Este execuplon corresponde a redaced final de tese defendide pour Récidado Guiresedello e aprovada pour 15/01/22. conferences

Diagramas de Fases de Temperaturas e Otimização de Reatores Catalíticos – Trocadores de Calor por Simulação Numérica

01/88

. . . . . . . .

janeiro-88 Campinas-SP-Brasil Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia de Campinas Área de Engenharia Química

# Diagramas de Fases de Temperaturas e Otimização de Reatores Catalíticos-Trocadores de Calor por Simulação Numérica

Aluno : Reginaldo Guirardello

Tese submetida à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas-UNICAMP como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Departamento de Processos Químicos

Aprovada por : Dr. Roberto D. Martinez Garcia Prof. Dr. Jose Claudid Moura Orientador : Prof. Dr. Milton Mori Campinas-SP-Brasil janeiro-1988

# Agradecimentos

.. .

Ao prof. Milton Mori pela orientação e auxílio prestados e , sobretudo , pela sua amizade.

Ao pessoal do Centro de Computação da Unicamp, ao Reynaldo pelo apoio na utilização do VAX e ao Luis E. Buzato e ao Cláudio S. da Rós de Carvalho pelo auxílio prestados no uso do sistema  $AT_EX$ .

À minha irmã, Raquel, pela leitura e correção dos erros de ortografia. Ao meu pai, Orlando, pela confecção dos desenhos.

A todos aqueles que indiretamente contribuiram para este trabalho. Aos meus amigos.

# Resumo

A presente tese trata da simulação numérica de um reator catalítico em leito fixo, com resfriamento externo em contra-corrente, para a oxidação do etanol a acetaldeído sobre catalisador de cobre oxidado. O trabalho utiliza os dados e as equações das taxas apresentados no trabalho de J.C. Moura [9].

Inicialmente, analisou-se os dados cinéticos de Moura através de diversos métodos de ajuste de curvas para verificar a validade do modelo proposto. O objetivo foi desenvolver o método da máxima verossimilhança na análise de dados cinéticos.

Em seguida, aplicou-se a simulação de reatores na construção de diagramas de fases de temperaturas. Esses diagramas de fases consistem em um gráfico onde se coloca a temperatura de entrada do fluido refrigerante  $t_1$  na abscissa e a temperatura de entrada dos reagentes  $T_0$  na ordenada, definindo-se uma região de operação segura para o reator catalítico, onde a conversão seja satisfatória sem a ocorrência de ignição. O objetivo foi desenvolver esse diagrama de fases como um método de auxílio no projeto de reatores catalíticos. A simulação utiliza o método dos elementos finitos aplicado a um modelo de reator homogêneo sem dispersão axial.

Com os resultados da simulação e dos diagramas de fases de temperaturas escolheuse o conjunto de parâmetros mais importante no projeto do reator e realizou-se uma otimização dessas variáveis, com o objetivo de encontrar o conjunto de valores desses parâmetros que fornecesse a melhor produtividade.

Finalmente, através de simulação numérica, comparou-se o modelo homogêneo sem dispersão axial com o modelo heterogêneo sem dispersão axial e, de forma qualitativa, com o modelo homogêneo com dispersão axial.

# Abstract

.

The present thesis discusses the numerical simulation of a fixed-bed catalytic reactor, with countercurrent heat exchange, for ethanol oxidation over an oxidized copper catalyst, using the data and the rate equations presented in Moura's work [9].

t

Initially, Moura's kinetic data are analyzed by means of different methods of curve fitting to verify the validity of the proposed model. The objective here is to develop the maximum likelihood method in the kinetic data analysis.

Secondly, the reactor simulation is applied to the temperature phase diagrams. These phase diagrams consist of a graphic where the coolant inlet temperature  $t_1$  is in the abscissa and the reactants inlet temperature  $T_0$  is in the ordinate, which define a safe operation region for the catalytic reaction. Our objective is to develop this phase diagram as an auxiliary method in the catalytic reactor projects. The simulation uses the finite element method applied to an homogeneous reactor model without axial dispersion.

The most important parameters in the reactor project have been selected from the simulation results and the temperature phase diagrams. An optimization has been carried out in the variables in order to find the values leading to the best productivity.

Finally, through numerical simulation, the homogeneous model without axial dispersion is first compared with the heterogeneous model without axial dispersion and, then, qualitatively with the homogeneous model with axial dispersion.

# Nomenclatura

- a, parâmetro de uma função ; parâmetros do modelo do reator
- $a_n$  área superficial de catalisador por unidade de volume de catalisador

 $a_v$  - área superficial de catalisador por unidade de volume de reator

 $a_n^i$  – área superficial externa de catalisador por unidade de volume de reator

 $\hat{a_j}$  – estimativa de  $a_j$ 

- A1 parâmetros da equação de Moura
- A vetor dos parâmetros  $a_j$

c - custo total por unidade de massa de matéria-prima

 $c_j$  – concentração molar de j

 $c_T$  – concentração molar total

 $c_{unit}$  - custo unitário por unidade de massa de produto

 $C_F$  - custos fixos

- $C_{M\Gamma}$  custos de matéria-prima
- $C_S$  custos para separação e purificação do produto

 $G_T$  – custos totais

cpi - capacidade calorífica por unidade de massa de fluido de troca térmica

cpr - capacidade calorífica por unidade de massa dos reagentes-produtos

Cp - capacidade calorífica molar

 $Cp_i$  – capacidade calorífica molar do composto i

 $D_c$  - diâmetro da carcaça do trocador

D – diâmetro interno dos tubos do reator

 $D_{\alpha}$  - diâmetro externo dos tubos do reator

 $D_p$  – diâmetro das partículas de catalisador

 $D_L$  - coeficiente de dispersão mássica axial

 $D_c^{\prime}$  - diâmetro equivalente para transferência de calor

 $D_n^i$  - diâmetro de partícula equivalente

 $\mathcal{D}_{i,j}$  - difusividade do composto i no composto j

 $\mathcal{D}_{j,r}$  – difusividade do composto j no meio reacional

e, - erro relativo : erro de truncamento

E < função erro quadrático total

 $\tilde{E}$  – estimativa de E

E(x) – esperança matemática de uma variável aleatória X

E<sub>j</sub> - energia de ativação da reação j

f(x) - função densidade de probabilidade

 $f_i$  – funções quaisquer de  $x^{(1)}$  e  $a_j$ ; valor de f no ponto i; valor de f ponto nodal i $f^{(e_i)}$  – valor de f calculada no elemento  $e_i$ 

F - fluxo molar total ; diferença entre  $t_1^{calc}$  e  $t_1^{dado}$ 

F(P, N - P) – distribuição para teste de varianças com  $P \in N - P$  graus de liberdade  $F_i$  – funções quaisquer das variáveis  $x^{\{l\}}$  e dos parâmetros  $a_j$ ; valor de F no ponto i; vazão molar do composto i

 $F^{\circ}$  – vazão molar total à entrada

 $F_i^{\circ}$  – vazão molar de j à entrada

 $g_i$  - funções quaisquer de x; valor de g no ponto nodal i

 $g_{jk}$  - funções quaisquer de  $x^{(l)}$ 

 $G_I$  - velocidade mássica superficial do fluido de troca térmica

 $G_r$  - velocidade mássica superficial dos reagentes-produtos

h – comprimento do intervalo

 $h_i$  – coeficiente de transferência de calor entre o meio reacional e a parede interna do tubo ; comprimento do elemento  $e_i$ 

 $h_o$  - coeficiente de transferência de calor entre a parede externa do tubo e o fluido de troca térmica

 $h_{oi}$  - coeficiente  $h_o$  corrigido para a área interna do tubo

 $h_{\rm p}$  - coeficiente de transferência de calor entre as paredes externa e interna do tubo

 $h_s$  – coeficiente de transferência de calor entre o meio reacional e a superfície do catalisador

h' - coeficiente de transferência de calor entre partículas adjacentes

 $j_d$  - fator de Colburn para transferência de massa

 $j_h$  - fator de Colburn para transferência de calor

 $j_h^{o}$  – fator de Colburn para transferência de calor sem a correção da viscosidade da parede (Sieder-Tate)

k – condutividade térmica

 $k_I$  - condutividade térmica do fluido de troca térmica

 $k_j$  - constante da taxa de reação j ; condutividade térmica do composto j

 $k_{c_j}$  - coeficiente de transferência de massa do composto j entre o meio reacional e a superfície do catalisador (baseado na diferença de concentrações molares).

 $k_{g_j}$  – coeficiente de transferência de massa do composto j entre o meio reacional e a superfície do catalisador (baseado na diferença de frações molares)

 $k_r$  - condutividade térmica dos reagentes-produtos

 $k_s$  – condutividade térmica do catalisador

 $k_B$  - constante de Boltzmann

و ا

 $k_L$  – condutividade térmica efetiva

 $K_j$  - constante de equilíbrio da reação j; coeficientes do método de Runge-Kutta

 $KX_i$  - coeficientes de Runge-Kutta para a equação diferencial em x

 $KT_i$  - coeficientes de Runge-Kutta para a equação diferencial em T

 $Kt_i$  - coeficientes de Runge-Kutta para a equação diferencial em t

L - comprimento total do reator tubular

 $L(X_1,\ldots,X_N;\theta)$  - função de verossimilhança

 $m_f$  - vazão mássica do fluido refrigerante

M - número de relações ou funções  $F_j$ ; número de intervalos; número de elementos

 $M_r$  - vazão mássica dos reagentes-produtos

MM – massa molecular

N - número de pontos

 $N(\mu; \sigma^2)$  - distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ 

 $N_i$  - função moldada no ponto nodal i

 $N_t$  - número de tubos do reator

 $\mathcal{N}_i$  – fluxo molar de j por unidade de área

Nu – número de Nusselt

P – número de parâmetros  $a_j$ ; pressão total

 $P_i$  - pressão parcial do composto j

 $P_{0}$  - pressão padrão (1 atm)

Pe – número de Peclet

Pr - número de Prandtl

 $q_i$  - valor de q no ponto nodal i

Q – número de variáveis contínuas distintas  $x^{(l)}$ 

 $Q_f$  - vazão volumétrica de entrada do fluido de troca térmica

 $Q_r$  - vazão volumétrica de entrada dos reagentes (em condições padrão)

r – taxa de reação por unidade de massa de catalisador

 $r_j$  - taxa de reação para o composto j (por unidade de massa de catalisador)

 $r_{(i)}$  - taxa de reação para a etapa j (por unidade de massa de catalisador)

 $r^{(j)}$  – taxa de reação para a reação global j (por unidade de massa de catalisador)

R - constante universal dos gases ; raio interno dos tubos do reator

 $R_j$  - taxa de reação para o composto j (por unidade de área superficial de catalisador) Re - número de Reynolds

Rm - razão molar ar-etanol à entrada

 $s_p$  - superfície específica do catalisador (área superficial por unidade de massa de catalisador)

 $s_p^e$  - superfície específica externa (área externa)

 $s_{tr}^{t}$  – superfície específica total (área total)

 $s_{a_j}$  – estimativa do desvio padrão de  $a_j$ 

 $s^2$  – estimativa da variança  $\sigma^2$  no ajuste

S – função auxiliar da função de verossimilhança

 $\hat{S}$  – estimativa de S –

 $S^2$  – estimativa da variança de uma variável aleatória X

Sc – número de Schmidt

Sh - número de Sherwood

t – temperatura no fluido de troca térmica

t(N-P) - distribuição t de Student com N-P graus de liberdade

 $t_0$  - temperatura de saída do fluido de troca térmica

 $t_1$  - temperatura de entrada do fluido de troca térmica

 $t_c$  - temperatura de entrada do fluido de troca térmica ( $t_c = t_1$ )  $t_p$  – temperatura da parede externa dos tubos do reator  $t_0^{(1)}$  - valor inferior de  $t_0$  no método da falsa posição  $t_{ii}^{(2)}$  – valor superior de  $t_0$  no método da falsa posição  $t_0^{(3)}$  - valor intermediário de  $t_0$  no método da falsa posição  $t_1^r$  - valor de  $t_1$  na linha de extinção  $t_1^i$  - valor de  $t_1$  na linha de ignição T - temperatura ; temperatura no meio reacional  $T_0$  - temperatura de entrada dos reagentes  $T_1$  – temperatura de saída dos reagentes-produtos  $T_b$  - temperatura de ebulição no ponto normal (1 atm)  $T_e$  - temperatura de entrada dos reagentes ( $T_e = T_0$ )  $T_m$  - temperatura máxima dos reagentes-produtos  $T_p$  - temperatura da parede interna dos tubos do reator  $T_{*}$  - temperatura na superfície do catalisador  $T_{o}$  - temperatura padrão (0 °C ou 25 °C , dependendo da situação )  $T_*$  - temperatura adimensional (potencial de Lennard-Jones)  $T_0^c$  - valor de  $T_0$  na linha de extinção  $T_0^i$  - valor de  $T_0$  na linha de ignição  $u_z$  - velocidade superficial dos reagentes-produtos na direção axial U - coeficiente global de troca térmica no reator-trocador V – matriz variança-covariança de A V(x) - variança de uma variável aleatória X  $\mathbf{V}_{ij}$  - elemento da linha j e coluna j de  $\mathbf{V}$ W – inverso da variança  $(1/\sigma^2)$  ; massa de catalisador  $W_{x_1}$  - inverso da variança  $\sigma_{x_1}^2$  ( $W_{x_1} = 1/\sigma_{x_1}^2$ )  $W_{y_1}$  - inverso da variança  $\sigma_{y_1}^2$  ( $W_{y_1} = 1/\sigma_{y_1}^2$ )  $W/F^{o}$  – massa de catalisador por fluxo total de entrada x - variável contínua  $x_0$  - valor de x no ponto inicial  $x_i$  - valor a ajustar correspondente a  $X_i$ ; valor de x no ponto nodal i  $\hat{x_i}$  – estimativa de  $x_i$  $x^{(1)}$  - variáveis contínuas quaisquer (x, y, z, ...)X - variável aleatória contínua ; conversão X – estimativa da média de uma variável aleatória X $X_c$  - conversão de entrada ( $X_c = X_0 = 0$ )  $X_i$  – valor experimental de X no ponto i  $X_{i}^{(l)}$  - valor experimental de  $x_{i}^{(l)}$ y - variável contínua  $y_0$  – valor de y no ponto inicial  $y_i$  - valor a ajustar correspondente a  $Y_i$ ; fração molar do composto i ; valor de y no ponto nodal i $\hat{y}_i$  – estimativa de  $y_i$ 7

 $y_i^*$  - fração molar de j na superfície do catalisador

 $y_j^{\circ}$  - fração molar do composto j à entrada

 $Y_t$  - valor experimental de Y no ponto i

z - variável contínua ; comprimento axial (adimensional) ao longo do eixo do reator (z = Z/L)

 $z_c$  – posição da temperatura máxima do fluido de troca térmica

 $z_i$  - valor de z no ponto i; valor de z no ponto nodal i

 $z_m$  - posição da temperatura máxima do reator

Z – sítio ativo na superfície de um catalisador ; comprimento axial (dimensional) ao longo do eixo do reator

 $Z_{\cdot}$  – sítio ativo desocupado

Z.j - sítio ativo ocupado pelo composto j

### Letras Gregas

 $\alpha$  - complemento do nível de confiança  $(1 - \alpha)$  de um intervalo

 $\delta$  - número infinitesimal; critério de convergência; momento dipolar reduzido (potencial de Stockmayer)

 $\Delta H_{R}$  – entalpia de reação

 $\epsilon$  - desvio entre o valor experimental e o estimado (ajustado) ; número infinitesimal ; critério de convergência

 $\epsilon(x)$  - resíduo , no método dos elementos finitos , entre a equação diferencial calculada e a real

 $\epsilon_l$  – porosidade do leito

 $\epsilon_{x_i}$  – desvio  $X_i - x_i$ 

 $\epsilon_{y_i}$  - desvio  $Y_i - y_i$ 

 $\epsilon/k_B$  – parâmetro energético do potencial de Lennard-Jones

heta – parâmetro de uma função densidade de probabilidade heta

 $\hat{\theta}$  - estimativa de  $\theta$ 

 $\theta_j$  - fração da superfície do catalisador ocupada por Z.j

 $\theta_v$  - fração da superfície do catalisador desocupada (Z.)

 $\lambda$  – multiplicador de Lagrange

 $\mu$  – média on valor médio ; viscosidade

 $\mu_f$  – viscosidade do fluido de troca térmica

 $\mu_i$  - média da distribuição  $X_i: N(\mu_i; \sigma_i^2)$  ; viscosidade do composto i

 $\mu_{p}$  – momento dipolar

 $\mu_r$  – viscosidade dos reagentes-produtos

 $\nu_i$  - coeficiente estequiométrico para o composto i

 $\nu_i^{(i)}$  - coeficiente esteguiométrico do composto j na reação i

 $\pi = 3.14159265358979 \ldots$ 

 $\rho$  – massa específica

 $\rho_f$  - massa específica do fluido de troca térmica

 $\rho_p$  - massa específica das partículas de catalisador

 $\rho_r$  – massa específica dos reagentes-produtos

 $\sigma$  - desvio padrão ; diâmetro característico do potencial de Lennard-Jones ; emissividade térmica de um sólido

ł

 $\sigma_i$  - desvio padrão da distribuição  $X_i: \mathcal{N}(\mu_i;\sigma_i^2)$ 

 $\sigma_{x_i}$  - desvio padrão da distribuição  $X_i : N(x_i; \sigma_{x_i}^2)$  $\sigma_{y_i}$  - desvio padrão da distribuição  $Y_i : N(y_i; \sigma_{y_i}^2)$ 

 $\phi$  - seletividade instantânea

 $\Phi$  - seletividade global

.. **н** 

 $\Psi$  – função auxiliar de  $c_{unit}$  $\omega$  – coeficiente de relaxação

 $\Omega_V$  - integral de colisão do potencial de Lennard-Jones para a viscosidade

 $\Omega_D$  - integral de colisão do potencial de Lennard-Jones para a difusividade

# Conteúdo

т

	Agr	adecin	nentos							1
	Res	umo								2
	Abs	stract								3
	Nor	nencla	tura							4
	Сог	nteúdo								10
	List	a de F	iguras							13
	List	a de T	abelas							14
1	Intr	oduçã	o							16
2	Mét	odos d	le Ajuste de Curvas							18
	2.1	Concei	tos de Estatística	• •	 -	• •	•	 •		18
	2.2	Ajuste	de Curvas		 •		•			21
		2.2.1	Modelos Matemáticos					 -	• -	.21
		2.2.2	Dados Experimentais	• •	 •					21
		2.2.3	Princípio dos Métodos de Ajuste							21
	2.3	Métod	o dos Mínimos Quadrados							<b>22</b>
		2.3.1	Definição							22
		2.3.2	Cálculo das Estimativas dos Parâmetros				-			23
		2.3.3	Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros .							24
		2.3.4	Intervalos de Confiança							24
	2.4	Métod	o dos Mínimos Quadrados Ponderado		 -			 •		24
		2.4.1	Definição							<b>24</b>
		2.4.2	Cálculo das Estimativas dos Parâmetros							<b>25</b>
		2.4.3	Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros .							<b>2</b> 6
		2.4.4	Intervalos de Confiança							<b>26</b>
	2.5	Métod	o da Máxima Verossimilhança					 		<b>2</b> 6

.

		2.5.1 2.5.2 2.5.3 2.5.4 2.5.5	Definição Cálculo das Estimativas dos Parâmetros Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros Intervalos de Confiança Aplicação Numérica	26 29 32 34 35
3	Cin	ética d	le Oxidação do Etanol a Acetaldeído	37
	3.1	Reaçõ	es Químicas Envolvidas	37
	3.2	Equaç	ões das Taxas de Reação	38
	3.3	Anális	e dos Dados Cinéticos	41
		3.3.1	Modelo Matemático para Reator PFR Isotérmico	41
		3.3.2	Dados Experimentais	45
		3.3.3	Estimativas dos Parâmetros Obtidas por MOURA	45
		3.3.4	Aplicação dos Métodos de Ajuste	47
		3.3.5	Observações e Conclusões	49
	Ма	dolog T	Matamáticas para Restares-Tracadores de Calor	52
4	A 1	Sister	na de Reacão	52
	4 2	Model	os de Beatores	53
	1.4	4.2.1	Modelo Homogêneo sem Dispersão Axial (PFR)	54
		4.2.2	Modelo Heterogêneo sem Dispersão Axial	56
		4.2.3	Modelo Homogêneo com Dispersão Axial	59
	4.3	Equac	ões da Taxa e Entalpia das Reações	60
		4.3.1	Reações Estudadas	60
		4.3.2	Equações da Taxa	61
		4.3.3	Entalpia de Reação	61
		4.3.4	Aplicação aos Modelos de Reatores	62
	4.4	Correl	ações de Transferência	64
		4.4.1	Correlações para o Cálculo de U	65
		4.4.2	Correlações para o Cálculo de $h_s$ e $k_{g_1}$	67
	4.5	Propri	edades Físicas	69
		4.5.1	Propriedades Físicas dos Reagentes-Produtos [12]	69
		4.5.2	Propriedades Físicas do Fluido de Troca Térmica [17]	74
		4.5.3	Gondutividade Termica dos Tubos do Reator [18]	75
5	Méi	todos r	le Cálculo para Equações Diferenciais	76
-	5.1	Métod	o de Runge-Kutta de $4\stackrel{a}{=}$ Ordem	76
		5.1.1	Definição	76
		5.1.2	Aplicação à Simulação de Reatores	77
	5.2	Métod	o dos Elementos Finitos	80
		5.2.1	Definição	80
		5.2.2	Aplicação à Simulação de Reatores	84
		5.2.3	Métodos para Resolução de Sistemas de Equações	86
	5.3	Progra	ama para Cálculo Numérico	87

į.

T

÷

¥ .

6	Dia Cal	gramas de Fases de Temperaturas para Reatores-Trocadores de	01
	6 1	Untroducão	91
	62	Resultados da Literatura [16]	93
	0.2	6.2.1 Critérios para Construção de Diagramas de Fases	93
		6.2.2 Análise dos Resultados	98
	6.3	Construção de Diagramas de Fases	101
		6.3.1 Critérios de Construção	101
		6.3.2 Mapeamento com o Modelo Homogêneo	103
		6.3.3 Observações e Conclusões	110
	6.4	Simulação com o Modelo Homogêneo	113
		6.4.1 Influência da Temperatura de Entrada do Refrigerante	113
		6.4.2 Influência da Temperatura de Entrada dos Reagentes	113
		6.4.3 Influência das Temperaturas de Entrada na Conversão Final	114
		6.4.4 Influência do Comprimento do Reator	114
		6.4.5 Influência da Vazão de Fluido Refrigerante	114
		6.4.6 Influência da Razão Molar Ar-Etanol à Entrada	115
7	Sim	nulação e Otimização	118
	7.1	Otimização com o Modelo Homogêneo	118
	7.2	Simulação com o Modelo Heterogêneo	136
	7.3	Simulação com o Modelo de Dispersão Axial	138
		7.3.1 Influência da Dispersão Axial de Massa	141
		7.3.2 Influência da Dispersão Axial de Calor	141
8	Сог	iclusão I	143
А	Pro	grama de Ajuste de Curvas pelo Método da Máxima Verossimi-	
	lhaı	nça	[44
в	Pro	ograma de Simulação de Reatores — Modelo Homogêneo sem Dis-	
	pers	são Axial J	152
$\mathbf{C}$	Pro	grama de Simulação de Reatores — Modelo Heterogêneo sem Dis-	
	рега	são Axial 1	166
	Bib	liografia 1	185

... -

ł

# Lista de Figuras

... .

-

2.1	Método dos Mínimos Quadrados 23
2.2	Método da Máxima Verossimilhança
4.1	Sistema de Reação
5.1	Método Modificado da Falsa Posição
5.2	Método dos Elementos Finitos 80
5.3	Discretização do Intervalo
6.1	Diagrama de Fases $T_0 \times t_1$
6.2	Perfil de Temperatura para o caso $T_0 \ge t_1$ sem ignição
6.3	Perfil de Temperatura para o caso $T_0 \ge t_1$ com ignição
6.4	Perfil de Temperatura para o caso $T_0 \ge t_1$ com ignição
6.5	Perfil de Temperatura para o caso $T_0 < t_1$ sem ignição
6.6	Perfil de Temperatura para o caso $T_0 < t_1$ com ignição
6.7	Influência da temperatura de entrada dos reagentes – $T_0$ 100
6.8	Influência da temperatura de entrada do fluido refrigerante – $t_1$ 100
6.9	Diagrama de Fases de Reatores-Trocadores de Calor - Reator I 104
6.10	Diagrama de Fases de Reatores-Trocadores de Calor - Reator II 105
6.11	Mapeamento para Construção do Diagrama de Fases

ļ

# Lista de Tabelas

-

.

3.1	Temperatura = $300 ^{\circ}\text{C}$ — Pressão = $0.947 ^{\circ}\text{atm}$
3.2	Temperatura = $330 \degree C$ — Pressão = 0.947 atm
3.3	Temperatura = $360 ^{\circ}\text{C}$ — Pressão = 0.947 atm
3.4	Estimativas de $A_j$ , $k_j$ e $K_3$ (Moura)
3.5	Ajustes dos Parâmetros em Função da Temperatura (Moura) 48
3.6	Ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados
3.7	Ajuste pelo Método da Máxima Verossimilhança
3.8	Erros Relativos — Temperatura = $300 ^{\circ}$ C
3.9	Erros Relativos — Temperatura = 330 °C
3.10	Erros Relativos — Temperatura = 360 °C
<i>i</i> 1	Parâmetros para o Cálculo das Propriedades Físicas 78
7.1	
5.1	Comparação entre os Métodos de Runge-Kutta e Elementos Finitos 87
6.1	Dados do Reator 1
6.2	Dados do Reator II
6.3	Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator I 107
6.4	Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator I 108
6.5	Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator II 109
6.6	Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator II 111
6.7	Influência da Temperatura de Entrada do Refrigerante
6.8	Influência da Temperatura de Entrada dos Reagentes
6.9	Influência das Temperaturas de Entrada na Conversão Final 117
6.10	Influência do Comprimento do Reator
6.11	Influência da Vazão de Fluido Refrigerante – $t_1 = 300$ °C
6.12	Influência da Vazão de Fluido Refrigerante – $t_1 = 275$ °C
6.13	Influência da Razão Molar Ar-Etanol à Entrada
7.1	Diâmetros Reais de Tubos - Schedule 40
7.2	Dados do Reator A
7.3	Dados do Reator B
7.4	Dados do Reator C

•

7.5	Dados do Reator D
7.6	Resultados da Otimização - Reator A - $Rm = 19$
7.7	Resultados da Otimização - Reator A - $Rm = 9$
7.8	Resultados da Otimização - Reator A - $Rm = 4$
7.9	Resultados da Otimização - Reator B - $Rm = 19128$
7.10	Resultados da Otimização - Reator B - $Rm = 9$
7.11	Resultados da Otimização - Reator B - $Rm = 4$
7.12	Resultados da Otimização - Reator C - $Rm = 19$
7.13	Resultados da Otimização - Reator C - $Rm = 9$
7.14	Resultados da Otimização - Reator C - $Rm = 4$
7.15	Resultados da Otimização - Reator D - $Rm = 19$
7.16	Resultados da Otimização - Reator D - $Rm = 9$
7.17	Resultados da Otimização - Reator D - $Rm = 4$
7.18	Influência das Variáveis Otimizadas em $\Psi$
7.19	Dados do Reator para Simulação com o Modelo Heterogêneo 139
7.20	Simulação com o Modelo Homogêneo
7.21	Simulação com o Modelo Heterogêneo Simplificado
7.22	Simulação com o Modelo Heterogêneo Completo

ŧ

.. .

.

.

±

# Capítulo 1

# Introdução

ŧ

O projeto de reatores não-catalíticos consiste na definição de características geométricas e de condições de operação adequadas que assegurem uma conversão e um rendimento economicamente viáveis a um determinado processo. O projeto de reatores catalíticos em leito fixo, aplicados a reações exotérmicas, requer, além desses requisitos comuns, a necessidade de se evitar a ocorrência de "pontos quentes", ou seja, regiões de taxa de reação e gradientes de temperatura elevados, que acarretam a desativação e/ou destruição do catalisador.

O objetivo deste trabalho é aplicar técnicas de simulação por computador em modelos de reatores catalíticos tubulares em leito fixo como forma de se definir regiões seguras de temperaturas, sob determinadas condições de operação. Nesses modelos a troca térmica entre o conteúdo do reator e um fluido refrigerante é realizada por uma camisa (ou carcaça) que envolve o reator (ou feixes de reatores tubulares), sendo o fluxo em contra-corrente.

Através dessa simulação são construídos gráficos da temperatura de entrada dos reagentes versus a temperatura de entrada do fluido refrigerante, onde se definem três regiões :

- região de extinção, onde a conversão e o rendimento são desprezíveis.
- região de ignição, onde ocorre a presença de "pontos quentes".
- região de operação, onde o reator é operado com conversão e rendimento convenientes, sem a presença de fortes gradientes de temperatura.

Além da construção desses gráficos, é desenvolvido também um estudo da influência de cada variável do processo e uma otimização para a determinação do melhor conjunto de variáveis (condições de operação) dentre todos aqueles possíveis na região de operação.

O modelo de reator utilizado na simulação é de um sistema unidimensional (axial), pseudo-homogêneo, com escoamento empistonado (sem dispersão axial) em regime permanente. Outros modelos foram testados, como o heterogêneo e o de escoamento com dispersão axial, para comparação com o modelo anterior. A reação química estudada na simulação é a oxidação do etanol a acetaldeído (com reação secundária para  $CO_2$ ) em fase gasosa, sobre catalisador de cobre oxidado (nãoporoso), baseada na Tese de Doutoramento de J.C. Moura [9]. Entretanto, a validade do método de simulação e otimização é geral e pode ser facilmente estendido a outras reações.

Moura [9], em seu trabalho, utilizou um modelo cinético tipo Temkin para interpretar os dados experimentais, determinando os parâmetros desse modelo (constantes da taxa) através de um alisamento gráfico dos dados e de um posterior ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados. Com o objetivo de se obter estimativas mais confiáveis desses parâmetros (já que o alisamento gráfico é um processo empírico) foi estudado o Método da Máxima Verossimilhança, que permite incluir os erros experimentais no ajuste, e sua aplicação aos dados experimentais obtidos por Moura.

Assim sendo, no presente trabalho apresenta-se :

- um estudo do método da Máxima Verossimilhança para ajuste de curvas.
- uma aplicação desse método aos dados experimentais obtidos por Moura, utilizando seu modelo cinético.
- simulação da cinética de oxidação do etanol a acetaldeído em um reator pseudohomogêneo, escoamento empistonado, sistema unidimensional, para construção de gráficos de fases de temperaturas e otimização.
- comparação do modelo anterior com modelos mais sofisticados (modelo heterogêneo, modelo com dispersão axial de calor e massa).

# Capítulo 2

ł

# Métodos de Ajuste de Curvas

Os métodos de ajuste de curvas são fundamentais para a verificação da validade e a determinação dos parâmetros de um dado modelo matemático que se aplica à análise de dados experimentais.

São aqui analisados três métodos : mínimos quadrados , mínimos quadrados ponderado e máxima verossimilhança.

# 2.1 Conceitos de Estatística

Tanto a determinação dos parâmetros como a qualidade do ajuste é analisada em termos estatísticos , sendo portanto essencial ressaltar alguns conceitos estatísticos importantes.

• Função Densidade de Probabilidade – A função Densidade de Probabilidade de uma variável aleatória contínua X é uma função f(x) que satisfaz as seguintes condições:

$$f(x) \ge 0, \ \forall x \in \Re \tag{2.1}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 . \qquad (2.2)$$

A probabilidade da variável aleatória X estar em um intervalo (a,b) é dada por :

$$p(a < x < b) = \int_{a}^{b} f(x) \, dx \, . \tag{2.3}$$

 Esperança Matemática – Denomina-se Esperança Matemática (ou Média ou Valor Médio ou Valor Esperado) de uma variável aleatória X ao número :

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \, dx \, . \tag{2.4}$$

• Variança - Denomina-se Variança de uma variável aleatória X ao número :

$$\sigma^{2} = V(x) = E[(x - E(x))^{2}] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^{2} f(x) dx . \qquad (2.5)$$

- Desvio Padrão A raiz quadrada da variança de uma variável aleatória X, tomada com o sinal positivo, é denominada Desvio Padrão de X.
- Distribuição Normal Diz-se que uma variável aleatória X tem distribuição Normal quando sua função densidade de probabilidade é dada por :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \ -\infty < x < +\infty , \qquad (2.6)$$

onde  $-\infty < \mu < +\infty$  e  $\sigma > 0$ .

A distribuição Normal possui média igual a  $\mu$  e desvio padrão igual a  $\sigma$ . Se uma variável aleatória X tem distribuição Normal, então usa-se a notação X :  $N(\mu; \sigma^2)$ .

- Amostragem A determinação exata das características (parâmetros) de uma certa população só é possível observando-se toda essa população. Sendo este procedimento impraticável em muitas situações (custo, tempo, destruição das amostras na análise), procura-se determinar estimativas desses parâmetros através da análise de apenas uma parte (representativa) da população, ou seja, de uma amostra.
- Estimador É uma função das variáveis aleatórias que será utilizada para estimar algum parâmetro desconhecido.
- Estimativa É um valor particular assumido pelo estimador.
- Estimador Não-Viciado O estimador  $\hat{\theta}$  de um parâmetro  $\theta$  é chamado não-viciado para  $\theta$  se  $E(\hat{\theta}) = \theta$ . Define-se o vício de  $\hat{\theta}$  por  $E(\hat{\theta} \theta)$ .

Exemplos de estimadores não-viciados para a média e a variança de uma amostra são :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$
(2.7)

$$S^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_{i} - \overline{X})^{2}}{N - 1} .$$
 (2.8)

- Melhor Estimador O melhor estimador de um parâmetro  $\theta$  é aquele que é nãoviciado e possui a menor variança dentre todos os estimadores não-viciados para  $\theta$ .
- Função de Verossimilhança Seja  $X_1, \ldots, X_N$  uma amostra aleatória da variável aleatória X e  $f(X_1; \theta), \ldots, f(X_N; \theta)$  as funções distribuição de probabilidade dessas

variáveis. Define-se a Função de Verossimilhança como a seguinte função da amostra e de  $\theta$  :

$$L(X_1,\ldots,X_N;\theta)=f(X_1;\theta)\cdots f(X_N;\theta)=\prod_{i=1}^N f(X_i;\theta) . \qquad (2.9)$$

Para uma determinada amostra a Função de Verossimilhança será dada como uma função apenas de  $\theta$ .

Se a função distribuição de probabilidades de  $X_i$  for uma distribuição Normal,  $X_i : N(\mu_i; \sigma_i^2)$ , então a função de Verossimilhança será :

$$L(X_1,\ldots,X_N;\theta) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^N \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^N \sigma_i} \cdot e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^N \frac{(X_1-\mu_i)^2}{\sigma_i^2}}.$$
 (2.10)

• Estimador de Máxima Verossimilhança – O estimador  $\hat{\theta}$  é um estimador de Máxima Verossimilhança de  $\theta$  se :

$$L(X_1, \dots, X_N; \hat{\theta}) = \max[L(X_1, \dots, X_N; \theta), \forall \theta].$$
(2.11)

Para uma amostra particular trata-se de determinar o máximo de uma função de  $\theta$ .

Pelo método da máxima verossimilhança escolhe-se como estimador aquele valor de  $\theta$  que maximiza a probabilidade de se obter a amostra observada.

• Estimação por Intervalo - A estimação por intervalo para um dado parâmetro  $\theta$  desconhecido é usualmente denominada Intervalo de Confiança para  $\theta$ .

Quando se utiliza, para estimar  $\theta$ , um estimador por ponto (como os definidos anteriormente), raramente o seu valor coincide com o do parâmetro. Uma maneira de se contornar esse problema é obter um intervalo estimador, que deve ser sempre função do estimador por ponto do parâmetro  $\theta$ .

O intervalo de confiança é definido de tal forma que a probabilidade deste conter o parâmetro  $\theta$  seja de  $1 - \alpha$ . Essa probabilidade de  $1 - \alpha$  é chamada de nível de confiança do intervalo para o parâmetro  $\theta$ .

Na determinação de vários parâmetros, além dos intervalos de confiança individuais, pode ser definida uma região de confiança, com dimensão igual ao número de parâmetros ajustados. A vantagem da região de confiança é a de mostrar a inter-dependência entre os parâmetros estimados.

Os métodos de ajuste de curvas são nada mais que estimadores dos parâmetros que se quer ajustar. A verificação do melhor modelo (melhor curva) será dada pela comparação dos desvios padrão dos parâmetros estimados. A escolha do método de ajuste (mínimos quadrados, mínimos quadrados ponderado, máxima verossimilhança) dependerá do conhecimento das funções distribuição de erros das variáveis experimentais.

# 2.2 Ajuste de Curvas

### 2.2.1 Modelos Matemáticos

O estudo de um problema físico usualmente envolve a formulação de um modelo matemático que consiste de uma ou mais relações (funções) entre duas ou mais variáveis experimentais e um ou mais parâmetros característicos.

Supondo que se tenha M relações  $F_k$ , Q variáveis  $x_i^{(l)} \in P$  parâmetros  $a_j$ , onde Q > M, o modelo matemático, na sua forma mais geral, será dado por :

$$F_k(x^{(1)},\ldots,x^{(Q)};a_1,\ldots,a_P)=0, \ k=1,\ldots,M$$
 (2.12)

Em muitos casos, *M* dessas variáveis (chamadas independentes) podem ser colocadas em evidência como funções das demais variáveis, da seguinte forma :

$$x^{(Q-M+k)} = f_k(x^{(1)}, \ldots, x^{(Q-M)}; a_1, \ldots, a_P), \ k = 1, \ldots, M.$$
(2.13)

Quando expresso na forma da equação 2.12 o modelo é chamado de implícito e quando na forma da equação 2.13 de explícito.

No caso dos modelos explícitos, estes serão chamados lineares em relação aos parâmetros quando puderem ser expressos da seguinte forma:

$$x^{(Q-M+k)} = \sum_{j=1}^{P} a_j \cdot g_{kj}(x^{(1)}, \ldots, x^{(Q-M)}), \ k = 1, \ldots, M , \qquad (2.14)$$

onde  $g_{kj}$  são funções quaisquer, independentes entre si, das variáveis  $x^{(1)}, \ldots, x^{(Q-M)}$ . Em caso contrário, o modelo será não-linear em relação aos parâmetros.

#### 2.2.2 Dados Experimentais

Em uma coleta de dados experimentais (amostragem), são obtidos N pontos, cada um composto por um conjunto de Q variáveis  $(X_i^{(1)}, \ldots, X_i^{(Q)})$ ,  $i = 1, \ldots, N$ .

Em geral, admite-se que essas variáveis estejam sujeitas a erros experimentais dados por uma distribuição gaussiana (Normal).

Sendo  $x_i^{(l)}$  os valores médios dessas distribuições e definindo-se os desvios por  $\epsilon_i^{(l)} = X_i^{(l)} - x_i^{(l)}$ , tem-se as distribuições Normais  $X_i^{(l)} : N(x_i^{(l)}; \sigma_i^{(l)})$  e  $\epsilon_i^{(l)} : N(0; \sigma_i^{(l)})$ .

## 2.2.3 Princípio dos Métodos de Ajuste

O objetivo dos métodos de ajuste, quando aplicados a um modelo proposto, é encontrar estimativas dos parâmetros  $a_j$  e dos valores médios  $x_i^{(l)}$ , minimizando os desvios  $\epsilon_i^{(l)}$ . Para simplificação, nas seções seguintes em que se apresentam os métodos de ajuste,

Para simplificação, nas seções seguintes em que se apresentam os métodos de ajuste, considera-se o caso de um modelo envolvendo 2 variáveis  $x^{(1)} = x$  e  $x^{(2)} = y$  (Q = 2), sujeitas a 1 restrição ou função (M = 1). Entretanto, o princípio é válido para o caso geral.

Os dados experimentais consistem em um conjunto de N pontos  $(X_i, Y_i)$ . Os desvios são dados por  $\epsilon_{x_i} = X_i - x_i$  e  $\epsilon_{y_i} = Y_i - y_i$ .

O método dos mínimos quadrados assume que os desvios padrão das variáveis  $X_i$  são todos nulos, ou seja,  $\epsilon_{x_i} : N(0;0)$ , enquanto que os desvios padrão das variáveis  $Y_i$  são diferentes de zero e todos iguais, ou seja,  $\epsilon_{y_i} : N(0;\sigma^2)$ . Conseqüentemente,  $x_i = X_i$  ou  $\epsilon_{x_i} = 0$ , e o ajuste é feito em relação aos desvios  $\epsilon_{y_i}$ . O princípio do método baseia-se em uma minimização, em relação aos parâmetros  $a_j$ , da soma dos quadrados de todos os desvios  $\epsilon_{y_i}$ ,  $\sum_{i=1}^{N} \epsilon_{y_i}^2$ .

O método dos mínimos quadrados ponderado é uma generalização do método dos mínimos quadrados [8] e assume que os desvios padrão das variáveis  $X_i$  são todos nulos, ou seja ,  $\epsilon_{x_i} : N(0;0)$ , enquanto os desvios padrão das variáveis  $Y_i$  são todos diferentes de zero e diferentes entre si, ou seja,  $\epsilon_{y_i} : N(0; \sigma_{y_i}^2)$ . Analogamente,  $x_i = X_i$  e o ajuste é feito em relação aos desvios  $\epsilon_{y_i}$ . O princípio do método baseia-se em uma minimização, em relação aos parâmetros  $a_j$ , da soma dos quadrados ponderados de todos os desvios  $\epsilon_{y_i}$ ,  $\sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot \epsilon_{y_i}^2$ , onde  $W_{y_i} = 1/\sigma_{y_i}^2$ . O método da máxima verossimilhança assume que os desvios padrão das variáveis

O método da máxima verossimilhança assume que os desvios padrão das variáveis  $X_i \in Y_i$  são todos diferentes de zero e diferentes entre si, ou seja,  $\epsilon_{x_i} : N(0; \sigma_{x_i}^2)$  e  $\epsilon_{y_i} : N(0; \sigma_{y_i}^2)$ . O princípio do método baseia-se em uma maximização da função de verossimilhança dada pela equação 2.47 em relação aos parâmetros  $a_j$ , estando os pontos a ser ajustados  $(x_i, y_i)$  relacionados por  $F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0$ .

O método da máxima verossimilhança engloba os demais como casos particulares.

# 2.3 Método dos Mínimos Quadrados

## 2.3.1 Definição

Dado um conjunto de N pontos experimentais  $(X_i, Y_i)$  e um modelo do tipo  $y = f(x; a_1, \ldots, a_P)$  que se supõe representar o conjunto de dados, o objetivo do método é determinar os parâmetros  $a_j$  do modelo. Supondo-se que a variável X seja isenta de erros e todo o erro experimental esteja em Y, define-se a função E por :

$$E = \sum_{i=1}^{N} \epsilon_{y_i}^2 = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - y_i)^2 , \qquad (2.15)$$

onde :

$$y_i = f(x_i; a_1, \dots, a_P), \ i = 1, \dots, N$$
 (2.16)

$$x_i = X_i, i = 1, \dots, N$$
. (2.17)

O ajuste é feito pela minimização da equação 2.15 em relação aos parâmetros aj :

$$\left(\frac{\partial E}{\partial a_j}\right) = -2 \cdot \sum_{i=1}^{N} (Y_i - y_i) \cdot \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P, \qquad (2.18)$$

onde N > P.

Uma interpretação gráfica do ajuste é dada pela figura 2.1.



Figura 2.1: Método dos Mínimos Quadrados

## 2.3.2 Cálculo das Estimativas dos Parâmetros

A solução do sistema de equações 2.18 é a estimativa  $\hat{a_j}$  dos parâmetros  $a_j$  do modelo. No caso de um modelo linear o sistema de equações 2.18 torna-se :

$$\sum_{i=1}^{N} [Y_i - \sum_{k=1}^{P} \hat{a_k} \cdot g_k(X_i)] \cdot g_j(X_i) = 0, \ j = 1, \dots, P.$$
(2.19)

Definindo-se as matrizes :

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^{N} g_j(X_i) \cdot g_k(X_i)$$
 (2.20)

$$\hat{A_k} = \hat{a_k}$$
 (2.21)

$$B_{j} = \sum_{i=1}^{N} Y_{i} \cdot g_{j}(X_{i})$$
(2.22)

o sistema de equações 2.19 torna-se :

$$\mathbf{R} \cdot \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{B} \tag{2.23}$$

e as estimativas são dadas por :

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B} \ . \tag{2.24}$$

No caso de modelos lineares, o estimador  $\hat{\mathbf{A}}$  dado pela equação 2.24 é um estimador não-viciado dos parâmetros  $\mathbf{A}$ .

## 2.3.3 Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros

A matriz de variança-covariança do vetor A, estimado pela equação 2.24, é dada por :

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \sigma^2 \,. \tag{2.25}$$

No caso de  $\sigma^2$  ser desconhecido, pode ser estimado por :

$$s^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}}{N - P} = \frac{\hat{E}}{N - P} , \qquad (2.26)$$

onde os valores de  $\hat{y}_i$  são os valores estimados para  $y_i$  após o ajuste. Se o modelo for válido, então  $E(s^2) = \sigma^2$ . Em caso contrário  $E(s^2) > \sigma^2$ .

As estimativas das varianças dos parâmetros são dadas pelos elementos da diagonal de  ${\bf V}$ , e as estimativas dos desvios padrão por :

$$s_{a_j} = \sqrt{\mathbf{V}_{jj}} \ . \tag{2.27}$$

## 2.3.4 Intervalos de Confiança

Intervalos de confiança individuais para os parâmetros  $a_j$ , com nível de confiança de  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ , são dados por :

$$\hat{a_j} - t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j} \le \hat{a_j} \le \hat{a_j} + t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j}, \ j = 1, \dots, P$$
 (2.28)

onde  $t(N - P, 1 - \alpha/2)$  é o ponto da distribuição t de Student para  $(1 - \alpha/2) \cdot 100\%$  de confiança com N - P graus de liberdade.

A região de confiança (dimensão P) para os parâmetros é dada por :

$$\left(\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}}\right)^{t}\cdot\mathbf{R}\cdot\left(\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}}\right)\leq P\cdot s^{2}\cdot F(P,N-P,1-\alpha), \qquad (2.29)$$

onde  $F(P, N - P, 1 - \alpha)$  é o ponto da distribuição F(P, N - P) para teste de varianças com nível de confiança de  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  e com graus de liberdade  $P \in N - P$ .

# 2.4 Método dos Mínimos Quadrados Ponderado

#### 2.4.1 Definição

Dado um conjunto de N pontos experimentais  $(X_i, Y_i)$  e um modelo do tipo  $y = f(x; a_1, \ldots, a_P)$  que se supõe representar o conjunto de dados, o objetivo do método é determinar os parâmetros  $a_j$  do modelo. Supondo-se que a variável X seja isenta de erros e todo o erro experimental esteja em Y, sendo a cada ponto  $Y_i$  atribuído um desvio padrão  $\sigma_{y_i}$ , define-se a função E por :

$$E = \sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot \epsilon_{y_i}^2 = \sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i)^2 , \qquad (2.30)$$

onde :

ļ

. . . \_

$$W_{y_i} = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}, \ i = 1, \dots, N$$
 (2.31)

$$y_i = f(x_i; a_1, \ldots, a_P), i = 1, \ldots, N$$
 (2.32)

$$x_i = X_i, i = 1, \dots, N$$
. (2.33)

O ajuste é feito pela minimização da equação 2.30 em relação aos parâmetros  $a_j$ :

$$\left(\frac{\partial E}{\partial a_j}\right) = -2 \cdot \sum_{i=1}^N W_{y_i} \cdot \left(Y_i - y_i\right) \cdot \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P, \qquad (2.34)$$

onde N > P.

O método dos mínimos quadrados ponderado é uma generalização do método dos mínimos quadrados. A dedução do método pode ser encontrada na referência [8] pag. 108.

## 2.4.2 Cálculo das Estimativas dos Parâmetros

A solução do sistema de equações 2.34 é a estimativa  $\hat{a_j}$  dos parâmetros  $a_j$  do modelo. No caso de um modelo linear, o sistema de equações 2.34 torna-se :

$$\sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot [Y_i - \sum_{k=1}^{P} \hat{a_k} \cdot g_k(X_i)] \cdot g_j(X_i) = 0, \ j = 1, \dots, P.$$
(2.35)

Definindo-se as matrizes :

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot g_j(X_i) \cdot g_k(X_i)$$
(2.36)

$$\hat{A}_k = \hat{a}_k \tag{2.37}$$

$$B_{j} = \sum_{i=1}^{N} W_{y_{i}} \cdot Y_{i} \cdot g_{j}(X_{i})$$
(2.38)

o sistema de equações 2.35 torna-se :

$$\mathbf{R} \cdot \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{B} \tag{2.39}$$

e as estimativas são dadas por :

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B} \ . \tag{2.40}$$

No caso de modelos lineares , o estimador  $\hat{\mathbf{A}}$  dado pela equação 2.40 é um estimador não-viciado dos parâmetros  $\mathbf{A}$ .

## 2.4.3 Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros

A matriz de variança-covariança do vetor A, estimado pela equação 2.40, é dada por :

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^{-1} \ . \tag{2.41}$$

No caso de não se conhecer os valores exatos de cada variança  $\sigma_{y_i}^2$ , mas somente seus valores relativos (que são usados no cálculo de  $W_{y_i}$ ), a equação 2.41 é multiplicada pela estimativa de  $\sigma^2$ , dada por :

$$s^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} W_{y_{i}} \cdot (Y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}}{N - P} = \frac{\hat{E}}{N - P} , \qquad (2.42)$$

onde os valores de  $\hat{y_i}$  são os valores estimados para  $y_i$  após o ajuste.

Nesse caso, a equação 2.41 torna-se :

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{s}^2 \ . \tag{2.43}$$

As estimativas das varianças dos parâmetros são dadas pelos elementos da diagonal de V, e as estimativas dos desvios padrão por :

$$s_{a_j} = \sqrt{\mathbf{V}_{jj}} \ . \tag{2.44}$$

### 2.4.4 Intervalos de Confiança

Intervalos de confiança individuais para os parâmetros  $a_j$ , com nível de confiança de  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ , são dados por :

$$\hat{a_j} - t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j} \le a_j \le \hat{a_j} + t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j}, \ j = 1, \dots, P$$
 (2.45)

onde  $t(N - P, 1 - \alpha/2)$  é o ponto da distribuição t de Student para  $(1 - \alpha/2) \cdot 100\%$  de confiança com N - P graus de liberdade.

A região de confiança (dimensão P) para os parâmetros é dada por :

$$\left(\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}}\right)^{t}\cdot\mathbf{V}^{-1}\cdot\left(\mathbf{A}-\hat{\mathbf{A}}\right)\leq P\cdot F(P,N-P,1-\alpha), \qquad (2.46)$$

onde  $F(P, N - P, 1 - \alpha)$  é o ponto da distribuição F(P, N - P) para teste de varianças com nível de confiança de  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  e com graus de liberdade  $P \in N - P$ .

# 2.5 Método da Máxima Verossimilhança

#### 2.5.1 Definição

Dado um conjunto de N pontos experimentais  $(X_i, Y_i)$ , com erros sujeitos a distribuições Normais com desvios padrão  $(\sigma_{x_i}, \sigma_{y_i})$ , e um modelo do tipo  $F(x, y; a_1, \ldots, a_P) = 0$ , que se supõe representar o conjunto de dados, o objetivo do método é determinar os parâmetros  $a_i$  do modelo. O ajuste é feito pela maximização, em relação aos parâmetros  $a_j$  e aos valores médios  $x_i$  e  $y_i$ , da função de verossimilhança dada por :

$$L = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{2N}} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^{N} \sigma_{x_i} \sigma_{y_i}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \left[ \frac{(X_i - x_i)^2}{\sigma_{x_i}^2} + \frac{(Y_i - y_i)^2}{\sigma_{y_i}^2} \right]}, \qquad (2.47)$$

onde :

$$F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0, \ i = 1, \ldots, N.$$
(2.48)

ţ

A maximização da equação 2.47 corresponde à minimização da função S [7,8] dada por :

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} [W_{x_i} \cdot (X_i - x_i)^2 + W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i)^2], \qquad (2.49)$$

onde :

,

$$W_{x_i} = \frac{1}{\sigma_{x_i}^2}, \ i = 1, \dots, N$$
 (2.50)

$$W_{y_i} = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}, i = 1, \dots, N$$
 (2.51)

$$F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0, i = 1, \ldots, N.$$
 (2.52)

A minimização da função S, sujeita às N restrições  $F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0$ , requer o uso de multiplicadores de Lagrange  $\lambda_i$  [5]:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right) + \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i}\right) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
 (2.53)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial y_i}\right) + \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial y_i}\right) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
 (2.54)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial a_j}\right) + \sum_{i=1}^N \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P$$
(2.55)

$$F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0, \ i = 1, \ldots, N .$$
(2.56)

Sendo S independente (de forma explícita) dos parâmetros  $a_j$   $\left(\left(\frac{\partial S}{\partial a_j}\right) = 0\right)$  e considerando que cada ponto  $(x_i, y_i)$  é independente dos demais  $\left(\left(\frac{\partial F_i}{\partial x_j}\right) = 0$  e  $\left(\frac{\partial F_i}{\partial y_j}\right) = 0$  para  $i \neq j$ , o sistema de equações 2.53 - 2.56 torna-se :

$$-W_{x_i} \cdot (X_i - x_i) + \lambda_i \cdot (\frac{\partial F_i}{\partial x_i}) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
(2.57)

$$-W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i) + \lambda_i \cdot (\frac{\partial F_i}{\partial y_i}) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
(2.58)

$$F(x_i, y_i; a_1, \ldots, a_P) = 0, \ i = 1, \ldots, N$$
 (2.59)

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P .$$
(2.60)

O sistema de equações 2.57 - 2.60 pode ser colocado em forma matricial compacta, através da definição das seguintes matrizes :

$$\Sigma_{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{x_N}^2 \end{bmatrix} \qquad \Sigma_{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{y_N}^2 \end{bmatrix}$$
(2.61)

$$\epsilon_{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} X_1 - x_1 \\ \vdots \\ X_N - x_N \end{bmatrix} \quad \epsilon_{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} Y_1 - y_1 \\ \vdots \\ Y_N - y_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \end{pmatrix} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \begin{pmatrix} \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y_1} \end{pmatrix} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \begin{pmatrix} \frac{\partial F_N}{\partial y_N} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$
(2.63)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_{1}}{\partial a_{1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial F_{1}}{\partial a_{P}}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial F_{N}}{\partial a_{1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial F_{N}}{\partial a_{P}}\right) \end{bmatrix}$$
(2.64)

obtendo-se<sup>1</sup> :

$$-\Sigma_{\mathbf{X}}^{-1} \cdot \epsilon_{\mathbf{X}} + \mathbf{F}_{\mathbf{X}}^{t} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$$
(2.65)

$$-\Sigma \mathbf{y}^{-1} \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{y} + \mathbf{F} \mathbf{y}^{t} \cdot \mathbf{\Delta} = \mathbf{0}$$
 (2.66)

$$\mathbf{F} = \mathbf{0} \tag{2.67}$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \mathbf{\Lambda} = \mathbf{0} \ . \tag{2.68}$$

No caso de ser possível colocar o modelo na forma explícita ,  $F(x, y; a_1, ..., a_P) = y - f(x; a_1, ..., a_P) = 0$ , o sistema de equações 2.57 - 2.60 torna-se :

$$-W_{x_i} \cdot (X_i - x_i) - \lambda_i \cdot (\frac{\partial f_i}{\partial x_i}) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
(2.69)

$$-W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i) + \lambda_i = 0, \ i = 1, \dots, N$$
(2.70)

$$y_i = f(x_i; a_1, \ldots, a_P), \ i = 1, \ldots, N$$
 (2.71)

$$-\sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P$$
(2.72)

<sup>1</sup>Observação :  $\Sigma_{\mathbf{X}}^{t} = \Sigma_{\mathbf{X}}$ ,  $\Sigma_{\mathbf{y}}^{t} = \Sigma_{\mathbf{y}}$ ,  $\mathbf{F}_{\mathbf{X}}^{t} = \mathbf{F}_{\mathbf{X}} \in \mathbf{F}_{\mathbf{y}}^{t} = \mathbf{F}_{\mathbf{y}}$ .

. . .



Figura 2.2: Método da Máxima Verossimilhança

e que pode ser rearranjado para :

$$\lambda_i = W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i), \ i = 1, \dots, N$$
(2.73)

$$W_{x_i} \cdot (X_i - x_i) + W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i) \cdot (\frac{\partial f_i}{\partial x_i}) = 0, \ i = 1, \dots, N$$
(2.74)

$$y_i = f(x_i; a_1, \ldots, a_P), \ i = 1, \ldots, N$$
 (2.75)

$$-\sum_{i=1}^{N} W_{y_i} \cdot (Y_i - y_i) \cdot \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_j}\right) = 0, \ j = 1, \dots, P.$$

$$(2.76)$$

O método da máxima verossimilhança engloba os anteriores como casos particulares. No caso de todos os  $\sigma_{x_i} = 0$ , obtém-se o método dos mínimos quadrados ponderado, e se todos os  $\sigma_{y_i} = \sigma$  obtém-se o método dos mínimos quadrados.

Uma interpretação gráfica do ajuste é dada pela figura 2.2.

## 2.5.2 Cálculo das Estimativas dos Parâmetros

O cálculo das estimativas dos parâmetros pelo método da máxima verossimilhança, no caso geral em que todos os desvios padrão  $\sigma_{x_i} \in \sigma_{y_i}$  são diferentes de zero, é sempre nãolinear, mesmo que o modelo matemático seja explícito e linear em relação aos parâmetros. Por exemplo, em um caso simples como y = ax + b tem-se:

$$x_{i} = \frac{W_{x_{i}} \cdot X_{i} + W_{y_{i}} \cdot a \cdot (Y_{i} - b)}{W_{x_{i}} + W_{y_{i}} \cdot a^{2}} , \quad i = 1, \dots, N$$
(2.77)

$$y_{i} = \frac{W_{x_{i}} \cdot (a \cdot X_{i} + b) + W_{y_{i}} \cdot a^{2} \cdot Y_{i}}{W_{x_{i}} + W_{y_{i}} \cdot a^{2}} , i = 1, \dots, N$$
(2.78)

-

e o cálculo das estimativas dos parâmetros é dado pelo sistema não-linear :

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{W_{x_i} \cdot W_{y_i} \cdot (Y_i - a \cdot X_i - b)}{W_{x_i} + W_{y_i} \cdot a^2} = 0$$
(2.79)

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{W_{x_i} \cdot W_{y_i} \cdot (Y_i - a \cdot X_i - b) \cdot (W_{x_i} \cdot X_i + W_{y_i} \cdot a \cdot (Y_i - b))}{(W_{x_i} + W_{y_i} \cdot a^2)^2} = 0.$$
(2.80)

Dessa forma , a solução do problema , em qualquer tipo de modelo , envolve um método iterativo. A resolução do sistema de equações 2.65 - 2.68, pelo método de Newton-Raphson , é dada por :

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} -\Sigma_{\mathbf{x}}^{-1} \cdot \epsilon_{\mathbf{x}} + \mathbf{F}_{\mathbf{x}}^{t} \cdot \mathbf{A} \\ -\Sigma_{\mathbf{y}}^{-1} \cdot \epsilon_{\mathbf{y}} + \mathbf{F}_{\mathbf{y}}^{t} \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Delta}_{\varsigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{\Delta}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{\Delta}_{\mathbf{A}} \\ \mathbf{\Delta}_{\mathbf{A}} \end{bmatrix}$$
(2.81)

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{X}}^{-1} + \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} & \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{X}\mathbf{y}} & \mathbf{F}_{\mathbf{X}}^{t} & \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{X}\mathbf{a}} \\ \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{X}\mathbf{y}}^{t} & \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{y}}^{-1} + \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} & \mathbf{F}_{\mathbf{y}}^{t} & \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{y}\mathbf{a}} \\ \mathbf{F}_{\mathbf{X}} & \mathbf{F}_{\mathbf{y}} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{\mathbf{a}} \\ \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{x}\mathbf{a}}^{t} & \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{y}\mathbf{a}}^{t} & \mathbf{F}_{\mathbf{a}}^{t} & \mathbf{A}\mathbf{F}_{\mathbf{a}\mathbf{a}} \end{bmatrix}$$
(2.82)

$$\mathbf{R}^{(n)} \cdot \mathbf{\Delta}_{\boldsymbol{\zeta}}^{(n)} = -\mathbf{g}^{(n)} \tag{2.83}$$

$$\hat{\varsigma}^{(n+1)} = \hat{\varsigma}^{(n)} + \Delta \varsigma^{(n)} , \qquad (2.84)$$

onde :

· · · -

$$\mathbf{\Delta}_{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \Delta x_{1} \\ \vdots \\ \Delta x_{N} \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Delta}_{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \Delta y_{1} \\ \vdots \\ \Delta y_{N} \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Delta}_{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{1} \\ \vdots \\ \Delta \lambda_{N} \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Delta}_{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \Delta a_{1} \\ \vdots \\ \Delta a_{P} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$
$$\mathbf{A}_{\mathbf{F}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{1}}{\partial x_{1}^{2}}\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{N} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{N}}{\partial x_{N}^{2}}\right) \end{bmatrix} \quad (2.86)$$
$$\mathbf{A}_{\mathbf{F}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{1}}{\partial y_{1}^{2}}\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{N} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{N}}{\partial y_{N}^{2}}\right) \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$\mathbf{AF_{XY}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot \left(\frac{\partial^2 F_1}{\partial y_1 \partial x_2}\right) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_N \cdot \left(\frac{\partial^2 F_N}{\partial y_N \partial x_N}\right) \end{bmatrix}$$
(2.88)

$$\mathbf{AF_{Xa}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot \left(\frac{\partial^2 F_1}{\partial a_1 \partial x_1}\right) & \cdots & \lambda_1 \cdot \left(\frac{\partial^2 F_1}{\partial a_{\Gamma} \partial x_1}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_N \cdot \left(\frac{\partial^2 F_N}{\partial a_1 \partial x_N}\right) & \cdots & \lambda_N \cdot \left(\frac{\partial^2 F_N}{\partial a_{\Gamma} \partial x_N}\right) \end{bmatrix}$$
(2.89)

$$\mathbf{AFy_{a}} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{1}}{\partial a_{1} \partial y_{1}}\right) & \cdots & \lambda_{1} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{1}}{\partial a_{F} \partial y_{1}}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{N} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{N}}{\partial a_{1} \partial y_{N}}\right) & \cdots & \lambda_{N} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{N}}{\partial a_{F} \partial y_{N}}\right) \end{bmatrix}$$
(2.90)

$$\mathbf{AF_{aa}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial a_1^2}\right) & \cdots & \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial a_P \partial a_1}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial a_1 \partial a_P}\right) & \cdots & \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial a_P^2}\right) \end{bmatrix} .$$
(2.91)

O método converge quando  $|\Delta_{\zeta}^{(n)}| < \epsilon$ .

A vantagem de se resolver o problema de forma simultânea, ou seja, encontrar os pontos ajustados  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$  ao mesmo tempo que os parâmetros  $\hat{a}_j$ , é a de se necessitar de poucas iterações para convergir [4]. Entretanto, requer o uso de matrizes muito grandes ( $(3N + P) \times (3N + P)$  no caso).

Uma outra forma de resolução é a não-simultânea [2,6], onde as equações individuais de  $x_i$ ,  $y_i$  e  $\lambda_i$  para cada ponto i são resolvidas separadamente em cada iteração do conjunto de valores de  $a_j$ :

$$\mathbf{J_{i}} = \begin{bmatrix} W_{x_{i}} + \lambda_{i} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{i}}{\partial x_{i}^{2}}\right) & \lambda_{i} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{i}}{\partial y_{i} \partial x_{i}}\right) & \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial x_{i}}\right) \\ \lambda_{i} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{i}}{\partial x_{i} \partial y_{i}}\right) & W_{y_{i}} + \lambda_{i} \cdot \left(\frac{\partial^{2} F_{i}}{\partial y_{i}^{2}}\right) & \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial y_{i}}\right) \\ \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial x_{i}}\right) & \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial y_{i}}\right) & 0 \end{bmatrix}$$
(2.92)

$$\Delta \xi_{\mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta \lambda_i \end{bmatrix}$$
(2.93)

$$\mathbf{G_{i}} = \begin{bmatrix} -W_{x_{i}} \cdot (X_{i} - x_{i}) + \lambda_{i} \cdot (\frac{\partial F_{i}}{\partial x_{i}}) \\ -W_{y_{i}} \cdot (Y_{i} - y_{i}) + \lambda_{i} \cdot (\frac{\partial F_{i}}{\partial y_{i}}) \\ F(x_{i}, y_{i}; a_{1}^{(n)}, \dots, a_{P}^{(n)}) \end{bmatrix}$$
(2.94)

$$\mathbf{J}_{\mathbf{i}}^{(m)} \cdot \Delta \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{i}}^{(m)} = -\mathbf{G}_{\mathbf{i}}^{(m)}$$
(2.95)

$$\hat{x_i}^{(m+1)} = \hat{x_i}^{(m)} + \Delta x_i^{(m)}, \ i = 1, ..., N$$
, converge quando  $|\Delta x_i^{(m)}| < \epsilon$  (2.96)

$$\hat{y}_i^{(m+1)} = \hat{y}_i^{(m)} + \Delta y_i^{(m)}, \quad i = 1, \dots, N, \text{ converge quando } |\Delta y_i^{(m)}| < \epsilon \qquad (2.97)$$

$$\hat{\lambda_i}^{(m+1)} = \hat{\lambda_i}^{(m)} + \Delta \lambda_i^{(m)}, i = 1, \dots, N, \text{ converge quando } |\Delta \lambda_i^{(m)}| < \epsilon \qquad (2.98)$$

e em seguida resolve-se as equações para os parâmetros  $a_j$ , lembrando-se que agora  $x_i = x_i(a_1, \ldots, a_P)$ ,  $y_i = y_i(a_1, \ldots, a_P)$  e  $\lambda_i = \lambda_i(a_1, \ldots, a_P)$ :

1

$$h_j = \sum_{i=1}^N \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial a_j}\right) \tag{2.99}$$

$$\Delta A_k = \Delta a_k \tag{2.100}$$

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^{N} \left(\lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial a_k \partial a_j}\right) + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial a_k}\right) \cdot \left(\frac{\partial F_i}{\partial a_j}\right) + \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial x_i \partial a_j}\right) \cdot \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_k}\right) + \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial y_i \partial a_j}\right) \cdot \left(\frac{\partial y_i}{\partial a_k}\right)\right)$$

$$(2.101)$$

$$\mathbf{C}^{(n)} \cdot \Delta \mathbf{A}^{(n)} = -\mathbf{h}^{(n)} \tag{2.102}$$

$$\hat{\mathbf{A}}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{A}}^{(n)} + \Delta \mathbf{A}^{(n)}$$
 (2.103)

En cada iteração do conjunto de valores de  $a_j$  refaz-se o cálculo de  $x_i$ ,  $y_i$  e  $\lambda_i$  para cada ponto *i*. O método converge quando  $|\Delta \mathbf{A}^{(n)}| < \epsilon$ .

A desvantagem dessa forma de resolução é o grande número de iterações necessárias à convergência.

Devido à não-linearidade, o estimador de máxima verossimilhança é um estimador viciado [3]. O vício é proporcional à matriz covariança dada pela equação 2.120, ou seja,  $E(\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) \propto \mathbf{V}$ , e dessa forma pode ser minimizado se na determinação experimental o número de pontos dados, N, for o maior possível. Se o modelo se ajustar bem aos dados experimentais, as varianças dos parâmetros serão pequenas e, conseqüentemente, o vício diminuirá.

Para o caso dos métodos dos mínimos quadrados e mínimos quadrados ponderado , o vício existirá em todas as estimativas dos parâmetros se o modelo for não-linear em relação a pelo menos um deles [3].

## 2.5.3 Cálculo dos Desvios Padrão dos Parâmetros

Devido à não-linearidade, a matriz variança-covariança do vetor A não pode ser calculada de forma exata. As matrizes R e C que aparecem no cálculo da estimativa dos parâmetros não podem ser utilizadas no cálculo de V, porque não são aproximações lineares do modelo e contém termos  $(\lambda_i)$  que dependem das distribuições de erros de  $\epsilon_{x_i}$ e de  $\epsilon_{y_i}$ .

Para se contornar esse problema utiliza-se uma aproximação linear do modelo  $F(x, y; a_1, \ldots, a_P) = 0$  em torno dos pontos estimados  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i; \hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_P)$  [5]:

$$F_i = \hat{F}_i + \left(\frac{\partial \hat{F}_i}{\partial x_i}\right) \cdot \left(x_i - \hat{x}_i\right) + \left(\frac{\partial \hat{F}_i}{\partial y_i}\right) \cdot \left(y_i - \hat{y}_i\right) + \sum_{j=1}^{P} \left(\frac{\partial \hat{F}_i}{\partial a_j}\right) \cdot \left(a_j - \hat{a}_j\right) = 0, i = 1, \dots, N \quad (2.104)$$

Colocando na forma matricial compacta e lembrando que :

$$x_i - \hat{x}_i = (X_i - \hat{x}_i) - (X_i - x_i) = \hat{\epsilon}_{x_i} - \epsilon_{x_i}$$
(2.105)

$$y_i - \hat{y}_i = (Y_i - \hat{y}_i) - (Y_i - y_i) = \hat{\epsilon}_{y_i} - \epsilon_{y_i}$$
(2.106)

obtém-se :

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot (\hat{\epsilon}_{\mathbf{X}} - \epsilon_{\mathbf{X}}) + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot (\hat{\epsilon}_{\mathbf{y}} - \epsilon_{\mathbf{y}}) + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}} \cdot (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) = \mathbf{0} .$$
(2.107)

Os pontos estimados obedecem ao sistema de equações 2.65 - 2.68 :

$$-\Sigma_{\mathbf{X}}^{-1} \cdot \hat{\epsilon}_{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$$
(2.108)

$$-\Sigma \mathbf{y}^{-1} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$$
 (2.109)

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{0} \tag{2.110}$$

ł

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{0} \ . \tag{2.111}$$

Rearranjando as equações 2.108 e 2.109 :

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{A}}$$
(2.112)

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{A}} . \tag{2.113}$$

Multiplicando por  $\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}$  e  $\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}}$  , respectivamente , e somando :

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{y}} = (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}}^{t}) \cdot \hat{\mathbf{A}} .$$
(2.114)

Definindo  ${\bf \hat{H}}$  por^2 :

$$\hat{\mathbf{H}} = \left(\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Y}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}}^{t}\right)$$
(2.115)

e utilizando a equação 2.114 obtém-se  $\hat{\mathbf{A}}$  :

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \left( \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{y}} \right) .$$
(2.116)

Multiplicando por  $\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t}$  e utilizando a equação 2.111 :

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \left( \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{\mathbf{y}} \right) = \mathbf{0} . \qquad (2.117)$$

Substituindo as equações 2.107 e 2.110 na equação 2.117 e rearranjando :

$$\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A} = -(\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} \cdot \epsilon_{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} \cdot \epsilon_{\mathbf{y}}) , \qquad (2.118)$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Observação :  $\hat{\mathbf{H}}^{\dagger} = \hat{\mathbf{H}}$ 

que é uma expressão linear em  $\epsilon_{\mathbf{X}} \in \epsilon_{\mathbf{y}}$ . Sabendo que  $V(\epsilon_{\mathbf{X}}) = \Sigma_{\mathbf{X}} \in V(\epsilon_{\mathbf{y}}) = \Sigma_{\mathbf{y}}$ , e que  $V(\mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}) = \mathbf{K} \cdot V(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{K}^{t}$  (onde K é independente de  $\epsilon_{\mathbf{X}} \in \epsilon_{\mathbf{y}}$ ), obtém-se :

$$\mathbf{V} = \left[ -(\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \right] \cdot (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot V(\epsilon_{\mathbf{X}}) \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}} \cdot V(\epsilon_{\mathbf{Y}}) \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}}^{t}) \cdot \\ \cdot \left[ -\hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}} \cdot (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{t^{-1}} \right] = \\ = (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}} \cdot \Sigma_{\mathbf{X}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{X}}^{t} + \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}} \cdot \Sigma_{\mathbf{Y}} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}}^{t}) \cdot \\ \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}} \cdot (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} \cdot (2.119)$$

Utilizando a equação 2.115 obtém-se finalmente :

ł

$$\mathbf{V} = (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} .$$
(2.120)

Da equação 2.118 pode-se chegar à falsa conclusão que  $E(\hat{\mathbf{A}} - \mathbf{A}) = \mathbf{0}$ , pois  $E(\epsilon_{\mathbf{X}}) = \mathbf{0}$  e  $E(\epsilon_{\mathbf{Y}}) = \mathbf{0}$ . No entanto, é preciso lembrar que a equação 2.118 é apenas uma aproximação linear.

No caso de não se conhecer os valores exatos de cada variança  $\sigma_{x_i}^2 e \sigma_{y_i}^2$ , mas somente seus valores relativos (que são usados no cálculo de  $W_{x_i} e W_{y_i}$ ), a equação 2.120 é multiplicada pela estimativa de  $\sigma^2$ , dada por [5]:

$$s^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (W_{x_{i}} \cdot (X_{i} - \hat{x}_{i})^{2} + W_{y_{i}} \cdot (Y_{i} - \hat{y}_{i})^{2})}{N - P} = \frac{2 \cdot \hat{S}}{N - P} , \qquad (2.121)$$

onde os valores de  $\hat{x_i} \in \hat{y_i}$  são calculados após o ajuste. Nesse caso , a equação 2.120 torna-se :

$$\mathbf{V} = (\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}}^t \cdot \hat{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{a}})^{-1} \cdot s^2 . \qquad (2.122)$$

As estimativas das varianças dos parâmetros são dadas pelos elementos da diagonal de V, e as estimativas dos desvios padrão por :

$$s_{a_j} = \sqrt{\mathbf{V}_{jj}} \ . \tag{2.123}$$

## 2.5.4 Intervalos de Confiança

Intervalos de confiança individuais para os parâmetros  $a_j$ , com nível de confiança de  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ , são dados por :

$$\hat{a_j} - t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j} \le a_j \le \hat{a_j} + t(N - P, 1 - \alpha/2) \cdot s_{a_j}, j = 1, \dots, P$$
 (2.124)

onde  $t(N - P, 1 - \alpha/2)$  é o ponto da distribuição t de Student para  $(1 - \alpha/2) \cdot 100\%$  de confiança com N - P graus de liberdade

A região de confiança (dimensão P) para os parâmetros é dada por :

$$(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^t \cdot \mathbf{V}^{-1} \cdot (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) \leq P \cdot F(P, N - P, 1 - \alpha)$$
, (2.125)

onde  $F(P, N-P, 1-\alpha)$  é o ponto da distribuição F(P, N-P) [8] para teste de varianças com nível de confiança de  $(1-\alpha) \cdot 100\%$  e com graus de liberdade  $P \in N - P$ .
#### 2.5.5 Aplicação Numérica

Para aplicação na análise dos dados cinéticos da oxidação do etanol a acetaldeído foi desenvolvido um programa de computador que se encontra no Anexo I.

O programa utiliza o método da máxima verossimilhança por ser o mais genérico, englobando os métodos dos mínimos quadrados e dos mínimos quadrados ponderado como casos particulares.

O modelo matemático utilizado possui três variáveis e foi colocado na forma implícita como :

$$F(x, y, z; a_1, \ldots, a_P) = z - f(x, y; a_1, \ldots, a_P) = 0.$$
(2.126)

A forma implícita apresenta características superiores de convergência sobre a forma explícita. Nos casos limites em que  $\sigma_{x_t} \to 0 \text{ e/ou } \sigma_{y_t} \to 0$  as duas formas são equivalentes, mas no caso limite em que  $\sigma_{z_t} \to 0$  a forma explícita (em z) não converge (foi testado no computador). A forma implícita converge em qualquer situação com relação aos valores dos desvios padrão.

Devido às limitações numéricas do computador nos casos limites em que os desvios padrão tendem a zero (divisão por zero), os sistemas de equações para a obtenção das estimativas dos parâmetros foram modificados para :

$$-\epsilon_{\mathbf{X}} + \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{F}_{\mathbf{X}}^{t} \cdot \boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{0}$$
 (2.127)

$$-\epsilon_{\mathbf{y}} + \Sigma_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{F}_{\mathbf{y}}^{t} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$$
 (2.128)

$$-\epsilon_{\mathbf{Z}} + \Sigma_{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{F}_{\mathbf{Z}}^{t} \cdot \mathbf{\Lambda} = \mathbf{0}$$
(2.129)

$$\mathbf{F} = \mathbf{0} \tag{2.130}$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{a}}^{t} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0} \ . \tag{2.131}$$

O programa utiliza a forma simultânea de resolução do sistema por requerer poucas iterações. Um programa semelhante utilizando a forma não-simultânea para a resolução do sistema apresentou problemas de convergência, em alguns casos necessitando de um número muito elevado de iterações e em outros nem convergindo.

O critério de convergência usado no método iterativo (Newton-Raphson)  $\epsilon \mid \Delta \varsigma^{(n)} \mid < \epsilon$ , onde :

$$\epsilon = \begin{cases} |\varsigma| \cdot \delta \quad \text{para} \quad |\varsigma| \cdot \delta > \nu \\ \nu \quad \text{para} \quad |\varsigma| \cdot \delta \le \nu \end{cases}$$
(2.132)

e onde  $\zeta$  é qualquer uma das variáveis  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ ,  $\lambda_i$  ou  $a_j$ , sendo  $\delta = 10^{-8}$  e  $\nu = 10^{-10}$ .

O cálculo da função matemática que representa o modelo foi colocado em uma subrotina separada , tornando o programa genérico. Para se testar outras formas de funções basta modificar esta sub-rotina.

O cálculo das derivadas é feito numericamente, evitando a necessidade de se ter que conhecer antecipadamente a forma da função  $f(x, y; a_1, \ldots, a_P)$ . As equações usadas são:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right) = \frac{f(\xi + \Delta\xi) - f(\xi - \Delta\xi)}{2 \cdot \Delta\xi} + \Theta(\Delta\xi^2)$$
(2.133)

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}\right) = \frac{f(\xi + \Delta \xi) - 2f(\xi) + f(\xi - \Delta \xi)}{\Delta \xi^2} + \Theta(\Delta \xi^2)$$
(2.134)

.

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \varsigma}\right) = \frac{f(\xi + \Delta\xi, \varsigma + \Delta\varsigma) - f(\xi - \Delta\xi, \varsigma + \Delta\varsigma) - f(\xi + \Delta\xi, \varsigma - \Delta\varsigma) + f(\xi - \Delta\xi, \varsigma - \Delta\varsigma)}{4 \cdot \Delta\xi \cdot \Delta\varsigma}$$

 $+\Theta(\Delta\xi\cdot\Delta\varsigma)$  (2.135)

onde 
$$\Delta \xi = \begin{cases} |\xi| \cdot \Delta & \text{para} & |\xi| \cdot \Delta > \nu \\ \nu & \text{para} & |\xi| \cdot \Delta \le \nu \end{cases}$$
 (2.136)

onde 
$$\Delta \varsigma = \begin{cases} |\varsigma| \cdot \Delta & \text{para} & |\varsigma| \cdot \Delta > \nu \\ \nu & \text{para} & |\varsigma| \cdot \Delta \le \nu \end{cases}$$
 (2.137)

sendo  $\Delta = 10^{-4}$  e  $\nu = 10^{-4}$ .

A precisão utilizada pelo computador é de 16 dígitos (dupla precisão).

# Capítulo 3

# Cinética de Oxidação do Etanol a Acetaldeído

Neste capítulo são apresentadas as reações químicas envolvidas na oxidação catalítica do etanol, o mecanismo de adsorção e reação na superfície do catalisador, e o desenvolvimento das equações das taxas para os compostos que participam dessas reações. Em seguida, essas equações são aplicadas a um modelo de reator PFR isotérmico para a obtenção de um modelo matemático que é utilizado na análise e interpretação dos dados cinéticos de J.C. Moura [9]. Os métodos de ajuste aplicados foram o método dos mínimos quadrados e o método da máxima verossimilhança.

ł

#### 3.1 Reações Químicas Envolvidas

A oxidação catalítica do etanol a acetaldeído, tendo como catalisador cobre metálico superficialmente oxidado (não-poroso), segue as seguintes reações globais [9]:

$$CH_3CH_2OH + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow CH_3CHO + H_2O \tag{1}$$

$$CH_3CH_2OH + 3O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$
 (II)

O mecanismo de adsorção e reação na superfície do catalisador é baseado em um modelo tipo Temkin, em regime permanente, através das seguintes etapas [9]:

$$CH_3CH_2OH + Z.O_2 \xrightarrow{\kappa_1} CH_3CHO + H_2O + Z.O \tag{i}$$

$$O_2 + Z \xrightarrow{\kappa_2} Z.O_2 \tag{ii}$$

$$2Z.O \longrightarrow Z + Z.O_2 \tag{ii'}$$

$$CH_3CHO + Z \stackrel{K_3}{\rightleftharpoons} Z.CH_3CHO \qquad (iii)$$

$$Z.CH_3CHO + H_2O \xrightarrow{k_4} CH_3CH_2OH + Z.O$$
(iv)

$$CH_3CHO + ZO_2 \xrightarrow{k_5} 2CH_2O + ZO \tag{v}$$

$$CH_2O + 2Z.O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O + 2Z.O$$
,  $(v')$ 

onde Z representa um sítio ativo desocupado e Z.A representa um sítio ativo ocupado pela espécie química A na superfície do catalisador (adsorção).

As etapas ii' e v' são muito rápidas e como conseqüência a quantidade de moléculas de  $CH_2O$  na fase gasosa e de sítios Z.O na superfície do catalisador será muito pequena:

$$P_{CH_3O} \cong 0 \tag{3.1}$$

$$\theta_O \cong 0$$
, (3.2)

onde :

 $P_j = Pressão parcial do composto j$ 

 $\theta_{j} =$  Fração da superfície de catalisador ocupada pelo composto j .

#### Equações das Taxas de Reação 3.2

A taxa global de reação de um composto que participa de uma ou mais reações é dada por :

$$r_j = \sum_{i=1}^n r^{(i)} \cdot \nu_j^{(i)} , \qquad (3.3)$$

onde :

 $r_j$  = Taxa de reação do composto j por unidade de massa de catalisador  $r^{(i)}$  = Taxa da reação global i por unidade de massa de catalisador

 $\nu_i^{\{i\}} = ext{Coefficiente estequiométrico do composto } j$  na reação global i .

Assim , em um sistema em regime permanente<sup>1</sup> , as reações globais I e II conduzem **a** :

$$\tau_{CH_3CH_2OH} = -\tau^{\{1\}} - \tau^{\{2\}} \tag{3.4}$$

$$r_{O_2} = -\frac{1}{2}r^{(1)} - 3r^{(2)} \tag{3.5}$$

$$\tau_{CH_{2}CHO} = \tau^{(1)} \tag{3.6}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A hipótese do estado estacionário é necessária porque as reações globais são combinações lineares das etapas elementares.

$$r_{CO_2} = 2r^{(2)} \tag{3.7}$$

$$r_{H_2O} = r^{(1)} + 3r^{(2)} , \qquad (3.8)$$

que, eliminados  $r^{(1)}$  e  $r^{(2)}$ , conduzem a :

1

$$-\tau_{CH_3CH_2OH} = \tau_{CH_3CHO} + \frac{1}{2}\tau_{CO_2}$$
(3.9)

$$-r_{O_2} = \frac{1}{2}r_{GH_3GHO} + \frac{3}{2}r_{GO_2}$$
(3.10)

$$r_{H_2O} = r_{CH_3CHO} + \frac{3}{2}r_{CO_2} . \qquad (3.11)$$

Utilizando o mecanismo proposto i , ii , ii', iii , iv , v e v' as taxas de reação para os compostos envolvidos são :

$$r_{OH_3OH_2OH} = -r_{(1)} + r_{(4)} \tag{3.12}$$

$$r_{O_2} = -r_{(2)} \tag{3.13}$$

$$r_{CH_3CH_0} = r_{(1)} - r_{(4)} - r_{(5)} \tag{3.14}$$

$$r_{GO_2} = 2\tau_{(5)} \tag{3.15}$$

$$r_{H_2O} = r_{(1)} - r_{(4)} + 2r_{(5)} , \qquad (3.16)$$

onde  $\tau_{\{j\}}$  é a taxa da etapa j do mecanismo por unidade de massa de catalisador.

O termo  $r_{14}$  aparece na equação 3.14 porque a etapa iii está em equilíbrio (taxas das reações direta e inversa de iii muito maiores que a taxa de reação de iv), de tal forma que para cada mol de  $Z.CH_3CHO$  consumido em iv deve ser consumido 1 mol de  $CH_3CHO$  em iii.

O termo  $2r_{\{5\}}$  aparece nas equações 3.15 e 3.16 porque a etapa v' é muito mais rápida que a etapa v (etapa determinante), de tal forma que para cada mol de  $CH_3CHO$ transformado em v são formados 2 moles de  $CO_2$  e 2 moles de  $H_2O$  em v'.

As taxas de cada etapa do mecanismo são dadas por :

$$r_{(1)} = k_1 \cdot P_{CH_3CH_2OH} \cdot \theta_{O_2} \tag{3.17}$$

$$\mathbf{r}_{\{2\}} = k_2 \cdot P_{O_2} \cdot \boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{v}} \tag{3.18}$$

$$\mathbf{r}_{(4)} = k_4 \cdot P_{H_2O} \cdot \theta_{OH_3OHO} \tag{3.19}$$

$$r_{(5)} = k_5 \cdot P_{CH_3CHO} \cdot \theta_{O_2} , \qquad (3.20)$$

onde  $\theta_v$  é a fração da superfície ativa de catalisador desocupada.

As constantes das equações das taxas seguem a lei de Arrhenius :

$$k_i = k_i^{\circ} \cdot \exp(-\frac{E_i}{RT}), \ i = 1, 2, 4, 5$$
, (3.21)

onde  $E_i$  é a energia de ativação da etapa de reação *i*. As constantes das equações das taxas são sempre números positivos.

A etapa iii, em equilíbrio, fornece :

$$K_3 = \frac{\theta_{CH_3CHO}}{\theta_v \cdot P_{CH_3CHO}} . \tag{3.22}$$

A constante de equilíbrio  $K_3$  segue uma relação com a temperatura dada por :

$$K_3 = K_3^\circ \cdot \exp\left(-\frac{\Delta H_3}{RT}\right) , \qquad (3.23)$$

onde  $\Delta H_3$  é a entalpia de adsorção do  $CH_3CHO$  (etapa iii). A constante de equilíbrio também é um número positivo.

O balanço dos sítios ativos, ocupados e desocupados, é dado por :

$$\theta_v + \theta_{O_2} + \theta_{CH_3CHO} = 1. \tag{3.24}$$

As equações das taxas, para cada composto, devem ser colocadas em função de variáveis facilmente mensuráveis, no caso, as pressões parciais de cada composto.

Substituindo as equações 3.17 - 3.20, 3.13 - 3.15 na equação 3.10, obtém-se<sup>2</sup>:

$$2k_2 \cdot P_{O_2} \cdot \theta_v = k_1 \cdot P_{CH_3CH_2OH} \cdot \theta_{O_2} - k_4 \cdot P_{H_2O} \cdot \theta_{CH_3CHO} + 5k_5 \cdot P_{CH_3CHO} \cdot \theta_{O_2}$$
(3.25)

Resolvendo-se o sistema de equações 3.22 , 3.24 e 3.25 , chega-se às expressões para  $\theta_{\nu}$  ,  $\theta_{O_2}$  e  $\theta_{CH_3CHO}$  :

$$\theta_{v} = \frac{(k_{1} \cdot P_{A} + 5k_{5} \cdot P_{D})}{[2k_{2} \cdot P_{B} + k_{4} \cdot K_{3} \cdot P_{D} \cdot P_{F} + (1 + K_{3} \cdot P_{D}) \cdot (k_{1} \cdot P_{A} + 5k_{5} \cdot P_{D})]}$$
(3.26)

$$\theta_{O_2} = \frac{(2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F)}{[2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F + (1 + K_3 \cdot P_D) \cdot (k_1 \cdot P_A + 5k_5 \cdot P_D)]}$$
(3.27)

$$\theta_{CH_3CHO} = \frac{K_3 \cdot P_D \cdot (k_1 \cdot P_A + 5k_5 \cdot P_D)}{[2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F + (1 + K_3 \cdot P_D) \cdot (k_1 \cdot P_A + 5k_5 \cdot P_D)]}$$
(3.28)

onde :

$$\begin{array}{ll} A = CH_3CH_2OH & D = CH_3CHO \\ B = O_2 & E = CO_2 \\ C = N_2 & F = H_2O \end{array}$$

O  $N_2$  aparece quando o oxidante utilizado é o ar.

Utilizando as equações 3.17, 3.19, 3.27 e 3.28 na equação 3.12 obtém-se :

$$r_{CH_3CH_2OH} = -\tau \tag{3.29}$$

<sup>2</sup>Equivale à aproximação do estado estacionário para a espécie  $Z.O_2$ , ou seja  $\left(\frac{\partial \theta_{O_2}}{\partial t}\right) = 0$ .

$$r = \frac{(2k_1 \cdot k_2 \cdot P_A \cdot P_B - 5k_4 \cdot K_3 \cdot k_5 \cdot P_D^2 \cdot P_F)}{[2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F + (1 + K_3 \cdot P_D) \cdot (k_1 \cdot P_A + 5k_5 \cdot P_D)]}$$
(3.30)

O rendimento instantâneo ou seletividade  $\phi$  da reação em termos da formação de acetaldeído a partir do etanol é definido por :

$$\phi = \frac{\tau_{CH_3CHO}}{\left(-\tau_{CH_3CH_3OH}\right)}, \qquad (3.31)$$

fornecendo :

$$\phi = 1 - \frac{r_{(5)}}{r_{(1)} - r_{(4)}} = 1 - \frac{k_5 \cdot P_D \cdot (2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F)}{(2k_1 \cdot k_2 \cdot P_A \cdot P_B - 5k_4 \cdot K_3 \cdot k_5 \cdot P_D^2 \cdot P_F)} .$$
(3.32)

Utilizando as equações 3.29 e 3.31 nas equações 3.4 - 3.8 obtém-se :

$$r_{CH_3CH_2OH} = -r \tag{3.33}$$

$$\mathbf{r}_{O_2} = -(3 - 2.5 \cdot \boldsymbol{\phi}) \cdot \boldsymbol{\tau} \tag{3.34}$$

$$r_{CH_3CHO} = \phi \cdot r \tag{3.35}$$

$$r_{CO_2} = 2 \cdot (1 - \phi) \cdot r \tag{3.36}$$

$$r_{H_2O} = (3 - 2 \cdot \phi) \cdot r . \qquad (3.37)$$

As equações 3.30 e 3.32 podem ser simplificadas. A taxa de regeneração do acetaldeído a etanol é muito pequena [9], de tal forma que o termo  $k_4 \cdot P_{H_2O} \propto \delta$ , onde  $\delta$  é um número infinitesimal (0 <  $\delta \ll 1$ ). Nas condições onde pouco  $CO_2$  é formado (o objetivo é o  $CH_3CHO$ ) o termo  $k_5 \cdot P_{CH_3CHO} \propto \delta$ . Desprezando-se os termos contendo  $k_4 \cdot k_5 \cdot P_{H_2O} \cdot P_{CH_3CHO} \propto \delta^2$  obtém-se :

$$r = \frac{(2k_1 \cdot k_2 \cdot P_A \cdot P_B)}{[2k_2 \cdot P_B + k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F + (1 + K_3 \cdot P_D) \cdot (k_1 \cdot P_A + 5k_5 \cdot P_D)]}$$
(3.38)  
$$\phi = 1 - \frac{k_5}{k_1} \cdot \frac{P_D}{P_A} .$$
(3.39)

### 3.3 Análise dos Dados Cinéticos

#### 3.3.1 Modelo Matemático para Reator PFR Isotérmico

Moura [9], em seu trabalho, utilizou um reator tubular isotérmico, em regime permanente, para obter os dados da oxidação do etanol sobre catalisador de cobre metálico oxidado.

O balanço de massa no reator para um composto j é dado por :

$$dF_j = r_j \cdot dW \quad , \tag{3.40}$$

onde :

W = Massa de Catalisador

$$r_j$$
 = Taxa de reação de j por unidade de massa de catalisador  
 $F_j$  = Vazão molar de j .

Sendo A o reagente limite e definindo a conversão X por :

$$X = \frac{F_A^\circ - F_A}{F_A^\circ} \tag{3.41}$$

a equação 3.40 torna-se :

1

$$F_A^{\circ} \cdot dX = (-\tau_A) \cdot dW \tag{3.42}$$

que integrada passa a :

$$\frac{W}{F_A^{\circ}} = \int_0^X \frac{dX}{(-r_A)} , \qquad (3.43)$$

onde  $F_A^{o}$  é a vazão molar de A na entrada.

Na situação estudada o reagente limite é o etanol e a alimentação consiste de uma mistura gasosa ar<sup>3</sup>-etanol. Utilizando-se a equação :

$$F_j = y_j \cdot F \tag{3.44}$$

e sabendo que :

$$y_A^{\rm o} = \frac{1}{1+Rm} \tag{3.45}$$

a equação 3.43 torna-se :

$$\frac{W}{F^{\circ}} = \frac{1}{1+Rm} \cdot \int_{0}^{X} \frac{dX}{(-r_{A})} , \qquad (3.46)$$

onde :

F =Vazão molar total  $F^{\circ} =$ Vazão molar total à entrada Rm =Razão molar ar/etanol à entrada (alimentação)  $y_j =$ Fração molar do composto j $y_A^{\circ} =$ Fração molar de A à entrada .

Para se integrar a equação 3.46,  $r_A$  deve ser expresso como função de X. Supondo que o gás tenha comportamento ideal, tem-se :

$$P_j = y_j \cdot P \quad , \tag{3.47}$$

onde P é a pressão total.

Definindo a seletividade global  $\Phi$  por :

$$\Phi = \frac{1}{X} \cdot \int_0^X \phi \cdot dX , \qquad (3.48)$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>O ar possui composição molar de aproximadamente 21% de  $O_2$  e 79% de  $N_2$ .

utilizando as equações 3.33 - 3.37 , 3.40 , 3.41 e 3.44 e sabendo que o  $N_2$  do ar não participa de nenhuma reação , ou seja :

$$r_{N_2} = 0$$
 (3.49)

ţ

chega-se a :

. . .

$$y_A = \frac{(1-X)}{\gamma} \tag{3.50}$$

$$y_{\mathcal{B}} = \frac{\left(0.21 \cdot Rm - 3 \cdot X + 2.5 \cdot X \cdot \Phi\right)}{\gamma} \tag{3.51}$$

$$y_G = \frac{0.79 \cdot Rm}{\gamma} \tag{3.52}$$

$$y_D = \frac{X \cdot \Phi}{\gamma} \tag{3.53}$$

$$y_E = \frac{2 \cdot X \cdot (1 - \Phi)}{\gamma} \tag{3.54}$$

$$y_F = \frac{X \cdot (3 - 2 \cdot \Phi)}{\gamma} \tag{3.55}$$

$$\gamma = 1 + Rm + X - \frac{1}{2} \cdot X \cdot \Phi . \qquad (3.56)$$

Para se obter  $\Phi$  como função de X utilizam-se as equações 3.39, 3.47, 3.48, 3.50 e 3.53 :

$$\phi = \frac{d(X \cdot \Phi)}{dX} \tag{3.57}$$

$$\phi = 1 - \frac{k_5}{k_1} \cdot \frac{X \cdot \Phi}{(1 - X)} .$$
 (3.58)

Sendo  $\Phi = 1 \text{ em } X = 0 \text{ e definindo}$ :

$$A_5 = \frac{k_5}{k_1}$$
(3.59)

chega-se a :

$$\Phi = \frac{1}{X \cdot (1 - A_5)} \cdot \left[ (1 - X)^{A_5} - (1 - X) \right].$$
 (3.60)

Nas condições experimentais testadas por Moura a seletividade  $\Phi$  manteve-se muito próxima de 1. Assim, pode-se fazer a aproximação :

$$\Phi \approx 1$$
. (3.61)

Além disso, devido à pouca formação de  $CO_2$ , o termo  $k_5 \cdot P_{CH_3CHO}$  é muito pequeno em relação aos demais<sup>4</sup> e pode ser desprezado. Utilizando esta aproximação, a equação 3.38 resulta em :

$$\frac{1}{(-r_A)} = \frac{1}{r} = \frac{1}{k_1 \cdot P_A} + \frac{1}{2k_2 \cdot P_B} + \frac{k_4 \cdot K_3 \cdot P_D \cdot P_F}{2k_1 \cdot k_2 \cdot P_A \cdot P_B} + \frac{K_3 \cdot P_D}{2k_2 \cdot P_B}$$
(3.62)

e aplicando as equações 3.47, 3.50, 3.51, 3.53, 3.55 e 3.61 na equação 3.62 obtém-se :

$$\frac{1}{r} = A_1 \cdot \frac{(1 + Rm + 0.5 \cdot X)}{(a - X)} + A_2 \cdot \frac{(1 + Rm + 0.5 \cdot X)}{(1 - X)} + A_3 \cdot \frac{X^2}{(a - X) \cdot (1 - X)} + A_4 \cdot \frac{X}{(a - X)}$$
(3.63)

onde :

ł

$$A_1 = \frac{1}{k_2 \cdot P}$$
(3.64)

$$A_2 = \frac{1}{k_1 \cdot P} \tag{3.65}$$

$$A_3 = \frac{k_4 \cdot K_3}{k_1 \cdot k_2} \tag{3.66}$$

$$A_4 = \frac{K_3}{k_2}$$
(3.67)

$$a = 0.42 \cdot Rm . \tag{3.68}$$

Substituindo a equação 3.63 na equação 3.46 obtém-se :

$$\frac{W}{F^{\circ}} = \frac{A_{1}}{Rm+1} \cdot \left[-(Rm+1) \cdot \ln(1-\frac{X}{a}) - 0.5 \cdot a \cdot \ln(1-\frac{X}{a}) - 0.5 \cdot X\right] + \frac{A_{2}}{Rm+1} \cdot \left[-(Rm+1) \cdot \ln(1-X) - 0.5 \cdot \ln(1-X) - 0.5 \cdot X\right] + \frac{A_{3}}{Rm+1} \cdot \left[\frac{a^{2} \cdot \ln(1-\frac{X}{a}) - \ln(1-X)}{(a-1)} + X\right] + \frac{A_{4}}{Rm+1} \cdot \left[-a \cdot \ln(1-\frac{X}{a}) - X\right].$$
(3.69)

A equação 3.69 é o modelo matemático que, quando aplicado ao conjunto de dados experimentais  $\{X_i, Rm_i, \frac{W}{F^\circ}_i\}$ , permitirá estimar os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $K_3$  e  $k_4$ . Sendo a equação 3.69 linear em relação aos parâmetros  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$ , é preferível fazer o ajuste em relação a esses parâmetros e depois calcular  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $K_3$  e  $k_4$  pelas equações 3.64, 3.65, 3.66 e 3.67. Como o jacobiano da transformação  $A_j \rightarrow k_j$  possui determinante diferente de zero (em qualquer situação), os ajustes em  $A_j$  e  $k_j$  são equivalentes, isto é, conduzem ao mesmo (e único) resultado.

A equação 3.60 é o modelo matemático que , quando aplicado ao conjunto de dados experimentais  $(X_i, \Phi_i)$ , permitirá estimar o parâmetro  $k_5$ . Sendo linear a relação entre  $A_5$  e  $k_5$  pela equação 3.59 (sendo  $k_1$  já estimado), os ajustes em  $A_5$  e  $k_5$  são equivalentes.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Esta conclusão pode ser tirada das equações 3.39, 3.57 e 3.61.

	х	Rm	$\frac{W}{F^{\circ}}$ (g·min/Nl)	Φ
Ĭ	0.0375	2.416	8.11	0.996
	0.0416	2.415	9.96	0.993
	0.0518	2.415	15.40	0.994
	0.0622	2.416	23.63	0.994
	0.0563	5.042	7.95	0.998
	0.0748	5.046	15.84	0.995
	0.1113	5.050	31.64	0.993
ſ	0.0667	9.246	7.98	0.997
	0.1141	9.152	16.01	0.994
	0.1367	9.183	24.03	0.994
	0.1533	9.050	31.78	0.991

Tabela 3.1: Temperatura =  $300 \,^{\circ}C - Pressão = 0.947$  atm

#### 3.3.2 Dados Experimentais

Os dados experimentais obtidos por Moura [9] são apresentados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3. A vazão molar na entrada  $F^{\circ}$  é expressa em Normal litros/min (Nl/min), que é a vazão medida em condições padrão de temperatura e pressão (1 atm e 273.15 Kelvin).

Observação : Em todas as tabelas deste trabalho utiliza-se o ponto "." para representar a separação decimal nos números.

#### 3.3.3 Estimativas dos Parâmetros Obtidas por MOURA

Para a determinação de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  Moura utilizou inicialmente um alisamento, colocando em gráficos os dados experimentais, e em seguida ajustou os dados alisados pela equação 3.69 com o método dos mínimos quadrados. Os resultados obtidos estão na tabela 3.4.

Para estimar o parâmetro  $A_5$  Moura utilizou as equações 3.57 e 3.58, calculando as derivadas numericamente a partir dos dados de  $\Phi \times X$ . A vantagem é a linearidade do modelo em  $A_5$ . Os resultados mostraram que  $A_5$  praticamente não depende da temperatura, e estão na tabela 3.4.

Os dados da tabela 3.4 foram ajustados em função da temperatura, com o método dos mínimos quadrados, pelas equações 3.21 e 3.23 e os resultados estão na tabela 3.5. A conversão de unidades de massa para unidades de área superficial de catalisador foi feita utilizando-se a área superficial específica :

$$s_p = \frac{6}{\rho_p \cdot D_p} , \qquad (3.70)$$

onde :

X	Rm	$\frac{W}{F^{\circ}}$ (g·min/N})	ф
0.0509	2.433	7.97	0.998
0.0736	2.396	15.89	0.996
0.0888	2.384	23.88	0.994
0.0968	2.382	31.58	0.992
0.0781	4.949	8.02	0.997
0.1070	4.754	15.99	0.994
0.1316	4.708	23.78	0.993
0.1540	4.682	32.04	0.992
0.1215	9.787	7.98	0.994
0.1691	9.571	15.86	0.988
0.2129	9.593	23.92	0.985
0.2512	9.560	31.97	0.984

Tabela 3.2: Temperatura =  $330 \degree C - Pressão = 0.947$  atm

ł

	x	Rm	$\frac{W}{F^{\circ}}$	Φ
			$(g \cdot \min/Nl)$	
	0.1563	2.429	8.01	0.990
	0.1890	2.526	16.08	0.985
	0.2070	2.397	23.84	0.983
Ĩ	0.2532	4.984	8.04	0.986
i	0.3040	4.790	15.98	0.968
	0.3439	4.807	23.85	0.961
Ì	0.3754	4.787	31.95	0.956
	0.3677	9.753	7.98	0.970
	0.4709	9.627	15.97	0.960
	0.5350	9.616	24.02	0.956
l	0.5646	9.256	31.77	0.950

Tabela 3.3: Temperatura = 360 °C — Pressão = 0.947 atm

Item	300 °C	330 °C	360 °C
Ai	67.8642	80.1188	17.8705
A2	73.1937	22.3959	3.25634
A <sub>3</sub>	466701	116111	7381.49
A4	4755.01	4853.41	915.011
A5	0.138629	0.139979	0.139910
$k_1 \left(\frac{Nl}{\text{g-min-atm}}\right)$	0.014427	0.04715	0.32428
$k_2 \left(\frac{N}{\text{g-min atm}}\right)$	0.01556	0.01318	0.05909
$K_3 (\text{atm}^{-1})$	73.988	63.968	54.068
$k_4 \left(\frac{N}{\text{g·min·atm}}\right)$	1.416	1.128	2.616
$k_5 \left(\frac{N}{\text{g-min-atm}}\right)$	0.00200	0.00660	0.04537

Tabela 3.4: Estimativas de  $A_i$ ,  $k_i$  e  $K_3$  (Moura)

1

 $s_p =$ Área superficial específica (área/massa)

 $D_p$  = Diâmetro da partícula de catalisador

 $\rho_p$  = Massa específica do catalisador

e onde , no caso , as partículas de catalisador são cilindros de cobre com altura e diâmetro iguais , com :

$$ho_p = 8.92 ext{ g/cm}^3$$
  
 $D_p = 1 ext{ mm}$  .

#### 3.3.4 Aplicação dos Métodos de Ajuste

Para a aplicação dos métodos de ajuste do capítulo 2 não foi feito nenhum alisamento nos dados.

Na determinação das estimativas dos parâmetros  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$ , utilizando a equação 3.69, foram testados o método dos mínimos quadrados e o método da máxima verossimilhança com os desvios padrão :

$$\sigma_{X_i} = 0.01 \cdot X_i , [9] \text{ pag. 29 e 61}$$
(3.71)

$$\sigma_{Rm_i} = 0.01 \cdot Rm_i \,, \, [9] \text{ pag. 57} \tag{3.72}$$

$$\sigma_{\frac{W}{F^{\circ}_{i}}} = 0.02 \cdot \frac{W}{F^{\circ}_{i}}, [9] \text{ pag. } 29.$$
 (3.73)

ltem	$k_i^{\circ}$	$E_i$ (kcal/gmol)	
$k_1 \left(\frac{\mathrm{kmol}}{m^2 \cdot h \cdot \mathrm{atm}}\right)$	$8.727 \times 10^{12}$	37361	
$k_2 \left(\frac{\mathrm{kmol}}{m^2 \cdot h \cdot \mathrm{atm}}\right)$	4.537 × 10 <sup>4</sup>	15692	
$k_4 \left(\frac{\mathrm{kmol}}{m^2 \cdot h \cdot \mathrm{atm}}\right)$	$2.504  imes 10^3$	7140	
$k_5 \left(\frac{\mathrm{kmol}}{m^2 \cdot h \cdot \mathrm{atm}}\right)$	$1.221\times10^{12}$	37361	
Item	$K_3^{\circ}$	$\Delta H_3$ (kcal/gmol)	
$K_3 (\mathrm{atm}^{-1})$	2.740	-3762	

Tabela 3.5: Ajustes dos Parâmetros em Função da Temperatura (Moura)

Tabela 3.6: Ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados

Item	300 °C	330 °C	360 °C
$A_1$	22.9069	-2.03179	-93.9310
$S_{A_1}$	88.2754	73.1186	19 <b>.90</b> 39
$A_2$	73.4923	42.7861	12.1422
$S_{A_2}$	19.4719	15.9604	3.15872
$A_3$	383636	65972.6	4206.51
$S_{A_3}$	108064	34996.8	1009.05
A <sub>4</sub>	12735.4	13485.2	5147.22
$S_{A_4}$	12930.4	6598.88	739.623
$A_5$	0.111522	0.110396	0.124249
$S_{A_{5}}$	0.0136760	0.00474330	0.00848989

Os resultados estão nas tabelas 3.6 e 3.7.

. . . . ...

Para a determinação da estimativa de  $A_5$  utilizou-se a equação 3.60, ajustada com o método dos mínimos quadrados. Os resultados estão na tabela 3.6. O método da máxima verossimilhança não foi aplicado ao ajuste de  $A_5$  devido à falta de informação sobre os erros (desvios padrão) de  $\Phi$ .

Os valores das tabelas 3.6 e 3.7 não foram ajustados em função da temperatura devido à existência de estimativas com valor negativo (vide item 3.3.5).

Item	300 °C	330 °C	360 °C
A1	-48.9137	33.2501	-111.335
$S_{A_1}$	92.0820	45.9594	15.1965
$A_2$	91.7829	32.7738	15.4024
$S_{A_2}$	18.5959	9.51617	2.12703
A3-	279501	102222	3016.62
$S_{A_3}$	138993	32868.7	831.371
$A_4$	23617.7	8950.23	5842.65
$S_{A_A}$	15599.2	5302.97	614.931

Tabela 3.7: Ajuste pelo Método da Máxima Verossimilhança

Tabela 3.8: Erros Relativos — Temperatura = 300 °C

$\frac{\frac{W}{F^{\circ}}}{(g \cdot \min/Nl)}$	Moura (%)	Min. Quadr. (%)	Máx. Ver. _(%)
8.11	-9.20	-3.42	0.28
9.96	-6.73	-2.36	-0.31
15.40	-4.77	-2.52	-2.92
23.63	-0.18	1.10	-0.21
7.95	-11.03	-4.87	-6.85
15.84	8.31	12.40	10.66
31.64	-5.54	-0.60	-0.10
7.98	5.02	10.27	3.59
16.01	-13.02	-7.06	-11.61
24.03	-6.80	-0.66	-2.84
31.78	-4.67	1.85	1.47

#### 3.3.5 Observações e Conclusões

ŧ

A comparação entre os valores experimentais de  $\frac{W}{F^{\circ}}$  e os estimados pelos valores das tabelas 3.4, 3.6 e 3.7 estão nas tabelas 3.8, 3.9 e 3.10. O erro relativo é definido por :

$$e_r = \frac{\left(\frac{W}{F^{\circ}}\right)_{\exp} - \left(\frac{W}{F^{\circ}}\right)_{calc.}}{\left(\frac{W}{F^{\circ}}\right)_{\exp}} = \frac{\frac{W}{F^{\circ}} - \frac{\hat{W}}{F^{\circ}}}{\frac{W}{F^{\circ}}}.$$
(3.74)

Pelas tabelas 3.6 e 3.7 verifica-se que alguns dos valores das estimativas de  $A_1$  são negativos. Do ponto de vista estatístico não existe nenhum inconveniente nesse fato. Entretanto, do ponto de vista físico existe a restrição de que as constantes da taxa e as constantes de equilíbrio devem ser números positivos. Comparando-se os desvios padrão com os valores das estimativas, verifica-se que para intervalos com nível de 99% de confiança esses parâmetros podem ser positivos. Comparando-se os resultados do ajuste

$\frac{W}{F^{\circ}}$	Moura	Mín. Quadr.	Máx. Ver.
$\left[\left(g \min / N\right)\right]$	(%)	(%)	(%)
7.97	-9.11	-2.69	-3.15
15.89	-6.60	-8.55	-6.80
23.88	-3.77	-7.72	-6.12
31.58	5.74	1.80	2.94
8.02	6.66	3.27	6.04
15.99	13.79	10.01	11.49
23.78	10.46	7.63	7.52
32.04	4.95	3.84	1.85
7.98	5.25	-10.25	-2.59
15.86	11.55	2.17	5.31
23.92	5.16	0.48	-0.10
31.97	-4.92	-4.75	-9.12

Tabela 3.9: Erros Relativos — Temperatura = 330 °C

$\frac{W}{F^{\circ}}$	Moura	Mín. Quadr.	Máx. Ver.
$(g \cdot min/Nl)$	(%)	(%)	(%)
8.01	-31.97	-4.18	-1.60
16.08	5.56	4.08	3.65
23.84	13.62	1.33	-0.01
8.04	-24.15	-15.32	-17.00
15.98	-4.49	-12.24	-13.62
23.85	3.34	-8.52	-9.33
31.95	6.98	-6.23	-6.47
7.98	-7.91	-9.70	-16.69
15.97	-6.05	-12.96	16.14
24.02	-3.76	-9.40	-10.31
31.77	0.13	-3.88	-3.34

Tabela 3.10: Erros Relativos — Temperatura = 360 °C

pelos mínimos quadrados com os do ajuste pela máxima verossimilhança , verifica-se que os valores das estimativas são muito sensíveis aos valores dos erros experimentais.

Uma forma de se contornar esse problema é impor ao modelo a restrição  $A_j > 0$ , definindo-se :

$$A_{j}^{*\,2} = A_{j} \tag{3.75}$$

e ajustando-se  $A_j^*$  no lugar de  $A_j$ . Como resultado, os valores que antes eram negativos passam a ser zero. As estimativas não nulas são ajustadas em função da temperatura pela eq. de Arrhenius. Infelizmente, como dois dos três valores de  $A_1$  serão zero, e a eq. de Arrhenius requer dois parâmetros, o ajuste não pode ser feito.

Foram feitas ainda as seguintes observações e conclusões :

- As aproximações realizadas no modelo completo de  $r e \phi$  são válidas. As aproximações realizadas para a integração da eq. 3.46 também são válidas nas condições em que os dados experimentais foram obtidos. Ajustes, utilizando integração númerica por Simpson, com a equação 3.30 mostraram que essas aproximações não alteram significativamente os resultados (os desvios começam a se tornar significativos apenas para valores muito altos de X e muito pequenos de  $\Phi$ ).
- Foram testados outros modelos cinéticos, sem sucesso, no entanto, em evitar a ocorrência de valores negativos nas estimativas dos parâmetros. Da análise teórica e dos resultados experimentais conclui-se que o modelo proposto é o mais adequado [9].
- Foi testado o modelo de reator tubular com dispersão axial para interpretar os dados e verificou-se que os reatores experimentais usados por Moura podem ser aproximados por um PFR.
- Para a obtenção de estimativas mais confiáveis dos parâmetros são necessários mais dados experimentais :
  - Uma ou mais temperaturas (abaixo de 300 °C e/ou entre 300 °C e 330 °C) para se fazer o ajuste com a temperatura e compensar a ocorrência das estimativas com valor negativo.
  - Mais pontos experimentais em uma mesma temperatura , para diminuir os desvios padrão dos parâmetros.
  - Em cada ponto (mesmas condições) repetir as medidas três ou mais vezes e estimar a média e o desvio padrão pelas equações 2.7 e 2.8, para poder aplicar o método da máxima verossimilhança.
- As estimativas obtidas por Moura não são as melhores do ponto de vista estatístico. Entretanto, das tabelas 3.8, 3.9 e 3.10 verifica-se que conduzem a desvios de  $W/F^{\circ}$  pouco maiores que os obtidos pelos métodos dos mínimos quadrados e da máxima verossimilhança (com exceção de alguns pontos) e podem, portanto, ser utilizadas na simulação. Essas estimativas apresentam a vantagem de serem todas positivas, conduzindo a constantes da taxa e de equilíbrio positivas.

# Capítulo 4

# Modelos Matemáticos para Reatores–Trocadores de Calor

Neste capítulo apresentam-se o sistema de reação (reator-trocador) e os tipos de modelos matemáticos de reatores que foram utilizados na simulação : reator homogêneo sem dispersão axial , reator heterogêneo sem dispersão axial e reator homogêneo com dispersão axial.

Esses modelos matemáticos são genéricos , podendo ser utilizados para diversas reações. No caso , aplicam-se ao estudo da reação de oxidação do etanol sobre catalisador de cobre oxidado. Para isto é necessário o conhecimento das equações das taxas de reação de cada composto , descritas no capítulo 3 , e a entalpia de reação , para o cálculo da energia liberada.

Para a utilização dos modelos de reatores é necessário conhecer o coeficiente global de troca térmica entre o meio reacional e o fluido de troca térmica, e os coeficientes de transferência de calor e massa entre o meio reacional e a superfície das partículas do catalisador, que são calculados através de correlações. É ainda necessário o conhecimento das propriedades físicas dos compostos presentes no meio reacional e do fluido de troca térmica.

#### 4.1 Sistema de Reação

O sistema em estudo consiste de um reator catalítico tubular, em leito fixo, com transferência de calor externa promovida por um fluido de troca térmica (fluido refrigerante) escoando em contra-corrente. O esquema do sistema de reação estudado está na figura 4.1, onde :



ł

Figura 4.1: Sistema de Reação

- $T_0 = \text{Temperatura de entrada dos reagentes}$
- $T_1$  = Temperatura de saída dos reagentes-produtos
- $t_0$  = Temperatura de saída do fluido refrigerante
- $t_1$  = Temperatura de entrada do fluido refrigerante
- Z =Comprimento axial ao longo do reator
- L =Comprimento total do reator .

O sistema de reação consiste de um reator-trocador e de um banho de fluido de troca térmica operando em circuito fechado. O reator-trocador consiste de um feixe de tubos metálicos, distribuídos em passo triangular, dentro de uma carcaça, formando um trocador carcaça-tubo. A massa reacional passa por dentro dos tubos, onde permanece o catalisador (sólido), e o fluido refrigerante circula pela carcaça, em contra-corrente.

No problema particular estudado os reagentes consistem de uma mistura gasosa aretanol e o catalisador é formado por partículas de cobre metálico superficialmente oxidado. Essas partículas possuem formato cilíndrico, com altura e diâmetro iguais. Como fluido refrigerante utilizou-se o óleo SYLTHERM-800 [17], utilizado industrialmente como fluido de troca térmica e que opera na faixa de -40 a 400 °C sob a forma líquida, com pressão de vapor inferior a 10 atm. O reator-trocador (feixe de tubos e carcaça) é construído em aço inox 304 (18-8).

#### 4.2 Modelos de Reatores

Para a simulação matemática da operação do sistema de reação existem diversos tipos de modelos de reatores. Neste trabalho os modelos estudados seguem às seguintes restrições:

- Sistema Unidimensional, na direção axial ou longitudinal (eixo Z na figura 4.1), desconsiderando perfis radiais
- Regime Permanente .

Para a obtenção das equações para a simulação utilizou-se [16] :

- balanço de massa dos reagentes e produtos
- · balanço de energia dos reagentes e produtos
- balanço de energia do fluido de troca térmica .

O balanço da quantidade de movimento, que fornece a perda de carga no gás (pag. 32 da ref. [9]), foi desprezado, pois  $\frac{dP}{dZ}$  é muito pequeno em relação a P no caso dos gases (anexo D da ref. [9]).

O modelo de troca térmica considera uma transferência de calor radial entre fluido de troca – parede dos tubos – meio reacional e ausência de mudança de fase no fluido refrigerante e/ou nos reagentes-produtos (evaporação ou condensação).

#### 4.2.1 Modelo Homogêneo sem Dispersão Axial (PFR)

As hipóteses básicas que caracterizam esse modelo são :

- Escoamento empistonado (sem dispersão axial de calor e massa).
- Reator pseudo-homogêneo (não considera a diferença de condições de T e  $y_j$  entre o meio reacional e as partículas de catalisador).

Para o sistema estudado , os balanços de massa fornecem :

$$\frac{dF_j}{dZ} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r_j , \qquad (4.1)$$

onde  $r_j = r_j(T, y_j)$  e :

 $r_j$  = Taxa de reação do composto j por unidade de massa de catalisador

 $F_j =$ Vazão molar do composto j

 $N_t = N$ úmero de tubos do reator-trocador

R =Raio interno dos tubos do reator-trocador

 $\epsilon_l = \text{Porosidade do leito (fixo)}$ 

 $ho_{
m p}=$  Massa específica das partículas de catalisador ~ .

Sendo A o reagente limite, a equação 4.1 fica :

$$(-r_A) = r \tag{4.2}$$

$$\frac{dF_A}{dZ} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_{\rm p} \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot (-r) , \qquad (4.3)$$

com a condição inicial :

$$F_A(Z=0) = F_A^\circ$$
 (4.4)

1

Utilizando a definição de conversão dada pela equação 3.41 a equação 4.3 passa a :

$$F_{A}^{o} \cdot \frac{dX}{dZ} = (N_{t} \pi R^{2}) \cdot \rho_{p} \cdot (1 - \epsilon_{t}) \cdot r , \qquad (4.5)$$

com a condição inicial :

$$X(Z=0) = 0 . (4.6)$$

Os balanços de energia dos reagentes-produtos e do fluido de troca térmica fornecem:

$$\overset{\bullet}{M_r} \cdot cp_r \cdot \frac{dT}{dZ} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_{p} \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r \cdot (-\Delta H_R) - U \cdot (N_t 2 \pi R) \cdot (T - t) \quad (4.7)$$

$$- \dot{m_f} \cdot cp_f \cdot \frac{dt}{dZ} = U \cdot (N_t \ 2 \ \pi \ R) \cdot (T-t) , \qquad (4.8)$$

com as condições de contorno :

$$T(Z=0) = T_0 \tag{4.9}$$

$$t(Z = L) = t_1$$
, (4.10)

onde :

e.

T = Temperatura do meio reacional (reagentes-produtos)

t = Temperatura do fluido de troca térmica

U = Coeficiente global de troca térmica entre fluido refrigerante e reagentes-produtos $(-\Delta H_R) = \text{Entalpia de reação por mol de reagente limite}$ 

 $\dot{M}_r$  = Vazão mássica dos reagentes-produtos

 $\dot{m_f} =$ Vazão mássica do fluido refrigerante

 $cp_r$  = Capacidade calorífica por unidade de massa de reagentes-produtos

 $cp_f = Capacidade calorífica por unidade de massa de fluido refrigerante <math>\therefore$ 

Sendo o regime permanente , pela conservação da massa tem-se (ao longo do reator):

$$M_r \equiv cte$$
 (4.11)

$$m_f \equiv \text{cte}$$
 (4.12)

As equações 4.5, 4.7 e 4.8 podem ser reordenadas para :

$$\frac{dX}{dz} = a_1 \cdot r \tag{4.13}$$

$$\frac{dT}{dz} = a_2 \cdot \tau - a_3 \cdot (T-t) \tag{4.14}$$

$$\frac{dt}{dz} = -a_4 \cdot (T-t) , \qquad (4.15)$$

com as condições de contorno :

$$X(z=0) = 0 (4.16)$$

$$T(z=0) = T_0 \tag{4.17}$$

$$t(z=1) = t_1 , \qquad (4.18)$$

onde :

$$z = \frac{Z}{L} \tag{4.19}$$

$$a_1 = \frac{N_t \cdot \pi R^2 \cdot \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot L}{F_A^{\circ}}$$
(4.20)

$$a_{2} = \frac{N_{t} \cdot \pi R^{2} \cdot \rho_{p} \cdot (1 - \epsilon_{l}) \cdot L \cdot (-\Delta H_{R})}{\overset{\bullet}{M_{r}} \cdot cp_{r}}$$
(4.21)

$$a_{3} = \frac{N_{t} \cdot 2 \pi R \cdot U \cdot L}{M_{r} \cdot cp_{r}}$$

$$(4.22)$$

$$a_4 = \frac{N_t \cdot 2 \pi R \cdot U \cdot L}{m_t \cdot c p_t} . \tag{4.23}$$

#### 4.2.2 Modelo Heterogêneo sem Dispersão Axial

As hipóteses básicas que caracterizam esse modelo são :

- Escoamento empistonado (sem dispersão axial de calor e massa).
- Diferença de condições  $(T e y_j)$  e transferência de calor e massa entre o meio reacional e o catalisador.

Os balanços de massa fornecem :

$$\frac{d F_j}{d Z} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_P \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r_j$$
(4.24)

$$(N_t \pi R^2) \cdot a_v^{\epsilon} \cdot \mathcal{N}_j = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r_j$$
(4.25)

$$\vec{\mathcal{N}}_{j} = y_{j} \cdot \sum_{i} \vec{\mathcal{N}}_{i} - \mathcal{D}_{j,r} \cdot c_{T} \cdot \vec{\nabla y_{j}}$$
(4.26)

$$\sum_{j} y_j = 1 , \qquad (4.27)$$

 $\text{onde}^1 \ r_j = r_j \big( T_s, y_j^s \big) \ \text{e} :$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>O indice "s" indica superfície do catalisador.

 $a_n^{\prime}$  = Área superficial externa do catalizador por unidade de volume do reator

 $c_T$  = Concentração molar total na fase gasosa

 $y_j =$  Fração molar do composto j na fase gasosa

 $y_i^* =$  Fração molar do composto j na superfície do catalisador

 $T_o$  = Temperatura na superfície do catalisador

 $\mathcal{D}_{j,r}$  = Difusividade do composto j no meio reacional

 $\mathcal{N}_j= extsf{Fluxo}$  molar de j por unidade de área de transferência de massa  $\,$  .

A equação 4.24 representa o balanço de massa na direção axial, igualando a variação longitudinal da vazão molar  $F_j$  com o consumo ou produção devido à taxa de reação  $\tau_j$  no catalisador. A equação 4.25 representa o balanço de massa na direção radial, igualando a transferência de massa (molar) entre o meio reacional e a superfície do catalisador com o consumo ou produção devido à taxa de reação  $\tau_j$  no catalisador. Pela equação da continuidade, as variações de vazão molar radiais e longitudinais, para cada composto, são iguais. A equação 4.26 é a equação geral de transferência de massa (válida em qualquer situação).

Devido à geometria complicada e considerando que  $\overrightarrow{\mathcal{N}_j} = \mathcal{N}_j \cdot \overrightarrow{e_r}$ , no lugar do termo  $\mathcal{D}_{j,r} \cdot c_T \cdot \nabla y_j$  utiliza-se  $k_g$ ,  $\cdot (y_j - y_j^*)$  na direção radial<sup>2</sup>, onde  $k_g$ , é o coeficiente de transferência de massa do composto j entre o meio reacional e a superfície do catalisador (baseado na diferença de frações molares).

Utilizando também as relações<sup>3</sup> :

$$a_v = a_p \cdot (1 - \epsilon_l) \tag{4.28}$$

$$a_p = s_p \cdot \rho_p \quad , \tag{4.29}$$

onde :

 $a_v =$ Área superficial de catalisador por unidade de volume de reator

 $a_p =$ Área superficial de catalisador por unidade de volume de catalisador

 $s_p =$ Área superficial de catalisador por unidade de massa de catalisador

as equações 4.25 e 4.26 tornam-se :

$$\mathcal{N}_j \cdot s_{j'}^e = \tau_j \tag{4.30}$$

$$\mathcal{N}_j = y_j \cdot \sum_i \mathcal{N}_i - k_{g_j} \cdot (y_j - y_j^s)$$
(4.31)

e que rearranjadas conduzem a :

$$r_j = y_j \cdot \sum_i r_i - s_p^e \cdot k_{g_j} \cdot (y_j - y_j^s)$$
 (4.32)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>A equação 4.24 refere-se ao fluxo axial, enquanto que a equação 4.25 refere-se ao fluxo radial. Devido à equação da continuidade tem-se  $dF_j \cdot \vec{e_x} = dF_j \cdot \vec{e_x} = N_j \cdot dA_r \cdot \vec{e_r}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>É importante lembrar a diferença entre as áreas superficiais total (importante para as taxas de reação) e externa (importante para os fenômenos de transferência de calor e massa).

Sendo A o reagente limite e usando a definição de conversão dada pela equação 3.41 a equação 4.24 passa a :

$$F_A^{\circ} \cdot \frac{dX}{dZ} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot \tau , \qquad (4.33)$$

com a condição de contorno :

$$X(Z=0) = 0. (4.34)$$

O balanço de energia dos reagentes-produtos fornece :

$$\overset{\bullet}{M_r} \cdot cp_r \cdot \frac{dT}{dZ} = (N_t \pi R^2) \cdot \rho_{\mu} \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r \cdot (-\Delta H_R) - U \cdot (N_t 2 \pi R) \cdot (T - t) \quad (4.35)$$

$$h_s \cdot a_v^c \cdot (T_s - T) = \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot r \cdot (-\Delta H_R) , \qquad (4.36)$$

com a condição de contorno :

$$T(Z=0) = T_0 , \qquad (4.37)$$

onde  $r = r(T_s, y_j^s)$  e  $h_s$  é o coeficiente de transferência de calor entre o meio reacional e a superfície do catalisador.

Utilizando as equações 4.28 e 4.29 a equação 4.36 torna-se :

$$h_s \cdot s_p^e \cdot (T_s - T) = r \cdot (-\Delta H_R) . \qquad (4.38)$$

O balanço de energia do fluido de troca térmica fornece :

$$- m_f \cdot cp_f \cdot \frac{dt}{dZ} = U \cdot (N_t \ 2 \ \pi \ R) \cdot (T-t) , \qquad (4.39)$$

com a condição de contorno :

$$t(Z = L) = t_1 . (4.40)$$

As equações 4.32, 4.33, 4.35, 4.38 e 4.39 podem ser reordenadas para :

$$\frac{dX}{dz} = a_1 \cdot \tau \tag{4.41}$$

$$\frac{dT}{dz} = a_2 \cdot r - a_3 \cdot (T-t) \tag{4.42}$$

$$\frac{dt}{dz} = -a_4 \cdot (T-t) \tag{4.43}$$

$$(T_s - T) = a_5 \cdot \tau \tag{4.44}$$

$$(y_j - y_j^*) = a_{j+5} \cdot r \cdot \left[\frac{\sum_i r_i}{r} \cdot y_j - \frac{r_j}{r}\right], \qquad (4.45)$$

onde  $r = r(T_s, y_j^s)$  e  $r_j = r_j(T_s, y_j^s)$  , com as condições de contorno :

$$X(z=0) = 0 (4.46)$$

$$T(z=0) = T_0 \tag{4.47}$$

$$t(z=1) = t_1 , \qquad (4.48)$$

----

$$z = \frac{Z}{L} \tag{4.49}$$

$$a_1 = \frac{N_t \cdot \pi R^2 \cdot \rho_P \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot L}{F_A^{\circ}}$$
(4.50)

$$a_{2} = \frac{N_{t} \cdot \pi R^{2} \cdot \rho_{p} \cdot (1 - \epsilon_{l}) \cdot (-\Delta H_{R}) \cdot L}{\overset{\bullet}{M_{r}} \cdot cp_{r}}$$

$$(4.51)$$

$$a_3 = \frac{N_t \cdot 2\pi R \cdot U \cdot L}{M_t \cdot cp_t}$$
(4.52)

$$a_4 = \frac{N_t \cdot 2\pi R \cdot U \cdot L}{m_f \cdot cp_f} \tag{4.53}$$

$$a_5 = \frac{\left(-\Delta H_R\right)}{h_{\sigma} \cdot s_{\mu}^c} \tag{4.54}$$

$$a_{j+5} = \frac{1}{k_{y_j} \cdot s_p^e} \ . \tag{4.55}$$

O número de parâmetros  $a_{j+5}$  será igual ao número de compostos presentes no meio reacional.

As relações de  $y_j$  com X e as expressões para  $r_j$  dependerão das reações envolvidas (vide item 4.3.4).

#### 4.2.3 Modelo Homogêneo com Dispersão Axial

ł

As hipóteses básicas que caracterizam esse modelo são :

- Dispersão axial (longitudinal) de calor e massa devido à presença do catalisador :
  - turbulência e mistura na fase gasosa.
  - transmissão de calor axial devido à presença das partículas de catalisador.
- Reator pseudo-homogêneo (considera como idênticas as condições de  $T \in y_j$  no catalisador e no meio reacional).

Os balanços de massa fornecem :

$$\frac{d}{dZ}\left[-D_L \cdot c_T \cdot (N_t \pi R^2) \cdot \frac{d y_j}{dZ} + F_j\right] = \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot (N_t \pi R^2) \cdot r_j , \qquad (4.56)$$

com as condições de contorno :

$$-D_L \cdot c_T \cdot \left. \frac{d y_j}{d Z} \right|_{Z=0} + \frac{G_r}{M M_r} \cdot (y_j - y_j^\circ) = 0$$

$$(4.57)$$

$$D_L \cdot \left. \frac{d y_j}{d Z} \right|_{Z=L} = 0 , \qquad (4.58)$$

onde :

... a.

 $D_L$  = Coeficiente de dispersão axial

 $G_r = \text{Velocidade superficial mássica dos reagentes-produtos} = \frac{M_r}{N_t \pi R^2}$  $MM_r = \text{Massa molecular média dos reagentes-produtos}$  $c_T = \text{Concentração molar total no gás} = \frac{P}{RT}$  $y_j^\circ = \text{Fração molar de } j$  à entrada do sistema .

O balanço de energia dos reagentes-produtos fornece :

$$-\frac{d}{dZ}[k_L \cdot N_t \pi R^2 \cdot \frac{dT}{dZ}] + \stackrel{\bullet}{M_r} \cdot cp_r \cdot \frac{dT}{dZ} =$$
$$= \rho_p \cdot (1 - \epsilon_l) \cdot (N_t \pi R^2) \cdot r \cdot (-\Delta H_R) - U \cdot (N_t 2 \pi R) \cdot (T - t) , \qquad (4.59)$$

com as condições de contorno :

$$-k_L \cdot \left. \frac{dT}{dZ} \right|_{Z=0} + G_r \cdot \int_{T_0}^T cp_r \cdot dT = 0$$
(4.60)

$$k_L \cdot \left. \frac{dT}{dZ} \right|_{Z=L} = 0 , \qquad (4.61)$$

onde :

 $k_L = ext{Condutividade térmica efetiva na direção axial}$  .

O balanço de energia do fluido de troca térmica fornêce :

$$- \hat{m}_{f} \cdot cp_{f} \cdot \frac{dt}{dZ} = U \cdot (N_{t} \ 2 \ \pi \ R) \cdot (T - t) , \qquad (4.62)$$

com a condição de contorno :

$$t(Z = L) = t_1$$
 (4.63)

# 4.3 Equações da Taxa e Entalpia das Reações

#### 4.3.1 Reações Estudadas

Na simulação realizada neste trabalho foi estudada a cinética de oxidação do etanol a acetaldeido, utilizando ar como agente oxidante. As reações e as etapas do mecanismo estão descritas no item 3.1.

#### 4.3.2 Equações da Taxa

As equações para r,  $\phi$  e  $r_j$  utilizadas na simulação são descritas pelas equações 3.33 – 3.39 e 3.49.

Os valores numéricos para o cálculo das constantes das taxas e das constantes de equilíbrio são dados pela tabela 3.5 (Moura).

A conversão de unidades de massa para unidades de área do catalisador é dada por :

$$r_j = R_j \cdot s_p^t , \qquad (4.64)$$

onde :

 $r_j$  = Taxa de reação de j por unidade de massa de catalisador

 $R_j$  = Taxa de reação de j por unidade de área superficial de catalisador

 $s_p^t =$ Área superficial específica total da partícula de catalisador (área/massa) .

Para partículas não-porosas (caso do cobre metálico) tem-se :

$$s_p^t = s_p^c \tag{4.65}$$

e para o caso particular de partículas com formato esférico ou cilíndrico equilátero (altura igual ao diâmetro) :

$$s_p^e = \frac{6}{\rho_p \cdot D_p} , \qquad (4.66)$$

onde  $D_p$  é o diâmetro das partículas de catalisador.

#### 4.3.3 Entalpia de Reação

Sendo uma reação química dada por :

$$\sum_{i} \nu_i \cdot A_i = 0 , \qquad (4.67)$$

a entalpia de reação, a uma temperatura de referência (padrão)  $T_o$ , é dada por<sup>4</sup>:

$$\Delta H_R(T_o) = \sum_i \nu_i \cdot \Delta H_{f_i}(T_o) , \qquad (4.68)$$

onde :

 $\Delta H_{f_i}(T_{
m o})=$  Entalpia de formação do composto  $A_i$  a  $T_{
m o}$  .

A variação com a temperatura T é dada por :

$$\frac{d}{dT}(\Delta H_R) = \Delta C_P , \qquad (4.69)$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Geralmente  $T_0 = 25$  °C.

onde :

$$\Delta Cp = \sum_{i} \nu_{i} \cdot Cp_{i} , \qquad (4.70)$$

sendo  $Cp_i$  a capacidade calorífica em unidades molares.

A integração da equação 4.69 fornece :

$$\Delta H_R(T) = \Delta H_R(T_o) + \int_{T_o}^T \left[\sum_i \nu_i \cdot Cp_i(T)\right] \cdot dT . \qquad (4.71)$$

Para o caso estudado da oxidação do etanol tem-se :

$$1CH_{3}CHO + 1H_{2}O - 1CH_{3}CH_{2}OH - \frac{1}{2}O_{2} = 0$$
 (1)

$$\Delta H_{F_I}(25 \text{ °C}) = -45.2879 \text{ kcal/gmol etanol}, \qquad (4.72)$$

$$2CO_2 + 3H_2O - 1CH_3CH_2OH - 3O_2 = 0$$
 (II)

$$\Delta H_{R_{eff}}(25 \ ^{\circ}\text{C}) = -309.2677 \text{ kcal/gmol etanol}$$
 (4.73)

A entalpia global será dada por :

$$\Delta H_R = \phi \cdot \Delta H_{R_I} + (1 - \phi) \cdot \Delta H_{R_{II}} . \tag{4.74}$$

As expressões para o cálculo de Cp para cada composto estão no item 4.5.

#### 4.3.4 Aplicação aos Modelos de Reatores

No meio reacional estarão presentes 6 substâncias : etanol , oxigênio , nitrogênio , acetaldeído , dióxido de carbono e água. Em princípio os balanços de massa (equações diferenciais) de cada composto devem ser feitos individualmente , mas devido às interrelações de estequiometria é possível colocar os balanços em função de um composto só (em geral o reagente limite , no caso o etanol). Assim , os balanços de massa individuais podem ser substituídos pela equação diferencial da conversão e as composições molares  $y_1$  são expressas como funções de X.

Modelo Homogêneo sem Dispersão Axial — Para o modelo homogêneo sem dispersão axial as relações de  $y_j$  com X são dadas pelas equações 3.50 - 3.55, conforme foi deduzido no item 3.3.1. As relações de  $\Phi$  e  $\phi$  com X são dadas, respectivamente, pelas equações 3.60 e 3.58. Modelo Heterogêneo sem Dispersão Axial — Para o modelo heterogêneo sem dispersão axial as temperaturas e composições molares na superfície do catalisador e no meio reacional serão diferentes.

Tanto r como  $\phi$  serão calculados nas condições superficiais do catalisador (nãoporoso). A relação de  $\phi$  com as frações molares  $y_j^*$  será dada pelas equações 3.39 e 3.47, onde se utiliza  $y_i^*$  no lugar de  $y_j$ .

As relações de  $y_j$  com X continuam sendo dadas pelas equações 3.50 - 3.55, conforme pode ser deduzido da equação 4.24, das equações das taxas 3.33 - 3.37 e 3.49 e das equações 3.41, 3.44 e 3.48.

A relação de  $\Phi \operatorname{com} X$  não será dada pela equação 3.60, devendo ser calculada da equação 3.48 e da integração das equações 4.41 – 4.45, pois  $\phi$  não é mais função de  $y_j$ , mas sim de  $y_j^*$ . Entretanto, devido à pequena diferença entre  $y_j$  e  $y_j^*$  nas condições testadas (partículas de catalisador não-porosas), a equação 3.60 pode ser utilizada como aproximação.

As equações para  $\frac{r_j}{r}$  e  $\frac{\sum_i r_i}{r}$  são dadas por :

$$\frac{\tau_A}{r} = -1 \tag{4.75}$$

$$\frac{r_B}{\tau} = -(3 - 2.5 \cdot \phi) \tag{4.76}$$

$$\frac{r_G}{r} = 0 \tag{4.77}$$

$$\frac{r_D}{r} = \phi \tag{4.78}$$

$$\frac{r_E}{r} = 2 \cdot (1 - \phi) \tag{4.79}$$

$$\frac{r_F}{r} = \left(3 - 2 \cdot \phi\right) \tag{4.80}$$

$$\frac{\sum_{i} r_{i}}{r} = (1 - 0.5 \cdot \phi) . \tag{4.81}$$

Modelo Homogêneo com Dispersão Axial — Para o modelo homogêneo com dispersão axial as relações de  $y_j$  com X não serão as mesmas usadas nos dois modelos anteriores. Devido aos efeitos de mistura, as frações molares  $y_j$  na fase gasosa serão dependentes das condições de dispersão do reator, e serão obtidas da equação 3.44 e da integração das equações 4.56, 4.59 e 4.62. Nesse caso, não existe nenhuma vantagem em utilizar  $y_j$  como função de X.

### 4.4 Correlações de Transferência

Para o cálculo da transferência de calor e massa são necessários os valores dos coeficientes de película h (transferência de calor no fluido de troca térmica, parede do reator-trocador, meio reacional e partícula do catalisador) e  $k_g$  (transferência de massa entre o meio reacional e a partícula de catalisador).

Os coeficientes  $h \in k_g$  são definidos pelas equações :

fluxo de calor : 
$$q = h \cdot (T - T_s)$$
 (4.82)

fluxo de massa :  $\mathcal{N}_j = k_{g_j} \cdot (y_j - y_j^*) = k_{c_j} \cdot (c_j - c_j^*)$ , (4.83)

onde, para gases ideais, tem-se:

ł

$$k_{c_j} = k_{g_j} \cdot \frac{R \cdot T_{\text{gás}}}{P} = k_{g_j} \cdot \frac{R \cdot T}{P} . \qquad (4.84)$$

Esses valores são calculados através de correlações semi-empíricas e utilizam os seguintes grupos adimensionais :

Reynolds
$$Re = \frac{G \cdot D}{\mu}$$
Prandtl $Pr = \frac{cp \cdot \mu}{k}$ Schmidt $Sc = \frac{\mu}{\mu \cdot D_{AB}}$ Nusselt $Nu = \frac{h \cdot D}{k}$ Sherwood $Sh = \frac{k_c \cdot D}{D_{AB}}$ .

Em alguns grupos adimensionais aparece um comprimento característico D, que é escolhido de acordo com a geometria do sistema, podendo ser o diâmetro (interno) dos tubos D, o diâmetro da partícula do catalisador  $D_p$  ou um diâmetro equivalente  $D^c$ .

Para partículas não esféricas utiliza-se o diâmetro de partícula equivalente, que pode ser definido de diversas formas (igual ao diâmetro de uma esfera de mesmo volume, mesma área superficial, etc.). Para um cilindro com diâmetro e altura iguais a  $D_p$ tem-se :

esfera com mesmo volume que a partícula  $D_p^e = (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}} \cdot D_p$  (4.85)

esfera com mesma área superficial que a partícula  $D_{p}^{c} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot D_{p}$  . (4.86)

Para o espaço entre a carcaça e os tubos , onde escoa o fluido de troca térmica , o diâmetro equivalente para transferência de calor é definido por :

$$D_c^{\epsilon} = \frac{\text{Área de escoamento}}{\text{Perímetro de troca térmica}} = \frac{D_c^2 - N_t \cdot D_o^2}{N_t \cdot D_o} , \qquad (4.87)$$

onde :

 $D_c = \text{Diâmetro interno da carcaça}$  $D_o = \text{Diâmetro externo dos tubos}$ .

#### 4.4.1 Correlações para o Cálculo de U

O coeficiente global de troca térmica U é dado por<sup>5</sup> :

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_p} + \frac{1}{h_{oi}} .$$
(4.88)

ł

Os coeficientes de transferência de calor  $h_i$ ,  $h_p$  e  $h_{oi}$  são calculados pelas correlações a seguir :

Coeficiente de película  $h_i$  —

O coeficiente de película no reator  $h_i$  é dado pela correlação de Leva :

• para aquecimento ou T < t :

$$Nu = \begin{cases} 0.813 \cdot Re^{0.90} \cdot e^{-6.0 \cdot \frac{D_p^*}{D}} & \text{para } \frac{D_p^*}{D} < 0.35 \\ 0.125 \cdot \frac{D}{D_p^*} \cdot Re^{0.75} & \text{para } 0.35 < \frac{D_p^*}{D} < 0.60 \end{cases}$$
(4.89)

• para resfriamento ou T > t :

$$Nu = 3.50 \cdot Re^{0.70} \cdot e^{-4.6 \cdot \frac{D_p^2}{D}}, \qquad (4.90)$$

onde :

$$D_p^e = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot D_p \quad \text{(partícula cilíndrica)} \tag{4.91}$$

$$G_r = \frac{4 \cdot M_r}{N_t \cdot \pi D^2} \tag{4.92}$$

$$Re = \frac{G_r \cdot D_p^e}{\mu_r} \tag{4.93}$$

$$Nu = \frac{h_i \cdot D}{k_r} , \qquad (4.94)$$

e onde :

D = Diâmetro interno dos tubos do reator-trocador

 $G_r$  = Velocidade superficial mássica dos reagentes-produtos

 $k_r$  = Condutividade térmica do meio reacional

 $\mu_r = \text{Viscosidade do meio reacional}$ .

A correlação de Leva [10,11], que na sua forma completa é dada pelas equações 4.89 e 4.90, apresenta problemas de descontinuidade quando T = t. Para a simulação de reatores com tubos de pequeno diâmetro ( $\frac{1}{8}$  de polegada) não há inconvenientes,

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Baseado na área interna dos tubos.

entretanto para tubos maiores (1 polegada) ocorrem sérias discrepâncias nos perfis de temperatura e na posição do "burn-out". Para evitar este problema e considerando que na maior parte dos casos o reator (ou a maior parte dele) opera na faixa T > t (mesmo quando  $T_0 < t_1$ , pois devido à reação exotérmica existe forte liberação de energia) utiliza-se apenas a parte de resfriamento da correlação de Leva, dada pela equação 4.90.

O coeficiente  $h_i$  é calculado da equação 4.94 após a avaliação do número de Nusselt Nu.

#### Coeficiente de transferência de calor $h_p$ —

ł

O coeficiente de transferência de calor  $h_p$  da parede dos tubos é dado por :

$$h_{p} = \begin{cases} \frac{2}{D \cdot \ln(D_{o}/D)} \cdot \frac{a \cdot (T_{p}^{m+1} - t_{p}^{m+1})}{(m+1) \cdot (T_{p} - t_{p})} & \text{para } T_{p} \neq t_{p} \\ \frac{2 \cdot k_{t}(T_{p})}{D \cdot \ln(D_{o}/D)} & \text{para } T_{p} = t_{p} \end{cases}$$
(4.95)

onde a condutividade térmica dos tubos do reator segue uma expressão do tipo :

$$k_t(T) = a \cdot T^m \tag{4.96}$$

e as temperaturas da parede dos tubos do lado interno (reator) e do lado externo (carcaça),  $T_p$  e  $t_p$ , são calculadas por :

$$t_p = t + \frac{U}{h_{oi}} \cdot (T - t) \tag{4.97}$$

$$T_p = t_p + \frac{U}{h_p} \cdot (T - t)$$
 (4.98)

Devido à necessidade de se conhecer  $U e h_{oi}$  para o cálculo de  $h_p$ , esses coeficientes são calculados simultaneamente através de um processo iterativo. Inicia-se o cálculo com  $T_p = T$  e  $t_p = t$  e utiliza-se o método das substituições sucessivas (converge, em média, em menos de 5 iterações).

#### Coeficiente de película $h_{oi}$ —

O coeficiente de película do lado da carcaça  $h_{oi}$  é dado pelo conjunto de equações :

$$Nu = j_h \cdot Re \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \tag{4.99}$$

$$\dot{j}_h = \dot{j}_h^o \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0.14} \tag{4.100}$$

$$j_{h}^{o} = \left\{ Re^{-9.36} + \left[ \frac{Re^{1.6}}{7.831 \times 10^{-14}} + \left( \frac{1.969 \times 10^{6}}{Re} \right)^{8} \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}^{\frac{1}{12}}, \frac{L}{D_{c}^{c}} > 60$$
(4.101)

onde  $\mu = \mu_f(t)$  e  $\mu_p = \mu_f(t_p)$  e :

$$D_{c}^{e} = \frac{D_{c}^{2} - N_{t} \cdot D_{o}^{2}}{N_{t} \cdot D_{o}}$$
(4.102)

$$G_f = \frac{4 \cdot m_f}{\pi \cdot (D_c^2 - N_t \cdot D_o^2)}$$
(4.103)

$$Re = \frac{G_f \cdot D_c^r}{\mu_f} \tag{4.104}$$

$$Pr = \frac{cp_f \cdot \mu_f}{k_f} \tag{4.105}$$

$$Nu = \frac{h_o \cdot D_c^c}{k_f} \tag{4.106}$$

$$h_{oi} = h_o \cdot \frac{D_o}{D} , \qquad (4.107)$$

onde :

 $G_f =$  Velocidade superficial mássica do fluido de troca térmica  $cp_f =$  Capacidade calorífica do fluido de troca térmica  $k_f =$  Condutividade térmica do fluido de troca térmica  $\mu_I =$  Viscosidade do fluido de troca térmica.

A equação 4.101 possui as seguintes assíntotas :

$$j_h^o = Re^{-0.78}$$
 para  $Re < 2100$  e  $\frac{L}{D_c^c} > 60$  (4.108)

$$j_h^o = 0.023 \cdot Re^{-0.2}$$
 para  $Re > 10000 \ e \ \frac{L}{D_c^e} > 60$ . (4.109)

O coeficiente  $h_{oi}$  é calculado das equações 4.106 e 4.107 após a avaliação do número de Nusselt Nu.

## 4.4.2 Correlações para o Cálculo de $h_s$ e $k_{g_j}$

Os coeficientes de transferência de calor  $h_s$  e massa  $k_{g_j}$  entre o meio reacional e a superfície das partículas de catalisador são dados por :

Coeficiente de Película h, -

$$Nu = j_h \cdot Re \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \tag{4.110}$$

$$\epsilon_l \cdot j_h = \frac{0.357}{Re^{0.359}}$$
,  $3 < Re < 2000$ , (4.111)

onde :

- · · · -

$$D_{p}^{c} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot D_{p} \tag{4.112}$$

į

$$G_r = \frac{4 \cdot \mathring{M_r}}{N_t \cdot \pi D^2} \tag{4.113}$$

$$Re = \frac{G_r \cdot D_p^e}{\mu_r} \tag{4.114}$$

$$Pr = \frac{cp_r \cdot \mu_r}{k_r} \tag{4.115}$$

$$Nu = \frac{h_s \cdot D_p^c}{k_r} \ . \tag{4.116}$$

Coeficiente de Película  $k_{g_j}$  —

$$Sh = j_d \cdot Re \cdot Sc^{\frac{1}{3}} \tag{4.117}$$

$$\epsilon_l \cdot \dot{j}_d = \frac{0.357}{Re^{0.359}}, \ 3 < Re < 2000,$$
 (4.118)

onde :

.

$$D_p^e = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot D_p \tag{4.119}$$

$$G_r = \frac{4 \cdot \dot{M_r}}{N_t \cdot \pi D^2} \tag{4.120}$$

$$Re = \frac{G_r \cdot D_p^e}{\mu_r} \tag{4.121}$$

$$Sc_j = \frac{\mu_r}{\rho_r \cdot \mathcal{D}_{j,r}} \tag{4.122}$$

$$Sh_j = \frac{k_{c_j} \cdot D_p^e}{D_{j,r}}$$
(4.123)

$$k_{g_j} = k_{c_j} \cdot \frac{P}{RT} . \tag{4.124}$$

## 4.5 Propriedades Físicas

As propriedades físicas importantes que devem ser conhecidas para a simulação numérica são as seguintes :

- Massa Específica ( $\rho$ )
- Capacidade Calorífica (cp)
- Viscosidade  $(\mu)$

ł

- Condutividade Térmica (k)
- Difusividade  $(\mathcal{D}_{AB})$  .

Essas propriedades são calculadas através de correlações da literatura [12,17,18].

#### 4.5.1 Propriedades Físicas dos Reagentes-Produtos [12]

As propriedades físicas de cada composto são calculadas utilizando-se a teoria molecular dos gases e o potencial de Lennard-Jones (Stockmayer para compostos polares).

As propriedades físicas do meio reacional são calculadas pelas regras de mistura, de tal forma que :

$$\rho_r = \rho_m \tag{4.125}$$

$$cp_r = cp_m \tag{4.126}$$

$$\mu_r = \mu_m \tag{4.127}$$

$$k_r = k_m \tag{4.128}$$

$$\mathcal{D}_{j,r} = \mathcal{D}_{j,m} \ . \tag{4.129}$$

#### Massa específica

Para um composto (gás ideal) :

$$\rho = \frac{P \cdot MM}{R \cdot T} . \tag{4.130}$$

Para uma mistura :

$$\rho_m = \frac{P \cdot M M_m}{R \cdot T} , \qquad (4.131)$$

onde :

$$MM_m = \sum_i y_i \cdot MM_i . \qquad (4.132)$$

Capacidade calorífica

Para um composto :

$$Cp = Cp^{(0)} + Cp^{(1)} \cdot T + Cp^{(2)} \cdot T^2 + Cp^{(3)} \cdot T^3 , \qquad (4.133)$$

onde os coeficientes  $Cp^{(0)}$  ,  $Cp^{(1)}$  ,  $Cp^{(2)}$  e  $Cp^{(3)}$  para cada composto são dados na tabela 4.1, nas unidades :

$$[Cp] = \operatorname{cal/gmol.K}$$
  
 $[T] = K$ .

Para uma mistura :

t

$$Cp_m = \sum_i y_i \cdot Cp_i \ . \tag{4.134}$$

Para converter a capacidade calorífica de unidades molares  $Cp_m$  para unidades de massa $cp_m$ utiliza-se a relação :

$$cp_m = \frac{Cp_m}{MM_m} , \qquad (4.135)$$

onde  $MM_{in}$  é calculado pela equação 4.132 e  $MM_i$  é expresso em g/gmol.

#### Viscosidade

Para um composto (gás) :

$$\mu = 26.69 \cdot \frac{(MM \cdot T)^{\frac{1}{2}}}{\sigma^2 \cdot \Omega_V}$$
(4.136)

$$\Omega_V (\text{Lennard-Jones}) = \frac{A}{T_\star^B} + \frac{C}{e^{D T_\star}} + \frac{E}{e^{F T_\star}}$$
(4.137)

$$T_{\star} = \frac{\overline{k_B} \cdot T}{\epsilon}$$
 (4.138)

para gases polares :  $\Omega_V$  (Stockmayer) =  $\Omega_V$  (Lennard-Jones) + 0.2  $\cdot \frac{\delta^2}{T_*}$  (4.139) ---

onde :

$$A = 1.16145$$
 $D = 0.77320$  $B = 0.14874$  $E = 2.16178$  $C = 0.52487$  $F = 2.43787$ 

nas unidades :

.

$$\begin{aligned} [\mu] &= 10^{-6} \text{ g/cm.s} \\ [T] &= \text{K} \\ [MM_i] &= \text{g/gmol} \end{aligned}$$
e os parâmetros  $\epsilon/k_B$ ,  $\sigma$  e  $\delta$  são dados na tabela 4.1. Para uma mistura :

$$\mu_{m} = \sum_{i} \frac{y_{i} \cdot \mu_{i}}{\sum_{j} y_{j} \cdot \phi_{ij}}$$
(4.140)

$$\phi_{ij} = \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot S_{ij} \cdot A_{ij}$$
(4.141)

$$S_{ij} = S_{ji} = \frac{1 + (T_{\star i} : T_{\star j})^{\frac{1}{2}} + (\delta_i \cdot \delta_j)/4}{[1 + T_{\star i} + \delta_i^2/4]^{\frac{1}{2}} \cdot [1 + T_{\star j} + \delta_j^2/4]^{\frac{1}{2}}}$$
para  $\delta_i$  e  $\delta_j < 0.1$ :  $S_{ij} = S_{ji} = 1$ 

$$(4.142)$$

$$A_{ij} = m_{ij} \cdot M_{ij}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 + \frac{(M_{ij} - M_{ij}^{0.45})}{\left[ 2 \cdot (1 + M_{ij}) + \frac{(1 + M_{ij}^{0.45}) \cdot m_{ij}^{-\frac{1}{2}}}{(1 + m_{ij})} \right]} \right\}$$
(4.143)

$$M_{ij} = \frac{M M_i}{M M_j} \tag{4.144}$$

.

$$m_{ij} = \left[\frac{4}{\left(1 + M_{ij}^{-1}\right) \cdot \left(1 + M_{ij}\right)}\right]^{\frac{1}{4}} . \tag{4.145}$$

Condutividade térmica

-

Para um composto (gás) :

$$\frac{k \cdot MM}{\mu} = Cp + \frac{5}{4} \cdot R \tag{4.146}$$

nas unidades :

$$[k] = cal/cm.s.K$$
  
 $[\mu] = g/cm.s$   
 $[Cp] = cal/gmol.K$   
 $[MM] = g/gmol$   
 $R = 1.987 cal/gmol.K$ 

Para uma mistura :

.

$$k_m = \sum_i \frac{y_i \cdot k_i}{\sum_j y_j \cdot A_{ij}}$$
(4.147)

$$A_{ij} = \frac{1}{4} \cdot \left\{ 1 + \left[ \frac{\mu_i}{\mu_j} \cdot \left( \frac{MM_j}{MM_i} \right)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{T+S_i}{T+S_j} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \cdot \frac{T+S_{ij}}{T+S_i}$$
(4.148)

$$S_i = 1.5 \cdot T_{b_i} \tag{4.149}$$

$$S_{ij} = S_{ji} = C_s \cdot (S_i \cdot S_j)^{\frac{1}{2}}$$

para gases não-polares :  $C_s = 1$  (4.150) para gases polares ( $\delta_i$  e/ou  $\delta_j > 0.1$ ) :  $C_s = 0.733$ 

onde  $T_{b_i}$  é a temperatura de ebulição normal (à pressão atmosférica) para o composto i e está tabelada em 4.1.

#### Difusividade

ł

Para um composto i difundindo em um composto j (gás) :

$$\mathcal{D}_{i,j} = \mathcal{D}_{j,i} = 1.858 \times 10^{-3} \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{MM_i} + \frac{1}{MM_j}\right)^{\frac{1}{2}}}{P \cdot \sigma_{ij}^2 \cdot \Omega_D}$$
(4.151)

$$\Omega_D(\text{Lennard-Jones}) = \frac{A}{T_\star^B} + \frac{C}{e^{D T_\star}} + \frac{E}{e^{F T_\star}} + \frac{G}{e^{H T_\star}}$$
(4.152)

$$T_{\star} = \frac{k_B \cdot T}{\epsilon_{ij}} \tag{4.153}$$

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_i \cdot \epsilon_j)^{\frac{1}{2}} \tag{4.154}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_i + \sigma_j) \tag{4.155}$$

para gases polares :  $\Omega_D$  (Stockmayer) =  $\Omega_D$  (Lennard-Jones) + 0.19  $\cdot \frac{\delta_{ij}^2}{T_\star}$  (4.156)

$$\delta_{ij} = (\delta_i \cdot \delta_j)^{\frac{1}{2}} \tag{4.157}$$

onde :

$$\begin{array}{ll} A = 1.06036 & E = 1.03587 \\ B = 0.15610 & F = 1.52996 \\ C = 0.19300 & G = 1.76474 \\ D = 0.47635 & H = 3.89411 \end{array}$$

nas unidades :

$$\begin{array}{l} [\mathcal{D}_{i,j}] = \mathrm{cm}^2/\mathrm{s}\\ [MM] = \mathrm{g/gmol}\\ [T] = \mathrm{K}\\ [P] = \mathrm{atm} \end{array}$$

e os parâmetros  $\epsilon/k_B$ ,  $\sigma$  e  $\delta$  são dados na tabela 4.1.

Para um composto j difundindo em uma mistura (gasosa) :

$$\mathcal{D}_{j.m} = \frac{\mathcal{N}_j - y_j \cdot \sum_i \mathcal{N}_i}{\sum_i \frac{1}{\mathcal{D}_{j.i}} \cdot [y_i \cdot \mathcal{N}_j - y_j \cdot \mathcal{N}_i]}$$
(4.158)

e as expressões para  $\mathcal{N}_i$  são calculadas em função das taxas  $r_i$  pela equação 4.30.

Composto	MM (g/gmol)	$Cp^{\{0\}}$	$Cp^{(1)}  imes 10^3$	$Cp^{(2)}  imes 10^6$	$Cp^{(3)}  imes 10^9$
$CH_3CH_2OH$	46.069	2.153	51.13	-20.04	0.328
$O_2$	31.999	6.713	$-8.79  imes 10^{-4}$	4.170	-2.544
$N_2$	28.013	7.440	-3.240	6.400	-2.790
$CH_3CHO$	44.054	1.843	43.53	-24.04	5.685
$CO_2$	44.010	4.728	17.54	-13.38	4.097
$H_2O$	18.015	7.701	0.4595	2.521	-0.859
Composto	σ (Å)	$\epsilon/k_B$ (K)	§ª	$\mu_{p}$ (Debyes)	Ть (К)
CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> OH	4.31	431	0.3	1.69	351.5
$O_2$	3.467	106.7	0.0	0.0	90.2
$N_2$	3.798	71.4	0.0	0.0	77.4
$CH_3CHO$	3.728 <sup>b</sup>	592.3°	$0.74^{d}$	2.5	293.6
$CO_2$	3.941	195.2	0.0	0.0	194.7
$H_2O$	2.52	775	1.0	1.85	373.2

Tabela 4.1: Parâmetros para o Cálculo das Propriedades Físicas

.

--- -

 ${}^{a}\delta = \frac{\mu_{p}^{2}}{2 \epsilon \sigma^{3}}.$   ${}^{b}\text{Estimado} [12].$   ${}^{c}\text{Estimado} [12].$   ${}^{d}\text{Estimado} [12].$ 

~

ł

## 4.5.2 Propriedades Físicas do Fluido de Troca Térmica [17] Massa específica

ł

 $\rho_I = A + B \cdot T ,$ (4.159)onde : A = 957.29(4.160)B = -0.90194nas unidades :  $\left[ 
ho_{f}
ight] = \mathrm{kg}/\mathrm{m}^{3}$  $\left[ T
ight] = ^{\circ}\mathrm{C}$ válida na faixa :  $T \in [0; 400]$  °C . Capacidade calorífica  $cp_I = A + B \cdot T ,$ (4.161) onde : A = 1607.4(4.162)B = 1.5184nas unidades :  $[cp_f] = J/kg.^{\circ}C$  $[T] = ^{\circ}C$ 👘 válida na faixa :  $T \in [0; 400]$  °C . \_ Viscosidade  $\ln \mu_I = A + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^3} ,$ (4.163)onde : A = -6.59078 $B=4.76969\times 10^3$ (4.164) $C = -9.96854 \times 10^5$  $D=1.07523\times 10^8$ nas unidades :  $[\mu_f] = cp = g/cm.s$ [T] = K

válida na faixa :

$$T \in [-45; 375] \circ C$$
 .  
 $k_I = A + B \cdot T$  , (4.165)

onde :

$$A = 0.13943 B = -1.5666 \times 10^{-4}$$
(4.166)

nas unidades :

Condutividade térmica

ł

$$[k_f] = w/m.^{\circ}C$$
  
 $[T] = {}^{\circ}C$ 

válida na faixa :

 $T \in [0; 400]$  °C .

## 4.5.3 Condutividade Térmica dos Tubos do Reator [18]

A condutividade térmica dos tubos do reator, considerados como de aço inox 304 (18-8), é dada por:

$$k_t = a \cdot T^m , \qquad (4.167)$$

onde :

$$a = 1.4031$$
  
 $m = 0.410266$  (4.168)

nas unidades :

$$\begin{aligned} [k_t] &= \mathbf{w}/\mathbf{m}.\mathbf{K} \\ [T] &= \mathbf{K} \end{aligned}$$

válida na faixa :

 $T \in [0; 500] \ensuremath{\,^\circ C}$  .

## Capítulo 5

# Métodos de Cálculo para Equações Diferenciais

A simulação de reatores requer a resolução de um sistema de equações diferenciais (balanços de massa e energia) e de equações ordinárias (transferência de calor e massa). Existem diversos métodos de resolução de equações diferenciais [19,20,21] :

- Métodos de Runge-Kutta
- Métodos de Predição-Correção
- Métodos das Diferenças Finitas
- Métodos da Colocação Ortogonal
- Métodos dos Elementos Finitos .

Neste trabalho foram estudados dois métodos : o método de Runge-Kutta de  $4\stackrel{a}{=}$  ordem e o método dos elementos finitos (com aproximação linear). Verificou-se que o método dos elementos finitos é o mais adequado para a simulação numérica.

Devido às equações diferenciais de balanço de massa e energia e às equações de transferência de calor e massa serem não-lineares em relação às variáveis a determinar, é necessária a utilização de métodos iterativos para a resolução do problema.

## 5.1 Método de Runge-Kutta de $4\stackrel{a}{=}$ Ordem

#### 5.1.1 Definição

Para uma equação diferencial ordinária de  $1\stackrel{a}{=}$  ordem da forma :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) , \qquad (5.1)$$

com a condição inicial :

Į

$$y(x = x_0) = y_0$$
, (5.2)

a integração pelo método de Runge-Kutta de 4 $\stackrel{a}{=}$  ordem é dada pelas equações :

$$x_{i+1} = x_i + h \tag{5.3}$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \cdot \left[ K_1 + 2 K_2 + 2 K_3 + K_4 \right], \qquad (5.4)$$

onde :

$$K_1 = h \cdot f(x_i, y_i) \tag{5.5}$$

$$K_2 = h \cdot f(x_i + h/2, y_i + K_1/2)$$
(5.6)

$$K_3 = h \cdot f(x_i + h/2, y_i + K_2/2)$$
(5.7)

$$K_4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + K_3)$$
 (5.8)

O erro de truncamento do método é da ordem<sup>1</sup> de  $h^5$ , ou seja,  $e_r = K \cdot h^5$ .

Para f(x, y) independente de y o método de Runge-Kutta de  $4\stackrel{a}{=}$  ordem recai no método de Simpson com intervalo de integração igual a  $\frac{h}{2}$ .

#### 5.1.2 Aplicação à Simulação de Reatores

O método é facilmente estendido para um sistema de equações diferenciais , definindose as constantes  $K_i$  para cada variável a integrar. Para o sistema de três equações diferenciais :

$$\frac{dX}{dz} = f(X, T, t) \tag{5.9}$$

$$\frac{dT}{dz} = g(X,T,t) \tag{5.10}$$

$$\frac{dt}{dz} = q(X,T,t) , \qquad (5.11)$$

com as condições iniciais :

$$X(z=0) = X_0 \tag{5.12}$$

$$T(z=0) = T_0 \tag{5.13}$$

$$t(z=0) = t_0 , (5.14)$$

onde  $0 \le z \le 1$  e  $h = \frac{1}{M}$ , sendo M o número de intervalos , o método de cálculo será dado por :

$$z_{i+1} = z_i + h \tag{5.15}$$

$$X_{i+1} = X_i + \frac{1}{6} \cdot [KX_1 + 2KX_2 + 2KX_3 + KX_4]$$
 (5.16)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>O método de Runge-Kutta de ordem n considera os termos da série de Taylor até a enésima derivada.

$$T_{i+1} = T_i + \frac{1}{6} \cdot \left[ KT_1 + 2 KT_2 + 2 KT_3 + KT_4 \right]$$
 (5.17)

$$t_{i+1} = t_i + \frac{1}{6} \cdot \left[ Kt_1 + 2 Kt_2 + 2 Kt_3 + Kt_4 \right], \qquad (5.18)$$

onde :

ļ

$$KX_1 = h \cdot f(X_i, T_i, t_i) \tag{5.19}$$

$$KT_1 = h \cdot g(X_i, T_i, t_i) \tag{5.20}$$

$$Kt_1 = h \cdot q(X_i, T_i, t_i) \tag{5.21}$$

$$KX_2 = h \cdot f(X_i + KX_1/2, T_i + KT_1/2, t_i + Kt_1/2)$$
(5.22)

$$KT_2 = h \cdot g(X_i + KX_1/2, T_i + KT_1/2, t_i + Kt_1/2)$$
(5.23)

$$Kt_2 = h \cdot q(X_i + KX_1/2, T_i + KT_1/2, t_i + Kt_1/2)$$
(5.24)

$$KX_3 = h \cdot f(X_i + KX_2/2, T_i + KT_2/2, t_i + Kt_2/2)$$
(5.25)

$$KT_3 = h \cdot g(X_i + KX_2/2, T_i + KT_2/2, t_i + Kt_2/2)$$
(5.26)

$$Kt_3 = h \cdot q(X_i + KX_2/2, T_i + KT_2/2, t_i + Kt_2/2)$$
(5.27)

$$KX_4 = h \cdot f(X_i + KX_3, T_i + KT_3, t_i + Kt_3)$$
(5.28)

$$KT_4 = h \cdot g(X_i + KX_3, T_i + KT_3, t_i + Kt_3)$$
(5.29)

$$Kt_4 = h \cdot q(X_i + KX_3, T_i + KT_3, t_i + Kt_3) .$$
(5.30)

O método de Runge-Kutta se aplica apenas a problemas de condições iniciais (mesmo ponto) e no caso da simulação de reatores tem-se um problema de condições de contorno (pontos diferentes) com :

$$X(z=0) = X_0 (5.31)$$

$$T(z=0) = T_0 \tag{5.32}$$

$$t(z=1) = t_1 \ . \tag{5.33}$$

Para se adaptar o método de Runge-Kutta a esse tipo de problema utiliza-se um método iterativo para encontrar o valor inicial  $t(z = 0) = t_0$  que corresponda a  $t(z = 1) = t_1$ , ou seja,  $t^{calc}(z = 1) = t^{dado}(z = 1)$ .

Um método adequado para esse problema é o Método Modificado da Falsa Posição, conforme esquematizado na figura 5.1, e que não requer o cálculo de derivadas<sup>2</sup> de

ł,

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>O método de Newton-Raphson requer esse cálculo.



Figura 5.1: Método Modificado da Falsa Posição

 $t_1$  em relação a  $t_0$ . Consiste em estimar um intervalo  $(t_0^{(1)}, t_0^{(2)})$  que contenha a raiz  $(F^{(1)} \cdot F^{(2)} < 0)$  e diminuí-lo gradativamente até um limite  $\delta$ , da seguinte forma :

$$t_{0_{(i+1)}}^{(3)} = t_{0_{(i)}}^{(1)} - \frac{F_{(i)}^{(1)}}{(F_{(i)}^{(2)} - F_{(i)}^{(1)})} \cdot (t_{0_{(i)}}^{(2)} - t_{0_{(i)}}^{(1)}) , \qquad (5.34)$$

onde :

ł

$$F_{(0)}^{(1)} = F(t_{0_{(0)}}^{(1)})$$
(5.35)

$$F_{(0)}^{(2)} = F(t_{0_{(n)}}^{(2)})$$
(5.36)

$$F_{(i+1)}^{(3)} = F(t_{0_{i_{1}+1}}^{(3)})$$
(5.37)

 $F = t_1^{\text{calc}} - t_1^{\text{dado}}$  para um certo  $t_0$  $t_1^{\text{calc}} = \text{valor calculado de } t_1$  pelo método de Runge-Kutta i = iteração de cálculo

e o novo intervalo será dado por :

$$t_{0_{(i+1)}}^{(1)} = t_{0_{(i+1)}}^{(3)} \qquad F_{(i+1)}^{(1)} = F_{(i+1)}^{(3)}$$
(5.38)

$$\begin{cases} \text{se } F_{(i)}^{(1)} \cdot F_{(i+1)}^{(3)} < 0 \Rightarrow t_{0_{(i+1)}}^{(2)} = t_{0_{(i)}}^{(1)} \qquad F_{(i+1)}^{(2)} = F_{(i)}^{(1)} \\ \text{se } F_{(i)}^{(1)} \cdot F_{(i+1)}^{(3)} > 0 \Rightarrow t_{0_{(i+1)}}^{(2)} = t_{0_{(i)}}^{(2)} \qquad F_{(i+1)}^{(2)} = \frac{1}{2} \cdot F_{(i)}^{(2)} \end{cases}$$
(5.39)



Figura 5.2: Método dos Elementos Finitos

O método converge quando um (ou ambos) dos seguintes critérios de convergência for satisfeito :

$$|F_{(i+1)}^{(3)}| < \epsilon$$
 (5.40)

$$|t_{0_{(i+1)}}^{(2)} - t_{0_{(i+1)}}^{(1)}| < \delta , \qquad (5.41)$$

onde  $\delta$  e  $\epsilon$  são números infinitesimais ( $0 < \delta \ll 1$  e  $0 < \epsilon \ll 1$ ).

## 5.2 Método dos Elementos Finitos

## 5.2.1 Definição

O método dos elementos finitos aproxima a função a ser determinada por um conjunto de segmentos de reta, conforme a figura 5.2.

A equação diferencial :

$$\frac{d y}{d x} = f(x, y) , \qquad (5.42)$$

com a condição de contorno (ou inicial) :

$$y(x = x_0) = y_0 , \qquad (5.43)$$

é transformada em um sistema matricial da forma :

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{Q} , \qquad (5.44)$$



ţ

Figura 5.3: Discretização do Intervalo

onde Y é o vetor dos pontos da função a determinar. O método dos elementos finitos permite encontrar K e Q, sendo a solução Y dada pela resolução do sistema matricial dado pela equação 5.44.

A divisão do domínio x (discretização) em intervalos (elementos), separados por pontos nodais (onde serão determinados os valores de y), conduz às funções moldadas, conforme a figura 5.3.

As funções moldadas para o elemento e; são definidas por :

para 
$$x_{i-1} \le x \le x_i \begin{cases} N_1^{(e_i)} = 1 - \frac{(x - x_{i-1})}{h_i} \\ N_2^{(e_i)} = \frac{(x - x_{i-1})}{h_i} \end{cases}$$
, (5.45)

onde  $1 \le i \le M$  e  $h_i = x_i - x_{i-1}$ , sendo M o número de elementos.

Em cada elemento  $e_i$  é feita uma interpolação linear  $(x_{i-1} \leq x \leq x_i)$  :

$$y^{\{e_i\}} = y_{i-1} + \frac{(y_i - y_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \cdot (x - x_{i-1}) =$$

$$= \frac{y_{i-1} \cdot (x_i - x) + y_i \cdot (x - x_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} =$$

$$= N_1^{\{e_i\}} \cdot y_{i-1} + N_2^{\{e_i\}} \cdot y_i . \qquad (5.46)$$

A função y(x) será aproximada pela soma dessas interpolações em todos os elementos  $e_i$ :

$$y(x) = \sum_{e_i=1}^M y^{(e_i)} =$$

$$=\sum_{e_i=1}^{M} [N_1^{\{e_1\}} \cdot y_{i-1} + N_2^{\{e_i\}} \cdot y_i] = \sum_{i=0}^{M} N_i \cdot y_i , \qquad (5.47)$$

onde :

• para o ponto nodal i = 0:

$$N_0 = N_1^{(e_1)} = 1 - \frac{(x - x_0)}{h_1}, \ x_0 \le x \le x_1$$
(5.48)

• para o ponto nodal  $1 \le i \le M - 1$ :

$$N_i = N_1^{(e_{i+1})} + N_2^{(e_i)}$$
(5.49)

ou :

$$N_{i} = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{h_{i}} , \text{ para } x_{i-1} \leq x \leq x_{i} \\ 1 - \frac{x - x_{i}}{h_{i+1}} , \text{ para } x_{i} \leq x \leq x_{i+1} \end{cases}$$
(5.50)

• para o ponto nodal i = M:

$$N_{M} = N_{2}^{(e_{M})} = \frac{(x - x_{M-1})}{h_{M}}, \ x_{M-1} \le x \le x_{M}.$$
 (5.51)

No caso de problemas unidimensionais como na equação 5.42, a solução será dada pelo método de Galerkin, que consiste em minimizar o resíduo  $\epsilon(x)$  dado por :

$$\epsilon(x) = \left[\frac{dy}{dx} - f(x, y)\right]^{\operatorname{calc}} - \left[\frac{dy}{dx} - f(x, y)\right]^{\operatorname{real}} = \\ = \left[\frac{dy}{dx} - f(x, y)\right]^{\operatorname{calc}}$$
(5.52)

através da anulação dos produtos ortogonais desse resíduo por todas as funções  $N_i$  no intervalo de integração :

$$\int_{x_{ij}=a}^{x_{M}=b} N_{i} \cdot \epsilon(x) \cdot dx = 0, \quad i = 0, \dots, M$$
 (5.53)

ou :

$$\int_{x_0=a}^{x_M=b} N_i \cdot \left[ \frac{d y}{d x} - f(x, y) \right] \cdot dx = 0 , \ i = 0, \dots, M .$$
 (5.54)

A função y(x) será dada pela equação 5.47, de tal forma que  $\frac{dy}{dx}$  resulta em :

$$\frac{dy}{dx} = \sum_{i=0}^{M} y_i \cdot \frac{dN_i}{dx} , \qquad (5.55)$$

onde :

• para o ponto nodal i = 0:

$$\frac{dN_0}{dx} = -\frac{1}{h_1}, \ x_0 \le x \le x_1 \tag{5.56}$$

• para o ponto nodal  $1 \le i \le M - 1$ :

$$\frac{dN_i}{dx} = \begin{cases} \frac{1}{h_i} & \text{, para } x_{i-1} \le x \le x_i \\ -\frac{1}{h_{i+1}} & \text{, para } x_i \le x \le x_{i+1} \end{cases}$$
(5.57)

• para o ponto nodal i = M:

$$\frac{dN_M}{dx} = \frac{1}{h_M} , \ x_{M-1} \le x \le x_M .$$
 (5.58)

Como f(x, y) é uma função qualquer, para a aplicação nas equações 5.53 ou 5.54 faz-se uma linearização de f, tal como com y:

$$f = \sum_{i=0}^{M} N_i \cdot f_i , \qquad (5.59)$$

onde em cada elemento  $e_i$  tem-se :

$$f^{(e_i)} = N_1^{(e_i)} \cdot f_{i-1} + N_2^{(e_i)} \cdot f_i$$
(5.60)

$$f_i = f(x_i, y_i) {.} {(5.61)}$$

As equações 5.47, 5.59 e 5.54 podem ser colocadas em forma matricial compacta definindo-se :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_0 \\ \vdots \\ N_M \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_0 \\ \vdots \\ f_M \end{bmatrix} \quad , \qquad (5.62)$$

tornando-se :

$$y(x) = \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{Y} \tag{5.63}$$

$$f(x,y) = \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{F} \tag{5.64}$$

$$\int_{x_0=a}^{x_M=b} \mathbf{N}^t \cdot \left[ \frac{d}{dx} (\mathbf{N}^t \cdot \mathbf{Y}) - \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{F} \right] \cdot dx = 0 , \qquad (5.65)$$

que pode ser rearranjada para :

.

$$\left[\int_{x_0=a}^{x_M=b} \mathbf{N}^t \cdot \frac{d\mathbf{N}^t}{dx} \cdot dx\right] \cdot \mathbf{Y} = \left[\int_{x_0=a}^{x_M=b} \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{N}^t \cdot dx\right] \cdot \mathbf{F} .$$
 (5.66)

O sistema dado pela equação 5.66 será o sistema procurado dado pela equação 5.44 após a inclusão das condições de contorno, onde a matriz K e o vetor Q serão dados por :

į

$$\mathbf{K} = \int_{x_0=a}^{x_M=b} \mathbf{N}^t \cdot \frac{d \, \mathbf{N}^t}{d \, x} \cdot dx \tag{5.67}$$

$$\mathbf{Q} = \left[ \int_{x_0=a}^{x_M=b} \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{N}^t \cdot dx \right] \cdot \mathbf{F} .$$
 (5.68)

Sem a inclusão das condições de contorno o sistema dado pela equação 5.66 é indeterminado (a matriz K dada pela equação 5.67 possui determinante nulo). Assim, no ponto onde é dada a c.c. a linha (ou equação) é substituida pela identidade  $y_i = y_{dado}$ . No caso da equação 5.42 a c.c. é dada em  $x = x_0$  e a matriz K e o vetor Q tornam-se :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.69)  
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} y_0 \\ \frac{h_1}{3} \cdot (f_0 + 2f_1) + \frac{h_2}{3} \cdot (2f_1 + f_2) \\ \vdots \\ \frac{h_1}{3} \cdot (f_{i-1} + 2f_i) + \frac{h_{i+1}}{3} \cdot (2f_i + f_{i+1}) \\ \vdots \\ \frac{h_{M-1}}{3} \cdot (f_{M-2} + 2f_{M-1}) + \frac{h_M}{3} \cdot (2f_{M-1} + f_M) \\ - \frac{h_M}{3} \cdot (f_{M-1} + 2f_M) \end{bmatrix} .$$
(5.70)

Sendo f uma função qualquer de  $y \in x$ , o sistema deve ser resolvido por métodos iterativos.

#### 5.2.2 Aplicação à Simulação de Reatores

Para o sistema de três equações diferenciais dado por (modelo homogêneo) :

$$\frac{dX}{dz} = f(X, T, t) \tag{5.71}$$

$$\frac{dT}{dz} = g(X, T, t) \tag{5.72}$$

$$\frac{dt}{dz} = q(X,T,t) , \qquad (5.73)$$

com as condições de contorno :

ţ

$$X(z=0) = X_r = 0 \tag{5.74}$$

$$T(z=0) = T_r = T_0 \tag{5.75}$$

$$t(z=1) = t_c = t_1 , \qquad (5.76)$$

a aplicação do método dos elementos finitos conduz ao sistema de  $3 \times (M + 1)$  equações :

• para o ponto nodal i = 0:

$$X_e - X_0 = 0 (5.77)$$

$$T_e - T_0 = 0 (5.78)$$

$$t_1 - t_0 - \frac{1}{3} \cdot \left[ h_1 \cdot (2q_0 + q_1) \right] = 0 \tag{5.79}$$

• para o ponto nodal  $1 \le i \le M - 1$ :

$$X_{i+1} - X_{i-1} - \frac{1}{3} \cdot [h_i \cdot (f_{i-1} + 2f_i) + h_{i+1} \cdot (2f_i + f_{i+1})] = 0$$
 (5.80)

$$T_{i+1} - T_{i-1} - \frac{1}{3} \cdot \left[ h_i \cdot (g_{i-1} + 2g_i) + h_{i+1} \cdot (2g_i + g_{i+1}) \right] = 0$$
 (5.81)

$$t_{i+1} - t_{i-1} - \frac{1}{3} \cdot [h_i \cdot (q_{i-1} + 2q_i) + h_{i+1} \cdot (2q_i + q_{i+1})] = 0$$
 (5.82)

• para o ponto nodal i = M:

$$X_M - X_{M-1} - \frac{1}{3} \cdot [h_M \cdot (f_{M-1} + 2f_M)] = 0$$
 (5.83)

$$T_M - T_{M-1} - \frac{1}{3} \cdot \left[ h_M \cdot \left( g_{M-1} + 2g_M \right) \right] = 0 \tag{5.84}$$

$$t_M - t_e = 0 , (5.85)$$

onde :

$$f_j = f(X_j, T_j, t_j)$$
 (5.86)

$$g_j = g(X_j, T_j, t_j) \tag{5.87}$$

$$q_j = q(X_j, T_j, t_j)$$
 (5.88)

<u>Observação</u> — Para não confundir  $t_1$ , correspondente a  $t_i$  no ponto nodal i = 1, com  $t_1$ , correspondente a t(z = 1), utilizou-se nesta seção a notação  $t(z = 1) = t_e$ ,  $T(z = 0) = T_e \ e \ X(z = 0) = X_e$ , onde o índice e indica condição de entrada no sistema de reação.

Dessa forma, o sistema de três equações diferenciais foi transformado em um sistema de  $3 \times (M + 1)$  equações ordinárias não-lineares. Para a sua resolução utiliza-se um processo iterativo de cálculo.

A extensão para o modelo heterogêneo é imediata , bastando acrescentar em cada ponto nodal i o conjunto de equações 4.44 e 4.45, correspondentes à transferência de calor e massa, calculadas nas condições desse ponto. Dessa forma, as três equações diferenciais 4.41 - 4.43, a equação de transferência de calor 4.44 e as seis equações de transferência de massa 4.45 (são 6 compostos) transformam-se em um conjunto de  $10 \times (M + 1)$ equações ordinárias. O modelo heterogêneo pode ser simplificado considerando-se apenas a heterogeneidade na temperatura, isto é,  $T_s \neq T e y_j^s = y_j$ . Nesse caso, as três equações diferenciais 4.41 - 4.43 e a equação 4.44 transformam-se em um conjunto de  $4 \times (M + 1)$ equações ordinárias.

A extensão para o modelo homogêneo com dispersão axial é obtida através da definição de variáveis auxiliares  $w e v_j$ :

$$w = \frac{dT}{dZ} \Longrightarrow \frac{d^2T}{dZ^2} = \frac{dw}{dZ}$$
 (5.89)

$$v_j = \frac{d y_j}{d Z} \Longrightarrow \frac{d^2 y_j}{d Z^2} = \frac{d v_j}{d Z} , \qquad (5.90)$$

obtendo-se duas equações ordinárias por ponto nodal para cada equação diferencial de  $2 \stackrel{a}{=}$  ordem.

#### 5.2.3 Métodos para Resolução de Sistemas de Equações

Para um sistema de N equações quaisquer  $F_k(x_1, \ldots, x_N) = 0$ , com N variáveis  $x_j$  a determinar, a aplicação do método iterativo de Newton-Raphson é dada por :

$$\mathbf{J}^{(n)} \cdot \Delta \mathbf{x}^{(n+1)} = -\mathbf{F}^{(n)} \tag{5.91}$$

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \Delta \mathbf{x}^{(n+1)} , \qquad (5.92)$$

onde :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1(x_1, \dots, x_N) \\ \vdots \\ F_N(x_1, \dots, x_N) \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$
(5.93)

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{bmatrix} .$$
(5.94)

O método converge quando :

$$|\Delta \mathbf{x}^{(n+1)}| < \delta , \qquad (5.95)$$

onde  $\delta$  é um número infinitesimal escolhido arbitrariamente ( $0 < \delta \ll 1$ ).

Para acelerar a convergência, ou mesmo forçá-la em situações de não-convergência, utiliza-se o método da relaxação :

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \boldsymbol{\omega} \cdot \Delta \mathbf{x}^{(n+1)} .$$
 (5.96)

Para sistemas de equações com problemas de divergência utiliza-se  $0 < \omega < 1$ .

Tabel:	a 5.	1:	Comparação	entre os	Métodos	de i	Runge–Kut	ta e	Elementos	Finitos
							<u> </u>			

Item	Runge-Kutta	Elementos Finitos			
Precisão	$\Theta(h^4)$	$\Theta(h^2)$			
Convergência	Mais Lenta	Mais Rápida			
Número					
de Cálculos	4	1			
por Ponto					
Quantidade	Редиева	Muito Grande			
de Memória	i cqueila				
Complexidade	Pequena	Grande			
do Programa					
Aplicações	<ul> <li>problemas de condições iniciais</li> <li>problemas de condições de contorno apenas com adaptação por métodos iterativos</li> <li>modelos unidimensionais</li> <li>modelo de reator homo- gêneo</li> <li>extensão ao modelo de reator heterogêneo difícil</li> <li>conveniente para sis- temas de equações não- rígidos</li> </ul>	<ul> <li>problemas de condições iniciais e de contorno</li> <li>modelos multidimensio- nais</li> <li>qualquer tipo de geome- tria</li> <li>qualquer tipo de modelo de reator</li> <li>conveniente para sis- temas de equações rígidos</li> </ul>			

## 5.3 Programa para Cálculo Numérico

Para a simulação númérica do reator-trocador foi escolhido o método dos elementos finitos, pelas suas qualidades superiores em relação ao método de Runge-Kutta de 4  $\stackrel{a}{=}$ ordem e que estão comparados na tabela 5.1. No início dos trabalhos de simulação utilizou-se o método de Runge-Kutta de 4  $\stackrel{a}{=}$  ordem, adaptado com o método modificado da falsa posição, pois trabalhava-se com um microcomputador (Itautec I-7000) com pequena capacidade de memória. Posteriormente, passou-se a trabalhar com o computador VAX da Unicamp, com maior capacidade de memória, tornando possível a utilização do método dos elementos finitos. A comparação dos resultados mostrou que o método dos elementos finitos é o mais adequado para a simulação.

De forma geral , os programas desenvolvidos foram subdivididos da seguinte maneira:

 Programa Principal — Executa a leitura dos dados, montagem do sistema matricial, cálculo iterativo com teste de convergência e impressão dos resultados. O programa principal utiliza as demais sub-rotinas para a montagem do sistema matricial e sua resolução. Apresenta ainda os seguintes detalhes :

- Coeficiente de Relaxação  $\omega$  - Utilizam-se três valores de  $\omega$ , 1.0, 0.5 e 0.25, passando-se do maior valor para o menor e recomeçando-se o cálculo conforme for necessário para a convergência. O programa verifica se T está na faixa de -60 °C a 2000 °C e se t está na faixa de -40 °C a 400 °C. A saída de T e/ou tdesses intervalos<sup>3</sup> indica a divergência no cálculo iterativo, e que ocorre quase sempre quando as condições de operação favorecem o "burn-out".

Inicia-se o cálculo com  $\omega = 1.0$ . No caso de não-convergência (T e/ou t fora dos intervalos) recomeça-se o cálculo com  $\omega = 0.5$ . Repete-se esse processo até atingir  $\omega = 0.25$ , quando, se não convergir, desvia-se o programa para a sub-rotina de proteção contra erros.

- Refinamento no Cálculo - Os comprimentos dos elementos no método dos elementos finitos não precisam ser todos iguais. Existem determinadas regiões (região de "burn-out") ao longo do reator onde os gradientes de temperatura e conversão são muito maiores que nos demais. Para se melhorar a precisão nesses locais, que geralmente ocorrem logo à entrada do reator, é realizado um refinamento no cálculo.

São utilizados dois tipos de refinamento :

(i) – divisão do reator em duas partes : a primeira parte compreende os 10% iniciais do reator e a segunda os 90% restantes. O refinamento é feito na primeira parte , de tal forma que na segunda parte mantém-se o comprimento original dos elementos , enquanto que na primeira utilizam-se elementos com comprimento 10 vezes menor.

(ii) – divisão do reator em três partes : a primeira parte compreende o 1% inicial do reator, a segunda os 9% seguintes e a terceira os 90% restantes. O refinamento é feito na primeira e na segunda parte, de tal forma que na terceira parte mantém-se o comprimento original dos elementos, enquanto que na segunda utilizam-se elementos com comprimento 10 vezes menor e na primeira utilizam-se elementos com comprimento 100 vezes menor.

- Cálculo das Derivadas de T - Para a análise dos diagramas de fases  $T_0 \times t_1$ é importante o cálculo das derivadas de T (ou  $T_s$ ) em relação a z em certos pontos do reator (na entrada ou no ponto em que T ultrapassa t). Para se calcular essas derivadas numericamente, utilizando os valores obtidos de T (ou  $T_s$ ) nos pontos nodais pelo método dos elementos finitos, utilizam-se as

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Não há a necessidade de serem rigorosamente esses valores.

expressões :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=z_{i}} = \begin{cases} \frac{3 T_{i-4} - 16 T_{i-3} + 36 T_{i-2} - 48 T_{i-1} + 25 T_{i}}{12 h} \\ \frac{-T_{i-3} + 6 T_{i-2} - 18 T_{i-1} + 10 T_{i} + 3 T_{i+1}}{12 h} \\ \frac{T_{i-2} - 8 T_{i-1} + 8 T_{i+1} - T_{i+2}}{12 h} \\ \frac{-3 T_{i-1} - 10 T_{i} + 18 T_{i+1} - 6 T_{i+2} + T_{i+3}}{12 h} \\ \frac{-25 T_{i} + 48 T_{i+1} - 36 T_{i+2} + 16 T_{i+3} - 3 T_{i+4}}{12 h} \\ \frac{12 h^{2}}{12 h^{2}} \\ \frac{-T_{i-3} + 4 T_{i-2} + 6 T_{i-1} - 20 T_{i} + 11 T_{i+1}}{12 h^{2}} \\ \frac{-T_{i-2} + 16 T_{i-1} - 30 T_{i} + 16 T_{i+1} - T_{i+2}}{12 h^{2}} \\ \frac{11 T_{i-1} - 20 T_{i} + 6 T_{i+1} + 4 T_{i+2} - T_{i+3}}{12 h^{2}} \\ \frac{11 T_{i-1} - 20 T_{i} + 6 T_{i+1} + 4 T_{i+2} - T_{i+3}}{12 h^{2}} \\ \frac{35 T_{i} - 104 T_{i+1} + 114 T_{i+2} - 56 T_{i+3} + 11 T_{i+4}}{12 h^{2}} \\ (5.98) \end{cases}$$

ŧ

sendo os pontos igualmente espaçados por h. Devido a flutuações que ocorrem entre pontos nodais adjacentes, é conveniente utilizar um espaçamento hmaior que o utilizado no método dos elementos finitos (dois ou mais pontos nodais) para o cálculo numérico das derivadas.

- Sub-rotina para a Resolução do Sistema Matricial --- Utiliza a eliminação gaussiana, transformando a matriz em uma matriz triangular superior. Como a maior parte da matriz é composta por elementos nulos, o programa estoca na memória apenas alguns elementos por linha (vetores) e se utiliza deste fato para tornar mais rápida a resolução do sistema.
- Sub-rotina para o Cálculo das Equações e Derivadas O método dos elementos finitos transforma um conjunto de k equações diferenciais num conjunto de  $k \times (M + 1)$  equações ordinárias, que serão resolvidas pelo método de Newton-Raphson dado pelas equações 5.91 e 5.92 (ou 5.96). Esta sub-rotina calcula os valores dessas equações (F) e de suas derivadas (J) em relação às variáveis a determinar. Cada equação, correspondente a um determinado  $N_i$ , contém variáveis referentes apenas aos pontos nodais i - 1,  $i \in i + 1$ , de tal forma que a matriz J conterá muitos elementos nulos.
- Sub-rotina para o Cálculo da Taxa de Reação e das Seletividades Para um dado valor de X e T (ou  $T_s$ ), referentes ao ponto nodal *i*, e dada pressão P calcula-se os valores da taxa de reação  $\tau$  e das seletividades global  $\Phi$  e instantânea  $\phi$  (e os

valores das relações  $\frac{r_i}{r}$  para o caso do modelo heterogêneo), conforme descrito no capítulo 4.

- Sub-rotina para o Cálculo das Propriedades Físicas Para um dado valor de T, t e X, referentes ao ponto nodal i, calcula-se as propriedades físicas dos reagentes—produtos, do fluido de troca térmica e a entalpia global de reação, conforme descrito no capítulo 4.
- Sub-rotina para o Cálculo dos Coeficientes de Transferência Calcula-se, em cada ponto nodal i, os valores dos coeficientes de película e do coeficiente global de troca térmica U, os valores dos parâmetros para as equações diferenciais e os valores dos coeficientes de transferência de calor e massa para o modelo heterogêneo, conforme descrito no capítulo 4.
- Sub-rotina para Proteção contra Erros No caso de não-convergência ou de T e/ou t estarem fora dos intervalos aceitáveis, mesmo com  $\omega = 0.25$ , o programa desviase para esta sub-rotina que imprime uma resposta indicando o tipo de problema encontrado.

Com relação aos modelos citados , foram desenvolvidos os seguintes programas :

- modelo homogêneo sem dispersão axial programa completo, encontra-se no anexo II.
- modelo heterogêneo sem dispersão axial programa simplificado, considera a heterogeneidade apenas em T (considera  $y_i^* = y_j$ ).
- modelo heterogêneo sem dispersão axial programa completo, encontra-se no anexo III.
- modelo homogêneo com dispersão axial programa simplificado, considera os coeficientes de transferência de calor e massa, a entalpia de reação e as propriedades físicas da massa reacional como sendo constantes ao longo do reator (não variam com X e/ou T). As propriedades físicas da massa reacional foram consideradas iguais às do ar e as do catalisador iguais às do cobre metálico.

## Capítulo 6

# Diagramas de Fases de Temperaturas para Reatores-Trocadores de Calor

Neste capítulo aplica-se a simulação numérica, utilizando o método dos elementos finitos e o modelo de reator homogêneo sem dispersão axial, na construção de diagramas das temperaturas de entrada dos reagentes  $(T_0)$  e do fluido de troca térmica  $(t_1)$  (diagrama de fases de temperaturas) para a operação de reatores catalíticos-trocadores de calor em contra-corrente.

A utilização desses diagramas facilita o projeto dos reatores. Inicialmente, analisamse os trabalhos de literatura [16], e em seguida faz-se um mapeamento para dois casos diferentes de reatores. O mapeamento consiste na construção do diagrama de fases pela simulação numérica de cada ponto  $(t_1, T_0)$  desse diagrama. Finalmente, com os resultados da simulação, analisa-se a influência de alguns parâmetros de projeto no comportamento do reator.

## 6.1 Introdução

Os reatores químicos catalíticos, em leito fixo, especialmente aqueles nos quais ocorrem reações altamente exotérmicas, devem ser operados com muito cuidado devido à existência de sensitividade paramétrica com relação a flutuações em muitas das variáveis de operação. Esses reatores só podem ser operados em segurança dentro de uma faixa estreita das variáveis de operação, devido à possibilidade de "runaway"<sup>1</sup> como resultado dessa sensitividade paramétrica. As duas variáveis de operação mais importantes são as temperaturas de entrada do fluido de troca térmica  $(t_1)$  e dos reagentes  $(T_0)$ , no sentido

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> "Runaway" é uma expressão utilizada para designar a situação em que ocorre ignição e destruição do catalisador.



Figura 6.1: Diagrama de Fases  $T_0 \times t_1$ 

de que são as variáveis mais suscetíveis a flutuações inesperadas durante a operação do reator (e também pela dependência exponencial da taxa de reação com a temperatura).

Uma forma conveniente para identificar a região de operação segura é construir um diagrama de fases das temperaturas de entrada do refrigerante  $(t_1)$  e da alimentação  $(T_0)$ , na abscissa e na ordenada respectivamente, para um dado conjunto de parâmetros do sistema, conforme a figura 6.1. As temperaturas de entrada devem ser tais que ocorra alguma quantidade apreciável de reação, e, por outro lado, não conduzam a uma situação de "runaway". Entre esses dois extremos encontra-se a faixa de operação segura. São assim definidas três regiões nesse diagrama: a de reação desprezível, a de operação segura e a de ignição, na qual ocorre a situação de "runaway".

A linha que separa a região de segurança da região de reação desprezível é chamada de linha de extinção. A linha que separa a região de segurança da região de ignição é chamada de linha de ignição. Essas linhas de contorno são definidas exclusivamente como funções dos parâmetros do sistema.

Para uma dada reação, o projeto do reator deverá escolher os parâmetros operacionais e as temperaturas de entrada que forneçam o melhor desempenho possível. Esta escolha, entretanto, não é livre para reações altamente exotérmicas, devendo ser tal que não ocorram situações de "runaway", na qual a ignição espontânea da reação pode literalmente levar a uma explosão. A análise do plano de fases serve como instrumento para estudar o efeito relativo das diversas variáveis operacionais na estabilidade e desempenho do reator. A escolha adequada dos parâmetros de operação permitirá expandir a região de operação segura, simplificando os problemas de projeto.

No caso de reações altamente exotérmicas, é preferível utilizar um fluido de troca térmica (refrigerante) líquido a um gasoso (os reagentes são gasosos), pois permite um controle melhor da temperatura do reator e leva a uma faixa maior de condições seguras de operação. Devido ao maior calor sensível do fluido refrigerante  $(M_r \cdot cp_r \ll m_f \cdot cp_f)$ o perfil de temperatura na camisa será mais suave que o do reator e a temperatura de entrada do refrigerante  $t_1$  terá uma influência muito maior na estabilidade do reator que a temperatura de entrada dos reagentes  $T_0$ .

A região de operação segura consiste de duas regiões distintas : uma região de operação superior, onde  $T_0 \ge t_1$ , e uma região de operação inferior, onde  $T_0 < t_1$ . Na região de operação inferior o reator é geralmente pouco sensível até mesmo para grandes flutuações na temperatura de alimentação  $(T_0)$ , o que não ocorre na região de operação superior. A sensitividade paramétrica com relação a flutuações na temperatura de entrada do refrigerante  $(t_1)$  é mais ou menos a mesma nas duas regiões de operação. Isto, entretanto, não é nenhum problema já que existe um controle melhor na temperatura do refrigerante. A linha de ignição na região  $T_0 \ge t_1$  é chamada de linha de ignição superior e aquela na região inferior  $T_0 < t_1$  de linha de ignição lateral.

## 6.2 Resultados da Literatura [16]

#### 6.2.1 Critérios para Construção de Diagramas de Fases

O trabalho da literatura utiliza o modelo homogêneo, equações 4.13 - 4.15, utilizando uma cinética de reação simples (apenas uma reação,  $1\stackrel{a}{=}$  ordem), e considerando todos os parâmetros e propriedades físicas como constantes (conseqüentemente  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$  no modelo são constantes). A taxa de reação  $r_A$  é uma função somente de T e X, ou seja,  $r_A = r_A(T, X)$ .

A definição das linhas de ignição e extinção é feita da seguinte forma :

• Linha de Ignição Superior -  $T_0 \ge t_1$ 

e

e

No ponto de ignição  $z_i$  deve-se ter :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=z_{\star}} > 0 \tag{6.1}$$

$$\left. \frac{d^2 T}{d z^2} \right|_{z=z_1} = 0 , \qquad (6.2)$$

pois é o ponto de maior taxa efetiva (liberação – remoção de calor) de aumento de temperatura. Sendo o ponto de ignição um ponto de máximo de  $\frac{dT}{dz}$ , uma condição suficiente para a ignição é que na entrada do reator tenha-se :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} > 0 \tag{6.3}$$

$$\left. \frac{d^2 T}{d z^2} \right|_{z=0} > 0 \ . \tag{6.4}$$



Figura 6.2: Perfil de Temperatura para o caso  $T_0 \ge t_1$  sem ignição

A condição dada pela equação 6.3 é uma condição necessária, pois quando  $\frac{dT}{dz}\Big|_{z=0} < 0$  a curva  $T \times z$  será sempre decrescente, ou seja,  $\frac{dT}{dz} < 0 \forall z$  [16]. Perfis de temperatura para situações de ignição e não-ignição, na região  $T_0 \ge t_1$ , são dados nas figuras 6.2 e 6.3.

Para se utilizar as equações 6.3 e 6.4 deve-se conhecer o valor de  $t_0$  (ou ao menos uma estimativa). Para isto, a integração das equações 4.13 – 4.15 conduz ao balanço de energia global :

$$(T_1 - T_0) = \frac{a_2}{a_1} \cdot X + \frac{a_3}{a_4} \cdot (t_1 - t_0) .$$
 (6.5)

Utilizam-se as aproximações de ignição e conversão total,  $X \cong 1$ , e de  $T_1 \cong t_1$ , pois o ponto de ignição ocorre logo à entrada do reator e o calor sensível do fluido refrigerante é muito maior que o dos reagentes-produtos. Assim :

$$t_0 = t_1 + \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_4}{a_3} \cdot (T_0 - t_1) . \qquad (6.6)$$

• Linha de Ignição Lateral –  $T_0 < t_1$ 

Uma característica importante da região onde  $T_0 < t_1$  é que os perfis das temperaturas dos reagentes-produtos e do fluido refrigerante sempre se interceptam, conforme as figuras 6.5 e 6.6. Assim, a parte do reator com  $0 \le z \le z_c$  (onde  $z = z_c$  é o ponto em que T = t) é equivalente a um pré-aquecedor. O restante do reator ( $z_c \le z \le 1$ ) atua como um reator-trocador normal.

Outra característica importante é que , indiferentemente de operação segura ou ignição , ambos os perfis de T e t apresentam máximos. O máximo de t ocorre em



·· -

ł

Figura 6.3: Perfil de Temperatura para o caso  $T_0 \ge t_1$  com ignição



Figura 6.4: Perfil de Temperatura para o caso  $T_0 \ge t_1$  com ignição



ļ

Figura 6.5: Perfil de Temperatura para o caso  $T_0 < t_1$  sem ignição



Figura 6.6: Perfil de Temperatura para o caso  $T_0 < t_1$  com ignição

 $z = z_c \ (T = t)$  conforme a equação 4.15. O máximo de T ocorre em  $z = z_m$ , dado por :

$$a_2 \cdot r_A - a_3 \cdot (T_m - t) = 0 , \qquad (6.7)$$

onde  $r_A = r_A(T_m, X)$  e  $T_m$  é a temperatura máxima dos reagentes-produtos.

A predição do ponto de ignição é feita estimando a magnitude de  $T_m$ . Para se utilizar a equação 6.7 fazem-se aproximações :

$$t_{z=z_m} = t_1 \tag{6.8}$$

$$X_{z=z_m} = 0 . (6.9)$$

A hipótese dada pela equação 6.8 justifica-se por  $T \gg t$  e t variar muito pouco ao longo do reator. A hipótese dada pela equação 6.9 justifica-se por  $z_m$  ser próximo a  $z_c$  e  $X_{z=z_c} \approx 0$ . Assim :

$$a_2 \cdot r_A(T_m, 0) - a_3 \cdot (T_m - t_1) = 0 . \qquad (6.10)$$

Observa-se da equação 6.10 que  $T_m$  só depende de  $t_1$  e não de  $T_0$ . Isto se deve a  $T_0$  ser sempre menor que  $t_1$  nessa região, onde, indiferentemente do valor de  $T_0$ , a temperatura do reator sempre sobe ao nível da temperatura do refrigerante em  $z_c$ . Em outras palavras, a equação 6.10 mostra que na zona de operação inferior a temperatura de entrada do refrigerante é grandemente responsável pela ocorrência de ignição.

Rearranjando a equação 6.10 tem-se :

$$t_1 = T_m - \frac{a_2}{a_3} \cdot r_A(T_m, 0) . \qquad (6.11)$$

Esta equação possui um máximo quando  $\frac{dt_1}{dT_m} = 0$ , para um certo valor de  $T_m$ . Este resultado, entretanto, é contraditório do ponto de vista físico do sistema. Pela conservação da energia deve-se ter:

Para 
$$T_0 \equiv \text{cte} : \frac{d T_m}{d t_1} > 0 , \forall T_m, t_1 \Longrightarrow$$
  
$$\frac{d t_1}{d T_m} > 0 , \forall T_m, t_1 , \qquad (6.12)$$

isto é, quanto maior  $t_1$  maior será o valor de  $T_m$ .

O comportamento anômalo da equação 6.11 para elevadas temperaturas  $T_m$  devese à falha da hipótese dada pela equação 6.9,  $X_{x=x_m} = 0$ . Assim, a condição de ignição na região onde  $T_0 < t_1$  é a violação da equação 6.9. A linha de ignição será dada pela linha vertical que passa pelo ponto  $t_1$  dado por:

$$t_1 = T_m - \frac{a_2}{a_3} \cdot r_A(T_m, 0)$$
 (6.13)

$$\frac{dt_1}{dT_m} = 0. ag{6.14}$$

Linha de Extinção –

I

Por definição, quase nenhuma reação ocorre a temperaturas abaixo desta linha. Então, a geração de calor devido à reação é desprezível e o sistema de reação é equivalente a um trocador de calor em contra-corrente. Assim :

$$\frac{dT}{dz} = -a_3 \cdot (T-t) , \ T(z=0) = T_0$$
 (6.15)

$$\frac{dt}{dz} = -a_4 \cdot (T-t) , \ t(z=1) = t_1 . \tag{6.16}$$

Resolvendo-se o sistema de equações 6.15 e 6.16 obtém-se :

$$T_{3} = \frac{T_{0} \cdot e^{-(a_{3}-a_{4})} + \frac{t_{1}}{(1-a_{4}/a_{3})} \cdot (1-e^{-(a_{3}-a_{4})})}{\left[1 + \frac{a_{4}}{a_{3}-a_{4}} \cdot (1-e^{-(a_{3}-a_{4})})\right]} \qquad (6.17)$$

Para desenvolver uma expressão para a linha de extinção impõe-se, como uma forma prática, a condição de que a conversão de saída na região de extinção seja inferior a 1%, considerando o reator isotérmico a  $T_1$ . A razão para escolher  $T_1$  para representar a temperatura isotérmica é que  $T_i$  será a maior dentre  $T_1$ ,  $T_0$  e  $t_1$  quando ocorrer uma quantidade de reação apreciável.

Nas condições de extinção, as concentrações praticamente não mudarão e então a taxa de reação será somente uma função de  $T_1$  ( $X \approx 0$ ).

Assim, a condição da região de extinção será:

$$X_{1} = \int_{0}^{1} \frac{dX}{dz} \cdot dz = \int_{0}^{1} a_{1} \cdot r_{A}(T_{1}, 0) \cdot dz = a_{1} \cdot r_{A}(T_{1}, 0) < 0.01$$
 (6.18)

e para a linha de extinção tem-se :

$$a_1 \cdot r_A(T_1, 0) = 0.01$$
. (6.19)

Como outro limite prático utiliza-se a temperatura mínima disponível , que em geral é a ambiente (~ 25 °C).

#### 6.2.2 Análise dos Resultados

O objetivo do projeto de um reator-trocador é escolher parâmetros como :

- comprimento do reator (L)
- diâmetro interno dos tubos do reator (D)
- vazão mássica do fluido refrigerante  $(m_f)$
- vazão mássica da alimentação  $(M_r)$
- fração molar de entrada  $(y^o_A)$
- temperaturas de entrada  $(T_0 e t_1)$ ,

de tal forma que uma saída ótima do produto seja obtida, e se evite um possível "runaway" devido às flutuações incontroláveis nas variáveis de operação. Se a reação é afetada por difusão, o tamanho das partículas de catalisador será um parâmetro adicional a ser considerado. O problema do projeto pode ser resumido em um problema de expandir as fronteiras da região de operação segura. Essa expansão, no entanto, não pode ser feita às custas de um aumento de volume do reator ou de uma diminuição da produtividade. Sendo as linhas de ignição e extinção definidas pelos parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ , verifica-se que o melhor programa de projeto consiste em :

- Maximizar a1
- Minimizar a2
- Maximizar  $a_3$  .

As variáveis de projeto estão interligadas nos parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ . Contudo, pode-se ver facilmente que baixos  $y^o_A$  e D e altos U, independentemente dos valores das outras variáveis, conduzem a um melhor programa, embora baixos valores de  $y^o_A$  e Dresultem em decréscimo de produtividade.

O diagrama de fases da figura 6.1 revela um ponto importante. Para uma dada temperatura de entrada do refrigerante, qualquer ponto na região de operação superior é mais sensível a flutuações de temperatura que um ponto na região de operação inferior, conforme a figura 6.7. Como se verifica nessa figura, é sempre melhor operar o reator na região de operação inferior que na região de operação superior do ponto de vista da sensitividade. Esse fato conduz a uma interessante alternativa de projeto : um reatortrocador de calor em contra-corrente sem pré-aquecedor.

As vantagens de não se usar um pré-aquecedor são duas : eliminação do problema de sensitividade com respeito a mudanças na temperatura de entrada dos reagentes e uma redução nos custos fixos devido à eliminação do pré-aquecedor. Para se igualar a conversão de saída do reator utilizando alimentação fria com a do reator utilizando alimentação quente basta aumentar o comprimento do primeiro reator. Este acréscimo atinge apenas uma fração do pré-aquecedor em termos de tamanho e custo.

A sensitividade com respeito à temperatura de entrada do refrigerante permanece quase a mesma para ambas as configurações (com ou sem pré-aquecedor,  $T_0$  diferentes). O problema de sensitividade com relação à temperatura de entrada do refrigerante é menos problemático que aquele com respeito à temperatura de alimentação, já que existe um controle muito melhor sobre a temperatura do refrigerante. Entretanto, evita-se a obtenção de conversões de saída elevadas, já que em torno desta região mesmo um pequeno desvio positivo na temperatura do refrigerante conduz ao "runaway", como mostra a figura 6.8, não importando qual for a temperatura de alimentação. Uma forma de se evitar isto é aumentar a taxa de remoção de calor do reator, através do aumento do valor de  $a_3$ .

Foram feitas ainda as seguintes observações :

• O ponto de ignição é usualmente próximo à entrada do reator quando  $T_0 \ge t_1$ , deixando a maior parte do reator para simples troca de calor.



ł

Figura 6.7: Influência da temperatura de entrada dos reagentes -  $T_0$ 



Figura 6.8: Influência da temperatura de entrada do fluido refrigerante –  $t_1$ 

• A análise pode ser extendida para sistemas envolvendo reações paralelas e consecutivas. Nesses casos, entretanto, o procedimento torna-se mais complicado, pois o desempenho do reator será função da seletividade e da conversão.

ŧ

• Para reatores com gradientes radiais significativos os efeitos são de reduzir a faixa de condição de operação segura. Os efeitos de dispersão axial, embora desprezíveis nas condições de operação típicas, são de aumentar um pouco a faixa segura.

Os resultados obtidos na literatura foram confirmados pela simulação numérica, utilizando a mesma cinética de reação e os mesmos dados do reator-trocador [16].

## 6.3 Construção de Diagramas de Fases

#### 6.3.1 Critérios de Construção

O método anterior, descrito na literatura [16], é um método aproximado, visando evitar a integração numérica das equações diferenciais. Como neste trabalho não existe esse inconveniente, podem ser utilizados critérios mais gerais, rigorosos e exatos para definir as linhas de extinção e ignição.

A ignição é definida pela presença no perfil de temperatura do reator de um ponto onde a taxa  $\frac{dT}{dx}$  seja um máximo local na região de resfriamento. Assim :

$$T \ge t$$
 (6.20)

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=z_1} > 0 \tag{6.21}$$

$$\left. \frac{d^2 T}{d z^2} \right|_{z=z_0} = 0 \tag{6.22}$$

$$\left. \frac{d^3 T}{d z^3} \right|_{z=z_1} < 0 . \tag{6.23}$$

As linhas de ignição e extinção serão definidas por :

• Linha de Ignição Superior  $-T_0 \ge t_1 - t_2$ 

Como condição necessária para a ignição deve-se ter , à entrada do reator :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} > 0 , \qquad (6.24)$$

pois do contrário a curva  $T \times z$  será sempre decrescente e não apresentará ponto de ignição [16].

Da equação 6.23 verifica-se que uma condição suficiente para a ignição , à entrada do reator , é dada por :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} > 0 \tag{6.25}$$

$$\left. \frac{d^2 T}{d z^2} \right|_{z=0} > 0 . \tag{6.26}$$

Conjunto de equações 6.25 e 6.26 não é uma condição suficiente e necessária, indendo acontecer de  $\frac{dT}{dz}\Big|_{z=0} > 0$  e  $\frac{d^2T}{dz^2}\Big|_{z=0} < 0$  e ocorrer ignição, conforme a figura 6.4. Nestes casos é importante uma verificação do perfil de  $\frac{dT}{dz} \times z$ .

- Linha de Ignição Lateral -  $T_0 < t_1$  -

O critério para esta região é o mesmo do anterior, com a adaptação de medir as derivadas no ponto onde T ultrapassa t (T = t) e que corresponde ao ponto de máximo de t ( $z_c$ ). O princípio se baseia nas condições de definição do ponto de ignição, principalmente  $T \ge t$ .

Assim, como condição necessária tem-se :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=z_c} > 0 \tag{6.27}$$

e como condição suficiente tem-se :

 $\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=z_c} > 0 \tag{6.28}$ 

$$\left. \frac{d^2 T}{d z^2} \right|_{z=z_c} > 0 \ . \tag{6.29}$$

A porção do reator compreendida no intervalo  $0 \le z \le z_c$  equivale a um préaquecedor.

Linha de Extinção –

O critério para definir a linha de extinção é de que a conversão de saída seja igual a 1%, ou seja :

$$X = 0.01 , \ \forall \ T_0, t_1 . \tag{6.30}$$

A vantagem desses critérios sobre os da literatura é de permitir a dependência de  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$  com a temperatura e a conversão, e a utilização de outros modelos de reatores. No caso do modelo heterogêneo, na definição do ponto de ignição substitui-se a temperatura dos reagentes-produtos pela temperatura do catalisador  $T_s$ , tornando-se:

$$T \ge t$$
 (6.31)

$$\left. \frac{d\,T_s}{d\,z} \right|_{z=z_t} > 0 \tag{6.32}$$

$$\left. \frac{d^2 T_s}{d z^2} \right|_{z=z_i} = 0 \tag{6.33}$$

$$\left. \frac{d^3 T_*}{d z^3} \right|_{z=z_i} < 0 . \tag{6.34}$$

#### 6.3.2 Mapeamento com o Modelo Homogêneo

Para a construção dos diagramas de fases foi utilizado o modelo homogêneo sem dispersão axial, com as equações e correlações do capítulo 4. O programa de cálculo numérico utiliza o método dos elementos finitos e está descrito no item 5.3.

ł

Foram simulados dois reatores, operando em condições distintas :

 Reator I - Os dados estão na tabela 6.1 e os resultados nas tabelas 6.3 e 6.4 e na figura 6.9.

Cada ponto do gráfico  $T_0 \times t_1$  foi simulado com dois ou mais números de pontos nodais diferentes, e os resultados comparados para verificar se a precisão desejada foi atingida.

No caso da região de operação inferior,  $T_0 < t_1$ , verificou-se que a simulação sem refinamento (elementos iguais) com 100 e 200 elementos forneceu resultados concordantes para 3 ou 4 algarismos significativos (3 guando próximo da linha de ignição).

No caso da região de operação superior,  $T_0 \ge t_1$ , verificou-se a necessidade de um número muito maior de pontos nodais, devido à reação ocorrer em um pequeno trecho do reator e este portar-se como um simples trocador no restante (vide item 6.4). Assim, os resultados com 400 e 1000 elementos (sem refinamento) mostraram concordância de 2 a 3 algarismos significativos.

A precisão é menor quanto maior a diferença  $(T_0 - t_1)$  e mais próximo o ponto da linha de ignição. Dessa forma, na região inferior próxima à linha de ignição utilizou-se o programa com refinamento 10 vezes maior nos primeiros 10% do reator, no caso com 200 elementos nesse trecho e 180 elementos nos 90% restantes. Na região superior utilizou-se o programa com maior refinamento, no caso com 200 elementos no primeiro 1% do reator, 180 nos 9% seguintes e 180 nos 90% restantes (mantém-se a relação de 1/10/300 entre os comprimentos dos elementos).

Na construção do diagrama foram usadas as simulações com o maior número de elementos.

 Reator II – Os dados estão na tabela 6.2 e os resultados nas tabelas 6.5 e 6.6 e na figura 6.10.

O reator Il foi simulado com o programa com maior refinamento para todos os pontos do diagrama de fases, no caso com 200 elementos no primeiro 1% do reator, 180 nos 9% seguintes e 180 nos 90% restantes. O mapeamento para a construção do diagrama de fases utilizou alguns dos resultados obtidos da análise do diagrama do reator 1 (vide item 6.3.3).



Figura 6.9: Diagrama de Fases de Reatores-Trocadores de Calor — Reator I 104



. .

Figura 6.10: Diagrama de Fases de Reatores-Trocadores de Calor — Reator Il 105

Tabela 6.1: Dados do Reator I

ļ

Dados Geométricos
Diâmetro Interno dos Tubos = 0.68326 cm <sup>a</sup>
Diâmetro Externo dos Tubos = 1.0287 cm
Número de Tubos do Reator = 2000
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 60 cm
Comprimento do Reator Tubular = 3 m
Diâmetro das Partículas de Catalisador = 1 mm
Massa Específica das Partículas de Catalisador = $8.92 \text{ g/cm}^3$
Porosidade do Leito = 0.4103139013
Dados de Operação
Pressão de Operação = 1 atm
Vazão Volumétrica dos Reagentes = 200 Nm³/h
Vazão Volumétrica do Refrigerante = $200 \text{ m}^3/\text{h}$
Razão Molar Ar-Etanol à Entrada = 9

"Tubo de 1/8 polegada Schedule 40

. .

Tabela 6.2: Dados do Reator II

Dados Geométricos				
Diâmetro Interno dos Tubos = $2.66446 \text{ cm}^a$				
Diâmetro Externo dos Tubos = 3.3528 cm				
Número de Tubos do Reator = 2500				
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 240 cm				
Comprimento do Reator Tubular = 3 m				
Diâmetro das Partículas de Catalisador = 4 mm				
Massa Específica das Partículas de Catalisador = 8.92 g/cm <sup>3</sup>				
Porosidade do Leito = 0.4103139013				
Dados de Operação				
Pressão de Operação = $1 \text{ atm}$				
Vazão Volumétrica dos Reagentes = 5000 Nm <sup>3</sup> /h				
Vazão Volumétrica do Refrigerante = $1250 \text{ m}^3/\text{h}$				
Razão Molar Ar-Etanol à Entrada = 49				

"Tubo de 1 polegada Schedule 40
	t,	Região		t	Região		t <sub>1</sub>	Região
$(^{\circ}C)$	(°O)		(°Č)	(°C)		(°Č)	(°C)	5
	100	Extinção	300	300	Operação	25	310.0	Operação
100	150	Extinção	300	350	Ignicão	25	312.5	Ορεταςão
100	200	Extinção	300	400	Ignicão	25	315.0	Operação
100	200	Oporação	350	100	Ορεταςão	25	317.5	Operação
100	200	Operação	350	150	Operação	25	320.0	Operação
100	300	Ignicão	350	200	Operação	25	322.5	Operação
100	400	Ignição	350	250	Operação	25	325.0	Operação
100	400	Tymçao	350	300	Ignicão	25	327 5	Operação
150	100	Extinção	350	250	Ignição	25	330.0	Operação
150	200	Extinção	350	400	Ignição	25	332.5	Ignicão
150	200	Ononoão	400	100	Oparação	25	335.0	lanicão
150	200	Operação	400	150	Operação	25	337 5	Ignição
150	250	Janiaão	400	200	Janicão	25	340.0	Ignição
150	400	Ignição	400	250	Ignição	25	342 5	Ignição
100	100	Fytincho	400	300	Ignição	25	345.0	Ignição
200	150	Extinção	400	350	Ignição	25	347.5	Ignição
200	200	Extinção	400	400	Ignição	25	350.0	Ignição
200	250	Operação	25	200	Extinção	25	330.00	Operação
200	300	Operação	25	205	Extinção	25	330.25	Operação
200	350	Ignicão	25	210	Extinção	25	330.50	Operação
200	400	Ignicão	25	215	Operação	25	330.75	Operação
250	100	Extinção	25	220	Operação	25	331.00	Operação
250	150	Extinção	25	225	Operação	25	331.25	Operação
250	200	Extinção	25	230	Operação	25	331.50	Operação
250	250	Operação	25	235	Operação	25	331.75	lgnição
250	300	Operação	25	240	Operação	25	332.00	Ignição
250	350	Ignição	25	245	Operação	100	200	Extinção
250	400	lgnição	25	250	Operação	100	210	Extinção
300	100	Extinção	25	300.0	Operação	100	220	Operação
300	150	Extinção	25	302.5	Operação	100	230	Operação
300	200	Extinção	25	305.0	Operação	100	240	Operação
300	250	Operação	25	307.5	Operação	100	250	Operação

Tabela 6.3: Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator I

۱

.

$T_0$	$t_1$	Região	$T_0$	$t_1$	Região	$T_0$	$t_1$	Região
(°C)	(°C)		(°C)	(°C)		(°C)	(°C)	
150	200	Extinção	200	322	Operação	280	200	Extinção
150	210	Extinção	200	324	Орегаção	290	200	Extinção
150	220	Operação	200	326	Operação	300	200	Extinção
150	230	Operação	200	328	Operação	310	200	Operação
150	240	Operação	200	330	Operação	320	200	Operação
150	250	Operação	200	332	Ignição	330	200	Operação
200	200	Extinção	300	320	Operação	340	200	Operação
200	210	Extinção	300	322	Operação	350	200	Operação
200	220	Operação	300	324	Operação	360	200	Operação
200	230	Operação	300	326	Operação	370	200	Operação
200	240	Operação	300	328	Орегаção	380	200	Operação
200	250	Operação	300	330	Operação	390	200	Operação
250	200	Extinção	300	332	Ignição	400	<b>20</b> 0	Ignição
250	210	Extinção	300	25	Extinção	410	200	lgnição
250	220	Operação	310	25	Extinção	420	200	Ignição
250	230	Operação	320	25	Extinção	430	200	Ignição
250	240	Operação	330	25	Extinção	440	200	lgnição
250	250	Operação	340	25	Operação	450	200	Ignição
300	150	Extinção	350	25	Operação	350	250	Operação
300	160	Extinção	360	25	Operação	360	250	Operação
300	170	Extinção	370	25	Operação	370	250	Operação
300	180	Extinção	380	25	Operação	380	250	Ignição
300	190	Extinção	-390	25	Operação	390	250	Ignição
300	200	Extinção	400	25	Operação	400	250	Ignição
100	320	Operação	410	25	Operação	300	300	Operação
100	322	Operação	420	25	Operação	310	300	Operação
100	324	Operação 🛛	430	25	Operação	320	<b>30</b> 0	Operação
100	326	Operação	440	25	lgnição	330	300	Operação
100	328	Operação	450	25	Ignição	340	300	Operação
100	330	Operação	250	200	Extinção	350	300	lgnição
100	332	lgnição	260	200	Extinção			
j 200	320	Operação	270	200	Extinção			

Tabela 6.4: Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator I

ţ

· · -

		Região		<i>t</i> <sub>1</sub>	Região		$t_1$	Região
(°C)	(°C)		(°C)	(°C)		(°C)	(°C)	
25	25	Extinção	243	243	Орегаção	25	234	Extinção
50	50	Extinção	244	244	Operação	25	235	Extinção
75	75	Extinção	245	245	Operação	25	236	Operação
100	100	Extinção	246	246	Operação	25	237	Operação
125	125	Extinção	247	247	Operação	25	238	Operação
150	150	Extinção	248	248	Operação	25	239	Operação
175	175	Extinção	249	249	Operação	25	240	Operação
200	200	Extinção	326	326	Operação	25	241	Operação
225	225	Extinção	327	327	Operação	25	242	Operação
250	250	Operação	328	328	Ignição	25	327	Operação
275	275	Operação	329	329	Ignição	25	328	Operação
300	300	Operação	330	330	lgnição	25	329	Operação
325	325	Operação	331	331	lgnição	25	330	lgnição
350	350	Ignição	332	332	Ignição	25	331	lgnição
375	375	Ignição	333	333	Ignição	25	332	Ignição
400	400	Ignição	334	334	lgnição	25	333	Ignição
226	226	Extinção	335	335	lgnição	25	334	Ignição
227	227	Extinção	336	336	lgnição	25	335	Ignição
228	228	Extinção	337	337	Ignição	25	336	lgnição
229	229	Extinção	338	338	Ignição	25	337	lgnição
230	230	Extinção	339	339	Ignição	150	232	Extinção [
231	231	Extinção	340	340	lgnição	150	233	Extinção
232	232	Extinção	341	341	Ignição	150	234	Extinção
233	233	Operação	342	342	lgnição	150	235	Operação
234	234	Operação	343	343	Ignição	150	236	Operação
235	235	Operação	344	344	lgnição	150	237	Operação
236	236	Operação	345	345	lgnição	200	232	Extinção
237	237	Operação	346	346	Ignição	200	233	Extinção
238	238	Operação	347	347	Ignição	200	234	Operação
239	239	Operação	348	348	Ignição	200	235	Operação
240	240	Operação	349	349	lgnição	200	236	Operação
241	241	Operação	25	232	Extinção	200	237	Operação
242	242	Operação	25	233	Extinção	300	325	Operação

Tabela 6.5: Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator II

ŗ

· - -

Para a verificação da ocorrência de ignição , além do critério das derivadas de T , utilizou-se :

- Diferença entre a temperatura máxima do reator e o maior valor das temperaturas de entrada (máximo entre  $T_0 e t_1$ ) maior que 50 °C.
- Não convergência do programa.
- Análise do perfil de  $\frac{dT}{dz} \times z$  (presença do ponto de ignição, conforme o item 6.3.1).

Verificou-se da simulação numérica que existe maior precisão em calcular  $\frac{dT}{dz}$  pela expressão da equação diferencial dada pelo modelo do reator que pela equação 5.97. Analogamente,  $\frac{d^2T}{dz^2}$  calculada numericamente com aqueles valores de  $\frac{dT}{dz}$  é mais precisa que pela equação 5.98. Nas situações próximas ao "runaway" ocorre forte oscilação entre os pontos nodais adjacentes, fornecendo valores pouco confiáveis para os valores numéricos de  $\frac{dT}{dz}$  e  $\frac{d^2T}{dz^2}$  calculados (pelas equações 5.97 e 5.98) dos valores simulados de  $T \times z$ .

Nas simulações o valor da porosidade do leito foi escolhido de acordo com os resultados experimentais obtidos por Moura [9], já que o catalisador tem a mesma geometria e é do mesmo material :

$$\rho_{\text{Cu}} = 8.92 \text{ g/cm}^{3}$$

$$\rho_{\text{leito}} = 5.26 \text{ g/cm}^{3}$$
(6.35)

$$\rho_{\text{leito}} = \rho_{\text{Cu}} \cdot (1 - \epsilon_l) \Longrightarrow \epsilon_l = 0.4103139013 \cong 0.41 . \tag{6.36}$$

A vazão dos reagentes gasosos na alimentação é medida em condições normais<sup>2</sup> (padrão) de temperatura e pressão, 273.15 Kelvin e 1 atmosfera. A conversão para vazão molar é dada por :

$$F^{\circ} = Q_{\text{padrão}} \cdot \rho_{\text{padrão}} \tag{6.37}$$

$$\rho_{\rm padrão} = \frac{P_{\rm o}}{R \cdot T_{\rm o}} = \frac{1 \text{ atm}}{R \cdot 273.15 \text{ K}} .$$
(6.38)

### 6.3.3 Observações e Conclusões

Durante os trabalhos de simulação foram feitas determinadas observações que facilitam a construção dos diagramas de fases  $T_0 \times t_1$ :

 $^{2}Nm^{3}/h = Normal m^{3}/h$ 

	$t_1$	Região	$T_0$	t <sub>I</sub>	Região	$\overline{T_0}$	$t_1$	Região
(°Č)	(°C)	-	(°C)	(°C)		(°C)	(°C)	
300	326	Орегасãо	260	200	Extinção	290	230	Operação
300	327	Operação	270	200	Extinção	300	230	Орегаção
300	328	Operação	280	200	Extinção	350	220	Operação
300	329	Operação	290	200	Extinção	360	220	Operação
300	330	Ignição	300	200	Operação	370	220	Operação
300	25	Extinção	310	200	Operação	380	220	Ignição
310	25	Extinção	320	200	Operação	390	220	Ignição
320	25	Extinção	330	200	Operação	340	240	Operação
330	25	Operação	340	200	Operação	350	240	Operação
340	25	Operação	350	200	Operação	360	240	Operação
350	25	Operação	360	200	Operação	370	240	Operação
360	25	Operação	370	200	Operação	380	240	Ignição
370	25	Operação	380	200	lgnição	340	260	Operação
380	25	Operação	390	200	Ignição	350	260	Operação
390	25	Operação	250	210	Extinção	360	260	Operação
400	25	Operação	260	210	Extinção	370	260	Operação
410	25	Ignição	270	210	Extinção	380	260	lgnição
420	25	Ignição	280	210	Extinção	330	280	Operação
430	25	Ignição	290	210	Extinção	340	280	Operação
440	25	Ignição	300	210	Operação	350	280	Operação
450	25	lgnição	250	220	Extinção	360	280	Operação
300	100	Extinção	260	220	Extinção	370	280	Ignição
310	100	Extinção	270	220	Extinção	330	300	Operação
320	100	Operação	280	220	Extinção	340	300	Operação
330	100	Operação	290	220	Operação	350	300	Operação
340	100	Operação	300	220	Operação	360	300	lgnição
350	100	Operação 🛛	230	230	Extinção	370	300	Ignição
360	100	Operação	240	230	Extinção	320	320	Operação
370	100	Operação	250	230	Extinção	330	320	Operação
380	100	Operação	260	230	Operação	340	320	lgnição
390	100	Operação	270	230	Operação	350	320	Ignição
400	100	lgnição	280	230	Operação	360	320	Ignição

Tabela 6.6: Resultados da Simulação para o Diagrama de Fases - Reator II

ł

.. **.** 

• Para  $T_0 \equiv$  cte :

- Existe um único valor de t'i pertencente à linha de extinção, tal que :

todo ponto com  $t_1 < t_1^e$  pertence à região de extinção todo ponto com  $t_1 > t_1^e$  não pertence à região de extinção

- Existe um único valor de  $t_1^i$  pertencente à linha de ignição, tal que :

todo ponto com  $t_1 > t_1^i$  pertence à região de ignição todo ponto com  $t_1 < t_1^i$  não pertence à região de ignição

• Para  $t_1 \equiv \text{cte}$  :

- Existe um único valor de  $T_0^c$  pertencente à linha de extinção, tal que :

todo ponto com  $T_0 < T_0^c$  pertence à região de extinção todo ponto com  $T_0 > T_0^c$  não pertence à região de extinção

- Existe um único valor de  $T_0^i$  pertencente à linha de ignição, tal que :

todo ponto com  $T_0 > T_0^i$  pertence à região de ignição todo ponto com  $T_0 < T_0^i$  não pertence à região de ignição .

Assim, chegou-se às seguintes conclusões :

As linhas de extinção e ignição possuem as propriedades :

$$\frac{d\,T_0}{d\,t_1} \le 0\tag{6.39}$$

$$\frac{dt_1}{dT_0} \le 0 . \tag{6.40}$$

• O mapeamento para a construção do diagrama de fases será mais eficiente e informativo se for feito em diagonal, variando simultaneamente  $T_0$  e  $t_1$ , conforme a figura 6.13. Com dois pontos diferentes sobre linhas verticais ( $t_1 \equiv \text{cte}$ ) ou horizontais ( $T_0 \equiv \text{cte}$ ) somente se obtém informações sobre os pontos dessas linhas, enquanto que com dois pontos sobre uma diagonal ( $\frac{dT_0}{dt_1} > 0$ ) obtém-se informações anteriores).

Observou-se, pelos perfis de temperatura, que a maior parte do reator permanece a uma temperatura próxima a  $t_1$ . Assim, a conversão final será muito influenciada pela temperatura de entrada do fluido refrigerante. Na região de operação superior,  $T_0 \ge t_1$ , principalmente quando  $t_1$  é inferior a  $t_1^e$  de extinção da linha diagonal ( $T_0 = t_1$ ), a maior parte do reator se comporta como um trocador de calor, sendo a conversão final obtida unicamente pela alta taxa de reação que ocorre na entrada devido ao elevado valor da temperatura de entrada dos reagentes  $T_0$ . Apesar dessa região estar dentro dos critérios do item 6.3.1, a operação nessas condições não apresenta nenhum interesse econômico. Dessa forma, um novo limite prático para a linha de extinção será a linha vertical que passa por  $t_1$  correspondente a  $t_1^e = T_0^e$ .



Figura 6.11: Mapeamento para Construção do Diagrama de Fases

### 6.4 Simulação com o Modelo Homogêneo

Das simulações do reator I, no item 6.3.2, foram feitas várias observações sobre a influência de determinadas variáveis no comportamento dos perfis de conversão e temperaturas do reator e do fluido refrigerante. O conhecimento dessa influência é importante para o estudo da otimização, pois permite restringir o número e a faixa das variáveis a serem otimizadas (facilitando o trabalho de simulação e otimização).

Os resultados mais importantes são examinados a seguir.

### 6.4.1 Influência da Temperatura de Entrada do Refrigerante

Para a simulação utilizou-se os dados do reator I, tabela 6.1, com  $T_0 = 25$  °C. Para o cálculo numérico utilizou-se o programa sem refinamento, com 200 elementos. Os resultados estão na tabela 6.7.

Verifica-se que a conversão e a temperatura máxima do reator crescem progressivamente com o aumento de  $t_1$ , sendo esse crescimento mais acentuado quanto mais próximo de  $t_1^i$  de ignição. A temperatura máxima do fluido refrigerante é pouco maior que  $t_1$  (entrada) indicando que o perfil de temperatura  $t \times z$  é muito suave (quase uma linha horizontal). O ponto de máximo de T ocorre próximo à entrada do reator e o valor de sua posição  $z_m$  vai diminuindo com o aumento de  $t_1$ .

### 6.4.2 Influência da Temperatura de Entrada dos Reagentes

Para a simulação utilizou-se os dados do reator l, tabela 6.1, com  $t_1 = 200$  °C. Para o cálculo numérico utilizou-se o programa com maior refinamento, com 200 elementos

no primeiro 1% do reator, 180 nos 9% seguintes e 180 nos 90% restantes. Os resultados estão na tabela 6.8.

Verifica-se que a conversão e a temperatura máxima do reator crescem progressivamente com o aumento de  $T_0$ , sendo esse crescimento mais acentuado quanto mais próximo de  $T_0^i$  de ignição. Como a maior parte do reator permanece a uma temperatura próxima a  $t_1$ , a conversão final será quase sempre determinada por essa temperatura (para valores não muito altos de  $T_0$ ), mas aumentando bruscamente quando  $T_0$  se aproxima de  $T_0^i$  de ignição. A temperatura máxima do fluido refrigerante é pouco maior que  $t_1$  (entrada) indicando que o perfil de temperatura  $t \times z$  é muito suave (quase uma linha torizontal). O ponto de máximo de T ocorre, quase sempre, exatamente na entrada do eator (T sempre decrescente), deslocando-se para o interior quando  $T_0$  se aproxima de  $\frac{n}{2}$  de ignição.

### 4.3 Influência das Temperaturas de Entrada na Conversão Final

a a simulação utilizou-se os dados do reator I, tabela 6.1. Para o cálculo numérico izou-se o programa sem refinamento, com 200 elementos. Os resultados estão na la 6.9.

'erifica-se que, quando  $T_0 \leq t_1$ , a conversão final é praticamente determinada pela eratura  $t_1$ , com a temperatura  $T_0$  influenciando muito pouco. A influência de  $T_0$ torna significativa quando  $T_0 > t_1$ .

### Influência do Comprimento do Reator

å

Ę

simulação utilizou-se os dados do reator I, tabela 6.1, com exceção do comprimento do reator, que foi variável, com  $T_0 = 25$  °C e  $t_1 = 320$  °C. Para o cálculo numérico utilizou-se o programa sem refinamento, com diversos elementos. Os resultados estão na tabela 6.10.

Verifica-se que o aumento do comprimento do reator praticamente não interfere com o valor de máximo de T e sua posição, e que o acréscimo na conversão final torna-se cada vez menor quanto maior o comprimento. Sendo mais fácil aumentar a conversão pela variação de outros parâmetros do reator, é mais conveniente e econômico limitar o comprimento do reator, no caso entre 3 e 6 metros.

### 6.4.5 Influência da Vazão de Fluido Refrigerante

Para a simulação utilizou-se os dados do reator I, tabela 6.1, com  $T_0 = 25$  °C e  $t_1 = 300 \ e 275$  °C. Para o cálculo numérico utilizou-se o programa sem refinamento, com 200 elementos. Os resultados para  $t_1 = 300$  °C estão na tabela 6.11 e para  $t_1 = 275$  °C estão na tabela 6.12. A ignição é representada por um traço "—".

Verifica-se que a diminuição da vazão de fluido refrigerante provoca um aumento na conversão final e nas temperaturas máximas do reator e do fluido refrigerante, até atingir um valor onde ocorre ignição. Quando a vazão de fluido refrigerante é muito alta, o perfil $t \times z$  será muito suave e o comportamento do reator será pouco influenciado por um aumento desta vazão. Entretanto, a utilização de vazões muito altas é anti-econômica. Por outro lado, a utilização de vazões muito baixas pode tornar a operação do reator menos segura (ignição). No caso, verifica-se que um valor ótimo para a relação  $Q_r(Nm^3/h)/Q_f(m^3/h)$  está na faixa de 4 a 20.

### 6.4.6 Influência da Razão Molar Ar-Etanol à Entrada

Para a simulação utilizou-se os dados do reator l , tabela 6.1 , com  $T_0 = 400$  °C e  $t_1 = 200$  °C. Para o cálculo numérico utilizou-se o programa sem refinamento , com 500 elementos. Os resultados estão na tabela 6.13.

Verifica-se que a diminuição da razão molar ar-etanol à entrada provoca inicialmente um ligeiro decréscimo na conversão final, seguido de um aumento da mesma, e que se torna pronunciado próximo às condições de ignição. A diminuição da razão molar provoca também um aumento das temperaturas máximas do reator e do fluido refrigerante.

$t_1$ (°C)	X (%)	Φ (%)	$T_{máx}$ (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)	$Z_{T_{máx}}$ (m)
300	33.9354	96. <b>96</b> 13	309.2595	300.2224	0.195
302.5	35.9451	96.7243	312.8179	302.7390	0.195
305	38.0264	96.4693	316.4677	305.2565	0.180
307.5	40.1794	96.1947	320.5971	307.7753	0.180
310	42.4020	95. <b>898</b> 6	324.8628	310.2951	0.180
312.5	44.6887	95.5796	329.1575	312.8158	0.180
315	47.0433	95.2346	333.6874	315.3378	0.180
317.5	49.4669	94.8603	338.5947	317.8610	0.165
320	51.9655	94.4519	344.5690	320.3858	0.165
322.5	54.5571	94.0014	351.5116	322.9133	0.165
325	57.2698	93.4972	359.5529	325.4456	0.165
327.5	60.1791	92.9140	368.9945	327.9823	0.165
330	63.8006	92.1165	382.9000	330.5311	0.180

Tabela 6.7: Influência da Temperatura de Entrada do Refrigerante

į

Tabela 6.8: Influência da Temperatura de Entrada dos Reagentes

	$T_0$ (°C)	X (%)	Φ (%)	$T_{máx}$ (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)	$Z_{T_{máx}}$ (m)
Ì	250	0.4603	99.9677	250.0000	200.0573	0.00000
	260	0.4927	99.9654	260.0000	200.0686	0.00000
	270	0.5451	99.9617	270.0000	200.0801	0.00000
	280	0.6288	99.9558	280.0000 -	200.0918	0.00000
ļ	290	0.7603	99.9466	290.0000	200.1038	0.00000
ĺ	300	0.9637	99.9322	<b>30</b> 0.00 <b>0</b> 0	200.1163	0.00000
l	310	1.2730	99.9102	310.0000	200.1294	0.00000
	320	1.7409	99.8769	320.0000	200.1435	0.00000
	330	2.4521	99.8258	330.0000	200.1591	0.00000
	340	3.5354	99.7471	340.0000	200.1770	0.00000
	350	5.1636	99.6268	350.0000	200.1981	0.00000
	360	7.5816	99.4433	360.0000	200.2242	0.00000
ł	370	11.2396	99.1541	370.0478	200.2584	0.00015
ł	380	17.2661	98.6444	383.2590	200.3090	0.00345
	<b>39</b> 0	30.8320	97.3110	408.4381	200.4174	0.00855

$\begin{array}{ c c c c }\hline T_0 (^{\circ}C) \rightarrow \\\hline t_1 (^{\circ}C) \downarrow & X (\%) \searrow \\\hline \end{array}$	150	200	250	300
150	0.0038	0.0049	0.0367	0.5872
200	0.4000	0.4126	0.4639	1.0756
250	7.8539	7.8937	7.9939	8.2596
300	34.0285	34.0891	34.1934	34.4261

Tabela 6.9: Influência das Temperaturas de Entrada na Conversão Final

Tabela 6.10: Influência do Comprimento do Reator

L (m)	N≗ de Elementos para o Cálculo	T <sub>máx</sub> (°C)	Z <sub>T</sub> máx (m)	$X_{Z_{\tau}}$ (%)	$X_{saída}$ (%)
3	200	344.57	0.165	15.40	51.97
30	200	341.82	0.150	20.28	83.94
90	600	342.52	0.150	20.58	94.65

Tabela 6.11: Influência da Vazão de Fluido Refrigerante –  $t_1 = 300$  °C

$Q_r (Nm^3/h)$	$Q_f (\mathrm{m}^3/\mathrm{h})$	$X_{saída}$ (%)	Φ (%)	$T_{máx}$ (°C)	$t_{máx}$ (°C)
200	200	33.9354	96.9613	309.2595	300.2224
200	50	34.4227	96.9047	313.3334	300.9013
200	10	35.7448	96.7483	322.5982	304.7395
200	2	—	—	_ <del></del>	
200	1				

Tabela 6.12: Influência da Vazão de Fluido Refrigerante –  $t_1 = 275$  °C

$Q_r (\mathrm{Nm^3/h})$	$Q_f \ (\mathrm{m^3/h})$	$X_{saída}$ (%)	Ф (%)	$T_{máx}$ (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)
200	200	17.7403	98.6024	277.8013	275.1074
200	50	17.8439	98.5932	278.7395	275.4282
200	10	18.1971	98.5616	281.2794	277.1925
200	2	20.1867	98.3808	295.6464	287.9600
200	1		—	—	

Tabela 6.13: Influência da Razão Molar Ar-Etanol à Entrada

Rm	$X_{saída}$ (%)	Φ (%)	T <sub>máx</sub> (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)
999	45.3881	95.4790	400.0000	200.1859
499	44.9902	95.5364	400.0000	200.1892
199	44.5066	95.6056	400.0000	200.1994
99	46.0714	95.3791	400.0000	200.2189
9	80.0314	86.9500	474.9923	201.0223

# Capítulo 7

# Simulação e Otimização

Neste capítulo apresentam-se os resultados da otimização com o modelo homogêneo sem dispersão axial e os resultados da simulação com os modelos heterogêneo sem dispersão axial e homogêneo com dispersão axial.

Na otimização com o modelo de reator homogêneo sem dispersão axial foi estudada a influência de cinco variáveis : diâmetro dos tubos , pressão de operação , razão molar ar-etanol à entrada , vazão dos reagentes e temperatura de entrada do fluido refrigerante. Dessa otimização obteve-se o melhor conjunto dessas cinco variáveis para a operação do reator. As demais variáveis sofreram restrições , como forma de simplificar o estudo da otimização.

Nas simulações com os modelos heterogêneo sem dispersão axial e homogêneo com dispersão axial verificou-se os limites de validade do modelo homogêneo sem dispersão axial. Na simulação com o modelo heterogêneo sem dispersão axial utilizou-se o modelo completo descrito no capítulo 4, e esse mesmo modelo simplificado desconsiderando a heterogeneidade nas composições. Na simulação com o modelo homogêneo com dispersão axial utilizou-se o modelo descrito no capítulo 4, porém com simplificações no cálculo da condutividade térmica efetiva, do coeficiente global de troca térmica, da entalpia de reação e das propriedades físicas (conforme item 5.3), obtendo-se apenas uma comparação qualitativa com o modelo homogêneo sem dispersão axial.

# 7.1 Otimização com o Modelo Homogêneo

Um dos objetivos da simulação é , além de prever condições adequadas de operação do reator , com rendimento satisfatório e sem risco de ocorrência de "runaway", prever qual desses possíveis conjuntos de condições é o melhor. Esse processo é chamado de otimização.

Em um processo industrial, a variável a ser otimizada em geral é o custo unitário do produto (custo total por unidade do produto). O custo global pode ser expresso como :

$$C_T = C_F + C_{MP} + C_S , (7.1)$$

onde :

 $C_T$  = Custos totais  $C_F$  = Custos fixos  $C_{MP}$  = Custos com matéria-prima  $C_S$  = Custos para separação e purificação do produto .

De uma maneira aproximada, o custo total será proporcional à quantidade de mistura reacional que entra no reator (ar + etanol) :.

$$C_T = c \cdot F^\circ , \qquad (7.2)$$

onde c é o custo total por unidade de massa de matéria-prima , pois quanto maior a quantidade de material a ser processado , maior será o gasto com matéria-prima , equípamentos de separação e processo.

A quantidade de produto final (acetaldeído) será dada por :

$$F_D = F_A^{\circ} \cdot \Phi \cdot X = F^{\circ} \cdot y_A^{\circ} \cdot \Phi \cdot X , \qquad (7.3)$$

de tal forma que o custo unitário será dado por :

$$c_{\text{unit}} = \frac{C_T}{F_D} = c \cdot \frac{1}{y_A^\circ \cdot \Phi \cdot X} . \tag{7.4}$$

A minimização do custo unitário é equivalente à maximização da função  $\Psi$  dada por:

$$\Psi = y_A^\circ \cdot \Phi \cdot X \tag{7.5}$$

e, considerando que :

$$y_A^o = \frac{1}{1+Rm}$$
 (7.6)

chega-se a :

$$\Psi = \frac{X \cdot \Phi}{1 + Rm} \,. \tag{7.7}$$

O reator que fornecer o maior valor de  $\Psi$ , dado pela equação 7.7, em condições adequadas de operação (região segura), será o melhor reator.

Para a otimização utilizou-se o modelo homogêneo sem dispersão axial, conforme o modelo e as equações descritos no capítulo 4. O conjunto de variáveis que pode ser estudado na simulação é o seguinte :

- Parâmetros geométricos
  - (1) diâmetro interno dos tubos (D)
  - (2) diâmetro externo dos tubos  $(D_o)$
  - (3) número de tubos do reator-trocador  $(N_t)$
  - (4) diâmetro (interno) da carcaça  $(D_c)$

Diâmetro Nominal	Diâmetro Interno	Diâmetro Externo
(polegadas)	(polegadas)	(polegadas)
1/2	0.622	0.840
1	1.049	1.32
1 1/2	1.610	1.90
2	2.067	2.38

Tabela 7.1: Diâmetros Reais de Tubos - Schedule 40

2

- (5) comprimento do reator-trocador (L)
- (6) diâmetro das particulas de catalisador ( $D_p$ )
- (7) massa específica das partículas de catalisador ( $\rho_p$ )
- (8) porosidade do leito  $(\epsilon_l)$
- Parâmetros de operação
  - (9) pressão (P)
  - (10) vazão volumétrica dos reagentes  $(Q_r)$
  - (11) vazão volumétrica do fluido de troca térmica  $(Q_f)$
  - (12) razão molar ar-etanol à entrada (Rm)
  - (13) temperatura de entrada dos reagentes  $(T_0)$
  - (14) temperatura de entrada do fluido de troca térmica  $(t_1)$  .

Devido ao elevado número dessas variáveis (14), algumas delas sofreram restrições e o estudo de otimização concentrou-se nas mais importantes.

As variáveis que foram estudadas na otimização são :

(1) – Diâmetro dos tubos

Como normalmente os tubos de trocadores e equipamentos industriais são padronizados, foram escolhidos quatro tipos mais comuns : 1/2, 1, 1,  $1/2 \in 2$  polegadas, schedule 40, e que apresentam os diâmetros reais dados na tabela 7.1.

(2) – Pressão de operação

As pressões de operação escolhidas foram duas : 1 e 10 atm , valores que cobrem uma faixa normalmente utilizada industrialmente.

(3) – Razão molar ar-etanol à entrada

As razões molares ar-etanol escolhidas foram três : 19, 9 e 4, que correspondem a valores de  $y_A^\circ$  de 5%, 10% e 20%, respectivamente. O valor mínimo de Rm é 2.38, correspondente a um valor de  $y_A^\circ$  de 29.6%. Abaixo deste valor de Rm ocorre ataque à camada de óxido do catalisador. • (4) - Vazão dos reagentes

ŧ

As vazões dos reagentes escolhidas foram quatro : 1320 , 1760 , 2200 e 2640 Nm<sup>3</sup>/h e que correspondem a vazões molares de 58.90 , 78.53 , 98.16 e 117.78 kgmol/h. Foi escolhida uma área de escoamento transversal de 0.600 m<sup>2</sup> , de tal forma que, considerando as diversas razões molares , essas vazões cobrem uma faixa de velocidades mássicas de  $\approx$  2900–6400 kg/h.m<sup>2</sup> , valores adotados por Moura em sua simulação [9].

(5) - Temperatura de entrada do fluido refrigerante

As temperaturas de entrada do refrigerante escolhidas foram cinco : 280, 290, 300, 310 e 320 °C, valores que fornecem um rendimento satisfatório e dentro da região de operação segura, conforme se verificou da construção dos diagramas de fases.

As variáveis que sofreram restrições foram :

Comprimento do reator

O comprimento do reator foi escolhido como 4 metros para garantir a relação  $\frac{L}{D} > 60$  para todos os tipos de tubos usados na simulação (evitando os efeitos de turbulência de entrada).

Diâmetro das partículas de catalisador

O diâmetro equivalente das partículas de catalisador foi escolhido tal que obedecesse à relação :

$$\frac{D_p^r}{D} = \frac{0.7}{4.6} \cong 0.1522 , \qquad (7.8)$$

pois fornece o melhor coeficiente de película da correlação de Leva (resfriamento) dada pela equação 4.90 [13]. Com a equação 7.8, utilizando  $D_p^c = D_p$  ou  $D_p^c = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot D_p$  (caso da partícula cilíndrica) obtém-se uma diferença no valor de  $h_i$  de apenas 0.67%, enquanto a diferença entre esses dois valores de  $D_p^c$  é de 14.5%. Como essa diferença em  $h_i$  é muito menor que o erro da correlação de Leva, não existe inconveniente em se utilizar  $D_p$  no lugar de  $D_p^c$  na equação 7.8.

Número de tubos

O número de tubos do reator foi escolhido de tal forma que todos os reatores possuíssem a mesma área transversal de  $0.600 \text{ m}^2$ , para escoamento dos reagentes-produtos.

Diâmetro da carcaça

O diâmetro da carcaça foi escolhido de tal forma que todos os reatores mantivessem, aproximadamente, a mesma proporção entre o diâmetro equivalente de troca térmica e o diâmetro externo dos tubos.

Tabela 7.2: Dados do Reator A

Diâmetro Interno dos Tubos <sup>a</sup> = 1.57988 cm
Diâmetro Externo dos Tubos = 2.1336 cm
Número de Tubos do Reator = 3061
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 160 cm
Comprimento do Reator Tubular = 4 m

<sup>a</sup>Tubo de 1/2 polegada Schedule 40

<u> </u>
Diâmetro Interno dos Tubos <sup><math>\alpha</math></sup> = 2.66446 cm
Diâmetro Externo dos Tubos = 3.3528 cm
Número de Tubos do Reator = 1076
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 150 cm
Comprimento do Reator Tubular = 4 m

"Tubo de 1 polegada Schedule 40

Massa específica do catalisador e porosidade do leito

A massa específica do catalisador e a porosidade do leito foram escolhidas como sendo iguais às do trabalho de Moura [9] :

$$\rho_{\mu} = 8.92 \text{ g/cm}^{3} 
\epsilon_{l} = 0.4103139013 \cong 0.41 .$$
(7.9)

• Vazão do fluido refrigerante

As vazões de fluido refrigerante foram escolhidas como sendo  $\frac{1}{4}$  do valor das vazões de reagentes :

$$Q_f(m^3/h) = \frac{1}{4} \cdot Q_r(Nm^3/h)$$
, (7.f0)

por não serem excessivamente elevadas (e portanto desnecessárias) e conduzirem a uma operação segura.

· Temperatura de entrada dos reagentes

A temperatura de entrada dos reagentes foi escolhida como sendo a temperatura ambiente média, ou seja,  $T_0 = 25$  °C, por dispensar a necessidade de préaquecedor e trabalhar na região de operação inferior, onde é mais fácil de controlar a operação do reator.

Como foram utilizados quatro tipos de tubos, foram simulados quatro reatores diferentes, cujos dados estão nas tabelas 7.2 - 7.5.

Para a simulação numérica foi utilizado o programa com maior refinamento, com 200 elementos no primeiro 1% do reator, 180 elementos nos 9% seguintes e 180 elementos

Tabela 7.4: Dados do Reator C

Diâmetro Interno dos Tubos <sup>a</sup> = $4.0894$ cm
Diâmetro Externo dos Tubos = 4.826 cm
Número de Tubos do Reator = 457
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 140 cm
Comprimento do Reator Tubular = 4 m

"Tubo de 1-1/2 polegadas Schedule 40

	Tabela 7.5:	Dados do	Reator	D
--	-------------	----------	--------	---

Diâmetro Interno dos Tubos <sup><math>a</math></sup> = 5.25018 cm
Diâmetro Externo dos Tubos = $6.0452$ cm
Número de Tubos do Reator $= 277$
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 135 cm
Comprimento do Reator Tubular = 4 m

"Tubo de 2 polegadas Schedule 40

nos 90% restantes. Com as cinco variáveis estudadas foram feitas  $4 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 480$ simulações, cujos resultados estão nas tabelas 7.6 - 7.17. Quando a diferença entre a temperatura máxima do reator  $T_{máx}$  e a temperatura de entrada do refrigerante  $t_1$ ultrapassa 25 °C marca-se um sinal †ao lado do valor de  $\Psi$ , e quando essa diferença ultrapassa 50 °C marca-se um sinal ‡. O caso de ignição é representado com um traço "--". Dessas tabelas e dos resultados das simulações foram feitas as seguintes observações:

• Influência da temperatura de entrada do refrigerante -

O aumento da temperatura de entrada do refrigerante provoca um aumento na conversão de saída e na temperatura máxima do reator. Observou-se que a temperatura máxima limite está entre 310 e 320 °C para as diversas condições testadas, sendo esse limite função de variáveis como a pressão, a vazão de refrigerante, a razão molar ar-etanol e, em menor escala, o diâmetro dos tubos do reator.

Influência da pressão -

Nos casos estudados , o aumento da pressão de 1 para 10 atm teve o efeito de aumentar a conversão em todos as situações. Entretanto , aumentou também a temperatura máxima do reator e diminuiu o limite máximo seguro de temperatura de entrada do fluido refrigerante. Considerando que é possível aumentar o rendimento por outras formas , e a dificuldade prática em trabalhar com pressões altas, é preferível e mais seguro operar o reator a 1 atm de pressão.

• Influência da vazão de fluido refrigerante -

O aumento da vazão de fluido refrigerante provoca uma pequena diminuição na conversão de saída, mas em compensação aumenta consideravelmente os limites de operação segura, permitindo-se trabalhar com temperaturas de entrada do fluido refrigerante maiores e que compensam essa diminuição de conversão. Além disso, quanto maior a vazão maior a produção com menor custo fixo (custo de reatores).

Influência da razão molar ar-etanol -

A diminuição da razão molar provoca diminuição da conversão de saída e aumento na temperatura máxima do reator (diminuição da região segura). Entretanto, conduz a um valor maior de  $\Psi$ , pois o produto sai mais concentrado.

Influência do diâmetro dos tubos -

Nas condições estudadas , o aumento do diâmetro dos tubos provoca uma diminuição na conversão de saída , enquanto aumenta ligeiramente a temperatura máxima do reator (diminuição da região de segurança).

Observa-se pelos perfis de temperatura  $(T \times z)$  que, nas mesmas condições, quanto maior o diâmetro maior é a posição z no reator onde ocorre o ponto de máximo de T, que será também de maior valor. Ou seja, quanto menor o diâmetro mais próximo da entrada é o ponto de máximo da temperatura do reator. Este fato explica o menor rendimento para maiores diâmetros, mesmo quando a temperatura máxima muda pouco, pois o reator requer um comprimento maior para aquecer a massa reacional.

Esses resultados estão representados resumidamente na tabela 7.18. O sinal † indica aumento e o sinal 1 indica diminuição da variável. Um duplo sinal indica aumento ou diminuição maiores.

Q,	<i>t</i> 1		$P = 1 \operatorname{atn}$	]		n	
(Nm <sup>3</sup> /h)	(°C)	X(%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	27.2338	97.6936	1.3303	30.9538	97.2976	1.5059
1320	290	36.3909	96.6705	1.7590	39.9332	96.2266	1.9213
1320	300	47.4301	95.1762	2.2571	51.6881	94.4984	2.4422 †
1320	310			—	_	-	
1320	320	_			<u> </u>		
1760	280	24.1143	98.0073	1.1817	28.2726	97.5855	1.3795
1760	290	32.6760	97.1055	1.5865	36.6274	96.6418	1.7699
1760	300	42.9800	95.8194	2.0592	47.1868	95.2130	2.2464
1760	310	56.0752	93.7236	2.6278 †	-	—	—
1760	320	-			ļ —	<u> </u>	
2200	280	21.7487	98.2350	1.0682	26.2449	97.7947	1.2833
2200	290	29.7365	97.4299	1.4486	33.9739	96.95 <b>6</b> 9	1.6470
2200	300	39.2477	96.3149	1.8901	43.3976	95.7616	2.0779
2200	310	50.4717	94.6989	2.3898	56.4250	93.6581	2.6423 †
2200	320	68.1035	91.0434	3.1002 †	<u> </u>	—	—
2640	280	19.8784	98.4092	0.9781	24.6385	97.9557	1.2067
2640	290	27.4206	97.6743	1.3391	31.9035	97.1924	1.5504
2640	300	36.4010	96.6 <b>6</b> 93	1.7594	40.6921	96.1275	1.9558
2640	310	46.8996	95.2562	2.2337	51.5194	94.5265	2.4350 †
2640	320	59.3379	93.0875	2.7618 †			

Tabela 7.6: Resultados da Otimização - Reator A - Rm = 19

ŀ

<i>Q</i> ,	tı		P = 1 atn	n	<u> </u>	P = 10 at	
(Nm <sup>3</sup> /h)	[·(°C)_	X (%)	Φ (%)	$\Psi$ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	18.4490	98.5390	1.8179	20.0449	98.3939	1.9723
1320	290	24.6641	97.9531	2.4159	26.3128	97.7878	2.5731
1320	300	33.0333	97.0650	3.2064 †	37.4694	96.5386	3.6172 †
1320	310	i			_	l —	_
1320	320				, <b></b> -		—
1760	280	16.4819	98.7132	1.6270	18.2586	98.5561	1.7995
1760	290	22.2035	98.1919	2.1802	24.0028	98.0182	2.3527
1760	300	29.5889	97.4458	2.8833	32.1950	97.1598	3.1281 †
1760	310	_	—	—		—	
1760	320	¦	—				_ <del></del>
2200	280	14.9819	98.8428	1.4808	16.8992	98.6767	1.6676
2200	290	20.2186	98.3779	1.9891	22.1133	98.2004	2.1715
2200	300	26.7149	97.7469	2.6113	28.8137	97.5284	2.8102
2200	310	35.1774	96.8159	3.4057 †	46.2467	95.3533	4.4098 ‡
2200	320				 	<u> </u>	
2640	280	13.7910	98.9436	1.3645	15.8201	98.7707	1.5626
2640	290	18.6763	98.5186	1.8400	20.6622	98.3368	2.0319
2640	300	24.6790	97.9517	2.4173	26.7374	97.7446	2.6134
2640	310	32.0922	97.1713	3.1184	34.9674	96.8407	3.3863 †
2640	320	42.6543	95.8641	4.0890 †	<u> </u>		

Tabela 7.7: Resultados da Otimização - Reator A - Rm = 9

..

ł

.

Q <sub>r</sub>	$t_1$		$P = 1 \operatorname{atn}$	<u>n</u>		m	
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	_ Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	Φ (%)	$\Psi$ (%)
1320	280	11.7199	99.1151	2.3232	12.3942	99.0598	2.4555
1320	290	15.6469	98.7857	3.0914	16.3847	98.7217	3.2351
1320	300	21.1160	98.2945	4.1512 †	22.8366	98.1313	4.4820 †
1320	310	—				—	—
1320	320	<u> </u>				—	
1760	280	10.5154	99.2125	2.0865	11.2669	99.1519	2.2343
1760	290	14.0950	98.9181	2.7885	14.8989	98.8499	2.9455
1760	300	18.8286	98.5048	3.7094 †	20.0436	98.3940	3.9443 †
1760	310	27.7715	97.6379	5.4231 ‡			—
1760	320			·		—	—
2200	280	9.5911	99.2862	1.9045	10.4044	99.2214	2.0647
2200	290	12.8211	99.0245	2.5392	13.6684	98.9539	2.7051
2200	300	16.8867	98.6778	3.3327	17.8863	98.5894	3.5268
2200	310	22.1796	98.1941	4.3558 †	24.3328	97.9858	4.7685 †
2200	320	31.9651	97.1855	6.2131 ‡			
2640	280	8.8561	99.3441	1.7596	9.7196	99.2760	1.9298
2640	290	11.8410	99.1052	2.3470	12.7300	99.0321	2.5214
2640	300	15.5520	98.7939	3.0729	16.5332	98.7088	3.2639
2640	310	20.1753	98.3819	3.9698	21.5150	98.2570	4.2280 †
2640	320	26.2034	97.7990	5.1253 †	31.9746	97.1845	6.2149 ‡

Tabela 7.8: Resultados da Otimização - Reator A - Rm = 4

ł

$Q_{\tau}$	$ t_1 $		$P = 1 \operatorname{atm}$	3	P = 10  atm			
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X(%)	Φ (%)	Ψ (%)	
1320	280	21.8883	98.2218	1.0750	26.6092	97.7577	1.3006	
1320	290	30.3677	97.3617	1.4783	34.9671	96.8408	1.6931	
1320	300	40.9749	96.0902	1.9686	46.8850	95.2584	2.2331 †	
1320	310	—	—	—	—		—	
1320	320	—	—	—	—			
1760	280	18.8207	98.5055	0.9270	23.9523	98.0231	1.1739	
1760	290	26.4469	97.7742	1.2929	31.3584	97.2530	1.5248	
1760	300	35.7724	96.7450	1.7304	40.7892	96.1147	1.9602	
1760	310	47.4791	95.1688	2.2593		—	—	
1760	320			—		—		
2200	280	16.6301	98.7003	0.8207	22.1137	98.2004	1.0858	
2200	290	23.7056	98.0472	1.1621	28.9589	97.5130	1.4119	
2200	300	32.3575	97.1415	1.5716	37.5339	96.5306	1.8116	
2200	310	42.9352	95.8256	2.0571	49.4886	94.8568	2.3472 †	
2200	320	58.4298	93.2702	2.7249 †				
2640	280	14.9363	98.8467	0.7382	20.7270	98.3308	1.0191	
2640	290	21.6047	98.2486	1.0613	27.1828	97.6988	1.3279	
2640	300	29.7946	97.4237	1.4513	35.2431	96.8081	1.7059	
2640	310	39.7658	96.2483	1.9137	45.8314	95.4144	2.1865 +	
2640	320	52.6481	94.3360	2.4833 †	<u> </u>			

Tabela 7.9: Resultados da Otimização - Reator B - Rm = 19

ļ

-

	$t_1$		P = 1 at n	п		P = 10 at	m
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	15.2533	98.8196	1.5073	17.2666	98.6444	1.7033
1320	290	20.9990	98.3054	2.0643	23.1386	98.1022	2.2699
1320	300	29.2637	97.4806	2.8526 †	36.3943	96.6701	3.5182 †
1320	310	—	-		—		
1320	320	—	—	—	—		
1760	280	13.2512	98.9888	1.3117	15.4386	98.8036	1.5254
1760	290	18.2504	98.5568	1.7987	20.4429	98.3571	2.0107
1760	300	24.6749	97.9521	2.4170	27.3036	97.6864	2.6672 †
1760	310	34.5006	96.8956	3.3430 †			
1760	320	—					—
2200	280	11.8648	99.1032	1.1758	14.2089	98.9084	1.4054
2200	290	16.4426	98.7167	1.6232	18.7642	98.5106	1.8485
2200	300	22.2280	98.1895	2.1826	24.7333	97.9463	2.4225
2200	310	29.9017	97.4122	2.9128 †	35.0286	96.8335	3.3919 †
2200	320		—	—		—	·
2640	280	10.8110	99.1887	1.0723	13.2973	98.9850	1.3162
; 2640	290	15.1004	98.8326	1.4924	17.5576	98.6186	1.7315
2640	300	20.5000	98.3518	2.0162	23.0716	98.1087	2.2635
2640	310	27.4542	97.6708	2.6815	31.1004	97.2815	3.0255 †
2640	320	38.8102	96.3707	3.7402 †	—-		<u> </u>

Tabela 7.10: Resultados da Otimização - Reator B - Rm = 9

ľ

Q <sub>r</sub>	$t_1$		$P = 1 \operatorname{atn}$	n — — — — — — — — — — — — — — — — — — —	P = 10  atm		
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	9.8295	99.2673	1.9515	10.6683	99.2002	2.1166
1320	290	13.4451	98.9726	2.6614	14.3858	98.8935	2.8453
1320	300	18.7668	98.5104	3.6974 †	21.1190	98.2942	4.1517 †
1320	310			—	i —	—	—
1320	320				<u> </u>	_	—
1760	280	8.5698	99.3665	1.7031	9.4924	99.2940	1.8851
1760	290	11.6398	99.1216	2.3075	12.6111	99.0419	2.4981
1760	300	15.6388	98.7864	3.0898	16.8597	98.6802	3.3274
1760	310	21.4316	98.2649	4.2119 †	26.4261	97.7763	5.1677 ‡
1760	320	—	—	—			—
2200	280	7.7209	99.4325	1.5354	8.7148	99.3552	1.7317
2200	290	10.5000	99.2137	2.0835	11.5317	99.1304	2.2863
2200	300	14.0497	98.9219	2.7796	15.2269	98.8218	3.0095
2200	310	18.7385	98.5130	3.6920 †	20.6908	98.3341	4.0692 †
2200	320	26.3930	97.7797	5.1614 †		—	
2640	280	7.0861	99.4813	1.4099	8.1440	99.3997	1.6190
2640	290	9.6721	99.2798	1.9205	10.7655	99.1924	2.1357
2640	300	12.9561	99.0133	2.5657	14.1671	98.9120	2.8026
2640	310	17.1944	98.6507	3.3925	18.8574	98.5022	3.7150 †
2640	320	23.1513	98.1010	4.5423 †	30.5912	97.3373	5.9553 ‡

Tabela 7.11: Resultados da Otimização - Reator B - Rm = 4

ł

~

(2, j)

•

: 1

$Q_r$	$t_1$		$\overline{P} = 1$ atn	n	P = 10  atm			
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	Φ (%)	$\Psi(\%)$	
1320	280	17.4989	98.6238	0.8629	23.1118	98.1048	1.1337	
1320	290	25.2502	97.8949	1.2359	30.7440	97.3206	1.4960	
1320	300	35.2153	96.8114	1.7046	41.6431	96.0012	1.9989 †	
1320	310	51.9762	94.4500	2.4546 †		-		
1320	320			_				
1760	280	14.6603	98.8702	0.7247	20.7820	98.3256	1.0217	
1760	290	21.6530	98.2440	1.0636	27.6429	97.6512	1.3497	
1760	300	30.5811	97.3384	1.4884	36.8511	96.6145	1.7802	
1760	310	42.7222	95.8548	2.0476	-		— [	
1760	320		<u> </u>	—				
2200	280	12.5988	99.0429	0.6239	19.1345	98.4771	0.9422	
2200	290	19.0438	98.4853	0.9378	25.4916	97.8707	1.2474	
2200	300	27.3073	97.6860	1.3338	33.8630	96.9697	1.6418	
2200	310	38.1223	96.4573	1.8386	47.9056	95.1037	2.2780 †	
2200	320						<u> </u>	
2640	280	11.0091	99.1728	0.5459	17.8648	98.5913	0.8807	
2640	290	17.0006	98.6678	0.8387	23.8409	98.0340	1.1686	
2640	300	24.7498	97.9447	1.2121	31.6376	97.2220	1.5379	
2640	310	34.7647	96.8646	1.6837	43.1910	95.7902	2.0686 †	
2640	320	50.2331	94.7376	2.3795 †				

Tabela 7.12: Resultados da Otimização - Reator C - Rm = 19

ļ

1

-

÷

$\overline{Q}_r$	$t_1$	- <u></u>	$\overline{P} = 1$ atn	n	• • • • <b>-</b> ,	m	
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	♥ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	12.5803	99.0445	1.2460	14.9707	98.8437	1.4798
1320	290	17.7726	98.5995	1.7524	20.2526	98.3747	1.9923
1320	300	25.1886	97.9010	2.4660	29.5839	97.4463	2.8828 †
1320	310	—			ļ <u>—</u>		
1320	320				<u> </u>		
1760	280	10.7823	99.1911	1.0695	13.4092	98.9756	1.3272
1760	290	15.3860	98.8082	1.5203	18.0417	98.5755	1.7785
1760	300	21.5816	98.2508	2.1204	24.8248	97.9372	2.4313 †
1760	310	32.6121	97.1128	3.1671 †			
1760	320	—	— _			—	
2200	280	9.4926	99.2940	0.9426	12.3279	99.0653	1.2213
2200	290	13.7182	98.9497	1.3574	16.5670	98.7058	1.6353
2200	300	19.3041	98.4617	1.9007	22.4867	98.1649	2.2074
2200	310	27.5649	97.6593	2.6920 †	38.5304	96.4061	3.7146 ‡
2200	320	l —	—		·		
2640	280	8.4883	99.3729	0.8435	11.5017	99.1328	1.1402
2640	- 290	12.4258	99.0572	1.2309	15.4523	98.8025	1.5267
2640	300	17.5908	98.6157	1.7347	20.8480	98.3195	2.0498
2640	310	24.7919	97.9405	2.4281	30.3410	97.3646	2.9541 †
2640	320	46.8323	95.2663	4.4615 ‡	<u> </u>		

Tabela 7.13: Resultados da Otimização - Reator C - Rm = 9

!

-

. .

$Q_{\tau}$	$t_1$	P = 1  atm			P = 10  atm		
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	<b>Φ</b> (%)	$\Psi$ (%)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	8.2127	99.3944	1.6326	9.2095	99.3164	1.8293
1320	290	11.4257	99.1390	2.2655	12.5074	99.0505	2.4777
1320	300	16.0736	98.7488	3.1745 †	17.8953	98.5886	3.5285 †
1320	<b>3</b> 10	·		—	_	—	- 1
1320	320			]	—		
1760	280	7.1148	99.4791	1.4156	8.2211	99.3937	1.6343
1760	290	9.9190	99.2602	1.9691	11.0861	99.1665	2.1987
1760	300	13.7345	98.9484	2.7180	15.2141	98.8229	3.0070
1760	310	19.8566	98.4112	3.9082 †	27.3320	97.6834	5.3398 ‡
1760	320			—		ļ —	
2200	28Õ	6.3415	99.5381	$1.\overline{26}24$	7.5435	99.4462	1.5004
2200	290	8.8919	99.3413	1.7667	10.1490	99.2418	2.0144
2200	300	12.2896	99.0684	2.4350	13.7637	98.9459	2.7237
2200	310	17.1763	98.6523	3.3890 †	20.0698	98.3916	3.9494 †
2200	320	28.4047	97.5716	5.5430 ‡			
2640	280	5.7423	99.5834	1.1437	7.0280	99.4858	1.3984
2640	290	8.1040	99.4028	1.6111	9.4439	99.2978	1.8755
2640	300	11.2157	99.1560	2.2242	12.7329	99.0318	2.5219
2640	310	15.5016	98.7982	3.0631	17.8113	98.5961	3.5123 †
2640	320	22.6243	98.1517	4.4412 †	<u> </u>		

Tabela 7.14: Resultados da Otimização – Reator C – Rm = 4

. .

Ì

Q,	$t_1$	<u> </u>	P = 1 at n	n i	P = 10  atm		
$(Nm^3/h)$	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	• \$ (%)	Ψ (%)
1320	280	14.9676	98.8440	0.7397	21.2772	98.2794	1.0456
1320	290	22.4372	98.1696	1.1013	28.7115	97.5393	1.4002
1320	300	32.4685	97.1290	1.5768	40.0439	96.2123	1.9264 †
1320	310	52.7884	94.3119	2.4893 †		—	—
1320	320						
1760	280	12.1855	99.0770	0.6036	19.0623	98.4837	0.9387
1760	290	18.8485	98.5030	0.9283	25.7289	97.8469	1.2587
1760	300	27.7412	97.6410	1.3543	35.1289	96.8216	1.7006
1760	310	40.8442	96.1075	1.9627			—
1760	320		—	—			
2200	280	10.1902	99.2385	0.5056	17.4688	98.6265	0.8614
2200	290	16.2160	98.7364	0.8006	23.6111	98.0564	1.1576
2200	300	24.3368	97.9854	1.1923	32.0298	97.1783	1.5563
2200	310	35.6408	96.7608	1.7243	48.7178	94.9782	2.3136 †
2200	320	—	_	—		—	
2640	280	8.6886	99.3573	0.4316	16.2374	98.7346	0.8016
2640	290	14.1689	98.9118	0.7007	21.9854	98.2126	1.0796
2640	300	21.6795	98.2415	1.0649	29.7514	97.4283	1.4493
2640	310	31.9601	97.1861	1.5530	42.4176	95.8965	2.0339 †
2640	320	50.6314	94.6729	2.3967 †		—	—

Tabela 7.15: Resultados da Otimização - Reator D - Rm = 19

.

.

ł

. .

.

.

Q <sub>r</sub>	$t_1$		$P = 1 \operatorname{atn}$	n	P = 10  atm		
$(Nm^3/h)$	[ (°C)	X (%)	_Φ(%)	<u> </u>	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)
1320	280	11.1153	99.1642	1.1022	13.8131	98.9418	1.3667
1320	290	16.1802	98.7395	1.5976	18.9961	98.4897	1.8709
1320	300	23.8673	98.0315	2.3397 †	29.2195	97.4853	2.8485 †
1320	310	—				<u> </u>	-
1320	320				<u> </u>		—
1760	280	9.3516	99.3051	0.9287	12.3406	99.0642	1.2225
1760	290	13.8251	98.9408	1.3679	16.8751	98.6788	1.6652
1760	300	20.1372	98.3854	1.9812	24.0012	98.0184	2.3526 †
1760	310	33.8323	96.9733	3.2808 †	l —	—	—
1760	320						—
2200	280	8.0649	99.4059	0.8017	11.2949	99.1496	1.1199
2200	290	12.1296	99.0815	1.2018	15.4137	98.8058	1.5230
2200	300	17,7308	98.6032	1.7483	21.4751	98.2608	2.1102
2200	310	26.8168	97.7364	2.6210 †			—
2200	320	<u> </u>			<u> </u>		
2640	280	7.0660	99.4829	0.7029	10.4934	99.2143	1.0411
2640	290	10.8113	99.1887	1.0724	14.3096	98.8999	1.4152 -
2640	300	15.9296	98.7613	1.5732	19.7545	98.4206	1.9442
2640	310	23.5652	98.0609	2.3108	30.9271	97.3005	3.0092 †
2640	320	<u>   </u>					

Tabela 7.16: Resultados da Otimização - Reator D - Rm = 9

·· -

•

Dessa forma, chega-se à conclusão de que na otimização deve-se usar a temperatura mais alta possível (dentro da faixa segura), a maior vazão de refrigerante, a menor razão molar e o menor diâmetro de tubos. Evitam-se os casos em que a diferença  $(T_{máx} - t_1)$ excede 25 °C e os pontos de  $t_1$  vizinhos à situação de ignição.

Examinando-se as tabelas 7.6 - 7.17, verifica-se que a melhor condição, segundo os critérios anteriores, é dada por :

$$t_1 = 310 \ ^{\circ}\text{C}$$
  
 $P = 1 \text{ atm}$   
 $Q_r = 2640 \text{ Nm}^3/\text{h}$   
 $Rm = 4$   
 $D = \frac{1}{2} \text{ polegada (diâmetro nominal)}$ ,

fornecendo :

$$\Psi=3.9698$$
 .

Finalizando, verifica-se ainda pela equação 7.7 e pela relação de  $\Phi$  com X, que  $\Psi$  apresenta um máximo com a conversão, dado por :

$$\Psi = \frac{X \cdot \Phi}{1 + Rm} \tag{7.11}$$

$$\Phi = \frac{\left[ (1-X)^{A_5} - (1-X) \right]}{\left[ X \cdot (1-A_5) \right]}$$
(7.12)

$$\frac{d\Psi}{dX} = 0 \Longrightarrow X = \left[1 - A_5^{\frac{1}{(1-A_5)}}\right]$$
$$A_5 = 0.1399 \Longrightarrow X \cong 89.84\%.$$
(7.13)

Assim, a melhor conversão de saída está em torno de 90%. Acima desse valor a produção de  $CO_2$  é muito alta e compromete o rendimento de acetaldeído. Nas condições simuladas, entretanto, não se atingiu valores tão altos de conversão, pois requerem condições muito próximas da situação em que ocorre ignição.

### 7.2 Simulação com o Modelo Heterogêneo

O objetivo da simulação com o modelo heterogêneo é verificar até que ponto é válida a aplicação do modelo homogêneo. Como a reação se processa na superfície do catalisador, a diferença de condições entre este e o meio reacional provocará diferenças na taxa de reação, e portanto na conversão final e nos perfis de temperaturas.

Para a simulação numérica foram construídos dois programas, utilizando o modelo, as equações e correlações do capítulo 4, conforme o item 5.3. No primeiro (modelo simplificado) considerou-se apenas a diferença entre as temperaturas do meio reacional e do catalisador, considerando idênticas as frações molares do meio reacional e da superfície do catalisador. No segundo (modelo completo) considerou-se tanto a diferença

Qr Qr	$t_1$	P = 1  atm			P = 10  atm			
(Nm <sup>3</sup> /h)	(°C)	X (%)	Φ (%)	Ψ (%)	X (%)	<b>Ф</b> (%)	$\Psi$ (%)	
1320	280	7.3597	99.4603	1.4640	8.4822	99.3734	1.6858	
1320	290	10.4872	99.2148	2.0810	11.7064	99.1162	2.3206	
1320	300	15.2690	98.8182	3.0177 †	17.3975	98.6328	3.4319 †	
1320	310	—		—	— —	—	—	
1320	320	-	—	·	_	—		
1760	280	6.2932	99.5418	1.2529	7.5524	99.4455	1.5021	
1760	290	9.0143	99.3317	1.7908	10.3484	99.2259	2.0536	
1760	300	12.8814	99.0195	2.5510	14.6187	98.8737	2.8908 †	
1760	310	19.7928	98.4170	3.8959 †		—	—	
1760	320						—	
2200	280	5.5198	99.6001	1.0995	6.8959	99.4959	1.3722	
2200	290	7.9708	99.4132	1.5848	9.4176	99.2999	1.8703	
2200	300	11.3568	99.1446	2.2519	13.0799	99.0031	2.5899	
2200	310	16.5693	98.7056	3.2710 †	20.3569	98.3651	4.0048 †	
2200	320	34.6917	96.8732	6.7214 ‡		_	-	
2640	280	4.9175	99.6451	0.9800	6.3944	99.5341	1.2729	
2640	290	7.1659	99.4752	1.4257	8.7168	99.3551	1.7321	
2640	300	10.2276	99.2355	2.0299	12.0051	99.0918	2.3792	
2640	310	14.6749	98.8689	2.9018 †	17.5279	98.6212	3.4573 †	
2640	320	23.0389	98.1118	4.5208 †				

Tabela 7.17: Resultados da Otimização - Reator D - Rm = 4

----

Tab<u>ela 7.18: Influência das Variáveis Otimizadas em</u> $\Psi$ 

Parâr	netro X	$T_{máx}$	Estabilidade	$\Psi$
1	$t_1$ $\uparrow\uparrow$	11	Ļ	1
î	$P$ $\uparrow\uparrow$	11	ļ	Î
10	2r []	11	<u></u>	1
$\downarrow F$	$lm$ $\downarrow\downarrow$	<b>1</b> †	↓	1
1	$D$ $\downarrow\downarrow$	1	L	Ļ

de temperaturas como as diferenças de frações molares dos diversos compostos entre o meio reacional e a superfície do catalisador.

Os resultados da simulação, utilizando o método dos elementos finitos com 200 elementos (sem refinamento), estão nas tabelas 7.20, 7.21 e 7.22. O reator simulado é o mesmo reator I do capítulo 6, cujos dados estão na tabela 7.19.

Dessas tabelas foram feitas as seguintes observações :

- A diferença de temperatura entre o meio reacional e o catalisador é muito pequena na região de operação segura, tornando-se, porém, progressivamente maior quanto maiores as temperaturas de entrada (do fluido refrigerante ou dos reagentes).
- Comparando-se os resultados do modelo homogêneo (tabela 7.20) com os do modelo heterogêneo simples (tabela 7.21), verifica-se que este apresenta conversão final e temperaturas um pouco maiores. Essa diferença é muito pequena na região de operação segura e aumenta progressivamente quanto maior as temperaturas de entrada. Como resultado, os limites de temperatura da região de operação segura serão um pouco menores. A diferença entre esses limites, entretanto, é pequena, da ordem de 2.5-5.0 °C. A conversão final no modelo de reator heterogêneo é maior que a do homogêneo, como consequência da maior temperatura do catalisador e da maior taxa de reação daí resultante.
- Comparando-se os resultados do modelo heterogêneo simples com o completo, verifica-se que este apresenta conversão e temperaturas ligeiramente inferiores ao modelo simples. Essa diferença ocorre pelo fato das composições na superfície do catalisador serem tais que causam uma diminuição na taxa de reação e, portanto, na conversão final e nas temperaturas do catalisador e do reator.

Esses resultados mostram que a diferença entre os modelos é pequena e que o modelo homogêneo é aplicável nas condições simuladas e na região de interesse (região de operação segura). Isso é uma conseqüência de se utilizar um catalisador não-poroso (cobre metálico superficialmente oxidado) de tal forma que a resistência (pequena) à transferência de calor e massa entre o meio e a superfície do catalisador é o único fator importante. No caso de catalisadores porosos, entretanto, a resistência à transferência de calor e massa no interior das partículas será muito grande e o modelo homogêneo não será mais aplicável.

## 7.3 Simulação com o Modelo de Dispersão Axial

A presença do catalisador no meio reacional provoca, além de uma heterogeneidade de condições (diferenças de condições entre o meio e o catalisador), efeitos de turbulência e transmissão de calor (condução) que podem influenciar no comportamento do reator.

O objetivo dessa simulação com o modelo homogêneo com dispersão axial é verificar, de forma simplificada, se esses efeitos tem importância no sistema estudado.

O programa desenvolvido utiliza o método dos elementos finitos e um modelo físico simplificado, conforme descrito no capítulo 4 e no item 5.3.

Tabela 7.19: Dados do Reator para Simulação com o Modelo Heterogêneo

ł

Dados Geométricos
Diâmetro Interno dos Tubos <sup>a</sup> = 0.68326 cm
Diâmetro Externo dos Tubos = 1.0287 cm
Número de Tubos do Reator = 2000
Diâmetro da Carcaça do Trocador = 60 cm
Comprimento do Reator Tubular = 3 m
Diâmetro das Partículas de Catalisador = 1 mm
Massa Específica das Partículas de Catalisador = $8.92 \text{ g/cm}^3$
Porosidade do Leito = 0.4103139013
Dados de Operação
Pressão de Operação = 1 atm
Vazão Volumétrica dos Reagentes $= 200 \text{ Nm}^3/\text{h}$
Vazão Volumétrica do Refrigerante = $200 \text{ m}^3/\text{h}$
Razão Molar Ar-Etanol à Entrada = 9

"Tubo de 1/8 polegada Schedule 40

..

. .

$\boxed{T_0 (°C)}$	$t_1$ (°C)	X <sub>saída</sub> (%)	Φ (%)	T <sub>máx</sub> (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)
25	300	33.9354	96.9613	309.2595	300.2224
25	310	42.4020	95.8986	324.8628	310.2951
25	320	51.9655	94.4519	344.5690	320.3858
25	330	63.8006	92.1165	382.9000	330.5311
300	300	34.4261	96.9043	312.8681	300.2411
300	310	42.9261	95.8268	328.6506	310.3086
300	320	52.5724	94.3489	349.9317	320.4016
300	330	67.9023	91.0971	404.8745	330.5977
25	322.5	54.5571	94.0014	351.5116	322.9133
25	325	57.2698	93.4972	359.5529	325.4456
25	327.5	60.1791	92.9140	368.9945	327.9823

Tabela 7.20: Simulação com o Modelo Homogêneo

			•			
$T_0 \overline{(^\circ C)}$	$t_1$ (°C)	$X_{saida}$ (%)	Φ (%)	<i>T</i> , (°C)	$T_{max}$ (°C)	$t_{máx} (^{\circ}C)$
25	300	33.9978	96.9541	310.0453	309.5354	300.2229
25	310	42.5074	95.8842	326.5193	325.6733	310.2959
25	320	52.2232	94.4083	349.5428	347.8589	320.3878
25	330	<u> </u>	—			
300	300	34.4956	96.8961	314.2330	313.4806	300.2416
300	310	43.0513	95.8096	331.0307	330.0108	310.3096
300	320	53.0004	94.2754	357.7567	355.6200	320.4063
300	330					
25	322.5	54.9831	93.9246	359.0174	356.9539	322.9183
25	325	58.1676	93.3222	371.4083	368.6718	325.4566
25	327.5	64.5459	91.9412	398.0217	393.9238	328.0430

Tabela 7.21: Simulação com o Modelo Heterogêneo Simplificado

. -

Tabela 7.22: Simulação com o Modelo Heterogêneo Completo

$T_0$ (°C)	$t_1$ (°C)	$X_{\text{saida}}$ (%)	Φ (%)	$T_{s_{máx}}$ (°C)	$T_{máx}$ (°C)	t <sub>máx</sub> (°C)
25	300	33.9802	96.9561	309.9309	309.4249	300.2228
25	310	42.4801	95.8879	326.2206	325.3841	310.2959
25	320	52.1526	94.4203	348.3781	346.7515	320.3878
25	330	<u> </u>		—	. —	
<b>30</b> 0	300	34.4757	96.8985	313.9966	313.2561	300.2416
300	310	43.0166	95.8143	330.5245	329.5205	310.3096
<b>30</b> 0	320	52.8618	94.2993	355.6468	353.6302	320.4054
300	330					
25	322.5	54.8533	93.9481	357.0889	355,1306	322.9174
25	325	57.8446	93.3856	368.0885	365.5841	325.4536
25	327.5	62.7174	92.3642	391.4258	387.9685	328.0182

à,

### 7.3.1 Influência da Dispersão Axial de Massa

O termo de dispersão axial  $D_L$  pode ser estimado atráves de correlações que incluem o número de Peclet :

$$Pe = \frac{u_z \cdot D_{l'}}{D_L} \tag{7.14}$$

$$Re = \frac{\rho_{\tau} \cdot D_{\mu}}{\mu_{\tau}} , \qquad (7.15)$$

onde :

$$u_z = \frac{G_\tau}{\rho_\tau} \ . \tag{7.16}$$

Para Re > 10 o número de Peclet para gases é constante e igual a 2 [13] :

$$Pe = 2$$
, para  $Re > 10$ . (7.17)

Dessa forma, o efeito de mistura axial mantém-se proporcional à vazão e só é eliminado através de um projeto adequado do reator. Para reatores com  $\frac{L}{D_p} \ge 100$  o efeito de dispersão longitudinal (axial) é desprezível [13].

Nas condições testadas na simulação e nas condições experimentais utilizadas por Moura na obtenção de seus dados [9] verificou-se que o efeito de dispersão axial de massa é desprezível.

### 7.3.2 Influência da Dispersão Axial de Calor

O termo de condutividade térmica efetiva  $k_L$  é mais difícil de ser estimado que o termo de dispersão axial de massa  $D_L$ . Uma equação citada na literatura [13] é :

$$k_{L} = \epsilon_{l} \cdot \left[ k_{r} + \frac{D_{p} \cdot cp_{r} \cdot G_{r}}{Pe \cdot \epsilon_{l}} + \frac{4 \cdot \sigma}{2 - \sigma} \cdot D_{p} \cdot (0.173) \cdot \frac{T^{3}}{100^{4}} \right] + (1 - \epsilon_{l}) \cdot \frac{h^{2} \cdot k_{s} \cdot D_{p}}{\left[ 2 \cdot k_{s} + h^{2} \cdot D_{p} \right]}$$

$$(7.18)$$

onde :

 $\sigma$  = emissividade do sólido (catalisador)

 $k_r =$ condutividade térmica do gás

 $k_s = ext{condutividade térmica do sólido (catalisador)}$ 

 $h^{'}$  = coeficiente de transferência de calor entre partículas adjacentes |.

O termo de radiação é expresso em unidades inglesas (T em Rankine ,  $D_p$  em pés ,  $k_{rad}$  em Btu/h.ft.R).

A equação 7.18 é usualmente utilizada para o cálculo da condutividade térmica efetiva radial  $k_r$ , onde Pe é o número de Peclet radial  $Pe_r = u_z \cdot D_p/D_r$ . Entretanto, como o desenvolvimento teórico da equação 7.18 é genérico, pode ser utilizada para o cálculo de  $k_L$ , onde Pe será o número de Peclet axial  $Pe_L = u_z \cdot D_p/D_L$ .

Os catalisadores porosos usualmente utilizados na indústria apresentam uma condutividade térmica que se encontra na faixa de 0.15 - 0.60 kcal/h.m.K [13]. O cobre metálico, entretanto, possui uma condutividade térmica muito elevada, aproximadamente 317 kcal/h.m.K na faixa simulada (300 - 360 °C). Dessa forma, o termo em  $k_*$  na equação 7.18 será dominante nas condições simuladas. Considerando uma forte interação entre as partículas adjacentes (alto h'), a equação 7.18 pode ser aproximada para:

$$k_L \approx (1 - \epsilon_l) \cdot k_s . \tag{7.19}$$

Utilizando-se a equação 7.19 na simulação e comparando-se com a situação em que  $k_L = 0$  (sem dispersão axial de calor) observou-se uma diferença significativa no limite superior de segurança de  $t_1$  (ignição), sendo possível simular em temperaturas muito elevadas. Por exemplo, utilizando-se os dados do reator I, capítulo 6,  $k_L$  dado pela equação 7.19, para  $T_0 = 25$  °C e  $t_1 = 360$  °C obteve-se  $T_{máx} = 392$  °C, com conversão final de 90%. Nas mesmas condições, utilizando-se  $k_L = 0$ , ocorre ignição.

Verifica-se assim que a dispersão térmica no caso do cobre é muito importante e merece ser considerada na simulação.

Para uma simulação mais rigorosa é necessário o conhecimento preciso do coeficiente h'. Esse coeficiente é a resultante da soma do coeficiente de convecção do fluido nas vizinhanças da partícula , da contribuição da radiação das partículas adjacentes , e da contribuição da condução das partículas em contato umas com as outras. A equação 7.19 é uma aproximação grosseira que despreza esse fato.
## Capítulo 8

## Conclusão

O método de ajuste da máxima verossimilhança apresenta muitas vantagens sobre os métodos dos mínimos quadrados e mínimos quadrados ponderado. Entretanto, requer informação adicional sobre os desvios padrão das variáveis em cada ponto experimental. A aplicação desses métodos de ajuste não conseguiu solucionar o problema da ocorrência de estimativas negativas para os parâmetros da equação da taxa quando aplicados aos dados experimentais de Moura sem alisamento [9]. Uma sugestão para tentar resolver esse problema é substituir o alisamento gráfico (processo empírico) por um alisamento calculado através de um método matemático, como o método "spline".

ţ

Os diagramas de fases de temperaturas mostraram-se muito úteis na compreensão e no estudo da operação do reator, indicando as variáveis mais importantes e facilitando o trabalho de otimização, devido ao grande número de parâmetros que podem ser variados. A otimização permite escolher o melhor conjunto possível dos parâmetros de projeto do reator catalítico.

O método dos elementos finitos apresenta grandes vantagens na simulação numérica de reatores catalíticos, com resfriamento externo em contra-corrente, pela facilidade que permite na aplicação dos mais variados modelos de reatores. Entretanto, devido à necessidade de armazenar uma grande quantidade de variáveis (os vetores dos pontos nodais e os elementos não nulos da matriz do sistema) esse método só pode ser usado quando se dispõe de microcomputadores com grande capacidade de memória.

O modelo de reator homogêneo sem dispersão axial, unidimensional, pode ser aplicado na simulação de reatores catalíticos com partículas de catalisador não-porosas e de baixa condutividade térmica. No caso de partículas porosas faz-se necessário o uso do modelo heterogêneo e no caso de partículas com alta condutividade térmica faz-se necessário o uso do modelo com dispersão térmica axial. Para reatores com tubos de elevado diâmetro, os gradientes radiais serão importantes e será necessário utilizar um modelo bidimensional. Apêndice A

. . . . .

Programa de Ajuste de Curvas pelo Método da Máxima Verossimilhança

ŧ

```
100 REM "Programa para Ajuste de Curvas Nao-Linear"
110 REM
120 REM "Programa N#8"
130 REM
140 KEM "Metodo da Maxima Verossimilhanca , com 2 Variaveis Indep
endentes.
150 REM
160 REM "Metodo de Aluste Simultaneo das Variaveis xi.vi.zi e al"
170 REM
180 REM "Ajuste com Calculo dos Desvios Padrao das Variaveis aj"
190 REM
200 OPTION TYPE=REAL.SIZE=REAL DOUBLE
210 DECLARE STRING CONSTANT FMA="(0)##"
230 DECLARE STRING CONSTANT FMC="#.##############****
240 INPUT "Numero de Pontos (dados) = ";N
250 INPUT "Numero de Parametros Alustaveis = ";P
260 NP=4*N+P
270 DIM XD(N), YD(N), ZD(N)
280 DIM SX(N).SY(N).SZ(N)
290 DIM XA(N), YA(N), ZA(N), LA(N)
300 DIM A(P).KD(P).KA(P).SA(P)
310 DIM MR(NP,NP),MQ(NP,NP)
320 DIM MG(NP.1).MP(NP.1)
330 DIM MMAX(NP,NP),MO(NP,NP).MU(NP,NP)
340 DIM MX(N.N).MFX(N.N),MFXD(N.N)
350 DIM MY(N.N), MFY(N.N), MFYD(N.N)
360 DIM MZ(N.N), MFZ(N.N), MFZD(N.N)
370 DIM ME(N,N), MH(N,P), MHT(P,N)
380 DIM MV(N,N).MW(N,N)
390 DIM MT(P.P).MS(P.P)
400 DIM FA(P), FXA(P), FYA(P), FAA(P,P)
410 E=1E-2\H=1E-4\U=1E-6\G=1E-8\V=1E-10\W=1E-15
420 PRINT\PRINT
430 FOR I=1 TO N
440 PRINT "Ponto N#";\PRINT USING FMA.I
450 INPUT " X = ";XD(I)," Y = ";YD(I)," Z = ";ZD(I)
460 INPUT " SX= ";SX(I)." SY= ";SY(I)." SZ= ";SZ(I)
                                              470 PRINT
480 NEXT 1
490 PRINT
500 FOR I=1 TO N
510 PRINT "Para o Ponto N#";\PRINT USING FMA.I
520 PRINT "X = ";\PRINT USING FMB.XD(I);\PRINT " SX = ";\PRINT
USING FMB.SX(I)
```

```
530 PRINT Y = ";\PRINT USING FMB,YD(I);\PRINT ' SY = ';\PRINT
USING FMB, SY(I)
540 PRINT "Z = ";\PRINT USING FMB,ZD(I);\PRINT " SZ = ";\PRINT
USING FMB.SZ(I)
550 SLEEP 2
560 NEXT I
570 PRINT "Para correcao de algum dado digite C e ENTER"
580 INPUT CS
590 IF C$() C' THEN 650
600 INPUT "Ponto N#"; I
610 INPUT X = ;XD(I). SX = ;SX(I)
620 INPUT Y = ;YD(I), SY = ;SY(I)
630 INPUT 'Z = ';ZD(I), 'SZ = ';SZ(I)
640 GOTO 490
650 PRINT
660 PRINT "Estimativa dos Valores dos Parametros (Valores Iniciai
s)
670 FOR J=1 TO P
680 PRINT Para P = (\PRINT USING FMA.J;\PRINT A()\PRINT
USING FMA, J:\PRINT ') = ';\INPUT KD(J)
690 NEXT J
700 FOR I=1 TO N
710 XA(I)=XD(I)\YA(I)=YD(I)\ZA(I)=ZD(I)\LA(I)=0
720 NEXT I
730 FOR J=1 TO P
740 KA(J)=KD(J)
750 NEXT J
760 IT=0
770 MAT MR=ZER
780 MAT MG=ZER
790 IT=IT+1
800 PRINT\PRINT "Iteracao N#";\PRINT USING FMA.IT
810 FOR I=1 TO N
820 PRINT "*";
830 SX=SX(I)*SX(I)
840 SY=SY(I)*SY(I)
850 SZ=SZ(I)*SZ(I)
860 HX=H*ABS(XA(I))NIF HX(H THEN HX=H
870 HY=H*ABS(YA(I))\IF HY(H THEN HY=H
880 FOR J=1 TO P
890 A(J)=KA(J)
900 NEXT J
910 X=XA(I)\setminus Y=YA(I)
920 GDSUB 2640\Z=F\FXX=-2*F\FYY=-2*F
930 X=XA(I)+HX\GOSUB 2640\FX=F\FXX=FXX+F
```

```
940 Y=YA(I)+HY\GOSUB 2640\FXY=F
950 X=XA(I)\GOSUB 2640\FY=F\FYY=FYY+F
960 X=XA(I)-HX\GOSUB 2640\FXY=FXY-F
970 Y=YA(I)\G09UB 2640\FX=(FX-F)/(2*HX)\FXX=(FXX+F)/(HX*HX)
980 Y=YA(I)-HY\GOSUB 2640\FXY=FXY+F
990 X=XA(I)\GOSUB 2640\FY=(FY-F)/(2*HY)\FYY=(FYY+F)/(HY*HY)
1000 X=XA(I)+HX\GOSUB 2640\FXY=(FXY-F)/(4*HX*HY)
1010 X=XA(I) \setminus Y=YA(I)
1020 DX=XD(1)-XA(I)\DY=YD(I)-YA(I)\DZ=ZD(I)-ZA(I)
1030 FOR J=1 TO P
1040 FAA(J.J)=-2*Z
1050 HA=H*ABS(KA(J))\IF HA(H THEN HA=H
1060 A(J)=KA(J)+HA\GOSUB 2640\FA(J)=F\FAA(J,J)=FAA(J,J)+F
1070 X=XA(I)+HX\GOSUB 2640\FXA(J)⇒F
1080 X=XA(I)-HX\60SUB 2640\FXA(J)=FXA(J)-F
1090 X=XA(I)
1100 Y=YA(I)+HY\GOSUB 2640\FYA(J)=F
1110 Y=YA(I)-HY\GOSUB 2640\FYA(J)=FYA(J)-F
1120 Y=YA(I)
1130 IF J=P THEN 1200
1140 FOR K=J+1 TO P
1150 HB=H*ABS(KA(K))\IF HB(H THEN HB≃H
1160 A(K)=KA(K)+HB\GOSUB 2640\FAA(J.K)=F
1170 A(K)=KA(K)-HB\GOSUB 2640\FAA(J,K)=FAA(J,K)-F
1180 A(K)=KA(K)
1190 NEXT K
1200 A(J)=KA(J)-HA\GOSUB 2640\FA(J)=(FA(J)-F)/(2*HA)\FAA(J,J)=(FA
(AH*AH)/(A+(L,L)A
1210 X=XA(I)+HX\GOSUB 2640\FXA(J)=FXA(J)-F
1220 X=XA(I)-HX\GOSUB 2640\FXA(J)=(FXA(J)+F)/(4*HX*HA)
1230 X=XA(I)
1240 Y=YA(I)+HY\GOSUB 2640\FYA(J)=FYA(J)-F
1250 Y=YA(I)-HY\GOSUB 2640\FYA(J)=(FYA(J)+F)/(4*HY*HA)
1260 Y=YA(I)
1270 IF J=P THEN 1340
1280 FOR K=J+1 TO P
1290 HB=H*ABS(KA(K))\IF HB(H THEN HB=H
1300 A(K)=KA(K)+HB\GDSUB 2640\FAA(J,K)=FAA(J,K)-F
1310 A(K)=KA(K)-H8\GOSUB 2640\FAA(J,K)=(FAA(J,K)+F)/(4*HA*HB)
1320 A(K)=KA(K)
1330 NEXT K
1340 A(J)=KA(J)
1350 NEXT J
1360 MR(I.I)=-1+SX*LA(I)*FXX
1370 MR(I.N+I)=SX*LA(I)*FXY
```

```
1380 MR(I,2*N+I)=0
  1390 MR(1.3*N+1)=SX*FX
  1400 MG(T.1)=DX+SX*LA(T)*FX
  1410 MR(N+1,1)=SY*LA(1)*FXY
  1420 MR(N+1,N+1)=-1+SY*LA(1)*FYY
  1430 MR(N+1,2*N+1)=0
  1440 MR(N+1,3*N+1)=SY*FY
  1450 MG(N+I,1)=DY+SY*LA(I)*FY
  1460 MR(2*N+I,I)=0
  1470 MR(2*N+I.N+I)=0
  1480 MR(2*N+1,2*N+1)=-1
  1490 MR(2*N+I,3*N+I)=-SZ
  1500 MG(2*N+I,1)=DZ-SZ*LA(I)
  1510 MR(3*N+1,1)=-FX
  1520 MR(3*N+1.N+1)=-FY
  1530 MR(3*N+1,2*N+1)=1
  1540 MR(3*N+1.3*N+1)=0
  1550 MG(3*N+I.1)=ZA(I)-Z
  1560 FOR J=1 TO P
  1570 MR(I,4*N+J)=SX*LA(I)*FXA(J)
  1580 MR(N+I,4*N+J)=SY*LA(1)*FYA(J)
  1590 MR(2*N+I,4*N+J)=0
  1600 MR(3*N+I,4*N+J)=-FA(J)
  1610 MR(4*N+J,I)=-LA(I)*FXA(J)
  1620 MR(4*N+J,N+I)=-LA(I)*FYA(J)
  1630 MR(4*N+J,2*N+I)=0
  1640 MR(4*N+J,3*N+I)=-FA(J)
  1650 MG(4*N+J,1)=MG(4*N+J,1)-LA(I)*FA(J)
  1660 FOR K=J TO P
1670 MR(4*N+J,4*N+K)=MR(4*N+J,4*N+K)-LA(I)*FAA(J,K)
  1680 NEXT K
  1690 NEXT J
  1700 NEXT I
  1710 FOR J=1 TO P
  1720 FOR K=J TO P
  1730 MR(4*N+K,4*N+J)=MR(4*N+J,4*N+K)
  1740 NEXT K
  1750 NEXT J
  1760 MAT MMAX=ZER
  1770 FOR I=1 TO NP
  1780 MXM=0
  1790 FOR J=1 TO NP
  1800 AUX=ABS(MR(I,J))
  1810 IF MXM(AUX THEN MXM=AUX
  1820 NEXT J
```

```
1830 IF MXM=0 THEN 2600
1840 MMAX(I.I)=1/MXM
1850 NEXT I
1860 MAT MU=MMAX*MR
1870 MAT MO=INV(MU)
1880 MAT MQ=MC*MMAX
1890 MAT MP=MQ*MG
1900 MAT MP=(-1)*MP
1910 FOR I=1 TO N
1920 XA(I)=XA(I)+MP(I,1)
1930 YA(I)=YA(I)+MP(N+I,1)
1940 ZA(I)=ZA(I)+MP(2*N+I,1)
1950 LA(I)=LA(I)+MP(3*N+I.1)
1960 NEXT I
1970 FOR J=1 TO P
1980 KA(J)=KA(J)+MP(4*N+J,1)
1990 NEXT J
2000 CONV=0
2010 FOR I=1 TO N
2020 IF CONV=1 THEN 2110
2030 EX=G*ABS(XA(I))\IF EX(V THEN EX=V
2040 EY=G*ABS(YA(I))\IF EY(V THEN EY=V
2050 EZ=G*ABS(ZA(I))\IF EZ(V THEN EZ=V
2060 EL=G*ABS(LA(I))\IF EL(V THEN EL=V
2070 IF ABS(MP(I.1)))EX THEN CONV=1
2080 IF ABS(MP(N+I.1)))EY THEN CONV=1
2090 IF ABS(MP(2*N+I.1)))EZ THEN CONV=1
2100 IF ABS(MP(3*N+I,1))>EL THEN CONV=1
2110 NEXT I
2120 FOR J=1 TO P
2130 IF CONV=1 THEN 2160
2140 EA=G*ABS(KA(J))\IF EA(V THEN EA=V
2150 IF ABS(MP(4*N+J.1)))EA THEN CONV=1
2160 NEXT J
2170 IF CONV=1 THEN 770
2180 MAT MFX=ZER\MAT MFXD=ZER
2190 MAT MFY=ZER\MAT MFYD=ZER
2200 MAT MFZ=ZERNMAT MFZD=ZER
2210 FOR I=1 TO N
2220 MFX(I,I)=MR(3*N+I,I)\MFXD(I,I)=-MR(I,3*N+I)
2230 \text{ MEY}(I,I) = MR(3*N+I,N+I) \setminus MEYD(I,I) = -MR(N+I,3*N+I)
2240 MFZ(I,I)=MR(3*N+I,2*N+I)\MFZD(I,I)=-MR(2*N+I,3*N+I)
2250 FOR J=1 TO P
2260 \text{ MH}(I,J) = \text{MR}(3 \times N + I, 4 \times N + J)
2270 MHT(J.I)=MR(4*N+J.3*N+I)
```

· · · –

2280 NEXT J 2290 NEXT I 2300 MAT MX=MFX\*MFXD 2310 MAT MY=MFY\*MFYD 2320 MAT MZ=MFZ\*MFZD 2330 MAT MF=MX+MY 2340 MAT MF=MF+MZ 2350 MAT MV=ZER 2360 FOR I=1 TO N 2370 IF MF(I.I)=0 THEN 2600 2380 MV(I.I)=1/MF(I.I) 2390 NEXT I 2400 MAT MW=MHT\*MV 2410 MAT MT=MW\*MH 2420 MAT MS=INV(MT) .2430 S=0\SX=0\SY=0\SZ=0 2440 FOR 1=1 TO N 2450 WX=SX(I)\*SX(I)\IF WX(W THEN WX=W 2460 WY=SY(I)\*SY(I)\IF WY(W THEN WY=W 2470 WZ=SZ(I)\*SZ(I)NIF WZ(W THEN WZ=W 2480 WX=1/WX\WY=1/WY\WZ=1/WZ 2490 DX=XD(I)-XA(I)\DY=YD(I)-YA(I)\DZ=ZD(I)-ZA(I) 2500 SX=SX+WX\*DX\*DX\SY=SY+WY\*DY\*DY\SZ=SZ+WZ\*DZ\*DZ 2510 NEXT I 2520 S=(SX+SY+SZ)/2 2530 PRINT\PRINT "A Solucao para o Problema eH 🔅 2540 PRINT 2550 FOR J=1 TO P 2560 PRINT "A(";\PRINT USING FMA.J;\PRINT ") = ";\PRINT USING FMC .KA(J) 2570 SA(J)=SQR(2\*S\*MS(J,J)/(N-P)) 2580 PRINT "SA(";\PRINT USING FMA.J;\PRINT ") = ";\PRINT USING FM C.SA(J) 2590 NEXT J 2600 PRINT\PRINT "Para novos valores iniciais de A(i) digite N e ENTER. 2610 INPUT NS 2620 IF NS="N" THEN 650 2630 GOTO 2740 2640 A=0.42\*Y 2650 B=i+Y 2660 C=L00(1-X) 2670 D=LOG(1-X/A) 2680 F1=-(B\*D+0.5\*A\*D+0.5\*X)/B 2690 F2=-(B\*C+0.5\*C+0.5\*X)/B

```
2700 F3=((A*A*D-C)/(A-1)+X)/B
2710 F4=-(A*D+X)/B
2720 F=A(1)*F1+A(2)*F2+A(3)*F3+A(4)*F4
2730 RETURN
2740 END
```

-

-

-

Apêndice B

Programa de Simulação de Reatores — Modelo Homogêneo sem Dispersão Axial

"Programa para Calculo de Reatores/Trocadores de Calor" 188 REM 120 REM "Programa N#6-A" 130 REM 140 REM "Regime Permanente - Sistema Unidimensional (Axial) - Esc oamento Empistonado" 150 REM 160 REM "Modelo de Reator Homogeneo - Metodo dos Elementos Finito 5 170 REM 180 REM "Trocador-Reator Carcaca-Tubo (Cilindrico) - Contra-Corre nte - Passo Triangular" 190 REM 200 REM \*Modelo para Öxidacao de Etanol a Acetaldeido - Catalisad or de Cobre Oxidado' 210 REM 220 REM "Particulas de Catalisador de Formato Cilindrico Equilate roʻ 230 REM 240 OPTION TYPE=REAL, SIZE=REAL DOUBLE 290 DIMENSION X(2001), TR(2001), TC(2001) 300 DIMENSION V(6003,10),R(6003) 310 DIMENSION PSI(11), UHI(11), U(11) 320 DIMENSION A(4), F(3), DF(3), JF(3,3) 330 DIMENSION B(5), E(5), K(5), Y(6), P(6) 340 DIMENSION SG(6), EP(6), DL(6), TB(6), CPA(4,6) 350 DIMENSION MM(6), CP(6), MI(6), KT(6) 360 DIMENSION DHR0(2), DHR(2), DCP(4.2) 370 PRINT \PRINT \PRINT \PRINT \PRINT 380 PRINT ° Programa para Calculo de Reatores/Trocadores de Calor 390 PRINTNPRINT 400 PRINT\PRINT "Dados Geometricos do Reator/Trocador"\PRINT 410 INPUT "Diametro Interno dos Tubos (cm) = ";DI 420 INPUT 'Diametro Externo dos Tubos (cm) = ';DO 430 INPUT "Numero de Tubos do Reator = ";N 440 PRINT "Diametro Minimo da Carcaca do Trocador = ";SQR(12\*N-3) \*D0/3; " cm' 450 PRINT "Diametro Maximo da Carcaca do Trocador = ";3\*SQR(2\*SQR (3)\*N/PI)\*D0; cm<sup>\*</sup> 460 INPUT Diametro da Carcaca do Trocador (cm) = ;DC

470 MXM=(DC+DC-N+DO+DO)/(N+DO)/IF MXM(DI THEN MXM=DI 480 PRINT "Comprimento Minimo do Reator Tubular = ";MXM\*60/100;" m " 490 INPUT "Comprimento do Reator Tubular (m) = ";LR 500 PRINT "Diametro Minimo das Particulas de Catalisador = ";0.5\* DI/((3/2)\*\*(1/3)); mm\* 510 PRINT "Diametro Maximo das Particulas de Catalisador = ";6\*DI /((3/2)\*\*(1/3)); mm<sup>\*</sup> 520 INPUT "Diametro das Particulas de Catalisador (mm) = ";DP 530 INPUT "Massa Especifica das Particulas de Catalisador (g/cm3) = ;RP 540 PRINT \*Porosidade Minima do Leito = \*;1-PI\*SQR(3)/6 550 PRINT "Porosidade Maxima do Leito =  $i1 - PI \times SQR(3) / 18$ 560 INPUT "Porosidade do Leito = ";EL 570 PRINT\PRINT "Dados de Operacao do Reator/Trocador"\PRINT 580 INPUT "Temperatura de Entrada dos Reagentes (C) = ";TRE 590 INPUT 'Temperatura de Entrada do Refrigerante (C) = ';TCE 600 INPUT "Pressao de Operação (atm) = " ';PR 610 PRINT "Yazao Yolumetrica Minima dos Reagentes = ";0.064\*N\*DI\* \*2/DP; Nm3/h" 620 PRINT "Vazao Volumetrica Maxima dos Reagentes = ";6.14\*N\*DI\*\* 2/DP; Nm3/h 630 INPUT 'Vazao Volumetrica dos Reagentes (Nm3/h) = ";QR 640 INPUT "Vazao Volumetrica do Refrigerante (m3/h) = ' ាមព 650 INPUT "Razao Molar Ar/Etanol na Entrada = ";RM 660 PRINTNINPUT "Numero de Intervalos p/ o Calculo = ";MO 670 D=1\V=3 680 M=M0+1\W=M0-2\*0 690 0V=V\*(2\*0+1)\WV=V\*W 700 R=1.987\T0=298.15\MMC=360 710 B(1)=8.727E12\B(2)=4.537E4\B(3)=2.74\B(4)=2.504E3\B(5)=1.221E 12 720 E(1)=-37361\E(2)=-15692\E(3)=3762\E(4)=-7140\E(5)=E(1) 730 MM(1)=46.069\MM(2)=31.999\MM(3)=28.013\MM(4)=44.054\MM(5)=44. 010\MM(6)=18.015 740 SG(1)=4.31\SG(2)=3.467\SG(3)=3.798\SG(4)=3.728\SG(5)=3.941\SG (6) = 2.52750 EP(1)=431\EP(2)=106.7\EP(3)=71.4\EP(4)=592.3\EP(5)=195.2\EP(6 )=775 760 DL(1)=0.3\DL(2)=0\DL(3)=0\DL(4)=0.74\DL(5)=0\DL(6)=1.0 770 TB(1)=351.5\TB(2)=90.2\TB(3)=77.4\TB(4)=293.6\TB(5)=194.7\TB( 6)=373.2 780 CPA(1,1)=2.153 CPA(2,1)=5.113E-2 CPA(3,1)=-2.004E-5 CPA(4,1)=3.28E-10

- - - -

790 CPA(1,2)=6.713\CPA(2,2)=-8.79E-7\CPA(3,2)=4.17E-6\CPA(4,2)=-2

```
.544E-9
800 CPA(1,3)=7.44\CPA(2,3)=-3.24E-3\CPA(3,3)=6.4E-6\CPA(4,3)=-2.7
9E-9
810 CPA(1,4)=1.843\CPA(2,4)=4.353E-2\CPA(3,4)=-2.404E-5\CPA(4,4)=
5.685E-9
820 CPA(1,5)=4.728\CPA(2,5)=1.754E-2\CPA(3.5)=-1.338E-5\CPA(4.5)=
4.097E-9
830 CPA(1,6)=7.701\CPA(2,6)=4.595E-4\CPA(3,6)=2.521E-6\CPA(4,6)=-
8.59E-10
840 DHRD(1)=-45287.9\DHRD(2)=-309267.7
850 FOR I=1 TO 4
860 \text{ DCP}(1,1) = CPA(1,6) + CPA(1,4) - 0.5 + CPA(1,2) - CPA(1,1)
870 DCP(I,2)=3*CPA(I,6)+2*CPA(I,5)-3*CPA(I,2)-CPA(I,1)
880 NEXT I
890 MME=(MM(1)+RM*(0.21*MM(2)+0.79*MM(3)))/(1+RM)
900 LR=LR*100
910 DP=DP/10
920 DE=(DC*DC-N*DO*DO)/(N*DO)
930 DPA=SQR(1.5)*DP
940 DPV=((1.5)**(1/3))*DP(
950 S=6/(RP*DP)
960 A=8(5)/B(1)
970 TRE=TRE+273.15
980 TCE=TCE+273.15
990 T=273.15\P=1\MMR=MME\ROR=P*MMR/(82.05*T)
1000 T=TCE-273.15\R0C=0.95729-9.0194E-4*T
1010 WR=QR*ROR*1000/3.6
1020 WC=QC*ROC*1000/3.6
1030 GR=4*WR/(PI*N*DI*DI)/
1040 GC=4*WC/(PI*(DC*DC-N*D0*D0))
1050 ALFA=1
1060 XE=0\H=1/MO\E=0.001\G=0.00001\GALHD=0
1070 FOR I=1 TO M
1080 X(I)=XE\TR(I)=(TRE+TCE)/2\TC(I)=(TRE+TCE)/2
1090 NEXT I
1100 TR(1)=TRENTC(M)=TCE
1110 IT-0
1120 FUR 1=1 TO V*M
1130 FOR J=1 TO 0V+1
1140 V(⊺,J)=0
1150 NECT J
1160 R(I)=0
1170 NEXT I
1180 IT=IT+1
1190 PRINT '
             Iteracao N# ";IT
```

```
1200 FOR I=1 TO M
1210 IF GALHO(>0 THEN 1260
1220 X=X(I)\TR=TR(I)\TC=TC(I)
1230 IF (TR<200 OR TC<233.15) THEN GALHD=1\GOTO 1260
1240 IF (TR)3000 OR TC)673.15) THEN GALH0=2\GOTO 1260
1250 IF X)1 THEN X(I)=1
1260 NEXT I
1270 IF GALHD=0 THEN 1300
1280 IF ALFA>0.1 THEN ALFA=0.5*ALFA\GOTO 1060
1290 GOSUB 4810\GOTO 2420
1300 X=X(1)\TR=TR(1)\TC=TC(1)\TPC=TC\TPR=TR
1310 GOSUB 3300
1320 FOR J=1 TO 3
1330 V(1,J)=0
1340 V(2, J) = 0
1350 V(3,J)=-2*H*JF(3,J)/3
1360 FOR K=1 TO 3
1370 V(K,J+6)=0
1380 V(K+3,J) = -H*JF(K,J)/3
1390 NEXT K
1400 V(J,J) = V(J,J) - 1
1410 V(J+3,J)=V(J+3,J)-1
1420 V(J+3,10)=F(J)+H*DF(J)/3
1430 NEXT J
1440 V(1,10)=F(1)-XE
1450 V(2.10)=F(2)-TRE
1460 V(3,10)=F(3)+2*H*DF(3)/3
1470 X=X(2)\TR=TR(2)\TC=TC(2)
1480 GDSUB 3300
1490 FOR J=1 TO 3
1500 V(1,J+3)=0
1510 V(2,J+3)=0
1520 V(3, J+3) = -H \times JF(3, J)/3
1530 FOR K≃1 TO 3
1540 V(K+3, J+3)=-4*H*JF(K, J)/3
1550 V(K+6,J)=-H*JF(K,J)/3
1560 NEXT K
1570 V(J+6,J)=V(J+6,J)-1
1580 V(J+3,10)=V(J+3,10)+4*H*DF(J)/3
1590 V(3+6,10)=F(J)+H*DF(J)/3
1600 NEXT J
1610 V(2,5)=V(3,6)+1
1620 V(3,10)=V(3,10)-F(3)+H*DF(3)/3
1630 FOR I=3 TO M-2
1640 M-M(I)\TR=TR(I)\TC=TC(I)
```

```
1650 GOSUB 3300
1660 IV=3*(I-1)
1670 FOR J=1 TO 3
1680 FOR K=1 TO 3
1690 V(IV+J-3,K+6)=-H*JF(J,K)/3
1700 V(IV+J,K+3)=-4*H*JF(J,K)/3
1710 V(IV+J+3,K) = -H*JF(J,K)/3
1720 NEXT K
1730 V(IV+J-3,J+6)=V(IV+J-3,J+6)+1
1740 V(IV+J+3,J)=V(IV+J+3,J)-1
1750 V(IV+J-3,10)=V(IV+J-3,10)-F(J)+H*DF(J)/3
1760 V(IV+J,10)=V(IV+J,10)+4*H*DF(J)/3
1770 V(IV+J+3,10)=F(J)+H*DF(J)/3
1780 NEXT J
1790 NEXT I
1800 X=X(M-1)\TR=TR(M-1)\TC=TC(M-1)
1810 GOSUB 3300
1820 FOR J=1 TO 3
1830 V(3*M-2,J+3)=-H*JF(1,J)/3
1840 V(3*M-1,J+3)=-H*JF(2,J)/3
1850 V(3*M,J+3)=0
1860 FOR K=1 TO 3
1870 V(3*M-9+K, J+6)=-H*JF(K, J)/3
1880 V(3*M-6+K, J+3)=-4*H*JF(K, J)/3
1890 NEXT K
1900 V(3*M-9+J, J+6)=V(3*M-9+J, J+6)+1
1910 V(3*M-9+J,10)=V(3*M-9+J,10)-F(J)+H*DF(J)/3
1920 V(3*M-6+J,10)=V(3*M-6+J,10)+4*H*DF(J)/3
1930 NEXT J
1940 V(3*M-2,4)=V(3*M-2,4)-1\V(3*M-2,10)=F(1)+H*DF(1)/3
1950 V(3*M-1,5)=V(3*M-1,5)-1\V(3*M-1,10)=F(2)+H*DF(2)/3
1960 X=X(M)\TR=TR(M)\TC=TC(M)
1970 GOSUB 3300
1980 FOR J=1 TO 3
1990 V(3*M-2,J+6)=-2*H*JF(1,J)/3
2000 V(3*M-1,J+6)=-2*H*JF(2,J)/3
2010 V(3*M, J+6)=0
2020 FOR K=1 TO 3
2030 V(3*M-6+K, J+6)=-H*JF(K, J)/3
2040 V(3*M-3+K, J)=0
2050 NEXT K
2060 V(3*M-6+J,J+6)=V(3*M-6+J,J+6)+1
2070 V(3*M-3+J,J+6)=V(3*M-3+J,J+6)+1
2080 V(3*M~6+J,10)=V(3*M-6+J,10)-F(J)+H*DF(J)/3
2090 NEXT J
```

```
2100 V(3*M-2,10)=V(3*M-2,10)-F(1)+2*H*DF(1)/3
2110 V(3*M-1,10)=V(3*M-1,10)-F(2)+2*H*DF(2)/3
2120 V(3*M,10)=TCE-F(3)
2130 GOSUB 2630
2140 FOR I=1 TO M
2150 IV=V*(I-1)
2160 X(I) = X(I) + ALFA*R(IU+1)
2170 TR(I)=TR(I)+ALFA*R(IV+2)
2180 TC(I)=TC(I)+ALFA*R(IV+3)
2190 NEXT I
2200 FOR I=1 TO M
2210 IV=V*(I-1)
2220 IF ABS(R(IV+1)))G THEN 1120
2230 IF ABS(R(IV+2)))E THEN 1120
2240 IF ABS(R(IV+3)))E THEN 1120
2250 NEXT I
2260 X=X(1)\TR=TR(1)\TC=TC(1)\TPC=TC\TPR=TR
2270 GOSUB 3300\PSI(i)=PSI\UHI(i)=U/HI\U(i)=U
2280 DTRZ=DF(2)
2290 FOR I=1 TO 10
2300 L=1+I*MD/10
2310 X=X(L)\TR=TR(L)\TC=TC(L)
2320 TPC=TC+(TR-TC)*U/HOI\TPR=TPC+(TR-TC)*U/HP
2330 GOSUB 3300\PSI(I+i)=PSI\UHI(I+i)=U/HI\U(I+i)=U
2340 NEXT I
2350 DTRZZ=(35*TR(1)~104*TR(2)+114*TR(3)-56*TR(4)+11*TR(5))/(12*H
×Η)
2360 TRM=TR(1)\IRM=1
2370 TCM=TC(1)\ICM=1
2380 FOR I=1 TO M
2390 IF TRM(TR(I) THEN TRM=TR(I)\IRM=I
2400 IF TCM(TC(I) THEN TCM=TC(I)\ICM=I
2410 NEXT I
2420 PRINT \PRINT \PRINT
2430 PRINT 👘
                  Posicao Axial
                                   Conversao
                                               Temperatura do Reat
    Temperatura da Camisa'
or
2440 PRINT
                      L(m)
                                      X(%)
                                                        Tr(C)
             Tc(C)*
2450 FOR J≈0 TO 10
2460 K=1+J*MO/10
2470 X=X(K)\TR=TR(K)\TC=TC(K)\PSI=PSI(J+1)\UHI=UHI(J+1)\U=U(J+1)
2480 PRINT
                  *;\PRINT USING FMC,J*LR/1000;
2490 PRINT *
                ";\PRINT USING FMB,X*100;
2500 PRINT
                      $;\PRINT USING FMA,TR-273.15;
2510 PRINT '
                            >NPRINT USING FMA, TC-273.15
```

2520 NEXT J 2530 PRINT 2540 PRINT "TR Maxima = ";\PRINT USING FMA,TRM-273.15;\PRINT " C • ; 2550 PRINT " Posicao = ";\PRINT USING FMC,((IRM-1)/MO)\*LR/100;\PR INT m ; 2560 PRINT \* Conversao = \*;\PRINT USING FMB,X(IRM)\*100;\PRINT \* % 2570 PRINT 'TC Maxima = ";\PRINT USING FMA,TCM-273.15;\PRINT 'C • ; 2580 PRINT \* Posicao = \*;\PRINT USING FMC,((ICM-1)/MO)\*LR/100;\PR INT m ; 2590 PRINT \* Conversao = ';\PRINT USING FMB,X(ICM)\*100;\PRINT \* X 2600 PRINT "1# Derivada de TR na Entrada = ";\PRINT USING FMD,DTR Z:\PRINT \* CeÍsius/Comprimento Adimensional 2610 PRINT "2# Derivada de TR na Entrada = ";\PRINT USING FMD.DTR ZZ:\PRINT \* Celsius/Comprimento Adimensional\*\*2\* 2620 GOTO 5020 2630 REM 2640 REM "Sub-Rotina para a Resolucao do Sistema Matricial" 2650 REM 2660 FOR K=1 TO W 2670 KV=V\*(K-1) 2680 FOR L=1 TO V 2690 KM=KV+L 2700 MXM=ABS(V(KV+L,L)) 2710 FOR I=L+1 TO V\*(0+1) 2720 AUX=ABS(V(KV+1,L)) 2730 IF MXM(AUX THEN MXM=AUX\KM=KV+I 2740 NEXT I 2750 IF KM=KV+L THEN 2790 2760 FOR J=L TO 0V+1 2770 AUX=V(KM,J)\V(KM,J)=V(KV+L,J)\V(KV+L,J)=AUX 2780 NEXT J 2790 FOR I=L+1 TO V\*(0+1) 2800 IF V(KV+I.L)=0 THEN 2850 2810 QUD=V(KV+I,L)/V(KV+L,L) 2820 FOR J=L+1 TO OV+1 2830 V(KV+I,J)=V(KV+I,J)-QUO\*V(KV+L,J) 2840 NEXT J 2850 NEXT INNEXT L 2860 FOR I=V+1 TO V\*(0+1) 2870 FOR J=1 TO 2\*V\*0 2880 V(KV+I,J) = V(KV+I,J+V)

.. .

```
2890 NEXT J
2900 FOR J=1 TO V
2910 V(KV+1,2*V*0+J)=0
2920 NEXT JUNEXT INNEXT K
2930 FOR K=1 TO OV-1
2940 KM≕WV+K
2950 MXM = ABS(V(WV+K,K))
2960 FOR I=K+1 TO OV
2970 AUX=ABS(V(WV+I,K))
2980 IF MXM(AUX THEN MXM=AUX\KM=WV+I
2990 NEXT I
3000 IF KM=WV+K THEN 3040
3010 FOR J=K TO DV+1
3020 AUX=V(KM,J)\V(KM,J)=V(WV+K,J)\V(WV+K,J)≈AUX
3030 NEXT J
3040 FOR I=K+1 TO OV
3050 IF V(WV+1,K)=0 THEN 3110
3060 QUD=V(WV+I,K)/V(WV+K,K)
3070 V(WV+I,K)=0
3080 FOR J=K+1 TO DV+1
3090 V(WV+I,J)=V(WV+I,J)-QUO*V(WV+K,J)
3100 NEXT J
3110 NEXT INNEXT K
3120 R(V*M)=V(V*M, OV+1)/V(V*M, OV)
3130 FOR I=OV-1 TO 1 STEP -1
3140 SOM=0
3150 FOR J=I+1 TO OV
3160 SOM=SOM+V(WV+I,J)*R(WV+J)
3170 NEXT J
3180 R(WV+I)=(V(WV+I,OV+1)-SOM)/V(WV+I,I)
3190 NEXT I
3200 FOR K=W TO 1 STEP -1
3210 KV=V*(K-1)
3220 FOR I=V TO 1 STEP -1
3230 SOM=0
3240 FOR J=I+1 TO OV
3250 SOM=SOM+V(KV+I,J)*R(KV+J)
3260 NEXT J
3270 R(KV+I)=(V(KV+I,OV+1)-SOM)/V(KV+I,I)
3280 NEXT INNEXT K
3290 RETURN
3300 REM
3310 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Derivadas"
3320 REM
3330 GOSUB 3420\GOSUB 3760\GOSUB 4540
```

```
3340 F(1) = X \setminus F(2) = TR \setminus F(3) = TC
3350 DF(1)=A(1)*RA
3360 DF(2)=A(2)*RA-A(3)*(TR-TC)
3370 DF(3)=-A(4)*(TR-TC)
3380 JF(1,1)=A(1)*RAX\JF(1,2)=A(1)*RAT\JF(1,3)=0
3390 JF(2,1)=A(2)*RAX\JF(2,2)=A(2)*RAT-A(3)\JF(2,3)=A(3)
3400 JF(3,1)=0\JF(3,2)=-A(4)\JF(3,3)=A(4)
3410 RETURN
3420 REM
3430 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Taxas de Reacao"
3440 REM
3450 T=TR\P=PR
3460 IF ABS(X)(=1E-8 THEN PSI=1-A*X/2\GOTO 3500
3470 IF X=1 THEN PSI=0\FI=-1E9\GOTO 3520
3480 IF A=1 THEN PSI=-(1-X)*LOG(1-X)/XNGOTO 3500
3490 PSI=((i-X)**A-(i-X))/(X*(i-A))
3500 DFI=(1-X)-A*X*PSI
3510 FI=DFI/(1-X)
3520 GM=1+RM+X-X*PSI/2
3530 Y(1)=(1-X)/GM
3540 Y(2)=(0.21*RM+3*X+2.5*X*PSI)/GM
3550 Y(3)=0.79*RM/GM
3560 Y(4)=X*PSI/GM
3570 Y(5)=2*X*(1-PSI)/GM
3580 Y(6)=(3*X-2*X*PSI)/GM
3590 IF (Y(1)=0 OR Y(2)(=0) THEN RA=0\RAT=0\RAX=0\RETURN
3600 FOR J=1 TD 5
3610 K(J)=EXP(LOG(B(J))+E(J)/(R*T))
3620 NEXT J
3630 FOR J=1 TO 6
3640 P(J)=P*Y(J)
3650 NEXT J
3660 FA=2*K(2)*P(2)+K(3)*K(4)*P(4)*P(6)+(1+K(3)*P(4))*(K(1)*P(1)+
5*K(5)*P(4))
3670 FT=2*K(2)*P(2)*E(2)+K(3)*K(4)*P(4)*P(6)*(E(3)+E(4))+K(3)*P(4
)*(K(1)*P(1)+5*K(5)*P(4))*E(3)
3680 FT=FT+(1+K(3)*P(4))*(K(1)*P(1)*E(1)+5*K(5)*P(4)*E(5))
3690 FX=2*K(2)*(P(2)*(1-X-DFI/2)+P*(2.5*DFI-3*(1-X)))+K(3)*K(4)*P
*(P(6)*DFI+P(4)*(3*(1-X)-2*DFI))
3700 FX=FX+(K(1)*P(1)+5*K(5)*P(4))*(1-X-DFI/2+K(3)*P*DFI)+(1+K(3)
*P(4))*(5*K(5)*P*DFI-K(1)*P*(1-X))
3710 RA=2*K(1)*K(2)*P(1)*P(2)/FA
3720 RAT=RA*(-(E(1)+E(2))+FT/FA)/(R*T*T)
3730 RAX=2*K(1)*K(2)*(P*(2.5*DFI-3*(1-X))/GM-P(2)*(1+FX/(GM*FA)))
*P/(GM*FA)
```

3740 RA=5\*RA/36000\RAT=5\*RAT/36000\RAX=5\*RAX/36000 3750 RETURN 3760 REM 3770 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Propriedades Fisicas" 3780 REM 3790 REM "Fluido de Troca Termica : SYLTHERM-800" 3800 REM 3810 T=TC 3820 MIC=EXP(-6.59078+(4.76969E3+(-9.96854E5+1.07523E8/T)/T)/M IC=0.01\*MIC 3830 CPC= 1607.4+1.5184\*(T-273.15)\CPC=CPC/4186 3840 KTC=0.13943-1.5666E-4\*(T-273.15)\KTC=0.01\*KTC/4.186 3850 REM 3860 REM "Composto N#1 : Etanol - CH3CH2OH" 3870 REM "Composto N#2 : Oxigenio - 02" 3880 REM-"Composto N#3 : Nitrogenio - N2" 3890 REM "Composto N#4 : Acetaldeido - CH3CHO" 3900 REM "Composto N#5 : Dioxido de Carbono - CO2" 3910 REM "Composto N#6 : Agua - H20" 3920 REM 3930 T=TR 3940 FOR J=1 TO 6 3950 CP(J)=CPA(4, J) 3960 FOR K=3 TO 1 STEP -1 3970 CP(J)=CP(J)\*T+CPA(K,J) 3980 NEXT K\NEXT J 3990 FOR J=1 TO 6 4000 TV=T/EP(J) 4010 DMV=1.16145/(TV\*\*(0.14874))+0.52487/EXP(0.77320\*TV)+2.16178/ EXP(2,43787\*TV) 4020 DMV=0MV+0.2\*DL(J)\*\*2/TV 4030 MI(J)=2.669E-5\*SQR(MM(J)\*T)/(OMV\*SG(J)\*\*2) 4040 KT(J)=MI(J)\*(CP(J)+1.25\*R)/MM(J) 4050 NEXT J 4060 MMR=0\CPR=0 4070 FOR J=1 TO 6 4080 MMR=MMR+Y(J)\*MM(J) 4090 CPR=CPR+Y(J)\*CP(J) 4100 NEXT J 4110 CPR=CPR/MMR 4120 MIR=0 4130 FOR J=1 TO 6 4140 SOM=0 4150 FOR K=1 TO 6 4160 IF J=K THEN FJK=1\GOTO 4250

```
4170 MJK=MM(J)/MM(K)
4180 WJK=SQR(SQR(4/((1+1/MJK)*(1+MJK))))
4190 TVJ=T/EP(J)
4200 TVK=T/EP(K)
4210 IF (DL(J)(0.1 AND DL(K)(0.1) THEN SJK=1\60T0 4230
4220 SJK=(1+SQR(TVJ*TVK)+DE(J)*DE(K)/4)/(SQR(1+TVJ+DE(J)**2/4)*SQ
R(1+TVK+DL(K)**2/4))
4230 AJK=WJK*(1+(MJK-MJK**0.45)/(2*(1+MJK)+(1+MJK**0.45)/((1+WJK)
*SQR(WJK)))/SQR(MJK)
4240 FJK=SQR(MI(J)/MI(K))*SJK*AJK
4250 SOM=SOM+Y(K)*FJK
4260 NEXT K
4270 MIR=MIR+Y(J)*MI(J)/SOM
4280 NEXT J
4290 KTR=0
4300 FOR J=1 TO 6
4310 SOM=0
4320 FOR K=1 TO 6
4330 IF J=K THEN AJK=1\GOTO 4400
4340 SJ=1.5*TB(J)
4350 SK=1.5*TB(K)
4360 CS=1
4370 IF (DL(J))0.1 OR DL(K))0.1) THEN CS=0.733
4380 SJK=CS*SQR(SJ*SK)
4390 AJK=(1+SQR((MI(J)/MI(K))*(MM(K)/MM(J))**(3/4)*((T+SJ)/(T+SK)
>>>**2*(T+SJK)/(4*(T+SJ))
4400 SOM=SOM+Y(K) *AJK
4410 NEXT K
4420 KTR=KTR+Y(J)*KT(J)/SOM
4430 NEXT J
4440 REM
4450 REM "Reacao N#1 : Dxidacao de Etanol a Acetaldeido"
4460 REM "Reacao N#2 : Oxidacao de Etanol a Dioxido de Carbono"
4470 REM
4480 FOR J=1 TO 2
4490 DHR(J)=DHRD(J)
4500 FOR K=1 TO 4
4510 DHR(J)=DHR(J)+DCP(K,J)*(T**K-T0**K)/K
4520 NEXT KINEXT J
4530 RETURN
4540 REM
4550 REM "Sub-Rotina para o Calculo dos Parametros das Equacoes D
iferenciais"
4560 REM
4570 RER=DPV*GR/MIR
```

4580 REM IF (TC)TR AND (DPV/DI))0.35) THEN NUR=0.125\*(DI/DPV)\*(RE R\*\*0.75)\GOTO 4610 4590 REM IF TC>TR THEN NUR=0.813\*(RER\*\*0.90)\*EXP(-6\*DPV/DI)\GOTO 4610 4600 NUR=3.50\*(RER\*\*0.7)\*EXP(-4.6\*DPV/DI) 4610 HI=NUR\*KTR/DI 4620 REC=DE\*GC/MIC\PRC=CPC\*MIC/KTC 4630 IF REC(2000 THEN NUA=(REC\*\*0.22)\*(PRC\*\*(1/3))\GOTO 4660 4640 IF REC)20000 THEN NUA=0.023\*(REC\*\*0.8)\*(PRC\*\*(1/3))\GDTD 466 Ъ 4650 NUA=REC\*(PRC\*\*(1/3))\*(((REC\*\*(-9.36))+((REC\*\*1.6)/(7.831E-14 )+(1.969E6/REC)\*\*8)\*\*(-1.5))\*\*(1/12)) 4660 TPC0=TPC\TPR0=TPR 4670 T=TPC\MIP=EXP(-6.59078+(4.76969E3+(-9.96854E5+1.07523E8/T)/T )/T)\MIP=0.01\*MIP 4680 NUC=NUA\*((MIC/MIP)\*\*0.14) 4690 HO=NUC\*KTC/DE\HOI=HO\*DO/DI 4700 IF TPC=TPR THEN KTP=1.4031\*(TPR\*\*0.410266)\KTP=0.01\*KTP/4.18 6\GOTO 4720 4710 KTP=1.4031\*(TPR\*\*1.410266-TPC\*\*1.410266)/(1.410266\*(TPR-TPC) )\KTP=0.01\*KTP/4.186 4720 HP=2\*KTP/(DI\*LOG(D0/DI)) 4730 U=i/(i/HI+i/HP+i/HOI) 4740 TPC=TC+(TR-TC)\*U/HDI\TPR=TPC+(TR-TC)\*U/HP 4750 IF (ABS(TPC-TPC0))E OR ABS(TPR-TPR0))E) THEN 4660 4760 A(1)=RP\*(1-EL)\*LR\*MME\*(1+RM)/GR 4770 A(2)=(FI\*(-DHR(1))+(1-FI)\*(-DHR(2)))\*RP\*(1-EL)\*LR/(GR\*CPR) 4780 A(3)=4\*LR\*U/(GR\*CPR\*DI) 4790 A(4)=4\*LR\*DI\*U/(GC\*CPC\*DE\*D0) 4800 RETURN 4810 REM 4820 REM "Sub-Rotina para Protecao Contra Erros" 4830 REM 4840 DTRZ=0\DTRZZ=0 4850 TRM=TRE\IRM=1 4860 TCM=TCE\ICM=M 4870 FOR K=1 TO 11 4880 UHI(K)=0\U(K)=0 4890 NEXT K 4900 IF GALHD=1 THEN 4960 4910 FOR K=1 TO 11 4920 L=1+(K-1)\*M0/10 4930 X(L)=1\TR(L)=3000\TC(L)=673.15\PSI(K)=0 4940 NEXT K 4950 GOTO 5000

```
4960 FOR K=1 TO 11
4970 L=1+(K-1)*MO/10
4980 X(L)=0\TR(L)=200\TC(L)=233.15\PSI(K)=1
4990 NEXT K
5000 X(1)=XE\TR(1)=TRE\TC(M)=TCE\PSI(1)=1
5010 RETURN
5020 END
```

Apêndice C

Programa de Simulação de Reatores — Modelo Heterogêneo sem Dispersão Axial

"Programa para Calculo de Reatores/Trocadores de Calor" 128 REM "Programa N#8-8" 120 REM 130 REM 140 REM "Regime Permanente - Sistema Unidimensional (Axial) - Esc oamento Empistonado" 150 REM 160 REM "Modelo de Reator Heterogeneo - Metodo dos Elementos Fini tos' 170 REM 180 REM "Trocador-Reator Carcaca-Tubo (Cilindrico) - Contra-Corre nte - Passo Triangular" 190 REM 200 REM "Modelo para Oxidacao de Etanol a Acetaldeido - Catalisad or de Cobre Oxidado' 210 REM 220 REM "Particulas de Catalisador de Formato Cilindrico Equilate ro' 230 REM 240 OPTION TYPE=REAL, SIZE=REAL DOUBLE 250 OPEN "HETERO.DAT" FOR OUTPUT AS FILE #1%, ORGANIZATION SEQUENT IAL, RECORDSIZE 132 270 DECLARE STRING CONSTANT FMB="############# 300 DIMENSION X(1001), TR(1001), TC(1001), TS(1001), YP(6,1001) 310 DIMENSION V(10010,31),R(10010) 320 DIMENSION PSI(11), UHI(11), U(11) 330 DIMENSION A(11), F(10), EF(10), JF(10,10) 340 DIMENSION B(5),E(5),K(5),P(6),Y(6),YS(6) 350 DIMENSION CD(6),RAY(6),YX(6),FIY(6),CDY(6,6),SCDY(6) 360 DIMENSION SG(6), EP(6), DL(6), TB(6), CPA(4,6) 370 DIMENSION MM(6), CP(6), MI(6), KT(6), DF(6,6) 380 DIMENSION DFR(6), KY(6) 390 DIMENSION DHR0(2), DHR(2), DCP(4,2) 400 INPUT "Diametro Interno dos Tubos (cm) = ";DI 410 INPUT "Diametro Externo dos Tubos (cm) = ";D0 420 INPUT "Numero de Tubos do Reator = ";N 430 INPUT "Diametro da Carcaca do Trocador (cm) = ";DC 440 INPUT "Comprimento do Reator Tubular (m) = ";LR 450 INPUT "Diametro das Particulas de Catalisador (mm) = ";DP 460 INPUT "Massa Específica das Particulas de Catalisador (g/cm3) = ;RP 470 INPUT "Porosidade do Leito = ";EL

480 INPUT Temperatura de Entrada dos Reagentes (C) = ";TRE 490 INPUT 'Tempera ura de Entrada do Refrigerante (C) = ";TCE 500 INPUT "Pressao de Operacao (atm) = ";PR 510 INPUT 'Vazao Volumetrica dos Reagentes (Nm3/h) = ';QR 520 INPUT 'Vazao Volumetrica do Refrigerante (m3/h) = ';QC 530 INPUT Razao Molar Ar/Etanol na Entrada = ;RM 540 INPUT "Numero de Intervalos p/ o Calculo = ";MO 550 PRINT #17/PRINT #17/PRINT #17/PRINT #17/PRINT #17 560 PRINT #1%, " Programa para Calculo de Reatores/Trocadores de C alor - Modelo Heterogeneo - N#2" 570 PRINT #1%\PRINT #1% 580 PRINT #1%\PRINT #1%, Dados Geometricos do Reator/Trocador \PR INT #1% 590 PRINT #1%, "Diametro Interno dos Tubos = ";DI;" cm" 600 PRINT #1%, Diametro Externo dos Tubos = ";D0;" cm" 610 PRINT #1%, Numéro de Tubos do Reator = ";N A20 PRINT #1%, Diametro Minimo da Carcaca do Trocador = ";SQR(12\* N-3)\*D0/3; cm 630 PRINT #1%, Diametro Maximo da Carcaca do Trocador = \*:3\*SQR(2 \*SOR(3)\*N/PI)\*D0; cm 640 PRINT #1%, Diametro da Carcaca do Trocador = ";DC;" cm" 650 MXM=(LC\*DC-0\*DO\*DO)/(N\*DO)/IF MXM(DI THEN MXM=DI 360 PRINT #1%,"Comprimento Minimo do Reator Tubular = ":MXM\*60/10 Ø; n: 670 PRINT #1%, "Compriments do Reator Tubular = ";LR;" m" A80 PRINT #17, Diametro Minimo das Partículas de Catalisador = 🥻 0.5\*DI/((3/2)\*\*(1/3)); mm° 690 PRINT #1%, "Diametro Maximo das Particulas de Catalisador = "; 6\*DI/((3/2)\*\*(1/3)); mm\* 700 PRINT #1%, Diametro das Particulas de Catalisador = ";DP;" mm 710 PRINT #1%, "Massa Especifica das Particulas de Catalisador = " ;RP;" g√cm3" 720 PRI T #1%, "Porosidade Minima do Leito = ";1-PI\*SQR(3)/6 730 PRINT #1%, Porosida as Maxima do Laito = ';1-PI\*SQR(3)/18 740 PRINT #1%, Porosidade do Leito = ';EL 750 PRINT #1%\PRINT #1%, Dados de Operacao do Reator/Trocador \PR INT #1% 760 PRINT #1%, Temperatura de Entrada dos Reagentes = ";TRE;" C" 770 F INT #1%, Temperatura de Entrada do Refrigerante = ";TCE;" C 780 PRINT #1%, Pressao de Operacao = ";PR;" atm" 790 PRINT #1%, Vazao Volumetrica Minima dos Reagentes = ";0.064\*N \*DI\*\*2/DP; Nm3/h 800 PRINT #1%, Vazao Volumetrica Maxima dos Reagentes = `;6.14\*N\*

```
DI**2/DP; Nm3/h*
810 PRINT #1%, Vazao Volumetrica dos Reagentes = ";QR;" Nm3/h"
820 PRINT #1%, "Vazao Volumetrica do Refrigerante = ";QC;" m3/h"
830 PRINT #1%, Razao Molar Ar/Etanol na Entrada = ";RM
840 PRINT #1%\PRINT #1%, Numero de Intervalos p/ o Calculo = ";MO
850 REM
860 0=i\VD=3\VE=7
870 V=VD+VE\M=MO+1\W=MO-2*0
880 OV=V*(2*0+1)\WV=V*W
890 REM
900 R=1.987\T0=298.15\MMC=360
910 B(1)=8.727E12\B(2)=4.537E4\B(3)=2.74\B(4)=2.504E3\B(5)=1.221E
12
920 E(1)=-37361\E(2)=-15692\E(3)=3762\E(4)=-7140\E(5)=E(1)
930 MM(1)=46.069\MM(2)=31.999\MM(3)=28.013\MM(4)=44.054\MM(5)=44.
010\MM(6)=18.015
940 SG(1)=4.31\SG(2)=3.467\SG(3)=3.798\SG(4)=3.728\SG(5)=3.941\SG
(6) = 2.52
950 EP(1)=431\EP(2)=106.7\EP(3)=71.4\EP(4)=592.3\EP(5)=195.2\EP(6
)=775
960 DL(1)=0.3\DL(2)=0\DL(3)=0\DL(4)=0.74\DL(5)=0\DL(6)=1.0
970 TB(1)=351.5\TB(2)=90.2\TB(3)=77.4\TB(4)=293.6\TB(5)=194.7\TB(
6) = 373.2
980 CPA(1,1)=2.153\CPA(2,1)=5.113E-2\CPA(3,1)=-2.004E-5\CPA(4,1)=
3.28E-10
990 CPA(1,2)=6.713\CPA(2,2)=-8.79E-7\CPA(3,2)=4.17E-6\CPA(4,2)=-2
-544E-9
1000 CPA(1,3)=7.44\CPA(2,3)=-3.24E-3\CPA(3,3)=6.4E-6\CPA(4,3)=-2.
79E-9
1010 CPA(1,4)=1.843\CPA(2,4)=4.353E-2\CPA(3,4)=-2.404E-5\CPA(4,4)
=5.685E-9
1020 CPA(1,5)=4.728\CPA(2,5)=1.754E-2\CPA(3,5)=-1.338E-5\CPA(4,5)
=4.097E-9
1030 CPA(1,6)=7.701\CPA(2,6)=4.595E-4\CPA(3,6)=2.521E-6\CPA(4,6)=
-8.59E-10
1040 DHRO(1)=-45287.9\DHRO(2)=-309267.7
1050 FOR I=1 TO 4
1060 DCP(I,1)=CPA(I,6)+CPA(I,4)-0.5*CPA(I,2)-CPA(I,1)
1070 DCP(I.2)=3*CPA(I.6)+2*CPA(I.5)-3*CPA(I.2)-CPA(I.1)
1080 NEXT I
1090 REM
1100 MME=(MM(1)+RM*(0.21*MM(2)+0.79*MM(3)))/(1+RM)
1110 LR=LR*100
1120 DP=DP/10
1130 DE=(DC*DC-N*D0*D0)/(N*D0)
```

```
1140 DPA=SQR(1.5)*DP
1150 DPV=((1.5)**(1/3))*DP
1160 SE=6/(RP*DP)
1170 ST=SE
1180 A=B(5)/B(1)
1190 TRE=TRE+273.15
1200 TCE=TCE+273.15
1210 T=273.15\P=1\MMR=MME\ROR=P*MMR/(82.05*T)
1220 T=TCE-273.15\ROC=0.95729-9.0194E-4*T
1230 WR=QR*ROR*1000/3.6
1240 WC=QC*ROC*1000/3.6
1250 GR=4*WR/(PI*N*DI*DI)
1260 GC=4*WC/(PI*(DC*DC-N*D0*D0))
1270 REM
1280 ALFA=1
1290 XE=0\H=1/MO\E=0.001\G=0.00001\GALH0=0
1300 FOR I=1 TO M
1310 X(I)=XENTR(I)=(TRE+TCE)/2NTC(I)=(TRE+TCE)/2NTS(I)=(TRE+TCE)/
2
1320 YP(1,I)=1/(1+RM)\YP(2,I)=0.21*RM/(1+RM)\YP(3,I)=0.79*RM/(1+R
M)
1330 YP(4, I) = 0 \setminus YP(5, I) = 0 \setminus YP(6, I) = 0
1340 NEXT I
1350 TR(1)=TRENTC(M)=TCENTS(1)=TRE
1360 REM
1370 FOR I=1 TO V*M
1380 FOR J=1 TO OV+1
1390 V(I,J)=0
1400 NEXT J
1410 R(1)=0
1420 NEXT I
1430 FOR I=1 TO M
1440 IF GALHO(>0 THEN 1490
1450 X=X(I)\TR=TR(I)\TC=TC(I)\TS=TS(I)
1460 IF (TS(213.15 OR TR(213.15 OR TC(233.15) THEN GALHD=1\GOTO 1
490
1470 IF (TS)1523.15 OR TR)1523.15 OR TC)673.15) THEN GALHO=2\GOTO
1490
1480 IF X)1 THEN X(I)=1
1490 NEXT I
1500 IF GALHO=0 THEN 1540
1510 IF ALFA>=0.5 THEN ALFA=0.5*ALFA\GOTO 1290
1520 GOSUB 7260\GOTO 3700
1530 REM
1540 X=X(1)\TR=TR(1)\TC=TC(1)\TS=TS(1)\TPC=TC\TPR=TR
```

1550 FOR J=1 TO 6 1560 YS(J)=YP(J,1) 1570 NEXT J 1580 GOSUB 4690 1590 FOR J=1 TO V 1600 V(1,J)=0 1610 V(2,J)=0 1620 V(3,J)=-2\*H\*JF(3,J)/3 1630 FOR K=1 TO VE  $1640 \quad \forall (K+VD, J) = -JF(K+VD, J)$ 1650 NEXT K 1660 FOR K=1 TO VD 1670 V(K,J+2\*V)=0 1680 V(K+V,J) = -H\*JF(K,J)/31690 NEXT K 1700 FOR K=1 TO VE 1710 V(K+VD, J+2\*V)=0 1720 V(K+VD+V,J)=0 1730 NEXT K 1740 NEXT J 1750 FOR K=1 TO VD 1760 V(K,K)=V(K,K)-1 1770 V(K+V,K)=V(K+V,K)-1 1780 V(K+V, 0V+1)=F(K)+H\*EF(K)/3 1790 NEXT K 1800 V(1,0V+1)=F(1)-XE 1810 V(2,0V+1)=F(2)-TRE 1820 V(3,0V+1)=F(3)+2\*H\*EF(3)/3 1830 FOR K=1 TO VE 1840 V(K+VD,OV+1)=EF(K+VD) 1850 NEXT K 1860 REM 1870 X=X(2)\TR=TR(2)\TC=TC(2)\TS=TS(2) 1880 FOR J=1 TO 6 1890 YS(J) = YP(J,2)1900 NEXT J 1910 GOSUB 4690 1920 FOR J=1 TO V 1930 V(1.J+V)=0 1940 V(2, J+V) = 01950 V(3,J+V)=-H\*JF(3,J)/3 1960 FOR K=1 TO VE 1970 V(K+VD.J+V)=0 1980 NEXT K 1990 FOR K=1 TO VD

```
2000 V(K+V, J+V) = -4 \times H \times JF(K, J)/3
2010 V(K+2*V, J) = -H*JF(K, J)/3
2020 NEXT K
2030 FOR K=1 TO VE
2040 V(K+VD+V, J+V) = -JF(K+VD, J)
2680 V(K+VD+2×V,J)=0
2030 NEXT K
2070 NEXT J
2080 FOR K=1 TO VD
2090 V(K+2*V,K)=V(K+2*V,K)-1
2100 V(K+V, 0V+1) = V(K+V, 0V+1) + 4 \times H \times EF(K) / 3
2110 V(K+2*V.OV+1)=F(K)+H*EF(K)/3
2120 NEXT K
2130 FOR K=1 TO VE
2140 V(K+VD+V,OV+1)=EF(K+VD)
2150 NEXT K
2160 V(3, V+3) = V(3, V+3) + 1
2170 V(3,0V+1)=V(3,0V+1)-F(3)+H*EF(3)/3
2180 REM
2190 FOR I=3 TO M-2
2200 X=X(I)\TR=TR(I)\TC=TC(I)\TS=TS(I)
2210 FOR J=1 TO 6
2220 YS(J)=YP(J,I)
2230 NEXT J
2240 GOSUB 4690
2250 IV=V*(I-1)
2260 FOR J=1 TO V
2270 FOR K=1 TO VD
2280 V(IV+K-V,J+2*V)=-H*JF(K,J)/3
2290 V(IV+K, J+V) = -4 \times H \times JF(K, J)/3
2300 V(IV+K+V,J)=-H*JF(K,J)/3
2310 NEXT K
2320 FOR K=1 TO VE
2330 V(IV+K+VD-V, J+2*V)=0
2340 V(IV+K+VD, J+V) = -JF(K+VD, J)
2350 V(IV+K+VD+V,J)=0
2360 NEXT K
2370 NEXT J
2380 FOR K=1 TO VD
2390 V(IV+K-V,K+2*V)=V(IV+K-V,K+2*V)+1
2400 V(IV+K+V,K)=V(IV+K+V,K)-1
2410 V(IV+K-V,OV+1)=V(IV+K-V,OV+1)-F(K)+H*EF(K)/3
2420 V(IV+K, OV+1)=V(IV+K, OV+1)+4*H*EF(K)/3
2430 V(IV+K+V,OV+1)=F(K)+H*EF(K)/3
2440 NEXT K
```

```
2450 FOR K=1 TO VE
2460 V(IV+K+VD, OV+1)=EF(K+VD)
2470 NEXT K
2480 NEXT I
2490 REM
2500 X=X(M-1)\TR=TR(M-1)\TC=TC(M-1)\TS=TS(M-1)
2510 FOR J≖1 TÖ 6
2520 YS(J)=YP(J,M-1)
2530 NEXT J
2540 GOSUB 4690
2550 FOR J=1 TO V
2560 V(V*(M-1)+1,J+V)=-H*JF(1,J)/3
2570 V(V*(M-1)+2,J+V)=-H*JF(2,J)/3
2580 V(V*(M-1)+3,J+V)=0
2590 FOR K=1 TO VE
2600 V(V*(M-1)+K+VD, J+V)=0
2610 NEXT K
2620 FOR K=1 TO VD
2630 V(V*(M-3)+K,J+2*V)=-H*JF(K,J)/3
2640 V(V*(M-2)+K,J+V)=-4*H*JF(K,J)/3
2650 NEXT K
2660 FOR K=1 TO VE
2670 V(V*(M-3)+K+VD, J+2*V)=0
2680 V(V*(M-2)+K+VD,J+V)=-JF(K+VD,J)
2690 NEXT K
2700 NEXT J
2710 FOR K=1 TO VD
2720 V(V*(M-3)+K,K+2*V)=V(V*(M-3)+K,K+2*V)+1
2730 V(V*(M-3)+K,OV+1)=V(V*(M-3)+K,OV+1)-F(K)+H*EF(K)/3
2740 V(V*(M-2)+K, OV+1)=V(V*(M-2)+K, OV+1)+4*H*EF(K)/3
2750 NEXT K
2760 FOR K=1 TO VE
2770 V(V*(M-2)+K+VD,OV+1)=EF(K+VD)
2780 NEXT K
2790 V(V*(M-1)+1,V+1)=V(V*(M-1)+1,V+1)-1
2800 V(V*(M-1)+2,V+2)=V(V*(M-1)+2,V+2)-1
2810 V(V*(M-1)+1, OV+1)=F(1)+H*EF(1)/3
2820 V(V*(M-1)+2,0V+1)=F(2)+H*EF(2)/3
2830 REM
2840 X=X(M)\TR=TR(M)\TC=TC(M)\TS=TS(M)
2850 FOR J=1 TO 6
2860 YS(J)=YP(J,M)
2870 NEXT J
2880 GOSUB 4690
2890 FOR J=1 TO V
```

```
2900 V(V*(M-1)+1,J+2*V)=-2*H*JF(1.J)/3
2910 \ U(V*(M-1)+2.J+2*V) = -2*H*JF(2,J)/3
2920 V(V*(M-1)+3,J+2*V)=0
2930 FOR K=1 TO VE
2940 V(V*(M-1)+K+VD, J+2*V) = -JF(K+VD, J)
2950 NEXT K
2960 FOR K=1 TO VD
2970 V(V*(M-2)+K,J+2*V)=-H*JF(K,J)/3
2980 V(V*(M-1)+K,J)=0
2990 NEXT K
3000 FOR K=1 TO VE
3010 V(V*(M-2)+K+VD, J+2*V)=0
3020 V(V*(M-1)+K+VD,J)=0
3030 NEXT K
3040 NEXT J
3050 FOR K=1 TO VD
3060 V(V*(M-2)+K.K+2*V)=V(V*(M-2)+K.K+2*V)+1
3070 V(V*(M-1)+K,K+2*V)=V(V*(M-1)+K,K+2*V)+1
3080 V(V*(M-2)+K,OV+1)=V(V*(M-2)+K,OV+1)-F(K)+H*EF(K)/3
3090 NEXT K
3100 V(V*(M-1)+1, DV+1)=V(V*(M-1)+1, DV+1)-F(1)+2*H*EF(1)/3
3110 V(V*(M-1)+2,0V+1)=V(V*(M-1)+2,0V+1)-F(2)+2*H*EF(2)/3
3120 V(V*(M-1)+3, OV+1) = TCE - F(3)
3130 FOR K=1 TO VE
3140 V(V*(M-1)+K+VD,OV+1)=EF(K+VD)
3150 NEXT K
3160 REM
3170 GOSUB 4020
3180 FOR I=1 TO M
3190 IV=V*(I-1)
3200 X(I)=X(I)+ALFA*R(IV+1)
3210 TR(I)=TR(I)+ALFA*R(IV+2)
3220 TC(I)=TC(I)+ALFA*R(IV+3)
3230 TS(I)=TS(I)+ALFA*R(IV+4)
3240 SOM=0
3250 FOR J=1 TO 6
3260 IF R(IV+J+4)<(-(YP(J,I)+G)/ALFA) THEN R(IV+J+4)=(-(YP(J,I)+G
)/ALFA)
3270 YP(J,I)=YP(J,I)+ALFA*R(IV+J+4)
3280 SOM=SOM+YP(J,I)
3290 NEXT J
3300 FOR J=1 TO 6
3310 YP(J,I)=YP(J,I)/SOM
3320 NEXT J
3330 NEXT I
```

```
3340 FOR I=1 TO M
3350 IV=V*(I-1)
3360 IF ABS(R(IV+1)))G THEN 1370
3370 IF ABS(R(IV+2)))E THEN 1370
3380 IF ABS(R(IV+3)))E THEN 1370
3390 IF ABS(R(IV+4)))E THEN 1370
3400 REM FOR J=1 TO 6
3410 REM IF ABS(R(IV+J+4)))G THEN 1370
3420 REM NEXT J
3430 NEXT I
2440 REM
3450 X=X(1)\TR=TR(1)\TC=TC(1)\TS=TS(1)\TPC=TC\TPR=TR
3460 FOR J=1 TO 6
3470 YS(J) = YP(J, 1)
3480 NEXT J
3490 GOSUB 4690\PSI(1)=PSI\UHI(1)=U/HI\U(1)=U
3500 FOR I=1 TO 10
3510 L=1+I*M0/10
3520 X=X(L) \TR=TR(L) \TC=TC(L) \TS=TS(L)
3530 FOR J=1 TO 6
3540 YS(J)=YP(J,L)
3550 NEXT J
3560 TPC=TC+(TR-TC)*U/HOI\TPR=TPC+(TR-TC)*U/HP
3570 GDSUB 4690\PSI(I+1)=PSI\UHI(I+1)=U/HI\U(I+1)=U
3580 NEXT I
3590 DTSZ=(-25*TS(1)+48*TS(2)-36*TS(3)+16*TS(4)-3*TS(5))/(12*H)
3600 DTS77=(35*TS(1)~104*TS(2)+114*TS(3)-56*TS(4)+11*TS(5))/(12*H
×H)
3610 TRM=TR(1)\IRM=1
3620 TCM=TC(1)\ICM=1
3630 TSM=TS(1)\ISM=1
3640 FOR I=1 TO M
3650 IF TRM(TR(I) THEN TRM=TR(I)\IRM=I
3660 IF TCM(TC(I) THEN TCM=TC(I)\ICM=I
3670 IF TSM(TS(I) THEN TSM=TS(I)\ISM=I
3680 NEXT I
3690 REM
3700 PRINT #1%\PRINT #1%\PRINT #1%
3710 PRINT #1%.
                Posicao Axial
                                     Conversao
                                                 Selet. Acetal.
Temper. Catalisador
                       •;
3720 PRINT #1%, Temper. Reator Temper. Camisa Coef.Glob.Troca
Termica'
3730 PRINT #1%,
                          L(m)
                                       X(%)
                                                      Psi(%)
                       • :
        Ts(C)
3740 PRINT #1%."
                                     Tc(C)
                    Tr(C)
                                                         U(Kcal/h.
```

175

m2)\* 3750 FOR J=0 TO 10 3760 K=i+J\*M0/10 3770 X=X(K)\TR=TR(K)\TC=TC(K)\TS=TS(K)\PSI=PSI(J+1)\UHI=UHI(J+1)\ U=U(J+1)3780 PRINT #1%, `;\PRINT #1% USING FMC, J\*LR/1000; 3790 PRINT #1%, ";\PRINT #1% USING FMB,X\*100; 3800 PRINT #17, ;\PRINT #1% USING FMB,PSI\*100; 3810 PRINT #1%, //PRINT #1% USING FMA,TS-273.15; 3820 PRINT #1%, ";\PRINT #1% USING FMA, TR-273.15; 3830 PRINT #1%," 3840 PRINT #1%," `;\PRINT #1% USING FMA,TC-273.15; ;\PRINT #1% USING FMA,U\*36000 3850 NEXT J 3860 PRINT #1% 3870 PRINT #12, TS Maxima = ";\PRINT #1% USING FMA,TSM-273.15;\PR INT #17, C ; 3880 PRINT #17, Posicao = ";\PRINT #17 USING FMC,((ISM-1)/MD)\*LR /100;\PRINT #1%, m ; 3890 PRINT #1%, Conversao = ;\PRINT #1% USING FMB,X(ISM)\*100;\P RINT #17, 7 3900 PRINT #1%, TR Maxima = ;\PRINT #1% USING FMA,TRM-273.15;\PR INT #1%, C ; 3910 PRINT #1%, Posicao = ;\PRINT #1% USING FMC,((IRM-1)/MD)\*LR /100;\PRINT #1%, m ; 3920 PRINT #1%, Conversao = ";\PRINT #1% USING FMB,X(IRM)\*100;\P RINT #17. 7 3930 PRINT #1%, TC Maxima = ";\PRINT #1% USING FMA,TCM-273.15;\PR INT #1%, C \*; 3940 PRINT #1%, Posicao = ";\PRINT #1% USING FMC,((ICM-1)/MO)\*LR /100;\PRINT #1%, m ; 3950 PRINT #1%, Conversao = ;\PRINT #1% USING FMB,X(ICM)\*100;\P RINT #1%. 7 3960 PRINT #1%, "i# Derivada de TS na Entrada = ";\PRINT #1% USING FMD,DTSZ;\PRINT #1%, Celsius/Comprimento Adimensional\* 3970 PRINT #1%, 2# Derivada de TS na Entrada = ";\PRINT #1% USING FMD,DTSZZ;\PRINT #1%, Celsius/Comprimento Adimensional\*\*2\* 3980 INPUT "Deseja novo calculo ? (S/N) ";MEM% 3990 IF MEMS="S" THEN 400 4000 CLOSE #1% 4010 GOTO 7480 4020 REM 4030 REM "Sub-Rotina para a Resolucao do Sistema Matricial" 4040 REM 4050 FOR K=1 TO W 4060 KV=V\*(K-1)

```
4070 FOR L=1 TO V
. 4080 KM≕KV+L
4090 MXM=ABS(V(KV+L,L))
4100 FOR I=L+1 TO V*(0+1)
  4110 AUX=ABS(V(KV+I,L))
  4120 IF MXM(AUX THEN MXM=AUX\KM=KV+I
  4130 NEXT I
  4140 IF KM=KV+L THEN 4180
  4150 FOR J=L TO 0V+1
  4160 AUX=V(KM,J)\V(KM,J)=V(KV+L,J)\V(KV+L,J)=AUX
  4170 NEXT J
  4180 FOR I=L+1 TO V*(0+1)
  4190 IF V(KV+I,L)=0 THEN 4240
  4200 QUD=V(KV+I,L)/V(KV+L,L)
  4210 FOR J=L+1 TO 0V+1
  4220 V(KV+1;J)=V(KV+1,J)-QUO*V(KV+L,J)
  4230 NEXT J
  4240 NEXT INNEXT L
  4250 FOR I=V+1 TO V*(0+1)
  4260 FOR J=1 TO 2*V*O
  4270 V(KV+I,J)=V(KV+I,J+V)
  4280 NEXT J
  4290 FOR J=1 TO V
  4300 V(KV+I.2*V*D+J)=0
  4310 NEXT J\NEXT I\NEXT K
  4320 FOR K=1 TO OV-1
  4330 KM≈WV+K
  4340 MXM=ABS(V(WV+K,K))
  4350 FOR I=K+1 TO OV
  4360 AUX=ABS(V(WV+I,K))
  4370 IF MXM(AUX THEN MXM=AUX\KM=WV+I
  4380 NEXT I
  4390 IF KM=WV+K THEN 4430
  4400 FOR J=K TO OV+1
  4410 AUX=V(KM,J)\V(KM,J)=V(WV+K,J)\V(WV+K,J)=AUX
  4420 NEXT J
  4430 FOR I=K+1 TO OV
  4440 IF V(WV+1,K)=0 THEN 4500
  4450 QUD=V(WV+I,K)/V(WV+K,K)
  4460 V(WV+I,K)=0
  4470 FOR J=K+1 TO OV+1
  4480 V(WV+I,J)=V(WV+I,J)-QUO*V(WV+K,J)
  4490 NEXT J
  4500 NEXT INNEXT K
  4510 R(V*M)=V(V*M,OV+1)/V(V*M,OV)
```

```
4520 FOR I=OV-1 TO 1 STEP -1
4530 SDM=0
4540 FOR J=I+1 TO OV
4550 SDM=SOM+V(WV+I,J)*R(WV+J)
4560 NEXT J
4570 R(WV+I)=(V(WV+I,OV+1)-SDM)/V(WV+I,I)
4580 NEXT I
4590 FOR K=W TO 1 STEP -1
4600 KV≈V×(K-1)
4610 FOR I=V TO 1 STEP -1
4620 SOM=0
4630 FOR J=I+1 TO OV
4640 SOM=SOM+V(KV+I,J)*R(KV+J)
4650 NEXT J
4660 R(KV+I)=(V(KV+I, DV+1)-SOM)/V(KV+I,I)
4670 NEXT INNEXT K
4680 RETURN
4690 REM
4700 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Equacoes e Derivadas"
4710 REM
4720 GOSUE 5030\GOSUB 5770\GOSUB 6780
4730 F(1)=X\F(2)=TR\F(3)=TC\F(4)=TS
4740 FOR J=1 TO 6
4750 F(J+4)=YS(J)
4760 NEXT J
4770 EF(1) A(1)*RA
4780 EF(2)~A(2)*RA~A(3)*(TR-TC)
4790 EF(3)=-A(4)*(TR-TC)
4800 EF(4)=A(5)*RA-(TS-TR)
4810 FOR J=1 TO 6
4820 EF(J+4)=A(J+5)*RA*(CD(J)-Y(J)*SCD)-(YS(J)-Y(J))
4830 NEXT J
4840 JF(1,1)=0\JF(1,2)=0\JF(1,3)=0\JF(1,4)=A(1)*RAT
4850 JF(2,1)=0\JF(2,2)=-A(3)\JF(2,3)=A(3)\JF(2,4)=A(2)*RAT
4860 JF(3,1)=0\JF(3,2)=-A(4)\JF(3,3)=A(4)\JF(3,4)=0
4870 JF(4,1)=0\JF(4,2)=1\JF(4,3)=0\JF(4,4)=A(5)*RAT-1
4880 FOR J=1 TO 6
4890 JF(1,J+4)=A(1)*RAY(J)
4900 JF(2,J+4)=A(2)*RAY(J)
4910 JF(3,J+4)=0
4920 JF(4, J+4) = A(5) \times RAY(J)
4930 JF(J+4,1)=YX(J)*(1-A(J+5)*RA*SCD)
4940 JF(J+4,2)=0
4950 JF(J+4.3)=0
```

```
4960 JF(J+4.4)=A(J+5)*RAT*(CD(J)-Y(J)*SCD)
```
```
4970 FOR K=1 TO 6
4980 JF(J+4.K+4)=A(J+5)*(RAY(K)*(CD(J)-Y(J)*SCD)+RA*(CDY(J.K)-Y(J
)*SCDY(K)))
4990 NEXT K
5000 JF(J+4, J+4) = JF(J+4, J+4) = 1
5010 NEXT J
5020 RETURN
5030 REM
5040 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Taxas de Reacao"
5050 REM
5060 T=TS\P=PR
5070 IF ABS(X) (=1E-8 THEN PSI=1-A*X/2\GOTO 5110
5080 IF X=1 THEN PSI=0\GOTO 5110
5090 IF A=1 THEN PSI=-(1-X)*LOG(1-X)/X\GOTO 5110
5100 PSI=((1-X)**A-(1-X))/(X*(1-A))
5110 GM=1+RM+X-X*PSI/2
5120 Y(1)=(1-X)/GM
5130 Y(2)=(0.21*RM-X*(3-2.5*PSI))/GM
5140 Y(3)=0.79*RM/GM
5150 Y(4)=X*PSI/GM
5160 Y(5)=2*X*(1-PSI)/GM
5170 Y(6)=X*(3-2*PSI)/GM
5180 IF (Y(1))0 AND Y(2))0 AND YS(1))0 AND YS(2))0) THEN 5240
5190 RA=0\RAT=0\FI≈-1E9
5200 FOR J=1 TO 6
5210 CD(J) = 0 RAY(J) = 0 YX(J) = 0
5220 NEXT J
5230 RETURN
5240 QSI=1-A*PSI*X/(1-X)
5250 GMX=1-0.5*QSI
5260 YX(1)=(-1-Y(1)*GMX)/GM
5270 YX(2)=(-(3-2.5*QSI)-Y(2)*GMX)/GM
5280 YX(3)=(-Y(3)*GMX)/GM
5290 YX(4)=(QSI-Y(4)*GMX)/GM
5300 YX(5)=(2*(1-QSI)-Y(5)*GMX)/GM
5310 YX(6)=((3-2*QSI)-Y(6)*GMX)/GM
5320 FI=1-A*YS(4)/YS(1)
5330 SCD=1-0.5*FI
5340 CD(1)=-1
5350 CD(2)=~(3-2.5*FI)
5360 CD(3)=0
5370 CD(4)=FI
5380 CD(5)=2*(1-FI)
5390 CD(6)=3-2*FI
5400 FIY(1)=A*YS(4)/(YS(1)**2)
```

5410 FIY(2)=0 5420 FIY(3)=0 5430 FIY(4)=-A/YS(1) 5440 FIY(5)=0 5450 FIY(6)=0 5460 FOR J=1 TO 6 5470 SCDY(J)=-0.5\*FIY(J) 5480 CDY(1, J) = 05490 CDY(2,J)=2.5\*FIY(J) 5500 CDY(3,J)=0 5510 CDY(4, J) = FIY(J) $5520 \text{ CDY}(5, J) = -2 \times \text{FIY}(J)$  $5530 \text{ CDY}(6, J) = -2 \times FIY(J)$ 5540 NEXT J 5550 FOR J=1 TO 5 5560 K(J)=EXP(LOG(B(J))+E(J)/(R\*T)) 5570 NEXT J 5580 FOR J=1 TO 6 5590 P(J)=P\*YS(J) 5600 NEXT J 5610 FA=2\*K(2)\*P(2)+K(3)\*K(4)\*P(4)\*P(6)+(1+K(3)\*P(4))\*(K(1)\*P(1)+ 5\*K(5)\*P(4)) 5620 FT=2\*K(2)\*P(2)\*E(2)+K(3)\*K(4)\*P(4)\*P(6)\*(E(3)+E(4))+K(3)\*P(4 >\*(K(1)\*P(1)+5\*K(5)\*P(4))\*E(3) 5630 FT=FT+(1+K(3)\*P(4))\*(K(1)\*P(1)\*E(1)+5\*K(5)\*P(4)\*E(5)) 5640 RA=2\*K(1)\*K(2)\*P(1)\*P(2)/FA 5650 RAT=RA\*(-(E(1)+E(2))+FT/FA)/(R\*T\*T) 5660 RAY(1)=2\*K(1)\*K(2)\*P(2)\*P\*(1-K(1)\*P(1)\*(1+K(3)\*P(4))/FA)/FA 5670 RAY(2)=2\*K(1)\*K(2)\*P(1)\*P\*(1-2\*K(2)\*P(2)/FA)/FA 5680 RAY(3)=0 5690 RAY(4)=-RA\*P\*(K(3)\*K(4)\*P(6)+K(3)\*(K(1)\*P(1)+5\*K(5)\*P(4))+(1 +K(3)\*P(4))\*5\*K(5))/FA 5700 RAY(5)=0 5710 RAY(6)=-RA\*P\*K(3)\*K(4)\*P(4)/FA 5720 RA=ST\*RA/36000\RAT=ST\*RAT/36000 5730 FOR J=1 TO 6 5740 RAY(J)=ST\*RAY(J)/36000 5750 NEXT J 5760 RETURN 5770 REM 5780 REM "Sub-Rotina para o Calculo das Propriedades Fisicas" 5790 REM 5800 REM "Fluido de Troca Termica : SYLTHERM-800" 5810 REM 5820 T=TC

```
5830 MIC=EXP(-6.59078+(4.76969E3+(~9.96854E5+1.07523E8/T)/T)/T)\M
IC=0.01*MIC
5840 CPC= 1607.4+1.5184*(T-273.15)\CPC=0.001*CPC/4.186
5850 KTC=0.13943-1.5666E-4*(T-273.15)\KTC=0.01*KTC/4.186
5860 REM
5870 REM "Composto N#1 : Etanol - CH3CH2OH"
5880 REM "Composto N#2 : Oxigenio - 02"
5890 REM "Composto N#3 : Nitrogenio - N2"
5900 REM "Composto N#4 : Acetaldeido - CH3CHO"
5910 REM "Composto N#5 : Dioxido de Carbono - CO2"
5920 REM "Composto N#6 : Agua - H20"
5930 REM
5940 T=TR\P=PR
5950 FOR J≕1 TO 6
5960 CP(J)=CPA(4,J)
5970 FOR K=3 TO 1 STEP -1
5980 CP(J) = CP(J) + T + CPA(K, J)
5990 NEXT KINEXT J
6000 FOR J=1 TO 6
6010 TV=T/EP(J)
6020 DMV=1.16145/(TV**(0.14874))+0.52487/EXP(0.77320*TV)+2.16178/
EXP(2.43787*TV)
6030 OMV=OMV+0.2*DL(J)**2/TV
6040 MI(J)=2.669E-5*SQR(MM(J)*T)/(DMV*SG(J)**2)
6050 KT(J)=MI(J)*(CP(J)+1.25*R)/MM(J)
6060 NEXT J
6070 FOR J=1 TO 6
6080 FOR K=J TO 6
6090 TD=T/SQR(EP(J)*EP(K))
6100 DMD=1.06036/(TD**0.15610)+0.19300/EXP(0.47635*TD)+1.03587/EX
P(1.52996*TD)+1.76474/EXP(3.89411*TD)
6110 OMD=OMD+0.19*DL(J)*DL(K)/TD
6120 DF(J,K)=1.858E-3*(T**1.5)*SQR(1/MM(J)+1/MM(K))/(P*((SG(J)+SG
(K))/2)**2*0MD)
6130 DF(K, J) = DF(J, K)
6140 NEXT K
6150 NEXT J
6160 MMR=0\CPR=0
6170 FOR J=1 TO 6
6180 \text{ MMR} = \text{MMR} + Y(J) \times \text{MM}(J)
6190 CPR=CPR+Y(J)*CP(J)
6200 NEXT J
6210 ROR=P*MMR/(82.05*T)
6220 CPR=CPR/MMR
6230 MIR=0
```

```
6240 FOR J=1 TO 6
6250 SOM=0
6260 FOR K=1 TO 6
6270 IF J=K THEN FJK=1\GOTO 6360
6580 MJK=WM(J)/MM(K)
6290 WUK=SQR(SQR(4/((1+1/MUK)*(1+MUK))))
6300 TVJ=T/EP(J)
6310 TVK=T/EP(K)
6320 IF (DL(J)(0.1 AND DL(K)(0.1) THEN SJK=1\GOTO 6340
6330 SJK=(1+SQR(TVJ*TVK)+DL(J)*DL(K)/4)/(SQR(1+TVJ+DL(J)**2/4)*SQ
R(1+TVK+DL(K)**2/4))
6340 AJK=WJK*(1+(MJK-MJK**0.45)/(2*(1+MJK)+(1+MJK**0.45)/((1+WJK)
*SQR(WJK)))/SQR(MJK)
6350 FUK=SQR(MI(U)/MI(K))*SUK*AUK
6360 SOM=SOM+Y(K)*FJK
6370 NEXT K
6380 MIR=MIR+Y(J)*MI(J)/SOM
6390 NEXT J
6400 KTR=0
6410 FOR J=1 TO 6
6420 SOM=0
6430 FOR K=1 TO 6
6440 IF J=K THEN AJK=1\GOTO 6510
6450 SJ=1.5*TB(J)
6460 SK=1.5*TB(K)
6470 CS=1
6480 IF (DL(J))0.1 OR DL(K))0.1) THEN CS=0.733
6490 SJK=CS*SQR(SJ*SK)
6500 AJK=(1+SQR((MI(J)/MI(K))*(MM(K)/MM(J))**(3/4)*((T+SJ)/(T+SK)
)))**2*(T+SJK)/(4*(T+SJ))
6510 SOM=SOM+Y(K)*AJK
6520 NEXT K
6530 KTR=KTR+Y(J)*KT(J)/SDM
6540 NEXT J
6550 FOR J=1 TO 6
6560 SOM=0
6570 FOR K=1 TO 6
6580 SOM=SOM+(Y(K)*CD(J)-Y(J)*CD(K))/DF(J,K)
6590 NEXT K
6600 IF SOM=0 THEN 6630
6610 DFR(J)=(CD(J)-Y(J)*SCD)/SOM
6620 GDTD 6670
6630 FOR K=1 TO 6
6640 SOM=SOM+Y(K)/DF(J,K)
6650 NEXT K
```

.

6660 DFR(J)=1/SDM 6670 NEXT J 6680 REM 6690 REM "Reacao N#1 : Oxidacao de Etanol a Acetaldeido" 6700 REM "Reacao N#2 : Oxidacao de Etanol a Dioxido de Carbono" 6710 REM 6720 FOR J=1 TO 2 6730 DHR(J) = DHRO(J)6740 FOR K=1 TO 4 6750 DHR(J)=DHR(J)+DCP(K,J)\*(T\*\*K-T0\*\*K)/K 6760 NEXT KNNEXT J 6770 RETURN 6780 REM 6790 REM "Sub-Rotina para o Calculo dos Parametros das Equacoes" 6800 REM 6810 RER=DPV\*GR/MIR 6820 IF TC(=TR THEN NUR=3.50\*(RER\*\*0.7)\*EXP(-4.6\*DPV/DI)\GOTO 685 ø 6830 IF (DPV/DI))0.35 THEN NUR=0.125\*(DI/DPV)\*(RER\*\*0.75)\GOTO 68 50 6840 NUR=0.813\*(RER\*\*0.90)\*EXP(-6\*DPV/DI) 6850 HI=NUR\*KTR/DI 6860 REM 6870 REC=DE\*GC/MIC\PRC=CPC\*MIC/KTC 6880 IF REC(2000 THEN NUA=(REC\*\*0.22)\*(PRC\*\*(1/3))\GOTO 6920 6890 IF REC/20000 THEN NUA=0.023\*(REC\*\*0.8)\*(PRC\*\*(1/3))\GOTO 692 ø 6900 NUA=REC\*(PRC\*\*(1/3))\*(((REC\*\*(-9.36))+((REC\*\*1.6)/(7.831E-14 )+(1\_969E6/REC)\*\*8)\*\*(~1\_5))\*\*(1/12)) 6910 REM 6920 TPC0=TPC\TPR0=TPR 6930 T=TPC\MIP=EXP(-6.59078+(4.76969E3+(-9.96854E5+1.07523E8/T)/T )/T)\MIP=0.01\*MIP 6940 NUC=NUA\*((MIC/MIP)\*\*0.14) 6950 HO=NUC\*KTC/DE\HOI=HO\*DO/DI 6960 REM 6970 IF TPC=TPR THEN KTP=1.4031\*(TPR\*\*0.410266)\KTP=0.01\*KTP/4.18 6\60T0 6990 6980 KTP=1,4031\*(TPR\*\*1,410266-TPC\*\*1,410266)/(1,410266\*(TPR-TPC) >\KTP=0.01\*KTP/4.186 6990 HP=2\*KTP/(DI\*LOG(D0/DI)) 7000 REM 7010 U=1/(1/HI+1/HP+1/HOI) 7020 TPC=TC+(TR-TC)\*U/HOI\TPR=TPC+(TR-TC)\*U/HP 7030 IF (ABS(TPC-TPC0))E DR ABS(TPR-TPR0))E) THEN 6920

```
7040 REM
7050 RER=DPA%GR/MIR\PRR=CPR*MIR/KTR
7060 JH=0.357/(EL*(RER*×0.359))\NUS=RER*(PRR**(1/3))*JH
7070 HS=NUS*KTR/DPA
7080 REM
7090 FOR J=1 TO 6
7100 IF DFR(J)=0 THEN KY(J)=0\GOTO 7150
7110 SCR=MIR/(ROR*DFR(J))
7120 JD=JH\SHS=RER*(ABS(SCR)**(1/3))*JD
7130 KE-SHS*DFR(J)/DPA
7140 KY(L)=KC*ROR/MMR
7150 NEXT J
7160 REM
7170 A(1)=RP*(1-EL)*LR*MME*(1+RM)/GR
7180 A(2)=(FI*(-DHR(1))+(1-FI)*(-DHR(2)))*RP*(1-EL)*LR/(GR*CPR)
7190 A(3)=4*LR*U/(GR*CPR*DI)
7200 A(4)=4*LR*DI*U/(GC*CPC*DE*D0)
7210 A(5)=(FI*(-DHR(1))+(1-FI)*(-DHR(2)))/(SE*HS)
7220 FOR J=1 TO 6
7230 A(J+5)=1/(SE*KY(J))
7240 NEXT J
7250 RETURN
7260 REM
7270 REM "Sub-Rotina para Protecao Contra Erros"
7280 REM
7290 DTSZ=0\DTSZZ=0
7300 TSM=TRE\ISM=i
7310 TRM=TRE\IRM=1
7320 TCM=TCE\ICM=M
7330 FOR K=1 TO 11
7340 UHI(K)=0\U(K)=0
7350 NEXT K
7360 IF GALHO=1 THEN 7420
7370 FOR K=1 TO 11
7380 L=1+(K-1)*MO/10
7390 X(L)=1\TS(L)=1523.15\TR(L)=1523.15\TC(L)=673.15\PSI(K)=0
7400 NEXT K
7410 GOTO 7460
7420 FOR K=1 TO 11
7430 L=1+(K-1)*M0/10
7440 X(L)=0\TS(L)=213.15\TR(L)=213.15\TC(L)=233.15\PS1(K)=1
7450 NEXT K
7460 X(i)=XE\TS(i)=TRE\TR(i)=TRE\TC(M)=TCE\PSI(1)=i
7470 RETURN
7480 END
```

## Bibliografia

- [1] Volk, W. Applied Statistics for Engineers, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw-Hill, 1969
- [2] Southwell, W.H. Fitting Experimental Data, Journal of Computational Physics, 4, 465-474, 1969
- [3] Box, M.J. Bias in Nonlinear Estimation, J. Roy. Stat. Soc., Series B, Vol. 33 171-190, 1971
- [4] Powell, D.R.; Macdonald, J.R. A Rapidly Convergent Iterative Method for the Solution of the Generalised Nonlinear Least Square Problem, The Computer Journal, Vol. 15, N<sup>2</sup> 2, 148-155, 1972
- [5] Britt, H.I.; Luecke, R.H. The Estimation of Parameters in Nonlinear, Implicit Models, Technometrics, Vol. 15, N<sup>≗</sup> 2, 233-247, 1973
- [6] Southwell, W.H. Fitting Data to Nonlinear Functions with Uncertainties in all Measurement Variables, The Computer Journal, Vol. 19, N=1, 69–73, 1976
- [7] Anderson, T.F.; Abrams, D.S.; Grens II, E.A. Evaluation of Parameters for Nonlinear Thermodynamic Models, AIChE Journal, Vol. 24, N<sup>2</sup> 1, 20-29, 1978
- [8] Draper, N.R.; Smith, H. Applied Regression Analysis, 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons Inc., 1981
- [9] Moura, J.C. Oxidação de Etanol a Acetaldeido sobre Catalisador de Cobre Oxidado, Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1984
- [10] Leva, M.; Weintraub, M.; Grummer, M.; Clark, E.L. Cooling of Gases Through Packed Tubes, Industrial & Engineering Chemistry, Vol. 40, N=4, 747-752, 1948
- [11] Leva, M. Packed-Tube Heat Transfer, Industrial & Engineering Chemistry, Vol. 42, N<sup>≗</sup> 12, 2498-2501, 1950

[12] Sherwood , T.K.; Pigford , R.L.; Wilke , C.R. - Mass Transfer , McGraw-Hill Engineering Series , 1975 I

- [13] Hill Jr., C.G. An Introduction to Chemical Engineering Kinetics & Reactor Design, John Wiley & Sons Inc., 1977
- [14] Reid, R.C.; Prausnitz, J.M.; Sherwood, T.K. The Properties of Gases and Liquids, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill Book Company, 1977
- [15] Froment, G.F.; Bischoff, K.B. Chemical Reactor Analysis and Design, John Wiley & Sons Inc., 1979
- [16] Akella, L.M.; Lee, H.H. A Design Approach Based on Phase Plane Analysis : Countercurrent Reactor/Heat Exchanger with Parametric Sensitivity, AIChE Journal, Vol. 29, N<sup>2</sup> 1, 87-94, 1988
- [17] Information about SYLTHERM 800 Heat Transfer Liquid, Dow Corning Corporation, 1984
- [18] Perry , R.H.; Green , D. Perry's Chemical Engineers' Handbook , 6<sup>th</sup> Edition , McGraw-Hill Book Company , 1984
- [19] Bronson, R. Moderna Introdução às Equações Diferenciais, Coleção Schaum, McGraw-Hill do Brasil Ltda., 1976
- [20] Segerlind, L.J. Applied Finite Element Analysis, John Wiley & Sons Inc., 1976
- [21] White, R.E. An Introduction to the Finite Element Method with Applications to Nonlinear Problems, John Wiley & Sons Inc., 1985