



**UNICAMP**

WESLEY HELENO PRIETO

**APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAOS EM UM LEITO FLUIDIZADO  
UTILIZANDO-SE PARTÍCULAS A, B E D DA CLASSIFICAÇÃO  
GELDART**

CAMPINAS  
2014





UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

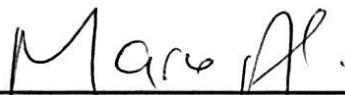
WESLEY HELENO PRIETO

**APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAOS EM UM LEITO FLUIDIZADO  
UTILIZANDO-SE PARTÍCULAS A, B E D DA CLASSIFICAÇÃO  
GELDART**

**Orientador:** Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

**ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO  
ALUNO WESLEY HELENO PRIETO E ORIENTADA  
PELO PROF. DR. MARCO AURÉLIO CREMASCO**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

CAMPINAS  
2014

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

P933a Prieto, Wesley Heleno, 1988-  
Aplicação da teoria do caos em um leito fluidizado utilizando-se partículas A, B e D da classificação geldart / Wesley Heleno Prieto. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Marco Aurélio Cremasco.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Caos determinístico. 2. Fluidização. 3. Processamento de sinais. 4. Caracterização. I. Cremasco, Marco Aurélio, 1962-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Application of chaos theory in a fluidized bed with particles A, B and D of the geldart classification

**Palavras-chave em inglês:**

Deterministic chaos

Fluidization

Signal processing

Characterization

**Área de concentração:** Engenharia de Processos

**Titulação:** Mestre em Engenharia Química

**Banca examinadora:**

Marco Aurélio Cremasco [Orientador]

Luis Alexandre Pedro de Freitas

Guilherme José de Castilho

**Data de defesa:** 02-10-2014

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Química

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA - FEQ  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA (DEPro)

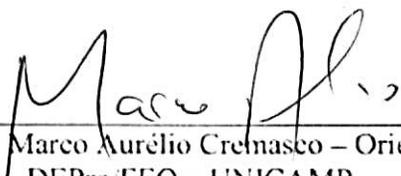
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAOS EM UM LEITO FLUIDIZADO  
UTILIZANDO-SE PARTÍCULAS A, B E D DA CLASSIFICAÇÃO  
GELDART**

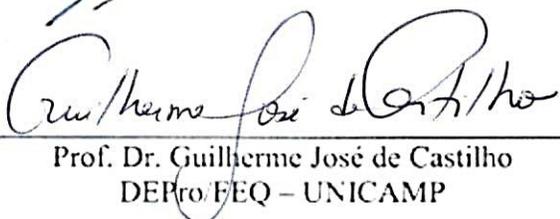
**Autor:** Wesley Heleno Prieto

**Orientador:** Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco – Orientador  
DEPro/FEQ – UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Luís Alexandre Pedro de Freitas  
DEF/FCFRP – USP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Guilherme José de Castilho  
DEPro/FEQ – UNICAMP

Campinas, 02 de outubro de 2014.



*Aos meus pais, irmão e avós que me deram primordial apoio para me tornar o que sou hoje, cujo amor incondicional se constitui as bases de minha existência, o elemento principal desta marcha ao encontro dos meus sonhos.*



## AGRADECIMENTOS

---

A realização de sonhos e a consolidação de objetivos nunca são logros de uma única pessoa e só são atingidas mediante o apoio daqueles que se orgulham de nossas conquistas e que vibram com nossas vitórias. Os agradecimentos são direcionados àqueles que ao longo destes anos serviram de encorajamento, que se edificaram como torres protetoras em minha vida, aqueles que se dedicaram em ensinar e repreender.

Aos meus preciosos *pais*, cuja minha concepção já motiva agradecimentos, que fielmente participaram desta ascensão, não como meros espectadores, mas como ativos arquitetos zelando e encaminhando sua arte.

Aos queridos *mestres*, que ao longo desta jornada me conduziram pelas complexas e maravilhosas veredas da engenharia.

A Prof. Dra. *Katia Tannous*, que durante a execução de meu estágio docente ministrou fundamentais contribuições e conselhos à minha vida profissional.

Ao colega de laboratório *Helder Lima de Moura*, cuja parceria foi de essencial na resolução do modelo matemático.

Ao muito estimado orientador *Prof. Dr. Marco Aurélio Cremasco*, que com sua sabedoria e paciência me conduziu maestrinamente à compreensão e execução desta tarefa. Seus vitais ensinamentos, que muitas vezes transcendem o campo acadêmico, serão lembrados e aplicados em toda minha vida.

A *Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas* que me forneceu todo subsídio necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

A *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)* pelo apoio financeiro.



*O conhecimento torna a alma jovem e diminui a amargura da velhice. Colhe, pois, a sabedoria. Armazena suavidade para o amanhã.*

*Leonardo da Vinci*



## RESUMO

---

A complexa dinâmica dos leitos fluidizados promove a necessidade de metodologias de análise de sinais que representem, com maior fidelidade, as características destes processos e também de técnicas de solução computacional de modelos matemáticos complexos para promover a implementação de novas ferramentas teóricas na caracterização de regimes fluidodinâmicos em sistemas particulados. Nas últimas décadas, a análise do caos se tornou grande aliada na investigação dos fenômenos cuja evolução temporal, aperiódica e sensível às condições iniciais, exiba determinismo. Neste sentido, o presente trabalho emprega a técnica de análise de caos para avaliar as grandezas entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação associadas às flutuações de pressão em leito fluidizado (0,1 m de diâmetro) para partículas de FCC, painço e microesferas de vidro Geldart A, B e D. Esta Dissertação também se propõe a resolver um modelo matemático representativo da fluidodinâmica gás-partícula e dele abstrair séries temporais de perda de pressão para, posteriormente, serem submetidas à análise do caos determinístico e comparação com os resultados experimentais. Na etapa laboratorial, foram utilizados transdutores diferenciais de pressão a taxas de 1.000 Hz. O gás de fluidização foi ar ambiente a 25 °C. Para a solução do modelo foi utilizado o método clássico de Euler implementado no software *MatLab R2012b*. Dos resultados da primeira etapa, observou-se a presença de regiões típicas em todos os perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação, sendo que para a condição de fluidização incipiente os valores dos invariantes foram máximos, logo em seguida evoluindo para uma condição de transição e estabilizando em uma situação menos caótica para o regime pistonado. As curvas de fluidização obtidas pela resolução do modelo demonstraram superestimação da perda de pressão, porém, em termos de perfil, houve reprodutibilidade em relação às curvas experimentais. No que tange à análise caótica, os mesmos fenômenos foram notados para as séries temporais simuladas, constatando-se, a presença das regiões de transição do leito fixo-incipiência-transição-pistonado. De modo geral, torna-se evidente a relação entre parâmetros caóticos e as características físicas dos sistemas (experimentais e simulados), corroborando os invariantes do caos como auxiliares na classificação dos regimes de fluidização.

**Palavras-chave:** *caos determinístico, fluidização, processamento de sinais, caracterização.*



## ABSTRACT

---

The complex dynamics of fluidized beds promotes the requirement of signals analysis methodologies that faithfully represent the characteristics of these processes and also techniques of computational solution of complex mathematical models to promote the implementation of new theoretical methods for characterizing fluid dynamic regimes in particulate systems. In recent decades, the analysis of chaos has become an important tool in the investigation of phenomena whose temporal evolution, aperiodic and sensitive to initial conditions, show determinism. In this regard, the present study employing the chaos analysis technique to evaluate the invariants Kolmogorov entropy and correlation dimension associated with the pressure fluctuations in the fluidized bed (0.1 m diameter) for particles of FCC, millet and glass microspheres (Geldart A, B and D). This work also proposes to solve a representative mathematical model of gas-particle fluid dynamics to obtain pressure time series to be submitted to the deterministic chaos analysis and compared with experimental results. In the experimental stage, differential pressure transducers at rates of 1,000 Hz were used. Fluidizing gas is ambient air at 25 °C. For the solution of the model the classical Euler method was used implemented in *Matlab R2012b* software. Through the results of the first step, the presence of typical regions were observed in all profiles of Kolmogorov entropy and correlation dimension, being for the condition of incipient fluidization the values of the chaotic invariants were maximum, shortly thereafter progressing to a transition condition and stabilizing in a less chaotic situation for the slugging regime. Fluidization curves obtained by solving of the mathematical model showed overestimation of pressure loss, however, in terms of profile, there was reproducibility as compared to the experimental curves. Referring to the chaotic analysis, the same phenomena were observed for the simulated time series, the presence of transition regions of fixed-bed-incipient-transition-slugging was observed. Generally, it is clear the relationship between chaotic parameters and physical characteristics of the systems (experimental and simulated), supporting the chaotic invariants as aids in classifying fluidization regimes.

**Keywords:** *deterministic chaos, fluidization, signal processing, characterization.*



# SUMÁRIO

---

<b>RESUMO</b> .....	xiii
<b>ABSTRACT</b> .....	xv
<b>SUMÁRIO</b> .....	xvii
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	xxiii
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	xxix
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	01
1.1 OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO.....	03
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	06
2.1 SISTEMAS DINÂMICOS.....	06
2.2 INTRODUÇÃO À TEORIA DO CAOS.....	07
2.2.1 <i>Atratores Estranhos</i> .....	11
2.2.2 <i>Dimensões do Atrator</i> .....	16
2.2.3 <i>Entropia de Kolmogorov</i> .....	18
2.2.4 <i>Expoentes de Lyapunov</i> .....	20
2.3 FLUIDIZAÇÃO.....	22
2.3.1 <i>Fluidização Gás-Partícula</i> .....	23
2.4 METODOLOGIAS CONVENCIONAIS APLICADAS À ANÁLISE DE SINAIS DE PRESSÃO EM LEITOS FLUIDIZADOS.....	26
2.5 ANÁLISE DE CAOS APLICADA A FLUIDIZAÇÃO.....	29
2.5.1 <i>Modelo Fluidodinâmico da Oscilação de Partículas em Leito Raso</i> .....	32



2.5.2 <i>Teoria do Caos Aplicada a Sinais Experimentais</i> .....	45
2.6 <i>SOFTWARES DE RECONSTRUÇÃO DE ATRADORES E CÁLCULO DOS INVARIANTES CAÓTICOS</i> .....	50
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	52
3.1 MATERIAIS.....	52
3.2 EQUIPAMENTOS.....	53
3.3 AQUISIÇÃO DOS DADOS.....	58
3.4 METODOLOGIA.....	59
3.5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO FLUIDODINÂMICO DA OSCILAÇÃO DE PARTÍCULAS EM LEITO RASO.....	63
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	66
4.1 CARACTERIZAÇÃO DE REGIMES FLUIDIZADOS PARA PARTÍCULAS DOS GRUPOS A (FCC) E D (PAINÇO) DE GELDART.....	66
4.1.1 <i>Curvas de Fluidização</i> .....	67
4.1.2 <i>Viabilidade da Aplicação da Teoria do Caos na Identificação dos Regimes Fluidodinâmicos</i> .....	70
4.2 CARACTERIZAÇÃO DE REGIMES FLUIDIZADOS PARA PARTÍCULAS DE MICROESFERAS DE VIDRO DOS GRUPOS A, B E D DA CLASSIFICAÇÃO DE GELDART.....	77
4.2.1 <i>Ensaio Fluidodinâmicos</i> .....	78
4.2.2 <i>Determinação da Dimensão de Imersão</i> .....	83
4.2.3 <i>Aplicação da Teoria Caótica Determinista na Identificação dos Regimes Fluidodinâmicos para Partículas A, B e D de Geldart</i> .....	85
4.3 MODELO FLUIDODINÂMICO.....	96
4.3.1 <i>Validação do Modelo Fluidodinâmico</i> .....	97



4.3.2 <i>Aplicação do Modelo Fluidodinâmico na Descrição da Fluidização Gás-Partícula e Aplicação da Teoria Caótica às Séries Simuladas</i> .....	99
4.4 COMPARAÇÃO DOS SOFTWARES <i>RRCHAOS</i> E <i>BRCHAOS</i> .....	107
<b>CAPÍTULO V</b>	
<b>CONCLUSÕES</b> .....	112
<i>Sugestões para Trabalhos Futuros</i> .....	115
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	116



## LISTA DE FIGURAS

---

<b>Figura 2.1</b> – <i>Formação dos rolos de convecção</i> .....	10
<b>Figura 2.2</b> – <i>Procedimento para obtenção de um atrator a partir de um fenômeno físico</i> .....	12
<b>Figura 2.3</b> – <i>Série temporal obtida a partir do modelo de Lorenz</i> .....	13
<b>Figura 2.4</b> – <i>Atrator de Lorenz</i> .....	13
<b>Figura 2.5</b> – <i>Representação da reconstrução bidimensional de um atrator de um sistema dinâmico a partir de uma série temporal (adaptado de van den Bleeke Schouten, 1993b)</i> .....	15
<b>Figura 2.6</b> – <i>Regimes de fluidização gás-partícula (adaptado de Kunii e Levenspiel, 1991)</i> ...	24
<b>Figura 2.7</b> – <i>Classificação de Geldart (Geldart, 1973)</i> .....	25
<b>Figura 2.8</b> – <i>Aplicação da transformada de Fourier a uma série temporal de pressão (adaptado de Felipe e Rocha, 2004)</i> .....	28
<b>Figura 2.9</b> – <i>Espectro de frequências para variação de pressão entre dois pontos de um leito fluidizado (adaptado de Felipe e Rocha, 2004)</i> .....	29
<b>Figura 2.10</b> – <i>Metodologia da análise caótica</i> .....	32
<b>Figura 2.11</b> – <i>Esquema da distribuição vertical das partículas (adaptado de Broadhurst, 1986)</i> .....	33
<b>Figura 2.12</b> – <i>Variação de pressão como função da velocidade do gás, <math>U_{mf} = 0,096</math> m/s (Sierra et al., 2006)</i> .....	36
<b>Figura 2.13</b> – <i>Série temporal da variação de porosidade do leito (van den Bleek e Schouten, 1993a)</i> .....	38
<b>Figura 2.14</b> – <i>Variação dos atratores com a velocidade superficial do gás (van den Bleek e Schouten, 1993b)</i> .....	39
<b>Figura 2.15</b> – <i>Seção do atrator em um espaço de fases gerado para o modelo fluidodinâmico (2.000 pontos, velocidade superficial do gás de 0,30 m/s) (van den Bleek e Schouten, 1993b)</i> .....	39
<b>Figura 2.16</b> – <i>Comparativo dos perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para dados teóricos e experimentais (van den Bleek e Schouten, 1993b)</i> .....	40
<b>Figura 2.17</b> – <i>Série temporal para fluidização (Cremasco, 2013)</i> .....	43
<b>Figura 2.18</b> – <i>Atrator estranho (Cremasco, 2013)</i> .....	43
<b>Figura 2.19</b> – <i>Efeito de parâmetros de controle na entropia de Kolmogorov (Cremasco, 2013)</i> .....	44



<b>Figura 2.20</b> – <i>Variação dos atratores com a velocidade superficial do gás (<math>u_0</math>) (Daw et al., 1990)</i> .....	45
<b>Figura 2.21</b> – <i>Leito de jorro cônico: (a) Séries temporais e (b) Atratores (Santos et al., 2011)</i> .....	47
<b>Figura 2.22</b> – <i>Distribuição de entropia de Kolmogorov com o aumento do fluxo de ar próximo ao centro do leito (Santos 42 et al., 2011)</i> .....	47
<b>Figura 2.23</b> – <i>Perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação associadas às características de cada região de fluidização (Castilho et al. 2009)</i> .....	48
<b>Figura 2.24</b> – <i>Variação da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação na direção radial obtidos para a entrada das seções riser e downer de um LFC (Castilho e Cremasco, 2012)</i> .....	49
<b>Figura 3.1</b> – <i>Unidade experimental de fluidização</i> .....	54
<b>Figura 3.2</b> – <i>Configuração da placa de orifício e do ciclone</i> .....	56
<b>Figura 3.3</b> – <i>Interface de aquisição de dados desenvolvida no software LabView 7.1<sup>TM</sup></i> .....	59
<b>Figura 3.4</b> – <i>Fluxograma da metodologia experimental e de análise dos dados</i> .....	61
<b>Figura 3.5</b> – <i>Curva de queda de pressão do distribuidor com a velocidade do gás</i> .....	62
<b>Figura 4.1</b> – <i>Curva de fluidização do painço</i> .....	67
<b>Figura 4.2</b> – <i>Curva de fluidização do FCC</i> .....	68
<b>Figura 4.3</b> – <i>Pontos de transição da mínima fluidização, regime borbulhante e pistonado para partícula de FCC</i> .....	69
<b>Figura 4.4</b> – <i>Exemplos do procedimento do cálculo da convergência da dimensão de correlação para fluidização de FCC e painço</i> .....	71
<b>Figura 4.5</b> – <i>Atratores gerados para diferentes velocidades do gás - painço</i> .....	72
<b>Figura 4.6</b> – <i>Atratores gerados para diferentes velocidades do gás – FCC</i> .....	73
<b>Figura 4.7</b> – <i>Variação da entropia de Kolmogorov com o aumento da velocidade do gás (painço)</i> .....	74
<b>Figura 4.8</b> – <i>Variação da entropia de Kolmogorov com o aumento da velocidade do gás (FCC)</i> .....	75
<b>Figura 4.9</b> – <i>Variação da dimensão de correlação com o aumento da velocidade do gás (painço)</i> .....	76
<b>Figura 4.10</b> – <i>Variação da dimensão de correlação com o aumento da velocidade do gás (FCC)</i> .....	76



<b>Figura 4.11</b> – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo A de Geldart – (a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg.....	79
<b>Figura 4.12</b> – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo B de Geldart – (a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg.....	81
<b>Figura 4.13</b> – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo D de Geldart – (a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg.....	82
<b>Figura 4.14</b> – Exemplos do procedimento do cálculo da convergência da dimensão de correlação para fluidização de microesferas de vidro pertencentes aos grupos Grupo A, B e D de Geldart com carregamento de 0,8 kg.....	84
<b>Figura 4.15</b> – Atratores gerados para partículas de microesferas de vidro A, B e D de Geldart com carregamento de 0,4 e 0,8 kg.....	86
<b>Figura 4.16</b> – Variação da entropia de Kolmogorov para microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart – (I): Microesferas A – 0,4 kg; (II) Microesferas A – 0,8 kg; (III) Microesferas B – 0,4 kg; (IV) Microesferas B – 0,8 kg; (V) Microesferas D – 0,4 kg; (VI) Microesferas D – 0,8 kg.....	88
<b>Figura 4.17</b> – Variação da dimensão de correlação para microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart – (I): Microesferas A – 0,4 kg; (II) Microesferas A – 0,8 kg; (III) Microesferas B – 0,4 kg; (IV) Microesferas B – 0,8 kg; (V) Microesferas D – 0,4 kg; (VI) Microesferas D – 0,8 kg.....	91
<b>Figura 4.18</b> – Séries temporais teóricas da variação de porosidade de partículas de poliestireno.....	97
<b>Figura 4.19</b> – Curvas de fluidização teórica e experimental para o FCC (a) e para as microesferas de vidro Geldart A (b), B (c) e D (d).....	99
<b>Figura 4.20</b> – Atratores gerados para partículas de FCC e microesferas de vidro A, B e D de Geldart nas condições de mínima fluidização.....	102
<b>Figura 4.21</b> – Variação da entropia de Kolmogorov com a velocidade do gás para as partículas de microesferas de vidro Geldart A (b), B (c) e D (d) com carregamento de 0,8 kg (séries simuladas).....	104
<b>Figura 4.22</b> – Variação da dimensão de correlação com a velocidade do gás para as partículas de microesferas de vidro Geldart A (b), B (c) e D (d) com carregamento de 0,8 kg (séries simuladas).....	105
<b>Figura 4.23</b> – Comparativo dos atratores reconstruídos pelos softwares BRChaos e RRChaos.....	108

---

## LISTA DE TABELAS

---

<b>Tabela 2.1</b> – <i>Expoentes de Lyapunov característicos a cada tipo de atrator.....</i>	21
<b>Tabela 2.2</b> – <i>Aplicação da análise de caos na engenharia de processos (adaptado de Castilho, 2011).....</i>	29
<b>Tabela 2.3</b> – <i>Propriedades do sistema gás-partícula utilizado (van den Bleek e Schouten, 1993b).....</i>	38
<b>Tabela 2.4</b> – <i>Influência da variação de 10% da velocidade superficial do gás e do diâmetro da partícula na entropia de Kolmogorov (van den Bleek e Schouten (1993a)).....</i>	41
<b>Tabela 2.5</b> – <i>Parâmetros de controle (Cremasco, 2013).....</i>	42
<b>Tabela 2.6</b> – <i>Alguns softwares disponíveis para o cálculo dos parâmetros caóticos (Moura, 2013).....</i>	50
<b>Tabela 3.1</b> – <i>Resultados das análises de propriedades físicas dos materiais particulados.....</i>	53
<b>Tabela 3.2</b> – <i>Relação dos materiais e das massas carregadas na coluna de fluidização em cada etapa do trabalho.....</i>	60
<b>Tabela 4.1</b> – <i>Comparativo entre todos os processos envolvendo as microesferas de vidro.....</i>	83
<b>Tabela 4.2</b> – <i>Comparativo dos valores entropia de Kolmogorov nas regiões de transição dos regimes.....</i>	94
<b>Tabela 4.3</b> – <i>Comparativo dos valores entropia de dimensão de correlação nas regiões de transição.....</i>	95
<b>Tabela 4.4</b> – <i>Influência da variação de 10% da velocidade superficial do gás e do diâmetro da partícula na entropia de Kolmogorov (adaptado de van den Bleek e Schouten (1993a)).....</i>	98
<b>Tabela 4.5</b> – <i>Comparação entre as velocidades e queda de pressão da mínima fluidização para os dados experimentais e teóricos.....</i>	101
<b>Tabela 4.6</b> – <i>Comparativo das metodologias e tempo de execução dos softwares BRChaos e RRChaos.....</i>	108
<b>Tabela 4.7</b> – <i>Comparativo das entropias de Kolmogorov e dimensão de correlação calculadas pelos softwares BRChaos e RRChaos.....</i>	110



## CAPÍTULO I

---

### INTRODUÇÃO

O senso comum atribui ao caos o significado de desordem, porém sua definição precisa transcende a popular noção subjacente a que lhe foi atrelada. Deus primitivo o inicial originário, segundo Hesíodo, *Khaos* ( $\chi\alpha\epsilon\omicron\varsigma$ ) emerge como onipotente criador e dele descendem os pilares fundamentais do universo *Nyx* (Noite), *Erebos* (Escuridão), *Aither* (Luz), *Hemera* (Dia), *Gaea* (Terra) e *Ouranos* (Céu). Da antagonia existencial a *Eros*, cuja finalidade é a fusão dos elementos, surge a definição de Ovídio atribuindo amorfismo e confusão a *Khaos* (*Hesiod, 1971; Hesiode, 1972; Hesiodi, 1966*). Continuamente difundida, esta ideia estigmatizou a divindade e o vocábulo grego “*cosmos*” ( $\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\varsigma$ ) passou a antagonizar o conceito de *Khaos*.

A associação pioneira do termo caos a sistemas dinâmicos é mérito do pesquisador James York e seu doutorando Tien-Yien Li que, em 1975, publicaram o artigo “*Period three implies chaos*”, onde demonstram um sistema dinâmico discreto em que uma sequência  $\{y_i\}$  pode ser descrita pela interação contínua de uma dada função  $G$  tal que  $y_{i+1} = G(y_i)$  para todo  $i \in N$ . Esta sequência matemática pode ser aplicada para diferentes problemas como o fluxo de fluidos e o estudo da tendência de crescimento da população de insetos. Neste cenário, nasce a *Teoria do Caos* objetivando preencher a lacuna existente entre os sistemas periódicos, portanto determinísticos, e os aleatórios - estocásticos. São processos caóticos determinísticos aqueles que apresentam sensibilidade a pequenas perturbações, aperiodicidade e não linearidade (Savi, 2004), condições que perpetram incerteza na determinação de seu estado futuro (de Paula, 2010). A identificação destas características não é trivial, sendo necessário lançar mão de um conjunto de ferramentas matemáticas que permitam avaliar o grau de imprevisibilidade e complexidade do processo. Após a obtenção de uma série temporal reconstrói-se, em um espaço de fases, um atrator,

via de regra estranho, e de suas características topológicas abstrai-se a entropia de Kolmogorov e a dimensão de correlação, invariantes característicos que determinam o quão caótica é a série avaliada.

Após o início da década de 1960, quando Lorenz imputou determinismo caótico a um sistema de previsão meteorológica (Lorenz, 1963), foi que esta modalidade de análise de sinais passou a ser considerada para situações em que as metodologias convencionais (abordagem espectral, estatística, entre outras) não fossem apropriadas. No que tange o estudo de leitos fluidizados, Stringer (1989) tomou a dianteira em asseverar que a interação gás-partícula, inerentemente não linear, tratava-se de um fenômeno caótico regido por equações inteiramente determinísticas.

Os leitos fluidizados são aplicados para inúmeras finalidades, entre elas destacam-se secagem, mistura, sínteses catalíticas e não-catalíticas, granulação, recobrimento e muitas outras (Castilho, 2011; Cremasco, 2012). O princípio básico da fluidização é o movimento vertical e/ou circulatório de partículas sob ação de um escoamento ascendente. O grande interesse por esta tecnologia, justificado por sua ampla aplicação industrial, se iniciou na década de 1940 com o advento do craqueamento catalítico de petróleo (Zenz, 1997) e, a partir daí, uma série de propostas foram feitas intuindo o desenvolvimento de uma metodologia adequada para análise e dimensionamento deste tipo de sistemas.

Somente na década de 1990, com um grupo da Universidade Tecnológica de Delft na Holanda, é que o emprego da análise de caos em sistemas particulados passou a se concretizar, notando-se alguns periódicos com finalidade de identificar/estudar os diversos regimes fluidodinâmicos, controle e *scale-up* (van den Bleek *et al.*, 2002). Perfis característicos de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação foram atribuídos às transições das regiões de fluidização, sendo verificada maior imprevisibilidade no regime borbulhante, permitindo vislumbrar os invariantes da teoria do caos como auxiliares na caracterização de regimes de fluidização (van den Bleek e Schouten, 1993b).

Seguindo esta mesma tendência, o presente trabalho objetiva aplicar o caos determinístico a sinais, experimentais e teóricos, de variação de pressão total de um leito fluidizado gás-partícula, associando os invariantes caóticos às regiões fluidodinâmicas utilizando partículas A, B e D da classificação Geldart.

---

## 1.1 OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

---

O objetivo principal desta Dissertação é o de avaliar a fluidodinâmica de um leito fluidizado gás-partícula à luz da teoria do caos atribuindo, a cada um dos regimes de fluidização estudados, perfis característicos dos invariantes entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para partículas A, B e D da classificação Geldart. Os sinais analisados são obtidos por meio de experimentos e de um modelo matemático. Os ensaios são conduzidos em uma coluna de acrílico utilizando como gás fluidizante ar e como fase particulada FCC, painço e microesferas de vidro. No modelo matemático são inseridas as propriedades físicas das microesferas de vidro e do ar a temperatura de 25°C para permitir a comparação com as informações abstraídas na prática.

A variação de pressão total ao longo do leito é escolhida para a confecção das séries temporais, tanto experimentais quanto teóricas, e, posteriormente são reconstruídos os atratores, calculadas as entropias de Kolmogorov e as dimensões de correlação dos pontos das curvas de fluidização de cada processo.

Os sinais de pressão são obtidos por um transdutor diferencial de pressão posicionado de forma a capturar a variação de pressão total ao longo de toda a coluna. Em relação ao modelo fluidodinâmico, este é resolvido numericamente, pelo método de Euler, com condições de choque entre partículas e porosidade corroboradas em bibliografia. É importante deixar claro que é verificada a influência da massa carregada na coluna, do tipo de material particulado (FCC, painço e microesferas de vidro) e do diâmetro das partículas (microesferas de vidro Geldart A, B e D) nas características topológicas do atrator, na entropia de Kolmogorov e na dimensão de correlação.

Depois de validado o modelo teórico, com dados da literatura, as séries temporais e curvas de fluidização são confrontadas com aquelas obtidas experimentalmente e, de acordo com o descrito anteriormente, são avaliadas e comparadas segundo a teoria do caos.

A partir dos sinais de pressão, obtidos da solução do modelo fluidodinâmico e dos experimentos em leito fluidizado gás-partícula, são utilizados os seguintes procedimentos para se alcançar os objetivos desta Dissertação:

1. Obtenção das curvas fluidodinâmicas, experimentais, para as partículas de FCC, painço, e microesferas de vidro. Para as microesferas de vidro, construção das curvas de fluidização para três diâmetros de partícula diferentes (Geldart A, B e D) e duas massas de sólido carregadas na coluna, ou seja, seis curvas fluidização distintas.
2. Obtenção da curva de fluidização teórica, por meio de um modelo fluidodinâmico, para as microesferas de vidro e comparação das curvas características de fluidização experimentais com as teóricas.
3. Identificação das regiões características de fluidização para as curvas decorrentes dos itens 1 e 2.
4. Reconstrução dos atratores e cálculo dos invariantes caóticos, utilizando o código computacional *BRChaos* desenvolvido por Moura (2013), para as séries temporais relativas a cada ponto das curvas dos itens 1 e 2.
5. Reconstrução dos atratores e cálculo dos invariantes caóticos, utilizando o código computacional *RRChaos* desenvolvido por Schouten e van den Bleek (1992b), para as séries temporais relativas a alguns dos principais pontos das curvas fluidodinâmicas para as partículas de FCC e microesferas de vidro dos itens 1 e 2.
6. Comparação dos resultados de 4 com 5.

7. Associação dos parâmetros do item 4 com as respectivas regiões identificadas em 3.
8. Comparação entre os parâmetros caóticos obtidos, para cada região, da curva fluidodinâmica teórica com a experimental.
9. Verificação da influência do tipo de partícula (FCC e painço), do diâmetro (microesferas de vidro Geldart A, B e D) e da massa de material particulado carregada na coluna nos parâmetros caóticos e perfis de fluidização.

## CAPÍTULO II

---

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

*Neste capítulo são abordados os conceitos necessários para a compreensão do conteúdo deste trabalho. Na primeira parte são apresentados os principais aspectos da teoria de sistemas dinâmicos e da teoria do caos, definindo-se atratores, atratores estranhos, entropia de Kolmogorov e as dimensões de um atrator. Em seguida, apresenta-se uma revisão geral de trabalhos que utilizaram a teoria do caos no estudo de séries temporais, teóricas e experimentais, oriundas de processos fluidodinâmicos. As seções seguintes trazem alguns dos fundamentos da teoria clássica de fluidização.*

---

#### 2.1 SISTEMAS DINÂMICOS

---

A origem do conceito de sistemas dinâmicos está associada à teoria cinemática de Galileu (1564 – 1642) que descreveu o movimento de corpos, de diferentes massas, sob ação da gravidade em queda livre do topo da Torre de Pisa. A consolidação do que se conhece hoje como Teoria de Sistemas Dinâmicos é atribuída a Henri-Poincaré (1854 – 1912), que se utilizou da reconstrução de estruturas topológicas, em um espaço de fases, para explicar fenômenos associados à Mecânica Celeste (Ferrara e Prado, 1994).

Define-se um sistema dinâmico quando suas grandezas características apresentam variação determinística no tempo, demonstrando existir interações temporais de, por exemplo, causa e efeito entre os elementos constituintes deste conjunto. Podem ser classificados de diversas formas, quanto à variável temporal (contínuo ou discreto), ao tipo do modelo (linear ou não linear), em relação aos parâmetros do modelo (fixos ou temporais) e quanto à memória (instantâneo ou dinâmico). Nesta Dissertação será utilizada a definição quanto ao tipo de modelo, a saber:

- Linear: são válidos os princípios da aditividade e da proporcionalidade entre perturbação e resposta. Em relação à aditividade, a combinação de duas soluções gera uma terceira solução. Já o segundo princípio afirma que ocorre proporcionalidade entre uma dada perturbação e sua respectiva resposta. Em termos físicos, sistemas dinâmicos lineares são periódicos e previsíveis a curto e longo prazo.
- Não linear: são sistemas cuja dinâmica se apresenta de forma irregular, aleatória e não periódica. Os princípios supracitados, não se aplicam a estes sistemas, sendo seu comportamento imprevisível.

Quando é possível representar um fenômeno por uma ou mais equações diferenciais, o tempo será uma variável contínua e  $t \in R$ , caracterizando o que se chama de *fluxos*, sendo sua resposta obtida por meio da integração da(s) referida(s) equação(ões). Um exemplo desta modalidade é o sistema de Lorenz, a ser abordado no tópico 2.2.1.

Nos casos em que o fenômeno é representado por uma equação de diferença, em que só é possível obter o estado presente uma vez conhecido o estado passado, a variável tempo é chamada de discreta e define-se *mapa*. Nestes casos os estados intermediários entre o presente e o passado não são conhecidos e, por muitas vezes, pode se comportar aleatoriamente.

Dentro da teoria dos sistemas dinâmicos muitos fenômenos apresentam características não lineares, aperiódicas a longo prazo, sensibilidade às condições iniciais e evolução determinística, desta forma caracterizando um nicho especial conhecido como Caos Determinístico.

---

## 2.2 INTRODUÇÃO À TEORIA DO CAOS

---

As primeiras menções ao conceito de “*chaos*” datam de aproximadamente 4.000 anos e associavam a palavra ao conceito de primitivo “inicial originário”, sendo seu entendimento relacionado, na maioria das vezes, à desordem. Os gregos antagonizaram o

caos com o vocábulo “*cosmos*” (*κόσμος*) que, na sua essência, indica a presença de ordem e disciplina (Gutiérrez, 2011).

Muito embora as definições filosóficas remetam a um estado de desorganização, o termo caos foi aplicado por James York e Tien-Yien Li em 1975 para descrever os fenômenos aleatórios cuja dinâmica não linear pode ser explicada por leis deterministas criando assim o termo “Teoria do Caos”. A aparente casualidade dos sistemas dinâmicos passou a ser encarada como um disfarce para um padrão de organização que se tornou alvo dos investigadores desta teoria que demonstraram diversos sistemas cuja viabilização puramente determinista não é possível. Os pilares do determinismo estão assentados sob o fato de que os eventos atuais são determinados por acontecimentos anteriores criando, uma vez preservadas as condições iniciais, uma conexão conhecida entre passado e futuro. Se considerado um sistema em que imperam as leis do caos o resultado final será imprevisível não podendo ser obtido por nenhuma lei precedente (Gleick, 1987).

Matematicamente, segundo a proposta de Devaney (1992), caos é definido da seguinte maneira:

Seja um sistema dinâmico  $\vec{S} : W \rightarrow W$ ,  $\vec{S}$  é considerado caótico se (i) apresentar transitividade topológica, (ii) se suas órbitas periódicas forem densas em  $D$  e (iii) se  $\vec{S}$  demonstrar sensibilidade às condições iniciais.

- A propriedade (i) implica que para todo e qualquer subconjunto aberto  $X$  e  $Y$  contido em  $W$  um número inteiro e positivo  $\lambda$  existe, tal que  $\vec{S}^{(\lambda)}(X) \cap Y \neq \{\}$  (Monteiro, 2011).
- Para que um determinado subconjunto seja denso em um conjunto é necessário que para qualquer ponto  $\vec{\lambda} \in X$  exista um ponto  $\vec{\varphi} \in Y$  de tal modo que  $\|\vec{\lambda} - \vec{\varphi}\| < \beta$  desde que  $Y \subset X$  e  $\beta > 0$ . Portanto, em um sistema caótico, se escolhido qualquer ponto  $\vec{\alpha} \in W$  é possível encontrar uma órbita periódica tão próximo quanto se deseja de  $\vec{\alpha}$  (Monteiro, 2011).

- Sensibilidade às condições iniciais implica que para qualquer número  $\beta > 0$  existe pelo menos um ponto  $\vec{\alpha}'_0$  com  $\|\vec{\alpha}'_0 - \vec{\alpha}_0\| < \omega$ , tal que  $\|\vec{S}^{(\lambda)}(\vec{\alpha}'_0) - \vec{S}^{(\lambda)}(\vec{\alpha}_0)\| \geq \beta$  para qualquer condição inicial  $\vec{\alpha}_0$  e qualquer número  $\omega$  (Monteiro, 2011).

Assim, a análise de caos é aplicada a processos dissipativos cuja evolução temporal é não linear, aperiódica a longo prazo, determinístico e extremamente sensível às condições iniciais (Savi, 2004). Um fenômeno que possua estas características fatalmente apresentará, durante sua evolução temporal, uma contração no volume do espaço de fases e suas linhas de fluxo dependerão das condições iniciais (Ruelle e Takens, 1971) definindo o chamado *atrator estranho* ou *atrator caótico*.

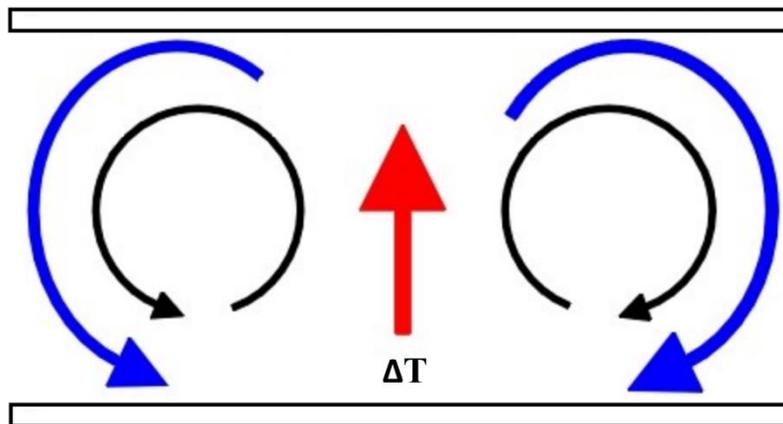
Muito embora o estudo da dinâmica não linear por meio da avaliação do espaço de fases em Mecânica Celeste seja mérito de Henri-Poincaré, foi Edward Lorenz, em 1963, quem constatou a sensibilidade às condições iniciais de um modelo para previsão do tempo a longo prazo (Lorenz, 1963). O sistema representado em 2.1 é chamado Sistema de Lorenz e foi proposto com o objetivo de descrever a transição de turbulência fraca para convecção natural (Choudhury, 1997).

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \varphi(x - y) \\ \frac{dy}{dt} = \lambda x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z \end{cases} \quad (2.1)$$

As constantes  $\varphi$  e  $\lambda$  são respectivamente os números de *Prandtl* e *Rayleigh*,  $\beta = 4/(1+a^2)$ , as variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$  possuem significados físicos, sendo  $x$  uma quantificadora do movimento convectivo,  $y$  é a diferença térmica entre o fluido ascendente e descendente e  $z$  refere-se à variação da temperatura na direção vertical.

Para compreender o princípio físico deste modelo é necessário recorrer à *Instabilidade de Rayleigh-Bérrnard*, em que um determinado fluido encontra-se entre duas placas planas horizontais, havendo gradiente positivo de temperatura na direção da placa superior. Observa-se na Figura 2.1 que na medida em que a diferença de temperatura entre os dois planos aumenta o mecanismo de transferência de calor passa de condução para convecção, neste momento as forças de ascensão do fluido sobrepõem a força gravitacional e ocorre a formação de rolos (Ferrara e Prado, 1994), tornando o sistema instável. Quanto maior for a diferença de temperatura entre as placas, mais pontos de instabilidade surgirão e os rolos começarão a se multiplicar até que surja turbulência e o caos seja atingido. Os pontos em que ocorrem as instabilidades de um sistema dinâmico são chamados de bifurcações e são muito importantes para determinar, uma vez variando-se os parâmetros de controle, a transição para o caos.

**Figura 2.1** – Formação dos rolos de convecção.



Após as constatações de Lorenz, o interesse pela dinâmica não linear aumentou, pois se verificou a aplicação do *Caos Determinístico* em áreas como astronomia na investigação dos ciclos de manchas no sol (Letellier *et al.*, 2006), na detecção de sinais biológicos como o eletroencefalograma e magnetoencefalografia (Stam, 2005; Dafilisa *et al.*, 2009), no estudo de predição biológica do crescimento de tumores (Andrey, 1989; El-Gohary, 2008), na identificação da evolução temporal de poluentes atmosféricos (Yu *et al.*, 2013), em hidrologia (Sivakumaret *al.*, 1999), criptografia (Wong *et al.*, 2009), na análise de séries de tempo financeiros (Erbano, 2004), na investigação de processos químicos e

fluidomecânicos (van den Bleek e Schouten, 1993b; van den Bleek *et al.*, 2002; Li *et al.*, 1997; Villegas *et al.*, 2012) entre outros diversos exemplos. Com este advento, a difícil tarefa de identificação e caracterização dos sistemas caóticos passou a ser prioridade, pois se acreditava que no futuro estes fenômenos poderiam ser controlados por meio de parâmetros de controle. Desta forma, a técnica de análise de sinais com características não lineares, porém determinísticas, passou a contar com um conjunto de métodos que auxiliam no reconhecimento e estudo destes sistemas aplicando um conjunto de invariantes como a entropia de Kolmogorov-Sinai (Ruelle, 1989) e dimensão de correlação (McCauley, 1990), além dos expoentes de Lyapunov (Wolf *et al.*, 1985) e das características topológicas dos atratores no espaço de fases.

Os tópicos a seguir objetivam, por meio da definição de entropia de Kolmogorov-Sinai, dimensões generalizadas, expoentes de Lyapunov e atratores estranhos, estabelecer uma base teórica para a compreensão desta Dissertação.

### 2.2.1 ATRADORES ESTRANHOS

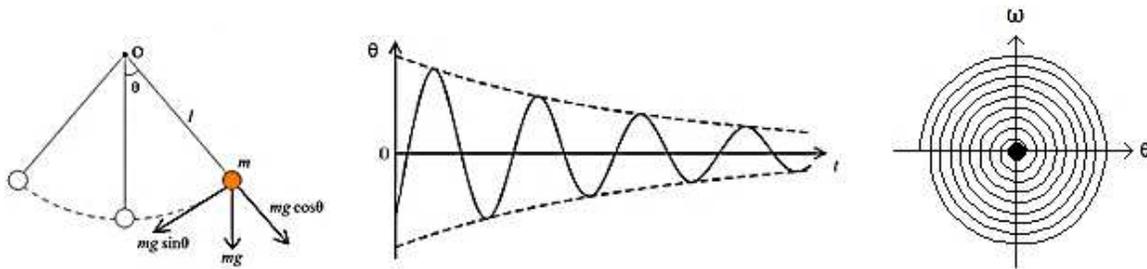
---

Atrator é o nome dado à região do espaço de fases para o qual evoluem, passado um tempo infinito, as soluções (ou trajetórias) de um determinado sistema (Vander Stappen, 1996) caracterizando um evento dinâmico (Briongos e Soler, 2004). Define-se bacia de atração como sendo o conjunto de todas as possíveis soluções que convergem para o mesmo atrator (Ferrara e Prado, 1994). Este tipo de estrutura topológica pode ser observada na solução da equação característica do movimento de um oscilador harmônico amortecido, exemplificado na Figura 2.2. Neste caso um corpo de massa  $m$ , sujeito ao atrito, é sustentado por uma haste de massa desprezível e comprimento  $l$  e oscila por um plano vertical com velocidade angular ( $\omega$ ).

Intuitivamente sabe-se que, devido ao atrito, a energia do sistema é dissipada e as evoluções temporais das soluções tenderão para um ponto de equilíbrio, momento em que, para um tempo suficiente grande, o  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta = 0$  e  $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$  ocorrendo transição para um estado de menor energia. Em outras palavras, o pêndulo ficará na vertical. Neste

exemplo o ponto  $O$ , para o qual todas as trajetórias confluem, é chamado de ponto fixo e o conjunto de respostas convergentes para este equilíbrio é o atrator. Atratores só ocorrem quando há dissipação de energia.

**Figura 2.2** – Procedimento para obtenção de um atrator a partir de um fenômeno físico.



Monteiro (2011) define que um conjunto fechado de pontos  $S$  determina um atrator no espaço de fases de um sistema dinâmico se cumprir as seguintes exigências:

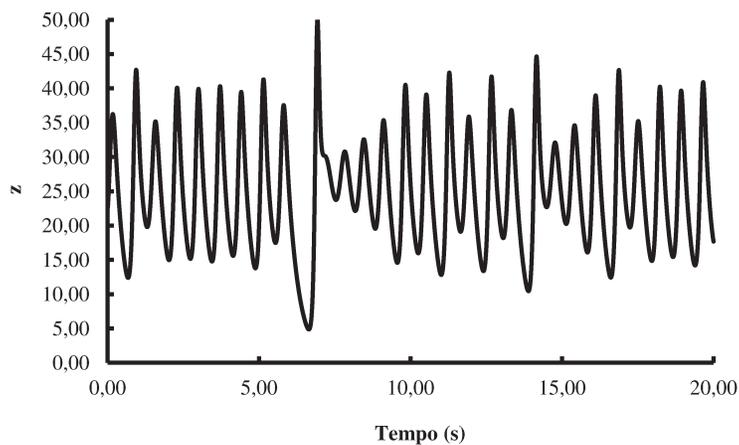
- Toda e qualquer trajetória  $\vec{\varphi}(t)$  que tenha início em  $S$  deve permanecer no conjunto para qualquer tempo. Esta característica classifica  $S$  como invariante.
- Seja  $V$  um hipervolume em que  $S$  esteja contido de tal forma que para qualquer condição inicial  $\vec{\varphi}(0)$ , que pertença a  $V$ , a distância entre a trajetória  $\vec{\varphi}(t)$  e  $S$  tende a zero para  $t \rightarrow \infty$ . Desta forma, pode-se dizer que um conjunto aberto de condições iniciais é atraído por  $S$ , definindo, para o maior conjunto de condições iniciais, uma bacia de atração.
- Não existe subconjunto pertencente a  $V$  que satisfaça as duas condições precedentes, ou seja,  $V$  é mínimo.

Uma vez definido o conceito de atrator é importante deixar claro que a simplicidade linear exibida no caso do oscilador harmônio amortecido em nada se assemelha a evolução de um *atrator estranho*, assim chamado por Ruelle e Takens em 1972 como um “mapa” representativo de um fenômeno intrinsecamente caótico. O atrator estranho está inserido em

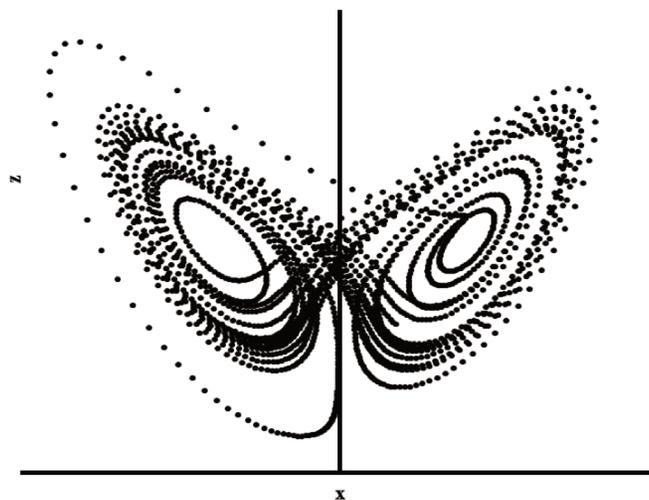
um espaço de  $n$ -dimensões e sua trajetória nunca retorna a um estado anterior (van den Bleek e Schouten, 1993a), não havendo cruzamento das linhas de fluxo.

Um exemplo típico e pioneiro deste tipo de atrator foi o de Lorenz, apresentado na Figura 2.4 originado pela série temporal da Figura 2.3. Sua reconstrução foi realizada utilizando-se os valores de 10, 28 e  $8/3$  respectivamente para os parâmetros  $\phi$ ,  $\lambda$  e  $\beta$  do sistema de Lorenz. O sistema de equações 2.1 foi solucionado numericamente pelo método de Euler.

**Figura 2.3** – Série temporal obtida a partir do modelo de Lorenz.



**Figura 2.4** – Atrator de Lorenz.



As curvas, que se assemelham as asas uma borboleta, descrevem a complexa interação determinística e não periódica (Tsonis, 1992) entre as variáveis dinâmicas do modelo, deixando claro que, com o aumento da temperatura, o fluido é transportado e as soluções se concentram a direita, porém quando ocorre uma parada no movimento rotacional as trajetórias migram para a esquerda (Gleick, 1991).

O número de dimensões ( $n$ ) de um atrator é chamado *dimensão de imersão* e está diretamente relacionado aos graus de liberdade do sistema no espaço real (van den Bleek e Schouten, 1993a). É importante ressaltar que na medida em que ocorre a evolução das soluções, muitas vezes as linhas de fluxo preenchem apenas uma fração limitada do espaço, dando ao atrator uma característica fractal. Uma grandeza adimensional denominada *dimensão de correlação* ( $D_2$ ) caracteriza a relação espacial entre os pontos do atrator e quantifica sua homogeneidade no espaço de fases (van den Bleek e Schouten, 1993a).

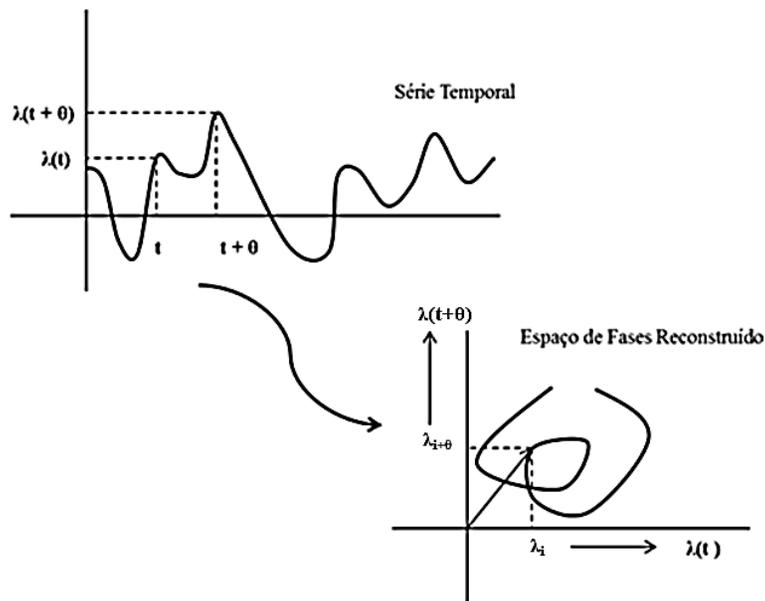
Antes de qualquer abordagem que vise a caracterização do caos, é passo primordial a reconstrução do atrator para que, somente depois desta etapa, se possam abstrair quaisquer informações ou propriedades de uma determinada série temporal. Embora não seja trivial determinar a posição de uma trajetória dentro do atrator estranho (Ferrara e Prado, 1994), Takens, em 1981, postulou uma metodologia simplificada para a obtenção do atrator. O método ficou conhecido como método de Takens ou *método dos atrasos temporais* e consiste na reconstrução de vetores  $\lambda_i$ , com  $n$  dimensões, obtidos de uma série temporal, em que o vetor é representado por:

$$\lambda_i = [\varphi(t_i), \varphi(t_i + \theta), \varphi(t_i + 2\theta), \dots, \varphi(t_i + (n - 1)\theta)] \quad (2.2)$$

Sendo  $\{\lambda_i\}$  uma série temporal qualquer para  $\lambda_i = \lambda(t_i)$ ,  $i = 1$  até  $n$ ;  $\theta$  é o tempo de atraso e  $n$  a dimensão de imersão. Muito embora o atrator obtido não seja idêntico ao real, o teorema de Takens garante que suas propriedades topológicas são preservadas. A escolha de um tempo de atraso adequado permite a otimização na reconstrução do atrator no espaço de fases (Jiang *et al.*, 2006). Da Equação 2.2, nota-se que quando ocorre a variação de  $i$  até  $n$  para cada instante  $t_i$ , associado a um ponto das coordenadas  $\varphi(t_i)$ ,  $\varphi(t_i + \theta)$ , ...,  $\varphi(t_i + (n -$

l) $\theta$ ) no espaço de imersão, é possível obter a trajetória reconstruída. A Figura 2.5 exemplifica a reconstrução de um atrator bidimensional para  $n = 2$  e  $\lambda_i = (\varphi_i, \varphi_{i+\theta})^T$ . Quando se trata de um caso em que não há conhecimento prévio das características topológicas do atrator, a consistência do valor  $n$  é obtida após uma série de imersões do sistema em dimensões superiores (Castilho, 2011).

**Figura 2.5** – Representação da reconstrução bidimensional de um atrator de um sistema dinâmico a partir de uma série temporal (adaptado de van den Bleek e Schouten, 1993b).



A dificuldade mais comum encontrada na aplicação do método dos atrasos é a necessidade de que a série seja contínua e não esteja contaminada com ruídos. Para dados experimentais esta exigência é difícil de ser cumprida, pois muitos tipos de ruídos são inerentes ao próprio processo. Objetivando dirimir este problema, Broomhead e King (1986) aplicaram as propriedades da matriz de covariância para esboçar o grau de independência de cada variável obtendo, assim, variáveis não relacionadas. Este método ficou conhecido como *decomposição em valores singulares* (SVD) e, a partir da seleção e separação das frequências características dos ruídos da série original, permite a reconstrução de um atrator representativo da dinâmica real do fenômeno. Na presente Dissertação não se realizará uma discussão das dificuldades das abordagens consagradas,

porém o artigo publicado por van den Bleek e Schouten (1993a) e a Tese de Castilho (2011) fornecem uma série de tópicos demonstrando os problemas inerentes à reconstrução dos vetores de estado de uma série temporal.

As seções a seguir abordarão as definições e métodos de obtenção dos invariantes caóticos dinâmicos Entropia de Kolmogorov-Sinai ( $K$ ) e expoentes de Lyapunov ( $\eta$ ) e os invariantes estáticos dimensão fractal e dimensões generalizadas, parâmetros de extrema importância na caracterização do caos.

## 2.2.2 DIMENSÕES DO ATRATOR

---

Denomina-se *dimensão* de um conjunto o número de coordenadas mínimas que permitam localizar cada um destes pontos. Na geometria Euclidiana a noção de dimensão está atrelada a estruturas geométricas simples com dimensões inteiras, porém é perfeitamente possível observar na natureza composições dimensionalmente fracionadas (fractais), de grande complexidade e autossimilaridade em diferentes níveis de escala (Gulick, 1992). Nesta seção serão definidas as *dimensões de capacidade* ( $D_0$ ), *informação* ( $D_1$ ) e de *correlação* ( $D_2$ ).

Primeiramente passa-se a definição de *dimensão fractal*. O termo fractal foi aplicado por Mandelbrot em 1983 para representar a irregularidade de um fractal e seu valor fracionado se deve ao fato dela representar um coeficiente de ocupação do espaço pela forma e não o espaço em que está inserida a forma, portanto, quanto mais irregular for uma dada forma, maior será sua dimensão fractal (Cesar e Costa, 2000). Atualmente, os métodos de caracterização dos fractais têm sido largamente utilizados no reconhecimento de padrões em imagens, ecologia, medição de comprimentos de curvas, estudo do caos e análise de texturas (Sugihara, 1990; Kenkel, 1993; Carlin, 2000; Bruno *et al.*, 2008).

Matematicamente a dimensão fractal, também conhecida como *dimensão de Hausdorff-Besicovitch* ou *dimensão de capacidade*, é definida como

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log \left(\frac{1}{\epsilon}\right)}, \quad (2.3)$$

em que  $N(\epsilon)$  é o número mínimo de hipercubos idênticos de lado  $\epsilon$  necessários para cobrir um conjunto  $S$  de pontos em um espaço de fases de dimensão  $n$  (Monteiro, 2011).

Como a estrutura de muitos atratores estranhos é heterogênea e algumas de suas regiões são mais visitadas que outras é necessário que o cálculo das dimensões considere as não homogeneidades. Intuindo resolver este problema, Belatoni e Rényi (1957) propuseram as dimensões generalizadas, que ficaram conhecidas como *dimensões de Rényi*. A base destas dimensões é a frequência relativa ( $f_j$ ) com que cada caixa  $j$  é visitada, sendo:

$$f_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_j}{N} \quad (2.4)$$

Na Equação 2.4  $N_j$  é o número de pontos da  $j$ -ésima caixa e  $N$  é o número total de pontos do atrator.

As dimensões *de informação* ( $D_1$ ) e *de correlação* ( $D_2$ ) estão entre as *dimensões de Rényi* mais importantes e são escritas como:

$$D_1 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{j=1}^{N(\epsilon)} \frac{f_j \log f_j}{\log \left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad (2.5)$$

$$D_2 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{j=1}^{N(\epsilon)} \frac{f_j^2}{\log(\epsilon)} \quad (2.6)$$

Segundo Vander Stappen (1996), a dimensão de correlação mede a complexidade global do sistema por meio da quantificação do grau de heterogeneidade do atrator. Atualmente esta é a grandeza mais utilizada e justifica-se esta escolha por dois motivos. O

primeiro se dá pela dificuldade para resolver numericamente as dimensões fractais ( $D_0$ ), uma vez que a metodologia que permite sua obtenção se baseia no algoritmo de contagem de caixas que, por sua vez, necessita de grande esforço computacional. Outro fator preponderante é que, uma vez calculada  $D_2$ , pode-se obter o limite inferior para  $D_0$  (pois  $D_2 \leq D_1 \leq D_0$ ) permitindo encontrar o número de variáveis necessárias para descrever o comportamento caótico (Monteiro, 2011).

A estimativa da dimensão de correlação é possível utilizando o algoritmo proposto por Grassberger e Procaccia (1983). Neste método, o termo  $(f_j)^2$  sofre uma aproximação pela frequência relativa com que dois pontos estão separados por uma distância menor ou igual a  $\epsilon$ , portanto:

$$D_2 \cong \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log C(\epsilon)}{\log \epsilon} \right) \quad (2.7)$$

Define-se  $C(\epsilon)$  como uma função de correlação com valor médio calculado sobre todos os pontos  $x_j$ . Este método é também conhecido como *Método da Integral de Correlação*, e se consagrou devido sua a facilidade de implementação.

### 2.2.3 ENTROPIA DE KOLMOGOROV

---

Um dos procedimentos matemáticos mais utilizados para caracterizar processos caóticos é a *entropia de Kolmogorov (K)*. Similar ao conceito termodinâmico clássico, a entropia de Kolmogorov também avalia o grau de desorganização ou imprevisibilidade de um sistema, sendo para  $K > 0$  o sistema considerado caótico,  $K \rightarrow \infty$  para sistemas estocásticos e  $K = 0$  para sistemas determinísticos, porém sua dinâmica se baseia na quantificação da taxa de perda de informações ao longo do atrator ou na previsibilidade de rota de um determinado ponto arbitrário (Castilho, 2011).

A seguir, passa-se a definição matemática desta grandeza. A obra publicada por Ferrara e Prado (1994) foi utilizada como base para apresentar os conceitos a seguir.

Seja um atrator recoberto por uma sequência de  $b$  de cubos  $(i_1, i_2, i_3, \dots, i_b)$  de lado  $\varepsilon$  e  $p$  a probabilidade de que em um determinado momento o sistema esteja contido nos cubos  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_b$ . Define-se informação associada à trajetória como (Shannon, 1949):

$$I_b^1(\varepsilon) = - \sum_{i_1, \dots, i_b} p(i_1, i_2, i_3, \dots, i_b) \ln(i_1, i_2, i_3, \dots, i_b) \quad (2.8)$$

Uma vez conhecidas as probabilidades, é possível obter, com precisão proporcional ao tamanho dos lados dos cubos, a informação necessária para localizar o sistema em uma dada trajetória  $(i'_1, i'_2, i'_3, \dots, i'_b)$ . Com efeito, a informação necessária para determinar qual cubo  $i'_{b+1}$  o sistema visitará entre o tempo  $b\tau$  e  $(b+1)\tau$  (sendo  $\tau$  um intervalo de tempo regular), tomando como base a posição anterior  $(i'_0, \dots, i'_b)$ , será  $I_{b+1}^1(\varepsilon) - I_b^1(\varepsilon)$ .

A entropia de Kolmogorov ( $K$ ) é, por fim, dada por:

$$K = - \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{b\tau} \sum_{i_1, \dots, i_b} p(i_1, i_2, i_3, \dots, i_b) \ln(i_1, i_2, i_3, \dots, i_b) \quad (2.9)$$

Um método para estimar  $K$  é a utilização da *Entropia de Verossimelhança* ( $K_{ML}$ ), em que (Schouten *et al.*, 1994):

$$K \approx K_{ML} = \frac{1}{\tau_S} \ln \left( 1 - \frac{1}{b} \right) \quad (2.10)$$

O passo de tempo ( $\tau_S$ ) é obtido pela frequência de amostragem ( $f_s$ ) como  $\tau_S = \frac{1}{f_s}$ . Este método é largamente utilizado no cálculo da entropia de Kolmogorov para sinais experimentais, pois exibe uma menor influência de ruídos e por isso será aplicado nesta Dissertação.

### 2.2.4 EXPOENTES DE LYAPUNOV

---

Os *expoentes de Lyapunov* constituem-se uma ferramenta importante na descrição de sistemas dinâmicos, em especial a dinâmica caótica. Esta nomenclatura é atribuída a Oseledec (1968) que provou o *Teorema Ergódico Multiplicativo (TEM)*, abrindo caminho para a análise de processos dinâmicos por meio do cálculo das médias geométricas de processos ergódicos (Cherif, 2011). Os expoentes de Lyapunov são uma consequência direta do TEM de Oseledec e desempenham papel fundamental na análise de caos. O significado destes expoentes está associado à previsibilidade de um sistema, sendo o maior expoente responsável por quantificar a sensibilidade às condições iniciais. Teoricamente, podem existir tantos expoentes de Lyapunov quanto o número de dimensões associadas ao espaço de fases (Tsonis, 1992; Cherif, 2011).

Seja uma hiperesfera com condições iniciais centralizadas no ponto  $\vec{\varphi}(t_0)$  e que, com o passar do tempo, ocorra uma deformação do volume de tal forma que, ao longo da *i*-ésima dimensão, o raio inicial  $r_i(t_0)$  tenha sofrido uma variação temporal exponencial. Assim, a relação entre o raio inicial e o final (para qualquer  $t > t_0$ ) corresponderá a:

$$r_i(t) = r_i(t_0)e^{\eta_i(t-t_0)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

Reescrevendo a Equação 2.11, é possível obter os expoentes de Lyapunov ( $\eta_i$ ):

$$\eta_i = \frac{\ln \left[ \frac{r_i(t)}{r_i(t_0)} \right]}{t - t_0} \quad (2.12)$$

Para qualquer  $t > t_0$ , o volume  $V(t)$  da hiperesfera deve ser proporcional ao produto das distâncias  $r_i(t)$ , assim:

$$V(t) \propto \prod_{i=1}^n r_j(t) = V(t_0)e^{(t-t_0)\sum_{i=1}^n \eta_i} \quad (2.13)$$

Por inspeção da equação 2.13, se o sistema analisado for dissipativo, depois de passado um determinado tempo o volume inicial,  $V(t_0)$ , será maior que o volume final,  $V(t)$ . Com efeito:

$$\sum_{i=1}^n \eta_i < 0 \tag{2.14}$$

No caso de um sistema conservativo,  $V(t) = V(t_0)$  e  $\sum_{i=1}^n \eta_i = 0$ .

Transportando esta ideia para um fenômeno cuja trajetória temporal no espaço de fases definia um atrator estranho, é bastante intuitivo verificar que neste caso vale a inequação 2.14, uma vez durante a evolução deste tipo de estruturas ocorre contração de volume. Outra característica do caos é que existe pelos menos um expoente de Lyapunov positivo, evidenciando a sensibilidade às condições iniciais (Moon, 1992; Mullin, 1993; Monteiro, 2011).

A Tabela 2.1 apresenta a correspondência de cada tipo de atrator com a combinação dos expoentes de Lyapunov para um sistema tridimensional:

**Tabela 2.1** – *Expoentes de Lyapunov característicos a cada tipo de atrator.*

Condição	Expoentes de Lyapunov	Atrator
(i)	$\eta_1 < 0, \eta_2 < 0, \eta_3 < 0$	Ponto de equilíbrio
(ii)	$\eta_1 < 0, \eta_2 < 0, \eta_3 = 0$	Ciclo limite
(iii)	$\eta_1 < 0, \eta_2 = 0, \eta_3 = 0$	Toro bidimensional
(iv)	$\eta_1 > 0, \eta_2 = 0, \eta_3 < 0$	Atrator estranho

Na condição (i) o volume de condições iniciais se contrai no espaço de fases e a trajetória converge para um único ponto. O expoente nulo presente na condição (ii) é relativo à direção da trajetória fechada. Na condição (iii) a evolução temporal ocorre sobre uma superfície e, por fim, para a situação (iv), um expoente positivo explicita a dependência às condições iniciais, o que representa a trajetória é nulo e o terceiro é

negativo e maior, em módulo, do que o primeiro, descrevendo assim um sistema dissipativo.

---

## 2.3 FLUIDIZAÇÃO

---

Fluidização é o processo pelo qual se observa a suspensão ou circulação de partículas promovida pela passagem de um fluido sem que ocorra o arraste do material particulado. O advento dos leitos fluidizados se deu por volta do início da década de 1940 com o surgimento do craqueamento catalítico de petróleo e, desde então, tornou-se essencial para os processos que necessitem do contato entre as fases fluida e particulada (Kunii e Levenspiel, 1991). O emprego dessa tecnologia se justifica pelo fato de proporcionar altas taxas de transferência de calor e massa, uniformidade de distribuição de temperatura e de concentração das fases no interior do equipamento promovidos pela intensa mistura entre as distintas fases (Cremasco, 2012). As aplicações dos leitos fluidizados são inúmeras, entre elas a secagem de partículas, recobrimento e granulação de sólidos, sínteses e reações catalíticas, regeneração catalítica, combustão e gaseificação de carvão (Cremasco, 2012), no tratamento de efluentes, etc.

Em termos fluidodinâmicos, o emprego de um fluido líquido faz com que a fluidização, na maioria das vezes, seja caracterizada como homogênea. Em alguns casos, quando a fase particulada é composta por um material pulverulento de alta densidade, a fluidização gás-partícula, nos limiares da mínima fluidização, pode ser considerada homogênea, porém, via de regra, quando o fluido utilizado é um gás denomina-se fluidização heterogênea.

Para ambas as classificações de fluidização, observa-se que, para velocidades menores que a da mínima fluidização, o fluido simplesmente percola o leito que contém a fase particulada sem causar grandes alterações na posição das partículas, estando o leito fixo. Aumentando ainda mais a velocidade do fluido, porém abaixo da mínima fluidização, verifica-se um movimento vibracional característico das partículas e o leito, como um todo, sofre uma expansão, caracterizando o leito expandido. No momento em que a velocidade

de mínima fluidização é atingida, a força de arraste, promovida pelo fluido, e a força relativa à fricção das partículas sobrepõem o peso do material particulado, fluidizando a fase particulada (Kunii e Levenspiel, 1991; Gupta e Sathiyamoorthy, 1999). Neste ponto é importante que se faça distinção entre os sistemas gás-partícula e líquido-partícula. Para a fluidização líquido-partícula, uma vez atingida a mínima fluidização, a fase particulada atinge a altura máxima da coluna, sendo o próximo estágio o arraste. Para a fluidização gás-partícula a expansão do leito ocorre lentamente com o aumento da velocidade superficial do gás e, antes de atingir o arraste, ocorrem algumas fases características da fluidização heterogênea. Estas fases são de extrema importância, pois apresentam características fluidodinâmicas distintas, permitindo suas caracterizações. O tópico a seguir trará um panorama mais completo da fluidização gás-partícula e suas peculiaridades.

### **2.3.1 FLUIDIZAÇÃO GÁS-PARTÍCULA**

---

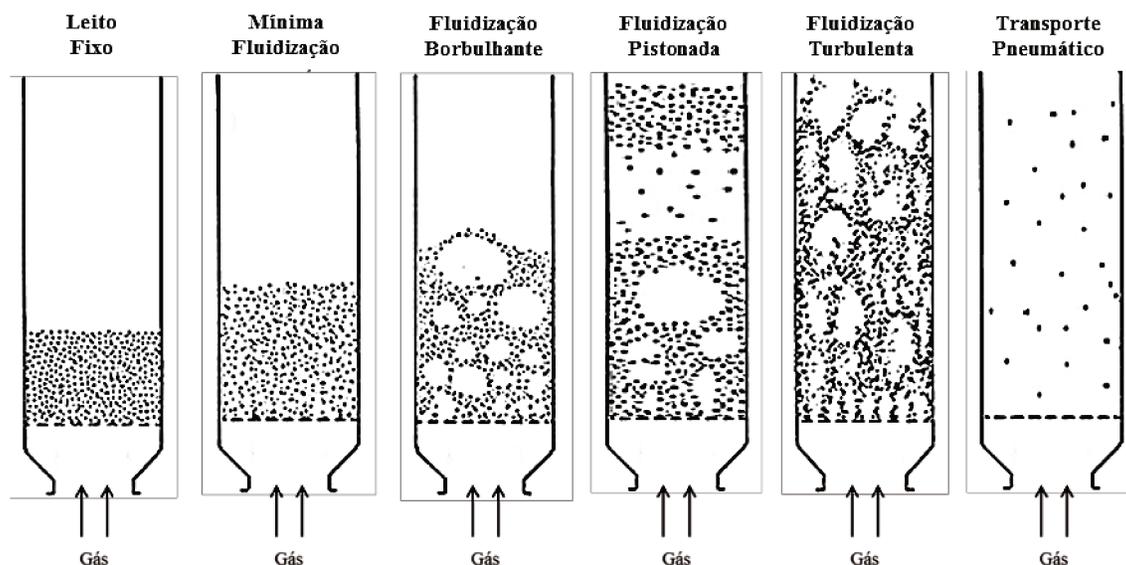
O enfoque deste trabalho se dá no estudo da fluidização gás-partícula e, por este fato, é importante a compreensão dos fenômenos de transição associados a este processo.

Conforme ressaltado anteriormente, quando as partículas são submetidas ao aumento da velocidade do gás, acima da mínima fluidização, ocorre suspensão gradual do material até que seja atingido o arraste. Entre a mínima fluidização e o arraste podem existir (a depender das propriedades físicas do material particulado) três regimes genéricos, a saber: fluidização borbulhante, fluidização pistonada e fluidização turbulenta. Na Figura 2.6 observa-se um esquema representativo dos regimes de fluidização gás-partícula.

Dependendo da partícula a ser analisada, a fluidização borbulhante pode ser observada logo após a velocidade de mínima fluidização e é o ponto em que ocorre a formação de bolhas (Geldart, 1973; Kunii e Levenspiel, 1991) nos limites do distribuidor. O tamanho das bolhas, bem como sua propagação ao longo da coluna, depende das características da partícula envolvida. Para um leito profundo de diâmetro pequeno, com o aumento da velocidade do gás, ocorre coalescência das pequenas estruturas formando grandes bolhas de

diâmetros equivalentes ao da coluna. Essas novas bolhas iniciam um movimento análogo ao de um pistão e caracterizam a fluidização pistonada.

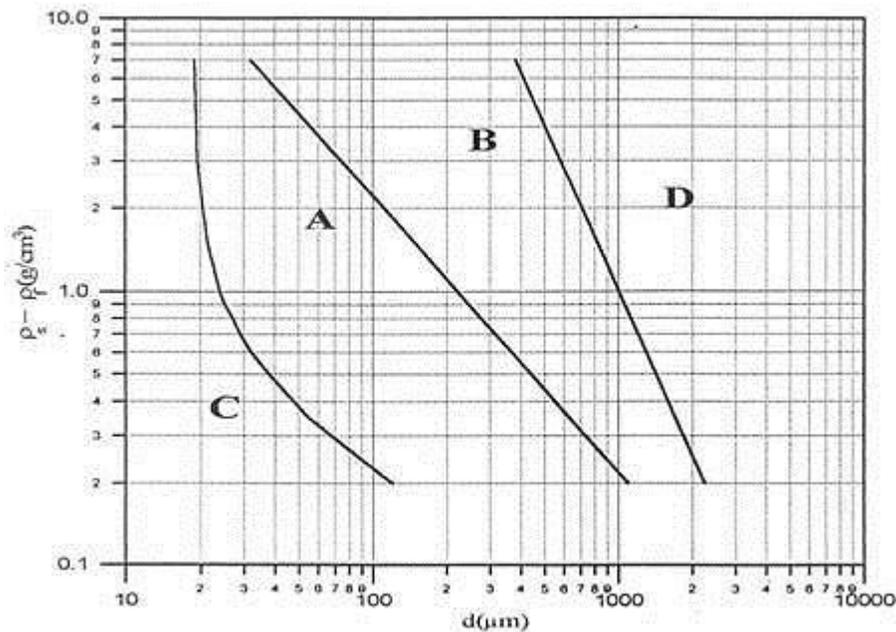
**Figura 2.6** – Regimes de fluidização gás-partícula (adaptado de Kunii e Levenspiel, 1991).



A fluidização turbulenta surge quando a velocidade do gás é maior do que a velocidade terminal da partícula, neste instante as oscilações de queda de pressão, ao longo do leito, diminuem devido às grandes bolhas e os espaços vazios, antes presentes no regime pistonado, tornarem-se mais instáveis, por muitas vezes desaparecendo (Bi, *et al.* 2000). A fase que se segue é chamada de transporte pneumático e é observada no instante em que as partículas começam a acompanhar o fluido e são arrastadas para fora da coluna, tornando o leito diluído.

Tão importante quanto identificar as transições dos regimes fluidodinâmicos é saber quais partículas estão sujeitas a estes regimes e quais são as características que elas conferem a cada uma destas etapas. Neste sentido, Geldart (1973) classificou os materiais particulados de acordo com seu diâmetro e densidade dentro de quatro grupos distintos. Essa classificação pode ser observada na Figura 2.7.

**Figura 2.7 – Classificação de Geldart (Geldart, 1973).**



As partículas do grupo A apresentam altas taxas de expansão do leito e, com o aumento da velocidade do gás, o surgimento de bolhas (Cremasco, 2012) que, continuamente, desestruturam-se e coalescem promovendo grande mistura de sólidos. Um bom exemplo do grupo A é a partícula de FCC (*Fluidized catalytic cracking*). Para o grupo B, observa-se a formação de bolhas já na mínima fluidização (Geldart, 1973; Kunii e Levenspiel, 1991), ocorre uma expansão moderada do leito com mediana mistura gasosa. Areia é um exemplo deste grupo. As partículas C (farinha de trigo e cimento) são materiais finos, de difícil fluidização, coesivos, formadores de canais preferenciais e, após a mínima fluidização, apresentam altas taxas de expansão migrando, rapidamente, para o regime do tipo pistonado. Por último, para materiais classificados como D (cereais), a formação de bolhas é verificada logo após a mínima fluidização, com baixa expansão do leito e difícil mistura de sólidos.

## 2.4 METODOLOGIAS CONVENCIONAIS APLICADAS À ANÁLISE DE SINAIS DE PRESSÃO EM LEITOS FLUIDIZADOS

---

Uma das formas mais consolidadas de se estudar a fluidização é por meio da construção da curva característica da queda de pressão ( $-ΔP$ ) com a velocidade do gás ( $u$ ). Em sistemas particulados, fixando-se a velocidade do gás, os dados obtidos apresentam, via de regra, variação temporal ao redor de uma média. Dependendo do objetivo da investigação, como a simples obtenção da curva de fluidização, esse valor médio já é suficiente, porém em casos em que se deseja estudar profundamente o fenômeno da fluidização as características da série temporal de cada ponto da curva fluidodinâmica são muito importantes. Neste sentido, emergem as análises de séries temporais.

Uma série temporal é um conjunto ordenado, que apresenta variação no tempo, sem a necessidade de que haja homogeneidade no espaçamento e, tão pouco, qualquer tipo de simetria, sendo que os instantes no tempo estão interligados. Uma série temporal pode ser classificada como determinística ou estocástica.

- Estocástica: são sistemas completamente imprevisíveis em um dado intervalo de tempo (Castilho, 2011) apresentando aleatoriedade na evolução do fenômeno. Sendo assim, sistemas estocásticos são não lineares.
- Determinística: a evolução temporal deste tipo de sistemas é linear e sua trajetória pode ser prevista a curto e longo prazo. Leitos fluidizados possuem características determinísticas, em termos médios, quando se verifica a evolução da queda de pressão, ao longo do leito, com o aumento da velocidade superficial do gás.

Sistemas caóticos se enquadram entre os estocásticos e determinísticos. No caso de sistemas multifásicos, muito embora a evolução da queda de pressão total, com o incremento da velocidade do fluido, seja previsível, quando se avalia os regimes fluidodinâmicos separadamente (leito fixo, mínima fluidização, borbulhante, pistonada,

turbulência, rápida e transporte), estas apresentam evolução temporal caótica, ou seja, não linearidade, falta de periodicidade e sensibilidade às condições iniciais.

Com a finalidade de estudar as características fluidodinâmicas de leitos fluidizados, são aplicadas técnicas como a análise no domínio do tempo, no domínio da frequência ou no domínio do espaço (análise de caos) (Johnsson *et al.*, 2000).

Um dos métodos consagrados para o estudo de séries temporais é a análise espectral (domínio da frequência) (Hong *et al.*, 1990; Bai *et al.*, 1999; Johnsson *et al.*, 2000; Kage *et al.*, 2000; Trnka *et al.*, 2000; Brown e Brue, 2001; Sasic *et al.*, 2007; Martín *et al.*, 2011). Esta metodologia normalmente utiliza a transformada de Fourier e visa a obtenção de frequências dominantes, características a cada um dos regimes fluidodinâmicos, (Kage *et al.*, 1991) presentes no espectro de potências.

A transformada de Fourier para um intervalo finito de tempo (0 a T) é definida como:

$$X(f, T) = \int_0^T x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.15)$$

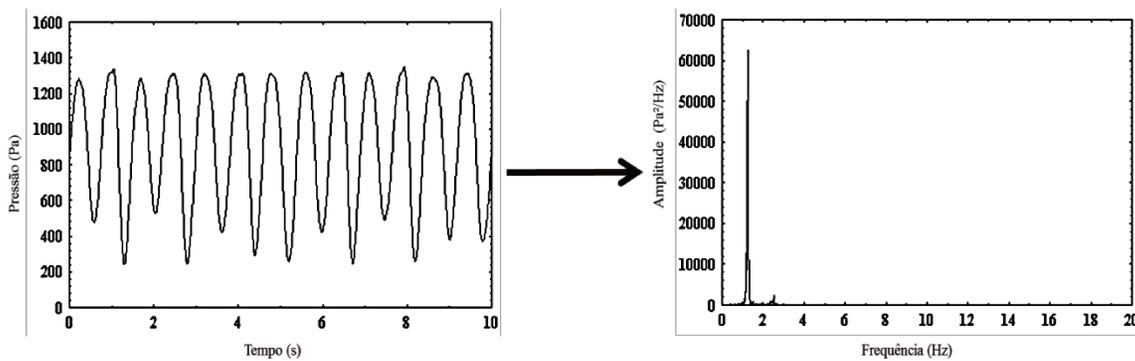
A utilização da Equação 2.15 permite que dados obtidos no domínio do tempo (série temporal) sejam transportados para o domínio da frequência.

Na Figura 2.8, apresenta-se um caso típico de aplicação da transformada de Fourier. Trata-se do estudo da variação de pressão entre dois pontos de um leito fluidizado cuja fase sólida foi areia ( $d_p = 725 \mu\text{m}$  e  $\rho_p = 2,48 \text{ g/cm}^3$ ) para a razão de  $U/U_{mf}$  de ar de 1,27 (regime pistonado) em uma coluna de 1,5 metros de altura por 11,12 cm de diâmetro (Felipe e Rocha, 2004).

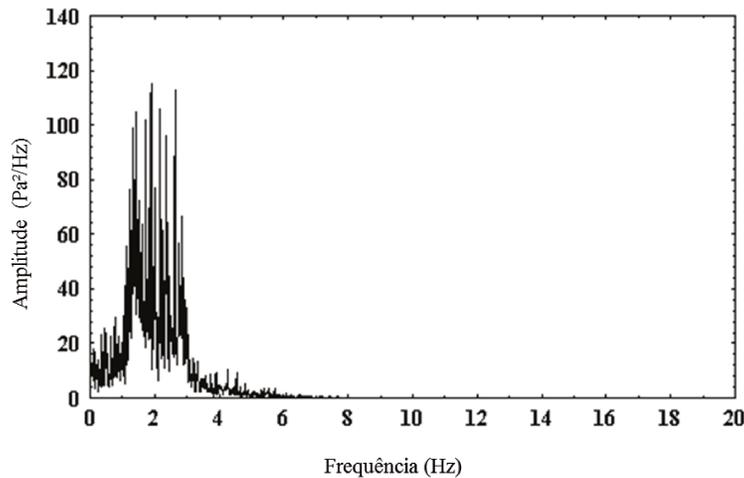
Nota-se, claramente, a presença de uma frequência dominante, característica essencial para o sucesso da aplicação das análises espectrais, porém nem sempre é possível

obtê-la. A Figura 2.9 apresenta o espectro de frequências para variação de pressão entre dois pontos de um leito fluidizado cuja fase particulada foi areia ( $d_p = 470 \mu\text{m}$  e  $\rho_p = 2,48 \text{ g/cm}^3$ ) para a razão de  $U/U_{mf}$  de ar de 1,57 (regime borbulhante) em uma coluna de 1,5 metros de altura por 11,12 cm de diâmetro (Felipe e Rocha, 2004). Nota-se que a frequência dominante não pode ser verificada, obrigando a formulação de hipóteses simplificadoras, que imprimem erros à análise, para contornar esta problemática.

**Figura 2.8** – Aplicação da transformada de Fourier a uma série temporal de pressão (adaptado de Felipe e Rocha, 2004).



**Figura 2.9** – Espectro de frequências para variação de pressão entre dois pontos de um leito fluidizado (adaptado de Felipe e Rocha, 2004).



É neste cenário que surge a análise do caos como ferramenta alternativa à metodologia espectral, pois sua aplicação dispensa a necessidade de um espectro de

frequências bem comportado. A seção a seguir trará um panorama da aplicação da análise caótica determinística aplicada a sistemas particulados.

## 2.5 ANÁLISE DE CAOS APLICADA À FLUIDIZAÇÃO

A utilização da análise de caos aplicada aos processos de engenharia teve início com o trabalho pioneiro de Stringer (1989) utilizando esta teoria na avaliação de leitos fluidizados. Com a divulgação do “novo método” de análise de sinais outros pesquisadores iniciaram a implementação desta metodologia em diversas áreas da engenharia química. Na Tabela 2.2, apresenta-se um panorama dos principais trabalhos publicados que utilizaram a teoria do caos aplicada à engenharia de processos.

**Tabela 2.2** – Aplicação da análise de caos na engenharia de processos (adaptado de Castilho, 2011).

<b>Autores</b>	<b>Operação</b>	<b>Objetivos</b>
Daw <i>et al.</i> (1990)	Leito fluidizado	Avaliar a dinâmica de um leito fluidizado gás-partícula por meio da reconstrução e do cálculo das dimensões dos atratores.
Vander Stappen <i>et al.</i> (1993)	Leito fluidizado	Detectar transição de regime de leito fixo para leito fluidizado borbulhante.
van den Bleek e Schouten (1993.b)	Leito fluidizado	Utilizar a teoria do caos para avaliar séries temporais teóricas obtidas de um modelo fluidodinâmico de um leito fluidizado. O trabalho também comparou os dados obtidos teoricamente com dados experimentais.
Vander Stappen (1996)	Leito fluidizado	Caracterizar a fluidodinâmica do sistema de leito fluidizado com a entropia de Kolmogorov em função das condições do processo aplicadas.
Lee e Chang (1996)	Reator CSTR	Controlar a concentração de saída dos produtos através da manipulação do fluxo de entrada de concentração constante.
Kaart (2002)	Coluna de bolhas	Alterar o movimento caótico de bolhas de gás para um movimento estável periódico por um ajuste

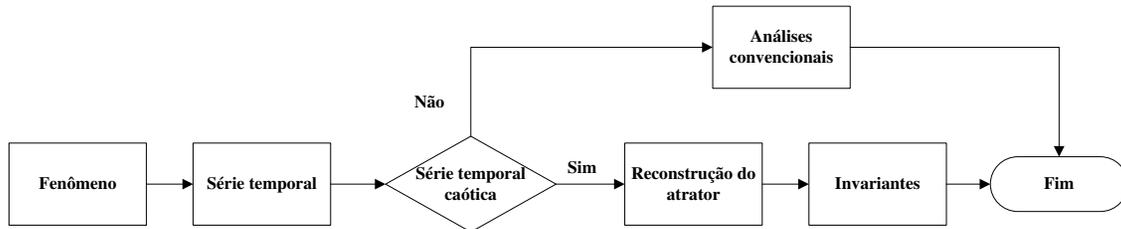
		adequado do fornecimento de gás pelo injetor.
Manyele <i>et al.</i> (2003)	LFC – <i>downer</i>	Proporcionar uma análise detalhada da fluidodinâmica microscópica do escoamento em <i>downers</i> utilizando sonda de fibras ópticas. Diferentes técnicas de análise (no domínio do tempo, da frequência e caos) forneceram resultados semelhantes, porém com sensibilidade diferente.
Briongos e Guardiola (2005)	Leito fluidizado	Apresentar um novo método de dimensionamento de dados fluidodinâmicos obtidos a partir de um leito fluidizado 2D, estabelecimento relações entre geometrias 2D e 3D de acordo com a metodologia de <i>scale-up</i> do caos.
Briongos <i>et al.</i> (2006)	Leito fluidizado	Mostrar que medições acústicas de baixa frequência são úteis para monitorar a fluidodinâmica gás-partícula de leitos fluidizados. Verificaram que apenas a análise de caos, em comparação às análises no domínio do tempo e da frequência, é capaz de caracterizar todos os regimes de fluidização do leito avaliado.
Manyele <i>et al.</i> (2006)	LFC – <i>riser</i>	Analisar o comportamento caótico local do escoamento gás-partícula denso por meio de medidas de concentração de partículas; comparar a dinâmica caótica em condições de alto e baixo fluxo de partículas.
Wu <i>et al.</i> (2007)	Leito fluidizado circulante (LFC)	Comparar a fluidodinâmica do escoamento entre as seções <i>riser</i> e <i>downer</i> de um leito fluidizado circulante a partir de sinais de concentração de partículas.
Xu <i>et al.</i> (2009)	Leito de jorro	Investigar a aplicabilidade da análise de caos a partir de flutuações de pressão diferencial para caracterizar comportamentos dinâmicos dos diferentes regimes de fluxo de gás-partícula no leito de jorro.
Ajbar <i>et al.</i> (2009)	Coluna de bolhas	Identificar regimes e transições de regime em colunas de bolhas por medições de sinais acústicos.
Abashar e Elnashai (2010)	Fermentação	Identificar as regiões em estado

		estacionário e o número de soluções diferentes pela análise de bifurcação em um fermentador de etanol.
Wang <i>et al.</i> (2010)	Escoamento vertical ascendente de um fluxo trifásico	Investigar as características da dinâmica não linear de um escoamento trifásico (gás, água e óleo) em termos da descrição morfológica de atratores a partir de sinais de condutância. Verificaram que o método é eficaz para o entendimento e caracterização dos padrões do escoamento.
Santos <i>et al.</i> (2011)	Leito de jorro	Utilizar a análise de caos para identificar regiões fluidodinâmicas características em um leito de jorro cônico.
Castilho (2011)	LFC	Estudar a dinâmica do escoamento diluído de partículas de FCC em um LFC utilizando sondas de fibra óptica. Realizou-se a análise dos dados por meio da teoria do caos (construção de atratores, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov).
Castilho e Cremasco (2013)	LFC – <i>downer</i>	Estudar a dinâmica do escoamento diluído de partículas de FCC em uma seção <i>downer</i> de um LFC utilizando sondas de fibra óptica. As técnicas de análise aplicadas foram os métodos estatísticos (tempo médio, desvio padrão e distribuição de frequência) e os métodos de caos (construção de atratores, dimensão de correlação e entropia de Kolmogorov).
Moura (2013)	LFC – <i>riser</i>	Analisar a influência do ruído na obtenção de atratores e parâmetros determinísticos da teoria do caos aplicada em uma seção <i>riser</i> de um leito fluidizado circulante.

Qualquer que seja o fenômeno físico estudado, o procedimento de análise por meio da teoria caótica determinística é o mesmo. A Figura 2.10 é o fluxograma da metodologia para obtenção dos parâmetros de caos. Uma vez identificado o problema a ser estudado, deve-se obter uma série temporal relativa a uma variável de interesse que represente o fenômeno. Esta evolução temporal pode ser medida a partir de uma instrumentação

adequada ou simulada teoricamente por meio de equações. Depois de obtida a série, passa-se à reconstrução do atrator em um espaço de fases seguido do cálculo, a partir da topologia do atrator, dos invariantes caóticos.

**Figura 2.10** – Metodologia da análise caótica.



As duas seções a seguir trazem um panorama de alguns trabalhos que foram publicados com o objetivo de se estudar/caracterizar leitos fluidizados por meio da teoria do caos. No tópico 2.5.1 apresenta-se um modelo fluidodinâmico teórico para a descrição da interação gás-partícula em leito fluidizado e, em seguida, são relatados artigos que aplicaram a teoria do caos a sinais simulados advindos deste modelo ou similares. A segunda parte traz uma revisão dos periódicos que aplicaram a teoria caótica determinística com o intuito de avaliar a fluidodinâmica de sistemas experimentais diversos.

As diversas aplicações da tecnologia de fluidização fundamenta o fato da necessidade de se conhecer cada vez mais profundamente este fenômeno. Desta forma, ao longo das últimas décadas, diversos autores utilizaram métodos experimentais e teóricos objetivando a caracterização destes sistemas. A seguir, o modelo fluidodinâmico que será descrito pode auxiliar o estudo do comportamento dinâmico de leitos fluidizados gás-partículas.

### **2.5.1 MODELO FLUIDODINÂMICO DA OSCILAÇÃO DE PARTÍCULAS EM LEITO RASO**

---

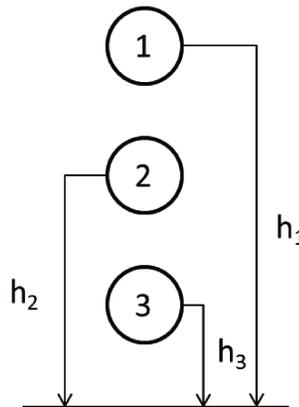
A evolução científica, impulsionada pelo desenvolvimento de técnicas de solução computacional de modelos matemáticos complexos, promoveu a implementação de novas

ferramentas teóricas para a caracterização de regimes fluidodinâmicos em sistemas particulados. O conhecimento prévio dos limites operacionais nos processos fluidizantes simplifica sua viabilização prática. Neste cenário é essencial a existência de modelos matemáticos que representem estes fenômenos. O trabalho publicado por Broadhurst em 1986 apresenta um modelo que descreve a fluidodinâmica de partículas em um sistema unidimensional (Broadhurst, 1986; Schouten e van denBleek, 1992a) utilizando uma aproximação Lagrangiana. A dedução do modelo parte do balanço de forças, para uma partícula, presente na Equação 2.16.

$$(\text{Arraste}) - (\text{Peso}) = (\text{Massa}) \frac{d^2 h_i}{dt^2} \quad (2.16)$$

A variável  $h$  representa a distância interparticular, conforme ilustrado na Figura 2.11.

**Figura 2.11** – Esquema da distribuição vertical das partículas (adaptado de Broadhurst, 1986).



As hipóteses para a simplificação do modelo são (Sierra *et al.*, 2006):

- o fluido é incompressível;
- as partículas não são coesivas, sendo assim desconsidera-se as forças capilares e de van der Waals;

- a dissipação energética, oriunda da rotação e fricção de partículas, é desconsiderada;

- as colisões entre as partículas são consideradas binárias.

As forças fundamentais a que uma única partícula está sujeita são o arraste da partícula pelo gás, seu peso líquido e a interação entre as partículas. O modelo descreve a fluidodinâmica de um número limitado de partículas. A equação de Ergun (Ergun, 1952) fornece o termo relativo ao arraste, assim:

$$\text{Massa da partícula} = \frac{\pi d_p^3 \rho_p}{6} \quad (2.17)$$

$$\text{Peso líquido} = \frac{\pi d_p^3 (\rho_p - \rho_f) g}{6} \quad (2.18)$$

$$\text{Arraste} = \frac{\pi d_p^2 \rho_f}{6} v_t^2 \left[ \frac{150(1 - \varepsilon_i)}{Re \varepsilon_i} + \frac{1,75}{\varepsilon_i} \right] \quad (2.19)$$

O movimento relativo da partícula e do gás pode ser escrito como  $v_t - \frac{dh}{dt}$  (Broadhurst, 1986), sendo a velocidade intersticial ( $v_t$ ) obtida pela Equação 2.20.

$$v_t = \frac{u}{\varepsilon} \quad (2.20)$$

Assim, o termo de arraste é reescrito como:

$$\text{Arraste} = \frac{\pi d_p^2 \rho_f}{6} \left[ \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dh_i}{dt} \right]^2 \left[ \frac{150(1 - \varepsilon_i)}{Re \varepsilon_i} + \frac{1,75}{\varepsilon_i} \right] \quad (2.21)$$

O modelo, por fim, trata-se da combinação das Equações 2.17, 2.18 e 2.19 com a Equação 2.16.

$$\frac{\pi d_p^2 \rho_f g}{6} \left[ \frac{u}{\varepsilon_i} - \frac{dh_i}{dt} \right]^2 \left[ \frac{150(1 - \varepsilon_i)}{Re\varepsilon} + \frac{1,75}{\varepsilon_i} \right] - \frac{\pi d_p^2 g}{6} (\rho_p - \rho_f) = \frac{\pi d_p^3 g}{6} \rho_p \frac{d^2 h_i}{dt^2} \quad (2.22)$$

É importante ressaltar que tanto a fração de vazio do leito ( $\varepsilon$ ) quanto a posição interparticular ( $h$ ) são calculados para o número limitado de partículas, escolhido durante a implementação computacional, de acordo com o apresentado na Figura 2.9.

Para a condição inicial ( $t = 0$ ), a distância ( $h$ ) e a velocidade são iguais a zero, estando as partículas fixas no distribuidor.

O choque de partículas, um dos responsáveis pela geração do caos neste sistema, é dado em termos das Equações 2.23 e 2.24 (Sierra *et al.*, 2006).

$$h'_{pi} = \frac{1}{2}(1 - CoR)h_{pi} + \frac{1}{2}(1 + CoR)h_{pi+1} \quad (2.23)$$

$$h'_{pi+1} = \frac{1}{2}(1 + CoR)h_{pi} + \frac{1}{2}(1 - CoR)h_{pi+1} \quad (2.24)$$

As Equações 2.23 e 2.24 são, na verdade, condições para a existência de colisões. Este choque só ocorrerá no momento em que a distância entre as partículas for menor que a distância da mínima fluidização. O nível de elasticidade das colisões é medido por meio do coeficiente de restituição,  $CoR$  ( $0 \leq CoR \leq 1$ ) (Littka e Glicksman, 1985), sendo  $CoR = 1$  para colisões completamente elásticas, ou seja, sem perda de energia cinética e  $CoR = 0$  para colisões completamente inelásticas, havendo perda de energia cinética.

As condições para a porosidade (Schouten e van den Bleek, 1992a) são apresentadas nas Equações 2.25 e 2.26.

$$i = 1 \rightarrow \varepsilon_1 = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{L_2} \quad (2.25)$$

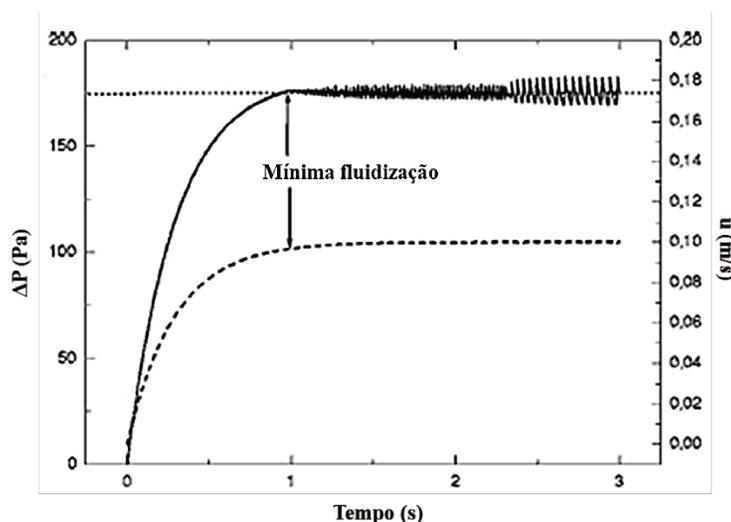
$$1 < i \leq N \rightarrow \varepsilon_i = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{L_1 - L_{i-1}} \quad (2.26)$$

As Equações 2.25 e 2.26 consideram a distância interparticular em relação a partícula superior, pois, no que se refere ao arraste, estas partículas são mais afetadas pela variação de porosidade a montante (Rowe e Henwood, 1961; Campos e Carvalho, 1992). A variável  $L$  é definida como posição adimensional das partículas calculada como  $\frac{h_i}{d_p}$ .

Nas últimas décadas poucos trabalhos abordando a fluidização, de um ponto de vista teórico, foram publicados, entre eles destaca-se o artigo de Sierra *et al.* (2006) que utilizou um modelo similar ao proposto por Broadhurst (1986).

Na Figura 2.12, observa-se o resultado da queda de pressão com a velocidade do gás apresentado no artigo de Sierra *et al.* (2006). A simulação foi realizada para 20 partículas esféricas de cobre ( $d_p = 170 \mu\text{m}$  e  $\rho_p = 8722 \text{ kg/m}^3$ ). A linha pontilhada representa o perfil da velocidade do gás (ar) e a contínua é a curva de perda de pressão total do leito.

**Figura 2.12** – Variação de pressão como função da velocidade do gás,  $U_{mf} = 0,096 \text{ m/s}$  (Sierra *et al.*, 2006).



Para validar o modelo o autor comparou os desvios padrão relativo ( $\sigma$ ) da queda de pressão, para o ponto de mínima fluidização, de dados simulados e experimentais. Para os valores do modelo o resultado encontrado foi  $\sigma_{mod} = 12,4 \text{ Pa}$  enquanto para o experimental  $\sigma_{exp} = 12,2 \text{ Pa}$ . Sendo assim, conclui-se que os dados simulados representam bem a

fluidodinâmica do leito estudado, pois o modelo superestimou em apenas 1,61% a queda de pressão da mínima fluidização. O autor conclui, por fim, que o modelo pode ser aplicado como uma ferramenta auxiliar no estudo e projeto de sistemas fluidizados.

van den Bleek e Schouten (1993a e 1993b) utilizaram o modelo representado na Equação 2.22 para obter evoluções temporais de variação da fração de vazios ao longo de um leito fluidizado gás-partícula e, a partir das séries simuladas, aplicaram a teoria do caos na caracterização do sistema. A estratégia dos autores foi a de adimensionalizar os termos de velocidade e posição das partículas (Equação 2.27) e aplicar as condições para variação da fração de vazios presentes nas Equações 2.25 e 2.26.

$$\frac{d^2L_i}{d\tau^2} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - \frac{dL_i}{d\tau} \right)^2 \left( \frac{150}{Re_p} \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} + \frac{1,75}{\varepsilon_i} \right) - \frac{Ar}{\gamma Re_p^2} \quad (2.27)$$

Em que,

$\tau$  = tempo adimensional calculado por  $t \frac{v}{d_p}$ .

$L$  = posição adimensional das partículas calculada como  $\frac{h_i}{d_p}$ .

$Re_p$  = número de Reynolds da partícula (adimensional).

$Ar$  = número de Arquimedes (adimensional).

$\gamma$  = razão entre a massa específica da partícula e do fluido (adimensional).

$\varepsilon$  = porosidade do leito (adimensional).

Na Tabela 2.3 são apresentadas as características da fase particulada e do fluido, bem como o valor adotado de coeficiente de restituição (CoR) e dos números de Arquimedes e Reynolds. A partir do modelo matemático da Equação 2.27 os autores obtiveram séries temporais de variação de porosidade, Figura 2.13, e caracterizaram as faixas de transição de regimes fluidodinâmicos por meio dos invariantes caóticos. Inicialmente os autores apresentaram dados teóricos para, a seguir, compará-los com dados experimentais. O experimento foi conduzido em uma coluna de 0,284 m de diâmetro com

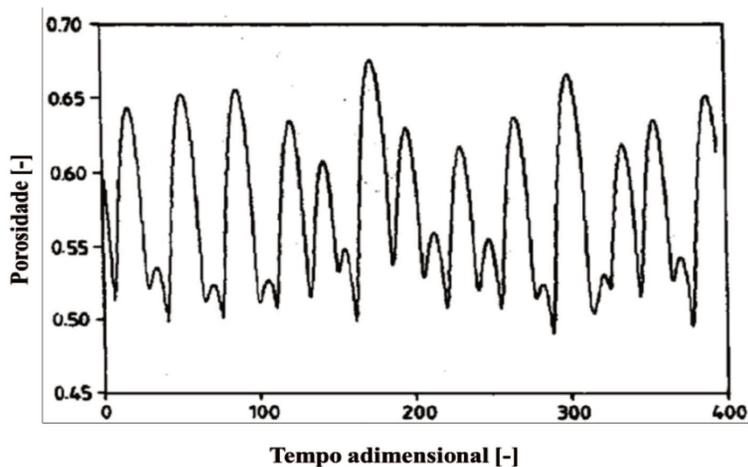
partículas de poliestireno e ar como fluido. Para que os resultados pudessem ser comparados, foram inseridas no modelo as mesmas características do equipamento, partícula e gás utilizados experimentalmente.

**Tabela 2.3** – *Propriedades do sistema gás-partícula utilizado (van den Bleek e Schouten, 1993b).*

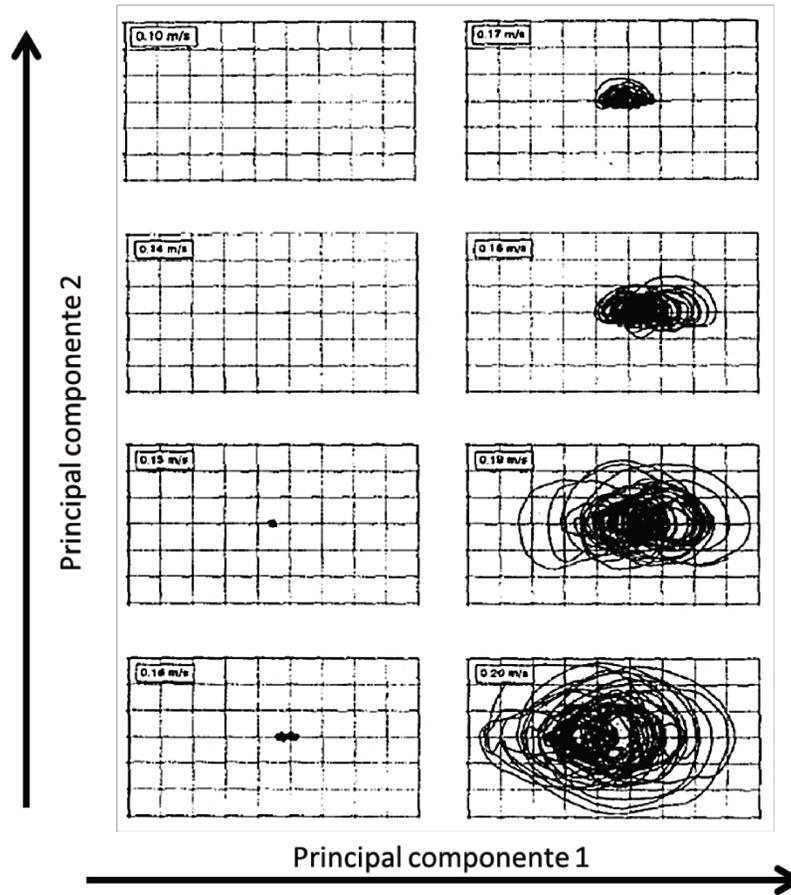
<b>Partícula</b>	<b>Poliestireno</b>	
Massa específica	1.102	kg/m <sup>3</sup>
Diâmetro médio	560	μm
Formato	Esférico	
$U_{mf}$	0,14	m/s
<b>Fluido</b>	<b>Ar (temperatura ambiente)</b>	
Massa específica	1,2	kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade	1,7	μPa.s
<b>Parâmetros Adimensionais</b>		
$\gamma$	918	
Ar	7.878	
CoR	0,50	

A Figura 2.14 demonstra que, para os dados experimentais, na medida em que ocorre o incremento da velocidade superficial do gás os atratores reconstruídos vão se distribuindo mais no espaço de fases e as linhas de fluxo se tornam mais dispersas. Característica similar foi observada para os dados simulados. Na Figura 2.15 nota-se que o atrator obtido para a série temporal simulada é um atrator estranho.

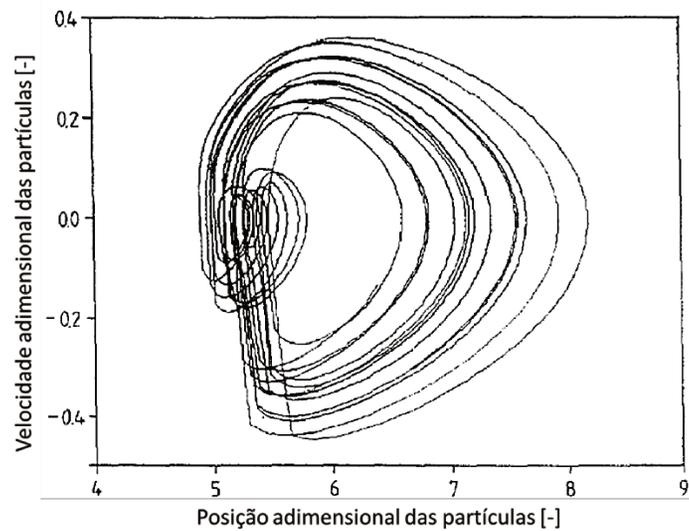
**Figura 2.13** – *Série temporal da variação de porosidade do leito (van den Bleek e Schouten, 1993a).*



**Figura 2.14** – Variação dos atratores com a velocidade superficial do gás (experimental) (van den Bleek e Schouten, 1993b).

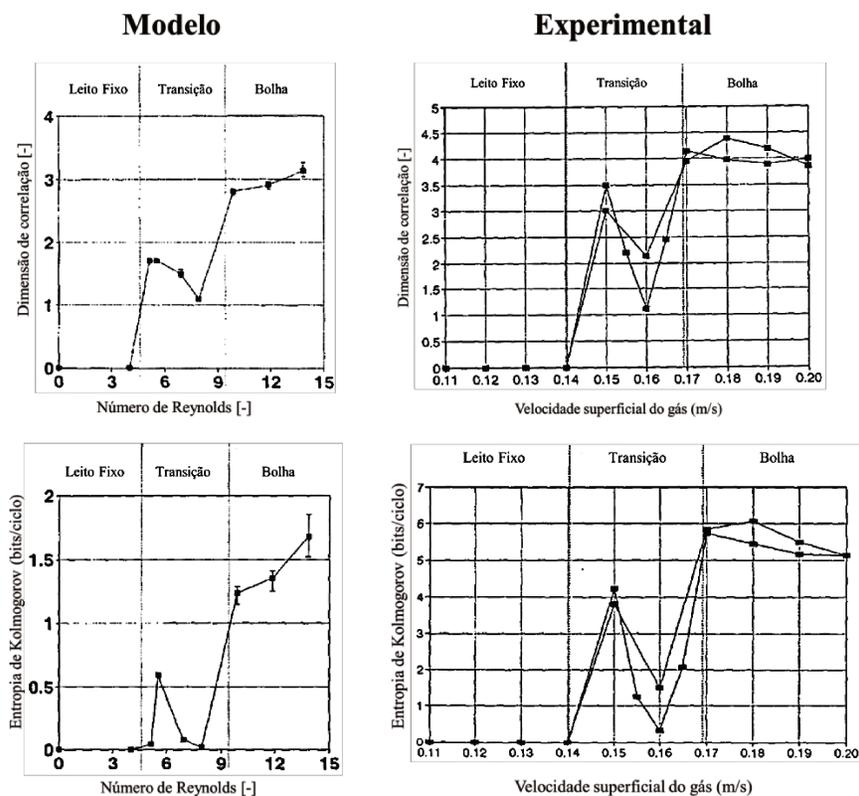


**Figura 2.15** – Seção do atrator em um espaço de fases gerado para o modelo fluidodinâmico (2.000 pontos, velocidade superficial do gás de 0,30 m/s) (van den Bleek e Schouten, 1993b).



Os perfis de evolução da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para os sistemas teóricos e experimentais, apresentados por van den Bleek e Schouten (1993b) estão presentes na Figura 2.16.

**Figura 2.16** – Comparativo dos perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para dados teóricos e experimentais (van den Bleek e Schouten, 1993b).



Verifica-se, para ambos os casos, que tanto a entropia de Kolmogorov quanto a dimensão de correlação apresentam valores máximos no regime de bolha e que picos característicos ocorrem nas faixas de transição. Sendo assim, os invariantes caóticos podem ser utilizados como auxiliares na caracterização dos regimes de fluidização (van den Bleek e Schouten, 1993b).

Ainda utilizando as séries temporais advindas do modelo de Broadhurst (1986), van den Bleek e Schouten (1993a) relataram a influência da variação  $\pm 10\%$  na velocidade

superficial do gás e no diâmetro das partículas no invariante entropia de Kolmogorov. A Tabela 2.4 lista os resultados apresentados.

**Tabela 2.4** – *Influência da variação de 10% da velocidade superficial do gás e do diâmetro da partícula na entropia de Kolmogorov (van den Bleek e Schouten (1993a)).*

	<b>10%</b>	<b>u(m/s)</b>	<b>d<sub>p</sub> (µm)</b>	<b>Re</b>	<b>Ar</b>	<b>K<sub>ML</sub> (bits/s)</b>
<b>Padrão</b>		0,30	560	11,86	7878	30
<b>- 10% U<sub>0</sub></b>		0,27	560	10,67	7878	39
<b>+10% U<sub>0</sub></b>		0,33	560	13,04	7878	24
<b>-10% d<sub>p</sub></b>		0,30	504	10,67	5743	37
<b>+10% d<sub>p</sub></b>		0,30	616	13,04	10485	57

Verificou-se uma redução da entropia com o aumento da velocidade do fluido e a elevação de  $K_{ML}$  com o incremento do diâmetro da partícula, sendo que um acréscimo de 10% no  $d_p$  influencia mais a imprevisibilidade do sistema do que o mesmo aumento em  $u$ . As alterações em  $K_{ML}$  indicam mudança do comportamento dinâmico do sistema, sendo, mesmo assim, o processo analisado considerado caótico (van den Bleek e Schouten, 1993a).

Nos trabalhos de van den Bleek e Schouten (1993a e 1993b) não ficam claras as estratégias numéricas utilizadas pelos autores para solução do modelo matemático, sendo possíveis diversas abordagens que podem conduzir a resultados diferentes daqueles apresentados no artigo em questão. Neste cenário, Cremasco (2013) apresenta uma abordagem diferenciada utilizando o *método-θ* na discretização da velocidade da partícula ( $u$ ) (Krabbenhof et al., 2012), conforme apresentado na Equação 2.28.

$$\theta u_{i+1} + (1 - \theta)u_i = \frac{z_{i+1} - z_i}{\Delta t} \quad (2.28)$$

Na Equação 2.28,  $0 \leq \theta \leq 1$ ;  $z_i$  e  $u_i$  são a posição e a velocidade para cada tempo  $t_i$ , enquanto  $z_{i+1}$  e  $u_{i+1}$  são os valores correspondentes no tempo  $t_i + \Delta t$ . Após esta consideração, o modelo pode ser reescrito, em termos do método de Euler, como:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\lambda}{x_i^3} \left\{ \left[ \frac{150}{Re_p} \left( \frac{1 - x_i}{1 - x_i y_i} \right) + 1,75 \right] (1 - x_i y_i)^2 - \frac{Ar}{Re_p^2} x_i^3 \right\} \quad (2.29)$$

Nesta proposta,  $y_i$  é a velocidade adimensional das partículas definida na Equação 2.30 e  $x_i$  é fração de vazios do leito.

$$y = \frac{u}{nq_{mf}} \quad (2.30)$$

Crevasco (2013) assume que a velocidade intersticial da fase fluida ( $u$ ) está diretamente relacionada à  $n$  vezes a velocidade superficial do fluido em condições de mínima fluidização ( $q_{mf}$ ) e da fração de vazios do leito ( $\varepsilon$ ) (Crevasco, 2013). Para efeito de comparação, o autor utilizou as mesmas propriedades do fluido e da fase particulada apresentadas na Tabela 2.3 com os parâmetros de controle presentes na Tabela 2.5.

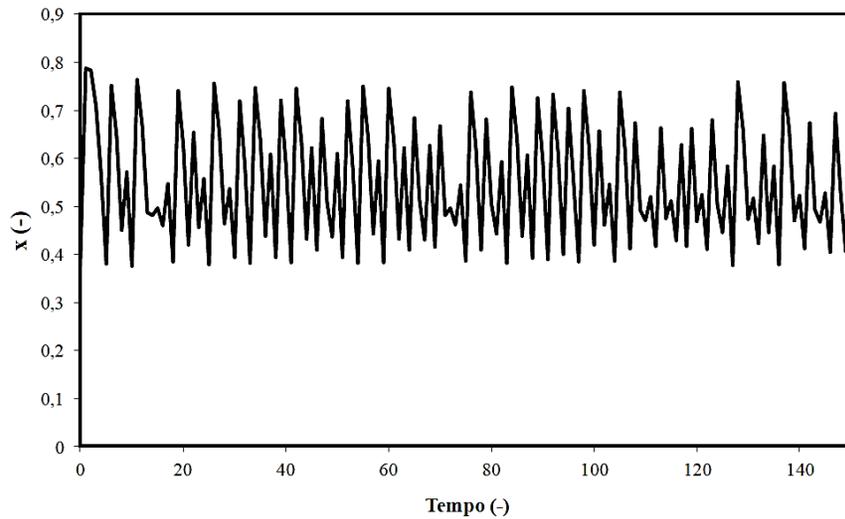
**Tabela 2.5 – Parâmetros de controle (Crevasco, 2013).**

Parâmetros	Valor
$n$	2,14
$m$	15
$\theta$	0,99
$\Delta t$ (s)	0,019

Na primeira etapa do trabalho, o autor avaliou a abordagem utilizada comparando seus resultados com os obtidos por van den Bleek e Schouten (1993a, 1993b). A Figura 2.17 é a evolução temporal teórica obtida por Crevasco (2013) para as condições das Tabelas 2.3 e 2.5.

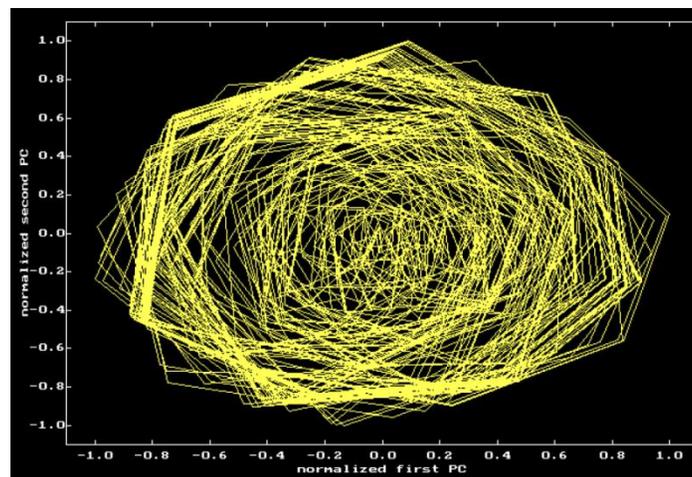
A série temporal, confeccionada com 150 pontos, apresenta uma variação da fração de vazios ao redor do ponto 0,5, porém a natureza aperiódica desta evolução é claramente notada. O valor médio e o perfil da evolução temporal de  $x_i$  encontrados por Crevasco (2013) são muito similares aos relatados de van den Bleek e Schouten (1993a, 1993b).

**Figura 2.17** – Série temporal para fluidização (Cremasco, 2013).



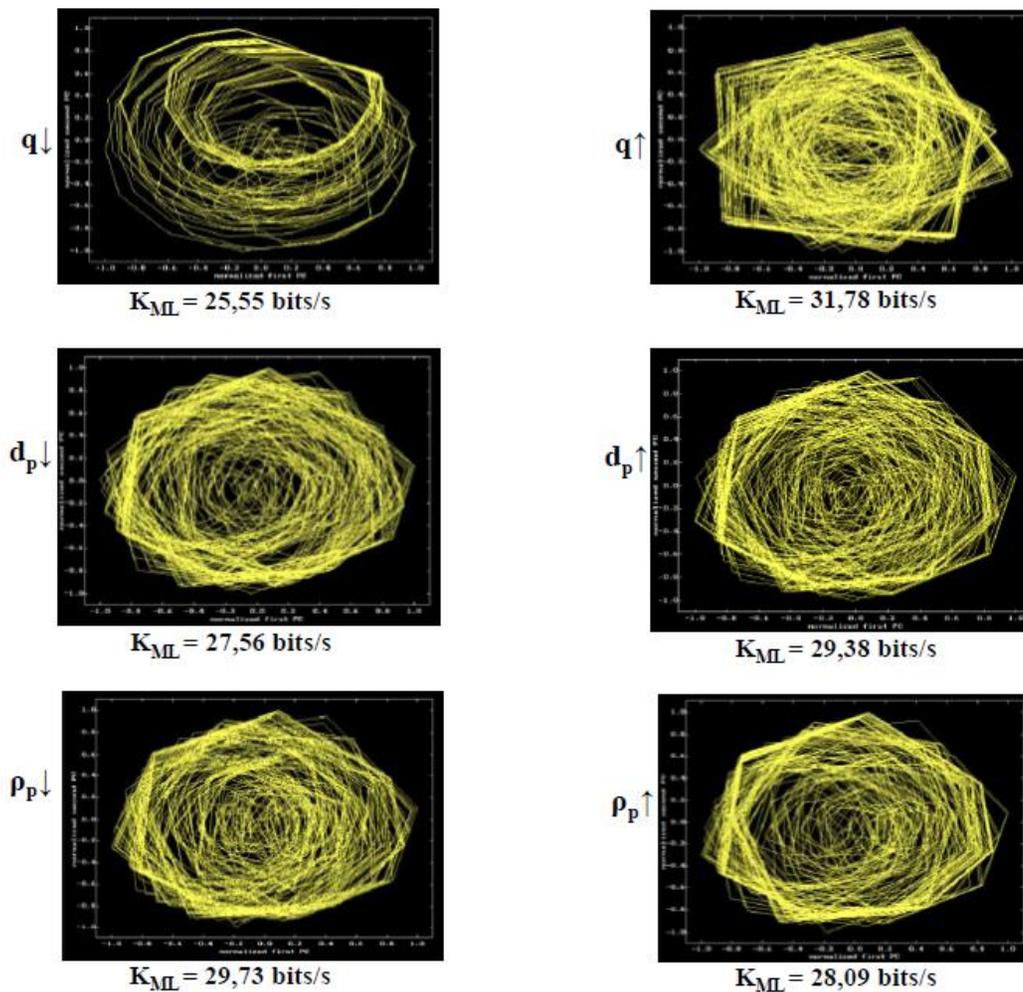
Para analisar, do ponto de vista caótico determinista, a série obtida teoricamente, Cremasco (2013) utilizou o *software RRChaos*, por meio do qual foi reconstruído o atrator da Figura 2.18 com 10.000 pontos e dimensão de imersão igual a 10. Neste trabalho o autor encontrou o valor de 29,26 bits/s para entropia de Kolmogorov, resultado próximo ao de van den Bleek e Schouten (1993a, 1993b),  $K_{ML} = 30,0$  bits/s, validando a abordagem adotada e destacando o caráter caótico do sistema simulado.

**Figura 2.18** – Atrator estranho (Cremasco, 2013).



Outro objetivo do artigo de Cremasco (2013) foi o de avaliar os efeitos dos parâmetros de controle diâmetro médio da partícula ( $d_p$ ), velocidade superficial do gás ( $q$ ) e massa específica da partícula ( $\rho_p$ ) na entropia de Kolmogorov. A Figura 2.19 apresenta os atratores, com suas respectivas entropias de Kolmogorov, para variações de  $\pm 5\%$  em cada parâmetro. Observa-se um acréscimo da entropia de Kolmogorov com o aumento do diâmetro da partícula e da velocidade superficial do gás e uma diminuição com o incremento do valor da massa específica (Cremasco, 2013). Para as condições analisadas, verifica-se a influência do número de Reynolds da partícula e do número de Arquimedes, evidenciando os efeitos da força resistiva e do peso aparente do leito, demonstrando que a entropia de Kolmogorov representa o reflexo das forças presentes e concorrentes na fluidização (Cremasco, 2013).

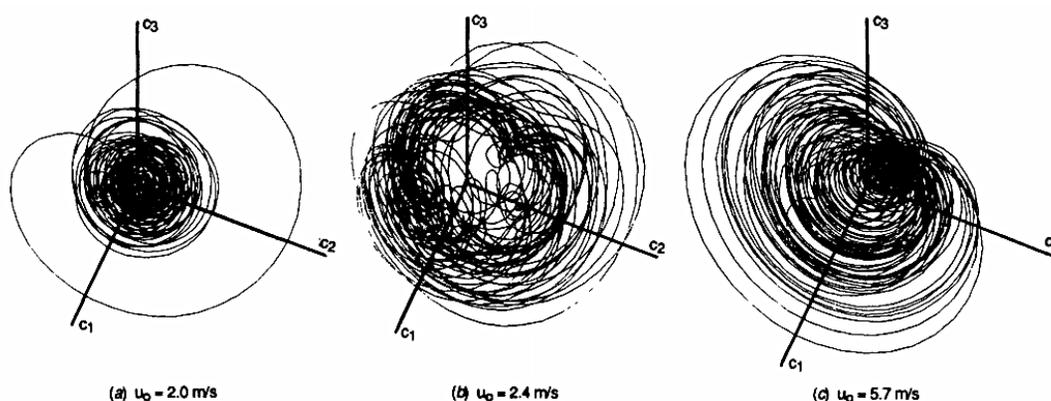
**Figura 2.19** – Efeito de parâmetros de controle na entropia de Kolmogorov (Cremasco, 2013).



## 2.5.2 TEORIA DO CAOS APLICADA A SINAIS EXPERIMENTAIS

Daw *et al.* (1990) reconstruíram os atratores para séries experimentais de variação de pressão total em um leito fluidizado contendo milho como fase particulada e ar como fase gasosa. A Figura 2.20 apresenta os atratores obtidos para diferentes velocidades do gás. Por meio das figuras obtidas os autores verificaram que se tratava de um processo determinístico, pois os atratores, muito embora infinitos por serem fractais, estavam restritos a um espaço de fases finito.

**Figura 2.20** – Variação dos atratores com a velocidade superficial do gás ( $u_0$ ) (Daw *et al.*, 1990).



Em 1993, Vander Stappen, Schouten e van den Bleek aplicaram os invariantes caóticos no estudo das faixas de transição dos regimes de fluidização. Uma de suas verificações mais importantes foi a ocorrência de um aumento na entropia de Kolmogorov na transição de leito fixo para borbulhante.

van den Bleek *et al.* (2002) utilizaram a correlação empírica (Equação 2.31) para a entropia de Kolmogorov apresentada na tese de doutorado de Vander Stappen (1996). Após diversas comparações entre diferentes configurações de leitos fluidizados circulantes observou-se que a correlação representou muito bem os valores de entropia de Kolmogorov obtidos a partir de séries experimentais de pressão para a região borbulhante (van den Bleek *et al.*, 2002) para partículas B e D de Geldart.

$$K \left( \frac{\text{bits}}{s} \right) = 10,7 \cdot \left( \frac{u - u_{mf}}{u_{mf}} \right)^{0,4} D_C^{1,2} H_S^{-1,6} \quad (2.31)$$

Sendo

$D_C$  = diâmetro da coluna (m).

$H_S$  = altura do leito (m).

$u$  = velocidade superficial do gás (m/s).

Os autores ainda vão além dizendo que o modelo, representado pela Equação 2.31, pode ser aplicado para o regime de bolha em leito fluidizado circulante ou leito denso (van den Bleek *et al.*, 2002).

A nível nacional, a aplicação da teoria do caos em sistemas particulados ainda é discreta. Santos *et al.* (2011) realizou um estudo fluidodinâmico de um leito de jorro por meio da identificação das regiões características desse tipo de sistemas particulados e, para tal, aplicou a teoria do caos a séries temporais de variação de pressão para partículas de painço ( $d_p = 1,88$  mm,  $\rho_p = 1,17$  g/cm<sup>3</sup> e  $\phi = 0,96$ ). O equipamento utilizado por Santos *et al.* (2011) possui altura, largura e ângulo da coluna cilíndrica de, respectivamente, 20,0 cm, 23,1 cm e 78° e largura do orifício de entrada de ar de 4,0 cm. A aquisição dos dados foi realizada por meio de um sistema de sonda de fibra óptica por 60 segundos à taxa de 1.000 Hz. Neste estudo demonstrou-se que os sistemas investigados apresentaram comportamento caótico (Figura 2.21), pois apresentaram entropia de Kolmogorov positiva para todas as situações e que há grande dependência deste invariante com as condições de operação utilizadas (Santos *et al.*, 2011).

Em termos de perfil, notou-se que, para baixas vazões, os valores de  $K_{ML}$  são pequenos e que para a região de leito fixo, intervalo de  $Q = 10$  m<sup>3</sup>/h a 14 m<sup>3</sup>/h, a entropia de Kolmogorov permaneceu praticamente constante conforme Figura 2.22. Quando o leito atinge jorro mínimo, os valores de  $K_{ML}$  aumentam exponencialmente, ocorrendo, portanto,

maior complexidade neste intervalo. No momento em que a vazão chega a  $26 \text{ m}^3/\text{h}$  o ponto mais caótico é alcançado, sendo esta a região de jorro estável.

Figura 2.21 – Leito de jorro cônico: (a) Séries temporais e (b) Atratores (Santos et al., 2011).

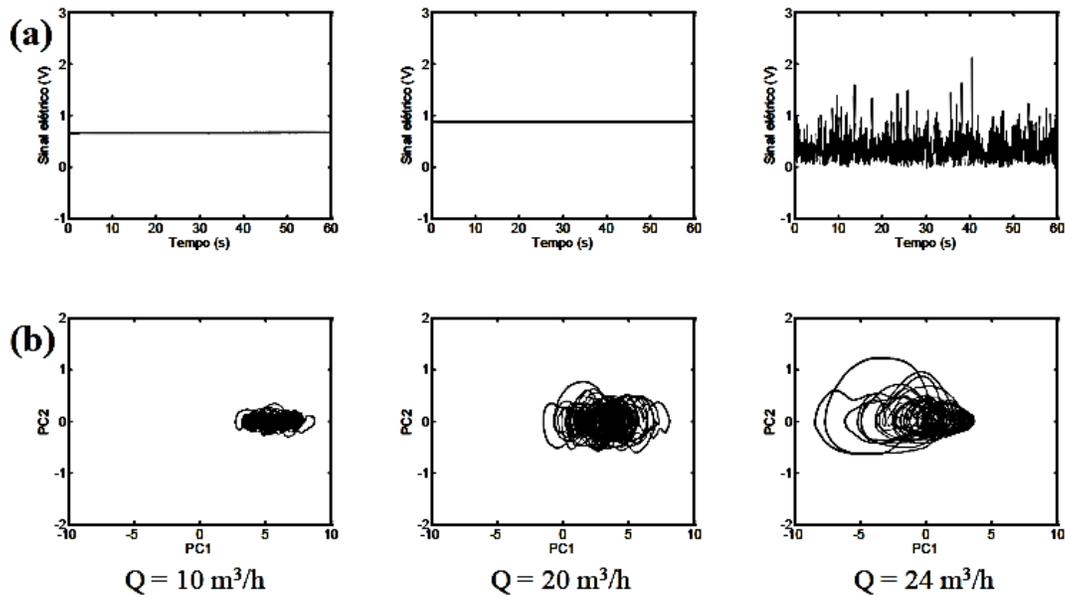
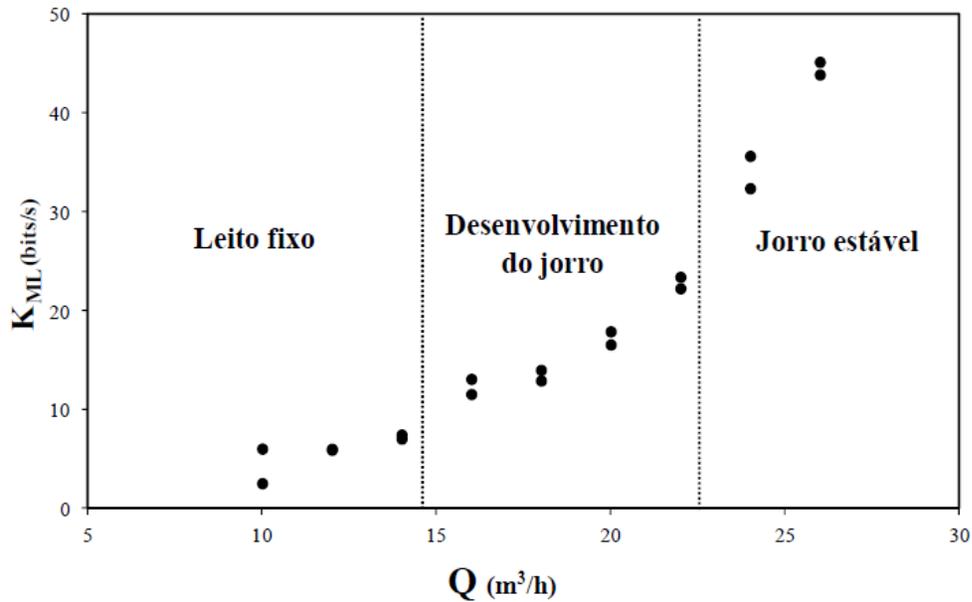
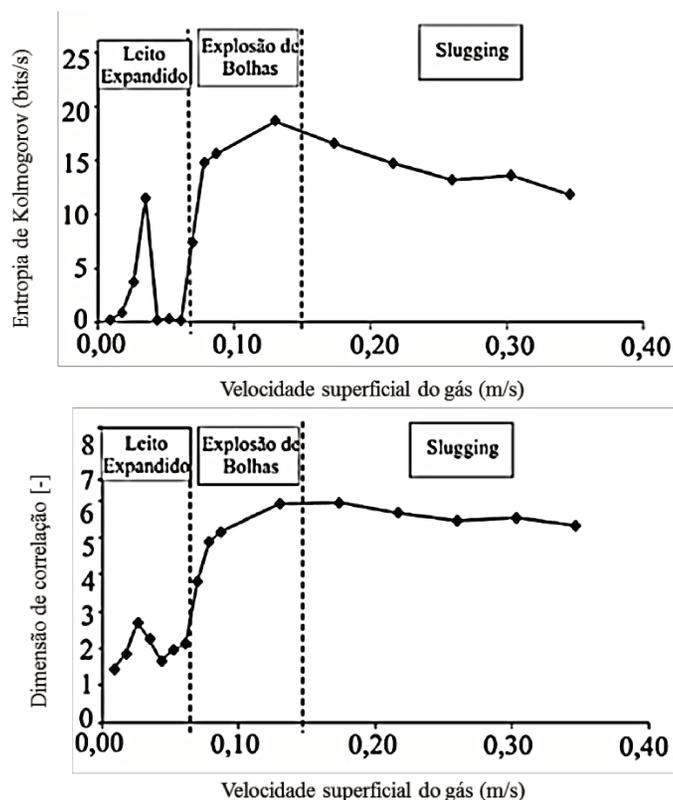


Figura 2.22 – Distribuição de entropia de Kolmogorov com o aumento do fluxo de ar próximo ao centro do leito (Santos et al., 2011).



Castilho *et al.* (2009) utilizaram os invariantes caóticos para identificar as regiões de transição em um leito fluidizado. A velocidade de mínima fluidização encontrada foi 0,070 m/s. Na Figura 2.23, verifica-se que as regiões de transição apresentam picos característicos. No intervalo que compreende o leito expandido o sistema apresenta, no máximo, 3 graus de liberdade sendo que, após a mínima fluidização o sistema torna-se mais complexo ocorrendo aumento da dimensão de correlação e da entropia de Kolmogorov atingindo máximo quando a velocidade superficial do gás alcança 0,130 m/s. No limite do regime borbulhante, início do pistonado, a complexidade e imprevisibilidade do sistema caem e as curvas de entropia de dimensão de correlação decrescem.

**Figura 2.23** – Perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação associadas às características de cada região de fluidização (Castilho *et al.* 2009).

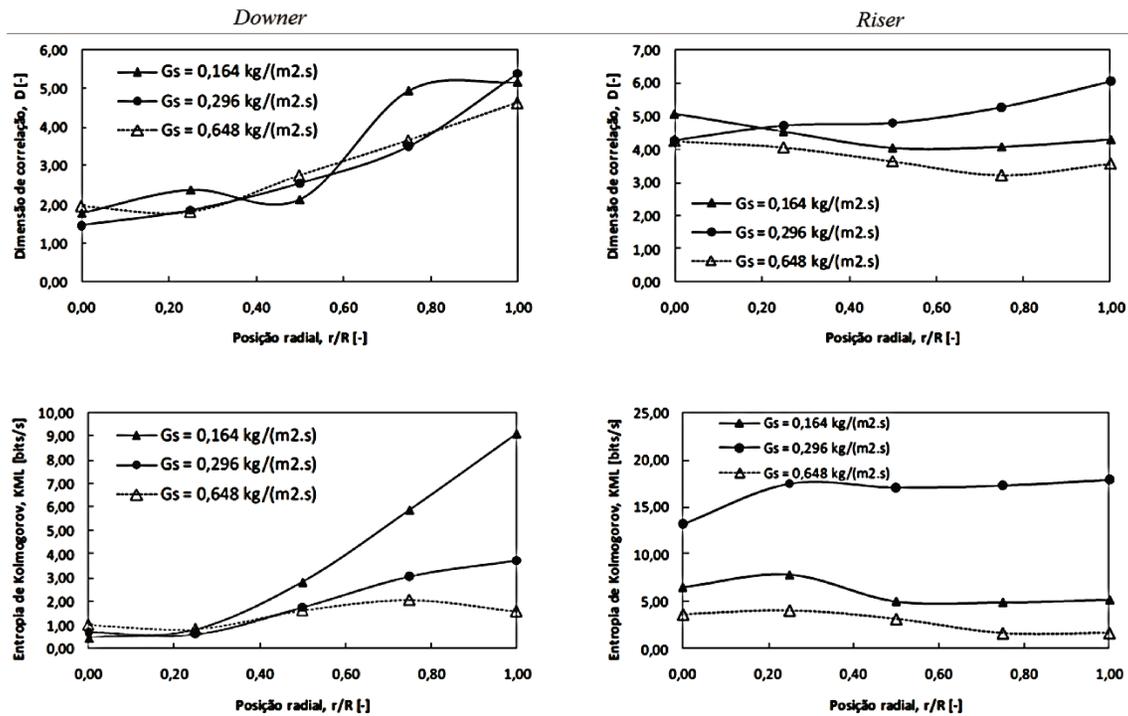


No que diz respeito aos leitos fluidizados circulantes, Castilho e Cremasco (2012) utilizaram a análise caótica determinística para estudar as diferenças entre as regiões *riser* e *downer* de um leito fluidizado circulante utilizando partículas de catalisador FCC e sonda

de fibra óptica como sistema de medição. A Figura 2.24 apresenta os resultados da variação da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação na direção radial obtidos para a entrada de cada uma das seções estudadas.

Com base nos trabalhos citados, verifica-se que a complexa interação, inerente ao contato gás-partícula, em um leito fluidizado pode ser classificada como sistema caótico (Castilho *et al.* 2011; Xu *et al.*, 2009; van den Bleek *et al.*, 2002). Esta constatação implica que mínimas alterações em parâmetros como vazão do gás e massa de sólidos podem gerar características completamente diferentes como, por exemplo, alterações nos padrões de formação das bolhas (Kaart *et al.*, 1999). A previsão das variáveis de estudo (a saber, porosidade e pressão), a longo prazo, torna-se extremamente difícil, pois as trajetórias destas soluções se comportarão dinamicamente segundo as leis do caos, ficando o conjunto de soluções restritos a um espaço de fases delimitado.

**Figura 2.24** – Variação da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação na direção radial obtidos para a entrada das seções riser e downer de um LFC (Castilho e Cremasco, 2012).



## 2.6 SOFTWARES DE RECONSTRUÇÃO DE ATRADORES E CÁLCULO DOS INVARIANTES CAÓTICOS

Nos últimos anos, com os adventos na área de análise de sistemas dinâmicos, diversos softwares foram desenvolvidos para auxiliar na solução e interpretação destes processos. No que diz respeito à abordagem de séries temporais por meio da teoria do caos, a Tabela 2.6 lista alguns dos principais pacotes disponíveis para este fim.

No que diz respeito à análise não linear de séries temporais, advindas de processos inerentes à engenharia química, o software *RRChaos* (Schouten *et al.*, 1992) é um dos mais aplicados para este fim. O pacote permite a reconstrução dos atradores, cálculo da dimensão de correlação e da entropia de Kolmogorov para séries temporais caóticas com ruídos.

**Tabela 2.6** – Alguns softwares disponíveis para o cálculo dos parâmetros caóticos (Moura, 2013).

Software/Algoritmo	Disponibilidade	Descrição
Chaos Data Analyzer Professional Version	Comercial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP*;</li> <li>• Não calcula a entropia de Kolmogorov;</li> <li>• A reconstrução do atrator é realizada pelo método da derivada (método em desuso).</li> </ul>
Dataplore – Analysis of signal and time series data	Comercial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP;</li> <li>• Não calcula a entropia de Kolmogorov;</li> <li>• A dinâmica do sistema é representada por gráficos de recorrência (representação do sistema por uma matriz gráfica considerando o tempo de atraso e a dimensão de imersão, conceito introduzido por Eckmann <i>et al.</i>, (1987)).</li> </ul>
Visual Recurrence Analysis (VRA)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP;</li> <li>• Não calcula a entropia de Kolmogorov;</li> <li>• Reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD).</li> </ul>
TISEAN (códigos em FORTRAN)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP;</li> <li>• Calcula a entropia de Kolmogorov segundo o algoritmo GPS;</li> <li>• Reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD);</li> </ul>

Chaotic Systems Toolbox (códigos da plataforma Matlab)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Não possui saída gráfica.</li> <li>● Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP;</li> <li>● Não calcula a entropia de Kolmogorov;</li> <li>● Reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD);</li> </ul>
TSTOOL (códigos da plataforma Matlab)	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Calcula a dimensão de correlação segundo o algoritmo GP;</li> <li>● Não calcula a entropia de Kolmogorov;</li> <li>● Reconstrução do espaço de fase a partir do método dos atrasos (MOD);</li> </ul>
RRChaos	Gratuito	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Calcula a dimensão de correlação segundo os algoritmos GP e ML**;</li> <li>● Calcula a entropia de Kolmogorov por meio do algoritmo ML;</li> <li>● Reconstrução do espaço de fase a partir do método (SVD);</li> </ul>

\* GP – Algoritmo Grassberger e Procaccia (1983).

\*\*ML – Algoritmo *Maximum Likelihood* Schouten *et al.* (1994).

Muito embora seu uso seja bastante simples, o *RRChaos* é limitado quanto ao número de pontos utilizados na reconstrução do atrator e da série temporal, valores fixos de dimensão de imersão e incompatibilidade com os sistemas operacionais modernos havendo a necessidade de emulação de sua plataforma original tornando o processamento dos sinais extremamente lento.

Por estes motivos é que Moura (2013) desenvolveu um software em linguagem *MATLAB R2012a 64 bits* que calcula a entropia de Kolmogorov (método de máxima verossimilhança (Schouten *et al.*, 1994)), dimensão de correlação (algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983)) e reconstrói os atratores pelo método da decomposição em valores singulares. Estes algoritmos foram utilizados na presente Dissertação (vide capítulo 4.4).

## CAPÍTULO III

---

### MATERIAIS E MÉTODOS

*Neste capítulo são descritos os materiais e métodos utilizados neste trabalho. Inicialmente são listadas as partículas submetidas à fluidização e, em seguida, descreve-se a unidade experimental, o sistema de aquisição de dados e a metodologia experimental adotada.*

*Os experimentos foram divididos em três etapas. A primeira etapa refere-se à análise comparativa entre as partículas pertencente aos grupos A e D da classificação de Geldart objetivando avaliar diferenças fluidodinâmicas, do ponto de vista da análise caótica, existentes entre diferentes materiais. A segunda fase visa verificar a influência do diâmetro (partículas A, B e D de Geldart) e da massa de material fluidizado nos invariantes caóticos obtidos de séries temporais de pressão advindas da unidade experimental. Na última parte os resultados experimentais serão comparados com os dados obtidos por meio de um modelo fluidodinâmico teórico.*

---

### 3.1 MATERIAIS

---

Na primeira etapa desta Dissertação são realizadas comparações entre os aspectos fluidodinâmicos de duas partículas distintas: FCC (Geldart A) e painço (Geldart D). A Tabela 3.1 lista as propriedades dos materiais particulados utilizados. Na segunda etapa, os experimentos são conduzidos para um mesmo material (microesferas de vidro), porém com três diâmetros distintos, variando-se a massa de material particulado carregada na coluna de fluidização.

Na última etapa os resultados provenientes da simulação, utilizando o modelo fluidodinâmico de Broadhurst (1986), são comparados com dados reais advindos de experimentos realizados na unidade experimental de fluidização.

**Tabela 3.1** – Resultados das análises de propriedades físicas dos materiais particulados.

Material	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	Diâmetro médio da partícula (µm)	Classificação de Geldart
Catalisador FCC	0,902	79,65	A
Painço	1,170	1.880	D
Microesferas de vidro	1,500	64	A
Microesferas de vidro	1,500	128	B
Microesferas de vidro	1,500	1.200	D

As análises das propriedades físicas do catalisador FCC foram realizadas por Betioli (2007) e os métodos utilizados pelo autor foram: picnômetro automático a gás (*AccuPyc 1330*, produzido pela *Micromeritics Instrument Corporation*) e analisador de tamanho de partículas por difração a laser (*Mastersizer S*, modelo *S-MAM 5005*, marca *Malvern*). As análises do painço foram realizadas por Santos *et al.* (2011).

---

## 3.2 EQUIPAMENTOS

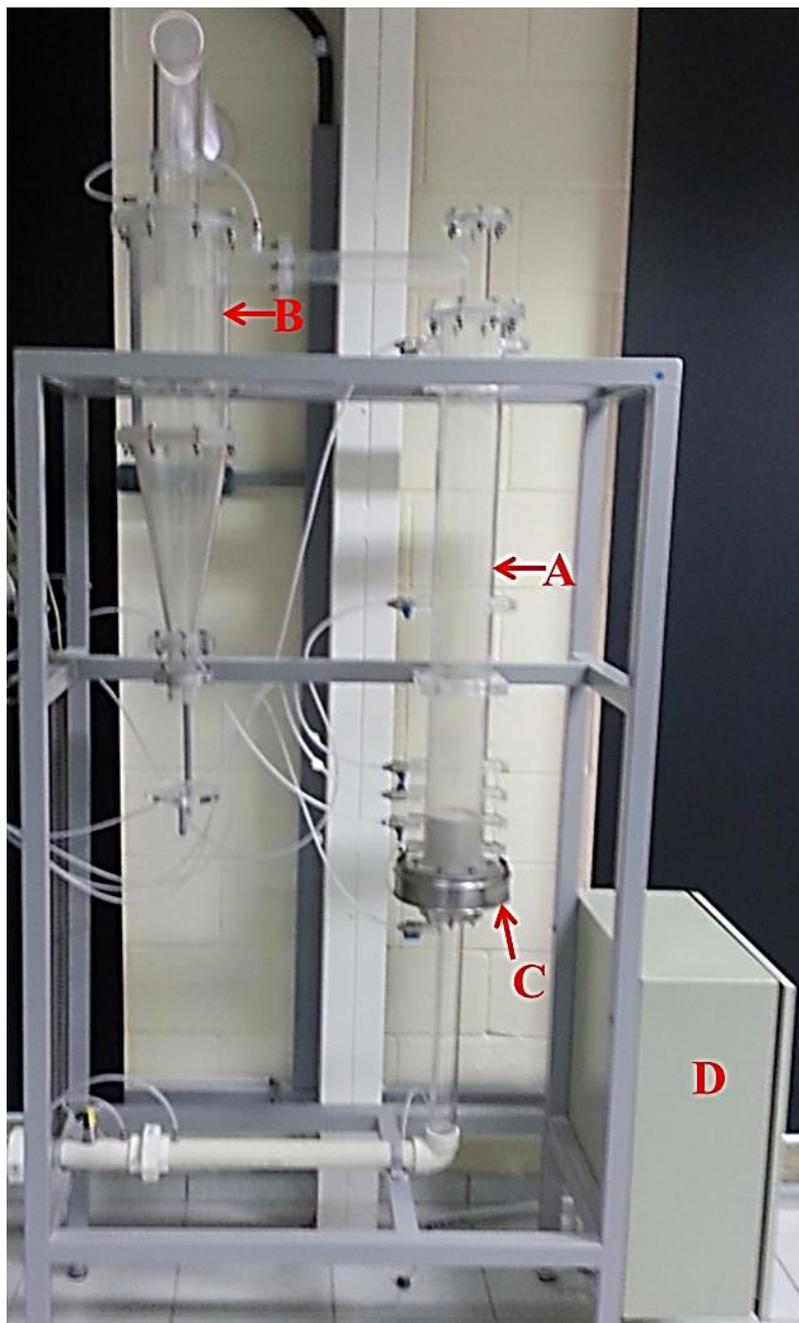
---

A unidade experimental utilizada neste trabalho foi instalada no Laboratório de Processos em Meios Porosos (LPMP) do Departamento de Engenharia de Processos (DEPro) da Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas. Na Figura 3.1, observa-se a unidade experimental completa. O ponto A indica a coluna de fluidização, B aponta o ciclone, C indica o distribuidor e D o painel em que foi instalado todo o sistema de aquisição de dados. Todo o sistema foi fixado em um suporte metálico.

Os ensaios foram conduzidos em uma coluna de acrílico, com diâmetro de 0,10 m e altura 1,0 m, sendo o gás fluidizante ar a temperatura de 25 °C ( $\rho_g = 1.184 \text{ kg/m}^3$ ). Um soprador de vazão máxima 3,9 m<sup>3</sup>/min e pressão de 3.600 mmCa, foi utilizado para fornecer ar para o sistema. A vazão de ar foi medida por meio de placa de orifício de aço inoxidável de 12,3 mm, sendo que a pressão absoluta, a montante da placa, foi medida por um transdutor de

pressão absoluta *NOVUS NP430D* e a queda de pressão da placa foi obtida por um transdutor diferencial de pressão da marca *NOVUS* modelo *NP800H* (faixa de operação de 0 – 2.000 Pa).

**Figura 3.1** – Unidade experimental de fluidização.



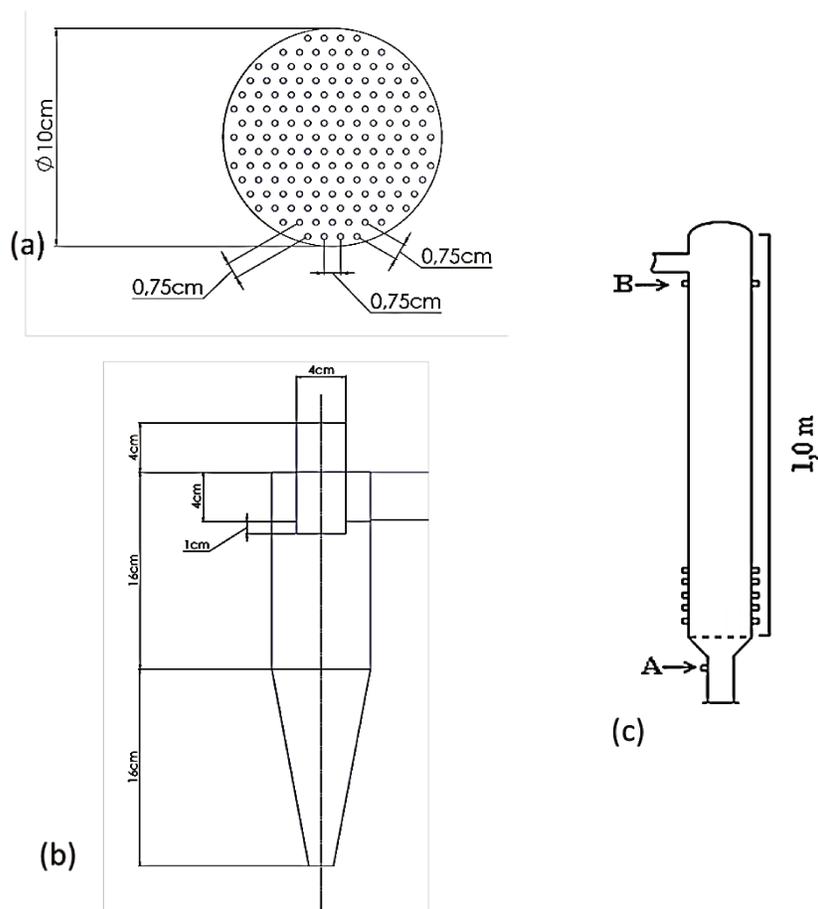
O aparato experimental conta com um painel central (ponto D da Figura 3.1) que agrupa toda a instalação dos transmissores de temperatura e de pressão, do sistema de aquisição e de duas baterias seladas de 12 V com o objetivo de eliminar ruídos provenientes da rede elétrica. Os transdutores diferenciais de pressão foram fixados ao lado da armação metálica que sustenta o leito.

O soprador que fornece o ar fluidizante foi instalado na área externa do laboratório com uma tubulação de 3,0 m de comprimento conduzindo o fluido à coluna. A parte inicial da tubulação, conectada na descarga do soprador, possui 40 cm de comprimento por 10 cm de diâmetro interno e foi fabricada em borracha com duas lonas para evitar rupturas ou desgastes ocasionados pelo aumento de temperatura. A tubulação de descarga foi conectada em uma linha de 70 cm de aço inox contendo um cotovelo de 90°, uma válvula esfera que foi mantida completamente aberta, um *by-pass* controlado por uma válvula globo que foi mantida fechada e um redutor. O restante da linha foi confeccionado em PVC.

As fases particuladas utilizadas foram apresentadas no tópico 3.1 deste capítulo. O material que, eventualmente, fosse arrastado da coluna foi elutriado em um ciclone do tipo *Lapple* com configuração apresentada na Figura 3.2b. O distribuidor ( $D_d = 0,1$  m) instalado na coluna, esquematizado na Figura 3.2a, apresenta orifícios de 0,27 cm de diâmetro e organização triangular com espaçamento entre orifícios de 0,75 cm. Utilizou-se uma tela de 400 mesh (ponto C – Figura 3.1) para não permitir a passagem de partículas finas pelo distribuidor.

A evolução temporal da queda pressão ao longo da coluna foi obtida por meio de transdutor diferencial de pressão, fabricado pela empresa *NOVUS* modelo *NP800H* com sinal de saída de 4 – 20 mA, com tempo de resposta de 0,2 segundos, atualização da corrente de saída de 100 ms e faixa de operação de 0 – 1.500 Pa. Este transdutor foi posicionado de modo a se obter a variação total de pressão do leito. Na Figura 3.2c (coluna de fluidização), verificam-se os pontos de tomada de pressão utilizados nos experimentos. O ponto A se localiza antes da placa distribuidora e o ponto B no limite da saída da coluna.

Figura 3.2 – Configuração da placa de orifício e do ciclone.



A determinação da vazão mássica do ar foi realizada utilizando o conjunto de Equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4, desenvolvidas por Ower e Pankhurst (1977).

$$Q = 0,0573 \cdot \lambda_f \cdot \alpha \cdot A_{or} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P_{po}}{1 - m^2} \cdot \frac{P_{atm}}{273 + T_{ar}}} \quad (3.1)$$

Em que:

$Q$  = vazão mássica (kg/min);

$\Delta P_{po}$  = queda de pressão da placa de orifício (cmH<sub>2</sub>O);

$P_{atm}$  = pressão atmosférica local (mmHg);

$T_{ar}$  = temperatura do ar na entrada do orifício (°C);

$\lambda_f$  = fator de compressibilidade, calculado por:

$$\lambda_f = 1 - \frac{\beta \cdot \Delta P_{po}}{(P_{est} + P_{atm})} \quad (3.2)$$

$$\beta = 0,3041 + 0,0876m - 0,1166m^2 + 0,4089m^3 \quad (3.3)$$

Sendo,

$P_{est}$  = pressão manométrica a montante da placa de orifício (cmH<sub>2</sub>O);

$\alpha$  = coeficiente de descarga, calculado por:

$$\alpha = 0,5959 + 0,0312m^{1,05} - 0,184m^4 \quad (3.4)$$

$$m = \frac{A_{or}}{A_t} \quad (3.5)$$

$$A_{or} = \frac{\pi d_{or}^2}{4} \quad (3.6)$$

$$A_t = \frac{\pi d_t^2}{4} \quad (3.7)$$

$m$  = relação entre a área do orifício da placa e a área da tubulação;

$A_{or}$  = área do orifício da placa (cm<sup>2</sup>);

$d_{or}$  = diâmetro do orifício da placa (cm);

$d_t$  = diâmetro do orifício da tubulação (cm).

A temperatura do ar na linha foi medida 5 cm antes a placa de orifício por meio de um sensor de temperatura da marca *INCON Pt100 3F* calibrado para a faixa de 15 - 75 °C.

---

### 3.3 AQUISIÇÃO DOS DADOS

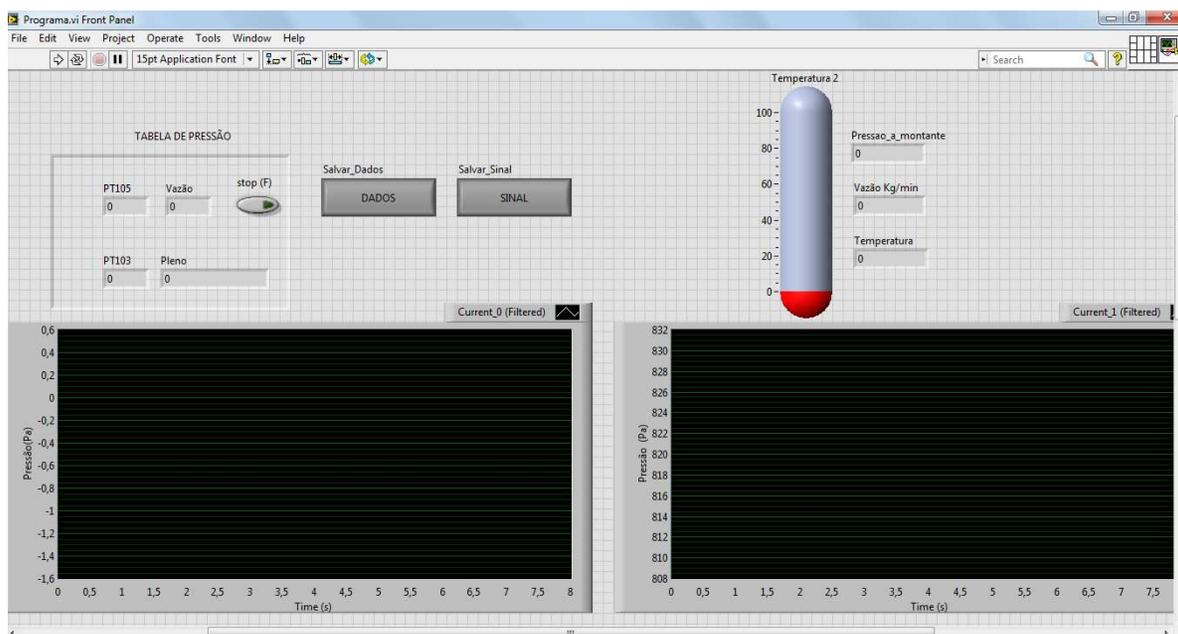
---

O sistema utilizado na aquisição dos dados consiste de um par de transdutores diferenciais de pressão, um transdutor de pressão absoluta, um medidor de temperatura, placa de aquisição, bloco conector, computador e *software*. Todos os medidores instalados emitem sinal na forma de corrente elétrica para um sistema aquisitor da marca *National Instruments*<sup>TM</sup>, composto por uma placa de aquisição de dados *National Instruments NI9403* acoplada a um chassi *NI CompactDAQ USB* e um notebook (*Dell Inspiron N4050*, memória RAM de 4,0 GB e processador Intel CORE i5) com o *software NI LabView2012*.

A interface, desenvolvida no *software LabView 12.0*, para visualização gráfica dos sinais de flutuação de pressão total do leito, da placa de orifício e da temperatura da linha é mostrada na Figura 3.3. Valores médios de queda de pressão total do leito (variável de interesse) e de vazão do ar foram obtidos em cada *loop* (corrida). Todos os dados enviados foram armazenados em uma pasta em formato *.txt* para, futuramente, serem exportados e analisados.

Na fluidização a variação de ( $-\Delta P$ ) no interior do leito, via de regra, não ultrapassa 10 Hz, sendo 20 Hz suficientes para estudar as variações decorrentes deste processo (Johnsson *et al.*, 2000). Todavia, para a aplicação da análise de caos determinístico valores elevados de amostragem são requeridos para que os atratores reconstruídos apresentem boa definição e os invariantes abstraídos de suas características topológicas representem adequadamente o fenômeno. Não é incomum encontrar neste segmento autores que utilizam taxas da ordem de 800 Hz (Letzel *et al.*, 1997). Sendo assim, a frequência e o tempo de amostragem, para todos os experimentos, foram respectivamente de 1.000 Hz e 40 segundos (Castilho, 2011). Para que os sinais obtidos apresentassem o menor nível de ruído possível, especificou-se um filtro digital de resposta infinita ao impulso (IRR), tipo passa baixa, com topologia *Butterworth* de ordem 25.

**Figura 3.3** – Interface de aquisição de dados desenvolvida no software LabView 7.1™.



### 3.4 METODOLOGIA

Os ensaios fluidodinâmicos consistiram na obtenção da variação de pressão total do leito para diferentes vazões de ar em uma coluna carregada com determinada massa de material particulado. Inicialmente foi necessário realizar a confirmação da tensão das baterias, utilizadas na alimentação de todos os medidores, com auxílio de um multímetro. Esta verificação é importante, pois qualquer alteração nesta tensão levará a erros nos sinais obtidos. Uma vez aferidas as baterias, passou-se a etapa seguinte que é o carregamento da coluna com o material e massa desejada. Na Tabela 3.2 cada etapa corresponde a uma das fases deste trabalho com seus respectivos materiais e massa analisadas.

Cada um dos experimentos foi realizado em triplicata e executados aleatoriamente. Para todos os experimentos, as regiões de fluidização foram identificadas por meio de observação direta do leito durante o processo. Na primeira etapa as séries temporais de FCC foram comparadas com as séries experimentais para partículas de painço. Nesta fase, os invariantes caóticos foram calculados para evoluções temporais (de FCC e painço) e os perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação das duas partículas foram comparados.

**Tabela 3.2** – Relação dos materiais e das massas carregadas na coluna de fluidização em cada etapa do trabalho.

Etapa	Material	Diâmetro (µm)	Massa carregada (kg)	Descrição
(I)	Painço	1.880	0,4	Comparação entre diferentes partículas.
	Catalisador FCC	79,65	0,4	
(II)	Microesferas de vidro	64	0,4	Influência da massa carregada e do diâmetro da partícula.
	Microesferas de vidro	64	0,8	
	Microesferas de vidro	128	0,4	
	Microesferas de vidro	128	0,8	
	Microesferas de vidro	1.200	0,4	
	Microesferas de vidro	1.200	0,8	
(III)	Microesferas de vidro	64	0,8	Comparação com os dados do modelo.
	Microesferas de vidro	128	0,8	
	Microesferas de vidro	1.200	0,8	

A etapa II envolveu a verificação da influência, nos parâmetros de caos (entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação), do diâmetro das partículas, pertencentes aos grupos A, B e D da classificação Geldart, e da massa de sólidos carregada na coluna. A última etapa (III) foi a comparação dos dados simulados com os resultados obtidos experimentalmente em (I) para partículas de microesferas de vidro. O *software* utilizado para a reconstrução dos atratores, cálculo da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação foi o *BRChaos* (Moura, 2013) (vide capítulo 4.4).

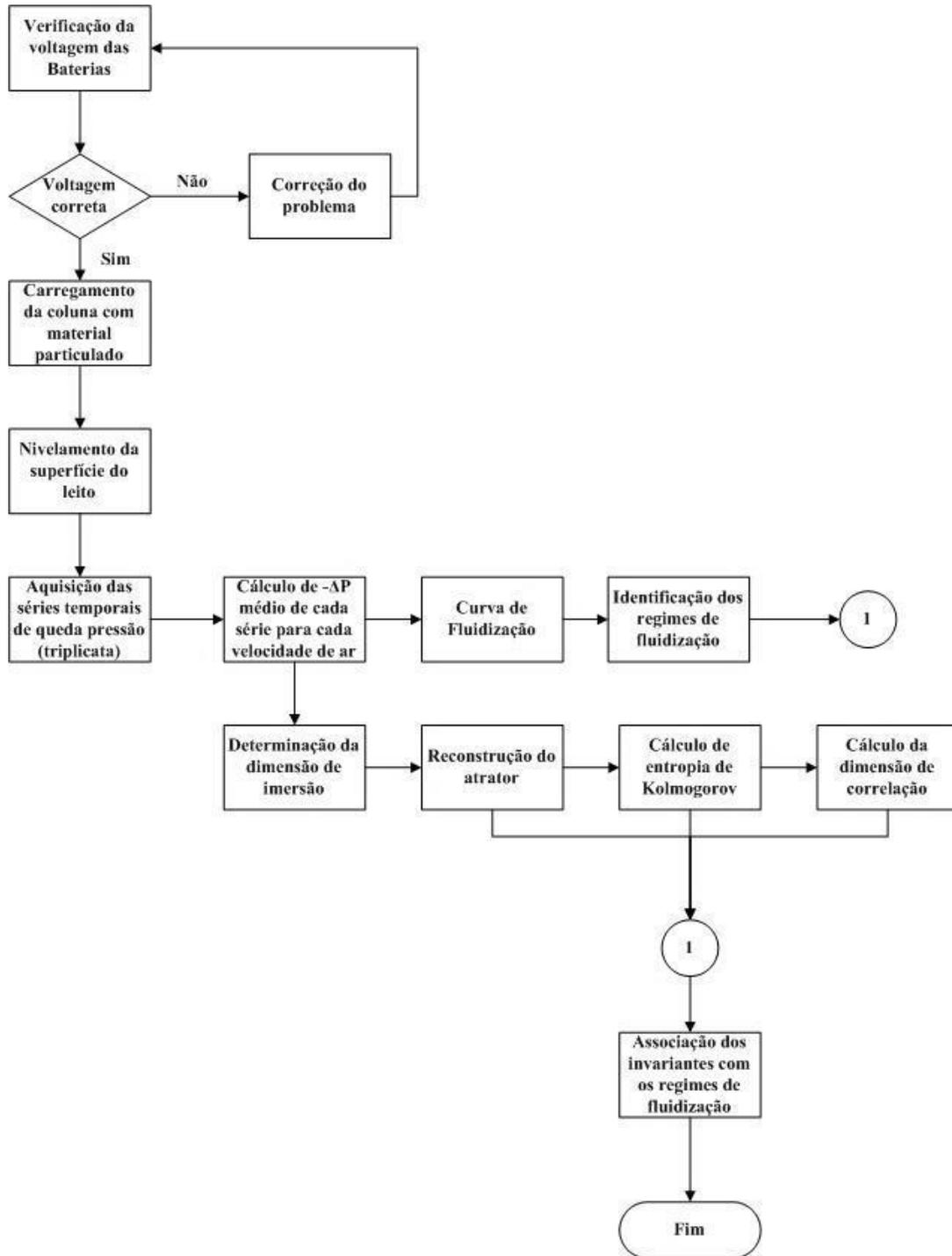
Na Figura 3.4 apresenta-se a sequência adotada para a obtenção dos resultados desta Dissertação.

Após o carregamento dos sólidos foi necessária a realização de um nivelamento da superfície do leito para promover uniformidade na distribuição das partículas. Este procedimento foi realizado por meio do fornecimento de uma pequena vazão de ar à coluna e, após desligado o compressor, atingiu-se o leito fixo.

Depois de realizados estes procedimentos iniciais a curva de fluidização foi obtida de forma descendente. Cada ponto da curva fluidodinâmica corresponde a média de 40.000 pontos salvos pelo sistema de aquisição. Estimaram-se as velocidades de mínima fluidização

por meio da intersecção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de  $\Delta P$  constante após a expansão.

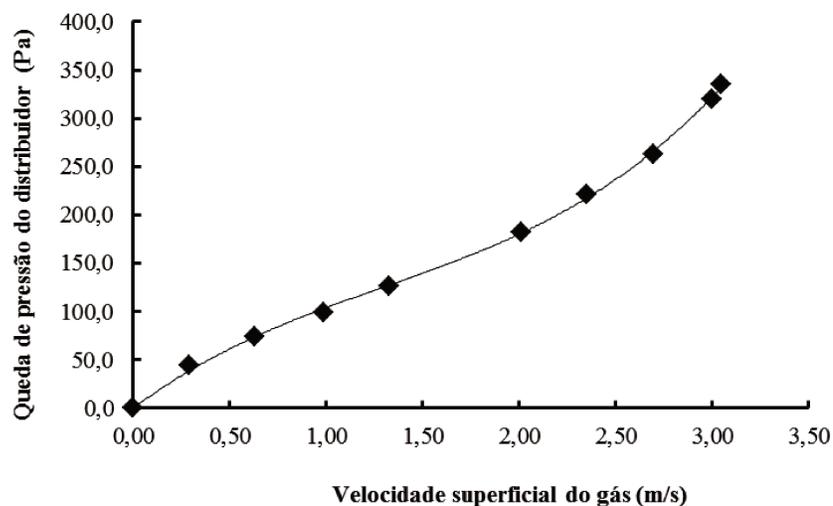
**Figura 3.4** – Fluxograma da metodologia experimental e de análise dos dados.



A reconstrução dos atratores, o cálculo da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação foram feitos com o *software BRChaos* (vide capítulo 4.4), segundo a metodologia postulada por Moura (2013).

Os resultados gerados pelo transdutor diferencial de pressão são, na verdade, a soma da perda de pressão do leito (partículas) com a perda acarretada pelo distribuidor. A parcela referente ao distribuidor foi descontada para, finalmente, calcular a perda de pressão ocasionada pelo material sólido. Para isso, confeccionou-se uma curva característica de queda de pressão do distribuidor para, posteriormente, descontar da perda total do leito. Na Figura 3.5 é apresentada a curva referente à queda de pressão total do distribuidor sendo que a Equação 3.8 ( $R^2 = 0,9991$ ) representa, matematicamente, este gráfico. Os dados para a construção desta curva foram obtidos em triplicata.

**Figura 3.5** – Curva de queda de pressão do distribuidor com a velocidade do gás.



$$(-\Delta P) = 15,635u^3 - 60,887u + 149,31u \quad (3.8)$$

Sendo,

$(-\Delta P)$  = perda de pressão total do distribuidor (Pa);

$u$  = Velocidade superficial do ar (m/s).

### 3.5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO FLUIDODINÂMICO DA OSCILAÇÃO DE PARTÍCULAS EM LEITO RASO

---

A solução do modelo proposto por Broadhurst (1986) foi implementada no software *MatLab R2012b*, segundo o procedimento descrito a seguir.

As condições iniciais para a altura das partículas, velocidade do gás e fração de vazios foram especificadas. Inicialmente as partículas foram consideradas em repouso, com fração de vazios igual a  $\varepsilon_0$ , com velocidade e distância entre as partículas igual a zero. As propriedades físicas das partículas e do fluido de processo foram especificadas.

Por se tratar de uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, dividiu-se a equação original em duas de primeira ordem e a solução numérica partiu do método clássico de Euler conforme segue:

$$\frac{d^2 h_i}{dt^2} = \frac{\text{Arraste} - \text{Força Peso}}{\text{Massa da Partícula}} \quad (3.9)$$

$$\frac{dh_i}{dt_{t+dt}} = \frac{dh_i}{dt_{t=1}} + dt \frac{d^2 h_i}{dt_{t=1}^2} \quad (3.10)$$

$$h_{i_{t+dt}} = h_{i_{t=1}} + dt \frac{dh_i}{dt_{t=1}} \quad (3.11)$$

As condições de porosidade, já descritas na seção 2.5.1, são inseridas para as seguintes condições:

$$\text{Para } i = 1 \rightarrow \varepsilon_1 = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{L_2} \quad (3.12)$$

$$\text{Ou se } 1 < i \leq N \rightarrow \varepsilon_i = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{L_1 - L_{i-1}} \quad (3.13)$$

Os critérios para colisão aplicados levam em conta a porosidade do leito, ou seja, para o caso de  $\varepsilon_i < \varepsilon_0$  ou para  $\varepsilon_i \neq \varepsilon_0$ , assim:

Se  $\varepsilon_i < \varepsilon_0$ ,

$$h_{i+1} = h_i + d_p \quad (3.14)$$

$$h'_{i+1} = \frac{1}{2}(1 + CoR)h'_i + \frac{1}{2}(1 - CoR)h'_{i+1} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_i = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{L_{i+1}} \quad (3.16)$$

Se  $\varepsilon_i \neq \varepsilon_0$ ,

$$h_i = h_{i-1} + d_p \quad (3.17)$$

$$h'_{i-1} = \frac{1}{2}(1 + CoR)h'_i + \frac{1}{2}(1 - CoR)h'_{i-1} \quad (3.18)$$

$$h'_i = \frac{1}{2}(1 - CoR)h'_i + \frac{1}{2}(1 + CoR)h'_{i-1} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_i = 1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{(L_i - L_{i-1})} \quad (3.20)$$

Seguindo o que foi proposto por van den Bleek e Schouten (1993b), o coeficiente de restituição utilizado neste trabalho foi de 0,5. O passo de integração foi estipulado em  $5 \times 10^{-4}$  segundos.

A resposta final do algoritmo será a porosidade do leito, porém os dados obtidos experimentalmente são de pressão, desta forma é utilizada a expressão clássica de Ergun (Equação 3.21) para calcular a pressão para um dado momento de tempo:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2 \mu}{\phi_p^2 d_p^2 \varepsilon^3} v + 1,75 \frac{(1 - \varepsilon) \rho_f}{\phi_p d_p \varepsilon^3} v^2 \quad (3.21)$$

Em que,

$\Delta P$  = variação de pressão (Pa);

$L$  = altura do leito (m);

$\varepsilon$  = porosidade do leito (adimensional);

$\Phi$  = esfericidade da partícula (adimensional);

$\mu$  = viscosidade do fluido (Pa.s);

$\rho_f$  = massa específica do fluido (kg/m<sup>3</sup>);

$v$  = velocidade superficial do fluido (m/s).

## CAPÍTULO IV

---

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

*O objetivo central deste capítulo é o de apresentar e discutir as diferenças existentes entre partículas do grupo A B e D de Geldart quando submetidas à fluidização por ar a temperatura ambiente. Para isso, um estudo preliminar de viabilidade da aplicação da teoria do caos foi realizado objetivando a avaliação da fluidodinâmica de dois materiais distintos (FCC e painço) pertencentes aos grupos A e D de Geldart. Em seguida, uma vez determinada a exequibilidade da metodologia adotada, dados de fluidização de microesferas de vidro dos grupos A, B e D de Geldart foram submetidos à análise caótica determinista a fim de associar a entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação aos distintos regimes fluidodinâmicos apresentados por estas partículas, desta forma, servindo como base de comparação e caracterização. A última etapa é a aplicação da teoria caótica a dados oriundos de um modelo fluidodinâmico teórico.*

---

#### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DE REGIMES FLUIDIZADOS PARA PARTÍCULAS DOS GRUPOS A (FCC) E D (PAINÇO) DE GELDART.

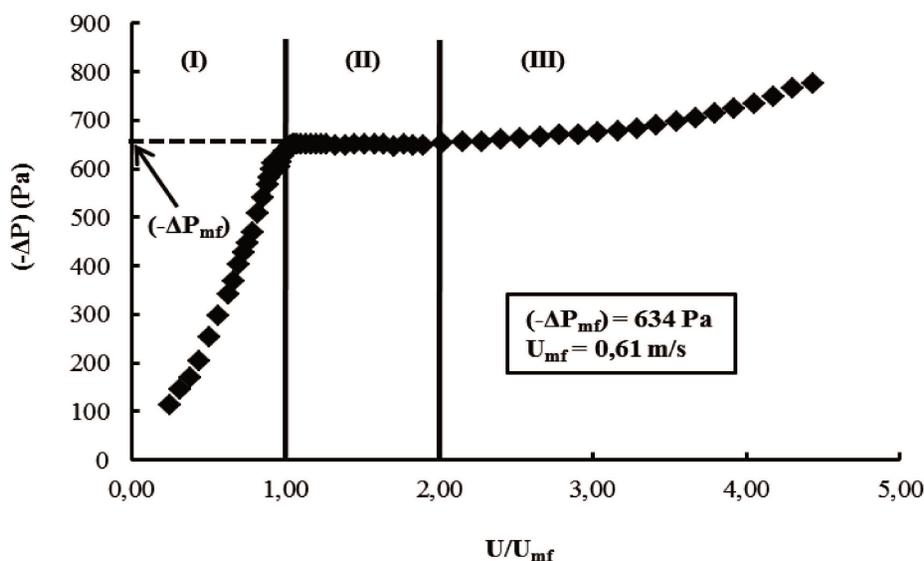
---

O objetivo deste tópico é avaliar, à luz da teoria do caos, a dinâmica de partículas A e D da classificação de Geldart comparando os diferentes perfis de entropia de Kolmogorov ( $K$ ) e dimensão de correlação ( $D_2$ ) e associar estes parâmetros com as características fluidodinâmicas de cada processo. O parâmetro de controle escolhido foi a velocidade do gás e a resposta (série temporal) é a perda de pressão total do leito. Inicialmente são apresentadas e discutidas as curvas características de fluidização de ambos os materiais e, em seguida, associam-se as características fluidodinâmicas distintas de cada material com os invariantes caóticos entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação e, por fim, avalia-se as diferenças entre o FCC e o painço.

### 4.1.1 CURVAS DE FLUIDIZAÇÃO

A Figura 4.1 apresenta o perfil de queda de pressão ( $-\Delta P$ ) com o aumento da velocidade superficial do ar para um carregamento de 0,4 kg de partículas de painço. Cada ponto da curva corresponde à média, em triplicata, de 40.000 pontos obtidos pelos transdutores diferenciais de pressão. Estimou-se a velocidade de mínima fluidização por meio da intersecção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de  $\Delta P$  constante após a mínima fluidização. O ponto de mínima fluidização está indicado na Figura 4.1, sendo o valor encontrado para a  $U_{mf} = 0,61$  m/s com respectiva  $(-\Delta P_{mf}) = 634$  Pa. A porosidade neste ponto, calculada pela equação clássica de Ergun (Equação 3.21), foi de 0,40. As regiões do gráfico identificadas por (I), (II) e (III) são os pontos em que ocorreram as transições de regime. (I) representa o leito fixo, região em que se verifica um aumento, praticamente linear e bem acentuado, da queda de pressão. Esta é a região em que o leito oferece maior resistência ao ar, notando-se que a posição das partículas sofre pequenas alterações com a passagem do fluido e na medida em que a velocidade do gás aumenta, aproximando-se da mínima fluidização, a movimentação do leito fica mais vigorosa.

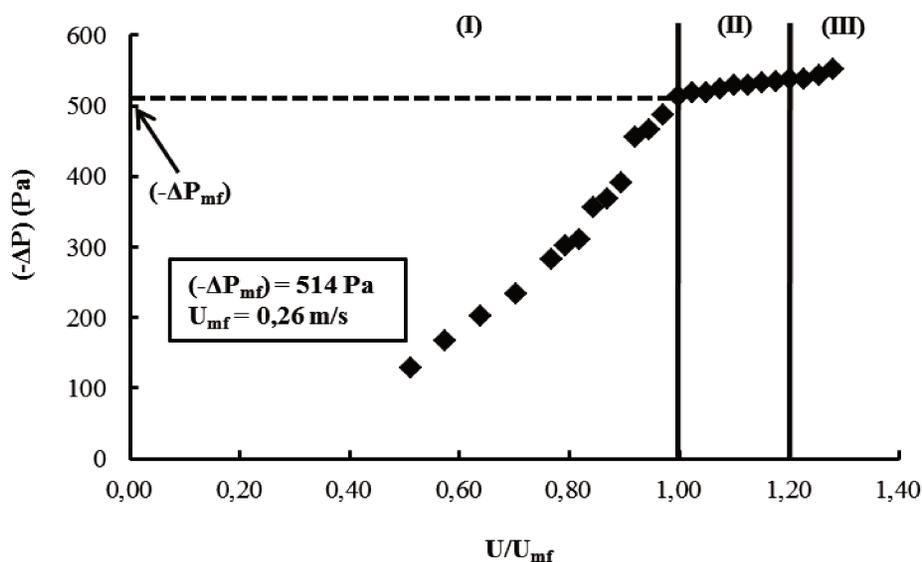
Figura 4.1 – Curva de fluidização do painço.



Depois de alcançada a mínima fluidização, notou-se a formação de bolhas e, portanto, a migração para o regime borbulhante (Região (II)). A última região, caracterizada pelo aumento da queda de pressão, acima da mínima fluidização, corresponde ao regime pistonado. Para o painço esta transição ocorreu após a razão  $U/U_{mf} \approx 2,00$ .

Na Figura 4.2, apresenta-se a curva de fluidização para partículas de catalisador FCC. Cada um dos pontos do gráfico corresponde à média, em triplicata, de 40.000 pontos obtidos pelos transdutores diferenciais de pressão. Ar foi utilizado como fluido de trabalho e a coluna foi carregada com 0,4 kg de FCC. Análogo ao que foi feito para o painço, a velocidade de mínima fluidização foi obtida por meio da intersecção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de  $\Delta P$  constante após a mínima fluidização. A seta indicativa na Figura 4.2 aponta a mínima fluidização, sendo os valores encontrados para a  $U_{mf}$  e  $(-\Delta P_{mf})$  e  $\varepsilon_{mf}$  de respectivamente 0,26 m/s, 514 Pa e 0,84.

Figura 4.2 – Curva de fluidização do FCC.

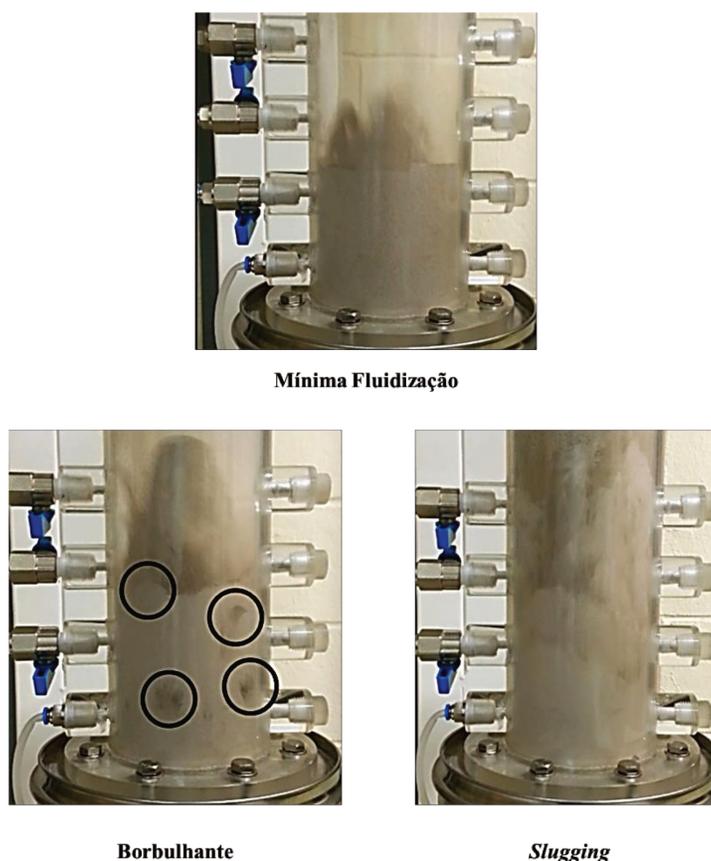


Similar ao discutido anteriormente, (I), (II) e (III) são os pontos em que ocorreram as transições de regime, sendo (I) o leito fixo, (II) o regime borbulhante e (III) pistonado. A compactação do leito de FCC, devido ao pequeno diâmetro das partículas e das características pulverulentas do material, faz com que a queda de pressão, com a variação

da velocidade do ar, seja mais suave, conferindo a esta região um perfil característico menos inclinado. Outro impacto das propriedades físicas do catalisador é a rápida transição do regime borbulhante para o regime pistonado, notada após  $U/U_{mf} \approx 1,20$ . Esta diferença entre as partículas é esperada, pois devido as propriedades físicas das partículas D são necessárias maiores velocidades do gás para iniciar a fluidização.

Na Figura 4.3, verificam-se os pontos de mínima fluidização, regime borbulhante e pistonado para as partículas de FCC.

**Figura 4.3** – Pontos de transição da mínima fluidização, regime borbulhante e pistonado para partículas de FCC.



Nota-se na primeira imagem (mínima fluidização) que apenas pequenas porções do material sólido são suspensas retornando rapidamente para a superfície do leito, havendo expansão discreta. No regime borbulhante a expansão do leito é mais expressiva e pode-se

notar claramente a formação de pequenas bolhas junto ao distribuidor. Estas bolhas, ao longo do percurso, coalescem e eclodem na superfície do leito. Para o regime do tipo pistonado, não há formação de bolhas. O material se expande mais do que nos casos anteriores e as partículas iniciam um movimento periódico de rápida elevação e descidas bruscas.

#### 4.1.2 VIABILIDADE DA APLICAÇÃO DA TEORIA CAOS NA IDENTIFICAÇÃO DOS REGIMES FLUIDODINÂMICOS

---

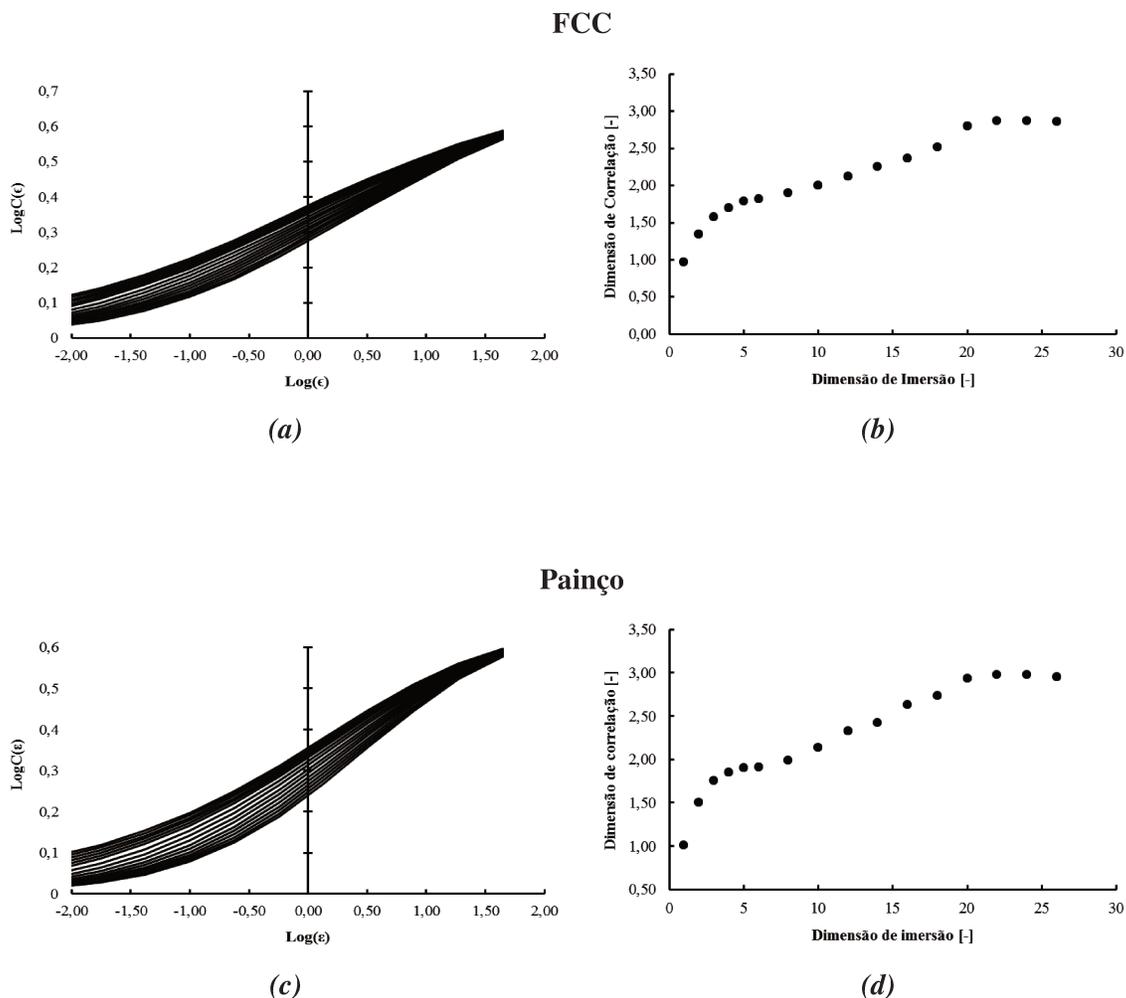
Para a teoria do caos é especialmente importante determinar a quantidade de dimensões para as quais serão reconstruídos os atratores e calculados os invariantes. Uma metodologia apropriada é a determinação da dimensão de imersão em que ocorre a convergência da dimensão de correlação (por meio do cálculo da integral de correlação).

Na Figura 4.4, estão presentes a relação da integral de correlação ( $C(\epsilon)$ ) com o raio ( $\epsilon$ ) e a convergência de  $D_2$  com o aumento de  $n$  para o catalisador FCC e painço obtidos por meio do método de Grassberger e Procaccia (1983). Este mesmo método foi repetido para cada uma das séries temporais. A exemplo de muitos autores, o tempo de atraso ( $\theta$ ) adotado foi igual a frequência de amostragem (Glaser *et al.*, 2011; Yu *et al.*, 2013), sendo assim,  $\theta = 1.000$  Hz.

Por meio da análise da Figura 4.4b e 4.4d, observa-se a convergência da dimensão de correlação para valores de dimensão de imersão igual 20 e os valores de  $D_2$  sugerem que, em ambos os casos, os processos estudados são regidos por três graus de liberdade. A partir desta constatação, todos os cálculos, envolvendo a teoria do caos, serão realizados para  $D_2 = 20$ .

Seguindo com a análise caótica determinista, as Figuras 4.5 e 4.6 exibem as séries temporais e a reconstrução dos atratores gerados para o painço e FCC respectivamente, para diferentes velocidades do gás. Todos os atratores foram reconstruídos com dimensão de imersão 20 e com 40.000 pontos.

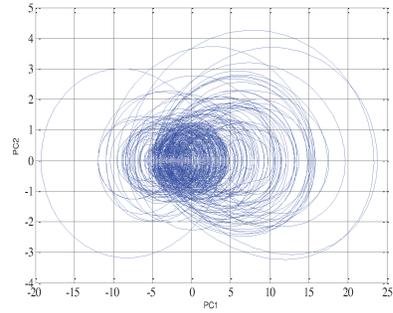
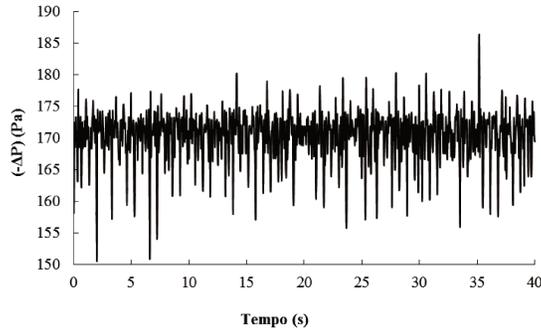
**Figura 4.4** – Exemplos do procedimento do cálculo da convergência da dimensão de correlação para fluidização de FCC e painço.



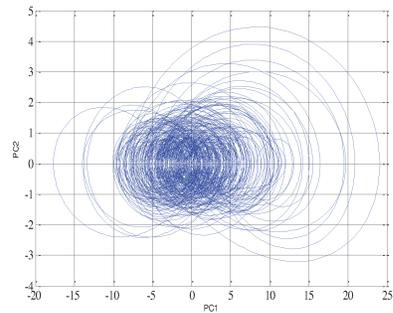
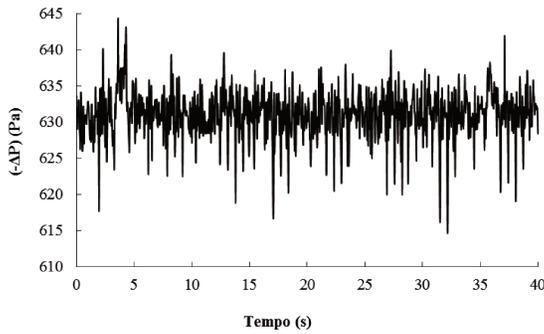
Evidencia-se a presença de caos mesmo para as velocidades abaixo da mínima fluidização. A explicação para este fenômeno é que nas proximidades da mínima fluidização o leito apresenta alternados padrões vibratórios, principalmente junto ao distribuidor, que fazem com que ocorram grandes variações de pressão e, por sua vez, caracterizam uma região altamente imprevisível e sensível às condições de processo. Outra verificação é que na medida em que a velocidade do gás aumenta os atratores tornam-se mais indefinidos até as proximidades da transição do regime borbulhante/pistonado quando a complexidade do sistema diminui e o atrator se torna menos indefinido. Para elucidar adequadamente estes fenômenos, é importante recorrer aos invariantes entropia de Kolmogorov ( $K$ ) e dimensão de correlação ( $D_2$ ).

Figura 4.5 – Atratores gerados para diferentes velocidades do gás - painço.

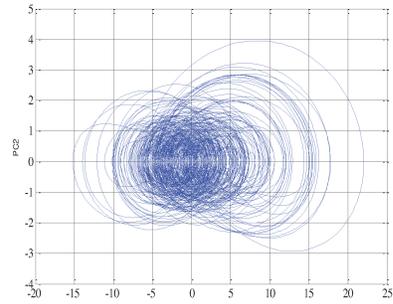
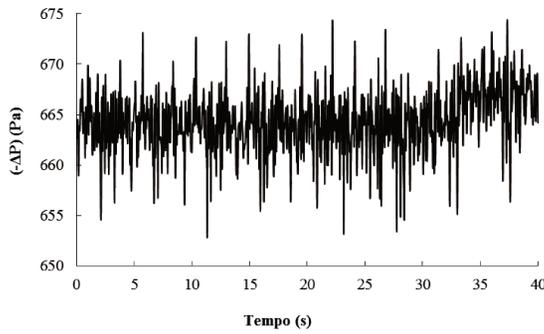
**U = 0,19 m/s (leito fixo)**



**U = 0,61 m/s (mínima fluidização)**



**U = 0,62 m/s (regime borbulhante)**



**U = 2,2 m/s (pistonado)**

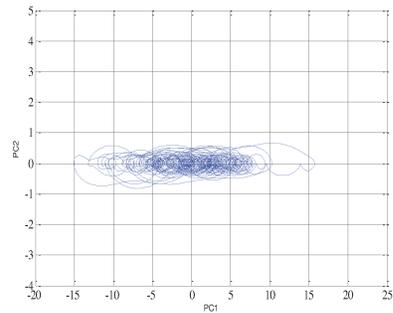
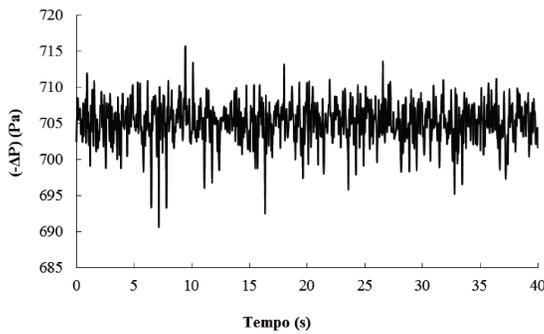
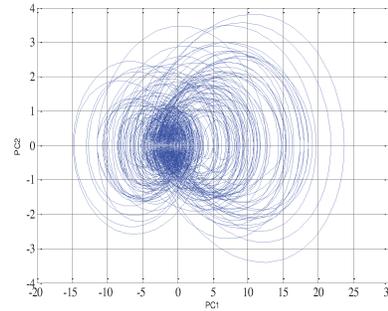
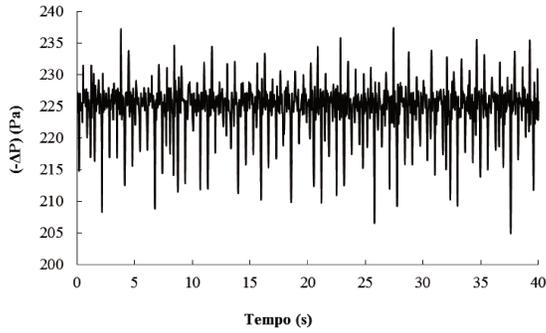
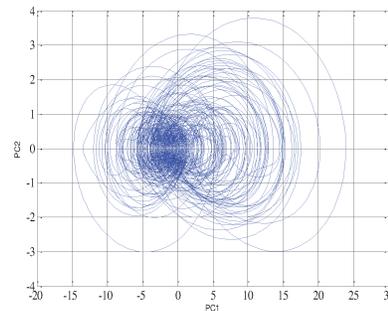
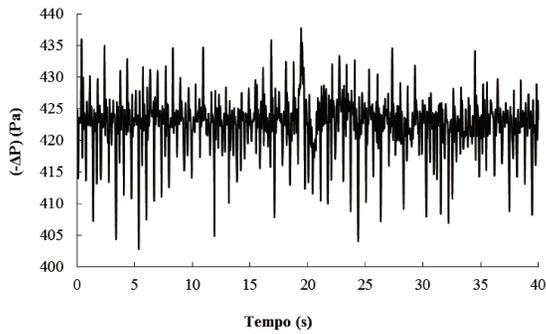


Figura 4.6 – Atratores gerados para diferentes velocidades do gás - FCC.

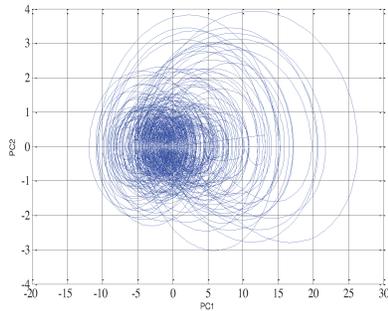
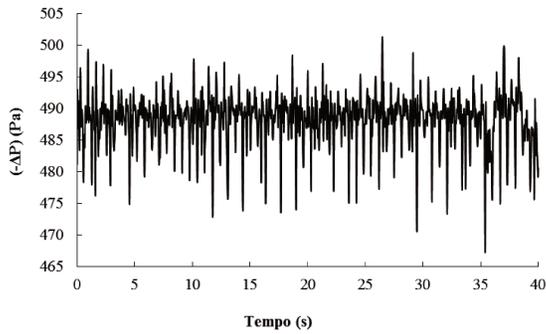
**U = 0,17 m/s (leito fixo)**



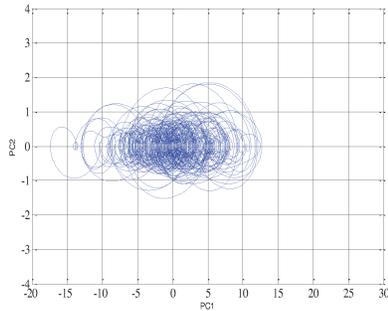
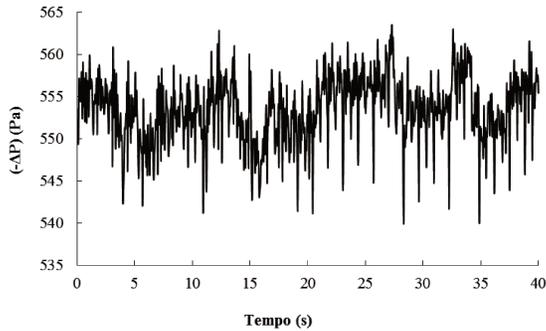
**U = 0,24 m/s (mínima fluidização)**



**U = 0,25 m/s (regime borbulhante)**



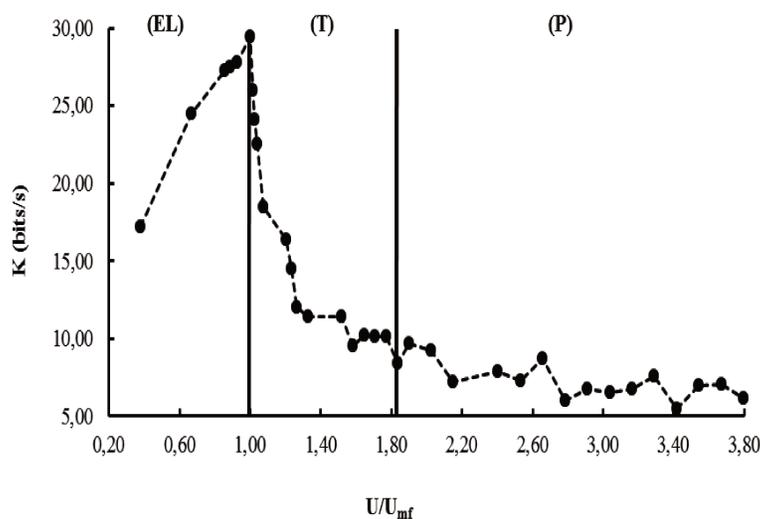
**U = 0,33 m/s (pistonado)**



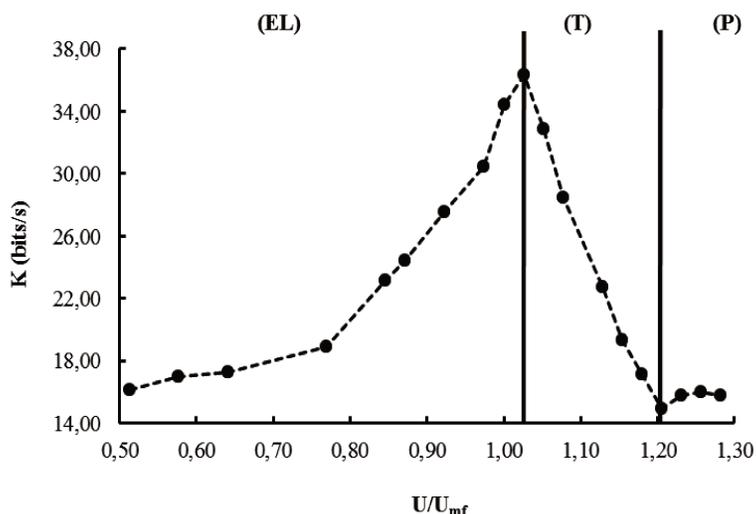
Os perfis de  $K$  encontrados para os experimentos podem ser observados nas Figuras 4.7 e 4.8, em que as siglas EL, T, e P correspondem, respectivamente, às regiões de expansão do leito, transição e leito pistonado. Nota-se que ocorre o aumento de  $K$  com a velocidade do gás, atingindo máximo no momento em que o leito atinge a região de fluidização eminente/mínima fluidização e os caminhos preferenciais, antes formados, se desfazem permitindo a passagem do gás alcançando um regime de transição e logo em seguida, devido a baixa altura do leito, ocorre a transição para um regime do tipo pistonado. As retas indicam os pontos de transição de regimes. De maneira similar, van den Bleek e Schouten (1993a) relataram que nas proximidades da transição para o leito fixo a entropia atinge seu máximo. Llop *et al.* (2012) observaram uma brusca queda da entropia de Kolmogorov quando ocorre transição para fluidização pistonada.

Vander Stappen *et al.* em 1993 também verificaram um aumento de entropia de Kolmogorov, à pressão atmosférica, para a transição de um leito em expansão para um leito em condição de fluidização incipiente. A queda de entropia próxima ao regime pistonado demonstra que o sistema torna-se menos caótico, sendo assim este ocorrido pode ser postulado como característico para a transição de regime em um leito fluidizado.

**Figura 4.7** – Variação da entropia de Kolmogorov com o aumento da velocidade do gás (painço).



**Figura 4.8** – Variação da entropia de Kolmogorov com o aumento da velocidade do gás (FCC)



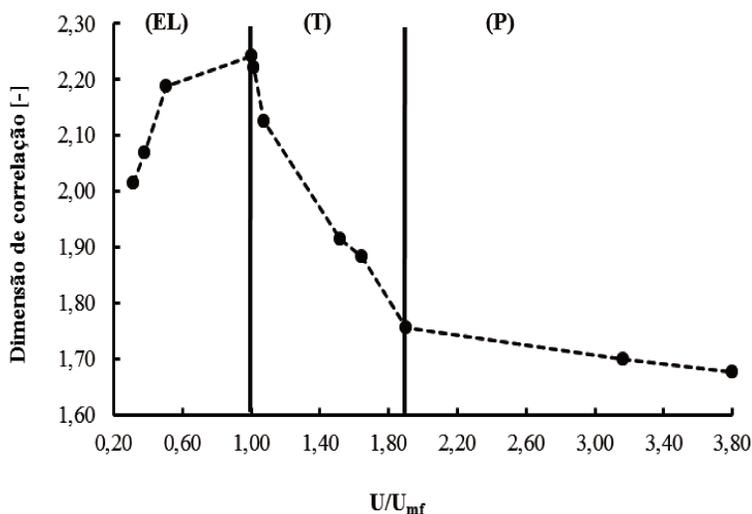
Por meio da aplicação da teoria do caos, foi possível observar uma região (T) entre a mínima fluidização e o regime pistonado que não pode ser constatada nas curvas fluidodinâmicas. Esta região, aparentemente, se refere a um estado de transição entre os dois regimes caracterizado pela brusca queda de  $K$ . Hipoteticamente, é uma região em que as bolhas se tornam maiores e começam a conferir ao sistema características intermediárias entre o movimento borbulhante e pistonado.

Comparando as duas figuras, nota-se que os valores de entropia de Kolmogorov para o painço são substancialmente menores do que para o FCC, isso porque o peso das partículas maiores faz com que o leito se acomode com mais facilidade, sendo menos caótico do que para as partículas, facilmente fluidizáveis, de FCC. Esta suposta previsibilidade faz com que o sistema perca menos informações e seja menos complexo em longo prazo, reduzindo a entropia de Kolmogorov.

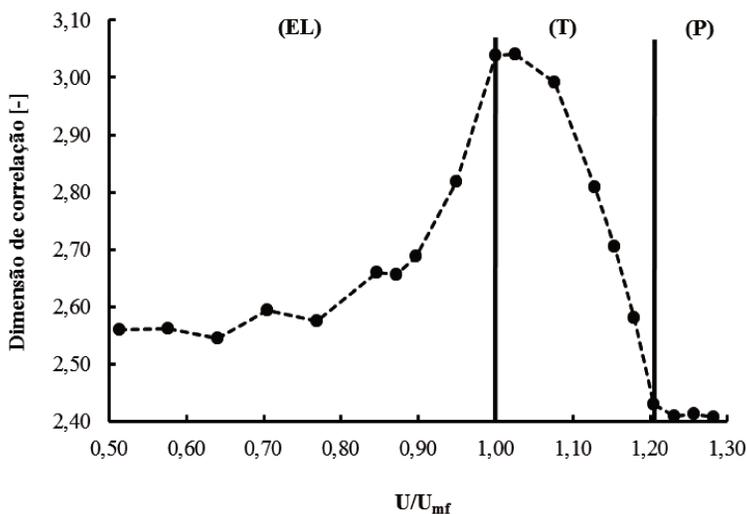
As variações da dimensão de correlação com a velocidade superficial do gás para o painço e FCC são apresentadas nas Figuras 4.9 e 4.10. Nas duas situações é possível observar efeito similar ao constatado para a entropia de Kolmogorov. Nota-se um acréscimo de  $D_2$  na medida em que a velocidade superficial do ar aumenta, alcançando seu valor máximo no momento em que o leito atinge a mínima fluidização e, logo em seguida,

ocorre o decréscimo da complexidade do sistema (T) até o ponto em que o leito começa a apresentar movimento pistonado (P).

**Figura 4.9** – Variação da dimensão de correlação com o aumento da velocidade do gás (painço).



**Figura 4.10** – Variação da dimensão de correlação com o aumento da velocidade do gás (FCC).



Novamente, uma região de transição (T) foi pode ser averiguada, corroborando a constatação feita anteriormente. Trabalhos publicados por van den Bleek e Schouten (1993), Gou *et al.* (2003) e Llop, *et al* (2012) também observaram declives, tanto na curva de  $D_2$  quanto  $K$ , após atingida a fluidização. Esta constatação deixa claro que a formação de

bolhas aumenta a taxa de informação perdida e, na medida em que a velocidade do gás é incrementada, o regime pistonado é atingido conferindo ao sistema características menos imprevisíveis. Esta “previsibilidade” é observada até mesmo quando a turbulência é alcançada. Justificando esta informação, Llop *et al.* (2012) afirmam que a vigorosa agitação do leito faz com que ocorra uma estabilização e as estruturas formadas geram ordem. Baixas dimensões de correlação ocorrem para velocidades do gás abaixo da mínima fluidização, e tendem a zero quando a velocidade também se aproxima de zero, demonstrando que as soluções temporais tendem a um ponto fixo.

Transpondo a mínima fluidização, ocorre a presença de ciclo limite no limiar da expansão do leito e o subsequente aumento de  $D_2$  indica a presença de instabilidades geradas pelos choques entre partículas que, por sua vez, causam duplicação de período culminando em uma dinâmica caótica para as dimensões maiores que 2. Quando ambos os sistemas saem da região de mínima fluidização para o regime pistonado eles se tornam menos complexos gerando novo ciclo limite e causando redução da dimensão de correlação.

---

#### **4.2 CARACTERIZAÇÃO DE REGIMES FLUIDIZADOS PARA PARTÍCULAS DE MICROESFERAS DE VIDRO DOS GRUPOS A, B e D DA CLASSIFICAÇÃO DE GELDART.**

---

Objetivando verificar as características fluidodinâmicas apresentadas por partículas de diferentes diâmetros com distintas massas de partículas carregadas na coluna, este tópico avalia, por meio do caos determinístico, a fluidização de microesferas de vidro Geldart A, B e D para processos com massas de 0,4 e 0,8 kg de material. Inicialmente são apresentadas as curvas de perda de pressão com a velocidade do gás e, em seguida, os processos são caracterizados por meio dos perfis de entropia de Kolmogorov ( $K$ ) e dimensão de correlação ( $D_2$ ).

#### 4.2.1 ENSAIOS FLUIDODINÂMICOS

---

Intuindo avaliar o efeito do carregamento de sólidos, duas situações, para cada partícula da classificação A, B e D de Geldart, foram propostas, 0,4 kg e 0,8 kg de massa de microesferas de vidro.

O perfil de queda de pressão ( $-\Delta P$ ), com o aumento da velocidade superficial do ar, apresentado na Figura 4.11 representa o Grupo A de Geldart, sendo a Figura 4.11a para 0,4 kg e a Figura 4.11b para 0,8 kg de partículas de microesferas de vidro.

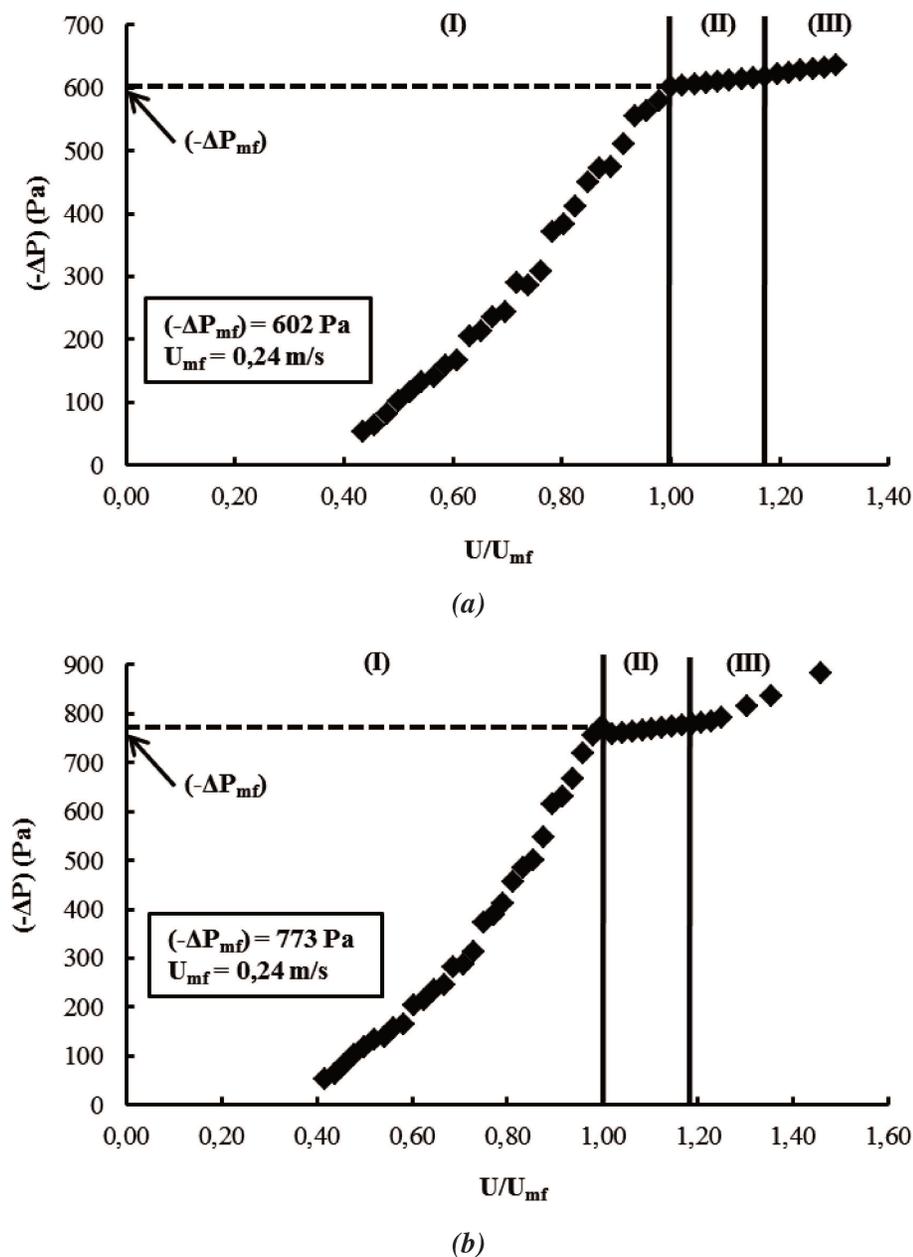
Similar ao adotado na seção anterior, cada ponto das curvas corresponde à média, em triplicata, de 40.000 pontos obtidos pelos transdutores diferenciais de pressão. O método utilizado para a determinação da velocidade de mínima fluidização foi o da interseção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de ( $-\Delta P$ ) constante após a mínima fluidização. A seta ( $-\Delta P_{mf}$ ) adverte quanto ao ponto de mínima fluidização, sendo o valor calculado para a  $U_{mf} = 0,24$  m/s com referente ( $-\Delta P_{mf}$ ) = 602 Pa e  $U_{mf} = 0,25$  m/s com ( $-\Delta P_{mf}$ ) = 773 Pa para os processos com respectivamente 0,4 kg e 0,8 kg de microesferas de vidro.

Nos gráficos, as regiões identificadas por (I), (II) e (III) representam os pontos em que ocorreram as transições de regime. O leito fixo (I) corresponde aos pontos em que se observa um aumento linear e bem acentuado da queda de pressão do leito com o aumento da velocidade superficial do fluido. Para esta região, a massa de sólidos no interior da coluna oferece maior resistência à passagem do gás devido à força de arraste ser sobrepujada pela força peso das partículas. Durante a passagem do gás a posição das partículas sofre pequenas alterações e, na medida em que a velocidade do gás aumenta, aproximando-se da mínima fluidização, a movimentação do leito se intensifica.

Depois de alcançada a mínima fluidização, notou-se a formação de bolhas e, portanto, a migração para o regime borbulhante (Região (II)). A última região, caracterizada pelo aumento da queda de pressão, acima da mínima fluidização, corresponde ao regime

pistonado. Para o carregamento de 0,4 kg esta transição ocorreu após a razão  $U/U_{mf} \approx 1,15$ , sendo que para o leito com 0,8 kg a transição foi em  $U/U_{mf} \approx 1,17$ . É importante frisar que a identificação das fases de transição foi realizada por meio de observação direta das características do leito durante os processos.

**Figura 4.11** – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo A de Geldart – (a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg .

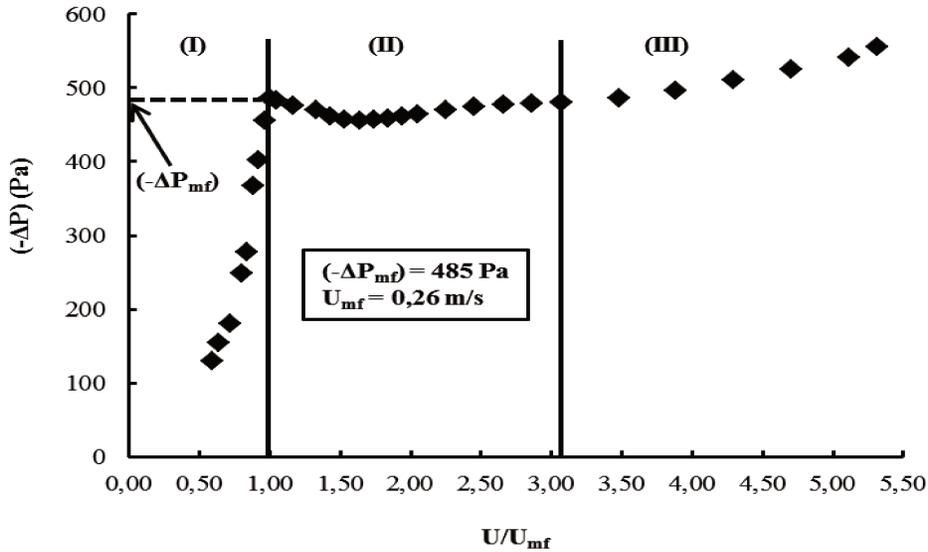


O pequeno diâmetro das partículas e a pulverulência das microesferas Geldart A, assim como ocorreu com o FCC, faz com que a queda de pressão, com a variação da velocidade do ar, seja suavizada, apresentando esta região um perfil característico de baixa inclinação. A rápida transição do regime borbulhante para o regime pistonado é outra consequência das propriedades físicas deste material. Um comparativo entre os dois processos permite verificar que o leito com menor quantidade de material necessita de menor velocidade do gás para promover a fluidização. Esta diferença é esperada, pois quanto maior a massa carregada na coluna, maior será a resistência do leito a passagem do ar e, portanto, as fases de transição para os leitos com menor massa de microesferas de vidro serão observadas para velocidades de gás ligeiramente menores.

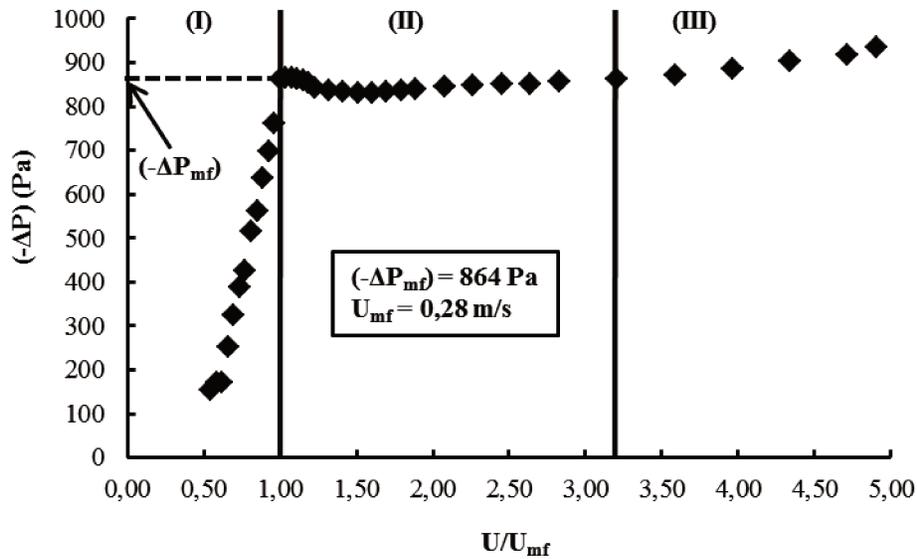
Na Figura 4.12, apresentam-se as curvas de fluidização para partículas de microesferas de vidro B. Cada um dos pontos do gráfico representa uma média dos 40.000 pontos, em triplicata, capturados pelos transdutores diferenciais de pressão. Aqui também o fluido de trabalho foi ar, a temperatura ambiente, e a coluna foi carregada com 0,4 kg (Figura 4.12a) e 0,8 kg (Figura 4.12b) de microesferas de vidro pertencentes a classificação B de Geldart.

Idêntico ao procedimento adotado para as partículas A, a intersecção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de  $(-\Delta P)$ , após a mínima fluidização, forneceu os valores de  $U_{mf}$  e  $(-\Delta P_{mf})$ . Do mesmo modo, a seta indicativa na Figura 4.12 aponta a mínima fluidização, sendo os valores encontrados para a  $U_{mf}$  e  $(-\Delta P_{mf})$  de respectivamente 0,26 m/s, 485 Pa para o carregamento de 0,4 kg e de 0,28 m/s e 864 Pa para o situação de 0,8 kg de microesferas de vidro Geldart B. Análogo ao raciocínio exposto anteriormente, (I), (II) e (III) são as regiões fluidodinâmica, sendo (I) o leito fixo, (II) o regime borbulhante e (III) pistonado. Para as microesferas de vidro da Figura 4.12a, a transição borbulhante/pistonado foi observada para  $U/U_{mf} \approx 3,06$ , enquanto que no caso exposto na Figura 4.12b para o valor de  $U/U_{mf} \approx 3,23$  já se observou a mudança do regime de bolhas para o pistonado.

**Figura 4.12** – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo B de Geldart  
 (a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg.



(a)



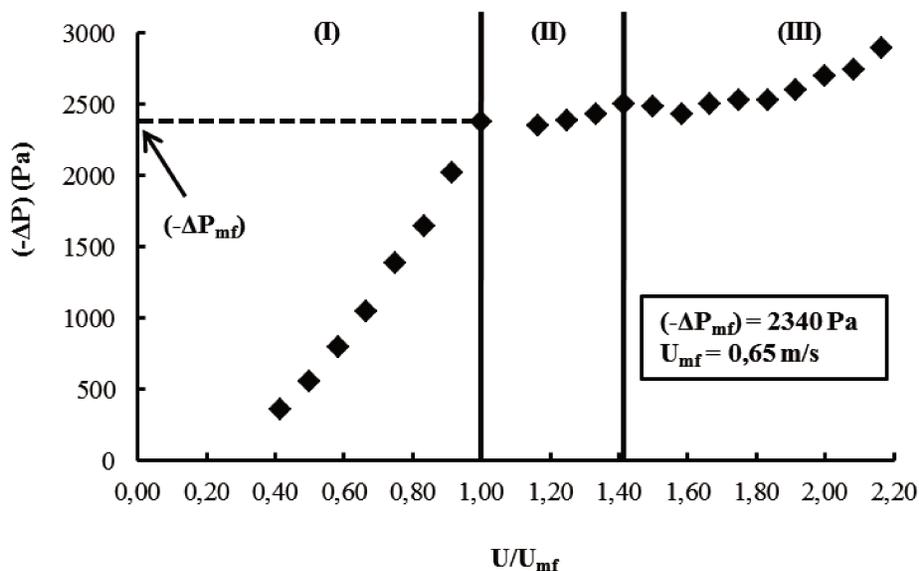
(b)

As diferenças verificadas nos dois ensaios se devem unicamente à massa de sólidos, sendo observado, novamente, que para o caso em que se utilizou 0,4 kg de microesferas de vidro foram necessários menores velocidades de ar para se alcançar as transições das regiões (I) para (II) e (II) para (III). Em última análise, a Figura 4.13 corresponde aos perfis

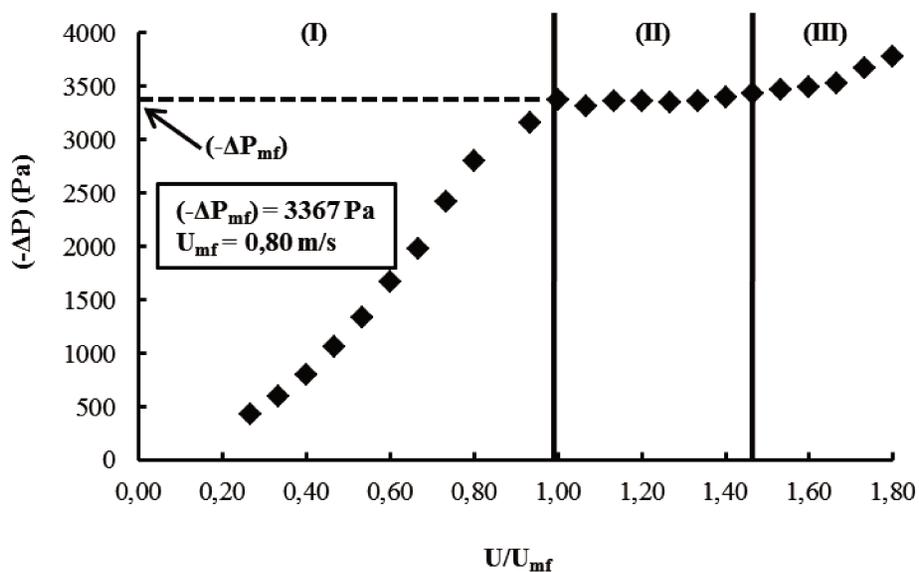
fluidodinâmicos da queda de pressão com a velocidade do ar para as microesferas de vidro pertencentes ao grupo D da classificação de Geldart.

**Figura 4.13** – Curva de fluidização das microesferas de vidro – Grupo D de Geldart

(a) Carregamento de 0,4 kg e (b) carregamento 0,8 kg.



(a)



(b)

Na região (I) (leito fixo) a mínima fluidização foi identificada para a velocidade de 0,65 m/s com  $(-\Delta P_{mf}) = 2340$  Pa – carregamento de 0,4 kg (Figura 4.13a) – e  $U_{mf} = 0,80$

m/s sendo  $(-\Delta P_{mf}) = 3367$  Pa para 0,8 kg (Figura 4.13b). Observou-se o pistão (Região III) para  $U/U_{mf} = 1,42$  e  $U/U_{mf} = 1,47$  respectivamente para 0,4 e 0,8 kg de microesferas de vidro. As diferenças entre os dois processos se dá pela massa utilizada, uma vez que para leitos com maior massa de partículas observa-se maior velocidade e queda pressão de mínima fluidização e os limites de transição apresentam-se maiores, quando comparado com o mesmo processo, mas para menor massa de carregamento. Na Tabela 4.1, apresenta-se, sumariamente, um comparativo entre os processos analisados nesta seção.

**Tabela 4.1** – Comparativo entre todos os processos envolvendo as microesferas de vidro.

Geldart	Massa (kg)	$U_{mf}$ (m/s)	$(-\Delta P_{mf})$ (Pa)	$Re_{mf}$	$U/U_{mf}$ (Região III)	$Re_{III}$
A	0,4	0,24	602	1,00	1,15	1,15
A	0,8	0,25	773	1,04	1,17	1,22
B	0,4	0,26	485	2,17	3,06	6,62
B	0,8	0,28	864	2,33	3,23	7,53
D	0,4	0,65	2340	50,74	1,42	72,05
D	0,8	0,80	3367	62,45	1,47	91,81

Uma comparação permite verificar que, no geral, as partículas com maiores diâmetros necessitam de maiores velocidades superficiais de gás para atingir o ponto de mínima fluidização apresentando, no geral, maiores perdas de pressão. Tomando como base a queda de pressão da mínima fluidização, nota-se que a massa carregada no leito é um fator impactante no perfil fluidodinâmico, estando relacionado a um aumento, médio, de 50% da  $(-\Delta P_{mf})$  para os mesmos diâmetros.

#### 4.2.2 DETERMINAÇÃO DA DIMENSÃO DE IMERSÃO

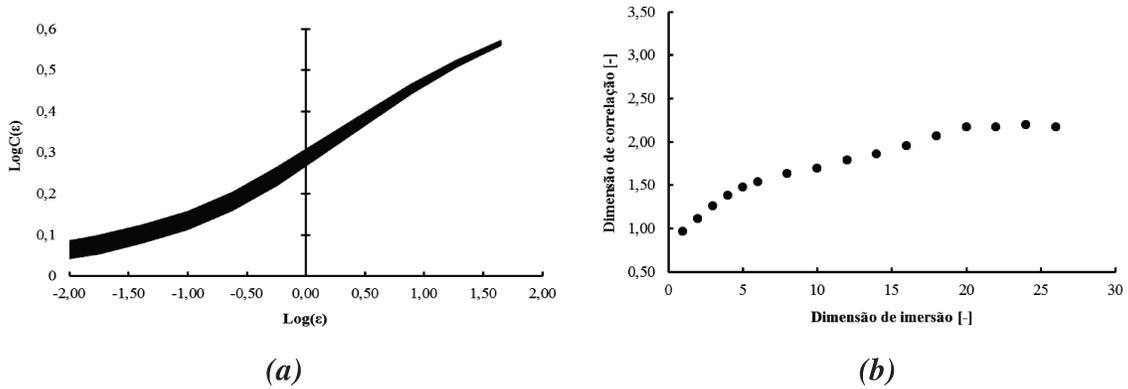
Como a estrutura de muitos atratores estranhos é heterogênea e algumas de suas regiões são mais visitadas que outras, torna-se necessário o cálculo de dimensões que considerem as não homogeneidades presentes no espaço de fases e, neste sentido, a dimensão de correlação é uma ferramenta que determina o número de graus de liberdade do sistema avaliado. Pelo método de Grassberger e Procaccia (1983) é imperativo o conhecimento do tempo de atraso ( $\theta$ ).

Na prática muitos autores utilizam a frequência de amostragem como o tempo de atraso (Glaser *et al.*, 2011; Yu *et al.*, 2013), sendo assim, no presente trabalho, utilizou-se  $\theta = 40$  segundos.

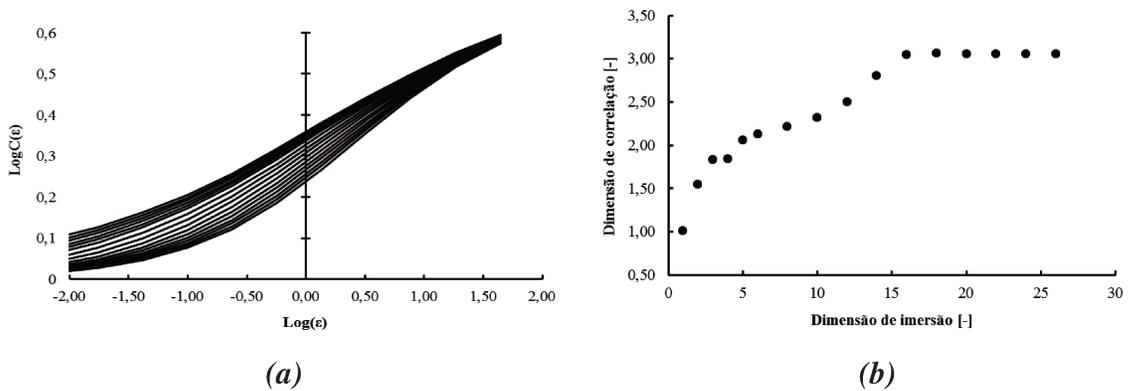
Os valores de  $D$  variam com aumento da dimensão de imersão, sendo indispensável a avaliação do valor de convergência deste invariante. Para exemplificar, a Figura 4.14 apresenta a relação da integral de correlação ( $C(\varepsilon)$ ) com o raio ( $\varepsilon$ ) e a convergência de  $D$  com o aumento de  $n$  para as microesferas de vidro Geldart A, B e D com carregamento de 0,8 kg. Nestes casos, a convergência é atingida com  $n = 20$  e  $3 < D > 2$ . O número inteiro mais próximo determina a quantidade de variáveis que regem o sistema, sendo assim para os dados da Figura 4.14, observam-se três variáveis.

**Figura 4.14** – Exemplos do procedimento do cálculo da convergência da dimensão de correlação para fluidização de microesferas de vidro pertencentes aos grupos Grupo A, B e D de Geldart com carregamento de 0,8 kg.

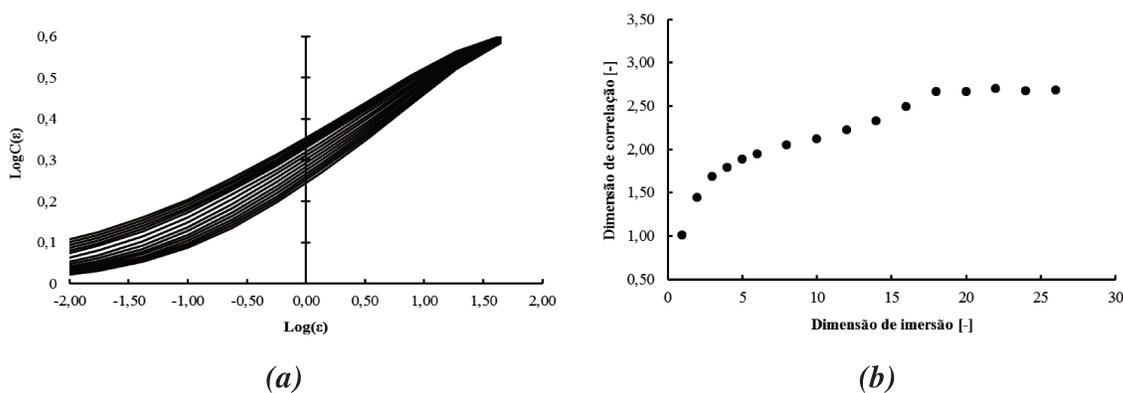
**Microesferas de vidro Geldart A – 0,8 kg**



**Microesferas de vidro Geldart B – 0,8 kg**



**Microesferas de vidro Geldart D – 0,8 kg**



Este mesmo procedimento foi adotado para cada um dos processos analisados. A partir desta análise, admitiu-se o valor de dimensão de imersão igual a 20 para a reconstrução dos atratores e cálculo dos invariantes caóticos presentes na seção que segue.

**4.2.3 APLICAÇÃO DA TEORIA CAÓTICA DETERMINISTA NA IDENTIFICAÇÃO DOS REGIMES FLUIDODINÂMICOS PARA PARTÍCULAS A, B E D DE GELDART**

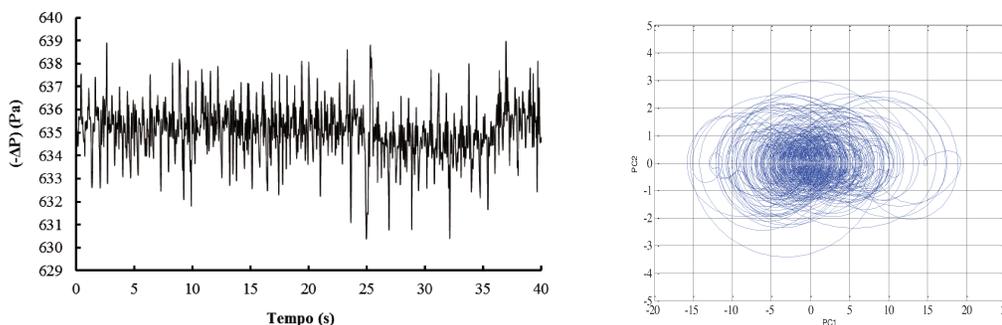
A reconstrução dos atratores no espaço de fases é um passo primordial no protocolo de análise do caos determinístico, pois por meio do tipo de atrator pode-se postular a presença de caos em determinada série temporal. Desta forma, a Figura 4.15 traz as séries temporais da mínima fluidização (para cada processo analisado) e os atratores reconstruídos pelo método da decomposição em valores singulares (SVD), que gera o espaço de fases e, ao mesmo tempo, elimina os ruídos contidos na evolução temporal. Os atratores foram confeccionados com 40.000 pontos para dimensão de imersão igual a 20.

A nítida exibição de atratores estranhos é uma comprovação, qualitativa, da presença de caos durante a evolução temporal da queda de pressão na mínima fluidização. Já foi postulado anteriormente que toda a evolução da curva característica fluidodinâmica de queda pressão, com o aumento da velocidade do gás, apresenta caos em seu progresso temporal, mesmo para as velocidades abaixo da mínima da fluidização. É importante deixar

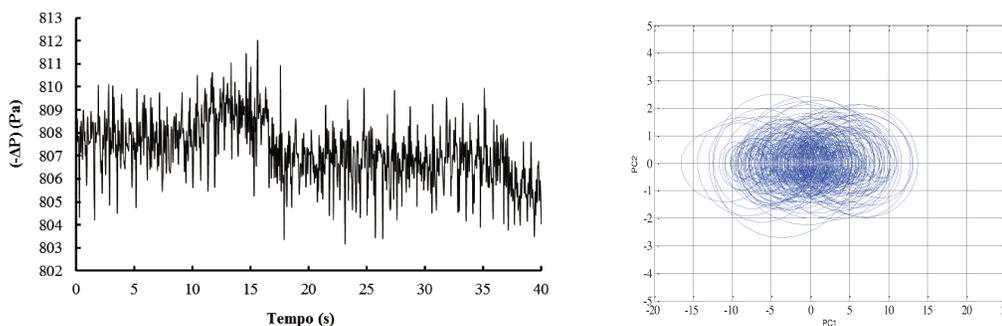
claro que cada um dos pontos das curvas é um sistema individual com características únicas e que, por este motivo, pode ser avaliado isoladamente sem causar danos à análise global. Em face disso, o cálculo dos invariantes caóticos entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação se faz necessário para quantificar o caos dos dados em análise.

**Figura 4.15** – Atratores gerados para partículas de microesferas de vidro A, B e D de Geldart com carregamento de 0,4 e 0,8 kg.

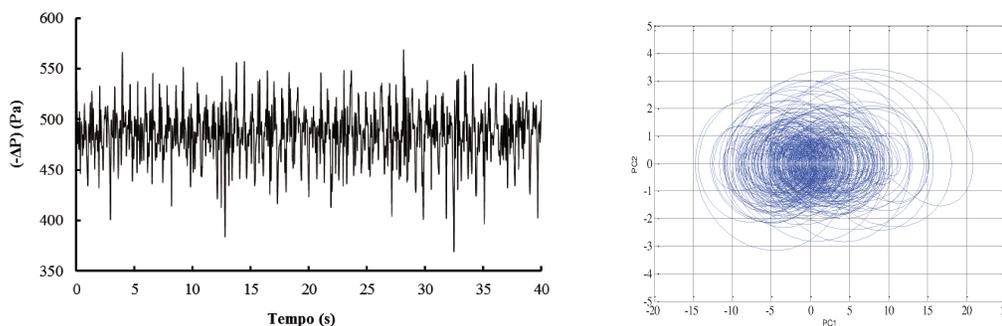
**Microesferas de vidro Geldart A – 0,4 kg**



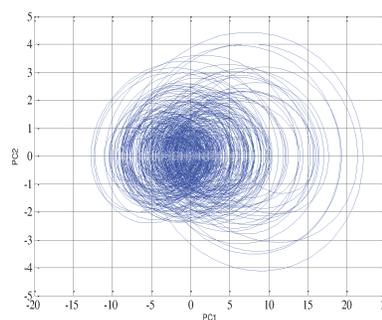
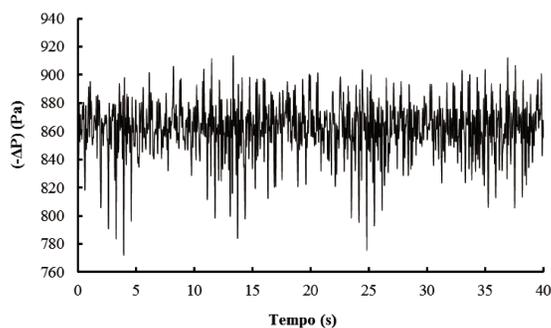
**Microesferas de vidro Geldart A – 0,8 kg**



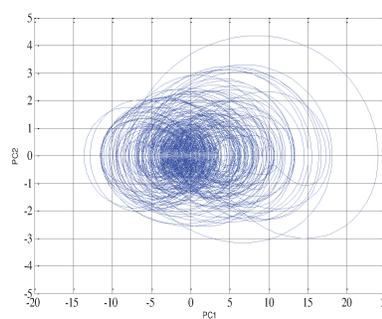
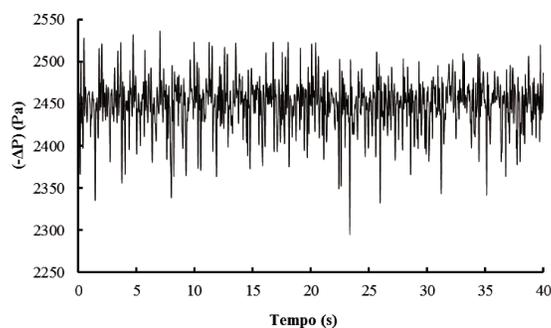
**Microesferas de vidro Geldart B – 0,4 kg**



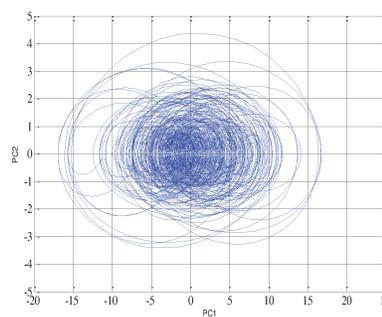
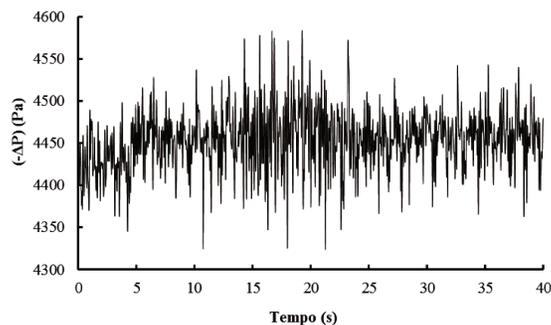
**Microesferas de vidro Geldart B – 0,8 kg**



**Microesferas de vidro Geldart D – 0,4 kg**



**Microesferas de vidro Geldart D – 0,8 kg**

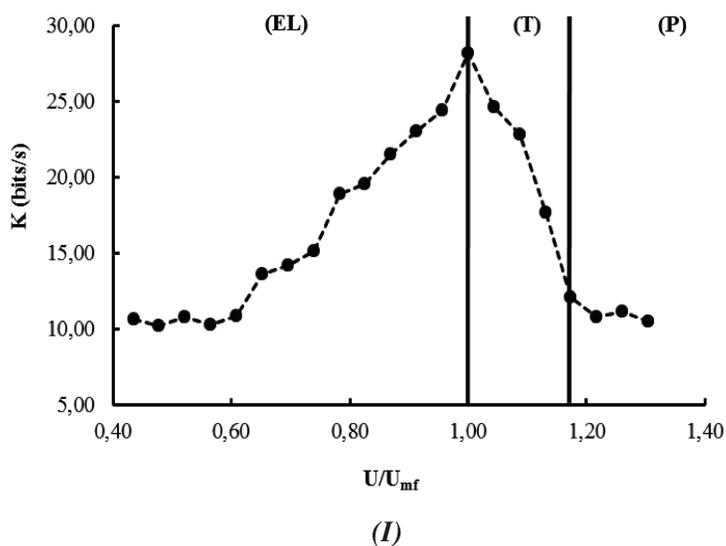


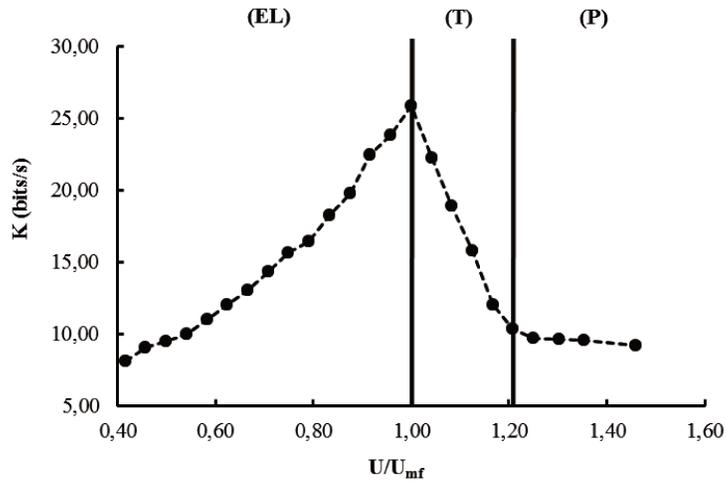
A Figura 4.16 é uma representação da evolução da entropia de Kolmogorov para as microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart com carregamentos de 0,4 e 0,8 kg.

De forma similar ao que foi observado na seção anterior, em todos os processos avaliados a entropia de Kolmogorov aumentou com a velocidade do gás, sendo observado valores máximos na região de mínima fluidização. Novamente, uma hipótese que justifica este fato é que os caminhos preferenciais formados durante o empacotamento do leito se

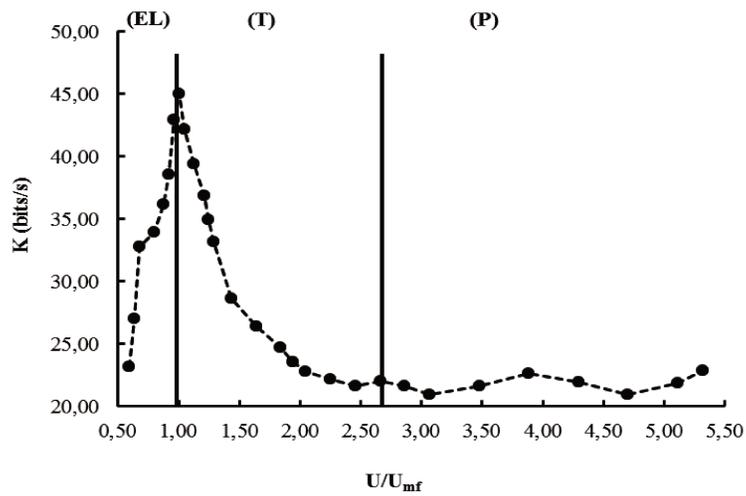
desfazem permitindo a passagem do gás. Resultados de  $K$  caóticos foram obtidos até mesmo para valores abaixo da mínima fluidização, demonstrando assim que mínimas velocidades do gás já são suficientes para promover uma pequena vibração das partículas, em especial àquelas junto ao distribuidor, o que caracteriza uma dinâmica caótica. As observações diretas do leito levaram a identificação de uma região de borbulhante que não pode ser verificada pela análise do caos, ao contrário disso, após a  $U_{mf}$  observa-se um regime de transição (para as partículas A e B) ou de explosão de bolhas (partículas D) e, em seguida, devido à baixa altura do leito, verifica-se o uma evolução do tipo pistão. As letras nos gráficos indicam as regiões identificadas com a análise de caos, sendo (EL) a expansão do leito, (MB) múltiplas bolhas, (EB) explosão de bolhas (T) transição e (P) leito pistonado. As constatações aqui realizadas estão de acordo com o verificado por van den Bleek e Schouten (1993a) que verificaram máximos valores de entropia de Kolmogorov na região de fluidização eminente/mínima fluidização.

**Figura 4.16** – *Varição da entropia de Kolmogorov para microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart – (I): Microesferas A – 0,4 kg; (II) Microesferas A – 0,8 kg; (III) Microesferas B – 0,4 kg; (IV) Microesferas B – 0,8 kg; (V) Microesferas D – 0,4 kg; (VI) Microesferas D – 0,8 kg.*

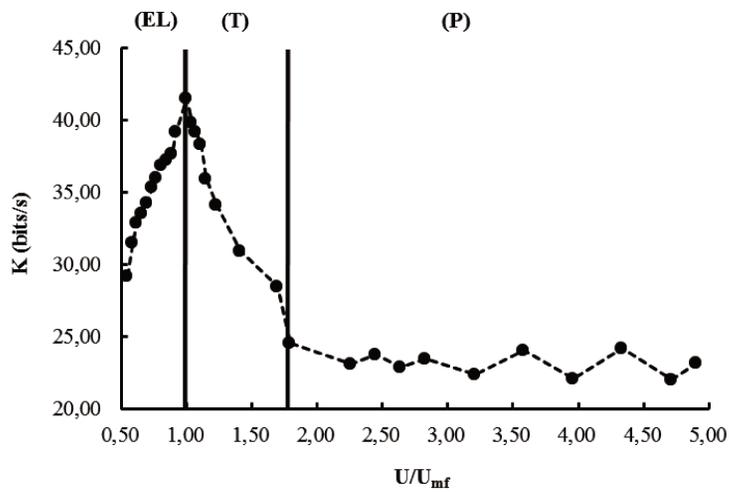




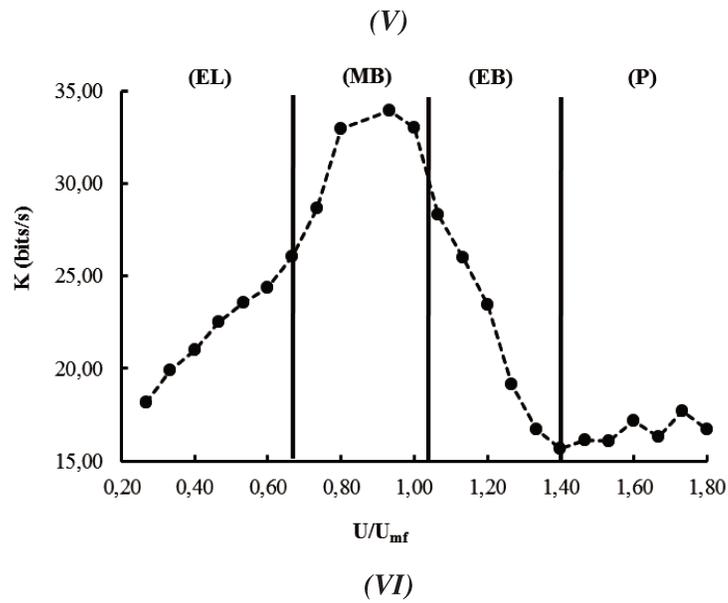
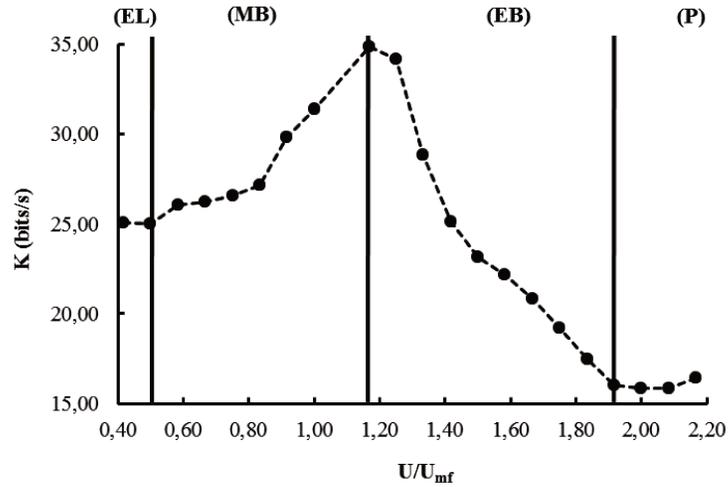
(II)



(III)



(IV)



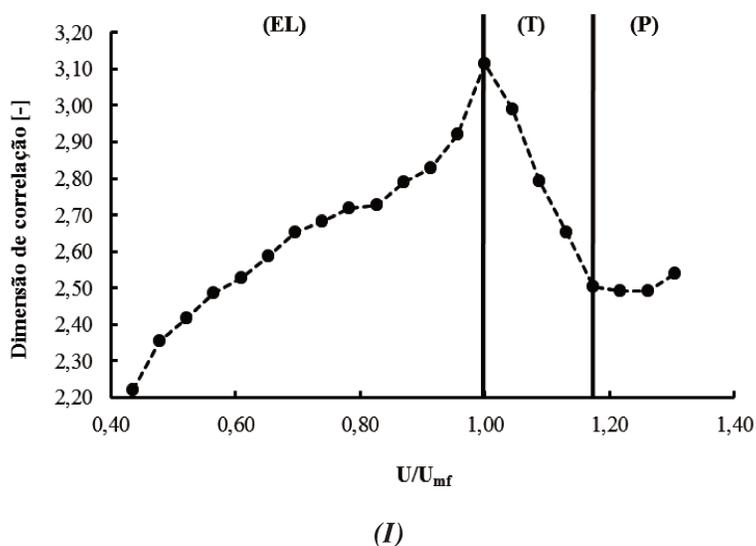
Paradigmaticamente, o movimento pistonado intui uma região de grande agitação e desordem, porém isto não se concretizou por meio da análise caótica, ao contrário, este regime apresentou, na maioria dos casos, os menores valores de  $K$ . Isto pode ser explicado pelo fato de o movimento pistonado apresentar flutuações mais homogêneas do que aquelas apresentadas pelo regime borbulhante. Ainda sobre o regime pistonado, Llop et al. (2012) observaram que quando ocorre transição para este regime há uma brusca queda da entropia de Kolmogorov.

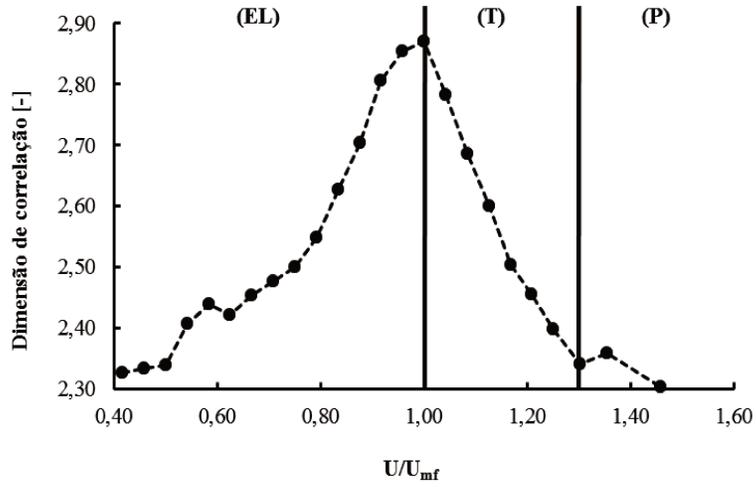
Avaliando as partículas A e B de Geldart, observa-se uma região de transição (T) entre a expansão e leito pistonado. Já no caso das microesferas D, partículas grandes e densas de difícil fluidização, esta região foi classificada como explosão de bolhas (EB) pelo fato de ocorrerem canais preferenciais com vigorosa formação de bolhas que se unem e originam, após aumento da velocidade do gás, o movimento tipo pistão (Kunii e Levenspiel, 1991)

No caso da dimensão de correlação, esta reproduziu as mesmas constatações salientadas para a entropia de Kolmogorov. Na Figura 4.17 estão presentes os perfis de dimensão de correlação com a velocidade superficial do gás para as microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart com carregamentos de 0,4 e 0,8 kg.

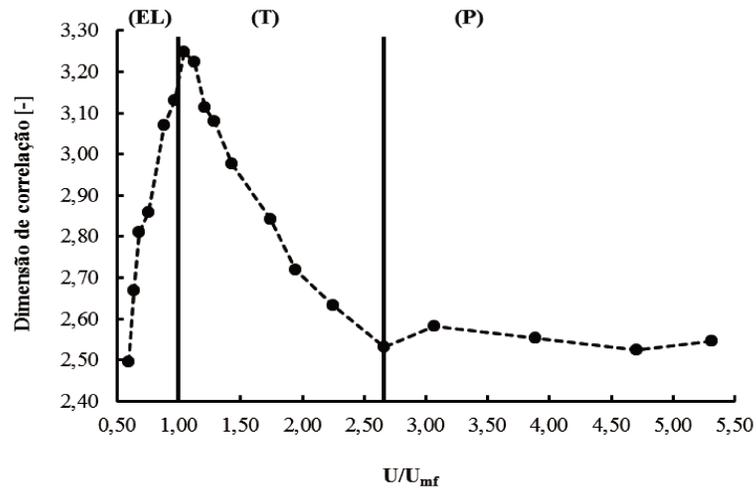
Os valores de  $D_2$  aumentam na medida em que a velocidade superficial do ar é incrementada, sendo o máximo notado no momento de condição de fluidização eminente ou mínima fluidização.

**Figura 4.17** – Variação da dimensão de correlação para microesferas de vidro pertencentes aos grupos A, B e D de Geldart – (I): Microesferas A – 0,4 kg; (II) Microesferas A – 0,8 kg; (III) Microesferas B – 0,4 kg; (IV) Microesferas B – 0,8 kg; (V) Microesferas D – 0,4 kg; (VI) Microesferas D – 0,8 kg.

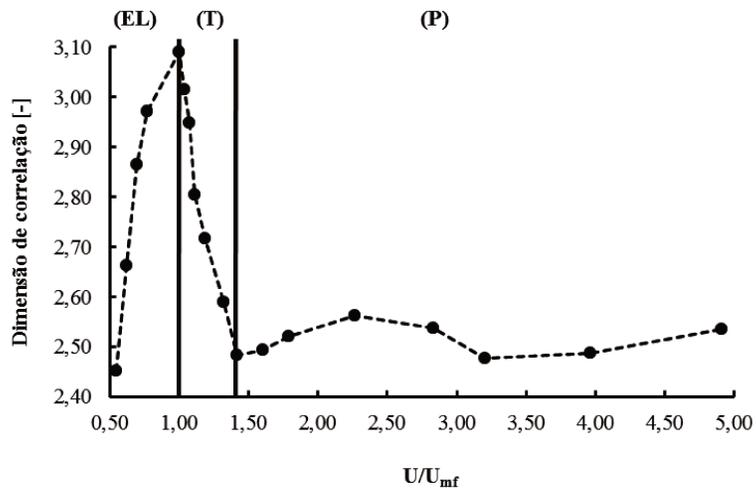




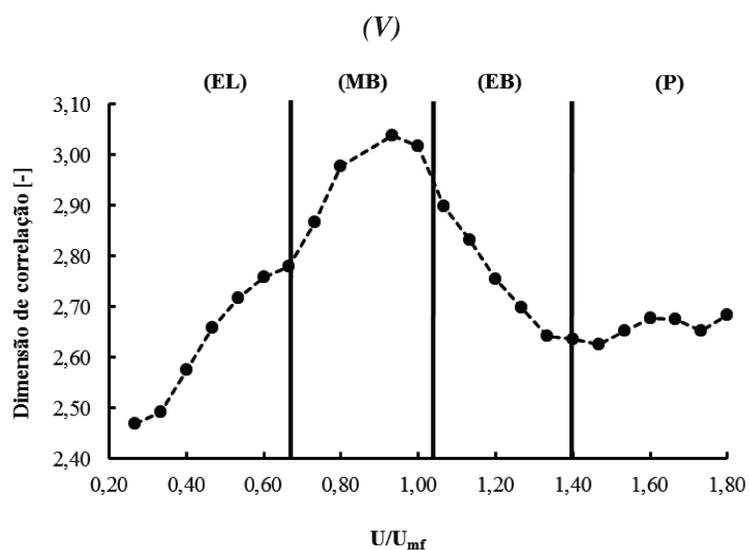
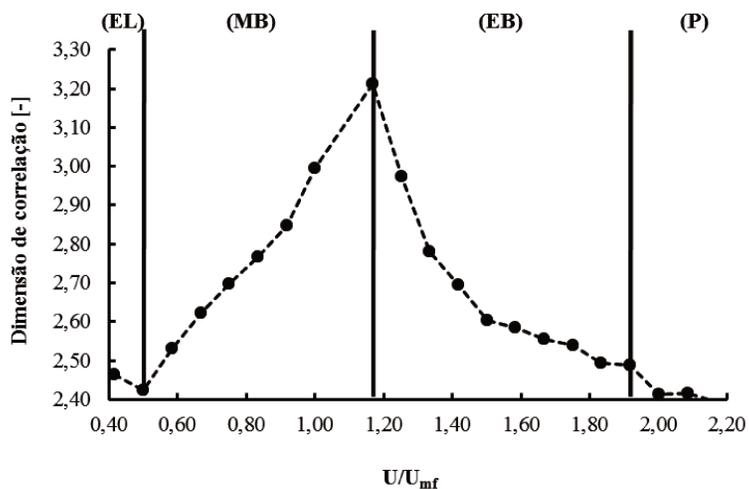
(II)



(III)



(IV)



Novamente, o regime pistonado foi responsável pela queda da complexidade do sistema. van den Bleek e Schouten (1993a, 1993b), Gou *et al.* (2003) e Llop *et al.* (2012) reportaram uma constatação similar ao observarem declives nas curvas de  $D_2$  e  $K$  após a  $U_{mf}$ .

Similar ao exposto anteriormente, nas proximidades da mínima fluidização e fluidização eminente a grande flutuação acarretada pela formação, coalescência e desestruturação das bolhas no interior do leito até a interface é apontada como a responsável pelo aumento da taxa de informação perdida e quando o leito pistonado é alcançado o sistema passa para uma situação dinâmica menos complexa, com movimento

mais homogêneo. O trabalho publicado por Llop *et al.* (2012) fornece uma explicação para este fato ao afirmarem que mesmo para condições de turbulência, que aparentemente deveria ser mais desorganizada, o sistema, por meio da possante agitação do leito, tende uma estabilização, ou condição cíclica, gerando uma espécie de ordem.

Para a dimensão de correlação, nota-se que há uma tendência para valores muito pequenos, tendendo a zero, para baixas velocidades, intuindo, por meio da teoria de sistemas dinâmicos (TSD), a presença de um ponto fixo. Ainda da TSD, altos valores de  $D_2$ , na região de fluidização eminente, indicam convergência para um ciclo limite que ao, atingir a  $U_{mf}$ , sujeitos a instabilidades como, e não somente, o choque de partículas, sofre duplicação de períodos resultando em caos.

No que cerne a comparação entre os processos, as Tabela 4.2 e Tabela 4.3 apresentam os valores de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação nas transições e para as velocidades de mínima fluidização.

**Tabela 4.2** – Comparativo dos valores entropia de Kolmogorov nas regiões de transição dos regimes.

Geldart	Massa (kg)	K (bits/s)	K (bits/s)	K (bits/s)	
		(EL – T)	$U_{mf}$	(T – P)	
A	0,4	28,15	28,15	12,05	
A	0,8	25,83	25,83	10,32	
B	0,4	45,00	45,00	22,05	
B	0,8	41,53	41,53	24,56	
		K (bits/s)	K (bits/s)	K (bits/s)	K (bits/s)
		(EL – MB)	(MB – EB)	$U_{mf}$	(EB – P)
D	0,4	25,01	34,88	31,37	16,00
D	0,8	26,03	32,99	32,99	15,67

**Tabela 4.3** – Comparativo dos valores entropia de dimensão de correlação nas regiões de transição.

Geldart	Massa (kg)	D [-]	D [-]	D [-]	
		(EL – T)	$U_{mf}$	(T – P)	
A	0,4	3,11	3,11	2,50	
A	0,8	2,87	2,87	2,34	
B	0,4	3,25	3,25	2,53	
B	0,8	3,09	3,09	2,48	
		D [-]	D [-]	D [-]	D [-]
		(EL – MB)	(MB – EB)	$U_{mf}$	(EB – P)
D	0,4	2,42	3,21	3,00	2,57
D	0,8	2,78	2,95	2,98	2,53

Comparando apenas a variação de massa de partículas, no geral, os processos com menor quantidade de material foram os mais caóticos e/ou menos organizados, pois quanto maior a massa de partículas mais pesado se torna o leito e com mais facilidade as estruturas que se formam durante a suspensão retornam para o estado original gerando um movimento cíclico e menos desorganizado. O peso do leito também evita que a fluidização se torne mais desordenada, conferindo menores valores de K e  $D_2$ .

Em relação a variação do diâmetro, a fluidização de partículas B tende a ser mais caótica, seguida das microesferas D e por último A. Os materiais pertencentes ao grupo B de Geldart conferem ao leito características importantes como rápida taxa de aeração e formação e coalescência de bolhas já à mínima fluidização. Estas características aliadas ao diâmetro intermediário (entre A e D), que promovem um leito com partículas de fácil fluidização e pouco coesivas (diferente das partículas A), tornam o processo mais desorganizado e, portanto, mais caótico.

Sendo assim, a conclusão obtida do estudo preliminar do FCC e painço, de que o aumento do diâmetro da partícula acarreta em sistemas menos caóticos não pode ser verificada, uma vez que, neste caso a ordem crescente de  $K$  é notada para B – D – A, deixando claro que a entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação são parâmetros multifatoriais afetados por peculiaridades como esfericidade, porosidade da partícula e do leito, massa específica, além, é claro, das condições aqui exploradas, diâmetro, velocidade do gás e massa do leito.

É importante ressaltar que as partículas D são mais fluidizáveis em condições de leito de jorro, aqui não utilizadas para possibilitar a comparação entre os processos, e que a geometria, não adequada, imposta nesta análise pode ter ocasionado instabilidades que foram contabilizadas pelos invariantes e, desta forma, culminaram em uma dinâmica mais caótica em comparação às microesferas de vidro A.

De qualquer forma, todos os perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação reproduziram uma dinâmica caótica bem semelhante, deixando clara que as faixas de transição de regime são facilmente identificadas pela teoria do caos determinístico independente do tipo de partícula ou da massa utilizada.

---

### 4.3 MODELO FLUIDODINÂMICO

---

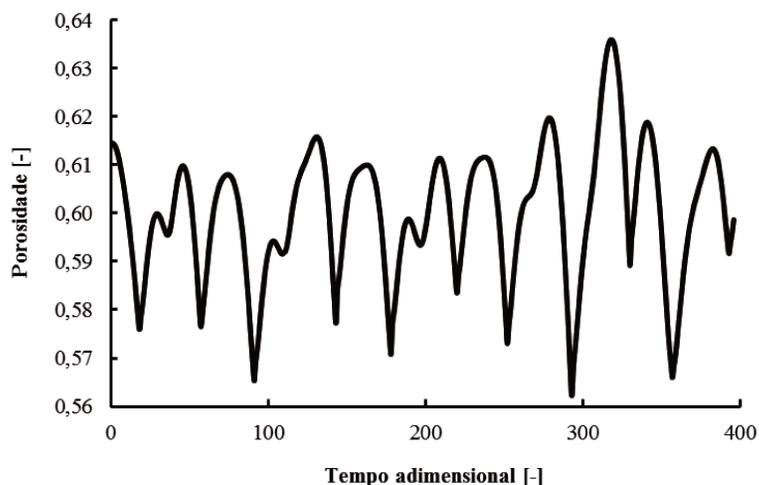
Nesta seção serão apresentados os resultados relativos à simulação matemática da fluidodinâmica de um leito fluidizado utilizando o modelo proposto por Broadhurst (1986). Inicialmente faz-se uma discussão sobre a validação do modelo utilizando como padrão os resultados, também simulados, apresentados no artigo publicado por van den Bleek e Schouten (1993a). Em seguida, as séries temporais simuladas são submetidas à análise caótica determinística para, por fim, aplicar os invariantes (entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação) na caracterização dos regimes de fluidização.

### 4.3.1 VALIDAÇÃO DO MODELO FLUIDODINÂMICO

Com o objetivo de validar o modelo fluidodinâmico e o método de solução utilizado foi obtida uma série temporal de porosidade e, em seguida, calculadas a entropia de Kolmogorov para a mesma partícula, gás fluidizante e condições de processos aplicadas por van den Bleek e Schouten (1993b). Subsequentemente, foram comparados os resultados obtidos nesta Dissertação com os do referido artigo. A Tabela 2.3 contém as informações referentes ao sistema simulado pelos autores e que, por sua vez, foram aqui utilizadas. Os parâmetros adimensionais  $\gamma$ , Ar e CoR são, respectivamente, a razão entre a massa específica da partícula e do fluido, o número de Arquimedes e o coeficiente de restituição.

A Figura 4.18 apresenta a série temporal de porosidade obtida neste trabalho e a Figura 2.13 é série apresentada por van den Bleek e Schouten (1993a). Para permitir a comparação o gráfico foi confeccionado utilizando, na abcissa, um adimensional de tempo  $\left(\frac{t.U_0}{d_p}\right)$ .

**Figura 4.18** – Séries temporais teóricas da variação de porosidade de partículas de poliestireno.



(a)

Em termos de perfil fluidodinâmico, os dados simulados apresentam boa relação com os dados da literatura, demonstrando, de modo geral, o mesmo comportamento. A

porosidade média obtida foi de 0,60, enquanto que van den Bleek e Schouten (1993a) relatam 0,58, um desvio médio de 3,33%.

Ainda comparando os resultados, na Tabela 4.5 são apresentadas as entropias de Kolmogorov calculadas e retiradas da literatura, para alterações de 10% na velocidade superficial do gás e no diâmetro da partícula original. Na sétima coluna estão organizados os valores de  $K$  do modelo e na sexta coluna os obtidos por van den Bleek e Schouten (1993a).

**Tabela 4.4** – *Influência da variação de 10% da velocidade superficial do gás e do diâmetro da partícula na entropia de Kolmogorov (adaptado de van den Bleek e Schouten (1993a)).*

10%	$U_0$ (m/s)	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	Re	Ar	$K_{lit}$ (bits/s)	$K$ (bits/s)	Desvio (%)
<b>Padrão</b>	0,30	560	11,86	7878	30	31,7	5,7
<b>- 10% <math>U_0</math></b>	0,27	560	10,67	7878	39	37,4	4,1
<b>+10% <math>U_0</math></b>	0,33	560	13,04	7878	24	25,0	4,2
<b>-10% <math>d_p</math></b>	0,30	504	10,67	5743	37	35,8	3,2
<b>+10% <math>d_p</math></b>	0,30	616	13,04	10485	57	53,6	6,0

A entropia de Kolmogorov calculada difere, em média, 4,6% dos valores apresentados por van den Bleek e Schouten (1993a). Similar ao apresentado no artigo verificou-se um aumento da entropia na medida em que a velocidade do gás e o diâmetro da partícula são incrementados, sendo que um aumento de 10% no  $d_p$  influencia mais a imprevisibilidade do sistema do que o mesmo aumento em  $U_0$ . As alterações em  $K$  indicam mudança do comportamento dinâmico do sistema, sendo, mesmo assim, o processo analisado considerado caótico (van den Bleek e Schouten, 1993a).

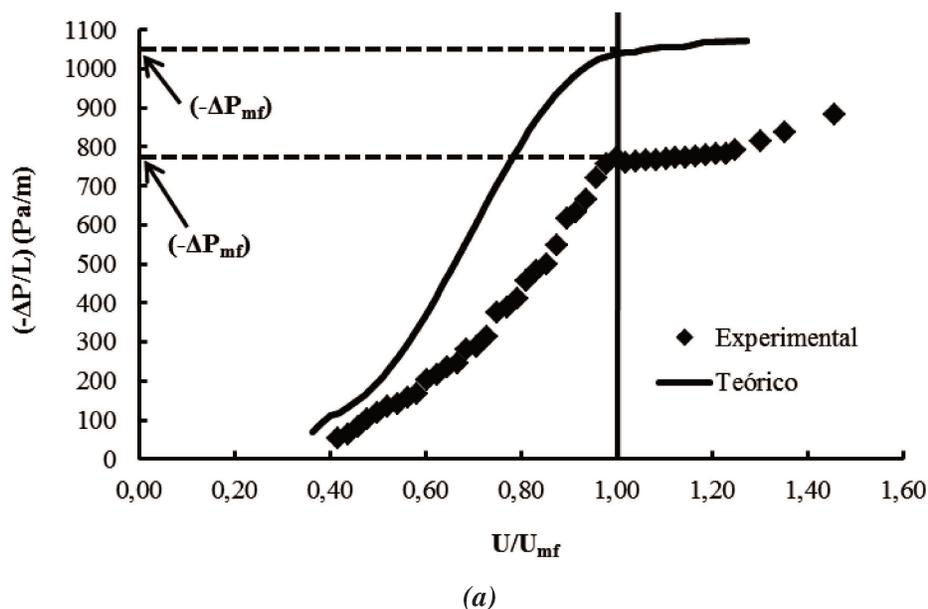
Assim, muito embora o modelo fluidodinâmico e o algoritmo de solução sejam levemente diferentes daqueles apresentados pelos autores, verifica-se uma concordância razoável entre os resultados finais, deixando claro que a metodologia adotada neste trabalho pode ser aplicada para representar teoricamente a fluidodinâmica de leitos fluidizados.

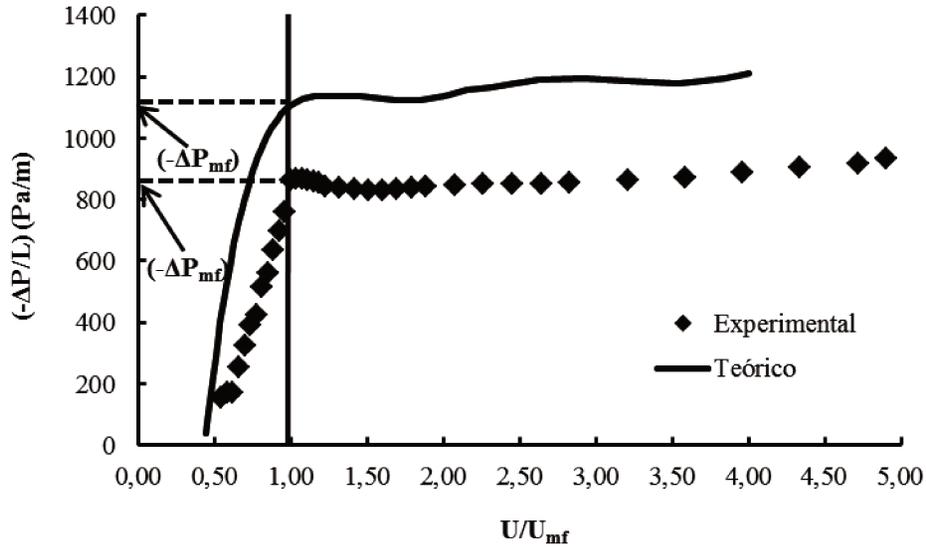
### 4.3.2 APLICAÇÃO DO MODELO FLUIDODINÂMICO NA DESCRIÇÃO DA FLUIDIZAÇÃO GÁS-PARTÍCULA E APLICAÇÃO DA TEORIA CAÓTICA ÀS SÉRIES SIMULADAS

O intuito desta seção é apresentar as séries temporais de pressão advindas da modelo fluidodinâmico apresentada por Broadhurst (1986) resolvido com as condições de choque entre partículas apresentados por Schouten *et al* (1992) e posteriormente aplicar a teoria do caos na análise destas séries. Por fim, as informações teóricas foram comparadas com dados reais obtidos na unidade experimental do Laboratório de Processos em Meios Porosos (LPMP) para partículas de microesferas de vidro dos grupos A, B e D de Geldart.

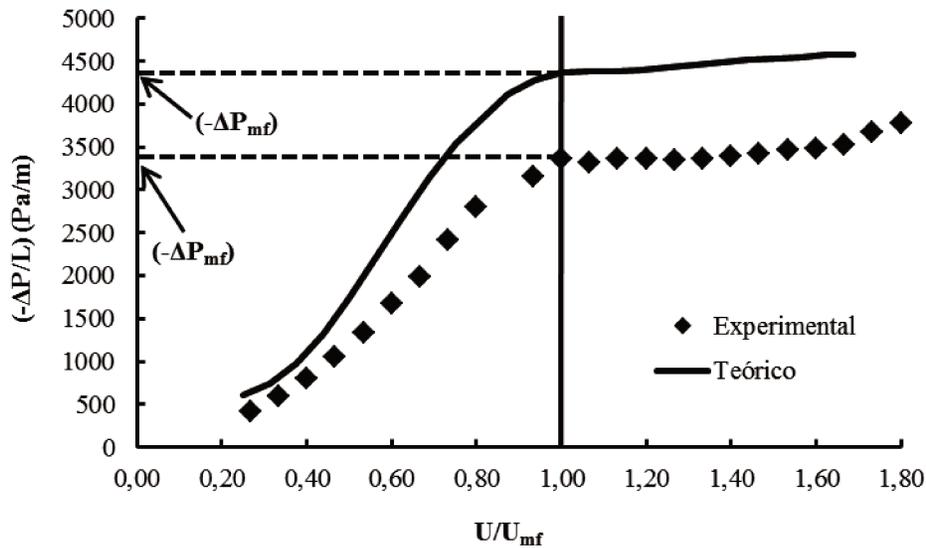
As comparações entre as curvas de fluidização das microesferas de vidro obtidas experimentalmente e pelo modelo matemático são apresentadas na Figura 4.19. Observa-se que o modelo superestima a perda de pressão do leito quando comparada com as medidas experimentais e que, na medida em que a velocidade do gás aumenta, a diferença entre os dados teóricos e os reais aumenta.

**Figura 4.19** – Curvas de fluidização teórica e experimental para as microesferas de vidro Geldart A (a), B (b) e D (c).





(b)



(c)

A Tabela 4.6 apresenta uma comparação entre as velocidades e queda de pressão da mínima fluidização para os processos reais e teóricos. As velocidades de mínima fluidização foram estimadas por meio da intersecção das retas interpoladas para a região linear de leito fixo e para a região de  $\Delta P$  constante após a expansão. Os intervalos de velocidade do gás para os quais o leito permaneceu fixo e subsequentemente sofreu expansão, foram razoavelmente próximos em todos os casos analisados.

**Tabela 4.5** – Comparação entre as velocidades e queda de pressão da mínima fluidização para os dados experimentais e teóricos

		Experimental		Teórico	
		$U_{mf}$ (m/s)	$(-\Delta P_{mf})$ (Pa/s)	$U_{mf}$ (m/s)	$(-\Delta P_{mf})$ (Pa/s)
<b>Esferas de vidro</b>	<b>A</b>	0,25	773	0,29	1038
	<b>B</b>	0,28	864	0,40	1107
	<b>D</b>	0,80	3367	0,85	4365

As velocidades de mínima fluidização medidas experimentalmente e as obtidas por meio do modelo diferem, em média, 15,2% sendo que as respectivas pressões demonstraram diferença média de 26,4%. Muito embora com significativas diferenças, o modelo, no geral, representou adequadamente a dinâmica dos processos avaliados.

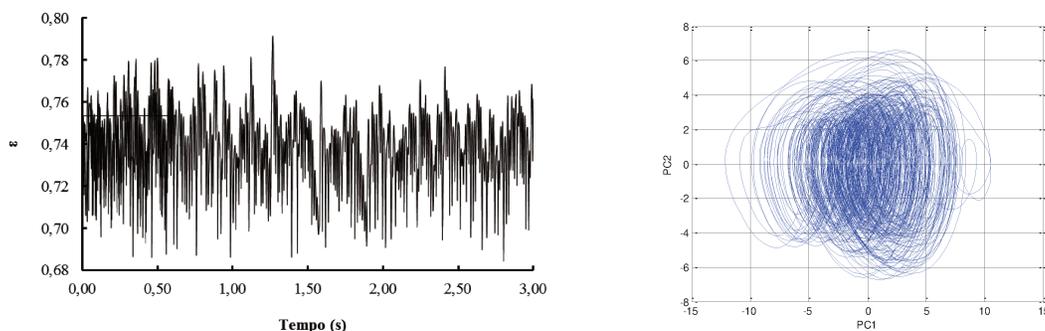
Dos perfis fluidodinâmicos experimentais, nota-se a presença de uma região pistonada após a faixa de  $\Delta P$  constante, porém esta constatação não foi, ou foi muito pouco, notada nas curvas teóricas. Isto acontece devido a deficiência do modelo em descrever perfeitamente as complexas interações entre as partículas durante o movimento pistonado.

É importante deixar claro que a solução do modelo gera variações temporais de porosidade (assim como exposto na Figura 4.18) e que a obtenção para pressão foi possível por meio da aplicação da equação clássica de Ergun. Cada um dos pontos presentes na Figura 4.19 foi calculado para a respectiva porosidade média.

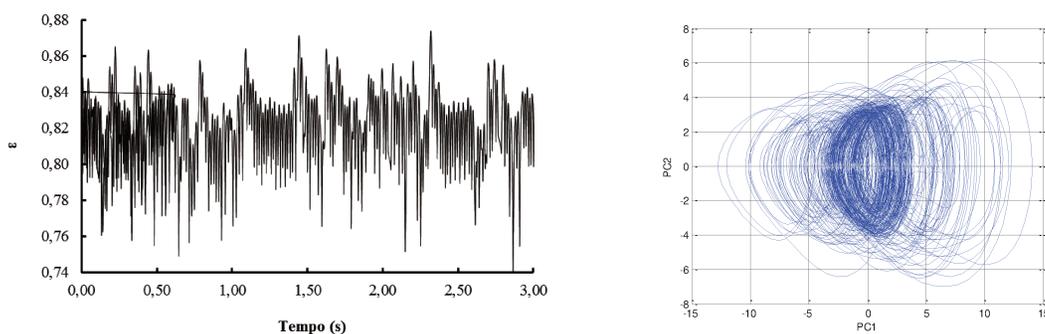
Iniciando o procedimento de análise do caos, reconstruíram-se os atratores para as séries teóricas de queda de pressão (obtidas a partir da variação de porosidade) para dimensão de imersão igual a 20 e 10.000 pontos. A Figura 4.20 traz as séries temporais e os atratores para as velocidades de mínima fluidização das partículas de microesferas de vidro A, B e D (Geldart).

**Figura 4.20** – Atratores gerados para partículas de microesferas de vidro A, B e D de Geldart nas condições de mínima fluidização.

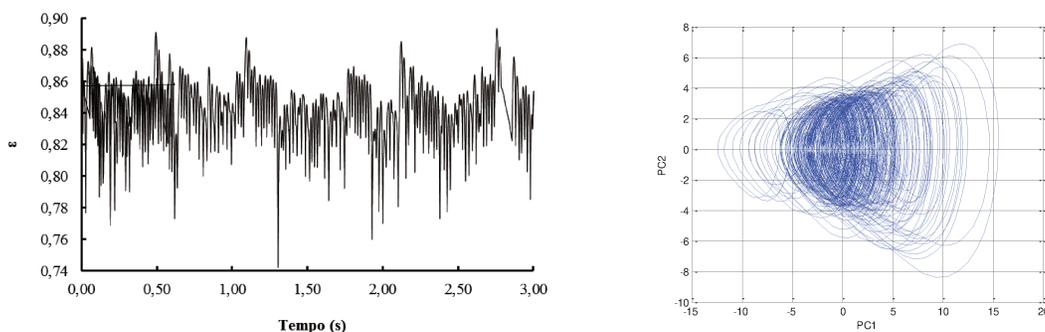
**Microesferas de vidro – A – carregamento 0,8 kg**



**Microesferas de vidro - B – carregamento 0,8 kg**



**Microesferas de vidro - D – carregamento 0,8 kg**



Inicialmente, uma comparação entre os sistemas teóricos permite verificar que os atratores são bem indefinidos, evidenciando a presença de caos à  $U_{mf}$  para as séries temporais simuladas. Nesta mesma linha, van den Bleek e Schouten (1993) observaram a presença de caos quando reconstruíram o atrator para uma série temporal da posição das partículas, para um sistema cuja fase gasosa foi ar e a fase particulada poliestireno ( $d_p = 560 \mu\text{m}$ ), obtida por meio deste modelo.

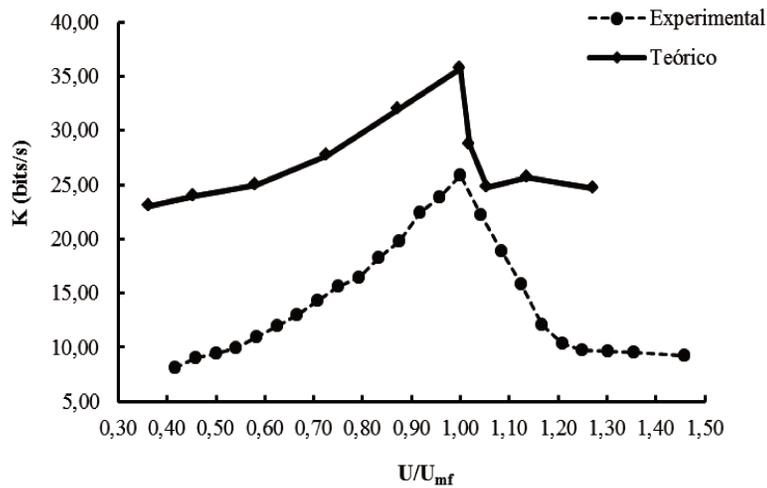
Informações advindas do modelo demonstraram que as séries temporais para os pontos em que o leito está fixo variam pouquíssimo, não ocorrendo caos durante sua evolução, contudo experimentalmente o resultado foi bastante diferente, demonstrando caos nestas faixas. Uma das possíveis explicações para este fato é que a frequência de aquisição utilizada neste trabalho foi muito alta permitindo captar variações grandes em intervalos de tempo infinitesimais, sendo assim, quando da reconstrução do atrator, estas respostas foram contabilizadas ocorrendo caos. Para uma situação em que o experimento fosse realizado para uma menor frequência é provável que não ocorresse tamanha variação, dado que a redução da frequência impacta negativamente na caracterização caótica. Outra constatação é que os atratores calculados para os dados do modelo apresentam diferenças topológicas em relação aos atratores experimentais (Figura 4.15 – carregamento de 0,8 kg). A presença de uma região mais concentrada de informações no espaço de fases para os atratores teóricos, enquanto que o atrator experimental está mais disperso, evidencia maior imprevisibilidade da série temporal real, explicada pela presença de ruídos, inerentes ao fenômeno e a frequência, durante a execução do experimento.

A Figura 4.21 apresenta a variação da entropia de Kolmogorov com a velocidade superficial do gás para os dados obtidos por meio do modelo. Muito similar ao verificado na Figura 4.16 (para o carregamento de 0,8 kg)  $K$  tende a aumentar com a velocidade superficial do ar de fluidização e o seu valor máximo é verificado no momento em que leito atinge a condição de fluidização eminente/mínima fluidização. Análogo ao observado nas análises precedentes, a região de leito pistonado foi caracterizada por uma zona de baixa complexidade após uma região de transição características a todos os processos em análise. Observando apenas curva fluidodinâmica, não é possível notar a presença de uma região de fluidização pistonada, porém a análise do caos, muito mais sensível do que a clássica, exhibe nitidamente esta faixa, tornando-se assim uma excelente ferramenta de análise de leitos fluidizados.

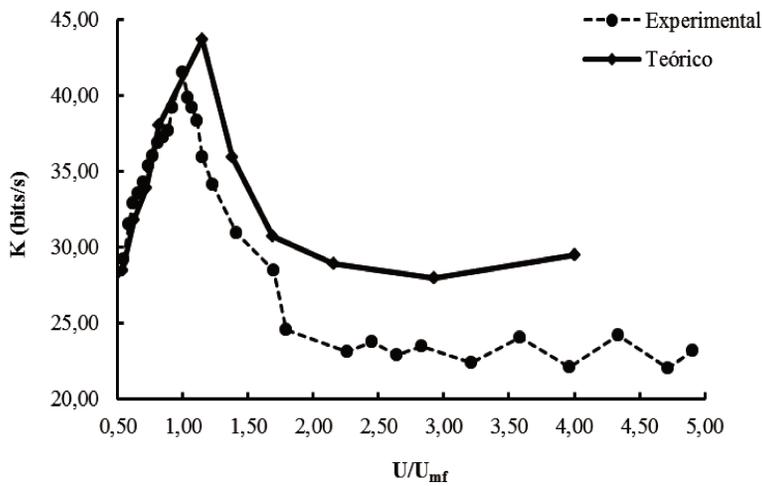
Idêntico ao constatado nas curvas fluidodinâmicas, os valores de entropia de Kolmogorov foram superestimados quando comparados ao processo experimental. Mesmo diferindo em termos numéricos dos valores experimentais, a Figura 4.21 apresenta alteração do comportamento da entropia de Kolmogorov nas proximidades das transições,

assim como notado nos processos em laboratório. Vander Stappen *et al.* em 1993, van den Bleek e Schouten em 1993a e Llop *et al.* 2012 também verificaram a presença de regiões características no perfil da entropia de Kolmogorov, salientando um aumento de  $K$ , à pressão atmosférica, para a transição do leito expandido – mínima fluidização e queda de entropia no regime pistonado demonstra uma reorganização da dinâmica do sistema, sendo assim este ocorrido pode ser postulado como característico para a transição de regime em um leito fluidizado.

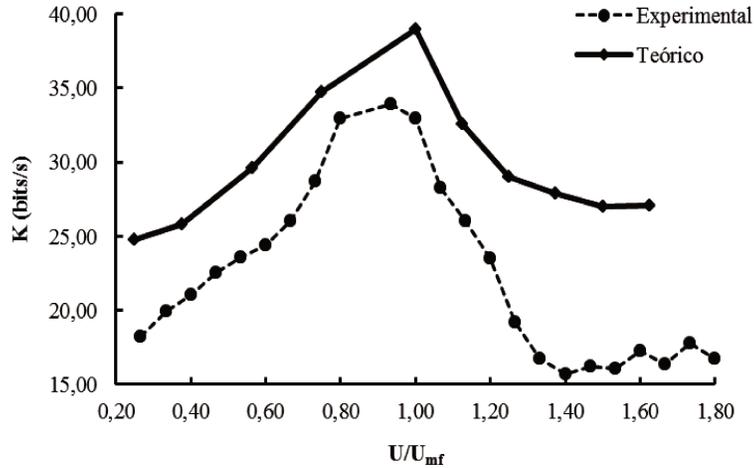
**Figura 4.21** – Variação de  $K$  com a velocidade do gás para as partículas de microesferas de vidro Geldart A (b), B (c) e D (d) com carregamento de 0,8 kg (séries simuladas).



(a)



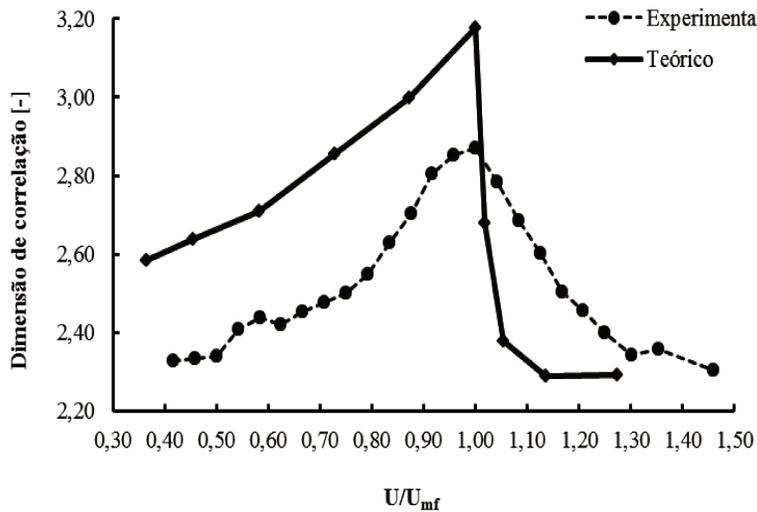
(b)



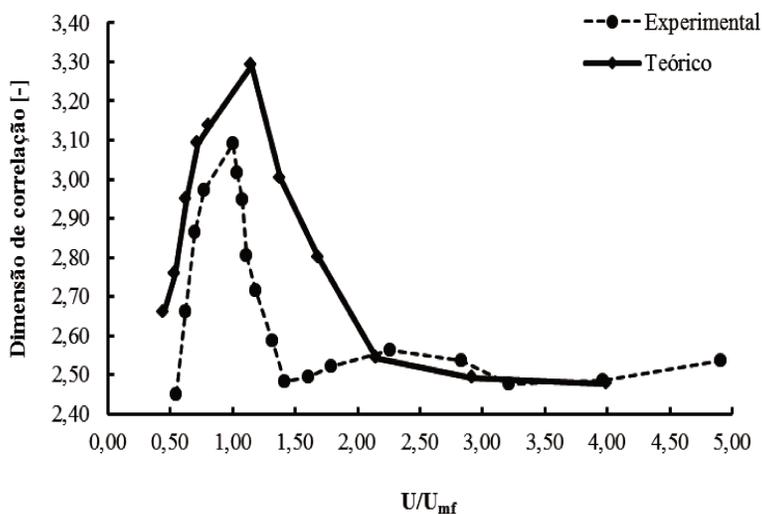
(c)

Conclusões parecidas são abstraídas do cálculo da dimensão de correlação (Figura 4.22). Os dados do modelo apresentaram superestimação da dimensão de correlação, porém, em termos de perfil, houve razoável reprodução no que cerne as regiões de transição de regimes.

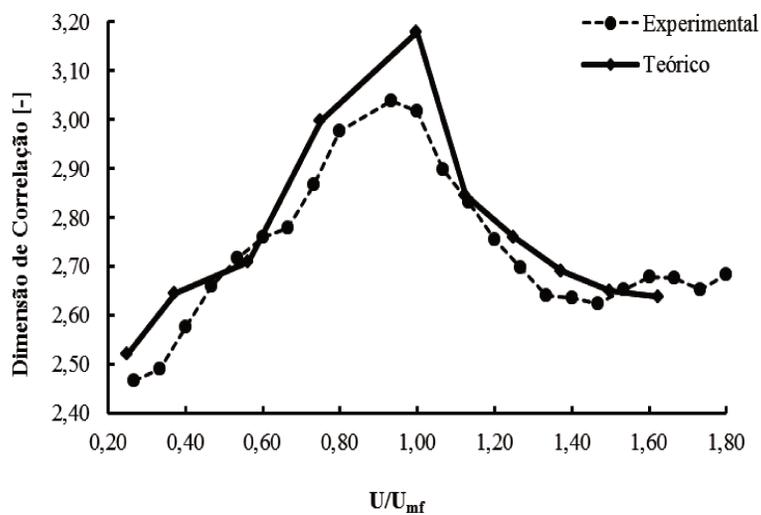
**Figura 4.22** – Variação da dimensão de correlação com a velocidade do gás para as partículas de microesferas de vidro Geldart A (a), B (b) e D (c) com carregamento de 0,8 kg (séries simuladas).



(a)



(b)



(c)

Também se verifica na Figura 4.22 que a dimensão de correlação cresce até que a mínima fluidização seja atingida, porém, após entrar na região pistonada, há um decréscimo na complexidade do sistema, acarretando na diminuição de  $D_2$ . Trabalhos publicados por van den Bleek e Schouten (1993a), Gou *et al.* (2003) e Llop, *et al* (2012) também observaram declives, tanto na curva de  $D_2$  quanto  $K$ , após atingida a fluidização.

O modelo fluidodinâmico demonstrou ser capaz de reproduzir as mesmas características observadas na prática. As microesferas de vidro B foram as que

apresentaram maior caos, seguidas da D e A, fato também constatado nos dados experimentais. Em termos qualitativos, os valores de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação proporcionaram perfis bastante parecidos com aqueles obtidos dos experimentos, sendo assim, a partir das séries temporais simuladas pode-se verificar que, muito embora haja uma diferença em termos numéricos, há uma boa relação dos perfis fluidodinâmicos teóricos com os experimentais, permitindo corroborar o modelo como um auxiliar na representação preliminar de fenômenos fluídicos. Além disso, evoluções temporais caóticas foram obtidas para as duas situações, evidenciando, por meio da entropia de Kolmogorov e da dimensão de correlação, patamares em que é possível a classificação da transição de leito expandido para fluidização eminente/mínima fluidização seguida de regime pistonado.

Por fim, torna-se evidente a relação entre parâmetros caóticos e as características físicas dos sistemas (experimental e simulado), permitindo corroborar tais invariantes como auxiliares na classificação dos regimes de fluidização.

---

#### 4.4 COMPARAÇÃO DOS SOFTWARES RRCHAOS E BRCHAOS

---

O *RRChaos* é um consagrado *software* para cálculo de invariantes caóticos e reconstrução dos atratores no espaço de fases, porém algumas de suas limitações levaram Moura (2013) a desenvolver um pacote computacional com a mesma finalidade utilizando métodos solidificados em literatura. A Tabela 4.6 apresenta uma síntese dos softwares *RRChaos* e *BRChaos*.

Uma das principais limitações do *RRChaos* é a falta de atualização de sua plataforma, pois o *software* só pode ser executado em *Windows XP* ou inferiores. Este empecilho obriga o usuário a emular um sistema operacional adequado de forma que o processamento das séries temporais torna-se extremamente lento. Na Tabela 4.6 observa-se que o tempo de obtenção da entropia de Kolmogorov, por meio do *RRChaos*, chega a ser mais de 1.900 vezes maior quando comparado ao *BRChaos*. Uma das vantagens da

aplicação do *RRChaos* é que o software é mais adequado para séries experimentais, pois faz uma estimativa do nível de ruído dos dados.

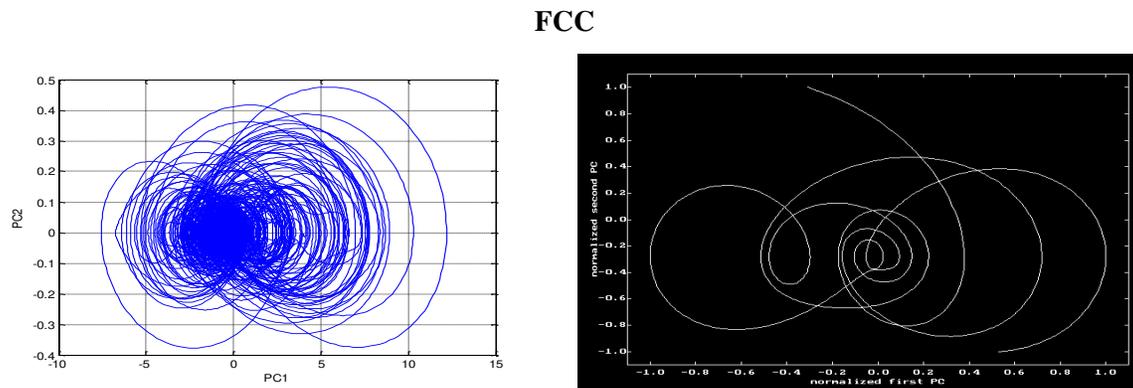
**Tabela 4.6** – Comparativo das metodologias e tempo de execução dos softwares *BRChaos* e *RRChaos*.

	Métodos – BRChaos			Métodos – RRChaos		
	Atrator	K	D <sub>2</sub>	Atrator	K <sub>ML</sub>	D <sub>ML</sub>
	SVD	ML	GP	SVD	ML	GP/ML
<b>Tempo médio de obtenção</b>	23 s	2.8 s	3.1 s	324 s	5400 s	8640 s

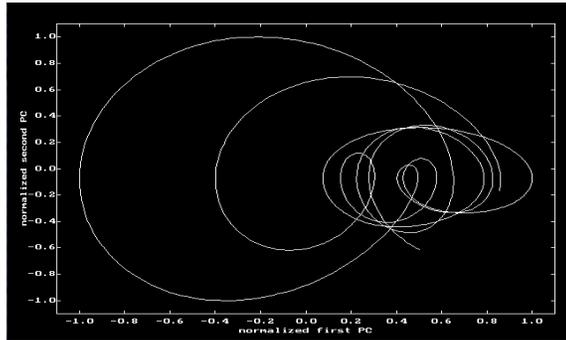
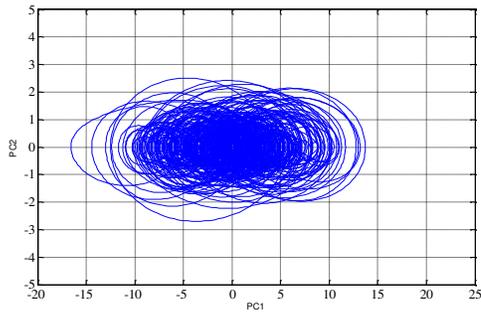
SVD: Decomposição em valores singulares.  
 ML: Máxima verossimilhança.  
 GP: Algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b).

Para avaliar qual dos dois pacotes é o mais apropriado, apresenta-se a seguir uma comparação dos resultados obtidos por meio dos dois programas. A Figura 4.23 é um comparativo dos atratores gerados pelo *RRChaos* e *BRChaos* para as séries temporais fluidodinâmicas utilizando 0,4 kg de FCC e dimensão de imersão igual a 20.

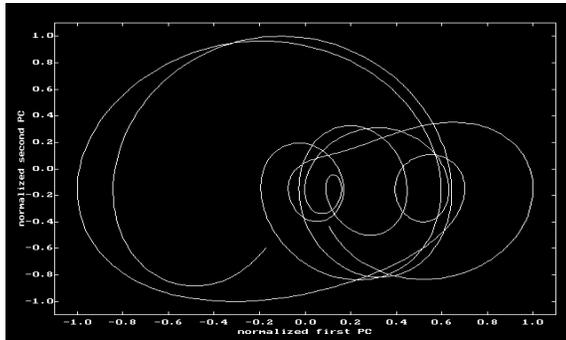
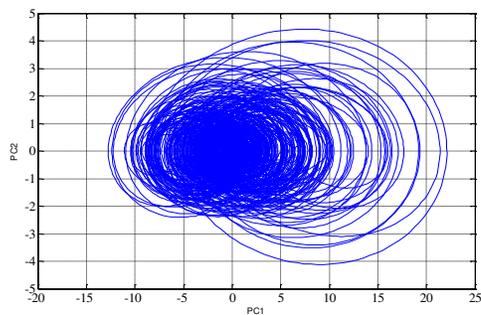
**Figura 4.23** – Comparativo dos atratores reconstruídos pelos softwares *BRChaos* e *RRChaos*.



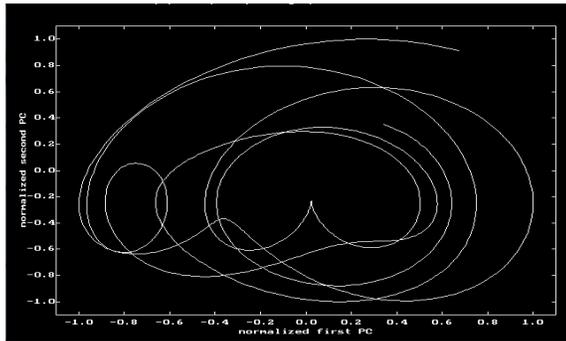
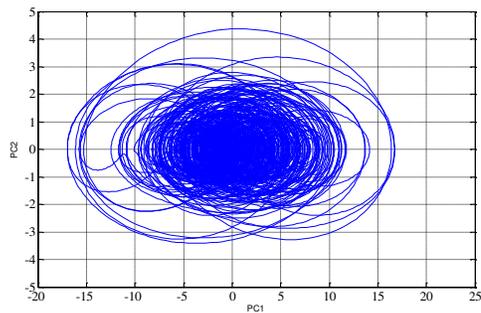
### Microesferas de vidro A



### Microesferas de vidro B



### Microesferas de vidro D



É nítido que os atratores reconstruídos pelo *RRChaos* são mais adequados quando se objetiva uma avaliação qualitativa da topografia do atrator. O *RRChaos* possui um limitação de 1.000 pontos para a confecção dos atratores no espaço de fases, enquanto que para o *BRChaos* foram utilizados 40.000. Verifica-se também que a interface gráfica do *RRChaos* obriga o usuário a aplicação de recursos de edição de imagens para tornar os gráficos mais “amigáveis”.

Para estas mesmas condições a Tabela 4.7 traz os valores da entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação calculadas pelo *RRChaos* e *BRChaos*.

**Tabela 4.7** – Comparativo das entropias de Kolmogorov e dimensão de correlação calculadas pelos softwares *BRChaos* e *RRChaos*.

	<i>BRChaos</i>		<i>RRChaos</i>			Desvio K (%)	Desvio D (%)
	U (m/s)	K (bits/s)	D <sub>2</sub>	K <sub>ML</sub> (bits/s)	D <sub>ML</sub>		
<b>FCC</b>	0,17	17,24	2,54	17,55	2,61	1,80	2,76
	0,26	32,82	3,04	33,14	3,13	0,98	2,96
	0,27	34,43	3,02	34,79	3,10	1,05	2,65
	0,33	15,76	2,41	16,00	2,48	1,52	2,90
<b>Microesfera A</b>	0,15	11,00	2,44	11,21	2,51	1,91	2,87
	0,25	25,83	2,87	26,01	2,94	0,70	2,44
	0,28	18,90	2,69	19,23	2,75	1,75	2,23
	0,35	9,54	2,36	9,71	2,41	1,78	2,12
<b>Microesfera B</b>	0,17	32,89	2,66	33,22	2,72	1,00	2,26
	0,28	41,53	3,09	41,91	3,17	0,92	2,59
	0,40	30,90	2,48	31,21	2,53	1,00	2,02
	0,90	22,38	2,47	22,78	2,52	1,79	2,02
<b>Microesfera D</b>	0,27	19,91	2,49	20,13	2,55	1,10	2,41
	0,80	32,98	3,02	33,29	3,09	0,94	2,32
	0,96	23,48	2,75	23,87	2,81	1,66	2,18
	1,28	17,20	2,68	17,53	2,74	1,92	2,24

Observa-se que, em média, a entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação variaram 1,36 e 2,44% respectivamente. Segundo análises realizadas por Moura (2013), o

algoritmo desenvolvido por Schouten *et al.* (1994b), que emprega conceitos de máxima verossimilhança, para o cálculo da entropia da Kolmogorov é bastante eficiente para séries com pequenos níveis de ruídos e o algoritmo de Grassberger e Procaccia (1983a, 1983b) (aqui aplicado para cálculo de  $D_2$ ) não distingue os elementos determinísticos dos aleatórios (ruído) (Moura, 2013) resultando em um desvio maior para dimensão de correlação. Muito embora tenham ocorrido diferenças entre os dois *softwares*, um desvio da ordem de 2,44% é pequeno quando comparado à variação absoluta da série temporal. Estes resultados levam à conclusão de que os protocolos físicos (baterias/cuidados com a rede elétrica) e virtuais (filtro digital de resposta infinita ao impulso (IRR), tipo passa baixa, com topologia *Butterworth* de ordem 25) foram suficientes para manter as séries com níveis baixos de interferência.

É vital deixar claro que o nível de ruído foi avaliado apenas pelas diferenças apresentadas pelos dois *softwares*, uma vez que os métodos de cálculo dos invariantes utilizados no *RRChaos* fazem distinção do ruído e a metodologia do *BRChaos* não realiza esta rotina automaticamente. Outro fator importante é o fato de que o *BRChaos* possui um algoritmo específica para a seleção do ruído, porém este não foi utilizado neste trabalho pois verificaram-se baixos níveis de interferência nas séries. Uma vez considerada a rotina de eliminação dos interferentes, os valores de tempo de processamento da Tabela 4.6 sofreriam aumento.

Sendo assim, dado o fato de o pacote implementado por Moura (2013) proporcionar maior velocidade de execução, possibilidades de interação entre outros *softwares* e as séries temporais experimentais apresentarem baixos níveis de ruídos, o *software BRChaos* é o mais indicado para a execução dos cálculos dos invariantes caóticos entropia de Kolmogorov, dimensão de correlação e reconstrução dos atratores no espaço de fases.

## CAPÍTULO V

---

### CONCLUSÕES

Caos é o termo que designa a teoria de sistemas dinâmicos que objetiva investigar os fenômenos cuja evolução temporal se enquadra entre acontecimentos determinísticos e estocásticos. Costumeiramente estudada no domínio do tempo e da frequência, a fluidodinâmica gás-partícula apresentou não linearidades, aperiodicidade a longo prazo, sensibilidade às condições iniciais e evolução determinística, características definitivas de um processo inerentemente caótico que exigem uma avaliação no domínio do espaço.

O presente trabalho avaliou e quantificou a presença do caos determinístico em séries temporais de queda pressão em um leito fluidizado gás-partícula variando-se condições de massa específica, diâmetro da partícula e massa carregada de sólidos na coluna. Obtidas as evoluções no tempo para cada processo, associaram-se os invariantes do caos, entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação, a cada uma das situações propostas para, por fim, comparar os perfis. Enriquecendo o estudo, um modelo teórico descritivo da fluidização foi utilizado para gerar séries temporais plausíveis de aplicação à teoria do caos. Os resultados gerados pelo modelo foram comparados com os dados reais obtidos na unidade experimental.

Em termos de caracterização fluidodinâmica é possível e plausível aplicar os invariantes caóticos, pois, principalmente a entropia de Kolmogorov, exibiram relação direta com as faixas de transição dos regimes. Neste trabalho tornou-se claro que a vigorosa agitação dos leitos, em regiões de altas velocidades, não necessariamente indica maior desorganização do sistema e que maior quantidade de informação é perdida quando da transição para a fluidização eminente/mínima fluidização.

Comparações entre os perfis caóticos de materiais pertencentes ao Grupo A (FCC) e D (painço) de Geldart, permitiram verificar que os parâmetros diâmetro das partículas e massa específica impactaram decisivamente nos valores de entropia de Kolmogorov, apresentando maior desordem a fluidização de partículas mais pulverulentas. Para ambos os materiais, os perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação apresentaram picos característicos nas regiões de transição de leito fixo para fluidização incipiente seguido de regime pistonado, deixando clara a relação entre esses parâmetros e os regimes de fluidização estudados.

Na avaliação dos perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para as microesferas A, B e D de Geldart, notou-se que a partícula B apresentou fluidização mais caótica, seguida da D e A. Este fato não está de acordo com o que se observou no estudo com FCC e painço, porém há de se considerar que no caso das duas partículas distintas ocorre uma variação de diâmetro e massa específica, dois fatores impactantes na dinâmica do sistema. No caso das microesferas de vidro, apenas a variação dos diâmetros foi investigada, sendo que para a ordem de maior caos B-D-A as partículas B estão no topo, pois promovem uma aeração rápida e fazem com que as bolhas se formem e coalesçam já na condição de mínima fluidização. A pouca coesividade e o diâmetro no intermédio das partículas A e D permitem que durante a fluidização das partículas B ocorra mais instabilidades e perda de informação.

A análise do caos possibilitou a identificação de regiões que a simples análise da curva fluidodinâmica não permitiria, demonstrando assim ser mais sensível do que a metodologia clássica.

No que tange à massa carregada na coluna, o peso do leito torna o movimento mais lento e difícil, fazendo com que nos processos com maior quantidade de partículas as estruturas que se formam durante a fluidização retornem para o estado original gerando um movimento menos desorganizado.

O modelo fluidodinâmico empregado apresentou boa relação, em termos de perfil, com os dados experimentais, demonstrando superestimação da perda de pressão total do leito quando comparado ao processo real. Em relação aos invariantes abstraídos a partir das séries temporais teóricas, observou-se que tanto a entropia de Kolmogorov como a dimensão de correlação exibiram perfis característicos na transição de, por exemplo, leito fixo para fluidização eminente/mínima fluidização e depois leito pistonado, fenômeno também notado na prática. Muito embora tenham ocorrido diferenças significativas em termos numéricos, o modelo se mostrou adequado como auxiliar na representação da fluidização gás-partícula.

Em relação à avaliação das diferenças apresentadas pelos softwares *RRChaos* e *BRChaos*, tornou-se evidente neste trabalho que o pacote de Moura (2013), salvo séries com altos níveis de ruído, é uma excelente ferramenta para a análise de caos, pois reproduz fielmente os valores dos invariantes caóticos e reconstrói fidedignamente os atratores estranhos com um tempo de processamento muito inferior àquele do *RRChaos*.

Sumariamente, a presente Dissertação deixa claro que a entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação são invariantes extremamente sensíveis às propriedades como esfericidade, porosidade da partícula/leito, massa específica, diâmetro, velocidade do gás e massa do leito e que para que haja uma associação definitiva destas constantes caóticas como substitutos das atuais metodologias, são necessários mais estudos considerando as diversas peculiaridades dos sólidos, das condições de processos e dos equipamentos envolvidos na fluidização. De mais a mais, a reprodutibilidade da dinâmica caótica de todos os perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação asseguram a existência de regiões características nas faixas de transição de regime que são facilmente identificadas pelo caos determinístico independente do tipo de partícula ou da massa utilizada.

Sendo assim, as nítidas diferenças apresentadas pelos invariantes para os diferentes regimes de fluidização, tanto experimentais como simulados, e da evidente relação entre as características da fase particulada, considerando-se a classificação de Geldart, com os

parâmetros caóticos, permitem corroborar tais invariantes como auxiliares na classificação dos regimes de fluidização.

## SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

---

→ Avaliar a influência dos parâmetros listados a seguir na reconstrução dos atratores, perfis de entropia de Kolmogorov e dimensão de correlação para diferentes tipos de partículas dentro da classificação de Geldart:

- Massa específica da partícula (diferentes de painço e catalisador FCC);
- Diâmetro da partícula (diferentes de microesferas de vidro);
- Esfericidade da partícula;
- Diâmetro do leito;
- Configuração do distribuidor.

→ Verificar as diferenças nos invariantes caóticos apresentadas pela fluidização de partículas D de Geldart em conformação de leito normal (como aqui avaliado) e jorro.

→ Avaliar a influência do sistema de medição da queda de pressão (fibra de sonda óptica, transdutores diferenciais, etc) nos invariantes caóticos e atratores.

→ Estudar o efeito do ruído na análise caótica determinística.

→ Verificar a influência do coeficiente de restituição (CoR) nas séries temporais do modelo fluidodinâmico e, por conseqüências, nos parâmetros do caos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABASHAR, M.E.E.; ELNASSHAIE, S.S.E.H. Dynamic and chaotic behavior of periodically forced fermentors for bioethanol production, *Chemical Engineering Science*, v.65, pp.4894–4905, 2010.

AJBAR, A.; AL-MASRY, W.; ALI, E. Prediction of flow regimes Transitions in bubble columns using passive acoustic measurements, *Chemical Engineering and Processing*, v.48, pp.101-110, 2009.

ANDREW, L. Chaos in cancer. *Medical Hypotheses*. V. 28, Issue 3, p. 143–144, 1989.

BAI, D.; GRACE, J.R.; ZHU, J.X.; Characterization of gas fluidized beds of group C, A and B particles based on pressure fluctuations, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 77, p. 319, 1999.

BETIOLI, M. L. P. Estudo experimental da distribuição de pressão estática no escoamento gás-sólido em um leito circulante, Universidade de Campinas, 2007. Dissertação (Mestrado).

BI, H. T.; ELLIS, N.; ABBAS, I. A; GRACE, J. R. A state of the art review of gas-solid turbulent fluidization. *Chemical Engineering Science*, v.55, pp.4789- 4825, 2000.

BRIONGOS, J.V.; ARAGÓN, J.M.; PALANCAR, M.C. Fluidized bed dynamics diagnosis from measurements of low-frequency out-bed passive acoustic emissions, *Powder Technology*, v.162, pp.145-156, 2006.

BRIONGOS, J.V.; GUARDIOLA, J. New methodology for scaling hydrodynamic data from a 2D-fluidized bed, *Chemical Engineering Science*, v.60, pp.5151 – 5163, 2005.

BRIONGOS, J.V; SOLER, J.G. Using free bed surface fluctuations in a 3-D fluidized bed for dynamic characterization. *AIChE Journal*, vol 50, pp. 3060-3067, 2004.

BROADHURST, T. E. Particle oscillation in fluidized beds, *Encyclopedia of Fluid Mechanics* (Edited by N. P. Cheremisinoff), v. 4, pp. 781 - 815. Gulf, Houston, 1986.

BROOMHEAD, D. S.; KING, G. P. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica 20D*, pp. 217 – 236, 1986.

BROWN, R.C.; BRUE, E.; Resolving dynamical features of fluidized beds from pressure fluctuations, *Powder Technology*, 119, p. 68, 2001.

BRUNO, O. M; PLOTZE, R. O; Falvo, M. Fractal dimensions applied to plant identification, *Information Sciences*, v. 178, Issue 12, p. 2722–2733, 2008.

CAMPOS, J. B. L. M.; CARVALHO J. R. F. G. Drag force on the particles at the upstream end of a packed bed and the stability of the roof of bubbles in fluidized beds. *Chem. Eng. Sci.* 47, 4057, 1992.

CARLIN, M. Measuring the complexity of non-fractal shapes by a fractal method. *Pattern Recognition Letters* 21 p.1013-1017, 2000.

CASTILHO, G. J. Análise de caos em leito fluidizado circulante. Tese (Doutorado em Engenharia Química), Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2011.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Comparison of downer and riser flows in a circulating bed by means of optical fiber probe signals measurements. *Procedia Engineering*, v. 42, p. 326 – 333, 2012.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Study of gas-solids flow in a short CFB riser by statistical and chaotic deterministic analysis of optical fiber probe signals. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 91, p. 579 - 588, 2013.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A.; DE MARTÍN, L.; ARAGÓN, J. M. Identificação de condição de fluidização mediante ferramentas caótico-deterministas. In: XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Campinas – SP, 2009. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, v. CD ROM, 2009.

CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A.; DE MARTÍN, L.; ARAGÓN, J. M. Experimental fluid dynamics study in a fluidized bed by deterministic chaos analysis. *Particulate Science and Technology*, v. 29, pp. 179-196, 2011.

CESAR, R. M. Jr; COSTA, L. F. Shape analysis and classification: Theory and practice. Hardcover, 2000.

CHERIF, F. Theoretical computation of Lyapunov exponents for almost periodic hamiltonian systems, *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 41:1, 2011.

CHOUDHURY, R.S. Stability conditions for the persistence, disruption and decay of two-dimensional dissipative three-mode patterns in moderately extended nonlinear systems and comparisons with simulations, in: L. Debnath, S.R. Choudhury (Eds.), *Nonlinear Instability Analysis, Advances in Fluid Mechanics*, Comp. MechanicsPubl., Southampton, pp. 43–91, 1997.

CREMASCO, M. A. Análise de caos em sistemas fluidizados. Palestra em XXXVI Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados - ENEMP, Maceió Alagoas, 2013.

CREMASCO, M. A. Operações unitárias em sistemas particulados e fluidomecânicos, São Paulo, Edgar Blucher, 2012.

DAFILISA, P.M.; FRASCOLIA, F.; CADUSCHB, J.P.; LILEYA, T.J.D. Chaos and generalized multistability in a mesoscopic model of the electroencephalogram, *Physica D*, 238(13), pp. 1056–1060, 2009.

DAW, C. S.; LAWKINS, W. F.; DOWNING, D. J.; CLAAP, JR., N. E. Chaotic characteristics of a complex gas-solids flow. *Phys. Rev. A*, v.41, n.2, pp. 1179 - 1181, 1990.

DEVANET, R. L. A first course in chaotic dynamical systems. *Perseus Books*, 1992.

EL-GOHARY, A. Chaos and optimal control of cancer self-remission and tumor system steady states. *Chaos solitons and fractals*. v. 37 Issue: 5 Pages: 1305-1316, 2008.

ERBANO, G. H. Análise de séries de tempo financeiras. Uma aplicação da teoria do caos em finanças empíricas (Dissertação de Mestrado). Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, 72 páginas, 2004.

ERGUN, S.; ORNING, A.A. Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*.48 89-94, 1952.

FELIPE, C. A. S.; ROCHA, S. C. S. Time series analysis of pressure fluctuation in gas-solid fluidized beds. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 21, No. 03, pp. 497 - 507, 2004.

FERRARA, N. F.; PRADO, C. P. C. Caos uma introdução. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1994.

GELDART, D. Types of gas fluidization. *Powder Technology*, v.7, pp.285-292, 1973.

GLEICK, J. Chaos: Making a new science. *Viking, New York*, 1987.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Measuring the strangeness of strange attractors. In *Physica D*, v. 9, pp. 189-208, 1983.

GOU, Q.; YUE, G.; SUDA, T.; SATO, J. Flow characteristics in a bubbling fluidized bed at elevated temperature. *Chem. Eng. Process.*42, 439–447, 2003.

GULICK, D. Encounters with chaos, McGraw-Hill International Editions – Mathematics and Statistics Series, 1992.

GUPTA, C. K.; SATHIYAMOORTHY, D. Fluid bed technology in materials processing. CRC Press, United States, 1999.

GUTIÉRREZ, J. L. O conceito de caos no mundo antigo. IV Colóquio de Filosofia Física e Matemática “Determinismo e Caos”, *Revista Primus Vitam* N° 2, 2011.

HESIOD - Theogony. Edited with Prolegomena and Commentary by M. L. West. Oxford, Clarendon Press, 1971.

HESIODE - Théogonie Les travaux et les jours Le bouclier. Texte établi et traduit par Paul Mazon. Paris, Les Belles Lettres, 1972.

HESIODI - Theogonia Opera et dies Scutum. Edidit Friedrich Solmsen. Fragmenta selecta ediderunt. R. Merkelbach et M. L. West. Oxford, Clarendon Press, 1966.

HONG, S.C.; JO, B.R.;DOH, D.S.;CHOI, C.S. Determination of minimum fluidization velocity by the statistical analysis of pressure fluctuations in a gas-solid fluidized bed, *Powder Technology*, 60, p. 215, 1990.

JIANG, J. J.; ZHANG, Y.; Mc GILLIGAN, C. Chaos in voice, from Modeling to measurement. *Journal of Voice*, v. 20, No. 1, p. 2-17, 2006.

JOHANSSON, F.; ZIJERVELD, R.C.; SCHOUTEN, J.C.;VAN DER BEEK, C.M., LECKNER, B. Characterization of fluidization regimes by time-series analysis of pressure fluctuations. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 26, p. 663-715, 2000.

KAART, S.; SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Improving conversion and selectivity of catalytic reactions in bubbling gas-solid fluidized bed reactors by control of the nonlinear bubble dynamics. *Catalysis Today*, v.48, pp. 184-194, 1999.

KAART, SANDER. *Controlling chaotic bubbles*. Delft: University of Technology, Delft – NL, 2002. PhD. Thesis.

KAGE, H.; IWASAKI, N.; YAMAGUCHI, H.; MATSUNO, Y. Frequency analysis of pressure fluctuation in fluidized bed plenum. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 24, p. 76 – 81, 1991.

KENKEL, N.C.; WALKER, D. J. Fractals and ecology. *Abst. Bot.* 17: 53-70, 1993.

KRABBENHOFT, K.; HUANG, J.; VICENTE da SILVA, M.; LYAMIN, A. V. Granular contact dynamics with particle elasticity. *Granular Matter*, n. 14, p. 607 – 619, 2012.

KUNII, D.; LEVENSPIEL, O, Fluidization engineering, 2a ed., Stoneham, Butterworth-Heinemann, 1991.

LEE, J. S.; CHANG, K. S. Applications of chaos and fractals in process systems engineering. *J. Proc. Cont.*, v. 6, pp. 71-87, 1996.

LETELLIER, C.; AGUIRRE, L.A.; MAQUET, J.; GILMORE, R. Evidence for low dimensional chaos in sunspot cycles, *Astronom. Astrophys*, 449(1), pp. 379–387, 2006.

LETZEL, H. M.; SCHOUTEN, J. C.; KRISHNA, R.; VAN DEN BLEEK, C. M. Characterization of regimes and regime transitions in bubble columns by chaos analysis of pressure signals. *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, N° 24, pp. 4447 - 4459, 1997.

LI, H. Z.; MOULINE, Y.; CHOPLIN, L.; MIDOUX, N. Chaotic bubble coalescence in non-Newtonian fluids. *International Journal of Multiphase Flow*. V. 23, Issue 4, August 1997, Pages 713–723.

LI, T. Y.; YORKE, J. A. Period three implies chaos. *The American Math. Monthly*, v. 82, N. 10, p. 985-992, 1975.

LITKA, T.; GLICKSMAN, L. R. The. Influence of particle mechanical properties on bubble characteristics and solid mixing in fluidized beds. *Powder Technol.* 42, p. 231-239, 1985.

LLOP, M. F.; JANDB, N.; GALLUCCI, K.; LAURO, F. X. Characterizing gas–solid fluidization by nonlinear tools: Chaotic invariants and dynamic moments. *Chemical Engineering Science* 71, 252–263, 2012.

LORENZ, E. N. Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sci.*, v. 20, pp. 130-141, 1963.

MANDELBROT, B. The fractal geometry of nature. San Francisco: W. H. Freeman, 1983, 468 pp.

MANYELE, S.V.; ZHU, J.; ZHANG, H. Analysis of the microscopic flow Structure of a CFB downer reactor using solids concentration signals, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, v.1, A55, 2003.

MANYELE, S.V.; ZHU, J.X.; KHAYAT, R.E.; PÄRSSINEN, J.H. Analysis of the chaotic dynamics of a high-flux CFB riser using solids concentration measurements, *China Particuology*, v.4, n.3-4, pp.136-146, 2006.

MARTÍN, L.; BRIONGOS, J. V.; HERNANDO, G. N.; ARAGÓN, J. M. Detecting regime transitions in gas-solid fluidized beds from low frequency accelerometry signals, *Powder Technology*, 207, p. 104 - 112, 2011.

MCCAULEY, J. L. Introduction to multifractal in dynamical system theory and fully developed turbulence. *Phys. Rev.* 189, 225, 1990.

MONTEIRO, L. H. A. Sistemas dinâmicos. Editora Livraria da Física, 3ª Ed., São Paulo, 2011.

MOON, F. C. Chaotic and fractal dynamics, Wiley, New York, 1992.

MOURA, L. M. Análise da influência do ruído na obtenção de atratores e parâmetros determinísticos da teoria do caos aplicada em uma seção de riser de um leito fluidizado circulante. Universidade de Campinas, 2013. Dissertação de mestrado.

MULLIN, T. The Nature of chaos, Clarendon Press, Oxford, 1993.

OSELEDEC, V.I., “The Multiplicative ergodic theorem: The Lyapunov characteristic numbers of dynamical systems”, *Trans. Moscow. Math.Soc.* 19, 197, 1968.

OWER, E.; PANKHURST, R.C. The measurement of air flow.5.ed. New York: Pergamon Press, 1977. 374p.

POINCARÉ, H. Les methods nouvelles de la Mécanique Celeste, Paris: Gauthier-Villars, v. 1-3, 1989.

ROWE, P. N.; HENWOOD, G. A. Drag forces in a hydraulic model of a fluidized bed— Part I. *Trans. Inst. Chem. Eng.* 39, 43, 1961.

RUELLE, D. Chaotic evolution and strange attractors. Cambridge University Press: Cambridge, 1989.

RUELLE, D.; TAKENS, F. On the nature of turbulence, *Commun. Math. Physics*, v. 30, pp. 167-192, 1971.

SANTOS, E. A.; CASTILHO, G. J.; CREMASCO, M. A. Emprego da análise de caos para identificar regiões fluidodinâmicas características em um leito de jorro cônico. In: *Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados*, 35, Vassouras, Seropédica, UFRRJ, 2011.

SASIC, S.; LECKNER, B.; JOHNSON, F. Characterization of fluid dynamics of fluidized beds by analysis of pressure fluctuations, *Progress in Energy and Combustion Science*, 33, p. 453-496, 2007.

SAVI, M. A. Dinâmica não linear e caos. Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE, Engenharia Mecânica: [s.n.], 2004.

SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Chaotic hydrodynamics of fluidization: consequences for scaling and modelling of fluid bed reactors. *AIChE Symposium Series, Fluidized Processes: Theory and Practice*. American Institute of Chemical Engineers, New York, 1992a.

SCHOUTEN, J. C.; TAKENS, F.; VAN DEN BLEEK, C. M. Maximum-likelihood-estimation of the entropy of an attractor. In *Physical Review E*, v. 49, pp. 126-129, 1994.

SCHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C.M. *RRCHAOS*, a menu-driven software package for nonlinear time series analysis, *Rector Research Foundation*, Delft, 1992b.

SHANNON, C. E.; WEAVER, W. The mathematical theory of communication. University of Illinois Press: Urbana, 1949.

SIERRA, C.; TADRIST, L.; OCCELLI, R. Local and global dynamics of shallow gas-fluidized beds. *Phys. Fluids* 18, 043303, 2006.

SIVAKUMAR.B.; PHOON, K.K.; LIONG,S.Y.; LIAW,C.Y.A systematic approach to noise reduction in chaotic hydrological time series, *Journal of Hydrology*, v.219 (3/4), pp.103-135, 1999.

STAM, C. J. Nonlinear dynamical analysis of EEG and MEG: Review of an emerging field. *Clinical Neurophysiology* 116, 2266–2301, 2005.

STRINGER, J. Is a fluidized bed a chaotic dynamic system, *Proceedings of the 10th International Conference on Fluidized Bed Combustion*, San Francisco, CA, v.1, pp. 265-272, 1989.

SUGIHARA, G.; MAY, R.M. Applications of fractals in ecology. *Trends Ecol. Evol.* 5: 79-86, 1990.

TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence, In: *Dynamical systems and turbulence, Lecture Notes in Mathematics*, Eds. D.A. Rand e L-S. Young, Springer Verlag, v. 898, pp.366-381, 1981.

TRNKA, O.;VESELÝ, V.;HARTMAN, M.; BERAN, Z. Identification of the state of a fluidized bed by pressure fluctuation, *AIChE Journal*, 46, p. 509, 2000.

TSONIS, A. A. *Chaos: From theory to applications*. New York: Plenum Press, 274 p. 1992.

VAN DEN BLEEK, C. M.; COPPENS, M. O.; SCHOUTEN, J. C. Application of chaos analysis to multiphase reactors, *Chemical Engineering Science*, v. 57, pp. 4763-4778, 2002.

VAN DEN BLEEK, C. M.; SCHOUTEN, J. C. Can Deterministic chaos create order in fluidized-bed scale-up? *Chemical Engineering Science*, Vol. 48, No. 13, pp. 2367-2373, 1993.a.

VAN DEN BLEEK, C. M.; SCHOUTEN, J. C. Deterministic chaos: a new tool in fluidized bed design and operation. *Chemical Engineering Journal*, v. 53, pp. 75-87, 1993.b.

VANDER STAPPEN, M. L. M. Chaotic hydrodynamics of fluidized beds, Delft: University of Technology, Delft – NL, 1996. 236 pp. PhD. Thesis.

VANDER STAPPEN, M. L. M.; SHOUTEN, J. C.; VAN DEN BLEEK, C. M. Application of deterministic chaos theory in understanding the fluid dynamic behavior of gas-solids fluidization. *A.I.Ch.E. Symposium Series*, v. 89, n. 296, pp. 91-102, 1993.

VILLEGAS, M.; AUGUSTIN, F.; GILG, A.; HMAIDI, A.; WEVER, U. Application of the polynomial chaos expansion to the simulation of chemical reactors with uncertainties. V. 82, Issue 5, p. 805–817, 2012.

WANG, Z.Y.; JIN, N.D.; GAO, Z.K., ZONG, Y.B.; WANG, T. Nonlinear dynamical analysis of large diameter vertical upward oil–gas–water three-phase flow pattern characteristics, *Chemical Engineering Science*, v.65, pp.5526-5236, 2010.

WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica 16D*, 285, 1985.

WONG, K-W.; BERNIE, S-H.K.; YUEN, C-H. An efficient diffusion approach for chaos-based image encryption. *Chaos, Solitons and Fractals* 41, 2652–2663, 2009.

WU, B.; ZHU; J.X.; BRIENS, L.A Comparison of flow dynamics and flow structure in a riser and a downer, *Chemical Engineering Technology*, v.30, n.4, pp.448-459, 2007.

XU, J.; BAO, X.; WEI, W.; BI, H.T.; GRACE, J.R.; LIM, C.J. Chaotic characteristics of pressure fluctuations in a gas spouted bed, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.87, pp.252-263, 2009.

YU, H-L.; LIN, Y-C.; SIVAKUMAR, B.; KUO, Y-M. A study of the temporal dynamics of ambient particulate matter using stochastic and chaotic techniques. v. 69, p. 37–45, 2013.