# UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS QUÍMICOS

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRA:

SEÇÃO CIRCULANT

# "OTIMIZAÇÃO DE LAYOUT DE PLANTAS QUÍMICAS UTILIZANDO O PROBLEMA DE DESIGNAÇÃO QUADRÁTICO"

Autor: Sérgio Norival Franceira Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Guirardello

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Química — UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química

Campinas Abril de 2001





UNIDADE_(T) U
N. CHAMADA:
TLUNICAMP
E8448
V. Fax
TOMBO BC/ 4 4927
PROC. 16-392107
C D X
PRECO R\$ 11,00
DATA 26/06/01
N. CLO
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

CM00158326-1

## FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F8440 (

Franceira, Sérgio Norival

Otimização de layout de plantas químicas utilizando o problema de designação quadrático / Sérgio Norival Franceira. --Campinas, SP: [s.n.], 2001.

Orientador: Reginaldo Guirardello.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Layout. 2. Modelos matemáticos. 3. Otimização combinatória. I. Guirardello, Reginaldo . II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III. Título.

Este exemplar corresponde à versão final da Dissertação de Mestrado em Engenharia Química defendida por Sérgio Norival Franceira e aprovada pela comissão julgadora em 02/04/2001.

Prof. Dr. Reginaldo Guirardello

Dissertação de Mestrado defendida por Sérgio Norival Franceira e aprovada em 02 de abril de 2001 pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof<sup>®</sup> Dr Reginaldo Guirardello

Prof<sup>®</sup> Dr José Maurício Pinto

Rechiques

Prof<sup>®</sup> Dr Maria Teresa Moreira Rodrigues

# **DEDICATÓRIA:**

Dedico este trabalho a toda minha família. Principalmente aos meus pais, a quem devo tudo que consegui em minha vida.

## **AGRADECIMENTOS:**

A Deus, pela vida.

Aos meus pais e irmãos, pelo apoio, carinho e confiança.

Ao professor Reginaldo Guirardello, pela orientação que me proporcionou desde o início dos trabalhos.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pela bolsa de pesquisa.

# "Defeitos não fazem mal, quando há vontade e poder de os corrigir."

(Machado de Assis)

"Nós sabemos o que somos, mas não o que podemos ser."

(W. Shakespeare)

## **RESUMO**

A escolha do melhor *layout* é uma das atividades mais importantes no desenvolvimento de uma indústria química, pois exerce grande influência no custo, segurança, operação, construção e manutenção da planta. Isto torna a análise e o desenvolvimento de métodos para a otimização de *layout* de plantas químicas uma preocupação constante para os pesquisadores da área.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia, baseada em um modelo matemático de otimização, para a definição de um *layout* industrial. Deste modo, um modelo matemático de otimização determina o melhor layout, tendo como objetivo a minimização da função custo, e como restrições os critérios de espaço para a segurança, operação e manutenção da planta.

O modelo de otimização utilizado neste projeto é o problema de designação quadrático (QAP) que consiste em alocar elementos em uma malha de posições predeterminadas, minimizando uma função objetivo. Em problemas com muitos elementos, a resolução do QAP através de algoritmos exatos é praticamente inviável, uma boa alternativa são os métodos heurísticos, como o algoritmo simulated annealing.

A estratégia de resolução é transferir toda a complexidade do problema para a definição das matrizes desenvolvidas, transformando o problema de *layout* em um QAP. Assim, a função objetivo inclui os custos associados ao posicionamento dos equipamentos, tais como: custos de instalação e suporte de equipamentos, custos de bombeamento, custos das tubulações que ligam os equipamentos. Aspectos operacionais da planta, como por exemplo, o escoamento por gravidade de líquidos, também podem ser incluídos no cálculo. A definição de matrizes penalidade permite a incorporação das restrições na função objetivo.

O exemplo industrial estudado é uma planta de poliéster com 18 equipamentos. A obtenção dos resultados através da metodologia desenvolvida é rápida, e o *layout* satisfatório. Uma das maiores vantagens do método é que pode ser utilizado em qualquer caso de estudo, tanto a nível industrial como acadêmico. O tamanho e a geometria da rede devem ser cuidadosamente estimados para cada caso pois causam grande influência no tempo de computação e na qualidade da solução obtida

## **ABSTRACT**

The choice of the best layout is one of the most important activities in the development of a chemical industry, because it exercises great influence in the cost, safety, operation, construction and maintenance of the plant. Therefore, the analysis and the development of methods for the optimization of process plant layout became a constant problem for the researchers and designers.

The objective of this study is to develop a methodology based on a mathematical model for the optimization of the design of process plant layouts. So, the mathematical layout model determines the best layout, it tends as objective to minimize the cost function, and as restrictions the space for the safety, operation and maintenance of the plant.

The mathematical model for optimization used in this project is The Quadratic Assignment Problem (QAP) and it consists of allocating elements to a grid of predetermined locations, minimizing a objective function. In cases with many elements, the resolution of QAP by exact algorithms is practically unviable. The heuristic procedures are good alternatives to solve the problems, as the simulated annealing algorithm.

The resolution strategy is to transfer the complexity of the problem for the matrices, transforming the layout problem in a QAP. The function objective includes the costs of position, the most important are the costs of pipes, pumps, installation and equipment supports. Some operational aspects of the plant can be included, such as the flow by gravity. The penalty function permites to incorporate the restrictions in the objective function.

The example industrial studied is a polyester plant with 18 equipments. The running time is very small, and the layout is satisfactory. One of the largest advantages of the developed method is that it can be used in any case of study at industrial and academic levels. The size and the geometry of the grid should be carefully esteemed for each case because they cause great influence in the running time and quality solutions.

# **SUMÁRIO**

Capítulo 1: INTRODUÇÃO	1
Capítulo 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1- Modelos matemáticos para o layout de indústrias químicas	3
2.2- Modelos utilizados em engenharia industrial	5
2.3- Resolução do problema de designação quadrático	12
2.3.1- Técnicas de branch and bound.	12
2.3.2- Métodos heurísticos	13
2.3.2.1- Métodos CRAFT e HC63-66.	14
2.3.2.2- Modelos para vários andares	15
2.3.2.3- Método da formiga	16
2.3.2.4- O algoritmo "simulated annealing"	20
Capítulo 3: MODELO PROPOSTO	29
3.1- Estratégia de resolução do problema	30
3.2- Definição das matrizes	31
3.3- Resolução do modelo através do "simulated annealing"	40
Capítulo 4: CASO DE ESTUDO	43
4.1-Descrição do processo.	43
4.2- Obtenção das matrizes para o exemplo estudado	45
4.2.1- Custo unitário de tubulação	46
4.2.2- Custos unitários de bombeamento	48
4.2.3- Custos de posição	51
4.3-Restrições do processo	53
Capítulo5: RESULTADOS E DISCUSSÕES	56
Capítulo 6: CONCLUSÕES E SUGESTÕES.	71
6.1- Sugestões para trabalhos futuros.	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	73
ANEXO 1: Descrição dos equipamentos e dos custos unitários de tubulação	
e hombeamento	77

	٠	٠	
Y	1	1	1

ANEXO 2: Gráficos e tabelas para o cálculo dos custos unitários de tubulação	80
ANEXO 3: Gráficos para o cálculo dos custos de suportes de aço	82
ANEXO 4: Fluxograma do processo de produção de poliéster	83
ANEXO 5: Listagem do programa	84
ANEXO 6: Matrizes custo unitário de tubulação e bombeamento	100
ANEXO 7: Resultados obtidos pelo programa	102

## **NOMENCLATURA**

- A: Vetor área
- As: Área de seção transversal do equipamento
- a<sub>iikl</sub>: Parâmetro do problema de designação quadrático
- b<sub>ik</sub>: Custo de instalação do equipamento i na posição k
- $b_{ik}^{(l)}$ : Custo de suporte do equipamento i para a posição k
- $c_0$ : Valor inicial do parâmetro de controle
- $c_K$ : Parâmetro de controle
- $c_{i,j}^{(l)}$ : Custo unitário de tubulação entre equipamentos (i,j)
- $c_{ii}^{(2)}$ : Custo unitário de bombeamento entre equipamentos (i,j)
- $c_{ii}^{(3)}$ : Custo de penalidade entre equipamentos (i,j) associado à matriz DAEC(k,l)
- $c_{ii}^{(4)}$ : Custo de penalidade entre equipamentos (i,j) associado à matriz DSSP(k,l)
- $c_{ij}$ <sup>(5)</sup>: Custo de penalidade entre equipamentos (i,j) associado à matriz DSFP(k,l)
- $c_i^{(1)}$ : Custo unitário de tubulação entre o equipamento i e a alimentação
- $c_i^{(2)}$ : Custo unitário de tubulação entre o equipamento i e a saída
- $c_i^{(3)}$ : Custo unitário de bombeamento entre o equipamento i e a alimentação
- $c_i^{(4)}$ : Custo unitário de bombeamento entre o equipamento i e a saída
- $C_o$ : Custo original
- $C_1$ : Custo atualizado
- Cac: Custo de estrutura de aço
- C<sub>b</sub>: Custo base para um determinado diâmetro de tubulação
- $d_{kl}^{(1)}$ : Distância de norma l'entre as posições (k,l)
- $d_{kl}^{(2)}$ : Distância assimétrica vertical entre as posições (k,l)
- $d_{kl}^{(3)}$ : Distância de exclusão de camadas entre as posições (k,l)
- $d_{kl}^{(4)}$ : Distância de segurança entre as posições (k,l)
- $d_{kl}^{(5)}$ : Distância fixa entre as posições (k,l)
- e: Energia total do sistema
- DR: Derivada da função custo em relação ao parâmetro de controle
- D: Diâmetro do tubo (m)

E<sub>i</sub>: Energia interna do sólido i

 $f_{ik}$ : Fluxo de trabalho do elemento i para o elemento k

F: Fatores de ajuste

F<sub>S</sub>: Fator de instalação

f: Fator de atrito

g: Aceleração gravitacional (m/s²)

H: altura (m)

 $h_{LT}$ : Perda de carga na tubulação  $(m^2/s^2)$ 

*I*<sub>0</sub>: Índice no passado

 $I_1$ : Índice atualizado

k<sub>B</sub>: Constante de Boltzmann

 $L_K$ : Comprimento da cadeia de Markov

LV(i): Vetor posição

L: Comprimento do tubo (m)

m: Vazão mássica (kg/s)

m<sub>1</sub>: Número de transições que apresentam custo menor do que o da antiga disposição

 $m_2$ : Número de transições que apresentam custo maior do que o da antiga disposição

 $m_3$ : Número de transições que apresentam custo maior do que o da antiga disposição, mas são aceitas com certa probabilidade

N: Número de posições

 $N_C$ : Número de elementos

 $P\{A/B\}$ : Probabilidade do evento A resultar em B

P: Pressão (N/m²)

Q: Taxa de transferência de calor (J/s)

T: Temperatura (K)

u: Energia interna específica

 $\overrightarrow{V}$ : Vetor velocidade

V: Velocidade de escoamento (m/s)

w<sub>ij</sub> : Peso entre elementos i e j

 $W_{eixo}$ : Trabalho de eixo

W cisalhamento: Trabalho de cisalhamento

W: Trabalho de bombeamento

W<sub>c</sub>: Incremento na função custo

 $W_M$ : Média dos valores do incremento da função custo após as transições propostas

Z: Valor da função custo

ZO: Valor ótimo da função custo

ZM: Média dos valores da função custo

Z(T): Função de partição

## **ALFABETO GREGO**

a: Multiplicador de Lagrange

β: Multiplicador de Lagrange

 $\chi_0$ : Razão de aceitação inicial

(número de transições aceitas / número de transições propostas)

γ: Razão de aceitação

(número de transições aceitas / número de transições propostas)

δ: Parâmetro de distância

 $\phi_l$ : Conjunto índice dos elementos já designados

 $\phi_2$ : Conjunto índice dos elementos não designados

 $\eta_{ij}$ : Potencial do acoplamento (i,j)

λ: Autovalor de uma matriz

σ: Desvio padrão da distribuição

σ<sup>2</sup>: Variância da distribuição

 $\tau_{ij}(t)$ : Nível de traços

## **SUBSCRITOS**

- i: Índice referente a um elemento i
- j: Índice referente a um elemento j
- k: Índice referente a uma posição k
- l: Índice referente a uma posição l

## 1- INTRODUÇÃO

Os arquitetos e engenheiros têm frequentemente problemas envolvendo projetos de estruturas de *layout*, sujeitas a certas condições. O problema de planejamento de *layout* tem atraído a atenção de projetistas e pesquisadores por muitos anos.

O objetivo de um *layout* de plantas é encontrar o <u>arranjo</u> espacial mais econômico dos vasos de processos e das suas conexões por tubos, satisfazendo requisitos de construção, operação, segurança e manutenção (MECKLENBURGH, 1985).

Muitos dos procedimentos para a escolha do melhor *layout* vêm da experiência prática. A escolha do melhor *layout* pode ser feita utilizando-se critérios qualitativos, baseando-se na experiência e intuição dos projetistas, ou utilizando-se critérios quantitativos, baseando-se em modelos matemáticos de otimização.

É possível incorporar critérios qualitativos em um modelo quantitativo através de restrições, por exemplo indicando os locais permitidos e não permitidos para se colocar um equipamento através de variáveis inteiras.

Os modelos matemáticos podem ser considerados como ferramentas a mais que os projetistas dispõem para auxiliá-los no projeto de uma planta química. No entanto, os conhecimentos técnicos e a experiência prática do projetista são imprescindíveis para a obtenção de um bom *layout*.

Existem muitos modelos matemáticos para a modelagem do *layout* de indústrias. Os métodos desenvolvidos para resolver este problema se baseiam em programação não linear (NLP), programação quadrática, programação linear inteira mista (MILP), métodos gráficos e métodos de inteligência artificial (GUIRARDELLO, 1993).

Um dos modelos matemáticos de grande importância na área de *layout* de indústrias é o problema de designação quadrático (QAP). Entretanto, ainda não possui muita utilização em engenharia química. A dificuldade em encontrar soluções exatas em tempo viável para a otimização de problemas com um grande número de elementos é o maior problema do modelo. Uma boa alternativa é a resolução através do algoritmo

simulated annealing (AARTS e KORST, 1989), um método heurístico, que pode encontrar soluções próximas do ótimo em um baixo tempo de execução.

Este trabalho desenvolve uma metodologia para a otimização de *layouts* de plantas químicas através do problema de designação quadrático. O objetivo é a minimização da função custo, respeitando algumas restrições, ou seja: os critérios de espaço para segurança, operação e manutenção.

O capítulo 2 cita alguns modelos matemáticos utilizados em engenharia química e enfatiza o problema de designação quadrático: a formulação e os principais métodos de resolução desenvolvidos até hoje.

No capítulo 3 são discutidas estratégias para a transformação do problema de *layout* de plantas químicas em um QAP, desenvolvem-se métodos para a inclusão de todos os custos de posicionamento na função objetivo e para a incorporação de restrições.

Os capítulos 4 e 5 apresentam a descrição do fluxograma do processo estudado, a obtenção dos dados necessários à otimização do caso de estudo e os resultados obtidos.

## 2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O planejamento de um *layout* de plantas químicas pode ser feito seguindo algumas regras práticas, onde as mais comuns são: a divisão do processo em módulos, o uso de padrões retangulares e o uso de "piperacks" (GUIRARDELLO, 1993).

O piperack concentra a maioria das linhas e tubos do processo. A maior parte dos layouts industriais consiste em equipamentos de processos arranjados em série, ao redor de um piperack central (KERN, 1977 e ANDERSON, 1982).

As informações necessárias para a escolha do melhor *layout* podem ser obtidas do fluxograma do processo, dos vasos e de suas conexões por tubos e de outras especificações dos equipamentos (KERN, 1977).

Os modelos matemáticos são utilizados para encontrar o melhor *layout* sujeito a algumas restrições. Apresentam as mais diversas aplicações em diferentes áreas como por exemplo em engenharia química (*layout* de plantas), engenharia industrial (*layout* de utilidades) e em engenharia elétrica (*layout* de circuitos elétricos).

A similaridade e generalidade dos modelos torna possível, por exemplo, a utilização de modelos desenvolvidos para o *layout* de circuitos elétricos e para engenharia industrial em engenharia química.

A seguir serão comentados alguns modelos matemáticos desenvolvidos para plantas químicas. Uma atenção especial será dada ao problema de designação quadrático que é o modelo matemático utilizado neste trabalho.

## 2.1- Modelos matemáticos para o layout de indústrias químicas

Dentre os métodos de otimização de *layout* de plantas químicas, podem-se citar os desenvolvidos por GUNN (1970), AMORESE *et al.* (1977), BRADLEY e NOLAN (1985), GUIRARDELLO (1993) e JAYAKUMAR e REKLAITIS (1994).

No método de GUNN (1970) a planta foi dividida em módulos tendo como objetivo principal a minimização dos custos de tubulação e construção através de um método de procura direta (Rosenbrock). A divisão da planta em módulos diminui o número de soluções possíveis, muitas delas inviáveis, satisfazendo os requisitos de segurança, operação e manutenção. Alguns anos depois GUNN e AL-ASADI (1987) estenderam o método incluindo a otimização de "piperacks" (módulos de tubulação) e uma sub-rotina para detectar choques entre equipamentos e entre equipamentos e tubos.

Um exemplo de modelo heurístico para a locação de equipamentos de processos foi o desenvolvido por AMORESE et al.(1977). Através da inteligência artificial, o objetivo do método é descobrir a melhor sequência para o empilhamento dos componentes. Isto foi conseguido selecionando-se um certo número de normas para a ordem de empilhamento e escolhendo-se a que fornece o melhor resultado. Este procedimento heurístico não garante a solução ótima. Também existe a desvantagem do uso das distâncias euclidianas, pois a tubulação obtida não será ortogonal.

Em NOLAN e BRADLEY (1985) desenvolveu-se um modelo bidimensional que utiliza o conceito de distância Euclidiana (distância dada pela normal | | | | | | 2 ), podendo ser formulado por programação não linear. Há uma preocupação especial em relação à segurança, ocorrendo a inclusão de uma distância mínima de segurança entre os componentes. O objetivo do método é minimizar uma função custo, respeitando restrições, entre as quais: os elementos não podem se sobrepor uns aos outros e uma distância mínima de segurança.

Em GUIRARDELLO (1993) apresentou-se um método de otimização de *layout* de processos químicos que pode ser dividido em três etapas: divisão da planta em módulo, otimização do posicionamento dos componentes e módulos e otimização da distribuição da tubulação. Utiliza-se programação linear inteira mista (MILP) para a resolução do modelo.

O método utiliza algoritmos baseados na técnica *branch and bound* para a resolução dos modelos de divisão de plantas em módulos e para a otimização do posicionamento de equipamentos e módulos. Na otimização da distribuição da tubulação são utilizados algoritmos baseados no problema do caminho mínimo.

No trabalho de JAYAKUMAR e REKLAITIS (1994) são discutidas formas de dividir os equipamentos das plantas químicas com um único andar dentro de grupos de

unidades, que refletem as divisões criadas por passagens ou corredores. Dado um conjunto de vértices V e linhas E, o método representa, respectivamente, os elementos e suas conexões em um gráfico G(V,E) de peso das linhas (edge weighted graph), o qual tem analogia com o conhecido problema de gráfico de partição (graph partitioning problem).

A divisão dos vértices dentro de subconjuntos de tamanho definido é feito de forma a minimizar o peso total das linhas que entram nos vértices dos diferentes subconjuntos. Para isso foi proposto um procedimento heurístico que obtém soluções ótimas globais em um bom tempo computacional. A metodologia abre caminho para a obtenção de *layouts* de boa qualidade para plantas químicas reais. Também são abordadas extensões para plantas químicas com mais andares.

O problema de *layout* também pode ser resolvido por métodos gráficos e métodos de inteligência artificial. Estes modelos são usados em sistemas interativos para apoiar o projetista na análise de *layout* final, fornecendo um arranjo inicial para os elementos Os métodos de inteligência artificial utilizam conceitos como gráficos de vizinhança e regras heurísticas que podem ser aplicadas em sistemas interativos e na construção de algoritmos (MONTREUIL *et al.*, 1987 e MONTREUIL e RATLIFF, 1989).

## 2.2- Modelos utilizados em engenharia industrial (facilities layout)

O objetivo de um layout industrial é encontrar a localização ótima para algumas facilities (departamentos, máquinas, etc), otimizando o fluxo de trabalho.

Um método de programação quadrática de grande importância para a otimização de *layouts* é o método de Hall (HALL,1970), que pode utilizar a hipótese da minimização do peso da somatória do quadrado das distâncias euclidianas ( distância dada pela normal || || || 2). O principal avanço é que os elementos não são designados para locais predeterminados.

O método Hall fornece um *layout* padrão, sendo que o *layout* final deve ser escolhido através de uma análise. Neste caso a experiência prática deve melhorar a solução obtida através do algoritmo heurístico.

Seja W uma matriz de conexão simétrica m x m, na qual a entrada  $w_{ij}$  é o peso entre os pontos i e j;  $w_{ij}=w_{ji}$  e  $w_{ii}=0$ . Seja o vetor unidimensional de posições dado por  $X=(x_1,x_2,x_3,...,x_m)$ . Então o problema quadrático unidimensional é determinado por:

minimizar 
$$Q(X)_X = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{ij} (x_i - x_j)^2$$
 (2.1)

sujeito a: XX=1

onde XX denota o produto interno entre X e ele próprio,  $XX = x_1^2 + x_2^2 ... x_m^2$ . Esta restrição é adicionada para evitar a solução  $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_m = 0$ .

O método de solução desenvolvido para o problema unidimensional pode ser generalizado para o caso bidimensional e para mais dimensões.

Seja  $w_i = \sum_j w_{ij}$ ,  $w_{\cdot j} = \sum_i w_{ij}$ , D uma matriz diagonal com  $d_{ii} = w_i$  e B uma matriz dada por B D-W. A matriz Q(x) pode ser escrita em termos da matriz B da seguinte forma:

$$Q(X) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} (x_i - x_j)^2 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} (x_i^2 - 2x_i \cdot x_j + x_j^2)$$
 (2.2)

$$= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{m} w_{i,} x_{i}^{2} - 2 \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{i} x_{j} + \sum_{j=1}^{m} w_{.j} x_{i}^{2} \right)$$
(2.3)

$$=\frac{1}{2}XDX - XWX + \frac{1}{2}XDX \tag{2.4}$$

= XBX, uma vez que w<sub>i</sub>.=w<sub>i</sub> por simetria.

Como Q(X) é uma soma de funções convexas, B deve ser uma matriz semidefinida positiva. Os problemas podem ser resolvidos introduzindo os multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  e a forma L(X,  $\lambda$ )= XBX -  $\lambda$ (XX-1).

Derivando  $L(X, \lambda)$  em relação ao vetor X e igualando a zero, tem-se:

$$2BX-2\lambda X=0 \tag{2.5}$$

Através da matriz identidade dada por I, chega-se a:

$$(B-\lambda I)X=0 \tag{2.6}$$

Resolvendo este sistema de equações lineares obtém-se uma solução não-trivial X, se e somente se,  $\lambda$  for um autovalor da matriz B e X o correspondente autovetor. Multiplicando ambos os lados da expressão por X e substituindo XX-1, tem-se:

$$\lambda = XBX = Q(X) \tag{2.7}$$

A solução do problema é o autovetor x de B o qual tem o menor valor de  $\lambda$  diferente de zero (em  $\lambda$ =0, a solução seria  $x_1$ =...= $x_n$ = $\frac{1}{\sqrt{n}}$ ), ou seja coincidentes.

O método também pode resolver problemas bidimensionais. Seja  $Y=(y_1,y_2,...,y_m)$  o vetor de coordenadas y dos m pontos. Então o problema bidimensional pode ser escrito como:

$$Q(X,Y)_{X,Y} = XBX + YBY (2.8)$$

sujeito à : XX=1 e YY=1

Para resolver o problema, introduz-se dois multiplicadores de Lagrange  $\alpha$  e  $\beta$  e a função de Lagrange.

$$L(X,Y,\alpha,\beta) = XBX + YBY - \alpha(XX-1) - \beta(YY-1)$$
(2.9)

Tomando a primeira derivada parcial em relação a X, Y e igualando a zero tem-se:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 2BX - 2\alpha X = 0 \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 2BY - 2\beta Y = 0 \tag{2.11}$$

Assim a solução é dada por:

$$(B - \alpha I). X = 0 \tag{2.12}$$

$$(B-\beta I). Y=0$$
 (2.13)

As soluções para estes dois sistemas de equações são obtidas através dos autovetores da matriz B associadas com os autovalores  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente. Se ambos os lados das expressões forem multiplicados por X e Y, respectivamente, com a substituição das restrições XX=1 e YY=1, o resultado será  $Q(X,Y)=\alpha + \beta$ .

Sejam os m autovalores de B dados por  $0=\lambda_0<\lambda_1\le\lambda_2\le...\le\lambda_{m-1}$ . Os casos para qual  $\alpha=\lambda_0$  e, ou  $\beta=\lambda_0$  correspondem a solução trivial na qual todos os  $x_i$  e, ou todos os  $y_i$  são iguais. Tais soluções não são satisfatórias.

A escolha mais satisfatória é geralmente  $\alpha = \lambda_1$  e  $\beta = \lambda_2$ . Os vetores X e Y são os autovetores associados com  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente. Com esta escolha os elementos são otimamente localizadas em relação ao primeiro eixo de coordenadas e "próximos do ótimo" em relação ao segundo eixo de coordenadas.

O método pode ser estendido para problemas tridimensionais. Neste caso os autovalores usados geralmente seriam  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  e Q(X,Y,Z)=  $\lambda_1$ +  $\lambda_2$ +  $\lambda_3$ . Os vetores das coordenadas tridimensionais dos pontos são dados pelos autovetores associados com  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$ .

Como o método não considera o tamanho e a forma dos componentes, geralmente é utilizado para gerar apenas um *layout* inicial que deve ser melhorado.

O método de Hall é computacionalmente factível para problemas maiores. É flexível, pois não está restrito às posições com determinado tamanho ou forma. Para problemas que requerem locações unitárias quadradas, um bom procedimento seria utilizar o método Hall para gerar alguns *layout*s iniciais e depois um procedimento heurístico, CRAFT ou HC63-66, para melhorar os resultados (LOVE *et al.*, 1988).

Um modelo muito conhecido e aplicado em problemas de engenharia industrial é o problema de designação quadrático (QAP). Este modelo matemático tem grande aplicação na área de *layout* de equipamentos e instalações industriais, sendo a mais comum a alocação de objetos a geometrias pré-definidas (LOVE *et al.*, 1988).

Dada uma rede de possíveis posições, o problema de designação (assignment problem) pode ser entendido como o problema de designar N elementos a N posições de tal forma a otimizar uma certa função objetivo, sendo que cada elemento ocupa uma única posição e cada posição é ocupada por um único elemento. É admitido que cada posição tem espaço suficiente para alocar qualquer componente.

O problema pode ser formulado matematicamente como:

$$\min \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} c_{ij} \cdot x_{ij}$$
 (2.14)

sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 1$$
 para i=1,...,N

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ij} = 1$$
 para j=1,...,N

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$
 para i, j=1,...,N

onde x<sub>ii</sub> é igual a 1 se o elemento i está na posição j e 0 caso contrário.

O problema de designação quadrático (QAP) é uma extensão do problema linear que considera as interações entre os N elementos (LOVE *et al.*, 1988 e MIRCHANDANI e FRANCIS, 1990). A função objetivo se altera para:

$$\min \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{N} a_{ijkl} . x_{ik} . x_{jl}$$
(2.15)

sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ik} = 1$$
 para k=1,...,N

$$\sum_{k=1}^{N} x_{ik} = 1$$
 para i=1,...,N

$$x_{ik} \in \{0,1\}$$
 para i, k=1,...,N

onde  $x_{ik}$  é igual a 1 se o elemento i está na posição k e 0 caso contrário.

A constante a<sub>ijkl</sub> pode ser obtida no caso de *facility layout*, por exemplo, através da seguinte relação (GOLANY e ROSENBLATT, 1989):

$$\mathbf{a}_{ijkl} = f_{ij} \cdot \mathbf{d}_{kl} \tag{2.16}$$

onde  $f_{ij}$  é o fluxo de trabalho do elemento i para o elemento j, e  $d_{kl}$  a distância entre a posição k e a posição l.

Cada termo da somatória quádrupla considera a designação de um par de elementos para um par de posições. O primeiro conjunto de restrições requer que cada posição tenha um único elemento. O segundo conjunto de restrições assegura que cada elemento seja designado para uma única locação.

No caso de *layout* de processos químicos, o QAP pode ser aplicado considerando os componentes como sólidos de qualquer geometria (retângulos, cilindros), conectados por linhas representando os tubos e partindo de pontos especificados na superficie desses sólidos. Esses sólidos não podem ocupar a mesma posição no espaço bem como as linhas não podem atravessar esses sólidos.

Existem casos onde há mais posições do que elementos a serem alocados. Por exemplo: Seja M elementos a serem alocados em N posições, se M<N pode-se aumentar o conjunto de elementos definindo-se N-M novos elementos, os quais não apresentam atividades em relação aos demais (elementos fantasmas). A adição desses elementos não afeta a função objetivo. Portanto sem perder a generalidade, assume-se M=N e a formulação poderá ser simplificada.

Em muitos casos, os elementos apresentam tamanhos diferentes. Uma alternativa de resolução é a divisão dos componentes maiores em subelementos, cada um requerendo um espaço simples, sendo utilizado grandes valores para as atividades entre as partes de componentes para obrigá-las a permanecerem em posições vizinhas. Esta aproximação não garante um ótimo *layout* para o problema original (MIRCHANDANI e FRANCIS, 1990).

## 2.3 - Resolução do problema de designação quadrático

Devido à não linearidade do modelo e à natureza inteira da solução (0 ou 1), a resolução do QAP por algoritmos exatos é complicada. Não é aconselhável a solução do problema por algoritmos de programação linear e não linear (LOVE et al., 1988). O QAP até pode ser formulado em programação linear e programação linear inteira mista, como em MIRCHANDANI e FRANCIS (1990, p.391-397), mas a solução exata está limitado ao número de variáveis, sendo inviável para problemas com muitos elementos.

A complexidade de um algoritmo é determinada pelo tempo de computação, ou seja, o tempo necessário para a produção da resposta final. Os problemas da classe polinomial podem ser resolvidos por algoritmos cujo tempo de computação é limitado por um polinômio de grau N (onde N é o número de elementos).

Os problemas da classe NP (nondeterministic polynomial problems) incluem todos aqueles cujas soluções podem ser verificadas em tempo polinomial. Porém, para encontrar o ótimo global não são conhecidos algoritmos polinomiais, em geral são exponenciais. Dentro desta classe estão os problemas da classe NP completo. A resolução por algoritmos exponenciais é inviável para problemas com grande número de elementos. Como o QAP é uma generalização do problema do caixeiro viajante, faz parte da classe de problemas NP completo (SAHNI e GONZALES, 1976).

As técnicas que podem ser usadas para encontrar a solução ótima são limitadas ao branch and bound e cutting planes (planos cortantes). Com a atual tecnologia, problemas com mais de 20 elementos não podem ser resolvidos em tempo aceitável (BURKARD et al., 1994). Por esta razão, nos últimos anos muitos algoritmos heurísticos têm sido utilizados na resolução do QAP. Tais métodos não garantem a solução ótima mas fornecem bons resultados em tempo executável.

#### 2.3.1-Técnicas de branch and bound

O método é uma exposição das soluções viáveis e eliminação das soluções nãoótimas com o uso de valores limitantes de função objetivo. A resolução de problemas pelas técnicas do *branch and bound* pode ser dividido em duas etapas: na primeira delas o conjunto das soluções viáveis é ramificado em dois ou mais subconjuntos que podem ser associados a subproblemas; na segunda parte é obtido um valor limitante para a solução ótima do subproblema.

Quando a lista dos subproblemas se torna vazia, o programa termina. Os subproblemas são resolvidos em sequência e a resolução de um subproblema termina em um dos casos seguintes:

- subproblema relaxado não é viável;
- a solução ótima do subproblema relaxado é inviável para o problema original se o valor desta solução ótima é pior do que o valor da melhor solução viável, o subproblema é ramificado e os subproblemas gerados são incluídos na lista de subproblemas;
- a solução ótima do subproblema relaxado é viável para o problema original se o valor da solução ótima (limitante do subproblema) é melhor do que o valor da melhor solução viável; esta é atualizada.

O próximo subproblema da lista a ser resolvido pode ser o último subproblema gerado ou o menor limitante inferior. No primeiro caso a solução pode ser alcançada rapidamente, mas não necessariamente é a ótima. A escolha pelo menor limitante inferior reduz a geração de subproblemas mas exige um maior espaço de armazenamento.

Como já foi dito, o problema de designação quadrático poder ser resolvido de forma exata através das técnicas de *branch and bound*, entretanto, devido ao elevado espaço de armazenamento requerido e ao elevado tempo computacional estas técnicas são aplicadas apenas a problemas menores (N<20).

#### 2.3.2- Métodos heurísticos

Uma alternativa válida para a resolução do problema de designação quadrático com muitos elementos é a utilização de procedimentos heurísticos. Muitos destes métodos são simples e similares.

Geralmente são requeridos dos algoritmos heurísticos (MIRCHANDANÍ e FRANCIS, 1990):

- proximidade da solução ótima;
- várias soluções factíveis para se fazer uma análise da melhor delas;
- fácil implementação e pouco espaço de armazenamento;
- devem apresentar um baixo tempo de computação quando comparados com os métodos exatos.

Na maioria dos casos os métodos heurísticos são utilizados para encontrar algumas designações iniciais que devem ser melhoradas através de outros métodos.

A seguir serão apresentados alguns métodos heurísticos que são utilizados na resolução do QAP. O método da formiga e o *simulated aneealing* são metas heurísticas, enquanto que os demais são especializados ao problema de *layout*.

## 2.3.2.1- Métodos CRAFT e HC63-66 (LOVE et al, 1988)

O CRAFT (computerized relative allocation of facilities tecnique) baseia-se na troca de pares em sequência com o objetivo de melhorar a solução inicial. Não é um método eficaz pois as variáveis não são alteradas de forma ótima em cada interação. Uma restrição é imposta a cada movimento, pois se um elemento presente na posição A é trocado para a posição B, o elemento presente em B deve ser obrigatoriamente trocado para A. Isto também é feito quando uma melhor estratégia seria mover este elemento para outra posição. A eficiência do método depende muito da solução inicial escolhida. Deste modo, o CRAFT pode não obter soluções ótimas, parando em um ótimo local.

O método HC63-66 emprega o mesmo princípio do CRAFT. No entanto, requer uma rede retangular para as possíveis posições para os equipamentos. Ao invés de checar

todos os pares trocados em cada etapa, apenas os pares localizados acima, abaixo, nos lados, ou em qualquer uma das 4 diagonais de 45º dos elementos estimados, serão checados. O usuário pode especificar um número máximo de etapas( K por exemplo). Em um único passo o algoritmo checa para cada par trocado, as K, K-1,...,1 etapas ausentes de cada elemento nas oito diferentes direções. O método HC63-66 checa os menores pares candidatos em cada etapa do CRAFT, obtendo respostas mais rápidas.

## 2.3.2.2- Modelos para vários andares (multifloor facility layout)

Para o caso de problemas tridimensionais com vários andares, foi proposto o seguinte método heurístico em KAKU et al.(1988).

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} . x_{ij}$$
 (2.17)

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 (i = 1,...,n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{j} = K$$

$$x_{ij} \le y_{j}$$

$$(i=1,...,n) \quad (j=1,...,n)$$

$$x_{ij}, y_{i} \in \{0,1\}$$

sendo:

 $y_j=1$ , se o elemento j estiver no centro;

 $y_i$ =0, se o elemento j não estiver no centro.

onde:

dii: distância entre os elementos i e j;

K: número de níveis, de maneira que cada grupo seja designado para um andar.

A primeira etapa consiste em dividir os elementos em grupos, utilizando-se o problema médio K, onde os elementos são considerados os centros do problema.

É necessário dividir os elementos em níveis do mesmo tamanho. Cada grupo pode ser designado para um nível. A segunda etapa seria determinar a ordem vertical dos níveis e a terceira a posição de cada elemento nos níveis (K problemas de designação quadrático de tamanho m+1, onde existem m elementos e um elevador em cada nível).

## 2.3.2.3- Método da formiga (MANIEZZO E COLORNI, 2000)

O método da formiga ( *ant system*) é heurístico e tem como base o comportamento das formigas em colônias, definindo um sistema de formigas artificiais. Representa um melhoramento do algoritmo descrito em DORIGO *et al.*, 1996, diferindo na estrutura dos elementos.

Cada formiga artificial é um agente com as seguintes características:

- após designar o elemento i para a locação j, deixa um substância chamada traço (o equivalente ao feromônio) na ligação (i,j);
- faz a escolha da posição de um dado elemento com certa probabilidade, a qual
  é uma função do η<sub>ij</sub> (potential goodness) e da quantidade de traços presentes
  no próprio acoplamento;

 na elaboração de uma permutação completa, locações e elementos já acopladas são inibidos até todos elementos serem designados.

Este método heurístico usa uma população de m agentes, os quais constróem soluções em cada etapa através da designação dos elemento para as posições. Quando todas as formigas construírem suas permutações, as melhores designações ajudarão na identificação das soluções para os próximos ciclos.

Para satisfazer a condição que cada posição seja ocupada por um único elemento, associou-se uma estrutura de dados, chamada de lista tabu, para cada formiga. Esta lista memoriza as locações já preenchidas e bloqueia as formigas, designando-as para uma nova atividade antes que o ciclo esteja completado.

Uma vez que a permutação estiver completa, a lista tabu será esvaziada e a formiga ficará livre para escolher seu próximo acoplamento.

A idéia básica é utilizar a informação dada por um limitante inferior para solucionar o problema, indicando a qualidade de um acoplamento.

O melhor limite inferior conhecido para o QAP é o de Gilmore e Lawler (independentemente GILMORE, 1962 e LAWLER, 1963):

$$z_{GL} = \min z = \sum_{i,j=1}^{n} (\min \sum_{h,k=1}^{n} d_{ih} f_{jk} x_{hk}) x_{ij}$$
 (2.18)

sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 1$$
 para i=1,...,N

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ij} = 1$$
 para j=1,...,N

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$
 para i, j=1,...,N

onde:

D= [d<sub>ih</sub>]: matriz de distâncias (entre a locação i e h);

 $F=[f_{jk}]$ : matriz de vazões (entre a atividade j e a k);

C=[c<sub>ii</sub>]: matriz custo (da atividade para a locação i).

sendo:  $z_{GL} \le z_{QAP}$ .

É possível obter um limite inferior para uma designação parcial. Considerando que o conjunto índice  $\Lambda$ = {1,2,..., n} seja dividido em dois conjuntos  $\Lambda_1$  e  $\Lambda_2$ , correspondendo aos índices dos elementos designados e dos elementos ainda não designados, respectivamente. Da mesma maneira, considerando que o conjunto índice  $\phi$ = {1,2,..., n} seja dividido em dois conjuntos  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , correspondendo aos índices dos elementos designados e dos elementos ainda não designados, respectivamente. A equação do QAP se torna:

$$z_{QAP} = \min z = \sum_{i,h \in \phi_1} \sum_{j,k \in \Lambda_1} d_{ih} f_{jk} x_{ij} x_{hk} + \sum_{i,h \in \phi_1} \sum_{j,k \in \Lambda_2} d_{ih} f_{jk} x_{ij} x_{hk} + \sum_{i,h \in 2_1} \sum_{j,k \in \Lambda_2} d_{ih} f_{jk} x_{ij} x_{hk} + \sum_{i,h \in 2_1} \sum_{j,k \in \Lambda_2} d_{ih} f_{jk} x_{ij} x_{hk}$$

$$(2.19)$$

O primeiro termo da função objetivo é uma constante conhecida, z<sub>l</sub>, o quarto termo, um exemplo reduzido do QAP para qual a fórmula pode ser aplicada na obtenção do limite z<sub>4</sub>.

Um limite inferior z<sub>23</sub> para o segundo e terceiro termo pode ser obtido em BURKARD (1984). Desta forma, o limite para o custo total de uma designação parcial será:

$$z_{LB} = z_1 + z_{23} + z_4 (2.20)$$

As permutações são feitas pelo algoritmo de Monte Carlo, através dos valores  $\eta_{ij}$  e das variáveis  $\tau_{ij}$ , que representam o nível de traços. Na verdade  $\tau_{ij}$  (t+1) representa a intensidade do traço (feromônio) associado a um acoplamento.

Dada uma população de m formigas, a probabilidade de uma formiga K designar o elemento j para a locação i é dada por:

$$p_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} \frac{\alpha.\tau_{ij}(t) + (1-\alpha).\eta_{ij}}{\sum (\alpha.\tau_{ir}(t) + (1-\alpha).\eta_{ir})} & j \notin tabu_{k} \\ r \notin tabu_{k} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.21)

 $0 \le \alpha \le 1$ 

A construção da permutação inicia-se pela primeira locação onde um elemento é designado; na segunda etapa, de forma análoga, um elemento será designado para a segunda locação. O procedimento deverá ser repetido para todas as n locações. O parâmetro  $\alpha$  permite ao usuário definir a importância relativa do traço  $\tau_{ij}(t)$  em relação ao  $\eta_{ij}$  desejável Assim, a probabilidade  $p_{ij}^{\ \ k}(t)$  é um compromisso entre o acoplamento desejável e intensidade do traço.

A solução pode ser encontrada por um algoritmo em duas fases: a primeira obtém soluções uma a uma, seguindo o método da formiga; a segunda fase consiste em um procedimento de procura local. O custo de todas as possibilidades trocadas é avaliado começando da perturbação obtida pelas formigas, sendo escolhida a troca que minimiza a função objetivo.

O método da formiga apresentou uma ótima performance em todos os problemas testados por MANIEZZO E COLORNI (2000), entretanto não houve convergência para uma única solução, mas para um conjunto de boas soluções que devem ser melhoradas.

## 2.3.2.4- O algoritmo simulated annealing (AARTS e KOST, 1989)

Um algoritmo muito eficiente e prático para a resolução do problema de designação quadrático é o algoritmo simulated annealing (AARTS e KORST, 1989). A solução ótima não é garantida, mas fornece soluções muito próximas da solução ótima, em um tempo de execução muito menor que as técnicas de branch and bound.

No início dos anos 80 foram introduziram os conceitos do *annealing* na otimização combinatorial. Estes conceitos são baseados numa forte analogia entre o processo físico de *annealing* de sólidos e os problemas de otimização combinatorial.

O processo físico de *annealing* pode ser modelado através de métodos de simulação computacionais. Em 1953, METROPOLIS, ROSENBLUTH, TELLER & TELLER introduziram um simples algoritmo para simular a evolução de um sólido num banho quente até o equilíbrio térmico. O algoritmo é baseado nas técnicas de Monte Carlo e gera a sequência de estados do sólido até o equilíbrio. Dado um estado corrente i do sólido com energia E<sub>i</sub>, então o estado subsequente j é gerado por um mecanismo de perturbação. A energia do próximo estado é E<sub>j</sub>. Se a diferença de energia, E<sub>j</sub>-E<sub>i</sub> for menor ou igual a 0, o estado j será aceito como o estado corrente. Se a diferença de energia for maior que 0, o estado j será aceito com uma certa probabilidade, a qual é dada por:

$$P = \exp\left(\frac{E_i - E_j}{k_B T}\right) \tag{2.22}$$

onde T é a temperatura do banho de calor e k<sub>B</sub> a constante de Boltzmann.

A regra de aceitação descrita acima é conhecida como critério de Metropolis. Se a diminuição da temperatura for feita lentamente, o sólido poderá alcançar o equilíbrio térmico em cada temperatura. No algoritmo de Metropolis isto é registrado através da geração de um grande número de transições em uma dada temperatura.

O equilíbrio térmico é caracterizado pela distribuição de Boltzmann, a qual calcula a probabilidade do sólido estar no estado i, com temperatura T e energia E<sub>i</sub>.

$$P_{T}\{X=i\} = \frac{1}{Z(T)} \cdot \exp\left(\frac{-E_{i}}{k_{B}T}\right)$$
(2.23)

onde X descreve o estado corrente do sólido.

A função de partição Z(T) é definida por:

$$Z(T) = \sum_{j} \exp\left(\frac{-E_{j}}{k_{B}T}\right) \tag{2.24}$$

O algoritmo *simulated annealing* é um processo similar ao *annealing*. Pode ser entendido como o problema de se encontrar, dentre um número potencialmente grande de soluções, a que representa o menor custo. Há uma correspondência entre a função custo e a energia livre, entre as soluções e os estados físicos, e o parâmetro de controle e a temperatura.

Então, o algoritmo simulated annealing pode ser visto como uma interação do algoritmo de Metropolis, avaliando o decréscimo do parâmetro de controle.

Dado (S, f) um exemplo de problema de otimização combinatorial, sendo i a solução corrente e j a solução subsequente, com custo f(i) e f(j), respectivamente. Então o critério de aceitação determina se a solução j será aceita com a seguinte probabilidade:

$$P_{c} \{ \text{ aceitar } j \} = \begin{cases} 1 & \text{se } f(j) \leq f(i) \\ \exp\left(\frac{f(i) - f(j)}{c_{k}}\right) & \text{ou se } f(j) > f(i) \end{cases}$$

onde  $c \in R^+$  representa o parâmetro de controle.

No algoritmo de Metropolis, o mecanismo de geração corresponde ao mecanismo de perturbação. Uma transição é uma ação combinada resultando na transformação de uma solução corrente em uma subsequente. O mecanismo de transição consiste em tentativas de forma a transformar a solução corrente em uma subsequente solução.

A ação consiste em duas etapas: (i) aplicação do mecanismo de geração, (ii) aplicação do critério de aceitação.

O mecanismo de geração é usualmente escolhido de tal maneira que novas soluções são obtidas por técnicas simples, como por exemplo através de permutações ou inversões.

A decisão de aceitar uma nova solução é baseada no critério de aceitação; frequentemente, aplica-se o critério dado por Metropolis.

Chamando  $c_k$  de parâmetro de controle e  $L_k$  de número de transições produzidas na interação k do algoritmo de Metropolis, então o *simulated annealing* pode ser desenvolvido em linguagem Pascal como a figura 2.1.

```
Procedure SIMULATED ANNEALING:
        Begin
        INITIALIZE (istart, c<sub>0</sub>, L<sub>0</sub>)
        k:=0
        i:=istart;
        repeat
        for l:=1 to L_k do
        begin
        GENERATE (j de Si)
        If f(j) \le f(j) then i := j
        else
       if \exp\left(\frac{f(i)-f(j)}{c_k}\right) > \text{random}[0,1) \text{ then i} := j
        end;
        k:=k+1
        CALCULATE LENGTH (L_k)
        CALCULATE CONTROL(c_k);
        Until stopcriterion
        end;
```

Figura 2.1: Algoritmo simulated annealing em pseudo Pascal (Aarts e Korst, 1989)

Uma característica típica do algoritmo de simulated annealing é que além de aceitar soluções que representam melhoramentos no custo, também aceita "deteriorações" (soluções com custo maior) com um certo limite. Inicialmente, para grandes valores de c<sub>k</sub>, muitas deteriorações serão aceitas; quando c<sub>k</sub> diminuir, poucas deteriorações serão aceitas e finalmente, quando o valor de c<sub>k</sub> se aproximar de zero, nenhuma deterioração será aceita. Esta característica faz com que o algoritmo simulated annealing, em contraposição aos algoritmos de busca local, possa fugir do mínimo local e ainda exibir características favoráveis como simplicidade e aplicação geral.

A probabilidade de aceitar deteriorações é obtida por comparação entre o valor da  $\exp\left(\frac{f(i)-f(j)}{c}\right)$  com um número aleatório gerado de um distribuição uniforme no intervalo [0,1). Fica óbvio que a velocidade de convergência do algoritmo é determinada pelo número de transições ( $L_k$ ) para cada valor do parâmetro de controle e pela escolha do parâmetro de controle.

A aplicação do *simulated annealing* requer especificação de parâmetros que determinam o *cooling schedule* (programa de resfriamento).

O programa de resfriamento especifica:

- a sequência finita dos valores do parâmetro de controle ck;
- um valor inicial do parâmetro de controle c<sub>o</sub>,
- uma função decaimento para a diminuição do valor do parâmetro de controle;
- um valor final para o parâmetro de controle especificada por um critério de parada
- um número finito de transições para cada valor do parâmetro de controle.

um comprimento finito para cada cadeia de Markov (Lk).

O programa de resfriamento utilizado neste projeto é o proposto por AARTS e VAN LAARHOVEN (1985). Este programa conduz para um tempo de execução polinomial, mas não garante a solução ótima global.

As expressões para valor inicial do parâmetro de controle  $(c_0)$ , valor da razão de aceitação  $(\chi)$ , decaimento do parâmetro de controle $(c_k)$  desenvolvidas por AARTS e VAN LAARHOVEN são as seguintes:

$$\chi = \frac{\text{número de transições aceitas}}{\text{número de transições propostas}}$$
(2.25)

$$\chi = \frac{m_1 + m_3}{m_1 + m_2} \tag{2.26}$$

$$c_0 = \frac{W_m}{\log m_2 \left(\frac{m_2}{m_2 \cdot \chi - m_1 \cdot (1 - \chi)}\right)}$$
(2.27)

$$c_{k+1} = \frac{c_k}{1 + \frac{c_k \cdot \ln(1+\delta)}{3.\sigma_{ak}}} \quad k=0,1...$$
 (2.28)

onde:

W<sub>m</sub>: média dos valores do incremento após as transições;

 $m_1$ : número de transições que apresentam um custo menor que a disposição anterior;

m<sub>2</sub>: número de transições que apresentam um custo maior que a disposição anterior;

m<sub>3</sub>: número de transições que apresentam um custo maior que a disposição anterior, mas são aceitas com certa probabilidade;

σ: desvio padrão das distribuições;

 $\delta$ : parâmetro de distância; pequenos valores de  $\delta$  implicam em pequenos decréscimos em  $c_k$ ;

c<sub>k</sub>: parâmetro de controle.

O mecanismo de geração de soluções escolhido neste trabalho foi a troca de posições entre pares de elementos. Assim o comprimento individual das cadeias de Markov, isto é o número de transições para cada valor do parâmetro de controle, foi definido como a combinação entre os N elementos dois a dois. Como a troca de pares está sendo feita aleatoriamente, escolheu-se um valor quatro vezes maior que a combinação entre os N elementos dois a dois, garantindo que todos os elementos sejam trocados de posição. Assim:

$$L_k = 4.\frac{N!.2!}{(N-2)!} \tag{2.29}$$

Há um grande número de aplicações para o simulated annealing no campo da otimização combinatorial. Algumas aplicações serão discutidas a seguir.

### 1. Problema do caixeiro viajante

(AARTS e KORST, 1989)

Seja n o número de cidades e  $D = [d_{i,j}]$  a matriz distância , cujos elementos  $d_{i,j}$  denotam a distância entre as cidades i e j. O problema é então descobrir a viagem mais curta, visitando todas as cidades somente uma vez.

O espaço das soluções S é representado pelo conjunto de todas as permutações cíclicas  $\pi = (\pi(1),...,\pi(n))$ , onde  $\pi(i)$ , i = 1,...,n, denotando a cidade sucessora da cidade i na viagem representada por  $\pi$ . A função custo é do tipo:

$$f(\pi) = \sum_{i=1}^{n} d_{i,\pi(i)}$$
 (2.30)

As soluções podem ser geradas pelo *simulated annealing* escolhendo-se duas cidades arbitrárias (p e q, por exemplo) e revertendo-se a ordem na qual elas são visitadas, sendo que diferença no custo pode ser calculada incrementalmente.

#### 2. Problema do corte máximo

(AARTS e KORST, 1989)

Dado um gráfico G = (V,E) com pesos positivos nos limites, deve-se encontrar uma partição em dois conjuntos  $V_0$  e  $V_1$  tal que a soma dos pesos dos limites de E, que tenham um ponto final em  $V_0$  e um ponto em  $V_1$ , seja máxima. A função custo, a ser maximizada, é:

$$f(V_0, V_1) = \sum_{\{u, v\} \in \delta(V_0, V_1)} w(\{u, v\})$$
(2.31)

onde:

 $w(\{u,v\})$  denota o peso do limite

$$\{u,v\} \in E$$

 $\delta(V_0, V_1)$  denota o corte de uma partição de V em  $V_0$  e  $V_1$ .

O espaço das soluções consiste de todas as partições do conjunto V em dois subconjuntos,  $V_0$  e  $V_1$ . As soluções podem ser geradas através do *simulated* annealing pela escolha aleatória de um vértice  $u' \in V$  e seu subsequente movimento de  $V_0$  para  $V_1$ , ou vice-versa.

### 3. Problema de alocação

(AARTS e KORST, 1989)

Os problemas de alocação são bem conhecidos no campo de *layouts*. Eles tipicamente constituem uma classe dos então chamados problemas práticos "sujos", para os quais é muito difícil a construção de um eficiente e efetivo algoritmo de aproximação.

O algoritmo de *simulated annealing* pode perfeitamente ser aplicado a esse tipo de problema.

Dado um conjunto de n blocos retangulares e um conjunto de pesos  $w_{i,j}$ , i,j = 1,...,n. O problema então é encontrar uma alocação, ou seja, uma disposição dos blocos em pontos de um *grid* retangular, tal que os blocos não se sobreponham e a função custo seja mínima. A função custo pode ser dada por:

$$f = A + \lambda C \tag{2.32}$$

onde A denota a área de um retângulo envolvendo todos os blocos e C um termo conectivo dado por :

$$C = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} w_{i,j} d_{i,j}$$
 (2.33)

onde:

 $d_{i,j}$ : denota a distância entre dois blocos i e j em uma dada disposição e  $\lambda$  denota um fator peso positivo.

A função custo a ser minimizada usualmente contém três termos:

$$f = \lambda_A f_A + \lambda_W f_W + \lambda_O f_O \tag{2.34}$$

sendo que:

 $f_{A:}$  denota a área total do retângulo no qual os elementos devem ser dispostos;

 $f_{\rm w}$ : a soma dos pesos dada por (I);

f o: a quantidade de *overlaps* em uma dada disposição, utilizada como uma função penalidade.

As constantes  $\lambda_A, \lambda_W$  e  $\lambda_O$  são fatores positivos, determinando os pesos relativos dos três diferentes termos da função custo.

O espaço de soluções é escolhido como um conjunto de todas as disposições, portanto consiste tanto de soluções com *overlap* ( sobreposição ) e de soluções sem *overlap*. As soluções são geradas pela alteração de um subconjunto de blocos para novos pontos de localização.

### 3- MODELO PROPOSTO

Como já foi dito anteriormente, o modelo matemático para otimização de *layout* adotado neste trabalho é o problema de designação, envolvendo uma função objetivo quadrática.

A escolha pelo modelo deve-se ao fato desse tipo de formulação ser de grande generalidade na modelagem do *layout*, envolvendo interações entre todos os equipamentos, além de ter uma fórmula matemática muito simples. Entretanto essa simplicidade de formulação não implica em simplicidade de resolução.

A otimização de *layout* será feita pela minimização da função custo, satisfazendose os critérios de mínima distância. Como a rede de possíveis posições já é um dado do problema, esses critérios de mínima distância serão substituídos por critérios de designação das posições.

A estratégia de resolução consiste em transferir toda a complexidade do problema de *layout* para a definição das matrizes custo e distância, de tal forma a colocar a otimização de *layout* como um problema de designação quadrático. Este, por sua vez, pode ser resolvido por técnicas eficientes como o *simulated annealing*.

Para a obtenção de um *layout* adequado, dois conjuntos de dados são fundamentais e devem ser adequadamente estimados: distâncias mínimas de segurança e custos unitários.

O problema da segurança e espaço para a operação e manutenção é considerado estabelecendo-se uma distância mínima de segurança entre certos componentes. Dados de distâncias mínimas de segurança são disponíveis na literatura (ANDERSON, 1982; BUSH e WELLS, 1972; KAURA, 1980).

O problema do custo é considerado atribuindo-se custos unitários para a tubulação (por unidade de comprimento), suportes de componentes e suporte de tubulação (por unidade de altura e área), e outros custos dependentes de posição (altura de bombeamento, distância em relação a alimentação e saída de materiais). Dados de custos também são disponíveis na literatura (GUTHRIE, 1974; PETERS e TIMMERHAUS, 1991).

### 3.1- Estratégia de resolução do problema

A função custo global a ser minimizada, conforme o modelo de designação quadrático (capítulo 2), tem a seguinte forma:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{N} a_{ijkl} x_{ik} x_{jl}$$
(3.1)

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{N} x_{ik} = 1 \qquad i=1,...,N$$
 (3.2)

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ik} = 1 \qquad k=1,...,N$$
 (3.3)

 $x_{ik} \in \{0,1\}$ 

onde x<sub>ik</sub> é igual a 1 se o elemento i está na posição k e 0 caso contrário.

As diferentes aplicações para o problema podem ser determinadas através da escolha dos parâmetros a<sub>ijkl</sub> e da construção da rede de posições permitidas. A obtenção desta rede de posições possíveis é uma etapa fundamental do problema, pois já restringe o número de soluções factíveis.

A rede de posições pode ter qualquer geometria. Entretanto, para este trabalho será adotada uma malha retangular, com distâncias dadas pela norma-1 ( $|x_i - x_j| + |y_i - y_j| + |z_i - z_i|$ ).

Estarão contidos na malha os equipamentos reais e os equipamentos "fantasmas", ou seja aqueles que não possuem custos efetivos e são utilizados apenas para a aplicação do modelo de designação quadrático. Para garantir uma maior flexibilidade ao método serão utilizadas mais posições do que componentes reais. As restrições do problema de *layout*, como o espaço para segurança, operação, manutenção e outras restrições que poderão ser definidas, serão tratadas de forma implícita através da utilização da função *penalty*, conforme será visto mais adiante.

Na modelagem do problema de *layout*, todos os custos associados com o posicionamento de equipamentos devem ser incluídos nos coeficientes a<sub>ijkl</sub>, tais como custos de instalação e suporte de equipamentos, custos de bombeamento, custos das tubulações que ligam os equipamentos, etc.

Na tentativa de resolver o problema foi proposto neste trabalho a divisão do coeficiente a<sub>ijkl</sub> em duas partes, uma para os custos de instalação dos equipamentos (custos de suportes e de posição do *piperack*) e a outra para os custos dependentes das distâncias entre os equipamentos ( custos de bombeamento e custos de tubulação). Então:

$$a_{ijkl} = b_{ik}.\delta_{ij} + \sum_{m} c_{ij}^{(m)}.d_{kl}^{(m)}$$
(3.4)

onde  $\delta_{ii}$  é igual a 1 se i for igual a j e 0 caso contrário.

Substituindo-se (3.4) na equação (3.1), obtém-se :

$$\min \left[ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{N} \left[ \sum_{m} \left( c_{ij}^{(m)} . d_{kl}^{(m)} \right) x_{ik} . x_{jl} \right] + \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \left( b_{ik} \right) x_{ik} \right] \right]$$
(3.5)

### 3.1.1- Definição das matrizes

Através de matrizes pode-se representar na função objetivo todos os custos associados ao posicionamento dos equipamentos e as restrições de distância mínima para operação, manutenção e segurança.

As restrições podem ser incorporadas no método através de matrizes custo de penalidade. Os métodos que usam penalidades transformam um problema com restrições



em um único problema sem restrições ou dentro de uma sequência de problemas sem restrições. O valor da penalidade imposta na função objetivo é geralmente grande para que não haja possibilidade de violações.

A presente estratégia transforma um problema de otimização com restrições em um único problema de otimização sem restrições através da função *penalty* (na verdade ainda existem as restrições de problema de designação quadrático). Isso traz a vantagem do método não ser sensível às disposições iniciais, ou seja, não há o risco de se assumir configurações infactíveis, apenas muito caras, não ocorrendo o "travamento do método".

As matrizes propostas neste trabalho para a execução da otimização de *layout* através do QAP são:

### A- Matrizes distância

1. Matriz distância simétrica de norma 1 entre as posições (k,l)

Definição:

DSN1(k,l)= 
$$[d_{kl}^{(1)}]_{NxN}$$

Como a rede de posições adotada é tridimensional, a distância entre duas posições  $(d_{kl}{}^{(1)})$  depende das coordenadas das posições na malha retangular, podendo ser obtida através da relação:

$$d_{kl}^{(1)} = |x_k - x_l| + |y_k - y_l| + |z_k - z_l|$$
(3.6)

devido à simetria:

$$d_{kl}^{(1)} = d_{lk}^{(1)}$$

2. Matriz distância assimétrica vertical entre as posições (k,l)

Definição:

$$DAV(k,l)=[d_{kl}^{(2)}]_{NxN}$$

onde:

$$DAV(k,l) = \begin{cases} z_l - z_k & (z_l > z_k) \\ 0 & (z_l \le z_k) \end{cases}$$

sendo que:

$$d_{kl}^{(2)} \neq d_{lk}^{(2)}$$

Os componentes da matriz distância assimétrica vertical só apresentam valores efetivos se a posição l estiver acima da posição k  $(z_1 > z_k)$ .

3. Matriz distância assimétrica de exclusão de camadas

Definição:

DAEC(k,l)=
$$[d_{kl}^{(3)}]_{NxN}$$

onde:

$$DAEC(k,l) = \begin{cases} 1 & (se \ z_l \ge z_k) \\ 0 & (se \ z_l < z_k) \end{cases}$$

sendo que:

$${d_{kl}}^{(3)}\neq {d_{lk}}^{(3)}$$

4. Matriz distância simétrica de segurança de no mínimo (p) arcos

Definição:

$$DSSP(k,l)=[d_{kl}^{(4)}]_{NxN}$$

onde:

$$DSSP(k,l) = \begin{cases} 1 & se |x_k - x_l| + |y_k - y_l| + |z_k - z_l| \le p.d \\ 0 & se |x_k - x_l| + |y_k - y_l| + |z_k - z_l| \ge (p+1).d \end{cases}$$

$$p \in \{0,1,2,...,N\}$$

d: distância entre 1 arco da rede;

devido à simetria :

$$d_{kl}^{(4)} = d_{lk}^{(4)}$$

5. Matriz de distância simétrica fixa entre as posições(k,l)

Definição:

$$DSFP(k,l) = \lceil d_{kl}^{(5)} \rceil_{NxN}$$

onde:

DSFP (k,1) = 
$$\begin{cases} 0 & se|x_k - x_l| + |y_k - y_l| + |z_k - z_l| = p.d \\ 1 & se|x_k - x_l| + |y_k - y_l| + |z_k - z_l| \neq p.d \end{cases}$$

d: distância entre 1 arco da rede;

devido à simetria:

$$d_{kl}^{(5)} = d_{lk}^{(5)}$$

Está definição está restrita a p=1, evitando que o equipamento seja dobrado, ou que outros equipamentos sejam designados para posições intermediárias entre os extremos.

#### B- Matrizes custo

1. Matriz custo simétrico de norma 1 associada à matriz DSN1(k,l)

Definição:

CSN1 (i,j)= 
$$[c_{ij}^{(1)}]_{NxN}$$

onde:

c<sub>ii</sub>(1): Custo unitário da tubulação que liga os equipamentos i e j.

devido à simetria: 
$$c_{ij}^{(1)}=c_{ji}^{(1)}$$

Cada componente da matriz representa o custo de tubulação por unidade de comprimento entre os equipamentos i e j. Quando não existir conexão entre os equipamentos i e j, o custo unitário será zero.

Se os equipamentos i e j forem designados para as posições k e l, respectivamente, a multiplicação de  $c_{ij}^{(1)}$  por  $d_{kl}^{(1)}$  (custo unitário e distância) fornecerá o custo de tubulação entre os dois elementos.

Como a matriz é simétrica, o custo de tubulação deverá ser dividido por dois, pois está sendo incluído duas vezes na função objetivo. Assim:

CSN1(i,j)=
$$\frac{1}{2}.c_{ij}^{(1)}$$

2. Matriz custo assimétrico vertical associado à matriz DAV(k,l)

Definição:

$$CAV(i,j) = [c_{ij}^{(2)}]_{NxM}$$

onde:

$$CAV(i, j) = \begin{cases} c_{ij}^{(2)} & \text{(se o fluxo for do elemento i para j)} \\ 0 & \text{(se o fluxo for do elemento j para i)} \end{cases}$$

c<sub>ij</sub> (2): Custo unitário de bombeamento entre os equipamentos i e j.

sendo que:

$$c_{ii}^{(2)} \neq c_{ii}^{(2)}$$

Na matriz custo assimétrico vertical estarão contidos os custos de bombeamento por unidade de altura entre os equipamentos i e j.

O custo de bombeamento entre dois equipamentos i e j designados para as posições k e l, respectivamente, é obtido através da multiplicação de  $c_{ij}^{(2)}$  por  $d_{(i,j)}^{(2)}$ . Dependendo da direção do fluxo de bombeamento e da diferença de altura entre as posições, o custo poderá não existir. Por exemplo, se o fluxo for do elemento i para o elemento j e a posição k estiver acima da posição l,

não haverá necessidade de bombeamento pois o escoamento ocorrerá por gravidade.

3. Matriz custo assimétrico de penalidade associado à matriz DAEC(k,l)

Definição:

$$CAP(i,j)=[c_{ij}^{(3)}]_{NxN}$$

onde:

$$CAP(i, j) = \begin{cases} M & \text{(se o elemento i deve ficar acima de j)} \\ 0 & \text{(se não houver esta restrição)} \end{cases}$$

M: deve ser um valor elevado e positivo.

sendo que:

$$c_{ii}^{(3)} \neq c_{ii}^{(3)}$$

A matriz CAP(i,j) atribuirá um custo M para pares de equipamentos i e j que devem ficar em posições verticais diferentes. Seja o elemento i designado para a posição k e o elemento j designado para l, a penalidade será adicionada à função objetivo se a posição k não estiver acima da posição l, ou seja,  $z_l \ge z_k$ . A multiplicação de  $c_{ij}^{(3)}$  por  $d_{kl}^{(3)}$  define se a penalidade deverá ou não ser imposta.

4. Matriz custo assimétrico de penalidade associado à matriz DSSP(k,l)

Definição:

$$CSP(i,j)=[c_{ij}^{(4)}]_{NxN}$$

onde:

$$CSP(i,j) = \begin{cases} M \text{ (se os elementosi e j devem ficar a uma certa distância mínima} \\ \text{de segurança, que é superior à distância entre duas posições adjacen-} \\ \text{tes na malha)} \\ 0 \text{ (se não houver esta restrição)} \end{cases}$$

M: deve ser um valor elevado e positivo.

sendo que:

$${c_{ij}}^{(4)} \neq {c_{ji}}^{(4)}$$

A matriz CSP(i,j) estabelecerá um custo adicional M para pares de elementos i e j que devem ficar acima de certa distância mínima de segurança. Seja o elemento i designado para a posição k e o elemento j designado para l, a penalidade será adicionada se as distâncias de norma 1 entre as posições k e l forem inferiores à distância mínima de segurança entre i e j. A multiplicação de  $c_{ij}^{(4)}$  por  $d_{kl}^{(4)}$  define se a penalidade deverá ou não ser imposta.

5. Custo simétrico de penalidade associado a DSFP(k,l)

Definição:

$$CSF(i,j)=[c_{ij}^{(5)}]_{NxN}$$

onde:

$$CSF(i,j) = \begin{cases} M \text{ (se o elemento for dividido em duas partes i e j)} \\ 0 \text{ (para os demais casos)} \end{cases}$$

M: deve ser um valor elevado e positivo.

devido à simetria:

$$c_{ij}^{(5)} = c_{ji}^{(5)}$$

Essa matriz é útil para a otimização de *layout* de plantas que possuem componentes com dimensões fora do padrão utilizado. Estes podem ser divididos em duas partes, como se fossem diferentes, uma para o início e outra para o final, no entanto devem estar a uma distância fixa um do outro.

38

A matriz CSF(i,j) atribuirá um custo adicional M se um dado elemento for dividido em dois subelementos i e j. Seja a parte i designado para a posição k e a parte j designado para l, a penalidade será adicionada à função objetivo se as posições k e l estiverem fora de uma distância fixa, descrita pela matriz DSFP(k,l). A multiplicação de c<sub>ij</sub> (5) por d<sub>kl</sub> (5) define se a penalidade deverá ou não ser imposta.

### C- Matrizes custo de posição

## 1. Matriz custo de posição

Definição:

$$B(i,k) = [b_{ik}]_{NxN}$$

onde:

bik: Custo total para a instalação do equipamento i na posição k.

A matriz custo de posição está associada a vetores e outras matrizes. É necessário que ela represente não apenas os custo de suportes mas também os custos relativos à tubulação e ao bombeamento necessários para deslocar os materiais e utilidades do "piperack" para os equipamentos (alimentação) e dos equipamentos para o "piperack" (descarga).

Então cada componente  $b_{ik}$  da matriz B(i,k) é a soma do custo de suporte para sustentar o equipamento i na posição k e dos custos de tubulação e bombeamento para deslocar o material. Assim:

$$b_{ik} = b_{ik}{}^{(1)} + c_i{}^{(1)}.d_{kl}{}^{(1)} + c_i{}^{(2)}.d_{kl}{}^{(1)} + c_i{}^{(3)}.d_{lk}{}^{(2)} + c_i{}^{(4)}.d_{kl}{}^{(2)}$$

onde l representa a posição da entrada ou da saída.

Os componentes  $d_{kl}^{(1)}$  e  $d_{kl}^{(2)}$  fazem parte das matrizes DSN1(k,l) e DAV(k,l) já vistas anteriormente. A matriz e os vetores envolvidos estão descritos abaixo:

## A. Matriz custo de suporte

Definição:

$$B(i,k)^{()} = [b_{ik}^{(1)}]_{NxN}$$

onde:

 $b_{ik}^{(1)}$ : custo do suporte do equipamento i para a posição k.

## B. Vetor custo de posição em relação à entrada

Definição:

$$CPE(i) = [c_i^{(1)}]_N$$

onde:

 $c_i^{(1)}$ : custo unitário da tubulação entre o elemento i e a alimentação.

## C. Vetor custo de posição em relação à saída

Definição:

$$CPS(i) = [c_i^{(2)}]_N$$

 $c_i^{(2)}$ : custo unitário da tubulação entre o elemento i e a descarga.

## D. Vetor custo de posição vertical em relação à entrada

Definição:

$$CPVE(i)=[c_i^{(3)}]_N$$

 $c_i^{(3)}$ : custo unitário de bombeamento entre o elemento i e a alimentação.

E. Vetor custo de posição vertical em relação à saída

Definição:

$$CPVS(i)=[c_i^{(4)}]_N$$

onde:

c<sub>i</sub><sup>(4)</sup>: custo unitário de bombeamento entre o elemento i e a descarga.

## 3.2- Resolução do modelo através do simulated annealing

O algoritmo simulated annealing (AARTS e KORST, 1989) foi utilizado neste trabalho, pois é um método eficiente e prático para a resolução do problema de designação quadrático. Quando testado em problemas de otimização do QAP para layout, os resultados foram bons (ALVES e GUIRARDELLO, 1996).

A linguagem utilizada foi o FORTRAN (esta sigla é originada de FORmula TRANslator) que é a mais amplamente utilizada das linguagens científicas ou algébricas.

O algoritmo em FORTRAN é composto de um programa principal e quatro subrotinas. O programa principal aplica os conceitos discutidos no capítulo 2. Para a resolução
do QAP é criado um vetor LV(i) que assegura que cada componente tenha uma única
posição e cada posição tenha um único componente (restrições do QAP). A troca de
posição entre componentes é feita sempre a selecionar dois elementos diferentes, sendo um
deles real. Este procedimento é extremamente válido pois torna a otimização mais rápida, já
que a troca de posição entre pares de equipamentos "fantasmas" não tem sentido.

Inicialmente o cálculo da função custo é feito através da equação 3.5, que pode ser rearranjada em termos do vetor LV(i) como:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left[ \sum_{m} \left( c_{ij}^{(m)} . d_{LV(i),LV(j)}^{(m)} \right) \right] + \sum_{i=1}^{N} \left( b_{i,LV(i)} \right)$$
(3.6)

Com o intuito de diminuir o tempo de computação, o cálculo do custo para as demais disposições será feito incrementalmente. Ao invés de obter o valor do custo com todas as posições, o calculo será feito através do valor do incremento no par trocado.

Seja i<sub>1</sub> um elemento localizado na posição k<sub>1</sub>, e i<sub>2</sub> um elemento localizado em k<sub>2</sub>, o incremento na função custo com a troca de posição entre os pares i<sub>1</sub> e i<sub>2</sub> pode ser obtido por:

$$W_{c} = \sum_{j=1}^{N} \left[ \sum_{m} \left( (c_{i_{1}j}^{(m)} - c_{i_{2}j}^{(m)}) \cdot (d_{k_{2}LV(j)}^{(m)} - d_{k_{1}LV(j)}^{(m)}) + (c_{ji_{1}}^{(m)} - c_{ji_{2}}^{(m)}) \cdot (d_{LV(j)k_{2}}^{(m)} - d_{LV(j)k_{1}}^{(m)}) \right] + \sum_{m} \left[ (c_{i_{1}i_{2}}^{(m)} - c_{i_{2}i_{1}}^{(m)}) \cdot (d_{k_{2}k_{1}}^{(m)} - d_{k_{1}k_{2}}^{(m)}) \right] + b_{i_{1}k_{2}} + b_{i_{2}k_{1}} - b_{i_{1}k_{1}} - b_{i_{2}k_{2}}$$

(3.7)

sendo que :  $j\neq i_1$  e  $j\neq i_2$ 

A soma do incremento (W<sub>c</sub>) com o valor do custo da solução anterior resulta no custo da solução seguinte, ou seja após a troca de posição entre i<sub>1</sub> e i<sub>2</sub>. Através desta estratégia é possível diminuir significativamente o número de cálculos para a obtenção do custo total.

O programa apresenta as seguintes sub-rotinas:

- sub-rotina da cadeia de Markov: tem como objetivo o cálculo da cadeia de Markov. O comprimento da cadeia foi obtido através da combinação dos elementos dois a dois.
- sub-rotina função custo: é destinada ao cálculo da função custo para uma determinada disposição de elementos.
- sub-rotina do incremento da função custo: tem como finalidade calcular o incremento na função custo após a realização da troca de posição entre os elementos A e B, ou seja após ter sido proposta uma nova alocação de elementos.
- sub-rotina da derivada: calcula os parâmetros necessários para a elaboração do critério de parada do simulated annealing, o ajuste foi feito através de uma parábola, com base no método dos quadrados mínimos.

O programa encontra-se em anexo. Para um melhor entendimento, as variáveis utilizadas e o seu significado apresentam-se junto ao mesmo.

A figura seguinte apresenta um fluxograma com a seqüência das operações realizadas pelo algoritmo.

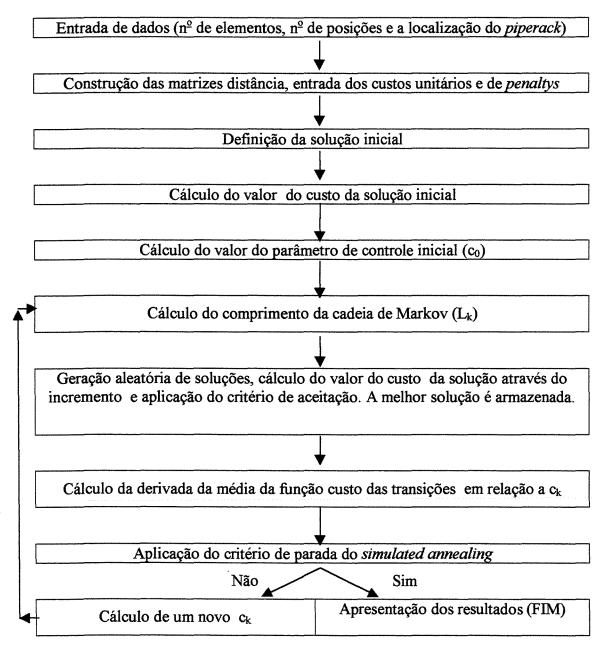


Figura 3.1- Sequência das operações realizadas pelo algoritmo.

### 4- CASO DE ESTUDO

A produção de poliéster foi escolhida como o processo industrial a ser otimizado. Utilizou-se um exemplo que foi adaptado do processo descrito em GUNN e AL-ASADI (1987). Na ausência de dados sobre a planta, alguns tiveram que ser arbitrados como as vazões, o diâmetro e o material da tubulação. Deste modo, trata-se de um exemplo fictício que tem como principal objetivo mostrar como a metodologia desenvolvida se enquadra em problemas de *layout* de plantas químicas. O fluxograma do processo está representado no anexo 4.

### 4.1- Descrição do processo

Os dois reagentes principais são: o etilenoglicol e teraftalato de dimetila.

A primeira etapa é a reação de condensação em que o etilenoglicol reage com teraftalato de dimetila para formar dietileno glicol teraftalato como monômero e metanol. Em seguida ocorre a polimerização catalítica, onde o políéster linear é formado com a condensação do etilenoglicol.

As reações de formação do monômero e polimerização são:

2 HOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH + CHOOC- CH- COOCH<sub>3</sub> 
$$\xrightarrow{200^{9}C}$$
 HOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OOC-C<sub>6</sub>H<sub>4</sub>- COOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH + 2 CH<sub>3</sub>OH

n HOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OOC – C<sub>6</sub>H<sub>4</sub> – COOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH 
$$\longrightarrow$$
 HOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub> – O – [OC-C<sub>6</sub>H<sub>4</sub> – COOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub> – O-]<sub>n</sub> H + (n-1)HOCH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>OH

Para a produção em pequena escala é mais comum a utilização de processos em batelada, pois processos contínuos não são economicamente viáveis para pequenas quantidades de produtos.

Os principais estágios do processo são : a preparação dos reagentes, a condensação e a esterificação do teraftalato de dimetila, a policondensação do dietileno glicol teraftalato e a preparação do poliéster.

Inicialmente o etilenoglicol e o teraftlato de dimetila são bombeados para os tanques de armazenamento aquecidos. Nestes tanques serão medidas as quantidades dos dois reagentes principais que alimentam os reatores de condensação e esterificação.

Em conjunto com os reagentes primários, dois catalisadores são adicionados ao reator de esterificação, os mais comuns: acetato de zinco, hidreto de lítio e acetato de cálcio. O primeiro catalisador será colocado na solução de etilenoglicol, enquanto o segundo (líquido) adicionado diretamente ao reator de esterificação.

A reação de esterificação ocorre em um reator tanque agitado equipado com uma serpentina a vapor e uma jaqueta de aquecimento. O metanol condensado da reação é resfriado e coletado dos vapores emergentes do reator; também existe a presença de pequenas quantidades de etilenoglicol nos vapores.

A reação inicia-se em uma faixa de temperatura entre 160-180°C, há uma elevação durante a reação até 250°C. O tempo total de reação é de aproximadamente 5 horas. No primeiro estágio da reação o metanol é destilado para fora do reator, com o aumento da temperatura o excesso de etilenoglicol também segue o mesmo caminho. A reação de esterificação é conduzida na presença de nitrogênio para evitar oxidação dos produtos e para manter condições não inflamáveis sobre os reagentes líquidos.

O éster intermediário formado no reator de esterificação é transferido para o reator de policondensação tanque agitado por pressurização com nitrogênio. O reator de policondensação é aquecido através de uma jaqueta por um fluido orgânico aquecido; neste estágio a temperatura sofre um aumento até 260°C e um terceiro catalisador, trióxido de antimônio, deve ser adicionado.

Se um poliéster grosseiro for requerido, será adicionado dióxido de titânio, um agente delustrante, em concentrações acima de 2% do polímero final. Utiliza-se

etilenoglicol para a preparação da pasta de dióxido de titânio. Depois da preparação e agitação a pasta é transferida para um tanque de armazenagem, onde ocorre a medição e então segue para o reator de policondensação. A polimerização ocorre com a condensação do etilenoglicol. Para alcançar o peso molecular desejado, a reação poderá levar até 5 horas.

O etilenoglicol e pequenas quantidades de metanol são coletados durante a reação. Ambos são recuperados em uma planta individual; o glicol é utilizado no processo enquanto o metanol é usado na produção do teraftalato de dimetila.

Com a policondensação completada, o polímero derretido será forçado a passar através de uma válvula de extrusão, localizada na base do reator, por pressurização do reator com nitrogênio, sendo extraído na forma de cabos. Posteriormente será parcialmente secado por uma corrente de ar, cortado em *chips* por um *slice-dicer*, seguindo para o vaso de coleta dos *chips*.

### 4.2 - Obtenção das matrizes para o exemplo estudado

A otimização do *layout* do processo de produção de poliéster através do QAP requer o conhecimento do fluxograma do processo e das dimensões dos equipamentos e tubos; tais informações encontram-se em anexo.

Definiu-se uma malha cúbica para as possíveis posições dos equipamentos, sendo que cada ponto da malha estará localizado a uma distância de 5 metros do seguinte. Este valor foi escolhido arbitrariamente e representa um valor mínimo entre segurança e *overlap* (sobreposição) de equipamentos.

Deste modo, as matrizes distância dependem apenas das coordenadas das posições na malha, conforme o capítulo 3. Com a rede de possíveis posições definida, torna-se necessária a construção das matrizes custo e a implementação das restrições.

### 4.2.1- Custo unitário de tubulação

Os custos unitários de tubulação serão estimados através dos gráficos de GUTHRIE (1974) da seguinte maneira:

$$C = C_b \cdot (F_c + F_m + F_t + F_p) \tag{4.1}$$

onde:

C: custo unitário de tubulação em 1970 (US\$ / ft);

C<sub>b</sub>: custo base;

F: fatores de ajuste (tabelas 2.1 à 2.4 do anexo 2).

O custo base (C<sub>b</sub>) e os fatores de ajuste podem ser obtidos através da figura 2.1, e das tabelas do anexo 2.

Optou-se por um sistema de tubulação para plantas de processo (circuitos normais, F<sub>c</sub>=1) com paredes extrafortes e flanges (F<sub>t</sub>=0,38). Para atualizar os custos de tubulação (dados de 1970), utilizou-se a relação a seguir (PETERS e TIMMERHAUS, 1991):

$$C_I = C_0 x \frac{I_1}{I_0} \tag{4.2}$$

onde:

Co: custo original em US\$ (março de 1970);

C<sub>1</sub>: custo atualizado em US\$( março de 1999);

I<sub>0</sub>: índice no passado( março de 1970);

I<sub>1</sub>: índice atualizado (março de 1999).

Os índices foram obtidos da CHEMICAL ENGINEERING. Então:

I<sub>0</sub>= 130 (CHEMICAL ENGINEERING, june 1970)

I<sub>1</sub>=536,6 (CHEMICAL ENGINEERING, *june 2000*)

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{536,6}{130}$$

A seguir serão calculados os custos unitários para os tubos do processo:

• Tubos de aço carbono de diâmetro de 2 in

Dados obtidos da figura 2.1 e das tabelas do anexo 2:  $C_b$ = 3,4,  $F_c$  =1, $F_m$  =0,  $F_t$ =0,30 e  $F_p$ =0.

Assim:

$$C = 3.4 \cdot (0 + 1 + 0.30) \cdot \frac{536.6}{130} = US$ 18.25 / ft$$

Tubos de aço carbono de diâmetro de 4 in

Dados obtidos da figura 2.1 e das tabelas do anexo 2:  $C_b$ = 6,6,  $F_c$  =1, $F_m$  =0,  $F_t$ =0,30 e  $F_p$ =0.

Assim:

$$C = 6.6. (0 + 1 + 0.30). \frac{536.6}{130} = US$ 35, 95 / ft$$

• Tubos de aço inoxidável com diâmetro de 2 in

Dados obtidos do da figura 2.1 e das tabelas do anexo 2:  $C_b$ = 3,4,  $F_c$  =1,

$$F_m = 3,22, F_t = 0,30$$
 e  $F_p = 0$ .

Portanto:

$$C = 3.4 \cdot (3.22 + 1 + 0.30) \cdot \frac{536.6}{130} = US$ 63, 44 / ft$$

Tubos de aço inoxidável com diâmetro de 4 in

Dados obtidos da figura 2.1 e das tabelas do anexo 2:  $C_b$ = 6,6,  $F_c$  =1, $F_m$  =3,22,  $F_t$ =0,30 e  $F_p$ =0.

Logo:

$$C = 6.6 \cdot (3.22 + 1 + 0.30) \cdot \frac{536.6}{130} = US$ 125, 08/ ft$$

A tabela 1.2 do anexo 1 mostra os tubos entre equipamentos do processo e seus respectivos custos unitários. Esse conjunto de custos unitários entre pares de equipamentos corresponde à matriz CSN1(i,j).

### 4.2.2 - Custos unitários de bombeamento

A energia de bombeamento pode ser calculada através da 1ª Lei da termodinâmica. A equação básica é a seguinte:

$$\dot{Q} - \dot{W}_e - \dot{W}_{cisalhamento} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} e \rho dV + \int_{SC} (u + pv + \frac{V^2}{2} + g.H) \rho d\vec{V}.d\vec{A}$$
 (4.3)

sendo que:

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gH \tag{4.4}$$

onde:

e: energia total do sistema;

Q: taxa de transferência de calor;

 $\dot{W}_{eixo}$ : trabalho de eixo;

 $\dot{W}_{cisalhamento}$ : trabalho de cisalhamento;

 $\dot{W}$ : trabalho de bombeamento;

t: tempo

p: densidade do fluído;

u: energia interna específica

P: pressão;

g: aceleração gravitacional;

H: altura;

V: vetor velocidade;

A: vetor área.

Utilizou-se como sistema de referência a superficie dos líquidos de cada equipamento. Assim, a seção 1 seria a superficie do líquido (1) e a seção 2 a superficie do líquido (2).

Hipóteses:

- (1)-  $\dot{W}_{outros} = \dot{W}_{cisalhamento} = 0$
- (2)- Escoamento incompressível
- (3)- Escoamento uniforme em cada seção
- (4)- Escoamento permanente

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} e \rho dv = 0$$

(5)- Despreza-se a variação de pressão, de velocidade e de temperatura.

$$\Delta P=0$$
,  $\Delta V=0$  e  $\Delta T=0$ 

Sob as hipóteses listadas, a primeira lei da termodinâmica para o volume de controle descrito torna-se:

$$\dot{W} = \dot{m}(u_2 - u_1) - \dot{Q} + (gH_2 - gH_1)\dot{m} \tag{4.5}$$

A perda de carga total através das seções (1) e (2) pode ser definida como:

$$h_{LT} = (\dot{u}_2 - \dot{u}_1 - \frac{\delta Q}{dm}) \tag{4.6}$$

Desta forma:

$$\dot{W} = \dot{m} h_{LT} + \dot{m} g \Delta H \tag{4.7}$$

Desprezando-se as perdas localizadas, a expressão para a perda de carga torna-se:

$$h_{LT} = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2} \tag{4.8}$$

Portanto:

$$W = m f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2} + m \cdot g \cdot \Delta H \tag{4.9}$$

onde:

W: energia de bombeamento (W)

m: vazão mássica (kg/s);

ΔH: diferença de altura (m);

f: fator de atrito;

D: diâmetro do tubo (m);

V: velocidade de escoamento (m/s);

L: comprimento do tubo (m);

 $h_{LT}$ : perda de carga na tubulação  $(m^2/s^2)$ .

O termo  $(m\frac{f}{D}.\frac{\dot{V}^2}{2}.L)$  pode ser considerado desprezível em relação a  $(m.g.\Delta H)$ , pois a velocidade de escoamento nos tubos é muito pequena. Deste modo a equação será escrita como:

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot g \cdot \Delta H \tag{4.10}$$

Para os tubos com vazão mássica de 0,347 Kg/s de (30 Toneladas por dia):

$$\dot{W} = 3$$
, 40.  $\Delta H$ 

Admitindo-se um rendimento de 60% para o bombeamento do material, tem-se que:

$$\frac{P_{teórica}}{P_{real}} = \eta = 0.6 \tag{4.11}$$

Substituindo-se (4.11) em (4.10) obtém-se:

$$P_{mai} = 5.7.\Delta H$$

Considerando-se que a indústria trocará toda a sua tubulação num prazo de aproximadamente 5 anos, o custo do kW.h na cidade de São Paulo (05/2000) seja de 0,16 Reais (Eletropaulo- São Paulo) e U\$1,00= R\$2,00 tem-se:

$$\frac{5,7W}{m}x5anosx\frac{24x365horas}{1ano}x\frac{R\$0,16}{kWh}x\frac{US\$1}{R\$2}x\frac{0,3048m}{1ft} = US\$6,09/ft$$

Analogamente pode-se calcular o custo unitário de bombeamento para cada par de equipamento do processo. A tabela 1.2 do anexo 1 mostra o custo unitário de bombeamento para cada tubo do processo, correspondendo a matriz CAV(i,j).

### 4.2.3-Custos de posição

Foi visto que os custos de posição dependem do custos de suportes e da posição do equipamento em relação ao *piperack*.

Os custos de suporte de tubulação por unidade de altura podem ser calculados a partir dos gráficos de GUTHRIE (1974) da seguinte forma:

$$C_{ac} = A_S \cdot H \cdot F_s \cdot \text{Indice} \tag{4.12}$$

onde:

Cac: custo de estrutura de aço (US\$);

As: área de secção transversal do equipamento (ft²);

F<sub>S</sub>: fator de instalação;

H: altura do suporte (ft);

O fator de instalação  $F_S$  depende da altura do suporte, sendo obtido através da figura 3.1 do anexo 3. A curva (1) (Light) é a que mais se encaixa ao caso estudado. A construção da matriz B(i,k) exige a obtenção de valores de  $F_S$  para um grande número de posições diferentes. Para representar os custos de suporte no algoritmo, a curva (1) foi aproximada a uma equação do tipo  $y=a \times X^b$  através do software Origin 6.0. O resultado obtido está representado a seguir:

$$F_S = (H)^{0.3334} \times 0.1110$$

A equação que calcula o custo de suporte de equipamentos é do tipo:

$$C_{ac} = A_S \cdot (H)^{1,3334} \cdot 0,1110$$
. Índice

Utilizou-se a relação a seguir (PETERS e TIMMERHAUS, 1991) para a atualização dos custos de suporte (dados de 1970):

$$C_{ac} = C_{ac0} x \frac{I_1}{I_0} \tag{4.13}$$

onde:

Co: custo original em US\$ (março de 1970);

C<sub>1</sub>: custo atualizado em US\$ ( março de 1999);

I<sub>0</sub>: indice no passado (março de 1970);

I<sub>1</sub>: indice no presente (março de 1999).

Os índices utilizados foram os da CHEMICAL ENGINEERING. Assim:

I<sub>0</sub>= 116,6 (CHEMICAL ENGINEERING, june 1970)

I<sub>1</sub>=411,2 (CHEMICAL ENGINEERING, june 2000)

Daí:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{411,2}{116,7} = 3,52$$

Logo:

$$C_{ac} = A_S.H^{1,3334}.0,3907$$

O custo para instalação de uma estrutura de aço que suporte o equipamento depende da área transversal do equipamento (anexo 1) e da altura do suporte.

A matriz B(i,k) será obtida através da somatória dos custos de suporte com os custos de tubulação e de bombeamento em relação à entrada e saída de materiais, representados nas tabelas 1.3 e 1.4 do anexo 1, respectivamente.

### 4.3 - Restrições do processo

As restrições serão transformadas em função *penalty*, conforme o capítulo 3. O valor da penalidade para o caso estudado é de M=100000. Foram implementadas as seguintes restrições para as posições dos equipamentos:

 O equipamento 12 (anexo 1) é mais longo na horizontal que os demais, para evitar a sobreposição, foi dividido em duas partes. Assim, os elementos 12 e 19 representam um único equipamento. Para obrigar as partes a permanecerem a uma distância fixa, definiu-se um custo de penalidade, conforme a matriz CSF(i,j).

Deste modo:  $c_{12,19}^{(5)} = M$ 

Toda vez que as partes 12 e 19 forem designados para posições não adjacentes no eixo x, um valor de *penalty* M será adicionado na função objetivo.

Não foram encontrados na literatura dados de distâncias mínimas para os equipamentos do processo estudado. Como são equipamentos de dimensões reduzidas, a distância entre duas posições adjacentes na malha pode ser considerada uma distância mínima de segurança. No entanto, para implementar o uso das restrições de distância de segurança considerou-se que os reatores de esterificação (equipamento 7) e de policondensação (equipamento 8) devem ficar a uma distância de no mínimo 10 metros (2 arcos) de cada elemento real. Para obrigá-los a permanecerem a uma distância mínima de segurança, definiu-se um custo de penalidade, conforme a matriz CSP(i,j).

$$\begin{cases} C_{7,j}^{(4)} = M, \quad C_{8,j}^{(4)} = M, \quad \text{para } j \in \{1,19\} \\ C_{i,7}^{(4)} = M, \quad C_{i,8}^{(4)} = M, \quad \text{para } i \in \{1,19\} \end{cases}$$

Desta forma, se os equipamentos 7 e 8 estiverem a uma distância menor que 10 metros dos equipamentos reais, uma penalidade de valor M será adicionada na função objetivo.

 Para evitar a obtenção de layouts sem sentido físico; dado uma par de elementos i e j, é possível obrigar o elemento i a ficar acima do elemento j através da adição de um custo de penalidade na função objetivo.

Com base no sentido do fluxo foram impostas algumas restrições; ou seja se o fluxo for de i para j, será mais vantajoso i ficar acima de j. Estabeleceram-se os seguintes custos de penalidade relacionadas à matriz CAP(i,j):  $c_{1,7}^{(3)} = M$ ,

$$c_{3,7}^{(3)} = M$$
,  $c_{7,15}^{(3)} = M$ ,  $c_{7,13}^{(3)} = M$ ,  $c_{8,13}^{(3)} = M$ .  $c_{8,12}^{(3)} = M$ ,  $c_{10,8}^{(3)} = M$ ,  $c_{13,16}^{(3)} = M$ ,  $c_{18,7}^{(3)} = M$ .

Assim, para os pares de elementos onde  $c_{i,j}^{(3)} = M$ , se uma configuração alocar i em posição inferior a j, será adicionada uma penalidade de valor M na função objetivo.

Naturalmente o programa de otimização tenderá a não violar as restrições anteriores, pois acarretaria em um valor alto para a função objetivo.

# 5- RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os métodos desenvolvidos foram testados no processo de produção de poliéster descrito no capítulo 4. A unidade estudada apresenta 18 equipamentos (anexo 1); como o equipamento 12 foi dividido em duas partes, há um aumento para 19 elementos reais. Os elementos restantes são *fantasmas* e não influem no valor da função custo.

Como foi visto, a resolução do problema de designação quadrático requer uma malha de posições para os equipamentos. Foram escolhidas malhas com diferentes números de posições. Inicialmente adotou-se uma malha cúbica 3x3x3 para a resolução do problema. Entretanto, devido ao pequeno número de posições (N=27), não foi impossível encontrar um *layout* que não violasse alguma restrição.

Então optou-se por uma malha cúbica 4x4x4 com 64 posições possíveis (N=64) para os 19 elementos reais. A otimização também foi executada para malhas cúbicas 5x5x5 e (N=125) 6x6x6 (N=216), que oferecem uma maior flexibilidade para a alocação dos equipamentos, existindo mais possibilidades.

Todas as utilidades de um processo industrial vêm geralmente em um *piperack*, de tal forma que os pontos de alimentação e saída fiquem próximos uns dos outros. É comum o *piperack* se localizar na base, no centro ou em uma das laterais da malha. Assim, as entradas e as saídas dos reagentes, catalisadores, materiais, enfim de todas as utilidades importantes do processo, foram fixadas em uma das laterais da malha. A localização do *piperack* está representada na tabela 5.1.

Tabela 5.1 : Localização do piperack nas malhas.

Tipo de malha	Localização da entrada (m)	Localização da saída (m)
4 x 4x4	X=5, Y=15 e Z=5	X=0, Y=15 e Z=5
5x5 x5	X=5, Y=20 e Z=5	X=0, Y=20 e Z=5
6x6x6	X=5,Y=25 e Z=5	X=0,Y=25 e Z=5

O problema foi resolvido pelo algoritmo simulated annealing através de um PC Pentium 200 Mhz e 32 Mb de memória RAM. Os resultados obtidos pelo programa encontram-se em anexo. Utilizou-se  $\delta$ = 1,26 (parâmetro de distância) com o intuito de provocar um menor decaimento do parâmetro de controle e melhorar os resultados obtidos, já que um maior número de soluções está sendo processada.

A tabela abaixo apresenta o tempo de execução e o valor da função objetivo para as malhas 4x4x4, 5x5x5 e 6x6x6.

Tabela 5.2: Tempo de computação e valor da função objetivo para as malhas estudadas.

Tipo de malha	Tempo de computação (s)	Valor da função objetivo(US\$)
4x4x4	87	68360,07
5x5x5	598	68243,24
6x6x6	1518	69096,36

As tabelas e os gráficos seguintes mostram a otimização das posições dos elementos nas malhas 4x4x4 e 5x5x5, que apresentam melhores resultados.

Tabela 5.3: Otimização das posições dos equipamentos na malha 4x4x4.

Equipamento	X (m)	Y (m)	Z(m)
1	10	15	15
2	10	15	5
3	0	15	15
4	10	15	0
5	10	10	0
6	5	10	5
7	5	15	10
8	10	10	10
9	5	5	5
10	0	10	15
11	0	10	10
12	5	10	0
13	0	10	5
14	0	5	5
15	0	15	0
16	5	15	0
17	0	10	0
18	5	10	15
19	5	5	0

Tabela 5.4: Otimização das posições dos equipamentos na malha 5x5x5.

Equipamento	X(m)	Y (m)	Z (m)
1	10	20	15
2	10	20	5
3	5	15	15
4	15	15	10
5	10	15	10
6	5	15	5
7	5	20	10
8	5	10	10
9	0	20	0
10	0	10	15
11	0	10	5
12	5	15	0
13	0	15	5
14	0	10	0
15	10	15	5
16	5	20	0
17	0	15	0
18	0	20	15
19	10	15	0

,

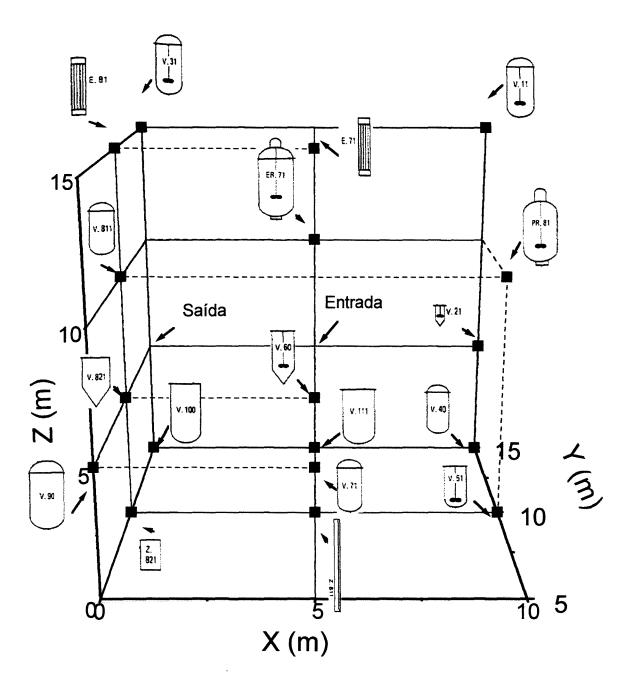


Figura 5.1: Posição dos equipamentos na malha (4x4x4)

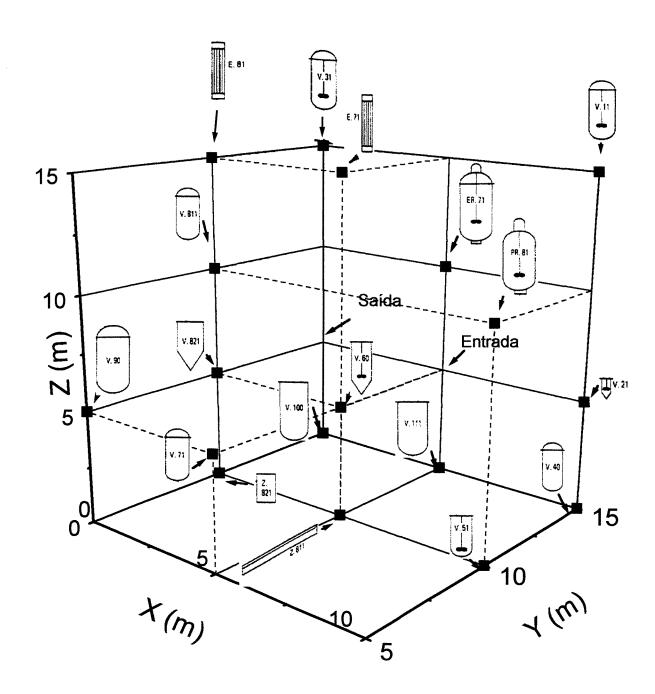


Figura 5.2: Posição dos equipamentos na malha(4x4x4)

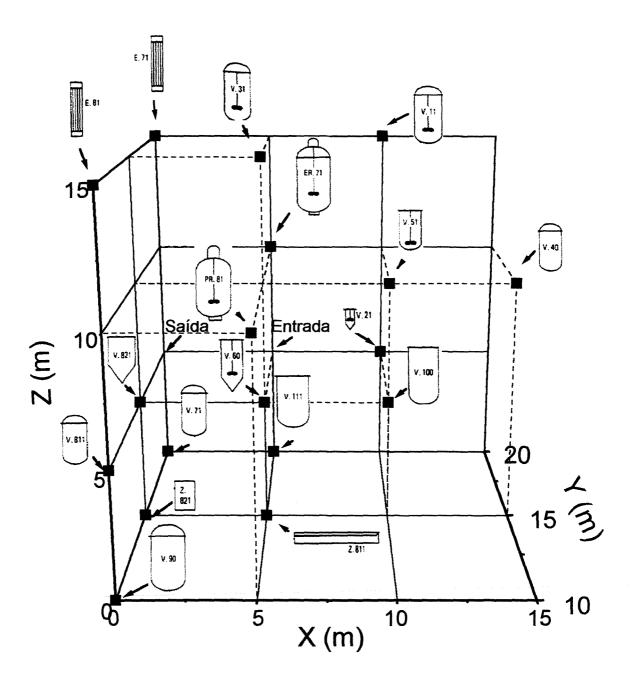


Figura 5.3: Posição dos equipamentos na malha (5x5x5)

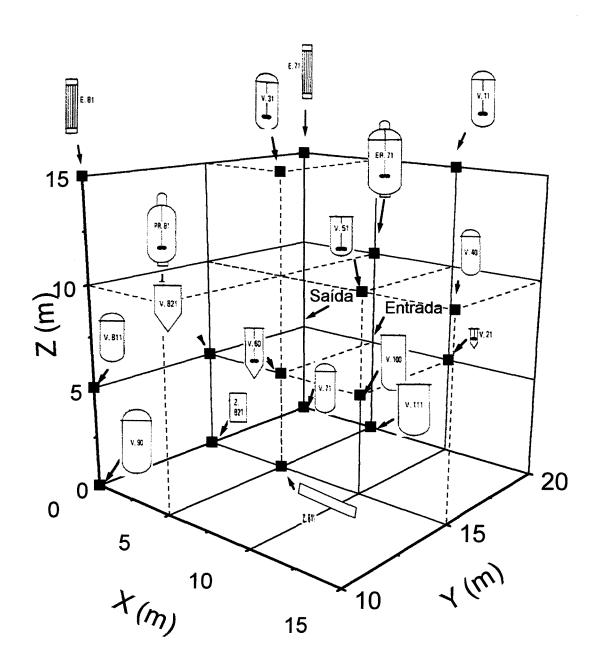


Figura 5.4: Posição dos equipamentos na malha (5x5x5)

Através da análise da tabela 5.2 verifica-se que nenhuma das restrições impostas foi violada, o valor adotado para a penalidade é de M=100000 e a função objetivo apresenta um valor inferior para as malhas testadas.

O aumento da quantidade de posições possíveis para os equipamentos não influenciou muito no resultado da função custo no exemplo estudado. Constatou-se que os custos totais para as malhas 4x4x4 e 5x5x5 foram praticamente os mesmos, apenas 0,17 % de diferença entre eles. O tempo de computação aumentou consideravelmente. A alocação de elementos em malhas 4x4x4 (N=64) envolve cálculos com matrizes de 4096 componentes (64 x 64), enquanto que para malhas 5x5x5, com matrizes de 15625 componentes (125 x 125). Além disso o comprimento da cadeia de Markov aumenta muito, o que provoca uma maior lentidão na obtenção dos resultados.

Os custos de tubulação e os custos de suportes de equipamentos exercem maior influência no valor da função objetivo. Assim, o programa de otimização colocou os equipamentos em posições próximas (vizinhas) ao *piperack* (entrada e saída). Isso era esperado pois diminuindo-se a distância do equipamento ao *piperack*, haverá um decréscimo nos custos de posição em relação às entradas e saídas.

Da mesma forma percebe-se que os equipamentos foram alocados em posições próximas entre si. A aglomeração dos equipamentos provoca a diminuição dos custos de tubulação e bombeamento.

Observa-se que existe uma grande quantidade de equipamentos localizados na base ou nos primeiros pavimentos da malha, ou seja, em níveis mais baixos (Z). Isso acontece pois a otimização tende a minimizar os custos de suporte de equipamentos que aumenta para alturas maiores.

Os *layout*s obtidos são muito similares. Verifica-se também que para as malhas 4x4x4 e 5x5x5, os equipamentos estão posicionados praticamente no mesmo espaço, apesar de possuir um pavimento a mais (z=20 m), nenhum equipamento foi encontrado no topo da malha 5x5X5.

Tentou-se resolver o problema através de uma malha 10x10x10 (N=1000), entretanto nenhum resultado melhor foi encontrado e o tempo de computação aumentou para aproximadamente 4 horas de execução. Deste modo, para o exemplo estudado não há muita vantagem em aumentar o número de posições da malha (acima de 125), contudo para

exemplos industriais com elevado número de componentes e restrições pode ser um procedimento interessante para a obtenção de um *layout* melhor.

Tratando-se de um método heurístico de resolução do QAP, não há garantia que a solução ótima encontrada seja o ótimo global, entretanto os resultados obtidos estiveram de acordo com o esperado, ou seja nenhuma restrição foi violada, os equipamentos estavam próximos entre si e próximos ao *piperack*, sendo que a maioria deles se localizava em posições mais baixas da malha; todos estes procedimentos minimizam a função custo.

A seguir será feita a análise dos parâmetros do algoritmo de simulated annealing.

A partir dos resultados obtidos pelo programa pode-se verificar o comportamento do custo médio total, da razão de aceitação, da derivada relativa da função custo médio e do desvio padrão das transições em função do decréscimo do parâmetro de controle. Os gráficos seguintes ilustram o comportamento destes parâmetros.

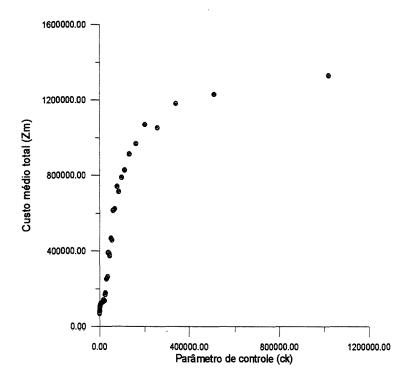


Gráfico 5.1: Variação do custo médio total em função do parâmetro de controle (malha 4x4x4)

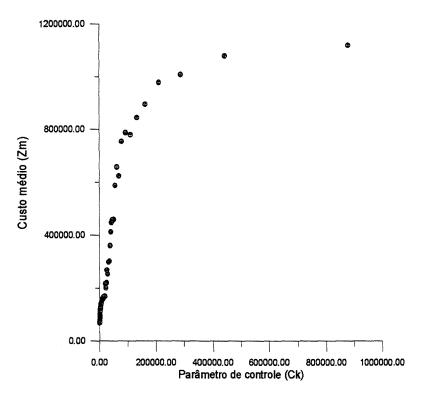


Gráfico 5.2: Variação do custo médio total em função do parâmetro de controle (malha 5x5x5)

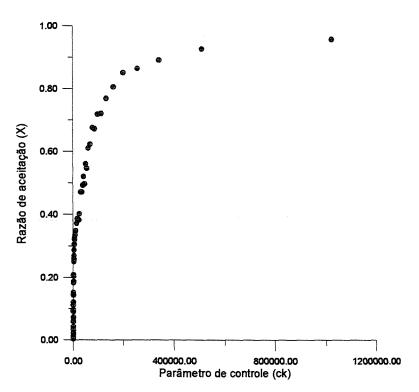


Gráfico 5.3: Variação da razão de aceitação em função do parâmetro de controle (4x4x4)

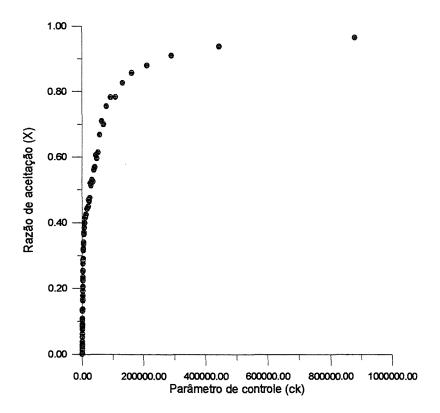


Gráfico 5.4: Variação da razão de aceitação em função do parâmetro de controle (malha 5x5x5)

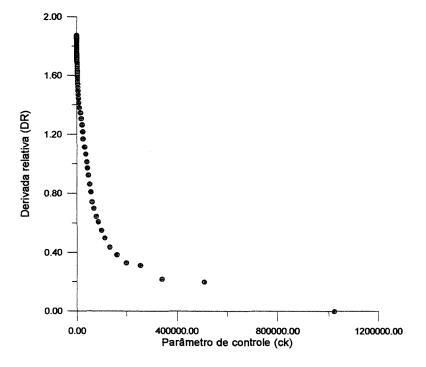


Gráfico 5.5: Variação da derivada relativa da média da função custo em função do parâmetro de controle (malha 4x4x4)

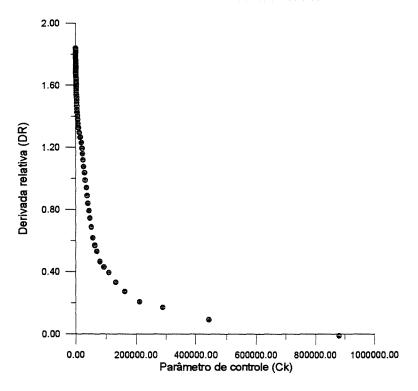


Gráfico 5.6: Variação da derivada relativa da média da função custo em função do parâmetro de controle (malha 5x5x5)

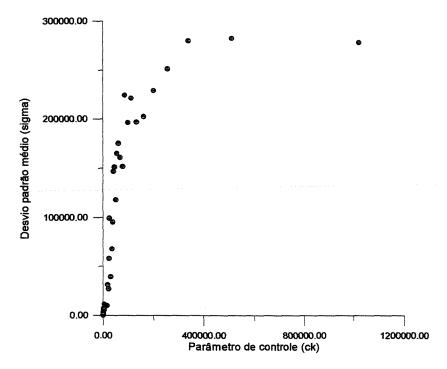


Gráfico 5.7: Variação do desvio padrão médio em função do parâmetro de controle (malha 4x4x4)

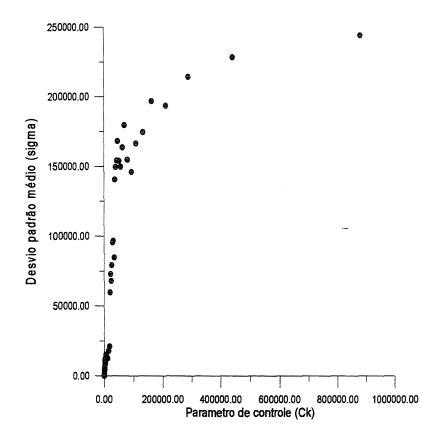


Gráfico 5.8: Variação do desvio padrão médio em função do parâmetro de controle (malha 5x5x5)

Os parâmetros do algoritmo apresentaram comportamentos análogos para as malhas 4x4x4 e 5x5x5. Observou-se que o valor do custo total médio ( $Z_m$ ) decresceu exponencialmente com o decaimento do parâmetro de controle ( $c_K$ ), conforme era esperado, em comparação com o processo de "annealing", à medida que a temperatura cai, o algoritmo se aproxima da energia mínima.

Em relação ao fator de aceitação ( $\chi$ ), percebeu-se que com a diminuição do parâmetro de controle, menos transições foram aceitas. Isso ocorre pois, com o decréscimo de  $c_K$ , há um maior refinamento e o número de alocações aceitas pelo algoritmo diminui; já o termo exp (-W/c<sub>k</sub>) que representa a probabilidade da transição ser aceita decresce com a diminuição de  $c_k$ .

Com a diminuição do parâmetro de controle, houve um aumento no valor da derivada média da função custo. Isso significa que a média da função custo cai mais rapidamente para valores menores de c<sub>k</sub>. Pelo critério de parada, quando a derivada for zero (ponto crítico), o parâmetro de controle obrigatoriamente será zero também e o

algoritmo chegará ao fim.

O desvio padrão das transições diminuiu com a convergência do algoritmo para um ponto ótimo. Com a diminuição de  $c_k$ , poucas novas soluções são aceitas, consequentemente, à medida que o algoritmo converge para uma única solução, o desvio padrão tende a zero.

## 6- CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A resolução de problemas de otimização através do algoritmo simulated annealing não depende da qualidade da solução inicial, que pode ser escolhida arbitrariamente sem nenhum critério. Partindo de uma disposição inicial qualquer, o algoritmo aceita soluções melhores e até piores com uma certa probabilidade, que vai diminuindo com o decaimento do parâmetro de controle, e por esta razão pode fugir do mínimo local. O algoritmo apresenta outras vantagens como fácil implementação e baixo tempo de execução.

Os resultados obtidos pela metodologia desenvolvida foram muito bons. Através de um reduzido tempo de computação foi possível a obtenção de um *layout* satisfatório para o caso estudado. Entretanto, como foi utilizado um método heurístico de resolução do QAP, não existe a garantia que o ótimo global tenha sido encontrado.

O aumento do tamanho da rede de posições oferece uma melhor flexibilidade ao método, entretanto para o caso estudado (19 equipamentos reais), não foi verificada uma grande vantagem. À medida que o número de posições aumenta, há o aumento das possibilidades de resolução, com isso a solução ótima vai ficando mais difícil de ser encontrada.

A melhor estratégia é iniciar a resolução com malhas menores, que apresentam baixo tempo de execução, e aumentar o tamanho até que nenhum resultado melhor seja atingido, exatamente como foi feito neste trabalho. Foi visto que os elementos estavam posicionados praticamente no mesmo espaço nas malhas de 64 e 125 posições, e o valor da função custo muito próximo. A utilização de malhas maiores com 216 e 1000 posições não apresentou resultados melhores e o tempo de computação teve um ligeiro aumento. Desta forma, o tamanho da rede deve ser cuidadosamente dimensionado, de modo a conciliar rapidez e eficiência. Uma das grandes vantagens do método é a sua aplicabilidade, podendo ser utilizado para otimização de qualquer caso de estudo. Para outros exemplos são requeridas poucas alterações, sendo necessário dimensionar a rede de posições, a posição do *piperack* na rede, as restrições e a construção das matrizes custo unitário de tubulação e bombeamento. Dependendo do tamanho da planta estudada e das dimensões dos equipamentos, uma outra equação para o custo de suportes pode ser requerida.

Através da implementação de restrições foi possível evitar soluções sem sentido físico e soluções que não respeitam os requisitos mínimos de segurança, operação e manutenção entre equipamentos; como também estender o método para elementos fora do padrão dimensional utilizado, ou seja para aqueles que não cabem em uma única posição da rede. Assim a metodologia desenvolvida é uma combinação de métodos quantitativos e qualitativos para a resolução do problema de *layout*.

O avanço da tecnologia e dos computadores facilitou a resolução do problema de *layout* através do método proposto. Com um computador PC 200 Mhz e 32 Mb de RAM foi possível a execução de cálculos com matrizes grandes, com até um milhão de componentes, o que não seria viável há alguns anos atrás, devido à elevada memória RAM requerida e baixa velocidade das máquinas.

Concluindo, a otimização de *layout* através do QAP pelo método *simulated* annealing pode ser aplicada a grandes ou pequenos problemas, em meio acadêmico ou industrial, sendo um método rápido e seguro para a obtenção de um bom *layout*.

#### 6.1- Sugestões para trabalhos futuros

Um sugestão para trabalhos futuros seria a aplicação da metodologia desenvolvida em exemplos industriais complexos com um grande número de restrições e componentes reais com dimensões variadas. Uma malha com grande número de posições seria requerida, deste modo, possíveis limitações do método poderiam ser analisadas.

Também seria interessante a solução do exemplo estudado através de diferentes técnicas de resolução do problema de designação quadrático, como o método da formiga, CRAFT, etc. O resultados seriam analisados e a técnica mais eficiente poderia ser apontada. As malhas utilizadas no exemplo estudado também poderiam ser redefinidas para outros tamanhos (3m, 4 m).

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AARTS, E., KORST. J., "Simulated Annealing and Boltzmann machines". John Wiley & Sons, Chichester - Great Britain (1989).

AARTS, E.H.L., VAN LAARHOVEN, P.J.M., "Statistical cooling: a general approach to combinatorial optimization problems". *Philips Journ. Of Research* 40, 193-226, 1985.

ALVES, F.E.P., GUIRARDELLO, R., "Estudo do problema de designação quadrático. IV Congresso Interno de Iniciação Científica da Unicamp". Campinas - SP, Caderno de Resumos, p. 98-99, 1996.

AMORESE, L., CENA, V., AND MUSTACCHI, C., "A Heuristic for the Compact Location of Process Components". *Chemical Engineering Science*, 32, 119-124, 1977.

ANDERSON, F.V., "Plant Layout". In Kirk Othmer. *Encyclopedia of Chemical Technology*, 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley & Sons, New York, 18, 23-43, 1982.

BRADLEY, C.W.J., AND NOLAN, P.F., "Criteria for Plant Separation Distances and Location". *Inst. Chemi. Eng. Symposium Series*, 93, 247-262, 1985.

BURKARD, R.E., "Quadratic Assignment Problems". European Journal of Operational Research, 15, 283-289, 1984.

BURKARD, R.E., KARISCH S.E, RENDL F., "QAPLIB- A Quadratic Assignment Problem Library". Technical Report n.287, Technische Universitat Graz, 1994.

BUSH, N., AND WELLS, G.L., "Optimum Plant Layout scores on maintenance, operation, safety". *Process Engineering*, 53 (9), September, 135-137, 1972.

CHEMICAL ENGINNERING, a Mc Graw Hill Publication, Vol 77, n<sup>0</sup>13, June 1970.

CHEMICAL ENGINNERING, a publication of Chemical week associates, Vol. 107, n<sup>0</sup> 6, june ,p.152, 2000.

DORIGO, M., MANIEZZO, A., COLORNI, A., "Optimization by a colony of cooperating agents". *IEEE Transactions on Systems*, Man, and Cybernetics- Part B: Cybernetics, 26(1), 29-41, 1996.

GILMORE, P. "Optimal and suboptimal algorithms for the Quadratic Assignment Problem". Journal of SIAM, 10, 305-313, 1962.

GOLANY, B., AND ROSENBLATT, M.J., "A Heuristic Algorithm for the Quadratic Assignment Formulation to the Plant Layout Problem". *Int, J. Prod. Res.*, 27 (2), 293-308 1989.

GUIRARDELLO, R., "Optimization of Process Plant Layout". Tese de PhD, University of Wisconsin, Madison, 1993.

GUNN, D.J., "The Optmised Layout of a Chemical Plant by Digital Computer". Computer Aided Design, 2 (3), 11-16, 1970.

GUNN, D.J., AND AL-ASADI, H.D., "Computer- Aided Layout of Chemical Plant: A Computational Method and Case Study". *Computer Aided Design*, 19 (3), April, 131140, 1987.

GUTHRIE, K.M., "Process Plant Estimating Evaluation and Control". Craftsman Book Company of America, San Francisco – CA, 1974.

HALL, K.M., "An r-Dimensional Quadratic Placement Algorithm". *Management Science*, 17. November, 219-229, 1970.

JAYAKUMAR, S., REKLAITIS, G.V., "Chemical Plant Layout via Graph Partitioning – I. Single Level". Computers & Chemical Engineering, vol. 18, may, pp. 441-458, 1994.

KAKU, B.K., THOMPSON, G.L., AND BAYBARS, I. "A Heuristic Method for the Multi-Story Layout Problem". *European Journal of Operation Research*, 37, 384-397, 1988.

KAURA, M.L., "Plot plans must include safety". *Hydrocarbon Processing*, 59 (7), July, 183-194, 1980.

KERN, R., "How to Manage Plant Design to Obtain Minimum Cost". Chemical Engineering, 84 (11), May 23, 130-136, 1977.

LAWLER, E., "The Quadraric Assignment Problem". *Management Science*, 9, 586-599, 1963.

LOVE, R.F., MORRIS, J.G., WESOLOWSKY, G.O., "Facilities Location - Models and Methods". *Elsevier Science Publishing Co.*, North Holland, New York, 1988.

MANIEZZO, V., COLORNI, A., "The Ant System Applied to the Quadratic Assignment Problem". *Scientific American*, March 2000.

MECKLENBURGH, J.C., "Process Plant Layout". Haisted Press -John Wiley & Sons, New York, 1985.

MIRCHANDANI, P.B., FRANCIS, R.L., "Discrete Location Theory". John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.

MONTREUIL, B., RATLIFF, H.D., AND GOETSCHALCKX, M., "Matching Based Interactive Facility Layout". *IIE Transactions*, 19 (3), September, 271-270, 1987.

MONTREUIL, B., RATLIFF, H.D., "Utilizing Cut Trees as Design Skeletons for Facility Layout". *IIE Transactions*, 21 (2), June, 136-143, 1989.

PETERS, M.S., TIMMERHAUS, K.D., "Plant Design and Economics for Chemical Engineers". 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill Inc., New York, 1991.

SAHNI, S., GONZALES, T., "P-complete aproximation problems". *Journal of ACM*, 23, 555-565, 1976.

# ANEXO 1: Descrição dos equipamentos e dos custos unitários de tubulação e bombeamento

Tabela 1.1: Descrição dos equipamentos do processo

Equipamento	descrição	Altura (m)	Área transversal (m²)
1	V-11- Aquecedor de etilenoglicol	1,80	0,93
2	V-21- Vaso para a preparação do catalisador A	0,60	0,24
3	V-31- Vaso para a preparação do teraftalato de dimetila	1,80	0,93
4	V-40- Vaso para a medida de DMT	1,44	0,53
5	V-51- Tanque para a preparação de óxido de titânio	1,32	0,53
6	V-60- Tanque de estocagem do catalisador B	1,68	0,53
7	ER-71- Reator de esterificação	2,16	1,19
8	PR-81- Reator de policondensação	1,92	1,45
9	V-71- Coletor para etilenoglicol e água	1,56	0,29
10	E-81- condensador de etilenoglicol e metanol	1,8	0,24
11	V-811- Coletor para etilenoglicol e metanol	1,56	0,36
12	Z-811- Refrigerador	0,36	4,0
13	V-821- Vaso para a coleta dos chips	1,56	0,53
14	V-90- Vaso para a mistura fria	2,16	1,61
15	V-100-Tanque para armazenamento do condensado	1,8	1,19
16	V-111- Tanque de água	1,68	1,19
17	Z-821- slice-dicer	0,96	0,60
18	E-71- Condensador de etilenoglicol e metanol	1,8	0,24

Tabela 1.2: Custos unitários de tubulação e custos de unitários de bombeamento entre pares de equipamentos

Equipamentos conectados	Material /diâmetro	Vazão mássica(Kg/s)	Custo unitário do tubo(US\$/ft)	Custo unitário de bombeamento(US\$/ft)
1 e 15	Aço carbono/ 4in	1.70	35,95	3,06
1 e 7	Aço inoxidável/2in	3,4	63,44	6,09
1 e 2	Aço inoxidável/ 2 in	0,57	63,44	1,02
2 e 7	Aço inoxidável/ 2 in	0,57	63,44	1,02
3 e 15	Aço carbono/ 4 in	1,70	35,95	3,06
3 e 7	Aço inoxidável/ 4 in	3,40	125.08	6,09
4 e 5	Aço inoxidável/ 2 in	1,13	63,44	2,05
5 e 8	Aço inoxidável/ 2 in	1,70	63,44	3,06
6 e 8	Aço inoxidável/ 2 in	1,13	63,44	2,05
7 e 15	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
7 e 18	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
7 e 8	Aço inoxidável/ 4 in	4,60	125,08	8,19
8 e 10	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
8 e 12	Aço inoxidável/ 4 in	3,40	125,08	6,09
9 e 18	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
9 e 14	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
10 e 11	Aço carbono/ 2 in	2,29	18,25	4,09
11 e 14	Aço carbono/ 2 in	3,40	18,25	6,09
12 e 17	Aço inoxidável/ 4 in	3,40	125.08	6,09
12 e 16	Aço inoxidável/ 2 in	3,40	63,44	6,09
13 e 17	Aço inoxidável/ 4 in	3,40	125.08	6,09

Tabela 1.3: Custos unitários de tubulação e de bombeamento em relação à alimentação.

Alimentação	Material/ diâmetro	Vazão (Kg/s)	Equipamento	Custo unitário do tubo(US\$/ft)	Custo unitário de bombeamento(US\$/ft)
Catalisador A	Aço inoxidável/ 2in	1,13	2	63,44	2,05
Catalisador B	Aço inoxidável/ 2in	1,13	7	63,44	2,05
Catalisador C	Aço inoxidável/ 2in	1,13	6	63,44	2,05
Óxido de titânio	Aço carbono/ 2in	0,57	5	18,25	1.02
Água	Aço carbono/ 2in	2,29	9	18,25	4,09
Água	Aço carbono/ 2in	2,29	10	18,25	4,09
Água	Aço carbono/ 2in	2,29	16	18,25	4,09
Teraftalato de dimetila	Aço inoxidável/ 4in	4,60	3	125,08	8,19
Nitrogênio	Aço carbono/ 2in	0,57	3	18,25	1,02
Nitrogênio	Aço carbono/ 2in	0,57	1	18,25	1,02
Nitrogênio	Aço carbono/ 2in	0,57	7	18,25	1,02
Nitrogênio	Aço carbono/ 2in	0,57	8	18,25	1,02
Etilenoglicol	Aço inoxidável/ 4in	4,60	16	125,08	8,19

Tabela 1.4: Custos unitários de tubulação e de bombeamento em relação à saída.

Saída (descarga)	Material/ diâmetro	Vazão (Kg/s)	Equipamento	Custo unitário do tubo(US\$/ft)	Custo unitário de bombeamento(US\$/ft)
Poliéster	Aço inoxidável/ 4in	4,60	13	125,08	8,19
Metanol	Aço carbono/ 2in	2,29	14	18,25	4,09
Mistura	Aço carbono/ 2in	2,29	15	18,25	4,09
Mistura	Aço carbono/ 2in	2,29	7	18,25	4,09
Mistura	Aço carbono/ 2in	2,29	8	18,25	4,09
Água	Aço carbono/ 2in	2,29	10	18,25	4,09
Água	Aço carbono/ 2in	2,29	18	18,25	4,09

ANEXO 2: Gráficos e tabelas para o cálculo dos custos unitários da tubulação (GUTHRIE, 1974)

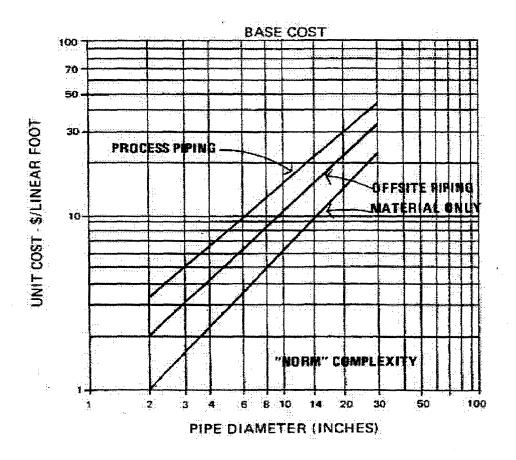


Figura 2.1: Custo base em função do diâmetro da tubulação

### Fatores de ajuste:

Tabela 2.1: Fatores de ajuste  $F_c$ .

Complexidade do circuito	F <sub>c</sub>
Apertado	1.08
Normal	1.00
Relaxado	0.85

Tabela 2.2: Fatores de ajuste  $F_m$ .

Material	$F_{m}$
Aço carbono	0.00
Cromo/ Moly	1.58
Aço Inoxídavel	322
Monel	3.45

Tabela 2.3: Fatores de ajuste  $F_t$ .

Parede	$F_{t}$
Schedule 40	0.00
Extra strong	0.30
Double extra strong	1.19

Tabela 2.4: Fatores de ajuste  $F_p$ .

Pressão	$F_p$
150 lb	0.00
300 lb	0.59
600 lb	0.68

# ANEXO 3: Gráfico para o cálculo dos custos de suportes de aço (GUTHRIE, 1974)

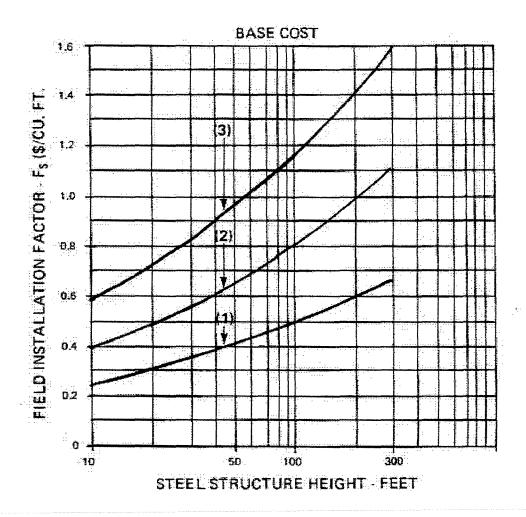
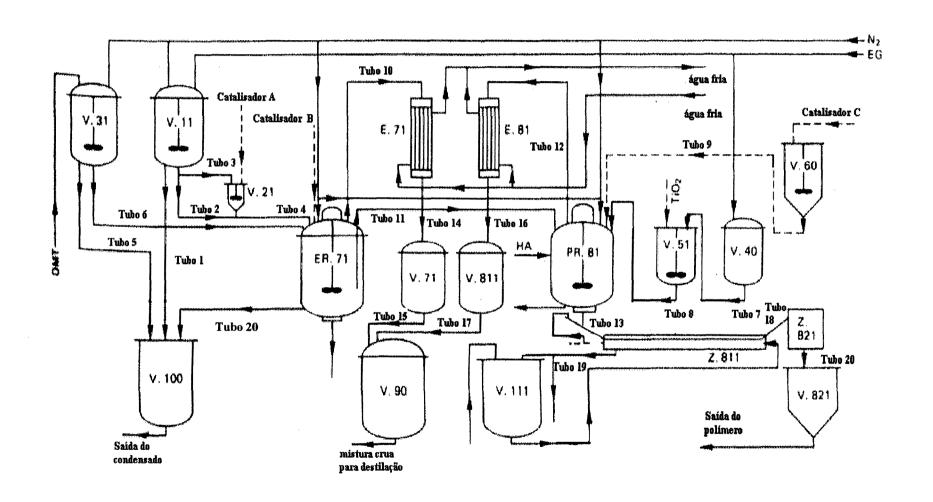


Figura 3.1: Fator de instalação em função da altura do suporte.

- 1-Construção leve: Até 50 pés de altura, geralmente com acesso, áreas de plataforma, suporte e escadas.
- **2-Construção média**: Para estruturas de até 200 pés de altura, projetadas para equipamentos médios, com áreas de plataforma e escadas.
- **3-Construção pesada**: Estuturas acima de 300ft, projetadas para suportes de equipamentos pesados, guindaste e algumas construções cobertas, elevador não incluído.

ANEXO 4- Fluxograma do processo de produção de políester (GUNN E AL-ASADI, 1987)



#### ANEXO 5: Listagem do programa

```
C
C
C
  PROGRAM AAS
C
C
C
   ESTE PROGRAMA, É DESTINADO
C
     AO ESTUDO DO ALGORÍTMO DO "SIMULATED ANNEALLING (AAS)".
\mathbf{C}
\mathbf{C}
C
C
   C
   DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS:
  IMPLICIT REAL*8 (W,Z,B,X,Y,D,C,T,A,P,G)
  DIMENSION LV(1000), LVO(1000), AREA(1000), LP(1000)
  DIMENSION CSN1(1000,1000), DSN1(1000,1000), CPE(1000), CPS(1000)
  DIMENSION CAV(1000,1000),XC(1000),YC(1000),ZC(1000)
  DIMENSION B(1000,1000), DSV(1000,1000), DAV(1000,1000)
  DIMENSION DAEC(1000,1000), DSS1(1000,1000)
  DIMENSION CAP(1000,1000), CSP(1000,1000), CPVE(1000)
  DIMENSION DSFP(1000,1000), CSF(1000,1000), CPVS(1000)
   COMMON/AREA1/LV,LVO,LP
   COMMON/AREA2/DSN1,DSV,DAV
   COMMON/AREA3/DAEC,DSS1,DSFP
   COMMON/AREA4/B.CSN1.CAV
   COMMON/AREA5/CAP,CSP,CSF
   COMMON /VALOR/N,NC,Z,W,CK,ZO,W1,W2,W3,W4,W5,W6
   COMMON/MARK/M1,M2,M3,WM,ZM,SIGMA2,X
   COMMON/DERIV/SC0,SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SZ1,SZ2,SZ3,DR
C
C
C
              INICIALIZAÇÃO:
C
          ARQUIVOS DE ENTRADA:
C
   NC=18
C
C
     NC = NÚMERO DE ELEMENTOS
   N=64
C
     N= NUMERO DE POSICOES
   DOI=1,N
   LP(I)=0
   ENDDO
  POSICOES DA ENTRADA (PIPERACK DE ENTRADA)
   PE=30
   LP(30)=1
   POSICOES DA SAIDA(PIPERACK DE SAIDA)
   PS=29
   LP(29)=1
```

```
1-CALCULO DAS DISTANCIAS ENTRE AS POSICOES
  DO K1=1,4
  DO K2=1,4
  DO K3=1,4
  L=(k1-1)+4*(k2-1)+16*(k3-1)+1
  XC(L)=5.0D0/3.048D-1*DFLOAT(K1-1)
  YC(L)=5.0D0/3.048D-1*DFLOAT(K2-1)
  ZC(L)=5.0D0/3.048D-1*DFLOAT(K3-1)
  ENDDO
  ENDDO
  ENDDO
  DO K=1,N
  DO L=1,N
C CALCULO DA DISTANCIA DE UM ARCO
  DARC = (5.0D0/3.048D-1)
  A DISTANCIA ENTRE AS POSICOES ESTA SENDO CALCULADO EM FT( FEET)
  DSN1(K,L)=(DABS(XC(K)-XC(L))+DABS(YC(K)-YC(L))+DABS(ZC(K)
  + -ZC(L)))
  DSV(K,L)=(DABS(ZC(K)-ZC(L)))
  ENDDO
  ENDDO
    CALCULO DA DISTANCIA ASSIMETRICA VERTICAL
   DO K=1,N
   DO L=1,N
   IF (ZC(L).GE.ZC(K)) THEN
   DAV(K,L)=(ZC(L)-ZC(K))
   ELSE
   DAV(K,L)=0.D0
   ENDIF
   ENDDO
   ENDDO
C CALCULO DA DISTANCIA ASSIMETRICA DE EXCLUSAO DE CAMADAS (DAEC(K,L))
   DO K=1,N
   DO L=1,N
   IF (ZC(L).GE.ZC(K)) THEN
   DAEC(K,L)=1.D0
   ELSE
```

DAEC(K,L)=0.D0 ENDIF ENDDO ENDDO

#### C CALCULO DA DISTANCIA SIMETRICA DE SEGURANCA NO MINIMO 2 ARCOS

DO K=1,N DO L=1,N

DAUX=DABS(XC(K)-XC(L))+DABS(YC(K)-YC(L))+DABS(ZC(K)-ZC(L))
IF (DAUX.GT.(1.5D0\*DARC) ) THEN
DSS1(K,L)=0.D0
ELSE
DSS1(K,L)=1.D0
ENDIF
ENDDO
ENDDO

C MATRIZ DISTANCIA DSFP

DO K=1,N DO L=1,N

DAUX1=DABS(XC(K)-XC(L)) DAUX2=DABS(YC(K)-YC(L)) DAUX3=DABS(ZC(K)-ZC(L))

IF ((DAUX3.LT.0.5D0\*DARC).AND.((DAUX1+DAUX2).LT.1.5D0\*DARC)) THEN DSFP(K,L)=0.D0

**ELSE** 

DSFP(K,L)=1.D0

ENDIF ENDDO ENDDO

- c 2-ENTRADA DOS CUSTOS ENTRE EQUIPAMENTOS
- C {CSN1 DE DISTANCIA ENTRE OS EQUIPAMENTOS}
- C A- CUSTOS ENTRE EQUIPAMENTOS 'FANTASMAS'

DO I1=1,N DO I2=1,N CSN1(I1,I2)=0.D0 ENDDO ENDDO C B-ENTRADA DOS CUSTOS UNITÁRIOS ENTRE EQUIPAMENTOS REAIS QUE POSSUEM CONEXÕES

```
OPEN (UNIT=1,FILE='CUSTOS.DAT')
DO 25 I=1,NC
READ (1,35) (CSN1(I,J),J=1,NC)

25 CONTINUE
35 FORMAT(18F9.5)
CLOSE(1)

DO I=1,NC
DO J=1,NC
CSN1(I,J)=CSN1(I,J)/2.D0
ENDDO
ENDDO
ENDDO
```

\_\_\_\_\_\_

- C 3- ENTRADA DOS CUSTOS DE POSICAO
- C {CUSTO DE POSIÇÃO É O CUSTO PARA SE INSTALAR UM DETERMINADO EQUIPAMENTO NUMA CERTA POSICAO}
- C TUBOS DE ENTRADA E SAIDA

DO I=1,N

CPE(I)=0.D0 CPS(I)=0.D0 CPVE(I)=0.D0 CPVS(I)=0.D0 ENDDO

- C CUSTOS DE ENTRADA
- C CATALISADOR A PARA O EQUIPAMENTO 2 CPE(2)=63.44D0

CPVE(2)=2.05D0
C CATALISADOR B E NITROGÊNIO PARA O EQUIPAMENTO 7 (2 TUBOS)
CPE(7)=81.69D0

CPVE(7)=3.07D0

C CATALISADOR C PARA O EQUIPAMENTO 6 CPE(6)=63.44D0

CPVE(6)=2.05D0

C ÓXIDO DE TITANIO PARA O EQUIPAMENTO 5 CPE(5)=18.25D0

CPVE(5)=1.02D0

C AGUA GELADA PARA O EQUIPAMENTO 9 CPE(9)=18.25D0

CPVE(9)=4.09D0

C AGUA GELADA PARA O EQUIPAMENTO 10 CPE(10)=18.25D0

CPVE(10)=4.09D0

C AGUA E ETILENOGLICOL PARA O EQUIPAMENTO 16 (2 TUBOS) CPE(16)=143.33D0

CPVE(16)=12.26D0

C DIMETILTERAFTALATO E NITROGÊNIO PARA O EQUIPAMENTO 3 CPE(3)=144.33D0

CPVE(3)=9.21D0

C NTTROGENIO PARA O EQUIPAMENTO 1 CPE(1)=18.25D0

CPVE(1)=1.02D0

C NITROGENIO PARA O EQUIPAMENTO 8 CPE(8)=18.25D0

CPVE(8)=1.02D0

C\_\_\_\_

- C CUSTOS DE SAIDA
- C SAIDA DE POLIESTER CPS(13)=125.08D0

CPVS(13)=8.19D0 C SAIDA DE METANOL CPS(14)=18.25D0

CPVS(14)=4.09D0 C SAIDA DE MISTURA CRUA CPS(15)=18.25D0

CPVS(15)=4.09D0

C SAIDA DE MATERIAL DO REATOR DE ESTERIFICACAO CPS(7)=18.25D0

CPVS(7)=4.09D0

C SAIDA DE MATERIAL DO REATOR DE POLICONDENSACAO CPS(8)=18.25D0

CPVS(8)=4.09D0 C SAIDA DE AGUA CPS(10)=18.25D0

CPVS(10)=4.09D0 C SAIDA DE AGUA CPS(18)=18.25D0

```
C ABERTURA DE ARQUIVO DE ENTRADA DA AREA DE SECCAO TRANSVERSAL DOS
EQUIPAMENTOS (METROS)
   OPEN (UNIT=2,FILE='AREA.DAT')
  DO 30 I=1,NC
    READ (2,40)AREA(I)
30 CONTINUE
40 FORMAT(18F7.4)
   CLOSE(2)
C OS EQUIPAMENTOS FANTASMAS NAO APRESENTAM AREA.
   DO I=NC+1,N
   AREA(I)=0.D0
   ENDDO
\mathbf{C}
  O CUSTO DE UMA ESTRUTURA DE CONCRETO PODE SER OBTIDO PELAS TABELAS DO
GUTRIE.
\mathbf{C}
\mathbf{C}
   ASSIM:
\mathbf{C}
C
C
    CUSTO DA ESTRUTURA=(AREA X ALTURA)X FS X INDICE
C
\mathbf{C}
C
    SENDO QUE: FS=ALTURA**(0.3334)*0.1110
\mathbf{C}
   DO I=1,NC
   DO K=1,N
   B(I,K)=1/(3.048D-1**2)*(AREA(I)*ZC(K))*(ZC(K)**
   +3.334D-1)*1.110D-1*411.2D0/116.7D0
   ENDDO
   ENDDO
   DO I=1,NC
   DO K=1,N
   B(I,K)=B(I,K)+CPE(I)*DSN1(K,PE)+CPS(I)*DSN1(K,PS)+
   + CPVE(I)*DAV(PE,K)+CPVS(I)*DAV(K,PS)
   ENDDO
   ENDDO
```

DO I=NC+1,N DO K=1,N B(I,K)=0.D0 ENDDO ENDDO

C -----

#### C- 4- ENTRADA DOS CUSTOS VERTICAIS

DO I=1,N DO J=1,N CAV(I,J)=0.D0 ENDDO ENDDO

OPEN (UNIT=1 ,FILE='CV.DAT')
DO 50 I=1,NC
READ (1,60) (CAV(I,J),J=1,NC)
50 CONTINUE
60 FORMAT(20F7.4)
CLOSE(1)

- C CUSTO DE PENALTY CUSPEN=1.0D5
- C 5- CUSTOS ASSIMETRICOS DE PENALTI ASSOCIADO A DAEC(K,L)

DO I=1,N DO J=1,N CAP(I,J)=0.D0 ENDDO ENDDO

C CUSTOS DE PENALTY

CAP(1,7)=CUSPEN

CAP(3,7)=CUSPEN CAP(8,12)=CUSPEN CAP(10,8)=CUSPEN CAP(7,15)=CUSPEN CAP(13,16)=CUSPEN CAP(7,13)=CUSPEN CAP(18,7)=CUSPEN CAP(8,13)=CUSPEN

C 6- CUSTO SIMETRICO DE PENALTI ASSOCIADO A DSS1(K,L)

DO I=1,N DO J=1,N CSP(I,J)=0.D0 ENDDO

**ENDDO** 

```
DO I=1,NC+1
  CSP(7,I)=CUSPEN
  CSP(I,7)=CUSPEN
  CSP(8,I)=CUSPEN
  CSP(I,8)=CUSPEN
  ENDDO
  DO I=1,N
  DO J=1,N
  IF (I.EQ.J) THEN
  CSP(I,J)=0
  ENDIF
  ENDDO
  ENDDO
C CUSTO CSF
  DO I=1,N
   DO J=1,N
   CSF(I,J)=0.D0
   ENDDO
  ENDDO
C CUSTO DE PENALTI
   CSF(12,19)=CUSPEN
   CSF(19,12)=CUSPEN
C-
\mathbf{C}
            DEFINIÇÃO DOS VETORES POSIÇÃO:
C
      ESTE PROCEDIMENTO ATRIBUI AO ELEMENTO I A POSIÇÃO LV(I)
C
C
   DO 110 I=1,N
      LV(I)=I
      LVO(I)=LV(I)
110 CONTINUE
\mathbf{C}
C
\mathbf{C}
Č
          CHAMADA DA SUBROTINA DA FUNÇÃO CUSTO:
   OPEN(UNIT=2,FILE='SAIDA3.DAT')
   CALL FUNÇÃO
   WRITE(*,120) Z
   WRITE(2,120) Z
 120 FORMAT(5X,'Z =',F15.2,5X)
   ZO=Z
 C
 \mathbf{C}
```

```
SC0=0.0D0
  SC1=0.0D0
  SC2=0.0D0
  SC3=0.0D0
  SC4=0.0D0
  SC5=0.0D0
  SZ1=0.0D0
  SZ2=0.0D0
  SZ3=0.0D0
\mathbf{C}
\mathbf{C}
C
C
      CÁLCULO DO VALOR INICIAL DO PARÂMETRO DE CONTROLE (C0):
C
C
  CALL SEED(RND$TIMESEED)
C
  M0=N*(NC)/2
C
\mathbf{C}
C
   OBSERVAÇÃO: O VALOR DE MO É ARBITRÁRIO; POR EXEMPLO, VALORES MAIS
C
          ELEVADOS DESTE PARÂMETRO PODERIAM SER UTILIZADOS ;
C
   WM=0.0
  ZMI=0.0
  DO 130 LL=1,M0
    CALL RANDOM(RANVAL)
    I1=INT((NC+1)*RANVAL)+1
140
    CALL RANDOM(RANVAL)
    I2=INT(N*RANVAL)+1
    IF ((I2.EQ.I1).OR.(LP(I2).EQ.1)) GOTO 140
    CALL INCREM(I1,I2)
    Z=Z+W
    ZMI=ZMI+Z
    LAUX=LV(I1)
    LV(I1)=LV(I2)
    LV(I2)=LAUX
    IF (Z.LE.ZO) THEN
    ZO=Z
    DO 150 I=1,N
     LVO(I)=LV(I)
      CONTINUE
150
    END IF
C
C
C
C
    OBSERVAÇÃO: 1)ESTE PROCEDIMENTO FOI PROPOSTO DE FORMA A PERMITIR A
\mathbf{C}
           ACEITAÇÃO DE TODAS AS TRANSIÇÕES PROPOSTAS; PORTANTO,
C
           AS DISTRIBUIÇÕES SERÃO REALMENTE ALEATÓRIAS.
C
C
          2)O COMANDO RANDOM POSSUI A FUNÇÃO DE DETERMINAR UM NÚ-
\mathbf{C}
          MERO ALEATÓRIO MAIOR DO QUE ZERO E MENOR OU IGUAL A
C
           UM.
C
```

```
VARIÁVEIS:
\mathsf{C}
C
       WM = MÉDIA DOS VALORES DO INCREMENTO APÓS AS TRANSIÇÕES;
C
       M1 = NÚMERO DE TRANSIÇÕES NAS QUAIS A NOVA DISPOSIÇÃO DOS
C
         ELEMENTOS APRESENTA UM CUSTO MENOR DO QUE A DISPOSI-
C
\mathbf{C}
         ANTERIOR;
C
       M2 = NÚMERO DE TRANSIÇÕES PARA AS QUAIS O CUSTO DA NOVA DIS-
         POSIÇÃO PROPOSTA DOS ELEMENTOS É SUPERIOR AO CUSTO DA
C
         DISPOSIÇÃO ANTERIOR :
C
       M3 = NÚMERO DE TRANSIÇÕES NAS QUAIS, APESAR DO CUSTO DA NO-
C
         VA DISPOSIÇÃO PROPOSTA DOS ELEMENTOS SER SUPERIOR AO
C
C
         CUSTO DA DISPOSIÇÃO ANTERIOR, TEM-SE:
          (EXP(-W/CK)) > ( NÚMERO ALEATÓRIO ENTRE 0.0 E 1.0 );
C
C
C
   IF (W.LE.0.0) THEN
   M1=M1+1
   ELSE
   M2=M2+1
   WM=WM+W
   END IF
130 CONTINUE
   WM=WM/FLOAT(M2)
   ZMI=ZMI/FLOAT(M0)
C
            X0: RAZÃO DE ACEITAÇÃO INICIAL;
C
C
   (X = NÚMERO DE TRANSIÇÕES ACEITAS / NÚMERO DE TRANSIÇÕES PROPOSTAS)
\mathbf{C}
C
C
       ESTE VALOR DEVE SER PRÓXIMO DE 1 DE FORMA A PERMITIR A
C
       ACEITAÇÃO DE PRATICAMENTE TODAS AS TRANSIÇÕES PROPOSTAS ;
   X0=0.999
   C0=(WM)/(LOG(FLOAT(M2)/(FLOAT(M2)*X0-FLOAT(M1)*(1.0-X0))))
C
   CK = C0
   WRITE(*,155)
   WRITE(2,155)
155 FORMAT(10X,'CK',15X,'ZM',15X,'X',15X,'DR',15X,'SIGMA',15X)
C
C
C
C
         CHAMADA DA SUBROTINA DA CADEIA DE MARKOV:
C
C
160 CALL MARKOV
C
C
C
C
           CHAMADA DA SUBROTINA DA DERIVADA:
C
C
   CALL DERIVA
 C
\mathbf{C}
C
\mathbf{C}
               CRITÉRIO DE PARADA:
```

```
\mathbf{C}
       NESTE ÍTEM DO PROGRAMA, TEM-SE O ESTABELECIMENTO DO CRITÉRIO DE
\mathbf{C}
C
       PARADA DO ALGORÍTMO DE SIMULATED ANNEALING.
       PARA OS CASOS NOS QUAIS ESTE CRITÉRIO DE PARADA NÃO É SATISFEITO,
C
        TEM-SE O CÁLCULO DE UM NOVO VALOR DO PARÂMETRO DE CONTROLE (CK);
C
C
       D=3.25D0
        d=4.35D0
       D=1.26D0
       T=3.0D-5
       IF (SIGMA2.LE.0.0) SIGMA2=0.0
       SIGMA=SORT(SIGMA2)
       WRITE(*,170) CK,ZM,X,DR,SIGMA
       WRITE(2,170) CK,ZM,X,DR,SIGMA
170 FORMAT(5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.5,5X,F12.5,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5
      +F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2,5X,F12.2)
       P=(CK*DR)/ZMI
       IF (SIGMA.EQ.0.D0) THEN
       CK=0.0
       ELSE
       CK=(CK*SIGMA)/(SIGMA+(CK*LOG(1.0+D))/3.0)
       ENDIF
       IF ((SC0.LE.20.0).OR.(P.GT.T)) GOTO 160
       WRITE (7,180) Z,ZO
        WRITE (2,180) Z,ZO
       DO 190 I=1,NC+1
        WRITE(7,200) I,LV(I),LVO(I),XC(LVO(I)),YC(LVO(I)),ZC(LVO(I))
        WRITE(2,200) I,LV(I),LVO(I),XC(LVO(I)),YC(LVO(I)),ZC(LVO(I))
 180 FORMAT(5X,'Z = ',F12.2,5X,'ZO = ',F12.2,5X)
 200 FORMAT(5X,'I = ',I3,5X,'LV(I) = ',I3,5X,'LVO(I) = ',I3,
       +5X,'XO = ',F9.2,5X,'YO = ',F9.2,5X,'ZO = ',F9.2)
 190 CONTINUE
        CLOSE(8)
       END
 \mathbf{C}
 C
 C
         OBSERVAÇÃO:
 C
 C
                  CÁLCULO DO DECRÉSCIMO DO PARÂMETRO DE CONTROLE (CK):
 C
 C
                        D = PARÂMETRO DE DISTÂNCIA :
 C
                        É UM PEOUENO VALOR POSITIVO:
 C
                        PEQUENOS VALORES DE D IMPLICAM EM PEQUENOS DECRÉS-
 C
                        CIMOS EM CK.
 \mathbf{C}
  C
                        T = PARÂMETRO DE PARADA;
 C
  C
          C
  C
  C
         ESTA SUBROTINA É DESTINADA AO CÁLCULO DA SEQUÊNCIA DE MARKOV.
  C
  C
        SUBROUTINE MARKOV
  C
```

```
DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS:
   IMPLICIT REAL*8 (W,Z,B,X,Y,D,C,A,P,G)
  DIMENSION LV(1000), LVO(1000), LP(1000)
  DIMENSION CSN1(1000,1000), DSN1(1000,1000)
  DIMENSION CAV(1000,1000)
  DIMENSION B(1000,1000), DSV(1000,1000), DAV(1000,1000)
  DIMENSION DAEC(1000,1000), DSS1(1000,1000)
  DIMENSION CAP(1000,1000), CSP(1000,1000)
  DIMENSION DSFP(1000,1000), CSF(1000,1000)
  COMMON/AREA1/LV,LVO,LP
  COMMON/AREA2/DSN1,DSV,DAV
  COMMON/AREA3/DAEC,DSS1,DSFP
  COMMON/AREA4/B,CSN1,CAV
  COMMON/AREA5/CAP.CSP.CSF
   COMMON /VALOR/N,NC,Z,W,CK,ZO,W1,W2,W3,W4,W5,W6
   COMMON/MARK/M1,M2,M3,WM,ZM,SIGMA2,X
   COMMON/DERIV/SC0,SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SZ1,SZ2,SZ3,DR
C
\mathbf{C}
C
       CÁLCULO DO COMPRIMENTO DA CADEIA DE MARKOV (LK):
C
C
    O COMPRIMENTO DA CADEIA DE MARKOV (LK) É DADO PELA COMBINAÇÃO DE
C
       N ELEMENTOS, DOIS A DOIS, OU SEJA, É DADO POR :
C
C
            LK = (N!)/((N-2)!)*(2!);
C
   LK=8*(NC*(N-1))/2
C
   CALL SEED(RND$TIMESEED)
C
C
C
   M1=0
   M2=0
   M3 = 0
   ZM=0.0
   SIGMA2=0.0D0
   CALL FUNÇÃO
   DO 10 LL=1,LK
    CALL RANDOM(RANVAL)
    I1=INT((NC+1)*RANVAL)+1
30
    CALL RANDOM(RANVAL)
    I2=INT(N*RANVAL)+1
     IF ((I1.EQ.I2).OR.(LP(I2).EQ.1)) GOTO 30
     CALL INCREM(I1,I2)
     CALL RANDOM(RANVAL)
     IF (W.LE.0.0) THEN
     M1 = M1 + 1
     Z=Z+W
     LAUX=LV(I1)
     LV(I1)=LV(I2)
     LV(I2)=LAUX
     ELSE
     IF (CK.EQ.0.0) THEN
```

```
AUX=0.0
    ELSE
    AUX=EXP(-W/CK)
    END IF
    IF (AUX.GT.RANVAL) THEN
     M3=M3+1
     Z=Z+W
     LAUX=LV(I1)
     LV(I1)=LV(I2)
     LV(I2)=LAUX
    END IF
    END IF
   IF (Z.LE.ZO) THEN
    ZO=Z
    DO 40 I=1,N
    LVO(I)=LV(I)
40
     CONTINUE
   END IF
   ZM=ZM+Z
   SIGMA2=SIGMA2+(Z*Z)
10 CONTINUE
  M2=LK-M1
  ZM=ZM/FLOAT(LK)
  SIGMA2=(SIGMA2/FLOAT(LK))-(ZM*ZM)
  X=FLOAT(M1+M3)/FLOAT(M1+M2)
  RETURN
  END
\mathbf{C}
\mathbf{C}
C
   OBSERVAÇÃO:
C
C
          ZM = MÉDIA DOS VALORES DA FUNÇÃO CUSTO
C
c
c
          X = RAZÃO DE ACEITAÇÃO
C
          SIGMA = DESVIO PADRÃO
Č
C
          SIGMA2 = QUADRADO DO DESVIO PADRÃO
C
C
C
C
C
   C
C
       ESTA SUBROTINA É DESTINADA AO CÁLCULO DA FUNÇÃO CUSTO,
C
        PARA UMA DETERMINADA DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS.
C
   SUBROUTINE FUNÇÃO
C
   DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS:
   IMPLICIT REAL*8 (W,Z,B,X,Y,D,C,T,A,P,G)
   DIMENSION LV(1000), LVO(1000), LP(1000)
   DIMENSION CSN1(1000,1000), DSN1(1000,1000)
   DIMENSION CAV(1000,1000)
   DIMENSION B(1000,1000), DSV(1000,1000), DAV(1000,1000)
   DIMENSION DAEC(1000,1000),DSS1(1000,1000)
   DIMENSION CAP(1000,1000), CSP(1000,1000)
   DIMENSION DSFP(1000,1000), CSF(1000,1000)
```

```
COMMON/AREA1/LV,LVO,LP
  COMMON/AREA2/DSN1,DSV,DAV
  COMMON/AREA3/DAEC, DSS1, DSFP
  COMMON/AREA4/B,CSN1,CAV
  COMMON/AREA5/CAP,CSP,CSF
  COMMON /VALOR/N,NC,Z,W,CK,ZO,W1,W2,W3,W4,W5,W6
  COMMON/MARK/M1,M2,M3,WM,ZM,SIGMA2,X
  COMMON/DERIV/SC0,SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SZ1,SZ2,SZ3,DR
\mathbf{C}
   CÁLCULO DO VALOR DA FUNÇÃO CUSTO (Z):
  Z=0.0D0
  DO 10 I=1,N
    K=LV(I)
  DO 20 J=1,N
    L=LV(J)
   Z=Z+CSN1(I,J)*DSN1(K,L)+CAV(I,J)*DAV(K,L)+CAP(I,J)
  +*DAEC(K,L)+CSP(I,J)*DSS1(K,L)+CSF(I,J)*DSFP(K,L)
20 CONTINUE
   Z=Z+B(I,K)
10 CONTINUE
   RETURN
   END
C
C
C
C
   ****** SUBROTINA DO INCREMENTO DA FUNÇÃO CUSTO (W):********
C
C
    ESTA SUBROTINA POSSUI COMO FINALIDADE O CÁLCULO DO INCREMENTO
C
    DA FUNÇÃO CUSTO, APÓS A REALIZAÇÃO DA TROCA DE POSIÇÃO ENTRE
C
    OS ELEMENTOS A E B (OU SEJA, APÓS TER SIDO PROPOSTA UMA NOVA
\mathbf{C}
     ALOCAÇÃO DOS ELEMENTOS).
C
   SUBROUTINE INCREM (11,12)
  DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS:
    IMPLICIT REAL*8 (W,Z,B,X,Y,D,C,T,A,P,G)
   DIMENSION LV(1000), LVO(1000), LP(1000)
   DIMENSION CSN1(1000,1000),DSN1(1000,1000)
   DIMENSION CAV(1000,1000)
   DIMENSION B(1000,1000), DSV(1000,1000), DAV(1000,1000)
   DIMENSION DAEC(1000,1000), DSS1(1000,1000)
   DIMENSION CAP(1000,1000), CSP(1000,1000)
   DIMENSION DSFP(1000,1000), CSF(1000,1000)
   COMMON/AREA1/LV,LVO,LP
   COMMON/AREA2/DSN1,DSV,DAV
   COMMON/AREA3/DAEC,DSS1,DSFP
   COMMON/AREA4/B,CSN1,CAV
   COMMON/AREA5/CAP,CSP,CSF
   COMMON /VALOR/N,NC,Z,W,CK,ZO,W1,W2,W3,W4,W5,W6
   COMMON/MARK/M1,M2,M3,WM,ZM,SIGMA2,X
```

## COMMON/DERIV/SC0,SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SZ1,SZ2,SZ3,DR C CÁLCULO DO INCREMENTO DA FUNÇÃO CUSTO (W) K1=LV(I1) K2=LV(I2) W1=0.0D0 W2=0.0D0 W3=0.0D0 W4=0.0D0 W5=0.0D0 W6=0.0D0 W=0.0D0 DO 180 J=1,N IF ((J.EQ.I1).OR.(J.EQ.I2)) GOTO 180 L=LV(J)W1=W1+(CSN1(I1,J)-CSN1(I2,J))\*(DSN1(K2,L)-DSN1(K1,L))++(CSN1(J,I1)-CSN1(J,I2))\*(DSN1(L,K2)-DSN1(L,K1)) W2=W2+(CAV(I1,J)-CAV(I2,J))\*(DAV(K2,L)-DAV(K1,L))++(CAV(J,I1)-CAV(J,I2))\*(DAV(L,K2)-DAV(L,K1))W4=W4+(CAP(I1,J)-CAP(I2,J))\*(DAEC(K2,L)-DAEC(K1,L))++(CAP(J,I1)-CAP(J,I2))\*(DAEC(L,K2)-DAEC(L,K1))W5=W5+(CSP(I1,J)-CSP(I2,J))\*(DSS1(K2,L)-DSS1(K1,L))++(CSP(J,I1)-CSP(J,I2))\*(DSS1(L,K2)-DSS1(L,K1))W6=W6+(CSF(I1,J)-CSF(I2,J))\*(DSFP(K2,L)-DSFP(K1,L))++(CSF(J,I1)-CSF(J,I2))\*(DSFP(L,K2)-DSFP(L,K1))180 CONTINUE W1=W1+(CSN1(I1,I2)-CSN1(I2,I1))\*(DSN1(K2,K1)-DSN1(K1,K2))W2=W2+(CAV(I1,I2)-CAV(I2,I1))\*(DAV(K2,K1)-DAV(K1,K2))

W3=W3+B(I1,K2)+B(I2,K1)-B(I1,K1)-B(I2,K2) W4=W4+(CAP(I1,I2)-CAP(I2,I1))\*(DAEC(K2,K1)-DAEC(K1,K2)) W5=W5+(CSP(I1,I2)-CSP(I2,I1))\*(DSS1(K2,K1)-DSS1(K1,K2)) W6=W6+(CSF(I1,I2)-CSF(I2,I1))\*(DSFP(K2,K1)-DSFP(K1,K2)) W=W1+W2+W3+W4+W5+W6 RETURN END

```
\mathbf{C}
C
   C
C
  ESTA SUBROTINA TEM COMO FINALIDADE O CÁLCULO DOS PARÂMETROS NE-
   NECESSÁRIOS PARA A ELABORAÇÃO DO CRITÉRIO DE PARADA DO SIMULATED
C
   ANNEALING.O AJUSTE FOI FEITO POR UMA PARÁBOLA (CUJA EQUAÇÃO GE-
   NÉRICA É Z|_{c} = a + b*_{c} + g*_{c}*_{c}), COM BASE NO MÉTODO DOS QUADRA-
   DOS MÍNIMOS.
  SUBROUTINE DERIVA
C
  DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS:
   IMPLICIT REAL*8 (W,Z,B,X,Y,D,C,T,A,P,G)
  COMMON/DERIV/SC0,SC1,SC2,SC3,SC4,SC5,SZ1,SZ2,SZ3,DR
  COMMON/MARK/M1,M2,M3,WM,ZM,SIGMA2,X
  COMMON/VALOR/N,NC,Z,W,CK,ZO,W1,W2,W3,W4,W5,W6
\mathbf{C}
\mathbf{C}
  SC0=SC0+1
  SC1=SC1+CK
  SC2=SC2+(CK*CK)
   SC3=SC3+(CK*CK*CK)
   SC4=SC4+(CK*CK*CK*CK)
   SZ1=SZ1+ZM
   SZ2=SZ2+(ZM*CK)
   SZ3=SZ3+(ZM*CK*CK)
\mathbf{C}
\mathbf{C}
   A11=(SC2/SC1)-(SC1/SC0)
   A21=(SC3/SC2)-(SC1/SC0)
   A12=(SC3/SC1)-(SC2/SC0)
   A22=(SC4/SC2)-(SC2/SC0)
   B1=(SZ2/SC1)-(SZ1/SC0)
   B2=(SZ3/SC2)-(SZ1/SC0)
C
C
C
        CÁLCULO DAS CONSTANTES BETA E GAMA
      (CONSTANTES AUXILIARES NO CÁLCULO DA DERIVADA
\mathbf{C}
\mathbf{C}
          DA MÉDIA DA FUNÇÃO CUSTO )
   BETA=(B1*A22-B2*A12)/(A11*A22-A12*A21)
   GAMA=(B2*A11-B1*A21)/(A11*A22-A12*A21)
C
C
C
      CÁLCULO DA DERIVADA DA MÉDIA DA FUNÇÃO CUSTO EM RELAÇÃO AO
C
          PARÂMETRO DE CONTROLE
                                     (DR)
C
C
          (PARA O CRITÉRIO DE PARADA);
C
   DR=BETA+(2*GAMA*CK)
C
   RETURN
```

**END** 

0.0.63.44d0.0.0.0.0.0.0.0.63.44d0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.35.95d0,0.0,0.0.0 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 125.08d0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 35.95d0, 0.0, 0.0, 0.0 $0.0.0.0.0.0.0.63.44 \\ d0.63.44 \\ d0.125.08 \\ d0.0.0.0.0.18.25 \\ d0.0.0.125.08 \\ d0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0$ 0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.18.25d0,0.0.0.0.18.25d0,0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.00.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,18.25d0,0.0,0.0,0.18.25d0,0.0,0.0,0.00.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.18.25d0,0.0.18.25d0,0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0 0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,18.25d0,0.0,18.25d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0

0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,4.09d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0 0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,4.09d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0 0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,4.09d0,0.0,6.09d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0 0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,8,19d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,4.09d0 0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,6.090,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,3.06d0,0.0,0.0,0.0 0.0,1.020d0,0.0,0.0,0.0,0.0,6.090d0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,3.06d0,0.0,0.0,0.0 

## ANEXO 7: Resultados obtidos pelo programa

MALHA 4x4 Z = 229946		•		
		v	מת	STONA
CK	ZM	X	DR	SIGMA
39215753.89	1371813.88	.99956	.00276	286714.80
1022432.07	1330506.07	.95767	00260	278175.70
510240.31	1230479.09	.92637	.19760	282437.50
341664.63	1181034.21	.89065	.21777	280165.10
256300.13	1052900.08	.86420	.31116	251575.30
200509.81	1069938.08	.85097	.32856	229525.30
161885.88	967794.57	.80556	.38288	202740.60
132902.79	913116.06	.76852	.43406	197058.10
112230.31	827741.67	.72046	.49537	221459.70
98585.41	788502.33	.71781	.54810	196668.50
86713.82	713844,72	.67240	.60602	224414.70
78436.37	740875,14	.67593	.64157	151846.30
68738.90	621458.36	.62257	.69624	160815.80
61553.23	613131.34	.61067	.74089	175209.20
			.80759	164937.50
56164.37	456190.62	.54586		
51385.51	464959.76	.55996	.86077	118028.30
45924.85	375205.99	.49603	.92079	151293.30
42409.01	387019.07	.51940	.96960	146901.30
39309.64	392010.87	.49206	1.01038	95310.95
35330.01	263452.57	.47046	1.06450	67967.28
30937.87	251435.91	.47046	1.11368	39582.18
25495.41	176808.76	.40212	1.16746	99226.98
23823.62	169261.77	.38272	1.21571	58124.70
21425.25	136158.26	.38492	1.26285	27200.70
17632.15	139776.75	.38624	1.30500	31335.99
15283.46	131886.16	.37169	1.34368	10142.71
10827.52	125688.90	.34788	1.37978	9921.30
8341.31	123774.15	.33422	1.41259	9311.53
6701.70	123474.72	.32584	1.44251	10536.67
5709.85	123326.24	.32011	1.46973	8776.66
4848.39	115558.80	.30511	1.49535	7865.66
4149.78	114715.96	.28704	1.51890	11378.25
3773.88	108684.05	.26852	1.54107	5592.91
3186.63	106220.15	.25926	1.56176	7821.82
2867.56	112437.86	.25705	1.58035	6195.53
2545.76	109330.45	.24956	1.59785	5581.96
2263.78	103627.35	.20811	1.61457	7078.29
2081.93	103880.05	.20635	1.63013	5215.74
1877,28	97817.59	.20414	1.64511	5548.12
1718.47	85956.18	.18607	1.65999	3493.03
1514.92	87526.83	.18254	1.67385	3509.05
1355.14	82182.92	.14462	1.68724	3647.67
1230.31	83737.47	.15168	1.69974	3098.84
1109.95	82458.53	.14374	1.71162	3525.64
1022.07	81560.61	.12037	1.71102	2000.40
896.91	76689.24	.09083	1.72289	2267.33
890.91 809.46	79093.83	.11199	1.73380	2716.63
	78307.86	.09700	1.75387	2770.03
748.55				
686.88	77777.25	.09656	1.76319	1864.71
624.09	75888.06	.07231	1.77215	1735.85
568.29	76506.69	.07143	1.78065	2820.27
538.65	74153.48	.05820	1.78889	1961.66
501.07	74573.38	.06041	1.79672	1473.15

458.48	72586.26	.04189	1.804	131	1195.01			
415.00	71200.41	.03263	1.811	164	854.88			
366.42	70845.02	.02249	1.818	368	687.89			
319.88	70197.09	.02293	1.825	545	982.31			
293. <b>7</b> 6	70043.89	.01984	1.831	196	852.33			
268.48	69580.06	.01499	1.838	322	271.60			
211.41	69813.50	.01367	1.844	123	609.37			
193.11	68860.09	.00882	1.850	005	289.82			
163.38	68830.17	7 .00794	1.855	565	338.61			
144.36	68704.60	.00882	1.861	105	369.33			
130.43	3 68483.7	3 .00573	1.86	626	.00			
.00	0 68460.3	0 .00309	1.87	130	147.47			
Z = 6	8436.52 ZO	= 68360.07						
I = 1	LV(I) = 63	LVO(I) = 63	XO =	32.81	YO=	49.21	ZO=	49.21
I = 2	LV(I) = 31	LVO(I) = 31	XO=	32.81	YO=	49.21	ZO=	16.40
I = 3	LV(I) = 61	LVO(I) = 61	XO=	.00	YO=	49.21	ZO=	49.21
I = 4	LV(I) = 7	LVO(I) = 15	XO =	32.81	YO=	49.21	ZO=	.00
I = 5	LV(I) = 23	LVO(I) = 11	XO =	32.81	YO=	32.81	ZO=	.00
I = 6	LV(I) = 26	LVO(I) = 26	XO=	16.40	YO=	32.81	ZO=	16.40
I = 7	LV(I) = 46	LVO(I) = 46	XO=	16.40	YO=	49.21	ZO=	32.81
I = 8	LV(I) = 43	LVO(I) = 43	XO=	32.81	YO=	32.81	ZO=	32.81
I = 9	LV(I) = 22	LVO(I) = 22	XO=	16.40	YO=	16.40	ZO=	16.40
I = 10	LV(I) = 57	LVO(I) = 57	XO=	.00	YO=	32.81	ZO=	49.21
I = 11	LV(I) = 37	LVO(I) = 41	XO=	.00	YO =	32.81	ZO=	32.81
I = 12	LV(I) = 10	LVO(I) = 10	XO=	16.40	YO=	32.81	<b>Z</b> O =	.00
I = 13	LV(I) = 25	LVO(I) = 25	XO=	.00	YO=	32.81	ZO=	16.40
I = 14	LV(I) = 21	LVO(I) = 21	XO=	.00	YO=	16.40	ZO=	16.40
I = 15	LV(I) = 13	LVO(I) = 13	XO=	.00	YO=	49.21	ZO=	.00
I = 16	LV(I) = 14	LVO(I) = 14	XO=	16.40	YO=	49.21	ZO=	.00
I = 17	LV(I) = 9	LVO(I) = 9	XO=	.00	YO=	32.81	ZO=	.00
I = 18	LV(I) = 58	LVO(I) = 58	XO=	16.40	YO=	32.81	ZO=	49.21
I = 19	LV(I) = 11	LVO(I) = 6	XO=	16.40	YO=	16.40	ZO=	.00

## Malha 5x5X5

Z = 260806	9.72			
CK	ZM	X	DR	SIGMA
29651291.28	1181054.25	.99933	.05400	247726.00
879663.18	1118768.46	.96550	01389	244005.20
443126.34	1079508.75	.93817	.09123	228497.70
289637.59	1007869.75	.91017	.17024	214212.80
211495.29	977388.40	.88038	.20549	193700.70
162893.76	895071.77	.85708	.27211	196771.20
132842.88	843806.25	.82616	.33109	174471.00
109963.71	780097.15	.78315	.39362	166377.70
93141.81	787640.58	.78226	.42849	145916.00
79308.19	754259.05	.75538	.46303	154710.90
69563.77	623086.09	.69960	.52961	179486.40
62901.97	657951.30	.70990	.56858	163549.50
56919.85	587843.06	.66779	.61676	149691.40
51562.20	458409.34	.61447	.68611	153716.00
47232.76	457217.28	.59521	.74252	167960.00
43862.19	447674.19	.60551	.79081	154036.50
40695.61	411794.00	.56900	.83810	149341.10
37875.28	360141.75	.56048	.88762	140383.70
35274.65	301405.62	.52464	.94014	84469.23
31661.61	297780.78	.53047	.98667	96501.68
29056.55	252519.17	.51232	1.03443	95378.91
26823.57	267273.61	.51927	1.07435	79261.92

```
24553.01
              219024.34
                              .47491
                                          1.11676
                                                      68040.41
22349.19
              200653.47
                              .46416
                                          1.15729
                                                      72891.62
              215670.73
                              .46931
20621.45
                                                      59768.71
                                          1.19169
18844.76
              169174.37
                              .44870
                                          1.22867
                                                      20983.73
15131.43
              166393.45
                              .44243
                                          1.26311
                                                      17883.43
              158286.02
                                          1.29557
12289.89
                              .42406
                                                      12246.51
 9644.97
              158095.03
                              .41555
                                          1.32540
                                                      13546.25
 8074.07
              154313.04
                              .39852
                                          1.35303
                                                       14200.75
 6988.32
              148893.63
                              .38463
                                          1.37892
                                                       14901.55
 6194.49
              147094.56
                              .37074
                                          1.40286
                                                      15007.39
              143001.66
                              .36447
 5566.63
                                          1.42544
                                                       12489.46
 4962.26
              141410.18
                              .34073
                                          1.44646
                                                       11585.44
              135879.36
 4442.32
                              .33490
                                          1.46647
                                                      12209.24
              129960.19
 4040.58
                              .32079
                                          1.48560
                                                       10593.14
 3659.18
              127863.61
                              .31631
                                          1.50361
                                                       9510.70
              121382.34
                              .29077
                                          1.52099
                                                       9495.12
 3311.07
              121039.49
 3023.01
                              .27576
                                          1.53727
                                                       10897.63
              121168.14
 2810.01
                              .28584
                                          1.55250
                                                       9540.48
 2600.69
              119795.54
                              .25403
                                          1.56691
                                                       7866.10
 2385.20
              120022.08
                              .25269
                                          1.58045
                                                       8862.85
 2221.81
              111758.77
                              .23477
                                          1.59384
                                                       7333.52
 2051.93
              108891.23
                              .22693
                                          1.60669
                                                       6897.94
 1897.67
              111183.32
                              .22379
                                          1.61867
                                                       6987.01
 1766.56
              107788.82
                              .20565
                                                       6479.08
                                          1.63025
 1644.07
              98271.09
                             .19243
                                         1.64189
                                                      5121.85
              97302.80
                             .17832
 1511.49
                                         1.65301
                                                      6255.63
              89352.89
 1417.88
                             .16353
                                         1.66410
                                                      3774.73
              92717.71
 1285.89
                             .16711
                                         1.67445
                                                      3772.95
 1176.33
              85466.63
                             .13665
                                         1.68476
                                                      3949.33
              88613.15
                             .13620
 1087.80
                                         1.69441
                                                      4228.88
 1016.36
              87455.49
                             .13172
                                         1.70368
                                                      3121.72
  933.32
              84636.78
                             .10820
                                         1.71272
                                                      4005.69
  877.45
              82082.08
                             .10327
                                         1.72151
                                                      3022.67
  812.97
              83184.16
                             .10282
                                         1.72987
                                                      2578.60
  748.48
              81596.79
                             .09229
                                         1.73797
                                                      2603.87
  693.97
              81035.54
                             .08714
                                         1.74577
                                                      3274.46
              83454.72
                             .08266
  655.98
                                         1.75312
                                                      2928.73
              79497.90
  618.15
                             .07549
                                         1.76040
                                                      2064.29
  571.39
              77232.14
                             .06138
                                         1.76752
                                                       1546.93
              74651.51
  519.01
                             .05242
                                         1.77451
                                                       1481.73
              72359.57
  473.67
                             .03853
                                                       1063.70
                                         1.78134
  422.28
              72900.94
                             .02890
                                         1.78791
                                                      1407.12
  390.28
              72634.62
                             .03002
                                         1.79425
                                                       1249.35
               73255.64
   359.58
                              .02643
                                          1.80034
                                                        958,26
   326.14
               73167.40
                              .02599
                                          1.80623
                                                       1472.48
               70456.08
   307.53
                              .01837
                                          1.81203
                                                        788.28
   277.90
               69226.39
                              .01165
                                          1.81771
                                                        794.36
   253.65
               68616.83
                              .00224
                                          1.82322
                                                        389.02
   215.29
              68978.30
                              .00314
                                          1.82854
                                                        509.02
   192.99
               68625.55
                              .00269
                                          1.83371
                                                         .00
       .00
              68280.90
                              .00090
                                          1.83875
                                                         .00
Z =
      68243.24
                 ZO =
                         68243.24
        LV(I) = 98
                     LVO(I) = 98
                                     XO =
                                                             65.62
                                             32.81
                                                     YO =
                                                                     ZO =
                                                                             49.21
I =
        LV(I) = 48
                     LVO(I) = 48
                                     XO=
    2
                                             32.81
                                                     YO=
                                                             65.62
                                                                     ZO =
                                                                             16.40
        LV(I) = 92
                     LVO(I) = 92
                                                     YO=
I =
    3
                                     XO =
                                             16.40
                                                             49.21
                                                                     ZO =
                                                                             49.21
I =
    4
        LV(I) = 69
                     LVO(I) = 69
                                     XO=
                                             49.21
                                                     YO=
                                                             49.21
                                                                     ZO =
                                                                             32.81
    5
        LV(I) = 68
                     LVO(I) = 68
                                     XO=
                                                     YO=
                                                                     ZO=
I =
                                             32.81
                                                             49.21
                                                                             32.81
        LV(I) = 42
                      LVO(I) = 42
                                     XO =
                                             16.40
                                                     YO =
                                                             49.21
                                                                     ZO =
I =
    6
                                                                             16.40
        LV(I) = 72
                     LVO(I) = 72
                                     XO=
                                             16.40
                                                     YO =
I =
    7
                                                             65.62
                                                                     ZO =
                                                                             32.81
```

```
LV(I) = 62
                    LVO(I) = 62
                                  XO =
                                         16.40
                                                YO =
                                                        32.81
                                                               ZO=
                                                                      32.81
I = 8
                    LVO(I) = 21
                                  XO=
I = 9
        LV(I) = 21
                                           .00
                                                 YO=
                                                        65.62
                                                               ZO=
                                                                       .00
I = 10
       LV(I) = 86
                    LVO(I) = 86
                                  XO =
                                          .00
                                                 YO=
                                                        32.81
                                                               ZO =
                                                                      49.21
       LV(I) = 36
                    LVO(I) = 36
                                  XO=
                                          .00
                                                 YO=
                                                        32.81
                                                               ZO=
                                                                      16.40
I = 11
       LV(I) = 17
                    LVO(I) = 17
                                  XO =
                                                YO =
                                                        49.21
                                                               ZO =
I = 12
                                          16.40
                                                                       .00
       LV(I) = 41
                    LVO(I) = 41
                                  XO =
                                          .00
                                                 YO=
                                                               ZO =
I = 13
                                                        49.21
                                                                      16.40
                                  XO=
      LV(I) = 11
                    LVO(I) = 11
                                           .00
                                                 YO=
                                                        32.81
                                                               ZO =
I = 14
                                                                       .00
                                  XO =
I = 15
       LV(I) = 43
                    LVO(I) = 43
                                         32.81
                                                 YO =
                                                        49.21
                                                               ZO =
                                                                      16.40
                                                YO=
I = 16 LV(I) = 22
                    LVO(I) = 22
                                  XO=
                                                        65.62
                                                               ZO =
                                         16.40
                                                                       .00
       LV(I) = 16
                    LVO(I) = 16
                                  XO=
I = 17
                                          .00
                                                 YO =
                                                        49.21
                                                               ZO =
                                                                       .00
                    LVO(I) = 96
                                  XO=
                                                               ZO=
I = 18 LV(I) = 96
                                          .00
                                                 YO=
                                                        65.62
                                                                      49.21
                    LVO(I) = 18
                                  XO=
I = 19 LV(I) = 18
                                         32.81
                                                YO=
                                                        49.21
                                                               ZO =
                                                                       .00
```

## Malha 6x6X6

```
Z = 69560.14 ZO = 69096.36
I = 1
       LV(I) = 141
                    LVO(I) = 141
                                   XO=
                                          32.81
                                                  YO =
                                                         82.02
                                                                ZO =
                                                                        49.21
       LV(I) = 105
                    LVO(I) = 105
                                   XO =
                                           32.81
                                                  YO =
                                                         82.02
                                                                ZO =
                                                                        32.81
I =
   2
       LV(I) = 140
                    LVO(I) = 140
                                   XO=
                                           16.40
                                                  YO =
                                                         82.02
                                                                ZO =
                                                                        49.21
I =
   3
       LV(I) = 20
                     LVO(I) = 50
                                   XO=
                                           16.40
                                                  YO =
                                                         32.81
                                                                ZO =
                                                                        16.40
I = 4
       LV(I) = 19
                     LVO(I) = 86
                                   XO=
                                           16.40
                                                  YO=
                                                         32.81
                                                                ZO=
   5
                                                                        32.81
I =
                     LVO(I) = 98
       LV(I) = 98
                                   XO=
                                           16.40
                                                  YO=
                                                         65.62
                                                                ZO =
                                                                        32.81
I =
    6
       LV(I) = 103
                    LVO(I) = 103
                                   XO =
                                            .00
                                                  YO=
                                                         82.02
                                                                ZO =
I = 7
                                                                        32.81
                     LVO(I) = 91
                                   XO=
                                                  YO =
        LV(I) = 91
                                            .00
                                                         49.21
                                                                ZO =
                                                                        32.81
I = 8
                                   XO=
                                                  YO=
                                                                ZO =
I = 9
        LV(I) = 26
                     LVO(I) = 26
                                           16.40
                                                         65.62
                                                                        .00
        LV(I) = 134
                     LVO(I) = 133
                                   XO=
                                                  YO=
                                                                ZO =
                                                                        49.21
I = 10
                                            .00
                                                         65.62
        LV(I) = 99
                     LVO(I) = 25
                                   XO =
                                                  YO =
                                                         65.62
                                                                ZO =
I = 11
                                            .00
                                                                         .00
I = 12
        LV(I) = 56
                     LVO(I) = 56
                                   XO=
                                           16.40
                                                  YO=
                                                         49.21
                                                                ZO =
                                                                        16.40
        LV(I) = 61
                     LVO(I) = 61
                                   XO =
                                            .00
                                                  YO =
                                                         65.62
                                                                ZO =
I = 13
                                                                        16.40
I = 14
        LV(I) = 63
                     LVO(I) = 31
                                   XO =
                                            .00
                                                  YO=
                                                         82.02
                                                                ZO =
                                                                         .00
        LV(I) = 69
I = 15
                    LVO(I) = 69
                                   XO=
                                          32.81
                                                  YO=
                                                         82.02
                                                                ZO=
                                                                        16.40
        LV(I) = 32
                    LVO(1) = 32
                                   XO=
                                          16.40
                                                 YO=
                                                         82.02
                                                                ZO =
I = 16
                                                                        .00
        LV(I) = 62
                    LVO(I) = 62
                                   XO =
                                                                ZO =
I = 17
                                          16.40
                                                 YO =
                                                         65.62
                                                                        16.40
        LV(I) = 133
                    LVO(I) = 134
                                   XO=
I = 18
                                          16.40
                                                 YO =
                                                         65.62
                                                                ZO =
                                                                        49.21
I = 19
        LV(I) = 57
                    LVO(I) = 57
                                  XO=
                                          32.81
                                                 YO=
                                                         49.21
                                                                ZO =
                                                                        16.40
```