

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS QUÍMICOS

Estudo Numérico e Experimental de Colunas de Bolhas Operando em Regime Heterogêneo

Autor: Marcela Kotsuka da Silva Orientador: Prof. Dr. Milton Mori Coorientador: Prof. Dr. Marcos Akira d'Ávila

Tese de Doutorado apresentada à Banca Examinadora como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

> Campinas – São Paulo Março de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA – BAE – UNICAMP

Si38a	Silva, Marcela Kotsuka Estudo numérico e experimental de colunas de bolhas operando em regime heterogêneo / Marcela Kotsuka da Silva.–Campinas, SP: [s.n.], 2011.
	Orientadores: Milton Mori, Marcos Akira d'Ávila. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.
	 Bolhas. 2. Escoamento Multifásico. 3. Fluidodinâmica computacional (CFD). I. Mori, Milton. II. d'Ávila, Marcos Akira. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. IV. Título.

Título em Inglês: Numerical and experimental study of bubble columns operating in the heterogeneous regime Palavras-chave em inglês: Bubble, Multiphase flow, Computational fluid dynamics (CFD) Área de concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos Titulação: Doutor em Engenharia Química Banca examinadora: Waldir Pedro Martignoni, Dirceu Noriler, Ricardo Augusto Mazza, José Roberto Nunhez Data da defesa: 25/03/2011 Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química Tese de Doutorado defendida por Marcela Kotsuka da Silva e aprovada em 25 de março de 2011 pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. Milton Mori Dr. Waldir Pedro Martignoni Anic 0 Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza Dr. Dirceu Noriler Prof. Dr. José Roberto Manhez

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia Química.

Prof. Dr. Miltop Mori

Dedicatória

Dedico este trabalho novamente aos meus pais Orandi e Nadir que sempre acreditaram em mim, mesmo quando eu mesma duvidara.

Agradecimentos

Aos meus pais Orandi Tavares da Silva e Nadir Kotsuka da Silva, sem os quais eu não alcançaria tal conquista.

Ao meu irmão Lincoln Kotsuka da Silva, grande incentivador.

Ao meu namorado Jaci Carlo Schramm Câmara Bastos, pelo companheirismo, dedicação, colaboração, ainda mais pela paciência e apoio.

Ao meu orientador Prof. Dr. Milton Mori, pela oportunidade e confiança no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Marcos Akira d'Ávila, que como coorientador colaborou em muito para a finalização desta pesquisa.

Aos amigos Dirceu Noriler e Vanessa Trevizan Mochi, fundamentais no desenvolvimento desta pesquisa pelos conselhos e socorros prestados.

Aos amigos, que fizeram e fazem parte do PQGe - UNICAMP , por toda a ajuda, paciência, discussões e momentos de descontração.

Ao amigo Sérgio Bernado, pelo incentivo no começo da minha jornada como pesquisadora. Além de ser a peça chave para que este trabalho fosse realizado.

À PETROBRAS pelo apoio financeiro durante algumas etapas desta pesquisa.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro concedido.

Às amigas Ana, Danielle, Érica, Gabriela, Rosana e Stella, companheiras não só na vida acadêmica, mas de convivência diária, que foram importantíssimas nesta conquista.

E a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

"Dans la vie, rien n'est à craindre, tout est à comprendre" — Marie Curie

Resumo

Os principais problemas da simulação da fluidodinâmica em sistemas gás-líquido por CFD são as simplificações do comportamento dinâmico das bolhas. Na maioria dos processos industriais com escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, as bolhas estão em velocidades altas e a coluna opera em regime heterogêneo. Existe ainda a influência da geometria do sistema e das propriedades físicas dos fluidos envolvidos no processo. Para que a técnica CFD seja aplicada adequadamente, visando aplicações industriais, é necessário considerar os fenômenos de quebra e coalescência. No entanto, existe uma carência de dados experimentais em tal regime de operação para testar a aplicabilidade dos modelos matemáticos empregados nas simulações. Neste trabalho é apresentado um estudo numérico e experimental de duas colunas de bolhas operando em regime heterogêneo. No primeiro caso, foram realizadas análises quanto a influência de diferentes modelos de arraste, além do emprego das forças interfaciais de sustentação e de dispersão turbulenta. Diferentes modelos de turbulência foram também verificados, tomando a fração volumétrica de gás em diferentes posições axiais e velocidade do gás provenientes da literatura. No segundo caso, realizou-se medidas por meio da técnica PIV de velocidades axiais médias da fase líquida e suas flutuações. Análises de intensidade turbulenta, tensores de Reynolds e energia cinética turbulenta foram realizadas, a fim de obter informações acerca da turbulência em três diferentes velocidades superficiais de gás. Para as análises numéricas foi aplicado um modelo matemático tridimensional, turbulento e transiente para a representação do escoamento nas duas colunas utilizadas. Este modelo trata ambas as fases, gás e líquido, a partir de uma abordagem Euleriana. Diferentes distribuições de tamanhos de bolhas foram empregados por meio do balanço populacional considerando os fenômenos de quebra e coalescência. Perfis radiais de fração volumétrica e velocidade de gás, além de perfis de velocidade média de líquido foram confrontados com dados experimentais publicados e medidos respectivamente. O modelo matemático previu um escoamento semelhante aos que foram encontrados nas colunas propostas.

Palavras-Chave: Coluna de bolhas, Escoamentos Multifásicos, Fluidodinâmica Computacional (CFD)

Abstract

The main problems encountered in the simulation of gas-liquid systems with the use of CFD are related to the simplifications of the bubble dynamic behavior. In most industrial procedures with gas-liquid flow in bubble columns, bubbles are at high speed and the column operates in the heterogeneous regime. There still is the influence of the system's geometry and fluids' physical properties involved in the process. For correctly applying the CFD technique, aiming industrial applications, it is necessary to consider the breakup and coalescence phenomena. Nevertheless, there is a lack of experimental data available in this operational regimen to test the feasible application of the mathematical models used in simulations. In this work it is presented a numeric and experimental study of two bubble columns operating in the heterogeneous regime. In the first case, analyses of different drag models, besides the employ of the interfacial forces of lift and turbulent dispersion were performed. Different turbulence models were also verified, taking the gas holdup in different axial positions and gas velocity from literature. In the second case, measurements of mean axial liquid velocities and their fluctuations were performed with the PIV technique. Turbulence intensity, Reynolds stress tensors and turbulent kinetics energy analyses were performed in order to obtain information about the turbulence for three different gas superficial velocities. For the numerical analyses a tridimensional, turbulent and transient mathematical model to represent the flow in the two columns was applied. This model treats both phases, gas and liquid, with an Eulerian approach. Different bubbles size distributions were used by population balance considering the breakup and coalescence phenomena. Gas holdup, gas velocity and mean axial liquid velocity radial profiles were confronted to the published and acquired experimental data respectively. The mathematical model predicted a developed flow similar to those found in the proposed columns.

Keywords: Bubble Columns, Multiphase Flow, Computational Fluid Dynamics (CFD)

Sumário

\mathbf{L}^{i}	Lista de Figuras xi		
$\mathbf{L}^{\mathbf{i}}$	ista d	le Tabelas	xix
N	omer	nclatura	xx
1	Intr	odução	1
	1.1	Objetivo Geral	3
		1.1.1 Objetivos específicos	3
	1.2	Apresentação	4
	1.3	Temática da Tese	4
2	Rev	risão Bibliográfica	6
	2.1	Colunas de Bolhas	6
		2.1.1 Regimes de operação	8
	2.2	Fluidodinâmica Computacional	12

		2.2.1 Balanço Populacional	22
	2.3	Técnica Experimental - PIV	29
	2.4	Pontos de Investigação	33
3	Mo	delagem Matemática	35
	3.1	Equações de Transporte	35
	3.2	Turbulência	37
		3.2.1 Modelo de Zero-Equação	38
		3.2.2 Modelos de Duas Equações	38
		3.2.3 Modelos dos Tensores de Reynolds	41
	3.3	Equações de Fechamento	43
	3.4	Balanço Populacional	50
		3.4.1 MUSIG homogêneo	51
		3.4.2 Modelo de Quebra de Bolhas	54
		3.4.3 Modelo de Coalescência de Bolhas	60
4	Mat	teriais e Métodos	65
	4.1	Descrição da Técnica PIV	65
	4.2	Unidade Experimental	66
	4.3	Procedimento Experimental	71
		4.3.1 Calibração do Sistema de Medição PIV	72

	4.4	Procedimento Computacional	76
	4.5	Casos de Estudo	76
		4.5.1 Caso 1	77
		4.5.2 Caso 2	78
	4.6	Geometria e Malha Numérica	79
	4.7	Condições de Contorno	81
5	Res	ultados e Discussões	82
	5.1	Caso 1	82
		5.1.1 Teste de Malha	82
		5.1.2 Avaliação da Modelagem do Distribuidor de Gás	85
		5.1.3 Avaliação da Influência das Forças Interfaciais	86
		5.1.4 Avaliação dos Modelos de Turbulência	98
		5.1.5 Avaliação do Número de Fases Dispersas	.00
	5.2	Caso 2	.04
		5.2.1 Velocidade Axial Média do Líquido	.05
		5.2.2 Flutuação de Velocidade (RMS)	.11
		5.2.3 Intensidade de Turbulência	.14
		5.2.4 Tensores de Reynolds	.16
		5.2.5 Análise Numérica	.20

	5.3	Validação do Modelo	126
		5.3.1 Caso 1	126
		5.3.2 Caso 2	134
6	Cor	nclusões e Sugestões	138
	6.1	Conclusões	138
	6.2	Sugestões	141
R	eferê	ncias Bibliográficas	142
Publicações Associadas à Tese		157	

Lista de Figuras

2.1	Regimes de operação, de acordo com Shaikh e Al-Dahhan (2007)	9
2.2	Formas de bolhas	10
2.3	Correlação para a forma das bolhas (Clift et al., 1978) $\ldots\ldots\ldots\ldots$	12
2.4	Sistema PIV por LaVision INC	30
4.1	Desenho esquemático da coluna de bolhas	67
4.2	Distribuidor da fase gás	67
4.3	Coluna de bolhas experimental	68
4.4	Câmera Image Intense Cross-correlation	69
4.5	software DAVIS 7	70
4.6	Medidor de vazão	70
4.7	Diagrama esquemático do aparato experimental	71
4.8	Imagem de calibração do lado direito	73
4.9	Imagem de calibração do lado esquerdo	73
4.10	(a) Imagem capturada pela CCD (b) Imagem pré-processada	74

4.11	Campo vetorial instantâneo do lado esquerdo da coluna	75
4.12	Geometria e pontos de medida	77
4.13	(a) Coluna (b) Entrada	80
4.14	(a) Coluna (b) Região do distribuidor (c) Furos	81
5.1	Perfil radial de fração volumétrica de gás para as diferentes malhas	84
5.2	Perda de carga em fução do tamanho da malha numérica	84
5.3	Detalhes do distribuidor de 56 furos	85
5.4	Diferentes abordagens do distribuidor da fase gás	86
5.5	Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes modelos de arraste	88
5.6	Perfil radial de velocidade de gás para diferentes modelos de arraste	89
5.7	Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes modelos de arraste	91
5.8	Perfil radial de velocidade de gás para diferentes modelos de arraste	91
5.9	Influência da força de sustentação na fração volumétrica de gás	93
5.10	Perfil radial de fração volumétrica de gás (a) modelo simples (b) força de sustentação	94
5.11	Perfil de fração volumétrica de gás com dispersão turbulenta	95
5.12	Perfil de velocidade de gás com dispersão turbulenta	95
5.13	Perfil de fração volumétrica de gás com dispersão turbulenta - $C_{TD} = 0,2$	96
5.14	Energia cinética turbulenta média (a) simples (b) dispersão turbulenta	97

5.15	Perfil radial de fração volumétrica de gás para os diferentes modelos de turbulência	98
5.16	Perfil radial da velocidade de gás para os diferentes modelos de turbulência	99
5.17	Perfil radial de fração volumétrica de gás para três fases dispersas	101
5.18	Perfil radial da velocidade de gás para três fases dispersas	101
5.19	Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes grupos de tamanho	103
5.20	Perfil radial da velocidade de gás para os diferentes grupos de tamanho	103
5.21	Mapas de fração volumétrica de gás (a) 3 grupos (b) 5 grupos (c) 10 grupos	104
5.22	Perfil de velocidade média	105
5.23	Perfil de velocidade média - coluna dividida em quatro partes	106
5.24	Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 3cm/s$	107
5.25	Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 5cm/s$	107
5.26	Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 7cm/s$	108
5.27	Perfil de velocidade média - $U_{sup} = 3cm/s$	109
5.28	Perfil de velocidade média - $U_{sup} = 5cm/s$	109
5.29	Perfil de velocidade média - $U_{sup} = 7cm/s$	110
5.30	Perfil de comparativo de velocidade média	111
5.31	Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup} = 3cm/s$	112

5.32	Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup} = 5cm/s$	112
5.33	Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup} = 7cm/s$	113
5.34	Perfis de flutuação de velocidade do líquido para as diferentes velocidades superficiais de gás	114
5.35	Perfil de intensidade de turbulência	115
5.36	Tensor normal na direção radial	117
5.37	Tensor normal na direção axial	117
5.38	Tensor normal na direção axi-radial	118
5.39	Energia cinética turbulenta	119
5.40	Curva de transição	120
5.41	Enttrada (a) uniforme (b) furos	122
5.42	Perfil de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7cm/s$	123
5.43	Perfil de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7cm/s$	124
5.44	Energia cinética turbulenta - $U_{sup} = 3cm/s$	125
5.45	Energia cinética turbulenta- $U_{sup} = 5cm/s$	125
5.46	Energia cinética turbulenta- $U_{sup} = 7cm/s$	126
5.47	Perfil de fração volumétrica de gás	127
5.48	Perfil de fração volumétrica de gás	128
5.49	Perfil de fração volumétrica de gás	128
5.50	Perfil de velocidade de gás	129

5.51	Perfil de velocidade de gás	130
5.52	Perfil de velocidade de gás	130
5.53	Perfil radial de fração volumétrica de gás	132
5.54	Perfil radial de fração volumétrica de gás	132
5.55	Perfil radial de fração volumétrica de gás	133
5.56	Perfil radial de velocidade de gás para diferentes condições de saída	134
5.57	Perfil radial de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7 cm/s$	135
5.58	Perfil radial de velocidade axial média de líquido - $3cm/s$	136
5.59	Perfil radial de velocidade axial média de líquido - $5cm/s$	136
5.60	Perfil radial de velocidade axial média de líquido	137

Lista de Tabelas

4.1	Modelos avaliados no caso 1	78
4.2	Condições operacionais	79
4.3	Modelos avaliados no caso 2	79
4.4	Condições de contorno	81
5.1	Grupos de Tamanhos de Bolhas	90
5.2	Diferentes Grupos de Tamanho de Bolhas	102

Nomenclatura

Letras Latinas

A	área $[m^2]$
a	aceleração $[m/s^2]$
В	taxa de nascimento das bolhas $[m^{-3}.s^{-1}]$
C_D	coeficiente de arraste
C_L	coeficiente de sustentação
C_{TD}	coeficiente de dispersão turbulenta
С	constante
D	taxa de morte das bolhas $[m^{-3}.s^{-1}]$
d	diâmetro $[m]$
E_o	número de Eötvos
E	espectro de energia
f	fração de tamanho de bolhas
g	aceleração da gravidade $[m/s^2]$
G	taxa específica de quebra das bolhas $[m^{-3}.s^{-1}]$
h	espessura do filme líquido formado entre as bolhas $\left[m\right]$

k	energia cinética turbulenta $[m^2/s^2]$
l	escala de comprimento $[m]$
М	taxa de quantidade de movimento entre as fases
m	massa $[Kg]$
Mo	número de Morton
Ν	densidade numérica $[m^{-3}.s^{-1}]$
na	número de amostras
nb	número de bolhas
ng	número de grupos de tamanho
Р	produção turbulenta $[m^2/s^3]$
P_B	probabilidade
p	pressão $[Pa]$
Q	taxa específica de coalescência $[m^{-3}.s^{-1}]$
q	número de onda $[m^{-1}]$
r	raio $[m]$
Re	número de Reynolds
S	termo fonte $[N/s]$
Sd	taxa de deformação $\left[m/s\right]$
Т	tensor tensão $[N/m^2]$
t	tempo $[s]$
Tb	intensidade de turbulência
u	vetor velocidade $[m/s]$
U_r	velocidade de ascenção $[m/s]$

U_s	velocidade de deslizamento $\left[m/s\right]$
U_t	velocidade terminal $[m/s]$
V	escala de velocidade $[m/s]$
v	volume $[m^3]$
W	vorticidade $[m/s]$
\dot{w}	frequência dos turbilhões $[m^{-1}]$
Х	fração de massa
x	posição
Y	energia admensional
y	concentração de bolhas por volume $[m^{-3}]$

Letras Gregas

α	fração volumétrica
β	constante do modelo de quebra
γ	termo de produção exata $[Kg/ms^3]$
ε	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta $\left[m^2/s^3\right]$
η	eficiencia de colisão
θ	taxa de colisão entre as bolhas $[m^{-3}.s^{-1}]$
λ	tamanho do turbilhão $[m]$
μ	viscosidade $[kg/m.s]$
ξ	razão de tamanho entre o turbilhão e a bolha
ρ	massa específica $[kg/m^3]$

σ	tensão superficial $\left[N/m\right]$
τ	tempo de contanto entre duas bolhas $\left[s\right]$
ϕ	deformação devido à pressão $[Kg/m.s^3]$
arphi	tamanho da partícula filha $\left[m\right]$
ψ	tensor de anisotropia $\left[kg/m.s^2\right]$
ω	constante universal de Batchelor (1982)

Subscritos

В	relativo à quebra
b	bolha
C	relativo à coalescência
С	fase contínua
d	fase dispersa
ef	efetiva
f	final, crítica
k	fase genérica
0	orifício
p	partícula
rel	relativo
t	turbulento
k	relativo ao modelo de turbulência k- ε
ε	relativo ao modelo de turbulência k- ε

- λ relativo aos turbilhões
- 0 inicial

Superescritos

D	relativo à força de arraste
LUB	relativo à força de lubrificação de parede
L	relativo à força de sustentação
p	expoente de correção para a fração volumétrica
TB	relativo à força de dispersão turbulenta

Símbolos e Operadores

∇ gradiente $\nabla \cdot$ divergente Σ somatório	Δ	operador de diferença
$\nabla \cdot$ divergente \sum somatório	∇	gradiente
\sum somatório	$ abla \cdot$	divergente
	\sum	somatório

Siglas

CCD	Charged Coupled Device
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation

- MUSIG Multiple Size Group
- PIV Particle Image Velocimetry
- PTV Particle Tracking Velocimetry
- RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes
- RMS Root Mean Square
- *TCM* Teoria do Comprimento de Mistura de Prandtl

Capítulo 1

Introdução

Atualmente existe um grande interesse acadêmico e industrial no comportamento de escoamentos multifásicos, pois este tipo de escoamento está relacionado tanto com aplicações industriais convencionais quanto com tecnologias emergentes de processos químicos, petroquímicos, bioquímicos e ambientais. Dentre os equipamentos utilizados para tais processos, as colunas de bolhas são amplamente utilizadas devido à sua habilidade de promover altas taxas de transferência de calor e massa a baixos custos de operação.

Nas colunas de bolhas, as distribuições de *holdup*, turbulência, tamanho de bolhas e a maneira na qual as fases interagem entre si estão interrelacionadas de uma forma complexa com as variáveis de projeto e operação. Portanto, faz-se necessário um profundo conhecimento acerca da sua fluidodinâmica (Tabib et al., 2008). Para tanto, o uso de ferramentas adequadas é muito importante no desenvolvimento de estratégias de escalonamento e na compreensão do padrão do escoamento. Devido ao desenvolvimento de computadores de alto desempenho e o avanço das técnicas numéricas, os estudos por meio de simulações de colunas de bolhas aumentaram nos últimos anos, pois agora é possível realizar simulações tridimensionais de escoamentos multifásicos em geometrias complexas.

Em meados do século passado a fluidodinâmica computacional (CFD) surgiu

como uma importante ferramenta na modelagem de escoamentos multifásicos. Por meio da técnica CFD é possível obter a representação do escoamento em uma coluna de bolhas e investigar a influência dos parâmetros de projeto e operação. Porém, para tal é necessário um amplo conhecimento dos termos de fechamento das equações de Navier-Stokes, tais como a turbulência e as forças de interação entre as fases. No entanto, ainda existem divergências entre os pesquisadores quanto a modelagem destes fenômenos.

Os estudos numéricos da fluidodinâmica em sistemas gás-líquido utilizando a técnica CFD possuem limitações devido à simplificações excessivas, quanto ao comportamento dinâmico das bolhas e a carência de dados experimentais do campo de escoamento para testar a aplicabilidade dos modelos matemáticos empregados nas simulações. Na maioria dos processos industriais, as bolhas estão a velocidades suficientemente altas, acima de 10cm/s e a coluna geralmente opera no regime heterogêneo de escoamento, aquele onde existem bolhas de tamanhos diferentes, ocorrendo quebra e coalescência das bolhas. Além disso, há a forte influência da geometria do sistema e das propriedades físicas dos fluidos envolvidos no processo.

Mesmo com o avanço nas técnicas de medição, dados experimentais confiáveis de colunas de bolhas operando em regime heterogêneo de escoamento ainda são escassos na literatura, dificultando ainda mais a determinação de um modelo matemático capaz de representar de forma satisfatória a hidrodinâmica do sistema gás-líquido em altas velocidades de gás.

Assim sendo, este trabalho tem como proposta principal a aplicação de um modelo matemático capaz de representar o escoamento de uma coluna de bolhas operando em regime heterogêneo por meio da técnica CFD. Ainda, a aquisição de um amplo conjunto de dados experimentais de uma coluna de bolhas cilíndrica operando em tal regime de escoamento por meio da técnica PIV (*Particle Image Velocimetry*). O modelo consiste na aplicação de diferentes tamanhos de bolhas, utilizando o balanço populacional. Além disso, análises quanto a influência das forças interfaciais, número de fases dispersas e modelos de turbulência são apresentados. Para tanto, foram avaliadas duas colunas distintas, uma proveniente da literatura, na qual o modelo foi comparado para a representação da fase gás, e outra existente no Laboratório de Pesquisa em Processos Químicos e Gestão empresarial - PQGe, onde dados da fase líquida foram obtidos experimentalmente e posteriormente foram comparados com os resultados numéricos para tal coluna.

1.1 Objetivo Geral

Esta tese possui como objetivo geral a aplicação de um modelo matemático capaz de representar o escoamento gás-líquido em uma coluna de bolhas operando em regime heterogêneo, juntamente com a obtenção de um conjunto de dados experimentais de uma coluna operando no mesmo regime por meio da técnica experimental PIV (*Particle Image Velocimetry*). Para tanto, dados provenientes da literatura para a comparação dos resultados numéricos da fase gás e os experimentais para a comparação da fase líquida, foram utilizados.

1.1.1 Objetivos específicos

• Aplicação de um modelo fluido dinâmico tridimensional, capaz de representar o comportamento das duas fases, gás e líquida;

• Simulação de dois casos envolvendo duas colunas de bolhas, uma proveniente da literatura e outra experimental;

• Verificação de diferentes modelos para a força de arraste, além da influência da modelagem das forças interfaciais;

• Verificação de diferentes modelos de turbulência para a fase líquida, além de um modelo para a fase gás;

- Verificação do número de fases dispersas;
- Validação do modelo matemático.

1.2 Apresentação

Os estudos desta pesquisa podem ser divididos em três etapas distintas. A primeira é aquela na qual se realiza os testes numéricos comparando apenas a fase gás com dados provenientes da literatura. Nesta parte, são analisados diferentes modelos para a força de arraste e turbulência, além da adição de forças interfaciais de sustentação e dispersão turbulenta.

Na segunda etapa, é realizada a aquisição de dados experimentais em uma coluna de bolhas em escala laboratorial. Estes dados são analisados e comparados entre si, para a caracterização do escoamento.

A validação do modelo matemático acontece na terceira etapa do estudo, onde de acordo com os testes numéricos e experimentais realizados nas etapas anteriores, obtém-se a representação do comportamento das fases gás e líquida em duas colunas de bolhas.

Portanto, um estudo detalhado sobre influência da aplicação das forças interfaciais, a verificação dos diferentes modelos de turbulência, a aquisição de um amplo conjunto de dados experimentais em colunas de bolhas operando em regime heterogêneo, a simulação deste conjunto de dados experimentais por meio da aplicação de um modelo matemático sob abordagem Euleriana-Euleriana e a validação deste modelo, são as principais contribuições desta Tese.

1.3 Temática da Tese

No **Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica**, apresenta-se a revisão bibliográfica utilizada no desenvolvimento desta tese, contendo as características do escoamento gáslíquido em colunas de bolhas, aplicações da técnica CFD abrangendo desde simulações considerando bolhas de mesmo tamanho até a inclusão do balanço populacional. Além disso, ainda há a descrição da técnica experimental velocimetria por imagem de partícula e suas aplicações. No **Capítulo 3 - Modelagem Matemática**, são apresentadas as equações fundamentais de conservação de massa e quantidade de movimento, as equações constitutivas vinculadas ao fechamento do modelo matemático e duas diferentes abordagens quanto à turbulência das fases contínua e dispersa, balanço populacional e modelos para a consideração da quebra e coalescência das bolhas.

O Capítulo 4 - Materiais e Métodos contém todo os procedimentos experimentais e numéricos utilizados no desenvolvimento deste trabalho. Apresenta-se todo o equipamento experimental, as condições operacionais, a calibração do mesmo, a metodologia completa para a aquisição dos dados e ainda a maneira na qual foi confeccionada e gerada a malha numérica, pré-processamento, processamento e pós-processamento dos dados por meio da fluidodinâmica computacional. Por fim, os casos de estudo utilizados nos testes numéricos e experimentais.

O Capítulo 5 - Resultados e Discussões é dividido em duas partes, onde a primeira apresenta os resultados numéricos da fase gás, a influência da modelagem das forças interfaciais, a variação do número de fases dispersas e a verificação de distintos modelos de turbulência e a validação do modelo com dados da literatura. Na segunda, são exibidos os dados experimentais da fase líquida adquiridos por meio da técnica PIV e seus respectivos testes numéricos.

Finalmente, no **Capítulo 6 - Conclusões e Sugestões** são apresentadas as conclusões desta pesquisa, juntamente com algumas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada a revisão da literatura pertinente às características do escoamento em colunas de bolhas. Em seguida serão discutidos trabalhos que utilizaram a técnica de fluidodinâmica computacional. Por fim, são apresentados aqueles onde o balanço populacional foi empregado.

2.1 Colunas de Bolhas

Colunas de bolhas são equipamentos utilizados em diversos campos da indústria, tais como: reações de oxidação como o do cumeno, tolueno, butano, xileno (Deckwer, 1992), alquilação, polimerização e hidrogenação (Kantarci et al., 2005), tratamento de efluentes, liquefação de carvão, reações biológicas como a de fermentação (Law et al., 2008), produção de enzimas, proteínas e antibióticos (Kantarci et al., 2005), na separação de CH_4 , do isobutano proveniente do craqueamento, produção de dicloroetano, produção de ácido acético a partir da carbonilação do metanol (Deckwer, 1992), na indústria nuclear. A indústria de química fina e a indústria de petróleo também utilizam esses reatores. Um exemplo clássico é a síntese de Fisher-Tropsch, a qual consiste na obtenção de hidrocarbonetos a partir de CO_2 e H_2 (gás de síntese). Isto se deve ao fato dela proporcionar excelente área de contato entre as fases, que faz com que se promova uma alta taxa de transferência de massa e energia (Law et al., 2008), além de possuírem baixo custo de produção, operando de forma simples e isotérmica (Darmana et al., 2009). As colunas de borbulhamento são basicamente vasos cilíndricos, onde a fase gás é alimentada através de um distribuidor em sua base, este gás pode também ser adicionado juntamente com uma segunda fase, esta sendo líquida ou com sólidos em suspensão (Kantarci et al., 2005). O escoamento pode acontecer em co-corrente ou contracorrente, com velocidade superficial de líquido menor que a velocidade superficial da fase gás em pelo menos uma ordem de grandeza (Degaleesan et al., 2001).

Embora relativamente simples de construção, ainda existem dificuldades no seu projeto e *scale-up* devido à falta de informação detalhada da sua hidrodinâmica e transferência de massa (Ghandi et al., 1999), já que o seu escoamento fornece um ambiente de interações hidrodinâmicas extremamente complexas (Deckwer, 1992). Em geral, o projeto de uma coluna de bolhas depende de uma série de fatores dentre os quais se destacam transferências de calor e massa entre as fases, características da misturas e cinética química, sendo que os primeiros são fortemente dependentes da fluidodinâmica local. O conhecimento da distribuição de tamanho das bolhas e dos fenômenos de quebra e coalescência também são importantes, pois o comportamento das bolhas afeta diretamente a hidrodinâmica e as transferências de calor e massa (Wang et al., 2007).

Os fatores determinantes no projeto de uma coluna de bolhas são a fração volumétrica de gás, conhecido como gas holdup assim como as velocidades axial de líquido e das bolhas. O holdup representa a fração volumétrica desta fase dentro da coluna e é de suma importância no projeto da mesma, por estar diretamente ligado ao fenômeno de transporte de massa entre as fases. Existem diferentes métodos para se obter a fração volumétrica de gás experimentalmente, desde uma simples observação visual na mudança de altura de líquido antes e depois da injeção de gás, até métodos mais sofisticados, como o de tomografia computadorizada (Chen et al., 1998). A técnica mais utilizada é baseada em medir o perfil de pressão estática entre dois ou mais pontos na coluna, já que sua variação espacial produz variações de pressão (Kantarci et al., 2005), que por sua vez induzem a recirculação de líquido e influenciam as características fluidodinâmicas, fator de mistura e coeficientes de transferência.

As propriedades físicas do sistema e o distribuidor da fase gasosa controlam

o tamanho das bolhas no regime homogêneo de escoamento (seção 2.1.1), pois neste regime não há a formação de bolhas de diferentes tamanhos através da coalescência (Joshi et al., 1998). No entanto para altas velocidades de gás, o tamanho das bolhas se torna independente do tipo do distribuidor (Ong et al., 2009).

Atualmente, existem na literatura diversos estudos experimentais utilizando diferentes técnicas de medição para a obtenção das propriedades do escoamento dentro de colunas de bolhas, tais como velocimentria por imagem de partícula (PIV) (Deen et al. (2002); Delnoij et al. (1999); Chen e Fan (1992)). Computer Automated Radioactive Particle Tracking (CARPT) (Devanathan et al. (1990); Cassanello et al. (2001); Chen et al. (1998)), laser doppler anemometry (LDA) (Pfleger e Becker (2001); Kulkarni et al. (2007)), ultrassom (Zheng e Zhang (2004)), vídeo de alta velocidade (Zaruba et al. (2005)), sondas óticas (Chaumat et al. (2006), Xue et al. (2008)) e recentemente tomografia computadorizada (CT) (Ong et al., 2009).

2.1.1 Regimes de operação

Os sistemas gás-líquido são caracterizados por diferentes regimes de escoamento. No caso das colunas de bolhas a interação entre as fases, contínua e dispersa, varia conforme o regime no qual encontra o escoamento. Existem quatro tipos de regimes: homogêneo, heterogêneo, *slug* e escoamento anular (Shaikh e Al-Dahhan, 2007), os quais estão representados na Figura 2.1.

O regime *slug* é encontrado em colunas de diâmetros pequenos (Shaikh e Al-Dahhan, 2007). Entretanto, os regimes homogêneo e heterogêneo são os mais comumente encontrados e podem ser separados por um regime de transição. A variação dos regimes de escoamento são dependentes principalmente da velocidade superficial de gás (Wang et al., 2007).

Para baixas velocidades superficiais de gás, geralmente abaixo de 5cm/s, observase uma distribuição uniforme no tamanho de bolhas, caracterizando o regime homogêneo. As bolhas neste tipo de regime ascendem ao longo da coluna a uma velocidade praticamente constante e estão bem distribuídas em suas secções transversais. O tamanho das bolhas é quase que exclusivamente determinado pelas características do



Figura 2.1: Regimes de operação, de acordo com Shaikh e Al-Dahhan (2007)

distribuidor e pelas propriedades do sistema (Thorat e Joshi, 2004). Neste caso os fenômenos de quebra e coalescência podem ser desprezados.

Por outro lado, à medida em que a velocidade superficial do gás aumenta, estes fenômenos afetam significativamente a evolução da distribuição do tamanho de bolhas. Nesta situação a coluna opera em regime de transição ou heterogêneo, onde há uma grande variação na fração volumétrica de gás, no tamanho das bolhas, na velocidade do líquido, na energia cinética de turbulência e na taxa de dissipação de energia na seção transversal da coluna. Além disso, o tamanho das bolhas em qualquer ponto é dependente da intensidade de turbulência local, já que isto afeta diretamente os processos de quebra e coalescência.

O regime de escoamento é fator determinante na operação e desempenho de um reator de coluna de bolhas, pois a hidrodinâmica, transferências de calor e massa, e o comportamento da mistura são distintos nos diferentes regimes (Zahradník e Fialová, 1996). Muitos trabalhos foram desenvolvidos para o estudo do regime de transição em colunas bolhas, assim como para a detecção da faixa de transição destes regimes e a investigação de sua dependência com os parâmetros do sistema. No regime de transição, existe o aumento da circulação de líquido ascendente no centro da coluna e descendente próximo à parede da coluna. Consequentemente, tem-se a entrada de maior quantidade de gás pelo centro, o que promove ainda mais recirculação de líquido. Apesar da transição de regime ser um processo gradual (Hyndman et al., 1997), para efeito de modelagem da fluidodinâmica do sistema, costuma-se definir um ponto fixo de transição.

Existem diversos métodos na determinação do ponto de transição em escoamentos em colunas de bolhas, tais como a análise da variação da fração volumétrica de gás (Zahradník e Fialová, 1996), *drift flux* (Zuber e Findlay (1965) e Vial et al. (2001)), em relação à velocidade superficial do gás, análises estatísticas (Drahos et al. (1991); Zhang et al. (1997)) e por meio de fractais (Maucci et al., 1999). Alguns autores como Wilkinson et al. (1992) e Reilly et al. (1994) estabeleceram correlações empíricas para a determinação do ponto de transição, porém estes métodos ainda não predizem com confiabilidade a transição entre os regimes de escoamento gás-líquido (Shaikh e Al-Dahhan, 2007).

Outra importante característica do escoamento em colunas de bolhas está no fato de que as bolhas possuem formas variáveis, as quais interagem de maneira diferente com as outras fases. De acordo com Clift et al. (1978), as formas mais comuns são apresentadas na Figura 2.2 e descritas abaixo:



Figura 2.2: Formas de bolhas

• Esféricas: as bolhas são consideradas de forma esférica quando a razão entre o menor e o maior eixo estiver acima de 0,9. Usualmente elas se apresentam nessa forma quando as forças de tensão ou viscosas são muito mais importantes que as forças gravitacionais.

• Elipse: esta forma é designada as bolhas quando seus pólos são achatados, porém a sua forma pode diferir vastamente da forma elipsoidal. Além disso partículas na forma elipsoidal sofrem dilatações periódicas, dificultando sua caracterização.

10

• Touca: a forma de touca é atribuídas quando as bolhas grandes se achatam e são constituídas por cortes transversais das formas esférica e elipsoidal.

A Figura 2.3 apresenta uma correlação generalizada para a forma de bolhas (Clift et al., 1978). Esta correlação é apresentada em termos dos Números de Eötvös (Eo) (Equação 2.1) e de Morton (Mo)(Equação 2.2) versus o Número de Reynolds (Re)(Equação 2.3).

$$E_o = \frac{g\Delta\rho d_b^2}{\sigma} \tag{2.1}$$

$$Mo = \frac{g\Delta\rho\mu^4}{\sigma^3\rho^2} \tag{2.2}$$

$$Re = \frac{\rho d_b \mathbf{u}}{\mu} \tag{2.3}$$

onde, g á aceleração da gravidade, ρ é a densidade do fluido, σ é a tensão superficial, d_b é o diâmetro da bolha e $\Delta \rho$ é a diferença entre as massas específicas dos fluidos.


Figura 2.3: Correlação para a forma das bolhas (Clift et al., 1978)

2.2 Fluidodinâmica Computacional

O projeto de sistemas de engenharia e a habilidade de predizer sua performance depende da disponibilidade de dados experimentais e modelos conceituais que possam descrever um processo físico de maneira precisa e confiável. A análise destes sistemas, somente por meio de testes experimentais possuem um alto custo. Esse fator faz com que, cada vez mais, sejam usadas simulações computacionais na análise inicial desses processos (Lopes, 2008).

A grande maioria dos processos envolvendo escoamento de fluidos resulta em problemas que não possuem soluções analíticas, pois suas equações resultantes são, em maioria, equações diferenciais parciais não lineares, as quais não podem ser simplificadas para a obtenção de uma solução direta. Deste modo, faz-se necessário o uso de métodos numéricos de solução. Atualmente devido aos avanços dos métodos numéricos, juntamente com o avanço das ciências da computação, é possível que problemas de escoamentos de fluidos com transferência de calor e massa, turbulentos e multifásicos possam ser resolvidos com maior facilidade, integrando as ferramentas de mecânica dos fluidos computacional aos procedimentos de projeto e análise de escoamentos nas mais diversas áreas, como aerodinâmica, automotiva, ambiental, petrolífera, química entre outras (Maliska, 2004).

A Fluidodinâmica Computacional CFD (*Computational Fluid Dynamics*) surgiu como uma ferramenta poderosa no campo da engenharia, fornecendo informações valiosas da distribuição temporal e espacial de variáveis chave no campo de escoamento. Com os avanços recentes na computação de alto desempenho, junto com gráficos poderosos e a manipulação tridimensional interativa dos modelos, o processo de criação de um modelo de Fluidodinâmica Computacional e de analisar os resultados é muito menos laboriosa, reduzindo o tempo e consequentemente o custo (Bastos, 2009).

Embora métodos computacionais ofereçam vantagens, como redução brusca do tempo e dos custos de novos projetos, capacidade de análise de sistemas onde experimentos são muito difíceis e obtenção de resultados com alto grau de detalhamento, o emprego de técnicas experimentais é de suma importância. Isto porque, mesmo que um caso simulado resulte em dados coerentes do ponto de vista numérico, pode-se facilmente obter um resultado inconsistente com a realidade; ou então, mesmo que fisicamente correto do ponto de vista qualitativo, pode apresentar distorção quantitativa com os resultados reais, e divergências como estas só podem ser percebidas quando se comparam os resultados numéricos com experimentos reais (Rosa, 2002).

Há mais de meio século, tem-se tentado modelar a complexa hidrodinâmica das colunas de bolhas e mesmo com o avanço computacional adquirido atualmente, ainda

não é possível estabelecer um modelo robusto que produza dados precisos e confiáveis. Ainda são necessárias muitas simplificações no que se diz respeito à maneira com que as bolhas interagem com o meio contínuo e entre si.

A modelagem multifásica é desenvolvida sob dois enfoques: a abordagem Euleriana e a Lagrangeana. No primeiro, as propriedades conserváveis da fase possuem campos espaciais que variam ao longo do tempo enquanto que no segundo cada porção de fluido, ou partícula, tem a sua trajetória acompanhada ao longo do tempo. Portanto, na abordagem Lagrangeana são conhecidas as propriedades conserváveis de cada porção de fluido ou partícula em cada posição assumida por ela ao longo do tempo. Para fluidos contínuos, líquidos e gases, a abordagem euleriana é a mais utilizada.

Joshi (2001) descreve em seu trabalho a evolução da modelagem da fluidodinâmica em colunas de bolhas, e a divide em três etapas: na primeira fase, assumia-se fluidos invíscidos e a contribuição da turbulência na transferência de quantidade de movimento não era considerada. Nesta fase destacam os seguintes trabalhos: Freedman e Davidson (1969), Whalley e Davidson (1974), Bhavraju et al. (1978) e Joshi (1980). Apesar das hipóteses simplificadoras, estes modelos mostraram características essenciais do escoamento em colunas de bolhas.

Já na segunda fase, o escoamento era ainda considerado unidimensional e o fenômeno da turbulência foi incluído aos fenômenos de transporte. No entanto modelos simplificados eram utilizados para estimar a difusividade turbulenta, a qual era assumida como sendo invariável em toda coluna. Nesta fase destacam os trabalhos de Miyauchi et al. (1981), Sahai e Guthrie (1982), Walter e Blanch (1983), Rice e Geary (1990), Luo e Svendsen (1991), Geary e Rice (1992), Gharat e Joshi (1992), Kumar et al. (1994).

Na terceira fase, os pesquisadores deram maior ênfase na compreensão e modelagem das equações de continuidade e quantidade de movimento para um escoamento bifásico e turbulento, das forças entre as fases, arraste, de sustentação e massa virtual, transferência de energia, entre outros. Dentre os trabalhos referentes à esta fase destacam-se Sanyal et al. (1999), Sokolichin e Eigenberger (1999), Borchers et al. (1999), Mudde e Simonin (1999), Pfleger et al. (1999), Krishna et al. (1999), Pan et al. (2000), Krishna et al. (2000). Boisson e Malin (1996) apresentaram um trabalho utilizando as técnicas de CFD para a simulação de uma colunas de bolhas, por meio do *software* comercial PHOENICS, onde foi considerado um modelo bidimensional baseado nas equações de conservação para a mistura gás-líquido em regime heterogêneo. Além das equações de conservação, foram adicionadas ao modelo as equações constitutivas para a força interfacial de arraste, para as forças de massa virtual, para as forças interfaciais de sustentação e para as forças interfaciais de pressão. O modelo de turbulência utilizado foi o k- ε padrão para a fase contínua. Os autores concluíram que as forças adicionadas permitem a corroboração do modelo, por comparação com os dados experimentais.

Jakobsen et al. (1997) apresentaram uma extensa revisão dos modelos e métodos aplicados a escoamentos de bolhas com baixas velocidades superficiais de líquido e altas velocidades superficiais de gás. As abordagens Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangeana foram estudadas juntamente com os mecanismos de geração de movimento na direção radial. Os modelos apresentados consideravam várias forças que atuam sobre as bolhas neste tipo de regime: gravidade, empuxo, forças centrífugas, força de Magnus, forças de Saffmam e de forma, além das de arraste, massa virtual e dispersão turbulenta. Os resultados numéricos reproduziram alguns campos instantâneos de velocidade e posição das bolhas, para o enfoque Euleriano-Lagrangeano, além de fazer comparações da velocidade do líquido e fração volumétrica de gás com dados experimentais. A necessidade de ampliar a previsão dos modelos e a melhora da estabilidade numérica e seus algoritmos foram salientadas em suas conclusões.

Sokolichin et al. (1997) realizaram simulações de colunas de bolhas utilizando o modelo k- ε de turbulência comparando as abordagens Euleriana e Lagrangiana e notaram que não há diferenças substanciais entre elas se um esquema apropriado de discretização for empregado. Os mesmos autores em seu trabalho subsequente (Sokolichin et al., 2004) ressaltam que para uma única bolha e sua velocidade de ascensão, as forças mais importantes são a força de arraste e de pressão.

Sokolichin e Eigenberger (1999) fizeram a comparação entre os modelos laminar bidimensional, turbulento bidimensional e turbulento tridimensional com equações de conservação da continuidade para cada fase e um conjunto de equações de conservação da continuidade para a mistura, associados a equações de regra de mistura para o fechamento do modelo. Os efeitos de turbulência foram incorporados ao modelo por meio do modelo k- ε padrão e de um termo fonte associados aos efeitos dispersivo na fase gás devido as flutuações de velocidade de bolhas. O método dos volumes finitos foi aplicado para resolução das equações, com um esquema de interpolação de alta ordem para evitar a difusão numérica. Os autores observaram que o modelo tridimensional com a turbulência, representa qualitativamente os dados experimentais. No entanto a representação quantitativa apresentou resultados apenas razoáveis.

Mudde e Simonin (1999) realizaram simulações transientes tridimensionais utilizando o modelo k- ε e os dados experimentais de Becker et al. (1994). Para a modelagem das forças interfaciais, o arraste e a massa virtual foram consideradas enquanto que a força de sustentação foi negligenciada. Eles concluíram que a inclusão da força de massa virtual fornece melhores resultados quando comparados aos experimentais.

Pfleger et al. (1999) em seu trabalho utilizaram uma coluna retangular com três diferentes tipos de distribuidor de gás. O principal foco da pesquisa foi a influencia da modelagem da turbulência, desta forma foram feitos testes considerando o escoamento como laminar e turbulento. No caso do turbulento o modelo k- ε foi utilizado para a fase contínua. O modelo laminar não mostrou as oscilações harmônicas como observado nos experimentos. Enquanto que com o modelo k- ε padrão apresentou boa concordância para os perfis de velocidade de líquido e de energia cinética de turbulência foram encontrados. Neste estudo apenas a força de arraste foi considerada e foi observado que a inclusão da dispersão da fase gás não afeta significativamente o resultado.

Sanyal et al. (1999) avaliaram a fenomenologia do escoamento em um reator de coluna de bolhas por comparação de dados experimentais com um modelo Euleriano-Euleriano e um modelo algébrico de mistura. A turbulência é avaliada pelo modelo k- ε padrão aplicado a equação da mistura. Os modelos foram resolvidos por estratégias diferentes, sendo o primeiro discretizado em um domínio estruturado, onde a solução é obtida de forma segregada e iterativa. Já o modelo de mistura foi discretizado em um domínio não-estruturado.

Deen et al. (2001) comparam os modelos de turbulência LES, simulação de largas escalas, (*Large Eddy Simulation*) e o k- ε , considerando as forças interfaciais de sustentação e de massa virtual. Eles encontraram uma pequena influência da massa virtual no estado quasi-estacionário, porém ainda superestimando os resulta-

dos experimentais. No entanto a incorporação da força de sustentação os melhorou consideravelmente.

Pfleger e Becker (2001) estudaram tanto experimentalmente quanto numericamente, uma coluna de bolhas cilíndrica operando no regime homogêneo. Eles utilizaram o modelo k- ε na modelagem da turbulência, as forças de sustentação e de massa virtual não foram consideradas, e o valor constante de 0,44 para o coeficiente de arraste. O principal ponto desse estudo foi a influência da turbulência induzida pelas bolhas. Os resultados obtidos sobrestimaram os dados experimentais de fração volumétrica de gás, o que foi atribuído a malha numérica grosseira e a modelagem simplificada da entrada de gás. Os autores concluíram que a consideração da turbulência induzida pelas bolhas melhora a distribuição radial de velocidade axial. Além disso, os autores enfatizaram a necessidade de malhas mais refinadas e de mais testes para melhores resultados.

Ranade e Tayalia (2001), utilizando uma abordagem Euleriana-Euleriana e o modelo de turbulência k- ε , investigaram a influência da configuração do distribuidor da fase gás na fluidodinâmica de uma coluna de bolhas. O coeficiente de arraste utilizado foi o proposto por Schwarz e Turner (1988), baseado em uma velocidade de deslizamento *slip*, que somente é apropriada para as zonas totalmente desenvolvidas, acarretando discrepâncias nos valores da fração volumétrica de gás. As outras forças interfaciais foram desconsideradas. A simulação superou o valor experimental em 100% para o caso bidimensional e em 90% para a o caso tridimensional, essas diferenças foram atribuídas ao uso da força de arraste de Schwarz e Turner (1988) pois esta não considera o efeito do líquido na velocidade de deslizamento.

Spicka et al. (2001) realizaram um trabalho experimental e numérico para o escoamento gás-líquido em uma coluna de bolhas retangular. O tratamento numérico foi realizado utilizando um modelo Euleriano-Euleriano bidimensional, onde a transferência de movimento entre as fases foi avaliada pelas forças de arraste e de sustentação. Para o modelo de arraste foi utilizada uma correlação derivada da velocidade de ascensão oriunda dos dados experimentais. A turbulência foi descrita com o uso de uma equação adicional para turbulência induzida pelas bolhas, incluindo os efeitos anisotrópicos observados experimentalmente e, também, pelo tratamento típico utilizando o modelo k- ε padrão. Foram feitas comparações entre os dados experimentais e aqueles provenientes dos modelos com diferentes enfoques na turbulência. Os resultados sugerem

que o modelo com a turbulência anisotrópica possibilita uma melhor representação do comportamento do processo quando comparado com o modelo com a turbulência isotrópica.

Sokolichin et al. (2004) fizeram uma ampla revisão bibliográfica sobre escoamentos em colunas de bolhas, apresentando os modelos e métodos mais utilizados, além de estabelecer as principais simplificações que podem ser assumidas para este tipo de escoamento. Os efeitos físicos mais importantes presentes nestes escoamentos foram discutidos e descreveram os principais modelos utilizados para representá-los. Além disso, definiram os principais pontos de investigação para garantir uma boa representação matemática deste tipo de escoamento.

Zhang et al. (2006) levaram o trabalho de Deen et al. (2001) adiante, investigando o efeito da constante de Smagorinsky e o fechamento para as forças interfaciais, arraste, sustentação e massa virtual, em duas colunas diferentes. Foram consideradas duas abordagens quanto ao fechamento das forças interfaciais: valores constantes de 0,5 para os coeficientes de força de sustentação e massa virtual, e para a força de arraste os modelos de Tomiyama (2004) e Ishii e Zuber (1979). Eles observaram que à medida que a constante de Smagorinski aumenta, um perfil de velocidade média íngreme é visto; os melhores resultados foram obtidos com um valor da constante entre 0,08 e 0,10. Além disso, eles concluíram que para colunas altas (H/D = 6), o fechamento das forças interfaciais de acordo com Tomiyama (2004) fornece melhores resultados.

Dhotre e Joshi (2007) realizaram simulações numéricas tridimensionais de um acoplamento entre uma câmara de gás e uma coluna de bolhas com distribuidor de fase gás. Os resultados foram obtidos por meio de um processo iterativo de simulações da câmara e da coluna. Eles observaram que a configuração da câmara afeta qualitativamente a distribuição da fração volumétrica de gás, principalmente para regiões próximas ao distribuidor (H/D < 5) e que a uniformidade da distribuição da entrada de gás aumenta com a elevação da queda de pressão no distribuidor.

Santos et al. (2007) trabalharam com simulações de colunas de bolhas analisando a influência da fase contínua e de modelos de arraste sobre a fluidodinâmica de colunas de bolhas contendo água/ar e óleo/ar. Os modelos utilizados para o coeficiente da força de arraste foram os de Grace et al. (1976), Ishii e Zuber (1979) e Schiller e Naumann (1933), as outras forças interfaciais foram negligenciadas. Os autores concluíram que a modelagem da deformação das bolhas para o cálculo do coeficiente do arraste é muito importante, e que os modelos de arraste utilizados para baixas velocidades representaram bem os fenômenos envolvidos.

Law et al. (2008) estudaram o escoamento gás-liquido em coluna de bolhas a fim de validar modelo bidimensional utilizando *software* CDFLib e comparando os resultados com dados experimentais e numéricos obtidos com o *software* FLUENT. Para transferência de quantidade de movimento, o modelo para força de arraste proposto por White (1974) previu mais fielmente as características fenomenológicas em regiões próximas à base da coluna. Já para regiões mais afastadas da base, o modelo de arraste de Schiller e Naumann (1933) apresentou melhor desempenho. Os autores concluíram que a escolha do modelo depende do regime de estudo, assim como uma malha muito refinada, com tamanhos menores que o tamanho da fase dispersa proporciona instabilidade na resolução numérica.

Simonnet et al. (2008) realizaram estudos numéricos objetivando a velocidade de transição em uma coluna de bolhas retangular. Os autores desenvolveram uma modelagem euleriana-euleriana e euleriana-lagrangeana; em ambos os casos as forcas de interação entre fases de arraste, *lift* e de massa virtual foram consideradas e a turbulência foi tratada pelo modelo k- ε modificado pelo incorporação da indução turbulenta devido a passagem das bolhas. Os autores justificaram a utilização da força de sustentação pois esta é necessária para reprodução da dispersão radial das bolhas, já a força de massa virtual, mostra-se importante pois está associadas aos fenômenos de aceleração e desaceleração das bolhas. A força de arraste foi tratada por dois modelos diferentes, o proposto por Jamialahmadi et al. (1994) e o de Simonnet et al. (2007). Os resultados obtidos mostraram que a velocidade de transição para o regime heterogêneo acontece a velocidade superficial de gás de 4.4 cm/s. Abaixo da velocidade de transição, o modelo de arraste proposto por Jamialahmadi et al. (1994) apresentou boa concordância com os dados experimentais de perfis de fração volumétrica da fase gás. Para valores acima de 4,4cm/s o modelo Simonnet et al. (2007) obteve qualitativamente melhor capacidade de predição.

Tabib et al. (2008) apresentaram um estudo do efeito dos modelos de interação entre as fases em uma coluna de bolhas de bancada e a dependência dos resultados com os modelos de turbulência para o escoamento gás-líquido com distribuidores de gás distintos. O modelo tridimensional e transiente incorpora os efeitos de interação entre as fases por meio da força de arraste, de sustentação, massa virtual e dispersão turbulenta. Para a abordagem da turbulência, três modelos foram testados: $k-\varepsilon$ padrão, modelo das tensões de Reynolds (*Reynolds Stress Model*-RSM) e simulação de largas escalas (*Large* Eddy Simulation-LES), incorporando ainda a turbulência induzida pelo movimentos das bolhas por meio do modelo de Sato e Sekoguchi (1975). Foram avaliados os efeitos da força de arraste por sete modelos distintos. O coeficiente da força de sustentação foi variado, assim como o coeficiente da força de dispersão turbulenta, visando avaliar a sensibilidade do modelo a estes parâmetros. Foi verificada a influência da força de massa virtual nos resultados das simulações. Também foi avaliada a capacidade do modelo predizer as estruturas de escoamento quando o modelo LES é aplicado. Em relação à avaliação dos modelos de arraste, os autores concluíram que o modelo sugerido por Zhang e Vanderheyden (2002) apresentou os melhores resultados. Quanto a força de sustentação, mostrou-se que o seu coeficiente deve ser determinado com uma função do diâmetro de bolhas pela equação sugerida por Kulkarni (2003). Para a força de dispersão turbulenta a escolha do seu coeficiente é intuitiva, não podendo ser superior a 0,5. Já a consideração da força de massa virtual não apresentou melhoras na predição do escoamento, portanto, pode ser desprezada. Para a previsão do comportamento médio do escoamento, o modelo k- ε pode ser aplicado, visto que a melhora dos resultados com os modelos RSM e LES foi pequena frente ao aumento do custo computacional. O modelo LES foi capaz de prever as estruturas de escoamento e suas características e deve ser utilizando para análise da dinâmica das estruturas de escoamento.

Dionísio et al. (2009) avaliaram uma coluna de bolhas do tipo *airlift* operando em regime homogêneo em diferentes velocidades superficiais de gás. Dentre as forças interfaciais apenas a força de arraste foi modelada, esta de acordo com o modelo de Ishii e Zuber (1979). A turbulência foi abordada com o modelo k- ε para a fase contínua e a turbulência induzida das bolhas pelo modelo de Sato e Sekoguchi (1975). Foram estudadas diferentes considerações geométricas para tal coluna, dois tipos de distribuidores de gás e a influência do *loop* externo característico de um reator do tipo *airlift*. Os resultados foram comparados com os dados experimentais de Lin et al. (2004) obtendo boa concordância para ambos distribuidores, salientado a necessidade da construção de uma malha numérica fiel ao distribuidor empregado.

Em seu trabalho, Darmana et al. (2009) estudaram a influência da configuração de entrada na estrutura do escoamento. Para tanto, eles utilizaram os dados experimentais da literatura, onde a injeção de gás foi feita através de agulhas arranjadas em sete diferentes tipos de distribuidores. A análise numérica foi realizada por um código próprio, onde as bolhas foram abordadas de forma lagrangeana. As forças interfaciais foram todas empregadas, utilizando os modelos de Tomiyama (2002) e Tomiyama et al. (1999). A turbulência foi modelada de acordo com o modelo SGS (sub-qrid scale) proposto por Vreman (2004). Ele concluíram que para que o escoamento permaneça homogêneo é necessário que o gás seja introduzido de forma homogênea, ou seja, pequenas alterações na distribuição de gás na entrada fazem com que a dinâmica do escoamento seja aumentada. Os resultados numérica superestimaram os experimentais em até 25% e este erro foi atribuído ao valor mais alto do arraste. A velocidade do líquido foi bem representada, apesar que as simulações tendem a produzir um escoamento ascendente mais acentuado no centro e descendente próximo às paredes, isto provavelmente ocorre pois nos experimentos o líquido move-se entre as bolhas enquanto que nas simulações o líquido move em um padrão de maior circulação, pois os detalhes na escala da bolha não são resolvidos pelo modelo. Por fim, as simulações apresentam uma transição de regime, do estável para o dinâmico mais rapidamente que quando comparado com os experimentos, o que se deve a falta de acuracidade do modelo de turbulência.

Boutet et al. (2009) realizaram um estudo acerca de diferentes modelos de turbulência. Eles utilizaram o modelo k- ε e suas variações (padrão, RNG e *realizable*) para a fase contínua, já para a fase gasosa, três diferentes abordagens foram apresentadas: uma em que a fase gás não possui turbulência nem influencia na turbulência do líquido, uma onde a fase gás influencia a turbulência da fase líquida (turbulência induzida pelas bolhas) e por fim uma na qual a fase dispersa possui energia cinética de turbulência. Os autores concluíram que apesar das semelhanças entre as variações do modelo k- ε , o RNG k- ε apresenta melhor resultado tanto para a fração volumétrica de gás quanto para a velocidade axial de líquido. O impacto da turbulência induzida pelas bolhas, apesar de desprezível nos campos de velocidade e fração volumétrica de gás, foi significativo na representação das quantidades turbulentas, portanto em escoamento no regime de transição e heterogêneo esta indução deve ser considerada.

Selma et al. (2010b) utilizaram em seu trabalho o software aberto OpenFOAM

para realizar simulações em uma coluna retangular. As forças de arraste e sustentação foram modeladas de acordo com Tomiyama (2002) e para a massa virtual foi utilizado um valor constante para o coeficiente 0,5. Para a turbulência uma modificação no modelo k- ε foi proposta, para incluir o efeito da fase dispersa e da interface bolha-líquido na hidrodinâmica do escoamento. Além disso, os autores determinaram valores para os coeficiente das forças de sustentação e massa virtual, sendo o primeiro igual a 0,288 e o segundo 0,5. Os resultados obtidos mostrara-se satisfatórios quando comparados com os dados experimentais.

Ekambara e Dhotre (2010) em seu trabalho avaliaram diferentes modelos de turbulência em uma coluna de bolhas cilíndrica de 150mm de diâmetro.Nna entrada foram aplicados 25 pontos de massa para representar o distribuidor e na saída a condição de degassing foi empregada. A condição de não-deslizamento foi utilizada para ambas as fases na parede, para uma velocidade superficial de 20mm/s. Todas as forças interfaciais foram utilizadas, para o arraste, sustentação, lubrificação de parede e dispersão turbulenta os modelos de Ishii e Zuber (1979), Tomiyama (2002), Antal et al. (1991) e Lopez de Bertodano (1992) foram utilizados. Para a turbulência da fase contínua os modelos $k-\varepsilon$, $k-\omega$, RNG- $k-\varepsilon$, RSM e LES foram utilizados, a fase dispersa foi considerada laminar, porém a turbulência induzida pelas bolhas foi considerada por meio do modelo de Sato e Sekoguchi (1975). A baixos números de Re o modelo $k-\omega$ fornece melhores resultados que o $k-\varepsilon$. Na região próxima ao distribuidor, onde o escoamento é mais anisotrópico, os modelos RSM e LES apresentam melhores resultados, porém os modelos RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) apresentam bons resultados quando o objetivo é analisar as características médias do escoamento.

2.2.1 Balanço Populacional

A revisão da literatura feita até aqui mostra os trabalhos nos quais o escoamento gás-líquido em colunas de bolhas é considerado homogêneo, onde há uma distribuição uniforme de bolhas e as velocidades superficiais de gás são consideradas baixas. A partir de um ponto de transição, o qual pode ser determinado empiricamente ou experimentalmente, as interações bolha-bolha passam a ter um papel fundamental na descrição do escoamento. Desta forma os fenômenos de quebra e coalescência não podem ser mais ignorados, caracterizando o regime heterogêneo. Há trabalhos que desenvolvem modelos tentando correlacionar melhor a área interfacial entre fases, uma vez que as bolhas possuem tamanhos diferentes dando origem a uma distribuição de tamanho. A precisão dos campos do escoamento fica bastante limitada nesse regime, caso um modelo de balanço populacional não seja incluído na modelagem, pois o fluxo da fase líquida depende do tamanho das bolhas, especialmente em escoamentos onde o empuxo é uma força dominante (Sha et al., 2006).

Para melhorar a representação destes escoamentos aumentando a precisão da estimativa da área interfacial entre as fases, modelos de balanço populacional são incluídos na solução das equações de transporte utilizando métodos de discretização ou métodos de momento. Um método bastante utilizado de discretização é o *multi-sizegroup approach* MUSIG, (Lo, 1996). Neste, a hidrodinâmica é simulada baseada na abordagem Euleriana-Eeuleriana, onde um único campo de velocidades do gás é obtido para o tamanho médio das bolhas e usado para todos os grupos de tamanhos de bolhas. A distribuição do tamanho das bolhas é obtida ao se resolver as equações de balanço populacional para cada grupo, considerando os processos de quebra e coalescência das mesmas. A área interfacial entre as fases líquida e gasosa é calculada usando o diâmetro médio de Sauter e a fração volumétrica.

Outra aproximação feita por Krepper et al. (2005) considera a fase dispersa dividida em grupos de velocidades, ou fases, onde cada grupo é caracterizado por possuir seu próprio campo de velocidades. Além disso, a distribuição global do tamanho de bolha é representado dividindo a faixa de cada grupo de velocidade em um número de sub-frações de tamanhos. O balanço populacional é aplicado nesses sub-grupos de tamanho. A subdivisão dos grupos de tamanho deve ser baseada na física do movimento de bolhas, onde bolhas maiores possuem comportamento diferente de bolhas menores, respeitando as forças de sustentação e dispersão turbulenta. Portanto, os autores sugerem que na maioria dos casos 2 a 3 grupos de velocidade são suficientes para capturar os principais fenômenos de escoamento operando em regime homogêneo ou *slug.* Esta abordagem é chamada de MUSIG não-homogêneo, sendo então o modelo MUSIG original desenvolvido por Lo (1996) é chamado de MUSIG homogêneo.

Olmos et al. (2001) realizaram um estudo em uma coluna de bolhas retangular operando no regime de transição. Os modelos utilizados foram o k- ε para a turbulência da fase contínua, a fase dispersa foi considerada laminar, no entanto a sua influência foi considerada por meio do modelo de Sato e Sekoguchi (1975). As forças interfaciais aplicadas foram a de arraste, com um coeficiente constante no valor de 0,8 e de dispersão turbulenta, a qual foi abordada de acordo com o modelo de Kurul e Podowski (1990). Além disso, eles utilizaram o modelo MUSIG, com dez classes de diâmetros de 1 a 10mm igualmente divididos, e para os fenômenos de quebra e coalescência das bolhas, os modelos de Luo e Svendsen (1996) e de Prince e Blanch (1990), respectivamente. Foi salientado que no regime homogêneo a influência do distribuidor é dominante, enquanto que no regime de transição a quebra e uma distribuição ampla de tamanho prevalece. Para uma melhor aproximação, os coeficientes de calibração de quebra e coalescência foram multiplicados por 0,075. Deste modo o modelo previu satisfatoriamente os dados experimentais. Além disso, os autores enfatizaram que o estudo da influência do tamanho das bolhas na hidrodinâmica do reator deve ser obtida com uma distribuição de tamanhos mais ampla e precisa, com bolhas muito grandes e uma força de arraste apropriada.

Através de estudos experimentais e numéricos de uma coluna de bolhas retangular, Buwa e Ranade (2002) analisaram os efeitos da velocidade do gás, da configuração do distribuidor e da coalescência. O modelo k- ε padrão foi utilizado para a turbulência da fase contínua, as forças de arraste, de sustentação e de massa virtual foram consideradas. As velocidades superficiais de gás variaram de 0,16 a 0,83cm/s para cinco configurações diferentes de distribuidores de gás. Simulações foram feitas para avaliar a turbulência advinda da dispersão das bolhas por meio do número de Prandtl turbulento. Os autores concluíram que esta contribuição para a turbulência pode ser negligenciada a baixas velocidades de gás. Além disso, cinco diferentes grupos de tamanhos de bolhas, variando de 1 a 10mm, foram usados no estudo da influência da distribuição de tamanho. Para a abordagem dos fenômenos de quebra e coalescência, o modelo de Lehr e Mewes (2001) foi utilizado. Neste estudo foi concluído que o modelo descreve qualitativamente a quebra e a coalescência.

Chen et al. (2005) desenvolveram simulações bidimensionais desde o regime homogêneo até o de transição. Para tanto, o balanço populacional foi aplicado, juntamente com o modelo k- ε para a turbulência da fase contínua, e o de Schiller e Naumann (1933) para o arraste, neste estudo apenas a força de arraste foi considerada por ser dominante no escoamento. Diferentes modelos de quebra e coalescência foram testados. Para a quebra, os modelos de Luo e Svendsen (1996) e Martínez-Bazán et al. (1999) foram aplicados. Para a coalescência foram utilizados os de Prince e Blanch (1990) e de Luo (1993). Os autores concluíram que a escolha dos modelos não afeta substancialmente os resultados simulados, além disso, observaram também que os modelos de taxa de quebra e coalescência subestimam os dados experimentais, deste modo, a taxa de quebra foi multiplicada por um fator de 10. Uma melhor concordância com os dados experimentais foi obtida com a aplicação do balanço populacional quando comparado com as simulações com diâmetro de bolha constante. Posteriormente Chen et al. (2005) realizaram simulações tridimensionais aumentando a faixa da velocidade superficial de gás até 30cm/s e variaram a pressão até 1MPa. O modelo utilizado foi praticamente o mesmo que o apresentado em Chen et al. (2005), no entanto o modelo algébrico de mistura foi também empregado. As velocidades das bolhas são as mesmas do estudo anterior, a quebra foi modelada de acordo com Luo e Svendsen (1996), a coalescência foi dividida em duas partes: frequência de colisão e eficiência de coalescência, a primeira de acordo com Saffman e Turner (1956) e a segunda de acordo com Luo (1993). Os resultados obtidos tiveram boa concordância com os dados experimentais de velocidade axial média de líquido e fração volumétrica de gás. O modelo também previu qualitativamente o efeito das altas pressões, porém os autores concluíram que para colunas operando no regime heterogêneo, o campo de velocidade não pode ser completamente resolvido, resultando em valores que subestimam as flutuações das quantidade médias.

Wang et al. (2006) simularam uma coluna de bolhas e um escoamentos ascendente co-corrente gás-líquido em tubos. Neste trabalho foram testados quatro diferentes modelos de quebra e coalescência, Prince e Blanch (1990), Luo e Svendsen (1996), Lehr et al. (2002) e o seu próprio. Todas as forças interfaciais foram modeladas, os coeficientes para as forças de massa virtual, dispersão turbulenta e lubrificação de parede foram considerados constantes com os respectivos valores de 0,25, 0,7 e 0,1. Os autores obtiveram um perfil de fração volumétrica de gás com um pico no centro no caso da coluna de bolhas e com um pico na parede no caso do escoamento em tubos. Esta diferença entre os dois casos é atribuída à formulação de Tomiyama et al. (1999) do coeficiente da força de sustentação, a qual pode capturar a segregação radial das bolhas dependendo do seu tamanho. Foi observado também que os modelos de Lehr et al. (2002) e o proposto neste trabalho apresentam melhores resultados para a predição da formação de bolhas grandes no regime heterogêneo.

Araujo (2006) realizou uma ampla revisão sobre os modelos de quebra e coa-

lescência. Foi concluído que os modelos clássicos de Prince e Blanch (1990) e Luo e Svendsen (1996) apresentam erros na sua formulação. Segundo Araujo (2006), os modelos de Kamp et al. (2001) e Martínez-Bazán et al. (1999) são mais consistentes apresentando parâmetros independentes das condições experimentais nas quais estes trabalhos foram realizados.

Em seu trabalho, Frank et al. (2008) estudaram a aplicabilidade do modelo MUSIG não homogêneo em escoamentos gás-líquido. Foi utilizada uma abordagem Euleirana-Euleriana, onde somente a força interfacial de massa virtual foi desconsiderada. Para a turbulência da fase contínua o modelo SST (*shear stress transport*) foi empregado, enquanto que para a fase dispersa o modelo de zero equação. A turbulência induzida pelas bolhas na fase líquida foi modelada de acordo com Sato e Sekoguchi (1975). Para as forças interfaciais os modelos foram: Tomiyama (2002) e Grace et al. (1976) para o arraste, Tomiyama (1998) para a força de sustentação, o da média de Favre para a dispersão turbulenta e um proposto por eles para a lubrificação de parede. Os modelos de Luo e Svendsen (1996) e Prince e Blanch (1990) foram empregados para a quebra e a coalescência, respectivamente. Boa concordância com os dados experimentais foi alcançada, conseguindo prever a evolução axial da fração volumétrica de gás.

Em seu trabalho Bhole et al. (2008) combinaram a fluidodinâmica computacional com o balanço populacional, baseando-se no modelo multi-fluido, para a determinação da fração volumétrica de gás, velocidade axial do líquido e da energia cinética turbulenta em coluna de bolhas. Assumiram diferentes velocidades para cada grupo de tamanho de bolhas, aplicando o modelo algébrico *slip* para a fase gás. Estudaram também a influência da força de sustentação no escoamento, concluindo que esta tem um papel importante para a correta predição da fração volumétrica de gás e da velocidade axial do líquido. Além disso, o modelo de coalescência de Prince e Blanch (1990) foi modificado, a velocidade de flutuação de turbulência foi calculada de acordo com Kruis e Kusters (1997) para que não superestimasse a taxa de coalescência.

Ekambara et al. (2008) utilizaram o balanço populacional por meio do modelo MUSIG para simular o escoamento gás-líquido em coluna de bolhas, sendo estas variando de 1 a 30mm igualmente divididas em 15 classes. Os modelos de Luo e Svendsen (1996) e Prince e Blanch (1990) foram utilizados para a quebra e a coalescência, respectivamente. As forças interfaciais de arraste, sustentação, lubrificação de parede e dispersão turbulenta foram consideradas por meio dos modelos de Ishii e Zuber (1979), Tomiyama (2002), Antal et al. (1991) e Lopez de Bertodano (1992) respectivamente. A massa virtual foi negligenciada. Para a turbulência foram testados os modelos k- ε e o dos tensores de Reynolds, RSM (*Reynolds Stress Model*) com um diâmetro médio de bolhas e somente o RSM juntamente com o MUSIG. A turbulência induzida pelas bolhas foi abordada de acordo com Sato e Sekoguchi (1975). Os autores obtiveram bons resultados na região completamente desenvolvida, já na região próxima ao distribuidor de gás, o modelo aplicado não foi capaz de prever corretamente a hidrodinâmica.

Díaz et al. (2008) realizaram estudos com a aplicação do modelo MUSIG, em uma coluna retangular, dividindo as bolhas em 10 diferentes grupos com tamanhos mínimo e máximo de 1 e 10mm, variando a velocidade superficial de gás de 0,24 a 2,30cm/s. A turbulência para a fase contínua foi modelada de acordo com o modelo k- ε e para a fase dispersa o de zero equação. Também foi avaliada a influência das forças de sustentação e de massa virtual, seus coeficientes foram considerados com o valor constante de 0,5. Foi concluído que a correta modelagem da primeira é de extrema importância para a correta predição do escoamento, contudo a inclusão da última não o afeta significativamente. Além disso, a aplicação do balanço populacional melhora os resultados quando comparados com aqueles com diâmetro constante para as velocidade superficiais mais altas.

Krepper et al. (2008) utilizaram o MUSIG não homogêneo na simulação de um escoamento gás-líquido, onde o gás é tratado como um fluido polidisperso. Os modelos de Prince e Blanch (1990) e Luo e Svendsen (1996) foram empregados para a coalescência e para a quebra de bolhas, respectivamente. De acordo com os autores a força de sustentação tem um papel importante na descrição do escoamento gás-líquido, pois esta influência na distribuição radial das bolhas mesmo em escoamentos polidispersos. Há picos de fração volumétrica de gás próximos a parede para diâmetros abaixo do diâmetro crítico, aquele em que a força de sustentação muda de direção, enquanto que bolhas com diâmetro maior formam picos no centro da coluna. Para uma boa concordância com os dados experimentais, os fatores de quebra e coalescência foram mudados para 0,25 e 0,05 respectivamente.

Li et al. (2009) estudaram numericamente o efeito do número e da quantidade de furos no distribuidor de gás em uma coluna de bolhas utilizando o código comercial ANSYS CFX 11.0. O modelo foi baseado em uma abordagem Euleriana-Euleriana utilizando o modelo de turbulência k- ε padrão. Para representar a distribuição de tamanho das bolhas o MUSIG foi utilizado no balanço populacional. Os fenômenos de quebra e coalescência foram modelados de acordo com Luo e Svendsen (1991) e Prince e Blanch (1990), respectivamente. As principais conclusões obtidas pelos autores mostraram que a configuração dos distribuidores afeta significativamente todas as variáveis avaliadas. No que se refere a fração volumétrica de gás na coluna, esta aumenta com o incremento do número de perfurações do distribuidor. O valor médio da fração volumétrica de gás alcança valores máximos para um distribuidor do tipo prato sinterizado. Quando a distribuição geométrica das perfurações na placa distribuidora são assimétricas foram obtidos valores muito menores para a fração volumétrica de gás e bolhas maiores. Também, concluíram que a turbulência provocada pela fase dispersa aumenta com o número de dispersores, pois há um aumento da taxa dissipação de energia cinética turbulenta.

Na aplicação do balanço populacional, além de métodos de classe (MUSIG homogêneo e não-homogêneo) utilizado na discretização das equações, o método direito de quadratura de momentos (DQMOM) (Marchisio e Fox, 2005) vem cada vez mais sendo empregado. Em qualquer método de momento, MOM, as equações do balanço populacional são representadas em equações de transporte dos momentos da distribuição das bolhas. As equações de quantidade de movimento para as fases contínua e dispersa são resolvidas em conjunto com as respectivas equações de continuidade, e os momentos são todos termos de advecção no fluxo de quantidade de movimento da fase gás (Sanyal et al., 2005).

Selma et al. (2010a) avaliaram a diferença entre as abordagens do método direto de quadratura de momentos (DQMOM) e do método das classes (CM) em uma coluna de bolhas retangular e em um tanque agitado. Na modelagem das forças interfaciais, o modelo de Schiller e Naumann (1933) foi empregado para o arraste, o de Tomiyama (2002) para a força de sustentação e o valor constante de 0,25 para o coeficiente de massa virtual. Os fenômenos de quebra e coalescência foram modelados de acordo com Luo e Svendsen (1996) e Hagesather et al. (2000) respectivamente. Os resultados foram comparados com dados da literatura obtendo uma boa concordância. De acordo com os autores, um número de até 80 classes pode ser necessário para que os resultados tenham uma boa acurácia, exigindo um grande esforço computacional. Assim, o DQMOM surge como um método interessante de solução sem a necessidade de tamanho esforço.

2.3 Técnica Experimental - PIV

Com o objetivo de entender a fenomenologia dos fluidos, muitas técnicas de visualização e medição de escoamento são desenvolvidas ao longo do tempo. Uma das primeiras foi o Tubo de Pitot que determina a velocidade apenas em um ponto e perturba o escoamento por ser necessária a intrusão de sondas no mesmo. Em meados dos anos 80 surgiram os métodos de processamento de imagens, no qual abrange a Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV), Velocimetria Espectral a Laser (LSV) e Velocimetria por Acompanhamento de Partículas (PTV). Segundo Guthoski (2001), o processamento de imagens forneciam inicialmente apenas informações qualitativas, no entanto, devido ao avanço tecnológico, eles agora operam com definições quantificáveis ao nível de um pixel.

A técnica PIV, que não utiliza nenhuma ação mecânica intrusiva, consiste de um feixe laser que é aplicado diretamente no escoamento no qual ilumina pequenas partículas traçadoras que estão em suspensão no fluido, possibilitando a captura de imagens a cada dois instantes de tempo consecutivos (Liu et al., 2007). Desta forma é possível determinar o campo de velocidade instantânea em um plano da região de interesse. Há vários níveis de desempenho do PIV, que foram desenvolvidos na última década: 2-D (medição de plano); 3-D (medição de volume); 2-C (medição de duas componentes de velocidade); e, 3-C (medição de três componentes de velocidade) (Chen e Chang, 2006). Os métodos 2-C e 2-D, que medem duas componentes em um plano, são os mais simples e são suficientes para fornecer dados relevantes sobre o escoamento. Os métodos 3-D e 3-C exigem uma configuração experimental e um processador de dados mais complexo que no métodos anteriores. A Figura 2.4 contém a representação dos componentes de um PIV 2-C.



Figura 2.4: Sistema PIV por LaVision INC.

Nota-se, pela Figura 2.4, que um sistema PIV 2-C é composto por um gerador de *laser*, traçadores, câmera CCD de alto desempenho e, associado a isso, um processador digital de imagens. Ainda, a fonte geradora de *laser* divide-se em duas partes: a fonte e a lâmpada. O sistema *laser*/câmera esta acoplado via unidade sincronizadora. É assumido que as partículas movem-se com a velocidade local do fluido entre as duas iluminações. A Luz emitida pelas partículas traçadoras é captada por uma lente de alta qualidade em duas imagens separadas através da CCD.

Para a avaliação do campo de velocidade, um par de imagens PIV é dividido em pequenas subáreas, igualmente espaçadas, denominadas de "áreas de interrogação". Elas são interrelacionadas para determinar o deslocamento mais provável local. O vetor deslocamento local para as imagens das partículas é determinado para cada área de interrogação por meio de métodos estatísticos de correlação cruzada, que determina a média do produto do sinal de intensidade entre a primeira e a segunda imagem. Assume-se que todas as partículas dentro desta área de interrogação se movam de forma relativamente homogênea entre as áreas da primeira e da segunda imagem (Raffel et al., 2007). Logo, a velocidade local do fluido, U, é obtida dividindo-se o deslocamento medido, Δx , pelo intervalo de tempo, Δt , entre as duas imagens (Wereley e Meinhart, 2010):

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.4}$$

A determinação vetores médios de velocidade é feito aplicando-se a média aritmética, conforme a Equação (2.5)

$$\overline{\mathbf{u}} = \frac{1}{n_a - 1} \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{u}_i \tag{2.5}$$

onde, $\overline{\mathbf{u}}$ é o vetor velocidade média, \mathbf{u}_i é o vetor velocidade instantânea e n_a é o número de amostras. A flutuação média de velocidades é dada por:

$$u' = \left(\frac{1}{n_a - 1} \sum_{i=1}^{n_a} (u_i - \overline{u})^2\right)^{1/2}$$
(2.6)

Para escoamentos com um Número de Reynolds bastante baixo, uma estimativa da discrepância de velocidades entre o fluido e as partículas num campo de velocidade uniformemente acelerado pode ser obtido pela Equação (2.7), derivada a partir da Lei de Arraste de Stokes (Raffel et al., 2007):

$$\Delta u = u_p - u = a d_p^2 \frac{\rho_p - \rho}{18\mu} \tag{2.7}$$

onde, u_p é a velocidade da partícula, u é a velocidade do fluido, a é a aceleração do campo, d_p é o diâmetro da partícula, ρ_p é a densidade da partícula, ρ é a densidade do fluido e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Percebe-se que a utilização de partículas, com reduzido diâmetro e densidade próxima da densidade do fluido, pode minimizar a defasagem de velocidades. Em campos com velocidades uniformes, espera-se um acompanhamento ideal de partículas com o movimento do fluido (Szeliga e Roma, 2009).

Existem diversos trabalhos na literatura onde a técnica de velocimetria por imagem de partícula (PIV) é utilizada para a determinação da hidrodinâmica do escoamento em colunas de bolhas. A vantagem dessa técnica frente as técnicas de *Phase* e *Laser Doppler Velocimetry* é que esta é capaz de fornecer imagens nas quais é possível determinar velocidade, tamanho e também informações sobre forma e posição das bolhas, enquanto que outras não fornecem dados precisos devido à forma não esférica das bolhas (Bröder e Sommerfeld, 2000). Os primeiros trabalhos em colunas de bolhas datam da década de 90. Um dos pioneiros foram Chen e Fan (1992), que destacaram que esta técnica não intrusiva tem habilidade de quantificar tanto as propriedades instantâneas quanto as médias no campo do escoamento em diferentes planos na coluna.

Em seu trabalho Mudde et al. (1997) determinaram por meio da técnica PIV os tensores normais de Reynolds em uma coluna de bolhas bidimensional. O uso de apenas duas dimensões foi justificado pela domínio das velocidades axial e radial frente a tangencial. Para tal estudo, foram utilizadas três colunas com diâmetros diferentes $(11,2cm, 15,2cm \ e \ 32cm)$ e velocidades superficiais variando entre $0,4 \ e \ 1,9cm/s$. Para as colunas menores, os tensores radiais possuíram um pico no centro da coluna devido ao movimento em espiral das bolhas, pois a velocidade horizontal possui seu máximo no centro, enquanto que o escoamento uniforme tanto ascendente quanto descendente nas paredes não contribui significativamente para as flutuações radiais. Já os tensores axiais possuem um pico próximo a parede da coluna, isto provavelmente devido ao fato de que nesta região o escoamento muda sua dinâmica de ascendente para descendente, portanto o escoamento nesta região possui amplas flutuações do componente vertical da velocidade.

Lindken e Merzkirch (2002) realizaram medidas em uma coluna de bolhas de 20*cm* de diâmetro a fim de investigar a turbulência causada pelas bolhas no escoamento. Eles concluíram que as flutuações de velocidade são maiores na região onde ocorre a ascensão das bolhas, e que estas induzem a turbulência anisotrópica.

Bröder e Sommerfeld (2009) combinaram as técnicas PTV (Particle Tracking *Velocimetry*) e PIV para medir o campo de velocidades das bolhas e de partículas traçadoras em uma coluna de bolhas de 14cm de diâmetro com vazões de gás de 80 à 480L/h. Eles observaram que o escoamento não é simétrico, a região de máximo valor de velocidade de líquido foi deslocada do centro da coluna, isto provavelmente devido à natureza instável do escoamento. Os componentes da flutuação de velocidade foram diferentes, sendo o vertical em até duas vezes maior que o horizontal, caracterizando a anisotropia da turbulência, este valor superior do componente vertical é resultado do escoamento ser dominado pelo movimento ascendente das bolhas. A energia cinética turbulenta aumenta axialmente até 1/3 da coluna e depois decresce continuamente. O valor máximo alcançado é resultado da forte interação entre a pluma de bolhas e o líquido. Já o decréscimo no valor da energia cinética é consequência da dispersão das bolhas em toda seção transversal da coluna, produzindo uma menor transferência de quantidade de movimento entre as bolhas e o líquido. Além disso, os autores concluíram que para bolhas menores, entre 2 e 3,8mm, as flutuações radias são maiores que as axiais, isto devido ao movimento helicoidal das mesmas. Para bolhas maiores as flutuações são quase isotrópicas e as bolhas com maior esfericidade são encontradas no centro da coluna.

2.4 Pontos de Investigação

Com base na revisão bibliográfica apresentada neste capítulo, é possível observar que ainda existem aspectos importantes a serem abordados quanto a modelagem do escoamento gás-líquido em colunas de bolhas.

• A inclusão das forças interfaciais de sustentação e dispersão turbulenta, ainda não é unânime entre os trabalho da literatura. Além disso ainda não há uma análise da influência destas forças no regime heterogêneo de escoamento. Da mesma forma, diferentes modelos de turbulência, nesse regime de escoamento, ainda não foram investigados.

• A literatura ainda apresenta uma grande variação quanto ao número de fases dispersas que são necessárias para a correta representação do escoamento, assim realizar-

33

se-á uma análise da influência da divisão desta fase.

• Ainda existem poucos dados experimentais na literatura, de colunas de bolhas operando em regime heterogêneo de escoamento, portanto serão apresentadas medidas por meio da técnica PIV de velocidade axial média e suas flutuações para a fase líquida. Sabe-se que tal técnica possui algumas limitações para a medição no centro da coluna quanto existem uma grande quantidade de bolhas, assim propõe-se a divisão da coluna em duas partes para que seja possível a leitura dos dados em uma velocidade superficial alta.

• Visando a validação do modelo matemático pretende-se analisar as variações radias de fração volumétrica de gás em diferentes pontos axiais da coluna, além do comportamento da velocidade de gás em diferentes velocidades superficiais de gás. Além disso, comparar os resultados deste modelo com dados experimentais de velocidade axial média da fase líquida. Por fim, o modelo proposto deverá representar o escoamento das duas fases primeiramente em uma coluna da literatura (Xue et al., 2008) e posteriormente na coluna experimental existente no Laboratório de Pesquisa em Processos Químicos e Gestão Empresarial (PQGe).

Acredita-se que as propostas apresentadas permitam a determinação de uma metodologia experimental e numérica que possam ampliar a compreensão da fenomenologia de escoamentos multifásicos em colunas de bolhas com aplicação do balanço populacional e colaborar para a consolidação uma linha de pesquisa em fluidodinâmica computacional no Laboratório de Pesquisa em Processos Químicos e Gestão Empresarial - PQGe, da Faculdade de Engenharia Química da Unicamp.

Capítulo 3

Modelagem Matemática

Neste capítulo serão apresentadas as equações que descrevem o modelo matemático utilizado na simulação numérica deste trabalho. Sequencialmente serão apresentadas as equações de transporte, as equações de fechamento, os modelos de turbulência, os modelos de forças interfaciais, o balanço populacional, a quebra e a coalescência de bolhas, objetivando sistematizar um modelo matemático capaz de descrever os fenômenos ocorrentes em um escoamento gás-líquido, operando no regime heterogêneo.

A turbulência foi modelada para as duas fases, gás e líquido, com três diferentes combinações o modelo k- ε padrão e o dos tensores de Reynolds (RSM) (fase contínua) e o de zero equação (fase dispersa) baseado na teoria do comprimento de mistura de Prandtl (TCM), no regime heterogêneo. A influência das forças interfaciais presentes no escoamento, como arraste, sustentação e dispersão turbulenta foram estudadas. Além disso, diferentes números de fases dispersas foram avaliados.

3.1 Equações de Transporte

As equações de transferência de massa e quantidade movimento para uma fase genérica k, são dadas pelas Equações (3.1) e (3.2) respectivamente. A interação

entre as fases foi modelada de acordo com o enfoque Euleriano-Euleriano, onde estas são consideradas matérias contínuas, ocupando o mesmo volume no espaço, ao mesmo tempo, através da interpenetração:

$$\frac{\text{Equação de Conservação da Massa}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k\right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k\right) = 0$$
(3.1)

onde ρ é a densidade da fase k, α é a fração volumétrica da fase k e **u** é o vetor velocidade.

Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k \right) = -\nabla \cdot \left(\alpha_k \mathbf{T} \right) - \alpha_k \nabla p + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + M_{cd}$$
(3.2)

Os termos do lado direito da Equação (3.2) representam respectivamente: a tensão, o gradiente de pressão, gravidade e taxa de quantidade de movimento trocada entre as fases devido as forças interfaciais.

O termo de tensão para fluido newtonianos pode ser escrito como:

$$\mathbf{T}_{k} = \mu_{k} \left(\nabla \mathbf{u}_{k} + (\nabla \mathbf{u}_{k})^{T} - \frac{2}{3} \left(\nabla \cdot \mathbf{u}_{k} \right) I \right)$$
(3.3)

onde μ_k é a viscosidade da fase k.

A força interfacial total entre as duas fases é composta por diversas contribuições de fenômenos físicos independentes, como a força de arraste M_{cd}^D , força de sustentação (*lift*) M_{cd}^L , força de lubrificação de parede M_{cd}^{LUB} , força de massa virtual M_{cd}^{VM} , força de dispersão turbulenta M_{cd}^{TD} .

$$M_{cd} = M_{cd}^D + M_{cd}^L + M_{cd}^{LUB} + M_{cd}^{VM} + M_{cd}^{TD}$$
(3.4)

Neste trabalho foram avaliadas a influência de todas as forças interfaciais, exceto as forças de lubrificação de parede e de massa virtual, sendo esta última podendo ser negligenciada de acordo com Deen et al. (2001), Sokolichin et al. (2004) e Tabib et al. (2008), pois esta não afeta de forma significativa a fluidodinâmica do escoamento.

3.2 Turbulência

A turbulência pode ser descrita como as irregularidades aparentes em um escoamento anteriormente estável. É um fenômeno complexo, tridimensional e instável, o qual influencia diretamente as características do fluxo. Além disso, ela é responsável pelo aumento da taxa de transferência de massa, quantidade de movimento e calor.

A turbulência pode ser descrita de diferentes formas, dentre elas, aquela em que se faz uso apenas das equações de Navier-Stokes, sem nenhum modelo de turbulência, conhecida como simulação direta (*Direct Numerical Simulation* - DNS). Neste caso, para que se possa avaliar as estruturas da turbulência, o domínio do problema deve ser dividido em volumes ainda menores que o tamanho dos menores vórtices; a simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulation* - LES), a qual consiste na solução direta das equações nas regiões onde se encontram os maiores vórtices e na aplicação de modelo algébrico simples para a predição dos menores vórtices. Porém em ambos os casos, é necessário refino muito grande da malha numérica e o uso de passos de tempos muito pequenos, o que as torna inviáveis ou desnecessárias em determinados casos.

A prática mais adotada na solução de escoamentos turbulentos, devido a simplicidade de implementação e baixo custo computacional, tem sido a aplicação da média de Reynolds sobre as equações de transporte básicas de Navier-Stokes, dando origem a equações aproximadas conhecidas como *Reynolds Averaged Navier-Stokes* - RANS. Esta abordagem fornece informações de como a turbulência afeta o escoamento médio, o que permite a identificação dos mecanismos do transporte turbulento.

Como o escoamento em colunas de bolhas permanece em condições turbulentas, faz-se necessário o uso de modelos adequados para descrever os efeitos das flutuações de turbulência. Neste trabalho adotou-se primeiramente, a hipótese da viscosidade turbulenta, e a partir disso, o modelo de zero equação e o de duas equações. Posteriormente, foram consideradas equações de transporte para cada componente do tensor de Reynolds e a taxa de dissipação.

3.2.1 Modelo de Zero-Equação

O modelo de zero-equação fornece o valor global da viscosidade turbulenta através da velocidade média e um comprimento de escala geométrico utilizando uma equação empírica. Dá-se o nome de zero-equação, pois nenhuma equação de transporte é adicionada.

A viscosidade turbulenta é definida como o produto de sua energia cinética e seu comprimento de escala espacial, como mostra a Equação abaixo:

$$\mu_{td} = \rho_d c_d V_d l_d \tag{3.5}$$

onde V_d é a escala da velocidade, l_d é o comprimento de escala espacial, e c_d uma constante empírica. O subíndice d representa a fase dispersa, a qual este modelo foi aplicado para a turbulência em alguns casos. Assim, a viscosidade dos turbilhões para a fase dispersa fica:

$$\mu_{ef,d} = \mu_d + \mu_{td} \tag{3.6}$$

As escalas espacial e de velocidade, as quais são necessárias para a caracterização completa da turbulência, são determinadas pela definição de duas constantes empíricas: l_d e c_d . A escala de velocidade, V_d , é tomada como sendo a velocidade máxima no domínio do fluido e a de comprimento de turbulência, l_d , tal como proposto por Prandtl e Kolmogorov (Equação 3.7). Mais detalhes da formulação deste modelo é encontrado em Meier (1998).

$$l_g = \frac{v_D^{1/3}}{7} \tag{3.7}$$

onde v_D é o volume do domínio do fluido.

3.2.2 Modelos de Duas Equações

Os modelos de duas equações são amplamente utilizados para a determinação da turbulência da fase contínua de um escoamento, pois estes conseguem reunir um boa descrição do fenômeno com um baixo tempo computacional. São aqueles no quais a velocidade e a escala de comprimento são resolvidas utilizando equações separadas de transporte. Além disso, eles utilizam a hipótese do gradiente de difusão para relacionar as tensões de Reynolds aos gradientes médios de velocidade e à viscosidade turbulenta, a qual é modelada como o produto da velocidade turbulenta e da escala turbulenta de comprimento.

Neste modelos, a escala de velocidade turbulenta é calculada pela energia cinética de turbulência, a qual é fornecida da solução da sua equação de transporte. A escala turbulenta de comprimento é estimada através de duas propriedades do campo turbulento, usualmente a energia cinética e sua taxa de dissipação, também determinada pela solução da sua equação de transporte.

Modelo k- ε

O modelo k- ε é um modelo de duas equações, no qual k representa a energia cinética turbulenta, definida como a variação das flutuações na velocidade. A dissipação turbulenta dos turbilhões, ε , é a taxa na qual as flutuações da velocidade se dissipam. Este modelo acrescenta duas variáveis ao sistema de equações.

Para que as equações de conservação apresentadas anteriormente (Equações 3.1 e 3.2) sejam aplicadas em escoamentos turbulentos, utiliza-se a média de Reynolds sobre as equações de transporte de Navier-Stokes. Assim, a equação da conservação de massa fica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}_k} \right) = 0 \tag{3.8}$$

A equação da quantidade de movimento torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}_k} \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k} \right) - \nabla \cdot \left(\alpha_k \mu_{ef,k} \nabla \overline{\mathbf{u}_k} \right) \\
= \nabla p' + \nabla \cdot \left(\alpha_k \mu_{ef,k} \nabla \overline{\mathbf{u}_k} \right)^T + M_{cd}$$
(3.9)

onde μ_{ef} é a viscosidade efetiva e p' é a pressão modificada, a qual é dada por:

$$p' = p_k + \frac{2}{3}\rho_k I \tag{3.10}$$

Baseado na hipótese de Boussinesq, onde assume-se que as tensões de Reynolds são proporcionais aos gradientes de velocidade média, a viscosidade efetiva é dada pela soma das viscosidades dinâmica e turbulenta.

$$\mu_{ef} = \mu_k + \mu_t \tag{3.11}$$

No caso de escoamentos em colunas de bolhas, há um aumento na turbulência do líquido, devido ao movimento feito pelas bolhas, este aumento pode ser chamado de turbulência induzida pelas bolhas. Neste estudo, este aumento é modelado de acordo com Sato e Sekoguchi (1975), o qual considera um aumento na viscosidade dos turbilhões da fase contínua. Assim a Equação (3.11) fica:

$$\mu_{ef} = \mu_k + \mu_t + \mu_{tb} \tag{3.12}$$

onde μ_{tb} , a viscosidade induzida pela turbulência das bolhas, é descrita como:

$$\mu_{tb} = C_{\mu,b}\rho_c \alpha_d d_B \left| \mathbf{u}_d - \mathbf{u}_c \right| \tag{3.13}$$

onde $C_{\mu,b}$ é uma constante do modelo e possui o valor de 0,6.

No modelo k- ε a viscosidade turbulenta está ligada à energia cinética e à dissipação turbulenta por meio da relação:

$$\mu_t = C_\mu \rho_k \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.14}$$

onde C_{μ} é uma constante do modelo e possui o valor de 0,09.

Os valores de k e ε são calculados diretamente através suas equações de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k k_k \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}_k} k_k \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu_k + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + Pk - \alpha_k \rho_k \varepsilon$$
(3.15)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k \varepsilon_k \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}_k} \varepsilon \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu_k + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon_k}{k_k} \left(C_{\varepsilon 1} P k - C_{\varepsilon 2} \alpha_k \rho_k \varepsilon \right)$$
(3.16)

onde, $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k$ e σ_{ε} são constantes do modelo com os valores de 1,44, 1,92, 1,0 e 1,3 respectivamente.

Pk é a produção da turbulência devido às forças viscosas e as de empuxo, sendo representada por:

$$Pk = \mu_t \nabla \mathbf{u}_k \cdot \left(\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}_k \left(3\mu_t \nabla \cdot \mathbf{u}_k + \alpha_k \rho_k k_k \right) + Pk_b$$
(3.17)

Para fluxo incompressível, \mathbf{u}_k é pequeno e o segundo termo no lado direito da equação 3.17 não contribui significativamente à produção, podendo ser ignorado. Para fluxo compressível, \mathbf{u}_k é grande somente nas regiões com divergência de alta velocidade, como nos choques. O parâmetro de produção compressível pode ser usado para ajustar o valor do fator na frente de μ_t o valor padrão é 3, como mostrado.

Tanto a produção, Pk_b , quanto a dissipação, $P\varepsilon_b$, de turbulência, devido ao empuxo, foram consideradas. Deste modo, os termos Pk_b e $P\varepsilon_b$ são incluídos nas equações de k (Equação 3.15) e ε (Equação 3.16).

$$Pk_b = -\frac{\mu_t}{\rho_k \sigma_\rho} \mathbf{g} \cdot \nabla\rho \tag{3.18}$$

onde σ_{ρ} é o fator de proporcionalidade do modelo

Assume-se que a dissipação da turbulência é proporcional a produção assim:

$$P\varepsilon_b = max\left(0, Pk_b\right) \tag{3.19}$$

3.2.3 Modelos dos Tensores de Reynolds

No caso dos modelos dos tensores de Reynolds a hipótese da viscosidade turbulenta não é necessária. Ao invés disso, equações de transporte para todos os componentes dos tensores de Reynolds, \overline{uu} , e para a taxa de dissipação são atribuídas. O termo de produção exata e a inerente modelagem das anisotropias dos tensores, faz com que este modelo seja, teoricamente, mais adequado a escoamentos complexos. Porém o esforço computacional adicionado é considerável.

Partindo da Equação 3.9, temos que a equação de transporte para os tensores

de Reynolds é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_k \alpha_k \overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}_k \right) + \nabla \cdot \left(\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k \overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}_k \right) \\
= \gamma + \phi + \nabla \cdot \left(\left(\mu_k + \frac{2}{3} c_s \rho_k \frac{k_k^2}{\varepsilon_k} \right) \nabla \overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}_k \right) - \frac{2}{3} \delta \alpha_k \rho_k \varepsilon_k \quad (3.20)$$

onde ϕ é a deformação devido à pressão,
e γ é o termo de produção exata, o qual é dado por:

$$\gamma = -\rho_k \left(\overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}_k \left(\nabla \mathbf{u}_k \right)^T + \left(\nabla \mathbf{u}_k \right) \overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}_k \right)$$
(3.21)

A correlação que determina a forma geral do termo de deformação devido à pressão é dada por:

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \tag{3.22}$$

 ${\rm onde}$

$$\phi_1 = -\rho \varepsilon \left(C_{s1} \psi + C_{s2} \left(\psi \psi - \frac{1}{3} \psi \cdot \psi \delta \right) \right)$$
(3.23)

$$\phi_{2} = - C_{r1}\gamma\psi + C_{r2}\rho k\mathbf{S}_{d} - C_{r3}\rho k\mathbf{S}_{d}\sqrt{\psi\cdot\psi} + C_{r4}\rho k\left(\psi S_{d}^{T} + \mathbf{S}_{d}\psi^{T} - \frac{2}{3}\psi\cdot\mathbf{S}\delta\right) + C_{r5}\rho k\left(\psi W^{T} + \mathbf{W}\psi^{T}\right)$$
(3.24)

Três novos termos aparecem nesta formulação, os quais são ψ o tensor de anisotropia, \mathbf{S}_d a taxa de deformação e \mathbf{W} a vorticidade. Estes termos são dados pelas seguintes equações:

$$\psi = \frac{\overline{\mathbf{u}}\overline{\mathbf{u}}}{k} - \frac{2}{3}\delta\tag{3.25}$$

$$\mathbf{S}_{d} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u} + \left(\nabla \mathbf{u} \right)^{T} \right)$$
(3.26)

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T \right)$$
(3.27)

Como a energia de dissipação de turbulência está presente nesta formulação, esta também precisa de uma equação de transporte a qual é mostrada abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \alpha_k \varepsilon_k) + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k \varepsilon_k)
= \nabla \cdot \left(\alpha_k \nabla \varepsilon \left(\mu_k + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \right) + \alpha_k \frac{\varepsilon_k}{k_k} (c_{\varepsilon 1} \gamma - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon)$$
(3.28)

Existem diferentes abordagens do modelos dos tensores de Reynolds no que diz respeito ao valor das constantes empregadas. Neste trabalho foi utilizado o modelo de Speziale-Sarkar-Gatski, SSG (Speziale, 1991), o qual prevê uma relação quadrática para ϕ , e as constantes são dadas por:

$$c_s = 0,22; c_{\varepsilon 1} = 1,45; c_{\varepsilon 2} = 1,83; C_{s 1} = 1,7; C_{s 2} = 1,05; \sigma_{\varepsilon} = 1,3$$
$$C_{r 1} = 0,9; C_{r 2} = 0,8; C_{r 3} = 0,65; C_{r 4} = 0,625; C_{r 5} = 0,2$$
(3.29)

3.3 Equações de Fechamento

• Continuidade entre as fases

$$\sum_{k} \alpha_k = \alpha_c + \alpha_d = 1 \tag{3.30}$$

• Transferência de quantidade de movimento entre as fases

São muitos os efeitos sobre a transferência de quantidade de movimento entre as fases, alguns com maior e outros com menor intensidade. A Equação 3.4 mostra as forças criadas pela interação das fases. Neste trabalho, no entanto, são discutidas as forças de arraste, sustentação, e de dispersão turbulenta, negligenciando as forças de massa virtual e de lubrificação de parede.

Força de arraste

A equação que representa a força de arraste presente no escoamento das bolhas tem seu módulo diretamente proporcional ao quadrado da diferença de velocidade entre as fases, como mostrado nas equações seguintes.

$$M_{cd}^{D} = \frac{C_{D}}{8} A_{cd} \rho_{c} \left(\mathbf{u}_{d} - \mathbf{u}_{c} \right) \left| \mathbf{u}_{d} - \mathbf{u}_{c} \right|$$

$$(3.31)$$

onde C_D é o coeficiente de arraste, c e d representam as fases contínua e dispersa, líquido e gás respectivamente, A_{cd} é a área superficial por unidade de volume assumindo que a fase d esta presente em partículas esféricas de diâmetro médio d_d e de fração volumétrica α_d .

$$A_{cd} = \frac{6\alpha_d}{d_d} \tag{3.32}$$

Neste trabalho foram testados diferentes modelos para o coeficiente de arraste, pois este varia de acordo com o sistema multifásico. Foram estes, os modelos de Ishii e Zuber (1979), Grace Grace et al. (1976) e de Zhang e Vanderheyden (2002).

• Ishii e Zuber (1979)

O modelo de Ishii e Zuber (1979) considera os efeitos de distorção das bolhas, não depende de parâmetros ajustáveis e mostrou bons resultados com os dados experimentais (Olmos et al. (2001), Santos et al. (2007)). Este modelo considera três diferentes geometrias de bolhas: esférica, elipse e touca (Figura 2.3)

No regime esférico, o coeficiente de arraste é função do número de Reynolds modificado, expresso por:

$$Re_m = \frac{\rho_c \left| \mathbf{u}_d - \mathbf{u}_c \right| d_b}{\mu_m} \tag{3.33}$$

$$\mu_m = \mu_c \left(1 - \frac{\alpha_d}{\alpha_{dm}} \right)^{2,5\alpha_{dm}\mu*} \tag{3.34}$$

onde

$$\mu * = \frac{\mu_d + 0.4\mu_c}{\mu_d + \mu_c} \tag{3.35}$$

$$C_D^{Esfera} = \frac{24}{Re_m} \left(1 + 0.15 Re_m^{0.687} \right) \tag{3.36}$$

onde d_b é o diâmetro da bolha, μ_d e μ_c são as viscosidades dinâmicas das fases, μ_m é a viscosidade do *bulk* e α_{dm} é o valor do máximo empacotamento, que é igual a unidade para a fase fluida dispersa.

No regime distorcido, o coeficiente de arraste é praticamente constante e independente do número de Reynolds, porém é dependente da forma da bolha, que é função do número de Eötvos.

$$Eo = \frac{g\Delta\rho d_d^2}{\sigma} \tag{3.37}$$

onde $\Delta \rho = \rho_c - \rho_d$, g é a aceleração da gravidade e σ é a tensão superficial.

Para bolhas nas formas de elipse (Equação 3.38) ou touca (Equação 3.39), o coeficiente de arraste, C_D é escrito como:

$$C_D^{Elipse} = \frac{2}{3} E o^{1/2} \tag{3.38}$$

$$C_D^{Touca} = \frac{8}{3} \tag{3.39}$$

Assim, o coeficiente de arraste, C_D de acordo com o modelo de Ishii e Zuber (1979), pode ser expresso como:

$$C_D = max \left(C_D \left(Esfera \right), C_D \left(dist \right) \right) \tag{3.40}$$

$$C_D^{dist} = min\left(C_D\left(Elipse\right), C_D\left(Touca\right)\right) \tag{3.41}$$

Logo

$$C_D = max\left(\frac{24}{Re_m}\left(1+0,15Re_m^{0,687}\right), min\left(\frac{2}{3}Eo^{1/2},\frac{8}{3}\right)\right)$$
(3.42)

• Grace et al. (1976)

O modelo de Grace considera, da mesma forma que o modelo de Ishii e Zuber (1979), o efeito de forma das bolhas. No regime distorcido, o coeficiente de arraste é dado por:

$$C_D^{Elipse} = \frac{4gd\Delta\rho}{3U_T^2\rho_c} \tag{3.43}$$

onde U_T^2 é a velocidade terminal da bolha, a qual é dada por:

$$U_T^2 = \frac{\mu_c}{\rho_c d_p} M o^{-0.149} \left(J - 0.857 \right)$$
(3.44)

onde Mo é o número de Morton. Mo e J são dados por:

$$Mo = \frac{\mu_c^4 g \Delta \rho}{\rho_c^2 \sigma^3} \tag{3.45}$$

$$J = \begin{cases} 0.94H^{0.751} & 2 < H \le 59.3 \\ 3.42H^{0.441} & H > 59.3 \end{cases}$$
(3.46)

$$H = \frac{4}{3} EoMo^{-0.149} \left(\frac{\mu_c}{\mu_{ref}}\right)^{-0.14}$$
(3.47)

 μ_{ref} é a viscos
idade molecular de referência, no caso da água com valor de
 $9.10^{-4} kg/m.s$

Para a forma esférica o modelo de Grace é dado pela Equação 3.48 e touca da mesma forma que o modelo de Ishii e Zuber (1979) (Equação 3.39)

$$C_D^{Esfera} = \begin{cases} 24/Re & Se \ Re \ll 1\\ 0,44 & Se \ 1000 < Re < 1 \end{cases}$$
(3.48)

Deste modo para um sistema diluído, o coeficiente de arraste de acordo com o modelo de Grace é dado por:

$$C_D = max \left(C_D^{Esfera}, \ min \left(C_D^{Elipse}, \ C_D^{Touca} \right) \right)$$
(3.49)

Em um caso onde a população de bolhas é alta, caracterizando um regime de escoamento denso, o coeficiente de arraste é dado por uma correção do coeficiente para o sistema diluído, o qual é apresentado a seguir:

$$C_D = \alpha_c^p C_{D_{diluído}} \tag{3.50}$$

onde p é o expoente de correção para a fração volumétrica, dependente do tamanho das bolhas.

No sistema diluído o valor de p é zero, porém para frações volumétricas de bolhas mais altas, o expoente deve possuir um valor diferente. Pequenas bolhas tendem a subir mais vagarosamente em altas frações de vazio, devido ao aumento da viscosidade efetiva de mistura. Para capturar esse efeito, um expoente negativo é utilizado. Já as bolhas maiores tendem à ascender mais rapidamente em altas frações de vazio, pois elas são arrastadas pelas outras. Este efeito pode ser modelado utilizando um expoente positivo (ANSYS, 2007).

• Zhang e Vanderheyden (2002)

No modelo de Zhang e Vanderheyden (2002), apresentado por Tabib et al. (2008), o coeficiente de arraste depende do número de Reynolds da bolha e da velocidade de deslizamento entre o gás e o líquido, não considerando a forma das bolhas. Assim,
o coeficiente de arraste para este modelo é apresentado como:

$$C_D = 0.44 + \frac{24}{Re_b} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_b}} \tag{3.51}$$

onde

$$Re_b = \frac{d_b U_s \rho_c}{\mu_c} \tag{3.52}$$

$$U_s = |U_d - U_c| \tag{3.53}$$

Força de sustentação (lift)

A força de sustentação age perpendicularmente à direção do movimento entre as fases, no caso da coluna de bolhas, é a força na qual as bolhas são deslocadas para a parede da coluna. Este fenômeno pode ocorrer devido ao cisalhamento e deformação do fluido contínuo ou até pelo caminho percorrido pelas bolhas, pois quando estas seguem o mesmo caminho de outras ocorre a reversão do vórtice. Portanto, o espaço em que ele ocupava atrás da bolha é substituído por um líquido movendo mais vagarosamente que a velocidade rotacional do vórtice, resultando em uma força lateral sobre a bolha. Esta força agindo na fase dispersa na presença de uma fase contínua rotacional é dada por:

$$M_{cd}^{L} = C_{L} \alpha_{d} \rho_{c} \left(\mathbf{u}_{d} - \mathbf{u}_{c} \right) \cdot \nabla \cdot \mathbf{u}_{c}$$

$$(3.54)$$

onde C_L é o coeficiente de sustentação.

Neste estudo foi testado o modelo de Tomiyama (2004), o qual calcula o coeficiente de sustentação de acordo com:

$$C_L = \min(0,288 \tanh(0,121 \ Re), \ f(Eo_d))$$
(3.55)

onde Eo_d é o número de Eötvös modificado

$$Eo_d = \frac{Eo}{E^{2/3}}\tag{3.56}$$

$$E = \frac{1}{1 + 0.163Eo^{0.757}} \tag{3.57}$$

$$f(Eo_d) = 0.00105Eo_d^3 - 0.0159Eo_d^2 - 0.0204Eo_d + 0.474$$
(3.58)

Força de dispersão turbulenta

Esta força resulta numa dispersão adicional das fases de regiões de altas frações volumétricas de gás para regiões de baixa devido às flutuações de turbulência. Isto é causado pela combinação da ação dos turbilhões e da força de arraste. Ou seja, em um escoamento disperso bifásico, partículas dispersas são capturadas nos turbilhões da fase contínua, e são transportadas através do arraste. O efeito da dispersão turbulenta é mover partículas de regiões de altas para regiões de baixas concentrações de gás. Assim, esse efeito será importante em escoamentos turbulentos onde o arraste é importante (ANSYS, 2007).

De acordo com Lopez de Bertodano (1992) a força de dispersão turbulenta é baseada na analogia do movimento molecular, aproximando a difusão turbulenta das bolhas pelos turbilhões da fase líquida.

$$M_{cd}^{TD} = -C_{TD}\rho_c k \nabla \alpha_c \tag{3.59}$$

onde k é a energia cinética turbulenta do líquido e C_{TD} é o coeficiente de dispersão turbulenta. Os valores recomendados para ele estão na faixa de 0,1 e 0,5.

3.4 Balanço Populacional

A análise de sistemas particulados procuram sintetizar o comportamento de uma população de partículas e o seu ambiente a partir do comportamento de partículas individuais no seu ambiente local. A população é descrita pela densidade de variáveis extensivas adequadas, usualmente o número de partículas, porém as vezes por outras variáveis como massa ou volume. As equações de transporte usuais expressam as leis de conservação para o sistema material aplicado para o comportamento de partículas individuais (Ramkrishna, 2000).

Fundamental na formulação do balanço populacional é assumir que existe uma densidade de número de partículas em cada ponto no espaço. O número de partículas em qualquer região do espaço estado (coordenadas internas e externas, a primeira de característica quantitativa e a última de localização)é obtido integrando a densidade de número na região desejada. Desta forma, o balanço populacional modela o número de uma população ao longo do tempo, do espaço físico (variáveis externas) e do espaço de variáveis importantes para o problema (variáveis internas). A essa grandeza nós denominamos, simplesmente de densidade numérica de uma população e assim, o balanço populacional estuda a conservação da densidade numérica de uma população. As equações do balanço populacional leva em conta as diversas maneiras nas quais as partículas de um estado específico podem tanto se formar quanto desaparecer do sistema.

3.4.1 MUSIG homogêneo

Em colunas de bolhas o objetivo do balanço populacional é determinar a distribuição de tamanho de bolhas no espaço e no tempo, e como esta distribuição desenvolve devido aos processos de quebra e coalescência. Neste trabalho, o modelo desenvolvido por (Lo, 1996), MUSIG, foi utilizado para a distribuição de tamanho de bolhas. De acordo com o modelo MUSIG a equação geral do balanço populacional pode ser expressa pela densidade numérica n(v,t) de uma partícula de tamanho (volume) v no tempo t.

$$\frac{\partial}{\partial t}n(v,t) + \nabla \left(\mathbf{u}\left(v,t\right)n\left(v,t\right)\right) = B_B - D_B + B_C - D_C$$
(3.60)

onde **u** é o vetor velocidade, $B_B \in D_B$ são as taxas de nascimento e morte respectivamente, devido ao processo de quebra, $B_C \in D_C$ são as taxas nascimento e morte devido ao processo de coalescência.

As taxas de nascimento e morte das partículas são expressas da seguinte maneira:

Nascimento devido à quebra de bolhas

$$B_B = \int_v^\infty G(\varphi; v) n(\varphi, t) \, d\varphi \tag{3.61}$$

Morte devido à quebra de bolhas

$$D_B = n(v,t) \int_0^v G(v;\varphi;) \, d\varphi \tag{3.62}$$

Nascimento devido à coalescência de bolhas

$$B_C = \frac{1}{2} \int_0^v Q\left(v - \varphi; \varphi\right) n\left(v - \varphi, t\right) n\left(v, t\right) d\varphi$$
(3.63)

Morte devido à coalescência de bolhas

$$D_C = n(v,t) \int_0^\infty Q(v;\varphi;) n(\varphi,t) d\varphi$$
(3.64)

onde $G(\varphi; v)$ representa a taxa específica de quebra, isto é a taxa na qual partículas de tamanho v se quebram em partículas de tamanho φ e $v - \varphi$. $Q(v - \varphi; \varphi)$ representa a taxa específica de coalescência, taxa na qual partículas de tamanho v coalescem com outras de tamanho φ para formar partículas de tamanho $v + \varphi$.

As Equações 3.61 à 3.64 consideram uma distribuição contínua de tamanho de bolhas, portando a densidade de tamanho de bolha n(v,t) deve ser discretizada em grupos de tamanhos. Assim, fazendo N_i a densidade numérica do grupo *i*, temos:

$$N_{i}(t) = \int_{v_{i-1/2}}^{v_{i+1/2}} n(v,t)dv$$
(3.65)

Definindo a massa e a fração volumétrica do grupo de tamanho *i* como m_i e α_i respectivamente, temos $m_i N_i = \rho_i \alpha_i$. Integrando a Equação (3.60) sobre o tamanho *i* e multiplicando por m_i , a seguinte equação é obtida:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_{i}\alpha_{i}\right) + \nabla\left(\mathbf{u}_{i}\rho_{i}\alpha_{i}\right) = B_{Bi} - D_{Bi} + B_{Ci} - D_{Ci}$$

$$(3.66)$$

Definindo a fração de tamanho como $f_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_d}$, onde α_d é a fração volumétrica total de bolhas. Assumindo que todas as bolhas tem a mesma velocidade \mathbf{u}_d^i e mesma densidade ρ_d , o modelo MUSIG homogêneo é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_i \alpha_d f_i \right) + \nabla \left(\mathbf{u}_i \rho_i \alpha_d f_i \right) = B_{Bi} - D_{Bi} + B_{Ci} - D_{Ci}$$
(3.67)

As contribuições das taxas de nascimento e morte devido aos fenômenos de quebra e coalescência são dadas respectivamente por:

Nascimento devido à quebra de bolhas

$$B_{Bi} = \rho_d \alpha_d \left(\sum_{j>i} G\left(v_j; v_i\right) f_i \right)$$
(3.68)

Morte devido à quebra de bolhas

$$D_{Bi} = \rho_d \alpha_d \left(f_i \sum_{j < i} G\left(v_i; v_j \right) \right)$$
(3.69)

Nascimento devido à coalescência de bolhas

$$B_{Ci} = (\rho_d \alpha_d)^2 \left(\frac{1}{2} \sum_{j \le i} \sum_{n \le 1} Q(v_j; v_n) X_{jni} f_j f_n \frac{m_j + m_n}{m_j m_n} \right)$$
(3.70)

Morte devido à coalescência de bolhas

$$D_{Ci} = \left(\rho_d \alpha_d\right)^2 \left(\sum_j Q\left(v_j; v_n\right) X_{jni} f_i f_j \frac{1}{m_j}\right)$$
(3.71)

onde $G(v_j; v_i)$ e $Q(v_j; v_n)$ são as taxas específicas de quebra e coalescência respectivamente e X_{jni} é a fração de massa devido à coalescência entre os grupos j e n para formar o grupo i

$$X_{jni} = \begin{cases} \frac{(m_j + m_n) - m_{i-1}}{m_i - m_{i-1}} & se & m_{i-1} < m_j + m_n \le m_i \\ \frac{m_{i+1} - (m_j + m_n)}{m_{i+1} - m_i} & se & m_i < m_j + m_n \le m_{i+1} \end{cases}$$
(3.72)

3.4.2 Modelo de Quebra de Bolhas

Na modelagem do balanço populacional apresentada até aqui, foram apresentadas variáveis denominadas de frequência de quebra e de coalescência, para que estas sejam corretamente representadas são necessários modelos específicos.

Neste estudo foi utilizado o modelo de (Luo e Svendsen, 1996) para a modelagem da frequência de quebra de bolhas. Este modelo considera que a quebra das bolhas ocorre quando um turbilhão de energia suficiente, ou seja, que a energia cinética do turbilhão, exceda o aumento de energia na superfície da bolha causado por deformações, que são proporcionadas pelo movimento turbulento, colida com a bolha. Portanto, a frequência de quebra é relacionada com a frequência de colisão dos turbilhões com a bolha. A turbulência é considerada isotrópica, a quebra binária e apenas turbilhões de comprimento de escala menores ou iguais ao diâmetro da partícula podem induzir oscilações na superfície da bolha.

A taxa de quebra de bolhas de tamanho v em frações entre f_{BV} e $f_{BV} + df_{BV}$ é dada por:

$$G\left(v:vf_{BV}\right) = \int_{\lambda_{min}}^{d} P_B\left(v:v:vf_{BV},\lambda\right) \dot{w}_{B,\lambda}\left(v\right) d\lambda$$
(3.73)

onde, f_{BV} é uma variável adimensional que descreve o tamanho das bolhas "filhas" dada pela Equação (3.74), $\dot{w}_{B,\lambda}(v)$ é a frequência dos turbilhões de tamanho entre $\lambda \in \lambda + d\lambda$ que atinge as bolhas de tamanho v, $P_B(v:v:vf_{BV},\lambda)$ é a probabilidade de uma bolha de tamanho v se quebrar em duas, sendo uma delas de tamanho $v_1 = vf_{BV}$, quando esta é atingida por um turbilhão de tamanho λ de energia cinética maior ou igual a energia requerida para a quebra ocorrer.

$$f_{BV} = \frac{v_1}{v} = \frac{d_1^3}{d^3} = \frac{d_1^3}{d_1^3 + d_2^3} \tag{3.74}$$

onde $d_1 \in d_2$ são os diâmetros correspondentes aos volumes $v_1 \in v_2$ das bolhas filhas.

$$0 < v f_{BV} < 1 \qquad \qquad v f_{BV} = 0.5 \qquad quebra \ bin \acute{a}ria \\ v f_{BV} = 0 \ ou \ 1 \qquad sem \ quebra \qquad (3.75)$$

A frequência dos turbilhões, ou seja a frequência de colisão entre os turbilhões e as bolhas é dada por:

$$\dot{w}_{B,\lambda}\left(d\right) = \frac{\pi}{4} \left(d+\lambda\right)^2 \mathbf{u}_{\lambda} \dot{nb}_{\lambda} nb \tag{3.76}$$

onde, nb_{λ} é o número de turbilhões de tamanho λ e $\lambda + d\lambda$ por unidade de volume da coluna, nb é o número de bolhas por unidade de volume de dispersão, \mathbf{u}_{λ} é a velocidade turbulenta dos turbilhões de tamanho λ , é a velocidade média na subcamada inercial da turbulência isotrópica (Kuboi et al., 1972).

$$\mathbf{u}_{\lambda} = \left(\frac{8\mathbf{u}^2}{3\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{8\overline{\beta}}{3\pi}\right)^{1/2} (\varepsilon\lambda)^{1/3} = \beta^{1/2} (\varepsilon\lambda)^{1/3}$$
(3.77)

$$\overline{\beta} = \frac{3}{5} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \omega \tag{3.78}$$

onde, ω é a constante universal proposta por (Batchelor, 1982), quando $\overline{\beta} = 2$ (Kuboi et al., 1972), $\omega = 1.5$ (Tennekes e Lumley, 1972).

O espectro de energia E(k) fornece a energia cinética contida nos turbilhões de número de onda $q \in q + qdq$ de tamanho $\lambda \in \lambda + d\lambda$ por unidade de massa (Tennekes e Lumley, 1972). A partir disso, uma relação entre $\dot{n}b_{\lambda} \in E(k)$ pode ser obtida como:

$$\dot{n}b_{\lambda}\rho_{c}\frac{\pi}{6}\lambda^{3}\frac{\mathbf{u}_{\lambda}^{2}}{2}d\lambda = E(k)\rho_{c}\left(1-\alpha_{d}\right)v\left(-dq\right)$$
(3.79)

onde,

$$E(k) = \omega \varepsilon^{2/3} q^{-5/3} \tag{3.80}$$

onde o número de onda é dado por:

$$q = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{3.81}$$

e $\dot{n}b_{\lambda}$ é definido por:

$$n\dot{b}_{\lambda} = \frac{c_3\left(1-\alpha\right)}{\lambda^4} \tag{3.82}$$

onde c_3 é uma constante do modelo, a qual é dada por:

$$c_3 = \frac{9\omega}{2(2\pi)^{2/3}\beta} \approx 0,822 \tag{3.83}$$

Logo, voltando a Equação (3.76) temos:

$$\dot{w}_{B,\lambda}(d) = \dot{w}_{B,\xi} = c_4 \left(1 - \alpha\right) n \left(\alpha\right)^{1/3} \frac{\left(1 + \xi\right)^2}{d^2 \xi^{11/3}}$$
(3.84)

onde ξ é a razão de tamanho entre um turbilhão e a bolha e c_4 é uma constante, apresentadas respectivamente por:

$$\xi = \frac{\lambda}{d} \tag{3.85}$$

$$c_4 = \frac{c_3 \pi \beta^{1/2}}{4} = 0,923 \tag{3.86}$$

Quando um turbilhão atinge uma bolha, a probabilidade desta quebrar depende não apenas da energia contida nele, mas também da energia mínima requerida pelo aumento da área superficial devido à fragmentação da bolha, o que é determinado pelo número e tamanho das partículas filhas.

Para determinar a energia contida nos turbilhões de diferentes escalas é necessária uma função de distribuição de energia cinética dos turbilhões, a qual é apresentada da seguinte forma:

$$pe(Y) = \frac{1}{\overline{k}(\lambda)} exp(-Y)$$
(3.87)

onde Y é a energia adimensional definida por:

$$Y = \frac{k(\lambda)}{\overline{k}(\lambda)} \tag{3.88}$$

A energia cinética média do turbilhão de tamanho λ é dada por:

$$\overline{k}\left(\lambda\right) = \rho_c \frac{\pi}{6} \lambda^3 \frac{\mathbf{u}_{\lambda}^2}{12} = \frac{\pi\beta}{12} \rho_c\left(\alpha\right)^{2/3} d^3 \xi^{11/3}$$
(3.89)

Se uma bolha de tamanho d quebra em duas com o valor dado de f_{BV} , o aumento na energia da superfície é dada por:

$$\overline{k}_{1}(d) = \left[f_{BV}^{2/3} + (1 - f_{BV})^{2/3} - 1\right] \pi d^{2}\sigma = c_{f}\pi d^{2}\sigma$$
(3.90)

onde c_f é o coeficiente de aumento da área superficial e varia entre $0 \leq c_f \leq 2 \times 0.5^{2/3} - 1$

A condição para que a deformação causada pelas oscilações faça com que a bolha quebre é que a energia cinética do turbilhão exceda o aumento de energia da superfície.

$$k(\lambda) \ge \overline{k}_1(d) = c_f \pi d^2 \sigma \tag{3.91}$$

A probabilidade de uma bolha de tamanho d ou v quebrar em uma de tamanho $v_f = v f_{BV}$ quando atingida por um turbilhão de tamanho λ , será igual a probabilidade do turbilhão ter uma energia cinética maior ou igual à energia mínima requerida para a quebra:

$$P_B\left(v: vf_{BV}, \lambda\right) = P_k\left[k\left(\lambda\right) \ge \overline{k}_1\left(d\right)\right] = P_k\left[Y \ge Y_c\right] = 1 - P_k\left[Y \le Y_c\right] \tag{3.92}$$

onde $Y_{crítica}$ é a energia crítica na qual ocorre a quebra, sendo esta apresentada como:

$$Y_{critica} = \frac{\overline{k}_1(d)}{\overline{k}(\lambda)} = \frac{12c_f\sigma}{\beta\rho_c\varepsilon^{2/3}d^{5/3}\xi^{11/3}}$$
(3.93)

A probabilidade condicional de quebra é dada por:

$$P_B\left(v: vf_{BV}, \lambda\right) = 1 - \int_0^{Y_{critica}} exp\left(-Y\right) dY = exp\left(-Y_{critica}\right)$$
(3.94)

Desta forma, a taxa de quebra é dada por:

$$g\frac{(v:vf_{BV})}{(1-\alpha)n} = c_4 \left(\frac{\varepsilon}{d^2}\right)^{1/3} \int_{\xi_{min}}^1 \frac{(1+\xi)^2}{\xi^{11/3}} exp\left(-\frac{12c_f\sigma}{\beta\rho_c\varepsilon^{2/3}d^{5/3}\xi^{11/3}}\right)$$
(3.95)

onde, $\xi_{min} = \lambda_{min}/d \operatorname{com} \lambda_{min}/l \approx 11, 4 - 31, 4$ (Tennekes e Lumley, 1972), sendo l a microescala de Kolmogorov.

3.4.3 Modelo de Coalescência de Bolhas

Da mesma forma que a frequência de quebra apresentada no item anterior, a frequência de coalescência necessita de um modelo específico. Nesta pesquisa o modelo de frequência de coalescência de (Prince e Blanch, 1990) foi empregado. Neste modelo considera-se que a coalescência se dá em três etapas. Primeiramente ocorre a colisão entre as bolhas, na qual um filme líquido é formado entre elas. Este líquido escoa até que o filme que separa as duas bolhas atinja uma espessura crítica, quando isto acontece este filme líquido se rompe e as bolhas coalescem. Deste modo a taxa de coalescência Q_{ij} está intimamente ligada a taxa de colisão entre as bolhas.

A primeira causa de colisão entre as bolhas é a velocidade de flutuação turbulenta da fase líquida, assim a taxa de colisão devido à turbulência é dada por:

$$\Theta_{ij}^{T} = y_i y_j A_{ij} \left(\mathbf{u}_{ti}^2 + \mathbf{u}_{tj}^2 \right)^{1/2}$$
(3.96)

onde, $y_i \in y_j$ são as concentrações das bolhas de raio $r_{bi} \in r_{bj}$ respectivamente e \mathbf{u}_{tij} é a velocidade dos turbilhões de comprimento de escala da bolha.

$$A_{ij} = \frac{\pi}{4} \left(r_{bi} + r_{bj} \right)^2 \tag{3.97}$$

onde, A_{ij} é a área de seção transversal de colisão entre duas bolhas. De acordo com Araujo (2006) esta formulação está incorreta, a forma correta seria a utilizar o diâmetro e não o raio da bolha. No manual do *software* utilizado, ANSYS CFX 12, consta a forma correta da área:

$$A_{ij} = \frac{\pi}{4} \left(d_i + d_j \right)^2 \tag{3.98}$$

Para a determinação da velocidade turbulenta de uma bolha, algumas hipóteses devem ser assumidas, pois turbilhões muito pequenos não contém energia suficiente para afetar o movimento das bolhas significativamente, enquanto que turbilhões muito maiores que a bolha transportam grupos das mesmas sem levá-las a um movimento relativo significativo. A turbulência é considerada isotrópica e o tamanho da bolha fica na subcamada inercial. Assim, Rotta (2002) *apud* Prince e Blanch (1990) definiu a velocidade turbulenta como:

$$u_t = \sqrt{2}\varepsilon^{1/3} d^{1/3} \tag{3.99}$$

As colisões entre as bolhas também podem ser resultado de diferenças na velocidade de ascensão das mesmas de diferentes tamanhos. A taxa de colisão devido à força de empuxo é dada por:

$$\Theta_{ij}^B = y_i y_j S_{ij} \left(\mathbf{U}_{ri} - \mathbf{U}_{rj} \right)$$
(3.100)

onde, \mathbf{U}_r é a velocidade de ascensão e é dada por (Clift et al., 1978)

$$U_r = \left(\frac{2.14\sigma}{\rho_c d} + 0.505gd\right)^{1/2} \tag{3.101}$$

No modelo original de Prince e Blanch (1990) a taxa de colisão entre as bolhas devido ao cisalhamento é considerada, porém na abordagem contida no MUSIG proposto por Lo (1996) esta taxa de colisão não é considerada para na modelagem da coalescência das bolhas.

A eficiência de colisão é definida para determinar qual fração de colisão de bolhas leva à coalescência. Esta é função do tempo de contato entre as bolhas e do tempo necessário para que a coalescência ocorra (Coulaloglou e Tavlarides, 1977)

$$\eta_{ij} = \exp\left(-t_{ij}/\tau_{ij}\right) \tag{3.102}$$

onde, t_{ij} é o tempo necessário para a coalescência entre bolhas de raio r_{bi} e r_{bj} e τ_{ij} é o tempo de contato durante a colisão.

Na formulação do tempo necessário para a coalescência, t_{ij} , assume-se que o raio do disco líquido formado entre as bolhas coalescentes, r_{ij} , é uma fração do raio da bolha (Equação 3.104).

$$t_{ij} = \left(\frac{r_{ij}\rho_c}{16\sigma}\right)^{1/2} \ln \frac{h_o}{h_f} \tag{3.103}$$

$$r_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_{bi}} + \frac{1}{r_{bj}} \right)^{-1}$$
(3.104)

onde, h_o é a espessura inicial do filme formado entre as bolhas, h_f é a espessura crítica de valores 1×10^{-4} m (Kirkpatrick e Lockett, 1974) e 1×10^{-8} m (Kim e Lee, 1987) respectivamente, r_{ij} é o raio equivalente, pois as bolhas não possuem o mesmo tamanho (Chesters e Hoffman, 1982).

O tempo de contato (Equação 3.105) depende do tamanho da bolha e da intensidade de turbulência. Altos níveis de turbulência aumentam a probalidade de um turbilhão separar as partículas, enquanto que partículas grandes fornecem maiores áreas de contato.

$$\tau_{ij} = \frac{r_{ij}^{2/3}}{\varepsilon^{1/3}} \tag{3.105}$$

A taxa de coalescência de bolhas de raio r_{bi} e r_{bj} é dada pela frequência total de colisão multiplicada pela eficiência:

$$Q_{ij} = \left(\Theta_{ij}^T + \Theta^B\right) .\eta_{ij} \tag{3.106}$$

Capítulo 4

Materiais e Métodos

Neste capítulo serão detalhadas a técnica experimental - PIV, o método de análise dos dados, a descrição do aparato experimental, as condições de operação e detalhes desta técnica. Além disso será apresentado o procedimento computacional, a geração de malha numérica, o pré-processamento e o pós-processamento dos resultados.

4.1 Descrição da Técnica PIV

A velocimetria por imagem de partícula, PIV, é uma técnica não intrusiva de medição indireta de velocidades, isto é, as velocidades medidas são das partículas em suspensão e não do fluido em movimento propriamente dito (Raffel et al., 2007). A técnica conduz à obtenção de campos de velocidade em escoamentos a partir do processamento das imagens de partículas traçadoras adicionadas ao escoamento e iluminadas por uma emissão *laser* em lâmina abrangendo a área de interesse de medição (Szeliga e Roma, 2009). Normalmente, o registro de imagens é feita por meio de câmeras convencionais ou digitais, que podem ocorrer em um único *frame* ou numa sequência de *frames*.

A técnica consiste em direcionar um feixe de *laser* perpendicular ao escoamento

a uma região de interesse. No escoamento há a presença de partículas traçadoras muito pequenas, as quais são iluminadas por esse feixe. Estas devem estar em concentração suficiente para não dificultar sua identificação. Na posição frontal ao escoamento há uma câmera CCD (*Charged Coupled Device*) que capta imagens sequenciais do campo iluminado.

4.2 Unidade Experimental

A unidade experimental para estudo em colunas de bolhas por meio da técnica PIV foi instalada no Laboratório de Pesquisa em Processos Químicos e Gestão Empresarial (PQGe) da Faculdade de Engenharia Química da UNICAMP. Esta unidade é basicamente composta pela coluna de bolhas cilíndrica, por um sistema de iluminação e aquisição de imagens e um sistema de ar comprimido.

A coluna de bolhas cilíndrica (Figura 4.1) é feita de Polimetacrilato de Metila (PMMA), conhecido popularmente como acrílico. Este material foi empregado devido a sua excelente transparência, chegando a 92%.

O aparato experimental cilíndrico possui diâmetro interno de 145 mm e altura de 1m. Esta coluna conta com um distribuidor de gás de aço inoxidável com 37 furos (Figura 4.2), de 1 mm de diâmetro cada. Para evitar os efeitos de curvatura (difração) foi adaptada, para a região de medição, uma caixa com paredes planas, também em acrílico, que envolve a coluna (Figura 4.3). Esta caixa é preenchida com o mesmo fluido que escoa no interior da coluna, no caso a água. Desta forma, há compensação da difração e a imagem não apresenta qualquer distorção.



Figura 4.1: Desenho esquemático da coluna de bolhas



Figura 4.2: Distribuidor da fase gás



Figura 4.3: Coluna de bolhas experimental

Sistema de iluminação e aquisição de imagens

Para iluminação das partículas traçadoras tem-se um laser pulsado Nd:YAG (Neodímio: Ítrio-Alumínio-Gálio), com duas cavidades, modelo *Big Sky Ultra PIV 50*, da Quantel. Cada cavidade gera um pulso de 50 mJ à 532 nm, dando uma tonalidade esverdeada ao feixe de luz emitido, e é alimentada por uma fonte de energia, modelo ICE 450, também da Quantel.

Para a captura das imagens conta-se com uma câmera com sensor CCD, resolução de 1376 x 1040 pixel, modelo *Imager Intense cross-correlation*, da LaVision (Figura 4.4).



Figura 4.4: Câmera Image Intense Cross-correlation

Esta câmera possui uma lente objetiva com distância focal de 60 mm, modelo Micro-NIKKOR f/2.8D, da Nikon, e um sincronizador interno PTU-9, com 10 ns de tempo de resolução, da LaVision. O sincronizador tem a função de emitir um sinal com tempo definido para a emissão da luz da cavidade do laser e o início da captura da imagem pela câmera CCD. Acoplado a lente objetiva, foi utilizado um filtro, modelo VZ07-0132 da LaVision, com supressão efetiva do comprimento de onda 532 nm para eliminar o laser refletido pelas bolhas. A colocação desse filtro é de fundamental importância na medição da fluorescência, visto que sua função é deixar passar para o sensor CCD apenas o comprimento de onda da luz emitida pela partícula traçadora.

O sistema de iluminação e aquisição de imagem é controlado pelo *software* DAVIS 7, da LaVision (Figura 4.5), que está instalado em um computador de alto desempenho, INTEL quad core 2, com 4 Gb de memória e 250 Gb de disco rígido.

A câmera está disposta em um suporte; a fonte de energia do *laser*, o *laser* e o computador em outro, o que possibilita o deslocamento do sistema e ainda a movimentação com precisão do laser em duas direções: horizontal e vertical.



Figura 4.5: *software* DAVIS 7

Sistema de ar comprimido

O ar borbulhado na coluna é coletado do meio ambiente por um compressor do tipo parafuso, modelo GX2 P CSA/UL da Atlas Copo, que trabalha a uma pressão de 10 bar. Na saída do compressor há uma válvula de regulação de pressão que tem por objetivo manter a pressão constante a jusante. Na sequência um medidor de vazão de gás, tipo micro turbina, de 0 a 100L/min, modelo M, da *Alicat Scientific* mostrado pela Figura 4.6.



Figura 4.6: Medidor de vazão

Este medidor tem um *display*, que possibilita visualizar os seguintes parâmetros da corrente gasosa: pressão, temperatura, vazão volumétrica e vazão mássica, e pode ser conectado a um computador via porta RS232. A comunicação do medidor de vazão de gás com o computador é feita por meio do *software Flow VisionTM SC*. Na saída do medidor de vazão de gás encontra-se conectada uma tubulação de aço carbono com diâmetro de 0,75*in*, a qual transporta o gás comprimido até a câmara de mistura localizada abaixo da placa distribuidora.



Um esquema de toda a unidade experimental é mostrada na Figura 4.7.

Figura 4.7: Diagrama esquemático do aparato experimental

4.3 Procedimento Experimental

O sistema gás-líquido é composto por ar e água, em temperatura e pressão ambiente. A substância escolhida como partícula traçadora foi a resina de carboxiacrilato modificada, com diâmetro médio de 15 μ m, massa específica de 1100 kg/m^3 , número de Stokes máximo de 2×10^{-5} , índice de refração de 1,560 e fluorescência devido a presença de Tetraetil Rodamina ($C_{28}H_{31}N_2O_3Cl$), comumente chamada de Rodamina B. Inicialmente a coluna é preenchida com água até uma altura de 700 mm, para todos os casos. Após o preenchimento é inserido o traçador, em quantidade suficiente para aquisição de boas imagens, aproximadamente uma ponta de espátula. Após, o compressor é ligado e o sistemas de válvulas de bloqueio é aberto. Então a válvula reguladora de pressão é aberta de forma manter a pressão a jusante constante e igual a 2 bar absoluto. Com todo sistema pronto para o experimento, é então aberta a válvula do medidor de vazão de ar e feita a regulagem da vazão para os valores desejados. Neste ponto o sistema já esta em operação e é deixado operar por 5 a 10 minutos antes da realização das medições.

4.3.1 Calibração do Sistema de Medição PIV

A calibração do sistema de medição PIV visa associar à imagem capturada uma escala de tamanho real associada ao objeto. É válido ressaltar que a resposta do sistema depende da distância da câmera à seção de teste, do ajuste do foco da câmera e do fluido líquido utilizado. Em vista disso, toda a configuração utilizada na calibração deve ser repetida no momento de realizar os experimentos.

Deste modo, para a calibração do sistema posiciona-se no plano de medida um dispositivo com espaçamento conhecido, neste caso uma régua metálica milimetrada, e ajusta-se o foco da câmera CCD. Após ajustar o foco, uma imagem é capturada para associar uma grandeza real a um comprimento na imagem (em *pixels*) e, assim, pode-se, de modo prático, chegar à escala imagem/objeto. Essa associação real/imagem é realizada com auxílio do *software* DAVIS 7. As medidas realizadas nesse estudo, correspondem ao regime de transição e heterogêneo de escoamento em colunas de bolhas, nos quais a concentração de bolhas é alta, dificultando a passagem do *laser*, então a imagem a ser captada pela câmera foi divida em duas, lado direito e esquerdo. A Figura 4.8 mostra a imagem capturada para a calibração do lado direito da coluna, enquanto que a Figura 4.9, o lado esquerdo.



Figura 4.8: Imagem de calibração do lado direito



Figura 4.9: Imagem de calibração do lado esquerdo

Realizada a calibração do sistema, é necessário ajustar a intensidade do *laser* para que as imagens capturadas tenham uma boa resolução. Para isso, com a coluna em operação, são capturados quadros e o ajuste da intensidade do *laser* é feito por observação das imagens (DaVis Product Manual, 2007). É importante destacar que ambas as imagens, primeiro e segundo quadro, devem ter a mesma qualidade. Para uma boa qualidade da imagem, e para evitar saturação da mesma, é colocado o filtro na objetiva da CCD que filtra luz com comprimento de onda de 532 nm.

A Figura 4.10 (a) apresenta um exemplo de imagem captada pela CCD com o *laser* ajustado. Nesta Figura, pode-se notar que os pontos mais destacados, são traçadores e as sombras são as bolhas que atravessaram o plano do *laser* e refletiram a luz que, por sua vez, foi filtrada. A Figura 4.10 (b) apresenta a imagem pré-processada com apenas os traçadores, os quais são utilizados para calcular o campo de velocidades médias.



Figura 4.10: (a) Imagem capturada pela CCD (b) Imagem pré-processada

Como duas imagens são capturadas sucessivamente, é necessário ajustar também o intervalo de tempo entre a primeira e a segunda imagem, de modo a determinar o melhor intervalo para a condição experimental a ser estudada. Ressalta-se que o intervalo de tempo deve ser grande o suficiente para que a partícula traçadora se movimente 5 *pixels*, em média (DaVis Product Manual, 2007). Essa determinação foi feita pela inspeção visual da dupla de imagem capturada. Com o intervalo de tempo ajustado, o sistema está pronto para realização dos experimentos.

A identificação de cada partícula é feita por técnicas de correlação cruzada, onde as imagens são subdivididas em áreas de interrogação, uma malha, onde são realizadas as minimizações dos erros da intensidade entre as duas imagens (correlação entre as imagens). No método de correlação cruzada de imagens, as áreas de interrogação da primeira imagem são correlacionadas com as da segunda. A correlação das áreas de interrogação determina o deslocamento médio das imagens das partículas na região. Assim, o vetor de velocidade das partículas na área de interrogação é obtido aplicando-se a Equação (2.4). O tamanho da área de interrogação e os passes da correlação (vezes em que é realizada a varredura nas imagens) são determinados pelo usuário em cada caso (DaVis Product Manual, 2007). A Figura 4.11 apresenta o campo vetorial instantâneo captado durante os experimentos.



Figura 4.11: Campo vetorial instantâneo do lado esquerdo da coluna

Para todas as medidas experimentais foram realizadas tréplicas, das quais após o tratamento dos dados experimentais, os perfis de velocidade axial média de líquido são apresentados em um intervalo de confiança de 95%. Para as variáveis calculadas como intensidade turbulenta, tensores de Reynolds e energia cinética turbulenta, as incertezas foram calculadas de acordo com Kline e McClintock (1953). Ressalva-se aqui que para uma análise estatística mais precisa fosse utilizada, seria necessário um maior número de medidas experimentais. Porém o erro apresentado com apenas três é pequeno. Assim, aumentando o número de repetições tal erro se tornaria ainda menor.

4.4 Procedimento Computacional

Existem na atualidade diversos pacotes comerciais de CFD, usualmente estes seguem a mesma sequência de etapas para a solução do problema imposto, geração da geometria e malha, pré-processamento, processamento dos dados e pós-processamento.

Para a construção da malha numérica, define-se a região de interesse, a qual será o domínio de solução do problema, criando superfícies de contorno e regiões de escoamento, para tanto foi utilizado o *software* ICEMCFD.

A etapa seguinte, após a geração da malha, consiste na definição das condições de contorno, modelos a serem utilizados assim como as propriedades dos fluidos. Em seguida, no processamento de dados, as equações diferencias parciais são discretizadas em todo volume de controle, onde são resolvidas iterativamente. Após a etapa de resolução do problema, os resultados são analisados na etapa de pós-processamento, onde é possível a visualização dos volumes de controle e a variação das variáveis escalares com o domínio; cálculos numéricos quantitativos; gráficos vetoriais, de contorno e superfícies e animações para resultados dinâmicos. Utilizou-se o *software* comercial ANSYS CFX 12 em todas as etapas descritas, pré, pós e processamento de dados.

4.5 Casos de Estudo

Para analisar o escoamento gás-líquido foram utilizados dois sistemas de colunas de bolhas, o primeiro vindo de dados da literatura (Xue et al., 2008) e (Ong et al., 2009) (caso 1), e o segundo é a unidade experimental (caso 2).

4.5.1 Caso 1

A coluna proveniente de Xue et al. (2008) e (Ong et al., 2009), possui 162mm de diâmetro interno e 2500mm de altura, com um distribuidor da fase gasosa com 163 furos de 0.5mm de diâmetro cada, totalizando uma área livre de 0.15%. Os perfis de fração volumétrica e velocidade de gás foram tomados em três posições axiais como apresenta a Figura 4.12.



Figura 4.12: Geometria e pontos de medida

Duas velocidades superficiais de gás foram avaliadas, $2cm/s \in 8cm/s$ correspondendo aos regimes homogêneo e heterogêneo respectivamente. Para o regime homogêneo três diferentes modelos de arraste foram verificados. No heterogêneo avaliou-se a aplicação das forças de interação entre as fases, modelos de turbulência e a influência do número de fases dispersas no escoamento (Tabela 4.1).

Velocidade	Arraste	Sustentação	Disp. turb.	Turbulência	Fases dispersas
$2 \mathrm{cm/s}$	Ishii-Zuber	-	-	k-ε	1
	Grace	-	-	k- ε	1
	ZV	-	-	k- ε	1
$8 \mathrm{cm/s}$	Ishii-Zuber	-	-	k-ε	3
	ZV	-	-	k- ε	3
	ZV	Tomiyama	-	k- ε	3
	ZV	-	LB	k- ε	3
	ZV	-	-	k- ε	5
	ZV	-	-	k- ε	10
	ZV	-	-	z-eq/k- ε	3
	ZV	_	_	RSM	3

Tabela 4.1: Modelos avaliados no caso 1

ZV: Zhang-Vanderheyden, LB: Lopez de Bertodano, z-eq: zero-equação, RSM: Tensores de Reynolds

Além dos modelos citados na Tabela 4.1, foram verificadas quatro diferentes abordagens para a entrada da coluna: uniforme, com um distribuidor de mesma área livre porém com 56 furos, com o distribuidor de mesmo arranjo e quantidade de furos que o apresentado no trabalho de (Xue et al., 2008) e por meio de pontos de massa.

4.5.2 Caso 2

Primeiramente foram realizados os experimentos por meio da técnica PIV, para a obtenção dos perfis de velocidade axial média de líquido a uma altura de 0,52m. Três diferentes velocidade superficiais de gás foram avaliadas 3cm/s, 5cm/s e 7cm/s, correspondendo ao regime heterogêneo de escoamento. As velocidades superficiais de gás testadas no caso 2, limitaram-se em 7cm/s pois acima desta velocidade a medição da velocidade do líquido por meio da técnica PIV fica prejudicada. Com o aumento da velocidade do gás aumenta-se também a fração de bolhas no sistema, dificultando a medição, pois as bolhas refletem a luz do *laser* ocasionando erros nas medidas de velocidade do líquido. Foram feitas tréplicas para todas as velocidades, obtendo dados de velocidade axial média de líquido e flutuação de velocidade (RMS). As condições operacionais são mostradas na Tabela 4.2.

Velocidade (cm/s)	Vazão (L/min)	$\Delta t \ (\mu s)$	Potência do <i>laser</i>
$3,\!0$	30	1000	41%
$5,\!0$	50	900	61%
7,0	70	800	68%

Tabela 4.2: Condições operacionais

De posse dos dados obtidos por meio da experimentação física foram realizados estudos numéricos visando determinar o comportamento da fase líquida no regime heterogêneo de escoamento. Para tanto foram verificados diferentes modelos de arraste assim como diferentes modelos de turbulência. A Tabela 4.3 apresenta os estudos referentes a este caso.

Tabela 4.3: Modelos avaliados no caso 2

Velocidade	Arraste	Turbulência	
	Ishii-Zuber	k- ε	
$7 \mathrm{cm/s}$	ZV	k- ε	
	ZV	RSM	

Em todos os estudos de ambos os casos, os resultados médios foram tomados a partir dos 20s de simulação. Os resultados finais foram obtidos em aproximadamente 100s após a tomada da média temporal, levando a um gasto de tempo computacional de 20 dias quando o modelo de turbulência k- ε foi utilizado e 40 dias para o modelo dos Tensores de Reynolds. Isto utilizando 10 nós cada um correspondente a um processador *quad-core* HT 2.93GHz com 21GB de memória RAM.

4.6 Geometria e Malha Numérica

Em processos industriais, a geometria do equipamento exerce significativa influência sobre escoamentos multifásicos, e para que uma simulação seja capaz determinar os parâmetros de tais escoamentos faz-se necessário, além da definição do modelo correto, assegurar que uma geometria em conjunto com tal modelo forneça resultados mais precisos (Marini, 2008), pois parâmetros como o número de pontos e a sua distribuição influenciam diretamente na ortogonalidade dos elementos da malha. Tais detalhes podem diferenciar consideravelmente o tempo computacional e a convergência da simulação. Isto porque, quanto mais detalhada a malha, maior o número de volumes de controle envolvidos, e mais cálculos são necessários a cada iteração (Rosa, 2002).

Para se obter uma malha ideal para os estudos deste trabalho, foram construídas malhas variando o número de volumes de controle para os casos 1 e 2. Após a construção das malhas numéricas no *software* ICEMCFD 11, estas foram carregadas no pré-processamento para juntamente com os modelos apropriados, serem testadas, com a finalidade de encontrar-se àquela na qual os resultados fossem independentes do número de volumes de controle considerados.apresentada na Figura 4.13. A espessura do primeiro elemento na parede foi de 2,0mm e a razão de crescimento dos volumes de controle foi de 1,2.



Figura 4.13: (a) Coluna (b) Entrada

Para o caso 2, foi construído o distribuidor de 37 furos, porém a entrada de gás não é diretamente nos furos. Foi construída uma superfície há 50mm abaixo do distribuidor, onde localiza-se a entrada de gás. Os furos do distribuidor foram feitos quadrados sendo o lado do mesmo possui de tamanho 1mm. A Figura 4.14 (a) mostra a coluna, (b) a região do distribuidor e (c) detalhes dos furos.

Em ambos os casos, um refino foi feito próximo a altura inicial de líquido. No primeiro entre 1700 e 2000mm e no segundo caso entre 600 e 800mm.



Figura 4.14: (a) Coluna (b) Região do distribuidor (c) Furos

4.7 Condições de Contorno

Para os dois casos testados, as mesma condições de contorno foram adotadas para os testes numéricos, tais condições são apresentadas na Tabela 4.4.

Altura inicial de líquido	caso 1: 1800mm caso 2: 700mm
Saída	pressão atmosférica
Parede	não deslizamento
Passo de tempo	1×10^{-4} até 1×10^{-2}
Critério de convergência	1×10^{-4}

Tabela 4.4: Condições de contorno

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Neste capítulo são discutidos os resultados obtidos referentes as duas colunas de bolhas estudadas. Primeiramente, são apresentados os testes numéricos para a comparação da fração volumétrica e velocidade de gás com dados provenientes da literatura (Xue et al., 2008) (caso 1). Estes englobam diferentes configurações quanto ao distribuidor da fase gás, avaliação das forças interfaciais de arraste, sustentação e dispersão turbulenta, variação no número de fases dispersas e verificação dos modelos de turbulência. Posteriormente são apresentados os dados experimentais de velocidade média da fase líquida obtidos por meio da técnica PIV, juntamente com seus respectivos resultados numéricos.

5.1 Caso 1

5.1.1 Teste de Malha

Inicialmente foram realizados testes de malha a fim de obter aquele onde o número de volumes de controle não afetasse o resultado. De posse da malha ótima, os perfis de fração volumétrica e de velocidade de gás foram avaliados em diferentes posições axiais e velocidades superficiais de gás. Em busca da malha ótima, que melhor represente o escoamento real, quatro malhas com diferentes volumes de controle de aproximadamente 150000, 186000, 255000 e 370000 foram construídas e testadas. Em todas as malhas foi mantido o valor do y^+ entre 30 e 300. Na avaliação da dependência numérica foram comparados o perfil radial de fração volumétrica de gás na posição z/D = 5,1 a uma velocidade superficial de 2cm/s, além da perda de carga no interior da coluna em função dos volumes de controle utilizando as condições propostas.

O modelo matemático utilizado foi bifásico com ar e água, e apenas para a fase contínua foi empregado o modelo de turbulência k- ε . No entanto, o movimento feito pelas bolhas resulta em um aumento na turbulência, este aumento foi considerado por meio do modelo de Sato e Sekoguchi (1975). Para a fase dispersa, ar, um diâmetro constante de 2,12mm foi empregado, valor obtido pela correlação de Wilkinson (1991) (Equação 5.1).

$$d_b = 3g^{-0,44}\sigma^{0,34}\mu_c^{0,22}\rho_c^{-0,45}\rho_d^{-0,11}u_d^{-0,02}$$
(5.1)

A Figura 5.1 mostra os perfis de fração volumétrica de gás para as diferentes malhas testadas a uma altura de 0,891 m, (z/D = 5,1). Nela pode-se observar que a malha com menor número de volumes de controle apresenta um perfil de fração volumétrica de gás diferente daqueles apresentados pelas mais refinadas.

A perda de carga em função dos volumes de controle é mostrada na Figura 5.2. Nota-se que nas malhas mais refinadas há uma independência no padrão do escoamento, ou seja, elas possuem valores muito próximos quanto a perda de carga no interior da coluna. Portanto, a malha com 186000 volumes de controle foi utilizada em todos os testes numéricos.


Figura 5.1: Perfil radial de fração volumétrica de gás para as diferentes malhas



Figura 5.2: Perda de carga em fução do tamanho da malha numérica

5.1.2 Avaliação da Modelagem do Distribuidor de Gás

No passado, simplificações geométricas eram feitas para a modelagem do distribuidor da fase gás (Krishna et al., 1999), (Santos et al., 2007), pois construir uma malha onde todas as características de um distribuidor fossem consideradas a tornava muito grande tomando um elevado tempo computacional. No entanto, com o avanço da tecnologia o surgimento de computadores de alta performance, tais considerações são possíveis (Dionísio et al., 2009).

Foram avaliados quatro tipos de modelagem para o distribuidor: entrada uniforme, sem adição dos furos, entrada com 56 furos, estes feitos nos volumes de controle da malha (Figura 5.3), mantendo a mesma área livre que o experimental (0,1%), um distribuidor análago ao experimental com 163 furos, e entrada com fonte de massa pontual (Li et al., 2009). Em todos os casos, a velocidade superficial foi de 2cm/s e o modelo utilizado foi o mesmo que o proposto no teste de malha.



Figura 5.3: Detalhes do distribuidor de 56 furos

A Figura 5.4 mostra os diferentes modelos de distribuidor para o perfil
 radial de fração volumétrica de gás em z/D = 5,1.



Figura 5.4: Diferentes abordagens do distribuidor da fase gás

Na Figura 5.4 nota-se que a entrada uniforme e a com 56 furos possuem maior aproximação com os dados experimentais. Sendo a primeira melhor na região próxima à parede. O distribuidor com 163 furos superestima os dados experimentais, possivelmente pela condição de entrada, a qual se dá nos furos fazendo com que a velocidade de entrada seja muito grande, aproximadamente 12,8m/s. Quando fontes de massa pontual são aplicadas, o escoamento fica constante radialmente, isto ocorre provavelmente porque as fontes de massa distribuem o gás. Assim, além de menor esforço computacional, a entrada uniforme apresenta melhores resultados quando comparados com os dados de Xue et al. (2008), deste modo esta foi utilizada para os estudos numéricos.

5.1.3 Avaliação da Influência das Forças Interfaciais

Diversos estudos da literatura ressalvam a importância da modelagem das forças interfaciais relacionadas à transferência da quantidade de movimento (Jakobsen et al., 1997), (Zhang et al., 2006), (Simonnet et al., 2008), (Tabib et al., 2008). Dentre essas forças a dominante é a de arraste, a qual segundo Chen et al. (2005) se corretamente modelada, pode determinar o padrão do escoamento sem a adição das outras forças, como sustentação, dispersão turbulenta, massa virtual e lubrificação de parede. As forças estudadas aqui se limitam ao arrate, à força de sustentação e à dispersão turbulenta, pois as forças de massa virtual e de lubrificação de parede não apresentam influência significativa no escoamento (Deen et al., 2001), (Bhole et al., 2008), (Tabib et al., 2008).

Força de Arraste

A força de arraste é devido à resistência que um corpo em movimento sofre pelo líquido no qual ele escoa. Portanto é de suma importância sua correta modelagem quando esta é tratada numericamente. Deste modo, foram realizados testes com três diferentes modelos para o coeficiente de arraste: Ishii e Zuber (1979), Grace et al. (1976) e Zhang e Vanderheyden (2002). Estes foram escolhidos pois no trabalho de Santos et al. (2007) o modelo de Grace et al. (1976) apresentou bons resultados, já no trabalho de Dionísio et al. (2009) o modelo de Ishii e Zuber (1979) foi o utilizado, e posteriormente Tabib et al. (2008), destaca o modelo de Zhang e Vanderheyden (2002) como o que melhor prediz o escoamento em colunas de bolhas.

Primeiramente os diferentes modelos para o coeficiente de arraste foram avaliados para uma velocidade superficial de gás de 2cm/s, correspondendo ao regime homogêneo de escoamento. Portanto, os fenômenos de quebra e coalescência puderam ser ignorados, pois neste regime a variação do tamanho da bolha não é significativa.

A Figura 5.5 mostra o perfil radial de fração volumétrica de gás na posição de z/D = 5,1 com os diferentes modelos de arraste avaliados para o regime homogêneo de escoamento.



Figura 5.5: Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes modelos de arraste

Na Figura 5.5 pode-se observar que os modelos propostos por Ishii e Zuber (1979) e Grace et al. (1976) indicam comportamentos semelhantes, mantendo a fração volumétrica praticamente constante radialmente. Já o modelo proposto por Zhang e Vanderheyden (2002) apresenta um perfil um pouco diferenciado próximo à parede, onde há um decréscimo no valor da fração volumétrica de gás. No centro da coluna a diferença entre este modelo e os dados experimentais é pequena em torno de 4% enquanto que para os outros dois modelos chega a ser de 10%, porém no ponto mais próximo a parede o erro chega a 31%.

A velocidade de gás também foi avaliada para os diferentes modelos de arraste propostos. A Figura 5.6 mostra tal comparação.



Figura 5.6: Perfil radial de velocidade de gás para diferentes modelos de arraste

Na Figura 5.6 é possível notar claramente que o modelo de Ishii e Zuber (1979) representa melhor o perfil de velocidade de gás, enquanto que o de Grace et al. (1976) superestima os dados experimentais e o de Zhang e Vanderheyden (2002) apresenta um perfil bem diferente do experimental, onde o primeiro é praticamente constante e o último parabólico. Portanto, na avaliação destes dois parâmetros da fase gás, concluiu-se que para a velocidade de 2cm/s o modelo de arraste que melhor representa o comportamento desta fase é o de Ishii e Zuber (1979).

Como apenas com a consideração da força de arraste se pode representar o escoamento gás-líquido em regime homogêneo, não foram realizados testes com as demais forças de transferência de quantidade de movimento.

Outra avaliação quanto ao arraste foi feita para o caso de regime heterogêneo, pois o comportamento dinâmico deste tipo de regime é claramente diferente do homogêneo. Para tanto, é necessário levar em consideração os fenômenos de quebra e coalescência das bolhas. Deste modo, além dos modelos utilizados para os testes até aqui apresentados em regime homogêneo, fez-se uso dos modelos de quebra de Luo e Svendsen (1996) e de coalescência de Prince e Blanch (1990).

Para que o balanço populacional fosse aplicado, três grupos de tamanhos de bolha foram selecionados, como mostrado na Tabela 5.1, onde na entrada a fração volumétrica do grupo 2 foi considerada como 1. Estes grupos foram escolhidos de acordo com os dados experimentais de Xue et al. (2008) do tamanho do comprimento do arco da bolha (*bubble chord length*) e por se apresentarem em maior frequência dentro da coluna.

Tabela 5.1: Grupos de Tamanhos de Bolhas

Grupo	Diâmetro (mm)
1	1,3
2	2,2
3	$5,\!5$

Neste caso, o modelo de Grace et al. (1976) não foi avaliado, apenas os de Ishii e Zuber (1979) e Zhang e Vanderheyden (2002) por apresentarem melhores resultados neste tipo de regime (Tabib et al., 2008). Os resultados numéricos do perfil de fração volumétrica de gás estão mostrados na Figura 5.7 para os diferentes modelos de arraste.

Analisando a Figura 5.7 nota-se que ambos os modelos testados falham ao predizer a fração volumétrica de gás nas condições propostas. O de Ishii e Zuber (1979) superestima os valores experimentais em torno de 33% próximo às paredes e em torno de 15% no centro da coluna, enquanto que o de Zhang e Vanderheyden (2002) os subestima, com erros muito próximos aos obtidos com o arraste de Ishii e Zuber (1979), nas paredes 36% e no centro 12%. Novamente, a velocidade de gás também foi avaliada quanto aos diferentes modelos para o coeficiente de arraste. O perfil da mesma é mostrado na Figura 5.8.



Figura 5.7: Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes modelos de arraste



Figura 5.8: Perfil radial de velocidade de gás para diferentes modelos de arraste

Comparando os dois modelos avaliados, nota-se na Figura 5.8 que tanto o modelo de Ishii e Zuber (1979) quanto o modelo de Zhang e Vanderheyden (2002) apresentam uma boa concordância com os dados experimentais. Sendo o último um pouco melhor na representação da velocidade de gás, principalmente no centro da coluna.

No entanto, mesmo com a avaliação destes dois parâmetro, fração volumétrica e velocidade de gás, ainda não é possível determinar qual dentre os dois modelos melhor representa o escoamento heterogêneo em coluna de bolhas. Portanto, para a definição do modelo é necessário avaliar a velocidade axial de líquido, a qual foi medida experimentalmente por meio da técnica PIV.

Para a avaliação das outras forças interfaciais fez-se uso do modelo de Zhang e Vanderheyden (2002), pois ainda não existem muitos estudos relacionados a este modelo, enquanto que para o de Ishii e Zuber (1979) é possível encontrar diversos trabalhos na literatura relatando sua aplicabilidade (Deen et al., 2001), (Zhang et al., 2006) e (Dionísio et al., 2009).

Força de Sustentação

No que se diz respeito a modelagem da força de sustentação (lift) ainda existem contradições. Em alguns estudos como os de Kulkarni (2003), Frank et al. (2008) e Bhole et al. (2008) dentre outros, a modelagem desta força mostrou melhoras quando comparados os resultados numéricos com os experimentais. Porém existem aqueles em que a sua consideração foi desprezada e mesmo assim bons resultados foram alcançados, destacando os trabalhos de Chen et al. (2005), Santos et al. (2007) e Dionísio et al. (2009).

Neste estudo a influência da força de sustentação foi avaliada utilizando o modelo proposto por Tomiyama (2002), pois esta abordagem foi anteriormente utilizada por Bhole et al. (2008) mostrando bons resultados. Além disso esse modelo não possui parâmetros ajustáveis. A Figura 5.9 apresenta as comparações com os dados experimentais na posição z/D = 5,1 em uma velocidade superficial de 8cm/s.



Figura 5.9: Influência da força de sustentação na fração volumétrica de gás

De acordo com a Figura 5.9 a consideração desta força faz com que o perfil radial de fração volumétrica de gás se mostre praticamente constante, ou seja que muitas bolhas migram para a parede. No modelo de Tomiyama (2002) as bolhas maiores ascendem pelo centro da coluna, enquanto que as menores são direcionadas para a parede.

A Figura 5.10 mostra as seções transversais de fração volumétrica de gás sem (Figura 5.10 (a)) e com a implementação da força de sustentação (Figura 5.10 (b)). É possível observar nesta Figura quando a força de sustentação é considerada, a fase gás apresenta-se em praticamente toda a extensão radial, já com o modelo simples, aquele em que apenas o arraste é considerado, a maior concentração de gás encontra-se no centro. Além disso, nota-se que a fração volumétrica mínima de gás no modelo com a força de sustentação é aproximadamente o valor máximo da mesma no modelo simples. Portanto, de acordo com os resultados obtidos essa força foi descartada.



Figura 5.10: Perfil radial de fração volumétrica de gás (a) modelo simples (b) força de sustentação

Dispersão Turbulenta

Esta força é o resultado do transporte turbulento da fase dispersa através dos turbilhões. Da mesma forma que a força de sustentação o seu uso na modelagem de colunas de bolhas não é unânime. Trabalhos como os de Lu et al. (2009), Li et al. (2009) enfatizam sua aplicação no modelo matemático, porém existem outros como os de Chen et al. (2005), Sokolichin et al. (2004), os quais assumem que esta força não possui influência significativa na modelagem do escoamento.

Como a força de dispersão turbulenta é baseada nas flutuações das forças agindo nas bolhas, esta foi avaliada para uma velocidade superficial de gás de 8cm/s, onde o escoamento está no regime heterogêneo. Para tanto, foram realizadas simulações com a implementação do balanço populacional, além da dispersão turbulenta modelada de acordo com Lopez de Bertodano (1992), com coeficiente de 0,1.

As Figuras 5.11 e 5.12 apresentam os resultados obtidos com a dispersão turbulenta no regime heterogêneo na posição z/D = 5,1.



Figura 5.11: Perfil de fração volumétrica de gás com dispersão turbulenta



Figura 5.12: Perfil de velocidade de gás com dispersão turbulenta

De acordo com Lopez de Bertodano (1992) a consideração desta força faz com que a fase dispersa dissipe turbulência na fase contínua, diminuindo a transferência da quantidade de movimento. Assim quando a dispersão turbulenta é aplicada o perfil de velocidade de gás é subestimado quando comparado ao modelo sem sua adição. No entanto, o perfil de fração volumétrica de gás, Figura 5.11, é subestimado apenas no centro da coluna, enquanto que nas paredes este é melhorado, pois o movimento relativo das bolhas leva a flutuações intensas do líquido, isto afeta o comportamento das bolhas vizinhas, fazendo com que estas sejam direcionadas às paredes.

Nos estudos de Tabib et al. (2008) e Li et al. (2009) o valor do coeficiente de dispersão turbulenta utilizado foi de 0,2, o qual segundo eles melhor representa o escoamento. Assim, a Figura 5.13 mostra os resultados para este valor de coeficiente.



Figura 5.13: Perfil de fração volumétrica de gás com dispersão turbulenta - $C_{TD} = 0.2$

Aparentemente para o caso estudado, a escolha do valor do coeficiente de dispersão turbulenta não influencia significativamente na representação do escoamento (Figura 5.13).

Para avaliar o comportamento da energia cinética turbulenta quando o modelo

de dispersão turbulenta é aplicado, mapas axiais são apresentados pela Figura 5.14 (a) com o modelo simples e (b) com a dispersão turbulenta.



Figura 5.14: Energia cinética turbulenta média (a) simples (b) dispersão turbulenta

Na Figura 5.14 (b) pode-se notar que quando a força de dispersão turbulenta é empregada, a energia cinética turbulenta média possui um valor menor ao longo da coluna.

A inclusão das forças interfaciais de sustentação e dispersão turbulenta na modelagem fenomenológica de colunas de bolhas resulta em uma influência significativa nos perfis de fração e velocidade de gás, acerca do movimento radial destas. Na maioria dos casos, o emprego da força de sustentação é para alcançar uma maior aproximação com dados experimentais. Para tanto seu coeficiente varia de valores positivos à negativos, ou seja, considera-se aquele no qual o resultado numérico se aproxima mais do experimental. O mesmo ocorre com a dispersão turbulenta, seu coeficiente é adaptado à medida em que se necessita de uma melhora na representação do escoamento. Na faixa dos números adimensionais como Reynolds, Morton e Eötvos não existe prova teórica ou evidência experimental mostrando a direção e a magnitude destas forças (Sokolichin et al., 2004). Portanto, tais forças foram descartadas, apenas a força de arraste foi empregada nos demais testes numéricos.

5.1.4 Avaliação dos Modelos de Turbulência

Além da influência das forças interfaciais, a adequada descrição da turbulência é um dos pontos críticos para poder capturar toda a física que envolve os fenômenos em uma coluna de bolhas. Portanto uma análise dos diferentes modelos de turbulência foi realizada para o regime heterogêneo de escoamento. Para tanto, os modelos testados foram: k- ε padrão e o modelo dos tensores de Reynolds (RSM) para a fase contínua, além do modelo de zero-equação para a fase dispersa. Quando a turbulência da fase dispersa foi considerada a contínua foi abordada com o k- ε padrão.

A comparação dos diferentes modelos de turbulência com os dados experimentais é apresentada nas Figuras 5.15 e 5.16. Em ambos os casos, os resultados mostrados são na posição z/D = 5.1.



Figura 5.15: Perfil radial de fração volumétrica de gás para os diferentes modelos de turbulência



Figura 5.16: Perfil radial da velocidade de gás para os diferentes modelos de turbulência

Na avaliação da fração volumétrica de gás, nota-se pela Figura 5.15, que a utilização do modelo dos tensores de Reynolds melhora os resultados simulados comparando-os com os dados da literatura. Tanto no centro quando na parede da coluna, os valores apresentados pelo modelo RSM se aproximam mais dos valores encontrados experimentalmente.

A aplicação de um modelo de turbulência para a fase dispersa resulta em um perfil invertido para a fração volumétrica de gás, subestimando seus valores no centro. Já para a velocidade de gás (Figura 5.16), os resultados simulados com o modelo $k-\varepsilon$ possuem boa concordância tanto quantitativa quanto qualitativa com os dados experimentais, porém estas são diminuídas quando o modelo RSM é empregado. Com a consideração da turbulência para a fase dispersa, por meio do modelo de zero-equação, o perfil obtido apresenta apenas concordância qualitativa com os dados experimentais de velocidade de gás porém os subestima.

Como o modelo RSM melhora o perfil de fração volumétrica de gás, porém a representação da velocidade de gás é melhor com o modelo k- ε , é necessária a avaliação do comportamento da fase líquida para a definição de qual melhor modelo de turbulência.

5.1.5 Avaliação do Número de Fases Dispersas

Para que seja possível avaliar o comportamento das bolhas dentro de um escoamento, no qual suas iterações são consideradas, ou seja, como estas possam vir a se agregar ou quebrar, é necessário o uso do balanço populacional. Os modelos baseados baseados em balanço de populações utilizam funções de probabilidade para relacionar as propriedades externas, isto é, o espaço físico onde se encontram as bolhas, com as propriedades internas, isto é, àquelas relativas às características quantitativas.

Para a aplicação do balanço populacional por meio do método MUSIG (Lo, 1996), é preciso especificar o número de grupos de tamanhos de bolhas, em quanto a fase dispersa será dividida e seus respectivos diâmetros. Ainda não se estabeleceu uma quantidades de grupos, a qual seja suficiente para a melhor representação do escoamento em colunas de bolhas, Chen et al. (2005) utilizaram nove grupos, enquanto que Bhole et al. (2008) treze. Deste modo, realizou-se uma análise com diferentes grupos de tamanho, três, cinco e dez. Os fenômenos de quebra e coalescência foram modelados de acordo com Luo e Svendsen (1996) e Prince e Blanch (1990) respectivamente.

Primeiramente, três diferentes fases dispersas com diâmetros de 1,3 e 5mm foram introduzidas na coluna separadamente, como diferentes fases e não como uma fase polidispersa. Os resultados referentes ao perfil de fração volumétrica de gás na posição z/D = 5.1 são mostrados pela Figura 5.17.

Quando três diferentes fases entram na coluna, os perfis radias de fração volumétrica de gás destas se apresentam praticamente constantes, diferindo entre si apenas quantitativamente, sendo o correspondente ao diâmetro de 1mm com o maior valor em toda a extensão radial. É possível observar também que quanto maior o diâmetro da fase dispersa menor o valor da fração volumétrica. O oposto acontece com a velocidade de gás, Figura 5.18, onde a bolha com maior diâmetro ascende mais rápido na coluna como esperado neste tipo de escoamento.



Figura 5.17: Perfil radial de fração volumétrica de gás para três fases dispersas



Figura 5.18: Perfil radial da velocidade de gás para três fases dispersas

Os diâmetros das bolhas, tanto para três quanto para cinco grupos, foram baseados na distribuição do tamanho do arco da bolha, apresentada no artigo de Xue et al. (2008). Para que fossem escolhidos os dez tamanhos diferentes, determinou-se os valores mínimo e máximo de diâmetro, e o próprio *software* CFX 12 da Ansys realizou sua divisão, de acordo com as Equações (5.2) e (5.3):

$$d_i = d_{min} + \Delta_d \left(i - \frac{1}{2} \right) \tag{5.2}$$

onde,

$$\Delta_d = \frac{d_{max} - d_{min}}{ng} \tag{5.3}$$

ng é o número de grupos.

A Tabela 5.2 mostra os diâmetros das bolhas para os grupos de tamanho utilizados no MUSIG.

Grupos	Diâmetros (mm)									
3	1	3	5							
5	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0					
10	1,45	$2,\!35$	$3,\!25$	$4,\!15$	$5,\!05$	$5,\!95$	$6,\!85$	7,75	8,65	$9,\!55$

Tabela 5.2: Diferentes Grupos de Tamanho de Bolhas

Quando apenas uma bolha é considerada (diâmetro constante), o perfil de fração volumétrica de gás obtido é superestimado e praticamente constante, resultado que justifica a aplicação do balanço populacional (Figura 5.19). Ainda é possível observar na Figura 5.19 que, aumentando o número grupos, mais plano o perfil de fração volumétrica de gás fica, o mesmo acontece com o perfil de velocidade de gás (Figura 5.20).



Figura 5.19: Perfil radial de fração volumétrica de gás para diferentes grupos de tamanho



Figura 5.20: Perfil radial da velocidade de gás para os diferentes grupos de tamanho

A Figura 5.21 mostra os mapas de fração volumétrica de gás para os diferentes grupos de bolhas, (a) três, (b) cinco e (c) dez. É possível observar nesta Figura que o gás sobe preferencialmente pelo centro ao longo da coluna quando são considerados três grupos (5.21 (a)). No entanto, quando o número de grupos de bolhas é aumentado, nota-se, Figuras 5.21 (b) e (c), um aumento na fração de gás próximo as paredes da coluna quando comparado com o perfil de três grupos (Figura 5.21 (a)). Aparentemente o gás ascende de forma uniforme radialmente, achatando o perfil de fração volumétrica e de velocidade de gás.



Figura 5.21: Mapas de fração volumétrica de gás (a) 3 grupos (b) 5 grupos (c) 10 grupos

5.2 Caso 2

Serão apresentados nesta seção os dados experimentais obtidos para a coluna de bolhas cilíndrica operando no regime heterogêneo de escoamento. Análises de perfis de velocidade axial média de líquido, flutuação de velocidade, intensidade de turbulência e tensores de Reynolds foram realizadas em três diferentes velocidade superficiais de gás (Tabela 4.2), 3cm/s, 5cm/s e 7cm/s, onde todos estes experimentos foram realizados em triplicata. Em seguida são apresentados os testes numéricos acerca desta geometria.

5.2.1 Velocidade Axial Média do Líquido

Primeiramente, foram realizados testes a fim de determinar a quantidade de fotos necessária para uma boa representação do perfil de velocidade média. Para tanto, foram feitos tratamentos com 10000, 5000 e 2500 fotos, mostrados na Figura 5.22, a uma velocidade de 7cm/s pois esta sendo a mais alta, a quantidade de fotos que possa representá-la corretamente será suficiente para as velocidades mais baixas.



Figura 5.22: Perfil de velocidade média

Nota-se na Figura 5.22 que os perfis obtidos para 10000, 5000 e 2500 fotos são semelhantes. Uma pequena variação no perfil com 2500 fotos no centro da coluna foi evidenciado, já os com 10000 e 5000 foram praticamente iguais. Portanto, optou-se por utilizar 5000 fotos para o tratamento das imagens para todas as velocidades.

Para que a análise da velocidade axial do líquido fosse realizada, dividiu-se o local da medição em quatro partes distintas que deveriam ser agrupadas depois. Dividindo a coluna em partes, a câmera pode ser aproximada, permitindo a captação de detalhes maiores do líquido, pois o escoamento a uma velocidade superficial de gás de até 7cm/s apresenta grande quantidade de bolhas na coluna, dificultando a passagem do *laser*, para que seja possível a leitura da velocidade das partículas traçadoras. A Figura 5.23 mostra o perfil para o lado direito da coluna.



Figura 5.23: Perfil de velocidade média - coluna dividida em quatro partes

Na Figura 5.23, nota-se que não houve um cruzamento dos pontos obtidos mais ao centro da coluna com os dados obtidos próximo a parede. O desvio entre esses valores pode ser por incertezas do *software* ao analisar as partículas traçadoras próxima do limite lateral das imagens. Diante disso, dividiu-se o raio da coluna em duas partes, sendo que parte da primeira imagem foi interseccionada por parte da próxima para evitar erros decorrentes da análise próxima ao limite lateral da mesma. A câmera foi posicionada para que as medidas fossem realizadas entre 47 e 55*cm*, sendo os dados apresentados há uma altura de 52*cm* (z/D = 3,6).

Assim, com base nas condições mencionadas, perfis de velocidade axial média

foram obtidos para as três diferentes vazões de gás 30L/min, 50L/min e 70L/min. As Figuras 5.24, 5.25 e 5.26 mostram os campos vetoriais de velocidade média obtidos após o tratamento das imagens para as três diferentes vazões.



Figura 5.24: Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 3cm/s$



Figura 5.25: Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 5cm/s$



Figura 5.26: Campo vetorial de velocidade média de líquido - (a) lado direito (b) lado esquerdo - $U_{sup} = 7cm/s$

Pode-se notar nas Figuras 5.24, 5.25 e 5.26 que para as diferentes velocidades superficiais de gás o campo de velocidade médio do líquido apresenta característica similar, com velocidades descendentes e uma região de reversão de fluxo próximo à parede e um pico de velocidade no centro da coluna, caracterizando um escoamento típico em colunas de bolhas.

Analisando os resultados obtidos, foram extraídos dos campos de velocidades, perfis de velocidade axial média do líquido em z/D = 3,6 mostrados nas Figuras 5.27 a 5.29 para comparação.

Em todos os casos apresentados é possível observar um comportamento típico do escoamento de líquido em colunas de bolhas, onde este ascende pelo centro da coluna, e apresenta nas paredes uma velocidade negativa, onde ocorre a recirculação do mesmo. Os pontos onde a inversão do escoamento ocorre, são em todos os casos apresentados nas posições 1,85cm e 13,6cm.



Figura 5.27: Perfil de velocidade média - $U_{sup} = 3cm/s$



Figura 5.28: Perfil de velocidade média - $U_{sup}=5cm/s$



Figura 5.29: Perfil de velocidade média - $U_{sup} = 7cm/s$

A comparação entre os perfis de velocidade axial média entre as três diferentes vazões de entrada de gás são apresentadas na Figura 5.30. É possível observar um comportamento qualitativo similar entre os casos apresentados. Quando comparadas entre si, as velocidades axiais médias não variam muito com a velocidade superficial de gás em toda a coluna. Os picos centrais de velocidade axial de líquido geralmente variam linearmente com a velocidade superficial de gás. Entretanto, no regime heterogêneo esta dependência muda, o mesmo comportamento foi encontrado no trabalho de Degaleesan et al. (2001).



Figura 5.30: Perfil de comparativo de velocidade média

5.2.2 Flutuação de Velocidade (RMS)

Os perfis de flutuação de velocidades (RMS) da fase líquida para os três casos estudados são apresentadas na mesma posição axial onde foram medidas as velocidades médias a 52cm da base da coluna. As Figuras 5.31 a 5.33 mostram tais perfis para as respectivas velocidades superficiais de gás de 3cm/s, 5cm/s e 7cm/s.

É possível observar na Figura 5.31, que para a velocidade superficial de 3cm/so perfil de flutuação de velocidade é mais uniforme, seu maior valor se encontra no centro da coluna e diminui gradativamente à medida em que se aproxima da parede.



Figura 5.31: Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup}=3cm/s$



Figura 5.32: Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup}=5cm/s$



Figura 5.33: Perfil de flutuação de velocidade do líquido - $U_{sup} = 7cm/s$

No entanto para as maiores velocidades, este comportamento não é observado, no caso de velocidade superficial de 5cm/s (Figura 5.32) esta sofre uma diminuição logo depois do centro da coluna, aumentando logo depois, até um decréscimo maior próximo à parede. Já para o caso de maior velocidade superficial de gás (Figura 5.33) seu perfil é mais irregular e apresenta um pico logo após o centro da coluna.

Comparando as flutuações de velocidade, Figura 5.34, nota-se que à medida em que se aumenta a velocidade superficial de gás, aumenta-se também o pico da flutuação de velocidade no centro da coluna. A diferença quantitativa entre os perfis diminui à medida em que se aproxima da parede, sendo a diferença máxima entre os pontos 7,25 e 21,75mm do raio da coluna.



Figura 5.34: Perfis de flutuação de velocidade do líquido para as diferentes velocidades superficiais de gás

5.2.3 Intensidade de Turbulência

Os perfis radiais da variação da intensidade turbulenta do líquido foram avaliados da mesma forma que os de velocidade média e de flutuação de velocidade. Estes foram também comparados entre si, a uma altura de z/D = 3,6. A intensidade turbulenta unidirecional é calculada a partir da equação 5.4

$$Tb = \frac{u'}{U_{sup}} \tag{5.4}$$

onde, u' é a flutuação de velocidade e U_{sup} é a velocidade superficial.

Os perfis de intensidade turbulenta para as três velocidades estudadas são apresentadas na Figura 5.35.



Figura 5.35: Perfil de intensidade de turbulência

Para uma velocidade superficial de gás de 3cm/s o perfil da intensidade de turbulência da fase líquida não varia muito radialmente, conforme mostra a Figura 5.35. Seu valor máximo é no centro da coluna em torno de 6%, chegando a 4,85% na parede. Para a velocidade superficial de 5cm/s observa-se que no centro da coluna o seu valor é de 5%, sofrendo um pequeno aumento logo após o centro e diminuindo gradativamente até a parede, onde chega a aproximandamente 3,3%. Diferentemente do perfil apresentado para uma velocidade de 3cm/s, a variação radial da intensidade turbulenta da fase líquida é maior para o caso de 5cm/s, mostrando um perfil parabólico. O comportamento qualitativo da intensidade turbulenta, a uma velocidade de 7cm/s, é o mesmo que o apresentado para a velocidade de 5cm/s. O valor da intensidade turbulenta no centro é de aproximadamente 4,6%, chegando a 2,9% na parede. Ainda, mesmo com uma pequena variação radial, a maior intensidade turbulenta foi obtida com a velocidade superficial de 3cm/s, onde há uma menor concentração de bolhas.

Os perfis de intensidade de turbulência para as velocidades de 5cm/s e 7cm/ssão qualitativamente semelhantes, no entanto, quando há uma maior concentração de bolhas, ou seja, para a velocidade mais alta, o maior valor da intensidade de turbulência não é localizado no centro da coluna, e sim próximo à ele, aproximadamente em 9,43mm onde também são encontradas os maiores valores de flutuação de velocidade.

5.2.4 Tensores de Reynolds

Para a análise das características turbulentas do escoamento gás-líquido, determinou-se os momentos de segunda ordem dos tensores normais nas direções axial $(\overline{u'_y u'_y})$ e radial $(\overline{u'_x u'_x})$, os quais contribuem para a energia cinética turbulenta, além do tensor axi-radial $(\overline{u'_y u'_x})$, este sendo responsável por manter a circulação na coluna (Bhole et al., 2006). Os tensores normais são determinados a partir da Equação (5.5):

$$\overline{u_j'u_k'} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^N \left(u_j - \overline{u_j}\right)\left(u_k - \overline{u_k}\right)$$
(5.5)

onde $j \in k$ representam um componente espacial qualquer e N é o número de amostras.

As Figuras 5.36 a 5.38 mostram as variações radiais dos tensores nas direções radial, axial e axi-radial respectivamente, para as velocidades superficiais de gás de 3cm/s, 5cm/s = 7cm/s. Nestas Figuras é possível notar que para a velocidade superficial de 3cm/s a variação dos tensores normais nas direções radial, axial e axi-radial não é muito acentuada. No entanto à medida em que a velocidade superficial aumenta $(5cm/s \in 7cm/s)$ a variação dos tensores também aumenta. Para o caso de velocidade superficial de 5cm/s, os tensores normais, radiais e axiais apresentam um pico máximo no centro da coluna, por onde as bolhas ascendem e onde há maior concentração delas, proporcionando uma maior flutuação. No caso de 7cm/s a região de maior flutuação está localizada próximo ao centro da coluna, diminuindo à medida em que se aproxima da parede, local onde há a reversão de fluxo e bolhas de menores tamanhos. De acordo com Degaleesan et al. (2001), aumentando-se a velocidade superficial do gás aumenta a fração volumétrica, onde também a coalescência é mais intensa, formando bolhas maiores, as quais ascendem pelo centro da coluna, fazendo com que as flutuações sejam maiores neste ponto.



Figura 5.36: Tensor normal na direção radial



Figura 5.37: Tensor normal na direção axial



Figura 5.38: Tensor normal na direção axi-radial

O tensor normal na direção axial (Figura 5.37) apresenta maiores valores para as três velocidades superficiais de gás utilizadas, portanto este possui maior influência na dinâmica do escoamento que os tensores radial e axi-radial.

Muitos modelos de turbulência são baseados na variação da energia cinética turbulenta k, portanto sua medição é um parâmetro importante para a caracterização do escoamento. A energia cinética turbulenta é determinada através dos momentos de segunda ordem dos tensores normais e de acordo com Albrecht et al. (2002), se dois componentes são conhecidos $u'_j e u'_k$, o terceiro é estimado pela média dos dois primeiros, logo k pode ser definida em duas dimensões como:

$$k = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{3}{4} \left(u_j' \right)^2 + \frac{3}{4} \left(u_k' \right)^2 \right)$$
(5.6)

Para a avaliação da variação da energia cinética turbulenta, perfis radiais da mesma foram obtidos para as três diferentes velocidades superficiais de gás 3cm/s, 5cm/s e 7cm/s, estes perfis são apresentados na Figura 5.39.



Figura 5.39: Energia cinética turbulenta

A Figura 5.39 mostra que k possui um pico no centro da coluna, local onde as flutuações são mais intensas, e à medida em que se aproxima da parede existe um outro ponto de inflexão onde a energia cinética possui um máximo local, em aproximadamente r/R = 0.7 local onde ocorre a reversão do fluxo.

Quando a velocidade superficial de gás é aumentada o ponto de reversão de escoamento não coincide mais com um dos pontos de máximo de energia cinética turbulenta, esta atinge seu maiores valores próximo ao centro da coluna, onde os tensores normais também possuem valores máximos, ou seja, onde ocorrem as maiores flutuações.

Para determinação dos diferentes regimes de operação para esta coluna, realizouse medidas de *holdup* global, por meio da expansão do leito em relação às diferentes velocidades superficiais de gás. A Figura 5.40 mostra a curva de transição de regime
de escoamento.



Figura 5.40: Curva de transição

De acordo com Vial et al. (2001) o regime homogêneo termina onde a função da curva de transição muda o seu comportamento, perdendo sua linearidade ou mudando a sua concavidade. Na Figura 5.40, pode-se notar que o regime homogêneo acaba em aproximadamente 2,4cm/s, onde começa o de transição e o regime heterogêneo começa em aproximadamente 5,2cm/s.

5.2.5 Análise Numérica

Inicialmente foram realizados testes de malha, a fim de se obter àquela na qual não exista dependência do escoamento, para a coluna experimental. Foi utilizado o mesmo procedimento que o apresentado na seção 5.1.1. Cinco diferentes malhas com aproximadamente 100000, 200000, 300000, 400000 e 720000 volumes de controle foram avaliadas. Dentre estas, a malha de 100000 volumes de controle se mostrou adequada para os testes numéricos, isto de acordo com os padrões estabelecidos e já apresentados (seção 5.1.1). De acordo com a Figura 5.40 esta coluna opera nos regimes de transição e heterogêneo nas velocidades propostas neste estudo. Portanto, em todos os casos numéricos foi empregado o balanço populacional, com os modelos de quebra de (Luo e Svendsen, 1996) e coalescência de (Prince e Blanch, 1990), e três grupos de tamanho de bolhas 1mm, 3mm e 5mm.

Análise de Modelos de Arraste

Como apresentado anteriormente dois modelos de arraste se mostraram eficientes para a representação da fase dispersa, tanto para a velocidade quando para a fração volumétrica (seção 5.1.3) no regime heterogêneo de escoamento. Deste modo, realizou-se testes numéricos para verificação da influência destes dois modelos (Ishii e Zuber, 1979) e (Zhang e Vanderheyden, 2002) na representação da velocidade axial média da fase líquida.

Além dos diferentes modelos de arraste, realizou-se ainda testes quanto a configuração do distribuidor da fase gás. A placa distribuidora possui 37 furos, a entrada de ar foi feita em duas formas, a primeira com uma entrada uniforme, passando pelos furos da placa, e a segunda com a entrada diretamente nos furos, a Figura 5.41 mostra tais esquemas.



Figura 5.41: Enttrada (a) uniforme (b) furos

Os perfis de velocidade axial média foram comparados para as diferentes configurações de entrada para a velocidade de 7cm/s, como mostra a Figura 5.42 para os dois modelos de arraste. É possível observar na Figura 5.42 que em todos os casos os resultados numéricos possuem boa concordância com os dados experimentais próximo às paredes, no entanto a velocidade axial média é subestimada no centro da coluna.

Quando a entrada é feita diretamente nos furos, o pico central de velocidade se aproxima mais do resultado experimental. Quanto aos modelos de arraste, o proposto por (Zhang e Vanderheyden, 2002), mostra-se melhor para a representação da velocidade axial de líquido. Assim, para os demais testes numéricos, este modelo de arraste foi empregado e a entrada foi realizada diretamente nos furos.



Figura 5.42: Perfil de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7cm/s$

Análise de Modelos de Turbulência

Novamente foi realizada a verificação da aplicação do modelo de turbulência dos tensores de Reynolds (RSM). Este modelo se mostrou eficiente para a representação da fração volumétrica de gás.

A Figura 5.43 apresenta o perfil de velocidade axial média de líquido para a velocidade de 7cm/s. Nela é possível observar que quando o modelo de turbulência k- ε é utilizado os resultados numéricos subestimam os experimentais no centro da coluna, isto provavelmente devido à natureza dissipativa do modelo. No entanto, quando o modelo dos tensores de Reynolds é empregado, os dados obtidos numericamente representam melhor o escoamento no centro da coluna. Porém na região mais próxima da parede, o modelo k- ε apresentou melhor concordância com os dados experimentais.



Figura 5.43: Perfil de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7 cm/s$

Mesmo com o emprego do RSM, o modelo proposto ainda subestima os valores da energia cinética turbulenta para todas as velocidades avaliadas como apresentam as Figuras 5.44 a 5.46.

Como o modelo k- ε faz uso da hipótese da viscosidade turbulenta, a qual considera a turbulência isotrópica, ou seja, que as escalas de comprimento e velocidade são as mesmas em todas as direções, isto faz com que a energia cinética seja igualmente distribuída, o que não é observado experimentalmente. Pois, de acordo com as Figuras 5.36 a 5.38 nota-se um comportamento anisotrópico do escoamento para as velocidades avaliadas. Assim, o modelo dos tensores de Reynolds é mais adequado para a descrição do escoamento em regime heterogêneo.



Figura 5.44: Energia cinética turbulenta - $U_{sup}=3cm/s$



Figura 5.45: Energia cinética turbulenta- $U_{sup}=5cm/s$



Figura 5.46: Energia cinética turbulenta- $U_{sup} = 7cm/s$

5.3 Validação do Modelo

Nesta seção será apresentada a validação do modelo matemático para as duas colunas propostas. No primeiro caso, perfis de fração volumétrica em diferentes posições axiais (z/D = 1,7,5,1 e 8,5) e velocidade de gás em z/D = 5,1 são comparados com os dados experimentais de Xue et al. (2008). No segundo caso, os resultados numéricos são confrontados com perfis de velocidade axial média medidos por meio da técnica PIV.

5.3.1 Caso 1

Para o regime homogêneo de escoamento, no caso de velocidade superficial de 2cm/s, dentre as forças interfaciais, apenas a de arraste foi aplicada por meio do modelo de Ishii e Zuber (1979). As Figuras 5.47 a 5.49 mostram a comparação dos dados numéricos com os experimentais de Xue et al. (2008) em diferentes posições na coluna, z/D = 1,7,5,1 e 8,5.



Figura 5.47: Perfil de fração volumétrica de gás

O modelo proposto representa bem o escoamento para as diferentes posições axiais da coluna, mesmo na região do distribuidor z/D = 1,7, como mostra a Figura 5.47, onde existe uma variação transiente da área de borbulhamento, devido à intermitente entrada de gás, além da reversão do escoamento provocada pela recirculação da fase líquida, levando à oscilações e instabilidades.



Figura 5.48: Perfil de fração volumétrica de gás



Figura 5.49: Perfil de fração volumétrica de gás

Na posição z/D = 5,1 nota-se pela Figura 5.48 que os resultados numéricos subestimam o perfil de fração volumétrica de gás, o mesmo ocorre para z/D = 8,5 5.49. No entanto o perfil "achatado" de fração volumétrica de gás, característico do regime homogêneo, também é alcançado pelos resultados numéricos. É possível notar ainda que a fração volumétrica não varia de forma significativa axialmente neste caso.

Para uma melhor avaliação do modelo, a comparação dos dados de velocidade de gás foi realizado. Sendo estes apresentados nas Figuras 5.50 a 5.52.



Figura 5.50: Perfil de velocidade de gás

Comparando os dados experimentais com os numéricos, nota-se na Figura 5.50, que o modelo subestima os valores experimentais na região próxima ao distribuidor da fase gás, devido provavelmente à instabilidade provocada pela recirculação de líquido. É possível observar também que a velocidade de gás é maior nesta região, fato este não capturado pelo modelo.



Figura 5.51: Perfil de velocidade de gás



Figura 5.52: Perfil de velocidade de gás

O perfil de velocidade de gás não varia muito com a posição axial, como mostram as Figuras 5.51 e 5.52, nestas regiões onde o escoamento é completamente desenvolvido, existe uma boa concordância entre os dados experimentais e os obtidos pelo modelo proposto.

No regime homogêneo é possível obter uma boa representação do escoamento com um modelo matemático relativamente simples, conforme apresentado por Santos et al. (2007) e Dionísio et al. (2009). Porém, o mesmo não ocorre para faixas de velocidades superficiais de gás mais altas, neste caso se faz necessário o emprego de mais de um tamanho de bolha para que se possa obter a correta representação do escoamento. A faixa de velocidades, a qual ocorre esta transição de regime varia dependendo de fatores como o diâmetro da coluna e o distribuidor da fase gás. No entanto, trabalhos como o de Jia et al. (2007) e Silva et al. (2010) mostram que a aplicação do balanço populacional influencia esta representação mesmo em velocidades abaixo de 4cm/s.

Para o regime heterogêneo de escoamento, velocidade superficial de gás de 8cm/s, constatou-se que o modelo dos tensores de Reynolds representa bem a fração volumétrica de gás, porém para a velocidade de gás, o modelo k- ε foi superior. Além disto, ambos os modelos de arraste avaliados (Ishii e Zuber, 1979) e (Zhang e Vanderheyden, 2002)) não apresentam bons resultados quando comparados com os dados experimentais de fração volumétrica de gás de Xue et al. (2008). Deste modo, avaliou-se também outra condição de saída além da pressão atmosférica (*openning*) a de *degassing*, nela considera-se que apenas a fase gás deixa o domínio (ANSYS, 2007).

A comparação dos perfis de fração volumétrica de gás entre as diferentes saídas e o modelo de turbulência dos tensores de Reynolds (RSM) são mostrados nas Figuras 5.53 a 5.55. Tais perfis foram tomados em diferentes posições axiais z/D = 1,7,5,1 e 8,5 respectivamente.



Figura 5.53: Perfil radial de fração volumétrica de gás



Figura 5.54: Perfil radial de fração volumétrica de gás



Figura 5.55: Perfil radial de fração volumétrica de gás

Utilizando a condição de *degassing*, nota-se nas Figuras 5.53 a 5.55 que o perfil radial de fração volumétrica de gás obtido com o modelo de Zhang e Vanderheyden (2002) melhora a representação do escoamento nas diferentes posições axiais. Como esta condição não permite que nenhuma fração de água saia pelo domínio, possivelmente uma pequena quantidade desta o deixa quando a pressão atmosférica é definida na saída, quando o coeficiente de arraste de Zhang e Vanderheyden (2002) é empregado. Alguns pesquisadores utilizam tal condição para saída (Jia et al., 2007) e (Ekambara e Dhotre, 2010).

Na região mais próxima do distribuidor, Figura 5.53, o modelo de turbulência RSM alcança uma representação qualitativa do escoamento. Enquanto que na região completamente desenvolvida, Figura 5.55, o modelo k- ε apresentou melhores resultados.

A Figura 5.56 mostra a velocidade de gás na altura z/D = 5,1, para a velocidade de 8cm/s. Apenas esta posição foi avaliada, pois no trabalho de Xue et al. (2008) a velocidade é apresentada somente nesta altura, já que nesta pesquisa é constatado que a velocidade de gás não varia significativamente com a posição axial.



Figura 5.56: Perfil radial de velocidade de gás para diferentes condições de saída

Nota-se, na Figura 5.56 que a mudança na condição de saída não altera o perfil qualitativo da velocidade de gás, enquanto que um pico mais acentuado de velocidade é observado quando o modelo de turbulência RSM é empregado.

5.3.2 Caso 2

Para uma melhor avaliação do modelo matemático, os perfis de velocidade axial média de líquido obtidos experimentalmente, foram comparados com o modelo avaliado para a fase gás (caso 1). O mesmo modelo foi empregado na coluna experimental, pois nos dois casos estudados as colunas possuem diâmetro semelhante, a primeira com 16,2cm e a segunda com 14,5cm.

A Figura 5.57 apresenta o perfil de velocidade axial média de líquido para as duas condições de saída e para o modelo de turbulência RSM para uma velocidade superficial de gás de 7cm/s.



Figura 5.57: Perfil radial de velocidade axial média de líquido - $U_{sup} = 7cm/s$

Na Figura 5.57 é possível notar que a condição de saída não altera o perfil de velocidade obtido numericamente. Entretanto, o resultado obtido com o emprego do modelo de turbulência RSM apresenta uma melhora na representação do perfil de velocidade da fase líquida.

As Figuras 5.58 e 5.59 mostram a comparação dos dados experimentais e numéricos para as velocidades de 3cm/s e 5cm/s respectivamente. Nestas Figuras notase que com a aplicação do modelo de turbulência RSM há uma melhora significativa do perfil de velocidade axial média de líquido. No entanto, da mesma forma que observado anteriormente, próximo à parede a velocidade axial sofre um ligeiro aumento, fato não apresentado experimentalmente.



Figura 5.58: Perfil radial de velocidade axial média de líquido - 3cm/s



Figura 5.59: Perfil radial de velocidade axial média de líquido - 5cm/s

A velocidade axial média de líquido não varia significativamente na direção axial no regime heterogêneo (Figura 5.60), o mesmo comportamento foi observado por Xue et al. (2008) em relação à fração volumétrica e velocidade de gás.



Figura 5.60: Perfil radial de velocidade axial média de líquido

Os dados experimentais da literatura (Xue et al., 2008) apresentam apenas perfis de fração e velocidade da fase gás, porém, a fase líquida possui papel importante na fluidodinâmica do escoamento em colunas de bolhas. Constatou-se, por meio dos testes avaliados nesta pesquisa que uma boa representação da fase gás é alcançada considerando apenas a força de arraste dentre as forças interfaciais, a turbulência pode ser abordada com o modelo isotrópico k- ε desde que a condição de saída *degassing* seja empregada. Já para a representação da fase líquida é necessária a utilização do modelo dos tensores de Reynolds (RSM) para a turbulência.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

6.1 Conclusões

O principal objetivo desta tese é a aplicação de um modelo matemático capaz de representar o escoamento gás-líquido em colunas de bolhas operando em regime heterogêneo. As conclusões obtidas nesta pesquisa acerca dos resultados numéricos e experimentais serão dividas entre as duas colunas estudadas, como apresentado em toda extensão desta Tese de Doutorado.

No primeiro caso, a análise numérica foi realizada de acordo com os dados da literatura (Xue et al., 2008). Diferentes configurações de entrada, influência das forças interfaciais, modelos de turbulência para ambas as fases e diferentes números de fases dispersas foram verificados.

Na construção da malha numérica não foi necessária a fiel representação do distribuidor de gás, pois este possui muitos furos, 163 de diâmetros relativamente pequenos, 0,5mm de diâmetro. Portanto, para tal configuração a entrada de gás pode ser aproximada para uma entrada uniforme, diminuindo o custo computacional sem afetar a representação do equipamento.

Dentre os dois modelos de arraste utilizados, ambos representaram bem o escoamento no regime heterogêneo. Já no regime homogêneo o modelo de Ishii e Zuber (1979) apresentou melhores resultados para a velocidade de gás.

As forças de sustentação e dispersão turbulenta influenciam na dinâmica do escoamento quando modeladas, porém na maioria dos casos apresentados em literatura, seus coeficientes são determinados arbitrariamente, adequando-os à melhor representação do escoamento. Neste trabalho optou-se por um modelo para a força de sustentação, o qual não possui parâmetros ajustáveis, porém na faixa na qual este foi desenvolvido, ainda não existe evidência experimental da sua magnitude ou direção. Quanto a força de dispersão turbulenta, foram avaliados dois diferentes valores para o seu coeficiente, no entanto não houve diferença entre eles. Deste modo, para a aplicação de tais forças é necessário primeiramente a avaliação experimental do movimento radial, no caso da força de sustentação e da influência do movimento das bolhas na turbulência para o caso da força de dispersão turbulenta.

O modelo de turbulência k- ε apresentou bons resultados na representação tanto da velocidade quanto da fração volumétrica de gás na região de escoamento completamente desenvolvido, desde que a condição de saída *degassing* seja empregada. O modelo dos tensores de Reynolds, RSM, apresentou bons resultados para fração volumétrica de gás, porém a um custo computacional maior. Quando o modelo de zero-equação é utilizado para a fase gás, o perfil do escoamento melhora nas paredes, levando maior quantidade delas, assim o pico central tanto de fração volumétrica quanto de velocidade de gás é diminuído.

Para a aplicação do balanço populacional, faz-se necessário a divisão da fase dispersas em diferentes grupos de tamanhos. À medida em que estes grupos são aumentados, o perfil de escoamento se torna mais constante, perdendo o perfil parabólico característico do regime heterogêneo. Para o caso de velocidade superficial de gás de 8cm/s, apenas três tamanhos de bolhas se mostraram eficientes para a representação do escoamento tanto de fração volumétrica quanto de velocidade de gás.

No regime homogêneo um modelo matemático relativamente simples representa o escoamento gás-líquido, mesmo na região do distribuidor, a qual é caracterizada por oscilações e instabilidades. No entanto, para os regimes de transição e heterogêneo esta representação é dificultada devido às interações bolha-bolha, fazendo com que estas se quebrem e se coalesçam aumentando a turbulência. Assim, uma boa concordância entre os resultados experimentais da literatura e os numéricos obtidos neste trabalho foi alcançada com a utilização do modelos dos tensores de Reynolds para a turbulência, tanto para fração volumétrica em diferentes posições na coluna quanto para velocidade de gás, sem a necessidade de uma aproximação na condição de saída da coluna.

No segundo caso desta pesquisa, realizou-se experimentos em uma coluna de bolhas cilíndrica por meio da técnica PIV para medidas da velocidade axial média da fase líquida. Para que fosse possível tais medidas em regime heterogêneo de escoamento, foi necessária a divisão da coluna em duas partes, para que as bolhas não interferissem na passagem do *laser*.

Os perfis de velocidade axial média mostraram que no regime heterogêneo a dependência linear entre a velocidade superficial de gás e o pico central de velocidade axial não existe, o maior valor é alcançado pela velocidade de 5cm/s, pois para a de 7cm/s o aumento da dissipação da quantidade de movimento faz com que o perfil de velocidade seja mais achatado.

Os tensores de Reynolds possuem seu máximo no centro da coluna ou próximo a ele em todos os casos estudados, pois é no centro onde existem maiores concentrações de bolhas aumentando as flutuações neste ponto. O tensor axial possui maior influência na dinâmica do escoamento para estes casos.

Na análise numérica, realizou-se também a análise dos diferentes modelos de arraste, o modelo proposto por Zhang e Vanderheyden (2002) mostrou-se mais eficiente para velocidade mais altas.

A curva de transição obtida para a coluna experimental mostrou que na velocidade superficial de 2cm/s o regime de escoamento se encontra em transição, já na coluna proveniente da literatura (Xue et al., 2008) esta opera em regime homogêneo, mesmo ambas possuindo diâmetros de mesma ordem, a primeira de 14,5*cm* e a segunda de 16,2*cm*.

Devido à natureza dissipativa do modelo de turbulência k- ε juntamente com a consideração de turbulência isotrópica, este não apresentou bons resultados quando

comparados com os dados experimentais de velocidade axial média de líquido. Entretanto, o emprego do modelo dos tensores de Reynolds melhora significativamente a representação do escoamento, pois os tensores normais de Reynolds possuem um comportamento anisotrópico no regime heterogêneo.

6.2 Sugestões

Ressalva-se a necessidade de pesquisas futuras com o intuito de estabelecer um modelo matemático que represente escoamentos gás-líquido em colunas de bolhas. Para tanto, a utilização da regressão numérica dos dados experimentais, a fim de obter parâmetros comuns para as diferentes condições do escoamento e a implementação de modelos de arraste com diferentes diâmetros de bolhas, são possíveis etapas para tal. Contudo, outro ponto ainda em aberto e não menos importante na modelagem deste tipo de escoamento é o emprego do balanço populacional, verificando a aplicação de abordagens onde as bolhas não possuam o mesmo campo de velocidades, por meio do MUISG não-homogêneo e do método da quadratura dos momentos (DQMOM).

Referências Bibliográficas

- Albrecht, H.E, Borys, M., Damaschke, N.; Tropea, C. Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techiques. Ed. Springer, 2002.
- Antal, S., Lahey, R., Flaherty, J. Analysis of Phase Distribution in Fully-developed Laminar Bubbly Two Phase Flow. *International Journal of Multiphase Flow* vol. 17, p. 635-652, 1991.
- Araujo, J. F. M. Estudo dos Modelos de Quebra e Coalescência para Escoamentos Polidispersos. *Dissertação de Mestrado*, COPPE/UFRJ, 2006.
- Batchelor, G. K. The Theory of Homogeneous Turbulence. University Press Cambridge MA, England, 1982.
- Bastos, J. C. S. C. Análise Experimental e Numérica de um Jato de Dispersão Gás-Sólido. *Tese de Doutorado*, Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, 2009.
- Becker, S., Sokolichin, A., Eigenberger, G. Gas-liquid Flow in Bubble Columns and Loop Reactors. Part II Comparison of Detailed Experiments and Flow Simulations *Chemical Engineering Science*, vol. 49, p. 5747-5762, 1994.
- Behzadi, A., Issa, R. I., Rusche, H. Modeling of Dispersed Bubble and Droplet Flow at High Phase Fractions. *Chemical Engineering Science*, vol. 59, 795-770, 2003.
- Bhavraju, S. M., Russell, T. W. I., Blanch, H. W. The Design of Gas Sparged Devices for Viscous Liquid Systems. AIChE Journal, vol. 24, p. 454-466, 1978.
- Bhole, M. R., Roy, S., Joshi, J. B. Laser Doppler Anemometer Measurements in Bubble Column: Effect of Sparger Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 45, p. 9201-9207, 2006.

- Bhole, M. R., Joshi, J. B., Ramkrishna, D. CFD Simulation of Bubble Columns Incorporating Population Balance Modeling. *Chemical Engineering Science*, vol. 63, p. 2267-2282, 2008.
- Boisson, N., Malin, M. R. Numerical Prediction of Two-phase Flow in Bublle Columns. Internatinal Journal for Numerical, vol. 23, p. 1289-1310, 1996.
- Borchers, O., Busch, C., Sokolichin, A., Eigenberger, G. Applicability of the Standard k-ε Turbulence Model to the Dynamic Simulation of Bubble Columns. Part II: Comparison of Detailed Experiments and Fow Simulation. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 5927-5935, 1999.
- Boisson, N., Malin, M. R. CFD Simulation of Bubble Column Flows: Investigations on Turbulence Models in RANS Approach *Chemical Engineering Science*, vol. 64, p. 4399-4413, 2009.
- Bröder, D. e Sommerfeld, M. A PIV/PTV System for Analysing Turbulent Bubbly Flows. 10th International Symposium Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, Paper 10.1, 2000.
- Bröder, D. e Sommerfeld, M. Analysis of Hydrodynamics and Microstructure in a Bubble Column by Planar Shadow Image Velocimetry Industrial & Engineering Chemistry Research, vol 48, p. 330-340, 2009.
- Buwa, V. V., Ranade, V. V. Dynamics of Gas-Liquid Flow in a Rectangular Bubble Column: Experiments and Single/Multi-group CFD Simulations. *Chemical Engineering Science*, vol. 57, p. 4715-4736, 2002.
- Cassanello, M., Larachi, F., Kemoun, A., Al-Dahhan, M. H., Dudukovic, M. P. Inferring Liquid Chaotic Dynamics in Bubble Columns Using CARPT. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 6125-6134, 2001.
- CFX 11 Manual ANSYS, 2007.
- Chaumat, H., Billet, A-M., Delmas, H. Axial and Radial Investigation of Hydrodynamics in a Bubble Column; Influence of Fluids Flow Rates and Sparger Type. *International Journal of Chemical Reactor Engineerring*, vol. 4, n. A25, 2006.

- Chen, R. C., Fan, L. S. Particle Image Velocimetry for Characterizing the Flow Structures in Three-dimensional Gas-liquid-solid Fluidized Beds. *Chemical Engineering Science*, vol. 47, p. 3615-3622, 1992.
- Chen, J., Gupta, P., Degaleesan, S., Al-Dahhan, M. H., Dudukovic, M. P., Toseland, B. A. Gas Holdup Distributions in Large-Diameter Bubble Columns Measured by Computed Tomography. *Flow Measurement And Instrumentation*, vol. 9, p. 91-101, 1998.
- Chen, P., Sanyal, J., Dudukovic, M. P. Numerical Simulation of Bubble Columns Flows: Effect of Different Breakup and Coalescence Closures. *Chemical Engineering Science*, n. 60, p. 1085-1101, 2005.
- Chen, P., Dudukovic, M. P., Sanyal, J. Three-Dimensional Simulation of Bubble Column Flows With Bubble Coalescence and Breakup. *AIChE Journal*, vol. 51, n. 3, p. 696-712, 2005.
- Chen, J. e Chang, C. A Moving PIV System for Ship Model Test in a Towing Tank. Ocean Engineering, Vol 33, p.2025-2046, 2006.
- Chesters, A. K. e Hoffman, G. Bubble Coalescence in Pure Liquids. *Applied Scientific Research*, vol. 38, p. 353-361, 1982.
- Clift, R., Grace, J. R., Weber, M. E. Bubbles, Drops, and Particles. Academic Press, Inc. Montreal, 1978.
- Coulaloglou, C. A. e Tavlarides, L. L. Description of Interaction Process in Agitated Liquid-Liquid Dispersions. *Chemical Engineering Science*, vol. 32, p. 1298-1297, 1977.
- Darmana, D., Deen, N. G., Kuipers, J. A. M., Harteveld, W. K., Mudde, R. F. Numerical Study of Homogeneous Bubbly Flow: Influence of the Inlet Conditions to the Hydrodynamic Behavior. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 35, p. 1077-1099, 2009.
- Deckwer, W. D. Bubble Column Reactors. Chichester: John Wiley e SonsLtd., 1992.
- Deen, N. G., Solberg, T., Hjertager, B. H. Large Eddy Simulation of Gas-liquid Flow in a Square Cross-sectioned Bubble Column. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 6341-6349, 2001.

- Degaleesan, D., Dudukovic, M., Pan, Y. Experimental Study of Gas-Induced Liquid-Flow Structures in Bubble Columns. Aiche Journal, vol. 47, p. 1913-1931, 2001.
- Deen, N. G., Degaleesan, S., Delnoij, E. Two-Phase PIV in Bubbly Flows: Status and Trends. *Chemical Engineering and Technology*, vol. 45, p. 2285-2291, 2002.
- Delnoij, E., Westerweel, J., Deen, N. G., Kuipers, J. A. M., Van Swaaji, W. P. M. Ensemble Correlation PIV Applied to Bubble Plumes Rising in a Bubble Column. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 5159-5171, 1999.
- Devanathan, N., Moslemian, D., Dudukovic, M. P. Flow Mapping in Bubble Columns Using CARPT. *Chemical Engineering Science*, vol. 45, p. 2285-2291, 1990.
- Dhotre, M. T., Joshi, J. B. Design of a Gas Distributor: Three-dimensional CFD Simulation of a Coupled System Consisting of a Gas Chamber and a Bubble Column. *Chemical Engineering Journal*, vol. 125, pp. 149-163, 2007.
- Díaz, M. E., Iranzo, A., Cuabra, D., Barbero, R., Montes, F. J., Galán, M. A. Numerical Simulation of the Gas-Liquid Flow in a Laboratory Scale Bubble Column Influence of Bubble Size Distribution and Non-Drag Forces *Chemical Engineering Journal*, vol. 139, p. 363-379, 2008.
- Dionísio, R. P., Silva, M. K., d'Ávila, M. A., Mori, M. Three-Dimensional Simulation of Bubbly Flows with Different Geometrical Approaches. *International Review of Chemical Engineering*, 2009.
- Drahos, J., Zahradník, J., Puncochar, M., Fialova, M., Bradka, F. Effect of Operating Conditions of the Characteristics of Pressure Fluctuations in a Bubble Column. *Chemical Engineering and Processing*, vol. 29, p.107-115, 1991.
- Ekambara, K., Nandakumar, K., Joshi, J. CFD Simulation of Bubble Column Reactor Using Population Balance Industrial and Engineering Chemistry Research, vol. 47, p. 8505-8516, 2008.
- Ekambara, K., Dhotre, M. T. CFD Simulation of a Bubble Column. Nuclear Engineering and Design, vol. 240, p. 963-969, 2010.
- Ferziger, J. H. Simulation of Incompressible Turbulent Flows. Journal of Computational Physics, vol. 69, n° 1, p. 1-48, 1987.

- Frank, Th., Zwart, P.J., Kreper, E., Prasser, H.M., Lucas D. Validation of CFD Models for Mono- and Polydisperse Air-Water Two-Phase Flows in Pipes. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 238, p.647-659, 2008.
- Freedman, W., Davidson, J. F. Hold-up and Liquid Circulation in Bubble Columns. Transactions of the Institution of Chemical Engineers vol. 47, p. T251-T262, 1969.
- Geary, N. W., Rice, R. G. Circulation and Scale-up in Bubble Columns. AIChE Journal, vol. 38, p. 76-82, 1992.
- Gharat, S. D., Joshi, J. B. Transport Phenomena in Bubble Column Reactors I: Flow Pattern. *Chemical Engineering Journal*, vol. 48, p. 141-151, 1992.
- Ghandi, B., Prakash, A., Bergougnou, M. A. Hydrodynamic Behavior of Slurry Bubble Column at High Solids Concentrations. *Powder Technology*, vol. 103, p.80-94, 1999.
- Grace, J. R., Wairegi, T., Nguyen, T. H. Shapes and Velocities of Single Drops and Bubbles Moving Freely Through Immiscible Liquids. *Transactions of the Institution* of Chemical Engineers, vol. 54, p. 167-173, 1976.
- Guthoski, L. L. Ferramenta Computacional para a Medição de Campos de Velocidades Utilizando Processamento Digital de Imagens *Dissertação de Mestrado*, UFRGS, Porto Alegre - RS, 2001.
- Hagesather, L., Jakobsen, H. A., Hjarbo, K., Svendsen, H. A Coalescence and Breakup Module for Implementation in CFD Codes. European Symposium on Computer Aided Process Engineering, 10, 367, 2000.
- Hyndman, C. L., Larachi F, Guy C. Understanding Gas-Phase Hydrodynamics in Bubble Columns: A Convective Model Based on Kinetic Theory. *Chemical Engineering Science*, vol.52, p.63-77, 1997.
- Ishii, M., Zuber, N. Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows. AIChE Journal, vol. 25, p. 843-855, 1979.
- Jakobsen, H.A., Sannaes, B.H., Greskott, S., Svendsen, H. F. Modeling of Vertical Bubble-Driven Flows. Industrial and Engineering Chemistry Research, n. 36 p. 4052-4074, 1997.

- Jamialahmadi, M., Branch, C., Müller-Steinhagen, H. Terminal Bubble Rise Velocity in Liquids. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, vol. 72, p. 119-122, 1994.
- Jia, X., Wen, J., Feng, W., Yuan, Q. Local Hydrodynamics Modeling of a Gas-Liquid-Solid Three-Phase Airlift Loop Reactor. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, n. 46, p. 5210-5220, 2007.
- Joshi, J. B. Axial Mixing in Multiphase Contactors A Unifed Correlation. *Transactions* of Institution of Chemical Engineers, vol. 58, p. 155-165, 1980.
- Joshi, J. B., Parasu, V., Prasad, Ch. V., Phanikumar, D. V., Deshphande, N. S., Thakre, S. S., Thorat, B. N. Gas Holdup Structure in Bubble Column Reactors. *PINSA* vol. 64 A, n. 4, p. 441-567, 1998.
- Joshi, J.B. Computational Flow Modelling and Design of Bubble Column Reactors. *Chemical Engineering Science* vol. 56, p. 5893-5933, 2001.
- Kamp, A. M., Chesters, A. K., Colin, C., Fabre, J. Bubble Coalescence in Turbulent Flows: A Mechanistic Model for Turbulence-induced Coalescence Applied to Microgravity Bubbly Pipe Flow. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 27, p. 1363-1396, 2001.
- Kantarci, N., Borak, F., Ulgen, K. O. Bubble Column Reactors. Process Biochemistry, n. 40, p. 2263-2283, 2005.
- Kim, W. K., Lee, K. L. Coalescence Behavior of Two Bubbles in Stagnant Liquids. Journal of Chemical Engineering of Japan, vol. 20, p. 448-453, 1987.
- Kirkpatrick, R. D. e Lockett, M. J. The Influence of Approach Velocity on Bubble Coalescence. *Chemical Engineering Science*, vol. 29, p. 2363-2373, 1974.
- Kline, S. J. e McClintock, F. A. Describing Uncertainties in Single Sample Experiments. Mechanical Engineering, vol. 75, p. 3-8, 1953.
- Krepper, E., Lucas, D., Prasser, H-M. On the Modelling of Bubbly Flow in Vertical Pipes. Nuclear Engineering and Design, vol. 235, p. 597-611, 2005.
- Krepper, E., Lucas, D., Frank, T., Prasser, H-M., Zwart, P. J. The Inhomogeneous MUSIG Model for the Simulation of Polydispersed Flows. *Nuclear and Engineering Design*, vol. 238, p. 1690-1702, 2008.

- Krishna, R., Urseanu, M. I., van Baten, J. M., Ellenberger, J. Infuence of Scale on the Hydrodynamics of Bubble Columns Operating in the Churn-turbulent: Experiments vs. Eulerian Simulations. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 4903-4911, 1999.
- Krishna, R., van Baten, J. M., Urseanu, M. I. Three-phase Eulerian Simulations of Bubble Column Reactors Operating in the Churn-turbulent Regime: A Scale up Strategy. *Chemical Engineering Science*, vol. 55, p. 3275-3286, 2000.
- Kruis, F.E. e Kusters, K.A. The Collision Rate of Particles in Turbulent Flow. Chemical Engineering Communications, vol. 158, p. 210-230, 1997.
- Kuboi, R., Komasawa, I., Otake, T. Behavior of Dispersed Particle in Turbulent Liquid Flow. Journal of Chemical Engineering Japan, vol. 5, p. 349-355, 1972.
- Kumar, S., Devanathan, N., Moslemian, D., Dudukovic, M. P. Effect of Scale on Liquid Circulation in Bubble Columns. *Chemical Engineering Science*, vol. 49, p. 5637-5652, 1994.
- Kulkarni, A.A. Transport Phenomena and Nonlinear Dynamics in Multiphase Systems, PhD Thesis, UICT, Mumbai, 2003.
- Kulkarni, A. A., Ekambara, K., Joshi, J. B. On the Development of Flow Pattern in a Bubble Column Reactor: Experiments and CFD. *Chemical Engineering Science*, vol. 62, n. 4, p. 1049-1072, 2007.
- Kurul, N., Podowski, M. Z. Multi-dimensional Effects in Sub-cooled Boiling. Proceedings of the 9th heat transfer conference, 1990
- Larachi, F., Desvigne, D., Donnat, L., Schweich, D., Simulating the Effects of Liquid Circulation in Bubble Columns with Internals. *Chemical Engineering Science*, vol. 61, p. 4195-4206, 2006.
- Law, D., Battaglia, F., Heindel, T. Model Validation for Low and High Superficial Gas Velocity Bubble Column Flows. *Chemical Engineering Science*, vol. 63, p. 4605-4616, 2008.
- Lehr, F., Mewes, D. A Transport Equation for the Interfacial Area Density Applied to Bubble Columns. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p.1159-1166, 2001.

- Lehr, F., Millies, M., Mewes, D. Bubble-Size Distributions and Flow Fields in Bubble Columns. AIChE Journal, vol.48, 2426-2443, 2002.
- Li, A. G., Xiaogang Y. B., Dai A. G. CFD Simulation of Effects of the Configuration of Gas Distributors on Gas-liquid Flow and Mixing in a Bubble Column. *Chemical Engineering Science*, vol. 64, p. 5104-5116, 2009.
- Lilley, D. G. e Chigier, N. A. Nonisotropic Turbulent Stress Distribution in Swirling Flows from Mean Value Distributions. *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 14, p. 573-585, 1971.
- Lin, J., Han, M., Wang, T., Zhang, T., Wang, J., Jin, Y. Influence of the Gas Distributor on the Local Hydrodynamic Behavior of an External Loop Airlift Reactor. *Chemical Engineering Journal*, vol. 102, p. 51-59, 2004.
- Lindken, R e Merzkirch, W. A Novel PIV Technique for Measurements in Multiphase Flows and its Application to Two-phase Bubbly Flows *Experiments in Fluids*, vol. 33, p. 814-825, 2002.
- Liu, C. J., Yuan, X. G., Yu, K. T., Zhu, X. J. A Fluid-dynamic Model for Flow Pattern on a Distillation Tray. *Chemical Engineering Science*, vol. 55, p. 2287-2294, 2007.
- Lo S. Application of the MUSIG Model to Bubbly Flows. *AEAT-1096, AEA Technology*, 1996.
- Lopes, G. C. Desenvolvimento de Modelo Numérico Tridimensional e Elíptico para o Estudo de Escoamentos no Interior de Dutos Cilíndricos. *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, 2008.
- Lopez de Bertodano, M. A. Turbulent Bubbly Two-phase Flow in a Triangular Duct. *Ph. D. dissertation*, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1992.
- Lu, C., Qi, N., Zhang, K., Jin, J., Zhang, H. Experiment and CFD Simulation on Gas Holdup Characteristics in an Internal Loop Reactor with External Liquid Circulation International Journal of Chemical Reactor Engineering, vol. 7, A3, 2009.
- Luo, H. Coalescence, Breakup and Liquid Circulation in Bubble Column Reactors. PhD Thesis, Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, 1993.

- Luo, H., Svendsen, H. F. Turbulent Circulation in Bubble Columns from Eddy Viscosity Distributions of Single Phase Pipe Fow. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 69, p. 1389-1394, 1991.
- Luo, H., Svendsen, H. Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions. AIChE Journal, vol. 42, n. 5., 1225-1233, 1996.
- Maliska, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. *LTC Editora*, Segunda edição, 2004.
- Marchisio, D. L. e Fox, R. O. Solution of Population Balance Equations Using the Direct Quadrature Method of Moments. *Journal of Aerosol Science*, vol. 36, p. 43-73, 2004.
- Marini, F. Simulação de um Leito Fluidizado Aplicando a Técnica CFD Baseada na Teoria Cinética do Escoamento Granular *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, 2008.
- Martín-Valdepeñas, J. M., Jiménez, M. A., Barbero, R., Martín-Fuertes, F. A CFD Comparative Study of Bubble Break-up Models in a Turbulent Multiphase Jet *Heat Mass Transfer*, vol. 43, p. 787-799, 2007.
- Martínez-Bazán, C., Montañéz, J.L., Lasheras, J.C. On the Breakup of an Air Bubble Injected into a Fully Developed Turbulent Flow. Part 1: Breakup Frequency. *Journal* of Fluid Mechanics, vol. 401, 157-182, 1999.
- Maucci, E., Briens, C. L., Martinuzzi, R. J., Wild, G. Detection and Characterization of Piston Flow Regime in Three-Phase Fluidized Beds. *Powder technology*, vol. 103, p. 243-259, 1999.
- Meier, H. F. Modelagem Matemática e Simulação Bidimensional de Ciclones por Fluidodinâmica Computacional. *Tese de Doutorado*, Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, 1998.
- Miyahara, T., Matsuda, Y., Takahashi, T. The Size of Bubbles Generated from Perforated Plates. *International Chemical Engineering*, vol. 23, p. 517-523, 1983.
- Miyauchi, T. S., Furusaki, S., Morooka, S., Ikeda, Y. Transport Phenomena and Reaction in Catalyst Beds. *Advances in Chemical Engineering*, vol. 11, p. 275.

- Mudde, R. F., Lee, D. J., Reese, J., Fan, L. S. Role of Coherent Structures on Reynolds Stresses in a 2-D Bubble Column. AIChE Journal, vol. 43, p. 913-926, 1997.
- Mudde, R. F., Simonin, O. Two and Three Dimensional Simulation of a Bubble Plume Using a Two-fluid Model. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 5061-5069, 1999.
- Nallasamy, M. Turbulence Models and their Applications to the Prediction of Internal Flows: A Review. *Computer & Fluids*, vol. 15, n° 2, p. 151-194, 1987.
- Olmos, E., Gentric, C., Vial, Ch., Wild, G., Midoux, N. Numerical Simultaion of Multiphase Flow in Bubble Column Reactors. Influence of Bubble Coalescence and Break-up. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 6359-6365, 2001.
- Ong, B. C., Gupta, P., Youssef, A., Al-Dahhan, M., Dudukovic, M. P. Industrial and Engineering Chemistry Research, vol. 48, p. 58-68, 2009.
- Pan, Y., Dudukovic, M. P., Chang, M. Numerical Investigations of Gas-driven Flow in Two-dimensional Bubble Columns. *AIChE Journal*,vol. 46, p. 434-449, 2000.
- Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, USA, 1980.
- Pfleger, D., Gomos, S., Gilbert, N., Wagner, H. G. Hydrodynamic Simulation of laboratory Scale Bubble Columns: Fundamental Studies of Eulerian-Eulerian Modelling Approach. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 5091-5099, 1999.
- Pfleger, D., Becker, S. Modelling and Simulation of the Dynamic Flow Behaviour in a Bubble Column. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 1737-1747, 2001.
- Prince, M. J., Blanch, H. W. Bubble Coalescence and Break-up in Air-Sparged Bubble Columns. AIChE Journal, vol. 36, n. 10, p. 1485-1499, 1990.
- Flow-Master Manual DaVis, 2007.
- Ramkrishna, D. Population Balances Theory and Applications to Particulate Systems in Engineering Academic Press, San Diego CA, 2000.
- Raffel, M., Willbert, C.E., Wereley, S.T., Kompenhans, J. Particle image velocimetry: a pratical guide. 2^a ed., New York: Ed. Springer Verlag, 448 p., 2007.

- Ranade, V. V., Tayalia, Y., Modeling of Fluid Dynamics and Mixing in Shallow Bubble Column Reactors: Influence of Sparger Design *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 1667-1675, 2001.
- Reilly, I. G., Scott, D. S., De Bruijn, T. J. W., MacIntyre, D. The Role of Gas Phase Momentum in Determining Gas Holdup and Hydrodynamic Flow Regimes in Bubble Column Operations. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 721, p. 3-12, 1994.
- Rice, R. G., Geary, N. W. Predictions of Liquid Circulation in Viscous Bubble Columns. AIChE Journal, vol. 36, p. 1339-1348, 1990.
- Rosa, L. M. Simulação de Reações Químicas e Consumo de Calor em Risers. *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP, 2002.
- Rotta, J. C. Turbulente Stromungen B. G. Teubner, Stuttgart, 1972.
- Saffman, P. G., Turner, J. S. On the Collision of Drops in Turbulent Clouds. Journal of Fluid Mechanics, vol. 1, 16-30, 1956.
- Sahai, Y., Guthrie, R. I. L. Effective Viscosity Models for Gas Stirred Ladles. Metallurgical Transactions B, 13B, p. 125-127, 1982.
- Sato, Y., Sekoguchi, K. Liquid Velocity Distribution in Two-phase Bubbly Flow. International Journal of Multiphase Flow, vol. 2, p. 79-95, 1975.
- Santos, C. M., Dionísio, R. P., Cerqueira, H. S., Sousa-Aguiar, E. F, Mori, M., d'Ávila, M. A. Three-Dimensional Gas-Liquid CFD Simulations in Cylindrical Bubble Columns. *The International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol. 5, A90, 2007.
- Applicability of the Standard k- ϵ Turbulence Model to Gas-stirred-baths. Applied Mathematical Modelling, vol. 12, p. 273-279, 1988.
- Sanyal, J., Vasquez, S., Roy, S., Dudukovic, M. P. Numerical Simulation of Gas-liquid Dynamics in Cylindrical Bubble Column Reactors. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 5071-5083, 1999.
- Sanyal, J., Marchisio, D. L., Fox, R. O., Dhanasekharan, K. On the Comparison Between Population Balance Models for CFD Simulation of Bubble Columns Industrial and Engineering Chemistry Research, vol. 44, p. 5063-5072, 2005.

- Schiller, L., Naumann, A. Über die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung. Zeit. Ver. Deut. Ing., v. 77, p. 318-320, 1933.
- Selma, B. Bannari, R., Proulx, P. Simulation of Bubbly Flows: Comparison Between Direct Quadrature Method of Moments (DQMOM) and Method of Classes (CM) *Chemical Engineering Science*, vol 65, p. 1925-1941, 2010.
- Selma, B. Bannari, R., Proulx, P. A Full Integration of a Dispersion and Interface Closures in the standard k-ε Model of Turbulence *Chemical Engineering Science*, vol 65, p. 5417-5428, 2010.
- Sha, Z., Laari, A., Turuben, I. Multi-Phase-Multi-Size-Group Model for the Inclusion of Population Balances into the CFD Simultaion of Gas-Liquid Bubbly Flows. *Chemical Engineering Technology*, vol. 29, n. 5, p. 550-559, 2006.
- Shaikh, A., Al-Dahhan, M. H. A Review on Flow Regime Transition in Bubble Columns. International Journal of Chemical Reactor Engineering, vol. 5, Review R1, p. 1-68, 2007.
- Silva, M. K., d'Ávila, M. A., Mori, M. CFD Modeling of a Bubble Column With an External Loop in the Heterogeneous Regime *Canadian Journal of Chemical Engineering*, Article Accepted, November, 2010.
- Simonnet, M., Gentric, C., Olmos, E., Midoux, N. Experimental Determination of the Drag Coefficient in a Swarm of Bubbles *Chemical Engineering Science*, vol. 62, p. 858-866, 2007.
- Simonnet, M., Gentric, C., Olmos, E., Midoux, N. CFD Simulation of the Flow Field in a Bubble Column Reactor: Importance of the Drag Force Formulation to Describe Regime Transitions *Chemical Engineering and Processing*, vol. 47, p. 1726-1737, 2008.
- Slattery, J. C. Momentum, Energy, and Mass Transfer in Continua. Ed. McGraw-Hill Book Co., New York, 1972.
- Sokolichin, A., Eigenberger, G., Lapin, A., Lubbert, A. Dynamic Numerical Simulation of Gas-Liquid Two-phase Flows Euler/Euler versus Euler/Lagrange. *Chemical Engineering Science*, vol. 52, p. 611-626, 1997.

- Sokolichin, A., Eigenberger, G. (1999). Applicability of the Standard Turbulence Model to the Dynamic Simulation of Bubble Columns: Part-I. Detailed Numerical Simulations. *Chemical Engineering Science*, vol. 54, p. 2273-2284, 1999.
- Sokolichin, A., Eigenberger, G., Lapin, A. Simulation of Buoyancy Driven Bubbly Flow: Established Simplifications and Open Questions. A.I. Ch.E. Journal, vol. 50, p. 24-45, 2004.
- Speziale, C. G. Analytical Methods for Development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 23, p. 107-157, 1991.
- Szeliga, M. R.; Roma, W. N. L. Estudos de reaeração com velocimetria por imagens de partículas - Sistema S-PIV-3D. Engenharia Sanitária e Ambiental, vol. 14, nº 4, p. 499-510, 2009.
- Spicka, P., Dias, M. M., Lopes, J. C. B. Gas-liquid Flow in a 2d Column: Comparison Between Experimental Data and CFD Modelling. *Chemical Engineering Science*, vol. 56, p. 6367-6383, 2001.
- Tabib, M., V., Roy, S. A., Joshi, J. B. CFD Simulation of Bubble Column-An Analysis of Interphase Forces and Turbulence Models *Chemical Engineering Journal*, vol. 139, p. 589-614, 2008.
- Tennekes, H e Lumley, J. L. A First Course in Turbulence The MIT Press, Cambridge MA, England, 1972.
- Thorat, B., Joshi, J. Regime Transition in Bubble Columns: Experimental and Predictions. *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.28, p.423-430, 2004.
- Tomiyama, A. Struggle with Computational Bubble Dynamics. 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, p. 1-18, 1998.
- Tomiyama, A., Tamai, H., Shimomura, H., Hosokawa, S. Spatial Evolution of Developing Air-Water Bubble Flow in a Vertical Pipe. 2nd Int. Symp. on Two-Phase Flow Modeling and Experimentation, Vol. II, Pisa, Italy, p. 1027, 1999.
- Tomiyama, A. Single Bubbles in Stagnant Liquids and in Linear Shear Flows. Workshop on Measurement Technology (MTWS5), FZ Rossendorf, Dresden, Germany, p. 3-19, 2002.

- Drag, Lift and Virtual Mass Forces Acting on a Single Bubble Third International Symposium on Two Phase Flow Modelling and Experimentation, Pisa, Itália, Setembro de 2004.
- Vial, C., Poncin, S., Wild, G., Midoux, N. A Simple Method for Regime Identification and Flow Characterization in Bubble Column and Airlift Reactors. *Chemical Engineering and Processing*, vol. 40, p. 135-151, 2001.
- Vreman, A. W. An Eddy-viscosity Subrid-scale Model for Turbulentshear flow: algebraic theory and applications. *Physics of Fluids*, vol. 16, p. 3670-3681, 2004.
- Walter, J. F., Blanch, H. W. Liquid Circulation Patterns and Their Effect on Gas Holdup and Axial Mixing in Bubble Columns. *Chemical Engineering Communication*, vol. 19, 243-262, 1983.
- Wang, T., Wang, J., Jin, Y. A CFD-PBM Coupled Model for Gas-Liquid Flows. AIChE Journal, vol. 52, p. 125-140, 2006.
- Wang, T., Wang, J., Jin, Y. Slurry Reactors for Gas-to-Liquid Processes: A Review Industrial and Engineering Chemistry Research, vol., 46, p. 5824-5847, 2007.
- Wereley, S. T. e Meinhart, C. D. Recent Advances in Micro-Particle Image Velocimetry. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 42, p. 557-576, 2010.
- Whalley, P. B., Davidson, J. F. Liquid Circulation in Bubble Columns. Institution of Chemical Engineers Symposium Series, 38, 1974.
- White, F. M. Viscous Fluid Flow McGraw-Hill, Nova Iorque, 1974.
- Wilkinson, P. M. Physical Aspects and Scale-up of High Pressure Bubble Columns D.Sc. Thesis, University of Groningen, The Netherlands.
- Wilkinson, P. M., Spek, A. P., Van Dierendonck, L. L. Design Parameters Estimation for Scale up of High-Pressure Bubble Columns. *AIChE Journal*, vol. 38, p. 544-54, 1992.
- Xue, J., Al-Dahhan, M., Dudukovic, M. P., Mudde, R. F. Bubble Velocity, Size, and Interfacial Area Measurements in a Bubble Column by Four-Point Optical Porbe. *AIChE Journal*, vol. 54, n. 2, p. 350-363, 2008.
- The Effect of Bubbling Regime on Gas and Liquid Phase Mixing in Bubble Column Reactors. *Chemical Engineering Science*, vol. 51, p.2491-2500, 1996.
- Zaruba, A., Kreppera, E., Prasser, H. M., Vanga, B. N. R. Experimental Study on Bubble Motion in a Rectangular Bubble Column Using High-speed Video Observations. *Flow measurements and Instrumentation*, vol. 16, p. 277-287, 2005.
- Zhang, J. P., Grace, J. R., Epstein, N., Lim, K. S. Flow Regime Identification in Gas-Liquid Flow and Three-Phase Fluidized Beds. *Chemical Engineering Science*, vol. 52, p. 3979-3992, 1997.
- Zhang, D. Z., Vanderheyden, W.B. The Effects of Mesoscale Structures on the Macroscopic Momentum Equations for Two-phase Flows. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 28, p. 805-822, 2002.
- Zhang, D., Deen, N. G., Kuipers, J. A. M. Numerical Simulation of Dynamic Flow Behavior in a Bubble Column: a Study of Closures for Turbulence and Interface Forces. *Chemical Engineering Science*, vol. 61, p. 7593-7608, 2006.
- Zheng, Y., Zhang, Q. Simultaneous Measurements of Gas and Solids Holdups in Multiphase Systems Using Ultrasonic Technique. *Chemical Engineering Science*, vol. 59, p. 3505-3514, 2004.
- Zuber, N., Findlay, J. A. Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems. *Journal of Heat Transfer*, vol. 87, p. 453-468, 1965.

Publicações Associadas à Tese

Trabalhos publicados

- Dionísio, R. P., Silva, M. K., d'Ávila, M. A., Mori, M. "Three-Dimensional Simulation of Bubbly Flows with Different Geometrical Approaches", *International Review of Chemical Engineering*, 2009.
- Silva, M. K., d'Ávila, M. A., Mori, M. "CFD Modeling of a Bubble Column with an External Loop in the Heterogeneous Regime", *Canadian Journal of Chemical Engineering, Article Accepted.*

Trabalhos apresentados

Evento: 10th International Chemical and Biological Engineering Conference
Trabalho: Three-Dimensional Simulation of Bubbly Flow: Influence of Breakup and Coalescence Models
Autores: Marcela K. Silva, Renato P. Dionísio, Marcos A. d'Ávila, Milton Mori.
Período:04 a 07 de setembro de 2008, Braga - Pt.

Evento: American Intitute of Chemical Engineering Annual Meeting Trabalho: Influence of Breakup and Coalescence Models in a Bubbly Flow Autores: Marcela K. Silva, Renato P. Dionísio, Marcos A. d'Ávila, Milton Mori. Período:16 a 21 de novembro de 2008, Philadelphia - EUA. Evento: International Symposium on Advances in Hydroprocessing of Oil Fractions Trabalho: Three-Dimensional Simulations of Gas-Liquid Bubbly Flow Autores: Marcela K. Silva, Renato P. Dionísio, Marcos A. d'Ávila, Milton Mori. Período:14 a 15 de junho de 2009, Ixtapa-Zihuatanejo, Guerrero - México.

Evento: 8th World Congress of Chemical Engineering Trabalho: Eulerian-Eulerian Simulations of Gas-Liquid Bubbly Flow Autores: Marcela K. Silva, Marcos A. d'Ávila, Milton Mori. Período:23 a 27 de agosto de 2009, Montréal, Quebec - Canadá.