UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
SISTEMAS DE PROCESSOS QUÍMICOS E INFORMÁTICA

DINÂMICA E CONTROLE DE REDES DE TROCADORES DE CALOR

Autor: Luís Fernando Novazzi

Orientador: Prof. Dr. Roger Josef Zemp

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Química como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor para em Engenharia Química

Campinas - SP
Fevereiro de 2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

N857d

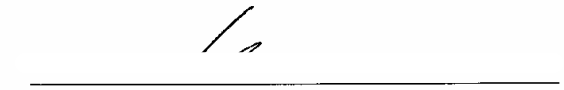
Novazzi, Luís Fernando
Dinâmica e controle de redes de trocadores de calor / Luís Fernando Novazzi.--Campinas, SP: [s.n.], 2007.

Orientador: Roger Josef Zemp
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

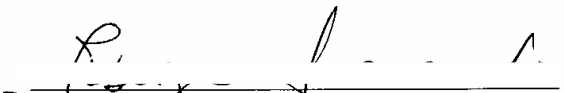
1. Permutadores térmicos. 2. Modelos matematicos. 3. Controle de processo. I. Zemp, Roger Josef. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Título em Inglês: Dynamics and control of heat exchanger networks
Palavras-chave em Inglês: Heat exchanger networks, Dynamics, Process control
Área de concentração: Sistemas de Processos Químicos e Informática
Titulação: Doutor em Engenharia Química
Banca examinadora: Fabrizio Leonardi, Cláudio Umezu, Maria Teresa Moreira Rodrigues, Flávio Vasconcelos da Silva
Data da defesa: 13/02/2007
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química

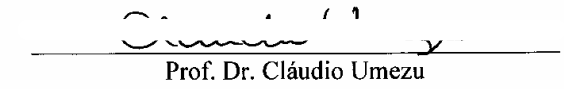
Tese de Doutorado defendida por Luís Fernando Novazzi e aprovada em 13 de fevereiro de 2007 pela banca examinadora constituída pelos professores doutores:



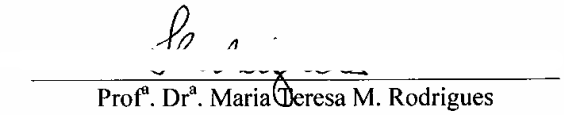
Prof. Dr. Roger Josef Zemp



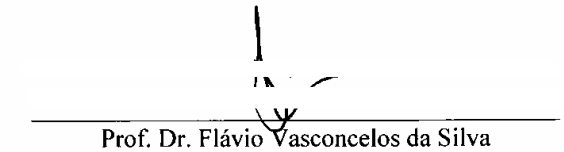
Prof. Dr. Fabrizio Leonardi



Prof. Dr. Cláudio Umezu



Prof[a]. Dr[a]. Maria Teresa M. Rodrigues



Prof. Dr. Flávio Vasconcelos da Silva

iii

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia Química, defendido por Luis Fernando Novazzi em 13 de fevereiro de 2007.

Prof. Dr. Roger Josef Zemp

Orientador

Agradecimentos

Aos meus pais, pelo contínuo apoio durante todo o trabalho.

Ao Roger, por toda a ajuda e amizade oferecidas.

Mais uma vez à Maristhela, pela paciente leitura dos rascunhos.

A todos que estiveram do meu lado durante a realização dessa tese.

Por último, mas não menos importante, agradeço todo o apoio institucional do Centro Universitário da FEI.

"*... the Science of Deduction and Analysis*
is one which can only be acquired
by long and patient study
nor is life long enough to allow any mortal
to attain the highest perfection in it"

Sherlock Holmes, A Study in Scarlet
(Sir Arthur Conan Doyle)

Resumo

A integração energética entre correntes num processo químico pode dar origem a redes de trocadores de calor bastante complexas, de difícil controle. Nesse trabalho foram discutidos aspectos dinâmicos e estacionários dessa rede, a fim de se propor uma estratégia de controle que minimizasse o consumo de utilidade e satisfizesse especificações impostas.

Fez-se a modelagem em regime permanente da rede, através do método da efetividade, levando-se em conta condições operacionais como a temperatura de entrada das correntes, vazão e posição dos *bypasses* nos trocadores, e considerando a topologia da mesma, com a presença de trocadores, aquecedores ou resfriadores, divisores e misturadores nas correntes. Através da solução de um sistema linear de equações escrito a partir dessas condições, foram calculadas as temperaturas de saída das correntes.

O modelo dinâmico de trocadores casco e tubo é descrito por equações diferenciais parciais, que foram discretizadas e resolvidas pelo método das diferenças finitas, em Matlab. Foi verificado que nos trocadores 1-1 as respostas dinâmicas diante de perturbações nas temperaturas de entrada das correntes podem ser aproximadas por funções de transferência de primeira ordem associadas a tempo morto. No caso de distúrbios na vazão, as respostas são mais intensas nas correntes que foram diretamente perturbadas. Quando existe variação nos *bypasses*, as respostas são aproximadamente dadas por funções de transferência com atraso e avanço de fase. Mostrou-se que em trocadores 1-2 a dinâmica depende da configuração de escoamento, paralelo / contracorrente ou contracorrente / paralelo, e que quando ocorre uma perturbação na vazão, pode haver inversão temporária na resposta. O modelo dinâmico desses trocadores foi usado para descrever o comportamento dinâmico da rede e se concluiu que as perturbações são atenuadas ao longo da mesma.

Promoveu-se a linearização do modelo dinâmico de trocadores aqui proposto, chegando-se à conclusão que a não linearidade do sistema não é muito acentuada. A partir de algumas considerações e equações de projeto de trocadores, provou-se que existem faixas típicas para a relação entre área de troca e volume do casco e entre área de troca e volume dos tubos. Isso é um resultado importante pois a relação entre área e volume surge naturalmente na modelagem dinâmica dos trocadores.

Com as ferramentas desenvolvidas, foi proposta uma estratégia de controle ótimo de caráter antecipatório, que consistiu na minimização de uma função objetivo em regime permanente, ligada ao consumo de utilidade e tendo como restrição as especificações de temperatura de saída das correntes. O resultado desse problema de minimização dava a posição ótima dos *bypasses* nos trocadores, que foi dinamicamente implementada em rampa e depois em degrau. Verificou-se que a implementação em rampa foi mais adequada, com violações dinâmicas mais toleráveis.

A fim de melhorar as respostas do sistema de controle, sugeriu-se também uma estratégia de controle ótimo antecipatório e com retroação, promovendo-se a otimização do consumo de energia. Ao se fazer o emparelhamento entre as variáveis, foram distinguidos objetivos de controle rígidos, ligados a controladores com ganho integral, e objetivos flexíveis, associados a controladores com ganho proporcional. Através desse enfoque, conseguiu-se minimizar o consumo de utilidades, satisfazer as especificações de temperatura e ao mesmo tempo obter-se uma resposta dinâmica rápida.

Palavras chave: 1. Redes de trocadores de calor 2. Modelagem 3. Controle ótimo 4. Dinâmica

Abstract

Energy integration among chemical process streams can lead to quite complex heat exchanger networks (HEN) with difficulties in terms of control. In this work HEN dynamics and steady state aspects were addressed with the aim of proposing a control strategy that minimizes utility consumption and satisfies imposed specifications.

A steady state model of the HEN was suggested using the effectiveness method and by taking into account some operational conditions like inlet stream temperatures and flow, bypasses position in the heat exchangers and by considering HEN topology, with the presence of heat exchangers, heaters or coolers, splitters and mixers. Based on these considerations a linear set of equations was written, solved and outlet stream temperatures were calculated.

Shell and tube heat exchanger dynamic model is described by differential partial equations, which were discretized and solved by the finite difference method, in Matlab. When an inlet temperature disturbance occurs, it was verified that the dynamic response of a 1-1 heat exchanger can be represented by a first order transfer function associated with dead time. In the case of flow disturbances, the responses are more intense on the streams directly disturbed. When bypasses positions change, the responses can be approximated by a lead / lag system. It was shown that the dynamics of a 1-2 heat exchanger depends on flow configuration, i.e., parallel flow / counterflow or counterflow / parallel flow. When a flow disturbance happens in 1-2 exchangers, a temporary inversion on response can take place. The dynamic models of isolated 1-1 and 1-2 heat exchangers were used to describe the dynamic behavior of HEN and one could conclude that disturbances were damped along the network.

The heat exchangers dynamic models were linearized and it was shown that system non linearity is not very accentuated. By taking into account some heat exchanger design equations and assumptions, it was proved that there are typical intervals for the relation between heat exchange area and shell volume and heat exchange area and tubes volume. This is an important result since these relations appear naturally on heat exchangers dynamic models.

With the tools developed in this work it was proposed a feedforward optimal control strategy which consisted in the minimization of a steady state objective function

connected to utility consumption and subjected to constraints in outlet stream temperatures. The solution of the minimization problem resulted in optimal bypasses positions in the HEN, which were dynamically implemented using a ramp function and a step function. It was verified that ramp implementation was better, with tolerable dynamic violations.

With the objective of getting better responses of the control system, it was also suggested a feedback / feedforward strategy, promoting energy consumption optimization. In this strategy, input and output variables were paired and rigid control objectives, connected to integral gain controllers, and flexible control objectives, associated with proportional gain controllers, were distinguished. Through this approach utility consumption was optimized, temperatures specifications were satisfied and at the same time a fast dynamic response was got.

Key words: 1. Heat Exchanger Networks 2. Modeling 3. Optimal Control 4. Dynamics

Sumário

1. Introdução..... 01

2. Revisão Bibliográfica..... 05
2.1 Contexto..... 05
2.2 Síntese de redes de trocadores de calor..... 06
2.3 Dinâmica e controle de redes de trocadores de calor..... 08

3. Simulação em Regime Permanente de Redes de Trocadores de Calor..... 11
3.1 Introdução..... 11
3.2 Método da efetividade..... 12
3.3 Método da efetividade aplicado a trocadores com *bypass*..... 14
3.4 Representação matricial de uma rede de trocadores de calor..... 16
3.5 Simulação em regime permanente de uma rede de trocadores de calor..... 21
3.6 Conclusões..... 26

4. Modelos Dinâmicos de Trocadores de Calor Casco e Tubo..... 29
4.1 Introdução..... 29
4.2 Modelo dinâmico de trocadores 1-1..... 30
4.2.1 Características dinâmicas de um trocador 1-1..... 35
4.3 Modelos dinâmicos de trocadores 1-2..... 44
4.3.1 Características dinâmicas de um trocador 1-2..... 47
4.4 Conclusões..... 57

5. Modelo Dinâmico de Redes de Trocadores de Calor..... 59
5.1 Introdução..... 59
5.2 Modelo dinâmico de redes com trocadores casco e tubo 1-1..... 60
5.3 Modelo dinâmico de redes com trocadores casco e tubo 1-2..... 67
5.4 Efeito do tempo de residência em tubulações..... 68
5.5 Conclusões..... 69

6. Modelo Dinâmico Simplificado de Trocadores e de Redes..... 71
6.1 Introdução..... 71
6.2 Linearização do modelo dinâmico de trocadores casco e tubo 1-1..... 72
6.3 Características do modelo dinâmico linearizado de um trocador 1-1..... 76
6.4 Linearização do modelo dinâmico de trocadores casco e tubo 1-2..... 78
6.5 Características do modelo dinâmico linearizado de um trocador 1-2..... 82
6.6 Modelo linearizado de redes de trocadores de calor..... 84
6.7 Relações aproximadas entre área e volume do casco e dos tubos em trocadores de calor casco e tubo..... 87
6.8 Conclusões..... 90

7. Controle Ótimo de Redes com Estratégia Antecipatória..... 93
7.1 Introdução..... 93
7.2 Estratégia de controle ótimo em redes de trocadores de calor..... 93
7.3 Aplicação da estratégia de controle ótimo antecipatório em degrau..... 96
7.4 Aplicação da estratégia de controle ótimo antecipatório em rampa..... 100
7.5 Conclusões..... 102

8. Controle Ótimo de Redes com Estratégia Antecipatória e Retroação..... 105
8.1 Introdução..... 105
8.2 Emparelhamento entre Variáveis..... 106
8.3 Controle ótimo em malha fechada..... 107
8.4 Exemplo de aplicação..... 111
8.5 Conclusões..... 118

9. Conclusões..... 121

10. Referências..... 125

Nomenclatura

Letras latinas

A	área de troca térmica (m^2)
CL	constante de *layout* dos tubos
C_p	calor específico ($J \cdot kg^{-1} \cdot ºC^{-1}$)
CP	produto entre calor específico e vazão mássica ($W \cdot ºC^{-1}$)
CTP	relação entre área transversal dos tubos e área transversal do casco
D	diâmetro (m)
f	fração desviada
h	coeficiente de película ($W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$)
K_i	ganho integral ($s^{-1} \cdot ºC^{-1}$)
m	vazão mássica ($kg \cdot s^{-1}$)
n	número de estágios
N	número de operações
N_T	número de tubos
NTU	número de unidades de transferência
P_T	passo (m)
q	carga térmica (W)
t	tempo (s)
t_a	tempo de acomodação (s)
T	temperatura (ºC)
U	coeficiente global de transferência de calor ($W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$)
V	volume (m^3)

Letras gregas

α	tempo de residência (s)
ε	efetividade
ρ	densidade ($kg \cdot m^{-3}$)
τ	constante de tempo de atraso de fase (s)
ξ	constante de tempo de avanço de fase (s)

Sobrescritos

opt	condição otimizada
s	disponível
t	meta a ser alcançada

Subscritos

C	fria
H	quente
in	entrada
max	máximo
min	mínimo
out	saída

Matrizes

A	matriz de estado
B	matriz de entrada
C	matriz de saída
D	matriz de transmissão direta
K	matriz de ganho estacionário
Λ	matriz de ganho relativo
T	vetor de temperaturas
x	vetor de estados
y	vetor de saídas

Operadores

δ	diferença entre uma dada condição e a condição nominal
diag	gera matriz diagonal
min	minimização
T	transposta de uma matriz
*	multiplicação elemento a elemento em matrizes

1. Introdução

Ao longo da história houve um contínuo aumento do consumo de energia nas mais diversas atividades desenvolvidas pelos seres humanos. Até o fim da Idade Média e começo da Era Moderna a principal fonte de recursos energéticos foi a madeira. Esse quadro mudou com a Revolução Industrial e o decorrente uso de carvão para gerar vapor e sustentar diferentes máquinas térmicas. Outra revolução teve lugar no início do século XX, quando o petróleo passou a ter importância na matriz energética dos países. Essa importância cresceu tanto que atualmente o petróleo tem enorme peso como fonte de energia. Ainda sobre os dias atuais vale notar que o uso de gás natural está em plena ascensão enquanto se espera que a produção de petróleo atinja seu pico em poucos anos.

Nesse cenário, fontes de energia alternativas tem sido estudadas. Dentre elas, os biocombustíveis já são uma realidade em termos comerciais e o uso do hidrogênio desponta como uma tecnologia promissora, sendo muitas vezes encarado como o combustível do futuro. Mesmo tendo em mente os fatos discutidos nesse parágrafo, o uso de combustíveis fósseis em larga escala dificilmente deixará de ser realizado nos próximos anos.

Plantas químicas são tradicionalmente grandes consumidoras de energia, principalmente em processos de fabricação de *commodities*. Levando-se em conta aspectos econômicos e de produtividade, é interessante que se faça o uso eficiente e racional de energia nesses processos, e com esse intuito, foram propostas metodologias para realizar a integração energética de correntes de processo de um modo sistemático, como a Tecnologia *Pinch*, uma ferramenta consolidada e largamente utilizada nos dias de hoje. Ferramentas baseadas em programação matemática também tiveram um grande impulso nos últimos tempos.

A integração energética dessas correntes se dá por meio de uma rede de trocadores de calor, na qual os equipamentos são interligados entre si. No projeto da rede, o dimensionamento é baseado nas condições nominais de vazão e temperatura das correntes. Entretanto, durante a operação da planta, podem ocorrer oscilações nessas condições, afetando as temperaturas a que as correntes devem ser aquecidas ou resfriadas. A fim de evitar isso, é interessante que as perturbações sejam contidas na própria rede. Levando-se em conta esses fatos, nesse trabalho sugere-se uma estratégia de controle ótimo da rede de trocadores (capítulos 7 e 8) que satisfaça restrições impostas e ao mesmo tempo promova

uma redução no consumo de energia. Nesse problema de controle, as vazões e temperaturas de entrada das correntes são variáveis de carga, as posições dos *bypasses* nos trocadores são as variáveis manipuladas e as temperaturas de saída das correntes são as variáveis controladas.

Para se chegar a essa estratégia, inicialmente são abordados aspectos em regime permanente da rede (capítulo 3), nos quais são determinadas as temperaturas de saída das correntes em função da topologia dessa rede e em função de condições de operação.

No capítulo 4 é sugerido um modelo dinâmico para trocadores casco e tubo 1-1 e 1-2, representado por um sistema de equações diferenciais ordinárias. São discutidas características das respostas desses trocadores diante de variações nas temperaturas de entrada das correntes, vazões e *bypasses*. Esse modelo é empregado no capítulo 5 para representar o comportamento dinâmico de redes de trocadores de calor, cujas características são posteriormente consideradas na estratégia de controle ótimo.

No capítulo 6 faz-se uma linearização dos modelos dinâmicos não lineares dos trocadores casco e tubo, descrevendo-os por meio de equações no espaço de estados. A aproximação linear é em seguida confrontada com os resultados mais rigorosos. Ainda nesse capítulo, prova-se que existe uma relação típica entre a área de troca térmica e o volume dos tubos e entre a área e o volume do casco em trocadores casco e tubo.

O capítulo 7 enfoca uma estratégia de controle ótimo de caráter antecipatório, na qual o consumo de utilidade é colocado como uma função objetivo a ser minimizada, variando-se os *bypasses*, e as especificações de temperaturas das correntes são expressas como restrições a serem satisfeitas. A função objetivo é gerada por meio do modelo estacionário desenvolvido no capítulo 3. A implementação dinâmica da posição ótima dos *bypasses* é feita na forma de degrau e comparada com a aplicação na forma de rampa, onde se discute a influência do tempo de duração da mesma.

A estratégia de controle sugerida no capítulo 7, de caráter antecipatório, parte da premissa que o modelo matemático da rede de trocadores de calor a representa perfeitamente. Como existe imprecisão nos parâmetros que alimentam o modelo, principalmente nos coeficientes globais de transferência de calor, no capítulo 8 sugere-se uma estratégia de controle ótimo de caráter antecipatório e também com retroação. Favorece-se ainda a minimização do consumo de utilidade, satisfazendo-se restrições impostas, mas agora também se realizando o emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas. São sugeridas leis de controle entre essas variáveis cujos parâmetros de

sintonia são calculados unicamente a partir do modelo estacionário. Finalmente, no capítulo 9, são discutidas as principais conclusões obtidas nesse trabalho.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Contexto

A história tem mostrado que o desenvolvimento dos países está intimamente ligado com o progresso do setor químico. No caso do Brasil, pode-se observar que essa área ainda apresenta um enorme potencial de crescimento, tendo em vista quantidades de produtos químicos importados e exportados. De 1990 a 2005, por exemplo, as importações tiveram um aumento de 415% enquanto que as exportações tiveram uma subida de somente 69%. Para se ter uma idéia em termos de volume financeiro, o *déficit* na balança comercial de produtos químicos nos nove primeiros meses de 2006 foi de US$6 bilhões (ABIQUIM, 2006).

Ao se falar em setor químico, deve-se ter em conta que dentro dele estão englobados uma enorme variedade de processos e de plantas químicas. Uma das questões importantes que se põe no projeto e na operação dessas plantas é o uso eficiente de energia, que pode ser reaproveitada por meio de uma rede de trocadores de calor, promovendo a integração energética de correntes de processo e reduzindo o consumo de utilidade quente e de utilidade fria.

A diminuição desse consumo é também vantajosa do ponto de vista ambiental, já que calor rejeitado num processo químico não somente representa um desperdício de combustível, mas também significa que mais poluição está sendo gerada. Outro fator relevante a ser discutido é o custo da energia, diretamente ligado com as cotações do barril de petróleo. O mundo passou por um choque em meados dos anos oitenta, quando os preços desse insumo subiram vertiginosamente, afetando a economia de todos os países. Mais recentemente também houve um aumento substancial, quando em 2002 a cotação do barril estava na casa dos US$40 e em 2006 atingiu um pico de quase US$80.

Há cerca de trinta anos, a integração energética de correntes em processos químicos era realizada de uma maneira não sistemática, que dependia muito da experiência do projetista. Esse cenário sofreu então uma grande mudança, quando foi proposta a Tecnologia *Pinch*, uma metodologia que permitiu o estabelecimento de metas de consumo e de custo, bem como regras para a síntese sistemática de redes de trocadores de calor (Linnhoff *et al*., 1982). Posteriormente novas metodologias para síntese de redes foram

sugeridas, baseando-se em programação matemática (Biegler *et al*., 1997). A próxima seção detalha melhor essas técnicas para a síntese de redes e discute que um dos aspectos a ser considerado deve ser o de dinâmica e controle.

2.2 Síntese de redes de trocadores de calor

A indústria química é um dos segmentos que mais demanda energia no mundo, ficando atrás apenas da indústria siderúrgica (Hewitt *et al*., 1994). Além disso, considerando os custos e os aspectos ambientais, o uso eficiente de energia em processos químicos é primordial. Muitos esforços foram feitos na área de projetos e integração de processos, sendo pioneiro o trabalho de Linnhoff *et al*. (1982). Esse grupo de pesquisadores introduziu o conceito de análise global de processos, definiu a idéia de curvas compostas e mostrou como a mesma poderia ser usada para se estimar o consumo de utilidade quente e de utilidade fria. A metodologia foi subseqüentemente desenvolvida e recebeu o nome de Tecnologia *Pinch*, sendo baseada em se estipular metas de consumo energético, área de troca térmica e custos antes de realmente se fazer o projeto de uma rede de trocadores. Na Tecnologia *Pinch* também se definiu que o projeto da rede deveria começar no ponto *Pinch* ou ponto de estrangulamento energético, uma região em que força motriz para a troca de calor entre uma corrente quente e uma fria é mínima. O escopo de aplicação da Tecnologia foi posteriormente ampliado e, além de redes de trocadores de calor, foram estudados sistemas de cogeração e de separação. Nos dias de hoje essa metodologia é uma ferramenta já consolidada na área de Projeto e Análise de Processos, sendo descrita e aplicada em muitos livros de Engenharia Química (Smith, 1995; Douglas, 1988; Hewitt *et al.*, 1994; Shenoy, 1995). Ao se sintetizar redes de trocadores de calor conforme a Tecnologia *Pinch*, devem ser consideradas as seguintes regras (Linnhoff *et al*., 1982):

- O número de correntes que saem do *Pinch* tem que ser sempre maior ou igual ao número de correntes que chegam ao ponto *Pinch*;
- As capacidades térmicas das correntes que saem do *Pinch* têm que ser sempre maiores ou iguais àquelas das correntes que chegam ao *Pinch*;
- A diferença entre o somatório das capacidades térmicas das correntes que deixam o *Pinch* e entre o somatório das capacidades térmicas das correntes que chegam ao *Pinch* não pode ser menor do que o somatório da diferença entre as capacidades térmicas das correntes que trocam calor no *Pinch*.

Embora a Tecnologia *Pinch* promova a integração das correntes de processo, fazendo uso eficiente e racional de energia, isso ainda pode levar a plantas desnecessariamente complexas e inclusive potencialmente perigosas (Polley e Heggs, 1999). Nessa abordagem tradicional não são levados em conta aspectos importantes, tais como:

- Partida e parada da planta: esses procedimentos podem ficar difíceis e até mesmo inviáveis em função da complexidade da planta;
- *Layout*: a distância entre correntes que serão integradas não é considerada. Isso pode implicar em maior gasto com bombeamento de correntes, despesas com tubulação, etc.;
- Controlabilidade: o controle de uma rede complexa não é trivial. Uma perturbação na temperatura ou na vazão de uma corrente pode afetar um grande número de correntes de processo.

Além dos três pontos citados anteriormente, é preciso também observar que a aplicação da Tecnologia *Pinch* é feita tendo em vista as condições nominais de temperatura e vazão das correntes. Contudo, uma rede de trocadores freqüentemente é sujeita a condições que se desviam das nominais. Em outras palavras, pode-se dizer que o objetivo da síntese de redes é encontrar um sistema ótimo do ponto de vista energético ou de custo, mas que não apresente problemas de operação ou de controle. Isso significa que a rede deve preferencialmente ser flexível, tendo capacidade para operar adequadamente quando ocorrerem variações nas condições nominais de temperatura ou vazão.

A síntese de redes de trocadores de calor flexíveis tem sido realizada através de programação matemática. Cerda e Galli (1990) propuseram uma metodologia para obter redes flexíveis introduzindo o conceito de correntes de processo transientes e estacionárias a fim de descrever variações nas vazões e temperaturas de entrada dessas correntes. No trabalho desses pesquisadores, uma distribuição ótima de cargas térmicas nos trocadores foi conseguida através de programação linear com inteiros mistos (MILP), garantindo flexibilidade.

Papalexandri e Pistikopoulos (1994) sugeriram uma estratégia sistemática para a síntese de redes flexíveis, estratégia essa baseada numa representação em hiperestrutura da rede. O critério de flexibilidade foi incluído como uma restrição dentro de um problema de programação não linear com inteiros mistos (MINLP), que tinha como função objetivo os custos da rede.

No trabalho de Aaltola (2002) também se buscou a síntese de redes flexíveis considerando a resolução de um problema MINLP. Contudo, a síntese foi baseada de acordo com uma distribuição de probabilidades e não levou em conta o conceito de ponto *Pinch*.

O trabalho de Oliveira *et al*. (2001) abordou a síntese de redes ao mesmo tempo em que aspectos de controle foram considerados através da matriz de ganhos relativos (RGA) e de decomposição em valores singulares (SVD), calculados unicamente em função de um modelo em regime permanente.

A integração energética produz interações entre as correntes, tornando o processo mais difícil para se controlar e para se operar. Apesar de muitos autores investigarem o problema de síntese de redes flexíveis, não são freqüentes os trabalhos que se dedicaram ao estudo de questões de dinâmica e de controle da rede. Na próxima seção discute-se um pouco a respeito desse assunto.

2.3 Dinâmica e controle de redes de trocadores de calor

A dinâmica e o controle de trocadores de calor individuais foram abordados em vários trabalhos e em vários livros de controle tradicionais em Engenharia Química (Shinskey, 1988; Luyben, 1990; Ogunnaike e Ray, 1994). Todavia, na literatura o estudo de aspectos de dinâmica e de controle de redes de trocadores de calor já não são tão comuns.

Wolff *et al*. (1991) apresentaram vários modelos dinâmicos de trocadores de calor e empregaram um modelo de célula para descrever trocadores 1-1 e 1-2. Eles geraram um modelo dinâmico da rede a partir de um modelo linearizado de cada trocador. O controle da rede foi investigado usando-se *bypasses* enquanto que considerações dinâmicas foram feitas pelo emprego de funções de transferência. Wolff *et al*. (1991) também fizeram considerações sobre interações e emparelhamento por matriz de ganho relativo.

Mathisen (1994) analisou as interações estacionárias e dinâmicas em redes de trocadores de calor e mostrou que elas podem apresentar zeros posicionados sobre o eixo real positivo, causados por efeitos que se opõem. Mostrou também que esses zeros impõem grande dificuldade em termos de controle. Na sua tese Mathisen também propôs regras heurísticas para a síntese de redes de trocadores, que levavam em conta aspectos de operação e de controle do sistema.

Mais recentemente a dinâmica de redes de trocadores foi estudada por Varga *et al.* (1995), através de simulação numérica e também por meio de um modelo de grafos, de caráter mais qualitativo. Nesse artigo, a rede de trocadores foi modelada por meio de um sistema linear variante no tempo, no qual o efeito das vazões foi descrito por parâmetros dependentes do tempo, temperaturas de entrada foram consideradas como perturbações e a carga térmica de aquecedores e resfriadores foi admitida como sendo variável manipulada. Varga *et al.* (1995) também mostraram as condições necessárias e suficientes para que o sistema fosse observável e controlável.

O comportamento dinâmico de trocadores de calor e de redes de trocadores de calor é descrito por um sistema de duas equações diferenciais parciais, funções do tempo *t* e da posição *z*. Uma das equações é expressa para o fluido quente e a outra é escrita para o fluido frio (Luyben, 1990):

$$\frac{\partial T_H}{\partial t} = -\frac{m_H}{\rho_H v_H}\frac{\partial T_H}{\partial z} - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_H - T_C\right) \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial T_C}{\partial t} = \frac{m_C}{\rho_C v_C}\frac{\partial T_C}{\partial z} + \frac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}\left(T_H - T_C\right) \tag{2.2}$$

No trabalho aqui proposto essas equações foram resolvidas através do método das diferenças finitas. Esse método consiste em aproximar derivadas por diferenças finitas, transformando equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias ou estas em equações algébricas que podem ser resolvidas passo a passo a partir das condições de contorno. Quando as diferenças tornam-se suficientemente pequenas a solução da equação de diferenças finitas aproxima-se da solução da equação diferencial. (Kreysig, 1999)

O objetivo desse método de diferenças finitas para resolver um sistema de equações diferenciais parciais é transformá-lo num sistema de equações diferenciais ordinárias, por meio de:

- Discretização do domínio físico contínuo;
- Aproximação das derivadas parciais exatas por diferenças finitas algébricas aproximadas;
- Substituição das diferenças finitas algébricas aproximadas na equação diferencial parcial para obter uma equação de diferenças finitas algébrica.

O domínio da solução das equações de diferenças finitas no espaço e no tempo deve ser coberto por uma grade de linhas bidimensionais, ou grade das diferenças finitas. Três propriedades importantes das equações de diferenças finitas para problemas governados por equações diferenciais parciais devem ser consideradas:

- Consistência: uma equação de diferenças finitas é consistente com uma equação diferencial parcial se a diferença entre a primeira e a última, isto é, o erro de truncamento, diminui quando o espaçamento da grade tende a zero;
- Estabilidade: quando aplicada a uma equação diferencial parcial que tem uma solução limitada, a equação de diferenças finitas é estável se ela produz uma solução limitada e é instável se ela produz uma solução ilimitada;
- Convergência: o método das diferenças finitas é convergente se a solução da equação de diferenças finitas aproxima-se da solução exata da equação diferencial parcial quando o tamanho do espaçamento da malha tende a zero.

A partir da expansão em série de Taylor, fazendo os devidos truncamentos, obtêm-se as seguintes aproximações para uma equação diferencial ordinária:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{2.3}$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} \tag{2.4}$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) + f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \tag{2.5}$$

A equação (2.3) representa uma diferença posterior, a equação (2.4) uma diferença anterior e a equação (2.5) indica uma diferença central. Nesse trabalho são empregadas diferenças finitas centrais. Os métodos das diferenças finitas são ditos explícitos quando envolvem apenas um ponto nodal no nível de tempo avançado, aquele para o qual a função não é conhecida. Caso envolvam mais de um ponto nodal nesse nível de tempo são ditos implícitos. Foi observado que para problemas de valor inicial puro, que requerem apenas a condição inicial no tempo, pode ser usado o método explícito (Luyben, 1990). Esse é o caso de trocadores de calor e de redes de trocadores estudados nesse trabalho.

3. Simulação em Regime Permanente de Redes de Trocadores de Calor

3.1 Introdução

Uma indústria química consiste num conjunto de unidades de processamento integradas entre si de uma maneira sistemática e racional, a fim de converter matérias-primas em produtos, em processos que normalmente envolvem uma grande quantidade de energia. O uso eficiente dessa energia pode ser realizado seguindo-se procedimentos da Tecnologia *Pinch* (Linnhoff *et al*., 1982), uma ferramenta consolidada na área de projeto e análise de processos, que permite a síntese de redes de trocadores de calor. Métodos de programação matemática, MILP ou MINLP, também são bastante empregados para a síntese de redes.

A simulação em regime permanente ou simulação estacionária de redes de trocadores possibilita avaliar a resposta da rede diante de diferentes condições operacionais. Em outras palavras, isso significa determinar as temperaturas das correntes de saída quando ocorrerem variações nas temperaturas e / ou vazões das correntes de entrada da planta. A ferramenta é importante no projeto e no *retrofit* de redes, e, além disso, também é bastante útil no estudo de aspectos de controle (Yan *et al*., 2001).

Ratnam e Patwardhan (1991) desenvolveram uma metodologia de simulação estática de redes baseada no método da média logarítmica de temperaturas, originalmente proposto por Kern (1987). A metodologia de Ratnam e Patwardhan é interessante, mas tem a desvantagem de se basear na resolução de um sistema de equações não lineares, em virtude das médias logarítmicas de temperatura, nem sempre de fácil convergência.

Yang *et al*. (1996) procuraram simplificar o modelo proposto por Ratnam e Patwardhan, aproximando a média logarítmica de temperaturas pela média aritmética. O trabalho teve o grande mérito de relacionar diretamente a resposta da rede de trocadores com perturbações sofridas pela mesma. Apesar do avanço, o método se mostrou pouco confiável quando a planta é sujeita a perturbações muito grandes, justamente por causa da aproximação linear dada à média logarítmica de temperaturas, fazendo com que as temperaturas de saída das correntes apresentassem desvios razoáveis em relação aos valores calculados pelo método rigoroso.

Heggs e Vizcaino (2002) apresentaram um modelo mais preciso para a simulação estática de redes, baseado no método da efetividade e não mais no método das médias logarítmicas de temperatura. A técnica mostrou-se válida para qualquer nível de perturbação e também forneceu uma relação direta e linear entre as variáveis de entrada e de saída. O trabalho aqui proposto toma como ponto de partida o método de Heggs e Vizcaino, estendendo-o para o caso de trocadores que apresentam *bypass*. É sugerida também uma nova representação matricial de uma rede de trocadores de calor, a fim de facilitar a simulação estacionária em computador (Novazzi, 2004).

3.2 Método da efetividade

A figura (3.1) representa um trocador de calor de área de troca térmica A e coeficiente global de transferência de calor U. Nesse trocador, a corrente quente entra a uma temperatura $T_{H,in}$ e sai a uma temperatura $T_{H,out}$. Analogamente, para a corrente fria, tem-se $T_{C,in}$ e $T_{C,out}$. O produto entre calor específico C_p e vazão mássica m da corrente é indicado pela variável CP.

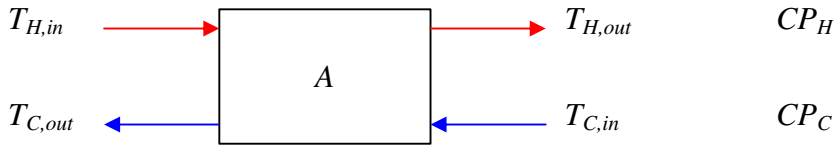


Figura 3.1 Representação esquemática de um trocador de calor

A efetividade ε dá a relação entre a carga térmica do trocador e a quantidade máxima de calor que poderia ser trocada no equipamento se houvesse equilíbrio de temperatura entre as correntes:

$$\varepsilon = \frac{CP_H\left(T_{H,in} - T_{H,out}\right)}{CP_{min}\left(T_{H,in} - T_{C,in}\right)} = \frac{CP_C\left(T_{C,out} - T_{C,in}\right)}{CP_{min}\left(T_{H,in} - T_{C,in}\right)} \qquad (3.1)$$

em que CP_{min} indica o menor valor entre CP_H, relativo à corrente quente, e CP_C, relativo à corrente fria. Deve-se tomar o valor mínimo a fim de garantir que não haja cruzamento de temperaturas no trocador. Um parâmetro importante no método da efetividade é o número

de unidades de transferência, *NTU*, um adimensional que dá uma idéia da capacidade do trocador de calor e é expresso por:

$$NTU = \frac{U\,A}{CP_{min}} \tag{3.2}$$

A efetividade é somente função de CP_H, CP_C, *NTU* e da configuração de escoamento no trocador (paralelo, contracorrente, 1-2, 2-4, etc.). Para escoamento puramente em contracorrente, num trocador 1-1, por exemplo, a efetividade é dada por (Incropera e DeWitt, 1996):

$$\varepsilon = \frac{1-\exp\left[-NTU\left(1-CP_r\right)\right]}{1-CP_r\exp\left[-NTU\left(1-CP_r\right)\right]} \text{ se } CP_r < 1 \tag{3.3a}$$

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1+NTU} \text{ se } CP_r = 1 \tag{3.3b}$$

sendo CP_r a relação entre o menor e o maior *CP*, isto é, uma relação entre CP_{min} e CP_{max}.

Retomando-se a equação (3.1) e isolando-se as temperaturas de saída das correntes quente ($T_{H,out}$) e fria ($T_{C,out}$) e as deixando em função das temperaturas de entrada $T_{H,in}$ e $T_{C,in}$ tem-se:

$$T_{H,out} = \left(1-\varepsilon\frac{CP_{min}}{CP_H}\right)T_{H,in} + \left(\varepsilon\frac{CP_{min}}{CP_H}\right)T_{C,in} \tag{3.4}$$

$$T_{C,out} = \left(\varepsilon\frac{CP_{min}}{CP_C}\right)T_{H,in} + \left(1-\varepsilon\frac{CP_{min}}{CP_C}\right)T_{C,in} \tag{3.5}$$

As equações (3.4) e (3.5) podem ser representadas de uma maneira mais compacta por meio da utilização de matrizes, como expresso a seguir:

$$\begin{bmatrix} T_{H,out} \\ T_{C,out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_H} & \varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_H} \\ \varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_C} & 1-\varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{H,in} \\ T_{C,in} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

É interessante notar que a equação (3.6) dá uma relação direta entre as temperaturas de saída com as temperaturas de entrada e vazões mássicas das correntes no equipamento. Essa equação é aplicada na seção seguinte para o caso de trocadores que apresentam *bypass*.

3.3 Método da efetividade aplicado a um trocador com *bypass*

Na figura (3.2) é representado esquematicamente um trocador de calor que apresenta desvio ou *bypass* na corrente fria e na corrente quente:

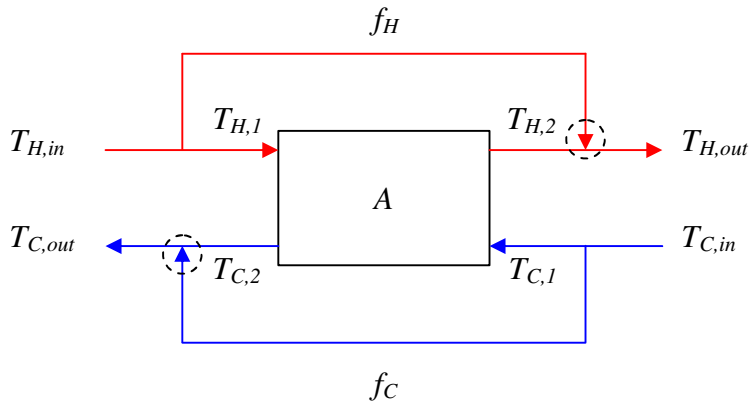


Figura 3.2 Representação esquemática de um trocador de calor com *bypass* nas correntes

As variáveis f_H e f_C indicam as frações desviadas das correntes quente e fria, respectivamente. Essas frações podem assumir valores entre 0 e 1, sendo 0 o caso em que não há desvio, ou seja, a corrente passa integralmente no trocador, e 1 quando a corrente é totalmente desviada do equipamento, não trocando calor. A presença dos *bypasses* permite que se possa controlar as temperaturas de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ dentro de certos limites.

No caso de trocadores com *bypasses*, a efetividade pode ser escrita como função das temperaturas intermediárias T_H e T_C de índices 1 e 2 (figura 3.2), obtendo-se:

$$\varepsilon = \frac{CP_H(1-f_H)(T_{H,1}-T_{H,2})}{CP_{min}(T_{H,1}-T_{C,1})} = \frac{CP_C(1-f_C)(T_{C,2}-T_{C,1})}{CP_{min}(T_{H,1}-T_{C,1})} \tag{3.7}$$

Isolando-se $T_{H,2}$ e $T_{C,2}$ na equação (3.7) e representando o resultado através de notação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} T_{H,2} \\ T_{C,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_H(1-f_H)} & \varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_H(1-f_H)} \\ \varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_C(1-f_C)} & 1-\varepsilon\dfrac{CP_{min}}{CP_C(1-f_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{H,1} \\ T_{C,1} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

A temperatura de saída $T_{H,out}$ pode ser relacionada com $T_{H,1}$ e $T_{H,2}$ através do balanço de energia indicado na região ressaltada por um círculo pontilhado no lado direito

da figura (3.2), que representa um misturador. O mesmo raciocínio vale para a corrente fria, relacionando $T_{C,out}$, $T_{C,1}$ e $T_{C,2}$ através de balanço de energia e considerando-se que o calor específico seja independente da temperatura. Tem-se:

$$T_{H,out} = f_H T_{H,1} + (1 - f_H) T_{H,2}$$
$$T_{C,out} = f_C T_{C,1} + (1 - f_C) T_{C,2}$$

ou também:

$$\begin{bmatrix} T_{H,out} \\ T_{C,out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_H & 0 \\ 0 & f_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{H,1} \\ T_{C,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - f_H & 0 \\ 0 & 1 - f_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{H,2} \\ T_{C,2} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Substituindo-se (3.8) em (3.9), levando-se em conta que $T_{H,1}$ e $T_{H,in}$ são iguais, assim como também o são $T_{C,1}$ e $T_{C,in}$, e se simplificando a expressão, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} T_{H,out} \\ T_{C,out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \varepsilon \dfrac{CP_{min}}{CP_H} & \varepsilon \dfrac{CP_{min}}{CP_H} \\ \varepsilon \dfrac{CP_{min}}{CP_C} & 1 - \varepsilon \dfrac{CP_{min}}{CP_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{H,in} \\ T_{C,in} \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Aparentemente as equações (3.6), válida para o caso de trocador sem *bypass*, e (3.10), escrita para o caso de trocador com *bypass*, são iguais. Entretanto, existe uma diferença sutil entre elas: é importante notar que na equação (3.10) o termo CP_{min} se refere ao mínimo entre $(1 - f_H)CP_H$ e $(1 - f_C)CP_C$, e não ao valor mínimo entre CP_H e CP_C, como foi o caso da equação (3.6). Além disso, quando uma parte da corrente é desviada do trocador, a velocidade de escoamento do fluido dentro do equipamento cai, fazendo com que o coeficiente de película h varie proporcionalmente a $(1 - f)^{0,8}$, segundo correlações consagradas para estimativa do coeficiente de filme, como a de Dittus-Boelter ou a de Sieder-Tate (Incropera e DeWitt, 1996), o que logicamente altera o coeficiente global U e consequentemente influencia na efetividade do trocador. Por uma questão de simplicidade, nesse capítulo o efeito do *bypass* sobre o coeficiente de filme não será levado em conta.

O problema da avaliação da performance de um trocador envolve a determinação das temperaturas de saída das correntes quando forem conhecidas as temperaturas de entrada, a área de troca térmica e o coeficiente global de transferência de calor do equipamento. Analisando-se a equação (3.6) ou a (3.10), vê-se que o problema pode ser facilmente resolvido por se tratar de um sistema linear de equações, quer se considere um

trocador com *bypass* ou não. Esse raciocínio pode ser aplicado a uma rede de trocadores de calor, quando forem conhecidas as áreas de troca térmica e os coeficientes globais de cada trocador, além da temperatura de entrada e do *CP* de cada corrente. As temperaturas das correntes nos trocadores passam a estar interligadas, e o conjunto é representado por um sistema de equações lineares. Detalhes dessa técnica podem ser encontrados no trabalho de Heggs e Vizcaino (2002), usada como ponto de partida para o desenvolvimento da próxima seção.

3.4 Representação matricial de uma rede de trocadores de calor

Propõe-se nessa seção a representação de redes de trocadores através de matrizes que levem em conta a topologia da rede e condições de operação do processo. Para ilustrar o método, tome-se como exemplo a rede publicada no trabalho de Heggs e Vizcaino (2002), com cinco correntes de processo:

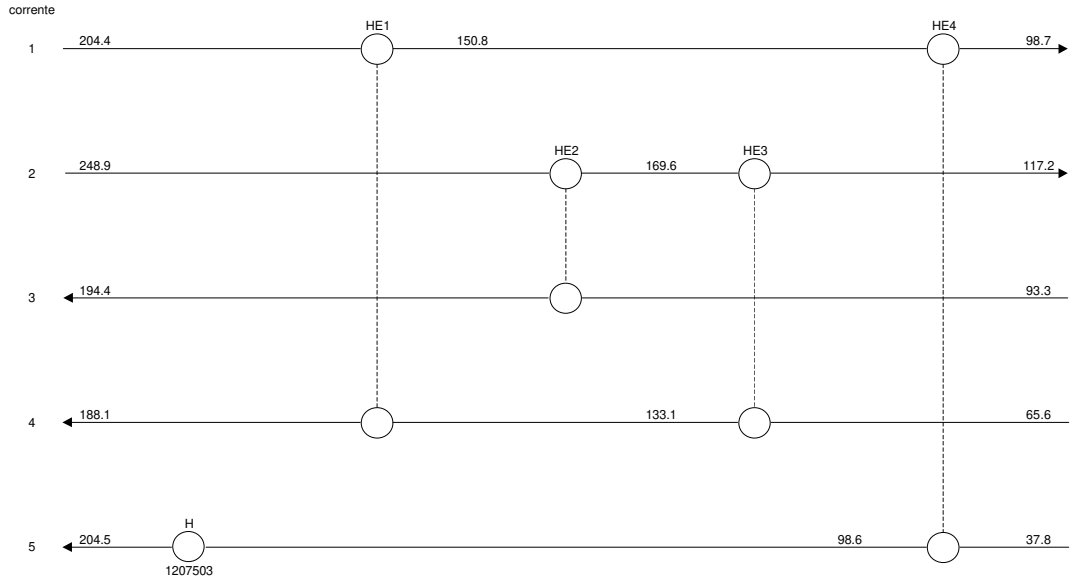


Figura 3.3 Exemplo de uma rede de trocadores de calor, na forma de diagrama de grade

No diagrama de grade, as correntes quentes são indicadas por setas que vão da esquerda para a direita enquanto que as correntes frias são representadas por setas que vão em sentido contrário. Percebe-se que na rede da figura (3.3) existem duas correntes quentes, disponíveis a 204,4ºC e 248,9ºC e que precisam de resfriamento, e três correntes frias, disponíveis a 93,3ºC, 65,6ºC e 37,8ºC, e que precisam ser aquecidas. Trocadores de calor são representados por círculos interligados entre duas correntes (HE1, HE2, HE3 e HE4).

Aquecedores e resfriadores, que empregam utilidade quente e fria, respectivamente, são indicados com círculos com as letras H e C. A carga térmica dos aquecedores e resfriadores é especificada logo abaixo dos mesmos, e expressa em watts. Na rede em questão, há somente a presença de um aquecedor, com carga térmica de $1{,}207 \cdot 10^6$ W.

A tabela (3.1) apresenta algumas propriedades das correntes da rede em estudo. A variável T^s indica a temperatura em que a corrente se encontra disponível e a variável T^t a temperatura a que a corrente deve ser aquecida ou resfriada.

Tabela 3.1 Dados das correntes de processo

corrente	T^s / ºC	T^t / ºC	C_p / (J·kg^{-1}·ºC^{-1})	m / (kg·s^{-1})
1	204,4	98,7	2215	6
2	248,9	117,2	3324	5
3	93,3	194,4	2606	5
4	65,6	188,1	3230	4
5	37,8	204,5	1900	6

A tabela (3.2) fornece características dos trocadores de calor da rede, como a área de troca térmica A, os coeficientes de película do fluido quente e frio, h_H e h_C, respectivamente, e o coeficiente global de transferência de calor U, onde foram incluídas também resistências devido à incrustação. Admite-se nesse primeiro momento que todos os trocadores apresentem escoamento puramente em contracorrente. Tanto os dados da tabela (3.1) como os da tabela (3.2) foram adaptados de Heggs e Vizcaino (2002).

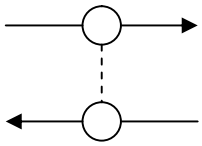
Tabela 3.2 Características dos trocadores de calor

Trocador	A / m^2	h_H / (W·m^{-2}·ºC^{-1})	h_C / (W·m^{-2}·ºC^{-1})	U / (W·m^{-2}·ºC^{-1})
HE1	220,0	430	380	190
HE2	108,3	450	370	188
HE3	110,7	410	370	180
HE4	67,2	400	360	183

Ao se analisar uma rede de trocadores de calor, é possível perceber que ela é constituída por alguns elementos básicos. O primeiro deles é a presença de trocadores de calor que permitem a integração entre correntes quentes e correntes frias do processo. Em segundo lugar, podem existir trocadores que empregam utilidades, ou seja, os aquecedores e os resfriadores. Em redes mais complexas, podem existir divisões das correntes a fim de atender a requisitos térmicos quanto ao nível de temperatura. Num determinado ponto da rede, essas correntes divididas voltam a se unir, em misturadores.

A observação feita no parágrafo anterior sugere que redes de trocadores de calor possam ser representadas matematicamente através de uma matriz que inclua esses elementos básicos de construção. Propõe-se nesse trabalho expressar as características estruturais ou topológicas da rede através de uma matriz de números inteiros, chamada de matriz de topologia, e as características de operação da planta através de uma matriz de números reais, chamada de matriz de processo. Antes de se montar a matriz de topologia e a de processo, é preciso especificar os vetores de topologia e de processo para cada um dos blocos de construção. Nos itens a seguir, especifica-se cada bloco ou operação, o qual recebe um número que o caracteriza.

a) Trocador de calor (operação 0)



Vetor de topologia: $\begin{bmatrix} 0 & \begin{matrix}\text{corrente}\\ \text{quente}\end{matrix} & \begin{matrix}\text{corrente}\\ \text{fria}\end{matrix} & \begin{matrix}\text{nome da}\\ \text{fração quente}\end{matrix} & \begin{matrix}\text{nome da}\\ \text{fração fria}\end{matrix} & \begin{matrix}\text{tipo de}\\ \text{trocador}\end{matrix} \end{bmatrix}$

Vetor de processo: $\begin{bmatrix} U & A & f_H & f_C \end{bmatrix}$

O primeiro elemento do vetor de topologia, o número zero, se refere à operação de troca térmica entre duas correntes de processo. Os dois termos seguintes expressam os nomes das correntes quente e fria, representados por números inteiros. Em seguida é preciso identificar os nomes das frações das correntes quente e fria. O sexto elemento do vetor de topologia indica o tipo de trocador com o qual se lida. Nesse trabalho, assume-se que um trocador com escoamento puramente em contracorrente é do tipo 0. No vetor de processo tem-se o coeficiente global de transferência, a área de troca térmica e as frações de *bypass* das correntes quente e fria, respectivamente.

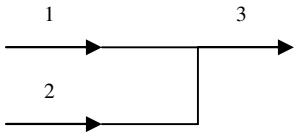
b) Aquecedor ou resfriador (operação 1)

Vetor de topologia: $\begin{bmatrix} 1 & \text{corrente} & \text{tipo} & \begin{matrix}\text{nome da}\\ \text{fração}\end{matrix} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Vetor de processo: $\begin{bmatrix} q & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

O número 1 no vetor de topologia se refere a um aquecedor ou resfriador. O segundo elemento desse vetor identifica o nome da corrente; o terceiro diz se o equipamento é um aquecedor (+1) ou um resfriador (-1) e o quarto elemento especifica o nome da fração da corrente em questão. No vetor de processo, tem-se somente que especificar a carga térmica do equipamento, representada por q.

c) Misturador (operação 2)

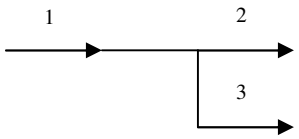


Vetor de topologia: $\begin{bmatrix} 2 & \text{corrente} & 0 & \begin{matrix}\text{nome da} & \text{nome da} & \text{nome da} \\ \text{fração_1} & \text{fração_2} & \text{fração_3}\end{matrix} \end{bmatrix}$

Vetor de processo: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

O primeiro elemento no vetor de topologia indica uma operação de mistura, o segundo especifica de qual corrente se trata, o quarto e quinto elementos definem os nomes das frações que vão se misturar, resultando na fração 3, que é o sexto elemento do vetor. Não é necessário definir nenhum parâmetro no vetor de processo.

d) Divisor (operação 3)



Vetor de topologia: $\begin{bmatrix} 3 & \text{corrente} & 0 & \begin{matrix}\text{nome da} & \text{nome da} & \text{nome da} \\ \text{fração_1} & \text{fração_2} & \text{fração_3}\end{matrix} \end{bmatrix}$

Vetor de processo: $\begin{bmatrix} \text{fração_2} & \text{fração_3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Os termos no vetor de topologia especificam, na ordem: a operação, o nome da corrente que vai ser dividida, o nome da fração que vai ser dividida e o nome das frações resultantes. No vetor de processo é preciso se definir o quanto será desviado para a fração 2 e para a fração 3.

Esse método de representação deve ficar mais claro se for aplicado à rede de trocadores da figura (3.3). Como não há divisão das correntes, o nome de todas as frações é igual a 1. As operações são definidas da esquerda para a direita na rede. Em virtude disso, começa-se especificando o aquecedor na corrente 5, de carga térmica igual a $1{,}207 \cdot 10^6$ W. Vê-se que o aquecedor está presente na fração 1 da corrente 5. Os vetores de topologia e de processo podem ser escritos respectivamente como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} 1{,}207 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A operação que aparece em seguida é de troca térmica entre as correntes 1 e 4, no trocador HE1, de área 220,0 m^2 e coeficiente global de transferência de calor de 190 W/(m^2·ºC), sem a presença de *bypass*, isto é, com f_H e f_C iguais a zero. Nota-se que a fração da corrente 1 que passa por esse trocador tem nome 1, assim como a fração da corrente 4 possui também recebe o nome 1. Conforme discutido anteriormente, o trocador em questão é do tipo com escoamento puramente em contracorrente, representado pelo número 0. Os vetores de topologia e de processo para essa operação são dados por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} 190 & 220{,}0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A especificação dos outros vetores continua de maneira análoga ao que foi descrito, gerando a matriz de topologia dada a seguir, de dimensões $(N \times 6)$, em que N indica o número de operações dentro da rede.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz de processo, de dimensões $(N \times 4)$, é dada por:

$$\begin{bmatrix} 1{,}207 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 190 & 220{,}0 & 0 & 0 \\ 188 & 108{,}3 & 0 & 0 \\ 180 & 110{,}7 & 0 & 0 \\ 183 & 67{,}2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A representação matricial sugerida no trabalho é utilizada para se fazer a simulação estática da rede de trocadores, assunto da próxima seção.

3.5 Simulação em regime permanente de uma rede de trocadores de calor

Sobre a rede representada na figura (3.3) e reproduzida novamente na figura (3.4), poderia se levantar a seguinte questão: qual seria o efeito de uma diminuição na vazão da corrente 1 de 6 $kg \cdot s^{-1}$ para 5 $kg \cdot s^{-1}$ sobre as temperaturas de saída das correntes de processo? Ou talvez uma diminuição na temperatura de entrada da corrente 3 de 93,3ºC para 83,3ºC?

Essas perguntas podem ser respondidas através da simulação estacionária, que envolve a determinação das temperaturas ao longo das correntes, entre os trocadores. O método sugerido nesse trabalho consiste em dividir a rede em blocos de operações básicas, conforme já se falou anteriormente, numerando as temperaturas em cada um dos intervalos, como indicado na figura (3.4). Vê-se que existem 30 temperaturas a serem calculadas.

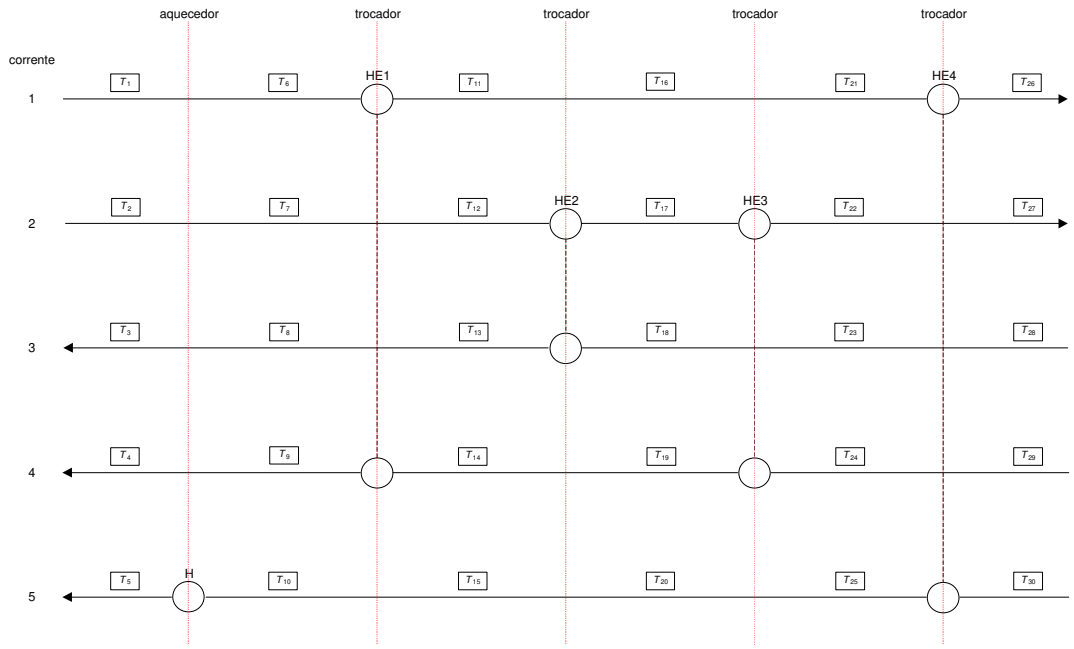


Figura 3.4 Divisão de uma rede de trocadores de calor em operações básicas

Quando se tem um aquecedor ou resfriador presente numa corrente, a relação entre a temperatura de entrada e a de saída do equipamento se dá através do balanço de energia,

desde que seja conhecida a carga térmica q. No aquecedor da rede da figura (3.4), as temperaturas T_5 e T_{10} estariam relacionadas por:

$$T_5 - T_{10} = q / CP_5$$

A mesma justificativa é válida num misturador, no qual as temperaturas se relacionam pelo balanço de energia, expresso na equação (3.9). Quando se tem um divisor, não há variação entre temperatura de entrada e de saída. Em correntes que não participam diretamente de uma operação, é estipulada igualdade de temperaturas entre os diferentes segmentos. Por exemplo, quando se definiu o aquecedor da corrente 5, pode-se escrever respectivamente para as correntes de 1 a 4 que $T_1 - T_6 = 0$, $T_2 - T_7 = 0$, $T_3 - T_8 = 0$ e $T_4 - T_9 = 0$.

Num trocador de calor, as relações entre temperaturas de entrada e saída das correntes são dadas pela equação (3.10), como no trocador HE1, onde se pode escrever:

$$\left(1 - \varepsilon_{\mathrm{HE1}} \frac{CP_{min}}{CP_1}\right) T_6 - T_{11} + \left(\varepsilon_{\mathrm{HE1}} \frac{CP_{min}}{CP_1}\right) T_{14} = 0$$

$$\left(\varepsilon_{\mathrm{HE1}} \frac{CP_{min}}{CP_4}\right) T_6 - T_9 + \left(\varepsilon_{\mathrm{HE1}} \frac{CP_{min}}{CP_4}\right) T_{14} = 0$$

Tendo em vista a discussão dos três últimos parágrafos, é possível escrever 30 equações para determinar as incógnitas e representar o problema por:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{b} \qquad (3.11)$$

em que **T** representa um vetor de temperaturas, de dimensão (30×1), e **A** uma matriz de coeficientes, de dimensão (30×30). A vantagem do método apresentado é que todas as equações são lineares, fazendo com a solução seja simples do ponto de vista computacional. Foi desenvolvido em Matlab um programa que faz a leitura da matriz de topologia e da matriz de processo, gera as matrizes **A** e **b** e resolve o sistema linear dado pela equação (3.11).

A matriz **A** possui elementos não nulos distribuídos de uma maneira peculiar, representados na figura (3.5) através de círculos. Os pontos que ficam ao redor do corredor paralelo à diagonal principal indicam a presença dos trocadores de calor do processo. Os coeficientes nas cinco últimas linhas da matriz definem as temperaturas de entrada das

correntes 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Na nomenclatura adotada, essas temperaturas corresponderiam a T_1, T_2, T_{28}, T_{29} e T_{30}.

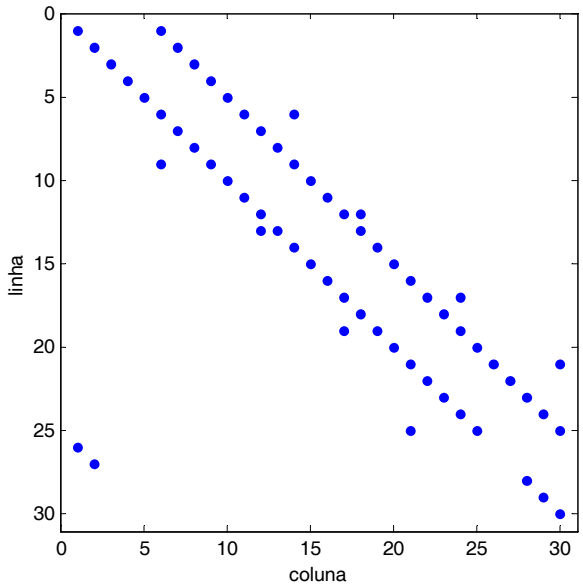


Figura 3.5 Representação dos elementos não nulos na matriz **A**

Em condições nominais de operação da rede, as temperaturas de saída das correntes foram expressas na tabela (3.1). Através de simulação em regime permanente, pode-se responder às perguntas feitas no início dessa seção, isto é, qual o efeito de uma perturbação na vazão da corrente 1 ou uma variação na temperatura de entrada da corrente 3. Os resultados aparecem nas tabelas (3.3) e (3.4), sendo que o operador δ indica a diferença entre uma determinada condição e a condição nominal. Para a corrente 1, por exemplo, cuja vazão nominal é de 6 $kg \cdot s^{-1}$, um valor de δm igual a -1 $kg \cdot s^{-1}$ significa que a vazão da mesma passou a ser de 5 $kg \cdot s^{-1}$.

Tabela 3.3 Variação nas temperaturas de saída diante de uma perturbação na vazão da corrente 1

corrente	δT^s / ºC	δm / ($kg \cdot s^{-1}$)	δT^t / ºC
1	0,0	-1,0	-10,5
2	0,0	0,0	0,0
3	0,0	0,0	0,0
4	0,0	0,0	-4,1
5	0,0	0,0	-5,7

Tabela 3.4 Variação nas temperaturas de saída diante de uma perturbação na temperatura de entrada da corrente 3

corrente	δT^s / ºC	δm / (kg·s^{-1})	δT^t / ºC
1	0,0	0,0	-1,3
2	0,0	0,0	-2,5
3	-10,0	0,0	-3,5
4	0,0	0,0	-0,8
5	0,0	0,0	-1,3

É interessante notar que um desvio na temperatura de entrada da corrente 3, em relação a seu valor nominal, provoca uma variação na temperatura de saída de todas as correntes de processo, como se observa na tabela (3.4). Esse fato é ilustrado na figura (3.6): primeiramente existe uma variação na carga térmica do trocador HE2, que afeta a corrente 2 e que por sua vez altera a carga térmica do trocador HE3, perturbando a corrente 4 e o trocador HE1. Com a variação de temperatura provocada na corrente 1 devido a HE1, perturba-se a carga térmica de HE4 que afeta a corrente 5. Através desse exemplo dá para se ter idéia de como as variáveis desse processo estão acopladas. A avaliação da propagação de uma perturbação é bastante importante no projeto e no *retrofit* de redes de trocadores.

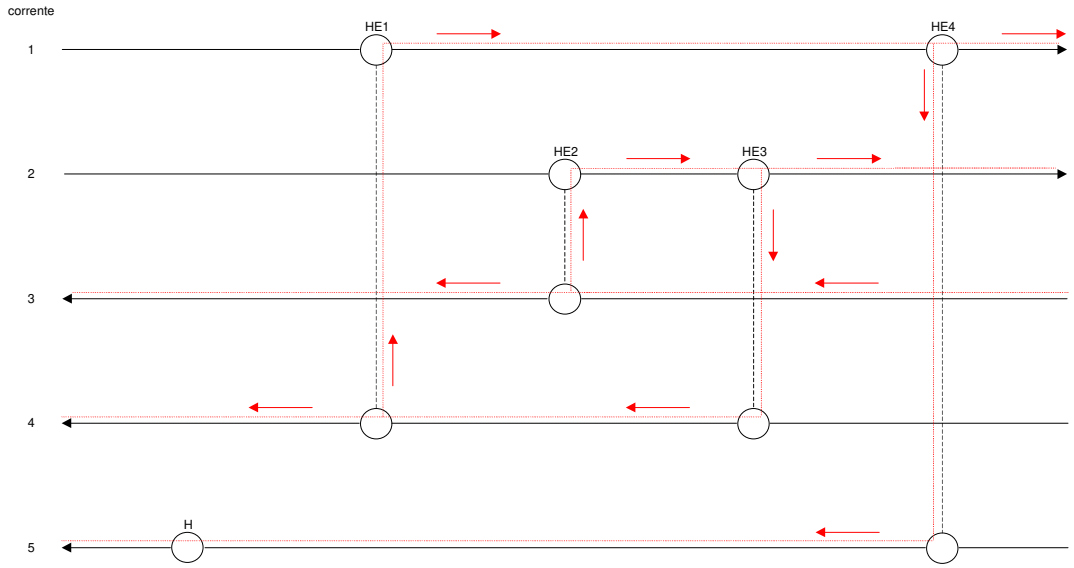


Figura 3.6 Efeito de uma perturbação na temperatura da corrente 3 sobre a rede

Deve-se salientar que apesar de se representar o sistema por um conjunto de equações lineares, o efeito dos *bypasses* sobre T^t não é exatamente proporcional, a não ser que se esteja falando de intervalos pequenos de variação de *f*. A figura a seguir representa o efeito da variação do *bypass* da corrente fria no trocador HE2 sobre $\delta T_1{}^t$, $\delta T_2{}^t$, $\delta T_3{}^t$ e $\delta T_4{}^t$. A

influência mais significativa desse *bypass* se dá na corrente 3, mas todas as correntes da planta são afetadas, em maior ou menor grau. O efeito sobre δT_5^t não foi representado no gráfico, pois essa corrente apresenta um aquecedor, permitindo em princípio que qualquer perturbação seja suprimida.

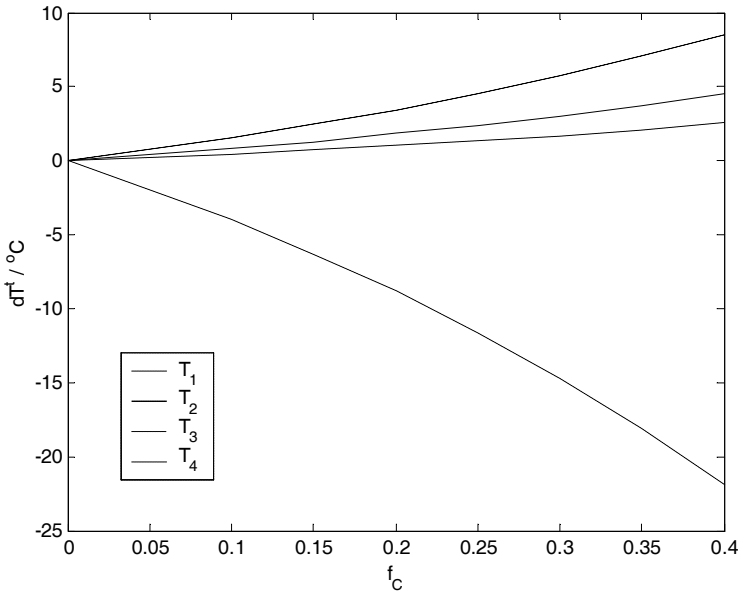


Figura 3.7 Efeito do *bypass* da corrente fria no HE2 sobre δT^t das correntes

Quando existe a presença de um resfriador ou aquecedor na corrente, a temperatura de saída da mesma é controlada manipulando-se diretamente a carga térmica desses equipamentos, como é o caso da corrente 5. Já no caso da corrente 1, por exemplo, sua temperatura de saída deve ser controlada manipulando-se os *bypasses* ou no trocador HE1, HE2, HE3 ou HE4. Mas qual *bypass* é mais conveniente manipular? Como em cada trocador pode-se variar a fração desviada de corrente quente ou de corrente fria, existem ao todo oito variáveis que podem ser manipuladas. Fez-se a simulação estática da rede variando-se em cada caso o *bypass* dos trocadores de processo, um de cada vez, em 10%, ou do lado da corrente quente ou do lado da corrente fria. Os resultados encontram-se tabelados a seguir.

Tabela 3.5 Efeito de uma variação de 10% no *bypass* sobre a temperatura de saída da corrente 1

Trocador	*Bypass* da corrente	δT_1^t / ºC
HE1	quente	1,2
HE1	fria	1,3
HE2	quente	0,5
HE2	fria	0,8
HE3	quente	-0,7
HE3	fria	-1,1
HE4	quente	1,3
HE4	fria	1,6

Analisando-se os dados da tabela, vê-se que o *bypass* no trocador HE2, do lado quente, tem uma influência pequena sobre a temperatura de saída da corrente 1, alterando-a em somente 0,5ºC. Pode-se notar também que a temperatura a que a corrente 1 deve ser resfriada é relativamente sensível ao *bypass* da corrente fria no trocador HE4, se o intuito for aumentar T_1^t, e ao *bypass* da corrente fria no trocador HE3, se o objetivo for diminuir T_1^t. A não linearidade dos *bypasses* em relação às temperaturas de saída das correntes logicamente dificulta o controle da rede. A simulação em regime permanente será utilizada mais à frente com o intuito de propor uma estratégia de controle que leve em conta esses efeitos.

3.6 Conclusões

O cálculo das temperaturas de saída das correntes numa rede de trocadores de calor pode ser realizado de diversas maneiras. Uma delas é baseada no método da média logarítmica de temperaturas, que tem o inconveniente de lidar com expressões algébricas consideravelmente complicadas, especialmente no que diz respeito à determinação do fator de correção da média logarítmica, função de características de escoamento no trocador.

Aplicou-se nesse trabalho uma metodologia mais simples, baseada no trabalho desenvolvido por Heggs e Vizcaino (2002), considerando o método da efetividade. O problema foi reduzido à resolução de um sistema de equações lineares. Estendeu-se a técnica de Heggs e Vizcaino para o caso de trocadores com *bypass*.

Foi sugerida nesse capítulo uma representação matricial de uma rede de trocadores de calor, baseada em blocos básicos de construção: trocadores de calor, aquecedores ou resfriadores, divisores e misturadores. A estrutura da rede foi representada numa matriz de

topologia e os dados operacionais colocados numa matriz de processo. Dividiu-se a rede de acordo com esses blocos, e para cada divisão, atribuíram-se variáveis representando as temperaturas nos intervalos. Todas essas etapas foram implementas em Matlab.

A ferramenta desenvolvida permitiu avaliar os efeitos da propagação de uma perturbação em redes. Mostrou-se também que a simulação estacionária da rede pode ser usada para estudar aspectos de controle, verificando qual a influência dos *bypasses* (variáveis manipuladas) sobre as variáveis controladas, as temperaturas de saída das correntes de processo. Essa ferramenta será usada posteriormente na discussão do acoplamento de variáveis usando-se a matriz de ganho relativo e também será utilizada na proposta de uma estratégia de controle da rede de trocadores de calor.

4. Modelos Dinâmicos de Trocadores de Calor Casco e Tubo

4.1 Introdução

O projeto e o dimensionamento de um trocador de calor são realizados tomando-se como base as condições nominais de vazão e temperatura de entrada das correntes. Contudo, durante a operação do equipamento, essas condições variam, provocando alterações nas temperaturas de saída das correntes. Se o problema for encarado sob o ponto de vista de controle de processos, tem-se que as vazões m e as temperaturas de entrada $T_{H,in}$ e $T_{C,in}$ são variáveis de perturbação e as temperaturas de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ são variáveis controladas. As frações desviadas f_H e f_C no trocador assumem o papel de variáveis manipuladas. Em algumas situações, como no caso de aquecedores ou resfriadores, que usam utilidade quente e fria, respectivamente, a vazão é a variável manipulada.

Para se estudar questões ligadas ao controle das variáveis de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$, é preciso que se disponha de um modelo que descreva o comportamento dinâmico do trocador. Alguns modelos foram sugeridos na literatura, como nos trabalhos de Boyaci *et al*. (1996), Varga *et al*. (1995) e Mathisen (1994). Todos esses modelos se baseiam na resolução de um sistema de equações diferenciais parciais acopladas, por meio de discretização. Essa abordagem da literatura é retomada aqui, com um modelo baseado em células de troca de calor, unidas entre si por pequenas áreas de troca térmica. Essas células também foram utilizadas para avaliar o efeito dinâmico da posição dos *bypasses* no trocador.

Os trocadores de calor do tipo casco e tubo são os mais comuns em indústrias químicas, graças ao seu custo relativamente baixo, robustez, facilidade de manutenção e à possibilidade de construção de equipamentos com área de troca térmica bastante elevada. Dada a sua importância, esses trocadores foram os escolhidos para o estudo em regime transiente. Nesse capítulo, depois que os modelos são equacionados, são discutidas algumas características dinâmicas dos trocadores casco e tubo 1-1 e 1-2, como a presença de tempo morto e o aparecimento de funções de transferência simples, de primeira ordem, até funções mais complexas, de ordem mais elevada, ou com atraso e avanço de fase, que relacionam as variáveis de saída com as variáveis de entrada. Mostra-se que os trocadores 1-2 em especial apresentam características dinâmicas peculiares, dependendo do

escoamento ser em paralelo / contracorrente ou em contracorrente / paralelo. Faz-se também uma discussão de como o número de células e o tipo de força motriz nelas empregada para descrever o trocador influenciam nas variáveis de saída.

4.2 Modelo dinâmico de trocadores 1-1

Tomando-se como volume de controle uma seção de espessura infinitesimal Δz num trocador de calor casco e tubo e se fazendo o balanço de energia nesse elemento microscópico, pode-se escrever para as correntes quente e fria, respectivamente (Luyben, 1990):

$$\frac{\partial T_H}{\partial t} = -\frac{m_H}{\rho_H v_H}\frac{\partial T_H}{\partial z} - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_H - T_C\right) \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial T_C}{\partial t} = \frac{m_C}{\rho_C v_C}\frac{\partial T_C}{\partial z} + \frac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}\left(T_H - T_C\right) \tag{4.2}$$

em que m dá a vazão mássica, t o tempo, z indica a posição axial, V é o volume, A a área de troca térmica, C_p representa o calor específico, ρ é a densidade do fluido e v fornece uma relação entre volume e comprimento no trocador. Os índices H e C se referem às correntes quente e fria, respectivamente. Não se considerou o efeito dinâmico das paredes do trocador, já que nesses equipamentos elas são delgadas, oferecendo baixa resistência e capacitância térmicas, podendo-se considerar uniformidade de temperatura. As equações (4.1) e (4.2) foram resolvidas pelo método das diferenças finitas centrais, obtendo-se duas equações para cada volume de controle infinitesimal. Isso pode ser esquematicamente representado na figura (4.1), em que o trocador foi discretizado em n estágios:

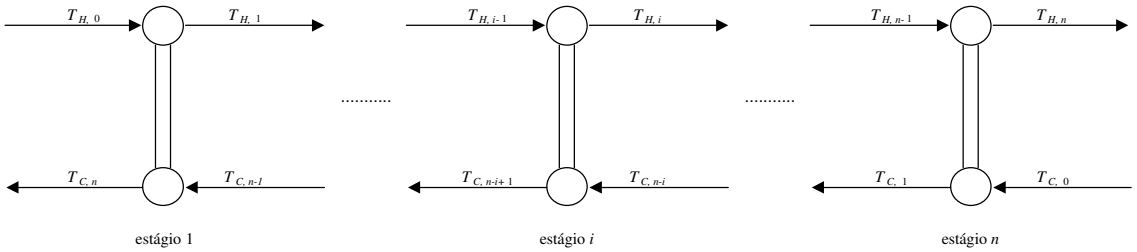


Figura 4.1 Representação de um trocador discretizado

Cada célula do trocador conecta as correntes quente e fria por uma área de troca térmica A/n, sendo que o volume ocupado pelo fluido quente e frio em cada célula é V_H/n e

V_C / n, respectivamente. As temperaturas da corrente quente são numeradas da esquerda para a direita, enquanto que as temperaturas da corrente fria são numeradas em sentido contrário. A temperatura de entrada do fluido quente, $T_{H,in}$, é indicada no esquema por $T_{H,0}$. Analogamente, $T_{C,in}$ é representado por $T_{C,0}$. Se cada seção for suficientemente pequena, a temperatura de saída dos fluidos se iguala com a temperatura no interior das células, caracterizando um modelo de mistura perfeita. Fazendo-se um balanço de energia para o *i*-ésimo estágio tem-se para as correntes quente e fria:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = \frac{n\, m_H}{\rho_H V_H}\left(T_{H,i-1} - T_{H,i}\right) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_{H,i} - T_{C,n-i+1}\right) \tag{4.3}$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = \frac{n\, m_C}{\rho_C V_C}\left(T_{C,n-i} - T_{C,n-i+1}\right) + \frac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}\left(T_{H,i} - T_{C,n-i+1}\right) \tag{4.4}$$

É interessante notar que nas equações discretizadas estão implícitos os termos $\alpha_H = \rho_H V_H / m_H$ e $\alpha_C = \rho_C V_C / m_C$, que são os tempos de residência das correntes quente e fria no trocador, respectivamente. No trocador 1-1, dividido em *n* estágios, existem 2*n* equações diferenciais que regem a variação de temperatura do fluido quente e do fluido frio com o tempo e com a posição. As equações (4.3) e (4.4) podem ser também escritas como:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = a_1 T_{H,i-1} - \left(a_1 + a_2\right) T_{H,i} + a_2 T_{C,n-i+1} \tag{4.5}$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = a_4 T_{H,i} + a_3 T_{C,n-i} - \left(a_3 + a_4\right) T_{C,n-i+1} \tag{4.6}$$

válidas para $i = 1,\ldots,n$ e sendo os coeficientes $a_1 = \dfrac{n\, m_H}{\rho_H V_H}$, $a_2 = \dfrac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}$, $a_3 = \dfrac{n\, m_C}{\rho_C V_C}$ e $a_4 = \dfrac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}$. Vale comentar que as equações (4.5) e (4.6) não são lineares devido aos coeficientes a_1 e a_3, expressos em função das perturbações m_H e m_C, respectivamente.

O modelo dinâmico foi escrito até agora sem levar-se em conta a presença dos *bypasses*. Se isso for considerado, o conceito de células de troca de calor ainda pode ser utilizado, com o seguinte arranjo:

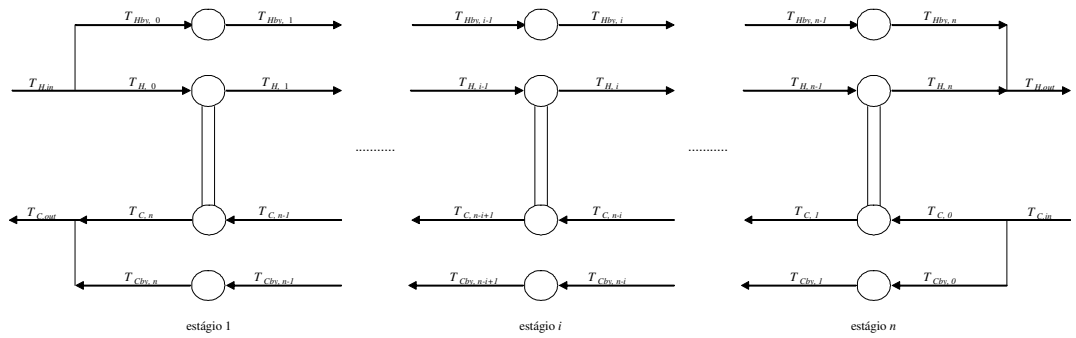


Figura 4.2 Modelo de células de um trocador 1-1 com *bypasses*

em que as variáveis T_{Hby} e T_{Cby} indicam as temperaturas nas linhas de *bypass*. Para o estágio genérico *i*, os balanços de energia para as correntes quente e fria são escritos de maneira idêntica às equações (4.5) e (4.6), só que com $a_1 = n\,m_H\left(1-f_H\right)/\left(\rho_H V_H\right)$ e $a_3 = n\,m_C\left(1-f_C\right)/\left(\rho_C V_C\right)$, compensando as frações desviadas das correntes. Já para as células que constituem os *bypasses*, pode-se escrever:

$$\frac{dT_{Hby,i}}{dt} = \frac{n\,m_H\,f_H}{\rho_H V_{Hby}}\left(T_{Hby,i-1} - T_{Hby,i}\right) \tag{4.7}$$

$$\frac{dT_{Cby,n-i+1}}{dt} = \frac{n\,m_C\,f_C}{\rho_C V_{Cby}}\left(T_{Cby,n-i} - T_{Cby,n-i+1}\right) \tag{4.8}$$

em que V_{Hby} e V_{Cby} dão os volumes dos canais de *bypass* da corrente quente e fria, respectivamente, e correspondem a uma pequena porcentagem de V_H e V_C. As equações (4.7) e (4.8), ligadas ao tempo morto que caracteristicamente aparece em tubulações, também podem ser expressas como:

$$\frac{dT_{Hby,i}}{dt} = a_5 T_{Hby,i-1} - a_5 T_{Hby,i} \tag{4.9}$$

$$\frac{dT_{Cby,n-i+1}}{dt} = a_6 T_{Cby,n-i} - a_6 T_{Cby,n-i+1} \tag{4.10}$$

com $a_5 = n\,m_H\,f_H\,/\left(\rho_H V_{Hby}\right)$ e $a_6 = n\,m_C\,f_C\,/\left(\rho_C V_{Cby}\right)$. As temperaturas de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ podem ser determinadas por balanço de energia e serem escritas tendo em vista as frações desviadas das correntes quente e fria:

$$T_{H,out} = \left(1-f_H\right)T_{H,n} + f_H T_{Hby,n} \tag{4.11}$$

$$T_{C,out} = \left(1-f_C\right)T_{C,n} + f_C T_{Cby,n} \tag{4.12}$$

Uma questão interessante a ser levantada é em relação à força motriz empregada em cada célula de troca térmica. Até esse ponto, o modelo dinâmico foi desenvolvido tomando como base uma diferença direta de temperaturas entre as correntes em cada célula. Quando se faz a análise macroscópica num trocador, essa força motriz é calculada pela média logarítmica de temperaturas das correntes (Kern, 1987), o que resulta em algo diferente de uma diferença direta de temperaturas. Entretanto, se fossem introduzidas funções logarítmicas no modelo dinâmico, isso complicaria sua solução desnecessariamente. A fim de evitar essas complicações e ao mesmo tempo manter o rigor da média logarítmica, sugere-se aproximá-la pela média aritmética de temperaturas:

$$\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_H - \Delta T_C}{\ln(\Delta T_H / \Delta T_C)} \cong \frac{\Delta T_H + \Delta T_C}{2} \tag{4.13}$$

sendo ΔT_H e ΔT_C as diferenças de temperatura do lado quente e frio do trocador ou de uma célula de troca térmica Essa aproximação será bastante razoável se ΔT_H for aproximadamente igual à ΔT_C, o que realmente deve acontecer se a célula for suficientemente pequena. Tendo em vista a nova força motriz, os balanços de energia num estágio genérico *i* são expressos por:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = \frac{n\, m_H (1-f_H)}{\rho_H V_H}\left(T_{H,i-1} - T_{H,i}\right) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left[\frac{\left(T_{H,i} - T_{C,n-i}\right) + \left(T_{H,i-1} - T_{C,n-i+1}\right)}{2}\right]$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = \frac{n\, m_C (1-f_C)}{\rho_C V_C}\left(T_{C,n-i} - T_{C,n-i+1}\right) + \frac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}\left[\frac{\left(T_{H,i} - T_{C,n-i}\right) + \left(T_{H,i-1} - T_{C,n-i+1}\right)}{2}\right]$$

ou de uma maneira mais compacta por:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = (a_1 - a_2)T_{H,i-1} - (a_1 + a_2)T_{H,i} + a_2 T_{C,n-i} + a_2 T_{C,n-i+1} \tag{4.14}$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = a_4 T_{H,i-1} + a_4 T_{H,i} + (a_3 - a_4)T_{C,n-i} - (a_3 + a_4)T_{C,n-i+1} \tag{4.15}$$

sendo $a_1 = n\, m_H (1-f_H)/(\rho_H V_H)$, $a_2 = UA/(2\rho_H V_H C_{p,H})$, $a_3 = n\, m_C (1-f_C)/(\rho_C V_C)$ e $a_4 = UA/(2\rho_C V_C C_{p,C})$. Mais uma vez, as equações (4.14) e (4.15) continuam sendo não lineares, devido aos coeficientes a_1 e a_3. As equações (4.9) e (4.10), que regem os perfis de

temperatura nos *bypasses*, e o balanço na saída do trocador, nas equações (4.11) e (4.12), não são influenciados pelo tipo de força motriz que se usa.

O modelo dinâmico e não linear de um trocador 1-1 com *bypass*, discretizado em *n* estágios de troca de calor e representado por 4*n* equações diferenciais ordinárias, quer se empregue como força motriz uma diferença direta de temperaturas ou uma média aritmética, e por duas equações algébricas, a (4.11) e a (4.12), foi implementado no Matlab, através de uma *S-Function*, um bloco do Simulink utilizado em simulação dinâmica. Nesse bloco, as equações diferenciais do modelo foram inicializadas, ou seja, foram calculadas as temperaturas das correntes no trocador e nos *bypasses* em cada célula no instante inicial. Depois da inicialização, o sistema de equações diferenciais ordinárias foi resolvido pelo método de Dormand-Prince, similar ao método explícito de Runge Kutta, combinando ao mesmo tempo os métodos de quarta e quinta ordem, com passo variável ao promover a integração numérica das equações diferenciais ordinárias (MathWorks, 2006). O bloco é representado graficamente na figura (4.3), para o trocador HE1 da rede de trocadores indicada na figura (3.3). Nesse trocador considera-se que tanto o *bypass* do lado quente como o do lado frio estão totalmente fechados $\left(f_H = f_C = 0\right)$. Vê-se que existem 6 variáveis de entrada e 4 variáveis de saída. Vale comentar que as vazões também se apresentam como variáveis de saída no Simulink, pois quando se têm redes de trocadores, esses equipamentos devem estar conectados entre si, inclusive em relação à vazão das correntes. Esse modelo é aplicado a seguir a um dos trocadores da rede proposta por Heggs e Vizcaino (2002) a fim de discutir características dinâmicas do equipamento.

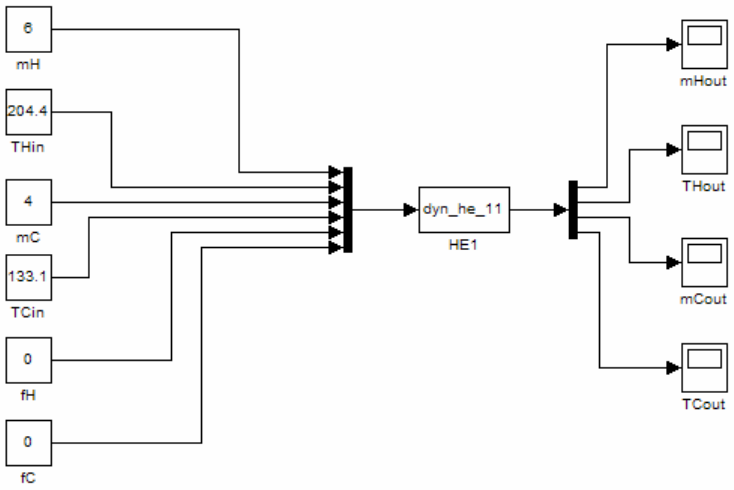
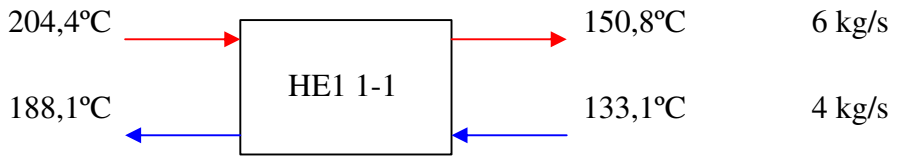


Figura 4.3 Bloco de uma *S-Function* representando um trocador de calor 1-1

4.2.1 Características dinâmicas de um trocador 1-1

Com a finalidade de estudar as características dinâmicas de um trocador 1-1, nas próximas seções o modelo será aplicado utilizando-se como exemplo o trocador HE1, com 220 m^2 de área, da rede de trocadores publicada no trabalho de Heggs e Vizcaino (2002) e reproduzida na figura (3.3). Um esquema desse trocador é esboçado logo abaixo:



Como no trabalho em que a rede foi apresentada não se forneceram maiores detalhes nem sobre o trocador e nem sobre as correntes de processo, será admitido que o fluido quente possua densidade igual a 900 kg/m^3 e passe pelos tubos, de volume V_H igual a 1,35 m^3. Admite-se que o fluido frio escoe pelo casco, de volume V_C supostamente igual a 1,35 m^3, tendo também densidade de 900 kg/m^3. A escolha dos volumes do casco e dos tubos será justificada mais à frente nesse trabalho, quando se prova que existe uma relação típica entre áreas e volumes num trocador de calor casco e tubo.

Número de estágios

Na escolha do número de estágios a serem empregados no modelo, existe um compromisso entre a acuidade na resposta e a carga computacional, diretamente proporcionais entre si. É importante que o modelo mostre a influência de parâmetros distribuídos, isto é, aqueles que dão origem a equações diferenciais parciais (Ogata, 2000), cuja solução, no caso de trocadores de calor, tem a forma $T_H = T_H(z,t)$ e $T_C = T_C(z,t)$, isto é, os perfis de temperatura no trocador são função da posição axial e do tempo. O efeito desses parâmetros distribuídos pode ser verificado num trocador de calor com coeficiente global U hipoteticamente igual a zero, ou seja, sem troca de calor entre as correntes. Nessa situação, se houver um degrau na temperatura de entrada de uma corrente, esse degrau não é imediatamente sentido na temperatura de saída, já que o fluido leva um dado tempo para passar pelo trocador. Em outras palavras, isso significa que a variável de saída é exatamente igual à variável de entrada, mas defasada de um certo tempo a. Para ilustrar essas informações, tome-se como exemplo o trocador HE1 da rede da figura (3.3).

O gráfico a seguir representa o comportamento da temperatura de saída da corrente quente, $T_{H,out}$, calculada pelo modelo de células, diante de uma variação na temperatura de entrada dessa corrente na forma de um degrau de 204,4ºC para 214,4ºC, no instante 100 s. Já a vazão da corrente quente é de 6 $kg \cdot s^{-1}$, o que faz com que o fluido leve um pouco mais de 200 s, tempo esse também chamado de tempo morto, para percorrer os tubos do trocador, mostrando que a perturbação será sentida na corrente de saída posteriormente. Já que se admitiu não haver troca térmica, o tipo de força motriz empregada não vem ao caso.

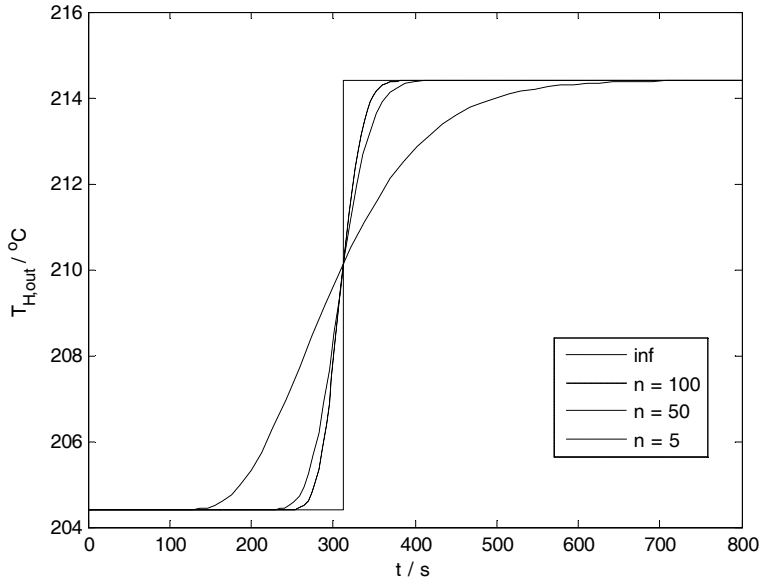


Figura 4.4 Efeito do número de estágios sobre $T_{H,out}$ diante de uma perturbação na forma de degrau de 10ºC no instante 100 s em $T_{H,in}$ considerando $U = 0$

É interessante notar que quanto maior o número de estágios utilizados, melhor a aproximação do modelo. Pode-se observar, por exemplo, que quando são empregados 5 estágios, a resposta da variável de saída é razoavelmente grosseira. Entretanto, para se ter uma função degrau absolutamente perfeita na saída, o número de estágios teria que tender a infinito. Nesse caso, o efeito de uma variação de $T_{H,in}$ sobre $T_{H,out}$ seria sentida em 203 s depois de ter ocorrido, como se vê no degrau representado por linha sólida na figura (4.4). O tempo computacional gasto com simulação depende muito de n. Num PC de 1,50 GHz e para 5, 50 e 100 células foram gastos respectivamente menos de 1 s, 7 s e 24 s. Levando-se em conta o compromisso entre a precisão na resposta e o tempo de computação, adotou-se nesse trabalho que os trocadores seriam representados por 50 estágios de troca térmica.

Efeito de força motriz no modelo

Num sistema, quando se tem determinada condição estacionária de operação 1 e se passa para uma nova condição de operação 2, leva-se um certo tempo para se atingir essa nova condição, dependendo da dinâmica desse sistema. Decorrido esse tempo, não deve haver um desvio significativo entre a resposta prevista por um modelo dinâmico e a resposta estimada por um modelo em regime permanente, ou seja, o *offset* entre esses dois modelos deve ser pequeno. No capítulo 3 desse trabalho foi utilizado o método da efetividade, consagrado na literatura (Heggs e Vizcaino, 2002), para se estimar a temperatura de saída das correntes num trocador considerando regime permanente. Já nesse capítulo, cujo objetivo é o estudo de aspectos dinâmicos, o trocador foi dividido em pequenas células de troca térmica (figuras 4.1 e 4.2), o que não deixa de ser uma aproximação, sendo o tipo de força motriz utilizada em cada célula bastante importante. As equações (4.5) e (4.6) representam o modelo dinâmico expresso tomando como força motriz uma diferença direta de temperaturas, enquanto que as equações (4.14) e (4.15) modelam o trocador usando como força motriz a média aritmética de temperaturas.

Dependendo da força motriz que se use, existe um maior ou menor desvio da resposta dos modelos dinâmicos, depois de atingida uma nova condição estacionária, diante da resposta obtida pelo método da efetividade. Os dados da tabela (4.1) dão as temperaturas de saída da corrente 1, no trocador HE1, previstos pelo modelo dinâmico como função do número n de estágios de troca de calor. Na segunda coluna da tabela as temperaturas de saída foram calculadas tomando-se como força motriz para a troca térmica a diferença direta de temperaturas enquanto que na terceira coluna os resultados foram obtidos adotando-se como força motriz a média aritmética de temperaturas. Vale lembrar que em regime permanente essa corrente entra a 204,4ºC e deve ser resfriada até 150,8ºC.

Tabela 4.1 Temperatura de saída prevista pelo modelo dinâmico num trocador casco e tubo 1-1 para diferenças diretas e para médias aritméticas de temperatura

	direta	aritmética
n	$T_{H,out}$ / ºC	$T_{H,out}$ / ºC
2	165,7	150,9
5	158,0	150,8
20	152,8	150,8
50	151,7	150,8
100	151,3	150,8
200	151,1	150,8
8	150,8	150,8

Quando o número de estágios utilizados é pequeno, o desvio entre a resposta prevista pelo modelo dinâmico que toma como força motriz a diferença direta de temperaturas e o modelo em regime permanente é muito grande. Se n for igual a 2, por exemplo, o desvio é de 14,9ºC, o que não se pode tolerar em termos de acuidade. A precisão do modelo melhora conforme se aumenta n e, no limite, quando essa variável tende a infinito, não há desvio e a temperatura obtida através do modelo dinâmico atinge os esperados 150,8ºC, previstos pelo método da efetividade.

Ao se utilizar o modelo dinâmico que toma como força motriz a média aritmética de temperaturas, o desvio da resposta em relação ao modelo estacionário já é desprezível para n igual a 2, ao valer somente 0,1ºC. Quando se emprega n maior do que 2, o *offset* é praticamente anulado. A partir dessa análise, conclui-se que é mais conveniente na modelagem dinâmica de trocadores 1-1 o emprego da média aritmética de temperaturas como força motriz nas células de troca de calor, justamente a fim de evitar discrepâncias em relação às respostas em regime permanente. Nas seções subseqüentes, nas quais são feitas análises sobre o efeito de variações na temperatura de entrada, vazões e posição nos *bypasses* de trocadores 1-1, são sempre tomadas como força motrizes médias aritméticas de temperatura.

Efeito de variações na temperatura de entrada das correntes

Para ilustrar o efeito de variações na temperatura de entrada sobre as temperaturas de saída num trocador, será usado como exemplo o trocador HE1, no qual a corrente quente entra a 204,4ºC e deve ser resfriada até 150,8ºC, enquanto que a corrente fria entra a 133,1ºC, devendo ser aquecida até 188,1ºC. As vazões mássicas dessas correntes são respectivamente iguais a 6 $kg \cdot s^{-1}$ e 4 $kg \cdot s^{-1}$. Quando a temperatura $T_{H,in}$ sofre um aumento, as temperaturas de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ também devem aumentar, assim como a carga térmica do trocador. A figura (4.5) indica o comportamento das temperaturas de saída diante de um degrau em $T_{H,in}$ de 10ºC no instante 100 s. Essas respostas foram expressas na forma de variáveis de desvio ($\delta T'$) em relação às condições nominais, sendo que a linha sólida se refere à corrente fria (C) e a linha tracejada se reporta à corrente quente (H).

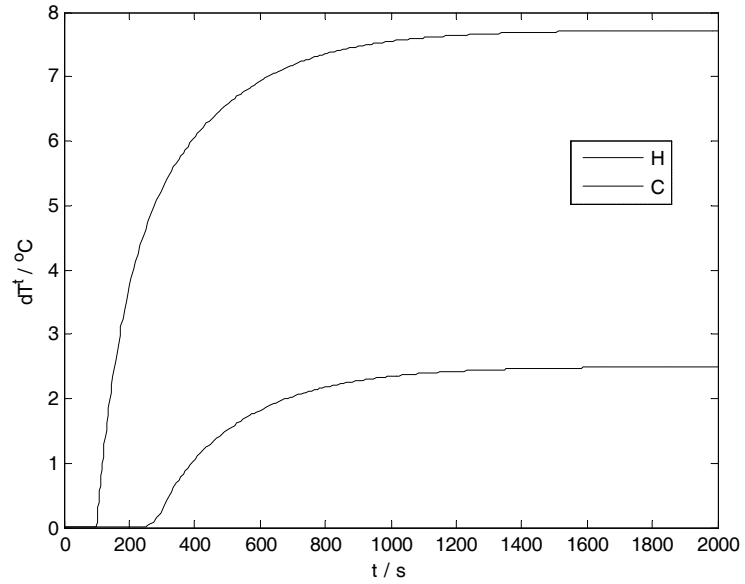


Figura 4.5 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 10ºC em $T_{H,in}$ no instante 100 s

Quando se atinge o novo regime permanente, a temperatura da corrente fria aumenta quase 8ºC enquanto a temperatura da corrente quente aumenta cerca de 2,5ºC. É interessante notar que a resposta na temperatura de saída das duas correntes tem caráter exponencial, sugerindo que as variáveis de saída ($T_{H,out}$ e $T_{C,out}$) e de entrada ($T_{H,in}$ e $T_{C,in}$) devem estar ligadas por funções de transferência de primeira ordem, com um pólo localizado sobre o eixo real negativo, mostrando a estabilidade dessa resposta. Ao se olhar com mais atenção o comportamento de δT_H^t , especificamente a suave inflexão que se tem na curva logo que a perturbação mostra seus efeitos, tem-se a impressão de haver mais de um pólo. Na realidade isso acontece devido à aproximação do efeito do tempo morto por um número finito de células, conforme se ilustrou na figura (4.4). Como as temperaturas de saída das correntes no trocador aumentam tanto quando a temperatura de entrada da corrente fria ou da corrente quente subirem, o ganho estacionário dessa função de transferência é sempre positivo, independentemente da perturbação ser em $T_{H,in}$ ou em $T_{C,in}$. Outro ponto a ser observado é que a resposta na temperatura de saída da corrente fria $T_{C,out}$ não possui tempo morto, a perturbação é sentida no instante *t* igual a 100 s. Isso é explicado pelo fato do escoamento ser em contracorrente: qualquer variação em $T_{H,in}$ imediatamente afeta $T_{C,out}$ (figura 3.1). Já os efeitos de uma variação de $T_{H,in}$ sobre $T_{H,out}$ somente começarão a ocorrer depois que o fluido quente tiver percorrido todo o trocador, mostrando a presença do tempo morto, no caso igual ao tempo de residência do fluido quente no

trocador. Os efeitos de uma perturbação na temperatura de entrada da corrente fria são análogas à uma perturbação na corrente quente. Para essa perturbação em degrau em $T_{H,in}$ no instante 100 s, as respostas nas temperaturas das correntes quente e fria seriam respectivamente bem aproximadas pelas seguintes funções de transferência de primeira ordem:

$$\delta T_H^t = \frac{0{,}25e^{-165s}}{249s+1}\delta T_H^s \text{ e } \delta T_C^t = \frac{0{,}77}{195s+1}\delta T_H^s$$

Efeito de variações na vazão das correntes

São analisados agora os efeitos de perturbações em m, a vazão mássica das correntes, sobre as temperaturas de saída $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$. Inicialmente é desprezada a influência de m sobre os coeficientes de película h , isto é, por enquanto admite-se que o coeficiente global de transferência de calor U no trocador independa das vazões. A figura (4.6) exemplifica os efeitos de uma perturbação considerando um aumento na vazão da corrente quente de 6 kg·s^{-1} para 6,5 kg·s^{-1} no instante 100 s. As respostas aparecem como variáveis de desvio tanto para a corrente quente (linha tracejada) como para a corrente fria (linha sólida).

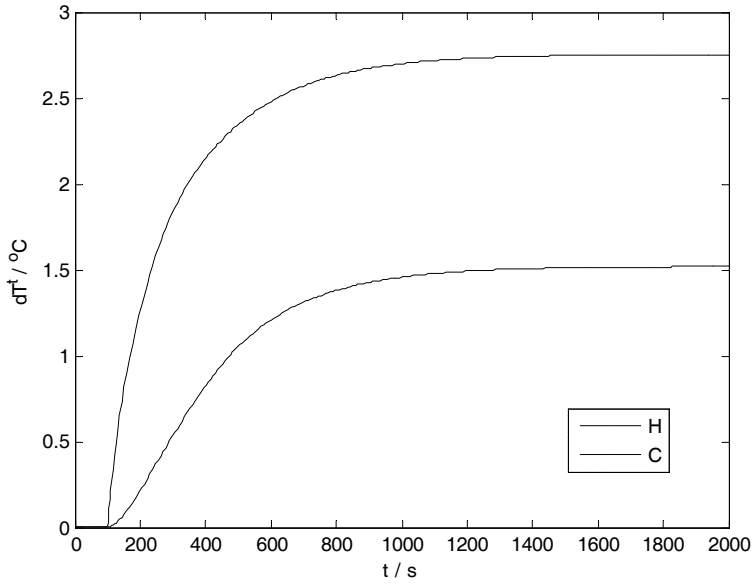


Figura 4.6 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 0,5 kg·s^{-1} em m_H no instante 100 s, sem considerar a variação de U

Diferentemente de perturbações nas temperaturas de entrada, uma variação na vazão é agora percebida imediatamente nas duas correntes, como se vê pelo gráfico, a partir do instante 100 s. Ao se atingir a nova condição estacionária, a temperatura de saída da corrente quente teve um aumento de 2,7ºC e a temperatura de saída da corrente fria aumentou pouco mais de 1,5ºC. A resposta do fluido quente poderia ser aproximada por uma função de transferência de primeira ordem, sem tempo morto, e com o pólo localizado sobre o eixo real negativo, enquanto a resposta para a temperatura do fluido frio aparenta apresentar mais de um pólo, em virtude da inclinação no início da curva. Vale notar também que a dinâmica da resposta $T_{H,out}$ é mais rápida do que dinâmica para a saída $T_{C,out}$. Além disso, o ganho estacionário de $T_{H,out}$ em relação a uma variação em m_H é muito maior do que o ganho de $T_{C,out}$ em relação a uma oscilação em m_H. Ressalte-se que os ganhos estacionários são sempre positivos quando se aumenta m_H e sempre negativos quando há um aumento em m_C, o que é justificado pelo balanço de energia no trocador. Na figura (4.6) as duas respostas poderiam numericamente ser aproximadas pelas seguintes funções de transferência:

$$\delta T_H^t = \frac{5{,}50}{187s+1}\delta m_H \text{ e } \delta T_C^t = \frac{3{,}10}{8760s^2+350s+1}\delta m_H$$

Nas respostas obtidas na figura (4.6) não se levou em conta a influência da vazão das correntes sobre o coeficiente de filme h. Tendo em vista as correlações para estimativa do coeficiente de película em tubos, h_i, em escoamento turbulento, como função do número de Reynolds e do número de Prandtl, como a de Dittus-Boelter, sabe-se que esse coeficiente é proporcional a $m^{0,8}$. Na região do casco, admitiu-se que o coeficiente de película h_o é proporcional a $m^{0,55}$, conforme proposto por Kern (1987). Como conseqüência, sempre que houver um aumento na vazão do fluido no casco ou nos tubos há também um aumento no coeficiente global de transferência de calor no trocador, aumentando a carga térmica do equipamento. Nos gráficos da figura (4.7), comparam-se as temperaturas de saída ao se impor o mesmo degrau de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ na vazão de entrada da corrente quente no trocador HE1, num primeiro momento considerando a influência da vazão sobre h (linha tracejada) e num segundo instante desprezando-se esse efeito (linha sólida). As respostas continuam sendo expressas na forma de variáveis de desvio, δT_H^t e δT_C^t.

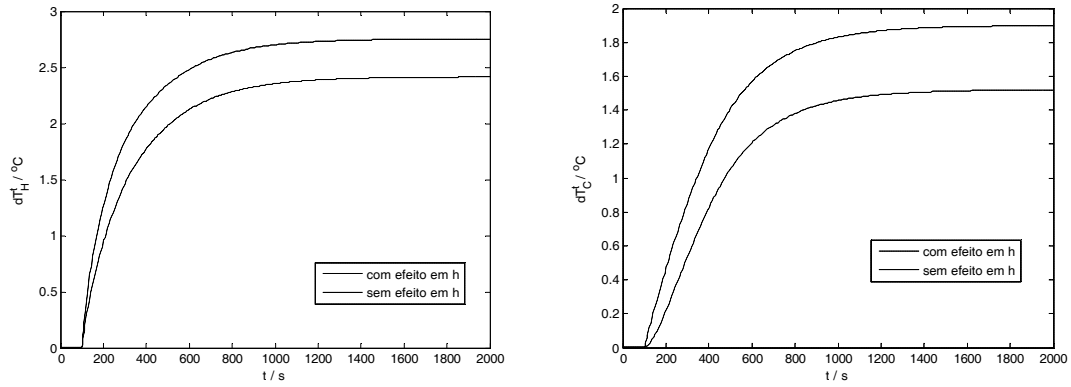


Figura 4.7 Influência do coeficiente de película nas respostas das temperaturas de saída diante de um degrau de 0,5 kg/s em m_H no instante 100 s

Como esperado, quando se considera o efeito de um aumento de vazão sobre o coeficiente de película, o coeficiente global de troca térmica se eleva, aumentando a quantidade de calor trocado. Se essa quantidade de calor é aumentada, a temperatura de saída do fluido quente deve cair e a temperatura de saída do fluido frio deve aumentar. Em termos numéricos, para o degrau de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ em m_H, a temperatura $T_{H,out}$ aumenta 2,7ºC sem contar o efeito da vazão sobre h e aumenta cerca de 2,5ºC se o efeito for levado em conta. Ainda sobre esse degrau, existe um aumento de cerca de 1,5ºC em $T_{C,out}$ se o efeito em h não for considerado e um aumento de 1,9ºC admitindo-se o efeito. Vale então comentar que sempre que houver uma perturbação significativa nas vazões ou nas frações desviadas, a variação do coeficiente de película não pode ser desprezada, principalmente pela diferença do ganho estacionário nas funções de transferência envolvidas. Para a variação de vazão usada como exemplo, a influência em h é razoavelmente pequena e não se justificaria levá-la em conta.

Efeito do *bypass*

Em redes de trocadores de calor, existem correntes que não possuem aquecedores ou resfriadores no término da linha, devendo ter suas necessidades térmicas satisfeitas unicamente pela troca de calor com outras correntes de processo. Nesse caso, as temperaturas de saída dessas correntes podem ser controladas pela manipulação das frações desviadas f_H e f_C. O efeito desses *bypasses* sobre as temperaturas de saída é bastante interessante. A figura (4.8) exemplifica esse fato através de um degrau de 0,1 em f_H no trocador HE1, no instante 100 s. O gráfico da esquerda fornece a resposta da temperatura

da saída da corrente quente e o gráfico da direita a resposta da temperatura da corrente fria, ambas expressas em termos de variáveis de desvio. Os resultados foram obtidos não se levando em conta a influência do *bypass* sobre o coeficiente de película.

Quando se atinge o novo regime permanente, a temperatura de saída da corrente fria tem um decréscimo de 2,3ºC. A perturbação em f_H é imediatamente sentida em $T_{C,out}$, no instante 100 s, como se pode observar. Em virtude da queda exponencial de temperatura, $T_{C,out}$ deve estar amarrada a f_H por uma função de transferência de primeira ordem, com ganho estacionário negativo e tempo morto nulo. Esses comentários fazem sentido fisicamente, pois como uma parte da corrente quente foi desviada, menos calor será trocado, promovendo a queda em $T_{C,out}$. Como no caso de uma perturbação na vazão m_H, o efeito de f_H sobre $T_{C,out}$ é instantâneo devido à configuração em contracorrente do escoamento (figura 3.1).

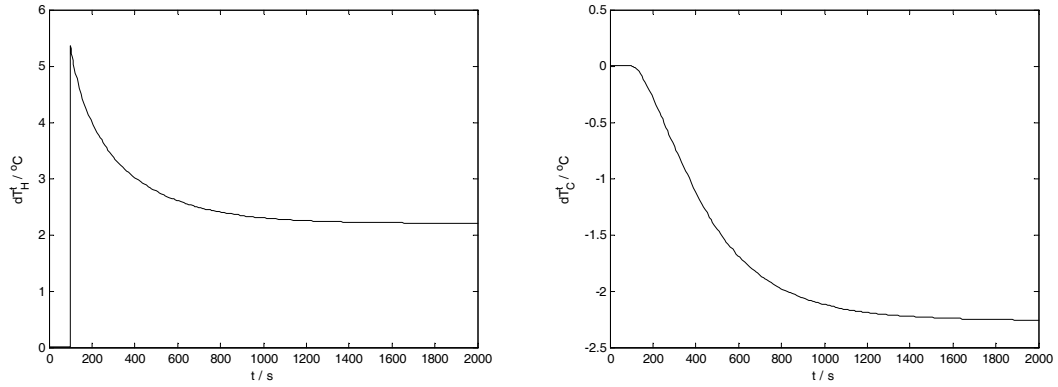


Figura 4.8 Resposta nas temperaturas de saída das correntes quente e fria diante de um degrau de 0,1 em f_H no instante 100 s

Quanto à resposta da temperatura de saída δT_H^t diante da perturbação em f_H, o comportamento é peculiar. Logo que a perturbação ocorre, a temperatura de saída da corrente quente aumenta abruptamente em mais de 5ºC e em seguida começa a cair exponencialmente, até atingir um valor em estado estacionário de aproximadamente 2,2ºC. Esse comportamento, com um pico inicial seguido de uma queda, é característico de funções de transferência $g(s)$ com atraso e avanço de fase (Ogunnaike e Ray, 1994; Luyben, 1990):

$$g(s) = K\left(\frac{\xi s + 1}{\tau s + 1}\right) \tag{4.16}$$

sendo τ e ξ as constantes de tempo de atraso e avanço de fase, respectivamente. Nesse tipo de função de transferência, a relação ξ/τ é crucial na determinação de resposta diante de uma excitação. Quando $\xi/\tau > 1$, o sinal de resposta diante de um degrau atinge um pico que ultrapassa o valor da resposta em regime estacionário que será posteriormente atingida. Na realidade, esse pico aparece pois o efeito do zero da função de transferência, localizado sobre o eixo real negativo, inicialmente sobrepuja o efeito do pólo dessa função. Na equação (4.16) a função de transferência $g(s)$ seria numericamente igual a $22\left(\frac{547s+1}{225s+1}\right)$.

4.3 Modelo dinâmico de trocadores 1-2

Dentre as diferentes configurações de escoamento que os trocadores casco e tubo apresentam, a 1-2, na qual um dos fluidos passa uma vez pelo casco e o outro fluido apresenta duas passagens pelos tubos, aparece com razoável freqüência (Kern, 1987). A obtenção de um modelo que descreva o comportamento dinâmico de um trocador 1-2 pode ser feita através do conceito estágio de troca térmica, já utilizado na determinação do modelo dinâmico de trocadores 1-1 em contracorrente (figuras 4.1 e 4.2). Antes de se aplicar esse conceito, é preciso esclarecer alguns pontos a respeito dos arranjos possíveis em trocadores 1-2, esquematizados na figura (4.9):

(a) (b)

Figura 4.9 Arranjos para trocadores casco e tubo 1-2

As retas com duas passagens no esquema indicam a região dos tubos e aquela que passa só uma vez mostra a região do casco. Na situação (a), o escoamento inicia-se em paralelo para as correntes que entram no trocador e termina em contracorrente. Já no caso (b), o escoamento começa em contracorrente para as correntes que entram no equipamento e termina em paralelo. Do ponto de vista de regime permanente, os casos (a) e (b)

conduzem aos mesmos resultados (Kern, 1987). Entretanto, do ponto de vista dinâmico, os arranjos se comportam de maneira diferente.

Começando-se a análise dinâmica pelo arranjo (a) e supondo que o fluido quente escoe nos tubos e o frio no casco, o modelo de células, considerando a presença de *bypasses*, pode ser representado como:

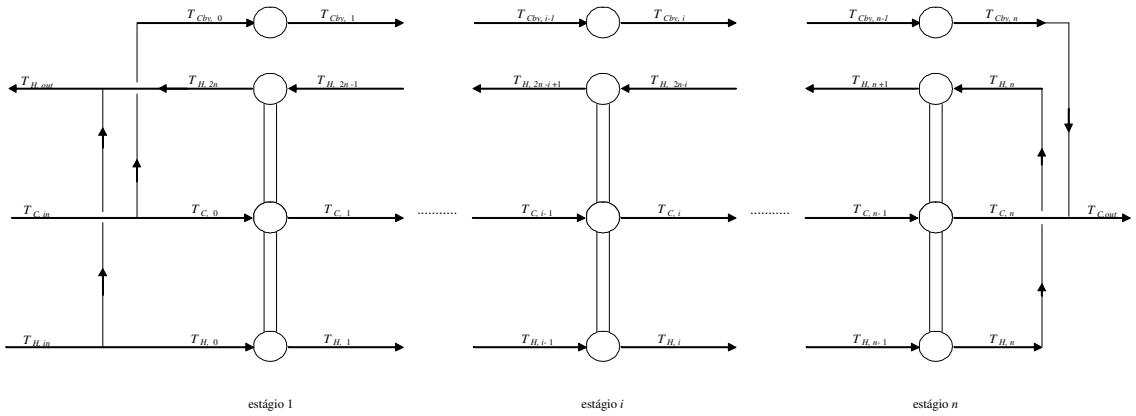


Figura 4.10 Modelo de células de um trocador 1-2 para o arranjo (a)

em que $T_{H,0}$ e $T_{C,0}$ indicam as temperaturas de entrada do fluido quente e frio, respectivamente ($T_{H,in}$ e $T_{C,in}$). No *n*-ésimo estágio, o fluido quente dá mais um passe nos tubos. Estando a entrada e a saída da corrente quente muito próximas em virtude da configuração, desprezou-se o tempo morto entre o *bypass* do fluido quente e a temperatura de saída dessa corrente. Cada estágio envolve agora a troca de calor ao mesmo tempo em paralelo e em contracorrente das correntes que e fria. A área de troca térmica da célula central com as células da borda é igual a $A/(2n)$, sendo A a área total do trocador. Cada célula que o fluido quente passa tem volume igual a $V_H/(2n)$ e que o frio passa tem volume de V_C/n. Pelo fato do escoamento ser mais complicado, não há sentido em se definir uma força motriz expressa como uma média aritmética ou uma média logarítmica. Complementando essa idéia, em trocadores 1-2 o uso da média logarítmica somente vale se a mesma for corrigida por um fator F_T (Kern, 1987). Supondo que a força motriz em cada célula seja a diferença direta de temperatura, pode-se fazer para o estágio genérico *i* quatro balanços de energia, sendo que o último deles tem por objetivo acusar o efeito do tempo morto no *bypass* da corrente fria:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = \frac{2n\,m_H(1-f_H)}{\rho_H V_H}(T_{H,i-1} - T_{H,i}) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}(T_{H,i} - T_{C,i})$$

$$\frac{dT_{H,2n-i+1}}{dt} = \frac{2n\,m_H(1-f_H)}{\rho_H V_H}(T_{H,2n-i} - T_{H,2n-i+1}) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}(T_{H,2n-i+1} - T_{C,i})$$

$$\frac{dT_{C,i}}{dt} = \frac{n\,m_C(1-f_C)}{\rho_C V_C}(T_{C,i-1} - T_{C,i}) + \frac{UA}{2\rho_C V_C C_{p,C}}\left[(T_{H,i} - T_{C,i}) + (T_{H,2n-i+1} - T_{C,i})\right]$$

$$\frac{dT_{Cby,i}}{dt} = \frac{n\,m_C f_C}{\rho_C V_{Cby}}(T_{Cby,i-1} - T_{Cby,i})$$

ou de uma maneira mais compacta:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = a_1 T_{H,i-1} - (a_1 + a_2)T_{H,i} + a_2 T_{C,i} \qquad (4.17\text{ a})$$

$$\frac{dT_{H,2n-i+1}}{dt} = a_1 T_{H,2n-i} - (a_1 + a_2)T_{H,2n-i+1} + a_2 T_{C,i} \qquad (4.17\text{ b})$$

$$\frac{dT_{C,i}}{dt} = a_4 T_{H,i} + a_4 T_{H,2n-i+1} + a_3 T_{C,i-1} - (a_3 + 2a_4)T_{C,i} \qquad (4.17\text{ c})$$

$$\frac{dT_{Cby,i}}{dt} = a_5 T_{Cby,i-1} - a_5 T_{Cby,i} \qquad (4.17\text{ d})$$

com $a_1 = 2n\,m_H(1-f_H)/(\rho_H V_H)$, $a_2 = UA/(\rho_H V_H C_{p,H})$, $a_3 = n\,m_C(1-f_C)/(\rho_C V_C)$, $a_4 = UA/(2\rho_C V_C C_{p,C})$ e $a_5 = n\,m_C f_C/(\rho_C V_{Cby})$.

Ao se analisar o arranjo indicado na figura (4.9b) e considerando ainda que o fluido quente escoe pelos tubos, as células de troca térmica representam o trocador 1-2 do seguinte modo:

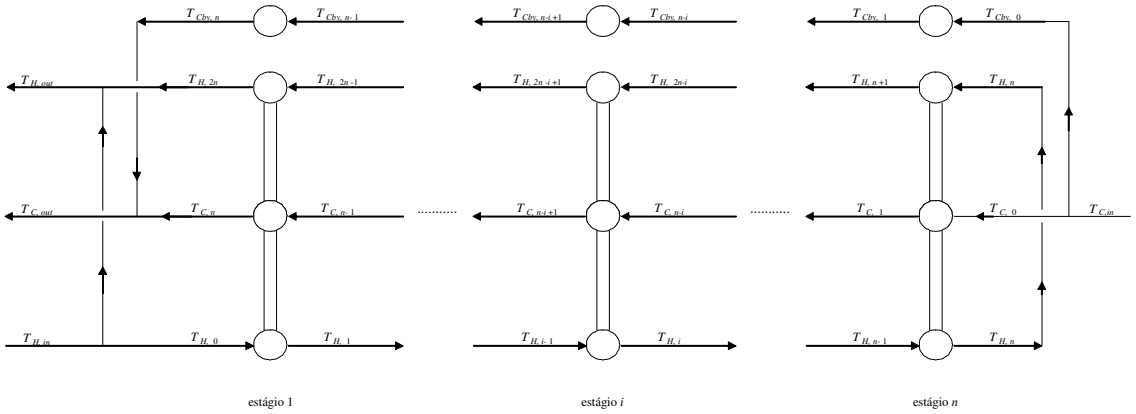


Figura 4.11 Modelo de células de um trocador 1-2 para o arranjo (b)

Os balanços de energia para o estágio *i*, de uma maneira semelhante à que foi escrita para o arranjo (a), são dados por:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = a_1 T_{H,i-1} - (a_1 + a_2) T_{H,i} + a_2 T_{C,n-i+1} \quad (4.18\text{ a})$$

$$\frac{dT_{H,2n-i+1}}{dt} = a_1 T_{H,2n-i} - (a_1 + a_2) T_{H,2n-i+1} + a_2 T_{C,n-i+1} \quad (4.18\text{ b})$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = a_4 T_{H,i} + a_4 T_{H,2n-i+1} + a_3 T_{C,n-i} - (a_3 + 2a_4) T_{C,n-i+1} \quad (4.18\text{ c})$$

$$\frac{dT_{Cby,i}}{dt} = a_5 T_{Cby,i-1} - a_5 T_{Cby,i} \quad (4.18\text{ d})$$

sendo $a_1 = 2n\,m_H(1-f_H)/(\rho_H V_H)$, $a_2 = UA/(\rho_H V_H C_{p,H})$, $a_3 = n\,m_C(1-f_C)/(\rho_C V_C)$, $a_4 = UA/(2\rho_C V_C C_{p,C})$ e $a_5 = n\,m_C f_C/(\rho_C V_{Cby})$.

As equações algébricas dos balanços de energia na saída do trocador são dadas pelas expressões a seguir, válidas tanto para a configuração (a) como para a configuração (b):

$$T_{H,out} = (1-f_H) T_{H,2n} + f_H T_{H,in} \quad (4.19)$$

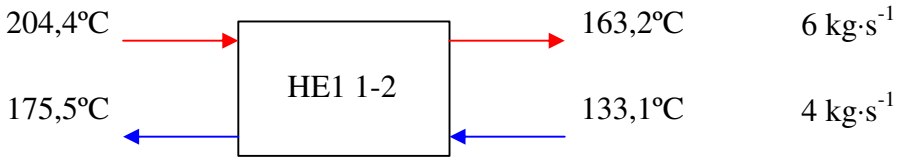
$$T_{C,out} = (1-f_C) T_{C,n} + f_C T_{Cby,n} \quad (4.20)$$

As equações de balanço são semelhantes para os arranjos (a) e (b), mas apresentam pequenas diferenças nas respostas previstas, como será discutido na próxima seção. O modelo dinâmico para trocadores 1-2 com *bypass*, é composto por um conjunto de 4*n* equações diferenciais ordinárias e duas algébricas. Da mesma maneira que no trocador 1-1, essas equações foram implementadas no Simulink do Matlab, numa *S-Function*.

4.3.1 Características dinâmicas de um trocador 1-2

Para exemplificar uma aplicação do modelo dinâmico de trocadores 1-2 sugerido nas equações (4.17) a (4.20), será tomado o trocador HE1, considerado agora como um trocador 1-2, de área igual a 220 m^2, com o fluido quente escoando nos tubos e o fluido frio escoando no casco, da mesma maneira que se fez na análise do modelo dinâmico dos equipamentos 1-1. Contudo, existem algumas mudanças a serem levadas a cabo: já que o trocador é 1-2, a velocidade de escoamento do fluido nos tubos dobra, fazendo o coeficiente de película do fluido aumentar e elevando o coeficiente global de transferência de calor. A

partir dos dados das tabelas (3.1) e (3.2) e se calculando o novo coeficiente de filme para o fluido quente, há um aumento de 430 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$ para 748 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$, promovendo uma elevação no coeficiente global U de 190 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$ para 234 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$. Nessas condições, as temperaturas de saída em regime permanente serão dadas por 163,2ºC e 175,5ºC, para a corrente quente e fria, respectivamente. É muito importante frisar mais uma vez que essas temperaturas de saída em regime permanente são independentes do arranjo paralelo / contracorrente ou contracorrente / paralelo, esboçados na figura (4.9). Entretanto, não se pode dizer o mesmo do ponto de vista de resposta dinâmica, na qual a configuração influencia.



Número de estágios

Ao se utilizar como exemplo o trocador HE1 e considerá-lo como do tipo 1-2, a velocidade do fluido que passa nos tubos dobra, aumentando o coeficiente de película por um fator de $2^{0,8}$, conforme se falou anteriormente. À primeira vista, imagina-se que como essa velocidade dobrou, o tempo de residência desse fluido caia pela metade. Entretanto, é preciso ter cuidado, trata-se de uma conjectura errada: apesar da velocidade ter dobrado, a distância que o fluido percorre nos tubos também dobra, tendo em vista que ocorrem agora duas passagens nos tubos. Em função disso, os tempos de residência não se alteram. Em valores numéricos e supondo ainda que o volume do casco e o volume dos tubos sejam ambos de 1,35 m^3, o tempo de residência da corrente quente, α_H, é de 203 s e o da corrente fria, α_C, é de 304 s.

No gráfico da figura (4.4) analisou-se como o modelo dinâmico de um trocador 1-1 respondia a uma perturbação de 10ºC em $T_{H,in}$, supondo não haver troca térmica entre as correntes, a fim de se observar o efeito do tempo morto. Quanto mais se aumentava o número de estágios, mais a resposta em $T_{H,out}$ se aproximava de um degrau, atrasado de α_H.

Ao se fazer o mesmo teste com o modelo dinâmico do trocador 1-2, a resposta é exatamente igual à da figura (4.4), mostrando que a defasagem de fato não se alterou.

No modelo dinâmico aqui proposto de um trocador casco e tubo 1-2, representado por estágios contendo três células de troca térmica cada (figuras 4.10 e 4.11), foi admitido que o fluido frio passava pelas células centrais (casco) e que o fluido quente passava pelas células da borda (tubos). Nesse arranjo, a força motriz sugerida foi uma diferença direta de temperaturas. A tabela (4.2), mostrada a seguir, fornece como a temperatura de saída $T_{H,out}$, prevista pelo modelo dinâmico, é influenciada pelo número n de estágios. Vale lembrar que o cálculo rigoroso e em regime permanente, através do método da efetividade, resulta numa temperatura de saída de 163,2ºC.

Pode-se observar que as respostas do modelo dinâmico ficam razoavelmente próximas do cálculo rigoroso em estado estacionário, mesmo para n pequeno. Se o número de estágios for igual a 2, por exemplo, o desvio entre a resposta do modelo dinâmico e a resposta em regime permanente é de 4,6ºC. Mais uma vez, tendo em vista a precisão do método e a carga computacional, supõe-se que um número de 50 estágios nas simulações que serão realizadas seja satisfatório. No caso do trocador HE1, quando se consideram esses 50 estágios, o desvio entre a resposta do modelo dinâmico e a resposta em regime permanente é de 0,4ºC.

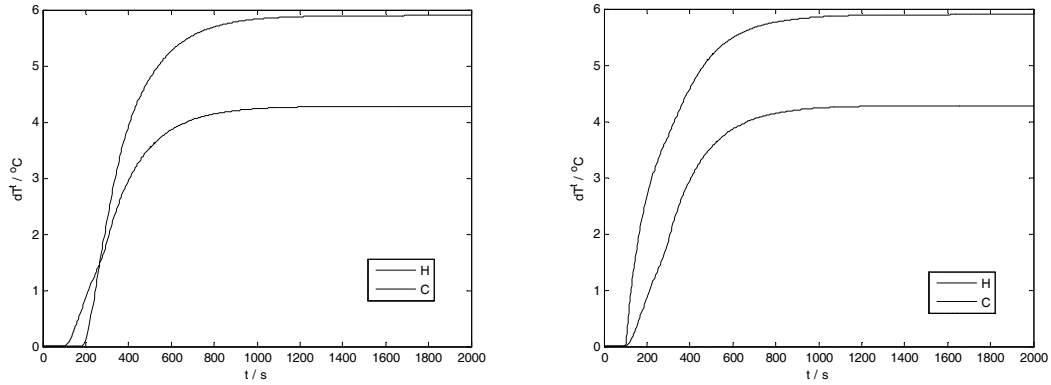
Tabela 4.2 Temperatura de saída prevista pelo modelo dinâmico para um trocador casco e tubo 1-2 (diferença direta de temperaturas)

n	$T_{H,out}$ / ºC
2	167,8
5	165,2
20	163,8
50	163,6
100	163,5
200	163,4
8	163,2

Efeito de variações na temperatura de entrada das correntes

Quando se analisa a resposta dinâmica de um trocador 1-2, é necessário que se defina qual arranjo se tem: aquele em que na entrada do trocador as correntes seguem em paralelo, como no arranjo (a) (figura 4.9a) e aquele em que na entrada do trocador os fluidos seguem em contracorrente, como no arranjo (b) (figura 4.9b). A figura (4.12) dá a

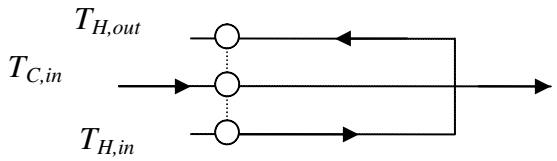
resposta de $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ no trocador HE1 para os arranjos (a) e (b), diante de uma perturbação de 10ºC em $T_{H,in}$ no instante 100 s. As respostas aparecem na forma de variáveis de desvio, δT_H^t (linha tracejada) e δT_C^t (linha sólida).



arranjo (a) arranjo (b)

Figura 4.12 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 10ºC em $T_{H,in}$ no instante 100 s

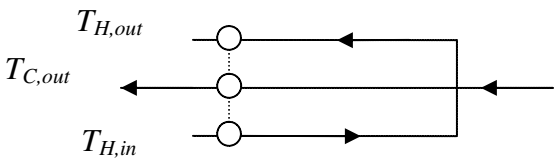
Quando o trocador atinge o novo regime permanente, há uma elevação de pouco mais de 4ºC na corrente quente e de quase 6ºC na corrente fria, independentemente do arranjo ser paralelo / contracorrente ou contracorrente / paralelo. No trocador 1-1, quando ocorria uma perturbação em $T_{H,in}$, a resposta em $T_{H,out}$ apresentava um tempo morto α_H (figura 4.5). Como se observa no gráfico (4.12a), a resposta $T_{H,out}$ no trocador 1-2 é imediata, no instante 100 s. Isso se deve ao primeiro estágio do modelo, no qual a célula inferior transfere calor para a célula central que por sua vez troca calor com a célula superior, alterando $T_{H,out}$ instantaneamente. É interessante também notar que a curva da resposta $T_{H,out}$ sofre uma suave inflexão no tempo aproximado de 300 s, justamente no instante que corresponde ao tempo de residência do fluido quente.



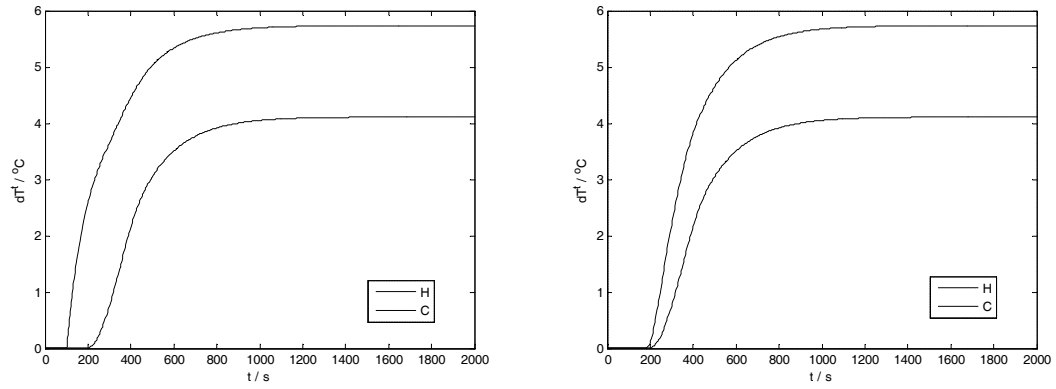
No arranjo (a), a corrente fria demora um tempo de cerca de 100 s para acusar a perturbação sofrida em $T_{H,in}$, o que aparentemente é um contra-senso, levando-se em conta que o tempo de residência dessa corrente, α_C, é de 304 s. Na verdade, o tempo morto na

resposta $T_{C,out}$ é menor do que α_C em virtude do escoamento ser em paralelo na entrada do trocador. O fluido quente gasta metade de seu tempo de residência para percorrer os *n* estágios e como o *n*-ésimo estágio afeta $T_{C,out}$ diretamente, já no tempo $\alpha_H / 2$, igual a 102 s, a perturbação é notada.

Analisando-se agora o arranjo (b), que é contracorrente / paralelo, diante da mesma perturbação em $T_{H,in}$ de 10ºC, vê-se que nenhuma das respostas possui tempo morto, ambas sentem a perturbação no instante 100 s, justamente devido ao primeiro estágio de troca de calor. Além disso, também se percebe uma pequena inflexão na curva da temperatura de saída da corrente quente no instante 300 s, que está ligado ao tempo de residência dessa corrente no trocador. Nesse mesmo instante pode-se notar também uma inflexão na curva da temperatura de saída da corrente fria.



Comparando-se as respostas dinâmicas nos arranjos (a) e (b) da figura (4.12) fica realmente evidenciada a diferença que ocorre no regime transiente. A figura (4.13) dá as respostas das temperaturas de saída supondo agora um degrau de 10ºC não mais em $T_{H,in}$, mas sim em $T_{C,in}$, também no instante 100 s. O regime permanente é atingido depois de mais de 1000 s, com um δT_H^t (linha tracejada) de 5,8ºC e um δT_C^t (linha sólida) de 4,1ºC.



arranjo (a) arranjo (b)

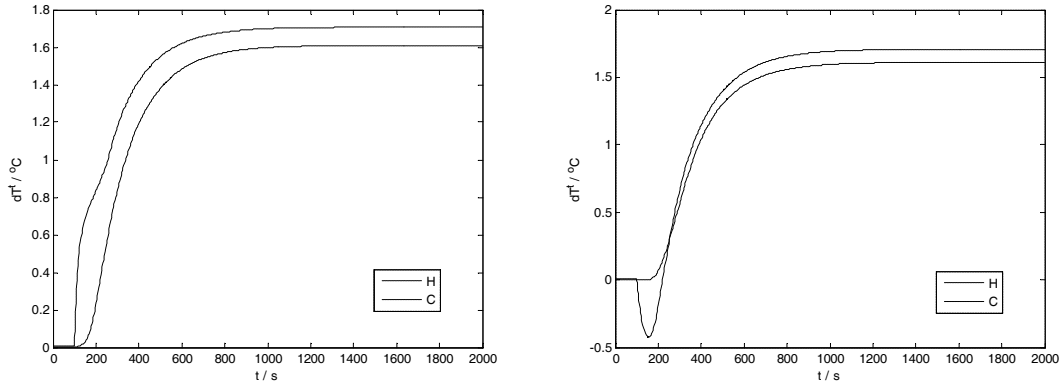
Figura 4.13 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 10ºC em $T_{C,in}$ no instante 100 s

No arranjo (a), paralelo / contracorrente, a corrente quente é perturbada de imediato, enquanto a fria leva um tempo $\alpha_H / 2$ ou cerca de 100 s para mostrar o efeito da perturbação. É possível observar ainda uma inflexão em δT_H^t ao redor de 300 s, o que se explica pelo tempo de residência da corrente quente, α_H.

No arranjo (b), contracorrente / paralelo, ambas correntes começam a apresentar os sinais da perturbação depois de um tempo $\alpha_H / 2$. Ainda nos dois arranjos, percebe-se uma certa lentidão na resposta de δT_C^t, caracterizando a provável aproximação por funções de transferência de ordem mais elevada do que 1. As justificativas para esse comportamento das respostas são semelhantes ao que foi descrito para a perturbação em $T_{H,in}$.

Efeito de variações na vazão das correntes

No item anterior, quando se estudaram os efeitos de perturbações nas temperaturas de entrada sobre as temperaturas de saída, a resposta dinâmica de um trocador 1-2 dependeu da configuração de escoamento que se tinha, e é provável que a mesma coisa aconteça diante de perturbações nas vazões. Para exemplificar, a figura (4.14) indica as respostas em δT_H^t e δT_C^t para o trocador HE1 supondo um degrau de 0,5 kg/s na vazão mássica do fluido quente no instante 100 s para os dois diferentes arranjos. Nos resultados a seguir, não foi levado em conta o efeito de um aumento na vazão sobre o coeficiente de película, o que provavelmente não deve gerar grandes desvios (figura 4.7).

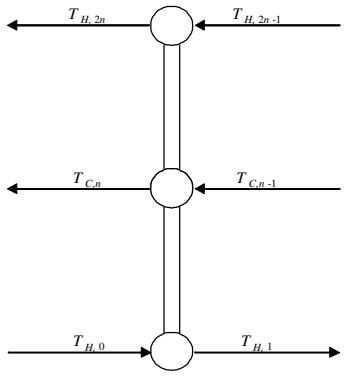


arranjo (a) arranjo (b)

Figura 4.14 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 0,5 kg·s^{-1} em m_H no instante 100 s

Nas duas configurações, o sistema atinge o regime estacionário com um δT_H^t (linha tracejada) de 1,7ºC e um δT_C^t (linha sólida) de 1,6ºC. No arranjo (a), paralelo / contracorrente, a perturbação provocada pela vazão mássica m_H é sentida imediatamente pelas duas correntes, não há tempo morto. A curva da temperatura de saída da corrente quente apresenta uma considerável inflexão decorrido o tempo de $\alpha_H / 2$, ou, como mostrado no gráfico, no instante perto de 200 s. Isso acontece em virtude da configuração de escoamento: o fluido quente é influenciado imediatamente no primeiro estágio e em seguida o efeito é contrabalançado pela chegada mais lenta desse fluido da outra ponta do trocador, que demora um tempo igual a $\alpha_H / 2$. A curva de resposta do fluido frio apresenta uma resposta lenta no início, caracterizada possivelmente por uma função de transferência de ordem elevada.

No arranjo (b), contracorrente / paralelo, ocorre um fenômeno interessante: uma inversão inicial na resposta δT_H^t, com uma queda até quase -0,5ºC e depois subida, indicando a presença de um zero localizado sobre o eixo real positivo. Para explicar esse comportamento, é preciso analisar mais detalhadamente o primeiro estágio do trocador, representado no esquema a seguir:



estágio 1

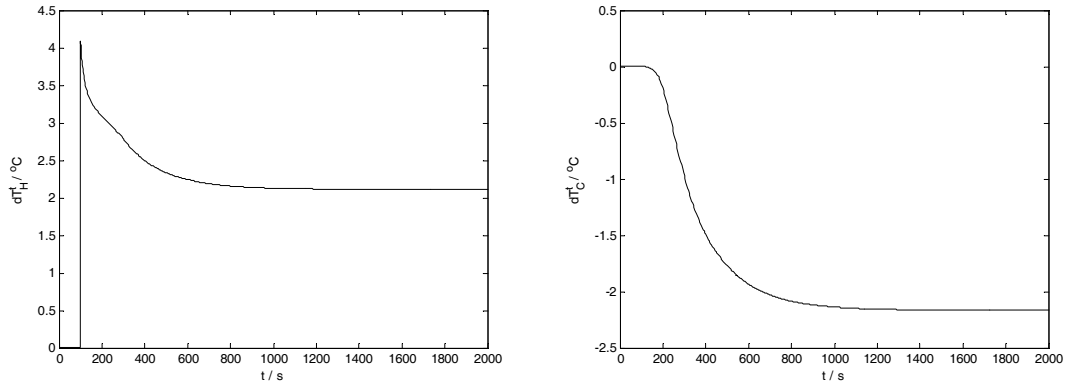
Nesse esquema, as variáveis escritas como $T_{H,0}$, $T_{C,n}$ e $T_{H,2n}$ são respectivamente iguais a $T_{H,in}$, $T_{C,out}$ e $T_{H,out}$. Para esse primeiro estágio, de acordo com a equação (4.18b), o balanço de energia na célula do topo é expresso por:

$$\frac{dT_{H,2n}}{dt} = \frac{2nm_H}{\rho_H V_H}\left(T_{H,2n-1} - T_{H,2n}\right) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_{H,2n} - T_{C,n}\right)$$

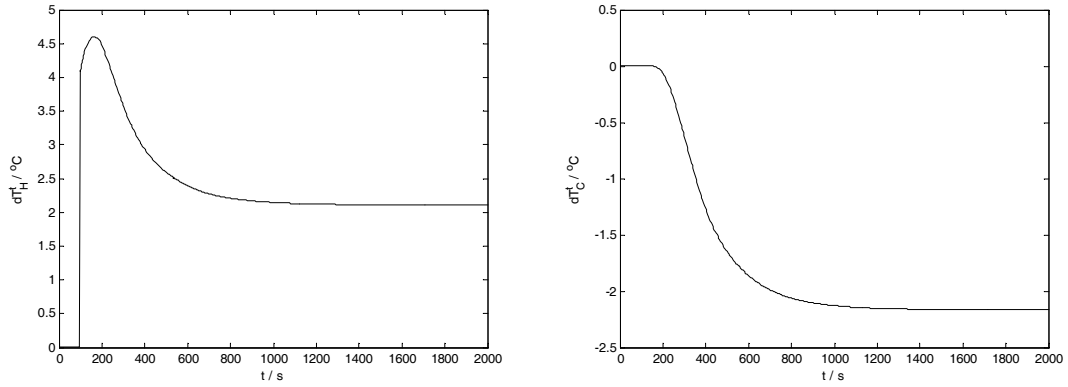
A variação da temperatura de saída da corrente quente no tempo, isto é, $dT_{H,2n}/dt$, depende dos termos $\frac{2nm_H}{\rho_H V_H}\left(T_{H,2n-1}-T_{H,2n}\right)$ e $\frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_{H,2n}-T_{C,n}\right)$. O primeiro deles está relacionado com a variação de entalpia na célula e o segundo está ligado ao calor transferido entre a célula do topo para a célula central. Quando ocorre um degrau positivo na variável m_H, a tendência é de se aumentar a quantidade de calor trocado entre a célula inferior e a célula central, aumentando $T_{C,n}$. Se $T_{C,n}$ aumenta, diminui-se a força motriz que existe entre a célula do topo e a célula central, isto é o termo $\frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left(T_{H,2n}-T_{C,n}\right)$ cai e, como ele é negativo, promove um ligeiro aumento em $dT_{H,2n}/dt$. Contudo, esse ligeiro aumento não consegue vencer o efeito da queda em $\frac{2nm_H}{\rho_H V_H}\left(T_{H,2n-1}-T_{H,2n}\right)$, que é grande em razão do aumento em m_H. Associando-se esses dois efeitos, até o tempo de cerca de 180 s, o valor de $dT_{H,2n}/dt$ é negativo. A presença de inversão na resposta traz algumas dificuldades em termos de controle (Skogestad e Postlethwaite, 1996; Luyben, 1990; Ogunnaike e Ray, 1994).

Efeito do *bypass*

A manipulação das frações desviadas das correntes f_H e f_C é uma das maneiras de se controlar $T_{C,out}$ e $T_{H,out}$, segundo o que se falou anteriormente. Como no caso dos trocadores casco e tubo 1-1, nessa seção é analisado o efeito dos *bypasses* em trocadores 1-2. A figura (4.15) dá as temperaturas de saída das correntes quente e fria, para os arranjos (a) e (b), na forma de variáveis de desvio, diante de um degrau de 0,1 em f_H, no instante 100 s, para o trocador HE1. A influência dos *bypasses* sobre o coeficiente de película não foi levada em conta, o que não deve levar a erros acentuados. Independentemente dos arranjos, observa-se que são iguais as novas condições estacionárias atingidas depois que ocorrer a perturbação. Os ganhos estacionários de δT_H^t e δT_C^t em relação a f_H são respectivamente positivo e negativo, tendo em mente o balanço de energia para as correntes quente e fria. Outro ponto que deve ser ressaltado é que a influência de f_H é muito maior sobre a corrente quente do que sobre a corrente fria, sendo análogo o raciocínio em relação a uma possível variação no *bypass* da corrente fria, f_C.



arranjo (a)



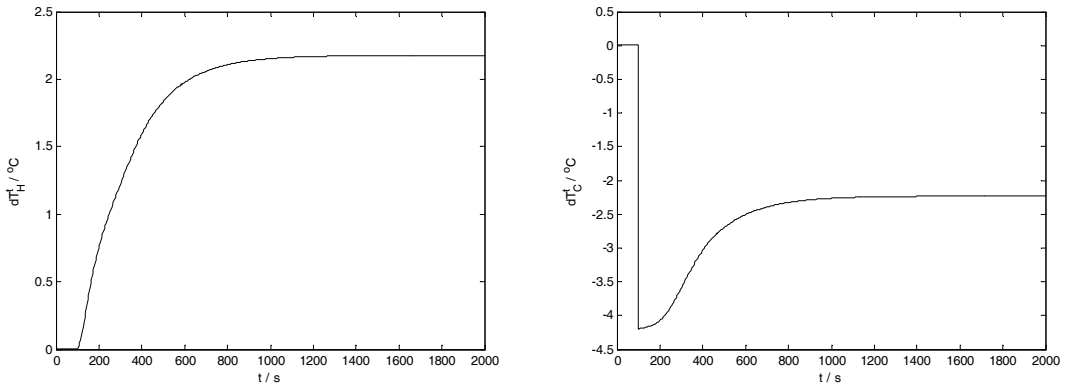
arranjo (b)

Figura 4.15 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 0,1 em f_H no instante 100 s, para os arranjos (a) e (b)

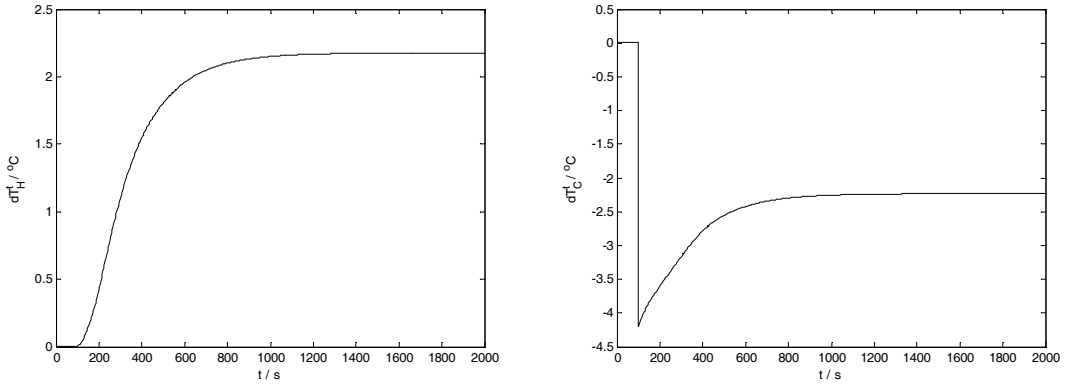
As formas das curvas de resposta de δT^t da corrente quente do trocador 1-2 com o arranjo (a) diante de um degrau em f_H é muito semelhante àquelas do trocador 1-1 (figura 4.8): ocorre um pico inicial súbito em δT_H^t, até pouco mais de 4,1ºC, e logo a seguir tem-se uma queda na temperatura. Quanto a δT_C^t, a perturbação é sentida imediatamente, mas seus efeitos são mais lentos no início do que no trocador 1-1.

Ao se considerar o arranjo (b), nota-se que depois do pico inicial em δT_H^t a variável ainda continua subindo até atingir cerca de 4,6ºC. O fenômeno pode ser explicado pelo fato da entrada da corrente fria estar em canto oposto ao da saída da corrente quente no trocador (figura 4.9b). De qualquer maneira, para qualquer um dos arranjos, aparece um zero localizado sobre o eixo real negativo na função de transferência que relaciona δT_H^t e f_H.

Ao se considerar um degrau em f_C para os arranjos (a) e (b), são obtidas as seguintes respostas:



arranjo (a)



arranjo (b)

Figura 4.16 Resposta nas temperaturas de saída diante de um degrau de 0,1 em f_C no instante 100 s, para os arranjos (a) e (b)

Mais uma vez as perturbações são sentidas na corrente quente e na corrente fria exatamente no instante em que são provocadas, em 100 s, tanto para o arranjo (a), em paralelo / contracorrente, como para o arranjo (b), em contracorrente / paralelo. Os ganhos estacionários, em módulo, são muito maiores para o par de variáveis f_C - δT_C^t do que para o par de variáveis f_C - δT_H^t. Percebe-se também que depois da queda abrupta até um pouco abaixo de -4ºC na resposta de δT_C^t no arranjo (a), a influência de f_C é mais fortemente notada depois do tempo $\alpha_H / 2$, o que é explicado pelo primeiro passe que o fluido quente completa no trocador (figura 4.9a). Já no arranjo (b) isso não acontece, pois a temperatura de saída da corrente quente influi diretamente na temperatura de saída da corrente fria, tendo em conta que ambas estão posicionados na mesma ponta do trocador (figura 4.9b).

4.4 Conclusões

O comportamento dinâmico de trocadores de calor casco e tubo é regido por equações diferenciais parciais, cuja solução fornece o perfil de temperatura das correntes quente e fria como função da posição e do tempo. Nesse capítulo, essas equações foram resolvidas pelo método das diferenças finitas, discretizando-se o trocador em *n* estágios constituídos por células de troca de calor, admitidas como sendo de mistura perfeita e conectadas entre si por pequenas áreas de troca térmica. Em outras palavras, as equações diferenciais parciais foram aproximadas por um conjunto de equações diferenciais ordinárias, não lineares. Essa abordagem, implementada numa *S-Function* do Matlab, foi aqui aplicada para descrever o comportamento de trocadores 1-1 e 1-2, com a presença de *bypass*.

Na modelagem do trocador 1-1, foram estudadas duas diferentes forças motrizes entre cada célula: uma diferença direta de temperaturas e uma média aritmética de temperaturas. Notou-se que o uso de uma diferença direta de temperaturas acarreta um *offset* muito grande entre a resposta em regime permanente e a resposta prevista pelo modelo dinâmico (tabela 4.1). Por outro lado, concluiu-se que quando se utiliza como força motriz a média aritmética de temperaturas, elimina-se o problema do *offset* (tabela 4.1). Em relação ao trocador 1-2, viu-se que a diferença direta de temperaturas representava bem o equipamento, com um *offset* tolerável (tabela 4.2). O modelo dinâmico usado, com 50 estágios, mostrou bem o efeito do tempo morto no trocador, tanto na configuração 1-1 como na configuração 1-2 (figura 4.4).

Através dos resultados das simulações, mostrou-se que as respostas $T_{H,out}$ e $T_{C,out}$ no trocador 1-1 diante de uma perturbação na temperatura de entrada de uma das correntes pode ser aproximada por uma função de transferência de primeira ordem, associada a tempo morto se a perturbação ocorrer na própria corrente (figura 4.5). Se a perturbação for na vazão de uma dos fluidos, as respostas são sentidas instantaneamente, sem tempo morto (figura 4.6), sendo que a corrente que não teve a vazão perturbada, mas é influenciada indiretamente, mostra uma pequena lentidão na resposta, devido à presença de mais de um pólo. Observou-se que é preciso ter cuidado ao se analisar perturbações nas vazões, pois se essas forem muito grandes, o efeito sobre o coeficiente de película não pode ser desprezado, pois altera muito os ganhos estacionários entre as variáveis de saída e as de

entrada. Ainda sobre o trocador 1-1, quando há uma perturbação num dos *bypasses* em degrau, a resposta da corrente que está ligada a ele dá um salto inicial e começa a cair (figura 4.8), podendo ser representada por uma função de transferência com atraso e avanço de fase (equação 4.16).

Na modelagem e nas respostas dinâmicas do trocador 1-2, concluiu-se que é crucial se definir se na entrada do equipamento o escoamento entre as correntes é em paralelo / contracorrente (figura 4.9a) ou em contracorrente / paralelo (figura 4.9b). Vale lembrar que esses arranjos não alteram em nada as respostas em regime permanente, elas serão as mesmas. Nos trocadores 1-2, quando ocorre uma perturbação numa das temperaturas de entrada, o tempo morto de uma das respostas não é necessariamente igual ao tempo de residência de um dos fluidos (figura 4.12). Outra característica peculiar dos trocadores 1-2 é que quando eles são sujeitos a uma perturbação na vazão de uma das correntes, pode haver uma resposta inversa nos instantes iniciais (figura 4.14b). Por outro lado, a resposta dos trocadores 1-1 e 1-2 no que diz respeito aos *bypasses* é razoavelmente semelhante.

Os modelos desenvolvidos e as conclusões obtidas nesse capítulo são utilizados posteriormente na simulação dinâmica e no controle de redes de trocadores de calor, a serem abordados mais à frente. No capítulo 6 é proposta uma simplificação das equações diferenciais que modelam o sistema, de modo que o mesmo possa ser tratado como um sistema linear, mantendo suas principais características.

5. Modelo Dinâmico de Redes de Trocadores de Calor

5.1 Introdução

Ao se fazer o projeto de redes de trocadores de calor, o dimensionamento é baseado nas condições nominais de operação das correntes ou, mais especificamente, nas condições nominais de vazões mássicas **m** e temperaturas disponíveis $\mathbf{T}^s$ dessas correntes. Ressalte-se aqui que tanto **m** quanto $\mathbf{T}^s$ se referem a vetores constituídos pelos dados individuais de cada corrente de processo:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & \cdots \end{bmatrix}^T \text{ e } \mathbf{T}^s = \begin{bmatrix} T_1^s & T_2^s & T_3^s & \cdots \end{bmatrix}^T$$

Nas duas definições anteriores, o operador *T* indica transposição de vetores ou matrizes. Apesar do dimensionamento ser feito tendo em conta condições nominais, durante a operação da planta podem ocorrer oscilações nessas condições, o que conseqüentemente afeta $\mathbf{T}^t$, o vetor de temperaturas a que as correntes devem ser aquecidas ou resfriadas, e que por sua vez acarretam perturbações de unidades de processo a jusante dessas correntes (figura 3.6). A fim de evitar isso, o distúrbio deve preferencialmente ser contido na própria rede. No problema de dinâmica de redes de trocadores, as temperaturas $\mathbf{T}^t$ se apresentam como variáveis controladas do processo e na realidade não precisam ser valores específicos, mas podem estar dentro de faixas restritas ou talvez mais folgadas. As posições dos *bypasses* das correntes nos trocadores, **f**, e as cargas térmicas dos aquecedores e resfriadores são variáveis manipuladas, enquanto que **m** e $\mathbf{T}^s$ são variáveis de perturbação. Deve-se comentar que essas variáveis em negrito representam um conjunto de dados, ou seja, são tratadas matematicamente como vetores.

Numa rede de trocadores de calor, define-se flexibilidade como a capacidade do sistema absorver variações de longo prazo que surgem nas correntes de entrada da rede (Kotjabasakis e Linnhoff, 1986), variações essas ligadas a regime permanente. Vários autores investigaram o problema de flexibilidade (Colberg e Morari, 1988; Papalexandri e Pistikopoulos, 1994; Marselle *et al*., 1988), mas questões relacionadas a dinâmica ainda não foram tão exploradas na literatura. Nessa última área, destacam-se os trabalhos de Mathisen (1994), que abordou o problema de dinâmica e controle de redes de trocadores, Boyaci *et al*. (1996), que propuseram uma estratégia de controle baseada em otimização de um

modelo em regime permanente, e o trabalho de Varga *et al*. (1995), que discutiram a respeito de controlabilidade em redes de trocadores de calor.

No capítulo anterior desenvolveram-se modelos dinâmicos para trocadores 1-1 e 1-2, que foram implementados num bloco *S-Function* do Simulink (figura 4.3). A proposta agora é retomar esses blocos e com eles representar o comportamento em regime transiente de uma rede de trocadores de calor, discutindo suas características dinâmicas diante de perturbações nas temperaturas de entrada das correntes, vazões, posições dos *bypasses* e também a influência que o tempo de residência do fluido em tubulações que interconectam trocadores pode ter.

5.2 Modelo dinâmico de redes com trocadores casco e tubo 1-1

Uma rede de trocadores de calor consiste em vários desses equipamentos ligados entre si, de modo a satisfazer os requisitos térmicos das correntes de processo. O comportamento dinâmico da rede pode ser estudado através do Simulink, unindo-se blocos que representam o comportamento de trocadores isolados. Nessa seção somente serão considerados os efeitos de trocadores 1-1, para na próxima serem abordados os efeitos dos trocadores 1-2. Como tem sido feito até o momento, será usada como exemplo a rede de trocadores exposta na figura (3.3). Nessa rede, supõe-se que o fluido quente sempre escoe pelos tubos e o fluido frio pelo casco e que todos os fluidos tenham densidade igual a 900 kg/m^3. Além disso, supõe-se que a relação entre área de troca e volume dos tubos e área de troca e volume do casco seja igual a 163 m^2/m^3, adoção essa que será justificada no capítulo 6. Tendo em vista essa discussão, os tempos de residência dos fluidos do lado dos tubos e do casco nos diferentes trocadores da rede são dados na tabela (5.1).

Tabela 5.1 Tempos de residência para os fluidos nos trocadores da rede da figura (3.3)

	tubos	casco
Trocador	α_H / s	α_C / s
HE1	203	304
HE2	120	120
HE3	122	152
HE4	62	62

Serão feitas muitas referências à rede de trocadores da figura (3.3) nas discussões que vêm a seguir, e, a fim de tornar a leitura mais cômoda, ela é aqui reproduzida

novamente. Por enquanto admite-se que o tempo morto resultante da presença de tubulações que conectam os trocadores é desprezível.

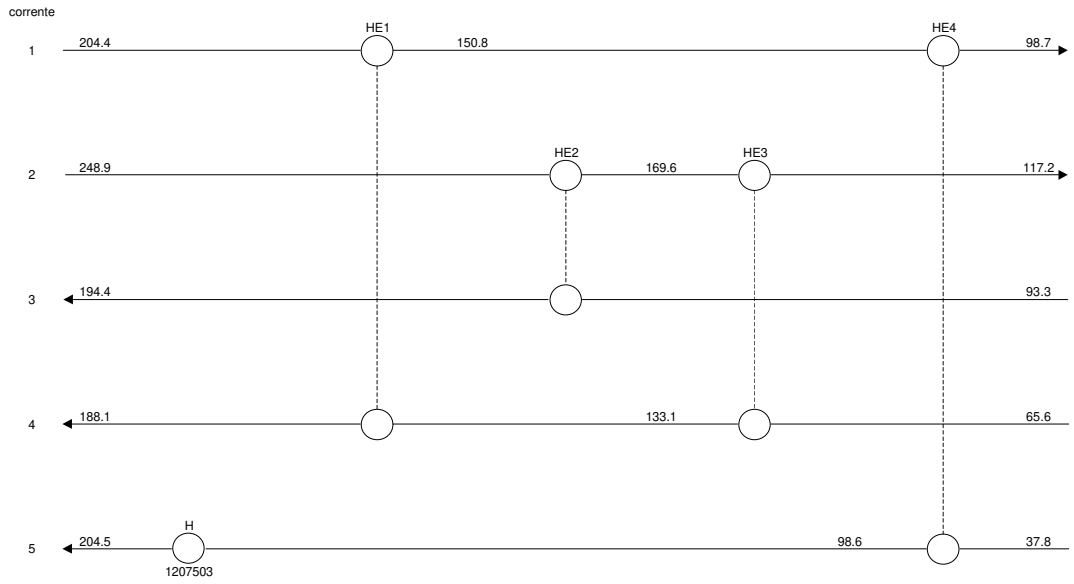


Figura 5.1 Rede de trocadores de calor usada como exemplo

Usando-se os vários blocos de funções *S-Function* do Simulink, a rede da figura (5.1) poderia ser representada como:

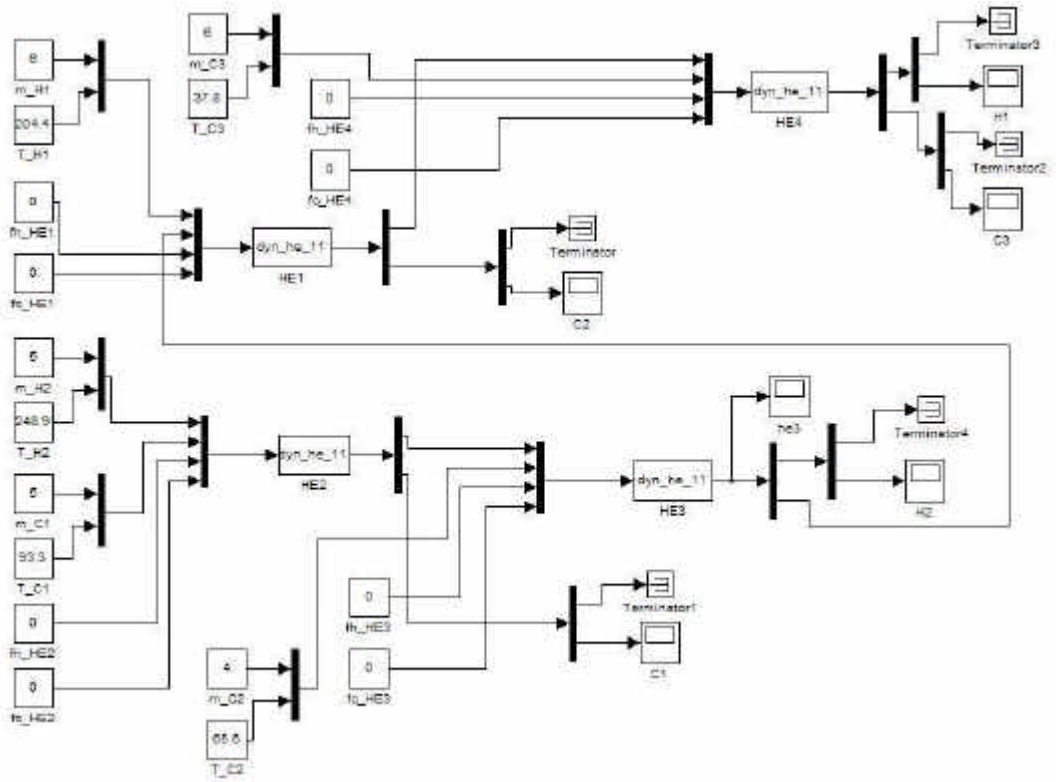


Figura 5.2 Representação de uma rede de trocadores de calor no Simulink

Efeito de variações na temperatura de entrada das correntes

Quando se provocava uma variação na temperatura de entrada de uma das correntes num trocador 1-1, a resposta da corrente que tinha sido indiretamente perturbada era imediata enquanto que a outra, que havia sido diretamente perturbada, mostrava atraso na resposta, proporcional a um certo tempo de residência. Os efeitos são similares numa rede de trocadores, como exemplificado na figura (5.3), para uma variação de 10ºC na temperatura de entrada da corrente 2, no instante 100 s. As respostas são expressas como variáveis de desvios em relação às temperaturas nominais de saída das correntes, sendo que a corrente 5 não foi incluída pois em seu terminal existe um aquecedor, que em princípio deve ser capaz de suprimir qualquer perturbação que chegue.

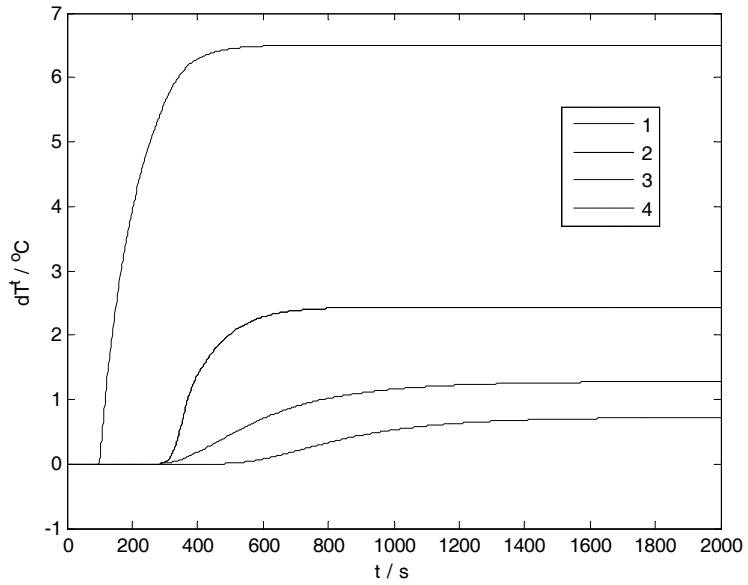


Figura 5.3 Efeito de uma perturbação em degrau de 10ºC em δT_2^s no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

Como se pode observar, todas as correntes da planta são influenciadas pela perturbação na corrente 2, fato que já havia sido comentado na análise em regime permanente da rede. Com exceção da corrente 3, todas as outras apresentam um atraso na resposta, atrelados aos tempos de residência em cada trocador. Na saída da corrente 4, por exemplo, a perturbação demora um tempo aproximado de $\left(\alpha_{H,\mathrm{HE2}} + \alpha_{C,\mathrm{HE1}}\right)$, ou cerca de 424 s para ser sentida. Na corrente 1, esse atraso é igual a $\left(\alpha_{H,\mathrm{HE2}} + \alpha_{H,\mathrm{HE4}}\right)$, ou 182 s.

Apesar de δT_2^s afetar todas as correntes da planta, percebe-se que a perturbação é amortecida ao longo da rede, especialmente nas correntes 1 e 4, que passam pelo trocador de maior área e volume da planta, o HE1. Isso indica que nessas correntes a resposta diante de uma perturbação na temperatura pode ser aproximada por funções de transferência de ordem mais elevada, com vários pólos, que a tornam lenta. Além disso, outra observação a ser feita é que sempre que houver uma perturbação positiva na temperatura de entrada de uma corrente da rede de trocadores, o efeito será sempre positivo ou neutro sobre as temperaturas de saída ou sobre a diferença dessas temperaturas em relação a uma condição nominal, $\delta \mathbf{T}^t$.

O mesmo raciocínio vale se a perturbação na temperatura for negativa: isso vai afetar neutra ou negativamente as temperaturas de saída da rede. No caso de haver uma perturbação de -10ºC na temperatura de entrada da corrente 3, no instante 100 s, por exemplo, todas as correntes são afetadas negativamente, como indica a figura (5.4). Percebe-se que nenhuma das respostas é imediata, todas apresentam atraso, como a corrente 4, com demora de $\alpha_{C,\mathrm{HE1}}$ para responder à perturbação. Há também o amortecimento do distúrbio novamente nas correntes 1 e 4, mostrando a existência de vários pólos em funções de transferência que ligariam as variáveis de saída e as de entrada.

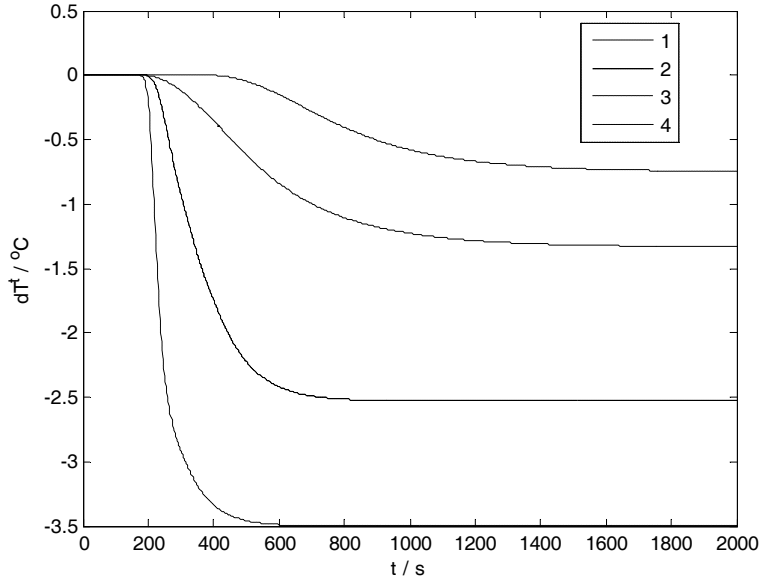


Figura 5.4 Efeito de uma perturbação em degrau de -10ºC em δT_3^s no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

Efeito de variações na vazão das correntes

Quando ocorre uma perturbação na vazão de uma das correntes num trocador 1-1 isolado, seus efeitos são sentidos imediatamente nas duas correntes. A corrente que foi perturbada indiretamente mostra uma lentidão no início da resposta, como atesta a figura (4.6), enquanto que a corrente que foi diretamente perturbada mostra resposta rápida desde o início. Esse comportamento de um trocador 1-1 isolado ajuda a explicar as respostas em regime transiente numa rede de trocadores. A figura (5.5) dá as respostas das temperaturas de saída das correntes da rede quando essa é sujeita a um degrau de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ na vazão da corrente 2 no instante 100 s, a fim de ilustrar os efeitos de variação de vazão. As respostas foram obtidas desprezando-se a influência da vazão sobre o coeficiente de transferência de calor da corrente diretamente perturbada.

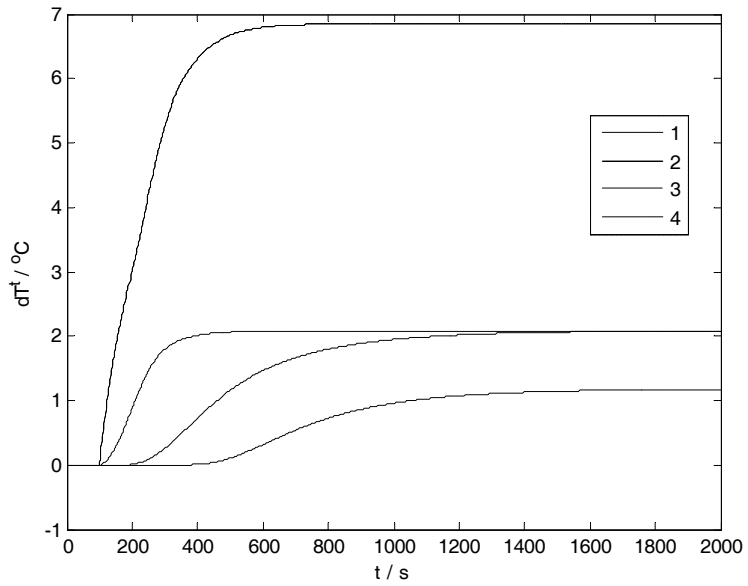


Figura 5.5 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ em δm_2 no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

As respostas desse distúrbio, que também afeta toda a planta, são semelhantes às respostas de trocadores isolados. A corrente 2 sofre alteração instantânea, no tempo 100 s, assim como a corrente 3. Vê-se que como a corrente 3 sofre perturbação indireta, ela apresenta resposta relativamente mais lenta no início do que a corrente 2.

Como regra geral, sempre que houver uma perturbação positiva na vazão de determinada corrente quente, o efeito será positivo ou nulo sobre as variáveis de saída. Se, pelo contrário, houver uma perturbação positiva na vazão de uma das correntes frias, o

efeito será negativo ou nulo sobre as variáveis de saída. A figura (5.6) indica o efeito de uma variação de 0,5 kg/s na vazão da corrente 3, uma corrente fria, no instante 100 s. Nota-se que todas as temperaturas das correntes são afetadas negativamente.

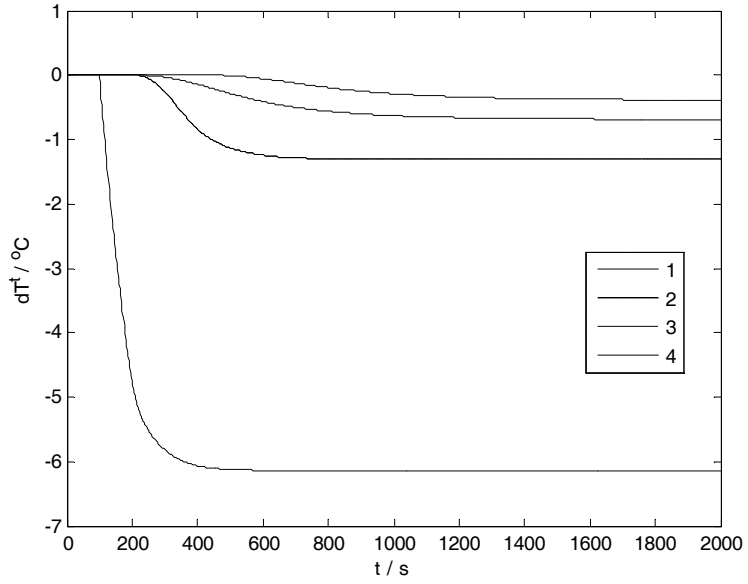


Figura 5.6 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,5 kg·s^{-1} em δm_3 no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

Mais um comentário que deve ser feito é que a perturbação na vazão será muito mais intensa sobre as correntes que foram diretamente perturbadas do que aquelas que sofreram o distúrbio indiretamente. No caso da figura (5.5), em que a corrente 2 sofreu um degrau de 0,5 kg·s^{-1}, sua temperatura aumentou em quase 7ºC, enquanto que as outras correntes tiveram um incremento de no máximo 2ºC. Fato semelhante é visto na figura (5.6): a corrente que foi diretamente perturbada teve um decréscimo de mais 6ºC enquanto as outras tiveram redução de temperatura que não chegou nem a 1,5ºC.

Efeito do *bypass*

A variação da fração de uma corrente desviada num trocador 1-1 isolado provocava uma saída dessa corrente com um pico inicial de temperatura seguido por um decaimento, mostrando a possibilidade de aproximação dessa resposta por uma função de transferência com atraso e avanço de fase. Numa rede de trocadores de calor, esse efeito persiste, mas de um modo mais atenuado. O fenômeno é ilustrado na figura (5.7), que dá

δT^t das correntes diante de um degrau de 10% no *bypass* da corrente quente no trocador HE2 no instante 100 s.

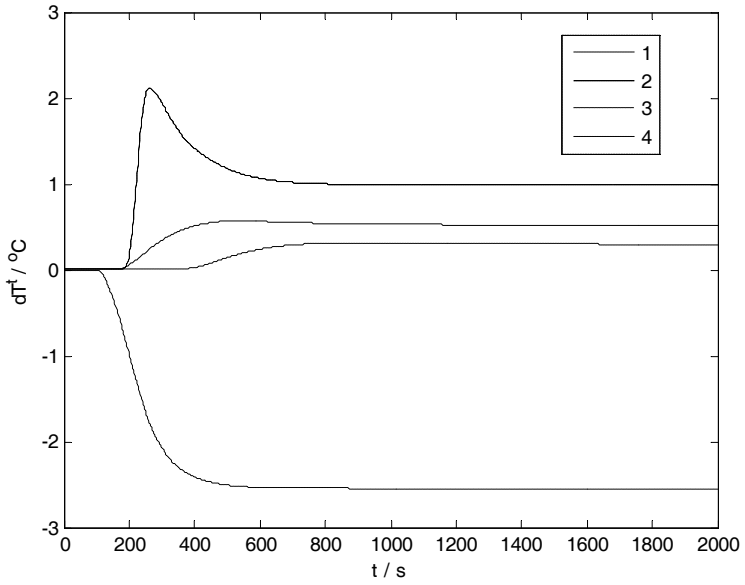


Figura 5.7 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,1 em δf_H no trocador HE2 no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

Como no caso de variação da vazão ou da temperatura de entrada da corrente 2, uma variação no *bypass* na corrente quente no trocador HE2 afeta todas as correntes da rede. A corrente 3 responde instantaneamente, como se tivesse sido sujeita aos efeitos indiretos da variação de vazão de outra corrente, por meio de uma função de transferência sem tempo morto. A variação de δT_2^t, que num trocador isolado dava um salto seguido de pronto declínio (figura 4.8), agora tem o pico mas com declínio suavizado, devido ao trocador HE3. O sinal desse pico de temperatura na corrente 2 seguido de um declínio afeta a saída da corrente fria no trocador HE3, que vai para o trocador HE1 e finalmente dá a resposta δT_4^t. Nessa resposta, o efeito do pico foi ainda mais amortecido. Fato semelhante ocorre em δT_1^t, só que agora o efeito do *overshoot* foi tão amortecido que torna até sua visualização difícil. Se a perturbação tivesse ocorrido no *bypass* da corrente fria do HE2, o efeito de uma função de transferência com atraso e avanço e fase somente seria percebido em δT_3^t, as outras correntes responderiam como se tivessem sido sujeitas a uma perturbação indireta de vazão, obtendo-se comportamento semelhante ao da figura (5.6).

A figura (5.8) representa o comportamento da rede diante de uma variação de 10% no *bypass* da corrente fria no trocador HE3, com o intuito de se discutir o papel que a área e o volume dos trocadores desempenham nas respostas dinâmicas.

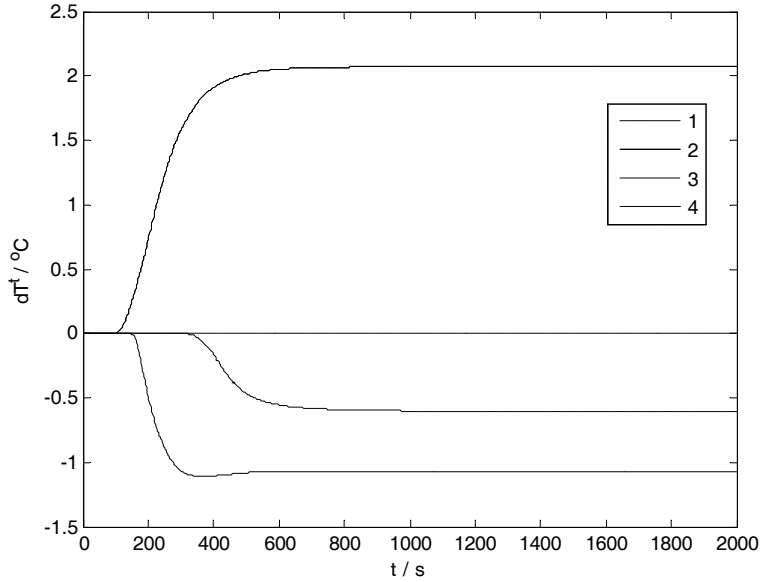


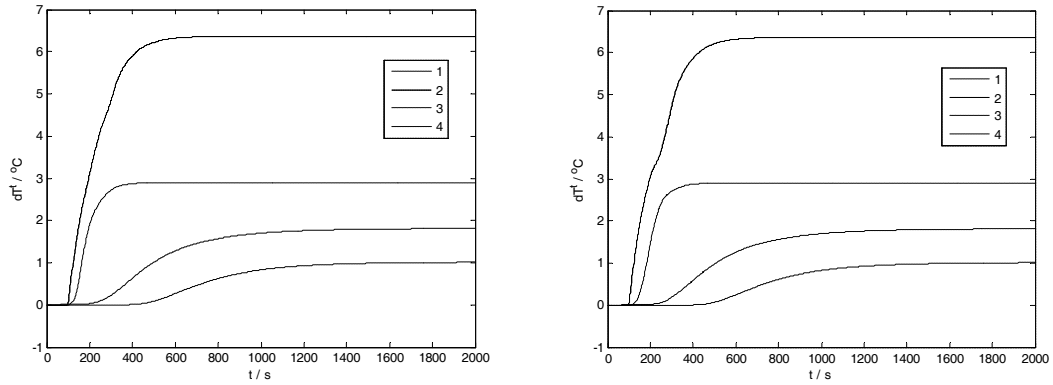
Figura 5.8 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,1 em δf_C no trocador HE3 no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor

Essa perturbação no *bypass* da corrente fria em HE3 afeta todas as correntes da planta com exceção de δT_3^t. O sinal de saída da corrente fria em HE3 influencia o sinal de saída da corrente quente em HE1, seguindo para o trocador HE4 e gerando a saída δT_1^t, caracterizada por apresentar um pico ameno. O sinal de saída da corrente fria em HE3 também segue para o trocador HE1, gerando como resposta δT_4^t. É interessante notar que a influência do pico praticamente não é sentida em δT_4^t, como se vê no gráfico. Isso se deve ao trocador HE1: o sinal do pico é completamente atenuado nesse equipamento, em virtude de seu grande volume, que vale cerca de três vezes o volume do trocador HE4 e o dobro do volume dos trocadores HE2 e HE3.

5.3 Modelo dinâmico de redes com trocadores casco e tubo 1-2

As características dinâmicas de trocadores 1-2 presentes em redes são tanto mais atenuadas quanto mais próximos esses trocadores estiverem localizados das temperaturas

δT^s. Os efeitos às vezes são tão amortecidos que se obtêm as mesmas respostas independentemente do arranjo (a), paralelo / contracorrente, ou (b), contracorrente / paralelo. Para ilustrar essa afirmação, considerou-se um exemplo em que o trocador HE2 fosse 1-2, com um novo coeficiente global U de 228 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC^{-1}$, já que a velocidade do fluido que passa nos tubos dobra, aumenta o coeficiente de filme e conseqüentemente afeta U. As respostas na figura (5.9) foram obtidas diante de uma variação de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ na vazão da corrente 2, no instante 100 s, para os dois diferentes arranjos.



arranjo (a) arranjo (b)

Figura 5.9 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,5 $kg \cdot s^{-1}$ em δm_2 no instante 100 s sobre a rede, supondo que HE2 seja 1-2

5.4 Efeito do tempo de residência em tubulações

Muitas vezes os tempos de residência dos fluidos nas tubulações que unem os trocadores precisam ser considerados ao se avaliar o comportamento dinâmico de uma rede. Esses tempos se tornam importantes quando superam os próprios tempos de residência dos fluidos nos trocadores. Nas respostas indicadas na figura (5.10), a rede foi sujeita a um degrau de 0,1 no *bypass* δf_H do trocador HE2, como se fez na figura (5.7), só que nesse momento foi admitido um tempo de residência de 400 s entre a saída da corrente 4 no HE3 e a entrada no trocador HE1. Pode-se perceber que houve um desacoplamento temporário entre as variáveis: δT_2^t e δT_3^t praticamente já tinham atingido um novo regime permanente quando δT_1^t e δT_4^t começaram a sentir os efeitos de δf_H.

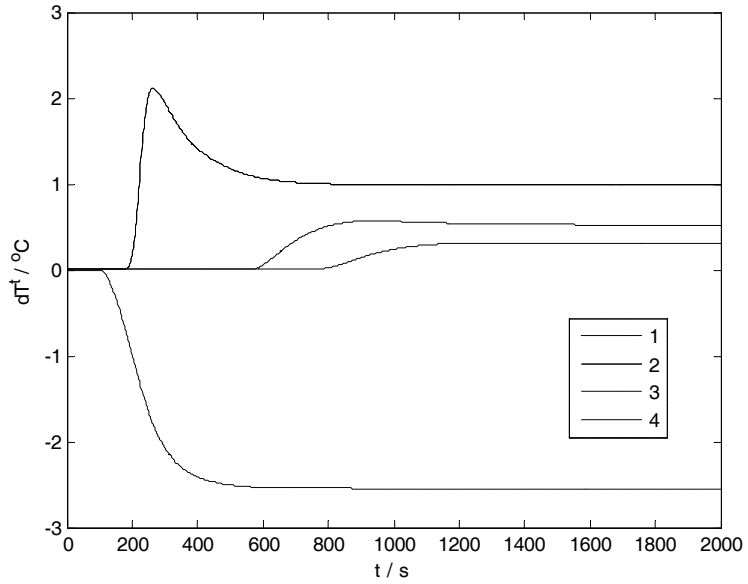


Figura 5.10 Efeito de uma perturbação em degrau de 0,1 em δf_H no trocador HE2 no instante 100 s sobre a rede de trocadores de calor, considerando um tempo de residência de 400 s entre a corrente fria dos trocadores HE1 e HE3

5.5 Conclusões

O modelo dinâmico desenvolvido no capítulo anterior para trocadores casco e tubo 1-1 e 1-2 foi estendido e aplicado em redes de trocadores de calor. Percebeu-se que quando a rede é sujeita a uma perturbação na temperatura de uma das correntes, o distúrbio se propaga, mas apresenta uma defasagem proporcional aos tempos de residência dos fluidos no trocadores (seção 5.2). Nessa propagação, os efeitos tendem a ser atenuados (figura 5.3). Mostrou-se também que sempre que houver uma perturbação positiva numa temperatura de entrada, a influência será sempre positiva ou neutra sobre as temperaturas de saída da rede, valendo raciocínio semelhante se a perturbação for negativa.

No caso de perturbações na vazão, o efeito é mais intenso sobre a corrente que foi perturbada diretamente (figuras 5.5 e 5.6). Quanto às correntes que sofreram influência indireta, os efeitos são amortecidos (figuras 5.5 e 5.6). Em termos de ganho estacionário, sempre que houver uma perturbação positiva na vazão de uma corrente quente o efeito será positivo ou neutro sobre as outras correntes. Raciocínio análogo vale para uma variação positiva na vazão de uma corrente fria, na qual os efeitos são negativos ou neutros sobre a temperatura das outras correntes.

Quando há variações nas posições dos *bypasses*, ocorre um pico de temperatura na corrente que foi desviada e logo a seguir há um decaimento ameno (figura 5.7), ligeiramente diferente do caso de trocadores isolados (figura 5.8). Esse pico se propaga ao longo da rede, mas com grande amortecimento (figura 5.8), tanto maior quanto maiores forem os volumes dos trocadores.

Trocadores 1-1 e 1-2, quando isolados, apresentam comportamento dinâmico com algumas semelhanças e algumas diferenças, segundo o que se discutiu no capítulo 4. Com exceção dos ganhos estacionários, concluiu-se que as semelhanças dinâmicas se acentuam ainda mais em redes, pelo fato das perturbações serem amortecidas. Na figura (5.9) mostrou-se que às vezes a atenuação é tão grande que pouco importa se está se falando do arranjo paralelo / contracorrente ou do arranjo contracorrente / paralelo.

Apesar da presença de tempo morto normalmente ser considerada como uma limitação em termos de controle, a demora na resposta devido ao tempo de residência em tubulações que interligam trocadores pode ser benéfico por promover um desacoplamento dinâmico das variáveis (figura 5.10), tornando-as independentes temporariamente.

No próximo capítulo é proposta uma simplificação dos modelos dinâmicos que descrevem o comportamento dinâmico de trocadores de calor e de redes de trocadores de calor.

6. Modelo Dinâmico Simplificado de Trocadores e de Redes de Trocadores de Calor

6.1 Introdução

Um sistema é chamado linear se a ele se aplica o princípio da superposição, que estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas variações na entrada do sistema é igual à soma das duas respostas individuais a cada uma dessas variações. Além disso, em sistemas lineares as variáveis de saída devem ser diretamente proporcionais às variáveis de entrada. Entretanto, isso não é o que acontece no modelo dinâmico de trocadores e de redes de trocadores, sugeridos nos capítulos anteriores. A influência das vazões mássicas e da posição dos *bypasses* sobre as temperaturas de saída de um trocador ou de uma rede não é linear, como evidenciado na figura (3.7) para os *bypasses*, por exemplo.

Nesse capítulo propõe-se fazer a linearização do sistema não linear de equações diferenciais ordinárias ao redor de um ponto de operação em regime permanente. Uma vez que o sistema não linear seja aproximado por um modelo matemático linear, várias ferramentas lineares podem ser aplicadas para fins de análise e projeto (Ogata, 2000). A estratégia clássica para o projeto de controladores em sistemas não lineares, por exemplo, envolve o uso de um modelo linear aproximado. Também nesse capítulo os resultados previstos pelo modelo linear proposto, descrito por meio de equações no espaço de estados, são confrontados com as respostas estimadas pelo modelo não linear desenvolvido no capítulo 4. Além disso, são discutidas também questões sobre a estabilidade do sistema em malha aberta.

Os modelos não lineares e lineares de trocadores dependem sempre da relação entre área de troca térmica e volume de fluido no casco e área de troca térmica e volume de fluido nos tubos (equações 4.14, 4.15, 4.17 e 4.18). Como o objetivo desse capítulo é propor algumas aproximações, na seção final prova-se que existem faixas típicas para essas relações entre área e volume em trocadores casco e tubo, tanto 1-1 como 1-2.

6.2 Linearização do modelo dinâmico de trocadores de calor casco e tubo 1-1

O modelo que representa o comportamento dinâmico de um trocador casco e tubo foi obtido através da discretização do equipamento em *n* estágios compostos por unidades ou células de troca térmica. Esse modelo, baseado numa força motriz igual à média aritmética de temperaturas, é formulado por 4*n* equações diferenciais ordinárias, já deduzidas no capítulo 4, mas retomadas aqui e expressas por:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = \frac{n\, m_H (1-f_H)}{\rho_H V_H}\left(T_{H,i-1} - T_{H,i}\right) - \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}}\left[\frac{\left(T_{H,i} - T_{C,n-i}\right) + \left(T_{H,i-1} - T_{C,n-i+1}\right)}{2}\right] \quad (6.1a)$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = \frac{n\, m_C (1-f_C)}{\rho_C V_C}\left(T_{C,n-i} - T_{C,n-i+1}\right) + \frac{UA}{\rho_C V_C C_{p,C}}\left[\frac{\left(T_{H,i} - T_{C,n-i}\right) + \left(T_{H,i-1} - T_{C,n-i+1}\right)}{2}\right] \quad (6.1b)$$

$$\frac{dT_{Hby,i}}{dt} = \frac{n\, m_H f_H}{\rho_H V_{Hby}}\left(T_{Hby,i-1} - T_{Hby,i}\right) \quad (6.1c)$$

$$\frac{dT_{Cby,n-i+1}}{dt} = \frac{n\, m_C f_C}{\rho_C V_{Cby}}\left(T_{Cby,n-i} - T_{Cby,n-i+1}\right) \quad (6.1d)$$

válidas para $i = 1,\ldots,n$ e duas equações algébricas, relacionadas com o balanço de energia nas saídas dos *bypasses*:

$$T_{H,out} = (1-f_H)T_{H,n} + f_H T_{Hby,n} \quad (6.2a)$$

$$T_{C,out} = (1-f_C)T_{C,n} + f_C T_{Cby,n} \quad (6.2b)$$

O procedimento de linearização apresentado aqui é baseado na expansão da função não linear por uma série de Taylor, truncada no primeiro e calculada ao redor de um ponto de operação em regime permanente. Nesse ponto de operação, as variáveis serão denotadas por uma barra acima das mesmas, como $\overline{T}_{H,out}$, que dá a temperatura de saída da corrente quente numa certa condição nominal. Se a expansão em série de Taylor for aplicada a uma função não linear $f(x_1,\ldots,x_n)$, tem-se (Kreysig, 1999):

$$f(x_1,\ldots,x_n) \cong f(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n) + (x_1-\bar{x}_1)\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\Bigg|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \vdots \\ x_n=\bar{x}_n}} + \ldots + (x_n-\bar{x}_n)\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)\Bigg|_{\substack{x_1=\bar{x}_1 \\ \vdots \\ x_n=\bar{x}_n}} \quad (6.3)$$

Aplicando-se a aproximação dada na expressão (6.3) para as equações de balanço diferencial de energia no trocador 1-1 (equações 6.1), com pequenos rearranjos algébricos pode-se mostrar que para o *i*-ésimo estágio tem-se:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} = (a_1-a_2)T_{H,i-1} - (a_1+a_2)T_{H,i} + a_2T_{C,n-i} + a_2T_{C,n-i+1} + a_{7,i}m_H - a_{8,i}f_H + a_{9,i} \quad (6.4a)$$

$$\frac{dT_{C,n-i+1}}{dt} = a_4T_{H,i-1} + a_4T_{H,i} + (a_3-a_4)T_{C,n-i} - (a_3+a_4)T_{C,n-i+1} + a_{10,i}m_C - a_{11,i}f_C + a_{12,i} \quad (6.4b)$$

$$\frac{dT_{Hby,i}}{dt} = a_5T_{Hby,i-1} - a_5T_{Hby,i} + a_{13,i}m_H + a_{14,i}f_H - a_{15,i} \quad (6.4c)$$

$$\frac{dT_{Cby,i}}{dt} = a_6T_{Cby,n-i} - a_6T_{Cby,n-i+1} + a_{16,i}m_C + a_{17,i}f_C - a_{18,i} \quad (6.4d)$$

e a aproximação para as duas equações algébricas (6.2), resulta em:

$$T_{H,out} = (1-\bar{f}_H)T_{H,n} + \bar{f}_H T_{Hby,n} + (\bar{T}_{Hby,n} - \bar{T}_{H,n})f_H - \bar{f}_H(\bar{T}_{Hby,n} - \bar{T}_{H,n}) \quad (6.5a)$$

$$T_{C,out} = (1-\bar{f}_C)T_{C,n} + \bar{f}_C T_{Cby,n} + (\bar{T}_{Cby,n} - \bar{T}_{C,n})f_C - \bar{f}_C(\bar{T}_{Cby,n} - \bar{T}_{C,n}) \quad (6.5b)$$

com:

$$a_1 = \frac{n\bar{m}_H(1-\bar{f}_H)}{\rho_H V_H},\ a_2 = \frac{UA}{2\rho_H V_H C_{p,H}},\ a_3 = \frac{n\bar{m}_C(1-\bar{f}_C)}{\rho_C V_C},\ a_4 = \frac{UA}{2\rho_C V_C C_{p,C}},$$

$$a_5 = \frac{n\bar{m}_H\bar{f}_H}{\rho_H V_{Hby}},\ a_6 = \frac{n\bar{m}_C\bar{f}_C}{\rho_C V_{Cby}},\ a_{7,i} = \frac{n(1-\bar{f}_H)(\bar{T}_{H,i-1} - \bar{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},$$

$$a_{8,i} = \frac{n\bar{m}_H(\bar{T}_{H,i-1} - \bar{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},\ a_{9,i} = \frac{n\bar{m}_H(2\bar{f}_H - 1)(\bar{T}_{H,i-1} - \bar{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},$$

$$a_{10,i} = \frac{n(1-\bar{f}_C)(\bar{T}_{C,n-i} - \bar{T}_{C,n-i+1})}{\rho_C V_C},\ a_{11,i} = \frac{n\bar{m}_C(\bar{T}_{C,n-i} - \bar{T}_{C,n-i+1})}{\rho_C V_C},$$

$$a_{12,i} = \frac{n\overline{m}_C\left(2\overline{f}_C - 1\right)\left(\overline{T}_{C,n-i} - \overline{T}_{C,n-i+1}\right)}{\rho_C V_C},\ a_{13,i} = \frac{n\overline{f}_H\left(\overline{T}_{Hby,i-1} - \overline{T}_{Hby,i}\right)}{\rho_H V_{Hby}},$$

$$a_{14,i} = \frac{n\overline{m}_H\left(\overline{T}_{Hby,i-1} - \overline{T}_{Hby,i}\right)}{\rho_H V_{Hby}},\ a_{15,i} = \frac{2n\overline{m}_H\,\overline{f}_H\left(\overline{T}_{Hby,i-1} - \overline{T}_{Hby,i}\right)}{\rho_H V_{Hby}},$$

$$a_{16,i} = \frac{n\overline{f}_C\left(\overline{T}_{Cby,n-i} - \overline{T}_{Cby,n-i+1}\right)}{\rho_C V_{Cby}},\ a_{17,i} = \frac{n\overline{m}_C\left(\overline{T}_{Cby,n-i} - \overline{T}_{Cby,n-i+1}\right)}{\rho_C V_{Cby}} \text{ e}$$

$$a_{18,i} = \frac{2n\overline{m}_C\,\overline{f}_C\left(\overline{T}_{Cby,n-i} - \overline{T}_{Cby,n-i+1}\right)}{\rho_C V_{Cby}}$$

As expressões (6.4) e (6.5) podem ser escritas de uma maneira muito mais compacta por meio de equações no espaço de estados (Ogata, 2000):

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{6.6}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \tag{6.7}$$

em que **x** é o vetor de estado do sistema, **u** o vetor de variáveis de entrada e **y** o vetor de variáveis de saída. Todos eles são expressos na forma de variáveis de desvio, sendo:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} T_{H,1} - \overline{T}_{H,1} \\ \vdots \\ T_{H,n} - \overline{T}_{H,n} \\ T_{C,1} - \overline{T}_{C,1} \\ \vdots \\ T_{C,n} - \overline{T}_{C,n} \\ T_{Hby,1} - \overline{T}_{Hby,1} \\ \vdots \\ T_{Hbyn} - \overline{T}_{Hby,n} \\ T_{Cby,1} - \overline{T}_{Cby,1} \\ \vdots \\ T_{Cby,n} - \overline{T}_{Cby,n} \end{bmatrix}_{(4n\times 1)},\ \mathbf{y} = \begin{bmatrix} T_{H,out} - \overline{T}_{H,out} \\ T_{C,out} - \overline{T}_{C,out} \end{bmatrix}_{(2\times 1)} \text{ e } \mathbf{u} = \begin{bmatrix} m_H - \overline{m}_H \\ T_{H,in} - \overline{T}_{H,in} \\ m_C - \overline{m}_C \\ T_{C,in} - \overline{T}_{C,in} \\ f_H - \overline{f}_H \\ f_C - \overline{f}_C \end{bmatrix}_{(6\times 1)}.$$

Dentro do vetor de entradas **u** aparecem tanto as variáveis de perturbação δm_H, $\delta T_{H,in}$, δm_C e $\delta T_{C,in}$ como as variáveis manipuladas δf_H e δf_C. Algumas vezes o modelo no espaço de estados é dado em função dos vetores **u** (variáveis manipuladas) e **d** (variáveis de perturbação), como no livro de controle e simulação de Luyben (1990), mas isso é somente uma questão de notação, aqui se segue com a nomenclatura das equações (6.6) e (6.7). As matrizes **A** (estado), **B** (entrada), **C** (saída) e **D** (transmissão direta) são expressas logo a

seguir. As dimensões dessas matrizes e dos vetores anteriormente apresentados aparecem em suas partes inferiores e nas representações abaixo **0** se refere a uma matriz ou vetor de zeros.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0}_{(2n\times 2n)} \\ \mathbf{0}_{(2n\times 2n)} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}_{(4n\times 4n)}, \text{ sendo:}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -(a_1+a_2) & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_2 & a_2 \\ (a_1-a_2) & -(a_1+a_2) & 0 & \cdots & a_2 & a_2 & 0 \\ 0 & (a_1-a_2) & -(a_1+a_2) & \cdots & a_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \ddots & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_4 & a_4 & \cdots & -(a_3+a_4) & 0 & 0 \\ a_4 & a_4 & 0 & \cdots & (a_3-a_4) & -(a_3+a_4) & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & \cdots & 0 & (a_3-a_4) & -(a_3+a_4) \end{bmatrix}_{(2n\times 2n)}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -a_5 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & -a_5 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & -a_5 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_6 & -a_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_6 & -a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_6 & -a_6 \end{bmatrix}_{(2n\times 2n)},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{7,i} & (a_1-a_2) & 0 & 0 & -a_{8,i} & 0 \\ a_{7,i} & 0 & 0 & 0 & -a_{8,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{10,i} & (a_3-a_4) & 0 & -a_{11,i} \\ 0 & 0 & a_{10,i} & 0 & 0 & -a_{11,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{13,i} & a_5 & 0 & 0 & a_{14,i} & 0 \\ a_{13,i} & 0 & 0 & 0 & a_{14,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{16i} & a_6 & 0 & a_{17,i} \\ 0 & 0 & a_{16i} & 0 & 0 & a_{17,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{16i} & 0 & 0 & a_{17,i} \end{bmatrix}_{(4n\times 6)},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \cdots \left(1-\overline{f}_H\right) \cdots & 0 & \cdots 0 \cdots \overline{f}_H & \cdots & 0 \\ 0 \cdots & 0 & \cdots \left(1-\overline{f}_C\right) \cdots 0 \cdots & 0 & \cdots \overline{f}_C \end{bmatrix}_{(2\times 4n)} \quad \text{e}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\overline{T}_{Hby,n} - \overline{T}_{H,n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\overline{T}_{Cby,n} - \overline{T}_{C,n}\right) \end{bmatrix}_{(2\times 6)}.$$

É muito importante frisar que todos os coeficientes que compõem as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** são constantes, sendo unicamente função da condição operacional pré-estabelecida. Conseqüentemente, diz-se que o sistema descrito pelas equações (6.6) e (6.7) é invariante no tempo (Ogata, 2000). A resposta desse sistema diante de excitações nas variáveis de entrada (perturbações e manipuladas) será abordada na próxima seção e comparada com as respostas do modelo dinâmico não linear.

6.3 Características do modelo dinâmico linearizado de um trocador 1-1

Quando se comparam as respostas do modelo linearizado com o modelo não linear diante de uma perturbação nas temperaturas de entrada das correntes, os resultados são iguais, mostrando que a não linearidade na verdade está relacionada com as vazões *m* e as frações desviadas *f*, e não com δT^S. Esse fato pode ser notado nas equações (4.14) e (4.15): se *m* e *f* forem constantes, o sistema de equações diferenciais ordinárias resultante é linear.

A não linearidade em relação à vazão é evidenciada na figura (6.1), onde se compara a resposta dos dois modelos diante de um degrau na vazão de fluido quente de 0,5 kg/s, no instante 100 s, ainda tomando como exemplo o trocador HE1. A linha sólida representa o cálculo mais rigoroso, baseado no modelo não linear enquanto que a linha tracejada representa o modelo linearizado.

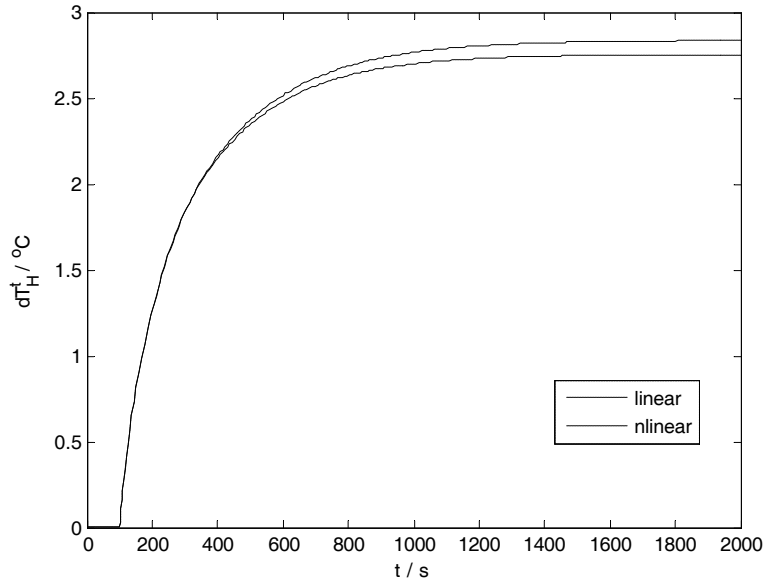


Figura 6.1 Comparação de respostas nas temperaturas de saída dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,5 kg·s^{-1} em m_H no instante 100 s

A resposta dos dois modelos é imediata diante da perturbação, sem apresentar tempo morto. Quanto se atinge o novo regime permanente, existe uma pequena discrepância nas respostas previstas, algo em torno de 0,2ºC. De qualquer maneira, a aproximação do modelo linear é muito boa. Valem os mesmos comentários quando ocorrem perturbações nos *bypasses*, como exemplifica a figura (6.2).

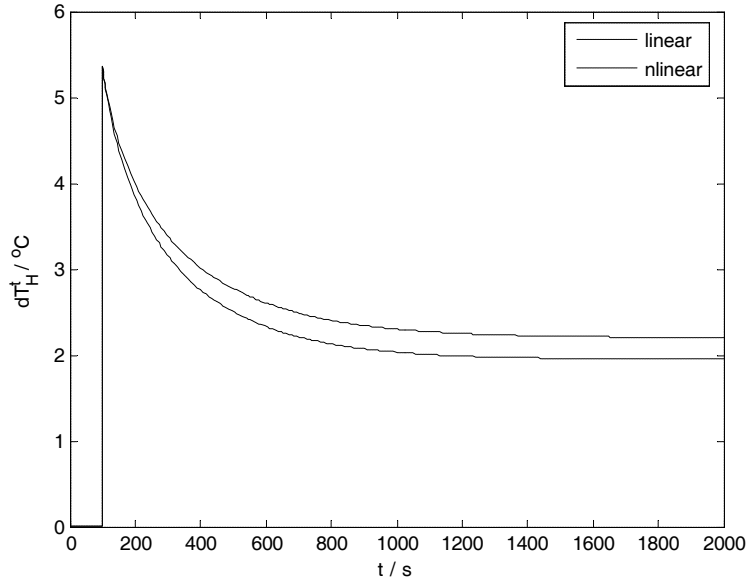


Figura 6.2 Comparação de respostas nas temperaturas de saída dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,1 em f_H no instante 100 s

Apesar das vantagens, o modelo linear logicamente apresenta limitações. A principal delas é quando o sistema se desvia muito da condição operacional para a qual o modelo foi obtido e, nesse caso, a aproximação linear se torna muito grosseira. Para ilustrar essa idéia, a figura (6.3) repete o exemplo da figura (6.2), mas agora com um *bypass* de 40%. Depois que se atinge o regime permanente, existe um desvio de mais de 5ºC entre as duas respostas.

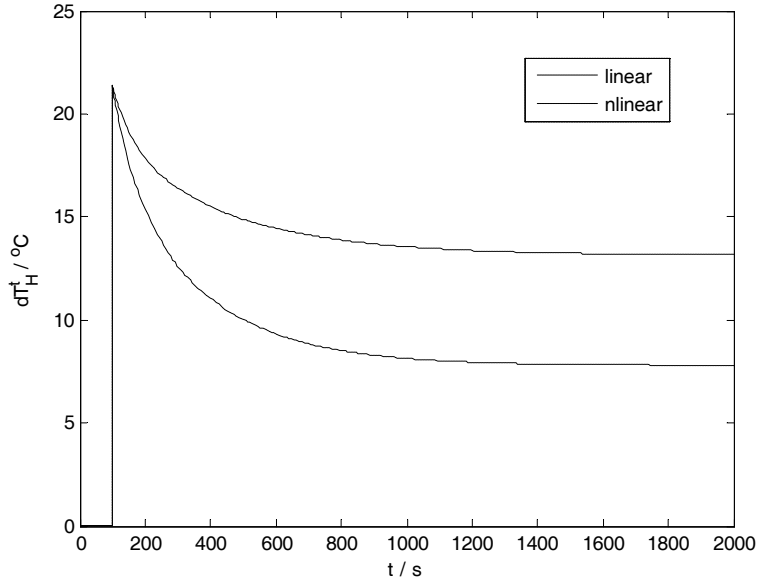


Figura 6.3 Comparação de respostas nas temperaturas de saída dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,4 em f_H no instante 100 s

A estabilidade do sistema em malha aberta está diretamente ligada com a matriz de estado **A** (Skogestad e Postlethwaite, 1996). Os autovalores dessa matriz dão os pólos da matriz de transferência e a condição necessária e suficiente para o sistema ser estável é que todos esses autovalores tenham parte real negativa. Independentemente do número de estágios *n* empregado no modelo, no caso dos trocadores 1-1 a matriz **A** sempre apresenta essa condição de estabilidade em malha aberta.

6.4 Linearização do modelo dinâmico de trocadores de calor casco e tubo 1-2

Assim como se fez na seção anterior para os trocadores casco e tubo 1-1, o modelo dinâmico de um trocador 1-2 é linearizado por meio de uma série de Taylor truncada no primeiro termo e aproximada ao redor de uma condição de operação especificada de antemão. O modelo dinâmico não linear para os trocadores 1-2 depende dos arranjos entre

as correntes (figuras 4.9a e 4.9b), isto é, se são paralelo / contracorrente ou contracorrente / paralelo. O comportamento dinâmico do trocador, para o arranjo (a), é descrito pelas equações diferenciais (4.17), que quando são linearizadas resultam em:

$$\frac{dT_{H,i}}{dt} \cong a_1 T_{H,i-1} - (a_1 + a_2) T_{H,i} + a_2 T_{C,i} + a_{6,i} m_H - a_{7,i} f_H + a_{8,i} \tag{6.8a}$$

$$\frac{dT_{H,2n-i+1}}{dt} \cong a_1 T_{H,2n-i} - (a_1 + a_2) T_{H,2n-i+1} + a_2 T_{C,i} + a_{9,i} m_H - a_{10,i} f_H + a_{11,i} \tag{6.8b}$$

$$\frac{dT_{C,i}}{dt} \cong a_4 T_{H,i} - a_4 T_{H,2n-i+1} + a_3 T_{C,i-1} - (a_3 + 2a_4) T_{C,i} + a_{12,i} m_C - a_{13,i} f_C + a_{14,i} \tag{6.8c}$$

$$\frac{dT_{Cby,i}}{dt} \cong a_5 T_{Cby,i-1} - a_5 T_{Cby,i} + a_{15,i} m_C + a_{16,i} f_C - a_{17,i} \tag{6.8d}$$

válidas para $i = 1, \ldots, n$ e pelas equações algébricas (4.19) e (4.20), que quando linearizadas geram:

$$T_{H,out} = (1 - \overline{f}_H) T_{H,2n} + \overline{f}_H T_{H,in} + (\overline{T}_{H,in} - \overline{T}_{H,2n}) f_H - \overline{f}_H (\overline{T}_{H,in} - \overline{T}_{H,2n}) \tag{6.9a}$$

$$T_{C,out} = (1 - \overline{f}_C) T_{C,n} + \overline{f}_C T_{Cby,n} + (\overline{T}_{Cby,n} - \overline{T}_{C,n}) f_C - \overline{f}_C (\overline{T}_{Cby,n} - \overline{T}_{C,n}) \tag{6.9b}$$

com:

$$a_1 = \frac{2n\overline{m}_H (1 - \overline{f}_H)}{\rho_H V_H},\ a_2 = \frac{UA}{\rho_H V_H C_{p,H}},\ a_3 = \frac{n\overline{m}_C (1 - \overline{f}_C)}{\rho_C V_C},\ a_4 = \frac{UA}{2\rho_C V_C C_{p,C}},$$

$$a_5 = \frac{n\overline{m}_C \overline{f}_C}{\rho_C V_{Cby}},\ a_{6,i} = \frac{2n(1 - \overline{f}_H)(\overline{T}_{H,i-1} - \overline{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},\ a_{7,i} = \frac{2n\overline{m}_H (\overline{T}_{H,i-1} - \overline{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},$$

$$a_{8,i} = \frac{2n\overline{m}_H (2\overline{f}_H - 1)(\overline{T}_{H,i-1} - \overline{T}_{H,i})}{\rho_H V_H},\ a_{9,i} = \frac{2n(1 - \overline{f}_H)(\overline{T}_{H,2n-i} - \overline{T}_{H,2n-i+1})}{\rho_H V_H}$$

$$a_{10,i} = \frac{2n\overline{m}_H (\overline{T}_{H,2n-i} - \overline{T}_{H,2n-i+1})}{\rho_H V_H},\ a_{11,i} = \frac{2n\overline{m}_H (2\overline{f}_H - 1)(\overline{T}_{H,2n-i} - \overline{T}_{H,2n-i+1})}{\rho_H V_H},$$

$$a_{12,i} = \frac{n(1 - \overline{f}_C)(\overline{T}_{C,i-1} - \overline{T}_{C,i})}{\rho_C V_C},\ a_{13,i} = \frac{n\overline{m}_C (\overline{T}_{C,i-1} - \overline{T}_{C,i})}{\rho_C V_C}$$

$$a_{14,i} = \frac{n\overline{m}_C (2\overline{f}_C - 1)(\overline{T}_{C,i-1} - \overline{T}_{C,i})}{\rho_C V_C},\ a_{15,i} = \frac{n\overline{f}_C (\overline{T}_{Cby,i-1} - \overline{T}_{Cby,i})}{\rho_C V_{Cby}}$$

$$a_{16,i} = \frac{n\overline{m}_C (\overline{T}_{Cby,i-1} - \overline{T}_{Cby,i})}{\rho_C V_{Cby}} \text{ e } a_{17,i} = \frac{2n\overline{m}_C \overline{f}_C (\overline{T}_{Cby,i-1} - \overline{T}_{Cby,i})}{\rho_C V_{Cby}}.$$

Esse sistema também pode ser descrito por meio de equações no espaço de estados, sendo que agora o vetor de estado **x** é escrito como:

$$\mathbf{x} = \left[\delta T_{H,1} \ \cdots \ \delta T_{H,2n} \ \ \delta T_{C,1} \ \cdots \ \delta T_{C,n} \ \ \delta T_{Cby,1} \ \cdots \ \delta T_{Cby,n}\right]^T$$

A matriz de estado **A**, invariante no tempo, assim como as matrizes **B**, **C** e **D**, é expressa como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}_1]_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & \text{diag}(a_2)_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \mathbf{0}_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_1]_{(n\times n)} & \text{diag}(a_2)_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \text{diag}(a_4)_{(n\times n)} & \text{diag}(a_4)_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_2]_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \mathbf{0}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_3]_{(n\times n)} \end{bmatrix}_{(4n\times 4n)}$$

em que o operador $\text{diag}(a_i)_{(n\times n)}$ produz uma matriz diagonal de dimensão *n* com sua diagonal preenchida pelos elementos a_i. As matrizes auxiliares de índices 1, 2 e 3 são iguais a:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -(a_1+a_2) & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & -(a_1+a_2) & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & a_1 & -(a_1+a_2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -(a_3+a_4) & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & -(a_3+a_4) & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & a_3 & -(a_3+a_4) \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & -a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & a_5 & -a_5 \end{bmatrix}.$$

As matrizes de saída, transmissão direta e de entrada são dadas por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & (1-\overline{f}_H) & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & (1-\overline{f}_C) & \cdots & \overline{f}_C \end{bmatrix}_{(2\times 4n)},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & (\overline{T}_{Hby,n} - \overline{T}_{H,n}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\overline{T}_{Cby,n} - \overline{T}_{C,n}) \end{bmatrix}_{(2\times 6)} \text{ e}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ 0 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ 0 & a_{9,i} & 0 & 0 & -a_{10,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{9,i} & 0 & 0 & -a_{10,i} & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & a_{12,i} & 0 & -a_{13,i} \\ 0 & 0 & 0 & a_{12,i} & 0 & -a_{13,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a_{12,i} & 0 & -a_{13,i} \\ 0 & 0 & a_5 & a_{15,i} & 0 & a_{16,i} \\ 0 & 0 & 0 & a_{15,i} & 0 & a_{16,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a_{15,i} & 0 & a_{16,i} \end{bmatrix}_{(4n\times 6)}$$

No trocador de calor casco e tubo 1-2, com arranjo (b), seu comportamento dinâmico também pode ser representado por equações no espaço de estados, num sistema invariante no tempo. Nessa representação, as matrizes **C** e **D** são iguais às do arranjo (a), assim como todos os coeficientes a_i para esse arranjo. Alteram-se as matrizes **A** e **B**, que passam a ser dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}_1]_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & \begin{bmatrix} 0 & & a_2 \\ & \iddots & \\ a_2 & & 0 \end{bmatrix}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \mathbf{0}_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_1]_{(n\times n)} & \begin{bmatrix} 0 & & a_2 \\ & \iddots & \\ a_2 & & 0 \end{bmatrix}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \begin{bmatrix} 0 & & a_4 \\ & \iddots & \\ a_4 & & 0 \end{bmatrix}_{(n\times n)} & \begin{bmatrix} 0 & & a_4 \\ & \iddots & \\ a_4 & & 0 \end{bmatrix}_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_2]_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} \\ \mathbf{0}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & \mathbf{0}_{(n\times n)} & [\mathbf{A}_3]_{(n\times n)} \end{bmatrix}_{(4n\times 4n)} \quad \text{e}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ 0 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{6,i} & 0 & 0 & -a_{7,i} & 0 \\ 0 & a_{9,i} & 0 & 0 & -a_{10,i} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{9,i} & 0 & 0 & -a_{10,i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{12,i} & 0 & -a_{13,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_3 & a_{12,i} & 0 & -a_{13,i} \\ 0 & 0 & 0 & a_{15,i} & 0 & a_{16,i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_5 & a_{15,i} & 0 & a_{16,i} \end{bmatrix}_{(4n\times 6)}$$

6.5 Características do modelo dinâmico linearizado de um trocador 1-2

Assim como nos trocadores 1-1, o modelo dinâmico dos trocadores 1-2 é linear em relação às temperaturas de entrada $T_{H,in}$ e $T_{C,in}$, como se pode perceber nas equações (4.17) e (4.18). Conseqüentemente, as simulações dos dois modelos, o linear e o não linear, devem levar rigorosamente às mesmas respostas diante de uma perturbação em δT^S.

A linearidade não se mantém frente a uma variação na vazão, expressa por δm. Os resultados do modelo não linear para o trocador HE1 são comparados com as respostas estimadas pelo modelo linear, diante de uma perturbação na vazão da corrente quente, considerando o arranjo (a) no trocador 1-2. Mais uma vez o modelo linear, apesar de ser uma aproximação, mostrou bem as principais características dinâmicas das respostas. Além disso, depois que se atinge um novo regime estacionário, a diferença entre as previsões do modelo linearizado (linha tracejada) e do modelo não linear (linha sólida) ficou em cerca de 0,1ºC para ambas as correntes. Para esse arranjo, a resposta das temperaturas de saída das correntes quente e fria é imediata, sem apresentar tempo morto. Vê-se a presença de mais de um pólo nas funções de transferência que ligam δT_H^t e δT_C^t a δm_H.

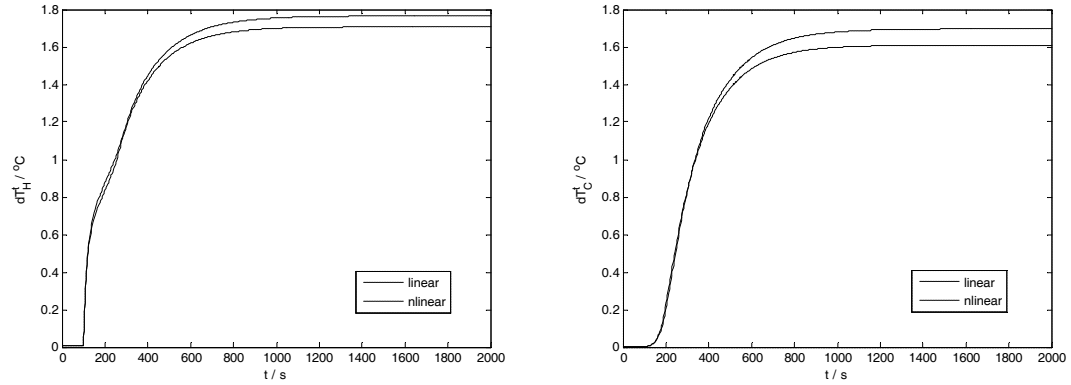


Figura 6.4 Comparação de respostas δT_H^t e δT_C^t dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,5 kg·s^{-1} em m_H no instante 100 s, considerando o arranjo (a)

Já quanto ao sinal de saída δT_H^t para o arranjo (b) do trocador HE1, descrito na figura (6.5), há a influência de um zero localizado sobre o eixo real positivo, como se percebe pelo efeito competitivo de duas dinâmicas diferentes, uma rápida, com influência negativa sobre δT_H^t, e uma lenta, com influência positiva sobre δT_H^t. No sinal de saída δT_C^t também é percebida a presença de mais de um pólo.

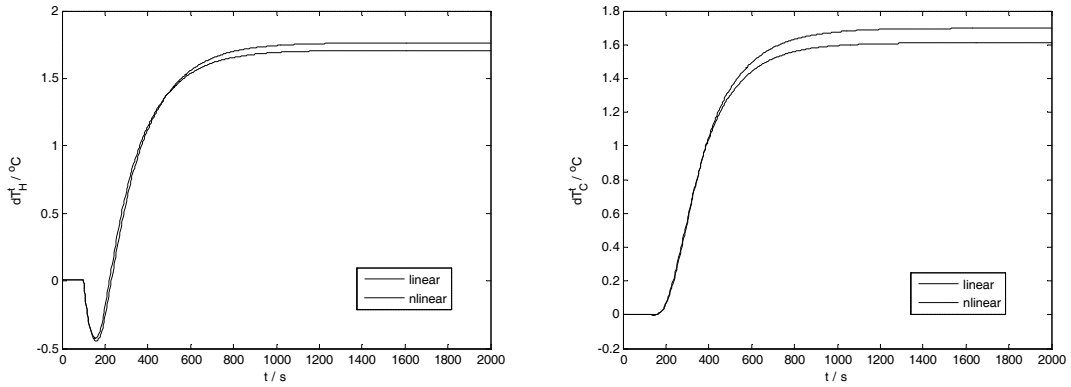
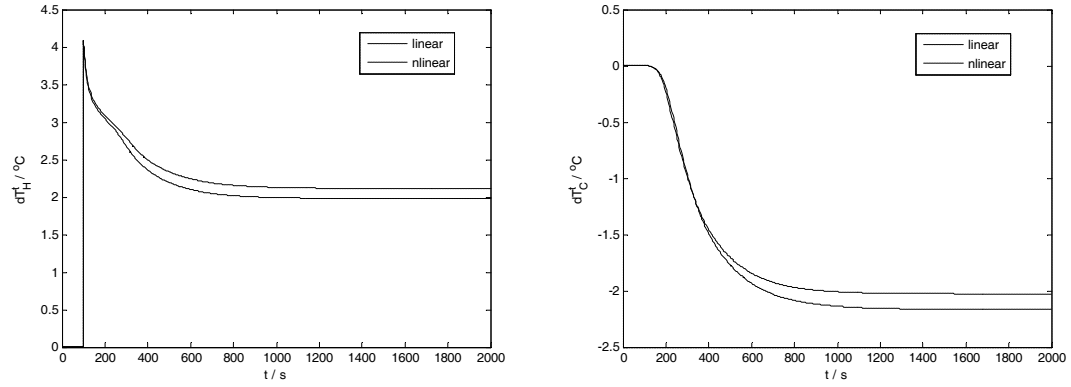
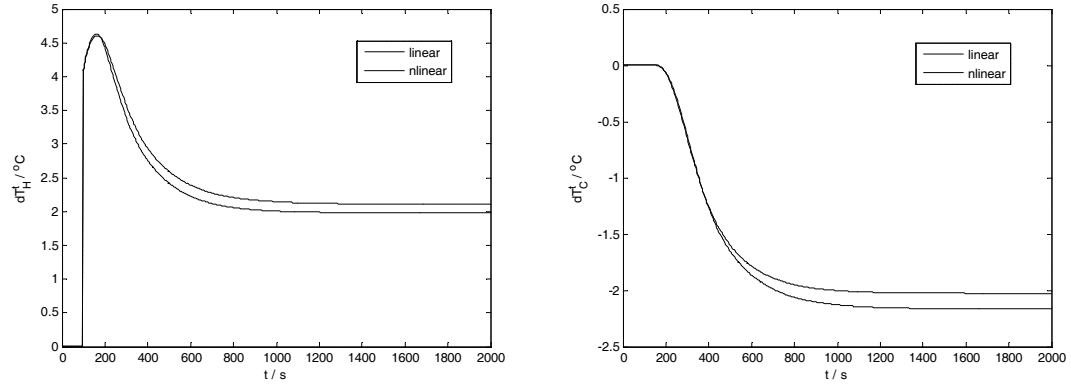


Figura 6.5 Comparação de respostas δT_H^t e δT_C^t dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,5 kg·s^{-1} em m_H no instante 100 s, considerando o arranjo (b)

A previsão do modelo linear (linha tracejada) também é razoável quando se tem uma variação δf_H, diante da qual as respostas δT_H^t e δT_C^t são dadas na figura (6.6), para o arranjo (a) e para o arranjo (b).



arranjo (a)



arranjo (b)

Figura 6.6 Comparação de respostas δT_H^t e δT_C^t dos modelos não linear e linear diante de um degrau de 0,1 em f_H no instante 100 s

Como no caso do modelo dinâmico dos trocadores 1-1, nos trocadores 1-2 a matriz de estado **A** também mostra todos os autovalores com parte real negativa, o que garante a estabilidade em malha aberta.

6.6 Modelo linearizado de redes de trocadores de calor

Nesse capítulo o comportamento em regime transiente de trocadores de calor casco e tubo foi aproximado por um sistema linear e invariante no tempo representado por equações no espaço de estados (equações 6.6 e 6.7). Esse conceito pode ser estendido para uma rede de trocadores de calor, com algumas adaptações, e, a fim de desenvolvê-lo, utiliza-se como exemplo uma rede de trocadores bem simples, representada na figura (6.7), com três correntes de processo e dois trocadores, o HE1 e o HE2, supostos 1-1.

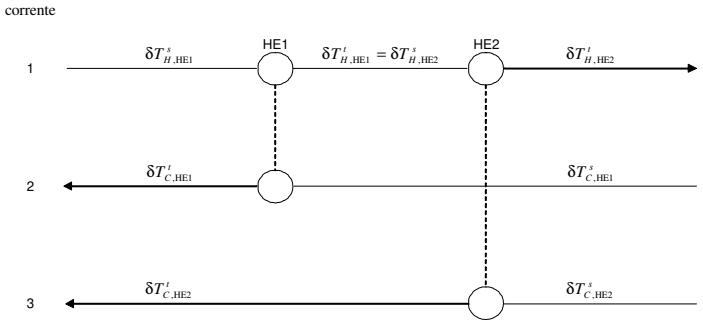


Figura 6.7 Exemplo simples de rede de trocadores de calor

Seguindo as expressões (6.4) e (6.5), as equações no espaço de estados para os dois trocadores da rede são dadas por:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{u}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix} \tag{6.10a}$$

$$\begin{bmatrix}\mathbf{y}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{y}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{D}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{u}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix} \tag{6.10b}$$

em que as matrizes e vetores seguem as mesmas definições da seção 6.2 e os índices HE1 e HE2 se referem aos trocadores em questão. Os vetores de saídas de cada trocador, por exemplo, são escritos como $\mathbf{y}_{\mathrm{HE1}} = \begin{bmatrix}\delta T^t_{H,\mathrm{HE1}} & \delta T^t_{C,\mathrm{HE1}}\end{bmatrix}^T$ e $\mathbf{y}_{\mathrm{HE2}} = \begin{bmatrix}\delta T^t_{H,\mathrm{HE2}} & \delta T^t_{C,\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}^T$, enquanto que o vetor de entradas de cada um é dado por

$$\mathbf{u}_{\mathrm{HE1}} = \begin{bmatrix}\delta m_{H,\mathrm{HE1}} & \delta T^s_{H,\mathrm{HE1}} & \delta m_{C,\mathrm{HE1}} & \delta T^s_{C,\mathrm{HE1}} & \delta f_{H,\mathrm{HE1}} & \delta f_{C,\mathrm{HE1}}\end{bmatrix}^T$$

e

$$\mathbf{u}_{\mathrm{HE2}} = \begin{bmatrix}\delta m_{H,\mathrm{HE2}} & \delta T^s_{H,\mathrm{HE2}} & \delta m_{C,\mathrm{HE2}} & \delta T^s_{C,\mathrm{HE2}} & \delta f_{H,\mathrm{HE2}} & \delta f_{C,\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}^T$$

O problema que se põe é que a equação (6.10) representa os trocadores HE1 e HE2, e não a rede em si. Ao aplicar essa equação para a rede de trocadores, nem todos os termos que compõem o vetor $\mathbf{u}_{\mathrm{HE2}}$ são entradas dos sistema, como $\delta T^s_{H,\mathrm{HE2}}$, que representa a temperatura de entrada da corrente quente no trocador HE2 mas ao mesmo tempo é a temperatura de saída da corrente quente no trocador HE1. Conseqüentemente, essa é uma variável de estado do sistema. A fim de resolver essa questão, sugere-se que a rede seja representada pelo seguinte conjunto de equações:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}=\left(\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \begin{bmatrix}0 & \cdots & (a_1-a_2) & \cdots & 0\\ \vdots & & \vdots & & \vdots\\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix} & \mathbf{A}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{B}^{*}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{u}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\right) \tag{6.11a}$$

$$\mathbf{y}=\mathbf{E}\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{x}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}+\mathbf{E}\begin{bmatrix}\mathbf{D}_{\mathrm{HE1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_{\mathrm{HE1}}\\ \mathbf{u}_{\mathrm{HE2}}\end{bmatrix} \tag{6.11b}$$

sendo $\mathbf{E}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$. Essa matriz **E** aparece tendo em vista que as temperaturas que importam são as temperaturas de saída da rede e não as temperaturas intermediárias nos trocadores, com $\mathbf{y}=\begin{bmatrix}\delta T^{t}_{H,\mathrm{HE2}} & \delta T^{t}_{C,\mathrm{HE1}} & \delta T^{t}_{C,\mathrm{HE2}}\end{bmatrix}^{T}$. Na equação (6.11a) é importante notar o surgimento do elemento (a_1-a_2), é ele o responsável pela conexão dos dois trocadores de calor. Ainda na equação (6.11a), a matriz $\mathbf{B}^{*}_{\mathrm{HE2}}$ é igual à matriz $\mathbf{B}_{\mathrm{HE2}}$, de (6.10a), mas nas colunas que fazem referência a $\delta T^{s}_{H,\mathrm{HE2}}$, atribui-se valor zero, já que $\delta T^{s}_{H,\mathrm{HE2}}$ não é mais uma entrada do sistema.

Essa metodologia poderia ser empregada para se ter o modelo dinâmico linearizado de redes mais complexas, como a representada na figura (3.3). De um modo geral, para uma rede constituída por trocadores 1-1, o número de linhas e colunas da matriz de estado do sistema será igual a 4*n* multiplicado pelo número de trocadores da planta.

Assim como a aproximação linear do modelo foi bem razoável no caso de trocadores isolados 1-1 ou 1-2, ela também o é quando aplicada a redes. A fim de se ilustrar essa afirmação, foi escolhida uma perturbação num dos *bypasses* dos trocadores tendo em vista que nas respostas surgem características dinâmicas variadas diante desse distúrbio, como funções de transferência com atraso e avanço de fase, presença de tempo morto e funções de transferência de primeira ordem. Como exemplo, na figura (6.8) comparam-se as respostas do modelo linear e do modelo não linear (figura 5.7) da rede diante de uma perturbação de 10% no *bypass* da corrente quente do trocador HE2 no instante 100 s. Na aproximação linear (linha tracejada), as principais características dinâmicas das respostas foram representadas.

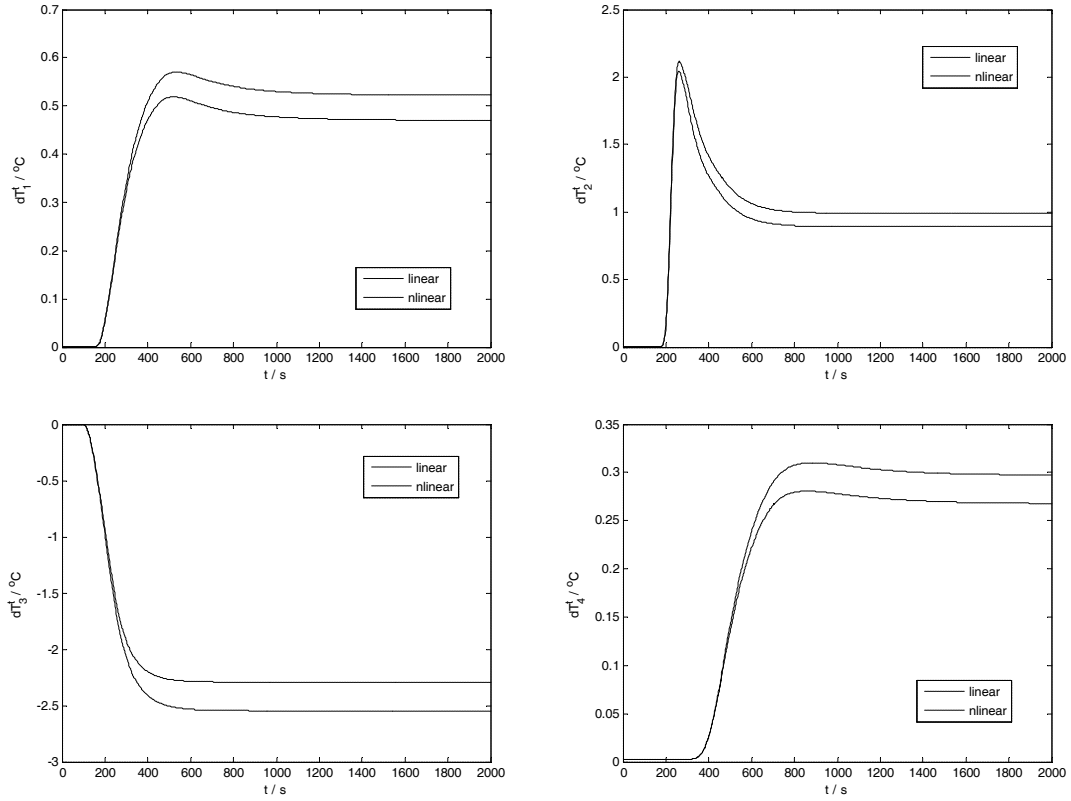


Figura 6.8 Comparação das respostas do modelo linear e não linear para uma rede de trocadores de calor diante de uma perturbação de 10% no *bypass* da corrente quente no trocador HE2 no instante 100 s

6.7 Relações aproximadas entre área e volume do casco e tubos num trocador de calor casco e tubo

Na área de Integração de Processos estudam-se maneiras de se fazer uso eficiente e racional de energia em plantas químicas, e o assunto é abordado através do estabelecimento de metas de consumo energético e de custo. Para estabelecer essas metas, normalmente são necessários poucos parâmetros, que incluem dados das correntes de processo e alguns dados a respeito de custo de trocadores e de utilidades. Uma vez que as metas são propostas, existem diferentes ferramentas e metodologias, como a Tecnologia *Pinch* ou programação matemática, que permitem a síntese de redes de trocadores de calor que satisfaçam essas metas. Depois que a rede é sintetizada, é interessante se fazer uma avaliação de seu comportamento dinâmico tendo em vista aspectos de controle. Como foi discutido rapidamente na introdução desse capítulo, dois parâmetros importantes que surgem na modelagem dinâmica de trocadores casco e tubo e conseqüentemente na modelagem dinâmica de redes de trocadores são a relação entre área de troca térmica e

volume de fluido no casco e entre área de troca e volume de fluido nos tubos. Essas relações, A/V_H e A/V_C, apareceram nas equações (4.14), (4.15), (4.17) e (4.18). A determinação dessas razões aproximadas é bastante vantajosa, pois a partir da área de troca térmica dos trocadores de uma rede e de alguns dados das correntes de processo é possível se fazer rapidamente uma avaliação de seu comportamento dinâmico, sem ser necessário especificar detalhes geométricos do projeto dos trocadores.

A dedução da relação entre área A e o volume de tubos ocupado por fluido, chamado aqui de variável V_T, é direta, como se segue. Essa área A é função do comprimento L, do diâmetro externo D_o dos tubos e do número N_T de tubos, sendo expressa como (Kern, 1987):

$$A = \pi D_o N_T L \tag{6.12}$$

Já o volume disponível para o escoamento de fluido nos tubos é dado por:

$$V_T = \frac{\pi D_i^2}{4} N_T L \tag{6.13}$$

em que D_i é o diâmetro interno dos tubos. Das equações (6.12) e (6.13) pode-se estimar a relação entre área e volume dos tubos como:

$$\frac{A}{V_T} = \frac{4D_o}{D_i^2}$$

Como o diâmetro interno é aproximadamente igual ao diâmetro externo, a não ser que esteja se falando de níveis muito elevados de pressão, com necessidade de tubos com grande espessura de parede, pode-se escrever:

$$\frac{A}{V_T} \cong \frac{4}{D_o} \tag{6.14}$$

Já que os tubos comerciais para trocadores de calor normalmente são encontrados nos diâmetros de ¾" (0,019 m) ou 1" (0,024 m), isso faz com que tipicamente a relção entre área de troca térmica e volume dos tubos, A/V_T, esteja na faixa entre 163 m^2/m^3 e 210 m^2/m^3.

A prova da relação entre área e volume ocupado pelo fluido no casco do trocador V_S é um pouco mais trabalhosa. Seja P_T o passo entre os tubos, que podem assumir distribuição quadrada ou triangular entre si no casco:

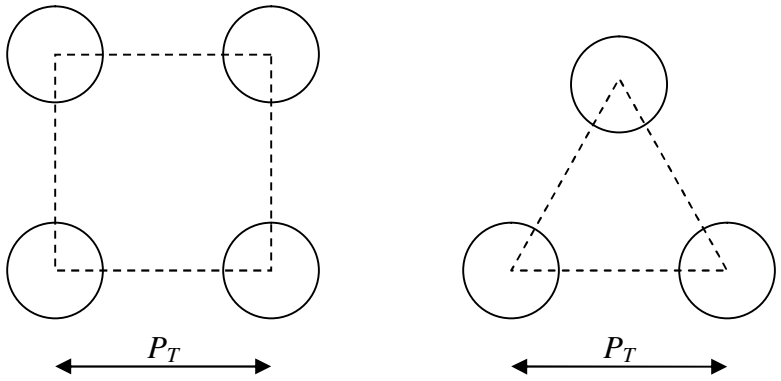


Figura 6.9 Distribuição quadrada e triangular de tubos

A área ocupada pelos arranjos quadrado ou triangular é igual a $(CL)P_T^2$, sendo *CL* a constante de *layout* dos tubos. No caso de distribuição quadrada, $CL = 1$ e se for triangular $CL = \sqrt{3}/2$. Nem toda a área da seção transversal do casco é ocupada pelos arranjos de tubo quadrado ou triangular, somente uma fração chamada de *CTP*, dada por (Kakaç e Liu, 1997):

$$CTP = \frac{N_T\,(CL)P_T^2}{\pi D_S^2/4} \tag{6.15}$$

O denominador da expressão anterior indica a área transversal do casco, de diâmetro igual a D_S. A variável *CTP* depende do número de passagens de fluido nos tubos (Kakaç e Liu, 1997), como se vê na tabela (6.1). Quanto maior o número de passes, menor a área na seção transversal do casco disponível para os tubos.

Tabela 6.1 Fração de área ocupada do casco

passes	*CTP*
1	0,93
2	0,90
3	0,85

Em virtude da definição da variável *CTP*, pode-se estimar o número de tubos no trocador como:

$$N_T = \frac{\pi}{4}\frac{CTP}{CL}\left(\frac{D_S}{P_T}\right)^2 \tag{6.16}$$

Substituindo-se a equação (6.16) na (6.12), tem-se:

$$A = \pi D_o \left[\frac{\pi}{4} \frac{CTP}{CL} \left(\frac{D_S}{P_T} \right)^2 \right] L \tag{6.17}$$

Ainda da equação (6.16), é possível isolar D_S, resultando em:

$$D_S = \frac{2}{\pi} P_T \sqrt{\frac{CL}{CTP} \frac{A}{L D_o}} \tag{6.18}$$

A relação entre a área e o volume de fluido no casco é dada por:

$$\frac{A}{V_S} = \frac{\pi D_o N_T L}{\frac{\pi D_S^2}{4} - \frac{\pi D_o^2 N_T L}{4}} = \frac{4 D_o N_T}{D_S^2 - N_T D_o^2} \tag{6.19}$$

Substituindo (6.16) em (6.19) e simplificando-se a expressão tem-se:

$$\frac{A}{V_S} = \frac{\left(\frac{CTP}{CL} \right) \left(\frac{D_o}{P_T} \right)^2}{D_o \left[\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \left(\frac{CTP}{CL} \right) \left(\frac{D_o}{P_T} \right)^2 \right]} \tag{6.20}$$

No projeto de um trocador casco e tubo é comum admitir-se que a relação entre o passo P_T e o diâmetro externo dos tubos D_o é igual a 1,25. Além disso, levando em conta os valores que CTP e CL podem assumir, a relação CTP/CL deve estar entre aproximadamente 0,9 e 1. Dessa maneira, da equação (6.20), tem-se que:

$$\frac{A}{V_S} \cong \frac{3{,}3}{D_o} \text{ a } \frac{4}{D_o} \tag{6.21}$$

uma aproximação que só depende do diâmetro do tubo usado. Em valores numéricos, para tubos de ¾" (0,019 m) e 1" (0,024 m), A/V_S deve estar entre 130 m^2/m^3 e 210 m^2/m^3.

6.8 Conclusões

Os modelos que descrevem o comportamento dinâmico de trocadores casco e tubo 1-1 e 1-2, sugeridos no capítulo 4, são dados por um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares em relação às vazões das correntes e à posição dos *bypasses*. Fez-se a linearização desse sistema de equações tendo em vista que várias ferramentas lineares para análise de sistemas dinâmicos estão disponíveis na literatura.

A aproximação linear foi realizada em torno de uma condição de operação específica por meio de uma série de Taylor, desprezando-se os termos de grau maior do que

um. Como resultado disso, os modelos dinâmicos puderam ser expressos por equações no espaço de estados, com $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ e $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$, sendo as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** constituídas por coeficientes constantes, caracterizando um sistema invariante no tempo. Essa representação facilita o projeto de controladores, por exemplo.

Tomando-se como exemplo o trocador HE1, usado desde o começo desse trabalho, foram comparadas as respostas previstas pelo modelo linear com o modelo não linear tanto para os trocadores 1-1 (figuras 6.1 a 6.3) como para os trocadores 1-2 (figuras 6.4 a 6.6). Concluiu-se que o modelo linear aproximou muito bem o não linear, mostrando as principais características das respostas: tempo morto, presença de mais de um pólo, funções de transferência com atraso e avanço de fase e a ocorrência de resposta inversa, com um zero localizado sobre o eixo real positivo. Além disso, concluiu-se também que os trocadores 1-1 e 1-2 apresentam estabilidade em malha aberta, garantida pelos autovalores da matriz de estado, tendo sempre parte real negativa.

Mostrou-se também que a partir de um modelo dinâmico simplificado para um trocador 1-1 ou 1-2 isolado, com algumas adaptações é fácil estender o raciocínio e representar uma rede de trocadores por equações no espaço de estados. Os resultados do modelo linearizado da rede da figura (3.3) foram comparados com aqueles estimados pelo modelo não linear, obtendo-se uma boa aproximação entre eles (figura 6.8), sem desvios acentuados nas variáveis de saída.

A principal limitação do modelo linear é quanto à ordem de grandeza das variações na entrada, $\delta\mathbf{u}$. Se essas alterações forem muito grandes, desviando muito o sistema da condição para a qual o modelo foi obtido, a aproximação se torna ruim (figura 6.3). Contudo, a grande vantagem em se tratando de trocadores de calor ou redes de trocadores é que a não linearidade do sistema não é muito acentuada, como no caso de processos que envolvem cinética química ou pH. Isso faz com que o modelo linear represente bem o comportamento do sistema para uma faixa razoável de $\delta\mathbf{u}$.

Na parte final do capítulo, a partir de algumas equações de projeto de trocadores e de algumas hipóteses, mostrou-se que nesses equipamentos existe uma relação típica entre área de troca térmica e volume de fluido dos tubos, que fica na faixa de 163 m^2/m^3 a 210 m^2/m^3. Deduziu-se também que a relação característica entre área de troca térmica e volume de fluido no casco de um trocador se encontra na faixa de 130 m^2/m^3 a 210 m^2/m^3. O conhecimento dessas faixas é bastante interessante pois a partir delas e de poucas

informações sobre uma rede, como área dos equipamentos, propriedades das correntes e coeficientes de transmissão de calor, é possível fazer a avaliação da performance dinâmica da mesma, sem haver necessidade de detalhar os trocadores.

7. Controle Ótimo de Redes com Estratégia Antecipatória

7.1 Introdução

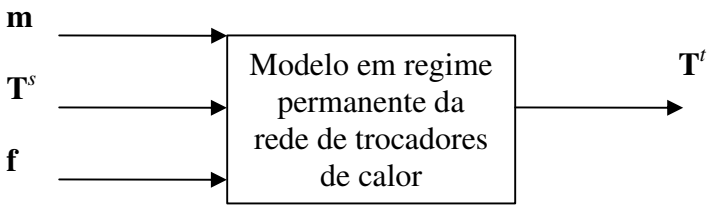
O sistema de controle numa rede de trocadores de calor tem como objetivo primário manter as temperaturas a que as correntes devem ser aquecidas ou resfriadas exatamente na condição nominal especificada ou o mais próximo possível dessa condição, em certas faixas de temperatura (Mathisen, 1994). Para que esses objetivos sejam atingidos, têm-se como opções manipular a posição dos *bypasses* ou a carga térmica em aquecedores ou resfriadores. Existe um grau de liberdade grande ao se fazer isso, pois o número de possíveis variáveis manipuladas obrigatoriamente é maior ou igual ao número de variáveis controladas, levando-se em conta que cada trocador pode apresentar *bypass* ou do lado da corrente quente ou do lado da corrente fria. Sabendo-se desse grau de liberdade do problema, pode-se postular um objetivo secundário para o sistema de controle: ao mesmo tempo em que o objetivo primário é atendido, deve-se minimizar o consumo de utilidades.

No trabalho de Boyaci *et al*. (1996) foi proposta uma estratégia de controle baseada em otimização em regime estacionário que satisfazia o objetivo primário do sistema de controle de uma rede de trocadores. Nesse capítulo propõe-se uma metodologia de controle de caráter antecipatório, também baseada num modelo em regime permanente (capítulo 3) que satisfaça o objetivo secundário de controle, de modo a conduzir a planta em direção à condição nominal especificada e minimizar o consumo de energia. Depois de se achar o ponto ótimo de operação, aspectos dinâmicos são discutidos sobre como se chegar até ele. As idéias desenvolvidas nesse capítulo são usadas no próximo para que a metodologia seja estendida e opere também com característica de retroação.

7.2 Estratégia de controle ótimo em redes de trocadores de calor

O objetivo primário do sistema de controle de uma rede de trocadores de calor é manter o vetor de temperaturas de saída das correntes, $\mathbf{T}^t$, dentro de valores exatos ou dentro de faixas mais flexíveis, dependendo dos requisitos de processo. Já o objetivo secundário corresponde ao primário acrescido de se promover a redução do consumo de utilidades. No capítulo 3 desse trabalho foi desenvolvido um modelo em regime permanente que relacionava as variáveis de entrada **m** (vazão das correntes), **f** (posição dos

bypasses) e $\mathbf{T}^s$ (temperatura em que as correntes se encontram disponíveis) com as variáveis de saída $\mathbf{T}^t$, ou $\delta\mathbf{T}^t$, se forem escritas na forma de variáveis de desvio. Esquematicamente o modelo em regime estacionário pode ser representado como:



No trabalho de Boyaci *et al*. (1996), foi proposta uma estratégia de controle ótimo da rede de trocadores tendo como fundamento a minimização da função objetivo definida por $\sum_i \left|\delta T_i^t\right|$, em regime estacionário, em que *i* se refere às correntes, ou seja, são otimizados os desvios das temperaturas das correntes em relação a uma condição especificada, variando-se as posições dos *bypasses* e satisfazendo o objetivo primário de controle. Esse modelo é agora aproveitado para se formular uma estratégia de controle ótimo que atenda também ao objetivo secundário de controle, baseada no seguinte problema de otimização:

$$\min_{\mathbf{f}} \mathbf{p}^T \delta\mathbf{T}^t \text{ sujeita a } \mathbf{L} \le \delta\mathbf{T}^t \le \mathbf{U} \qquad (7.1)$$

em que $\mathbf{p}$ é um vetor de mesma dimensão de $\delta\mathbf{T}^t$, relacionado com a presença ou de aquecedores ou de resfriadores no terminal da corrente. Se $\mathbf{p}$ for atrelado à presença de aquecedores, cada elemento do vetor recebe $-CP_C$ nas posições das correntes onde houver trocador com utilidade quente. Se, por outro lado, $\mathbf{p}$ for atrelado à presença de resfriadores, cada elemento do vetor recebe CP_H nas posições das correntes onde houver trocadores com utilidade fria. Em outras palavras, a função objetivo tem seu valor reduzido ou quando as correntes frias que precisam de utilidade quente saem num nível de temperatura mais alto ou quando as correntes quentes que precisam de utilidade fria saem num nível de temperatura mais baixo. Além da questão energética, também poderia se atribuir um custo ou peso para cada utilidade, de modo a se ter a função objetivo ligada a custos.

A otimização da função objetivo $\mathbf{p}^T\delta\mathbf{T}^t$ é sujeita a $\mathbf{L} \le \delta\mathbf{T}^t \le \mathbf{U}$, sendo $\mathbf{L}$ e $\mathbf{U}$ os limites inferior e superior das condições especificadas para as temperaturas de saída. Quando for necessário que a temperatura de saída de uma corrente *i* tenha um valor exato,

faz-se com que L_i e U_i sejam iguais a zero. Vale ressaltar que a função objetivo não é linear em virtude do efeito de **f** sobre $\delta\mathbf{T}^t$ (figura 3.7). A figura (7.1) esquematiza a proposta da estratégia de controle de caráter antecipatório:

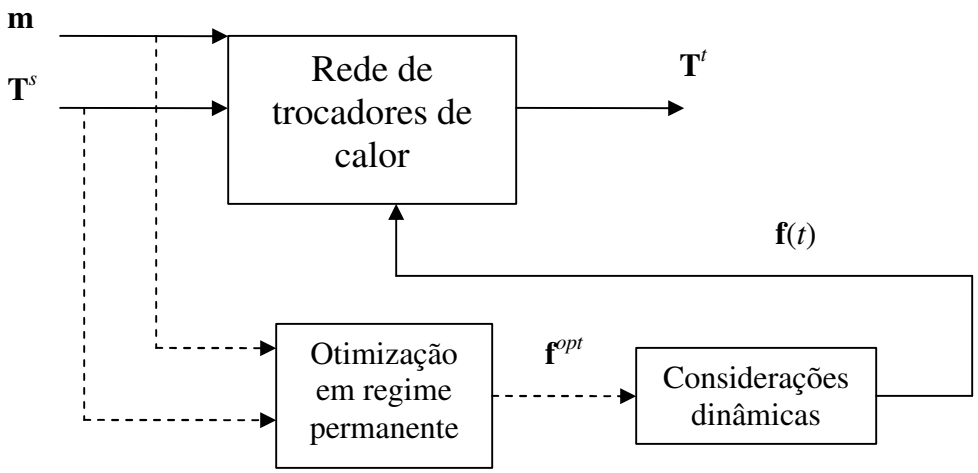


Figura 7.1 Estratégia de controle ótimo de caráter antecipatório

Na estratégia proposta não há realimentação das temperaturas $\mathbf{T}^t$ no sistema de controle. De acordo com o esquema, as variáveis de perturbação **m** (vazões) e $\mathbf{T}^s$ (temperaturas de entrada) são lidas em intervalos discretos de tempo e alimentadas no modelo estático da rede. Por meio desse modelo, faz-se a otimização do consumo de utilidade, satisfazendo as restrições quanto a $\mathbf{T}^t$ (equação 7.1), rígidas ou não, e se obtém o valor ótimo da posição dos *bypasses*, $\mathbf{f}^{opt}$. Como até esse ponto é suposto que não haja qualquer discrepância entre o modelo em regime permanente e a própria planta, a única questão a ser vista é sobre como implementar $\mathbf{f}^{opt}$ no tempo. Assim que as perturbações forem sentidas, propõe-se que a implementação seja estudada em dois modos: no primeiro deles, uma manipulação rápida dos *bypasses*, na forma de degrau (equação 7.2) e no segundo uma variação mais lenta, na forma de rampa, com duração τ_r variável (equação 7.3). Essa manipulação dos *bypasses* é detalhada na próxima seção.

$$f_i = \begin{cases} \overline{f}_i & \text{para} \quad t < 0 \\ f_i^{opt} & \text{para} \quad t \geq 0 \end{cases} \tag{7.2}$$

$$f_i = \begin{cases} \overline{f}_i + \left(f_i^{opt} - \overline{f}_i\right)(t/\tau_r) & \text{para} \quad t < \tau_r \\ f_i^{opt} & \text{para} \quad t \geq \tau_r \end{cases} \tag{7.3}$$

7.3 Aplicação da estratégia de controle ótimo antecipatório em degrau

Com o intuito de exemplificar a aplicação da estratégia de controle descrita na seção anterior, será mais uma vez tomada a rede de trocadores de calor da figura (3.3). Como já se descreveu no capítulo 5, flexibilidade numa rede é definida como a capacidade do sistema absorver variações de longo prazo que surgem nas correntes de entrada. A fim de tornar a rede de trocadores da figura (3.3) mais flexível, considera-se uma nova condição operacional em que todos os *bypasses* de todos os trocadores são posicionados em 25%. Para esses valores, as novas temperaturas a que as correntes devem ser aquecidas ou resfriadas passam a ser dadas pelo vetor a seguir, no qual as temperaturas aparecem em ºC:

$$\mathbf{T}^t = \begin{bmatrix} 111{,}2 & 133{,}3 & 177{,}9 & 175{,}4 & 204{,}5 \end{bmatrix}^T$$

Na temperatura T_5^t considerou-se que o valor fica inalterado pois qualquer nível de temperatura poderia ser atingido devido à presença do aquecedor. Para essa nova condição de operação, na qual os *bypasses* são posicionados em 25%, a quantidade de utilidade quente consumida, que era de 1,207 kW, aumentou e passou a ser de 1,262 kW.

Como primeiro exemplo a ser estudado da nova estratégia de controle, supõe-se que a planta seja sujeita a um degrau de 10ºC em δT_2^s no instante 200 s, cujas respostas, na nova condição nominal, são indicadas na figura (7.2). Essa perturbação foi escolhida já que influencia todas as correntes da planta.

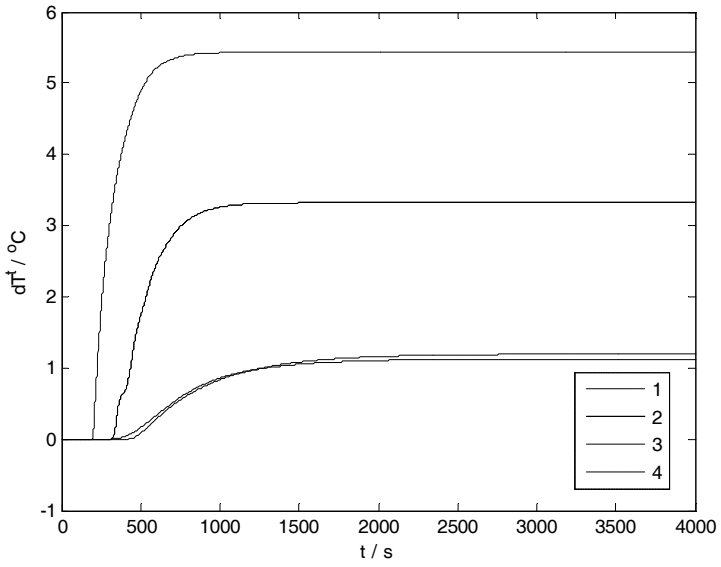


Figura 7.2 Efeito de uma perturbação em degrau de 10ºC em δT_2^s no instante 200 s sobre a rede de trocadores de calor na nova condição nominal

Pode-se verificar que nenhuma corrente se encontra mais dentro das condições especificadas em virtude da perturbação. Ao se aplicar a estratégia de controle ótimo aqui proposta a fim de eliminar os efeitos da perturbação, admitiu-se que $\delta\mathbf{T}^t = \mathbf{0}$, isto é, nenhum desvio seria tolerado em relação à condição nominal. Tendo-se isso em vista, a minimização da função objetivo, ligada ao consumo de utilidade quente e expressa por $\mathbf{p}^T \delta\mathbf{T}^t$, com $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -11400 \end{bmatrix}^T$, sujeita à restrição $\delta\mathbf{T}^t = \mathbf{0}$, dá como resultado a posição ótima dos *bypasses* $\mathbf{f}^{opt}$ igual a:

$$\mathbf{f}^{opt} = \begin{bmatrix} 0{,}4132 & 0{,}2975 & 0{,}3540 & 0{,}2922 & 0{,}2131 & 0{,}0427 & 0{,}0875 & 0{,}0000 \end{bmatrix}^T$$

Nesse vetor, os *bypasses* aparecem aos pares nos trocadores, como nas duas primeiras posições, por exemplo, que se referem ao lado quente e frio no trocador HE1, respectivamente. Implementando-se esses novos valores dos *bypasses* na forma de degrau, assim que as perturbações forem sentidas, as respostas da planta são dadas na figura (7.3).

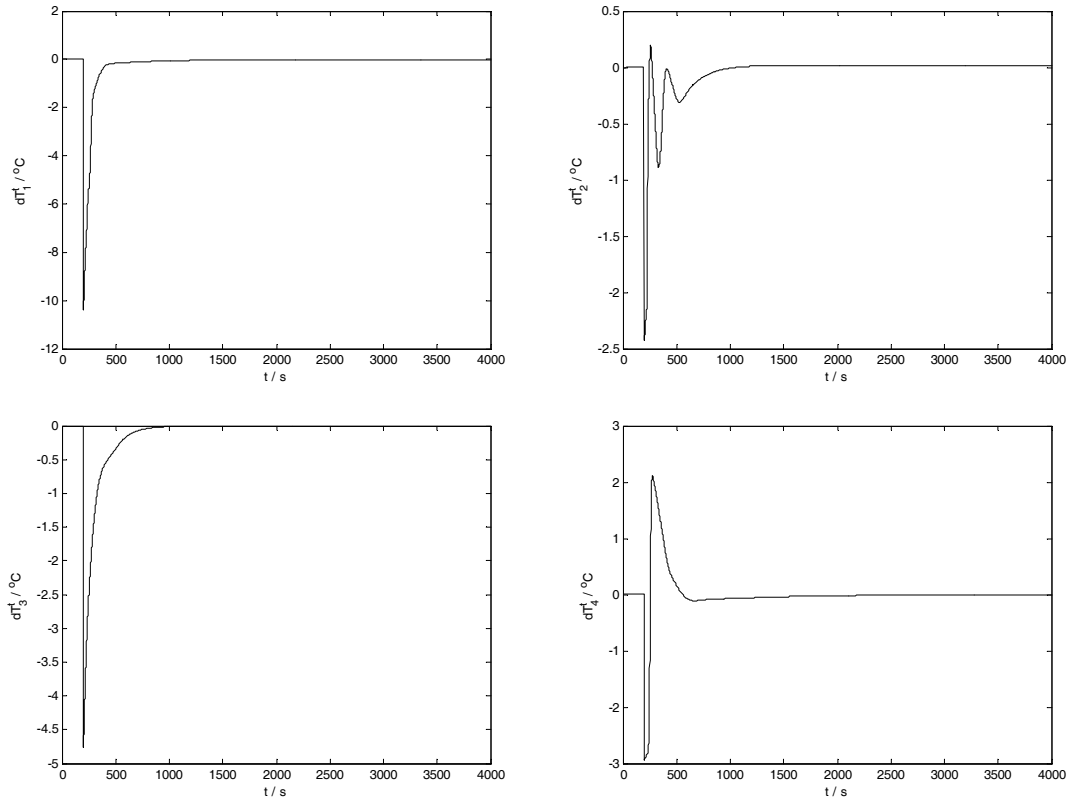


Figura 7.3 Resposta da planta diante de uma perturbação δT_2^s com controle ótimo dos *bypasses* e implementação em degrau, com restrições rígidas

É interessante notar que depois de se atingir o novo regime estacionário, foi alcançado o objetivo primário de controle. Além disso, o objetivo secundário também foi conseguido, levando-se em conta que o consumo de utilidade quente, que inicialmente era de 1,262 kW, caiu para 1,096 kW, proporcionando uma redução de cerca de 13%. Entretanto, até que o novo regime permanente fosse atingido, violações em δT_i^t aconteceram, principalmente na corrente 1, com desvios que ultrapassaram 10ºC.

Logicamente, se as restrições não forem tão rígidas, como as do caso anterior, em que não se tolerava desvio nenhum, é possível promover uma maior redução no consumo energético tendo em mente que se dispõe de graus de liberdade para isso. Por exemplo, ao se achar uma condição ótima de operação da planta quando ela for sujeita à mesma perturbação de 10ºC em δT_2^s, mas supondo agora que as temperaturas das correntes possam oscilar num intervalo de ±2ºC, com exceção da corrente 1, que não pode apresentar desvio, o consumo energético é reduzido para 1,064 kW, com as seguintes posições dos *bypasses*:

$$\mathbf{f}^{opt} = \begin{bmatrix} 0{,}2555 & 0{,}4718 & 0{,}3416 & 0{,}3394 & 0{,}1782 & 0{,}0922 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \end{bmatrix}^T$$

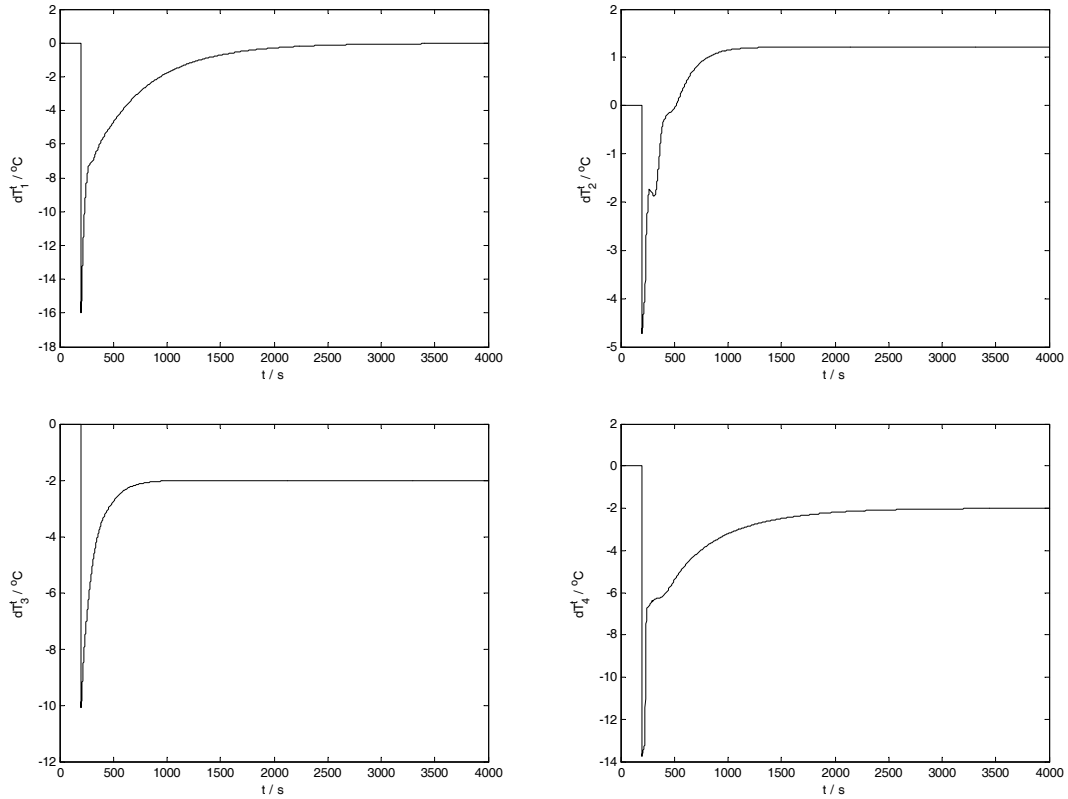


Figura 7.4 Resposta da planta diante de uma perturbação δT_2^s com controle ótimo dos *bypasses* e implementação em degrau, com restrições mais flexíveis

Apesar da redução no consumo energético, as violações dinâmicas pioraram muito, sendo graves nas correntes 1, 3 e 4, onde ultrapassaram mais de 10ºC. Mesmo assim, os objetivos no novo regime permanente foram cumpridos: o desvio em δT_1^t foi zero e os outros ficaram todos dentro das especificações de ±2ºC, como na corrente 2, que teve sua temperatura aumentada em pouco mais de 1ºC, enquanto as correntes 3 e 4 ficaram no limite da especificação com um decréscimo de 2ºC.

Antes de se terminar essa seção, expõe-se um exemplo de resposta da rede diante de uma perturbação na vazão também da corrente 2, a fim de mostrar a funcionalidade da estratégia de controle aqui proposta. A figura (7.5) dá as respostas dinâmicas da rede diante de uma perturbação de 0,5 kg·s^{-1} em δm_2, supondo que as restrições sejam rígidas, não se permitindo nenhum desvio em relação à condição nominal.

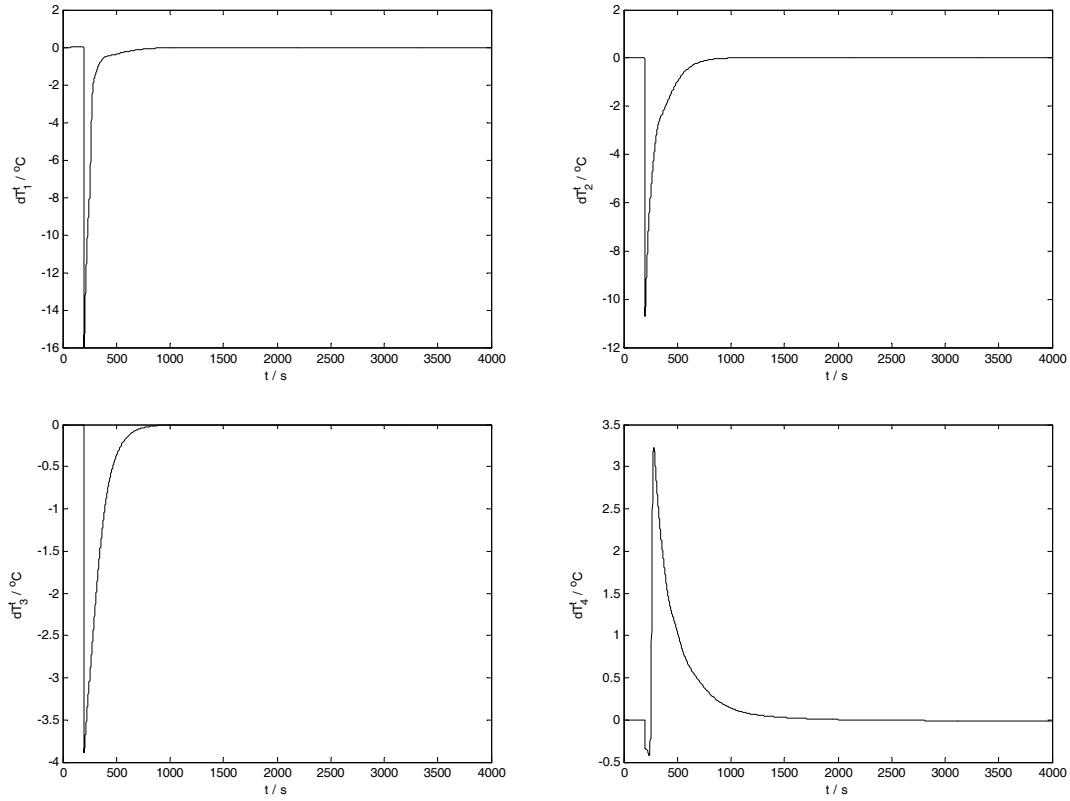


Figura 7.5 Resposta da planta diante de uma perturbação δm_2 com controle ótimo dos *bypasses* e implementação em degrau, com restrições rígidas

7.4 Aplicação da estratégia de controle ótimo antecipatório em rampa

Os exemplos vistos na seção anterior levaram a bons resultados estacionários, satisfazendo as restrições em regime permanente e reduzindo o consumo energético. Entretanto, do ponto de vista dinâmico, as respostas foram muito ruins, com violações temporárias mas muito severas das restrições impostas. Para evitar essas violações, testou-se a implementação dinâmica de $\mathbf{f}^{opt}$ não mais em degrau abrupto, mas de uma maneira mais suave, na forma de rampa, com diferentes durações τ_r. Foi retomado o problema da figura (7.3), no qual a planta foi sujeita a uma perturbação de 10ºC em δT_2^s, considerando restrições rígidas a serem satisfeitas, isto é, desvios na nova condição estacionária não seriam tolerados. Nos gráficos expostos na figura (7.6), foram implementadas as mesmas posições dos *bypasses* obtidas por otimização, mas agora na forma de rampa, com tempos de duração de 500 s (linha sólida), 1000 s (linha descontínua) e 2000 s (linha tracejada).

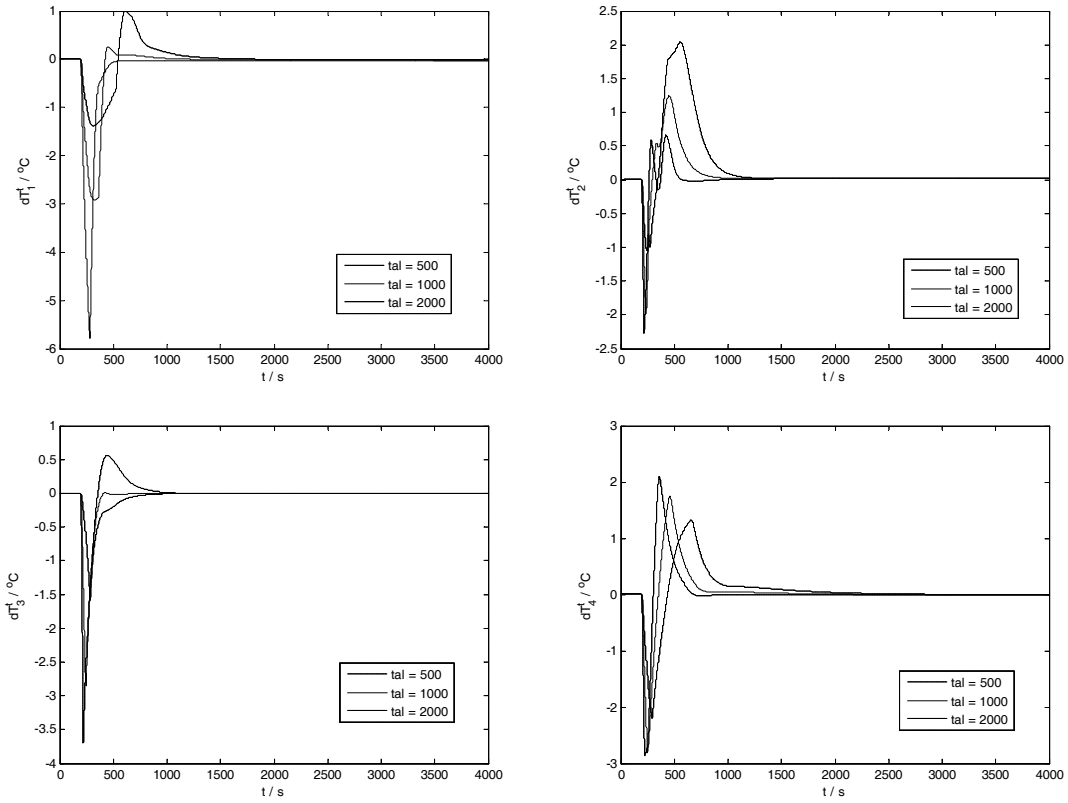


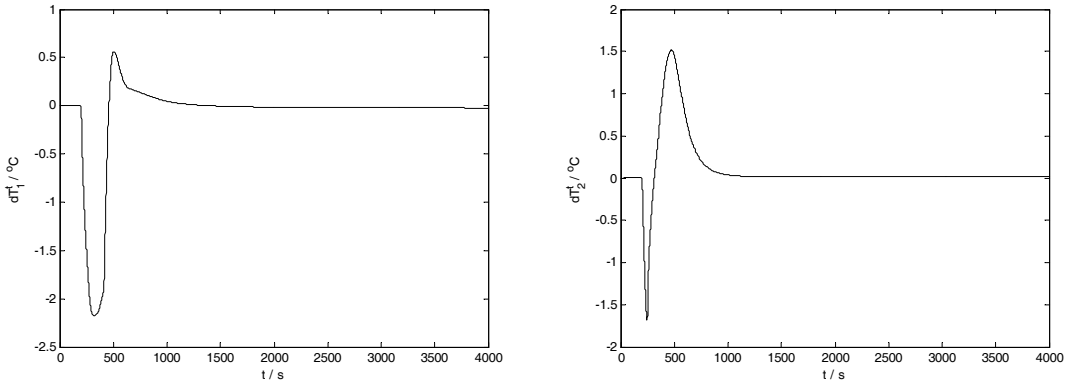
Figura 7.6 Resposta da planta diante de uma perturbação δT_2^s com controle ótimo dos *bypasses* e implementação em rampas de duração τ_r

Os resultados da implementação dinâmica dos *bypasses* na forma de rampa são muito superiores aos resultados da implementação na forma de degrau, tendo em vista as

violações muito menores das respostas ao longo do tempo. Na corrente 1, por exemplo, essa violação pôde ser reduzida para pouco mais de 1ºC, com τ_r de 2000 s. A redução é brutal comparando-se com o desvio de mais de 10ºC de δT_1^t, conforme se observa no gráfico superior esquerdo indicado na figura (7.3). É interessante notar que τ_r pode ser escolhido de maneira a se reduzir essas violações. A fim de se reduzir as violações dinâmicas e pelos resultados apresentados na figura (7.4), é provável que um τ_r razoável deve estar entre 1000 s e 2000 s. Ao invés de se falar qualitativamente do tempo de duração da rampa, pode-se determinar τ_r por meio da otimização de uma função objetivo dinâmica, dada por (Ogunnaike e Ray, 1994):

$$\min_{\tau_r} \int_0^t \sum_i \left(\delta T_i^t\right)^2 dt \tag{7.4}$$

em que a integral da soma dos desvios ao quadrado é minimizada variando-se τ_r. Fazendo-se essa otimização para uma perturbação em δT_2^s, chega-se num valor de τ_r igual a 1310 s. A figura (7.7) repete a análise feita na figura (7.6), mas agora os resultados são obtidos com o tempo de duração da rampa otimizado. Comparando-se essas respostas, percebe-se que houve uma ligeira melhora, não havendo um desvio dinâmico significativo em nenhuma das temperaturas de saída.



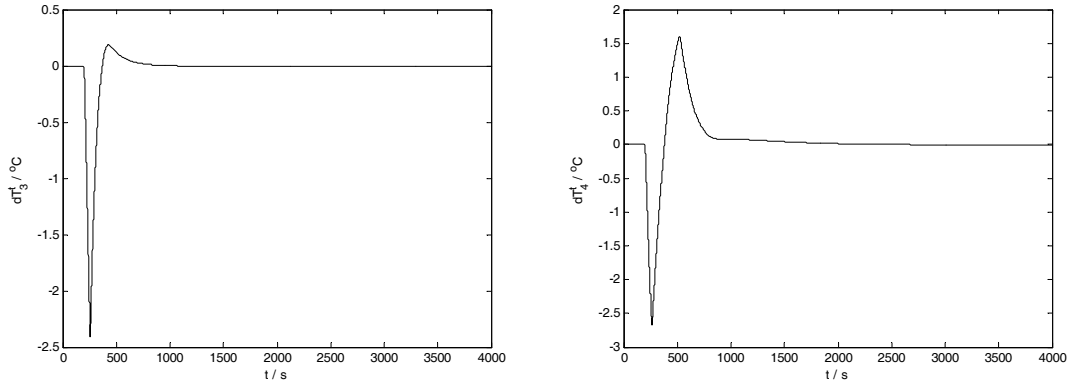


Figura 7.7 Resposta da planta diante de uma perturbação δT_2^s com controle ótimo dos *bypasses* e implementação em rampas de duração otimizada

7.5 Conclusões

O objetivo primário do sistema de controle numa rede de trocadores de calor é manter as temperaturas de saída das correntes numa dada condição de operação. Nesse capítulo foi sugerida uma estratégia de controle ótimo de redes, de caráter antecipatório, que consistiu na minimização do consumo de utilidade ao mesmo tempo em que o objetivo primário foi matematicamente escrito como uma restrição e, desse modo, satisfeito (equação 7.1). Essa minimização, baseada no modelo em regime permanente desenvolvido no capítulo 3 desse trabalho, foi feita através da variação da posição dos *bypasses* nos trocadores. Uma das grandes vantagens de como o problema de minimização foi colocado é que as restrições podem ser rígidas, não se permitindo nenhum desvio em $\delta\mathbf{T}^t$, ou podem ser mais flexíveis, com faixas de desvios permitidos em $\delta\mathbf{T}^t$. Como nos processos químicos existem correntes cuja temperatura precisa estar rigorosamente em *setpoints* especificados e outras cuja temperatura pode flutuar dentro de faixas relativamente mais amplas, isso faz com a ferramenta aqui desenvolvida tenha grande potencial de aplicação.

De acordo com o que se discutiu, a estratégia de controle se baseou na minimização de uma função objetivo em regime permanente, de modo a se buscar a posição ótima dos *bypasses*, $\mathbf{f}^{opt}$. Entretanto, foram levadas em conta considerações dinâmicas sobre como implementar essas posições, ou na forma de uma função degrau ou na forma de uma função rampa.

Em todos os casos simulados, houve minimização do consumo de energia e as restrições foram atendidas depois de se atingir o novo regime permanente. Contudo, concluiu-se que a implementação de $\mathbf{f}^{opt}$ na forma de degrau apresentou problemas do ponto

de vista dinâmico, pois ocorreram violações transientes muito graves das restrições impostas até que o novo regime permanente fosse alcançado (figura 7.3). Por outro lado, quando $\mathbf{f}^{opt}$ foi implementado na forma de rampas de duração τ_r, essas violações foram amenizadas e a resposta dinâmica passou a ser muito boa (figura 7.6). A fim de diminuir ainda mais as violações, foi feita também uma otimização dinâmica do tempo de duração da rampa (equação 7.4), conseguindo-se uma ligeira melhora nas respostas (figura 7.7).

Como se supôs não haver discrepância entre o modelo em regime permanente da rede e a própria rede, a estratégia aqui sugerida, de caráter antecipatório, funcionou bem. Entretanto, tendo em vista que seja natural haver desvios entre o modelo e a planta, há limitações na estratégia. A idéia desenvolvida nesse capítulo é retomada no próximo onde a ela se associa controle com realimentação.

8. Controle Ótimo de Redes com Estratégia Antecipatória e Retroação

8.1 Introdução

No capítulo anterior foi sugerida uma estratégia de controle ótimo de uma rede de trocadores, estratégia essa baseada num modelo em regime estacionário, em que se minimizava o consumo de utilidades enquanto eram satisfeitas restrições quanto às especificações das temperaturas de saída das correntes (equação 7.1). Entretanto, a estratégia antecipatória (figura 7.1) tem limitações em virtude de prováveis desvios entre o modelo matemático e a planta.

Mesmo levando-se em conta essas limitações, a metodologia apresentou características interessantes, como a flexibilidade na hora de impor os objetivos de controle, rígido em algumas variáveis e mais suave em outras. Nesse capítulo, a estratégia é retomada e associada com controle por realimentação.

Na nova abordagem, primeiramente se discute a respeito do emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas através da matriz de ganho relativo (Skogestad e Postlethwaite, 1996) e através de considerações sobre as características dinâmicas de redes de trocadores, abordadas no capítulo 5 desse trabalho. Depois de se fazer o emparelhamento, discute-se a implementação de leis de controle por retroação entre as variáveis manipuladas $\mathbf{f}$ e as controladas $\delta\mathbf{T}^t$ tendo em vista a existência de objetivos de controle rígidos e de outros mais flexíveis. A proposta de controle ótimo de redes de trocadores de calor com estratégia antecipatória e retroalimentação é esquematizada na figura (8.1). Nessa estratégia pode-se observar que existe um caráter antecipatório por meio das entradas $\mathbf{m}$ e $\mathbf{T}^s$ e um caráter de retroação através da saída $\mathbf{T}^t$.

Existe mais um ponto que deve ser deixado claro: alguns autores (Luyben, 1990; Ogunnaike e Ray, 1994) sugerem que o esquema de controle empregado no capítulo 7 e esquematizado na figura (7.1) é em malha fechada pois utiliza alguma variável de processo, mesmo que de entrada, na estratégia de controle. Entretanto, outros autores (Boyaci *et al*., 1996; Ogata, 2000) defendem que só se tem malha fechada quando as variáveis usadas na estratégia de controle são as variáveis de saída, caracterizando a retroação. No trabalho aqui apresentado segue-se a classificação desses últimos autores.

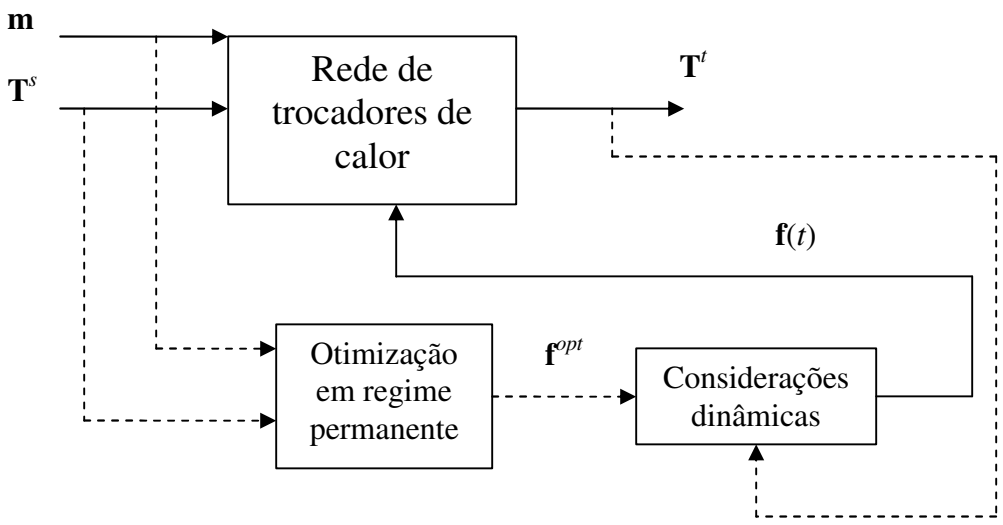


Figura 8.1 Estratégia de controle ótimo antecipatório e com realimentação (malha fechada)

8.2 Emparelhamento entre variáveis

A questão do emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas num sistema multivariável é bastante importante. Uma das maneiras de se fazer essa associação é através da matriz de ganho relativo ou *relative gain array* (RGA), expressa pela variável Λ e que dá uma idéia da interação entre as variáveis do sistema. Essa matriz de ganho relativo é calculada por (Skogestad e Postlethwaite, 1996):

$$? = \mathbf{K} * \left(\mathbf{K}^{-1}\right)^{T} \tag{8.1}$$

em que o operador * indica uma operação de multiplicação elemento a elemento em matrizes e **K** dá os ganhos em regime estacionário. Na matriz de ganho relativo, quanto mais próximo de 1 for o elemento $\lambda_{i,j}$, melhor será o acoplamento entre a variável controlada *i* e a manipulada *j*, a fim de não influenciar os outros laços do sistema (Ogunnaike e Ray, 1994).

A equação (8.1) somente é válida para matrizes **K** quadradas, ou seja, aquelas em que o número de variáveis manipuladas n_u é igual ao número de variáveis controladas n_y. Contudo, não é isso o que acontece numa rede de trocadores, em que $n_u \geq n_y$. Nesse caso, para se fazer o emparelhamento entre essas variáveis, tem-se um problema combinatório onde devem ser analisadas $\frac{n_u!}{n_y!(n_u - n_y)!}$ combinações possíveis. Nessa análise não são incluídas correntes que possuem aquecedores ou resfriadores em seus terminais, pois

quando isso acontecer assume-se que as mesmas possam ser controladas pela manipulação da vazão de utilidade quente ou fria.

Dos conjuntos resultantes do problema combinatório, normalmente existem vários que satisfazem o critério de emparelhamento da RGA, tendo elementos $\lambda_{i,j}$ próximos a 1. Nesse momento entram em cena aspectos dinâmicos, vistos no capítulo 5, para se escolher os grupos: a fim de se ter resposta rápida em δT^t de uma corrente, é conveniente manipular um dos *bypasses* do trocador posicionado no terminal dessa corrente. Ainda tendo em vista a rapidez na velocidade de resposta, sugere-se que o emparelhamento seja feito com o lado do *bypass* da corrente cuja temperatura se deseja controlar. Por exemplo, se o objetivo é o controle de uma corrente quente, manipula-se o *bypass* do lado quente no trocador terminal.

Quanto aos *bypasses* que ficaram de fora do emparelhamento, sugere-se que sua manipulação se dê de acordo com as regras propostas no controle ótimo em malha aberta: acha-se a posição ótima, resultante da minimização de uma função objetivo (equação 7.1), que em seguida é implementada na forma de rampa, com um tempo de duração τ_r.

8.3 Controle ótimo em malha fechada

Depois que o emparelhamento for definido, é preciso estipular uma relação entre a variável controlada *i* e a variável manipulada *j*, lembrando que existem objetivos de controle rígidos, com regulação severa da temperatura, e outros mais tolerantes, que envolvem faixas de temperatura.

Nos objetivos de controle flexíveis, não há necessidade de se atingir um *setpoint* rigoroso, o valor da temperatura pode estar situado numa dada faixa. Nesse caso, sugere-se uma ação de controle proporcional, escrita como (Boyaci *et al.*, 1996):

$$f_j - \overline{f}_j = \left(\frac{f_j^{opt} - \overline{f}_j}{T_i^{t,opt} - \overline{T}_i^t} \right) \left(T_i^t - \overline{T}_i^t \right) \tag{8.2}$$

em que as variáveis com barra se referem à condição nominal e o sobrescrito *opt* diz respeito aos valores otimizados. Até a perturbação ser sentida em T_i^t, que é lida diretamente da planta, o termo $\left(T_i^t - \overline{T}_i^t \right)$ é igual a zero fazendo com que o *bypass* seja posicionado em sua condição nominal, com $f_j = \overline{f}_j$. Depois que a perturbação surtir efeito, T_i^t sai da condição nominal e o controle proporcional passa a atuar, até que T_i^t atinja

o valor de $T_i^{t,opt}$, no momento em que o *bypass* chegar à posição f_j^{opt}. Ressalte-se que o ganho $\left(\frac{f_j^{opt} - \overline{f}_j}{T_i^{t,opt} - \overline{T}_i^t}\right)$ da lei de controle varia dependendo da otimização feita, tendo como base o modelo em regime permanente da rede.

A situação é um pouco mais complicada nos objetivos de controle rígidos, em que não se tolera *offset*. Dos resultados obtidos nos capítulos 4 e 5, sabe-se que em trocadores de final de linha a resposta δT^t diante de um degrau no *bypass*, δf, pode ser aproximada por uma função de transferência com atraso e avanço de fase, expressa por:

$$g(s) = K\left(\frac{\xi s + 1}{\tau s + 1}\right)$$

com $\xi / \tau > 1$. Quando se tem esse tipo de função, a fim de evitar variações muito bruscas na variável manipulada, recomenda-se somente ação integral de controle (Ogata, 2000), na qual a resposta dominante aproximadamente é de primeira ordem. No caso dos trocadores isso resulta em:

$$f_j - \overline{f}_j = K_i \int \left(T_i^t - \overline{T}_i^t\right) dt \tag{8.3}$$

sendo K_i o ganho integral, que precisa ser estipulado, o que é chave no projeto do controlador dado em (8.3). Em diagrama de blocos, no domínio de Laplace, a equação (8.3) está inserida no contexto da figura (8.2), na qual *d* representa os prováveis desvios entre os resultados previstos pelo modelo e aqueles apresentados pela planta.

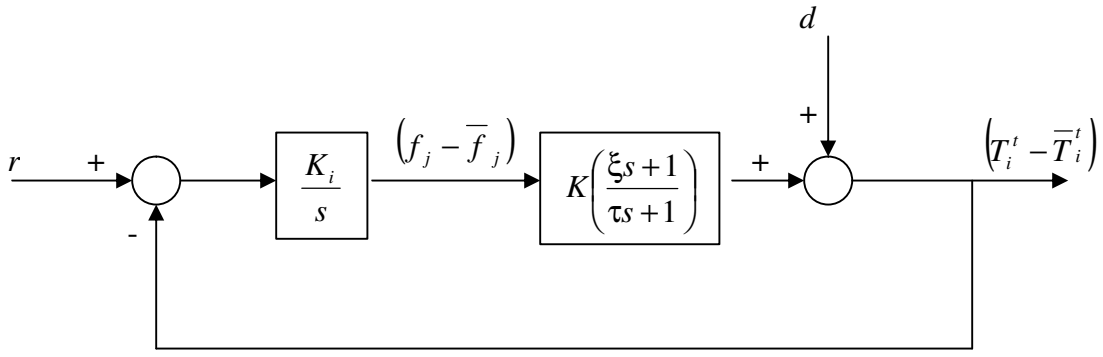


Figura 8.2 Representação da malha de controle dos objetivos rígidos

Como o problema com o qual se lida é regulatório, a referência *r* é sempre mantida em zero. A partir da figura (8.2), pode-se escrever:

$$\delta T_i^t = \left(T_i^t - \overline{T}_i^t\right) = \left[\frac{1}{1+\left(\frac{K_i}{s}\right)K\left(\frac{\xi s+1}{\tau s+1}\right)}\right] d \qquad (8.4)$$

O denominador da função de transferência expressa em (8.4) é chamado de equação característica e suas raízes estão ligadas aos pólos da resposta. Para que essa resposta seja estável, é condição necessária que os pólos tenham parte real negativa. Assim sendo, as raízes da equação característica de segundo grau $1+\left(\frac{K_i}{s}\right)K\left(\frac{\xi s+1}{\tau s+1}\right)=0$ são dadas por:

$$\frac{-\left(1+K_i K\xi\right) \pm \sqrt{\left(1+K_i K\xi\right)^2 - 4\tau K_i K}}{2\tau} \qquad (8.5)$$

As raízes dadas na expressão (8.5) sugerem que a resposta será estável desde que K_i e K tenham o mesmo sinal, isto é, a parte real resulte num número negativo. Dessa maneira, quando se desvia uma corrente quente num *bypass*, com $K>0$, faz-se $K_i>0$. Quando se desvia uma corrente fria no *bypass*, com $K<0$, faz-se $K_i<0$. Apesar do sinal de K_i estar bem definido em função de se ter o *bypass* ou de uma corrente quente ou de uma corrente fria, é preciso discutir a respeito de seu valor para que a resposta dinâmica seja satisfatória. Quando se tem um degrau unitário em d na equação (8.4), a resposta do sistema no domínio de Laplace é dada por:

$$\delta T_i^t(s) = \frac{\tau\left(s+1/\tau\right)}{\left[s+\frac{\left(1+K_i K\xi\right)+\sqrt{\left(1+K_i K\xi\right)^2-4\tau K_i K}}{2\tau}\right]\left[s+\frac{\left(1+K_i K\xi\right)-\sqrt{\left(1+K_i K\xi\right)^2-4\tau K_i K}}{2\tau}\right]} \qquad (8.6)$$

Pela ordem de grandeza de K, pode-se fazer a aproximação $\left(1+K_i K\xi\right) \cong K_i K\xi$. Além disso, como $\xi > \tau$, assume-se que $\left(1+K_i K\xi\right)^2 >> 4\tau K_i K$, de modo que a equação (8.6) pode ser simplificada a:

$$\delta T_i^t(s) = \frac{\tau\left(s+1/\tau\right)}{\left(s+\frac{K_i K\xi}{\tau}\right)s}$$

Supondo que $1/\tau$ seja um número pequeno, pode-se cancelar o zero da resposta com o pólo lento s, resultando em:

$$\delta T_i^t(s) \cong \frac{\tau}{\left(s + \frac{K_i K \xi}{\tau}\right)} = \frac{\tau_a \tau}{\tau_a s + 1} \tag{8.7}$$

A equação (8.7) representa uma resposta suave, de primeira ordem, com constante de tempo τ_a igual a $\frac{\tau}{K_i K \xi}$. O tempo de acomodação t_a, usado para especificar o regime transitório, é o tempo necessário para que a curva de resposta atinja uma porcentagem absoluta do valor final, tal como 98%, por exemplo, o que para uma função de primeira ordem corresponde a $t_a = 4\tau_a$ (Ogata, 2000). Tendo em vista essa hipótese, pode-se finalmente fazer a sintonia do controlador, ajustando-se o ganho integral K_i em:

$$K_i = \frac{4\tau}{t_a K \xi} \tag{8.8}$$

Quanto maior o tempo de acomodação, mais lenta a resposta. Na equação (8.8), com exceção de t_a, que precisa ser especificado, todos os outros termos podem ser obtidos do modelo em regime permanente. O termo *K* ou ganho estacionário, que relaciona a variável de entrada *j* com a variável de saída *i*, faz parte da matriz de ganhos **K** e pode ser calculado em regime permanente, quando o tempo *t* tende a infinito, por:

$$\delta T_i^t = K_{i,j} \delta f_j \tag{8.9}$$

A relação ξ / τ é proporcional à altura do pico inicial da resposta δT_i^t diante de uma perturbação em degrau em δf_j (figura 4.8). Nesse caso e tendo em vista a função de transferência $K_{i,j}\left(\frac{\xi s + 1}{\tau s + 1}\right)$, a resposta no domínio do tempo é dada por $\delta T_i^t = K_{i,j}\left[1 + (\xi / \tau - 1)e^{-t/\tau}\right]\delta f_j$. Se for considerado o tempo *t* igual a zero, a resposta em δT_i^t no instante inicial é igual a:

$$\delta T_i^t = K_{i,j} \delta f_j (\xi / \tau) \tag{8.10}$$

Entretanto, do balanço de energia para o trocador na região do *bypass* pode-se escrever, também para o instante inicial, na qual todas as variáveis são iguais às condições de operação especificadas:

$$\delta T_i^t = \left[\overline{T}_{\mathrm{HE}}^s \delta f + (1 - \delta f)\overline{T}_{\mathrm{HE}}^t\right] - \bar{T}_{HE}^{\,t} = \delta f\left(\overline{T}_{\mathrm{HE}}^s - \overline{T}_{\mathrm{HE}}^t\right) \tag{8.11}$$

em que $\overline{T}^{s}_{\mathrm{HE}}$ e $\overline{T}^{t}_{\mathrm{HE}}$ são as temperaturas de entrada e saída do trocador HE, em condições nominais. Igualando-se então as equações (8.10) e (8.11), o valor de ξ/τ pode ser estimado como:

$$\frac{\xi}{\tau} = \frac{\overline{T}^{s}_{\mathrm{HE}} - \overline{T}^{t}_{\mathrm{HE}}}{K_{i,j}} \tag{8.12}$$

O resultado previsto pela equação (8.12) é bastante interessante pois permite estimar o comportamento dinâmico do trocador com base unicamente em dados de regime estacionário.

8.4 Exemplo de aplicação

Com o intuito de exemplificar a metodologia desenvolvida nesse capítulo, o controle ótimo em malha fechada, com antecipação e realimentação, é aplicado na rede de trocadores da figura (3.3). Nessa rede existem quatro variáveis controladas ($\delta T_1^t, \delta T_2^t, \delta T_3^t$ e δT_4^t) para a possível manipulação de 8 *bypasses* diferentes, resultando num total de $\frac{8!}{4!(8-4)!}$ ou 70 combinações possíveis a serem consideradas. Não se incluiu na análise δT_5^t pois se admite que essa variável seja controlada pela vazão de utilidade quente empregada no aquecedor H (figura 3.3). A matriz de ganho estacionário dessa rede, calculada pelo modelo em regime permanente tendo como base a condição nominal de 25% de abertura dos *bypasses*, é dada por:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 16{,}77 & 18{,}45 & 4{,}88 & 8{,}16 & -8{,}51 & -14{,}43 & 18{,}04 & 23{,}81 \\ 0 & 0 & 14{,}38 & 24{,}02 & 18{,}27 & 30{,}97 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -31{,}72 & -53{,}00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -28{,}52 & -31{,}38 & 5{,}18 & 8{,}66 & -9{,}03 & -15{,}31 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Procedendo-se à análise RGA dos 70 diferentes conjuntos de variáveis controladas e manipuladas, são obtidas 16 combinações que satisfazem o critério de terem elementos $\lambda_{i,j}$ próximos a 1. Esses conjuntos mostraram que cada variável controlada pode ser associada a duas manipuladas diferentes, com os seguintes arranjos:

Tabela 8.1 Possível emparelhamento entre variáveis

Controlada	Manipulada
δT_1^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE4}}$ ou $\delta f_{C,\mathrm{HE4}}$
δT_2^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE3}}$ ou $\delta f_{C,\mathrm{HE3}}$
δT_3^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE2}}$ ou $\delta f_{C,\mathrm{HE2}}$
δT_4^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE1}}$ ou $\delta f_{C,\mathrm{HE1}}$

Os resultados da análise da matriz de ganho relativo mostraram que o emparelhamento deve ser preferencialmente realizado nos trocadores posicionados nos terminais das linhas. Levando-se em conta a rapidez na velocidade de resposta, sugere-se que o emparelhamento seja feito com o *bypass* da corrente cuja temperatura se deseja controlar, o que gera as seguintes associações:

Tabela 8.2 Emparelhamento entre variáveis

Controlada	Manipulada
δT_1^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE4}}$
δT_2^t	$\delta f_{H,\mathrm{HE3}}$
δT_3^t	$\delta f_{C,\mathrm{HE2}}$
δT_4^t	$\delta f_{C,\mathrm{HE1}}$

Depois de se finalizar o emparelhamento, devem ser especificados os objetivos de controle. Num primeiro momento, supõe-se que todos esses objetivos são rígidos, não se tolerando desvios em relação à condição nominal. De maneira análoga à figura (7.3), supõe-se que a planta seja sujeita a uma perturbação em δT_2^s de 10ºC, no instante 200 s, o que proporciona uma posição ótima dos *bypasses* de (vide detalhes no capítulo 7):

$$\mathbf{f}^{opt} = \begin{bmatrix} 0{,}4132 & 0{,}2975 & 0{,}3540 & 0{,}2922 & 0{,}2131 & 0{,}0427 & 0{,}0875 & 0{,}0000 \end{bmatrix}^T$$

A implementação dos *bypasses* que não foram usados no emparelhamento é feita em rampa, com a duração otimizada de 1310 s. A implementação dos *bypasses* que foram usados no emparelhamento é feita com ação integral (equação 8.3), com os ganhos K_i sendo calculados pela equação (8.8) e resumidos na tabela (8.3), considerando um tempo de acomodação t_a de 100 s.

Tabela 8.3 Parâmetros de sintonia dos controladores

Bypass	$K_{i,j}$ / ºC	$\left(\overline{T}^{s}_{\mathrm{HE}} - \overline{T}^{t}_{\mathrm{HE}}\right)$ / ºC	ξ / τ	K_i / (ºC^{-1}·s^{-1})
$\delta f_{H,\mathrm{HE4}}$	18,04	64,0	3,55	$6{,}25 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{H,\mathrm{HE3}}$	18,27	65,8	3,60	$6{,}08 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{C,\mathrm{HE2}}$	-53,00	-112,7	2,13	$-3{,}54 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{C,\mathrm{HE1}}$	-31,38	-61,8	1,97	$-6{,}47 \cdot 10^{-4}$

Com o controle rígido das quatro temperaturas em malha fechada, segundo a estratégia aqui sugerida, obtêm-se as respostas indicadas na figura (8.3), onde são comparadas com as respostas conseguidas conforme a estratégia em malha aberta, com abertura em rampa dos *bypasses* (figura 7.7).

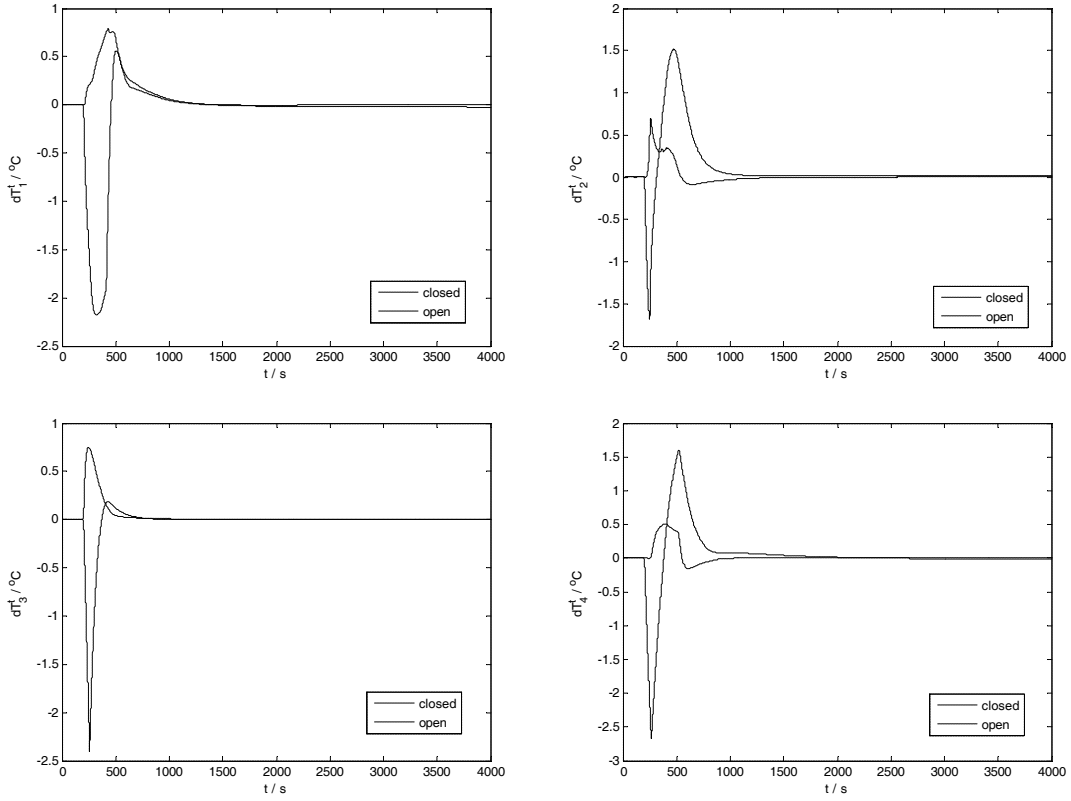


Figura 8.3 Comparação das estratégias de controle ótimo em malha aberta e em malha fechada, diante de uma perturbação em δT_2^s de 10ºC, no instante 200 s

Pode-se observar claramente a superioridade da resposta em malha fechada (*closed*, representada por linha sólida) quando comparada com a resposta em malha aberta (*open*, representada por linha tracejada). Em malha fechada, a velocidade de resposta é muito mais rápida e, além disso, a violação dinâmica em δT_i^t é muito pequena. Na corrente

4, por exemplo, na resposta em malha fechada a violação máxima de temperatura é de cerca de 0,5ºC, enquanto que em malha aberta esse desvio assume um valor inicial de -2,5ºC e depois sobe atingindo mais 1,5ºC. Outro objetivo que havia sido proposto em malha fechada é que a variação dos *bypasses* fosse suave, sem variações bruscas. A figura (8.4) mostra que isso foi conseguido.

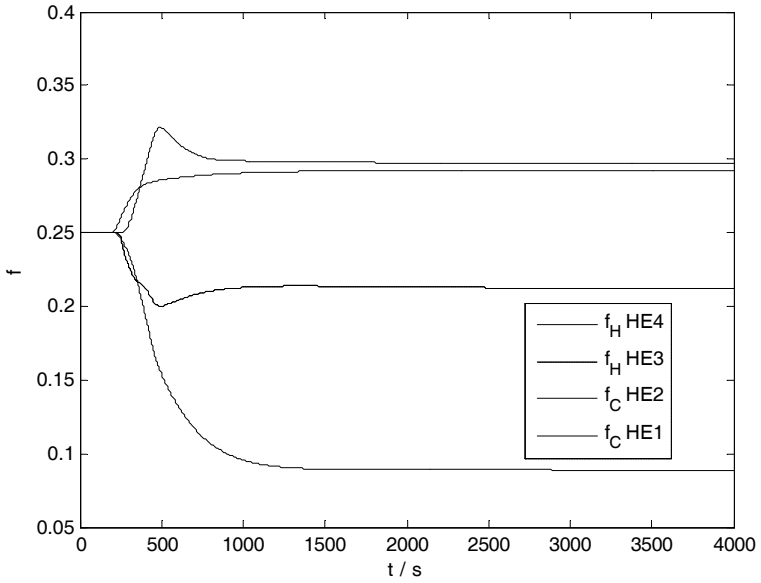


Figura 8.4 Variação dos *bypasses* usados em malha fechada diante de uma perturbação em δT_2^s

Quando alguns dos objetivos são flexíveis, a estratégia em malha fechada também responde bem. Por exemplo, considere-se uma situação em que a planta é sujeita a uma perturbação de 10ºC em δT_2^s, como se fez na figura (8.3), mas supondo agora que o objetivo de controle somente seja rígido em δT_1^t, de maneira que a temperatura das outras correntes possa oscilar numa faixa de ±2ºC. Esse caso foi estudado em malha aberta (figura 7.4), sendo que a posição ótima dos *bypasses* é dada por (vide capítulo 7):

$$\mathbf{f}^{opt} = [0{,}2555 \quad 0{,}4718 \quad 0{,}3416 \quad 0{,}3394 \quad 0{,}1782 \quad 0{,}0922 \quad 0{,}0000 \quad 0{,}0000]^T$$

À variável δT_1^t associa-se um controlador integral e as outras variáveis (δT_2^t, δT_3^t e δT_4^t) são conectadas a controladores proporcionais, cujos ganhos são calculados na tabela (8.4).

Tabela 8.4 Parâmetros de sintonia dos controladores proporcionais

	$\left(T_i^{t,opt} - \overline{T}_i^t\right)$ / ºC	$f_j^{opt} - \overline{f}_j$	$\left(\frac{f_j^{opt} - \overline{f}_j}{T_i^{t,opt} - \overline{T}_i^t}\right)$ / ºC^{-1}
δT_2^t	1,2	-0,0718	$-5{,}98 \cdot 10^{-2}$
δT_3^t	-2,0	0,0894	$-4{,}47 \cdot 10^{-2}$
δT_4^t	-2,0	0,2218	$-11{,}09 \cdot 10^{-2}$

As respostas da estratégia antecipatória e com retroação (malha fechada) são indicadas na figura (8.5), por linhas sólidas. Pode-se ver que depois que o regime estacionário foi atingido, foram cumpridos todos os objetivos de controle: o desvio em δT_1^t foi zero (objetivo rígido) e os desvios nas outras variáveis ficaram na faixa de ±2ºC (objetivos flexíveis). Do ponto de vista de dinâmica, não ocorreu violação temporária significativa nas especificações de nenhuma das correntes, muito pelo contrário: as respostas em malha fechada foram muito mais suaves do que aquelas em malha aberta, respeitando as especificações em todos os momentos.

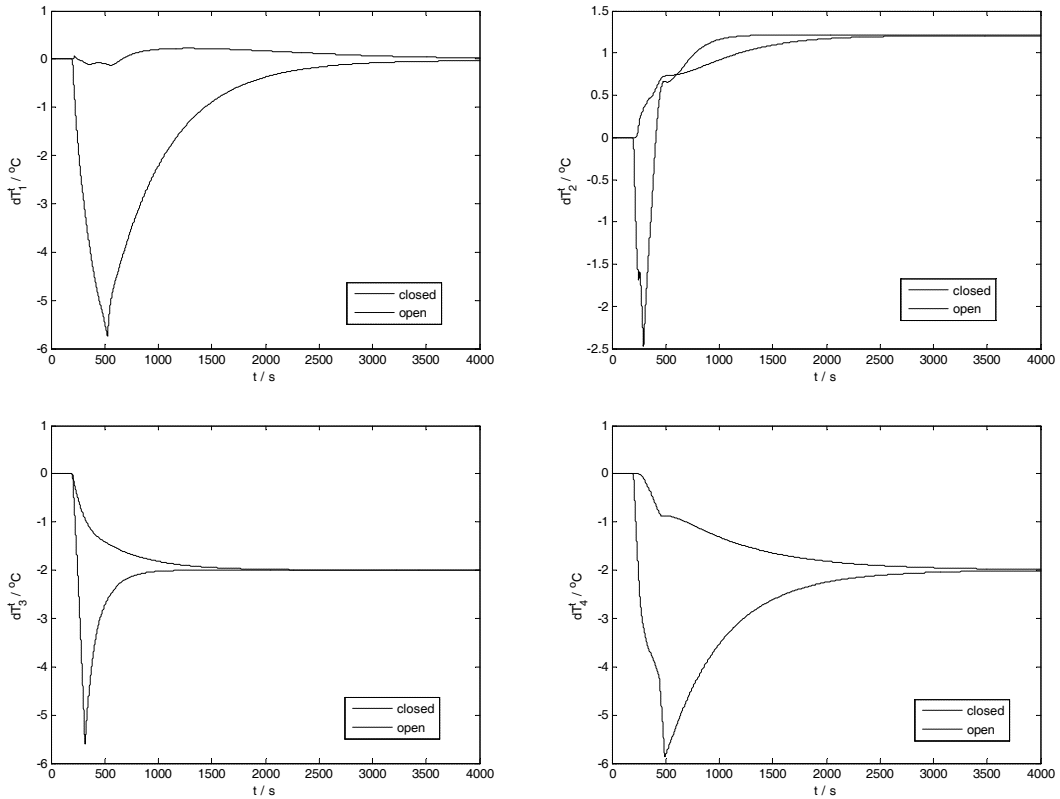


Figura 8.5 Resposta da estratégia de controle ótimo em malha fechada, diante de uma perturbação em δT_2^s de 10ºC, considerando objetivos de controle flexíveis

Apesar das vantagens discutidas do controle ótimo em malha fechada em relação à malha aberta, o principal ponto ainda não foi abordado. Trata-se da situação em que existem desvios entre o modelo estacionário e a planta, o que fatalmente ocorre, principalmente em função de parâmetros estimados imprecisamente e empregados na modelagem, como o coeficiente global de transferência de calor, por exemplo, que pode apresentar variação razoável. Imagine-se por exemplo uma situação em que o coeficiente global do trocador do trocador HE2 tenha sido superestimado: ao invés dos originais 188 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC$, no modelo foi admitido um valor de 220 $W \cdot m^{-2} \cdot ºC$. Se houver uma perturbação em δT_2^s de 10ºC, com objetivos de controle rígidos, a otimização baseada no modelo estacionário dá como resposta as seguintes posições dos *bypasses*:

$$\mathbf{f}^{opt} = \begin{bmatrix} 0{,}2626 & 0{,}4153 & 0{,}3013 & 0{,}3850 & 0{,}2042 & 0{,}0522 & 0{,}0647 & 0{,}0212 \end{bmatrix}^T$$

Essas posições são semelhantes às posições obtidas quando se supôs não haver desvio no modelo. A partir desse novo coeficiente global, é feita novamente a sintonia dos controladores integrais, considerando um tempo de acomodação de 100 s. Os parâmetros de sintonia são indicados na tabela (8.5) e se pode notar que alteração foi pequena em relação aos dados da tabela (8.3).

Tabela 8.5 Parâmetros de sintonia dos controladores

Bypass	$K_{i,j}$ / (ºC)	$\left(\overline{T}^{s}_{\mathrm{HE}} - \overline{T}^{t}_{\mathrm{HE}}\right)$ / (ºC)	ξ / τ	K_i / ($ºC^{-1} \cdot s^{-1}$)
$\delta f_{H,\mathrm{HE4}}$	17,90	65,1	3,64	$6{,}14 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{H,\mathrm{HE3}}$	17,72	63,8	3,61	$6{,}25 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{C,\mathrm{HE2}}$	-60,00	-118,7	1,98	$-3{,}37 \cdot 10^{-4}$
$\delta f_{C,\mathrm{HE1}}$	-32,21	-68,2	2,12	$-5{,}86 \cdot 10^{-4}$

Na figura (8.6) comparam-se as respostas em malha aberta (linha tracejada) e em malha fechada (linha sólida) diante de uma perturbação em δT_2^s de 10ºC, analogamente ao que foi feito na figura (8.3). Entretanto, supõe-se agora que no modelo em regime permanente o coeficiente global de transferência de calor do trocador HE2 tenha sido avaliado de maneira incorreta.

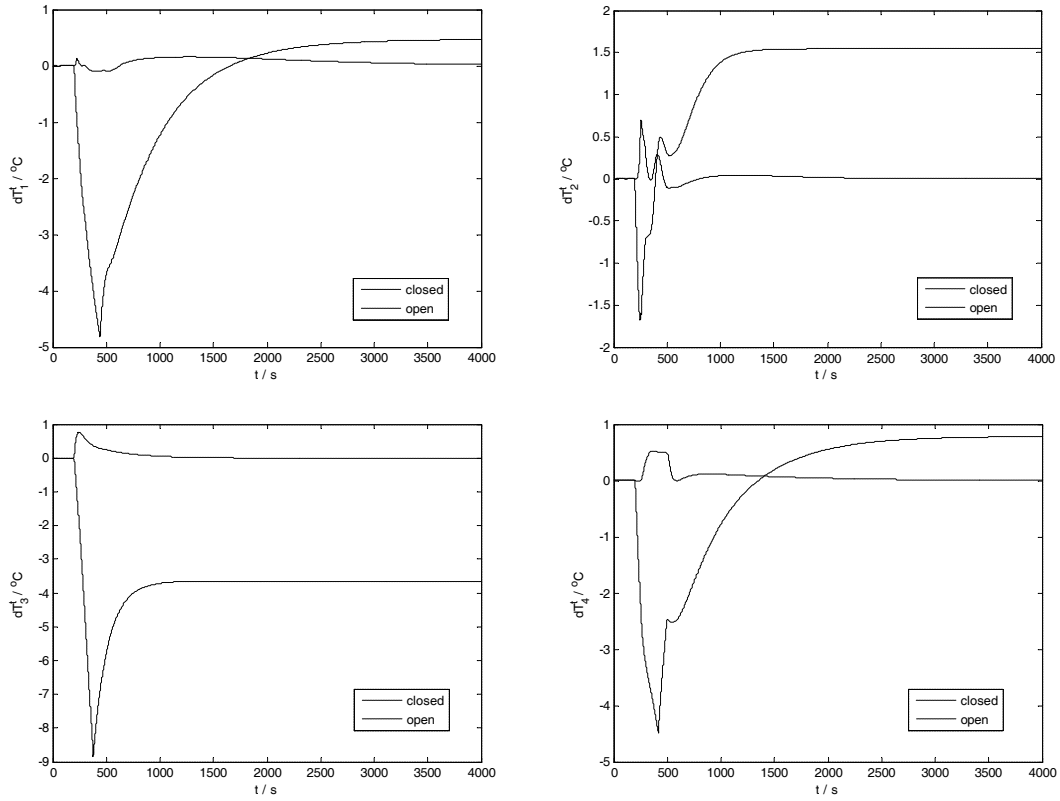


Figura 8.6 Comparação das estratégias de controle ótimo em malha aberta e em malha fechada, diante de uma perturbação em δT_2^s e considerando um erro no modelo

Logicamente, a estratégia em malha aberta jamais fará com que os desvios sejam iguais a zero se houver qualquer erro no modelo. Na corrente 3, por exemplo, na estratégia em malha aberta há uma violação dinâmica severa de -8,8ºC e depois que o sistema estabiliza o desvio apresentado é de quase -4ºC. Fenômeno parecido ocorre nas outras correntes em malha aberta. Já com o sistema em malha fechada, a resposta é rápida, sem violações dinâmicas graves e quando se atinge o novo regime permanente o desvio de temperatura é igual a zero em todas as correntes.

Existe ainda um último ponto a ser comentado. Em redes de trocadores de calor as correntes são indiretamente ligadas entre si através de equipamentos de processo, como colunas de destilação ou reatores. Na rede representada na figura (3.3), as correntes 2 e 3, com vazão de 5 $kg \cdot s^{-1}$, poderiam estar conectadas por um reator, por exemplo. Esse reator ou qualquer que fosse o equipamento considerado apresentam uma dinâmica característica, normalmente com resposta mais lenta do que a resposta da rede de trocadores. Isso mostra que a estratégia desenvolvida no trabalho tem potencial para aplicação prática, já que é o processo de dinâmica mais rápida que se sugere controlar.

8.5 Conclusões

Nesse capítulo, a idéia do controle ótimo de uma rede de trocadores de calor de caráter puramente antecipatório (malha aberta) foi retomada e aprimorada, tendo em vista a facilidade com que objetivos rígidos e flexíveis são especificados, além de se promover a redução no consumo de utilidades. A grande limitação numa estratégia em malha aberta é que ela só funciona bem se não houver nenhuma imprecisão no modelo no qual foi baseada. Para evitar isso, associou-se a ela controle em malha fechada, com retroação e mantendo ainda o caráter antecipatório (figura 8.1).

Através dessa abordagem, faz-se o emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas usando-se critérios da matriz de ganho relativo (RGA) e considerações sobre a influência dinâmica dos *bypasses* sobre as temperaturas de saída das correntes (capítulos 4 e 5). Essas considerações, confirmadas pela RGA, mostraram que idealmente deve-se manipular o *bypass* do trocador terminal da corrente cuja temperatura se deseja controlar. Os *bypasses* não usados no emparelhamento foram implementados em rampas de duração τ_r (capítulo 7).

A implementação dos *bypasses* utilizados no emparelhamento se deu de dois modos diferentes, dependendo dos objetivos de controle: se rígidos, empregou-se um controlador integral (equação 8.3), a fim de eliminar *offset*, e se flexíveis, usou-se um controlador proporcional (equação 8.2). Um ponto interessante da estratégia é que os parâmetros de sintonia desses controladores são calculados unicamente tendo como base resultados obtidos pelo modelo estacionário da rede (tabela 8.5 e equação 8.8). Conforme a planta é sujeita a diferentes condições de operação, esses parâmetros são recalculados a fim de se ter boa resposta dinâmica.

Aplicou-se a metodologia na rede de trocadores de calor da figura (3.3), sendo que os resultados obtidos em malha fechada foram muito melhores do que aqueles em malha aberta, tanto com objetivos de controle rígidos (figura 8.3) e com a presença de objetivos de controle flexíveis (figura 8.5). Na estratégia em malha fechada, conseguiu-se evitar violações dinâmicas significativas em δT^t além de se ter boa velocidade de resposta, sem variações bruscas nos *bypasses* (figura 8.4).

Apesar das vantagens descritas no parágrafo anterior da estratégia em malha fechada sobre a estratégia em malha aberta, o ponto mais relevante é que a primeira

funciona igualmente bem quando existem erros entre o modelo e a planta (figura 8.6), coisa que acontece numa situação prática.

9. Conclusões

Ao se fazer o projeto de redes de trocadores de calor, o dimensionamento é baseado nas condições nominais de vazão e temperatura das correntes. Entretanto, durante a operação da planta podem ocorrer variações nessas condições, o que pode acabar afetando a planta inteira. A fim de evitar isso, as perturbações devem ser contidas preferencialmente na própria rede. Levando-se em conta esses fatos, nesse trabalho foi sugerida uma estratégia de controle ótimo da rede de trocadores de calor baseada num modelo em regime permanente e em considerações dinâmicas sobre essa rede. Nessa estratégia, as posições dos *bypasses* nos trocadores são as variáveis manipuladas enquanto as temperaturas que as correntes devem atingir são as variáveis controladas.

O modelo em regime estacionário consistiu no cálculo das temperaturas de saída das correntes da rede, através do método da efetividade e se considerando a possível presença de *bypasses* nos trocadores (equação 3.10), admitidos como sendo do tipo casco e tubo. Com esse enfoque, o problema foi reduzido à resolução de um sistema linear de equações (equação 3.11), gerado a partir da representação matricial da rede, onde foram levados em conta aspectos operacionais (seção 3.4) e de topologia (troca térmica entre correntes, troca térmica com utilidades, divisão de correntes e mistura de correntes). Com a ferramenta desenvolvida, puderam-se avaliar os efeitos da propagação de perturbações e o efeito dos *bypasses* sobre as temperaturas de saída das correntes (figura 3.7), em regime permanente.

A fim de se estudar a dinâmica da rede de trocadores, primeiramente se estudou o comportamento dinâmico de trocadores casco e tubo isoladamente, regido por equações diferenciais parciais (equações 4.1 e 4.2). Essas equações foram resolvidas numericamente pelo método das diferenças finitas, discretizando-se o trocador em n estágios constituídos por células de troca de calor, conectadas entre si por pequenas áreas de troca térmica, tanto no caso de trocadores 1-1 (figura 4.2) como 1-2 (figura 4.10 e 4.11). O uso de 50 estágios representou bem o efeito do tempo morto nos trocadores (figura 4.4).

Na modelagem dinâmica do trocador 1-1, concluiu-se que é mais adequado nas células usar-se como força motriz a média aritmética de temperaturas ao invés da diferença direta de temperaturas, a fim de se eliminar *offset* (tabela 4.1). Por outro lado, no trocador

1-2, viu-se que o emprego da diferença direta de temperaturas como força motriz modelou bem o equipamento (tabela 4.2).

Nos trocadores 1-1 mostrou-se que o efeito de uma variação na temperatura de entrada de uma corrente sobre as temperaturas de saída pode ser aproximado por uma função de transferência de primeira ordem, associada a tempo morto se a perturbação ocorrer na própria corrente (figura 4.5). Se a perturbação ocorrer na vazão, os efeitos são sentidos imediatamente, sem tempo morto (figura 4.6). Foi analisado também o efeito de variações na vazão sobre o coeficiente de transferência de calor, que deve ser levado em conta sempre houver uma oscilação grande. Variações nos *bypasses* dos trocadores provocam resposta com atraso e avanço de fase (figura 4.8).

Pelos resultados obtidos nas simulações, mostrou-se que as características dinâmicas do trocador 1-2 dependem da configuração de escoamento (figuras 4.9a e 4.9b). Um comportamento dinâmico interessante observado nesse equipamento é quando ele sujeito a uma perturbação na vazão a resposta pode ser inversa nos instantes iniciais (figura 4.14b). Quanto aos *bypasses*, as respostas em trocadores 1-1 e 1-2 são semelhantes.

Os modelos para trocadores 1-1 e 1-2 foram utilizados para descrever o comportamento dinâmico de redes. Nesse caso, concluiu-se que perturbações ou nas temperaturas de entrada (figura 5.3), ou nas vazões (figura 5.5) ou nas posições dos *bypasses* (figura 5.7) são amortecidas ao longo da rede. Mostrou-se também que com exceção do ganho estático a presença de trocadores 1-2 não altera muito o comportamento dinâmico da rede. Foi levado em conta no modelo a possível presença de tempo morto devido ao tempo de residência em tubulações que conectam trocadores, o que às vezes pode ser interessante por promover um desacoplamento temporário das variáveis (figura 5.10).

Os modelos que descrevem o comportamento dinâmico de trocadores casco e tubo 1-1 (equações 4.7 a 4.10) e 1-2 (equações 4.17 e 4.18) são representados por um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares. Fez-se a linearização desse sistema de equações tendo em vista que várias ferramentas lineares para análise de sistemas dinâmicos estão disponíveis. Como resultado da linearização, o comportamento desses trocadores pôde ser expresso por equações no espaço de estados, com $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ e $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$, sendo as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** constituídas por coeficientes constantes. Mostrou-se que o modelo linear aproximou bem o comportamento não linear tanto no caso de perturbações na vazão (figuras 6.1, 6.4 e 6.5) como no caso de variações nos *bypasses* (figuras 6.2 e 6.6).

O conceito de linearização também foi estendido para redes de trocadores (seção 6.6), obtendo-se boas aproximações nas respostas. Além disso, a estabilidade do sistema em malha aberta foi verificada, pela ausência de autovalores com parte real positiva na matriz de estado **A**.

Através de equações usadas no projeto de trocadores casco e tubo e por meio de algumas considerações, provou-se que existe uma relação típica entre área e volume dos tubos (equação 6.14) e entre área e volume do casco (equação 6.21). Essas relações são importantes já que somente a partir da área e sem se conhecer detalhes do projeto do trocador é possível avaliar sua performance dinâmica.

Sugeriu-se uma estratégia de controle ótimo de redes, de caráter antecipatório e em malha aberta (figura 7.1), que consistiu na minimização do consumo de utilidade de uma planta ao mesmo tempo em que o objetivo primário de controle, que é manter as temperaturas dentro de especificações, foi matematicamente escrito como uma restrição (equação 7.1) e satisfeito. Uma das vantagens de como se colocou o problema é que as restrições podem ser rígidas ou flexíveis. A estratégia se baseou na minimização de uma função objetivo obtida de um modelo em regime permanente, de modo a se buscar a posição ótima dos *bypasses*. A implementação dinâmica desses *bypasses* se deu em degrau (equação 7.2) e em rampa (equação 7.3). A implementação em degrau mostrou-se inadequada em virtude de violações dinâmicas severas nas especificações, tanto com objetivos rígidos de controle (figura 7.3) como com objetivos mais flexíveis (figura 7.4). Já a resposta diante de variação dos bypasses em rampa foi melhor, com violações dinâmicas mais toleráveis (figura 7.6). O tempo de duração dessas rampas foi otimizado a fim de reduzir violações dinâmicas (equação 7.4), conseguindo-se uma ligeira melhora (figura 7.7).

Apesar dos resultados razoáveis da estratégia de controle ótimo puramente antecipatório, há limitações em virtude de possíveis erros de modelagem ou de parâmetros incorretos empregados no modelo. Para contornar isso e manter a planta próxima a uma condição ótima de operação, propôs-se uma estratégia de controle ótimo em malha fechada, mantendo o caráter antecipatório e adicionando a ele retroação (figura 8.1). Através dessa abordagem, fez-se o emparelhamento entre variáveis controladas e manipuladas usando-se critérios da matriz de ganho relativo (equação 8.1), calculada a partir do modelo estacionário da rede (capítulo 3), e de considerações sobre a dinâmica dessa rede. Esse enfoque mostrou que o emparelhamento entre variáveis deve preferencialmente ser

realizado entre o *bypass* do trocador terminal da corrente cuja temperatura se deseja controlar. A implementação dos *bypasses* usados no emparelhamento se deu através de controle proporcional (equação 8.2) para os objetivos flexíveis e através de controle integral (equação 8.3) para os objetivos rígidos Os parâmetros de sintonia desses controladores foram calculados unicamente em função do modelo em regime permanente, dependendo de perturbações a que a planta é sujeita. Foram obtidos bons resultados com a estratégia em malha fechada, com violações dinâmicas desprezíveis, tanto com objetivos rígidos (figura 8.3), com objetivos flexíveis (figura 8.5) e principalmente quando se considera a presença de erros no modelo (figura 8.6).

Uma das sugestões para trabalhos futuros é comparar a estratégia de controle aqui sugerida com estratégias já consolidadas, como o controle multivariável através da matriz dinâmica de controle (DMC). Outro ponto que também poderia ser estudado é a implementação da estratégia aqui sugerida numa rede de trocadores piloto, verificando-se sua eficácia.

10. Referências

Aaltola, J. Simultaneous Synthesis of Flexible Heat Exchanger Network. *Applied Thermal Eng.*, v.22, p.907-918, 2002

ABIQUIM. *Relatório de Acompanhamento Conjuntural* 2006. Acessado no endereço www.abiquim.org.br em 2006

Biegler, L.T., Grossmann, I.E., Westerberg, A.W. *Systematic Methods of Chemical Process Design*. Nova Iorque: Prentice Hall PTR, 1997

Boyaci, C., Uzturk, D., Konukman, A.E.S., Akman, U. Dynamics and Optimal Control of Flexible Heat Exchangers Networks. *Computers Chem. Engng*, v.20, p.S775-S780, 1996

Cerda, J., Galli, M.R. Synthesis of Flexible Heat Exchanger Networks. *Computers Chem. Engng.*, n.2, v.14, 1990

Douglas, J. *Conceptual Design of Chemical Processes*. Nova Iorque: Editora McGrawHill, 1988

Heggs, P.J., Vizcaino, F. A Rigourous Model for Evaluation of Disturbance Propagation through Heat Exchanger Networks. *IChemE*, v.80, parte A, p.301-308, 2002

Hewitt, G.F., Shires, G.L., Bott, T.R. *Process Heat Transfer*. Londres: CRC Press, 1994

Incropera, F.P., DeWitt, D.P. *Introduction to Heat Transfer*. 3 ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1996

Kakaç, S., Liu, H. *Heat Exchangers: Selection, Rating and Thermal Design*. Londres: CRC Press, 1997

Kern, D.Q. *Processos de Transmissão de Calor*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1987

Kreysig, E. *Advanced Engineering Mathematics*. 8 ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1999

Kotjabasakis, E., Linnhoff, B. Sensitivity Tables for the Design of Flexible Process (1) - How Much Contingency in Heat Exchanger Network is Cost Effective? *Chem. Eng. Res. Des.*, v.64, 1986

Linnhoff, B., Townsend, D.W., Boland, D., Hewitt, G.F., Thomas, B.E.A., Guy, A.R., Marsland, R.H. *A User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy*. Londres: Warwick Printing Company Ltd., 1982

Luyben, W.L. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*. 2 ed. Cingapura: McGraw-Hill, 1990

Mathisen, K.W. *Integrated Design and Control of Heat Exchanger Networks*. University of Trondheim, 1994. 195 p. Tese (Doutorado)

MathWorks. *Matlab Function Reference*. Acessado no endereço www.mathworks.com em 2006

Novazzi, L.F. Simulação em Regime Permanente de Redes de Trocadores de Calor. *Revista P&T FEI*, n.26, p.12-19, 2004

Ogata, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000

Ogunnaike, B., Ray, W.H. *Process Dynamics, Modeling and Control*. Nova Iorque: Oxford University Press, 1994

Oliveira, S.G., Liporace, F.S., Araújo, O.Q.F., Queiroz, E.M. The Importance of Control Considerations for Heat Exchanger Network Synthesis: a Case Study. *Braz. J. Chem. Eng.*, v.18, n.2, 2001

Polley, G.T., Heggs, P.J. Don't let the Pinch pinch you. *Chem. Eng. Prog.*, v.95, n.12, p.27-36, 1999

Papalexandri, K.P., Pistikopoulos, E.N. Synthesis and Retrofit Design of Operable Heat Exchanger Networks. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v.33, p.1718-1737, 1994

Ratnam, R., Patwardhan, V.S. Sensitivity Analysis for Heat Exchanger Networks. *Chemical Engineering Science*, v.46, n.2, p.451-458, 1991

Shenoy, U.V. *Heat Exchanger Network Synthesis*. Londres: Gulf Publishing Company, 1995

Shinskey, F.G. *Process Control Systems*. Nova Iorque: Editora McGrawHill, 1988

Skogestad, S., Postlethwaite, I. *Multivariable Feedback Control*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1996

Smith, R. *Chemical Process Design*. 1 ed. Nova Iorque: Editora McGrawHill, 1995

Varga, E.I., Hangos, K.M., Szigeti, F. Controllability and Observability of Heat Exchanger Networks in the Time-Varying Parameter Case. *Control Eng Practice*, v.3, n.10, p.1409-1419, 1995

Yan, Q.Z., Yang, Y.H., Huang, Y.L. Cost-Effective Bypass Design of Highly Controllable Heat-Exchanger Networks. *AIChE Journal*, v.47, n.10, p.2253-2276, 2001

Yang, Y.H., Gong, J.P., Huang, Y.L. A Simplified System Model for Rapid Evaluation of Disturbance Propagation through a Heat Exchanger Network. *Ind Eng Chem Res*, v.35, n.12, p.4550-4558, 1996

Wolff, E.A., Mathisen, K.W., Skogestad, S. Dynamics and Controllability of Heat Exchanger Networks. *Proceedings of Computer Oriented Process Engineering*, 1991, p.117-122