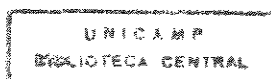


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
DEPARTAMENTO DE TERMOFLUIDODINÂMICA

MODELAGEM E SIMULAÇÃO HIDRODINÂMICA DE UM LEITO DE JORRO BI-
-DIMENSIONAL

AUTOR: ÉVERTON FERNANDO ZANOELO
ORIENTADOR: PROF^a DR^a SANDRA CRISTINA DOS SANTOS ROCHA

CAMPINAS, JUNHO DE 1994.



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/UNICAMP
	217m
V. E.	
T. E.	25.819
FAC.	433/95
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11.00
DATA	05/10/95
N.º CPD	

CM-000774 13-6

FICHA CATALOGRAFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL - UNICAMP

217m	Zanolo, Everton Fernando
	Modelagem e simulacao hidrodinamica de um leito de jorro bi-dimencional / Everton Fernando Zanolo. - -Campinas, SP : [s.n.l], 1994.
	Orientador : Sandra Cristina dos Santos Rocha.
	Dissertacao (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Quimica.
	1. Leito de jorro bi-dimencional. 2. Simulacao e modelagem. 1. Rocha, Sandra Cristina dos Santos. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Quimica. III. Titulo.
	30. CDD -660.283
	-603.3

Indices para catalogo sistematico:

1. Leito de jorro bi-dimencional 660.283
2. Simulacao e modelagem 603.3

Agradecimentos

À Profª Drª Sandra Cristina dos Santos Rocha, pela orientação, liberdade e confiança creditada.

Aos colegas, pelas valorosas oportunidades abertas à discussão sobre assuntos relativos a este trabalho.

À CAPES pelo suporte financeiro.

ÍNDICE

Assunto	Página
Lista de Figuras.....	iii
Lista de Tabelas.....	v
Lista de Variáveis.....	ix
Resumo.....	xii
1. Introdução.....	01
2. Revisão Bibliográfica.....	03
2.1. Considerações sobre leito de jorro.....	03
2.1.1. Histórico do leito de jorro.....	04
2.1.2. Requisitos para jorro.....	05
2.1.3. Fluidização versus jorro.....	06
2.2. Largura do Jorro.....	07
2.3. Fundamentos de mecânica dos solos.....	12
2.4. Perfis hidrodinâmicos.....	14
2.4.1. Modelos de escoamento do gás e distribuição de pressão no leito de jorro.....	15
3. Modelagem Matemática.....	24
3.1. Ângulo de expansão do jorro.....	24
3.2. Largura média do jorro.....	31
3.3. Princípio da mínima ação de Hamilton.....	31
3.4. Equações provenientes dos balanços de massa e de quantidade de movimento.....	35
4. Resultados e Discussões.....	41
4.1. Resultados obtidos para largura do jorro utilizando γ e $\bar{D}_s$ conforme indicado no Capítulo 3.....	41
4.2. Equações empíricas para cálculo do ângulo de expansão ou contração do jorro e da largura média do jorro.....	49

4.3. Largura do jorro com $\overline{D}_g$ e γ obtidos experimentalmente e também pelas Equações empíricas (93) e (94).....	57
4.4. Perfis hidrodinâmicos.....	63
5. Conclusões e Sugestões.....	77
Anexo A.....	79
Anexo B.....	100
Anexo C.....	104
Anexo D.....	108
Referências Bibliográficas.....	118
Abstract.....	121

Lista de Figuras

Figura	Página
Figura 1 - Esquema simplificado do mecanismo de jorro.....	4
Figura 2 - Transições de fase com o aumento da velocidade...	5
Figura 3 - Formas observadas do jorro.....	7
Figura 4 - Equação de Coulomb aplicada ao círculo de Mohr....	13
Figura 5 - Esquema das forças atuando sobre um elemento de volume na região de entrada do leito.....	25
Figura 6 - Critério de Coulomb aplicado ao círculo de Mohr...	26
Figura 7 - Representação de um ponto ao longo da interface jorro-ânulo em um leito bi-dimensional.....	41
Figura 8 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 1 da Tabela 3.....	46
Figura 9 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 2 da Tabela 3.....	47
Figura 10 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 3 da Tabela 3.....	48
Figura 11 - Esquema do leito bi-dimensional.....	50
Figura 12 - Comparação entre $\bar{D}_s$ experimentais e calculados pela Equação (93).....	56
Figura 13 - Comparação entre γ experimentais e calculados pela Equação (94).....	57
Figura 14 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 1 da Tabela 4.....	58
Figura 15 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 2 da Tabela 4.....	58
Figura 16 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 15 da Tabela 4.....	59
Figura 17 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 19 da Tabela 4.....	59
Figura 18 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 20 da Tabela 4.....	60
Figura 19 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 21 da Tabela 4.....	60

Figura 20 - Perfil de $r_s \times z$ para dados da Corrida 25 da Tabela 4.....	61
Figura 21 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7.....	65
Figura 22 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7.....	65
Figura 23 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7.....	66
Figura 24 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 1/Tabela 7.....	66
Figura 25 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7.....	67
Figura 26 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7.....	67
Figura 27 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7.....	68
Figura 28 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 2/Tabela 7.....	68
Figura 29 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 3/Tabela 7.....	69
Figura 30 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 3/Tabela 7.....	69
Figura 31 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 3/Tabela 7.....	70
Figura 32 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 3/Tabela 7.....	70
Figura 33 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7.....	71
Figura 34 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7.....	71
Figura 35 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7.....	72
Figura 36 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 4/Tabela 7.....	72

Lista de Tabelas

Tabela	Página
Tabela 1 - Condições experimentais da Figura 3.....	8
Tabela 2 - Dados utilizados para determinação do ângulo de expansão do jorro.....	43
Tabela 3 - Dados necessários à determinação de $r_s \times z$	45
Tabela 4 - Dados utilizados para ajuste dos parâmetros.....	52
Tabela 5 - Comparação entre os valores de γ calculados e experimentais.....	54
Tabela 6 - Comparação entre os valores de $\bar{D}_s$ calculados e experimentais.....	55
Tabela 7 - Dados necessários à simulação hidrodinâmica.....	64
Tabela A1 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 1 da Tabela 4.....	79
Tabela A2 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 2 da Tabela 4.....	79
Tabela A3 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 3 da Tabela 4.....	80
Tabela A4 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 4 da Tabela 4.....	80
Tabela A5 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 5 da Tabela 4.....	81
Tabela A6 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 6 da Tabela 4.....	81
Tabela A7 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 7 da Tabela 4.....	82
Tabela A8 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 8 da Tabela 4.....	82
Tabela A9 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 9 da Tabela 4.....	83
Tabela A10 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 10 da Tabela 4.....	83
Tabela A11 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corri- da 11 da Tabela 4.....	84

Tabela A12	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 12 da Tabela 4.....	84
Tabela A13	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 13 da Tabela 4.....	85
Tabela A14	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 14 da Tabela 4.....	85
Tabela A15	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 15 da Tabela 4.....	86
Tabela A16	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 16 da Tabela 4.....	86
Tabela A17	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 17 da Tabela 4.....	87
Tabela A18	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 18 da Tabela 4.....	87
Tabela A19	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 19 da Tabela 4.....	88
Tabela A20	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 20 da Tabela 4.....	88
Tabela A21	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 21 da Tabela 4.....	89
Tabela A22	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 22 da Tabela 4.....	89
Tabela A23	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 23 da Tabela 4.....	90
Tabela A24	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 24 da Tabela 4.....	90
Tabela A25	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 25 da Tabela 4.....	91
Tabela A26	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 26 da Tabela 4.....	91
Tabela A27	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 27 da Tabela 4.....	92
Tabela A28	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 28 da Tabela 4.....	92
Tabela A29	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 29 da Tabela 4.....	93

Tabela A30	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 30 da Tabela 4.....	93
Tabela A31	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 31 da Tabela 4.....	94
Tabela A32	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 32 da Tabela 4.....	94
Tabela A33	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 33 da Tabela 4.....	95
Tabela A34	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 34 da Tabela 4.....	95
Tabela A35	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 35 da Tabela 4.....	96
Tabela A36	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 36 da Tabela 4.....	96
Tabela A37	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 37 da Tabela 4.....	97
Tabela A38	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 38 da Tabela 4.....	97
Tabela A39	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 39 da Tabela 4.....	98
Tabela A40	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 40 da Tabela 4.....	98
Tabela A41	- Dados necessários ao cálculo de $\overline{D}_s$ e γ da Corrida 41 da Tabela 4.....	99
Tabela C1	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 14 do Capítulo 4.....	104
Tabela C2	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 15 do Capítulo 4.....	104
Tabela C3	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 16 do Capítulo 4.....	105
Tabela C4	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 17 do Capítulo 4.....	105
Tabela C5	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 18 do Capítulo 4.....	106
Tabela C6	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 19 do Capítulo 4.....	106
Tabela C7	- Pontos de $r_s \times z$ da Figura 20 do Capítulo 4.....	107
Tabela D1	- Pontos de $U_s \times z$ da Figura 21 do Capítulo 4.....	108
Tabela D2	- Pontos de $V_s \times z$ da Figura 22 do Capítulo 4.....	108
Tabela D3	- Pontos de $\epsilon_s \times z$ da Figura 23 do Capítulo 4.....	109
Tabela D4	- Pontos de $U_r \times z$ da Figura 24 do Capítulo 4.....	109
Tabela D5	- Pontos de $U_s \times z$ da Figura 25 do Capítulo 4.....	110

Tabela D6 - Pontos de V_s x z da Figura 26 do Capítulo 4.....	111
Tabela D7 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 27 do Capítulo 4.....	112
Tabela D8 - Pontos de U_r x z da Figura 28 do Capítulo 4.....	113
Tabela D9 - Pontos de U_s x z da Figura 29 do Capítulo 4.....	114
Tabela D10 - Pontos de V_s x z da Figura 30 do Capítulo 4.....	114
Tabela D11 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 31 do Capítulo 4.....	115
Tabela D12 - Pontos de U_r x z da Figura 32 do Capítulo 4.....	115
Tabela D13 - Pontos de U_s x z da Figura 33 do Capítulo 4.....	116
Tabela D14 - Pontos de V_s x z da Figura 34 do Capítulo 4.....	116
Tabela D15 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 35 do Capítulo 4.....	117
Tabela D16 - Pontos de U_r x z da Figura 36 do Capítulo 4.....	117

Lista de Variáveis

- A - função definida pela Equação (16), m^{-1}
- b - função definida pela Equação (13), s/m
- B - fator de correção das equações de queda de pressão e velocidade do fluido no ânulo para alturas menores que a altura máxima de jorro estável, -.
- C - coesão do solo, N/m^2 .
- C_f - coeficiente de arraste de Yokogawa, $Kg/m^2.s$
- C_1 - constante definida pela Equação (62), -.
- C_2 - constante definida pela Equação (63), m.
- dP/dz - queda de pressão ao longo da direção z, $Kg/m^2.s^2$.
- $[dP/dz]_{mf}$ - queda de pressão ao longo da direção z, na mínima fluidização, $Kg/m^2.s^2$.
- dP/dr - queda de pressão na direção r, $Kg/m^2.s^2$.
- D_c - largura do leito, m.
- $\overline{D}_p$ - diâmetro médio das partículas, m.
- D_i - largura do leito em $z=0$, m.
- D_s - largura do jorro, m.
- $\overline{D}_s$ - largura média do jorro, m.
- f - função definida pela Equação (63), -.
- f_1 - função definida pela Equação (59), m.
- f_2 - função definida pela Equação (60), m_2 .
- F - função definida pela Equação (61), m.
- g - aceleração da gravidade, m/s^2 .
- H - altura do leito de partículas, m.
- H_m - altura máxima de jorro estável, m.
- k_s - razão de Janssen, -.
- K - constante da Lei de Darcy, $Kg/m^3.s$.
- L - comprimento da interface jorro-ânulo, m.
- n - índice que reflete o regime de escoamento, o qual varia de 1, para regime laminar, até 2, para escoamento turbulento, -.
- P - pressão do fluido imediatamente do lado de fora do jorro para qualquer altura, N/m^2 .

- P_H - pressão do fluido imediatamente do lado de fora do jorro para altura H , N/m^2 .
 r - raio em coordenadas polares, m.
 r_i - metade da largura do leito em $z=0$, m.
 r_o - valor do raio na entrada do leito, em coordenadas polares, m.
 r_s - metade da largura do jorro, m.
 Re_{mf} - Reynolds no ponto de mínima fluidização, -.
 S - função definida pela Equação (43), -.
 S_a - área de seção transversal do ânulo, m^2 .
 U_a - velocidade superficial do fluido no ânulo, m/s.
 U_{mf} - velocidade de mínima fluidização, m/s.
 U_r - velocidade radial intersticial do fluido, m/s.
 U_s - velocidade média intersticial do fluido no jorro, m/s.
 U_{so} - velocidade do fluido na entrada do leito, m/s.
 V_s - velocidade do sólido no jorro, m/s.
 V_{si} - velocidade do sólido na entrada do leito, m/s.
 w - função definida pela Equação (17), m^{-2} .
 z - incremento de altura do leito de partículas, m.
 z_i - comprimento indicado na Figura 5, m.

Letras Gregas

- β - ângulo entre a direção da maior tensão normal e o raio polar, rad.
 β_{at} - função definida pela Equação (91) ou (92), Kg/m^3s .
 β_s - ângulo entre a direção da maior tensão normal e o raio polar, na interface jorro-ânulo, rad.
 β_w - ângulo entre a direção da maior tensão normal e o raio polar, na parede do leito, rad.
 ΔP_F - queda de pressão no ponto de mínima fluidização, N/m^2 .
 ΔP_s - queda de pressão de jorro mínimo, N/m^2 .
 ϵ_a - porosidade no ânulo
 ϵ_{mf} - porosidade no ânulo no ponto de mínima fluidização
 ϵ_s - porosidade no jorro
 ϵ_{si} - porosidade no jorro na entrada do leito

- ϕ - ângulo de fricção interno, rad.
 ϕ_s - ângulo de fricção na interface jorro-ânulo, rad.
 ϕ_w - ângulo de fricção na parede do leito, rad.
 γ - ângulo de expansão ou contração do jorro próximo a entrada leito, rad.
 λ - multiplicador de Lagrange, m^{-1} .
 λ_1 - função definida pela Equação (14), m^{-1} .
 λ_2 - função definida pela Equação (15), m^{-1} .
 μ - viscosidade do fluido, Kg/ms.
 ρ_b - densidade do sólido no seio da região anular, Kg/m³.
 ρ_f - densidade do fluido, Kg/m³.
 ρ_p - densidade do sólido, Kg/m³.
 σ - tensão normal, N/m².
 σ_c - média aritmética entre a menor e a maior tensão normal, N/m².
 σ_r - tensão normal na direção r, N/m².
 σ_θ - tensão normal na direção θ , N/m².
 τ - tensão de cisalhamento, N/m².
 τ_r - resistência ao cisalhamento, N/m².
 $\tau_{\theta r}$ - tensão de cisalhamento na direção r, para θ constante, num plano $r\psi$, N/m².
 θ_i - ângulo indicado na Figura 5, rad.
 θ_s - ângulo indicado na Figura 5, rad.
 θ_w - ângulo de inclinação do leito, indicado na Figura 5, rad.

RESUMO

O leito de jorro é um método de contato fluido e partícula que tem encontrado muitas aplicações na secagem de grãos e suspensões, granulação e recobrimento de partículas. O leito de jorro bi-dimensional é uma modificação de projeto do leito de jorro tradicional, cônico-cilíndrico, que tem demonstrado vantagens de construção e aumento de escala.

O objetivo primeiro deste trabalho é de determinar a variação da largura do jorro ao longo do leito, partindo de um modelo matemático proposto por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), e comparar com o perfil experimental obtido por observação visual em leito bi-dimensional construído em acrílico.

Na determinação matemática do perfil surge a necessidade do conhecimento da largura média da região de jorro e do ângulo de expansão da interface jorro-ânulo na entrada do leito. Para obtenção destes parâmetros desenvolveu-se duas expressões empíricas para leito bi-dimensional. Na literatura encontra-se apenas expressões, para cálculo destes parâmetros, para leitos cônico-cilíndricos.

O último passo do trabalho é descrever o comportamento hidrodinâmico da região de jorro a partir de balanços de massa e quantidade de movimento. A resolução das equações fornece os perfis longitudinais da velocidade do fluido no jorro, da velocidade do sólido no jorro, e da porosidade no jorro; e também permite uma comparação entre os perfis considerando a largura da região de jorro variável ou não com a altura do leito. No último caso admite-se uma largura média constante. A comparação demonstra a importância de se considerar a variação da largura do jorro ao longo do leito, pela discrepância entre os perfis obtidos.

CAPÍTULO 1

1 - INTRODUÇÃO

O leito de jorro é essencialmente um equipamento que proporciona um contato entre fluido e partícula com um movimento cíclico dos sólidos bastante característico. Quando em regime, o leito de jorro apresenta duas regiões bastante distintas, uma denominada por região de jorro e outra por região anular. A Figura 1, Capítulo 2, demonstra este tipo de movimento.

O tipo de leito clássico, de maior utilização, tem base cônica e corpo cilíndrico. Alguns pesquisadores tem experimentado uma forma alternativa, com a base trapezoidal e o corpo retangular, a este chama-se leito de jorro bi-dimensional. Este tipo de leito tem sido testado devido à dificuldade de se reproduzir o comportamento hidrodinâmico do leito de jorro cônico-cilíndrico, quando aumentada a escala do mesmo. Mujumdar (1984), verificou vantagens para o leito bi-dimensional sobre o cônico-cilíndrico em relação à ampliação de escala.

A posição da interface entre as regiões do leito de jorro, acima citadas pode afetar o comportamento hidrodinâmico. Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), citam em seu trabalho que a variação desta interface com a altura do leito de partículas pode ser bastante acentuada próxima à entrada do leito e que este fato somado à suposição de largura constante em relação a altura seria uma considerável fonte de imprecisão nos modelos para cálculo dos perfis hidrodinâmicos.

Este trabalho tem como objetivo fundamental determinar o perfil da largura do jorro e o efeito deste sobre as propriedades hidrodinâmicas do leito.

Na determinação do perfil da largura do jorro usou-se como base para modelagem, sobretudo, o princípio da mínima ação de Hamilton, explicitado posteriormente. A exigência prévia que se faz para poder utilizar esta idéia, é de conhecer a largura média do jorro e o ângulo de expansão da interface jorro-ânulo na entrada do leito.

Para cálculo dos perfis hidrodinâmicos partiu-se de balanços de massa e quantidade de movimento no leito, em conjunto com alguns modelos empíricos de escoamento. Na resolução das equações obtidas pelos balanços foi incorporada a variação da largura da região de jorro.

CAPÍTULO 2

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Considerações sobre leito de jorro

O leito de jorro nada mais é do que um vaso aberto no topo e preenchido com partículas relativamente grosseiras. O jorro é formado quando da introdução de um fluido na base do leito, que a fim de evitar espaços mortos, normalmente é cônica. As partículas empurradas pelo fluido são carregadas até um pouco acima do nível do leito, formando um núcleo vazio onde o fluido é ascendente, num movimento cocorrente com o sólido. Quando as partículas atingem este nível, formando a chamada fonte, caem pela lateral do leito, região anular, e caminham para o centro e para baixo em sentido contrário ao fluido que percola as partícula numa velocidade baixa. As partículas que atingem o núcleo central, denominado região de jorro, novamente são lançadas até a fonte. Observar a Figura 1.

Um modelo ciclido sistemático de movimento dos sólidos é então estabelecido, dando origem a um sistema hidrodinâmico único, o qual é mais sustentável para certas aplicações do que muitas configurações convencionais de movimento e contato fluido-sólido.

Mathur e Epstein (1974), consideram que o leito de jorro por apresentar características especiais, que lhe dá a capacidade de alcançar uma performance vantajosa em relação ao fluidizado em alguns casos bem característicos, não pode ser definido simplesmente como uma versão modificada do leito fluidizado.

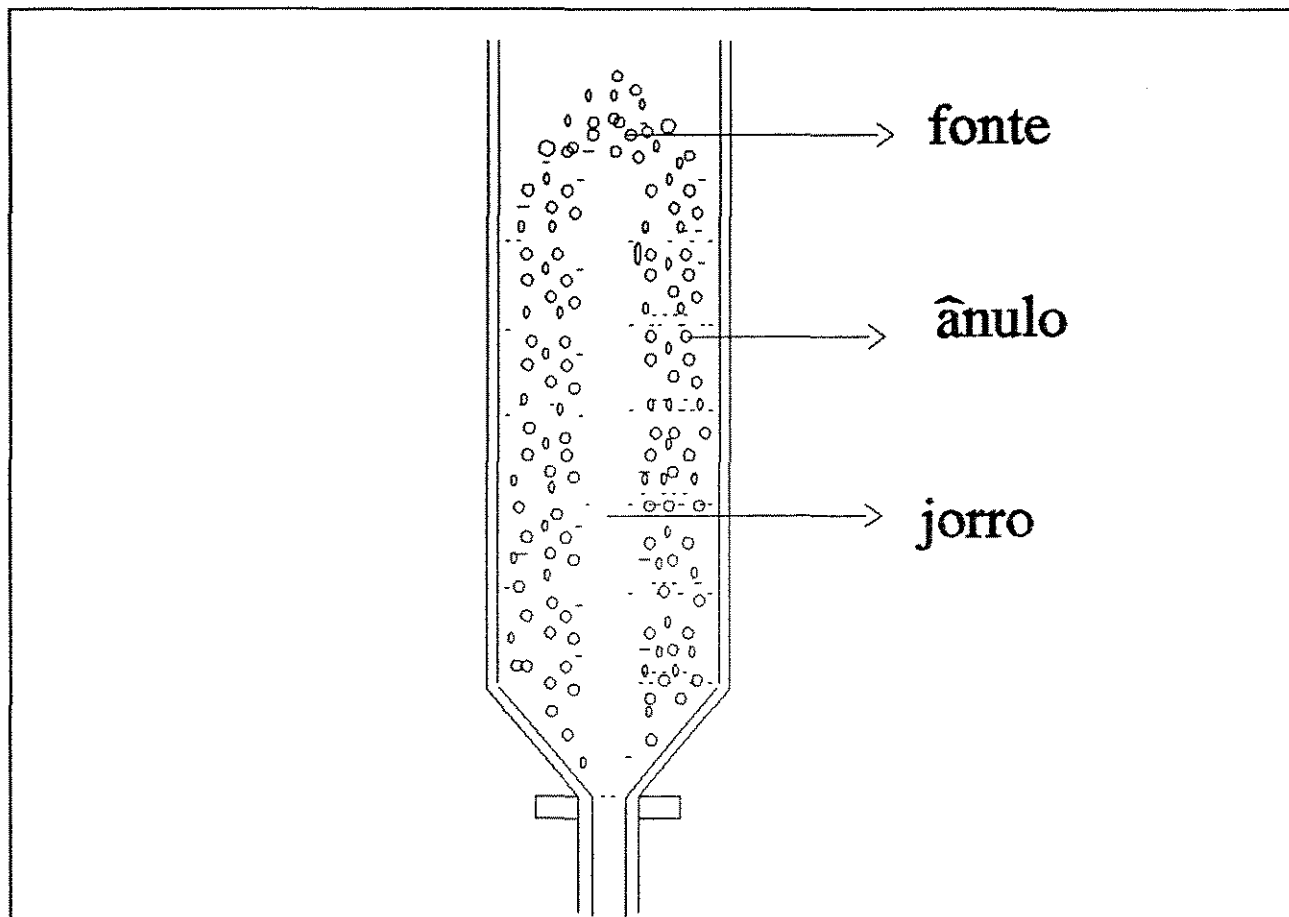


Figura 1 - Esquema simplificado do mecanismo de jorro

2.1.1 - Histórico do leito de jorro

Os termos 'Spouted bed' e 'Spouting' foram criados no 'National Research Council of Canada' por Gishler e Mathur (1954), com o objetivo de secar grãos de trigo. Após os primeiros estudos eles eram capazes de afirmar "que o mecanismo de escoamento dos sólidos e do gás, por esta técnica, é diferente da fluidização, mas parece servir aos mesmos propósitos para partículas grosseiras que o fluidizado alcança para finos materiais".

O interesse mundial surgiu após contínuas publicações de fontes canadenses e culminou com a publicação do livro de Leva (1959).

A primeira unidade comercial foi instalada em 1962 no Canadá

com o objetivo de secagem de ervilha, lentilha e sementes de linho.

O leito de jorro pode ser utilizado para secagem de grãos e materiais sensíveis ao calor, resfriamento, revestimento, mistura e granulação de sólidos, combustão de carvão pulverizado, reações químicas sólido-fluido e carbonização do carvão.

2.1.2 - Requisitos para jorro

O jorro depende do tipo de gás, sólido e configuração do vaso, e acontece para uma faixa de velocidade do gás. Os regimes de escoamento que podem ocorrer em função de diferentes combinações destes parâmetros são mostrados na Figura 2.

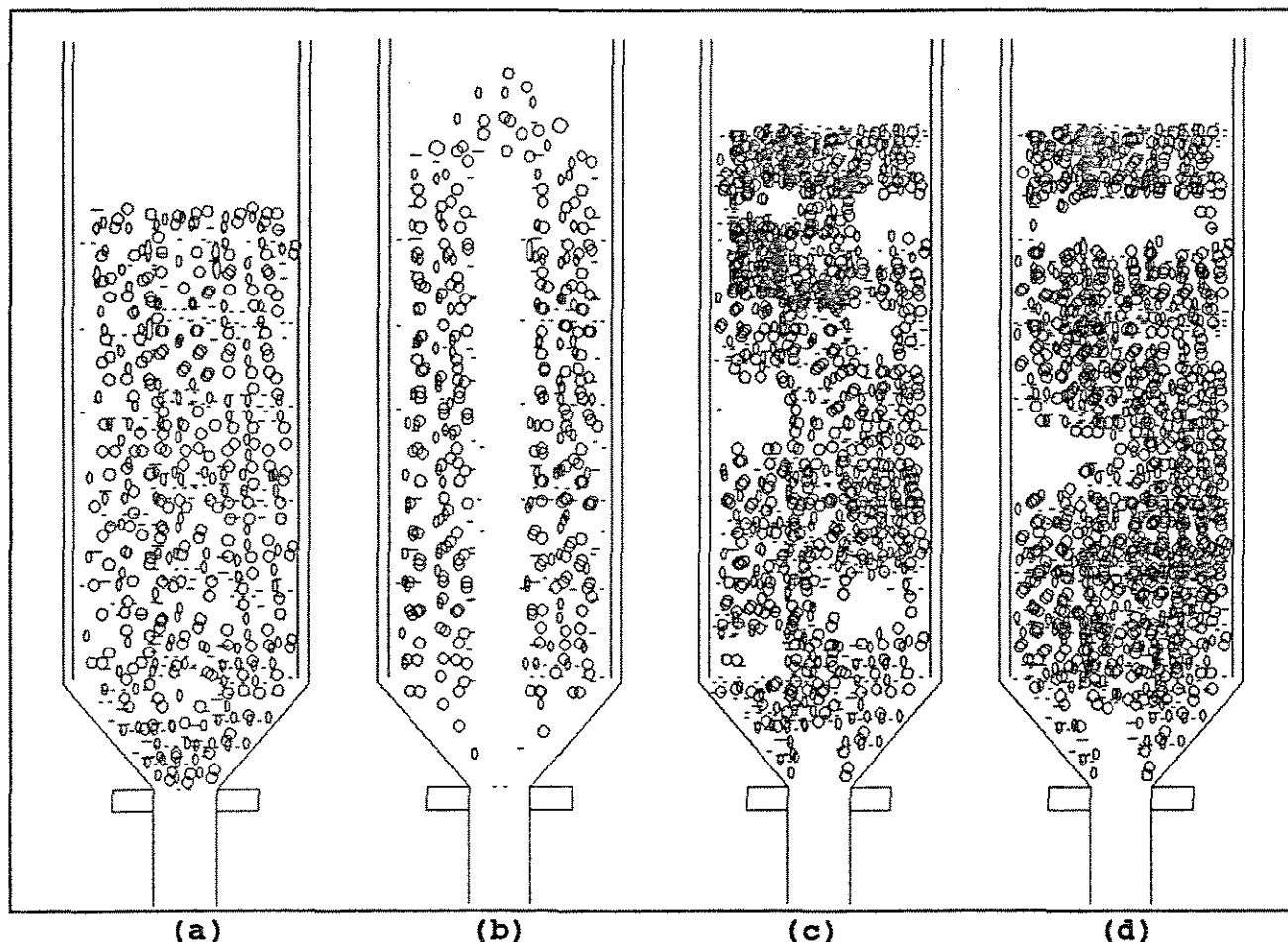


Figura 2 - Transições de fase com o aumento da velocidade

Os índices (a), (b), (c) e (d) representam respectivamente um leito fixo, um leito de jorro, um leito borbulhante e um leito com regime de slugging.

Existe uma máxima altura de jorro, além da qual a ação do jorro não ocorre e é substituída por uma fluidização de pobre qualidade. Para cálculo desta altura dispõe-se de correlações na literatura apenas para leitos cônico-cilíndricos, Mathur e Epstein (1974).

A mínima altura não tem sido investigada ou precisamente definida, porém um típico leito de jorro tem uma certa altura substancial. No caso de um vaso cilíndrico esta altura é usualmente da ordem de, no mínimo, um diâmetro de coluna, medido do orifício de entrada até a superfície do ânulo. Se o leito é muito raso, o sistema torna-se hidrodinamicamente diferente de um verdadeiro leito de jorro e algum princípio geral do comportamento do leito de jorro pode não acontecer.

2.1.3 - Fluidização versus Jorro

A canalização no leito de jorro é desejável, porque induz o contato gás-sólido e o movimento cíclico dos sólidos da região densa para a diluída e assim por diante.

A canalização no leito fluidizado causa fluidização não homogênea.

O movimento dos sólidos no leito de jorro é cíclico e no fluidizado tem-se um movimento randômico, aleatório, de vibração das partículas.

O leito fluidizado apresenta problemas de qualidade de fluidização de partículas grosseiras usando-se um gás como fluido, (fluidização agregativa).

O leito de jorro alcança os mesmos propósitos para partículas grosseiras que o fluidizado alcança para finos materiais, Gishler e Mathur (1954).

2.2 - Largura do jorro

O fato de que num leito de jorro em regime, o jorro assume uma forma estável, implica na existência de um estado de equilíbrio dinâmico entre as várias forças atuando na interface jorro-ânulo. Desde que as forças surgem do movimento do sólido e do gás, a forma do jorro pode fornecer algum indício para o entendimento da dinâmica do leito de jorro. A forma do jorro tem portanto recebido considerável atenção. [Mathur e Epstein (1974)]

Observações da forma do jorro tem sido feitas sobre diferentes condições experimentais. Uma variedade de formas é apresentada na Figura 3. As condições experimentais que proporcionam tais formas são descritas na Tabela 1.

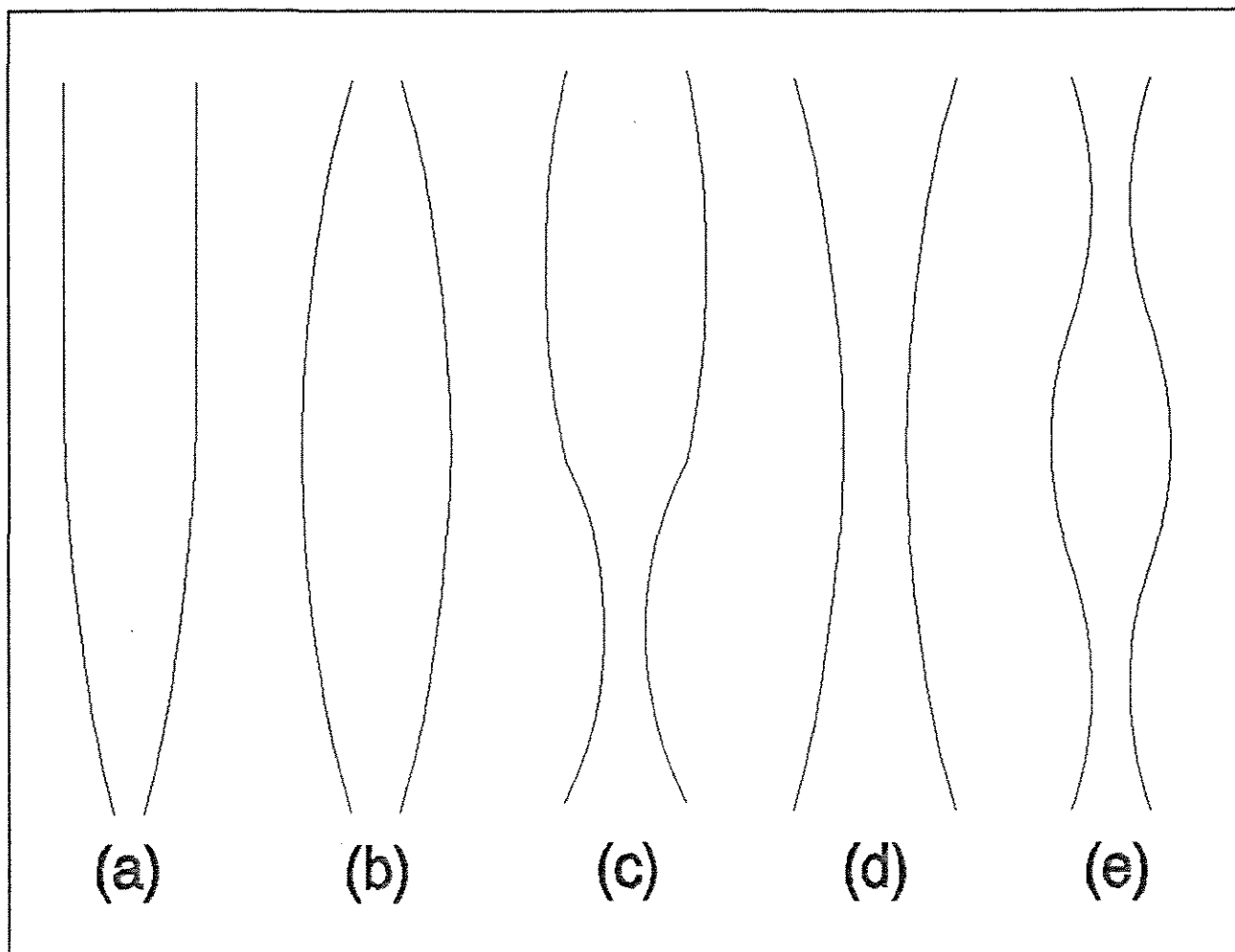


Figura 3 - Formas observadas do jorro

Tabela 1 - Condições experimentais da Figura 3

Forma	Tipo coluna	D_c (cm)	D_i (cm)	$2.\theta_w$ (graus)	H (cm)	Sólidos	Referências
(a)	Semicir cular	15,2	1,25	85	63	Trigo	Mathur e Gishler (1955)
	Cônica	-	2,0-4,2	20-50	10-50	Ferti- lizante	Tsvik et al (1967)
	Cônica	-	-	20-70	-	-	Mukhlenov et al (1965)
	Semicir cular	15,2	0,9-1,9	85	30-61	Trigo	Thorley et al (1959)
	Semicir cular	15,2	1,27	60	18-25	Trigo	Malek et al (1963)
	Cir- cular	9,4	1,5	45	< 20	Trigo, sílica gel, polies- tireno, painço.	Mikhailik (1966)
(b)	Semicir cular	15,2	1,27	60,90 e 180	18-25	Polies- tireno.	Hunt e Brennan (1965)
	Semicir cular	61	5,1-7,6	60	91- 183	Trigo	Thorley et al (1959)
	Cir- cular	9,4	1,5	45	> 20	Trigo, sílica gel, Polies- tireno, painço.	Mikhailik (1966)

Continuação da Tabela 1.

Forma	Tipo coluna	D_c (cm)	D_i (cm)	$2.\theta_w$ (graus)	H (cm)	Sólidos	Ref.
(c)	Semicircular	-	2,55- 5,1	180	75- 180	Semente de couve, ervilha e Poli- etileno	Lefroy e Davidson (1969)
	Semicircular	61	10,2	60	183	Trigo	Thorley et al (1959)
(d)	Bi- dimensi- onal com base cônica	-	≈ 6	70	≈ 20	Pérola de metal ou de vidro	Goltsiker (1967)
(e)	Bi- dimensi- onal	1,6x 20	0,4x 1,6	180	20- 30	Refugo de cerâmica, pérola de vidro	Volpicelli, Raso e Massimilla (1967)

Segundo Mathur e Epstein (1974), um exame da Figura 3 e da Tabela 1 demonstra que o modelo de variação do diâmetro do jorro com o nível do leito não é obviamente relacionado ao diâmetro do orifício de entrada de ar e também certamente à nenhuma outra variável, de maneira simples.

Um estudo visual da forma do jorro na região de entrada, feito por Wolfram (1972), é uma importante fonte de análise, apesar do fato de que apenas uma coluna, 15 cm de diâmetro e com ângulo de inclinação de 30° entre a base cônica e a vertical, tenha sido usada. Diâmetros do jorro para várias posições verticais foram medidas no leito preenchido com escória de cobre, areia de Ottawa, cubos de poliglicol e cilindros de polietileno, $\bar{D}_p = 0,71-2,82$ mm, $\rho_p = 1,02-2,89$ g/cm³. As outras variáveis estudadas foram a altura do leito de partículas ($H = 6,3-73,5$ cm), diâmetro do orifício de entrada de ar ($D_i = 1,27-3,81$ cm) e velocidade de entrada do ar (até o dobro da velocidade mínima de jorro estável). A forma do jorro

no leito preenchido com a fina areia de Ottawa ($\bar{D}_p=0,71$ mm), demonstrou-se relativamente insensível as mudanças nestas variáveis, mas os resultados para os outros materiais demonstram:

1 - Contração do jorro ocorrida na região de entrada apenas em leitos rasos ($H < 35$ cm) e para baixas velocidades de entrada de ar. Expansão geralmente ocorrida em leitos com valores grandes de H , ou leitos rasos para altas velocidades de entrada de ar.

2 - Quando o jorro contraiu, a contração do diâmetro do jorro era grosseiramente igual a 0,86 vezes o diâmetro do orifício de entrada para todos os três materiais sólidos, indiferente da altura do leito de partículas e da velocidade do ar. A distância vertical do orifício de entrada de ar até o ponto onde o diâmetro atinge o mínimo valor demonstrou-se ser inversamente proporcional ao diâmetro do orifício, o valor da constante de proporcionalidade encontrado foi de 1 cm^2 .

3 - Quando o jorro expandiu-se o aumento no diâmetro do jorro com o nível do leito ocorria por vezes abruptamente e noutras gradualmente e nenhum modelo simples da forma do jorro em relação as variáveis acima citadas pode ser discernido.

Para leitos inteiramente cônicos foram feitas observações da forma do jorro com a técnica piezoelétrica usando cones com ângulos de inclinação com a vertical na faixa de $20-70^\circ$, conduzindo Mukhlenov e Gorshtein (1965), à conclusão de que a forma do jorro sempre é de expansão ao longo da altura do leito de partículas, forma (a) da Figura 3. A faixa de condições experimentais sejam; propriedades dos sólidos, altura do leito de partículas, tamanho do orifício de entrada de ar e velocidade de entrada de ar, não foram fornecidas por estes pesquisadores, mas a explicação deles da forma observada implica que as variáveis acima, independentemente, não regulam a forma do jorro.

Mathur e Epstein (1974), comentam que uma mudança na largura do jorro, no caso de um leito bi-dimensional, ou no diâmetro do jorro no caso de um leito cônico-cilíndrico, nas vizinhanças da entrada do gás é um problema de considerável importância desde que isto afeta diretamente o perfil longitudinal de velocidade do gás no jorro e conseqüentemente também influencia a velocidade da partícula e o perfil de porosidade. Esta particular característica

da forma do jorro não tem entretanto recebido muita atenção, e a inabilidade de fazer predições a este respeito tem provado ser a maior dificuldade no desenvolvimento de modelos teóricos interessados não apenas no movimento das partículas no jorro, mas também na porosidade no jorro.

A determinação da largura do jorro em leitos cônico-cilíndricos também foi estudada por McNab (1972), em cujo trabalho propõe uma equação empírica para cálculo do diâmetro médio do jorro e compara com outras três equações desenvolvidas respectivamente por Lefroy e Davidson (1969), Malek et al (1963) e Milkhailik (1966). Wu et al (1987), também propuseram uma equação empírica com a finalidade de calcular o diâmetro médio do jorro.

É importante ressaltar que o modelo de Lefroy e Davidson foi encontrado com base num desenvolvimento teórico.

A primeira tentativa de calcular a variação da interface jorro-ânulo com a altura foi feita por Khoe (1980), porém a variação do diâmetro do jorro ao longo do leito teve um bom ajuste com dados experimentais apenas quando o jato de gás não penetrava no leito de partículas, ou melhor, quando a quantidade de gás que entra na região anular é muito pequena; isto pode acontecer por exemplo quando o diâmetro do orifício de entrada de ar é muito pequeno em relação ao diâmetro da coluna.

O primeiro e único trabalho apresentado na literatura com o intuito de calcular a largura média da interface jorro-ânulo, em leito bi-dimensional, foi desenvolvido por Volpicelli et al (1967), os quais desenvolveram uma equação empírica que segundo Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), superestima o valor calculado da largura, em relação ao medido experimentalmente, de tal modo que o uso dela não é praticável.

Bridgwater e Mathur (1972), propuseram modelos para cálculo das tensões na região do leito longe da base ou da parte superior livre, considerando as tensões nesta região independentes da altura. Bridgwater e Mathur (1972), portanto eram capazes de eliminar a altura como um parâmetro e obter uma expressão para o diâmetro do jorro. Esta análise era suportada pela relação empírica dada por McNab (1972). Sendo assim os valores do diâmetro médio do jorro calculados por McNab (1972), devem aproximar-se razoavelmente

dos calculados por Bridgwater e Mathur (1972).

Este trabalho proposto por Bridgwater e Mathur (1972), foi o primeiro a utilizar uma análise tensorial com o objetivo principal de avaliar a posição da interface jorro-ânulo.

Baseado provavelmente na idéia desenvolvida por Bridgwater e Mathur (1972), Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), tentaram avaliar a variação da interface jorro-ânulo próxima a entrada do leito para leitos cônico-cilindricos e bi-dimensionais, com base numa análise tensorial. Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), usaram o ângulo de expansão do jorro ou variação da interface jorro-ânulo na entrada do leito como uma condição de contorno para resolução de uma equação diferencial que calcule a variação da largura ou do diâmetro do jorro com a altura.

No Capítulo 3 será apresentado o desenvolvimento matemático proposto por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989). Neste equacionamento surgirão alguns conceitos de mecânica dos solos decorrentes da solução das equações provindas de um balanço de força na região anular do leito, por consequência apresenta-se alguns fundamentos de mecânica dos solos.

2.3 - Fundamentos de mecânica dos solos

2.3.1 - Equação de Coulomb

A resistência ao cisalhamento de um solo é dada pela clássica equação de Coulomb: (Um volume de sólidos granular, como o contido em um leito de jorro, se aproxima bastante do comportamento expresso por esta equação matemática)

$$\tau_r = c + \sigma \cdot \tan(\phi) \quad (1)$$

A propriedade definida por coesão do solo, constante "c" da Equação (1), em um material granular não existe, porque esta é decorrente da pressão capilar da água nos solos e das forças eletroquímicas de atração das partículas de argila. Como os

sistemas granulares jorráveis não apresentam este comportamento, a variável definida por coesão do solo não será mais citada.

Nesta equação ϕ representa o ângulo de fricção interna, σ é a tensão normal e τ_r representa a resistência ao cisalhamento.

Aplicando a reta de Coulomb ao diagrama de tensões de Mohr, qualquer tensão de cisalhamento maior que a resistência ao cisalhamento causará ruptura do volume de sólidos granulares. Observar Figura 4.

O ângulo de fricção interna bem como o coeficiente de coesão, citado anteriormente, podem ser vistos simplesmente como parâmetros que caracterizam a resistência total da superfície sujeita ao cisalhamento.

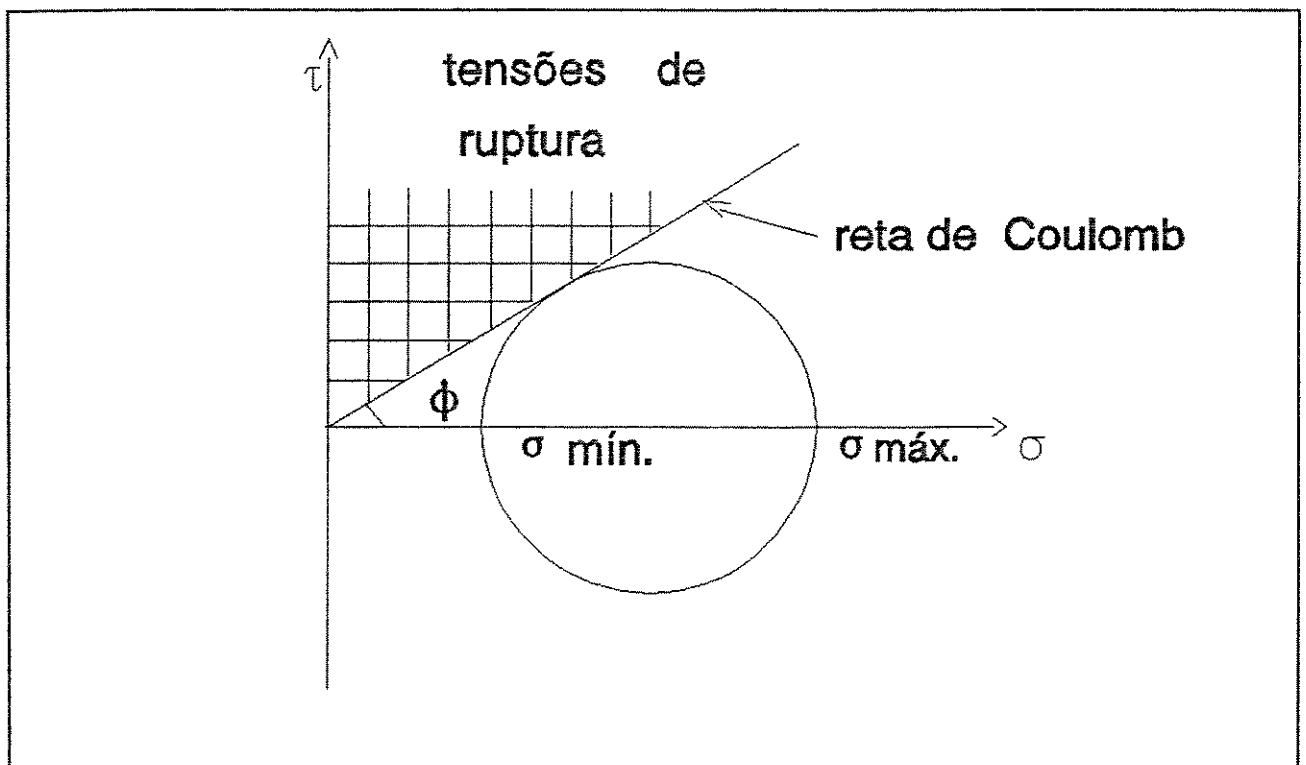


Figura 4 - Equação de Coulomb aplicada ao círculo de Mohr

Se o círculo de Mohr correspondente ao estado de tensão em torno de um ponto no sólido, é tangente à reta de Coulomb, ele corresponde a um estado de equilíbrio limite ou estado plástico.

É usual a utilização das expressões "condição de escoamento

plástico", "condição de equilíbrio limite", "estado crítico de equilíbrio", e até mesmo "critério de ruptura", uma vez que não existe ainda uma definição rigorosa para este estado.

2.3.2 - Círculo de Mohr

O círculo de Mohr corresponde ao estado de tensão em torno de um ponto no sólido.

Conhecendo-se as tensões normais máximas e mínimas, em direção e grandeza, num ponto qualquer de um volume de sólidos granulares é possível determinar graficamente as tensões σ e τ atuando sobre qualquer outro plano passando pelo mesmo ponto, por meio do círculo de Mohr, Vargas (1978).

2.4 - Perfis hidrodinâmicos

Na literatura existem muitos trabalhos com o intuito de encontrar perfis hidrodinâmicos no leito de jorro. Para cálculo, por exemplo da velocidade do fluido no ânulo e queda de pressão, em leitos cônico-cilíndricos, pode-se citar os trabalhos de Lefroy e Davidson (1969), e Mamuro-Hattori (1968), entre outros, sendo que este último ainda calcula o perfil de velocidade radial com a altura no ânulo. Alguns destes modelos serão tratados a seguir.

Um dos poucos trabalhos que permite o cálculo da velocidade do fluido no jorro, da velocidade do sólido no jorro e da porosidade no jorro em leitos cônico-cilíndricos foi desenvolvido por Lefroy e Davidson (1969), com base no balanço de massa e quantidade de movimento para o fluido e o sólido, no jorro e no ânulo, em conjunto com modelos para cálculo da velocidade do fluido no ânulo e para cálculo da pressão.

Com a intenção de calcular o perfil longitudinal de velocidade do sólido no jorro num leito cônico-cilíndrico, Mathur e Epstein (1974), encontraram outras equações com base num balanço de forças do sólido no jorro.

Não existe até onde se sabe nenhum trabalho publicado para cálculo dos perfis longitudinais hidrodinâmicos para leitos bi-

dimensionais. Neste trabalho pretende-se combinar os balanços de quantidade de movimento e massa do sólido e do fluido, no ânulo e no jorro para leitos bi-dimensionais, com algum modelo para cálculo de velocidade do fluido no ânulo e da pressão, e então encontrar os perfis longitudinais hidrodinâmicos. Os balanços de quantidade de movimento e de massa serão apresentados no Capítulo 3.

2.4.1 - Modelos de escoamento do gás e distribuição de pressão no leito de jorro

2.4.1.1 - Modelo de Mamuro-Hattori

O modelo de Mamuro-Hattori (1968), foi o primeiro modelo a representar com sucesso o perfil de velocidade longitudinal na região anular do leito de jorro. Este modelo foi proposto com base num balanço de forças atuando num elemento de volume da região anular de um leito cônico-cilíndrico. Mamuro-Hattori (1968), assumiram que a lei de Darcy governa o escoamento de fluido no ânulo. Eles chegaram aos seguintes resultados para leitos cuja altura era igual a máxima altura de jorro estável.

$$\frac{U_a}{U_{mf}} = 1 - \left[1 - \frac{z}{H_m} \right]^3 \quad (2)$$

$$\frac{(-\Delta P_s)}{(-\Delta P_f)} \Big|_{H_m} = \frac{(-\Delta P_s)_{H_m}}{(\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_a) \cdot g \cdot H_m} = 0,75 \quad (3)$$

$$U_r = \frac{3 \cdot S_a \cdot U_{mf}}{\pi \cdot D_s \cdot H_m} \cdot \left[1 - \frac{z}{H_m} \right]^2 \quad (4)$$

Mamuro e Hattori (1968), fizeram uma modificação arbitrária admitindo que em $z=H$ ter-se-ia $U_a = U_a|_H$.

$$\frac{U_a}{U_a|_H} = 1 - \left[1 - \frac{Z}{H}\right]^3 \quad (5)$$

Mamuro e Hattori (1968), em suas análises comparam o perfil de velocidade axial do fluido com dados experimentais deles e também com dados de Becker (1961), e concluem que sua equação fornece um bom ajuste em relação a tais perfis experimentais.

Epstein, Lim e Mathur (1978), analisaram alguns modelos de escoamento de gás, compararam as mais importantes contribuições propostas em cada modelo e verificaram sua validade teórica e proximidade com resultados experimentais. Segundo eles a modificação proposta por Mamuro-Hattori (1968), não dá bons resultados.

A equação da queda de pressão no leito desenvolvida por Mamuro-Hattori (1968), foi comparada com dados de Malek e Lu (1965), e segundo Mamuro e Hattori (1968), ela dá um bom ajuste em relação aos dados experimentais para quando a altura do leito é próxima à máxima altura de jorro estável.

É importante ressaltar que todo o desenvolvimento matemático feito por Mamuro e Hattori (1968), baseava-se na hipótese de assumir o diâmetro do jorro constante, independente da altura.

2.4.1.2 - Modificação de Grbavčić, Vuković, Zdanski e Littman

Grbavčić, Vuković, Zdanski e Littman (1976), subsequente aos trabalhos de Mamuro e Hattori (1968), mostraram que para um dado material sólido, um fluido e um leito com geometria fixa, a medida da velocidade do fluido e o gradiente de pressão para qualquer nível do leito no ânulo é independente da altura do leito de partículas.

$$-\frac{dP}{dz}\Big|_{H_m=\text{const. e } z=\text{const.}} = \text{const.} \neq f(H) \quad (6)$$

$$U_a\Big|_{H_m=\text{const. e } z=\text{const.}} = \text{const.} \neq f(H) \quad (7)$$

A condição $H_m=\text{const.}$ para um dado sólido e fluido implica numa coluna de geometria fixa.

Ora, de acordo com esta afirmação a primeira equação de Mamuro-Hattori (1968), Equação (2), seria coerente, exceto pelo fato de que mesmo em $z=H_m$, U_a é menor que U_{mf} e assim Grbavčić, Vuković, Zdanski e Littman (1976), enunciaram outras equações;

$$\frac{U_a}{U_a\Big|_{H_m}} = 1 - \left[1 - \frac{z}{H_m}\right]^3 \quad (8)$$

$$U_r = \frac{3 \cdot S_a \cdot U_a\Big|_{H_m}}{\pi \cdot D_s \cdot H_m} \cdot \left[1 - \frac{z}{H_m}\right]^2 \quad (9)$$

Epstein, Lim e Mathur (1978), ao realizarem algumas corridas experimentais confirmaram que quando $z=H_m$ a velocidade do fluido no ânulo, U_a , é menor que U_{mf} .

A fim de comparar com a equação modificada de Mamuro-Hattori, Grbavčić et al (1976), fizeram $z=H$ na Equação (8), obtendo;

$$\frac{U_a\Big|_H}{U_a\Big|_{H_m}} = 1 - \left[1 - \frac{H}{H_m}\right]^3 \quad (10)$$

Dividindo a Equação (8) por (10) encontra-se uma expressão de $(U_a)/(U_a\Big|_H) \times z$ que ao ser comparada por Grbavčić et al (1976), com a equação modificada de Mamuro-Hattori e com dados experimentais levou a conclusão de que a equação de Mamuro-Hattori

modificada não apresenta um bom ajuste.

Grbavčić et al (1976), substituindo a Equação (2) de velocidade do fluido no ânulo na expressão da lei de Darcy, obtiveram uma equação para queda de pressão longitudinal para qualquer altura do leito:

$$\frac{\Delta P_s}{\Delta P_F} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \left[\left(\frac{H}{H_m} \right)^2 - \left(\frac{z}{H_m} \right)^2 \right] - \left[\left(\frac{H}{H_m} \right)^3 - \left(\frac{z}{H_m} \right)^3 \right] + \frac{1}{4} \cdot \left[\left(\frac{H}{H_m} \right)^4 - \left(\frac{z}{H_m} \right)^4 \right]}{\left(\frac{H}{H_m} \right)} \quad (11)$$

2.4.1.3 - Modelo de Yokogawa, Ogino e Yoshii

Yokogawa, Ogino e Yoshii (1972), também propuseram um modelo através de balanço de força. Diferentemente de Mamuro e Hattori (1968), eles não negligenciaram as tensões de cisalhamento atuando em ambas as laterais do ânulo.

Como Mamuro e Hattori (1968), Yokogawa, Ogino e Yoshii (1972), usaram a lei de Darcy para descrever o escoamento de fluido no ânulo.

As seguintes condições de contorno foram usadas por Yokogawa, Ogino e Yoshii (1972):

- (i) $z=0 \quad U_a=0$
- (ii) $z=H \quad (dU_a/dz)=0$

A equação para cálculo da velocidade do fluido no ânulo encontrada por Yokogawa et al (1972) é apresentada abaixo:

$$U_a = \frac{\lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot H} \cdot (1 - e^{\lambda_2 \cdot z}) - \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot H} \cdot (1 - e^{\lambda_1 \cdot z})}{b \cdot (\lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot H} - \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot H})} \quad (12)$$

onde:

$$b = \frac{K \cdot D_c^2}{g \cdot \rho_p \cdot (1 - \epsilon_a) \cdot (D_c^2 - D_s^2)} \quad (13)$$

$$\lambda_1 = -\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} - W} \quad (14)$$

$$\lambda_2 = -\frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2}{4} - W} \quad (15)$$

$$A = -\frac{4 \cdot D_c \cdot \tan \phi_w}{D_c^2 - D_s^2} \cdot \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (16)$$

e ainda:

$$W = -\frac{K \cdot k_s}{4 \cdot C_f} \cdot \frac{D_c^2 \cdot D_s}{(D_c^2 - D_s^2)^2} \quad (17)$$

O ângulo de fricção interna, ϕ , o ângulo de fricção interna na parede, ϕ_w , e a constante da lei de Darcy são determinados experimentalmente para um leito de sólidos, a última com os sólidos na condição de um leito frouxo, o que prevalece no ânulo. O único parâmetro ajustável é k_s/C_f . Este parâmetro é ajustado para um determinado tipo de sólido e configuração do leito substituindo-se z por H na Equação (12) e U_a pelo valor experimental de $U_a|_H$.

O modelo de Yokogawa, Ogino e Yoshii (1972), apresenta muitas dificuldades, como por exemplo o fato de assumir $(dU_a/dz)=0$ em $z=H$, admitir a lei de Darcy quando sabe-se hoje que a constante K da lei de Darcy na verdade muda sensivelmente com o nível do leito e geometria, além de dificuldades para obtenção de muitos parâmetros experimentais. Outro problema sério desta metodologia

é a sensibilidade do parâmetro ajustável em relação à constante da lei de Darcy.

Alguns destes problemas foram superados mudando a condição de contorno (ii) para $(dU_a/dz)=0$ em $z=H_m$, pois além de ser mais realista, agora o parâmetro ajustável torna-se $K.k_s/C_f$ o que elimina a necessidade de determinação experimental de K e automaticamente qualquer desvio inerente a lei de Darcy é incorporado ao novo parâmetro ajustável.

A nova equação normalizada torna-se:

$$\frac{U_a}{U_a|_{H_m}} = \frac{\lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot H_m} \cdot (1 - e^{\lambda_2 \cdot z}) - \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot H_m} \cdot (1 - e^{\lambda_1 \cdot z})}{\lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot H_m} \cdot (1 - e^{\lambda_2 \cdot H_m}) - \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot H_m} \cdot (1 - e^{\lambda_1 \cdot H_m})} \quad (18)$$

O valor do diâmetro médio do jorro agora deve ser calculado para a máxima altura de jorro estável.

2.4.1.4 - Modelo de Lefroy e Davidson

A equação empírica de Lefroy e Davidson (1969), apresentada abaixo, admite que para a mínima velocidade de jorro estável a distribuição de pressão axial aproxima-se de um quarto de uma cossenóide.

$$P - P_H = (-\Delta P_s) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot H}\right) \quad (19)$$

Embora as medidas de Lefroy e Davidson (1969), tenham sido realizadas próxima à região de jorro, eles foram capazes de demonstrar teóricamente que para a maioria dos leitos de jorro, onde H/D_c excede o valor 2, o gradiente radial de pressão pode ser negligenciável. Portanto a Equação (19) é igualmente aplicável para cálculo de distribuição de pressão próximo a parede do leito.

Diferenciando-se a Equação (19) com relação a variável z , pode-se obter:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{(-\Delta P_s) \cdot \pi}{2 \cdot H} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot H}\right) \quad (20)$$

Sabendo que em $z=H=H_m$, o gradiente de pressão necessário para suportar o leito é dado por:

$$\left[-\frac{dP}{dz}\right]_{mf} = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot g \quad (21)$$

Igualando a Equação (20) e (21) para $z=H=H_m$ tem-se:

$$\frac{(-\Delta P_s)_{H_m} \cdot \pi}{2 \cdot H_m} = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot g \quad (22)$$

Sendo assim só seria possível calcular dP/dz para $H=H_m$, pois não dispõe-se do valor de $(-\Delta P_s)$ em H . Entretanto Lefroy e Davidson (1969), encontraram uma expressão para cálculo da distribuição de pressão axial para qualquer valor de H .

Substituindo Equação (22) em (21) tem-se:

$$\left[-\frac{dP}{dz}\right]_{mf} = (-\Delta P_s)_{H_m} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot H_m} \quad (23)$$

Dividindo a Equação (20) pela Equação (23):

$$\frac{(-dP/dz)}{(-dP/dz)_{mf}} = \frac{(-\Delta P_s) \cdot H_m}{(-\Delta P_s)_{H_m} \cdot H} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot H}\right) = B \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot H}\right) \quad (24)$$

$$-\frac{dP}{dz} = \left[-\frac{dP}{dz} \right]_{mf} \cdot B \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{2 \cdot H}\right) = (-\Delta P_s)_{H_m} \cdot \frac{B \cdot \pi}{2 \cdot H_m} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{2 \cdot H}\right) \quad (25)$$

Substituindo $(-\Delta P_s)_{H_m}$:

$$\left(-\frac{dP}{dz}\right) = B \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot g \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{2 \cdot H}\right) \quad (26)$$

Integrando:

$$P - P_H = \frac{B \cdot 2 \cdot H \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot g}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot Z}{2 \cdot H}\right) \quad (27)$$

Lefroy e Davidson (1969), converteram a equação de queda de pressão no ânulo empregando a lei de Darcy:

$$\left(-\frac{dP}{dz}\right) = K \cdot U_a^n \quad (28)$$

Em $H=H_m$ tem-se:

$$\left(-\frac{dP}{dz}\right) = K \cdot U_{mf}^n \quad (29)$$

Dividindo a Equação (28) por (29):

$$\frac{(-dP/dz)}{(-dP/dz)_{mf}} = \left(\frac{U_a}{U_{mf}}\right)^n \quad (30)$$

Se na Equação (30) fizer-se $n=1$ e igualar-se à Equação (24):

$$\frac{U_a}{U_{mf}} = B \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{2 \cdot H}\right) \quad (31)$$

O fator B pode ser encontrado por diferentes modelos.

Seguindo a sugestão de Grbavčić, Vuković, Zdanski e Littman (1976), encontra-se:

$$B = \sin\left(\frac{\pi \cdot H}{2 \cdot H_m}\right) \quad (32)$$

CAPÍTULO 3

3 - MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo a modelagem utilizada neste trabalho para que se possa determinar a variação da interface jorro-ânulo é necessário recorrer ao princípio de mínima ação de Hamilton, o qual será postulado no decorrer deste capítulo. Na resolução das equações decorrentes da utilização deste princípio surge a necessidade de se conhecer duas condições de contorno para a largura do jorro em função da altura, sejam elas:

$$r_s(z=0) = r_i \quad (33)$$

$$\frac{dr_s}{dz}(z=0) = \tan(\gamma) \quad (34)$$

A constante r_i é determinada pela geometria do leito, porém o ângulo de expansão do jorro próximo a entrada do leito, γ , requer uma análise mais rigorosa.

Quando da resolução das equações geradas pela utilização do princípio de mínima ação de Hamilton surge uma outra constante que precisa ser conhecida para que se possa gerar o perfil de variação da interface jorro-ânulo com altura, esta constante é a largura média do jorro, $\bar{D}_s$.

3.1 - Ângulo de expansão do jorro

Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), partiram de uma análise tensorial em um volume de sólidos na região anular, a fim de

determinar as forças que atuam sobre este elemento.

As primeiras duas equações de equilíbrio plástico vem de um balanço de forças proposto por Sokolovskii (1965), e adaptadas por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), com base na Figura 5:

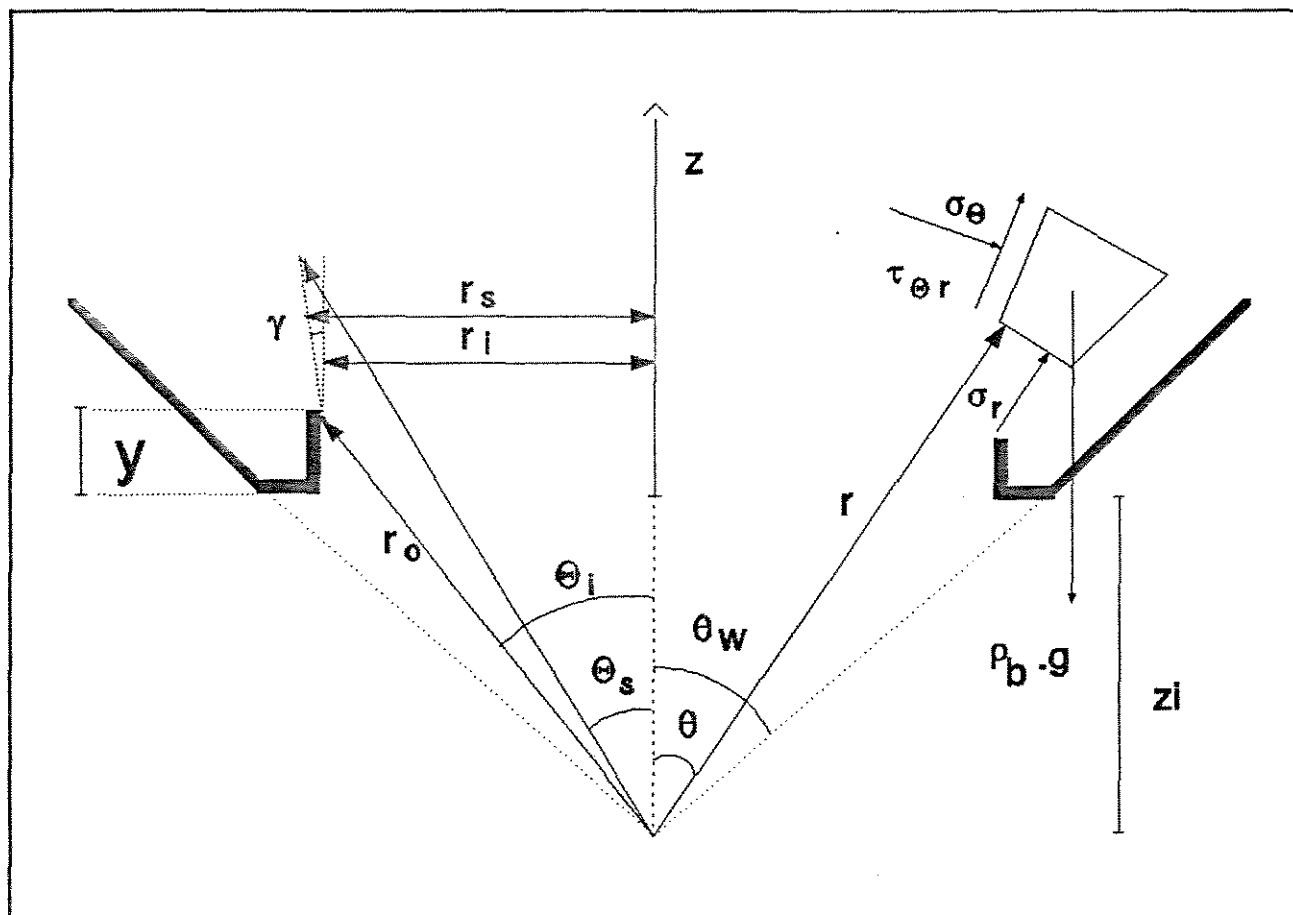


Figura 5 - Esquema das forças atuando sobre um elemento de volume na região de entrada do leito

Portanto as equações de equilíbrio que governam o estado de tensão no material particulado podem ser escritas em coordenadas polares como:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho_b \cdot g \cdot \cos \theta = 0 \quad (35)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{\theta r}}{r} - \rho_b g \sin \theta = 0 \quad (36)$$

Uma metodologia para resolução do sistema de equações acima apresentado foi desenvolvida por Sokolovskii (1965), que propôs uma solução por mudança de variáveis. As equações colocadas a seguir foram obtidas da aplicação do critério de Coulomb no diagrama de tensões de Mohr, conforme pode ser observado na Figura 6.

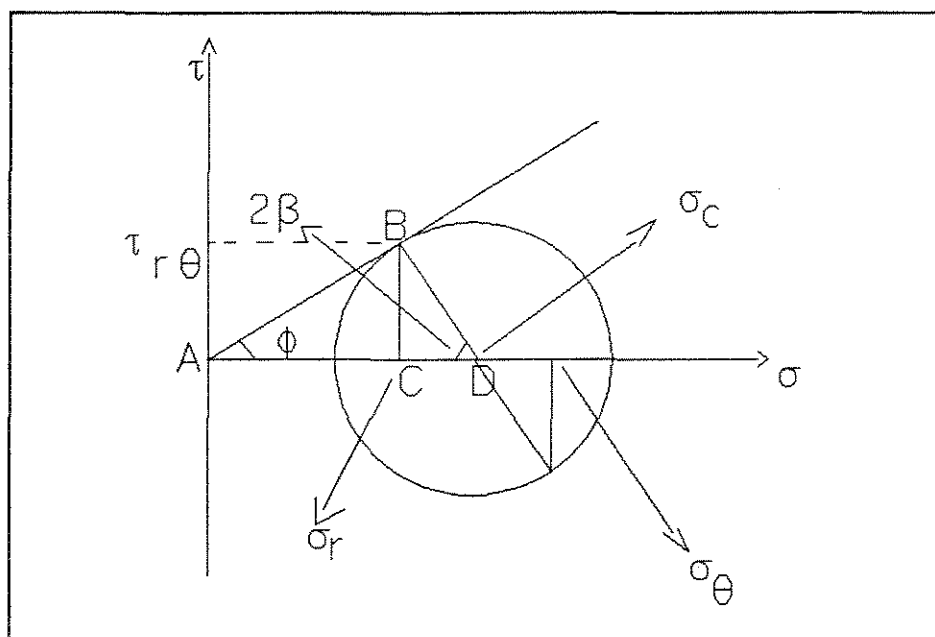


Figura 6 - Critério de Coulomb aplicado ao círculo de Mohr

Do triângulo de vértices ABD:

$$\text{sen}(\phi) = \frac{BD}{\sigma_c} \quad (37)$$

Do triângulo BDC:

$$\text{sen}(2.\beta) = \frac{\tau_{r\theta}}{BD} \quad (38)$$

$$\cos(2.\beta) = \left[\frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)/2}{BD} \right] \quad (39)$$

Trabalhando com as Equações (37), (38) e (39) obtém-se facilmente as Equações (40), (41) e (42).

$$\sigma_r = \sigma_c (1 + \text{sen}\Phi . \cos 2\beta) \quad (40)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_c (1 - \text{sen}\Phi . \cos 2\beta) \quad (41)$$

$$\tau_{\theta r} = \sigma_c (\text{sen}\Phi . \text{sen} 2\beta) \quad (42)$$

A variável β pode ser encarada como uma representação dos valores das tensões normais e de cisalhamento que estão na iminência de romper o sólido.

Sokolovskii (1965), menciona que problemas de equilíbrio de sólidos granulares submetidos a tensões, um caso típico o leito de jorro, podem ser estudados assumindo que σ_c é proporcional a r , e β depende apenas de θ . Sokolovskii (1965), assume que $\beta = \beta(\theta)$ e introduz uma nova função $S = S(\theta)$, com desconhecido sentido físico, a qual é definida pela seguinte igualdade:

$$\sigma_c = \rho_b . r . g . S(\theta) \quad (43)$$

Krzywanski, Epstein e Bowen (1989) substituíram as novas variáveis, $S = S(\theta)$ e $\beta = \beta(\theta)$, nas equações de equilíbrio plástico e obtiveram após "exaustivo" algebrismo as seguintes equações

diferenciais ordinárias:

$$\frac{d\beta}{d\theta} = -1 + \frac{\cos\theta - \text{sen}\phi \cdot \cos(2\beta + \theta) + (\cos^2\phi) \cdot S}{2 \cdot S \cdot \text{sen}\phi \cdot (\text{sen}\phi - \cos 2\beta)} \quad (44)$$

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{\text{sen}(2\beta + \theta) + (\text{sen} 2\beta) \cdot S}{\cos 2\beta - \text{sen}\phi} \quad (45)$$

Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), aplicando o critério de ruptura de Coulomb na parede do leito e na interface jorro-ânulo, pois a resistência ao cisalhamento na parede e na interface jorro-ânulo são diferentes, obtiveram as condições de contorno para resolução do sistema acima.

- Em um determinado nível do leito onde $\theta = \theta_s \rightarrow \beta = \beta_s$ que é dado por:

$$\beta_s = 0,5 \cdot [(\pi/2) - \phi_s - \cos^{-1}(\text{sen}\phi_s / \text{sen}\phi)] \quad (46)$$

- Em $\theta = \theta_w \rightarrow \beta = \beta_w$ que é dado por:

$$\beta_w = 0,5 \cdot [(\pi/2) - \phi_w - \cos^{-1}(\text{sen}\phi_w / \text{sen}\phi)] \quad (47)$$

O ângulo de fricção interno, ϕ , e o ângulo de fricção na parede, ϕ_w , devem ser determinados experimentalmente para um dado leito de sólidos, usando por exemplo, os métodos de Jenike, Elsey e Woolley (1960) e Dawes (1952), respectivamente. A determinação destes parâmetros, por tais métodos é complexa; exige conhecimento de mecânica dos solos e o mais importante, disponibilidade de equipamento adequado. A idéia de uma modelagem que permita a obtenção de um perfil da largura do jorro em função

da altura de maneira simplificada se opõe à determinação experimental de ϕ e ϕ_w .

McNab e Bridgwater (1979), citam que ϕ é geralmente da ordem de 30° para a maioria dos materiais jorráveis e que certamente nunca excede de 60° . McNab e Bridgwater (1974), também haviam citado que ϕ varia entre 20 e 40° . Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), encontraram valores de ϕ variando entre 20 e 40° e de ϕ_w variando entre 15 e 25° .

Optou-se por usar valores de $\phi=30^\circ$ e $\phi_w=20^\circ$, pois testando a influência dos valores destas constantes no cálculo de γ , em graus, percebeu-se que este era alterado na segunda ou terceira casa decimal.

De acordo com Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), o ângulo de fricção na interface jorro-ânulo pode ser encontrado por:

$$\phi_s = \tan^{-1} \left[\left(\frac{r_i}{2} \right) \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dr} \right] \quad (48)$$

Esta equação vem da proposta de Yokogawa, Ogino e Yoshii (1972), a qual sugere que a tensão de cisalhamento na interface jorro-ânulo seja dada pela seguinte equação:

$$\tau_s = \left(\frac{r_i}{2} \right) \cdot \frac{dP}{dr} \quad (49)$$

Ainda admitindo que a tensão normal é aproximada pela pressão do gás e utilizando a expressão de Coulomb na interface jorro-ânulo encontra-se a expressão de ϕ_s .

O gradiente polar de pressão é facilmente convertido para axial assumindo-se que o gradiente radial de pressão é desprezível nas vizinhanças da entrada do leito. O gradiente axial de pressão na interface jorro-ânulo pode ser determinado pelas equações de Lefroy e Davidson (1969), Epstein e Levine (1978), e Morgan (1986), ou experimentalmente.

O uso da Equação (49) só é justificável próximo a entrada do leito, onde poucas partículas estão presentes. Além disto, no jorro, a contribuição de partículas suspensas na tensão normal precisa ser considerada na estimativa do ângulo de fricção na interface jorro-ânulo.

Como já citado anteriormente o objetivo desta primeira análise, baseado no sistema de equações de equilíbrio plástico, é encontrar o ângulo de expansão da interface jorro-ânulo na entrada do leito.

Para resolver as Equações (44) e (45) foi usado o método de Runge-Kutta de 4º ordem implementado com o método da bissecção, obtendo-se pontos de β para cada θ , os quais foram ajustados a um polinômio.

Visto que nós aplicamos o critério de ruptura ao círculo de Mohr para obter o sistema dado pelas Equações (44) e (45), para cada valor de β obtido em função de θ , dispõe-se de um respectivo conjunto de tensões normais e de cisalhamento que estão na iminência de romper o sólido.

Através da Equação (46) é possível calcular β_s para cada altura, pois ϕ_s , dado pela Equação (48), é função de z . Fazendo-se $\beta_s = \beta$ para cada altura e levando à $\beta = \beta(\theta)$ ter-se-á um valor de θ_s para cada altura.

Da Figura 5 tem-se;

$$\tan(\theta_s) = \frac{r_s}{z + zi} \quad (50)$$

$$\frac{dr_s}{dz}(z \approx 0) = \tan(\gamma) \quad (51)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{r_s|_{z+\Delta z} - r_s|_z}{\Delta z} \right] \quad (52)$$

Com a Equação (50) é possível calcular r_s para diferentes alturas não muito distantes do orifício de entrada de ar e por consequência pode-se calcular γ através da Equação (52).

3.2 - Largura média do jorro

No caso do leito bi-dimensional não existe na literatura equações empíricas para cálculo da largura média do jorro, e por tal razão como primeira tentativa foi utilizada a Equação (53), desenvolvida para cálculo do diâmetro médio do jorro, leito cônico-cilíndrico, mas adaptada ao bi-dimensional por utilização de D_c , indicado abaixo, como largura do leito, ao invés de diâmetro do leito.

$$\overline{D_s} = 1,06 \cdot (D_c)^{2/3} \cdot (\overline{D_p})^{1/3} \quad (53)$$

Esta expressão foi desenvolvida por Lefroy e Davidson (1969).

3.3 - Princípio de mínima ação de Hamilton

Krzywanski, Epstein e Bowen (1989) assumiram que o princípio da mínima ação de Hamilton [Goldstein (1965) e Langhaar (1962)], aplica-se ao sistema de partículas e gás escoando no jorro.

O princípio dos estados de Hamilton diz que a integral da variação da energia cinética, mais a energia potencial associada com forças conservativas mais o trabalho virtual de forças externas deve ser um extremo, [Planck (1933)].

O princípio de Hamilton tem sido usado por muitos pesquisadores para definir escoamento em duas fases. Bedford e Drumheller (1978), usaram esta aproximação para analisar o escoamento de misturas imiscíveis. Eles também estenderam o princípio de Hamilton para o caso de misturas imiscíveis reagindo.

Neste caso do jorro, a aplicação deste princípio implica que o trabalho feito para criar a cavidade do jorro é igual ao trabalho

de forças externas tentando impedir sua formação, é o mínimo trabalho necessário para evitar o desmoronamento do leito anular. Khoe (1980), demonstrou que a pressão na interface jorro-ânulo deve ser igual a pressão limite, determinada preliminarmente pelas propriedades do leito de sólidos, e fixadas para uma dada taxa de escoamento de gás. Então a minimização do trabalho necessário para manter o jorro estável, que é a minimização da pressão interfacial vezes a área superficial do jorro vezes o incremento de deslocamento, implica, desde que a pressão é fixada pelas propriedades do ânulo, que a área interfacial deve ser minimizada. Deste modo, no caso do leito bi-dimensional, a aplicação do princípio de Hamilton implica que o comprimento, L , da interface jorro-ânulo dado por;

$$L = \int_0^H \left[1 + \left(\frac{dr_s}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} . dz \quad (54)$$

deve ser um mínimo. A minimização de L está sujeita a seguinte restrição;

$$2 \int_0^H (r_s dz) = H . \overline{D_s} \quad (55)$$

e às seguintes condições de contorno:

$$r_s(z=0) = r_i \quad (56)$$

$$\frac{dr_s}{dz}(z=0) = \tan(\gamma) \quad (57)$$

Neste tipo de problema onde as variáveis da função a ser maximizada ou minimizada não são todas independentes, mas relacionadas por uma ou mais condições de restrição, Wylie (1975), é comum utilizar o método dos multiplicadores de Lagrange.

Para minimizar este tipo de função, $I = \int f[r_s, z, (dr_s/dz)] dz$ é necessário que r_s satisfaça a equação de Euler, dada por:

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f}{\partial (dr_s/dz)} \right] + \frac{\partial f}{\partial r_s} = 0 \quad (58)$$

Neste caso usando a técnica dos multiplicadores de Lagrange recomenda-se que a função a ser minimizada, aqui designada por f_1 , e a função restrição, aqui apresentada como sendo f_2 , estejam sujeitas à seguinte forma:

$$f_1 = \int_0^H \left[1 + \left(\frac{dr_s}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} dz \quad (59)$$

$$f_2 = \int_0^H \left[r_s \cdot dz - \left(\frac{H \cdot \overline{D_s}}{2} \right) \right] \quad (60)$$

Usando multiplicador de Lagrange, então, tem-se que:

$$F = f_1 + \lambda \cdot f_2 \quad (61)$$

$$F = \int_0^H \left\{ \left[1 + \left(\frac{dr_s}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} + \lambda \cdot r_s \right\} dz - \frac{\lambda \cdot H \cdot \overline{D_s}}{2} \quad (62)$$

$$f = \left\{ \left[1 + \left(\frac{dr_s}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} + \lambda \cdot r_s \right\} \quad (63)$$

Agora submetendo a função f à equação de Euler, encontra-se a relação entre r_s e z para que o comprimento da interface jorro-ânulo seja mínimo.

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{\partial}{\partial (dr_s/dz)} \left[\left(1 + \left(\frac{dr_s}{dz} \right)^2 \right)^{1/2} + \lambda \cdot r_s \right] \right] - \frac{\partial f}{\partial r_s} = 0 \quad (64)$$

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{dr_s/dz}{\left(1 + (dr_s/dz)^2 \right)^{1/2}} \right] = \lambda \quad (65)$$

Resolvendo a diferencial acima tem-se:

$$\frac{dr_s}{dz} = \frac{(\lambda \cdot z + C_1)}{[1 - (\lambda \cdot z + C_1)^2]^{1/2}} \quad (66)$$

Diferenciando agora a Equação (66) pode-se obter a expressão para cálculo da largura do jorro:

$$D_s = 2 [C_2 - (1/\lambda) [1 - (\lambda z + C_1)^2]^{1/2}] \quad (67)$$

Onde C_1 e C_2 são obtidos respectivamente das condições de contorno dadas pelas Equações (57) e (56):

$$C_1 = (\tan \gamma) / [1 + (\tan \gamma)^2]^{1/2} \quad (68)$$

$$C_2 = r_i + (1/\lambda) (1 - C_1^2)^{1/2} \quad (69)$$

O multiplicador de Lagrange, λ , pode ser encontrado pela Equação (70), utilizando algum método iterativo. Neste trabalho utilizou-se o método da bisseção. Para encontrar esta expressão substituiu-se r_s , $(D_s/2)$, da Equação (67) na Equação (55),

integrando a última:

$$\frac{H \cdot \overline{D_s}}{2} = C_2 \cdot H - [1/(2 \cdot \lambda^2)] \cdot [(\lambda \cdot H + C_1) \cdot [1 - (\lambda \cdot H + C_1)^2]^{(1/2)} - C_1 \cdot (1 - C_1^2)^{(1/2)} + \text{sen}^{-1}(\lambda \cdot H + C_1) - \text{sen}^{-1}(C_1)] \quad (70)$$

3.4 - Equações provenientes dos balanços de massa e quantidade de movimento

Obtida a equação para cálculo da variação da largura do jorro como uma função da altura, Equação (67), o objetivo agora é obter os balanços de quantidade de movimento e de massa para o leito cônico-cilíndrico e posteriormente para o leito bi-dimensional, e então juntamente com os modelos empíricos de Lefroy e Davidson (1969), apresentados no Capítulo 2, para cálculo de U_a e P , encontrar um sistema de equações que possa ser resolvido de modo a gerar U_s , V_s , ϵ_s , U_r e obviamente P e U_a em função da altura do leito.

Balanço de massa do fluido no anulo no leito cônico-cilíndrico:

$$\left[\frac{\text{Massa que sai}}{\quad} \right] - \left[\frac{\text{Massa que entra}}{\quad} \right] + \left[\frac{\text{Acúmulo de massa}}{\quad} \right] = 0 \quad (71)$$

Admitindo regime permanente:

$$\left(\frac{\rho_f \cdot \pi}{4} \right) [U_a \cdot (D_c^2 - D_s^2)]_z - \left(\frac{\rho_f \cdot \pi}{4} \right) [U_a \cdot (D_c^2 - D_s^2)]_{z+\Delta z} = \rho_f \cdot U_r \cdot [\pi \cdot D_s \cdot \Delta z] \quad (72)$$

Dividindo a Equação (72) por Δz , aplicando limite para quando $\Delta z \rightarrow 0$, e rearranjando tem-se:

$$U_r = \left[\frac{(D_c^2 - D_s^2) \cdot \frac{dU_a}{dz} - 2 \cdot D_s \cdot \frac{dD_s}{dz}}{4 \cdot D_s} \right] \quad (73)$$

Balço de massa do fluido no jorro no leito cônico-cilíndrico:

$$\left[\frac{\text{Massa que sai}}{\text{}} \right] - \left[\frac{\text{massa que entra}}{\text{}} \right] + \left[\frac{\text{acúmulo de massa}}{\text{}} \right] = 0 \quad (74)$$

Admitindo regime permanente:

$$\left(\frac{\rho_f \cdot \pi}{4} \right) \cdot [U_s \cdot \epsilon_s \cdot D_s^2]_z - \left(\frac{\rho_f \cdot \pi}{4} \right) \cdot [U_s \cdot \epsilon_s \cdot D_s^2]_{z+\Delta z} = \rho_f \cdot U_r \cdot [\pi \cdot D_s \cdot \Delta z] \quad (75)$$

Dividindo a Equação (75) por Δz , aplicando limite para $\Delta z \rightarrow 0$, e rearranjando-se tem-se:

$$\frac{d(\epsilon_s \cdot U_s)}{dz} = \left[\frac{-4 \cdot U_r \cdot D_s - U_s \cdot \epsilon_s \cdot 2 \cdot D_s \cdot \frac{dD_s}{dz}}{D_s^2} \right] \quad (76)$$

Balço de quantidade de movimento para o fluido no jorro para o cônico-cilíndrico

$$\left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{acumulado}} \right] = \left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{entrando}} \right] - \left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{saíndo}} \right] + \left[\frac{\text{soma de outras forças}}{\text{atuando no sistema}} \right] \quad (77)$$

Taxa de momento por escoamento convectivo:

$$\left(\frac{\pi \cdot \rho_f}{4} \right) [(D_s^2 \cdot \epsilon_s \cdot U_s^2) |_z - (D_s^2 \cdot \epsilon_s \cdot U_s^2) |_{z+\Delta z}] \quad (78)$$

Forças de interação entre ar e partícula:

$$\left[\frac{\pi \cdot D_s^2}{4} \cdot \beta_{at} \right] \cdot (U_s - V_s)^2 \quad (79)$$

Outras forças:

$$\left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot [(D_s^2 \cdot P \cdot \epsilon_s) |_z - (D_s^2 \cdot P \cdot \epsilon_s) |_{z+\Delta z}] + \frac{\rho_f \cdot g_z \cdot \pi \cdot D_s^2 \cdot \Delta z}{4} \quad (80)$$

Somando as forças descritas acima de acordo com a Equação (77), dividindo por Δz , aplicando limite para quando $\Delta z \rightarrow 0$ e reorganizando-se os termos obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{dU_s}{dz} = & \frac{1}{\rho_f \cdot D_s^2 \cdot \epsilon_s \cdot U_s} \cdot \left[-\epsilon_s \cdot D_s^2 \cdot \frac{dP}{dz} - \epsilon_s \cdot P \cdot 2 \cdot D_s \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \\ & + \frac{1}{\rho_f \cdot D_s^2 \cdot \epsilon_s \cdot U_s} \cdot \left[-\beta_{at} \cdot (U_s - V_s)^2 \cdot D_s^2 - \rho_f \cdot D_s^2 \cdot U_s \cdot \frac{d(\epsilon_s \cdot U_s)}{dz} - \rho_f \cdot \epsilon_s \cdot U_s^2 \cdot 2 \cdot D_s \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \quad (81) \end{aligned}$$

Balanço de quantidade de movimento para o sólido, no jorro, no leito cônico-cilíndrico

$$\begin{aligned} \left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{acumulado}} \right] &= \left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{entrando}} \right] \\ &- \left[\frac{\text{taxa de momento}}{\text{saindo}} \right] + \left[\frac{\text{soma de outras forças}}{\text{atuando no sistema}} \right] \quad (82) \end{aligned}$$

Taxa de momento por escoamento dos sólidos:

$$\left(\frac{\rho_p \cdot \pi}{4} \right) \cdot \frac{d[(1-\epsilon_s) \cdot V_s^2 \cdot D_s^2]}{dz} \quad (83)$$

Forças de interação entre ar e partícula:

$$\left[\frac{\pi \cdot D_s^2}{4} \cdot \beta_{at} \right] \cdot (U_s - V_s)^2 \quad (84)$$

Outras forças:

$$\left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot \frac{d[(1-\epsilon_s) \cdot D_s^2 \cdot P]}{dz} - \rho_p \cdot g \cdot (1-\epsilon_s) \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_s^2}{4} \right) \quad (85)$$

Somando as forças descritas acima de acordo com a Equação (82) e rearranjando obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{d[(1-\epsilon_s) \cdot V_s^2]}{dz} = \frac{1}{\rho_p \cdot D_s} \cdot \left[-(1-\epsilon_s) \cdot 2 \cdot D_s \cdot P \cdot \frac{dD_s}{dz} - (1-\epsilon_s) \cdot D_s^2 \cdot \frac{dP}{dz} \right] \\ + \frac{1}{\rho_p \cdot D_s} \cdot \left[-\rho_p \cdot g \cdot (1-\epsilon_s) \cdot D_s^2 + \beta_{at} \cdot D_s^2 \cdot (U_s - V_s)^2 - \rho_p \cdot (1-\epsilon_s) \cdot 2 \cdot D_s \cdot V_s^2 \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \end{aligned} \quad (86)$$

Seguindo a mesma metodologia para obtenção dos balanços para o leito bi-dimensional, tem-se as seguintes equações:

Do balanço de massa do fluido no ânulo:

$$U_r = \frac{1}{2} \cdot \left[(D_c - D_s) \cdot \frac{dU_a}{dz} - U_a \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \quad (87)$$

Do balanço de massa do fluido no jorro:

$$\frac{d(\epsilon_s \cdot U_s)}{dz} = \frac{1}{D_s} \cdot \left[-2 \cdot U_r - \epsilon_s \cdot U_s \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \quad (88)$$

Do balanço de quantidade de movimento para o fluido no jorro:

$$\begin{aligned} \frac{dU_s}{dz} = \frac{1}{\rho_f \cdot D_s \cdot \epsilon_s \cdot U_s} \cdot \left[-\epsilon_s \cdot D_s \cdot \frac{dP}{dz} - \epsilon_s \cdot P \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \\ + \frac{1}{\rho_f \cdot D_s \cdot \epsilon_s \cdot U_s} \cdot \left[-\beta_{at} \cdot (U_s - V_s)^2 \cdot D_s - \rho_f \cdot D_s \cdot U_s \cdot \frac{d(\epsilon_s \cdot U_s)}{dz} - \rho_f \cdot \epsilon_s \cdot U_s^2 \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \end{aligned} \quad (89)$$

Do balanço de quantidade de movimento para o sólido no jorro:

$$\begin{aligned} \frac{d[(1-\epsilon_s) \cdot V_s^2]}{dz} = \frac{1}{\rho_p \cdot D_s} \cdot \left[-(1-\epsilon_s) \cdot P \cdot \frac{dD_s}{dz} - (1-\epsilon_s) \cdot D_s \cdot \frac{dP}{dz} \right] \\ + \frac{1}{\rho_p \cdot D_s} \cdot \left[-\rho_p \cdot g \cdot (1-\epsilon_s) \cdot D_s + \beta_{at} \cdot D_s \cdot (U_s - V_s)^2 - \rho_p \cdot (1-\epsilon_s) \cdot V_s^2 \cdot \frac{dD_s}{dz} \right] \end{aligned} \quad (90)$$

O termo β_{at} que aparece nos balanços de quantidade de movimento para o fluido e o sólido no jorro é uma função da porosidade e representa forças de interação entre ar e partícula. Lefroy e Davidson (1969), propõe duas equações para cálculo de β_{at} :

$$\beta_{at} = \frac{1,75 \cdot \rho_f \cdot (1-\epsilon_s)}{\overline{D_p}} \quad (91)$$

$$\beta_{at} = \frac{0,33 \cdot \rho_f \cdot (1-\epsilon_s)}{\overline{D_p} \cdot \epsilon_s^{1,78}} \quad (92)$$

As Equações (91) e (92) apresentam uma diferença razoável

para quando a porosidade no jorro aproxima-se de 1.

Na simulação dos perfis hidrodinâmicos usar-se-á a Equação (91), pois fornece resultados mais coerentes.

Assim, o conjunto de equações diferenciais (87) à (90) fornece o modelo hidrodinâmico para a região de jorro de um leito bi-dimensional, considerando a variação da largura do jorro. A resolução do sistema levando em conta a Equação (67) fornece os perfis longitudinais $U_s(z)$, $V_s(z)$ e $\epsilon_s(z)$.

CAPÍTULO 4

4 - Resultados e discussões

4.1 - Resultados obtidos para largura do jorro utilizando γ e $\bar{D}_s$ conforme indicado no Capítulo 3

A primeira condição de contorno para resolução do sistema de Equações diferenciais (44) e (45) requer o conhecimento da coordenada de um ponto ao longo da interface jorro-ânulo, dado por (θ_s, z) como demonstrado na Figura 7.

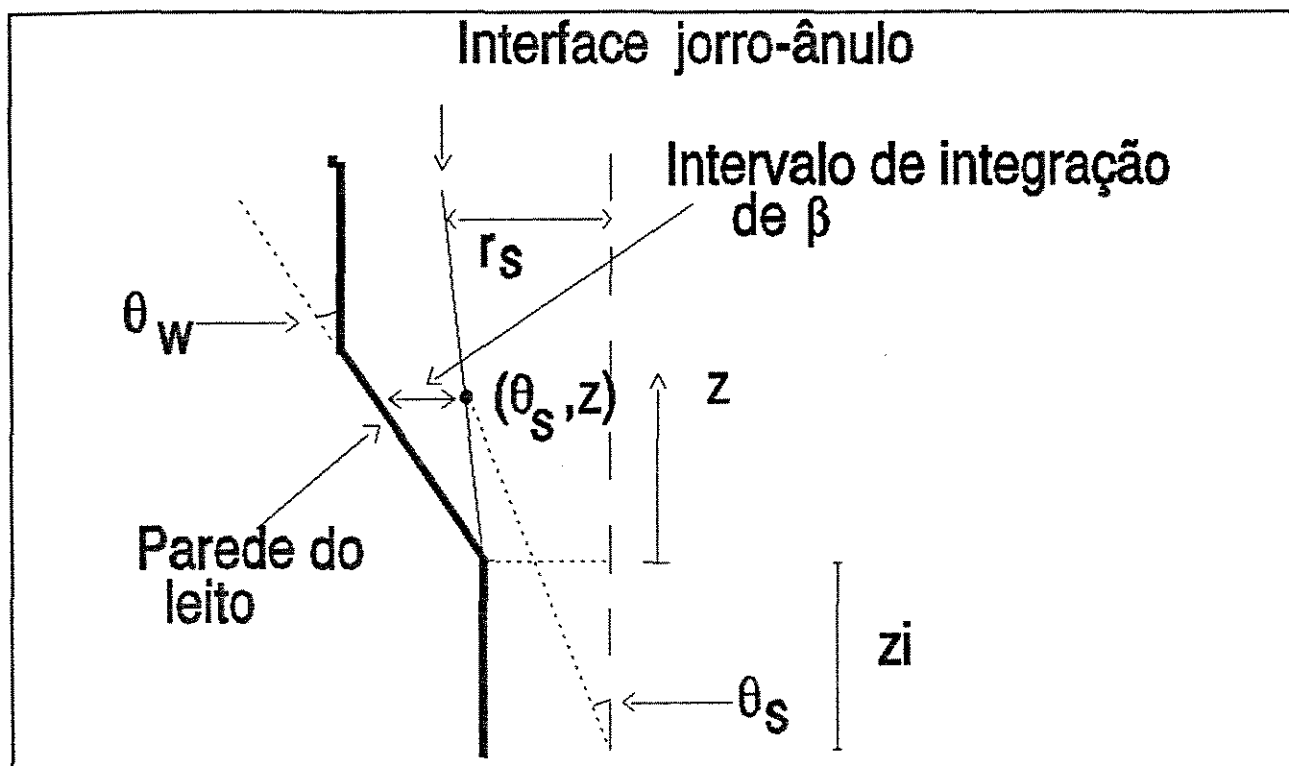


Figura 7 - Representação de um ponto ao longo da interface jorro-ânulo em um leito bi-dimensional.

O valor de θ_s é necessário porque a integração é feita da interface jorro-ânulo, onde $\theta=\theta_s$, até a parede do leito, onde $\theta=\theta_w$. O valor de z é necessário ao cálculo de β_s que é função do nível do leito.

Para encontrar as coordenadas deste ponto tem-se somente duas opções:

- Experimentalmente, ou seja, determinar um ponto qualquer ao longo da interface jorro-ânulo como demonstrado na Figura 7.

- Outro modo de encontrar um ponto da interface jorro-ânulo é construir o leito como indicado na Figura 5, pois em $z=y$, tem-se $\theta_s=\theta_i$.

Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), utilizaram esta última opção. O maior problema desta proposta é que neste ponto a queda de pressão é igual a zero, τ_s é igual a zero e finalmente surge uma indeterminação matemática no cálculo de β_s .

Provavelmente Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), consideraram que a equação da queda de pressão para o leito é válida para quando r , em coordenadas polares, é igual a zero. Esta consideração incorre em um erro visto que em $r=0$ até $r=r_0$ tem-se o escoamento em um tubo, e não no leito de partículas.

Neste trabalho, optou-se por encontrar as coordenadas do ponto na interface jorro-ânulo dado por (θ_s, z) experimentalmente.

Utilizando os dados da Tabela 2 e seguindo o desenvolvimento matemático do Capítulo 3, Equações (44) à (52), encontrar-se-á um certo valor teórico para γ .

Tabela 2 - Dados utilizados para determinação do ângulo de expansão do jorro

Dados	Corrida 1
ϕ (Graus)	30
ϕ_s (Graus)	20
θ_w (Graus)	45
θ_s (Graus)	31
D_c (cm)	30,0
D_i (cm)	5,0
z (cm)	1,0
ϵ_{mf}	0,4
ρ_p (g/cm ³)	0,76
ρ_f (g/cm ³)	1,0E-3
H (cm)	10,0
P_H (g/cm.s ²)	1,0E+6
g (cm/s ²)	981,0
z_i (cm)	2,50
H_m (cm)	18,7

Foram obtidos os pontos de $\beta \times \theta$, por resolução das Equações diferenciais (44) e (45), de acordo com dados da Tabela (2).

Através da Equação (46) calculou-se β_s a cada incremento de altura e interpolou-se na função ajustada de $\beta \times \theta$, obtendo-se θ_s à cada incremento de altura.

Os valores de θ_s a cada z , até um certo valor de z não muito distante do orifício de entrada de ar, foram substituídos na Equação (52) indicando que a inclinação da interface jorro-ânulo permanecia constante ao redor de 32° , ou seja, $\gamma=32^\circ$. Pode-se observar que θ_s usado como condição de contorno para resolução das Equações diferenciais (44) e (45), apresentado na Tabela 2 é aproximadamente igual a γ .

Utilizando um leito de acrílico transparente cujas dimensões são apresentadas na Tabela 2 e preenchendo o leito até 10 cm de

altura com placebos, cujas propriedades físicas são definidas na Tabela 2, injetou-se ar na base do leito numa velocidade de 1042 cm/s, velocidade esta medida com uma placa de orifício. Por observação visual da forma do jorro em regime, nestas condições experimentais, pode-se perceber que γ , tratado até aqui como ângulo de expansão do jorro, poderia assumir um valor negativo, ou seja, a largura da interface jorro-ânulo próximo a entrada do leito tenderia a diminuir a cada incremento de altura, até uma certa altura não muito distante do orifício de entrada de ar.

Sintetizando, o modelo matemático de Krzywanski et al (1989), fornece um valor de $\gamma=32^\circ$ enquanto experimentalmente obtinha-se $\gamma=-21,78^\circ$.

Como já dito por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), o modelo proposto por eles pode não representar com sucesso formas mais complexas da interface jorro-ânulo, como quando ocorre contração do jorro. Isto pode acontecer quando a razão largura da entrada do leito por largura da coluna é muito grande e consequentemente a região anular sofre uma aeração bastante forte, o que pode gerar contração do leito por aumento da pressão na região anular.

Outras tentativas foram feitas para calcular γ por meio do desenvolvimento proposto por Krzywanski et al (1989), para quando ocorre expansão do jorro e sempre que foi possível ter um bom ajuste de $\beta \times \theta$ encontrou-se valores de γ próximos aos valores de θ_s , valor este utilizado como condição de contorno para resolução das Equações diferenciais (44) e (45).

Os mesmos dados utilizados na simulação, Tabela 3, foram usados para gerar experimentalmente o perfil de $r_g \times z$, a largura média do jorro e o ângulo de expansão do jorro na entrada do leito.

Na Tabela 3 também são apresentados os valores experimentais encontrados de $\bar{D}_g$ e γ , os valores de $\bar{D}_g$ encontrados por meio da Equação (53) e os valores de γ encontrados via metodologia de Krzywanski et al (1989), para quando ocorre expansão do jorro, que

serão considerados iguais à θ_s por razões já mencionadas. Tendo estes valores e demais dados correspondentes à cada corrida na Tabela 3, é possível gerar os perfis da largura do jorro seguindo princípio da mínima ação de Hamilton, Equações (67) à (70).

Tabela 3 - Dados necessários à determinação do perfil de r_s x z

Corrida		1	2	3
Material		Esferas de vidro	Esferas de vidro	Painço
D_c (cm)		20,00	20,00	20,00
D_i (cm)		2,30	2,30	1,50
θ_w (rad.)		0,5167	0,5167	0,5167
D_p (cm)		0,380	0,380	-
H (cm)		7,00	9,00	16,3
U_{so} (cm/s)		2940,0	2360,0	-
$\bar{D}_s$ (cm)	Eq. (53)	5,66	5,66	-
	Exp.	3,11	2,93	3,25
γ (rad.)	$\gamma = \theta_s$	0,44	0,38	0,28
	Exp.	0,24	0,05	-

As Figuras 8 e 9 apresentam uma comparação entre o perfil experimental de r_s x z e os perfis gerados por meio das Equações (67) à (70) sob diferentes combinações de $\bar{D}_s$ calculado e experimental e de γ calculado e experimental.

A Figura 10 apresenta uma comparação entre o perfil experimental de r_s x z , obtido por Mujundar e Passos (1988), versus o perfil gerado pelo conjunto de Equações (67) à (70) com dados da corrida 3 da Tabela 3.

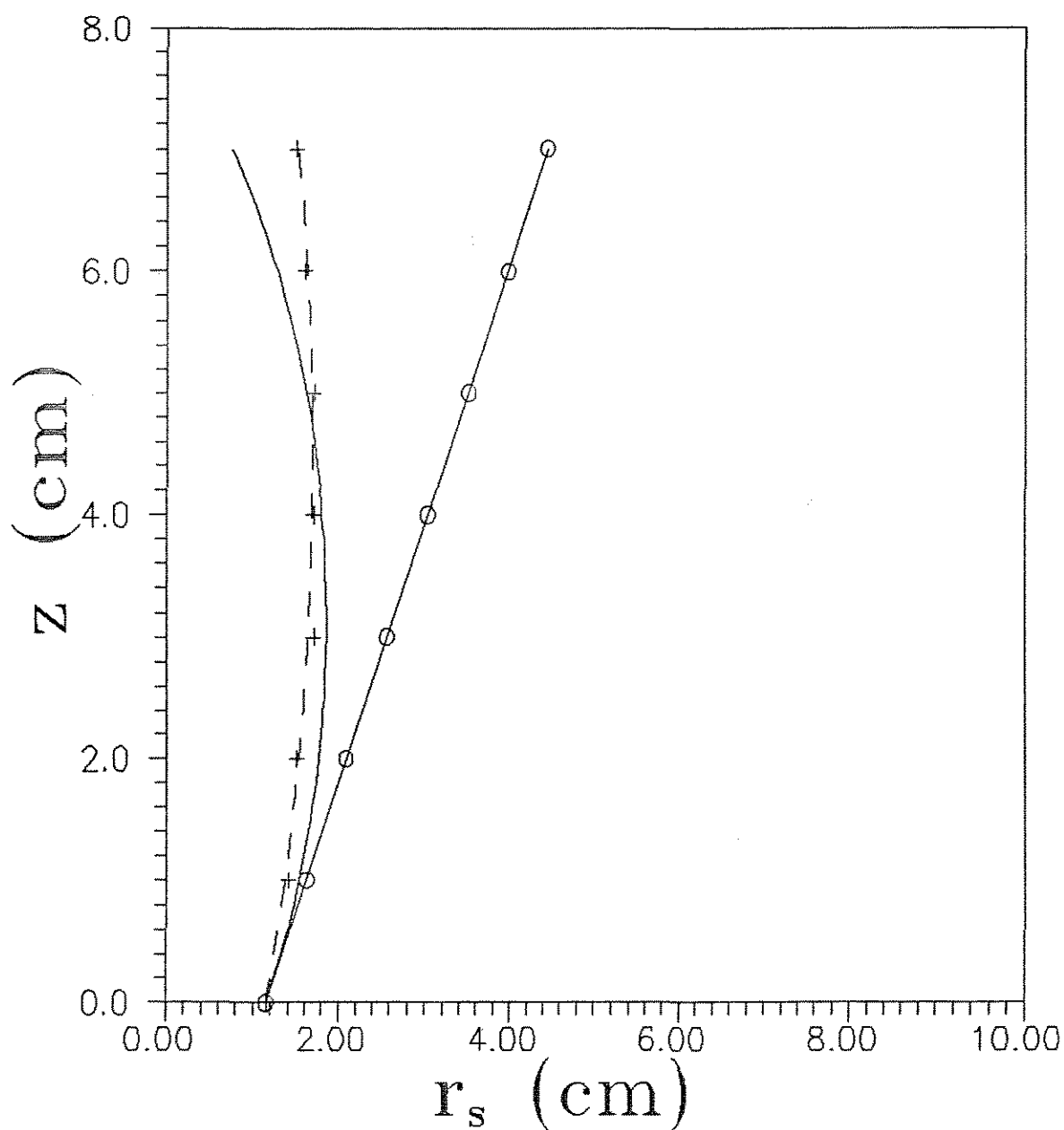


Figura 8 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 1 da Tabela 3. Legenda: ++++ Experimental; ---- $\overline{D}_s$ e γ experimentais; — $\overline{D}_s$ experimental e $\gamma = \theta_s$; o o o o $\overline{D}_s$ calculado com Eq. (53) e $\gamma = \theta_s$.

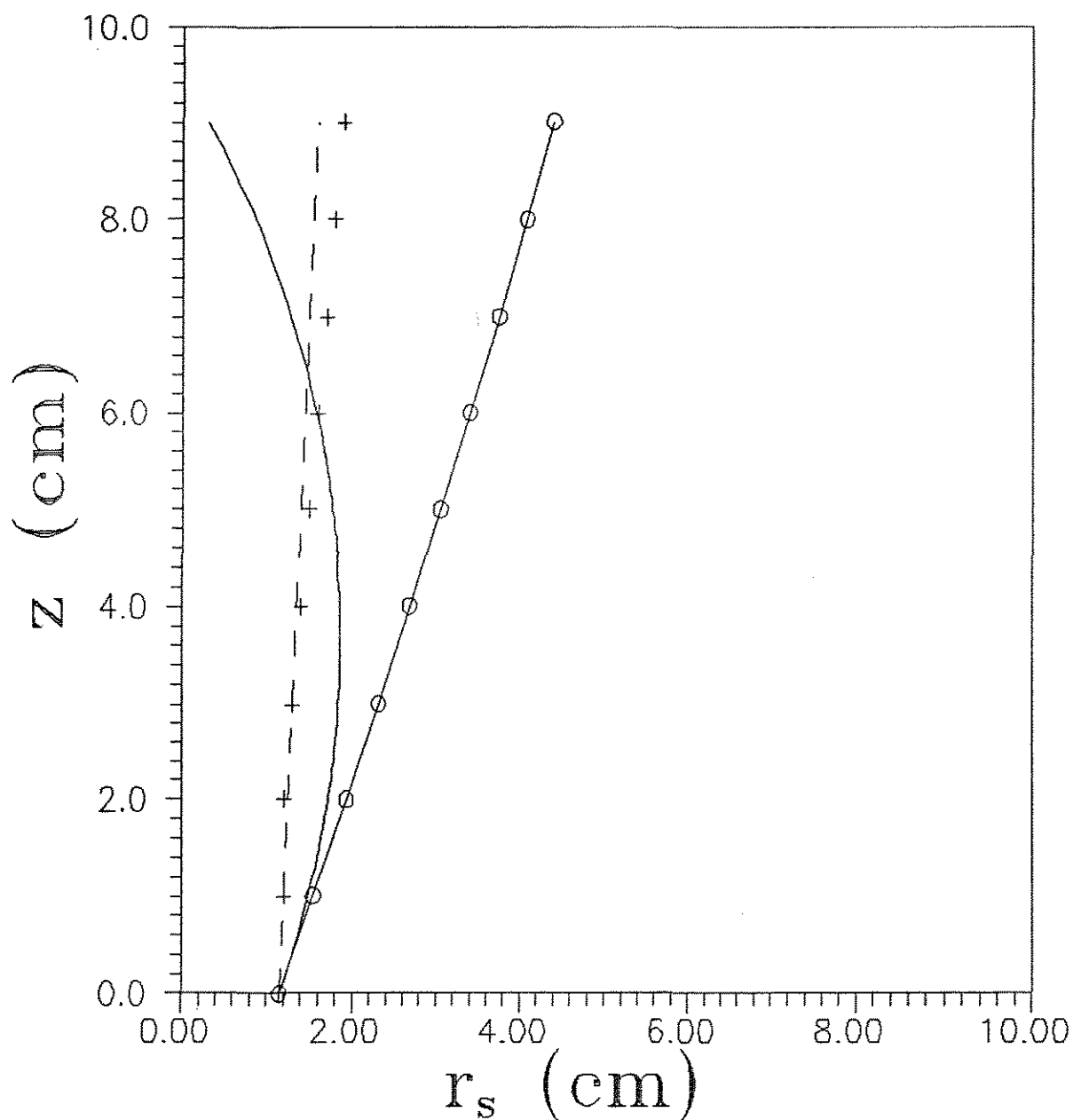


Figura 9 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 2 da Tabela 3. Legenda: ++++ Experimental; ---- $\bar{D}_s$ e γ experimentais; — $\bar{D}_s$ experimental e $\gamma = \theta_s$; ○○○○ $\bar{D}_s$ calculado com Eq. (53) e $\gamma = \theta_s$.

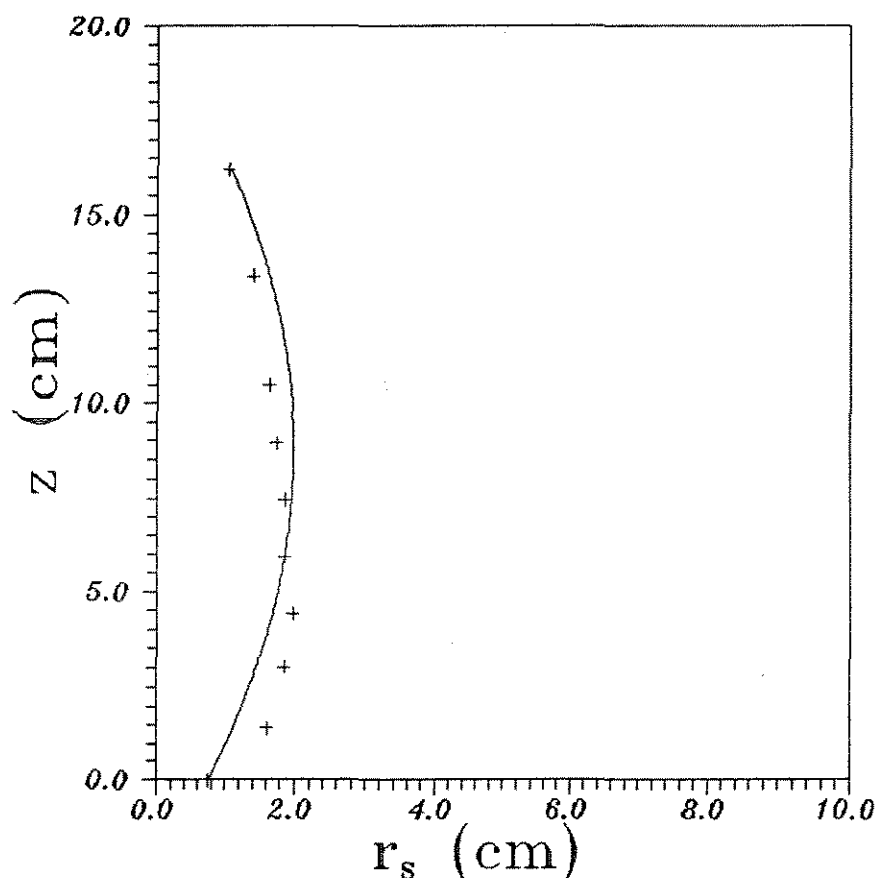


Figura 10 - Perfil de r_s x z para dados da Corrida 3 da Tabela 3. Legenda: ++++ Experimental; — $\bar{D}_s$ experimental e $\gamma=\theta s$.

Os dados para geração da Figura 10, correspondentes à Corrida 3 da Tabela 2, foram encontrados por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), os quais demonstram esta mesma figura no trabalho publicado por eles.

Pode-se observar facilmente das Figuras 8 e 9 que tanto a metodologia usada por Krzywanski et al (1989), que gera valores de γ próximos àqueles usados como condição de contorno para resolução das Equações diferenciais (44) e (45), bem como a Equação (53), para cálculo da largura média do jorro não fornecem bons resultados quando aplicados as Equações (67) à (70) para geração dos perfis de r_s x z .

O que se pode resumir da modelagem utilizada por Krzywanski

et al (1989), para cálculo do ângulo de expansão do jorro próximo à entrada do leito é o seguinte:

a) Não prevê contração da interface jorro-ânulo.

b) Pode fornecer perfis razoáveis de r_s x z em função do conjunto de dados utilizados na simulação. Deve-se lembrar que Krzywanski et al (1989), como demonstrado na Figura 10, obtém um perfil da largura do jorro que se aproxima bastante do experimental.

Em última análise a utilização do princípio de mínima ação de Hamilton continua a ser válido e portanto as Equações (67) à (70), para predição da largura do jorro; porém ficou caracterizado que o ângulo de expansão do jorro deverá ser determinado experimentalmente. A largura média do jorro também será determinada experimentalmente para que se possa avaliar mais profundamente a validade da Equação (53).

A partir desta tentativa, com base em dados experimentais buscou-se então encontrar equações empíricas para cálculo de γ e $\bar{D}_s$.

4.2 - Equações empíricas para cálculo do ângulo de expansão ou contração do jorro e da largura média do jorro

Utilizou-se dois leitos bi-dimensionais construídos em acrílico com $D_c=20,00$ cm e $30,00$ cm, $D_i=Pr=2,3$ cm e $5,0$ cm, e $\theta_w=30^\circ$ e 45° respectivamente. Um esquema do leito é demonstrado na Figura 11.

Os leitos foram preenchidos com partículas de placebos e esferas de vidro, cujas massas específicas são respectivamente $0,760$ g/cm³ e $2,65$ g/cm³ e diâmetros médios na faixa de $0,200$ à $0,649$ cm.

Na base do leito preenchido com as partículas injetou-se ar por meio de um soprador e controlou-se a vazão de entrada de ar com uma válvula globo até encontrar uma velocidade que permitisse a formação do jorro. Conhecendo-se a vazão, medida com uma placa de orifício, e a área de secção transversal na base do leito pode-se

calcular a velocidade de entrada de ar.

Na face frontal do leito de jorro traçou-se o perfil de r_s x z .

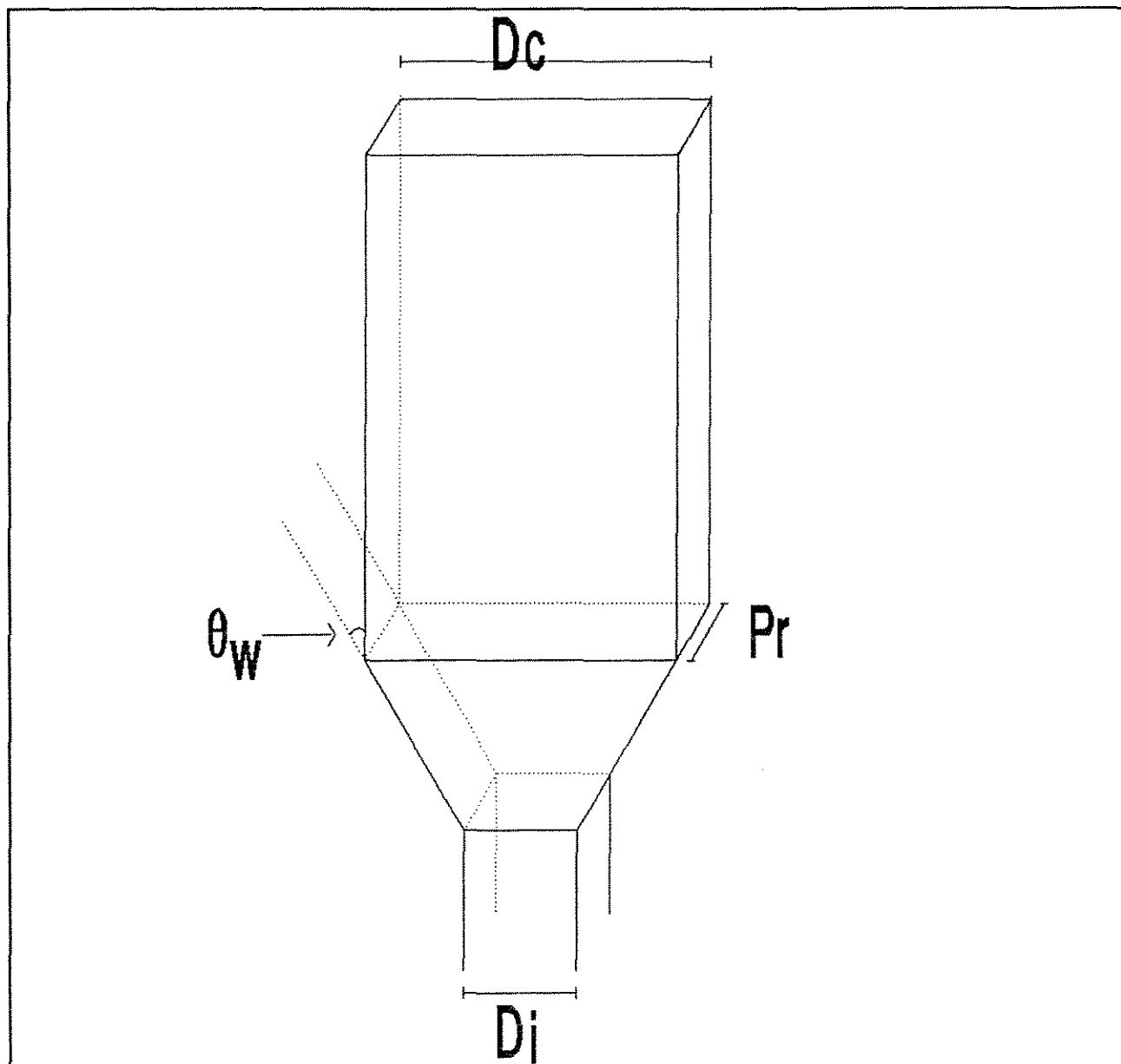


Figura 11 - Esquema do leito bi-dimensional

Para cada uma das 41 corridas realizadas repetiu-se a medida da largura do jorro em função do nível do leito por três vezes, e calculou-se então a média para cada ponto do nível do leito tomado

como medida.

As condições em que foram realizadas as corridas e os valores médios da largura do jorro encontrados ao longo do nível do leito são demonstrados no **Anexo A**, nas Tabelas A1 à A41.

Para cada corrida apresentada nas Tabelas A1 à A41 calculou-se a largura média do jorro e o ângulo de expansão na entrada do leito. A largura média do jorro foi calculada de acordo com a Equação (55). A integral foi calculada utilizando o método de Simpson.

Os valores de $\bar{D}_s$ e γ são apresentados na Tabela 4. Para algumas corridas desta tabela foi realizado a propagação de erro das variáveis que afetam $\bar{D}_s$ e γ , incluindo estas últimas. Os cálculos para a Corrida 1 são apresentados no **Anexo B**.

Usando o método "simplex modificado" ajustou-se os parâmetros da correlação proposta, para cálculo de γ e $\bar{D}_s$.

As correlações com os parâmetros ajustados são apresentados abaixo:

$$\begin{aligned} \bar{D}_s = & 35,22 \cdot (\rho_p)^{-0,0789} \cdot \left(\frac{H}{D_p}\right)^{-0,014} \\ & \cdot \left(\frac{D_c}{D_i}\right)^{-0,0909} \cdot (\theta_w)^{-0,382} \cdot (U_{so})^{-0,32} \end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \gamma = & -0,129257 \cdot (\rho_p) - (9,97E-4) \cdot \left(\frac{H}{D_p}\right) + 0,135919 \cdot \left(\frac{D_c}{D_i}\right) \\ & + 5,137E-3 \cdot (\theta_w) + (6,45E-5) \cdot (U_{so}) - 1,6714 \end{aligned} \quad (94)$$

Obs: Nas Equações (93) e (94) deve-se usar o sistema CGS de unidades.

A faixa de validade das Equações (93) e (94) é de 6,00 à 11,00 cm para H, de 0,200 à 0,649 cm para $\bar{D}_p$, de 0,76 à 2,65 g/cm³ para ρ_p , de 20,00 à 30,00 cm para D_c , de 2,3 à 5 cm para D_i , de 0,5167 à 0,7854 radianos para θ_w e de 575 à 3132 cm/s para U_{so} .

Tabela 4 - Dados utilizados para ajuste dos parâmetros

Corrida	$\bar{D}_s$ (cm)	γ (rad)	ρ_p (g/cm ³)	H/ $\bar{D}_p$	D_c/D_i	θ_w (rad)	U_{so}
1	2,3±0,6	-0,15±0,07	0,76	10,8±0,2	8,70±0,21	0,7854±0,0080	2089
2	2,63±0,06	-0,15	0,76	10,8	8,70	0,7854	3132
3	2,40	-0,05	2,65	25,0	8,70	0,7854	1216
4	2,31	-0,15	2,65	35,0	8,70	0,7854	1235
5	2,80	-0,05	2,65	35,0	8,70	0,7854	1827
6	3,14	0,05	2,65	18,4	8,70	0,7854	2725
7	2,71	0,05	2,65	18,4	8,70	0,7854	1689
8	2,44	0,05	2,65	13,2	8,70	0,7854	1673
9	2,16	-0,15	2,65	13,2	8,70	0,7854	1222
10	3,35	0,25	2,65	12,3	8,70	0,5167	1849
11	3,38	0,05	2,65	55,0	8,70	0,5167	2200
12	4,35	0,25	2,65	55,0	8,70	0,5167	2909
13	2,90	0,05	2,65	40,0	8,70	0,5167	1537
14	3,35	0,05	2,65	40,0	8,70	0,5167	2255
15	3,11	0,24	2,65	18,4	8,70	0,5167	2940
16	2,97	0,05	2,65	18,4	8,70	0,5167	1802
17	2,93	0,05	2,65	23,7	8,70	0,5167	2360
18	3,62	0,24	2,65	23,7	8,70	0,5167	2945
19	3,86	-0,38	0,76	15,4	6,00	0,7854±0,0080	1042
20	3,24	-0,61	0,76	15,4	6,00	0,7854	853
21	3,60	-0,54	0,76	9,2	6,00	0,7854	795
22	3,97	-0,38	0,76	9,2	6,00	0,7854	1045
23	3,94	-0,54	2,65	50,0	6,00	0,7854	1007
24	3,86	-0,61	2,65	50,0	6,00	0,7854	778
25	3,86±0,62	-0,6±0,2	2,65	35,0±1,1	6,00±0,07	0,7854±0,0080	707
26	3,54	-0,67	2,65	35,0	6,00	0,7854	575

Continuação da Tabela 4:

Corrida	$\bar{D}_s$ (cm)	γ (rad)	ρ_p (g/cm ³)	$H/\bar{D}_p$	D_c/D_i	θ_w (rad)	U_{so}
27	3,72	-0,61	2,65	26,3	6,00	0,7854	900
28	3,66	-0,54	2,65	26,3	6,00	0,7854	1111
29	3,97	-0,46	2,65	18,4	6,00	0,7854	1085
30	3,54	-0,54	2,65	18,4	6,00	0,7854	829
31	3,97	-0,54	0,76	10,8	6,00	0,5167±0,0036	845
32	4,63	-0,20	0,76	10,8	6,00	0,5167	1087
33	4,70	-0,20	0,76	15,4	6,00	0,5167	1109
34	4,04	-0,52	0,76	15,4	6,00	0,5167	830
35	4,24	-0,78	2,65	55,0	6,00	0,5167	1013
36	3,56	-0,95	2,65	55,0	6,00	0,5167	857
37	3,34	-0,88	2,65	35,0	6,00	0,5167	576
38	3,75	-0,73	2,65	21,1	6,00	0,5167	1085
39	3,12	-0,92	2,65	21,1	6,00	0,5167	805
40	3,42	-0,88	2,65	28,9	6,00	0,5167	852
41	4,13±0,40	-0,83±0,20	2,65	28,9±0,5	6,00±0,07	0,5167±0,0036	1215

As Tabelas 5 e 6 apresentam respectivamente; comparação entre os valores de γ experimentais e calculados com correlação empírica, e comparação entre os valores de $\bar{D}_s$ experimentais e calculados com correlações empíricas.

Tabela 5 - Comparação entre os valores de $\gamma_{calc.}$ e $\gamma_{exp.}$

Corrida	$\gamma_{exp.}$	$\gamma_{calc.}$	Desvio %
19	-0,38	-0,29	23,68
20	-0,61	-0,42	31,15
21	-0,54	-0,45	16,67
22	-0,38	-0,29	23,68
23	-0,54	-0,60	-11,11
24	-0,61	-0,74	-21,31
25	-0,61	-0,77	-26,23
26	-0,67	-0,86	-28,36
27	-0,61	-0,64	-4,92
28	-0,54	-0,50	7,41
29	-0,46	-0,51	-10,87
30	-0,54	-0,68	-25,93
31	-0,54	-0,42	22,22
32	-0,20	-0,26	-30,00
33	-0,20	-0,25	-25,00
34	-0,52	-0,43	17,31
35	-0,78	-0,60	23,08
36	-0,95	-0,70	26,32
37	-0,88	-0,86	2,27
38	-0,73	-0,52	28,77
39	-0,92	-0,70	23,91
40	-0,88	-0,68	22,73
41	-0,82	-0,44	46,34

$$DesvioPadrão=DP=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n w_i)^2}{n}}{n}} = 0,28 \quad w_i = \frac{\gamma_{exp.}}{\gamma_{calc.}} \quad (95)$$

Para ajuste dos parâmetros para correlação de γ , utilizou-se somente as corridas 19 à 41, pois considerando todos os pontos o desvio médio do ângulo de expansão/contração calculado em relação ao experimental foi bastante grande. Optou-se por limitar a faixa de validade da equação empírica de γ e consequentemente diminuir

o desvio médio.

Tabela 6 - Comparação entre os valores de $\bar{D}_s$ calc. e $\bar{D}_s$ exp.

Corrida	$\bar{D}_s$ exp.	$\bar{D}_s$ calc.	Desvio %
1	2,30	2,72	-18,26
2	2,63	2,39	9,13
3	2,40	2,89	-20,83
4	2,31	2,86	-23,81
5	2,80	2,53	9,64
6	3,14	2,24	28,66
7	2,71	2,62	3,32
8	2,44	2,64	-8,20
9	2,16	2,91	-34,72
10	3,35	3,31	1,12
11	3,38	2,78	17,75
12	4,35	2,54	41,61
13	2,90	3,13	-7,93
14	3,35	2,77	17,31
15	3,11	2,57	17,36
16	2,97	3,01	-1,35
17	2,93	2,75	6,14
18	3,62	2,56	29,28
19	3,86	3,49	9,59
20	3,24	3,72	-14,81
21	3,60	3,84	-6,67
22	3,97	3,51	11,59
23	3,94	3,15	20,05
24	3,86	3,42	11,40
25	3,86	3,54	8,29
26	3,54	3,78	-6,78
27	3,72	3,29	11,56
28	3,66	3,08	15,85
29	3,97	3,12	21,41
30	3,54	3,40	3,95

Continuação da Tabela 6:

Corrida	$\bar{D}_s$ exp.	$\bar{D}_s$ calc.	Desvio %
31	3,97	4,40	-10,83
32	4,63	4,06	12,31
33	4,70	4,02	14,47
34	4,04	4,41	-9,16
35	4,24	3,68	13,21
36	3,56	3,88	-8,99
37	3,34	4,44	-32,93
38	3,75	3,65	2,67
39	3,12	4,02	-28,85
40	3,42	3,93	-14,91
41	4,13	3,50	15,25

$DP=0,09$ Obs: Agora na Equação (95) tem-se: $w_1 = \frac{\bar{D}_s \text{ exp.}}{\bar{D}_s \text{ calc.}}$

O desvio médio absoluto encontrado entre o valor de $\bar{D}_s$ calculado e experimental e entre o valor de γ calculado e experimental é de 14,68 e 21,71%, respectivamente.

As Figuras 12 e 13 representam, respectivamente, à comparação entre os valores de $\bar{D}_s$ experimentais e calculados, e os valores de γ experimentais e calculados.

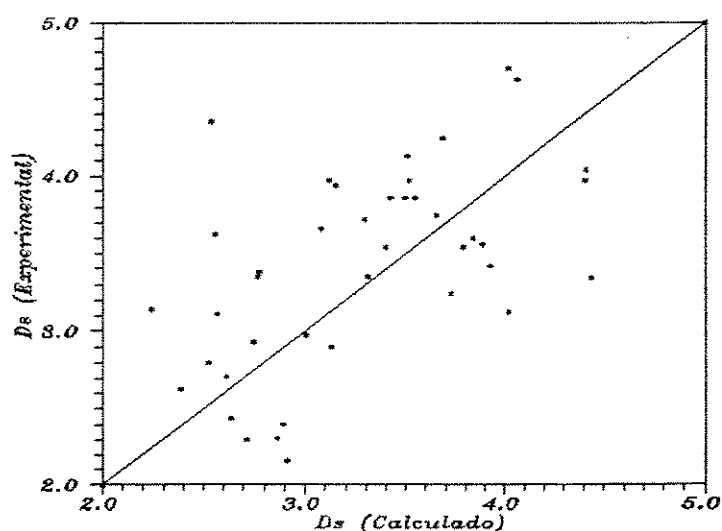


Figura 12 - Comparação entre $\bar{D}_s$ experimentais e calculados pela Equação (93)

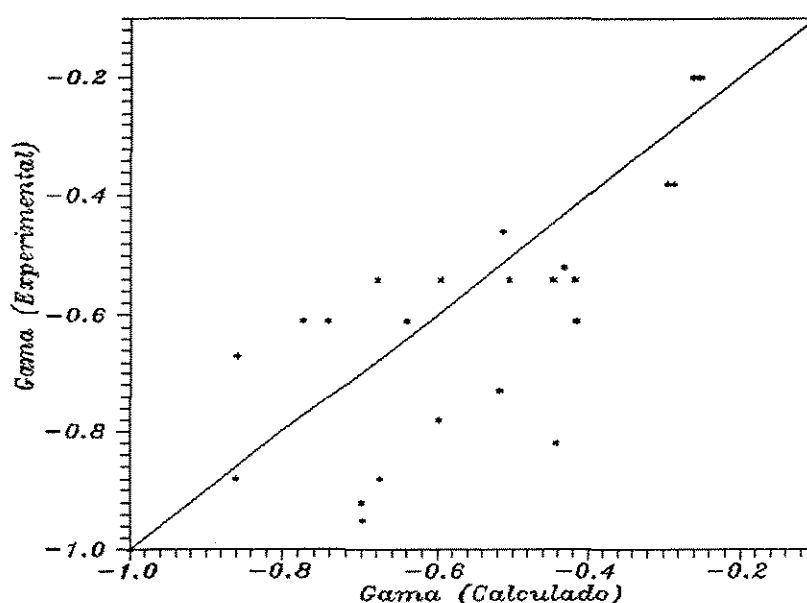


Figura 13 - Comparação entre γ experimentais e calculados pela Equação (94)

A influência de cada variável do modelo sobre γ e $\bar{D}_s$ foi comprovada mediante a utilização do menor e do maior valor da variável para o qual o modelo foi verificado. Todas as variáveis influenciam no número de significativos de $\bar{D}_s$ e γ .

Pôde-se comprovar através de dados experimentais de $\bar{D}_s$ que a Equação (53) fornece valores bastante errôneos para esta variável.

O desvio médio absoluto entre os valores de $\bar{D}_s$ experimentais obtidos neste trabalho e calculados pela Equação (53) é de aproximadamente 95%.

4.3 - Largura do jorro com $\bar{D}_s$ e γ obtido experimentalmente e pelas Equações empíricas (93) e (94)

Utilizando os valores de $\bar{D}_s$ e γ experimentais e obtidos pelas equações empíricas para as corridas 1, 2, 15, 19, 20, 21 e 25 da Tabela 4 obtém-se os seguintes perfis da largura do jorro em função da altura.

Para geração dos perfis utilizou-se as Equações (67) à (70).

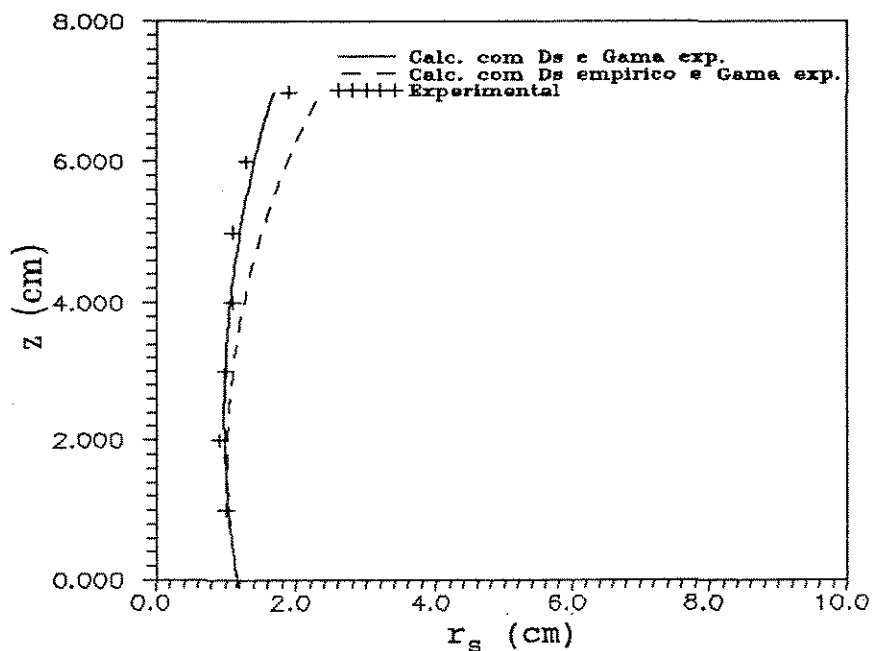


Figura 14 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 1 da Tabela 4

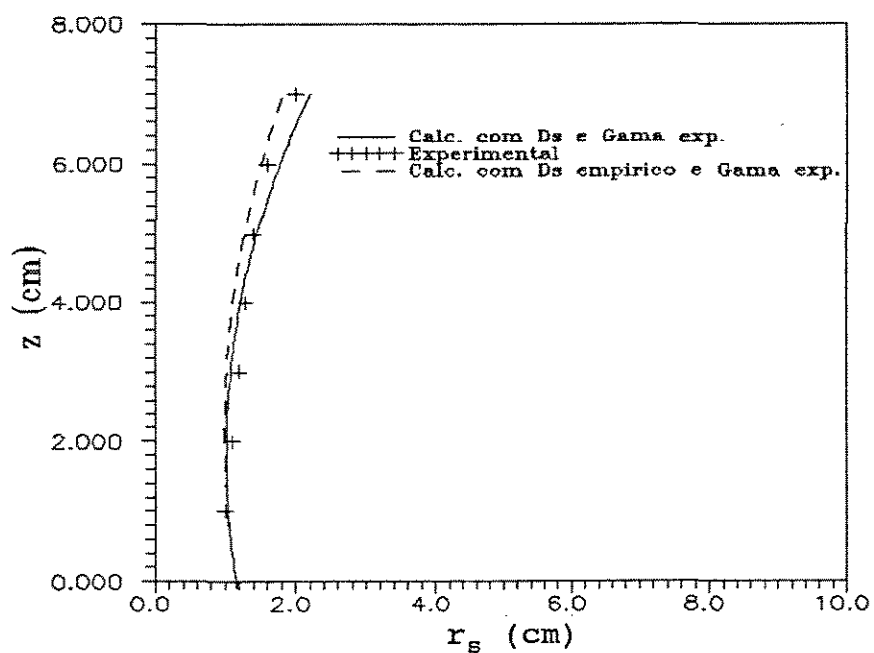
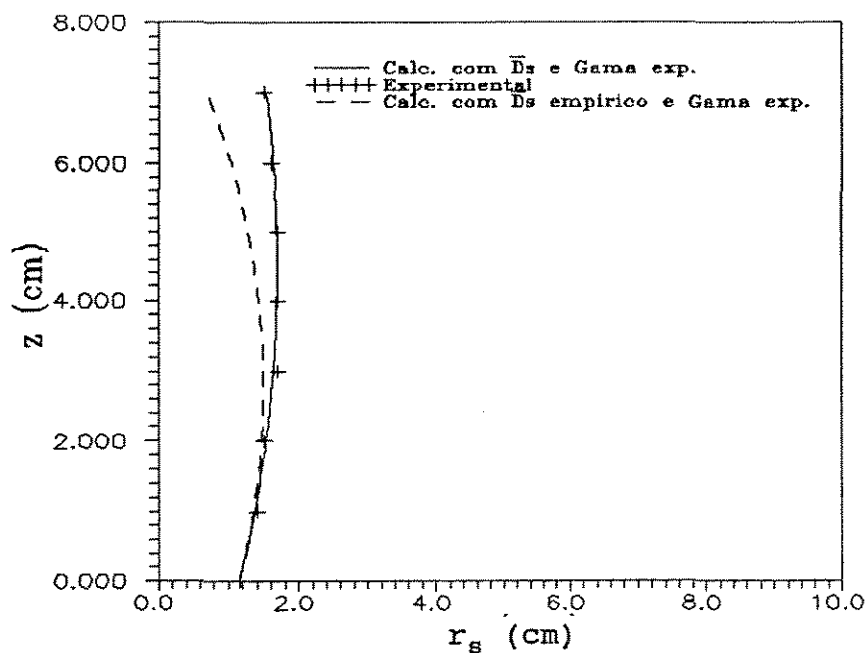
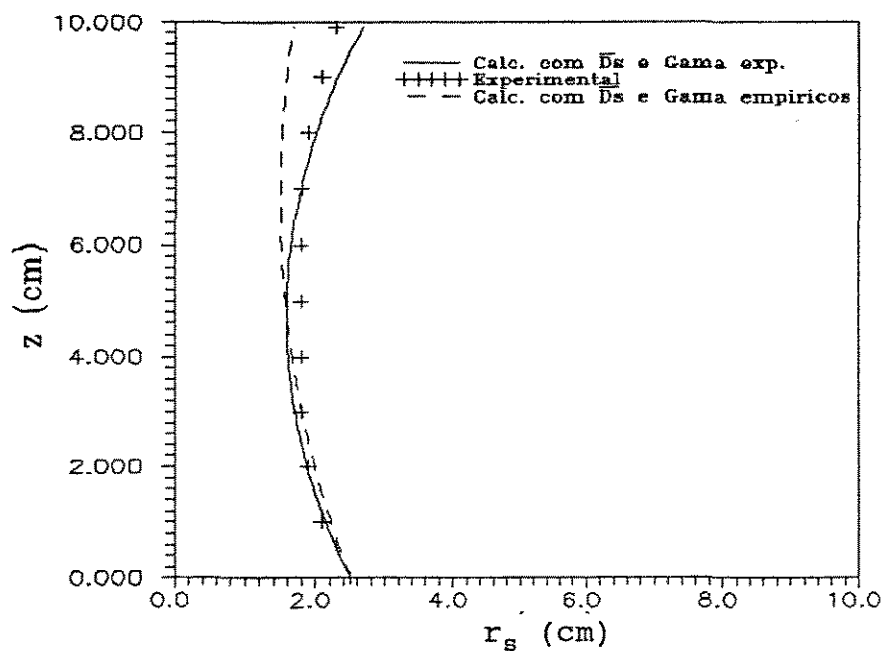
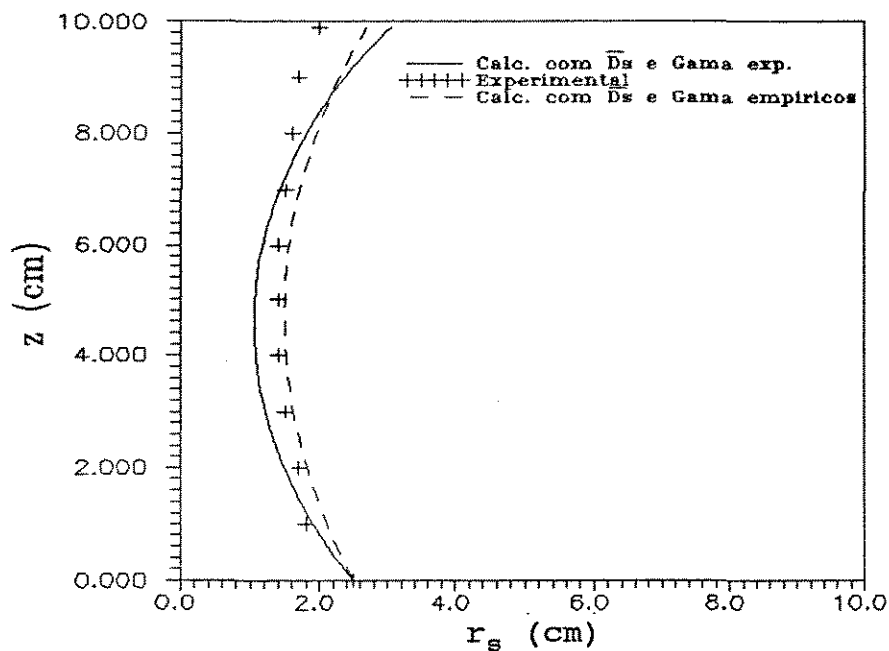
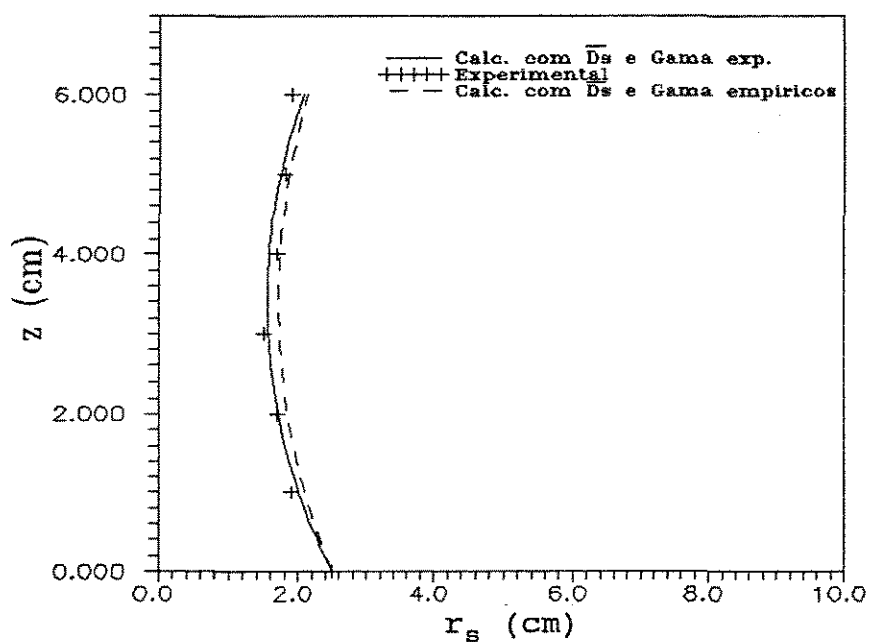


Figura 15 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 2 da Tabela 4

Figura 16 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 15 da Tabela 4Figura 17 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 19 da Tabela 4

Figura 18 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 20 da Tabela 4Figura 19 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 21 da Tabela 4

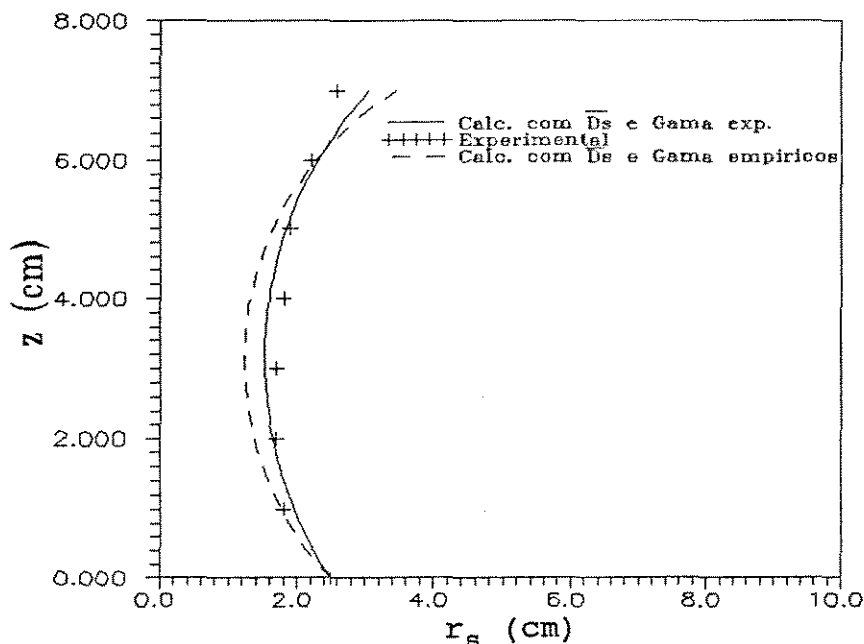


Figura 20 - Perfil de r_s x z para dados da corrida 25 da Tabela 4

Observando-se as formas do jorro apresentadas nas Figuras 14 à 20 e comparando com aquelas do Capítulo 2, na Figura 3, percebe-se que realmente há uma concordância com as formas (b) e (d), apesar da primeira ter sido geralmente observada em leitos cônico-cilíndricos.

A forma (e) da Figura 3 não foi observada experimentalmente em nenhuma ocasião neste trabalho, apesar de ter sido observada em leitos bi-dimensionais por outros pesquisadores.

A forma (a) da Figura 3 foi observada experimentalmente em algumas corridas realizadas.

O princípio da mínima ação de Hamilton, base para geração dos perfis de r_s x z , concorda plenamente com a análise feita por Mathur e Epstein (1974), com base nos dados da Tabela 1 e Figura 3, de que a forma do jorro não estaria relacionada de maneira simples à nenhuma variável. Na geração de r_s x z de acordo com as Equações (67) à (70), o perfil é dependente de uma série de parâmetros.

À respeito da contração ou expansão do jorro na entrada do leito obteve-se uma equação empírica, Equação (94), que pode prever

o comportamento observado experimentalmente. Analisando a correlação (94) verifica-se a influência de cada parâmetro sob γ .

Através da Equação (94) percebe-se que a altura do leito de partículas é proporcional a contração do jorro na entrada do leito e não o contrário, como concluiu Wolfram (1972). Ainda observando-se a mesma equação percebe-se que a velocidade de entrada do ar é proporcional a expansão da interface jorro-ânulo próximo a entrada do leito, e neste aspecto concorda com as observações feitas por Wolfram (1972).

Observando-se os desvios médios apresentados no Anexo C, percebe-se que para a maioria das corridas o perfil gerado pela simulação, com dados experimentais, é bem melhor que aqueles gerados com dados das equações empíricas (93) e (94), o que já era esperado em vista do desvio médio encontrado entre os valores de D_g e γ experimentais e calculados por estas equações.

As tabelas com os valores de r_g e z , necessários à geração das Figuras 14 à 20 são demonstradas no Anexo C, onde também calcula-se o desvio médio entre as duas curvas de cada figura acima, em relação aos pontos experimentais.

Também pode-se observar que o desvio médio das curvas geradas com dados das equações empíricas em relação à experimental é aproximadamente proporcional ao desvio médio de D_g calculado com equação empírica em relação àquele obtido experimentalmente. Esta análise permite dizer que o perfil da largura do jorro é bem mais sensível a largura média do jorro do que ao ângulo de expansão do jorro.

Os perfis obtidos de r_g x z por simulação com dados experimentais de $\bar{D}_g$ e γ apresentam um erro muito pequeno quando comparados aos perfis experimentais. Este fato é facilmente perceptível observando-se o Anexo C e as Figuras (14) à (20). A forma do jorro gerada por simulação pode se apresentar de maneira diferente dependendo das condições em que se forma o jorro. Para todas estas situações encontrou-se um pequeno desvio em relação à forma experimental. As formas mais complexas como a (c) e (e) da Figura 3 não foram observadas experimentalmente neste trabalho, e

portanto não é possível afirmar o quanto uma simulação, por meio das Equações (67) à (70), poderia reproduzir com sucesso o perfil experimental de r_g x z . À priori, observando-se a complexidade destas formas, parece difícil reproduzi-las com a modelagem matemática utilizada neste trabalho.

4.4 - Perfis Hidrodinâmicos

Resolvendo as equações diferenciais de balanço de massa e quantidade de movimento para o leito bi-dimensional, apresentadas no Capítulo 3, Equações (87) à (90), por Runge-Kutta de 4ª ordem, e com auxílio das equações empíricas de Lefroy e Davidson (1969) para cálculo de U_a e P , Equações (31) e (27), gera-se os perfis hidrodinâmicos apresentados a seguir.

Antes de apresentar os perfis convém esclarecer que para cálculo de U_{mf} utilizou-se a expressão de Richardson e Jerônimo (1979), abaixo indicada:

$$Re_{mf} = \left(25,7^2 + \frac{0,0365 \cdot \overline{D_p}^3 \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}{\mu^2} \right)^{0,5} - 25,7 \quad (95)$$

O conjunto de dados correspondentes às corridas 1, 2, 3 e 4 mostrados na Tabela 7 foram utilizados na obtenção dos perfis hidrodinâmicos, que são correspondentes respectivamente aos perfis da largura do jorro das Figuras 16, 17, 19 e 20.

Tabela 7 - Dados necessários à simulação hidrodinâmica

	Corrida 1	Corrida 2	Corrida 3	Corrida 4
Material	Esf. de vidro	Placebos	Placebos	Esf. de vidro
U_{so} (cm/s)	2940	1042	795	707
V_{si} (cm/s)	0	0	0	0
ϵ_{si}	1,0	1,0	1,0	1,0
H (cm)	7,00	10,00	6,00	7,00
ρ_p (g/cm ³)	2,65	0,76	0,76	2,65
ρ_f (g/cm ³)	0,001	0,001	0,001	0,001
U_{mf} (cm/s)	178	126	126	117
ϵ_{mf}	0,4	0,4	0,4	0,4
ϵ_a	0,44	0,44	0,44	0,44
g (cm/s ²)	981,0	981,0	981,0	981,0
D_p (cm)	0,380	0,649	0,649	0,200
D_c (cm)	20,00	30,00	30,00	30,00
D_i (cm)	2,3	5,0	5,0	5,0
H_m (cm)	9,0	18,7	18,7	10,0
D_s (cm)	3,11	3,86	3,60	3,86
γ (rad.)	0,24	-0,38	-0,54	-0,60

As Figuras (21) à (36) mostram os valores calculados dos perfis hidrodinâmicos considerando ou não variação da largura do jorro com a altura.

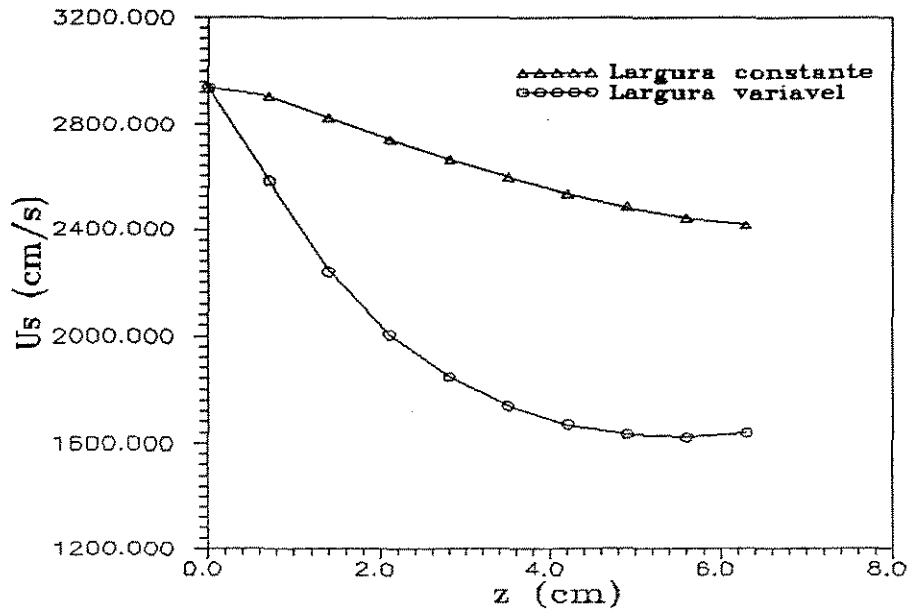


Figura 21 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7

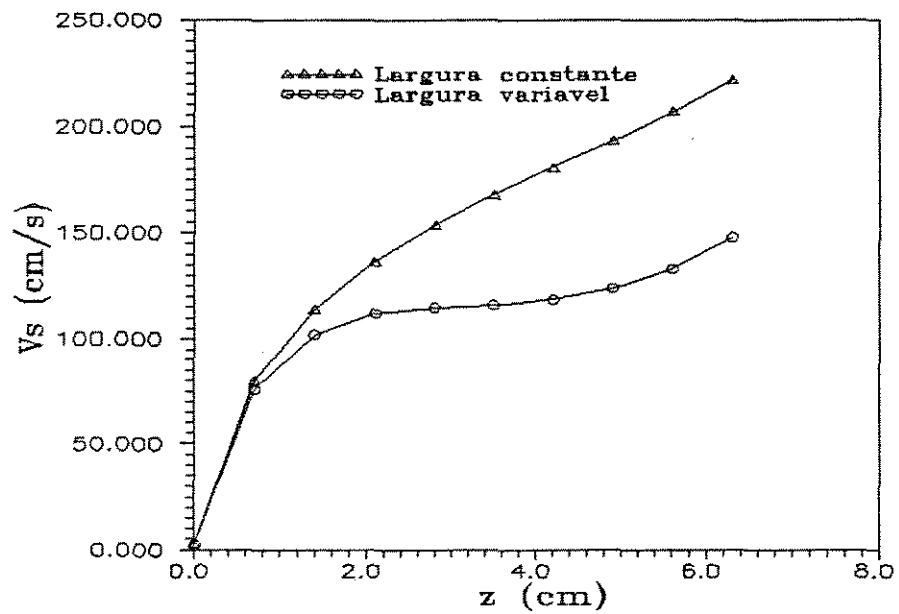


Figura 22 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7

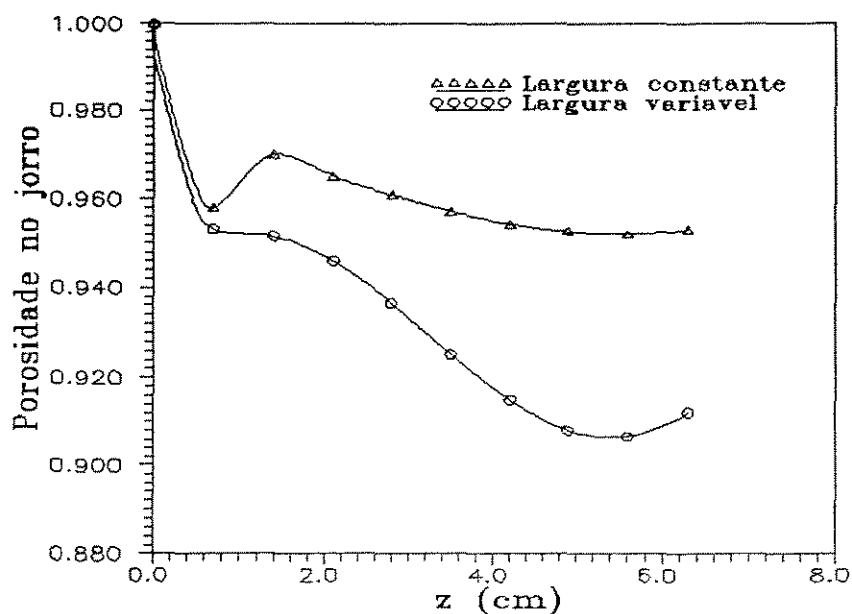


Figura 23 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 1/Tabela 7

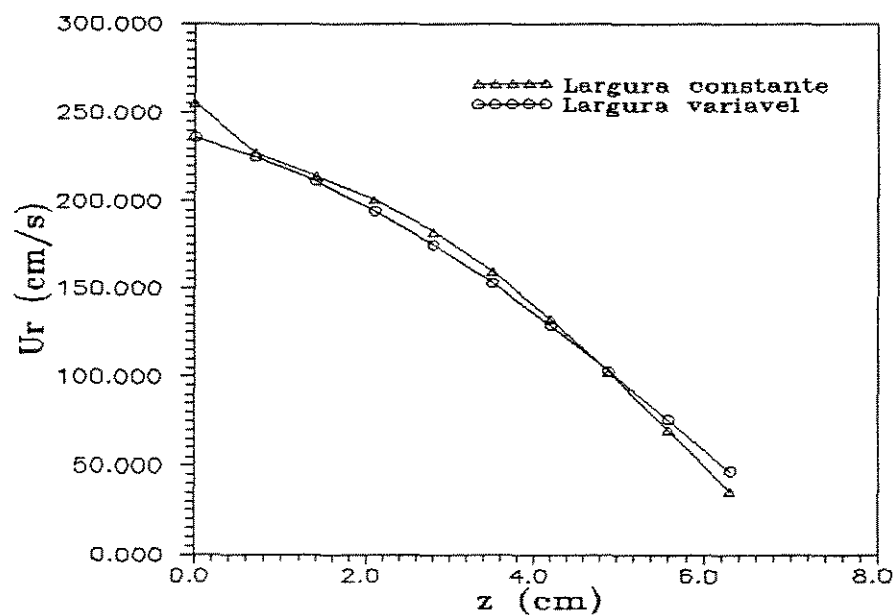


Figura 24 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 1/Tabela 7

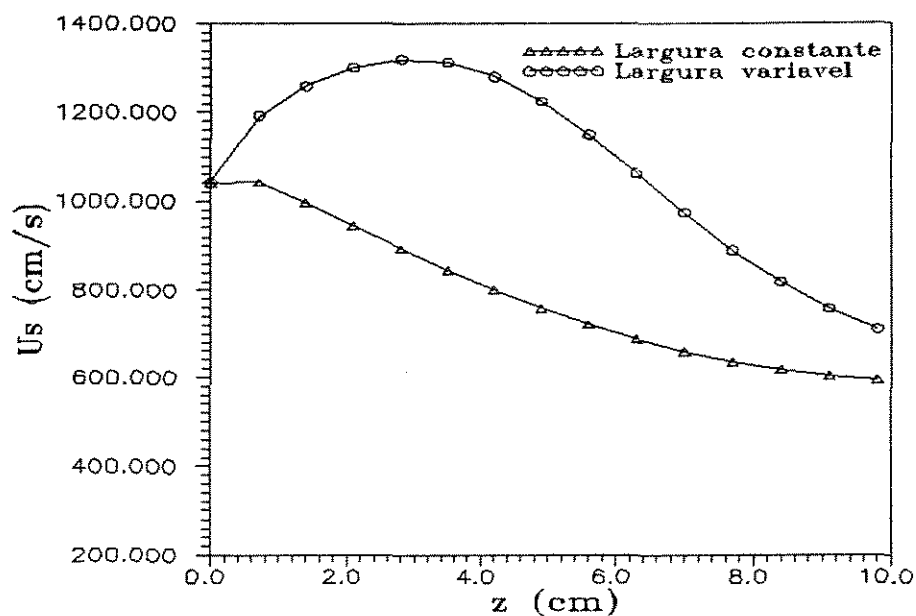


Figura 25 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7

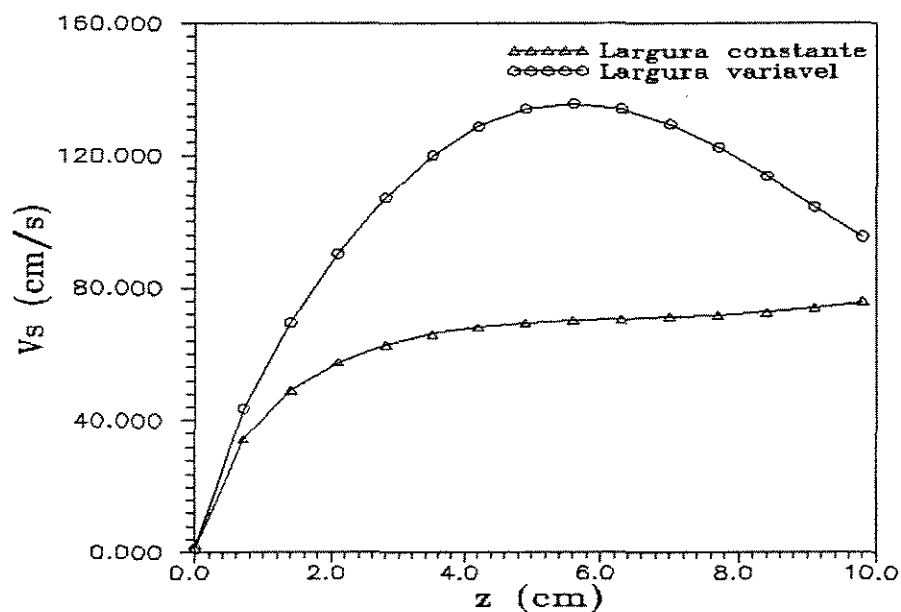


Figura 26 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7

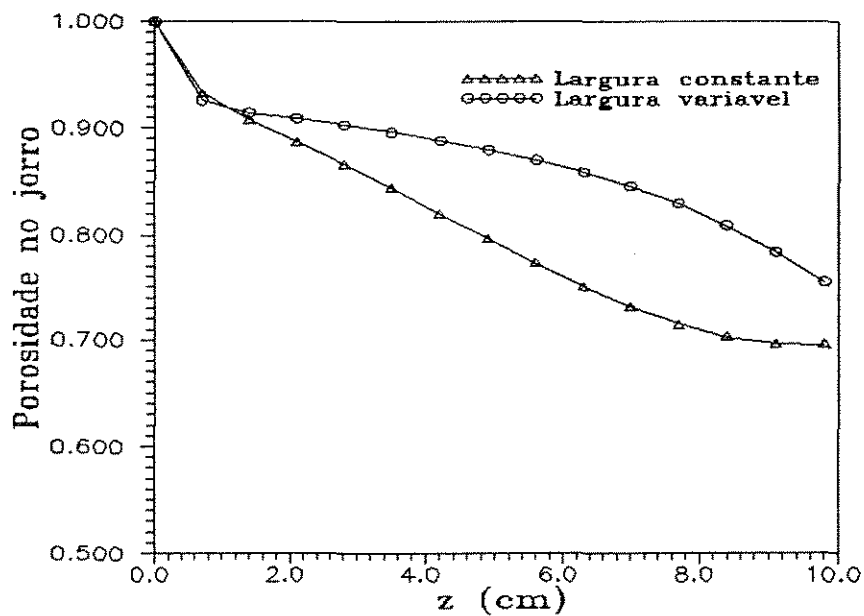


Figura 27 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 2/Tabela 7

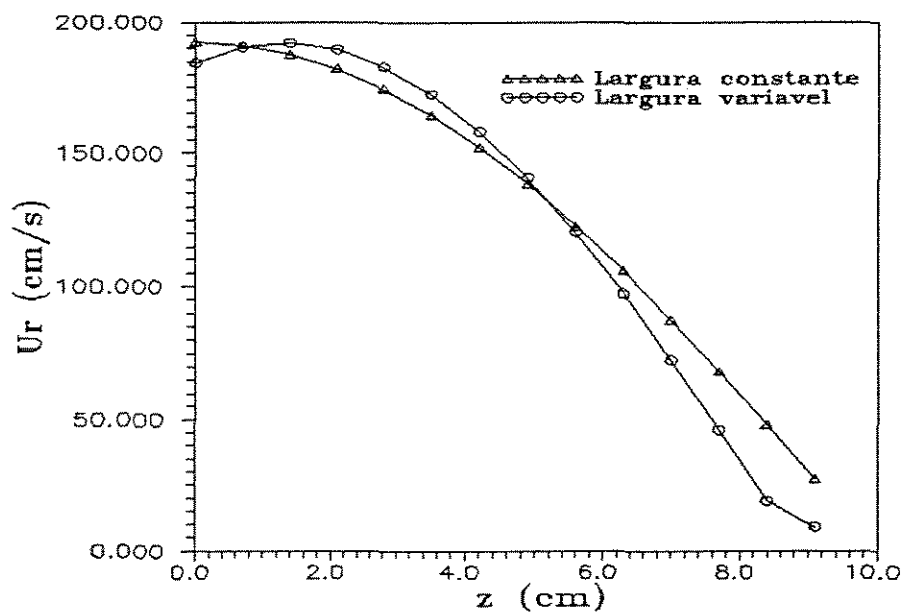


Figura 28 - Perfil de velocidade radial para dados da Corrida 2/Tabela 7

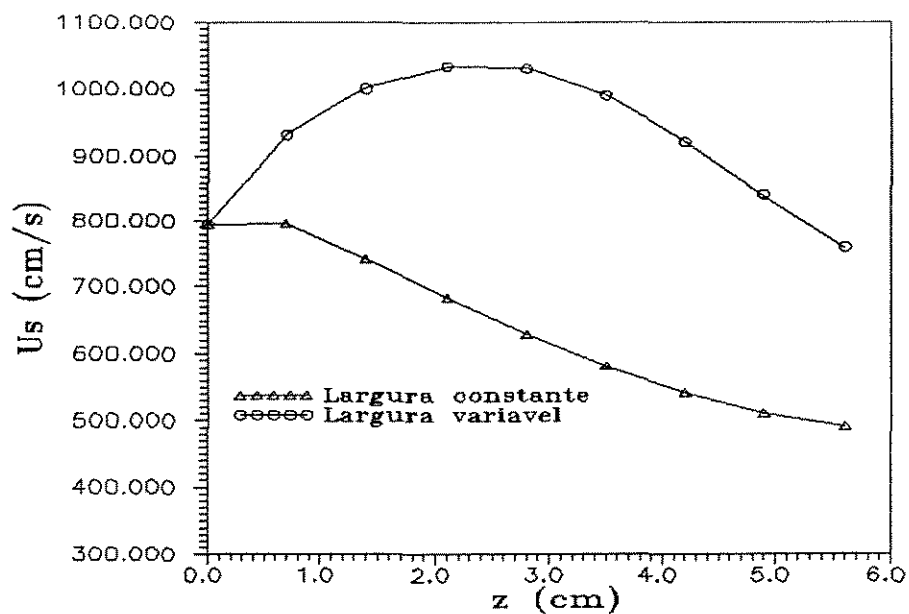


Figura 29 - Perfil de velocidade do fluido para dados da Corrida 3/Tabela 7

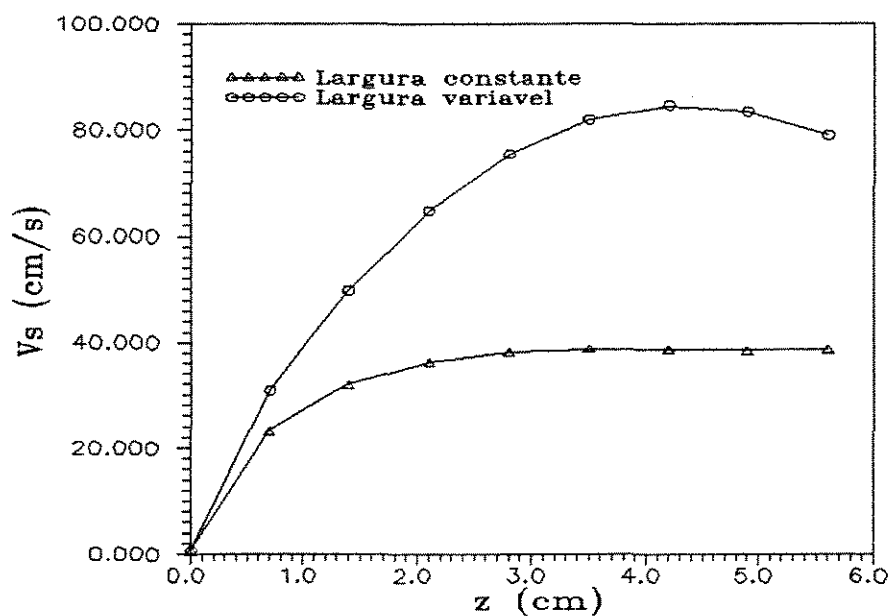


Figura 30 - Perfil de velocidade do sólido para dados da Corrida 3/Tabela 7

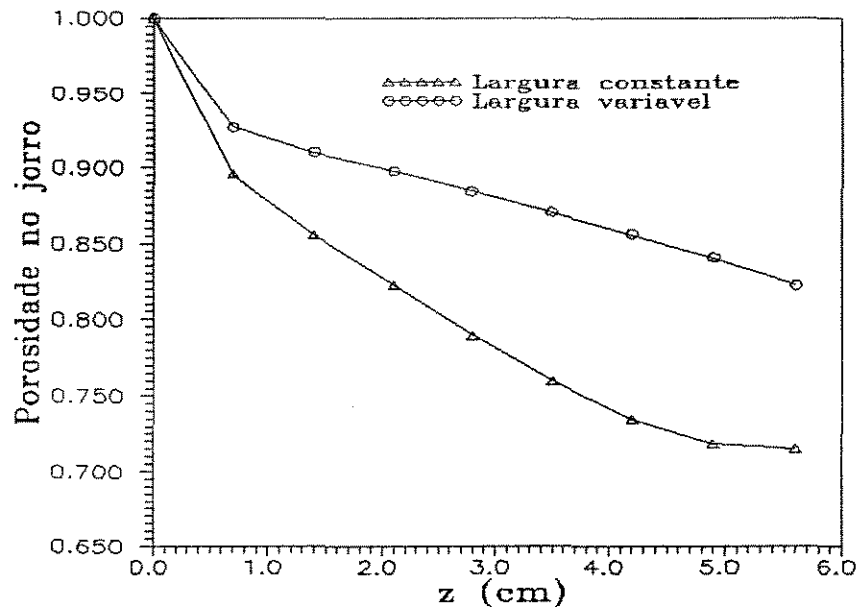


Figura 31 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 3/Tabela 7

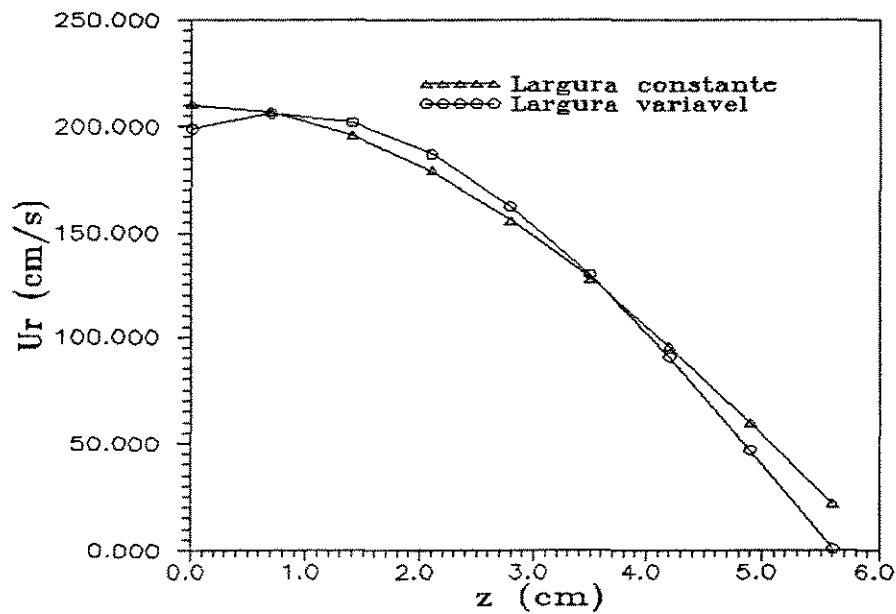


Figura 32 - Perfil de velocidade radial para dados da Corrida 3/Tabela 7

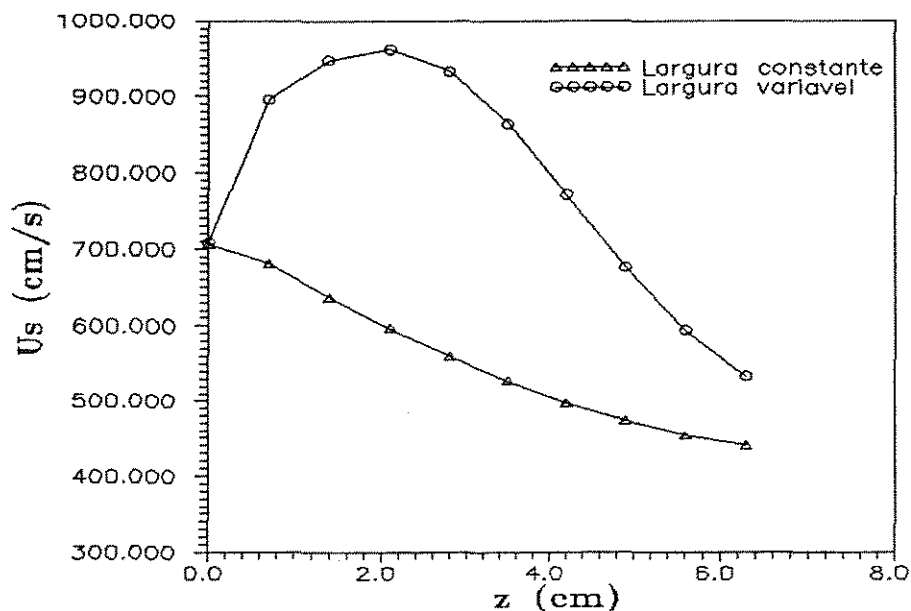


Figura 33 - Perfil de velocidade do fluido no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7

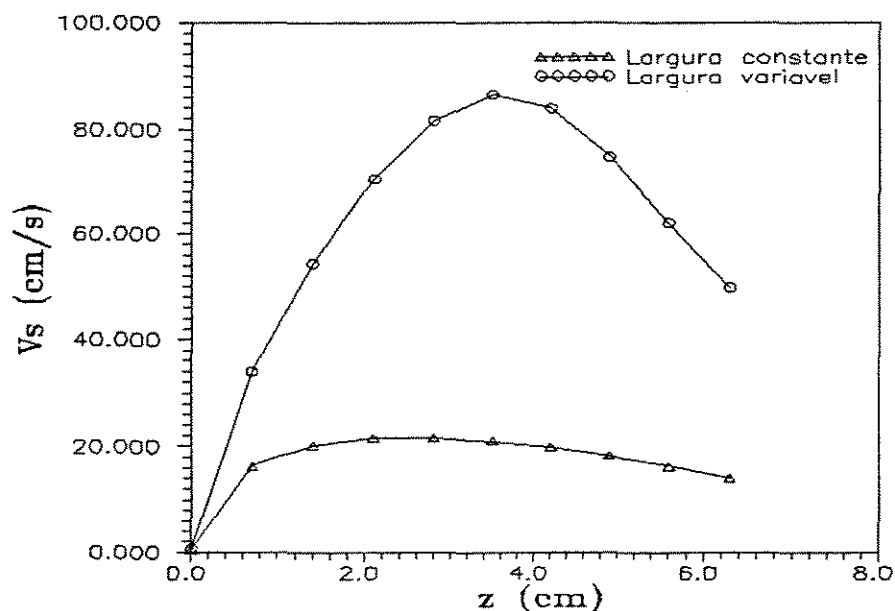


Figura 34 - Perfil de velocidade do sólido no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7

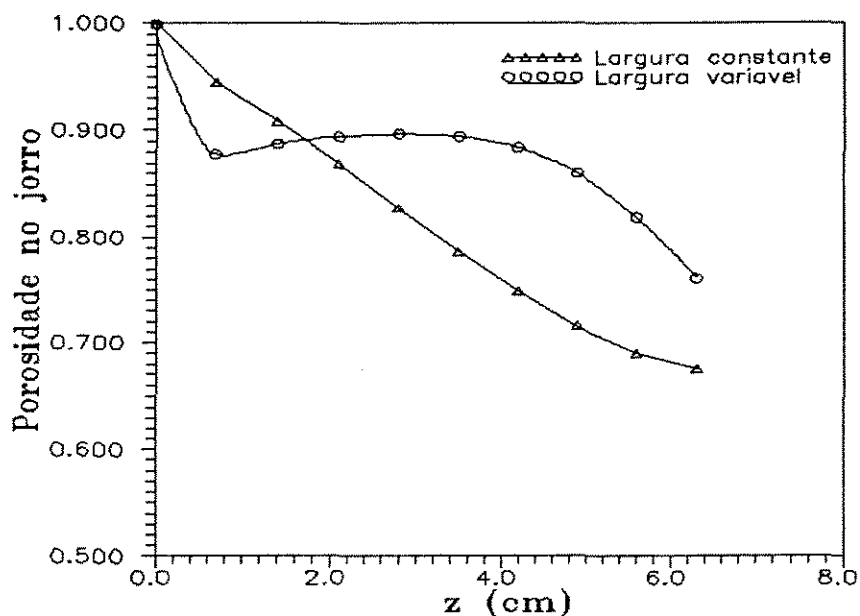


Figura 35 - Perfil de porosidade no jorro para dados da Corrida 4/Tabela 7

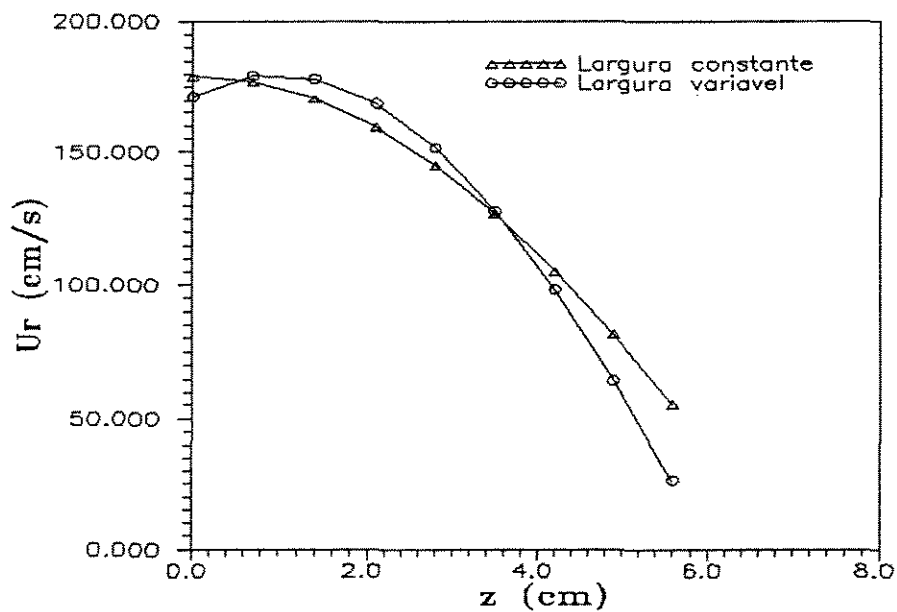


Figura 36 - Perfil de velocidade radial do fluido para dados da Corrida 4/Tabela 7

Observando-se os perfis de velocidade do fluido para largura do jorro variável, Figuras 25, 29 e 33, percebe-se que próximo a entrada até mais ou menos metade do leito, onde ocorre contração do jorro, a velocidade do fluido aumenta em relação à velocidade de entrada e somente da metade em diante do leito, onde ocorre expansão do jorro é que a velocidade do fluido começa a diminuir.

Obviamente o perfil de velocidade do sólido é dependente do movimento do fluido e do movimento cíclico das partículas no leito.

Os sólidos presentes na região anular descem em movimento lento e contrário ao do fluido e então quando entram no jorro encontram o fluido em alta velocidade que acelera as partículas até um certo ponto. Quando o jorro começa a expandir, e como já dito, a velocidade do fluido inicia uma queda, então a partir daí a velocidade das partículas também diminui e culmina sua queda na fonte, onde iguala-se a zero.

Mediante esta análise parece óbvio que quando ocorrer expansão do jorro, na entrada do leito, o perfil de velocidade do sólido e do fluido, comportar-se-á de maneira diferente de quando ocorrer contração.

Neste caso, observando-se as Figuras 16 e 21 percebe-se que na entrada, mesmo ocorrendo expansão do leito, e portanto a devendo cair a velocidade, a inclinação da curva é menos acentuada do que na região central, pois neste ponto atinge-se a máxima largura do jorro. Próximo ao final do leito o jorro volta a contrair e a queda da velocidade do fluido é mais lenta.

O perfil de velocidade do sólido, na Figura 22, para largura do jorro variável é completamente dependente da velocidade do fluido.

Ora, percebendo-se esta forte dependência dos perfis de velocidade do fluido e do sólido com a largura do jorro, então é natural que admitindo a largura do jorro constante nos modelos hidrodinâmicos incorre-se num grave erro.

Os grandes desvios médios entre as duas curvas de cada figura que apresenta o perfil de velocidade do fluido e do sólido comprovam esta análise.

Os desvios médios encontrados entre as curvas que representam os perfis hidrodinâmicos admitindo largura do jorro constante ou não, nas Figuras 21 à 36, são demonstrados no Anexo D, juntamente com os pontos que as geram.

O perfil de porosidade parece não ser muito dependente da forma do jorro, pois para ambos os perfis de largura do jorro, contração ou expansão na entrada e respectivamente expansão ou contração no final do leito, a porosidade comporta-se, de uma forma geral, do mesmo modo. No início do leito a porosidade cai abruptamente e alguns centímetros acima a inclinação da curva de queda da porosidade diminui; por algumas vezes a porosidade até mesmo chega a aumentar neste local. Próximo ao final do leito a porosidade volta a cair rapidamente, mas ainda assim num grau bem inferior àquele apresentado na entrada.

O pequeno desvio médio encontrado entre as curvas de porosidade, admitindo largura constante ou não, demonstra a fraca dependência da porosidade com a largura, no jorro.

A velocidade radial do fluido é ainda mais fracamente dependente da forma do jorro, conforme se observa nas Figuras 23, 28, 32 e 36. Em cada figura, as duas curvas que representam a velocidade radial do fluido, admitindo largura do jorro variável e constante, quase que se sobrepõe.

Os perfis hidrodinâmicos, principalmente os de velocidade do sólido e do fluido, são altamente dependentes da velocidade de mínima fluidização e da máxima altura de jorro estável.

A máxima altura de jorro estável foi obtida experimentalmente e a velocidade de mínima fluidização, como já citado, foi encontrada com a equação de Richardson e Jerônimo (1979).

Para testar a validade da equação de Richardson e Jerônimo (1979), calculou-se U_{mf} para um conjunto de dados para os quais dispunha-se do valor experimental da velocidade de mínima fluidização. Estes dados e valores de U_{mf} experimentais e calculados de acordo com algumas correlações empíricas são demonstrados na Tabela 8.

Tabela 8 - Comparação entre valores de U_{mf} experimentais e calculados com diferentes correlações empíricas.

Material		Semente de couve	Pedaços de Politenó	Ervilha	Desvio Médio %
$\bar{D}_p$ (cm)		0,174	0,35	0,90	
ρ_p (g/cm ³)		1,0	0,89	1,35	
ρ_f (g/cm ³)		0,001	0,001	0,001	
μ (g/cm.s)		$1,8 \times 10^{-4}$	$1,8 \times 10^{-4}$	$1,8 \times 10^{-4}$	
U_{mf} (cm/s)	Exp.	60	97	170	
	Ergun	63,83	89,65	188,22	
	Desvio %	5,99	8,20	9,68	7,96
	Ergun Modificado	56,45	96,21	214,07	
	Desvio %	6,28	0,82	20,56	9,22
	Thonglimp 2ª forma	59,39	99,38	219,0	
	Desvio %	1,03	2,40	22,37	8,60
	Richardson e Jerônimo	57,43	93,64	203,63	
	Desvio %	4,47	3,58	16,51	8,19

Observou-se que não somente a equação de Richardson e Jerônimo (1979), mas também a equação de Ergun (1952), de Ergun Modificada, e de Thonglimp (1981), 2ª forma, apresentavam um aumento sensível do erro com o aumento do diâmetro médio das partículas.

As equações acima referenciadas foram as que forneceram melhores resultados, dentre as disponíveis na literatura, e os desvios médios absolutos encontrados para os valores de U_{mf} ,

calculados por meio destas diferentes equações, em relação aos experimentais, foram muito próximos. Optou-se pela equação de Richardson e Jerônimo (1979), mas poder-se-ia escolher qualquer uma das outras citadas.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

À respeito do perfil de largura do jorro pode-se dizer que o princípio da mínima ação de Hamilton, cuja aplicabilidade ao caso da minimização do comprimento da interface jorro-ânulo foi desenvolvida por Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), fornece resultados muito bons. Deve-se ter em mente que esta foi a primeira modelagem teórica que forneceu resultados cujos desvios em relação aos experimentais são relativamente pequenos.

Ainda com relação à obtenção da variação da largura do jorro deve-se considerar na análise dos resultados a dificuldade de obtenção dos pontos experimentais de r_s x z e como consequência um erro experimental considerável.

A Equação (93) é a primeira correlação empírica desenvolvida para cálculo da largura média do jorro, leito bi-dimensional, que fornece resultados satisfatórios. A correlação empírica para cálculo de γ além de ser mais simples que o correspondente desenvolvimento de Krzywanski, Epstein e Bowen (1989), para cálculo desta variável, apresenta resultados melhores.

Os desvios inerentes ao ajuste das Equações (93) e (94) apesar de pequenos refletem-se grandemente nos perfis de r_s x z , obtidos de acordo com Equação (67).

O fato de considerar uma largura média do jorro constante nos modelos para cálculo das velocidades do fluido, velocidade do sólido e porosidade, no jorro, além da velocidade radial do fluido, realmente causa um erro grande na geração nestes perfis.

A impossibilidade de comparação dos perfis hidrodinâmicos gerados pela simulação com dados experimentais dificulta uma análise mais conclusiva sobre a modelagem utilizada.

Seguem algumas sugestões para próximos trabalhos:

Com a equação de Lefroy e Davidson (1969), é possível obter a queda de pressão total do gás no leito de partículas, que ao ser comparada com a queda de pressão total obtida experimentalmente em um leito bi-dimensional poderia dar uma idéia da validade desta equação quando aplicada a leitos com esta geometria.

Uma implementação do desenvolvimento de Mamuro-Hattori (1968), utilizando D_g variável com a altura, e fazendo-se um balanço de massa do fluido num elemento de volume da região anular de um leito bi-dimensional ao invés de um leito cônico-cilíndrico, poder-se-ia obter uma equação melhor que a equação de Lefroy e Davidson (1969), para cálculo de U_a e P , para um leito bi-dimensional.

A verificação dos modelos hidrodinâmicos poderia ser feita através da medida destes perfis via experimental. Os pouquíssimos perfis hidrodinâmicos experimentais existentes na literatura antecipam a dificuldade desta verificação.

As Equações (93) e (94) poderiam ter sido apresentadas de uma forma mais elegante por adimensionalização das variáveis dependentes e independentes.

Uma análise do efeito da variação da largura do jorro na transferência de calor gás-partícula em um leito de jorro bi-dimensional poderia ser feita verificando a influência da velocidade relativa, $(U_g - V_g)$, admitindo largura do jorro variável, sobre o número de Reynolds, e portanto, em última análise, sobre o número de Nusselt.

ANEXO A

Tabela A1 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 1 da Tabela 4

Material: Placebos								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,649 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 2089 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,0	0,9	1,0	1,1	1,1	1,3	1,9

Tabela A2 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 2 da Tabela 4

Material: Placebos								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,649 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 3132 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	2,0

Tabela A3 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 3 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro						
D_c : 20,00 cm						
D_i : 2,30 cm						
θ_w : 0,7854 radianos						
$\bar{D}_p$: 0,200 cm						
H : 5,00 cm						
U_{so} : 1216 cm/s						
Corrida						
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
r_s (cm)	1,15	1,1	1,1	1,2	1,3	1,6

Tabela A4 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 4 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,200 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 1235 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,0	0,9	1,0	1,0	1,2	1,4	1,8

Tabela A5 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 5 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,200 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 1827 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,9

Tabela A6 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 6 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 2725 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	1,9	2,1

Tabela A7 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 7 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 1689 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,2	1,4	1,4	1,4	1,5	1,6

Tabela A8 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 8 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro						
D_c : 20,00 cm						
D_i : 2,30 cm						
θ_w : 0,7854 radianos						
$\bar{D}_p$: 0,380 cm						
H : 5,00 cm						
U_{so} : 1673 cm/s						
Corrida						
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,2	1,2	1,4	1,5

Tabela A9 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 9 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro						
D_c : 20,00 cm						
D_i : 2,30 cm						
θ_w : 0,7854 radianos						
$\bar{D}_p$: 0,380 cm						
H : 5,00 cm						
U_{so} : 1222 cm/s						
Corrida						
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
r_s (cm)	1,15	1,0	1,0	1,1	1,1	1,3

Tabela A10 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 10 da Tabela 4

Material: Placebos									
D_c : 20,00 cm									
D_i : 2,30 cm									
θ_w : 0,5167 radianos									
$\bar{D}_p$: 0,649 cm									
H : 8,00 cm									
U_{so} : 1849 cm/s									
Corrida									
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
r_s (cm)	1,15	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,9	2,0	2,1

Tabela A11 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 11 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 20,00 cm												
D_i : 2,30 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,200 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 2200 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,0	2,0

Tabela A12 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 12 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 20,00 cm												
D_i : 2,30 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,200 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 2909 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	1,15	1,4	1,5	1,7	1,8	2,0	2,3	2,5	2,7	2,8	3,0	3,0

Tabela A13 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 13 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro									
D_c : 20,00 cm									
D_i : 2,30 cm									
θ_w : 0,5167 radianos									
$\bar{D}_p$: 0,200 cm									
H : 8,00 cm									
U_{so} : 1537 cm/s									
Corrida									
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9

Tabela A14 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 14 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro									
D_c : 20,00 cm									
D_i : 2,30 cm									
θ_w : 0,5167 radianos									
$\bar{D}_p$: 0,200 cm									
H : 8,00 cm									
U_{so} : 2255 cm/s									
Corrida									
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,5	1,7	1,8	1,9	1,9	1,9	1,8

Tabela A15 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 15 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,5167 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 2940 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,4	1,5	1,7	1,7	1,7	1,6	1,5

Tabela A16 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 16 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 20,00 cm								
D_i : 2,30 cm								
θ_w : 0,5167 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 1802 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7

Tabela A17 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 17 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro										
D_c : 20,00 cm										
D_i : 2,30 cm										
θ_w : 0,5167 radianos										
$\bar{D}_p$: 0,380 cm										
H : 9,00 cm										
U_{so} : 2360 cm/s										
Corrida										
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
r_s (cm)	1,15	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

Tabela A18 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 18 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro										
D_c : 20,00 cm										
D_i : 2,30 cm										
θ_w : 0,5167 radianos										
$\bar{D}_p$: 0,380 cm										
H : 9,00 cm										
U_{so} : 2945 cm/s										
Corrida										
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
r_s (cm)	1,15	1,4	1,6	1,8	1,9	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0

Tabela A19 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 19 da Tabela 4

Material: Placebos											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,649 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 1042 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	2,1	1,9	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,9	2,1	2,3

Tabela A20 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 20 da Tabela 4

Material: Placebos											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,649 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 853 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,8	1,7	1,5	1,4	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7	2,0

Tabela A21 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 21 da Tabela 4

Material: Placebos							
D_c : 30,00 cm							
D_i : 5,00 cm							
θ_w : 0,7854 radianos							
$\bar{D}_p$: 0,649 cm							
H : 6,00 cm							
U_{so} : 795 cm/s							
Corrida							
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,7	1,5	1,7	1,8	1,9

Tabela A22 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 22 da Tabela 4

Material: Placebos							
D_c : 30,00 cm							
D_i : 5,00 cm							
θ_w : 0,7854 radianos							
$\bar{D}_p$: 0,649 cm							
H : 6,00 cm							
U_{so} : 1045 cm/s							
Corrida							
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
r_s (cm)	2,50	2,1	1,9	1,8	1,8	2,0	2,2

Tabela A23 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 23 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,200 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 1007 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	2,4

Tabela A24 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 24 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,200 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 778 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,8	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,5

Tabela A25 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 25 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,200 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 707 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	1,8	1,7	1,7	1,8	1,9	2,2	2,6

Tabela A26 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 26 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,200 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 575 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	1,7	1,6	1,6	1,6	1,8	1,9	2,1

Tabela A27 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 27 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,380 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 900 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,8	1,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,5

Tabela A28 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 28 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,7854 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,380 cm											
H : 10,00 cm											
U_{so} : 1111 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,7	1,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,5

Tabela A29 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 29 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 1085 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	2,0	1,8	1,8	1,8	1,9	2,2	2,5

Tabela A30 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 30 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,7854 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,380 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 829 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,6	1,5	1,5	1,6	1,8	2,1

Tabela A31 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 31 da Tabela 4

Material: Placebos								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,5167 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,649 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 845 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2

Tabela A32 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 32 da Tabela 4

Material: Placebos								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,5167 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,649 cm								
H: 7,00 cm								
U_{so} : 1087 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,4	2,5

Tabela A33 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_g$ e γ da Corrida 33 da Tabela 4

Material: Placebos											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,5167 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,649 cm											
H: 10,00 cm											
U_{so} : 1109 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8

Tabela A34 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_g$ e γ da Corrida 34 da Tabela 4

Material: Placebos											
D_c : 30,00 cm											
D_i : 5,00 cm											
θ_w : 0,5167 radianos											
$\bar{D}_p$: 0,649 cm											
H: 10,00 cm											
U_{so} : 830 cm/s											
Corrida											
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
r_s (cm)	2,50	1,9	1,9	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,2	2,3	2,5

Tabela A35 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_B$ e γ da Corrida 35 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 30,00 cm												
D_i : 5,00 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,200 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 1013 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	2,50	1,5	1,5	1,7	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,5	2,5

Tabela A36 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 36 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 30,00 cm												
D_i : 5,00 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,200 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 857 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	2,50	1,1	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2

Tabela A37 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 37 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro								
D_c : 30,00 cm								
D_i : 5,00 cm								
θ_w : 0,5167 radianos								
$\bar{D}_p$: 0,200 cm								
H : 7,00 cm								
U_{so} : 576 cm/s								
Corrida								
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
r_s (cm)	2,50	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1

Tabela A38 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 38 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro									
D_c : 30,00 cm									
D_i : 5,00 cm									
θ_w : 0,5167 radianos									
$\bar{D}_p$: 0,380 cm									
H : 8,00 cm									
U_{so} : 1085 cm/s									
Corrida									
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
r_s (cm)	2,50	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3

Tabela A39 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 39 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro									
D_c : 30,00 cm									
D_i : 5,00 cm									
θ_w : 0,5167 radianos									
$\bar{D}_p$: 0,380 cm									
H: 8,00 cm									
U_{so} : 803 cm/s									
Corrida									
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
r_s (cm)	2,50	1,2	1,2	1,3	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0

Tabela A40 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 40 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 30,00 cm												
D_i : 5,00 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,380 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 852 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	2,50	1,3	1,3	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3

Tabela A41 - Dados necessários ao cálculo de $\bar{D}_s$ e γ da Corrida 41 da Tabela 4

Material: Esferas de vidro												
D_c : 30,00 cm												
D_i : 5,00 cm												
θ_w : 0,5167 radianos												
$\bar{D}_p$: 0,380 cm												
H: 11,00 cm												
U_{so} : 1215 cm/s												
Corrida												
z (cm)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
r_s (cm)	2,50	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,0	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6

ANEXO B

Cálculo do erro das variáveis envolvidas para estimativa de $\bar{D}_g$ e γ e dos próprios erros da largura do jorro e do ângulo de expansão do jorro para Corrida 1 da Tabela 4.

Calculando a integral da Equação (55), com erro, por Simpson, para o intervalo de 0 à 1 cm de altura:

$$\begin{aligned} \int_0^1 r_s \cdot dz \pm \text{erro} \int_0^1 r_s \cdot dz = & [(r_s|_{z=1} \pm \text{error}_s|_{z=1}) \cdot (1,00 \pm 0,05)] \\ & + \frac{[(r_s|_{z=0} \pm \text{error}_s|_{z=0}) - (r_s|_{z=1} \pm \text{error}_s|_{z=1})] \cdot (1,00 \pm 0,05)}{2} \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

Para a Corrida 1:

$$\begin{aligned} & [(1,00 \pm 0,05) \cdot (1,0 \pm 0,1)] + \\ & \{ [(1,150 \pm 0,025) (1,0 \pm 0,1)] \cdot (1,00 \pm 0,05) / 2 \} = \\ & = (1,0 \pm 0,2) + [(0,15 \pm 0,125) \cdot (1,00 \pm 0,05)] / 2 = \\ & = (1,0 \pm 0,2) + (0,075 \pm 0,066) = (1,1 \pm 0,3) \end{aligned}$$

logo:

$$\left(\int_0^1 r_s \cdot dz \pm \text{erro} \int_0^1 r_s \cdot dz \right) = (1,1 \pm 0,3)$$

Assumindo $\pm 0,3$ como sendo o erro para cada intervalo de integração de 1 cm e seguindo a Equação (B2) encontra-se o valor total da integral da Equação (55):

$$\int_0^H r_s \cdot dz \pm \text{erro} \int_0^H r_s \cdot dz = \quad (B2)$$

$$(\int_0^1 r_s \cdot dz \pm 0,3) + (\int_1^2 r_s \cdot dz \pm 0,3) + \dots + (\int_{(H-1)}^H r_s \cdot dz \pm 0,3)$$

logo, aplicando a Equação (B2) a Corrida 1 da Tabela 4 tem-se:

$$\left(\int_0^H r_s \cdot dz \pm \text{erro} \int_0^H r_s \cdot dz \right) = (8,0 \pm 2,1)$$

Através da Equação (B3) calcula-se $\bar{D}_s$ com propagação de erros:

$$\bar{D}_s \pm \text{erro} \bar{D}_s = \frac{\int_0^H r_s \cdot dz}{H} \pm \left[\frac{H \cdot (\text{erro} \int_0^H r_s \cdot dz) + \int_0^H r_s \cdot dz \cdot (\text{erro} H)}{H^2 - \text{erro} H^2} \right] \quad (B3)$$

Sabendo que $(H \pm \text{erro} H) = (7,00 \pm 0,05)$ para a corrida 1 então tem-se:

$$\bar{D}_s \pm \text{erro} \bar{D}_s = (2,3 \pm 0,6)$$

O cálculo de γ com erro propagado deve ser feito com a Equação (B4):

$$\gamma \pm \text{erro} \gamma = \tan^{-1} \left(\frac{r_s|_{z=1} - r_s|_{z=0}}{1,00 \pm 0,05} \right) \quad (B4)$$

$$\pm \tan^{-1} \left(\frac{1,00 \cdot (\text{error}_s|_{z=1} + \text{error}_s|_{z=0}) + (r_s|_{z=1} - r_s|_{z=0}) \cdot 0,05}{1,00^2 - 0,05^2} \right)$$

Sabendo que para a Corrida 1, $(r_s \pm \text{error}_s)|_{z=0} = (1,150 \pm 0,025)$ e $(r_s \pm \text{error}_s)|_{z=1} = (1,00 \pm 0,05)$ tem-se portanto:

$$\gamma \pm \text{erro} \gamma = (-0,15 \pm 0,07)$$

O cálculo de $(H/\bar{D}_p)$ com erro propagado deve seguir a Equação (B5):

$$\frac{H}{\bar{D}_p} \pm \text{erro} \left(\frac{H}{\bar{D}_p} \right) = \frac{H}{\bar{D}_p} \pm \left(\frac{\bar{D}_p \cdot \text{erro} H + H \cdot \text{erro} \bar{D}_p}{\bar{D}_p^2 - \text{erro} \bar{D}_p^2} \right) \quad (\text{B5})$$

Sabendo que para a Corrida 1, $(H \pm \text{erro} H) = (7,00 \pm 0,05)$ e que $(\bar{D}_p \pm \text{erro} \bar{D}_p) = (0,649 \pm 0,005)$ então:

$$\frac{H}{\bar{D}_p} \pm \text{erro} \left(\frac{H}{\bar{D}_p} \right) = (10,8 \pm 0,2)$$

Para cálculo de (D_c/D_i) com erro propagado segue-se a Equação (B6):

$$\frac{D_c}{D_i} \pm \text{erro} \left(\frac{D_c}{D_i} \right) = \frac{D_c}{D_i} \pm \left(\frac{D_i \cdot \text{erro} D_c + D_c \cdot \text{erro} D_i}{D_i^2 - \text{erro} D_i^2} \right) \quad (\text{B6})$$

Sabendo que para a Corrida 1, $(D_c \pm \text{erro} D_c) = (20,00 \pm 0,05)$ e que $(D_i \pm \text{erro} D_i) = (2,30 \pm 0,05)$ então:

$$\frac{D_c}{D_i} \pm erro\left(\frac{D_c}{D_i}\right) = (8,70 \pm 0,21)$$

ANEXO C

Tabela C1 - Pontos de r_s x z da Figura 14 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s exp. e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s emp. e γ exp.	Desvio %
0,00	1,15	1,15	0,00	1,15	1,15	0,00
1,00	1,0	1,03	-2,91	1,0	1,04	-4,00
2,00	0,9	0,98	-8,67	0,9	1,03	-14,44
3,00	1,0	0,99	1,2	1,0	1,10	-10,00
4,00	1,1	1,06	3,64	1,1	1,26	-14,54
5,00	1,1	1,20	-9,09	1,1	1,52	-38,18
6,00	1,3	1,40	-8,46	1,3	1,88	-44,62
7,00	1,9	1,68	11,58	1,9	2,35	-23,68
Desvio médio (%)			5,69	18,68		

Tabela C2 - Pontos de r_s x z da Figura 15 do Capítulo 4

z (cm)	r_s Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s exp. e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s emp. γ exp.	Desvio %
0,00	1,15	1,15	0,00	1,15	1,15	0,00
1,00	1,0	1,04	-4,00	1,0	1,03	-3,00
2,00	1,1	1,02	7,27	1,1	0,99	10,09
3,00	1,2	1,08	10,00	1,2	1,01	15,83
4,00	1,3	1,22	6,15	1,3	1,11	14,61
5,00	1,4	1,45	-3,45	1,4	1,27	9,29
6,00	1,6	1,78	-11,25	1,6	1,51	5,62
7,00	2,0	2,20	-10,00	2,0	1,82	9,00
Desvio médio (%)			6,52	8,43		

Tabela C3 - Pontos de r_s x z da Figura 16 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s exp. e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s emp. e γ exp.	Desvio %
0,00	1,15	1,15	0,00	1,15	1,15	0,00
1,00	1,4	1,37	2,14	1,4	1,35	-3,57
2,00	1,5	1,53	-2,00	1,5	1,46	2,67
3,00	1,7	1,63	4,12	1,7	1,48	12,94
4,00	1,7	1,68	1,18	1,7	1,42	16,47
5,00	1,7	1,68	1,18	1,7	1,27	25,29
6,00	1,6	1,63	-1,88	1,6	1,03	35,62
7,00	1,5	1,52	-1,33	1,5	0,70	53,53
Desvio médio (%)			1,73	18,76		

Tabela C4 - Pontos de r_s x z da Figura 17 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s e γ emp.	Desvio %
0,00	2,50	2,50	0,00	2,50	2,50	0,00
1,00	2,1	1,15	-2,38	2,1	2,22	-5,71
2,00	1,9	1,89	0,53	1,9	2,00	-5,26
3,00	1,8	1,71	5,00	1,8	1,81	-0,55
4,00	1,8	1,61	10,56	1,8	1,67	7,22
5,00	1,8	1,59	11,67	1,8	1,57	12,78
6,00	1,8	1,66	7,78	1,8	1,51	16,11
7,00	1,8	1,80	0,00	1,8	1,50	16,67
8,00	1,9	2,02	-6,32	1,9	1,52	20,00
9,00	2,1	2,33	-10,95	2,1	1,59	24,29
10,00	2,3	2,69	-16,96	2,3	1,69	26,52
Desvio médio (%)			6,56	12,28		

Tabela C5 - Pontos de r_s x z da Figura 18 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s e γ emp.	Desvio %
0,00	2,50	2,50	0,00	2,50	2,50	0,00
1,00	1,8	1,90	-5,56	1,8	2,11	-17,22
2,00	1,7	1,48	12,94	1,7	1,82	-7,06
3,00	1,5	1,21	19,33	1,5	1,62	-8,00
4,00	1,4	1,07	23,57	1,4	1,51	-7,86
5,00	1,4	1,06	24,28	1,4	1,49	-6,43
6,00	1,4	1,18	15,71	1,4	1,56	11,43
7,00	1,5	1,42	5,33	1,5	1,71	-14,00
8,00	1,6	1,81	-13,12	1,6	1,95	-21,88
9,00	1,7	2,37	-39,41	1,7	2,29	-34,71
10,00	2,0	3,05	-52,50	2,0	2,69	-34,50
Desvio médio (%)			19,25	14,82		

Tabela C6 - Pontos de r_s x z da Figura 19 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s exp. e γ exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s emp. e γ exp.	Desvio %
0,00	2,50	2,50	0,00	2,50	2,50	0,00
1,00	1,9	2,01	-5,79	1,9	2,10	-10,53
2,00	1,7	1,71	-0,59	1,7	1,84	-8,24
3,00	1,5	1,57	-4,67	1,5	1,72	-14,67
4,00	1,7	1,58	7,06	1,7	1,73	-1,76
5,00	1,8	1,74	3,33	1,8	1,87	-3,89
6,00	1,9	2,07	-8,95	1,9	2,14	-12,63
Desvio médio (%)			4,34	7,39		

Tabela C7 - Pontos de r_s x z da Figura 20 do Capítulo 4

z (cm)	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s exp. e y exp.	Desvio %	r_s (cm) Exp.	r_s (cm) Calc. com D_s emp. e y exp.	Desvio %
0,00	2,50	2,50	0,00	2,50	2,50	0,00
1,00	1,8	1,96	-8,89	1,8	1,77	1,67
2,00	1,7	1,65	2,94	1,7	1,38	18,82
3,00	1,7	1,53	10,00	1,7	1,24	27,06
4,00	1,8	1,59	11,67	1,8	1,32	26,67
5,00	1,9	1,84	3,16	1,9	1,65	13,16
6,00	2,2	2,31	-5,00	2,2	2,28	-3,64
7,00	2,6	3,06	-17,69	2,6	3,46	-33,08
Desvio médio (%)			7,42	15,52		

ANEXO D

Tabela D1 - Pontos de U_s x z da Figura 21 do Capítulo 4

z (cm)	U_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	2940,1	2939,9	0,007
0,7	2908,7	2582,4	11,2
1,4	2824,6	2241,6	20,6
2,1	2741,6	2006,8	26,8
2,8	2663,9	1846,7	30,7
3,5	2593,6	1739,0	33,0
4,2	2532,3	1670,2	34,0
4,9	2481,4	1632,3	34,2
5,6	2441,9	1621,6	33,6
6,3	2414,6	1637,8	32,2
Desvio médio %			25,6

Tabela D2 - Pontos de V_s x z da Figura 22 do Capítulo 4

z (cm)	V_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	2,4	2,2	8,3
0,7	80,1	75,7	5,5
1,4	114,3	102,1	10,7
2,1	136,8	112,2	18,0
2,8	153,7	114,9	25,2
3,5	167,9	116,1	30,9
4,2	180,8	118,7	34,3
4,9	193,4	123,9	35,9
5,6	206,8	133,0	35,7
6,3	221,8	147,8	33,3
Desvio médio %			23,8

Tabela D3 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 23 do Capítulo 4

z (cm)	ϵ_s		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,9999	0,9998	0,01
0,7	0,9759	0,9531	2,3
1,4	0,9700	0,9515	1,8
2,1	0,9652	0,9460	2,0
2,8	0,9609	0,9365	2,5
3,5	0,9572	0,9252	3,3
4,2	0,9543	0,9150	4,1
4,9	0,9526	0,9081	4,7
5,6	0,9521	0,9067	4,8
6,3	0,9530	0,9122	4,3
Desvio médio %			3,0

Tabela D4 - Pontos de U_r x z da Figura 24 do Capítulo 4

z (cm)	U_r (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	255,5	236,3	-4,8
0,7	222,7	225,4	-1,2
1,4	214,5	211,4	1,4
2,1	200,9	194,4	3,2
2,8	182,5	174,9	4,2
3,5	159,5	153,1	4,0
4,2	132,6	129,1	2,6
4,9	102,5	103,3	-0,8
5,6	69,8	75,7	-8,5
6,3	35,4	46,7	31,9
Desvio médio %			6,3

Tabela D5 - Pontos de U_s x z da Figura 25 do Capítulo 4

z (cm)	U_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	1042,1	1042,3	-0,02
0,7	1043,1	1191,2	-14,2
1,4	996,8	1258,3	-26,2
2,1	944,8	1300,1	-37,6
2,8	893,9	1319,2	-47,6
3,5	845,5	1313,0	-55,3
4,2	800,3	1280,6	-60,0
4,9	758,6	1224,0	-61,3
5,6	720,9	1148,5	-59,3
6,3	687,6	1062,0	-54,4
7,0	658,8	973,3	-47,7
7,7	634,9	890,1	-40,2
8,4	616,1	817,6	-32,7
9,1	602,6	757,7	-25,7
9,8	594,6	710,0	-19,4
Desvio médio %			38,8

Tabela D6 - Pontos de V_s x z da Figura 26 do Capítulo 4

z (cm)	V_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	1,0	1,1	-10,0
0,7	34,6	43,6	-26,0
1,4	48,9	69,4	-41,9
2,1	57,4	90,3	-57,3
2,8	62,7	107,1	-70,8
3,5	66,0	120,0	-81,8
4,2	68,0	129,1	-89,9
4,9	69,2	134,3	-94,1
5,6	70,0	136,0	-94,3
6,3	70,6	134,3	-90,3
7,0	71,1	129,6	-82,3
7,7	71,7	122,5	-70,9
8,4	72,6	113,7	-56,6
9,1	73,9	104,3	-41,1
9,8	75,7	95,4	-26,0
Desvio médio %			62,2

Tabela D7 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 27 do Capítulo 4

z (cm)	ϵ_s		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,9999	0,9998	0,01
0,7	0,9327	0,9254	0,8
1,4	0,9076	0,9141	-0,7
2,1	0,8872	0,9086	-2,4
2,8	0,8661	0,9028	-4,2
3,5	0,8438	0,8961	-6,2
4,2	0,8205	0,8883	-8,3
4,9	0,7968	0,8796	-10,4
5,6	0,7734	0,8700	-12,5
6,3	0,7513	0,8590	-14,3
7,0	0,7314	0,8459	-15,7
7,7	0,7149	0,8294	-16,0
8,4	0,7028	0,8086	-15,1
9,1	0,6961	0,7834	-12,5
9,8	0,6955	0,7550	-8,6
Desvio médio %			8,5

Tabela D8 - Pontos de U_r x z da Figura 28 do Capítulo 4

z (cm)	U_r (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	192,5	184,4	4,2
0,7	191,3	190,4	0,5
1,4	187,8	192,1	-2,3
2,1	182,1	189,6	-4,2
2,8	174,2	182,9	-5,0
3,5	164,1	172,3	-5,0
4,2	152,1	158,1	-3,9
4,9	138,3	140,6	-1,7
5,6	122,7	120,2	-2,0
6,3	105,7	97,3	7,9
7,0	87,5	72,4	17,3
7,7	68,1	46,0	32,5
8,4	48,0	18,7	61,0
9,1	27,2	8,9	67,3
Desvio médio %			15,3

Tabela D9 - Pontos de U_s x z da Figura 29 do Capítulo 4

z (cm)	U_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	795,1	795,2	-0,01
0,7	796,7	932,5	-17,0
1,4	742,2	1001,5	-34,9
2,1	683,3	1034,7	-51,4
2,8	628,6	1031,0	-64,0
3,5	580,7	990,8	-70,6
4,2	541,0	922,3	-70,5
4,9	510,8	840,1	-64,5
5,6	490,9	758,9	-54,6
Desvio médio %			47,5

Tabela D10 - Pontos de V_s x z da Figura 30 do Capítulo 4

z (cm)	V_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,7	0,7	0,0
0,7	23,3	30,8	-32,2
1,4	32,0	49,8	-55,6
2,1	36,3	64,7	-78,2
2,8	38,2	75,4	-97,4
3,5	38,8	82,0	-111,3
4,2	38,7	84,6	-118,6
4,9	38,6	83,4	-116,1
5,6	38,7	79,0	-104,1
Desvio médio %			70,6

Tabela D11 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 31 do Capítulo 4

z (cm)	ϵ_s		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,9998	0,9998	0,0
0,7	0,8956	0,9269	-3,2
1,4	0,8555	0,9100	-6,4
2,1	0,8222	0,8974	-9,1
2,8	0,7898	0,8843	-12,0
3,5	0,7595	0,8705	-14,6
4,2	0,7347	0,8562	-16,5
4,9	0,7189	0,8408	-17,0
5,6	0,7156	0,8222	-14,9
Desvio médio %			10,4

Tabela D12 - Pontos de U_r x z da Figura 32 do Capítulo 4

z (cm)	U_r (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	210,1	198,9	5,3
0,7	206,6	206,3	0,1
1,4	196,1	202,2	-3,1
2,1	179,1	187,1	-4,5
2,8	156,1	162,6	-4,2
3,5	127,9	129,8	-1,5
4,2	95,4	90,6	5,0
4,9	59,8	46,9	21,6
5,6	22,1	1,0	95,5
Desvio médio %			15,6

Tabela D13 - Pontos de U_s x z da Figura 33 do Capítulo 4

z (cm)	U_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	707,1	708,0	-0,1
0,7	680,0	895,4	-31,7
1,4	637,2	947,0	-48,6
2,1	596,9	961,5	-61,1
2,8	559,9	932,5	-66,5
3,5	526,5	863,6	-64,0
4,2	497,3	770,7	-55,0
4,9	472,9	675,3	-42,8
5,6	454,0	594,3	-30,9
6,3	441,1	533,0	-20,8
Desvio médio %			42,2

Tabela D14 - Pontos de V_s x z da Figura 34 do Capítulo 4

z (cm)	V_s (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,5	0,6	-20,0
0,7	16,3	34,0	-108,6
1,4	20,1	54,3	-170,1
2,1	21,5	70,4	-227,4
2,8	21,6	81,6	-277,8
3,5	21,0	86,5	-311,9
4,2	19,9	84,0	-322,1
4,9	18,3	74,7	-308,2
5,6	16,3	62,0	-280,4
6,3	14,0	49,8	-255,7
Desvio médio %			228,2

Tabela D15 - Pontos de ϵ_s x z da Figura 35 do Capítulo 4

z (cm)	ϵ_s		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	0,9998	0,9988	0,1
0,7	0,9442	0,8779	7,0
1,4	0,9087	0,8876	2,3
2,1	0,8695	0,8941	-2,8
2,8	0,8282	0,8967	-8,3
3,5	0,7870	0,8944	-13,6
4,2	0,7484	0,8842	-18,1
4,9	0,7153	0,8607	-20,3
5,6	0,6903	0,8191	-18,7
6,3	0,6758	0,7612	-12,6
Desvio médio %			10,4

Tabela D16 - Pontos de U_r x z da Figura 36 do Capítulo 4

z (cm)	U_r (cm/s)		Desvio %
	Largura constante	Largura variável	
0,0007	179,1	171,3	4,4
0,7	176,9	179,4	-1,4
1,4	170,4	178,2	-4,6
2,1	159,6	168,7	-5,7
2,8	144,9	151,6	-4,6
3,5	126,7	127,8	-0,9
4,2	105,3	98,3	6,6
4,9	81,4	64,2	21,1
5,6	55,4	26,4	52,3
Desvio médio %			11,3

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Becker, H.A., Chem. Eng. Sci. 13, 245 (1961).
- Bedford, A. e Drumheller, D.S., **A variation of immiscible mixtures**, Archs ration. Mech. Analysis 68, 37-51 (1978).
- Bridgwater, J. e Mathur, K.B., **Prediction of spout diameter in a spouted bed - a theoretical model**, Powder Technol. 6, 183-187 (1972).
- Dawes, J. G., **Dispersion of Dust Deposits by Blasts of Air, Part I**, Safety in Mines Res. Estab., Res. Resp. 36, Sheffield, Ministry of Fuel and Power, SMRE, (1952).
- Ergun, S., Chem. Eng. Prog., 48-89 (1952).
- Epstein, N. e Levine, S., **"Non-Darcy Flow and Pressure Distribution in a Spouted Bed"**, Proc. Second Engineering Foundation Conference on Fluidization, 98-103, Cambridge Univ. Press., (1978).
- Epstein, N., Lim, C. J. e Mathur, K. B., **Data and models for flow distribution and pressure drop in spouted beds**, Can. J. Chem. Eng. 56, 436-447, (1978).
- Gibson, A. **"Hydraulics and Its Applications"**, 5th ed. Constable Press, London, (1952).
- Gishler, P. E., e Mathur, K. B., **Methods of contacting solid particles with fluids**, U.S. Patent No. 2, 786, 280 to Nat. Res. Council of Can., (1957), (filed 1954).
- Goldstein, H., **"Classical Mechanics"**, Addison-Wesley, (1965).
- Goltsiker, A. D., **Doctoral dissertation**, Lensovet Technol. Inst., Leningrad, (1967).
- Grbavčić, Z. B., Vuković, D. V., Zdanski, F. K. e Littman, H., Can. J. Chem. Eng. 54, 33 (1976).
- Hunt, C. H. e Brennan, D., **Estimation of spout diameter in a spouted bed**, Aust. Chem. Eng. 5, 9 (1965).
- Jenike, A. W., Elsey, P. J. e Woolley, R. H., **Flow properties of bulk solids**, Proc. Am. Soc. Test. Mater. 60, 1168-1190 (1960).
- Khoe, D. F., **Mechanics of spouted beds**, Ph. D. thesis, Delft University, Delft (1980).
- Krzywanski, R. S., Epstein, N. e Bowen, B. D., **Spout diameter variation in two-dimensional and cylindrical spouted beds: a**

- theoretical model and its verification**, Chem. Eng. Sci. 44, 1617-1626 (1989).
- Langhaar, H. L., **"Energy Methods in Applied Mechanics"**, John Wiley, New York, (1962)
- Lefroy, G. A. e Davidson, J. F., **The mechanics of spouted beds**, Trans. Instn. Chem. Eng. 47, T120-T128 (1969).
- Leva, M., **"Fluidization"**, McGraw-Hill, New York, (1959)
- Malek, M. A., Madonna, L. A. e Lu, B. C. Y., **Estimation of spout diameter in a spouted bed**, Ind. Eng. Chem. Process Design e Develop, 2, 30 (1963).
- Malek, M. A. e Lu, B. C. Y., **Ind. Eng. Chem. Process Design e Develop**, 4, 123 (1965).
- Mamuro, T. e Hattori, H., **Flow pattern of fluid in spouted beds**, J. Chem. Eng. Japan 1, 1-5 (1968).
- Mathur, K. B. e Epstein, N., **"Spouted Beds"**, Academic Press, New York, (1974).
- Mathur, K. B. e Gishler, P. E., **A technique for contacting gases with coarse solid particles**, A.I.Ch.E.J. 1, 157 (1955).
- McNab, G. S., **Prediction of spout diameter**, Br. Chem. Eng. Process Technol., 17, 532 (1972).
- McNab, G. S. e Bridgwater, J., **A theory for effective solid stresses in the annulus of a spouted bed**, Can. J. Chem. Eng. 57, 271-279 (1979).
- McNab, G. S. e Bridgwater, J., **The application of soil mechanics to spouted bed design**, Can. J. Chem. Eng. 52, 162-169 (1974).
- Mikhailik, V. D., **The pattern of change of spout diameter in a spouting bed**. In "Research on heat and mass transfer in technological processes", 37, Nauka i Teknika BSSR, Minsk, (1966).
- Morgan, M. H. III, **Analytical expression for the spout/annulus pressure drop and pressure gradient in spouted beds of coarse particles**. In "Fluidization V", 249-256, Engineering Foundation, New York, (1986).
- Mujumdar, A. S., **Drying '84**, Ed. A. S. Mujumdar, 151 (1984).
- Mujumdar, A. S. e Passos, M. L., **Private Communication**, McGill University, Montreal, (1988).
- Mukhlenov, I. P. e Gorshtein, A. E., **Investigation of a spouting**

- bed, Khim. Prom. (Moscow) 41, 443 (1965).
- Mukhlenov, I. P., Hydrodynamics of reactors with a spouting bed of granular material, Vses. Konf. Khim. Reactrom Novosibirsk 3, 553 (1965).
- Planck, M., "General Mechanics", Macmillan, London, (1933).
- Richardson, J. F. e Jeronimo, M. A., Chem. Eng. Sci. 34, 1419 (1979).
- Sokolovskii, V. V., "Statics of granular media", Pergamon Press, Oxford, (1965).
- Thonglimp, V., Docteur ingenieur thesis, Institut National Polytechnique, Toulouse, (1981).
- Thorley, B., Saunby, J. B., Mathur, K. B. e Osbery, G. L., An analysis of air and solid flow in a spouted wheat bed, Can. J. Chem. Eng. 37, 184 (1959).
- Tsvik, M. Z., Nabiev, M. N., Rizaev, N. U. e Merenkov, K. V., Angular value of a spouting core, Uzb. Khim. Zh. 11, No. 4, 64 (1967).
- Vargas M., Introdução à mecânica dos solos, McGraw-Hill do Brasil, Ed. da Univ. de São Paulo, (1977).
- Volpicelli, G., Raso, G. e Massimilla, L., Gas and solid flow in bidimensional spouted beds, In Proceeding of the International Symposium on Fluidization, 123-133, Netherlands University Press, Amsterdam, (1967).
- Wolfram, C. F., Spout shape in spouted beds, B. A. Sc. thesis, Univ. of Brit. Columbia, Vancouver, Can., (1972).
- Wu, S. W. M., Lim, C. J. e Epstein, N., Hydrodynamics of spouted beds at elevated temperatures, Chem. Eng. Commun. 62, 251-268 (1987).
- Wylie, C. R., "Advanced Engineering Mathematics", 4th ed., McGraw-Hill, New York, (1975).
- Yokogawa, A., Ogino, E. e Yoshii, N., Trans. Japan Soc. Mech. Eng. 38, 148 (1972).

ABSTRACT

The spouted bed is a method of contacting fluid and particles that has encountered several applications in drying of grains and suspensions, granulation and coating of particles. The two-dimensional spouted bed is a modified design of the spouted bed that has shown advantages in construction and scale-up.

The first proposition of this work is to determine the variation of the interface spout-annulus following a mathematical model created by Krzywanski, Epstein and Bowen (1989), and compare it with the experimental profile from visual observation in a two-dimensional spouted bed, made of plexyglass.

For the mathematical determination of this profile it is necessary to know the mean width of the spout and the expansion angle at the inlet of the bed. To obtain these parameters, two empiricals equations applied to two-dimensional spouted beds were proposed. The literature, in spouted beds, brings some correlations to estimate the mean diameter for the spout region only for conventional spouted beds.

The last step of this work is to describe the hydrodynamic behavior in the spout region, from the conservation equations of mass and momentum. The resolution of these equations can supply the profiles of the fluid velocity in the spout, the solid velocity in the spout, the porosity in the spout and also allow a comparison between the profiles considering the width of the spout variable or not, with the height of the bed. In the last case it is assumed a constant mean width. The comparison explain the importance of considering the variation of the width of the spout to the height of the bed, due to the great diference among the profiles found.