão seqüencialmente armazenados os índices das n conexões em torno do subcanal i . O número de conexões, n , é armazenado no último elemento da linha i , isto é, em $KA(i, MA)$. Os elementos dos vetores IK e JK e da matriz KA são calculados automaticamente a partir dos dados de entrada para a geometria do feixe.

O cálculo dos valores de m , isto é, dos índices dos subcanais que possuem interface com um subcanal arbitrário i , segue o algoritmo abaixo:

- 1) Para $i = 1, 2, \dots, NC$
 $KA(i, MA) \rightarrow n$
- 2) Para $j = 1, 2, \dots, n$
 $KA(i, j) \rightarrow k$
 $IK(k) \rightarrow i_k; JK(k) \rightarrow j_k$
 $i_k + j_k - i \rightarrow m$

Como o sistema $[A]\{h\} = \{B\}$ tem de ser resolvido um número muito grande de vezes dentro de um esquema iterativo que se repete em cada varredura axial do feixe e para todos os instantes de um transitório, o esforço computacional despendido na solução global de um problema dependerá do método empregado para a solução do sistema.

Além do alto índice de esparsidade, especialmente nos casos de feixes com elevado número de subcanais, uma outra característica importante da matriz $[A]$ é a forte dominância da diagonal. A escolha de técnicas de solução mais elaboradas que se ajustem a estas particularidades da matriz $[A]$ pode contribuir significativamente para o aumento da eficiência computacional, seja pela redução da área de memória requerida, seja pela redução do tempo de execução. Isto em comparação com os métodos diretos clássicos, tais como eliminação parcial de Gauss, eliminação de Gauss-Jordan ou inversão matricial.

Dois métodos alternativos são propostos para a solução do sistema definido pela Equação (7.1.3-16): o *método de eliminação da transposta com área de memória reduzida* (Henderson e Wassying, 1978; Wassying, 1982) ou o *método das sobre-relaxação sucessivas* (Young, 1971).

O método de eliminação da transposta é um método direto em que as soluções do sistema são obtidas pela decomposição da matriz transposta $[A]^T$. Tratando a matriz $[A]$ coluna a coluna, este método requer uma área de armazenamento que pode ser, dependendo do tamanho do sistema, até 75% menor que aquela requerida pelas técnicas convencionais que manuseiam a matriz linha a linha. Quando a matriz $[A]$ é esparsa e possui a diagonal dominante, muitas operações com elementos nulos são evitadas e o uso de pivôs torna-se dispensável. Isto implica uma economia apreciável no tempo de execução.

O método das sobre-relaxações sucessivas – também denominado método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação, ou ainda método SOR (*Successive Over-Relaxation*) – é uma técnica iterativa muito empregada para obter a solução de sistemas de equações lineares da forma

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} x_j = B_i \quad (A_{ii} \neq 0; i = 1, 2, \dots, n) \quad (7.1.3-20)$$

que satisfaçam certos requisitos especiais que não serão aqui discutidos. A teoria formal do método das sobre-relaxações sucessivas é exaustivamente tratada por Young (1971).

A seqüência iterativa associada ao método SOR é normalmente definida por

$$x_i^{(\kappa+1)} = x_i^{(\kappa)} + \omega \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(\kappa+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(\kappa)} - x_i^{(\kappa)} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7.1.3-21)$$

onde

$$a_{ij} = \frac{A_{ij}}{A_{ii}} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n; j \neq i),$$

$$b_i = \frac{B_i}{A_{ii}} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

ω é o fator de relaxação e κ denota o número da iteração. Partindo-se de $\kappa = 0$, o vetor $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ deverá conter as estimativas iniciais da solução. O término do processo iterativo pode ser estabelecido comparando-se no fim de cada iteração o valor máximo dos módulos dos resíduos com uma tolerância prescrita: o critério de convergência poderia ser

$$\text{máximo}(|x_i^{(\kappa+1)} - x_i^{(\kappa)}|, i = 1, 2, \dots, n) < \varepsilon, \quad (7.1.3-22)$$

onde ε é a tolerância de convergência.

A condição suficiente de convergência do método SOR é que a matriz $[A]$ seja irredutível e que o módulo do coeficiente diagonal em cada equação seja maior que ou igual à soma dos módulos dos outros coeficientes da equação, isto é,

$$|A_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |A_{ij}| \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Além disso, é preciso que

$$|A_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |A_{ij}|.$$

em pelo menos uma equação. Quando uma matriz satisfaz estas duas condições, diz-se que ela possui uma *fraca dominância diagonal*. Uma matriz apresenta uma *forte dominância diagonal* se a segunda condição é satisfeita para todos os valores do índice i .

O fator de relaxação serve para “amortecer” a solução quando a mesma se avança em demasia e o sistema tende à divergência, ou acelerar a convergência de um sistema já convergente. Com $\omega = 1$, o algoritmo dado pela Equação (7.1.3-21) reduz-se ao algoritmo

clássico de Gauss-Seidel. Valores de ω entre 0 e 1 sub-relaxam a solução e podem tornar convergente um sistema não-convergente. A aceleração da convergência da solução de sistemas convergentes ocorre para valores de ω entre 1 e 2. O valor ótimo ω depende das características do sistema.

Examinando mais atentamente o algoritmo definido pela Equação (7.1.3-21), percebe-se que no momento de atualização da variável x_i com a i -ésima equação, as variáveis $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$ já terão sido atualizadas, mas as variáveis $x_i, x_{i+1}, \dots, x_n$ estarão ainda com os valores da iteração anterior. Assim, do ponto de vista computacional, é correto rescrever a Equação (7.1.3-21) como

$$x_i = \tilde{x}_i + \omega \left(b_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j - \tilde{x}_i \right) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (7.1.3-23)$$

onde $\tilde{x}_i$ é o valor de x_i da iteração precedente.

A aplicação do método das sobre-relaxações sucessivas ao sistema definido pela Equação (7.1.3-16) resulta no seguinte esquema iterativo radial para a entalpia específica de cada subcanal:

$$h_{i,j} = \tilde{h}_{i,j} + \omega_h \left(b_i - \sum_m a_{im} h_m - \tilde{h}_i \right)_j \quad (i = 1, 2, \dots, NC), \quad (7.1.3-24)$$

onde os coeficientes a_{im} e b_i são dados por

$$a_{im} = \frac{A_{im}}{A_{ii}} \quad \text{e} \quad b_i = \frac{B_i}{A_{ii}}.$$

O somatório na Equação (7.1.3-24) deve ser efetuado só para os índices daqueles subcanais que faceiam o subcanal i . O fator de relaxação ω_h , cujo valor ótimo se encontra no intervalo entre 1,5 e 1,7, precisa ser especificado na entrada de dados. Como o sistema $[A]\{h\} = \{B\}$ apresenta uma forte dominância diagonal, a convergência da solução é relativamente rápida, ainda que o valor prescrito para fator de relaxação seja um pouco diferente do valor ótimo. Note-se que a seqüência iterativa expressa pela Equação (7.1.3-24) não inclui a possibilidade do manuseio de elementos nulos da matriz $[A]$. A consequência imediata desta particularidade é uma enorme economia de área de memória e de tempo de processamento.

O critério de convergência utilizado para encerrar o processo iterativo definido pela Equação (7.1.3-24) é dado por

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{h_i - \tilde{h}_i}{h_i} \right|, \quad i = 1, 2, \dots, \text{NC} \right) < \varepsilon_h, \quad (7.1.3-25)$$

onde ε_h é a tolerância de convergência. O valor de ε_h precisa ser especificado via entrada de dados.

Quando o número de subcanais do feixe for inexpressivo ou se ocorrer alguma falha inesperada no método SOR, falha essa que poderia ser ocasionada por quocientes $\Delta z^2/A$ excessivamente altos, o método direto de eliminação da transposta será a opção recomendada. Em princípio, uma maneira de sanar essa falha seria reduzir o tamanho do segmento axial Δz , o que implicará um aumento na área de memória requerida e no tempo de execução do problema.

Enfim, o melhor modo de selecionar o método mais eficiente para um determinado problema, seria simulá-lo com ambos os métodos e comparar os esforços computacionais despendidos em cada simulação, tanto em termos de memória requerida quanto em termos de tempo de execução.

7.1.4 Distribuição de Vazões de Massa Transversais

Restringindo-se ao escoamento axial ascendente com velocidade axial positiva, o transporte axial de momento transversal, conforme Equações (4.3.6-2) e (4.3.6-3), passa a ser descrito por

$$\tilde{u}'_{k,j} w_{k,j}^* = \frac{1}{2} \left[(1 + \sigma \beta_{u'}) u'_{ik,j} + (1 - \sigma \beta_{u'}) u'_{jk,j} \right] w_{k,j} = \tilde{u}'_{k,j} w_{k,j}, \quad (7.1.4-1)$$

com

$$\tilde{u}'_{k,j} = \frac{1}{2} \left[(1 + \sigma \beta_{u'}) u'_{ik,j} + (1 - \sigma \beta_{u'}) u'_{jk,j} \right], \quad (7.1.4-2)$$

onde $\beta_{u'}$ ($0 \leq \beta_{u'} \leq 1$) é um parâmetro de entrada, e

$$\sigma = \begin{cases} +1, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ -1, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (7.1.4-3)$$

De posse da Equação (7.1.4-1), a fórmula de diferenças finitas para balanço de momento transversal, Equação (4.3.7-4), pode ser rescrita como

$$D_{k,j} w_{k,j} = Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} [\beta_p (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p)(p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}], \quad (7.1.4-4)$$

onde

$$D_{k,j} = \frac{1}{\Delta t} + \frac{\tilde{u}'_{k,j}}{\Delta z_j} + (s/\ell)_{k,j} C'_{k,j}, \quad (7.1.4-5)$$

$$Q_{k,j} = \frac{\hat{w}_{k,j}}{\Delta t} + \frac{\tilde{u}'_{k,j-1} w_{k,j-1}}{\Delta z_j}. \quad (7.1.4-6)$$

O coeficiente $C'_{k,j}$ é calculado com

$$C'_{k,j} = \frac{1}{2} \left(K \frac{v'^{*}}{s^2} \right)_{k,j} \text{ máximo } (0,001, |\tilde{w}_{k,j}|), \quad (7.1.4-7)$$

onde K é o coeficiente de resistência hidráulica transversal e v'^{*} denota o volume específico efetivo da célula doadora,

$$v'_{k,j} = \begin{cases} v'_{i_k,j}, & \text{se } w_{k,j} \geq 0 \\ v'_{j_k,j}, & \text{se } w_{k,j} < 0. \end{cases} \quad (7.1.4-8)$$

Explicitando $w_{k,j}$ na Equação (7.1.4-4), vem

$$w_{k,j} = D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} D_{k,j}^{-1} [\beta_p (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p)(p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}]. \quad (7.1.4-9)$$

Recapitulando o que foi dito no fim da Subseção 4.3.6, β_p ($0 \leq \beta_p \leq 1$) é um parâmetro fixo de ponderação destinado a forçar uma dependência entre a vazão transversal no nível axial j e diferenças laterais de pressões que existem nos níveis $j - 1$ e j .

A fim de levar em conta a mistura transversal forçada através das conexões pelas aletas de grades espaçadoras ou por misturadores helicoidais, torna-se necessária introduzir uma ligeira modificação na Equação (7.1.4-9). Misturadores helicoidais são arames que envolvem, na forma de hélices cilíndricas, alguns tipos de varetas combustíveis com a finalidade de desviar o fluido de um subcanal para o outro e promover uma homogeneização da distribuição de temperaturas no interior do feixe. O modelo empregado para representar esses misturadores encontra-se descrito na Subseção 8.1.10.

Se a vazão de massa transversal $w_{k,j} = w_{k,j}'''$ é forçada em uma dada conexão k , no nível axial j , a Equação (7.1.4-9) toma a forma

$$w_{k,j} = f_{k,j}''' w_{k,j}''' + (1 - f_{k,j}''') D_{k,j}^{-1} Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} (1 - f_{k,j}''') D_{k,j}^{-1} [\beta_p (p_{i_k} - p_{j_k})_j + (1 - \beta_p) (p_{i_k} - p_{j_k})_{j-1}] \quad (7.1.4-10)$$

onde

$$f_{k,j}''' = \begin{cases} 1, & \text{se } w_{k,j}''' \neq 0, \\ 0, & \text{se } w_{k,j}''' = 0. \end{cases} \quad (7.1.4-11)$$

Observe-se que a Equação (7.1.4-9) pode ser restaurada com $f_{k,j}''' = 0$.

Considerando-se todos os subcanais e todas as conexões, a Equação (7.1.4-10) pode ser escrita sob a forma matricial:

$$\{w\}_j = [f''']_j \{w'''\}_j + ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} \{Q\}_j + [s/\ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E] \{\beta_p p_j + (1 - \beta_p) p_{j-1}\}, \quad (7.1.4-12)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade, $\{w'''\}$ é o vetor-coluna das vazões transversais forçadas, e $[f''']$ é uma matriz diagonal cujos elementos são dados pela Equação (7.1.4-11). As matrizes $[D]$ e $[s/\ell]$ são também matrizes diagonais.

Considerando-se a definição

$$p_{i,j} - p_{i,j-1} = (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j,$$

em que $(\Delta p / \Delta z)_{i,j}$ é o gradiente axial de pressão no nível j do subcanal i , o termo de pressão no segundo membro da Equação (7.1.4-12) pode escrever-se como

$$\begin{aligned} \beta_p p_{i,j} + (1 - \beta_p) p_{i,j-1} &= p_{i,j} - (1 - \beta_p) (p_{i,j} - p_{i,j-1}) \\ &= p_{i,j} - (1 - \beta_p) (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j, \end{aligned}$$

e, conseqüentemente,

$$\begin{aligned} \{w\}_j &= [f''']_j \{w'''\}_j + ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} \{Q\}_j \\ &\quad + [s/\ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j \\ &\quad - (1 - \beta_p) \Delta z_j [s/\ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E] \{\Delta p / \Delta z\}_j, \end{aligned} \quad (7.1.4-13)$$

ou, na forma algébrica ordinária,

$$w_{k,j} = f_{k,j}''' w_{k,j}'' + (1 - f_{k,j}''') D_{k,j}^{-1} \{ Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j - (1 - \beta_p) \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j \}, \quad (7.1.4-14)$$

que a expressão utilizada no programa para calcular a vazão de massa transversal por unidade de comprimento axial.

Sendo [E] operador matricial de diferença, definido na Subseção 4.1.3, o vetor-coluna [E]{p}_j na Equação (7.1.4-13) contém as diferenças laterais de pressões entre subcanais adjacentes no nível axial j. Essas diferenças laterais de pressões podem ser determinadas combinando-se a Equação (7.1.4-13) com a fórmula de diferenças finitas para balanço de momento axial. Isto será objeto da próxima subseção.

As variações nas vazões de massa transversais entre iterações consecutivas são atenuadas com equação de relaxação

$$\{w\}_j = \alpha_w \{\tilde{w}\}_j + (1 - \alpha_w) \{\tilde{w}\}_j, \quad (7.1.4-15)$$

onde $\{\tilde{w}\}$ é o vetor das vazões de massa previstas pela Equação (7.1.4-14) e o vetor $\{\tilde{w}\}$ consiste das vazões de massa da iteração axial anterior. O fator de relaxação α_w , cujo valor ótimo ocorre usualmente no intervalo entre 0,8 e 1,0, é um parâmetro de entrada.

O critério de convergência da distribuição de vazões de massa transversais é dado pela expressão

$$\text{máximo} \left(\left| \frac{w_{k,j} - \tilde{w}_{k,j}}{(w_{\max})_{k,j}} \right|, \quad k = 1, 2, \dots, NK; j = 2, 3, \dots, NDZ + 1 \right) < \varepsilon_w, \quad (7.1.4-16)$$

onde ε_w denota o valor prescrito para a tolerância de convergência; e

$$(w_{\max})_{k,j} = \text{máximo} \left[w_{k,j}, \quad 0,01s_{k,j}, \quad 0,05s_{k,j} \left(\frac{m_{i_k} + m_{j_k}}{A_{i_k} + A_{j_k}} \right)_j \right],$$

em que s é a largura da conexão.

No processo de varredura axial dos subcanais, a convergência global da solução ocorrerá quando forem simultaneamente satisfeitos este critério e aquele para a distribuição de vazões axiais, sendo esse último expresso pela Equação (7.1.2-6).

7.1.5 Distribuição de Pressões

Atendo-se ainda ao escoamento ascendente, a Equação (4.3.5-6) para velocidade de transporte de momento axial reduz-se a

$$u'_{i,j} = \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} m_{i,j} = u'_{i,j};$$

e a Equação (4.3.5-8), para a velocidade de transporte de momento axial na região de uma conexão, torna-se

$$\tilde{u}'_{k,j} = \frac{1}{2} \left[(1 + \sigma \beta_{u'}) u'_{i,k,j} + (1 - \sigma \beta_{u'}) u'_{j,k,j} \right] = \tilde{u}'_{k,j}.$$

Além disso, o termo de perda de pressão por viscosidade assume a forma

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} f \phi^2 v_\ell + \zeta v'^* \right)_{i,j} \frac{m_{i,j}}{A_{i,j}} |m_{i,j}| = \eta_{i,j} \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} m_{i,j}^2,$$

onde

$$\eta_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z}{D_w} \frac{f \phi^2 v_\ell}{v'} + \zeta \right)_{i,j}.$$

Substituindo estas relações na Equação (4.3.7-3) e reordenando os termos, vem

$$\begin{aligned} p_{i,j} - p_{i,j-1} = & \frac{1}{A_{i,j}} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\hat{m}_{i,j} - m_{i,j}) - \frac{1}{A_{i,j}} (1 + \eta_{i,j}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} m_{i,j}^2 \\ & + \frac{1}{A_{i,j}} \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j-1} m_{i,j-1}^2 - \frac{\Delta z_j}{A_{i,j}} \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \mathbf{w}_{k,j} \tilde{u}'_{k,j} \\ & - \Delta z_j \rho_{i,j} g \cos \theta - \frac{\Delta z_j}{A_{i,j}} \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \mathbf{w}'_{k,j} (u_{i,k,j} - u_{j,k,j}). \end{aligned} \quad (7.1.5-1)$$

Usando a equação da continuidade, Equação (4.3.7-1), para eliminar $(m_{i,j} - m_{i,j-1})$ nas identidades

$$\hat{m}_{i,j} - m_{i,j} = (\hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1}) - (m_{i,j} - m_{i,j-1})$$

e

$$m_{i,j}^2 = m_{i,j-1}^2 + (m_{i,j} + m_{i,j-1})(m_{i,j} - m_{i,j-1}),$$

chega-se às expressões:

$$\begin{aligned}\hat{m}_{i,j} - m_{i,j} &= \hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1} + \bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} (\mathbf{w}_{k,j} + \mathbf{w}'^M_{k,j}), \\ m_{i,j}^2 &= m_{i,j-1}^2 - (m_{i,j} + m_{i,j-1}) \left[\bar{A}_{i,j} \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}) + \Delta z_j \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} (\mathbf{w}_{k,j} + \mathbf{w}'^M_{k,j}) \right].\end{aligned}$$

Substituindo estas relações na Equação (7.1.5-1), obtém-se

$$p_{i,j} - p_{i,j-1} = F_{i,j} \Delta z_j + \bar{A}_{i,j}^{-1} \Delta z_j \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} (\mathbf{v}_{i,j} - \bar{\mathbf{u}}'_{k,j}) \mathbf{w}_{k,j}, \quad (7.1.5-2)$$

onde

$$\begin{aligned}F_{i,j} &= \frac{1}{\bar{A}_{i,j}} \left\{ \frac{1}{\Delta z_j} \left[\left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j-1} - (1 + \eta_{i,j}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j} \right] m_{i,j-1}^2 - \bar{A}_{i,j} \rho_{i,j} g \cos \theta \right. \\ &\quad + \frac{1}{\Delta t} [\hat{m}_{i,j} - m_{i,j-1} + \bar{A}_{i,j} \mathbf{v}_{i,j} (\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j})] \\ &\quad \left. + \mathbf{v}_{i,j} \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \mathbf{w}'^M_{k,j} - \sum_{k \in i} \mathbf{e}_{ki} \mathbf{w}'^U_{k,j} (\mathbf{u}_{i_k} - \mathbf{u}_{j_k})_j \right\}, \quad (7.1.5-3)\end{aligned}$$

A variável $\mathbf{v}_{i,j}$, com dimensão de velocidade, é definida por

$$\mathbf{v}_{i,j} = \frac{\Delta z_j}{\Delta t} + (1 + \eta_{i,j}) (m_{i,j} + m_{i,j-1}) \left(\frac{v'}{A} \right)_{i,j}. \quad (7.1.5-4)$$

O valor atual de $m_{i,j}$ nesta equação não é conhecido, mas pode ser feito na primeira iteração igual àquele do nível anterior $j - 1$ e ajustado nas iterações seguintes. No término do processo iterativo, o erro associado a este artifício será desprezível.

Na forma matricial, a Equação (7.1.5-2) pode escrever-se como

$$\{p_j - p_{j-1}\} = \{F\}_j \Delta z_j + [R]_j \{w\}_j \Delta z_j, \quad (7.1.5-5)$$

sendo $[R]$ uma matriz retangular, de dimensão $NC \times NK$, definida por

$$[R]_j = [\bar{A}]_j^{-1} ([v]_j [E]^T - [E]^T [\bar{u}']_j), \quad (7.1.5-6)$$

em que $[E]^T$ é o operador matricial de soma definido na Subseção 4.1.3; $[\bar{A}]$, $[v]$ e $[\bar{u}']$ são matrizes diagonais de dimensões $NC \times NC$, $NC \times NC$ e $NK \times NK$, respectivamente.

Em vista da definição

$$p_{i,j} - p_{i,j-1} = (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j,$$

a Equação (7.1.5-5) se transforma em

$$\{\Delta p / \Delta z\}_j = \{F\}_j + [R]_j \{w\}_j. \quad (7.1.5-7)$$

Usando agora Equação (7.1.4-13) para eliminar $\{w\}_j$ nesta equação, obtém-se a seguinte expressão para o gradiente de pressão axial nos subcanais:

$$\begin{aligned} & [[I] + (1 - \beta_p) \Delta z_j [R]_j [s / \ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E]] \{\Delta p / \Delta z\}_j \\ &= \{F\}_j + [R]_j [f''']_j \{w'''\}_j + [R]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} \{Q\}_j \\ &+ [R]_j [s / \ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j. \end{aligned}$$

Esta equação exprime um sistema de equações lineares da forma

$$[A]_j \{\Delta p / \Delta z\}_j = \{B\}_j, \quad (7.1.5-8)$$

onde

$$[A]_j = [I] + (1 - \beta_p) [M]_j, \quad (7.1.5-9)$$

$$[M]_j = \Delta z_j [R]_j [s / \ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E], \quad (7.1.5-10)$$

$$\begin{aligned} \{B\}_j &= \{F\}_j + [R]_j [f''']_j \{w'''\}_j + [R]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} \{Q\}_j \\ &+ [R]_j [s / \ell]_j ([I] - [f''']_j) [D]_j^{-1} [E] \{p\}_j. \end{aligned} \quad (7.1.5-11)$$

Efetuada as operações matriciais, não é difícil chegar às fórmulas que descrevem os elementos da matriz $[A]$ e do vetor $\{B\}$. Para os elementos sobre a diagonal principal da matriz $[A]$,

$$(A_{ii})_j = 1 + (1 - \beta_p) \Delta z_j \sum_{k \in i} (s / \ell)_{k,j} (1 - f'''_{k,j}) D_{k,j}^{-1} (R_{ik})_j, \quad (7.1.5-12)$$

e, para os elementos fora da diagonal,

$$(A_{im})_j = \begin{cases} -(1 - \beta_p) \Delta z_j (s / \ell)_{k,j} (1 - f'''_{k,j}) D_{k,j}^{-1} (R_{ik})_j, & \text{se } m = i_k + j_k - i \\ 0, & \text{se } m \neq i_k + j_k - i \end{cases} \quad (7.1.5-13)$$

onde

$$(R_{ik})_j = \frac{v_{i,j} - \tilde{u}'_{k,j}}{\bar{A}_{i,j}} \quad (7.1.5-14)$$

e k denota os números das conexões em torno do subcanal de índice i .

Os elementos do vetor $\{B\}$ são dados por

$$\begin{aligned} B_{i,j} = & F_{i,j} + \bar{A}_{i,j}^{-1} \sum_{k \in i} e_{ki} (v_{i,j} - \tilde{u}'_{k,j}) \{f_{k,j}''' w_{k,j}''' \\ & + (1 - f_{k,j}''') D_{k,j}^{-1} [Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j]\}. \end{aligned} \quad (7.1.5-15)$$

O sistema de equações lineares definido pela Equação (7.1.5-8) é também resolvido ou pelo método direto de eliminação da transposta ou pelo método das sobre-relaxações sucessivas. Por analogia com a Equação (7.1.3-24), a seqüência iterativa usada para calcular os gradientes axiais de pressão com o método SOR é dada por

$$\begin{aligned} (\Delta p / \Delta z)_{i,j} = & (\Delta p \tilde{\Delta z})_{i,j} \\ & + \omega_p \left(b_i - \sum_m a_{im} (\Delta p / \Delta z)_m - (\Delta p \tilde{\Delta z})_i \right)_j \quad (i = 1, 2, \dots, NC). \end{aligned} \quad (7.1.5-16)$$

O fator de sobre-relaxação ω_p pode ser ou especificado na entrada de dados do programa ou ainda determinado internamente através de um procedimento iterativo reportando por Varga (1962, p. 283).

O número de iterações necessário à convergência do algoritmo acima decresce com o aumento do parâmetro β_p , pois os elementos da diagonal da matriz $[A]$ tornam-se mais dominantes para maiores valores de β_p . Entretanto, existe um valor limite de β_p acima do qual o esquema numérico associado ao método implícito mostra-se instável. Embora não se tenha determinado a condição de convergência do método, verificou-se através de testes computacionais que a solução das equações de balanço só é convergente para valores de β_p no intervalo $0 \leq \beta_p < 0,5$.

Seguindo a determinação dos gradientes axiais de pressão, as pressões no nível axial j dos subcanais são reajustadas com

$$p_{i,j} = p_{i,j-1} + (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j. \quad (7.1.5-17)$$

A solução das equações de balanço poderá ser instável se as diferenças de pressões,

$$[E]\{p\}_j = \{p_{ik} - p_{jk}\}_j,$$

forem calculadas com as pressões p_j fornecidas pela (7.1.5-17) e diretamente substituídas nas Equações (7.1.4-14) e (7.1.5-15). Isso ocorre porque as pressões p_j crescem livremente de uma iteração para outra, algo que pode causar grandes oscilações nas diferenças laterais de pressões formadas pela subtração das pressões $p_{i,k,j}$ e $p_{j,k,j}$.

O artifício utilizado para contornar tal problema de instabilidade numérica consiste em tratar a diferença lateral de pressões em cada conexão como uma grandeza à parte, Δp , definida, a partir da Equação (7.1.5-17), pela fórmula seguinte:

$$\begin{aligned}\Delta p_{k,j-1} &= p_{i,k,j-1} - p_{j,k,j-1} \\ &= (p_{i,k,j} - p_{j,k,j}) - [(\Delta p / \Delta z)_{i,k,j} - (\Delta p / \Delta z)_{j,k,j}] \Delta z_j \\ &= \tilde{\Delta p}_{k,j} - [(\Delta p / \Delta z)_{i,k,j} - (\Delta p / \Delta z)_{j,k,j}] \Delta z_j,\end{aligned}$$

onde $\tilde{\Delta p}$ refere-se à iteração anterior.

A fim de atenuar possíveis oscilações nos valores de Δp entre iterações axiais, é conveniente utilizar equação de relaxação

$$\Delta p_{k,j-1} = \alpha_p \{ \tilde{\Delta p}_{k,j} - [(\Delta p / \Delta z)_{i,k,j} - (\Delta p / \Delta z)_{j,k,j}] \Delta z_j \} + (1 - \alpha_p) \tilde{\Delta p}_{k,j-1}; \quad (7.1.5-18)$$

o fator de relaxação α_p , cujo valor típico é da ordem de 0,8, é um parâmetro de entrada.

Como Δp_{j-1} é uma função de Δp_j e as diferenças laterais de pressões são iguais a zero à saída dos subcanais (isto porque a distribuição de pressões é suposta uniforme à saída do feixe), a equação acima permite que as diferenças laterais de pressões sejam reajustadas gradualmente no sentido descendente, ou seja, da saída à entrada dos subcanais, à medida que as interações axiais se sucedem. Como consequência, a convergência da solução é mais rápida e mais garantida.

Por fim, após a convergência da solução, o algoritmo

$$p_{i,j} - p_{i,NDZ+1} \rightarrow p_{i,j} \quad (j = 1, 2, \dots, NDZ + 1; i = 1, 2, \dots, NC) \quad (7.1.5-19)$$

é utilizado para reajustar a distribuição de pressões, de modo que a pressão à saída de cada

subcanal seja igual a zero e $p_{i,j}$ represente a queda de pressão, no nível axial j do subcanal i , medida em relação à saída.

As equações desenvolvidas anteriormente nesta seção aplicam-se ao escoamento ascendente estacionário e transitório. A solução estacionária, que é usada como condição inicial nos cálculos transitórios, pode ser obtida fazendo-se Δt suficientemente grande nas equações precedentes. Na programação computacional, considera-se $\Delta t = 10^{20}$ segundos no instante inicial $t = 0$. Para $t > 0$, Δt é tamanho do incremento de tempo do transitório.

7.1.6 Condições de Contorno

A solução do conjunto de equações que governam o escoamento de um fluido em subcanais de um feixe de varetas requer normalmente a especificação de valores para as seguintes grandezas:

- Pressão do sistema,
- Entalpia (ou temperatura) de entrada,
- Potência térmica,
- Vazão de massa axial de entrada, e
- Vazões transversais na entrada (feitas automaticamente iguais a zero).

Pressão do Sistema

Em cada instante, a pressão média do fluido à saída do feixe de varetas é a pressão de referência do sistema. Essa pressão, suposta uniformemente distribuída por toda a região, forma com a entalpia local o par de variáveis independentes em função do qual as propriedades termodinâmicas são determinadas. Sozinha, a pressão define as condições de saturação do fluido.

Na realidade, as propriedades dependem da pressão local fornecida pelo balanço de momento. Entretanto, desde que a queda de pressão total seja pequena comparada à pressão de referência (algo que, na prática, quase sempre acontece), o uso dessa no lugar da pressão local terá pouco efeito sobre os valores das propriedades. De qualquer maneira, para não incorrer em simulações com resultados irreais, é preciso estar muito atento à relação entre a queda de pressão e a pressão de referência.

Entalpia ou Temperatura de Entrada

A entalpia específica à entrada de cada subcanal é calculada a partir de uma entalpia específica média de entrada do fluido, utilizando-se fatores prescritos para a distribuição de entalpias de entrada dos subcanais, os quais são definidos por

$$f_i^h = \frac{h_{i,1}}{h_{\text{média}}} \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}),$$

onde $h_{i,1}$ é a entalpia de entrada de cada subcanal i e $h_{\text{média}}$ é a entalpia média à entrada dos subcanais. Se a distribuição de entalpias de entrada for uniforme, $f_i^h = 1$ e

$$h_{i,1} = h_{\text{média}} \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}).$$

Se o modelo de circuitos não for empregado, a entalpia média do fluido à entrada dos subcanais, $h_{\text{média}}$, terá de ser fornecida ao programa. Por outro lado, em se utilizando o modelo de circuitos, a entalpia média será, em cada instante do transitório, a entalpia calculada na junção de entrada do volume hidrodinâmico que representa o núcleo do reator.

Se o fluido de refrigeração estiver no estado monofásico (líquido sub-resfriado ou vapor superaquecido) a temperatura média de entrada dos subcanais poderá ser fornecida em lugar da entalpia média. Nesse caso, as temperaturas de entrada dos subcanais serão estimadas em termos de fatores prescritos para a distribuição de temperaturas, isto é,

$$f_i^T = \frac{T_{i,1}}{T_{\text{média}}} \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}).$$

Para uma distribuição uniforme de temperaturas, $f_i^T = 1$ e

$$T_{i,1} = T_{\text{média}} \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}).$$

Quando a opção de temperatura de entrada for utilizada, as temperaturas avaliadas à entrada dos subcanais serão convertidas em entalpias específicas por interpolação linear em dados tabulares para as propriedades termodinâmicas. Essa conversão é feita segundo um relacionamento da forma

$$h_{i,1} = h(T_{i,1}, p^*) \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}),$$

onde p^* denota a pressão de referência do sistema.

Os fatores de distribuição de entalpias (ou de temperaturas) especificados à entrada de dados são utilizados durante os cálculos estacionários e transitórios sem qualquer correção adicional.

Potência Térmica

A potência térmica adicionada ao fluido pelas varetas combustíveis (ou elementos aquecedores de natureza não nuclear) é determinada a partir do valor prescrito para o fluxo de calor médio (kW/m^2) ou para a densidade linear média de potência (kW/m). Em ambos os casos, a densidade local de potência (fluxo de calor ou densidade linear) de cada vareta é dada pelo produto do valor prescrito pelos fatores radial e axial de potência da vareta. Esses fatores são especificados via entrada de dados. Em simulações nucleares, as frações da potência térmica gerada diretamente no fluido refrigerante e no revestimento do combustível precisam ser fornecidos.

Vazão de Massa de Entrada

A vazão de massa $m_{i,1}$ à entrada de cada subcanal é calculada em termos do fluxo de massa médio dos subcanais, $G_{\text{médio}}$, e dos fatores de distribuição de fluxos de massa, f_i^G , segundo a relação

$$m_{i,1} = f_i^G A_{i,1} G_{\text{médio}} \quad (i = 1, 2, \dots, \text{NC}),$$

onde $A_{i,1}$ é a área de escoamento à entrada do subcanal i .

Além da opção de distribuição uniforme de fluxos de massa, para a qual $f_i^G = 1$, duas outras opções são disponíveis no program PANTERA-2. Na segunda opção, os fatores de distribuição de fluxos são determinados iterativamente pelo programa dividindo a vazão total entre os subcanais de forma a produzir gradientes axiais uniformes de pressão no primeiro segmento axial de cálculo. Na terceira opção, as vazões de massa à entrada subcanais são estimadas com a relação acima, usando fatores prescritos para a distribuição de fluxos de massa.

Embora seja aplicável somente ao regime estacionário, os fatores de distribuição de fluxos determinados com a opção de divisão da vazão total serão estendidos ao cálculo transitório sem qualquer ajuste posterior.

Na simulação sem circuitos, o valor do fluxo de massa médio precisa ser prescrito diretamente, podendo, contudo, ser reajustado em cada instante do transitório através de uma tabela de entrada para o fluxo de massa em função do tempo. Usando o modelo de circuitos, o fluxo de massa médio é determinado em cada instante para satisfazer as curvas característica das bombas.

Simulação de Transitórios

Uma simulação transitória que envolva apenas a formulação de subcanais pode abranger variações com o tempo da pressão de referência do sistema, entalpia (ou temperatura) de entrada dos subcanais, potência térmica dos elementos aquecedores e vazão de massa de entrada. Qualquer combinação de variações dessas variáveis é possível, mas uma função que descreva o histórico de variação de cada grandeza precisa ser especificada à entrada de dados. Tal função é fornecida na forma de uma tabela, na qual a abscissa é o tempo t (em segundos) e a ordenada é a razão entre os valores da variável no instante t e no instante inicial $t = 0$. O relacionamento funcional é, então, da forma

$$f(t) = \frac{F(t)}{F_0}.$$

Portanto, o valor da variável F no instante t é calculado com

$$F(t) = F_0 f(t).$$

A determinação de $f(t)$ em cada instante do transitório é efetuada por interpolação linear nos dados tabulares; por isso, a tabela precisa ser prescrita num intervalo que inclua o instante $t = 0$ e um tempo t maior que o tempo de duração do transitório. A duração do transitório, t_{trans} , e o número de incrementos de tempo, $N_{\Delta t}$, a serem considerados na simulação são especificados à entrada de dados. O tamanho do incremento de tempo (em segundos) é fixo e dado por

$$\Delta t = \frac{t_{\text{tran}}}{N_{\Delta t}}.$$

O tamanho ótimo do incremento de tempo depende essencialmente das características do problema considerado, não sendo fácil estabelecer uma regra geral para a sua escolha. Em princípio, ele deve ser suficientemente pequeno para produzir resultados realísticos.

7.2 ESQUEMA COMPUTACIONAL

Esta seção destina-se à apresentação do esquema numérico-computacional usado no programa PANTERA-2 para resolver os conjuntos de equações desenvolvidas nos Capítulos 5 e 6 e neste capítulo.

7.2.1 Sumário das Equações

As equações dos modelos matemáticos propostos para descrever os escoamentos em circuitos e subcanais e a transmissão térmica em varetas combustíveis são sumariadas a seguir nas formas e na ordem em que são resolvidas numericamente no programa.

Vazão de Massa em Circuitos

$$(S_K)_i (m_i^o)^2 + S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell}^o \right)^2 + (S_M)_i + S'_M - g \rho_i^o H_i^o = 0 \quad (i=1, 2, \dots, NL) \quad (7.2.1-1)$$

$$(S_J)_i \frac{dm_i}{dt} + S'_J \left(\sum_{\ell=1}^{NL} \frac{dm_{\ell}}{dt} \right) = -(S_K)_i m_i^2 - S'_K \left(\sum_{\ell=1}^{NL} m_{\ell} \right)^2 - (S_M)_i - S'_M + g \rho_i H_i \quad (i=1, 2, \dots, NL) \quad (7.2.1-2)$$

Velocidade de Rotação de Bombas Centrífugas

$$\frac{d\alpha_i(t)}{dt} = \left[\frac{\tau_m^n \beta_m(t) - \tau_h^n \beta_h(t) - \tau_{\mu}^n \beta_{\mu}(t)}{I \omega^n} \right]_i \quad (\alpha_i = \omega_i / \omega_i^n, \quad i=1, 2, \dots, NL) \quad (7.2.1-3)$$

Entalpia Específica de Junções entre Volumes Hidrodinâmicos

$$h_{j+1} = \left(m + \frac{M_k}{2\Delta t} \right)^{-1} \left[\left(m - \frac{M_k}{2\Delta t} \right) h_j + \frac{M_k}{2\Delta t} (\hat{h}_{j+1} + \hat{h}_j) + q_k \right] \quad (7.2.1-4)$$

onde $j = k$ e $k = 1, 2, \dots, NV$.

Transmissão Térmica em Vareta Combustíveis

$$[A]_{n,j} \{\Theta\}_{n,j} = \{B\}_{n,j} \quad (n=1, 2, \dots, NR; \quad j=2, 3, \dots, NDZ+1) \quad (7.2.1-5)$$

Campo de Entalpia em Subcanais

$$[A]_j \{h\}_j = \{B\}_j \quad (j=2, 3, \dots, NDZ+1) \quad (7.2.1-6)$$

Campo de Gradiente Axial de Pressão em Subcanais

$$[A]_j \{ \Delta p / \Delta z \}_j = \{ B \}_j \quad (j = 2, 3, \dots, NDZ + 1) \quad (7.2.1-7)$$

Vazões de Massa Transversais em Conexões entre Subcanais Adjacentes

$$w_{k,j} = f_{k,j}''' w_{k,j}'' + (1 - f_{k,j}''') D_{k,j}^{-1} \{ Q_{k,j} + (s/\ell)_{k,j} (p_{i_k} - p_{j_k})_j - (1 - \beta_p) \Delta z_j [(\Delta p / \Delta z)_{i_k} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k}]_j \}, \quad (7.2.1-8)$$

onde $k = 1, 2, \dots, NK$ e $j = 2, 3, \dots, NDZ + 1$.

Vazões de Massa Axiais em Subcanais

$$m_{i,j} = m_{i,j-1} - \bar{A}_{i,j} \Delta z_j \frac{\rho_{i,j} - \hat{\rho}_{i,j}}{\Delta t} - \Delta z_j \sum_{k \in i} (w_{k,j} + w_{k,j}^M) \quad (7.2.1-9)$$

onde $i = 1, 2, \dots, NC$ e $j = 2, 3, \dots, NDZ + 1$.

Campo de Pressão em Subcanais

$$p_{i,j} = p_{i,j-1} + (\Delta p / \Delta z)_{i,j} \Delta z_j \quad (i = 1, 2, \dots, NC; j = 2, 3, \dots, NDZ + 1) \quad (7.2.1-10)$$

Diferenças Laterais de Pressões em Conexões entre Subcanais Adjacentes

$$\Delta p_{k,j-1} = \alpha_p \{ \tilde{\Delta p}_{k,j} - [(\Delta p / \Delta z)_{i_k,j} - (\Delta p / \Delta z)_{j_k,j}] \Delta z_j \} + (1 - \alpha_p) \tilde{\Delta p}_{k,j-1} \quad (7.2.1-11)$$

onde $k = 1, 2, \dots, NK$ e $j = 2, 3, \dots, NDZ + 1$.

Nestas equações,

NC = número de subcanais do feixe de varetas,

NK = número de conexões entre subcanais adjacentes,

NL = número de circuitos do sistema,

NR = número de varetas do feixe,

NV = número de volumes em cada ramo do circuito, e

NDZ = número de segmentos axiais de discretização do feixe de varetas.

Os significados dos demais símbolos que aparecem nas equações podem ser encontrados na Nomenclatura.

7.2.2 Algoritmo Computacional

A estratégia computacional empregada no programa PANTERA-2 para resolver as Equações (7.2.1-1) a (7.2.1-11) é ilustrada pelo fluxograma na Figura 7.2.2-1. Após a leitura, processamento e impressão dos dados de entrada, iniciam-se os cálculos iterativos do problema em consideração com a determinação das respectivas condições de contorno correspondentes ao instante inicial $t = 0$. O instante inicial refere-se ao estado estacionário, para o qual o incremento de tempo Δt é feito igual a 10^{20} segundos.

Se a simulação envolver uma operação estacionária ou transitória de multicircuitos com multibombas, os valores das vazões de massa dos circuitos e das velocidades de rotação das bombas prescritos à entrada de dados são substituídos na Equação (7.2.1-1), cuja solução com o método de Newton-Raphson fornece as vazões iniciais dos circuitos que satisfazem as curvas características das bombas. A Equação (7.2.1-1) só é resolvida no estado estacionário. No regime transitório, as vazões de massa dos circuitos e as velocidades das bombas são obtidas mediante a solução simultânea das Equações (7.2.1-2) e (7.2.1-3).

Tanto no regime estacionário quanto no regime transitório, as vazões dos circuitos são usadas na determinação, com a Equação (7.2.1-4), das entalpias das junções entre os volumes hidrodinâmicos que representam os componentes do sistema. Em cada iteração, as entalpias das junções entre as saídas dos trocadores de calor e a entrada do feixe são calculadas antes do início dos cálculos para os subcanais. E as entalpias nas junções entre a saída do feixe e as saídas dos trocadores de calor são avaliadas após o término dos cálculos para os subcanais. As entalpias de todas as junções, das quais dependem as propriedades do fluido que entram nas Equações (7.2.1-2) e (7.2.1-3), são ajustadas iterativamente à medida que as iterações evoluem.

Seguindo a determinação das distribuições de entalpias e de vazões de massa à entrada dos subcanais (nível axial $j = 1$), tem início a varredura axial do feixe de varetas desde o nível axial $j = 2$ até o nível axial $j = NDZ + 1$, este correspondente à saída do feixe. Desde que o modelo térmico (opcional) esteja sendo utilizado, ainda no nível axial $j = 1$, além da primeira iteração, quando já terão sido estimados os fluxos de calor e os coeficiente de transferência de calor, resolve-se o sistema definido pela Equação (7.2.1-5) a fim de obter as temperaturas radiais em todos os níveis axiais de todas as varetas combustíveis.

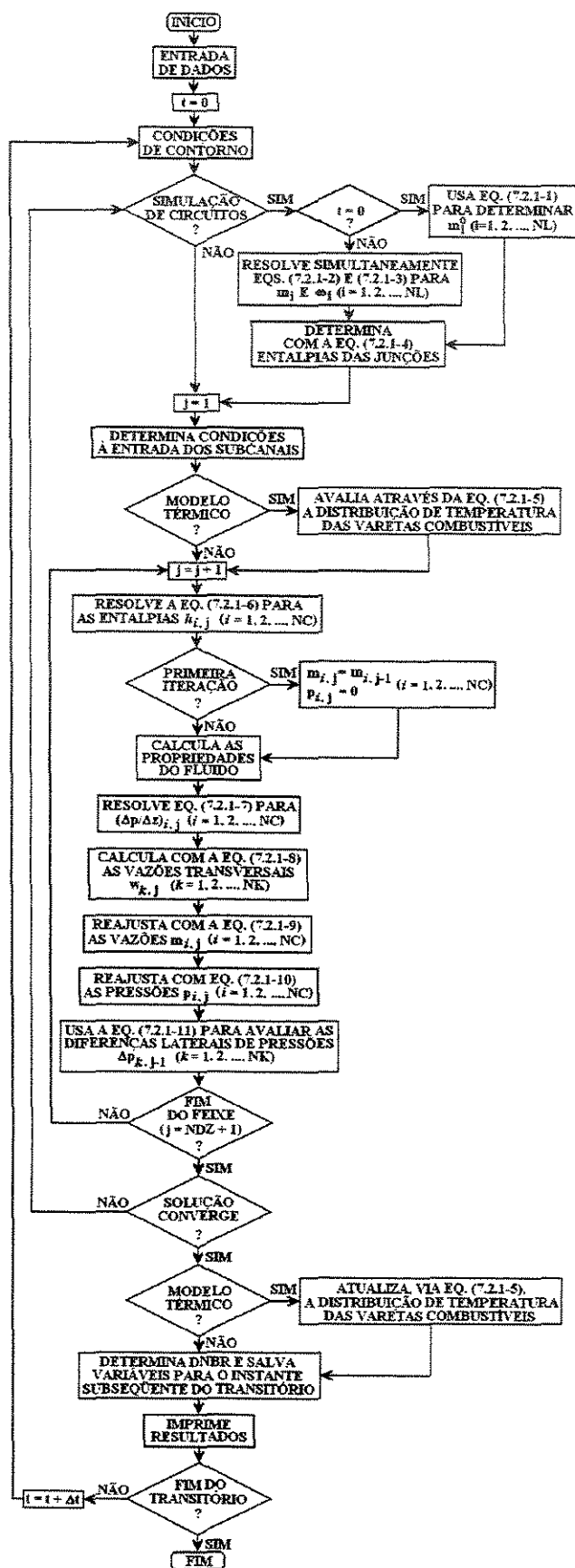


Figura 7.2.2-1 Fluxograma do esquema computacional de PANTERA-2.

Em cada varredura axial do feixe, usando as condições do nível axial $j - 1$, as entalpias dos subcanais no nível subsequente j são dadas pela solução da Equação (7.2.1-6). As propriedades termofísicas do fluido são então calculadas em termos dessas entalpias por interpolação nas tabelas de propriedades do fluido. De posse das propriedades termofísicas do fluido, avaliam-se em seguida as grandezas do escoamento, tais como títulos de vapor, frações de vazio, coeficientes de atrito, multiplicadores de atrito bifásico, coeficientes de transferência de calor, entre outras.

Após a solução da Equação (7.2.1-7) para os gradientes de pressão dos subcanais no nível axial j , os novos gradientes de pressão $(\Delta p/\Delta z)_{i,j}$ e as diferenças laterais de pressões da iteração anterior são então substituídos na Equação (7.2.1-8) para a obtenção das vazões transversais, $w_{k,j}$, nas conexões. Em seguida, determinam-se as vazões axiais, $m_{i,j}$, no nível axial j dos subcanais com a equação da continuidade, Equação (7.2.1-9). Após o reajuste do campo de pressão dos subcanais com a Equação (7.2.1-10) e determinação com a Equação (7.2.1-11) das diferenças laterais de pressões nas conexões entre pares de subcanais adjacentes, os cálculos avançam para o nível axial seguinte.

Quando a saída do feixe é atingida, testa-se a convergência da solução. Se os erros nas vazões dos circuitos e nas vazões axiais e transversais dos subcanais forem maiores que as tolerâncias especificadas, os cálculos retornarão ao ponto de partida para iniciar uma nova varredura dos circuitos e dos subcanais.

Por outro lado, se a convergência tiver ocorrido, utiliza-se novamente o modelo térmico (opcional) para atualizar, via Equação (7.2.1-5), o campo de temperatura das varetas combustível. Caso tenha sido selecionado à entrada de dados do programa, o modelo de cálculo do fluxo de calor crítico (opcional) será, neste ponto, empregado para determinar as razões-limite de ebulição nucleada (RLEN ou DNBR) na superfícies de todas as varetas aquecedoras.

Depois de salvar as variáveis calculadas no instante corrente tendo em vista o prosseguimento da simulação transitória, os resultados atuais serão impressos e os cálculos avançam para o instante de tempo seguinte, incrementando de Δt o tempo atual. O esquema computacional se repete até o fim do transitório.

RELAÇÕES CONSTITUTIVAS

A solução das equações de balanço para subcanais e circuitos apresentadas nos Capítulos 4 e 5 requer a especificação de relações para as propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido e de correlações ou modelos empíricos para descrever os vários parâmetros do escoamento, tais como coeficientes de resistência hidráulica, título de vapor, fração de vazio, multiplicador de atrito bifásico, mistura turbulenta, entre outros. Além das curvas características já discutidas no Capítulo 5, modelos para o torque de motor e torque de atrito são necessários à simulação do movimento das bombas que impulsionam o fluido nos circuitos.

O cálculo da distribuição de temperaturas das varetas combustíveis com o método dos resíduos ponderados, conforme Capítulo 6, exige, além das funções polinomiais para as propriedades térmicas dos materiais do combustível e do revestimento, relacionamentos empíricos para a determinação dos coeficientes de transferência de calor nas interfaces combustível-revestimento e revestimento-fluido. Correlações para prever o fluxo de calor crítico são necessárias quando se deseja avaliar a razão limite de ebulição nucleada, RLEN, também conhecida como DNBR (*Departure from Nucleate Boiling Ratio*), na superfície dos elementos aquecedores que compõem o feixe.

Este capítulo destina-se à descrição das relações constitutivas empregadas para a determinação das incógnitas em excesso nas formulações discutidas nos quatro últimos capítulos, obtendo-se assim conjuntos fechados de equações que podem ser numericamente solucionados.

O conjunto mais complexo de equações é aquele desenvolvido no Capítulo 4 e resolvido no Capítulo 7 para o escoamento em geometrias de subcanais. A fim de obter as distribuições das cinco variáveis primárias do escoamento – vazão de massa axial, vazão de massa transversal, densidade de massa, entalpia específica e pressão – nos subcanais é necessário resolver simultaneamente quatro equações de balanço e uma equação de estado. A formulação introduz, contudo, um bom número de grandezas desconhecidas que precisam ser prescritas à luz de modelos empíricos. A maior parte deste capítulo trata desses modelos.

8.1 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O ESCOAMENTO

Esta seção ocupa da apresentação dos modelos e correlações que descrevem as propriedades termofísicas do fluido refrigerante e os fenômenos do escoamento monofásico e bifásico. As relações constitutivas discutidas a seguir são aquelas utilizadas no programa computacional PANTERA-1P (Veloso, 1985), embora com alguma revisão e atualização. As modificações são contudo pouco importantes e não carecem de ser aqui discriminadas.

A seleção dos modelos empíricos baseou-se na filosofia da “melhor estimativa” (*best estimate*), isto é, os modelos quando utilizados individualmente dentro das faixas de parâmetros dos experimentos que os originaram fornecem resultados condizentes com a realidade física do fenômeno considerado.

Para cada grandeza do escoamento pode haver mais de um modelo. A escolha da melhor opção precisa ser feita pelo usuário à entrada de dados, levando-se em conta as características geométricas e, principalmente, as condições térmicas e hidráulicas do problema em questão. Modelos alternativos de preferência do usuário podem ser facilmente incorporados ao programa.

8.1.1 Propriedades Termofísicas do Fluido

As grandezas físicas do fluido – temperatura, volume específico, entalpia específica, calor específico isobárico, viscosidade dinâmica, condutividade térmica e tensão superficial – são avaliadas em PANTERA-2 por interpolação linear em dados tabulares. Duas opções são disponíveis para o cálculo das quantidades monofásicas e da mistura bifásica. Na primeira, as interpolações são realizadas em uma tabela de entrada para as propriedades saturadas do fluido, que é idêntica àquelas tabelas utilizadas nos programas COBRA-IIIC (Rowe, 1973) e COBRA-IV (Stewart et al., 1977). A segunda opção, que se aplica quando a água leve é o meio refrigerante e que suprime a tabela de entrada, possibilita o cálculo das grandezas físicas a partir de tabelas geradas internamente para as propriedades monofásicas e saturadas.

Nos casos infrequentes em que a entalpia do fluido excede a entalpia de saturação do vapor correspondente à pressão de referência do sistema, os cálculos são interrompidos pelo programa em consequência de falha no processo de interpolação em uma das tabelas de

propriedades do líquido. Entretanto, se a água for o refrigerante, a utilização da tabela de propriedades do vapor superaquecido permitirá evitar tal paralisação. Essa tabela é opcional e pode ser usada para complementar tanto uma tabela de entrada para a água quanto uma tabela gerada internamente.

As tabelas de propriedades da água são geradas à pressão de referência do sistema para faixas de temperatura especificadas pelo usuário à entrada de dados. Os dados tabulares determinados no instante inicial de um transitório serão readaptados durante os cálculos se a pressão de referência variar mais que 0,1%. Os dados tabulares são gerados através das formulações reportadas por Schmidt (1981), formulações essas propostas em 1967 pelo IFC (*International Formulation Committee*) e ainda reconhecidas pela IAPWS (*International Association for the Properties of Water and Steam*). Em razão dos limites de validade das equações do IFC empregadas, não é aconselhável a utilização de tabelas geradas para pressões maiores que 175 bar (17,5 MPa).

Propriedades Saturadas

A tabela de entrada permite estender a aplicação do programa a vários tipos de refrigerantes, incluindo água leve, água pesada, líquidos orgânicos, metais líquidos e gases a pressão constante.

A Tabela 8.1.1-1 é um exemplo típico de uma tabela de entrada para PANTERA-2. Os dados em cada linha são, da esquerda para a direita, a pressão, temperatura de saturação, volumes específicos e entalpias específicas do líquido e do vapor saturados, viscosidade dinâmica e condutividade térmica do líquido, e tensão superficial. Para que o esquema de interpolação seja satisfeito, os dados tabulares precisam ser fornecidos na ordem crescente das pressões. Os valores da primeira linha devem corresponder a uma temperatura pelo menos 1°C menor que a temperatura de entrada dos subcanais (ou de saída dos trocadores de calor, se o modelo de circuitos estiver sendo utilizado); os valores da última linha precisam corresponder a uma pressão maior que ou igual à pressão de referência do sistema. O número de linhas da tabela é especificado na entrada de dados.

Os dados de propriedades *versus* pressão são usados na determinação dos valores de saturação correspondentes à pressão de referência. As propriedades do líquido sub-resfriado são interpoladas em função da entalpia e, às vezes, em função da temperatura.

Tabela 8.1.1-1 Tabela de propriedades da água sobre a linha de saturação.

Pressão (MPa)	Temperatura (°C)	v_f (m ³ /kg)	v_g (m ³ /kg)	h_f (kJ/kg)	h_g (kJ/kg)	Viscosidade (kg/ms)	Condutividade (W/mK)	Tensão Sup. (N/m)
0,2	120,23	0,001061	0,885441	504,70	2706,29	2,316E-04	0,6833	0,05493
0,3	127,43	0,001068	0,718439	535,34	2716,39	2,174E-04	0,6843	0,05347
0,3	133,54	0,001074	0,605562	561,43	2724,66	2,065E-04	0,6846	0,05221
0,4	143,62	0,001084	0,462224	604,67	2737,63	1,907E-04	0,6843	0,05010
0,5	151,84	0,001093	0,374676	640,12	2747,54	1,795E-04	0,6833	0,04836
0,6	158,84	0,001101	0,315474	670,42	2755,46	1,709E-04	0,6818	0,04685
0,7	164,96	0,001108	0,272681	697,06	2761,98	1,640E-04	0,6802	0,04552
0,9	175,36	0,001121	0,214812	742,64	2772,14	1,536E-04	0,6765	0,04323
1,1	184,07	0,001133	0,177384	781,12	2779,67	1,458E-04	0,6725	0,04129
1,3	191,61	0,001144	0,151127	814,70	2785,43	1,398E-04	0,6685	0,03959
1,6	201,37	0,001159	0,123686	858,56	2791,75	1,326E-04	0,6625	0,03737
1,9	209,80	0,001172	0,104653	896,81	2796,11	1,271E-04	0,6565	0,03544
2,2	217,24	0,001185	0,090652	930,95	2799,05	1,225E-04	0,6506	0,03372
2,6	226,04	0,001201	0,076856	971,72	2801,37	1,176E-04	0,6430	0,03167
3,0	233,84	0,001216	0,066626	1008,35	2802,29	1,135E-04	0,6356	0,02985
3,5	242,54	0,001235	0,057025	1049,76	2801,96	1,093E-04	0,6265	0,02781
4,0	250,33	0,001252	0,049749	1087,40	2800,34	1,057E-04	0,6177	0,02598
4,6	258,75	0,001272	0,043038	1128,76	2797,05	1,020E-04	0,6075	0,02399
5,2	266,37	0,001292	0,037824	1166,85	2792,56	9,884E-05	0,5976	0,02220
5,9	274,46	0,001315	0,033034	1208,05	2786,04	9,558E-05	0,5863	0,02030
6,7	282,84	0,001342	0,028741	1251,78	2777,14	9,231E-05	0,5737	0,01834
7,5	290,50	0,001368	0,025327	1292,69	2766,91	8,939E-05	0,5614	0,01656
8,4	298,39	0,001398	0,022231	1336,07	2753,98	8,642E-05	0,5480	0,01474
9,4	306,44	0,001432	0,019455	1381,70	2738,04	8,340E-05	0,5333	0,01290
10,5	314,57	0,001470	0,016979	1429,50	2718,72	8,034E-05	0,5176	0,01108
11,7	322,71	0,001515	0,014772	1479,53	2695,40	7,723E-05	0,5007	0,00928
13,0	330,83	0,001567	0,012797	1532,01	2666,98	7,403E-05	0,4829	0,00754
14,5	339,42	0,001634	0,010901	1591,33	2629,05	7,047E-05	0,4629	0,00575
16,0	347,33	0,001710	0,009308	1650,54	2584,87	6,694E-05	0,4436	0,00419
17,5	354,64	0,001804	0,007953	1711,51	2534,98	6,333E-05	0,4252	0,00282

Interpolações em função da temperatura são necessárias quando se avaliam, por exemplo, as grandezas (viscosidade, condutividade térmica) que entram no cálculo dos coeficientes de transferência de calor.

O calor específico isobárico do líquido é avaliado através da aproximação

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = \frac{h(T) - h(T - \Delta T)}{\Delta T} \quad (\Delta T = 1 \text{ K}) \quad (8.1.1-1)$$

onde $h(T)$ denota a entalpia específica do líquido à temperatura T .

Na utilização da tabela de propriedades saturadas para avaliar as grandezas sub-resfriadas do líquido pressupõe-se um relacionamento da forma

$$Q = Q(h, p^*) \approx Q(h) \quad (8.1.1-2)$$

onde p^* é a pressão de referência do sistema e $Q(h)$ representa uma propriedade qualquer do líquido que é avaliada em função da entalpia sobre a linha de saturação. Obviamente, esta aproximação só é válida quando as propriedades do líquido podem ser consideradas como independentes da pressão.

Em condições bifásicas, quando a entalpia do fluido for maior que entalpia de saturação do líquido e menor que a entalpia de saturação do vapor, o volume específico e a entalpia da mistura serão dados por

$$v = \chi v_g(p^*) + (1 - \chi) v_f(p^*), \quad (8.1.1-3)$$

$$h = \chi h_g(p^*) + (1 - \chi) h_f(p^*), \quad (8.1.1-4)$$

onde χ é o título de vapor, e os subscritos f e g denotam os estados de saturação do líquido e do vapor, respectivamente. As demais propriedades permanecem no estado de saturação.

Propriedades Sub-resfriadas e Saturadas da Água

A tabela de propriedades sub-resfriadas e saturadas da água é gerada à pressão de referência para um número prescrito de valores compreendidos entre uma temperatura mínima de entrada ($\geq 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$) e a temperatura de saturação a pressão de referência. Para evitar falhas no processo de interpolação, a temperatura mínima deve ser menor ou igual à temperatura da água à entrada dos subcanais (ou à saída dos trocadores de calor).

Um exemplo de tabela de propriedades sub-resfriadas e saturadas da água a pressão de 16 MPa é mostrada na Tabela 8.1.1-2. As propriedades em cada linha são: temperatura, volume específico, entalpia específica, calor específico isobárico, viscosidade dinâmica e condutividade térmica. A última linha contém as propriedades saturadas da fase líquida à pressão de 16 MPa.

Tabela 8.1.1-2 Propriedades sub-resfriadas da água a 16 MPa.

Temperatura (°C)	Vol. Específico (m ³ /kg)	Entalpia (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/kgK)	Viscosidade (kg/ms)	Condutividade (W/mK)
120,00	0,001052	514,90	4,2070	2,363E-04	0,69270
128,42	0,001059	550,37	4,2205	2,197E-04	0,69403
136,84	0,001067	585,97	4,2358	2,052E-04	0,69459
145,26	0,001076	621,71	4,2530	1,924E-04	0,69440
153,68	0,001084	657,59	4,2721	1,811E-04	0,69349
162,10	0,001094	693,65	4,2932	1,711E-04	0,69186
170,52	0,001103	729,89	4,3166	1,621E-04	0,68952
178,94	0,001114	766,34	4,3425	1,541E-04	0,68649
187,36	0,001125	803,02	4,3711	1,468E-04	0,68277
195,78	0,001136	839,96	4,4028	1,403E-04	0,67836
204,20	0,001149	877,17	4,4381	1,343E-04	0,67326
212,62	0,001162	914,70	4,4775	1,288E-04	0,66746
221,03	0,001175	952,59	4,5217	1,238E-04	0,66097
229,45	0,001190	990,86	4,5714	1,192E-04	0,65377
237,87	0,001206	1029,58	4,6276	1,149E-04	0,64584
246,29	0,001223	1068,81	4,6915	1,108E-04	0,63715
254,71	0,001241	1108,61	4,7646	1,070E-04	0,62769
263,13	0,001261	1149,07	4,8490	1,034E-04	0,61739
271,55	0,001283	1190,30	4,9473	9,989E-05	0,60623
279,97	0,001306	1232,43	5,0635	9,651E-05	0,59412
288,39	0,001333	1275,63	5,2027	9,319E-05	0,58098
296,81	0,001362	1320,12	5,3728	8,990E-05	0,56670
305,23	0,001395	1366,22	5,5857	8,661E-05	0,55114
313,65	0,001434	1414,36	5,8604	8,325E-05	0,53411
322,07	0,001479	1465,17	6,2301	7,977E-05	0,51535
330,49	0,001535	1519,71	6,7612	7,606E-05	0,49448
338,91	0,001607	1579,91	7,6195	7,194E-05	0,47091
341,72	0,001636	1601,88	8,0523	7,041E-05	0,46230
344,52	0,001670	1625,24	8,6278	6,877E-05	0,45321
347,33	0,001710	1650,54	9,4557	6,694E-05	0,44357

As quantidades sub-resfriadas determinadas a partir de uma tabela deste tipo são mais exatas que aquelas obtidas através da tabela de entrada, porque a pressão de referência é indiretamente uma das variáveis independentes no processo de interpolação. Os valores das grandezas bifásicas são avaliadas de acordo com o procedimento descrito na subseção anterior, exceto que os valores de saturação do líquido e do vapor são calculados diretamente pelo programa, isto é, sem interpolação.

Propriedades do Vapor Superaquecido

A tabela de propriedades do vapor superaquecido é gerada à pressão de referência do sistema numa faixa de temperatura delimitada pela temperatura de saturação e por uma temperatura máxima de entrada ($\leq 800^{\circ}\text{C}$). O número de linhas da tabela é igual àquele especificado para a tabela para o líquido. As propriedades da primeira linha correspondem ao estado de saturação do vapor. A título de exemplo, as propriedades do vapor para a pressão de 16 MPa são mostradas na Tabela 8.1.1-3. Esta tabela complementa tanto a Tabela 8.1.1-1 quanto a Tabela 8.1.1-2.

Enfatizando o que dito anteriormente, a tabela de propriedades do vapor superaquecido só será utilizada pelo programa quando a entalpia específica do água exceder a entalpia de saturação do vapor. A tabela é normalmente dispensável para a maioria dos problemas práticos.

Tabela 8.1.1-3 Propriedades do vapor superaquecido a 16 MPa.

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Vol. Específico (m^3/kg)	Entalpia (kJ/kg)	Calor Específico (kJ/kgK)	Viscosidade (kg/ms)	Condutividade (W/mK)
347,33	0,009308	2584,87	15,5904	2,337E-05	0,12766
352,92	0,010182	2652,65	10,1361	2,338E-05	0,11586
358,51	0,010869	2704,09	8,4643	2,349E-05	0,10835
364,09	0,011467	2748,39	7,4480	2,366E-05	0,10263
380,86	0,012938	2855,97	5,5893	2,427E-05	0,08908
397,63	0,014122	2940,49	4,5892	2,495E-05	0,08390
414,39	0,015146	3012,14	4,0062	2,567E-05	0,08151
431,16	0,016069	3075,98	3,6342	2,639E-05	0,08055
447,92	0,016923	3134,64	3,3773	2,712E-05	0,08042
464,69	0,017726	3189,61	3,1892	2,784E-05	0,08083
481,45	0,018488	3241,82	3,0461	2,857E-05	0,08161
498,22	0,019218	3291,93	2,9351	2,929E-05	0,08265
514,98	0,019920	3340,38	2,8481	3,000E-05	0,08390
531,75	0,020601	3387,53	2,7797	3,071E-05	0,08530
548,52	0,021262	3433,66	2,7259	3,141E-05	0,08683
565,28	0,021908	3479,00	2,6837	3,211E-05	0,08846
582,05	0,022540	3523,70	2,6507	3,280E-05	0,09017
598,81	0,023160	3567,92	2,6250	3,349E-05	0,09196
615,58	0,023770	3611,75	2,6049	3,418E-05	0,09380
632,34	0,024370	3655,29	2,5894	3,485E-05	0,09570
649,11	0,024962	3698,60	2,5774	3,553E-05	0,09764
665,88	0,025547	3741,73	2,5681	3,619E-05	0,09963
682,64	0,026125	3784,72	2,5611	3,686E-05	0,10166
699,41	0,026697	3827,62	2,5558	3,752E-05	0,10372
716,17	0,027264	3870,43	2,5519	3,817E-05	0,10581
732,94	0,027825	3913,19	2,5491	3,882E-05	0,10793
749,70	0,028381	3955,91	2,5473	3,946E-05	0,11007
766,47	0,028933	3998,61	2,5461	4,010E-05	0,11224
783,23	0,029481	4041,29	2,5456	4,074E-05	0,11443
800,00	0,030025	4083,97	2,5456	4,137E-05	0,11664

8.1.2 Início da Ebulição Nucleada

A Figura 8.1.2-1 mostra, em uma forma qualitativa, quatro regiões de transferência de calor que hipoteticamente podem ser encontradas ao longo de um canal de refrigeração.

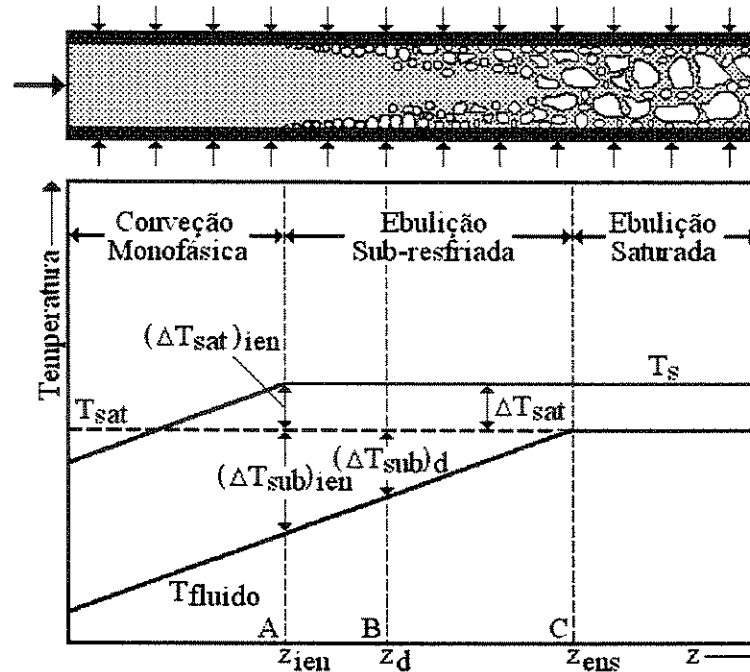


Figura 8.1.2-1 Regiões de transferência de calor.

À medida que o fluido é aquecido da entrada à saída do canal e a temperatura de parede, T_s , permanece abaixo da necessária à formação de bolhas de vapor, a transferência de calor ocorre por *convecção monofásica*. Na posição A aparecem as primeiras bolhas e de A a B mais e mais bolhas são formadas ao longo da superfície aquecida. A espessura da camada superaquecida na região AB é pequena e as bolhas permanecem aderidas à parede enquanto crescem e se colapsam. A temperatura da superfície aquecida nessa região é aproximadamente constante e ligeiramente acima da temperatura de saturação.

Na posição B as primeiras bolhas desprendem-se da superfície aquecida e se condensam no interior da corrente sub-resfriada. Ainda que a quantidade de bolhas cresça substancialmente, na região BC prevalece uma condição de desequilíbrio termodinâmico, uma vez que as fases coexistem a temperaturas distintas e a quantidade de vapor não pode ser determinada através de um balanço térmico. O mecanismo de transferência de calor na região AC denomina-se *ebulição nucleada sub-resfriada*.

Na posição C o líquido atinge a temperatura de saturação e as condições de equilíbrio termodinâmico são finalmente restabelecidas. O processo de transferência de calor na região à frente da posição C é conhecido como *ebulição nucleada saturada*.

A diferença entre a temperatura de saturação e a temperatura local média do líquido é conhecida como *sub-resfriamento do fluido*, ΔT_{sub} ; a diferença entre a temperatura da superfície aquecida e a temperatura de saturação é denominada *superaquecimento de parede*, ΔT_{sat} . Retornando à Figura 8.1.2-1, $(\Delta T_{\text{sub}})_{\text{ien}}$ é o sub-resfriamento do fluido para o qual ocorre o início na ebulição nucleada e $(\Delta T_{\text{sat}})_{\text{ien}}$ é o superaquecimento de parede correspondente; $(\Delta T_{\text{sub}})_d$ denota o sub-resfriamento do fluido no ponto de destacamento de bolhas da parede aquecida.

Na região monofásica, a temperatura T_s da superfície aquecida é dada por

$$T_s = T + \frac{q'}{P_h h}, \quad (8.1.2-1)$$

onde T é a temperatura média local do fluido, q' denota a potência térmica por unidade de comprimento adicionada ao fluido pela superfície aquecida, e P_h é o perímetro aquecido do canal. O coeficiente de transferência de calor h é determinado com uma correlação para convecção monofásica forçada da forma

$$h = \frac{k}{D_w} (a_1 \text{Re}^{a_2} \text{Pr}^{a_3} + a_4), \quad (8.1.2-2)$$

onde

$$\text{Re} = \frac{GD_w}{\mu} \quad (8.1.2-3)$$

é o número de Reynolds, e

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (8.1.2-4)$$

denota o número de Prandtl. As variáveis G e D_w representam, respectivamente, o fluxo de massa e o diâmetro hidráulico baseado no perímetro molhado. A viscosidade dinâmica μ , a condutividade térmica k e o calor específico isobárico c_p são determinados à temperatura média local do fluido. Os coeficientes constantes a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são dados de entrada.

Opcionalmente, a fórmula de Dittus e Boelter,

$$h = 0,023 \frac{k}{D_w} \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4}, \quad (8.1.2-5)$$

pode ser seleccionada à entrada de dados.

A temperatura superficial na região de ebulição nucleada é dada por

$$T_s = T_{\text{sat}} + \Delta T_{\text{sat}}, \quad (8.1.2-6)$$

em que o superaquecimento de parede é expresso pela correlação de Jens e Lottes (Collier e Thome, 1996, p. 205),

$$\Delta T_{\text{sat}} = 0,791(q_s'')^{1/4} \exp(-p/62,1), \quad (8.1.2-7)$$

ou pela correlação de Thom (1965-66),

$$\Delta T_{\text{sat}} = 0,0225(q_s'')^{1/2} \exp(-p/86,9), \quad (8.1.2-8)$$

com o fluxo de calor superficial,

$$q_s'' = \frac{q'}{P_h},$$

em W/m^2 , a pressão p em bar (10^5 Pa), e o superaquecimento de parede ΔT_{sat} em $^\circ\text{C}$. Estas duas correlações são válida só para a água na faixa de pressão de 7 a 172 bar, temperaturas de 115 a 340°C , fluxos de massa de 11 a $1,05 \times 10^4 \text{ kg/m}^2\text{s}$, e fluxos de calor de até $12,5 \text{ MW/m}^2$.

O início da ebulição nucleada é dado pela interseção das curvas descritas pelas Equações (8.1.2-1) e (8.1.2-6), de modo que

$$T_{\text{ien}} + \frac{(q_s'')_{\text{ien}}}{h_{\text{ien}}} = T_{\text{sat}} + (\Delta T_{\text{sat}})_{\text{ien}},$$

donde se obtém a expressão

$$T_{\text{ien}} = T_{\text{sat}} + (\Delta T_{\text{sat}})_{\text{ien}} - \frac{(q_s'')_{\text{ien}}}{h_{\text{ien}}} \quad (8.1.2-9)$$

que exprime a temperatura média local do fluido para a qual ocorre o início da ebulição nucleada.

8.1.3 Coeficiente de Atrito

A queda de pressão do fluido por atrito em um canal de comprimento L e diâmetro hidráulico molhado D_w é dada pela fórmula

$$\Delta p_{\text{atrito}} = \frac{f \phi^2 v_t L}{2 D_w} \left(\frac{m}{A} \right)^2, \quad (8.1.3-1)$$

em que v_t é o volume específico do líquido, f é o coeficiente de atrito monofásico, e ϕ^2 denota o multiplicador de atrito bifásico.

O coeficiente de atrito é calculado em função do número de Reynolds,

$$Re = \frac{G D_w}{\mu} = \frac{m D}{\mu A}, \quad (8.1.3-2)$$

com as expressões empíricas descritas a seguir.

No regime laminar, isto é, para $Re \leq 2000$, o coeficiente de atrito sobre superfícies lisas pode ser avaliado com a relação de Hagen-Poiseuille,

$$f = \frac{64}{Re}. \quad (8.1.3-3)$$

A relação de Blasius, aplicável ao escoamento sobre superfícies lisas,

$$f = 0,3164 Re^{-0,25}, \quad (8.1.3-4)$$

ou a correlação de Colebrook-White (Waggener, 1961; Idelchik, 1996),

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{\varepsilon / D_w}{3,71} \right), \quad (8.1.3-5)$$

ou a correlação de Lehmann (1961),

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,94 \log_{10} \left[\left(\frac{4,26}{Re \sqrt{f}} \right)^{1,1} + \left(\frac{\varepsilon / D_w}{3,71} \right)^{1,03} \right], \quad (8.1.3-6)$$

ou ainda a correlação de Altshul (Idelchik, 1996; Gulyani, 2001),

$$f = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\varepsilon}{D_w} \right)^{0,25}, \quad (8.1.3-7)$$

podem ser usadas na região turbulenta, ou seja, para $Re \geq 4000$. A rugosidade relativa, (ϵ/D_w) , da parede do canal é um dado de entrada do programa.

As fórmulas de Colebrook-White e Lehmann são funções implícitas do coeficiente de atrito e, portanto, só podem ser resolvidas por processos iterativos, o que torna inconveniente, do ponto de vista computacional, o emprego dessas no esquema de cálculos iterativos para subcanais. O ganho de precisão em resultados provavelmente não justificará o esforço computacional adicional para resolver as Equações (8.1.3-5) ou (8.1.3-6). Quando utilizadas, os valores do coeficiente de atrito nas fórmulas de Colebrook-White e Lehmann serão estimados no programa através do método iterativo de Newton-Raphson.

Considerando-se que, em geral, as correlações para o coeficiente de atrito a uma dada rugosidade relativa podem sempre ser aproximadas por relacionamentos do tipo

$$f = a Re^b + c,$$

as duas relações seguintes poderão ser também empregadas para calcular o coeficiente de atrito em subcanais: para o regime laminar ($Re \leq 2000$),

$$f = a_\ell Re^{b_\ell} + c_\ell; \quad (8.1.3-8)$$

e para o regime turbulento ($Re \geq 4000$),

$$f = a_t Re^{b_t} + c_t; \quad (8.1.3-9)$$

onde a , b e c são coeficientes constantes de entrada.

Na região de transição, $2000 < Re < 4000$, o coeficiente de atrito é obtido por interpolação entre valores extremos previstos para o regime laminar e para o regime turbulento. Admitindo um relacionamento da forma $f = a Re^b$, a equação de interpolação escreve-se como

$$f = f_{2000} \left(\frac{Re}{2000} \right)^{\frac{\ln(f_{4000}/f_{2000})}{\ln 2}} \quad (8.1.3-10)$$

onde f_{2000} é o coeficiente de atrito laminar fornecido pela Equações (8.1.3-3) ou (8.1.3-8) para $Re = 2000$, e f_{4000} é o coeficiente de atrito previsto a $Re = 4000$ pela correlação selecionada para o regime turbulento.

O coeficiente de atrito isotérmico, f_{iso} , fornecido pelas relações apresentadas pode ser corrigido para as variações da viscosidade nas proximidades da superfície aquecida com a correlação recomendada por Tong (1968),

$$f = f_{iso} \left\{ 1 + \frac{P_h}{P_w} \left[\left(\frac{\mu_s}{\mu_b} \right)^{0,6} - 1 \right] \right\}, \quad (8.1.3-11)$$

onde μ_b e μ_s são as viscosidades do fluido avaliadas, respectivamente, à temperatura média local (*bulk*) do fluido e à temperatura da superfície aquecida; P_h e P_w denotam os perímetros aquecido e molhado do canal. A temperatura superficial da parede aquecida é dada pela Equação (8.1.2-1).

8.1.4 Título de Vapor

O título real ou verdadeiro de vapor pode ser aproximado pelo título de equilíbrio termodinâmico,

$$\chi = \chi_{eq} = \frac{h - h_f}{h_{fg}}, \quad (8.1.4-1)$$

ou então calculado em termos desse título de equilíbrio, utilizando-se opcionalmente o modelo de Levy (1967) ou o modelo de Saha e Zuber (1974).

Conceitualmente, esses dois modelos são bastante semelhantes. Ambos determinam a fração de vazio no regime de ebulição sob convecção forçada prevendo, inicialmente, o ponto de destacamento de bolhas da superfície aquecida e, em seguida, estabelecendo uma relação entre o título real de vapor e o título de equilíbrio termodinâmico correspondente. O ponto de destacamento de bolhas corresponde à posição B visualizada na Figura 8.1.2-1.

Em geral, o título real de vapor χ terá um valor finito e positivo nas posições onde o título de equilíbrio χ_e for negativo ou zero.

Modelo de Levy

Admitindo um título verdadeiro χ aproximadamente igual a zero no ponto de destacamento de bolhas, uma vez que nesse local as bolhas são pequenas e estão ainda aderidas à superfície, Levy (1967) propôs o seguinte relacionamento entre o título real e o

título de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \chi &= 0 & \chi_{eq} &\leq \chi_d \\ \chi &= \chi_{eq} - \chi_d \exp\left(\frac{\chi_{eq}}{\chi_d} - 1\right) & \chi_{eq} &> \chi_d \end{aligned} \quad (8.1.4-2)$$

onde χ_d é o título de equilíbrio no ponto de destacamento de bolhas. Observe que a equação satisfaz a condição

$$\chi \rightarrow \chi_{eq} \text{ quando } \chi_{eq} \gg |\chi_d|.$$

O título (negativo) de equilíbrio no ponto de destacamento de bolhas é calculado com a fórmula

$$\chi_d = -\frac{c_{pf}(\Delta T_{sub})_d}{h_{fg}}, \quad (8.1.4-3)$$

com o sub-resfriamento do fluido no ponto de destacamento de bolhas dado pelas relações:

$$(\Delta T_{sub})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - Q Pr_f Y_B \quad 0 < Y_B \leq 5 \quad (8.1.4-4a)$$

$$(\Delta T_{sub})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - 5Q \left\{ Pr_f + \ln \left[1 + Pr_f \left(\frac{Y_B}{5} - 1 \right) \right] \right\} \quad 5 \leq Y_B \leq 30 \quad (8.1.4-4b)$$

$$(\Delta T_{sub})_d = \frac{q'}{P_h h_{DB}} - 5Q \left[Pr_f + \ln(1 + 5 Pr_f) + 0,5 \ln \left(\frac{Y_B}{30} \right) \right] \quad Y_B \geq 30 \quad (8.1.4-4c)$$

onde q' é a potência térmica local por unidade de comprimento adicionada ao fluido; P_h é o perímetro aquecido do canal; h_{DB} é o coeficiente de transferência de calor dado pela correlação de Dittus e Boelter, Equação (8.1.2-5); $Pr_f = (c_p \mu / k)_f$ representa o número de Prandl do líquido avaliado em termos de propriedades de saturação do líquido.

Os coeficientes Q e Y_B são definidos por

$$Q = \frac{q' / P_h}{\rho_f c_{pf} \sqrt{\tau_s / \rho_f}} \quad (8.1.4-5)$$

e

$$Y_B = \frac{0,015}{\mu_f} \sqrt{D_w \sigma \rho_f}, \quad (8.1.4-6)$$

sendo τ_s a tensão de cisalhamento na parede, D_w o diâmetro hidráulico molhado e σ a tensão superficial.

A tensão de cisalhamento na parede é obtida de

$$\tau_s = \frac{f}{8} \frac{G^2}{\rho_f}, \quad (8.1.4-7)$$

com o coeficiente de atrito dado por

$$f = 0,0055 \left[1 + \left(2 + \frac{10^6}{Re_f} \right)^{\frac{1}{3}} \right]. \quad (8.1.4-8)$$

Modelo de Saha e Zuber

No modelo de Saha e Zuber (1974), o relacionamento entre o título real e o título de equilíbrio é dado por

$$\chi = \frac{\chi_{eq} - \chi_d \exp\left(\frac{\chi_{eq}}{\chi_d} - 1\right)}{1 - \chi_d \exp\left(\frac{\chi_{eq}}{\chi_d} - 1\right)}, \quad (8.1.4-9)$$

em que o título de equilíbrio no ponto de destacamento de bolhas é avaliado com a equação introduzida por Levy (1967),

$$\chi_d = -\frac{c_{pf} (\Delta T_{sub})_d}{h_{fg}}, \quad (8.1.4-10)$$

mas com o sub-resfriamento do fluido no ponto de destacamento de bolhas expresso como

$$(\Delta T_{sub})_d = 0,0022 \frac{(q'/P_h) D_w}{k_f}, \quad \text{para } Pe_f \leq 70.000 \quad (8.1.4-11a)$$

$$(\Delta T_{sub})_d = 153,8 \frac{(q'/P_h)}{G c_{pf}}, \quad \text{para } Pe_f > 70.000 \quad (8.1.4-11b)$$

onde Pe_f denota o número de Peclet,

$$Pe_f = \frac{G D_w c_{pf}}{k_f}. \quad (8.1.4-12)$$

8.1.5 Fração de Vazio

A Figura 8.1.5-1 ilustra qualitativamente a fração de vazio ao longo de um canal com fluxo de calor uniforme. Na região AB, onde os sub-resfriamentos do fluido são ligeiramente menores que o sub-resfriamento que causa o início da ebulição nucleada, $(\Delta T_{\text{sub}})_{\text{ien}}$, as bolhas de vapor produzidas permanecem presas à superfície aquecida e a fração de vazio é tão-somente um efeito de parede. Na região BC, a sub-resfriamentos menores que aquele para o qual ocorre o destacamento de bolhas, $(\Delta T_{\text{sub}})_d$, as bolhas crescem, desprendem-se da superfície e se condensam no interior do fluido sub-resfriado à medida que são arrastadas pela corrente. A população de bolhas nessa região aumenta substancialmente, causando um crescimento abrupto da fração de vazio. O restante da curva além da posição C descreve a fração de vazio na ebulição saturada.

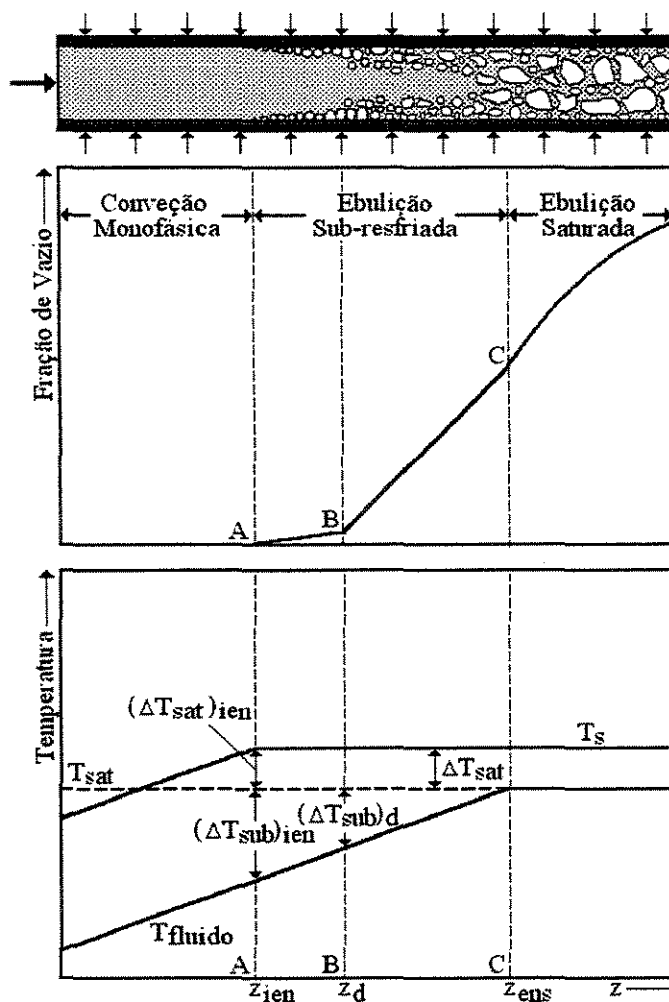


Figura 8.1.5-1 Evolução axial da fração de vazio.

Como definida na Subseção 3.2.1, a fração de vazio pode relacionar-se ao título real de vapor pela equação

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{\chi v_g + (1-\chi)v_f S}, \quad (8.1.5-1)$$

onde S denota a razão de deslizamento das fases, isto é, o quociente entre a velocidade u_g da fase gasosa e a velocidade u_f da fase líquida; v_f e v_g são os volumes específicos de saturação do líquido e do vapor, respectivamente.

Além de S igual a um valor constante de entrada e do modelo homogêneo, para o qual $S = 1$, o programa dispõe ainda das seguintes alternativas para o cálculo da razão de deslizamento:

Correlação de Armand e Massena

A correlação proposta por Armand (1959) e modificada por Massena (1960) pode ser expressa como

$$S = \frac{1 + 0,167\chi(v_g/v_f)}{0,833 + 0,167\chi}. \quad (8.1.5-2)$$

Esta relação é aplicável à faixa de pressão de 1,8 a 20,7 MPa.

Correlação de Smith (1969-70)

Aplicando um modelo físico simples a um regime de escoamento anular de um líquido e uma mistura bifásica fluindo com a mesma frente de velocidade, Smith (1969-70) propôs a seguinte fórmula para a razão de deslizamento:

$$S = K + (1-K) \left[\frac{\chi(v_g/v_f) + K(1-\chi)}{\chi + K(1-\chi)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8.1.5-3)$$

Smith aponta que esta correlação, com $K = 0,4$, reproduz com precisão de 10% medidas de fração de vazio tomadas em escoamentos de misturas água-vapor e água-ar em tubos horizontais e verticais, a pressões de 0,1 a 14,5 MPa e frações de massa de vapor e ar de 0,01 a 0,5. Por causa do desequilíbrio termodinâmico, a equação não é recomendada para títulos de vapor menores que 0,01.

O efeito do fluxo de massa sobre a fração de vazio pode ser levado em conta com a correlação desenvolvida em conjunto pelo Argonne National Laboratory (ANL) e Electric Power Research Institute (EPRI) ou com a correlação de Groeger e Zuber (1968).

Correlação de ANL-EPRI

A fim de expressar a fração de vazio α em função da velocidade relativa das fases $u_{gf} = u_g - u_f$, Chen et al. (1983) escrevem a Equação (8.1.5-1) sob a forma

$$\alpha = \frac{\chi}{\chi + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi)S} = \frac{\chi}{\chi + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi) + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi)(u_g - u_f)/u_f}.$$

Usando a relação

$$u_f = \frac{Gv_f(1 - \chi)}{1 - \alpha},$$

a expressão torna-se

$$\alpha = \frac{\chi}{\chi + (\rho_g / \rho_f)(1 - \chi) + \rho_g(1 - \alpha)(u_g - u_f)/G}.$$

Resolvendo esta equação para α e considerando somente a solução que satisfaz $\alpha = 0$, quando $\chi = 0$, e $\alpha = 1$, quando $\chi = 1$, obtém-se

$$\alpha = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A\chi}}{2A}, \quad (8.1.5-4)$$

onde

$$A = \frac{\rho_g u_{gf}}{G},$$

$$B = \chi + \frac{\rho_g}{\rho_f}(1 - \chi) + \frac{\rho_g u_{gf}}{G}.$$

No modelo proposto por Chen et al. (1983), a velocidade relativa das fases é dada por

$$u_{gf} = 1,41 \left[\frac{\sigma g(\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4},$$

onde g é a aceleração da gravidade e σ é a tensão superficial.

Correlação de Kroeger e Zuber (1968)

De acordo com a *teoria do fluxo de deriva*, a fração de vazio média pode ser descrita pela relação

$$\alpha = \frac{\chi v_g}{C_0[\chi v_g + (1-\chi)v_f] + \bar{u}_{gj}/G}; \quad (8.1.5-5)$$

onde o coeficiente C_0 é o parâmetro de distribuição e $\bar{u}_{gj}$ é a velocidade média de deriva.

A teoria do fluxo de deriva (*drift flux*) tem sido desenvolvida principalmente por Zuber e Findlay (1965) e Wallis (1969).

No modelo de Kroeger e Zuber (1968),

$$C_0 = 1,13$$

e

$$\bar{u}_{gj} = 1,41 \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4}.$$

A Equação (8.1.5-5) combinada com esta expressão para a velocidade média de deriva prevê $\alpha = 0$ quando $\chi = 0$, mas não satisfaz a condição $\alpha = 1$ quando $\chi = 1$. Mais ainda, observa-se que a correlação subestima a fração de vazio quando o título de vapor se aproxima de um. Esta inconsistência foi posteriormente removida em um modelo para a fração de vazio desenvolvido por Lellouche e Zolotar (1982) no Electric Power Research Institute (EPRI).

A correlação de Koeger e Zuber (1968) aplica-se a títulos de vapor menores que cerca de 0,7, no intervalo de pressão da água de 0,1 a 4,9 MPa e no intervalo de pressão do halocarbono-22 (clorodifluormetano) de 0,1 a 3,2 MPa.

Relação Polinomial

Adicionalmente, a fração de pode ser avaliada através da função polinomial

$$\alpha = a_0 + a_1\chi + \dots + a_n\chi^n \quad (n \leq 6). \quad (8.1.5-6)$$

Optando-se por esta relação, o grau e os coeficientes do polinômio têm de ser especificados à entrada de dados do programa.

8.1.6 Multiplicador de Atrito Bifásico

A Equação (8.1.3-1) serve para prever a queda de pressão por atrito tanto no escoamento monofásico quanto no escoamento bifásico. Nessa equação, o multiplicador de atrito bifásico, ϕ^2 é definido como a razão entre o gradiente de pressão por atrito da mistura bifásica e o gradiente de pressão por atrito que resultaria se o líquido fluísse sozinho no canal à mesma vazão de massa da mistura bifásica. Matematicamente,

$$\phi^2 = \frac{(dp/dz)_{fg}}{(dp/dz)_{f0}}, \quad (8.1.6-1)$$

em que o índice duplo fg denota a mistura bifásica e f0 representa o líquido fluindo sozinho.

Para um escoamento monofásico, $\phi^2 = 1$. Seis relações disponíveis no programa para a avaliação do multiplicador de atrito bifásico são descritas a seguir.

Modelo Homogêneo

O multiplicador de atrito bifásico para um escoamento bifásico homogêneo pode ser aproximado por

$$\phi^2 = \frac{\rho_f}{\rho} = \frac{\rho_f}{\alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_f}, \quad (8.1.6-2)$$

onde ρ_f e ρ_g são as densidades de saturação do líquido e do vapor e α é a fração de vazio.

Correlação de Armand e Treshchev (1959)

Um modelo para prever a queda de pressão bifásica foi desenvolvido por Armand e Treshchev (1969) a partir de medidas tomada em experimentos com misturas de água e vapor escoando em tubos horizontais de vários diâmetros. Os dados experimentais utilizados na formulação cobriam a faixa de pressão de 1 a 18 MPa e o intervalo de título de vapor de zero a 0,9.

Do modelo analítico proposto por Armand e Treshchev (1959) pode deduzir-se a seguinte correlação para o multiplicador de atrito bifásico:

$$\phi^2 = (1-\chi)^{1,75} \text{ máximo } (\phi_1, \phi_2) \quad \text{para } \alpha \leq 0,9, \quad (8.1.6-3a)$$

$$\phi^2 = (1-\chi)^{1,75} \text{ máximo } (\phi_2, \phi_3) \quad \text{para } \alpha > 0,9, \quad (8.1.6-3b)$$

onde, para uma pressão p em Pascal,

$$\phi_1 = \frac{1}{(1-\alpha)^{1,2}},$$

$$\phi_2 = \frac{0,480}{(1-\alpha)^n},$$

$$\phi_3 = \frac{2,55 \times 10^{-8} p + 0,005}{(1-\alpha)^{1,75}},$$

$$\alpha = (0,583 + 0,05 \log_{10} p) \alpha,$$

$$n = 1,90 + 1,51 \times 10^{-8} p.$$

Modelo Puramente Homogêneo

Fazendo a razão de deslizamento S igual a 1 na Equação (8.1.5-1) e substituindo a expressão resultante na Equação (8.1.6-2), obtém-se a fórmula para o multiplicador de atrito bifásico no modelo puramente homogêneo:

$$\phi^2 = 1 + \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \chi. \quad (8.1.6-4)$$

Correlação EPRI-COLUMBIA

Desenvolvida por Reddy, Fighetti e Merilo (1983), na Universidade de Columbia e sob os auspícios do Electric Power Research Institute (EPRI), esta correlação inclui os efeitos do deslizamento das fases e do fluxo de massa sobre o multiplicador de atrito bifásico. A correlação é dada por

$$\phi^2 = 1,0 + C_\phi \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \chi, \quad (8.1.6-5)$$

com

$$C_\phi = 9,167 \chi^{-0,175} G^{-0,45} (1 + 10 p_r) \quad \text{para } p_r < 0,186,$$

$$C_\phi = 26,19 \chi^{-0,175} G^{-0,45}, \quad \text{para } p_r \geq 0,186,$$

onde p_r é a pressão reduzida e G é o fluxo de massa em $\text{kg/m}^2\text{s}$.

Correlações de Friedel (1979)

Presentemente, as mais precisas correlações para o multiplicador de atrito bifásico são as desenvolvidas por Friedel (1979a, 1979b) com base em cerca de 25.000 medidas de quedas de pressão tomadas para vários tipos de fluidos sob as mais diversas condições de testes. Para escoamentos horizontal e vertical ascendente, Friedel propôs a correlação

$$\phi^2 = A + 3,24B\chi^{0,78}(1-\chi)^{0,224}Fr^{-0,0454}We^{-0,035}, \quad (8.1.6-6)$$

e, para o escoamento vertical descendente,

$$\phi^2 = A + 48,6C\chi^{0,8}(1-\chi)^{0,29}Fr^{0,03}We^{-0,12}, \quad (8.1.6-7)$$

com

$$A = (1-\chi)^2 + \chi^2 \left(\frac{\rho_f f_g}{\rho_g f_f} \right),$$

$$B = \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,91} \left(\frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,19} \left(1 - \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,7},$$

$$C = \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0,9} \left(\frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0,73} \left(1 - \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{7,4},$$

$$Fr = \frac{G^2}{gD_w \rho^2} = \frac{G^2}{gD_w} \left(\frac{\chi}{\rho_g} + \frac{1-\chi}{\rho_f} \right)^2,$$

$$We = \frac{G^2 D_w}{\sigma \rho} = \frac{G^2 D_w}{\sigma} \left(\frac{\chi}{\rho_g} + \frac{1-\chi}{\rho_f} \right),$$

onde Fr e We são, respectivamente, o número de Froude e o número de Weber da mistura bifásica. Os valores do coeficiente de atrito f_f em função de $Re_f = GD_w/\mu_f$ e do coeficiente f_g em função de $Re_g = GD_w/\mu_g$ são calculados com as correlações listadas na Subseção 8.1.3.

Relação Polinomial

O multiplicador de atrito bifásico pode ser também calculado com o polinômio

$$\phi^2 = a_0 + a_1\chi + \dots + a_n\chi^n \quad (n \leq 6), \quad (8.1.6-8)$$

cujos grau e coeficientes terão de ser especificados à entrada de dados.

8.1.7 Queda de Pressão em Espaçadores

A queda de pressão em uma grade espaçadora é determinada em termos de um coeficiente de resistência hidráulico efetivo com a equação

$$\Delta p_{ge} = \zeta_{ge} \frac{G^2 v'}{2}, \quad (8.1.7-1)$$

onde G é o fluxo de massa nas proximidades da grade e v' é o volume específico efetivo para o transporte de momento definido pela Equação (4.2.4-28). O coeficiente de resistência da grade é calculado em função do número de Reynolds com a expressão

$$\zeta_{ge} = a_{ge} Re^{b_{ge}} + c_{ge}, \quad (8.1.7-2)$$

em que a_{ge} , b_{ge} e c_{ge} são coeficientes constantes de entrada. Os valores destes coeficientes são normalmente determinados com base em investigações experimentais.

8.1.8 Queda de Pressão Lateral

De acordo com a Equação (4.3.6-4), a queda de pressão lateral na conexão k entre dois subcanais adjacentes i_k e j_k é dada por

$$\Delta p_k = K \left(\frac{v'^* |w|}{2s^2} \right)_k w_k \quad (8.1.8-1)$$

onde w é a vazão de massa por unidade de comprimento axial que atravessa a conexão, s é a largura da conexão; e v'^* denota o volume específico para o transporte lateral de momento que, por suposição, assume o valor do volume específico efetivo do subcanal doador,

$$v'_k = \begin{cases} v'_{i_k}, & \text{se } w_k \geq 0 \\ v'_{j_k}, & \text{se } w_k < 0. \end{cases} \quad (8.1.8-2)$$

O parâmetro K representa o coeficiente de resistência hidráulica ao escoamento transversal, cujo valor para feixes de varetas típicos é da ordem de um ou menos.

Apesar das várias experiências conduzidas com o objetivo de quantificar a mistura transversal em feixes de varetas (Hetsroni, 1967; Rogers e Todreas, 1968; Khan, 1971; Brown, Khan e Todreas, 1975), não existe ainda uma correlação definitiva para o coeficiente de resistência transversal K .

Com base apenas em argumentos teóricos, é possível expressar a resistência ao escoamento transversal em termos de um coeficiente de atrito efetivo da forma (Idelchik, 1996, p. 752)

$$f = 1,8\psi[(p/d) - 1]^{-0,5} \overline{Re}^{-0,2}, \quad (8.1.8-3)$$

onde ψ é um fator que leva em conta a direção do escoamento transversal em relação ao plano da interface dos subcanais ($\psi = 1,0$ para o escoamento perpendicular); (p/d) é a razão entre o passo do reticulado e o diâmetro das varetas. O número de Reynolds é definido por $\overline{Re} = \overline{G}d/\mu$, em que $\overline{G}$ representa o fluxo de massa médio no subcanal e μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Esta equação é válida no intervalo $3 \times 10^3 < \overline{Re} < 10^5$.

Usando a definição de K introduzida por Rowe (1971),

$$K = \frac{f\ell}{2s}, \quad (8.1.8-4)$$

obtem-se

$$K = 1,8\psi \frac{\ell}{2s} [(p/d) - 1]^{-0,5} \overline{Re}^{-0,2}, \quad (8.1.8-5)$$

onde ℓ é aproximadamente a distância entre os centróides dos subcanais.

Tomando como exemplo o elemento combustível 16×16 de Angra-1, para o qual

$$d = 9,5 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad p = \ell = 1,232 \times 10^{-2} \text{ m}, \quad s = 2,82 \times 10^{-3} \text{ m},$$

$$\overline{G} = 3486 \text{ kg/m}^2\text{s}, \quad \mu = 85,4 \times 10^{-6} \text{ kg/ms} \quad \text{e} \quad \psi = 1,0,$$

obtem-se

$$\overline{Re} \approx \frac{3486 \times (9,5 \times 10^{-3})}{85,4 \times 10^{-6}} \approx 3,9 \times 10^5,$$

$$K = 1,8\psi \frac{\ell}{2s} [(p/d) - 1]^{-0,5} \overline{Re}^{-0,2} \approx 0,55.$$

Enquanto o programa não dispuser de uma correlação para K , sugere-se utilizar o valor $K = 0,5$ para feixes de varetas com características típicas de elementos combustíveis de reatores refrigerados a água.

8.1.9 Mistura Turbulenta

À luz da teoria de comprimento de mistura, Todreas e Kazimi, (1990b, p. 246) relacionam a vazão de massa lateral turbulenta por unidade de comprimento que flui do subcanal i_k para o subcanal j_k à difusividade por vórtice, ϵ_k , pela fórmula

$$w'_{i_k \rightarrow j_k}{}^M = \rho_{i_k} \left(\frac{s}{\lambda_t} \right)_k \epsilon_k,$$

onde s é a largura da conexão k entre os dois subcanais e λ_t é o comprimento efetivo de mistura turbulenta. Analogamente, a vazão de massa lateral turbulenta por unidade de comprimento que flui de j_k para i_k será dada por

$$w'_{j_k \rightarrow i_k}{}^M = \rho_{j_k} \left(\frac{s}{\lambda_t} \right)_k \epsilon_k.$$

A flutuação líquida da vazão de massa transversal por unidade de comprimento entre os subcanais i_k e j_k é, então,

$$w'_k{}^M = w'_{i_k \leftrightarrow j_k}{}^M = w'_{i_k \rightarrow j_k}{}^M - w'_{j_k \rightarrow i_k}{}^M = (\rho_{i_k} - \rho_{j_k}) \left(\frac{s}{\lambda_t} \right)_k \epsilon_k. \quad (8.1.9-1)$$

Suprimindo o índice k para simplificar a notação, a equação pode escrever-se como

$$w'{}^M = w'_{i \leftrightarrow j}{}^M = w'_{i \rightarrow j}{}^M - w'_{j \rightarrow i}{}^M = \frac{s\epsilon}{\lambda_t} (\rho_i - \rho_j). \quad (8.1.9-2)$$

No escoamento monofásico em que as densidades do fluido nos subcanais são praticamente idênticas, a equação indica que a vazão de massa turbulenta líquida é aproximadamente nula e, conseqüentemente,

$$w'_{i \rightarrow j}{}^M = w'_{j \rightarrow i}{}^M. \quad (8.1.9-3)$$

Por outro lado, no escoamento bifásico, sendo as densidades nos subcanais distintas, a vazão de massa flutuante líquida, em geral, não se anulará. Por exemplo, se a densidade no subcanal i for maior que a densidade no subcanal j , a transferência líquida de massa ocorrerá de i para j . Mais ainda, utilizando a definição de densidade bifásica,

$$\rho = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f$$

e admitindo que as densidades ρ_f e ρ_g das fases sejam constantes nos subcanais, a equação de mistura se transforma em

$$w'^M = w'_{i \leftrightarrow j}{}^M = w'_{i \rightarrow j}{}^M - w'_{j \rightarrow i}{}^M = \frac{se}{\lambda_t}(\rho_f - \rho_g)(\alpha_j - \alpha_i). \quad (8.1.9-4)$$

Esta equação sugere que a mistura lateral turbulenta ocorrerá do subcanal i para o subcanal j se a fração de vazio no subcanal i for menor que no subcanal j . Portanto, a mistura turbulenta tende a fluir no sentido do subcanal com menor fração de vazio. Além disso, a vazão de massa flutuante líquida consiste de uma componente de massa de líquido proporcional a $\rho_f(\alpha_j - \alpha_i)$ que se transfere de i para j e de uma componente de massa de vapor proporcional a $\rho_g(\alpha_j - \alpha_i)$ que é transferida de j para i .

Pelo fato de não existir ainda um modelo definitivo para prever a transferência turbulenta de massa entre subcanais, a aproximação

$$w'_k{}^M \approx 0 \quad (8.1.9-5)$$

será usada em PANTERA-2 tanto no regime monofásico quanto no regime bifásico.

Os fluxos de entalpia e de momento do subcanal i_k para o subcanal j_k são descritos, respectivamente, por

$$\phi_k^H = \frac{w'_k{}^H}{s_k}(h_{ik} - h_{jk}) \quad (8.1.9-6)$$

e

$$\phi_k^U = \frac{w'_k{}^U}{s_k}(u_{ik} - u_{jk}), \quad (8.1.9-7)$$

onde $w'_k{}^H$ e $w'_k{}^U$ são as vazões de massa fictícias por unidade de comprimento associadas aos transportes turbulentos de entalpia e de momento linear através da conexão k .

A vazão de massa efetiva associada ao transporte turbulento de momento é aproximada por

$$w'_k{}^U = f_t w'_k{}^H, \quad (8.1.9-8)$$

f_t é um fator de correção ($0 \leq f_t \leq 1$) que leva em conta a analogia imperfeita entre os transportes turbulentos de entalpia e de momento.

O fluxo de energia é relacionado à difusividade térmica, ε_h , pela equação

$$\phi_k^H = \varepsilon_k^H \bar{\rho} \frac{h_{ik} - h_{jk}}{\ell'_k}, \quad (8.1.9-9)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média do fluido nos subcanais adjacentes e ℓ'_k é a distância efetiva de mistura turbulenta. Comparando as Equações (8.1.9-6) e (8.1.9-9), vem

$$w_k'^H = \bar{\rho} \frac{s_k \varepsilon_k^H}{\ell'_k}. \quad (8.1.9-10)$$

Dividindo esta equação por $G_{ik} s_k$, obtém-se a expressão básica para a mistura turbulenta,

$$M_k = \frac{w_k'^H}{G_{ik} s_k} = \frac{\bar{\rho} \varepsilon_k^H}{G_{ik} \ell'_k}. \quad (8.1.9-11)$$

O parâmetro adimensional M_k denomina-se número de Stanton da mistura e representa a razão entre a vazão de massa transversal e vazão de massa axial em um dos subcanais. Geralmente, as correlações empíricas para a mistura turbulenta são expressas sob a forma (Rogers e Todreas, 1968; Tofani, 1970; Bayoumy, 1976)

$$M_k = a L_k \text{Re}^{-n}, \quad (8.1.9-12)$$

onde a e n são constantes e L_k é uma função da distância efetiva de mistura. Em princípio, as correlações diferem entre si pela maneira de calcular a difusividade térmica ε^H e de se postular a distância efetiva de mistura turbulenta ℓ'_k .

Rowe e Angle (1967), utilizando a relação

$$\varepsilon_h \propto \frac{\mu}{\rho} \text{Re} \sqrt{f/2}$$

e um coeficiente de atrito da forma $f = a \text{Re}^{-b}$, desenvolveram a expressão

$$\beta_k = \frac{w_k'}{G s_k} = K \frac{\bar{D}}{\ell'_k} \text{Re}^{-b/2}, \quad (8.1.9-13)$$

onde

$$\bar{G} = \frac{G_i A_i + G_j A_j}{A_i + A_j}, \quad \bar{D} = \frac{4(A_i + A_j)}{(P_w)_i + (P_w)_j} \quad \text{e} \quad \bar{\text{Re}} = \frac{2 \bar{G} \bar{D}}{\mu_i + \mu_j}.$$

Os valores da constante K e do expoente b são em geral determinados experimentalmente. Rowe e Angle (1967), a partir de dados de mistura turbulenta entre dois subcanais adjacentes e paralelos, obtiveram $K = 0,0062$ e $b = 0,2$. Eles concluíram também que a distância de mistura pode ser considerada como aproximadamente igual à largura da conexão, isto é, $\ell'_k = s_k$.

A mistura turbulenta é avaliada em PANTERA-2 através da equação

$$w'^H = \beta \overline{Gs} . \quad (8.1.9-14)$$

As seguintes relações são disponíveis para o cálculo do parâmetro de mistura turbulenta β :

$$\beta = a \overline{Re}^b , \quad (8.1.9-15a)$$

$$\beta = a \left(\frac{\overline{D}}{s} \right) \overline{Re}^b , \quad (8.1.9-15b)$$

$$\beta = a \left(\frac{\overline{D}}{\ell'} \right) \overline{Re}^b . \quad (8.1.9-15c)$$

A forma da equação a ser utilizada e os valores das constantes a e b têm de ser especificados via entrada de dados. O uso da última equação exige a especificação adicional da distância efetiva de mistura, ℓ' , em cada conexão.

A Equação (8.1.9-14) em combinação com as Equações (8.1.9-15) tem sido freqüentemente empregada para as condições monofásicas e bifásicas, embora a mistura turbulenta dependa significativamente do título de vapor. O programa PANTERA-2 não dispõe de correlações para o cálculo da mistura bifásica, pois os modelos disponíveis – pelo menos aqueles de conhecimento do autor, como, por exemplo, os propostos por Beus (1971) e Slutsker et al. (1983) – pelo fato de serem dependentes de muitos parâmetros empíricos, são de validade questionável quando extrapolados a geometrias e condições de escoamento diferentes das usadas em seus desenvolvimentos. Entretanto, o programa admite a especificação de uma tabela de entrada para o coeficiente de mistura turbulenta em função do título de vapor, a partir da qual os valores de β na Equação (8.1.9-14) são obtidos por interpolação linear. O título em cada conexão, variável independente do processo de interpolação, é tomado como a média aritmética dos títulos nos dois subcanais adjacentes.

8.1.10 Mistura Transversal Forçada

O modelo proposto por Rowe (1973) para o cálculo da mistura transversal forçada por misturadores helicoidais encontra-se também incluído no programa PANTERA-2.

A Figura 8.1.10-1 ilustra um arame misturador que cruza a conexão k entre dois subcanais adjacentes i_k e j_k . A componente da velocidade do fluido na direção transversal é dada por

$$u_k''' = \pi \frac{D+d}{p} u_{i_k}, \quad (8.1.10-1)$$

onde D é o diâmetro da vareta, d é a espessura do arame, p é o passo da hélice e u_{i_k} denota a velocidade axial do fluido no subcanal i_k . A vazão de massa por unidade de comprimento nessa direção é, portanto,

$$w_k''' = \rho_{i_k} s_k u_k''' = \pi \frac{D+d}{p} \frac{s_k}{A_{i_k}} m_{i_k}. \quad (8.1.10-2)$$

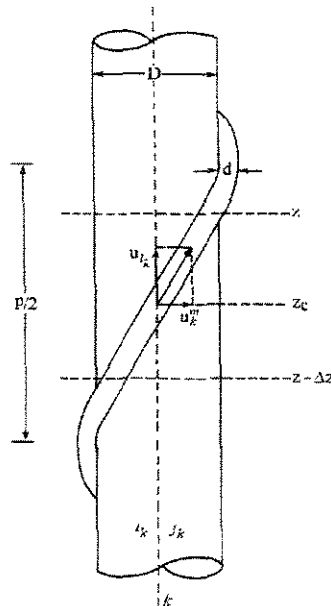


Figura 8.1.10-1 Misturador helicoidal.

Se a Equação (8.1.10-2) for aplicada a qualquer z , então a vazão de massa total em um passo da hélice será $w'''p$. Supondo-se que a mistura ocorra em um segmento axial Δz , a vazão por unidade de comprimento será $w'''p/\Delta z$. Admitindo-se também que somente uma

fração δ do passo da hélice contribua para o desvio do fluido, a equação para a mistura transversal forçada do subcanal i_k para o subcanal j_k pode ser escrita como

$$w_k''' = \frac{w_k'' p \delta}{\Delta z} = \pi(D+d) \frac{\delta}{\Delta z} \frac{s_k}{A_{i_k}} m_{i_k}, \quad z - \Delta z \leq z_c < z, \quad (8.1.10-3)$$

em que z_c é a posição axial onde o arame cruza a conexão. Quando o arame cruza a conexão no sentido de j_k para i_k , a equação anterior torna-se

$$w_k''' = -\pi(D+d) \frac{\delta}{\Delta z} \frac{s_k}{A_{j_k}} m_{j_k}, \quad z - \Delta z \leq z_c < z. \quad (8.1.10-4)$$

As características geométricas dos misturadores e a fração δ são especificadas via entrada de dados.

A mistura transversal forçada por aletas de grades espaçadoras é levada em conta no programa por meio da equação

$$w_k''' = \begin{cases} f_{ge,k} m_{i_k}, & \text{se } f_{ge,k} > 0, \\ f_{ge,k} m_{j_k}, & \text{se } f_{ge,k} < 0; \end{cases} \quad (8.1.10-5)$$

onde $f_{ge,k}$ é em módulo a fração da vazão axial que é desviada através da conexão k pela grade considerada. Os valores de $f_{ge,k}$ são dados de entrada.

8.1.11 Condução Térmica entre Subcanais

A densidade linear de potência conduzida entre subcanais adjacentes é calculada com a equação

$$q_k' = C_k (T_{i_k} - T_{j_k}), \quad (8.1.11-1)$$

com o coeficiente de condução térmica definido por

$$C_k = c_k \frac{k_{i_k} + k_{j_k}}{2} \left(\frac{s}{\ell} \right)_k, \quad (8.1.11-2)$$

onde k é a condutividade térmica do fluido e c_k é um fator empírico que leva em conta a geometria dos subcanais; (s/ℓ) é a razão entre a largura da conexão e a distância entre os centróides dos subcanais. Quando este modelo for selecionado, tornar-se-á indispensável a especificação dos parâmetros c_k e ℓ_k .

8.2 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O MODELO DE CIRCUITOS

Além das curvas características das bombas de circulação, curvas essas discutidas na Subseção 5.1.2 do Capítulo 5, outras relações constitutivas são necessárias à solução do conjunto de equações que descrevem a dinâmica do fluido nos circuitos. As variáveis que precisam ser expressas por correlações empíricas compreendem a queda de pressão por viscosidade, o torque de atrito em mancais e o torque transmitido pelo motor ao eixo da bomba. As relações disponíveis em PANTERA-2 para calcular estas variáveis são descritas a seguir.

8.2.1 Quedas de Pressão por Viscosidade

A queda de pressão por viscosidade entre as posições centróides j e $j + 1$ no canal de escoamento representado na Figura 8.2.1-1 é dada por

$$\Delta p_k = p_j - p_{j+1} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{L}{D} \frac{f \phi^2 v_\ell}{\nu} + \zeta \right)_k \frac{v_k}{A_k^2} + \zeta_{j+1} \frac{v_{j+1}}{A_{j+1}^2} \right] m |m|, \quad (8.2.1-1)$$

onde m denota a vazão de massa, ν é o volume específico, f é o coeficiente de atrito, ϕ^2 é o multiplicador de atrito bifásico, e

$$A'_{j+1} = \text{mínimo} (A_{s,k}, A_{e,k+1}).$$

Os coeficientes de resistência hidráulica ζ_k e ζ_{j+1} que exprimem as perdas localizadas são parâmetros constantes que precisam ser especificados pelo usuário à entrada de dados do programa.

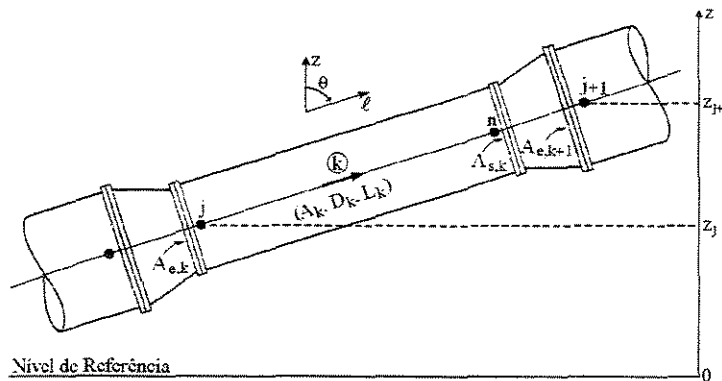


Figura 8.2.1-1 Canal de escoamento em um componente do circuito.

O coeficiente de atrito, f , é calculado em função do número de Reynolds com as Equações (8.1.3-3) a (8.1.3-7) e Equação (8.1.3-10) apresentadas na Subseção 8.1.3.

As correlações de Friedel, expressas pelas Equações (8.1.6-6) e (8.1.6-7), são utilizadas na avaliação do multiplicador de atrito bifásico, ϕ^2 .

8.2.2 Torque de Atrito em Mancais

O torque de atrito em mancais de deslizamento pode ser expresso como

$$\tau_{\mu} = fFR, \quad (8.2.2-1)$$

onde f denota o coeficiente de atrito, F representa a força (ou peso) que atua sobre os mancais e R é o raio médio do mancal.

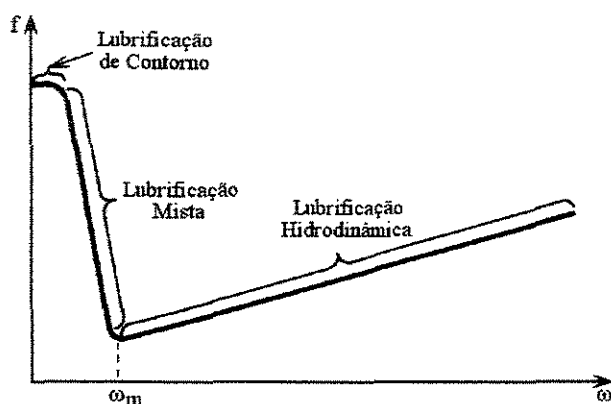


Figura 8.2.2-1 Coeficiente de atrito em mancais.

Para uma dada carga sobre o mancal e viscosidade fixa do óleo de lubrificação, o coeficiente de atrito varia com a velocidade de rotação de acordo com curva visualizada na Figura 8.2.2-1 (Juvinal e Marshek, 1991, p. 475). À velocidade de rotação ω_m desenvolve-se uma película contínua de óleo lubrificante em torno do eixo da bomba e, como consequência, o coeficiente de atrito é mínimo. Em outras palavras, ω_m representa a velocidade que leva à “flutuação” do eixo. À medida que a velocidade aumenta, essa película torna-se mais fina, causando uma elevação no coeficiente de atrito. O coeficiente de atrito tende também a aumentar com a redução da velocidade, uma vez que a lubrificação torna-se menos eficiente a baixa velocidade em razão de um maior contato superficial entre o mancal e o eixo.

Os posicionamentos do eixo no mancal no estado de repouso e para dois modos de lubrificação são mostrados na Figura 8.2.2-2. Inicialmente, na *lubrificação de contorno*, o contato superficial é contínuo, mas o óleo lubrificante espalha-se continuamente sobre as superfícies, reduzindo-se a ao mesmo tempo a ação abrasiva das partes e o coeficiente de atrito. Os valores típicos de f variam entre 0,05 e 0,20.

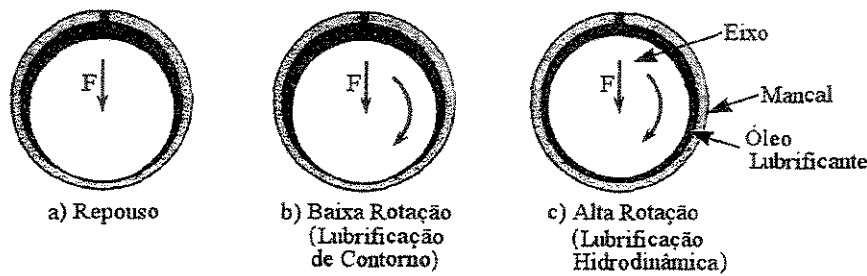


Figura 8.2.2-2 Lubrificação em mancal de deslizamento.

Na *lubrificação hidrodinâmica*, as superfícies são continuamente separadas pela película lubrificante, de maneira que o esmerilamento superficial não ocorre e o coeficiente de atrito origina-se essencialmente no interior da película de óleo. Nesse caso, o coeficiente de atrito assume valores de 0,002 a 0,010.

Existe uma zona de transição entre estes dois modos de lubrificação, denominada *lubrificação mista*, que é caracterizada pelo contato local intermitente das superfícies, em especial dos picos de rugosidade. Os coeficientes de atrito variam aí de 0,004 a 0,10.

O coeficiente de atrito em mancais de deslizamento em função da razão de velocidade de rotação, $\alpha = \omega/\omega^n$, pode ser aproximada pelo trinômio

$$f(\alpha) = f_0 + f_1 |\alpha| + f_2 |\alpha|^2 + f_3 |\alpha|^3, \quad (8.2.2-2)$$

onde f_0 , f_1 , f_2 e f_3 são coeficientes constantes. O subscrito n denota as condições nominais. Usando esta relação, a razão de torque de atrito pode então escrever-se como

$$\beta_\mu = \frac{\tau_\mu}{\tau_\mu^n} = \frac{f(\alpha)FR}{f(1)FR} = c_0 + c_1 |\alpha| + c_2 |\alpha|^2 + c_3 |\alpha|^3, \quad (8.2.2-3)$$

que é a fórmula utilizada em PANTERA-2 para descrever o torque de atrito. Os coeficientes c_0 , c_1 , c_2 e c_3 e o torque nominal de atrito $\tau_\mu^n = f(1)FR$ são dados de entrada do programa.

8.2.3 Torque do Motor Elétrico

O torque desenvolvido por um sistema dotado de movimento de rotação pode ser definido por

$$\tau = \frac{P}{\omega} \quad (8.2.3-1)$$

onde P é a potência desenvolvida (Watt) e ω é a velocidade de rotação (rad/s).

Os *motores síncronos* são os que possuem velocidade de rotação rigorosamente constante com a frequência da rede de alimentação, independentemente da potência elétrica. Como os pólos do rotor seguem o campo girante imposto ao estator pela rede, a velocidade do motor é, então, a velocidade do campo girante (velocidade síncrona), ou seja,

$$n_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{f}{n_{pp}} \quad (\text{rps}), \quad (8.2.3-2)$$

onde f denota a frequência da rede em Hertz e n_{pp} é o número de pares de pólos do motor.

A curva de torque em função da velocidade de um motor síncrono é mostrada na Figura 8.2.3-1. Do ponto de vista de acionamento, fixada a frequência da rede, ou o motor síncrono aciona uma dada carga na rotação síncrona, ou não a aciona.

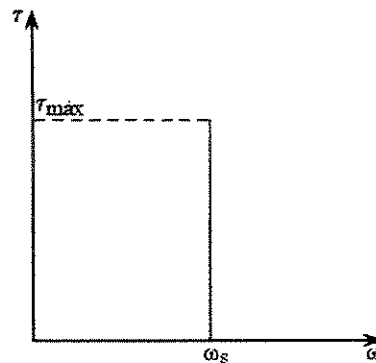


Figura 8.2.3-1 Curva característica de um motor síncrono.

Nos *motores assíncronos*, mais frequentemente denominados *motores de indução*, o campo girante roda a velocidade síncrona dada também pela Equação (8.2.3-2). Entretanto, ao aplicar um torque externo ao motor, o rotor diminuirá de velocidade na proporção necessária para que a corrente induzida pela diferença de rotação entre o campo

girante síncrono e o rotor passe a produzir um torque eletromagnético igual e oposto ao torque externo aplicado. A perda de rotação do rotor, expressa por unidade da velocidade síncrona, denomina-se, escorregamento:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} . \quad (8.2.3-3)$$

O torque eletromagnético desenvolvido pelo motor assíncrono pode ser expresso pela relação

$$\tau_e = \frac{P_g}{\omega_s} , \quad (8.2.3-4)$$

onde P_g é a potência do campo girante que gira a uma velocidade angular síncrona ω_s . Por outro lado, se P for a potência mecânica transmitida ao eixo, que gira a uma velocidade ω , então, o torque mecânico do motor será dado por

$$\tau_m = \frac{P}{\omega} . \quad (8.2.3-5)$$

Portanto,

$$P = \frac{\omega}{\omega_s} P_g = (1 - s) P_g , \quad (8.2.3-6)$$

ou seja, a potência transmitida ao eixo é igual à potência P_g disponível no entreferro do motor, menos a parcela sP_g correspondente às perdas no rotor.

O torque nominal desenvolvido pelo motor da bomba é calculado em PANTERA-2 com a equação

$$\tau_m^n = \frac{e_e P_{em}^n}{\omega^n} , \quad (8.2.3-7)$$

a partir dos valores prescritos à entrada de dados do programa para a potência elétrica nominal P_{em}^n do motor, eficiência e_e do motor e velocidade nominal de rotação ω^n do eixo.

Os torques de um motor de indução na fase de partida e na fase de desaceleração seguindo o desligamento elétrico são funções da velocidade de rotação. O relacionamento entre o torque do motor durante a fase de partida é geralmente fornecida pelo fabricante do motor. Uma curva para o torque de partida em função da velocidade de rotação, típica de

um motor de indução submetido a uma voltagem constante, é mostrada na Figura 8.2.3-2 (Ransom et al., 1981). Nenhuma relação é proposta neste trabalho para prever o torque do motor durante a partida, pois pressupõe-se que conjunto motobomba esteja inicialmente funcionando à plena potência.

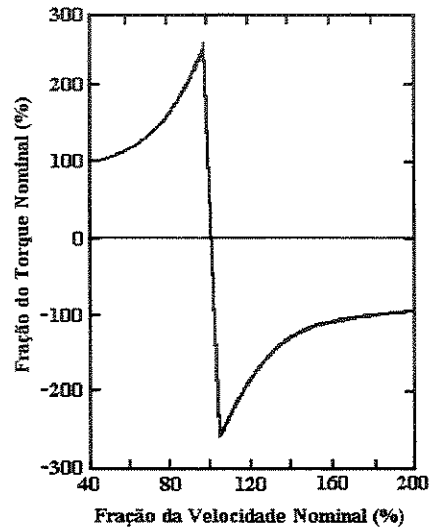


Figura 8.2.3-2 Curva de torque de um motor assíncrono na fase de partida.

O torque associado à fase de desaceleração é descrito por um relacionamento complexo, o qual nem sempre é fornecido pelo fabricante. Na avaliação desse torque, o motor de indução trifásico é geralmente considerado como um gerador síncrono. Quando a potência elétrica do motor é interrompida, um fluxo magnético pode ainda existir no rotor. Como o rotor continua a girar, o fluxo magnético em rotação gera uma voltagem em todos os membros estacionários do motor e uma corrente flui nos circuitos fechados. Conseqüentemente, essas correntes podem produzir um torque negativo ou torque de frenagem no rotor.

Boyd et al. (1961) apresentam a seguinte relação para a determinação da razão de torque do motor durante a fase de desaceleração:

$$\beta_m(t) = \frac{\tau_m(t)}{\tau_m^n} = -\exp\left(-\frac{2Rt}{L}\right) \frac{\omega(t)}{\omega^n}, \quad (8.2.3-8)$$

onde R e L são, respectivamente, a resistência elétrica (Ohm) e a indutância elétrica (Henry) do rotor.

Em PANTERA-2, o torque de frenagem causado pelo acoplamento entre o motor inativo e o barramento elétrico é calculado com

$$\beta_m(t) = \frac{\tau_m(t)}{\tau_m^n} = a_1 e^{b_1 t} + a_2 e^{b_2 t}, \quad (8.2.3-9)$$

em que a_1 , b_1 , a_2 e b_2 são coeficientes constantes de entrada. Por outro lado, se o motor desacelera desacoplado do barramento por um dispositivo de segurança, o campo elétrico anula-se instantaneamente e, nesse caso, $\tau_m(t) = 0$ na equação precedente.

8.2.4 Torque Hidráulico

Por fim, a título de complementação das fórmulas para o cálculo das razões de torque, a razão de torque hidráulico da bomba é avaliada a partir das curvas características com a equação

$$\beta_h(t) = \frac{\tau_h}{\tau_h^n} = f[\alpha(t), v(t)], \quad (8.2.4-1)$$

em que

$$\alpha(t) = \frac{\omega(t)}{\omega^n} \quad \text{e} \quad v(t) = \frac{Q(t)}{Q^n}$$

denotam, respectivamente, a razão de velocidade e a razão de vazão volumétrica da bomba. O torque hidráulico nominal é dado por

$$\tau_h^n = \frac{g \rho^n H^n Q^n}{(e_h e_v)^n \omega^n}, \quad (8.2.4-2)$$

onde ρ^n , H^n , Q^n , ω^n e $(e_h e_v)^n$ denotam, respectivamente, a densidade, a altura manométrica, a vazão volumétrica, a velocidade de rotação e a eficiência hidráulica e volumétrica da bomba nas condições nominais; g é a aceleração da gravidade.

Empregando a forma polar das curvas características como descrita na Subseção 5.1.2, a razão de torque hidráulico pode ser determinada com a relação

$$\beta_h(t) = [\alpha^2(t) + v^2(t)] F_\beta[\alpha(t), v(t)], \quad (8.2.4-3)$$

com o valor de F_β avaliado por interpolação parabólica numa tabela de $F_\beta \times \tan^{-1}(\alpha/v)$.

8.3 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA O MODELO TÉRMICO

Esta seção ocupa das relações constitutivas para o modelo térmico das varetas combustíveis, incluindo as correlações para o cálculo dos coeficientes de transferência de calor superficial, do fluxo de calor crítico e da condutância térmica na interface entre o combustível e o revestimento. As relações destinadas à avaliação das propriedades térmicas dos materiais que compõem a vareta combustível, embora já tenham sido introduzidas na Subseção 6.1.5, serão reapresentadas aqui nas formas em que são utilizadas no programa computacional. As correlações para a determinação da razão-limite de ebulição nucleada (DNBR – *departure from nucleated boiling ratio*) serão também discutidas nesta seção.

8.3.1 Coeficientes de Transferência de Calor

Em PANTERA-2, o coeficiente de transferência de calor na superfície de uma vareta combustível pode ser fornecido como um valor constante de entrada ou, então, calculado através de dois modelos opcionais. No primeiro modelo, não importando o tipo de fluido e os regimes de transferência de calor, esse coeficiente é obtido a partir de uma correlação especificada para a convecção monofásica da forma

$$h = \frac{k}{D_w} \left[a_1 \left(\frac{GD_w}{\mu} \right)^{a_2} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{a_3} + a_4 \right], \quad (8.3.1-1)$$

onde a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são constantes de entrada. Os grupos adimensionais

$$Re = \frac{GD_w}{\mu} \quad \text{e} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k},$$

onde G é o fluxo de massa e D_w é diâmetro hidráulico baseado no perímetro molhado, representam, respectivamente, o número de Reynolds e o número de Prandtl do fluido. O calor específico isobárico c_p , a viscosidade dinâmica μ e a condutividade térmica k são avaliadas à temperatura média local do fluido. Opcionalmente, a correlação de Dittus e Boelter,

$$h = 0,023 \frac{k}{D_w} \left(\frac{GD_w}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0,4}, \quad (8.3.1-2)$$

pode ser selecionada à entrada de dados.

No segundo modelo utiliza-se um conjunto de correlações para a água aplicáveis aos seguintes regimes de transferência de calor: convecção forçada no líquido, ebulição nucleada, vaporização em convecção forçada, ebulição de transição, ebulição de película e convecção forçada no vapor superaquecido. A Figura 8.3.1-1 mostra as regiões delimitadas por estes regimes. Os vários modos de transferência de calor, numerados de 1 a 9, que identificam os regimes e as correlações utilizadas na determinação dos coeficientes de transferência de calor, são esquematizados na Tabela 8.3.1-1.

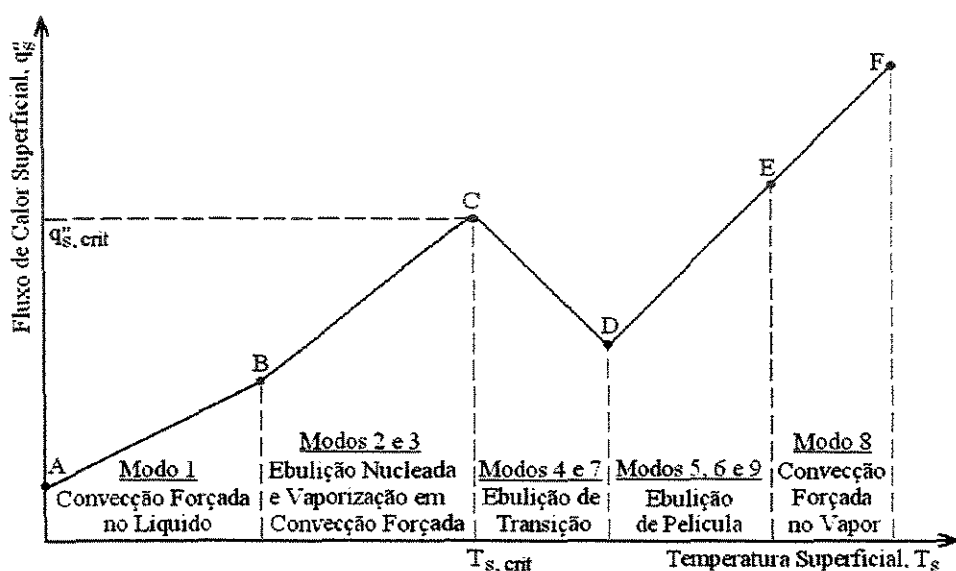


Figura 8.3.1-1 Curva de ebulição.

Tabela 8.3.1-1 Regimes e correlações de transferência de calor.

Regimes de Transferência de Calor	Correlação Utilizada (Eq. n°)	Modo
Convecção forçada no líquido	Correlação de entrada (8.3.1-1) ou Dittus e Boelter (8.3.1-2)	1
Ebulição nucleada	Jens e Lottes (8.3.1-5) ou Thom (8.3.1-6)	2
Vaporização em convecção forçada	Schrock e Grossman (8.3.1-7)	3
Ebulição de transição	McDonough et al. (8.3.1-10) ou interpolação (8.3.1-16)	4 7
Ebulição de película	Groeneveld (8.3.1-12) Berenson (8.3.1-14) Dougall e Rohsenow (8.3.1-17)	5 6 9
Convecção forçada no vapor	Correlação de entrada (8.3.1-1) ou Dittus e Boelter (8.3.1-2)	8

Convecção Forçada Monofásica

Nos regimes de convecção forçada no líquido ou no vapor superaquecido, o coeficiente de transferência de calor monofásico é dado ou pela Equação (8.3.1-1) ou pela Equação (8.3.1-2), com as propriedades do fluido avaliadas para o regime em consideração.

Ebulição Nucleada

O coeficiente de transferência de calor nos regimes de ebulição nucleada sub-resfriada ou de ebulição nucleada saturada é obtido da relação

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_i}, \quad (8.3.1-3)$$

onde q_s'' é o fluxo de calor na superfície da vareta em W/m^2 e T_i é a temperatura do fluido no subcanal i em $^{\circ}C$. A temperatura superficial da vareta é dada por

$$T_s = T_{sat} + \Delta T_{sat}, \quad (8.3.1-4)$$

em que T_{sat} é a temperatura de saturação do fluido a pressão de referência do sistema e ΔT_{sat} denota o superaquecimento de parede. Esta última grandeza pode ser calculada ou com a correlação de Jens e Lottes (Collier e Thome, 1996, p. 205),

$$\Delta T_{sat} = 0,791(q_s'')^{1/4} \exp\left(-\frac{p}{62,1}\right), \quad (8.3.1-5)$$

ou com a correlação de Thom (1965-66),

$$\Delta T_{sat} = 0,0225(q_s'')^{1/2} \exp\left(-\frac{p}{86,9}\right), \quad (8.3.1-6)$$

em que o fluxo de calor q_s'' é em W/m^2 , a pressão p é em bar (10^5 Pa), e o superaquecimento de parede ΔT_{sat} é em $^{\circ}C$.

O coeficiente de transferência de calor dado pela Equação (8.3.1-3) é usada até a fração de vazio atingir o valor $\alpha = 0,8$. No intervalo $0,8 < \alpha < 0,9$, desde que o fluxo de calor crítico não tenha sido ultrapassado, utiliza-se um coeficiente interpolado entre dois coeficientes: um, calculado com a correlação para a ebulição nucleada, e o outro, estimado com a correlação para a vaporização em convecção forçada.

Vaporização em Convecção Forçada

No regime de vaporização em convecção forçada, que se supõe ocorrer quando $\alpha \geq 0,9$, o coeficiente de transferência de calor é avaliado com a correlação Schrock e Grossman (1962):

$$h = 0,023 \frac{k_\ell}{D_w} \left[(1-\chi) \frac{GD_w}{\mu_\ell} \right]^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)_\ell^{0,4} (2,5 X_{tt}^{-0,75}), \quad (8.3.1-7)$$

onde

$$X_{tt} = \left(\frac{1-\chi}{\chi} \right)^{0,9} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu_\ell}{\mu_g} \right)^{0,1} \quad (8.3.1-8)$$

é o parâmetro de Martinelli, Lockhart e Nelson.

Ebulição de Transição

No regime de ebulição de transição, para fluxos de massa maiores que ou iguais a $2 \times 10^5 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$ ($271,2 \text{ kg/m}^2\text{s}$), utiliza-se a relação

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_i}, \quad (8.3.1-9)$$

com o fluxo de calor expresso pela correlação de McDonough et al. como reportada por McFadden et al. (1981):

$$q_s'' = q_{\text{crit}}'' - h(p)(T_s - T_{s,\text{crit}}), \quad (8.3.1-10)$$

onde q_{crit}'' é o fluxo de calor crítico e $T_{s,\text{crit}}$ é a temperatura de superfície correspondente a esse fluxo; o coeficiente $h(p)$ em $\text{W/m}^2\text{K}$ é dado por

$$h(p) = \begin{cases} 12162,84 - 65,9674p, & \text{para } p \leq 82,737 \text{ bar}, \\ 8422,00 - 20,7538p, & \text{para } p > 82,737 \text{ bar}. \end{cases} \quad (8.3.1-11)$$

A temperatura $T_{s,\text{crit}}$ é calculada com a Equação (8.3.1-4), considerando-se $q_s'' = q_{\text{crit}}''$ na correlação de Jens e Lottes ou de Thom para ΔT_{sat} . Se o fluxo de calor superficial, q_s'' , obtido com a Equação (8.3.1-10), for maior que q_{crit}'' , q_s'' será feito igual a q_{crit}'' . Por outro lado, se q_s'' for menor que $0,03 \text{ W/m}^2$, q_s'' será feito igual a este valor.

Ebulição de Película

O coeficiente de transferência de calor no regime de ebulição de película estável é dado pela correlação de Groeneveld (1969):

$$h = 0,00327 \frac{k_g}{D_w} \left\{ \left[\chi + \frac{\rho_g}{\rho_f} (1 - \chi) \right] \frac{GD_w}{\mu_g} \right\}^{0,901} Pr_s^{1,32} Y^{-1,5}, \quad (8.3.1-12)$$

onde

$$Pr_s = \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)_s$$

é o número de Prandtl do vapor avaliado a temperatura superficial; e

$$Y = 1 - 0,1 \left[(1 - \chi) \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \right]^{0,4} \quad (8.3.1-13)$$

é o fator de Miropolsky (1963).

A correlação de Groeneveld é usada quando o fluxo de massa G é maior que ou igual a $2 \times 10^5 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$ ($271,2 \text{ kg/m}^2\text{s}$) e quando a pressão é maior que 500 psia (3,45 MPa). Se o fluxo de massa for menor que $2 \times 10^5 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$, o coeficiente de transferência de calor será obtido com a correlação de Berenson (1961):

$$h = 0,425 \left\{ \frac{k_g^3 \rho_g (\rho_f - \rho_g) g h_{fg}}{\mu_g (T_s - T_{sat})} \left[\frac{g (\rho_f - \rho_g)}{\sigma} \right]^{1/2} \right\}^{1/4}, \quad (8.3.1-14)$$

onde as propriedades são avaliadas nas condições de saturação.

O fluxo de calor superficial,

$$q_s'' = h(T_s - T_{sat}),$$

é escrito sob a forma

$$q_s'' = F(p)(T_s - T_{sat})^{3/4}, \quad (8.3.1-15)$$

em que os valores da função $F(p)$ são obtidos por interpolação linear entre os dados apresentados na Tabela 8.3.1-2.

Se a Equação (8.3.1-15) produz um fluxo de calor menor que 2×10^4 Btu/h-ft² ($6,31 \times 10^4$ W/m²), supõe-se que ocorre então uma transição para a ebulição de película com o respectivo fluxo de calor dado pela fórmula de interpolação:

$$q_s'' = \begin{cases} 2 \times 10^4 \left(\frac{\Delta T_{\min}}{T_s - T_{\text{sat}}} \right)^b, & \text{para } T_s - T_{\text{sat}} \geq 20^\circ \text{F} \\ q_{s,\text{máx}}'', & \text{para } T_s - T_{\text{sat}} < 20^\circ \text{F} \end{cases} \quad (8.3.1-16)$$

onde

$$\Delta T_{\min} = \left[\frac{2 \times 10^4}{F(p)} \right]^{4/3} \quad (^\circ \text{F}),$$

$$b = \frac{1,054}{\ln(\Delta T_{\min} / 20)},$$

$$q_{s,\text{máx}}'' = 9 \times 10^4 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2.$$

Tabela 8.3.1-2 Função F(p).

p		F(p)	
(psia)	(MPa)	(Btu/h-ft ² -F ^{3/4})	(W/m ² K ^{3/4})
15	0,10	128	627
100	0,69	236	1157
500	3,45	412	2020
1000	6,89	510	2500
1500	10,34	615	3015
2000	13,79	705	3456

Quando a pressão for menor que ou igual a 500 psia (3,45 MPa), o coeficiente de transferência de calor no regime de ebulição de película será calculado com a correlação de Dougall e Rohsenow (Mayinger e Langner, 1978):

$$h = 0,023 \frac{k_g}{D_w} \left\{ \left[\chi + \frac{\rho_g}{\rho_f} (1 - \chi) \right] \frac{GD_w}{\mu_g} \right\}^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)_g^{0,4}, \quad (8.3.1-17)$$

onde as propriedades do fluido são avaliadas à temperatura de saturação.

A seleção dos regimes de transferência de calor fundamenta-se em três critérios: o primeiro é a avaliação do estado físico do fluido, ou seja, se o escoamento é de líquido, de vapor superaquecido ou de mistura bifásica. Se a temperatura na superfície da vareta for menor que a temperatura de saturação do líquido, o regime será de convecção forçada no líquido (região A–B na Figura 8.3.1-1). O regime de convecção forçada no vapor superaquecido (região E–F) ocorre quando a entalpia do fluido ultrapassa a entalpia de saturação do vapor. As regiões compreendidas entre os pontos B e E correspondem aos regimes de mistura bifásica.

O segundo critério é a determinação do ponto C na Figura 8.3.1-1. O fluxo de calor crítico (FCC) e a temperatura de superfície associada a esse fluxo permitem determinar se as condições correspondem a regimes de pré-FCC ou de pós-FCC.

O último critério é a comparação dos coeficientes de transferência de calor calculados por duas ou mais correlações para assegurar a continuidade da curva de ebulição. Nos regimes de pós-FCC, por exemplo, dois coeficientes são avaliados, um para a ebulição de transição e outro para a ebulição de película. O máximo desses dois coeficientes determina o regime de ebulição. Um procedimento análogo é usado na região de transição entre a convecção forçada no líquido e a ebulição nucleada.

O fluxo de calor crítico, ponto C na Figura 8.3.1-1, é determinado com as relações empíricas descritas a seguir:

Correlação B&W-2

A correlação B&W-2 foi desenvolvida na Babcock & Wilcox Company por Gellerstedt et al. (1969), a partir de medidas de fluxo de calor crítico em um feixe de 9 varetas eletricamente aquecidas arranjadas em uma matriz 3×3 . A correlação é utilizada no programa PANTERA-2 para pressões maiores que ou iguais a 1500 psia (10,34 MPa). O fluxo de calor crítico é dado pela expressão

$$q''_{\text{crit}} = \frac{(a - bD_w)[A_1(A_2G')^{A_3+A_4(p-2000)} - A_5G'\chi h_{fg}]}{A_5(A_6G')^{A_7+A_8(p-2000)}}, \quad (8.3.1-18)$$

onde D_w é o diâmetro equivalente baseado no perímetro molhado em polegadas (inches), G' é o fluxo de massa em $10^6 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$, h_{fg} é calor latente de vaporização em Btu/lb, p é a pressão

em psia e χ denota o título de vapor. O fluxo de calor crítico $q_{\text{crít}}''$ é expresso em Btu/h-ft².

As constantes a, b e A_i têm o valores seguintes:

$$\begin{aligned} a &= 1,15509 & A_5 &= 12,710 \\ b &= 0,40703 & A_6 &= 3,0545 \\ A_1 &= 0,37020 \times 10^8 & A_7 &= 0,71186 \\ A_2 &= 0,59137 & A_8 &= 0,20729 \times 10^{-3} \\ A_3 &= 0,83040 & A_9 &= 0,15208 \times 10^6 \\ A_4 &= 0,68479 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

A correlação B&W-2 foi desenvolvida para os intervalos:

$$\begin{aligned} p &: 2000 \text{ a } 2400 \text{ psia (13,8 a 16,5 MPa)} \\ G' &: 0,75 \text{ a } 4,0 \text{ } 10^6 \text{ lb/ft}^2\text{-h (1017 a 5425 kg/m}^2\text{s)} \\ \chi &: -0,03 \text{ a } 0,20 \\ D_w &: 0,20 \text{ a } 0,50 \text{ in. (0,51 a 1,27 cm)} \end{aligned}$$

Correlação de Barnett

Para pressões entre 1000 e 1300 psia (6,89 a 8,96 MPa), utiliza-se a correlação de Barnett (1968),

$$q_{\text{crít}}'' = \frac{A + B(h_f - h_e)}{C + z} \quad (10^6 \text{ Btu/h-ft}^2), \quad (8.3.1-19)$$

onde h_e denota a entalpia específica do fluido à entrada do canal em Btu/lb, h_f é a entalpia específica de saturação do líquido em Btu/lb e z representa a coordenada axial do canal medida em polegadas (inches) a partir da entrada do canal. Os coeficientes A, B e C são dados por

$$A = 67,45 D_{\text{HE}}^{0,68} (G')^{0,192} [1,0 - 0,744 \exp(-6,512 D_{\text{HY}} G')],$$

$$B = 0,2587 D_{\text{HE}}^{1,261} (G')^{0,817},$$

e

$$C = 185,0 D_{\text{HY}}^{1,415} (G')^{0,212}.$$

Nestas expressões, G' representa o fluxo de massa médio no feixe de varetas em $10^6 \text{lb/ft}^2\text{-h}$; os diâmetros D_{HE} e D_{HY} , ambos em polegadas (inches), são definidos por

$$D_{HE} = \frac{4 \times \text{área de escoamento do feixe}}{\pi d S},$$

$$D_{HY} = \sqrt{d(d + D_{HE})} - d,$$

onde d é o diâmetro das varetas em polegadas e S representa a razão entre a soma dos fatores radiais de potência das varetas e o fator radial de potência máximo.

A correlação de Barnett (1968) foi desenvolvida a partir de dados experimentais de fluxo de calor crítico em feixes de varetas nas seguintes faixas de condições:

$$\begin{aligned} p &: 1000 \text{ psia (6,89 MPa)} \\ G' &: 0,14 \text{ a } 6,2 \text{ } 10^6 \text{lb/ft}^2\text{-h (190 a 8409 kg/m}^2\text{s)} \\ h_f - h_e &: 0 \text{ a } 412 \text{ Btu/lb (0 a 958,3 kJ/kg)} \\ D_{HE} &: 0,258 \text{ a } 3,792 \text{ in. (0,655 a 9,632 cm)} \\ D_{HY} &: 0,127 \text{ a } 0,875 \text{ in. (0,323 a 2,223 cm)} \end{aligned}$$

A Equação (8.3.1-19) é usada em PANTERA-2 com a suposição de que G' é uma variável local e que $D_{HE} = D_h$ é o diâmetro equivalente aquecido do subcanal.

Correlação de Barnett-Hughes

A correlação de Barnett modificada por Hughes (1970),

$$q_{\text{crit}}^* = \frac{A' + B'(h_f - h_e)}{C' + z} \quad (10^6 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2), \quad (8.3.1-20)$$

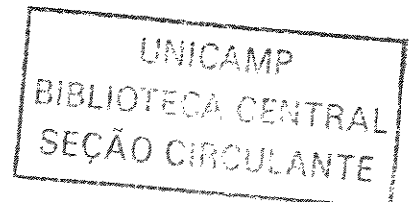
é utilizada para pressões menores que ou iguais a 725 psia (5 MPa). Os novos coeficientes A' , B' e C' são dados por

$$A' = 73,71 D_{HE}^{0,052} (G')^{0,663} [1,0 - 0,315 \exp(-11,34 D_{HY} G')] (888,6 / h_{fg}),$$

$$B' = 0,104 D_{HE}^{1,445} (G')^{0,691}$$

e

$$C' = 45,55 D_{HY}^{0,0817} (G')^{0,5866}.$$



A correlação aplica-se aos seguintes intervalos de parâmetros:

$$\begin{aligned} p &: 150 \text{ a } 725 \text{ psia (1,0 a 5,0 MPa)} \\ G' &: 0,03 \text{ a } 1,7 \cdot 10^6 \text{ lb/ft}^2\text{-h (41 a 2306 kg/m}^2\text{s)} \\ h_f - h_e &: 6 \text{ a } 373 \text{ Btu/lb (14 a 867,6 kJ/kg)} \\ D &: 0,395 \text{ a } 0,543 \text{ in. (1,00 a 1,38 cm)} \end{aligned}$$

A seleção das correlações para o cálculo do fluxo de calor crítico é feita pelo programa de acordo com o esquema:

$$\begin{aligned} p \leq 725 & \quad \text{Barnett-Hughes} \\ 725 < p < 1000 & \quad \text{Interpolação entre Barnett-Hughes e Barnett} \\ 1000 \leq p \leq 1300 & \quad \text{Barnett} \\ 1300 < p < 1500 & \quad \text{Interpolação entre Barnett e B\&W-2} \\ p \geq 1500 & \quad \text{B\&W-2} \end{aligned}$$

Para uma pressão entre 725 e 1000 psia ou entre 1300 e 1500 psia, o fluxo de calor crítico é obtido de

$$q''_{\text{crit}} = \frac{(p_2 - p)q''_{\text{crit},1} + (p - p_1)q''_{\text{crit},2}}{p_2 - p_1}, \quad (8.3.1-21)$$

onde p é a pressão dada e os subscritos 1 e 2 denotam os limites inferior e superior do intervalo, respectivamente. Os fluxos de calor $q''_{\text{crit},1}$ e $q''_{\text{crit},2}$ são avaliados às pressões p_1 e p_2 , respectivamente, com as correlações aplicáveis aos extremos do intervalo.

Um valor mínimo de $9 \times 10^4 \text{ Btu/h-ft}^2$ ($2,84 \times 10^5 \text{ W/m}^2$) será considerado sempre que o fluxo de calor crítico fornecido por uma das correlações descritas for menor que este valor limite. Para fluxos de massa menores que $2 \times 10^5 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$, o fluxo de calor crítico é interpolado entre $9 \times 10^4 \text{ Btu/h-ft}^2$ e o valor dado pela correlação considerada. O primeiro valor corresponde a $G = 0 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$ e o segundo valor a $G = 2 \times 10^5 \text{ lb/ft}^2\text{-h}$. Neste caso, a fórmula de interpolação é

$$q''_{\text{crit}} = 9 \times 10^4 + \left(\frac{q''_{\text{crit}, G=2 \times 10^5} - 9 \times 10^4}{2 \times 10^5} \right) G. \quad (8.3.1-22)$$

8.3.2 Condutância na Interface Combustível-Revestimento

A condutância térmica no espaço anular (ou *gap*) entre a pastilha combustível e o revestimento é calculada com o modelo proposto por MacDonald e Weisman (1976). Nesse modelo supõe-se que as pastilhas são trincadas e que uma fração da superfície da pastilha está em contato com o revestimento a uma pressão de contato zero. Assim, a condutância efetiva na interface é calculada com a equação

$$h_{\text{gap}} = (1 - f_{\text{ct}})h_1 + f_{\text{ct}}h_2, \quad (8.3.2-1)$$

onde h_1 é a condutância através do gás interfacial, h_2 é a condutância de contato com pressão de contato zero e f_{ct} denota a fração do perímetro da pastilha em contato com o revestimento. As condutâncias h_1 e h_2 são dadas por

$$h_1 = \frac{k_{\text{mist}}}{\Delta r + \delta} \quad \text{e} \quad h_2 = \frac{k_{\text{mist}}}{\delta}, \quad (8.3.2-2)$$

em que k_{mist} é condutividade térmica da mistura de gases no espaço anular, Δr é a espessura do espaço anular e δ representa a raiz quadrada da média dos quadrados das rugosidades superficiais do combustível e do revestimento. O valor típico de δ é $4,4 \times 10^{-6}$ metros. A fração de contato, f_{ct} , é avaliada com a equação derivada por Kjaerheim e Rolstad (1977), qual seja,

$$f_{\text{ct}} = C_1 + (1 - C_1) \exp\left(-\frac{C_2 \Delta r}{R_F}\right), \quad (8.3.2-3)$$

onde R_F é o raio da pastilha; C_1 e C_2 são constantes a serem especificadas à entrada de dados do programa. Kjaerheim e Rolstad determinaram os valores $C_1 = 0,1$ e $C_2 = 230$. MacDonald et al. (1976) e Ficara et al. (1977) sugerem outros valores para estas constantes.

Quando o combustível e o revestimento estão em contato ($\Delta r < \delta$), a condutância é dada por (MacDonald et al., 1976):

$$h_{\text{gap}} = \begin{cases} f_c C_3 p_\alpha + \frac{k_{\text{mist}}}{\delta}, & p_\alpha \leq 1000 \\ f_c C_3 [1000 + (p_\alpha - 1000)^{1/2}] + \frac{k_{\text{mist}}}{\delta}, & 1000 < p_\alpha \leq p_{\text{máx}} \\ 5000 f_c C_3 + \frac{k_{\text{mist}}}{\delta}, & p_\alpha > p_{\text{máx}} \end{cases} \quad (8.3.2-4)$$

onde $p_{\text{máx}}$ é a pressão de contato máxima,

$$p_{\text{máx}} = (5000C_3)^2, \quad (8.3.2-5)$$

e $f_c = 5,678$ é o fator de conversão de $\text{Btu/h-ft}^2\text{-}^\circ\text{F}$ para $\text{W/m}^2\text{K}$. As pressões p_{ct} e $p_{\text{máx}}$ são expressas em psi ($1 \text{ psi} = 1 \text{ lb}_f/\text{in}^2 = 6,895 \text{ kPa}$). A constante C_3 é um parâmetro de entrada que depende dos materiais do combustível e do revestimento. Usualmente, para interfaces entre UO_2 e zircaloy, $C_3 = 0,6$; para interfaces entre UO_2 e aço inoxidável, $C_3 = 0,475$.

A pressão de contato é aproximada em PANTERA-2 pela equação

$$p_{\text{ct}} = \frac{E_c(\delta - \Delta r)(R_{C2} - R_{C1})}{R_{C1}^2}, \quad (8.3.2-6)$$

onde E_c é o módulo de elasticidade do revestimento; R_{C1} e R_{C2} são, respectivamente, os raios interno e externo do revestimento.

A condutividade térmica da mistura de gases é calculada com a expressão reportada por MacDonald et al. (1976), isto é,

$$k_{\text{mist}} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i x_i}{1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \psi_{ij} x_j}, \quad (8.3.2-7)$$

onde

$$\psi_{ij} = \frac{C_M}{2^{3/2}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{k_i}{k_j} \right)^{1/2} \left(\frac{M_i}{M_j} \right)^{1/4} \right]^2 \quad (8.3.2-8)$$

e

$$C_M = 1 + 2,41 \frac{(M_i - M_j)(M_i - 0,142M_j)}{(M_i + M_j)^2}. \quad (8.3.2-9)$$

Nestas equações, n é o número de componentes gasosos da mistura; k , x e M representam, respectivamente, a condutividade térmica, a fração molar e o peso molecular de cada componente.

Os gases seguintes podem estar presentes no espaço anular entre o combustível e o revestimento: hélio, argônio, criptônio, xenônio e ar. A condutividade térmica (em W/mK)

de cada espécie é expressa em função da temperatura absoluta por relações da forma

$$k = \frac{aT^s}{f}, \quad (8.3.2-10)$$

onde f é fator de acomodação térmica. Os valores das constantes a e s para os vários gases são dados na Tabela 8.3.2-1.

Tabela 8.3.2-1 Coeficientes da Equação (8.3.2-10)

Gás	$a \times 10^4$	s
Hélio	33,66	0,668
Argônio	3,421	0,701
Criptônio	0,4726	0,923
Xenônio	0,4029	0,872
Ar	2,091	0,846

O fator de acomodação térmica do hélio é dada por

$$f = 1 + 4,661 \times 10^{-3} \frac{T^{1,168}}{p_{\text{gás}} \zeta}, \quad (8.3.2-11)$$

onde T é a temperatura absoluta do gás, $p_{\text{gás}}$ é a pressão do gás em Pa e ζ é a espessura do espaço anular, ou $\zeta = \delta$, durante o contato entre combustível e revestimento. A espessura ζ é expressa em metros. Para gases mais pesados que o hélio, $f \cong 1$.

As variações nas dimensões radiais do combustível e revestimento, como resultado da expansão térmica, são avaliadas com a expressão

$$\Delta R = R_0 \alpha (\bar{T} - T_0), \quad (8.3.2-12)$$

em que R_0 é o raio a temperatura ambiente $T_0 = 25^\circ\text{C}$ e $\bar{T}$ é a temperatura volumétrica média. O coeficiente médio de expansão térmica é obtido de funções polinomiais de terceiro grau como descritas na próxima subseção.

Além do modelo de MacDonald e Weisman (1976), o programa dispõe ainda de duas outras opções para a condutância na interface combustível-revestimento. Na primeira, utiliza-se um valor constante de entrada e , na segunda, a condutância é calculada em função da potência linear da vareta combustível por interpolação em dados tabulares de entrada.

8.3.3 Propriedades Térmicas do Combustível e do Revestimento

A condutividade térmica, o calor específico e o coeficiente de expansão térmica linear dos materiais do combustível e do revestimento em função da temperatura são calculados em PANTERA-2 por relações polinomiais do terceiro grau.

Para o material do combustível usam-se os trinômios seguintes:

$$k_F = k_{F0} [1 + AKF(1)(T - T_{F0}) + AKF(2)(T - T_{F0})^2 + AKF(3)(T - T_{F0})^3], \quad (8.3.3-1)$$

para a condutividade térmica,

$$c_F = c_{F0} [1 + ACF(1)(T - T_{F0}) + ACF(2)(T - T_{F0})^2 + ACF(3)(T - T_{F0})^3], \quad (8.3.3-2)$$

para o calor específico, e

$$\alpha_F = \alpha_{F0} [1 + AAF(1)(T - T_{F0}) + AAF(2)(T - T_{F0})^2 + AAF(3)(T - T_{F0})^3], \quad (8.3.3-3)$$

para o coeficiente de expansão térmica linear. Aos coeficientes k_{F0} , c_{F0} e α_{F0} atribuem-se os valores das respectivas propriedades do combustível a uma temperatura de referência arbitrária T_{F0} .

Analogamente, as relações para o material do revestimento são:

$$k_C = k_{C0} [1 + AKC(1)(T - T_{C0}) + AKC(2)(T - T_{C0})^2 + AKC(3)(T - T_{C0})^3], \quad (8.3.3-4)$$

para a condutividade térmica,

$$c_C = c_{C0} [1 + ACC(1)(T - T_{C0}) + ACC(2)(T - T_{C0})^2 + ACC(3)(T - T_{C0})^3], \quad (8.3.3-5)$$

para o calor específico, e

$$\alpha_C = \alpha_{C0} [1 + AAC(1)(T - T_{C0}) + AAC(2)(T - T_{C0})^2 + AAC(3)(T - T_{C0})^3] \quad (8.3.3-6)$$

para o coeficiente de expansão térmica linear. Como no caso do combustível, k_{C0} , c_{C0} e α_{C0} são os valores das propriedades do revestimento a uma temperatura de referência T_{C0} .

Os coeficientes destes polinômios e as temperaturas de referência precisam ser especificadas à entrada de dados do programa.

As relações para os coeficientes de expansão térmica linear só são usada pelo programa quando se seleciona o modelo de MacDonald e Weisman (1976) para o cálculo da condutância térmica na interface combustível-revestimento.

8.3.4 Razão-Limite de Ebulição Nucleada

A capacidade de geração de potência dos reatores nucleares refrigerados a água é limitada pela necessidade de manter os fluxos de calor, dentro de uma margem de segurança, abaixo daquele fluxo que poderia ocasionar uma transição no regime de ebulição nucleada.

Durante a ebulição nucleada, a produção de bolhas de vapor na superfície da vareta combustível pode levar a altos coeficientes de transferência de calor. Entretanto, quando um certo *fluxo de calor crítico* é alcançado, a população de bolhas pode ficar tão grande que a superfície da vareta torna-se coberta por uma película isolante de vapor e, como consequência, reduz-se a transmissão de calor para o fluido e a temperatura do revestimento pode aumentar significativamente. Como altas temperaturas no revestimento têm de ser evitadas a todo custo, torna-se necessário conhecer com razoável precisão as condições operacionais que possam levar a uma mudança no regime de ebulição e ao fluxo de calor crítico.

As correlações apresentadas a seguir para o fluxo de calor crítico não são usadas no modelo térmico do combustível, sendo necessárias apenas quando se utiliza a formulação que possibilita determinar em cada instante de um transitório quão distante se encontra desse fluxo crítico o fluxo de calor na porção da superfície das varetas que faceiam cada subcanal. Os cálculos do fluxo de calor crítico são efetuados para todos os níveis axiais de todas as varetas aquecidas após a convergência da solução das equações de balanço para subcanais.

O critério de projeto contra a ebulição de película é geralmente estabelecido em termos da razão-limite de ebulição nucleada (RLEN), mais freqüentemente denominada DNBR (abreviatura de *Departure from Nucleate Boiling Ratio*). A designações razão-DNB e razão-CHF (*Critical Heat Flux*) são às vezes empregadas.

A razão-DNB na superfície de uma vareta de índice n que faceia um dado subcanal de índice i é definida como a razão entre o fluxo de calor crítico e o fluxo de calor local, ou seja,

$$\text{DNBR}_{n,i}(z) = \frac{q''_{\text{crít},n,i}(z)}{q''_{s,n}(z)}, \quad (8.3.4-1)$$

onde z denota a coordenada axial. A correlação para o fluxo de calor crítico pode ser selecionada entre as cinco correlações descritas a seguir.

Correlação B&W-2

A correlação B&W-2, desenvolvida na Babcock & Wilcox Company por Gellerstedt et al. (1969) e Wilson et al. (1969), a partir de dados experimentais de fluxo de calor crítico em feixe de varetas, pode ser expressa como

$$q''_{\text{crit,EU}} = \frac{(a - bD_w)[A_1(A_2G')^{A_3+A_4(p-2000)} - A_9G'\chi h_{fg}]}{A_5(A_6G')^{A_7+A_8(p-2000)}}, \quad (8.3.4-2)$$

onde $q''_{\text{crit,EU}}$ representa o fluxo de calor crítico em Btu/h-ft² e o subscrito EU refere-se à distribuição axial de fluxo uniforme ou equivalentemente uniforme; D_w denota o diâmetro hidráulico molhado do subcanal em polegadas (inches), p é a pressão em psia, G' é o fluxo de massa em 10⁶lb/ft²-h, h_{fg} é o calor latente de vaporização em Btu/lb e χ exprime o título de massa de vapor. Os valores das constantes e os intervalos de validade da correlação são apresentados no tópico homônimo na Subseção 8.3.1.

A não-uniformidade da distribuição axial do fluxo de calor é levada em conta por meio do fator de forma de fluxo, F_c , que é definido por

$$F_c = \frac{q''_{\text{crit,EU}}}{q''_{\text{crit,NU}}}, \quad (8.3.4-3)$$

onde o subscrito NU denota o fluxo de calor não-uniforme.

O fator F_c na posição axial z_j no nível axial j da vareta combustível é dado pela expressão

$$F_c(z_j) = K \frac{C}{q''_s(z_j)(1 - e^{-Cz_j})} \int_{z_{j0}}^{z_j} q''_s(z) e^{-C(z_j-z)} dz, \quad (8.3.4-4)$$

onde $j_0 = 1$ é o nível axial correspondente à entrada do subcanal; a constante K vale

$$K = 1,02508$$

e o coeficiente C é expresso por

$$C = \frac{0,24867(1-\chi)^{7,82293}}{(G')^{0,45758}} \quad (\text{inch}^{-1}). \quad (8.3.4-5)$$

Observe-se que o coeficiente C tem a dimensão de inverso de polegada.

Supondo-se que $q_s''(z)$ seja constante no intervalo entre $z - \Delta z$ e z , o fator de forma de fluxo pode ser aproximado por

$$F_c(z_j) = \frac{K e^{-Cz_j}}{q_s''(z_j)[1 - e^{-C(z_j - z_{j_0})}]} \sum_{v=j_0+1}^j q_s''(z_v)(e^{Cz_v} - e^{Cz_{v-1}}). \quad (8.3.4-6)$$

Correlação W-3

A correlação W-3, desenvolvida na Westinghouse por Tong (1972), é dada pela expressão

$$\begin{aligned} q_{\text{crit,EU}}'' &= \{(2,022 - 0,0004302p) + (0,1722 - 0,0000984p) \\ &\quad \times \exp[(18,177 - 0,004129p)\chi]\} \\ &\quad \times [(0,1484 - 0,596\chi + 0,1729\chi|\chi|G' + 1,037] \\ &\quad \times (1,157 - 0,869\chi)[0,2664 + 0,8357 \exp(-3,151D_w)] \\ &\quad \times [0,8258 + 0,000794(h_f - h_e)], \end{aligned} \quad (8.3.4-7)$$

onde $q_{\text{crit,EU}}''$ é em 10^6Btu/h-ft^2 , p é pressão em psia, G' é o fluxo de massa em $10^6 \text{lb/ft}^2\text{-h}$, D_w é o diâmetro hidráulico molhado em polegadas (inches), h_f é a entalpia de saturação do líquido em Btu/lb e h_e é a entalpia do fluido na entrada do canal em Btu/lb.

Os intervalos dos parâmetros usados no desenvolvimento desta correlação são:

$$\begin{aligned} p &: 1000 \text{ a } 2300 \text{ psia (6,9 a 15,9 MPa)} \\ G' &: 1,0 \text{ a } 5,0 \text{ } 10^6 \text{lb/ft}^2\text{-h (1356 a 6781 kg/m}^2\text{s)} \\ \chi &: -0,15 \text{ a } 0,15 \\ D_w &: 0,20 \text{ a } 0,70 \text{ in. (0,51 a 1,78 cm)} \end{aligned}$$

O fator de forma de fluxo aplicável à correlação W-3 (Tong, 1967) é dado também pela Equação (8.3.4-6), exceto que j_0 representa agora o nível axial correspondente ao local de início da ebulição nucleada. Além disso,

$$K = 1,0 \quad e$$

$$C = \frac{0,15(1 - \chi)^{4,31}}{(G')^{0,478}} \quad (\text{inch}^{-1}). \quad (8.3.4-8)$$

O fluxo de calor crítico em um canal com uma parede não aquecida é geralmente menor que aquele em um canal totalmente aquecido, desde que as condições do fluido sejam mantidas constantes. O efeito de parede fria é determinado com (Tong, 1972)

$$\frac{q''_{\text{crit, parede fria}}}{q''_{\text{crit, } D_h}} = 1,0 - Ru[13,76 - 1,372e^{1,78\chi} - 4,732(G')^{-0,0535} - 0,0619(p/1000)^{0,14} - 8,509D_h^{0,1077}], \quad (8.3.4-9)$$

onde

$$Ru = 1 - \frac{D_w}{D_h}.$$

O fluxo de calor $q''_{\text{crit, } D_h}$ é dado pela Equação (8.3.4-7), considerando-se D_h em lugar de D_w .

O efeito das grades espaçadoras sobre o fluxo de calor crítico é considerado através do fator de espaçador, F_s , definido por

$$F_s = \frac{q''_{\text{crit, com grade}}}{q''_{\text{crit, sem grade}}}. \quad (8.3.4-10)$$

Este fator pode ser avaliado com a correlação proposta por Tong (1969),

$$F_s = 1,0 + 0,03G' \left(\frac{TDC}{0,019} \right)^{0,35}, \quad (8.3.4-11)$$

em que o coeficiente de difusão térmica, TDC, é análogo ao coeficiente de mistura turbulenta, β , definido pela Equação (8.1.9-13). O valor de TDC tem de ser especificado à entrada de dados do programa.

Correlação CE-1

A correlação CE-1 (Lawrence et al., 1978) foi desenvolvida na Combustion Engineering e se destina à determinação do fluxo de calor crítico em feixes de varetas com distribuição axial de fluxo de calor uniforme. A correlação CE-1 pode ser escrita sob a forma seguinte:

$$q''_{\text{crit, EU}} = 2892,2 \left(\frac{D_m}{D_h} \right)^{0,50749} \left[\frac{(405,32 - 0,09929p)(G')^{C_1} - G'\chi h_{fg}}{(G')^{C_2}} \right], \quad (8.3.4-12)$$

onde $q''_{\text{crit,EU}}$ é em Btu/h-ft², D_m é o diâmetro hidráulico aquecido do subcanal delimitado por quatro varetas aquecidas de mesmo diâmetro e igualmente espaçadas (subcanal-matriz), p é a pressão em psia, G' é o fluxo de massa em 10⁶lb/ft²-h, h_{fg} é o calor latente de vaporização em Btu/lb, e χ é o título de equilíbrio. Os parâmetro C_1 e C_2 são dados por

$$C_1 = -0,67757 + 6,8235 \times 10^{-4} p,$$

$$C_2 = 3,1240 \times 10^{-4} p - 8,3245 \times 10^{-2} G'.$$

A correlação CE-1 aplica-se aos seguintes intervalos de parâmetros:

p : 1785 a 2415 psia (12,3 a 16,7 MPa)

G' : 0,87 a 3,21 10⁶lb/ft²-h (1180 a 4353 kg/m²s)

χ : -0,16 a 0,20

D_w : 0,3588 a 0,5447 in. (0,911 a 1,384 cm)

D_h : 0,4713 a 0,7837 in. (1,197 a 1,991 cm)

Correlação VTI

O acrônimo VTI designa neste trabalho o modelo de cálculo do fluxo de calor crítico fundamentado em tabelas padronizadas provenientes do Instituto de Engenharia Térmica (VTI) da Academia de Ciências da extinta União Soviética.

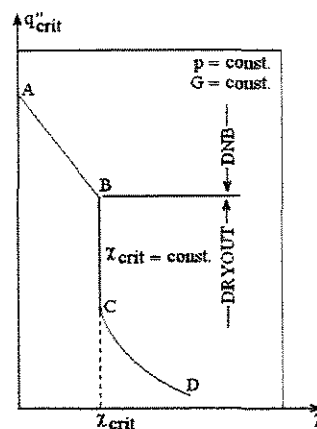


Figura 8.3.4-1 Fluxo de calor crítico em função do título.

A Figura 8.3.4-1 mostra a curva do fluxo de calor crítico em função do título de vapor sugerida por Doroshchuk et al. (1975, 1976). A seção AB representa o mecanismo

clássico do limite de ebulição nucleada (DNB), ou seja, a transição da ebulição nucleada para a ebulição de película. As seções BC e CD correspondem às regiões onde ocorre a secagem (*dryout*) da película de líquido nas adjacências da superfície aquecida do canal. A linha vertical entre os pontos B e C relaciona-se à secagem sem deposição de gotas na película. A região é caracterizada por um título de vapor crítico que não depende do fluxo de calor. A seção CD corresponde à secagem com deposição de gotas. Nessa região, a secagem ocorre a um título de vapor que tende a aumentar com o decréscimo do fluxo de calor. O valor desse título será sempre maior que o título de vapor crítico, χ_{crit} .

Kitto Jr. (1980) apresenta uma revisão dos trabalhos publicados até 1980 pela Academia de Ciência da USRR e por outras instituições sobre o fenômeno do título de vapor crítico. Com base no estudo desses trabalhos, ele concluiu que é do maior interesse para projetos que envolvem a geração de vapor a determinação da região BC ilustrada na Figura 8.3.4-1. Segundo Kitto Jr., o fenômeno do título de vapor crítico, se ele realmente existe, poderia ter sérias implicações na avaliação de projetos em que se procuram evitar as condições de DNB ou de *dryout*. A margem de segurança estabelecida em termos da razão-DNB (DNBR) poderia dar ao projetista uma falsa idéia de seguridade se o título de operação se encontra próximo ao título crítico. Nesse caso, um pequeno aumento na entalpia de entrada ou no fluxo de calor ou um decréscimo no fluxo de massa poderiam levar a uma ultrapassagem do título crítico e à ocorrência das condições de DNB ou de *dryout*. A razão-DNB poderia sofrer uma variação ou uma descontinuidade com uma conseqüente redução drástica na taxa de transmissão de calor.

Doroshchuk et al. (1975, 1976) usaram dados experimentais para desenvolver uma matriz dos fluxos de calor críticos em função da pressão, do fluxo de massa e do título de vapor ou do sub-resfriamento da água escoando em tubos circulares. A matriz de dados padronizados para tubos de 8 mm de diâmetro na forma proposta por Doroshchuk e colaboradores encontra-se reproduzida na Tabela 8.3.4-1. Os fluxos de calor crítico para tubos com outros diâmetros foram correlacionados por

$$q''_{crit, D_w} = q''_{crit, 8mm} \left(\frac{D_w}{8} \right)^{-0,5} \quad (4 < D_w < 16 \text{ mm}), \quad (8.3.4-13)$$

onde $q''_{crit, 8mm}$ é obtido em função de p , G e χ por interpolação na Tabela 8.3.4-1.

Tabela 8.3.4-1 Fluxos de calor críticos (MW/m^2) para a água em tubos de 8 mm de diâmetro (Doroshchuk et al., 1976).

Fluxo de Massa ($\text{kg/m}^2\text{s}$)	Condições Locais Médias da Água																			
	Sub-resfriamento ($^{\circ}\text{C}$)					Título de Vapor														
	75	50	25	10	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
p = 2,95 MPa																				
750	—	—	—	—	—	7,95	7,50	7,10	6,75	6,45	6,15	5,80	5,50	5,25	5,00	4,80	4,20	3,75	3,20	—
1000	—	—	8,80	8,40	8,20	7,70	7,25	6,75	6,35	5,95	5,60	5,25	4,95	4,65	4,30	4,00	3,70	3,35	—	—
1500	—	9,50	8,75	8,20	8,00	7,25	6,55	6,00	5,40	4,90	4,60	4,15	3,80	3,40	3,00	2,60	—	—	—	—
2000	10,53	9,65	8,60	8,00	7,75	6,70	5,90	5,55	4,75	4,25	3,80	3,35	2,90	2,50	—	—	—	—	—	—
2500	10,80	9,90	8,65	7,90	7,60	6,35	5,50	4,80	4,25	3,70	3,25	2,80	2,35	—	—	—	—	—	—	—
3000	11,25	10,05	8,65	7,85	7,40	6,05	5,20	4,55	3,95	3,25	3,05	2,65	—	—	—	—	—	—	—	—
4000	12,10	10,35	8,75	7,75	7,20	5,75	4,80	4,05	3,50	3,05	2,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5000	12,60	10,65	8,85	7,70	7,05	5,25	4,30	3,80	3,30	2,90	2,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—
p = 4,9 MPa																				
750	—	—	—	—	7,40	6,75	6,25	5,80	5,40	5,10	4,85	4,60	4,35	4,15	3,95	3,75	3,55	3,40	3,20	3,00
1000	—	8,55	8,00	7,60	7,40	6,50	5,95	5,55	5,20	4,90	4,60	4,30	4,05	3,85	3,60	3,40	3,20	2,95	—	—
1500	9,40	8,75	8,10	7,60	7,25	6,25	5,50	5,00	4,60	4,30	4,05	3,80	3,55	3,30	3,05	2,85	—	—	—	—
2000	9,75	9,00	8,15	7,60	7,10	5,90	5,10	4,50	4,05	3,70	3,40	3,15	2,90	2,65	—	—	—	—	—	—
2500	10,05	9,20	8,20	7,45	7,00	5,70	4,75	4,15	3,70	3,35	3,05	2,75	2,35	—	—	—	—	—	—	—
3000	10,40	9,40	8,25	7,35	6,90	5,55	4,60	3,95	3,50	3,10	2,75	2,45	—	—	—	—	—	—	—	—
4000	11,20	9,75	8,30	7,20	6,60	5,30	4,30	3,65	3,15	2,60	2,10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5000	11,65	10,15	8,40	7,10	6,35	5,05	4,05	3,35	2,85	2,30	1,75	—	—	—	—	—	—	—	—	—
p = 6,9 MPa																				
750	—	7,40	6,85	6,45	6,20	5,45	4,90	4,50	4,20	3,95	3,75	3,55	3,35	3,20	3,00	2,85	2,65	2,45	2,25	—
1000	8,15	7,60	6,85	6,45	6,15	5,30	4,70	4,30	4,00	3,75	3,50	3,30	3,05	2,80	2,60	2,35	2,10	—	—	—
1500	8,50	7,80	6,95	6,45	5,95	5,10	4,35	3,95	3,60	3,25	2,95	2,75	2,55	2,35	—	—	—	—	—	—
2000	8,85	8,00	7,00	6,40	5,90	4,80	4,05	3,55	3,20	2,85	2,55	2,30	2,05	—	—	—	—	—	—	—
2500	9,20	8,25	7,00	6,35	5,70	4,50	3,75	3,25	2,90	2,55	2,25	1,95	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	9,75	8,45	7,15	6,25	5,55	4,30	3,60	3,10	2,65	2,25	1,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4000	10,20	8,90	7,25	6,10	5,35	4,10	3,30	2,75	2,25	1,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5000	11,40	9,60	7,40	6,30	5,65	4,25	3,10	2,45	1,95	1,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabela 8.3.4-1 Continuação.

Fluxo de Massa (kg/m ² s)	Condições Locais Médias da Água																			
	Sub-resfriamento (°C)					Título de Vapor														
	75	50	25	10	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
p = 9,8 MPa																				
500	—	—	4,95	4,65	4,45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	6,30	5,80	5,20	4,90	4,55	3,90	3,55	3,30	3,05	2,80	2,60	2,40	2,25	2,10	1,95	1,75	1,55	—	—	—
1000	6,55	5,95	5,05	4,80	4,55	3,90	3,45	3,10	2,85	2,60	2,40	2,20	2,00	1,75	1,60	—	—	—	—	—
1500	7,05	6,25	5,25	4,80	4,50	3,85	3,30	2,90	2,60	2,30	2,05	1,80	1,55	—	—	—	—	—	—	—
2000	7,65	6,50	5,40	4,85	4,45	3,60	2,95	2,50	2,20	1,90	1,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2500	8,25	7,00	5,65	5,00	4,30	3,40	2,80	2,40	2,05	1,70	1,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	8,75	7,50	6,00	5,15	4,30	3,35	2,60	2,10	1,75	1,45	1,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4000	10,00	8,25	6,40	5,25	4,50	3,25	2,40	1,95	1,55	1,25	0,95	0,75	0,55	0,45	0,35	—	—	—	—	—
5000	11,40	9,40	6,90	5,80	4,65	3,30	2,25	1,70	1,35	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	0,40	—	—	—	—	—
p = 11,8 MPa																				
500	4,90	4,40	3,90	3,70	3,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	5,20	4,60	4,00	3,70	3,40	2,95	2,60	2,40	2,25	2,05	1,90	1,75	1,60	1,45	1,30	1,20	—	—	—	—
1000	5,55	4,80	4,20	3,75	3,45	2,95	2,65	2,40	2,20	1,95	1,75	1,60	1,45	1,30	—	—	—	—	—	—
1500	6,15	5,40	4,45	3,90	3,45	2,90	2,50	2,20	1,90	1,65	1,45	1,25	—	—	—	—	—	—	—	—
2000	7,20	6,15	4,85	4,10	3,55	2,90	2,40	2,05	1,75	1,45	1,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2500	7,80	6,60	5,20	4,20	3,60	2,90	2,35	1,90	1,50	1,25	1,05	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3000	8,75	7,15	5,55	4,45	3,70	2,95	2,15	1,70	1,30	1,00	0,80	0,65	0,55	—	—	—	—	—	—	—
4000	9,60	7,85	6,20	5,00	3,90	3,00	2,15	1,70	1,30	1,00	0,80	0,65	0,55	0,45	0,40	—	—	—	—	—
5000	11,10	8,80	6,75	5,55	4,45	3,05	2,15	1,70	1,35	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	0,45	—	—	—	—	—
p = 13,7 MPa																				
500	3,90	3,45	3,00	2,70	2,55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	4,10	3,65	3,15	2,80	2,50	2,25	2,05	1,85	1,70	1,55	1,40	1,30	1,20	1,10	—	—	—	—	—	—
1000	4,50	3,95	3,40	3,05	2,80	2,25	2,00	1,80	1,60	1,40	1,30	1,15	—	—	—	—	—	—	—	—
1500	5,30	4,50	3,80	3,25	2,95	2,30	1,95	1,70	1,45	1,20	0,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2000	6,15	5,15	4,15	3,50	3,10	2,40	1,95	1,60	1,30	1,00	0,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2500	6,75	5,70	4,50	3,75	3,25	2,50	1,95	1,45	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	0,40	0,30	—	—	—	—	—
3000	7,55	6,30	4,90	4,00	3,40	2,55	1,90	1,45	1,15	0,90	0,80	0,60	0,55	0,40	0,35	—	—	—	—	—
4000	9,25	7,40	5,70	4,65	3,80	2,75	2,05	1,55	1,30	1,05	0,90	0,75	0,65	0,55	0,45	—	—	—	—	—
5000	10,60	8,45	6,40	5,30	4,30	3,05	2,20	1,80	1,50	1,25	1,05	0,90	0,75	0,60	0,50	—	—	—	—	—

Tabela 8.3.4-1 Continuação.

Fluxo de Massa (kg/m ² s)	Condições Locais Médias da Água																			
	Sub-resfriamento (°C)					Título de Vapor														
	75	50	25	10	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
p = 15,7 MPa																				
500	2,95	2,55	2,20	2,00	1,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	3,30	2,90	2,45	2,15	2,00	1,75	1,50	1,35	1,20	1,05	0,95	0,85	—	—	—	—	—	—	—	—
1000	3,75	3,25	2,70	2,35	2,10	1,80	1,55	1,35	1,20	1,05	0,90	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1500	4,55	3,80	3,25	2,75	2,30	1,95	1,60	1,35	1,15	0,95	0,80	0,60	—	—	—	—	—	—	—	—
2000	5,40	4,50	3,65	3,00	2,45	2,10	1,75	1,45	1,25	1,05	0,85	0,60	0,45	0,35	0,30	—	—	—	—	—
2500	6,10	5,05	4,05	3,35	2,65	2,20	1,80	1,55	1,25	1,00	0,80	0,65	0,50	0,45	0,40	—	—	—	—	—
3000	6,80	5,65	4,45	3,60	2,85	2,25	1,85	1,55	1,30	1,05	0,85	0,65	0,55	0,45	0,40	—	—	—	—	—
4000	8,30	6,70	5,25	4,25	3,15	2,60	2,10	1,75	1,45	1,20	1,00	0,85	0,70	0,55	0,45	—	—	—	—	—
5000	9,80	7,85	5,90	4,70	3,75	3,00	2,40	2,00	1,65	1,40	1,20	1,00	0,80	0,65	0,55	—	—	—	—	—
p = 17,6 MPa																				
500	2,20	1,90	1,65	1,50	1,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	2,95	2,50	2,10	1,75	1,50	1,30	1,10	0,95	0,80	0,70	0,60	0,50	—	—	—	—	—	—	—	—
1000	3,45	2,85	2,25	1,90	1,60	1,35	1,15	1,00	0,85	0,75	0,65	0,50	0,40	0,30	0,20	—	—	—	—	—
1500	3,70	3,20	2,55	2,25	1,80	1,55	1,30	1,10	0,90	0,80	0,65	0,55	0,45	0,35	0,30	—	—	—	—	—
2000	4,60	3,75	3,00	2,50	2,10	1,75	1,45	1,25	1,10	0,95	0,75	0,60	0,45	0,35	0,30	—	—	—	—	—
2500	5,05	4,35	3,30	2,80	2,15	1,90	1,65	1,45	1,20	1,00	0,80	0,65	0,55	0,45	0,35	—	—	—	—	—
3000	5,70	4,70	3,55	3,00	2,35	2,05	1,80	1,55	1,35	1,15	0,95	0,80	0,65	0,50	0,40	—	—	—	—	—
4000	7,25	5,75	4,40	3,55	2,85	2,45	2,05	1,85	1,55	1,35	1,15	1,00	0,80	0,65	0,50	—	—	—	—	—
5000	8,70	6,85	4,95	3,85	3,05	2,75	2,40	2,05	1,70	1,45	1,20	1,00	0,85	0,70	0,60	—	—	—	—	—
p = 19,6 MPa																				
500	1,70	1,55	1,45	1,35	1,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
750	2,05	1,80	1,60	1,40	1,35	1,00	0,80	0,70	0,65	0,50	0,45	0,45	—	—	—	—	—	—	—	—
1000	2,30	2,05	1,75	1,55	1,35	1,10	0,95	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	—	—	—	—	—	—	—
1500	2,95	2,55	2,00	1,80	1,50	1,30	1,15	1,00	0,85	0,70	0,55	0,45	0,40	0,35	0,25	—	—	—	—	—
2000	3,55	2,85	2,40	2,00	1,65	1,45	1,30	1,15	1,00	0,85	0,70	0,55	0,45	0,35	0,30	—	—	—	—	—
2500	4,05	3,45	2,65	2,20	1,75	1,60	1,45	1,25	1,10	0,95	0,80	0,65	0,55	0,45	0,35	—	—	—	—	—
3000	4,95	3,75	3,00	2,35	1,90	1,75	1,55	1,35	1,20	1,05	0,90	0,75	0,65	0,50	0,40	—	—	—	—	—
4000	6,25	4,85	3,55	2,65	2,00	1,85	1,70	1,55	1,40	1,25	1,10	0,90	0,75	0,60	0,50	—	—	—	—	—
5000	7,55	5,80	4,05	3,00	2,30	2,30	2,10	1,90	1,70	1,45	1,25	1,05	0,90	0,75	0,60	—	—	—	—	—

A Tabela 8.3.4-2 contém os títulos de vapor críticos que correspondem ao início do decréscimo rápido do fluxo de calor crítico com o aumento do título de vapor. Os valores na tabela referem-se a tubos de 8 mm de diâmetro. Para outros diâmetros entre 4 e 16 mm, o título crítico é dado por

$$\chi_{\text{crít}, D_w} = \chi_{\text{crít}, 8\text{mm}} \left(\frac{D_w}{8} \right)^{-0,15} \quad (8.3.4-14)$$

Tabela 8.3.4-2 Títulos de vapor críticos para a água
em tubos de 8 mm de diâmetro.

G (kg/m ² s)	Pressão (MPa)					
	2,95	4,9	6,9	9,8	11,8	13,7
750	0,75	0,75	0,70	0,60	0,55	0,45
1000	0,65	0,65	0,60	0,50	0,45	0,35
1500	0,55	0,55	0,45	0,40	0,35	0,30
2000	0,45	0,45	0,40	0,30	0,30	0,30
2500	0,40	0,40	0,35	0,30	0,30	—
3000	0,35	0,35	0,30	0,30	—	—
4000	0,30	0,30	0,25	—	—	—
5000	0,30	—	—	—	—	—

No programa PANTERA-2, o cálculo do fluxo de calor crítico a partir dos dados tabulares e correlações provenientes da Rússia é efetuado por meio da expressão

$$q''_{\text{crít}, \text{EU}} = \text{mínimo} (q''_{\text{crít}, \text{DOR}}, q''_{\text{crít}, \text{KON}}), \quad (8.3.4-15)$$

onde $q''_{\text{crít}, \text{DOR}}$ é dado pela Equação (8.3.4-13), com $q''_{\text{crít}, 8\text{mm}}$ obtido por interpolação linear na Tabela 8.3.4-1; $q''_{\text{crít}, \text{KON}}$ denota o fluxo de calor crítico na região de *dryout*, sendo calculado com a correlação de Konkov (1966), que pode ser escrita sob a forma:

$$\begin{aligned} q''_{\text{crít}, \text{KON}} &= \left(25,6 G^{-1/3} D_w^{-0,07} e^{0,01715p} \chi^{-1} \right)^8, \quad \text{para } 4,9 \leq p \leq 29,4, \\ q''_{\text{crít}, \text{KON}} &= \left(46 G^{-1/3} D_w^{-0,07} e^{-0,00255p} \chi^{-1} \right)^8, \quad \text{para } 29,4 \leq p \leq 98, \\ q''_{\text{crít}, \text{KON}} &= \left(76,6 G^{-1/3} D_w^{-0,07} e^{-0,00795p} \chi^{-1} \right)^8, \quad \text{para } 98 \leq p \leq 196, \end{aligned} \quad (8.3.4-16)$$

onde $q''_{crit,KON}$ exprime o fluxo de calor crítico em W/m^2 , G denota o fluxo de massa em kg/m^2s , D_w é o diâmetro hidráulico em mm, p é a pressão em bar, e χ representa o título de massa de vapor. A correlação de Konkov é aplicável a tubos uniformemente aquecidos nas seguintes faixas de condições:

Pressão, p	0,49 a 19,6 MPa
Fluxo de massa, G	200 a 5000 kg/m^2s
Diâmetro hidráulico, D_w	4 a 32 mm

Presentemente, o programa PANTERA-2 não dispõe de modelos para a determinação do título de vapor crítico.

Correlação AECL-IPPE

Em geral, as correlações de fluxo de calor crítico são aplicáveis a determinadas geometrias e cobrem faixas específicas de parâmetros do escoamento e, por isso, não podem ser extrapoladas a condições além das faixas para as quais foram desenvolvidas. Como uma tentativa para superar essa dificuldade, Doroshchuk et al. (1975, 1976) propuseram a primeira tabela padrão (Tabela 8.3.4-1) para o cálculo do fluxo de calor crítico em tubos redondos uniformemente aquecidos e refrigerados por água em ebulição. O modelo baseia-se na *hipótese de crise local*. Essa hipótese sugere que o fluxo de calor crítico é função apenas dos parâmetros do escoamento no ponto onde ocorre a transição no regime de ebulição; conseqüentemente, isto significa que a história do escoamento não tem nenhum efeito sobre o fluxo de calor crítico.

Desde a publicação da tabela de Doroshchuk e colaboradores, os trabalhos de desenvolvimento de tabelas padronizadas para a determinação do fluxo de calor crítico tiveram prosseguimento no Canadá e na Rússia. Em 1986, Groeneveld, Cheng e Doan, no âmbito de uma cooperação entre a Atomic Energy of Canada Ltd. (AECL, Chalk River) e a Universidade de Ottawa, publicaram a tabela 1986 AECL-UO. Essa tabela, baseada em cerca de 15.000 pontos de fluxo de calor crítico em tubos, cobre amplas faixas de condições de escoamento. Kirillov et al. (1992) melhoraram a tabela de Doroshchuk et al. (1975, 1976), usando uma base de dados com 7.620 pontos. Mais recentemente, pesquisadores da AECL e do Instituto de Física e de Engenharia de Potência (IPPE, Obninsk, Russia) desenvolveram

em conjunto uma outra tabela padronizada denominada originalmente *1995 CHF Table* (Groeneveld et al., 1996). Essa tabela foi derivada de aproximadamente 23.000 pontos de fluxo de calor crítico em tubos circulares uniformemente aquecidos, abrangendo as seguintes faixas de condições do escoamento da água e de dimensões geométricas:

Pressão, p	0,1 a 20 MPa
Fluxo de massa, G	0 a 8000 kg/m ² s
Título de vapor, χ	-0,5 a 1,0
Diâmetro hidráulico, D_w	3 a 40 mm
Razão comprimento-diâmetro, L/D_w	80 a 2485

Por ser muito extensa, a tabela desenvolvida em AECL e IPPE não é apresentada aqui. Para maiores informações acerca dessa tabela, recomenda-se o exame da publicação de Groeneveld et al. (1996).

Tal como na matriz proposta por Doroshchuk et al. (1975, 1976), na tabela AECL-IPPE os valores de fluxo de calor crítico, normalizados para um diâmetro de tubo de 8 mm, são apresentados para faixas discretas de pressão, fluxo de massa e título de vapor. Os fluxos de calor críticos para condições entre os valores tabelados são obtidos por interpolação linear e a correção

$$q''_{\text{crit}, D_w} = q''_{\text{crit}, 8\text{mm}} \left(\frac{D_w}{8} \right)^{-0,5} \quad (8.3.4-17)$$

é utilizada para tubos com diâmetros diferentes de 8 mm.

Enfim, se a hipótese de crise local sugerida por Doroshchuk et al. (1975) estiver correta, a extensão das tabelas padronizadas a geometrias mais complexas, como aquelas encontradas em feixes de varetas, requererá tão-somente a determinação da condições térmica e hidráulicas do escoamento no local onde ocorre a crise da ebulição e, talvez, a reformulação do fator de correção do diâmetro,

$$f_D = \frac{q''_{\text{crit}, D_w}}{q''_{\text{crit}, 8\text{mm}}} = \left(\frac{D_w}{8} \right)^k \quad (8.3.4-18)$$

Evidentemente, isto tem de ser feito à luz de investigações experimentais.

APLICAÇÕES

Três exemplos de utilização do programa PANTERA-2 são apresentados neste capítulo. O primeiro diz respeito à determinação, a partir de dados experimentais, dos coeficientes de resistência hidráulica em grades espaçadoras e do coeficiente de mistura turbulenta de elementos combustíveis de recarga da central nuclear Angra-1.

No segundo exemplo investiga-se a possibilidade de estender o uso da tabela padronizada AECL-IPPE (tabela aplicável a tubos de 8 mm desenvolvida em conjunto por pesquisadores do Canadá e da Rússia) na previsão do fluxo de calor crítico em feixes de varetas. Nesse estudo, seguindo a determinação de um fator de correção para o diâmetro hidráulico, a tabela AECL-IPPE é comparada estatisticamente com 2.118 medidas de fluxo de calor crítico tomadas em 34 seções de teste de 25 varetas, em arranjo 5×5 , aquecidas eletricamente. As condições térmicas e hidráulicas no local de ocorrência do fluxo de calor crítico em cada teste serão avaliadas com o programa PANTERA-2.

O último exemplo envolve a análise de eventos transitórios de falha das bombas principais de circulação da central nuclear Angra-2, bem como dos efeitos desses eventos sobre a razão-limite de ebulição nucleada, RLEN, no núcleo do reator.

9.1 COEFICIENTES DE RESISTÊNCIA HIDRÁULICA EM ESPAÇADORES E DE MISTURA TURBULENTA EM ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS DE ANGRA-1

Duas séries de experimentos foram realizados para investigar o desempenho termo-hidráulico do elemento combustível projetado pela Kraftwerk Union AG (Erlangen, RFA) para recarga de Angra-1. A primeira série, denominada TS10, foi conduzida no circuito térmico 6 MW High Pressure Water Rig situado no Atomic Energy Establishment Winfrith (AEEW), Reino Unido; e a segunda série, chamada DTS35, na Heat Transfer Research Facility da Universidade de Columbia, Nova York.

Em ambas as séries foram empregadas seções de teste compostas por 24 varetas eletricamente aquecidas e uma vareta não-aquecida, arranjadas em matriz 5×5 , para simular

a geometria do elemento combustível 16×16 de Angra-1. As principais grandezas medidas nesses experimentos foram as diferenças de pressão ao longo do eixo das seções de teste, a temperatura da água na saída dos subcanais, e o fluxo de calor crítico.

Esta seção serve para ilustrar como o programa PANTERA-2 pode ser usado para determinar os coeficientes de resistência hidráulica dos espaçadores a partir dos dados de queda de pressão e o coeficiente de mistura turbulenta usando as temperaturas medidas na saída dos subcanais. Os experimentos de fluxo de calor crítico, embora sejam discutidos na próxima seção por uma questão de completeza, não são objeto de investigação no presente trabalho. Ao leitor recomenda-se o exame de Veloso (1991) para o entendimento da análise dos dados de fluxo de calor crítico obtidos de ambas as séries experimentais.

9.1.1 Seções de Teste e Procedimento Experimental

Um corte transversal das seções de teste TS10 e DTS35 é mostrado na Figura 9.1.1-1. Tubos de inonel eletricamente aquecidos foram utilizados para simular as varetas combustíveis. Todas as varetas aquecidas tinham um comprimento ativo de 3000 mm e um diâmetro externo de 9,50 mm. A vareta não aquecida (vareta nº 19), usada para simular um tubo-guia de barra de controle, tinha um diâmetro externo de 11,96 mm. O passo das varetas era de 12,32 mm. A distância vareta-parede era de 4,32 mm para TS10 e de 2,134 mm para DTS35.

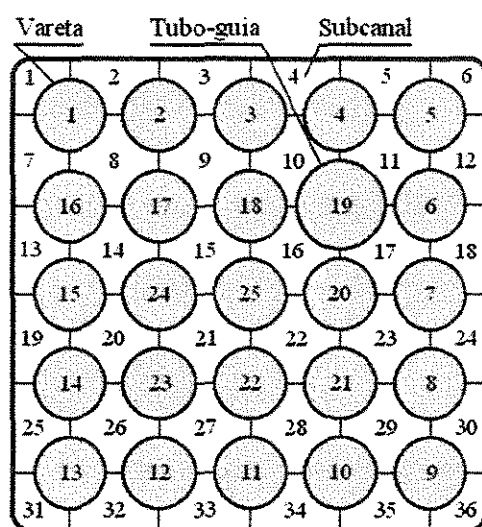


Figura 9.1.1-1 Seção transversal dos feixes de varetas.

O posicionamento das varetas no feixe foi mantido por meio de seis grades espaçadoras com o mesmo tipo de aletas de mistura, sendo cinco grades distribuídas ao longo do comprimento aquecido. O espaçamento axial das grades era de 523 mm. As localizações axiais das grades e das tomadas de pressão são indicadas na Figura 9.1.1-2.

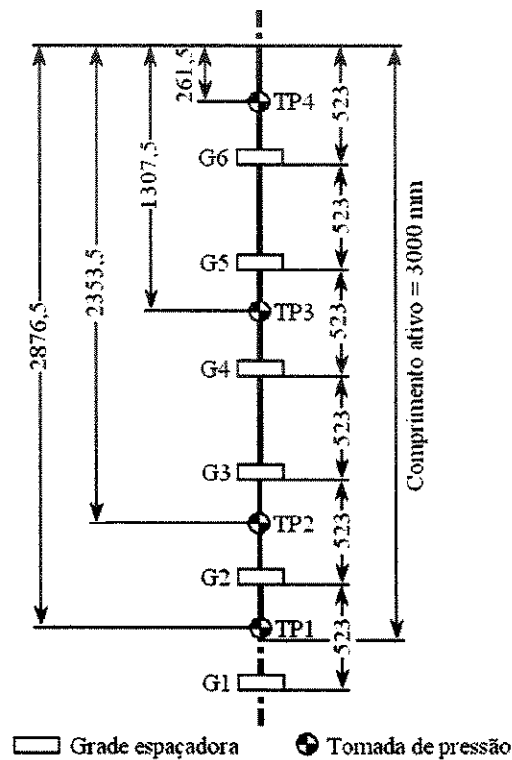


Figura 9.1.1-2 Posições axiais das grades e das tomadas de pressão.

Dois níveis radiais de potência foram obtidos com tubos de mesmo diâmetro externo e duas diferentes espessuras de parede. A potência das varetas de números 20 a 25 em TS10 era cerca de 15% maior que a potência das outras varetas, enquanto, em DTS35, essas seis varetas foram aquecidas a uma potência 20% mais alta que as demais. As seções de teste tinham distribuições axiais de potência uniformes.

As temperaturas do fluido à saída dos subcanais foram medidas por uma matriz de termopares de 1 mm, do tipo Chromel Constantan, posicionados no topo do comprimento ativo e aproximadamente no centro geométrico dos subcanais. A seção de teste TS10 foi instrumentada com 36 termopares, um para cada subcanal. A seção de teste DTS35 dispunha de uma matriz de 32 termopares, uma vez que os subcanais de canto não continham termopares, pois não havia espaço suficiente para acomodá-los.

Para a detecção de fluxo de calor crítico, termopares foram montados dentro das varetas aquecidas próximo ao final do comprimento ativo. As varetas de números 20 a 25 em ambas as seções de teste foram instrumentadas com quatro termopares por vareta no mesmo plano axial, igualmente dispostos no azimute dentro da vareta. Nas varetas de números 1 a 18 no feixe TS10 havia dois termopares por vareta na mesma posição axial. As varetas de números 1 a 18 na seção de teste DTS35 dispunham de somente um termopar por vareta. Esses termopares foram ligados, via amplificadores, a um dispositivo de múltiplos canais provido de alarmes e relés que atuavam sobre o sistema de suprimento de potência.

Três séries de testes foram conduzidos nas seções de testes TS10 e DTS35, isto é, testes de queda de pressão, de mistura e de fluxo de calor crítico. Os testes de queda de pressão referem-se àquelas experiências realizadas a potência zero com o objetivo de medir as diferenças axiais de pressão e de verificar a integridade das seções de teste, antes do início e, também, após o término dos testes de mistura e de fluxo de calor crítico. As diferenças de pressão Δp_{13} , Δp_{14} , Δp_{23} e Δp_{24} foram medidas em TS10. As pressões diferenciais medida em DTS35 foram Δp_{12} , Δp_{14} , Δp_{23} e Δp_{34} . Os subscritos denotam os vários pares de tomadas de pressão. Por exemplo, Δp_{12} refere-se à diferença de pressão entre as tomadas TP1 e TP2. Os testes de queda de pressão consistiram de 36 corridas, sendo 15 em TS10 e 21 em DTS35.

Os testes de mistura foram realizados sob condições monofásicas. Para cada corrida de um total de 60 (25 em TS10 e 35 em DTS35), a potência elétrica, a temperatura de entrada da água, a pressão e a vazão eram impostas às seções de teste e, após o sistema atingir condições estacionárias, as temperaturas de saída dos subcanais, pressões diferenciais e demais grandezas de interesse eram então registradas.

Para cada corrida dos experimentos de fluxo de calor crítico (FCC), as variáveis independentes (pressão, temperatura de entrada e vazão) eram fixadas e a potência elétrica do feixe aumentada gradualmente até que um súbito aumento na temperatura de superfície de uma ou mais varetas fosse detectado pelos termopares. Quando isso acontecia, a potência da seção de teste era imediatamente reduzida pelo operador ou desligada automaticamente. Os dados operacionais – incluindo potência elétrica, pressão de saída, temperatura de entrada, vazão de massa de entrada, pressões diferenciais, temperaturas de saída dos subcanais e os números de identificação das varetas e termopares indicando FCC – eram continuamente registrados. O conjunto de medidas tomadas imediatamente antes da redução

da potência constituía as condições de FCC registradas. Um total de 203 pontos de FCC foram obtidos a partir desses testes (101 oriundos de TS10 e 102 oriundos de DST35).

Os experimentos em ambas as seções de teste cobriram a faixa de parâmetros indicados na tabela abaixo.

Tabela 9.1.1-1 Faixas de condições dos testes em TS10 e DTS35.

Modalidade de Experimento	Pressão do Sistema (MPa)	Temperatura de Entrada (°C)	Fluxo de Massa (kg/m ² s)	Potência do Feixe (MW)
Queda de Pressão	7	23 – 50	1000 – 4700	0
Mistura	10 – 17	210 – 310	2400 – 3600	0,5 – 1,4
Fluxo de Calor Crítico	7 – 17	150 – 330	600 – 3600	1,0 – 5,0

9.1.2 Aspectos Teóricos

Coefficientes de Queda de Pressão nos Espaçadores

A queda de pressão total entre duas tomadas de pressão é dada pela soma de quatro componentes, isto é,

$$\Delta p = \Delta p_f + \Delta p_a + \Delta p_g + n \Delta p_s, \quad (9.1.2-1)$$

onde:

Δp_f = queda de pressão por atrito,

Δp_a = queda de pressão por aceleração,

Δp_g = queda de pressão gravitacional,

Δp_s = queda de pressão média por grade espaçadora, e

n = : número de grades espaçadoras entre as tomadas de pressão.

Os componentes de atrito, de aceleração e gravitacional são determinados com as equações usuais. A queda de pressão nos espaçadores pode ser expressa em termos de um coeficiente de perda efetivo, ζ_s , definido pela equação

$$\Delta p_s = \zeta_s \frac{G^2}{2\rho}, \quad (9.1.2-2)$$

onde G é o fluxo de massa e ρ é a densidade do fluido. Substituindo a Equação (9.1.2-2) na Equação (9.1.2-1) e resolvendo para ζ_s , obtém-se

$$\zeta_s = \frac{2\rho}{nG^2}(\Delta p - \Delta p_f - \Delta p_a - \Delta p_g). \quad (9.1.2-3)$$

Para os pares de tomada de pressão combinados para medir a diferença de pressão ao longo das seções de teste TS10 e DTS35, essa equação conduz às relações seguintes:

$$\zeta_{s,12} = \frac{2\rho_{12}}{G^2}(\Delta p_{12} - \Delta p_{f,12} - \Delta p_{a,12} - \Delta p_{g,12}) \quad (9.1.2-4a)$$

$$\zeta_{s,13} = \frac{2\rho_{13}}{3G^2}(\Delta p_{13} - \Delta p_{f,13} - \Delta p_{a,13} - \Delta p_{g,13}) \quad (9.1.2-4b)$$

$$\zeta_{s,14} = \frac{2\rho_{14}}{5G^2}(\Delta p_{14} - \Delta p_{f,14} - \Delta p_{a,14} - \Delta p_{g,14}) \quad (9.1.2-4c)$$

$$\zeta_{s,23} = \frac{2\rho_{23}}{2G^2}(\Delta p_{23} - \Delta p_{f,23} - \Delta p_{a,23} - \Delta p_{g,23}) \quad (9.1.2-4d)$$

$$\zeta_{s,24} = \frac{\Delta p_{24}}{4G^2}(\Delta p_{24} - \Delta p_{f,24} - \Delta p_{a,24} - \Delta p_{g,24}) \quad (9.1.2-4e)$$

$$\zeta_{s,34} = \frac{2\rho_{34}}{2G^2}(\Delta p_{34} - \Delta p_{f,34} - \Delta p_{a,34} - \Delta p_{g,34}) \quad (9.1.2-4f)$$

em que os subscritos 12, 13, 14, 23, 24 e 34 denotam os vários pares de tomadas de pressão (veja Figura 9.1.1-2).

Os coeficientes de resistência hidráulica dos espaçadores usados nas seções de teste TS10 e DTS35 foram obtidos das Equações (9.1.2-4) mediante a substituição dos valores medidos para a queda de pressão total e dos valores dos componentes de queda de pressão por atrito, aceleração e gravidade calculados com o programa PANTERA-2.

Os coeficientes de perda nos espaçadores previstos com as Equações (9.1.2-4) podem ser relacionados ao número de Reynolds médio do fluido entre as tomadas de pressão, ou seja,

$$Re = \frac{GD}{\mu}, \quad (9.1.2-5)$$

onde D é o diâmetro hidráulico da seção de teste, G é o fluxo de massa médio do feixe, e μ é a viscosidade dinâmica calculada em função da entalpia média entre as tomadas de pressão consideradas.

Mistura Turbulenta

Conforme Subseção 8.1.9, a mistura transversal turbulenta, w_{ij}^H , entre dois subcanais adjacentes i e j é calculada em PANTERA-2 através da equação

$$w_{ij}^H = \beta (\bar{G}s)_{ij}, \quad (9.1.2-6)$$

onde β é o coeficiente de mistura turbulenta, $\bar{G}$ é o fluxo de massa médio nos subcanais i e j , e s é a largura da interface de conexão desses subcanais.

Do ponto de vista físico, o coeficiente β exprime uma medida do grau de intercâmbio de entalpia entre os subcanais do feixe: o valor $\beta = 0$ expressa a ausência de mistura turbulenta; e um valor infinito de β indica mistura completa, uma situação na qual todas as entalpias sobre um plano transversal do feixe se igualam. O valor de β tem de ser avaliado experimentalmente, já que não existe até o momento nenhum método para determiná-lo analiticamente.

Os coeficientes de mistura turbulenta para as seções de teste TS10 e DTS35 foram considerados como sendo aqueles que minimizam a soma

$$S(\beta) = \sum_k \left[\frac{R(\beta)}{\Delta T} \right]_k, \quad (9.1.2-7)$$

onde k denota as corridas associadas aos testes de mistura e ΔT é o aumento de temperatura do feixe que é independente de β . A grandeza $R(\beta)$ expressa a raiz quadrada da média dos quadrados (RMS) das diferenças entre as temperaturas medidas e calculadas à saída dos subcanais.

Para calcular $R(\beta)$ decidiu-se adotar um procedimento semelhante ao sugerido por Castellana, Adams e Casterline (1974). Em conformidade com tal procedimento, $R(\beta)$ é determinado em termos das diferenças cruzadas das temperaturas de saída dos subcanais ao invés de usar os valores absolutos das temperaturas de saída dos subcanais. Assim, para cada corrida de mistura, a um valor particular do coeficiente β , $R(\beta)$ é calculado com a

relação

$$R(\beta) = \frac{1}{N} \left\{ \sum_i \sum_j [(T_{m,i} - T_{m,j}) - (T_{p,i}(\beta) - T_{p,j}(\beta))]^2 \right\}^{1/2}, \quad (9.1.2-8)$$

onde $T_{m,i}$ e $T_{m,j}$ são as temperaturas medidas na saída dos subcanais i e j ; $T_{p,i}(\beta)$ e $T_{p,j}(\beta)$ são os valores correspondentes previstos pelo programa PANTERA-2 a um valor particular de β . O somatório é efetuado sobre todos os N pares possíveis de subcanais. Normalmente, os subcanais com parede fria são excluídos da soma porque os termopares posicionados nos centróides desses subcanais poderão apresentar leituras substancialmente diferentes para a temperatura média local (*bulk*) do fluido.

9.1.3 Resultados e Análise

Nas determinações com o programa PANTERA-2 foram usados os parâmetros e correlações de entrada listados abaixo:

Número de níveis axiais	41
Coefficiente de resistência hidráulica transversal, K	0,5
Parâmetro de momento transversal, s/ℓ	0,5
Fator de momento turbulento, f_t	0,0
Tolerância de convergência da vazão axial	0,001
Tolerância de convergência da vazão lateral	0,01
Coefficiente de atrito	Lehmann (1961)
Vazio sub-resfriado	Levy (1967)
Fração de vazio global	Smith (1969-70)
Multiplicador atrito bifásico	Reddy et al. (1983)

Pelo fato de serem conhecidas as rugosidades das paredes dos subcanais, a correlação de Lehmann (1961) para o coeficiente de atrito foi utilizada na avaliação dos experimentos conduzidos nas seções de teste TS10 e DTS35. A queda de pressão por atrito prevista por essa correlação é mais precisa que aquela fornecida por relações, como a de Blasius, por exemplo, que não consideram a influência da rugosidade. A escolha das correlações para o cálculo de vazio e do multiplicador de atrito bifásico não é importante porque todos os testes avaliados nesta seção foram realizados em condições monofásicas.

Coefficientes de Queda de Pressão nos Espaçadores

Deve ser enfatizado que os coeficientes de perda das grades espaçadoras testadas nas seções de teste TS10 e DTS35 foram determinadas com as Equações (9.1.2-4). Para uma corrida particular, a queda de pressão no segundo membro de cada equação foi avaliada subtraindo-se a soma das quedas de pressão devidas ao atrito, aceleração e gravidade previstas com o código PANTERA-1P das pressões diferenciais medidas entre os vários pares de tomadas de pressão.

Os coeficientes de perda nos espaçadores obtidos dessa forma para ambas as seções de teste estão representadas nas Figuras 9.1.3-1 e 9.1.3-2 em função do número de Reynolds. As curvas da forma

$$\zeta_s = a Re^b \quad (9.1.3-1)$$

que correlacionam os dados são também incluídas nessas figuras. Os valores de a e b obtidos com o método dos mínimos quadrados são

$$a = 1,07 \pm 0,05 \quad e \quad b = -0,013 \pm 0,004,$$

para TS10; e

$$a = 2,24 \pm 0,05 \quad e \quad b = -0,062 \pm 0,002$$

para DTS35.

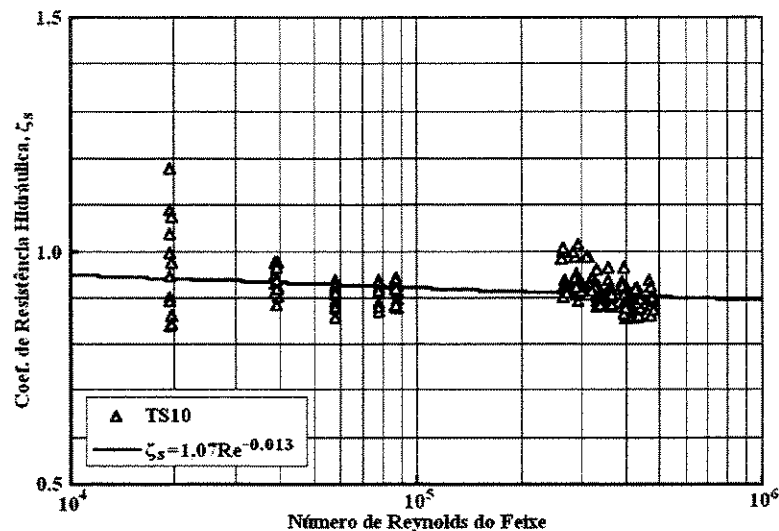


Figura 9.1.3-1 Coeficientes de resistência hidráulica das grades de TS10.

As Figuras 9.1.3-1 e 9.1.3-2 indicam, como esperado, um decréscimo nos valores do coeficiente médio de perda de pressão dos espaçadores quando o número de Reynolds aumenta. Para um número de Reynolds de $4,6 \times 10^5$, que é o valor típico para os elementos combustíveis de Angra-1, as fórmulas ajustadas resultam em $\zeta_s = 0,90$ para as grades de TS10, e $\zeta_s = 1,0$ para as grades de DTS35.

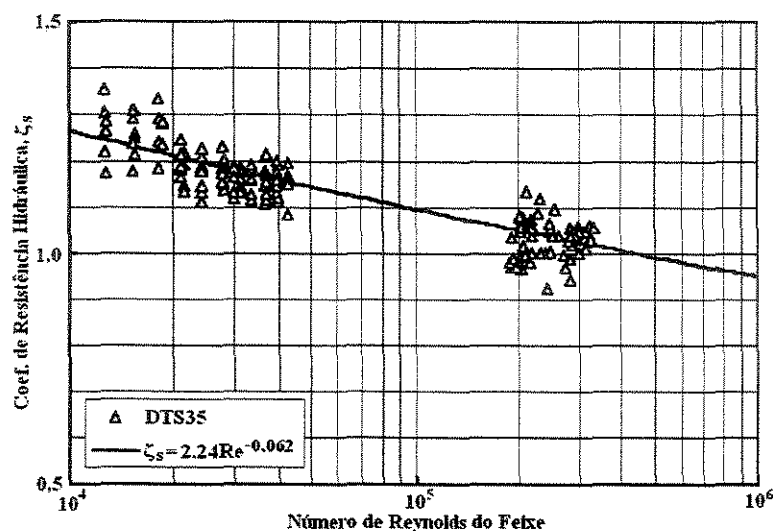


Figura 9.1.3-2 Coeficientes de resistência hidráulica das grades de DTS35.

Em virtude do espalhamento dos pontos, os gráficos sugerem que, para números de Reynolds acima de 10^5 , um valor de ζ_s da ordem de 1,0 pode ser usado na previsão das quedas de pressão em grades espaçadoras do tipo testado em ambas as seções de teste. Esta conclusão é corroborada por resultados obtidos de um programa experimental conduzido por Ladeira e Rezende (1990) no Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN), em Belo Horizonte, para investigar a queda de pressão em grades espaçadoras do elemento combustível de recarga de Angra-1.

Mistura Turbulenta

A extensão da mistura turbulenta foi determinada através da comparação das temperaturas medidas na saída dos subcanais com as temperaturas calculadas pelo programa PANTERA-2, para vários valores do coeficiente de mistura turbulenta β . Todos os outros parâmetros e correlações de entrada do programa foram mantidos inalterados durante as avaliações.

Para cada experimento de mistura foram investigados sete valores constantes do coeficiente β (0,0, 0,02, 0,04, 0,05, 0,06, 0,08 e 0,10). Como uma medida do ajuste, as diferenças entre os valores experimentais de temperaturas de saída dos subcanais foram comparados com as diferenças das temperaturas previstas pelo programa para um determinado valor de β através da Equação (9.1.2-8). Como um esforço para reduzir o efeito de parede fria no cálculo de β , somente os subcanais-matriz (subcanais formados por quatro varetas aquecidas) $i = j = 8, 9, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28$ e 29, mostrados na Figura 9.1.1-1, foram considerados na Equação (9.1.2-8).

As razões $R(\beta)/\Delta T$ para cada β foram somadas para todos as corridas de mistura em TS10 e a soma S representada graficamente em função de β na Figura 9.1.3-3. Em razão de inconsistências observadas nos dados experimentais, as corridas de mistura conduzidas na seção de teste DST35 foram excluídas dessa avaliação. As temperaturas de saída dos subcanais medidas em DST35 pareceram incorretas, pois mostraram-se sistematicamente abaixo das temperaturas de saída do feixe calculadas através de um balanço térmico, balanço esse efetuado a partir dos valores da temperatura de entrada do fluido, do fluxo de massa e da potência total fornecida à seção de teste.

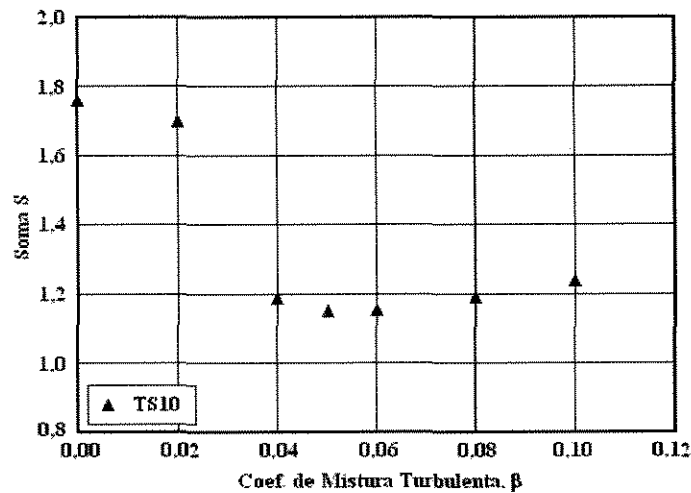


Figura 9.1.3-3 Soma S em função de β .

Um exame da Figura 9.1.3-3 revela que um valor de aproximadamente 0,05 para β minimiza a soma S e este é, então, considerado o melhor valor para o coeficiente de mistura turbulenta para a geometria de TS10.

As diferenças entre as temperaturas medida e prevista à saída dos subcanais para uma corrida particular de mistura em TS10 são mostradas nas Figuras 9.1.3-4. Os dados representados nesta figura correspondem a um coeficiente de mistura de 0,05. Observe que as previsões de PANTERA-2 com $\beta = 0,05$ reproduzem com uma excelente precisão as temperaturas medidas, especialmente na saída daqueles subcanais com potências radiais integradas mais elevadas. Os desvios mais acentuados para alguns subcanais com parede fria são provavelmente decorrentes da dificuldade de medir com termopares a temperatura média do fluido à saída desses subcanais. Estas conclusões, embora sejam baseadas em apenas um experimento, são válidas também para as outras 24 corridas de mistura, cujas figuras foram omitidas aqui por uma questão de espaço.

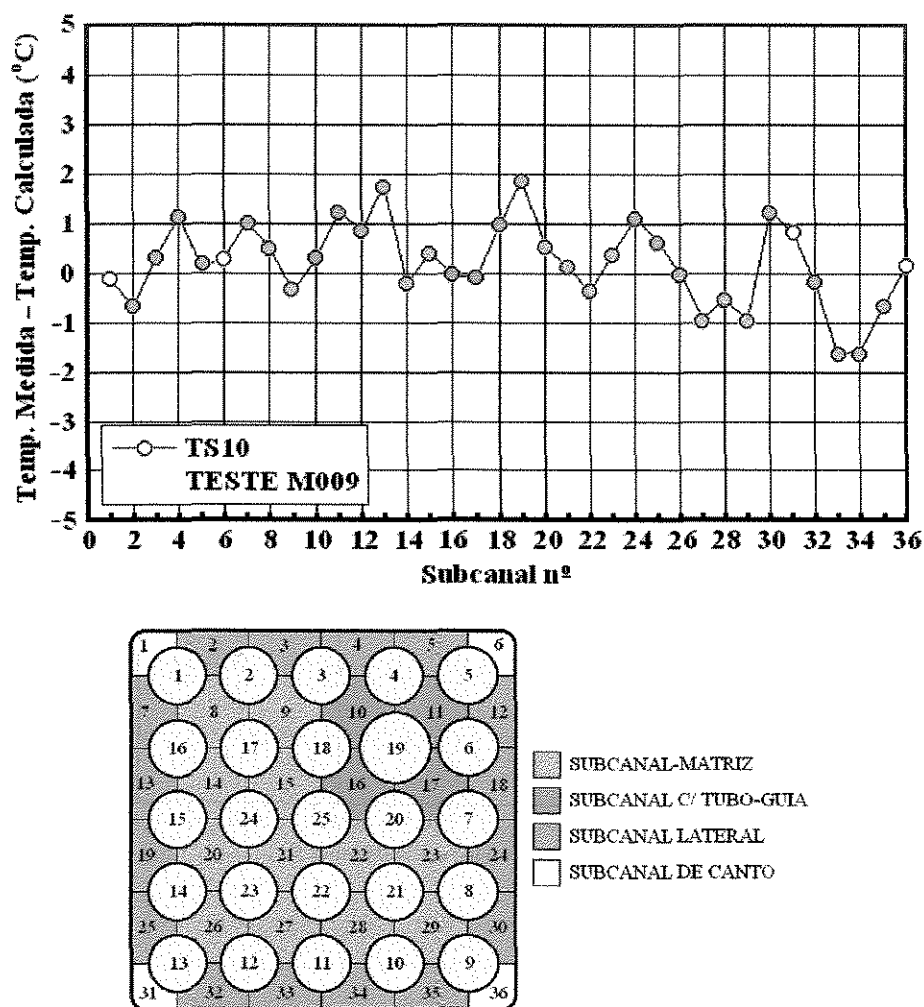


Figura 9.1.3-4 Diferenças entre temperaturas medida e calculada à saída dos subcanais (teste M009).

9.1.4 Conclusões

Das avaliações com PANTERA-2 dos dados de queda de pressão monofásica nas seções de teste TS10 e DTS35 obteve-se um coeficiente de resistência hidráulica para as grades espaçadoras aproximadamente igual a 1,0. Este valor pode ser usado para prever as quedas de pressão nas grades, na faixa de número de Reynolds de 10^5 a 10^6 .

Analisando os testes de mistura conduzidos na seção de teste TS10, um coeficiente de mistura turbulenta β de 0,05 foi estimado como satisfatório para prever as temperaturas de saída dos subcanais. Quando este valor de β foi reutilizado no programa PANTERA-2, observou-se uma ótima concordância entre as temperaturas medidas e calculadas à saída dos subcanais, especialmente para aqueles subcanais com níveis de potência mais elevados.

9.2 FLUXO DE CALOR CRÍTICO

O fluxo de calor crítico (FCC) é uma das mais importantes grandezas quando se consideram os limites de segurança operacional dos reatores nucleares, geradores de vapor e de outras unidades térmicas. Se uma superfície aquecida for arrefecida por um fluido em regime de ebulição nucleada, o coeficiente de transferência de calor será relativamente alto e uma grande quantidade de energia térmica poderá ser removida com pequenas diferenças de temperatura entre a superfície e o fluido. Entretanto, essa excelente característica de transferência de calor não é ilimitada, isto é, o fluxo de calor não pode ser aumentado indefinidamente. Para um determinado valor crítico do fluxo de calor, o vapor produzido pode levar à formação de uma camada contínua de vapor sobre a superfície e causar a deterioração do mecanismo de transmissão de calor, cuja consequência poderia ser a destruição do aquecedor em razão de um aumento súbito na temperatura superficial.

Existem na literatura centenas de modelos e correlações para a predição do fluxo de calor crítico e uma enorme quantidade de dados experimentais são disponíveis. A maioria dos estudos feitos sobre FCC foram revistos em várias publicações por Tong (1972), Katto (1985), Todreas e Kazimi (1990a), Collier e Thome (1996) e por Tong e Weisman (1996). O trabalho de Katto é particularmente interessante porque trata especificamente do fenômeno de FCC em escoamentos internos e externos e apresenta uma vasta bibliografia sobre o assunto.

Esta seção trata da avaliação do fluxo de calor crítico em seções de teste 5×5 com características de elementos combustíveis de reatores refrigerados a água (BWR e PWR), utilizando-se o programa PANTERA-2 e a tabela padronizada AECL-IPPE (Groeneveld et al., 1996) desenvolvida por pesquisadores canadenses e russos (veja Subseção 8.3.4).

O estudo (cf. Fortini e Veloso, 2002) consiste de duas partes: a primeira relaciona-se à determinação do fator de correção do diâmetro para a tabela AECL-IPPE, a partir dos dados experimentais de fluxo de calor crítico e das condições locais dos subcanais previstas por PANTERA-2. Subseqüentemente, essas condições locais são substituídas no modelo de FCC para obtenção da distribuição das razões-limite de ebulição nucleada (RLEN ou DNBR) em função do título de vapor; o limite de tolerância superior associado à RLEN é então estimado através de métodos estatísticos aplicados aos dados de DNBR.

9.2.1 Base de Dados

Um total de 2118 pontos de fluxo de calor crítico oriundos de 34 seções de teste de 25 varetas em arranjos 5×5 (Figura 9.2.1-1) foi selecionado para avaliação neste estudo. Os dados de fluxo de calor crítico foram retirados da base de dados compilada por Figueti e Reddy (1982), na Universidade de Columbia. As fontes dos dados são Babcock & Wilcox Co. (BW), Combustion Engineering Inc. (CE), Exxon Nuclear Co. (EX), Idaho National Engineering Laboratories (IN) e Westinghouse Electric Co. (WH).

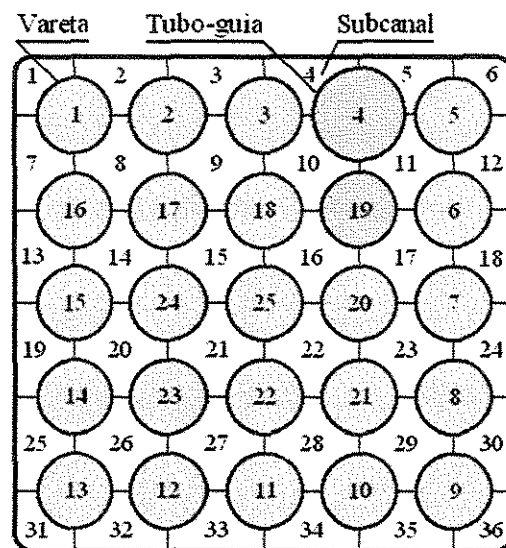


Figura 9.2.1-1 Seção transversal de um feixe 5×5 .

A Figura 9.2.1-1 ilustra a seção transversal de um feixe de varetas 5×5 típico. Normalmente, tubos de aço inoxidável ou de inconel eletricamente aquecidos são usados para simular as varetas combustíveis nucleares. Os tubos-guia de barras de controle são simulados por varetas não aquecidas.

Diferentes níveis radiais de potência são obtidos com tubos aquecedores de mesmo diâmetro externo e espessuras de parede variáveis. Vários tipos de grade com aletas de mistura e grades de suporte simples mantêm o espaçamento entre as varetas. O feixe de varetas é contido em um invólucro vertical quadrado com paredes cerâmicas para prover o isolamento elétrico. O calor gerado pelos tubos aquecedores é removido pelo escoamento ascendente de água que flui ao longo das varetas. Todas as seções de teste possuem perfis axiais de fluxo de calor uniformes. A água desmineralizada é o fluido refrigerante em todos os testes.

As características relevantes das várias seções de teste assim como os vários parâmetros que influenciam o FCC – tais como distância entre as varetas, diâmetros das varetas aquecidas ou não-aquecidas, espaçamento entre a vareta e a parede, comprimento aquecido do feixe e a razão pico-média da distribuição radial de potência – são listados na Tabela 9.2.1-1.

A variação na temperatura superficial associada ao FCC é detectada por termopares montados dentro das varetas aquecidas, próximos à extremidade final do comprimento ativo. Essas varetas são preenchidas com cilindros ocos de cerâmica que evitam deformação das paredes do tubo por efeito da pressão externa exercida pelo fluido e isolam eletricamente os termopares.

Em geral, os experimentos de fluxo de calor crítico são conduzidos da mesma maneira. Em cada corrida, os parâmetros independentes (pressão, temperatura de entrada e fluxo de massa) são ajustados para os valores desejados e a potência elétrica cedida ao feixe é gradualmente aumentada até que um súbito acréscimo na temperatura de superfície seja registrado por um ou mais dos termopares detectores de FCC. Quando a indicação é considerada suficiente para caracterizar a ocorrência do FCC, a potência elétrica do feixe é imediatamente reduzida pelo operador ou automaticamente interrompida pelo sistema de proteção da seção de teste.

Tabela 9.2.1-1 Características das seções de teste.

Número da Seção de Teste	Origem dos Testes	Número de Varetas Aquecidas	Número de Grades	Números das Varetas Frias	Passo das Varetas (mm)	Diâmetro das Varetas Aquecidas (mm)	Diâmetro das Varetas Frias (mm)	Distância Vareta-Parede (mm)	Comprimento Aquecido do Feixe (m)	Fator de Pico Radial de Potência	Número de Pontos
13.	CE	25	5	—	14.7	11.2	0.0	4.1	2.13	1.134	110
14.	CE	25	5	—	14.7	11.2	0.0	4.1	2.13	1.134	50
21.	CE	25	5	—	14.7	11.2	0.0	4.1	2.13	1.023	64
35.	CE	25	4	—	14.7	11.2	0.0	3.4	2.13	1.399	27
39.	CE	25	4	—	14.7	11.2	0.0	3.4	2.13	1.379	139
48.	CE	25	5	—	12.9	9.7	0.0	3.1	2.13	1.025	87
61.	CE	25	5	—	12.9	9.7	0.0	3.1	2.13	1.612	12
62.	CE	25	5	—	12.9	9.7	0.0	3.1	2.13	1.211	70
136.	WH	25	5	—	14.7	11.2	0.0	4.1	1.22	1.136	38
156.	WH	25	12	—	12.6	9.5	0.0	2.5	4.27	1.108	51
156.1	WH	25	12	—	12.6	9.5	0.0	2.5	4.27	1.108	25
156.2	WH	25	12	—	12.6	9.5	0.0	2.5	4.27	1.108	39
157.	WH	25	7	—	12.6	9.5	0.0	2.5	2.44	1.111	79
158.	WH	24	7	25	12.6	9.5	12.2	2.5	2.44	1.116	68
160.	WH	25	8	—	12.6	9.5	0.0	2.5	2.44	1.105	76
161.	WH	25	15	—	12.6	9.5	0.0	2.5	4.27	1.109	71
163.	WH	25	4	—	12.6	9.5	0.0	2.5	2.44	1.105	41
201.	EX	25	5	—	14.0	10.5	0.0	2.8	1.83	1.011	72
202.	EX	25	5	—	14.0	10.5	0.0	2.8	1.83	1.011	70
206.	EX	21	4	4, 14, 17 e 21	14.1	10.8	13.6	2.9	1.83	1.096	74
207.	EX	21	4	4, 14, 17 e 21	14.1	10.8	13.6	2.9	1.83	1.090	7
207.1	EX	21	4	4, 14, 17 e 21	14.1	10.8	13.6	2.9	1.83	1.090	74
401.	BW	25	5	—	14.4	10.9	0.0	1.8	1.83	1.008	57
402.	BW	24	5	25	14.4	10.9	10.9	1.8	1.83	1.104	55
405.	BW	25	5	—	14.4	10.9	0.0	1.8	1.83	1.196	51
701.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.040	9
701.1	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.041	67
702.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.107	57
704.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.107	42
705.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.081	321
706.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.055	67
706.1	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.057	16
707.	IN	22	4	9, 13 e 22	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.057	16
707.1	IN	22	4	—	14.3	10.7	13.8	2.9	1.68	1.057	16

Os dados incluindo voltagem, corrente, temperatura de entrada, fluxo de massa de entrada, pressão na saída e a identificação dos números das varetas e termopares com indicação de FCC são continuamente registrados. As condições de ocorrência do fluxo de calor crítico são o conjunto de medidas registradas imediatamente antes da redução de potência.

Restringindo-se a experimentos em feixes 5×5, os testes extraídos da base de dados de Figuetti e Reddy (1982) e considerados na presente análise cobrem as seguintes faixas de variáveis:

Pressão	1,3 a 17 MPa
Temperatura de entrada da água	95 a 340°C
Fluxo de massa médio	220 a 6050 kg/m ² s
Fluxo de calor médio	220 a 3930 kW/m ²

9.2.2 Correção do Diâmetro

Normalmente, quando as tabelas padronizadas de fluxo de calor crítico são utilizadas para tubos com diâmetros diferentes de 8 mm, o fluxo de calor crítico é dado pela relação

$$q''_{\text{crít},D} = q''_{\text{crít},8\text{mm}} \left(\frac{D}{8} \right)^k, \quad (9.2.2-1)$$

onde $q''_{\text{crít},8\text{mm}}$ é o fluxo de calor crítico para um tubo de 8 mm, D é o diâmetro do tubo em milímetros e k é um parâmetro empírico.

Valores confiáveis para o expoente k ainda não são disponíveis. Doroschuk et al. (1975,1976) corrigiram seus dados tabulares de fluxo crítico com $k = -1/2$. Groeneveld, Cheng e Doan (1986) sugeriram o valor $k = -1/3$ para ser empregado em conjunção com a tabela AECL-UO. Para a tabela AECL-IPPE, Groeneveld et al. (1996) recomendam também o valor de $k = -1/2$.

Na derivação do fator de correção do diâmetro, Doroschuk et al. (1975, 1976) e Groeneveld et al. (1986, 1996) assumem que o expoente k na Equação (9.2.2-1) é quase independente de outros parâmetros, tais como pressão, fluxo de massa e título de vapor.

Entretanto, Kirillov et al. (1992) salientam que o expoente k deve ser uma função da pressão e do regime de ebulição. Assim, cinco regimes foram considerados na determinação de k : (1) o regime de bolhas, (2) a região de transição de bolhas para o regime anular-disperso, (3) o regime anular-disperso, (4) região de transição de anular-disperso para o regime disperso e, por fim, (5) o regime disperso. A descrição desses regimes pode ser encontrada no artigo de Kirillov et al. (1992).

De acordo com Kirillov et al., o título de vapor no início da região correspondente ao regime anular-disperso é dado por

$$\chi_1 = 2,7 \left(\frac{\rho_g \sigma}{G^2 D} \right)^{0,25} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,333}, \quad (9.2.2-2)$$

onde G é o fluxo de massa, D é o diâmetro do tubo, σ é a tensão superficial, e ρ_f e ρ_g são as densidades de saturação do líquido e do vapor, respectivamente, à pressão de referência do sistema. O título de vapor no contorno superior dessa região pode ser estimado com a expressão seguintes:

$$\chi_2 = 4,30 \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D} \right)^{0,204} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,214} \quad 1 \leq P \leq 6 \text{ MPa}, \quad (9.2.2-3a)$$

$$\chi_2 = 3,60 \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D} \right)^{0,280} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,0119} \quad 6 \leq P \leq 20 \text{ MPa}. \quad (9.2.2-3b)$$

O limite inferior da região de transição do regime anular-disperso para o regime disperso é χ_2 e o contorno superior é dado por:

$$\chi_3 = 6,11 \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D} \right)^{0,238} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{0,204} \quad 1 \leq P \leq 6 \text{ MPa}, \quad (9.2.2-4a)$$

$$\chi_3 = 4,53 \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D} \right)^{0,30} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{-0,0367} \quad 6 \leq P \leq 20 \text{ MPa}. \quad (9.2.2-4b)$$

Kirillov e colaboradores não apresentam qualquer relação para o título de transição entre os regimes de bolhas e anular-disperso. Neste trabalho, esse título foi relacionado à fração de vazio máxima possível de 0,25 através da equação sugerida por Taitel, Bormeia e

Dukler (1980), isto é,

$$\chi_0 = \frac{\rho_g \alpha \{1 + 1,53(1 - \alpha)G^{-1}[g\sigma\rho_f^2(\rho_f - \rho_g)]^{1/4}\}}{\alpha\rho_g + (1 - \alpha)\rho_f}, \quad (9.2.2-5)$$

onde g é a aceleração da gravidade.

Os valores de k estimados por Kirillov et al. (1992) para as regiões 1, 3 e 5 são listados na Tabela (9.2.2-1). Os fluxos de calor críticos nas regiões de transição 2 e 4 são obtidos por interpolação linear entre valores de contorno. Para pressões acima de 14 MPa, os fatores de correção são definidos somente para as regiões 1 e 5.

Tabela 9.2.2-1 Valores de k segundo Kirillov et al. (1992).

p (MPa)	Região 1	Região 3	Região 5
1 a 6	0,188	-0,068	-0,266
6 a 14	0,263	-0,164	-0,197
14 a 20	0,418		-0,163

9.2.3 Análise dos Dados de Fluxo de Calor Crítico

O fluxo de massa e o título de vapor no local onde ocorre o FCC para cada corrida experimental foram calculados com o programa PANTERA-2 a partir dos valores medidos de pressão, temperatura de entrada, fluxo de massa médio e fluxo de calor médio no feixe.

Os principais parâmetros e correlações de entrada usados nos cálculos com o programa são listados a seguir:

Tolerância de convergência para a vazão axial	0,001
Tolerância de convergência para vazão transversal	0,01
Coeficiente de resistência hidráulica transversal, K	0,5
Parâmetro momento transversal (s/ℓ)	0,5
Fator momento turbulento, f_t	1,0
Coeficiente de atrito isotérmico	Blasius
Vazio subresfriado	Levy (1967)
Fração de vazio global	Smith (1969)
Multiplicador de atrito bifásico	Reddy et al. (1983)

A extensão da mistura turbulenta entre subcanais foi determinada usando um coeficiente de mistura turbulenta (β) igual a 0,05, que é típico de feixe de varetas equipados com grades possuindo aletas de mistura. Esta escolha está em conformidade com o estudo apresentado na seção precedente.

Em muitos experimentos pode haver indicações de fluxo de calor crítico em mais de uma vareta ou em mais de uma localização azimutal em uma dada vareta. Nesta análise, a primeira indicação de FCC foi sempre usada para estabelecer a vareta e o subcanal onde ocorreu o fluxo de calor crítico. Para varetas equipadas com um único detetor de FCC, o subcanal com FCC foi considerado como aquele que apresentou nos cálculos o mais alto título de vapor na saída.

Para uma dada corrida experimental, quando as condições térmica e hidráulicas calculadas pelo programa no local de ocorrência do fluxo de calor crítico são substituídas em uma correlação de FCC, obtém-se o valor do FCC previsto. A razão entre o FCC previsto e o FCC real é usualmente definida como a razão-limite de ebulição nucleada (RLEN) ou, de acordo com a terminologia inglesa, razão de afastamento da ebulição nucleada (*departure from nucleate boiling ratio*, DNBR).

Em princípio, como o fluxo de calor crítico real para cada experimento deve ser justamente o fluxo de calor crítico medido, a definição de DNBR resulta em

$$\text{DNBR} = \frac{q''_{\text{crit,previsto}}}{q''_{\text{crit,medido}}} \quad (9.2.3-1)$$

onde q''_{crit} denota o fluxo de calor crítico.

O fator de correção do diâmetro para uma dada corrida de fluxo de calor crítico é dado por

$$f_D = \frac{q''_{\text{crit,medido}}}{q''_{\text{crit,8mm}}} = \frac{1}{\text{DNBR}_{8\text{mm}}} \quad (9.2.3-2)$$

onde $q''_{\text{crit,8mm}}$ é o fluxo de calor crítico obtido por interpolação na tabela de FCC sem incluir nenhuma correção no diâmetro. As interpolações são efetuadas em termos da pressão de referência e dos valores do fluxo de massa e do título de vapor previstos pelo programa PANTERA-2 na saída daquele subcanal com indicação de fluxo de calor crítico.

Os fatores de correção de diâmetro obtidos para as várias seções de teste listadas na Tabela 9.2.1-1 estão representados na Figura 9.2.3-1 em função do título de vapor local. Apesar da dispersão dos pontos, esta figura mostra alguma dependência de f_D com o título local. Tal dependência é mais visível quando os dados são representados separadamente para os vários regimes de escoamento.

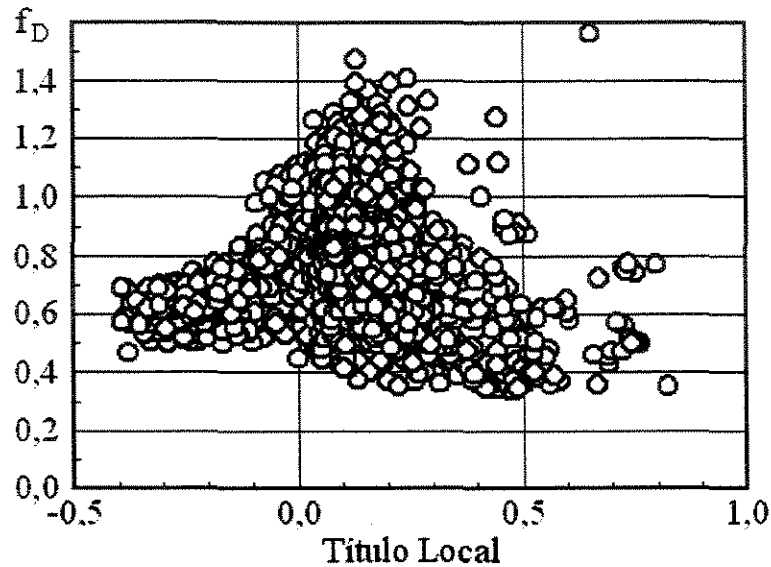


Figura 9.2.3-1 Fatores de correção do diâmetro *versus* título.

No desenvolvimento de uma correlação para f_D , considera-se a hipótese de que este parâmetro deve ser uma função da razão do diâmetro hidráulico aquecido para o diâmetro hidráulico molhado, assim como dos regimes de ebulição. Tentativamente, aplicando regressão linear múltipla aos dados representados na Figura 9.2.3-1, obteve-se a seguinte expressão para o fator f_D :

$$f_D(\chi) = a_0 \left(\frac{D_h}{8 \text{ mm}} \right)^{a_1 + a_2 \chi} \left(\frac{D_h}{D_w} \right)^{a_3} \left(\frac{\rho_f \sigma}{G^2 D_w} \right)^{a_4}, \quad (9.2.3-3)$$

onde D_h e D_w são, respectivamente, o diâmetro hidráulico aquecido e o diâmetro hidráulico molhado do subcanal onde ocorre o fluxo de calor crítico. O fluxo de calor crítico em um canal de escoamento contendo uma parede não-aquecida pode ser corrigido pelo termo (D_h/D_w) . O ultimo fator leva em conta a influência adicional dos vários regimes de ebulição no fluxo de calor crítico.

Os valores dos coeficientes determinados, considerando-se os regimes de ebulição registrados por Kirillov et al. (1992), são listados na Tabela 9.2.3-1 para as regiões 1, 3 e 5. Os valores de f_D nas regiões de transição 2 e 4 podem ser obtidos por interpolação linear entre os valores de contorno dessas regiões.

Tabela 9.2.3-1 Coeficientes da Equação (9.2.3-3).

Região	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	0,414	-0,006	1,526	0,246	-0,063
3	0,326	-0,463	0,337	0,327	-0,111
5	0,015	2,813	8,762	1,000	-0,184

O seguinte algoritmo foi proposto para evitar a descontinuidade da função f_D quando o cálculo tem de ser feito da entrada à saída de um subcanal com título crescente:

Região 1

$$f_D = f_{D1}(\chi) \quad \text{para } \chi \leq \chi_0$$

Região 2

$$f_D = \frac{f_{D3}(\chi_1)(\chi - \chi_0) + f_{D1}(\chi_0)(\chi_1 - \chi)}{\chi_1 - \chi_0} \quad \text{para } \chi_0 < \chi < \chi_1$$

Região 3

$$f_D = f_{D3}(\chi) \quad \text{para } \chi_1 \leq \chi \leq \chi_2$$

$$f_D = \text{mínimo}[f_{D1}(\chi), f_{D3}(\chi)] \quad \text{para } \chi_0 \geq \chi_1$$

Região 4

$$f_D = \frac{f_{D5}(\chi_3)(\chi - \chi_2) + f_{D3}(\chi_2)(\chi_3 - \chi)}{\chi_3 - \chi_2} \quad \text{para } \chi_2 < \chi < \chi_3$$

$$f_D = \text{máximo}[f_{D3}(\chi), f_{D5}(\chi)] \quad \text{para } \chi_2 \geq \chi_3$$

Região 5

$$f_D = f_{D5}(\chi) \quad \text{para } \chi \geq \chi_3$$

onde f_{D1} , f_{D3} , e f_{D5} são os valores da função f_D nas regiões 1, 3 e 5. Estas funções são estimadas com a Equação (9.2.3-3) utilizando-se os coeficientes listados na Tabela 9.2.3-1.

Por causa do número reduzido de pontos de fluxo de calor crítico nas regiões 4 e 5 (apenas 24 na região 4 e 17 na região 5), as funções f_D derivadas para essas regiões podem apresentar desvios inesperados e, conseqüentemente, devem ser utilizadas com bastante cautela.

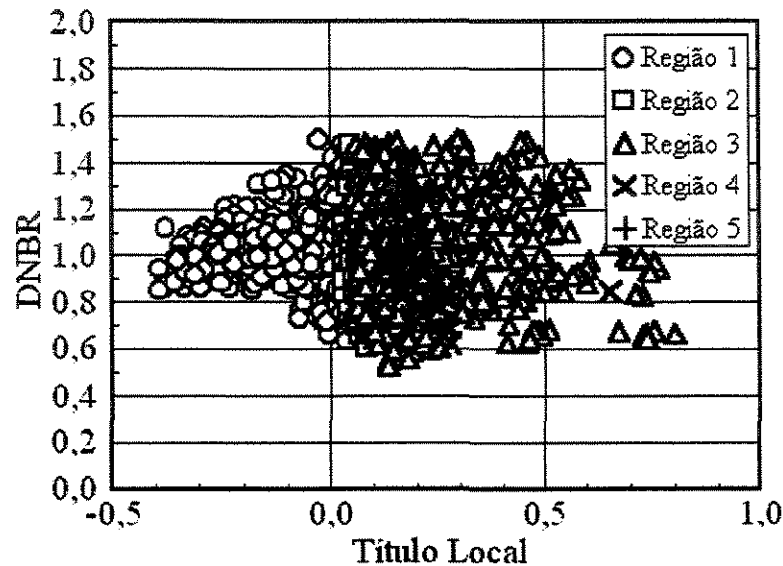


Figura 9.2.3-2 Razões entre FCC previsto e medido em função do título.

As razões entre os fluxos de calor crítico previsto e medido, razões essas obtidas usando-se a tabela AECL-IPPE em conjunção com o fator de correção do diâmetro fornecido pela Equação (9.2.3-3), são representados na Figura 9.2.3-2 em função do título de vapor local. Os pontos sobre a linha $DNBR = 1,0$ indicam que as previsões se igualam aos valores medidos. Os pontos acima desta linha significam que o modelo proposto superestima os fluxos de calor críticos. Previsões pessimistas são indicadas pelos pontos abaixo da linha $DNBR = 1,0$.

Pode-se deduzir da Figura 9.2.3-2 que os dados de DNBR se distribuem ao redor de $DNBR = 1,0$ e que um grande número de pontos (74% do total) se encontra no intervalo $0,8 \leq DNBR \leq 1,2$. A análise da dispersão indica que a tabela AECL-IPPE corrigida com a Equação (9.2.3-3) reproduz cerca de 65% dos pontos de DNBR dentro de uma faixa de erro

de $\pm 15\%$. Isto é mostrado na Figura 9.2.3-3, onde se representa o histograma de erro em intervalos de 10%.

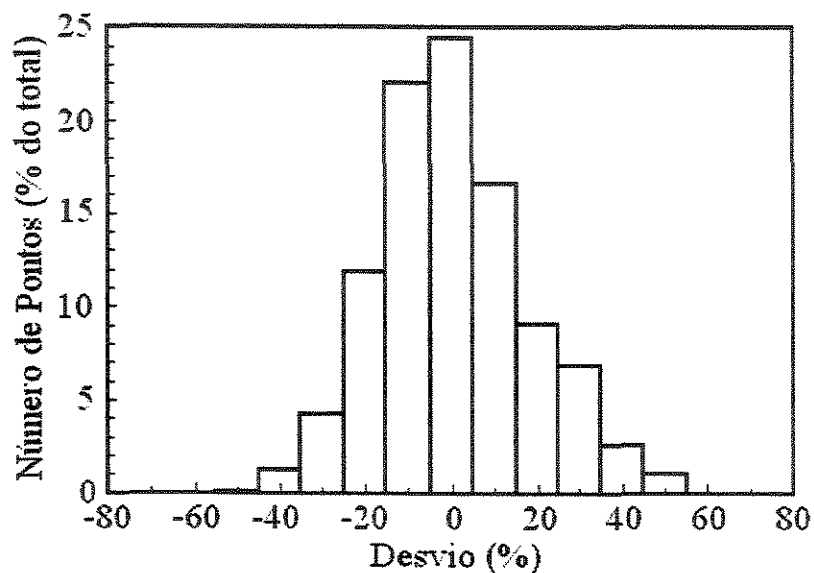


Figura 9.2.3-3 Histograma dos pontos de DNBR.

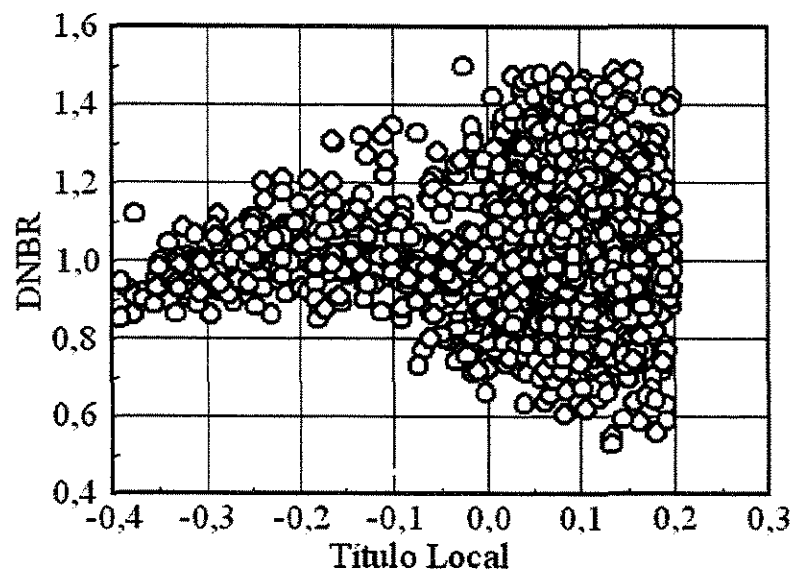


Figura 9.2.3-4 Razão entre FCC previsto e medido para título menor que 0,2.

Os dados de DNBR mostrados na Figura 9.2.3-4 correspondem às corridas de fluxo de calor crítico para as quais os títulos de vapor na saída do subcanais onde ocorre o FCC são menores que 0,20. Esse título superior encontra-se ainda acima do título máximo

(cerca de 0,1) que pode eventualmente ocorrer em elementos combustíveis típicos de reatores a água pressurizada em condições normais de operação. Cerca de 70% dos dados representados na figura estão dentro da faixa de erro de $\pm 15\%$.

9.2.4 Estatística de DNBR

Os valores de DNBR deveriam ser iguais a 1,0 para todas as condições dos testes de fluxo de calor crítico se os erros experimentais fossem zero, se as variáveis do escoamento no local do FCC fossem perfeitamente calculadas por um código de subcanais e se os fluxos de calor crítico fossem exatamente previstos pelas correlações. Como isso nunca acontece, os dados de DNBR produzem uma distribuição de probabilidade.

Quando se considera uma amostra $DNBR_1, DNBR_2, \dots, DNBR_n$, o valor médio é dado por

$$\overline{DNBR} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n DNBR_i, \quad (9.2.4-1)$$

e o desvio padrão pode ser avaliado com

$$S = \left\{ \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (DNBR_i - \overline{DNBR})^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (9.2.4-2)$$

onde n é o número total de dados.

O erro médio e o erro quadrático médio (rms) são definidos por:

$$\varepsilon_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i, \quad (9.2.4-3)$$

$$\varepsilon_{rms} = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \right]^{1/2} \quad (9.2.4-4)$$

onde

$$\varepsilon_i = \left(\frac{q_{crít, previsto}'' - q_{crít, medido}''}{q_{crít, medido}''} \right)_i = DNBR_i - 1. \quad (9.2.4-5)$$

O erro médio e o erro quadrático médio (rms) associados aos dados de DNBR representados na Figura 9.2.3-2 são 13,7% e 17,4%, respectivamente. Para os dados visualizados na Figura 9.2.3-4, esses erros reduzem-se a 12,8% e 16,5%.

Um dos critérios básicos de projeto para reatores a água pressurizada típicos estabelece que o fluxo de calor crítico não ocorrerá no núcleo a uma probabilidade de 95% com um nível de confiança de 95%. Para satisfazer esse critério, um valor limite de DNBR é determinado através da aplicação de métodos estatísticos a amostras aleatórias de dados de DNBR obtidos de testes experimentais que simulam as condições dos reatores. Por razões históricas, o valor mínimo de DNBR previsto para o núcleo do reator não pode ser menor que 1,30.

Para uma variável aleatória normal DNBR com média desconhecida μ e desvio-padrão desconhecido σ , o limite de tolerância unilateral superior de DNBR é dado por

$$\text{MDNBR} = \overline{\text{DNBR}} + K.S, \quad (9.2.4-6)$$

onde $\overline{\text{DNBR}}$ é uma estimativa μ e S é uma estimativa de σ . Os valores do parâmetro K tais que a probabilidade seja γ de que pelo menos uma proporção p de uma distribuição normal esteja abaixo do mínimo de DNBR (MDNBR) podem ser obtidos de tabelas apresentadas em livros-texto de estatística.

Supondo-se que os dados de DNBR sejam normalmente distribuídos, a Equação (9.2.4-6) pode ser usada para determinar o limite de tolerância superior de DNBR que contenha pelo menos 95% da distribuição com probabilidade de 95%. Sem levar em conta os regimes de ebulição, os limites de tolerância (MDNBR) para várias faixas de título de vapor são apresentados na Tabela 9.2.4-1.

Tabela 9.2.4-1 Valor mínimo de DNBR para um intervalo de confiança 95×95.

Título	$\overline{\text{DNBR}}$	S	n	K	MDNBR
$\chi \leq 0,10$	1,010	0,151	1130	1,723	1,270
$\chi \leq 0,15$	1,005	0,161	1474	1,713	1,281
$\chi \leq 0,20$	1,005	0,165	1706	1,708	1,286
$\chi \leq 0,25$	1,002	0,166	1811	1,706	1,285
$\chi \leq 0,30$	1,003	0,168	1870	1,705	1,289
$\chi \leq 0,35$	1,004	0,169	1915	1,704	1,292
$\chi \leq 0,40$	1,006	0,170	1949	1,704	1,296

Os valores do parâmetro K correspondentes a $\gamma = p = 0.95$ e tamanho de amostra n (n é o número de dados de DNBR) foram extraídos de tabelas preparadas por Owen (1963).

Da Tabela 9.2.4-1 infere-se que para títulos de vapor na saída dos subcanais menores que 0,40 o valor mínimo de DNBR é menor que 1,30 e, portanto, satisfaz o critério de projeto que o fluxo de calor crítico não ocorrerá nas geometrias sob consideração a 95% de probabilidade com nível de confiança de 95%.

9.2.5 Conclusões

Este trabalho envolveu a avaliação, utilizando-se o programa PANTERA-2, de medidas de fluxo de calor crítico (FCC) tomadas em seções de teste 5×5 que simulam elementos combustíveis de reatores a água pressurizada. O estudo, apesar de ter sido realizado para geometrias específicas, revela que as tabelas padronizadas de FCC para tubos surgem como uma alternativa interessante para a determinação do fluxo de calor crítico em elementos combustíveis nucleares. Ao contrário das correlações empíricas ou modelos semi-analíticos, essas tabelas de FCC são fáceis de serem usadas e se aplicam a amplas faixas de parâmetros do escoamento.

Supondo-se que a *hipótese de crise local* proposta Doroschuk et al. (1975, 1976) por possa ser também aplicada a geometrias complexas, ligeiras correções nas tabelas são necessárias para que possam ser estendidas a feixes de varetas. Entretanto, uma vez que a previsão de FCC em geometrias de subcanais é consideravelmente mais difícil do que a previsão de FCC em tubos, investigações adicionais à luz de resultados experimentais precisam ser feitas para confirmar a suposição acima.

Os efeitos das particularidades dos elementos combustíveis – tais como grades espaçadoras com aletas de mistura, diâmetros equivalentes molhado e aquecido, mistura lateral de fluido e distribuições axial e radial de densidade de potência – sobre o fluxo de calor crítico precisam ser considerados.

As comparações entre os fluxos de calor críticos calculados e medidos indicam que a tabela AECL-IPPE com o fator de correção de diâmetro dado pela Equação (9.2.3-3) reproduz os dados experimentais de fluxo de calor crítico na faixa de título entre –0,4 e 0,8 com erro médio de 14% e desvio-padrão médio de 17%. Cerca de 65% dos dados foram previstos dentro de uma faixa de erro de $\pm 15\%$. O valor mínimo da razão-limite de ebulição nucleada (MDNBR) com uma tolerância 95×95 na faixa de título de –0,4 a 0,4 mostrou-se menor que 1,30.

9.3 EVENTOS TRANSITÓRIOS DE FALHA DE BOMBAS

A paralisação de bombas principais do sistema primário de refrigeração de um reator a água pressurizada pode ser causada por defeitos de natureza elétrica ou mecânica, ou pela interrupção no suprimento de potência a essas bombas. Se o reator estiver operando em condições de potência, o efeito imediato da falha de uma ou mais bombas será um rápido aumento da temperatura do fluido refrigerante, em virtude da redução da capacidade de remoção de calor no núcleo do reator. Se a potência do reator não for prontamente reduzida, o aumento de temperatura poderá levar à ultrapassagem do limites operacionais, com subseqüentes danos aos elementos combustíveis.

Nos reatores a água pressurizada produzidos pela Siemens AG, incluindo Angra-2, a falha de bombas principais é detectada pelo sistema de proteção do reator através do controle das velocidades de rotação das bombas. Se a velocidade de rotação de uma determinada bomba cai abaixo de 94% do valor nominal, medidas automáticas são tomadas para reduzir a potência do reator, evitando-se assim fluxos de calor excessivos na superfície do revestimento do combustível. Essas medidas compreendem a inserção de barras de controle predeterminadas no núcleo do reator, no caso de falha de uma única bomba, ou o desligamento do reator, quando ocorrer a falha de mais de uma bomba.

No evento de falha de apenas uma bomba, a central pode continuar em operação com três circuitos de refrigeração, embora a uma potência térmica máxima do reator de aproximadamente 75% da potência nominal. Nesse caso, algumas medidas são necessárias, incluindo a alteração no diagrama de carga, para se ajustar às novas condições operacionais.

Dentre os eventos de falha de bombas, excluindo o evento de travamento de rotor, o mais severo quanto às margens de segurança contra fluxo de calor crítico (DNBR) é a pane simultânea de todas as bombas principais, como consequência da perda coincidente das potências elétricas interna e externa.

Esta seção destina-se a apresentar um último exemplo de utilização do programa PANTERA-2. Trata-se da simulação do evento transitório de falha simultânea das quatro bombas principais de circulação da central nuclear Angra-2, bem como da análise dos efeitos desse evento sobre a razão-limite de ebulição nucleada (RLEN ou DNBR) no núcleo do reator.

9.3.1 Representação dos Circuitos

A disposição dos quatro circuitos que efetuam a remoção da energia térmica produzida por fissão no reator a água pressurizada (PWR) da central nuclear Angra-2 é ilustrada na Figura 9.3.1-1. Os ramos – consistindo cada um de um gerador de vapor (GV), uma bomba e das tubulações – estão conectados circunferencialmente ao vaso de pressão do reator (VPR), formando um sistema de refrigeração com quatro circuitos paralelos. Um dos ramos possui um pressurizador com céu de vapor que tem a função de pressurizar e de manter constante a pressão do sistema.

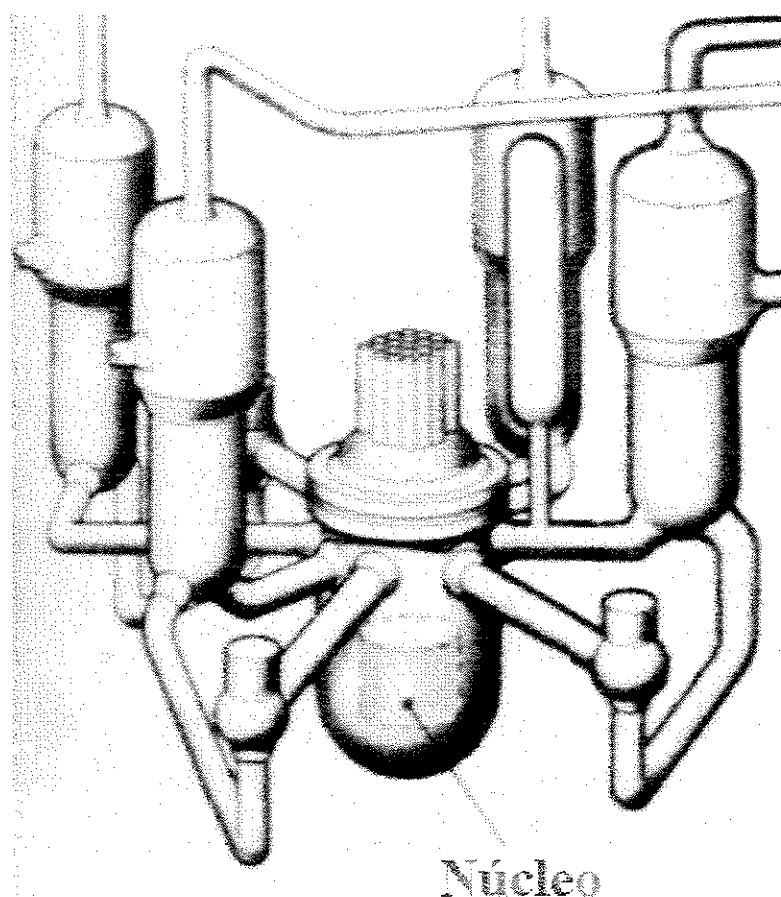


Figura 9.3.1-1 Circuitos de refrigeração do reator.

A discretização em volumes hidrodinâmicos dos circuitos primários de Angra-2 utilizada na presente simulação é visualizada na Figura 9.3.1-2. O diagrama mostra somente o circuito provido de pressurizador. Além disso, os componentes estão representados em uma escala arbitrária que não reflete o tamanho real.

Os volume hidrodinâmicos definidos no interior do vaso de pressão do reator e compartilhados por todos os circuitos são numerados de 1 a 6. O volume 1 é uma região anular, denominada *downcomer*, que conduz para o fundo do reator a água “fria” que entra pelos quatro bocais de entrada do vaso de pressão. A câmara de entrada (*lower plenum*) é representada pelo volume 2. Os volumes 3 e 5 referem-se às regiões inferior e superior inativas do núcleo. A porção ativa ou aquecida do núcleo é representada pelo volume 4. O volume 6 corresponde à câmara de saída (*upper plenum*) do vaso de pressão.

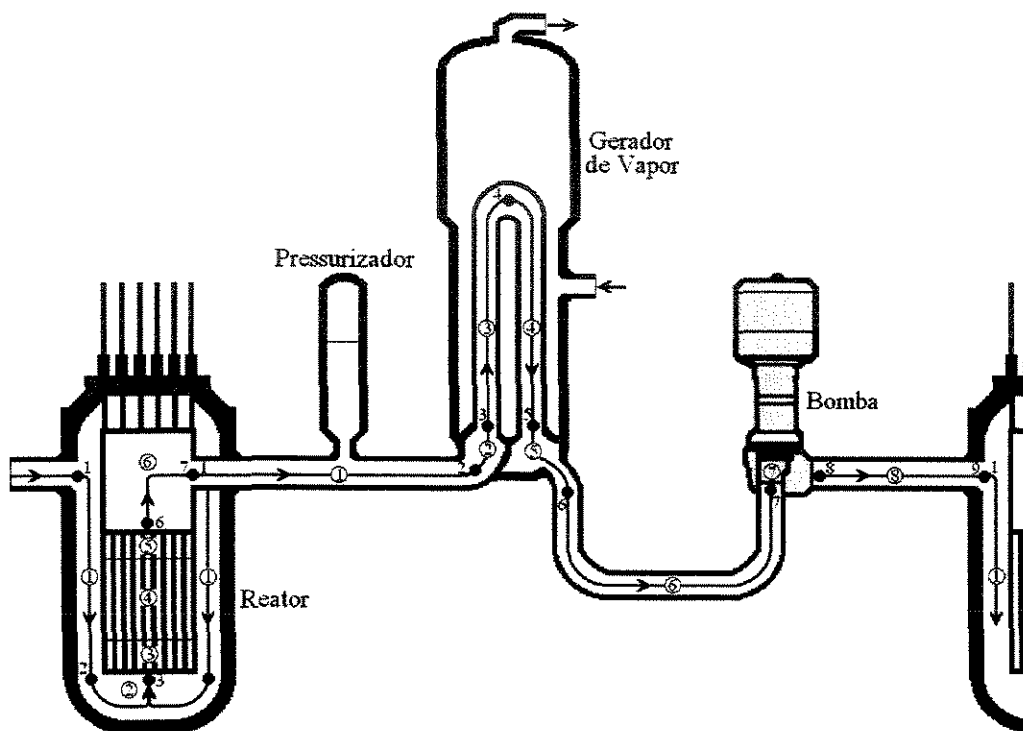


Figura 9.3.1-2 Discretização do circuito em volume hidrodinâmicos.

Os volumes simples (isto é, não-compartilhados) que representam os componentes ou partes dos componentes em cada um dos quatro ramos separados, cujas extremidades estão conectados ao vaso de pressão do reator, são indexados de 1 a 8. Deve ficar claro, portanto, que os volumes homólogos nos ramos separados recebem os mesmos números de identificação. Observe que os índices que identificam as junções entre os vários volumes estão também representados na Figura 9.3.1-2.

Os índices de identificação assim como as características geométricas e termo-hidrodinâmicas dos volumes encontram-se listadas na Tabela 9.3.1-1.

Tabela 9.3.1-1 Características geométricas e termo-hidrodinâmicas dos volumes.

Descrição do Volume	Nº	L_t	A_e	A_s	V	D_w	ε_D	H	θ	ζ_v	ζ_j	q
Volume anular (<i>downcomer</i>)	1	755,0	18 640	73 240	34 722 000	61,8	0,00015	-755,0	180	15,0	0,45	0,0
Câmara de entrada do VPR	2	202,5	52 853	101 333	13 984 000	0	0,00015	202,5	0	7,5	0,22	0,0
Região inferior inativa do núcleo	3	51,9	68 054	68 054	3 532 000	1,13	0,000015	51,9	0	1,0	0,0	0,0
Região ativa do núcleo	4	390,0	59 128	59 128	23 059 920	1,13	0,000015	390,0	0	7,0	0,0	3 765 000
Região superior inativa do núcleo	5	40,8	73 750	73 750	3 009 000	1,13	0,000015	40,8	0	1,0	0,5	0,0
Câmara de saída do VPR	6	144,8	99 300	106 053	14 678 000	0	0,00015	69,8	0	4,1	0,5	0,0
Linha quente entre o VPR e o GV	1	887,7	4 415	4 419	3 921 600	75,0	0,00015	172,9	90	0,0	0,15	0,0
Câmara de entrada do GV	2	179,6	6 602	48 094	6 517 700	0,0	0,00015	179,6	0	3,4	0,0	0,0
Lado quente do GV	3	1022,0	12 390	12390	12 662 828	1,96	0,000015	1022,0	0	5,0	0,0	-472 750
Lado frio do GV	4	1022,0	12 390	12390	12 662 828	1,96	0,000015	-1022,0	180	5,1	0,0	-472 750
Câmara de saída do GV	5	179,6	46 990	6 173	6 349 600	0	0,00015	-179,6	180	3,4	0,0	0,0
Linha fria entre o GV e a bomba	6	1051,2	4 419	4 418	4 644 100	75,0	0,00015	-215,0	90	0,91	0,0	0,0
Bomba	7	206,4	4 418	4 418	3 450 000	0	0,00015	42,1	0	0,0	0,0	0,0
Linha fria entre a bomba e o VPR	8	984,6	4 418	5 491	4 409 700	75,0	0,00015	0,0	90	0,0	0,1	4 250

Nomenclatura:

VPR – Vaso de pressão do reator
 GV – Gerador de vapor
 L_t – Comprimento total (cm)
 A_e – Área de entrada (cm²)
 A_s – Área de saída (cm²)
 V – Volume (cm³)
 D_w – Diâmetro hidráulico (cm)

ε_D – Rugosidade relativa
 H – Elevação (cm)
 θ – Ângulo com a vertical (graus)
 ζ_v – Coeficiente de resistência hidráulica no volume
 ζ_j – Coeficiente de resistência hidráulica na junção de saída
 q – Potência térmica adicionada ou removida (kW)

As quedas de pressão por atrito são ignoradas naqueles volumes com diâmetro hidráulico nulo. Os coeficientes de resistência hidráulica apresentados na Tabela 9.3.1-1 foram ajustados para resultar nos cálculos em regime permanente com o programa PANTERA-2 as quedas de pressão de projeto listadas na Tabela 9.3.1-2.

Tabela 9.3.1-2 Quedas de pressão de projeto em kPa.

Volume anular (<i>downcomer</i>)	77,56
Câmara de entrada do vaso (<i>lower plenum</i>)	47,01
Núcleo do reator	138,7
Câmara de saída do vaso (<i>upper plenum</i>)	57,37
Total no vaso de pressão do reator	320,6
Linha quente (<i>hot leg</i>)	37,23
Linha fria (<i>cold leg</i>)	55,40
Tubos em U do gerador de vapor	226,3
Câmaras de entrada e saída do gerador de vapor	6,70
Total no circuito	646,3

9.3.2 Dados das Bombas Principais de Circulação

Os conjuntos motobombas instalados nos quatro circuitos são do mesmo tipo e possuem as características seguintes:

Tabela 9.3.1-3 Características do conjunto motobomba.

Vazão volumétrica nominal, m ³ /s	6,313
Velocidade de rotação nominal, rpm	1190
Altura manométrica nominal, m	89
Torque hidráulico nominal, Nm	38997
Torque de atrito nominal, Nm	3429
Densidade nominal do fluido, kg/m ³	744,5
Momento de inércia da bomba, kgm ²	75
Momento de inércia do volante, kgm ²	3740
Momento de inércia do motor, kgm ²	885
Potência de eixo nominal do motor, kW	5287

As curvas homólogas para a altura manométrica (F_h) e torque hidráulico (F_β) na forma polar são mostradas na Figura 9.3.2-1. A razão de torque de atrito, β_μ , em função da razão de velocidade de rotação da bomba, $\alpha = \omega/\omega^n$, será estimada com o relacionamento empírico

$$\beta_\mu(\alpha) = \frac{\tau_\mu(\alpha)}{\tau_\mu^n} = 0,51|\alpha|^2 - 0,010|\alpha| + 0,50,$$

em que o sobrescrito n denota as condições nominais.

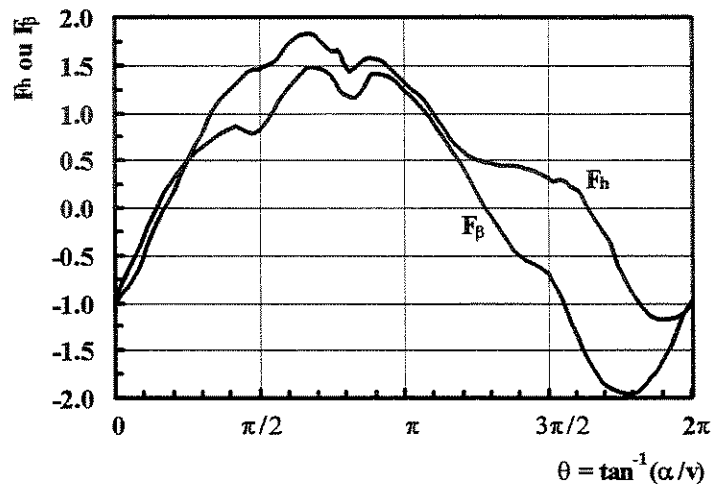


Figura 9.3.2-1 Curvas polares para altura e torque hidráulico.

9.3.3 Configuração de Subcanais e Varetas

O arranjo dos elementos combustíveis que compõem 1/8 do núcleo de Angra-2 encontra-se representado na Figura 9.3.3-1. Quatro números são mostrados na posição de cada elemento. O número superior representa o fator de potência do elemento, definido como a razão entre a potência do elemento e a potência média dos 193 elementos do núcleo. O segundo número é o fator de potência da vareta combustível mais solicitada no elemento, o qual é dado pelo quociente entre a potência da vareta e potência média das 236 varetas que compõem cada elemento combustível. Por fim, os dois números inteiros na linha inferior representam as coordenadas da vareta mais solicitada nesse elemento. Os fatores de potência das varetas do elemento combustível mais solicitado no núcleo (isto é, o elemento de coordenadas $I = 7$, $J = 1$) são dados na Figura 9.3.3-2.

As distribuições de potência mostradas nas Figuras 9.3.3-1 e 9.3.3-2 foram calculadas por Andrade (1990), utilizando-se o sistema de códigos computacionais FAZER, MEDIUM e PINPOW da Siemens AG. As posições em branco na Figura 9.3.3-2 são ocupadas por tubos-guia de barras de controle.

J/I	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,124 1,172 10 13	1,219 1,324 1 10	1,116 1,166 4 10	1,202 1,310 1 10	1,095 1,145 4 10	1,190 1,290 1 10	1,221 1,320 4 10	0,850 1,270 1 10
		1,119 1,169 4 7	1,210 1,316 1 10	1,102 1,154 4 7	1,180 1,290 7 1	1,064 1,126 7 4	1,083 1,239 1 1	0,873 1,212 1 1
			1,106 1,157 4 7	1,188 1,296 1 10	1,066 1,123 4 6	1,107 1,230 7 1	0,916 1,009 4 6	0,717 1,122 1 1
4				1,084 1,134 4 6	1,142 1,272 1 10	0,969 1,044 4 6	1,008 1,293 1 1	0,559 0,964 1 1
					1,174 1,269 4 6	0,825 0,948 6 1	0,812 1,133 1 1	
						0,984 1,221 1 1	0,485 0,939 1 1	
5								
6								

X.XXX	← Fator de potência médio do elemento
Y.YYY	← Fator de potência da vareta mais solicitada
K L	← Coordenadas da vareta mais solicitada

Figura 9.3.3-1 Distribuição radial de potência do núcleo de Angra-2.

A Figura 9.3.3-3 visualiza a configuração geométrica utilizada neste estudo para representar 1/8 do núcleo de Angra-2. A região de interesse é simulada com 27 varetas combustíveis e 26 canais de escoamento, de maneira que:

- 1) Nove barras (sete varetas combustíveis e dois tubos-guia) e seis subcanais representam a região que contém o subcanal com maior densidade de potência.
- 2) Sete varetas combustíveis e sete canais simulam o elemento combustível mais solicitado (exclui-se a região descrita no item 1).
- 3) Treze varetas combustíveis e treze subcanais representam o restante de 1/8 do núcleo.

L/K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1.227	1.219	1.218	1.214	1.210	1.206	1.194	1.180	1.175	1.172	1.167	1.154	1.140	1.123	1.095	1.060
2	1.225	1.240	1.263	1.247	1.245	1.257	1.229	1.205	1.199	1.206	1.216	1.188	1.171	1.165	1.116	1.064
3	1.230	1.270		1.284	1.284		1.272	1.231	1.225	1.250		1.225	1.206		1.143	1.070
4	1.233	1.261	1.291	1.276	1.276	1.303	1.298	1.260	1.255	1.276	1.264	1.219	1.199	1.190	1.134	1.072
5	1.237	1.266	1.298	1.283	1.275	1.299		1.285	1.280		1.261	1.219	1.206	1.196	1.138	1.075
6	1.240	1.286		1.319	1.307	1.290	1.286	1.259	1.254	1.266	1.252	1.250	1.239		1.155	1.077
7	1.234	1.264	1.302	1.320		1.294	1.251	1.235	1.230	1.230	1.255		1.240	1.199	1.136	1.073
8	1.227	1.246	1.267	1.290	1.308	1.274	1.242	1.225	1.219	1.220	1.234	1.247	1.211	1.167	1.121	1.068
9	1.227	1.246	1.267	1.290	1.308	1.274	1.242	1.225	1.219	1.220	1.234	1.247	1.211	1.167	1.121	1.068
10	1.234	1.264	1.302	1.320		1.294	1.251	1.235	1.230	1.230	1.255		1.240	1.199	1.136	1.073
11	1.240	1.286		1.319	1.307	1.290	1.286	1.259	1.254	1.266	1.252	1.250	1.239		1.155	1.077
12	1.237	1.266	1.298	1.283	1.275	1.299		1.285	1.280		1.261	1.219	1.206	1.196	1.138	1.075
13	1.233	1.261	1.291	1.276	1.276	1.303	1.298	1.260	1.255	1.276	1.264	1.219	1.199	1.190	1.134	1.072
14	1.230	1.270		1.284	1.284		1.272	1.231	1.225	1.250		1.225	1.206		1.143	1.070
15	1.225	1.240	1.263	1.247	1.245	1.257	1.229	1.205	1.199	1.206	1.216	1.188	1.171	1.165	1.116	1.064
16	1.227	1.219	1.218	1.214	1.210	1.206	1.194	1.180	1.175	1.172	1.167	1.154	1.140	1.123	1.095	1.060

Figura 9.3.3-2 Distribuição de potência do elemento de coordenadas I = 7 e J = 1.

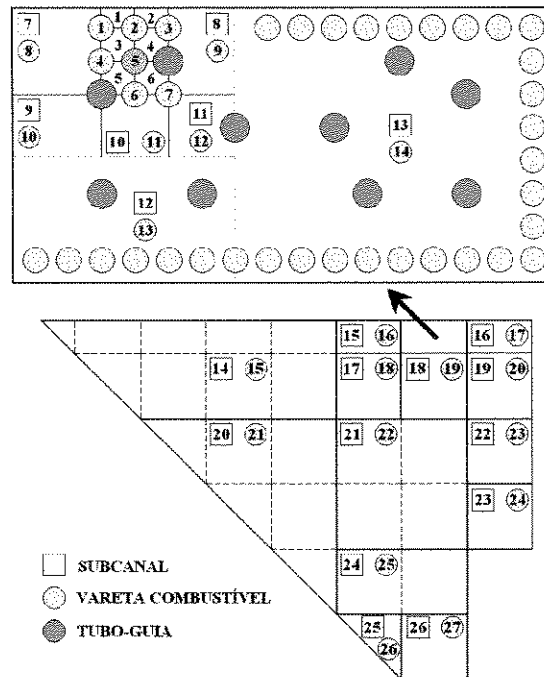


Figura 9.3.3-3 Configuração geométrica de cálculo.

As áreas de escoamento e os perímetros molhados e aquecidos dos subcanais ordinários (subcanais 1 a 6) e das regiões formadas por agrupamentos de subcanais (subcanais 7 a 26) são apresentados na Tabela 9.3.3-1. Um canal extra (canal 27), isolado dos demais, está sendo incluído com o intuito de representar a região de escoamento pela qual esco a fração de aproximadamente 6% da vazão de massa total que não passa através do núcleo e que, portanto, não contribui para a remoção de calor.

Tabela 9.3.3-1 Características geométricas dos subcanais.

Canal nº	Área (cm ²)	Perímetro molhado (cm)	Perímetro aquecido (cm)	Canal nº	Área (cm ²)	Perímetro molhado (cm)	Perímetro aquecido (cm)
1	0,5755	1,6917	1,6917	15	144,56	442,67	399,25
2	0,5755	1,1917	1,6917	16	144,56	442,67	399,25
3	1,1511	3,3835	3,3835	17	289,11	885,35	798,50
4	1,0037	3,6232	2,5376	18	289,11	885,35	798,50
5	1,0037	3,6232	2,5376	19	289,11	885,35	798,50
6	1,0037	3,6232	2,5376	20	1301,0	3984,1	3593,3
7	7,2893	21,386	20,301	21	1156,4	3541,4	3194,0
8	5,4607	17,397	15,226	22	289,11	885,35	798,50
9	5,8019	17,157	16,072	23	289,11	885,35	798,50
10	4,4570	13,774	12,688	24	578,22	1770,7	1597,0
11	4,3096	14,013	11,842	25	144,56	442,67	399,25
12	25,982	78,892	70,208	26	289,11	885,35	798,50
13	85,942	262,42	238,54	27	4061,3	348,61	0,0
14	1626,2	4980,1	4491,6				

Os dados contidos na Tabela 9.3.3-1 foram calculados a partir das especificações seguintes:

Passo do reticulado (distância centro a centro das varetas), cm	1,436
Diâmetro das varetas combustíveis, cm	1,077
Diâmetros dos tubos-guia, cm	1,382
Largura dos elementos combustíveis, cm	23,111
Número de varetas combustíveis por elemento	236
Número de tubos-guia por elemento	20

Os fatores radiais de potência térmica das varetas combustíveis assim como as frações da potência que cada vareta transferem aos subcanais que as faceiam ($f_{n,i}$, sendo n o número da vareta e i o número do subcanal) são listados na Tabela 9.3.3-2. Os fatores radiais de potência das varetas nº 8 a nº 14, que modelam grupos de varetas dentro elemento combustível mais solicitado, são calculados a partir dos dados da Figura 9.3.3-2 como a média ponderada (em relação aos perímetros das varetas) dos fatores de potência das varetas que constituem cada grupo. Os fatores de potência das varetas nº 15 a nº 27, representando agrupamentos de elementos combustíveis, são dados pela média ponderada dos fatores de potência dos elementos que foram agrupados.

Nos fatores radiais e nas frações de potência transferidas estão incluídos fatores de incertezas que levam em conta as oscilações operacionais e as tolerâncias de fabricação. O método empregado na aplicação desses fatores de incerteza é descrito por Veloso, Neiva e Sirimarco (1990).

Tabela 9.3.3-2 Fatores de potência das varetas.

Vareta nº	Fator de potência	Fração de potência transferida, $f_{n,i}$	Vareta nº	Fator de potência	Fração de potência transferida, $f_{n,i}$
1	1,267	$f_{1,1} = 0,2756$; $f_{1,3} = 0,2756$	15	1,157	$f_{15,14} = 1353,2$
2	1,290	$f_{2,1} = 0,2756$; $f_{2,2} = 0,2756$; $f_{2,3} = 0,2756$; $f_{2,4} = 0,3197$	16	1,190	$f_{16,15} = 120,3$
3	1,308	$f_{3,2} = 0,2756$; $f_{3,4} = 0,3197$	17	0,850	$f_{17,16} = 120,3$
4	1,302	$f_{4,3} = 0,2756$; $f_{4,5} = 0,2756$	18	1,064	$f_{18,17} = 240,6$
5	1,836	$f_{5,3} = 0,2230$; $f_{5,4} = 0,2587$; $f_{5,5} = 0,2230$; $f_{5,6} = 0,2230$	19	1,083	$f_{19,18} = 240,6$
6	1,319	$f_{6,5} = 0,2756$; $f_{6,6} = 0,2756$	20	0,873	$f_{20,19} = 240,6$
7	1,307	$f_{7,6} = 0,2756$	21	1,128	$f_{21,20} = 1082,6$
8	1,253	$f_{8,7} = 6,615$	22	1,000	$f_{22,21} = 962,3$
9	1,280	$f_{9,8} = 4,961$	23	0,717	$f_{23,22} = 240,6$
10	1,260	$f_{10,9} = 5,237$	24	0,559	$f_{24,23} = 240,6$
11	1,289	$f_{11,10} = 4,134$	25	0,819	$f_{25,24} = 481,1$
12	1,293	$f_{12,11} = 3,859$	26	0,984	$f_{26,25} = 120,3$
13	1,245	$f_{13,12} = 21,15$	27	0,485	$f_{27,26} = 240,6$
14	1,193	$f_{14,13} = 71,87$			

9.3.4 Distribuição Axial de Potência

A Figura 9.3.4-1 mostra a distribuição axial de potência do núcleo de Angra-2 calculada por Andrade (1990) com o código MEDIUM-3D e, também, a aproximação senoidal dessa distribuição. Ambas as curvas são normalizadas para a unidade e apresentam razões pico/média (F_z) iguais a 1,362. Nota-se nesta figura que o máximo da curva obtida com MEDIUM-3D ocorre na metade inferior do núcleo, cerca de 30 cm abaixo da posição axial média da zona ativa. O máximo da curva senoidal ocorre na posição axial média da zona ativa.

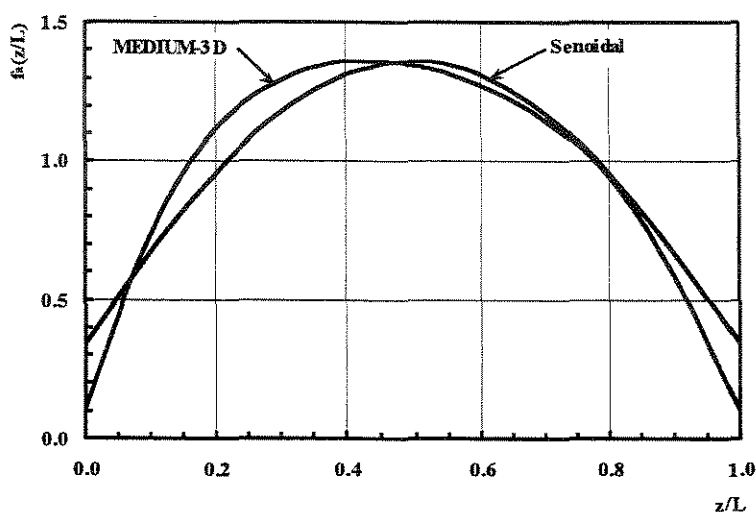


Figura 9.3.4-1 Distribuições axiais de potência.

Como o fluxo de calor crítico previsto ao longo da metade superior do núcleo decresce mais rapidamente com o título de vapor crescente que com o fluxo de calor decrescente, a menor razão DNB determinada segundo a curva senoidal será menor que aquela estimada com a curva fornecida pelo código MEDIUM-3D. Em face disso, tendo em vista uma avaliação mais pessimista da mínima razão DNB, decidiu-se pela utilização da distribuição senoidal nos cálculos termo-hidráulicos com o programa PANTERA-2.

A distribuição senoidal é dada pela relação

$$f_a(z/L) = 1,362 \sin[2,6382(z/L + 0,09542)] \quad 0 \leq (z/L) \leq 1$$

onde f_a é a razão entre o fluxo de calor local e o fluxo de calor médio, z é a distância medida a partir do início da zona ativa do núcleo, e L é o comprimento ativo do núcleo (391,6 cm).

As distribuições de potência discutidas nas duas últimas subseções referem-se às condições de início de ciclo, seis dias de plena carga e equilíbrio de xenônio. Picos locais de potência mais elevados que os estimados para estas condições podem ocorrer entre zero e seis dias de plena carga. Tais picos, entretanto, são irrelevantes com respeito às margens de segurança do combustível, pois, até atingir pela primeira vez o nível de 100% de potência, seguindo a operação em potência parcial durante a fase de comissionamento, a central já terá gerado energia equivalente a dez dias de plena carga, aproximadamente. Portanto, durante o ciclo de queima, não se espera a ocorrência de distribuições de potência mais desfavoráveis que aquelas previstas para seis dias de plena carga.

9.3.5 Parâmetros e Correlações

Os seguintes parâmetros e correlações foram utilizados na análise do evento de falhas de bombas com o programa PANTERA-2:

Número de níveis axiais	41
Duração do transitório, s	10
Tamanho do incremento de tempo, s	0,01
Tolerância de convergência para a vazão axial	0,005
Tolerância de convergência para vazão transversal	0,05
Coefficiente de resistência hidráulica transversal, K	0,5
Parâmetro momento transversal, (s/ℓ)	0,5
Fator momento turbulento, f_t	0,5
Coefficiente de mistura turbulenta, β	0,045
Coefficiente de atrito laminar em subcanais e volumes	Hagen-Poiseuille
Coefficiente de atrito turbulento em subcanais	Blasius
Coefficiente de atrito turbulento em volumes	Colebrook-White
Vazio subresfriado em subcanais	Levy (1967)
Fração de vazio global em subcanais	Modelo homogêneo
Multiplicador de atrito bifásico em subcanais	Reddy et al. (1983)
Multiplicador de atrito bifásico em volumes	Friedel (1979)
Coefficientes de transferência de calor	Cf. Tabela 8.3.1-1
Fluxo de calor crítico	W-3

9.3.6 Condições Iniciais e de Contorno do Problema

A Figura 9.3.6-1 mostra a curva de evolução temporal da potência do núcleo de Angra-2 após a falha simultânea das quatro bombas principais, curva esta determinada por Atayde (1987) utilizando-se o programa SACI2/MOD0, que se presta à análise dinâmica de centrais nucleares.

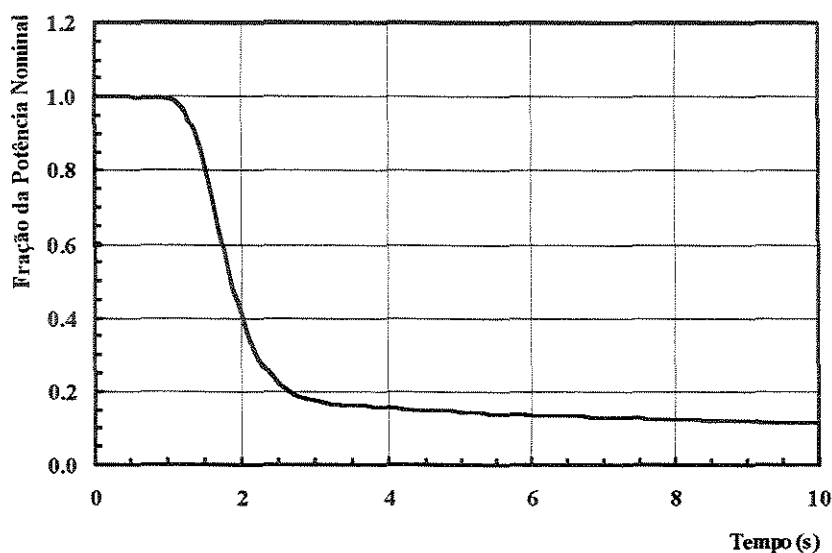


Figura 9.3.6-1 Potência térmica do reator em função do tempo.

Inicialmente, antes do desligamento do reator, a potência permanece próxima do valor nominal. No caso de falha das quatro bombas, o desligamento do reator ocorre em cerca de 1,1 segundos, incluindo-se aí o lapso de 0,75 segundos decorrido entre o início do evento e a emissão do sinal de desligamento e o tempo adicional de 0,3 segundos para a atuação efetiva das barras de desligamento. Observe que imediatamente após a pane das bombas no instante zero já existe um ligeiro decréscimo na potência do reator, o que resulta da variação do coeficiente negativo de reatividade do moderador causada pelo aumento repentino das temperaturas das varetas combustíveis e do fluido arrefecedor e moderador. Seguindo o desligamento do reator, a potência do núcleo cai rapidamente para a potência de decaimento radioativo dos produtos de fissão.

Em cada instante do transitório, a curva representada na Figura 9.3.6-1 é utilizada em PANTERA-2, na forma tabular, para a determinação da distribuição de temperatura das varetas combustíveis, bem como dos fluxos de calor em cada posição axial das varetas. O

cálculo destas grandezas é efetuado com o modelo de transmissão térmica do combustível descrito no Capítulo 6.

A potência térmica do reator de 3765 MW, excluída do percentual de 1,9% que é depositado diretamente no fluido, dá a potência gerada no combustível nuclear, qual seja,

$$q_{\text{comb.}} = 3765(1 - 0,019) = 3693,5 \text{ MW}.$$

O fluxo de calor médio das varetas combustíveis é dado por

$$q''_{\text{médio}} = \frac{q_{\text{comb.}}}{n(\pi DL)}$$

onde $n (= 193 \times 236)$ é o número de varetas combustíveis; $D (= 1,077 \text{ cm})$ e $L (= 391,6 \text{ cm})$ são o diâmetro e o comprimento ativo das varetas em condições operacionais. Portanto,

$$q''_{\text{médio}} = 612 \text{ kW/m}^2.$$

O fluxo de calor local e instantâneo de cada vareta a ser usado no modelo térmico é calculado automaticamente pelo programa como o produto do fluxo de calor médio pelos fatores radial e axial de potência normalizados e por um fator $f_q(t)$ que leva em conta a variação da potência com o tempo. Esse fator temporal é dado pela curva da Figura 9.3.6-1. Portanto, na posição axial z de uma vareta n ,

$$q''_n(z) = f_{r,n} f_a(z) f_q(t) q''_{\text{médio}},$$

em que f_r e f_a são os fatores radial e axial de potência discutidos nas Subseções 9.3.3 e 9.3.4.

As vazões de massa nos circuitos no instante zero, prescritas inicialmente como 4700 kg/s, são reajustadas pelo programa para satisfazer as curvas características das bombas em regime estacionário. As velocidades de rotação das bombas no instante inicial são fixadas em 1190 rotações por minuto.

As temperaturas do fluido nas saídas dos trocadores são feitas iguais a 291,1°C e se mantêm constantes durante o transitório. Em regime estacionário de plena carga, como resultado da potência dissipada pelas bombas (4,25 MW por bomba), o fluido atinge a entrada do núcleo com uma temperatura de 291,3°C.

A pressão de referência do sistema, considerada também como constante, é a pressão de 15,7 MPa que existe na saída do vaso de pressão do reator.

Durante um lapso de 2,5 segundos, contados a partir do início da falha, os motores das bombas são mantidos conectados ao barramento elétrico, o que introduz uma frenagem adicional nos rotores das bombas em parada gradual. O efeito desse acoplamento é um decaimento mais rápido nas velocidades das bombas e na vazão no reator em comparação com o que ocorreria se os motores estivessem girando livremente desde o instante da falha. É óbvio que esta suposição leva a resultados mais pessimistas para as condições do reator.

As condições operacionais de Angra-2 postuladas para a presente simulação com o programa PANTERA-2 são sintetizadas abaixo:

Pressão de referência , MPa	15,7
Temperatura à saída de cada gerador de vapor, °C	291,1
Vazão de massa inicial em cada circuito, kg/s	4700
Velocidade de rotação das bombas, rpm	1190
Fluxo de calor médio do núcleo, kW/m ²	612

9.3.7 Resultados e Análise

As curvas obtidas com o programa PANTERA-2 para a velocidade de rotação das bomba e para a vazão de massa do reator em função do tempo são mostradas nas Figuras 9.3.7-1 e 9.3.7-2, respectivamente.

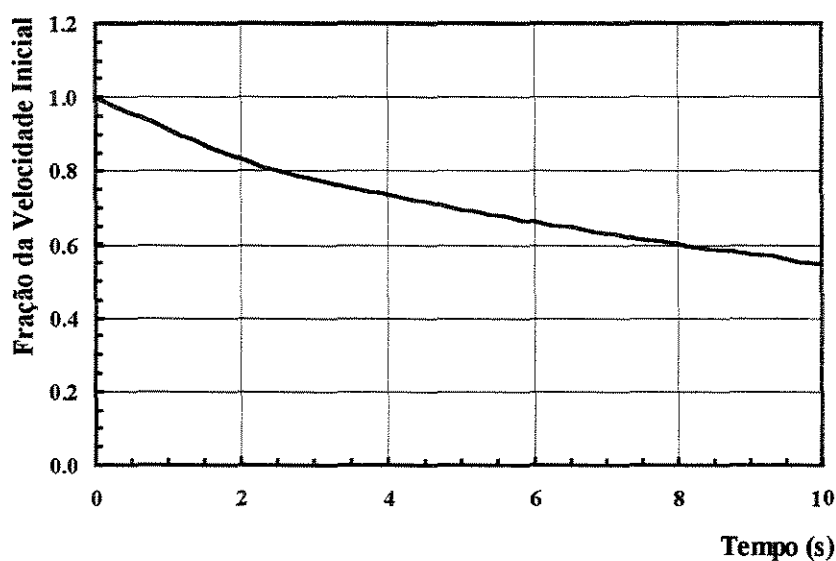


Figura 9.3.7-1 Velocidade de rotação das bombas.

As curvas para as velocidades de rotação das quatro bombas são coincidentes pelo fato de os conjuntos motobombas serem idênticos e de estarem submetidos ao mesmo tipo e às mesmas condições de falha. A análise da curva visualizada pela Figura 9.3.7-1 permite inferir que, após 10 segundos do instante de falha do suprimento de potência dos motores, a velocidade de rotação de cada bomba reduz-se a cerca de 50% da velocidade de rotação inicial de 1190 rotações por minuto. Após 20 segundos, cálculos adicionais indicam uma redução de 63%.

O decréscimo mais acentuado na velocidade de rotação ocorre entre zero e 2,5 segundo, que é justamente o intervalo em que as bombas giram com os respectivos motores conectados ao barramento elétrico, produzindo-se assim um torque extra que somado ao torque de atrito contribui para frear mais intensamente as partes rotantes do conjunto. Após 2,5 segundos, cessada a conexão com o barramento, a frenagem do rotor ocorre somente por conta do atrito nos mancais.

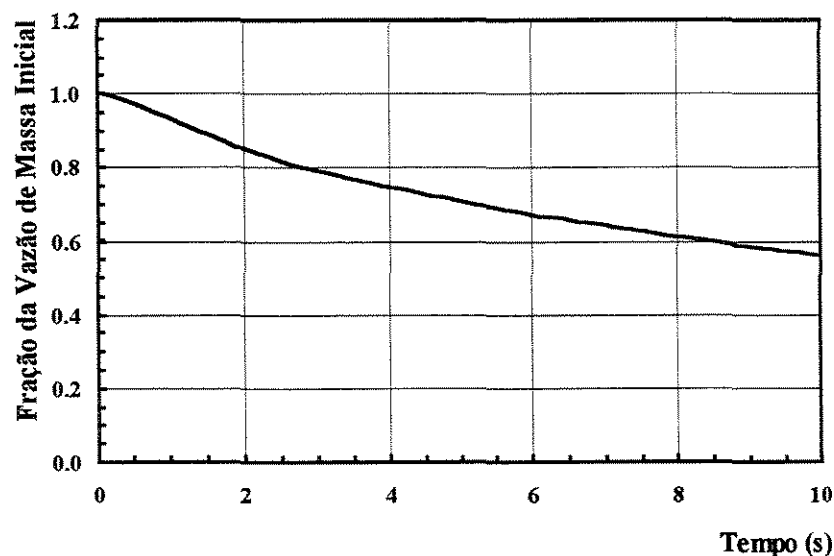


Figura 9.3.7-2 Vazão de massa no reator.

Comparando as duas última figuras, nota-se que o decaimento da vazão de massa da água no núcleo do reator segue muito aproximadamente a curva de variação das velocidades de rotação das bombas.

A fim de satisfazer as curvas características das bombas, a vazão de massa em cada circuito no instante zero, prescrita inicialmente como 4700 kg/s, foi reajustada pelo

programa para 4708 kg/s, dando, portanto, uma vazão total de 18.832 kg/s no vaso de pressão do reator.

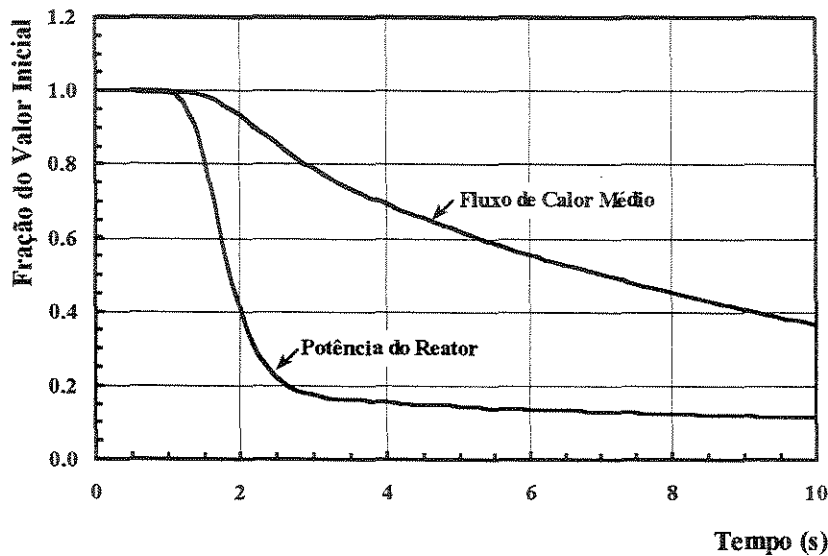


Figura 9.3.7-3 Declínios do fluxo de calor médio e da potência do reator.

A curva de evolução com o tempo do fluxo de calor médio das varetas combustíveis previsto com o modelo de transmissão térmica é comparada na Figura 9.3.7-3 com a curva similar para a potência térmica do núcleo. Como se discutiu anteriormente, à luz da Figura 9.3.6-1, depois do desligamento do reator, o que ocorre por volta de 1,1 segundos, a potência térmica do núcleo cai abruptamente para a potência de decaimento dos produtos de fissão. Contudo, em razão da inércia térmica dos materiais do combustível e do revestimento, o fluxo de calor médio decresce bem mais lentamente que a potência.

A redução do fluxo de calor nos instantes iniciais é ligeiramente mais acentuada que a da potência por causa de uma piora nas condições de remoção de calor no núcleo, como resultado da elevação da temperatura do fluido e da diminuição do coeficiente de transferência de calor com o decréscimo da vazão através do reator.

A razão entre o fluxo de calor crítico e o fluxo de calor convectivo na superfície da vareta nº 5 que fazia o subcanal nº 4 (Figura 9.3.3-3) em função do tempo subsequente à pane simultânea das quatro bombas, como calculada pelo programa PANTERA-2 via correlação W-3 (Tong, 1972), encontra-se representada na Figura 9.3.7-4. Por causa dos efeitos de parede fria sobre o fluxo de calor crítico (veja Subseção 8.3.4), a transição

(indesejável) do regime de ebulição nucleada para o regime de ebulição de película tende a ocorrer não no subcanal nº 3 com quatro varetas aquecidas mas no subcanal nº 4 que tem um tubo-guia de barra de controle. Os subcanais nºs 5 e 6, por apresentarem títulos de vapor menores à saída, são menos solicitados que os outros e, por isso, foram excluídos da análise.

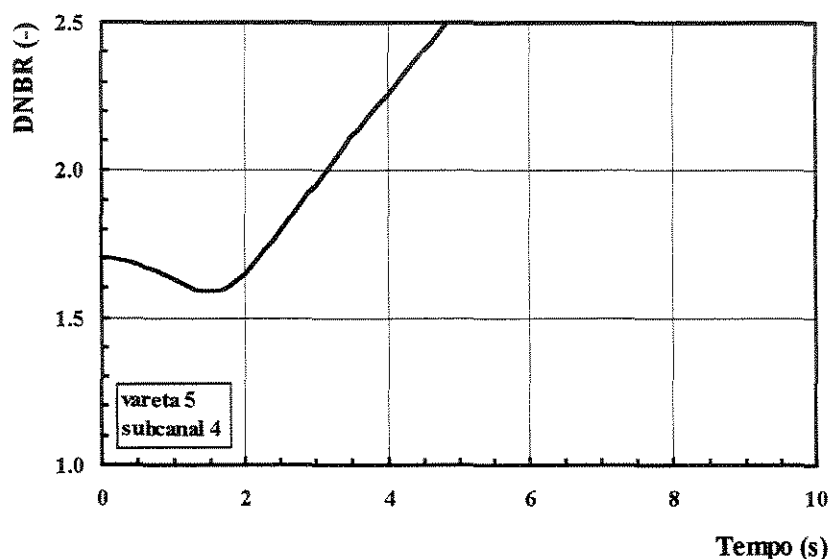


Figura 9.3.7-4 DNBR em função do tempo.

De acordo com a terminologia nuclear usual, a vareta e o subcanal mais solicitados são denominados *vareta quente* e *canal quente*, respectivamente. A iminência de uma transição do regime de ebulição nucleada para o regime de ebulição de película no canal quente é comumente quantificada em termos da razão-limite de ebulição nucleada (RLEN ou DNBR), que é definida em uma dada posição axial da vareta quente como o quociente local do fluxo de calor crítico pelo fluxo de calor de convecção.

A fim de garantir a integridade do revestimento do combustível, evitando-se assim a contaminação do fluido refrigerante por produtos radioativos, o valor mínimo da RLEN tem sido fixada (mais por tradição que por razões técnicas) em 1,30. Presentemente, face ao ganho de confiabilidade nos métodos analíticos e a uma maior disponibilidade de dados experimentais de fluxo de calor crítico, alguns órgãos licenciadores vêm aceitando elementos combustíveis com DNBR menor que 1,30.

Examinando a Figura 9.3.7-4, nota-se um decréscimo na razão-limite de ebulição nucleada imediatamente após a falha das bombas. Os valores mais baixos são atingidos por

volta de 1,8 segundos. Deste instante em diante, a RLEN cresce de forma contínua com o tempo. Deve-se notar também que a curva de DNBR se mantém bem acima do valor limite de 1,30, o que permite concluir que – pelo menos à luz desta análise – o evento de falha simultânea das bombas não redundaria em danos aos elementos combustíveis de Angra-2.

Deve-se enfatizar que a simulação discutida previamente nesta seção é tão-somente um exemplo de demonstração da capacidade analítica do programa PANTERA-2. Por isso, os resultados aqui apresentados não são definitivos e não servem, portanto, para corroborar e nem contrapor os dados oficiais exarados no Relatório Final de Análise de Segurança (RFAS) de Angra-2.

A verificação do modelo analítico de circuitos proposto neste trabalho foi feita unicamente através da confrontação de resultados calculados por PANTERA-2 com dados de testes de comissionamento de Angra-2, que foram realizados com o intuito de determinar o declínio de vazão nos circuitos primários do reator em consequência de um desligamento simultâneo das quatro bombas principais. A cessão e autorização para utilização desses dados no presente trabalho foram uma cortesia da Eletronuclear (Camargo, 2002).

Os experimentos aqui analisados foram conduzidos a potência zero, pressão de 15,7 MPa e temperatura da água de 295°C. Os dados experimentais e as curvas teóricas previstas por PANTERA-2 encontram-se representados nas Figuras 9.3.7-5 e 9.3.7-6.

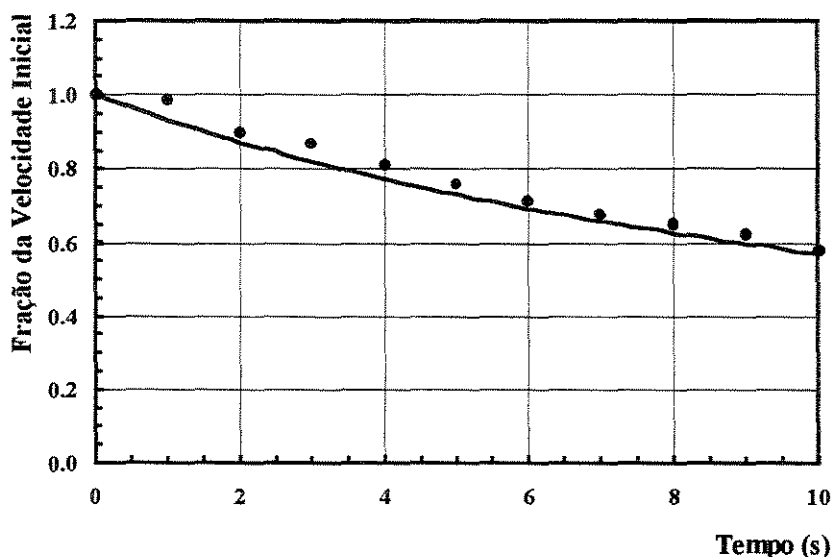


Figura 9.3.7-5 Declínio da velocidade de rotação da bomba 2.

Ambas as figuras são para a bomba 2 no circuito 2 quando as bombas 1, 2, 3 e 4 nos circuitos homólogos, operando inicialmente em suas condições nominais, são desligadas simultaneamente no instante zero.

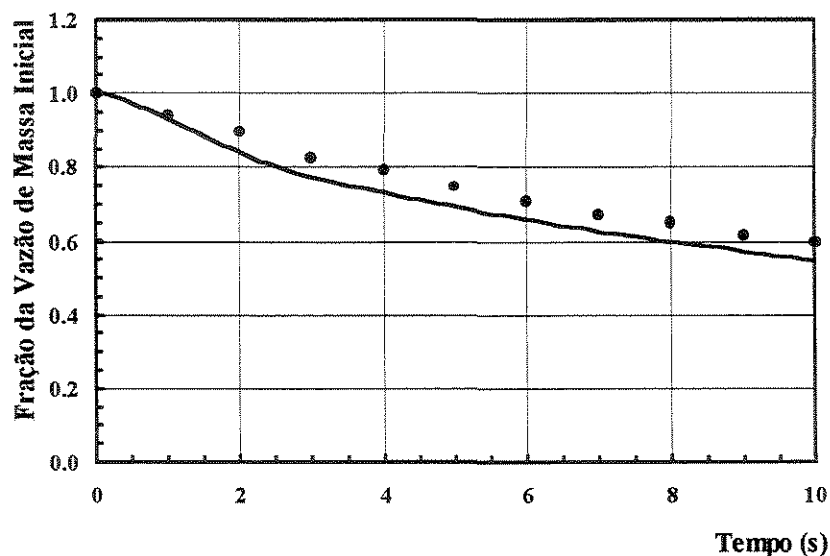


Figura 9.3.7-6 Declínio da vazão de massa na bomba 2.

Os resultados mostrados na Figura 9.3.7-5 correspondem ao desligamento manual das quatro bombas. Neste caso, os motores são desconectados da rede elétrica e a desaceleração das bombas nos instantes subsequentes ao desligamento ocorre por conta do torque hidráulico e do torque de atrito nos mancais e nas demais partes móveis das bombas.

Por outro lado, os resultados na Figura 9.3.7-6 referem-se ao desligamento manual das bombas 1, 3 e 4 e ao desligamento da bomba 2 via barramento elétrico. A conexão do motor com a rede é mantida por 2,5 segundos, o que introduz um torque de frenagem adicional que, ao lado do torque de atrito, tende a reduzir mais intensamente a velocidade de rotação da bomba durante esse intervalo de tempo. Cessada a conexão com o barramento, a redução na velocidade de rotação passa a ser governada apenas pelo torque hidráulico e pelo torque de atrito. O decréscimo mais acentuado na vazão da bomba nos 2,5 segundos iniciais do transitório, como mostra a Figura 9.3.7-6, provém, portanto, do acoplamento do motor com o barramento elétrico.

As Figuras 9.3.7-5 e 9.3.7-6 mostram uma boa correspondência entre as curvas teóricas previstas por PANTERA-2 e os dados experimentais.

A menos das condições de operação do sistema, às quais se atribuíram os valores seguintes:

Pressão de referência , MPa	15,7
Temperatura à saída de cada gerador de vapor, °C	295
Vazão de massa inicial em cada circuito, kg/s	4700
Velocidade de rotação das bombas, rpm	1189
Fluxo de calor médio do núcleo, kW/m ²	0

todos os demais dados geométricos e termo-hidrodinâmicos apresentados previamente nesta seção foram mantidos inalterados nas avaliações dos testes de comissionamento de Angra-2 com o programa PANTERA-2.

Os poucos estudos experimentais de transitórios de bombas em circuitos reportados na literatura aberta foram, via de regra, conduzidos por instituições privadas que, por razões comerciais e estratégicas não os liberam ou os publicam de forma incompleta, impossibilitando a reconstituição do experimento. A falta de dados experimentais, aliada à dificuldade, prazo e custo para realizar experimentos próprios, constituíram o principal obstáculo à verificação plenamente satisfatória do modelo analítico de circuitos proposto neste trabalho.

9.3.8 Conclusões

Os resultados calculados pelo programa PANTERA-2 mostram que o evento transitório de falha simultânea das quatro bombas principais de Angra-2 não resultará em danos às varetas combustíveis. Durante o transitório, mesmo sob hipóteses excessivamente pessimistas, o menor valor da razão-limite de ebulição nucleada (DNBR), estimado em 1,6, mantém-se bem acima do valor mínimo de 1,30, indicando que a ocorrência de fluxo de calor crítico no núcleo do reator será muito pouco provável.

A análise de testes de comissionamento realizados para investigar o declínio de vazão nos circuitos de Angra-2, que decorre do desligamento simultâneo das quatro bombas principais, mostra uma boa concordância entre as curvas teóricas previstas por PANTERA-2 e os dados experimentais para as velocidades de rotação das bombas e para as vazões de massa nos circuitos.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A capacidade de análise termo-hidrodinâmica de transitórios de decaimento de vazão em subcanais de feixes de varetas ocasionados por falha de bombas nos circuitos de refrigeração do sistema constitui a principal característica do programa PANTERA-2. Isto o difere dos demais programas que se destinam à análise por subcanais. Nenhum dos códigos conhecidos resolve direta e simultaneamente as equações de balanço para subcanais em conjunção com fórmulas que descrevem a dinâmica do fluido em circuitos.

No que concerne à análise por subcanais, o desenvolvimento do programa seguiu a estratégia computacional dos códigos da linha COBRA. Contudo, ao utilizar um esquema de solução das equações de balanço orientado para o campo de pressões dos subcanais, ao invés de para a distribuição de vazões transversais, PANTERA-2 apresenta, sob o ponto de vista computacional, inúmeras vantagens em relação ao método de solução convencional.

Particularmente, quando se utiliza um algoritmo iterativo do tipo Gauss-Seidel com sobre-relaxação (método SOR) para resolver os sistemas de equações lineares para os campos de entalpias e de pressões, feixes de varetas com elevado número de subcanais podem ser analisados a um custo computacional relativamente baixo, seja em termos do tempo de processamento, seja em termos de área de memória requerida.

Pelo fato de possuir um dimensionamento compacto, facilmente ajustável, o tamanho do problema que pode ser tratado é limitado essencialmente pela quantidade de memória da máquina utilizada. Ademais, o programa PANTERA-2 incorpora inúmeros aprimoramentos e novas relações constitutivas que estende sua capacidade além da exibida por outros programas similares.

O modelo de simulação de multicircuitos com multibombas possibilita investigar eventos transitórios causados por falhas de bombas, que incluem a perda de potência dos motores que acionam as bombas, rupturas de eixo e travamento de rotor. Considerando-se um escoamento isocórico (isto é, a densidade é independente do tempo e função apenas da posição ao longo do circuito), porém termicamente expansível, a variação temporal de vazão em múltiplos circuitos paralelos é determinada mediante a solução simultânea das equações

de balanço de energia e momento do fluido em combinação com as equação de movimento das bombas. As curvas homólogas na forma polar foram empregadas para exprimir o torque hidráulico e a altura de recalque em função da vazão de descarga e velocidade de rotação das bombas.

Determinações para três problemas de escoamento foram incluídas no trabalho com o propósito de ilustrar a utilidade de PANTERA-2 como instrumento analítico e, ao mesmo tempo, de demonstrar a capacidade do programa de reproduzir dados experimentais. As conclusões mais importantes tiradas desses estudos são sintetizadas a seguir.

A avaliação de experimentos de mistura de fluido refrigerante em um feixe de 25 varetas, arranjadas em uma matriz 5×5 e aquecidas eletricamente, indicou uma ótima concordância entre as temperaturas medidas e as temperaturas calculadas pelo programa à saída dos subcanais, especialmente naqueles subcanais com níveis radiais de potência térmica mais elevados.

No segundo exemplo, 2118 experimentos de fluxo de calor crítico realizados por cinco instituições internacionais em seções de teste com 25 varetas (matriz 5×5) aquecidas eletricamente, simulando características de elementos combustíveis de reatores refrigerados a água, foram avaliados com PANTERA-2. As comparações entre os fluxos de calor críticos medidos e calculados indicaram que o programa, quando usado em conjunção com a tabela padronizada AECL-IPPE para o fluxo de calor crítico, incluída de uma correção apropriada para o diâmetro hidráulico, reproduz os dados experimentais com um erro médio de 14% e um erro quadrático médio de 17%. Cerca de 65% dos dados foram previstos dentro de uma faixa de erro de aproximadamente $\pm 15\%$. No intervalo de título de vapor de $-0,4$ a $0,4$, o valor mínimo da razão-limite de ebulição nucleada (MDNBR) a uma tolerância 95×95 foi menor que 1,30, satisfazendo, então, o critério histórico de projeto de MDNBR para elementos combustíveis de reatores refrigerados a água.

A simulação de testes de comissionamento realizados para investigar o declínio de vazão nos circuitos da central nuclear Angra-2, decorrente do desligamento simultâneo das quatro bombas principais, mostrou uma boa correspondência entre as curvas teóricas previstas por PANTERA-2 e os dados experimentais para as velocidades de rotação das bombas e para as vazões de massa nos circuitos.

Dando continuidade a este desenvolvimento, as atividades serão conduzidas de imediato com o objetivo de qualificar e otimizar o programa PANTERA-2. Paralelamente, uma documentação menos acadêmica, dirigida ao usuário final – que inclua detalhes de programação, descrição de procedimentos (rotinas), instruções para preparação de dados de entrada e interpretação de resultados de saída, problemas-exemplo – deverá ser preparada.

Ao longo do desenvolvimento das formulações matemáticas, várias hipóteses simplificativas foram assumidas a fim de facilitar a solução numérica das equações de balanço. Em consequência dessas simplificações, várias classes de problemas não podem ser simulados com PANTERA-2. Um exemplo típico é o caso de bloqueios severos com reversão do escoamento nos subcanais.

Não é de se esperar que PANTERA-2 possa vir a ser aplicável a toda sorte de problemas, mas, ainda assim, um mínimo de limitações seria desejável. Neste sentido, os itens que se seguem dão uma indicação daqueles pontos que não se encontram bem estabelecidos no programa e que poderiam demandar futuras implementações:

- Reestruturar o algoritmo de solução das equações de balanço em subcanais a fim de permitir a reversão do escoamento e, ao mesmo tempo, suprimir a restrição de que a velocidade axial deva ser maior que a velocidade lateral.
- Reformular o modelo de transmissão térmica a fim de aplicá-lo também na determinação das temperaturas das paredes sólidas dos volumes hidrodinâmicos que representam os componentes dos circuitos. Isso permitirá considerar a inércia térmica dos sólidos, bem como estimar a perda de energia térmica dos volumes para o ambiente.
- Aprimorar o modelo de cálculo da mistura lateral turbulenta entre subcanais, correlacionando-se separadamente os transportes turbulentos de massa, energia e momento. Os escritos de Todreas e Kazimi (1990b, p. 246) poderiam servir de base para esse estudo.
- Substituir a formulação de 1967 do International Formulation Committee (IFC) para as propriedades termofísicas da água pela formulação IF97, recomendada presentemente pela International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS).

- A fim de levar em conta as variações espaciais da pressão ao longo dos subcanais e circuitos, desenvolver e introduzir no programa relações empíricas que expressem as propriedades físicas da água em função da pressão local e da entalpia/temperatura.
- Rever e atualizar, à luz dos desenvolvimentos mais recentes, as correlações para a determinação dos coeficientes de transferência de calor superficial das varetas combustíveis nos vários regimes de ebulição.
- Incluir modelos que simulem trocadores de calor e evaporadores.
- Rever a formulação para circuitos a fim de levar em conta também a hipótese de escoamento reverso, além do escoamento direto.
- Substituir, por outro mais eficiente, o método de Runge-Kutta para a solução dos sistemas de equações diferenciais dos circuitos.
- Introduzir a opção de incremento de tempo variável, a fim de acelerar a solução de problemas transitórios.
- Dotar o programa de capacidade gráfica.
- Simplificar e otimizar o esquema de entrada de dados do programa.
- Do ponto de vista matemático, o método de solução das equações de balanço para subcanais apresenta ainda algumas deficiências. Em certos problemas singulares não existe a garantia de que os decréscimos nos tamanhos do incremento de tempo (Δt) e do segmento axial (Δz) resultem em uma solução única. Além disso, a redução dos critérios de convergência das vazões axiais e transversais não leva necessariamente a resultados mais precisos. Há situações em que isto pode causar oscilações espúrias com a conseqüente divergência da solução. Obviamente, tais deficiências precisam ser investigadas.

Enfim, o maior desafio que fica será demonstrar para a indústria nuclear, para o órgão licenciador nacional, para o especialistas do setor nuclear e áreas correlatas, que o programa PANTERA-2 poderá ser um instrumento útil à análise de sistemas térmicos aos quais se destina.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, E. P. (1990). *Determinação do elemento combustível mais quente no núcleo de Angra-2 e cálculo de sua distribuição de potência pino-a-pino ao longo do primeiro ciclo*. Nota Técnica DETR-NT-07/90. Belo Horizonte, MG: CDTN/CNEN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- ARIS, R. (1989). *Vectors, Tensors, and the Basic Equations of Fluid Mechanics*. New York, NY: Dover Publications, Inc. 286 p.
- ARMAND, A. A. (1959). The resistance during the movement of a two-phase system in horizontal pipes. AERE Trans 828. Tradução por Beak de artigo publicado no periódico soviético Izvestiya Vsesoyuznogo Teplotekhnicheskogo, n. 1, p. 16-23, 1946. Harwell, Berkshire, UK: Atomic Energy Research Establishment.
- ARMAND, A. A.; TRESHCHEV, G. G. (1959). Investigation of the resistance during the movement of steam-water mixtures in a heated boiler pipe at high pressures. AERE Lib/Trans 816. Tradução por Sykes de artigo publicado no periódico soviético Izvestiya Vsesoyuznogo Teplotekhnicheskogo, n. 4, p. 1-5, 1947. Harwell, Berkshire, UK: Atomic Energy Research Establishment.
- ATAYDE, P. A. (1987). *SACI2/MOD0 – Código para Análise de Transientes em Centrais Nucleares do Tipo PWR*. Nota Técnica DETR.CN-222/87. Belo Horizonte, MG: NUCLEBRÁS/CDTN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- BARNETT, P. G. (1968). *A Comparison of the Accuracy of Some Correlations for Burnout in Annuli and Rod Bundles*. AEEW-R558. Winfrith, UK: Winfrith Atomic Energy Establishment.
- BAYOUMI, M. A. A. (1976). *Étude des Répartitions de Débit et d'Enthalpie dans el Sous-Canaux d'une Géométrie en Grappe, des Réacteurs Nucléaires en Écoulements Monophasique et Diphasique*. Thèse présentée a L'Université Scientifique et Médicale et L'Institut National Polytechnique de Grenoble pour obtenir le titre de Docteur Ingénieur. Grenoble.

- BERENSON, P. J. (1961). Film-boiling heat transfer from horizontal surfaces. *Journal of Heat Transfer*, v. 83, p. 351-358.
- BEUS, S. G. (1971). *A Two-Phase Turbulent Mixing Model for Flow in Rod Bundles*. WAPD-T-2438. Pittsburgh, PA: Bettis Atomic Power Laboratory.
- BORDELON, F. M. (1970). *Calculation of Flow Coastdown after Loss of Reactor Coolant Pump*. WCAP-7973. Pittsburgh, PA: Westinghouse Electric Corporation.
- BOTELHO, D. A. (1997). Comunicação pessoal. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Energia Nuclear.
- BOWRING, R. W. (1967). *HAMBO: A Computer Programme for the Subchannel Analysis of the Hydraulic and Burnout Characteristics of Rod Clusters, Part 1: General Description*. AEEW-R524. Winfrith, UK: United Kingdom Atomic Energy Authority.
- BOWRING, R. W. (1968). *HAMBO: A Computer Programme for the Subchannel Analysis of the Hydraulic and Burnout Characteristics of Rod Clusters, Part 2: The Equations*. AEEW-R582. Winfrith, UK: United Kingdom Atomic Energy Authority.
- BOYD, G. M. et al. (1961). Transient flow performance in multiloop nuclear reactor system. *Nuclear Science and Engineering*, v. 9, p. 442-454.
- BROWN, W. D.; KHAN, E. U.; TODREAS, N. E. (1975). Prediction of cross flow due to coolant channel blockages. *Nuclear Science and Engineering*, v. 57, p. 164-168.
- BURGREN, D. (1958). Hydrodynamics of a liquid poison scram system. *Nuclear Science and Engineering*, v. 4, p. 82-95.
- CAMARGO, G. A. M. (2002). Ofício SL.T-E-02/00439 de 28/11/2002. Rio de Janeiro, RJ: Eletrobrás Termonuclear, S.A.
- CASTELLANA, F. S.; ADAMS, W. T.; CASTERLINE, J. E. (1974). Single-phase subchannel mixing in simulated nuclear fuel assembly. *Nuclear Engineering and Design*, v. 26, p. 242-249.
- CHAUDHRY, M. H. (1979). *Applied Hydraulic Transients*. New York, NY: Van Nostrand Reinhold Company. 503 p.

- CHELEMER, H.; WEISMAN, J.; TONG, L. S. (1967). *Subchannel Thermal Analysis of Rod Bundle Core*. WCAP-7015. Pittsburgh, PY: Westinghouse Atomic Power Division.
- CHELEMER, H.; WEISMAN, J.; TONG, L. S. (1972). Subchannel thermal analysis of rod bundle core. *Nuclear Engineering and Design*, v. 21, p. 35-45
- CHEN, B. C-J. et al. (1983). *A Local Void and Slip Model Used in BODYFIT-2PE*. Argonne, IL: Argonne National Laboratory; Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute. Microfilme CONF-830439--2.
- COLLIER, J. G.; HEWITT, G. F. (1987). *Introduction to Nuclear Power*. New York, NY: Hemisphere Publishing Corporation. 231 p.
- COLLIER, J. G.; THOME, J. R. (1996). *Convective Boiling and Condensation*. 3rd ed., New York, NY: Oxford University Press. 596 p.
- DAUGHERTY, R. L.; FRANZINI, J. B.; FINNEMORE, E. J. (1989). *Fluid Mechanics with Engineering Applications*. SI metric edition, New York, NY: McGraw-Hill Book Company. 596 p.
- DELHAYE, J. M. (1977). Measurements techniques for studies of two-phase gas-liquid flows. In: S. Kakaç e F. Mayinger (ed.), *Two-Phase Flows and Heat Transfer*, v. 1. Washington: DC: Hemisphere Publishing Corporation. 547 p.
- DELHAYE, J. M. (1981). Two-phase flow patterns. In: A. E. Berges, J. G. Collier, J. M. Delhaye, G. F. Hewitt e F. Mayinger (ed.), *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*. Washington: DC: Hemisphere Publishing Corporation. 707 p.
- DELHAYE, J. M.; GARNIER, J. (1999). FASTNET: A proposal for a ten-year effort in thermal-hydraulic research. *Multiphase Science and Technology*, v. 11, p. 79-145.
- DOROSHCHUK, V. E.; LEVITAN, L. L.; LANTSMAN, F. P. (1975). *Investigation into burnout in uniformly heated tubes*. Paper ASME 75-WA/HT-22. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers.
- DOROSHCHUK, V. E. et al. (1976). Tabular data for calculating burnout when boiling water in uniformly heated round tubes. *Thermal Engineering*, v. 23, n. 9, p. 77-79.

- FAJEAU, M. (1969). *Programme FLICA: Etude Thermodynamique d'un Reacteur ou d'une Boucle d'Essai*. CEA-R-3716. Saclay, France: Centre d'Etudes Nucléaires.
- FICARA, P. L. et al. (1977). Thermal conductance of the pellet-clad gap of fuel rods. *Energia Nucleare*, v. 24, n. 11, p. 561-572.
- FIGUETTI, C. F.; REDDY, D. G. (1982). *Parametric Study of CHF Data*. EPRI-NP-2609. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute, vol. 3, parts 1 and 2.
- FINLAYSON, B. A. (1972). Chemical reaction systems. In: *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*. New York, NY: Academic Press, p. 97-146.
- FORTINI, M. A.; VELOSO, M. A. (2002). CHF prediction in nuclear fuel elements by using round tube data. *Annals of Nuclear Energy*, v. 29, p. 2071-2085.
- FRIEDEL, L. (1979a). Improved friction pressure drop correlations for horizontal and vertical two phase pipe flow. Paper E2 apresentado no European Two-phase Flow Group Meeting, Ispra, Italia, Junho 1979.
- FRIEDEL, L. (1979b). Improved friction pressure drop correlations for horizontal and vertical two phase pipe flow. *3R International*, 18. Jahrgang, Heft 7, p. 485-491.
- FRIEDERICH, W. (1977). *Program PAK for Computing the Flow through the Reactor Core and the Loops Due to Pump Failure*. Erlangen, RFA: Kraftwerk Union AG.
- FULS, G. M. (1968). *FLOT-1: Flow Transient Analysis of a Pressurized Water Reactor During Flow Coastdown*. WAPD-TM-428. Pittsburgh, PA: Bettis Atomic Power Laboratory.
- GELLERSTEDT, J. S. et al. (1969). Correlation of critical heat flux in a bundle cooled by pressurized water. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1969). In: *Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 63-71.
- GLASSTONE, S.; SESONSKE, A. (1994). *Nuclear Reactor Engineering*. 4th ed., v. 2, New York, NY: Chapman & Hall. 852 p.
- GROENEVELD, D. C. (1969). *An Investigation of Heat Transfer in the Liquid Deficient Regime*. AECL-3281. Chalk River: Atomic Energy of Canada Ltd.

- GROENEVELD, D. C.; CHENG, S. C.; DOAN, T. (1986). 1986 AECL-UO critical heat flux lookup table. *Heat Thermal Engineering*, v. 7, n. 1-2, p. 46-62.
- GROENEVELD, D. C. et al. (1996). The 1995 look-up table for critical heat flux in tubes. *Nuclear Engineering and Design*, v. 163, p. 1-23.
- GULYANI, B. B. (2001). Approximating equations for pipe sizing. *Chemical Engineering*, v. 108, n. 2.
- HENDERSON D. S.; WASSYNG, A. (1978). A new method for the solution of $Ax = B$. *Numerische Mathematik*. v. 29, p. 287-289.
- HUGHES, E. D. (1970). *A Correlation of Rod Bundle Critical Heat Flux for Water in the Pressure Range 150 to 725 Psia*. IN-1412. Idaho Falls, ID: Idaho Nuclear Corporation.
- IDELCHIK, I. E. (1996). *Handbook of Hydraulic Resistance*. 3rd ed., New York, NY: Begell House, Inc. 790 p.
- JACKSON, J. W.; TODREAS, N. E. (1981). *COBRA IIIc/MIT-2: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements*. MIT-EL 81-018. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.
- JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. (1991). *Fundamentals of Machine Component Design*. 2nd ed., New York, NY: John Wiley & Sons, Inc. 804 p.
- KATTO, Y. (1985). Critical heat flux. *Advances in Heat Transfer*. Orlando, FL: Academic Press, Inc., v. 17, p. 1-64.
- KHAN, E. U. (1971). Crossflow resistance and diversion crossflow mixing between rod bundles. *ANS Transactions*, v. 14, n. 1, p. 249-250.
- KIRILLOV, P. L. et al. (1992). New CHF Table for water in round tubes. Proceedings of the Fifth International Topical Meeting on Reactor Thermal Hydraulics, NURET-5, (Salt Lake City, Sept. 21-24, 1992), La Grange Park, IL: American Nuclear Society, pp. 511-518.
- KITTO JR., J. B. (1980). Critical heat flux and the limiting quality phenomenon. AEChE Symposium Series 199, v. 76, p. 57-78.

- KJAERHEIM, G.; ROLSTAD, E. (1977). *In-Pile Determination of UO₂ Thermal Conductivity Density Effects and Gap Conductance*. HPR-80. OECD Halden Reactor Project.
- KONKOV, A. S. (1966). Experimental study of the conditions under which heat exchange deteriorates when a steam-water mixture flows in heated tubes. *Teploenergetika*, v. 13, n. 12, p. 53-57.
- KROEGER, P. G.; ZUBER, N. (1968). An analysis of the effects of various parameters on the average void fractions in subcooled boiling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 11, p. 211-233.
- LADEIRA, L. C. D.; REZENDE, H. C. (1990). Medidas de perda de carga em grades espaçadoras do elemento combustível de recarga de Angra-1. In: III CONGRESSO GERAL DE ENERGIA NUCLEAR, abril 22-27, 1990. Anais...Rio de Janeiro, RJ: Associação Brasileira de Energia Nuclear, ABEN.
- LAMARSH, J. E. (1983). *Introduction to Nuclear Engineering*. 2nd ed., Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- LAWRENCE, F. D. et al. (1978). Critical heat flux em PWR fuel assemblies. ASME 77-HT-92. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers.
- LEHMANN, J. (1961). Widerstandsgesetze der turbulenten Strömung in geraden Stahlrohren. *Gesundheitsingenieur*, Band 82.
- LELLOUCHE, G. S.; ZOLOTAR, B. A. (1982). *Mechanistic Model for Predicting Two-phase Void Fraction for Water in Vertical Tubes, Channels, and Rod Bundles*. EPRI-NP-2246-SR. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute.
- LEVY, S. (1967). Forced convection subcooled boiling – prediction of vapor volumetric fraction. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 10, p. 951-965.
- MACDONALD, P. E. et al. (1976). *MATPRO-VERSION 09, a Handbook of Materials Properties for Use in the Analysis of Light Water Reactor Fuel Rod Behaviour*. TREE-NUREG-1005, Energy Research and Development, EG&G Idaho Inc.
- MACDONALD, P. E.; WEISMAN, J. (1976). Effect of pellet cracking on light water reactor fuel temperatures. *Nuclear Technology*, v. 31, n. 3, p. 357-366.

- MALISKA, C. R. (1995). *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 424 p.
- MASSENA, W. A. (1960). *Steam-Water Pressure Drop Critical Discharge Flow – A Digital Computer Program*. HW-65706. Richland, WA: Hanford Atomic Products Operation.
- MASTERSON, R. E.; WOLF, L. (1977). An efficient multidimensional numerical method for the thermal-hydraulic analysis of nuclear reactor cores. *Nuclear Science and Engineering*, v. 64, p. 222-236.
- MASTERSON, R. E.; WOLF, L. (1978). An improved version of COBRA for full-core light water reactor analysis. *Nuclear Engineering and Design*, v. 48, p. 293-310.
- MAYINGER, F.; LANGNER, H. (1978). Post-dryout heat transfer. Proceedings of Sixth International Heat Transfer Conference (Toronto, Canada, 1978), v. 6, p. 181-198.
- McFADDEN, J. H. et al. (1981). *RETRAN-02 – A Program for Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Complex Fluid Flow Systems; Vol. 1: Equations and Numerics*. EPRI NP-1850. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute.
- MIROPOLSKY, Z. L. (1963). Heat transfer in film boiling of steam water mixture in evaporative tubes. *Teploenergetika*, n. 5, p. 49-53.
- NINOKATA, H.; ARITOMI, M. (1992). *Subchannel Analysis in Nuclear Reactors*. Tokio, Japan: The Institute of Applied Energy & Atomic Energy Society of Japan. 301 p.
- OWEN, D. B. (1963). *Factors for One-Sided Tolerance Limits and for Variables Sampling Plans*. Sandia Corporation Technical Report SCR-607. Washington, DC: Department of Commerce, Office of Technical Services.
- RANSOM, H. V. et al. (1981). *RELAP5/MOD1 Code Manual. Volume 1: System Models and Numerical Methods*. NUREG/CR-1826. Idaho Falls, ID: EG&G Idaho, Inc.
- RANSOM, V. H. et al. (1985). *RELAP5/MOD2 Code Manual; Vol. I and II*. NUREG-4312. Washington, DC: U. S. Nuclear Regulatory Commission.

- REDDY, D. G.; FIGHETTI, C. F.; MERILO, M. (1983). Evaluation of two-phase pressure drop correlations for high pressure steam-water systems. ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference Proceedings (Honolulu, Hawaii, 1983). New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, v. 1, p. 251-259.
- ROGERS, J. T.; TODREAS, N. E. (1968). Coolant interchannel mixing in reactor fuel rod bundles single-phase coolants. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1968). In: *Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 1-56.
- ROWE, D. S. (1967). *Crossflow Mixing Between Parallel Flow Channels During Boiling; Part I. COBRA – Computer Program for Coolant Boiling in Rod Arrays*. BNWL-371. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D. S. (1969). *COBRA-II: A Digital Computer Program for Thermal-Hydraulic Subchannel Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements*. BNWL-1229. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D. S. (1971). *COBRA-III: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements*. BNWL-B-82. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D. S. (1973). *COBRA-IIIC: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements*. BNWL-1695. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- ROWE, D. S.; ANGLE, C. W. (1967). *Crossflow Mixing Between Parallel Flow Channel During Boiling; Part II – Measurements of the Flow and Enthalpy in Two Parallel Channels*. BNWL-371 Pt. 2. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- SAHA, P.; ZUBER, N. (1974). Point of net vapor generation and vapor void fraction in subcooled boiling. Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference (Tokyo, 1974), v. IV, paper B.47, p. 175-179.
- SCHMIDT, E. (1981). *Properties of Water and Steam in SI-units*. München, Germany: Springer-Verlag, 190 p.

- SCHROCK, V. E.; GROSSMAN, L. M. (1962). Forced convection in tubes. *Nuclear Engineering and Design*, v. 12, p. 474-480.
- SERRIN, J. (1959). Mathematical principles of classical fluid mechanics. In: S. Flügge (ed.), *Handbuch der Physik*, v. VIII/1. Berlin: Springer-Verlag.
- SLATTERY, J. C. (1972). *Momentum, Energy, and Mass Transfer in Continua*. New York, NY: McGraw-Hill Book Company. 679 p.
- SLATTERY, J. C. (1999). *Advanced Transport Phenomena*. New York, NY: Cambridge University Press. 709 p.
- SLUTSKER, V. P. et al. (1983). Experimental investigation of intensity of turbulent cross-flow transfer in channels of complex shape. *Thermal Engineering*, v. 30, n. 2, p. 80-83.
- SMITH, S. L. (1969-70). Void fractions in two-phase flow: a correlation based upon an equal velocity head model. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, v. 184, pt. 1, n. 36, p. 647-664.
- STEPANOFF, A. J. (1957). *Centrifugal and Axial Flow Pumps*. 2nd ed., New York, NY: John Wiley & Sons, Inc. 462 p.
- STEWART, C. W. et al. (1977). *COBRA-IV: The Model and the Method*. BNWL-2214. Richland, WA: Pacific Northwest Laboratories.
- STEWART, C. W. et al. (1985). *VIPRE-01: A Thermal-Hydraulic Code for Reactor Cores; Volume I: Mathematical Modeling (Revision 2)*. EPRI-NP-2511-CCM. Richland, WA: Battele, Pacific Northwest Laboratories.
- TAITEL, Y., BORMEA, D.; DUKLER, A. E. (1980). Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes., *AIChE Journal*, v. 22, p. 47-55.
- THOM, J. R. S. et al. (1965-66). Boiling in sub-cooled water during flow up heated tubes or annuli. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, v. 180, pt. 3C, p. 226-246.
- TODREAS, N. E., KAZIMI, M. S. (1990a). *Nuclear System I – Thermal Hydraulic Fundamentals*. New York, NY: Hemisphere Publishing Corporation. 705 p.
- TODREAS, N. E., KAZIMI, M. S. (1990b). *Nuclear System II – Elements of Thermal Hydraulic Design*. New York, NY: Hemisphere Publishing Corporation. 506 p.

- TOFANI, P. C. (1970). *Étude du Mélange dans un Assemblage d'Éléments Combustibles en Grappe de Réacteur Nucléaire*. Thèse présentée a la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble pour obtenir le titre de Docteur d'Université. Grenoble.
- TONG, L. S. (1965). *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc. 242 p.
- TONG, L. S. (1967). Prediction of departure from nucleate boiling for an axially non-uniform heat flux distribution. *Journal of Nuclear Energy*, v. 21, p. 241-248.
- TONG, L. S. (1968). Pressure drop performance of a rod bundle. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1968). In: *Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 57-69.
- TONG, L. S. (1969). Critical heat flux in rod bundles. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1969). In: *Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 31-46.
- TONG, L. S. (1972). *Boiling Crisis and Critical Heat Flux*. AEC Critical Review Series. U. S. Atomic Energy Commission.
- TONG, L. S.; WEISMAN, J. (1996). *Thermal Analysis of Pressurized Water Reactor*, 3rd ed., La Grange Park, IL: American Nuclear Society. 748 p.
- TRUESDELL, C., NOLL, W. (1965). Non-linear field theories of mechanics. In: S. Flügge (ed.), *Handbuch der Physik*, v. III/3. Berlin: Springer-Verlag.
- TRUESDELL, C., TOUPIN, R. (1960). The classical field theories. In: S. Flügge (ed.), *Handbuch der Physik*, v. III/1. Berlin: Springer-Verlag.
- ULRYCH, G. (1976). *Hydrodynamics of Subcooled Boiling in Fuel Rod Bundles of Water Cooled Nuclear Reactor – Theoretical bases of THERMOHYDRAULIK Code*. Technical Report R123-30/76. Erlangen, RFA: Kraftwerk Union AG.
- VARGA, R. S. (1962). *Matrix Iterative Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc. 322 p.

- VELOSO, M. A. (1978). *Análise Termo-hidráulica de Reatores a Água Pressurizada*. Tese de mestrado apresentada ao Curso de Pós-graduação em Ciência e Técnicas Nucleares da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG: CCTN/UFMG.
- VELOSO, M. A. (1980). *PANTERA-1: Programa para Análise Termo-hidráulica do Núcleo de Reatores a Água*. Nota Técnica DETR-PD-133/80. Belo Horizonte, MG: NUCLEBRÁS/CDTN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- VELOSO, M. A. (1982). PANTERA-1P: Programa para análise termo-hidráulica do núcleo de reatores a água. In: III ENCONTRO BRASILEIRO DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA, 11-14 dez. 1982, Itaipava, RJ. Anais... Rio de Janeiro, RJ: Associação Brasileira de Energia Nuclear, ABEN, p. 496-506.
- VELOSO, M. A. (1985). *PANTERA-1P: Programa para Análise Termo-hidráulica do Núcleo de Reatores a Água*. Nota Técnica DETR-PD-201/85. Belo Horizonte, MG: NUCLEBRÁS/CDTN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- VELOSO, M. A.; MISTELBERGER, K. (1986). *COBRA 3CP: An Improved Version of COBRA IIIC/MIT-2*. Technical Report ST 112/86/e332. Erlangen, RFA: Kraftwerk Union AG.
- VELOSO, M. A.; NEIVA, B. C.; SIRIMARCO, L. F. (1990). *Análise do Evento de Falhas de Bombas para Angra-2*. Nota Técnica DETR-NT-08/90. Belo Horizonte, MG: CNEN/CDTN, Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear.
- VELOSO, M. A. (1991). Analysis of critical heat flux tests for Angra-1 reload fuel assemblies. In: VIII ENCONTRO BRASILEIRO DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA, 17-20 set. 1991, Atibaia, SP. Anais... Rio de Janeiro, RJ: Associação Brasileira de Energia Nuclear, ABEN, p. 461-464.
- WAGGENER, J. P. (1961). Friction factors for pressure-drop calculations. *Nucleonics*, v. 19, n. 11, p. 145-147.
- WALLIS, G. B. (1969). *One Dimensional Two-Phase Flow*. New York, NY: McGraw-Hill Book Company. 408 p.
- WASSYNG, A. (1982). Solving $Ax = B$: a method with reduced storage requirements. *Siam. Journal on Numerical Analysis*, v. 19, n. 1, p. 197-204.

- WEISMAN, J.; BOWRING, R. W. (1975). Methods for detailed thermal and hydraulic analysis of water-cooled reactors. *Nuclear Engineering and Design*, v. 57, p. 255-276.
- WHITAKER, S. (1968). *Introduction to Fluid Mechanics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 457 p.
- WILSON, R. H. et al. (1969). Critical heat flux in a nonuniformly heated rod bundle. Proceedings of the Winter Annual Meeting of the ASME (New York, NY, 1969). In: *Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles*. New York, NY: The American Society of Mechanical Engineers, p. 56-62.
- WYLIE, B. E.; STREETER, V. L. (1978). *Fluid Transients*. New York, NY: McGraw-Hill International Book Co. 384 p.
- WOLF, L. et al. (1987). Comprehensive assessment of the ISPRA BWR and PWR suchannel experiments and code analysis with different two-phase models and solution schemes. *Nuclear Engineering and Design*, v. 99, p. 329-350.
- YOUNG, D. (1971). *Iterative Solution of Large Linear Systems*. New York, NY: Academic Press. 570p.
- ZUBER, N.; FINDLAY, J. A. (1965). Average volumetric concentration in two-phase flow systems. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer*, v. 87, p. 453-488.