

nt
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO SISTEMAS DE PROCESSOS
QUÍMICOS E INFORMÁTICA**

CONTROLE PREDITIVO DE UMA COLUNA DE ABSORÇÃO

nt
Autora: Maria de Lourdes Oliveira Maia

t
Orientação: Prof. Dr. João Alexandre Ferreira da Rocha Pereira

Tese submetida à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Química -
Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Dezembro de 1994

Campinas - SP

52607816
9510925

UNIDADE CC
CIVILIDADE: UNICAMP
M28c
E:
CIP 101/24974
CIP 433/95
C ☐ D ☒
PREÇO R\$ 11,00
DATA 30/06/95
N.º CPD

CM-00071972-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNICAMP

M28c

Maia, Maria de Lourdes Oliveira.

Controle preditivo de uma coluna de absorção / Maria
de Lourdes Oliveira Maia. - - Campinas, SP : [s.n.], 1994.

Orientador : João Alexandre F. Rocha Pereira.

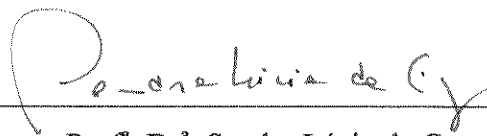
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Controle preditivo. 2. Absorção. I. Pereira, João
Alexandre F. Rocha. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Tese aprovada em 20 de dezembro de 1994 pela Banca Examinadora, constituída pelos
Professores Doutores :



Prof. Dr. João Alexandre F. Rocha Pereira - orientador

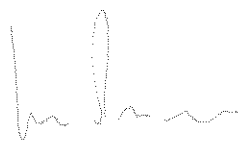


Prof.ª Dr.ª Sandra Lúcia da Cruz



Prof. Dr. Sergio Persio Ravagnani

Esta versão corresponde à redação final da Tese de Mestrado defendida pela aluna Maria de Lourdes Oliveira Maia, e aprovada pela Banca Examinadora em 20 de dezembro de 1994.



Prof. Dr. João Alexandre F. Rocha Pereira

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. João Alexandre F. Rocha Pereira pela orientação e oportunidade propiciada,

aos meus irmãos, Fátima e Waldemiro, pelo apoio dado durante todos estes anos,
a todos os meus amigos que tanto me ajudaram neste período, e em especial a Ana Frattini, a Mônica e a Frede,

à CAPES pelo apoio financeiro,

ao DESQ e aos funcionários da UNICAMP.

Aos meus pais, José Diogo e Louzanne, por todo carinho e
dedicação, durante todo o tempo em que estivemos juntos.

(in memoria)

RESUMO

Controladores preditivos com modelo são uma importante classe de controladores que fazem uso de um modelo do processo para realizar os cálculos das ações de controle. Através deste modelo interno, o controlador pode prever o comportamento das variáveis de saída do processo, para um determinado horizonte de tempo no futuro. Baseando-se nestas predições, o controlador calcula a ação de controle necessária para minimizar o erro predito para as saídas do processo através de um método de otimização. Dessa forma o valor ótimo para a variável manipulada é aquele que mantém as variáveis de saída o mais próximo possível de uma trajetória de referência especificada para o horizonte de tempo.

Neste trabalho foi implementada a uma coluna de absorção de gases uma das técnicas de controle preditivo. Esta técnica é a Matriz Dinâmica de Controle (DMC). Foi considerado o caso monovariável e sem restrições deste algoritmo de controle para que se pudesse fazer um estudo comparativo entre os desempenhos deste controlador preditivo (DMC) e um controlador convencional por retro-alimentação. A coluna de absorção foi simulada para a situação em que ocorrem perturbações em degrau na composição do gás à entrada da coluna. Foram comparadas as respostas obtidas pelos dois tipos de controladores (PI e DMC), quando se quer controlar a composição do gás à saída da coluna, mediante a manipulação da vazão de solvente. Comprovou-se, então, a eficiência da estratégia de controle por Matriz Dinâmica através da melhoria no comportamento da variável controlada, em relação à encontrada com o controlador clássico.

ABSTRACT

Model Predictive Controllers are part of a very important class of controllers that are based on the use of a process model to calculate the controller action. Through this internal action, the controller can predict the behaviour of the process output variables for a given time horizon. Based on these predictions, the controller computes the controller action required to minimise the predicted error for the process output variables through an optimisation method. The optimum value for the manipulated variable is therefore the one which keeps the process output variables closest to the reference path specified for the time horizon.

In the present work, predictive control techniques were applied to a gas absorption column, using the Dynamic Matrix Control (DMC). A single variable case (SISO), without restrictions, was considered so that a comparative study between the performances of the predictive control (DMC) and a conventional feedback controller could be made. The absorber column was simulated for step-wise changes in the inlet gas composition. The results for the control of the gas outlet composition, through changes in solvent flow, were analysed and compared for both the PI and DMC controllers. It was verified that the Dynamic Matrix Control technique provides a more efficient control strategy through an improvement in the behaviour of the controlled variable, when compared to a classical controller.

SUMÁRIO

NOMENCLATURA	<i>i</i>
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 - TEORIA DE CONTROLE PREDITIVO (DMC)	6
2.2 - COLUNAS DE ABSORÇÃO	8
CAPÍTULO 3 - TEORIA DO CONTROLADOR DMC	10
3.1 - INTRODUÇÃO	11
3.2 - DESCRIÇÃO DO CONCEITO DE CONTROLADOR PREDITIVO (DMC)	11
3.3 - MODELO DE CONVOLUÇÃO	14
3.4 - CÁLCULOS PARA PREDIÇÃO DO DMC	17
3.4.1 - PREDIÇÃO SIMPLES	17
3.4.2 - PREDIÇÃO MÚLTIPLA	20
3.5 - LEI DE CONTROLE	23
3.6 - PARÂMETROS DO CONTROLADOR	27
3.7 - CONCLUSÕES	29
CAPÍTULO 4 - MODELO DINÂMICO DA COLUNA DE ABSORÇÃO	31
4.1 - INTRODUÇÃO	32
4.2 - DESCRIÇÃO DO MODELO	32
4.2.1 - RELAÇÃO DE EQUILÍBRIO	34
4.2.2 - CÁLCULO DA VAZÃO DE SOLVENTE	35
4.2.3 - EQUAÇÕES DO MODELO	36
4.3 - SISTEMA ESTUDADO	39
4.4 - CONCLUSÃO	44

CAPÍTULO 5 - CONTROLE DA COLUNA DE ABSORÇÃO	45
5.1 - INTRODUÇÃO	46
5.2 - CONTROLE CONVENCIONAL POR RETRO-ALIMENTAÇÃO	46
5.3 - CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO	47
5.4 - DEFINIÇÃO DA LEI DE CONTROLE CLÁSSICO	49
5.4.1 - AJUSTE DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR	50
5.5 - CONTROLE CLÁSSICO: RESULTADOS	51
5.6 - CONTROLE POR MATRIZ DINÂMICA	58
5.7 - OBTENÇÃO DO MODELO DE CONVOLUÇÃO	58
5.8 - INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR	59
5.9 - COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS OBTIDAS COM DMC/PI	70
5.9.1 - PERTURBAÇÕES SUCESSIVAS	73
5.10 - CONCLUSÃO	76
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	 78
 APÊNDICE A - LISTAGEM DOS PROGRAMAS	 84
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 81

NOMENCLATURA.

a_i - coeficientes da resposta em degrau

A' - matriz dinâmica de controle

A - matriz dinâmica de controle, formada pelas U primeiras colunas de A'

A^T - matriz transposta da matriz A

A - fator de absorção

A_p - área do prato

C - constante da equação de Francis

E_K - erro entre o valor real da variável controlada e o ponto de ajuste ("set point")

$\vec{E}$ - vetor do erro predito para o horizonte de predição

$\vec{E}'$ - vetor do erro predito para o horizonte de predição, que considera o comportamento em malha-aberta

$\vec{E}^T$ - transposta do vetor erro $\vec{E}$

$e(kT_a)$ - erro no instante de tempo kT_a

f - fator de supressão

G - vazão de gás para a absorção

G_p - função de transferência do processo

h_i - coeficientes da resposta ao impulso

h_v - altura do vertedouro

I - matriz identidade

J - fator de desempenho

k_C - vetor dos ganhos por retro-alimentação

k_1, k_2, k_3 e k_4 - constantes do método de integração

K_p - ganho estático do processo

K_c - ganho do controlador

$\bar{L}$ - valor do estado estacionário para a vazão de solvente à entrada da coluna de absorção

L_0 - vazão de solvente à entrada da coluna de absorção

L_n - vazão de solvente em cada estágio n da coluna de absorção

L_{min} - vazão de solvente mínima para a absorção

L_w - comprimento do vertedouro

M_n - massa molar retida em cada estágio n da coluna de absorção

m - constante de equilíbrio

N - número de estágios

P_j - vetor projeção

Q - matriz peso para os valores preditos

R - matriz peso para os valores da variável manipulada

R - recuperação desejada de soluto na absorção

$\bar{r}$ - vetor dos valores do ponto de ajuste ("set point") para a variável controlada para o horizonte de predição

S_m - somatório das ações de controle previamente implementadas ao sistema

T_a - período de amostragem

t - tempo

T - horizonte do processo

$t_{99\%}$ - tempo necessário para o processo alcançar 99% da resposta final

$t_{60\%}$ - tempo necessário para o processo alcançar 60% da resposta final

$t_{50\%}$ - tempo necessário para o processo alcançar 50% da resposta final

$\bar{u}$ - vetor dos valores da variável manipulada para o horizonte de predição

u_{k+i} - variável manipulada no instante $k+i$

u_0 - perturbação na variável manipulada no tempo $t=0$

U - horizonte de controle

V - horizonte de predição

x_n - fração molar do soluto j na fase líquida do estágio n

y - variável controlada

y_n - fração molar do soluto na fase gasosa do estágio n

y_k - valor real da variável controlada no instante k

$\bar{y}$ - vetor dos valores da variável controlada para o horizonte de predição

$\hat{y}_{k+i}$ - valor predito da variável controlada no instante $k+i$

y_0 - valor da variável controlada no estado estacionário

$\hat{y}_{k+i}^c$ - valor predito corrigido da variável controlada no instante $k+i$

y_{k+i}^d - valor desejado para a variável controlada para o instante $k+i$

y_{N+1} - fração molar do soluto no gás de alimentação da coluna de absorção

y_1 - valor desejado para a fração molar de soluto no topo da coluna de absorção

y^* - composição de equilíbrio

y_{sp} - ponto de ajuste ("set point")

subscritos

c - referente ao controlador

d - referente ao atraso de transporte

i, j - índices auxiliares referentes a instantes de tempo passados e futuros, em relação ao instante atual k

k - refere-se ao instante de tempo atual do processo

n - estágio na coluna de absorção

p - referente processo

letras gregas

ρ_n - massa específica molar média no estágio n da coluna de absorção

Δ - refere-se a diferença entre os valores da variável manipulada entre dois instantes de tempo consecutivos

θ - atraso de transporte

τ - constante de tempo

τ_i - constante de tempo integral

1. INTRODUÇÃO.

Nos dias de hoje tem-se uma maior disponibilidade de microcomputadores que apresentam alta exatidão e velocidade nos cálculos que executam, assim como uma grande capacidade de memória, possibilitando o interfaceamento com processos industriais. Dessa forma há uma maior motivação para o estudo de técnicas de controle avançado, que somente têm sua implementação permitida através do uso de microcomputador, para a realização do controle de processos químicos.

O controle de processos químicos utilizando-se computadores, também pode ser realizado com base nas leis de controle convencionais, como por exemplo controladores P, PI ou PID por retro-alimentação. Por esta razão, torna-se possível a comparação entre técnicas avançadas e convencionais.

Hoje em dia controladores preditivos com modelo têm despertado grande interesse. Estes controladores são capazes de prever a resposta do processo, dada uma certa perturbação no sistema, para um horizonte de tempo no futuro. Baseada nesta predição e segundo um critério de otimização, uma ação de controle (variável manipulada) será implementada ao sistema, corrigindo um erro predito para o horizonte de tempo. Dessa forma o valor da variável controlada de interesse é mantida o mais próximo possível do valor especificado.

Dentre as técnicas de controle preditivo o Controle por Matriz Dinâmica (DMC), tem sido muito estudado. Este tipo de controlador tem a vantagem de estar baseado em um modelo não-paramétrico, conhecido como modelo de convolução. Este modelo é utilizado para a predição e para o cálculo da ação de controle. A vantagem deste modelo é que seus coeficientes são obtidos diretamente da resposta experimental do processo, para uma perturbação introduzida no início do intervalo de tempo.

Este trabalho de tese tem como proposta o estudo do algoritmo de controle DMC. Este terá o seu desempenho comparado a um controlador convencional por retro-alimentação. Como exemplo de aplicação será utilizada uma coluna de absorção de gás. Esta operação é muito comum em plantas de processamento petroquímico, sendo grande o interesse no estudo deste processo quando o mesmo está operando submetido a uma estratégia de controle.

Colunas de absorção são utilizadas quando se quer separar os componentes de uma mistura, baseado nas diferentes solubilidades dos mesmos em um dado solvente. Quando se faz uso da absorção, basicamente tem-se dois objetivos em vista, são eles: a

recuperação de produtos, quando o interesse econômico recai sobre o soluto da fase gás (componente absorvido); e purificação de gases ou remoção de poluentes, quando a parte inerte da fase gasosa tem maior valor econômico.

Como exemplos da aplicação da absorção tem-se a recuperação de hidrocarbonetos leves, a absorção de CO_2 através da reação química com solução de monoetanolamina, etc.

Seja qual for o interesse que tenha motivado o uso do processo de absorção, a idéia de se controlar uma coluna absorvedora está relacionado com a composição do gás à saída da coluna. Ou seja, o controlador terá o objetivo de manter constante a composição do gás, no topo da coluna. Para cumprir esta finalidade será manipulada a vazão de solvente. Este muitas vezes pode ser caro, sendo portanto de grande interesse que se tenha um gasto mínimo de solvente na absorção.

Com técnicas de controle mais modernas pode-se atender com maior facilidade às exigências de operação do processo de absorção. Tanto no que diz respeito à quantidade de produtos recuperados, como em relação às exigências referentes à proteção do meio ambiente, quando um determinado gás está sendo purificado numa coluna de absorção.

Para realizar a simulação dinâmica da coluna absorvedora desenvolveu-se um modelo que representasse o comportamento dinâmico da coluna. Porém, tendo-se em vista que o objetivo deste trabalho é o de estudar o desempenho do controlador DMC, através da comparação das respostas obtidas com um controlador clássico por retro-alimentação, no modelo desenvolvido foram feitas muitas hipóteses simplificadoras, sem no entanto haver um comprometimento do objetivo final do trabalho.

Uma vez apresentada uma visão geral do trabalho parte-se para explicação da divisão do mesmo. Inicialmente será visto no capítulo 2 uma breve revisão da literatura sobre o controle e estudo dinâmico da absorção de gases. Em seguida será realizada uma abordagem teórica do algoritmo de Controle por Matriz Dinâmica (DMC). Neste capítulo serão apresentadas todas as etapas de cálculo do controlador DMC, assim como a definição de todas as suas variáveis.

No capítulo 3, será abordado o modelo dinâmico desenvolvido para representar a coluna de absorção. Todas as hipóteses simplificadoras serão apresentadas, assim como as equações que compõem o modelo. Uma breve explicação do método

matemático utilizado para resolver as equações do modelo também será vista, sendo a análise dinâmica da coluna absorvedora, o principal objetivo deste capítulo. Com esta análise espera-se obter um maior conhecimento de como se comporta a variável controlada de interesse, diante de perturbações que aconteçam nas entradas do processo.

Uma vez realizada a abordagem dos aspectos teóricos necessários e definido o caso a ser utilizado como exemplo, parte-se para definição do problema de controle a ser resolvido. No capítulo 5 encontra-se a explicação detalhada de como foi implementado o controlador DMC, assim como o controlador convencional. A comparação dos resultados obtidos também se encontra neste capítulo. As conclusões do trabalho estão presentes no capítulo 6.

2. REVISÃO DA LITERATURA.

2.1 - Teoria de Controle Preditivo (DMC):

O conceito de controle preditivo com modelo foi introduzido simultaneamente por Cutler e Ramaker (1979) e Richalet (1978), no final dos anos 70. Desde então muitos artigos têm sido publicados a respeito de controladores preditivos. Estes artigos trazem não só uma explanação teórica sobre este tipo de controlador, mas também trazem os resultados obtidos através de simulações e aplicações a processos industriais.

Controladores preditivos estão baseados na predição do comportamento do processo para um intervalo de tempo no futuro. Essas predições são realizadas através de um modelo do processo. Por esta razão é que estes controladores são algumas vezes chamados de controladores com modelo interno.

Os vários artigos que têm sido publicados sobre controladores preditivos têm mostrado que os mesmos não só se aplicam a processos simples, como por exemplo sistemas de primeira ou segunda ordem sem atraso, mas também a processo mais complicados como por exemplo, sistemas com longo atraso de transporte, sistemas que apresentam resposta invertida, sistemas instáveis, etc. Todos estes processos são controlados sem que sejam tomadas precauções especiais.

Garcia et al. (1989) referem-se aos controladores preditivos como sendo uma família de controladores que fazem uso direto de um modelo explícito para realização do controle do processo, sendo a identificação necessária realizada separadamente.

Segundo estes autores os controladores preditivos são os únicos que fornecem uma metodologia, que torna possível incluir-se as restrições inerentes a cada processo, de uma forma sistemática durante o projeto e implementação do controlador.

Dessa forma estes controladores são os que melhor se enquadram nas atuais exigências de um sistema de controle. Hoje em dia não se requer que um sistema de controle apenas mantenha a estabilidade das plantas. O que se espera de um controlador é que este seja capaz de permitir uma atualização em linha das variáveis manipuladas de

forma a satisfazer as múltiplas mudanças nos critérios de desempenho em face das mudanças das características dos processos. Os critérios a serem satisfeitos pelos sistemas de controle utilizados em plantas petroquímicas estão relacionados a aspectos econômicos, segurança e proteção ambiental, limitações físicas dos equipamentos, qualidade dos produtos, etc.

Embora todos os tipos de controladores preditivos estejam baseados no mesmo princípio, existem diferenças significativas entre os controladores propostos na literatura. As diferenças estão relacionadas a diferentes tipos de modelos internos que podem ser usados para fazer as predições e cálculo da ação de controle, diferentes tipos de trajetórias de referência desejadas para as variáveis controladas e, ainda, diferentes funções objetivo que deverão ser otimizadas.

Um resumo das muitas aplicações, tanto industrial quanto em trabalhos teóricos, pode ser encontrada no artigo de Garcia et al. (1989), no qual os autores citam a utilização de controladores preditivos em geral. Em Pinto (1990) são apresentados vários tipos de controladores preditivos que fazem uso de um modelo paramétrico do processo e portanto são utilizados essencialmente no contexto adaptativo. Isto se deve ao fato da constante necessidade de atualização dos parâmetros do modelo.

Richarlet et al. (1978) publicaram um dos primeiros artigos a respeito de controladores preditivos com modelo (MPC). Esta publicação consiste de uma descrição do método de Controle Preditivo com Modelo Heurístico e de várias aplicações a processos industriais nas quais obtiveram sucesso, como por exemplo uma coluna de destilação.

Cutler e Ramaker (1979) desenvolveram o Controle por Matriz Dinâmica (DMC). Estes autores ilustraram a aplicação do DMC em um sistema de forno com pré-aquecedor. Marchetti et al. (1983) reporta a aplicação industrial do DMC realizada por Prett e Gillette (1979). Estes autores descrevem a otimização em linha deste algoritmo de controle considerando-se o caso multivariável e com restrições de uma unidade de craqueamento catalítico. Estes exemplos de aplicação industrial do DMC foram apresentados no 86^o Encontro Nacional do AIChE.

Marchetti, Mellichamp e Seborg (1983) apresentam uma descrição detalhada do algoritmo de Controle por Matriz Dinâmica (DMC), assim como os

resultados obtidos através de simulações para três sistemas diferentes. Apresentam ainda o resultado experimental obtido pela implementação do DMC em um tanque de aquecimento. Todos os resultados são comparados aos obtidos por um controlador clássico e os casos estudados referem-se a sistemas com única entrada e única saída (SISO).

Maurath, Mellichamp e Seborg (1989) apresentaram a teoria do DMC, exemplificando a sua aplicação a alguns sistemas, sendo que estes são sistemas SISO e os coeficientes do modelo de convolução foram obtidos através da linearização do processo. Neste artigo os autores sugerem algumas diretrizes para a escolha dos parâmetros do controlador e apresentam uma análise da estabilidade destes controladores.

Cutler (1982) apresenta a modificação necessária para a implementação do DMC em sistemas que não atingem o estado estacionário. Pinto (1990) apresenta o controle de uma coluna de destilação através de duas técnicas de controle preditivo que são o DMC e o LDMC. Esta última técnica é uma modificação do DMC em que se faz uso da programação linear para os cálculos de otimização e permite a manipulação explícita das restrições do processo (Morshedi, Cutler e Skrovanek, 1985). Ambos os métodos apresentaram resultados muito bons com uma ressalva importante de que não foi realizada nenhuma linearização do processo para obter os coeficientes do modelo de convolução, modelo utilizado pelo controlador.

Neste trabalho será estudado a aplicação do Controle por Matriz Dinâmica a uma coluna de absorção, considerando-se o caso monovariável sem restrições. Dessa forma será possível realizar a comparação com um controlador convencional. O objetivo que se espera alcançar é uma maior compreensão do algoritmo, assim como um entendimento de como selecionar os parâmetros do controlador.

2.2 - Colunas de Absorção:

A absorção é um importante processo utilizado nas indústrias químicas para separação dos componentes de uma mistura. Muitos estudos têm sido realizados no

sentido de se obter um maior conhecimento a respeito deste processo. Como por exemplo, os trabalhos de Bourne et al. (1974) e Lakshmananan e Potter (1989), esses autores estudaram a dinâmica de colunas absorvedoras.

No entanto, tendo-se em vista que o objetivo do presente trabalho é estudar a Matriz Dinâmica de Controle, não se justifica fazer uma revisão detalhada sobre o processo de absorção. Este processo foi escolhido como caso estudo devido a sua importância e também porque pouco se encontra na literatura trabalhos sobre dinâmica e controle desta operação. Os detalhes sobre este processo podem ser encontrados em vários livros e artigos técnicos.

O modelo dinâmico da coluna de absorção foi elaborado levando-se em conta as equações do balanço de massa, relação de equilíbrio, etc. de forma semelhante aos modelos elaborados para colunas de destilação, guardando-se as devidas diferenças.

3. TEORIA DO CONTROLADOR DMC.

3.1 - Introdução:

No capítulo anterior mostrou-se uma visão geral da literatura a respeito de controladores preditivos. Como neste trabalho será estudado o Controle por Matriz Dinâmica, serão abordados, no presente capítulo, todos os conceitos teóricos e etapas de cálculos, que estão presentes no algoritmo de controle em questão (DMC).

A descrição do conceito de controle preditivo será abordada inicialmente. Em seguida serão ilustrados o modelo interno do controlador, os cálculos de predição e desenvolvimento da lei de controle, respectivamente. Finalizando o capítulo serão descritos os parâmetros que deverão ser selecionados para a implementação deste controlador.

3.2 - Descrição do Conceito de Controlador Preditivo (DMC):

O controle de um processo com Matriz Dinâmica de Controle é realizado com o auxílio de um computador. Dessa forma tem-se um controlador em que as variáveis envolvidas são discretizadas no domínio do tempo.

Uma vez que se tenha um modelo para representação do processo a ser controlado, pode-se prever o valor da saída do processo (variável controlada), para, então, calcular-se a ação de controle necessária para corrigir algum erro existente entre a variável controlada e o ponto de ajuste ("set point"). A atuação do controlador pode ser visualizada na figura abaixo.

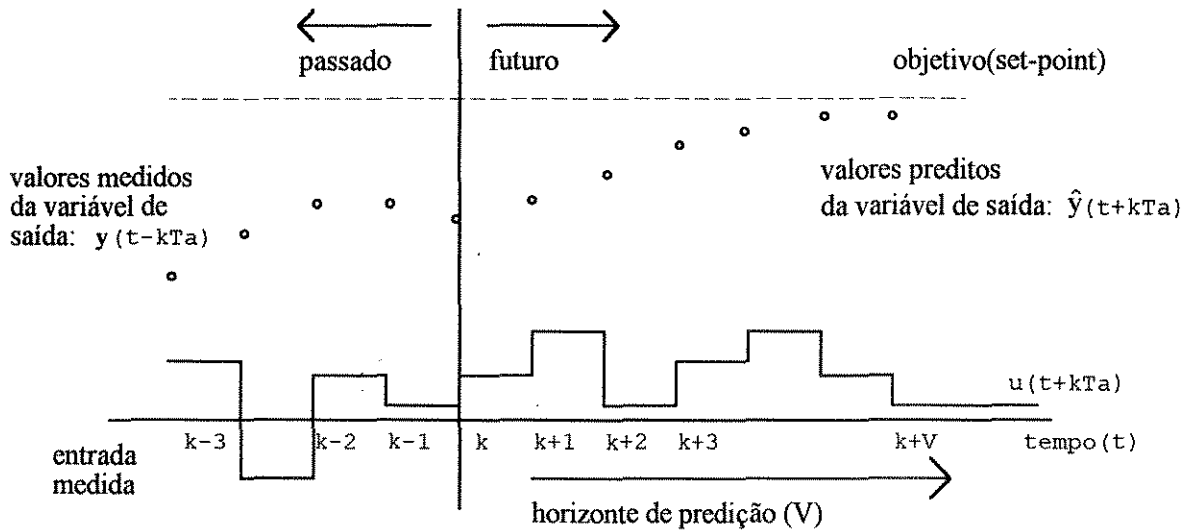


Figura 3.1 - Atuação do Controlador Preditivo

Como se trata de um sistema de dados amostrados, as variáveis envolvidas são conhecidas apenas em instantes de tempo que são múltiplos inteiros do período de amostragem. Dessa forma para tempo = $k \cdot T_a$, onde T_a é o período de amostragem, tem-se as seguintes variáveis y_k , r_k e u_k que são a variável controlada, valor do ponto de ajuste ("set point") e a variável manipulada, respectivamente. Além destas tem-se:

$$\bar{u} = [u_k, u_{k+1}, \dots, u_{k+V-1}]$$

$$\bar{y} = [\hat{y}_{k+1}, \hat{y}_{k+2}, \dots, \hat{y}_{k+V}]$$

$$\bar{r} = [r_{k+1}, r_{k+2}, \dots, r_{k+V}]$$

onde: V - Horizonte de Predição,

$\hat{y}_{k+i}$ - valor predito da variável controlada para o instante $k+i$,

u_{k+i} - valor da variável manipulada para o instante $k+i$,

r_{k+i} - valor do ponto de ajuste para o instante $k+i$.

Cada vetor representado acima corresponde à seqüência de valores que as variáveis tem durante o intervalo de tempo chamado de horizonte de predição. Assim o

controlador deverá calcular a seqüência de futuros valores da variável manipulada (u), de tal forma que a variável controlada (y) seja mantida o mais próximo possível do valor desejado (r), em cada instante de tempo do horizonte de predição. Esta seqüência de valores desejados para a variável controlada é conhecida como trajetória de referência (Mehra et al., 1982).

Para o cálculo das futuras ações de controle $\bar{u}$ é necessário que a variável controlada seja predita, através de um modelo do processo a ser controlado. Este modelo representa uma relação entre as entradas e saídas do processo. No caso do controle com Matriz Dinâmica (DMC) o modelo utilizado é o modelo de convolução.

Para se obter os melhores valores da variável manipulada é definida uma função objetivo. Para o controlador DMC esta função objetivo é dada pela equação abaixo:

$$J = \sum_{i=1}^V (\bar{y}_{k+i} - r_{k+i})^2 \quad \text{Eq. (3.1)}$$

Observando-se o termo entre parênteses vê-se que este corresponde à diferença entre o valor predito da variável controlada e o valor desejado para a mesma, ou seja, este termo representa o erro predito para o horizonte de predição. O procedimento do controlador é minimizar esta função objetivo em relação a variável manipulada u , obtendo-se assim os valores ótimos desta variável. Como resultado, tem-se o erro minimizado durante o horizonte de predição e, se não ocorrer nenhuma perturbação e também se o modelo interno do controlador representar fielmente o processo, então a variável controlada seguirá exatamente o valor especificado, durante este intervalo de tempo.

Após uma visão geral do controlador preditivo, parte-se para o estudo do DMC mais especificamente. Serão abordados nos itens seguintes, o modelo de convolução, cálculos da predição da variável controlada e a lei de controle.

3.3 - Modelo de Convolução:

O modelo de convolução é um modelo não-paramétrico que tem os seus coeficientes determinados diretamente da resposta experimental do processo, dada uma perturbação na variável manipulada. Sendo assim não é necessário que se suponha uma ordem para o modelo.

Para melhor compreensão, considere-se uma perturbação em degrau unitário em uma variável de entrada do processo, no instante $t=0$. A resposta, ou mudança no valor da variável de saída do processo com o tempo, está esquematizada na figura 3.2 abaixo:

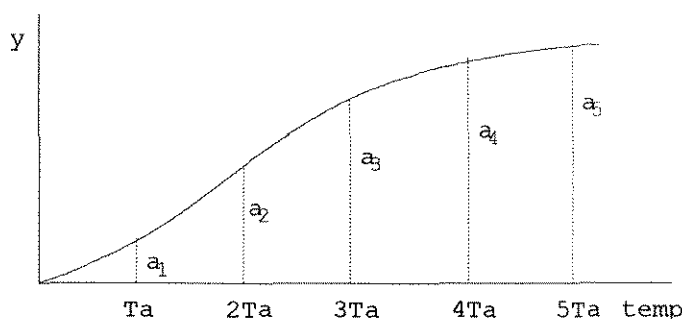


Figura 3.2 - Coeficientes do Modelo de Convolução

Da figura, tem-se que a resposta do processo é dada por pontos discretos no tempo. Os coeficientes a_i correspondem ao valor numérico da variável controlada, em cada instante de tempo representado, para uma perturbação em degrau unitário na variável manipulada. Conceitualmente, estes coeficientes guardam informações sobre a dinâmica do processo e são necessários para relacionar as entradas e as saídas do processo.

A representação matemática da resposta do processo a uma perturbação de grandeza Δu_0 , que ocorre no tempo $t = 0$, pode ser dada por:

$$y_1 = y_0 + a_1 * \Delta u_0$$

$$y_2 = y_0 + a_2 * \Delta u_0$$

$$y_3 = y_0 + a_3 * \Delta u_0$$

Eq. (3. 2)

$$y_T = y_0 + a_T * \Delta u_0$$

onde T - período de amostragem,

y_i - valor da variável controlada, em cada instante de tempo,

Δu_0 - mudança na variável manipulada, no início do intervalo de tempo

($t = 0$),

y_0 - valor de y no estado estacionário inicial ($t = 0$),

a_i - coeficientes do modelo de convolução, em cada instante de tempo,

T - horizonte do processo.

$i = 1, 2, 3, \dots, T$

Neste ponto tem-se a primeira definição importante no DMC, que é o horizonte do processo T . Este é um número inteiro, que multiplicado pelo tempo de amostragem, corresponderá ao tempo necessário para o processo alcançar 99% do seu valor final. Isto é, o tempo necessário para atingir um novo estado estacionário, após uma dada perturbação. Este também será igual ao número de coeficientes de convolução.

Definindo-se y e u como variáveis desvio, y_0 será igual a zero, desde que o sistema esteja inicialmente no estado estacionário. Dessa forma a equação 3.2, torna-se $y = a * \Delta u$ para cada instante de tempo. Assim para a determinação dos coeficientes a_i , introduz-se uma perturbação de grandeza Δu à variável manipulada, para em seguida, dividir-se o valor de y (variável controlada) por Δu .

Devido ao princípio da superposição, pode-se determinar a resposta do sistema, devido a outras perturbações que ocorram nos intervalos de tempo seguintes. Por exemplo, considere que ocorreram duas perturbações, uma no instante $t=0$ e outra

em $t=Ta$. A resposta é encontrada adicionando-se uma outra coluna na equação 3.2, ou seja:

$$y_1 = y_0 + a_1 * \Delta u_0$$

$$y_2 = y_0 + a_2 * \Delta u_0 + a_1 * \Delta u_1 \quad \text{Eq. (3. 3)}$$

$$y_3 = y_0 + a_3 * \Delta u_0 + a_2 * \Delta u_1$$

Esta situação corresponde a adicionar as duas curvas da respostas. Na figura 3.3 está a representação esquemática da equação acima.

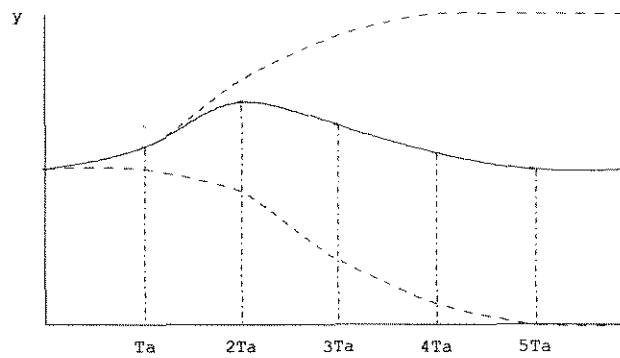


Figura 3.3 - Resposta do processo a duas perturbações consecutivas

As linhas pontilhadas são as respostas individuais e a linha cheia é resultante da soma dessas curvas.

A equação 3.3 pode ser escrita de forma generalizada para um instante de tempo k e para T perturbações consecutivas na variável u . Dessa forma, tem-se definido o modelo de convolução como sendo:

$$y_k = y_0 + \sum_{i=1}^T a_i * \Delta u_{k-i} \quad \text{Eq. (3. 4)}$$

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, T$$

De acordo com a definição de função degrau e função impulso, pode-se expressar esta equação em função dos coeficientes de resposta ao impulso. Com isso, a equação 3.4 adquire a forma:

$$y_{k+1} = y_0 + \sum_{i=1}^T h_i * u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 5)}$$

onde $h_i = a_i - a_{i-1}$ e $h_0 = 0$

3.4 - Cálculos para Predição do DMC:

Uma vez entendido o modelo de convolução, pode-se explicar como serão feitas as predições no DMC. Como já foi dito, no controlador preditivo as saídas do processo serão preditas durante um determinado horizonte de tempo.

É importante observar-se que "horizonte" é a idéia central neste tipo de controlador(Seborg,1989). São três os tipos de horizonte aqui definidos, um deles já foi mencionado no item anterior que é o horizonte do processo. Os outros dois são: horizonte de predição e horizonte de controle.

O horizonte de controle (U) é o número de ações de controle, que deverão ser calculadas nos próximos U instantes de amostragem, de forma a afetar a variável de saída durante o horizonte de predição. O horizonte de predição (V) é o número de saídas preditas, nos próximos V instantes de amostragem.

Para melhor entendimento das definições acima, considerar-se-á primeiro o caso de predição simples, para em seguida considerar-se o caso de predição múltipla.

3.4.1 - Predição Simples:

Por predição simples entenda-se predição para um intervalo de tempo à frente. Esta situação corresponde a $V = 1$.

Neste trabalho, $\hat{y}_{k+}$, corresponde ao valor predito da variável controlada para o instante de tempo $(k+1)T_a$ (T_a - período de amostragem). Utilizando-se o modelo de convolução tem-se que:

$$\hat{y}_{k+1} = y_0 + \sum_{i=1}^T h_i u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 6)}$$

Para a aplicação da equação acima a um sistema, este deve ser estável em malha aberta. Caso contrário, o somatório da equação 3.5 teria um número infinito de termos. Se o processo apresentar atraso de transporte igual a M instantes de amostragem, onde M é um número inteiro, tem-se que:

$$\begin{aligned} h_i &= 0 \quad \text{para } 1 \leq i \leq M \\ h_i &\neq 0 \quad \text{para } i = M+1, M+2, \dots, T \end{aligned}$$

A equação (3.6) pode ser expressa na forma recursiva. Considerando-se o instante k , obtem-se:

$$\hat{y}_k = y_0 + \sum_{i=1}^T h_i u_{k-i} \quad \text{Eq. (3. 7)}$$

Subtraindo-se (3.7) de (3.6), a seguinte equação é obtida:

$$\hat{y}_{k+1} = \hat{y}_k + \sum_{i=1}^T h_i \Delta u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 8)}$$

onde, $\Delta u_{k+1-i} = u_{k+1-i} - u_{k-i}$

Com a equação acima, realiza-se a predição da variável $\hat{y}_{k+}$ a partir do valor predito para o instante anterior, $\hat{y}_k$. A predição de uma variável para apenas um instante à frente corresponde a $V=1$.

Para se obter uma predição mais precisa, é necessário que haja uma correção neste valor futuro da saída do processo ($\hat{y}_{k+}$) calculado pela equação (3.8). Esta será

feita incorporando-se uma estratégia de retro-alimentação (Seborg, 1988), baseada em duas informações. A primeira informação refere-se ao fato de que no instante atual de amostragem o valor real (valor medido) de y_k ser conhecido. A segunda, refere-se ao fato de que os valores de y_k , real e predito, somente serão iguais se não houver erros no modelo e se não ocorrer nenhuma outra perturbação no sistema.

Dessa forma a correção no valor predito é realizada fazendo-se a diferença entre este e o valor real de y_k . Conhecendo-se esta diferença, ou erro da predição, para o instante atual (kT_a), corrige-se com este mesmo valor, a predição feita para o instante futuro $[(k+1)T_a]$. Esta correção é representada pela equação abaixo:

$$\hat{y}_{k+1}^c = \hat{y}_{k+1} + (y_k - \hat{y}_k) \quad \text{Eq. (3. 9)}$$

$\hat{y}_{k+1}^c$ - valor predito corrigido de $\hat{y}_{k+1}$
 y_k - valor real (medido) da variável y

A importância deste valor corrigido, aqui representado por $\hat{y}_{k+1}^c$, é que este é um valor predito que leva em conta erros no modelo e outras perturbações, que tenham ocorrido no intervalo de predição.

Substituindo-se (3.8) em (3.9) tem-se que:

$$\hat{y}_{k+1}^c = y_k + \sum_{i=1}^T h_i \Delta u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 10)}$$

Especificando-se um valor desejado para a variável controlada (y_{k+1}^d), o objetivo do controlador será calcular a ação de controle necessária para que o valor predito seja igual ao valor desejado, no intervalo de tempo de predição. Definindo-se:

$$y_{k+1}^d = r_k \quad \text{Eq. (3. 11)}$$

onde r_k - valor do “set-point”

Observa-se que neste caso a trajetória de referência tem um valor constante no horizonte de predição. Este valor é o próprio valor do ponto de ajuste (“set point”).

E fazendo-se a diferença entre (3.11) e (3.10), tem-se que a lei de controle será dada pela equação abaixo:

$$\Delta u_k = \frac{E_k}{h_1} - \frac{1}{h_1} \sum_{i=2}^T h_i \Delta u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 12)}$$

$$E_k = r_k - y_k \quad \text{Eq. (3. 13)}$$

Usualmente esta lei de controle não é satisfatória, pois está baseada na condição do valor predito ser igual ao “set point” em apenas um instante de amostragem (Marchetti et al, 1983).

3.4.2 Predição Múltipla:

Com um controlador preditivo, pode-se realizar a predição da variável controlada y para vários instantes de tempo no futuro. O número de intervalos de tempo e , consequentemente, o número de predições é o que foi definido como horizonte de predição (V).

Um preditor com V passos é representado pela seguinte equação:

$$\hat{y}_{k+j} = \hat{y}_{k+j-1} + \sum_{i=1}^T h_i \Delta u_{k+j-i} \quad \text{Eq. (3. 14)}$$

onde $j = 1, 2, 3, \dots, V$ $V \leq T$

Utilizando-se a mesma correção por retro-alimentação do item anterior, tem-se que:

$$\hat{y}_{k+j}^c = \hat{y}_{k+j} + (\hat{y}_{k+j-1}^c - \hat{y}_{k+j-1}) \quad \text{Eq. (3. 15)}$$

A equação (3. 15) é usada para a correção dos V valores preditos pela equação 3.14, ao longo do horizonte de predição. Para fazer esta correção considera-se que no início deste intervalo de tempo tem-se

$$\hat{y}_k^c = y_k \quad \text{Eq. (3. 16)}$$

onde $\hat{y}_k^c$ - valor corrigido de y, no primeiro instante do horizonte de predição
 y_k - valor medido de y no instante de tempo atual (k)

Substituindo-se (3.14) em (3.15) obtem-se:

$$\hat{y}_{k+j}^c = \hat{y}_{k+j-1}^c + \sum_{i=1}^T h_i \Delta u_{k+j-i} \quad \text{Eq. (3. 17)}$$

Do ponto de vista de controle, será interessante separar as ações de controle futuras daquelas que foram implementadas anteriormente ao instante atual de amostragem. Marchetti(1981) colocou a equação acima na forma vetor-matriz, onde a mudança futura na variável manipulada fica fora do somatório. Partindo-se da equação (3.16), tem-se que:

Para o instante $(k+1)T_a$:

$$\hat{y}_{k+1}^c = \hat{y}_k^c + h_1 \Delta u_k + h_2 \Delta u_{k-1} + h_3 \Delta u_{k-2} + \dots + h_T \Delta u_{k+1-T} \quad \text{Eq. (3. 18)}$$

As ações de controle Δu_{k-1} , Δu_{k-2} , Δu_{k-3} , ..., Δu_{k+1-T} são conhecidas e podem ser agrupadas em um somatório, ou seja:

$$S_1 = \sum_{i=2}^T h_i \Delta u_{k+1-i} \quad \text{Eq. (3. 19)}$$

Substituindo-se este somatório e a equação (3.16) em (3.18):

$$\hat{y}_{k+1}^c = y_k + h_1 \Delta u_k + S_1 \quad \text{Eq. (3. 20)}$$

Para o instante $(k+2)T_a$:

$$\hat{y}_{k+2}^c = \hat{y}_{k+1}^c + h_1 \Delta u_{k+1} + h_2 \Delta u_k + h_3 \Delta u_{k-1} + h_4 \Delta u_{k-2} + \dots + h_T \Delta u_{k+2-T} \quad \text{Eq. (3. 21)}$$

Novamente, reunindo-se as ações de controle em um somatório:

$$S_2 = \sum_{i=3}^T h_i \Delta u_{k+2-i} \quad \text{Eq. (3. 22)}$$

Substituindo-se (3.22) em (3.21):

$$\hat{y}_{k+2}^c = \hat{y}_{k+1}^c + h_1 \Delta u_{k+1} + h_2 \Delta u_k + S_2 \quad \text{Eq. (3. 23)}$$

Substituindo-se a expressão desenvolvida para y_{k+1}^c em (3.20):

$$\hat{y}_{k+2}^c = y_k + (h_1 + h_2) \Delta u_k + h_1 \Delta u_{k+1} + S_1 + S_2 \quad \text{Eq. (3. 24)}$$

Seguindo-se o mesmo raciocínio para os demais instantes, define-se uma forma genérica para a predição:

$$\hat{y}_{k+j}^c = y_k + a_j \Delta u_k + a_{j-1} \Delta u_{k+1} + \dots + a_1 \Delta u_{k+j-1} + P_j \quad \text{Eq. (3. 25)}$$

sendo que:

$$\begin{aligned}
 S_m &= \sum_{i=m+1}^T h_i \Delta u_{k+m-i} \\
 P_i &= \sum_{m=1}^i S_m \quad m=1,2,3,\dots,V \\
 a_i &= \sum_{j=1}^i h_j \\
 i &= 1,2,3,\dots,V
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

a_i - coeficiente da resposta em degrau,

S_m - somatório das ações de controle previamente implementadas ao sistema,

P_j - vetor projeção, apenas relacionado com o somatório S_m .

Finalmente, pode-se escrever a equação (3.25) na forma de vetor-matriz:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{k+1}^c \\ \hat{y}_{k+2}^c \\ \hat{y}_{k+3}^c \\ \vdots \\ \hat{y}_{k+v}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_v & a_{v-1} & a_{v-2} & \dots & a_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \Delta u_{k+2} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+v-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_k + P_1 \\ y_k + P_2 \\ y_k + P_3 \\ \vdots \\ y_k + P_v \end{bmatrix}
 \tag{3.27}$$

3.5 - Lei de Controle:

Com a equação (3.27) são realizadas as predições durante o horizonte de predição. No item 3.2, viu-se que o objetivo do controlador é calcular a ação de controle, de tal forma que os valores preditos da variável controlada sigam a trajetória de referência o mais próximo possível.

Na proposta Cutler e Rameker a trajetória de referência para a Matriz Dinâmica de Controle é constante e igual ao set point, durante todo o período de predição. Dessa forma tem-se:

$$y_{k+1}^d = r_k \quad j=1,2,3,\dots,V \quad \text{Eq. (3. 28)}$$

onde y_{k+}^d - valor desejado para y

r_k - set point

Fazendo-se a diferença entre as equações (3.28) e (3.27) obtem-se:

$$\tilde{E} = \mathbf{A}' \Delta \tilde{u} + \tilde{E}' \quad \text{Eq. (3. 29)}$$

Com a equação acima são obtidas duas novas variáveis. Estas são os vetores que representam os erros entre a variável controlada e o set point.

$$\tilde{E} = \begin{bmatrix} y_{k+1}^d - \hat{y}_{k+1}^c \\ y_{k+2}^d - \hat{y}_{k+2}^c \\ . \\ . \\ y_{k+j}^d - \hat{y}_{k+j}^c \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3. 30)}$$

$$\tilde{E}' = \begin{bmatrix} E_k - P_1 \\ E_k - P_2 \\ . \\ . \\ E_k - P_j \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3. 31)}$$

onde $j = 1, 2, 3, \dots, V$

$$E_k = r_k - y_k \quad \text{Eq. (3. 32)}$$

Estes vetores são definidos para o horizonte de predição e portanto representam erros preditos. A diferença entre estes vetores, dados pelas equações (3.30) e (3.31), reside no fato de $\tilde{E}'$ (eq. 3.31) ser o vetor que admite um comportamento em

malha aberta. Ou seja, este vetor representa o erro que ocorreria se nenhuma ação de controle fosse implementada ao processo durante o horizonte de predição.

O vetor do $\vec{E}$ (eq. 3.30) representa o erro entre o “set point” e o valor predito e será utilizado para calcular as ações de controle que serão implementadas ao processo a partir do atual instante de tempo até o final do horizonte de predição.

A matriz A' é chamada de Matriz Dinâmica e é formada pelos coeficientes do modelo de convolução, portanto nesta matriz estão guardadas as informações dinâmicas do processo.

O objetivo do controlador é fazer um ajuste perfeito entre o valor predito da variável controlada e o “set point”, para o intervalo de tempo correspondente ao horizonte de predição. Portanto o que se quer é que $\vec{E} = 0$. Assim a equação (3.29):

$$0 = A' \Delta \vec{u} + \vec{E}' \quad \text{Eq. (3. 33)}$$

A equação acima tem como solução:

$$\Delta \vec{u} = (A')^{-1} \vec{E}' \quad \text{Eq. (3. 34)}$$

A solução dada por (3.34) é única e tende a não ser satisfatória, uma vez que está baseada na condição de que o valor predito seja exatamente igual ao valor real durante todo o horizonte de predição.

A estratégia DMC consiste em reduzir arbitrariamente a dimensão do vetor $\Delta \vec{u}$ de V para U. Assim a equação 3.29, torna-se:

$$\vec{E} = -A \Delta \vec{u} + \vec{E}' \quad \text{Eq. (3. 35)}$$

onde A é a matriz dinâmica formada pelas U primeiras colunas de A' .

O sistema (3.35) não tem solução exata. A idéia do DMC é encontrar a melhor solução, ou seja, os melhores valores para a variável manipulada, de tal forma que minimize um fator de desempenho, definido por Cutler e Ramaker(1980):

$$J[\Delta \bar{u}] = \bar{E}^T \bar{E} \quad \text{Eq. (3. 36)}$$

sendo que $\bar{E}$ é o vetor definido por 3.30.

Observando-se a equação acima, verifica-se que esta equação é idêntica a equação (3.1) e portanto é a função objetivo do controlador DMC. Esta deverá ser minimizada em relação a Δu . Será utilizado o Método dos Mínimos Quadrados para calcular-se os valores da variável manipulada. Assim são calculadas as U mudanças que deverão ocorrer na variável manipulada, de tal modo que V valores da variável controlada se ajustem a trajetória de referência.

Estes valores de $\Delta \bar{u}$ são dados pela equação abaixo:

$$\Delta \bar{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \bar{E} \quad \text{Eq. (3. 37)}$$

Desta forma tem-se que a lei de controle para o controlador DMC (Matriz Dinâmica de Controle) é representada pela equação acima.

A implementação desta lei ao sistema envolve uma dificuldade, que é a possibilidade de se ter movimentos excessivos na variável manipulada. Por movimentos excessivos entenda-se, valores grandes em cada elemento do vetor $\Delta \bar{u}$. Para compensar esta dificuldade, modifica-se o fator de desempenho, dado pela equação 3.36, acrescentando-se mais um termo ao mesmo. Assim o novo fator de desempenho fica definido como:

$$J[\Delta \bar{u}] = \bar{E}^T \mathbf{Q} \bar{E} + \Delta \bar{u}^T \mathbf{R} \Delta \bar{u} \quad \text{Eq. (3. 38)}$$

cuja solução é:

$$\Delta \bar{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q} \bar{E} \quad \text{Eq. (3. 39)}$$

$$\Delta \bar{u} = \mathbf{k}_c \bar{E}$$

onde $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes definidas positivas e $\mathbf{k}_c$ é a matriz dos ganhos feedback e tem dimensão de $U \times V$.

A equação 3.39 é a nova lei de controle, que minimiza o fator J.

Pela equação 3.39 são calculadas U ações de controle. Teoricamente, após calculadas as ações de controle, poder-se-iam esperar U instantes para recomeçar os cálculos. Porém, se durante o intervalo de tempo $[kT_a, (k+U)T_a]$, ocorrerem perturbações no sistema, ou ainda, se houver erros no modelo, estes não serão levados em conta pelo controlador, o que implicará em erros não corrigidos.

O procedimento usual é implementar-se apenas o primeiro elemento do vetor Δu , ou seja Δu_k , observar-se y_{k+1} , para então reiniciar todos os cálculos. Com este esquema de atualização, somente um escalar, Δu_k , precisará ser calculado, e para isso somente a primeira linha da matriz k_c será utilizada. Tem-se portanto um menor esforço computacional. Assim a equação 3.39, torna-se:

$$u_k = u_{k-1} + k_{c1} \bar{E} \quad \text{Eq. (3. 40)}$$

sendo que k_{c1} é a primeira linha da matriz k_c .

3.6 - Parâmetros do Controlador:

Uma vez entendido o controlador preditivo, parte-se para a análise dos seus parâmetros, que são: horizonte do processo T, horizonte de predição V, horizonte de controle U, tempo de amostragem T_a , matrizes peso Q e R, fator de supressão f. Pouco se encontra na literatura sobre a determinação desses parâmetros e a influência dos mesmos no desempenho do controlador não é tão evidente à primeira vista.

De uma maneira geral, a escolha dos horizontes está relacionada à escolha do tempo de amostragem T_a . Isto se deve ao fato dos mesmos se apresentarem como múltiplos inteiros de T_a .

O primeiro parâmetro a ser escolhido é o horizonte do processo T. Este multiplicado pelo tempo de amostragem deverá corresponder ao tempo de estabilização do processo ($t_{99\%}$). O horizonte T também equivale ao número de pontos do modelo de convolução e deverá ser grande o suficiente para que não haja erros de truncamento,

quando for feita a predição do processo utilizando-se este modelo (eq. 3.4). Marchetti et. al.(1983) sugerem que o valor de T seja escolhido de tal forma que h_T seja da mesma ordem da medida do erro da variável de saída.

O tempo de amostragem (T_a) não é considerado como parâmetro de sintonização do DMC, porém Seborg (1989) sugere que a sensibilidade do sistema às mudanças neste parâmetro seja testada. A variável T_a está relacionada com as informações dinâmicas do processo, no sentido de que quanto menor for T_a mais informações estarão disponíveis. O conhecimento das características dinâmicas do processo é particularmente importante na região transiente, onde as ações de controle devem ser mais vigorosas.

Porém deve-se ter em mente que a medida que o tempo de amostragem (T_a) diminui o horizonte do processo (T) aumenta. Como consequência tem-se um maior esforço computacional na realização dos cálculos envolvidos no problema de controle. Dessa forma, deve-se buscar um compromisso entre estas duas variáveis de tal forma que o desempenho do controlador não seja prejudicado. Uma maneira de se conseguir este objetivo é escolher a variável T de tal forma que $T \cdot T_a = t_{99\%}$ (Seborg, 1989).

O horizonte de predição V corresponde ao número de equações que deverão ser resolvidas pelo método dos mínimos quadrados na solução da equação 3.36. Ou seja, corresponde a quantidade de valores da variável controlada que serão preditas pelo controlador e, conseqüentemente ao número de intervalos de tempo do horizonte de predição.

O efeito de aumentar V é o de estabilizar a resposta do processo em malha fechada (Maurath, 1988). Por outro lado, há também um aumento do tempo computacional necessário para a predição. Maurath et.al. sugerem que V seja um parâmetro de sintonização, enquanto que outros, como Seborg (1989), sugerem fazer $V = T + U$.

O horizonte de controle U é o número de ações de controle que serão calculadas na etapa de otimização, a fim de diminuir os erros preditos. Este também corresponde a dimensão da matriz a ser invertida, no cálculo da lei de controle. Com isso, tem-se novamente um aumento no esforço computacional, à medida em que U aumenta.

A escolha de U , tanto quanto a de V , dependerá da dinâmica do processo. Seborg (1989) sugere, que um bom valor inicial para U , é fazer $U \cdot T_a = t_{60\%}$, ou seja, igual ao tempo necessário para que se obtenha 60% do valor final da resposta. Enquanto Maurath (1988) afirma que, para processos sem restrição e com única entrada e única saída, fazer $U=1$ e sintonizar o valor de V permite obter resultados excelentes. Caso não se consiga bons resultados, então, segundo Seborg (1989), um bom valor inicial é fazer $U \cdot T_a = t_{50\%}$. Onde $t_{50\%}$ é o tempo para que o processo alcance 50% do valor final.

As matrizes Q e R são as matrizes peso da lei de controle. Geralmente $Q=I$, onde I é a matriz identidade, apresenta ótimos resultados. Com isso, tem-se que todos os valores preditos são ponderados igualmente no intervalo de tempo correspondente ao horizonte de predição.

A matriz R é igual a I multiplicada por um fator f . Este fator é chamado de Fator de Supressão e é usado com duas finalidades. A primeira é a de restringir os movimentos da variável manipulada, resultantes da lei de controle (eq. 3.37), ou seja, evitar que cada elemento do vetor Δu seja excessivamente grande. A outra finalidade diz respeito a matriz $A^T A$. Se $f=0$, então o controlador passa a ser muito sensível a mudanças em U . Marchetti et. al. (1983) mostraram que isso acontece porque, a medida que U aumenta, o determinante de $A^T A$ se aproxima de zero, ou seja, esta matriz passa a ser mal-condicionada. Este problema pode ser evitado fazendo-se $f>0$.

3.7 - Conclusões:

Do que foi exposto neste capítulo vê-se que o controlador preditivo é uma técnica de controle digital, cujo algoritmo é constituído por um modelo interno para a representação do processo a ser controlado. A identificação dos coeficientes deste modelo é realizada “off-line” com o processo. Porém, devido ao fato de tratar-se de um modelo linear, deve-se observar a natureza do processo (linear ou não linear) para que o processo seja corretamente representado, para que não haja portanto um comprometimento no desempenho do controlador.

Este algoritmo de controle permite obter uma equação explícita para os cálculos das ações de controle, sem que seja necessária a resolução do problema de otimização em linha com o processo.

A influência dos muitos parâmetros que compõem o DMC não é muito evidente a primeira vista. Em literatura são encontradas algumas diretrizes para a seleção dos mesmos.

4. MODELO DINÂMICO DA COLUNA DE ABSORÇÃO.

4.1 - Introdução:

Para ser possível o estudo detalhado de técnicas de controle, quando estas são implementadas ao sistema em estudo, torna-se necessária a elaboração de um modelo dinâmico. Este modelo deverá descrever o comportamento das variáveis controlada e manipulada, assim como o perfil de concentração ao longo da coluna, para diversas condições de operação.

Neste capítulo será apresentado o modelo dinâmico elaborado para a coluna de absorção. Serão descritas todas as equações envolvidas, assim como o método matemático necessário para a resolução destas equações. Em seguida serão apresentados os resultados encontrados utilizando-se um sistema como exemplo.

4.2 - Descrição do Modelo:

O modelo desenvolvido é para uma coluna formada por N pratos, onde ocorre a absorção física de um componente do gás. A alimentação de gás ocorre no N -ésimo estágio, enquanto que o solvente entra na coluna no primeiro estágio. A numeração dos estágios é realizada de forma descendente. Ao contrário das colunas de destilação, a absorção envolve o fluxo de massa em apenas uma direção. Assim sendo, as taxas de fluxo variam rapidamente ao longo da coluna, se uma grande quantidade de material estiver sendo transferida. Por isso, é usual se trabalhar com vazões de solvente e gás livres de soluto e redefinir as concentrações em termos de razão molar (fração molar de soluto/fração molar de solvente ou gás).

Neste trabalho, serão considerados apenas sistemas diluídos, ou seja, sistemas em que a quantidade de material trocado entre as fases é pequena e por isso não altera as taxas de fluxo. Deste modo pode-se trabalhar com composição em termos de fração molar.

A figura abaixo mostra a representação esquemática da coluna estudada e de um estágio que a compõe

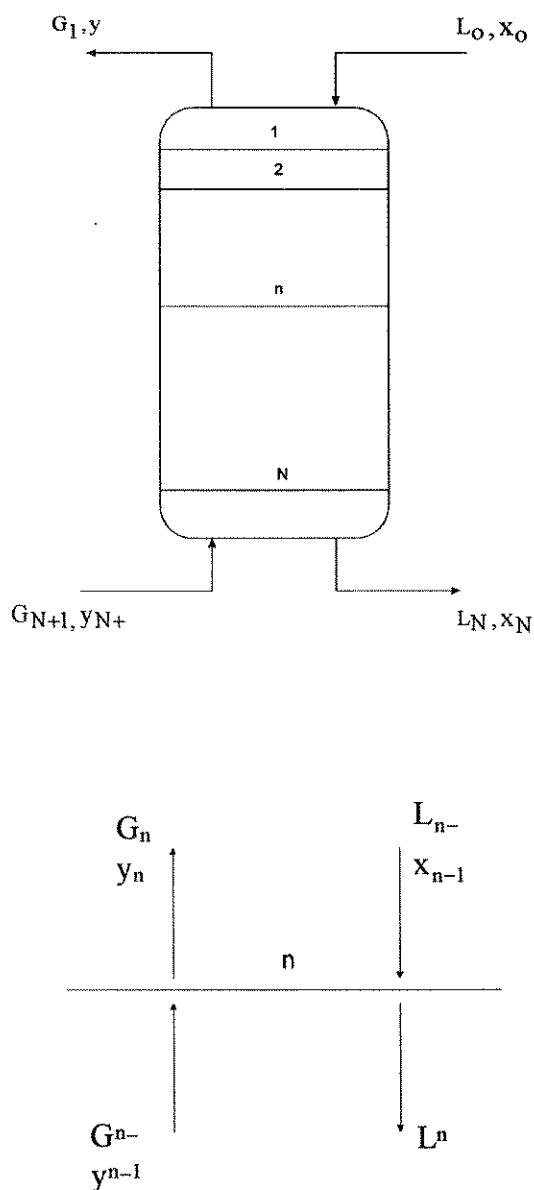


Figura 4.1 - Representação Esquemática da Coluna de Absorção

onde: x - fração molar do soluto na fase líquida,

y - fração molar do soluto na fase gasosa,

M - massa molar de líquido contida em cada estágio,

L - vazão de solvente,

G - vazão de gás,

N - número de estágios.

sendo que: subscrito n = estágio, $n = 0, 1, 2, \dots, N+1$

Algumas hipóteses simplificadoras são necessárias para ter uma maior agilidade nos cálculos, sem, no entanto, comprometer a exatidão da resposta dinâmica da absorvedora. As hipóteses utilizadas para este modelo são as seguintes:

1. Apenas um componente é transferido de uma fase para outra.
2. A absorção é considerada isotérmica.
3. Cada estágio é considerado como ideal.
4. As vazões de gás e líquido não são alteradas pela perda e dissolução de soluto, respectivamente.
5. A pressão na coluna se mantém constante.
6. A massa de gás retida entre os estágios é desprezível.

4.2.1 - Relação de Equilíbrio:

Para haver a absorção é preciso que as fases gás e líquido, quando colocadas em contato, se aproximem ou entrem em equilíbrio. A concentração resultante, do componente solúvel do gás, no líquido dependerá da solubilidade, do gradiente de concentração, do coeficiente de transferência de massa e da quantidade de área interfacial disponível para contato. Neste item, será vista a obtenção dos dados de equilíbrio.

Os dados de equilíbrio de uma mistura gás/líquido se encontram, em literatura, sob a forma:

1. Dados de solubilidade: expressos em percentagem, em peso ou molar, do componente solúvel ou em termos da constante da lei de Henry.
2. Pressão de vapor dos componentes puros.

No modelo aqui apresentado, a relação de equilíbrio é da forma:

$$y = m \cdot x$$

$$\text{Eq. (4.1)}$$

Assim sendo, temos uma relação de equilíbrio linear, que pode ser usada desde que estejam disponíveis os dados de solubilidade e de pressão parcial.

4.2.2 - Cálculo da Vazão de Solvente:

Para simular a coluna de absorção será utilizada a vazão mínima de solvente necessária para absorver o componente desejado. Neste item, apresenta-se um método simples, para o qual são válidas as hipóteses do modelo, para o cálculo desta vazão mínima.

Para o processo de absorção, a mínima vazão de solvente é aquela que faz com que o líquido que deixa a coluna no estágio N e o gás que está sendo admitido na coluna, estejam em equilíbrio. Esta vazão corresponde a um número infinito de estágios. Consta em literatura, que o usual é se trabalhar com um valor de vazão igual a 1.5 vezes maior que esta vazão mínima.

Para a realização deste cálculo considere a equação de Kresmer abaixo:

$$\frac{y_{N+1} - y_1}{y_{N+1} - y^*} = \frac{A^{N+1} - A}{A^{N+1} - 1} \quad \text{Eq. (4.2)}$$

$$A = \frac{L}{m * G} \quad \text{Eq. (4.3)}$$

onde: A- fator de absorção,
 y_{N+1} - composição do gás de alimentação,
 y_1 - composição desejada de soluto no gás, no topo da coluna,
 y^* - composição de equilíbrio entre soluto e solvente,
 G- vazão de gás,
 m- constante de equilíbrio,
 L- vazão de solvente.

$$\text{Quando } N \rightarrow \infty, \text{ temos que: } A \rightarrow A_{\lim} = \frac{y_{N+1} - y_1}{y_{N+1} - y_0} = R$$

onde R é a recuperação desejada. Substituindo R na equação 4.3 tem-se o valor mínimo da vazão de solvente (L), ou seja:

$$L_{\min} = m \cdot G \cdot R \quad \text{Eq. (4.4)}$$

$$\text{assim } L = 1.5 \cdot L_{\min}$$

Com este valor para a vazão de solvente define-se, através da equação 4.3 o valor inicial do fator de absorção A, o qual será usado na equação de Kresmer (eq. 4.2). Esta equação é resolvida numericamente pelo método de Newton-Raphson e fornecerá um novo valor do fator A. Com este novo fator calcula-se, pela equação 4.3, a vazão de solvente que será utilizada na simulação da coluna de absorção.

4.2.3 - Equações do Modelo:

As equações que descrevem o modelo são obtidas a partir de balanço material , global e por componente , em cada estágio . Com o auxílio da relação de equilíbrio e do cálculo das vazões , temos um sistema a ser resolvido.

Balanço de massa global para o estágio n :

$$\frac{d M_n}{dt} = L_{n-1} - L_n \quad \text{Eq. (4.5)}$$

Balanço de massa para o componente que é absorvido no estágio n :

$$\frac{d M_n X_n}{dt} = L_{n-1} X_{n-1} - L_n X_n + G \cdot (Y_{n+1} - Y_n) \quad \text{Eq. (4.6)}$$

Nota-se que, devido a hipótese (1), a equação acima é escrita em relação a um único componente, sendo que o outro pode ser calculado por:

$$\sum_{j=1}^2 X_j = 1 \quad \text{Eq. (4.7)}$$

Como visto no item anterior e de acordo com a hipótese (4):

$$Y_n = m_n * X_n \quad \text{Eq. (4.8)}$$

A retenção de líquido no prato é dada pela equação de Francis :

$$M_n = A_p * \rho_n * [h_v + c * (\frac{L_n}{\rho_n * L_w})^{2/3}] \quad \text{Eq. (4.9)}$$

onde: A_p - Área do prato ($A_p = 210 \text{ cm}^2$)

ρ_n - massa específica molar média da mistura (moles/cm³)

h_v - altura do vertedouro ($h_v = 8.0 \text{ cm}$)

L_w - comprimento do vertedouro ($L_w = 8.3 \text{ cm}$)

$C = 9.345 * 10^{-3} \text{ cm}^{-1/3} \text{ min}^{2/3}$

Como pode ser visto nas equações acima, o valor de M_i é calculado pela equação 4.5. Assim com a equação 4.10 calcula-se a vazão de líquido que deixa cada prato, ou seja:

$$L_n = \rho_n * L_n * [\frac{1}{C} * (\frac{M_n}{A_p * \rho_n} - h_v)]^{3/2} \quad \text{Eq. (4.10)}$$

O sistema final é formado pelas equações (4.5), (4.7), (4.8), (4.9) e (4.11). Como pode ser observado, o modelo da coluna é um sistema composto

basicamente de equações diferenciais ordinárias e por isso necessitam de um método numérico para resolução das mesmas.

Neste trabalho, utiliza-se o método Runge-Kutta-Gill de 4^o ordem. Para a integração das equações relativas ao acúmulo molar de líquido temos:

$$\begin{aligned}
 M_{i,k+1} &= M_{i,k} + \frac{1}{6} * (K_1 + K_4) + \frac{1}{3} * (b * K_2 + d * K_3) \\
 K_1 &= h * f(t_k, M_{i,k}) \\
 K_2 &= h * f(t_k + \frac{1}{2} * h, M_{i,k} + \frac{1}{2} * K_1) \\
 K_3 &= h * f(t_k + \frac{1}{2} * h, M_{i,k} + a * K_1 + b * K_2) \\
 K_4 &= h * f(t_k + h, M_{i,k} + c * K_2 + d * K_3) \\
 f(t, M_{ii}) &= \frac{d M_i}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

Para o cálculo das composições tem-se :

$$\begin{aligned}
 X_{i,k+1} &= X_{i,k} + \frac{1}{6} * (K_1 + K_4) + \frac{1}{3} * (b * K_2 + d * K_3) \\
 K_1 &= h * f(t_k, X_{i,k}) \\
 K_2 &= h * f(t_k + \frac{1}{2} * h, X_{i,k} + \frac{1}{2} * K_1) \\
 K_3 &= h * f(t_k + \frac{1}{2} * h, X_{i,k} + a * K_1 + b * K_2) \\
 K_4 &= h * f(t_k + h, X_{i,k} + c * K_2 + d * K_3) \\
 f(t, X_i) &= \frac{d X_i}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

onde : h - passo de integração

subscrito k refere-se ao instante de integração

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{2}; b = \frac{2-\sqrt{2}}{2}; c = \frac{-\sqrt{2}}{2}; d = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

Estas equações são integradas simultaneamente para cada instante de tempo $t+h$. As composições da fase gás e vazão de líquido são atualizadas através da relação de equilíbrio e equações que definem os fluxos molares. Dessa forma, pode-se obter o perfil de composição e vazão da coluna bem definido, para cada intervalo de tempo.

A integração destas equações é realizada a partir de um ponto inicial até que o regime estacionário seja alcançado (Bourne, 1974). A partir deste estado estacionário será realizada a simulação da coluna absorvedora para várias condições operacionais.

O passo de integração foi escolhido através de simulações sucessivas, onde o passo ótimo foi o que resultou em cálculos precisos e sem, no entanto, exigir um grande esforço (tempo) computacional (Luyben, 1990).

4.3 - Sistema Estudado:

O modelo dinâmico da coluna de absorção é simulado para um sistema, cuja fase gás é constituída de CO_2 e álcool etílico, onde o álcool é absorvido por água (Sherwood, 1975). Utilizando-se os dados da tabela 4.1 no modelo gera-se, para cada estágio, as composições e vazões de ambas as fases.

Esses valores, que correspondem a um estado estacionário, serão usados como ponto inicial para qualquer simulação feita a partir de perturbações conhecidas.

NUMEROS DE ESTÁGIOS TEÓRICOS : 9
FRAÇÃO MOLAR DE SOLUTO NO GÁS : 0.01
VAZÃO DE GÁS : 61.9 mol/s
CONSTANTE DE EQUILÍBRIO : 1.0682*
TEMPERATURA : 40 ° C
PRESSÃO : 1 atm

Tabela 4.1 - Dados do Sistema

* Segundo Sherwood (1975) , nessas condições de operação a solubilidade do álcool na água pode ser satisfatoriamente aproximada pela constante acima .Esta foi calculada com base na equação de van Laar para dados de pressão de vapor em sistemas isotérmicos.

A simulação realizada para a avaliação da dinâmica do sistema é feita introduzindo-se perturbações em degrau na vazão de solvente e na concentração do gás de alimentação, para então observar o comportamento da fração molar do gás, à saída da torre, com o tempo.

As figuras 4.2 e 4.3 apresentam os resultados obtidos para variações de $\pm 20\%$ na vazão de solvente e $\pm 50\%$ na composição do gás.

Na figura 4.2 fica evidente a não linearidade do sistema ,pois para perturbações, na vazão de água para absorção, de mesma grandeza , porém em direções opostas, a resposta é completamente diferente e não simétrica, como seria esperado caso houvesse linearidade. Com relação ao comportamento observado na figura 4.3, respostas são praticamente simétricas para perturbações na concentração do gás.

Um outro aspecto importante que foi observado é a dinâmica extremamente rápida da coluna. Nota-se que em um tempo de cerca de 60 segundos o estado estacionário é atingido. Isto significa que o controlador deverá ser rápido o suficiente para não permitir um aumento indesejado na fração molar do soluto no gás no topo da torre. Na figura 4.3 também pode ser observado que para alterações que ocorram na composição do gás antes de entrar na coluna, há um atraso de cerca de 10 segundos antes desta perturbação ser sentida pela composição do gás (variável controlada) no topo da coluna. Este comportamento é esperado uma vez que se trata de um equipamento com estágios de separação.

Nas figuras 4.4 e 4.5 observa-se o comportamento da variável y_1 quando ocorrem perturbações na vazão de solvente e na composição do gás à entrada da coluna. Observa-se nestes gráficos a maior sensibilidade do sistema à modificações em L_0 (vazão de solvente) do que em y_{NS+1} .

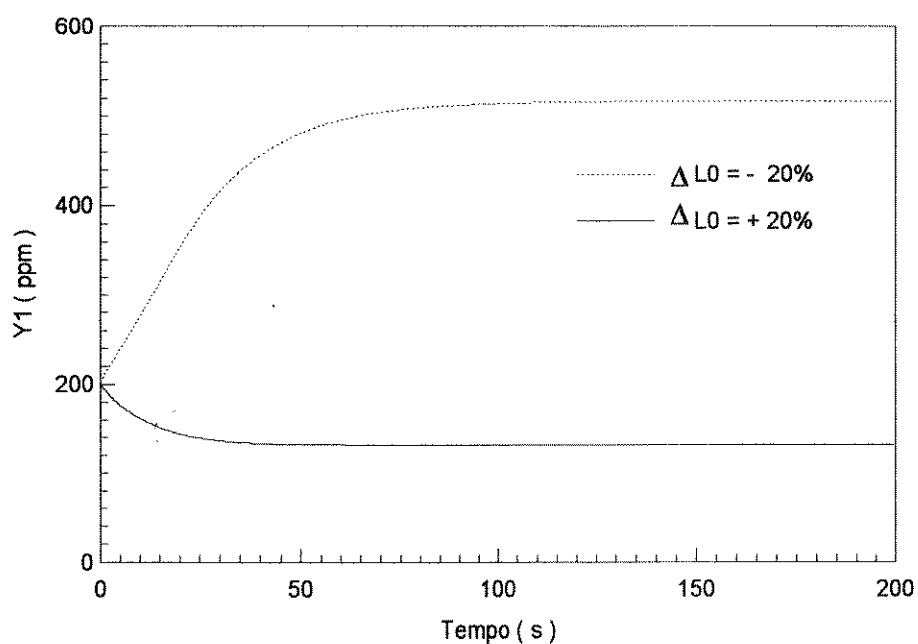


Figura 4.2 - Comportamento da variável controlada para perturbação na vazão de solvente, em malha aberta.

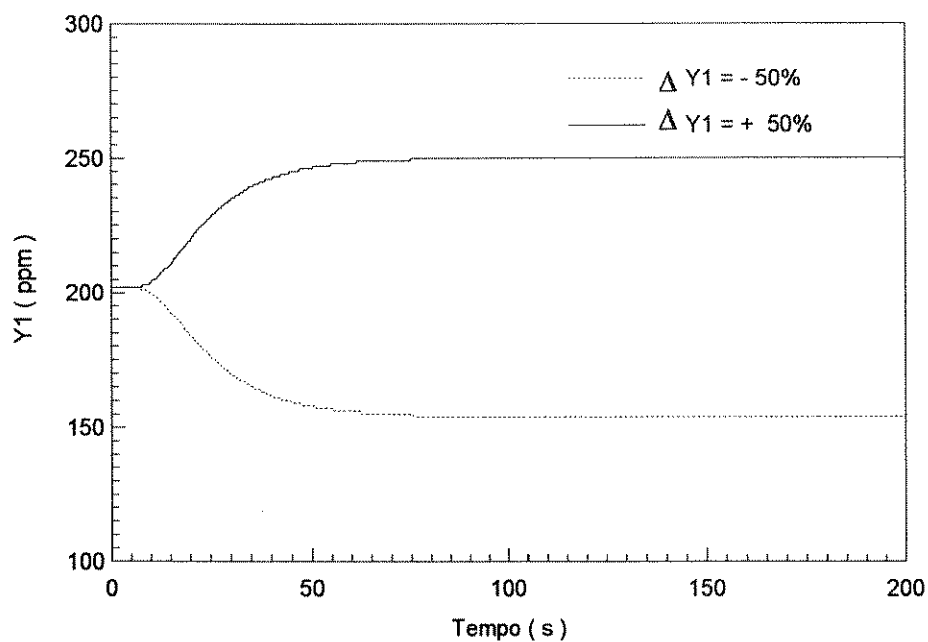


Figura 4.3 - Comportamento da variável controlada para perturbação na composição do gás a entrada da coluna de absorção, em malha aberta.

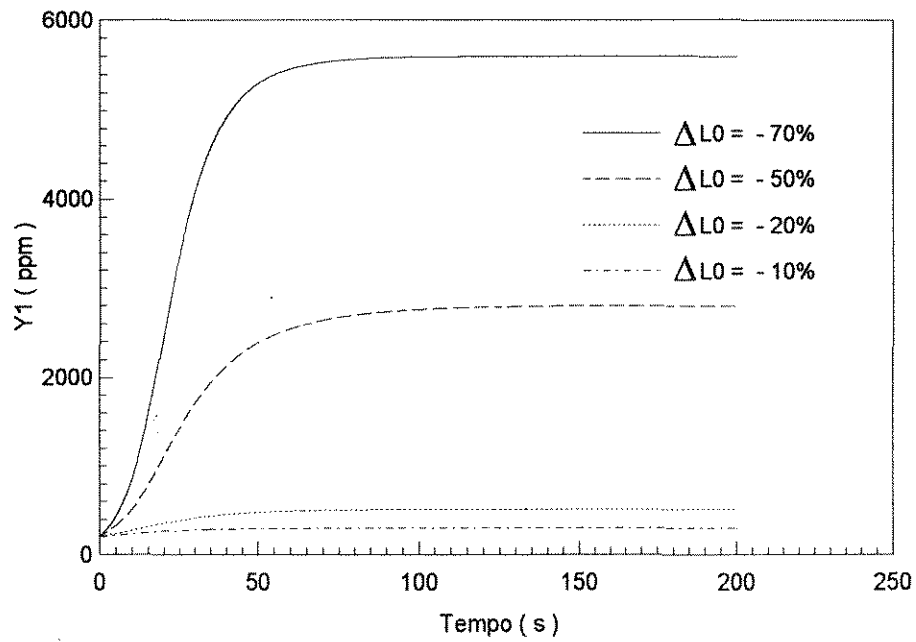


Figura 4.4 - Comportamento de y_1 , para diferentes perturbações em L_0

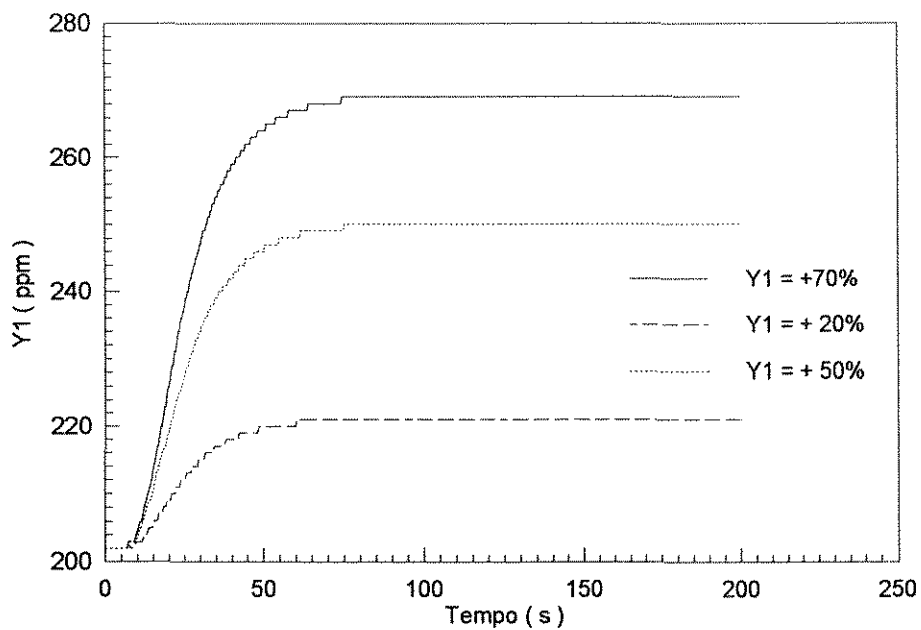


Figura 4.5 - Comportamento de y_1 , para diferentes perturbações em y_{NS+1}

4.4 - Conclusão:

Neste capítulo foi apresentado o modelo dinâmico da coluna de absorção, assim como os resultados encontrados quando ocorrem modificações nos valores do estado estacionário de algumas variáveis.

De acordo com os resultados encontrados pode-se concluir que para o sistema utilizado como exemplo, a resposta da coluna a estas perturbações é extremamente rápida, uma vez que o estado estacionário é rapidamente reestabelecido. Também pode-se afirmar que há uma maior sensibilidade do sistema às perturbações na composição do gás do que àquelas que ocorram na vazão de solvente.

5. CONTROLE DA COLUNA DE ABSORÇÃO.

5.1 - Introdução:

Para colunas de absorção é muito importante que se tenha uma composição constante do gás tratado na coluna absorvedora. Com este objetivo em mente, neste trabalho serão estudadas duas estratégias de controle. A primeira é uma técnica convencional de controle por retro-alimentação e a outra é uma técnica avançada de controle conhecida como DMC, ou seja, Matriz Dinâmica de Controle.

Neste capítulo será apresentada uma análise do comportamento da absorvedora quando submetida à variação na composição do gás de entrada. Com o auxílio do modelo, desenvolvido no capítulo anterior, será possível avaliar a resposta da coluna operando em malha fechada, estando submetida às duas estratégias de controle.

Em primeiro lugar, será avaliado o controlador convencional para em seguida ser apresentado o DMC. Os resultados apresentados pelos dois tipos de controlador, podem ser avaliados de forma comparativa.

5.2 - Controle Convencional por Retro-Alimentação:

Como foi visto, o objetivo de se fazer uma coluna de absorção operar em malha fechada é o de se manter constante a composição do gás que sai da torre pelo topo. Com tal objetivo, será manipulada a vazão de solvente e assim a variável controlada será a fração molar do soluto no gás. A variável manipulada é a vazão de solvente. Com esta estrutura de controle tem-se um controlador SISO ou seja, com única entrada e única saída.

A malha de controle está representada pelo seguinte diagrama de blocos :

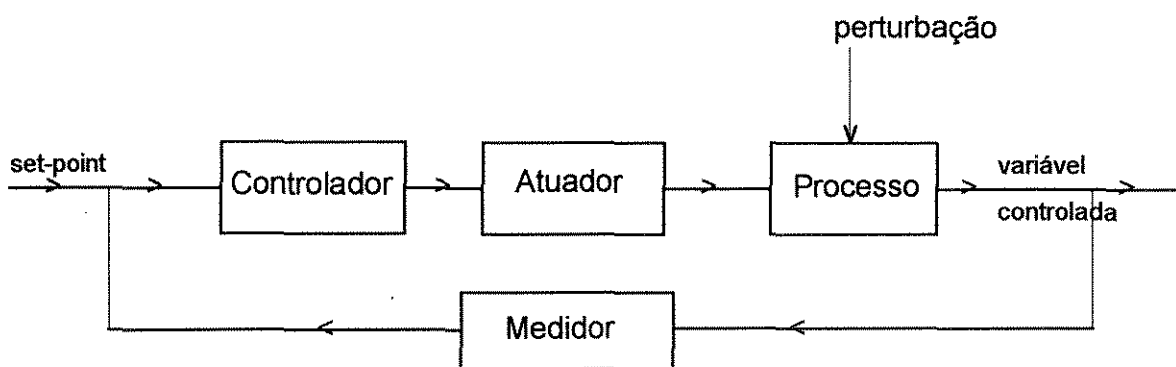


Figura 5.1 - Malha de Controle da Coluna de Absorção

Uma vez que, no presente trabalho, o ponto de ajuste do controlador será mantido constante e que serão consideradas perturbações ocorridas na composição do gás à entrada da coluna, tem-se um problema de controle regulador.

Para o projeto do controlador convencional é necessário que seja feita a caracterização do processo. Posteriormente é realizado o ajuste dos parâmetros do controlador. Nos itens seguintes serão abordadas estas duas etapas, assim como a escolha do tipo de controlador. Em seguida serão vistos os resultados da implementação do sistema de controle.

5.3 - Caracterização do Processo:

O modelo desenvolvido para a simulação dinâmica da coluna de absorção, apresentado no capítulo 4, permite que seja feita a caracterização do processo, ou seja, a identificação de parâmetros como: atraso de transporte, constante de tempo, ganho estático. Estes parâmetros descrevem o processo tanto qualitativamente quanto quantitativamente. Por isso serão usados no modelo do controlador, ou seja, naquele em que o controlador se baseia para tomar a decisão de controle.

O método utilizado para a caracterização do processo é o desenvolvido por Cohen-Coon, conhecido como Curva de Reação. Estes autores observaram (Stephanopoulos, 1984) que, para a maioria dos processos químicos, a resposta em malha aberta, a uma perturbação em degrau de amplitude A na variável manipulada,

apresenta uma forma sigmoidal. Dessa forma, o processo pode ser aproximado como sendo de primeira ordem com atraso de transporte.

Assim a função de transferência do processo, no domínio de Laplace, é:

$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-\theta_d}}{(\tau s + 1)} \quad \text{Eq. (5.1)}$$

onde K_p - ganho estático do processo

τ - constante de tempo

θ_d - atraso de transporte

Estes são os parâmetros que deverão ser encontrados a fim de se ter um processo bem determinado.

Considerando o diagrama de blocos na figura 5.1, a curva de reação do processo é obtida desconectando-se o controlador do elemento final de controle (atuador). Introduce-se uma perturbação em degrau de -20% na vazão de solvente e observa-se a resposta, ou seja, o comportamento da variável controlada com o tempo. A figura abaixo representa a curva de resposta da coluna, para o sistema em estudo.

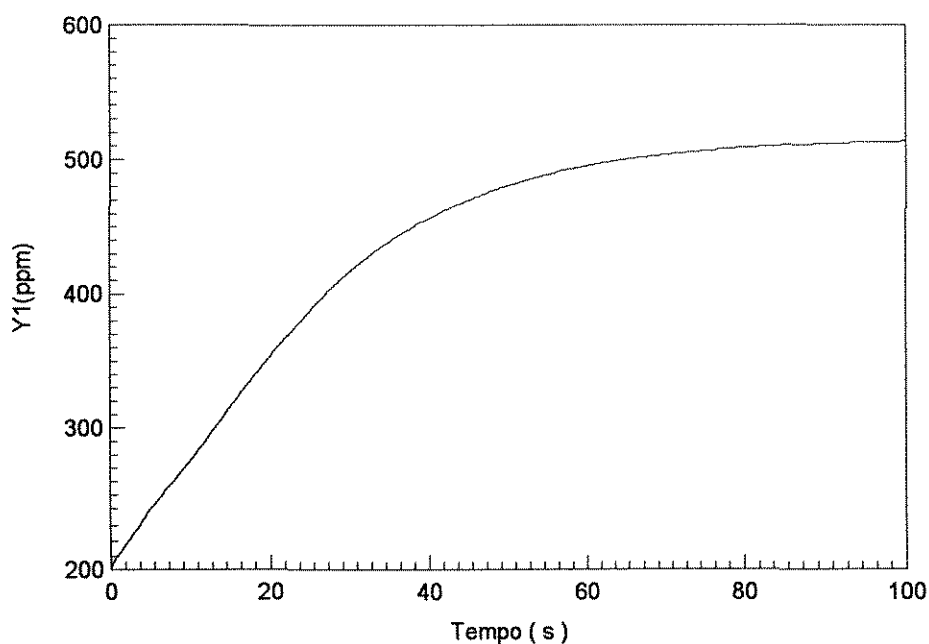


Figura 5.2 - Curva de Resposta em Malha Aberta da Coluna de Absorção

Apesar de estar-se trabalhando com um sistema em particular, deve-se lembrar que este método de caracterização pode ser aplicado a qualquer sistema, uma vez que este independe de qualquer propriedade específica do sistema.

Como visto no capítulo anterior, e de acordo com a figura acima, observa-se que a dinâmica da coluna é extremamente rápida. A explicação está no fato de se ter uma alta solubilidade do álcool em água e, conseqüentemente, poucos estágios de separação ($N_{est}=9$). Com isso, o atraso de transporte também tem um valor pequeno.

Quando não se considera a dinâmica do controlador, atuador e medidor, a função de transferência em malha aberta é a própria função de transferência do processo, ou seja, é dada pela equação 5.1.

Os parâmetros determinados pela curva do processo são apresentados na tabela abaixo:

K_p (ppm*s/mol)	τ (s)	θ_d (s)
16.03	23	4.13

5.4 - Definição da Lei de Controle Clássico:

Uma vez realizado o reconhecimento do processo, parte-se para a escolha do lei de controle, que deverá ser utilizada na coluna.

Malhas de controle de composição em geral são lentas, devido ao fato da medida da composição ser feita por cromatógrafos, que introduzem atraso de transporte na medida. Porém o modelo dinâmico desenvolvido restringe-se a sistemas isotérmicos, logo não se tem como fazer uma medida indireta da composição, baseando-se na variação de temperatura (controle inferencial).

Entretanto, sabendo-se que este tipo de controle (inferencial) é a forma mais usual de implementação prática, não será considerado o atraso de transporte decorrente de medidas diretas da composição.

A primeira idéia que surge é a de se utilizar um controlador convencional PID, já que está-se trabalhando com uma malha de controle de composição. Porém, consta em literatura (Corripio,1985), que este tipo de controlador deverá ser utilizado em processos lentos, ou seja, naqueles cuja constante de tempo seja grande.

A recomendação encontrada em literatura (Corripio, 1985) é que quando a razão entre o atraso de transporte (θ_d) e a constante de tempo (τ), ou seja, índice de controlabilidade, não superar o valor de 0.25, deve-se utilizar um controlador PI, mesmo para o controle de composição.

Observa-se dos dados apresentados acima que no caso da sistema CO₂ + álcool/ água esta razão é de 0.178 o que implica que um controlador PI deverá ser utilizado.

Dessa forma, a lei de controle utilizada é a seguinte:

$$L_0 = \bar{L} + K_c * e(kTa) + \frac{K_c Ta}{\tau_i} \sum_{j=0}^k e(jTa) \quad \text{Eq. (5.2)}$$

$$e(kTa) = y_{sp}(kTa) - y(kTa) \quad \text{Eq. (5.3)}$$

onde Ta é o tempo de amostragem, e(nTa) é o erro no instante correspondente, K_c é o ganho do controlador e τ_i é a constante de tempo integral.

É importante que se perceba que na equação acima foi feita a aproximação necessária ao uso de um controlador PI, implementado por micro-computador.

5.4.1 - Ajuste dos Parâmetros do Controlador:

Para se implementar este controlador ao processo é preciso que os seus parâmetros sejam ajustados ao processo. Estes parâmetros são os citados no item anterior, ou seja, são: o ganho do controlador e a constante de tempo integral. O método utilizado é o de Cohen-Coon, onde os valores dos parâmetros são calculados de acordo com as equações abaixo:

$$K_c = \frac{1}{K_p} * \frac{\tau}{\theta_d} * (0.9 + \frac{\theta_d}{12\tau}) \quad \text{Eq. (5.4)}$$

$$\tau_i = \frac{\theta_d (30 + 3 * (\frac{\theta_d}{\tau}))}{9 + 20 * (\frac{\theta_d}{\tau})} \quad \text{Eq. (5.5)}$$

Ao substituir os valores de K_p , θ_D e τ_p , obtidos no item 5.2.1, nas equações acima, foram obtidos valores para o ganho do controlador (K_c) e para a constante de tempo integral (τ_i), que geraram respostas instáveis para o processo. Segundo Stephanopoulos (1984) isto ocorre quando a aproximação que se faz para o processo, como sendo de primeira ordem com atraso, não é muito boa. Assim os valores obtidos pelas equações acima servem como uma primeira estimativa para K_c e τ_i .

Com isso, houve a necessidade de se fazer um ajuste nos valores destes parâmetros. Como resultado obteve-se os valores abaixo como sendo os primeiros a gerarem um comportamento estável para o processo.

$$K_c = 0.01 \text{ mol/ppm*s}$$

$$\tau_i = 40 \text{ s}$$

5.5 - Controle Clássico: Resultados

Uma vez definida qual a lei de controle utilizada na implementação do controlador convencional e tendo-se determinado os parâmetros do mesmo, parte-se para a análise das respostas que são obtidas com o controlador PI. Para cumprir este objetivo, foi desenvolvido o programa para simular a coluna submetida à ação do controlador.

A avaliação será realizada, introduzindo-se perturbações, em degrau sustentado, na composição do gás de alimentação, ou seja, na variável y_{NS+1} .

O comportamento das variáveis controlada (y_1) e manipulada (L_0), para um aumento de 100% em y_{NS+1} e para os valores de K_c e τ_i determinados acima, é apresentado nas figuras 5.3 e 5.4.

Observa-se que a variável controlada apresenta um comportamento oscilatório, com uma sobrelevação onde a concentração do soluto no gás, que sai da coluna, alcança o valor de 244ppm. Valor bem diferente do “set-point”, que é de 202ppm. Um outro aspecto importante, está relacionado com o tempo de estabilização do processo. Nota-se que y_1 leva cerca de 320 segundos para voltar ao “set-point”.

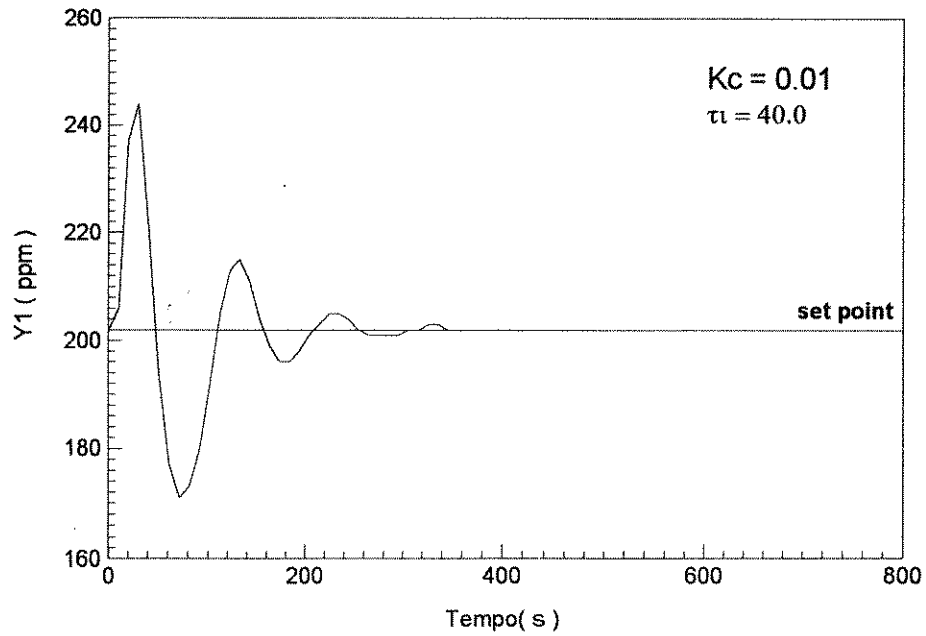


Figura 5.3 - Comportamento de y_1 , para Δy_{NS+1}

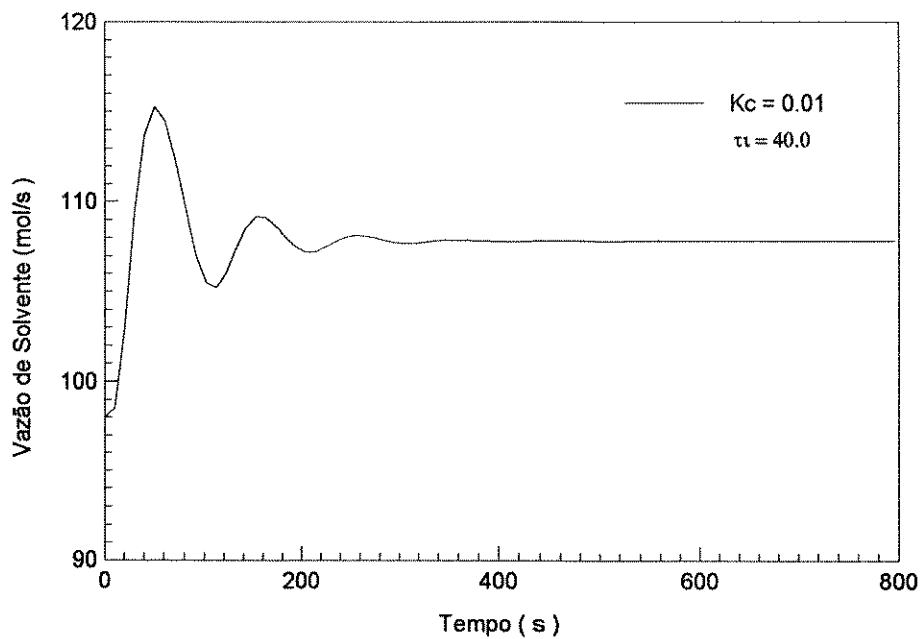


Figura 5.4 - Comportamento da Vazão de Solvente (L_0), para Δy_{NS+1}

Numa tentativa de se melhorar a resposta obtida, pode-se continuar a variar os valores de K_c e τ_i . Nas figuras seguintes estão representados o comportamento da variável controlada para vários valores destes parâmetros do controlador.

Na figura 5.5, observa-se que o aumento de τ_i não leva a uma melhora significativa no comportamento de y_1 . Por conseguinte, L_0 (variável manipulada) também não é beneficiada por este aumento. A diminuição do valor de τ_i ocasiona uma pior resposta, em vista das maiores oscilações. A resposta para esta situação encontra-se na figura 5.6.

Para o ganho do controlador, a diminuição do valor leva a respostas cada vez mais lentas e com maior sobrelevação. Com o aumento de K_c , respostas cada vez mais oscilatórias são obtidas (observe as figuras 5.7 e 5.8). Assim sendo, a menor sobrelevação e maior rapidez não são compensadas.

Dos gráficos ilustrados acima, conclui-se que pode ser difícil obter-se um melhor desempenho do controlador, através do ajuste de seus parâmetros. Por esta razão é que adota-se para estes parâmetros os obtidos através do método de Curva de Reação.

Fixando-se os parâmetros em $K_c = 0.01 \text{ mol/ppm}\cdot\text{s}$ e $\tau_i = 40 \text{ s}$, representa-se nas figuras 5.9 e 5.10, a resposta para perturbações de magnitude diferente de 100%.

Observa-se nestas figuras que o processo é controlado em todas as situações. São válidas aqui as mesmas considerações que foram feitas para $\Delta y_{ns+1} = 100\%$. É importante ressaltar que não foi necessário um novo ajuste para os parâmetros do controlador.

Programas de simulação permitem que se trabalhe com o tempo de amostragem da mesma ordem de grandeza do passo de integração, porém este valor não é viável por ser extremamente pequeno. Neste trabalho procurou-se trabalhar com um tempo de amostragem que estivesse de acordo com conselhos práticos.

Devido a dinâmica extremamente rápida da coluna pode-se pensar que menores tempos de amostragem podem levar a melhores respostas. Foram realizados teste neste sentido. Através destes testes verificou-se que à medida que o tempo de amostragem diminui a resposta se torna mais oscilatória, o que não é desejado.

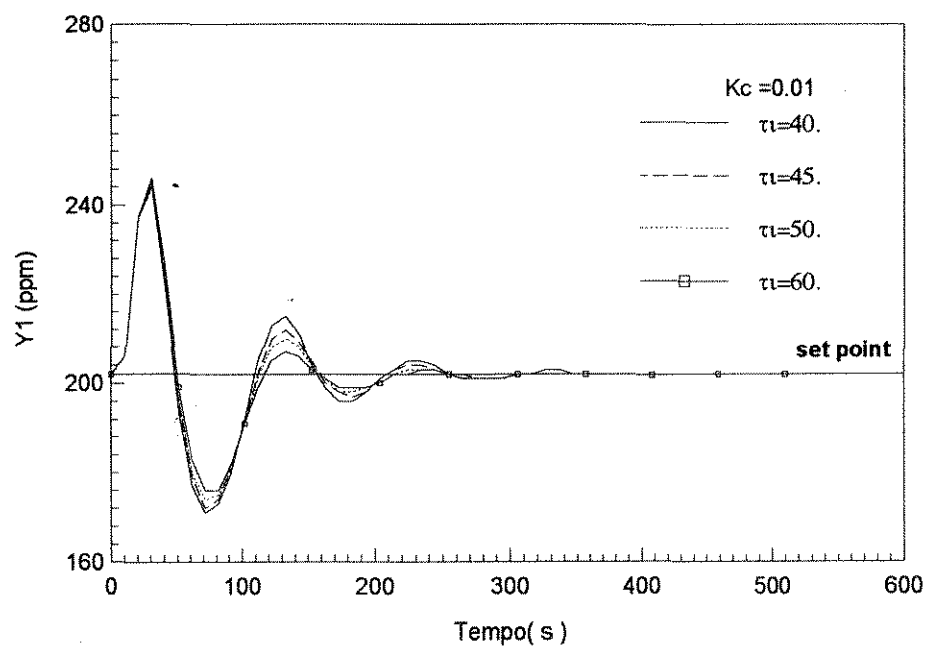


Figura 5.5 - Efeito do aumento de τ_i sobre o comportamento de y_1

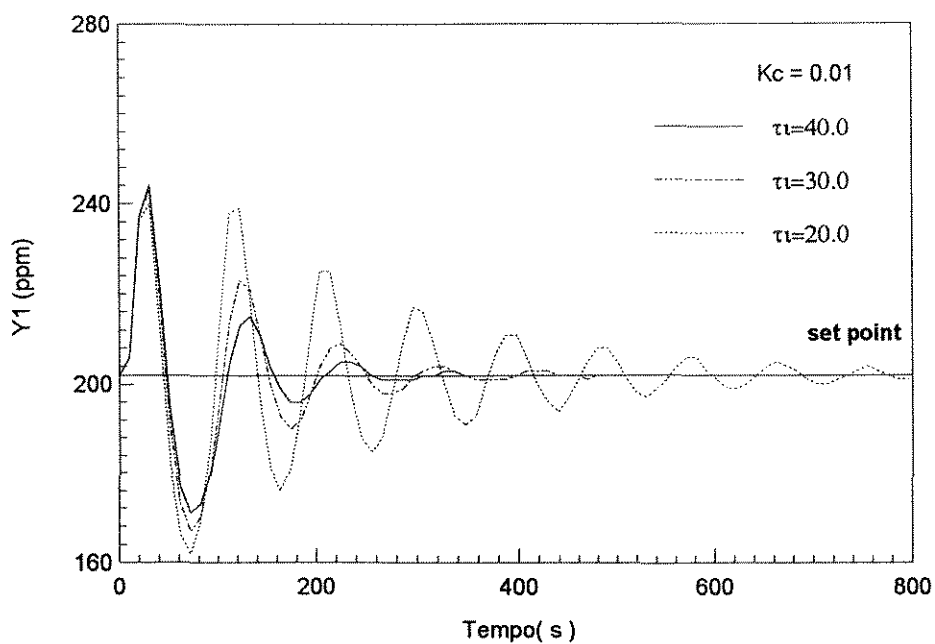


Figura 5.6 - Efeito da diminuição de τ_i sobre o comportamento de y_1 .

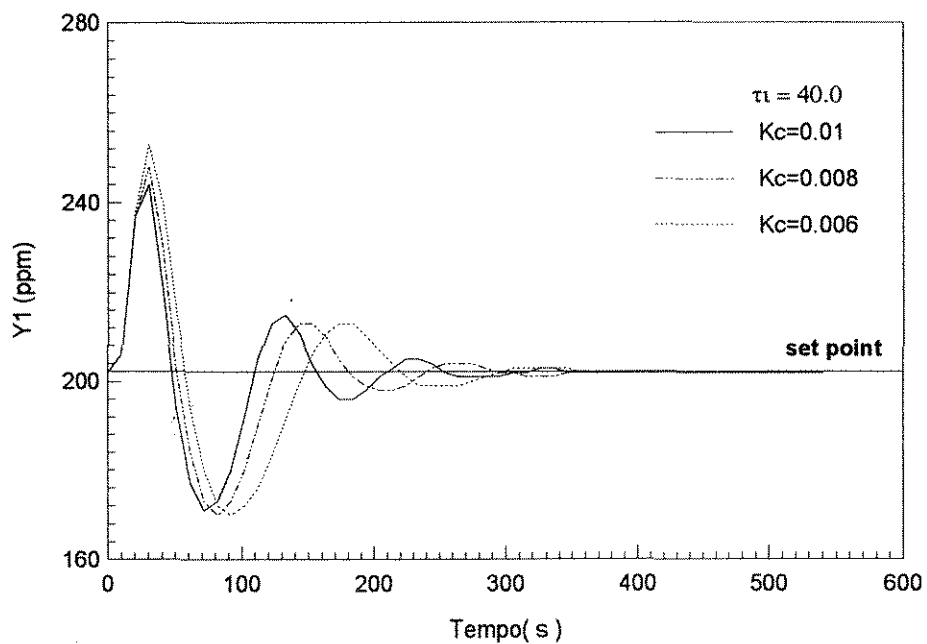


Figura 5.7 - Efeito da diminuição de K_c sobre o comportamento de y_1

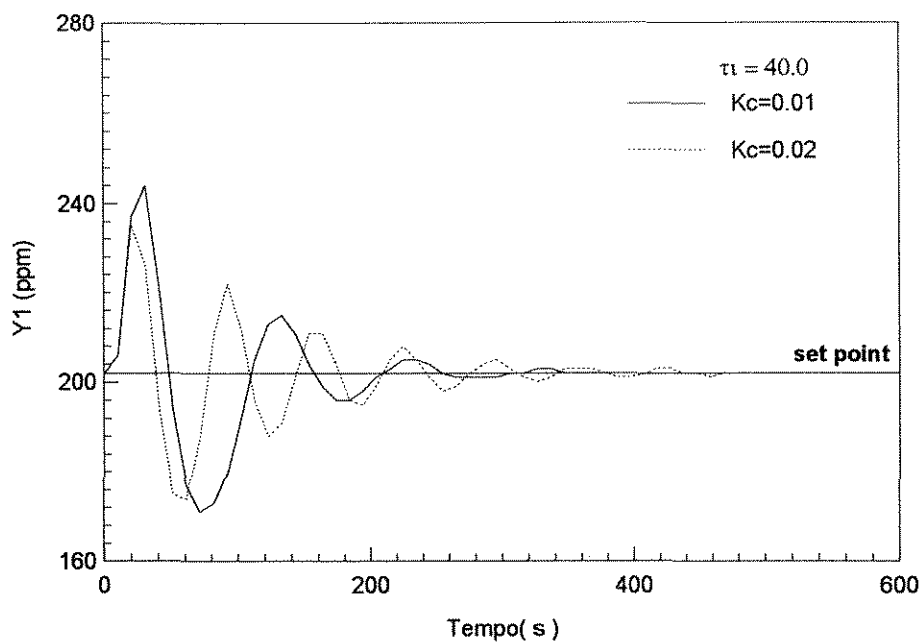


Figura 5.8 - Efeito do aumento do K_c sobre o comportamento de y_1 .

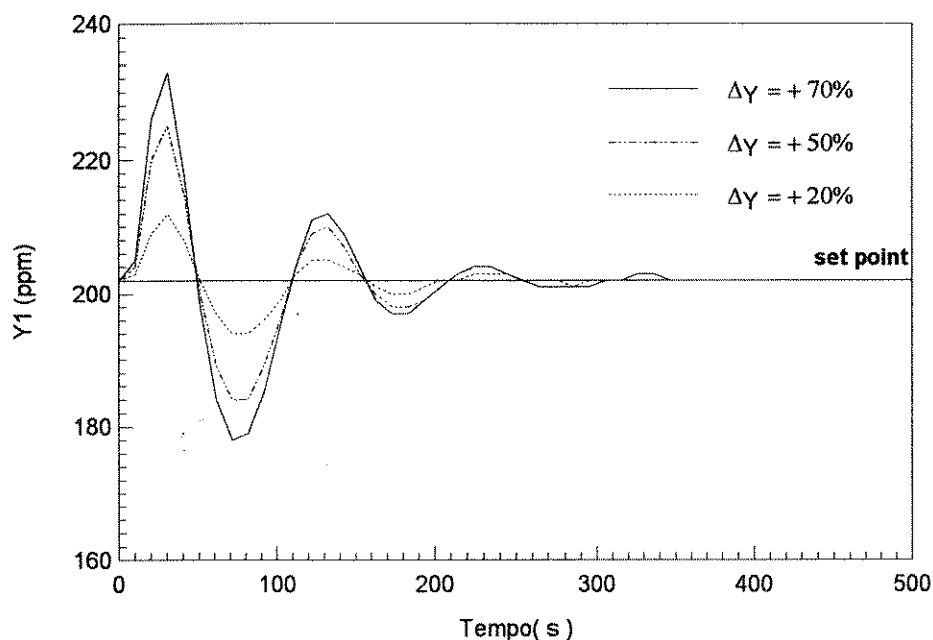


Figura 5.9 - Efeito de perturbações positivas e diferentes de 100% em y_{NS+1} sobre o comportamento de y_1 .

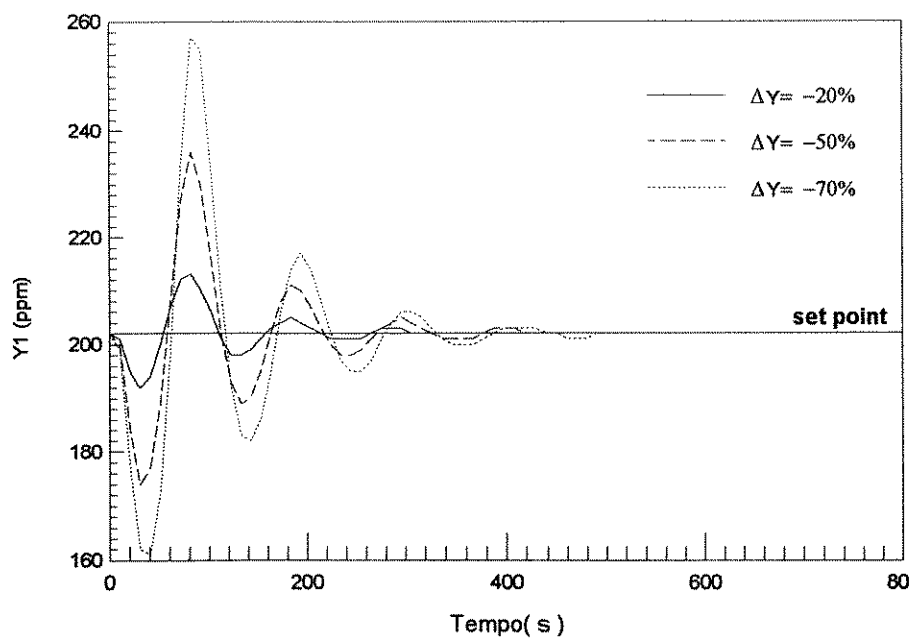


Figura 5.10 - Efeito de perturbações negativas e diferentes de 100% em y_{NS+1} sobre o comportamento de y_1 .

Com o que foi visto até agora, vê-se que um controlador clássico por retro-alimentação, não atende as exigências necessárias para um bom controle do processo de absorção. Assim, em vista da facilidade que se tem com o uso de microcomputadores para realização do controle de processos em tempo real, parte-se para a implementação de uma técnica avançada de controle.

5.6 - Controle por Matriz Dinâmica:

Para a implementação do controlador preditivo é necessário que os parâmetros de projeto sejam especificados. Estes parâmetros são: quatro escalares(T , V , U , f) e duas matrizes(Q , R). Conforme avaliado em detalhe no capítulo 3.

O primeiro parâmetro a ser escolhido é o horizonte de processo T . De acordo com a sua definição, sua escolha foi realizada com o auxílio da curva de reação do sistema (Figura 5.2). Observa-se nesta figura, que $t_{99\%}=100$ seg, portanto fazendo-se $t_{99\%}=T \cdot T_a$, tem-se que $T=10$. O tempo de amostragem (T_a) utilizado é de 10 seg.

5.7 - Obtenção do Modelo de Convolução:

O DMC utiliza o modelo de convolução discreto para o cálculo da ação de controle. Os coeficientes deste modelo são obtidos introduzindo-se uma perturbação na variável manipulada e observando-se o comportamento da variável controlada com tempo.

Para obtenção destes coeficientes introduziu-se uma perturbação de 20% na vazão de solvente. Os coeficientes de resposta a degrau e ao impulso, encontram-se na tabela 5.1 abaixo. É necessário um número de termos no modelo de convolução suficientemente grande para que não ocorram erros de truncamento, quando for realizada a predição. Isto significa que o processo deverá se aproximar o mais possível do novo estado estacionário, o que equivale a dizer que o número de termos no modelo é igual ao horizonte de processo T . Assim procedendo, quanto maior for T mais h_i se aproxima de zero.

tempo (s)	a_i ($1 \cdot 10^{-6}$)	h_i ($1 \cdot 10^{-6}$)
0	0	0
10	2.11	2.11
20	3.00	0.8875
30	3.38	0.3821
40	3.53	0.1448
50	3.58	0.0527
60	3.60	0.0190
70	3.61	0.0068
80	3.61	0.0024
90	3.61	0.0009
100	3.61	0.0003

Tabela 5.1- Coeficientes do Modelo de convolução

Os coeficientes deste modelo descrevem a parte transiente da resposta em malha aberta. Observa-se que a_i é a variável desvio da composição do gás (variável controlada), normalizada para obter a resposta em degrau unitário, isto é, esta variável foi dividida pelo valor da mudança na variável manipulada. A medida que o sistema se aproxima do estado estacionário os coeficientes a_i tornam-se constantes. Os coeficientes h_i tornam-se nulos.

5.8 - Influência dos Parâmetros do Controlador:

Com o objetivo de tornar mais clara a influência de cada um dos parâmetros do DMC, foi calculada a integral do erro absoluto (IAE) para vários conjuntos de valores destes parâmetros.

Na figura abaixo, está representado a influência do horizonte de predição(V), para valores do horizonte de controle (U) fixos, sobre o sistema. Observa-se que quando $U=1$, há um grande aumento do erro, à medida que V aumenta, qualquer que seja o valor do fator de supressão f .

É preciso ter em mente que quando o número de ações de controle é diminuído de V para U , o que se está fazendo é relaxar o controle do processo. Ao invés de serem calculadas V ações de controle que zeram V erros preditos, são calculadas apenas U ações de controle.

Um aspecto interessante a ser observado, também na figura 5.11, é que para valores de $U \geq 2$ e $f = 0$, praticamente não há variação no erro. Apenas para $V=4$ é que ocorre um mínimo na curva do IAE (ver figura 5.12). Porém a observação da escala da ordenada leva a conclusão de que a influência de V quase não é sentida pelo sistema.

Quando o fator de supressão (f) é diferente de zero o efeito que se tem é o aumento do erro em relação a $f = 0$, porém novamente o aumento do horizonte V , para f e U fixos, não é muito sentida pelo sistema. Exceto para $f = 10^{-11}$, com o qual para $V=U= 2$ ocorre um maior erro em relação aos demais valores de V .

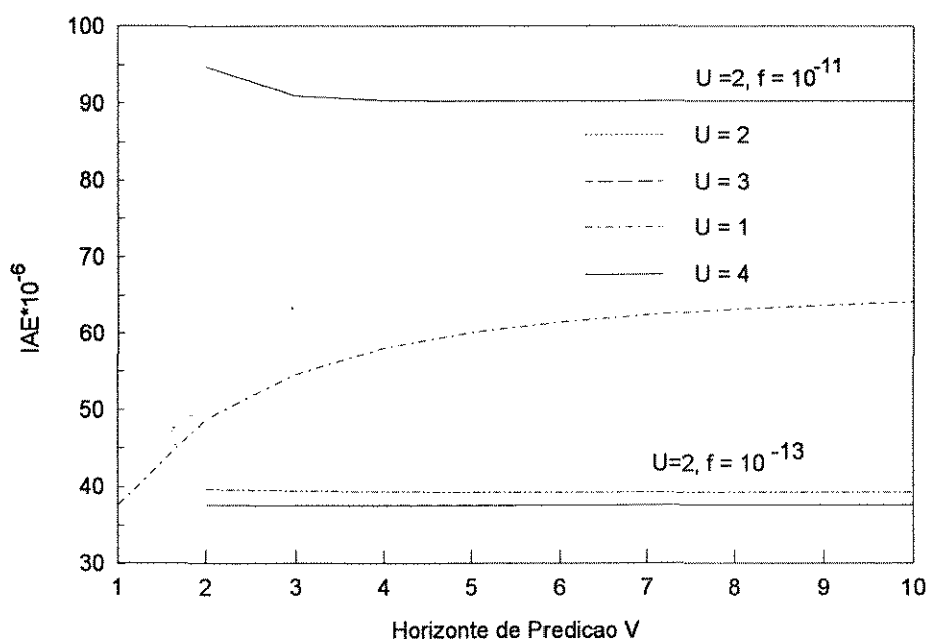


Figura 5.11 - Efeito do horizonte de predição (V), no desempenho do sistema de controle para perturbações em y_{NS+1} . ($T = 10$, $T_a = 10$ s, $Q = I$ e $R = f^*I$)

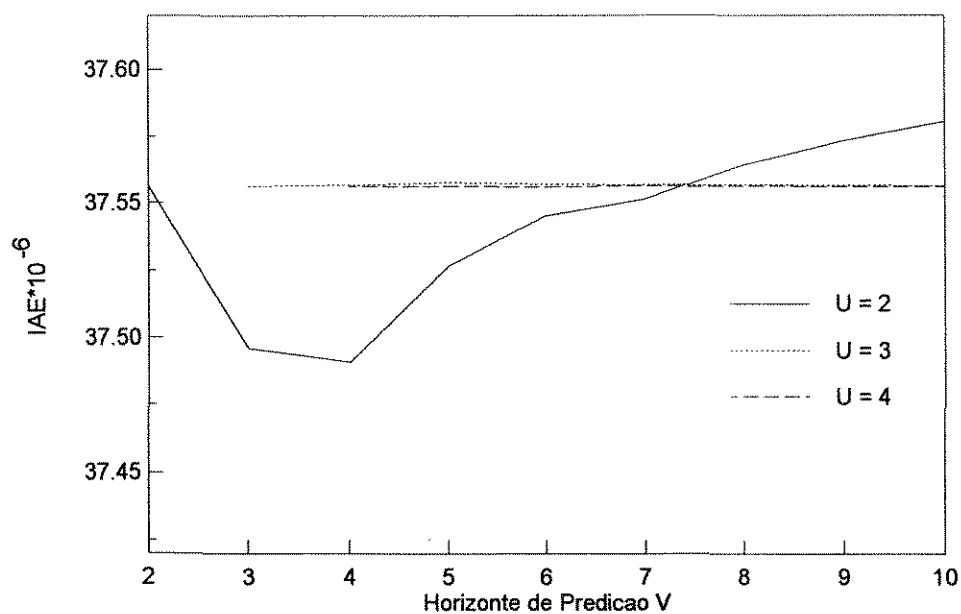


Figura 5.12 - Efeito do horizonte de predição (V), no desempenho do sistema de controle para perturbações em y_{NS+1} . ($T = 10$, $T_a = 10$ s, $Q = I$ e $R = f^*I$)

Tendo-se ilustrado como cada um dos parâmetros do controlador DMC influenciam no desempenho do mesmo, através da integral do erro absoluto (IAE), parte-se para a avaliação da resposta do processo em face das mudanças nos valores destes parâmetros. A tabela 5.2 apresenta os diferentes conjuntos de parâmetros, que foram utilizados na simulação do processo. As figuras seguintes ilustram o comportamento das variáveis controlada e manipulada para uma perturbação de 100% na variável y_{NS+1} .

EXEMPLO	V	U	T	f
1	4	2	10	0
2	6	2	10	0
3	8	2	10	0
4	4	1	10	0
5	4	3	10	0
6	4	2	15	0
7	4	2	20	0
8	4	2	25	0
9	4	2	10	0
10	4	2	10	$1.0 \cdot 10^{-9}$
11	4	2	10	$1.0 \cdot 10^{-11}$
12	4	2	10	$1.0 \cdot 10^{-13}$

Tabela 5.2 - Situações para simulação da coluna com DMC.

Os exemplos 1, 2, e 3 estão relacionados com o efeito da variação do horizonte de predição V, enquanto os demais parâmetros são mantidos constantes. O resultado está representado na figura 5.13 e 5.14, onde se verifica que não há nenhuma mudança perceptível, nem no comportamento da variável manipulada nem na controlada. Para estes fixou-se $U = 2$ uma vez que com este valor tem-se um menor integral do erro

(IAE), quando comparado a $U = 1$. Com relação a valores maiores, tem-se que não há uma diminuição do erro, logo optou-se por um valor de U que representasse um menor esforço computacional.

A confirmação para a escolha do valor do horizonte de controle (U) pode ser obtida através dos exemplos 1, 4 e 5. Na figura 5.15, pode ser verificado que para $U \geq 2$ o comportamento da variável controlada (y_1) não é modificado. Ou seja, as curvas que representam a resposta do processo se sobrepõem. Porém o efeito de se fazer $U=1$ torna mais demorada o retorno da variável controlada ao set-point, por isso a integral do erro absoluto (IAE) é maior, mesmo que a diferença nos picos de concentração sejam de aproximadamente 2 ppm.

O fator de supressão f , é definido como um conveniente parâmetro de sintonização, que limita as mudanças da variável manipulada. No sistema em estudo, o efeito que se obtém fazendo-se $f \neq 0$ é o apresentado nos gráficos das figuras 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21.

A figura 5.17 representa a comparação das respostas para os exemplos 1 e 10. Nesta figura, está claro que para $f = 1 \cdot 10^{-9}$ a resposta do sistema é insatisfatória com alto valor de sobrelevação. A razão para isto pode ser vista na figura 5.18, onde está representada a variável manipulada. Observa-se que esta varia muito lentamente até alcançar o valor necessário, por isso a variável controlada permanece afastada do valor de ajuste por tanto tempo.

Continuando-se a diminuir o valor de f , percebe-se claramente a restrição que ocorre no movimento inicial de ação de controle (ver figura 5.20), porém o comportamento da variável controlada é prejudicado (ver figura 5.19). Este menor valor inicial de L_0 , implica em uma maior sobrelevação na variável controlada y_1 , assim é necessário que a ação corretiva do controlador se estenda por um tempo maior.

Para o último exemplo $f = 1 \cdot 10^{-13}$ verifica-se que se obtém uma resposta do processo melhor do que para os outros valores do parâmetro f . Na figura 5.21 percebe-se a coincidência das curvas das respostas para estes valores de $f = 1 \cdot 10^{-13}$ e $f = 0$. Com isso conclui-se que fazer $f \neq 0$ em nada melhora o desempenho do controlador. Dessa forma tem-se que o melhor valor de f é zero.

O aumento no valor do horizonte do processo T , exemplos 1, 6, 7 e 8, não influencia o comportamento da variável controlada, como pode ser observado na figura

5.22. A explicação encontra-se na definição do parâmetro T . No capítulo 3 definiu-se este parâmetro como sendo correspondente ao tempo de estabilização do processo, ou seja, a multiplicação de T pelo tempo de amostragem T_a corresponde ao tempo necessário para que o processo alcance um novo estado estacionário, após uma perturbação no sistema.

Dessa forma, maiores valores do parâmetro T , mantendo-se constante o tempo T_a , implicará em um produto ($T \cdot T_a$) correspondente a um tempo maior do que o tempo de estabilização. Como consequência os coeficientes de resposta ao impulso (h_i) serão nulos, uma vez que o processo estará no novo estado estacionário. Portanto os cálculos de predição não serão modificados pelo fato de se dispor de um maior número de coeficientes no modelo de convolução.

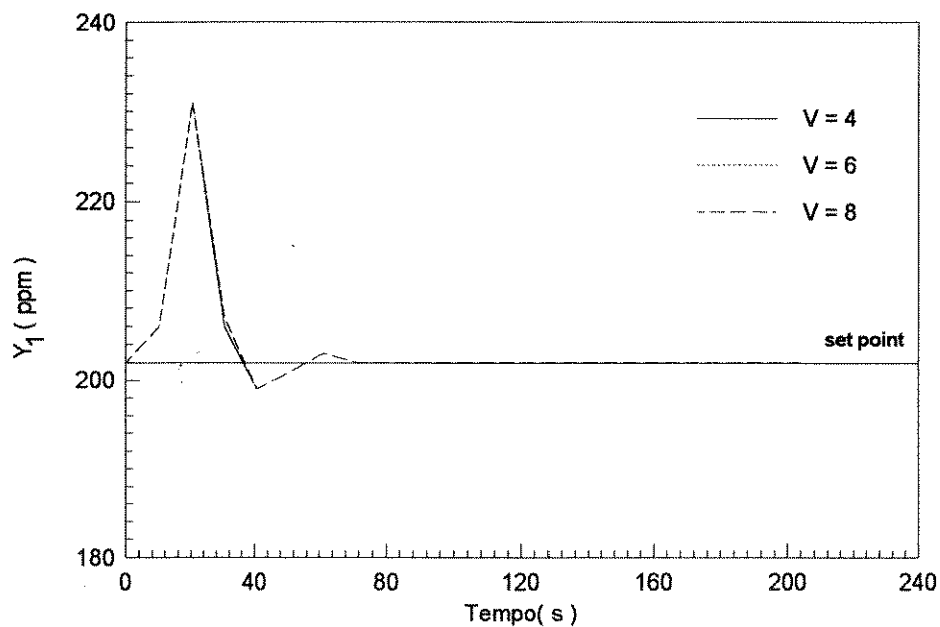


Figura 5.13 - Resposta do sistema a uma perturbação com vários valores de V . ($T=10$, $U=2$, $f=0$, $T_a=10$ s)

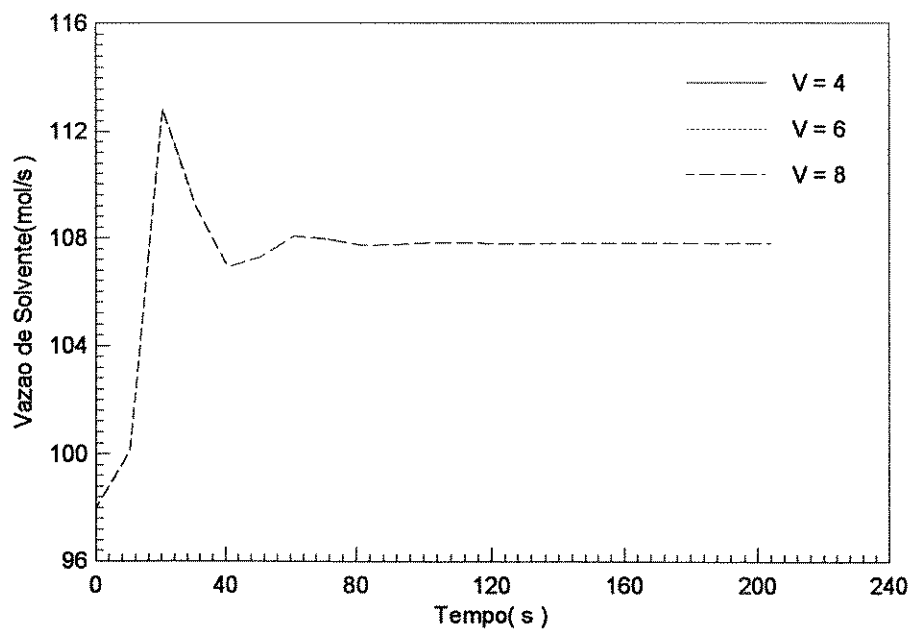


Figura 5.14 - Comportamento da variável manipulada para vários valores de V . ($T=10$, $U=2$, $f=0$, $T_a=10$ s)

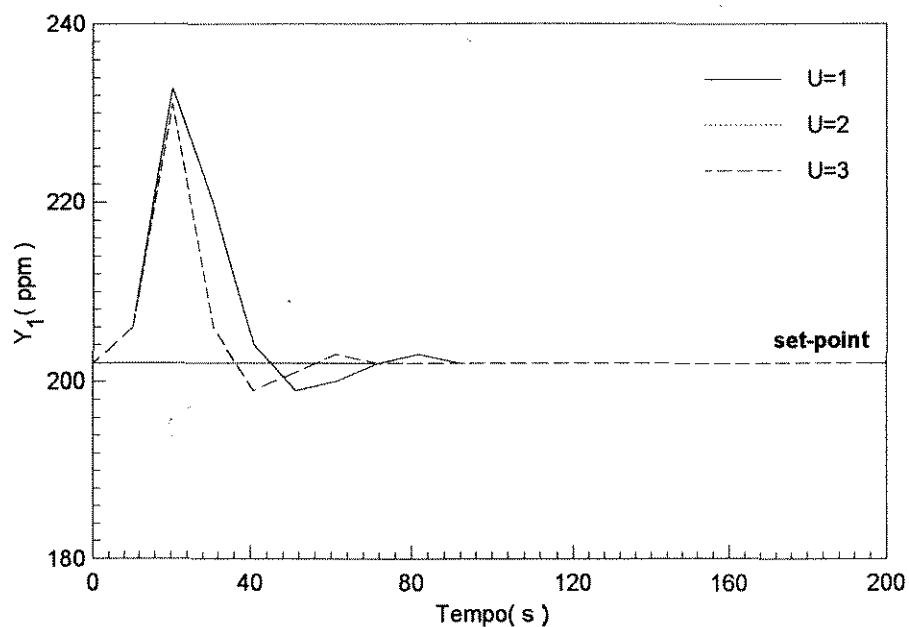


Figura 5.15 - Resposta do sistema para vários valores de U . ($T=10$, $V=4$, $f=0$, $T_a=10$ s)

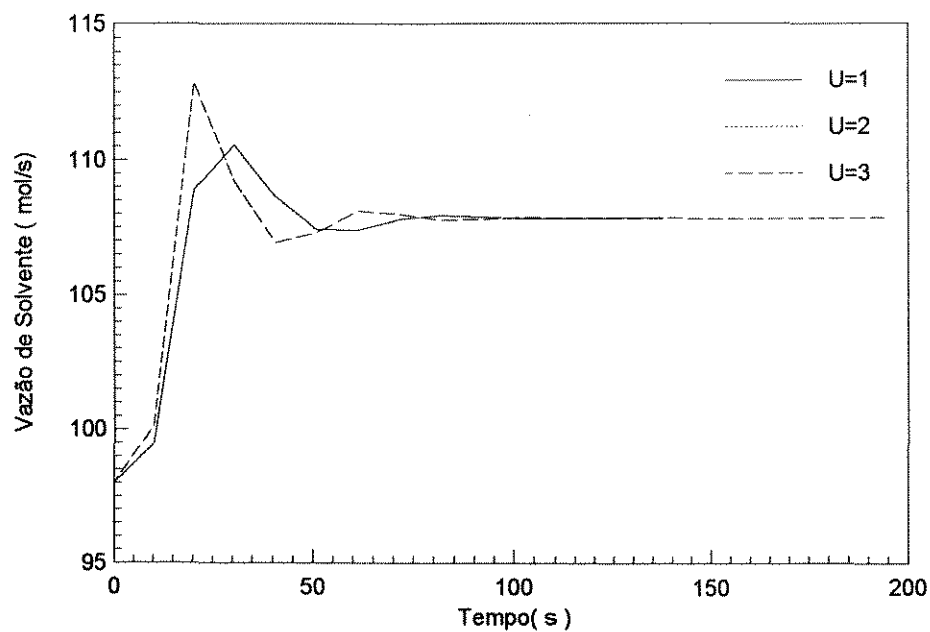


Figura 5.16 - Comportamento da variável manipulada para vários valores de U . ($T=10$, $V=4$, $f=0$, $T_a=10$ s)

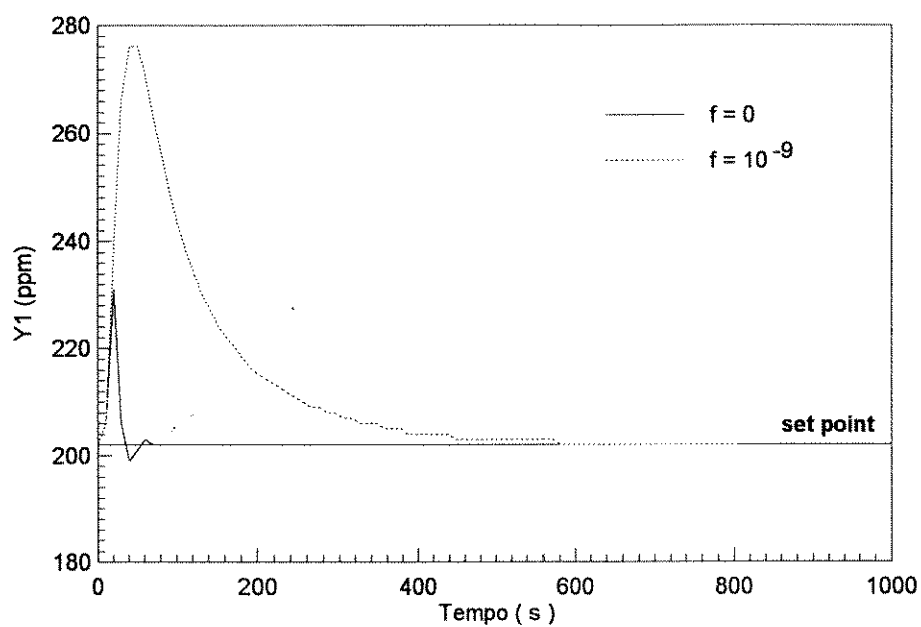


Figura 5.17 - Efeito do fator de supressão f sobre a variável controlada y_1 . ($T = 10$, $V = 4$, $U = 2$, $T_a = 10s$)

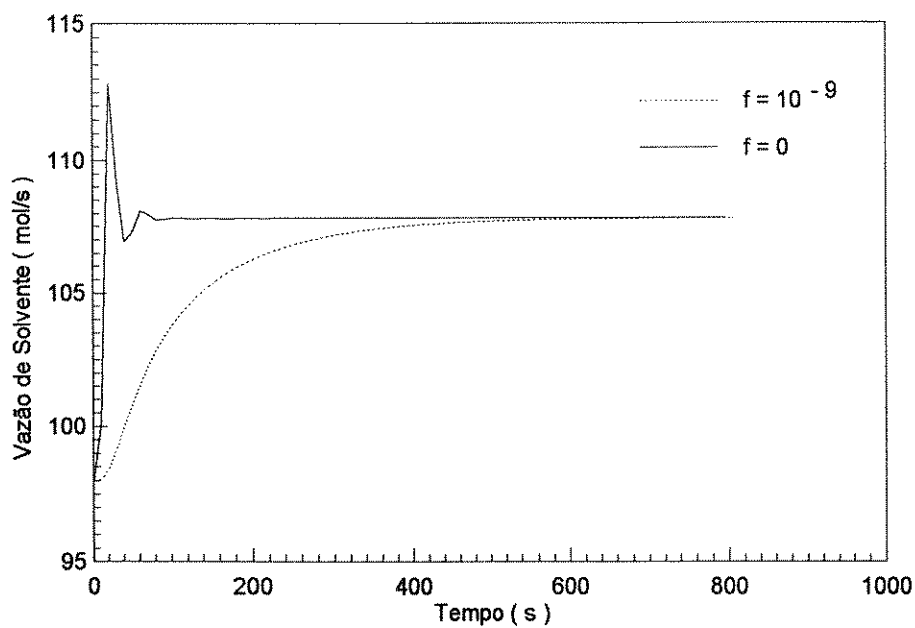


Figura 5.18 - Efeito do fator de supressão f sobre a variável manipulada L_0 . ($T = 10$, $V = 4$, $U = 2$, $T_a = 10s$)

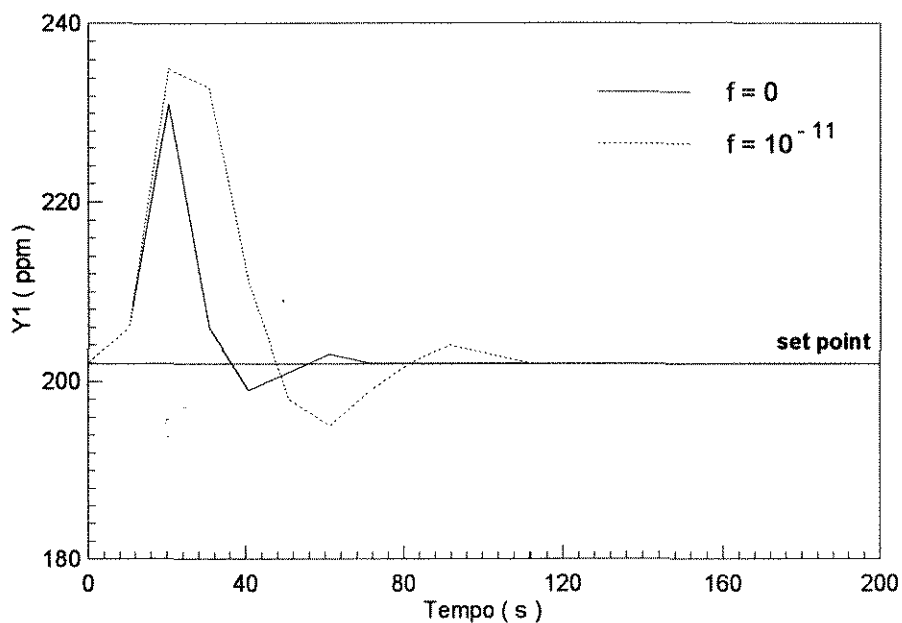


Figura 5.19 - Efeito do fator de supressão f sobre a variável controlada y_1 . ($T = 10$, $V = 4$, $U = 2$, $T_a = 10s$)

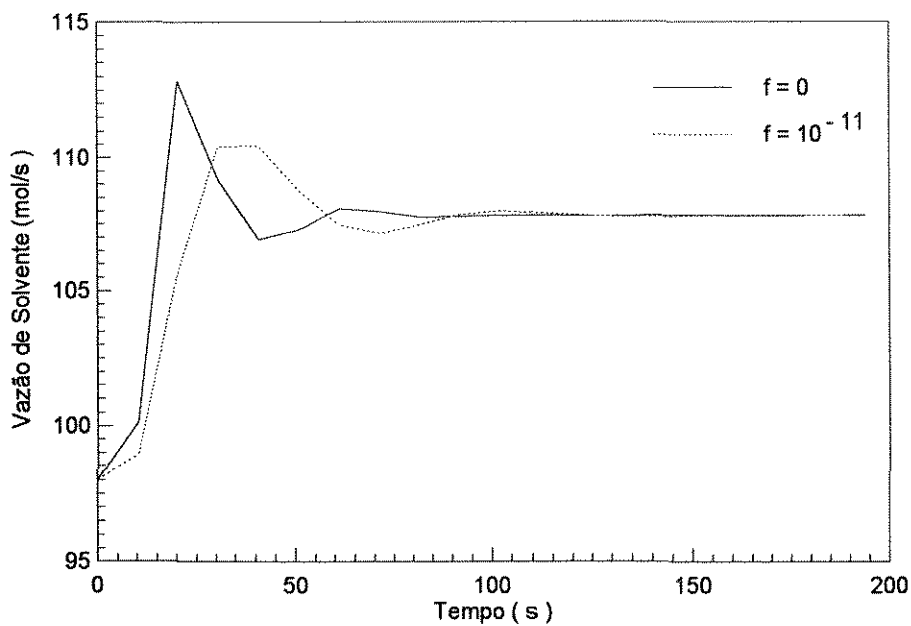


Figura 5.20 - Efeito do fator de supressão f sobre a variável manipulada L_0 . ($T = 10$, $V = 4$, $U = 2$, $T_a = 10s$)

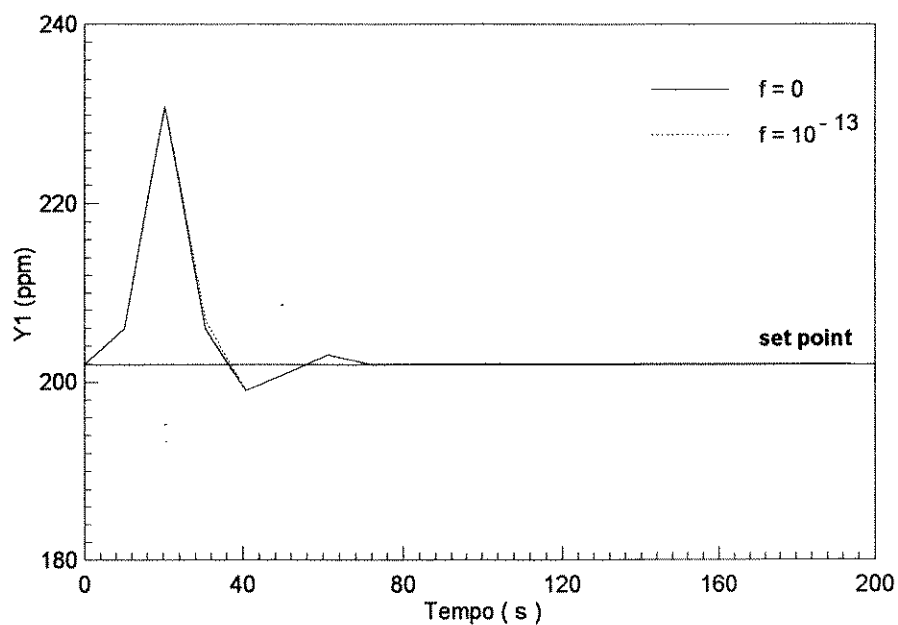


Figura 5.21 - Efeito do fator de supressão f sobre a variável controlada y_1 . ($T = 10$, $V = 4$, $U = 2$, $T_a = 10s$)

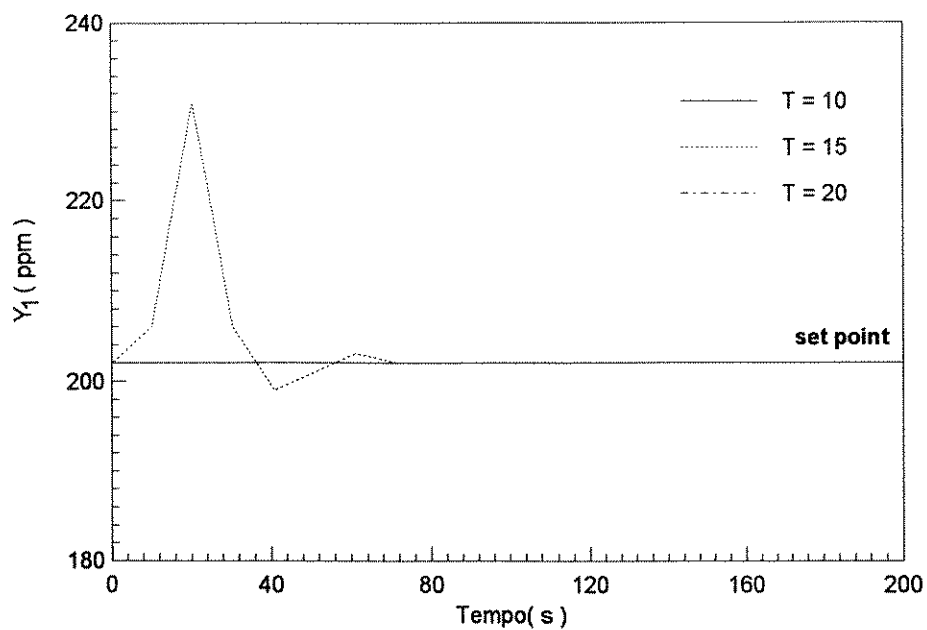


Figura 5.22 - Efeito do horizonte do processo T sobre a variável controlada. ($V = 4$, $U = 2$, $f = 0$, $T_a = 10s$)

5.9 - Comparação das respostas obtidas com DMC/PI:

Uma vez apresentada qual a influência dos parâmetros do controlador DMC, sobre a resposta do sistema às perturbações que ocorram nas variáveis de entrada, parte-se para a análise comparativa do comportamento das variáveis controlada e manipulada obtidas quando a coluna de absorção opera submetida às duas estratégias de controle, que são: controlador do tipo proporcional-integral (PI) e o controle por matriz dinâmica (DMC).

Na figura 5.23, pode ser observado que o controlador DMC não elimina a sobrelevação na resposta. Porém o valor atingido por y_1 (variável controlada), com o DMC, é de 232 ppm, valor bem inferior aos 244 ppm alcançados com o controlador PI.

Observa-se também que para o controlador DMC a resposta não é oscilatória, ao contrário do que ocorre com o controlador PI. E ainda, sob à ação do DMC o processo leva apenas de 50 segundos para estabilizar, ou seja, para a variável controlada voltar ao “set-point”.

Com relação a vazão de solvente (variável manipulada), observa-se na figura 5.24, que o movimento inicial do controlador PI é bem mais brusco e a ação de controle mais lenta do que o controlador DMC. Neste último, praticamente não se percebe a oscilação.

Estas características da resposta que o sistema apresenta quando está operando submetido à matriz dinâmica de controle(pequena sobrelevação, rápida volta ao “set-point”), são extremamente desejadas para processos de absorção.

Quando perturbações de magnitudes diferentes de 100% são introduzidas ao sistema (figuras 5.25 e 5.26), observa-se que mais uma vez as sobrelevações não são eliminadas. Porém comparando-se a resposta obtida com o controlador PI (figuras 5.9 e 5.10), nota-se a superioridade do DMC, com o qual se atinge picos de concentração bem menores e não há oscilações.

Estas respostas são obtidas fixando-se os parâmetros do controlador ($V=4$, $U=2$, $f=0$). Assim conclui-se que não é necessário que se altere estes parâmetros constatemente, a depender da perturbação que se tenha.

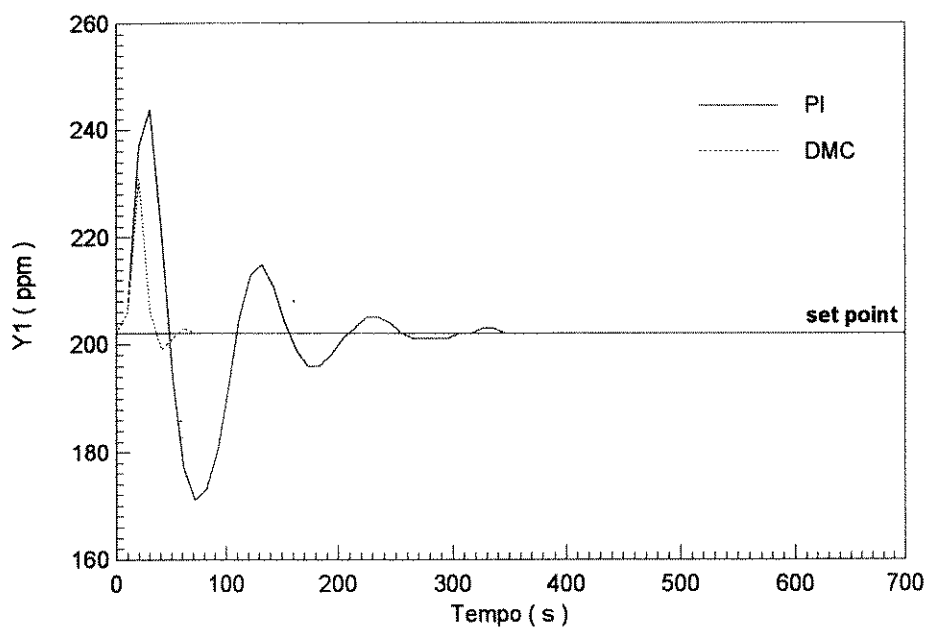


Figura 5.23 - Comparação entre as respostas obtidas com o PI e o DMC.

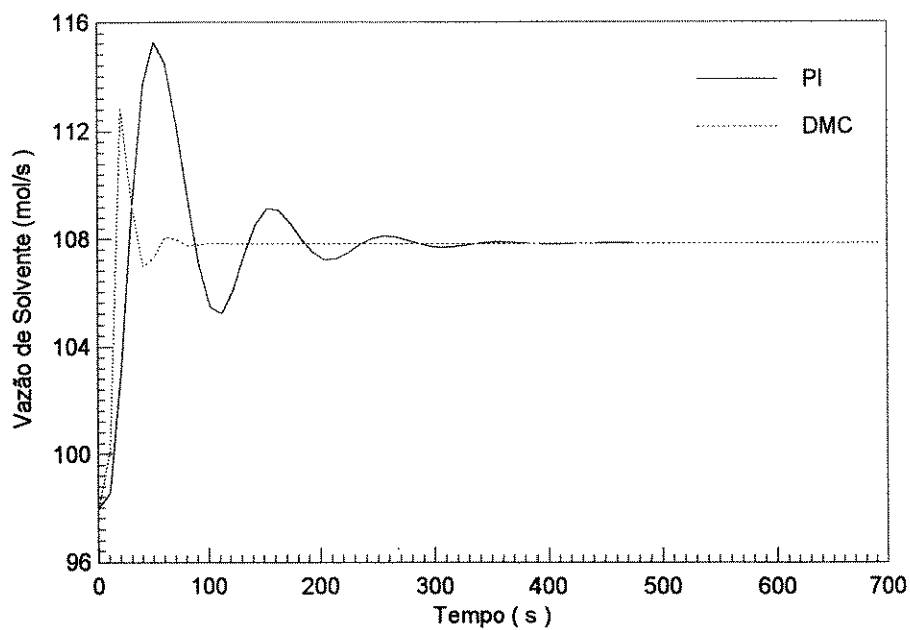


Figura 5.24 - Comparação entre as respostas obtidas com o PI e o DMC.

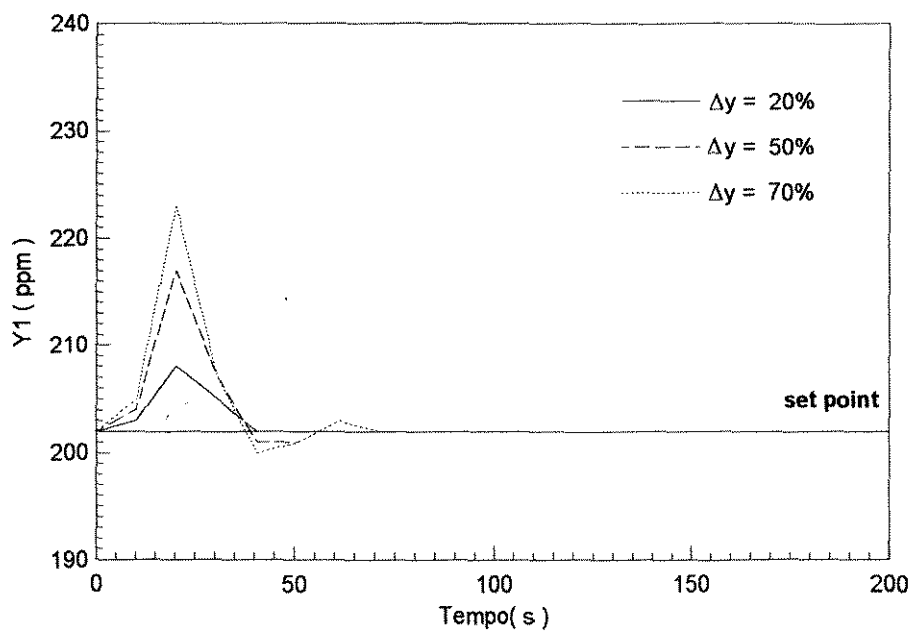


Figura 5.25 - Perturbações positivas em y_{NS+1} . ($T=10$, $V=4$, $U=2$, $f=0$, $T_a=10s$)

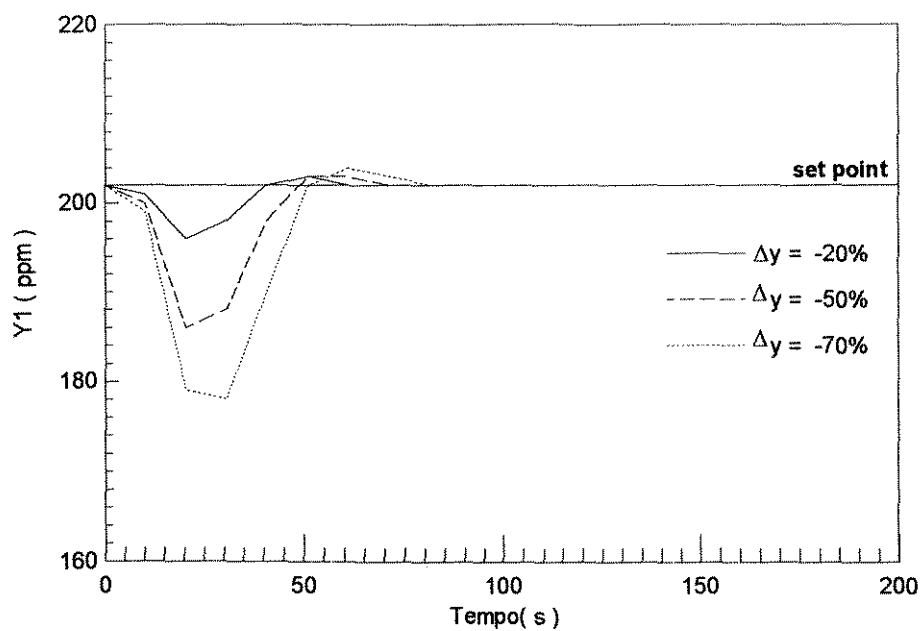


Figura 5.26 - Perturbações negativas em y_{NS+1} . ($T=10$, $V=4$, $U=2$, $f=0$, $T_a=10s$)

5.9.1 - Perturbações sucessivas:

Conforme visto no capítulo 3, que quando se implementa apenas a primeira ação de controle, e quando se incorpora a correção, por retro-alimentação, para o valor predito, o que se está fazendo é corrigir qualquer perturbação que ocorra durante o horizonte de predição, e os erros que possam ocorrer no modelo do controlador.

Com os resultados apresentados acima tem-se que o DMC controla bem o processo seja qual for a situação. Nos exemplos que seguem, procurou-se simular o que acontece com o processo, quando ocorrem perturbações consecutivas na variável y_{NS+1} .

Nas figuras 5.27 e 5.28 está representado o comportamento das variáveis controlada e manipulada, respectivamente, quando ocorrem duas perturbações consecutivas. A primeira acontece no início do intervalo de tempo (tempo = 0) e tem magnitude de 100%. Na segunda, há uma diminuição de 20% em y_{NS+1} , após 50 segundos de simulação.

Pode ser observado nestas figuras que para os dois controladores há o controle do processo. Porém para o controlador PI foi necessário um reajuste no ganho do controlador (K_C), que foi aumentado para 0.4 (quatro vezes maior que o anterior). Enquanto que para o DMC não foi necessária nenhuma modificação em seus parâmetros.

É evidente a superioridade do DMC para esta situação. Observa-se que para este controlador apenas uma pequena oscilação é percebida, devido a ocorrência das perturbações, mas estas não representam um grande prejuízo no desempenho do controlador. Para o controlador PI a situação é bem diferente. Observa-se que as perturbações têm um efeito desastroso no comportamento de y_1 , que se torna bem mais oscilatório.

Em uma outra situação simulada, representa o processo para a ocorrência da segunda perturbação 120 s após a primeira perturbação. As figuras 5.29 e 5.30 apresentam os resultados encontrados.

Neste caso o DMC já havia controlado o processo quando ocorreu a segunda perturbação. Porém novamente o controle do processo foi rapidamente reestabelecido, sem que houvesse a necessidade de modificar nenhum dos parâmetros do controlador DMC. Ao contrário, para o controlador PI tem seu desempenho extremamente prejudicado com essas perturbações.

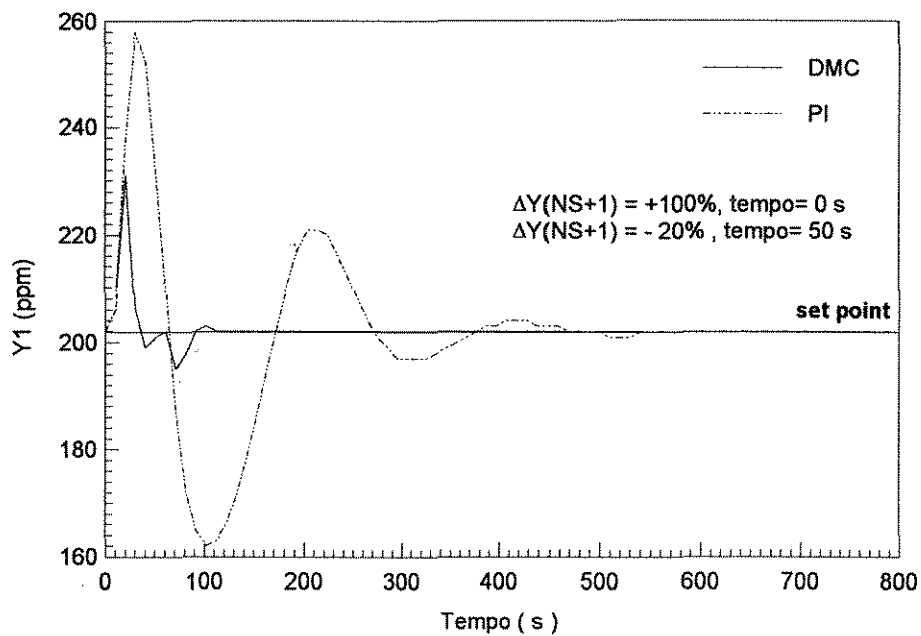


Figura 5.27 - Comportamento da variável controlada para duas perturbações consecutivas.

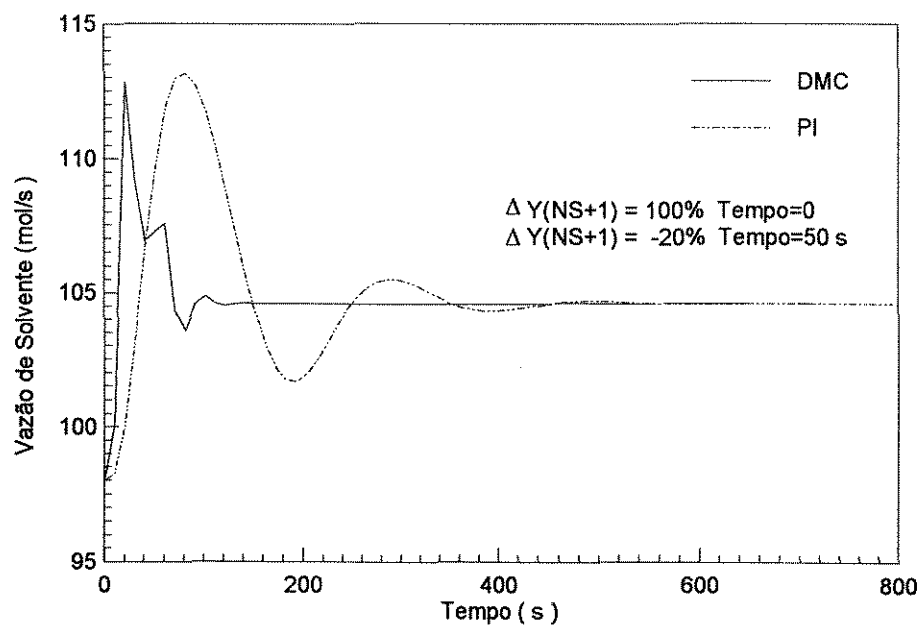


Figura 5.28 - Comportamento da variável controlada para duas perturbações consecutivas.

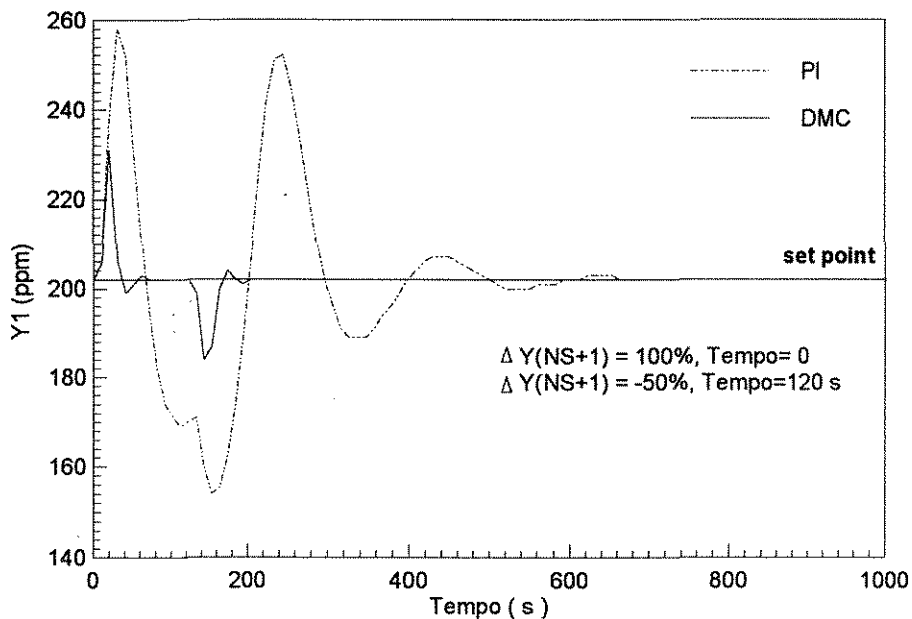


Figura 5.29 - Comportamento da variável controlada para duas perturbações consecutivas.

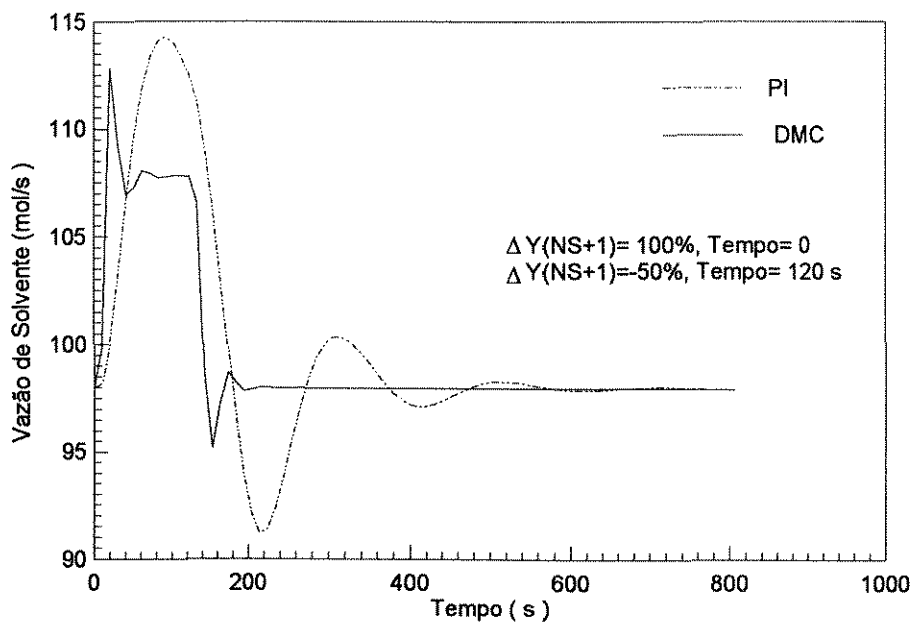


Figura 5.30 - Comportamento da variável controlada para duas perturbações consecutivas.

5.10 - Conclusão:

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos através da simulação de uma coluna de absorção de gases, quando esta opera em malha fechada. Duas estratégias de controle foram utilizadas, com o objetivo de fazer uma análise comparativa entre o controle clássico por retro-alimentação e o controle por Matriz Dinâmica.

Em primeiro lugar foi implementado à coluna um controlador proporcional-integral. Dos resultados apresentados, conclui-se que o desempenho deste controlador não é satisfatório devido às oscilações e a sobrelevação observadas na variável controlada.

Foi observado que não se consegue melhorar o desempenho do controlador PI, através do ajuste de seus parâmetros.

Uma vez que a influência de cada um dos parâmetros que compõem o controlador DMC não é evidente a primeira vista, calculou-se a integral do erro absoluto (IAE). Dessa forma foi possível obter-se informações adicionais, além daquelas obtidas através da simulação do processo para vários conjuntos de parâmetros do controlador.

Utilizando-se o IAE como critério de sintonia, encontrou-se o melhor conjunto de parâmetros, como sendo aquele que fornece a melhor resposta (mínimo IAE), associado a um menor tempo computacional.

De uma maneira geral os horizontes de predição (V) e de controle (U) apresentaram pouca influência no desempenho do controlador, para o sistema utilizado como exemplo. Com isso pode-se trabalhar com pequenos valores para U e V, de tal forma que o controle do processo pode ser realizado com o menor esforço computacional e portanto com maior rapidez, uma vez que as matrizes envolvidas nos cálculos possuem pequenas dimensões. Também chegou-se a conclusão de que o fator de supressão deve ser nulo.

Fazer o horizonte de controle (U) igual a um (1) apresenta a pior resposta. Para valores maiores não há muita diferença na resposta encontrada portanto fixou-se o horizonte de controle como sendo igual a dois (2).

Para o conjunto de valores dos parâmetros escolhidos, realizou-se a comparação das respostas encontradas com o controlador PI e o controlador DMC. O

algoritmo DMC mostrou-se bastante eficiente. O comportamento a variável controlada apresenta-se com menor sobrelevação e um rápido reestabelecimento do estado estacionário, sem que haja oscilações na resposta. Com relação a ação de controle, para o DMC esta é tomada com maior rapidez.

Os resultados apresentados com controlador DMC são bastante satisfatórios, apesar do modelo interno do controlador ser linear, enquanto que o modelo do processo é não-linear.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES.

Embora as conclusões de cada etapa deste trabalho, tenham sido elaboradas ao final de cada capítulo, e vários comentários tenham sido realizados paralelamente aos resultados obtidos, achou-se melhor fazer uma síntese dos mesmos, como uma forma de tornar mais fácil a análise dos resultados.

No capítulo 3 foi apresentada a abordagem teórica do algoritmo de controle por Matriz Dinâmica, onde se constatou que este algoritmo permite a obtenção de uma lei de controle para o cálculo da variável manipulada. A equação desta lei de controle está baseada na otimização “off-line” do processo, tendo-se como objetivo a minimização de um erro que é predito para a variável controlada em determinado horizonte de tempo no futuro.

Para os cálculos de predição e otimização fez-se uso do modelo de convolução para representação do processo. Os coeficientes deste modelo são constituídos pelo próprio valor da variável controlada em cada instante de tempo, após uma certa perturbação na variável manipulada. Dessa forma o processo fica bem representado e pode ter o seu comportamento predito para um intervalo de tempo no futuro.

Para implementar o controlador DMC foi utilizada uma coluna de absorção de gases. Ao longo do capítulo 4 foi descrito o modelo dinâmico desenvolvido para a representação da coluna. O estudo do comportamento dinâmico da absorvedora foi realizado introduzindo-se perturbações na composição do gás de entrada e na vazão de solvente.

Os resultados apresentados são para o sistema CO_2 + álcool, sendo o álcool absorvido por água. Para este sistema verificou-se uma dinâmica extremamente rápida devido a alta solubilidade do álcool na água. Um outro aspecto observado diz respeito a maior sensibilidade do processo a perturbações que ocorram na vazão de solvente, em relação àquelas que acontecem na composição do gás.

O problema de controle que se propôs resolver neste trabalho é o de controlar a composição do gás que sai da coluna de absorção, quando ocorrem perturbações na composição do gás à entrada da coluna. Para cumprir este objetivo foram propostas duas estratégias de controle. Um controlador do tipo proporcional-integral (PI) digital e o controlador DMC. Dessa forma foi possível avaliar o desempenho do algoritmo DMC em relação a uma estratégia de controle bem conhecida, no caso o controlador PI.

No decorrer do capítulo 5 foi explicado como estas técnicas de controle foram implementadas à coluna de absorção, assim como os resultados obtidos. Neste capítulo constatou-se que um controlador do tipo PI não atende as exigências da coluna absorvedora por apresentar uma resposta oscilatória e com sobrelevação. No entanto, quando se confrontou as respostas encontradas com o DMC e o PI verificou-se uma resposta muito melhor obtida com o DMC do que com o PI.

Com o DMC praticamente não há oscilação na resposta e apesar de não se conseguir eliminar a sobrelevação, esta apresenta um valor bem inferior a obtida com o controlador PI. Uma outra conclusão é a de que os horizontes de controle e predição não apresetaram grande influência no desempenho do controlador, o que leva a conclusão de que se pode trabalhar com valores pequenos para estes parâmetros e consequentemente ter-se um menor esforço computacional.

Com resultados obtidos neste trabalho verifica-se que a Matriz Dinâmica de Controle (DMC) apresenta um excelente desempenho e portanto servem de estímulo para que se continue o estudo sobre o mesmo.

Com relação a trabalhos futuros pode-se sugerir que se passe a incluir as restrições do processo, ou seja, valores limites para as variáveis manipulada e/ou controlada. O que pode ser realizado utilizando-se o algoritmo LDMC (Morshedi et al., 1985). Uma outra sugestão é o estudo da Matriz Dinâmica de Controle Não-Linear.

Finalmente pode-se citar, como sugestões para trabalhos futuros, o desenvolvimento de um modelo dinâmico para a coluna absorvedora, que inclua os efeitos térmicos envolvidos na absorção de gases e/ou reação química.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Bourne, J. R.; Stockar, U.; Cogan, C. G., (1974), "Gas Absorption with Heat Effects I. A New Computational Method"; Ind. Eng. Chem., 13, pp 115-123.
2. Corripio, A. B.; Smith, C. A. (1985) Principles and Practice of Automatic Process Control, John Wiley & Sons.
3. Cutler, C. R. (1982), "Dynamic Matrix Control for Imbalanced Systems", ISA Transaction, 21 (12), pp 1-6.
4. Cutler, C. R.; Ramaker, B. L. (1979), "Dynamic Matrix Control: A Computer Control Algorithm", 86^o Encontro Nacional do AIChE Journal, artigo 51-B, abril. Citado por Luyben, W. L. (1989), Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, McGraw-Hill, New York, 2^o edição.
5. Douglas, J. M.; (1972), Process Dynamics and Control, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, vol. 1.
6. Garcia, C. E.; Prett, D. M.; Morari, M. (1989), "Model Predictive Control: Theory and Practice- a Survey", Automatica, 25(3), pp 335-348.
7. Himmelblau, D. M.; Edgar, T. F. (1988), Optimization of Chemical Processes, McGraw-Hill.
8. Lakshmanan, C. C.; Potter, O. E. (1989), "Dynamic Simulation of Packed and Tray-Type Absorbers", Ind. Eng. Chem. Res., 28, pp 1397-1405.
9. Luyben, W. L., Fuentes, C. (1983), "Control of a High-Purity Distillation Columns", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 22, 361-366.
10. Luyben, W. L. (1989), Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, McGraw-Hill, New Jersey, 2^o edição.
11. Marchetti, J. L.; Mellichamp, D. A.; Seborg, D. E. (1983), "Predictive Control Based on Discrete Convolution Models", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 22, pp 488-495.
12. Maurath, P. R.; Mellichamp, D. A.; Seborg, D. E. (1988), "Predictive Controller Design for Single-input/ Single-output Systems", Ind. Eng. Chem. Res., 27, pp 956-963.
13. McCabe, W. L.; Smith, J. C.; Harriot, P. (1985), Unit Operation of Chemical Engineering, McGraw-Hill, 4^o edição.
14. Morshedi, A. M.; Cutler, C. R.; Skrovanek, T. A. (1985), "Optimal Solution of Dynamic Matrix Control with Linear Programming Techniques (LDMC)", Proc. Am. Control Conf., Boston, Massachusetts, pp 199-208. Citado por Pinto, J. M. (1990),

- “Controle por Matriz Dinâmica em Colunas de Destilação”, tese de mestrado, COPPE/ UFRJ.
15. Pinto, J. M. (1990), “ Controle por Matriz Dinâmica em Colunas de Destilação”, tese de mestrado, COPPE/ UFRJ.
16. Prett, D. M.; Garcia, C. E. (1988), Fundamental Process Control, Butterworths, Boston.
17. Prett, D. M.; Gillette, R. D. (1979), “Optimization and Constrained multivariable Control of a Catalytic Cracking Unit”, 86^o Encontro Nacional do AIChE Journal, artigo 51-c, abril. Citado por Marchetti, J. L.; Mellichamp, D. A.; Seborg, D. E. (1983), “ Predictive Control Based on Discrete Convolution Models”, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 22, pp 488-495.
18. Richalet, J.; Rault, A.; Testud, J. L.; Papon, J. (1978), “Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes”, Automatica, 14(5), pp 413-428.
19. Rouhni, R.; Mehra, R. K. (1982), “ Model Algorithmic Control (MAC): Basic Theoretical Properties”, Automatica, 18(4), pp 1620-1635.
20. Seborg, D. E.; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A. (1989), Process Dynamics and Control, John Wiley & Sons.
21. Sherwood, T. K.; Pigford, R. L.; Wilke, C. R. (1975), Mass Transfer, MacGraw-Hill
22. Stephanopoulos, G. (1984), Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey.
23. Watkins, D. S. (1991), Fundamentals of Matrix Computations, John Wiley & Sons.

APÊNDICE A - LISTAGEM DOS PROGRAMAS

LISTAGEM DO PROGRAMA DO CONTROLADOR DMC

```

C  PROGRAMA PRD33.FOR
C
C  por: Maria de Lourdes Oliveira Maia, 1993
C
C  Controle Preditivo (DMC) de uma Coluna de Absorcao
C
      DOUBLE PRECISION y2,lopt,m,yy,yss,les
      DOUBLE PRECISION g,a1,b1,yset,e,dl
      DOUBLE PRECISION x,y,w(50),l,invb(10,10),li,dtl,ypm
      DOUBLE PRECISION al(40,40),a(0:100),h(0:100),yssp,qli
      DOUBLE PRECISION ri(10,10),ci(10,10),b(10,10),yssp,qlt
      DOUBLE PRECISION el(40,1),mp(0:40,1),kc(40,40),ql
      DOUBLE PRECISION qq(40,40),p(40),q(40,40),dltmp(0:200)
      DOUBLE PRECISION bb(10,10),bi(10,10),aa(40,40),s(0:40)
      REAL lw
      INTEGER t,v,u
      COMMON /block1/ g,l(50),x(50),y(50)
      COMMON /block2/ lw,hv,c,ap
      CHARACTER*8 file
      CHARACTER*8 cmnam
C  *****
C
      file=cmnam()
      IF(file.EQ.' ') THEN
        WRITE(*,*) 'NOME DO ARQUIVO DE SAIDA: (.DAT)'
        READ(*,'(A)') file
      ENDIF
      OPEN(UNIT=14,FILE='RESP1.DAT',STATUS='unknown')
      OPEN(UNIT=3,FILE='DAT.PRD',STATUS='old')
      OPEN(UNIT=4,FILE='RESP4.DAT',STATUS='unknown')
      OPEN(UNIT=5,FILE='ENTRA.PRD',STATUS='unknown')
      OPEN(UNIT=6,FILE='ENTRA1.PRD',STATUS='old')
      OPEN(UNIT=7,FILE='SAIDA.PRD',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(UNIT=8,FILE=file//'.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(UNIT=9,FILE='IDENT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(UNIT=13,FILE='DADOS.prd',STATUS='old')
C  *****
      READ(13,*) ns
      READ(13,*) temp
      READ(13,*) pressao
      READ(13,*) l(1)
      READ(13,*) x(1)
      READ(13,*) g
      READ(13,*) y(ns+2)
      READ(13,*) (x(i),i=2,ns+1)
      READ(13,*) (l(i),i=2,ns+1)
      READ(13,*) ap
      READ(13,*) hv
      READ(13,*) c
      READ(13,*) lw
      READ(13,*) y2
      READ(13,*) m
      READ(13,*) e
      READ(13,*) rol
      READ(3,*) tm
      READ(3,*) ta
      READ(3,*) pas
      CLOSE(UNIT=13)
      CLOSE(UNIT=3)
      CALL comp(ns,m,y,x,e)
      CALL holdup(ns,x,l,w)
C
C  *****
C
C  CONDICÕES INICIAIS
C

```

```

        tempo=0.0
        ti=0.
        taux=ta
C
C  CALCULO DA VAZAO OTIMA DE SOLVENTE
C
        r=(y(ns+2)-y2)/(y(ns+2)-m*x(1))
        b1=(y(ns+2)-m*x(1))/(y2-m*x(1))
        l(1)=1.5*m*r*g
        a1=l(1)/(m*g)
        CALL newton(ns,b1,a1)
        lopt=m*a1*g
        CALL newton(ns,b1,a1)
        lopt=m*a1*g
        l(1)=lopt
C
C  REALIZAR SUFICIENTES ETAPAS PARA GARANTIR O EQUILIBRIO
C
10 CALL rkm(ns,pas,tempo,w)
   CALL francis(ns,w,tempo,x,l)
   CALL comp(ns,m,y,x,e)
   IF(tempo.GE.taux) THEN
       ti=ti+ta
       IF(ti.GE.ta) THEN
           ti=0.0
           yppm=y(2)*(1D6)
           WRITE(14,5000) tempo,x(7),x(4),x(2),y(7),
*               y(4),y(2),l(1),yppm
           ENDIF
           taux=tempo+ta
       ELSE
           GOTO 10
       ENDIF
       IF(tempo.LT.tm) GOTO 10
       DO i=2,ns+1
           WRITE(4,5100) x(i),l(i)
       ENDDO
       CLOSE(UNIT=4)
       lss=l(1)
       yset=y(2)
       yss=y(2)
       yssp=y(2)
C
C *****
C
C  CONDICAOES INICIAIS DO PROBLEMA DE CONTROLE
C
C  Inicio do calculo do controlador preditivo
C  Calculo da matriz dinamica
C
C *****
C
C  Condicoes iniciais
C
        tempo=0.0
        taux=ta
C
        OPEN(UNIT=4,FILE='RESP4.DAT',STATUS='OLD')
C
        DO i=2,ns+1
            READ(4,5100) x(i),l(i)
        ENDDO
        CLOSE(UNIT=4)
        CALL comp(ns,m,y,x,e)
        CALL holdup(ns,x,l,w)
        READ(6,*) t,v,u,f,d1
        l(1)=dl+lss
        a(0)=dabs(y(2)-yss)/abs(dl)
C
        DO i=1,t
20 CALL rkm(ns,pas,tempo,w)

```

```

CALL francis(ns,w,tempo,x,1)
CALL comp(ns,m,y,x,e)
IF(tempo.GE.taux) THEN
  a(i)=dabs(y(2)-yss)/abs(dl)
  h(i)=a(i)-a(i-1)
  taux=tempo+ta
  WRITE(5,5200) a(i),h(i)
ELSE
  GOTO 20
ENDIF
ENDDO
CLOSE(UNIT=5)
C
C *****
C
OPEN(UNIT=5,FILE='ENTRA.PRD',STATUS='OLD')
C
DO i=1,t
  READ(5,5200) a(i),h(i)
ENDDO
CLOSE(UNIT=5)
C
DO j=1,v
  k=j
  DO i=1,u
    IF(i.GT.j) THEN
      al(j,i)=0.
    ELSE
      al(j,i)=a(k)
    ENDIF
    IF(k.GT.1) k=k-1
  ENDDO
ENDDO
DO j=1,v
  DO i=1,v
    IF(i.EQ.j) THEN
      q(i,j)=1.
    ELSE
      q(i,j)=0.
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO
DO j=1,u
  DO i=1,u
    IF(i.EQ.j) THEN
      ri(i,j)=f
    ELSE
      ri(i,j)=0.0
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO
C
C *****
C
C Calculo da Matriz CI=ALT*Q*AL
C Multiplicar Q*AL e guardar em AA
C
DO i=1,v
  DO j=1,u
    aa(i,j)=0.
    DO k=1,v
      aa(i,j)=aa(i,j)+q(i,k)*al(k,j)
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO
C
C Calculo de AL*AA
C
DO i=1,u

```

```

DO j=1,u
  ci(i,j)=0.
  DO k1=1,v
    ci(i,j)=ci(i,j)+al(k1,i)*aa(k1,j)
  ENDDO
  b(i,j)=ci(i,j)+ri(i,j)
  bb(i,j)=b(i,j)
  bi(i,j)=b(i,j)
ENDDO
ENDDO
CALL minv(b,u)
DO i=1,u
  DO j=1,u
    bi(i,j)=0.
    DO n=1,u
      invb(i,j)=invb(i,j)+b(i,n)*bb(n,j)
    ENDDO
  ENDDO
  WRITE(9,*) i,(invb(i,j),j=1,u)
ENDDO
c
end if
C
C Calcular o produto KC=B*ALT*Q
C Calculo do produto ALT*Q e guardar em QQ
C
DO i=1,u
  DO j=1,v
    qq(i,j)=0.
    DO n=1,v
      qq(i,j)=qq(i,j)+al(n,i)*q(n,j)
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO
C
C Calculo de KC=B*QQ
C
DO i=1,u
  DO j=1,v
    kc(i,j)=0.
    DO n=1,u
      kc(i,j)=kc(i,j)+b(i,n)*qq(n,j)
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO
DO i=1,u
  WRITE(7,*) (kc(i,j),j=1,v)
C 132 FORMAT(1X,F10.5)
ENDDO
C
C *****
C
C Calculo da lei de controle
C
OPEN(UNIT=4,FILE='RESP4.DAT',STATUS='OLD')
C
DO i=2,ns+1
  READ(4,5100) x(i),l(i)
ENDDO
CLOSE(UNIT=4)
CALL comp(ns,m,y,x,e)
CALL holdup(ns,x,l,w)
tempo=0.
ks=0.
ti=0.
qlt=0.
li=l(1)
taux=ta
OPEN(UNIT=2,FILE='RESP',STATUS='old')
READ(2,*) y(ns+2)
CLOSE(UNIT=2)
l(1)=lss

```

```

        yyssp=yset-yyssp
C
C
DO WHILE(tempo.LT.tm)
30  CALL rkm(ns,pas,tempo,w)
    CALL francis(ns,w,tempo,x,l)
    CALL comp(ns,m,y,x,e)
    qli=0.
    qli=qli+l(1)*tempo
    IF(tempo.LT.taux) THEN
        GOTO 30
    ELSE
        yy=y(2)-yss
        ti=ti+ta
        dtl=dabs(l(1)-li)
        IF(dtl.GE.1D-2) THEN
            ql=qli/ro1
            qlt=qlt+ql
            li=l(1)
        ENDIF
        DO j=1,v
            IF(ks.EQ.0) THEN
                s(j)=0.
            ELSE
                s(j)=0.
                DO i=j+1,t
                    n=ks+j-i
                    IF(n.GE.0) THEN
                        s(j)=s(j)+h(i)*dltmp(n)
                    ENDIF
                ENDDO
            ENDIF
        ENDDO
        i=1
        DO WHILE(i.LE.v)
            p(i)=0.
            DO j=1,i
                p(i)=p(i)+s(j)
            ENDDO
            el(i,1)=yyssp-(yy+p(i))
            i=i+1
        ENDDO
        DO j=1,u
            mp(j,1)=0.
            DO i=1,v
                mp(j,1)=mp(j,1)+kc(j,i)*el(i,1)
            ENDDO
            dltmp(ks)=mp(1,1)
        ENDDO
        l(1)=l(1)-mp(1,1)
        IF(ti.GE.ta) THEN
            ti=0.
            yppm=y(2)*(1D6)
            WRITE(8,5300) tempo,y(2),l(1),yy,qlt,yppm
            WRITE(1,5300) tempo,y(2),l(1),yy,qlt,yppm
        ENDIF
        ENDIF
        ks=ks+1
        taux=tempo+ta
    ENDDO
    STOP
5000 FORMAT(F10.5,3X,F15.8,3X,F15.8,3X,F15.8,3X,F15.8,
*          3X,F15.8,3X,F15.8,3X,F8.3,3X,F6.0)
5100 FORMAT(3X,F15.8,3X,F12.3)
5200 FORMAT(F15.8,2X,F17.10)
5300 FORMAT(F9.4,3X,F15.8,3X,F8.4,3X,F15.8,3X,F10.2,3X,F6.0)
END
C
C *****
C Esta subrotina calcula a composicao da fase vapor a partir
C da Lei de Henry,para uma coluna de absorcao isoterica.

```

```

C
SUBROUTINE comp(ns1,mc,yi,xi,e)
DOUBLE PRECISION xi(50),yi(50)
DOUBLE PRECISION mc,e
DO i=2,ns1+1
    j=ns1-i+3
    yi(j)=e*(mc*xi(j)-yi(j+1))+yi(j+1)
ENDDO
RETURN
END

C
C Subrotina para uso do metodo de Newton
C
SUBROUTINE newton(ns,b1,a1)
DOUBLE PRECISION a1,b1,fx,dfx,funcao,derfun,ak,dif
itemax=50
iter=0
fx=funcao(ns,b1,a1)
dfx=derfun(ns,b1,a1)
10 CONTINUE
ak=a1-fx/dfx
dif=dabs(ak-a1)
fx=funcao(ns,b1,ak)
dfx=derfun(ns,b1,ak)
IF(dif.GE.(1.0D-3)) THEN
    IF(iter.NE.itemax) THEN
        al=ak
        iter=iter+1
        GOTO 10
    ENDIF
    WRITE(*,5000)
ENDIF
RETURN
5000 FORMAT('NAO CONVERGIU')
END

C
C
FUNCTION funcao(ns,b1,a1)
DOUBLE PRECISION b1,a1,funcao
funcao=a1**ns+(b1-1)/a1-b1
RETURN
END

C
FUNCTION derfun(ns,b1,a1)
DOUBLE PRECISION b1,a1,derfun
derfun=ns*(a1**(ns-1))-(b1-1)/(a1**2)
RETURN
END

C
SUBROUTINE francis(ns,w,t,x,l)
DOUBLE PRECISION x(50),w(50),l(50),ro(50),abc(50)
REAL lw
COMMON /block2/ lw,hv,c,ap
C
DO i=2,ns+1
    x(i)=w(i+ns)/w(i)
    ro(i)=x(i)*4.406+(1-x(i))*0.0551
    abc(i)=(w(i)/(ap*ro(i))-hv)/c**(1.5)
    l(i)=abc(i)*ro(i)*lw
ENDDO
RETURN
END

C
SUBROUTINE funct(ns,t,w,df)
DOUBLE PRECISION x,l,df(50),w(50),y,g
COMMON /block1/ g,l(50),x(50),y(50)
C
C
CALL francis(ns,w,t,x,l)
DO i=2,ns+1
    df(i)=l(i-1)-l(i)

```

```

        df(i+ns)=x(i-1)*l(i-1)-x(i)*l(i)+g*(y(i+1)-y(i))
ENDDO
RETURN
END
C
C SUBROTINA RUNGE-KUTTA-GIL
SUBROUTINE rkm(ns,pas,t,w)
DOUBLE PRECISION xk1(100),xk2(100),xk3(100),xk4(100)
DOUBLE PRECISION w(50),a(50),df(50)
v=2.*(0.5)
a1=(v-1.)/2.
a2=(2.-v)/2.
a3=-v/2.
a4=(2.+v)/2.
CALL funct(ns,t,w,df)
DO i=2,ns+1
    xk1(i)=pas*df(i)
    xk1(i+ns)=pas*df(i+ns)
    a(i)=w(i)
    a(i+ns)=w(i+ns)
ENDDO
DO i=2,ns+1
    w(i)=a(i)+xk1(i)/2.
    w(i+ns)=a(i+ns)+xk1(i+ns)/2.
ENDDO
t=t+pas/2.
CALL funct(ns,t,w,df)
DO i=2,ns+1
    xk2(i)=pas*df(i)
    xk2(i+ns)=pas*df(i+ns)
ENDDO
DO i=2,ns+1
    w(i)=a(i)+a1*xk1(i)+a2*xk2(i)
    w(i+ns)=a(i+ns)+a1*xk1(i+ns)+a2*xk2(i+ns)
ENDDO
CALL funct(ns,t,w,df)
DO i=2,ns+2
    xk3(i)=pas*df(i)
    xk3(i+ns)=pas*df(i+ns)
ENDDO
DO i=2,ns+1
    w(i)=a(i)+a3*xk2(i)+a4*xk3(i)
    w(i+ns)=a(i+ns)+a3*xk2(i+ns)+a4*xk3(i+ns)
ENDDO
t=t+pas/2.
CALL funct(ns,t,w,df)
DO i=2,ns+1
    xk4(i)=pas*df(i)
    xk4(i+ns)=pas*df(i+ns)
ENDDO
DO i=2,ns+1
    w(i)=a(i)+(xk1(i)+xk4(i))/6.+(a2*xk2(i)+a4*xk3(i))/3.
    w(i+ns)=a(i+ns)+(xk1(i+ns)+xk4(i+ns))/6.+(a2*xk2(i+ns)+a4*
* xk3(i+ns))/3.
ENDDO
RETURN
END
C
C *****
C
SUBROUTINE holdup(ns,x,l,w)
DOUBLE PRECISION x(50),l(50),w(50),ro(50)
REAL lw
COMMON /block2/ lw,hv,c,ap
DO i=2,ns+1
    ro(i)=x(i)*4.406+(1-x(i))*0.0551
    w(i)=ap*ro(i)*(hv+c*((l(i)/(ro(i)*lw))**(0.666667)))
    w(i+ns)=w(i)*x(i)
ENDDO
RETURN
END

```

```

C
SUBROUTINE minv(b,n)
C
C   INVERTE MATRIZ B
C
C
DOUBLE PRECISION b(10,10),a(22500)
DIMENSION l(150),mk(150)

ia=0
DO i=1,n
  DO j=1,n
    ia=ia+1
    a(ia)=b(i,j)
  ENDDO
ENDDO

C
nk=-n
DO k=1,n
  nk=nk+n
  l(k)=k
  mk(k)=k
  kk=nk+k
  biga=a(kk)
  DO j=k,n
    iz=n*(j-1)
    DO i=k,n
      ij=iz+i
      IF(abs(biga).LT.abs(a(ij))) THEN
        biga=a(ij)
        l(k)=i
        mk(k)=j
      ENDIF
    ENDDO
  ENDDO

C
C   TROCA DE COLUNAS
C
j=l(k)
IF(j.GT.k) THEN
  ki=k-n
  DO i=1,n
    ki=ki+n
    hold=-a(ki)
    ji=ki-k+j
    a(ki)=a(ji)
    a(ji)=hold
  ENDDO
ENDIF

C
C   TROCA DE COLUNAS
C
i=mk(k)
IF(i.GT.k) THEN
  jp=n*(i-1)
  DO j=1,n
    jk=nk+j
    ji=jp+j
    hold=-a(jk)
    a(jk)=a(ji)
    a(ji)=hold
  ENDDO
ENDIF

C
C   DIVIDE COLUNA POR - PIVOT
C
IF(biga.EQ.0) THEN
  RETURN
ENDIF

C
DO i=1,n

```

```

        IF(i.NE.k) THEN
            ik=nk+i
            a(ik)=a(ik)/(-biga)
        ENDIF
    ENDDO

C
C   REDUCAO DA MATRIZ
C
    DO i=1,n
        ik=nk+i
        hold=a(ik)
        ij=i-n
        DO j=1,n
            ij=ij+n
            IF(i.NE.k) THEN
                IF(j.NE.k) THEN
                    kj=ij-i+k
                    a(ij)=hold*a(kj)+a(ij)
                ENDIF
            ENDIF
        ENDDO
    ENDDO

C
C   DIVIDE LINHAS POR PIVOT
C
        kj=k-n
        DO j=1,n
            kj=kj+n
            IF(j.NE.k) THEN
                a(kj)=a(kj)/biga
            ENDIF
        ENDDO

C
C   TROCA PIVOT POR RECIPROCO
C
        a(kk)=1./biga
    ENDDO

C
C   TROCA DE COLUNA POR LINHA FINAL
C
        k=n
10    k=k-1
        IF(k.GT.0) THEN
            i=1(k)
            IF(i.GT.k) THEN
                jq=n*(k-1)
                jr=n*(i-1)
                DO j=1,n
                    jk=jq+j
                    hold=a(jk)
                    ji=jr+j
                    a(jk)=-a(ji)
                    a(ji)=hold
                ENDDO
            ENDIF
            j=mk(k)
            IF(j.LE.k) GOTO 10
            ki=k-n
            DO i=1,n
                ki=ki+n
                hold=a(ki)
                ji=ki-k+j
                a(ki)=-a(ji)
                a(ji)=hold
            ENDDO
            GOTO 10
        ENDIF

C
        ia=0
        DO i=1,n
            DO j=1,n

```

```
        ia=ia+1  
        b(i,j)=a(ia)  
    ENDDO  
ENDDO  
RETURN  
END
```

C