

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:  
Sistemas de Processos Químicos e Informática**

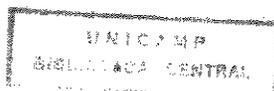
**“CONTROLE DUAL DE COLUNAS DE  
DESTILAÇÃO UTILIZANDO I.M.C.”**

AUTOR: Ilton José Baraldi

ORIENTADOR: Prof. Dr. Mário de Jesus Mendes

Dissertação submetida à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Química - UNICAMP como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Novembro de 1995  
Campinas - SP



916 06 2000

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	UNICAMP
	B231c
	27507
	667/96
	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	26/04/96
N.º CPD	M.00087201-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B231c Baraldi, Ilton José  
Controle dual de colunas de destilação utilizando  
I.M.C. / Ilton José Baraldi.—Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientador: Mário de Jesus Mendes.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Separação. 2. Destilação. 3. Controle de processo.  
4. Controle automático. 5. Simulação (Computadores  
digitais). I. Mendes, Mário de Jesus. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química.  
III. Título.

Tese defendida e aprovada, em 30 de novembro de 1995. pela banca  
examinadora constituída pelos professores:



---

**Prof. Dr. Elias Basile Tambourgi**



---

**Prof. Dra. Maria Teresa M. Rodrigues**



---

**Prof. Dr. Mario de Jesus Mendes**

Esta versão corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado defendida por Ilton José Baraldi , e aprovada pela banca examinadora em 30 de novembro de 1995.

  
Prof Dr. Mario de Jesus Mendes

## **AGRADECIMENTOS**

À UNICAMP, em particular aos Professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Sistemas Químicos e Informática, da Faculdade de Engenharia Química.

Ao Prof. Dr. Mário de Jesus Mendes, pelo apoio, dedicação, compreensão e orientação recebidos

Aos Colegas de mestrado. Em particular, Gilvan e Marcone, companheiros nas horas raras horas difíceis e também nas muitas horas de diversão.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Aos meus familiares,  
especialmente meus pais José  
Carlos e Thereza por todo apoio e  
incentivo concedido que foi de  
fundamental importância para  
vencer todos os desafios de minha  
vida.

## ÍNDICE

Capítulo I - Controle Dual de Colunas de Destilação .....	01
1.1 - Definição do Sistema .....	01
1.2 - Controle multivariável .....	02
1.3 - Colunas de Alta Pureza .....	04
1.4 - Controle dual de colunas de destilação .....	06
1.5 - Controle IMC .....	07
1.5.1 - Histórico .....	08
1.5.2 - Propriedades do IMC .....	10
1.5.3 - Procedimentos de projeto .....	10
1.6 - Modelagem dinâmica - Modelos Reduzidos .....	13
1.6.1 - Modelo com duas constantes de tempo .....	13
1.6.2 - Modelo proposto por Resck .....	17
1.6.3 - Modelo com duas constantes de tempo considerando a dinâmica do líquido no prato .....	19
Capítulo II - Modelagem Dinâmica para Controle .....	20
2.1 - Simulação de colunas de destilação - Modelo não linear .....	20
2.2 - Simulação de colunas de destilação - Modelo linear completo .....	21
2.3 - Desenvolvimento do modelo linear reduzido .....	21
2.4 - Simulação das colunas de destilação utilizando o modelo reduzido .....	22
2.4.1 - Cálculo dos parâmetros do modelo reduzido .....	22
2.4.2 - Respostas do modelo .....	24
2.5 - Conclusões .....	29
Capítulo III - Projeto da malha de controle dual usando o IMC .....	30
3.1 - Malha de controle .....	30
3.2 - Conversão do modelo do processo do domínio de Laplace para o domínio de "Z" .....	31
3.3 - Desenvolvimento do algoritmo digital para o modelo .....	32
3.4 - Projeto do controlador IMC digital .....	33
3.5 - Desenvolvimento do algoritmo do controlador .....	33

3.6 - Algoritmo do filtro digital .....	36
3.7 - Seleção do tempo de amostragem e cálculo dos zeros do modelo do processo que causam oscilações no sistema .....	37
3.8 - Fluxograma do sistema de controle .....	38
Capítulo IV - Resultados .....	40
4.1 - Controle da coluna A .....	40
4.1.1 - Resultados da simulação da coluna A encontrados na literatura .....	40
4.2 - Controle da coluna G .....	42
4.2.1 - Conclusões .....	43
Capítulo V - Conclusões .....	44
Apêndice A - Modelo matemático para a coluna de destilação .....	45
Apêndice B - Desenvolvimento do modelo lineares .....	47
Apêndice C - Modelo do processo discretizado .....	51
Bibliografia .....	54

## NOMENCLATURA

B - Fluxo do produto de fundo

D - Fluxo do destilado

$e_1$  - Vetor do erro das variáveis controladas antes do filtro

$e_2$  - Vetor do erro das variáveis controladas depois do filtro

F - Função de transferência do filtro digital

F - Fluxo na alimentação

G - Representa o processo

$G^*$  - Modelo reduzido do processo

$G_+^*$  - Parte do modelo reduzido não implementável no controle

$G_-^*$  - Parte do modelo do reduzido implementável no controle

$\text{GH}_0$  - “Data hold” de ordem zero

$k_{ij}$  - Ganhos do processo

L - Refluxo de líquido no condensador

$L_i$  - Fluxo de líquido nos pratos

$m$  - Variáveis manipuladas

$M_b$  - Acúmulo de líquido no refeedor

$M_d$  - Acúmulo de líquido no condensador

$M_i$  - Acúmulo de líquido nos pratos

n - Número de pratos da coluna

$n_t$  - Prato de alimentação

V - Fluxo de vapor produzido no refeedor

$x_b$  - Composição do componente mais volátil no fluxo B

$x_d$  - Composição do componente mais volátil no fluxo D

$x$  - Vetor das variáveis de estado

$y$  - Vetor das variáveis controladas

$y_{sp}$  - “Set-point” das variáveis controladas

$\alpha$  - Volatilidade relativa

$\lambda$  - Grau de interação do processo

$\theta$  - Atraso de transporte

$\tau_1$  - Constante de tempo do modelo

$\tau_2$  – Constante de tempo do modelo

$\tau_{n_{ij}}$  – Zero do modelo

$\tau_L$  – Constante dinâmica dos pratos

## RESUMO

Neste trabalho, simulou-se colunas de destilação binária com o objetivo de controlar este processo de separação utilizando um controlador I.M.C., para controlar as composições do destilado e do produto de fundo da coluna.

Para o projeto do controlador I.M.C. foi necessário desenvolver um modelo linear reduzido que fosse simples e representasse bem o processo.

Utilizando-se dos modelos reduzidos desenvolvidos, projetou-se um controlador I.M.C. que foi implementado utilizando-se de algoritmos de controle digital que apresentou resultados de controle satisfatório, demonstrando a simplicidade e a validade do sistema de controle proposto.

**Palavras Chaves:** Separação, Destilação, Controle de Processo, Controle automático, Simulação (Computadores digitais).

## INTRODUÇÃO

Colunas de destilação, especialmente as de alta pureza, são conhecidas pelas dificuldades de projeto de sistemas de controle. Estas dificuldades são resultantes das características do processo, como comportamento dinâmico complexo, não linearidades e forte interações entre as malhas de controle.

As metas recentes para melhoria da qualidade dos produtos, redução de resíduos e minimização do consumo de energia tornam evidente a necessidade do uso de um bom sistema de controle.

Como alternativa para controles destes sistemas surge o IMC, que é um sistema de controle onde o modelo do processo faz parte da estrutura interna da malha de controle. O IMC possui critérios de estabilidade simples, sendo facilmente aplicável a sistemas multivariável com interações entre as malhas de controle.

Para o projeto destes controladores é importantíssimo o desenvolvimento de modelos reduzidos confiáveis para simular o sistema a controlar.

## CAPÍTULO I - Controle Dual de Colunas de Destilação

### 1.1 - Definição do Sistema

Considerando uma coluna de destilação binária temos um sistema com cinco graus de liberdade, então teremos cinco variáveis manipuladas e cinco variáveis controladas.

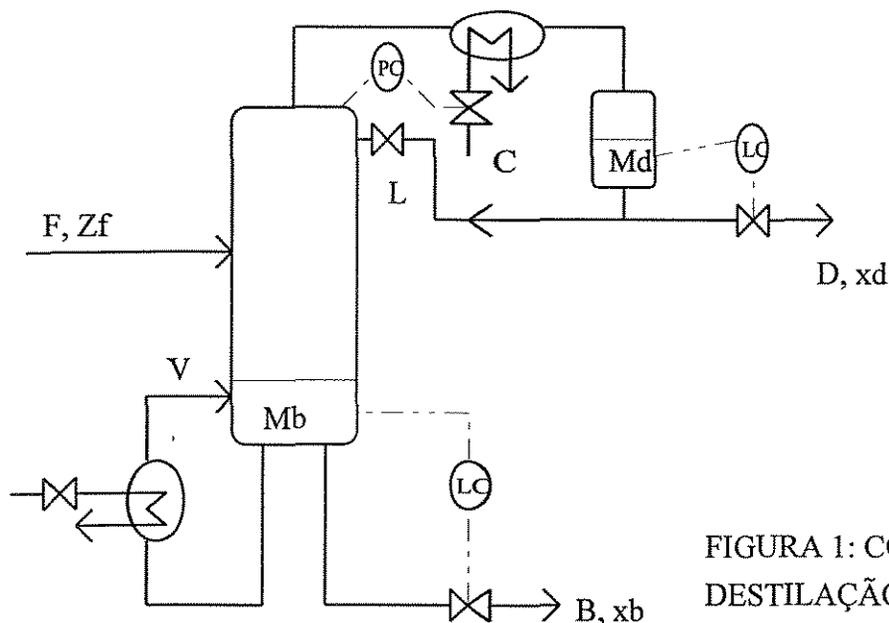


FIGURA 1: COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA

Um possível conjunto de variáveis controladas é:

- Acúmulo de líquido no reboiler "Mb".
- Acúmulo de líquido no tambor de refluxo "Md".
- Pressão no interior da coluna "P".
- Composição do produto de fundo "xb".
- Composição do destilado "xd".

E como variáveis manipuladas teremos, por exemplo:

- Fluxo de produto no fundo da coluna "B".
- Fluxo do destilado "D".
- Vazão de fluido refrigerante no condensador "C".
- Fluxo de líquido no refluxo "L".
- Vapor produzido no reboiler "V".

Os controladores de nível do refeedor, nível do tambor de refluxo e da pressão da coluna podem ser projetados como malhas de controle independentes e sintonizados pelos métodos usados para controladores clássicos com uma única malha de controle, pois as variáveis manipuladas para controlar essas três malhas de controle afetam quase que exclusivamente a variável controlada, inexistindo interação entre as malhas. Para estas malhas de controle os pares de variáveis manipuladas e controladas são B/Mb, D/Md e C/P.

Então resta-nos controlar as variáveis  $x_b$  e  $x_d$  tendo como variáveis manipuladas  $L$  e  $V$ . Mas ajustando uma das variáveis manipuladas afetaremos ambas variáveis controladas; neste caso existem interações entre as variáveis tornando mais complicado o sistema de controle. O problema que trata do controle simultâneo das composições do produto de fundo e do produto de topo de uma coluna é chamado controle dual de colunas de destilação.

Para controlar as duas variáveis restantes teremos que utilizar as ferramentas disponíveis na teoria do controle multivariável.

## 1.2 - Controle multivariável.

É comum encontrar-se processos com duas ou mais variáveis manipuladas e duas ou mais variáveis controladas apresentando interações, ou seja, cada variável manipulada afeta duas ou mais variáveis controladas.

Para estes sistemas a escolha da configuração de controle não é óbvia, e temos como primeiro passo determinar o grau de interação existente entre as variáveis do processo.

O método usado para calcular as interações entre as variáveis e escolher os pares de variáveis manipuladas / controladas é o método da matriz dos ganhos relativos de Bristol (RGA) [1].

Para um sistema 2x2 (controle dual) temos:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} \\ g_{2,1} & g_{2,2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ v \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

A matriz RGA para este sistema é:

$$\text{RGA} = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix} \quad (1.2.2)$$

onde :

$$\lambda = \frac{1}{1 - \frac{k_{1,2}k_{2,1}}{k_{1,1}k_{2,2}}}$$

(1.2.3)

Os elementos  $k_{ij}$  da equação (1.2.3) são os ganhos do processo no estado estacionário.

Se  $\lambda=1$  ou  $\lambda=0$ , não teremos iterações entre as malhas; quanto maior for o valor absoluto de  $\lambda$ , maior será a iteração entre as malhas.

Analisando a primeira coluna da matriz dos ganhos relativos (RGA), se o valor absoluto de  $\lambda$  é maior que o valor absoluto de  $1-\lambda$  significa que L causa maior influencia em Xd do que em Xb. Para este caso os pares de variáveis manipuladas controladas seriam: Xd/L e Xb/V.

Skogestad e Morari [2] estudaram várias colunas de destilação:

TABELA 1.2-1: Colunas de destilação estudadas por Skogestad e Morari.

colunas	zf	$\alpha$	N	Nf	Xd	Xb	D/F	L/F
A	0,5	1,5	40	21	0,99	0,01	0,500	2,706
B	0,1	1,5	40	21	0,99	0,01	0,092	2,329
C	0,5	1,5	40	21	0,90	0,002	0,555	2,737
D	0,65	1,12	110	39	0,995	0,10	0,614	11,862
E	0,2	5,0	15	5	0,9999	0,05	0,158	0,226
F	0,5	15,0	10	5	0,9999	0,0001	0,500	0,227
G	0,5	1,5	80	40	0,9999	0,0001	0,500	2,635

Todas as colunas utilizam líquido saturado na alimentação.

Skogestad et al. [3] calculou o valor de  $\lambda$  para as colunas citadas, encontrando os seguintes valores:

TABELA 1.2-2 : Valores de interação entre as variáveis calculados por Skogestad et al.

Colunas	A	B	C	D	E	F	G
$\lambda$	35,1	47,5	7,53	58,7	2,82	499	1673

Podemos verificar que os valores de  $\lambda$  são sempre positivos e maiores que a unidade, o que justifica usar a configuração  $x_d/l$  e  $x_b/v$ , para o controle de colunas de destilação ( a chamada configuração  $l/v$ ).

Das tabelas conclui-se também que quanto maior a pureza dos produtos e menor for a volatilidade relativa ( $\alpha$ ) maior é a interação entre as variáveis pois o valor de  $\lambda$  aumenta.

### 1.3 - Colunas de Alta Pureza.

Fuentes e Luyben [4] relataram as não linearidades existentes em colunas de destilação de alta pureza; os sistemas por eles estudados apresentam comportamento dinâmico diferente para diferentes graus de perturbação nas variáveis manipuladas, a principal característica de um sistema não linear. Este comportamento não linear aumenta à medida que elevamos a pureza dos produtos.

Foi também mencionado que o controle dual de colunas de destilação de alta pureza é tão problemático que muitos projetistas usam como prática na indústria química duas colunas de destilação em vez de uma para evitar os

problemas de controle, mas esta prática aumenta tanto o custo do investimento quanto o gasto com energia.

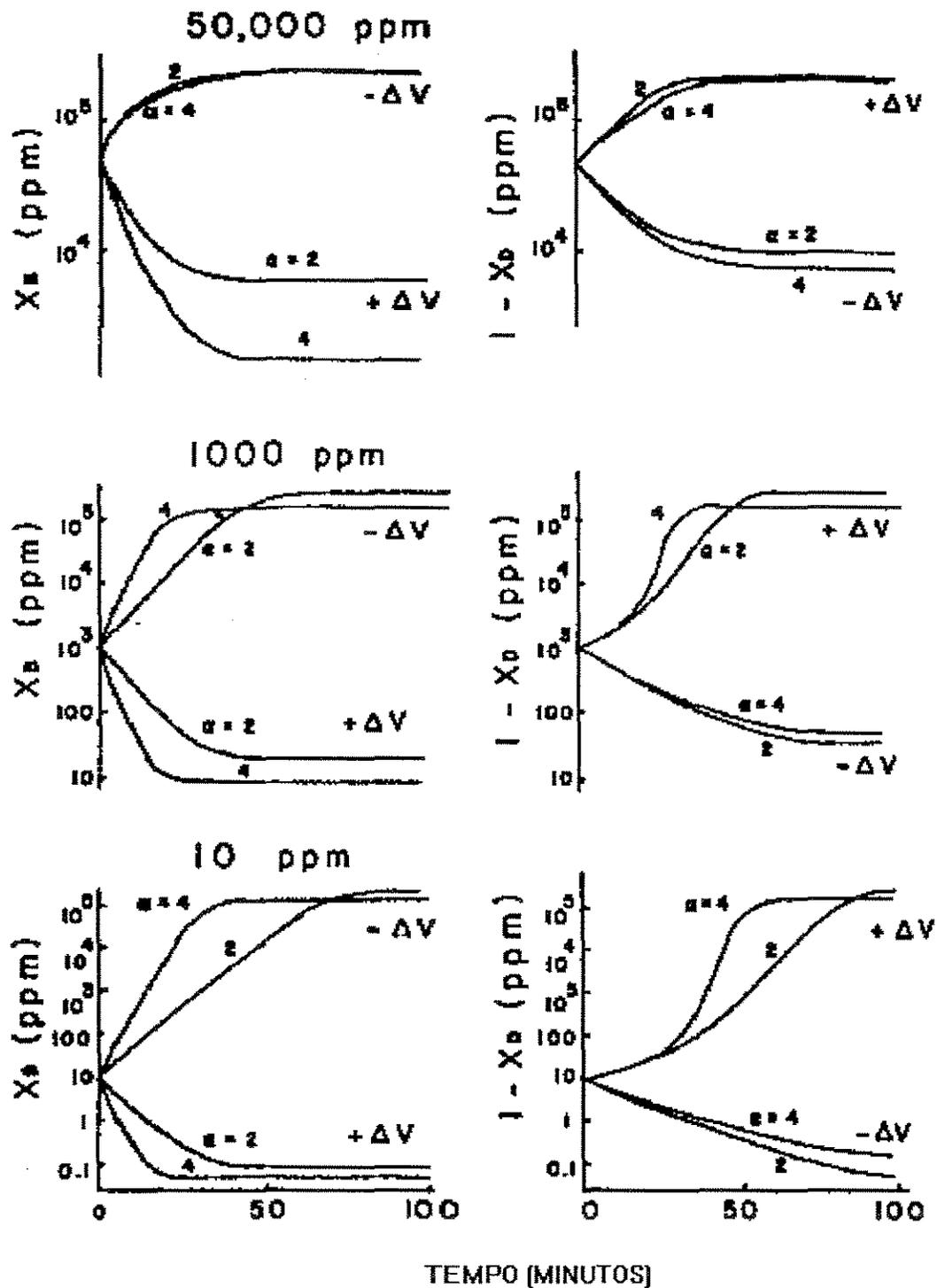


FIGURA 1.3-1: Comportamento não linear para colunas de destilação de alta pureza [4].

### 1.4 - Controle dual de colunas de destilação.

Encontram-se na literatura sistemas de controle dual de colunas de destilação usando o controle multimalha. MacAvoy [5] utilizou dois controladores PI com a intenção de controlar os produtos de topo e fundo de uma coluna metanol : água. Verifica-se grande dificuldade de aplicação das técnicas de controle clássico para sintonia dos controladores, e a resposta dinâmica do sistema de controle evidencia as interações entre as variáveis.

Uma alternativa para eliminar a interação entre as malhas de controle é utilizar desacopladores.

Seborg [1] apresenta a teoria dos desacopladores, cuja finalidade é eliminar as iterações entre as malhas de controle, de forma que cada malha de controle possa ser projetada independentemente.

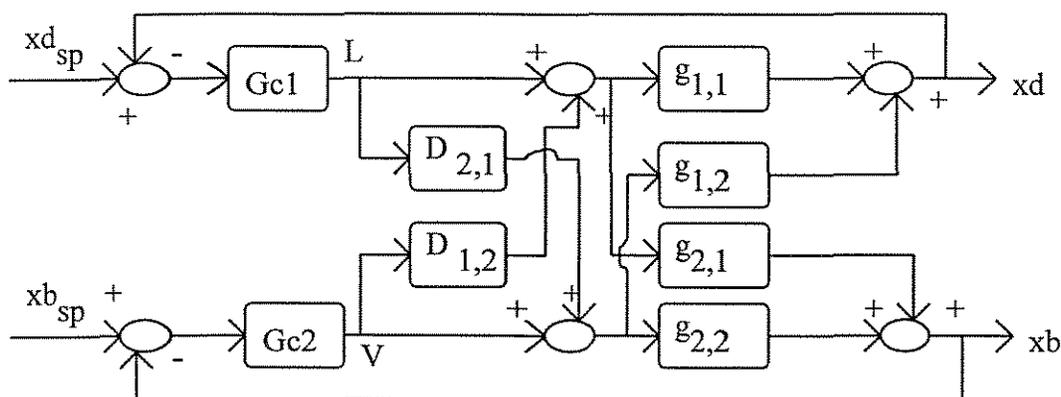


FIGURA 1.4-1 : Malha de controle 2x2 com desacopladores.

O desacoplador  $D_{1,2}$  é projetado de forma a eliminar os efeitos de V na malha de controle de Xd e  $D_{2,1}$  é projetado de forma a eliminar os efeitos de L em Xb.

Os desacopladores ideais são:

$$D_{1,2} = -\frac{g_{1,2}}{g_{1,1}} \quad (1.4.1)$$

$$D_{2,1} = -\frac{g_{2,1}}{g_{2,2}} \quad (1.4.2)$$

Seborg [1] afirma que o uso dos desacopladores podem fornecer melhores respostas que um controle multimalha convencional. Mas o desempenho do sistema depende fortemente do modelo usado para o projeto do controlador, para alguns processos o uso dos desacopladores pode fornecer resultados menos satisfatórios que um controle multimalha convencional.

MacAvoy [7] diz que colunas de destilação de alta pureza apresentam um desempenho pobre quando são utilizados desacopladores, o que está relacionado com a baixa robustez do sistema, e a sensibilidade aos erros de modelagem.

### 1.5 - Controle IMC

Como alternativa para o controle deste tipo de processo surge o **IMC** "Internal Model Control", que é um sistema de controle onde o modelo dinâmico do processo faz parte da malha de controle. O **IMC** possui critérios de estabilidade simples, permitindo o mesmo tratamento matemático para sistemas de controle de uma variável (SISO) e para sistemas multivariáveis (MIMO), com ou sem atraso, produzindo uma resposta dinâmica desacoplada e com garantia de "off-set" nulo, além de possuir menor quantidade de parâmetros a serem ajustados do que os controladores clássicos.

Uma diferença importante entre o controle clássico e o **IMC**, para sistemas multivariáveis, é que o controle clássico utiliza pares de variáveis manipuladas e controladas; por exemplo, manipula-se a razão de refluxo para obter a concentração desejada no destilado e manipula-se o vapor produzido no refeedor para controlar a composição do produto de fundo da coluna. No **IMC** não se utiliza este conceito de pares de variáveis manipuladas e variáveis controladas; teremos um conjunto de variáveis manipuladas que usaremos para obter o resultado desejado nas variáveis controladas.

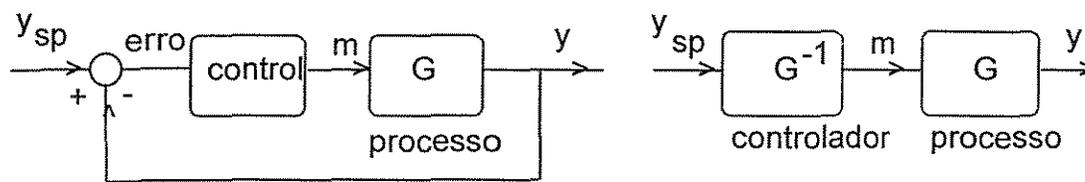
Para garantir um bom desempenho do controlador na estrutura **IMC** é de grande importância que o modelo utilizado na malha de controle seja simples e

represente bem o processo. O que torna necessário o estudo do comportamento dinâmico dos processos a controlar.

### 1.5.1 - Histórico

Os conceitos básicos do **IMC** "Internal Model Control" vem surgindo há várias décadas; e o que o diferencia basicamente dos controladores clássicos é que estes utilizam o modelo do processo somente para sintonizar o controlador, enquanto que o **IMC** utiliza o modelo do processo na malha de controle (modelo do processo faz parte da estrutura do controlador).

Em 1957 Newton et al. [6] converteu uma malha de controle fechada em um sistema aberto, fazendo uso do modelo do processo.



1.5.1-1 a) malha de controle clássica    1.5.1-2 b) malha proposta por Newton

Figura 1.5.1- Comparação entre uma malha de controle clássica e a malha proposta por Newton

Verificamos na figura 1.5.1-1a que os controladores clássicos atuam no sistema quando existe um desvio na variável controlada. Newton elaborou um sistema (figura 1.5.1-1b) onde a função de transferência do controlador é a inversa da função de transferência do processo; desta forma, para qualquer variação no "set point" sempre temos que  $y = y_{sp}$ .

Também em 1957 surgiu o preditor de Smith [8], que contém o modelo do processo em paralelo com a planta, com o objetivo de eliminar o efeito do atraso na estabilidade do controlador.

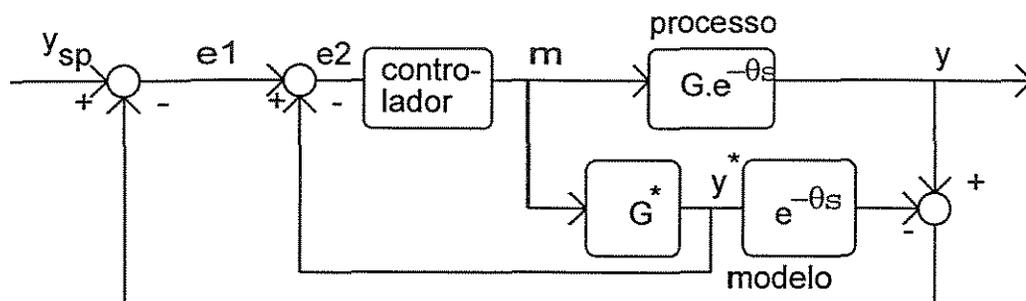


Figura 1.5.1-2 : Preditor de Smith

Como podemos notar, o preditor de Smith utiliza duas malhas de controle. Uma malha interna, onde o modelo do processo  $G^*$  é usado para estimar o valor da variável controlada sem o atraso. Temos também uma malha de controle externa, para corrigirmos os erros devido as imperfeições do modelo do processo.

Em 1982, Garcia e Morari [9] publicaram o primeiro artigo referindo-se diretamente à teoria do controle **IMC**. Os autores utilizaram a idéia do controlador como o inverso do modelo do processo (Newton) e a malha de retroalimentação externa (Smith) para corrigir os erros do modelo.

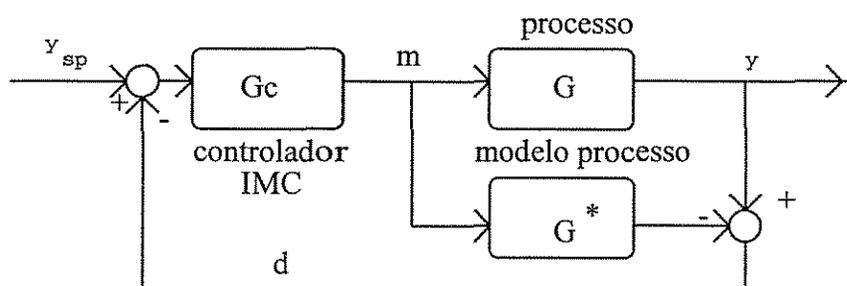


Figura 1.5.1-3 : Estrutura IMC

Mas a teoria do **IMC** foi aplicada até hoje em um número insignificante de processos químicos industriais. Muitos pesquisadores já refletiram as razões para esta lacuna entre prática e teoria, e sentiram que o **IMC**, pode fechar esta lacuna. Com efeito o **IMC** apresenta um bom desempenho e possui uma metodologia de projeto transparente e de fácil entendimento.

### 1.5.2 - Propriedades do IMC

A estrutura IMC multivariável é mostrada na figura 1.5.1-3, onde  $G^*$  é a matriz das funções de transferência do processo (modelo da planta),  $G_c$  é a matriz das funções de transferência do controlador,  $y_{sp}$  é o vetor "set point" do processo,  $y$  é o vetor das variáveis controladas e  $G$  é o processo a ser controlado.

**Propriedade 1:** Critério de estabilidade dual.

Assumindo que  $G^* = G$ , a estabilidade do controlador  $G_c$  e do processo  $G$  é suficiente para garantir a estabilidade global do processo.

**Propriedade 2:** Controle perfeito

Um controlador produz um sistema em malha fechada com controle perfeito quando se tem  $y = y_{sp}$

Se  $G = G_c$  e se  $G_c$  for estável, para conseguirmos o controle perfeito necessitamos do seguinte controlador:

$$G_c = G^*^{-1} \quad (1.5-1)$$

É preciso contudo cautela quando  $G^* \neq G$ , pois o sistema pode tornar-se instável com este controlador. Por outro lado,  $G^*^{-1}$  é freqüentemente não realizável. Contudo a condição do controle perfeito serve como ponto de partida para o projeto de controladores na estrutura IMC.

**Propriedade 3:** Qualquer controlador  $G_c$  onde  $G_c(1) = G(1)^*^{-1}$ , produz "off set" nulo.

### 1.5-3 - Procedimentos de Projeto

Na metodologia de projeto e implementação do sistema de controle IMC, utilizaremos técnicas de controle digital. Portanto a metodologia de projeto será efetuada usando Transformada Z.

A propriedade 2 indica que o controlador  $G_c(z) = G^*(z)^{-1}$  produz resposta com controle perfeito. Entretanto, o controle "ideal" não pode ser implementado na maioria dos casos pelas seguintes razões:

(1) Se a função de transferência  $G^*(z)$  contém atrasos, a função de transferência inversa conterá termos preditivos, tornando o controlador irrealizável.

(2) Se a função de transferência  $G^*(z)$  contém zeros cujo valor absoluto (módulo) seja maior do que a unidade, a inversa produz um controlador com polos com valor absoluto maior do que a unidade, portanto instável (critério de estabilidade para sistemas discretizados [1]).

(3) Polos de  $G_c(z)$  no intervalo  $(-1,0)$ , apesar de estáveis, produzem comportamento oscilatório nas variáveis manipuladas denominado "rippling" resultando em oscilações nas variáveis controladas ("ringing").

(4) Um sistema de "controle perfeito" é extremamente sensível a erros de modelagem.

O projeto IMC consiste em dois passos bem definidos para contornar estas limitações:

**Passo 1:**

Dado o modelo dinâmico do processo  $G^*(z)$ , efetuar a fatoração:

$$G^*(z) = G_+^*(z) \cdot G_-^*(z) , \quad (1.5-2)$$

onde  $G_+^*(z)$  contém os atrasos e os zeros de valor absoluto maior que a unidade.

Então o controlador empregado no processo será:

$$G_c(z) = G_-^*(z)^{-1} \quad (1.5-3)$$

Para este controlador se  $G = G^*$  teremos a seguinte resposta para a malha de controle:

$$y = G_+^* \cdot y_{sp} \quad (1.5-4)$$

**Cálculo de  $G_+^*(z)$  :**

Da equação (1.5-4) podemos concluir que para obtermos uma resposta desacoplada a matriz  $G_+^*(z)$  deve ser uma matriz diagonal.

- Para eliminar os atrasos indesejados devemos fazer:

$$G^{+*}(z) = \text{diag}[z^{-(\tau_1+1)}, z^{-(\tau_2+1)}, \dots, z^{-(\tau_r+1)}] \tag{1.5-5}$$

Se os elementos da matriz inversa do processo  $G^*(z)$ , são  $g_{ij}(z)z^{-(\tau_{ij}+1)}$ , então os valores de  $\tau_i$  para a equação (1.5-5) são:

$$\tau_j = \text{máximo}(\tau_{ij}) \quad i=1,2,3,\dots,r \quad \text{e} \quad j=1,2,3,\dots,r \tag{1.5-6}$$

E a matriz  $G^*(z)$  deve ser rearranjada de forma que os menores atrasos fiquem na diagonal.

- Para eliminar os zeros indesejáveis  $r_i$  devemos fazer [10]:

$$G^{+*}(z) = \text{diag}\left(\sum_{i=1}^n \frac{(z-r_i)}{1-r_i} \cdot z^{-n}\right) \tag{1.5-7}$$

onde:  $i$  de  $i=1,2,\dots,n$  são os zeros cujo valor absoluto é maior do que a unidade, ou zeros que causam "rippling".

A matriz  $G^{+*}(z)$  será o produto das equações 1.5-5 e 1.5-7 quando necessitarmos eliminar atrasos e zeros indesejáveis ao mesmo tempo.

**Passo 2: Robustez para erros no modelo.**

Para introduzir robustez ao sistema deve-se introduzir um filtro de primeira ordem no sistema, tornando a malha de controle estável na presença de erros de modelagem.

$$F(z) = \text{diag}\left[\frac{1-a}{1-aZ^{-1}}\right] \tag{1.5-8}$$

Onde  $0 < a < 1$ .

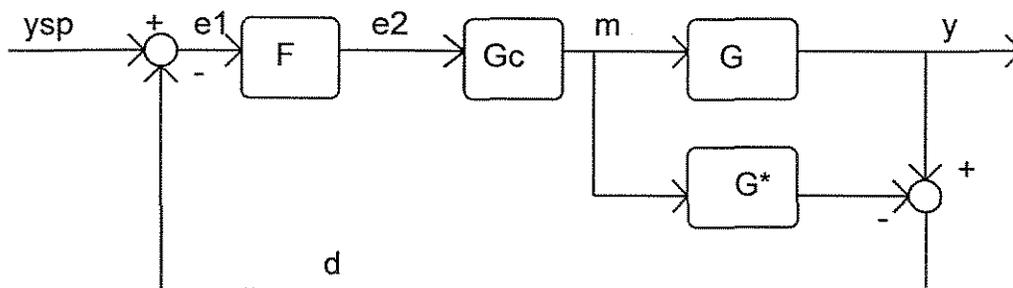


Figura 1.5.2-1 : Estrutura IMC com filtr

A resposta para a malha fechada, será  $y = F.G+.y_{sp}$  : O parâmetro do filtro, é o único parâmetro ajustável do IMC, e que dá robustez ao sistema na presença de erros no modelo.

Para garantir "off set" nulo, devemos notar que:  $G^{+*}(1) = I$  e que  $F(1) = I$ .

### 1.6 - Modelagem dinâmica - Modelos Reduzidos

Para o projeto do controlador IMC, necessitamos de um modelo reduzido do processo que seja o mais simples possível e que represente bem o processo.

Na literatura encontramos varias publicações focalizando modelos simples de colunas de destilação enfatizando o seu uso no projeto de controladores.

#### 1.6-1 - Modelos com duas constantes de tempo

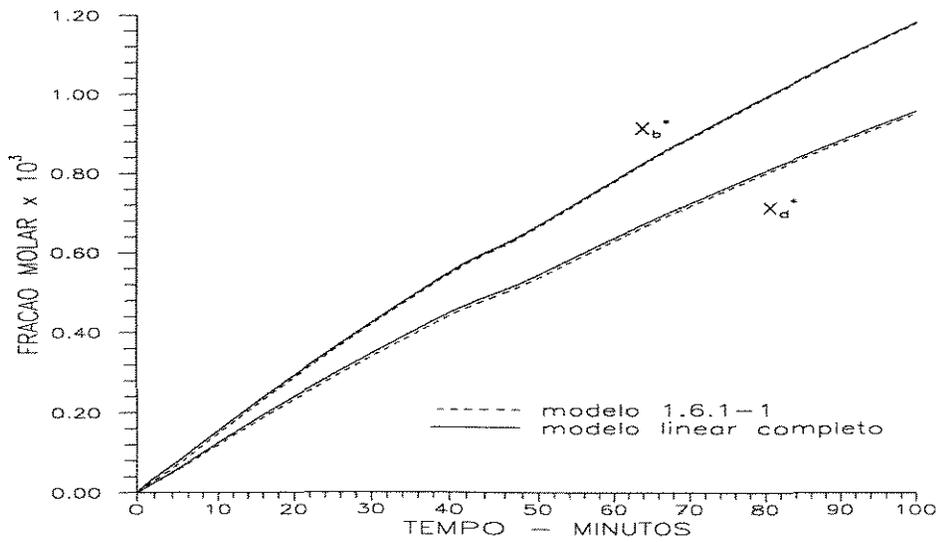
Skogestad e Morari [2] estudaram o comportamento dinâmico da coluna A (tabela 1.2-1) e verificaram que para perturbações nos fluxos externos (L ou V), a coluna apresentou uma resposta dinâmica de primeira ordem com constante de tempo de 194 minutos. Para variações no fluxo interno (perturbações em L e V de mesma magnitude) a coluna A apresentou uma resposta dinâmica de primeira ordem com uma constante de tempo de 15 minutos. Estas observações levaram estes pesquisadores a propor um modelo reduzido com as seguintes suposições:

- A resposta do modelo para mudanças no fluxo externo L é de primeira ordem com constante de tempo  $\tau_1$ .

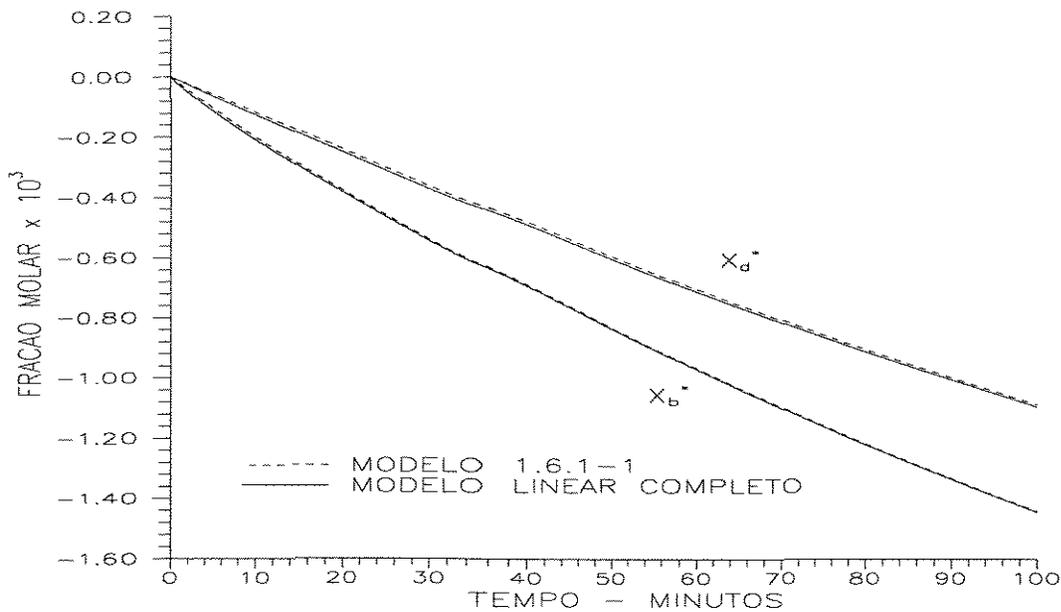
- A resposta do modelo para mudanças no fluxo interno (variações de L e V de mesma magnitude) é de primeira ordem com constante de tempo  $\tau_2$ .

Das suposições do modelo temos:

$$\begin{bmatrix} Xd^* \\ Xb^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1,1}}{1 + \tau_1 S} & \frac{k_{1,1} + k_{1,2}}{1 + \tau_2 S} - \frac{k_{1,1}}{1 + \tau_1 S} \\ \frac{k_{2,2}}{1 + \tau_1 S} & \frac{k_{2,1} + k_{2,2}}{1 + \tau_2 S} - \frac{k_{2,1}}{1 + \tau_1 S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix} \quad (1.6.1-1)$$



a) Perturbação de 0,1%L

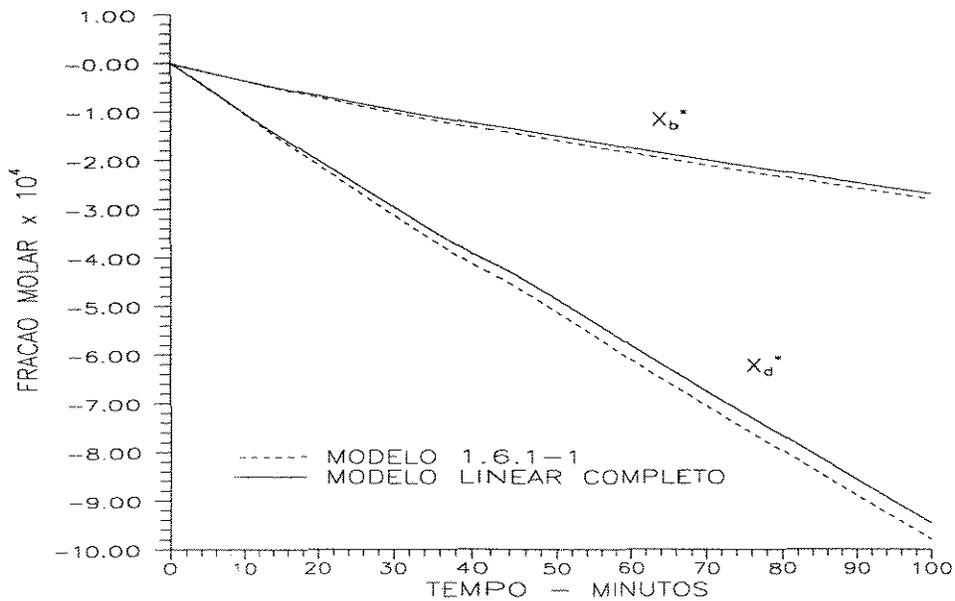


b) Perturbação de 0,1% V

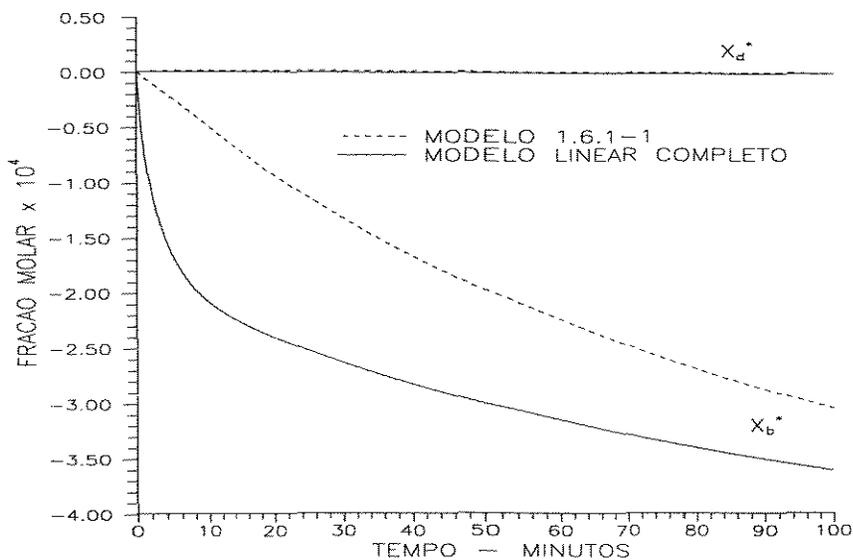
FIGURA 1.6.1-1: Coluna A , resposta dinâmica - modelo 1.6.1-1 e resposta linear sem a dinâmica dos pratos [2].

Resck [11] observou que este modelo apresenta bons resultados para algumas colunas para modelagem de variações nos fluxos externos (colunas A e B), mas para as outras colunas da tabela 1.2-1 este modelo não é uma boa representação do processo (figura 1.6.1-2). Foi verificado ainda que para

variações nos fluxos internos a resposta dinâmica do processo apresenta uma forte sobre elevação, que é característica de um zero maior que a constante de tempo  $\tau_1$ . (Figura 1.6.1-3).

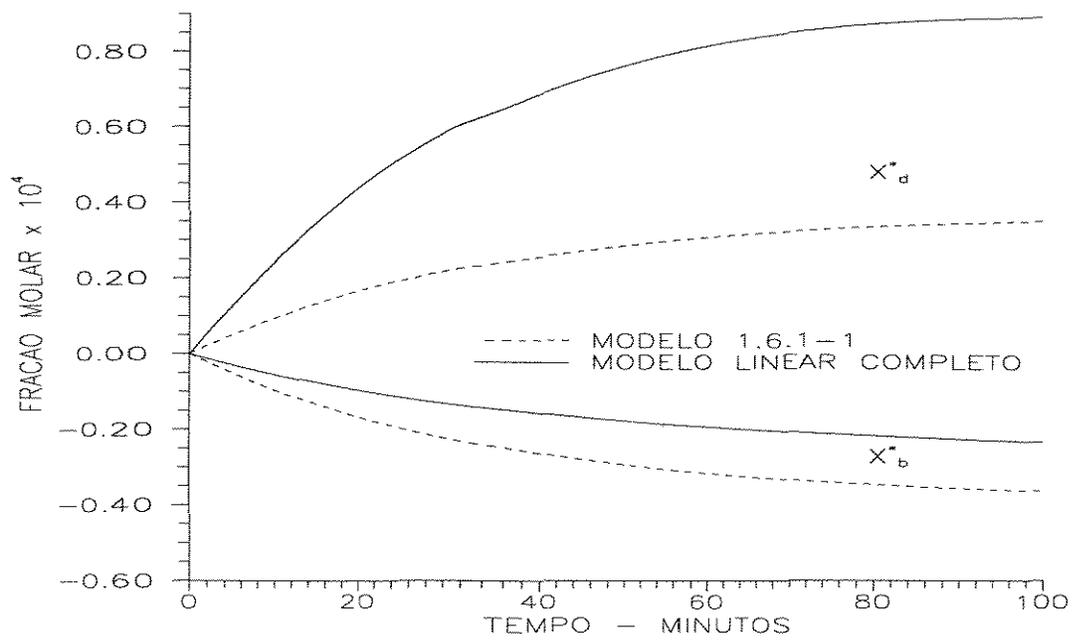


a) Coluna C, perturbação de 0,1% V

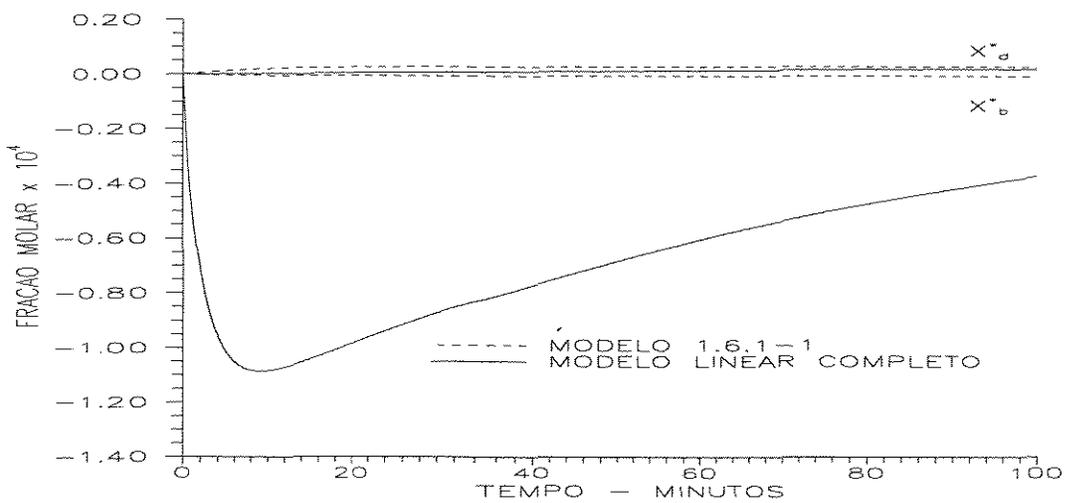


b) Coluna E, Perturbação de 0,1% V

FIGURA 1.6.1-2: Resposta dinâmica das colunas C e E para perturbações na vazão de vapor.



a) Coluna C: Respostas dinâmicas para perturbação no fluxo interno



b) Coluna E: Resposta para perturbação no fluxo interno.

FIGURA 1.6.1-3: Resposta dinâmica das colunas C e E para perturbações no fluxo interno de  $10^{-4}$ .

Partindo dos resultados foi proposto outro modelo reduzido para colunas de destilação.

### 1.6-2 - Modelo Proposto por Resck.

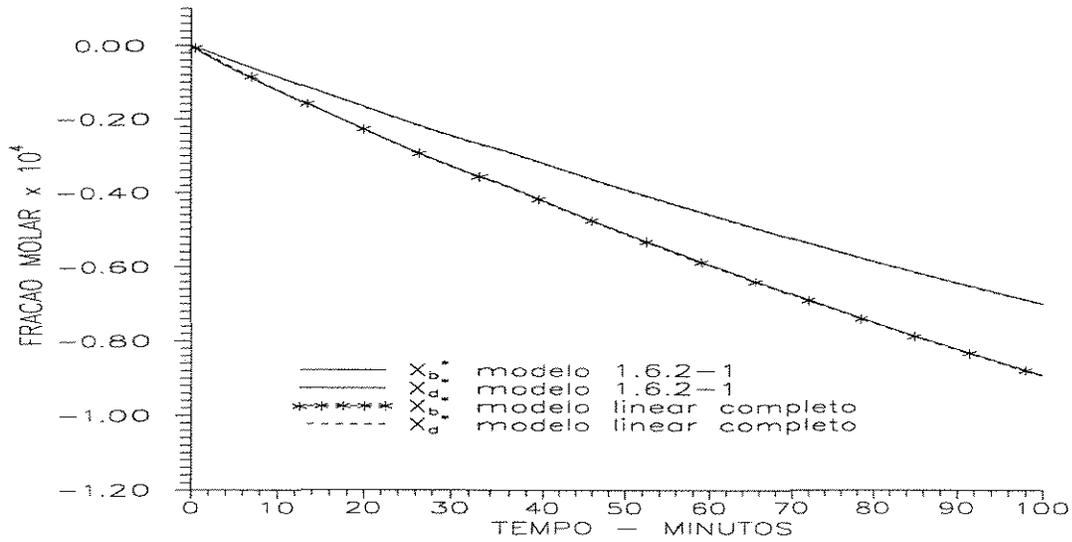
O modelo (1.6.1-1) apresenta zeros para perturbações com relação a V, mas percebeu-se que nos resultados das simulações do processo os zeros são de maior magnitude e também estão presentes na resposta quando variamos o fluxo interno

(fig 1.6.1-3). Esta observação induziu este pesquisador a propor um modelo de segunda ordem com zero para todos os elementos da matriz do modelo.

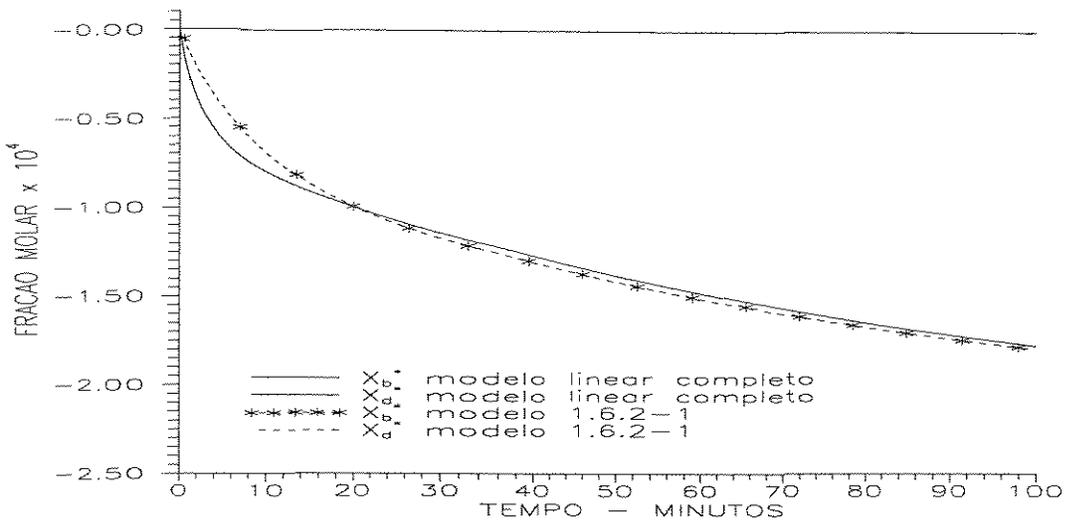
Os zeros do modelo são calculados fazendo-se um ajuste da resposta do processo e da resposta do modelo, minimizando o erro pelo método dos mínimos quadrados.

O modelo é o seguinte:

$$\begin{bmatrix} Xd^* \\ Xb^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1,1}(1 + \tau n_{1,1}S)}{(1 + \tau_1 S)(1 + \tau_2 S)} & \frac{k_{1,2}(1 + \tau n_{1,2}S)}{(1 + \tau_1 S)(1 + \tau_2 S)} \\ \frac{k_{2,1}(1 + \tau n_{2,1}S)}{(1 + \tau_1 S)(1 + \tau_2 S)} & \frac{k_{2,2}(1 + \tau n_{2,2}S)}{(1 + \tau_1 S)(1 + \tau_2 S)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix} \quad (1.6.2-1)$$



a) Coluna A  $L^*/F = -V^*/F = -10^{-4}$



b) Coluna E  $L^*/F = -V^*/F = -10^{-4}$

FIGURA 1.6.2-1: Colunas A e E simuladas pela equação 1.6.2-1 e pelo modelo linear completa (sem considerar a dinâmica dos pratos) [11].

Este modelo apresentou bons resultados para modelar as colunas, principalmente para os fluxos externos, que são os mais relevantes, já que variações nos fluxos internos são difíceis de obter em uma planta industrial (ver figura 1.6.2-1).

### 1.6.3 - Modelo com duas constantes de tempo considerando a dinâmica dos pratos.

Nos modelos (1.6.1-1) e (1.6.2-1) os autores desprezaram a dinâmica do líquido no prato para realizarem as simulações.

Skogestad et al [12] enfatizaram que o fluxo dinâmico do líquido nos pratos deve ser incluído no modelo para uso no projeto de controladores. Segundo os autores, esta consideração melhora a resposta inicial do modelo, o que é muito importante em se tratando de controle de processo, pois a característica mais importante de um modelo para sintonia de um controlador é a dinâmica a altas frequências (resposta inicial), sendo que o modelo com esta consideração satisfaz esta condição.

O modelo proposto é uma modificação direta do modelo de Skogestad e Morari dado pela eq. (1.6.1-1):

$$\begin{bmatrix} xd^* \\ xb^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1,1}}{1 + \tau_1 s} & \frac{k_{1,1} + k_{1,2}}{1 + \tau_2 s} - \frac{k_{1,1}}{1 + \tau_1 s} \\ \frac{k_{2,2}}{1 + \tau_1 s} \cdot g_1(s) & \frac{k_{2,1} + k_{2,2}}{1 + \tau_2 s} - \frac{k_{2,1}}{1 + \tau_1 s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix} \quad (1.6.3-1)$$

$$g_1(s) = \frac{1}{(1 + \tau_1 s)^n} \quad (1.6.3-2)$$

No modelo citado  $\tau_1$  é a constante dinâmica dos pratos, sendo considerado “n” pratos idênticos para as colunas.

Os autores simularam sistemas de controle dual para a coluna A utilizando controladores PID, sintonizados com os modelos das equações (1.6.1-1) e (1.6.3-1), respectivamente.

Verifica-se que o controlador baseado no modelo 1.6.3-1 apresenta resposta melhor, embora se nota uma forte interação entre as variáveis no sistema (fig 1.6.3-1).

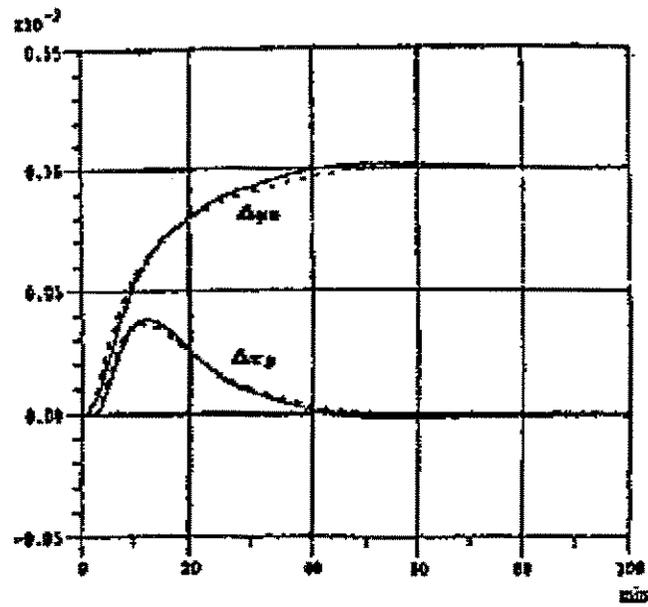


FIGURA 1.6.3-1: Controle PID da Coluna A para perturbação no set point da composição do produto de topo de  $1,0 \times 10^{-3}$ .

## CAPÍTULO II - MODELAGEM DINÂMICA PARA CONTROLE

### 2.1 - Simulação de Colunas de Destilação - Modelo não linear

As colunas de destilação que serão controladas, são simuladas utilizando o modelo descrito por Skogestad, et al [12]. As equações detalhadas do modelo encontram-se no apêndice A.

Considerações do modelo:

- Separação binária.
- Volatilidade relativa constante.
- Acúmulo de vapor desprezível.
- Eficiência de 100% em cada estágio de separação (vapor está em equilíbrio termodinâmico com o líquido).
- A dinâmica do líquido nos pratos não é desprezada. Uma relação linear é considerada entre o acúmulo de líquido e a vazão de líquido no prato, representada pela seguinte equação:

$$M_i = M_i^0 + \tau_L(L_i - L_i^0), \quad (2.1-1)$$

onde:  $\tau_L$  - constante dinâmica do prato.

$M_i^0$  e  $L_i^0$  - acúmulo e fluxo de líquido nos pratos no estado estacionário.

- Assume-se que o controle de nível é perfeito no refeedor e tambor de refluxo, o que é justificado pela dinâmica destas duas malhas de controle ser muito mais rápida que a dinâmica das composições.

- Todos os estágios de separação são considerados iguais com uma constante de tempo  $\tau_L$ , exceto o refeedor e o tambor de refluxo onde o controle é considerado perfeito

O modelo é constituído por duas equações diferenciais e duas equações algébricas para cada estágio de separação.

$$\frac{d(M_i \cdot x_i)}{dt} = L_{i+1} \cdot x_{i+1} + V \cdot y_{i-1} - L_i \cdot x_i - V \cdot y_i \quad (2.1-2)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = L_{i+1} - L_i \quad (2.1-3)$$

$$L_i = L_i^0 + \frac{M_i - M_i^0}{\tau_L} \quad (2.1-4)$$

$$y_i = \frac{\alpha \cdot x_i}{1 + (\alpha - 1) \cdot x_i} \quad (2.1-5)$$

Para simular as colunas de destilação utilizou-se o software ODEPACK [13] para resolver o sistema de equações algébricas e diferenciais, obtendo a resposta dinâmica do processo.

### 2.2 - Simulação de Colunas de destilação - Modelo Linear Completo

Para desenvolver modelos lineares reduzidos, temos simplesmente que usar a técnica da linearização em relação ao ponto de operação em que estamos trabalhando [14].

$$\frac{dx^*}{dt} = \mathbf{A} \cdot x^* + \mathbf{B} \cdot u^* \quad (2.2-1)$$

$$y^* = \mathbf{C} \cdot x^* \quad (2.2-2)$$

onde:

$x^*$  : vetor das variáveis de estado desvio.

$u^* = [L^*, V^*]^T$  : variáveis manipuladas desvio.

$y^* = [x_d^*, x_b^*]^T$  : variação das variáveis controladas desvio.

Os valores das matrizes A, B e C encontram-se no Apêndice B. Considera-se os dois casos, um onde a dinâmica do líquido no prato é desprezada, e outro caso incluindo a dinâmica do líquido no prato.

### 2.3 - Desenvolvimento do Modelo Linear Reduzido.

Podemos perceber que o modelo proposto por Resck (1.6.2-1) é uma boa representação para colunas de destilação. Porém este modelo não leva em consideração o

fluxo dinâmico de líquido nos pratos cuja importância para o projeto de controladores foi enfatizada por Skogestad et al [12].

Então resolvemos unir os dois modelos, criando um modelo de segunda ordem com zeros e considerando o fluxo dinâmico do líquido nos pratos, os zeros deste modelo reduzido são calculados por ajuste à resposta do processo calculada usando o modelo linear completo.

Das considerações acima chegamos a um modelo do tipo:

$$\begin{bmatrix} x_d^* \\ x_b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1,1}(1+\tau_{n1,1}S)}{(1+\tau_1S)(1+\tau_2S)} & \frac{k_{1,2}(1+\tau_{n1,2}S)}{(1+\tau_1S)(1+\tau_2S)} \\ \frac{k_{2,1}(1+\tau_{n2,1}S)}{(1+\tau_1S)(1+\tau_2S)} & \frac{k_{2,2}(1+\tau_{n2,2}S)}{(1+\tau_1S)(1+\tau_2S)} \end{bmatrix} \cdot \text{GL}(s) \begin{bmatrix} L^* \\ V^* \end{bmatrix}, \quad (2.3-1)$$

onde  $\text{GL}(s)$  é dado pela equação (1.6.3-2).

Para colunas onde o número de pratos é grande, podemos aproximar  $\text{GL}(s)$  por [2]:

$$\text{GL}(s) = e^{-\theta s}. \quad (2.3-2)$$

#### 2.4 - Simulação das colunas de destilação utilizando o modelo reduzido.

A validade do modelo (2.3-1) foi testada por simulação dinâmica para as colunas A e G da tabela (1.2-1). Sabemos que a coluna A é fácil de ser controlada ( $\lambda=35.1$ ) e temos resultados de controle deste sistema publicados na literatura usando controladores PID (figura 1.6.3-1) [2]. A coluna G é uma coluna problemática para controlar pois apresenta fortes interações ( $\lambda=1673$ ).

##### 2.4.1 - Cálculo dos parâmetros do modelo reduzido.

As constantes de tempo  $\tau_1$  e  $\tau_2$  são calculadas por [2]:

$$\tau_1 = \frac{1}{\lambda_1} \quad (2.4.1-3)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\lambda_2}, \quad (2.4.1-4)$$

onde  $\lambda_1$  é o menor autovalor em módulo da matriz A e  $\lambda_2$  é o segundo menor autovalor em módulo da matriz A.

A constante hidráulica dos pratos é calculada por [2]:

$$\tau_L = \frac{\sum_{i=1}^{nt} M_i}{3.L.(nt-1)} \quad (2.4.1-3)$$

Os ganhos do processo são calculados pela seguinte equação [2]:

$$K=C.(A^{-1}).B \quad (2.4.1-4)$$

Os zeros  $\tau_{i,j}$  são calculados pelo ajuste das respostas iniciais do modelo linear completo à do modelo reduzido, como indicado anteriormente.

Para as colunas A e G podemos utilizar a equação (2.3-2) para modelar a dinâmica do fluxo de líquido no prato, sendo  $\theta$  o atraso na resposta de  $x_b$  quando variamos L.

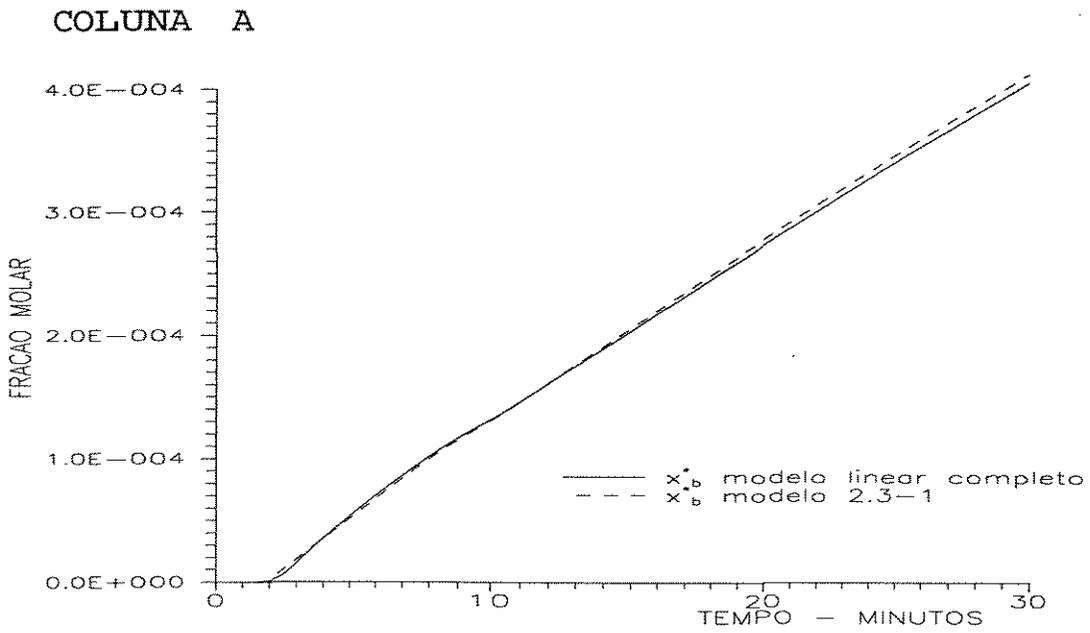
Para estas colunas o ajuste dos parâmetros do modelo reduzido 2.3-1 levou aos seguintes valores:

TABELA 2.4.1-1: Parâmetros do modelo linear reduzido (2.3-1)

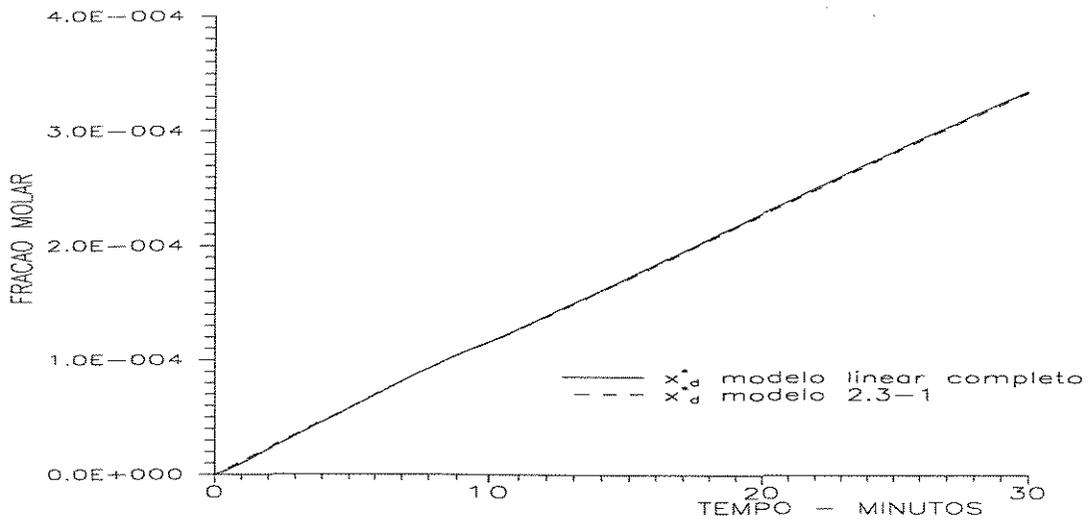
COLUNAS	$\tau_1$ e $\tau_2$	K	$\tau$ n	$\theta$
A	193,91	0,0088 -0,0086	11,569 10,342	1,91125
	12,05	0,0184 -0,0198	13,620 15,292	
G	20607,90	0,0102 -0,0102	15,139 13,400	4,66732
	19,51	0,0098 -0,0098	30,453 31,961	

#### 2.4.2 - Resposta do modelo.

As figuras seguintes permitem avaliar a validade do modelo reduzido(2.3-1) para as colunas A e G , utilizando os parâmetros dados da tabela (2.4.1-1). O modelo linear completo inclui a dinâmica dos pratos. Note-se que no ajuste foi dado ênfase à resposta inicial.

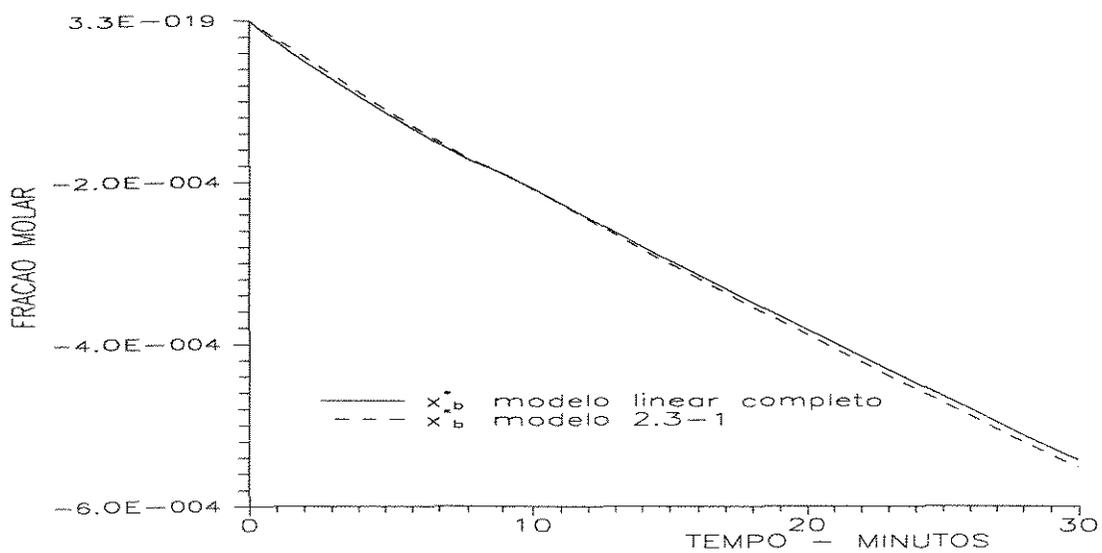


a) resposta dinâmica de  $x_b^*$

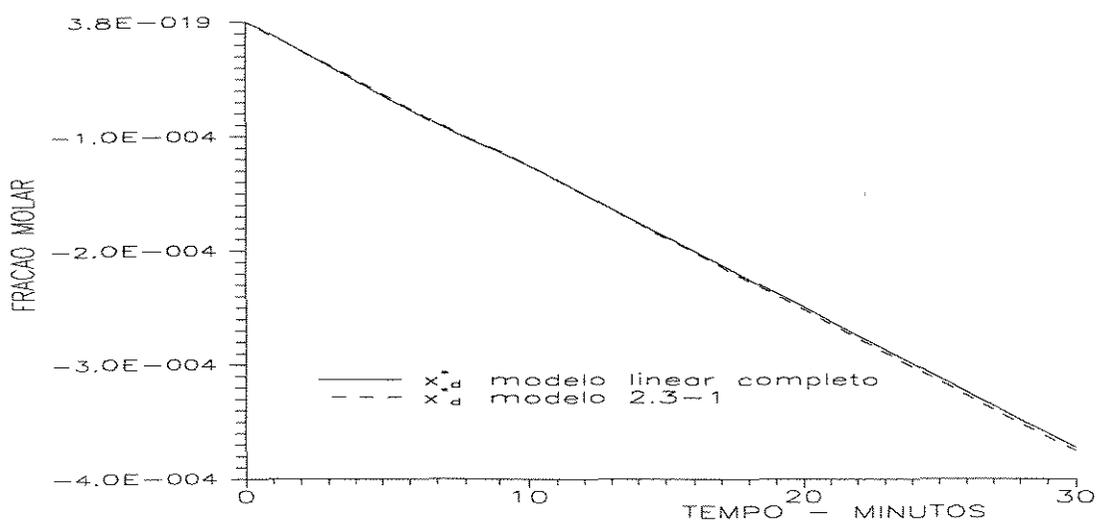


b) resposta dinâmica de  $x_d^*$

FIGURA 2.4.2-1: Resposta dinâmica da Coluna A para perturbação de 0,1% em L



a) resposta dinâmica de  $x_b^*$



b) resposta dinâmica de  $x_d^*$

FIGURA 2.4.2-2: Resposta dinâmica da Coluna A para perturbação de 0,1% em V

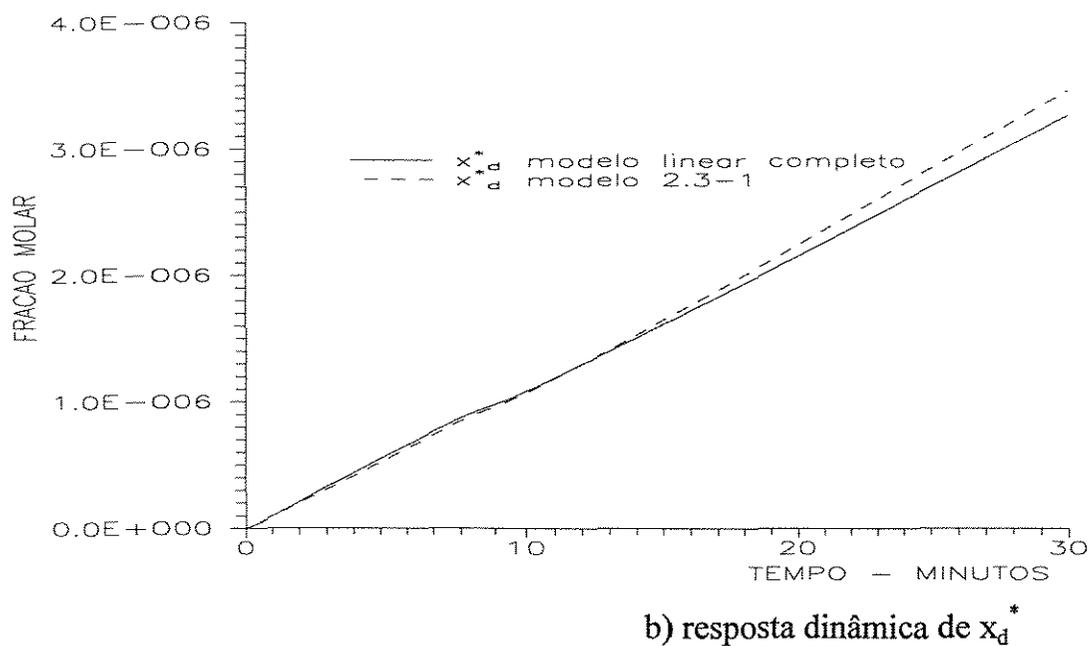
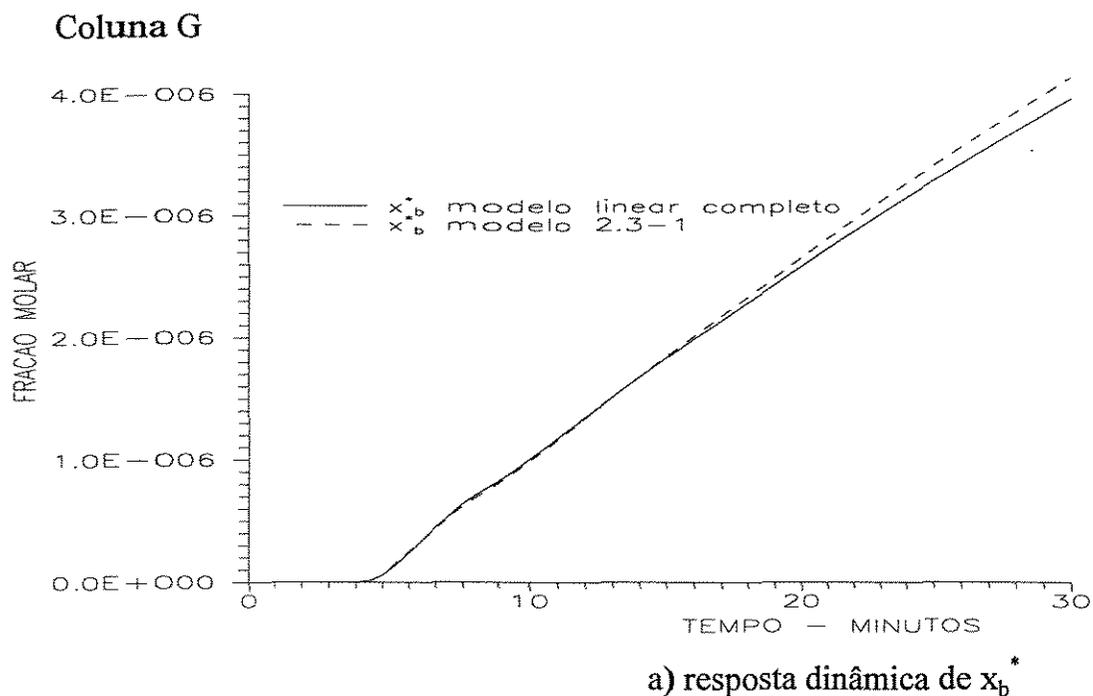
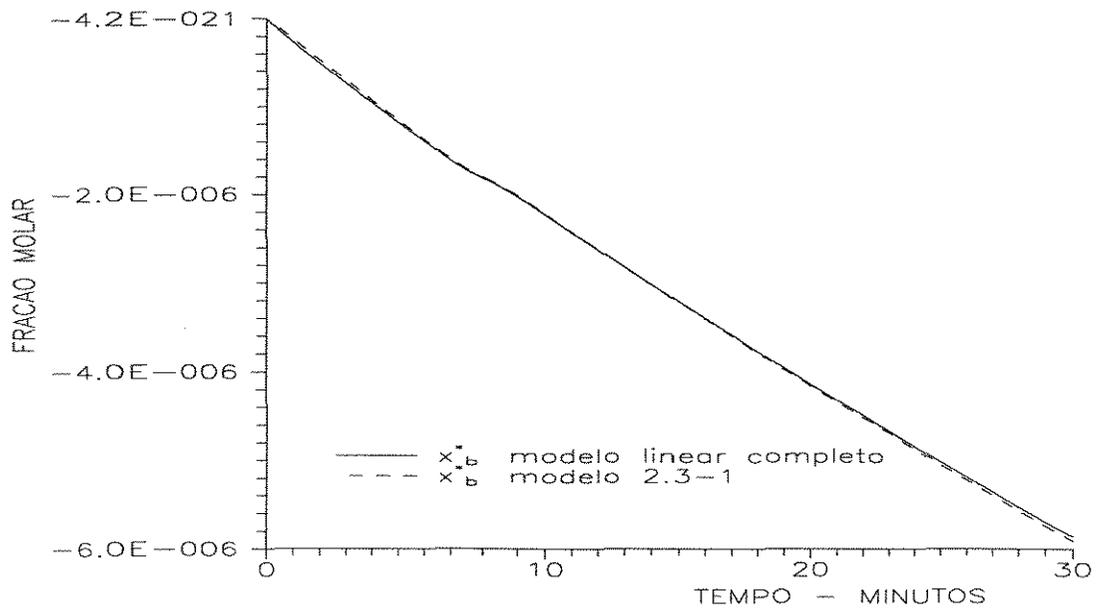
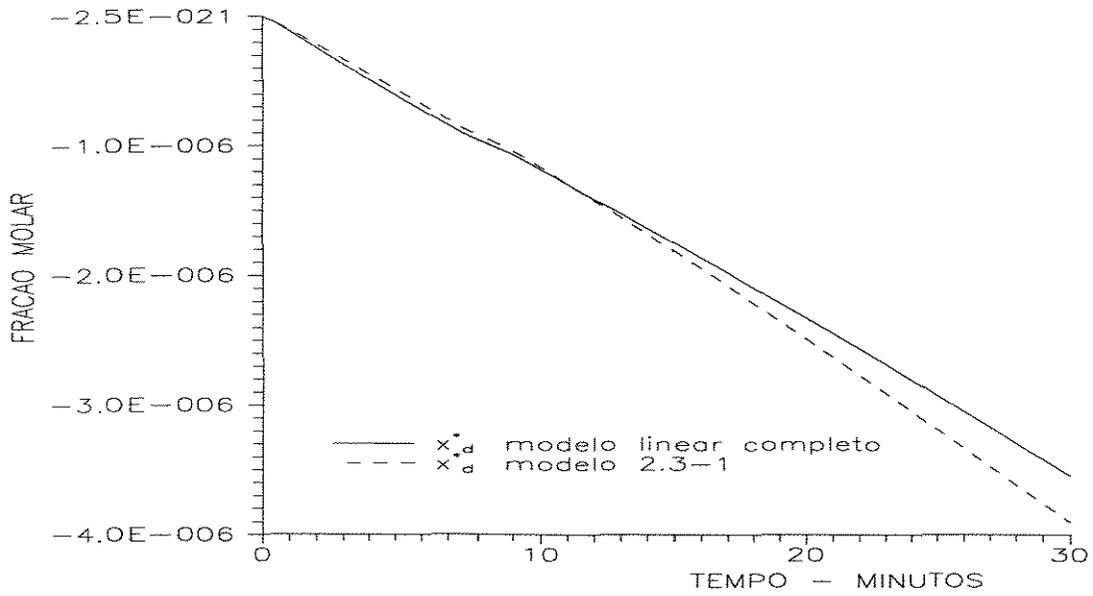


FIGURA 2.4.2-3: Resposta dinâmica da Coluna G para perturbação de 0,1% em L



a) resposta dinâmica de  $x_b^*$



b) resposta dinâmica de  $x_d^*$

FIGURA 2.4.2-4: Resposta dinâmica da Coluna G para perturbação de 0,1% em V

### 2.5 - Conclusões:

Podemos observar que o modelo (2.3-1) representa bem a dinâmica das duas colunas, apresentando respostas similares à resposta dos modelos lineares completa, especialmente para os instantes iniciais.

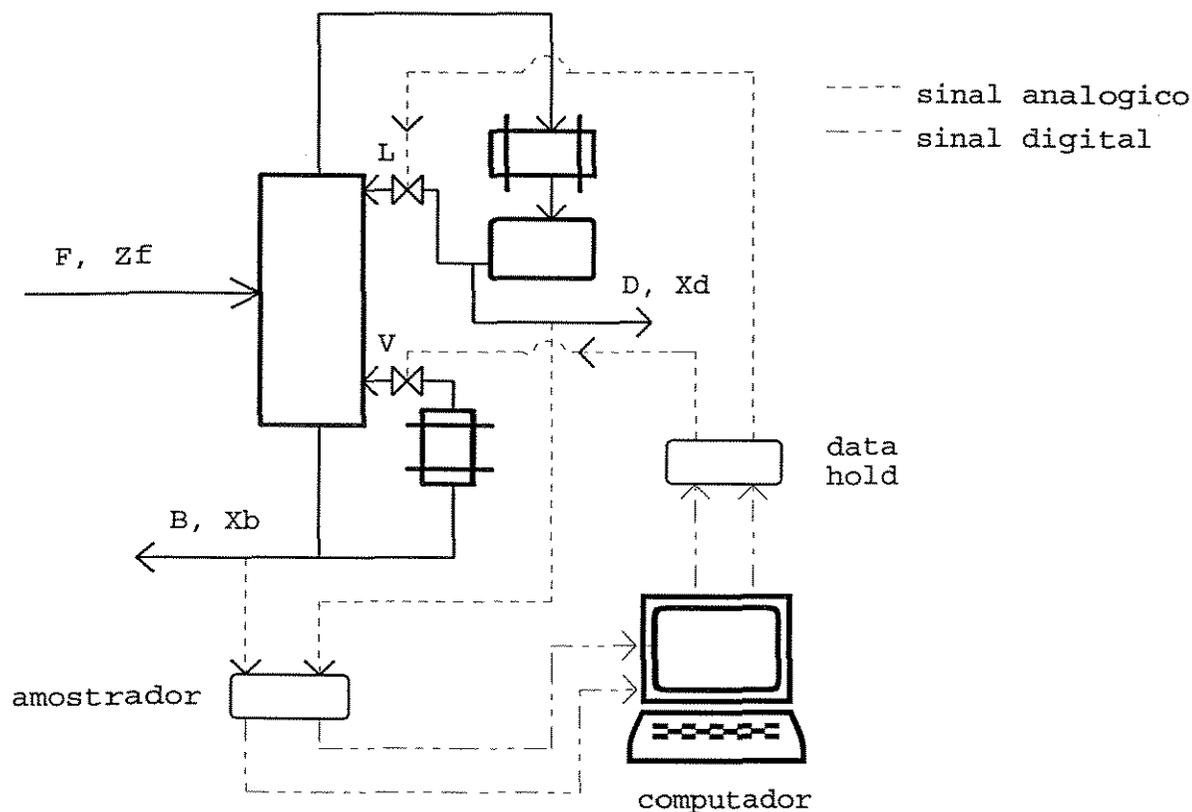
Para estes casos o modelo proposto por Resk (1.6.2-1) não apresentaria bom desempenho pois não considera o atraso na resposta provocado pela dinâmica do líquido no prato. O modelo proposto por Skogestad (1.6.3-1 e 1.6.3-2) também não apresentariam bons resultados, especialmente nos instantes iniciais.

Espera-se que os controladores IMC projetados à partir do modelo (2.3-1) apresentarão resultados satisfatórios, já que a resposta inicial é fator decisivo no desempenho da malha de controle.

## CAPÍTULO III - PROJETO DA MALHA DE CONTROLE DUAL USANDO O IMC.

### 3.1 Malha de controle.

O sistema que será simulado é o seguinte:



**Figura 3.1-1: Esquema do sistema simulado.**

No sistema acima, temos a coluna de destilação acoplada a um computador digital. Os valores das composições são transmitidos para o computador através de conversores analógico-digitais (amostrador). O computador usa os valores das composições, e o algoritmo de controle IMC para determinar o valor das variáveis manipuladas que serão transmitidos ao processo, através de dois “data-hold” (conversor digital-analógico).

Temos o seguinte diagrama de blocos correspondente à malha de controle:

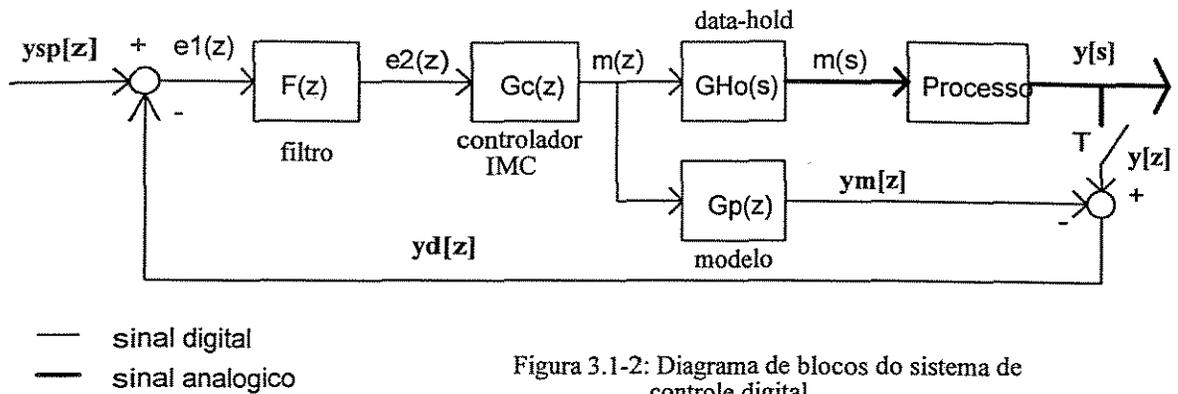


Figura 3.1-2: Diagrama de blocos do sistema de controle digital

onde:

$G_p(z)$  : modelo do processo

$G_{Ho}(s)$  : data hold de ordem zero

$G_c(z)$  : controlador IMC

$F(z)$  : filtro digital de primeira ordem

Processo : planta a ser controlada.

$y(s)$  : vetor das variáveis controladas - sinal analógico.

$y(z)$  : vetor das variáveis controladas - sinal digital.

$y_m(z)$  : vetor das variáveis controladas calculados pelo modelo reduzido do processo.

$y_d(z)$  : vetor da diferença entre as variáveis controladas produzidas pelo processo e pelo modelo reduzido (mede o erro de modelagem).

$y_{sp}(z)$  : "set point" das variáveis controladas.

$e_1(z)$ : diferença entre o "set point"  $y_{sp}(z)$  e o erro de modelagem  $y_d(z)$ .

$e_2(z)$ : vetor  $e_1(z)$  depois de filtrado.

$m(z)$ : vetor das variáveis manipuladas - sinal digital.

$m(s)$ : vetor das variáveis manipuladas - sinal analógico.

### 3.2 Conversão do modelo do processo do domínio de Laplace para o domínio de "Z".

O modelo do processo foi desenvolvido no domínio de Laplace. Para ser implementado como um algoritmo de controle digital, necessitamos transformá-

lo para o domínio de "z". Para tal juntamente com o modelo do processo (2.3-1), incluiremos o data-hold de ordem zero.

$G_p(z) = \text{Transformada Z } \{ G_Ho(s).G_p(s) \}$ .

$$G_p(z) = Z \left\{ \left( \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right) \frac{1}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} \begin{bmatrix} k_{11}(\tau_{n1} S + 1) & k_{12}(\tau_{n12} S + 1) \\ k_{21}(\tau_{n21} S + 1)e^{-\theta s} & k_{22}(\tau_{n22} S + 1) \end{bmatrix} \right\} \quad (3.2-1)$$

Aplicando a transformada "Z" e realizando algumas manipulações algébricas chegamos à seguinte equação (ver apêndice C):

$$G_p(z) = \frac{1}{z^2 + b_1 z + b_0} \begin{bmatrix} k_{11}(a_{11} z + a_{011}) & k_{12}(a_{12} z + a_{012}) \\ k_{21}(a_{21} z + a_{021})z^{-\tau} & k_{22}(a_{22} z + a_{022}) \end{bmatrix} \quad (3.2-1)$$

onde :

$$a_{0_{i,j}} = \exp\left(-\frac{T}{\tau_1} - \frac{T}{\tau_2}\right) + \frac{(\tau_{n_{i,j}} - \tau_1)e^{-T/\tau_2} + (\tau_2 - \tau_{n_{i,j}})e^{-T/\tau_1}}{(\tau_1 - \tau_2)} \quad (3.2-2)$$

$$a_{1_{i,j}} = 1 + \frac{(\tau_2 - \tau_{n_{i,j}})e^{-T/\tau_2} + (\tau_{n_{i,j}} - \tau_1)e^{-T/\tau_1}}{\tau_1 - \tau_2} \quad (3.2-3)$$

$$b_0 = \exp\left[-\frac{T}{\tau_1} - \frac{T}{\tau_2}\right] \quad (3.2-4)$$

$$b_1 = -\exp\left[-\frac{T}{\tau_1}\right] - \exp\left[-\frac{T}{\tau_2}\right] \quad (3.2-5)$$

$$\tau = \frac{\theta}{T} \quad (3.2-6)$$

### 3.3- Desenvolvimento do algoritmo digital para o modelo.

Aplicando a transformada "z" inversa na equação (3.2-1), obtemos as equações das diferenças para o modelo do processo.

$$\begin{aligned} Xd^*_i = & -b_1 Xd^*_{i-1} - b_0 Xd^*_{i-2} + k_{1,1}[a_{1,1}.L^*_{i-1} + a_{0,1}.L^*_{i-2}] \\ & + k_{12}[a_{1,2}.V^*_{i-1} + a_{0,2}.V^*_{i-2}] \end{aligned} \quad (3.3-1)$$

$$Xb^*_i = -b_1.Xb^*_{i-1} - b_0.Xb^*_{i-2} + k_{2,1}.[a_{12,1}.L^*_{i-1-t} + a_{02,1}.L^*_{i-2-t} + k_{21}.[a_{12,2}.V^*_{i-1} + a_{02,2}.V^*_{i-2}]] \quad (3.3-2)$$

### 3.4 - Projeto do controlador IMC digital.

Para projetar o controlador digital devemos partir da matriz das funções de transferência do processo (3.2-1).

Como primeiro passo devemos calcular a matriz  $G^*_+(z)$ , para eliminarmos os termos irrealizáveis do controlador.

$$G^*_+(z) = \begin{bmatrix} \frac{z-r_1}{1-r_1} & 0 \\ 0 & \frac{z-r_1}{1-r_1} \end{bmatrix} \cdot Z^{-1}. \quad (3.4-1)$$

Para obtermos a função de transferência do controlador precisamos de função  $G^*_{-}(z)$  dada por:

$$G^*_{-}(z) = G_p(z) \cdot G^*_+(z)^{-1}. \quad (3.4-2)$$

A função do controlador será:

$$G_c(z) = G^*_{-}(z)^{-1}, \quad (3.4-3)$$

$$G_c(z) = \frac{(z^2 + b_1z + b_0)(z - r_1) \begin{bmatrix} -k_{22}(a_{122}z + a_{022}) & k_{12}(a_{112}z + a_{012}) \\ k_{21}(a_{121}z + a_{021})z^{-\tau} & -k_{11}(a_{111}z + a_{011}) \end{bmatrix}}{\left[ k_{12}k_{21}(a_{112}z + a_{012})(a_{121}z + a_{021})z^{-\tau} - k_{11} \cdot k_{22}(a_{111}z + a_{011})(a_{122}z + a_{022}) \right]} \quad (3.4-4)$$

### 3.5 - Desenvolvimento do algoritmo do controlador.

Calculando a transformada "z" inversa da equação (3.4-4), chegamos ao seguinte algoritmo para o controlador.

Para a primeira variável manipulada temos a seguinte equação: ( $m1=L$ )

$$\begin{aligned} m1_i = & p1(1)*m1_{i-1} + p1(2)*m1_{i-2} + p1(3)*m1_{i-\tau} + p1(4)*m1_{i-1-\tau} + \\ & p1(5)*m1_{i-2-\tau} + p1(6)*e1_i + p1(7)*e1_{i-1} + p1(8)*e1_{i-2} + \\ & p1(9)*e1_{i-3} + p1(10)*e1_{i-4} + p1(11)*e2_i + p1(12)*e2_{i-1} + \\ & p1(13)*e2_{i-2} + p1(14)*e2_{i-3} + p1(15)*e2_{i-4} \end{aligned} \quad (3.5-1)$$

$$\text{onde: } p1(1) = \frac{-a0_{1,1}}{a1_{1,1}} - \frac{a0_{2,2}}{a1_{2,2}} \quad (3.5-2)$$

$$p1(2) = \frac{-a0_{1,1} * a0_{2,2}}{a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-3)$$

$$p1(3) = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * a1_{1,2} * a1_{2,1}}{k_{1,1} * k_{2,2} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-4)$$

$$p1(4) = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * (a1_{1,2} * a0_{2,1} + a0_{1,2} * a1_{2,1})}{k_{1,1} * k_{2,2} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-5)$$

$$p1(5) = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * a0_{1,2} * a0_{2,1}}{k_{1,1} * k_{2,2} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-6)$$

$$p1(6) = \frac{1}{k_{1,1} * a1_{1,1} * (1 - r_1)} \quad (3.5-7)$$

$$p1(7) = \frac{a1_{2,2} * (b_1 - r_1) + a0_{2,2}}{(1 - r_1) * k_{1,1} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-8)$$

$$p1(8) = \frac{a1_{2,2} * (b_0 - r_1 * b_1) + a0 * (b_1 - r_1)}{k_{1,1} * a1_{1,1} * a1_{2,2} * (1 - r_1)} \quad (3.5-9)$$

$$p1(9) = \frac{a0_{2,2} * (b_0 - r_1 * b_1) - a1_{2,2} * r_1 * b_0}{k_{1,1} * a1_{1,1} * (1 - r_1) * a1_{2,2}} \quad (3.5-10)$$

$$p1(10) = \frac{-a0_{2,2} * r_1 * b_0}{(1 - r_1) * k_{1,1} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-11)$$

$$p1(11) = \frac{-k_{1,2} * a1_{1,2}}{(1 - r_1) * k_{1,1} * k_{2,2} * a1_{1,1} * a1_{2,2}} \quad (3.5-12)$$

$$p1(12) = \frac{-k_{1,2} * (a1_{1,2} * (b_1 - r_1) + a0_{1,2})}{k_{1,1} * k_{2,2} * a1_{1,1} * a1_{2,2} * (1 - r_1)} \quad (3.5-13)$$

$$p1(13) = \frac{-k_{1,2} * (a_{1,2} * (b_0 - r_1 * b_1) + a_{0,2} * (b_1 - r_1))}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * (1 - r_1) * a_{1,2}} \quad (3.5-14)$$

$$p1(14) = \frac{-k_{1,2} * (a_{0,2} * (b_0 - r_1 * b_1) - a_{1,2} * r_1 * b_0)}{(1 - r_1) * a_{1,1} * a_{1,2} * k_{1,1} * k_{2,2}} \quad (3.5-15)$$

$$p1(15) = \frac{k_{1,2} * r_1 * a_{0,2} * b_0}{(1 - r_1) * k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-16)$$

Para a segunda variável manipulada temos a seguinte equação: ( $m_2=V$ )

$$\begin{aligned} m_{2i} = & p_{2i} * m_{2i-1} + p_{2(2)} * m_{2i-2} + p_{2(3)} * m_{2i-\tau} + p_{2(4)} * m_{2i-1-\tau} + \\ & p_{2(5)} * m_{2i-2-\tau} + p_{2(6)} * e_{1i-\tau} + p_{2(7)} * e_{1i-1-\tau} + \\ & p_{2(8)} * e_{1i-2-\tau} + p_{2(9)} * e_{1i-3-\tau} + p_{2(10)} * e_{1i-4-\tau} + \\ & p_{2(11)} * e_{2i} + p_{2(12)} * e_{2i-1} + p_{2(13)} * e_{2i-2} + p_{2(14)} * e_{2i-3} + \\ & p_{2(15)} * e_{2i-4} \end{aligned} \quad (3.5-17)$$

onde:

$$p_{2(1)} = \frac{-a_{0,1} - a_{0,2}}{a_{1,1} - a_{1,2}} \quad (3.5-18)$$

$$p_{2(2)} = -\frac{a_{0,1} * a_{0,2}}{a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-19)$$

$$p_{2(3)} = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * a_{1,2} * a_{1,1}}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-20)$$

$$p_{2(4)} = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * (a_{1,2} * a_{0,2,1} + a_{0,1,2} * a_{0,2,1})}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-21)$$

$$p_{2(5)} = \frac{k_{1,2} * k_{2,1} * a_{0,1,2} * a_{0,2,1}}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-22)$$

$$p_{2(6)} = -\frac{k_{2,1} * a_{1,2,1}}{(1 - r_1) * k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * a_{1,2}} \quad (3.5-23)$$

$$p_{2(7)} = -\frac{k_{2,1} * (a_{1,2,1} * (b_1 - r_1) + a_{0,2,1})}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1} * (1 - r_1) * a_{1,2}} \quad (3.5-24)$$

$$p2(8) = -k_{2,1} * \frac{a_{1,2,1} * (b0 - r_1 * b1) + a0(2,1) * (b1 - r_1)}{k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1,1} * (1 - r_1) * a_{1,2,2}} \quad (3.5-25)$$

$$p2(9) = -k_{2,1} * \frac{a_{0,2,1} * (b0 - r_1 * b1) - a_{1,2,1} * r_1 * b0}{k_{1,1} * k_{2,2} * (1 - r_1) * a_{1,1,1} * a_{1,2,2}} \quad (3.5-26)$$

$$p2(10) = \frac{k_{2,1} * a_{0,2,1} * b0 * r_1}{(1 - r_1) * k_{1,1} * k_{2,2} * a_{1,1,1} * a_{1,2,2}} \quad (3.5-27)$$

$$p2(11) = \frac{1}{k_{2,2} * (1 - r_1) * a_{1,2,2}} \quad (3.5-27)$$

$$p2(12) = \frac{a_{1,1,1} * (b1 - r_1) + a_{0,1,1}}{(1 - r_1) * k_{2,2} * a_{1,1,1} * a_{1,2,2}} \quad (3.5-28)$$

$$p2(13) = \frac{a_{1,1,1} * (b0 - b1 * r_1) + a_{0,1,1} * (b0 - r_1)}{k_{2,2} * a_{1,1,1} * a_{1,2,2} * (1 - r_1)} \quad (3.5-29)$$

$$p2(14) = \frac{a_{0,1,1} * (b0 - r_1 * b1) - a_{1,1,1} * r_1 * b0}{k_{2,2} * (1 - r_1) * a_{1,1,1} * a_{1,2,2}} \quad (3.5-30)$$

$$p2(15) = -\frac{a_{0,1,1} * b0 * r_1}{(1 - r_1) * k_{2,2} * a_{1,1,1} * a_{1,2,2}} \quad (3.5-31)$$

### 3.6 - Algoritmo do filtro digital.

Será usado um filtro digital onde a constante do filtro " $\alpha$ ", variando entre zero e a unidade, é o único parâmetro ajustável do controlador IMC.

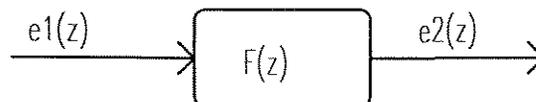


Figura 3.6-1: Filtro digital

A equação para o filtro de primeira ordem é :

$$F(Z) = \frac{(1-\alpha) Z}{z-\alpha} \cdot I \quad (3.6-1)$$

Aplicando a transformada "z" inversa na equação (3.6-1), obtemos o algoritmo do filtro.

$$e2_i = \alpha \cdot e1_i + (1-\alpha)e2_{i-1} \quad (3.6-2)$$

### 3.7 - Seleção do tempo de amostragem e cálculo dos zeros do modelo do processo que causam oscilações no sistema.

Para calcularmos os zeros da função de transferência do processo devemos fazer:

$$\det[ \mathbf{Gp}(z) ] = 0 \quad (3.7-1)$$

Aplicando a equação (3.2.1) na equação acima, obtém-se a equação:

$$k_{1,1}K_{2,2}(a1_{1,1}Z + a0_{1,1})(a1_{2,2}Z + a0_{2,2})Z^r - k_{1,2}K_{2,1}(a1_{2,1}Z + a0_{2,1})(a1_{1,2}Z + a0_{1,2}) = 0 \quad (3.7-2)$$

Para calcularmos os zeros do sistema temos então que encontrar as raízes de um polinômio de ordem  $(\tau+2)$ , onde  $(\tau=\theta/T)$ . Então o tempo de amostragem irá influenciar no número de zeros do processo.

Na seleção do tempo de amostragem é aconselhável usar um tempo de amostragem  $T$  de tal forma que a equação seja um polinômio de grau quatro. Com efeito para um tempo de amostragem menor teremos zeros imaginários que causam oscilações no controlador que são difíceis de eliminar, e para um tempo

de amostragem maior, a dinâmica do sistema de controle vai ser mais lenta para corrigir os desvios do sistema.

Os resultados para os sistemas escolhidos são:

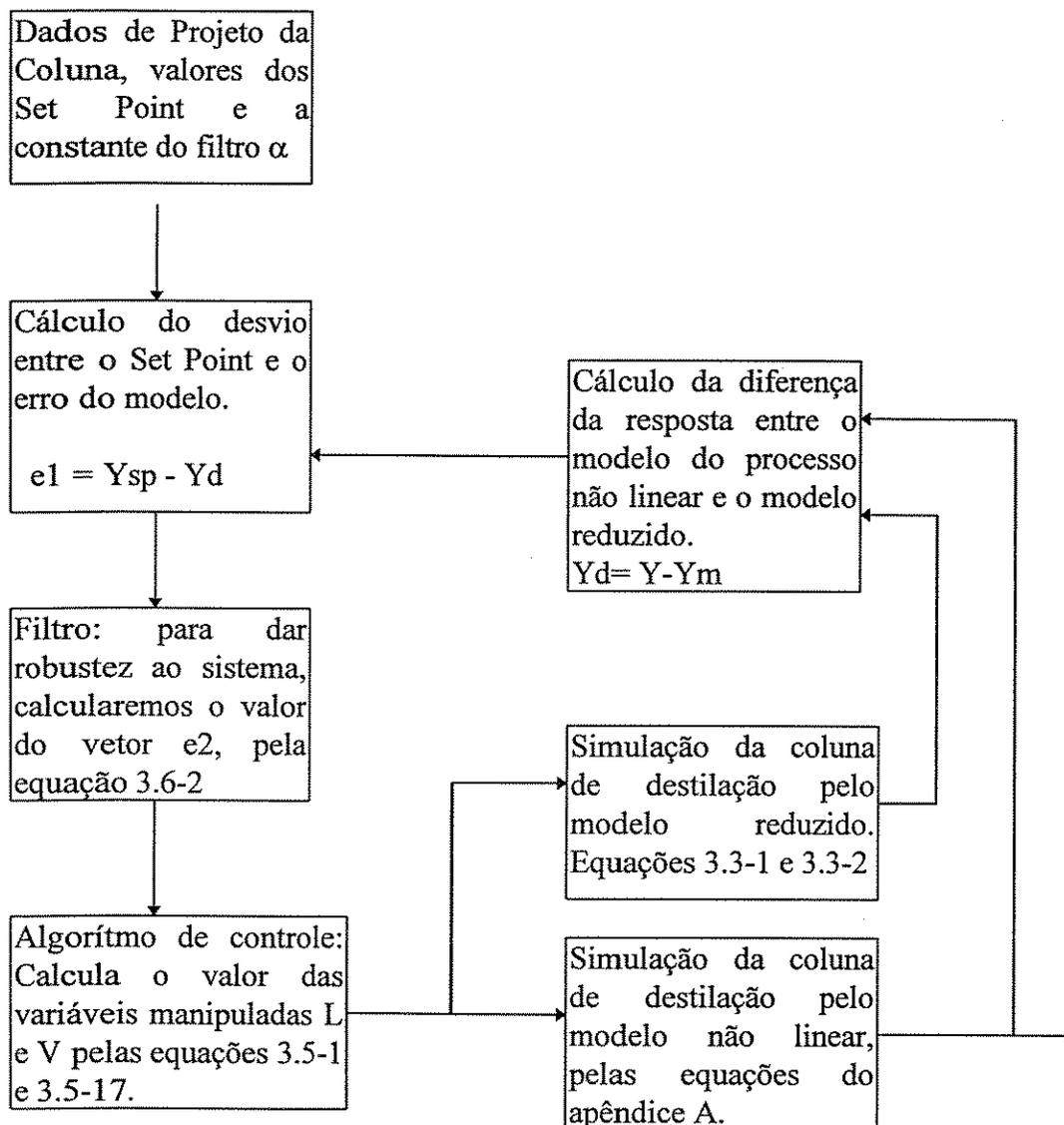
TABELA 3.7-1: Zeros dos sistemas

Coluna	Tempo amostragem	Zeros
A	1 MINUTO	-0.879590 0.815566 0.923418 0.999841
G	2 MINUTOS	-0.917958 0.807348 0.926337 0.999841

Os zeros negativos para as colunas A e G devem ser eliminados, para evitar “intersample ripples”. Então na equação (3.4-1),  $r_1$  assume o valor dos zeros negativos nas simulações.

### 3.8 - FLUXOGRAMA DO SISTEMA DE CONTROLE

FIGURA 3.8-1: Diagrama de blocos do programa de controle



## CAPÍTULO IV -RESULTADOS

A seguir será apresentado o resultado da simulação dos sistemas estudados, para variações no Set Point. A constante do filtro foi escolhida de modo a obter uma resposta considerada “satisfatória”, como alternativa, a constante de filtro poderia ser escolhida de modo a minimizar o erro integral.

### 4.1 - CONTROLE DA COLUNA "A"

O sistema de controle foi simulado utilizando-se um tempo de amostragem de 1 minuto ( $T=1$  minuto), para dois valores da constantes do filtro ( $\alpha=0,7$  e  $\alpha=0,8$ ), e eliminou-se o zero negativo ( $r_1 = -0.879590$ ) mostrado na tabela (3.7-1). Deve-se observar que esta coluna de destilação possui uma dinâmica considerada rápida quando comparada à das colunas de alta pureza.

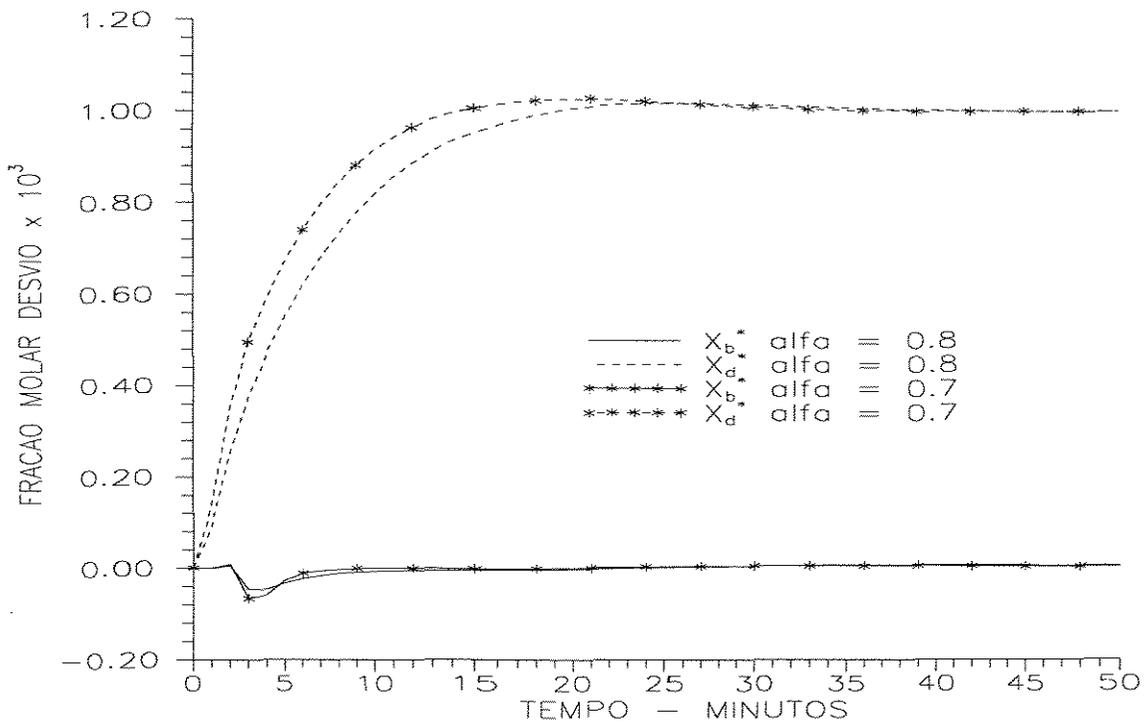


FIGURA 4.1-1: Coluna A, resposta dinâmica da malha de controle para uma perturbação  $X_d^* = 1 \times 10^{-3}$ .

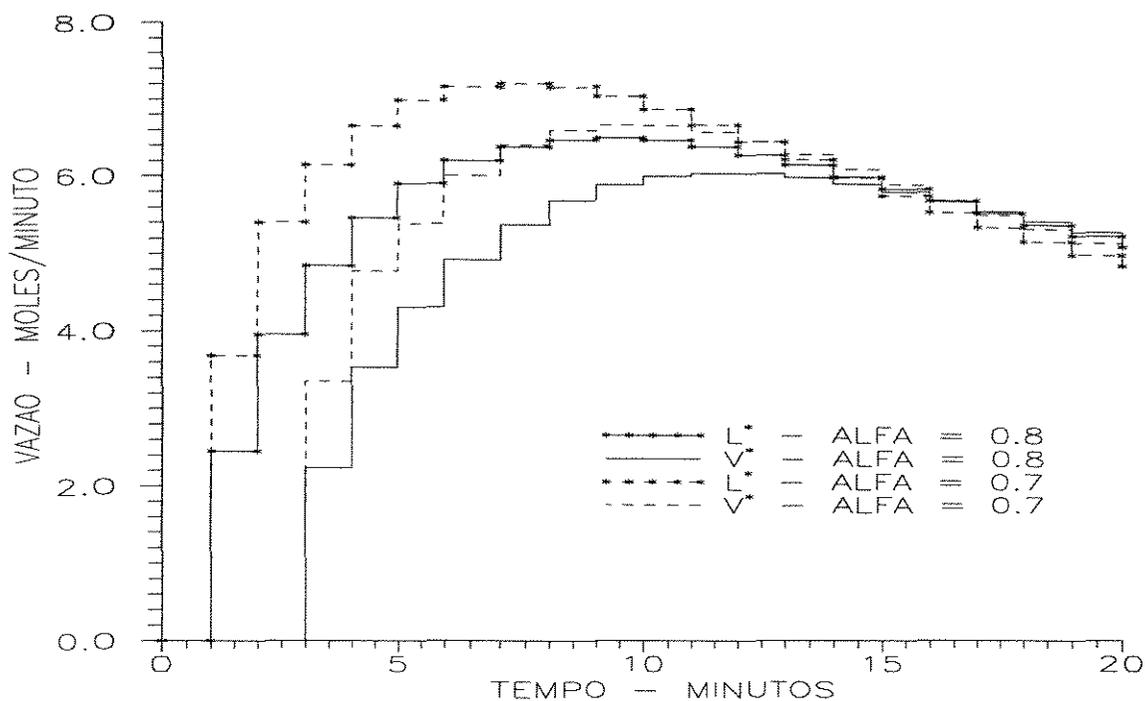


FIGURA 4.1-2: Coluna A, variação das variáveis manipuladas a uma variação do set-point da composição  $x_d$ .

Em primeira análise pode-se verificar que o sistema de controle correspondeu às expectativas, respondendo bem à variação do Set Point do produto de topo, com uma resposta dinâmica rápida e praticamente sem interação entre as variáveis controladas (desacoplamento).

#### 4.1.1 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DA COLUNA "A" ENCONTRADOS NA LITERATURA.

Skogestad et al [3] apresentaram resultados de simulação do controle da coluna A com controladores PID (figura 1.6.3-1). Podemos claramente perceber que o controlador IMC apresenta uma resposta dinâmica rápida e sem interação entre as variáveis quando comparada com a estratégia de controle usada por Skogestad et al.

**4.2 - CONTROLE DA COLUNA "G".**

A coluna G é uma coluna de alta pureza e possui uma dinâmica bem mais lenta que a coluna A, o que pode ser verificado pela grande diferença entre os valores da constante de tempo ( $\tau_1$ ) dos modelos dos dois processos. O desempenho do sistema de controle IMC foi simulado utilizando um tempo de amostragem de 2 minutos ( $T=2$  minutos) e dois valores das constantes do filtro ( $\alpha=0,7$  e  $\alpha=0,8$ ).

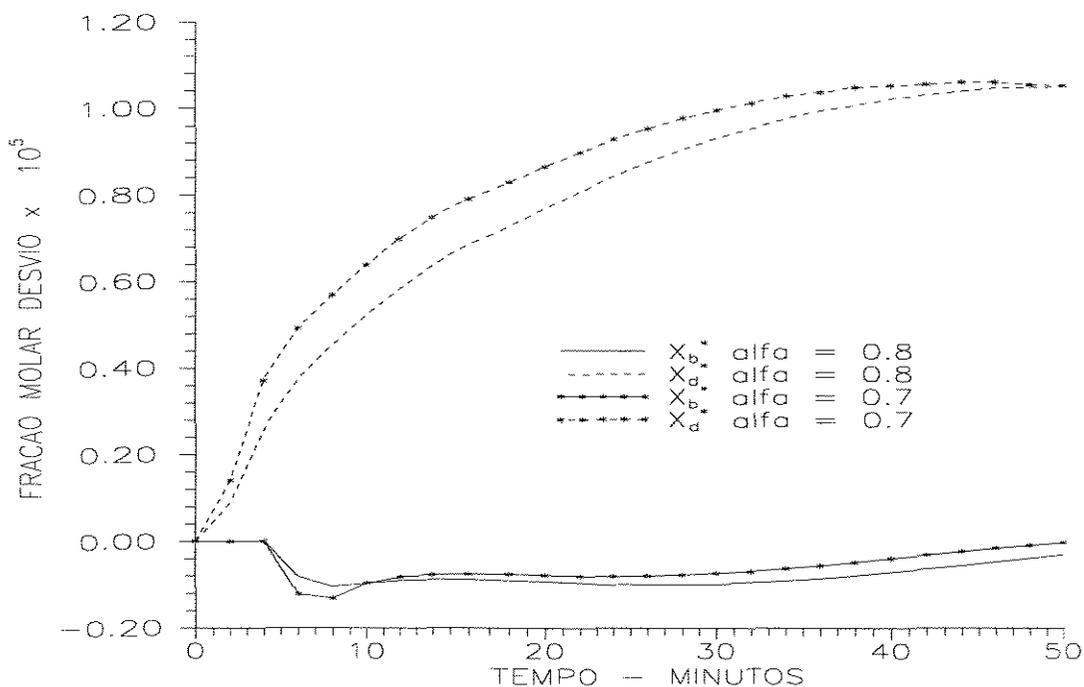


FIGURA 4.1-3: Coluna G, resposta dinâmica da malha de controle para uma perturbação  $X_d^* = 1 \times 10^{-5}$

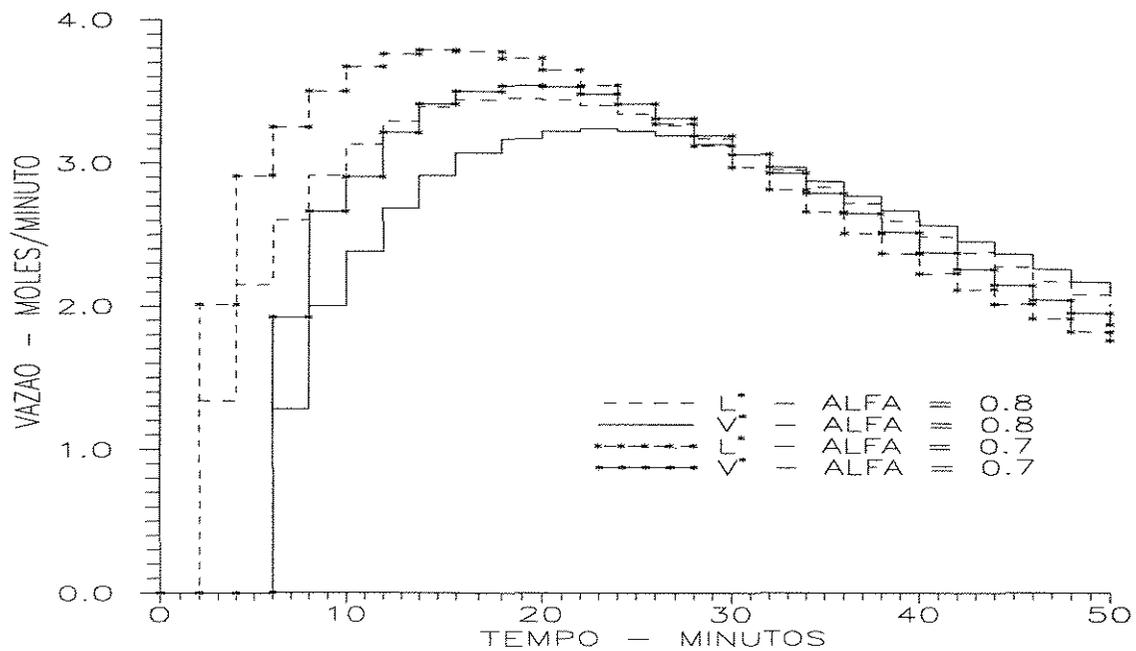


FIGURA 4.1-4: Variação das variáveis manipuladas a uma variação do set-point da composição  $X_d$ .

#### 4.2.1 - CONCLUSÕES :

Pode-se verificar que o controle da coluna G, como seria de esperar, apresentou uma dinâmica mais lenta que a coluna A. Isto deve-se principalmente às características do próprio sistema, como dinâmica mais lenta e atraso maior que o sistema A. Como foi dito anteriormente, a escolha do tempo de amostragem está relacionada com o atraso do sistema, pois devemos escolher para este caso um tempo de amostragem de tal forma que não tenhamos zeros imaginários no modelo do processo, devido sua dificuldade em eliminá-los. Mas podemos verificar o bom desempenho do sistema de controle, com pouca interação entre as variáveis .

## CAPÍTULO V - CONCLUSÕES

Nos capítulos anteriores foram apresentados resultados de simulações e algumas conclusões. Agora será apresentada uma síntese da análise de todos os resultados para facilitar o entendimento.

No capítulo I, a figura (1.6.3-1) apresenta a resposta dinâmica do controle PID configuração L/V para a coluna A, obtida por Skogestad et al [3]. Podemos perceber a importância do modelo do processo na síntese de controladores, mesmo para controladores PID onde o modelo não participa da estrutura da malha de controle, sendo somente usado na sintonização do controlador.

Do capítulo II podemos concluir que um modelo reduzido preciso para colunas de destilação simples, deve ser de segunda ordem, incluir a dinâmica do fluxo de líquido nos pratos e possuir zeros, calculados pelo ajuste da resposta dinâmica da coluna que desejamos simular.

Do capítulo III, onde projetamos o controlador IMC, conclui-se que:

- O projeto da malha de controle multivariável é realizado com a mesma facilidade que o controle de sistemas monovariáveis;

- A metodologia de projeto permite implementar automaticamente robustez e desacoplamento. Essas ferramentas são mais complicadas para implementar em sistemas de controle clássico.

- No controlador IMC o único parâmetro ajustável é a constante do filtro  $\alpha$ , enquanto que para outros controladores como o PID necessitamos ajustar três constantes.

- É importante saber escolher o tempo de amostragem para sistemas de controle digitais. Usando um tempo de amostragem muito pequeno teremos muitos polos na função de transferência do controlador, inclusive polos complexos com a parte real negativa que são difíceis de serem eliminados. Por outro lado se usarmos um tempo de amostragem muito grande a resposta do sistema será lenta e degradada.

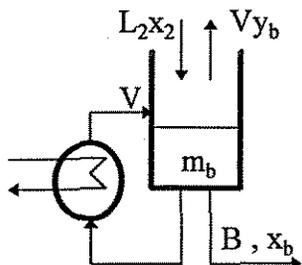
Do capítulo IV, podemos concluir que o controle dual IMC da coluna A é mais rápido o obtido usando malha de controle PID (fig. 1.6.3-1), além de apresentar menor interação entre as variáveis.

A coluna G, que deveria ser de controle problemático, apresentou uma resposta dinâmica satisfatória e desacoplada, embora mais lenta que a coluna A.

### APÊNDICE A

Modelo matemático para a coluna de destilação:

- Refervedor ( 1<sup>o</sup> estágio de separação):



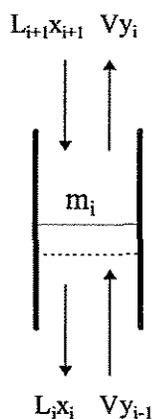
temos que  $x_b = x_1$  e  $y_b = y_1$   
 $L_2 = B + V$  (a.1)

$$\frac{d(m_b x_b)}{dt} = L_2 x_2 - V y_b - B x_b$$
 (a.2)

$$M_b \frac{dx_b}{dt} + x_b \frac{dm_b}{dt} = L_2 x_2 - V y_b - B x_b$$
 (a.3)

$$\frac{dx_b}{dt} = \frac{L_2 x_2 - V y_b - B x_b}{m_b}$$
 (a.4)

- Primeiro prato até o prato de alimentação -1 (i=2, 3, ..., nf-1)



$$\frac{dm_i}{dt} = L_{i+1} - L_i$$
 (a.5)

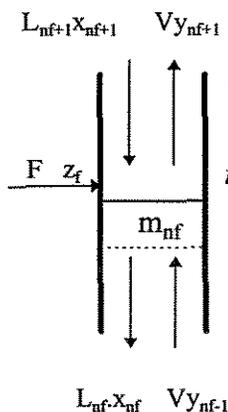
$$\frac{d(m_i x_i)}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} + V y_{i-1} - L_i x_i - V y_i$$
 (a.6)

$$m_i \frac{dx_i}{dt} + x_i \frac{dm_i}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V(y_{i-1} - y_i)$$
 (a.7)

$$m_i \frac{dx_i}{dt} + x_i (L_{i+1} - L_i) = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V(y_{i-1} - y_i)$$
 (a.8)

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{L_{i+1} (x_{i+1} - x_i) + V (y_{i-1} - y_i)}{m_i}$$
 (a.9)

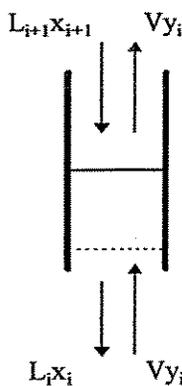
- Prato de alimentação (nf)



$$\frac{dm_{nf}}{dt} = L_{nf+1} + F - L_{nf}$$
 (a.10)

$$m_{nf} \frac{dx_{nf}}{dt} = L_{nf+1} (x_{nf+1} - x_{nf}) + F(z_f - x_{nf}) + V(y_{nf-1} - y_{nf})$$
 (a.11)

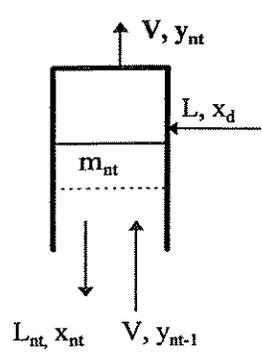
- Estágio de alimentação +1 (nf+1) até o penúltimo prato (nt+1)



$$\frac{dm_i}{dt} = L_{i+1} - L_i \tag{a.12}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{L_{i+1}(x_{i+1} - x_i) + V(y_{i-1} - y_i)}{m_i} \tag{a.13}$$

- Último prato (nt)



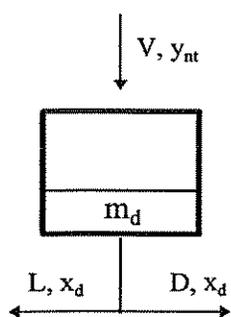
$$\frac{d(m_{nt})}{dt} = L - L_{nt} \tag{a.14}$$

$$\frac{d(x_{nt} m_{nt})}{dt} = L \cdot x_d + V \cdot y_{n-1} - V \cdot y_{nt} - L_{nt} \cdot x_{nt} \tag{a.15}$$

Derivando o primeiro termo da equação (a.15) e substituindo a equação (a.14) chegamos a:

$$\frac{dx_{nt}}{dt} = \frac{L \cdot x_d + V(y_{n-1} - y_{nt}) - L \cdot x_{nt}}{m_{nt}} \tag{a.16}$$

- Condensador:



$$D = V - L \tag{a.17}$$

$$\frac{dx_d}{dt} = \frac{V(y_{nt} - x_d)}{m_d} \tag{a.18}$$

## APÊNDICE B

### DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS LINEARES

Os modelos lineares são desenvolvidos derivando-se as equações diferenciais do modelo no ponto de operação.

A matriz **A** é calculada da seguinte forma:

$$A = \frac{d}{dx} \left( \frac{dx}{dt} \right), \quad (b.1)$$

os elementos da matriz **A** serão:

$$a_{i,j} = \frac{d(dx_i / dt)}{dx_j}. \quad (b.2)$$

A matriz **B** é calculada da seguinte forma:

$$B = \frac{d}{du} \left( \frac{dx}{dt} \right), \quad (b.3)$$

os elementos da matriz **B** serão:

$$b_{i,1} = \frac{d(dx_i / dt)}{dL_i} \quad e \quad b_{i,2} = \frac{d(dx_i dt)}{dV_i}. \quad (b.4)$$

A matriz **C** deve ser elaborada para que o produto de **C** .  $\mathbf{x}^*$  tenha como resultado o valor das variáveis controladas  $\mathbf{y}^*$ .

1 - Modelo Linear sem considerar a dinâmica do líquido nos pratos.

Para o desenvolvimento deste modelo temos que considerar a equação (2.1-3) igual a zero.

Para este caso o vetor das variáveis de estado  $\mathbf{x}$ , assume o seguinte valor:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{nt}]^T \quad (b.5)$$

Os valores das matrizes **A**, **B** e **C** são:

A matriz "A" é tridiagonal:

$$a_{1,1} = - (B+V.k_1) / m_b \quad (b.6)$$

$$a_{1,2} = L_2 / m_b \quad (b.7)$$

Para  $i=2, 3, 4, \dots, n_f$

$$a_{i,i-1} = V.k_{i-1}/m_i \quad (b.8)$$

$$a_{i,i} = -(L_i - V.k_i)/m_i \quad (b.9)$$

$$a_{i,i+1} = L_{i+1}/m_i \quad (b.10)$$

$$a_{n_f+1,n_f} = V.k_{n_f}/m_i \quad (b.11)$$

$$a_{n_f+1,n_f+1} = -(L_{n_f+1} + (V+Fv)k_{n_f+1})/m_i \quad (b.12)$$

$$a_{n_f+1,n_f+2} = L_{n_f+2}/m_i \quad (b.13)$$

Para  $i=n_f+2, n_f+3, \dots, n$

$$a_{i,i-1} = (V+Fv)k_{i-1}/m_i \quad (b.14)$$

$$a_{i,i} = -(L_i + (V+Fv)k_i)/m_i \quad (b.15)$$

$$a_{i,i+1} = L_{i+1}/m_i \quad (b.16)$$

$$a_{n+1,n} = (V+Fv)k_n/m_d \quad (b.17)$$

$$a_{n+1,n+1} = -(L+D)/m_d \quad (b.18)$$

Para a Matriz B temos:

$$b_{1,1} = (x_2 - x_1)/m_b \quad (b.19)$$

$$b_{1,2} = (x_1 - y_1)/m_b \quad (b.20)$$

Para  $i=2, 3, \dots, n$

$$b_{i,1} = (x_{i+1} - x_i)/m_i \quad (b.21)$$

$$b_{i,2} = (y_{i-1} - y_i)/m_i \quad (b.22)$$

$$b_{n+1,1} = 0 \quad (b.23)$$

$$b_{n+1,2} = 0 \quad (b.24)$$

Para a matriz C temos:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (b.25)$$

$$\text{onde: } k_i = \frac{\alpha}{(1 + (\alpha - 1)x_i)^2} \quad (b.26)$$

## 2 - Modelo Linear Considerando a dinâmica dos pratos

Para este caso devemos considerar a equação (2.1-3) diferente de zero para incluirmos a dinâmica dos pratos no modelo.

O vetor das variáveis de estado  $\mathbf{x}$ , assume o seguinte valor:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_f}, m_2, m_3, m_4, m_5, \dots, m_{n_f-1}]^T \quad (b.27)$$

Para a matriz  $A$  temos os seguintes elementos:

$$a_{1,1} = - (B + V.k_1) / m_b \quad (b.28)$$

$$a_{1,2} = L_2 / m_b \quad (b.29)$$

$$a_{1, n+2} = (x_2 - x_1) / (\tau_L * m_b) \quad (b.30)$$

Para  $i=2, 3, \dots, n_f$

$$a_{i,i-1} = V.k_{i-1} / x_{n+i} \quad (b.31)$$

$$a_{i,i} = -(L_i - V.k_i) / x_{n+i} \quad (b.32)$$

$$a_{i,i+1} = L_i / x_{n+i} \quad (b.33)$$

$$a_{i, n+1+i} = (x_{i+1} - x_i) / (\tau_L * x_{n+i}) \quad (b.34)$$

$$a_{n_f+1, n_f} = V.k_{n_f} / x_{n+1+n_f} \quad (b.35)$$

$$a_{n_f+1, n_f+1} = - (L_i + (V + Fv)k_{n_f+1}) / x_{n+1+n_f} \quad (b.36)$$

$$a_{n_f+1, n_f+2} = L_{n_f+2} / x_{n+1+n_f} \quad (b.37)$$

$$a_{n_f+1, n+2+n_f} = (x_{n_f+2} - x_{n_f+1}) / (\tau_L * x_{n+1+n_f}) \quad (b.38)$$

Para  $i=n_f+2, n_f+3, \dots, n$

$$a_{i,i-1} = (V + Fv)k_{i-1} / x_{n+i} \quad (b.39)$$

$$a_{i,i} = - (L_i + (V + Fv)k_i) / x_{n+i} \quad (b.40)$$

$$a_{i,i+1} = L_{i+1} / x_{n+i} \quad (b.41)$$

$$a_{i,n+1+i} = (x_{i+1} - x_i) / (\tau_L * x_{n+i}) \quad (b.42)$$

$$a_{n+1,n} = (V + Fv)k_n / m_d \quad (b.43)$$

$$a_{n+1,n+1} = - (L + D) / m_d \quad (b.44)$$

Para  $i = n+2, n+3, \dots, 2*n$

$$a_{i,i} = -1 / \tau_L \quad (b.45)$$

$$a_{i,i+1} = 1 / \tau_L \quad (b.46)$$

Para a Matriz B temos:

$$b_{1,1} = (x_2 - x_1) / m_b \quad (b.47)$$

$$b_{1,2} = (x_1 - y_1) / m_b \quad (b.48)$$

Para  $i = 2, 3, \dots, n$

$$b_{i,1} = (x_{i+1} - x_i) / m_i \quad (b.49)$$

$$b_{i,2} = (y_{i-1} - y_i) / m_i \quad (b.50)$$

$$b_{n+1,1} = (x_{n+1} - x_n) / x_{2*n} \quad (b.51)$$

$$b_{2*n+1,1} = 1 \quad (b.52)$$

Para a matriz C temos:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}_{2,2*n} \quad (b.53)$$

$$\text{onde: } k_i = \frac{\alpha}{(1 + (\alpha - 1)x_i)^2} \quad (b.54)$$

APÊNDICE C

MODELO DO PROCESSO DISCRETIZADO

Desenvolvimento do modelo do processo partindo do domínio de Laplace para o domínio de  $\mathcal{Z}$ .

$$\mathcal{Z} \left\{ \left[ \frac{1 - e^{-ST}}{S} \right] \frac{1}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} \begin{bmatrix} k_{11}(\tau_{n_{11}} S + 1) & k_{12}(\tau_{n_{12}} S + 1) \\ k_{21}(\tau_{n_{21}} S + 1) & k_{22}(\tau_{n_{22}} S + 1) \end{bmatrix} \right\} \quad (c.1)$$

Calcularemos a transformada para o primeiro elemento da matriz (c.1) e obteremos os outros elementos por analogia.

$$g_{11}(Z) = \mathcal{Z} \left[ k_{11} \frac{(1 - e^{-ST})(\tau_{n_{11}} S + 1)}{S(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} \right] \quad (c.2)$$

$$g_{11}(Z) = \mathcal{Z} \left[ k_{11} \frac{\tau_{n_{11}} S + 1}{S(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} \right] - \mathcal{Z} \left[ k_{11} \frac{\tau_{n_{11}} S + 1}{S(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} e^{-ST} \right] \quad (c.3)$$

Verificamos que a diferença existente entre os dois termos da equação (c.3) é que o segundo está multiplicado por  $e^{-ST}$ , então calcularemos a transformada para o primeiro termo e no segundo termo simplesmente incluiremos a transformada referente ao atraso  $e^{-ST}$ .

$$\mathcal{Z} \left[ k_{11} \frac{\tau_{n_{11}} S + 1}{S(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} \right] = k_{11} \cdot \mathcal{Z} \left[ 1 + \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \quad (c.4)$$

$$= k_{11} \left( \mathcal{Z} (1) + k_{11} \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \mathcal{Z} \left[ e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right] + k_{11} \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \mathcal{Z} \left[ e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \right) \quad (c.5)$$

$$= k_{11} \left[ \frac{1}{1 - Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}} Z^{-1}} \right] \quad (c.6)$$

Substituindo (c.6) em (c.3) obtemos:

$$g_{11}(Z) = k_{11} \left[ \frac{1}{1 - Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}} Z^{-1}} \right] - k_{11} \left[ \frac{1}{1 - Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1}} + \left( \frac{\tau_{n_{11}} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}} Z^{-1}} \right] Z^{-1}$$

(c.7)

$$= k_{11}(1-Z^{-1}) k_{11} \left[ \frac{1}{1-Z^{-1}} + \left( \frac{\tau n_{11} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1}} + \left( \frac{\tau n_{11} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \right) \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}} Z^{-1}} \right]$$

(c.8)

$$= \frac{k_{11}(1-Z^{-1}) \left[ (1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1})(1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}}) + \frac{\tau n_{11} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} (1 - Z^{-1})(1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}}) + \frac{\tau n_{11} - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} (1 - Z^{-1})(1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1}) \right]}{(1 - Z^{-1}) \left( 1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}} Z^{-1} \right) \left( 1 - e^{-\frac{T}{\tau_2}} Z^{-1} \right)} \quad (c.9)$$

$$= \frac{\left[ 1 + \frac{(\tau_2 - \tau n_{11}) e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau n_{11} - \tau_1) e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] Z^{-1} + \left[ e^{-\frac{(T+T)}{\tau_1 + \tau_2}} + \frac{(\tau n_{11} - \tau_1) e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau_2 - \tau n_{11}) e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] Z^{-2}}{1 - \left( e^{-\frac{T}{\tau_1}} + e^{-\frac{T}{\tau_2}} \right) Z^{-1} + e^{-\frac{(T+T)}{\tau_1 + \tau_2}} Z^{-2}} \quad (c.10)$$

Fazendo:

$$a1_{11} = \left[ 1 + \frac{(\tau_2 - \tau n_{11}) e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau n_{11} - \tau_1) e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] \quad (c.11)$$

$$a0_{11} = \left[ e^{-\frac{(T+T)}{\tau_1 + \tau_2}} + \frac{(\tau n_{11} - \tau_1) e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau_2 - \tau n_{11}) e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] \quad (c.12)$$

$$b1 = \left( e^{-\frac{T}{\tau_1}} + e^{-\frac{T}{\tau_2}} \right) \quad (c.13)$$

$$b0 = e^{-\frac{(T+T)}{\tau_1 + \tau_2}} \quad (c.14)$$

Multiplicando o numerador e o denominador da equação (c.10) por  $Z^2$  e as equações (c.11), (c.12), (c.13) e (c.14) temos:

$$g_{11}(z) = k_{11} \frac{a1_{11} Z + a0_{11}}{Z^2 + b1.Z + b0} \quad (c.15)$$

A equação (c.15) pode ser estendida para todos os elementos da matriz da função de transferência do processo.

$$G(Z) = \frac{K}{Z^2 + b1.Z + b0} \begin{bmatrix} a1_{11} Z + a0_{11} & a1_{12} Z + a0_{12} \\ (a1_{12} Z + a0_{12}) Z^{-\tau} & a1_{22} Z + a0_{22} \end{bmatrix} \quad (c.16)$$

Onde  $b_1$  e  $b_0$  são representados pelas equações (c.13) e (c.14) respectivamente. E os valores de  $\tau$ ,  $a_{1ij}$  e  $a_{0ij}$  são:

$$a_{1ij} = \left[ 1 + \frac{(\tau_2 - \tau_{n_{ij}})e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau_{n_{ij}} - \tau_1)e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] \quad (c.17)$$

$$a_{0ij} = \left[ e^{-\left(\frac{T}{\tau_1} + \frac{T}{\tau_2}\right)} + \frac{(\tau_{n_{ij}} - \tau_1)e^{-\frac{T}{\tau_2}} + (\tau_2 - \tau_{n_{ij}})e^{-\frac{T}{\tau_1}}}{(\tau_1 - \tau_2)} \right] \quad (c.18)$$

$$\tau = \Theta / T \quad (c.19)$$

## BIBLIOGRAFIA

- [1] SEBORG, E. D.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A., *Process Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, New York, 1989, páginas 454 a 458 e 463 a 468.
- [2] SKOGESTAD, S.; MORARI, M. , *Understanding the Dynamics Behavior of Distillation Columns*, Ind. Eng. Chem. Res., 1988, vol. 27, páginas 1848 a 1862.
- [3] SKOGESTAD, S.; LUNDSTRÖM, P.; JACOBSEN, E. W. , *Selectin the Best Distillation Control Configuration*, AIChE Journal, 1990, vol. 36, nº 5, páginas 753 a 764.
- [4] FUENTES, C.; LUYBEN, W. T., *Control of High-Purity Distillation Columns*, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 1983, vol. 22, nº 3, páginas 361 a 366.
- [5] McAVOY, T. J., *Connection Between Relative Gain and Control Loop Stability and Design*, AIChE Journal, 1981, vol. 27, páginas 613.
- [6] NEWTON, G. C.; GOULD, L. A.; KAISER, J. F., *Analytical Design of Linear Feedback Controls*, Wiley, New York, 1957.
- [7] McAVOY, T. J., *Interaction Analysis Theory and Aplication*, Instrum. Soc. of America, Research Triangle Park, NC, 1983.
- [8] SMITH, O. J, M., *Closer Control of Loops with Dead Time*, Chem. Eng. Progress, 1957, vol. 53, página 217.
- [9] GARCIA, C. E.; MORARI, M., *Internal Model Control 1 - A Unifying Review and Some Results*, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 1982, vol. 21, páginas 308 a 323.
- [10] MORARI, M.; ZAFIROU, E., *Robust Process Control*, Prentice Hall, NewJersey, 1989.
- [11] RESCK, R. T. L., *Modelos Estáticos e Dinâmicos para o Controle de Colunas de Destilação (Tese de Mestrado)*, UNICAMP - Campinas, 1993.
- [12] SKOGESTAD, S.; JACOBSEN, E. W.; LUNDSTRÖM, P., *Modelling Requeriments for Robust Control of Distillation Columns*, 11<sup>th</sup> IFAC World Congress Preprints, 1990.
- [13] SMITH, T. B.; ODEPACK; FTP: OBELIX.UNICAMP.BR,  
DIRETÓRIO: \PUB2\MATH\ODEPACK.

Bibliografias consultadas e não citadas

- GARCIA, C. E.; MORARI, M., *Internal Model Control 2., Design for Multivariable Systems*, Ind. Eng. Chem. Des. Dev., 1985, vol. **24**, páginas 472 a 484.
- GARCIA, C. E.; MORARI, M., *Internal Model Control 3., Multivariable Control Law Computation and Tuning Guidelines*, Ind. Eng. Chem. Des. Dev., 1985, vol. **24**, páginas 484 a 494.
- ZAFIROU, E.; MORARI, M., *Internal Model Control: robust digital controller synthesis for open-loop stable or unstable process*, Int. J. Control, 1991, vol. **54**, nº 3, páginas 665 a 704.
- FISHER, D. G., *Process Control: An overview and Persona; Perspective*, The Canadian Journal of Chemical Engineering, 1991, vol. **69**, páginas 5 a 26.
- ARKUN, Y.; CANNEY, W. M.; CANNEY, W. M.; MORARI, M.; *Experimental Study of Internal Model Control*, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 1986, vol. **25**, páginas 102 a 108.
- SKOGESTAD, S.; MORARI, M., *LV-Control of a High-Purity Distillation Column*, Chemical Engineering Science, 1988, vol. **43**, nº 1, páginas 33 a 48.

## **ABSTRACT**

Dual-control of distillation columns is both an operationally important and a technically challenging problem. This work first analyses the reduced-order modeling of binary distillation columns. A basic second-order model was developed and then suitably modified to account for the lag-time due to the plate liquid holdup. This model was then used to implement a *LV* dual-control I.M.C. strategy of the column. The results obtained show that this strategy is clearly superior to the conventional two-loop PID dual-control.