

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENGENHARIA DE PROCESSOS

**FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS FENÔMENOS DE SEGREGAÇÃO
E MISTURA DE PARTÍCULAS SÓLIDAS POLIDISPERSAS
EM LEITO FLUIDIZADO GASOSO**

Aluna: Helenice Leite Garcia

Orientadora: Profa. Dra. Katia Tannous

K. Tannous

Dissertação apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Química como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Novembro/1996
Campinas - SP - Brasil



97 04672

UNIDADE	-BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
	G165f
V.	EA
PREÇO	29.963
PROJ.	281/97
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	01/05/97
N.º CPD	00007500-1

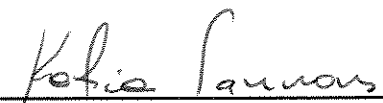
FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G165f Garcia, Helenice Leite
Formulação matemática dos fenômenos de segregação
e mistura de partículas sólidas polidispersas em leito
fluidizado gasoso / Helenice Leite Garcia.--Campinas,
SP: [s.n.], 1996

Orientadora: Katia Tannous.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

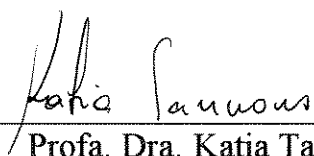
1. Leito fluidizado. 2. Modelos matemáticos. I.
Tannous, Katia. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Esta versão corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado, defendida por Helenice Leite Garcia e aprovada pela comissão julgadora em 01 de Novembro de 1996.

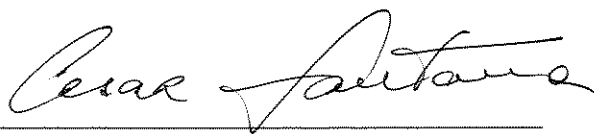


Profa. Dra. Katia Tannous

Dissertação defendida e aprovada, em 1 de novembro de 1996, pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:



Profa. Dra. Katia Tannous



Prof. Dr Cesar Costapinto Santana



Profa. Dra. Ana Lúcia dos Santos Barbosa

Dedicatória

A Carlos, pelo amor que sempre nos uniu.

Aos meus pais, Antônio e Valdice.

Agradecimentos

A Deus pelos momentos difíceis superados, e pelas alegrias concebidas durante a realização deste trabalho.

A Profa. Dra. Katia Tannous pela orientação, amizade e oportunidade de realização deste trabalho.

Aos amigos do Laboratório de Química Analítica: Júlio, e Luciane, pelo incentivo e pelas boas risadas que demos da vida.

Aos amigos da FEQ, em especial, a: Alessandro, Edilson, Everaldo, Frede, Gisélia, Pedro e Sônia.

A Angela, Edna, Eliane, Fredy e Marisa, pela amizade.

Aos meus irmãos, Cleunice, Valdelice, Marcos e Marcelo, e minha cunhada, Graciene, por tudo indefinidamente.

Ao CNPq, pela bolsa de estudo que proporcionou a elaboração e conclusão deste trabalho.

ÍNDICE

Dedicatória	iv
Agradecimentos	v
ÍNDICE.....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE TABELAS	xiii
RESUMO	xiv
1. Introdução	1
2. Objetivo e Justificativa.....	2
Capítulo I - Revisão da Literatura.....	3
1. Comportamento fluidodinâmico de partículas sólidas homogêneas.....	3
1.1. Descrição do fenômeno de fluidização	3
1.2. Classificação das partículas.....	4
1.3. Regimes de fluidização	6
1.3.1. Leito fluidizado borbulhante	6
1.3.2. Leito fluidizado empistonado	9
2. Comportamento fluidodinâmico de partículas sólidas heterogêneas.....	10
2.1. Terminologia.....	10
2.2. Descrição do fenômeno	11
2.3. Velocidades características da mistura	13
2.3.1. Mistura binária.....	13
2.3.2. Mistura polidispersa.....	15
2.4. Fenômenos de Segregação e Mistura.....	16
2.4.1. Definições para os índices de mistura e segregação:.....	16
2.5. Modelos matemáticos.....	17
2.5.1. Modelo modificado de May	18

2.5.2. Modelo de Gibilaro e Rowe (GR)	19
2.5.3. Modelo de Naimer et al. (1982)	30
2.5.4. Modelo de Abanades et al. (1994).....	34
2.6. Conclusões.....	39
Capítulo II - Análise Matemática.....	40
1. Aplicação dos modelos da literatura.....	40
1.1. Dados experimentais disponíveis.....	40
1.2. Considerações gerais.....	43
1.3. Análise dos modelos	43
1.3.1 Modelo de Gibilaro e Rowe (1974).....	43
1.3.2. Modelo de Abanades et al. (1994).....	44
1.4. Estimativa dos parâmetros e correlações	45
1.4.1. Parâmetros dos modelos.....	45
1.4.2. Correlações utilizadas nos modelos.....	47
1.5. Resultados e discussões.....	51
1.5.1. Variação do índice de dispersão	51
1.5.1.1. Fenômeno de Segregação.....	51
1.5.1.2. Fenômeno de Mistura	55
1.5.2 Variação do diâmetro médio	58
1.5.2.1. Fenômeno de Segregação.....	58
1.5.2.2. Fenômeno de Mistura	61
2. Proposta de um Modelo Matemático para Leito Fluidizado Gasoso Constituído de Partículas Polidispersas.....	68
2.1. Introdução.....	68
2.2. Solução do modelo.....	69
2.1 Fenômeno de Segregação	70
2.1.1 Influência do parâmetro de segregação.....	70
2.1.2 Influência do parâmetro de circulação.....	72
2.1.3. Influência do parâmetro de troca de sólido entre as fases	74
2.2. Fenômeno de Mistura.....	79

2.2.1. Influência do parâmetro de segregação.....	79
2.2.2. Influência do parâmetro de circulação.....	81
2.2.3. Influência do parâmetro de troca de sólido.....	83
3. Conclusões.....	89
CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES.....	91
Nomenclatura.....	93
Apêndice A.....	93
Apêndice B.....	100
Apêndice C.....	104
Referências bibliográficas.....	106
ABSTRACT.....	110

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Comportamento do leito diante da variação decrescente da velocidade do gás.....	3
Figura 2: Classificação das partículas segundo Geldart (1973 e 1986).....	5
Figura 3: Forma da bolha e características idealizadas, Rowe e Partridge (1965)	6
Figura 4: Tipos de bolhas	7
Figura 5: Coalescência das bolhas. A) cone de Werther (1973)	8
Figura 6: Diferentes tipos de pistões em leitos fluidizados (Yates, 1983)	9
Figura 7: Estrutura de leito binário em relação a diferença de tamanho e/ou massa específica das partículas.	11
Figura 8: Evolução da queda de pressão total em função da velocidade do gás,.....	12
Figura 9: Comportamento do leito para partículas imergíveis conforme	16
Figura 10: Formulação do modelo de Gibilaro e Rowe (1974)	20
Figura 11: Balanço realizado entre as duas fases do leito, definidas por Gibilaro e Rowe.....	21
Figura 12: Formulação do modelo de Naimer et al. (1982) para n camadas.	32
Figura 13: Representação esquemática do modelo de Abanades et al. (1994)	34
Figura 14: Frações de período de oscilações do leito, mecanismo de circulação do sólido. (Abanades et al., 1994)	36
Figura 15: Verificação dos valores do parâmetro β utilizando os perfis do modelo de Abanades et al. (1994).....	48
Figura 16: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=0,01$, $U_{gs}=1,34$ m/s	52
Figura 17: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=1,5$, $U_{gs}=1,16$ m/s	53
Figura 18: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2$, $U_{gs}=0,84$ m/s	53
Figura 19: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2,5$, $U_{gs}=0,84$ m/s	54

Figura 20: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=10$, $U_{gs}=0,82$ m/s	54
Figura 21: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=0,01$, $U_{gfc}=2$ m/s	56
Figura 22: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=1,5$, $U_{gfc}=2,02$ m/s	56
Figura 23: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{gfc}=2,04$ m/s	57
Figura 24: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2,5$, $U_{gfc}=1,74$ m/s	57
Figura 25: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=10$, $U_{gfc}=1,34$ m/s	58
Figura 26: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2$, $U_{gs}=0,55$ m/s	59
Figura 27: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2$, $U_{gs}=0,70$ m/s	60
Figura 28: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2$, $U_{gs}=1,12$ m/s	60
Figura 29: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação. $n=2$, $U_{gs}=1,15$ m/s	61
Figura 30: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{gfc}=2,02$ m/s	62
Figura 31: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{gfc}=2,01$ m/s	63
Figura 32: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{gfc}=2,23$ m/s	63
Figura 33: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{gfc}=2,20$ m/s	64
Figura 34: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o Modelo de Gibilaro e Rowe - 2º caso	65
Figura 35: Comparativo entre os perfis teórico e experimental para o Modelo de Gibilaro e Rowe - 3º caso.	66
Figura 36: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o Modelo de Abanades.	67
Figura 37: Representação esquemática para os parâmetros entre as fases do leito.....	68

Figura 38: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de segregação. $n=0,01$, $U_s=1,06$ m/s	71
Figura 39: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de segregação $n=2$, $U_s=1,10$ m/s	71
Figura 40: Influência do parâmetro de segregação (k) sobre os perfis de concentração do sólido imergível. $n=2,5$, $U_s=0,76$ m/s	72
Figura 41: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de segregação. $n=0,01$, $U_s=1,06$ m/s	73
Figura 42: Influência do parâmetro de circulação(w) para o fenômeno de segregação $n=2$, $U_s=1,10$ m/s	73
Figura 43: Influência do parâmetro de circulação(w) para o fenômeno de segregação $n=2,5$, $U_s=0,76$ m/s	74
Figura 44: Influência do parâmetro de troca (q) para o fenômeno de segregação. $n=0,01$, $U_s=1,06$ m/s	75
Figura 45: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) para o fenômeno se segregação $n=2$, $U_s=1,10$ m/s	75
Figura 46: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) para o fenômeno se segregação $n=2,5$, $U_s=0,76$ m/s	76
Figura 47: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=0,01$, $U_s=1,06$ m/s	77
Figura 48: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=2$, $U_s=1,10$ m/s	77
Figura 49: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=2,5$, $U_s=0,76$ m/s	78
Figura 50: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o fenômeno de segregação	79
Figura 51: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura. $n=0,01$, $U_{fc}=1,45$ m/s	80
Figura 52: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{fc}=1,40$ m/s	80
Figura 53: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura. $n=2,5$, $U_{fc}=1,00$ m/s	81
Figura 54: Influência do parâmetro de circulação (w) para fenômeno de mistura $n=0,01$, $U_{fc}=1,45$ m/s	82
Figura 55: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{fc}=1,40$ m/s	82

Figura 56: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de mistura. $n=2,5$, $U_{fc}=1,0$ m/s.....	83
Figura 57: Influência do parâmetro de troca (q) no fenômeno de mistura $n=0,01$, $U_{fc}=1,45$ m/s.....	84
Figura 58: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) no fenômeno de mistura. $n=2$, $U_{fc}=1,40$ m/s.....	84
Figura 59: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) no fenômeno de mistura $n=2,5$, $U_{fc}=1,0$ m/s.....	85
Figura 60: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=0,01$, $U_{fc}=1,45$ m/s	86
Figura 61: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=2$, $U_{fc}=1,40$ m/s	86
Figura 62: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca. $n=2,50$, $U_{fc}=1,0$ m/s	87
Figura 63: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o fenômeno de mistura	88

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Correlações para predição da velocidade mínima de fluidização.....	14
Tabela 2: Descrição dos modelos da literatura para sistemas binários.....	18
Tabela 3: Dados experimentais, Tannous (1993).....	42
Tabela 4: Erros relativos médios para os parâmetros (fenômeno de segregação).....	76
Tabela 5: Erros relativos médios para os parâmetros (fenômeno de mistura).....	85

RESUMO

palavras chave: leito fluidizado empistonado, partículas grandes polidispersas, modelos matemáticos

Neste trabalho é realizada uma análise matemática sobre os fenômenos de segregação e mistura de partículas polidispersas, pertencentes aos grupos B e D da classificação de Geldart, em leito fluidizado gasoso. Os sistemas experimentais considerados foram constituídos de partículas de diferentes tamanhos e diferentes índices de dispersão. Foram aplicados modelos matemáticos da literatura, elaborados para sistemas binários, para descrever os perfis de concentração dos sólidos imergíveis em estado estacionário. Os resultados obtidos através dos modelos testados concordam razoavelmente bem com os experimentais. Um novo modelo foi proposto baseado na aplicação dos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994). Neste modelo foi analisada a influência de parâmetros clássicos (circulação, segregação e troca de sólidos entre as fases do leito), que descrevem os fenômenos de segregação e mistura, considerando o leito em regime empistonado. Os perfis de concentração do sólido imergível apresentam boa concordância com os perfis experimentais. Com a análise individual e combinada da influência dos parâmetros clássicos, o fenômeno de segregação apresentou melhores resultados do que o fenômeno de mistura.

Introdução

1. Introdução

A *fluidização* de um sistema gás-sólido pode ser descrita como sendo um processo de contato íntimo entre um conjunto de partículas sólidas e uma corrente gasosa.

Quando se fluidiza uma camada de partículas sólidas de diferentes tamanhos e/ou massas específicas, o que pode ocorrer é a sua mistura ou a sua segregação, ou ainda um estado intermediário entre estes dois fenômenos.

Os estudos referentes aos fenômenos de mistura e segregação para partículas polidispersas são restritos a misturas binárias de partículas. Os sistemas polidispersos, compostos de mais de dois tipos de partículas, são muito complexos e portanto a definição de um estado de equilíbrio torna-se muito difícil de ser caracterizado. Além disso, os sistemas compostos por partículas dos tipos B e D da Classificação de Geldart têm sido relativamente negligenciado nos trabalhos encontrados na literatura, apesar destes sistemas serem comuns em processos industriais, como por exemplo a combustão de carvão como fonte alternativa de energia. Com isso, este trabalho será discutido da seguinte forma:.

- no capítulo 1 é apresentada uma vasta revisão bibliográfica, onde são apresentados: descrição do processo de fluidização, incluindo a caracterização das partículas, definição dos regimes de escoamento e dos fenômenos de segregação e mistura envolvendo partículas polidispersas. Estes últimos destacam-se nos principais modelos matemáticos, Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994). Apresenta-se ainda, correlações que foram introduzidas nos modelos para determinação dos parâmetros clássicos de segregação (k), circulação (w) e troca de sólidos (q).

- no capítulo 2, os resultados e discussões são apresentados em função da aplicação dos modelos matemáticos (Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994), onde são analisados os perfis de concentração do sólido mais denso (imersível) ao longo do leito. Também são mostrados os resultados da formulação de um novo modelo considerando o leito em estado estacionário e em regime empistonado. Para o novo modelo é feita uma análise da influência individual e combinada dos parâmetros clássicos sobre os perfis de concentração para os dois fenômenos do leito formado por partículas polidispersas.

2. Objetivo e Justificativa

A maioria dos modelos matemáticos que descrevem os fenômenos de segregação e mistura foram elaborados para leito fluidizado, em regime borbulhante e constituído de partículas pequenas. Entretanto, os processos industriais que utilizam partículas grandes e polidispersas sugerem a elaboração de modelos matemáticos que os representem.

Com o objetivo de contribuir no entendimento desses fenômenos propõe-se, neste trabalho, um estudo matemático que descreva os fenômenos de segregação e mistura de partículas grandes em leito fluidizado gasoso através da determinação dos perfis de concentração do sólido imergível.

Capítulo I - Revisão da Literatura

1. Comportamento fluidodinâmico de partículas sólidas homogêneas.

1.1. Descrição do fenômeno de fluidização.

Quando o sistema é constituído de partículas de mesmas características, como diâmetro e massa específica, o processo de fluidização pode apresentar diferentes comportamentos fluidodinâmicos. Canada et al. (1978) distinguiram quatro regimes de fluidização para partículas grandes ($d_p > 600 \mu\text{m}$): borbulhante, “slugging” ou empistonado completo, empistonado aparente e turbulento. Estes regimes são mostrados na Figura 1.

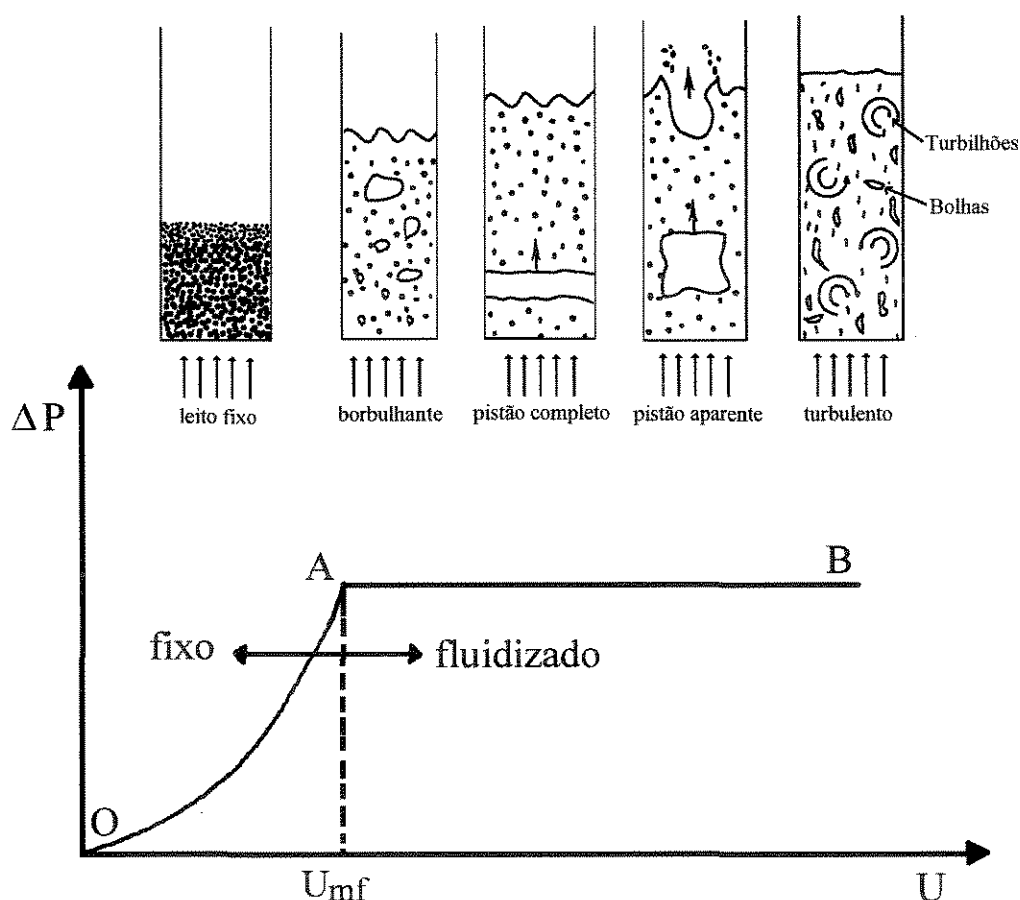


Figura 1: Comportamento do leito diante da variação decrescente da velocidade do gás.

Quando a velocidade do gás é relativamente baixa, este apenas passa através dos espaços intersticiais, sem exercer mudança na estrutura da camada de sólidos e o leito permanece imóvel, fixo, ou ainda leito empacotado. Neste caso, a queda de pressão do

leito (curva OA) é uma função parabólica ($Re_p > 10$). Para $Re_p < 10$ a curva AO teria uma representação linear (escoamento laminar)

A medida que aumenta-se a velocidade do gás, aumenta-se também a força de arraste sobre os sólidos de forma que o gás começa a elevar a camada de sólidos. Quando o leito atinge o ponto de mínima fluidização, e a força de arraste é igual ao peso aparente da camada de sólido, este ponto define a velocidade do gás de transição entre o leito fixo e fluidizado (ponto A), situação em que as partículas permanecem juntas, porém de forma mais *frouxa*.

Depois deste ponto, um pequeno aumento na velocidade do gás provoca a expansão do leito e a formação de bolhas. Essas bolhas elevam-se através de todo o leito até atingir sua superfície, e assim, o leito é chamado de leito fluidizado borbulhante. Para o caso de leitos fluidizados borbulhantes, o tamanho das bolhas é pequeno em comparação com diâmetro da coluna e sua velocidade de ascensão não é influenciada pelas paredes da coluna. No entanto, quando a velocidade do gás aumenta, o tamanho das bolhas aumenta consideravelmente e quando torna-se suficientemente grande, seu comportamento hidrodinâmico é influenciado pelas paredes. Neste caso o tamanho das bolhas pode atingir diâmetro igual ao da coluna, e o regime é chamado de empistonado completo.

Para velocidade um pouco mais elevada, ocorre a ruptura dos pistões de forma que o regime é chamado de empistonamento aparente.

O regime turbulento é caracterizado por um contato mais forte entre o gás e o sólido, desaparecendo a formação das duas fases no leito observadas em velocidades menores. Neste regime a superfície do leito é bem definida e as flutuações de queda de pressão apresentam baixa amplitude e frequência mais elevada que aquela relativa aos regimes de bolha e empistonado.

Deve-se salientar que esses regimes fluidodinâmicos são dependentes das propriedades das partículas bem como do fluido usado como agente fluidizante.

1.2. Classificação das partículas

A classificação mais usada é aquela proposta por Geldart (1973 e 1986). Essa classificação foi elaborada de acordo com as propriedades das partículas e do gás. Segundo o autor, as partículas podem ser classificadas em quatro categorias (grupos) A, B, C e D, como é mostrado na Figura 2.

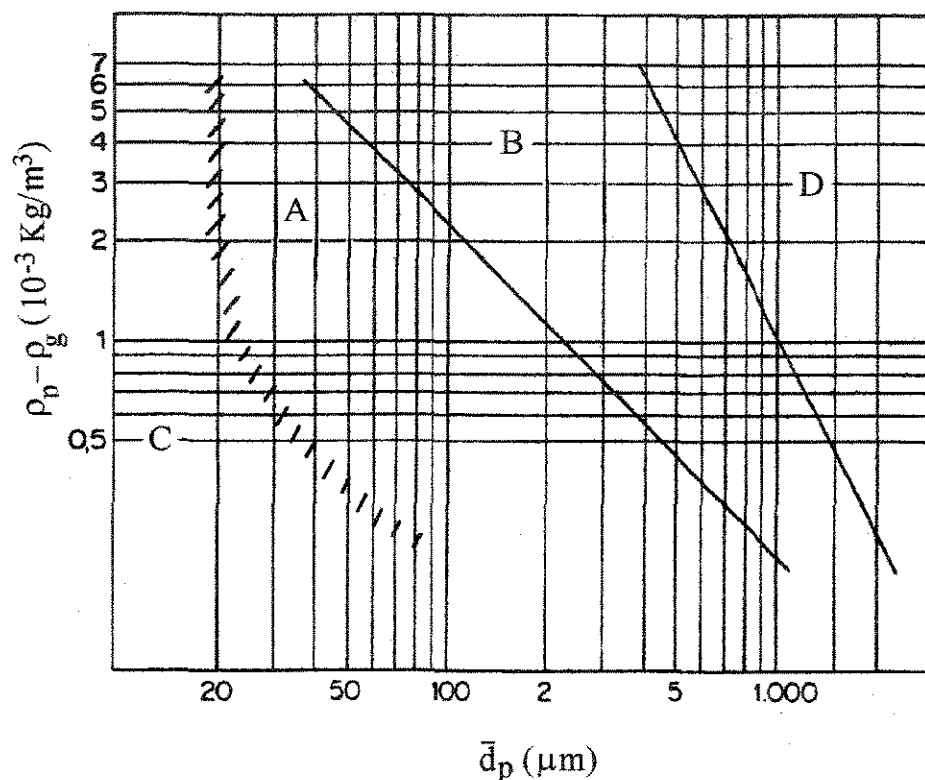


Figura 2: Classificação das partículas segundo Geldart (1973 e 1986) (ar a temperatura ambiente e pressão atmosférica)

Grupo A: neste grupo estão as partículas finas que possuem diâmetros entre 20 e 100 μm . São partículas leves com massa específica menor que 1400 Kg/m^3 . São chamadas de partículas aeráveis. Para essas partículas a velocidade de mínimo borbulhamento é maior ou igual a velocidade mínima de fluidização, e o leito expande-se uniformemente. São exemplos típicos os catalisadores de craqueamento de hidrocarbonetos.

Grupo B: fazem parte deste grupo, partículas com diâmetro na faixa de 40 a 500 μm e massa específica compreendida entre 1400 e 4000 Kg/m^3 . No início da fluidização dessas partículas, ocorre a formação de bolhas; a velocidade mínima de fluidização é igual a velocidade de mínima bolha ($U_{mb}/U_{mf}=1$). Um exemplo típico deste grupo é a areia.

Grupo C: é formado por partículas extremamente finas, com diâmetro menor que 30 μm . São chamadas de partículas coesivas, com forte tendência a aglomeração e difícil fluidização, sendo necessário torná-las fluidizáveis através de métodos mecânicos, tais como: agitação mecânica ou adição de partículas fluidizáveis. O exemplo mais conhecido é o cimento, mas também podem ser citados a farinha e o talco.

Grupo D: as partículas deste grupo são consideradas sólidos jorráveis, por serem grandes e pesados, com diâmetro maior que 600 μm e massa específica superior a 4000 Kg/m^3 . São exemplos destes sólidos alguns metais pesados, como chumbo e óxido de alumínio.

1.3. Regimes de fluidização

São descritos a seguir somente os regimes borbulhante e empistonado, pois estes são de maior interesse para o nosso estudo.

1.3.1. Leito fluidizado borbulhante

O fenômeno de formação de bolhas é um fator determinante do movimento dos sólidos no leito fluidizado. O leito borbulhante é dividido em duas fases: fase emulsão e fase bolha. A fase emulsão pode ser definida como sendo a fase do leito composta por partículas em suspensão. A fase bolha, é o espaço vazio do leito, sem a presença de partículas sólidas.

Para partículas finas (categoria A) Rowe e Partridge (1965) observaram visualmente bolhas através de colunas transparentes e registraram através de raio X a forma destas. Estes autores idealizaram a bolha como sendo uma calota esférica de base côncava, onde estende-se uma calda na qual uma porção de sólidos é arrastada (Figura 3a). A Figura 3b mostra a forma simplificada e idealizada da bolha, com as seguintes características: d_b diâmetro da bolha, d_n diâmetro da nuvem que envolve a bolha, f_w fração da bolha ocupada por partículas.

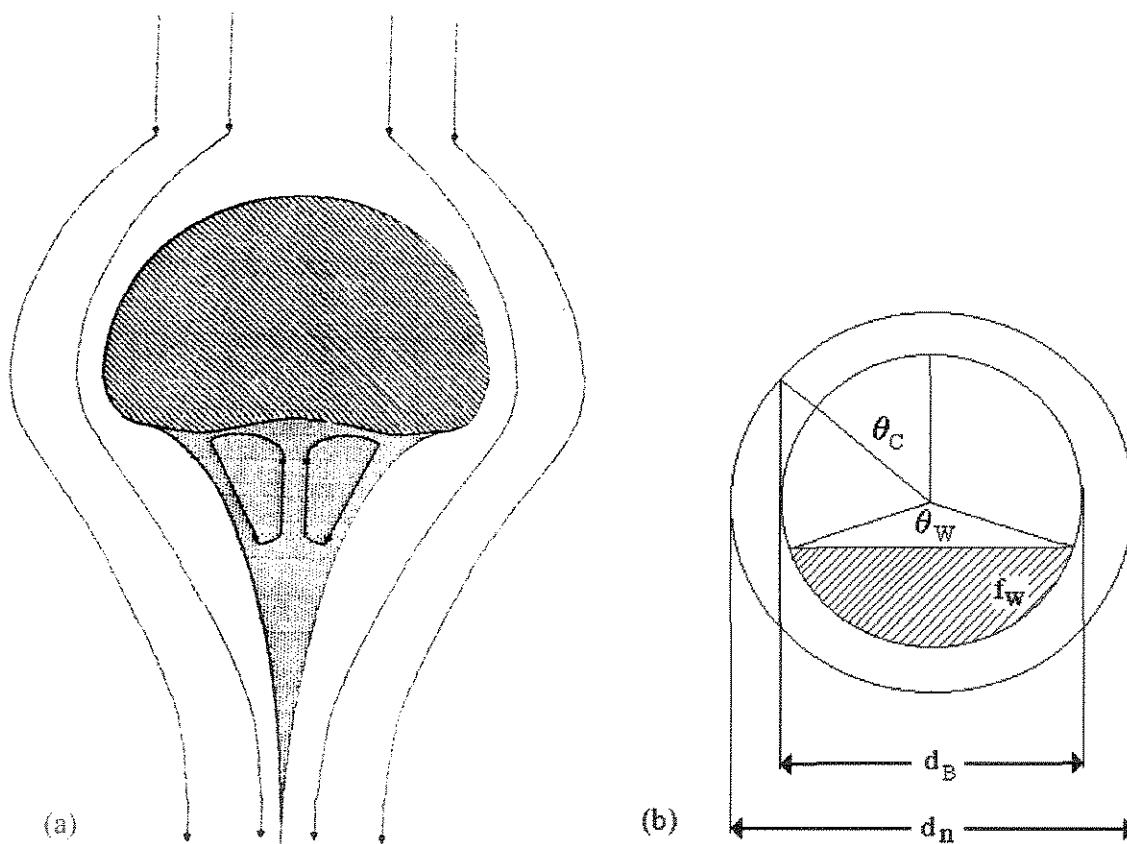


Figura 3: Forma da bolha e características idealizadas, Rowe e Partridge (1965)

O tipo das bolhas está associada às características da partícula que constitui o leito (Figura 4). O movimento do gás é diferente para cada tipo de bolha (Davidson, Clift e Harrison, 1985). Quando a velocidade de elevação da bolha é maior que a velocidade mínima de fluidização a bolha é chamada de rápida (Figura 4a). Para este tipo de bolha, o gás entra na sua parte inferior e sai pela parte superior, circulando em torno desta formando a chamada nuvem.

Para velocidade de elevação da bolha menor que a velocidade mínima de fluidização, esta é chamada de lenta (Figura 4b). Para essas bolhas, o gás passa simplesmente através da bolha sem que haja formação da nuvem.

As partículas dos grupos A e B, apresentam esses dois tipos de bolhas. O tipo C não apresenta formação de bolha por ser de difícil fluidização e o tipo D, particularmente, apresenta bolhas lentas mas com velocidade de elevação da bolha mais elevada do que a apresentada para os tipos A e B.

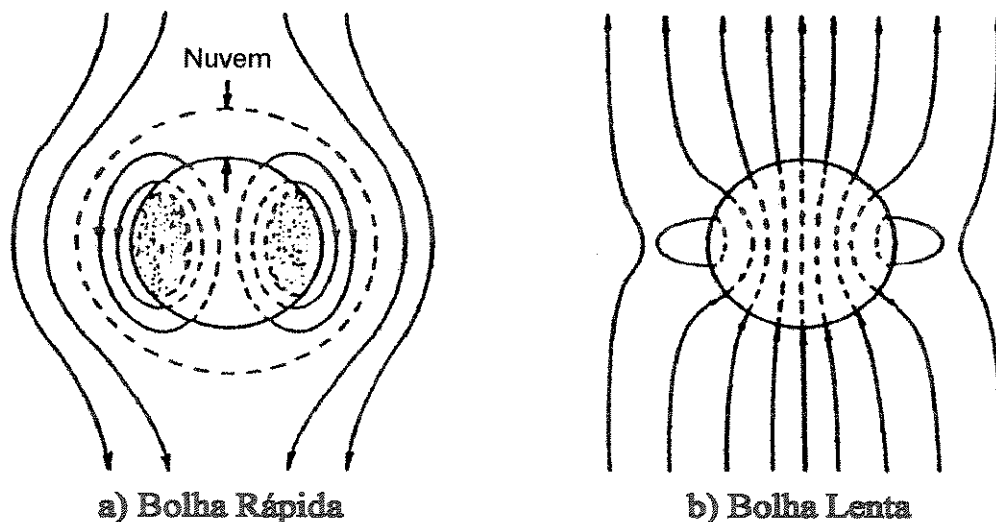


Figura 4: Tipos de bolhas

A fluidização de partículas grossas, em particular, além das bolhas rápidas e lentas, apresenta as bolhas que crescem rapidamente. Este é obtido quando a velocidade superficial do gás é elevada. Neste caso, a variação do diâmetro da bolha com o tempo aumenta continuamente tanto com a velocidade do gás quanto com o tamanho da partícula, ou seja:

$$\frac{d}{dt}(d_b) = f(u_b, d_p) \quad (1)$$

Segundo Catipovic et al. (1978), esse regime de fluidização é caracterizado por grandes oscilações na queda de pressão, com amplitudes comparáveis a queda de pressão total através do leito.

O fenômeno de coalescência das bolhas é definido como sendo o agrupamento de varias bolhas para formar uma outra de tamanho maior. Este crescimento ocorre de maneira diferente para os leitos constituídos de partículas grandes do tipo D. Para as partículas do tipo B esse crescimento é vertical de forma que as bolhas menores vão sendo agrupadas a medida que elevam-se ao longo do leito. Essa coalescência é de forma cônica, chamada cone de Werther (Figura 5a). As bolhas podem coalescer de duas formas: bolhas absorvendo uma as outras que estão imediatamente acima (Figura 5bi), ou modificando sua trajetória, (Figura 5bii).

Já a coalescência das bolhas quando o leito é constituído de partículas do tipo D acontece na horizontal, ou seja as bolhas maiores absorvem as menores que estão no mesmo nível. A Figura 5B mostra os resultados obtidos por Cranfield e Geldart (1974), quando são injetadas duas bolhas idênticas na mesma altura do leito e ao mesmo tempo, em condições de mínima fluidização. A coalescência destas bolhas foi registrada em tempos diferentes.

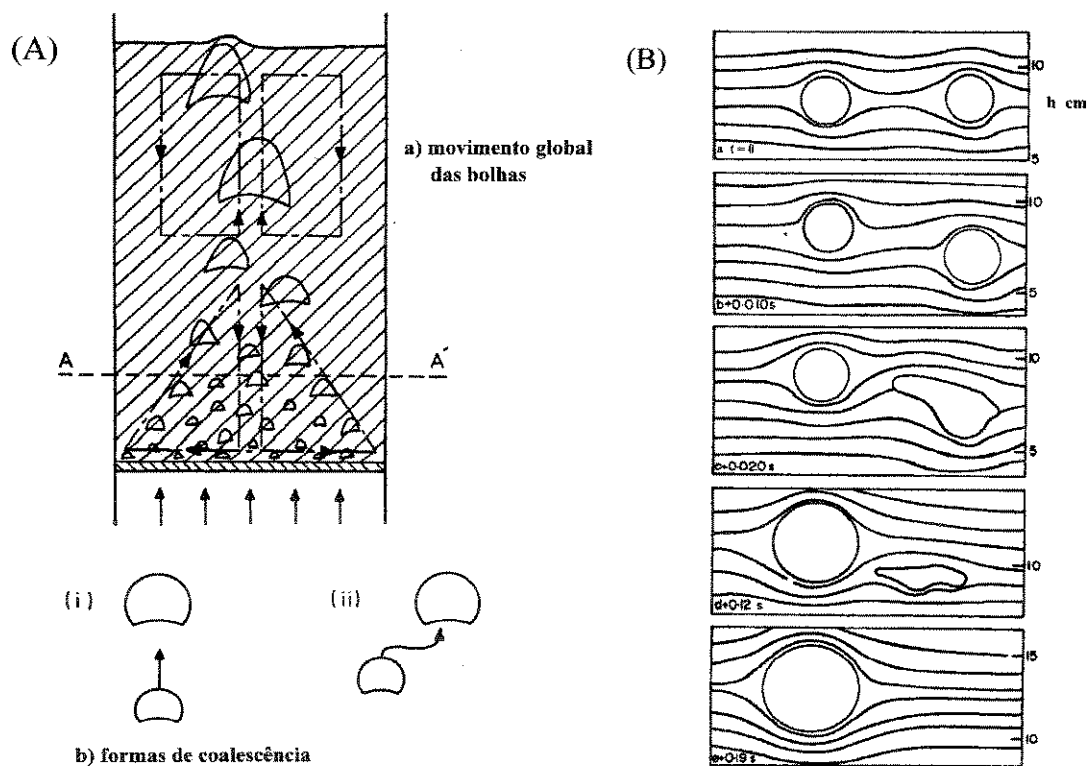


Figura 5: Coalescência das bolhas. A) cone de Werther (1973)
B) Cranfield e Geldart (1974)

1.3.2. Leito fluidizado empistonado

Quando a coalescência do fluxo de bolha, mostrada na Figura 5 é elevada, a bolha formada é chamada de “slug” ou pistão. Diferentes tipos de pistões podem formar-se dependendo do tipo de partícula e das características do leito, como mostrado na Figura 6:

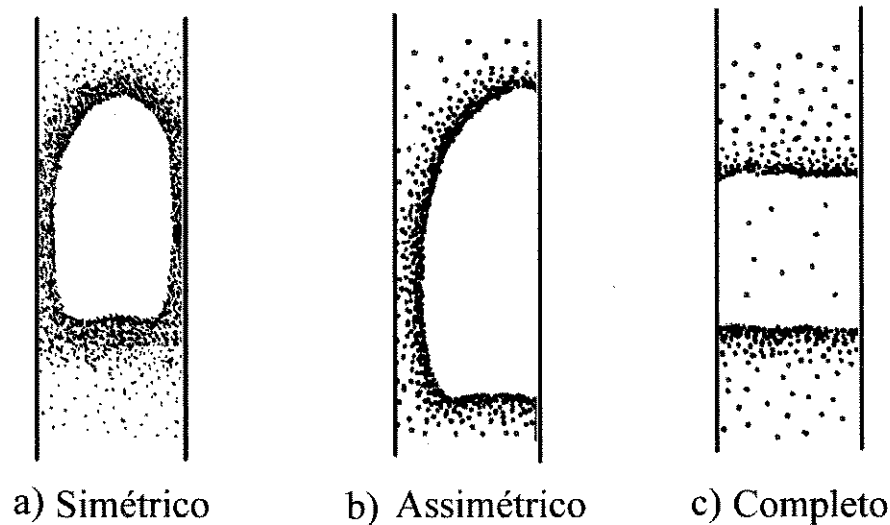


Figura 6: Diferentes tipos de pistões em leitos fluidizados (Yates, 1983)

a) Pistão simétrico

É obtido quando o leito é formado de partículas finas e de baixa massa específica, ou seja partículas do tipo A. O pistão cresce ao longo do comprimento do leito.

b) Pistão assimétrico

Esse tipo é formado vizinho a parede e observado quando a velocidade do gás é elevada.

c) Pistão completo

Esse tipo é muito observado em leito cujo diâmetro é pequeno e constituído de partículas grandes e pesadas. Esse tipo é caracterizado por alternar fases densa e diluída separadas por interfaces, constituídas de partículas.

O fenômeno de formação de bolhas ou pistões influencia diretamente no movimento das partículas que constituem o leito. Considerando um conjunto de partículas homogêneas, algumas correlações são apresentadas por Baleato (1986) para determinação das características da bolha tais como: diâmetro, volume, velocidade de

elevação, frequência. A maioria das correlações encontradas na literatura são para partículas dos tipos A e B da classificação de Geldart.

2. Comportamento fluidodinâmico de partículas sólidas heterogêneas.

2.1. Terminologia

Rowe et al. (1972) propuseram uma terminologia para um sistema binário. Essa terminologia foi elaborada em relação às propriedades dos componentes do sistema, isto é, em relação ao tamanho e massa específica, e também em relação ao comportamento do sólido diante da fluidização.

No que se refere as partículas que diferem em massa específica estes autores codificaram como LEVES as de menor massa específica e PESADAS as de maior massa específica. Quando a diferença está no tamanho das partículas, elas foram chamadas de simplesmente de PEQUENAS e GRANDES.

Quanto à velocidade de fluidização, os autores chamaram de FLUIDAS as partículas que são fluidizadas à velocidade menor que a velocidade de mínima fluidização e de EMPACOTADAS as que são fluidizadas a velocidade acima da velocidade mínima de fluidização.

Diante destas características, as partículas de um sistema binário têm seis possíveis combinações:

- Pesada, Grande, Empacotada / Leve, Pequena, Fluida - PGE/LPF
- Pesada, Pequena, Empacotada / Leve, Grande, Fluida - PPE/LGF
- Pesada, Pequena, Fluida / Leve, Grande, Empacotada - PPF/LGE
- Grande, Empacotada / Pequena, Fluida - GE/PF
- Pesada, Empacotada / Leve, Fluida - PE/LF
- Pesada, Pequena / Leve, Grande - PP/LG

Quando a diferença está relacionada a massa específica das partículas os termos “jetsam” (imersíveis) e “flotsam” (emergíveis) foram também usados para descrever os sólidos que possuem a tendência a afundar e os que possuem a tendência a flutuar, respectivamente (Rowe e Nienow, 1972).

2.2. Descrição do fenômeno

A maioria dos estudos encontrados na literatura são referentes aos sistemas binários composto de partículas de diferentes tamanho e/ou massa específica. Nestes trabalhos é comumente utilizada a terminologia proposta por Rowe et al. (1972).

A Figura 7 descreve a divisão do leito quando as partículas apresentam diferenças de tamanhos e massas específicas a uma dada velocidade superficial do gás. As Figuras 7a e 7b, representam o leito segregado em relação a diferença de tamanho e a diferença de massa específica, respectivamente. A Figura 7c, representa um leito constituído de partículas de diâmetro e massa específica próximos, e por isso está perfeitamente misturado. As Figuras 7d e 7e são representativas para os leitos parcialmente segregados onde há invasão das partículas nas duas camadas.

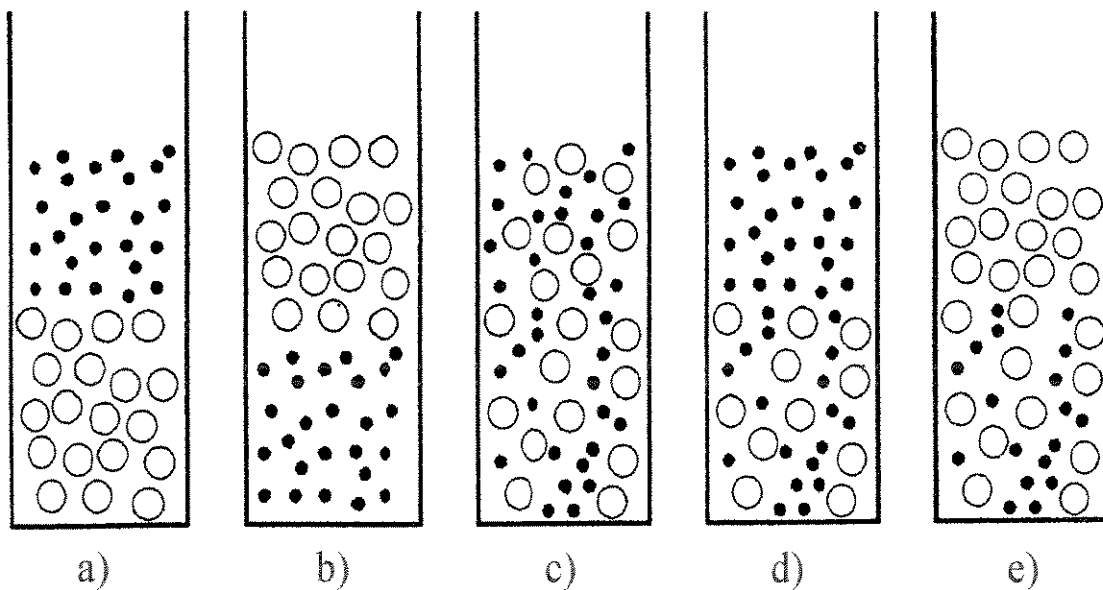


Figura 7: Estrutura de leito binário em relação a diferença de tamanho e/ou massa específica das partículas.

A Figura 8 mostra a evolução da queda de pressão em função da velocidade do gás para um sistema multi-componente. Partindo-se de um leito bem misturado, a seção AB da curva superior representa a evolução da queda de pressão em função da velocidade crescente de gás. Esta mostra um crescimento progressivo da camada segregada, acompanhada de uma tendência ondulada, que representa o fenômeno da segregação e a defluidização local. O ponto B representa o estado de mistura perfeita do leito correspondente à velocidade de fluidização completa, U_{fc} . A curva inferior BCO, descreve a defluidização lenta do leito cuja seção BC representa a superposição de um leito fluidizado e um leito fixo. Segundo Geldart (1986), o ponto C corresponde a velocidade mínima de fluidização de uma mistura (U_{MA}). Este ponto de velocidade nem sempre é nítido para casos de misturas polidispersas.

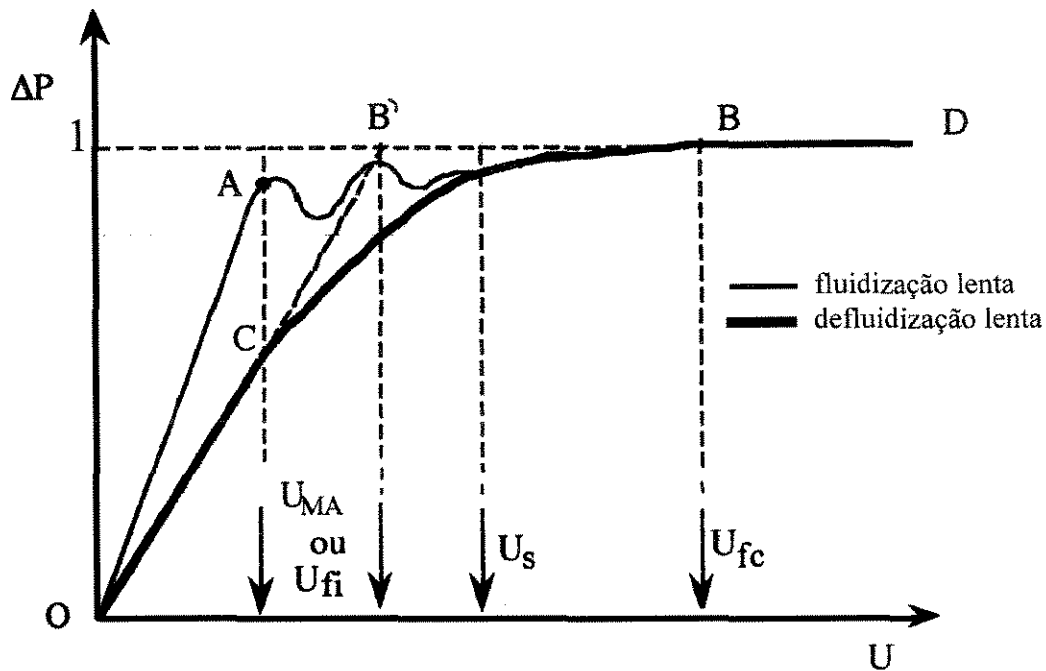


Figura 8: Evolução da queda de pressão total em função da velocidade do gás, Tannous (1993)

Esta definição não foi considerada por todos os autores. Para Rowe et al. (1975), Chiba et al. (1979) e Formisani (1991), a velocidade mínima de fluidização de uma mistura ou velocidade mínima aparente (U_{MA}) pode ser definida pela interseção do prolongamento da linha OC com a linha DB : ponto B' . É importante observar que esta velocidade não tem o mesmo significado que a velocidade mínima de fluidização de partículas homogêneas.

Nota-se que Rowe et al. (1975) e Formisani (1991) descreveram que a velocidade mínima de fluidização pode ser obtida a partir da curva de queda de pressão pela defluidização rápida ou pela fluidização de um leito bem misturado inicialmente. Esta velocidade corresponde ao ponto A .

Para o caso de misturas polidispersas, Sciazko et al. (1985) definiram o ponto C como a velocidade de fluidização inicial, à partir da defluidização lenta. Para o caso de partículas grossas pertencentes ao grupo D da classificação de Geldart, Tannous (1993) definiu três velocidades características de misturas. A U_{fi} é a velocidade de fluidização inicial, quando as partículas mais finas começam a fluidizar. A U_s é a velocidade de segregação correspondente ao aparecimento de uma zona totalmente defluidizada na parte inferior do leito, constituída essencialmente pelas partículas mais grossas da mistura. A U_{fc} é a velocidade completa de fluidização definida como sendo a velocidade na qual o leito está completamente misturado. Essas velocidades delimitam quatro zonas que caracterizam o comportamento do leito: leito fixo, segregação parcial, segregação total e mistura perfeita. Estas zonas são representadas na Figura 7.

2.3. Velocidades características da mistura

2.3.1. Mistura binária

Os estudos bibliográficos relativos a predição da velocidade mínima de fluidização foram estabelecidas para misturas binárias levando em conta o tamanho e a massa específica das partículas. Baleato (1986) apresentou um resumo destas correlações, (Tabela 1).

Segundo Chyang et al. (1989), as predições para a velocidade mínima de fluidização da mistura (U_{MA}) podem ser desenvolvidas de duas maneiras: a partir de dados experimentais e a partir da média da velocidade mínima de fluidização dos componentes da mistura em função de suas frações mássicas.

As equações propostas e recomendadas por Thonglimp (1981) e Chyang et al. (1989) são idênticas àquelas utilizadas para a predição da velocidade mínima de fluidização de leitos homogêneos. Para o caso de misturas, a massa específica e o tamanho das partículas são definidas de uma maneira particular, como por exemplo função das frações mássicas.

Thonglimp (1981) propôs três correlações para determinação da velocidade mínima de fluidização a partir da análise dimensional e da equação de Ergun. Estas últimas, aplicam-se aos casos onde existem a variação de tamanho e/ou variação da massa específica.

Rowe e Nienow (1975) estabeleceram uma correlação à partir da expressão de Hatch (1940) relativa à queda de pressão através de meios porosos. Nesta correlação é necessário conhecer a mudança da porosidade em função da variação da composição. Sua correlação foi validada pelos resultados experimentais de Lewis et al. (1949). É importante observar que para o caso das partículas com larga distribuição granulométrica, a velocidade e a função porosidade não são claramente definidas. Além disso, n' é função do regime de escoamento utilizado e tem um papel importante na determinação de U_{MA} .

Em 1979, Chiba et al. estabeleceram duas correlações para a velocidade mínima de fluidização, sendo que a primeira foi validada para o caso de leitos que se misturam facilmente, e a segunda quando o leito tem uma forte tendência a segregação.

A formulação de Obata et al. (1982) é aplicada para três casos: binário, ternário e multi-componentes de mesma massa específica. É uma correlação simples que foi obtida a partir da relação de Kozeny-Carmam (estado fixo) e da igualdade do balanço de forças

de equilíbrio quando o leito torna-se fluidizado. Estes autores consideraram que U_{MA} é uma média harmônica das velocidades mínima de fluidização (U_{mfs}). Uma limitação desta correlação é o conhecimento da velocidade mínima de fluidização de cada componente da mistura.

2.3.2. Mistura polidispersa

Para o caso de mistura polidispersa, diferentes velocidades foram determinadas afim de melhor caracterizar o comportamento do leito.

Para a velocidade mínima de fluidização da mistura, somente as correlações de Rowe et al. (1975) e Obata et al. (1982) são empregadas. Observa-se que estas correlações são também aplicáveis para o caso de partículas pertencentes as categorias A e B da classificação de Geldart.

Tannous (1993) caracterizou, para o partículas de areia pertencentes à categoria D de Geldart, três velocidades características, em função do índice de dispersão (n), como esquematizado na Figura 8:

- velocidade de fluidização inicial, $U_{fi} \Rightarrow \frac{U_{mf} - U_{fi}}{U_{mf}} = 0,49e^{-0,22n}$ (10)

- velocidade de segregação, $U_s \Rightarrow \frac{U_s - U_{mf}}{U_{mf}} = 0,56e^{-1,09n}$ (11)

- velocidade completa de fluidização, $U_{fc} \Rightarrow \frac{U_{fc} - U_{mf}}{U_{mf}} = 1,05e^{-0,43n}$ (12)

Nestas correlações, a velocidade mínima de fluidização foi calculada considerando o diâmetro médio da mistura, utilizando a correlação proposta por Tannous (1993) para partículas homogêneas:

$$Re_{mf} = \left[(25,83)^2 + 0,043Ar \right]^{1/2} - 25,83 \quad (13)$$

2.4. Fenômenos de Segregação e Mistura

Segundo Rowe et al.(1965), o fenômeno de mistura é causada essencialmente pela formação de bolhas no leito. Essas bolhas elevam-se e carregam porções de sólidos do fundo a superfície do leito. Na superfície ocorre sua explosão ou rompimento fazendo com que os sólidos desçam, promovendo a mistura.

O fenômeno de segregação também é provocado pelas bolhas, mas não de forma tão forte como no fenômeno da mistura. A segregação é mais caracterizada pela diferença de massa específica do material que compõe o leito.

A Figura 9 apresenta esquematicamente os perfis de concentração dos sólidos imergíveis em função da altura do leito segundo Gibilaro e Rowe (1974).

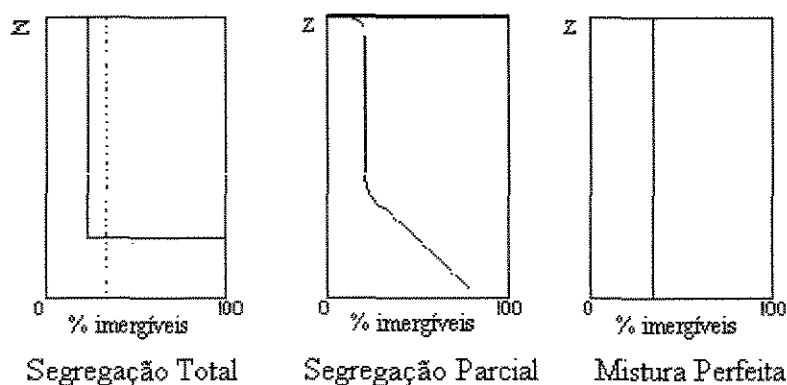


Figura 9: Comportamento do leito para partículas imergíveis conforme Gibilaro e Rowe (1974)

Quando o leito fluidizado é composto por partículas de diferentes tamanhos e/ou massa específica, o leito pode atingir o estado de segregação ou de mistura, ou um estágio intermediário entre estes fenômenos.

2.4.1. Definições para os índices de mistura e segregação:

Para quantificar os fenômenos de mistura e segregação, Nienow et al. (1978) definiram dois parâmetros: coeficiente de segregação e índice de mistura:

1-) I_s : coeficiente de segregação

$$I_s = \left(\frac{C_{\text{inf}} - C_{\text{sup}}}{C_{\text{inf}} + C_{\text{sup}}} \right) * 100 \quad (14)$$

regime transiente, usando a solução obtida para equação 16 através do método de Crank, (1975):

$$C = \bar{C} + \frac{2}{\pi} \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{a} \sin(a\pi\bar{C}) \exp \left[-\frac{(a\pi)^2 D}{H^2} t \right] \cos(a\pi z) \quad (18)$$

onde a é o número de termos da série e H a altura total do leito.

2.5.2. Modelo de Gibilaro e Rowe (GR)

Em 1974, Gibilaro e Rowe desenvolveram um modelo matemático para descrever a segregação de misturas binárias de partículas sólidas utilizando um leito fluidizado borbulhante que apresenta mistura mais eficiente e mais rápida entre as partículas e a segregação destas é função das diferenças entre as suas propriedades físicas.

Os autores usaram a terminologia de Rowe e Nienow (1972) para descrever os componentes do leito.

Considerando o sistema dividido em duas fases:

- 1-) Fase Calda: pequenas quantidade de sólidos que ocupam a parte inferior da bolha;
- 2-) Fase Emulsão: constituída de gás intersticial e sólido do leito.

Os parâmetros do modelo GR para mistura são relativos ao movimento dos sólidos provocados pelas bolhas e, para segregação, relativos à diferença de tamanho das partículas. As partículas de diferentes massas específicas foram desprezadas por causa da complexidade que impõe ao equacionamento.

A Figura 10, mostra esquematicamente o modelo de GR.

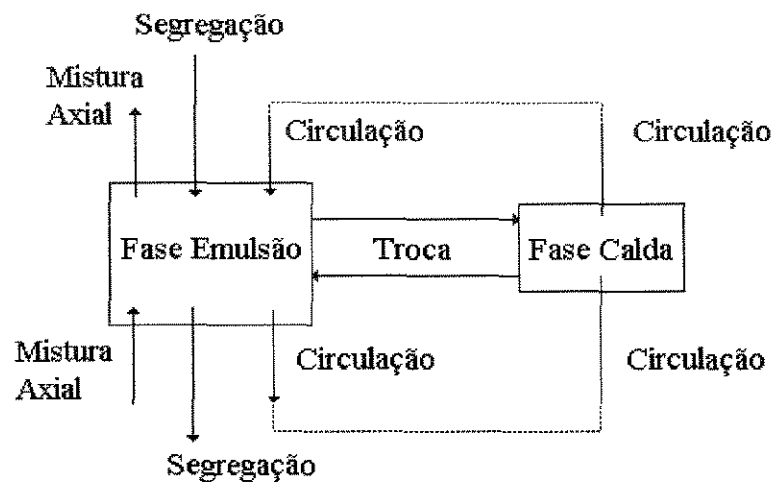


Figura 10: Formulação do modelo de Gibilaro e Rowe (1974)

Segundo Gibilaro e Rowe, quatro parâmetros determinam os fenômenos de mistura e segregação:

- **Circulação:** é o movimento provocado pela elevação das bolhas. Os sólidos são arrastados na calda das bolhas ao longo do leito e quando ocorre a explosão destas na superfície, os sólidos deixam a fase calda e se unem à fase emulsão. A taxa volumétrica de sólidos, w , é proporcional ao fluxo de bolhas e é aproximadamente constante através de todo o leito. No modelo assume-se que w é independente da altura do leito.
- **Troca:** existe troca de sólidos entre as duas fases, provocada pela ascensão e queda dos sólidos no leito. Segundo Rowe e Partridge (1965), os sólidos são alimentados continuamente na calda e derramados periodicamente na fase emulsão (tempo para percorrer o leito). No modelo, o processo é tratado como sendo contínuo. A taxa de troca de sólido (q), considerando constante ao longo do leito, é definida como sendo a vazão volumétrica por unidade de altura do leito.
- **Mistura axial:** independente do mecanismo de circulação total descrito acima, as bolhas causam deslocamento axial dos sólidos (Rowe e Partridge, 1972), que pode ser descrito como sendo uma pseudo-difusividade. Deve ser enfatizado que o mecanismo físico resultando em difusão axial não se assemelha ao processo propriamente dito de difusão. No modelo o parâmetro r é definido como sendo o produto de um coeficiente de difusão idealizado e a área da seção transversal do leito. O parâmetro r é que representa toda mistura axial na fase emulsão.

- Segregação: por definição as partículas imergíveis afundam no leito mais rapidamente do que as emergíveis, e essa tendência a segregar depende fortemente da diferença de massa específica (Rowe et al., 1972).

Esses quatro parâmetros q (coeficiente de troca de sólidos), w (parâmetro de circulação), r (mistura axial) e k (grau de segregação) foram usados para descrever a concentração de equilíbrio de imergíveis nas duas fases como função da altura Z . Esses parâmetros são todos influenciados pelo fluxo de bolhas de diferentes formas, mas k , além disso, é influenciado pelas diferentes propriedades das partículas, principalmente da massa específica e do tamanho.

O balanço de massa foi realizado em relação ao componente imergível, em duas seções transversais z e dz , como mostra a Figura 11.

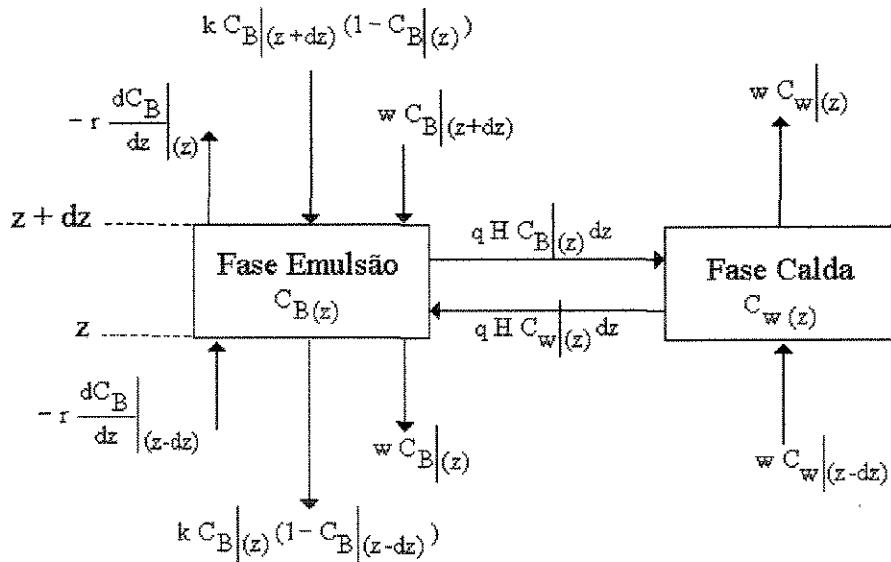


Figura 11: Balanço realizado entre as duas fases do leito, definidas por Gibilaro e Rowe.

Balanço de massa para a fase emulsão:

$$k C_{B(z+dz)} (1 - C_{B(z)}) + w C_{B(z+dz)} - r \frac{dC_B}{dz} \Big|_{(z-dz)} + q H C_{W(z)} dz - \left\{ -r \frac{dC_B}{dz} \Big|_{(z)} + w C_{B(z)} + k C_{B(z)} (1 - C_{B(z-dz)}) + q H C_{B(z)} dz \right\} = 0$$

Aplicando série de Taylor, $f(x+h)=f(x)+f'(x)dx+f''(x)dx^2/2!+f'''(x)dx^3/3!+...$, a cada termo do balanço em regime permanente, tem-se a seguinte equação diferencial:

$$\frac{r}{H} \frac{d^2 C_B}{dz^2} + (w + k - 2kC_B) \frac{dC_B}{dz} + qH(C_W - C_B) = 0 \quad \text{fase emulsão} \quad (19)$$

Balanço de massa para fase calda:

$$wC_{w(z-dz)} + qHC_{B(z)} dz - qHC_{w(z)} dz - wC_{w(z)} = 0$$

Procedendo da mesma forma para equação da fase calda tem-se a seguinte equação diferencial:

$$w \frac{dC_w}{dz} - qH(C_B - C_w) = 0 \quad \text{fase calda} \quad (20)$$

As concentrações dos imergíveis nas fases emulsão e calda são C_B e C_w respectivamente. A altura para os cálculos, é definida como a altura acima do distribuidor e expressa como uma fração da altura total do leito.

Para resolver essas equações, os autores estabeleceram três casos, onde um ou mais desses parâmetros (q , k , w e r) possam ser negligenciados com base em resultados experimentais. Esses três casos foram analisados separadamente.

Caso I: Sistemas Fortemente Segregados

Quando a segregação ocorre, ou quando os componentes são fluidizados vigorosamente, pode-se esperar que a mistura axial e a troca entre as fases sejam negligenciadas quando comparadas com os termos circulação e segregação.

Nesse caso, o balanço para os imergíveis na fase emulsão (equação 19) reduz-se a:

$$(\lambda + 1 - 2C_B) \frac{dC_B}{dz} = 0 \quad \text{onde } \lambda = \frac{w}{k} \quad (21)$$

Como não existe troca entre as fases emulsão e calda, a concentração de imergíveis na calda é constante e igual a $C_{B(0)}$ (concentração inicial na fase emulsão na parte inferior do leito).

Para resolver a equação 21, foram dadas as seguintes condições de contorno:

$$z=0 \quad kC_{B(0)}(1 - C_{B(0)}) = 0 \quad \text{para } C_{B(0)}=1 \quad (22)$$

$$z=1 \quad wC_{B(0)} = wC_{B(1)} + kC_{B(1)}(1 - C_{B(1)}) \quad (23)$$

Combinando as equações 22 e 23, tem-se:

$$C_{B(1)} - (\lambda + 1)C_{B(1)} + \lambda = 0 \quad (24)$$

cujas soluções são $C_{B(1)} = 1$ ou $C_{B(1)} = \lambda$

A primeira solução é encontrada quando o leito é composto unicamente de partículas imergíveis e a segundo quando o sistema é binário.

Os autores consideraram ainda duas condições particulares para obter solução deste caso:

- solução completa e condição integral:

A solução completa pode ser estabelecida a partir da análise da equação 19, com as seguintes condições de contorno:

$$z^* > z \geq 0 \rightarrow C_B = 1$$

$$z = z^* \rightarrow C_B = (\lambda + 1)/2$$

$$1 \geq z > z^* \rightarrow C_B = \lambda$$

Para z igual a uma altura crítica z^* o gradiente de concentração é zero quando a concentração de imergíveis é $C_B = (\lambda + 1)/2$. Por este motivo admite-se que exista essa altura crítica onde abaixo desta $C_B = 1$ e acima $C_B = \lambda$, que são as soluções obtidas para equação 22.

Essa descontinuidade não implica que o fenômeno físico apresente desvios de comportamento e nem que o modelo matemático não o represente. Por exemplo, o valor de λ não poderá ser nulo visto que é função dos parâmetros de segregação (k) e circulação (w).

Para determinar a altura crítica considera-se que a fração de sólidos na fase calda seja f_w e então $f_j = f_w + (1 - f_w)(z^* + (1 - z^*)\lambda)$ de onde tem-se que:

$$z^* = \frac{(f_j - f_w) - \lambda(1 - f_w)}{(1 - f_w)(1 - \lambda)}$$

Como a fração de sólidos na fase calda é muito difícil de ser medida, admite-se que esta é um terço do volume total da calda, ou seja:

$$f_w = \frac{(H - H_{mf})}{3H_{mf}}$$

dada em relação à altura total do leito (H) e altura nas condições de mínima fluidização (H_{mf})

Medindo-se uma concentração média em base volumétrica em uma fatia horizontal do leito, o valor de λ pode ser obtido por:

$$\lambda = \frac{\bar{C}(z) - f_w}{1 - f_w} \text{ para uma altura maior que a crítica.}$$

- solução para pequenas frações de imergíveis

A solução integral implica que a adição ou remoção de partículas imergíveis pode causar uma alteração correspondente na altura crítica. Uma questão que é estabelecida a partir disto é que essa alteração ocorre quando a fração de imergíveis é insuficiente para formar uma camada na parte inferior do leito, isto é, tem-se $f_j < f_w + (1 - f_w)\lambda$.

Considerando uma situação limite para $f_j = f_w + (1 - f_w)\lambda$.

Quando $z=0$ assume-se continuidade entre as duas fases do leito. Então:

$$z = 0 \rightarrow w(C_B - C_w) + kC_B(1 - C_B) = 0$$

$$z = 1 \rightarrow w(C_w - C_B) - kC_B(1 - C_B) = 0$$

que são as novas condições de contorno para as partes inferior e superior do leito, e fornecem a mesma informação, logo

$$C_w = C_B + \frac{C_B}{\lambda}(1 - C_B) \quad (25)$$

A condição integral passa a ser:

$$f_j = f_w C_w + (1 - f_w)C_B \quad (26)$$

Assim, combinando as equações 25 e 26, obtém-se:

$C_B + \frac{C_B}{\lambda}(1 - C_B) - \frac{f_j}{f_w} + (1 - f_w)C_B = 0$ que resolvida fornece o perfil de concentração na fase emulsão. Desta forma:

$$C_B = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\lambda}{f_w} + \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda}{f_w} \right)^2 - \frac{4f_j \lambda}{f_w}} \right\} \quad (27)$$

A concentração média de imergíveis em todas as alturas do leito, pode ser constante e igual a fração f_j , o que sugere que o sistema está perfeitamente misturado. No entanto, as equações 25 e 27 mostram que as concentrações nas duas fases podem ser constantes, mas atingem valores distintos.

Caso II: Efeito adicional de troca entre as fases

Considerando a troca de sólidos entre as fases e negligenciando a mistura axial, as equações 19 e 20 tornam-se:

$$(w + k - 2kC_B) \frac{dC_B}{dz} + qH(C_w - C_B) = 0 \quad (28)$$

$$w \frac{dC_w}{dz} - qH(C_B - C_w) = 0 \quad (29)$$

Combinando as equações 28 e 29 e fazendo $w/k=\lambda$ e $qH/w=\gamma$, tem-se:

$$(\lambda + 1 - 2C_B) \frac{d^2 C_B}{dz^2} - 2 \left(\frac{dC_B}{dz} \right)^2 + \lambda \frac{dC_B}{dz} (1 - 2C_B) = 0 \quad (30)$$

A equação 30 pode ser reduzida a uma equação de primeira ordem e resolvida através de um fator de integração. A solução, então, pode ser dada por:

$$(A_1 - 1 + 2C_B)^{A_1 + \lambda} (A_1 - 1 + 2C_B)^{A_1 - \lambda} = A_2 e^{-A_1 \gamma z} \quad (31)$$

onde A_1 e A_2 são constantes de integração que podem ser encontradas a partir das condições de contorno, estabelecidas a partir de um balanço de massa nas fases emulsão e bolha na parte superior do leito:

$$wC_{w(1)} = wC_{B(1)} + kC_{B(1)}(1 - C_{B(1)}) \quad (32)$$

$$-w \frac{dC_B}{dz} \Big|_{z=1} = qH(C_{B(1)} - C_{w(1)}) \quad (33)$$

Combinando as equações 32 e 33 tem-se:

$$z = 1 \rightarrow \frac{dC_B}{dz} (1 + \lambda - C_B) + \gamma C_B (1 - C_B) = 0 \quad (34)$$

onde dC_B/dz pode ser obtida pela diferenciação da equação 31:

$$\frac{dC_B}{dz} = \frac{\gamma}{4} \left\{ \frac{(1 - 2C_B)^2 - A_1}{1 + \lambda - 2C_B} \right\} \quad (35)$$

Combinando as equações 34 e 35 encontra-se que valor da primeira constante de integração (A_1) pode ser 1 ou -1. Substituindo esses valores na equação 35 tem-se:

$$\frac{dC_B}{dz} = \frac{\gamma C_B (1 - C_B)}{1 + \lambda - 2C_B} \quad (36)$$

A outra constante, A_2 , pode ser analisada com base no caso 1 com a solução $C_{B(0)}=1$, onde inserindo este valor na equação 36 tem-se:

$$\left. \frac{dC_B}{dz} \right|_{z=0} = 0$$

A equação 36 mostra a mesma descontinuidade da concentração de imergíveis $(\lambda+1)/2$ encontrada na solução completa e condição integral, ou seja uma indeterminação da concentração com um termo dividido por zero. Realmente não há razão para que as soluções dos casos 1 e 2 sejam diferentes na parte inferior do leito, abaixo da altura crítica, já que para as fases do leito consistem somente de imergíveis.

O balanço de imergíveis em torno do ponto de descontinuidade é:

$$w(C_{B(z^{*+})} - C_{B(z^*)}) - kC_{B(z^{*+})}(1 - C_{B(z^*)}) - kC_{B(z^*)}(1 - C_{B(z^{*-})}) = 0 \quad (37)$$

Sendo que inserindo os valores de $C_{B(z^{*-})}=1$ e $C_{B(z^*)}=(1+\lambda)/2$ encontra-se que $C_{B(z^{*+})}=\lambda$.

A constante A_2 pode ser então, para $A_1=1$, encontrada por:

$$A_2 = 4\lambda^{1+\lambda} (1-\lambda)^{1-\lambda} e^{\gamma z^*} \quad (38)$$

Uma solução particular para concentração de imergíveis na parte superior do leito pode ser estabelecida por:

$$\left(\frac{C_B}{\lambda}\right)^{1+\lambda} \left(\frac{1-C_B}{1-\lambda}\right)^{1+\lambda} = e^{-\gamma(z-z^*)} \quad (39)$$

Soluções particulares para este caso também foram propostas pelos autores:

- perfis de imergíveis médios, na fase emulsão e na fase calda

A solução integral para este caso pode ser fixada como sendo:

$$f_j = (1-f_w) \int_0^1 C_B dz + f_w \int_0^1 C_w dz \quad (40)$$

Acima da altura crítica a concentração na fase calda, C_w , pode ser determinada combinando as equações 28 e 36:

$$C_w = C_B + C_B \frac{1-C_B}{\lambda} \quad (41)$$

Essa relação confirma que a concentração na calda é a unidade abaixo da altura crítica, onde a concentração na fase emulsão é igual a 1, e acima da altura crítica onde a concentração na fase emulsão é igual a λ . Acima desse ponto a concentração na fase calda é sempre maior que a concentração na fase emulsão.

Uma concentração média pode ser estabelecida em função da fração de sólidos na fase calda:

$$\bar{C} = f_w + (1-f_w)C_B \quad (42)$$

Com a equação para concentração média, equação 42, uma fração de imergíveis crítica pode ser encontrada:

$$f_j^* = \int \bar{C} dz(z-z^*) \quad (43)$$

A altura crítica pode ser encontrada quando a relação $f_j = z^* + \int_0^{1-z^*} \bar{C} dz(z-z^*)$ for satisfeita.

- solução para pequenas frações de imergíveis

Como para o caso 1, os autores consideraram a situação na qual a fração de imergíveis é insuficiente para formar uma camada na parte inferior do leito. Ou seja, a fração de imergíveis crítica (f_j^*) é maior que a fração de imergíveis (f_j). Quando esse critério é satisfeito tem-se que a descontinuidade não ocorre na fase emulsão, mas entre

as fases emulsão e calda na parte inferior do leito, ou seja as concentrações nas fases são diferentes, $C_{B(0)} \neq C_{w(0)}$. Desta forma a condição de contorno para $z=0$ é:

$$w(C_{B(0)} - C_{w(0)}) - kC_{B(0)}(1 - C_{B(0)}) = 0 \quad (44)$$

Da mesma forma:

$$C_{w(0)} = C_{B(0)} + C_{B(0)} \frac{1 - C_{B(0)}}{\lambda} \quad (45)$$

que relaciona as concentrações nas duas fases para $z=0$.

A solução para o perfil de concentração na fase emulsão é então:

$$\left(\frac{C_B}{C_{B(0)}} \right)^{1+\lambda} \left(\frac{1 - C_B}{1 - C_{B(0)}} \right)^{1+\lambda} = e^{-\gamma z} \quad (46)$$

onde $C_{B(0)}$ pode estar entre 0 e λ e deve ser encontrado iterativamente para satisfazer a condição integral (equação 40).

Caso III: Efeito de mistura axial na fase de emulsão

Neste caso foram considerados os parâmetros de mistura axial, r , circulação total, w , e segregação, k . O termo de troca foi negligenciado, pois este não produz efeitos de descontinuidade nos perfis para a fase de emulsão.

Com essas considerações as equações iniciais 19 e 20 para as duas fases tornam-se:

$$\psi \frac{d^2 C_B}{dz^2} + (\lambda + 1 - 2C_B) \frac{dC_B}{dz} = 0 \quad (47)$$

$$C_w = C_{B(0)} \quad (48)$$

onde $\psi = Hr/k$ é a taxa de mistura axial em relação a taxa de segregação.

Integrando a equação 47 tem-se:

$$\psi \frac{dC_B}{dz} = C_B^2 - (\lambda + 1)C_B + B_1 \quad (49)$$

onde B_1 é a constante de integração.

A condição de contorno para este caso é:

$$z = 0 \rightarrow C_{B(0)}(1 - C_{B(0)}) + \psi \frac{dC_B}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad \text{e} \quad (50)$$

$$z = 1 \rightarrow \lambda(C_{B(0)} - C_{B(1)}) - \psi \frac{dC_B}{dz} \Big|_{z=1} C_{B(1)}(1 - C_{B(1)}) = 0 \quad (51)$$

Tanto a equação 50 como a 51, quando combinadas com a equação 49 produzem o mesmo resultado, ou seja:

$$B_1 = \lambda C_{B(0)} \quad (52)$$

O resultado da segunda integração na fase emulsão é:

$$C_B = \frac{1}{2} \left\{ \lambda + 1 + P \left(\frac{1 + B_2 e^{\frac{zP}{\psi}}}{1 - B_2 e^{\frac{zP}{\psi}}} \right) \right\} \quad (53)$$

onde $P = \sqrt{(\lambda + 1)^2 - 4\lambda C_{B(0)}}$ e a constante B_2 , em termos de $C_{B(0)}$,

$$B_2 = \frac{\lambda + 1 - 2C_{B(0)} + P}{\lambda + 1 - 2C_{B(0)} - P}$$

Para determinar o perfil dado pela equação 53 falta apenas o valor de $C_{B(0)}$, que pode ser obtida da solução da condição integral:

$$f_j = (1 - f_w) \int_0^1 C_B dz + f_w C_{B(0)} \quad (54)$$

A equação 53 pode ser integrada resultando em:

$$\int_0^1 C_B dz = \frac{\lambda + 1 + P}{2} - \psi \ln \frac{1 - B_2 e^{P/\psi}}{1 - B_2} \quad (55)$$

Combinando as equações 54 e 55 tem-se uma equação para $C_{B(0)}$ que pode ser resolvida iterativamente em termos dos parâmetros λ e ψ , a fração total de imergíveis, f_j , e fração de sólidos presentes na calda, f_w .

O parâmetro ψ traduz o comportamento do leito para os casos de segregação total e mistura perfeita, isto é:

- para $\psi=0$ tem-se o caso 1 do modelo - segregação total;
- para $\psi=\infty$ tem-se o caso 3 do modelo - mistura axial na fase emulsão.

2.5.3. Modelo de Naimer et al. (1982)

Naimer, Chiba e Nienow, propuseram um modelo, baseado no de Gibilaro e Rowe (1974), para estimar os parâmetros de mistura e segregação de sólidos em leito fluidizado gasoso. Estes autores consideraram o Caso 2 do modelo de Gibilaro e Rowe, onde a mistura axial na fase emulsão é negligenciada. Foi utilizado um método iterativo para calcular o perfil de concentração, dividindo o leito em n camadas.

Os parâmetros do modelo são expressos em função de:

- características da bolha: diâmetro e velocidade de elevação da bolha, fração de sólidos na calda e quantidade de bolhas no leito;
- velocidade mínima de fluidização da mistura;
- propriedades físicas dos sólidos.

Os parâmetros foram calculados para cada camada do leito, com base na composição local obtida de iterações prévias.

Os perfis de concentração de partículas imergíveis na fase emulsão e fase bolha na parte superior do leito:

$$\left(\frac{C_B}{C_{B0}}\right)^{1+\lambda} \left(\frac{1-C_B}{1-C_{B0}}\right)^{1+\lambda} = e^{-\gamma z} \quad (56)$$

$$C_W = C_B + C_B \frac{1-C_B}{\lambda} \quad (57)$$

onde $\lambda = \frac{w}{k}$ e $\gamma = \frac{qH}{w}$

Estas equações são as soluções das equações 22 e 23 do modelo proposto por Gibilaro e Rowe (1974).

A partir disto, o objetivo do modelo é associar w , q e k às características dos sólidos e às condições de fluidização.

Cálculos dos parâmetros:

- circulação: w

Através de um balanço de massa do sólido, a circulação, w , pode ser determinada por:

$$w = U_b F_{wb} \frac{a'_b}{1 - a'_b} \quad (58)$$

$$\text{onde: } F_{wb} = \frac{V_w}{V_w + V_B} = \text{fração volumétrica da calda da bolha} \quad (59)$$

- troca de sólidos entre as duas fases: q

A troca de sólidos entre as fases emulsão e bolha pode ser determinado pelo fluxo de sólido que entra e sai da calda da bolha:

$$q = \frac{3 F_{wb}}{2 d_b} \frac{U_{mf}}{\varepsilon_{mf}} \left(\frac{a'_b}{1 - a'_b} \right) \quad (60)$$

- segregação: k

O parâmetro de segregação pode ser estimado através da distância de segregação média. Esta distância é definida como sendo o espaço entre as partículas emergíveis e imergíveis após a passagem do gás, desta forma:

$$k = \frac{3}{4} \bar{Y}_S U_b \left(\frac{a'_b}{1 - a'_b} \right) \quad (61)$$

$$\text{onde } \bar{Y}_S = 0.6 \left(\frac{\rho_i}{\rho_e} \right) \left(\frac{d_i}{d_e} \right)^{1/3}$$

A estimativa da segregação total é baseada no balanço de massa em n camadas, do leito. A Figura 12 mostra o esquema do modelo para os parâmetros de segregação, circulação e troca nestas n camadas. Para cada camada tem-se valores de U_{mf} , d_b , f_{WB} e os parâmetros dos modelos, funcionando como se o leito fosse uma série de leitos fluidizados.

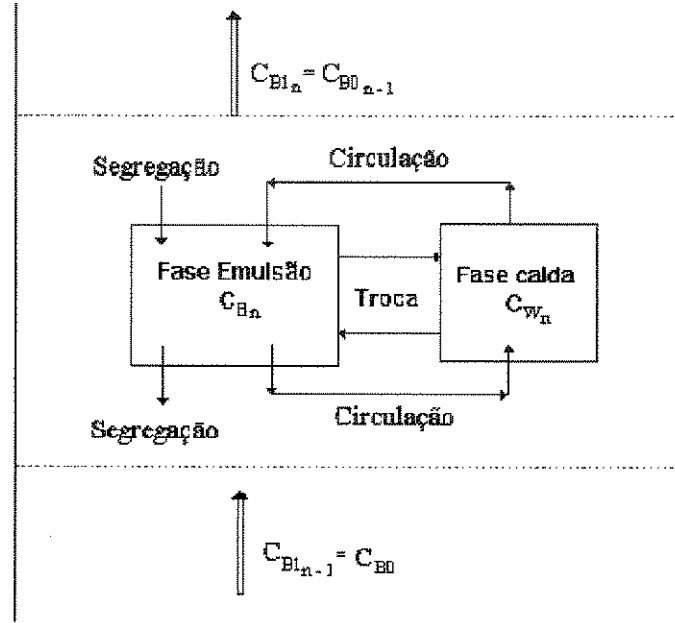


Figura 12: Formulação do modelo de Naimer et al. (1982) para n camadas.

Sendo assim, tem-se:

$$\left(\frac{C_{Bn}}{C_{B0n}} \right)^{1+\lambda_n} \left(\frac{1-C_{Bn}}{1-C_{B0n}} \right)^{1+\lambda_n} = e^{-\gamma_n Z} \quad \text{fase emulsão} \quad (62)$$

$$C_{Wn} = C_{Bn} + \frac{C_{Bn}(1-C_{Bn})}{\lambda_n} \quad \text{fase calda} \quad (63)$$

onde: $\lambda_n = \frac{w_n}{k_n}$, $\gamma_n = \frac{q_n H}{w_n}$ e $Z = \frac{h}{\Delta H}$

C_{B0n} é a concentração da parte inferior da camada, que por sua vez é igual a concentração na parte superior da camada anterior, C_{B1n-1} .

Iterativamente, o perfil de segregação é obtido pelo cálculo da fração volumétrica média de partículas imergíveis em ambas as fases, $\bar{C}_n$ para cada camada (soma das concentrações de sólidos na fase calda e fase emulsão).

$$\bar{C}_n = F_{wn} C_{wn} + (1 - F_{wn}) C_{B1n} \quad (64)$$

$$\text{onde } F_{wn} = \frac{a'_{bn} F_{wbn}}{1 - a_{bn}} \quad (65)$$

Para determinar as características da bolha, os autores do modelo sugerem as seguintes equações:

1-) Diâmetro inicial da bolha, equação de Davidson e Schuler (1960):

$$d_{b0} = \left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/5} \frac{G^{2/5}}{g^{1/5}} \quad (66)$$

onde G é a taxa efetiva de formação de bolhas, definido como sendo:

$$G = (U_g - U_{mf}) \frac{\pi D_C^2}{4N} \quad (67)$$

onde N é o número de orifício do distribuidor.

2-) Diâmetro da bolha, equação de Kato e Wen (1969) e equação de Rowe (1976), respectivamente:

$$d_b = d_{b0} + 0,00014 \bar{d}_p \left(\frac{U_g}{U_{mf}} \right) h \quad (68)$$

$$d_b = g^{-1/4} (U_g - U_{mf})^{1/2} (h - h_0)^{3/4} \quad (69)$$

3-) Velocidade de elevação de uma bolha, equação de Nicklin (1962):

$$U_b = U_g - U_{mf} + 0,711(gd_b)^{1/2} \quad (70)$$

4-) Fração da calda da bolha:

$$F_{wb} = \frac{1}{2} - \frac{9}{16} \cos \frac{\theta_w}{2} + \frac{1}{16} \cos \frac{3\theta_w}{2} \quad (71)$$

onde: $\theta_w = 70(d_b - 1)$ para $1 < d_b < 3$ cm

5-) Velocidade mínima de fluidização da mistura, Cheung et al. (1974):

$$U_M = U_e \left(\frac{U_e}{U_i} \right)^{x_p^2} \quad (72)$$

2.5.4. Modelo de Abanades et al. (1994)

Abanades et al. em 1994, desenvolveram um modelo baseado no modelo de GR considerando o caso II, ou seja, para um sistema onde há troca de sólidos entre as fases, para descrever a segregação de mistura binária em um leito fluidizado empistonado.

Os pistões foram observados experimentalmente neste trabalho e sua frequência determinada através da correlação proposta por Noordergraaf et al. 1987:

$$f = 0,32 \frac{U^{-0,15} g}{h_{mf}} \quad (73)$$

A Figura 13, representa esquematicamente o modelo de Abanades et al., de forma similar ao modelo de Gibilaro e Rowe. Onde as duas fases pistão e anular comportam-se como as fases bolha e emulsão.

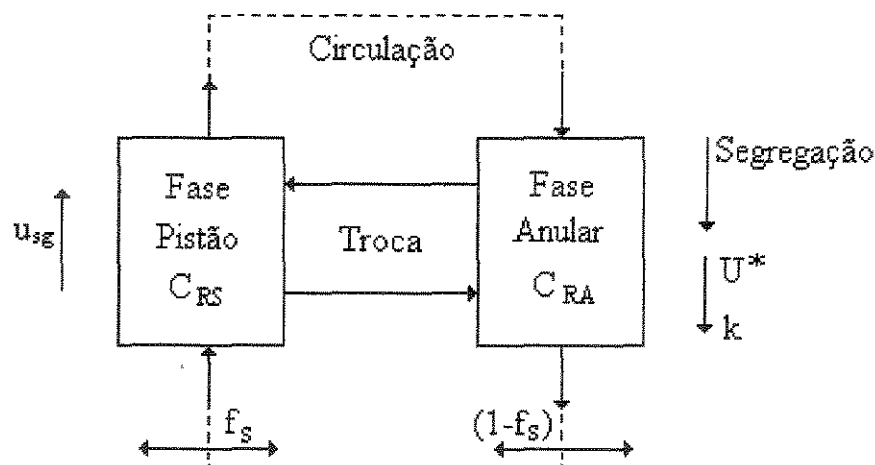


Figura 13: Representação esquemática do modelo de Abanades et al. (1994)

O leito para o regime estacionário foi dividido em duas fases:

- fase pistão: é a fase onde os sólidos são succionados pela parte inferior do pistão gás, à velocidade u_{sg} ;
- fase anular: é a fase onde os sólidos caem no leito.

Foi considerada a troca entre as fases pistão e anular, como similar à troca entre bolha-emulsão para os leitos fluidizados borbulhantes. A mistura axial dos sólidos não foi considerada e se existir, tem seu valor incluído no parâmetro de troca, q .

O grau de segregação em leitos fluidizados depende do equilíbrio entre os fenômenos de mistura e de segregação, e fazendo um balanço de volume de sólidos em uma seção horizontal do leito esse equilíbrio pode ser representado por:

$$(1 - f_S)(U^* + k)C_{RA} + (1 - f_S)U^*(1 - C_{RA}) = f_S U_{sg} \quad (74)$$

De forma que o total de sólidos na região anular (primeiro termo da eq. 74) mais o total de sólidos na região pistão (segundo termo da eq. 74) é igual ao total de sólidos do leito.

O balanço de imergíveis na região pistão é:

$$\frac{dC_{RS}}{dz} = \frac{-q(C_{RS} - C_{RA})h_{mf}(1 - \varepsilon_{mf})}{u_{sg}} \quad (75)$$

onde $z=h/h_{mf}$ e q é volume total de sólidos trocados entre as fases por unidade de volume de sólidos na fase pistão.

Outra proposta foi estabelecer uma relação entre as C_{RS} e C_{RA} e a altura, dada pelo balanço de imergíveis em alguma seção horizontal do leito:

$$f_S U_{sg} C_{RS} = (1 - f_S)(U^* + k)C_{RA} \quad (76)$$

Combinando as equações 73 e 75, tem-se a solução:

$$C_{RA} = \frac{1 + \alpha - \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 4\alpha C_{RS}}}{2} \quad (77)$$

onde α é dado por $\alpha = \frac{f_S U_{sg}}{(1 - f_S)k}$

A concentração média em cada camada do leito, que foi comparada com o valor experimental, é:

$$\bar{C} = C_{RS}f_S + C_{RA}(1 - f_S) \quad (78)$$

Resolvendo as equações 75 e 77, e o perfil para concentração média dado pela eq. 78, os autores definiram os parâmetros do modelo, U_{sg} , f_S , k e q , em função das condições experimentais..

O valor de U_{sg} pode ser estimado para diferentes geometrias do pistão através da correlação de Kececioglu et al. (1984):

$$U_{sg} = U - U_M + 0,35\sqrt{\beta g D_C} \quad (79)$$

onde o valor de β é 1 para pistão completo, 2 para pistão assimétrico e 0,04 para pistão simétrico.

A velocidade mínima de fluidização da mistura para o sistema binário, U_M foi estimada pela equação de Cheung et al. (1974) como foi sugerido pelos autores:

$$U_M = U_e \left(\frac{U_e}{U_i} \right)^{x_p^2} \quad (72)$$

Os valores dos parâmetros clássicos do modelo, f_s , k e q , foram determinados pelos autores da seguinte forma:

Determinação de f_s

Observando a Figura 14, os autores definiram três diferentes frações do período de oscilação do leito (T):

- γ_1 : fração de período onde existe um transporte líquido de sólidos na região de pistão em relação a região anular.;
- γ_2 : período onde o pistão está completamente desenvolvido, a U_{sg} , e os sólidos caem na região anular formando um espaço interpistão;
- γ_3 : período onde o pistão termina na superfície do leito.

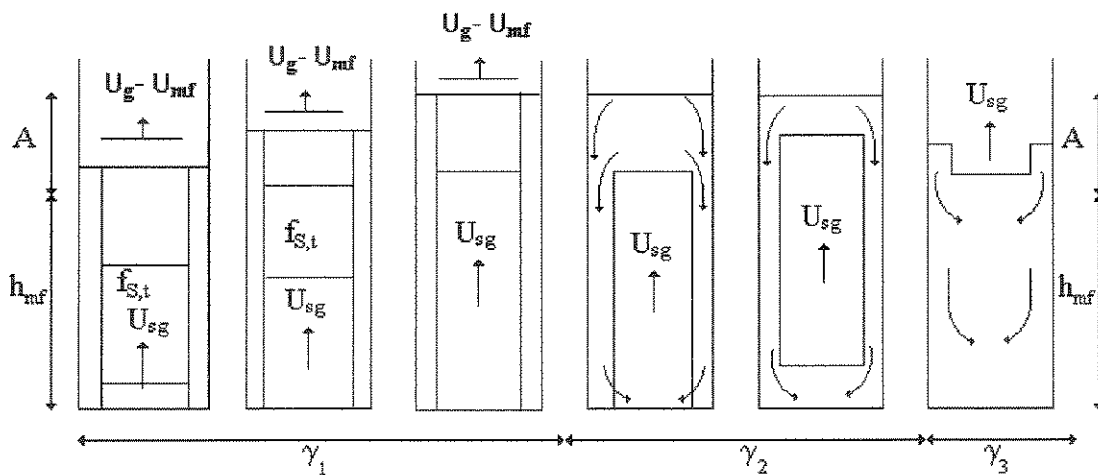


Figura 14: Frações de período de oscilações do leito, mecanismo de circulação do sólido. (Abanades et al., 1994)

Essas frações de período podem ser estimadas pelas equações abaixo:

$$\gamma_1 = \frac{T_1}{T} = \frac{Am}{U - U_{mf}} f \quad (80)$$

$$\gamma_2 = \frac{(T_1 + T_2) - T_1}{T} = \frac{Am + h_{mf}}{U_{sg}} f - \gamma_1 \quad (81)$$

A terceira fração de período é definida à partir da subtração das frações γ_1 e γ_2 do período completo:

$$\gamma_3 = T - (\gamma_1 + \gamma_2) \quad (82)$$

Re-arranjando as equações 80 e 81, encontra-se uma relação para amplitude relativa, Am , quando só existe um pistão no leito:

$$Am = \frac{U_{sg}(U - U_{mf}) - fh_{mf}(U - U_{mf})}{f(U_g - U_{mf} + U_{sg})} \quad (83)$$

O valor de h_{mf} foi calculado usando a equação de Matsen et al. (1969).

Os autores escolheram o valor de β como sendo 2, pois garante que o valor do período γ seja pequeno, estando de acordo com as observações visuais.

Como o período é uma medida de tempo, foi definido um fração média de período completo:

$$f_S = \int_0^{\gamma_1} f_{S,t} d\gamma \quad (84)$$

onde $f_{S,t}$ é a fração instantânea de sólido, que pode ser calculada assumindo que a elevação dos sólidos forma um cilindro de base constante, que diminui com a altura do leito. Isto é, a medida que o pistão se aproxima da parte superior do leito ele diminui de tamanho até o seu desaparecimento e surgimento de um outro próximo ao distribuidor. Assim, $f_{S,t}$ é dada pela expressão:

$$f_{S,t} = \frac{1}{h_{mf}} \frac{U - U_{mf}}{U_{sg}} \frac{(\gamma_1 - \gamma)U_{1sg}}{f} \quad (85)$$

que pode ser a taxa máxima de circulação no início do período, e ser zero quando a fração de formação do pistão, γ_1 , termina.

Integrando a equação 84, tem-se a equação final para f_S :

$$f_S = \frac{U - U_{mf}}{U_{sg}} \frac{U_{1sg} \gamma_1^2}{2fh_{mf}} \quad (86)$$

Determinação de k

O valor de k, partindo de uma definição para aceleração relativa, da equação do movimento para uma partícula e da consideração de que as velocidades do gás, das partículas de imergíveis e de emergíveis são aproximadamente iguais, é dado por:

$$k = \frac{3}{8} U_g^2 \frac{(1-\gamma_1)^2}{f} \frac{\rho_g}{\rho_e d_e} C_{De} \left(1 - \frac{C_{De} \rho_i d_e}{C_{Di} \rho_e d_i} \right) \quad (87)$$

Onde observa-se que k é função das propriedades das partículas e das condições experimentais.

Determinação de q

Para o valor de q os autores propuseram uma relação simples:

$$q = \frac{q_0}{D_C} \quad (88)$$

onde D_C pode ser considerado como sendo o diâmetro da bolha para leito fluidizado borbulhante.

Para essas equações há ainda a necessidade de determinar os valores de q_0 , C_{De} e C_{Di} que através do melhor ajuste para relação $C_D = C_{D0}/Re^b$ com faixas de Re definidas para cada tipo de partícula, os autores chegaram a:

$$C_{Di} = \frac{43}{Re_i} \quad (89) \quad C_{De} = \frac{50}{Re_e} \quad (90) \quad q = \frac{0,91}{D_C} \quad (91)$$

O valor de b variou entre 0 e 1, e para $b=0$ o coeficiente de arraste independe de Reynolds.

Uma altura mínima de pistão também foi determinada, pelos autores, usando a equação de Zenz e Othmer (1960):

$$h_{msg} = \frac{0,95 D_C}{(\bar{\rho} d)^{0,3}} \quad (92)$$

2.6. Conclusões

A revisão da literatura realizada neste trabalho, possibilitou-nos tirar as seguintes conclusões:

- carência na literatura sobre trabalhos teóricos e experimentais que representem os fenômenos de segregação e mistura para partículas grandes polidispersas em leito fluidizado gasoso.
- a maioria dos modelos matemáticos para descrever os fenômenos de segregação e mistura apresentados na literatura foram para sistemas binários, considerando o leito em regime borbulhante e em estado estacionário;
- os modelos matemáticos são, na maioria, elaborados a partir do modelo de Gibilaro e Rowe (1974), que descrevem o comportamento do leito, através dos parâmetros de segregação, circulação, mistura axial e troca de sólidos entre as fases (emulsão e bolha/pistão).
- dentre os modelos apresentados, o modelo de Abanades et al. (1994) é o que mais se assemelha ao objetivo do nosso estudo, por ter sido este desenvolvido para um leito constituído de partículas grandes de diferentes tamanhos.

Capítulo II - Análise Matemática

Neste capítulo apresentaremos a análise matemática do nosso trabalho, composta de duas partes:

- Aplicação dos modelos da literatura (Gibilaro e Rowe (1974) e de Abanades et al. (1994))
- Proposta de um modelo baseado nos resultados e conclusões obtidos através da aplicação de modelos da literatura.

1. Aplicação dos modelos da literatura

Nesta parte do trabalho é apresentada a aplicação de dois casos específicos do modelo de Gibilaro e Rowe (1974) e do modelo de Abanades et al. (1994). O objetivo desta etapa é mostrar a viabilidade da aplicação destes modelos para os sistemas de partículas polidispersas.

1.1. Dados experimentais disponíveis

A Tabela 3 mostra os dados experimentais utilizados (Tannous, 1993). As características do leito foram: altura inicial de 0,31m e diâmetro de coluna 0,192m. A porosidade inicial de fluidização de 0,44. Os sistemas de (1) a (9) mostram a variação do índice de dispersão de 0,01 a 10, conforme o modelo de distribuição granulométrica de Rosin-Ramler-Bennet:

$$C_i(d_{pi}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{d_{pi}}{d_{po}} \right)^n \right] \quad (93)$$

onde: C_i representa a concentração de sólidos que passam por uma peneira de abertura igual a d_{pi} ,

d_{po} : diâmetro característico da distribuição correspondente a uma concentração de 0,63;

n é o índice de dispersão.

Os sistemas apresentados na Tabela 3 são constituídos de frações (C_n) de partículas de tamanhos, respectivamente, compreendidos entre 450 e 715, 715 e 1125, 1125 e 1800 e 1800 e 2825 μm . A escolha destas variações de tamanho foi determinada seguindo o critério de uniformidade proposto por Shannon (1961) e Bena (1968). Segundo estes autores, a fluidização de um conjunto de partículas heterogêneas não conduz a sua segregação quando a razão entre os diâmetros das partículas imergíveis e emergíveis for menor que 1,6, e quando a razão entre suas respectivas velocidades de mínima fluidização for menor que 2.

O diâmetro médio das partículas foi definido como sendo o diâmetro médio de Sauter, dado pela equação:

$$\bar{d}_{pi} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{C_i}{\bar{d}_{pi}} \right)^{-1} \quad (94)$$

onde C_i é a concentração da partículas retidas entre duas peneiras sucessivas de aberturas respectivas d_i e d_{i+1} e $d_{pi} = (d_i + d_{i+1})/2$.

Apresenta-se ainda na Tabela 3, a velocidade mínima de fluidização, calculada para o diâmetro médio das partículas através da equação 13, e as velocidades características para o estado segregado e misturado do leito, calculadas a partir das equações 11 e 12, respectivamente.

A comparação efetiva entre os perfis de concentração obtidos através dos modelos e os perfis experimentais foi realizada com os dados apresentados nas tabelas do Apêndice A. Ressalta-se que, diante da ampla distribuição granulométrica, utilizamos a fração do sólido mais pesado (C_9).

Tabela 3: Dados experimentais e teóricos da literatura [Tannous , 1993]

Sistemas	Sólido	ρ (kg/m ³)	ϕ	$\overline{dp}$ (μm)	n	C ₁ (605 μm)	C ₂ (958 μm)	C ₃ (1554 μm)	C4 (2650 μm)	U _{mf} (m/s)	U _s (m/s)	U _{gs} (m/s)	U _{fc} (m/s)	U _{gfc} (m/s)
1	A R E I A	2650	0,8	1130	0,01	0,40	0,00	0,00	0,60	0,74	1,06	1,34	1,45	2,00
2					1,50	0,25	0,18	0,25	0,32		0,85	1,16	1,15	2,02
3					2,00	0,21	0,23	0,34	0,23		0,80	0,84	1,10	2,04
4					2,50	0,17	0,27	0,41	0,15		0,76	0,84	1,00	1,74
5					10,00	0,00	0,58	0,42	0,00		0,74	0,82	0,75	1,34
6	A	2650	0,8	750	2,00	0,56	0,31	0,12	0,00	0,47	0,49	0,55	0,78	2,02
7				943	2,00	0,32	0,29	0,30	0,08	0,62	0,68	0,70	0,90	2,01
3				1130	2,00	0,21	0,23	0,34	0,23	0,74	0,80	0,84	1,10	2,04
8				1320	2,00	0,14	0,17	0,31	0,37	0,86	0,88	1,12	1,20	2,23
9				1520	2,00	0,10	0,13	0,26	0,51	0,96	1,05	1,15	1,40	2,20

1.2. Considerações gerais

Para aplicação dos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994) foram considerados os seguintes aspectos:

- Leito fluidizado tipo empistonado, dividido em duas fases: fase emulsão e fase bolha/pistão.
- Definições dos parâmetros de circulação, segregação, troca de sólidos entre as fases, e mistura segundo Gibilaro e Rowe (1974).
- terminologia: sólidos imergíveis (partículas de maior tamanho) compõem a parte inferior do leito e os sólidos emergíveis (partículas de menor tamanho), compõem a parte superior do mesmo.
- assume-se regime estacionário.
- partículas grandes polidispersas de mesma massa específica.

1.3. Análise dos modelos

Neste item é apresentada a aplicação dos modelos aos dados experimentais a partir dos programas computacionais, em linguagem Fortran, onde determinaram-se os perfis de concentração do sólido imergível para cada sistema.

Gostaríamos de ressaltar que nesta etapa do trabalho, optamos em apresentar as correlações, separadamente, no item 1.4, já que foram aplicadas igualmente para os modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e de Abanades et al. (1994).

1.3.1 Modelo de Gibilaro e Rowe (1974)

Como primeira tentativa, decidimos aplicar o modelo de Gibilaro e Rowe (1974) para o sistema polidisperso. Cabe lembrar que este modelo foi originalmente elaborado para os fenômenos de mistura e segregação de sistemas binários de sólidos com diferentes massas específicas, no entanto, estes fenômenos são também influenciados pela diferença de tamanho (Tannous 1993, Bilbao et al. 1987).

Para o modelo de Gibilaro e Rowe foram considerados os casos 2 e 3, onde são considerados o efeito de troca de sólidos entre as fases do leito e a mistura axial, respectivamente. A não aplicação do caso 1 deve-se ao fato que uma das principais considerações é baseada na quantidade de sólidos presentes na calda da bolha. Como já

foi visto, para partículas grandes a bolha não apresenta a formação de calda, inviabilizando a utilização das correlações existentes na literatura.

Para o caso 2, onde é considerada a troca de sólido entre as fases, tem-se:

$$\text{perfil de concentração na fase emulsão } \left(\frac{C_E}{C_{E(0)}} \right)^{1+\lambda} \left(\frac{1-C_E}{1-C_{E(0)}} \right)^{1+\lambda} = e^{-\gamma z} \quad (95)$$

e para o caso 3, considerando a mistura axial:

$$\text{perfil de concentração na fase emulsão } C_E = \frac{1}{2} \left\{ \lambda + 1 + P \left[\frac{1 + B_2 e^{\frac{zP}{\psi}}}{1 - B_2 e^{\frac{zP}{\psi}}} \right] \right\} \quad (96)$$

$$\text{onde } P = \sqrt{(\lambda + 1)^2 - 4\lambda C_{E(0)}} \text{ e a } B_2 = \frac{\lambda + 1 - 2C_{E(0)} + P}{\lambda + 1 - 2C_{E(0)} - P}$$

Sabendo que:

λ : relação entre os parâmetros de circulação (w) e segregação (k);

γ : relação entre o parâmetro de troca (q) e a circulação (w);

$C_{E(0)}$: concentração de sólidos imergíveis na altura z igual a 0;

P : parâmetro de simplificação da equação do perfil C_E ;

B_2 : constante de integração, sendo que P e B_2 são funções dos três primeiros termos;

ψ : relação entre o parâmetro de mistura axial, r , e a segregação, k .

Para o terceiro caso, o parâmetro ψ foi determinado através da variação entre 0,01 e 2, com base nas observações matemáticas estabelecidas pelos autores. Conclui-se que o melhor valor deste parâmetro para segregação foi 0,3 e para mistura 1.

Para obter a solução do perfil de concentração teórico, utilizamos o método numérico da Bissecção, mostrado no Apêndice B, para resolver o sistema de equações algébricas formado pelos perfis nas duas fases do leite.

1.3.2. Modelo de Abanades et al. (1994)

Para o modelo de Abanades et al. (1994) temos as seguintes equações que fornecem os perfis de concentração dos sólidos imergíveis nas duas fases que definem o leite, obtidos através do balanço de massa para os sólidos imergíveis nas fases emulsão e pistão:

$$\frac{dC_E}{dz} = \frac{-q(C_E - C_P)h_i(1 - \varepsilon_i)}{U_P} \quad (97)$$

$$C_P = \frac{1 + \alpha - \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 4\alpha C_E}}{2} \quad (98)$$

onde:

q: parâmetro de troca de sólido entre as fases;

h_i : altura inicial do leito;

U_P : velocidade de elevação do pistão;

ε_i : porosidade inicial do leito;

α é dado por $\alpha = \frac{wU_P}{(1 - w)k}$

w: parâmetro de circulação;

k: parâmetro de segregação.

Foram determinados os seguintes termos: f_s (parâmetro de circulação), U_P (velocidade de elevação do pistão), k (parâmetro de segregação) e q (parâmetro de troca) como funções das condições experimentais.

Para obter a solução deste sistema de equações algébrico-diferencial utilizamos o método de Runge-Kutta de Quarta Ordem, cuja formulação é apresentada no Apêndice B.

1.4. Estimativa dos parâmetros e correlações

As equações mostradas a seguir foram empregadas na determinação das variáveis necessárias para calcular os parâmetros de segregação (k), de circulação (w) e de troca (q) para cada modelo.

1.4.1. Parâmetros dos modelos

Parâmetro de segregação

Para o valor da taxa de segregação utilizamos a equação de Abanades et al. (1994), que relaciona as propriedades do sólido e do gás (d_i , d_e , ρ_e , ρ_i , C_{Di} , C_{De} e ρ_g), velocidade superficial do gás (U), frequência do pistão (f) e da fração de período de formação do pistão (γ_1).

$$k = \frac{3}{8} U_g^2 \frac{(1 - \gamma_1)^2}{f} \frac{\rho_g}{\rho_e d_e} C_{De} \left(1 - \frac{C_{De} \rho_i d_e}{C_{Di} \rho_e d_i} \right) \quad (99)$$

Os coeficientes de arraste para cada diâmetro médio de partícula foram calculados através da equação $C_{DRe}^2 = \frac{4 d_p^3 \rho_g (\rho_p - \rho_g)}{3 \mu}$, usando o método de interpolação de Massarani (1984).

Parâmetro de circulação

A taxa de circulação de sólidos ao longo do leito é determinada a partir da equação:

$$w = \frac{(U - U^*) U_{1p} \gamma_1^2}{U_p 2 f h_i} \quad (100)$$

onde estão relacionados as velocidades de excesso ($U - U^*$), velocidade de elevação de pistão (U_p), velocidade de um pistão isolado (U_{1p}), frequência do pistão (f), altura inicial (h_i) e fração de período de formação do pistão (γ_1).

Parâmetro de troca

Segundo Hoffman et al. (1993) o parâmetro de troca de sólidos entre as fases depende somente do diâmetro da bolha no leito fluidizado e não das propriedades da partícula. Baseado nesta observação, Abanades et al. (1994). considerou o parâmetro de troca como sendo dependente do diâmetro da coluna. Na ausência de outra correlação que determinasse este parâmetro para um leito formado de partículas grandes utilizamos a expressão:

$$q = \frac{0,90}{D_c} \quad (101)$$

onde D_c é o diâmetro da coluna.

1.4.2. Correlações utilizadas nos modelos

As correlações apresentadas a seguir foram usadas para quantificar os parâmetros de segregação (k) e circulação (w), já que o parâmetro de troca (q) consideramo-lo como função apenas do diâmetro da coluna.

1) Velocidade da bolha/pistão

A equação empregada para determinação da velocidade do pistão foi a proposta por Kececioğlu et al. (1984), como função da velocidade de excesso ($U-U^*$) e do diâmetro da coluna (D_C):

$$U_p = (U - U^*) + 0,35\sqrt{\beta g D_C} \quad (102)$$

Os valores do parâmetro β , que qualificam o tipo de pistão, são: 2 para o pistão assimétrico (parede), 1 para o pistão simétrico e 0,04 para o pistão completo.

Foi realizada uma verificação do tipo de pistão envolvido para os fenômenos de segregação e de mistura, pois na literatura assume-se a presença de pistões assimétricos para partículas grandes já que a velocidade do gás é elevada. Através desta análise paramétrica, constatamos que para o fenômeno de segregação o melhor valor do parâmetro β é 2 (erro relativo médio 2,85%) e para mistura 0,04 (8.25%), pois estes valores promovem um menor erro relativo entre os dados de concentração experimental e teórico. A título de exemplo, a Figura 15 mostra os perfis de concentração do sólido imergível em função da altura adimensional para os três valores de β para o sistema 1 ($C_i=0,60$).

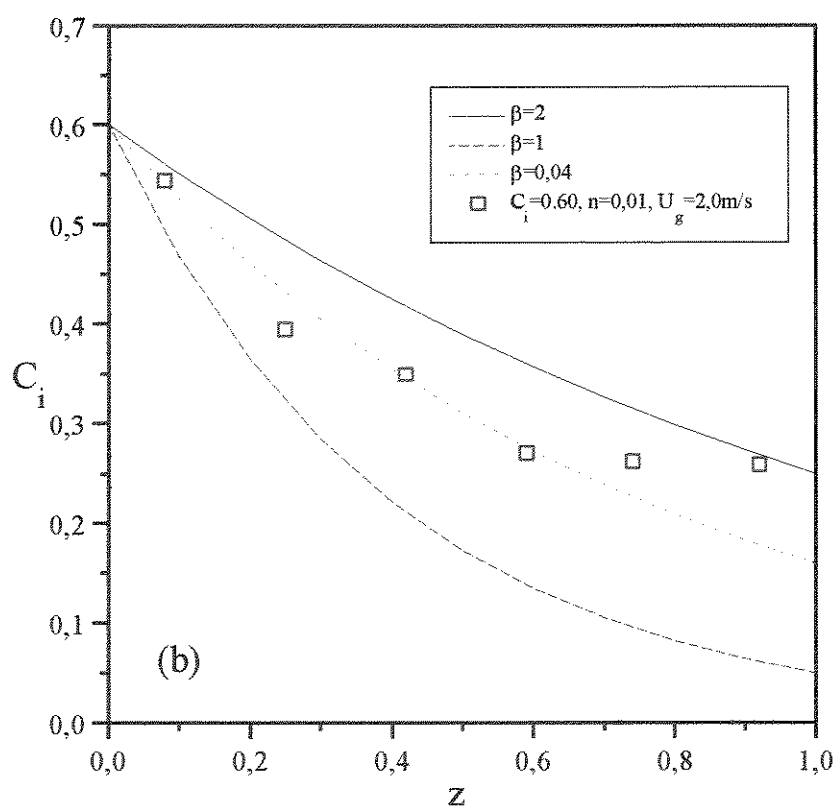
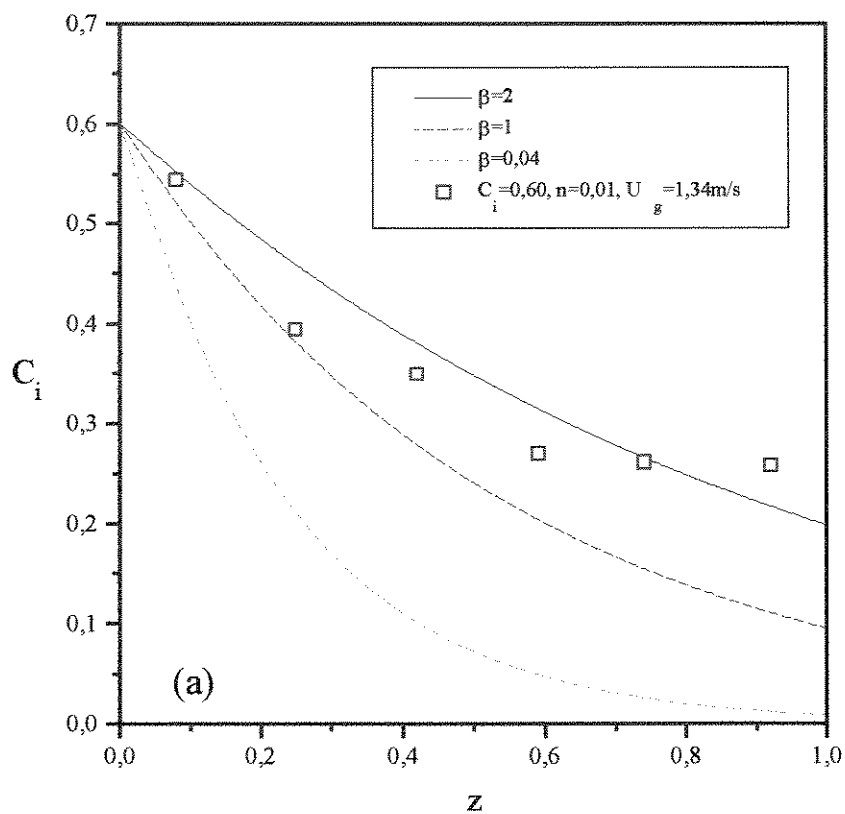


Figura 15: Verificação dos valores do parâmetro β para o fenômeno de a) segregação b) mistura utilizando os perfis do modelo de Abanades et al. (1994).

2) Velocidade de um pistão isolado

A velocidade para um pistão formado isoladamente foi determinada desconsiderando o termo da velocidade de excesso da equação proposta por Kececioğlu et al. (1984), ou seja:

$$U_{1P} = 0,35\sqrt{\beta g D_C} \quad (103)$$

sendo apenas função de β e do diâmetro da coluna (D_C).

3) Freqüência

A equação proposta por Noordergraaf et al. (1987) para freqüência da bolha/pistão no leito é dada em função da velocidade superficial do gás (U) e da altura inicial do leito (h_i):

$$f = 0,32 \frac{U^{-0,15}}{h_i} \quad (104)$$

4) Amplitude do leito

A amplitude de oscilação do leito foi definida por Abanades et al. como sendo função das velocidades de excesso do gás ($U-U^*$), da elevação do pistão (U_p), freqüência de pistão (f) e da altura inicial do leito (h_i). Esta amplitude foi idealizada a partir do mecanismo de circulação do sólido dividido em períodos de formação e desaparecimento dos pistões (γ_1):

$$Am = \frac{U_p(U - U^*) - f h_i (U - U^*)}{f((U - U^*) + U_p)} \quad (105)$$

5) Fração do período

Essa fração de período, definida por Abanades et al. (1994), é o período necessário somente para formação de um pistão e é dada em função da amplitude de oscilação de altura do leito (Am), velocidade de excesso ($U-U^*$) e freqüência de pistão(f):

$$\gamma_1 = \frac{T_1}{T} = \frac{Am}{(U - U^*)} f \quad (106)$$

6) Velocidade mínima de fluidização de mistura

A equação proposta por Tannous (1993) foi utilizada para calcular a velocidade mínima de fluidização em função dos números de Re e Ar:

$$Re_{mf} = \left[(25,83)^2 + 0,043 Ar \right]^{1/2} - 25,83 \quad (13)$$

$$Ar = \frac{\bar{d}_p^3 \rho_g (\rho_p - \rho_g) g}{\mu^2} \text{ e } Re_{mf} = \frac{\bar{d}_p U_{mf} \rho_g}{\mu} \quad (106)$$

onde $\bar{d}_p$ é o diâmetro médio de Sauter de cada mistura.

7) Para determinação das velocidades características para os estados de segregação e mistura perfeita foram empregadas as correlações propostas por Tannous (1993):

$$\frac{U_s - U_{mf}}{U_{mf}} = 0,56e^{-1,09n} \quad (11)$$

$$\frac{U_{fc} - U_{mf}}{U_{mf}} = 1,05e^{-0,43n} \quad (12)$$

onde n é o índice de dispersão da mistura

A velocidade de segregação (U_s) foi definida como sendo a velocidade correspondente ao aparecimento de uma zona totalmente defluidizada na parte inferior do leito, constituída essencialmente pelas partículas mais grossas da mistura. A velocidade completa de fluidização (U_{fc}) é a velocidade na qual o leito está completamente misturado.

Estas velocidades representam o termo U^* presente nas correlações apresentadas para o cálculo da velocidade do pistão, amplitude do leito e fração do período.

1.5. Resultados e discussões

Serão mostrados, neste item, os resultados obtidos quando os modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994) são aplicados aos dados experimentais. Os resultados serão mostrados de forma comparativa.

Para facilitar a análise, consideremos os sistemas com variação de índice de dispersão e variação do diâmetro médio das partículas, ou seja os sistemas 1 a 5 com variação do índice de dispersão entre 0,01 e 10 e os sistemas 6 a 9 com variação de diâmetro médio entre 750 e 1520 μm .

1.5.1. Variação do índice de dispersão

1.5.1.1. Fenômeno de Segregação

As Figuras 16 a 20 mostram os perfis de concentração do sólido imergível obtidos através dos dois modelos para os sistemas de 1 a 5 da Tabela 3.

Quando é considerado o efeito de troca de sólidos entre as fases emulsão e bolha/pistão, ou seja 2º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974), os sistemas binários não apresentam concordância com os dados experimentais para o fenômeno de segregação. Para o sistema 1 ($n=0,01$) isto ocorre provavelmente por este sistema apresentar uma velocidade de segregação bem superior a velocidade mínima de fluidização da mistura. Segundo a literatura, o fenômeno de segregação é mais evidenciado quando a velocidade de segregação (U_s) for o mais próxima da U_{mf} , pois admite-se que há uma camada de sólido ainda segregada na parte inferior do leito. Para o sistema 5, com o maior índice de dispersão, a não concordância pode ser devido ao sistema apresentar diâmetros próximos, possibilitando associá-lo a um sistema homogêneo. Além disso, comprova-se através da proximidade das velocidades de mínima fluidização, segregação e completa fluidização que o sistema tende a mistura.

Para os sistemas polidispersos (Figuras 17 a 19), o melhor ajuste é estabelecido para o sistema de menor índice de dispersão ($n=1,5$) e maior concentração. Como para este sistema foi utilizada a maior velocidade superficial do gás, o parâmetro de segregação (k) favoreceu a viabilidade da aplicação deste modelo para determinar os perfis de concentração do sólido imergível.

A aplicação do 3º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974) mostra que o modelo é satisfatoriamente ajustado para o fenômeno de segregação para o sistema binário $n=0,01$ (menor índice de dispersão e maior concentração). Dentre os dois sistemas binários ($n=0,01$ e $n=10$), o sistema 1 possui a maior razão entre os diâmetros de imergível e emergível ($d_i/d_e=4,38$), o que justifica uma boa concordância entre os dados

experimentais e o modelo. Ressalta-se que o sistema $n=0,01$ possui a maior velocidade do gás o que proporciona um maior valor do parâmetro de segregação (k). Para os sistemas polidispersos, a melhor concordância foi para o sistema de $n=2,0$, isto provavelmente por este apresentar velocidades superficial do gás, de mínima fluidização e de segregação bem próximas, o que favorece ao fenômeno de segregação.

Para aplicação do modelo de Abanades et al. (1994), as Figuras 16 a 20 mostram que para os sistemas binários ($n=0,01$ e $n=10$), o modelo ajusta-se melhor para o sistema de menor índice de dispersão e maior concentração. O sistema binário ($n=0,01$) apresenta um valor do parâmetro de segregação (k) cerca de 10 vezes maior que para sistema binário de $n=10$, e apresenta como consequência uma melhor concordância do modelo com os dados experimentais. Isto deve-se ao fato de que este parâmetro é diretamente proporcional a velocidade do gás, que por sua vez é maior para o sistema 1. Como o sistema de $n=10$ tende a homogeneidade, desfavorece o ajuste do modelo a este fenômeno.

Para os sistemas polidispersos a concordância não é lógica, mostrando um melhor ajuste para $n=2,0$. Para estes sistemas as velocidades do gás são próximas, e consequentemente obtém-se valores próximos do parâmetro (k), o que torna-se difícil afirmar qual destes possui a maior tendência a segregar.

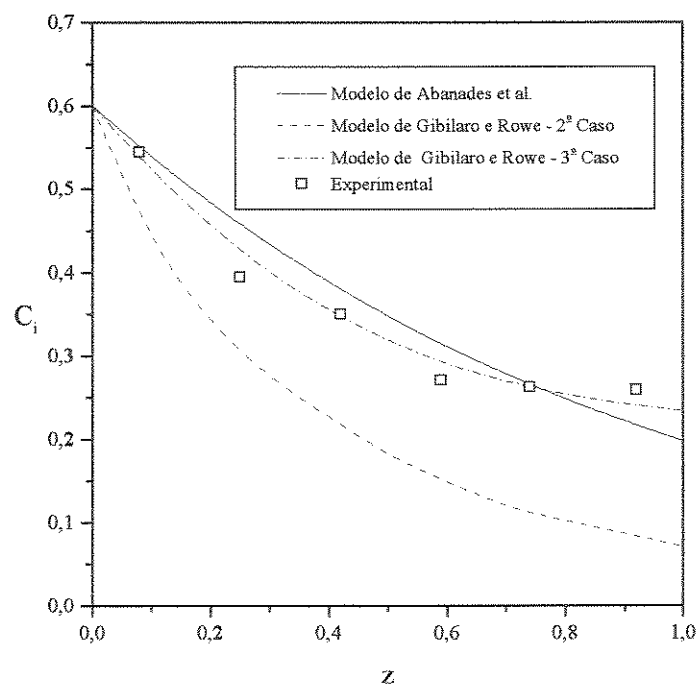


Figura 16: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n = 0,01, C_i = 0,60, U_s = 1,06 \text{ m/s}, U_{gs} = 1,34 \text{ m/s}$$

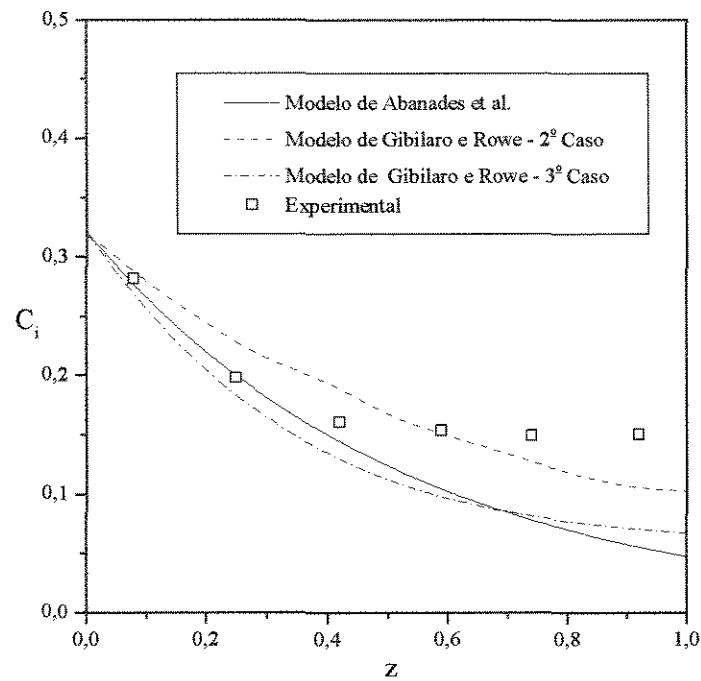


Figura 17: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=1,5$, $C_i=0,32$, $U_s=0,85 \text{ m/s}$, $U_{gs}=1,16 \text{ m/s}$

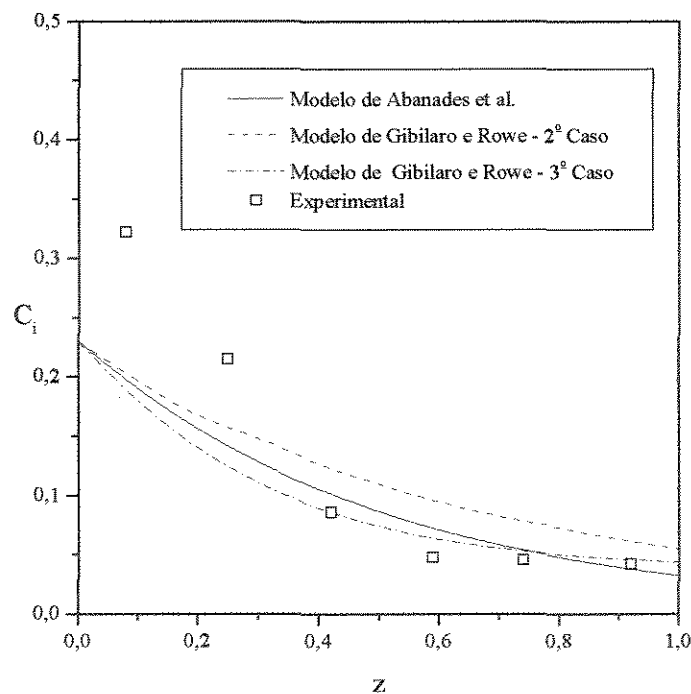


Figura 18: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,23$, $U_s=0,8 \text{ m/s}$, $U_{gs}=0,84 \text{ m/s}$

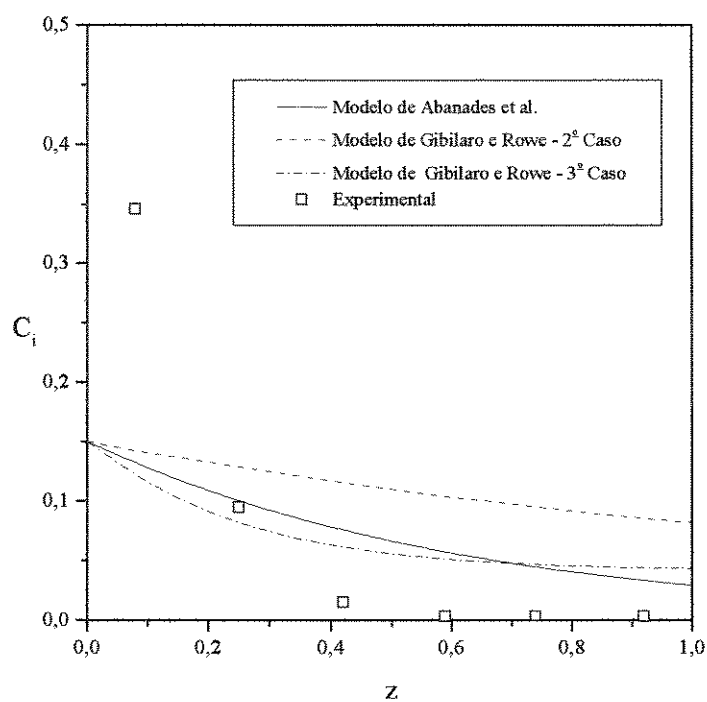


Figura 19: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=2,5, C_i=0,15, U_s=0,76 \text{ m/s}, U_{gs}=0,84 \text{ m/s}$$

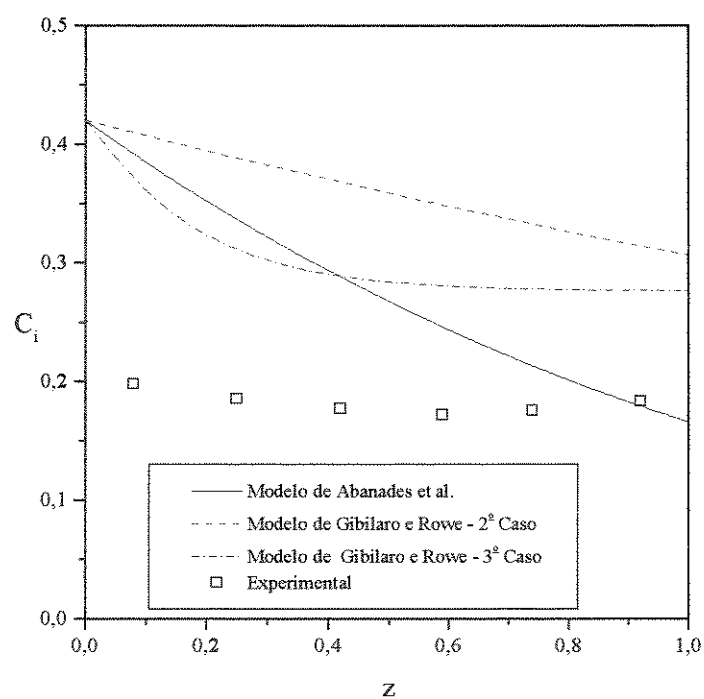


Figura 20: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=10, C_i=0,42, U_s=0,74 \text{ m/s}, U_{gs}=0,82 \text{ m/s}$$

1.5.1.2. Fenômeno de Mistura

As Figuras 21 a 25 mostram os perfis para fenômeno de mistura para variação de índice de dispersão.

A aplicação do 2º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974), ou seja quando é considerado o efeito de troca de sólidos entre as fases emulsão e bolha/pistão, os sistemas binários apresentam concordância não significativa para o fenômeno de mistura, mostrando a inadequação da aplicação deste caso do modelo para este fenômeno. Para os sistemas polidispersos $n=1,5$, $n=2,0$ e $n=2,5$, o melhor ajuste do modelo ao dados experimentais é obtido para o sistema de maior concentração e menor índice de dispersão. Esta verificação não está de acordo com o esperado já que para maiores índice de dispersão o sistema tenda a homogeneidade, mas isto pode ser justificado pelo fato que a velocidade superficial do gás para o sistemas $n=1,50$ ser superior a do sistema $n=2,50$.

Para o 3º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974), pode-se dizer que o modelo é satisfatoriamente ajustado para o fenômeno de mistura. O sistema binário de índice de dispersão igual a 0,01 é o que estabelece a melhor concordância entre os dados experimentais e o modelo, pois, este sistema possui maior concentração e menor índice de dispersão. Esta concordância era esperada para o fenômeno de mistura, pois neste caso, leva em conta o parâmetro da mistura axial. Para os sistemas polidispersos $n=1,5$, $n=2,0$ e $n=2,5$, o fenômeno de mistura é melhor representado do que o fenômeno de segregação, por estes terem uma distribuição homogênea de concentração favorecendo ao fenômeno de mistura.

O modelo de Abanades et al.(1994) apresenta, para os sistemas polidispersos, uma concordância razoável para o sistema de menor índice de dispersão e maior concentração. Obteve-se erros relativos absolutos médios dentro de uma faixa aceitável (20%), indicando a possibilidade da aplicação do modelo para os sistemas polidispersos.

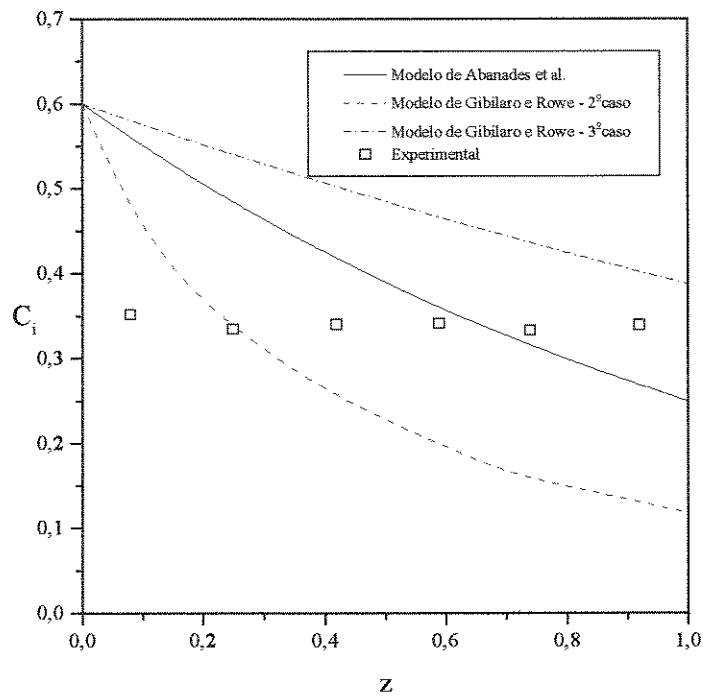


Figura 21: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n = 0,01, C_i = 0,60, U_{fc} = 1,45 \text{ m/s}, U_{gfc} = 2 \text{ m/s}$$

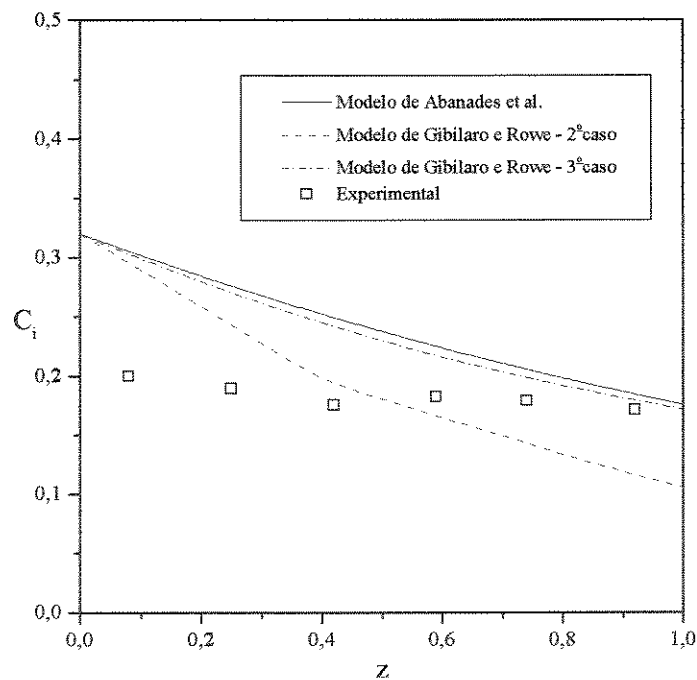


Figura 22: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n = 1,5, C_i = 0,32, U_{fc} = 1,15 \text{ m/s}, U_{gfc} = 2,02 \text{ m/s}$$

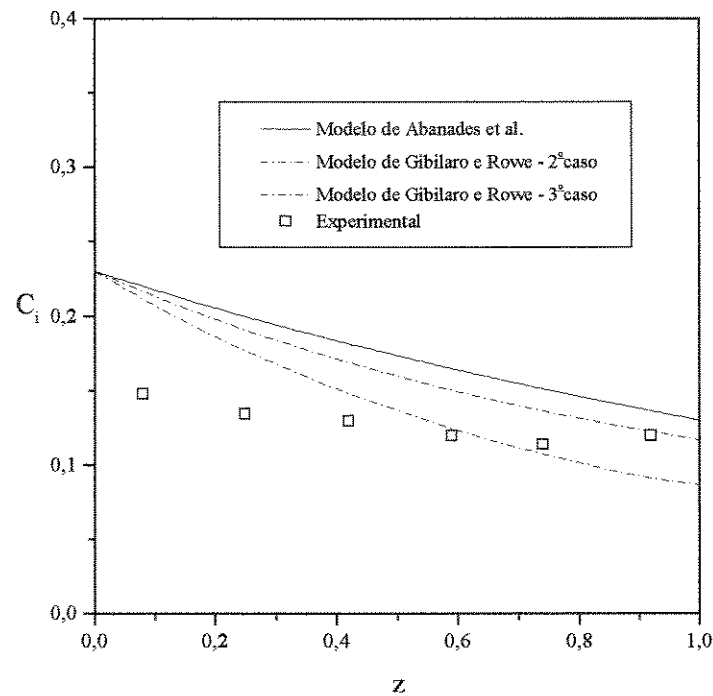


Figura 23: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,23$, $U_{fc}=1,10 \text{ m/s}$, $U_{gfc}=2,04 \text{ m/s}$

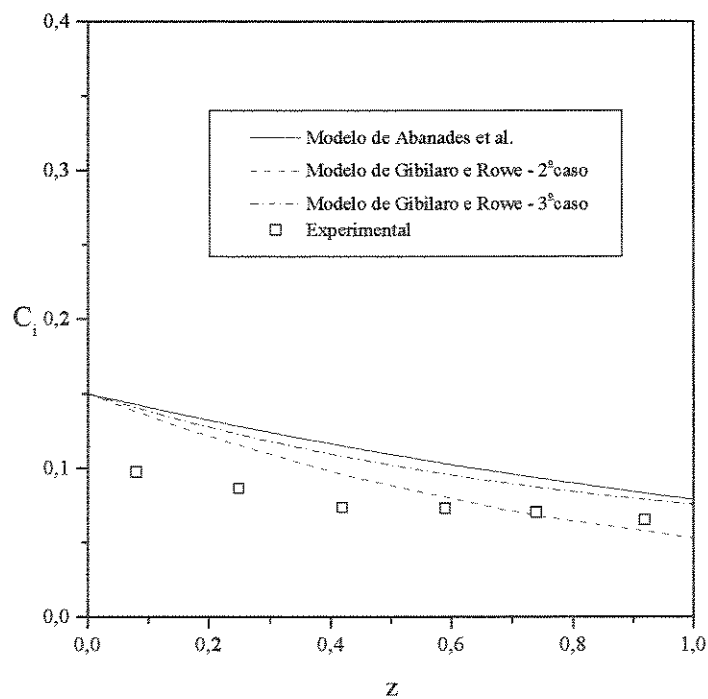


Figura 24: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=2,5$, $C_i=0,15$, $U_{fc}=1,00 \text{ m/s}$, $U_{gfc}=1,74 \text{ m/s}$

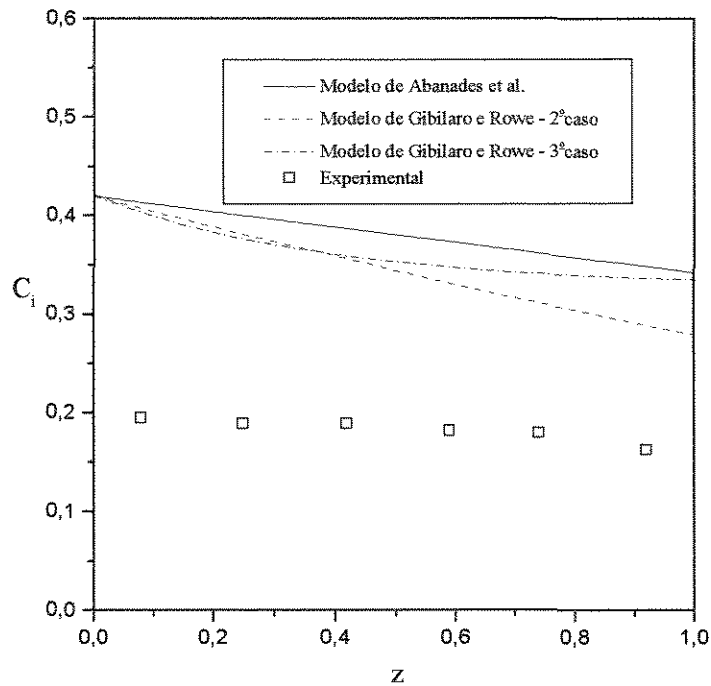


Figura 25: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=10, C_i=0,42, U_{fc}=0,75 \text{ m/s}, U_{gfc}=1,34 \text{ m/s}$$

1.5.2 Variação do diâmetro médio

1.5.2.1. Fenômeno de Segregação

As Figuras 26 a 29 mostram os perfis para o fenômeno de segregação com os sistemas de variação de diâmetro médio.

Quando consideramos o 2º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974) o melhor ajuste aos dados experimentais para segregação é obtido para o sistema de maior concentração e maior diâmetro médio ($C_i=0,51$ e $d_p=1520\mu\text{m}$). Os sistemas com diâmetros médios de 750, 943 e $1320\mu\text{m}$ não apresentam uma concordância significativa, indicando que para sistemas polidispersos o modelo de Gibilaro e Rowe só é ajustado quando o sistema possui diâmetro superior a $1320\mu\text{m}$. Para o caso de diâmetro médio igual a $1520\mu\text{m}$ possui a maior concentração de imergível e maior velocidade do gás o que favorece o ajuste do modelo, já que, ressaltando mais uma vez, o parâmetro de segregação (k) é diretamente proporcional a velocidade do gás e também, mais influenciada pelo maior diâmetro. Observa-se ainda que, neste caso ($d_p=1520\mu\text{m}$) a velocidade de excesso é praticamente zero, o que indica um estado segregado.

Para o 3º caso do modelo de Gibilaro e Rowe, observa-se que para o fenômeno de segregação o sistema de diâmetro médio igual a $943\mu\text{m}$ é satisfatoriamente representado pelo modelo. Para o fenômeno de segregação este caso do modelo é mais significativo quando o sistema tende ao binário.

O modelo de Abanades et al. indica que dentre estes sistemas, aquele com diâmetro médio igual a $1320\mu\text{m}$, apresenta maior velocidade do gás, favorecendo a um maior valor do parâmetro de segregação (k) promovendo um melhor ajuste ao modelo para este fenômeno.

O esperado era que o sistema de maior diâmetro médio fosse melhor ajustado ao fenômeno de segregação. Isto não ocorreu, provavelmente por causa da distribuição de concentração ter maior influência do que o diâmetro. Além disso, este sistema não possui a maior velocidade do gás, o que favoreceria a segregação.

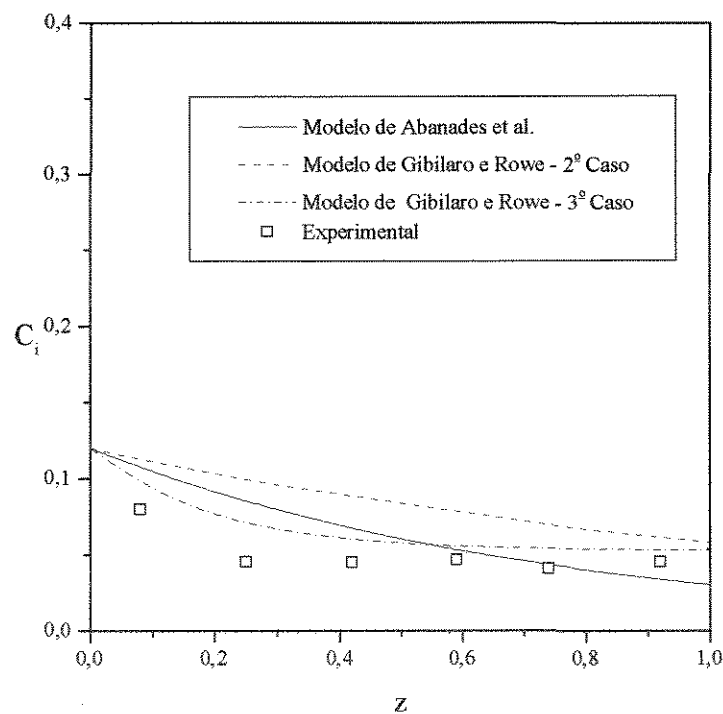


Figura 26: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$$\bar{d}_p = 750 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,12, U_s=0,49 \text{ m/s}, U_{gs}=0,55 \text{ m/s}$$

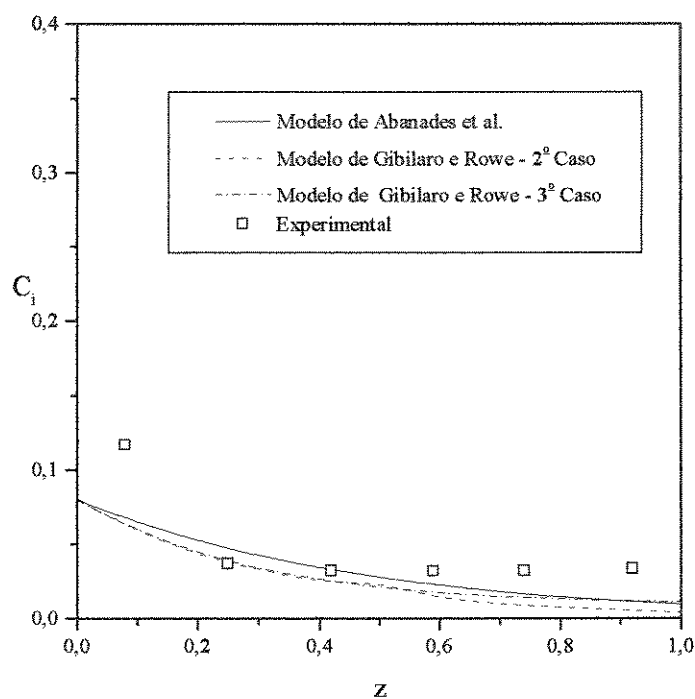


Figura 27: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$\bar{d}_p = 943 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,08$, $U_s=0,68 \text{ m/s}$, $U_{gs}=0,70 \text{ m/s}$

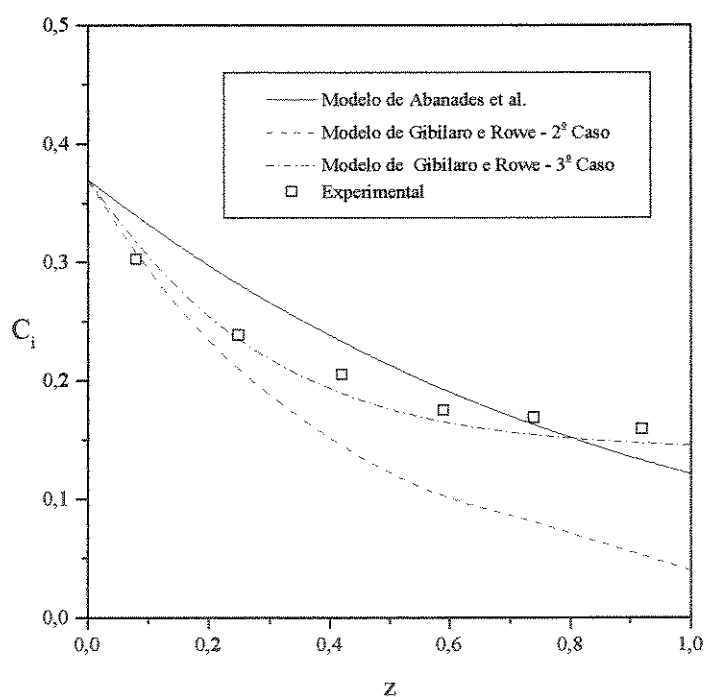


Figura 28: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$\bar{d}_p = 1320 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,37$, $U_s=0,88 \text{ m/s}$, $U_{gs}=1,12 \text{ m/s}$

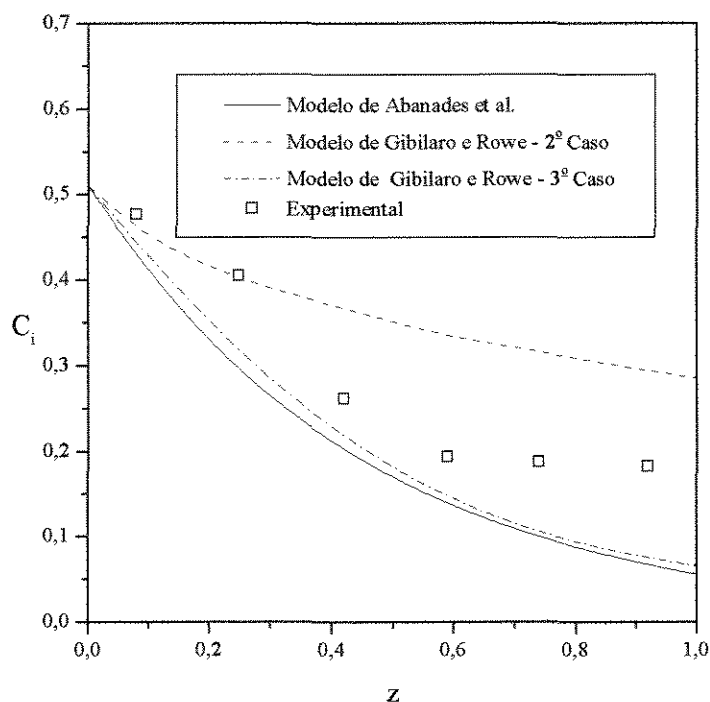


Figura 29: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de segregação.

$$\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,51, U_s=1,10 \text{ m/s}, U_{gs}=1,15 \text{ m/s}$$

1.5.2.2. Fenômeno de Mistura

As Figuras 30 a 33 mostram os perfis para o fenômeno de mistura.

Quando consideramos o 2º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974) o melhor ajuste do modelo aos dados experimentais para o fenômeno de mistura, é encontrado para o sistema de menor concentração de sólido imergível ($d_p=943\mu\text{m}$). O esperado, para o fenômeno de mistura, é que o sistema de menor diâmetro fosse melhor representado pelo modelo, isto não ocorreu, provavelmente por este sistema possuir uma distribuição de concentração com tendência a maior concentração de emergível ($C_e=0,56$).

Para o 3º Caso do modelo de Gibilaro e Rowe, observa-se que para o fenômeno de mistura o melhor ajuste é estabelecido para o sistema de diâmetro médio igual a $1320\mu\text{m}$, provavelmente por este sistema apresentar uma distribuição mais uniforme. Para o fenômeno de mistura ressalta-se que para diâmetros médios mais próximos, como 750 e $943\mu\text{m}$, a concentração influencia mais significativamente, promovendo um melhor ajuste para o sistema de menor concentração de imergíveis.

O modelo de Abanades et al. (1994) é mais representativo para o fenômeno de mistura do sistema de diâmetro igual a $943\mu\text{m}$, apresenta a menor concentração de imergível, o que favorece a este fenômeno. Neste caso, esperava-se que o sistema de menor diâmetro médio fosse melhor ajustado, isto não ocorre por que este sistema possui uma concentração de imergível bem inferior a concentração do emergível, apresentando uma tendência a formar um sistema binário.

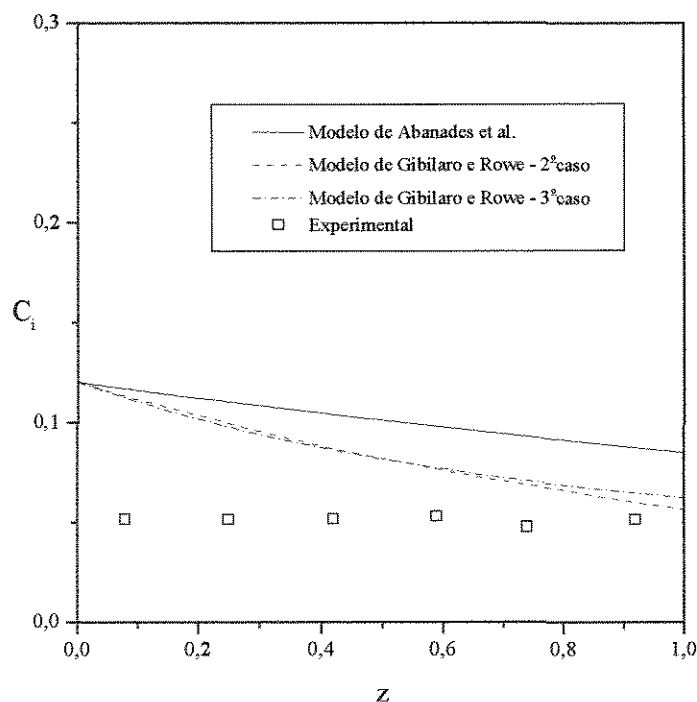


Figura 30: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 750 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,12, U_{fc}=0,78 \text{ m/s}, U_{gfc}=2,02 \text{ m/s}$$

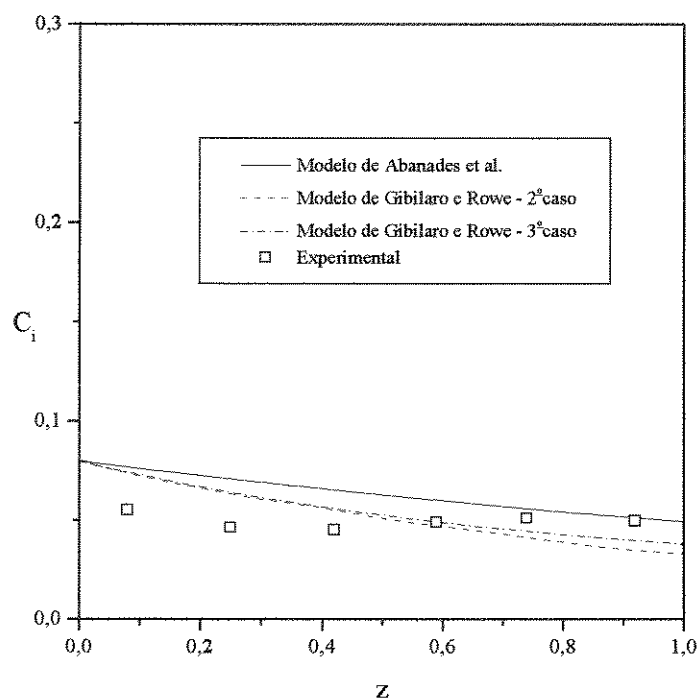


Figura 31: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 943 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,08, U_{fc}=0,90 \text{ m/s}, U_{gfc}=2,01 \text{ m/s}$$

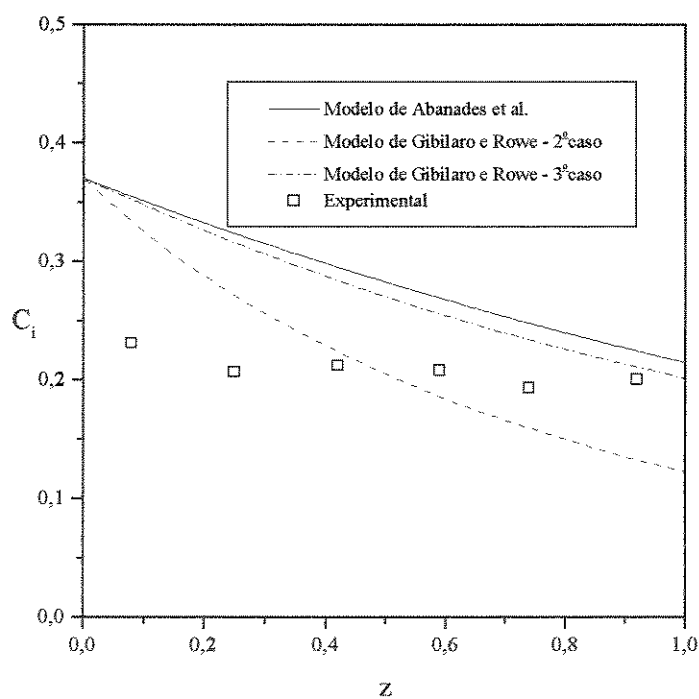


Figura 32: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1320 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,37, U_{fc}=1,20 \text{ m/s}, U_{gfc}=2,23 \text{ m/s}$$

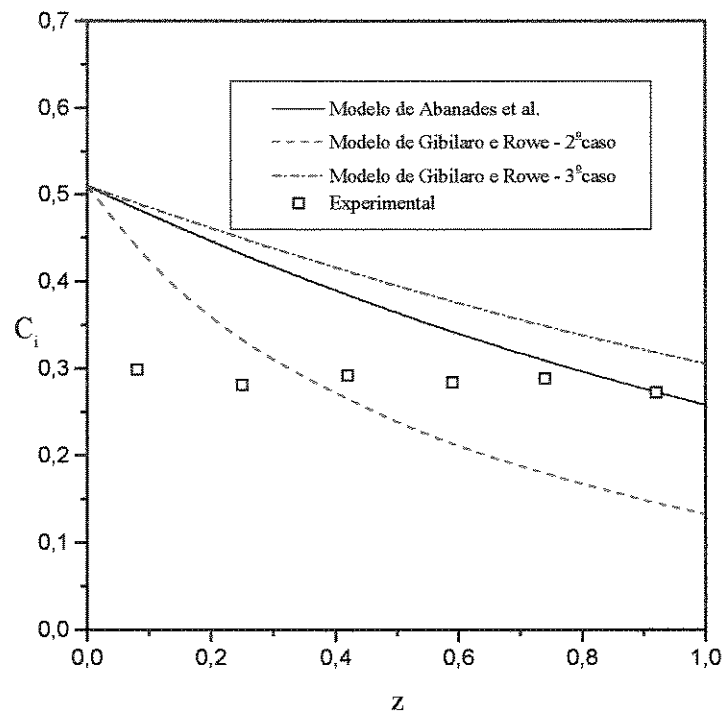


Figura 33: Comparação entre os perfis de concentração teóricos e experimental para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,51, U_{fc}=1,40 \text{ m/s}, U_{gfc}=2,20 \text{ m/s}$$

A Figura 34 mostra um comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teóricos e experimentais dos fenômenos de mistura e segregação para o segundo caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974). Esta Figura indica, um ajuste satisfatório para o fenômeno de mistura.

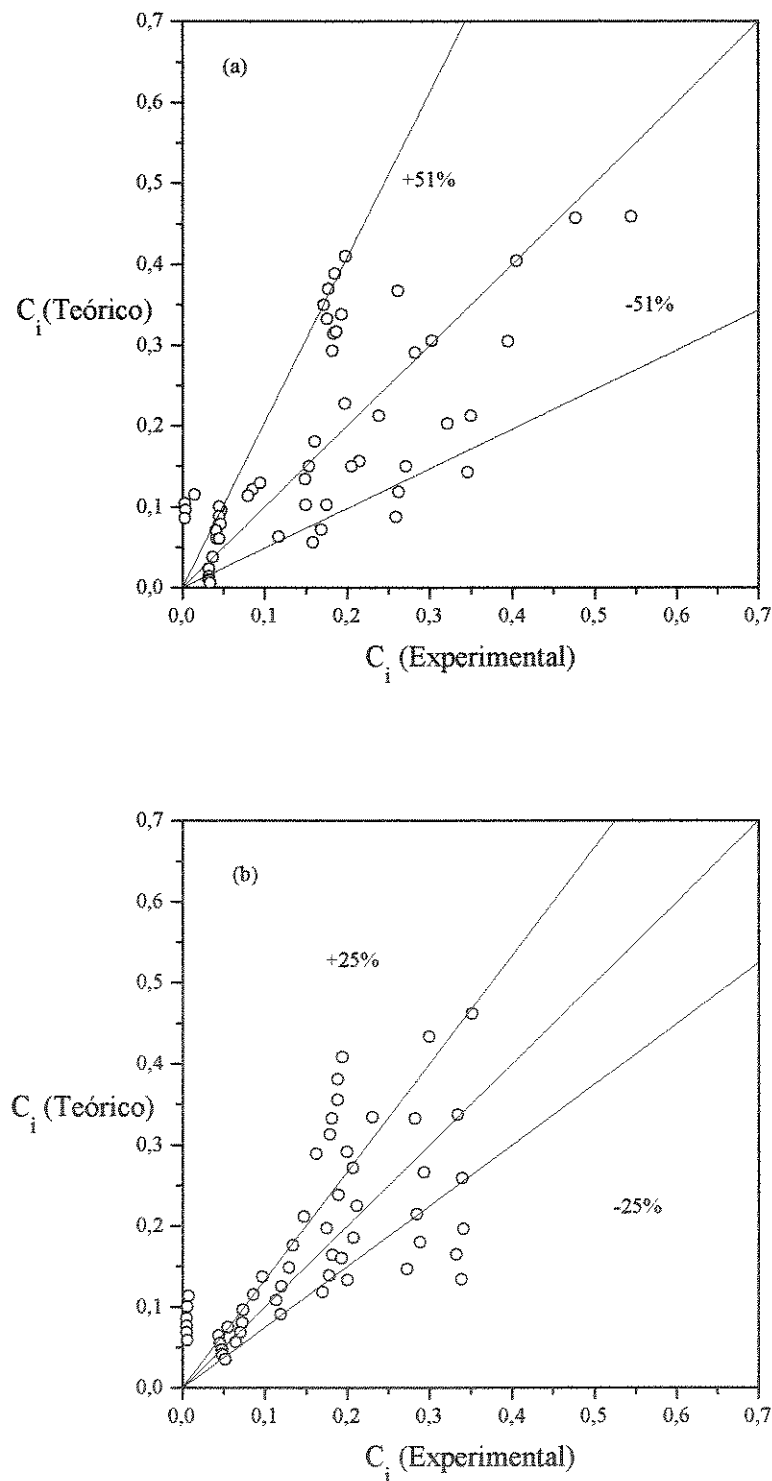


Figura 34: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o Modelo de Gibilaro e Rowe - 2º caso, a) segregação b) mistura.

A Figura 35 mostra um comparativo entre os perfis de concentração de sólidos imergíveis teóricos e experimentais para o terceiro caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974) de todos os sistemas em relação a segregação e a mistura, respectivamente. Esta Figura indica melhor ajuste do modelo aos dados experimentais para o fenômeno de segregação, e uma relativa superestimação para o fenômeno de mistura.

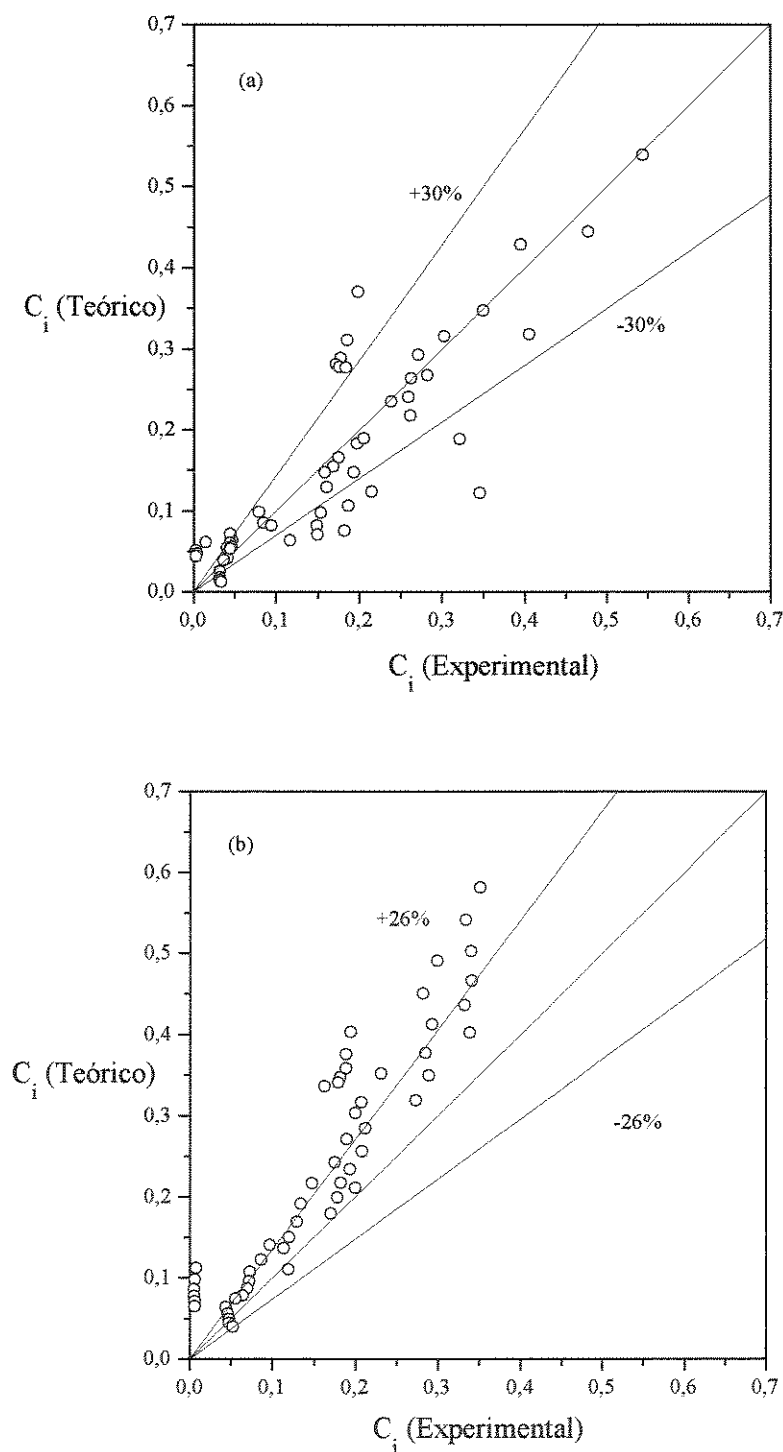


Figura 35: Comparativo entre os perfis teórico e experimental para o Modelo de Gibilaro e Rowe - 3^o caso, a) segregação b) mistura.

A Figura 36 mostra um comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teóricos e experimentais para o modelo de Abanades et al. (1994) de todos os sistemas em relação a segregação e a mistura, respectivamente. Observa-se um melhor ajuste do modelo para o fenômeno de segregação. Sendo que, para o fenômeno de mistura o modelo superestima os valores de concentração de sólidos imergíveis.

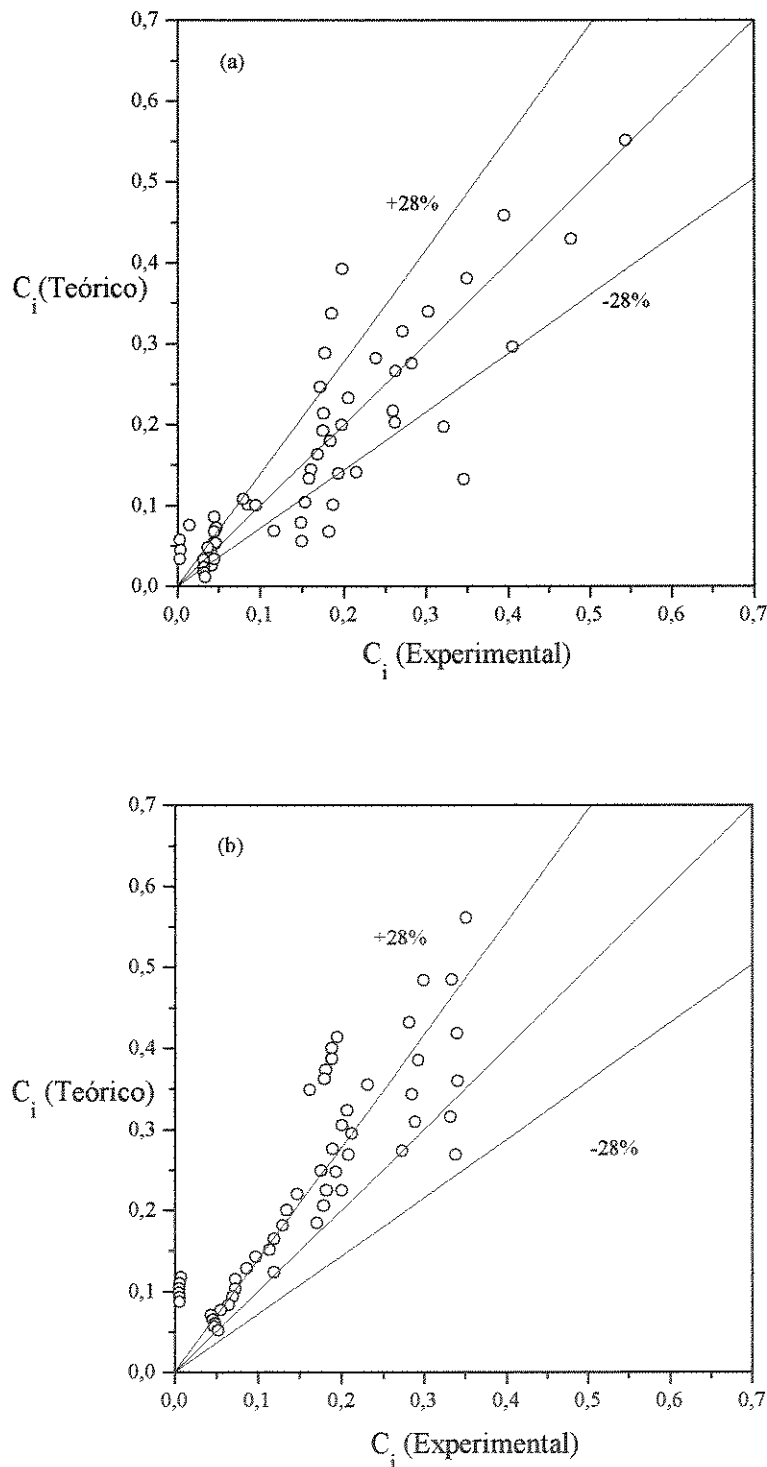


Figura 36: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o Modelo de Abanades, a) segregação b) mistura.

O Apêndice C mostra uma tabela com todos os erros relativos absolutos médios e desvios padrão obtidos pela aplicação de cada modelo aos sistemas experimentais. Através deste, de forma geral, podemos dizer que o melhor modelo para representar a segregação é o proposto por Abanades et al. (1994) e para o fenômeno de mistura o segundo caso do modelo de Gibilaro e Rowe (1974).

2. Proposta de um Modelo Matemático para Leito Fluidizado Gasoso Constituído de Partículas Polidispersas

2.1. Introdução

Após análise da aplicação dos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994), verificamos a necessidade de desenvolver um modelo a partir destes que fossem mais representativo para os fenômenos de segregação e mistura.

Nesta parte do trabalho são apresentadas as equações matemáticas do nosso modelo considerando os mesmos dados experimentais apresentados no item 1.1. O objetivo desta é representar matematicamente o comportamento fenomenológico do leito, obtendo para tal os perfis de concentração em relação ao sólido imergível.

As equações matemáticas do modelo são baseadas nos balanços de massa para o sólido imergível, conforme mostrado na Figura 37. Ressalta-se que m é o número de camadas que foi dividido o leito ($m=6$) pré-fixadas experimentalmente.

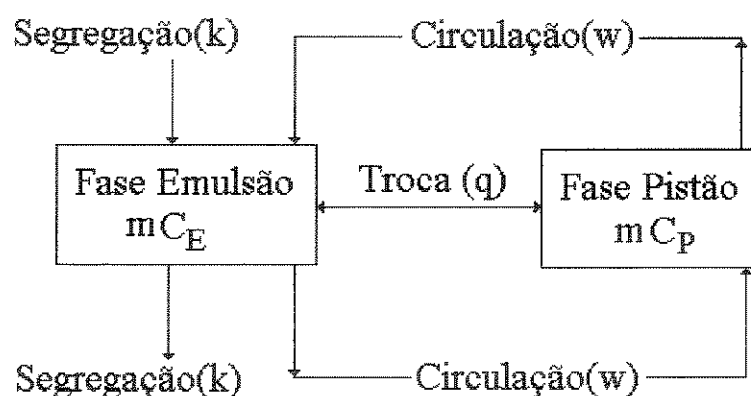


Figura 37: Representação esquemática para os parâmetros entre as fases do leito

Para obter-se as equações que descrevem o modelo, foram estabelecidas as seguintes hipóteses:

- o leito é dividido em duas fases (fase emulsão e fase pistão gasoso);
- estado estacionário;
- e comportamento do leito empistonado.

As equações do modelo são mostradas a seguir. Estas foram descritas segundo Gibilaro e Rowe (1974). Através do balanço de massa realizado numa altura dz do leito em termos da concentração do sólido imergível, para as duas fases, obtém-se:

$$(w + k - 2kC_E) \frac{dC_E}{dz} + qH(C_P - C_E) = 0 \quad \text{fase emulsão}$$

$$w \frac{dC_P}{dz} - qH(C_E - C_P) = 0 \quad \text{fase pistão gasoso}$$

Estas equações descrevem, então, os perfis de concentração do sólido imergível na fase emulsão e empistonada em relação a uma altura adimensional z . Esta altura é estabelecida com a razão entre a altura de cada camada (n) e altura total.

As condições de contorno que representam o fenômeno físico são:

- na fase emulsão

Considerando que todo sólido imergível colocado no leito tende a formar a camada inferior do leito:

$C_E = C_{E(0)}$ onde $C_{E(0)}$ é a concentração de imergível inicial na fase emulsão do leito.

- na fase pistão gasoso

Considerando que na fase pistão gasoso a fração de sólido imergível tende a zero, assumimos que na parte inferior do leito a concentração de imergível é zero:

$$C_P = 0$$

2.2. Solução do modelo

O modelo matemático é constituído por duas equações diferenciais, estabelecidas para cada fase do leito, em conjunto com a determinação matemática dos parâmetros de segregação, circulação e troca. Os termos que relacionam estes parâmetros foram determinados pelas correlações da literatura apresentadas no item 1.4 deste capítulo.

Cabe lembrar que os dados experimentais utilizados são aqueles apresentados na Tabela 3. Visto que cada sistema apresenta suas características próprias, escolhemos três sistemas que foram considerados mais representativos. Para resolvermos este sistema de equações diferenciais utilizamos o método de Runge-Kutta de Quarta Ordem.

A análise dos resultados foi feita separando a influência dos parâmetros de segregação, circulação e troca de sólidos sobre os fenômenos de segregação e mistura, diferentemente da forma de análise apresentada nos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994).

2.1 Fenômeno de Segregação

2.1.1 Influência do parâmetro de segregação

As Figuras 38 a 40 mostram a influência do parâmetro de segregação (k) sobre os perfis de concentração do sólido imergível. O parâmetro de segregação foi estimado para diferentes velocidades superficial do gás (hipoteticamente). A equação utilizada para determinação do parâmetro de segregação mostra que, a medida que a velocidade superficial do gás aumenta, este parâmetro também aumenta. A comparação efetiva com o experimental foi feita com a velocidade utilizada na realização do experimento e os outros valores foram utilizados para verificação da tendência do modelo. A concordância entre os dados experimentais e os obtidos pelo modelo é satisfatória. Para o sistema binário, um valor do parâmetro igual a 0,20 o erro relativo absoluto médio encontrado foi de 1,70%. Mesmo sendo um valor médio, este erro foi minimizado do valor comparativo ao experimental de 13,64% para um valor de k igual a 0,2081. A sensibilidade do modelo à variações do parâmetro de segregação, verificada com uma diferença mínima de 0,0081, está associada ao fato que este parâmetro, dentre os três considerados, é o único que distingue a posição do imergível ou emergível no leito, ou seja, relaciona o quanto a parte inferior do leito é formada por imergíveis e a parte superior por emergíveis.

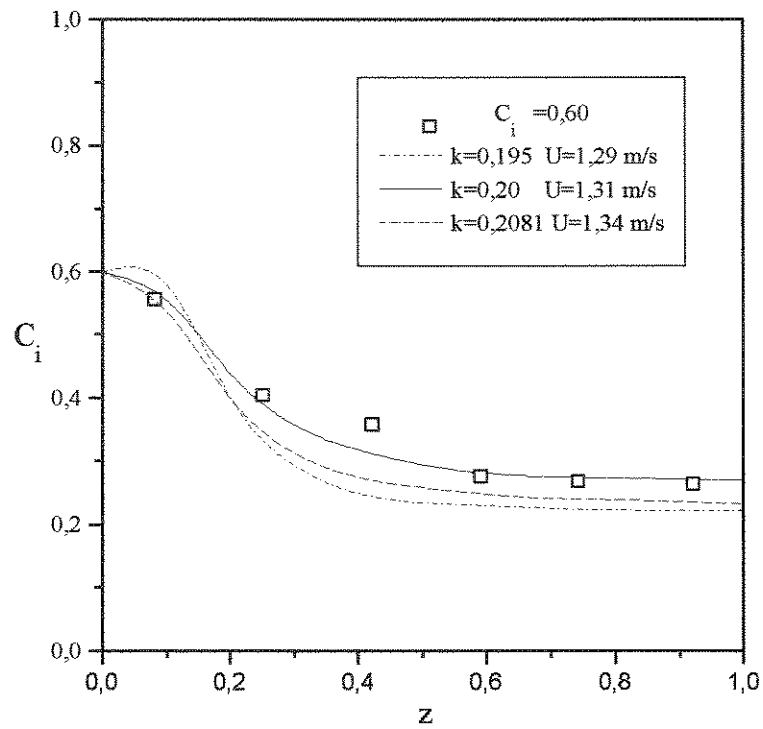


Figura 38: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de segregação.
 $\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_s=1,06$ m/s

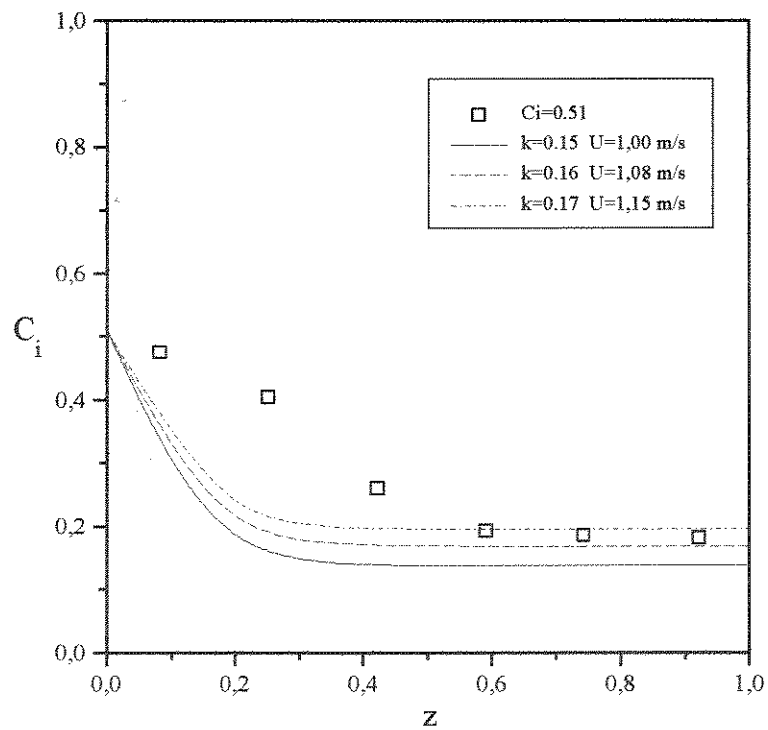


Figura 39: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de segregação
 $\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_s=1,10$ m/s

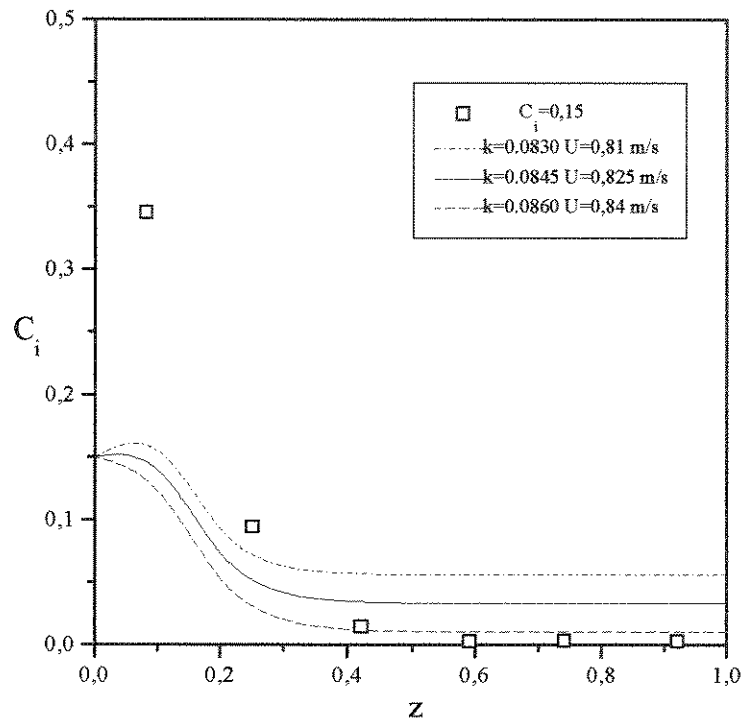


Figura 40: Influência do parâmetro de segregação (k) sobre os perfis de concentração do sólido imergível.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=2,5, C_i=0,15, U_s=0,76 \text{ m/s}$$

2.1.2 Influência do parâmetro de circulação

As Figuras 41 a 43 mostram a influência do parâmetro de circulação sobre o perfil de concentração do sólido imergível. A melhor representação dos dados experimentais está para um valor do parâmetro de circulação (w) igual a 0,095. Este valor é relativamente baixo, mas para o fenômeno de segregação é bem aceitável, pois a circulação do sólido no leito não depende só da velocidade mas também do diâmetro do sólido. Esta constatação é comparativa aos resultados obtido por Abanades et al. (1994). O erro relativo médio para o valor de w igual a 0,095 foi de 5,31%.

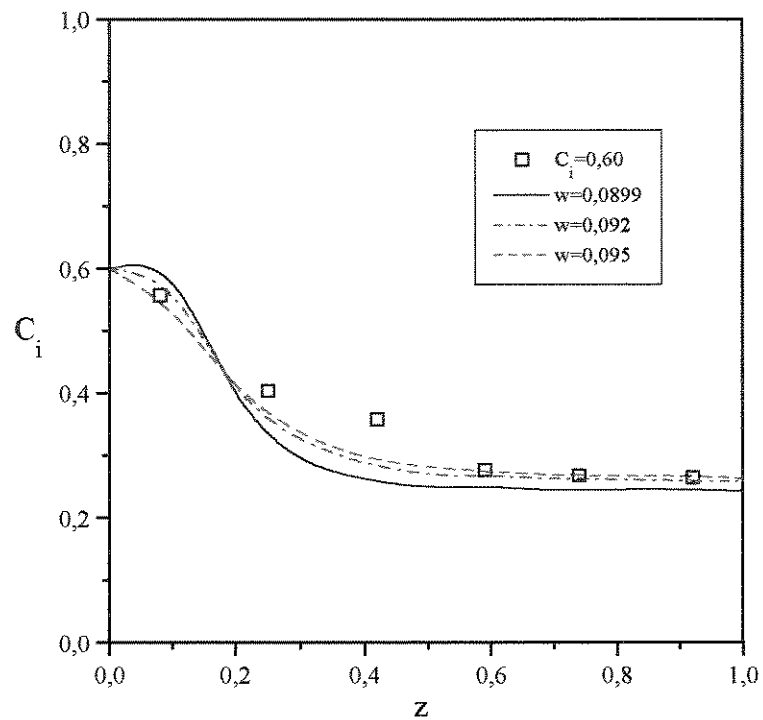


Figura 41: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de segregação.
 $\bar{d}_p=1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_s=1,06 \text{ m/s}$

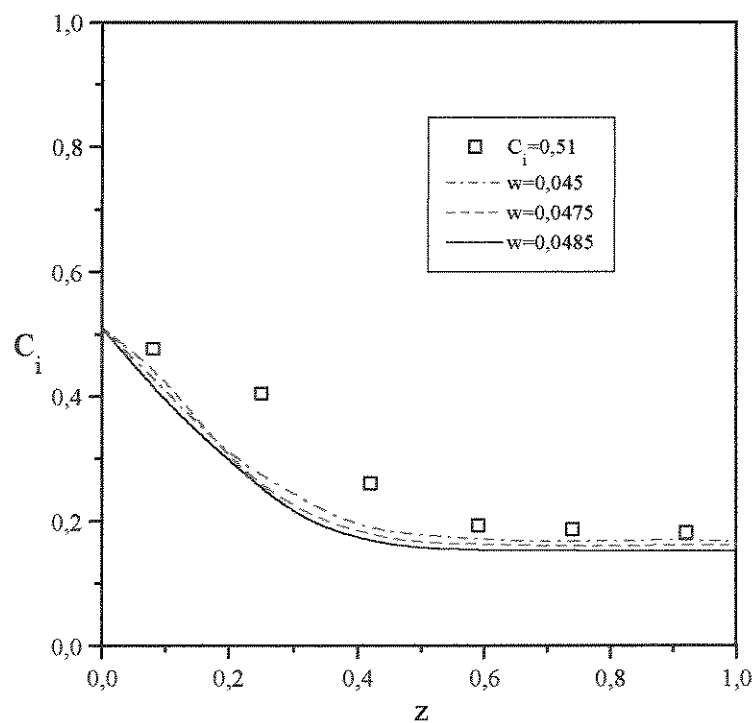


Figura 42: Influência do parâmetro de circulação(w) para o fenômeno de segregação
 $\bar{d}_p=1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_s=1,10 \text{ m/s}$

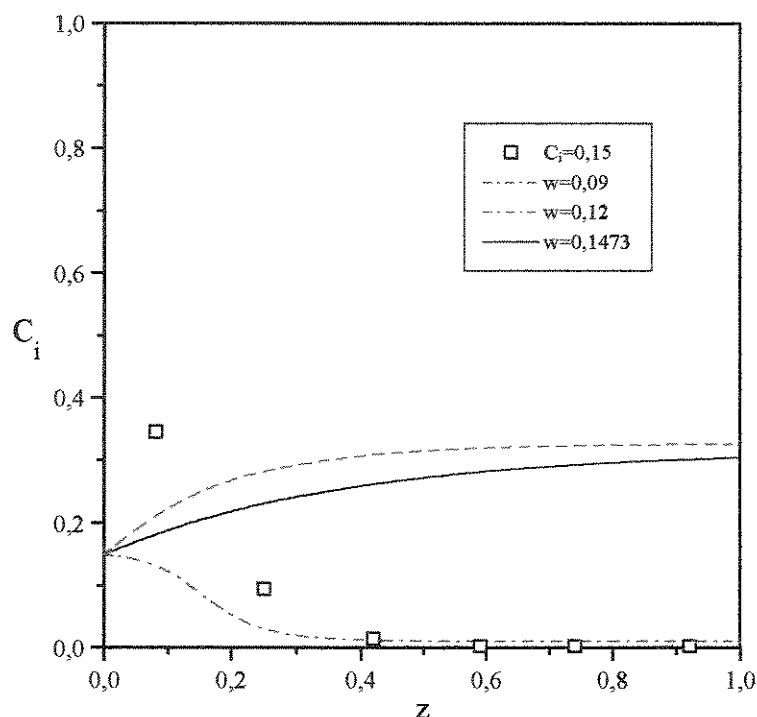


Figura 43: Influência do parâmetro de circulação(w) para o fenômeno de segregação
 $\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n = 2,5$, $C_i = 0,15$, $U_s = 0,76 \text{ m/s}$

2.1.3. Influência do parâmetro de troca de sólido entre as fases

As Figuras 44 a 46 mostram a influência do parâmetro de troca (q) nos perfis de concentração do sólido imergível. Os valores de q são os mais críticos já que consideramos este parâmetro com função do diâmetro da coluna. Assumindo que este parâmetro indica o quanto os sólidos emergíveis passam de uma fase para outra em função da altura, o numerador da equação para troca pode ser considerado como sendo o quanto o diâmetro do pistão se aproxima do diâmetro da coluna. Neste caso, para um valor de 91% foi encontrado um valor do parâmetro q igual 4.73, sugerindo que o diâmetro do pistão seria de 0,1747m para o diâmetro da coluna igual a 0,192m (Hoffman et al. (1993)).

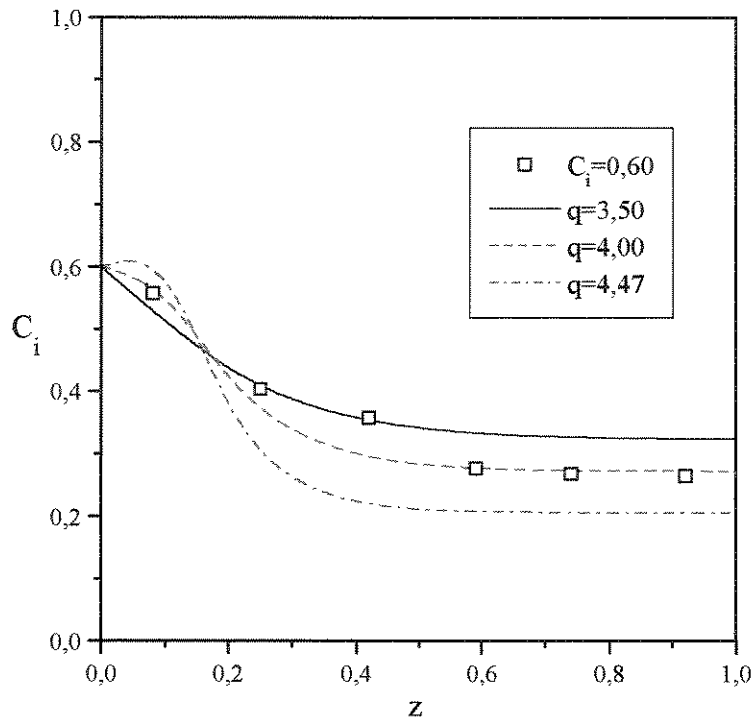


Figura 44: Influência do parâmetro de troca (q) para o fenômeno de segregação.
 $\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_s=1,06 \text{ m/s}$

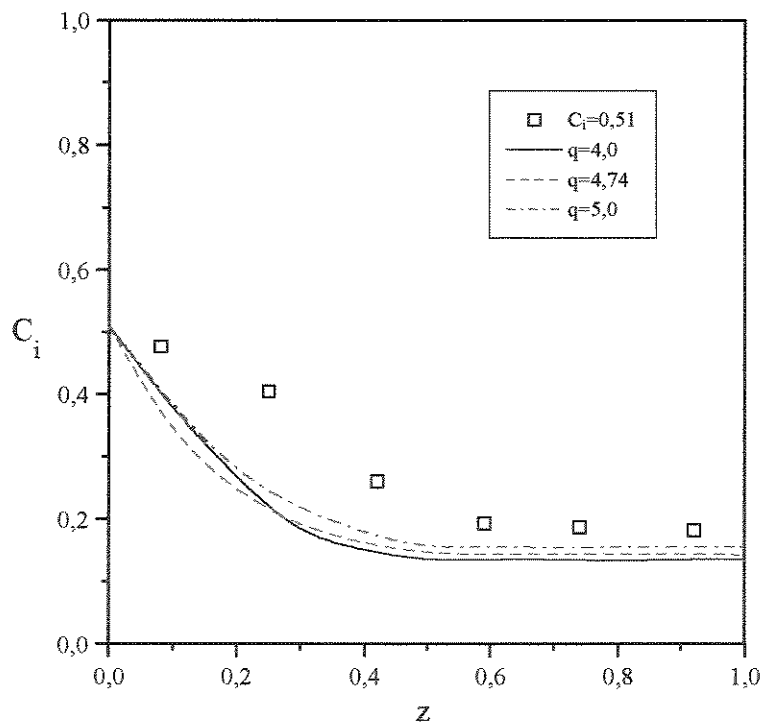


Figura 45: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) para o fenômeno de segregação
 $\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_s=1,10 \text{ m/s}$

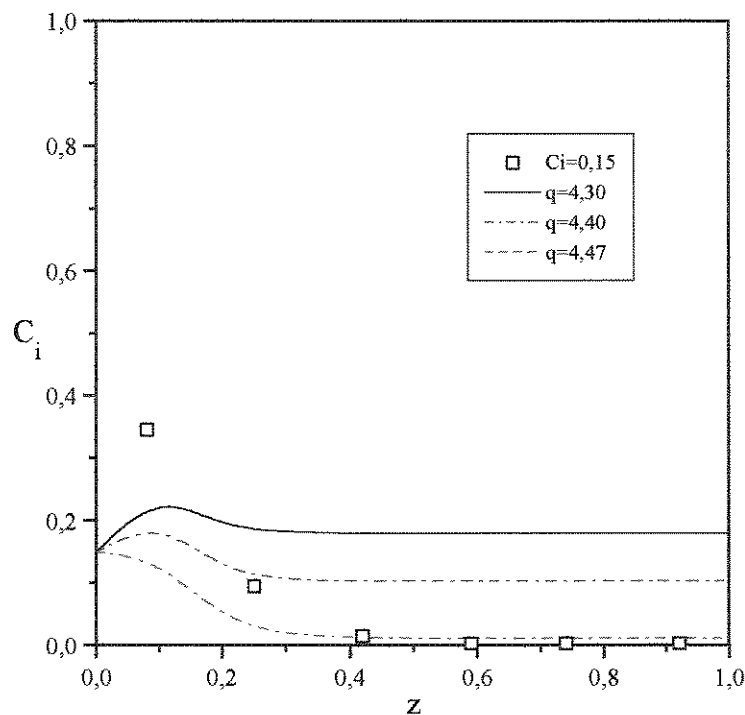


Figura 46: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) para o fenômeno de segregação
 $\bar{d}_p=1130 \mu\text{m}$, $n=2,5$, $C_i=0,15$, $U_s=0,76 \text{ m/s}$

A Tabela 4 mostra os valores escolhidos dos parâmetros de segregação (k), circulação (w) e troca de sólidos (q), bem como os erros relativo, com os quais foram construídos as Figuras de 47 a 49. Vale ressaltar que, apesar dos erros terem sido minimizados, neste perfil estão ainda incluídos os erros das correlações utilizadas, que não foram exemplificados por não terem sido apresentados por seus autores. As Figuras 47 a 49 mostram o perfil de concentração de sólido imergível encontrado para uma combinação dos melhores valores destes parâmetros. Este erro foi minimizado de forma que o perfil fosse o mais representativo possível para os dados experimentais.

Tabela 4: Erros relativos médios para os parâmetros clássicos
(fenômeno de segregação).

Sistema	Parâmetro/Erro relativo médio					
	k	Er	w	Er	q	Er
$C_i=0,60$	0,195	19,99	0,0899	5,31	3,50	8,10
	0,20	1,70	0,092	7,64	4,0	3,0
	0,2081	13,64	0,095	13,13	4,47	0,64
$C_i=0,51$	0,15	21,25	0,045	21,19	4,0	32,52
	0,16	37,66	0,0475	26,35	4,74	45,52
	0,17	63,69	0,0485	32,42	5,0	49,64
$C_i=0,15$	0,0830	68,54	0,09	29,01	4,30	69,48
	0,0845	49,76	0,12	112,06	4,40	36,79
	0,0860	28,55	0,1473	105,67	4,47	28,18

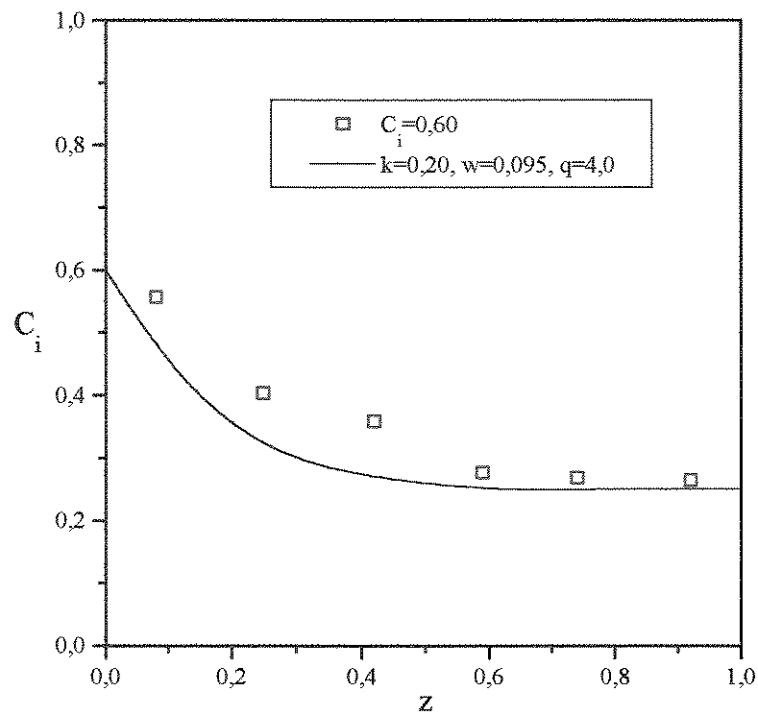


Figura 47: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_s=1,06 \text{ m/s}$

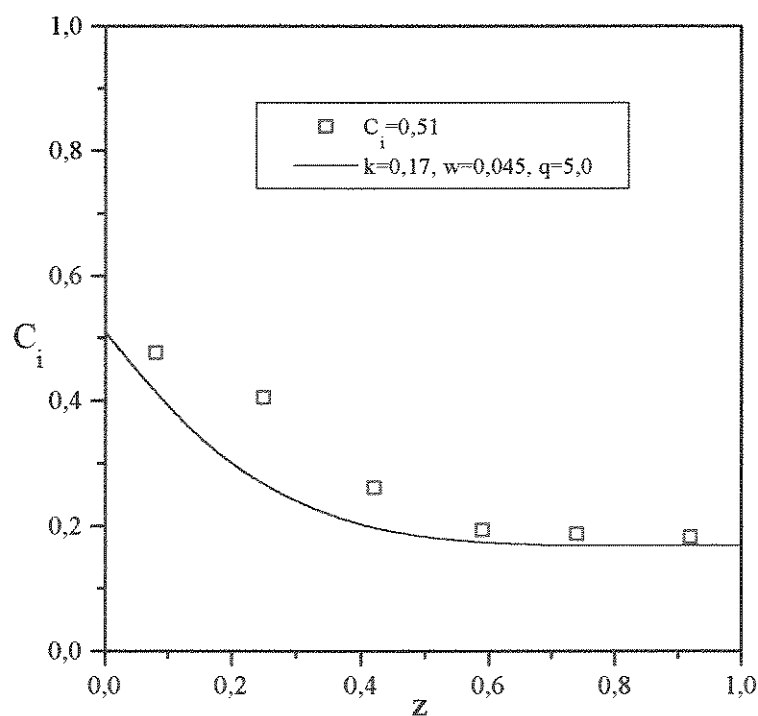


Figura 48: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_s=1,10 \text{ m/s}$

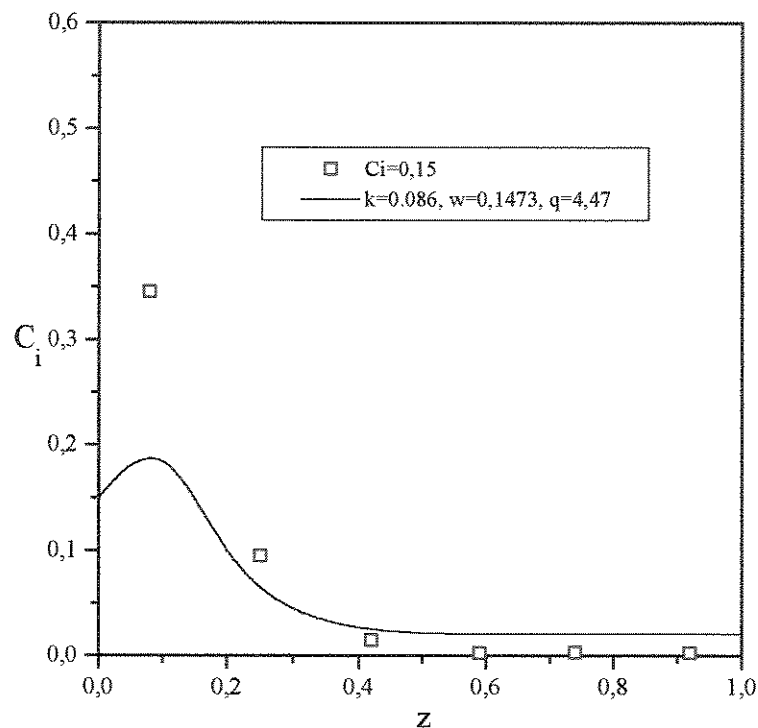


Figura 49: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n = 2,5, C_i = 0,15, U_s = 0,76 \text{ m/s}$$

A Figura 50 mostra um comparativo entre os perfis de concentração de sólido imergível teóricos e experimentais para o fenômeno de segregação. Esta figura mostra que os perfis obtidos através dos melhores valores dos parâmetros apresentam boa concordância com os experimentais.

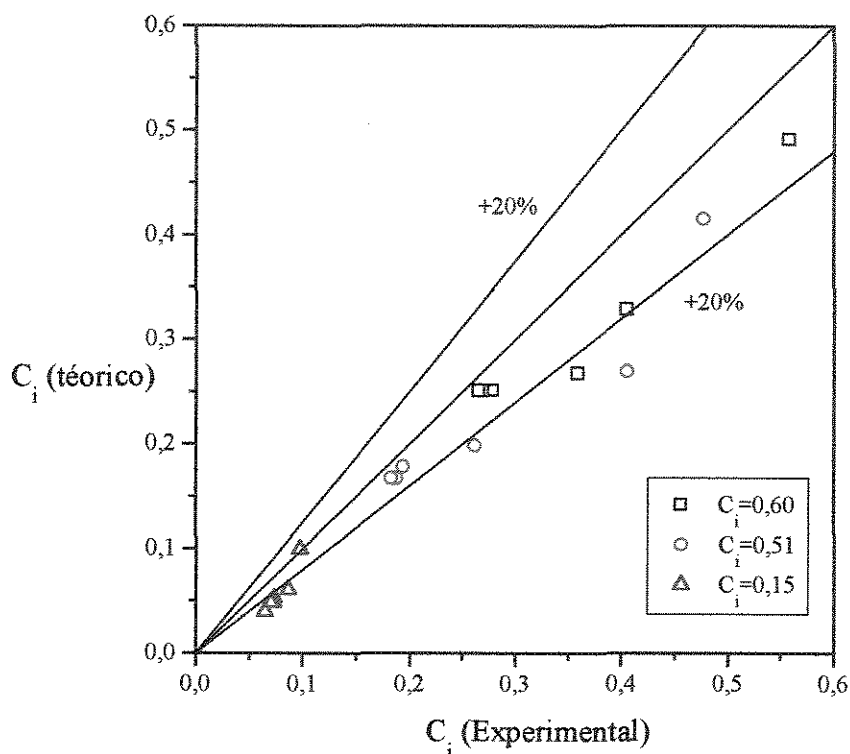


Figura 50: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o fenômeno de segregação

2.2. Fenômeno de Mistura

2.2.1. Influência do parâmetro de segregação

As Figuras 51 a 53 mostram os perfis de concentração do sólido imergível para o fenômeno de mistura. Os valores de k foram estimados para diferentes velocidades e comparados com o valor deste para a velocidade experimental. Para o fenômeno de mistura o que melhor representa o perfil é o menor valor de k , o que é justificado pelo fato de quanto menor o parâmetro de segregação mais o sistema tende ao fenômeno de mistura. Para uma altura inferior 0,2 o perfil diverge do real, o que pode ser explicado pelas alturas próximas do distribuidor, onde há uma forma indefinida do estado. Segundo Gibilaro e Rowe, 1974, o valor de k para o fenômeno de mistura deve ser o menor possível, ou tendendo a zero. Isso favorece a hipótese de o menor valor de k para o sistema favoreça o ajuste do modelo ao fenômeno de mistura. Para as variações de k , o menor erro relativo, 0,64 %, foi encontrado para k igual a 0,33.

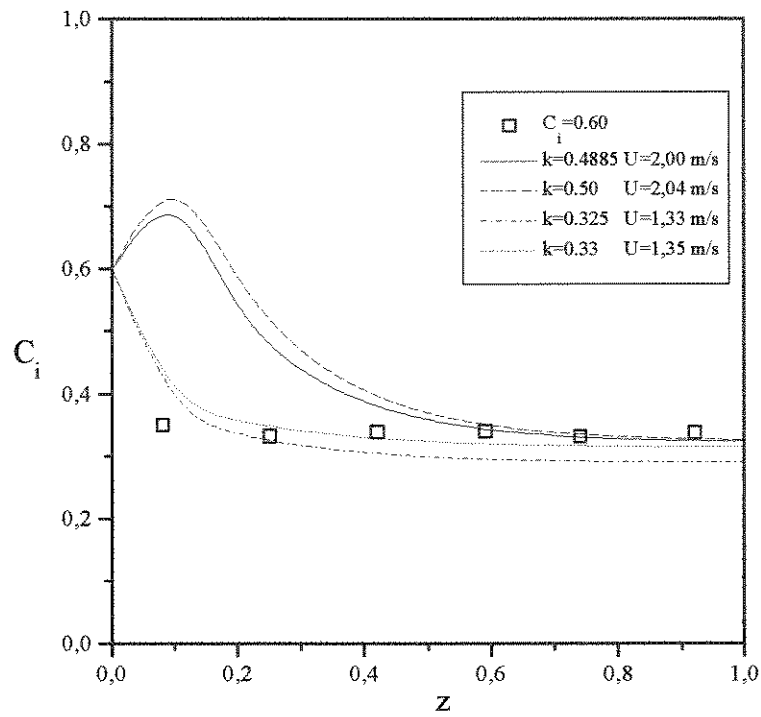


Figura 51: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura.
 $\bar{d}_p=1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_{fc}=1,45$ m/s

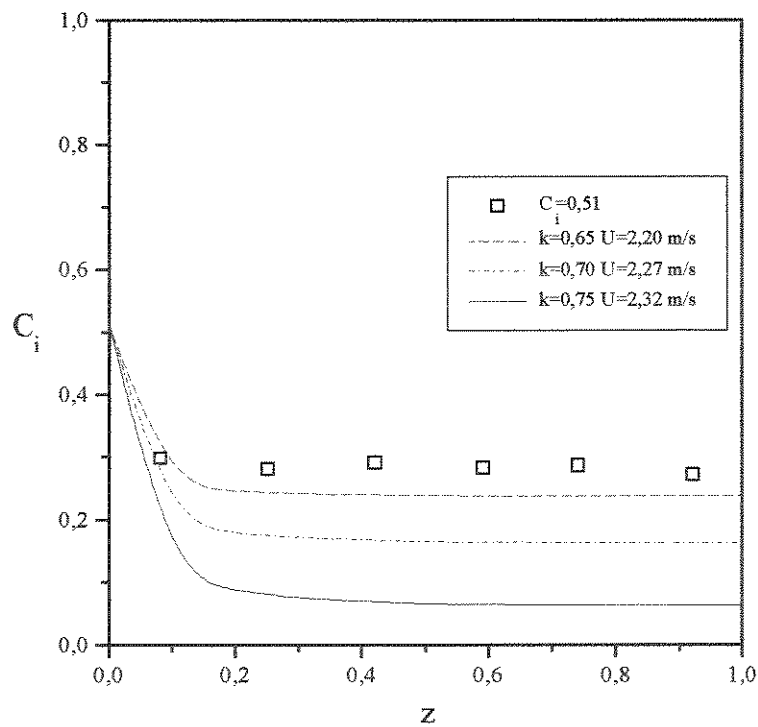


Figura 52: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura.
 $\bar{d}_p=1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_{fc}=1,40$ m/s

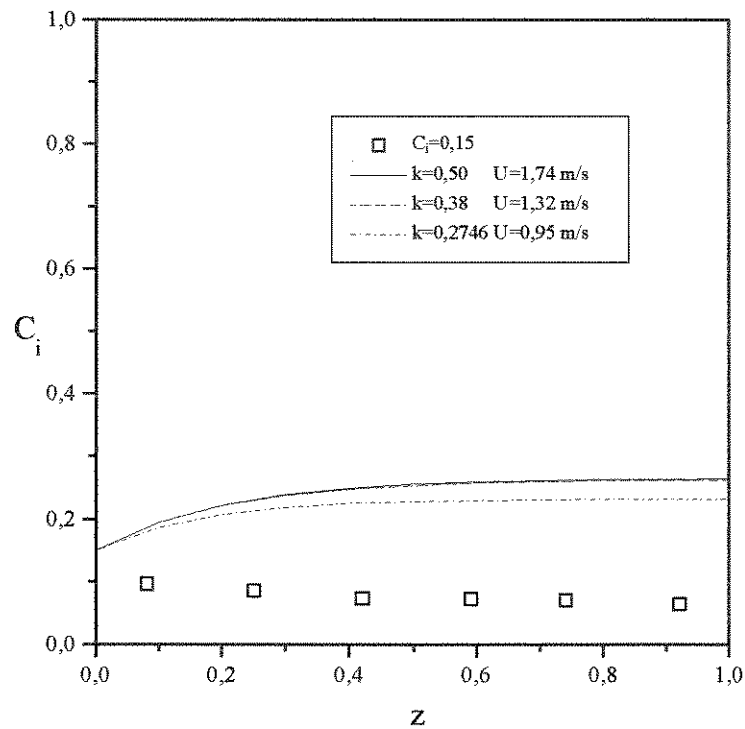


Figura 53: Influência do parâmetro de segregação (k) para o fenômeno de mistura.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n = 2,5, C_i = 0,15, U_{fc} = 1,00 \text{ m/s}$$

2.2.2. Influência do parâmetro de circulação

Os perfis das Figuras 54 a 57 mostram a influência do parâmetro de circulação (w). Estes perfis mostram a mesma tendência para variações do parâmetro k de 0,4885 e 0,50. O menor erro relativo encontrado para este caso foi de 14,40%. Para as alturas próximas do distribuidor, o fenômeno de mistura pode ser dominado pelo fenômeno de segregação pela diferença de diâmetro. O parâmetro w , é o único dentre os três que é função da velocidades do pistão, isto pode levar a alguns erros de interpretação pois estas velocidades são características para cada tipo de pistão, e assumimos, de acordo com a literatura um tipo de pistão para cada fenômeno.

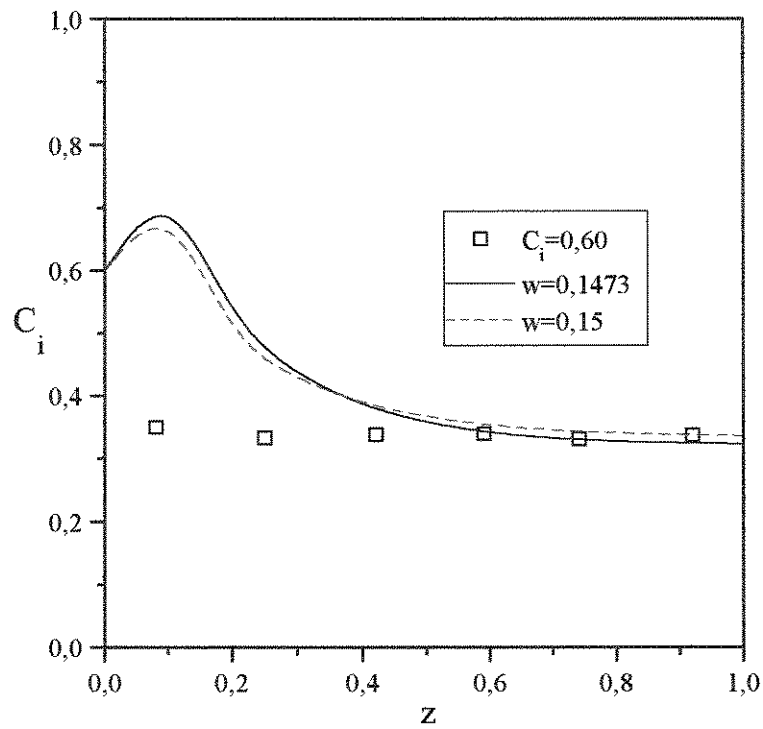


Figura 54: Influência do parâmetro de circulação (w) para fenômeno de mistura
 $\bar{d}_p=1130 \mu\text{m}$, $n=0,01$, $C_i=0,60$, $U_{fc}=1,45 \text{ m/s}$

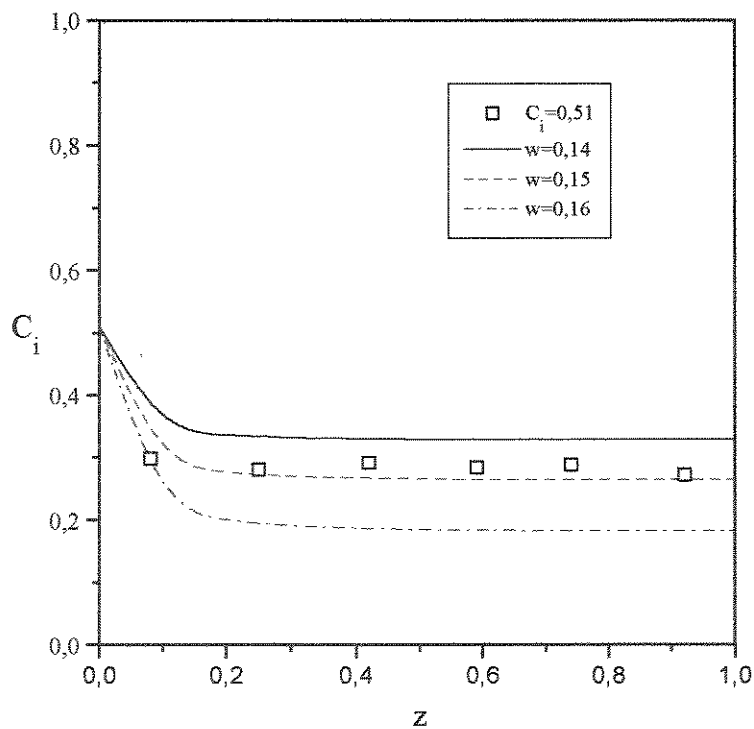


Figura 55: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de mistura.
 $\bar{d}_p=1520 \mu\text{m}$, $n=2$, $C_i=0,51$, $U_{fc}=1,40 \text{ m/s}$

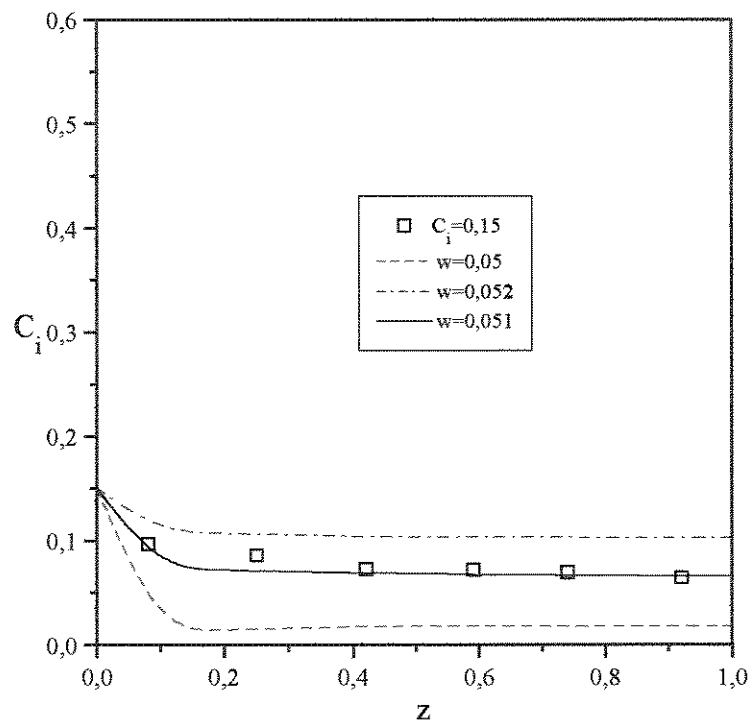


Figura 56: Influência do parâmetro de circulação (w) para o fenômeno de mistura.
 $\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n = 2,5$, $C_i = 0,15$, $U_{fc} = 1,0 \text{ m/s}$

2.2.3. Influência do parâmetro de troca de sólido

Para os valores do parâmetro de troca q , pela ampla variação aplicada, os perfis de concentração do sólido imergível das Figuras 57 a 59 mostram que o modelo é muito sensível a este parâmetro, e o menor erro relativo encontrado foi de 12,91 %.

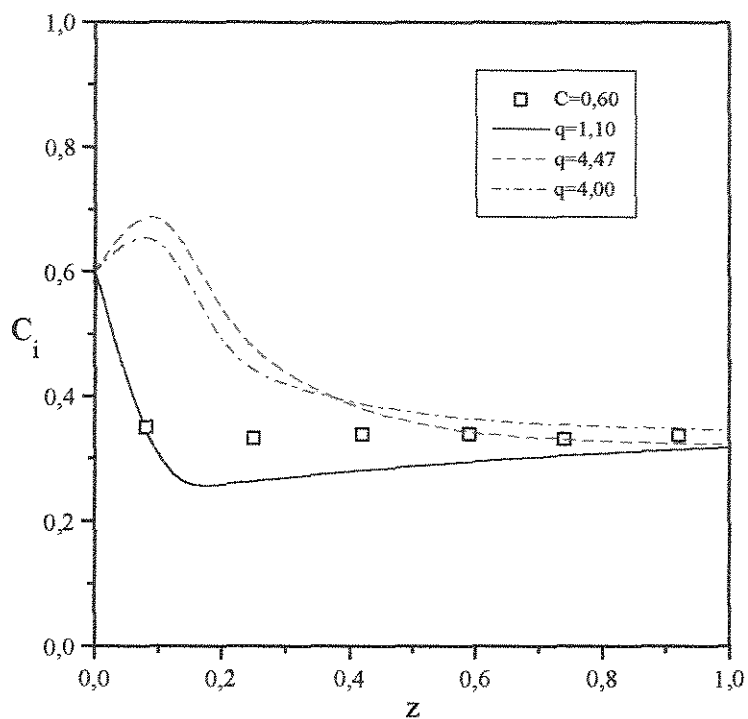


Figura 57: Influência do parâmetro de troca (q) no fenômeno de mistura
 $\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}$, $n = 0,01$, $C_i = 0,60$, $U_{fc} = 1,45 \text{ m/s}$

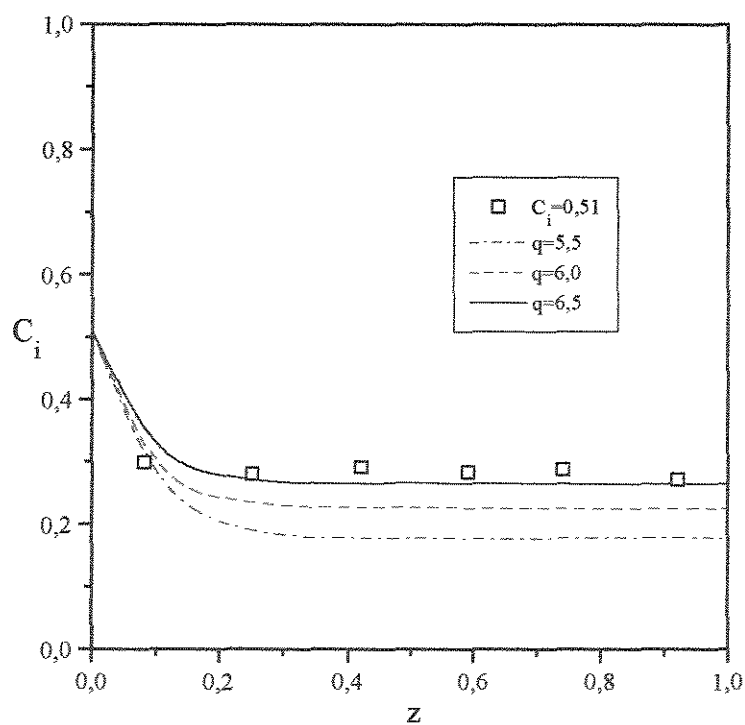


Figura 58: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) no fenômeno de mistura
 $\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}$, $n = 2$, $C_i = 0,51$, $U_{fc} = 1,40 \text{ m/s}$

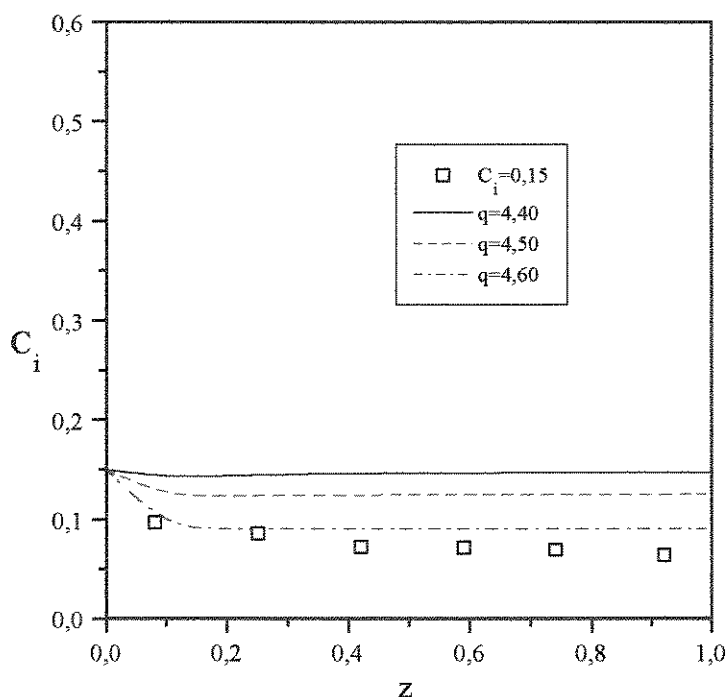


Figura 59: Influência do parâmetro de troca de sólidos (q) no fenômeno de mistura
 $\bar{d}_p=1130 \mu\text{m}$, $n=2,5$, $C_i=0,15$, $U_{fe}=1,0 \text{ m/s}$

A Tabela 5 apresenta os valores escolhidos dos parâmetros de segregação (k), circulação (w) e troca de sólidos (q), bem como os erros relativos, com os quais foram construídos as Figuras 60 a 62. Verifica-se a partir destas que os perfis obtidos, seguem uma mesma tendência.

Tabela 5: Erros relativos médios para os parâmetros clássicos (fenômeno de mistura).

Sistema	Parâmetro/Erro relativo médio					
	k	Er	w	Er	q	Er
$C_i=0,60$	0,4885	14,52	0,1473	15,59	1,10	14,48
	0,50	0,64	0,15	14,40	4,47	16,59
	0,325	6,93	-	-	4,0	12,91
	0,33	5,87	-	-	-	-
$C_i=0,51$	0,65	2,0	0,14	15,71	5,5	2,41
	0,70	18,78	0,15	2,66	6,0	18,71
	0,75	46,81	0,16	43,37	6,5	47,39
$C_i=0,15$	0,50	125,38	0,05	39,04	4,40	28,46
	0,38	123,41	0,052	22,96	4,50	25,72
	0,2746	120,33	0,051	4,64	4,60	17,64

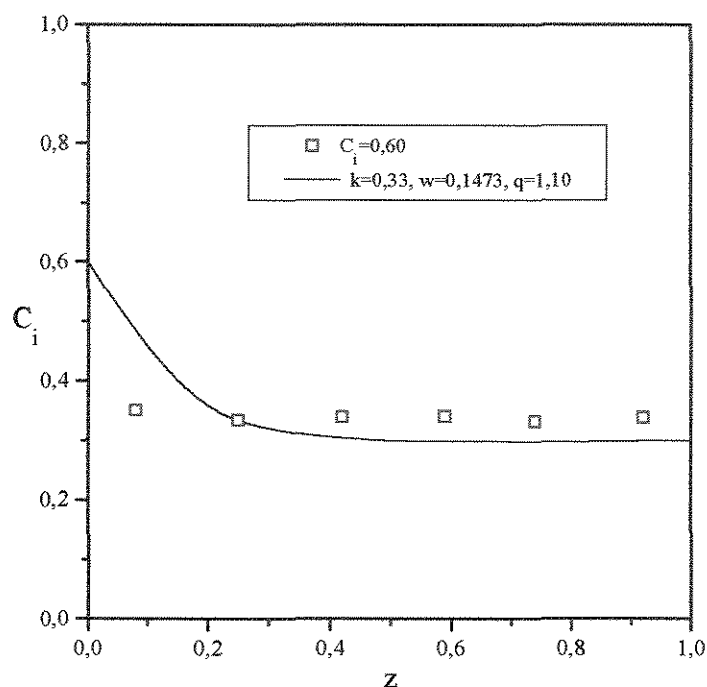


Figura 60: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=0,01, C_i=0,60, U_{fc}=1,45 \text{ m/s}$$

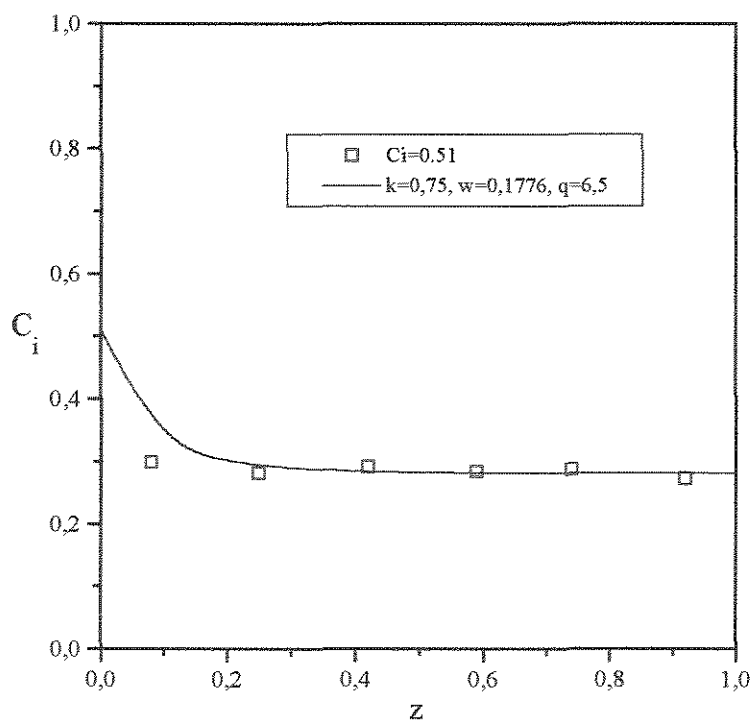


Figura 61: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$$\bar{d}_p = 1520 \mu\text{m}, n=2, C_i=0,51, U_{fc}=1,40 \text{ m/s}$$

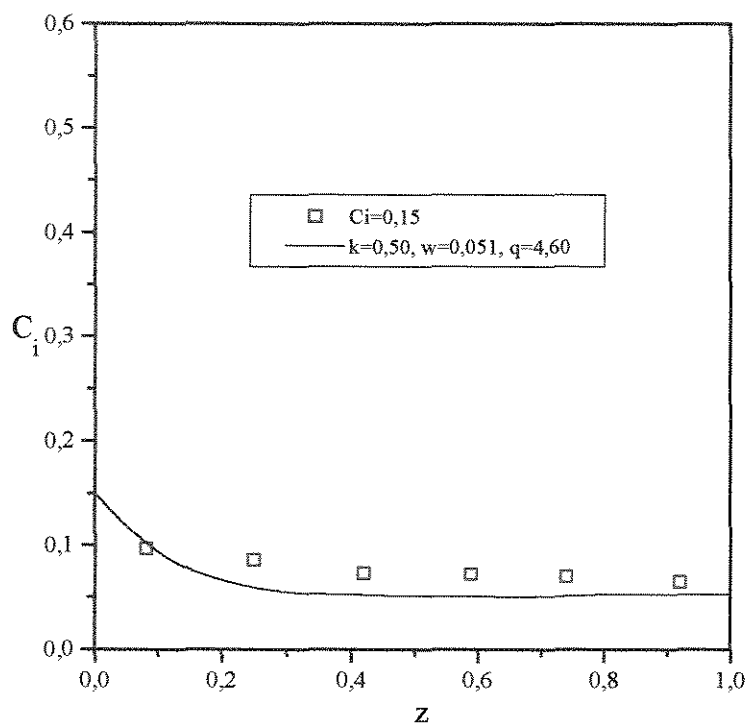


Figura 62: Perfil obtido pela combinação dos melhores valores dos parâmetros de segregação, circulação e troca.

$$\bar{d}_p = 1130 \mu\text{m}, n=2,50, C_i=0,15, U_{fc}=1,0 \text{ m/s}$$

A Figura 63 mostra um comparativo entre os perfis de concentração de sólido imergível teóricos e experimentais para o fenômeno de mistura. Observa-se que o modelo apresenta boa concordância entre os perfis obtidos através dos melhores valores dos parâmetros e os experimentais.

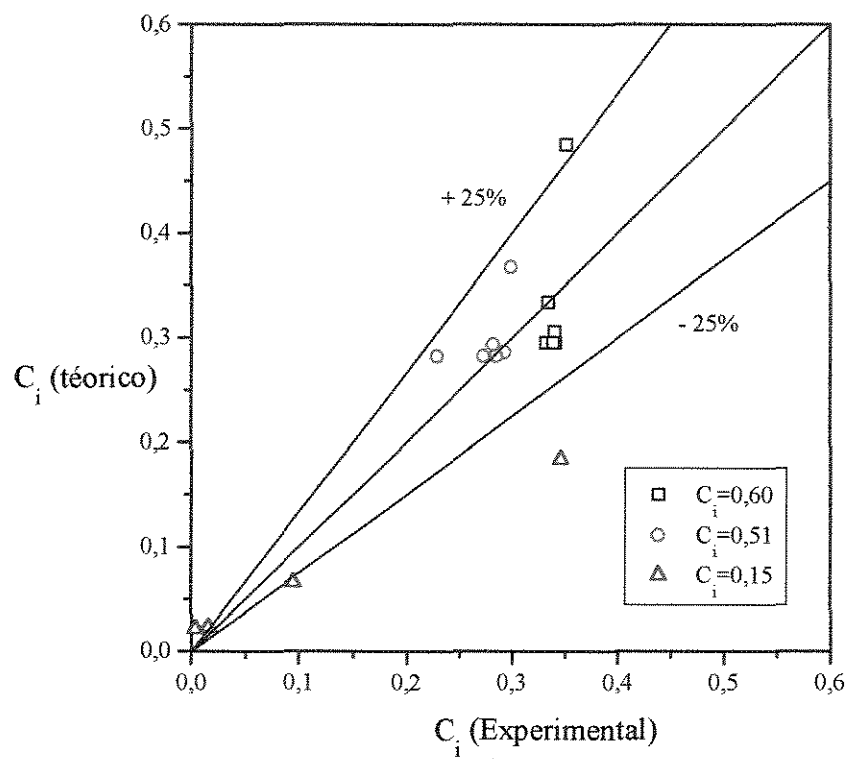


Figura 63: Comparativo entre os perfis de concentração de imergíveis teórico e experimental para o fenômeno de mistura

3. Conclusões

A partir da análise matemática realizada neste capítulo podemos concluir que:

- O segundo caso do modelo de Gibilaro e Rowe, quando é considerada a troca de sólido entre as fases do leite, está em boa concordância para os sistemas polidispersos para os fenômenos de segregação e mistura, com erros relativos absolutos médios de 5,09% e 2,87%, respectivamente. Para os sistemas binários este caso do modelo não apresentou concordância significativa. Justifica-se, provavelmente, esta inadequação, por este ter sido originalmente proposto para binários com diferentes massa específica.
- O terceiro caso do modelo de Gibilaro e Rowe, quando é considerado o efeito de mistura axial, apresenta boa concordância para o sistema binário de menor índice de dispersão para o fenômeno de segregação ($E_R = 1,07\%$). Para o fenômeno de mistura, os sistemas binários não apresentam concordância significativa, provavelmente pelo fato de não termos correlações para o cálculo do parâmetro de mistura axial. Com isso, foram então, utilizados valores propostos pelos autores. Para os sistemas polidispersos, a melhor concordância é estabelecida para o sistema de índice de dispersão igual a 2,5 para os dois fenômenos. O esperado era que o sistema de menor índice fosse melhor ajustado.
- O modelo de Abanades et al., apresenta uma concordância significativa para o sistema binário de menor índice de dispersão e maior concentração ($E_R = 2,85\%$ para segregação e $E_R = 10,22\%$ para mistura), o que está de acordo com o trabalho, é claro, apresentado pelos autores. Para os sistemas polidispersos, este modelo não representa de forma satisfatória o fenômeno de segregação, embora um ajuste razoável foi observado para o sistema de índice de dispersão igual a 2,0 ($\bar{d}_p = 1130 \mu m$). Os sistemas polidispersos experimentais analisados apresentam valores de velocidade superficial do gás e k muito próximos torna-se difícil afirmar qual destes sistemas possui a maior tendência a segregar.
- O modelo proposto apresenta concordância satisfatória entre os perfis de concentração teóricos e experimentais. A análise prévia da influência dos parâmetros de segregação (k), circulação (w) e troca (q), foi realizada para os sistemas binários e polidispersos. Verificou-se que:
 - ♦ o parâmetro de segregação, por levar em conta as propriedades físicas dos sólidos, é o que apresenta maior influência nos perfis.

- ♦ o parâmetro de troca mostra uma variação muito ampla sobre os perfis de concentração. No entanto, por este ter sido considerado constante (função apenas do diâmetro da coluna) não apresentou aparentemente um efeito significativo no perfil global.
- ♦ o parâmetro de circulação afeta mais o fenômeno de mistura que o de segregação, verificação que está em acordo com o fenômeno físico, pois a circulação do sólido no leito favorece a sua distribuição de forma mais homogênea, ou seja, favorece o fenômeno de mistura.

CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES

A seguir serão mostradas as principais conclusões do nosso trabalho.

Primeiramente foi realizado um estudo bibliográfico sobre os fenômenos envolvidos em processos de fluidização de partículas heterogêneas, permitindo destacar as seguintes informações:

- dos numerosos estudos referentes a este contexto, poucos são relativos aos fenômenos de segregação e mistura para partículas grandes polidispersas.
- a maioria dos modelos matemáticos apresentados na literatura foram para sistemas binários, considerando o leito em regime borbulhante e em estado estacionário.

A segunda parte do trabalho proporcionou concluir que:

- A aplicação dos modelos matemáticos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994) para o sistema polidisperso é uma adaptação viável, embora o fenômeno físico seja complexo de representar matematicamente.
- Algumas das considerações introduzidas nos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades et al. (1994), podem explicar certas diferenças entre os perfis, como a concentração inicial e a troca de sólidos constante ao longo do leito. Mesmo assim, o ajuste obtido é considerado satisfatório na maioria dos experimentos, mesmo para os sistemas polidispersos.
- Os dois fenômenos podem ser considerados bem representados pelo modelo proposto, o que pode ser observado através dos perfis encontrados para os melhores valores dos três parâmetros, apresentando em média 10% de erro relativo absoluto médio

Como sugestões para continuidade deste trabalho propõe-se:

- Aplicação do novo modelo para sistemas de diferentes características em relação ao diâmetro médio e massa específica da partícula. Verificar como essas propriedades influenciam nos perfis de concentração do sólido.
- Verificar a sensibilidade do modelo a outros parâmetros, como por exemplo a velocidade superficial do gás para cada experimento.
- Extensão do modelo proposto ao regime transiente. Verificar os perfis de concentração do imergível em diferentes tempos de fluidização ou tempo de residência do sólido no leito.

Nomenclatura

$\bar{C}$	concentração média,	(-)
$\bar{d}_p$	diâmetro de Sauter,	(μm)
$\bar{d}$	diâmetro médio da partícula,	(μm)
f_j^*	fração de emergíveis crítica,	(-)
A	área do leito,	(m^2)
a	número de termos da série (equações 17 e 18),	(-)
a'_b	fração volumétrica da camada ocupada pelas bolhas incluindo a calda,	(-)
A_m	amplitude de oscilação da altura da camada de sólido no leito,	(m)
C	concentração,	(-)
C_B	concentração do sólido imergível na fase emulsão (Gibilaro e Rowe),	(-)
$C_{B(0)}$	concentração inicial do sólido imergível na fase emulsão (Gibilaro e Rowe),	(-)
C_{De}	coeficiente de arraste do sólido emergível,	(-)
C_{Di}	coeficiente de arraste do sólido imergível,	(-)
C_E	concentração do sólido imergível na fase emulsão (Gibilaro e Rowe),	(-)
C_{E0}	concentração inicial na fase emulsão,	(-)
C_i	concentração de sólidos imergíveis,	(-)
C_{inf}	concentração na parte inferior do leito,	(-)
C_n	concentração de sólidos no sistema,	(-)
C_p	concentração do sólido imergível na fase pistão,	(-)
C_{RA}	concentração na região anular (modelo de Abanades et al.),	(-)
C_{RS}	concentração na região de pistão (modelo de Abanades et al.),	(-)
C_{sup}	concentração na parte superior do leito,	(-)
C_w	concentração do sólido imergível na fase bolha,	(-)
$C_{w(0)}$	concentração inicial do sólido imergível na fase calda (Gibilaro e Rowe),	(-)
D	coeficiente de difusão do modelo de May,	(m^2/s)
d_b	diâmetro de bolha,	(m)
d_{b0}	diâmetro inicial da bolha,	(m)
D_c	diâmetro da coluna,	(m)
d_e	diâmetro do sólido emergível,	(μm)
d_i	diâmetro do sólido imergível,	(μm)
E_r	erro relativo médio,	(%)
f	frequência do pistão,	(Hz)
f_j	fração de sólidos imergível no leito,	(-)
f_{NF}	fração de partículas tipo emergível da mistura binário (Chiba et al.),	(-)
f_s	parâmetro de circulação (modelo de Abanades et al.),	(-)
$f_{s,t}$	fração instantânea do sólido,	(-)
f_{VF}	fração volumétrica de partículas emergível da mistura binário (Chiba et al.),	(-)
f_w	fração de sólidos na fase calda,	(-)
F_{wb}	fração volumétrica da calda da bolha,	(-)
g	aceleração da gravidade,	(m/s^2)
G	taxa efetiva de formação de bolha,	(m^3/s)

h	altura de cada camada que divide o leito,	(m)
H	altura,	(m)
h_i	altura inicial da camada,	(m)
h_{mf}	altura na condição de mínima fluidização,	(m)
I_M	índice de mistura,	(-)
I_s	coeficiente de segregação,	(-)
k	parâmetro de segregação,	(m/s)
L	comprimento do leito,	(m)
m	número de camadas do leito,	(-)
n	índice de dispersão,	(-)
N	número de orifícios do distribuidor	(-)
q	parâmetro de troca de sólidos,	(-)
r	parâmetro de mistura axial,	(-)
$R_0 R_1$	expressões (Thonglimp),	(-)
T	período completo de formação e desaparecimento do pistão no leito,	(s)
t	tempo,	(s)
U	velocidade superficial do gás,	(m/s)
U^*	termo da velocidade característica,	(m/s)
U_1	velocidade do componente 1,	(m/s)
U_{1p}	velocidade de 1 pistão isolado,	(m/s)
U_b	velocidade da bolha (equação 1),	(m/s)
U_{fc}	velocidade completa de fluidização,	(m/s)
U_{fi}	velocidade inicial de fluidização,	(m/s)
U_{gfc}	velocidade do gás para completa de fluidização (Tabela 3),	(m/s)
U_{gs}	velocidade do gás para segregação (Tabela 3),	(m/s)
U_M	velocidade mínima de fluidização da mistura,	(m)
U_{MA}	velocidade mínima aparente,	(m/s)
U_{mb}	velocidade mínima de borbulhamento,	(m/s)
U_{mf}	velocidade mínima de fluidização,	(m/s)
U_P	velocidade pistão,	(m/s)
U_S	velocidade segregação,	(m/s)
U_{sg}	velocidade do pistão (modelo de Abanades et al.),	(m/s)
V_B	volume da bolha,	(m ³)
V_w	volume da calda da bolha,	(m ³)
w	parâmetro de circulação,	(-)
X	profundidade do leito,	(m)
Y_s	distância média de segregação,	(-)
z^*	altura crítica,	(m)
Z_1 e Z	frações de altura do leito (modelo de May),	(m)

Símbolos gregos

$\bar{\rho}$	massa específica média do sólido,	(Kg/m ³)
α	relação entre os parâmetros de circulação e de segregação	(-)
β	parâmetro da equação de Kececioğlu et al. (1984) para velocidade do pistão	(-)

ε_{mf}	porosidade do leito na condição de mínima fluidização	(-)
ϕ	esfericidade,	(-)
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	frações do período completo de formação e desaparecimento do pistão	(-)
θ_w	ângulo característico da calda	(-)
ρ_e	massa específica do sólido imergível,	(Kg/m ³)
ρ_i	massa específica do sólido imergível,	(Kg/m ³)
$\lambda=w/k$	relação entre os parâmetros de circulação e segregação	(-)
$\psi = \frac{Hr}{k}$	relação entre os parâmetros de mistura axial e segregação,	(-)

Números adimensionais

Re_{mf}	número de Reynolds na mínima fluidização da mistura	$Re_{mf} = \frac{\bar{d}_p U \rho_g}{\mu_g}$
Re_i	número de Reynolds do sólido imergível	$Re_i = \frac{\bar{d}_i U \rho_g}{\mu_g}$
Re_e	número de Reynolds do sólido emergível	$Re_e = \frac{\bar{d}_e U \rho_g}{\mu_g}$
Re_p	número de Reynolds da partícula	$Re_p = \frac{d_p U \rho_g}{\mu_g}$
Ar	número de Arquimedes	$Ar = \frac{\bar{d}_p^3 \rho_g (\rho_p - \rho_g) g}{\mu^2}$
z	altura adimensional	$z = h/h_i$

Apêndice A

Tabelas das concentrações experimentais para os diferentes sistemas e suas velocidades de segregação (A) e completa mistura (B)

Tabela 01A: Sistema 01 $U=1,34$ m/s

Camadas	$C_1(\%)$	$C_2(\%)$	$C_3(\%)$	$C_4(\%)$	$C_5(\%)$	$C_6(\%)$	$C_7(\%)$	$C_8(\%)$	$C_9(\%)$
1	0,16	0,45	0,56	0,07	0,21	0,84	4,89	38,50	54,42
2	3,91	10,75	13,51	0,27	0,24	0,61	3,54	27,91	39,45
3	4,82	13,52	17,00	0,45	0,35	0,82	3,35	24,75	34,98
4	6,79	18,93	23,78	0,53	0,35	0,74	2,68	19,14	27,06
5	7,04	19,56	24,57	0,51	0,33	0,68	2,56	18,54	26,21
6	7,12	19,77	24,83	0,47	0,30	0,76	2,60	18,29	25,86

Tabela 01B: Sistema 01 $U=2,00$ m/s

Camadas	$C_1(\%)$	$C_2(\%)$	$C_3(\%)$	$C_4(\%)$	$C_5(\%)$	$C_6(\%)$	$C_7(\%)$	$C_8(\%)$	$C_9(\%)$
1	4,95	13,5	17,08	0,34	0,26	0,69	3,27	24,84	35,12
2	5,37	14,65	18,53	0,39	0,29	0,69	3,13	23,62	33,39
3	5,22	13,24	18,02	0,34	0,26	0,73	3,21	24,04	33,98
4	5,19	14,17	17,92	0,34	0,25	0,74	3,22	24,11	34,09
5	5,34	14,94	18,77	0,38	0,27	0,57	3,03	23,50	33,22
6	5,09	14,26	17,92	0,42	0,32	0,88	3,32	23,96	33,87

Tabela 02A: Sistema 02 $U=0,82$ m/s

Camadas	$C_1(\%)$	$C_2(\%)$	$C_3(\%)$	$C_4(\%)$	$C_5(\%)$	$C_6(\%)$	$C_7(\%)$	$C_8(\%)$	$C_9(\%)$
1	2,02	5,07	6,84	6,38	5,20	13,75	12,68	19,92	28,16
2	3,67	9,60	12,50	8,48	6,73	13,55	11,86	13,86	19,73
3	4,39	11,48	14,95	9,66	7,60	13,20	11,31	11,37	16,07
4	4,38	11,44	14,90	9,98	7,85	13,68	11,62	10,86	15,35
5	4,62	12,10	15,74	9,86	7,74	13,25	11,26	10,56	14,94
6	4,61	12,07	15,70	9,82	7,71	13,22	11,24	10,63	15,03

Tabela 02B: Sistema 02 U=2,02 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	3,50	9,39	12,25	8,51	6,76	13,56	11,89	14,13	19,97
2	3,80	9,90	12,90	8,70	6,90	13,60	11,86	13,40	18,94
3	4,01	10,47	13,65	9,26	7,32	13,64	11,76	12,40	17,54
4	3,95	10,31	13,44	8,98	7,11	13,47	11,68	12,89	18,22
5	4,00	10,45	13,63	9,10	7,19	13,49	11,67	12,64	17,87
6	4,08	10,67	13,91	9,38	7,40	13,68	11,76	12,08	17,08

Tabela 03A: Sistema 03 U=0,84 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	0,35	0,71	1,12	4,12	3,65	18,61	16,69	22,58	32,17
2	0,82	1,78	2,66	7,93	6,63	23,85	19,84	15,05	21,44
3	3,35	8,32	11,24	14,46	11,41	20,46	16,25	5,99	8,54
4	4,53	11,46	15,27	16,15	12,59	17,93	14,03	3,32	4,73
5	4,78	12,13	16,13	16,36	12,72	16,93	13,25	3,18	4,52
6	4,92	12,55	16,65	16,31	12,67	16,73	13,07	2,93	4,18

Tabela 03B: Sistema 03 U=2,04 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	2,73	6,80	9,16	11,38	9,09	19,63	16,10	10,36	14,75
2	2,91	7,28	9,80	11,94	9,51	19,68	16,04	9,42	13,42
3	3,01	7,57	10,17	12,11	9,62	19,55	15,91	9,10	12,96
4	3,17	7,91	10,63	12,76	10,11	19,39	15,70	8,39	11,95
5	3,33	8,35	11,21	13,15	10,38	18,93	15,30	7,98	11,37
6	3,40	8,55	11,46	12,84	10,14	18,37	14,92	8,38	11,94

Tabela 04A: Sistema 04 U=0,844 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	0,03	0,18	0,36	0,95	13,96	6,57	13,04	30,33	34,58
2	0,02	0,05	0,31	1,98	33,46	9,43	26,17	19,03	9,47
3	0,58	5,37	7,03	9,68	44,49	12,13	13,47	5,63	1,50
4	1,09	15,32	17,65	16,60	35,96	4,94	6,63	1,30	0,32
5	1,63	16,62	17,62	15,39	32,65	5,85	8,36	1,30	0,35
6	1,65	17,56	18,22	16,46	30,82	6,27	7,05	1,16	0,32

Tabela 04B: Sistema 04 U=1,74 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	0,73	8,00	8,89	21,48	19,31	8,43	11,62	11,83	9,72
2	0,76	8,53	9,18	21,80	20,00	8,20	11,46	11,44	8,63
3	0,73	8,98	10,02	22,84	20,21	8,69	10,33	10,89	7,31
4	0,80	9,60	10,20	23,33	20,01	8,11	10,50	10,20	7,25
5	0,92	9,93	10,80	23,44	20,00	8,40	9,70	9,81	7,00
6	2,00	10,50	11,00	24,00	20,12	7,60	9,84	9,30	6,47

Tabela 05A: Sistema 05 U=0,82 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	1,16	1,52	3,40	26,82	20,94	25,94	19,80	0,17	0,25
2	1,30	1,86	3,89	27,95	21,75	24,35	18,56	0,14	0,20
3	1,33	1,86	3,95	29,01	22,52	23,25	17,73	0,13	0,18
4	1,47	2,23	4,44	29,20	22,70	22,57	17,20	0,09	0,13
5	1,43	2,14	4,29	28,73	22,31	23,01	17,56	0,22	0,32
6	1,45	2,30	4,41	27,59	21,46	24,08	18,36	0,15	0,21

Tabela 05B: Sistema 05 U=1,34 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	1,23	1,73	3,68	27,04	21,09	25,47	19,42	0,14	0,20
2	1,34	2,02	4,05	27,34	21,30	24,73	18,85	0,15	0,22
3	1,35	2,01	4,05	27,34	21,29	24,73	18,85	0,15	0,22
4	1,39	2,07	4,17	28,20	21,93	23,79	18,14	0,12	0,17
5	1,40	2,10	4,22	28,40	22,07	23,51	17,93	0,15	0,22
6	1,70	2,86	5,23	29,51	22,85	21,30	16,24	0,13	0,17

Tabela 06A: Sistema 06 U=0,55 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	6,88	17,85	23,34	16,88	12,90	10,22	7,97	1,64	2,33
2	7,66	20,07	26,10	16,42	12,41	5,89	4,50	0,15	0,21
3	8,62	22,73	29,42	16,28	12,29	5,83	4,46	0,16	0,22
4	8,56	22,50	29,14	16,38	12,37	6,04	4,62	0,16	0,23
5	8,78	23,12	29,91	16,20	12,21	5,31	4,06	0,17	0,24
6	8,61	22,70	29,38	16,27	12,28	5,89	4,50	0,16	0,22

Tabela 06B: Sistema 06 U=2,02 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	8,03	21,82	28,28	16,32	12,34	6,68	5,14	0,46	0,66
2	8,50	22,42	29,00	15,52	11,74	6,65	5,12	0,44	0,62
3	8,32	21,87	28,35	16,36	12,38	6,71	5,15	0,36	0,51
4	8,24	21,65	28,07	16,37	12,39	6,87	5,29	0,47	0,66
5	8,63	22,79	28,70	15,50	11,71	6,18	4,75	0,41	0,58
6	8,54	22,56	28,74	15,28	11,55	6,66	5,13	0,46	0,66

Tabela 07A: Sistema 07 U=0,70 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	3,01	7,52	10,12	12,31	9,80	20,70	16,68	8,19	11,67
2	5,18	13,52	17,52	16,11	12,50	16,40	12,78	2,58	3,68
3	5,48	14,11	18,60	16,21	12,55	15,52	12,07	2,25	3,21
4	5,49	14,11	18,60	16,06	12,44	15,67	12,19	2,24	3,20
5	5,63	14,47	19,04	15,97	12,36	15,22	11,85	2,25	3,21
6	5,43	13,96	18,40	16,05	12,44	15,76	12,27	2,34	3,34

Tabela 07B: Sistema 07 U=2,01 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	4,77	12,18	16,13	15,24	11,88	16,98	13,37	3,90	5,55
2	5,00	12,81	16,94	15,66	12,18	16,61	13,01	3,24	4,62
3	5,12	13,13	17,34	15,60	12,11	16,27	12,75	3,16	4,51
4	5,05	12,95	17,11	15,38	11,96	16,37	12,85	3,43	4,89
5	4,94	12,64	16,71	15,25	11,87	16,75	13,16	3,58	5,11
6	5,09	13,07	17,25	15,17	11,80	16,34	12,84	3,48	4,96

Tabela 08A: Sistema 08 U=1,12 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	1,02	2,45	3,42	6,23	5,17	15,83	14,42	21,22	30,23
2	1,67	4,08	5,59	8,34	6,78	17,65	15,31	16,37	23,84
3	2,24	5,56	7,50	9,51	7,64	17,63	15,03	14,39	20,50
4	2,64	6,53	8,85	11,88	9,40	16,78	14,15	12,27	17,49
5	2,87	7,24	9,68	10,88	8,65	17,38	14,38	11,86	16,89
6	3,12	7,91	10,54	11,05	8,77	17,21	14,35	11,16	15,89

Tabela 08B: Sistema 08 U=2,23 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	1,96	2,87	6,58	8,52	6,89	17,09	14,82	16,19	23,07
2	2,23	5,54	7,48	9,45	7,60	17,54	14,98	14,51	20,67
3	2,27	5,68	7,64	9,27	7,45	17,01	14,61	14,88	21,19
4	2,26	5,64	7,59	9,34	7,51	17,41	14,88	14,59	20,79
5	2,52	6,29	8,45	10,11	8,08	17,11	14,55	13,56	19,32
6	2,45	6,14	8,24	9,63	7,72	17,14	14,62	14,05	20,02

Tabela 09A: Sistema 09 U=1,07 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	0,14	0,33	0,46	0,81	0,90	7,06	9,10	33,49	47,71
2	0,18	0,37	0,61	2,61	2,38	12,32	12,55	28,44	40,52
3	1,45	3,50	4,83	8,07	6,56	16,49	14,60	18,35	26,14
4	2,36	5,84	7,94	10,98	8,73	16,85	14,35	13,59	19,36
5	2,52	6,24	8,44	11,11	8,82	16,76	14,23	13,15	18,74
6	2,76	6,91	9,28	11,05	8,76	16,37	13,89	12,78	18,21

Tabela 09B: Sistema 09 U=2,20 m/s

Camadas	C ₁ (%)	C ₂ (%)	C ₃ (%)	C ₄ (%)	C ₅ (%)	C ₆ (%)	C ₇ (%)	C ₈ (%)	C ₉ (%)
1	1,38	3,41	4,65	6,75	5,51	14,23	13,18	20,99	29,90
2	1,67	4,10	5,55	7,40	5,99	14,30	13,09	19,76	28,15
3	1,58	3,87	5,26	7,14	5,79	13,78	12,78	20,54	29,26
4	1,61	3,95	5,37	7,44	6,02	14,19	13,03	19,95	28,43
5	1,54	3,80	5,17	7,30	5,92	14,16	13,03	20,24	28,84
6	1,76	4,35	5,89	7,82	6,31	14,40	13,10	19,13	27,25

Apêndice B

Métodos Numéricos

Um método numérico para resolver um problema de valor inicial é um processo que dá soluções aproximadas em pontos particulares utilizando somente as operações básicas, e cálculos de função.

Foram utilizados, para obter a solução das equações representativas para cada modelos, os seguintes métodos numéricos: método da Bissecção para resolver um sistema de equação não-lineares, e o método de Runge-Kutta para resolver equações diferenciais.

A - Método da Bissecção

Quando é conhecido um intervalo de resposta de uma equação, é possível encontrar a raiz desta através da aproximação dos extremos deste intervalo, usando sucessivas divisão de $[a, b]$ ao meio.

Seja uma função $f(x)$ contínua num intervalo definido $[a,b]$, tal que o produto dos valores da função em a e b seja menor que zero. Ou seja:

$$f(x) \text{ em } [a, b]$$

$$f(a).f(b) < 0$$

para todo $n=0,1,2,...n$ de forma que $x = \frac{a_n + b_n}{2}$

Considerando este intervalo:

- se $f(a_n).f(x) < 0$, toma-se
$$\begin{aligned} a_{n+1} &= x \\ b_{n+1} &= b_n \end{aligned}$$

Então $f(x)$ tem uma raiz no intervalo definido $[a_{n+1}, b_{n+1}]$.

B - Método de Runge-Kutta

O método de Runge-Kutta de n ordem é, dentre os métodos numéricos, o mais utilizado por não exigir cálculos de derivadas, mas são complicados pois calculam o valor da função em vários pontos. Como curiosidade, o método de Runge-Kutta de primeira e segunda ordem, são conhecidos como os métodos de Euler e método de Heun, respectivamente.

Os métodos de Runge-Kutta podem ser utilizados para obter uma solução diferencial, mas esses métodos são mais complicados do que os métodos de simples de predição-correção, como a combinação dos métodos de Nystrom e Trapezoidal. Em contrapartida, esses últimos exigem valores de partida que, por sua vez, podem ser obtidos pelos métodos de Runge-Kutta.

Métodos de Runge-Kutta de Terceira e Quarta Ordem

Defini-se as equações para o Runge-Kutta de terceira e quarta ordem, da seguinte forma:

- R-K Terceira Ordem

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

onde $k_1 = hf(x_n, y_n)$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + h, y_n - k_1 + k_2\right)$$

- R-K de Quarta Ordem

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

onde $k_1 = hf(x_n, y_n)$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = hf\left(x_n + h, y_n + k_3\right)$$

Ao utilizar-se as equações características de cada método, primeiro se calculam as diversas constantes k 's; em seguida determina-se a função y_{n+1} . E como cada k depende de x_n e y_n , deve ser calculado definidamente para cada n .

Apêndice C

Tabelas dos erros relativos absolutos médios (E_r) e desvios padrão médios (δ) para os fenômenos de segregação e mistura obtidos através dos modelos de Gibilaro e Rowe (1974) e Abanades (1994).

Sistema	Modelo	Fenômeno de Segregação		Fenômeno de Mistura	
		E_r	δ	E_r	δ
1	2º Caso de Gibilaro e Rowe	81,17%	0,1357	55,29%	0,1472
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	01,07%	0,0199	29,36%	0,1740
	Abanades et al.	02,85%	0,0416	10,22%	0,1239
2	2º Caso de Gibilaro e Rowe	05,09%	0,0280	02,87%	0,0547
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	47,35%	0,0549	19,87%	0,0672
	Abanades et al.	53,34%	0,0578	22,24%	0,0725
3	2º Caso de Gibilaro e Rowe	09,05%	0,0656	05,29%	0,0374
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	17,66%	0,0726	18,96%	0,0468
	Abanades et al.	10,73%	0,0656	25,88%	0,0553
4	2º Caso de Gibilaro e Rowe	43,26%	0,1239	11,66%	0,0245
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	25,68%	0,1081	23,61%	0,0300
	Abanades et al.	33,62%	0,1046	28,76%	0,0371
5	2º Caso de Gibilaro e Rowe	49,02%	0,1964	46,52%	0,1802
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	38,79%	0,1315	49,09%	0,1939
	Abanades et al.	29,66%	0,1255	51,94%	0,2166
6	2º Caso de Gibilaro e Rowe	39,73%	0,0393	33,91%	0,0387
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	20,49%	0,0159	35,42%	0,0388
	Abanades et al.	14,28%	0,0245	48,56%	0,0547
7	2º Caso de Gibilaro e Rowe	146,59%	0,0301	00,25%	0,0149
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	78,72%	0,0274	05,84%	0,0139
	Abanades et al.	45,69%	0,0244	19,41%	0,0175
8	2º Caso de Gibilaro e Rowe	68,07%	0,0735	03,43%	0,0637
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	04,65%	0,0118	21,96%	0,0832
	Abanades et al.	03,85%	0,0307	25,50%	0,0918
9	2º Caso de Gibilaro e Rowe	24,18%	0,1105	23,55%	0,1032
	3º Caso de Gibilaro e Rowe	49,59%	0,0770	26,60%	0,1349
	Abanades et al.	58,84%	0,0889	19,95%	0,1166

Referências bibliográficas

- ABANADES, J. C., KELLY, S. and REED, R. P., A mathematical model for segregation of limestone-coal mixtures in slugging fluidised beds. Chemical Engineering Science, 1994 v 49 n 23 3943-3953.
- BALEATO, Z. Analyses des phénomènes de mélange et de ségrégation de deux populations différentes de particules solides dans un lit fluidisé par un gaz, Tese de Doutorado, 1986, França.
- BASESME, E. A. and LEVY, E. K., Solids exchange between the bubble wake and the emulsion phase in a two-dimensional gas-fluidized bed, Powder Technology, 1992 v 72 45-50
- BILBAO, R., LEZAUN, J., MENÉNDEZ, M. and ABANADES, J. C., Model of mixing-segregation for straw/sand mixtures in fluidized beds, Powder Technology, 1988 v 56 149 - 155.
- BILBAO, R., LEZAUN, J., MENÉNDEZ, M. and IZQUIERDO, M. T., Segregation of straw/sand mixtures in fluidized bed in non-steady state, Powder Technology, 1991 v 68 31-35.
- CANADA, G. S., Mc LAUGHLIN, M. H. and STAUB, F. N., Large particle fluidization and heat transfer at high pressures, AIChE Symp. Ser., 1978 v 74 n 176 27-37.
- CATIPOVIC, N. M., JOVANOVIC, G. N. and FITZGERALD, T. J., Regimes of fluidization for large particles, AIChE Journal, 1978 v 24 n 3 543-547.
- CHEUNG, L., NIENOW, A. W. and ROWE, P. N., Minimum fluidisation velocity of a binary mixture of different sized particles. Chemical Engineering Science, 1974 v 29 1301-1303.
- CHIBA, S., CHIBA, T., NIENOW, A. W. and KOBAYASHI, H., The minimum fluidisation velocity, bed expansion and pressure-drop profile of binary particles mixtures, Powder Technology, 1979 v 22 255 - 269.
- CHYANG, C., KUO, C. and CHEM, M., Minimum fluidization velocity of binary mixtures, The Can. J. of Chem. Eng., 1989 v 67 n4 344 - 347.
- CRANFIELD, R. R., and GELDART, D., Large particle fluidisation, Chemical Engineering Science, 1974 v 29 915-947.
- CRANK, J., The mathematics of diffusion, Clarendon Press, Oxford, 1975 2nd ed., apud in BALEATO, Z. Analyses des phénomènes de mélange et de ségrégation de deux

- populations differentes de particules solides dans un lit fluidisé par un gaz, Tese de Doutorado, 1986 França.
- DARTON, R. C., LANAUZE, R. D., DAVIDSON, J. F. and HARRISON, D., Bubble growth due to coalescence in fluidised beds. Trans I. Chem. E., 1977 v 55 274-280.
- DAVIDSON, J. F. and SCHULER B. O. G., Trans. Inst. Chem. Engng 1960 v 38 335. apud in NAIMER, N. S., CHIBA, T. and NIENOW, A. W.; Parameter estimation for a solids mixing/segregation model for gas fluidized beds, Chemical Engineering Science, 1982 v 37 n 7 1047 - 1057.
- FORMISANI, B., Packing and fluidization properties of binary mixtures of spherical particles, Powder Technology, 1991 v 66 259 - 264.
- GELDART, D. Gas Fluidization Technology 1986 John Wiley & Sons, Ltd..
- GIBILARO, L. G. and ROWE, P. N., A model for a segregating gas fluidised bed. Chem. Eng. Science, 1974 v 29 1403-1412.
- HOFFMANN, A. C., JANSSEN, L. P. B. M. and PRINS, J.. Particle segregation in fluidised binary mixtures. Chemical Engineering Science, 1993 v 48 n 9 1583-1592.
- HOWARD, J. R., Fluidized bed technology: Principles and Applications, 1989.
- KATO, K. and WEN, C. Y., Chemical Engineering Science. 1969 v 24 1351. Apud in NAIMER, N. S., CHIBA, T. and NIENOW, A. W.; Parameter estimation for a solids mixing/segregation model for gas fluidized beds, Chemical Engineering Science, 1982 v 37 n 7 1047 - 1057.
- KECECIOGLU, I., YANG, W., KEAIRNS, D. L., Fate of solids fed pneumatically through a jet into a fluidized bed, AIChE Journal, 1984 v 30 n 1 99-110.
- KUNII, D. and LEVENSPIEL, O., Fluidization Engineering, 1969 John Wiley & Sons, Inc.
- LEWIS, W. K., GILLILAND, E. R. and BAUER, W. C., Characteristics of fluidized particles, Ind. Eng. Chem., 1949 v 41 n 6 1104 - 1117.
- MARUYAMA, T. and KOYANAGI, T.. Slugging fluidized beds in tapered vessels. The Chemical Engineering Journal, 1993 v 52 99-103.
- MASSARANI, G., Problemas em sistemas particulados, 1ª ed., Edgard Blucher Ltda, São Paulo (1984).
- MATSEN, J. M., Evidence of maximum stable bubble size in a fluidized bed. AIChE Symposium Series, 1972 v 69 n 128 30-33.
- MAY, W. G., Fluidized-bed reactor studies. Chem. Eng. Progress, 1959 v 55 n 12 49-56.

- NAIMER, N. S., CHIBA, T. and NIENOW, A. W.; Parameter estimation for a solids mixing/segregation model for gas fluidised beds, Chemical Engineering Science, 1982 v 37 n 7 1047-1057.
- NICKLIN, D. J., Chem. Engng Sci. 1962 v 17 693. apud in NAIMER, N. S., CHIBA, T. and NIENOW, A. W.; Parameter estimation for a solids mixing/segregation model for gas fluidized beds, Chemical Engineering Science, 1982 v 37 n 7 1047 - 1057.
- NIENOW, A. W., ROWE, P. N. and CHIBA, T.. Mixing and segregation of a small proportion of large particles in gas fluidized beds of considerably smaller ones, AIChE Symposium Series, 1978 v 74 n 176 45-53.
- NOORDERGRAAF, I. W., VAN DIJK, A. and VAN DEN BLEEK, C. M., Fluidization and slugging in large-particle systems, Powder Technology, 1987 v 52, 59-68.
- OBATA, E., WATANABE, H. and ENDO, N., Measurement of size and size distribution of particles by fluidization, J. Chem. Eng. of Japan, 1982 vol. 15 n1 23-28.
- PELL, N., Handbook of powder technology , vol 8 - Gas Fluidization, Elsevier Science Publishers B. V., New York 1990
- ROWE, P. N. and NIENOW, A. W.. Particle mixing and segregation in gas fluidised beds. A review*. Powder Technology, 1976 v 15 141-147.
- ROWE, P. N., NIENOW, A. W. and CHIBA, T.. Mixing and segregation of a small proportion of large particles in gas fluidized beds of considerably smaller ones, AIChE Symposium Series, 1978 45-53.
- ROWE, P. N., PARTRIDGE, B. A., CHENEY, A. G., HENWOOD, G. A. and LYALL, E., The mechanisms of solids mixing in fluidised beds. Trans. Instn. Chem. Engrs., 1965 v 43 T271-T286.
- ROWE, P. N.; NIENOW, A. W. and AGBIM, A. J.. A preliminary quantitative study of particle segregation in gas fluidised beds - Binary systems of near spherical particles. Trans. Instn. Chem. Engrs., 1972 v 50 324-333.
- ROWE, P. N. and NIENOW, A. W., Minimum fluidisation velocity of multi-component particle mixtures, Chemical Engineering Science, 1975 v 30 1365-1369.
- SCIAZKO, M. and BANDROWSKI, J., Effect of pressure on the minimum bubbling velocity of polydisperse materials, Chemical Engineering Science. 1985 v 40 n 10 1861-1869
- TANNOUS, K. Contribution a l'étude hydrodynamique des lits fluidisés de grosses particules, Tese de Doutorado 1993 França
- THONGLIMP, V., Contribution à l'étude hydrodynamique des couches fluidisées par le gaz - vitesse minimale de fluidisation et expansion, Tese de Doutorado 1986 França

- YATES, J. G., Fundamentals of fluidized-bed chemical process, 1983, London Butterworths.
- ZENZ, F. and OTHMER, D., 1960, Fluidization and fluid particle systems. Wiley, New York. apud in KUNII, D. and LEVENSPIEL, O., Fluidization Engineering, 1969 John Wiley & Sons, Inc.

ABSTRACT

Mathematical Analysis of the Segregation and mixing phenomenon of particles in polydispersed systems of different sizes in gas fluidized bed

Keywords: gas fluidized bed, large polydispersed particles, modeling.

This work concerns the mathematical analysis about particles segregation and mixing phenomena of polydispersed particles, that belong to B and D groups of Geldart's Classification, in gas fluidized bed. The experimental systems was constituted of different sizes of particles and different dispersion indexes. In this case, mathematical models from literature have been applied to describe the attainment of the concentration imergibles profiles in the steady state, to binary systems. The models tested presented a reasonable agreement with experimental profiles. A new model was proposed based in the Gibilaro and Rowe (1974) and Abanades et al. (1994) models. In this new model, it was analyzed the influence of classical parameters (circulation, segregation and exchange of solids among the phases of bed), that describe segregation and mixing phenomena, taking in a count slugging fluidized bed. The imergible solid concentration profiles present a good agreement with the experimental profiles. The segregation phenomenon presented better results about it representation than mixing phenomenon.