



HELDER LIMA DE MOURA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO RUÍDO NA OBTENÇÃO DE
ATRADORES E PARÂMETROS DETERMINÍSTICOS DA TEORIA DO
CAOS APLICADA EM UMA SEÇÃO DE *RISER* DE UM LEITO
FLUIDIZADO CIRCULANTE**

CAMPINAS – SÃO PAULO
Setembro de 2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

HELDER LIMA DE MOURA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO RUÍDO NA OBTENÇÃO DE
ATRATORES E PARÂMETROS DETERMINÍSTICOS DA TEORIA DO
CAOS APLICADA EM UMA SEÇÃO DE *RISER* DE UM LEITO
FLUIDIZADO CIRCULANTE**

Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Química da Faculdade de Engenharia Química da Universidade
Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

**ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA PELO ALUNO HELDER LIMA DE MOURA
E ORIENTADA PELO PROF. DR. MARCO AURÉLIO CREMASCO**

Assinatura do Orientador

Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

CAMPINAS – SÃO PAULO
Setembro de 2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M865a Moura, Helder Lima de, 1987-
Análise da influência do ruído na obtenção de atratores e parâmetros determinísticos da teoria do caos aplicada em uma seção de riser de um leito fluidizado circulante / Helder Lima de Moura. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Marco Aurélio Cremasco.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Ruído. 2. Processamento de sinais. 3. Leito fluidizado. 4. Análise de sistemas. 5. Caos determinístico. I. Cremasco, Marco Aurélio, 1962-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Analysis of noise on obtaining deterministic parameters and attractors of chaos theory applied in a riser of a circulating fluidized bed

Palavras-chave em inglês:

Noise

Signal processing

Fluidized bed

System analysis

Deterministic chaos

Área de concentração: Engenharia de Processos

Titulação: Mestre em Engenharia Química

Banca examinadora:

Marco Aurélio Cremasco [Orientador]

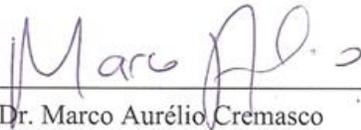
Araí Augusta Bernárdez Pécora

Guilherme José de Castilho

Data de defesa: 18-09-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química

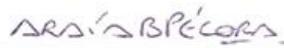
Dissertação de Mestrado defendida por Helder Lima de Moura e aprovada em 18 de setembro de 2013 pela banca examinadora constituída pelos doutores:



Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

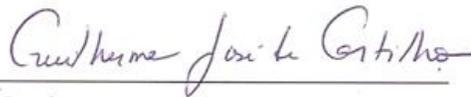
FEQ/ UNICAMP

Orientador



Profa. Dra. Ará Augusta Bernárdez Pécora

FEM/ UNICAMP



Prof. Dr. Guilherme José de Castilho

FEQ/ UNICAMP

À Ofélia Lima de Moura, minha mãe, pela educação e por ser minha referência.

À Bárbara e Sarah, minhas irmãs.

Ao meu filho, Paulo Henrinque.

Aos meus familiares e amigos pela torcida e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Ofélia Lima de Moura, Bárbara Alessandra Lima de Moura e a Sarah Beatriz de Lima Alves (minha família), pela paciência e compreensão durante este período.

À Rodrigo de Lima Amral, meu “amigo-irmão”, por me acompanhar nessa luta desde 2005.

À minha “*ficante-namorada-noiva-mãe do meu filho*” Camila Albuquerque, pela paciência por tanto tempo ausente.

À Danilo Emídio “*Doquinha*”, parceiro rubro-negro de longa data.

Aos amigos Carlos “Maranhão”, Raphael Ribeiro, Hugo Valença, Erik “China”, Jean, Ivanei “Miguelis”, Vicente, Alex “Plancknelson”, Ana “Chefa”, Bruno Guzzo, Murilo e Clairon pelo companheirismo, amizade, contribuição, pelas risadas e pelas brincadeiras.

Ao Prof. Dr. Guilherme Castilho pela amizade e ajuda nesse trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco, pela oportunidade e por ter confiado no meu trabalho desde o começo.

À Unicamp e à Faculdade de Engenharia Química pela estrutura e oportunidade cedida.

À CAPES pelo suporte financeiro.

“A maneira certa é a melhor maneira”

(He-man)

RESUMO

Sinais caóticos são sinais cujo comportamento é aperiódico e sensível às condições iniciais ou às pequenas perturbações. Sob este aspecto, diversos campos do conhecimento, tais como engenharia, biologia e economia, podem fazer uso da análise de séries temporais para descrever situações características a seus estudos. Contudo, encontram-se dificuldades para classificar sistemas dinâmicos caóticos a partir de métodos tradicionais como, por exemplo, o espectro de potência de Fourier. Para uma nova abordagem, a reconstrução de atratores, a partir do método de Takens, vem sendo apontada como alternativa de análise para diferenciar o caos determinístico de um comportamento estocástico. A partir do caos determinístico, várias propriedades conhecidas como invariantes caóticas podem ser determinadas, como a dimensão de correlação e a entropia de Kolmogorov. No entanto, estudos recentes têm mostrado que ruídos limitam o desempenho de várias técnicas empregadas na identificação e previsão de sistemas determinísticos e, portanto, influenciando no cálculo dos invariantes caóticos. A extensão da influência do ruído na análise de dados experimentais é difícil de entender devido à falta de conhecimento sobre o nível e a natureza do ruído. Este trabalho, além de construir uma ferramenta para o cálculo dos invariantes caóticos, propõe uma abordagem sistemática para a redução de ruído em séries temporais de sinais de concentração de partículas de FCC, obtidos experimentalmente por uma sonda de fibra óptica em uma seção de *riser* de um leito fluidizado circulante (LFC). Para a determinação e a redução do nível de ruído foi utilizado o algoritmo de máxima verossimilhança (Schouten *et al.*, 1994a) e o método de Schreiber (1993), respectivamente. Para tanto, adiciona-se o ruído no mapa de Hénon para, a seguir, ser aplicado sobre dados experimentais. Para avaliar a eficácia do método proposto, investiga-se a precisão da previsão para as séries caóticas a partir das redes neurais artificiais e o valor da dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov. Os resultados para identificação do nível de ruído e a sua redução mostram que a técnica proposta neste trabalho é promissora, pois conhecendo o nível de ruído, a redução deste é feita com maior precisão, em consequência disto, os resultados finais mantêm as características caóticas da dinâmica original. Sendo assim, é possível obter uma maior confiabilidade no grau de liberdade e previsibilidade na aplicação em sistemas experimentais.

Palavras-chave: Caos, ruído, processamento de sinais, leito fluidizado.

ABSTRACT

Chaotic signals are signals whose behavior is aperiodic and sensitive to initial conditions or to small perturbations. In this regard, various fields of knowledge such as engineering, biology and economics, can make use of time series analysis to describe typical situations to its studies. However, it is difficult to classify chaotic dynamic systems from traditional methods such as Fourier power spectrum. Towards a new approach, reconstruction of attractors from the Takens's method has been suggested as an alternative analysis to differentiate the deterministic chaos of a stochastic behavior. Several properties known as chaotic invariants can be determined from the deterministic chaos such as the correlation dimension and Kolmogorov entropy. However, recent studies have shown that noise limits the performance of various techniques used in the identification and prediction of deterministic systems and influences the calculation of chaotic invariants. The extent of the noise influence in the analysis of experimental data is difficult to understand due to the lack of knowledge about the level and nature of the noise. This work elaborates a tool for the calculation of chaotic invariants and proposes a systematic approach to noise reduction in time series of particle concentration signals. The particle concentration signals were obtained experimentally by an optic fiber probe in a riser section of a circulating fluidized bed (CFB). To evaluate and reduce the noise levels the maximum likelihood algorithm (Schouten et al., 1994a) and the method of Schreiber (1993), were used, respectively. Therefore, the noise is added to the Hénon map to be applied on experimental data. To evaluate the effectiveness of the proposed method the accuracy of prediction by the artificial neural networks, the value of correlation dimension and Kolmogorov entropy from the chaotic time series are investigated. The results for the identification and reduction of noise show that the proposed technique is promising. The reduction is performed with higher accuracy knowing the noise level. Consequently, the final results maintain the original characteristics of chaotic dynamics. Therefore, it is possible to obtain a greater reliability in the degree of freedom and predictability in the application in experimental systems.

Keywords: Chaos, noise, signal processing, fluidized bed.

SUMÁRIO

RESUMO	xiii
ABSTRACT	xv
NOMENCLATURA.....	xxiii
LISTAS DE FIGURAS	xxxiii
LISTAS DE TABELAS	xliii
CAPÍTULO 1 — Considerações iniciais	1
1.0 Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	4
1.1.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
CAPÍTULO 2 — Fundamentação teórica	6
2.1 Caos determinístico.....	6
2.2 Sistemas dinâmicos.....	9
2.3 Espaço de fases, atratores e atratores estranhos.....	10
2.4 Reconstrução do espaço de fases	13
2.4.1 TEOREMA DE TAKENS (MÉTODO DOS ATRASOS).....	13
2.4.2 ESTIMAÇÃO DA DIMENSÃO DE IMERSÃO – MÉTODO DOS FALSOS VIZINHOS (FNN) 14	
2.4.3 ESTIMAÇÃO DO TEMPO DE ATRASO	17
2.4.4 RECONSTRUÇÃO DO ESPAÇO DE FASES USANDO O MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES (SVD)	20
2.4.5 ESCOLHAS DOS PARÂMETROS (M E T_w) PARA O MÉTODO SVD.....	22
2.5 Dimensão de correlação.....	23
2.5.1 ALGORITMO GRASSBERGER E PROCACCIA PARA DIMENSÃO DE CORRELAÇÃO (D_2) 24	
2.5.2 MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA PARA ESTIMAÇÃO DA DIMENSÃO DE CORRELAÇÃO (D_{ML}).....	26
2.6 Entropia de Kolmogorov	27

2.6.1	ALGORITMO GRASSBERGER E PROCACCIA PARA ENTROPIA DE KOLMOGOROV (K_2)	29
2.6.2	MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA PARA ESTIMAÇÃO DA ENTROPIA DE KOLMOGOROV (K_{ML})	31
2.7	Identificação e redução de ruído em séries temporais caóticas	32
2.7.1	IDENTIFICAÇÃO DO NÍVEL DE RUÍDO	34
2.7.2	MÉTODO PARA REDUÇÃO DO NÍVEL DE RUÍDO	37
2.8	Previsões com modelos locais e globais	38
2.8.1	MÉTODO DE PREVISÃO NÃO LINEAR: APROXIMAÇÃO LOCAL.....	40
2.9	REDES NEURONAIS ARTIFICIAIS	41
2.9.1	REDE NEURONAL NA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS.....	44
2.9.2	REDE NEURONAL AUTO REGRESSIVA	48
2.10	Softwares para o cálculo dos parâmetros caóticos.....	48
2.11	Aplicações da análise de caos em sistemas da Engenharia de Processos	50
2.11.1	ANÁLISE DE CAOS EM SISTEMAS GÁS-LÍQUIDO	52
2.11.2	ANÁLISE DE CAOS EM SISTEMAS GÁS-PARTÍCULA	57
2.12	Breve descrição sobre controle de caos aplicado à engenharia, ferramentas para controle e aplicações.....	66
	<i>CAPÍTULO 3 — Materiais e métodos</i>	70
3.1	Materiais	70
3.2	Métodos	74
	<i>CAPÍTULO 4 — Resultados e Discussão</i>	81
4.1	Resultados dos invariantes caóticos obtidos a partir do software RRChaos	81
4.1.1	Resultados para dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov	81
4.1.2	Reconstrução dos atratores para sistema de Lorenz, mapa de Hénon e séries do LFC com o RRChaos	83
4.2	Resultados dos invariantes caóticos obtidos a partir do código elaborado na presente dissertação	85
4.2.1	RESULTADOS PARA DIMENSÃO DE CORRELAÇÃO E ENTROPIA DE KOLMOGOROV A PARTIR DO ALGORITMO GRASSBERGER E PROCACCIA (1983A, 1983B) 85	

4.2.2	RESULTADOS PARA ENTROPIA DE KOLMOGOROV (K_{ML}') PARA O CÓDIGO O ALGORITMO PROPOSTO POR SCHOUTEN <i>ET AL.</i> (1994B).....	86
4.2.3	RESULTADOS PARA RECONSTRUÇÃO DOS ATRADORES UTILIZANDO O MÉTODO DOS ATRASOS (MOD) E DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES (SVD) APLICADO NO SISTEMA DE LORENZ E NO MAPA DE HÉNON	87
4.2.4	RESULTADOS PARA RECONSTRUÇÃO DOS ATRADORES PARA AS SÉRIES EXPERIMENTAIS DO LFC UTILIZANDO MOD E SVD.....	90
4.3	Análise dos resultados dos invariantes caóticos com adição de ruído.....	98
4.4	Validação do método de redução de ruído aplicado ao mapa de Hénon	99
4.4.1	Adição de ruído no mapa de Hénon e análise dos efeitos nos invariantes caóticos	100
4.4.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SCHREIBER (1993) NO MAPA DE HÉNON COM 8% DE RUÍDO	103
4.4.3	APLICAÇÃO DA REDE NEURONAL NA IDENTIFICAÇÃO DO NÍVEL DO RUÍDO NO MAPA DE HÉNON COM 8% DE RUÍDO	107
4.4.4	AVALIAÇÃO DA REDUÇÃO NO NÍVEL DE RUÍDO PARA O MAPA DE HÉNON	114
4.5	Aplicação do método de redução de ruído na série experimental do LFC	121
CAPÍTULO 5 — Considerações Finais		134
5.1	Conclusões	134
5.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	137
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		138
APÊNDICE A — Resultados para reconstrução dos atradores em um espaço tridimensional		150
ANEXO A — Função redução de ruído baseado no algoritmo de Schreiber (1993) ..		153
ANEXO B — Resultado gerado no RRChaos para a série $r/R = 1$ na estimativa da dimensão de correlação e nível de ruído		157

NOMENCLATURA

Letras Latinas

b - número de passos usados (Eq. 2.28)	[-]
\bar{b} - média dos valores de b	[-]
\mathbf{C} - matriz dos autovetores \mathbf{c}_i	[-]
C - constante de proporcionalidade	[-]
$\mathbf{c}_i, \mathbf{s}_i$ - autovetores	[-]
$C(\varepsilon)$ - integral de correlação	[-]
$C_q(\varepsilon)$ - integral de correlação para dimensão q	[-]
$C(r_z)$ - integral de correlação com nova escala (Eq. 2.48)	[-]
\mathbf{D} - matriz diagonal formado pelos autovalores σ_i	[-]
D - dimensão fractal (Eq.2.8)	[-]
d - parte inteira da dimensão fractal do atrator	[-]
d_b - diâmetro da bolha	[m]
d_b^* - maior diâmetro da bolha	[m]
D_0 - dimensão de Hausdorff	[-]
D_2 - dimensão de correlação	[-]
D_c - diâmetro da coluna	[m]
D_{ML} - dimensão de correlação por máxima verossimilhança	[-]
f_s - frequência de amostragem	[Hz]

Gs - Fluxo mássico de sólidos	[Kg/(m ² s)]
I(τ) - informação mútua	[bits]
k - coordenadas passadas	[-]
K - entropia de Kolmogorov	[bits/s]
ℓ - coordenadas futuras	[-]
L - altura do leito cônico	[m]
l ₀ - distância de corte (Eq. 2.33)	[-]
m - dimensão de imersão	[-]
M - tamanho da amostra (Eq. 2.25)	[-]
N - número de pontos na série temporal (Eq. 2.18)	[-]
n - posto da matriz de covariância	[-]
N(ϵ) - número de hipercubos (caixas)	[-]
n' - posto da matriz de estrutura	[-]
N _h - número de furos no distribuidor	[-]
p _i - probabilidade de um ponto se encontrar na i-ésima caixa de tamanho ϵ	[-]
Q - vazão	[m ³ /h]
Q _G - vazão do gás	[m ³ /s]
q _{mf} - velocidade superficial do gás na condição de mínima fluidização	[m/s]
r ₀ - distância de corte	[-]
r _D - vizinhos próximos (Eq. 2.8)	[-]
r _n - distância máxima de ruído	[-]
r _x - distância livre de ruído	[-]

r_z - distância corrompida	[-]
R_{tol} - critério de convergência (Eq. 2.10)	[-]
R_A - média das distâncias entre os pontos e o ponto médio do atrator (Eq. 2.11)	[-]
S - matriz dos autovetores s_i	[-]
$s(t)$ - representação de um sinal	[-]
s_a - quantidade de informação do sistema a	[bits]
s_b - quantidade de informação do sistema b	[bits]
t - tempo	[s]
T - tempo de espera (Eq. 2.52)	[-]
t_i - tamanho da série temporal	[-]
u_G - velocidade superficial do gás	[m/s]
U_{trans} - velocidade do gás na transição de regimes	[m/s]
V_b - volume da bolha	[m ³]
$x(t_i)$ - amostra da série temporal no tempo t_i	[-]
x_i - variável de estado	[-]
\mathbf{x}_i - vetor de estado	[-]
X_i^{corr} - novas coordenadas após a redução de ruído	[-]
\hat{x} - valores futuros da série temporal	[-]
\mathbf{X} - matriz da trajetória	[-]
$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ - matriz da covariância	[-]
$\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ - matriz da estrutura	[-]
Y_i - sinal limpo	[-]

Z - Distância axial a partir da entrada da seção	[m]
$Z_{i,k}$ - vetor ruído corrompido	[-]

Letras gregas

δx_{\max} - amplitude máxima para o ruído	[-]
δx_i - amplitude para o ruído (Eq. 2.44)	[-]
δ_{ij} - delta de Kronecker	[-]
ε - tamanho dos hipercubos (caixas)	[-]
η - ruído Gaussiano	[-]
$\theta(x)$ - é a função de Heaviside	[-]
σ_i - autovalores	[-]
τ - atraso de imersão	[-]
τ_w - comprimento da janela	[-]
\mathfrak{Z}'_i - amostras aleatórias com distribuição normal	[-]

Abreviaturas

ANN - Artificial Neural Networks
ARIMA - autoregressive integrated moving average
DEPro - Departamento de Engenharia de Processos
FCC - Craqueamento Catalítico em Meio Fluido
FEQ - Faculdade de Engenharia Química
FFB - frequência de formação de bolhas

FFB* - frequência de formação de bolhas para um regime heterogêneo

FNN - MÉTODOS DOS FALSOS VIZINHOS

GP - Algoritmo Grassberger e Procaccia

IB - impacto da bolha

LFC - Leito Fluidizado Circulante

LPMP - Laboratório de Processos em Meios Porosos

MEE - modelo de espaço de estados

ML - Algoritmo Maximum Likelihood

MLP - rede de múltiplas camadas

MOD - método de atrasos

NAR - Nonlinear Autoregressive

NARX - Modelo Auto Regressivo Não linear com Entradas Exógenas

NOE - Nonlinear Output Model

RN - rede neuronal

SSE - Soma dos Erros ao Quadrado

SVD - decomposição em valores singulares

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

LISTAS DE FIGURAS

Figura 2.1 - Rolagem de um fluido (Gleick, 1987).	7
Figura 2.2 - Resultados do sistema de Lorenz (Vander Stappen, 1996).	8
Figura 2.3 - Atrator estranho de Lorenz em (x, y, z). Os parâmetros escolhidos são $\sigma = 16$, $r = 45.92$ e $b = 4$ com 50.000 pontos de dados e $dt = 0,005$. Condições iniciais são $X(0) = 1$, $Y(0) = 1$, $Z(0) = 1$	11
Figura 2.4 - Mapa de Smale da ferradura aplicado à figura inicial (a) gera sucessivamente (b) e (c) (Altmann, 2002).	12
Figura 2.5 - Reconstrução bidimensional de um atrator de um sistema dinâmico a partir de uma série temporal de uma das variáveis do sistema ($m = 2$, $X_j = (x_j, x_{j+\tau})^T$) (van den Bleek e Schouten, 1993).	14
Figura 2.6 - Representação do método FNN: (a) $d = m = 2$; (b) $d = m = 3$ (Savi, 2004).	15
Figura 2.7 - (a) Exemplo de gráfico $\log \epsilon \times \log C(\epsilon)$ para determinação da dimensão de correlação (b) gráfico de convergência para D_2 (adaptado de Xu et al., 2009).	25
Figura 2.8 - Relação entre o erro padrão da estimativa para D_{ML} e o erro dado na Eq. (2.25) (adaptado de Vander Stappen, 1996).	27
Figura 2.9 - Taxonomia da computação natural (Haykin, 2001).	42
Figura 2.10 - Identificação de sistemas com redes neurais, baseada no modelo de espaço de estados (Schopf, 2007).	45
Figura 2.11 - Modelo recorrente de entrada-saída NARX (Schopf, 2007).	46
Figura 2.12 - Modelo de entrada-saída na regressão para identificação de sistemas. (a) Modelo NARX. (b) Modelo NOE (Schopf, 2007).	47
Figura 2.13 - Modelo NAR (Schopf, 2007).	48
Figura 2.14 - Entropia de Kolmogorov calculada a partir de sinais de pressão e fração de gás em função da velocidade superficial do gás para as pressões do sistema de 0,1, 0,5, 0,7 e 0,9 MPa (Letzel et al., 1997).	52
Figura 2.15 - Entropia de Kolmogorov (K_{ML}) em função da velocidade superficial do gás, u_G , para uma pressão $P = 0,1$ MPa (Nedeltchev et al., 2007).	53
Figura 2.16 - Perfil da entropia de Kolmogorov em função da velocidade superficial do gás em uma coluna de bolhas utilizado um sistema ar-água operando em condições ambientais (Nedeltchev et al., 2011).	54

Figura 2.17 - Perfil da entropia Kolmogorov (K_{ML}), em função da velocidade superficial do gás u_G numa coluna de bolhas operado com um sistema de ar e água sob condições ambiente (Nedeltchev et al., 2011).	57
Figura 2.18 - (a) Distribuição da dimensão de correlação e (b) entropia de Kolmogorov (adaptado de Castilho et al., 2009b).	58
Figura 2.19 - Efeito do aumento de fluxo de sólidos na dimensão de correlação (a) e entropia de Kolmogorov (b) para diferentes posições axiais do riser, a velocidade do gás foi fixada em 8 m/s (Manyele et al. 2002).	59
Figura 2.20 - Distribuição radial para entropia de Kolmogorov para a região (a) downer e (b) riser (adaptado de Castilho e Cremasco, 2012).	60
Figura 2.21 - Atratores para os regimes: (a) regime de leito fixo; (b) regime de jorro instável; (c) regime de jorro estável (Xu et al., 2009).	61
Figura 2.22 - Representação esquemática das tomadas de medidas no leito de jorro (Santos et al., 2011).	62
Figura 2.23 - Distribuição de entropia de Kolmogorov com o aumento do fluxo de ar para $r/R = -0,05$ (Santos et al., 2011).	63
Figura 2.24 - Flutuações de sinais e atratores para condição de $Q = 24 \text{ m}^3/\text{h}$ e $z = 4 \text{ cm}$ (Santos et al., 2011).	64
Figura 2.25 - Distribuição radial da entropia de Kolmogorov para condição de jorro estável ($Q = 24 \text{ m}^3/\text{h}$) (Santos et al., 2011).	64
Figura 3.1 - Representação do leito fluidizado circulante e pontos de amostragens.	71
Figura 3.2 - Diagrama de bloco do sistema de aquisição de dados (Castilho, 2011).	72
Figura 3.3 - Flutuações de sinais para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser) (Castilho, 2011).	73
Figura 3.4 - Diagrama de bloco da metodologia proposta.	74
Figura 3.5 - Diagrama de bloco para reconstrução a partir do método dos atrasos.	75
Figura 3.6 - Diagrama de bloco para reconstrução aplicando SVD.	76
Figura 4.1 - Reconstrução dos atratores a partir do RRChaos para (a) sistema de Lorenz e (b) mapa de Hénon.	83
Figura 4.2 - Reconstrução dos atratores a partir do programa RRChaos: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	84

Figura 4.3 - Solução do sistema de Lorenz com $\sigma = 16,0$, $r = 45,92$ e $b = 4,0$.	87
Figura 4.4 - (a) Reconstrução por MOD e (b) Reconstrução por SVD.	88
Figura 4.5 - (a) Solução do mapa de Hénon, (b) Ampliação do mapa de Hénon.	89
Figura 4.6 - (a) Reconstrução do mapa de Hénon por MOD e (b) por SVD.	89
Figura 4.7 - Espectro de potência para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	90
Figura 4.8 - Função da informação mútua para o sistema de Lorenz.	91
Figura 4.9 - (a) Função da informação mútua para a série $r/R = 1$; (b) aproximação da área do primeiro mínimo para $r/R = 1$.	92
Figura 4.10 - Reconstrução dos atratores a partir do método dos atrasos (MOD) para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	93
Figura 4.11 - (a) Espectro singular para a série $r/R = 1$; (b) espectro singular para o sistema de Lorenz.	94
Figura 4.12 - Reconstrução dos atratores a partir do método por decomposição em valores singulares para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	95
Figura 4.13 - Reconstrução dos atratores aplicando o método SVD com 1000 pontos: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	97
Figura 4.14 - Adição de ruído no mapa de Hénon (a) 4%, (b) 8% e (c) 16%.	100
Figura 4.15 - Dimensão de correlação (D_2) para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b).	101
Figura 4.16 - Dimensão de correlação (D_{ML}) para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b).	102
Figura 4.17 - Redução de ruído para a série de Hénon com a configuração (a) $k = \ell = 1 / r = 0,20$, (b) $k = \ell = 10 / r = 0,20$ e (c) $k = \ell = 1 / r = 0,90$.	104
Figura 4.18 - Redução de ruído para a série de Hénon com 5 iterações com a seguinte configuração (a) $k = \ell = 1 / r = 0,90$ e (b) $k = \ell = 10 / r = 0,20$.	105
Figura 4.19 - Redução de ruído variando o raio de vizinhança para os níveis prováveis de ruído (a) 4,1%, (b) 8,2% e (c) 12,3%.	106
Figura 4.20 - (a) Treino e previsão da rede neural para a série de Hénon sem ruído, (b) intervalo de validação e (c) ampliação da área de predição.	110

Figura 4.21 - (a) Esquema da rede neuronal para treinamento (b) predição.	111
Figura 4.22 - Previsão da rede neural para a série de Hénon com 8% de ruído adicionado.	111
Figura 4.23 - Coeficiente de correlação utilizando 200 pontos na predição da série de Hénon (a) sem ruído e (b) com 8% de ruído adicionado.....	112
Figura 4.24 - Coeficientes de correlação obtidos pela previsão da rede neuronal para as séries de Hénon (a) redução de 4,1% e (b) redução de 8,2% e (c) redução de 12,3%.	113
Figura 4.25 - (a) Predição da rede neuronal para a série $r = 0,21$ com quatro iterações e o (b) coeficiente de correlação.....	114
Figura 4.26 - Curvas para os valores de coeficiente de correlação para diferentes níveis de redução de ruído.	115
Figura 4.27 - Porcentagem de falsos vizinhos para o mapa de Hénon com 8,2% de ruído reduzido.	115
Figura 4.28 - Mapas de Hénon com redução de 4,1% do nível de ruído com diferentes iterações.....	116
Figura 4.29 - Mapas de Hénon com redução de 8,2% do nível de ruído com diferentes iterações.....	117
Figura 4.30 - Mapas de Hénon com redução de 12,3% do nível de ruído com diferentes iterações.....	118
Figura 4.31 - Dimensão de correlação para os níveis de redução (a) 4,1%, (b) 8,2% e (c) 12,3%.....	119
Figura 4.32 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimação a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série $r/R = 1$, (b) comparação da convergência dos dois métodos.	123
Figura 4.33 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimação a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série de Lorenz, (b) comparação da convergência dos dois métodos.	124
Figura 4.34 - Redução de ruído variando o raio de vizinhança para os níveis prováveis de ruído (a) 10,29%, (b) 14,43%, (c) 20,58%, (d) 25,72% e (e) 30,87%.....	125
Figura 4.35 - (a) Previsão da rede neuronal com 25000 pontos (b) intervalo de validação.	126

Figura 4.36 - Gráfico de correlação com 25000 pontos para a série $r/R = 1$	127
Figura 4.37 - (a) Previsão da rede neuronal com 700 pontos (b) intervalo de validação com 145 pontos e (c) gráfico de correlação.....	129
Figura 4.38 - Coeficientes de correlação obtidos pela previsão da rede neuronal para a série $r/R = 1$ (a) redução de 10,29% e (b) redução de 14,43%, (c) redução de 20,58%, (d) redução de 25,72% e (e) redução de 30,87%.	130
Figura 4.39 - Curvas para os valores de coeficiente de correlação para diferentes níveis de redução de ruído para série experimental $r/R = 1$	131
Figura 4.40 - (a) Predição da rede neuronal para a série $r = 0,013$ com quatro iterações, (b) intervalo de validação.	131
Figura 4.41 - Gráfico de correlação para predição da rede neuronal para a série $r = 0,013$ com quatro iterações.	132
Figura 4.42 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimação a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série $r = 0,013$ com $i = 4$, (b) comparação da convergência dos dois métodos.	132
Figura A.1 - Reconstrução dos atratores a partir do método dos atrasos (MOD) para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).	151
Figura A.2 - Reconstrução dos atratores a partir do método SVD para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).....	152

LISTAS DE TABELAS

Tabela 3.1 - Resultado das análises das propriedades físicas do catalisador de FCC (Betoli, 2007).....	70
Tabela 4.1 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do RRChaos.....	82
Tabela 4.2 - Valores dos invariantes caóticos para as séries do LFC calculados a partir do RRChaos.....	82
Tabela 4.3 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do código do Apêndice E.	85
Tabela 4.4 - Valores dos invariantes caóticos para as séries do LFC calculados a partir do código do Apêndice E.....	86
Tabela 4.5 - Valor da entropia de Kolmogorov para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do código do Apêndice F.	86
Tabela 4.6 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do RRChaos com 7,7% de ruído gaussiano adicionado.....	98
Tabela 4.7 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do código do Apêndice E com 7,7% de ruído gaussiano adicionado.....	99
Tabela 4.8 - Entropia de Komolgorov para a série de Hénon com ruído e sem ruído.	103
Tabela 4.9 - Séries utilizadas para treino e validação da rede neuronal.	107
Tabela 4.10 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 2$.	109
Tabela 4.11 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 3$.	109
Tabela 4.12 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 4$.	109
Tabela 4.13 - Comparação dos valores da entropia de Kolmogorov após a redução de ruído.	120
Tabela 4.14 - Estimativas do nível de ruído obtido pelo RRChaos.....	121
Tabela 4.15 - Topologia para série $r/R = 1$ com vetor de atraso $T = [2:4:50]$	127
Tabela 4.16 - Comparação dos valores da entropia de Kolmogorov após a redução de ruído para série $0,013/i = 4$	133

CAPÍTULO 1 — Considerações iniciais

Este capítulo apresenta uma introdução onde se expõe principalmente a motivação pela escolha do tema desta Dissertação de Mestrado. Em seguida, são expostos os objetivos gerais e específicos que se deseja alcançar.

1.0 Introdução

Encontrar leis determinísticas que regem a natureza foi o grande objetivo da ciência a partir da física newtoniana. A concepção determinística propõe que todos os acontecimentos são pré-estabelecidos, impondo o fato que o futuro é fixo e ocorre de modo semelhante ao passado, numa perfeita simetria. Com a sistematização dos processos físicos, acreditava-se que a evolução temporal de qualquer sistema poderia ser representada, e totalmente conhecida, a partir de uma condição inicial estabelecida, sendo este sistema totalmente inerte a pequenas perturbações causadas em sua trajetória inicial, caracterizando, desse modo, os sistemas dinâmicos determinísticos. Esta concepção para os sistemas dinâmicos determinísticos é, todavia, inviabilizada pelas descobertas da Teoria do Caos. Alguns desses sistemas dinâmicos são regidos por leis não lineares, e mesmo os mais simples podem exibir comportamentos imprevisíveis e são assim chamados de sistemas caóticos. Para um sistema caótico, definida uma condição inicial, o resultado é inerentemente imprevisível (Gleick, 1987).

Alguns autores, como Abarbanel *et al.* (1993), descrevem tal comportamento como aperiódico de longo prazo presente em sistemas determinísticos que exibem sensibilidade às condições iniciais. Segundo Savi (2004):

- a expressão *comportamento aperiódico de longo prazo* refere-se às trajetórias que não convergem a pontos fixos;

- o termo *determinístico* diz respeito ao fato de que o sistema não é alimentado com dados ou parâmetros aleatórios, ou seja, “ruídos”. O comportamento irregular origina-se da não linearidade intrínseca ao próprio sistema;
- a sensibilidade às condições iniciais significa que as trajetórias inicialmente próximas umas das outras se afastam de acordo com taxas exponenciais.

Após a descoberta do caos, a evolução dos métodos de dinâmica não linear e da própria Teoria do Caos, foram progredindo rapidamente com numerosas descobertas sobre o comportamento caótico em muitos sistemas dinâmicos que anteriormente acreditavam serem comportamentos aleatórios. Vários métodos de identificação de sistemas não lineares, tais como: dimensão de correlação (Grassberger e Procaccia, 1983a), entropia de Kolmogorov (Grassberger e Procaccia, 1983b), espectro de Lyapunov (Sano e Sawada, 1985), método de atrasos de tempo (Takens, 1981) e informação mútua (Fraser e Swinney, 1986) foram introduzidos para identificar a existência de caos e de propriedades dos sistemas dinâmicos que são principalmente derivados de equações diferenciais. Estes desenvolvimentos têm proporcionado um conjunto de ferramentas de análise não linear, que servem como uma rota para análise de fenômenos que antes não se adequavam com análises estatística tradicionais, por exemplo (Ferrara e Prado, 1994).

Tradicionalmente, na engenharia de fluidização, flutuações de pressão ou de concentração de partículas são avaliadas utilizando análise estatística (média, desvio padrão, assimetria e curtose) ou espectral (transformada de Fourier, função de espectro de potência ou de autocorrelação). Implicitamente, estas técnicas de análise supõe que as oscilações podem ser descritas por uma soma (linear) das variações aleatórias ou por adição de diferentes oscilações periódicas (Fan *et. al.*, 1981; Svoboda *et al*, 1983). No entanto, Stringer (1989) sugere que o comportamento irregular e aperiódico da dinâmica de leitos fluidizados é causado pelo fator não linear das iterações gás-partícula. Haja vista a presença de componentes determinísticos e estocásticos, conseqüentemente acarretando em uma dinâmica não estacionária, as análises lineares não são adequadas para caracterizar sistemas fluidodinâmicos. Recomenda-se, portanto, a utilização de técnicas não lineares, avaliando qualitativamente o espaço de fases e quantitativamente a dimensão de correlação e a entropia de Kolmogorov (Vander Stapen, 1996).

Análise de séries temporais caóticas é dependente do cálculo de algumas invariantes (por exemplo, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov). A dimensão de correlação, um dos invariantes simples de ser calculado, é amplamente utilizada na análise caótica de séries de flutuações de pressão em sistemas particulados ou qualquer outro sistema real. Um dos principais problemas na estimativa da dimensão em séries temporais tem a ver com o fato de que os sinais do tempo de fenômenos naturais são corrompidos por ruído. O sinal de tempo medido sempre apresentará algum ruído devido a influências e imprecisões aleatórias, que nunca pode ser eliminado completamente (Schouten *et al.*, 1994a).

A sensibilidade da dimensão de correlação (ou qualquer outra invariável) e a precisão da predição na presença de ruído é a principal desvantagem de usá-los para identificar o caos. As definições destes envolvem o limite de pequenas escalas de comprimento, implicando em limitações na técnica de medição, processamento de dados e método de reconstrução do espaço de fase. O nível de ruído permitido para a aplicação prática destes métodos depende de uma forma complicada dos sistemas subjacentes de medição (Karunasinghe e Liong, 2006).

O ruído presente nos dados experimentais não pode ser ignorado, pois uma das principais características da análise de caos é manter-se realista na representação do sistema em estudo. O importante e primeiro passo é estar ciente do problema e reconhecer os seus efeitos sobre as técnicas de análise de dados por estimativa do nível e da natureza do ruído. Caso o nível de ruído seja apenas moderado, há indícios de que existe uma forte componente determinística no sinal, então se pode tentar o segundo passo, que é separar o sinal determinístico do ruído. No entanto, nenhum dos estudos investigando caos em sistemas experimentais, com exceção de Schouten *et al.* (1994a), tentaram determinar o nível de ruído em sinais e, portanto, torna-se difícil compreender os possíveis efeitos do ruído em dados reais.

Sivakumar *et al.* (1999b) propuseram um método para redução de ruído que leva em conta o nível de ruído fornecido pela aplicação do método da máxima verossimilhança proposto por Schouten *et al.* (1994a) e em seguida realizando sua redução utilizando o método de Schreiber (1993). A precisão de previsão da série em questão é considerada como o principal meio de quantificar o sucesso na eliminação do ruído. Contudo, há uma

discussão entre a precisão dos métodos de predição das séries experimentais, principalmente se esta série estiver contaminada por ruído. O método de aproximação local é usado no trabalho de Sivakumar *et al.* (1999b), porém críticas são feitas a este por não levar em consideração todo o espaço dimensional da série, conseqüentemente do sistema. Uma alternativa para predição de séries contaminadas por ruído é o uso de métodos globais de predição (leva-se em conta todo o espaço dimensional do sistema), como por exemplo, a utilização da rede neuronal. Estudos recentes como, por exemplo, Karunasinghe e Liong (2006), apontam a superioridade da precisão das redes neuronais em sistemas corrompidos por ruído.

Apesar de uma vasta variedade de métodos de redução do ruído não lineares disponíveis na literatura (Schreiber e Grassberger, 1991; Schreiber, 1993; Grassberger *et al.*, 1993), seguido de vários métodos de predição de séries (locais e globais), a sua aplicabilidade em dados de flutuações de concentração de partículas e de pressão nunca foi testada, apenas em séries temporais advindas do campo da hidrologia (Porporato e Ridolfi, 1997; Sivakumar *et al.*, 1999b).

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é aplicar os conceitos de identificação e redução de ruído em séries experimentais advindas de uma seção de uma seção de riser de um leito fluidizado. Além disso, desenvolver uma aplicação informática que sirva como ferramenta para o cálculo dos invariantes caóticos e representação no espaço de fase para sistemas não lineares.

1.1.1 Objetivos específicos

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Reconstrução do atrator no espaço de fases a partir do método dos atrasos e por decomposição em valores singulares.
- Cálculo da dimensão de correlação.

- Cálculo da entropia de Kolmogorov.
- Validação dos códigos elaborados a partir de sistemas caóticos consolidados pela literatura, como o sistema de Lorenz e o mapa de Hénon.
- Validação do método de identificação e redução de ruído com o mapa de Hénon.
- Identificar o nível de ruído da série experimental, que representa a concentração de partículas em uma seção de *riser* de um leito fluidizado circulante pelo método máxima verossimilhança.
- Aplicar o algoritmo de Schreiber (1993) para redução de ruído.
- Identificar a melhor topologia para a rede neuronal nas séries experimentais e avaliar a eficácia da predição.
- Estimar o nível mais provável de ruído nas séries experimentais e recalcular os invariantes caóticos.

CAPÍTULO 2 — *Fundamentação teórica*

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica para contextualizar o tema da presente dissertação. Primeiramente apresentam-se conceitos relacionados com a Teoria do Caos e sobre as principais diferenças entre um sistema dinâmico linear e não linear e em seguida apresentam-se conceitos sobre atratores e atratores estranhos. São discutidos os algoritmos para a reconstrução de atratores no espaço de fase, cálculo da dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov. Apresentam-se conceitos de predição global e local e análise da influência do ruído em séries temporais. Por último, são apresentados os principais programas para análise não linear e aplicações da Teoria do Caos em alguns problemas usualmente encontrado na Engenharia de Processos.

2.1 Caos determinístico

A partir do século XVII, muitos cientistas procuraram demonstrar se a lei da gravitação universal era capaz de promover um entendimento completo do universo. Esse problema ficou conhecido como *Problema dos n -corpos*. Apesar de o problema dos dois corpos, que envolve um sistema de equações diferenciais de ordem doze, ser totalmente integrável, o problema dos três corpos se mostrou muito mais complicado. Durante os dois séculos seguintes, astrônomos e matemáticos procuraram desenvolver métodos analíticos que fornecessem aproximações para as coordenadas dos três corpos. A partir da segunda metade do século XIX, começou a ficar claro que os métodos tradicionais, que procuravam resolver o problema por meio de séries infinitas, não eram suficientes. A partir de 1881, Henri Poincaré (1854-1912) publica uma série de trabalhos introduzindo novas ferramentas, de natureza qualitativa, que permitiriam um novo tratamento da questão. Esta pesquisa culminou com a publicação, em 1890, de um artigo que se tornou célebre pela quantidade de novas ferramentas que introduz. Para Poincaré, um entendimento global do comportamento de todas as soluções de um sistema era mais importante do que o comportamento local de soluções descritas analiticamente. Essa visão proporcionou,

posteriormente, o desenvolvimento da Teoria dos sistemas dinâmicos e, conseqüentemente, a base para a Teoria do Caos (Gleick, 1987).

Em 1963, Edward Lorenz (Lorenz, 1963) fez uma descoberta ao estudar problemas de convecção atmosférica em um modelo simplificado. Um sistema descrito com precisão pelas equações de Lorenz assemelha-se com uma roda d'água, engenho mecânico análogo ao círculo rotativo da convecção (Figura 2.1). No alto, a água cai constantemente em recipientes pendurados na estrutura da roda. Cada recipiente vaza constantemente por um pequeno buraco. Se o fluxo d'água for lento, o recipiente do alto nunca se enche com rapidez bastante para superar o atrito, mas se for mais rápida, o peso começa a girar a roda. A rotação pode tornar-se contínua. Ou, se o fluido for tão rápido que os recipientes pesados oscilem durante todo o percurso para baixo e comece a subir do outro lado, a roda pode diminuir sua velocidade, parar e inverter sua rotação, girando primeiro num sentido, depois no outro (Gleick, 1987). Este modelo seguiu um curso que não se enquadrava como randômico, periódico ou convergente, exibindo um comportamento bastante complexo, embora fosse definido apenas por poucas e simples equações diferenciais:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \quad (2.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = x(r - z) - y \quad (2.2)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz \quad (2.3)$$

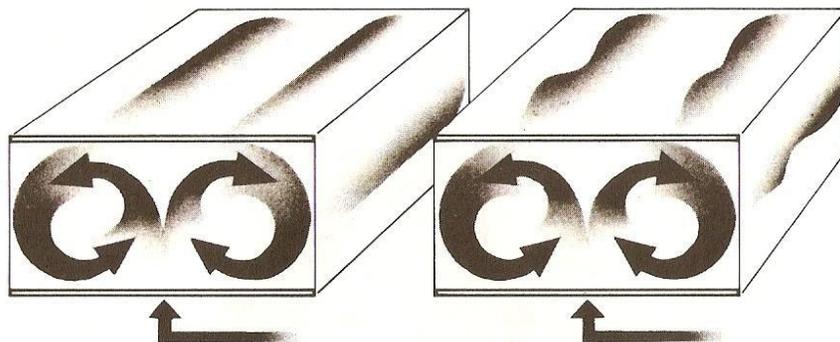


Figura 2.1 - Rolagem de um fluido (Gleick, 1987).

Neste modelo, x é proporcional à intensidade do movimento de convecção, y é proporcional à variação de temperatura horizontal, z é proporcional à variação vertical de temperatura, e σ , r e b são constantes.

A dinâmica gerada pelo modelo exibia uma característica não usual: dois pontos localizados a uma distância ínfima seguiam rotas temporais bastante divergentes. Esta observação levou Lorenz a concluir que a previsão do tempo em um intervalo de tempo longo não seria possível. Sistemas como o de Lorenz (Figura 2.2) são denominados “caótico determinísticos” ou simplesmente “caóticos” (Gleick, 1987).

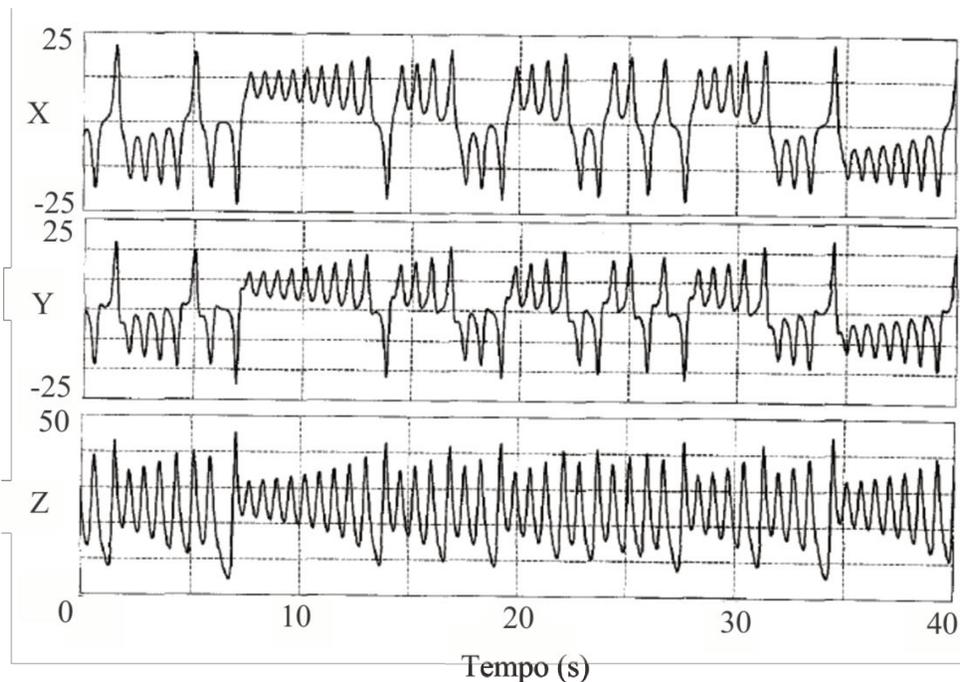


Figura 2.2 - Resultados do sistema de Lorenz (Vander Stappen, 1996).

Por caos determinístico entende-se a existência de comportamento irregular, ou aperiódico, e com dependência sensível das condições iniciais: dois processos originados por condições iniciais ligeiramente diferentes divergem exponencialmente com o tempo. Quando um modelo determinístico exhibe caos, aparecem problemas quanto à previsibilidade do comportamento futuro do sistema, já que a diferença entre duas condições iniciais “ligeiramente distintas” pode estar dentro do intervalo de incerteza com o qual estas condições iniciais são conhecidas. Logo, não se pode prever o comportamento

futuro do sistema, pelo menos para um tempo arbitrariamente longo, a partir dessas condições iniciais (Savi, 2004).

2.2 Sistemas dinâmicos

Um sistema pode ser definido, de forma geral, por dois aspectos: uma regra ou “dinâmica”, que especifica a evolução temporal, e uma condição inicial a partir da qual o sistema evolui. A importância desse tipo de sistema em estudos científicos é clara, pois, dispondo-se de um modelo realista é possível delinear-se propriedades gerais dos sistemas em estudo e, em muitos casos, especificidades características da dinâmica (Altmann, 2002). Neste campo aparecem nítidas as diferenças entre sistemas dinâmicos lineares e não lineares. Sistemas lineares são aqueles em que de forma geral o movimento se apresenta previsível, regular e tendo como característica matemática a possibilidade da aplicação do princípio de superposição, ou seja, duas de suas soluções podem ser somadas para formar uma terceira, que estará correta. Para os sistemas ditos não lineares essas características não se aplicam. Seu comportamento ao longo do tempo não pode ser previsto (e o princípio de superposição não pode ser usado para inferir outras soluções), apresentando-se não-periódico, irregular e aleatório (Tufillaro *et al.*, 1992).

Considere um sistema dinâmico cujo movimento é descrito por um sistema de equações diferenciais do tipo:

$$x = f(x) \quad \therefore \quad x \in R^n \tag{2.4}$$

Este sistema pode ser entendido como a evolução do campo vetorial X , que é continuamente transformado pela função f . Este sistema pode ser escrito de forma discreta no tempo, sendo então chamado de *mapeamento* ou *mapa* (Savi, 2004).

$$X \mapsto F(X) \quad \therefore \quad X \in R^n \tag{2.5a}$$

$$X_{n+1} = F(X_n) \quad \therefore \quad X \in R^n \tag{2.5b}$$

Um mapa descreve a evolução no tempo de um sistema dinâmico expressando o seu estado a partir do instante anterior, movendo-se, portanto, de forma discreta. Uma das principais utilizações dos mapas é a de auxiliar a análise de sistemas contínuos.

Tanto em sistemas dinâmicos contínuos quanto em mapas, a função $f(x)$ (ou $F(X)$) define as suas características. Dentre as características fundamentais de um sistema dinâmico está o fato dele ser linear ou não. A definição formal das condições de linearidade de um sistema pode ser estabelecida conforme se segue:

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad \therefore x, y \in \mathbb{R}^n \quad (2.6a)$$

$$f(\mu x) = \mu f(x) \quad \therefore x \in \mathbb{R}^n \text{ e } \mu \in \mathbb{R}^p \quad (2.6b)$$

2.3 Espaço de fases, atratores e atratores estranhos

A melhor maneira para se obter uma descrição completa da dinâmica de um sistema não linear é analisá-lo sob aspecto da evolução do espaço de fase, obtido pela variação do parâmetro de controle escolhido no intervalo de análise. Com este processo e usando outros métodos de análises (Parker e Chua, 1987) é possível entender os mais diversos estágios de movimento. Estes abrangem a criação, o desenvolvimento e a destruição de campos de atração com soluções estáveis, incluindo a investigação de como e porque tais processos ocorrem. Tal análise também sugere o uso de ferramentas matemáticas mais finas que, embora ajudem na elucidação de tais ocorrências, ainda não possuem uma abordagem padrão para tal investigação. Todo esse procedimento visa obter uma aproximação da superfície-solução; superfície esta que contém o conjunto de soluções do sistema e reflete o comportamento geral do conjunto de equações diferenciais, cuja solução analítica ainda não é conhecida. Porém, com algumas técnicas numéricas já desenvolvidas é possível descrever uma aproximação das principais características do comportamento dos sistemas que ao serem projetadas sobre um plano, forma o correspondente espaço de fase (Belato, 2002).

Define-se por espaço de fase um sistema de coordenadas associado às variáveis independentes que descrevem a dinâmica deste sistema. Por exemplo, o espaço de fases de um pêndulo simples é definido por suas coordenadas de posição e velocidade. O atrator é a representação da dinâmica de um sistema no espaço de fase. Sistemas que apresentam

comportamento estável, periódico ou caótico possuem atratores característicos. Um sistema estável é representado por um ponto fixo no espaço de fases; enquanto um sistema periódico apresenta uma órbita fechada (ciclo limite). No caso de sistemas caóticos, as órbitas do atrator nunca repetem o mesmo caminho; contudo, as órbitas estão confinadas (atraídas) em uma região limitada do espaço de fases. Atratores de sistemas caóticos são denominados *atratores estranhos*, terminologia introduzida por Ruelle e Takens (1971). Atratores estranhos encontrados em sistemas dinâmicos caóticos apresentam auto-similaridade de escala (ou caráter fractal) e uma dimensão fractal associada. A Figura 2.3 representa o atrator de Lorenz obtido a partir das Equações 2.1, 2.2 e 2.3.

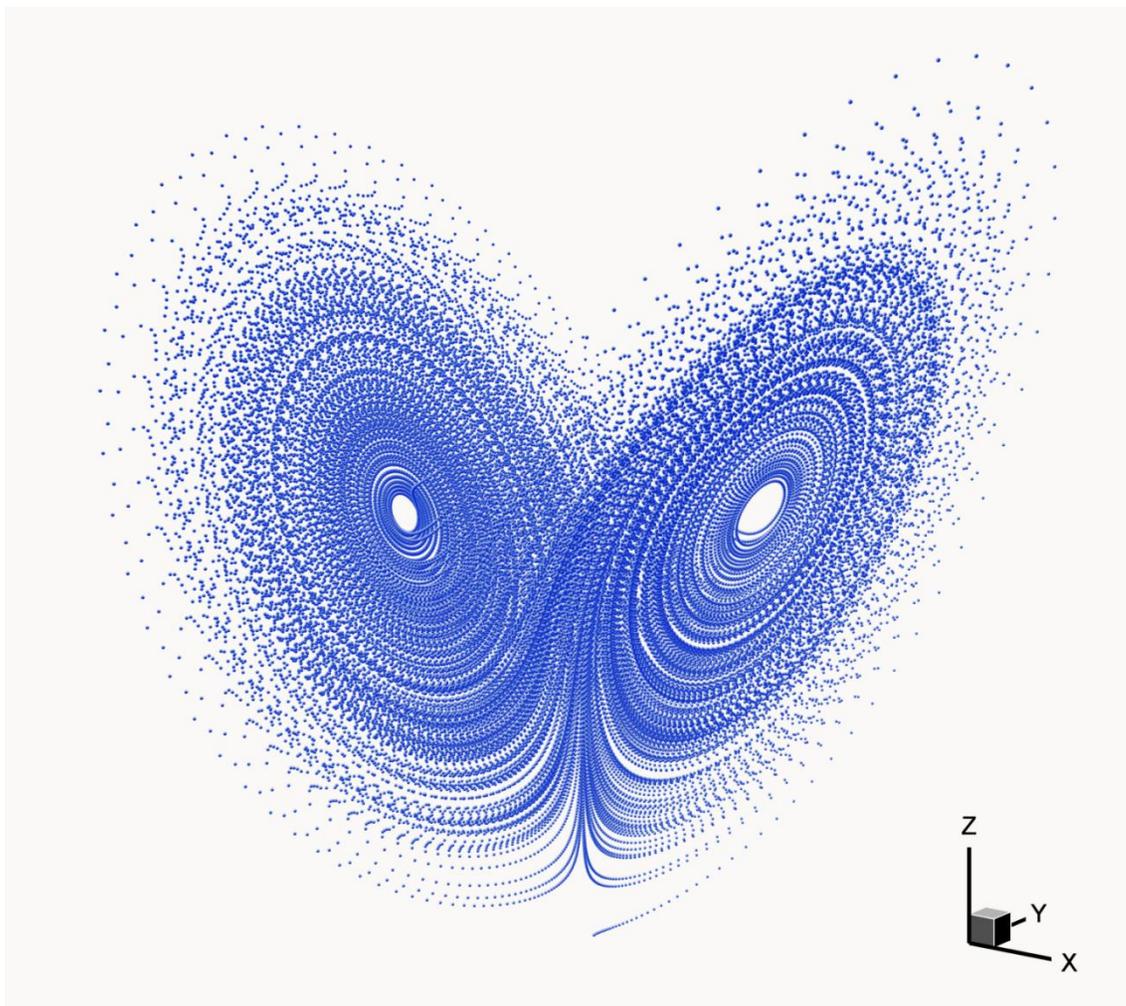


Figura 2.3 - Atrator estranho de Lorenz em (x, y, z) . Os parâmetros escolhidos são $\sigma = 16$, $r = 45.92$ e $b = 4$ com 50.000 pontos de dados e $dt = 0,005$. Condições iniciais são $X(0) = 1$, $Y(0) = 1$, $Z(0) = 1$.

Segundo a definição de Ruelle e Takens (1971), as linhas de fluxo de um atrator estranho dependem sensitivamente das condições iniciais. A dependência sensitiva às condições ou valores iniciais tem consequências práticas, uma vez que pequenos desvios nas condições iniciais estão sempre presentes, seja devido a imprecisões ou pela existência de ruído experimental, a posição de uma trajetória dentro de um atrator estranho não é previsível de maneira trivial. Com o efeito, sistemas que exibem atratores estranhos podem apresentar oscilações irregulares ou caóticas. Deve-se enfatizar que o comportamento caótico observado resulta da própria dinâmica do sistema (determinística), não sendo produzido por perturbações de natureza estocástica (Ferrara e Prado, 1994).

Um modelo para compreender o surgimento da dependência das condições iniciais para atratores estranhos pode ser exemplificado com o mapa de Smale da Ferradura, um sistema dinâmico, que é uma aplicação do plano nele mesmo. Tal aplicação consiste em contrair uma região em uma direção e expandir proporcionalmente em outra. A figura obtida é submetida então novamente a esse processo que é aplicado sucessivamente. Na Figura 2.4 representam-se duas aplicações sucessivas do mapa de Smale, entre (a) e (b) e entre (b) e (c). Observa-se que após n aplicações obtêm-se uma estrutura folheada com 2^n folhas. Considerando esse mapa com a dinâmica do sistema, nota-se que dois pontos inicialmente próximos podem se encontrar bastantes distantes após um número suficiente de iterações, caracterizando a dependência às condições iniciais (Altmann, 2002).

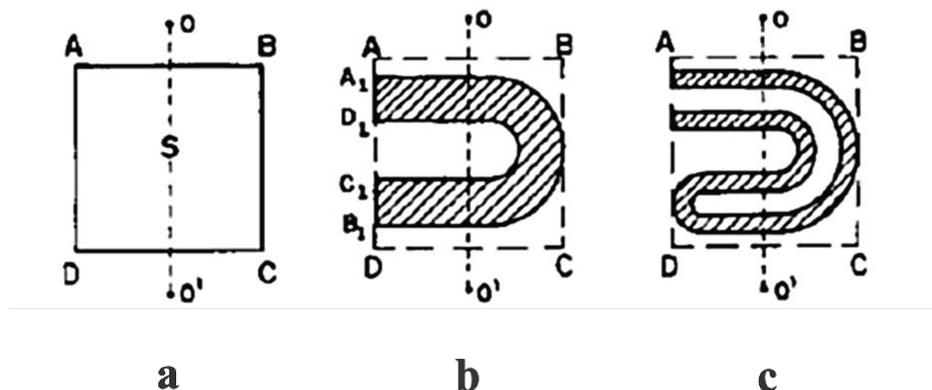


Figura 2.4 - Mapa de Smale da ferradura aplicado à figura inicial (a) gera sucessivamente (b) e (c) (Altmann, 2002).

2.4 Reconstrução do espaço de fases

2.4.1 Teorema de Takens (Método dos atrasos)

A ideia básica da reconstrução do espaço de fase está fundamentada no fato de que a série temporal de certa variável de estado x_i contém informações sobre as outras variáveis de estado não observáveis, podendo ser empregadas para prever o vetor de estado atual $\mathbf{x}(n)$.

A reconstrução do espaço de fase pode ser baseada no Teorema da Imersão de Takens (*Takens' embedding theorem*) (Takens, 1981). Este teorema permite reconstruir um espaço de fases m -dimensional similar ao espaço de estado original, a partir de uma única variável de estado, que é a variável medida. Este espaço reconstruído deve preservar as propriedades invariantes do sistema dinâmico subjacente (Savi, 2004).

De modo geral, o teorema de Takens é posto da seguinte maneira: considere uma série temporal de tamanho t_i (suficientemente grande) e livre de ruído, $\{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_i)\}$, obtida a partir de uma das variáveis de um sistema dinâmico determinístico. O espaço de fase deste sistema pode ser exatamente reconstruído por um grupo de vetores, denominados coordenadas de atraso, montados a partir de amostras atrasadas daquela série temporal da seguinte forma

$$\mathbf{x}(t_i) = [x(t_i), x(t_i + \tau), x(t_i + 2\tau), \dots, x(t_i + (m - 1)\tau)] \quad (2.7)$$

em que $x(t_i)$ é a amostra da série temporal no tempo t_i , m é chamada de dimensão de imersão (*embedding dimension*) e τ é chamado de atraso de imersão (*embedding delay*).

O teorema de Takens é importante na medida em que implica na seguinte constatação: se as suposições reais do teorema são satisfeitas, necessariamente existe uma função $g(\cdot)$, tal que $x(t_{i+1}) = g(x(t_i))$. Ou seja, se as coordenadas de atraso $\mathbf{x}(t_i)$, representadas como na Equação (2.7), reconstroem com exatidão o espaço de fase, então existe uma função $g(\cdot)$ que gera a variável de estado $x(t_{i+1})$ com exatidão. Contudo, como esta função é geralmente desconhecida, o problema de reconstrução do espaço de fases pode intuitivamente ser posto como um problema de predição de séries temporais, no qual o

objetivo é determinar os valores futuros da variável observada, ou seja, $\hat{x}(t_i + 1) = \hat{g}(x(t_i))$ em que $\hat{x}(t_i + 1)$ é uma estimativa do valor exato de $x(t_i + 1)$ e $\hat{g}(\cdot)$ denota uma aproximação da função $g(\cdot)$.

A Figura 2.5 apresenta uma reconstrução, a partir do teorema de Takens, para uma sequência de vetores de atrasos.

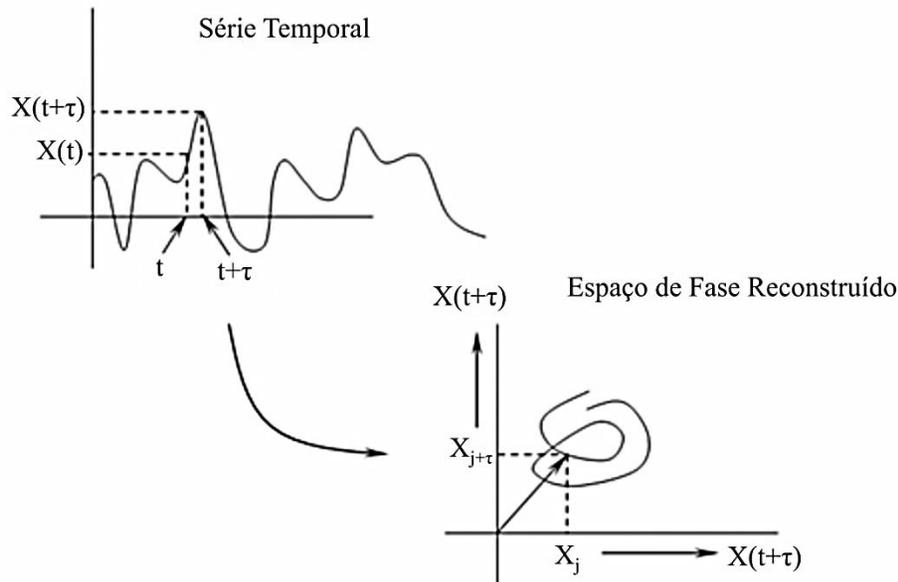


Figura 2.5 - Reconstrução bidimensional de um atrator de um sistema dinâmico a partir de uma série temporal de uma das variáveis do sistema ($m = 2$, $X_j = (x_j, x_{j+\tau})^T$) (van den Bleek e Schouten, 1993).

2.4.2 Estimação da dimensão de imersão – Método dos falsos vizinhos (FNN)

A dimensão de imersão m do espaço de fases reconstruído é um importante parâmetro a ser determinado. Geralmente ela é diferente da dimensão exata (a desconhecida) do espaço de fases. Takens (1981) mostra ser suficiente que $m \geq 2[d] + 1$, em que $[d]$ significa a parte inteira da dimensão fractal do atrator. O teorema de Takens garante que o atrator imerso no espaço de fase m -dimensional é desdobrado sem qualquer auto interseções. A condição $m \geq 2[d] + 1$ é suficiente mas não é necessária, e um atrator pode ser reconstruído também na prática, com uma dimensão de imersão tão baixa quanto $[d] + 1$ (Kugiumtzis *et al.*, 1994).

Para determinar o cálculo da dimensão de imersão (m) o método dos falsos vizinhos próximos (*FNN*) é o mais utilizado quando a reconstrução do atrator é realizada a partir dos métodos dos atrasos. O *FNN* foi desenvolvido baseado na busca de uma dimensão mínima onde não ocorra cruzamento de órbita consigo mesma. Assim, avalia se um vizinho é “verdadeiro” ou “falso” apenas em virtude da projeção do sistema em uma determinada dimensão. Desta forma, um falso vizinho é um ponto do sinal que só corresponde a um vizinho devido à observação das órbitas em um espaço muito pequeno, $d < m$. Quando o espaço está imerso em uma dimensão $d \geq m$, todos os pontos vizinhos de todas as órbitas são vizinhos verdadeiros.

O método dos falsos vizinhos pode ser entendido a partir de um simples exemplo, considerando-se o pêndulo não linear. A Figura 2.6 ilustra o espaço de estado do pêndulo não linear para uma mesma condição periódica (período-2), representado em diferentes dimensões: $d = m = 2$, Figura 2.4a, e $d = m = 3$, Figura 2.6b. Os pontos A e B parecem ser vizinhos verdadeiros quando $d = 2$ (Figura 2.6a), pois a dimensão de imersão é muito pequena. Quando se aumenta a dimensão (Figura 2.6b) a distância entre estes dois pontos aumenta, caracterizando-o como um vizinho falso. Entretanto, a distância entre o ponto A e C é sempre a mesma nos dois casos, correspondendo a um vizinho verdadeiro (Savi, 2004).

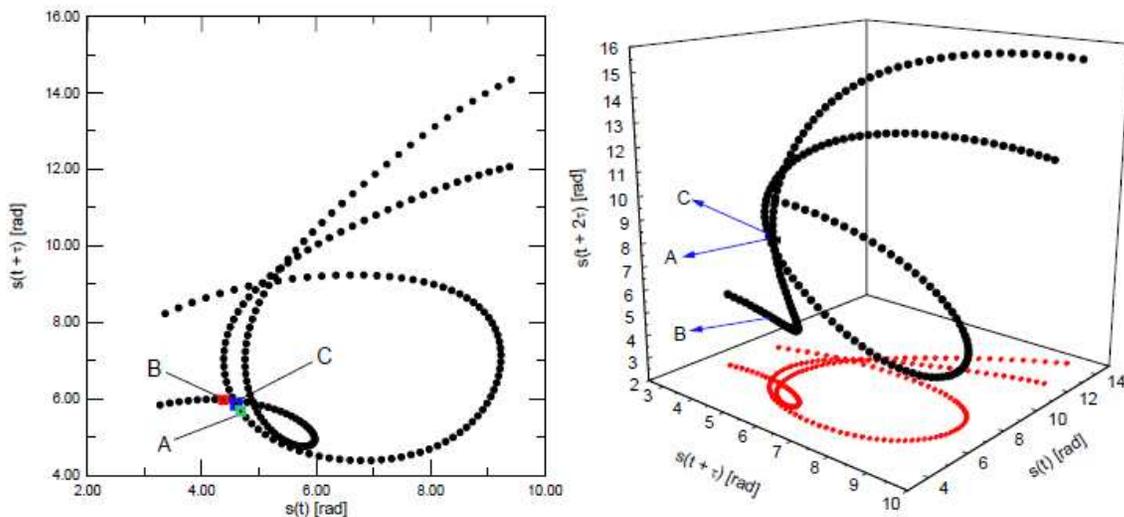


Figura 2.6 - Representação do método FNN: (a) $d = m = 2$; (b) $d = m = 3$ (Savi, 2004).

Matematicamente, os falsos vizinhos podem ser determinados da seguinte forma: em uma dimensão D , cada vetor $x(t_i)$, obtido a partir da reconstrução, tem r -ésimos vizinhos próximos, $x^{(r)}(t_i)$. As distâncias Euclidianas entre $x(t_i)$ e $x^{(r)}(t_i)$ são dadas por

$$r_D^2(t, r) = \sum_{k=0}^{D-1} \left[x(t + k\tau) - x^{(r)}(t + k\tau) \right]^2 \quad (2.8)$$

Aumentando a dimensão de D para $D + 1$, as distâncias entre $x(t_i)$ e $x^{(r)}(t_i)$ são alteradas devido às novas coordenadas $x(t + D\tau)$ e $x^{(r)}(t + D\tau)$ para

$$r_{D+1}^2(t, r) = r_D^2(t, r) + \left[x(t + D\tau) - x^{(r)}(t + D\tau) \right]^2 \quad (2.9)$$

Quando as distâncias entre $x(t_i)$ e $x^{(r)}(t_i)$ aumentam, na passagem da dimensão D para a dimensão $D+1$, significa que os r -ésimos vizinhos próximos estão se separando (vizinhos falsos). A dimensão mínima de imersão é encontrada quando as distâncias param de crescer, deixando de haver mais vizinhos falsos. A condição para decidir se os vizinhos são falsos é dada por

$$\left[\frac{r_{D+1}^2(t, r) - r_D^2(t, r)}{r_D^2(t, r)} \right]^{1/2} = \frac{|x(t + D\tau) - x^{(r)}(t + D\tau)|}{r_D(t, r)} > R_{tol} \quad (2.10)$$

em que R_{tol} é definido por algum critério. Kennel *et al.* (1992) afirmam que para $R_{tol} \geq 10$ os falsos vizinhos são claramente identificados, sendo que o número de vizinhos necessariamente tem de ser 1, $r = 1$.

Segundo Savi (2004), a condição ($r = 1$) é necessária, porém não suficiente. Considerando a aplicação deste critério em um sinal tipo ruído branco (atrator de dimensão alta gerada por números randômicos), a dimensão mínima de imersão pode ser pequena. Embora $x^{(r)}(t_i)$ seja um vizinho próximo de $x(t_i)$, não significa que eles são próximos em uma escala de distância estabelecida pelo tamanho do atrator, R_A (média das distâncias entre os pontos e o ponto médio do atrator). O problema é que quando se procura preencher uniformemente um objeto em D dimensões com um número fixo de pontos, os pontos se afastam quando D aumenta, pois a maior parte do volume do objeto está nas dimensões maiores. Neste caso, quando se aumenta o número de pontos do sinal, a dimensão mínima de imersão (dimensão onde o número de vizinhos falsos é aproximadamente zero) também

aumenta. Se o vizinho mais próximo de $x(t_i)$ não está próximo, então $r_D(t)$ é aproximadamente R_A , e corresponde a um vizinho falso. Desta forma, a distância entre eles, $r_{D+1}(t)$, resultante da adição de $(D + 1)$ -ésimos componentes será $r_{D+1}(t) \approx 2R_A$. Nestas condições, os vizinhos mais próximos, se forem falsos, são afastados para as extremidades do atrator. Assim, estabelece-se um segundo critério da seguinte forma segundo Savi (2004),

$$\frac{r_{D+1}(t)}{R_A} > A_{tol}$$

$$R_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}]^2 \quad (2.11)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)$$

sendo $A_{tol} = 2.0$.

2.4.3 Estimação do tempo de atraso

Nos primeiros trabalhos sobre reconstrução do espaço, qualquer sinal $s(t)$ era representado em função de $s(t+1)$. Um problema imediato dessa abordagem é a alta correlação existente entre $s(t)$ e $s(t+1)$, fazendo com que o espaço de fase torne-se fortemente alinhado na direção $(1, 1)$ (defasagem pequena), causando resultados distorcidos. Por outro lado, se o valor da defasagem for muito grande, a distância entre os dados considerados na formação do vetor de defasagem é alta, tornando os vetores desconectados.

Dois métodos se destacam na determinação do tempo de defasagem ou tempo de imersão: a função de autocorrelação (*the autocorrelation function*) (Box *et al.*, 1994) e o método da informação mútua (*mutual information methods*) (Fraser e Swinney, 1986).

A função de autocorrelação estima a medida da dependência linear entre o mesmo sinal defasado. O tempo de defasagem é encontrado quando a função de autocorrelação atingido um ponto mínimo pela primeira vez, caracterizando uma independência linear entre $s(t)$ e $s(t+\tau)$.

A dependência linear entre as coordenadas pode ser utilizada como uma primeira estimativa do tempo de atraso. Uma forma mais efetiva é utilizar uma dependência não linear, uma vez que os comportamentos são de natureza não linear (Abarbanel *et al.*, 1993). Isto é possível com a aplicação de conceitos da *teoria da informação* que fornece uma noção de independência em sistemas não lineares (Fraser e Swinney, 1986).

A teoria da informação procura identificar o quanto de informação se pode ter de uma medida realizada em um determinado tempo t , quando se observa outra medida, do mesmo sinal, em um tempo posterior $(t + \tau)$. Considere dois sistemas S_a e S_b , s_{ai} e s_{bj} são medidas de uma determinada variável em cada um dos sistemas. Considerando que exista uma distribuição probabilística que governa as possibilidades de medições em cada sistema, a quantidade de informação, em *bits*, que é identificada através da medição s_{ai} , sobre a medição s_{bj} , é dada pelo argumento da *teoria da informação* (Gallagher, 1968),

$$I(s_{ai}, s_{bj}) = \log_2 \left(\frac{\Gamma_b(s_{ai}, s_{bj})}{\Gamma_b(s_{ai})\Gamma_b(s_{bj})} \right) \quad (2.12)$$

em que $\Gamma_b(s_{ai})$ é a probabilidade da medida s_{ai} , $\Gamma_b(s_{bj})$ é a probabilidade da medida s_{bj} , $\Gamma_b(s_{ai}, s_{bj})$ é a probabilidade da medida combinada de s_{ai} e s_{bj} , e $I(s_{ai}, s_{bj})$ é chamada de informação mútua das medidas s_{ai} e s_{bj} . A informação mútua média corresponde à média sobre todas as possíveis medições de $\Gamma_b(s_{ai}, s_{bj})$. Outra característica da informação mútua ou da informação mútua média é a sua simetria,

$$I(s_{ai}, s_{bj}) = I(s_{bj}, s_{ai}) = \sum_{s_{ai}, s_{bj}} \Gamma_b(s_{ai}, s_{bj}) I(s_{ai}, s_{bj}) = \sum_{s_{bi}, s_{aj}} \Gamma_b(s_{bi}, s_{aj}) I(s_{bi}, s_{aj}) \quad (2.13)$$

A informação mútua média fornece as mesmas informações que a função de correlação fornece em sistemas lineares sendo, na realidade, um tipo de generalização para sistemas não-lineares. A mesma análise pode ser considerada para um sinal $x(t)$. Desta forma, $x(t)$ corresponde a S_a e o sinal defasado, $x(t + \tau)$, corresponde a S_b . Com isso escreve-se,

$$I(t) = \sum \Gamma_b(x(t), x(t + \tau)) \log_2 \left[\frac{\Gamma_b(x(t), x(t + \tau))}{\Gamma_b(x(t))\Gamma_b(x(t + \tau))} \right] \quad (2.14)$$

em que $\Gamma_b(x(t))$ é a probabilidade da medida $x(t)$, $\Gamma_b(x(t+\tau))$ é a probabilidade da medida $x(t+\tau)$, $\Gamma_b(x(t), x(t+\tau))$ é a probabilidade da medida combinada de $x(t)$ e $x(t+\tau)$ e $I(\tau) \geq 0$ (Gallagher, 1968).

As informações mútuas médias não são funções das variáveis $s(t)$ e $s(t+\tau)$, mas sim, de um funcional da probabilidade combinada de $s(t)$ e $s(t+\tau)$. Se $s(t)$ e $s(t+\tau)$ são iguais, então $I(\tau)$ é máximo. Por outro lado, se $s(t)$ e $s(t+\tau)$ são completamente independentes, então o argumento do termo logarítmico é a unidade e $I(\tau) = 0$.

Fraser e Swinney (1986), a partir do trabalho de Shaw (1985), estabelecem que o valor do tempo de defasagem ideal corresponde ao primeiro mínimo local, quando este existir, da função de informação mútua média $I(\tau)$. Desta forma, ao representar $I(\tau)$ versus τ , a melhor defasagem corresponde ao valor de τ no primeiro mínimo local. Com isso, garante-se que o espaço de fases reconstruído seja topologicamente equivalente ao espaço de fases do sistema dinâmico original.

Liebert e Schuster (1989) examinaram o critério do primeiro mínimo local adicionando outro critério, chamado de *integral de correlação*. Eles observaram que os tempos de defasagem, utilizando os dois critérios, eram praticamente os mesmos quando a integral de correlação era numericamente bem estabelecida. Desta maneira, a integral de correlação pode ser usada como outro critério de determinação do tempo de defasagem. O método da informação mútua, que é baseado em histogramas (probabilidades), demonstrou ser eficiente para séries temporais geradas por computador. No entanto, Berger *et al.* (1995) afirmam que em séries temporais com ruído oriundas de sinais experimentais, sua aplicação é ineficiente. Nestes casos, Kennel (1992) sugere o uso de uma nova técnica adaptativa para estimar a função de probabilidade (*adaptive kernel density estimators*) em substituição aos histogramas, mostrando ser altamente eficiente no cálculo da informação mútua para séries temporais com ruído. Maiores detalhes sobre esta técnica podem ser observados no trabalho de Kennel (1992).

Neste trabalho o método utilizado será o proposto por Fraser e Swinney (1986) por ser difundido na literatura e amplamente utilizado na determinação do tempo de atraso em séries caóticas.

2.4.4 Reconstrução do espaço de fases usando o método de decomposição em valores singulares (SVD)

Como visto, umas das formas de reconstrução do espaço de fase é obtida a partir do teorema de Takens (1981) (método de atrasos - MOD). De forma geral pode-se representar os vetores de atraso por $\mathbf{x}_i = [x(t_i), x(t_i + \tau), x(t_i + 2\tau), \dots, x(t_i + (d - 1)\tau)]$, a partir da série temporal $x_i = x(t_i)$, $i = 1, \dots, N$ $\{x_i \in R \ m \geq 2d + 1\}$, no qual m é denominado de dimensão de imersão e τ é o passo de reconstrução ou tempo de atraso (“*time-delay*”). De acordo com Takens (1981) a reconstrução do atrator no espaço de imersão deve possuir as mesmas propriedades do atrator original desde que $m \geq 2d + 1$.

Existem várias dificuldades na aplicação do método dos atrasos como, por exemplo, exigir uma série temporal contínua e livre de ruídos. Em particular, existem várias escalas de tempo que são especificadas, como, por exemplo, o tempo de amostragem. O espaço de imersão, segundo Takens (1981), exige que $m \geq 2d + 1$. Isso, no entanto é de pouca relevância prática visto que *a priori* m não é conhecido (Broomhead e King, 1986).

O método proposto por Broomhead e King (1986), aplicado ao teorema de Takens, utiliza-se das propriedades da matriz de covariância para indicar o grau de independência para cada variável, visando obter coordenadas descorrelacionadas. A vantagem do método apresentado por Broomhead e King (1986) é justamente a eliminação do ruído, que são combinações simultâneas de várias frequências contidas na série temporal. Quando a projeção é realizada, uma análise dos componentes principais indicam os estados de maior variância, representando a dinâmica pura do sistema em questão (livre de ruídos), separando dos de menor variância, representando o ruído na série temporal. Além disso, autovalores da matriz de covariância fornecem as instruções e o grau de extensão do atrator, gerando uma melhor base para projeção de uma trajetória livre de ruídos.

Seja a matriz de trajetória $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]^T$. Neste caso, \mathbf{x}_i é um vetor formado por N elementos da série temporal e \mathbf{x}_{i+1} são formados pelos N elementos seguintes dessa mesma série. As colunas da matriz de trajetória constituem os vetores de estado \mathbf{x}_i na trajetória reconstruída no espaço de imersão R^m . Construídos N vetores de estado no espaço de imersão, procura-se encontrar um conjunto de vetores linearmente independentes em R^m que descreva eficientemente o espaço de fase. Esses vetores constituem parte de uma base

ortonormal completa $\{\mathbf{c}_i, i = 1,2,3,\dots,N\}$ em \mathbb{R}^m e pode ser construída como uma combinação linear dos vetores na trajetória usando a relação: $\mathbf{s}_i^T \mathbf{X} = \sigma_i \mathbf{c}_i^T$, em que \mathbf{s}_i e \mathbf{c}_i são autovetores e σ_i são autovalores (Broomhead e King, 1986).

A ortonormalidade dos vetores $\{\mathbf{c}_i\}$ impõe que $\mathbf{s}_i \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{s}_j = \sigma_i \sigma_j \delta_{ij}$, em que δ_{ij} é o delta de Kronecker, ou seja, se $i = j$ implica $\delta_{ij} = 1$ caso contrário se $i \neq j$ implica $\delta_{ij} = 0$. A matriz de estrutura $\mathbf{X} \mathbf{X}^T$ é simétrica real e, portanto, seus autovetores formam uma base ortonormal completa em \mathbb{R}^n . A partir do teorema de decomposição em valores singulares, pode ser provado que os vetores \mathbf{s}_i e \mathbf{c}_i são autovetores da matriz de estrutura $\mathbf{X} \mathbf{X}^T$ e da matriz de covariância $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ desde que $\mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{s}_i = \sigma_i^2 \mathbf{s}_i$ e $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{c}_i = \sigma_i^2 \mathbf{c}_i$, implicando que o número de autovalores diferentes de zero da matriz de estrutura é igual ao número de autovalores diferentes de zero da matriz de covariância. Isto é, posto de $\mathbf{X} \mathbf{X}^T = \text{posto de } \mathbf{X}^T \mathbf{X} = n' \leq n$.

A decomposição dos valores singulares de \mathbf{X} pode ser escrita como $\mathbf{X} = \mathbf{S} \mathbf{D} \mathbf{C}^T$ no qual $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n]$, $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_n]$ e $\mathbf{D} = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ com a condição que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$. O subespaço m' -dimensional é gerado por um conjunto $\{\mathbf{s}_i \mid i = 1, \dots, m'\}$, tal que cada média correspondente sobre o \mathbf{x}_i forma uma base vetorial $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^m$. Desse modo, o conjunto completo de \mathbf{s}_i atua como uma base para a construção de todas as médias possíveis sobre a trajetória. Isto é, apenas as médias associadas ao subespaço m' -dimensional geram um vetor não trivial em \mathbb{R}^m . Portanto, pode-se supor que o número m' , o posto da matriz de covariância, tem a dimensionalidade do subespaço que contém o atrator original (Broomhead e King, 1986).

Para o efeito de ruído experimental, encontrado nas séries temporais, Broomhead e King (1986) consideram a análise dos autovalores e seus espectros associados. Considerando a base ortogonal \mathbf{C} tem-se que $(\mathbf{X} \mathbf{C})^T = (\mathbf{X} \mathbf{C}) = \mathbf{D}^2$. A matriz $\mathbf{X} \mathbf{C}$ é a matriz da trajetória projetada na base $\{\mathbf{c}_i\}$. Este resultado expressa o fato de que na base $\{\mathbf{c}_i\}$ os componentes da trajetória são não correlacionados uma vez que os $\{\mathbf{c}_i\}$ são obtidos a partir da diagonalização da matriz de covariância. Esse resultado também mostra que cada σ_i^2 é a projeção média da trajetória para os $\{\mathbf{c}_i\}$ correspondentes. Portanto, o espectro $\{\sigma_i^2\}$ tem informações sobre a medida que a trajetória explora o espaço de imersão. A presença de ruído tende a mascarar o comportamento determinístico. Em função disso, o posto da matriz de covariância m' é um limite superior para a dimensionalidade do subespaço explorado pelo componente determinístico da trajetória.

Gibson *et al.* (1992) fazem uma análise mais simples: para uma série temporal contaminada por ruídos o espectro singular (conjunto dos autovalores não nulos da matriz de covariância) diminui até atingir certo patamar no qual os autovalores são aproximadamente iguais. Uma explicação para uma possível formação desse patamar é a presença de ruído Gaussiano na série temporal. Caso assumamos que a série temporal $x(t)$ é da forma $x(t) = \tilde{x}(t) + \eta(t)$, ou seja, a soma de uma série suave com um processo de ruído Gaussiano, então o ruído isotrópico, em coordenadas de atraso, impõe um limite inferior de (η^2) para cada autovalor. Nesta hipótese, a altura do patamar indica a variância do ruído, e um autovalor no patamar representa o ruído-dominante no componente principal (σ_i). Se os componentes principais i formam uma imersão e $\sigma_{i-1}^2 \gg \eta^2$, o espaço de fase dos componentes principais é aproximadamente determinístico.

Ainda sobre a matriz \mathbf{XC} , a partir do fato que os componentes da trajetória são descorrelacionados isso implica que o tempo de atraso pode ser desconsiderado. Porém, o comprimento da janela (quantidade de elementos da série presentes em cada vetor de imersão - τ_w) deve ser levado em consideração.

2.4.5 Escolhas dos parâmetros (m e τ_w) para o método SVD

Em termos práticos, a dimensão de imersão m segundo, Broomhead e King (1986), pode ser estimada com a quantidade de autovalores não nulos acima do patamar de ruído no espectro singular. Apesar das incertezas a respeito da determinação de τ_w , para séries temporais experimentais, algumas considerações podem ser feitas, como por exemplo, τ_w não deve ser tão grande a ponto de os elementos da primeira e última janela de tempo tornar-se praticamente não correlacionados, todavia τ_w deve ser suficientemente grande para cobrir a frequência dominante do movimento dinâmico no sistema. Para abordagens suaves do atrator, o tempo de atraso fixado em $1/f_s$ (em que f_s é a frequência de amostragem), o tempo entre dois pontos sucessivos na série temporal, fornece uma medida robusta para o comprimento da janela (van der Bleek e Schouten, 1993).

Para uma série temporal contínua e livre de ruídos, a implementação do método da informação mútua proposto por Fraser e Swinney (1986) para determinação do tempo de atraso, numa tentativa de associação com o comprimento da janela, fornece resultados

satisfatórios. No entanto, para aplicações práticas, esse método não se mostra adequado. Estudos feitos por Kugiumtzis (1996) questionam sua validade, relatando que sua natureza é empírica e não necessariamente proporciona estimativas adequadas para a reconstrução do espaço de fase com dados reais (geralmente ruidosos).

2.5 Dimensão de correlação

A dimensão de correlação é um parâmetro estudado na análise caótica e está relacionado com o número de graus de liberdade do sistema. Verificou-se que a dimensão de correlação pode ser usada para caracterizar regimes e transições entre regimes (homogêneo até agitação turbulenta) de leitos fluidizados (Daw *et al.*, 1990; van den Bleek e Schouten, 1993; Hay *et al.*, 1995; Johnsson *et al.*, 2000; Castilho *et al.* 2009b) e caracterização na transição de regimes em um leito circulante (Castilho, 2011).

O conceito clássico de dimensão no qual $D \in \mathbb{Z}$ teve de ser expandido para o conceito de dimensão fractal ($D \in \mathbb{R}$), a fim de contemplar uma série de figuras geométricas (chamadas de fractais) cuja dimensão é fracionária (Ferrara e Prado, 1994). A definição para dimensão fractal, que se reduz à dimensão clássica para objetos não fractais é apresentado na Equação 2.15, conhecido também por *dimensão de Hausdorff*.

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad (2.15)$$

Na Equação 2.15 $N(\varepsilon)$ é o número de hipercubos (caixas) de lado ε necessário para cobrir todo o conjunto de pontos A , ou seja, $N(\varepsilon)$ varia segundo ε^{-D_0} para $\varepsilon \rightarrow 0$ (Ferrara e Prado, 1994).

A definição da Equação 2.15 recupera o conceito euclidiano de dimensão inteira nos casos usuais e permite a sua generalização para conjuntos mais complexos. Se A é composto por um conjunto finito de pontos, $N(\varepsilon)$ é constante para $\varepsilon \rightarrow 0$; como $\log(1/\varepsilon) \rightarrow \infty$ nesse limite, tem-se $D_0 = 0$ ou, de outro modo, $N(\varepsilon)$ constante e varia segundo ε^0 para ε pequeno (pois não depende de ε).

A Equação 2.16 generaliza o conceito de dimensão fractal (chamada de *dimensões de Renyi*).

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\log_2 \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q}{\log_2 \varepsilon} \quad (q \in \mathbb{R}, q \neq 1) \quad (2.16)$$

Com $q = 2$ tem-se a dimensão de correlação:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2}{\log_2 \varepsilon} \quad (2.17)$$

O termo p_i representa a probabilidade de um ponto se encontrar na i -ésima caixa de tamanho ε .

2.5.1 Algoritmo Grassberger e Procaccia para dimensão de correlação (D_2)

O algoritmo para o cálculo de D_2 , desenvolvido por Grassberger e Procaccia (1983a) é baseado em uma aproximação que facilita a sua programação. Essa aproximação afirma que:

A probabilidade de se ter dois pontos do atrator em uma caixa de lado ε é aproximadamente igual à probabilidade de que a distância entre dois pontos seja menor que ε .

Define-se a integral de correlação como:

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \theta[\varepsilon - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|] \quad (2.18)$$

Em que $\theta(x)$ é a função de Heaviside, nesse caso $x = (\varepsilon - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|)$, ou seja, $x \geq 0$ implica que $\theta(x) = 1$ se $x \leq 0$ implica que $\theta(x) = 0$.

A partir da Equação 2.18 a dimensão de correlação passa a ser escrita na forma:

$$D_2 \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\log_2 C(\varepsilon)}{\log_2 \varepsilon} \quad (2.19)$$

A aproximação proposta pode ser aplicada também para as demais dimensões q através de uma generalização da Equação 2.18:

$$C_q(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \theta(\varepsilon - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|) \right]^{q-1} \right\}^{1/(q-1)} \quad (2.20)$$

O cálculo de D_2 se processa de forma análoga ao cálculo de D_0 , isto é, observando a região linear do gráfico $\log \varepsilon \times \log_2 C(\varepsilon)$ (Figura 2.7).

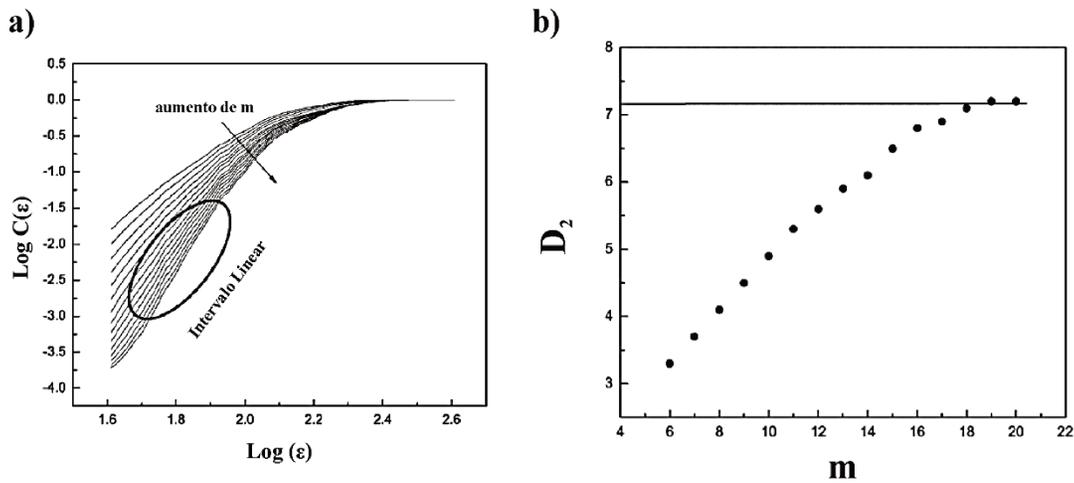


Figura 2.7 - (a) Exemplo de gráfico $\log \varepsilon \times \log C(\varepsilon)$ para determinação da dimensão de correlação (b) gráfico de convergência para D_2 (adaptado de Xu *et al.*, 2009).

Esse algoritmo é de mais fácil implementação que o de contagem de caixas (para o cálculo de D_0), especialmente para dimensões mais altas, e mostra-se especialmente útil no contexto de sinais experimentais. Para o cálculo de D_2 , procede-se da seguinte maneira: um gráfico na escala log-log é construído para a integral de correlação (Equação 2.18) em função de ε . Para cada dimensão de imersão obtém-se um valor de $D_2(m)$ (Equação 2.19) correspondente (Figura 2.7b). As inclinações do gráfico $\log_2 \varepsilon \times \log_2 C(\varepsilon)$ serão aproximadamente iguais ao valor de m se $m < D_2$, convergindo (quando essa convergência

existir) para o valor de D_2 , ilustrado na Figura 2.7b, que corresponde ao grau de liberdade do sistema no qual o atrator foi imerso (Ferrara e Prado, 1994).

2.5.2 Método da máxima verossimilhança para estimação da dimensão de correlação (D_{ML})

Um dos principais problemas na estimativa da dimensão de uma série caótica tem a ver com o fato de que sinais experimentais estão corrompidos por ruído. Embora se possa fazer o melhor para limitar a quantidade de ruído no sinal, tanto quanto possível através de uma medição controlada, uma separação completa entre o componente determinístico no sinal se estiver presentes, e o ruído é praticamente impossível (Schouten *et al.*, 1994a).

A aplicação do método da máxima verossimilhança na Eq. (2.19) proposto por Schouten *et al.* (1994a) baseia-se na observação que o ruído induz a um desvio nas distâncias das trajetórias, mascarando o seu real valor, o ruído induz um maior desvio dos pontos. Com a hipótese de limitação em amplitude para os dados ruidosos (esse fato será detalhado na seção 2.6.1), o método propõe um redimensionamento das distâncias dos pontos internos no atrator (Vander Stappen, 1996).

Para pequenas escalas de comprimento, a integral de correlação pode ser aproximada por,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C(\varepsilon) \sim \varepsilon^{D_q} \quad (2.21)$$

A correlação integral pode ser descrita pela Eq. (2.21), ou usando um comprimento de corte ε_0 ,

$$C(r) = r^{D_{ML}} \quad (2.22)$$

em que $r = \varepsilon / \varepsilon_0$ e $C(r)$ é dimensionada no intervalo $[0,1]$. Sendo $\{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ uma amostra aleatória de M observações de uma função de probabilidade, cuja distribuição cumulativa é dado pela Eq. (2.23). O valor mais provável para D_{ML} é dado por:

$$D_{ML} = -\frac{1}{\ln(\bar{r}_i)} \quad (2.23)$$

em que

$$\ln(\bar{r}_i) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \ln(r_i) \quad (2.24)$$

O erro padrão é dado por

$$s\left(\frac{1}{D_{ML}}\right) = \frac{\sigma(1/D_{ML})}{1/D_{ML}} = \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (2.25)$$

Para amostras grandes (M), o erro relativo em D_{ML} é aproximado por $1 / (M)^{1/2}$; para amostras menores, a estimativa tem uma tendência para valores maiores (Figura 2.8).

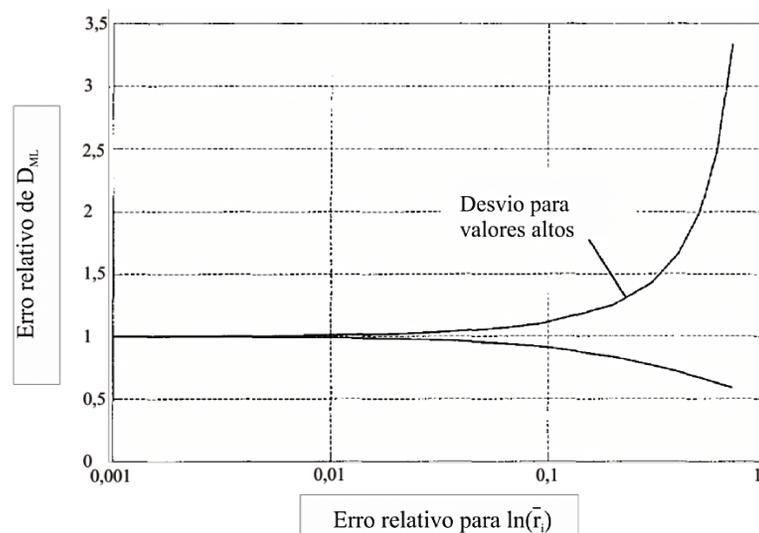


Figura 2.8 - Relação entre o erro padrão da estimativa para D_{ML} e o erro dado na Eq. (2.25) (adaptado de Vander Stappen, 1996).

2.6 Entropia de Kolmogorov

Suponha que um evento ocorra e que seja transmitida uma mensagem. Define-se a quantidade de informação contida nessa mensagem como o logaritmo da razão entre a probabilidade q do evento após a mensagem ser recebida e a probabilidade p no receptor do evento antes da mensagem ser recebida. Num canal sem ruído, o receptor tem certeza de

que a mensagem recebida está correta. Portanto, a probabilidade do evento após a mensagem ser recebida é $q = 1$ e a informação recebida h torna-se o logaritmo do inverso da probabilidade p (Monteiro, 2006).

$$h = \log_2 \left(\frac{1}{p} \right) = -\log_2 p \quad (2.26)$$

A Equação 2.26 condiz com a noção de que a quantidade de informação aumenta quando a probabilidade de uma mensagem tende a zero. No outro extremo, tem-se que, quando $p = 1$ (quando se sabe exatamente o que será transmitido) então a quantidade de informação recebida é nula ($h = 0$). Espera-se que o conteúdo de informação associado a duas mensagens independentes, com probabilidades de ocorrência p_1 e p_2 , seja dado pela soma dos conteúdos de informação dessas mensagens. Ou seja, espera-se que $h(p_1 p_2) = h(p_1) + h(p_2)$. Essa propriedade de aditividade ajuda a reforçar a escolha de h como uma função logarítmica da probabilidade, pois $\log(p_1 p_2) = \log(p_1) + \log(p_2)$.

Para o caso em que há N mensagens alternativas, cada qual com probabilidade de ocorrência p_j ($\sum_j p_j = 1$) e quantidade de informação h_j , então a quantidade de informação

H obtida por mensagem recebida é dada por média ponderada dos h_j , isto é, $H = \sum_j p_j h_j$

ou

$$H = -\sum_{j=1}^N p_j \log_2 p_j \quad (2.27)$$

A Equação 2.27 é conhecida como entropia de Shannon ou entropia informacional, sua unidade de medida é *bits* por mensagem (Monteiro, 2006).

Para um intervalo $b\tau$ e $(b+1)\tau$, ($b \in \mathbb{Z}$). A entropia de Kolmogorov K é definida como a taxa média de criação de informação no sistema para um passo τ e lado do cubo ε pequeno com uma série temporal muito longa, isto é

$$K = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} H \quad (2.28)$$

Substituindo a Equação 2.27 na Equação 2.28

$$K = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} \sum_{j=1}^N p_j \log_2 p_j \quad (2.29)$$

A Equação 2.29 tem unidade de *bits/s* (Ferrara e Prado, 1994).

Para um sistema dissipativo ordenado (determinístico), o valor da entropia de Kolmogorov é igual à zero. Este tipo de sistema é completamente previsível em qualquer intervalo de tempo, considerando o estado desse sistema e o início do intervalo. Para um sistema estocástico o valor da entropia de Kolmogorov tende a infinito. Uma quantidade infinita de informações é necessária para prever o sistema durante qualquer intervalo, portanto a localização do sistema no espaço de fase é imprevisível mesmo após um intervalo de tempo curto. Para um sistema caótico, a entropia de Kolmogorov é finita. Isto significa que um sistema caótico somente é previsível até certo ponto dentro de um intervalo de tempo limitado (van den Bleek e Schouten, 1993).

A entropia de Kolmogorov mede a previsibilidade e a sensibilidade às pequenas perturbações do escoamento caótico: quanto maior a entropia, maior o grau de desorganização ou imprevisibilidade do sistema. Uma entropia de Kolmogorov positiva e finita é condição necessária e suficiente para a existência do caos em um sistema dinâmico, sendo assim fundamental a sua determinação (Shouten *et al.*, 1994b).

2.6.1 Algoritmo Grassberger e Procaccia para entropia de Kolmogorov (K_2)

Para o algoritmo que possibilita a estimativa do valor da entropia de Kolmogorov, o método a seguir é baseado no trabalho de Grassberger e Procaccia (1983b).

Seu cálculo é baseado no recobrimento do atrator por cubos de lado ε semelhante ao cálculo da dimensão de correlação. Define-se a probabilidade de uma trajetória percorrer uma dada sequencia de cubos 1, 2, 3, ..., b como sendo $p(i_1, \dots, i_b)$. A entropia de Kolmogorov é, portanto, definida como a taxa média de criação de informação no sistema entre os tempos $b\tau$ e $(b + 1)\tau$, ou seja,

$$K = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} \sum_{i_1, \dots, i_b}^N p(i_1, \dots, i_b) \ln p(i_1, \dots, i_b) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{I(\varepsilon, \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.30)$$

No caso de séries temporais o tempo escolhido entre as observações é fixo ($\tau = 1$) e o limite ($\tau \rightarrow 0$) é omitido. Generalizando a definição da entropia de Kolmogorov tem-se

$$K_q = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} \frac{1}{(q-1)} \ln \sum_{i_1, \dots, i_b}^N [p(i_1, \dots, i_b)]^q \quad (2.31)$$

O procedimento de cálculo se assemelha ao discutido na seção 2.4.1 para a obtenção de D_2 . Inicialmente obtém-se K_2 da Eq. 2.30 e também a partir da generalização de (Eq. 2.31):

$$K_2 = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} \ln \sum_i^N p_i^2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{I(\varepsilon, \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.32)$$

em que $\Delta t = b\tau$.

Observando a aproximação feita na seção 2.4.1, ou seja, $\sum_i p_i^2 \sim C(\varepsilon)$ e a igualdade (Eq. 2.32) obtém-se, no limite $\varepsilon \rightarrow 0$ e $\Delta t \rightarrow \infty$, a seguinte relação :

$$I(\varepsilon, \Delta t) = \Delta t K_2(\varepsilon) \sim \ln C(\varepsilon, \Delta t) \quad (2.33)$$

Reescrevendo a entropia de Kolmogorov como a diferença entre as informações em um instante de tempo $\Delta t = (b+1)\tau$ e o seu precessor $\Delta t = b\tau$ obtém-se a seguinte relação a partir da (Eq. 2.33)

$$\tau K_2 \sim \ln \frac{C((b+1)\tau, \varepsilon)}{C(b\tau, \varepsilon)} \quad (2.34)$$

A entropia de Kolmogorov mostra-se ser sensível e robusta para caracterização, por exemplo, da fluidodinâmica em leito fluidizado e colunas de bolhas, podendo ser usada para determinar as diferenças no comportamento dinâmico para diferentes condições de funcionamento (van den Bleek e Schouten, 1993 e Castilho, 2011).

2.6.2 Método da máxima verossimilhança para estimação da entropia de Kolmogorov (K_{ML})

Seguindo a ideia da seção 2.5.2 em que o método da máxima verossimilhança foi aplicado para redução do ruído no cálculo da dimensão de correlação, Schouten *et al.* (1994b) estimaram a entropia de Kolmogorov em um tempo médio necessário para duas órbitas do atrator, que são inicialmente muito próximos uns dos outros, divergir. De acordo com Takens (1981) e Grassberger e Procaccia (1983b), a separação de pontos vizinhos em órbitas diferentes é assumida ser exponencial. O intervalo de tempo necessário para que dois pontos inicialmente próximos se separem por uma distância maior do que l_0 será distribuído exponencialmente de acordo com

$$C(t_0) \propto e^{-Kt_0} \quad (2.35)$$

A distribuição discreta da Equação (2.33) para uma série temporal amostradas com uma frequência de amostragem f_s e passo de tempo $\tau_s = 1/f_s$ é

$$C(b) \propto e^{-Kb\tau_s} \quad (2.36)$$

A função de distribuição cumulativa (Equação 2.36) descreve a queda exponencial em função de b . Esta variável b é igual ao número de pares sequenciais de pontos no atrator, dado um par inicial de pontos independentes dentro de uma distância l_0 , onde a distância entre os pontos é pela primeira vez maior que a distância máxima especificada l_0 . Em outras palavras, b é obtido a partir do número de vezes que

$$\|X_{i+b-1} - X_{j+b-1}\| \leq l_0 \quad \text{com } b = 1, 2, 3, \dots \quad (2.37)$$

desde que $\|X_i - X_j\| \leq l_0$, enquanto $\|X_{i+b} - X_{j+b}\| > l_0$.

Um valor de b_m é obtido a para cada par sequencial i, j investigados. Então, o valor de \bar{b} é calculado pela média dos valores b_m

$$\bar{b} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M b_m \quad (2.38)$$

em que M é o número de pares investigados.

Finalmente, a entropia de máxima verossimilhança (*maximum likelihood Kolmogorov entropy*), K_{ML} é estimada como

$$K \approx K_{ML} = -\frac{1}{\tau_s} \ln \left[1 - \frac{1}{b} \right] \quad (2.39)$$

O desvio padrão pode ser aproximado por:

$$s(K_{ML}) \cong \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (2.40)$$

2.7 Identificação e redução de ruído em séries temporais caóticas

A estimativa dos invariantes caóticos, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov, permite obter informações importantes acerca da dinâmica subjacente ao sistema em estudo, que, em tese, pode ser descrita por algum modelo. A dimensão de correlação indica o número de graus de liberdade com o qual o modelo deve ser construído; a entropia de Kolmogorov mede a previsibilidade e a sensibilidade às pequenas perturbações no modelo em questão (Ferrara e Prado, 1994).

Apesar da importância das técnicas de caracterização de atratores, existem problemas quando se analisam séries temporais experimentais. Com efeito, nem todos os sinais experimentais são passíveis de análise. Sinais experimentais estão em maior ou menor grau contaminados por ruído. Tal fato compromete, em particular, a utilização da reconstrução de Takens, que teoricamente aplica-se a sinais sem ruídos, bem como a obtenção da dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b). Desse modo, justifica-se então desenvolverem-se métodos para redução de ruído em sinais experimentais, problema que está ligado à capacidade de previsão teórica do comportamento do sistema, o que genericamente se denomina reconstrução da dinâmica (Ferrara e Prado, 1994).

Há dois tipos de ruído, o ruído de medição e o ruído dinâmico. Ruído de medição refere-se à presença de erros em observações ou em dispositivos de medição, que são independentes da dinâmica. Ruído dinâmico, em contraste com o ruído de medição, é um processo de *feedback* em que o sistema é perturbado aleatoriamente em cada etapa de

tempo. Este tipo de ruído surge de propagação de pequenas flutuações aleatórias nas configurações dos parâmetros do sistema, também podem ser causados pela influência dos eventos intrínsecos do sistema que ocorrem ao acaso. O ruído dinâmico influencia diretamente na evolução do sistema no tempo (Schouten *et al.*, 1994a).

O ruído limita o desempenho de muitas técnicas de identificação, modelagem, previsão e controle de sistemas determinísticos. Alguns dos mais característicos exemplos dos efeitos do ruído, segundo Kantz e Schreiber (1997), são:

- A auto similaridade do atrator é quebrada.
- A reconstrução do espaço de fase se apresenta como um sistema de alta dimensionalidade em pequenas escalas.
- As trajetórias próximas divergem de forma irregular em vez da forma exponencial.
- O erro de predição é alto não importando o método de previsão e a precisão de obtenção dos dados.

A gravidade da influência do ruído sobre as técnicas de análise de dados depende, em grande parte, do nível e a natureza do ruído. Por exemplo, ruído dinâmico induz maiores problemas em processamento de dados do que o ruído de medição, desde que, neste último caso, exista uma trajetória limpa nas proximidades do sistema determinístico subjacente. Além disso, o que se interpreta ser ruído dinâmico pode às vezes ser parte da dinâmica determinística de alta dimensionalidade com pequena amplitude. Mesmo que este não venha a ser o caso, ruído dinâmico pode ser essencial para a dinâmica observada porque transições de comportamento qualitativamente diferente podem ser induzidas ou adiadas por este (Sivakumar *et al.*, 1999b).

A estimativa do nível e a natureza do ruído nos dados experimentais são importantes para compreender seus possíveis efeitos sobre as técnicas de análise de dados. Se o nível de ruído é moderado e existem informações sobre componentes determinísticos na série de dados, então separar o sinal determinístico do ruído pode ser realizado, desde que não haja perda das informações determinísticas do sistema subjacente (Sivakumar *et al.*, 1999b; Kantz e Schreiber, 1997).

Sivakumar *et al.* (1999b) propõe uma abordagem para reduzir o ruído sistematicamente com o acoplamento de um método de determinação do nível de ruído e um método de redução de ruído em que a precisão de previsão é considerada como a principal ferramenta de diagnóstico para verificar o sucesso na redução. O nível de ruído nos dados é estimado, primeiro, usando o método de Schouten *et al.* (1994a), em seguida, o método de Schreiber (1993) é empregado para reduzir o ruído. Schouten *et al.* (1994a), no entanto, relata em seu trabalho, que o método desenvolvido tende a subestimar o nível de ruído real. Esse fato também é comprovado no trabalho de Sivakumar *et al.* (1999b) e, portanto, sugere-se um procedimento para ajustar o nível de ruído estimado para um nível mais apropriado na abordagem de redução de ruído proposto. Em relação às previsões da série temporal, o método utilizado por Sivakumar *et al.* (1999b) baseia-se no método de previsão não linear usando a abordagem de aproximação local proposta por Farmer e Sidorowich (1987).

Nas seções seguintes, será descrito como estimar o nível de ruído em uma série temporal a partir da integral de correlação, redução do nível de ruído e explicar a diferença entre o método de previsão de aproximação local e global.

2.7.1 Identificação do nível de ruído

Detalhando a seção 2.5.2 deste trabalho, o método de determinação do nível de ruído de Schouten *et al.* (1994a) é derivado sob a suposição de que os dados são amostras de um atrator de baixa dimensionalidade e contaminados por ruído, que é estritamente limitado em magnitude. Uma simples expressão analítica é derivada para a correlação integral (Equação 2.18), que é uma função do nível de ruído, bem como a dimensão do atrator caótico subjacente.

A correlação integral conta o número de pares de pontos (\vec{x}_i, \vec{x}_j) separados no atrator cuja distância é menor do que ε . Se a série temporal é caracterizada por um atrator, a correlação integral obedece a uma lei de potência com $C(\varepsilon) \approx \varepsilon^{D_{ML}}$, com $\varepsilon \rightarrow 0$ e $N \rightarrow \infty$. O expoente D_{ML} , definida como a dimensão de correlação do atrator, pode ser obtido a partir da inclinação do gráfico $C(\varepsilon)$ versus $\log \varepsilon$ (Figura 2.7b).

A integral de correlação fornece valores confiáveis quando os dados forem livres de ruído. No entanto, para dados ruidosos, tais como os dados experimentais, este método apresenta alguns problemas. A dificuldade mais importante decorrentes da presença de ruído é que o ruído pode corromper o comportamento de dimensionamento em todas as escalas de comprimento.

A influência do ruído na correlação integral pode ser avaliada como segue: considere dois pontos \vec{x}_i e \vec{x}_j localizados sobre o atrator reconstruído em órbitas diferentes. Desde que estes pontos não sejam afetados por ruídos, eles podem ser considerados como pontos verdadeiros, satisfazendo a exata dinâmica (caótica) do sistema. A distância máxima norma entre esses pontos é dada por,

$$\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\| = \max_{0 \leq k \leq m-1} \|x_{i+k} - x_{j+k}\| \quad (2.41)$$

com,

$$\vec{x}_i = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}) \quad (2.42)$$

e

$$\vec{x}_j = (x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m-1}) \quad (2.43)$$

Considere que cada ponto na série temporal está corrompido pelo ruído que é delimitado em magnitude com a máxima amplitude possível de $\pm \frac{1}{2} \delta x_{\max}$. Suponha que exista uma trajetória que satisfaça a verdadeira dinâmica caótica do sistema suficientemente próximo à trajetória corrompida pelo ruído medido. Nesse caso os elementos ($Z_{i,k}$ e $Z_{j,k}$) dos vetores de ruído-corrompido são assumidos como sendo composto por uma parte sem ruído ($x_{i,k}$ e $x_{j,k}$) e uma parte ruidosa ($\delta x_{i,k}$ e $\delta x_{j,k}$) de acordo com $Z_{i,k} = x_{i,k} + \delta x_{i,k}$ e $Z_{j,k} = x_{j,k} + \delta x_{j,k}$ com,

$$-\frac{1}{2} \delta x_{\max} \leq \delta x_i \leq +\frac{1}{2} \delta x_{\max} \quad (2.44)$$

e,

$$-\frac{1}{2}\delta x_{\max} \leq \delta x_j \leq +\frac{1}{2}\delta x_{\max} \quad (2.45)$$

Quando o número de elementos do vetor ou a incorporação da dimensão é infinito, ou seja, $m \rightarrow \infty$, a probabilidade de encontrar dois elementos correspondentes $Z_{i,k}$ e $Z_{j,k}$ que estão corrompidos com o valor máximo $-1/2\delta x_{\max}$ e $+1/2\delta x_{\max}$, respectivamente, será a unidade. Além disso, é necessário que o par maximamente corrompido seja o par para qual $|x_{i,k} - x_{j,k}|$ também possua um valor máximo. Se a dimensão de imersão é suficientemente grande, enquanto $X_{i,k}$ e $X_{j,k}$ depende lisamente k , essa consideração pode ser bem aproximada. A norma da distância máxima entre os vetores ruído-corrompido é encontrada a partir de

$$\begin{cases} r_z = \lim_{m \rightarrow \infty} \max_{0 \leq k \leq m-1} |Z_{i,k} - Z_{j,k}| \\ r_z = \lim_{m \rightarrow \infty} \max_{0 \leq k \leq m-1} |(x_{i,k} + \delta x_{i,k}) - (x_{j,k} + \delta x_{j,k})| \\ r_z = r_x + r_n \end{cases} \quad (2.46)$$

Em que r_z é a distância corrompida, r_x é a distância livre de ruído e $r_n = \delta x_{\max}$ é a distância máxima de ruído. A Equação (2.46) ilustra que a probabilidade de encontrar distâncias r_z abaixo $r_n = \delta x_{\max}$ é zero. Isto significa que, $C(r_z \leq r_n) = 0$ e $C(r_z > r_n) > 0$, implicando que a escala de ruído máximo pode ser obtida diretamente da integral de correlação.

Quando a dependência da lei de potência é válida para distâncias livre de ruído r_x de acordo com $C(r_x) \sim (r_x)^{D_{ML}}$, então

$$C(r_z | r_z > r_n) \sim (r_z - r_n)^{D_{ML}} \quad (2.47)$$

Desde que na Equação (2.47) $r_x = r_z - r_n$ (da Equação 2.46). Além disso, com a exigência de que $C(r_z = r_n) = 0$ e $C(r_z = r_0) = 1$, pode-se escrever que,

$$C(r_z) = \left[\frac{r_z - r_n}{r_0 - r_n} \right]^{D_{ML}}, r_n \leq r_z \leq r_0 \quad (2.48)$$

Todas as distâncias são normalizadas em relação à máxima escala de distância r_0 , usando $l = r_z / r_0$ e $l_n = r_n / r_0$, então,

$$C(l) = \left[\frac{l - l_n}{1 - l_n} \right]^{D_{ML}}, l_n \leq l \leq 1 \quad (2.49)$$

A Equação (2.49) ilustra que r_z (distâncias corrompidas) têm sido efetivamente reescalado para permitir que a integral de correlação siga a função da lei de potência novamente. Os parâmetros l_n e D_{ML} podem ser estimados a partir um ajuste de mínimos quadrados não linear da função integral (Equação 2.49) para a integral de correlação determinada experimentalmente (Equação 2.18). Detalhes sobre a seleção dos diversos parâmetros envolvidos no método podem ser obtidas de Schouten *et al.* (1994a). Esse algoritmo pode ser encontrado no *software* RRChaos desenvolvido por Schouten e van den Bleek (1992).

2.7.2 Método para redução do nível de ruído

Schreiber (1993) propôs um método de redução de ruído extremamente simples, mas robusto, mostrando-se ser apropriado para trajetórias contaminadas com níveis elevados de ruído.

A partir de uma série temporal X_i , $i = 1, 2, \dots, N$, em que X_i são compostos por um sinal limpo Y_i com algum ruído η_i adicionado, sendo assim tem-se que $X_i = Y_i + \eta_i$. A ideia principal do método de redução de ruído é substituir cada medição X_i pelo valor médio desta coordenada sobre pontos em uma vizinhança escolhida apropriadamente. As vizinhanças são definidas em um espaço de fase dimensional $(k + \ell + 1)$ reconstruído pelo atraso das coordenadas usando informações sobre as coordenadas passadas (k) e coordenadas futuras (ℓ),

$$Y_i = (X_{i-k}, X_{i-k+1}, \dots, X_i, \dots, X_{i-\ell-1}, X_{i-\ell}) \quad (2.50)$$

Definido os valores de k e ℓ , escolhe-se um raio r de alcance para os pontos da vizinhança. Para cada valor de X_i , um conjunto Im^R_i de todos os vizinhos X_j são encontrado, para qual $Y_j - Y_i < r$. A coordenada presente do X_i é então substituída pelo X_i^{corr} dada por

$$X_i^{corr} = \frac{1}{\mathfrak{Z}_i^r} \sum_{\mathfrak{Z}_i^r} X_j \quad (2.51)$$

em que \mathfrak{Z}_i^r são amostras aleatórias com distribuição normal.

De acordo com este procedimento, apenas a coordenada central na janela de atraso é corrigida. Os valores de X_i^{corr} podem ser usados para reconstruir o espaço de fase e o procedimento pode ser repetido.

2.8 Previsões com modelos locais e globais

Série temporal caótica tem previsibilidade de curto prazo. Portanto, quando os parâmetros de espaço de fase são determinados por uma série temporal caótica, podem-se utilizar os métodos de previsão de espaço de fase para previsão de série temporal. Na previsão do espaço de fase, a ideia básica é definir uma relação funcional entre o estado atual X_i e futuro estado X_{i+T} na forma

$$X_{i+T} = f_T(X_i) \quad (2.52)$$

em que T é denominado como tempo de espera.

Para um sistema caótico, o preditor F_T que se aproxima de f_T é necessariamente não linear. Existem duas estratégias para obter F_T : (1) aproximação local e (2) aproximação global. A aproximação global é considerada uma função F_T válida no espaço de todo o estado. Redes neurais, polinômios e funções racionais, por exemplos, podem ser usados como métodos de aproximação global. Por outro lado, a abordagem de aproximação local subdivide o domínio do atrator em muitos subconjuntos, cada domínio é representado por uma aproximação válida somente para esse subconjunto de ajuste. O conjunto de todas as funções de ajuste constitui o F_T para o caso de aproximação de local.

Uma das principais dúvidas ao se trabalhar com caos era identificar se havia dinâmica determinística não linear nos sistemas subjacentes. No entanto, outra linha de pesquisa relacionada com caos, emprega mais ênfase em aplicações de caos com a finalidade de produzir alta precisão de previsão para as séries caóticas (Porporato e Ridolfi, 1997; Sivakumar *et al.*, 1999a.; Phoon *et al.*, 2002), redução de ruído (Schreiber e Grassberger,

1991; Schreiber, 1993; Sivakumar *et al.*, 1999b) e estimativa com dados incompletos (Elshorbagy *et al.*, 2002a), etc.

O potencial na previsão de curto prazo em modelos baseados no caos tem sido amplamente estudado (tendência mais recente em aplicações de caos), em que se busca melhorar a precisão da previsão de tais modelos com várias técnicas (por exemplo, Porporato e Ridolfi, 1997; Sivakumar *et al.*, 1999a; Babovic *et al.*, 2000; Phoon *et al.*, 2002). No entanto, a maioria dos estudos relacionados ao aperfeiçoamento das técnicas de previsão é aplicada principalmente em modelos locais de espaço de fase. Isto resulta inevitavelmente em melhorias que é influenciado pelo número de vizinhos mais próximos, um parâmetro que é independente da dinâmica do sistema. Esta limitação pode ser contornada por modelos espaço de fases globais, tais como a rede neuronal artificial, que se aproximam da dinâmica ao longo de todo o atrator.

Há um entendimento geral de que modelos por aproximação local pode dar previsões melhores do que modelos de aproximação global na previsão do espaço de fase caótico em uma série temporal (Porporato e Ridolfi, 1996; 1997; Islam e Sivakumar, 2002). Em Engenharia de Processos, principalmente em Sistemas Particulados, não se encontram trabalhos sobre a diferenciação desses modelos de previsão para séries caóticas, portanto, é interessante investigar a utilização desses modelos, principalmente modelos globais. Em Hidrologia esse assunto é abordado, porém, o número de estudos que fizeram comparações entre o espaço de fase local e modelos de previsão global, comparando seu desempenho de previsão, é limitado. Apesar da superioridade de modelos globais de predição, como a rede neuronal artificial (ANN) para modelar a dinâmica não linear em séries temporais, foi observado poucos estudos (em Hidrologia) que usaram ANN como um modelo global de predição (por exemplo, Karunanithi *et al.*, 1994; Hsu *et al.*, 1995; Elshorbagy *et al.*, 2000; Elshorbagy *et al.*, 2002a).

Karunasinghe e Liong (2006) fizeram uma investigação sobre o desempenho da rede neuronal artificial (ANN — *Artificial Neural Networks*) como modelo global em comparação com modelos locais (utilizando a técnica média local e técnica de polinômios local) na previsão de séries temporais caóticas. Ainda nesse trabalho, a série de Lorenz foi utilizada como referência para validação e comparação de ambos os métodos, em seguida fez-se um estudo adicionando ruído à série de Lorenz com o propósito de estabelecer qual

dos dois métodos seria o mais adequado para aplicação em séries experimentais corrompidas por ruído. Karunasinghe e Liong (2006) analisando seus resultados observaram que em todas as séries temporais (Lorenz sem ruído e com ruído e séries experimentais), modelos de ANN apresentaram melhor desempenho do que os modelos de predição locais. Para a série de Lorenz livre de ruído, o aprimoramento dos modelos de ANN em relação aos modelos de aproximação local foi bastante significativo. Ambos os modelos ANN e modelos polinomiais locais deram precisão extremamente alta para predição da série de Lorenz livre de ruído. No entanto, o desempenho dos modelos ANN foi ainda melhor do que a dos modelos polinomiais. Embora as precisões de predição de todos os modelos de ruído reduzido (quando foi adicionada à série de Lorenz), o desempenho de previsão da ANN foi ainda melhor do que os modelos locais. Para a série experimental, o desempenho de ANN apresentou-se melhor ou pelo menos tão boa quanto a dos métodos de previsão de locais. Por fim os autores concluíram que os modelos globais ANN pode produzir igualmente boa predição, se não melhor do que os modelos locais largamente utilizados na previsão do espaço de fase de série caótica.

Como a principal ferramenta para verificação da redução de ruído em séries temporais é a capacidade de predição, neste trabalho, a partir dos estudos anteriores, optou-se por usar a rede neuronal como ferramenta de predição, conseqüentemente, utilizando o método global. Desse modo, na seção a seguir (2.8.1), será descrito uma breve introdução sobre o principal método local utilizado nos trabalhos pesquisados. Em uma seção separada (seção 2.9) entra-se em detalhe sobre redes neuronais e sobre o tipo de rede utilizada nesta dissertação.

2.8.1 Método de previsão não linear: aproximação local

Na aproximação local apenas os estados perto do atual estado são utilizados para fazer a previsão. Para prever um futuro estado X_{i+T} , uma métrica euclidiana é imposta ao espaço de fase para encontrar os k vizinhos mais próximos do atual estado X_i . Uma vez que os vizinhos mais próximos são encontrados, pode-se projetar cada um desses estados X_n aos respectivos estados futuro X_{i+T} , e constrói-se um preditor local usando este grupo de estados futuros. Um indicador local pode ser construído de várias maneiras. Entre eles, a

técnica da média é a forma mais popular. A estimativa para o futuro estado \hat{X}_{i+T} é calculado como

$$\hat{X}_{i+T} = \frac{\sum_{n=i+T}^k X_{n+T}}{k} \quad (2.53)$$

Outra forma de construir um preditor local é usar polinômios locais (Abarbanel, 1996). Aqui, os mapas locais são formados para cada vetor de estado no treinamento definido como

$$X_{k+1} = f_k(X_k) \quad (2.54)$$

sendo

$$F_k(X_k) = \sum_{m=1}^M c(m,k) \mathcal{G}_m(X_k) \quad (2.55)$$

em que, $\mathcal{G}_m(X)$, $m = 1, 2, \dots, M$ são funções de base polinomial. Os coeficientes de $c(m,k)$ podem ser determinados por um ajuste de mínimos quadrados, minimizando $\sum_{r=1}^{NB} \|X_{k+1}^r - F_k(X_k^r)\|^2$, em que X_k^r , $r = 1, 2, \dots, NB$ são os vizinhos mais próximos de X_k e X_{k+1}^r são os seus correspondentes um passo à frente no espaço de estados. Quando um novo ponto Z_0 é dado, seu vizinho mais próximo no conjunto de treinamento X_j é encontrado. Em seguida, a evolução de uma etapa de Z_0 é encontrada como,

$$Z_1 = F_j(Z_0) \quad (2.56)$$

desse modo, o vizinho mais próximo do conjunto de treino em Z_1 é encontrado e o procedimento é repetido até que o horizonte de previsão desejado é atingido.

2.9 REDES NEURONAIS ARTIFICIAIS

As Redes Neurais Artificiais (ANN) são uma área da Computação Natural (*Natural Computation*) que trata da solução de problemas a partir de uma mimetização simplificada

do cérebro humano em sistemas computacionais. O trabalho pioneiro nesta área é atribuído a McCulloch e Pitts (1943), que introduziram o primeiro modelo lógico-matemático de um neurônio. A Computação Natural e suas divisões são apresentadas na Figura 2.9:

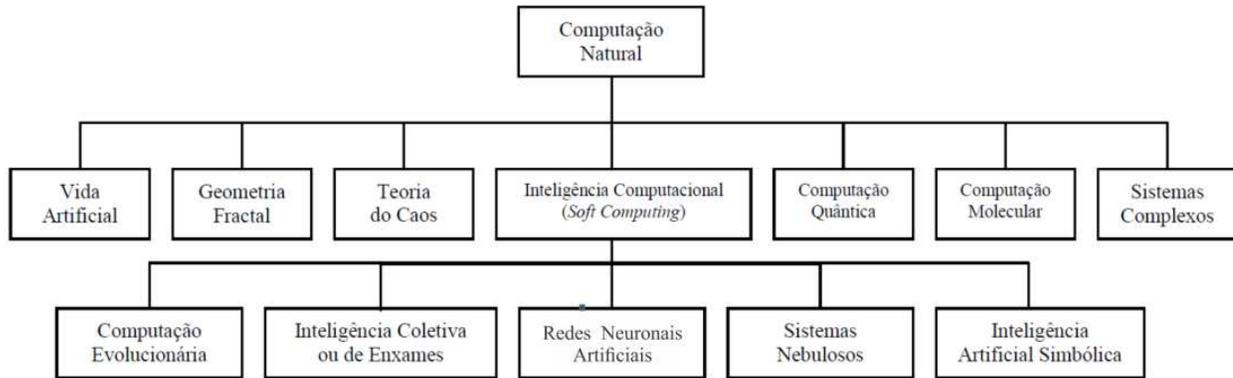


Figura 2.9 - Taxonomia da computação natural (Haykin, 2001).

As ANN são métodos computacionais que possuem a capacidade de se adaptar e de aprender a realizar certa tarefa ou comportamento, a partir de um conjunto de exemplos dados.

Na sua forma mais geral, uma ANN é uma estrutura computacional projetada para modelar a maneira como o cérebro humano realiza uma tarefa particular ou função de interesse a rede é normalmente implementada utilizando-se componentes eletrônicos ou é simulada por programação em um computador digital (Haykin, 2001). A ANN pode ser caracterizada como uma ferramenta alternativa de computação que procura imitar o funcionamento do cérebro humano na solução de problemas de reconhecimento de padrões (Souza, 2008).

As redes neuronais são modelos de aproximação de funções que aprendem a relação entre variáveis independentes e dependentes, à semelhança da regressão ou outras abordagens tradicionais.

A principal diferença entre redes neuronais e as abordagens estatísticas, tais como os modelos ARIMA (*autoregressive integrated moving average*), é que as redes neurais não estabelecem hipóteses ou suposições sobre a distribuição ou propriedades dos dados e, desta forma, tendem a ser mais úteis em situações práticas. As ANN constituem também uma abordagem inerentemente não linear, fornecendo precisão quando descrevem dados de

padrões complexos. Existem vários tipos de ANN, cada uma com diferentes objetivos, topologias e algoritmos de aprendizagem (Smith, 2000).

Uma rede neuronal é formada pela interconexão de unidades de processamento denominadas neurônios, que têm a propensão natural para armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível para o uso. Assim, elas devem exibir características básicas similares ao comportamento humano, tais como:

- **Aprendizado:** a RN (rede neuronal) aprende por experiência a partir de treinamento baseado na apresentação de exemplos.
- **Associação:** a RN é capaz de fazer associações entre padrões diferentes.
- **Generalização:** a RN é capaz de generalizar por exemplos anteriores, ou seja, responder corretamente a uma entrada nunca vista antes por similaridade aos padrões já apresentados.

O aprendizado ou treinamento tem como finalidade efetuar os ajustes necessários nos parâmetros da RN, representados pelos pesos sinápticos. O objetivo desta etapa é capacitar a RN a associar um dado de entrada com um grau de semelhança aos exemplos já apresentados.

De uma forma geral, a teoria de RN pode ser dividida em três tópicos básicos:

- *Neurônio:* elemento básico, inspirado no neurônio biológico e constituído de três partes fundamentais: pesos sinápticos, que ponderam os valores das entradas do neurônio; regra de propagação, que define como as entradas são combinadas no neurônio - em geral é um somatório ponderado; e a função de ativação, que determina o efeito que o resultado da regra de propagação tem sobre o nível de ativação do neurônio.
- *Topologia:* modo de conexão entre os diferentes neurônios que formam a RN. O encadeamento de vários destes neurônios formam as camadas. Em geral, uma RN possui três ou mais camadas de neurônios, sendo que a primeira recebe o nome de camada de entrada, a última é a camada de saída e a(s) camada(s) intermediária(s) de camada(s) escondida(s) ou oculta(s). Uma RN com a topologia (2-4-4-1) indica que ela possui a camada de entrada com 2 elementos de processamento, duas camadas intermediárias (ocultas), cada qual com 4 elementos de processamento e a camada de

saída com apenas 1 elemento de processamento. O fluxo dos dados conforme o algoritmo *back-propagation* ocorre em dois sentidos: para frente e para trás.

- *Aprendizado*: processo pelo qual a RN aprende por meio dos padrões a ela apresentados. Os procedimentos de aprendizado (ou treinamento) que levam as RNs a aprender determinadas tarefas podem ser classificados em duas categorias: treinamento supervisionado, na qual a RN é alimentada por dados de entrada e seus respectivos valores de saída (valores desejados), e treinamento não supervisionado, que não requer valores de saída, na qual a rede agrupa os valores de maior semelhança.

As RNs, em especial as com aprendizado supervisionado, têm a capacidade de mimetizar processos estocásticos associados a conjuntos de dados, por meio do aprendizado.

Assim como na forma convencional de um filtro linear adaptativo, as RN têm capacidade de, a partir da informação de uma resposta desejada, tentar aproximar um sinal alvo durante o processo de aprendizado. Esta aproximação é obtida a partir do ajuste, de forma sistemática, de um conjunto de parâmetros livres e provê um mecanismo para armazenar o conteúdo de informação subjacente presente nos dados que são apresentados à rede na fase de treinamento (Souza, 2008).

2.9.1 Rede neuronal na identificação de sistemas dinâmicos

Um sistema é dito dinâmico quando seu estado varia com o tempo (Haykin, 2001). A identificação de sistemas consiste em criar uma abordagem experimental para descrever um processo de dinâmica desconhecida. Os passos para a identificação são a seleção de um modelo, a configuração desse modelo e a sua validação. A identificação de sistemas dinâmicos lineares e sem ruído é um problema relativamente simples, podendo ser resolvido por um método algébrico de determinação de parâmetros. Quando as medidas são imprecisas, envolvendo ruídos ou incertezas, o problema passa a ser de estimação de parâmetros, resolvido por métodos estatísticos. Porém, se o sistema dinâmico for não linear, os métodos estatísticos não dispõem de ferramentas muito precisas (Kovács, 2002).

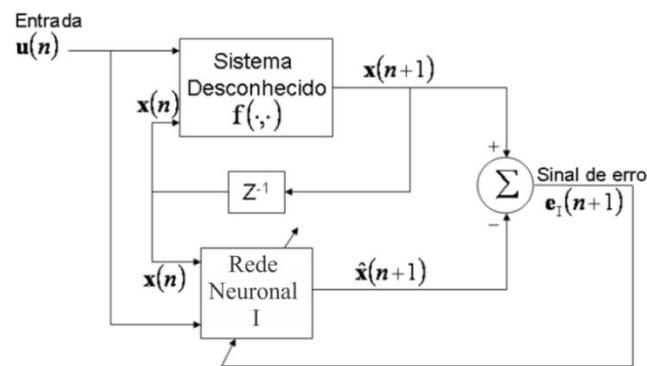
Segundo Schopf (2007), uma planta dinâmica não linear pode ter sua identificação baseada em um modelo de espaço de estados (MEE) ou em um modelo de entrada-saída.

Um MEE é utilizado na identificação com RNs na forma da Figura 2.10. A rede neuronal da Figura 2.10a serve para estimar o estado. O estado calculado realimenta a entrada do sistema. A função $f(\cdot, \cdot)$ representa a função real de cálculo do estado. A rede da Figura 2.10b serve para estimar a medida. A função $h(\cdot)$ representa a função real de medida. As duas redes mostradas na Figura 2.10 operam em modo síncrono na identificação do sistema.

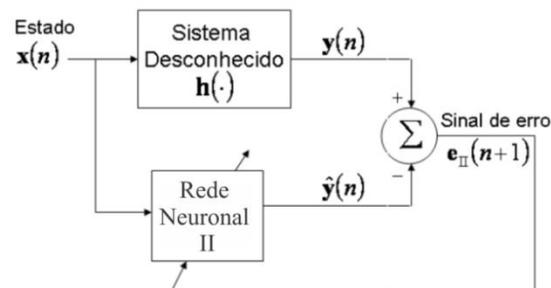
Em relação à predição do espaço de fase

$$\mathbf{X}_{i+T} = f_T(\mathbf{X}_i) \quad (2.57)$$

em que $\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_{i+T}$ são m vetores tridimensionais que descrevem o estado dos sistemas, o problema é encontrar uma boa aproximação de F_T para f_T . No entanto, como muitas vezes acontece, em que o interesse é prever o passado x_{i+T} a partir de \mathbf{X}_{i+T} , a busca está limitada a um mapa $F_T: R^m \Rightarrow R$, que interpola os pares (\mathbf{X}_i, x_{i+T}) em vez de uma função $F_T: R^m \Rightarrow R$ (Porporato e Ridolfi, 1996).



(a)



(b)

Figura 2.10 - Identificação de sistemas com redes neurais, baseada no modelo de espaço de estados (Schopf, 2007).

A rede neuronal pode ser utilizada com vetores X_i no espaço de fase m dimensional como as entradas e as x_{i+T} como as saídas escalares, para aproximar um mapa $F_T : R^m \Rightarrow R$, válidos ao longo da totalidade do espaço de fase, ou seja, um ajuste global no espaço de fase predição.

Quando os sistemas são pouco conhecidos, aplica-se o modelo de entrada-saída. Esse modelo supõe que o sistema seja acessível somente por meio de suas saídas, não existindo o conceito de estados. A arquitetura da rede neuronal é uma rede de múltiplas camadas alimentada adiante (MLP). Ocorre a realimentação da saída da MLP para a entrada, através de uma linha de atraso de T unidades. A rede também recebe uma linha de atraso de T entradas exógenas. Normalmente utiliza-se o Modelo Auto Regressivo Não linear com Entradas Exógenas (NARX). Para a simplificação de um sistema de uma única entrada e única saída, o modelo NARX estabelece uma relação entre as saídas passadas e a saída prevista na seguinte forma

$$y(n+1) = F(y(n), \dots, y(n-T+1), u(n), \dots, u(n-T+1)) \quad (2.58)$$

em que $y(n), \dots, y(n-T+1)$ representam os valores anteriores da saída; $y(n+1)$ é a regressão da saída do modelo e $u(n), \dots, u(n-T+1)$ são as entradas exógenas. Um modelo NARX de segunda ordem ($T = 2$) é mostrado na Figura 2.11, em que Z^{-1} representa um atraso temporal. A estimativa é subtraída da saída real para produzir o sinal de erro. A saída $y(n+1)$ desempenha o papel de resposta desejada e o erro $e(n+1)$ é utilizado para ajustar os pesos da rede,

$$e(n+1) = y(n+1) - \hat{y}(n+1) \quad (2.59)$$

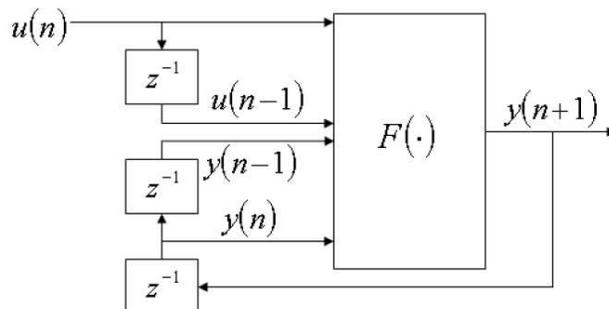


Figura 2.11 - Modelo recorrente de entrada-saída NARX (Schopf, 2007).

Na literatura de regressão para identificação de sistemas, o modelo NARX não é autoregressivo, pois recebe as saídas atrasadas medidas diretamente do sistema real. A Figura 2.12a mostra um modelo de identificação de sistema NARX de segunda ordem. Esse modelo tem a seguinte relação de entrada-saída,

$$\hat{y}(n+1) = F(y(n), \dots, y(n-T+1), u(n), \dots, u(n-T+1)) \quad (2.60)$$

Onde $\hat{y}(n+1)$ representa a estimativa de saída do modelo, calculada a partir das saídas atrasadas do sistema e das entradas exógenas. O modelo realmente auto regressivo, correspondente à arquitetura NARX de redes recorrentes, é chamado na literatura de regressão de NOE (*Nonlinear Output Model*). A Figura 2.12b mostra um modelo NOE de segunda ordem. O modelo NOE utiliza como entrada as saídas de previsões passadas em vez de utilizar as medidas do sistema real e possui a relação de entrada-saída,

$$\hat{y}(n+1) = F(\hat{y}(n), \dots, \hat{y}(n-T+1), u(n), \dots, u(n-T+1)) \quad (2.61)$$

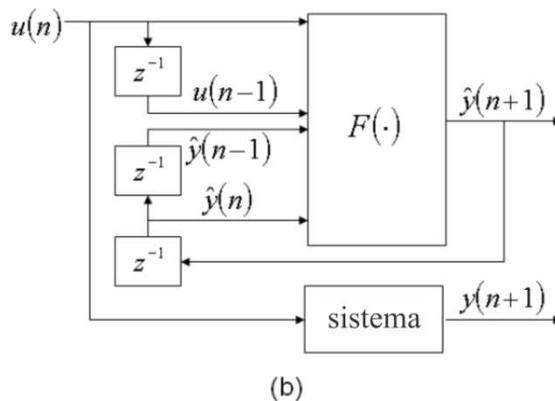
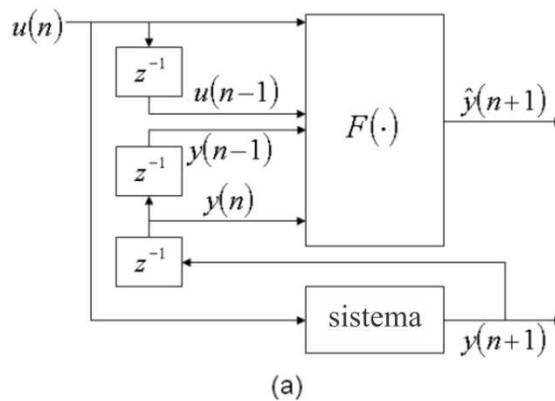


Figura 2.12 - Modelo de entrada-saída na regressão para identificação de sistemas. (a) Modelo NARX. (b) Modelo NOE (Schopf, 2007).

2.9.2 Rede neuronal auto regressiva

Os modelos de entrada-saída, utilizados para a RN do modelo neuro-estatístico, são baseados nos modelos NARX e NOE, apresentados na seção 2.9.1. O modelo baseado no NARX não apresenta entradas exógenas e pode ser chamado de NAR (*Nonlinear Autoregressive* - Modelo Auto regressivo Não linear). O modelo NAR estabelece uma relação entre as saídas passadas e a saída prevista na seguinte forma

$$\hat{y}(n+1) = F(y(n), \dots, y(n-T+1)) \quad (2.62)$$

em que $y(n), \dots, y(n-T+1)$ são os valores anteriores de saída, medidos diretamente do sistema e $\hat{y}(n+1)$ é o valor estimado da próxima saída, calculado a partir dessas saídas atrasadas. O modelo não apresenta entradas exógenas, pois dispõe apenas do histórico da série temporal como entrada. Um modelo NAR de ordem $T = 2$ é mostrado na Figura 2.13.

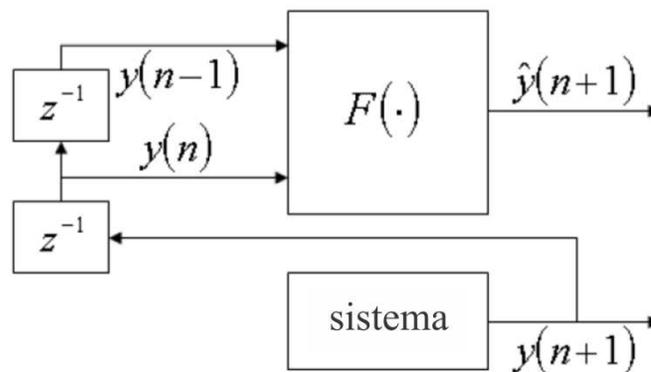


Figura 2.13 - Modelo NAR (Schopf, 2007).

2.10 Softwares para o cálculo dos parâmetros caóticos

Existem *softwares* especializados para análises de séries temporais. Tratando-se de uma abordagem tradicional (estimação da evolução de uma série temporal a partir de modelos como: *White-Noise*, *Random-Walk*, *Autoregressive*, *Moving-Average* etc.) *softwares* como *Chaos Data Analyzer* e *Dataplore* mostram-se bastantes robustos. Contudo, na

representação de séries caóticas e determinação dos seus parâmetros não existe um *software* que considere todos os métodos disponíveis, como por exemplo, na reconstrução do espaço de fase, estimação da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação. A Tabela 2.1 apresenta alguns *softwares* destinados para análise de séries temporais.

Tabela 2.1 - Alguns softwares disponíveis para o cálculo dos parâmetros caóticos.

Software/Algoritmo	Disponibilidade	Descrição	Link
Chaos Data Analyzer Professional Version	Comercial	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP*; não calcula a entropia de Kolmogorov; a reconstrução do atrator é realizada pelo método da derivada (método em desuso). 	http://sprott.physics.wisc.edu/cda.htm
Dataplore – Analysis of signal and time series data	Comercial	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP; não calcula a entropia de Kolmogorov; a dinâmica do sistema é representada por gráficos de recorrência (representação do sistema por uma matriz gráfica considerando o tempo de atraso e a dimensão de imersão, conceito introduzido por Eckmann <i>et al.</i>, (1987)). 	http://www.datan.de/dataplore/
Visual Recurrence Analysis (VRA)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP; não calcula a entropia de Kolmogorov; reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD). 	http://www.visualization-2002.org/VRA_MAIN_PAGE.html
TISEAN (códigos em FORTRAN)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP; calcula a entropia de Kolmogorov segundo o algoritmo GP; reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD); não possui saída gráfica. 	http://www.mipks-dresden.mpg.de/~tisean/Tisean_3.0.1/index.html
Chaotic Systems Toolbox (códigos da plataforma Matlab)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP; não calcula a entropia de Kolmogorov; reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD); 	http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/1597
TSTOOL (códigos da plataforma Matlab)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP; não calcula a entropia de Kolmogorov; reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD); 	http://www.physik3.gwdg.de/tstool/
RRChaos	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> calcula a dimensão de correlação segundo os algoritmos GP e ML**; calcula a entropia de Kolmogorov por meio do algoritmo ML; reconstrução do espaço de fase a partir do método (SVD); 	http://www.physik3.gwdg.de/tstool/

* GP – Algoritmo Grassberger e Procaccia (1983a).

**ML - Algoritmo *Maximum Likelihood* Schouten *et al.* (1994a e 1994b).

Para uma série experimental advinda de uma dinâmica não linear, os algoritmos mais utilizados na área de Engenharia de Processos, para representar e caracterizar os sistemas

caóticos são: o algoritmo GP - Grassberger e Procaccia (1983a) para o cálculo da dimensão de correlação e o algoritmo ML - *maximum likelihood* proposto por Schouten *et al.*, 1994b para o cálculo da entropia de Kolmogorov (Llop *et al.* (2012); Breault *et al.* (2012); Briongos *et al.* (2011); Kacimi e Laurens (2009); Kim *et al.* (2008); Vazquez *et al.* (2008); Kim e Han (2006); Briongos e Soler (2003); Lu *et al.* (2002); Tsutsumi e Kikuchi (2000); Ji *et al.* (2000)).

Dentre os *softwares* da Tabela 2.1 o RRChaos é o mais utilizado nos trabalhos recentes para o cálculo dos invariantes caóticos em sistemas da engenharia química. Produzido por Schouten *et al.* (1992), o RRChaos é um programa relativamente simples, sendo bastante robusto para o que se propõe (análise não linear de séries temporais). Contudo, apresenta algumas limitações, como números de pontos na série temporal (inferior a 35 mil pontos), não possuem saída gráfica e incompatibilidades com os sistemas operacionais mais recentes (a última atualização foi realizada em 1994).

Para os demais programas, alguns calculam a entropia de Kolmogorov e outros não, o mesmo acontece com a dimensão de correlação. Alguns têm algum mecanismo para redução de ruído, como o TSTOOL, e outros programas/algoritmos como Chaotic System Toolbox, VRA e TISEAN são ideais para o estudo de sistemas de equações como, por exemplo, Lorenz, Rossler e Hénon ou advindo de uma modelagem computacional.

2.11 Aplicações da análise de caos em sistemas da Engenharia de Processos

Vários estudos indicam que as interações gás-partícula em um leito fluidizado se caracterizam como sistemas caóticos (Castilho *et al.* 2011; Xu *et al.*, 2009; van den Bleek *et al.* 2002). Isto significa que a evolução no tempo de variáveis características em um leito fluidizado, tais como porosidade ou pressão, somente pode ser previsto ao longo de um período de tempo curto. No entanto, todas as trajetórias correspondentes no espaço de fases irão ficar dentro de uma região limitada (atrator do sistema), mas nunca exatamente retornando para a mesma posição. Isto implica que a dinâmica (não linear) de um leito fluidizado são muito sensíveis a pequenas mudanças nas condições de fluidização. Por exemplo, pequenas alterações no tipo ou vazão de alimentação de gás, podem levar para a

estabilização de uma das trajetórias periódicas do sistema e, portanto, alterando significativamente os diferentes tipos de padrões de formação de bolhas (Kaart *et al.* 1999).

Nesse contexto, ser caótico significa que a dinâmica temporal do sistema possui grande importância para a compreensão do seu comportamento e que diretamente influencia no seu *design* e *scale-up*. Logo, a aplicação da análise de caos para sistemas fluidizados podem ajudar a melhorar as técnicas de análises atuais para o estudo da sua fluidodinâmica (Castilho, 2011).

Segundo van den Bleek *et al.* (2002), existem dois tipos de aplicações para o caos:

1. Primeiro, pode-se simplesmente aceitar o comportamento caótico e as suas consequências como um dado para, por exemplo, caracterizar regimes fluidodinâmicos e detectar as transições dos mesmos, assim como fazer o *scale-up* destes reatores.
2. Uma segunda classe de aplicações relaciona-se à exploração do comportamento caótico de um sistema. Apesar de uma resposta significativa às pequenas perturbações de um sistema ser normalmente indesejável, com a análise de caos pode-se tentar explorar essa propriedade característica de um sistema caótico para “trazer” o sistema para um regime fluidodinâmico mais atrativo. Isso pode oferecer, por exemplo, oportunidades para melhorar a seletividade e a conversão das reações químicas.

De acordo com Castilho (2011) a maioria dos estudos sobre fluidodinâmica nos leitos fluidizados tem sido realizada com base nos valores médios dos dados (por exemplo, queda de pressão, concentração de partículas e velocidade das partículas), que são incapazes de verificar o comportamento temporal desses reatores. Os valores médios geralmente são baseados na suposição de que a fluidodinâmica subjacente exibe uma distribuição de probabilidade normal. Ao contrário, o escoamento heterogêneo nos leitos fluidizados é caracterizado por um comportamento dinâmico mais complexo, especialmente a altas taxas de alimentação de gás e partículas, com funções de probabilidade altamente desigual para a concentração de sólidos. Além disso, por causa de diferentes mecanismos inerentes ao escoamento (principalmente a formação e desagregação de *clusters*), a concentração de partículas e outras variáveis oscilam fortemente com o tempo (Manyele *et al.*, 2002).

Desde a década de 1990, a teoria do caos determinístico tem sido aplicada para caracterizar a dinâmica de sistemas particulados multifásicos, cujas características do

escoamento não linear são representadas por um atrator reconstruído a partir da série temporal de variáveis do sistema (Hilborn, 1994). Esta técnica tem sido desenvolvida e aplicada no estudo da fluidodinâmica de leitos fluidizados utilizando principalmente flutuações de sinais de concentração de sólidos e de pressão. No entanto, a maioria dos estudos foi baseada em flutuações de pressão globais (van der Stappen *et al.*, 1993; Schouten *et al.*, 1999, Manyele *et al.*, 2002), e pouca atenção foi dada para as flutuações locais (radiais) de concentração de sólidos (Castilho e Cremasco, 2012; Castilho e Cremasco, 2011; Castilho, 2011).

A seguir, algumas aplicações da análise de caos para sistemas multifásicos.

2.11.1 Análise de caos em sistemas gás-líquido

A transição de regimes em colunas de bolhas gás-líquido desde o regime de “borbulhamento homogêneo” até o regime de “agitação turbulenta” como função da pressão do sistema foi estudada por Letzel *et al.* (1997) (Figura 2.14). Nedeltchev *et al.* (2007) mostram a transição de regimes (Figura 2.15), a partir de flutuações do *holdup* do gás, para uma coluna de bolhas em que o 1-butanol foi a fase líquida e o nitrogênio foi o gás injetado.

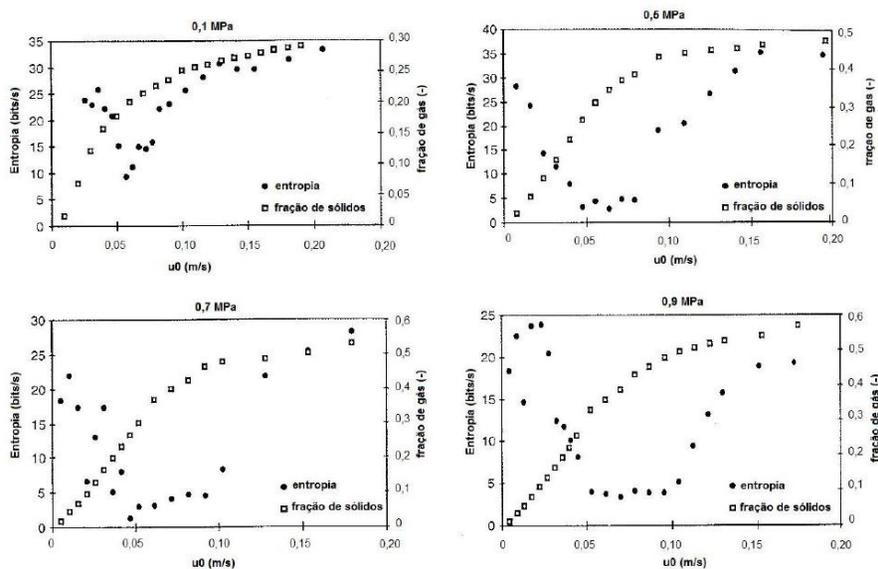


Figura 2.14 - Entropia de Kolmogorov calculada a partir de sinais de pressão e fração de gás em função da velocidade superficial do gás para as pressões do sistema de 0,1, 0,5, 0,7 e 0,9 MPa (Letzel *et al.*, 1997).

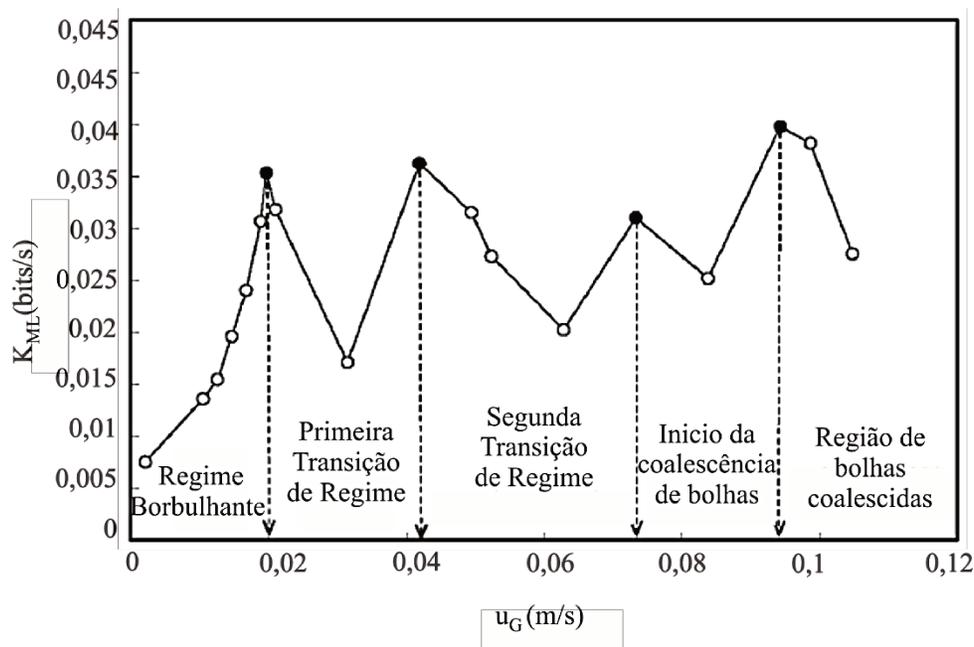


Figura 2.15 - Entropia de Kolmogorov (K_{ML}) em função da velocidade superficial do gás, u_G , para uma pressão $P = 0,1$ MPa (Nedeltchev *et al.*, 2007).

Em ambos os gráficos (Figura 2.14 e 2.15) pode-se observar que existe um declive acentuado na entropia de Kolmogorov indicando a região de transição. Em relação à Figura 2.14 observa-se que para pressões mais elevadas não se encontra um declive, mas uma região de baixa para entropia a entropia de Kolmogorov. O comprimento dessa região aumenta com o incremento da pressão. Para as curvas de fração volumétrica de gás, esta região não foi visualizada. Imagens mostram (Letzel, *et al.* 1997) que, no início dessa região, "redemoinhos" aparecem na coluna, e no final começa a formação de "bolhas grandes". À pressão atmosférica, esses dois fenômenos coincidem.

Na Figura 2.15 notam-se quatro picos de "instabilidade" do sistema gás-líquido (esses picos são indicadores sensíveis da transição de regimes), conseqüentemente, os pontos mínimos para os valores de K_{ML} indicam uma estabilização, isto é, em cada máximo da entropia de Kolmogorov, o sistema gás-líquido se desorganiza, enquanto que a cada queda súbita da entropia de Kolmogorov há uma maior dispersão do gás no líquido, indicando um passo para auto-organização (Nedeltchev *et al.*, 2007).

Nedeltchev *et al.* (2011) fizeram um estudo para identificar transições de regimes, a partir de valores da entropia de Kolmogorov, em uma coluna de bolhas com um sistema ar-água. Um densitômetro nuclear foi utilizado para monitorar a evolução das bolhas ao longo

da coluna. A partir da Figura 2.16 foram estabelecidos os limites de transição de regimes, sendo $0,01 \leq u_G < 0,03$ m/s a região de regime homogêneo e $u_G \geq 0,05$ m/s a região de regime turbulento. Para o cálculo da entropia de Kolmogorov, os autores utilizaram o algoritmo proposto por Schouten *et al.*, 1994b (K_{ML} - *maximum likelihood*).

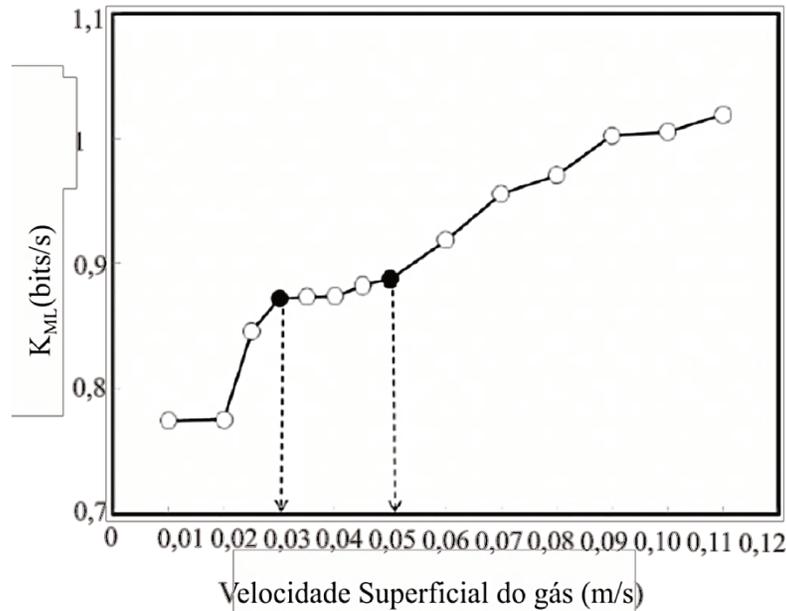


Figura 2.16 - Perfil da entropia de Kolmogorov em função da velocidade superficial do gás em uma coluna de bolhas utilizado um sistema ar-água operando em condições ambientais (Nedeltchev *et al.*, 2011).

Segundo Nedeltchev *et al.* (2011) os valores de K_{ML} podem ser previstos teoricamente correlacionando a frequência de formação de bolhas e pelo impacto que essas causam. Tem-se então a seguinte correlação

$$K = C (\text{frequência de formação de bolhas}) (\text{impacto das bolhas}) \quad (2.63)$$

em que C é uma constante de proporcionalidade (neste caso, K refere-se aos valores da entropia de Kolmogorov obtidos teoricamente).

Seguindo Nedeltchev *et al.* (2003), a frequência de formação de bolhas (FFB) pode ser expressa por

$$FFB = \frac{Q_G}{V_b} = \frac{u_G \pi D_c^2}{4 N_h \frac{\pi d_b^3}{6}} = \frac{1,5 u_G D_c^2}{N_h d_b^3} \quad (2.64)$$

em que u_G é a velocidade superficial do gás, D_c é o diâmetro da coluna, N_h é o número de furos no distribuidor, d_b é o diâmetro da bolha, Q_G é a vazão do gás e V_b é o volume da bolha.

O impacto da bolha (IB) pode ser estimado por

$$IB = \frac{d_b}{D_c} \quad (2.65)$$

Substituindo a Eq. (2.64) e Eq. (2.65) no modelo representado pela Eq. (2.63):

$$K = 1,5C \frac{u_G D_c}{N_h d_b^2} \quad (2.66)$$

O tamanho da bolha pode ser predito segundo a correlação encontrada em Miller (1974):

$$d_b = 1,492 \left(\frac{u_G D_c^2}{4N_h} \right)^{0.4} \quad (2.67)$$

Segundo Nedeltchev *et al.* (2011) os tamanhos de bolha d_b Eq. (2.67) variam numa faixa de $5,36 \cdot 10^{-3}$ - $5,7 \cdot 10^{-3}$ m para $0,01 \leq u_G \leq 0,035$ m/s (fluxo de regime borbulhante). Por meio de análise de regressão não linear, foi determinado que $C = 2,834$. Todos os valores de K (Eq. 2.66) no regime de fluxo borbulhante foram estimados com um erro relativo médio de 2,3% (em relação à entropia de Kolmogorov medida experimentalmente). O erro relativo máximo (em $u_G = 0,01$ m/s) foi de 5,1%.

Em regimes turbulentos as bolhas se apresentam de forma maior e mais desorganizada, ainda segundo Nedeltchev *et al.* (2011) o modelo representado pela Eq. (2.63) ainda pode ser usado com alguns ajustes para a Eq. (2.64):

$$FFB^* = \frac{1,5(u_G - U_{trans}) D_c^2}{N_h d_b^{*3}} \quad (2.68)$$

em que FFB^* é a frequência de formação de bolhas para um regime heterogêneo, U_{trans} é a velocidade do gás na transição de regimes (obtido por gráficos da entropia de Kolmogorov vs velocidade do gás) e d_b^* é o maior diâmetro da bolha observado.

O impacto da bolha para este regime (IB*) pode ser estimado por:

$$IB^* = \left(\frac{d_b^*}{D_c} \right)^2 \quad (2.69)$$

Substituindo a Eq. (2.68) e Eq. (2.69) no modelo representado pela Eq. (2.63):

$$K = 1,5C \frac{(u_G - U_{trans})}{N_h d_b^*} \quad (2.70)$$

Para regimes turbulentos, a equação que prediz o tamanho da bolha d_b^* foi simplificada por Nedeltchev (1998) (Eq. 2.71) a partir da equação para tamanhos grandes de bolhas desenvolvidos por Darton *et al.* (1977), com base no modelo de coalescência de bolhas.

$$d_b^* = 0,659(u_G - U_{trans})^{1.2} \quad (2.71)$$

No regime turbulento, segundo Nedeltchev *et al.* (2011), o tamanho das bolhas podem variar numa faixa de $12,8 \cdot 10^{-3} - 30,6 \cdot 10^{-3}$ m para os valores de u_G (0,07 – 0,11 m/s) testado no regime turbulento. Com uma regressão não linear, determinou-se que $C = 66,015$. Todos os valores de K (Eq. 2.70) no regime turbulento apresentaram um erro relativo médio de 1,4%. O erro relativo máximo (para $u_G = 0,1$ m/s) foi de 2,1%.

A Figura 2.17 apresenta uma estimativa teórica para determinação dos valores para entropia de Kolmogorov utilizando as Equações (2.66) e (2.70).

A Eq. (2.66) junto com a Eq. (2.70) estabelece um modelo para prever a perda de informação em uma coluna de bolhas, servindo como referência para o estudo de uma dinâmica complexa, como é o caso. Mantendo a sua forma adimensional, essas Equações podem ser aplicadas para outras escalas, levando em conta o tamanho das bolhas, condições operacionais e aspectos geométricos da coluna.

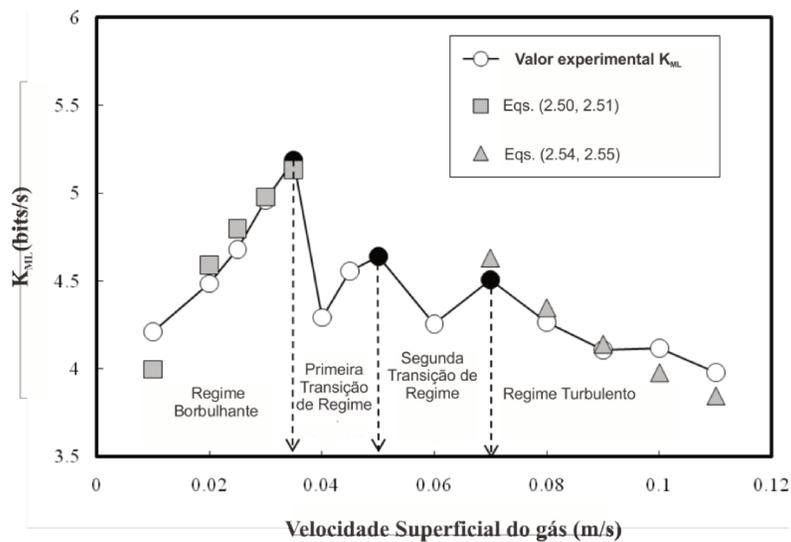


Figura 2.17 - Perfil da entropia Kolmogorov (K_{ML}), em função da velocidade superficial do gás u_G numa coluna de bolhas operado com um sistema de ar e água sob condições ambiente (Nedeltchev *et al.*, 2011).

2.11.2 ANÁLISE DE CAOS EM SISTEMAS GÁS-PARTÍCULA

• Leito Fluidizado

Castilho *et al.* (2009b) com medidas de flutuações de pressão, caracterizaram um leito fluidizado a partir da análise de caos. A Figura 2.18 apresenta a distribuição da dimensão de correlação (Figura 2.18a) e entropia de Kolmogorov (Figura 2.18b) em função da velocidade de entrada do ar em um leito fluidizado.

O valor da velocidade superficial do gás na condição de mínima fluidização, q_{mf} , foi 0,070 m/s. Pela Figura 2.18a, distinguem-se três tipos de contato partícula/fluido. A primeira é a de leito expandido, que compreende $q > 0$ m/s a $q = 0,061$ m/s e apresenta entre 1 e 3 graus de liberdade. A partir dessa velocidade, o sistema se torna mais complexo e o valor de D_{ML} aumenta-se conforme aumenta a velocidade de ar. A Figura 2.18b mostra que os valores de K_{ML} são baixos (alguns próximos de zero) para as condições de leito expandido. Quando se aproxima de q_{mf} ($q = 0,07$ m/s), o sistema torna-se mais complexo, e uma entropia máxima de 18,7 bits/s é alcançada em $q = 0,130$ m/s, mostrando que o sistema é mais caótico neste ponto. Nesta região, o sistema se encontra em regime de bolhas múltiplas (bubbling). A partir de então, com o aumento da velocidade de ar, o sistema entra

em regime de slugging, se torna menos caótico, e o valor da entropia diminui (Castilho *et al.*, 2009b).

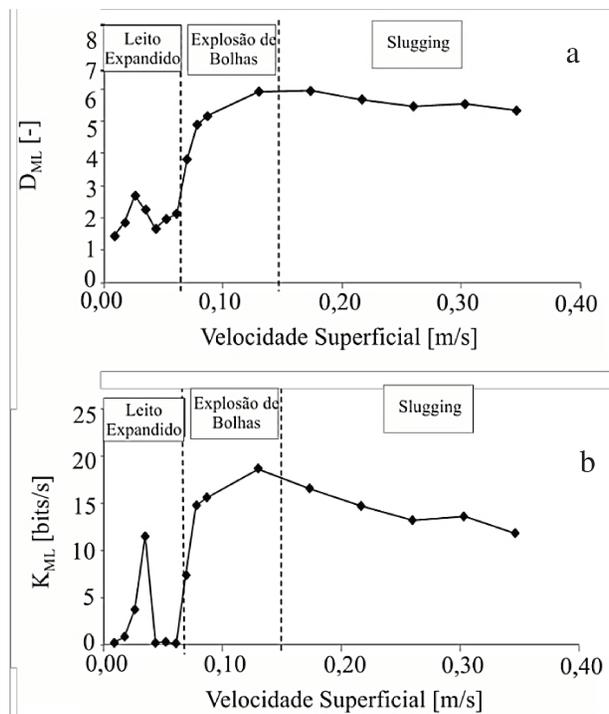


Figura 2.18 - (a) Distribuição da dimensão de correlação e (b) entropia de Kolmogorov (adaptado de Castilho *et al.*, 2009b).

- **Leito Fluidizado Circulante**

Manyele *et al.* (2002) aplicaram a análise de caos em um *riser* de um leito fluidizado circulante, em que partículas de FCC formavam a fase particulada e o ar a fase fluida. Nesse trabalho, um estudo da dinâmica gás-partícula, em condições de elevados fluxos de partículas e gás, foram feitos a partir da dimensão de correlação (Figura 2.19a) e pela entropia de Kolmogorov (Figura 2.19b).

Devido a não uniformidade da distribuição de partículas no *riser*, o estudo da relação entre a dimensão de correlação, entropia de Kolmogorov e o fluxo de partículas (parâmetro global) oferece uma alternativa para caracterizar as interações não lineares partícula-partícula, partícula-parede e partícula-gás.

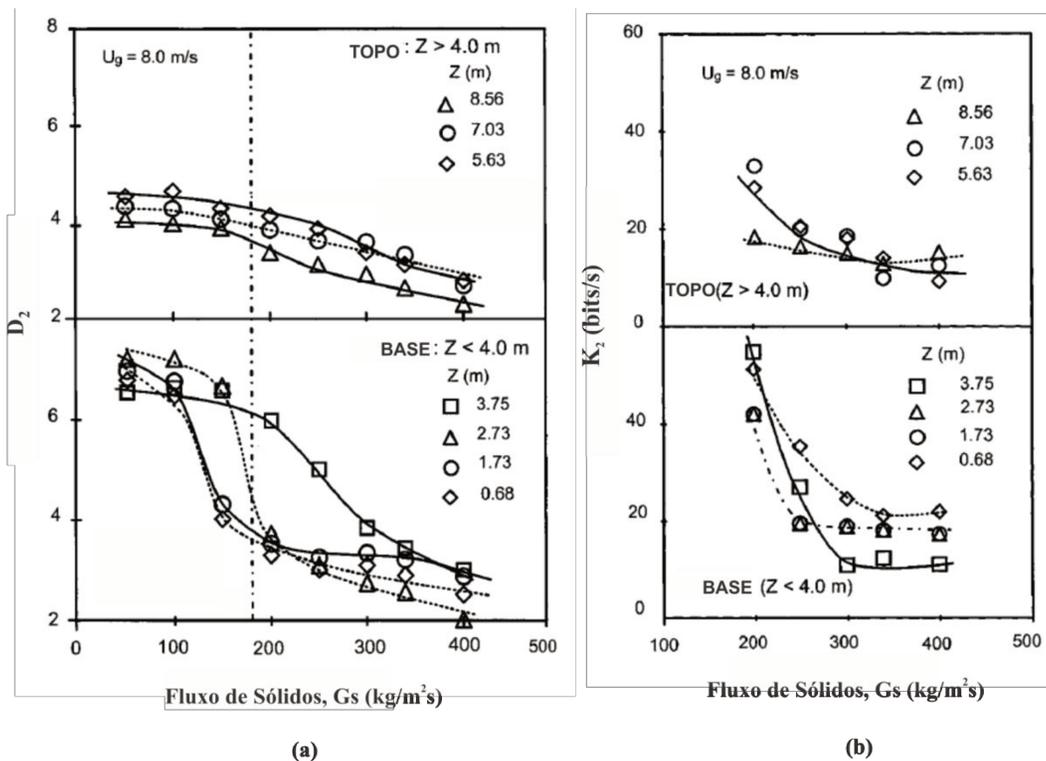


Figura 2.19 - Efeito do aumento de fluxo de sólidos na dimensão de correlação (a) e entropia de Kolmogorov (b) para diferentes posições axiais do *riser*, a velocidade do gás foi fixada em 8 m/s (Manyele *et al.* 2002).

A partir da Figura 2.19a observa-se que para todas as posições axiais a dimensão de correlação diminui com o aumento do fluxo de partículas. No entanto, percebe-se que a variação da dimensão de correlação é diferente para seções próximas ao topo e base do *riser*. Segundo Manyele *et al.* (2002), no topo a dimensão de correlação apresenta poucas variações para um aumento no fluxo de partículas. Comportamento contrário é observado para a base do *riser*, em que mudanças no fluxo de partículas causam grandes variações na dimensão de correlação. Os maiores valores de dimensão correlação com menor fluxo de partículas revelam uma interação mais complexa da dinâmica gás-partícula. Para maior fluxo de partículas, no entanto, a média de caminho livre diminui, conduzindo a redução da complexidade e, portanto, valores mais baixos de dimensão correlações (Manyele *et al.*, 2002).

Em relação à Figura 2.19b, nota-se que nas seções próximas do topo do *riser*, o valor da entropia de Kolmogorov sofre uma leve queda com o aumento do fluxo de partículas em comparação com as seções próximas da base do *riser*. Na base, valores para a entropia de

Kolmogorov diminuem rapidamente até $G_s = 300 \text{ kg/m}^2\text{s}$, após mantém-se constante. Segundo Manyele *et al.* (2002), a diminuição de K_{ML} com o aumento de G_s pode ser atribuído ao fato que altos valores de G_s diminuem o movimento das partículas, ocasionando em uma redução da turbulência causada pela passagem do ar. Além disso, aumentando o tempo do ciclo, a taxa de perda de informação diminui, isto é, em um maior fluxo da suspensão gás-partícula, o tempo para trazer informações novas é mais longo. Isto pode ser observado na altura $Z = 3.75 \text{ m}$, em que uma rápida queda da entropia é observada quando se aumenta G_s . Comparado com as outras regiões, pode-se concluir que a dinâmica deste nível é mais sensível a alterações nas condições operacionais (Manyele *et al.* 2002).

Castilho e Cremasco (2012) comparam propriedades fluidodinâmicas, a partir da análise de caos, entre um *riser* e um *downer* de um leito fluidizado circulante. A Figura 2.20 apresenta a distribuição radial para entropia de Kolmogorov para a região *downer* e *riser*.

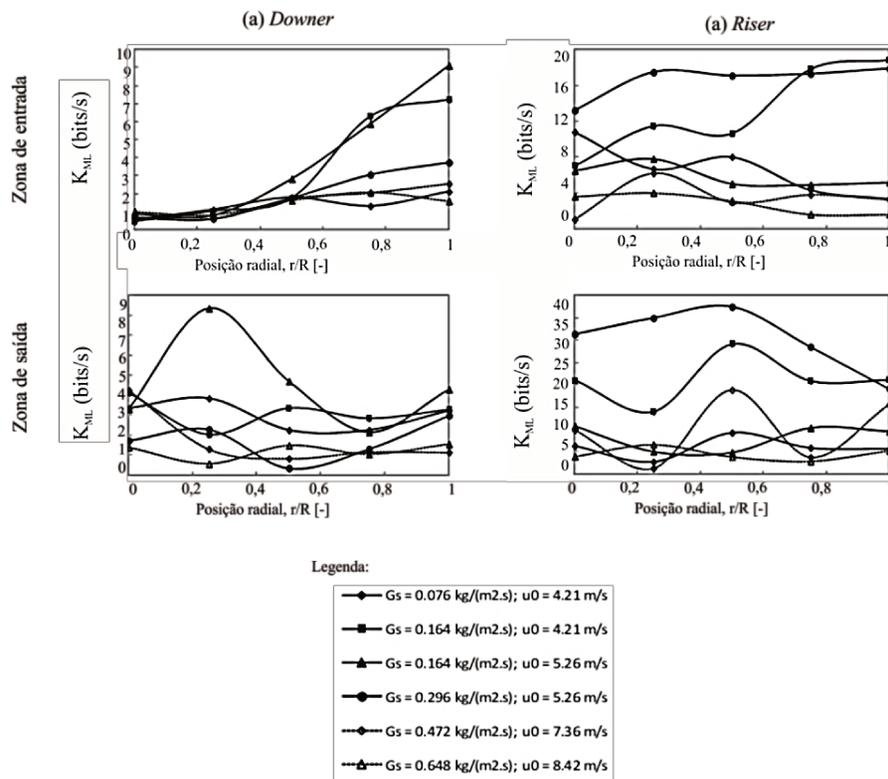


Figura 2.20 - Distribuição radial para entropia de Kolmogorov para a região (a) *downer* e (b) *riser* (adaptado de Castilho e Cremasco, 2012).

- **Leito de Jorro**

Xu *et al.* (2009) investigam a aplicabilidade da análise caótica em flutuações de pressão diferencial para caracterizar comportamentos dinâmicos de diferentes regimes de fluxo gás-partícula para um leito de jorro. Além da classificação da transição de regimes a partir dos invariantes caóticos (dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov), os autores buscam identificar essas transições (qualitativamente) a partir dos atratores. A Figura 2.21 mostra os atratores correspondente para três regimes: (a) regime de leito fixo; (b) regime de jorro instável; (c) regime de jorro estável.

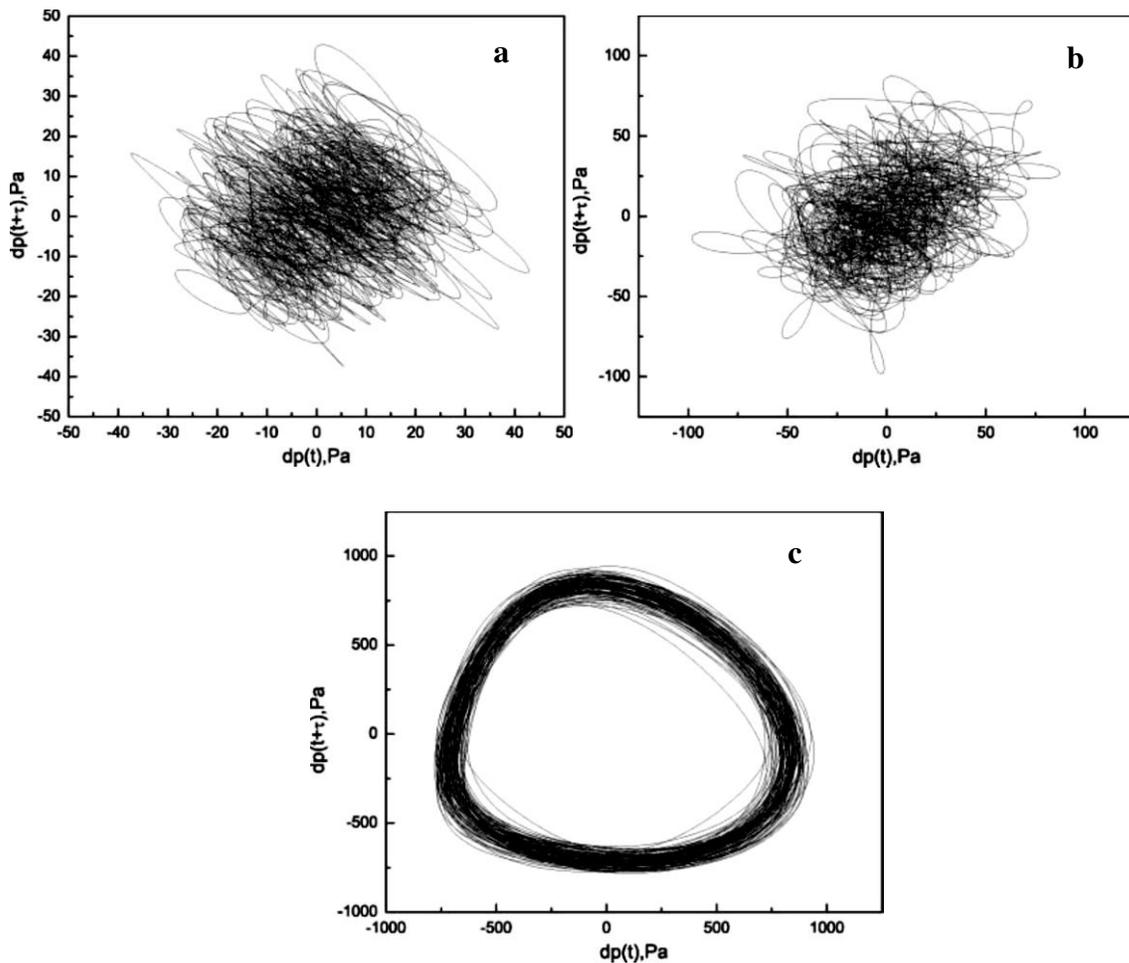


Figura 2.21 - Atratores para os regimes: (a) regime de leito fixo; (b) regime de jorro instável; (c) regime de jorro estável (Xu *et al.*, 2009).

Observa-se que, para o regime desenvolvido (Figura 2.21c), o atrator correspondente é completamente periódico, corroborando com dinâmica real para este tipo de equipamento. Para esse regime, a perda de informação, através da entropia de Kolmogorov, é mínima e a dimensão de correlação apresenta valores baixos. O oposto é observado para os outros dois regimes, no início, o leito de jorro apresenta nível de complexidade é alto (possuindo iterações altamente não lineares), pois é impossível prever o comportamento das partículas, a taxa de perda de informação é alta assim como valores para a dimensão de correlação. Para o regime de jorro instável, o nível de complexidade é menor em relação ao regime de leito fixo, apresentando valores para entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação levemente inferior em relação ao regime antecedente (Xu *et al.*, 2009).

Santos *et al.* (2011) empregaram a análise caótica para identificação de regiões fluidodinâmicas características em um leito de jorro cônico. O fluido de trabalho foi ar em temperatura ambiente e o painço (*Panicum miliaceum*) como fase particulada. A sonda de fibra óptica foi utilizada para gerar séries temporais de flutuações de sinais elétricos em oito posições radiais a partir da parede passando pelo centro (origem) em direção a outra parede, (r/R) (-0,57; -0,39; -0,22; -0,05; 0,13; 0,30; 0,47; 0,65) e em dois níveis axiais $z = 4$ cm (mais próximo da superfície) e $z = 6$ cm (mais distante da superfície) à partir da base cilíndrica, (z/L) (0,28; 0,43), em que L é a altura do leito cônico (14,1 cm). A Figura 2.22 representa um esquema das tomadas de medidas radiais.

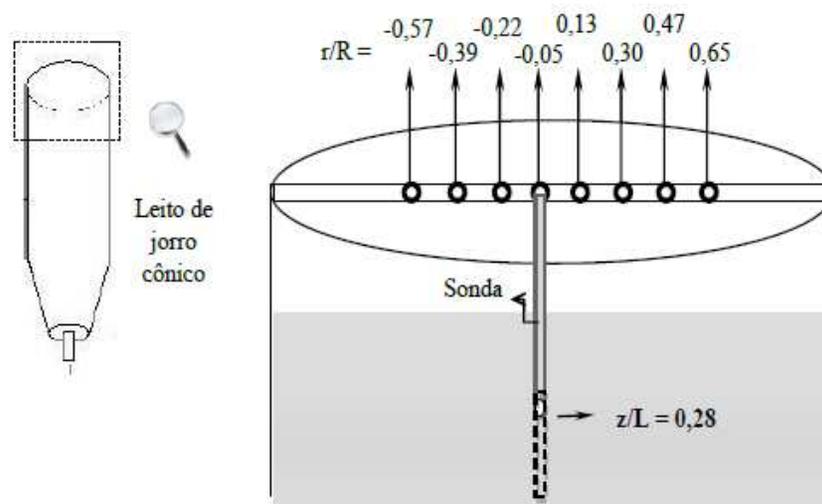


Figura 2.22 - Representação esquemática das tomadas de medidas no leito de jorro (Santos *et al.*, 2011).

A Figura 2.23 apresenta os resultados de entropia de Kolmogorov em função da variação de vazão de ar para a posição radial mais próxima ao centro, $r/R = -0,05$ em $z = 6$ cm (altura). Nota-se que os valores de K_{ML} para baixas vazões são pequenos e que nos ensaios a entropia de Kolmogorov manteve-se constante no intervalo de $Q = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ a $14 \text{ m}^3/\text{h}$. Tal região refere-se à condição de leito fixo. A partir de $Q = 16 \text{ m}^3/\text{h}$ (ponto de jorro mínimo) há um crescimento exponencial de K_{ML} , representando o aumento da complexidade do sistema. Trata-se da região de desenvolvimento do jorro. Uma entropia máxima é alcançada em $Q = 26,0 \text{ m}^3/\text{h}$, mostrando que o sistema é mais caótico neste ponto. Para esta condição, o sistema já atingiu o regime de jorro estável (Santos *et al.*, 2011).

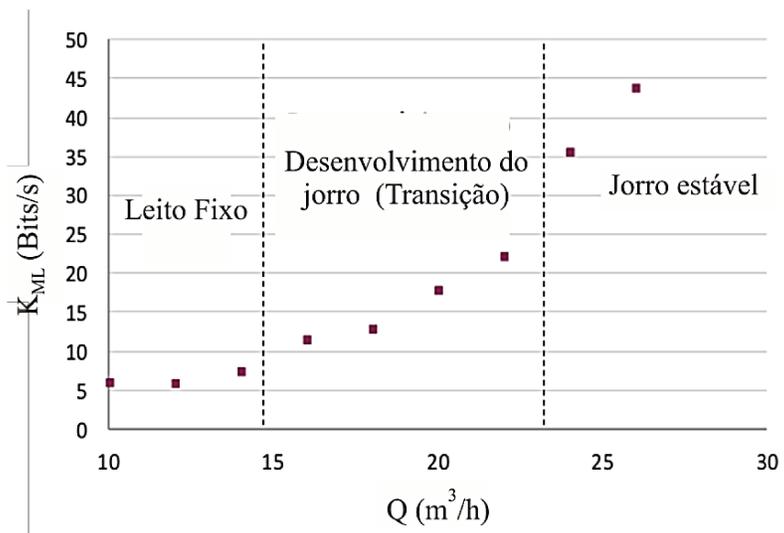


Figura 2.23 - Distribuição de entropia de Kolmogorov com o aumento do fluxo de ar para $r/R = -0,05$ (Santos *et al.*, 2011).

A Figura 2.24 apresenta as flutuações de sinais elétricos e seus respectivos atratores obtidos em três diferentes posições radiais: $r/R = -0,57$ (mais distante do centro), $r/R = -0,22$ (posição intermediária) e $r/R = -0,05$ (próxima ao centro), para a condição de jorro estável ($Q = 24 \text{ m}^3/\text{h}$) e com a sonda inserida em $z = 4$ cm (Santos *et al.*, 2011).

Na Figura 2.25 nota-se que, na medida em que se aproxima do centro a flutuação de concentração de partículas é mais complexa, devido à turbulência aumentando o grau de desordem do sistema, ou seja, há o aumento da entropia de Kolmogorov. Desta forma, pode-se diferenciar as zonas de jorro e central, com elevados valores de K_{ML} , atingindo um

máximo em $r/R = -0,05$, posição mais próxima à fonte, e da zona anular, com baixos valores de K_{ML} . Tais resultados revelam que o escoamento é mais complexo na região central em comparação à região anular (Santos *et al.*, 2011).

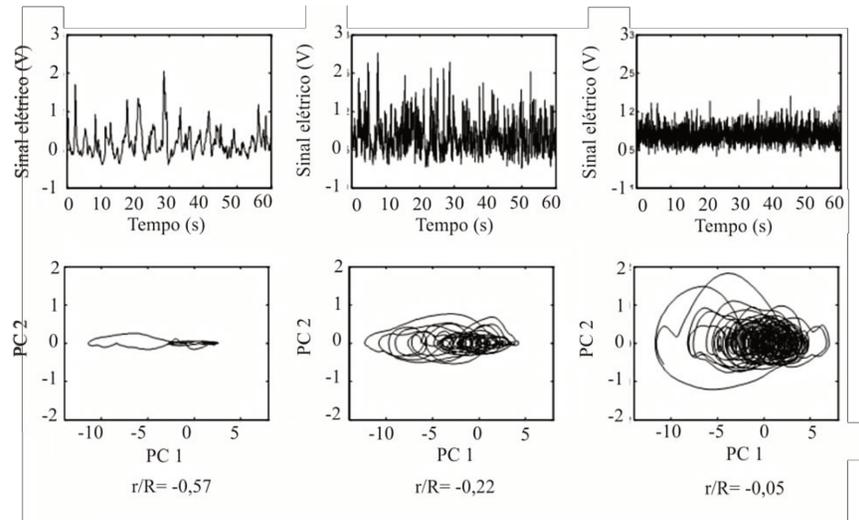


Figura 2.24 - Flutuações de sinais e atratores para condição de $Q = 24 \text{ m}^3/\text{h}$ e $z = 4 \text{ cm}$ (Santos *et al.*, 2011).

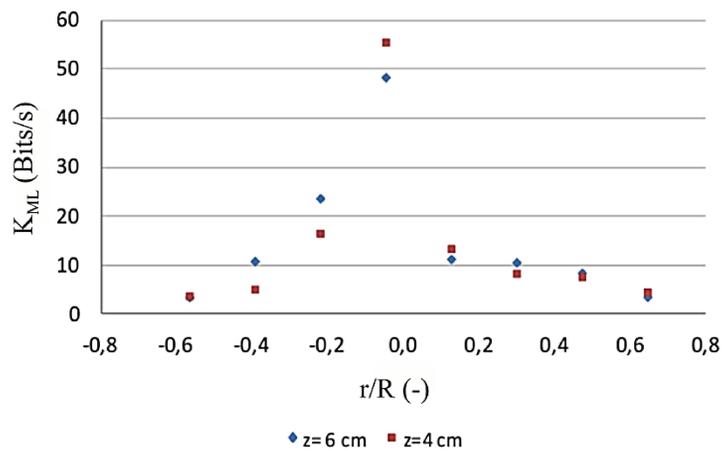


Figura 2.25 - Distribuição radial da entropia de Kolmogorov para condição de jorro estável ($Q = 24 \text{ m}^3/\text{h}$) (Santos *et al.*, 2011).

Além das aplicações clássicas apresentadas nas seções anteriores, a análise de caos vem sendo utilizada em diversas operações, principalmente em sistemas multifásicos. A Tabela 2.2 resume alguns estudos relacionados à aplicação desta técnica, encontrados em diversas áreas da engenharia de processos (Castilho, 2011).

Tabela 2.2 - Aplicação da análise de caos na Engenharia de Processos (Castilho, 2011).

Autores	Operação	Objetivos
Wang <i>et al.</i> (2010)	Escoamento vertical ascendente de um fluxo trifásico	Investigar as características da dinâmica não linear de um escoamento trifásico (gás, água e óleo) em termos da descrição morfológica de atratores a partir de sinais de condutância. Verificaram que o método é eficaz para o entendimento e caracterização dos padrões do escoamento.
Abashar e Elnashai (2010)	Fermentação	Identificar as regiões em estado estacionário e o número de soluções diferentes pela análise de bifurcação em um fermentador de etanol.
Ajbar <i>et al.</i> (2009)	Coluna de bolhas	Identificar regimes e transições de regime em colunas de bolhas por medições de sinais acústicos.
Xu <i>et al.</i> (2009)	Leito de jorro	Investigar a aplicabilidade da análise de caos a partir de flutuações de pressão diferencial para caracterizar comportamentos dinâmicos dos diferentes regimes de fluxo de gás-partícula no leito de jorro.
Wu <i>et al.</i> (2007)	Leito fluidizado circulante (LFC)	Comparar a fluidodinâmica do escoamento entre as seções <i>riser</i> e <i>downer</i> de um leito fluidizado circulante a partir de sinais de concentração de partículas.
Manyele <i>et al.</i> (2006)	LFC - <i>riser</i>	Analisar o comportamento caótico local do escoamento gás-partícula denso por meio de medidas de concentração de partículas; comparar a dinâmica caótica em condições de alto e baixo fluxo de partículas.
Briongos <i>et al.</i> (2006)	Leito fluidizado	Mostrar que medições acústicas de baixa frequência são úteis para monitorar a fluidodinâmica gás-partícula de leitos fluidizados. Verificaram que apenas a análise de caos, em comparação às análises no domínio do tempo e da frequência, é capaz de caracterizar todos os regimes de fluidização do leito avaliado.
Briongos e Guardiola (2005)	Leito fluidizado	Apresentar um novo método de dimensionamento de dados fluidodinâmicos obtidos a partir de um leito fluidizado 2D, estabelecimento relações entre geometrias 2D e 3D de acordo com a metodologia de <i>scale-up</i> do caos.
Manyele <i>et al.</i> (2003)	LFC - <i>downer</i>	Proporcionar uma análise detalhada da fluidodinâmica microscópica do escoamento em <i>downers</i> utilizando sonda de fibras ópticas. Diferentes técnicas de análise (no domínio do tempo, da frequência e caos) forneceram resultados semelhantes, porém com sensibilidade diferente.
Kart, (2002)	Coluna de bolhas	Alterar o movimento caótico de bolhas de gás para um movimento estável periódico por um ajuste adequado do fornecimento de gás pelo injetor.
Lee e Chang (1996)	Reator CSTR	Controlar a concentração de saída através da manipulação do fluxo de entrada de concentração constante.
Vander Stappen (1996)	Leito fluidizado	Caracterizar o estado fluidodinâmico do sistema de leito fluidizado com a entropia de Kolmogorov em função das condições do processo aplicadas.
Vander Stappen <i>et al.</i> (1993)	Leito fluidizado	Detectar transição de regime de leito fixo para leito fluidizado borbulhante.

2.12 Breve descrição sobre controle de caos aplicado à engenharia, ferramentas para controle e aplicações

Os métodos de controle de caos possuem algumas propriedades características que os distingue dos métodos da teoria de controle convencional. Como algumas destas propriedades têm-se que o controlador explora a sensibilidade a pequenas perturbações e o conjunto denso de órbitas periódicas instáveis que os sistemas caóticos possuem, propriedades estas não encontradas em sistemas lineares ou não caóticos. Neste contexto, o controlador é projetado para estabilizar uma órbita periódica instável de período qualquer e, conjuntamente, permitir que o sistema possa transitar dentre as diversas órbitas conforme a necessidade do usuário, conferindo grande flexibilidade ao sistema. Além disso, o projeto do controlador não é baseado no modelo matemático do sistema e sim nas propriedades geométricas do atrator. Portanto, podem-se estimar os parâmetros do controlador a partir de séries temporais caóticas provenientes de sistemas físicos reais, não sendo necessário o conhecimento das equações de governo do sistema. Como última propriedade citada tem-se que a abordagem do problema é no espaço de fases e utilizam-se ferramentas da análise de sistemas não lineares, como por exemplo: seções de Poincaré, expoentes de Lyapunov e reconstrução do espaço de fases. Estas são algumas das propriedades enumeradas por Chen (2001) (De Paula, 2007).

Seções de Poincaré — maneira de reduzir o estudo de um fluxo num espaço de fases com n dimensões a uma aplicação (difeomorfismo), chamada mapa de Poincaré num espaço de fases com $(n - 1)$ dimensões — e a reconstrução do espaço de fases são ferramentas gráficas que permitem analisar a dinâmica de sistemas a partir de características específicas de cada comportamento identificados. Tratam-se, portanto, de análises qualitativas que, apesar de serem batentes úteis, por vezes podem não ser conclusivas (Ferrara e Prado, 1994).

O expoente de Lyapunov fornece uma ferramenta que permite determinar a estabilidade de qualquer tipo de sistema em regime permanente, inclusive os dos tipos quasi-periódicos, caótico e instável, através de análises de dependência sensitiva às condições iniciais impostas ao sistema. O expoente de Lyapunov expressa a taxa média de expansão da distância entre duas condições iniciais muito próximas. Embora o expoente possa depender

destas condições iniciais, ele geralmente é único para um mesmo atrator, isto é, qualquer conjunto de condições iniciais que converge para o mesmo atrator resulta em um mesmo expoente de Lyapunov. Neste contexto, medir o expoente de Lyapunov entre duas trajetórias é equivalente a medir o expoente em um volume de trajetórias. Para cada dimensão do espaço de fases existe um expoente associado que determina o comportamento do volume ocupado pelas condições iniciais ao longo do tempo. A soma dos expoentes diz respeito à conservação do volume inicial. Se o sistema é dissipativo, a soma deve ser um número negativo, se é conservativo, deve dar zero e, se expansivo, a soma deve ser um número positivo (Ferrara e Prado, 1994).

Em relação ao método de controle, no início da década de 90, Ott *et al.* (1990) propuseram o método de controle denominado OGY, em homenagem aos autores do trabalho Ott-Grebogi-Yorke, que pode ser considerado o marco inicial de uma série de trabalhos e pesquisas na área de controle de caos. Dentre as suas características principais está à independência do modelo matemático do sistema, o que facilita a sua implementação experimental.

O método OGY baseia-se na propriedade de que as iterações de um mapa caótico na vizinhança de um ponto fixo, de um modo geral, possuem uma direção instável e outra estável. Estas direções podem ser aproximadas localmente pela análise dos autovetores e autovalores da matriz Jacobiana decorrente da linearização do sistema na vizinhança do ponto. A partir daí, este método considera pequenas perturbações em um parâmetro acessível do sistema quando a sua trajetória está na vizinhança de um ponto fixo. Esta atuação tem como objetivo a estabilização do sistema em uma órbita periódica instável ao forçar a iteração seguinte a recair sobre a direção estável do ponto fixo. Este método é considerado como uma aplicação particular da técnica de alocação de polos (ROMEIRAS *et al.*, 1992).

Segundo Fradkov e Evans (2005), o número de artigos em revistas especializadas em vários campos de aplicações, em 1997 - 2000 dedicado ao controle de caos excedem 200. Dentre os campos da ciência e engenharia em que o controle do comportamento caótico é ativamente desenvolvido são a física da turbulência, a física do *laser* e ótica, física de plasma, molecular e física quântica, mecânica, química e eletroquímica, biologia e ecologia, economia e finanças, medicina, mecânica, engenharia elétrica e química, controle

de movimento, de telecomunicações e sistemas de informação. O mais avançado campo de aplicação são a física do *laser* e óptica, mecânica, química, engenharia elétrica e de telecomunicações (Fradkov e Evans, 2005).

Os números de aplicações em engenharia são brevemente apresentados nos tópicos a seguir, em que se pretende dar ao leitor uma noção de aplicação para cada área.

- Engenharia Mecânica

Vibrações irregulares em unidades mecânicas surgem da rotação de rotores desregulados. O objetivo de controle é, então, supressão destas vibrações indesejáveis. Problemas deste tipo são frequentemente resolvidos pelos métodos de controle linear. Em alguns casos, as abordagens não lineares são relatados como bem sucedidos, por exemplo, Meehan e Asokanthan (2002) projetaram um algoritmo para estabilização da velocidade angular de uma nave espacial girando utilizando a energia do sistema como uma função de Lyapunov.

- Engenharia elétrica

Durante os últimos anos, o caos foi descoberto e controlado em muitos sistemas elétricos e eletrônicos, por exemplo, conversores buck (Batlle *et al.*, 1999), unidades dc (Chen *et al.*, 2000), sistemas ferroelétricos (Habel e Bege, 1997), transdutores eletrostáticos (Kouomou e Wofo, 2000), conversores CC-CC (Poddar *et al.*, 1998), sistemas de energia (Srivastava e Srivastava, 1998).

- Telecomunicações

Para implementar esquemas de comunicação transportando sinais caóticos, a identificação ou problema de filtragem deve ser resolvido na recepção deste sinal. Em contraste com a estrutura de estimação de parâmetros convencional, em que o modelo de transmissor é estável e linear e o modelo do sinal é estocástico, nos regimes caóticos a comunicação do transmissor é um sistema não linear instável, contudo o modelo do sinal é determinístico. Portanto, uma abordagem não linear de adaptação, por exemplo, em Fradkov *et al.* (2000), para o *design* do receptor se faz mais relevante. O bom desempenho do sistema de comunicação está intimamente relacionado com a propriedade de sincronização que é interessante e importante, o controle de caos aplicado a

telecomunicações tem atraído considerável atenção (Blekhman *et al.*, 1997; Ding *et al.*, 1997; Pecora *et al.*, 1997).

- Engenharia Química e de Materiais

A maioria das aplicações em engenharia química explorar o fato de que o controle de caos leva a uma melhor mistura, que, por sua vez, produz uma reação mais uniforme e, portanto, ocasionando menos impureza no produto. O custo de purificação é de cerca de 80% do custo do produto final em Engenharia Química (Fradkov e Evans, 2005). Wu (2000) propôs modelos de controle para estabilizar um reator CSTR, não isotérmico com comportamento caótico manipulado a taxa de variação das variáveis de entrada. Schouten e van den Bleek (1999) usaram um versão estendida do algoritmo de controle de Pyragas em reatores de leito fluidizado borbulhante gás-partícula, o resultado foi à produção de bolhas menores, aumentando assim a transferência de massa do reagente das bolhas de gás para as partículas de catalisador.

CAPÍTULO 3 — Materiais e métodos

Neste capítulo, a seção “Materiais” destina-se à descrição dos materiais e dos equipamentos (unidade de LFC e sistema de medição de sinais) utilizados na realização dos experimentos. A estratégia adotada para redução de ruído e cálculo dos invariantes caóticos é apresentada na seção “Métodos”. Os sinais de concentração de partículas foram obtidos do trabalho de Castilho (2011). O aparato experimental (Unidade Multipropósito para Craqueamento Catalítico), encontra-se no Laboratório de Processos em Meios Porosos (LPMP) do Departamento de Engenharia de Processos (DEPro), da Faculdade de Engenharia Química (FEQ), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). A unidade em questão refere-se a um sistema de leito circulante fluidizado.

3.1 Materiais

Os dados dos sinais elétricos foram obtidos a partir do trabalho de Castilho (2011), o qual empregou a técnica de sonda de fibra óptica para detectar a luz refletida a partir da superfície de uma partícula ou aglomerados de partículas em movimento.

Os experimentos foram realizados com sistema fluido-sólido, sendo a fase fluida o ar ambiente e a fase particulada o catalisador de FCC (Castilho, 2011). As características físicas do catalisador são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Resultado das análises das propriedades físicas do catalisador de FCC (Betioli, 2007).

Material	Massa específica aparente (kg/m ³)	Massa específica absoluta (kg/m ³)	Diâmetro médio de partícula (m)	Porosidade
Catalisador FCC	9,02.10 ⁻⁴	2,49.10 ⁻³	79,65	0,64

Dentre as várias configurações experimentais, a região de estudo escolhida foi uma seção de *riser*, na altura de $Z = 0,79$ m (a partir da base do *riser*), onde foram realizadas medidas em cinco posições radiais, ilustrado na Figura 3.1.

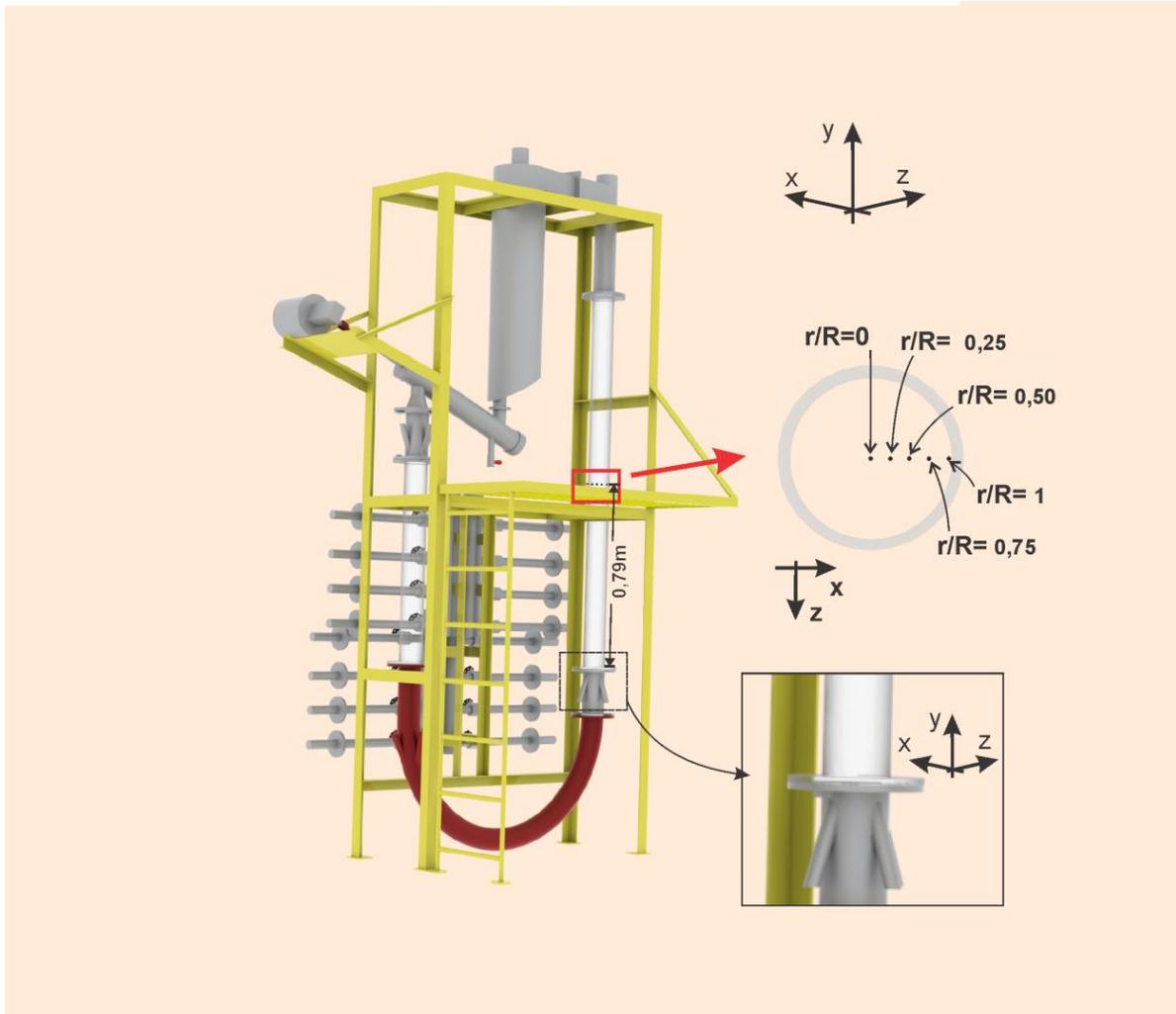


Figura 3.1 - Representação do leito fluidizado circulante e pontos de amostragens.

O sistema de medição consiste em uma fonte de luz de 405 nm (violeta). Para as condições operacionais da sonda de fibras ópticas, um ganho na faixa violeta de 0,37 V foi estabelecido e a intensidade da corrente do laser foi de 46 mV. O tempo de amostragem foi de 30s a uma frequência de 1000 Hz (Castilho, 2011). A Figura 3.2 ilustra o sistema de aquisição dos dados a partir da técnica escolhida.

O sistema também dispõe de um banco de quatro filtros que podem ser utilizados para isolar o sinal de ruídos externos. Os filtros utilizados são implementados no *software*

(digitais) e são do tipo *butterworth*. Foi utilizado apenas um filtro passa-baixas de segunda ordem com frequência de corte de 10 Hz (Castilho,2011).

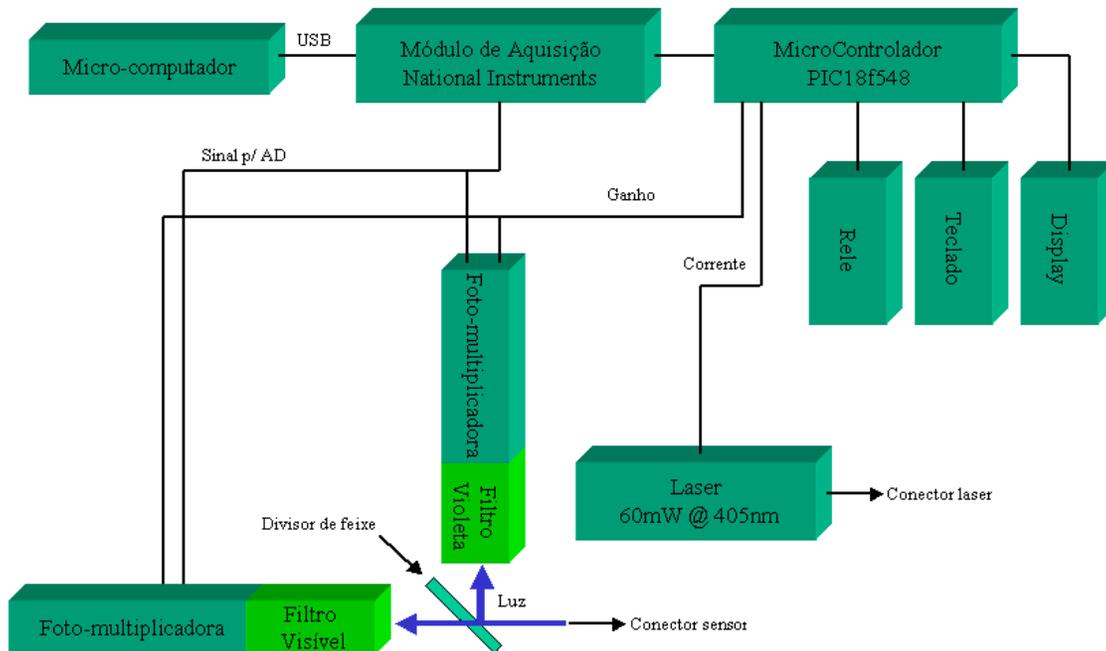


Figura 3.2 - Diagrama de bloco do sistema de aquisição de dados (Castilho, 2011).

A condição de operação utilizada foi: altura axial, $Z = 0,79$ m, velocidade superficial de gás (ar ambiente), $u_0 = 1,05$ m/s e fluxo de sólidos, $G_s = 0,208$ kg/m²s (Castilho, 2011).

A Figura 3.3 mostra as séries temporais que representam flutuações de sinais de concentração em uma seção de *riser* obtidas em cinco posições radiais: $r/R = 1$ (parede do riser), $r/R = 0,75$, $r/R = 0,50$, $r/R = 0,25$ e $r/R = 0$ (centro do *riser*), em que $R = 4,1$ cm (Figura 3.1) (Castilho, 2011).

A linguagem de programação escolhida foi *MATLAB® R2012a 64 bits*, visto ser uma linguagem de alto nível mundialmente difundida, em que o programador tem ao seu dispor um elevado número de bibliotecas com funções especialmente concebidas para o processamento de sinal.

Para este estudo, utilizou-se um computador com o sistema operacional *Windows seven Home Premium 64 bits*, processador *intel core i5* com 8Gb de memória RAM.

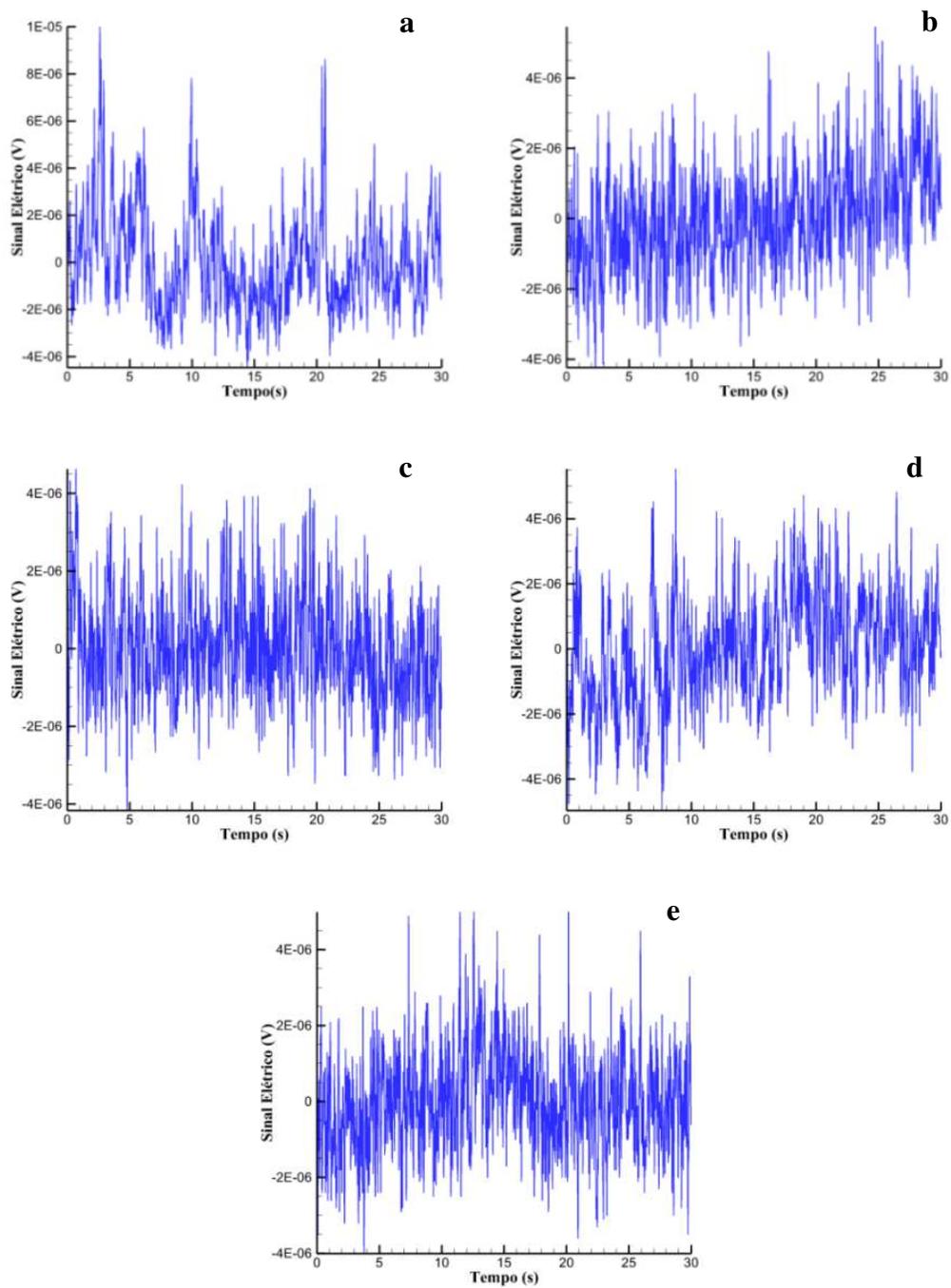


Figura 3.3 - Flutuações de sinais para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser) (Castilho, 2011).

3.2 Métodos

O diagrama de blocos mostrado na Figura 3.4 apresenta a metodologia proposta para análise de séries temporais.

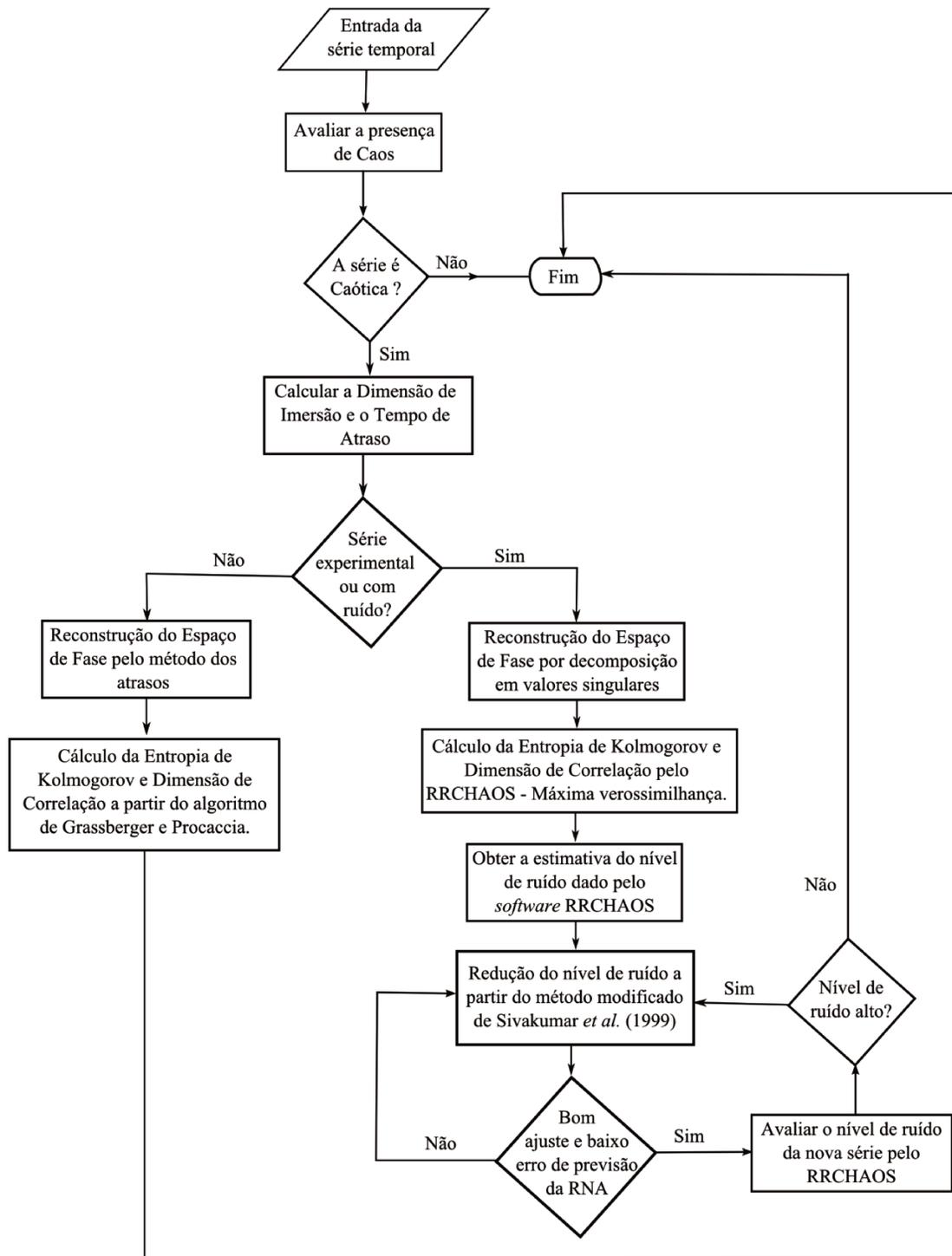


Figura 3.4 - Diagrama de bloco da metodologia proposta.

Na Figura 3.4, avaliar a presença de caos, significa observar as características da série temporal e relacionar com as propriedades caóticas, como por exemplo, aperiodicidade, comportamento altamente não linear, bifurcações da solução e dependência das condições iniciais para séries provenientes de um conjunto de equações.

A Figura 3.5 apresenta o diagrama de blocos para reconstrução do atrator no espaço de fase a partir do método dos atrasos.

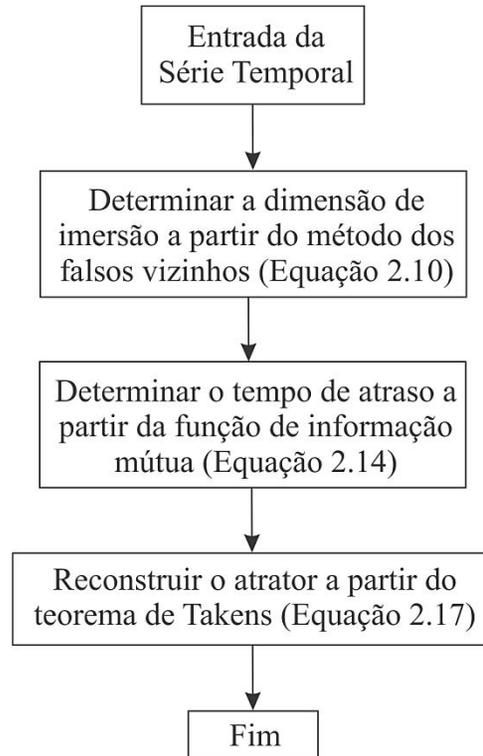


Figura 3.5 - Diagrama de bloco para reconstrução a partir do método dos atrasos.

O primeiro passo é calcular a dimensão de imersão, a partir do algoritmo dos falsos vizinhos (Equação 2.10), sendo necessário informar a dimensão de imersão máxima para o cálculo e o tempo de amostragem da série temporal. Para o cálculo do tempo de atraso (Equação 2.14) é necessário apenas definir o intervalo de varredura do primeiro mínimo. Para reconstrução dos atratores a partir do método dos atrasos são necessários o tempo de atraso e a dimensão de imersão obtida anteriormente aplicado ao teorema de Takens (Equação 2.17).

A Figura 3.6 apresenta as etapas para reconstrução do atrator no espaço de fase a partir da decomposição em valores singulares.

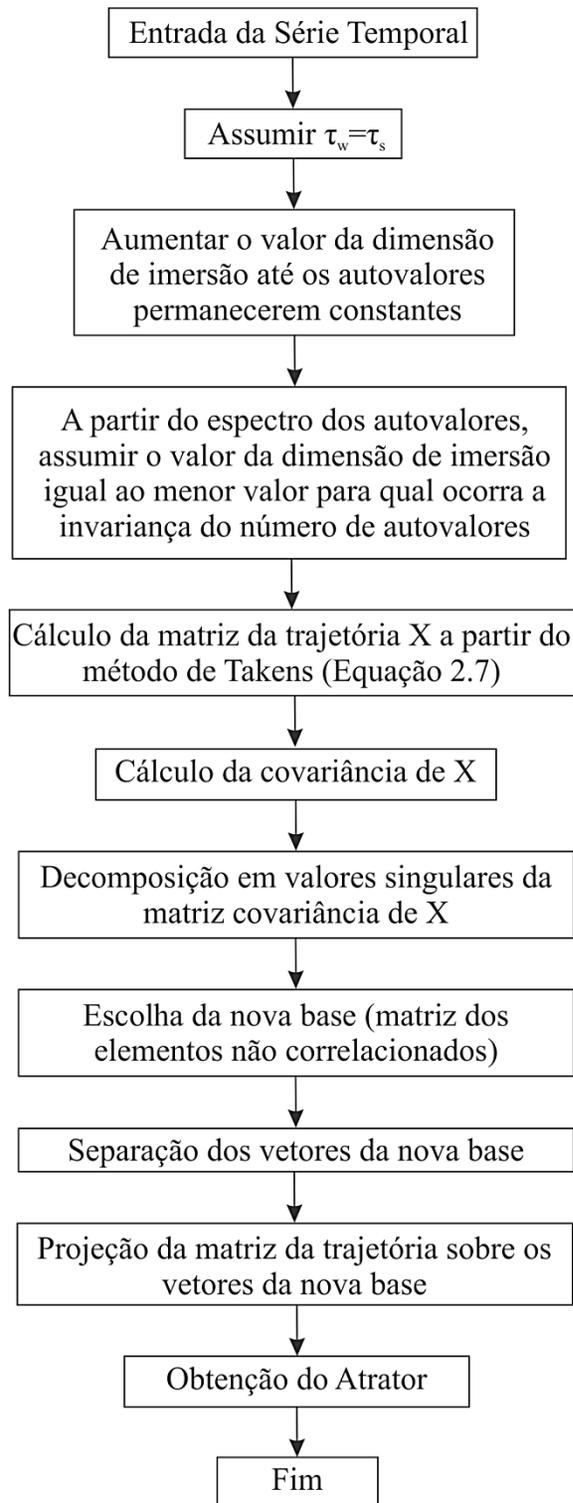


Figura 3.6 - Diagrama de bloco para reconstrução aplicando SVD.

A reconstrução dos atratores a partir do método de decomposição em valores singulares requer a dimensão de imersão e o comprimento da janela do tempo, em que, na maioria dos casos, esse comprimento de tempo (τ_w) pode ser igualado ao tempo de amostragem (τ_s) da série.

O cálculo da dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov a partir do algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b), (Equação 2.19 e 2.34 respectivamente) os dados de entrada necessários são o tempo de amostragem, tempo de atraso e dimensão de imersão.

A dimensão de correlação a partir do algoritmo proposto por Schouten *et al.* (1994a) e a estimativa do nível de ruído pode ser obtido diretamente do *software* RRChaos. Para o cálculo da entropia de Kolmogorov, utilizando o método de Schouten *et al.* (1994b) (Equação 2.39) é necessário fornecer o valor da dimensão de imersão e o do tempo de amostragem.

Para o cálculo da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação, para ambos os algoritmos, utiliza-se o comprimento de corte (ε_0) ou a máxima distância. Inicialmente calcula-se a dimensão do desvio absoluto médio (Δ) que será usado como o comprimento de corte (ε_0) ou distância máxima. Apenas os pares de pontos que estão dentro desta distância máxima de dimensionamento (ε_0) são levados em consideração e a integral correlação não é calculada para grandes distâncias acima ε_0 . O desvio médio absoluto é expresso como:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| \quad (3.1)$$

Em que a expressão $|x_i - \bar{x}|$ representa a flutuação do sinal. O desvio médio absoluto possui a mesma unidade da série temporal e pode ser comparado diretamente com a norma máxima entre dois pontos do atrator. Geralmente a norma máxima é preferida sobre a norma euclidiana, pois o seu cálculo computacional é mais rápido, além da distância entre os vetores independerem de m (a distância euclidiana entre dois vetores sempre aumenta com o aumento da dimensão do espaço das fases, m). Usando a norma máxima é possível comparar diretamente as integrais de correlação para diferentes dimensões do espaço de

fases, ou seja, para o mesmo valor absoluto de escalas. A norma máxima foi usada como padrão de distância para o espaço de fase neste trabalho.

Em relação ao número de pontos, a partir do fato que a teoria de reconstrução do atrator é baseada em uma série temporal de comprimento infinito, a escolha do número de pontos dependerá da precisão de obtenção da dimensão de correlação e da entropia de Kolmogorov. Então, o número de pontos utilizados na análise irá determinar a precisão da integral correlação (Equação 2.18) e a distribuição cumulativa de probabilidade $C(b)$ (Equação 2.36). Schouten *et al.* (1994a) estabelece números da ordem de $10^4 - 10^5$ pontos. Neste trabalho, foram estudadas séries experimentais e simuladas com 30.000 e 35.000 pontos, respectivamente.

Essencialmente, este trabalho faz um estudo dos algoritmos para o cálculo dos invariantes caóticos, analisando a diferença e o impacto dos resultados finais quando se dispõe de uma série experimental. Os resultados obtidos, atratores, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov, foram comparados com o *software* RRChaos utilizando séries simuladas e experimentais. Da mesma forma, os resultados obtidos para o método proposto para redução e identificação de ruído, também têm seus valores comparados com o *software* RRChaos.

Para o procedimento de redução de ruído proposto, modificado a partir do método de Sivakumar *et al.* (1999b), tem-se as seguintes etapas:

1. Estimar o nível de ruído na série temporal usando o método de Shouten *et al.* (1994a). Este nível será usado como estimativa inicial do nível de ruído.
2. Aplicar o método de redução de ruído de Schreiber (1993) com tamanhos de vizinhanças diferentes e diferentes números de iterações.
3. Determinar as combinações de tamanhos da vizinhança e números de iterações que removem exatamente o nível de ruído inicial estimado no passo 1.
4. Usar o critério de Foesse e Hagan (1997) na série contendo ruído para decidir a melhor topologia da rede neuronal (essa topologia vai ser referência para previsão das séries com ruídos já reduzidos).

5. Treinar a RNA usando o algoritmo de *Levenberg-Marquardt* com regularização bayesiana. O próprio treinamento elimina parâmetros em excesso e mostra o número efetivo de neurônios utilizado pela rede neuronal.
6. Determinar a precisão da previsão dos diferentes conjuntos de dados de ruído reduzidos com as combinações das vizinhanças e iterações obtidas no passo 3.
7. Selecionar a combinação de tamanho da vizinhança e números de iterações que produz a melhor previsão e precisão.
8. Repetir os passos 2, 3 e 6 pra remover o ruído superior a outros níveis do estimado no passo 1 e verificar se a previsão possui maior acurácia.
9. Selecionar o nível de ruído, a partir do passo 7, que produz a melhor precisão de previsão. Este nível de ruído pode ser considerado como nível de ruído provável dos dados.

Por ser uma série temporal, em que apenas os dados de entrada são fornecidos, o modelo de rede neuronal escolhido para a predição foi do tipo NAR – *nonlinear autoregressive*, esse tipo de rede possibilita uma relação entre as saídas passadas e a saída prevista a partir de um vetor de atraso definido, isto é, esse modelo NAR possibilita a realimentação dos dados de entrada com as próprias saídas previstas. O algoritmo para o treinamento usado foi *Levenberg-Marquardt* com regularização *bayesiana*. O método para escolha da topologia da rede foi baseado no critério de Focesse e Hagan (1997). O desempenho da previsão da rede foi medido a partir da Soma dos Erros ao Quadrado (SSE – *Sum of Squared Errors*) e a medida do coeficiente de correlação.

Para validar o método de redução de ruído modificado de Sivakumar *et al.* (1999b) adicionou-se ruído artificial na solução do mapa de Hénon para, a seguir, ser aplicado sobre dados experimentais. Os dados gerados a partir da equação Hénon foram corrompidos com ruído aditivo, independente e uniformemente distribuído, delimitado em magnitude, com o máximo δX_{\max} igual a 0,10. Assim como no trabalho de Sivakumar *et al.* (1999b), no presente estudo, o nível de ruído também foi definido como a razão do desvio padrão do ruído gerado com o desvio padrão para solução de Hénon sem ruídos. O desvio padrão do ruído adicionado, mencionado acima, é igual a 0,06 e o desvio padrão da série livre de ruído da solução da equação de Hénon é igual a 0,76. Portanto, o nível de ruído adicionado

corresponde a 8%. Ainda no trabalho de Sivakumar *et al.* (1999b), é possível verificar o estudo para outros níveis de ruído, 4 e 16%. No presente trabalho, a validação foi feita com os dados de 8%, mas essa mesma abordagem poderia ser realizada com outros níveis de ruído.

Após a validação do método proposto com o estudo de dados ruidosos da equação de Hénon, substituindo uma abordagem de predição local por uma global, esse mesmo método foi aplicado em dados de concentração advindo de uma seção de um leito fluidizado circulante, visando obter o nível de ruído mais provável e, em seguida, refazer os cálculos dos invariantes caóticos.

Todos os códigos elaborados nesta dissertação, com exceção ao código para a rede neuronal, foram desenvolvidos a partir de conceitos do trabalho de Briongos e Soler (2005).

CAPÍTULO 4 — Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os resultados do código para reconstrução do atrator no espaço de fase, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov. O sistema de Lorenz e o mapa de Hénon servem como base para validar os resultados obtidos. Em seguida é realizada a validação do método de identificação e redução de ruído com o mapa de Hénon e por ultimo sua aplicação nas séries experimentais do LFC, em que os valores para dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov são recalculados e comparados com o software RRChaos.

4.1 Resultados dos invariantes caóticos obtidos a partir do software RRChaos

Nas seções que se seguem, são apresentados os resultados gerados pelo *software* RRChaos, como a dimensão de correlação, entropia de Kolmogorov e reconstrução dos atratores. Esses resultados servirão como referência para validar os códigos utilizados.

4.1.1 Resultados para dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov

O *software* RRChaos calcula a dimensão de correlação (D_{ML}) e a entropia de Kolmogorov (K_{ML}) utilizando conceitos de máxima verossimilhança, descritos nas seções 2.4.2 e 2.5.2. Para reconstrução dos atratores, o *software* utiliza o algoritmo de decomposição em valores singulares (seção 2.3.4).

A Tabela 4.1 apresenta os valores para dimensão de correlação (D_{ML}) e entropia de Kolmogorov (K_{ML}) para o sistema de Lorenz e para o mapa de Hénon sem a presença de ruído.

Tabela 4.1 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do RRChaos.

	Dimensão de correlação (D_{ML})	Entropia de Kolmogorov (K_{ML}) Bits/s
Sistema de Lorenz	2,069	2,478
Mapa de Hénon	1,219	0,317

O sistema de Lorenz e o mapa de Hénon foram escolhidos por possuírem uma ampla revisão sobre as suas características. Mais informações sobre o sistema de Lorenz e o mapa de Hénon podem ser encontradas, por exemplo, em Strogatz (1994) e Ferrara e Prado (1994). Os valores corretos para a dimensão de imersão para o sistema de Lorenz e para o mapa de Hénon são 2,06 e 1,21 respectivamente. Para a entropia de Kolmogorov os valores encontrados na literatura para o sistema de Lorenz é 2,48 Bits/s e para o mapa de Hénon 0,325 Bits/s. Observa-se que os valores calculados pelo RRChaos são próximos aos valores corretos, como era de se esperar, visto que, ambas as séries não possuem ruído.

A Tabela 4.2 apresenta os valores dos invariantes para as séries obtidas experimentalmente do LFC. Cada série possui 30 mil pontos, o erro utilizado para o cálculo dos invariantes foi de 1% e a dimensão de imersão (m) foi variada até 30.

Tabela 4.2 - Valores dos invariantes caóticos para as séries do LFC calculados a partir do RRChaos.

Séries LFC	Dimensão de correlação (D_{ML})	Entropia de Kolmogorov (K_{ML}) Bits/s
$r/R = 0$	7,790	51,390
$r/R = 0,25$	9,100	49,310
$r/R = 0,50$	9,120	49,500
$r/R = 0,75$	7,570	45,970
$r/R = 1$	7,000	27,200

As condições experimentais do conjunto de dados advindo de uma seção de *riser* do LFC obtidos por Castilho (2011) foram: altura axial, $Z = 0,79$ m, velocidade superficial de gás (ar ambiente), $u_0 = 1,05$ m/s e fluxo de sólidos (FCC), $G_s = 0,208$ kg/m²s.

Os valores da Tabela 4.2 para a dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov corroboram com os valores obtidos por Castilho (2011) que utilizou o mesmo método. De acordo com Ji *et al.*(2000), a variação radial da dimensão de correlação e de entropia de

Kolmogorov resultantes de flutuações de concentração de sólidos local correspondem à estrutura centro-anular (“*core-annulus*”) do escoamento. Na região anular, o movimento das partículas é reprimido por causa de uma alta concentração de sólidos, resultando em baixas D_{ML} e K_{ML} . De acordo com Manyele *et al.* (2006), o fato de que K_{ML} é baixo perto da parede ($r/R = 1$) também pode ser explicado com base na influência dos *clusters* na variação temporal de concentração de sólidos. As fases diluída e densa predominada por *clusters* levam a diferentes estruturas espaciais do atrator. A fase diluída leva a separações mais curtas entre dois pontos no atrator em comparação com a fase de *cluster*. Como a mobilidade da fase de *clusters* é baixa devido à inércia elevada, o tempo de cruzamento entre pontos é baixo, e, portanto, resultando em valores mais baixos de K_{ML} (Castilho, 2011).

4.1.2 Reconstrução dos atratores para sistema de Lorenz, mapa de Hénon e séries do LFC com o RRChaos

A Figura 4.1 apresenta os atratores para o sistema de Lorenz (Figura 4.1a) e o mapa de Hénon (Figura 4.1b).

O mapa de Hénon gerado pelo RRChaos difere do encontrado na literatura pois o RRChaos apresenta os seus atratores de forma apenas contínua, isto é, não tem representação na forma discreta, que neste caso, seria a forma correta de apresentação.

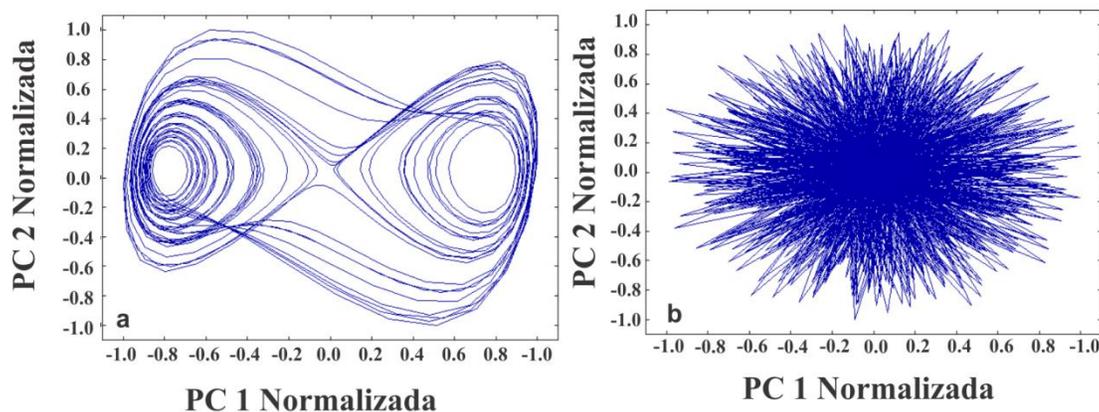


Figura 4.1 - Reconstrução dos atratores a partir do RRChaos para (a) sistema de Lorenz e (b) mapa de Hénon.

A Figura 4.2 apresenta os atratores para as séries do LFC calculado a partir do RRChaos.

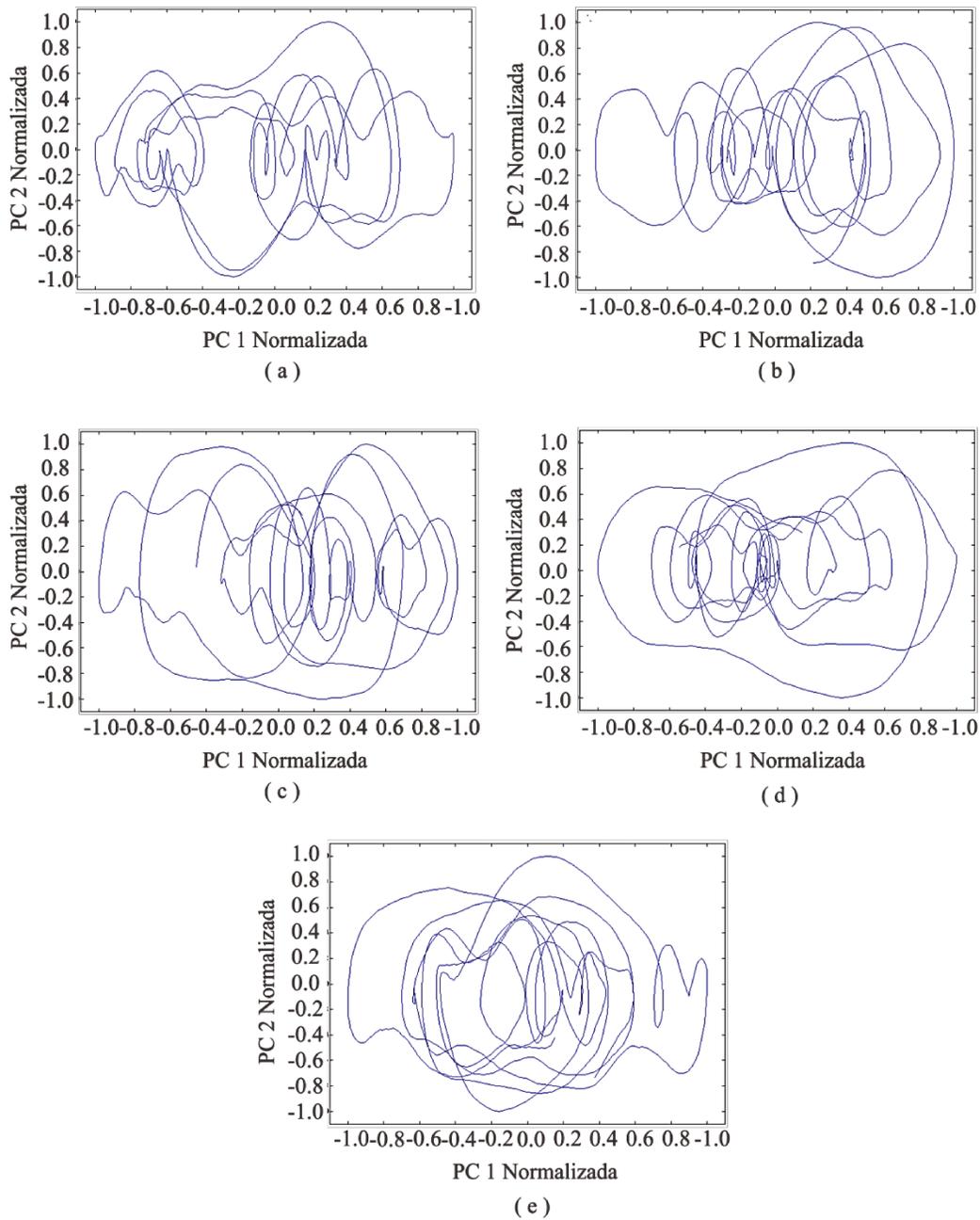


Figura 4.2 - Reconstrução dos atratores a partir do programa RRChaos: (a) $r/R = 1$ (parede do *riser*), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do *riser*).

Nas seções seguintes são apresentados os resultados obtidos com o código elaborado para o sistema de Lorenz, mapa de Hénon e séries do LFC. Serão apresentados também

uma análise dos resultados obtidos realizando sempre comparações com os resultados do RRChaos.

4.2 Resultados dos invariantes caóticos obtidos a partir do código elaborado na presente dissertação

4.2.1 Resultados para dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov a partir do algoritmo Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b)

A Tabela 4.3 apresentam os resultados para dimensão de correlação (D_2) e entropia de Kolmogorov (K_2) para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon, sem ruído, a partir do algoritmo proposto por Grasberger e Procaccia (1983a, 1983b).

Tabela 4.3 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do algoritmo Grasberger e Procaccia (1983a, 1983b).

	Dimensão de correlação D_2	Entropia de Kolmogorov K_2 (Bits/s)
Sistema de Lorenz	2,072	2,520
Mapa de Hénon	1,214	0,339

Observa-se, da Tabela 4.3, que os resultados obtidos são próximos aos da Tabela 4.1 como era de se esperar, pois sendo as séries livres de ruídos, os resultados finais para os dois algoritmos — Grasberger e Procaccia (1983a, 1983b) e Schouten *et al.* (1994a, 1994b) para os resultados gerados pelo *software* RRChaos — necessariamente devem ser semelhantes.

A Tabela 4.4 apresenta os valores para D_2 e K_2 para as séries experimentais do LFC. Comparando os valores da Tabela 4.4 com os da Tabela 4.2, observa-se que não existe uma tendência semelhante aos dados calculado pelo RRChaos. Uma possível explicação para este fato reside na possível contaminação por ruído nas séries experimentais. O algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b) não faz distinção entre os componentes determinísticos e os componentes aleatórios, neste caso o ruído, em resultado

disto os valores para dimensão de correlação e a entropia de Kolmogorov apresentam-se de forma incorreta.

Tabela 4.4 - Valores dos invariantes caóticos para as séries do LFC calculados a partir do algoritmo Grasberger e Procaccia (1983a, 1983b).

Séries LFC	Dimensão de correlação (D_2)	Entropia de Kolmogorov (K_2) Bits/s
$r/R = 0$	2,637	2,004
$r/R = 0,25$	2,792	1,950
$r/R = 0,50$	2,617	1,882
$r/R = 0,75$	2,556	1,712
$r/R = 1$	3,388	4,043

4.2.2 Resultados para entropia de Kolmogorov (K_{ML}') para o código o algoritmo proposto por Schouten *et al.* (1994b)

Para diferencia a entropia de Kolmogorov gerada pelo RRChaos (K_{ML}) aqui utiliza-se da notação K_{ML}' para o resultado obtido a partir da Equação (2.39).

A Tabela 4.5 apresenta os valores obtidos da entropia de Kolmogorov (K_{ML}') para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon. Para o cálculo utilizando, utilizou-se o mesmo valor da dimensão de imersão do RRChaos, isto é, $m = 30$.

Tabela 4.5 - Valor da entropia de Kolmogorov para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir da Equação (2.39).

	Entropia de Kolmogorov K_{ML}' (Bits/s)
Sistema de Lorenz	2,488
Mapa de Hénon	0,317

Observa-se que os valores para entropia de Kolmogorov (K_{ML}') possuem praticamente os mesmos valores em comparação a Tabela 4.1. O algoritmo desenvolvido por Schouten *et al.* (1994b), o qual emprega conceitos de máxima verossimilhança, mostra-se eficiente para pequenos níveis de ruído, naturalmente, os valores da Tabela 4.5, necessariamente, devem ser iguais ou próximos aos valores da Tabela 4.1, visto que trata-se de séries sem ruído.

4.2.3 Resultados para reconstrução dos atratores utilizando o método dos atrasos (MOD) e decomposição em valores singulares (SVD) aplicado no sistema de Lorenz e no mapa de Hénon

A Figura 4.3 (a) mostra o atrator de Lorenz gerado pela solução (Runge-kutta de quarta ordem) das Eqs. 2.1, 2.2 e 2.3. Utilizou-se 30 mil pontos com $\sigma = 16,0$, $r = 45,92$ e $b = 4,0$.

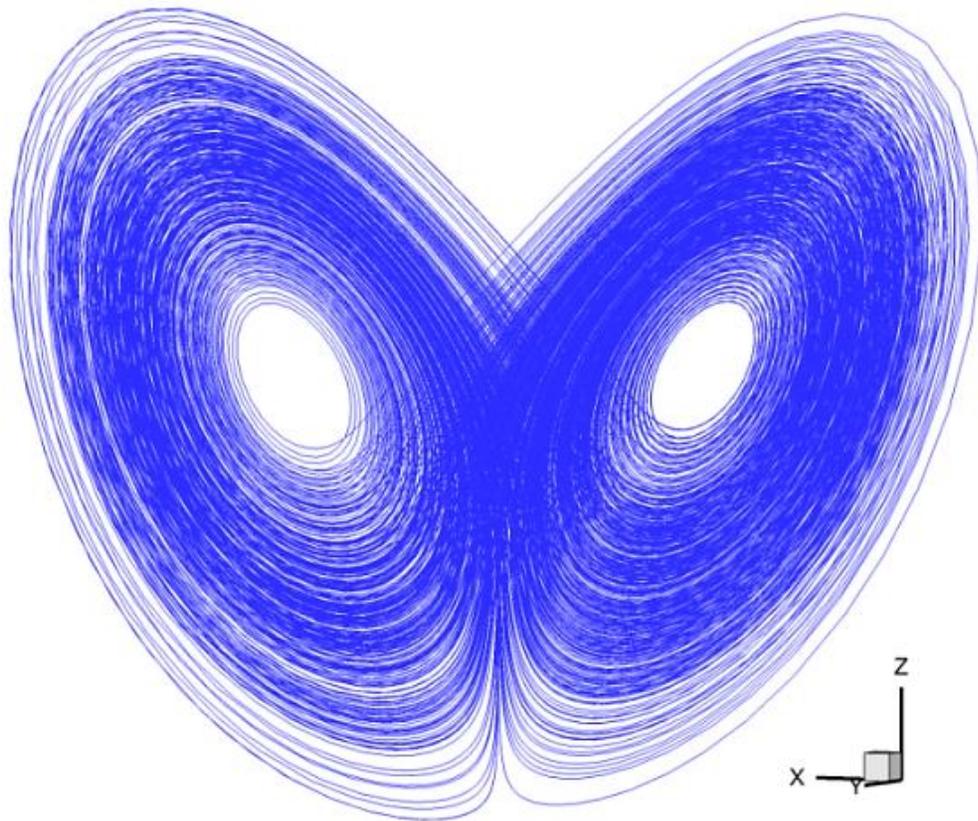


Figura 4.3 - Solução do sistema de Lorenz com $\sigma = 16,0$, $r = 45,92$ e $b = 4,0$.

A reconstrução do atrator pode ser comparada com métodos dos atrasos (MOD) e decomposição em valores singulares (SVD), Figura 4.4 (a) e (b), respectivamente.

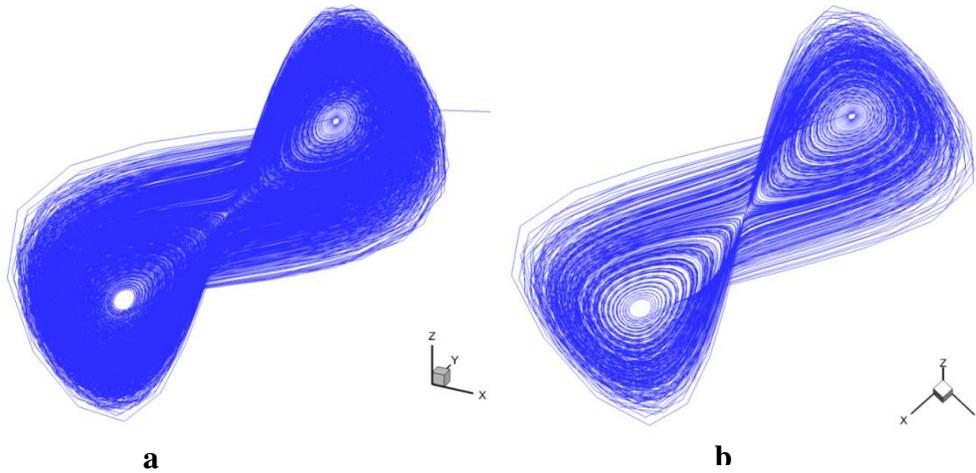


Figura 4.4 - (a) Reconstrução por MOD e (b) Reconstrução por SVD.

Para comparar dois sistemas dinâmicos, isto é, comparar se dois sistemas têm os mesmos comportamentos é necessário estudar a topologia do atrator imerso no espaço de fase. Trabalhos como Broomhead e King (1986) e Oliveira (2011) estabelecem como isso pode ser feito. De forma resumida, pode-se considerar que a solução do sistema de Lorenz e os atratores reconstruídos formam um difeomorfismo (transformações diferenciáveis de um espaço em si mesmo) que garante a representatividade da dinâmica do sistema mesmo sem todas as informações (os atratores foram reconstruídos utilizando apenas a componente X). Outro ponto para validar os algoritmos é a ausência de singularidade nos atratores reconstruídos, isto é, zeros ou pontos de repouso que possam servir de modelo de início do movimento caótico.

Outra forma de representação de sistemas dinâmicos são os mapas. Os mapas apresentam a evolução de forma discreta, que pode ser representada por equações de diferenças como o sistema de Equações 2.72, por exemplo. Mesmo no sistema de Lorenz, um fluxo contínuo no espaço de fase, é possível gerar mapas. Isso é possível a partir das seções de Poincaré, que representa a intersecção de uma trajetória, em um espaço de fase tridimensional, com um determinado plano.

$$\begin{cases} X_{n+1} = 1 - aX_n^2 + Y_n \\ Y_{n+1} = bX_n \end{cases} \quad (2.72)$$

A Figura 4.5(a) mostra solução do mapa de Hénon (Eq. 2.72) com as constantes $a = 1,4$ e $b = 0,3$ e 30000 iterações. Uma propriedade interessante desse mapa é revelada ao

aumentarmos qualquer uma das linhas de ponto que o compõe. As linhas mostradas na Figura 4.5(b) são compostas por diversas outras linhas. Essas linhas menores, se aumentadas também, revelam outras novas linhas e assim sucessivamente.

A Figura 4.6 apresenta a reconstrução dos atratores com o método dos atrasos (Figura 4.6a) e decomposição em valores singulares (Figura 4.6b). Qualitativamente, observa-se que os códigos foram capazes de reproduzir o mapa original de Hénon (Figura 4.5a), e, portanto, validando toda a sua estrutura para ambos os métodos de reconstrução. Observa-se a diferença do mapa de Hénon (Figura 4.5a) em relação à Figura 4.1(b), em que se obtém um mapa discreto necessário para reconstrução do mesmo.

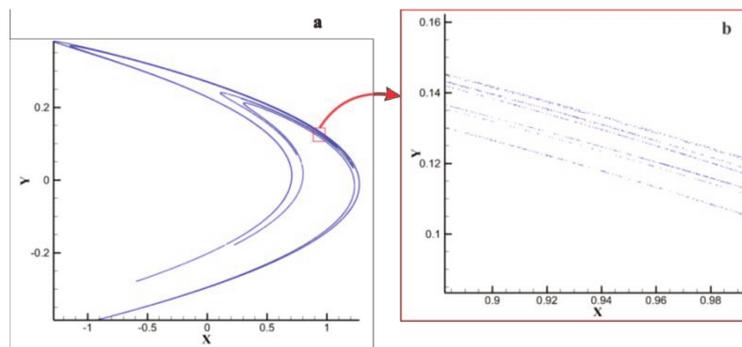


Figura 4.5 - (a) Solução do mapa de Hénon, (b) Ampliação do mapa de Hénon.

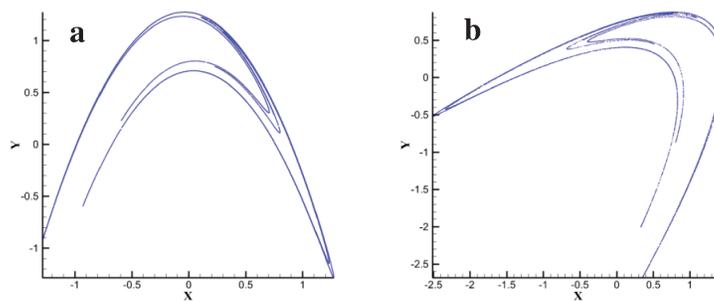


Figura 4.6 - (a) Reconstrução do mapa de Hénon por MOD e (b) por SVD.

A ideia principal da reconstrução é apresentar a dinâmica de um sistema com apenas algumas informações. No caso dos modelos estudados, como o sistema de Lorenz e o mapa de Hénon, foi possível demonstrar que, com apenas uma das soluções obtidas, o atrator pode ser reconstruído com as mesmas propriedades topológicas do atrator original (pela relação de equivalência). Segue-se, portanto, que a classificação da solução para equações

diferenciais em tipos qualitativamente distintos, pode ser feita com base em sua equivalência topológica ou diferenciável, sendo assim, membros da mesma classe de equivalência terão a mesma dinâmica qualitativa.

4.2.4 Resultados para reconstrução dos atratores para as séries experimentais do LFC utilizando MOD e SVD

Na Figura 4.7 apresentam-se os espectros de potência para as séries temporais da Figura 3.3.

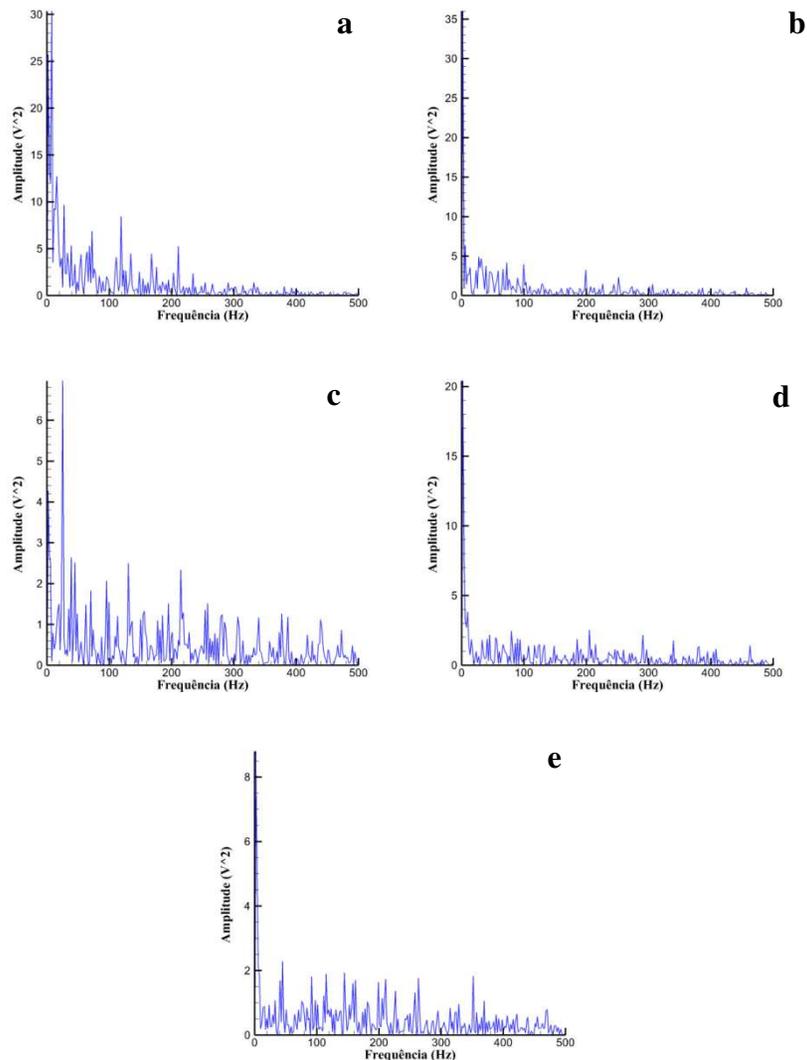


Figura 4.7 - Espectro de potência para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).

Além da análise de caos, os sinais podem ser avaliados por análise espectral, envolvendo o domínio da frequência ou Fourier; e pela análise estatística, por meio do domínio do tempo. O uso da análise espectral em engenharia de fluidização tem como principal objetivo encontrar uma relação entre a densidade espectral de potência das flutuações de concentração (frequência dominante) com o regime de fluidização. Da Figura 4.7, nota-se que os resultados obtidos indicam que a maioria dos espectros de potência não apresentou uma só frequência dominante. Esses resultados corroboram com a análise feita por Ferrara e Prado (1994), tendo em vista que os espectros são advindos de um sinal multiperifódico com um número grande de frequências independentes (deve-se tomar cuidado para não confundir uma série com muitos períodos com uma série caótica).

Para reconstruir os atratores a partir das séries temporais (Figura 3.3) a partir do método dos atrasos (MOD), é necessário determinar o tempo de atraso e a dimensão mínima de imersão. Esses parâmetros também foram calculados para a reconstrução do atrator de Lorenz (Figura 4.3). A Figura 4.8 apresenta o resultado obtido a partir do algoritmo da informação mútua para o sistema de Lorenz. Observa-se que o gráfico apresenta o primeiro mínimo para um tempo de atraso igual a 4 (em unidade de tempo). Para esse sistema a mínima dimensão de imersão foi igual a 2, resultado obtido a partir do algoritmo dos falsos vizinhos. Ambos os resultados foram iguais aos resultados de Strogatz (1994) para o sistema de Lorenz.

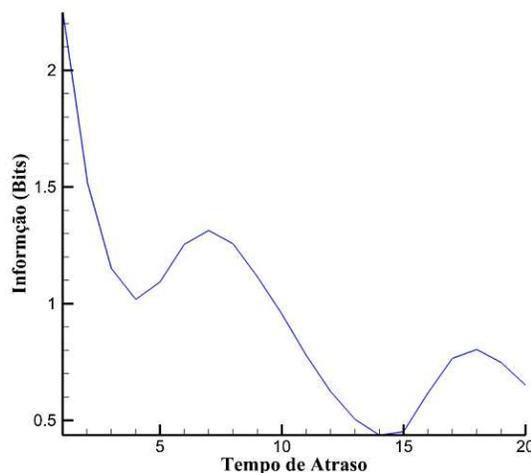


Figura 4.8 - Função da informação mútua para o sistema de Lorenz.

A Figura 4.9(a) apresenta o resultado obtido para a série temporal $r/R = 1$. Observa-se que o resultado do primeiro e único mínimo é igual a 186 (em unidade de tempo). A Figura 4.9(b) apresenta uma aproximação da parte do primeiro mínimo.

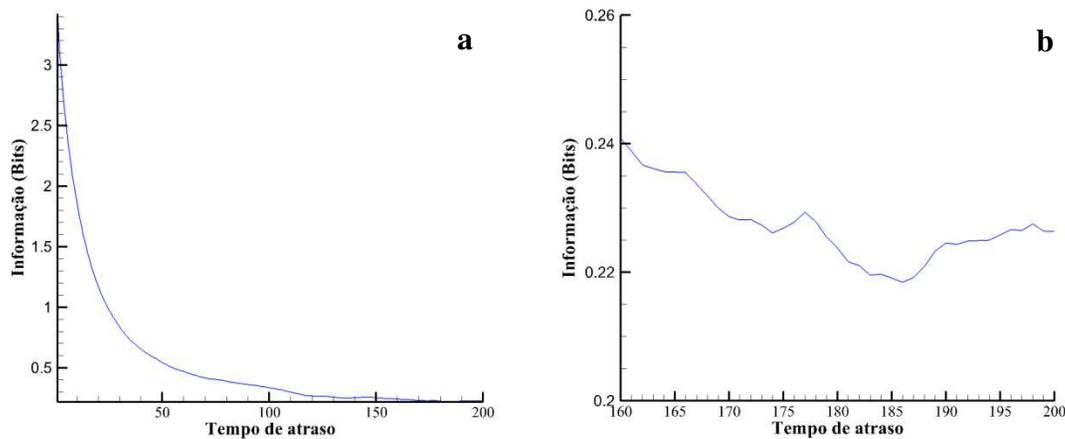


Figura 4.9 - (a) Função da informação mútua para a série $r/R = 1$; (b) aproximação da área do primeiro mínimo para $r/R = 1$.

De acordo com Frank *et al.* (1990), que estabelece que o critério para se ter uma boa estimativa para a dimensão de imersão é a condição de baixa dimensionalidade, em que dimensões muito altas são um indicativo de presença de ruído na série temporal. Observa-se que o resultado obtido, $m = 186$, para a reconstrução do atrator das séries experimentais, provavelmente não trará uma boa representação da dinâmica. A Figura 4.10 apresenta a reconstrução do atrator a partir do método dos atrasos. Esses resultados são projeções, pois é impossível representar em um espaço 186-dimensional (por sinal, o objetivo da reconstrução é adequar à representação de toda dinâmica do processo em um espaço limitado euclidiano). Nota-se que é muito difícil interpretar e diferenciar um atrator do outro por esse método de reconstrução. As Figuras 4.11 (a) $r/R = 1$ (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$ e (d) $r/R = 0,25$ são praticamente iguais. No Apêndice A apresentam-se as reconstruções por MOD em 3D.

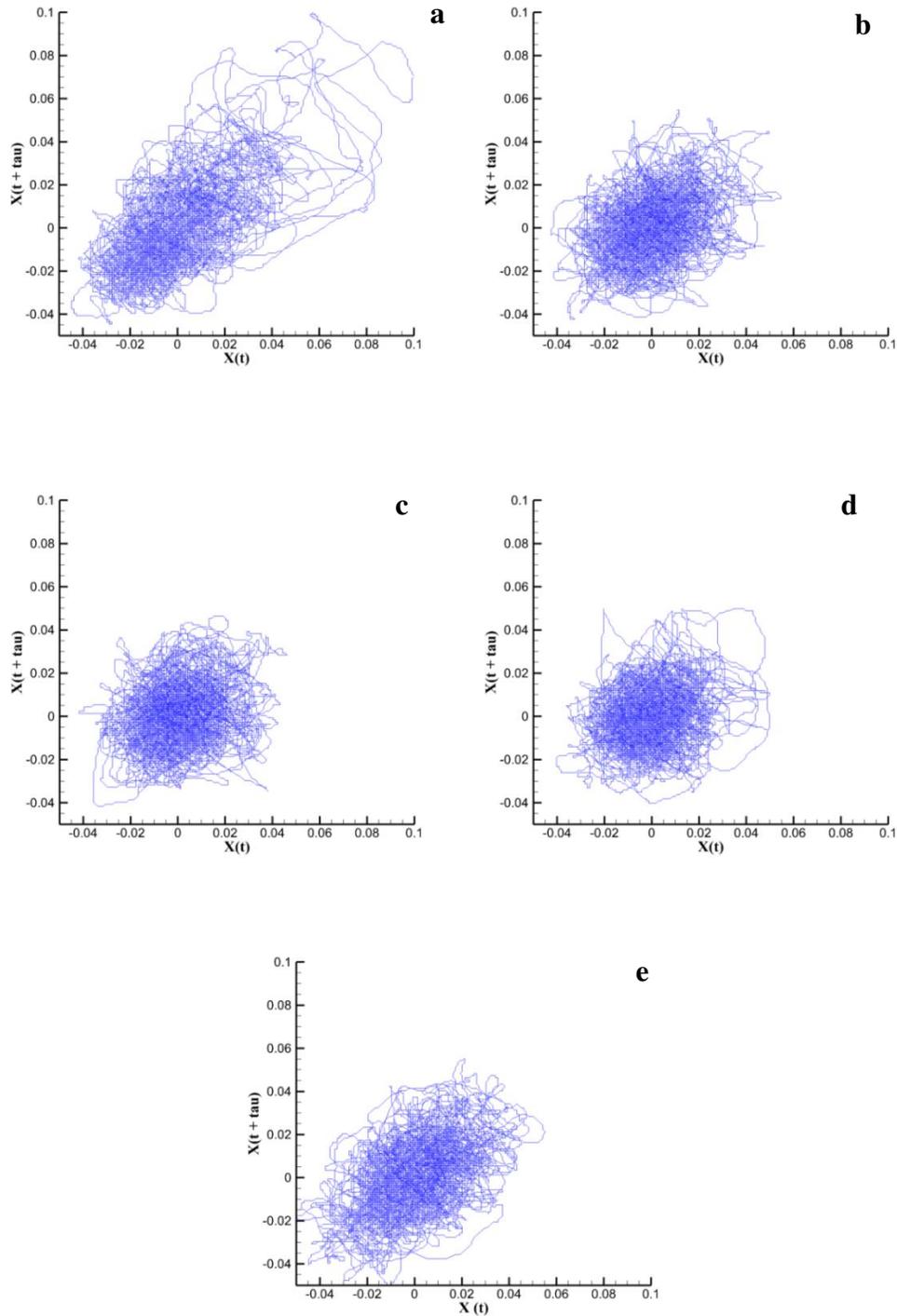


Figura 4.10 - Reconstrução dos atratores a partir do método dos atrasos (MOD) para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do *riser*), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do *riser*).

O método da defasagem (MOD) para reconstrução do espaço de estados é eficiente quando uma série temporal livre de ruídos é considerada. Na presença de ruído, os atratores

podem ficar distorcidos ou alinhados em posições de difícil visualização. Isso ocorre porque os métodos para a determinação do tempo de defasagem são sensíveis ao ruído e a defasagem encontrada pode não ser a ideal.

O método aplicando SVD foi estudado para buscar-se uma melhor representação. Para o tempo de atraso, τ é igual ao tempo de amostragem $\tau_s = 0,001s$ (para uma frequência de 1000 Hz) o que implica, segundo van der Bleek e Schouten (1993), em um tamanho de janela τ_w igual a τ_s . Desse modo, o passo para a reconstrução dos atratores no algoritmo usando SVD foi de $\rho = 1$. Com τ_w fixo, a escolha de p que fornece uma boa reconstrução do espaço de fase, segundo Bromhead e King (1986), é a quantidade de autovalores não nulos acima do patamar de ruído no espectro singular. A Figura 4.11(a) apresenta o espectro para a série temporal $r/R = 1$.

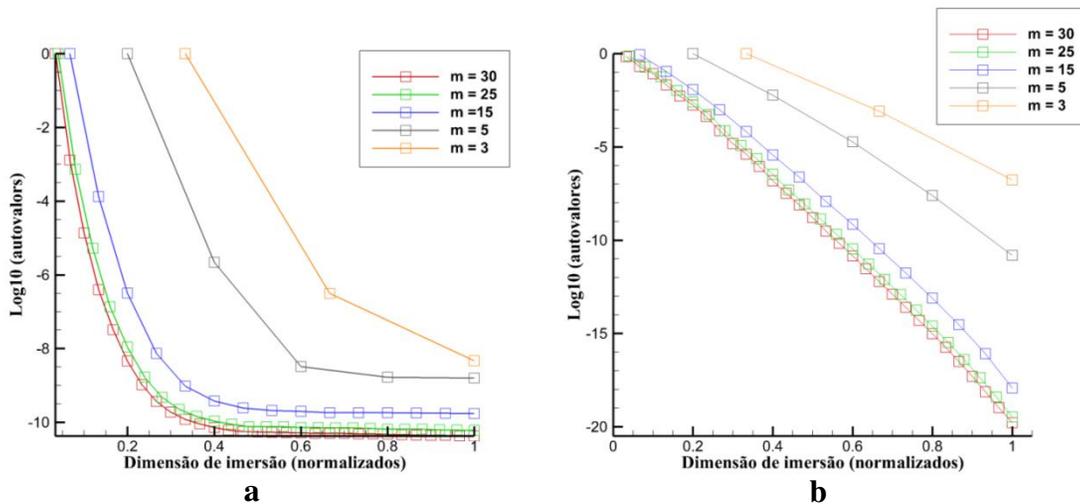


Figura 4.11 - (a) Espectro singular para a série $r/R = 1$; (b) espectro singular para o sistema de Lorenz.

Observa-se da Figura 4.11(b) a inexistência do patamar que indica a presença de ruídos na série, como era de se esperar para a componente X do sistema de Lorenz. O mesmo não é observado para a série temporal em $r/R = 1$. A Figura 4.12 apresenta os resultados obtidos por meio da reconstrução por decomposição em valores singulares.

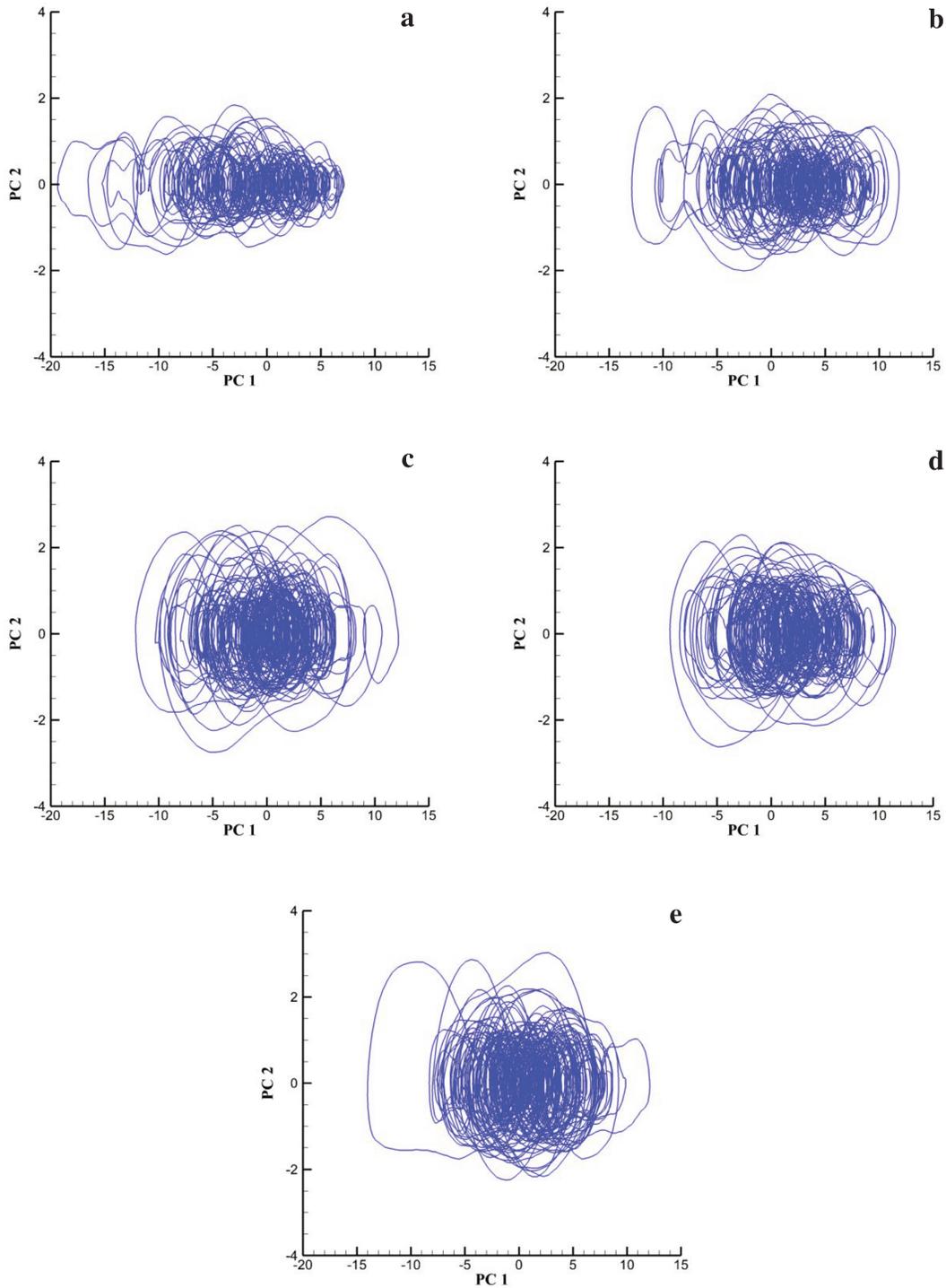


Figura 4.12 - Reconstrução dos atratores a partir do método por decomposição em valores singulares para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do *riser*), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do *riser*).

Tudo indica (a falha na representação a partir do método dos atrasos e o elevado valor para dimensão de imersão) que as séries temporais estudadas contêm ruídos, de acordo com o espectro singular, para uma representação adequada da dinâmica do sistema para o ponto em questão, a dimensão deve ser superior a um valor 10-dimensional. Como mencionado, os resultados da Figura 4.12 são projeções em duas dimensões da matriz de trajetórias obtidas. No Apêndice A é possível observar tal reconstrução em 3D.

Note-se a diferença em relação à Figura 4.10, atratores mais suaves são obtidos, possibilitando uma análise qualitativa mais fácil. Esse resultado, assim como o espectro, comprova a eficácia do algoritmo elaborado para reconstrução de séries caóticas experimentais, por meio do método por decomposição em valores singulares.

A partir da Figura 4.12, movendo-se da região central Figura 4.12(e) para a região próxima à parede (Figura 4.12a), o atrator tende a ser verticalmente mais compactado. Tal comportamento, segundo Castilho (2011), é devido à concentração de particulados ser menor no centro do *riser*, aumentando em direção à parede do equipamento, corroborando a estrutura centro anular de concentração de partículas, usualmente encontrada nesse tipo de contato gás-partícula. É importante ressaltar que Hartge (2009), utilizando-se a técnica da fluidodinâmica computacional aplicado no *riser* de um LFC, constatou resultado semelhante, ou seja, junto à parede do *riser* a concentração de sólido é alta, encontrando-se o menor valor para a velocidade da fase particulada nesta região. Com tais condições de concentração e velocidade da fase particulada, possibilita-se a formação de *clusters* (formação de aglomerados de partículas), acarretando distribuição não uniforme da fase particulada no interior do *riser* e, conseqüentemente, prejudicando a eficiência do LFC. Manyele *et al.* (2006) corroboram tal observação, vez que empregaram a técnica da análise de caos em um *riser*, no qual as configurações ideais (fluxo de sólidos e velocidade superficial do gás) para a determinação dos parâmetros que evidenciam a formação de *clusters* foram estabelecidas.

Comparando os atratores reconstruídos entre o *software* RRChaos (Figura 4.2) com o calculado, nota-se que os atratores obtidos pelo programa RRChaos, *a priori*, diferem dos atratores obtidos neste trabalho (Figura 4.12). Os atratores da Figura 4.12 possuem 15000 pontos e o RRChaos possui uma limitação de 1000 pontos para reconstrução. Como pode ser observado, o número de pontos para a reconstrução é um fator determinante para

interpretação da dinâmica, pois a partir da Figura 4.2, diante da falta de informação, pouco se pode relacionar com as características do processo. Uma comparação é feita com os atratores calculados a partir do método SVD, porém com 1000 pontos apenas (Figura 4.13).

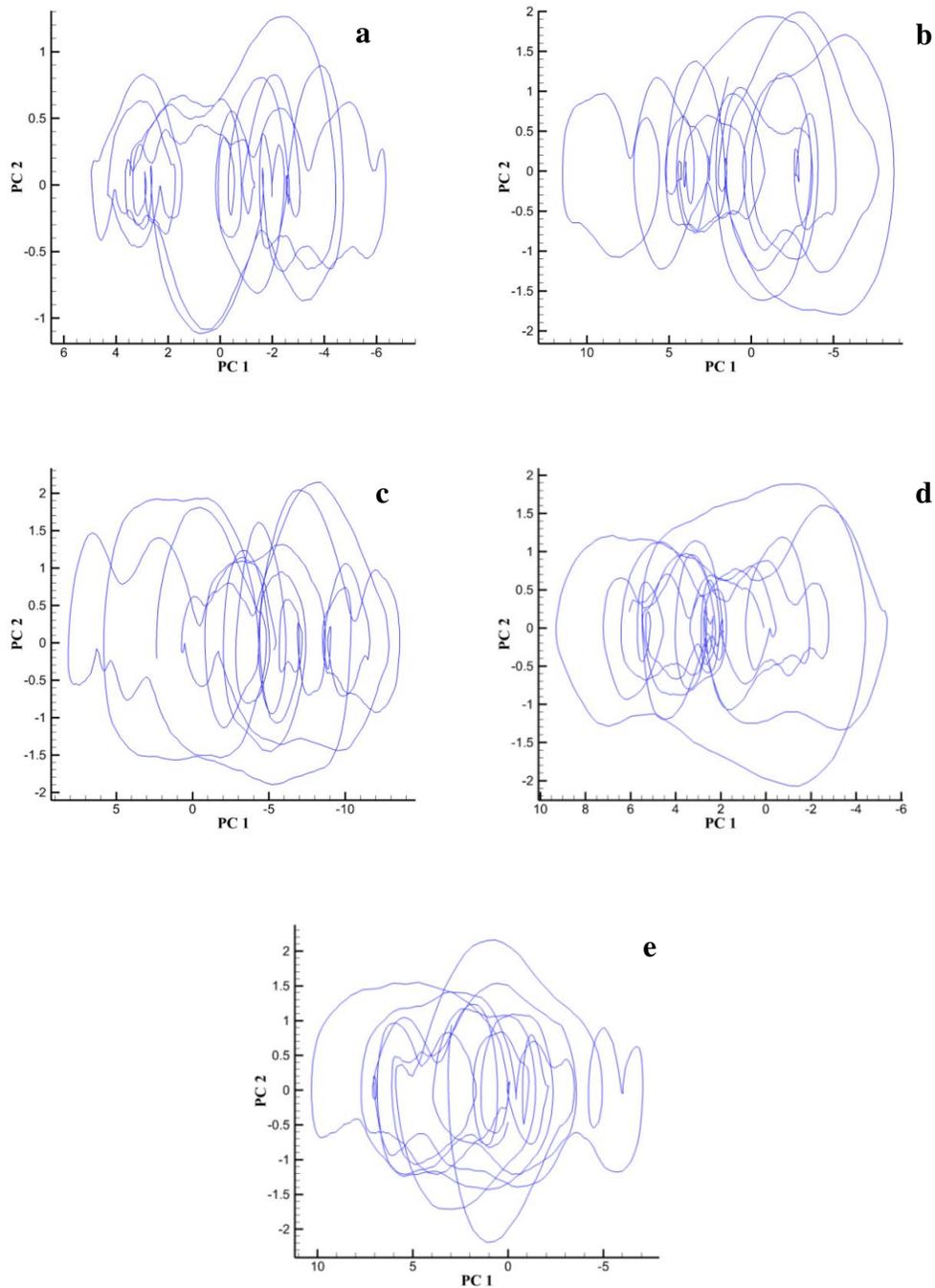


Figura 4.13 - Reconstrução dos atratores aplicando o método SVD com 1000 pontos: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).

Observa-se que os atratores mostrados na Figura 4.13 são idênticos aos apresentados na Figura 4.2. Pode-se concluir que, para séries advindas de simulações computacionais, sem a presença de ruídos, ambos os métodos de reconstrução mostraram-se eficientes. Em se tratando de séries experimentais, em que existe uma alta probabilidade de contaminação por ruídos, é aconselhado o uso do algoritmo que aplica o método por decomposição em valores singulares na matriz de trajetória do teorema de Takens.

4.3 Análise dos resultados dos invariantes caóticos com adição de ruído

Nesta seção apresenta-se a problemática do efeito do ruído sobre o cálculo dos invariantes caóticos. A Tabela 4.6 apresenta os resultados do *software* RRChaos para a dimensão de correlação (D_{ML}) e entropia de Kolmogorov (K_{ML}) para o sistema de Lorenz e o mapa de Hénon utilizando os conceitos de máxima verossimilhança com adição de 7,7% de ruído gaussiano. A escolha do nível de ruído adicionado segue o trabalho de Schouten *et al.* (1994a).

Tabela 4.6 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do RRChaos com 7,7% de ruído gaussiano adicionado.

	Dimensão de correlação (D_{ML})	Entropia de Kolmogorov (K_{ML}) Bits/s
Sistema de Lorenz	2,220	2,590
Mapa de Hénon	1,360	0,487

Em comparação com a Tabela 4.1, observar-se que os valores dos invariantes gerados pelo RRChaos são superestimados com ruído adicionado. Contudo, como observado no trabalho de Schouten *et al.* (1994a), o nível de ruído identificado pelo *software* RRChaos é apenas de 2,2%, isto é, o nível de ruído é subestimado.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados obtidos com a metodologia proposta por Graberger e Procaccia (1983a, 1983b) para a dimensão de correlação (D_2) e entropia de Kolmogorov (K_2) para o sistema de Lorenz e o mapa de Hénon com adição de 7,7% de ruído gaussiano.

Tabela 4.7 - Valores dos invariantes caóticos para o sistema de Lorenz e mapa de Hénon calculados a partir do algoritmo Graberger e Procaccia (1983a, 1983b) com 7,7% de ruído gaussiano adicionado.

	Dimensão de correlação D₂	Entropia de Kolmogorov K₂ (Bits/s)
Sistema de Lorenz	8,930	3,456
Mapa de Hénon	10,430	0,692

Nota-se da Tabela 4.7 que os valores para os invariantes são maiores em relação aos valores da Tabela 4.6, como era de se esperar, o algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b) considera que a série é livre de ruído e com infinitos pontos, recorrente do teorema de Takens (1981).

Como exposto nas seções 2.5.2 e 2.6.2 deste trabalho, o método da máxima verossimilhança considera que o nível de ruído é limitado em amplitude. Isso acarreta em maior precisão para o cálculo dos invariantes na presença de níveis baixos de ruídos. Schouten *et al.* (1994a) empregaram níveis de ruído de até 46,1%, obtendo valores ainda razoáveis para a dimensão de correlação (D_{ML}) aplicada ao sistema de Lorenz. Contudo, como a integral de correlação (Eq. 2.49) empregada na identificação do nível ruído tende a subestimar o nível de ruído e, conseqüentemente, mascara os valores dos invariantes, faz-se necessário corrigir esse nível para obter maior precisão para a dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov.

4.4 Validação do método de redução de ruído aplicado ao mapa de Hénon

Nesta seção, além de apresentar a validação das metodologias para redução de ruído e rede neuronal, são apresentados os valores obtidos para dimensão de correlação D_2 e entropia de Kolmogorov K_2 utilizando o algoritmo Grassberger e Procaccia (1993a, 1983b). Os valores para entropia de Kolmogorov (K_2) são comparados com os valores obtidos para entropia de Kolmogorov empregando-se conceitos de máxima verossimilhança (K_{ML}) proposto por Schouten *et al.* (1994b). As metodologias foram validadas utilizando o mapa de Hénon em que se calculam os invariantes caóticos com e sem a presença de ruído. Escolheu-se o mapa de Hénon, em vez do sistema de Lorenz, pois além de se encontrar

maior disponibilidade de dados na literatura, deseja-se validar o trabalho proposto por Sivakumar *et al.* (1999b) que também utilizam o mapa de Hénon em seus estudos.

Para o cálculo da dimensão de correlação utilizando os conceitos de máxima verossimilhança (D_{ML}), utilizou-se os valores obtidos a partir do *software* RRChaos. A integral de correlação (Eq. 2.49) é parte inerente da solução para a identificação e redução do nível de ruído descrito no método a seguir, em que, a proposta deste trabalho, é realizar uma otimização no valor gerado — para identificação do nível de ruído e, conseqüentemente, no valor obtido para dimensão de correlação (D_{ML}) — por esse *software* e não apenas repetir o código da maneira em que se encontra.

4.4.1 Adição de ruído no mapa de Hénon e análise dos efeitos nos invariantes caóticos

A Figura 4.14 mostra o efeito da adição de ruído no mapa de Hénon. A Figura 4.14 apresenta o mapa de Hénon com δX_{max} igual a 0,05, 0,10 e 0,20 (correspondendo a 4, 8 e 16% de ruído adicionado, respectivamente).

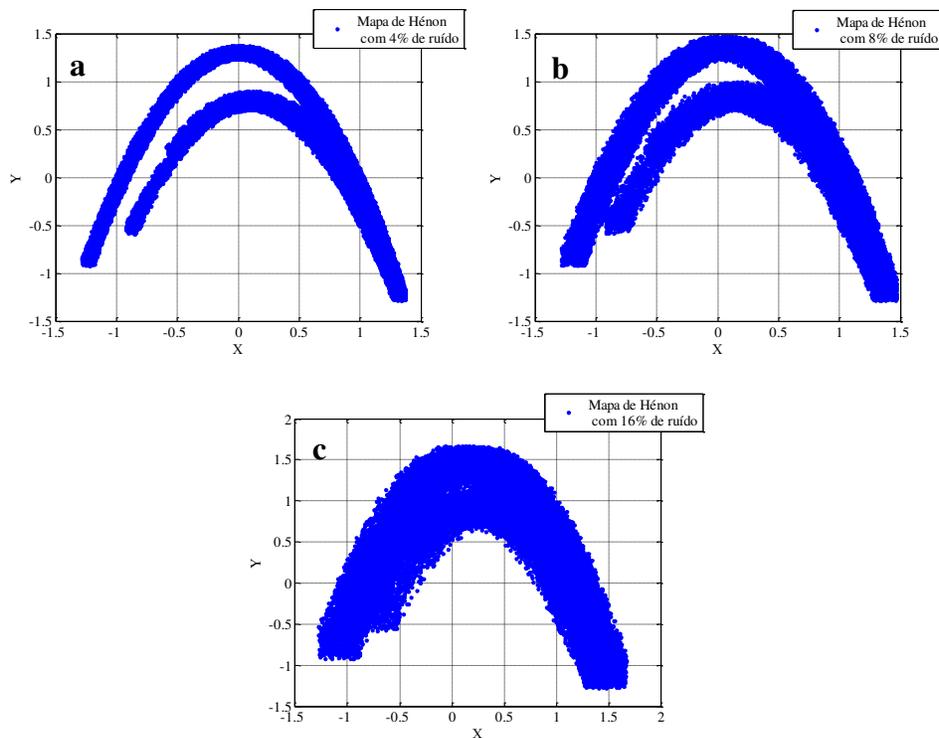
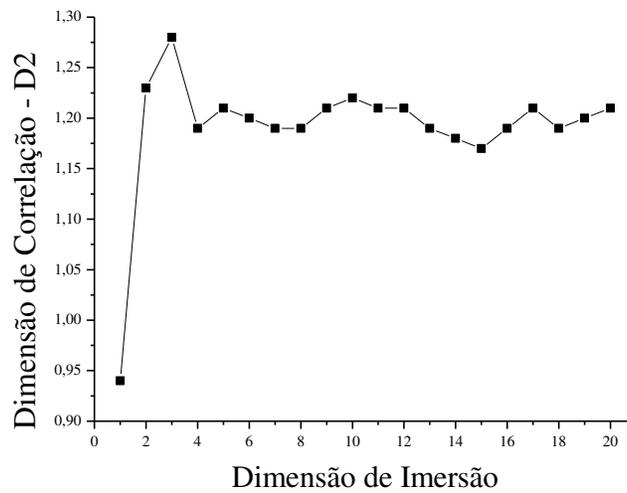


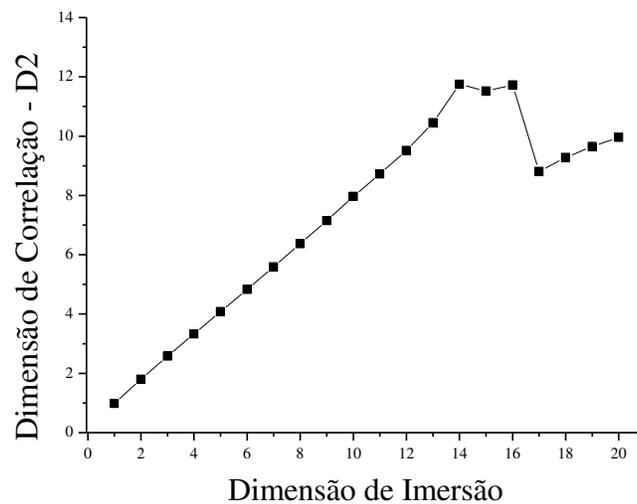
Figura 4.14 - Adição de ruído no mapa de Hénon (a) 4%, (b) 8% e (c) 16%.

A redução de ruído será aplicada nos dados de Hénon com 8% de ruído, de maneira semelhante, o mesmo procedimento poderia ser aplicado nos dados com 4 e 16% de nível de ruído.

Na Figura 4.15 têm-se os resultados para dimensão de correlação utilizando (D_2) — algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) — para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b). Observa-se que a influência da adição de ruído é notável, não há convergência no valor de D_2 .



a



b

Figura 4.15 - Dimensão de correlação (D_2) para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b).

Ainda na Figura 4.15(b), observa-se que a escala da dimensão de correlação chega a um valor próximo de 13. Muito diferente do valor correto da dimensão e correlação para o mapa Hénon, $D_2 = D_{ML} = 1,21$ (Olofsen *et al.*, 1993).

Na Figura 4.16 têm-se os resultados para dimensão de correlação obtidos a partir do *software* RRChaos (D_{ML}) — algoritmo de Schouten (1994a) — para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b). Por levar em consideração o nível de ruído da série (Eq. 2.49), os efeitos desses são minimizados.

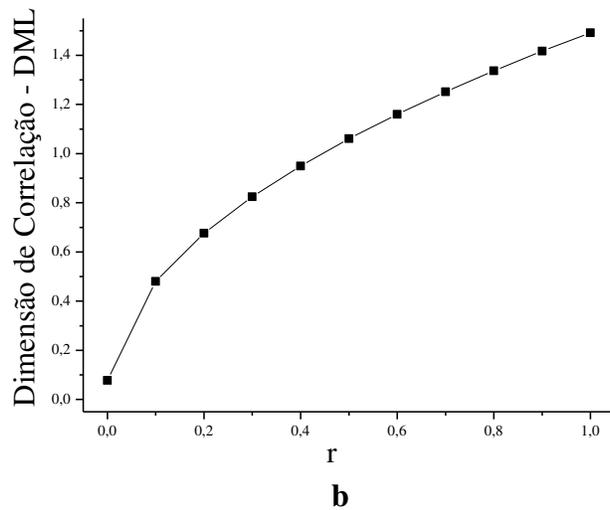
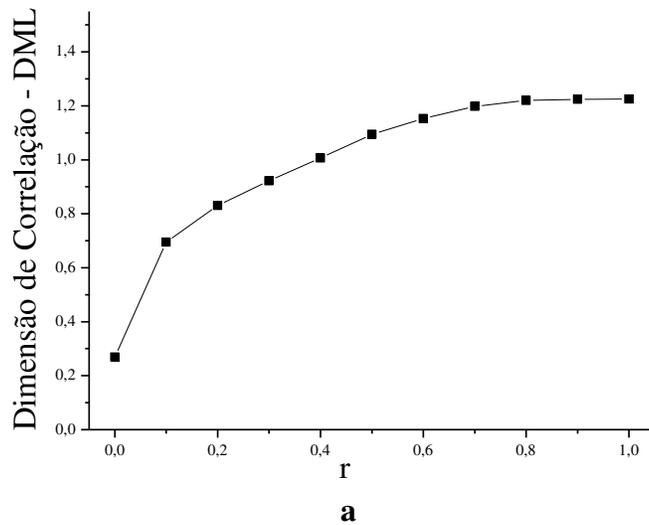


Figura 4.16 - Dimensão de correlação (D_{ML}) para as séries de Hénon sem ruído (a) e com a adição de ruído de 8% (b).

Porém, da Figura 4.16 (b), observa-se que o valor da dimensão de correlação tem uma tendência a aumentar, não se estabilizando, igualmente observado na Figura 4.16 (b). Para a série de Hénon livre de ruído, a valor da dimensão de correlação estabilizou-se em torno do valor correto (Figura 4.16a).

Para entropia de Kolmogorov, a Tabela 4.8 apresenta os valores para K_2 e K_{ML} , com ruído e sem ruído.

Tabela 4.8 - Entropia de Komolgorov para a série de Hénon com ruído e sem ruído.

Entropia de Kolmogorov	K_2 (bits/s)	K_{ML} (bits/s)
Presença de Ruído	0,715	0,493
Sem a presença de Ruído	0,339	0,317

O valor da entropia de Kolmogorov correto para o mapa de Hénon é próximo de 0,325 Bits/s (Grasberger e Procaccia, 1983c). Observa-se que o resultado da entropia de Kolmogorov para o algoritmo de Schouten (1994b), mesmo com a presença de ruído, se aproxima mais do valor correto em relação à entropia de Kolmogorov calculada a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983b).

4.4.2 Aplicação do método de Schreiber (1993) no mapa de Hénon com 8% de ruído

Antes de aplicar a redução do nível de ruído pelo algoritmo de Schreiber (1993), fez-se um estudo sobre a influência dos parâmetros (números de dimensão antes e depois do ponto central e raio de alcance da vizinhança) sobre a série temporal. A Figura 4.17 mostra a série de Hénon com a configuração (a) $k = \ell = 1 / r = 0,20$, (b) $k = \ell = 10 / r = 0,20$ e (c) $k = \ell = 1 / r = 0,90$ (todas as configurações com apenas uma repetição).

Observa-se que com o aumento de pontos na vizinhança, Figura 4.17(a) e Figura 4.17(b), há uma diminuição do intervalo de alcance da série original. Da Figura 4.17(b), nota-se que 10 pontos estão utilizados ($k = 10$) para dar início a redução de ruído na série.

Depois de uma varredura completa sobre a série temporal todas as medidas são substituídas pelos valores corrigidos.

Naturalmente, para o primeiro e último pontos, nenhuma correção está disponível. A correção média pode ser tomada como um raio para a nova vizinhança na iteração seguinte. Deve-se estar atento para o detalhe de que a vizinhança de cada ponto contém pelo menos o próprio ponto. Se ele é o único membro da vizinhança, a filtragem fornece simplesmente a medida não corrigida e nenhuma mudança é feita. Para diminuir esse efeito de “fronteira” é recomendado elevar o valor da frequência de amostragem, neste caso, para a solução do mapa de Hénon, diminuir o passo da iteração.

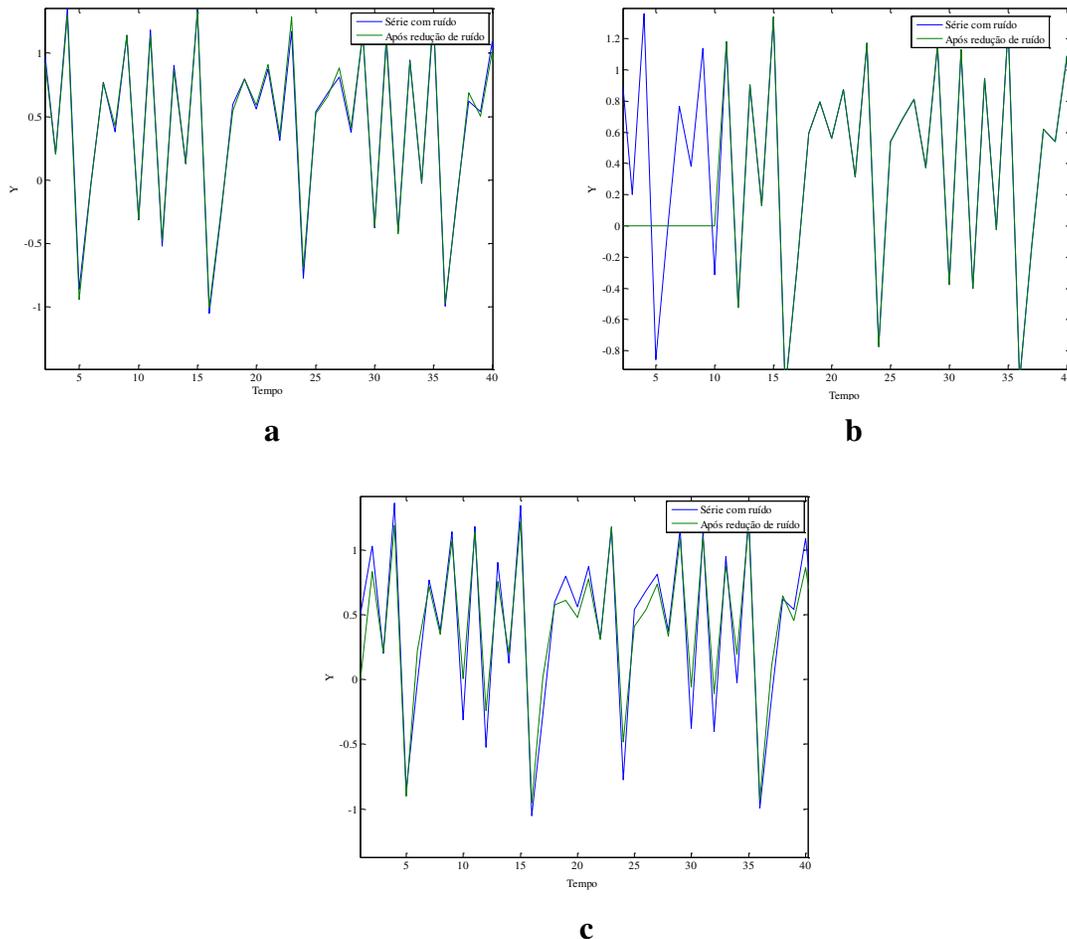


Figura 4.17 - Redução de ruído para a série de Hénon com a configuração (a) $k = \ell = 1 / r = 0,20$, (b) $k = \ell = 10 / r = 0,20$ e (c) $k = \ell = 1 / r = 0,90$.

Segundo Scheiber (1993), o critério que se deve seguir é que $k + \ell + 1 = \text{dimensão de imersão}$. Para o mapa de Hénon, apesar de apresentar uma dimensão de imersão igual a 2, a

aproximação com $k = \ell = 1$, forneceu bons resultados, isto deve-se ao fato da limitação do algoritmo para realizar a média entre as vizinhanças, os valores de k bem como os valores de ℓ devem ser diferentes de zero (Scheiber, 1993).

A Figura 4.17(c) apresenta o efeito do aumento do raio de alcance da vizinhança. Nota-se que quanto maior o raio menor é a precisão de diminuição de ruído. A curva dada como resposta se afasta mais “rapidamente” da curva original, portanto, aumentando o risco de perda da dinâmica original do sinal.

A Figura 4.18 apresenta esse efeito melhor, com mais repetições, isto é, com mais iterações para diminuição do nível de ruído, observa-se claramente que a resposta dada para uma configuração $k = \ell = 1 / r = 0,90$ (Figura 4.18a) possui uma maior oscilação em relação a uma configuração $k = \ell = 10 / r = 0,20$ (Figura 4.18b) possuindo o mesmo número de iterações.

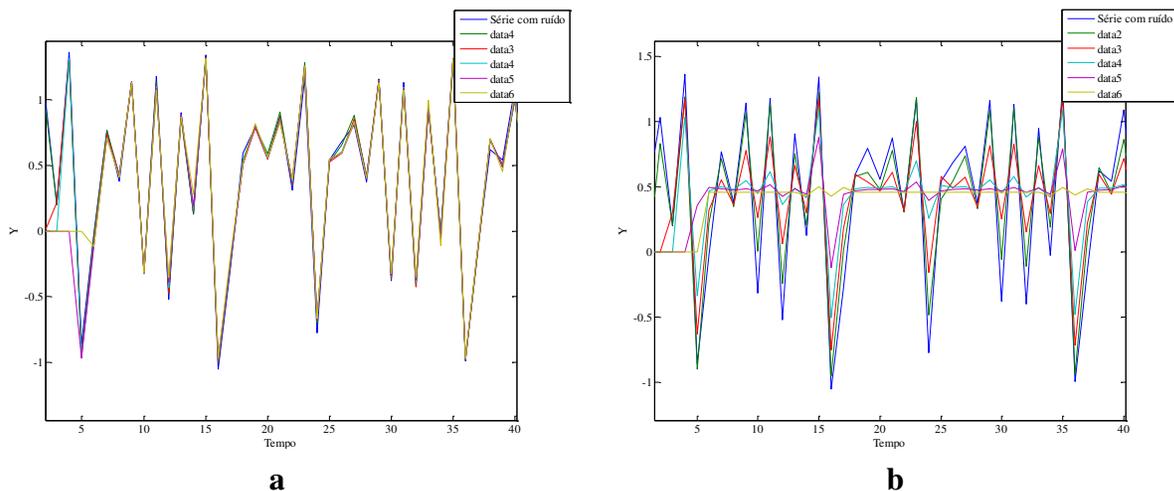


Figura 4.18 - Redução de ruído para a série de Hénon com 5 iterações com a seguinte configuração (a) $k = \ell = 1 / r = 0,90$ e (b) $k = \ell = 10 / r = 0,20$.

Após o estudo dos resultados com diferentes configurações para k , ℓ e r , escolheu-se manter $k = \ell = 1$ seguindo o trabalho de Scheiber (1993) variando apenas o valor do raio da vizinhança, r .

Para determinar os valores de r , faz-se necessário obter a estimativa do nível de ruído presente na série. Essa estimativa pode ser obtida pela Eq. 2.49 no *software* RRChaos. Nesse ponto é importante ressaltar que a resposta fornecida pelo RRChaos é apenas um modo de viabilizar o tempo de busca pelo melhor raio a ser utilizado, pois tendo o valor do

desvio padrão da série com ruído, pode se relacionar o desvio padrão do ruído removido com esse e por fim ter-se uma estimativa para r .

Para a série de Hénon com adição de 8% de ruído, o nível de ruído apresentado no software RRChaos foi próximo de 4,1%, igualmente obtido pelo trabalho de Sivakumar *et al.* (1999b). Esse nível de ruído de obtido a partir do algoritmo de Shouten *et al.* (1994a), corrobora com a observação deste mesmo trabalho, em que verifica-se a subestimação do nível de ruído. A partir desse fato e, seguindo o método de redução e identificação do nível de ruído proposto por Sivakumar *et al.* (1999b), o nível verdadeiro de ruído deve ser múltiplo do nível gerado pelo RRChaos (2 – 3 vezes), isto é, o nível de ruído real contendo na série deve está compreendido entre 4,1 – 12,3%.

O desvio padrão para o nível de ruído obtido no RRChaos é próximo de 0,03 (4,1%). Esse valor vai ser utilizado como estimativa para aplicação do método de redução de ruído de Scheiber (1993). Ou seja, inicialmente busca-se um valor do raio da vizinhança, r , que remova exatamente o nível de ruído de 4,1% possuindo um desvio padrão de 0,03. Esse mesmo procedimento é realizado para os níveis de busca 8,2 e 12,3%.

A Figura 4.19 apresenta os gráficos para a remoção de ruído com diferentes raios de alcance para os três níveis prováveis de ruído.

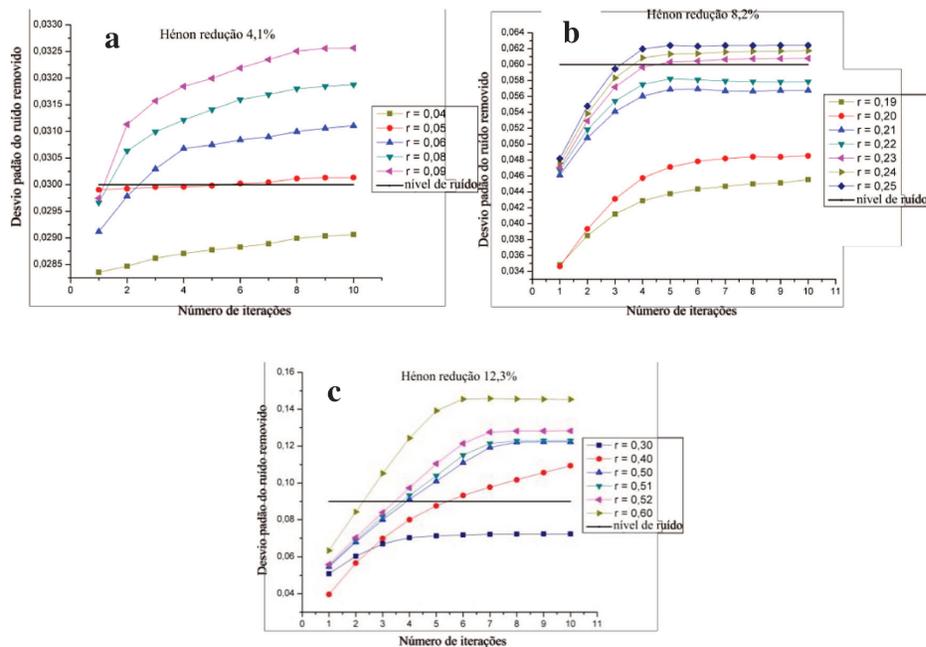


Figura 4.19 - Redução de ruído variando o raio de vizinhança para os níveis prováveis de ruído (a) 4,1%, (b) 8,2% e (c) 12,3%.

Optou-se por estudar até 10 iterações, além desse valor a redução de ruído mostrou-se constante, não havendo, portanto, a necessidade de estudo para valores maiores. Em todas as séries foram utilizados 35 mil pontos.

4.4.3 Aplicação da rede neuronal na identificação do nível do ruído no mapa de Hénon com 8% de ruído

O próximo passo é estimar a predição, a partir da rede neuronal, para cada série com seu respectivo valor de raio de alcance. A Tabela 4.9 apresenta os valores usados para treinamento e validação da rede neuronal para cada nível provável de ruído.

Tabela 4.9 - Séries utilizadas para treino e validação da rede neuronal.

Nível de ruído provável (%)	Raio de alcance (r)	Iteração (i)
4,1	0,04	4
4,1	0,05	3
4,1	0,06	2
4,1	0,08	1
4,1	0,09	1
8,2	0,19	5
8,2	0,2	6
8,2	0,21	5
8,2	0,22	5
8,2	0,23	4
8,2	0,24	4
8,2	0,25	3
12,3	0,4	5
12,3	0,51	4
12,3	0,6	2

As séries $r = 0,04$, $r = 0,19$ e $r = 0,20$ apesar de estarem abaixo do desvio padrão do nível provável, foram estudadas com a finalidade de aproximar o método com níveis inferiores ao estimados. No caso das séries $r = 0,30$, $r = 0,50$ e $r = 0,52$, a série $r = 0,30$ apresentou resultado semelhante à série $r = 0,25$, que então foi descartada. As séries $r = 0,50$, $r = 0,51$ e $r = 0,52$ também apresentaram resultados semelhantes, nesse caso escolheu-se a série $r = 0,51$ para estudo.

Para estabelecer um critério de comparação, fez-se um estudo da predição da série de Hénon livre de ruído, o valor do coeficiente de correlação obtido nessa série, servirá como referência para as séries com ruído reduzido. Para tanto, utilizou-se 1000 pontos da série de Hénon livre de ruído, sendo 800 pontos utilizados no treino da rede e 200 pontos utilizados na validação.

Os seguintes critérios são utilizados para verificação do ajuste no treino e na validação: soma dos erros quadráticos (SSE), coeficiente de correlação e coeficiente angular (a) e linear (b). Um melhor ajuste significa ter um valor pequeno para a soma dos erros quadráticos, coeficiente de correlação próximo a 1 ou -1 (coeficiente de correlação de Pearson), coeficiente angular próximo a 1 e coeficiente linear próximo de 0. As Tabelas 4.10, 4.11 e 4.12 apresentam os critérios de análise (SSE, coeficiente de correlação, coeficiente angular e linear) para o intervalo de validação da série de Hénon sem ruído.

A definição da melhor topologia foi obtida aplicando o critério de Fohse e Hagan (1997), em que o número de neurônios intermediários é aumentado até que o número de parâmetros efetivos permaneça constante. Os vetores de atrasos (Eq. 2.62) foram definidos com $T = 2$ (Tabela 4.10), $T = 3$ (Tabela 4.11) e $T = 4$ (Tabela 4.12). Nesse ponto vale ressaltar que, entre as referências pesquisadas, nenhum critério foi encontrado para obter o melhor vetor de atraso, esses valores definem o número de pontos de entrada na realimentação da rede neuronal, isto é, para $T = 3$, por exemplo, significa que três valores da série de entrada são utilizados para prever um ponto seguinte. Segundo Karunasinghe e Liang (2006), os valores para o vetor atraso tem pouca influência na predição da série, contudo, são necessários para o tipo de rede utilizada, visto que, tem-se apenas um conjunto de dados de entrada e nenhum dado de saída.

Variando o vetor de atraso e aumentando o número de neurônio na camada intermediária, a configuração que apresentou o melhor resultado foi utilizando seis neurônios na camada intermediária, $1 \times 6 \times 1$, como pode ser observado na Tabela 4.10. Essa topologia para a rede será utilizada para predição das outras séries, após a redução de ruído e a série de Hénon com ruído. Os altos valores para o coeficiente de correlação para a previsão da série de Hénon é detalhado a seguir.

Tabela 4.10 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 2$.

Topologia	SSE	N° Parâmetros Atuais	N° Parâmetros Efetivos	R	a	b
1x1x1	10,3569	5	4,4	2,04E-05	-0,0001	0,5100
1x2x1	0,4725	9	7,9	0,9541	0,9400	0,0610
1x3x1	1,6729	13	12,9	0,8311	0,8200	0,1100
1x4x1	0,6375	17	15,8	0,9412	0,9000	0,0870
1x5x1	0,0250	21	19,0	0,9979	0,9900	0,0160
1x6x1	0,0008	25	19,5	0,9999	1,0000	0,0027
1x7x1	0,0148	29	19,6	0,9987	0,9900	0,0120
1x8x1	0,1395	33	19,7	0,9875	0,9700	0,0390
1x9x1	0,0075	37	19,4	0,9993	1,0000	0,0080
1x10x1	0,0015	41	20,1	0,9997	1,0000	0,0037

Tabela 4.11 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 3$.

Topologia	SSE	N° Parâmetros Atuais	N° Parâmetros Efetivos	R	a	b
1x1x1	10,1969	6	5,2	3,16E-04	0,0005	0,4900
1x2x1	0,8811	11	9,9	0,9129	0,8900	0,0840
1x3x1	0,4121	16	14,8	0,9627	0,9300	0,0700
1x4x1	0,0397	21	19,7	0,9965	0,9800	0,0200
1x5x1	0,0173	26	23,6	0,9985	1,0000	0,0130
1x6x1	0,0165	31	25,6	0,9985	0,9900	0,0130
1x7x1	0,0038	36	31,2	0,9997	1,0000	0,0061
1x8x1	0,0059	41	36,4	0,9995	1,0000	0,0072
1x9x1	0,2225	46	37,6	0,9799	0,9600	0,0500
1x10x1	0,0098	51	39,6	0,9925	1,0000	0,0065

Tabela 4.12 - Topologia para série de Hénon livre de ruído com vetor de atraso $T = 4$.

Topologia	SSE	N° Parâmetros Atuais	N° Parâmetros Efetivos	R	a	b
1x1x1	10,0976	7	6,0	2,18E-04	0,0005	0,4800
1x2x1	0,1547	13	11,9	0,9847	0,9700	0,0290
1x3x1	0,3443	19	17,2	0,9689	0,9400	0,0640
1x4x1	0,0138	25	23,7	0,9986	1,0000	0,0066
1x5x1	0,0040	31	28,3	0,9996	1,0000	0,0059
1x6x1	0,0370	37	34,2	0,9967	0,9800	0,0200
1x7x1	0,0090	43	38,1	0,9992	1,0000	0,0087
1x8x1	0,0141	49	43,6	0,9986	1,0000	0,0071
1x9x1	0,0867	55	46,6	0,9932	0,9500	0,0320
1x10x1	0,1985	61	43,8	0,9822	0,9600	0,0470

A Figura 4.20(a) apresenta o resultado do treino e validação para a série de Hénon sem ruído. A Figura 4.20(b) mostra o intervalo de validação. Nota-se que, após 20 pontos de previsão (Figura 4.20c), a previsão gerada pela rede neuronal começa a falhar. A mesma característica é observada em trabalhos como Shi *et al.* (2010) e Yang e Xhang (2012). A curta previsão da rede neuronal para séries caóticas, segundo esses trabalhos são aceitáveis, isto é, previsões de longo prazo ainda é um desafio para esta área. Os erros gerados pela previsão somam-se aos dados de entrada, desse modo, propagando o erro e levando a falha da previsão.

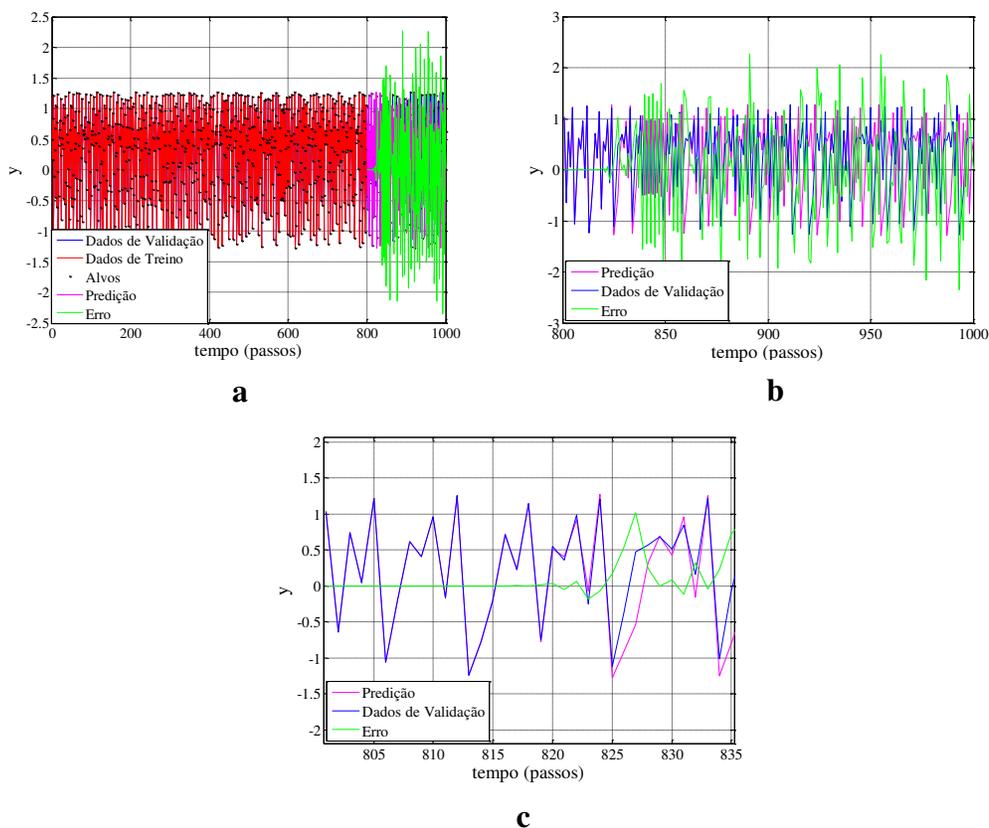


Figura 4.20 - (a) Treino e previsão da rede neural para a série de Hénon sem ruído, (b) intervalo de validação e (c) ampliação da área de previsão.

A Figura 4.21(a) mostra o esquema de treinamento da rede e a Figura 4.21(b) mostra o esquema de validação. Na validação os dados de saídas servem como realimentação para a previsão dos dados futuros, como já mencionado, esse é o ponto da propagação de erros. Se não houvesse esse ciclo, Figura 4.21(b), a validação apresentaria coeficiente de correlação próximo de uma unidade, devido à realimentação dos dados pertencerem ao conjunto de treino. Nesse caso não haveria uma previsão e sim um ajuste.

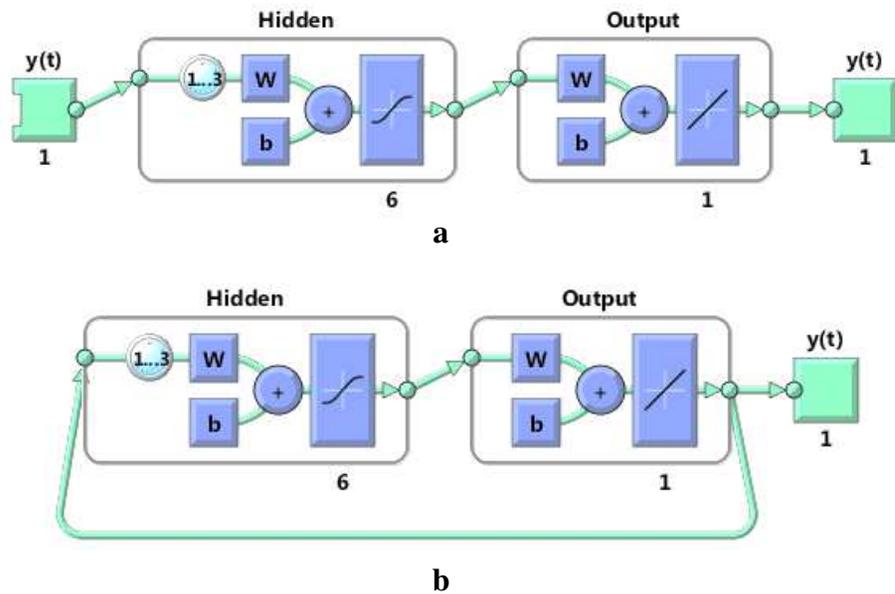


Figura 4.21 - (a) Esquema da rede neural para treinamento (b) predição.

A Figura 4.22 apresenta a ampliação da área de predição para a série de Hénon adicionado 8% de ruído. Observa-se que a previsão da rede com a presença de ruído não é efetiva para este intervalo em comparação com a Figura 4.20(c). Então a partir desse fato, pode-se tomar como referência esse intervalo inicial para quantificar o sucesso da predição. Não sendo assim, o valor do coeficiente de correlação para o intervalo de validação (200 pontos), apresenta-se de modo semelhante para série sem ruído e com ruído, como mostrado na Figura 4.23(a) e Figura 4.23(b).

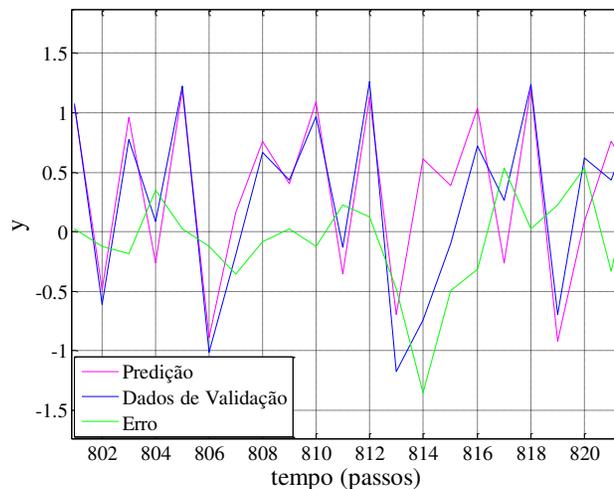
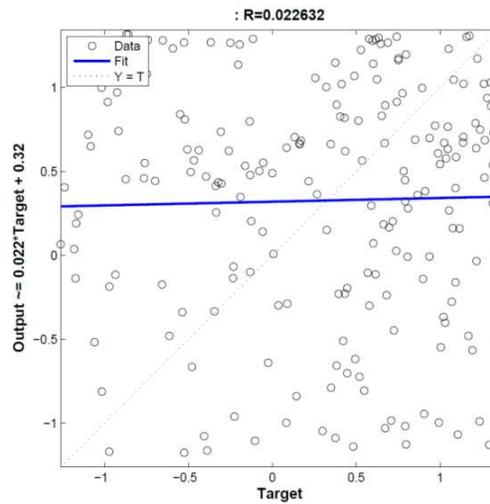
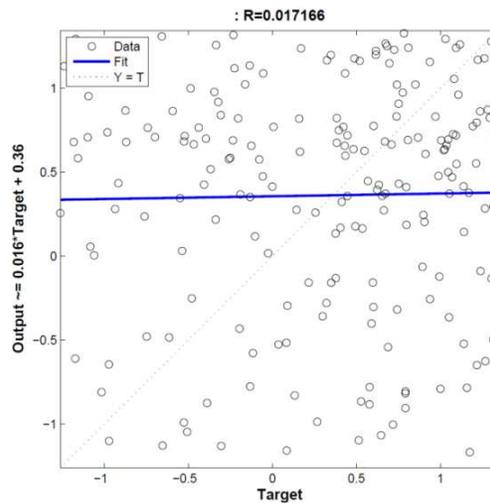


Figura 4.22 - Previsão da rede neural para a série de Hénon com 8% de ruído adicionado.



a



b

Figura 4.23 - Coeficiente de correlação utilizando 200 pontos na predição da série de Hénon (a) sem ruído e (b) com 8% de ruído adicionado.

Após a redução de ruído e para cada série com diferentes raios de alcance (Tabela 4.9), uma nova série foi obtida a partir da variação da dimensão de imersão. Por exemplo, a série $r = 0,04$ com quatro iterações e possuindo 35000 pontos, gera dez novas séries também com 35000 pontos. A escolha de variar a dimensão de imersão até dez, deve-se ao fato que a partir desse valor o coeficiente de correlação permanece constante.

A Figura 4.24 apresenta os resultados obtidos para os coeficientes de correlação a partir da predição da rede neuronal para cada série da Tabela 4.9.

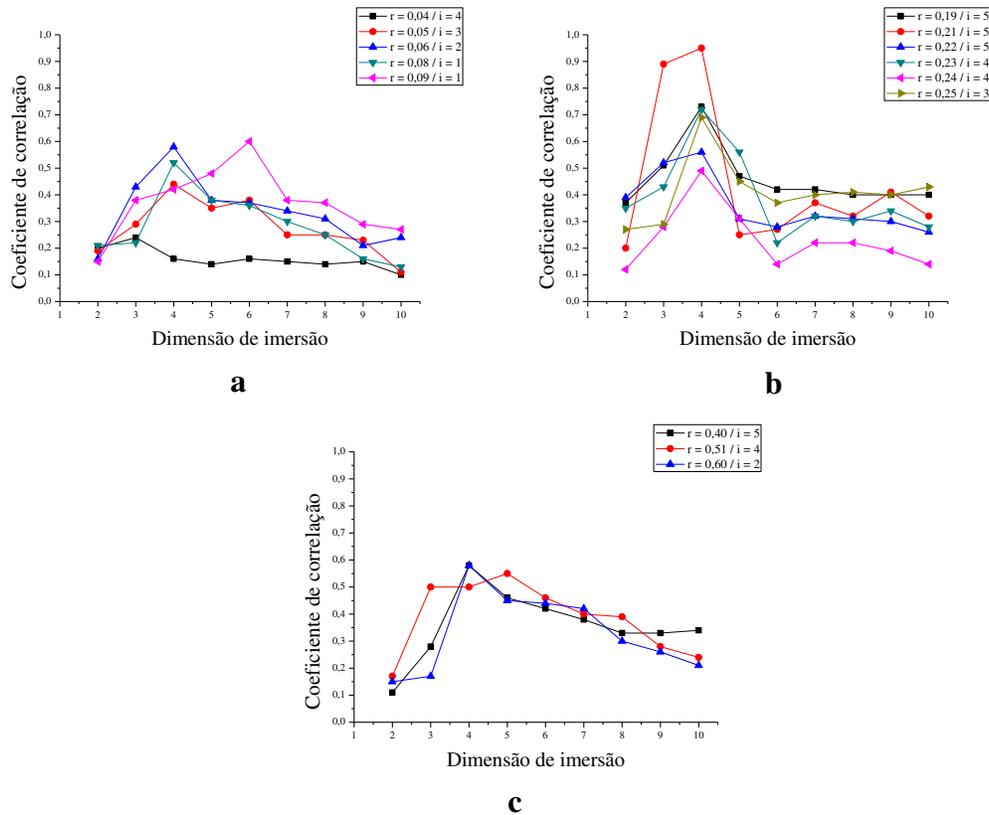
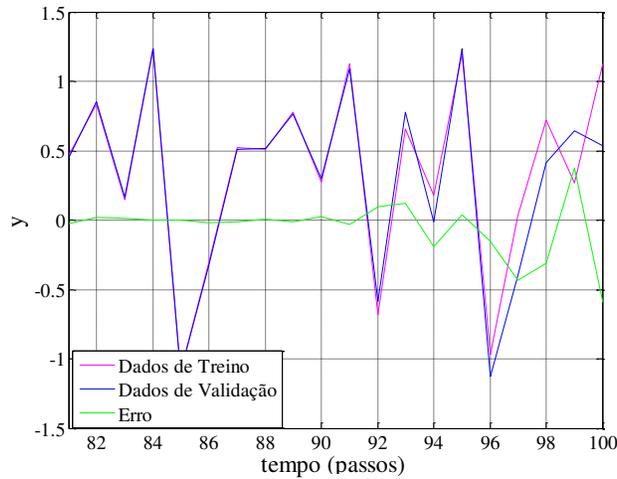
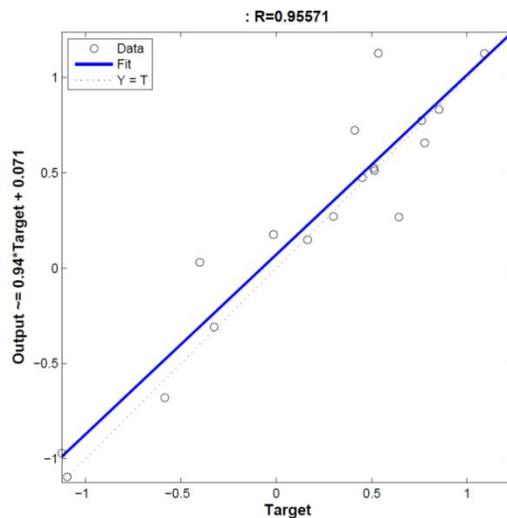


Figura 4.24 - Coeficientes de correlação obtidos pela previsão da rede neuronal para as séries de Hénon (a) redução de 4,1% e (b) redução de 8,2% e (c) redução de 12,3%.

A partir da Figura 4.24, observa-se que os maiores coeficientes de correlação encontram-se nas séries com 8,2% de redução de ruído (Figura 4.24b). Dentre as séries de redução para 8,2%, a série $r = 0,21$ apresentou o melhor resultado, com um coeficiente de correlação próximo de 0,96 (Figura 4.25). Mesmo em um nível inferior ao estimado (Figura 4.20b), apresentando um valor de desvio padrão para o ruído reduzido igual a 0,056, esse valor é muito próximo do estimado, 0,06 para adição de ruído de 8,2%. A redução de ruído em um nível de 4,1% apresentou os piores resultados, com coeficiente de correlação máximo próximo de 0,6. Esse fato comprova que o método de Schouten *et al.* (1994a) realmente subestima o nível de ruído. Em relação ao nível de redução de 12,3%, nota-se comportamento semelhante, contudo os baixos valores do coeficiente de correlação, provavelmente deve-se a perda das características do mapa de Hénon.



a



b

Figura 4.25 - (a) Predição da rede neuronal para a série $r = 0,21$ com quatro iterações e o (b) coeficiente de correlação.

4.4.4 Avaliação da redução no nível de ruído para o mapa de Hénon

A Figura 4.26 apresenta uma comparação com os melhores resultados para cada nível de redução (para 4,1% $r = 0,09/i = 1$; para 8,2% $r = 0,21/i = 5$; para 12,3% $r = 0,51/i = 4$). Observa-se que existe uma tendência, a partir da dimensão de imersão quatro, para valores menores de coeficiente de correlação. Na literatura pesquisada não foi possível encontrar uma explicação para este fato, porém acredita-se que tal comportamento tem relação com a dimensão ótima para o mapa de Hénon. A Figura 4.27 apresenta os valores da porcentagem de falsos vizinhos para o mapa de Hénon deslocado de uma unidade no eixo das abcissas (acompanhando os valores da Figura 4.26). Observa-se que a valor do primeiro mínimo

encontra-se em $m = 3$, o valor para $m = 4$ é bastante próximo da dimensão ótima. A partir de $m = 5$ a porcentagem de falsos vizinhos começa a subir, correspondendo ao observado na Figura 4.27, isto é, em $m = 5$ os valores do coeficiente de correlação apresentam-se com valores menores.

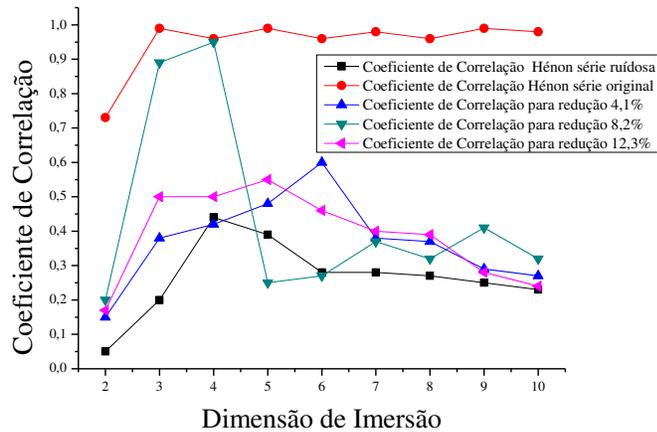


Figura 4.26 - Curvas para os valores de coeficiente de correlação para diferentes níveis de redução de ruído.

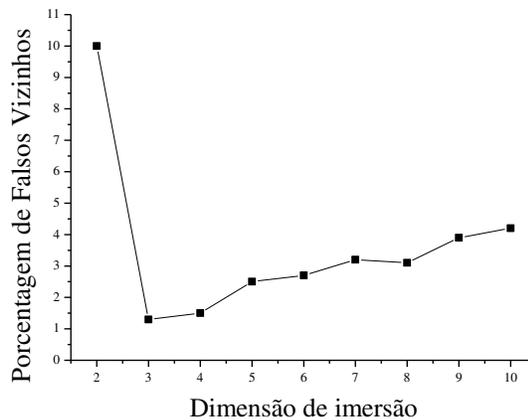


Figura 4.27 - Porcentagem de falsos vizinhos para o mapa de Hénon com 8,2% de ruído reduzido.

A Figura 4.28 apresenta os mapas para a série $r = 0,09$ com 4,1% de redução de ruído para diferentes valores de iteração.

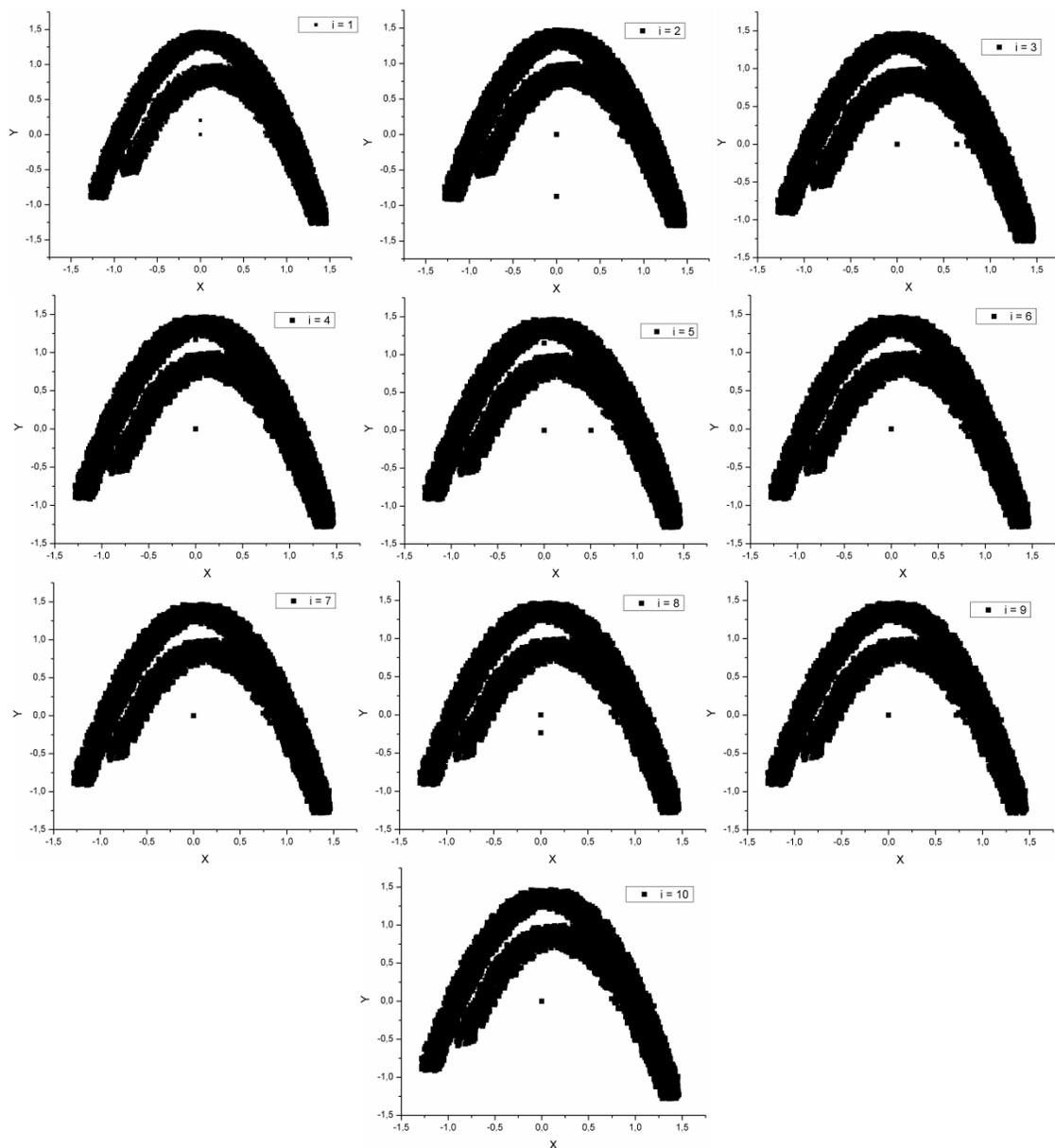


Figura 4.28 - Mapas de Hénon com redução de 4,1% do nível de ruído com diferentes iterações.

Observa-se que, para este nível de redução, todos os mapas possuem o mesmo aspecto, implicando a ineficiência da redução para o nível fornecido pelo *software* RRChaos, em comparação com a Figura 4.5.

A Figura 4.29 apresenta os mapas para a série $r = 0,21$ com 8,2% de redução de ruído para diferentes valores de iteração.

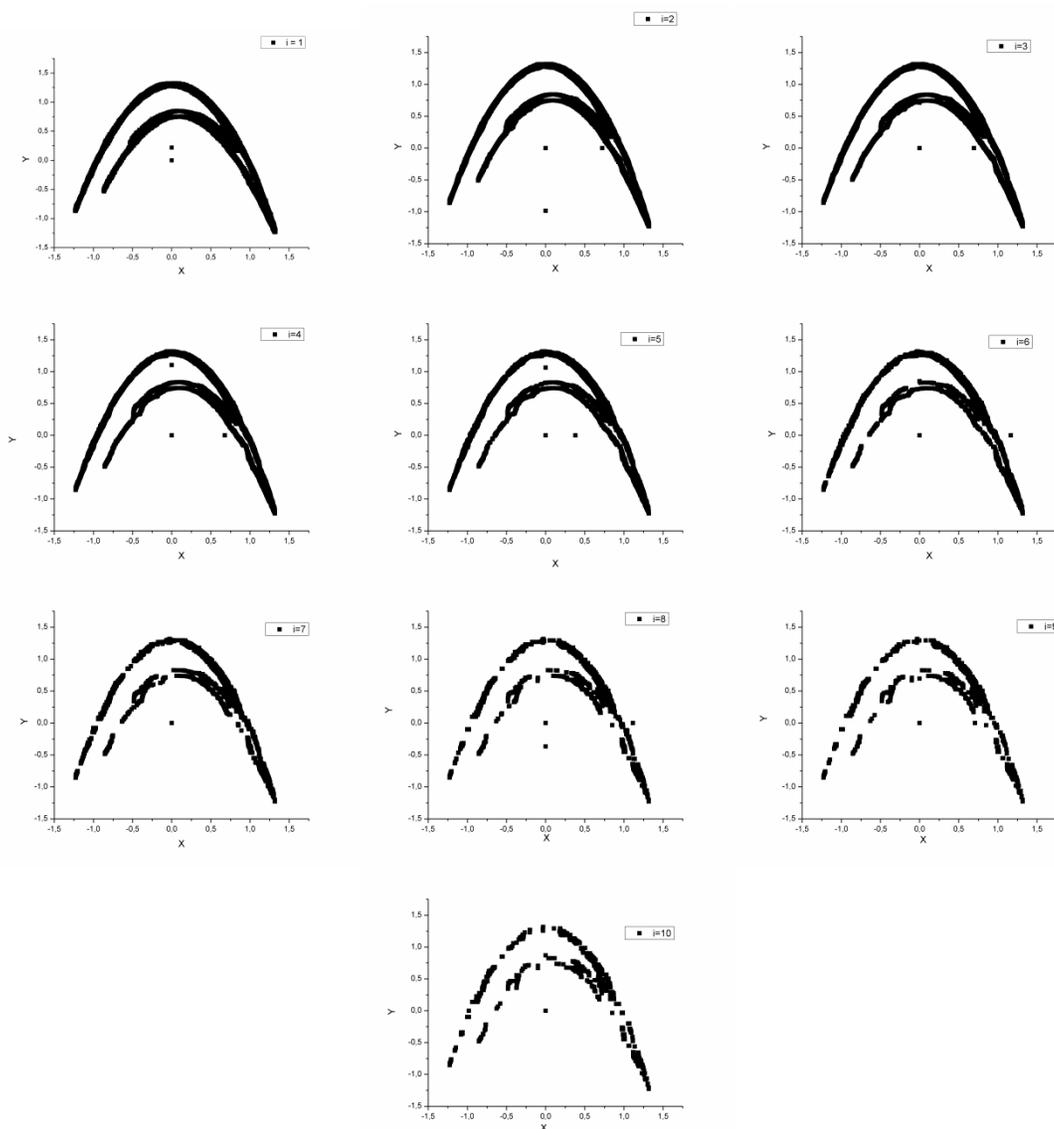


Figura 4.29 - Mapas de Hénon com redução de 8,2% do nível de ruído com diferentes iterações.

Para uma redução duas vezes o nível do estimado do gerado pelo RRChaos, note-se que é o mapa assemelha-se com o mapa original (Figura 4.5). Pode-se interpretar que a redução de ruído, desde que seja feita com os parâmetros adequados, preserva as características do sistema de Hénon original, sem ruídos. Esse fato será comprovado mais adiante com o cálculo da dimensão de correlação para cada iteração.

A Figura 4.30 apresenta os mapas para a série $r = 0,51$ com 12,3% de redução de ruído para diferentes valores de iteração.

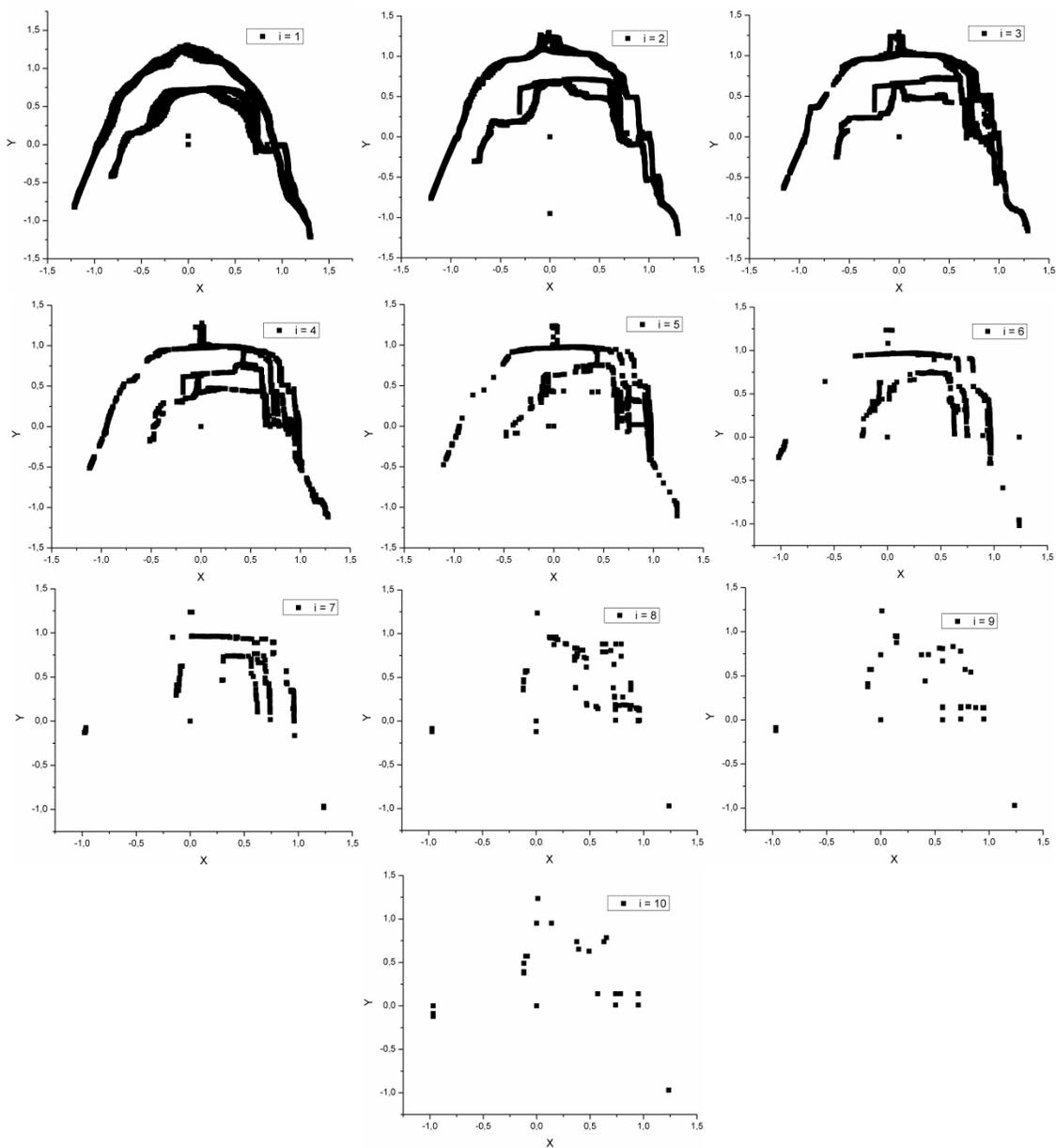


Figura 4.30 - Mapas de Hénon com redução de 12,3% do nível de ruído com diferentes iterações.

Neste caso, observa-se que existe remoção de componentes determinísticos no sinal de Hénon. Com o aumento do número de iterações e o raio de alcance, todos os pontos vão convergir para um único ponto, a média do sinal. Esse fato pode ser observado com $i = 10$ da Figura 4.30.

É interessante ressaltar que não é necessário conhecer a forma do atrator ou do mapa, isto é, não é preciso ter conhecimento da dinâmica do sistema com ou sem a presença de ruído. Isto implica que essa mesma abordagem, pode ser aplicada em séries experimentais. Apenas com a série de maior coeficiente de correlação, ou seja, a que apresentou maior acerto na predição com a rede neuronal, é possível obter uma estimativa precisa para redução apropriada.

A Figura 4.31 mostra os valores para a dimensão de correlação, algoritmo Grassberger e Proacaccia (1983a), para as séries $r = 0,09$ (Figura 4.31a), $r = 0,21$ (Figura 4.31b) e $r = 0,51$ (Figura 4.31c).

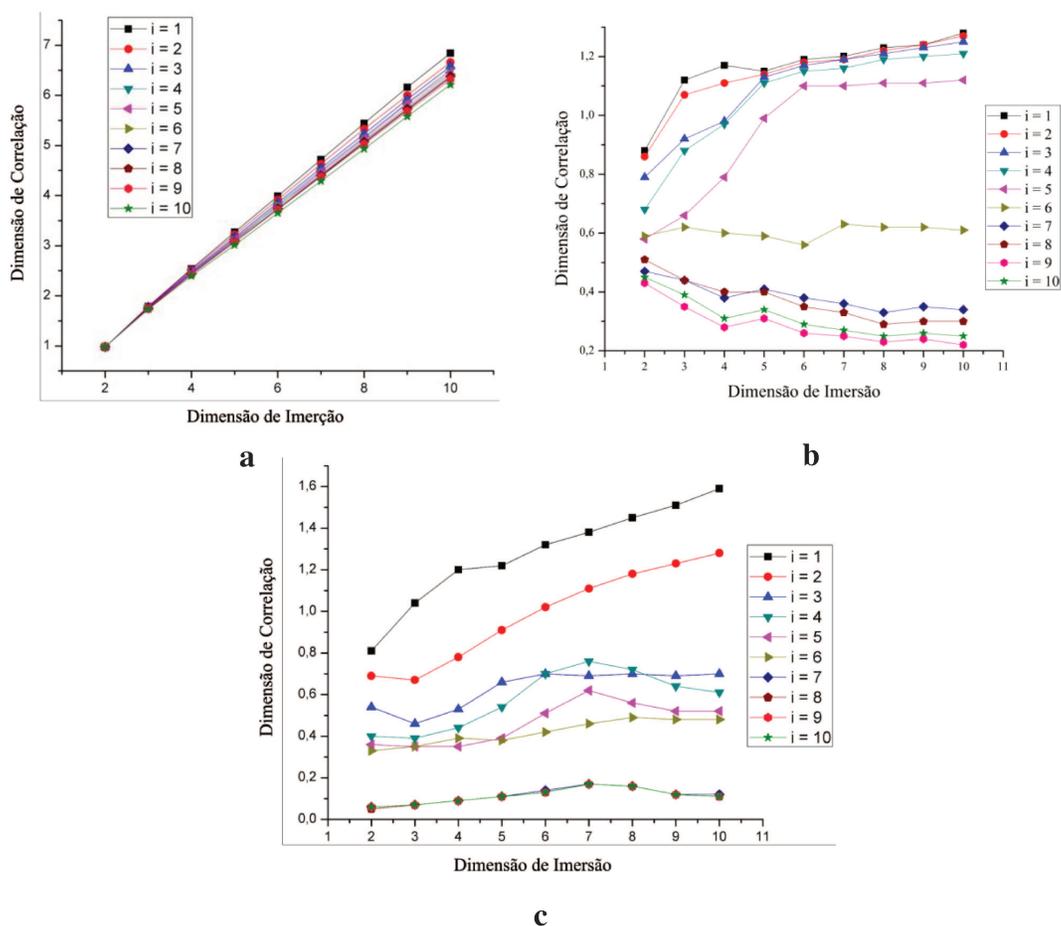


Figura 4.31 - Dimensão de correlação para os níveis de redução (a) 4,1%, (b) 8,2% e (c) 12,3%.

Nota-se que não há convergência para a dimensão de correlação para o nível de ruído 4,1 e 12,3% (Figura 4.31a e 4.31c, respectivamente).

A Figura 4.31(b) mostra a dimensão de correlação para redução de 8,2%. Observa-se que os valores para dimensão mostram-se perto do valor para dimensão para série de Hénon livre de ruído. A partir da iteração $i = 6$, os valores começam a diminuir, correspondendo com o mapa da Figura 4.30, nota-se a perda das características determinísticas em comparação com o mapa original livre de ruído.

Da Figura 4.31(c), observa-se que os valores da dimensão de correlação das iterações $i = 7, \dots, 10$ possuem um valor próximo de zero, correspondendo com os mapas da Figura 4.30, em que sinais determinísticos do mapa de Hénon são removidos junto com o ruído, desse modo, mascarando a dinâmica do sistema.

A Tabela 4.13 apresenta os valores da entropia de Kolmogorov após a redução do ruído, a partir da série $r = 0,21$. O erro apresentado para entropia de Kolmogorov calculado a partir do algoritmo da máxima verossimilhança é menor em comparação ao algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983b). Porém, o resultado obtido após a redução foi satisfatório, levando em consideração que o valor do erro da entropia de Kolmogorov teve uma redução maior que 75%.

Tabela 4.13 - Comparação dos valores da entropia de Kolmogorov após a redução de ruído.

Entropia de Kolmogorov	K_2 (bits/s)	Erro (%)	K_{ML} (bits/s)	Erro (%)
Sem a presença de ruído	0,339	4,31	0,317	2,46
Presença de ruído	0,715	>100	0,493	51,69
Após a redução de ruído	0,375	15,38	0,334	2,77

4.5 Aplicação do método de redução de ruído na série experimental do LFC

O mesmo procedimento para identificação e redução de ruído é aplicado nesta seção. Para séries temporais experimentais, cuja dinâmica é desconhecida, não é possível saber se os valores dos invariantes caóticos e atratores correspondem ao sistema real. Neste caso, a verificação do sucesso da estimativa e redução de ruído se torna mais difícil, pois diferentemente do caso de Hénon, não existem valores certos para dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov que possam ser comparados. A única forma de verificar o sucesso na redução de ruído se dá pelo coeficiente de correlação. Feito isso, recalcula-se os valores dos invariantes caóticos a partir do RRChaos, por exemplo.

A Tabela 4.14 apresenta as estimativas dos níveis de ruído para as séries experimentais $r/R = 1$ (parede do *riser*), $r/R = 0,75$, $r/R = 0,50$, $r/R = 0,25$ e $r/R = 0$ (centro do *riser*), obtidas a partir do RRChaos. Observa-se que o maior nível de ruído estimado pelo RRChaos é para a série perto da parede do *riser*. Este fato pode também ser comprovado a partir do formato do atrator para essa região (Figura 4.12a), apresentando um formato alongado em relação aos outros atratores para diferentes regiões da seção. Nota-se também que à medida que se aproxima do centro, o nível de ruído também diminui.

Tabela 4.14 - Estimativas do nível de ruído obtido pelo RRChaos.

Série experimental	Nível de Ruído RRChaos (%)
$r/R = 1$ (parede do <i>riser</i>)	10,29
$r/R = 0,75$	1,26
$r/R = 0,50$	1,14
$r/R = 0,25$	1,19
$r/R = 0$ (centro do <i>riser</i>)	1,09

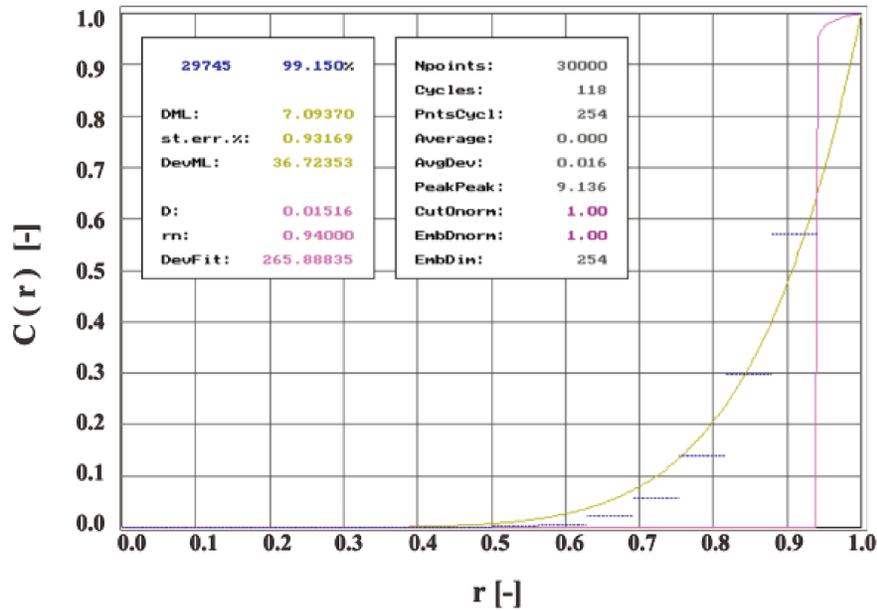
É importante ressaltar neste ponto que, existe uma diferença nos valores obtidos ao deixar-se as configurações do RRChaos no *default*, em que a dimensão de imersão (m) é igual a trinta, a tolerância para erro na obtenção da dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov é de 1,0% e as escalas de normalização da dimensão de correlação e do comprimento de corte é igual a um. Valores diferentes foram obtidos para diferentes

configurações. Em geral, para obter um resultado confiável é aconselhável diminuir a tolerância do erro para 0,2% e observar as escalas de normalização. Para valores muito próximos na série temporal, é necessário alterar a relação da escala de normalização para a dimensão de correlação e comprimento de corte para valores maiores, por exemplo, no mapa de Hénon, ambos os valores são iguais a 1,2 e a dimensão de imersão deve ter o valor alterado para dez.

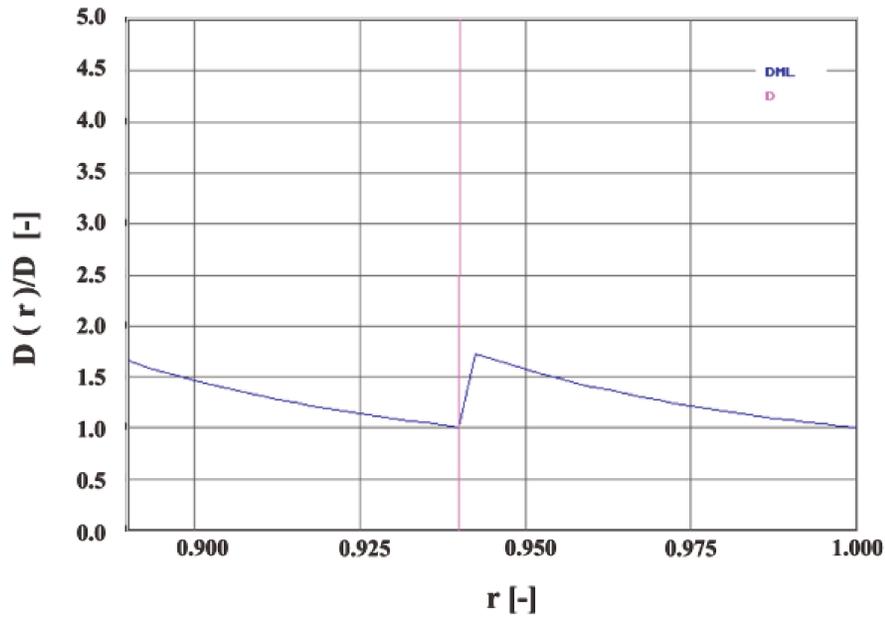
Para as séries experimentais advindas do LFC, com $m = 10$, obteve-se 7,37% na estimativa do nível de ruído, contudo, ao considerar o sistema possuindo um alto valor dimensional, $m = 30$, a estimativa do nível de ruído aumenta para 10,29%. Fato que pode ser explicado pelo maior recobrimento da série. A normalização das escalas foi mantida em 1,0 e a tolerância do erro foi diminuída para 0,2%. Considerando que a redução e identificação do nível de ruído para as outras séries ocasionarão pequenas mudanças no resultados dos invariantes caóticos, apenas a série $r/R = 1$ foi escolhida para estudo, pois essa apresenta a maior estimativa do nível de ruído.

A Figura 4.32(a) apresenta o resultado obtido para a estimativa do nível de ruído a partir do RRChaos. Nesta Figura, o valor de D tem o mesmo significado para D_2 apresentado anteriormente neste trabalho. O nível de ruído é dado por r_n (ver Equação 2.48). O nível de ruído, segundo Shouten *et al.* (1994a) é obtido fazendo a relação entre o menor valor de r_n (obtido como solução da Eq. 2.48) com a distância dos picos (subtração do maior valor da série pelo menor valor). Os valores de r_n e da distância dos picos devem ser calculados com a série já normalizada. O valor da distância dos picos pode ser obtido com o cálculo das propriedades da série no próprio RRChaos. No Anexo B são apresentados os resultados obtidos no RRChaos. A relação 0,94/9,1362 fornece o nível de ruído, nesse caso, 10,29%.

Logo, na Figura 4.32(b) nota-se que não há convergência. O valor da dimensão de correlação D_{ML} para a série $r/R = 1$ difere muito do valor de D , isso deve-se a quantidade de ruído presente nesta série, que provavelmente deve ser maior que 10,29%, como já esperado, pois o RRChaos subestima o nível de ruído. Sugere-se, portanto, uma nova identificação do nível de ruído seguido da sua redução e por ultimo a dimensão de correlação tem o seu valor recalculado e comparado com o apresentado na Figura 4.32.



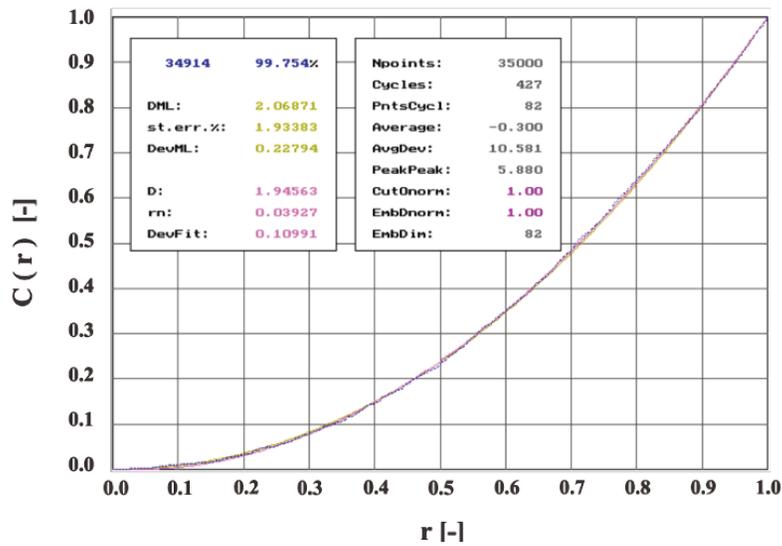
a



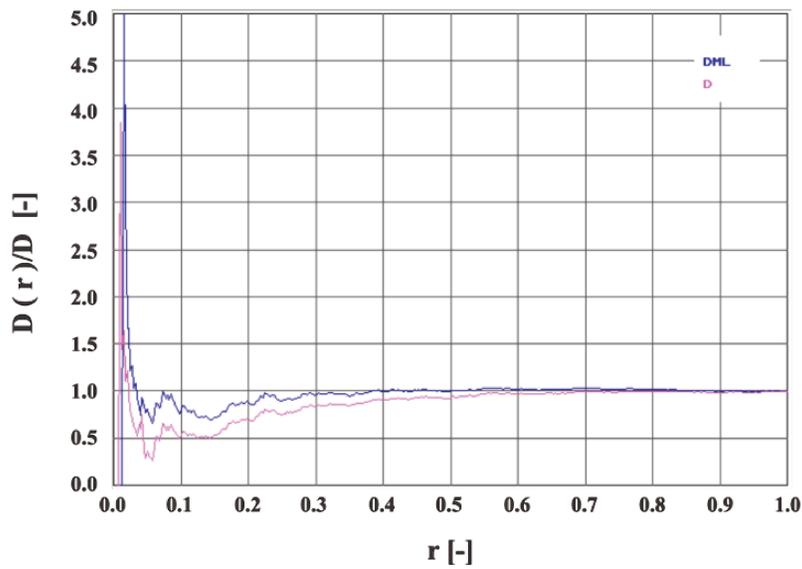
b

Figura 4.32 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimativa a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série $r/R = 1$, (b) comparação da convergência dos dois métodos.

A Figura 4.33(a) apresenta o valor para dimensão de correlação para o sistema de Lorenz sem ruído. Nota-se a partir da Figura 4.33(b) que existe uma convergência no cálculo de ambos os algoritmos, como era de se esperar. Neste caso, fica evidente a influência do ruído no cálculo desse invariante em comparação a Figura 4.32(b).



a



b

Figura 4.33 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimação a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série de Lorenz, (b) comparação da convergência dos dois métodos.

Com a estimativa do nível de ruído para $r/R = 1$ (desvio padrão = 0,0205), o próximo passo é aplicar o algoritmo de redução de ruído de Schreiber (1993). Para tanto, um estudo foi realizado com os seguintes níveis: 10,29%, 14,43%, 20,58%, 25,72% e 30,87% (1, 1,5, 2, 2,5 e 3 vezes a estimativa do nível de ruído). A Figura 4.34 apresenta os gráficos de redução de ruído para estes níveis.

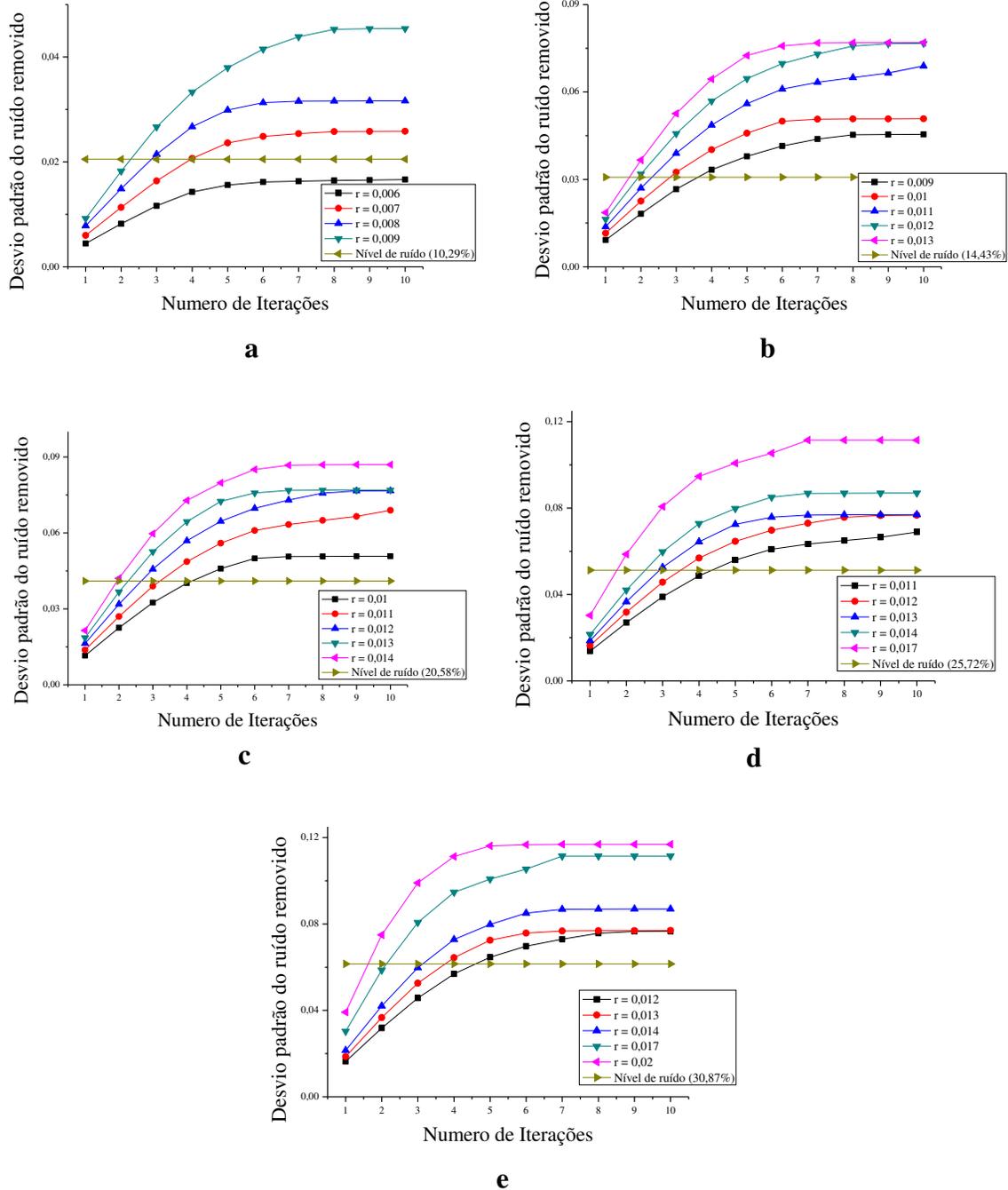


Figura 4.34 - Redução de ruído variando o raio de vizinhança para os níveis prováveis de ruído (a) 10,29%, (b) 14,43%, (c) 20,58%, (d) 25,72% e (e) 30,87%.

Para o treino da rede neuronal foram utilizados os 555 pontos iniciais e 145 pontos seguintes para validação, no total de 700 pontos. Apesar da série $r/R = 1$ possuir 30 mil pontos, como se trata de uma série caótica ruidosa, a previsão gerada pela rede neural a curto prazo, independe do número de pontos utilizados no treino, como ocorreu com o mapa de Hénon, em que o número de pontos utilizados no treino independia da previsão

gerada, apenas os 20 primeiros pontos seguinte do treino tinha uma forte correlação. Neste caso, para a série experimental, o mesmo foi observado. Então, para reduzir o tempo computacional, apenas 700 pontos foram utilizados. É importante destacar que essa previsão em curto prazo deve-se a realimentação dos dados a partir da previsão. A Figura 4.35 apresenta o resultado quando a previsão é realimentada com os próprios dados de treino. Neste exemplo, utilizou-se 25000 pontos sendo 22000 para treino e 3000 para validação (Figura 4.35a). Observa-se que a variação do erro é pequena (Figura 4.35b) em que o coeficiente de correlação é próximo da unidade (Figura 4.36).

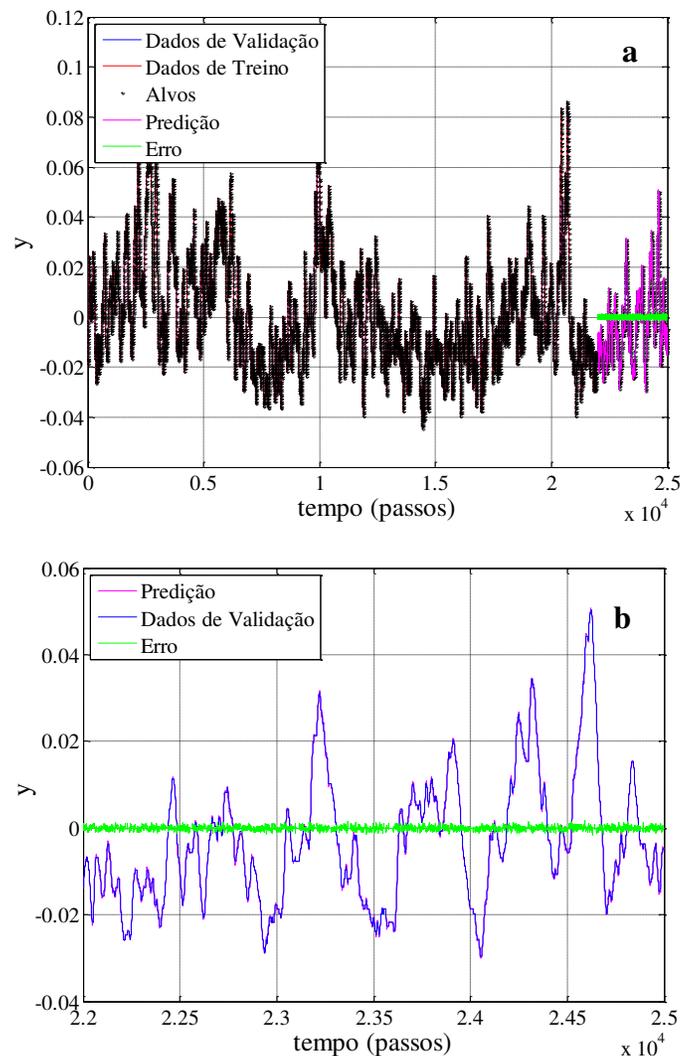


Figura 4.35 - (a) Previsão da rede neuronal com 25000 pontos (b) intervalo de validação.

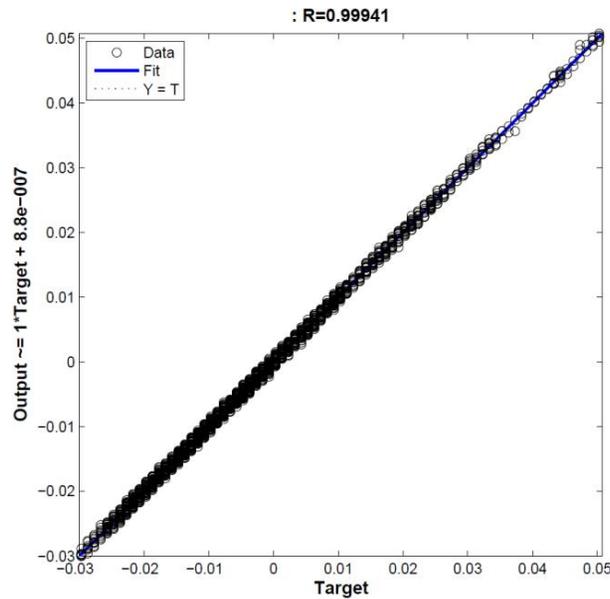


Figura 4.36 - Gráfico de correlação com 25000 pontos para a série $r/R = 1$.

A Tabela 4.15 apresenta o estudo para definir a melhor topologia para a série $r/R = 1$. Estudou-se vários vetores de atraso, ainda não se tem um critério para definir como esse tempo é definido, na tentativa e erro, o melhor vetor que gerou os melhores coeficientes de correlação foi $T = [2:4:50]$. Nesta série foram necessárias duas camadas intermediárias para reproduzir os melhores resultados.

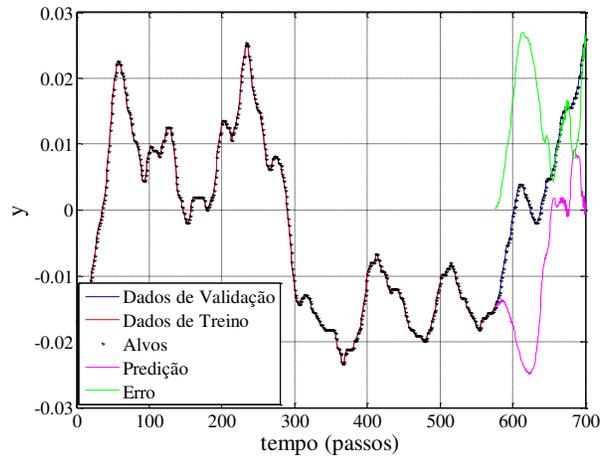
Tabela 4.15 - Topologia para série $r/R = 1$ com vetor de atraso $T = [2:4:50]$.

Topologia	SSE	Nº Parâmetros Atuais	Nº Parâmetros Efetivos	R	a	b
1x1x1x1	12,5950	18	15,9	0,6473	0,039	-0,63
1x1x2x1	12,7601	21	17,4	0,6974	0,055	-0,64
1x1x3x1	12,5296	24	15,9	0,6505	0,04	-0,63
1x2x1x1	15,9610	33	27,0	0,7247	0,079	-0,69
1x2x2x1	14,8269	37	26,6	0,5549	0,054	-0,67
1x2x3x1	15,6373	41	25,9	0,7460	0,089	-0,69
1x2x4x1	9,3449	45	34,0	0,3684	0,036	-0,56
1x2x5x1	14,5015	49	31,4	0,3146	0,027	-0,66
1x3x1x1	9,7389	48	37,3	0,5221	0,34	-0,47
1x3x2x1	10,9369	53	43,9	0,4949	0,26	-0,52
1x3x3x1	12,8277	58	46,0	0,3976	0,095	-0,65
1x3x4x1	11,0811	63	47,9	0,5414	0,27	-0,52

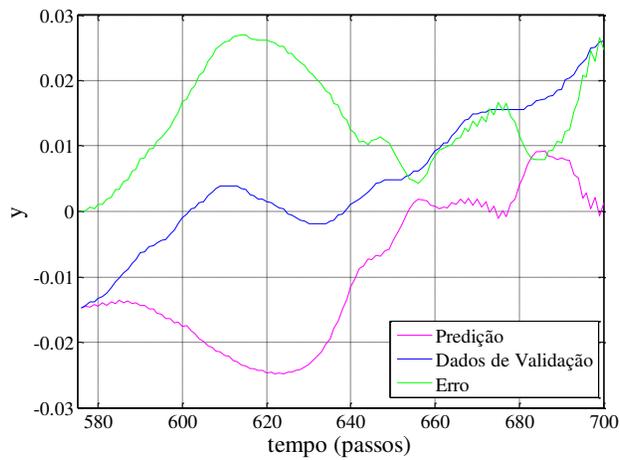
Tabela 4.15 - Topologia para série $r/R = 1$ com vetor de atraso $T = [2:4:50]$ (cont).

1x3x5x1	10,9249	68	43,9	0,5227	0,27	-0,51
1x3x6x1	11,3082	73	61,3	0,5120	0,25	-0,53
1x3x7x1	10,9939	78	64,8	0,5186	0,28	-0,51
1x4x1x1	11,6395	63	51,6	0,3697	0,2	-0,54
1x4x2x1	5,8828	69	55,9	0,7162	1,2	-0,081
1x4x3x1	11,3271	75	59,4	0,4165	0,31	-0,5
1x4x4x1	10,4257	81	67,0	0,6819	0,43	-0,46
1x4x5x1	13,6030	87	50,3	0,1334	0,037	-0,62
1x4x6x1	12,1793	93	83,4	0,2319	0,13	-0,57
1x4x7x1	13,6428	99	50,2	0,1233	0,034	-0,63
1x5x1x1	11,4256	78	69,3	0,4171	0,21	-0,54
1x5x2x1	5,0474	85	78,0	0,7422	1,3	0,052
1x5x3x1	6,6190	92	79,0	0,7268	0,81	-0,26
1x5x4x1	5,8688	99	80,6	0,6564	1,2	0,015
1x5x5x1	7,6280	106	80,3	0,6255	0,64	0,34
1x5x6x1	5,3236	113	81,5	0,7319	1,3	0,0075
1x5x7x1	5,7968	120	81,9	0,7566	1,1	0,11
1x6x1x1	9,5431	93	78,5	0,5012	0,35	-0,47
1x6x2x1	7,1543	101	80,6	0,6206	0,67	-0,31
1x6x3x1	5,4472	109	92,9	0,7233	1,4	0,053
1x6x4x1	11,8947	117	103,0	0,4124	0,23	-0,54
1x6x5x1	12,7261	125	107,0	0,1058	0,056	-0,6
1x6x6x1	11,3291	133	119,0	0,5441	0,27	-0,52
1x6x7x1	10,4381	141	127,0	0,1446	0,019	-0,58
1x6x8x1	11,2799	149	127,0	0,2274	0,17	-0,54
1x7x1x1	11,7571	108	79,2	0,1833	0,083	-0,58
1x7x2x1	5,6695	117	95,6	0,5928	0,94	-0,13
1x7x3x1	9,1825	126	107,0	0,6521	0,59	-0,39
1x7x4x1	9,2669	135	116,0	0,5725	0,42	-0,44
1x7x5x1	10,4758	144	124,0	0,2302	0,13	-0,54
1x7x6x1	13,9807	153	135,0	0,2152	0,1	-0,61
1x7x7x1	11,7611	162	144,0	0,3108	0,19	-0,55
1x7x8x1	11,5644	171	146,0	0,2757	0,14	-0,56

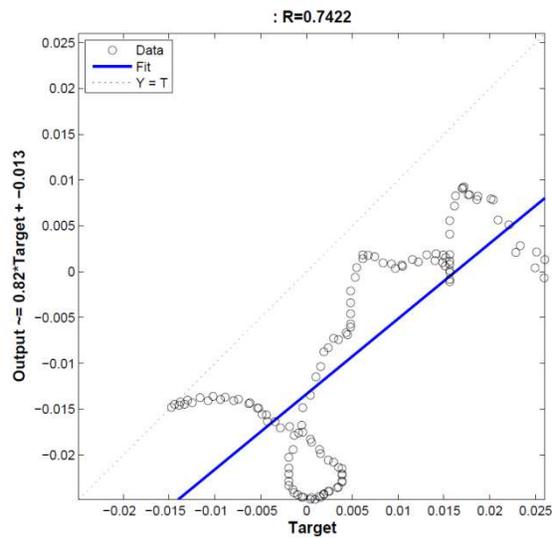
O melhor resultado foi obtido com cinco neurônios na primeira camada e dois neurônios na segunda camada intermediária. Além do critério de Foresse e Hagan (1997) ser respeitado, essa configuração apresentou o menor erro em que o e coeficiente angular (a) está próximo de uma unidade e o coeficiente linear (b) está próximo de zero. A Figura 4.37 apresenta o resultado obtido para esta configuração.



a



b



c

Figura 4.37 - (a) Previsão da rede neuronal com 700 pontos (b) intervalo de validação com 145 pontos e (c) gráfico de correlação.

A Figura 4.38 apresenta os valores para os coeficientes de correlação obtidos para cada série de redução de ruído da Figura 4.34.

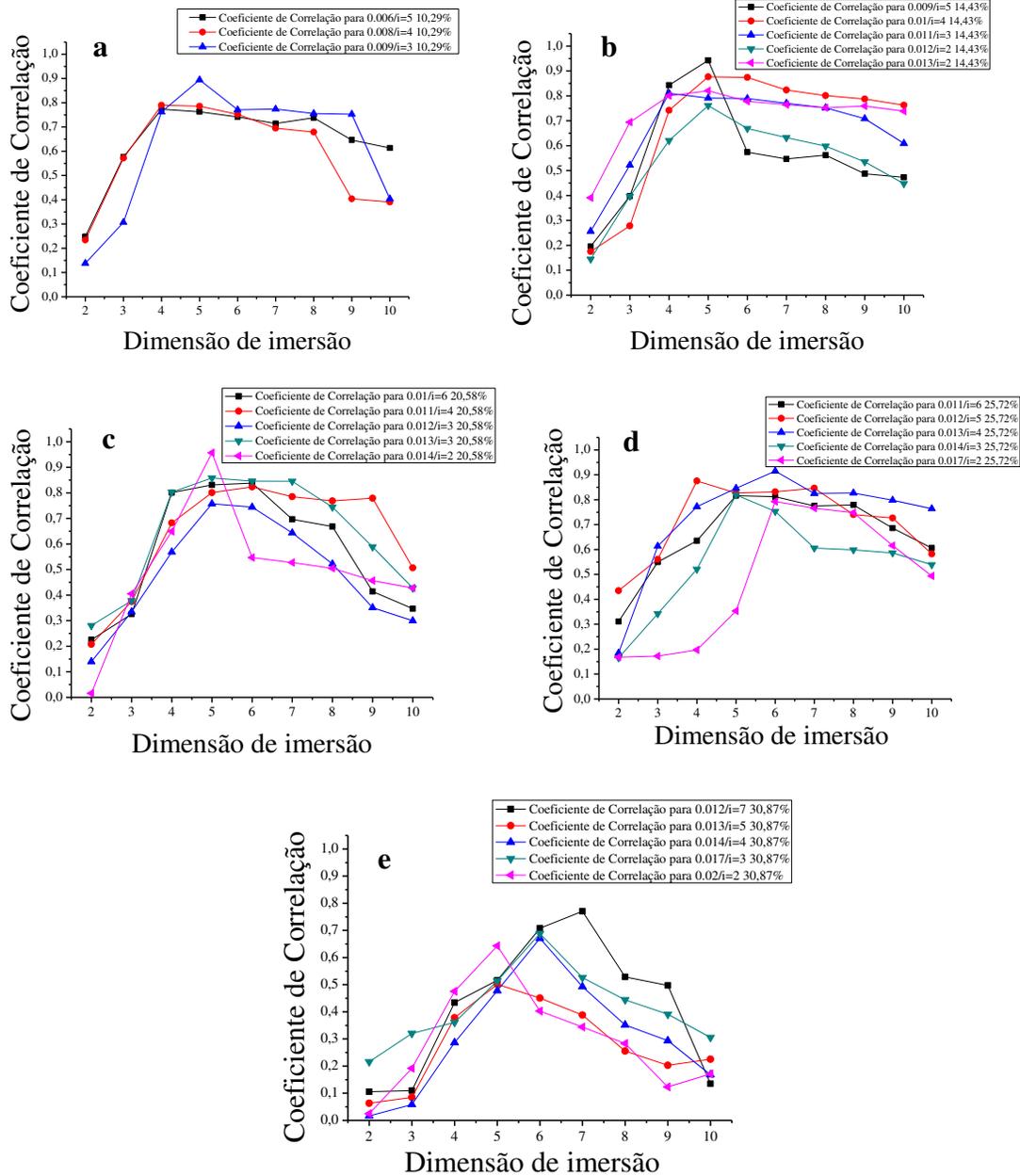


Figura 4.38 - Coeficientes de correlação obtidos pela previsão da rede neuronal para a série $r/R = 1$ (a) redução de 10,29% e (b) redução de 14,43%, (c) redução de 20,58%, (d) redução de 25,72% e (e) redução de 30,87%.

A Figura 4.39 apresenta os melhores resultados para os níveis de redução de ruído estudado. Observa-se que a série 0,013 na quarta iteração apresenta o melhor resultado, apresenta um pico em $m = 6$ e depois mantém-se quase constante para o coeficiente de

correlação a partir de $m = 7$. Observa-se também que o nível para a série original $r/R = 1$ possui os piores valores de correlação. Esse fato também é observado para a série 0,012 na iteração $i = 7$. Possivelmente, com uma redução de 30,87% de ruído, acarreta em remoção dos componentes determinístico da série, assim como observado na redução de 12,3% na série de Hénon.

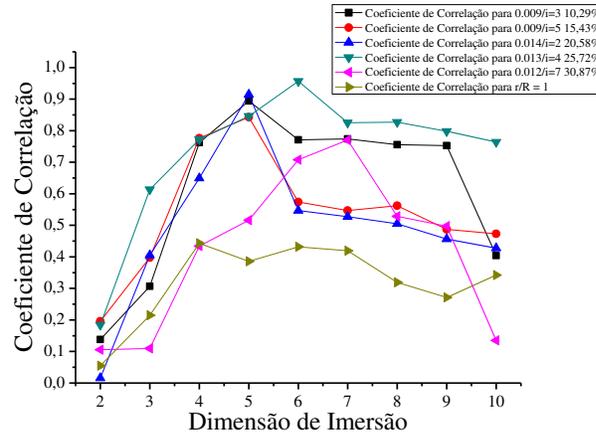


Figura 4.39 - Curvas para os valores de coeficiente de correlação para diferentes níveis de redução de ruído para série experimental $r/R = 1$.

A Figura 4.40 mostra o resultado para a previsão da série 0,013/ $i = 4$ com redução de ruído de 25,72%.

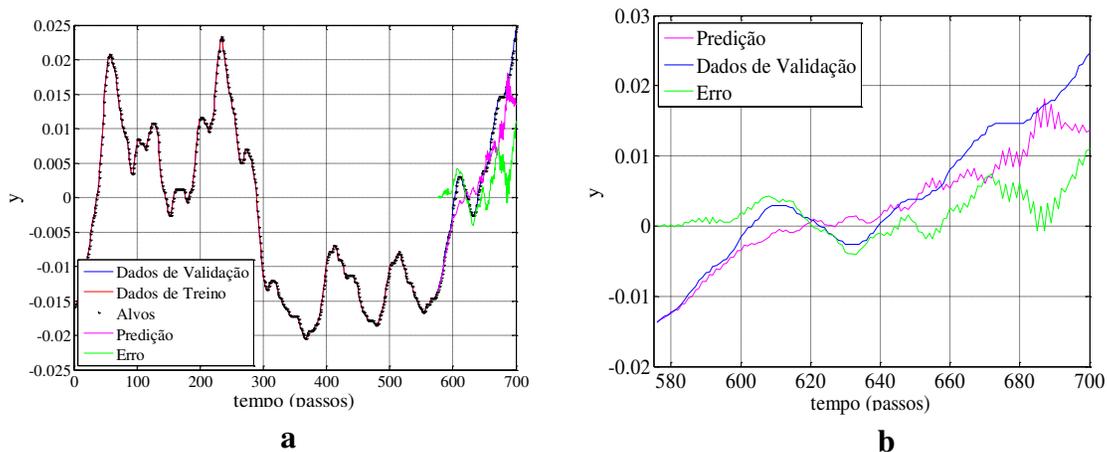


Figura 4.40 - (a) Predição da rede neuronal para a série $r = 0,013$ com quatro iterações, (b) intervalo de validação.

A Figura 4.41 apresenta o coeficiente de correlação para esta mesma série.

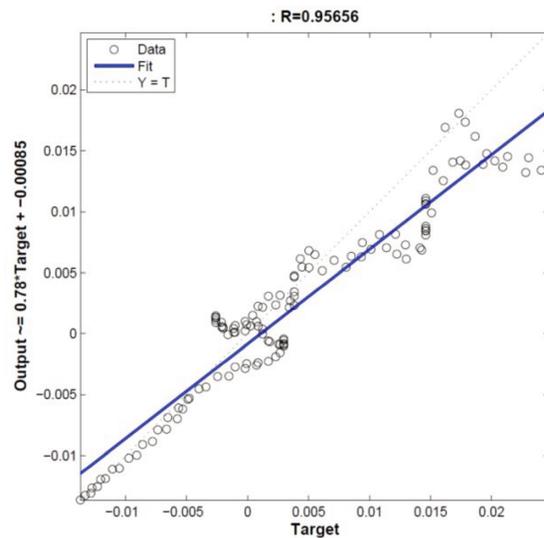


Figura 4.41 - Gráfico de correlação para predição da rede neuronal para a série $r = 0,013$ com quatro iterações.

Considerando o nível de 25,72% o nível mais provável de ruído na série $r/R = 1$, o próximo passo é verificar se a redução foi efetiva recalculando a dimensão de correlação a partir do algoritmo de Schouten *et al.* (1994a) e a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a). A Figura 4.43 apresenta o resultado obtido pelo *software* RRChaos.

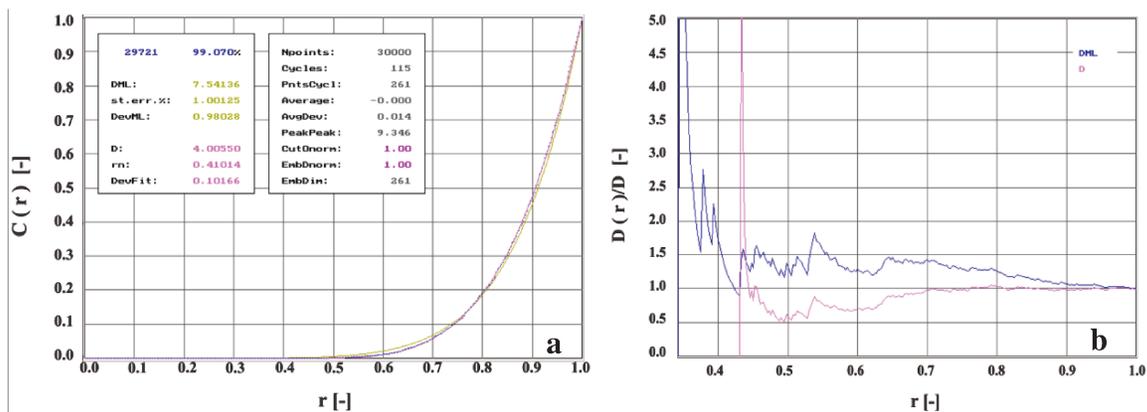


Figura 4.42 - (a) Estimativa para a dimensão de correlação com o método da máxima verossimilhança (D_{ML}), estimação a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a) (D) com estimativa do nível de ruído (r_n) para a série $r = 0,013$ com $i = 4$, (b) comparação da convergência dos dois métodos.

Observa-se em relação à Figura 4.32 que o valor da dimensão de correlação D_{ML} aumenta para 7,54. O nível de ruído sofreu uma redução de 10,29 para 4,39% (Anexo B).

Outro fato importante mostrado na Figura 4.42(b) é uma tendência para convergência, esse comportamento não é encontrado para a série $r/R = 1$. Isso explica o aumento da dimensão de correlação calculado a partir do algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a), o valor para este invariante passou de 0,01516 para 4,005, o tornado mais coerente com o sistema real, isto é, com certo grau de liberdade elevado.

Em relação à entropia de Kolmogorov, a Tabela 4.16 apresenta os valores para entropia de Kolmogorov obtida antes e depois da redução de ruído. Considerando que o nível mais provável de ruído é próximo de 25,72%.

Tabela 4.16 - Comparação dos valores da entropia de Kolmogorov após a redução de ruído para série $0,013/i = 4$.

Entropia de Kolmogorov	K_2 (bits/s)	K_{ML} (bits/s) RRchaos	K_{ML}' (bits/s)
Presença de ruído	4,0431	27,20	25,84
Após a redução de ruído	1,1299	20,18	22,56

Observa-se a fragilidade para o resultado de K_2 , o algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a) considera que a série possui infinitos pontos e ausência de ruído, suposição derivada do teorema de Takens (1981), essas considerações refletem no resultado final e reforça a necessidade de aprimorar tal algoritmo para séries experimentais. Para o valor de K_{ML} obtido a partir do código proposto (dimensão de imersão, $m = 30$, taxa de amostragem igual a 1000Hz), observa-se uma pequena diferença em relação ao resultado do RRChaos. O comprimento de corte utilizado foi de 0,78 (valor definido arbitrariamente). O RRChaos não mostra como essa variação do comprimento de corte é calculada, por outro lado, é possível obter um perfil da entropia de Kolmogorov variando a dimensão de imersão e o comprimento de corte. O mesmo pode ser feito no código proposto. O valor aceitável é obtido quando a entropia de Kolmogorov não mais varia quando se altera o comprimento de corte. Considerando as limitações do software RRChaos em relação a precisão (8 bit), principalmente na presença de ruído, em que o número de casas decimais é importante, o valor obtido é razoável e coerente para a série estudada.

CAPÍTULO 5 — Considerações Finais

Este capítulo apresenta um resumo dos principais pontos relevantes e conclusões apresentados ao longo desta Dissertação. Por fim, são expostas algumas ideias para a continuação deste trabalho.

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre os principais invariantes caóticos e seus resultados sob influência do ruído. Uma proposta para identificação e redução de ruído foi validada e aplicada em séries experimentais advindas de um leito fluidizado circulante. Foram desenvolvidos e atualizados código computacionais, utilizando a linguagem da plataforma Matlab[®], com a finalidade de tornar a programação mais flexível e robusta.

Apresentou-se o método de reconstrução do espaço de fase utilizando o método de decomposição em valores singulares (SVD), servindo como representação da dinâmica caótica a partir de uma série temporal. Para esse método, a dimensão de imersão e o comprimento da janela do tempo foram apresentados como principais parâmetros para definir a qualidade da reconstrução. Além disso, explicou-se de forma detalhada a utilidade do SVD para filtração de ruídos, que tem por objetivo diminuir as influências não sistemáticas sobre as séries amostradas. Para uma análise quantitativa descreveram-se os conceitos e utilidades dos parâmetros invariantes do caos: a dimensão de correlação, relacionada à medida do grau de liberdade do sistema e a entropia de Kolmogorov, que representa o grau de desorganização ou imprevisibilidade do mesmo.

Foram realizadas caracterizações qualitativas a partir do espaço de fase, no qual neste trabalho, a reconstrução com o método SVD proporcionou melhores condições de análise em relação ao método dos atrasos (MOD). A alta concentração de sólidos perto da parede do *riser* levou a formação de *clusters*, representando um comportamento das interações gás-sólido mais previsíveis com o atrator verticalmente compactado. O inverso ocorreu no

centro do *riser*, um escoamento mais caótico foi evidenciado devido à rápida variação da concentração de sólidos gerando, por tanto, uma região de alta turbulência, com atrator mais espaçado verticalmente.

Um estudo aprofundado foi feito nos algoritmos de Grassberger e Procaccia (1983a e 1983b) e Schouten *et al.* (1994a e 1994b). Constatou-se que o algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a e 1983b) para o cálculo da dimensão de correlação (D_2) e entropia de Kolmogorov (K_2) é suscetível a presença de ruído. Para superar isso Schouten *et al.* (1994a e 1994b) desenvolveram algoritmos que consideram a presença de ruído em séries temporais. Esses algoritmos limitam o ruído em magnitude além de impor uma nova escala para a integral de correlação. No entanto, tais algoritmos subestima a presença de ruído, acarretando em valores mascarados para a dimensão de correlação (D_{ML}) e entropia de Kolmogorov (K_{ML}).

Neste trabalho, utilizou-se o conceito de redes neuronais auto regressivas para substituir as funções locais propostas por Sivakumar *et al.* (1999b). Dessa forma, toda validação foi refeita utilizando o mapa de Hénon adicionando-se 8% de ruído uniformemente distribuído. O RRChaos apresentou como resposta um nível de ruído igual a 4,1%, confirmando o fato que o algoritmo de Schouten *et al.* (1994a) subestima o nível de ruído. Fizeram-se estimativas com 4,1, 8,2 e 12,3% de nível de ruído. Em seguida utilizou-se o algoritmo de Schreiber (1993) para redução do ruído e, por fim, foram realizadas as previsões com a rede neuronal. Os resultados confirmam a validade do método, dando como resposta final um nível de ruído próximo a 8,2%. Além, disso foi constatando que o nível de ruído gerado pelo RRChaos pode ser ignorado, pois com base no desvio padrão da série experimental, considerando que esta possui ruído, é possível estimar os valores para a configuração no método de redução de ruído de Schreiber (1993).

Em seguida aplicou-se o método de identificação e redução de ruído na série experimental próxima a parede do *riser*, $r/R = 1$, pois esta apresentou o maior nível de ruído e conseqüentemente, acarretando em maiores distorções nos valores dos invariantes. O nível estimado, a partir do RRChaos, para esta série foi de próximo de 10,29%. Após a identificação do nível de ruído com a rede neuronal, constatou-se que este nível era próximo de 25,72%. Recalculando os invariantes, percebeu-se que de fato, o uso da dimensão de correlação (D_2) é questionável para séries experimentais. Contudo após, a

redução de ruído, esta se apresentou de forma mais coerente, passando de um valor 0,01516 para 4,005. A dimensão de correlação utilizando conceitos de máxima verossimilhança se mostrou mais estável, passando de um valor 7,094 para 7,541. O nível de ruído também foi alterado, teve seu valor reduzido para 4,39%. Isto é, considerando que a série tinha quase 26% de ruído, em que se obteve uma redução para 4,39%, o método proposto pode ser considerado útil para identificar e reduzir níveis de ruído em sistemas cuja dinâmica não é conhecida.

Valores da entropia de Kolmogorov também foram avaliados, para K_2 , em consequência da fragilidade a presença de ruído do algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b), esse invariante também é afetado, não reproduzindo resultados confiáveis. Aconselha-se utilizar, portanto, a entropia de Kolmogorov que emprega conceitos de máxima verossimilhança, igualmente como na dimensão de correlação. Para K_{ML} , esse invariante apresentou resultados mais estáveis na presença de ruído, com pequenas variações, no caso em questão, o valor da entropia com ruído era de 27,20 bits/s e após a redução de ruído seu valor foi para 20,18 bits/s. Resultados semelhantes foram obtidos com o código desenvolvido para o cálculo de K_{ML} .

Em relação aos códigos propostos, comparando-os com o *software* RRChaos, notou-se um baixo tempo computacional — para o cálculo da dimensão de correlação, por exemplo, o *software* RRChaos demora cerca de 4h em uma plataforma mais recente, Windows 7, e é necessário um simulador do DOS para sua execução. Em sistemas operacionais mais antigos, como o XP, existe um problema de alocação de memória, em que dependendo das atualizações instaladas, o *software* RRChaos compila ou não, contudo o tempo de execução das funções são menores em relação a plataforma mais recente, dependendo apenas do número de pontos da série — em que mesmo em séries com elevados números de pontos, o Matlab retornará os resultados em poucos segundos.

A estimativa do nível de ruído é um passo importante para compreensão de sistemas reais caóticos, visto que, de uma forma ou de outra, esses sistemas são corrompidos, em maior ou menor escala por ruídos, seja proveniente de medição ou intrínseco da própria dinâmica. Para caracterização de sistemas caóticos, os invariantes são as principais formas de descrever e analisar tais comportamentos. Para isso, dispõe-se de vários algoritmos para o cálculo da dimensão de correlação, entropia de Kolmogorov, reconstrução do espaço de

fase etc. Contudo é necessário ter cuidado na escolha de tais métodos. Para sistemas experimentais é necessária a inclusão do nível de ruído nos cálculos. Se isso não for possível, ao menos um procedimento de redução de ruído deve ser aplicado para ter confiabilidade nos resultados finais. O uso de filtros, assim como a qualquer aplicação de redução de ruído, deve ser feito com cautela para não mascarar a dinâmica subjacente e, por fim, utilizar o bom senso e relacionar os valores dos invariantes com o sistema físico.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Algumas sugestões para dar continuidade a este trabalho, referente à aplicação da análise de caos com identificação e redução de ruído, são listadas abaixo:

- Estudar a aplicação de filtros que utilizam conceitos de decomposição em valores singulares na obtenção dos invariantes caóticos.
- Analisar conceitos como, decomposição em modos empíricos (EMD), na aplicação em séries caóticas simuladas e experimentais.
- Estudar a aplicação do expoente de Lyapunov nas séries advindas do LFC.
- Comparar outros métodos de redução de ruído como, por exemplo, redução de ruído polinomial.
- Comparar as previsões locais com as globais para as séries experimentais do LFC.
- Investigar outros tipos de redes neuronais para a previsão global, como por exemplo, rede neuronal com ativação de base radial (RBF) e rede neuronal auto regressivas com entrada exógenas (NARX).
- Avaliar o impacto do número de pontos no coeficiente de correlação para a rede neuronal.
- Estudo dos conceitos de controle de caos e aplicação em sistemas particulados.
- Por último, sugere-se um estudo detalhado na otimização da dimensão de correlação aplicando conceitos de máxima verossimilhança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABARBANEL, H. D. I.; BROWN, R.; SIDOROWICH, J. J.; TSIMRING, L. S. The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems. In *Reviews of Modern Physics*, v. 65, pp. 1331-1392, 1993.

ABARBANEL, H.D.I. Analysis of Observed Chaotic Data, 1996.

ABASHAR, M. E. E.; ELNASSHAIE, S. S. E. H. Dynamic and chaotic behavior of periodically forced fermentors for bioethanol production, *Chemical Engineering Science*, v.65, pp.4894–4905, 2010.

AJBAR, A.; AL-MASRY, W.; ALI, E. Prediction of flow regimes Transitions in bubble columns using passive acoustic measurements, *chemical Engineering and Processing*, v.48, pp.101-110, 2009.

ALTMANN, E. G. Caos Determinístico em Sistema Dissipativos, 2002. Disponível em: < <http://www.mpipks-dresden.mpg.de/edugalt/trabalhos/apo> >. Acesso em 15 set. 2012.

BABOVIC, V.; KEIJZER, M.; STEFANSSON, M. Optimal embedding using evolutionary algorithms, *Proceedings of the 4th International Conference on Hydroinformatics*, Iowa city, July 2000, 2000.

BATLLE, C.; FOSSAS E.; OLIVAR, G. Stabilization of periodic orbits of the buck converter by time-delayed feedback. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, v. 27, pp. 617–631, 1999.

BELATO, D. Análise não linear de sistemas dinâmicos holonômicos não ideais. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2002.

BERGER, T.E.; SCHRIJVER, C. J.; SHINE, R. A.; TARBELL, T. D.; TITLE, A. M.; SCHARMER, G. New Observations of Subarcsecond Photospheric Bright Points. *Astrophysical Journal*, v. 454, p.531, 1995.

BETIOLI, M. L. P. Estudo experimental da distribuição de pressão estática no escoamento gás-sólido em um leito circulante. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2007.

BLEKHMANN, I. I.; FRADKOV, A. L.; NIJMEIJER, H.; POGROMSKY, A. YU. On self-synchronization and controlled synchronization. *Systems & Control Letters*, v.31, pp. 99–305, 1997.

BOX, G. G. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis*, Prentice Hall, 1994.

BREAUULT, R. W.; CASLETON, E. M.; GUENTHER, C. P. Chaotic and statistical tests on fiber optic dynamic data taken from the riser section of a circulating fluidized bed. In *Powder Technology*, v. 220, pp. 151-163, 2012.

BRIONGOS, J. V.; ARAGÓN, J. M.; PALANCAR, M. C. Phase space structure and multi-resolution analysis of gas-solid fluidised bed hydrodynamics: Part I – The EMD approach, *Chemical Engineering Science*, v. 61, pp. 6963-6980, 2006.

BRIONGOS, J. V.; SANCHEZ-DELGADO, S.; ACOSTA-IBORRA, A.; SANTANA, D.A. Novel Approach for Modeling Bubbling Gas-Solid Fluidized Beds. In *Aiche Journal*, v. 57, pp. 1733-1750, 2011.

BRIONGOS, J. V.; SOLER, J. G. Free top fluidized bed surface fluctuations as a source of hydrodynamic data. In *Powder Technology*, v. 134, pp. 133-144, 2003.

BRIONGOS, J. V.; SOLER, J. G. State Space analysis, a tool for progress. *Computer Aided Chemical Engineering*, v.20, pp.43-48, 2005.

BROOMHEAD, D. S.; KING, G. P. Extracting qualitative dynamics from experimental data, *Physica 20D*, pp. 217-236, 1986.

CASTILHO, G. J. Análise de Caos em Leito Fluidizado Circulante. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2011.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Comparison of downer and riser flows in a circulating bed by means of optical fiber probe signals measurements. *Procedia Engineering*, v. 42, pp. 326-333, 2012.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Estudo de escoamento gás-sólido em uma seção downer utilizando-se análise de caos a partir de sinais de sonda de fibras ópticas. In: XXXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Vassouras – RJ, 2011. Anais do XXXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, v. CD ROM, 2011.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A.; ARAGÓN, J. M. Estudo preliminar sobre o escoamento gás/sólido em uma seção de um reator LFC-RISER utilizando-se análise caótico-determinista a partir de sinais elétricos oriundos de uma sonda de fibras ópticas. In: XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Campinas – SP, 2009a. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, v. CD ROM, 2009a.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A.; DE MARTÍN, L.; ARAGÓN, J. M. Identificação de condição de fluidização mediante ferramentas caótico-deterministas. In: XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Campinas – SP, 2009b. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, v. CD ROM, 2009b.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A.; DE MARTÍN, L.; ARAGÓN, J. M. Experimental fluid dynamics study in a fluidized bed by deterministic chaos analysis. *Particulate Science and Technology*, v. 29, pp. 179-196, 2011.

CHEN, G. Introduction to chaos control and anti-control”, In: Leung, T. P.; Qin, H. –S., *Advanced Topics in Nonlinear Control Systems*, Singapore: World Scientific Pub. Co., 2001, cap. 6, pp.193-245, 2001.

CHEN, J. H.; CHAU, K. T.; SIU, S. M.; CHAN, C. C. Experimental stabilization of chaos in a voltage-mode dc drive system. *IEEE Transactions on Circuits Systems I*, v.47, pp. 1093–1095, 2000.

DARTON, R.C., LANAUZE, R.D., DAVIDSON, J.F., HARRISON, D. Bubble growth due to coalescence in fluidised beds. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, v.55, pp. 274-280, 1977.

DAW, C. S.; LAWKINS, W. F.; DOWNING, D. J.; CLAPP, N. E. Jr. Chaotic Characteristics of a Complex Gas-Solids Flo. *Phys. Rev. A*, v. 41, p. 1179–1181 1990.

DING, M. Z.; DING, E. J.; DITTO, W. L.; GLUCKMAN, B.; IN, V.; PENG, J. H. Control and synchronization of chaos in high dimensional systems: Review of some recent results. *Chaos*, v.7, pp. 644–652, 1997.

DOEBELIN, E.O. System modeling and response - Theoretical and experimental approaches. *John Wiley & Sons, Inc.*, 1980.

ELSHOBAGY, A., SIMONOVIC, S.P., PANU, U.S., Estimation of missing streamflow data using principles of chaos theory. *J. of Hydrol.*, v.255, pp.123–133, 2002.

FAN L. T., THO-CHING HO, HIRAOKA S., WALAWENDER W. P. Pressure fluctuations in a fluidized bed, *AIChE J.*, v. 27(3), pp. 388-396, 1981.

FARMER, J. D.; SIDOROWICH, J. J. Predicting chaotic time series, *Phys. Rev. Lett.*, v.59, p.845, 1987.

FERRARA, N. F.; PRADO, C. P. C. *Caos uma introdução*. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1994.

FONSECA, O. L. C. Estudo Preliminar da Fluidodinâmica do Escoamento Gás-Sólido de um Leito Fluidizado Circulante Através da Análise dos Sinais Dinâmico de Pressão. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2009.

FRADKOV A.L; EVANS R. J. Control of chaos: methods and applications in engineering. *Annual Reviews in Control*, v.29, pp. 33–56, 2005.

FRADKOV, A. L.; NIJMEIJER, H.; MARKOV, A. Adaptive observerbased synchronization for communications. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, v. 10(12), pp.2807–2814, 2000.

FRANK, G. W.; LOCKMAN, T.; NERENBERG, M. H. H. Recovering the attractor: a review of chaotic time-series analysis. *Canadian Journal Physics*, v.68, pp. 711-718, 1990.

FRASER, A.M.; SWINNEY, H. Independent coordinates for strange attractors from natural information. *Physical Review A*, v.33 , p. 1134-1140, 1986.

GALLAGHER, P. J. Some experiences with selective dissemination on information. *Information Scientist*; v. 2, n. 3, p. 103-106, 1968.

GIBSON, J.E.; FARMER, J.D.; CASDAGLI, M.; EUBANK, S. An analytic approach to practical state space reconstruction. *Physica D*, v. 57, p. 1-30, 1992.

GLEICK, J. *Chaos: Making a new science*. Viking, New York, 1987.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Estimation of Kolmogorov Entropy from a Chaotic Signal, *Physical Review A*, v.28 , pp.2591-2593, 1983b.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Measuring the Strangeness of Strange Attractors. In *Physica D*, v. 9, pp. 189-208, 1983a.

HABEL, R.; BEIGE, H. Ferroelectric systems with controlled chaos. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, v.7, pp. 199–204, 1997.

HARTGE, E.-U.; RATSCHOW, L.; WISCHNEWSKI, R.; WERTHER, J. CFD-simulation of a circulating fluidized bed riser. *Particuology*, v. 7, p. 283-296, 2009.

HAY, J. M.; NELSON, B. H.; BRIENS, C. L.; BERGOUNOU, M. A. The Calculation of the Characteristics of a Chaotic Attractor in a Gas-Solid Fluidized Bed. *Chem. Eng. Sci.*, v. 50, p. 373–380, 1995.

HAYKIN, S. *Communication Systems*. 4th ed. New York, USA: John Wiley & Sons, 2001.

HILBORN, R. C. *Chaos and nonlinear dynamics*. Oxford University Press, New York, USA: (Chapter 9), 1994.

HSU, K.L., GUPTA, H.V., SOROOSHIAN, S., Artificial neural network modeling of the rainfall-runoff process. *Water resources research*, v.31(10), pp.2517–2530, 1995.

ISLAM, M.N., SIVAKUMAR, B., Characterization and prediction of runoff dynamics: a nonlinear dynamical view. *Adv. Water Resour.*, v25, pp.179–190, 2002.

JAYAWARDENA, A. W.; GURUNG, A. B. Noise reduction and prediction of hydrometeorological time series: dynamical systems approach vs. stochastic approach. *J. Hydrol.*, v. 228, p.242-264, 2000.

JI, H. S.; OHARA, H.; KURAMOTO, K.; TSUTSUMI, A.; YOSHIDA, K.; HIRAMA, T. Nonlinear dynamics of gas-solid circulating fluidized-bed system. In *Chemical Engineering Science*, v. 55, pp. 403-410, 2000.

JOHANSSON, F.; ZIJERVELD, R.C.; SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M.; LECKNER, B. Characterization of fluidization regimes by time-series analysis of pressure fluctuations. *Int. J. Multiphase Flow*, v. 26, p.663-715, 2000.

KAART, S.; SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Improving conversion and selectivity of catalytic reactions in bubbling gas-solid fluidized bed reactors by control of the nonlinear bubble dynamics. *Catalysis Today*, v.48, pp. 184-194, 1999.

KAART, SANDER. *Controlling chaotic bubbles*. Delft: University of Technology, Delft – NL, 2002. PhD. Thesis.

KACIMI, S.; LAURENS, S. The correlation dimension: A robust chaotic feature for classifying acoustic emission signals generated in construction materials. In *Journal of Applied Physics*, v. 106, 2009.

KANTZ, H.; SCHREIBER, T. *Nonlinear time series analysis*. Cambridge University Press, Cambridge UK, 1997.

KARUNASINGHA, D. S. K. Effective and efficient data for phase space prediction (PhD Qualifying Exam report), Dept of Civil Engineering, National University of Singapore, 2003.

KARUNASINGHE, D. S. K.; LIONG, S.Y. Chaotic time serie prediction with global model: Artificial neural network. *Journl of Hydrology*, v. 323, pp. 92 – 105, 2006.

KENNEL, M.B.; BROWN, R.; ABARBANEL, H.D.I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical Review A*, v. 45, p.3403-3411, 1992.

KIM, J. S.; TACHINO, R.; TSUTSUMI, A. Effects of solids feeder and riser exit configuration on establishing high density circulating fluidized beds. In *Powder Technology*, v. 187, pp. 37-45, 2008.

- KIM, J.; HAN, G. Y. Effect of agitation on fluidization characteristics of fine particles in a fluidized bed. In *Powder Technology*, v. 166, pp. 113-122, 2006.
- KOUOMOU, Y. C.; WOAFO, P. Stability and chaos control in electrostatic transducers. *Physica Scripta*, v.62, pp. 255–260, 2000.
- KOVÁCS, Z. L. Redes Neurais Artificiais: fundamentos e aplicações. 3.ed. São Paulo, KUGIUMTZIS, D. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series — the role of the time window length. *Physica D*, v. 95, p. 13-28, 1996.
- KUGIUMTZIS, D.; LILLEKJENDLIE, B.; CHRISTOPHERSEN, N. Chaotic Time Series, Part I: Estimation of Some Invariant Properties in State-Space, *Modeling, Identification and Control*, v.15, n.4, pp.205–224, 1994.
- LEE, J. S.; CHANG, K. S. Applications of chaos and fractals in process systems engineering. *J. Proc. Cont.*, v. 6, pp. 71-87, 1996.
- LETZEL, H. M., SCHOUTEN, J. C., KRISHNA, R., VAN DEN BLEEK, C. M. Influence of elevated pressure on the stability of bubbly flows. *Chem. Eng. Sc.*, v. 52, pp. 3733-3739, 1997.
- LIEBERT, W.; SCHUSTER, H. G. Proper choice of the time delay for the analysis of chaotic time series. *Physics Letters A*, v. 142, p. 107-111, 1989.
- LIN, H. H.; WANG, C. Y.; SHIH, H. C.; CHEN, J. M.; HSIEH, C. T. Characterizing well-ordered CuO nanofibrils synthesized through gas-solid reactions. In *Journal of Applied Physics*, v. 95, pp. 5889-5895, 2004.
- LLOP, M. F.; JAND, N.; GALLUCCI, K.; LLAURO, F. X. Characterizing gas-solid fluidization by nonlinear tools: Chaotic invariants and dynamic moments. In *Chemical Engineering Science*, v. 71, pp. 252-263, 2012.
- LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, v. 20, pp. 130-141, 1963.
- LU, H. L.; GIDASPOW, D.; BOUILLARD, J. Chaotic behavior of local temperature fluctuations in a laboratory-scale circulating fluidized bed. In *Powder Technology*, v. 123, pp. 59-68, 2002.

MANYELE, S. V.; KHAYAT, R. E.; ZHU, J. X. Investigation of the dynamics of a high-flux CFB riser using chaos analysis of pressure fluctuations, *Chemical Engineering Technology*, v.25, n.8, pp.801-810, 2002.

MANYELE, S.V.; ZHU, J.; ZHANG, H. Analysis of the microscopic flow Structure of a CFB downer reactor using solids concentration signals, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, v.1, A55, 2003.

MANYELE, S.V.; ZHU, J.X.; KHAYAT, R.E.; PÄRSSINEN, J.H. Analysis of the chaotic dynamics of a high-flux CFB riser using solids concentration measurements, *China Particuology*, v.4, n.3-4, pp.136-146, 2006.

MARZOCHELLA, A.; ZIJERVELD, R. C.; SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Chaotic behavior of gas-solids flow in the riser of laboratory-scale circulating fluidized bed. *AIChE J.*, v. 43, pp. 1458-1468, 1997.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, v.5, pp.115–133, 1943.

MEEHAN, P. A.; ASOKANTHAN, S. F. Control of chaotic instabilities in a spinning spacecraft with dissipation using Lyapunov method. *Chaos, Solitons and Fractals*, v.13, pp.1857–1869, 2002.

MILLER, D. Scale-Up of Agitated Vessels Gas-Liquid Mass Transfer. *American Institute of Chemical Engineers*, v. 20, pp. 445–453, 1974.

MONTEIRO, L. H.A.; *Sistemas Dinâmicos*. 2^a Ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MOURA, H. L.; CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Avaliação da reconstrução do espaço de fase em um sistema caótico aplicação em uma seção de riser. In: XIX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Búzios – RJ, 2012. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, v. CD ROM, 2012.

NEDELTCHEV, S. Modelling the Kolmogorov entropy in bubble column reactors operating in the churn-turbulent regime. *Bulgarian Chemistry and Industry*, v.69, pp. 35-39, 1998.

NEDELTCHEV, S.; JORDAN, U.; LORENZ, O.; SCHUMPE, A. Identification of various transition velocities in a bubble column based on Kolmogorov entropy. *Chemical Engineering Technology*, v. 30, pp. 534-539, 2007.

NEDELTCHEV, S.; KUMAR, S. B.; DUDUKOVIC, M. P. Flow regime identifications in a bubble column based on both Kolmogorov entropy and quality of mixedness derive from CAERPT data. *The Canadian of Chemical Engineering*, v. 81, pp. 367-374, 2003.

NEDELTCHEV, S.; SHAIKH, A.; AL-DAHMAN, M. Flow regime identification in a bubble column via nuclear gauge densitometry chaos analysis. *Chemical Engineering Technology*, v. 34, pp. 225-233, 2011.

OLIVEIRA, A. R. Conjugação Topológica de Fluxos. Dissertação (Mestrado em Matemática), Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá – PR, 2011.

OTT, E.; GREBOGI, C.; YORKE, J. A. CONTROLLING CHAOS. *Physical Review Letters*, v. 64, n. 11, pp. 1196-1199, 1990,

PARKER, T. S.; CHUA, L. O. Chaos: A tutorial for engineers. *Proceedings of the IEEE*, V. 75, n. 8, p. 982-1008, 1987.

PECORA, L. M.; CARROLL, T. L.; JOHNSON, G. A.; MAR, D. J. Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts and application. *Chaos*, v.7(4), pp.520–543, 1997.

PHOON, K.K.; ISLAM, M.N.; LIAW, C.Y.; LIONG, S.Y. Practical inverse approach for forecasting nonlinear hydrological time series. *J of Hydrologic. Eng*, v.7(2), pp.116–128, 2002.

PODDAR, G.; CHAKRABARTY, K.; BANERJEE, S. Control of chaos in dc–dc converters. *IEEE Transactions on Circuits Systems I*, v. 45, pp.672– 676, 1998.

POINCARÉ, H. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. *Acta Mathematica*, v. 13, pp. 1-270, 1890.

PORPORATO, A.; RIDOLFI, L. Clues to the existence of deterministic chaos in river flow. *Int. J. Mod. Phy. B*, v.10(15), pp. 1821–1862, 1997.

- ROMEIRAS, F. J.; GREBOGI, C.; OTT, E. DAYAWANSA, W. P. Controlling chaotic dynamical systems, *Physica D*, v. 58, pp. 165-192, 1992.
- RUELLE, D.; TAKENS, F. On the nature of turbulence, *Commun. Math. Physics*, v. 30, pp. 167-192, 1971.
- SANO, M.; SAWADA, Y. Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series. *Physical Review Letters*, v. 55(10), pp.1082-1085, 1985.
- SANTOS, E. A.; CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Emprego da análise de caos para identificar regiões fluidodinâmicas características em um leito de jorro cônico. In: XXXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Vassouras – RJ, 2011. Anais do XXXV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, v. CD ROM, 2011.
- SAVI, M. A. Dinâmica Não Linear e Caos. Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE, Engenharia Mecânica: [s.n.], 2004.
- SCHOPF, E. C. Método Neuro-estatístico para Predição de Séries Temporais Ruidosas – Porto Alegre: PPGC, UFRGS, 2007.
- SCHOUTEN, J. C.; TAKENS, F.; VAN DEN BLEEK, C. M. Estimation of the dimension of a noisy attractor, *Physical Review E*, v.50, n.3, pp.1851-1961, 1994a.
- SCHOUTEN, J. C.; TAKENS, F.; VAN DEN BLEEK, C. M. Maximum-Likelihood-Estimation of the Entropy of an Attractor. In *Physical Review E*, v. 49, pp. 126-129, 1994b.
- SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C.M. *RRCHAOS, a menu-driven software package for nonlinear time series analysis*, Rector Research Foundation, Delft, 1992.
- SCHOUTEN, J. C.; ZIJERVELD, R. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Scale-up of bottom-bed dynamics and axial solids-distribution in circulating fluidized beds of Geldart-B particles. *Chem. Eng. Sc.*, v. 54, pp. 2103-2112, 1999.
- SCHREIBER, T. Extremely Simple Nonlinear Noise Reduction Method. *Phys. Rev. E.*, v.47, pp. 2401, 1993.
- SCHREIBER, T.; GRASSBERGER, P. A simple noise-reduction method for real data. *Phys. Lett. A*, v.160 (5), pp.411–418, 1991.

- SHAW, R. S. *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System*, Aerial Press, 1985.
- SIEK, MICHAEL BASKARA LAKSANA ADI. *Chaos Computational intelligence, Data Assimilation, Ensembles*. Delft: University of Technology, Delft – NL, PhD. Thesis, 2011.
- SIVAKUMAR, B.; K.K. PHOON, S.Y.; LIONG; C.Y. LIAW. A systematic approach to noise reduction in chaotic hydrological time series, *Journal of Hydrology*, v.219(3/4), pp.103-135, 1999b.
- SIVAKUMAR, B.; LIONG, S.Y.; LIAW, C.Y.; PHOON, K.K. Singapore rainfall behaviour: chaotic? *J. Hydrol. Engng*, v.4 (1), pp. 38–48, 1999a.
- SOUZA, R. C. T. *Previsão de Séries Temporais Utilizando Rede Neural Treinada por Filtro de Kalman e Evolução Diferencial*. Curitiba, 2008.
- SRIVASTAVA, K. N.; SRIVASTAVA, S. C. Elimination of dynamic bifurcation and chaos in power systems using facts devices. *IEEE Transactions on Circuits Systems I*, v.45, pp.72–78, 1998.
- STRINGER, J. Is a fluidized bed a chaotic dynamic system, *Proceedings of the 10th International Conference on Fluidized Bed Combustion*, San Francisco, CA, v.1, pp. 265-272, 1989.
- STROGATZ, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos – With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Perseus Pub., 1994.
- SVOBODA, K., CERMAK, J., HARTMAN, M., DRAHOS, J., SELUCKY, K. Pressure fluctuations in gas-fluidized beds at elevated temperatures. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, v. 22, pp. 514-520, 1983.
- TAKENS, F. *Detecting strange attractors in turbulence*, In: *Dynamical systems and turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, Eds. D.A. Rand e L-S. Young, Springer Verlag, v. 898, pp.366-381, 1981.
- TSUTSUMI, A.; KIKUCHI, R. Design and scale-up methodology for multi-phase reactors based on non-linear dynamics. In *Applied Energy*, v. 67, pp. 195-219, 2000.

TUFILARO, N. B.; ABBOT, T.; REILLY, J. An Experimental Approach to Nonlinear Dynamics and Chaos, Addison Wesley, 1992.

VAN DEN BLEEK, C. M., COPPENS, M. O., SCHOUTEN, J. C. Application of chaos analysis to multiphase reactors, *Chemical Engineering Science*, v. 57, pp. 4763-4778, 2002.

VAN DEN BLEEK, C. M.; SCHOUTEN, J. C. Deterministic chaos: a new tool in fluidized bed design and operation. *Chemical Engineering Journal*, v. 53, pp. 75-87, 1993.

VAN DEN BLEEK, C. M.; SCHOUTEN, J. C. Deterministic chaos: a new tool in fluidized bed design and operation. *Chem. Eng. J.*, v. 53, p. 75-87, 1993.

VANDER STAPPEN, M. L. M.; SHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Application of deterministic chaos theory in understanding the fluid dynamic behavior of gas-solids fluidization. *A.I.Ch.E. Symposium Series*, v. 89, n. 296, pp. 91-102, 1993.

VANDER STAPPEN, MICHEL LOUIS MARIA. *Chaotic hydrodynamics of fluidized beds*, Delft: University of Technology, Delft – NL, 1996. 236 pp. PhD. Thesis.

VAZQUEZ, A.; MANASSEH, R.; SANCHEZ, R. M.; METCALFE, G. Experimental comparison between acoustic and pressure signals from a bubbling flow. In *Chemical Engineering Science*, v. 63, pp. 5860-5869, 2008.

WANG, Z.Y.; JIN, N.D.; GAO, Z.K.; ZONG, Y.B.; WANG, T. Nonlinear dynamical analysis of large diameter vertical upward oil-gas-water three-phase flow pattern characteristics, *Chemical Engineering Science*, v.65, pp.5526-5236, 2010.

WU, B.; ZHU, J.X.; BRIENS, L. A Comparison of flow dynamics and flow structure in a riser and a downer, *Chemical Engineering Technology*, v.30, n.4, pp.448-459, 2007.

WU, W. Nonlinear bounded control of a non-isothermal CSTR. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v.39, pp. 3789– 3798, 2000.

XU, J.; BAO, X.; WEI, W.; BI, H.T.; GRACE, J.R.; LIM, C.J. Chaotic characteristics of pressure fluctuations in a gas spouted bed. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.87, pp.252-263, 2009.

*APÊNDICE A — Resultados para
reconstrução dos atratores em um espaço
tridimensional*

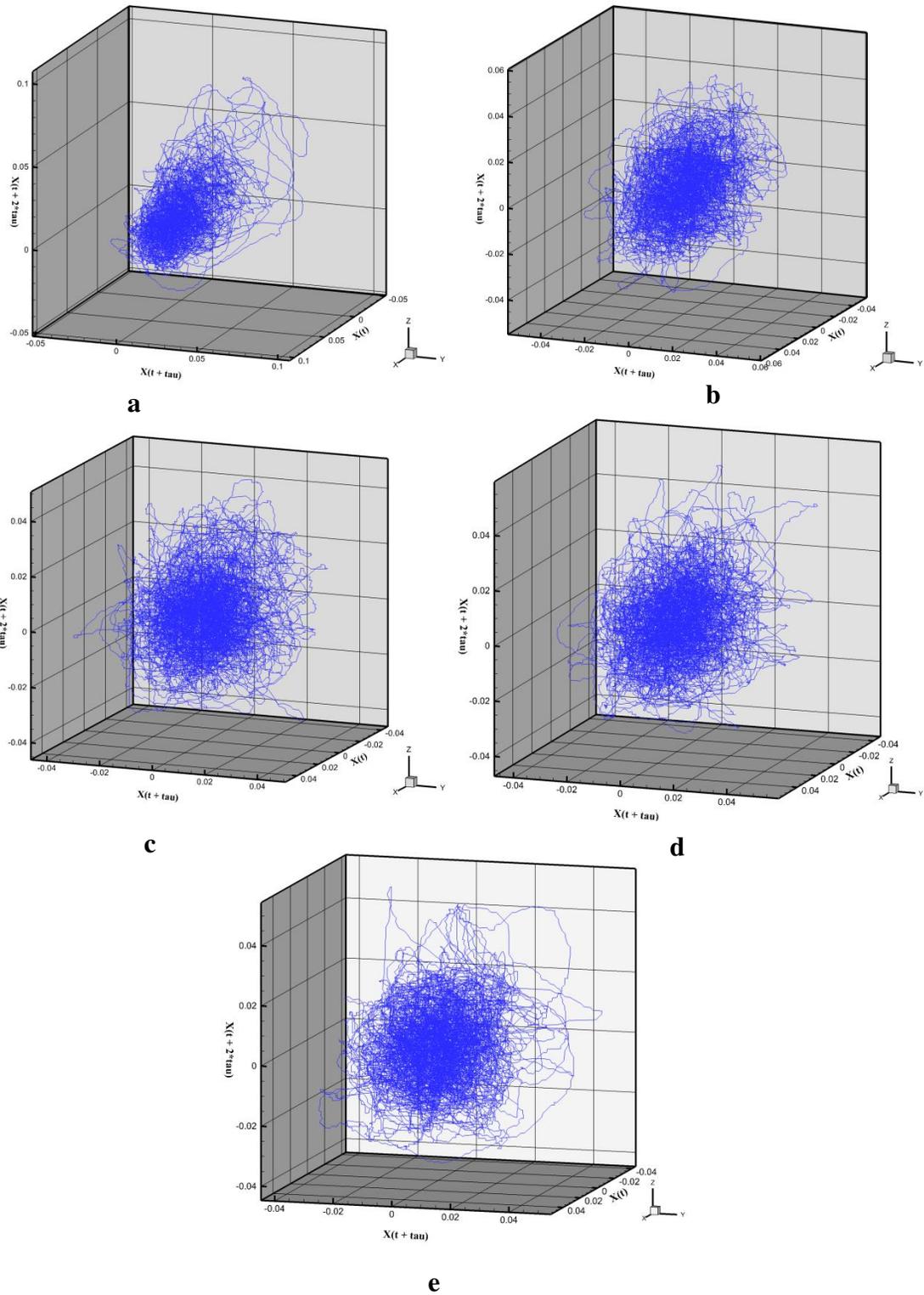


Figura A.1 - Reconstrução dos atratores a partir do método dos atrasos (MOD) para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).

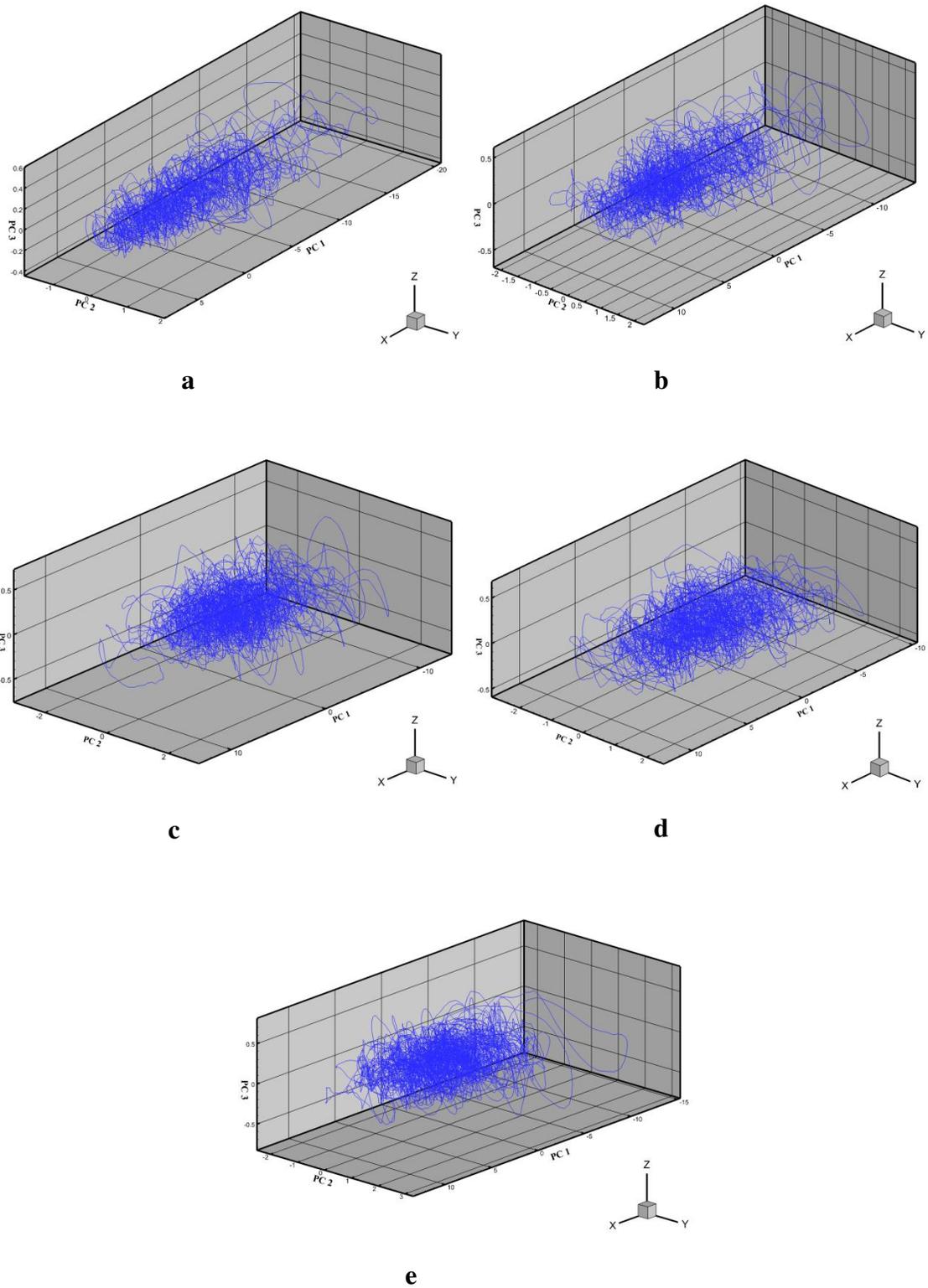


Figura A.2 - Reconstrução dos atratores a partir do método SVD para as posições: (a) $r/R = 1$ (parede do riser), (b) $r/R = 0,75$, (c) $r/R = 0,50$, (d) $r/R = 0,25$ e (e) $r/R = 0$ (centro do riser).

*ANEXO A — Função redução de ruído
baseado no algoritmo de Schreiber (1993)*

```

function xr=noiserSchreiber(x,K,L,r,repeat)
%Syntax: xr=noiserSchreiber(x,K,L,r,repeat,auto)
%
%-----
%
% Geometrical noise reduction for a time series, according to
% the extremely simple noise reduction method introduced by Schreiber.
%
% xr is the vector/matrix with the cleaned time series.
% x is the time series.
% K is the number of dimensions before the corrected point.
% L is the number of dimensions after the corrected point.
% r is the range of the neighborhood.
% repeat is the number of iterations of the whole algorithm.
% auto automatically adjusts the range for every iteration if it is set to
% 'auto'.
%
%
% Note:
%
% K+L+1 should be equal to the embedding dimension.
%
%
% Reference:
%
% Schreiber T (1993): Extremely simple noise-reduction method.
% Physical Review E 47: 2401-2404
%
%
% Alexandros Leontitsis
% Department of Education
% University of Ioannina
% Ioannina
% Greece
% e-mail: leoaleq@yahoo.com
% Homepage: http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Lab/1421
%
% 14 Jul 2001

if nargin<1 | isempty(x)==1
    error('You should provide a time series.');
```

```

else
    % x must be a vector
    if min(size(x))>1
        error('Invalid time series.');
```

```

    end
    x=x(:);
    % n is the time series length
    n=length(x);
end

if nargin<2 | isempty(K)==1
    K=1;
else
    % K must be either a scalar or a vector
    if min(size(K))>1
        error('K must be a scalar or a vector.');
```

```

    end
    % K must contain integers
    if sum(abs(round(K)-K))~=0
```

```

        error('K must contain integers.');
```

end

```

% K values must be above 1
if any(K<1)==1
    error('K values must be above 1.');
```

end

end

```

if nargin<3 | isempty(L)==1
    L=1;
else
    % L must be either a scalar or a vector
    if min(size(L))>1
        error('L must be a scalar or a vector.');
```

end

```

% L must contain integers
if sum(abs(round(L)-L))~=0
    error('L must contain integers.');
```

end

```

% L values must be above 1
if any(L<1)==1
    error('L values must be above 1.');
```

end

end

```

if nargin<4 | isempty(r)==1
    r=1.96*std(x);
else
    % r must be either a scalar or a vector
    if min(size(r))>1
        error('r must be a scalar or a vector.');
```

end

```

% r values must be above 0
if any(r<0)==1
    error('r values must be above 0');
```

end

end

```

if nargin<5 | isempty(repeat)==1
    repeat=1;
    repeat1=1;
else
    % repeat must be either a scalar or a vector
    if min(size(repeat))>1
        error('repeat must be a scalar or a vector.');
```

end

```

% repeat must be above 1
if repeat<1
    error('repeat must be above 1.')
```

end

```

% repeat must be integer
if sum(abs(round(repeat)-repeat))~=0
    error('repeat must contain integers.')
```

end

```

% The elements of repeat must be in increasing order
if any(diff(repeat)<=0)==1
    error('The elements of repeat must be in increasing order.')
```

end

```

repeat1=repeat;
```

```

    repeat=1:max(repeat);
end

% Only one of K, L, r, or repeat should be vector
l=[length(K),length(L),length(r),length(repeat)];
if length(find(l>1))>1
    error('Only one of dim, tau, r, p, or repeat should be vector.');
```

```

end

m=max(l);
K=ones(1,m).*K;
L=ones(1,m).*L;
r=ones(1,m).*r;
repeat=ones(1,m).*repeat;

for i=1:m

    if repeat(i)==1
        % Make the phase-space
        [Y,T]=phasespace(x,K(i)+L(i)+1,1);
    else
        % The new Y
        Yr=[];
        [Y,T]=phasespace(xr(1+K(i)*(repeat(i)-1):n-L(i)*(repeat(i)-1),i-
1),...,
            K(i)+L(i)+1,1);
    end

    for j=1:T
        y=Y(j,:);
        lock=radnearest(y,Y,T,r(i),inf);
        lock(lock==j)=[];
        if isempty(lock)
            Yr(j,:)=y;
        else
            Ynearest=Y(lock,:);
            if length(lock)==1
                Yr(j,:)=Ynearest;
            else
                Yr(j,:)=mean(Ynearest);
            end
        end
    end
end

% Calculate the reconstructed time series

xr(:,i)=[zeros(K(i)*repeat(i),1);Yr(:,K(i)+1);zeros(L(i)*repeat(i),1)];

if nargin==6 & auto=='auto'
    j=1+K(i)*repeat(i):n-L(i)*repeat(i);
    if repeat(i)==1
        r(i+1)=std(x(j)-xr(j),1);
    else
        r(i+1)=std(xr(j,i-1)-xr(j,i),1);
    end
end
end
end

```

*ANEXO B — Resultado gerado no RRChaos
para a série $r/R = 1$ na estimativa da
dimensão de correlação e nível de ruído*

 Time series statistics: r/R = 1 Date: 14/08/2013 Time: 16:16:40 RR# 2.50

30000 : number of points
 0 : number of points skipped
 1000.00000 : sample frequency [Hz]

0.10031 : maximum value in time series [units of time series]
 -0.04469 : minimum value in time series [units of time series]
 0.14500 : peak-peak distance [units of time series]

0.00000 : average [units of time series]
 0.02050 : average absolute deviation [units of time series]

9.13629 : normalized peak-peak distance [-]
 10.94537 : relative average absolute deviation [%]

118 : number of cycles
 254 : average number of points per cycle

3.93346 : average cycle frequency [Hz]
 0.25400 : average cycle time [sec]

 Parameter settings: r/R = 1 Date: 14/08/2013 Time: 16:16:40 RR# 2.50

1.00 : normalized cut off length
 1.00 : normalized embedding window length

 Correlation integrals: r/R = 1 Date: 14/08/2013 Time: 16:16:40 RR# 2.50

r	Cr	CrML	CrFit	dCrdr	dCrMLdr	dCrFitdr
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.300	0.000	0.000	0.000	0.000	0.005	0.000
0.400	0.000	0.002	0.000	0.000	0.027	0.000
0.500	0.001	0.007	0.000	0.208	0.104	0.000
0.600	0.006	0.027	0.000	0.000	0.315	0.000
0.700	0.058	0.080	0.000	0.000	0.807	0.000
0.800	0.140	0.205	0.000	0.000	1.821	0.000
0.900	0.570	0.474	0.000	0.000	3.733	0.000
1.000	1.000	1.000	1.000	0.000	7.094	0.015

Correlation dimension: r = 0,013 Date: 14/08/2013 Time: 16:16:40 RR# 2.50

3607502 : total number of distances checked
11520 : number of distances found below maximum scaling length

7.09370 : correlation dimension DML - maximum likelihood estimation
0.93169 : relative standard error of DML [%]
36.72353 : normalized deviation from correlation integral

0.01516 : correlation dimension D - least squares fit
0.94000 : minimum scaling length r_n - least squares fit
265.88835 : normalized deviation from correlation integral

0.94000 : absolute noise level [dimensionless units]
0.01492 : absolute noise level [units of time series]
10.28864 : relative noise level [%]
9.71945 : signal to noise ratio [-]

*****Tim
e series statistics: r = 0,013 Date: 14/08/2013 Time: 16:07:57 RR# 2.50

30000 : number of points
0 : number of points skipped
1000.00000 : sample frequency [Hz]

0.09575 : maximum value in time series [units of time series]
-0.03603 : minimum value in time series [units of time series]
0.13179 : peak-peak distance [units of time series]

-0.00012 : average [units of time series]
0.01410 : average absolute deviation [units of time series]

9.34614 : normalized peak-peak distance [-]
10.69961 : relative average absolute deviation [%]

115 : number of cycles
261 : average number of points per cycle

3.83346 : average cycle frequency [Hz]
0.26100 : average cycle time [sec]

 Parameter settings: r = 0,013 Date: 14/08/2013 Time: 16:07:57 RR# 2.50

1.00 : normalized cut off length
 1.00 : normalized embedding window length

 Correlation integrals: r = 0,013 Date: 14/08/2013 Time: 16:07:57 RR# 2.50

r	Cr	CrML	CrFit	dCrdr	dCrMLdr	dCrFitdr
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.300	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.000
0.400	0.000	0.001	0.000	0.000	0.019	0.000
0.500	0.002	0.005	0.001	0.060	0.081	0.014
0.600	0.012	0.021	0.011	0.241	0.267	0.133
0.700	0.060	0.068	0.058	0.762	0.731	0.473
0.800	0.192	0.186	0.190	1.825	1.752	1.154
0.900	0.470	0.452	0.475	3.068	3.786	2.292
1.000	1.000	1.000	1.000	6.015	7.541	4.005

 Correlation dimension: r = 0,013 Date: 14/08/2013 Time: 16:07:57 RR# 2.50

1073677 : total number of distances checked
 9975 : number of distances found below maximum scaling length

7.54136 : correlation dimension DML - maximum likelihood estimation
 1.00125 : relative standard error of DML [%]
 0.98028 : normalized deviation from correlation integral

4.00550 : correlation dimension D - least squares fit
 0.41014 : minimum scaling length rn - least squares fit
 0.10166 : normalized deviation from correlation integral

0.41014 : absolute noise level [dimensionless units]
 0.00578 : absolute noise level [units of time series]
 4.38838 : relative noise level [%]
 22.78744 : signal to noise ratio [-]