

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

TRANSFERÊNCIA DE CALOR E SOLIDIFICAÇÃO
NO PROCESSO DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO

AMAURO GARCIA

Tese de Livre Docência
apresentada à Universidade
Estadual de Campinas

CAMPINAS

1981

Í N D I C E

	PÁGINA
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1. Considerações Gerais	1
1.2. Fluxo de Calor no Lingotamento Contínuo ..	3
1.3. Objetivos deste Trabalho	5
CAPÍTULO 2 - SOLIDIFICAÇÃO NO LINGOTAMENTO CONTÍNUO DE METAIS	8
2.1. Etapa de Resfriamento Primário	8
2.1.1. Condução térmica	10
2.1.2. Convecção térmica	10
2.1.3. Transferência Newtoniana	13
2.2. Etapa de Resfriamento Secundário	20
2.2.1. Coeficiente de transmissão de calor na etapa de resfriamento secundário	21
2.2.2. Formação de trincas nos lingotes ..	27
2.3. Etapa de Resfriamento por Radiação e Convecção Livres	28
2.4. Análise Matemática do Fluxo de Calor no Lingotamento Contínuo	32
2.5. Modelo Analítico de Solidificação de Metais: Aplicação ao Lingotamento Contínuo	39
2.5.1. Extensão do modelo analítico ao tratamento de h variável	44
2.6. Comparação entre Previsões Teóricas e Re- sultados Experimentais e Discussão	47
CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO E COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ANÁLISE DA SOLIDI- FICAÇÃO DE LIGAS BINÁRIAS EM MOLDES REFRIGERA- DOS	58
3.1. Desenvolvimento do Modelo Matemático	58
3.1.1. Cinética de Solidificação	61
3.1.2. Perfil térmico durante a solidifi- cação	63
3.1.3. Determinação das constantes ϕ_1 e ϕ_2	67
3.1.4. Determinação de S_0 e L_0	69

3.2. Análise Experimental	72
3.3. Comparações e Discussão	76
3.3.1. Solidificação unidirecional	76
3.3.2. Lingotamento contínuo do aço	81
 CAPÍTULO 4 - CORRELAÇÕES ENTRE PARÂMETROS DE NATUREZA TÉRMI- CA E PARÂMETROS DA ESTRUTURA DENDRÍTICA	92
4.1. Estrutura Dendrítica	92
4.2. Modelos de Crescimento Dendrítico	93
4.2.1. Modelo de Hunt	94
4.2.2. Modelo de Feurer	95
4.2.3. Equação experimental de Suzuki et al.	97
4.3. Parâmetros Térmicos	99
4.4. Análise Experimental e Discussão	102
 CAPÍTULO 5 - SOLIDIFICAÇÃO SOB ELEVADAS TAXAS DE RESFRIAMEN- TO/FORMAÇÃO DE ESTRUTURAS METÁLICAS VÍTREAS ...	115
5.1. Aspectos Gerais da Formação de Estruturas de Solidificação sob Elevadas Taxas de Resfriamento	115
5.2. Comportamento Térmico em Processos de Solidificação Ultra-Rápida	118
5.3. Solidificação Convencional	121
5.4. Lingotamento Contínuo de Fôlhas ou Fitas Metálicas	122
5.4.1. Contato térmico na interface	125
5.4.2. Substrato	125
5.4.3. Formação de estruturas vítreas	128
 CAPÍTULO 6 - INFLUÊNCIA DE PARÂMETROS TÉRMICOS NA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES	137
6.1. Qualidade Superficial	137
6.2. Mecanismos de Formação das Marcas Superfi- ciais	137
6.2.1. Mecanismo de Thorton	138
6.2.2. Mecanismo de Savage	138
6.2.3. Mecanismo de Grill e Brimacombe ...	141
6.2.4. Outros mecanismos relacionados com o menisco	142
6.3. Análise Experimental e Discussão	147

CAPÍTULO 7 - APLICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO NO DIMENSIONAMENTO DE PARTES DE UM SISTEMA DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO	156
7.1. Considerações Gerais	156
7.2. Molde	157
7.3. Etapas de Resfriamento Secundário e de Radiação Livre	160
7.4. Comparações entre Previsões de Modelos Matemáticos e Resultados Experimentais ...	162
CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES	169
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	173
APÊNDICE 1 - SIMBOLOGIA UTILIZADA	188
APÊNDICE 2 - PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS	191
APÊNDICE 3 - FUNÇÃO ERRO	193

R E S U M O

A qualidade dos produtos obtidos por processos de produção contínua a partir do material em seu estado de fusão, é fortemente dependente das condições de transferência de calor impostas durante o processo de solidificação. O objetivo fundamental deste trabalho, consiste em analisar de forma extensiva os fatores de processos do tipo lingotamento contínuo, que mais sofrem influência das condições de transporte de calor na solidificação, propondo ferramentas analíticas de acompanhamento do processo sob ponto de vista térmico bem como modelos físicos explicativos da forma com que estas influências se manifestam durante o processo produtivo. A análise foi localizada em vários aspectos essenciais destes processos tais como: transferência de calor nas diferentes etapas do processo de lingotamento contínuo de metais e acompanhamento da evolução da solidificação nestas etapas; análise do comportamento térmico durante a solidificação de ligas binárias no lingotamento contínuo; análise quantitativa da formação da estrutura dendrítica em função dos parâmetros térmicos do processo; análise das condições térmicas que devem ser necessariamente impostas para a produção de estruturas metálicas amorfas; análise da formação de defeitos de superfície em lingotes produzidos de forma contínua; e utilização das ferramentas matemáticas de análise propostas no dimensionamento de partes de um sistema padrão de lingotamento contínuo de aço. Os modelos físicos ou matemáticos propostos são devidamente comparados com resultados experimentais e com outras proposições teóricas existentes na literatura.

A B S T R A C T

The quality of products obtained by continuous cooling from the melt, is strongly dependent on heat transfer conditions imposed during the solidification process. The main objective of this work is to make an extensive analysis about the continuous casting factors that are more influenced by the cooling conditions during solidification, and to propose mathematical models to analyse the process under the thermal point of view, as well as physical models to explain how these influences take place during production. The analysis was divided in several essential aspects of the continuous casting process: heat flow in the different cooling zones of the continuous casting of metals and evolution of the solidification process in each zone; analysis of the thermal behaviour during solidification of binary alloys in the continuous casting; quantitative analysis of the dendritic structure in function of thermal parameters; analysis of the thermal conditions that must be imposed to enable the production of metallic amorphous structures, analysis of the development of ingot surface defects in the continuous casting; and application of the proposed mathematical models to design parts of a standard equipment of continuous casting of steel. The proposed physical and mathematical models are compared with experimental results and with other theoretical models from the literature.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

A primeira tentativa de obtenção de lingotes metálicos por processo contínuo, foi realizada pelo americano George Sellers em 1840, utilizando o Chumbo para produzir tubos. Como a implantação industrial do processo data de cerca de 25 anos atrás, a transição entre o surgimento da idéia e sua viabilização prática levou mais de 100 anos¹⁻³. A vantagem de elevada produtividade aliada à possibilidade de automação do processo de lingotamento estimulou bastante a implantação destes sistemas nos últimos anos. Outra grande vantagem do processo está na possibilidade de conexão direta do lingotamento contínuo com um processo de conformação plástica como a laminação, como por exemplo na produção de cabos de alumínio para transmissão de energia elétrica, que pode ser totalmente automatizada desde o metal no estado líquido até o produto final, restando somente um controle da resistividade elétrica a ser executado antes da liberação do produto.

Atualmente, a aplicação mais importante do processo de lingotamento contínuo refere-se à produção de placas, tarugos e barras de aço, constituindo parte essencial de uma usina siderúrgica moderna. Este processo sofreu grande impulso a partir de 1963 com a introdução de equipamentos com moldes curvos, cuja maior vantagem reside na redução para menos da metade da altura total da instalação de lingotamento contínuo vertical : tradicionalmente utilizada, o que representa consequentemente maior facilidade de construção e a menor custo^{4,5}. O impulso decorrente desta inovação pode ser constatado pelo fato de que em 1963 havia no mundo todo, menos de 100 instalações com pouco menos de 200 veios em operação ou em construção. Cinco anos mais tarde já haviam 300 equipamentos em funcionamento e em 1970, 438 equipamentos com 1120 veios e finalmente em 1980, 986 equipamentos com 2869 veios^{4,5}. A Figura 1.1 apresenta graficamente a evolução nas instalações de lingotamento contínuo de aço nas últimas três décadas. Apesar do rápido crescimento verificado, o lingotamento contínuo do aço deve ser encarado como um processo tecnológico relativamente recente e com oportunidades de desenvolvimento bastante significativas.

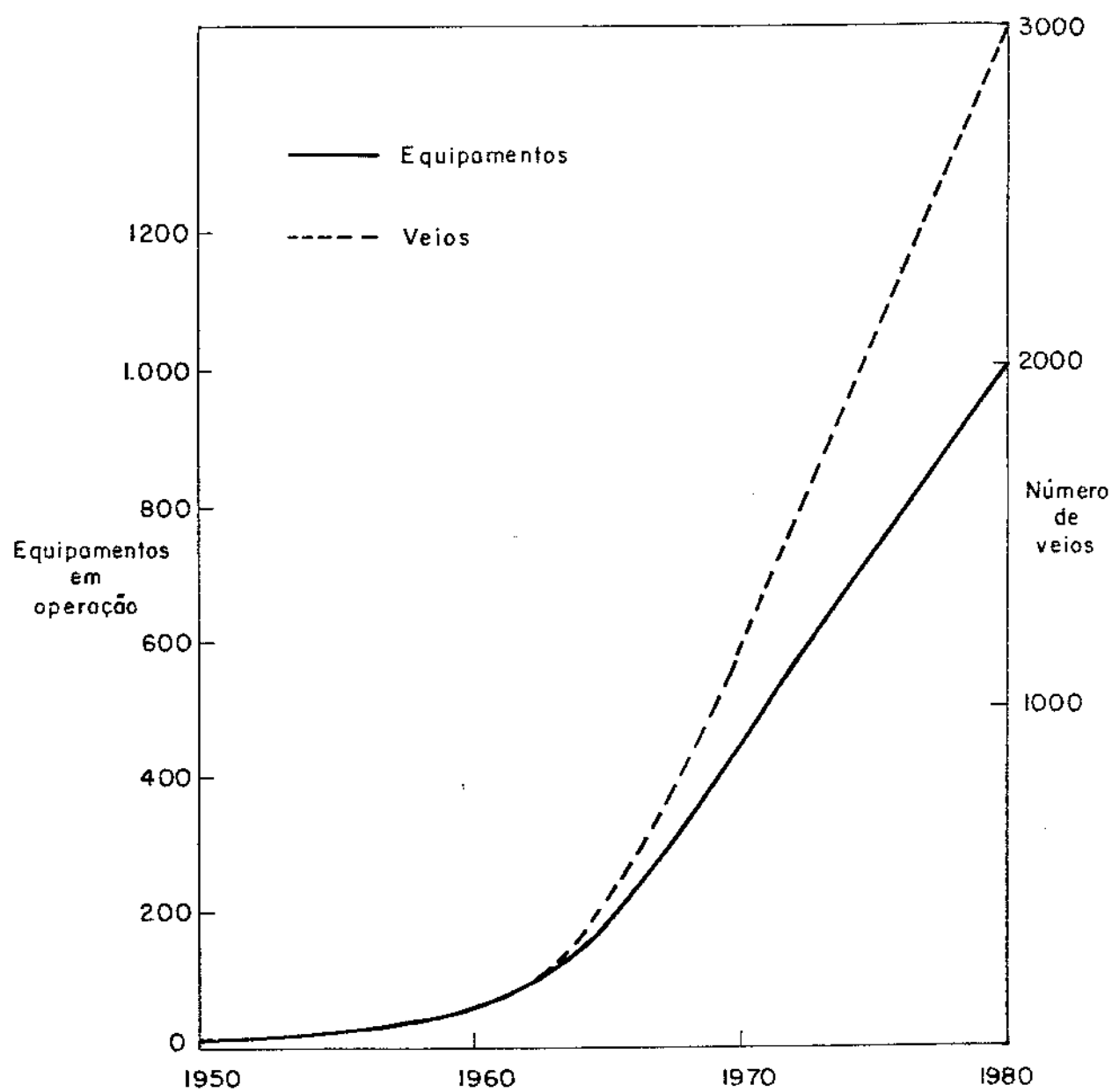


Figura 1.1 - Evolução mundial das instalações de lingotamento contínuo de aço

No caso particular do Brasil, nota-se um razoável crescimento relativo à participação do processo de lingotamento contínuo na produção anual de aço. Enquanto em 1974 esta participação representava 5% do total, já em 1980 chegava a cerca de 30%. A Figura 1.2 ilustra esta tendência, mostrando inclusive a projeção estimada até 1985^{6,7}, embora esta projeção possa ser sensivelmente modificada dependendo da evolução econômica do país, bem como das demandas interna e externa de aço.

Além das aplicações já mencionadas do processo de lingotamento contínuo, tem surgido algumas outras derivações algumas delas ainda em estágio de pesquisa. A produção de fitas metálicas de estrutura amorfa já vem sendo executada através da fabricação contínua a partir do metal fundido, utilizando-se cilindros rotativos refrigerados que exercem o papel do molde⁸. Outro exemplo de aplicação do processo, refere-se à produção de fios finos através da inserção de um disco refrigerado com formato adequado no diâmetro externo, dentro do banho de metal líquido. A produção se dá de forma contínua através da rotação deste disco parcialmente mergulhado no líquido^{9,10}. Este processo encontra-se ainda em estágio de pesquisa, já que a principal dificuldade consiste na obtenção de uma secção perfeitamente circular e regular ao longo do fio, embora este inconveniente possa ser corrigido acoplando-se em sequência à obtenção do fio uma trefiladora que permita regularizar e homogeneizar a secção do fio.

1.2. Fluxo de Calor no Lingotamento Contínuo

Uma das funções mais importantes de um equipamento de lingotamento contínuo consiste em assegurar um fluxo de calor adequado entre o produto e o meio ambiente. Esta função é executada através da utilização de um molde refrigerado a água seguido de um conjunto de chuveiros de resfriamento, os quais devem preencher requisitos térmicos importantes caso se pretenda obter um produto lingotado eficientemente e com um mínimo de defeitos externos e internos. O molde deve ser capaz de retirar uma certa quantidade de calor do metal que permita a solidificação de uma camada que possa suportar a solicitação mecânica à qual está submetida na saída do

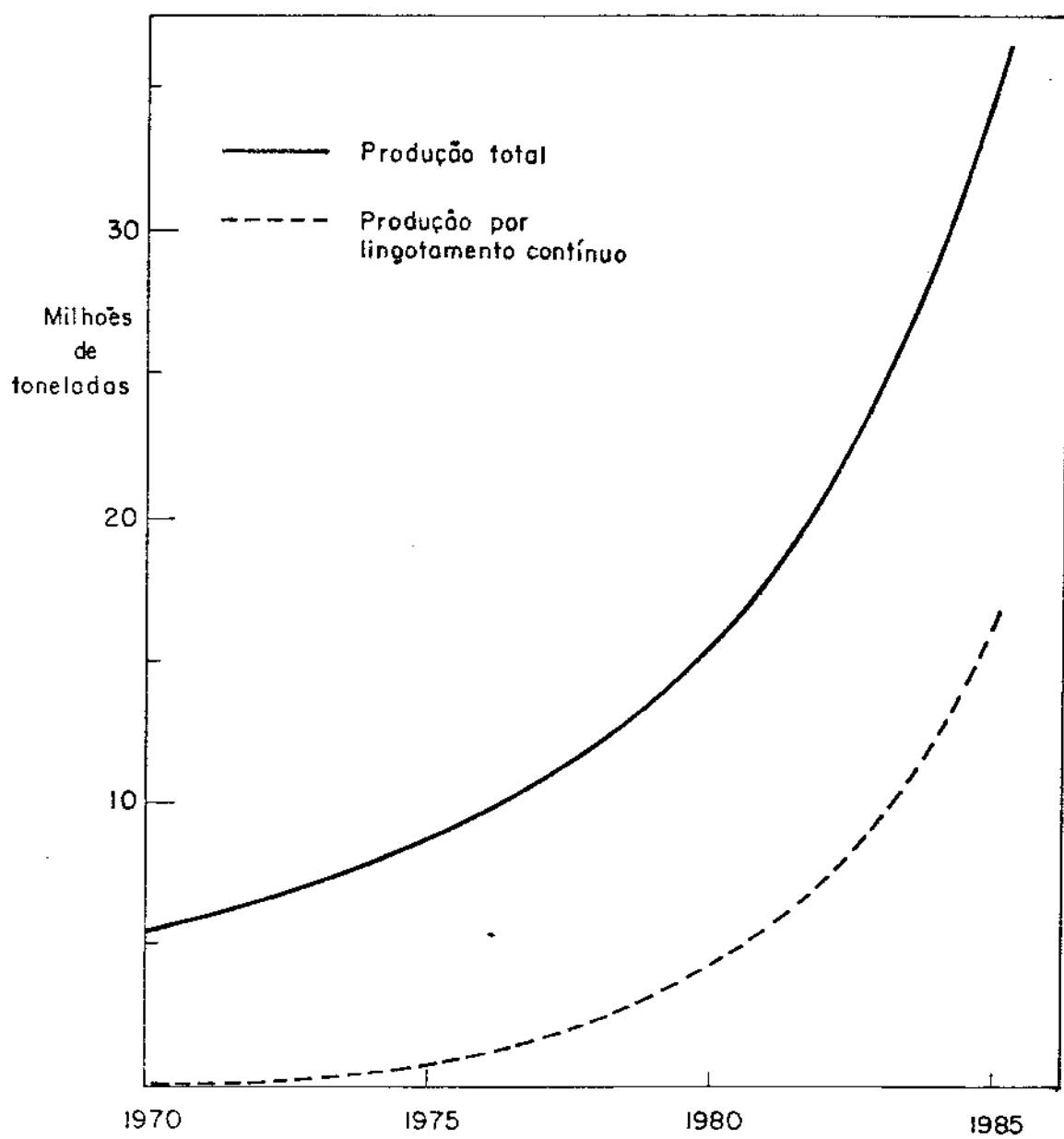


Figura 1.2 - Evolução da produção total de aço no Brasil, juntamente com a produção por lingotamento contínuo até 1980 e projeção até 1985.

molde. A continuidade do processo de extração de calor é executada pelo conjunto de chuveiros ("sprays"), os quais devem retirar calor do metal de tal forma a praticamente completar a solidificação da secção do lingote.

A taxa de extração de calor do metal é crítica no que diz respeito à eficiência do processo, uma vez que um resfriamento deficiente implica, no caso de lingotamento de aço, na presença de um poço de metal líquido excessivamente longo, enquanto que um resfriamento excessivo pode conduzir à formação de trincas prejudicando a qualidade do produto. Ainda no caso específico do aço, a extração de calor através dos chuveiros de resfriamento deve ser convenientemente estabelecida de modo a não provocar uma variação brusca na temperatura da superfície do lingote na passagem entre dois conjuntos de chuveiros adjacentes, o que também provocaria o aparecimento de trincas. Como em qualquer processo de solidificação, a taxa de extração de calor influi diretamente na velocidade de solidificação, a qual por outro lado define o arranjo estrutural e a distribuição de inclusões e elementos de liga e consequentemente a qualidade interna do produto. Nota-se que a taxa com a qual o calor é retirado do metal, influi em grande número de aspectos bastante importantes do lingotamento contínuo (Figura 1.3), o que torna fundamental uma análise sistemática da transferência de calor neste processo que permita obter informações essenciais para o dimensionamento e operação de equipamentos de lingotamento contínuo.

1.3. Objetivos deste Trabalho

Tendo em vista a importância da transferência de calor durante a solidificação no processo de lingotamento contínuo, definiu-se um plano de trabalho que analisasse da forma mais abrangente possível aspectos essenciais do processo de lingotamento contínuo que são diretamente influenciados por parâmetros de natureza térmica, agrupados nos seguintes objetivos:

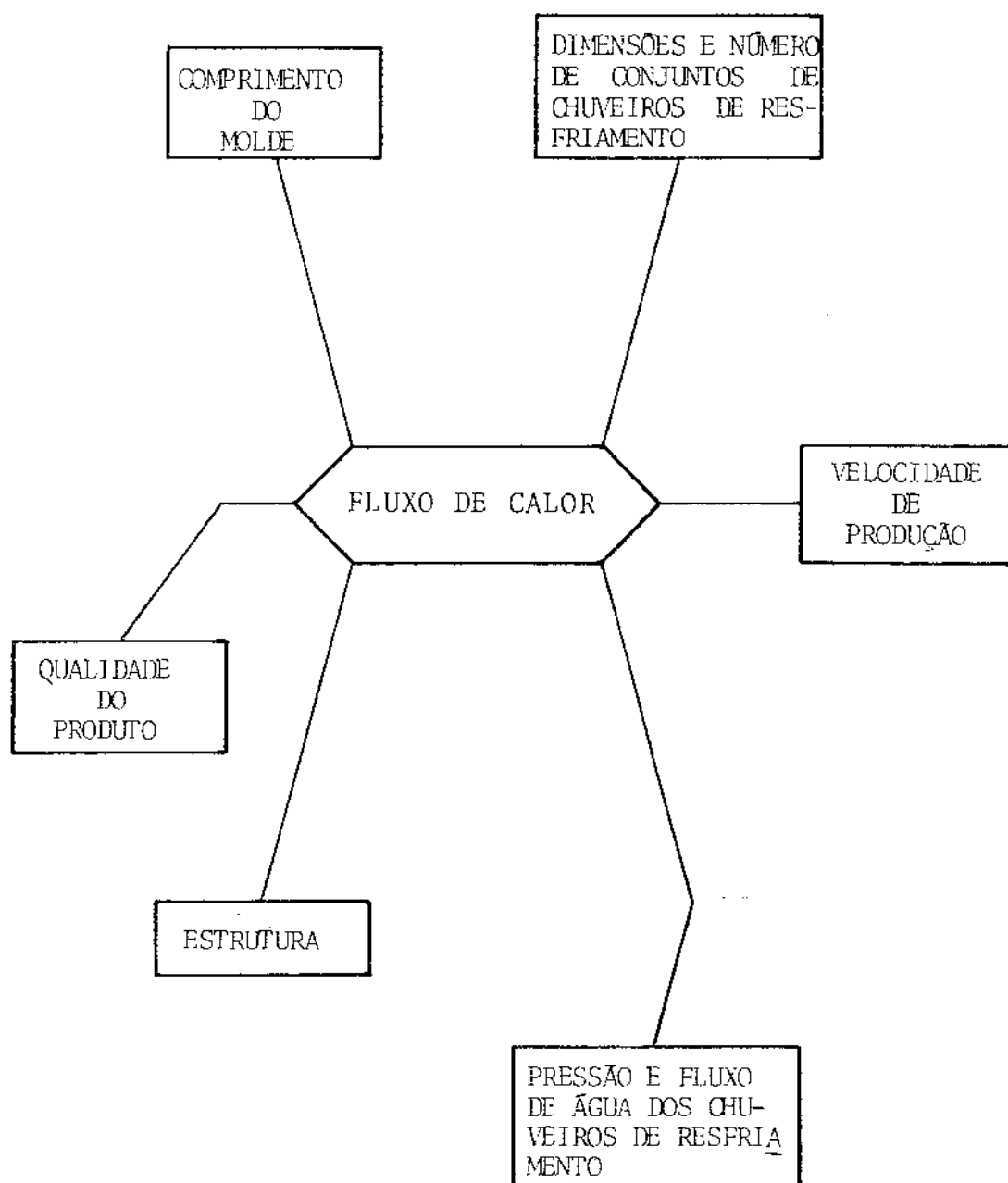


Figura 1.3 - Correlação entre o fluxo de calor e parâmetros e variáveis do processo de lingotamento contínuo.

- 1.3.1. Aplicação de um modelo analítico de solidificação ao lingotamento contínuo de metais, estendendo-o à análise de situações de coeficientes de transmissão de calor variáveis durante o processo. Comparação do desempenho deste modelo analítico com outros modelos matemáticos e com resultados experimentais.
- 1.3.2. Desenvolvimento e comprovação experimental de um modelo matemático de transferência de calor para a análise da solidificação de ligas binárias no processo de lingotamento contínuo.
- 1.3.3. Estabelecimento de correlações analíticas entre parâmetros de natureza térmica impostos pelo processo de lingotamento contínuo e parâmetros da estrutura dendrítica do produto. Comparações entre previsões teóricas obtidas e resultados experimentais.
- 1.3.4. Análise das condições térmicas necessárias durante o processo de solidificação para a obtenção de estruturas metálicas amorfas.
- 1.3.5. Análise dos parâmetros térmicos de influência na qualidade superficial de lingotes e estabelecimento de um mecanismo de formação de marcas superficiais durante o lingotamento contínuo.
- 1.3.6. Aplicação do modelo matemático desenvolvido no dimensionamento de partes de um sistema de lingotamento contínuo de aço.

2. SOLIDIFICAÇÃO NO LINGOTAMENTO CONTÍNUO DE METAIS

Uma das funções mais importantes de um equipamento de lingotamento contínuo de metais, consiste em assegurar um transporte de calor adequado entre o produto e o meio ambiente, uma vez que o processo que se verifica nas diferentes etapas do sistema de lingotamento contínuo, consiste em um processo de resfriamento contínuo envolvendo transformação de estado de agregação líquido/sólido. Nestas condições, a obtenção de equipamentos tecnicamente satisfatórios deverá envolver o controle de velocidade de solidificação, o qual influencia a distribuição de inclusões e de elementos de liga, e o arranjo estrutural, influenciando conseqüentemente a qualidade interna do produto.

Em sistemas de lingotamento contínuo de um modo geral, o transporte de calor se verifica em três diferentes etapas: uma etapa de resfriamento primário ou de resfriamento indireto, realizado em moldes refrigerados a água, uma etapa de resfriamento secundário ou direto, realizado por meio de "sprays" com mistura de ar e água, e uma terceira, etapa de radiação livre (Figura 2.1). As condições de extração de calor destas diferentes etapas devem se complementar, em função das condições operacionais desejadas e do tipo de metal a ser lingotado, com o objetivo final de se obter um produto de máxima qualidade.

2.1. Etapa de Resfriamento Primário

A etapa de resfriamento primário no lingotamento contínuo de metais, é caracterizada pela utilização de um molde refrigerado a água, que deve preencher duas importantes funções, quais sejam: suportar a casca de metal sólido durante os instantes iniciais do processo de solidificação e permitir a retirada de calor do metal ao fluido de refrigeração. A taxa de transporte de calor deve ser tal que permita a solidificação na saída do molde de uma camada suficientemente espessa, de tal forma a apresentar resistência mecânica suficiente para suportar o metal líquido e as tensões de extração do lingote, condições estas necessárias para impedir a ruptura da casca sólida na saída do molde e conseqüentemente a interrupção do processo de lingotamento. Para uma análise global da

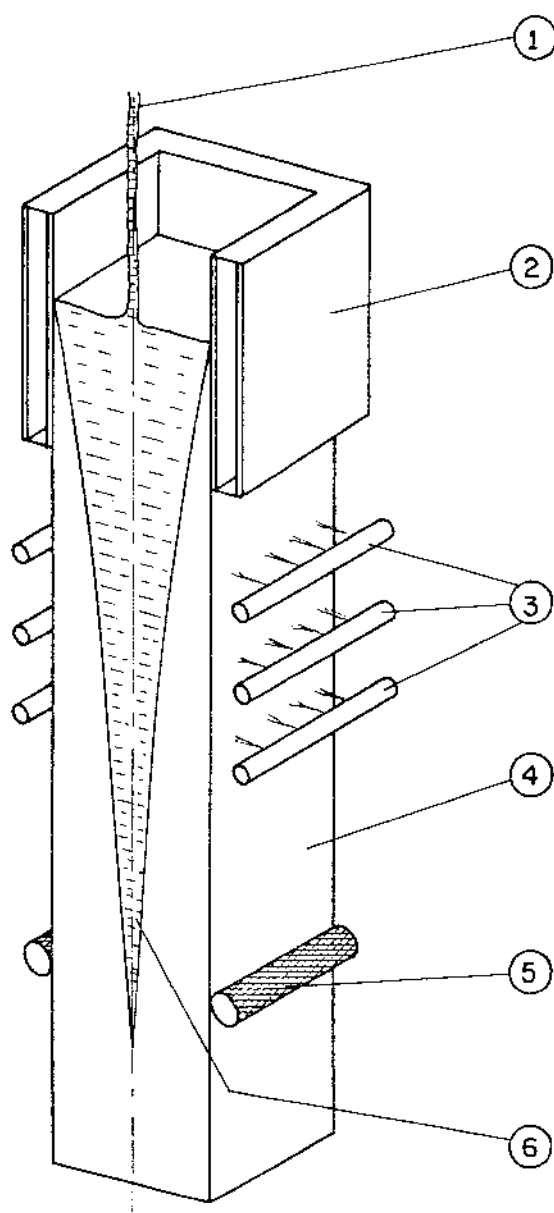


Figura 2.1 - Representação esquemática de um sistema de lingotamento contínuo vertical típico para aços

1 - corrente de metal líquido

2 - molde (etapa de resfriamento primário)

3 - "spray" (etapa de resfriamento secundário)

4 - etapa de radiação livre

5 - roletes extratores

6 - poto de metal líquido (típico para aços)

transferência de calor na etapa de resfriamento primário, deve-se analisar inicialmente a influência relativa de cada modo de transferência de calor atuante nesta etapa. O metal líquido, o metal sólido, o molde e o fluido de refrigeração constituem as fontes de troca térmica atuantes nesta etapa. A Figura 2.2 apresenta esquematicamente a distribuição de temperaturas, nestes diferentes meios, para uma instante qualquer do processo de resfriamento no molde, juntamente com a indicação dos modos de transferência de calor que atuam nestes meios.

2.1.1. Condução térmica

Na camada de metal solidificado a condução térmica pode ser considerada aproximadamente unidimensional, à uma direção perpendicular à face do molde, excetuando-se os casos de lingotamento de metais de condutividades térmicas relativamente elevadas como o Alumínio e o Cobre, as velocidades de extração relativamente baixas¹¹⁻¹⁴. A camada de metal sólido que se forma ao longo do molde, constitui uma barreira crescente à remoção do calor latente de solidificação, o que faz com que a condução térmica na camada sólida vá adquirindo uma influência relativa sobre o fluxo global de calor cada vez maior com o transcorrer do processo. Por outro lado, a condução térmica através das paredes do molde e no metal líquido representam uma parcela bastante menos significativa do fluxo de calor. No caso do metal líquido, a convecção térmica natural ou forçada incumbe-se de eliminar gradientes térmicos, que de qualquer forma nunca se apresentam elevados tendo em vista os baixos valores de superaquecimento normalmente utilizados. As paredes do molde, dada a ordem de grandeza das espessuras normalmente empregadas, não chegam a constituir uma resistência térmica importante à condução térmica, principalmente no caso de moldes construídos de Cobre eletrolítico ou de ligas de Cobre, como é o caso da maioria dos moldes utilizados em sistemas de lingotamento contínuo^{15,16}.

2.1.2. Convecção térmica

No metal líquido existem movimentos de convecção induzidos pela corrente de vazamento, que asseguram a homogeneização da temperatura e transferência de calor do líquido ao sólido com a consequente remoção do superaquecimento. No caso particular do

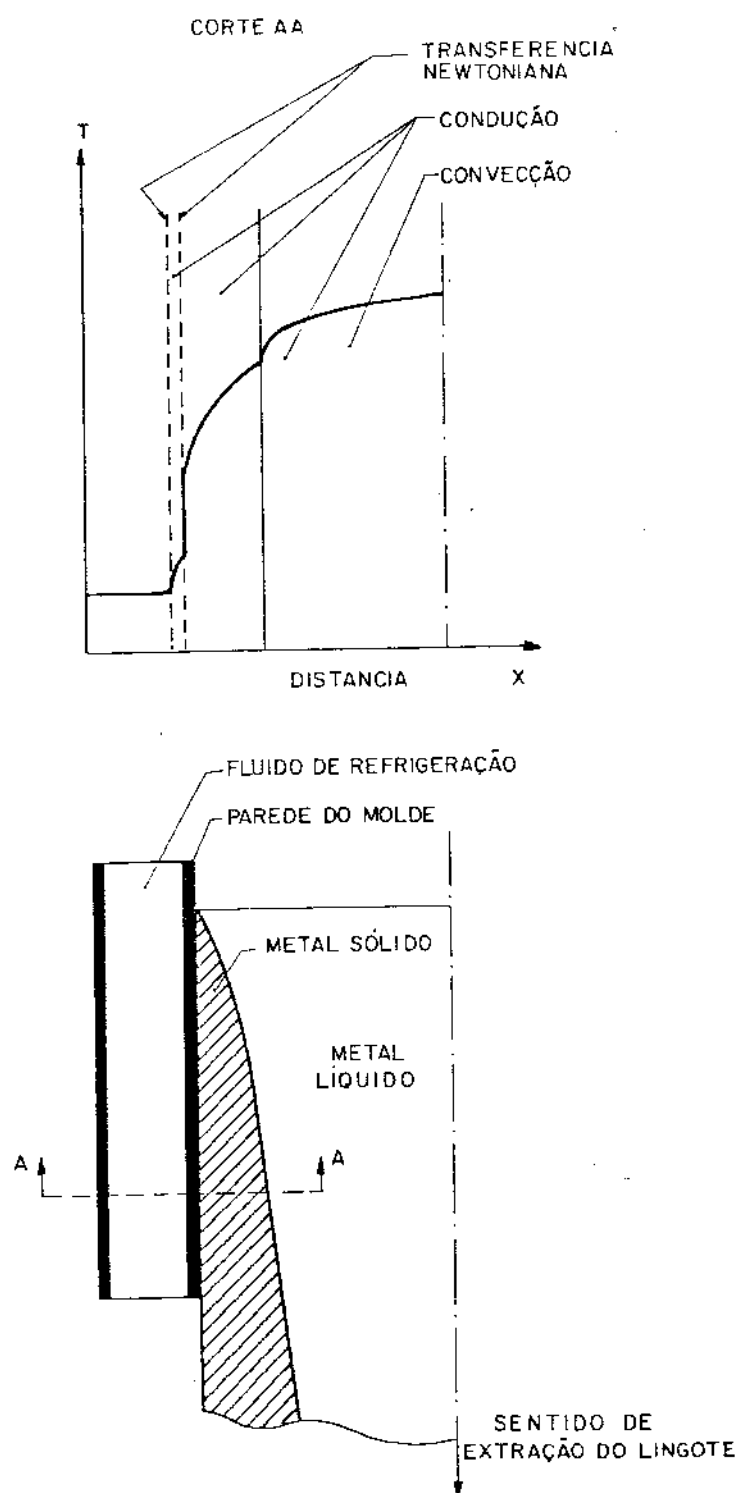


Figura 2.2 - Esquema da distribuição de temperaturas em uma secção transversal metal/molde no lingotamento contínuo, com a respectiva indicação dos modos de transferência de calor atuantes.

aço, as velocidades de circulação do aço líquido foram estimadas através de modelos hidráulicos, sendo da ordem de 30 cm/s nas proximidades da frente de solidificação, o que constitui uma intensidade suficiente para provocar um coeficiente de troca térmica apreciável entre o aço líquido e o aço sólido¹⁵. Assumindo-se uma velocidade constante para a circulação do metal líquido para uma altura determinada de metal sólido, e considerando-se o sólido como uma placa de grandes dimensões, o coeficiente de troca térmica entre o metal líquido e o metal sólido pode ser estimado através da seguinte relação¹⁷:

$$h_c = \frac{2}{3} c_\ell d_\ell w \left(\frac{c_\ell \mu}{k_\ell} \right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{L w d_\ell}{\mu} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

onde:

- h_c - coeficiente de troca de calor por convecção entre o metal líquido e metal sólido
- d_ℓ - densidade do líquido
- c_ℓ - calor específico do líquido
- k_ℓ - condutibilidade térmica do líquido
- μ - viscosidade
- w - velocidade de circulação do líquido
- L - altura do molde ao longo da qual a troca térmica se efetua

Para o caso do aço, a utilização desta relação permite a estimativa de um valor de h_c da ordem de 1 W/cm²K. Ainda para o caso de aço, tomando-se como referência um valor de 300°C de superaquecimento, pode-se estimar que o fluxo de calor devido à convecção térmica representa aproximadamente apenas cerca de 6% do fluxo global de calor ao longo de uma secção transversal do molde. Esta influência no cômputo global do fluxo de calor, juntamente o grau de incerteza na estimativa dos valores dos coeficientes de troca por convecção, fazem com que na maioria das análises do processo de lingotamento contínuo, sob ponto de vista de transferência de calor, a convecção térmica no metal líquido seja desprezada.

2.1.3. Transferência Newtoniana

A transferência Newtoniana de calor na etapa de resfriamento primário pode ser caracterizada por três resistências térmicas: a resistência térmica da interface metal/molde, a resistência térmica da parede do molde e a resistência térmica da interface molde/fluido de refrigeração. As resistências térmicas da parede do molde e da interface molde/fluido de refrigeração são normalmente muito pequenas comparadas com a resistência térmica metal/molde, a qual conseqüentemente controla a transferência Newtoniana do sistema metal/molde. Geralmente admite-se que a região de contato entre metal e molde possa ser dividida em três seções:

- do menisco até o ponto onde começa a se formar a casca de metal sólido. Nesta região o metal líquido se encontra separado do molde por uma camada de óleo lubrificante ou escória.
- a região na qual a camada solidificada já está adquirido resistência suficiente para afastar-se do molde através da contração volumétrica, caracterizada entretanto por um contato intermitentes dadas as características da superfície do lingote.
- a região onde existe uma separação física bem definida entre o metal e o molde, e a transferência de calor ocorre por radiação e convecção através do filme de gás (gap) formado entre metal e molde.

A Figura 2.3 apresenta um esquema ilustrativo destas três regiões.

A transferência Newtoniana global entre a superfície externa do metal sólido e o fluido de refrigeração, pode ser caracterizada por uma resistência térmica global, que consiste na soma das três resistências térmicas, já mencionadas, ou seja:

$$R_g = R_{A/M} + R_M + R_N \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{h_g} = \frac{1}{h_a} + \frac{X_m}{k_m} + \frac{e}{k_g} \quad (2.3)$$

onde:

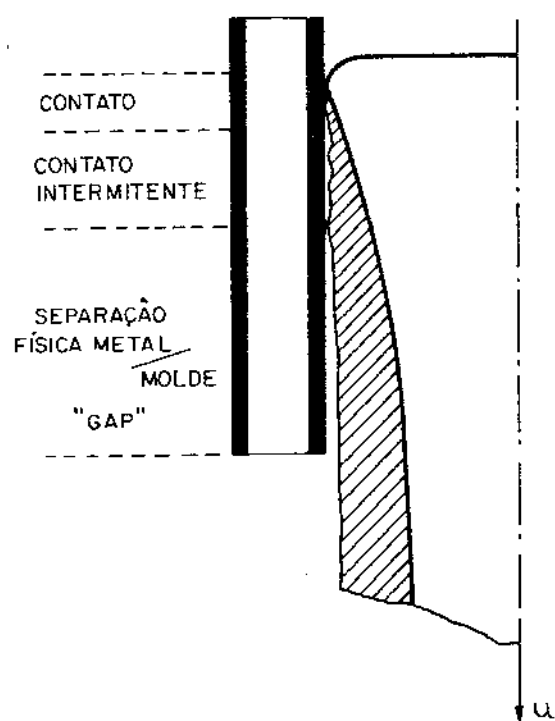


Figura 2.3 - Representação esquemática das três diferentes características de contato metal/molde.

- h - condutância térmica global metal/fluido de refrigeração
 h_a - condutância térmica fluido/parede do molde
 X_m - espessura da parede do molde
 k_m - condutibilidade térmica do material do molde
 e - espessura do filme de gás (gap) formado
 k_g - condutibilidade térmica do gás

A condutância térmica entre o fluido e a parede do molde (h_a), para o fluido passando por um canal de largura ℓ pode ser calculada através das seguintes expressões¹⁸:

$$Nu = h_a \ell / k_a \quad (2.4)$$

$$Nu = 0,023 (Re)^{0,8} (Pr)^{0,33} \quad (2.5)$$

$$Re = d_a \omega \ell / \eta_a \quad (2.6)$$

$$Pr = c_a \eta_a / K_a \quad (2.7)$$

onde:

Nu , Re e Pr são respectivamente os números de Nusselt, Reynolds e Prandtl para o fluido nos canais do molde

K_a - condutibilidade térmica do fluido

d_a - densidade do fluido

c_a - calor específico do fluido

η_a - viscosidade do fluido

ω - velocidade do fluido

ℓ - largura do canal

Assumindo-se uma velocidade do fluido da ordem de 10^3 cm/s, e que é um valor prático típico¹⁹, e $\ell = 0,5$ cm, utilizando-se as relações acima, o valor de h_a seria da ordem de $34 \text{ KW/m}^2\text{K}$ ($0,8 \text{ cal/cm}^2\text{OCs}$).

A resistência térmica do molde depende da espessura e da condutibilidade térmica do material do molde. Considerando-se molde de Cobre, usualmente utilizados em sistemas de lingotamento contínuo de aço, admitindo-se 1 cm de espessura de parede e considerando-se que a região de separação física entre metal e molde (gap) encontra-se preenchida com ar (condutibilidade térmica $5,0 \times 10^{-2} \text{ W/mK}$

a 773 K), pode-se estabelecer relações que permitem o cálculo da condutância térmica global metal/fluido de refrigeração em função da espessura do "gap" formado. A partir de cálculos realizados por Irving¹⁸, pode-se estabelecer as seguintes relações aproximadas:

$$h_g = 60,27 e^{-0,212} W/m^2K \quad 10^{-3} m \leq e \leq 10^{-2} m \quad (2.8)$$

$$h_g = 3,69 e^{-0,614} W/m^2K \quad e < 10^{-3} m \quad (2.9)$$

Para tanto, admite-se que o calor entre o metal e o molde seja transmitido apenas por condução no gás. A Figura 2.4 apresenta valores típicos de h_g para diferentes materiais de molde.

Para que se tenha uma idéia quantitativa da influência de cada modo de transferência de calor isoladamente, sobre o fluxo global de calor no molde, pode-se analisar um caso específico de lingotamento contínuo de aço, conforme os resultados apresentados na tabela a seguir¹⁵:

MODO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR	PARTE DO SISTEMA METAL/MOLDE	PORCENTAGEM DA RESISTÊNCIA TÉRMICA TOTAL DO SISTEMA METAL/MOLDE
Condução	Molde de Cobre	5
	Aço sólido	33
Convecção	Aço líquido/ Aço sólido	10 Máx.
Transferência Newroniana	Aço sólido/Molde de Cobre	50
	Molde de Cobre/ Água de Refrigeração	2

Dos valores apresentados na tabela acima pode-se notar que a principal resistência ao transporte de calor está localizada junto à interface metal/molde, e que a condução térmica na camada de aço

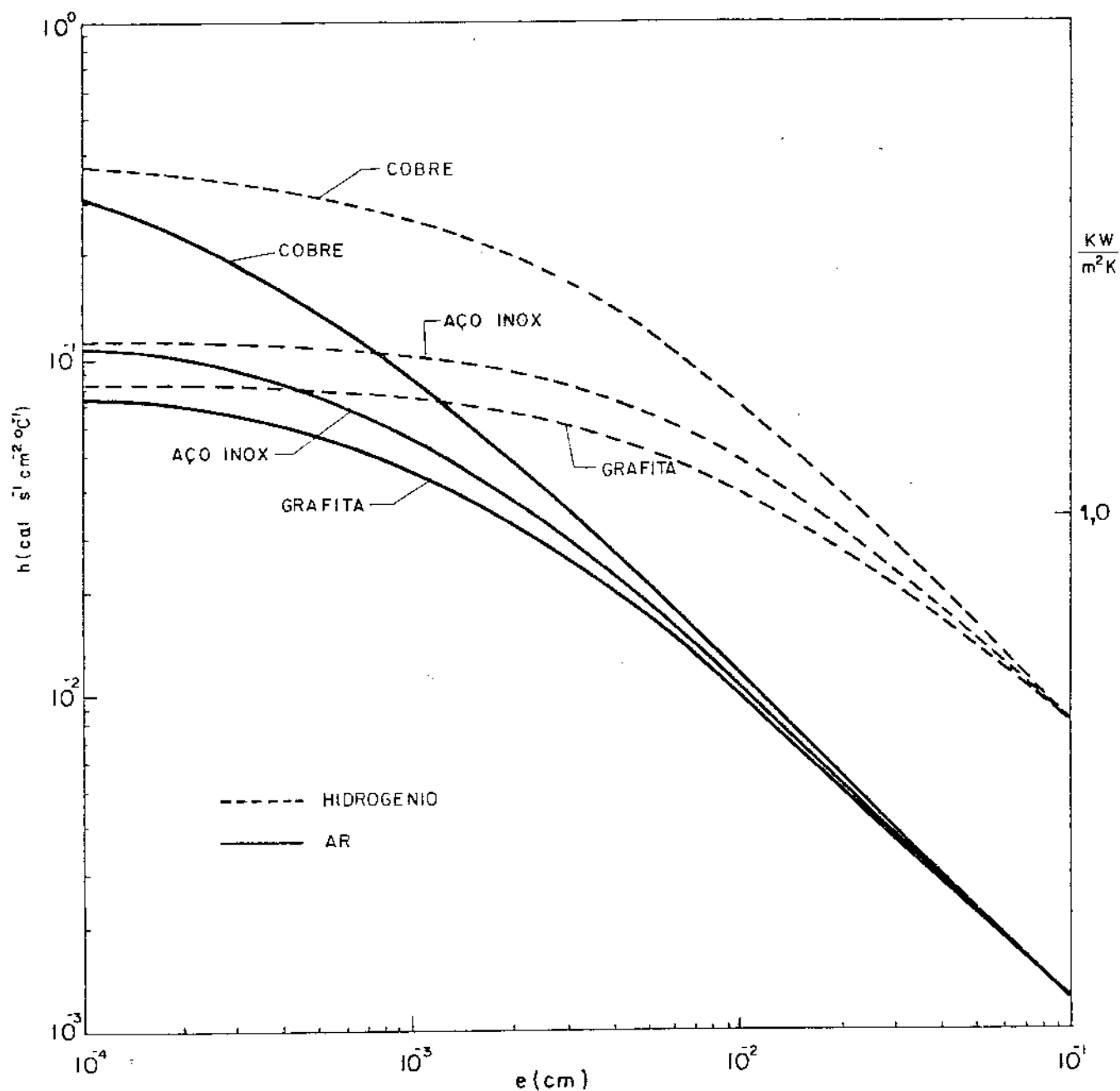


Figura 2.4 - Variação da condutância térmica global metal/fluido de refrigeração (h_g) em função da espessura do "gap" (e) para três diferentes tipos de molde

- Cobre ($\chi_m = 1,0 \text{ cm}$, $K_m = 377 \text{ W/mK}$)
- Aço inoxidável ($\chi_m = 0,5 \text{ cm}$, $K_m = 18,4 \text{ W/mK}$)
- Grafita ($\chi_m = 5,0 \text{ cm}$, $K_m = 125,6 \text{ W/mK}$)

$$K_{\text{ar}} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ W/mK}$$

$$K_{\text{H}_2} = 5,8 \times 10^{-2} \text{ W/mK}$$

solidificada é somente o segundo mecanismo de transferência de calor a limitar o avanço da frente de solidificação na etapa de resfriamento primário.

Os valores quantitativos apresentados na tabela anterior evidenciam a importância de se conhecer o coeficiente de transmissão de calor global metal/fluido de refrigeração. Este coeficiente se constitui um importante parâmetro de projeto, uma vez que é um indicador da quantidade de calor extraída através do molde, e consequentemente um indicador da espessura do metal sólido na base do molde. O efeito de fatores tais como material do molde, velocidade do fluido de refrigeração, lubrificação do molde, velocidade de extração do lingote, pode ser sintetizado neste parâmetro. Além disso, fatores tais como o estado superficial do molde e o alinhamento entre o molde e os roletes extratores podem afetar sensivelmente este coeficiente.

Fixadas as condições de operação do equipamento de lingotamento contínuo, a condutância térmica global varia ao longo do molde de forma semelhante à variação do fluxo de calor esquematizada na Figura 2.5. De acordo com várias investigações experimentais realizadas por diferentes autores existe uma tendência de crescimento do coeficiente de transmissão de calor com a velocidade de extração do lingote¹⁹⁻²¹. A Figura 2.5 apresenta qualitativamente o reflexo da variação de velocidade de extração sobre os valores deste coeficiente ao longo do molde. Apesar das medidas realizadas, principalmente para o caso de aço, segundo diversos autores, até hoje não se conseguiu estabelecer uma relação precisa entre estas duas variáveis.

Embora seja bastante importante, é extremamente difícil a determinação do efeito de variáveis tais como condição do molde, alinhamento do molde e lubrificação sobre o coeficiente de transmissão de calor global. Com relação à condição do molde, Brincombe e Weinberg²² mostraram, para o caso de aço, que o efeito do desgaste na superfície do molde sobre o valor de h_g , só pode ser notado no final do ciclo de vida do molde (entendendo-se como vida do molde o tempo de utilização até o instante em que se torna necessária nova usinagem na face de contato com o metal). No caso da lubrificação, devido à escassez de informações relativas ao comportamento dos lubrificantes à alta temperatura, nada se pode afir

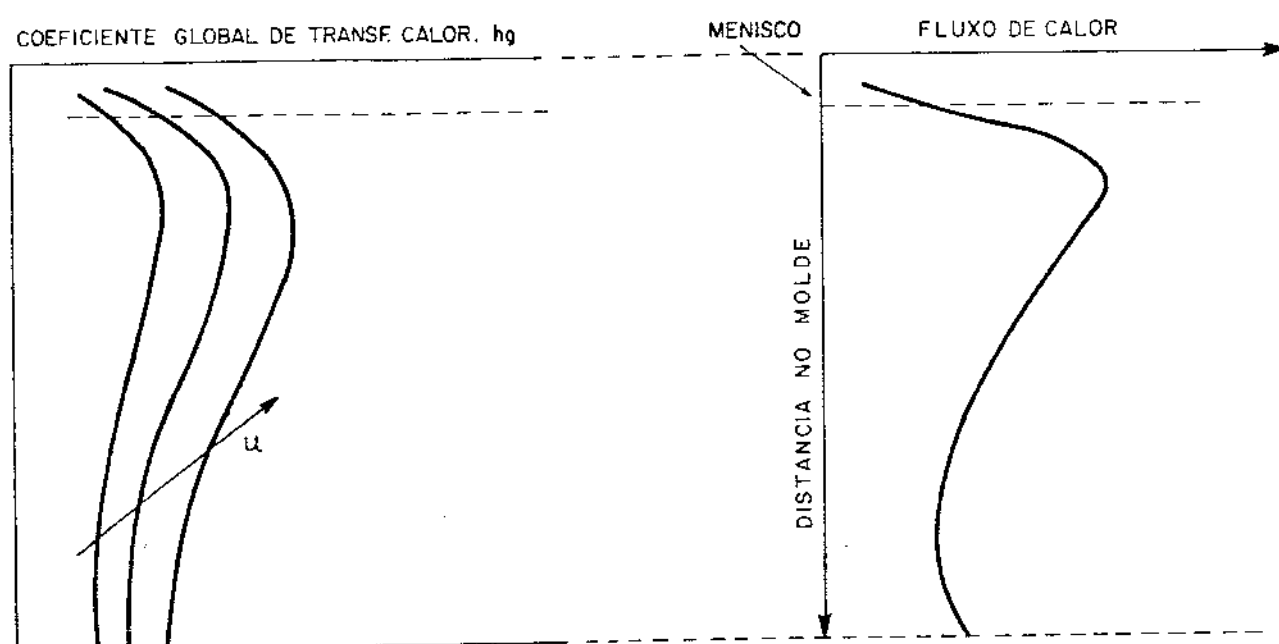


Figura 2.5 - Variação do coeficiente de transmissão de calor global ao longo do molde, sob diferentes velocidades de extração do lingote (u).

mar com segurança com relação às espessuras das camadas de lubrificantes, ou composição e condutibilidade térmica dos gases formados pela decomposição do lubrificante. Finalmente, a literatura não apresenta resultados sistemáticos relativos à influência do alinhamento do molde em relação aos roletes extratores, sobre os valores de h_g .

2.2. Etapas de Resfriamento Secundário

A abordagem adotada na análise do sistema de resfriamento indireto é diferente da adotada na análise do molde por duas razões principais. Primeiramente conhece-se mais a respeito das relações entre as taxas de transporte de calor e parâmetros relativos aos chuveiros de resfriamento, e em segundo lugar sob ponto de vista de controle da extração de calor, o sistema de resfriamento por "sprays" é muito mais flexível que o molde.

Com a finalidade de se determinar o melhor projeto de um sistema de resfriamento por chuveiros em função de parâmetros operacionais pré-determinados deve-se estabelecer inicialmente as condições térmicas mais adequadas para o referido sistema de resfriamento. Dois critérios tem sido utilizados com este propósito: minimização do aparecimento de trincas nos lingotes e manutenção de uma velocidade de solidificação relativamente elevada. Estes dois critérios estão diretamente relacionados com o controle da temperatura da superfície do lingote. No caso do aço, o sistema deve atuar de forma a minimizar o reaquecimento da superfície do lingote após a saída do molde, e ao mesmo tempo deve ser tal que provoque uma temperatura mínima da superfície do lingote que não provoque alterações estruturais (a temperatura da superfície do lingote sendo mais baixa possível provocaria uma maior velocidade de solidificação, enquanto que a impossibilidade de alterações estruturais devido ao polimorfismo do Ferro evitaria alterações volumétricas diferenciais, que existindo podem provocar a formação de trincas). Uma vez que estas condições tenham sido fixadas, podem-se utilizar modelos matemáticos de transferência de calor, utilizando-se coeficientes de transmissão de calor exigidos para que as condições fixadas sejam alcançadas. O passo final do projeto consiste na transposição destes valores de coeficientes de trans-

missão de calor a valores relativos ao fluxo de água necessário, e, conseqüentemente as dimensões dos chuveiros de resfriamento.

2.2.1. Coeficiente de transmissão de calor na etapa de resfriamento secundário

Embora seja difícil operacionalmente controlar a temperatura da superfície do lingote (e o reaquecimento), a análise das variáveis que permitam este controle pode ser feita teoricamente através de modelos matemáticos de transferência de calor. Isto pode ser conseguido através da mudança da condição de contorno nesta etapa, substituindo a condição de contorno de fluxo de calor para uma condição de temperatura conhecida (ou imposta). Para efeito de projeto, pode-se impor por exemplo uma temperatura mínima de superfície do lingote ao longo de toda a zona de resfriamento por "sprays". Uma vez imposta este condicionante para a superfície do lingote, pode-se calcular o perfil de coeficientes de transmissão de calor necessário para manter o nível de temperaturas desejado. A Figura 2.6 apresenta um esquema mostrando graficamente esta situação, exemplificando um caso típico de lingotamento contínuo do aço. O comprimento de um conjunto de chuveiros de resfriamento com um determinado coeficiente médio de transmissão de calor, é limitado pelo ponto em que a temperatura da superfície do lingote atinja a temperatura mínima estipulada em projeto, em função dos inconvenientes citados anteriormente. Atendida esta temperatura mínima é preciso alterar o valor do coeficiente de transmissão de calor para elevar novamente o nível de temperaturas da superfície do lingote. Isto é feito alterando-se as condições de resfriamento dos chuveiros, definindo conseqüentemente um novo conjunto de chuveiros com outro coeficiente médio de transmissão de calor. Com a continuidade do procedimento definem-se vários conjuntos de chuveiros até um ponto em que o coeficiente de transmissão de calor alcance um valor próximo ao valor que se teria somente com radiação livre, ponto este que corresponderia ao limite da etapa de resfriamento secundário.

Para o projeto do sistema de resfriamento secundário deve-se procurar minimizar o tempo total de solidificação do lingote, assim como o comprimento total da região de resfriamento por chuveiros, baseando-se sempre nas limitações de reaquecimento e temperatura mínima da superfície do lingote. Para a utilização de mode

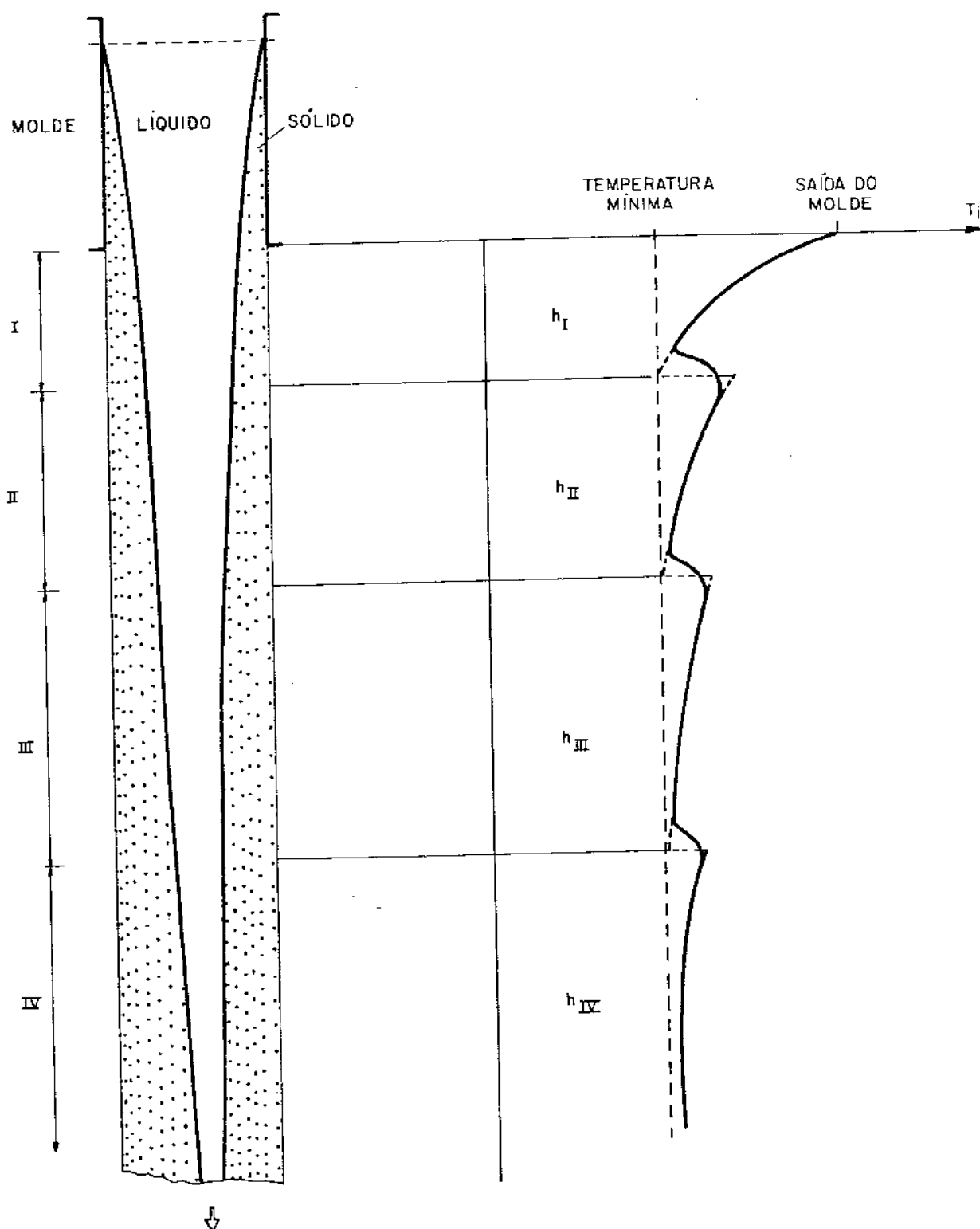


Figura 2.6 - Esquema representativo do perfil de temperatura da superfície do lingote em diferentes regiões do conjunto de sprays. A parte interrompida do perfil indica a simplificação utilizada pelo método de cálculo nas fronteiras entre os diferentes conjuntos de chuveiros de resfriamento.

los matemáticos da transferência de calor no projeto de tais sistemas é preciso que se conheçam valores de coeficientes de transmissão de calor de chuveiros em função de diferentes fluxos de água, pressões e tipos. A Figura 2.7 ilustra este tipo de correlação obtida experimentalmente por Mizikar para um tipo determinado de chuveiro²³. Para que se possa ter um elevado grau de flexibilidade na escolha do tipo mais adequado em função do coeficiente de transmissão de calor necessário, é bastante interessante em termos de projeto que se possa dispor de gráficos apresentando este tipo de correlação para diversos tipos de chuveiros e condições de resfriamento. Infelizmente até hoje, estas informações inexistem sistematizadas na literatura especializada. Experimentalmente, a determinação de valores de h pode ser feita, por exemplo, utilizando-se o registro do perfil térmico de amostras resfriadas em laboratório, confrontados com previsões teóricas de um modelo de transferência de calor. Pode-se posicionar termopares ao longo do eixo de uma amostra cilíndrica isolada termicamente na sua superfície curva para provocar transporte de calor unidimensional, aquecer esta amostra até determinada temperatura, submeter uma de suas superfícies planas ao resfriamento através de um "spray" determinado (e condições de fluxo de água e pressão determinados) registrando-se a distribuição de temperaturas durante o resfriamento. Em seguida, pode-se confrontar os perfis registrados com os obtidos através de um modelo matemático de transferência de calor, com valores de h parametrizados, determinando-se desta forma o valor deste parâmetro para a condição utilizada.

Alguns artigos na literatura apresentam valores de coeficientes de transmissão de calor na região de "sprays", dentre os quais pode-se destacar o trabalho de Muller e Jeschar²⁴, no qual estes autores realizaram medidas experimentais de h para o aço, relacionando este parâmetro com a vazão e velocidade da água. A Figura 2.8 mostra estes resultados obtidos para seis velocidades diferentes de água. Estes resultados experimentais permitiram estabelecer uma expressão matemática correlacionando os parâmetros analisados:

$$h = (C_1 \cdot V_a + C_2) Q + C_3 V_a \quad (2.10)$$

onde:

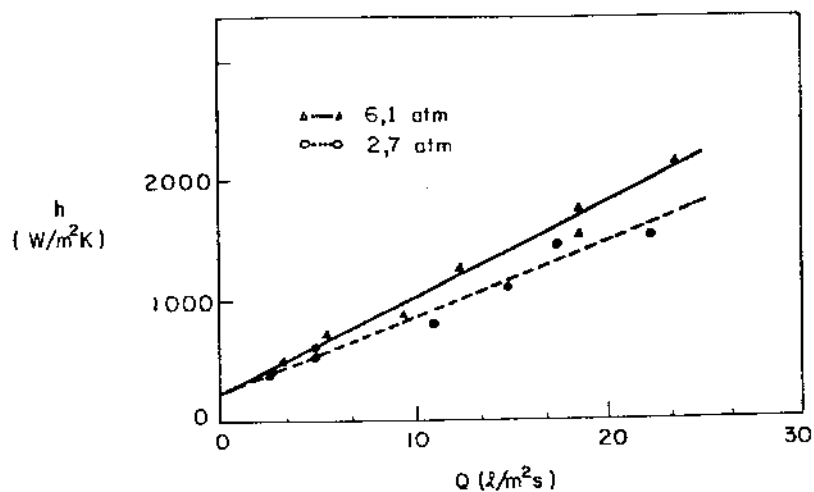


Figura 2.7 - Valores de h medidos por Mizikar²³ em função do fluxo de água dos "sprays" (spray 1/4 GG 10).

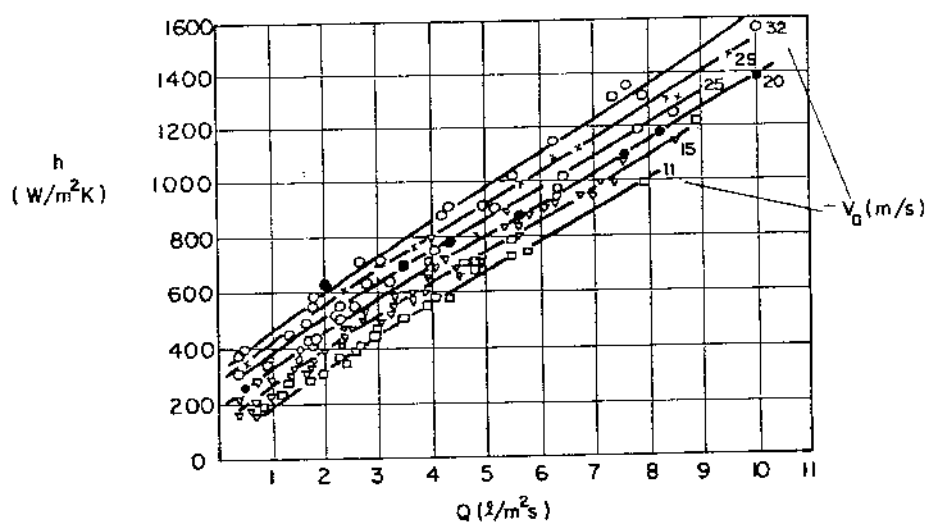


Figura 2.8 - Valores experimentais de h em função do fluxo e da velocidade da água, de acordo com medidas realizadas por Muller e Jeschar²⁴ (distância entre o chuveiro e a superfície do lingote ≥ 100 e ≤ 200 mm).

- h - coeficiente de transmissão de calor $[W/m^2K]$
 C_1 - constante experimental = 0,688
 V_a - velocidade da água $[m/s]$
 C_2 - constante experimental = 107
 Q - quantidade de água $[l/m^2s]$
 C_3 - constante experimental = 10

Ainda no caso particular do aço, à medida que a espessura solidificada alcança valores entre 50 e 70 mm, a resistência térmica da camada solidificada aumenta muito devido à baixa condutibilidade térmica do aço, e consequentemente o sistema de resfriamento por "sprays" perde sua eficácia, e sua utilização após este ponto constitui puro desperdício de água e de custo de projeto e equipamento.

A distância entre chuveiros é determinada pela obrigatoriedade de se manter um fluxo de água uniforme em toda a zona de resfriamento. A estimativa desta distância de separação entre chuveiros, envolve o conhecimento do fluxo de água resultante da superposição dos fluxos provenientes de dois "sprays" adjacentes. Naturalmente este tipo de informação pode ser obtido em laboratório na ocasião em que se pretenda levantar valores de coeficientes de transmissão de calor. Mizikar²³ mostrou, por exemplo que o fluxo de água entre dois "sprays" é cerca de 25 a 30% maior do que a simples soma das contribuições do fluxo de cada chuveiro individualmente. A Figura 2.9 mostra o fluxo de água de um determinado tipo de chuveiro de resfriamento em função da distância radial a partir do centro do chuveiro, e em função de diferentes distâncias de chuveiro ao lingote.

A Tabela seguinte mostra um exemplo de dimensões de um sistema de resfriamento secundário, projetado através de um modelo matemático (diferenças finitas), por Brimacombe²⁵.

Zona de resfriamento	Tempo (s)	Comprimento da zona de resfriamento (mm)	Distância do chuveiro ao lingote (mm)	Espaçamento entre chuveiros (mm)
I	15	825	127	76
II	25	1375	165	76
III	40	2200	229	102
IV	55	3025	229	178

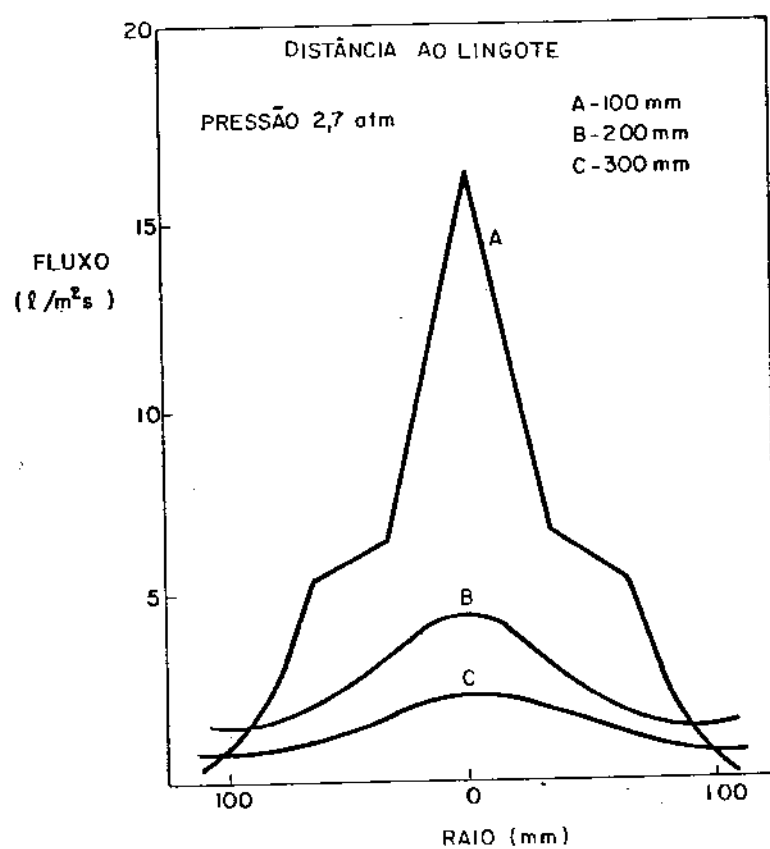


Figura 2.9 - Fluxo de água em função da distância radial ao centro do chuveiro para um determinado tipo de chuveiro de resfriamento (1/4 GG 10), de acordo com medidas realizadas por Mizikar²³.

2.2.2. Formação de trincas no lingote

O reaquecimento do lingote é resultante de uma redução brusca na taxa de extração de calor na superfície, e pode ocorrer quando o lingote passa do molde à etapa de resfriamento por chuveiros, desta etapa à etapa de resfriamento por radiação livre, ou mesmo entre diferentes grupos de chuveiros de refrigeração da etapa secundária. O reaquecimento força a superfície a expandir-se, induzindo o aparecimento de tensões de tração no interior do lingote, que sendo constituído por regiões mais quentes, e consequentemente menos resistentes apresentam tendência à formação de trincas.

No caso particular do aço, a susceptibilidade à formação de trincas aumenta à medida com que se aproxima da temperatura solidus, devido à baixas resistências mecânica e ductilidade apresentada neste nível de temperatura, havendo forte evidência que acima de 1350°C esta tendência já é bastante acentuada. Algumas investigações mostraram que na região das trincas formadas observam-se ramos dendríticos com superfícies bastante lisas e regulares, sem sinais de deformação, o que constitui uma forte indicação de que as trincas se formaram em uma zona de temperaturas onde existia líquido remanescente entre os ramos dendríticos. Outra indicação consiste na existência de uma razoável quantidade de sulfeto de manganês recobrando a superfície da trinca, o que decorreria do fato do líquido remanescente apresentar uma concentração de enxofre elevada, enxofre este segregado durante a solidificação²⁵.

Do ponto de vista de projeto do sistema de lingotamento contínuo, seria importante definir o máximo reaquecimento permissível, abaixo do qual a tendência à formação de trincas seria mínima, uma vez que, em condições industriais de operação é extremamente difícil eliminar completamente o reaquecimento. O máximo reaquecimento da superfície depende de diversos fatores, dos quais os mais importantes são a estrutura de solidificação e a composição química. Sabe-se que o aço com estrutura predominantemente equiaxial, como as obtidas com vazamentos praticamente sem superaquecimento em lingotamento estático, podem resistir a reaquecimentos até mesmo pouco maiores que 200°C sem formação de trincas. Por outro lado, quando o aço apresenta região colunar ampla, é mais susceptível à formação de trincas com reaquecimentos bastante menores. Mostrou-

se também que a composição química influencia fortemente esta tendência. Por exemplo, aços com conteúdos de carbono entre 0,17 e 0,24% e maiores que 0,6% são mais susceptíveis à formação de trincas que aços de outras composições. Da mesma forma, conteúdos de enxôfre acima de 0,025%, de fósforo acima de 0,03% ou manganês acima de 1% acentuam a tendência à formação de trincas. Embora não confirmado sistematicamente existe forte indicação que concentrações de cobre e estanho exerçam o mesmo efeito^{2 5}.

Com todos os fatores mencionados a se considerar na definição do máximo de reaquecimento permissível, torna-se bastante difícil estabelecer um único valor para toda a faixa de composições de aços. Costuma-se entretanto estimar-se este valor em cerca de 100°C, embora quando existirem indicações da presença de vários fatores que aumentem a susceptibilidade a trincas, seja mais prudente limitar ainda mais este valor.

2.3. Etapas de Resfriamento por Radiação e Convecção Livres

Ao sair da etapa de resfriamento secundário, o lingote passa ainda por uma etapa onde é resfriado livremente por radiação e convecção antes de atingir o ponto onde é cortado. Nesta etapa predomina a componente de radiação podendo eventualmente ser desprezado o efeito da convecção térmica, bem como a condução devido ao contato com os roletes extratores^{2 6, 2 7}. Em termos da radiação simplesmente, a condição de contorno para o resfriamento da superfície do lingote, muda de uma temperatura controlada como na etapa de resfriamento secundário, para a conhecida relação de Stefan-Boltzman^{2 8}:

$$q_r = \sigma \epsilon (T_i^4 - T_o^4) \quad (2.11)$$

onde:

σ é a constante de Stefan-Boltzman = $5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

ϵ é a emissividade da superfície (= 0,8 para o aço)

T_i e T_o respectivamente as temperaturas da superfície do lingote e ambiente

- K - fator corretivo
- g - aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m/s}^2$)
- γ - coeficiente de expansão térmica volumétrica $\approx 1/T_0$
para gases $[\text{K}^{-1}]$
- d - densidade do fluido $[\text{kg/m}^3]$
- η - viscosidade do fluido $[\text{kg/m s}]$
- c - calor específico do fluido $[\text{J/kg K}]$

Dependendo do tipo de sistema de lingotamento contínuo, a etapa de resfriamento por radiação e convecção livres pode se dar com o lingote na posição vertical ou na posição horizontal. Como os coeficientes K, C e η dependem não só do formato, mas também da posição do lingote, consequentemente o coeficiente de transmissão de calor por convecção também será dependente da posição. A Figura 2.10 apresenta o esquema de duas placas nas posições horizontal e vertical com os respectivos valores dos coeficientes K, C e η para condições de fluxos laminar e turbulento. De um modo geral, pode-se desprezar o coeficiente de transmissão de calor por convecção, para efeito de cálculo, principalmente para superfícies que se encontrem a temperatura elevada. Para metais de baixo ponto de fusão entretanto é aconselhável considerar-se o valor de h_c , já que pode representar, nestas condições, uma parcela mais significativa, embora continue prevalecendo a radiação como principal instrumento de transporte do calor. Assim sendo, pode-se definir um coeficiente global de transferência de calor que sintetize os efeitos da radiação e convecção:

$$h_g = h_c + h_r \quad (2.17)$$

Para efeito da análise do processo de solidificação nesta etapa de resfriamento, este valor global h_g pode ser usado nos cálculos como um valor médio do longo da superfície do lingote.

Esta condição de contorno é utilizada por grande parte dos métodos numéricos que analisam a solidificação nesta etapa do processo de lingotamento contínuo.

Para a aplicação dos modelos matemáticos na análise da solidificação nesta etapa, podemos também a utilizar a condição de contorno baseada na transferência Newtoniana de calor na interface metal/meio ambiente. Os coeficientes de transmissão de calor devidos à radiação e à convecção podem ser calculados através das seguintes expressões:

Radiação:

$$h_r = \sigma \epsilon (T_i + T_o) (T_i^2 + T_o^2) \quad (2.12)$$

Convecção:

O coeficiente de transmissão de calor por convecção (h_c) é normalmente incorporado no número de Nusselt (Nu), que se encontra relacionado através de análise dimensional com os números de Grashof (Gr) e Prandtl (Pr). Assim sendo, tem-se²⁸:

$$Nu = h_c \frac{X}{k} \quad (2.13)$$

$$Nu = KC (Gr Pr)^n \quad (2.14)$$

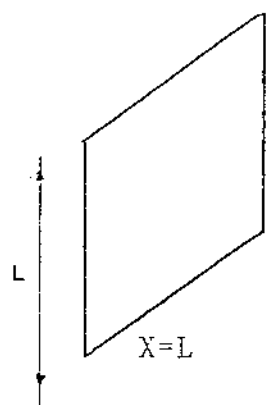
$$Gr = \frac{g \gamma d^2 X^3 (T_i - T_o)}{\eta^2} \quad (2.15)$$

$$Pr = \frac{\eta C}{k} \quad (2.16)$$

onde:

- X - dimensão característica que se refere à distância coberta pelo fluido ao passar pela superfície
- k - condutibilidade térmica do fluido
- C e n - constantes experimentais dependentes da geometria do lingote

PLACA VERTICAL

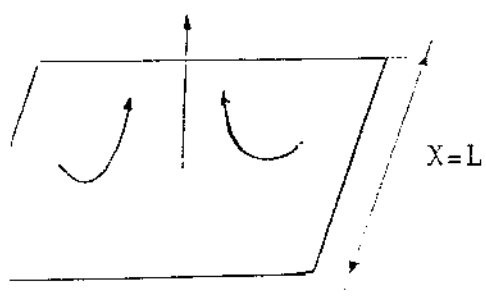


C	n	K	CONDIÇÕES OPERACIONAIS
0,8	1/4	$\left[1 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{Pr}}\right)^2\right]^{-1/4}$	fluxo laminar
0,0246	2/5	$\left[Pr^{1/6} / (1 + 0,494 Pr^{2/5})\right]^{2/5}$	fluxo turbulento

Fluxo laminar $10^4 < Gr.Pr < 10^9$

Fluxo turbulento $Gr.Pr > 10^9$

PLACA HORIZONTAL



C	n	K	CONDIÇÕES OPERACIONAIS
0,54	1/4	1	fluxo laminar
0,14	1/3	1	fluxo turbulento

Figura 2.10

2.4. Análise Matemática do Fluxo de Calor no Lingotamento Contínuo

Uma série de modelos matemáticos tem sido formulados com o objetivo de analisar o fluxo de calor no lingotamento contínuo, fornecendo consequentemente ferramentas de projeto e controle de operação de equipamentos de lingotamento contínuo. A maioria destes modelos baseia-se em duas hipóteses importantes: operação do equipamento em regime estacionário e condução de calor desprezível na direção de extração do lingote. Esta última hipótese se cumpre principalmente porque as velocidades de produção são normalmente altas, o que provoca a existência de gradientes de temperatura na direção normal à face do molde, maiores do que em qualquer outra direção.

Os modelos clássicos de análise do processo de solidificação²⁹⁻³⁴ são modelos analíticos matematicamente exatos, e baseiam-se em condições de contorno, tais como resistência interfacial metal/molde nula, o que se constitui numa restrição muito forte para a análise da solidificação em moldes refrigerados. O modelo clássico mais geral deve-se a Schwarz²⁹, podendo-se mostrar facilmente que se reduz à solução proposta por Stefan³⁴ para moldes perfeitamente refrigerados. Na prática como a resistência interfacial é importante o crescimento da camada sólida se verifica entre os limites fixados por um crescimento parabólico e um crescimento linear. Foram feitas várias tentativas para descrever este desvio através da formulação de equações empíricas para o crescimento da camada sólida, da forma³⁵⁻⁴³:

$$S = \alpha t^{\delta} \quad (2.18)$$

onde $0,5 < \delta < 1$

Normalmente esta relação não fornece uma boa concordância com os resultados experimentais e algumas modificações como permitir que α e δ variem com o tempo foram tentadas, sendo que, entretanto, este tipo de abordagem fica extremamente limitado quando se tem um propósito extrapolativo, uma vez que nem a transferência Newtoniana nem a condução térmica são tratadas rigorosamente³².

Outro método de abordar o fluxo de calor no processo de solidificação consiste na técnica do perfil integral. Através da utilização de uma função auxiliar arbitrária para descrever a distribuição de temperaturas no metal solidificado o problema de transferência de calor, representado fundamentalmente por uma equação diferencial parcial para a temperatura no metal solidificado, passa a se constituir em um problema que envolve uma equação diferencial para a espessura do metal que solidifica. Esta equação requer uma solução numérica, na grande maioria dos modelos que foram desenvolvidos utilizando-se da técnica do perfil integral^{11, 43-50}. Destes modelos, destaca-se o desenvolvido por Hills^{11, 44}, e que tem sido tradicionalmente utilizado na análise da solidificação no lingotamento contínuo do aço. A Figura 2.11 apresenta em forma adimensional, a variação da camada solidificada e da temperatura superficial em função do tempo, para o lingotamento contínuo do aço, de acordo com as previsões teóricas do modelo de Hills.

Uma outra maneira de analisar o processo de solidificação sob ponto de vista de transferência de calor, consiste na transformação da equação de condução de calor em uma equação de diferenças finitas, a qual é então resolvida através de computador. As soluções obtidas desta forma são extremamente versáteis, e permitem a introdução de variações complexas nas condições de contorno do problema, tais como variações nas propriedades termofísicas além de análise de problemas com fluxo de calor em mais de uma direção e sistemas com geometria complexa. Uma série de soluções deste tipo tem sido propostas, com diferentes graus de refinamento^{42, 51-60}. Os únicos inconvenientes das soluções numéricas consistem na necessidade da existência e disponibilidade de facilidades computacionais bem como seu custo, o seu caráter altamente específico, o que implica na necessidade de reprocessamento cada vez que um novo parâmetro é introduzido, e a total impossibilidade uma visualização global do processo com a respectiva influência de cada variável independentemente sobre o processo.

Uma das primeiras soluções numéricas obtidas especificamente para o caso de lingotamento contínuo, deve-se a Mizikar⁶¹ e refere-se ao lingotamento do aço. Este autor utiliza como condição de contorno para o fluxo de calor no molde, a relação obtida por Savage e Pritchard⁶² em experiências de fluxo de calor em molde estático durante a solidificação do aço, dada por:

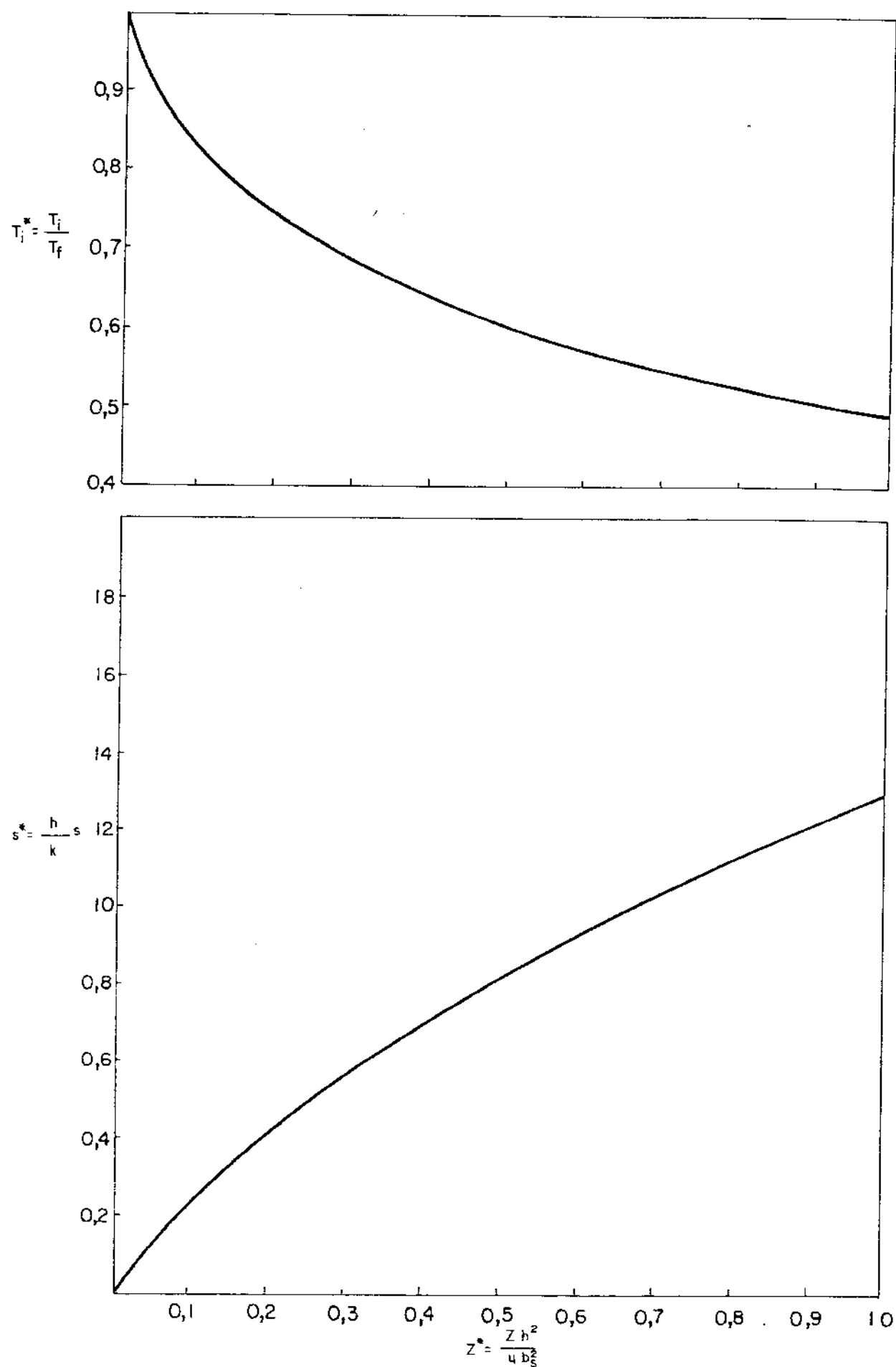


Figura 2.11 - Variação da espessura solidificada e temperatura superficial com a posição no molde abaixo do menisco (forma adimensional), durante o lingotamento contínuo do aço de acordo com as previsões teóricas do modelo de Hills¹¹.

$$q = 2680 - 335 \sqrt{t} \quad (2.19)$$

onde q é dado em kW/m^2 e t em segundos. Utilizando esta equação como condição de contorno, Mizikar chega na seguinte relação geral entre espessura e tempo de solidificação no molde do lingotamento contínuo:

$$S = 0,282 \sqrt{t} - 0,076 \quad (2.20)$$

onde: $S[\text{cm}]$ e $t[\text{s}]$

Utilizando a equação (2.19) para representar o fluxo de calor na etapa de resfriamento primário, Mizikar evita o problema de se conhecer o valor do coeficiente global de transferência de calor nesta etapa. Já na etapa secundária volta a abordar o problema com a condição de contorno Newtoniana para o fluxo de calor. Brimacombe e Weinberg²² abordaram o problema de forma semelhante na etapa de resfriamento primário. A grande limitação deste tipo de abordagem consiste na generalização do fluxo de calor no molde independente da composição química do aço, já que nessas condições, fixada a velocidade de produção o fluxo de calor no molde em cada seção é o mesmo para qualquer concentração de contorno. Singh e Blazek⁶³ mostraram entretanto que o fluxo de calor no molde varia com o teor de carbono até cerca de 0,25% C, após o que permanece essencialmente constante. A Figura 2.12 apresenta os resultados obtidos por estes autores.

Inicialmente, a tendência na aplicação de modelos matemáticos, foi a de utilizar um valor constante para o coeficiente global de transferência de calor ao longo do molde (h), principalmente devido a falta de conhecimento da sua real variação. Diferentes fatores podem influenciar esta variação, sendo dois deles bastante importantes, quais sejam: a velocidade de extração do lingote e a composição química. No primeiro caso, a variação de h é tanto maior quanto mais alta a velocidade de extração, enquanto que no aspecto de composição química, para o caso de aço, o fluxo de calor no molde apresenta seu ponto mínimo para 0,10% Carbono, mantendo-se praticamente constante para composições acima de 0,25%. Conse-

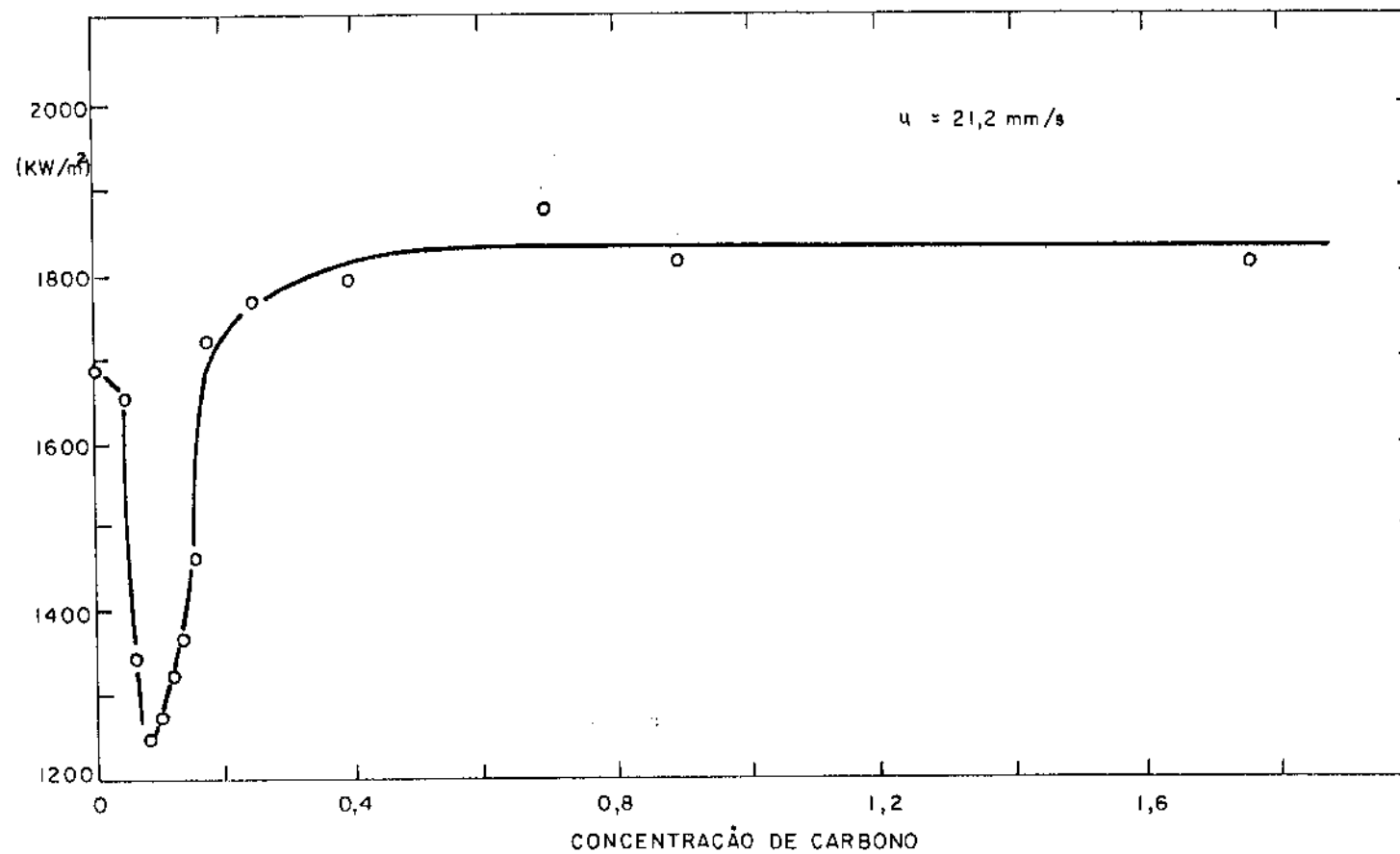


Figura 2.12 - Variação do fluxo médio de calor no molde em função da concentração de Carbono do aço⁶³.

quentemente, modelos matemáticos que pretendam analisar a solidificação no molde, com confiabilidade, não se podem apresentar independente da composição química do aço ou de parâmetros operacionais do processo, devendo considerar em cada caso as variações de h ao longo do molde. Neste particular, Hills⁴⁴ propôs que h variasse linearmente na forma mostrada abaixo, incorporando este refinamento no seu modelo:

$$h = h_0(1 - \eta z) \quad (2.21)$$

onde h_0 é o valor de h na altura do menisco, enquanto z é a distância no molde, abaixo do menisco.

Perkins e Irving²⁷ desenvolveram três zonas de variação de h no molde. Até pouco abaixo do menisco assumiram um alto valor para h em função do bom contato metal/molde. Na região inferior do molde, onde a separação física entre metal e molde é razoável, consequentemente prevalecendo a radiação, assumiram um baixo valor para h , e adotaram finalmente uma variação linear entre estes dois valores na região intermediária.

J. E. Lait et al²⁶ sugeriram baseados em medidas experimentais em diferentes moldes e diferentes velocidades de produção, o coeficiente global médio de transferência de calor no molde, seja dado em função do tempo de permanência do lingote no molde, pela seguinte relação:

$$\bar{h} = 1,696 - 0,0162 t_m \quad (2.22)$$

onde: $\bar{h}$ [kW/m²K] e t_m [s]

A Figura 2.13 mostra o espectro de resultados experimentais no qual foi baseada a equação (2.22). Embora esta equação não forneça informações no que se refere à real variação de h ao longo do molde, é importante na estimativa de valores médios do coeficiente de transmissão de calor em função da velocidade de extração do lingote, valores estes que podem ser utilizados inclusive na proposição de modelos para a variação de h no molde.

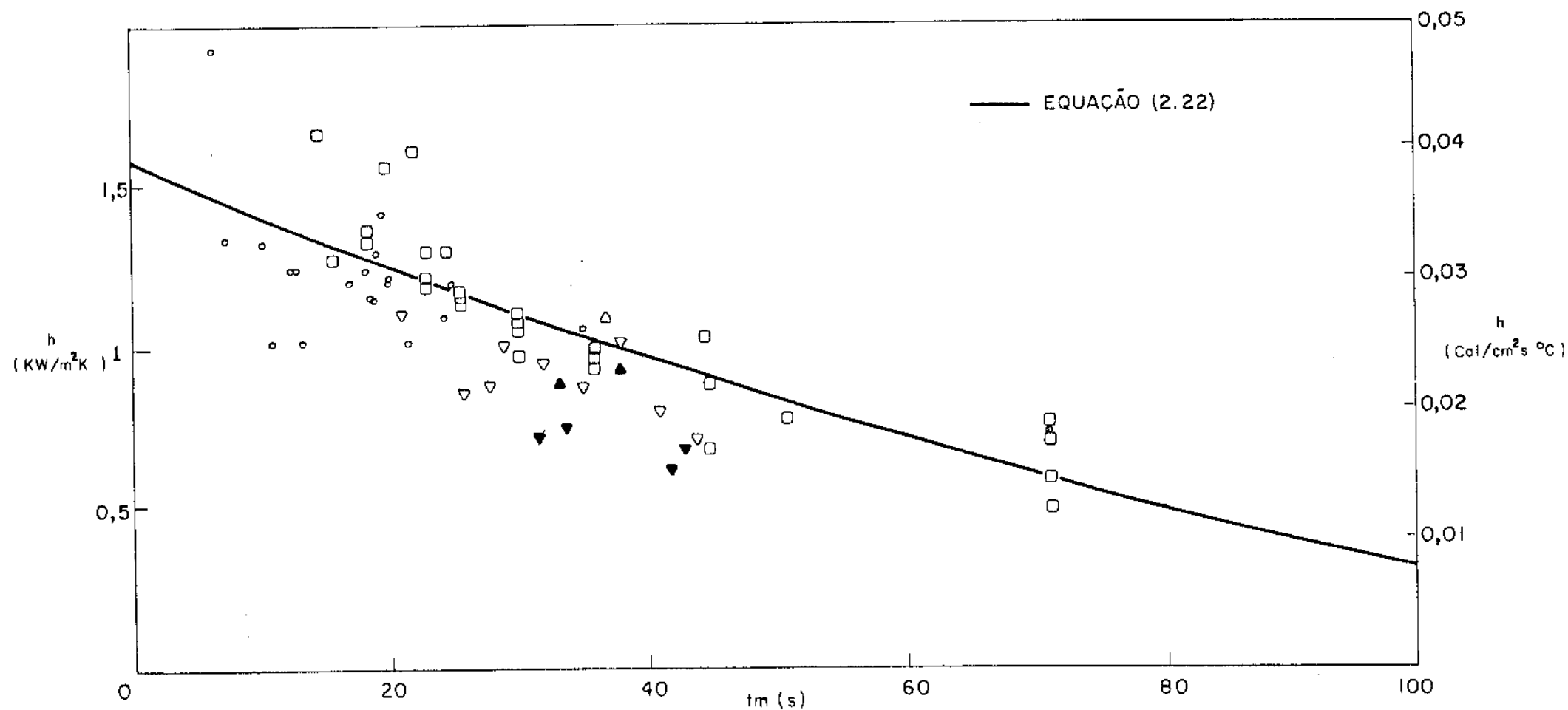


Figura 2.13 - Variação do coeficiente global médio de transferência de calor no molde, em função do tempo de permanência do lingote no molde. Os pontos experimentais de diferentes notações referem-se a distintas unidades industriais onde foram obtidos os resultados experimentais²⁶.

2.5. Modelo Analítico de Solidificação de Metais: Aplicação ao Lingotamento Contínuo

Os modelos analíticos formais mencionados no item anterior, conforme foi discutido, não levam em consideração a resistência interfacial metal/molde, o que impossibilita sua aplicação ao processo de lingotamento contínuo, uma vez que a referida resistência térmica é extremamente representativa no cômputo global das resistências térmicas do sistema metal/molde, chegando para o caso do aço na etapa de resfriamento primário a representar pouco mais de 50% do total¹⁵. Em trabalho anterior⁶⁴, o presente autor desenvolveu um modelo analítico de solidificação, matematicamente exato, e que leva em consideração a resistência interfacial. Posteriormente este modelo foi aplicado à solidificação em moldes maciços e refrigerados⁶⁵⁻⁶⁸ e estendido à análise de solidificação em presença de superaquecimento^{69,71}. Este modelo pode ter sua aplicação estendida ao lingotamento contínuo, sem a necessidade de facilidades numéricas e permitindo uma análise bastante geral do processo. Tomando-se um elemento de referência no lingotamento contínuo, para representar o comportamento do sistema metal/molde como um todo, conforme mostra a Figura 2.14, podemos submetê-lo às seguintes hipóteses básicas:

- (1) fluxo de calor é preponderante na direção normal à face do molde, podendo ser desprezado na direção de extração do lingote.
- (2) o coeficiente global de transferência de calor metal/fluido de refrigeração se mantém constante.
- (3) o metal solidifica com uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana.
- (4) o metal solidifica sem superaquecimento no líquido.

As duas primeiras hipóteses já foram bastante discutidas neste trabalho, e podem ser introduzidas sem acarretar alterações significativas em alguns resultados. Assumir uma interface sólido/líquido macroscopicamente plana implica, rigorosamente falando, em limitar a aplicação do modelo a metais puros ou ligas eutéticas, entretanto, a literatura mostra a aplicação de vários mo-

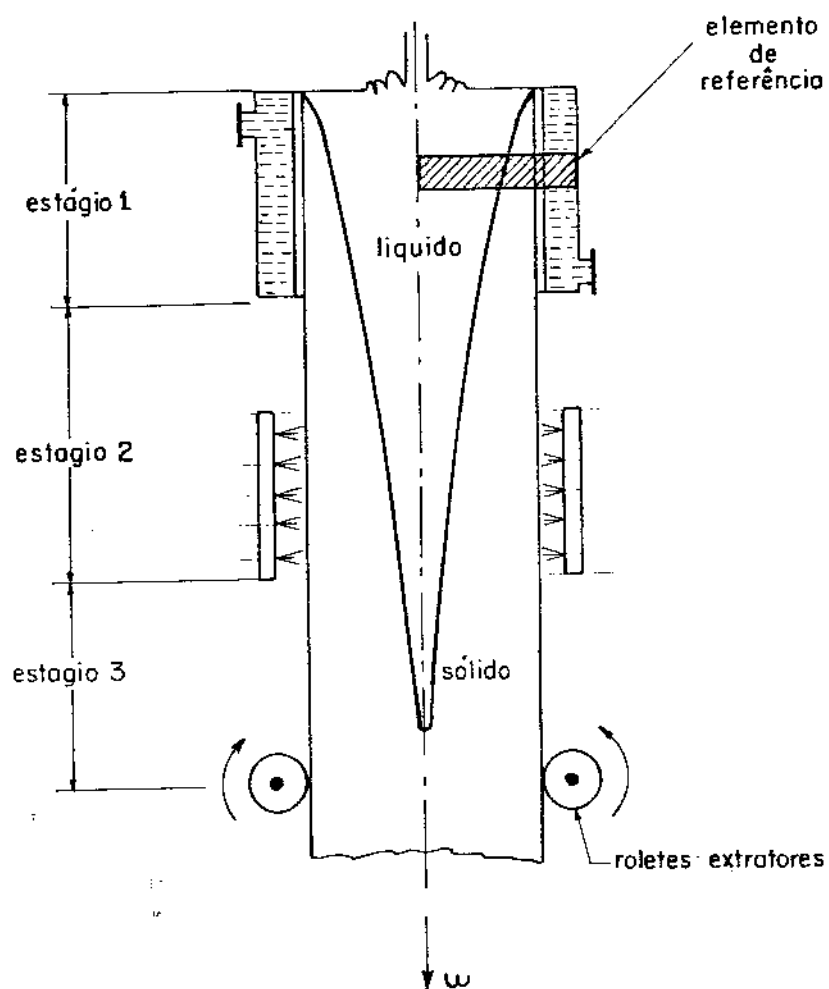


Figura 2.14 - Posicionamento de elemento de volume no molde para a análise da transferência de calor no processo de lingotamento contínuo.

delos que utilizam esta hipótese com resultados bastante satisfatórios quando o intervalo de solidificação não é grande^{11,22,61}. Na prática do lingotamento contínuo, de modo geral, o metal líquido não apresenta valores elevados de superaquecimento, não alterando consequentemente o comportamento do processo de solidificação de forma significativa. Levando-se em consideração estas hipóteses, juntamente com a hipótese fundamental do desenvolvimento do modelo analítico, que consiste na substituição da resistência térmica interfacial esta resistência de uma camada virtual de material, pode-se analisar completamente o problema através da equação de condução de Fourier para regime não-estacionário, chegando-se a uma solução que, no caso de moldes refrigerados, pode ser sintetizada pelas seguintes equações^{65,66,72}:

cinética de solidificação

$$t = \frac{1}{4 a_1 \phi^2} S^2 + \frac{H d_1}{h(T_f - T_o)} S \quad (2.23)$$

ou

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (2.24)$$

perfil de temperatura no metal solidificado

$$T_1 = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}\phi} \text{erf}\left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S}\right) \quad (2.25)$$

onde ϕ é a constante de solidificação, determinada por:

$$\sqrt{\pi} \phi \text{erf}(\phi) \exp(\phi^2) = \frac{c_1(T_f - T_o)}{H} \quad (2.26)$$

A solução da equação (2.26) é mostrada na forma gráfica na Figura 2.15.

As equações representativas do modelo analítico podem ser colocadas em função de variáveis do processo de lingotamento contínuo, bastando para tanto admitir operação do equipamento em regi

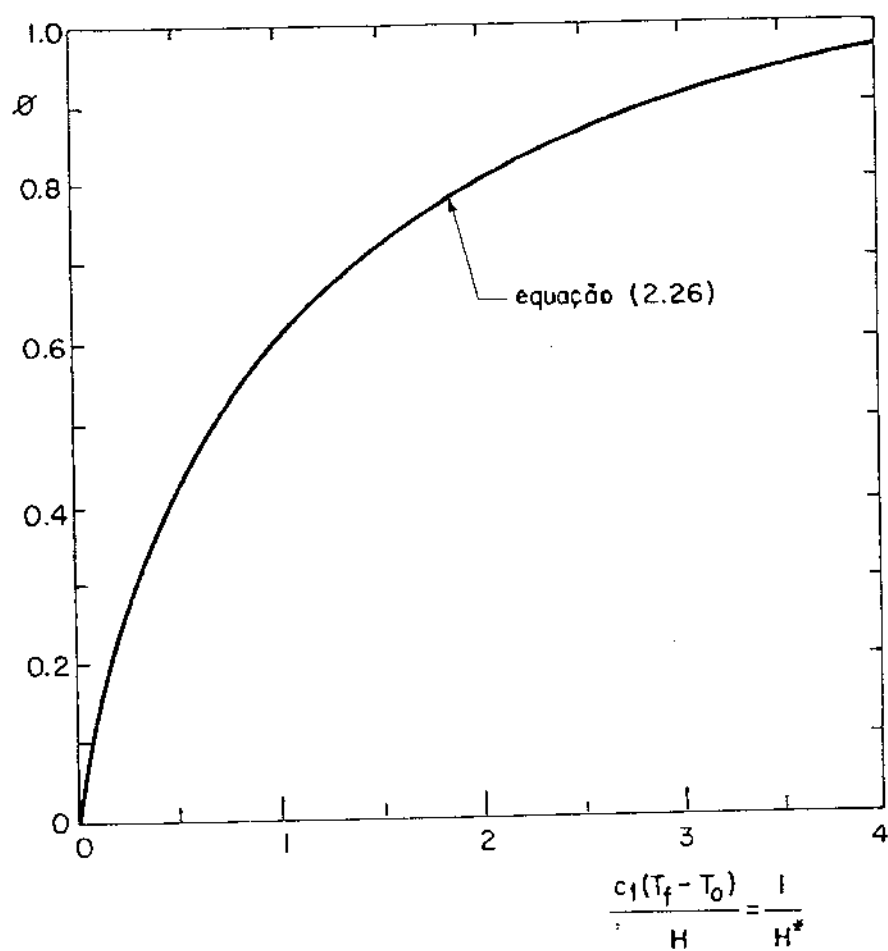


Figura 2.15 - Solução gráfica da equação que permite a determinação da constante de solidificação (ϕ).

me estacionário, e substituir a variável tempo na equação (2.23) pela relação entre a distância a partir do menisco (z) e velocidade de extração do lingote (u), representando desta forma a evolução da camada solidificada em função da posição no sistema de lingotamento contínuo:

$$z = u \left[\frac{1}{4 a_1 \phi^2} S^2 + \frac{H d_1}{h(T_f - T_o)} S \right] \quad (2.27)$$

A equação (2.27) pode ser utilizada no projeto de comprimento úteis do molde ($z = L_o$), tomando-se como referência valores para a camada sólida na saída do molde ($S = S_c$), que sejam suficientes para evitar a ruptura do lingote na saída do molde (apresentando resistência mecânica suficiente para suportar a pressão metalostática e as tensões de extração do lingote). A Tabela abaixo apresenta alguns valores gerais de S_c sugeridos por Brimacombe²⁵ a partir de observações sistemáticas de operações práticas de lingotamento contínuo de aço.

Tipo de Lingote	S_c (cm)
Lingotes de pequena secção (10x10cm)	1,0
Lingotes de secção média (15x15cm)	1,25
Placas pequenas	1,70
Placas grandes	> 2,00

O comprimento total do molde (L) deve ser cerca de 10 cm maior que L_o para incluir a superfície livre acima do menisco. Normalmente o comprimento do molde deve ser tal que possibilite uma série de condições operacionais englobando metais diferentes composições químicas e diversas velocidades de produção, o que implica em dimensioná-los para condições de valores mínimas de h e máxima velocidade de extração do lingote.

Outra variável de interesse no controle do processo de lingotamento contínuo, notadamente do aço, é a temperatura da su-

perfície do lingote (T_i), no sentido de permitir a fixação das condições de resfriamento na região dos chuveiros (no caso particular do aço, de modo a impedir transformações alotrópicas $\gamma \rightarrow \alpha$). A equação do perfil de temperaturas pode ser particularizada para permitir a determinação desta temperatura, ou seja:

$$T_i = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf}\left(\frac{\phi\beta}{\beta + 2\alpha S}\right) \quad (2.28)$$

O controle da temperatura da superfície do lingote na região de resfriamento por chuveiros, vai exigir o arranjo físico de vários conjuntos de chuveiros com capacidade decrescente em termos de potência de extração de calor, consequentemente com valores decrescentes de h . Mesmo quando se assume um valor médio de h na região do molde, este valor sofre alteração no momento em que o lingote atinge a etapa de resfriamento secundário, penetrando na região do primeiro conjunto de chuveiros. Assim sendo, a análise completa da solidificação no processo de lingotamento contínuo envolve uma série de variações no coeficiente de transmissão de calor h desde o molde até a etapa de radiação livre. Entretanto, o modelo analítico exposto acima, e representado pelas equações de (2.23) a (2.28) pressupõe como uma das hipóteses básicas de seu desenvolvimento, um valor constante para h , o que implica que para que possa ser utilizado na análise do lingotamento contínuo deva permitir a análise de situações com h variável.

2.5.1. Extensão do modelo analítico ao tratamento de h variável

Como já foi ressaltado, o coeficiente de transmissão de calor global varia ao longo do processo de lingotamento contínuo. Na etapa de resfriamento primário, pode mesmo apresentar uma variação bastante sensível do topo à base do molde, o que sugere que o conhecimento desta variação possa ser bastante significativo para o controle do processo. De fato, sabe-se que esta variação é tanto maior quanto mais alta a velocidade de produção. Como o aumento de produtividade é sempre um objetivo de qualquer processo industrial, isto significa que na maioria das situações, as condições de operação serão tais que implicarão em grandes variações de h no molde. Para que os modelos matemáticos possam oferecer previ

sões mais realistas, e portanto mais confiáveis, é preciso que sejam capazes de levar em conta a variação de h . O modelo analítico que acabamos de aplicar ao lingotamento contínuo, pode ser estendido para cobrir estas situações. Para tanto, basta dividir o metal em certo número de elementos no molde, a partir do menisco, cada um deles submetido a um valor de h invariável, como exemplifica a representação esquemática da Figura 2.16 para o caso de uma variação linear de h . Assim sendo do início do processo até uma posição z_1 , no molde teremos a solidificação de uma camada S_1 de metal, sob a ação de um coeficiente global de transmissão de calor h_1 , sendo a aplicação do modelo analítico semelhante ao caso de h constante. Da posição z_1 à posição z_2 no molde, teremos a solidificação de uma camada ΔS , agora sob a ação de um coeficiente h_2 , embora já exista uma camada S_1 que foi solidificada no regime anterior de h . Para passar-se da posição z_{i-1} a z_i , para uma velocidade de extração do lingote constante (u), será necessário um intervalo de tempo Δt dado por:

$$\Delta t = \frac{1}{u} (z_i - z_{i-1}) = \frac{\Delta z}{u} \quad (2.29)$$

Para calcularmos a camada solidificada ΔS neste intervalo Δt é preciso definir uma nova variável, que se pode chamar de "tempo equivalente" (te_i) dada por:

$$te_i = t'_{i-1} + \Delta t \quad (2.30)$$

onde:

i varia de 1 até n , sendo o n o número de divisões ao longo do molde

t'_{i-1} é o tempo necessário para solidificar a camada S_{i-1} caso tivesse solidificado na região do molde correspondente ao coeficiente global h_i

O te_i vai corresponder a espessura S_i realmente solidificada no tempo $t_{i-1} + \Delta t$, levando-se em consideração a variação de h . A continuidade do procedimento até $i=n$ permite a obtenção do perfil de solidificação no molde. Um procedimento semelhante deve ser seguido para o caso de distribuição de temperaturas no metal. A Fi-

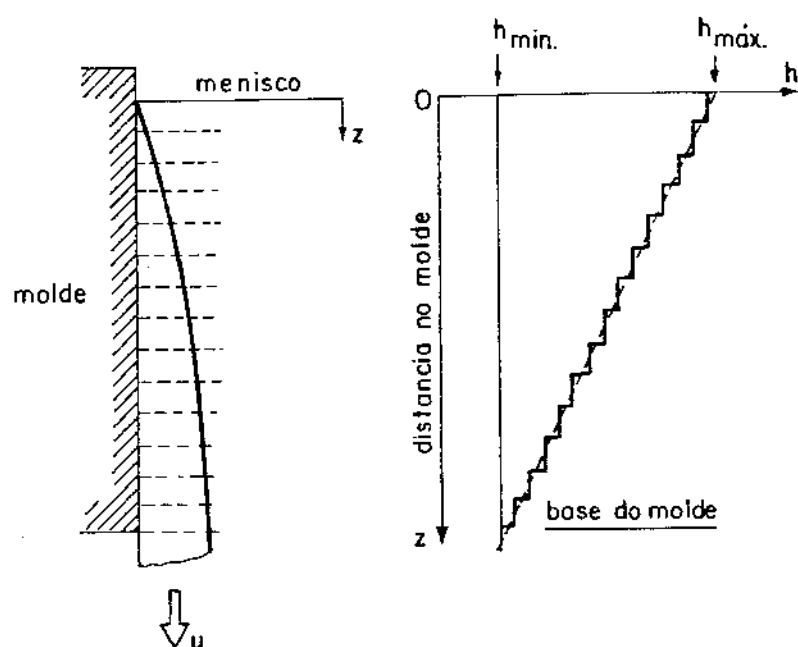


Figura 2.16 - Divisão do molde em elementos para o tratamento de h variável.

gura 2.17 apresenta um esquema da aplicação do método permitindo uma melhor visualização.

2.6. Comparação entre Previsões Teóricas e Resultados Experimentais e Discussão

A literatura apresenta uma série de resultados experimentais de cinética de solidificação devidamente acompanhados de valores de h , tanto para solidificação em dispositivos simuladores do processo de lingotamento contínuo, como na etapa de resfriamento primário do processo. Como uma primeira verificação do modelo analítico aplicado no item anterior às condições de h variável, serão utilizados resultados experimentais obtidos por Jacobi⁷³ na simulação da solidificação no molde de lingotamento contínuo do aço com baixíssimo teor de Carbono. A Figura 2.18(a) apresenta a variação de h medida experimentalmente e o respectivo escalonamento desta variação, adotado para a aplicação do modelo, enquanto que a Figura 2.18(b) apresenta os resultados experimentais relativos à cinética de solidificação comparados com a previsão teórica fornecida pelo modelo analítico. Este primeiro caso refere-se a experiências realizadas sob vácuo, enquanto a Figura 2.19 apresenta o mesmo tipo de resultados para experiências realizadas sob atmosfera de Nitrogênio. Em ambos os casos pode-se notar que as previsões teóricas concordam muito bem com os resultados experimentais, fornecendo uma primeira indicação da confiabilidade do modelo analítico aplicado ao tratamento de h variável.

Para efeito de comparação entre previsões teóricas fornecidas por diferentes técnicas de cálculo e resultados experimentais, utilizaremos o modelo semi-analítico de Hills¹¹ tradicionalmente aplicado ao lingotamento contínuo, a técnica de diferenças finitas desenvolvida por Lait et al.²⁶ e o modelo analítico estendido ao tratamento de h variável. Os resultados experimentais utilizados na comparação foram obtidos por Brimacombe e Weinberg²² em instalações industriais de lingotamento contínuo do aço e referem-se à cinética de solidificação no molde. Esta comparação é feita para três composições de aço de baixo e médio Carbono, tendo em vista analisar a já mencionada influência da composição sobre o fluxo de calor no molde.

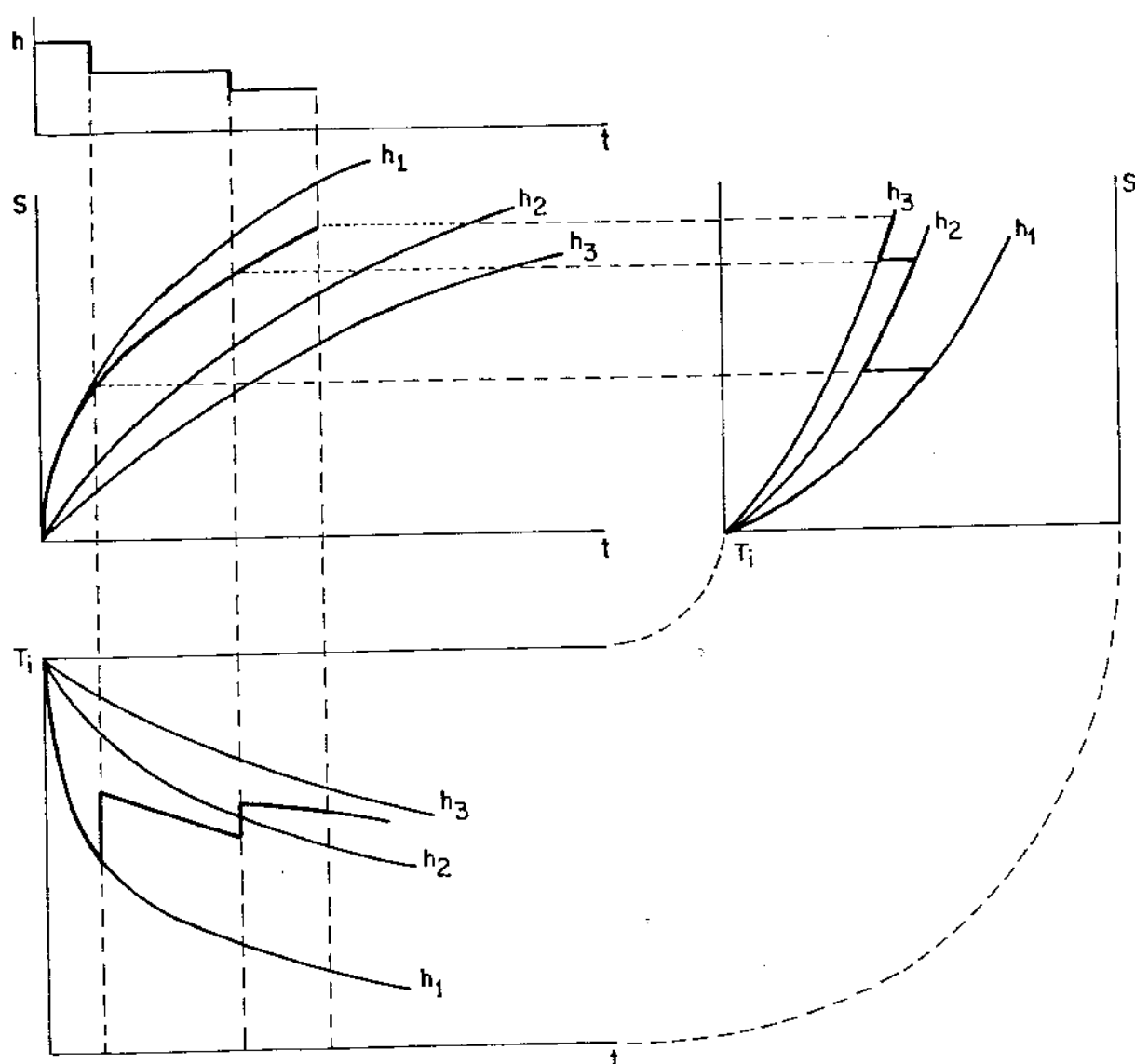


Figura 2.17 - Representação gráfica da aplicação do modelo analítico para casos de variação de h durante o processo de solidificação.

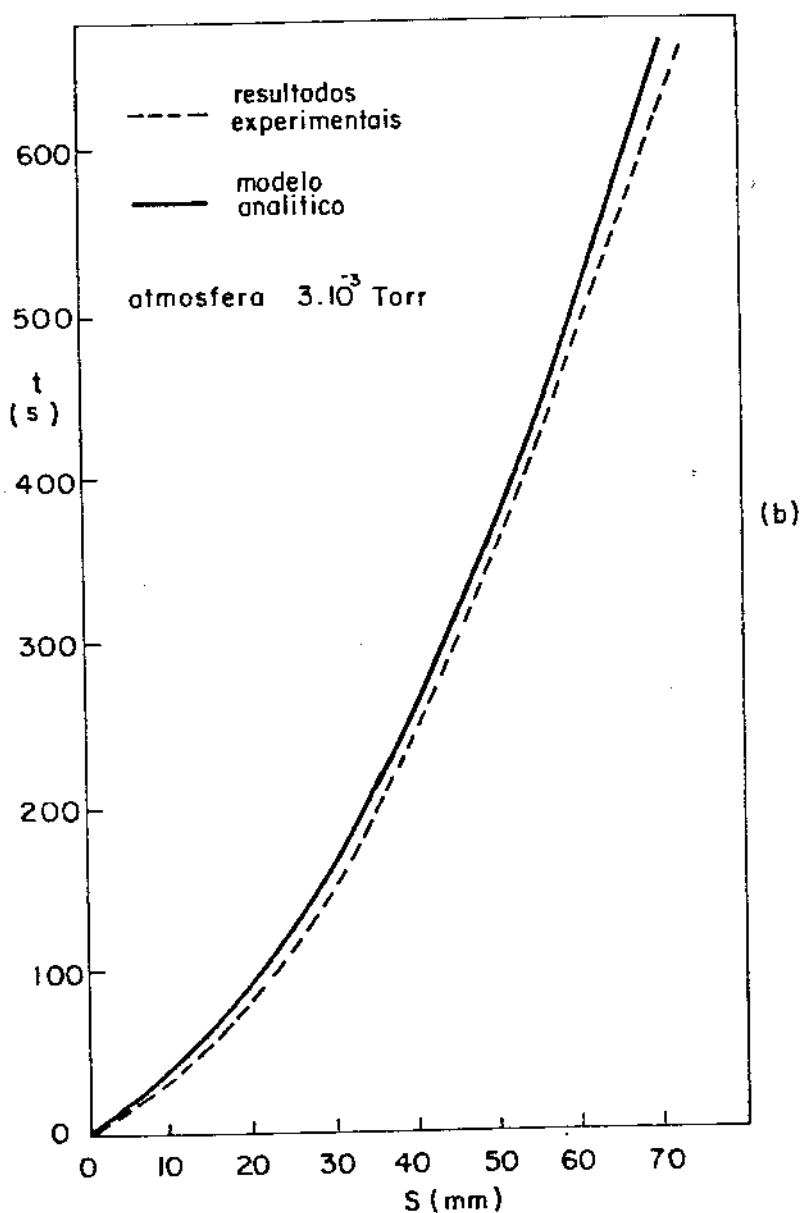
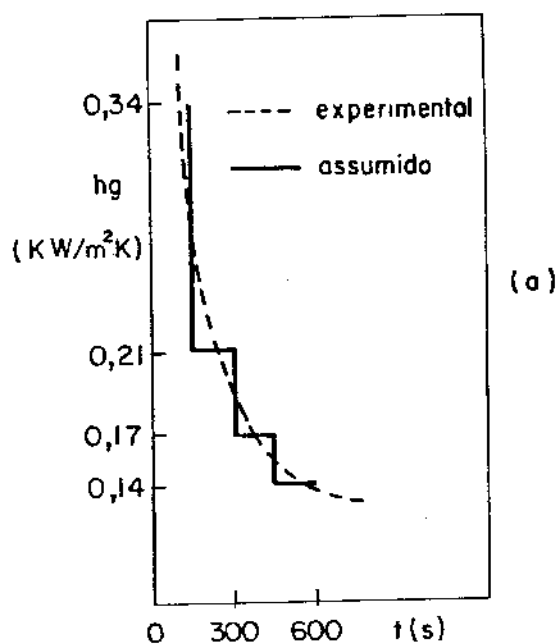


Figura 2.18 - Comparação entre resultados experimentais obtidos na simulação do lingotamento contínuo do aço⁷³ e a previsão teórica do modelo analítico aplicado para h variável.

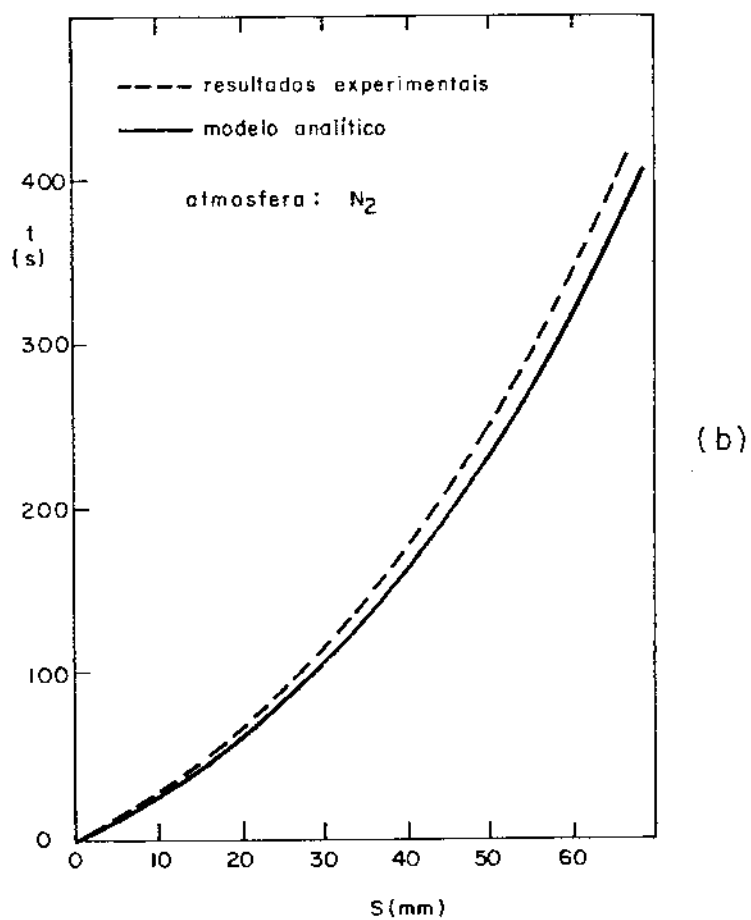
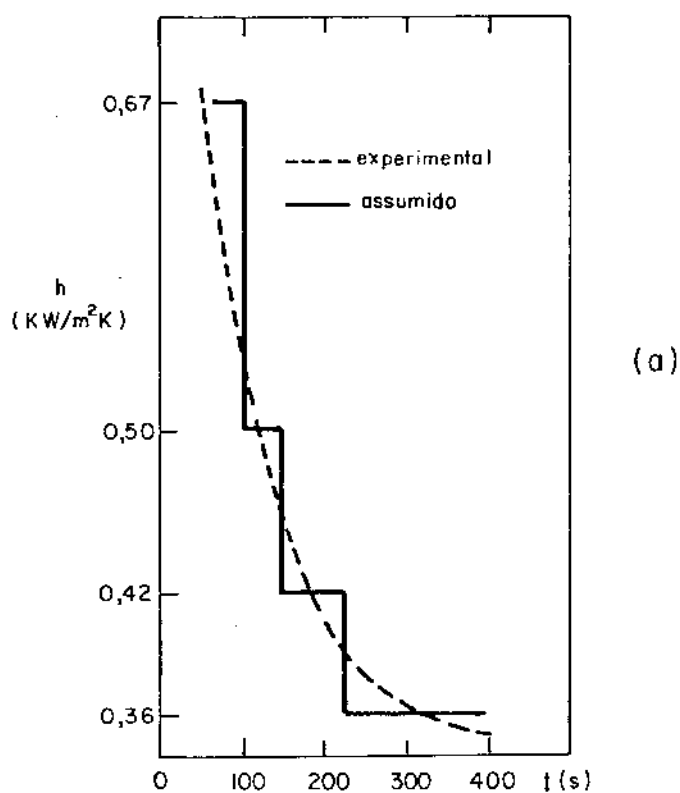


Figura 2.19 - Comparação entre resultados experimentais obtidos na simulação do lingotamento contínuo do aço e a previsão teórica do modelo analítico aplicado para h variável.

Baseando-se em medidas de fluxo de calor realizadas para diferentes velocidades de extração do lingote dividiu-se o molde em três regiões com distintos valores de h , procurando-se acompanhar a tendência de variação do fluxo de calor no molde para velocidades de extração relativamente altas. A Figura 2.20 ilustra esta situação, e esta aproximação foi utilizada na aplicação do modelo analítico, o que parece mais razoável que a utilização de uma variação linear de h . Nota-se igualmente na Figura 2.20 que para baixos valores de u a variação do fluxo de calor no molde é pequena, o que sugere que a utilização de um valor constante para h possa talvez constituir-se em boa aproximação.

A Figura 2.21 mostra a comparação entre resultados experimentais para a cinética de solidificação no molde e as previsões teóricas de diferentes técnicas de cálculo utilizadas. O modelo analítico é utilizado com valores de $h(\bar{h})$, medidos experimentalmente e com a variação de h proposta na Figura 2.20. No modelo de Hills adota-se a variação linear de h , de tal forma que h assuma um valor médio na saída do molde igual a metade do valor a altura do menisco, enquanto que a técnica de Lait et al. assume como condição de contorno a equação de fluxo de calor no molde proposta por Savage e Pritchard^{6,2}. Nota-se na Figura 2.21 que o modelo analítico neste caso é o que apresenta melhor concordância com os resultados experimentais, ficando claro que a adoção, evidentemente mais precisa, de valores de h variáveis ao longo do molde, não tem muita influência sobre os resultados relativos à cinética de solidificação no molde. Brimacombe e Weinberg^{2,2} haviam chegado a uma conclusão semelhante, embora evidenciando que a adoção de h variável ao longo do molde é fundamental para a previsão de temperaturas da superfície do lingote.

A Figura 2.22 mostra ainda comparações entre previsões teóricas e resultados experimentais relativos à cinética de solidificação, para duas outras composições de aço Carbono, utilizando-se nos cálculos valores médios de h ao longo do molde. As comparações teóricas são feitas entre o modelo analítico, o método semi-analítico de Hills, o método numérico de Mizikar e a técnica de diferenças finitas de Lait et al., o qual se utiliza neste caso da equação de fluxo de calor no molde dado pela transferência Newtoniana como uma condição de contorno, e não mais da equação experi-

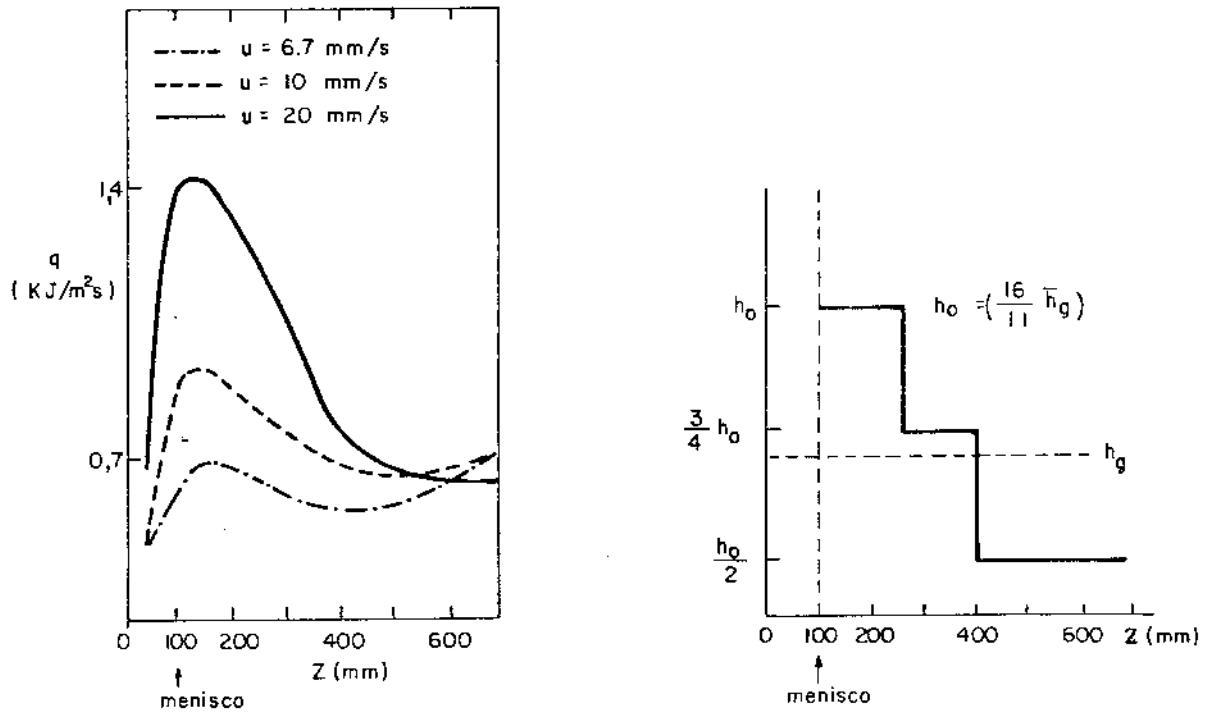


Figura 2.20 - Variação de h adotada nos cálculos em função da observação na variação do fluxo de calor no molde.

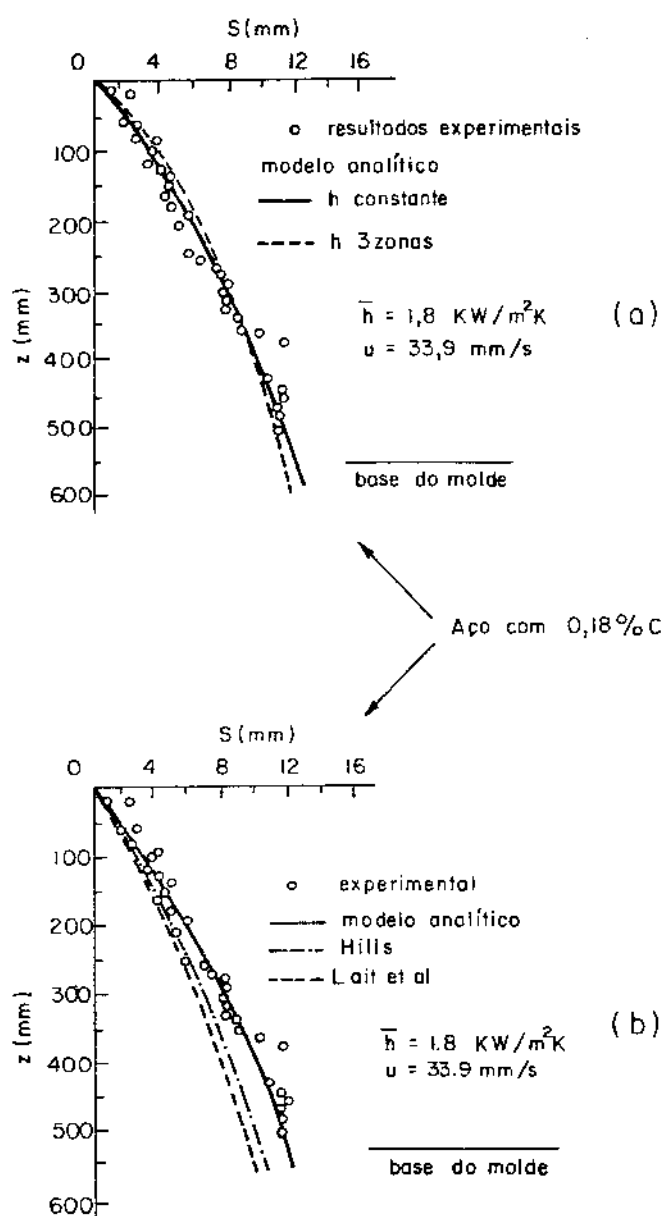


Figura 2.21 - Comparação entre resultados experimentais e modelos matemáticos aplicados à cinética de solidificação.

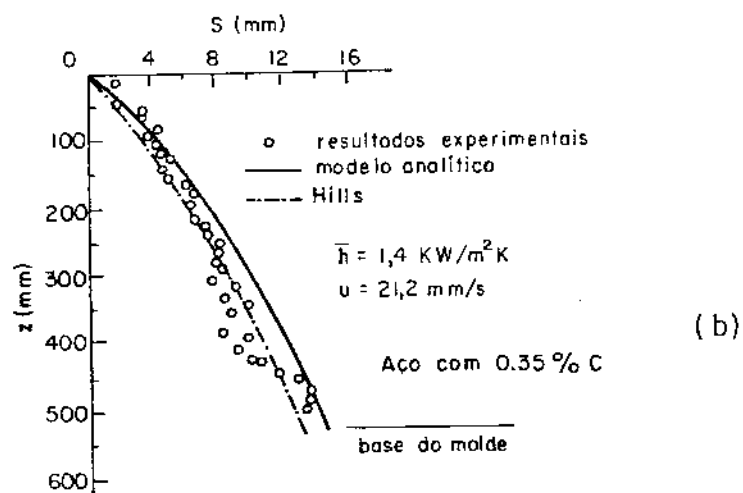
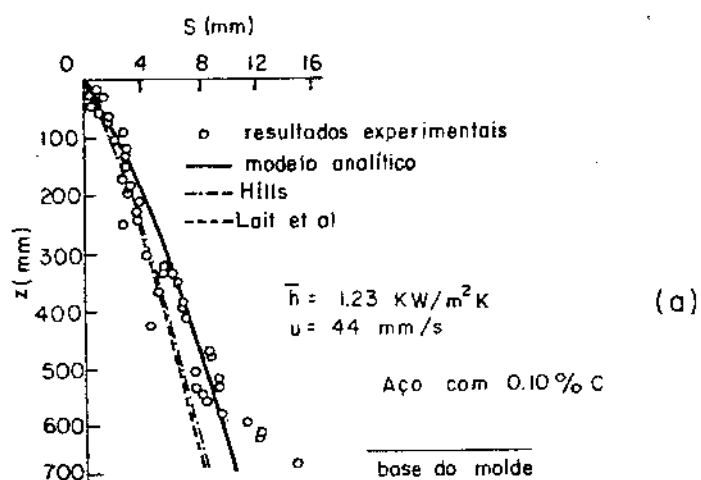


Figura 2.22 - Comparação entre resultados experimentais e modelos matemáticos aplicados à cinética de solidificação no molde do lingotamento contínuo

(a) aço com 0,1% de Carbono

(b) aço com 0,35% de Carbono

mental de Savage e Pritchard. Nota-se nesta figura, que novamente o modelo analítico apresenta uma boa concordância com os resultados experimentais. A concordância observada entre os resultados experimentais e as previsões teóricas fornecidas pelo modelo analítico nas situações de h constante e h variável, no que diz respeito à cinética de solidificação, demonstra sua confiabilidade e aplicabilidade na análise de sistemas de lingotamento contínuo de metais. Este modelo apresenta ainda, em relação às técnicas tradicionalmente aplicadas, vantagens de elevado grau de generalização e facilidade de aplicação, sem a necessidade de facilidades computacionais.

A Figura 2.23 apresenta comparações entre as previsões teóricas do modelo analítico e o modelo de Hills, no que diz respeito à temperatura da superfície de um lingote de aço, na etapa de resfriamento primário. As previsões teóricas do modelo analítico foram obtidas para dois casos de variação de h ; segundo a proposição da Figura 2.20, e segundo uma variação linear de h , com valor na saída do molde igual à metade deste valor na altura do menisco, enquanto o modelo de Hills é utilizado somente nesta última hipótese, já que só admite variação linear de h . A análise desta Figura permite verificar que a hipótese que se assume para a variação de h é extremamente importante na determinação da temperatura da superfície, já que é esta a região que sofre o reflexo mais imediato da alteração do coeficiente de transmissão de calor metal/molde. Isto demonstra que a confiabilidade de uma determinada técnica de cálculo só pode ser confirmada através de medidas experimentais de temperatura devidamente acompanhadas de medidas da variação de h no molde. Infelizmente este tipo de informação inexiste na literatura, principalmente devido às inerentes dificuldades experimentais acarretadas pelo movimento contínuo do lingote, bem como pela oscilação do molde.

A análise comparativa realizada neste Capítulo no que diz respeito às previsões de diferentes técnicas matemáticas frente a resultados de solidificação no lingotamento contínuo ficou restrita a aços Carbono com intervalos de solidificação relativamente pequenos e à solidificação na etapa de resfriamento primário. A restrição referente à composição química, deve-se ao fato de que aços de concentração de Carbono mais elevada, liberam o calor latente

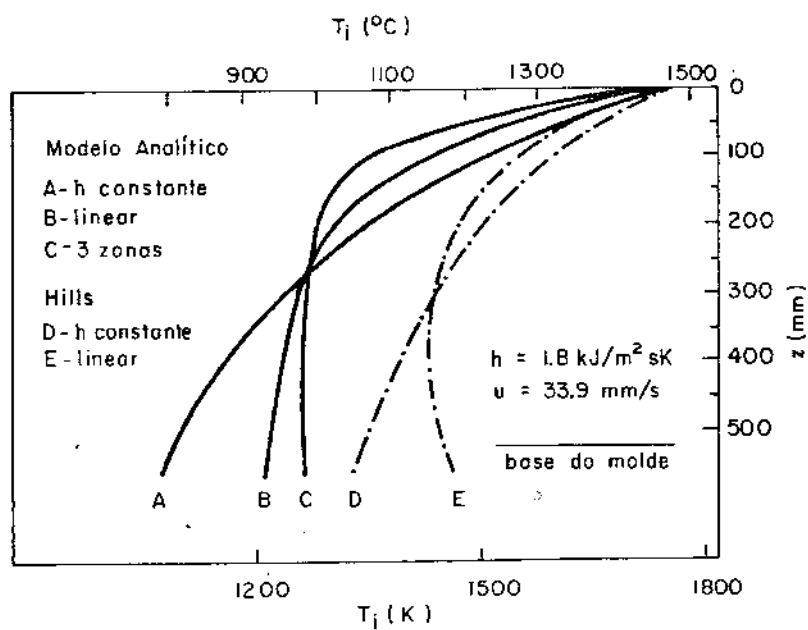


Figura 2.23 - Comparação entre modelos matemáticos na previsão da temperatura da superfície de lingote de aço de baixo Carbono.

em uma faixa maior de temperaturas, provocando um afastamento sensível da hipótese de liberação em uma única temperatura assumida no desenvolvimento destes modelos (frente plana de solidificação). Nas composições examinadas (até 0,35% C) notou-se que esta condição não comprometeu as previsões teóricas dos diferentes modelos, no entanto à medida que a faixa de solidificação aumenta, a liberação do calor latente nesta faixa deve influenciar razoavelmente o comportamento térmico durante a solidificação. Neste caso a análise deve ser feita através de modelos matemáticos que considerem a existência da região de agregado sólido/líquido entre as linhas liquidus e solidus de não-equilíbrio. Por outro lado, a análise comparativa ficou restrita à solidificação no molde, já que o que se pretende é verificar o comportamento relativo de cada modelo frente aos resultados experimentais, e que deve ser o mesmo nas outras etapas do processo de lingotamento contínuo, uma vez que a única alteração reside nos valores do coeficiente h nos diferentes conjuntos de chuveiros e na etapa de radiação livre. Em Capítulo posterior será feita a análise de todo o processo de lingotamento contínuo em suas diferentes etapas através de modelos matemáticos de solidificação.

3. DESENVOLVIMENTO E COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS BINÁRIAS EM MOLDES REFRIGERADOS

3.1. Desenvolvimento do Modelo Matemático

O desenvolvimento analítico do modelo proposto baseia-se em uma série de hipóteses de caráter físico semelhantes às assumidas frequentemente em tratamentos matemáticos do problema de solidificação, quais sejam:

- (1) O fluxo de calor por condução é unidirecional
- (2) A resistência térmica Newtoniana junto à interface metal/molde é representada por um coeficiente de transmissão de calor h
- (3) As propriedades físicas dos materiais são invariantes dentro da mesma fase
- (4) No metal líquido considera-se somente fluxo de calor por condução
- (5) O calor latente de fusão liberado durante a solidificação é levado em consideração através de um ajuste no calor específico dentro da faixa de solidificação ($c_2 = c_3 + \frac{H}{\Delta T}$).

A hipótese fundamental do modelo proposto, envolve a consideração da resistência térmica Newtoniana como equivalente a uma camada de material "pré-existente", a qual é introduzida em um sistema virtual, superposto ao sistema real, conforme mostram as Figuras 3.1 e 3.2. Desta forma, no sistema virtual assume-se como perfeito o contato térmico entre metal e molde, permitindo a análise da solidificação neste sistema através da equação de Fourier para condução de calor em regime não-estacionário, a qual apresenta a seguinte solução geral :

$$T = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2 \sqrt{a t'}} \right) \quad (3.1)$$

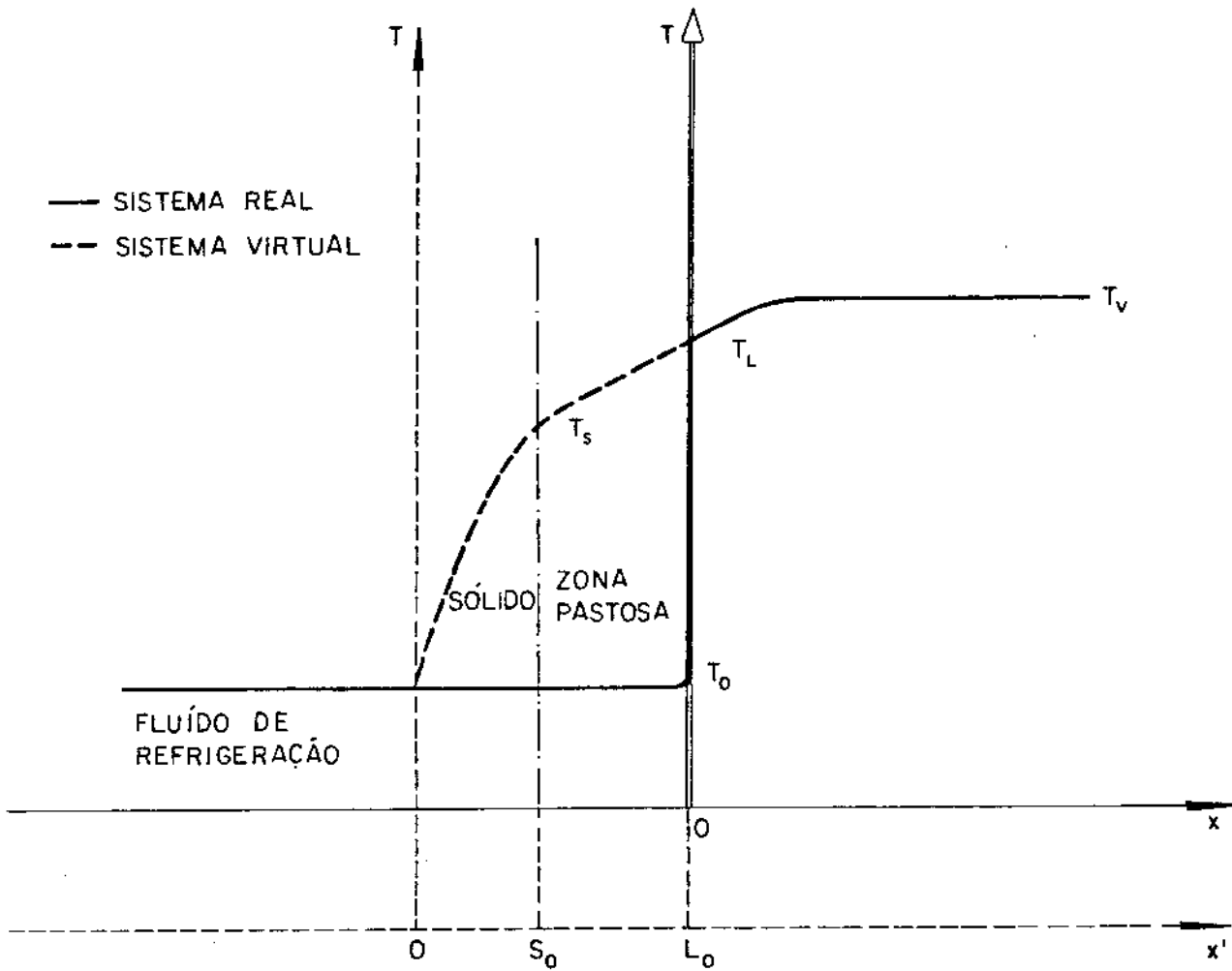


Figura 3.1 - Configuração inicial do processo de solidificação em molde refrigerado nos sistemas real e virtual.

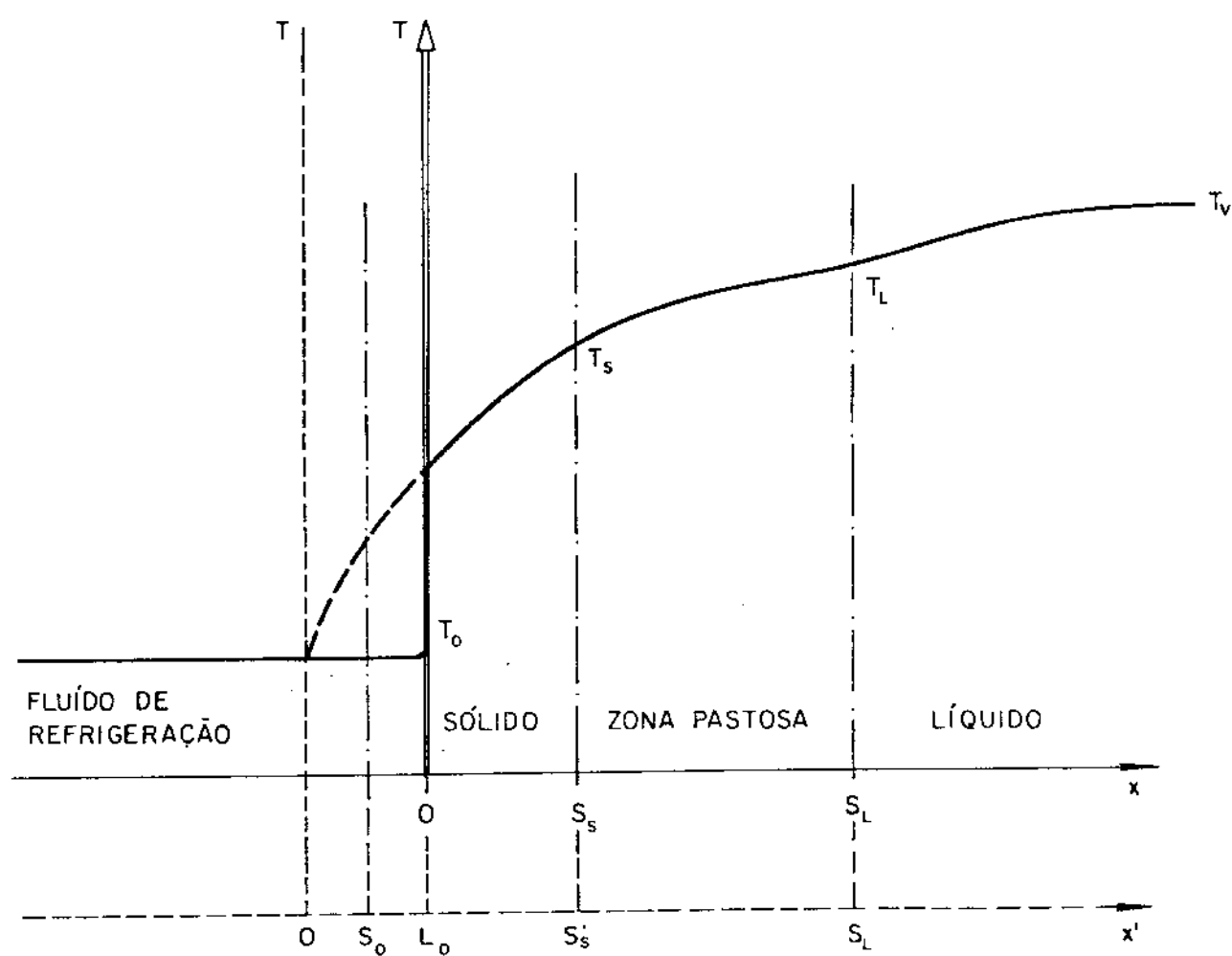


Figura 3.2 - Perfil térmico nos sistemas real e virtual durante o processo de solidificação.

Esta solução aplica-se no sólido, na região pastosa e no líquido, com diferentes coeficientes A e B para cada um destes estados de agregação. A transposição entre parâmetros dos sistemas real e virtual é feita através das seguintes relações:

$$x' = x + L_0 \quad (3.2)$$

$$S'_L = S_L + L_0 \quad (3.3)$$

$$S'_S = S_S + L_0 \quad (3.4)$$

$$t' = t + t_0 \quad (3.5)$$

As seguintes condições de contorno são aplicáveis ao sistema virtual:

$$x' = 0 \rightarrow T_1 = T_0 = \text{constante} \quad (3.6)$$

$$x' = S'_S \rightarrow T_1 = T_S = \text{constante} \quad (3.7)$$

$$x' = S'_S \rightarrow T_2 = T_S = \text{constante} \quad (3.8)$$

$$x' = S'_L \rightarrow T_2 = T_L = \text{constante} \quad (3.9)$$

$$x' = S'_L \rightarrow T_3 = T_L = \text{constante} \quad (3.10)$$

$$x' \rightarrow +\infty \rightarrow T_3 = T_V = \text{constante} \quad (3.11)$$

3.1.1. Cinética de solidificação

Aplicando-se a condição de contorno (3.7) à equação (3.1), e igualando o argumento da função erro desta equação à constante ϕ_1 , tem-se:

$$t' = \frac{S'^2_S}{4 a_1 \phi_1^2} \quad (3.12)$$

e em particular para $x' = S_0$ e $t' = t_0$:

$$t_o = \frac{S_o^2}{4 a_1 \phi_1^2} \quad (3.13)$$

Combinando-se as equações (3.4), (3.5) e (3.12) segue-se que:

$$t + t_o = \frac{(S_S + L_o)^2}{4 a_1 \phi_1^2} \quad (3.14)$$

a qual combinada com a equação (3.13) resulta em:

$$t = \frac{S_S^2}{4 a_1 \phi_1^2} + \frac{L_o S_S}{2 a_1 \phi_1^2} + \frac{(L_o^2 - S_o^2)}{4 a_1 \phi_1^2} \quad (3.15)$$

ou de forma mais simplificada

$$t = \alpha_S S_S^2 + \beta_S S_S + \delta \quad (3.16)$$

Esta última equação descreve o deslocamento da isoterma "solidus" em função do tempo durante o processo de solidificação.

Aplicando-se agora a condição de contorno (3.9) à equação (3.1) e colocando-se o argumento da função erro desta equação como igual a uma constante ϕ_2 , segue-se de forma similar:

$$t' = \frac{S_L'^2}{4 a_2 \phi_2^2} \quad (3.17)$$

e combinando-se as relações (3.3), (3.5) e (3.17) tem-se:

$$t = \frac{S_L^2}{4 a_2 \phi_2^2} + \frac{L_o S_L}{2 a_2 \phi_2^2} \quad (3.18)$$

ou de forma mais simplificada:

$$t = \alpha_L S_L^2 + \beta_L S_L \quad (3.19)$$

Esta última equação descreve o movimento da isoterma "solidus" durante a solidificação. A Figura 3.3 ilustra o deslocamento das duas isotermas ("solidus" e "liquidus") nos sistemas real e virtual.

3.1.2. Perfil térmico durante a solidificação

(a) Metal sólido

Aplicando-se as condições de contorno (3.6) e (3.7) à equação (3.1) pode-se determinar as constantes de integração desta equação referentes ao metal sólido, e que são dadas respectivamente por:

$$A_1 = T_o \quad (3.20)$$

e

$$B_1 = \frac{(T_S - T_o)}{\text{erf}(\phi_1)} \quad (3.21)$$

por outro lado, o argumento da função êrro da equação (3.1) pode ser modificado utilizando-se as relações (3.2), (3.4) e (3.12), da seguinte forma:

$$\frac{x'}{2 \sqrt{a_1 t'}} = \phi_1 \quad \frac{x'}{S'_S} = \phi_1 \frac{x + L_o}{S_S + L_o} \quad (3.22)$$

Combinando-se as equações (3.1), (3.20), (3.21) e (3.22) chega-se a:

$$T_1 = T_o + \frac{(T_S - T_o)}{\text{erf}(\phi_1)} \text{erf}\left(\phi_1 \frac{x + L_o}{S_S + L_o}\right) \quad (3.23)$$

que permite a determinação da distribuição de temperaturas na cama da sólida durante a solidificação. Em particular, a temperatura da superfície do lingote é dada por:

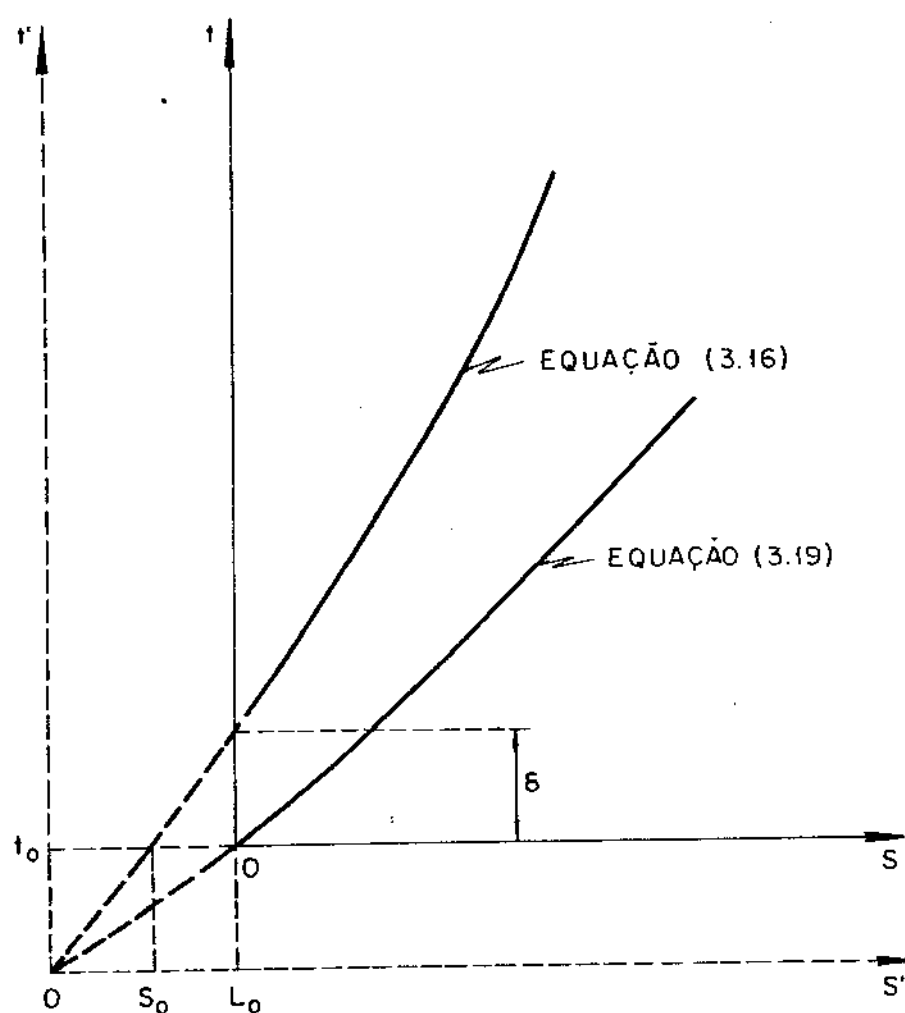


Figura 3.3 - Movimentos das isothermas "solidus" e "liquidus" nos sistemas real e virtual, de acordo com o modelo proposto.

$$T_i = T_o + \frac{(T_S - T_o)}{\text{erf}(\phi_1)} \text{erf}\left(\phi_1 \frac{L_o}{S_S + L_o}\right) \quad (3.24)$$

(b) Zona pastosa ("mushy-zone")

Aplicando-se as condições de contorno (3.8) e (3.9) à equação (3.1), as constantes de integração A_2 e B_2 podem ser determinadas. Assim sendo, tem-se:

$$T_L = A_2 + B_2 \text{erf}(\phi_2) \quad (3.25)$$

e

$$T_S = A_2 + B_2 \text{erf}\left(\frac{S'_S}{2\sqrt{a_2}t'}\right) \quad (3.26)$$

O argumento da função erro da equação (3.26) pode ser modificado da seguinte forma:

$$\frac{S'_S}{2\sqrt{a_2}t'} \cdot \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_1}} = \phi_1 \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2}} = n\phi_1 \quad (3.27)$$

Combinando-se as equações (3.25), (3.26) e (3.27) chega-se às seguintes relações que determinam as constantes de integração:

$$A_2 = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \text{erf}(\phi_2) \quad (3.28)$$

e

$$B_2 = \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \quad (3.29)$$

O argumento da função êrro da equação (3.1) pode também ser modificado utilizando-se a identidade abaixo, obtida pela combinação das equações (3.2), (3.3), (3.12), (3.17) e (3.27):

$$\frac{x'}{2\sqrt{a_2}t'} = \phi_1 \frac{x'}{S_S} \sqrt{a_1/a_2} = n \phi_1 \frac{x'}{S_S} = \phi_2 \frac{x'}{S_L} = \phi_2 \frac{x + L_0}{S_L + L_0} \quad (3.30)$$

Combinando-se as equações (3.1), (3.28), (3.29) e (3.30), chega-se a:

$$T_2 = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \left[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}\left(\phi_2 \frac{x + L_0}{S_L + L_0}\right) \right] \quad (3.31)$$

que permite a determinação da distribuição de temperaturas dentro da região pastosa.

(c) Metal líquido

Aplicando-se as condições de contorno (3.10) e (3.11) à equação (3.1) às constantes de integração referentes ao perfil térmico no líquido podem ser determinadas de forma similar. Assim sendo, tem-se:

$$T_V = A_3 + B_3 \text{erf}(\infty) \quad (3.32)$$

e

$$T_L = A_3 + B_3 \text{erf}\left(\frac{S_L'}{2\sqrt{a_3}t'}\right) \quad (3.33)$$

A utilização da definição da constante ϕ_2 permite a modificação do argumento da função êrro da equação (3.1), da seguinte forma:

$$\frac{x'}{2\sqrt{a_3}t'} = \phi_2 \frac{x'}{S_L} \sqrt{a_2/a_3} = m \phi_2 \frac{x'}{S_L} \quad (3.34)$$

A combinação das equações (3.32), (3.33) e (3.34) permite a determinação das constantes A_3 e B_3 que são dadas por:

$$A_3 = T_V - \frac{(T_V - T_L)}{1 - \operatorname{erf}(m \phi_2)} \quad (3.35)$$

e

$$B_3 = \frac{(T_V - T_L)}{1 - \operatorname{erf}(m \phi_2)} \quad (3.36)$$

A combinação das equações (3.2), (3.3), (3.34), (3.35) e (3.36) com a equação (3.1) fornece a relação que permite a determinação do perfil térmico no metal líquido durante a solidificação, dada por:

$$T_3 = T_V - \frac{(T_V - T_L)}{1 - \operatorname{erf}(m \phi_2)} \left[1 - \operatorname{erf}\left(m \phi_2 \frac{x + L_o}{S_L + L_o}\right) \right] \quad (3.37)$$

3.1.3. Determinação das constantes ϕ_1 e ϕ_2

Fazendo-se um balanço térmico na interface sólido/zona pastosa ($x' = S'_S$), obtém-se:

$$k_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x'} \right)_{x'=S'_S} = k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x'} \right)_{x'=S'_S} \quad (3.38)$$

A diferenciação das equações (3.23) e (3.31) fornece respectivamente as seguintes expressões:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x'} = \frac{2 (T_S - T_o) \phi_1}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi_1) S'_S \exp(\phi_1^2 x'^2 / S_S'^2)} \quad (3.39)$$

e

$$\frac{\partial T_2}{\partial x'} = \frac{2 (T_L - T_S) n \phi_1}{\sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(\phi_2) - \operatorname{erf}(n\phi_1)] S'_S \exp(n^2 \phi_1^2 x'^2 / S'^2_S)} \quad (3.40)$$

Avaliando as expressões (3.39) e (3.40) em $x' = S'_S$ e substituindo-as na equação (3.38), esta última equação após um rearranjo e algumas simplificações, assume a seguinte forma:

$$\frac{(T_L - T_S)}{\operatorname{erf}(\phi_2) - \operatorname{erf}(n\phi_1)} = \frac{k_1 \exp[(n^2 - 1) \phi_1^2] (T_S - T_o)}{k_2 n \operatorname{erf}(\phi_1)} \quad (3.41)$$

Fazendo-se agora um balanço térmico na interface zona pastosa/líquido ($x' = S'_L$), obtêm-se:

$$k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x'} \right)_{x'=S'_L} = k_3 \left(\frac{\partial T_3}{\partial x'} \right)_{x'=S'_L} \quad (3.42)$$

A diferenciação da equação (3.37) resulta em:

$$\frac{\partial T_3}{\partial x'} = \frac{2 (T_V - T_L) m \phi_2}{\sqrt{\pi} [1 - \operatorname{erf}(m \phi_2)] S'_L \exp(m^2 \phi_2^2 x'^2 / S'^2_L)} \quad (3.43)$$

A combinação das equações (3.12) e (3.17) permite obter a seguinte expressão:

$$S'_S = n \frac{\phi_1}{\phi_2} S'_L \quad (3.44)$$

Avaliando-se as expressões (3.40) e (3.43) em $x' = S'_L$, utilizando na avaliação da expressão (3.40) a equação (3.44), e substituindo as expressões obtidas na equação (3.42), após rearranjada e simplificada esta equação se reduz a:

$$\frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} = \frac{k_3 m \exp[(1 - m^2) \phi_2^2] (T_V - T_L)}{k_2 [1 - \text{erf}(m \phi_2)]} \quad (3.45)$$

As equações (3.41) e (3.45) devem ser resolvidas simultaneamente por iteração para permitir a determinação das constantes ϕ_1 e ϕ_2 . A forma mais simples de determinar tais constantes consiste em atribuir valores arbitrários de ϕ_1 na equação (3.41) determinando uma série de valores de ϕ_2 , e em seguida utilizar o mesmo procedimento de forma inversa com relação à equação (3.45). Isto permite a determinação de duas curvas correspondentes às equações (3.41) e (3.45), caso os valores de ϕ_1 e ϕ_2 sejam colocados um em função do outro na forma gráfica. O cruzamento destas duas curvas define o ponto de coordenadas (ϕ_1^*, ϕ_2^*) correspondente à solução das duas equações. Este procedimento encontra-se esquematizado na Figura 3.4.

3.1.4. Determinação de S_o e L_o

A transferência de calor através da interface metal/molde é abordada introduzindo-se dois coeficientes de transmissão de calor parciais, h_1 e h_2 relativos respectivamente às camadas de material sólido e pastoso ("mushy") pré-existent no sistema virtual. Efetuando-se um balanço térmico na interface metal/molde do sistema real no instante inicial do processo de solidificação ($t \rightarrow 0$), assumindo que neste instante o metal líquido que está em contato com a parede fria do molde atinge a temperatura "liquidus" (Figura 1) e fazendo-se a equivalência de fluxo de calor no sistema virtual em $t' = t_0$ e $x' = S_o$, obtém-se:

$$h_1 (T_S - T_o) = k_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x'} \right)_{x' = S_o} \quad (3.46)$$

Avaliando-se a equação (3.39) em $x' = S_o$ ($S'_S = S_o$), e substituindo a expressão obtida na equação acima, após alguma simplificação a equação (3.46) se reduz a:

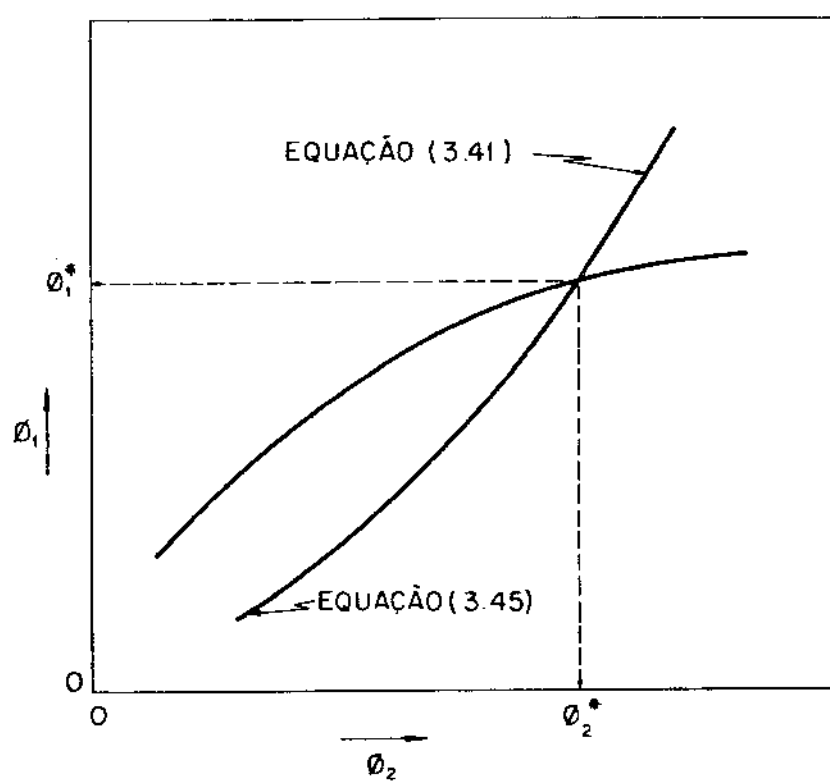


Figura 3.4 - Representação esquemática da determinação gráfica das constantes ϕ_1 e ϕ_2 .

$$S_o = \frac{2 k_1 \phi_1}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi_1) \exp(\phi_1^2) h_1} \quad (3.47)$$

Considerando-se no sistema real no instante $t \rightarrow 0$, a existência de um plano virtual de referência de temperatura T_S (temperatura "solidus") entre o molde e a superfície do metal líquido à temperatura "liquidus", pode-se relacionar o coeficiente de transmissão global h , com as componentes h_1 e h_2 através da igualdade do fluxo de calor, ou seja:

$$h(T_L - T_o) = h_1(T_S - T_o) = h_2(T_L - T_S) \quad (3.48)$$

ou

$$h_1 = h \frac{(T_L - T_o)}{(T_S - T_o)} \quad (3.49)$$

e substituindo-se a equação (3.49) na equação (3.48) esta última assume a seguinte forma:

$$S_o = \frac{2 k_1 \phi_1 (T_S - T_o)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi_1) \exp(\phi_1^2) (T_L - T_o) h} \quad (3.50)$$

Considerando-se ainda a equação (3.44) avaliada no instante $t' = t_o$ ($S'_S = S_o$; $S'_L = L_o$), obtém-se:

$$L_o = \frac{\phi_2}{n\phi_1} S_o \quad (3.51)$$

Neste ponto do desenvolvimento matemático, as incógnitas do problema estão todas determinadas em função das características físicas do sistema metal/molde, e o modelo proposto pode ser sintetizado pelas equações (3.16), (3.19), (3.23), (3.31) e (3.37).

A aplicação do modelo analítico desenvolvido, ao caso específico do lingotamento contínuo de metais é feita de forma seme-

lhante aos modelos que consideram a frente de solidificação plana (Capítulo 2). Considera-se desprezível o fluxo de calor na direção axial do lingote e as equações representativas da cinética de deslocamento das isotermas "solidus" e "liquidus" são colocados em função de parâmetros do sistema de lingotamento contínuo, como distância abaixo do menisco (Z) e velocidade de produção (u), ou seja:

"solidus"

$$Z = u (\alpha_S S_S^2 + \beta_S S_S + \delta) \quad (3.52)$$

"liquidus"

$$Z = u (\alpha_L S_L^2 + \beta_L S_L) \quad (3.53)$$

A Figura 3.5 ilustra o movimento destas duas isotermas na região do molde do lingotamento contínuo, bem como o perfil térmico no elemento de volume do sistema metal/molde tomado como referência. A determinação da temperatura nas três regiões de diferentes estados de agregação, se faz utilizando-se as equações (3.23), (3.31) e (3.37) e relacionando-se a posição no molde com as respectivas espessuras S_S ou S_L , através das equações (3.52) e (3.53). Os casos de coeficientes de transmissão de calor variáveis ao longo do processo devem ser abordados de forma semelhante ao procedimento desenvolvido no Capítulo 2.

3.2. Análise Experimental

A comprovação experimental de modelos de transferência de calor na solidificação pode ser feita utilizando-se resultados experimentais obtidos em dispositivos de solidificação unidirecional⁷³⁻⁷⁶. Estes tipos de dispositivos permitem um maior controle das condições de resfriamento possibilitando a verificação experimental em uma gama bastante ampla de condições de solidificação. Em trabalhos anteriores de comprovação experimental de modelos matemáticos de transferência de calor^{77,78}, verificou-se que dentre os metais não-ferrosos normalmente utilizados neste tipo de comprovação, aqueles que apresentavam menos resistência térmica na camada solidificada, como por exemplo o Alumínio, se adequavam melhor a este tipo de análise experimental. Metais de baixa condutibilidade

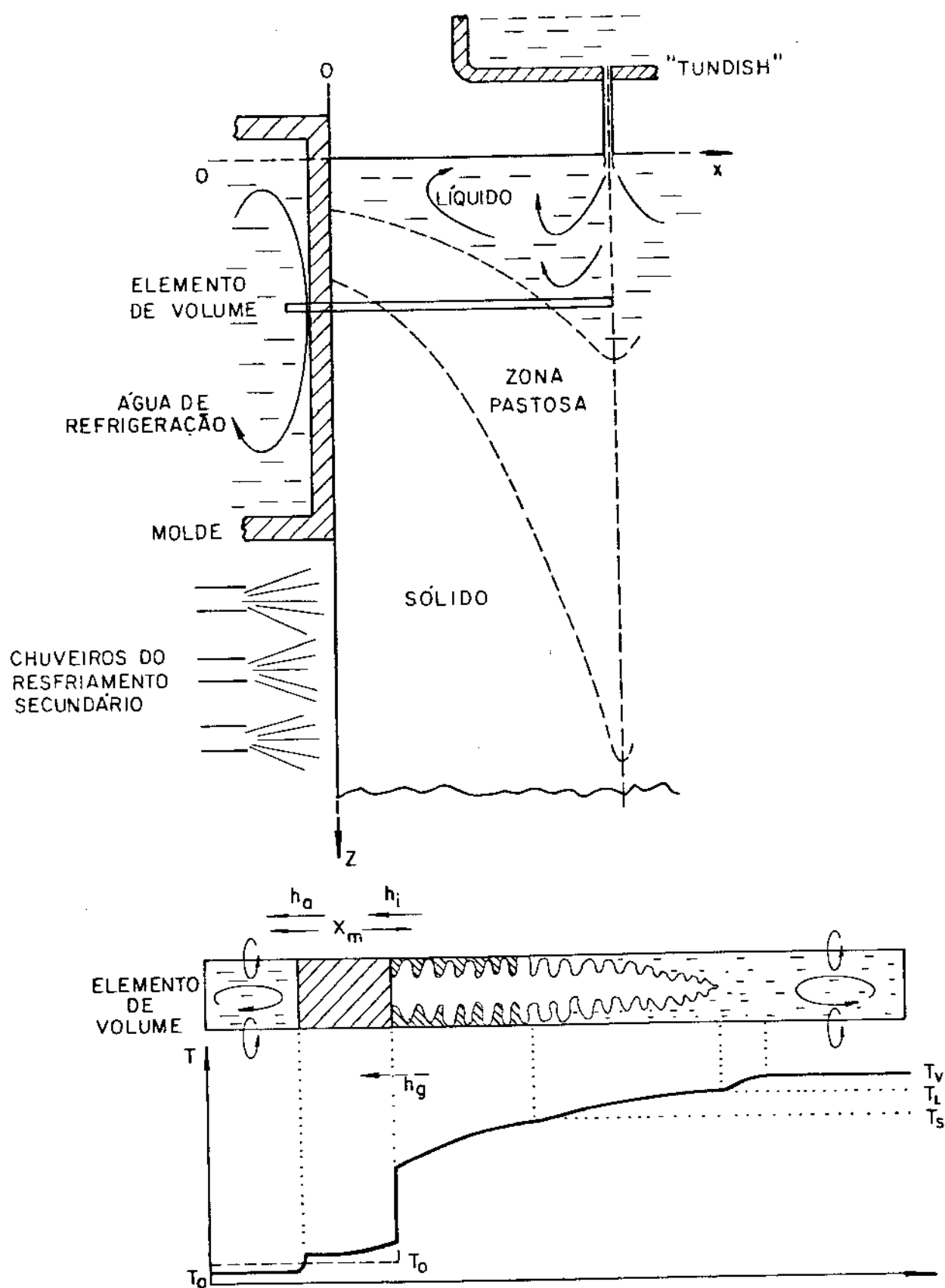


Figura 3.5 - Representação esquemática do corte longitudinal do sistema de lingotamento contínuo na região do molde, com o respectivo perfil térmico do elemento de volume tomado como referência.

de térmica, como por exemplo o Chumbo, mascaram o efeito da resistência térmica Newtoniana permitindo que mesmo modelos de abordagem mais simplistas (ou modelos que adotem maior número de hipóteses simplificadoras) possam se mostrar de razoável confiabilidade, podendo conduzir a conclusões errôneas no caso de extrapolação a qualquer metal ou qualquer condição de solidificação. Assim sendo, foram adotadas nessa análise, ligas do sistema Alumínio-Cobre de composições respectivamente iguais a 4,5% Cu e 15% Cu. Estas ligas além de não apresentarem a restrição abordada acima, apresentam intervalos de solidificação (ou faixas de solidificação) relativamente grandes.

As experiências foram analisadas com os lingotes sendo solidificados verticalmente a partir de uma base constituída por uma chapa-molde em um dispositivo de solidificação unidirecional refrigerado a água cuja vista em perspectiva está ilustrada na Figura 3.6. Este tipo de dispositivo permite manter constante o coeficiente global de transmissão de calor durante a solidificação, conforme mostrou-se em trabalhos anteriores^{79,80}, permitindo consequentemente diminuir uma variável na comparação teórica/experimental. Os resultados experimentais foram obtidos através da resposta de alguns termopares colocados em posições a partir da interface metal/molde, e através de um "dipstick" de precisão⁶⁶ (haste metálica recoberta com material isolante e devidamente acoplada a uma escala métrica, que permite acompanhar o avanço da transformação líquido/sólido durante a solidificação). As experiências foram realizadas sob diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde, utilizando-se o molde recoberto com camadas de diferentes espessuras de material isolante à base de zirconita, normalmente utilizado em fundição. O valor do coeficiente global de transmissão de calor correspondente, foram determinados em cada caso através da manipulação adequada dos resultados relativos à cinética do processo, conforme proposto em trabalho anterior⁸⁰.

Os resultados experimentais relativos à cinética do processo de solidificação de ligas, são mais difíceis de serem obtidos do que no caso de metais puros ou ligas de composição eutética, uma vez que a frente de solidificação se estende dentro de uma faixa de solidificação apreciável. Nestas condições, as informações experimentais durante a solidificação, podem ser obtidas através de termopares posicionados no metal ou através de um arranjo

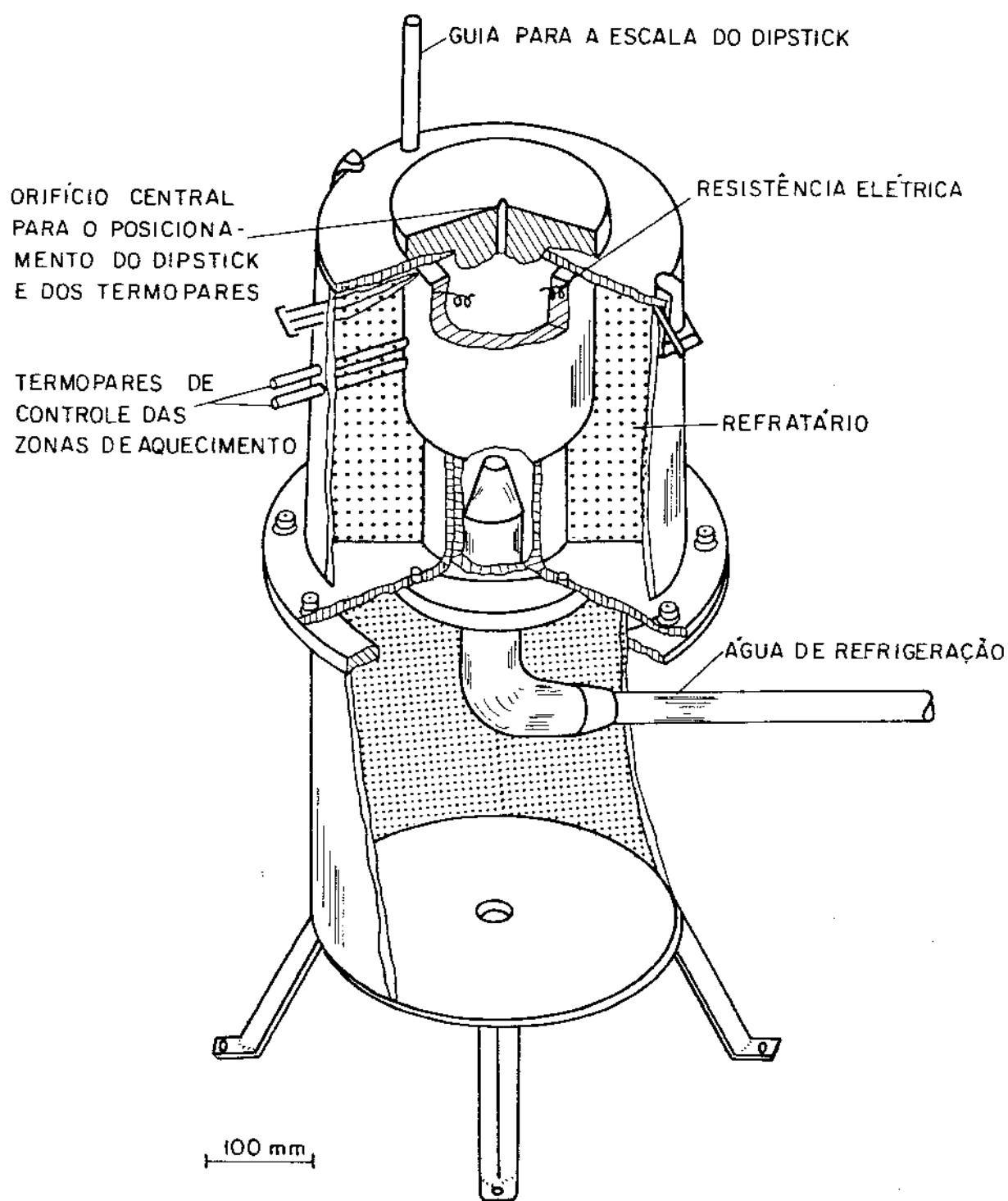


Figura 3.6 - Vista em perspectiva do dispositivo de solidificação unidirecional utilizado na análise experimental.

experimental que se utilize do "dipstick", embora neste último caso, será sempre incerta a profundidade de penetração do "dipstick" dentro da zona pastosa (naturalmente a profundidade desta penetração depende da forma com que a fração sólida evolui dentro da zona pastosa). De qualquer forma os resultados obtidos através do "dipstick" fornecem informações importantes, uma vez que permitem avaliar a evolução do processo em uma região normalmente próxima às pontas das dendritas.

3.3. Comparações e Discussão

3.3.1. Solidificação unidirecional

Utilizando-se as equações representativas do modelo de solidificação desenvolvido neste capítulo, e as propriedades físicas apresentadas no Apêndice 2, pode-se efetuar uma comparação entre as expectativas teóricas do modelo proposto e os resultados experimentais obtidos. A Figura 3.7 apresenta as previsões teóricas do modelo relativas ao movimento das isoterms "liquidus" e "solidus" (temperatura eutética, uma vez que as condições de resfriamento são fora do equilíbrio) para o resfriamento a partir do estado líquido de uma liga Al 4,5 Cu em molde refrigerado a água. Estas previsões são comparadas com as previsões fornecidas por um método de diferenças finitas⁸⁰, e resultados experimentais que representam as leituras do dipstick, juntamente com alguns dados térmicos. Pode-se notar que as previsões teóricas do modelo proposto apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais de natureza térmica e com a técnica de diferenças finitas, sendo também compatíveis com os pontos experimentais obtidos através do "dipstick" tendo em vista a esperada penetração do "dipstick" dentro da zona pastosa. A Figura 3.8 apresenta outra comparação desta mesma experiência, referente à leitura de dois termopares localizados dentro do metal e as respectivas previsões teóricas do modelo proposto e do método numérico de diferenças finitas. A concordância obtida pode ser considerada boa, confirmando aquela obtida na Figura anterior para o caso do deslocamento das isoterms "solidus" e "liquidus". Uma comparação semelhante é feita nas Figuras 3.9 e 3.10 para o caso da solidificação direcional de uma liga Al 15 Cu em molde refrigerado a água. Pode-se notar novamente que as previsões teóricas do modelo analítico proposto são bastante próximas

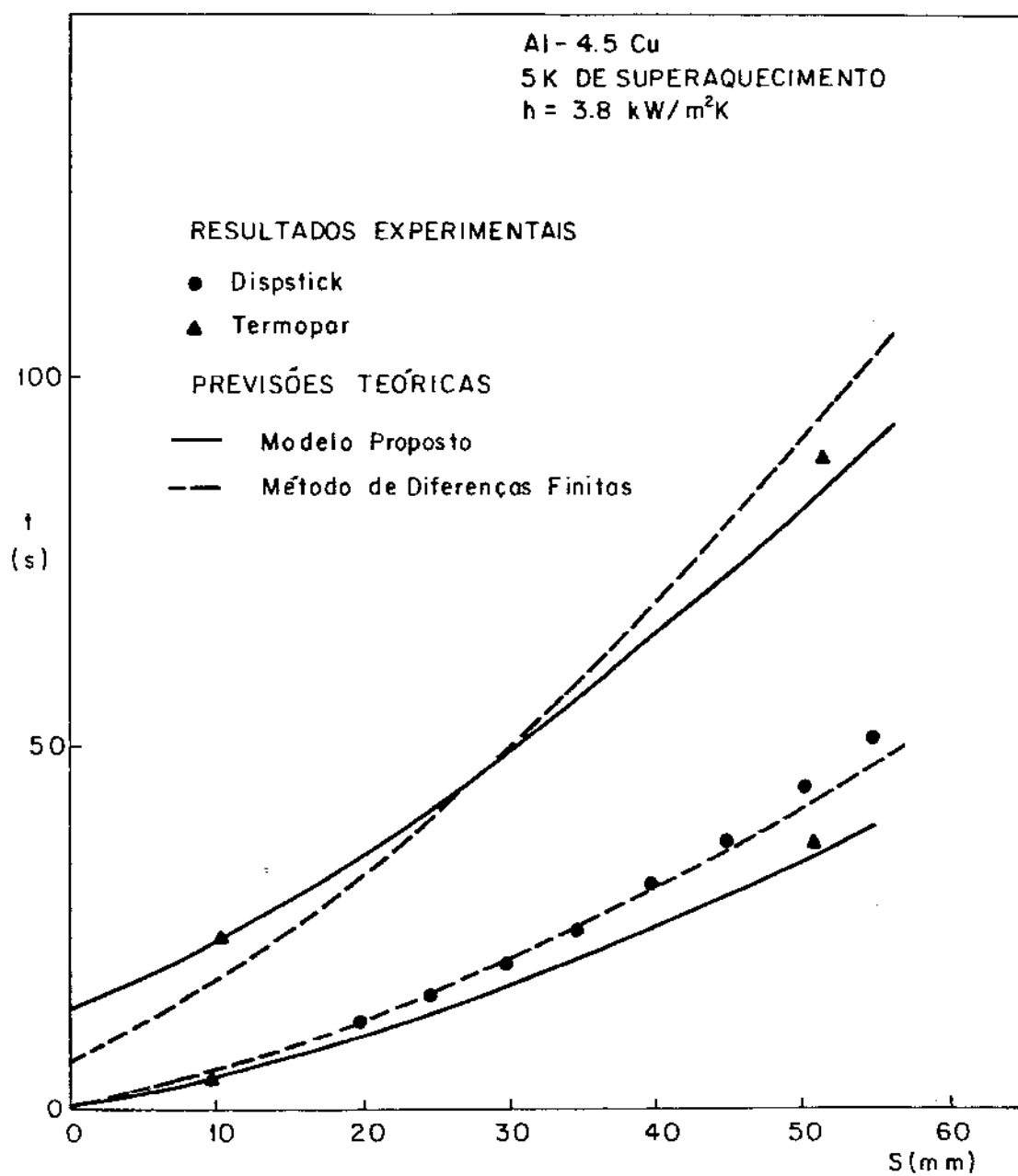


Figura 3.7 - Comparação entre previsões teóricas e os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de uma liga Al 4,5 Cu em molde refrigerado a água.

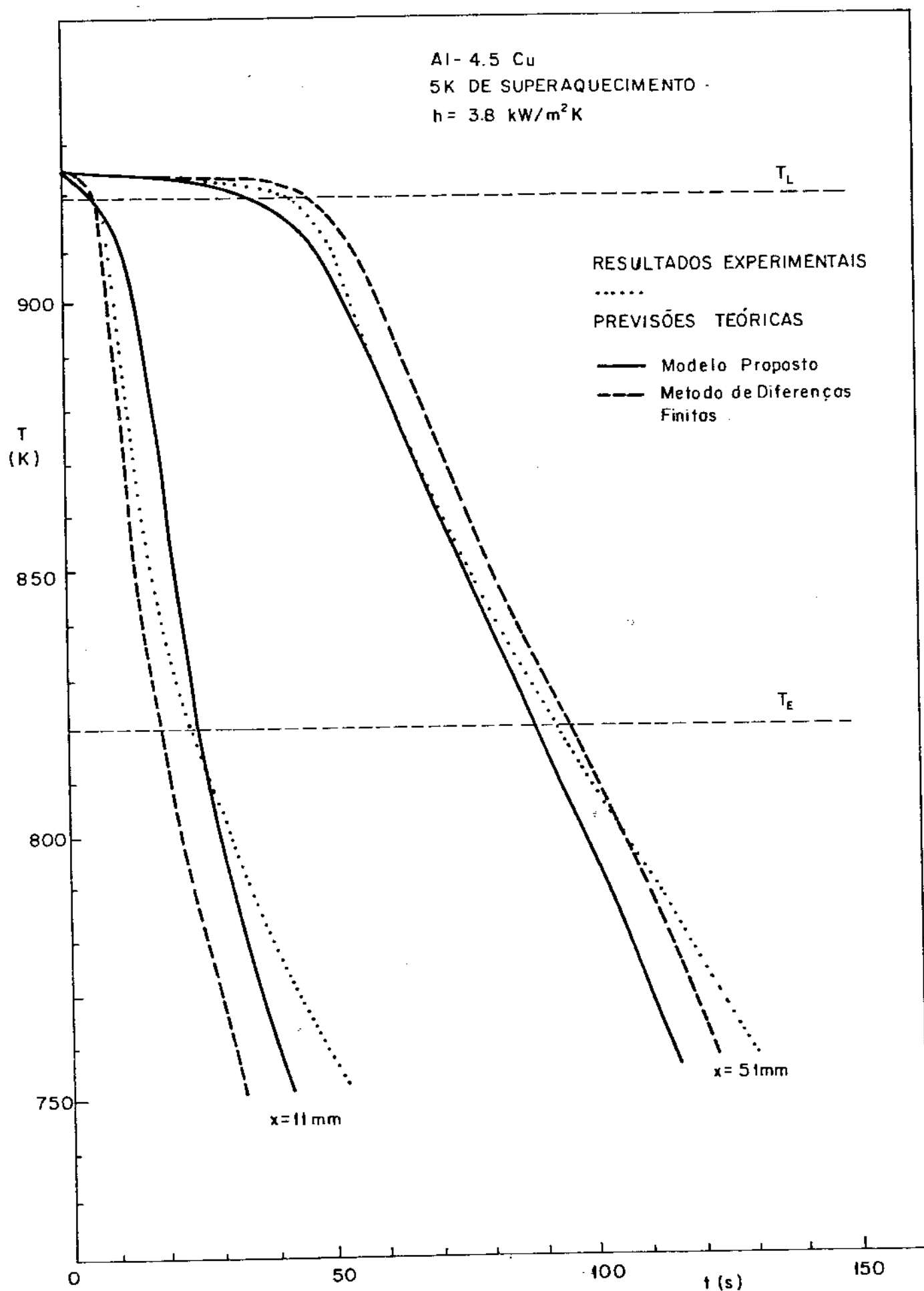


Figura 3.8 - Comparação entre resultados experimentais e previsões teóricas relativas ao resfriamento de dois pontos situados respectivamente a 11 mm e 51 mm da interface metal/molde durante a solidificação de uma liga Al 4,5 Cu em molde refrigerado a água.

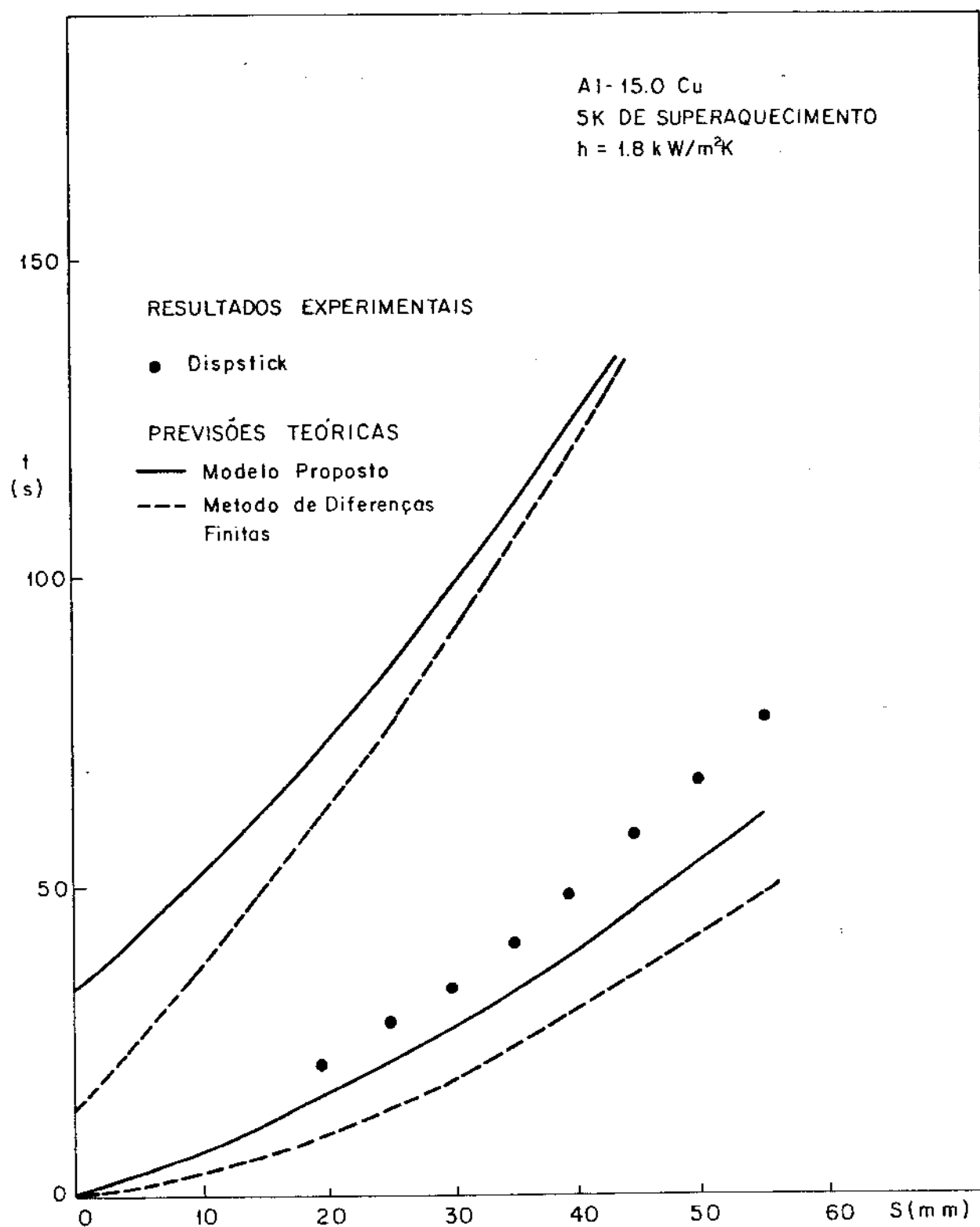


Figura 3.9 - Comparação entre previsões teóricas e os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de uma liga Al 15 Cu em molde refrigerado a água.

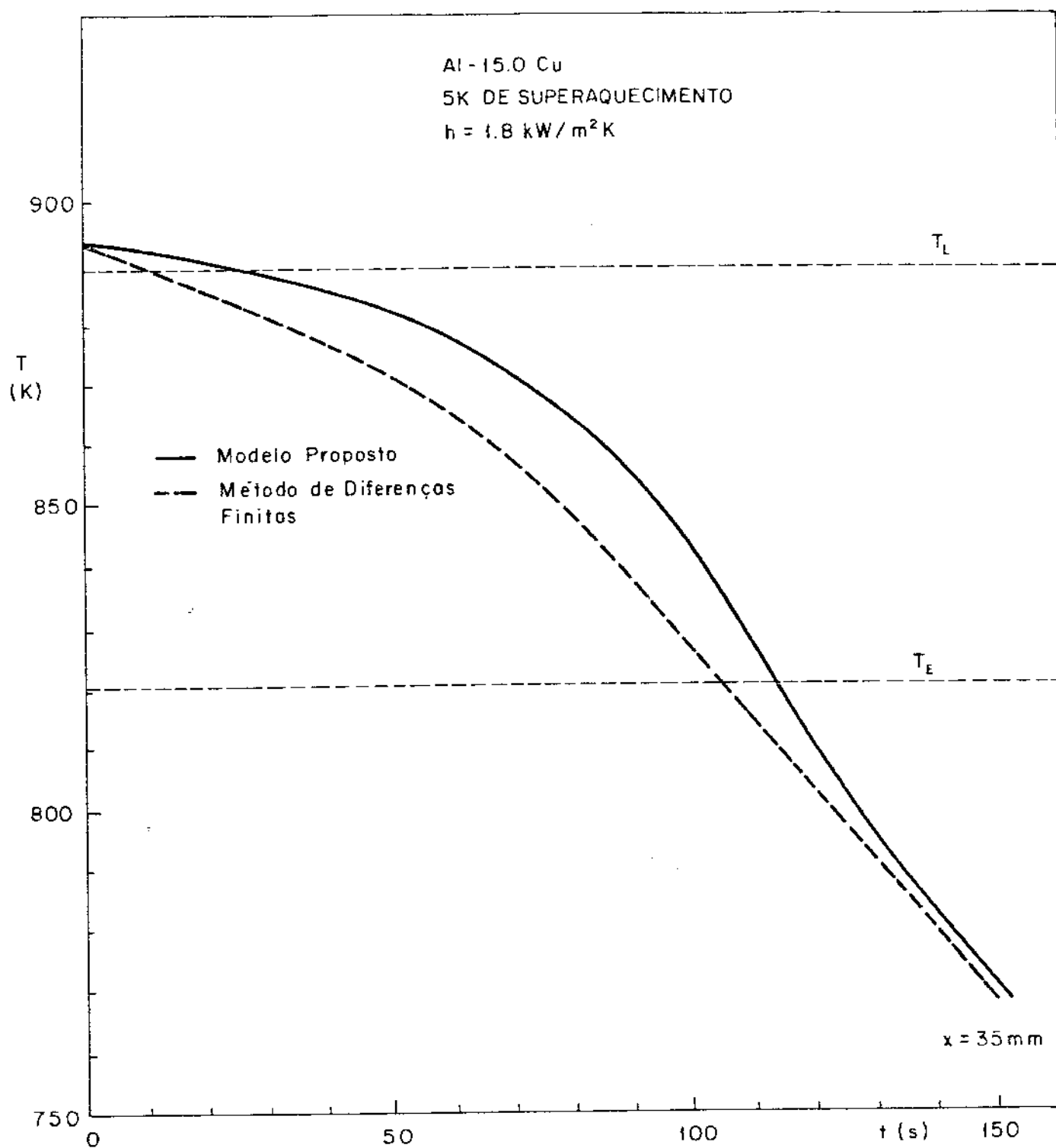


Figura 3.10 - Comparação entre previsões teóricas relativas ao resfriamento de um ponto situado a 35 mm da interface metal/molde durante a solidificação de uma liga Al 15 Cu em molde refrigerado a água.

das fornecidas pela técnica numérica de diferenças finitas. Os resultados experimentais obtidos através do "dipstick" são novamente compatíveis com as previsões teóricas, e pode-se notar uma penetração levemente maior do "dipstick" dentro da zona pastosa, o que seria de se esperar tendo em vista o menor aumento de fração sólida e maior distância entre as pontas dos ramos dendríticos primários previstos para esta composição^{81,82}.

Uma das grandes vantagens de se contar com um modelo completamente analítico para a análise da solidificação de ligas binárias, consiste em seu elevado grau de generalização, característica esta que os métodos numéricos evidentemente não apresentam. Assim sendo pode-se analisar teoricamente a influência de diferentes variáveis e seus reflexos no comportamento térmico durante a solidificação. A Figura 3.11 apresenta um exemplo deste tipo de análise, onde parametrizando-se a composição química (Al 4,5 Cu) verifica-se a influência do coeficiente global de transmissão de calor (h) no comportamento da cinética de deslocamento das isothermas "solidus" e "liquidus". Nota-se que o valor h influencia sensivelmente o movimento destas isothermas, devendo-se esperar influência semelhante no que diz respeito à distribuição de temperaturas durante a solidificação.

3.3.2. Lingotamento contínuo do aço

Os modelos de transferência de calor que permitem a análise da solidificação em moldes refrigerados, encontram uma aplicação bastante importante no planejamento e no dimensionamento de sistemas de lingotamento contínuo, particularmente do aço. É evidente que obter resultados experimentais do lingotamento contínuo do aço que permitam verificar a confiabilidade das diferentes técnicas de análise existentes, é uma tarefa bastante mais complicada do que a verificação destes modelos utilizando-se de resultados obtidos em sistemas simuladores do processo, tais como os diferentes simuladores unidirecionais apresentados na literatura^{11,73,74}. Conforme foi apresentado no Capítulo 2 deste trabalho, existem uma série de técnicas experimentais que permitem obter informações quanto ao avanço da solidificação durante o lingotamento contínuo, existindo inclusive algumas publicações interessantes na literatura especializada que apresentam uma série de resultados experimentais referentes à cinética da solidificação^{22,27,83-85}. O aspecto da distri

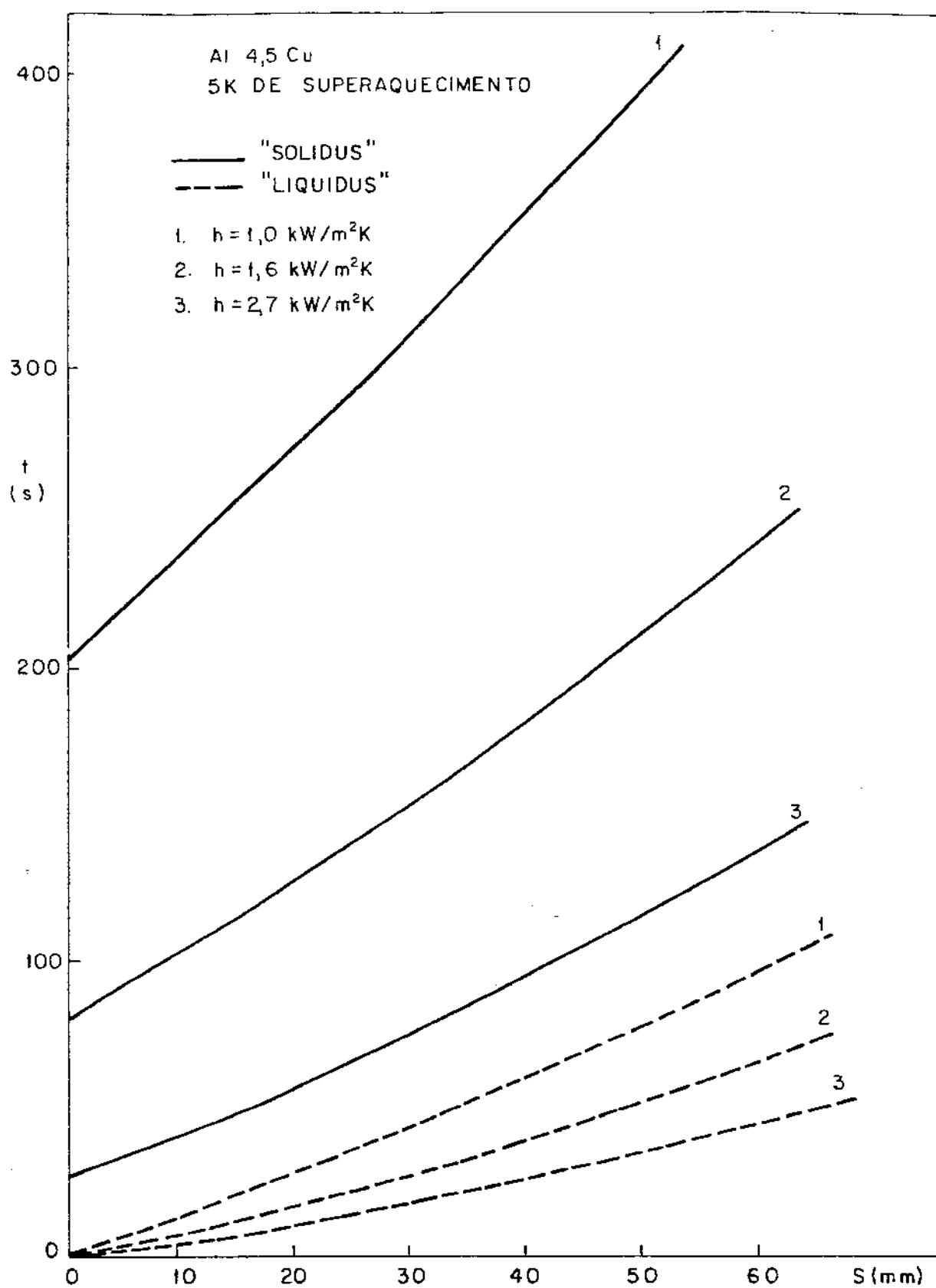


Figura 3.11 - Influência do coeficiente de transmissão de calor (h) no deslocamento das isothermas "solidus" e "liquidus" durante a solidificação da liga Al 4,5 Cu em molde refrigerado, segundo as previsões teóricas do modelo proposto.

buição de temperaturas no metal durante o lingotamento contínuo, é entretanto extremamente carente de resultados experimentais, naturalmente em função das evidentes dificuldades práticas de medidas de temperatura nestes sistemas, existindo somente algumas medidas relativas à temperatura da superfície do lingote, obtidas através de pirômetros óticos posicionados a partir da etapa de resfriamento secundário^{15,27,86}.

Como uma medida do desempenho do modelo proposto neste capítulo, seria interessante comparar alguns resultados experimentais obtidos no lingotamento contínuo de aços de diferentes composições com as previsões teóricas do modelo e também com as previsões teóricas de alguma outra técnica de cálculo que seja tradicionalmente utilizada na análise da solidificação no lingotamento contínuo. Assim, escolheu-se resultados experimentais relativos ao molde do sistema de lingotamento contínuo, obtidos em escala industrial por Brimacombe et al.²² para aços de composições iguais a 0,1% C, 0,35% C e o aço inoxidável 304. Esta gama de composição química permite verificar o modelo proposto em uma faixa bastante ampla de intervalos de solidificação. Como modelo teórico comparativo escolheu-se o método semi-numérico de Hills^{11,44}, uma vez que tem sido o método de cálculo mais utilizado em problemas de lingotamento contínuo. Utilizou-se nos cálculos teóricos os parâmetros de fluxo de calor medidos na instalação industrial para cada caso particular, e as propriedades físicas apresentadas no Apêndice 2 deste trabalho. Cabe lembrar que no caso do aço, em função da elevada mobilidade atômica do Carbono no sólido, a temperatura "solidus" de não-equilíbrio pode ser considerada com pequena margem de erro, como a temperatura "solidus" de equilíbrio retirada diretamente no diagrama de equilíbrio Ferro-Carbono, conforme conclusão de outros trabalhos^{42,88}.

Para facilitar a aplicação do modelo desenvolvido neste capítulo, para o caso particular do aço, foram calculados em computador através do procedimento ilustrado na Figura 3.4, os valores das constantes ϕ_1 e ϕ_2 para a faixa comercial mais representativa de composição química de aços carbono. Estes valores são apresentados na Figura 3.12.

A comparação entre resultados experimentais de cinética de solidificação no molde, e as previsões teóricas dos dois modelos é feita nas partes (a) das Figuras 3.13, 3.14 e 3.15 relativas

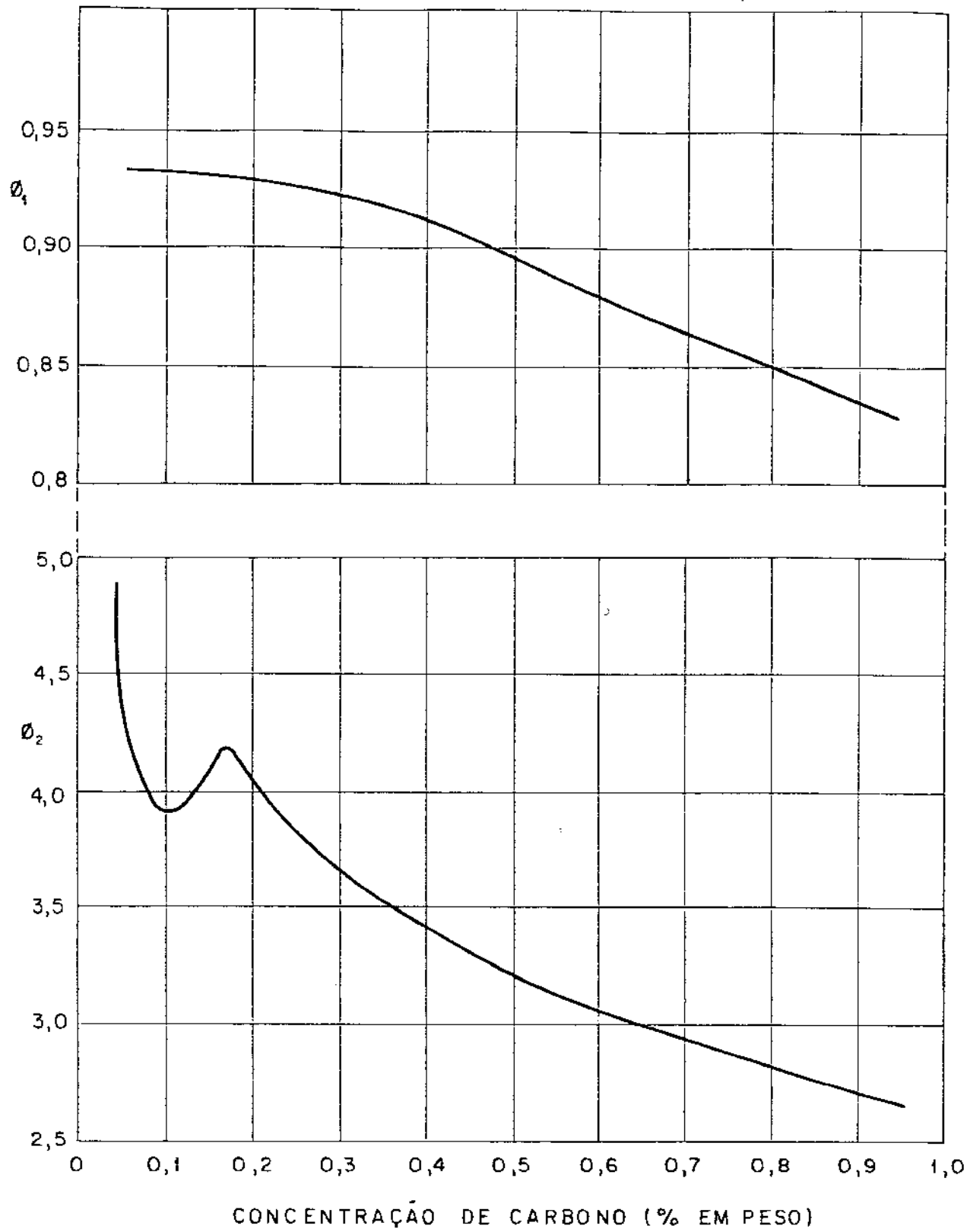
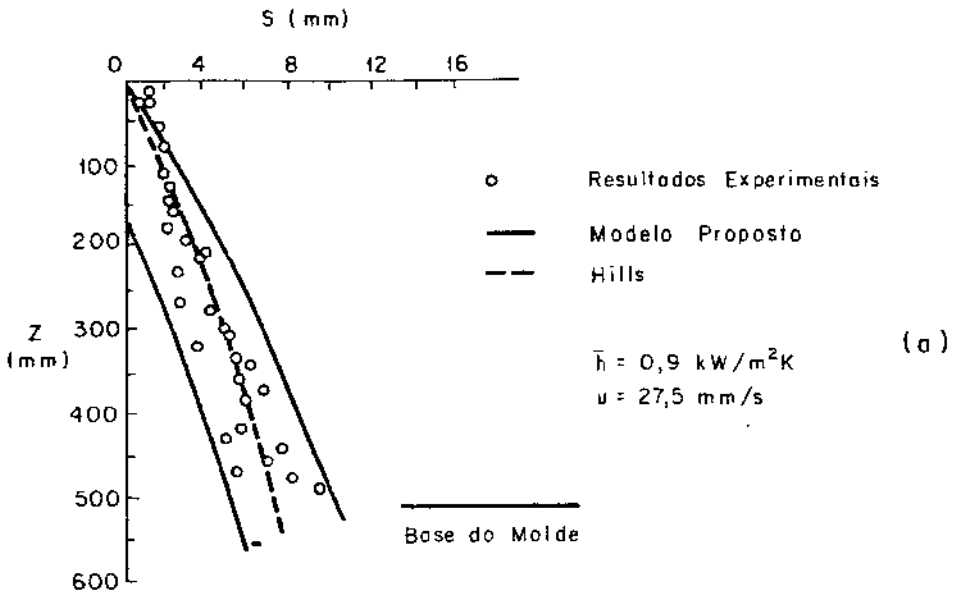


Figura 3.12 - Valores das constantes ϕ_1 e ϕ_2 em função da concentração de carbono do aço, para um superaquecimento de 5K.

respectivamente às composições de 0,1% C, 0,35% C e aço inoxidável tipo 304. A parte (b) destas mesmas figuras apresenta somente uma comparação entre as previsões teóricas dos dois modelos no que diz respeito à variação da temperatura de superfície do lingote no molde, dada a inexistência completa de dados experimentais, conforme já foi comentado. Os pontos experimentais apresentados nas Figuras representam o perfil de solidificação obtido através da injeção de traçadores radioativos ao poço de metal líquido²⁶. Estes traçadores podem se difundir em maior ou menor grau no interior da zona pastosa dependendo de uma série de fatores, tais como: intensidade das correntes convectivas entre os ramos dendríticos, a evolução da fração de sólido dentro da zona pastosa e espaçamentos interdendríticos. Como dois destes fatores são dependentes da composição química do aço, deve-se esperar uma diferença razoável no grau de difusão dos traçadores com a concentração de carbono do aço. Assim sendo, o perfil delineado por estes traçadores deve representar no mínimo um perfil próximo da isoterma "liquidus" e no máximo, em condições extremamente favoráveis de movimentação atômica posições pouco acima da isoterma "solidus". Os pontos experimentais apresentam um espalhamento razoável indicando maior ou menor penetração na zona pastosa. Outro fator que influencia a posição destes traçadores é a diminuição do fluxo de calor na interface metal/molde devido à formação de ondulações periódicas na superfície do lingote (o Capítulo 6 deste trabalho aborda as causas da formação destas ondulações). Como este fator é praticamente inexistente em lingotes de aços de alto carbono, deve-se esperar um perfil de solidificação mais regular.

As previsões teóricas do modelo proposto neste capítulo, relativas ao perfil de solidificação no molde, apresentam, em todos os casos analisados, concordância bastante boa com os resultados experimentais, uma vez que os pontos experimentais se encontram dentro da zona pastosa, raramente ultrapassando os limites fixados pelas isotermas "solidus" e "liquidus". As previsões do modelo de Hills vão adquirindo menor confiabilidade à medida que os intervalos de solidificação crescem (para as diferentes composições químicas), uma vez que admite uma frente plana de solidificação a uma posição intermediária entre "solidus" e "liquidus". Para os aços que apresentam menores intervalos de solidificação (0,1% C e 0,35% C), esta simplificação incorporada no modelo de Hills não compromete, mas à medida que estes intervalos crescem, as previ-



Aço 0,10 % Carbono

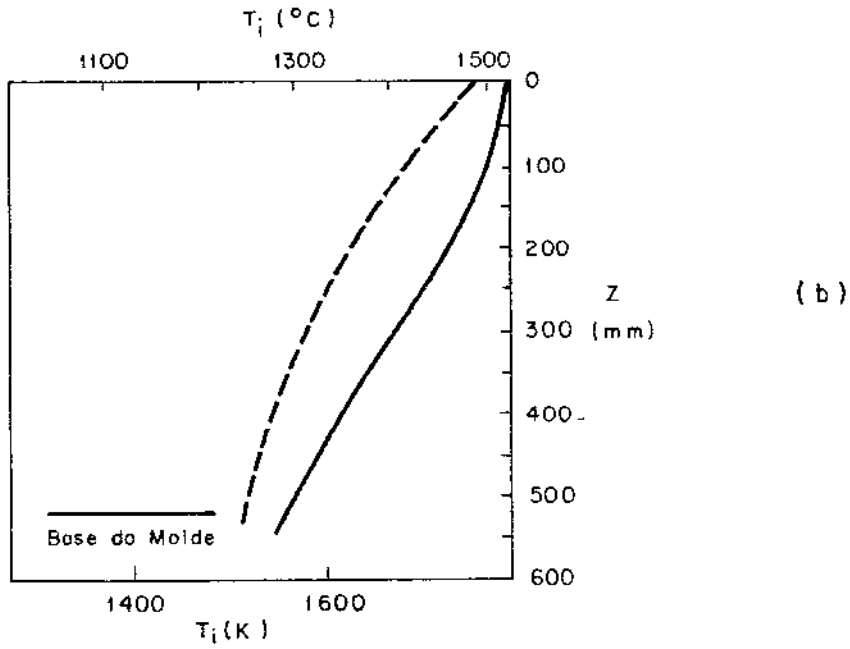
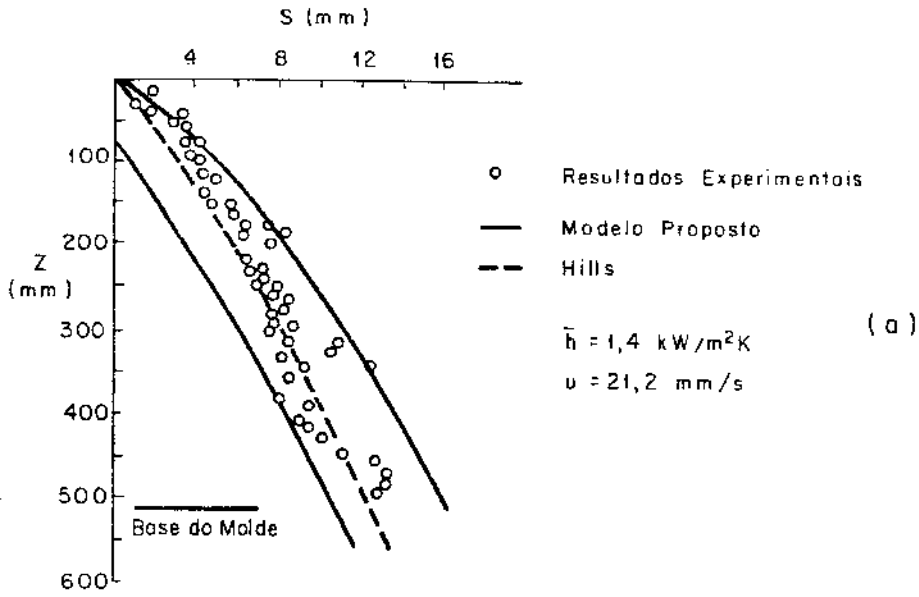


Figura 3.13 - Comparação entre resultados experimentais e previsões teóricas durante a solidificação no molde do lingotamento contínuo:
(a) perfil de solidificação;
(b) temperatura da superfície do lingote.



Aço 0,35 % Carbono

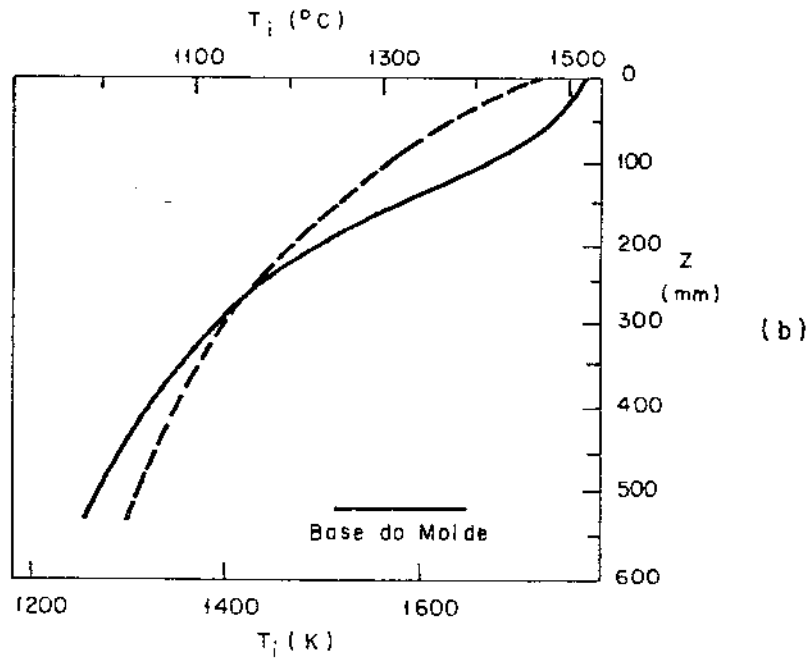
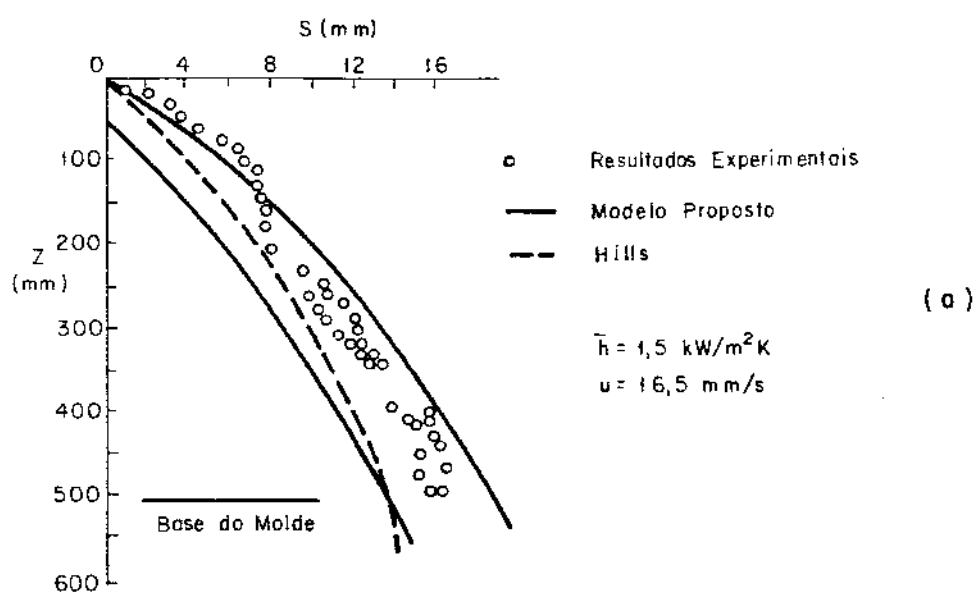


Figura 3.14 - Comparação entre resultados experimentais e previsões teóricas durante a solidificação no molde do lingotamento contínuo:

(a) perfil de solidificação;

(b) temperatura da superfície do lingote.



Aço Inoxidável Tipo 304

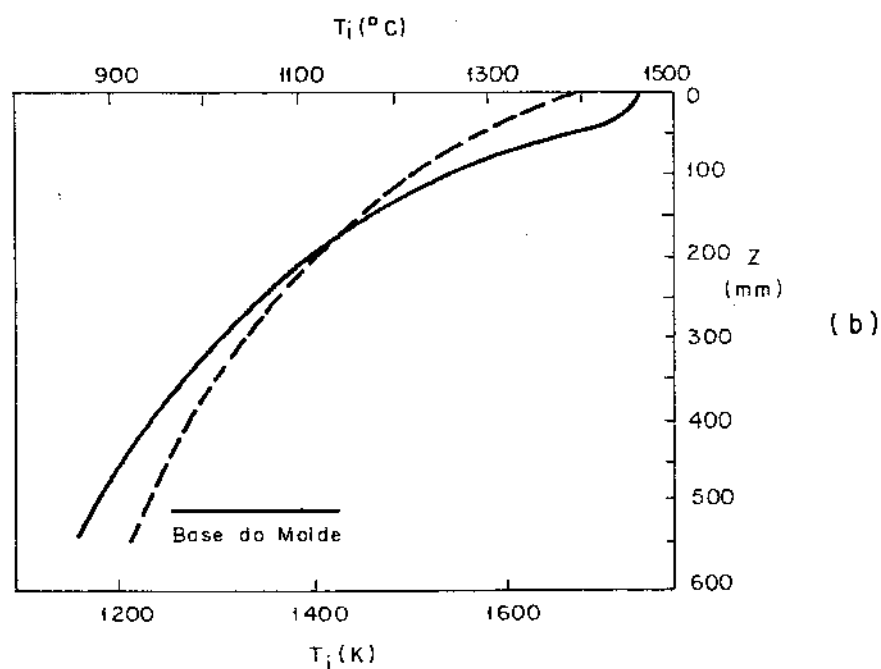


Figura 3.15 - Comparação entre resultados experimentais e previsões teóricas durante a solidificação no molde do lingotamento contínuo:

(a) perfil de solidificação:

(b) temperatura da superfície do lingote.

sões do modelo de Hills tendem a ficar aquém dos resultados experimentais. Isto simplesmente comprova a necessidade de tratar estes casos através de modelos que permitam o acompanhamento de movimento das duas isothermas ao invés de assumir simplesmente frente plana de solidificação. Outro teste interessante para o modelo desenvolvido neste capítulo seria a comparação com as previsões teóricas de um método numérico que considere o movimento independente das isothermas "solidus" e "liquidus". Isto é feito na Figura 3.16 para um aço com 0,62% C. Os resultados experimentais do perfil de solidificação foram obtidos em unidade industrial⁸⁵, por ruptura da casca sólida na saída do molde ("breakout"), enquanto a técnica de diferenças finitas utilizada é a mesma usada na comparação para o caso da solidificação unidirecional neste capítulo, e também em outros trabalhos anteriores^{42,80}. Novamente as previsões teóricas do modelo proposto são bastante compatíveis com os resultados experimentais e com as previsões teóricas do método numérico.

As Figuras de 3.13 a 3.15 apresentam ainda uma comparação entre o modelo proposto e o modelo de Hills, no que diz respeito à variação da temperatura da superfície do lingote, durante a solidificação no molde do lingotamento contínuo. A falta de resultados experimentais impede uma conclusão definitiva a respeito do desempenho dos dois modelos, embora ambos façam previsões de temperaturas superficiais na saída do molde de mesma ordem de grandeza das verificadas praticamente (em torno de 1.000°C dependendo da composição química, e das condições de operação). Esta indicação não é, entretanto, suficiente para se extrair conclusão mais sólida no que diz respeito à previsão de temperaturas, ficando esta conclusão postergada à ocasião em que as dificuldades práticas sejam vencidas e algumas medidas de temperatura do metal no molde do lingotamento contínuo sejam obtidas.

O elevado grau de generalização do modelo proposto, permite analisar comparativamente, e de forma relativamente simples a influência de diferentes variáveis no desempenho do processo de solidificação, como o exemplo mostrado na Figura 3.17 onde analisa-se a influência da concentração de carbono no movimento das isothermas "liquidus" e "solidus" parametrizando-se a resistência térmica da interface metal/molde.

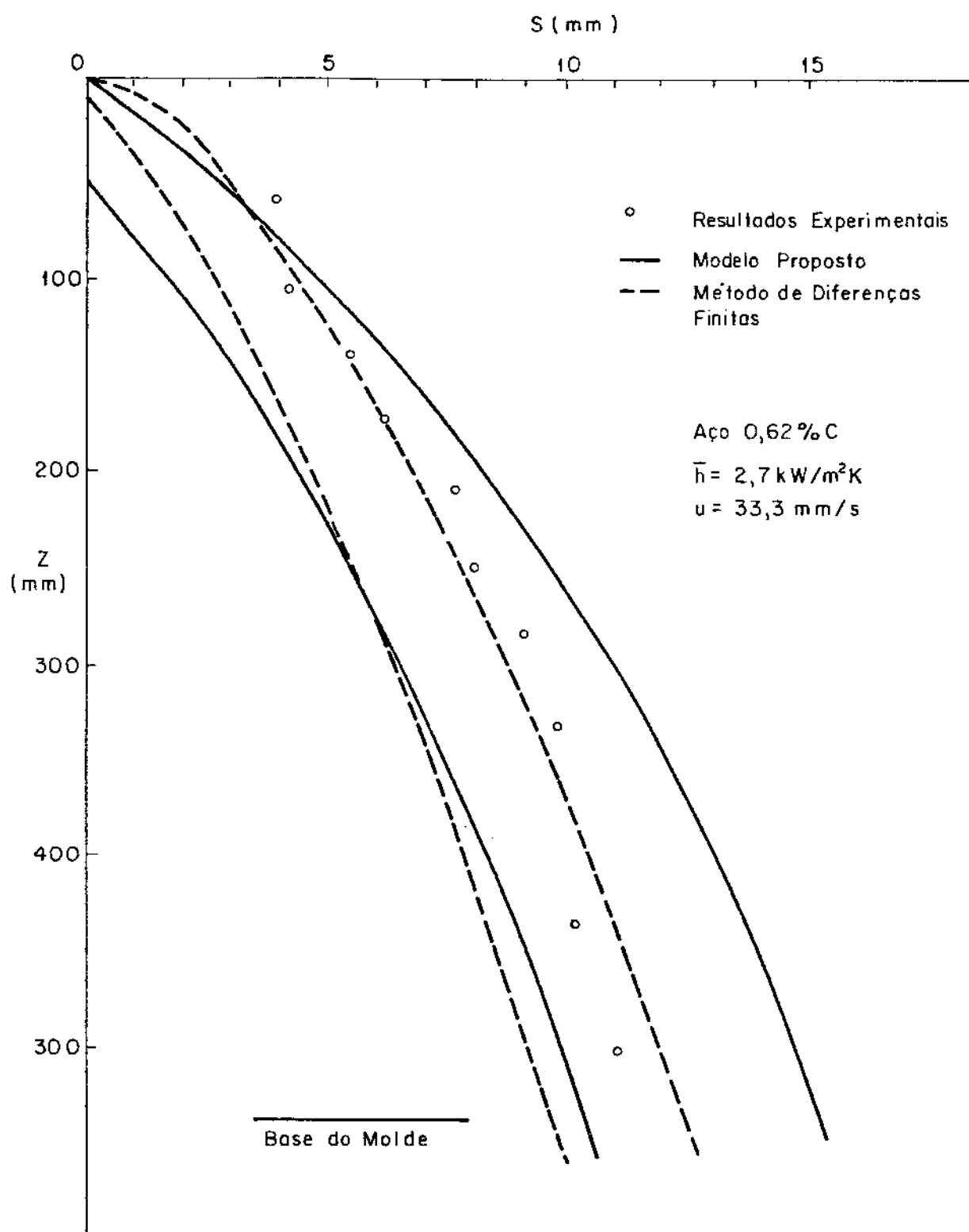


Figura 3.16 - Comparação entre resultados experimentais^{4,2} e previsões teóricas relativas ao perfil de solidificação no molde do lingotamento contínuo.

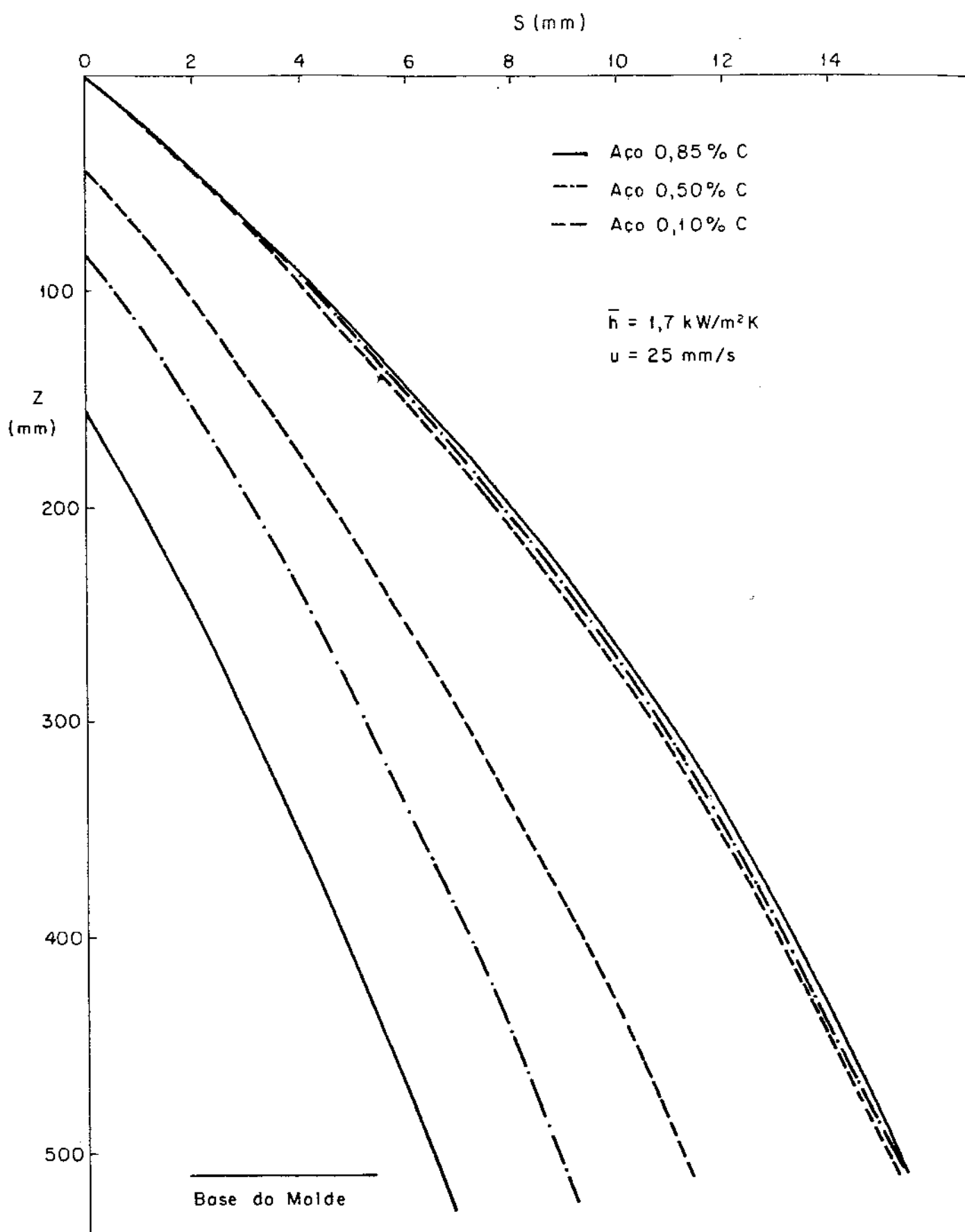


Figura 3.17 - Influência da concentração de carbono do aço no movimento das isotermas "solidus" e "liquidus" segundo previsões teóricas do modelo proposto.

4. CORRELAÇÕES ENTRE PARÂMETROS DE NATUREZA TÉRMICA E PARÂMETROS DA ESTRUTURA DENDRÍTICA

4.1. Estrutura Dendrítica

Na grande maioria das situações práticas de fundição ou lingotamento a estrutura de solidificação apresenta-se com morfologia dendrítica. Uma maneira conveniente e bastante utilizada para medir os efeitos das condições de solidificação sobre a estrutura dendrítica consiste na avaliação de um parâmetro conhecido como espaçamento interdendrítico, ou seja os espaçamentos entre braços dendríticos primários, secundários, ou de maior ordem. É fato bastante conhecido que estes espaçamentos exercem uma influência sensível sobre as propriedades mecânicas das ligas em seu estado bruto de solidificação⁸⁸⁻⁹⁰. Sabe-se também que o grau de homogeneização que se pode alcançar em uma liga, através dos tratamentos industriais de homogeneização normalmente utilizados, depende destes espaçamentos.

Uma série de investigações experimentais realizada para uma grande variedade de ligas mostrou que os espaçamentos interdendríticos são dependentes, para uma determinada composição química, somente da taxa de resfriamento, sendo inversamente proporcional a esta variável elevada a um dado expoente⁹¹⁻¹⁰³. Nestas condições, o único modo de que permite reduzir sensivelmente estes espaçamentos, consiste em alterar as condições de fluxo de calor do sistema metal/molde, aumentando a taxa local de resfriamento e reduzindo o tamanho da zona pastosa, resultando conseqüentemente numa redução dos espaçamentos interdendríticos e da incidência de macrosegregação. Recentemente, surgiu uma série de iniciativas de pesquisa objetivando a criação de dispositivos operacionais que permitam aumentar a taxa de transporte de calor do sistema metal/molde. O processo de solidificação realizado nestas condições permite influenciar pelo menos duas importantes características dimensionais da estrutura metalográfica, quais sejam: o tamanho de grão e os espaçamentos interdendríticos. Esta segunda característica estrutural parece ter mais influência sobre as propriedades mecânicas do que a primeira, e é muito mais dependente da taxa de resfriamento. Com o aumento da taxa de resfriamento os espaçamentos interdendríticos tornam-se menores, mas o tamanho de grão pode eventual

mente não ser alterado significativamente. O tamanho de grão depende, por outro lado, muito mais da história do metal, ou seja: presença ou ausência de refinadores de grão no banho de metal líquido, grau de superaquecimento, dentre outros fatores.

4.2. Modelos de Crescimento Dendrítico

Uma série de investigações experimentais evidenciou claramente a dependência dos espaçamentos interdendríticos de primeira ou segunda ordem, da taxa de resfriamento, ou em outras palavras do produto do gradiente térmico pela velocidade de solidificação ($\dot{T} = G.V$). Outra maneira de explicitar esta dependência consiste em relacionar os espaçamentos com o tempo local de solidificação (t_{SL}), que é definido para uma dada posição no metal, como o tempo entre o início e o fim da solidificação nesta posição, sendo inversamente proporcional à taxa de resfriamento neste ponto, ou seja:

$$t_{SL} = \frac{\Delta T}{G.V} = \frac{\Delta T}{\dot{T}} \quad (4.1)$$

sendo ΔT o intervalo de solidificação, para condições fora do equilíbrio. De acordo com Flemings⁸⁸ os espaçamentos interdendríticos são determinados através de relações do tipo:

$$\lambda = C_1 t_{SL}^\eta = C_2 (G.V)^{-\eta} \quad (4.2)$$

onde o expoente η variaria na faixa de $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$ para espaçamentos secundários e assumiria um valor próximo de $1/2$ para espaçamentos primários. Os valores do expoente η são geralmente obtidos através de trabalhos experimentais, e a literatura apresenta diversos trabalhos onde este expoente é quantificado⁹¹⁻¹⁰³. Dentre estes trabalhos experimentais destaca-se o realizado por Suzuki et al.¹⁰³ para a solidificação de aços na faixa de 0,14 a 0,88% de Carbono, dada a importância prática deste material. Recentemente

surgiram uns poucos modelos completamente teóricos, e que por isto mesmo permitem uma visão muito mais generalizada do problema. Entre estes modelos destacam-se o de Hunt¹⁰⁴ para espaçamentos celulares ou dendríticos primários, e o de Feurer¹⁰⁵ para espaçamentos dendríticos de segunda ordem.

4.2.1. Modelo de Hunt

Hunt propôs recentemente um modelo de crescimento que relaciona espaçamentos celulares ou dendríticos primários com velocidade e gradiente de temperatura durante a solidificação. Para tanto assume que as dendritas cresçam com um formato regular, podendo aplicar a análise tanto para células quanto para dendritas, chegando à seguinte expressão:

$$\lambda_1^4 = -64 \theta D_3 \left[m'(1-k) C_o + k' G_L D_3 V^{-1} \right] G_L^{-2} V_L^{-1} \quad (4.3)$$

ou

$$\lambda_1^4 = 64 \theta D_3 \gamma \quad (4.4)$$

sendo

$$\gamma = -G_L^{-2} V_L^{-1} \left[m'(1 - k) C_o + k' G_L D_3 V_L^{-1} \right] \quad (4.5)$$

Deve-se notar que na condição crítica em que o superesfriamento constitucional surge na interface plana, o termo $[m'(1-k)C_o + k' G_L V_L^{-1}]$ se anula, já que o critério de estabilidade da interface sólido/líquido é dado por:

$$\frac{G}{V} > \frac{C_o m'(1 - k)}{k' D_3} \quad (4.6)$$

Quando a condição crítica é ultrapassada, através do aumento de V ou C_0 e/ou da diminuição de G , o termo $m'(1 - k')C_0$ torna-se rapidamente o termo dominante, fazendo com que para a maior parte da faixa de crescimentos, a equação (4.4) possa ser reduzida a:

$$\lambda_1^4 = -64 \theta D_3 \left[m'(1 - k')C_0 \right] G_L^{-2} V_L^{-1} \quad (4.7)$$

Considerando-se ainda que as linhas solidus e liquidus do diagrama de equilíbrio possam ser representadas aproximadamente por linhas retas, conforme o esquema da Figura 4.1, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$\Delta T \cdot k = m' C_0 (k' - 1) \quad (4.8)$$

Substituindo-se esta expressão na equação (4.7), esta última se reduz a:

$$\lambda_1^4 = 64 \theta D_3 \Delta T k' G_L^{-2} V_L^{-1} \quad (4.9)$$

ou ainda

$$\lambda_1 = 2,83 (\theta D_3 \Delta T k')^{\frac{1}{4}} G_L^{-\frac{1}{2}} V_L^{-\frac{1}{4}} \quad (4.10)$$

Esta última expressão foi comprovada experimentalmente por Hunt¹⁰⁴, e permite uma conclusão importante uma vez que ao contrário do que se admitia até então, o espaçamento dendrítico primário (λ_1) não é afetado na mesma proporção pelo gradiente e pela velocidade de solidificação, uma vez que λ_1 é inversamente proporcional à raiz quadrada do gradiente e à raiz quarta da velocidade. A relação mostra que o espaçamento é mais sensível às mudanças no gradiente de temperatura do que mudanças na velocidade ou composição.

4.2.2. Modelo de Feurer

Baseado em uma série de considerações teóricas, dentre as quais assume que os ramos dendríticos apresentam formato cilíndrico, Feurer propõe um modelo de crescimento que relaciona o espa

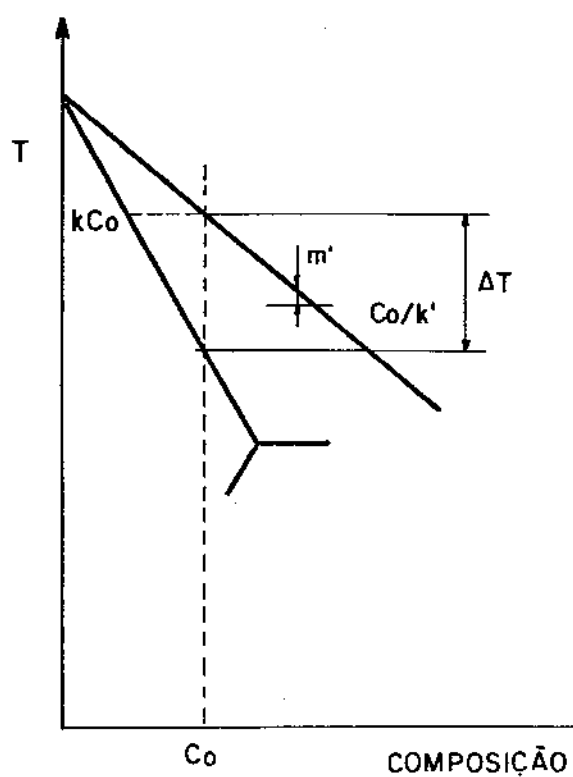


Figura 4.1 - Representação esquemática do diagrama de equilíbrio binário parcial, com as linhas liquidus e solidus representadas por linhas retas.

çamento dendrítico secundário (λ_2) com o tempo de solidificação local (t_{SL}), através da seguinte relação:

$$\lambda_2 = 4,36 (\bar{M} t_{SL})^{\frac{1}{3}} \quad (4.11)$$

sendo $\bar{M}$ dado por:

$$\bar{M} = \frac{2 \sigma_{SL} D_3 T_L \ln (C_E/C_O)}{H (1 - k)m' (C_E - C_O)} \quad (4.12)$$

Esta última equação representa a influência específica de cada sistema binário, e em particular da composição química. A Figura 4.2 apresenta valores do parâmetro $\bar{M}$ em função da porcentagem de elemento de liga presente na composição, para vários sistemas binários tendo como elemento base o Alumínio. Os valores de $\bar{M}$ foram calculados tomando-se como base os valores das características físicas destes sistemas, apresentados na Tabela 4.1. Estas relações desenvolvidas por Feurer foram comprovadas experimentalmente para diversos sistemas binários, através de resultados experimentais obtidos por diferentes autores, tendo apresentado uma concordância bastante razoável em todos os casos analisados¹⁰⁵.

4.2.3. Equação experimental de Suzuki et al.

Através de investigações sistemáticas de laboratório realizadas por Suzuki et al.¹⁰³, para o caso de solidificação de aços com composições variando de 0,14% até 0,88% em peso de Carbono chegou-se à seguinte relação entre o espaçamento dendrítico secundário e a taxa de resfriamento ($\dot{T}$):

$$\lambda_2 = 146 \dot{T}^{-0,39} \quad (4.13)$$

A variação da concentração de Carbono na composição do aço não afetou significativamente as constantes da equação (4.13), e os resultados experimentais não apresentaram grande variação em relação aos valores calculados através da equação (4.13), Suzuki realizou ainda alguns trabalhos experimentais com ligas Ferro-Cromo para de

CONSTANTES	LIGAS				UNIDADES
	AlCu	AlFe	AlMg	AlSi	
C _E	33.0	1.70	35.0	12.5	%
T _E	548	655	450	577	°C
K'	0.172	0.029	0.439	0.132	-
m' _L	-3.39	-2.94	-6.00	-6.64	°C/%
D _L	5.0	1.0	4.0	5.0	10 ⁻⁵ cm ² /s
σ _{SL}	100				erg/cm ²
H	-1.0 · 10 ¹⁰				erg/cm ³

Tabela 4.1 - Valores de características físicas de ligas de Alumínio utilizados na determinação do parâmetro $\bar{M}$.

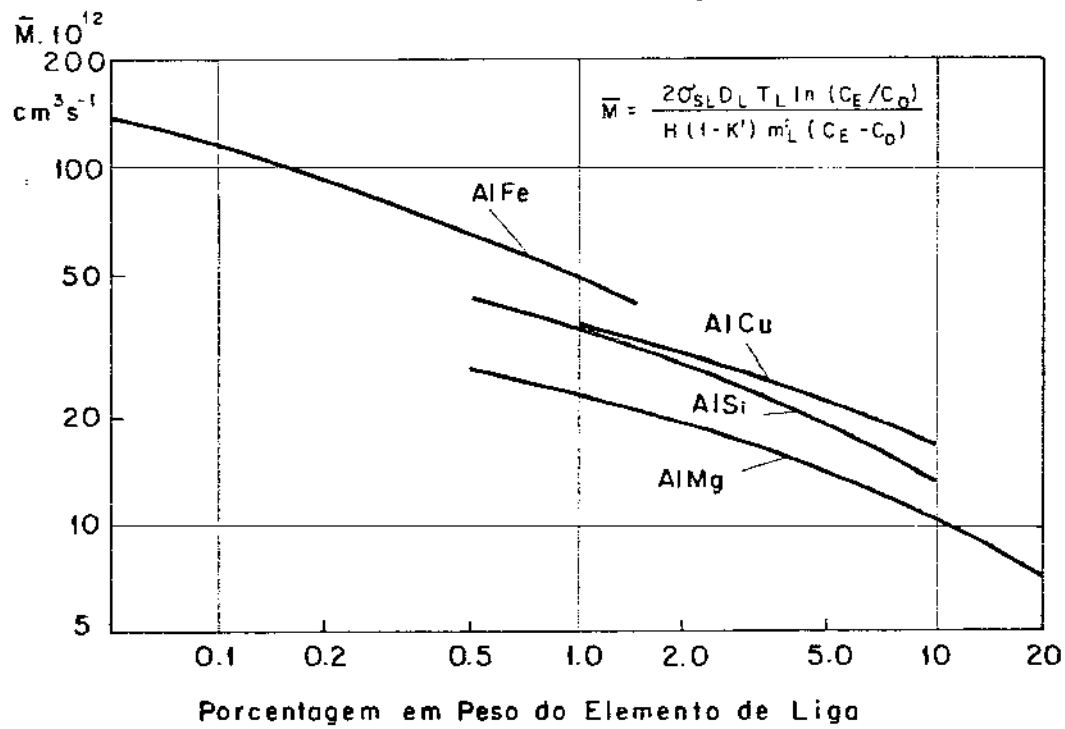


Figura 4.2 - Variação da constante $\bar{M}$ com o percentual em pêso do elemento de liga para algumas ligas de Alumínio.

ra determinar relações entre o espaçamento dendrítico primário, gradiente e velocidade de solidificação, chegando de acordo com a análise de Hunt, a valores de expoentes de G e V semelhantes aos obtidos no modelo teórico de Hunt¹⁰⁴. A equação (4.13) é a única relação exclusivamente experimental existente na literatura que tenta cobrir uma faixa ampla de ligas de composições químicas diferentes.

4.3. Parâmetros Térmicos

As secções anteriores mostraram que os espaçamentos interdendríticos são dependentes de parâmetros térmicos tais como, gradiente térmico, velocidade de solidificação, taxa de resfriamento ou tempo local de solidificação. Todos estes parâmetros podem ser calculados através do modelo analítico de solidificação apresentado nos Capítulos 2 e 5 para frente plana de solidificação ou através do modelo analítico para solidificação de ligas binárias desenvolvido no Capítulo 3. Uma forma mais simplificada para calcular estes parâmetros térmicos, consiste em considerar aproximações como solidificação com interface sólido/líquido plana, e ausência de superaquecimento no líquido. Nestas condições, um balanço térmico na interface sólido/líquido levaria à seguinte expressão:

$$k_1 G_1 = H d_1 \frac{dS}{dt} \quad (4.14)$$

ou ainda

$$G_1 = \frac{H d_1}{k_1} \frac{dS}{dt} = \frac{H d_1}{k_1} V \quad (4.15)$$

A velocidade de solidificação pode ser calculada através da equação de cinética de solidificação do modelo analítico, conforme apresentada no Capítulo 2, e é dada por:

$$V = \frac{dS}{dt} = \left[\frac{1}{2 a_1 \phi^2} S + \frac{H d_1}{h(T_f - T_0)} \right]^{-1} \quad (4.16)$$

Por outro lado, a taxa de resfriamento $\dot{T}$ é dada pela seguinte relação:

$$\dot{T} = \frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (4.17)$$

A expressão (4.17) avaliada na interface sólido/líquido ($x = S$) se reduz a:

$$\dot{T} = \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=S} \cdot \frac{dS}{dt} = G_1 v \quad (4.18)$$

Combinando-se a equação (4.18) com a equação (4.15) tem-se:

$$\dot{T} = \frac{H d_1}{k_1} v^2 \quad (4.19)$$

Esta última equação pode ainda ser combinada com a equação (4.16) para explicitar $\dot{T}$ em função de características do sistema metal/molde, resultando em:

$$\dot{T} = \frac{H d_1}{k_1} \left[\frac{1}{2 a_1 \phi^2} S + \frac{H d_1}{h(T_f - T_o)} \right]^{-2} \quad (4.20)$$

A expressão (4.20) permite calcular o valor da taxa de resfriamento nos diferentes pontos do metal no instante de solidificação, permitindo posterior estimativa dos valores de espaçamentos interdendríticos através da utilização da equação (4.1) e dos modelos de crescimento dendrítico.

Para evitar-se as simplificações assumidas anteriormente, como frente plana de solidificação e ausência de superaquecimento, e para permitir a determinação dos parâmetros térmicos em uma faixa de condições bastante ampla de solidificação de ligas metálicas, podem ser utilizadas as relações matemáticas desenvolvidas no Capítulo 3 para a análise da transferência de calor durante a solidifi

cação de ligas binárias. Assim sendo, para uma posição qualquer no metal à partir da interface metal/molde (X), os tempos correspondentes às passagens das isotermas solidus e liquidus por este ponto, durante a solidificação, são dados pelas equações (3.16) e (3.19), ou seja:

$$t_S = \alpha_S X^2 + \beta_S X + \delta \quad (4.21)$$

e

$$t_L = \alpha_L X^2 + \beta_L X \quad (4.22)$$

e o tempo local de solidificação t_{SL} é determinado pela diferença entre as equações (4.21) e (4.22):

$$t_{SL} = (\alpha_S - \alpha_L) X^2 + (\beta_S - \beta_L) X + \delta \quad (4.23)$$

Esta última equação permite a determinação de espaçamentos interdendríticos através dos modelos de crescimento dendrítico que relacionem λ com t_{SL} , ou $\dot{T}$. Outros modelos dendríticos que relacionem os espaçamentos diferentemente com gradiente e velocidade, como o modelo de Hunt, necessitam destes parâmetros calculados independentemente. A velocidade dos pontos das dendritas pode ser calculada a partir da equação (3.19) que representa a cinética de deslocamento da isoterma liquidus, e é dada por:

$$V_L = (2 \alpha_L S_L + \beta_L)^{-1} \quad (4.24)$$

enquanto que o gradiente térmico no metal líquido junto à isoterma liquidus ($x = S_L$), pode ser determinado pela equação (3.43) avaliada neste ponto, ou seja:

$$G_L = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=S_L} = \frac{2 (T_V - T_L) m \phi_2}{\sqrt{\pi} [1 - \text{erf}(m\phi_2)] \exp(m^2 \phi_2^2) (S_L + L_0)} \quad (4.25)$$

No caso em que $G_L \rightarrow 0$, o gradiente na região sólido/líquido deve permanecer finito uma vez que o calor latente deve ser removido, e será este o gradiente que controla a taxa de resfriamento e consequentemente o espaçamento interdendrítico. O gradiente nesta região é dado pela equação (3.40), que avaliada em $x = S_L$ resulta em:

$$G_{SL} = \left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=S_L} = \frac{2 (T_L - T_S) \phi_2}{\sqrt{\pi} [\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)] \exp(\phi_2^2) (S_L + L_0)} \quad (4.26)$$

4.4. Análise Experimental e Discussão

Nos itens anteriores ficou clara a influência dos parâmetros térmicos impostos pelo sistema metal/molde sobre a estrutura dendrítica formada. Nestas condições, uma vez fixado este sistema, pode-se calcular os parâmetros térmicos de interesse, através das expressões desenvolvidas no item 4.3 e correlacioná-los com os modelos de crescimento dendrítico. Para ligas de pequenos intervalos de solidificação, a exemplo do que se fez na determinação de cinética de solidificação e distribuição de temperaturas, o modelo analítico que assume frente plana de solidificação poderia ser utilizado, permitindo cálculos mais rápidos e simplificados. Assim sendo, pode-se obter uma expressão geral que correlacione espaçamentos dendríticos de primeira e segunda ordem com tempo local de solidificação ou taxa de resfriamento, combinando-se as expressões (4.1), (4.2) e (4.20) resultando na seguinte relação:

$$\lambda_{1,2} = C_{1,2} \left\{ \Delta T \frac{k_1}{Hd_1} \left[\frac{1}{2 a_1 \phi^2} S + \frac{Hd_1}{h(T_f - T_0)} \right]^2 \right\}^{\eta_{1,2}} \quad (4.27)$$

onde os índices 1.e 2 referem-se respectivamente a espaçamentos primários e secundários e C e η são constantes que decorrem dos modelos de crescimento dendrítico. No caso de modelos em que λ_1 é função de G e V com expoentes diferentes ao invés de um único expoente, a equação (4.27) deve ser reescrita combinando-se as equa-

ções (4.1), (4.2), (4.15) e (4.16). No caso de se utilizar um modelo de crescimento dendrítico completamente teórico, a expressão (4.27) permite estimativas de λ_1 ou λ_2 através de um procedimento totalmente teórico, representando ainda a expressão mais simples deste procedimento. Nota-se pela equação (4.27), que uma vez fixa dos metal e molde (lembrando que a expressão é válida para $\Delta T_V \rightarrow 0$), o único parâmetro que permite variação é a resistência térmica da interface metal/molde, o que demonstra que nestas condições este parâmetro consiste no único meio de alteração dos espaçamentos dendríticos, o que permitiria em outras palavras programar λ_1 e λ_2 em função de h .

No caso de ligas com faixa extensiva de solidificação, as simplificações introduzidas para se chegar à equação (4.27) induziriam erros sensíveis nos resultados finais dos cálculos. Assim sendo, é necessário introduzir expressões mais precisas para o cálculo dos parâmetros térmicos de interesse, como a equação (4.23) para o cálculo do tempo local de solidificação, ou as equações (4.24) e (4.25) quando se tratar de correlação independente com G e V . No caso de correlação direta com t_{SL} , a combinação das equações (4.2) e (4.23) permite chegar a seguinte expressão geral que permite a determinação dos espaçamentos dendríticos para ligas com intervalos de solidificação mais amplos:

$$\lambda_{1,2} = C_{1,2} \left[(\alpha_S - \alpha_L) X^2 + (\beta_S - \beta_L) X + \delta \right]^{n_{1,2}} \quad (4.28)$$

Esta última expressão, de forma semelhante à equação (4.27), permite estimar de maneira completamente teórica espaçamentos dendríticos em função de parâmetros do sistema metal/molde.

Para a verificação destas expressões que correlacionam parâmetros térmicos e estruturais, foram utilizados parâmetros térmicos medidos experimentalmente durante a solidificação unidirecional de lingotes de ligas Al 4,5 Cu e Al 15 Cu em moldes refrigerados a água (Vide Capítulo 3). Estes lingotes foram seccionados em sentido longitudinal, passando posteriormente por polimento eletrolítico à várias posições a partir da interface metal/molde, com a finalidade de revelar a estrutura dendrítica. Utilizando-se em seguida um método de intersecção dos ramos dendríticos, foram medi-

dos os espaçamentos de segunda ordem no visor de um banco metalográfico, e com aumentos variáveis de até 2.000 vezes.

Existe na literatura uma série de trabalhos experimentais com a liga Al 4,5 Cu que estabelecem relações entre espaçamento dendrítico secundário e tempo local de solidificação^{81,91-93}. Dentre estes trabalhos destaca-se o de Bower et al⁹³, por representar um consenso racional entre os vários trabalhos experimentais, tendo estabelecido a seguinte equação experimental:

$$\lambda_2 = 7,5 t_{SL}^{0,33} \quad (4.29)$$

Conforme foi apresentado no item 4.2, Feurer¹⁰⁵ desenvolveu um modelo teórico que permite também correlacionar λ_2 com t_{SL} , que embora tenha a vantagem de apresentar elevado grau de generalização, tem sua precisão limitada, não somente pela incorporação de hipóteses simplificadoras no desenvolvimento do modelo, mas também pela falta de informações precisas e confiáveis a respeito das propriedades termofísicas das ligas que se pretenda analisar. O tratamento de Feurer, de acordo com as equações (4.11) e (4.12) e com as informações contidas na Tabela 4.1 e Figura 4.2, conduz às seguintes relações:

Al 4,5 Cu

$$\lambda_2 = 12,1 t_{SL}^{0,33} \quad (4.30)$$

e

Al 15 Cu

$$\lambda_2 = 9,9 t_{SL}^{0,33} \quad (4.31)$$

onde λ_2 é dado em μm e t_{SL} em segundos. A Figura 4.3 apresenta uma comparação entre as medidas experimentais do espaçamento dendrítico secundário obtidas no lingote de Al 4,5 Cu, e as previsões fornecidas pela equação (4.28) combinada com as constantes (C_2 e η_2) obtidas na análise experimental de Bower et al. (equação 4.29) e

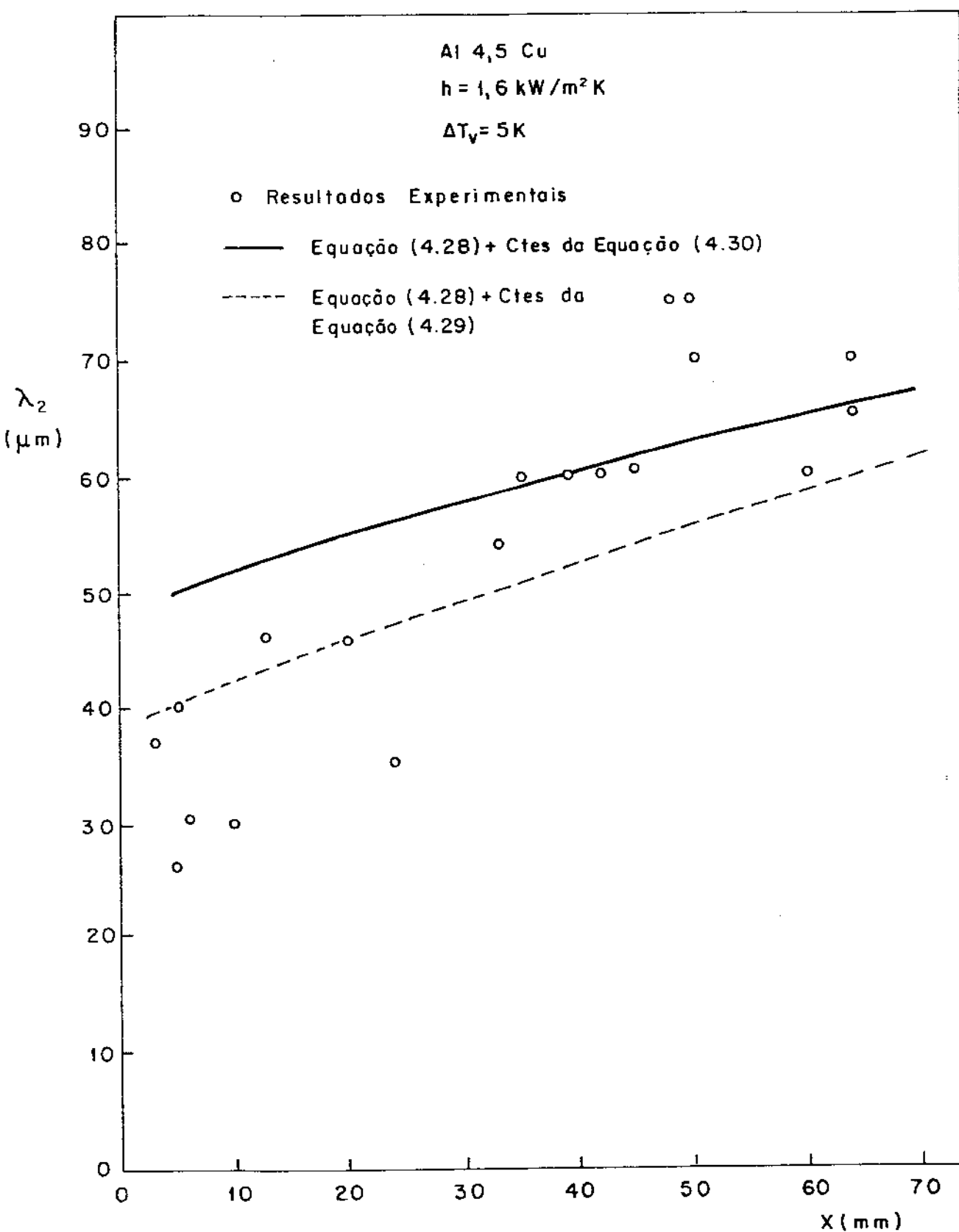


Figura 4.3 - Comparação entre previsões teóricas e resultados experimentais obtidos em lingote de liga Al 4,5 Cu solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água.

no tratamento teórico de Feurer (equação 4.30). Pode-se notar que, embora o espalhamento dos resultados experimentais seja bastante sensível, (o que se verifica sempre que se trata de solidificação sem controle artificial de parâmetros térmicos, como experiências com solidificação direcional onde se mantém ou G ou V constante enquanto o outro parâmetro é variado⁸⁰) a utilização das constantes da equação de Bower et al. na equação (4.28) representa melhor a média dos pontos experimentais. Isto era de se esperar dado que a análise teórica de Feurer, conforme comentado anteriormente depende muito da precisão das informações relativas às propriedades termofísicas da liga, propriedades estas difíceis de serem obtidas na literatura, quando não contraditórias em fontes diversas. Cabe salientar entretanto, que mesmo com estas incertezas, as previsões teóricas utilizando-se as constantes do tratamento de Feurer são compatíveis com os resultados experimentais obtidos.

A Figura 4.4 apresenta uma comparação entre as medidas experimentais de λ_2 e as previsões teóricas fornecidas pela combinação das constantes da equação (4.31) e valores de t_{SL} obtidos pelo modelo analítico de solidificação desenvolvido no Capítulo 3 ou obtidos por um método de diferenças finitas⁸⁰. Neste caso não existe comparação com equações experimentais de crescimento dendrítico, já que a literatura não apresenta este tipo de equação para esta composição química, o que torna a análise de Feurer a única utilizável neste caso. As previsões teóricas são feitas utilizando-se tanto o método analítico quanto o método numérico na determinação dos valores de t_{SL} justamente para permitir também uma comparação entre estas técnicas na previsão de λ_2 , já que a Figura 4.3 já permitiu que se tenha uma idéia a respeito da concordância que se obtém quando se utiliza o modelo de crescimento dendrítico de Feurer. Pode-se notar na Figura 4.4 que a exemplo do que ocorreu no caso da liga Al 4,5 Cu, as previsões teóricas embora não representem exatamente uma média dos resultados experimentais, são bastante compatíveis com estes resultados. Nota-se que as previsões obtidas pelos métodos numérico e analítico são apenas ligeiramente diferentes, embora para posições mais próximas da interface metal/molde o cálculo de t_{SL} pelo método de diferenças finitas conduz a uma tendência de concordância com os resultados experimentais um pouco melhor. A diferença neste caso não é entretanto significativa a ponto de justificar a utilização de métodos nu-

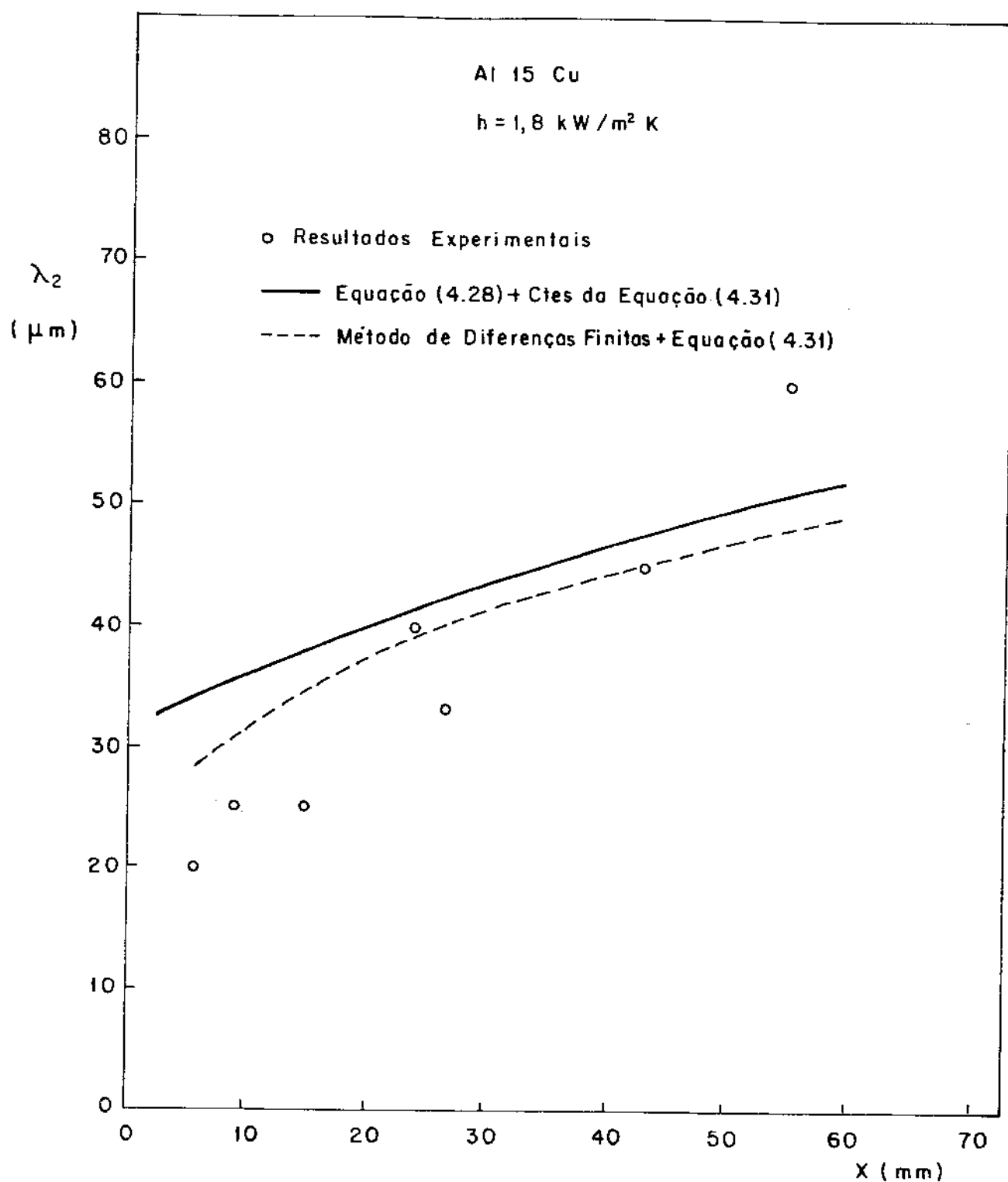


Figura 4.4 - Comparação entre previsões teóricas e resultados experimentais obtidos em lingote de liga Al 15 Cu solidificado unidirecionalmente em molde refrigerado a água.

méricos e facilidades computacionais na estimativa do espaçamento interdendrítico.

A utilização da equação (4.28) juntamente com as constantes C e η determinadas pela análise teórica de Feurer, permite que se analise a influência de parâmetros individuais do sistema metal/molde nos valores dos espaçamentos interdendríticos. A Figura 4.5 apresenta uma análise deste tipo, onde fixou-se a composição química da liga, e o superaquecimento variando-se a condutância térmica metal/molde. Pode-se notar que a influência do parâmetro h nos valores de λ_2 é bastante significativa, mostrando uma queda bastante sensível neste último parâmetro à medida que h cresce. O efeito da condutância térmica metal/molde no tempo local de solidificação depende do valor adimensional hX/k . À medida que o valor desta relação decresce, a influência de h no processo de solidificação cresce, culminando com a situação onde a solidificação é controlada essencialmente pela resistência térmica da interface metal/molde. A Figura 4.6 apresenta outra análise onde fixa-se composição química e condutância térmica metal/molde, variando-se o grau de superaquecimento. Nota-se que o superaquecimento apresenta também uma influência razoável no valor de λ_2 , fazendo com que este parâmetro diminua à medida que o superaquecimento cresce. Na solidificação unidirecional a existência de um gradiente de temperatura positivo à frente das pontas das dendritas causam geralmente um retardamento na velocidade de deslocamento das pontas das dendritas maior do que na velocidade das raízes, diminuindo consequentemente o comprimento da zona pastosa e o tempo local de solidificação. Pode-se manter um gradiente de temperatura positivo à frente das pontas das dendritas através da utilização do superaquecimento na ausência de convecção (conforme o caso da Figura 4.6), ou através do suprimento de calor ao banho de metal líquido quando a convecção for significativa. Qualquer condição que permita que as pontas das dendritas sejam aceleradas em relação às raízes é prejudicial às propriedades do lingote no seu estado bruto de fusão. Primeiramente aumentariam os tempos locais de solidificação e consequentemente os espaçamentos interdendríticos e em segundo lugar a existência de zonas pastosas maiores conduziria a macrosegregação mais extensiva ou mesmo vazios entre ramos dendríticos ("hot tearing").

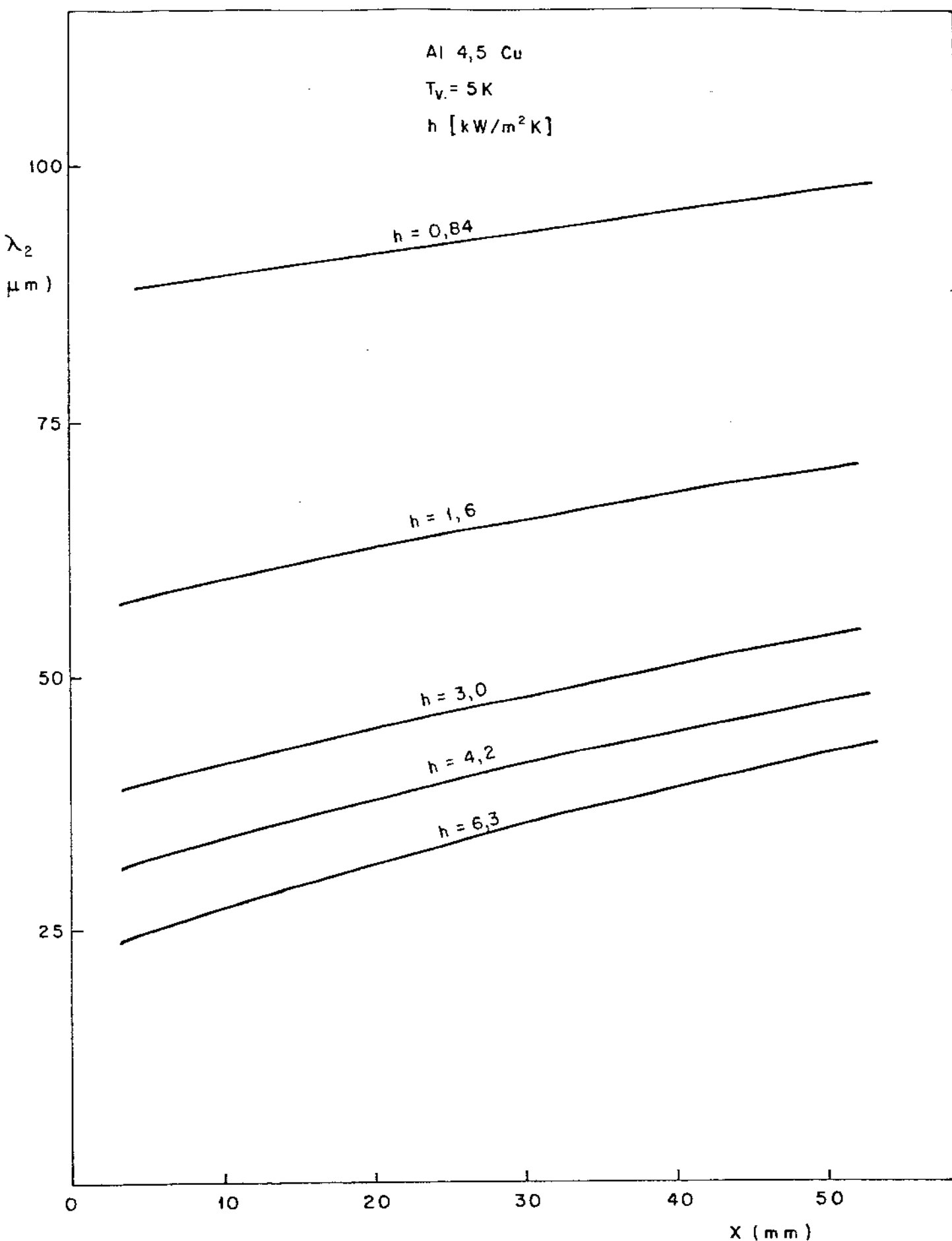


Figura 4.5 - Influência do parâmetro h na variação do espaçamento interdendrítico secundário com a distância da interface metal/molde, para a liga Al 4,5 Cu, solidificada em molde refrigerado a água de acordo com as previsões teóricas da equação (4.28) e constantes da equação (4.30).

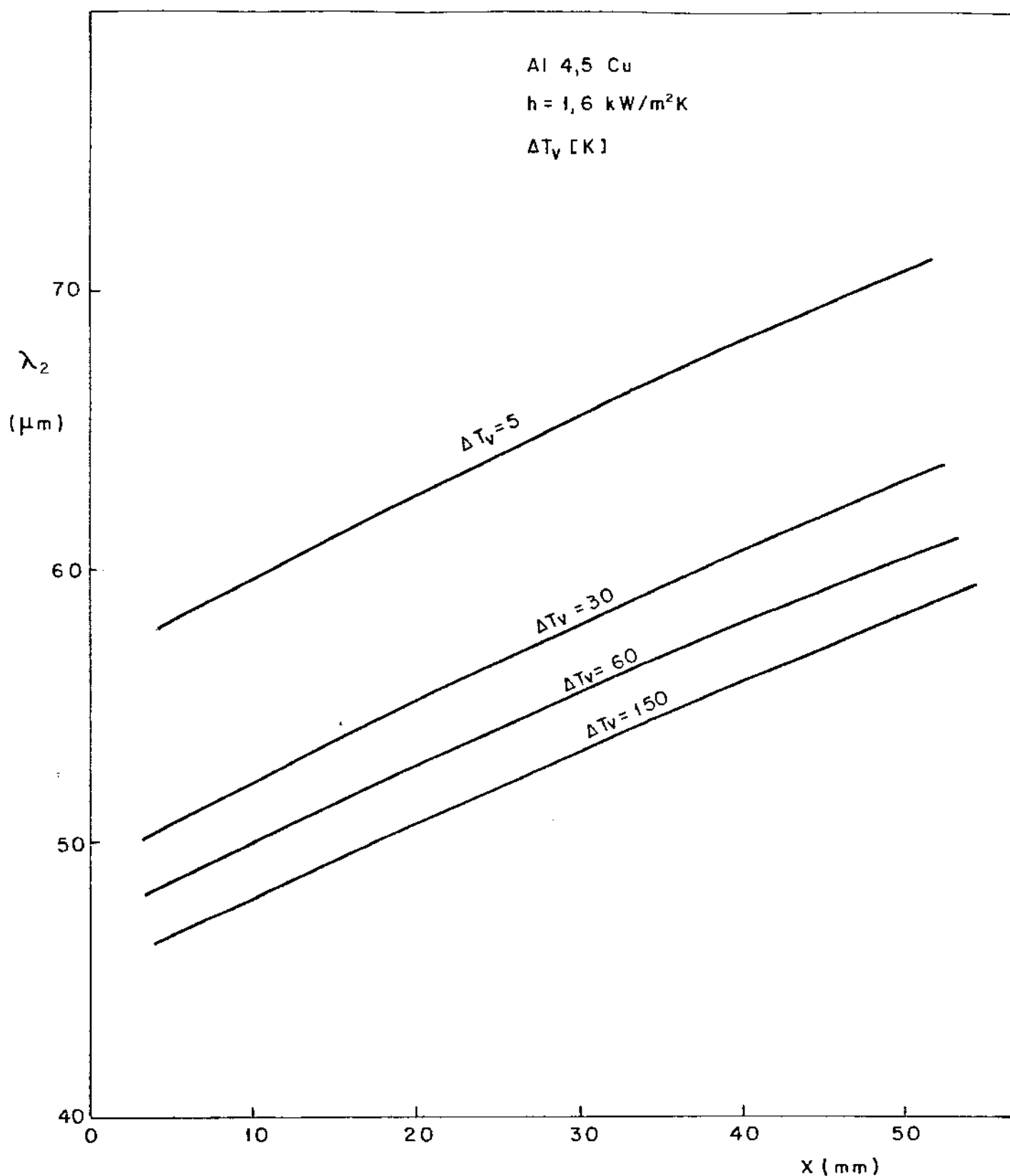


Figura 4.6 - Influência do superaquecimento no metal líquido (ΔT_v) na variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para a liga Al 4,5 Cu solidificado em molde refrigerado a água e $h = 1.6 \text{ kW/m}^2\text{K}$, de acordo com as previsões teóricas da equação (4.28) e constantes da equação (4.30).

Outro aspecto que pode ser analisado a partir dos resultados experimentais e das previsões teóricas apresentados nas Figuras 4.3 e 4.4, consiste na influência do teor de soluto sobre o espaçamento dendrítico secundário. Nota-se que à medida que o teor de soluto aumenta (de 4,5 a 15% Cu) decrescem os valores de λ_2 . Alguns outros trabalhos teóricos e experimentais evidenciaram esta tendência mesmo para espaçamentos primários^{91,92} embora ainda não existam explicações conclusivas sobre esta influência.

Outra importante área de aplicação das condições descritas neste capítulo consiste no lingotamento contínuo do aço. Neste particular, existem na literatura medidas experimentais de espaçamentos primários e secundários realizadas na casca sólida de um lingote de aço com 0,62% C solidificado no molde do lingotamento contínuo⁴². A literatura apresenta também equações experimentais que relacionam λ_1 e λ_2 com t_{SL} para um aço com concentração de Carbono bastante próxima desta composição, e que foram obtidas em trabalho experimental de Jacobi et al.⁹⁶ e são dadas por:

$$\lambda_1 = 35,6 t_{SL}^{0,49} \quad (4.32)$$

e

$$\lambda_2 = 15,8 t_{SL}^{0,44} \quad (4.33)$$

onde novamente λ_1 e λ_2 são dados em μm e t_{SL} em segundos. Naturalmente os modelos teóricos de Feurer e o de Hunt poderiam ser utilizados na análise, mas novamente devido à incerteza das propriedades termofísicas e dada a existência de uma relação experimental obtida para esta composição é preferível a utilização desta última. As Figuras (4.7) e (4.8) mostram respectivamente previsões teóricas relativas aos espaçamentos primários e secundários obtidos pela combinação das equações (4.28), (4.32) e (4.33) comparadas com os resultados experimentais. Nota-se que também neste caso, a utilização da correlação desenvolvida, a partir do valor de h , permite obter uma boa concordância entre previsões teóricas e resultados experimentais, permitindo que a análise se estenda também à previsão de espaçamentos dendríticos no lingotamento contínuo.

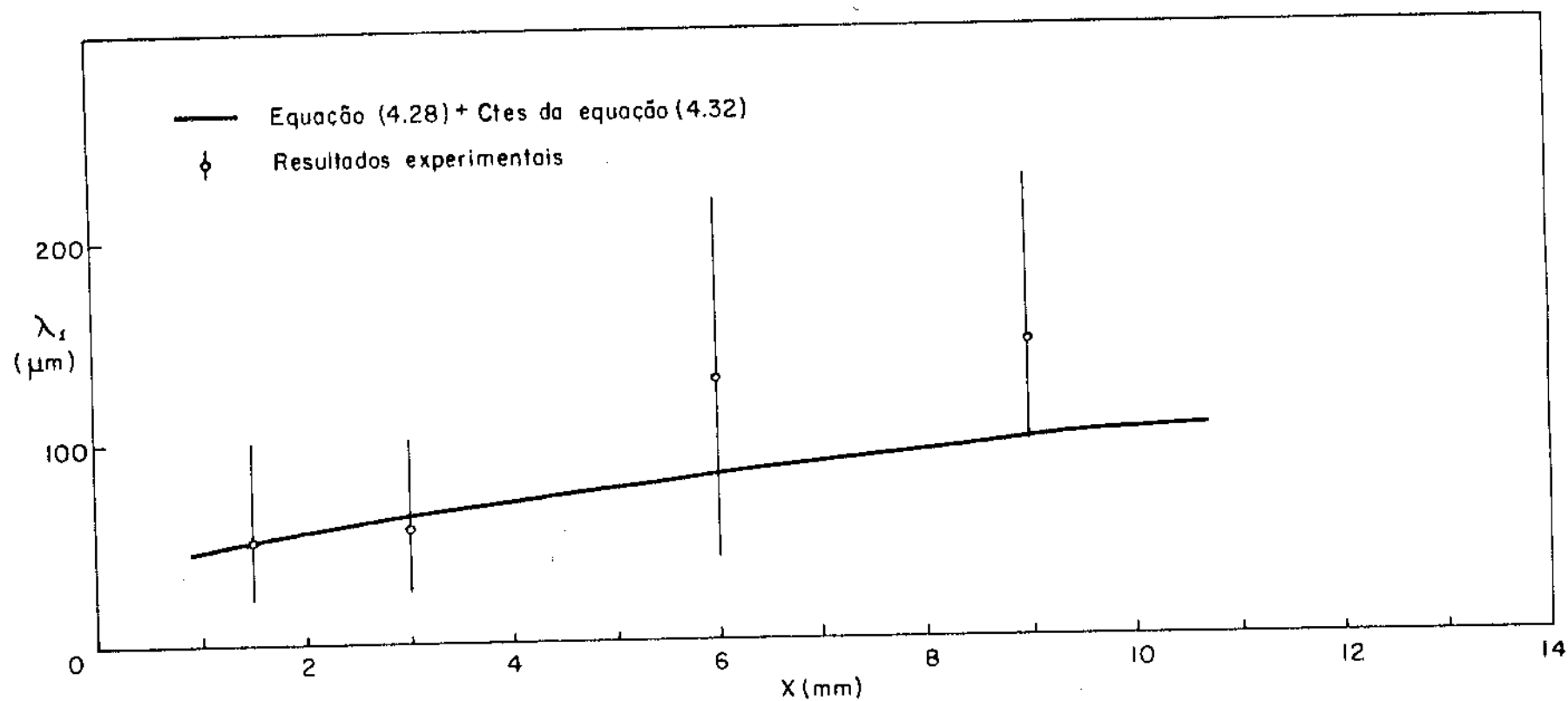


Figura 4.7 - Comparação entre previsões teóricas e resultados experimentais relativos ao lingotamento contínuo de aço com 0,62% C⁴¹ ($h = 2,7 \text{ kW/m}^2\text{K}$)

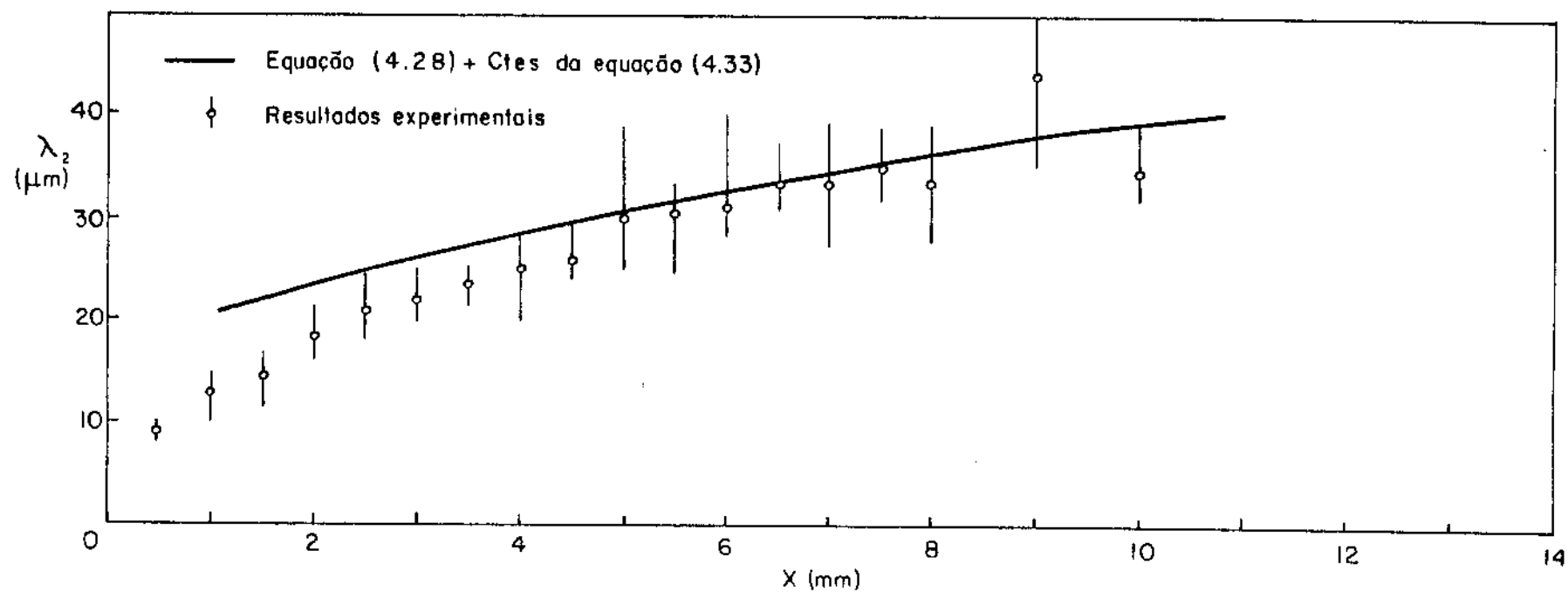


Figura 4.8 - Comparação entre previsões teóricas e resultados experimentais relativos ao lingotamento contínuo de aço com 0,62% C⁴¹ ($h = 2,7 \text{ kW/m}^2\text{K}$).

nuo do aço. Ainda no caso deste processo, o efeito do retardamento da velocidade de deslocamento da isoterma liquidus, já analisado anteriormente, pode ser obtido através de duas condições: preservando o superaquecimento na região líquida do lingote ou mantendo-se uma convecção forçada no líquido à frente da isoterma liquidus, de tal forma que qualquer quantidade de calor introduzida em regiões mais distantes desta isoterma seriam imediatamente conduzidas até ela, permitindo manter um gradiente positivo. Conforme já foi comentado, o efeito resultante consistiria na redução dos espaçamentos dendríticos, e as condições práticas para se alcançar os efeitos acima descritos são obtidas através da aplicação controlada de campos magnéticos no molde do lingotamento contínuo¹⁰⁶⁻¹¹⁴.

5. SOLIDIFICAÇÃO SOB CONDIÇÕES DE ELEVADAS TAXAS DE RESFRIAMENTO/ FORMAÇÃO DE ESTRUTURAS METÁLICAS VÍTREAS

5.1. Aspectos Gerais da Formação de Estruturas de Solidificação sob Elevadas Taxas de Resfriamento

Tem havido nos últimos anos um interesse considerável de se promover resfriamento bastante rápido a partir de metais líquidos, em função de diversidade de estruturas de solidificação que se pode obter com tal procedimento. Parâmetros estruturais como tamanho de grão e espaçamentos interdendríticos são bastante influenciados pela taxa de resfriamento (vide Capítulo 4), e como de modo geral quanto menores estes parâmetros, melhor a resistência mecânica da liga, torna-se interessante a análise sistemática de processos que permitam obter taxas de resfriamento elevadas⁸⁹.

Outro aspecto interessante no que diz respeito ao processo de solidificação realizado em condições de elevadas taxas de resfriamento, trata-se da possibilidade de se obter estruturas vítreas a partir de ligas metálicas no estado líquido¹¹⁵. Geralmente estas estruturas vítreas são produzidas induzindo-se o metal líquido a entrar rapidamente em contato íntimo com a superfície de um substrato maciço. Fases que são estáveis somente a temperaturas elevadas podem eventualmente ser conservadas ou transformadas em outras fases fora do equilíbrio através de resfriamento extremamente rápido. O processo realizado desta forma impede que haja movimentação atômica apreciável, inibindo conseqüentemente a nucleação e o crescimento da estrutura de equilíbrio. Este procedimento é meramente uma extensão do processo no estado sólido, como por exemplo no caso de aços a obtenção de martensita a partir do estado austenítico. Procura-se neste caso impedir a solidificação através dos processos normais de cristalização congelando a estrutura do líquido com o material no estado sólido. Como a mobilidade atômica nos líquidos é muito maior que nos sólidos, as taxas de resfriamento necessárias para impedir a cristalização são muito maiores do que as necessárias para impedir transformações no estado sólido.

A maioria dos processos de resfriamento extremamente rápido a partir do estado líquido fornecem taxas de resfriamento entre 10^3 a 10^{10} K/s¹¹⁶. A taxa de resfriamento mínima necessária

para produzir estrutura metálica vítrea na maioria dos sistemas metálicos que permitem a formação de estrutura vítrea é de aproximadamente 10^5 K/s¹¹⁷. Para se alcançar taxas de resfriamento desta magnitude, o metal líquido deve ser colocado em ótimo contato térmico com um material bastante condutor. Além disso, para se assegurar que a taxa de resfriamento é suficientemente elevada em todos os pontos do volume a ser transformado, pelo menos uma dimensão da camada de metal líquido deve ser pequena. Assim, as estruturas metálicas vítreas são produzidas atualmente somente na forma de lâminas (ou fitas quando produzidas continuamente), fios ou na forma de pequenas partículas.

Os primeiros métodos de produção de "vidros metálicos" consistiam na injeção de pequenas gotas de metal líquido em um substrato de cobre, produzindo pequenas partículas. Atualmente existem processos de lingotamento contínuo, nos quais o jato de metal líquido é colocado em contato com rolos cilíndricos que se movem rapidamente. Desta forma pode-se produzir fitas de vidros metálicos a velocidades bastante elevadas. O processamento direto de metais no estado líquido ao formato final oferece diversas vantagens práticas sobre os métodos convencionais de produção de fios e fitas. Eliminam-se, por exemplo, tempo e energia gastos em processos como laminação, extrusão seguidos ou intermediados pelo processo de recozimento, permitindo além disso a fabricação de elementos extremamente finos de ligas excessivamente frágeis na forma cristalina (o que de outra forma ou não se poderia fabricar, ou seria bastante difícil extrudar ou laminar).

As ligas de composições químicas que permitem a obtenção de "vidros metálicos", pertencem a um dos seguintes grupos: um metal de transição (por exemplo Fe, Ni) ou metais nobres (Au, Pd) contendo aproximadamente 20%, em porcentagem atômica de não-metais (B, C, Si, P), ou então misturas de dois metais de transição. A maioria destas ligas metálicas formadoras de estruturas vítreas apresentam composição eutética ou bastante próximas do eutético¹¹⁷. As ligas do grupo metal de transição/não-metal são de particular interesse no processo de brasagem¹¹⁸, sendo que um grande número delas apresenta uma estabilidade no estado líquido fora do comum (apresentam um eutético bastante profundo). A Figura 5.1 apresenta o diagrama de equilíbrio de um destes sistemas binário, no caso o sistema Ni-P¹¹⁹. O ponto de fusão do Níquel pode ser diminuído de

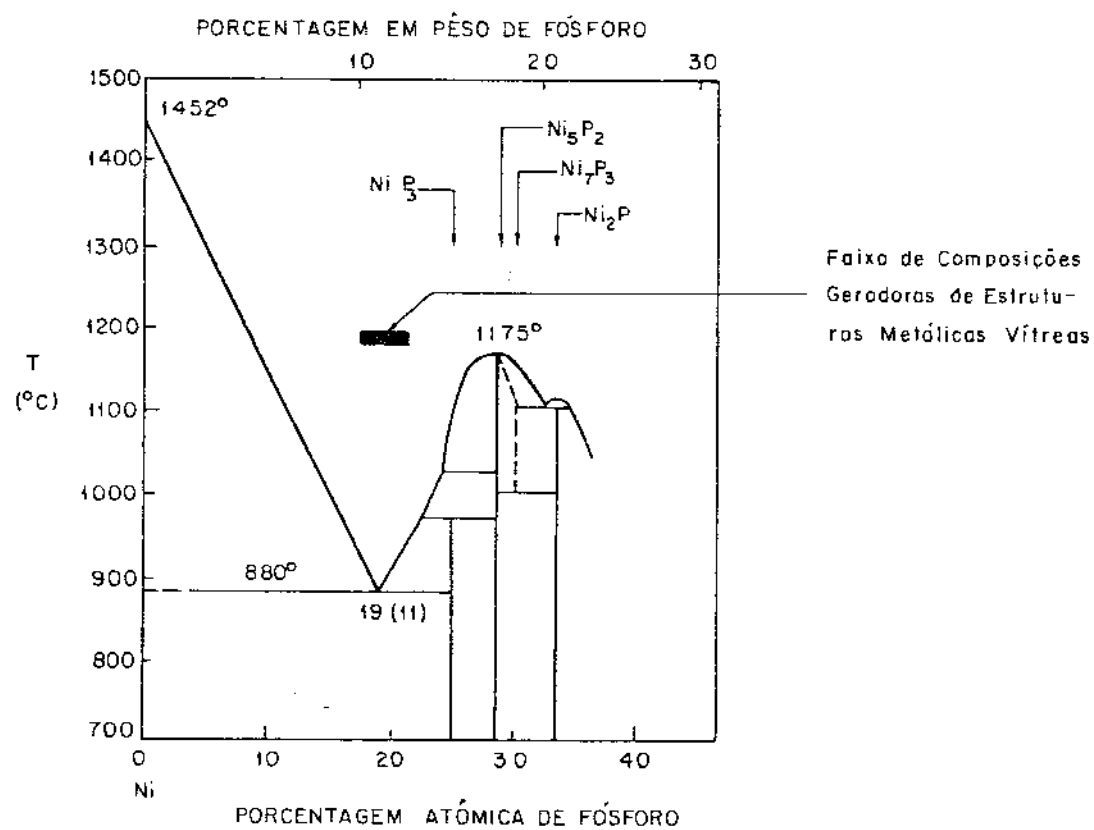


Figura 5.1 - Diagrama de equilíbrio parcial Níquel-Fósforo.

até 572 K pela adição de Fósforo. A Figura 5.1 indica ainda a região de composições formadoras de "vidros metálicos" em torno da composição eutética. As ligas de composição química fora desta região produzem estruturas parcial ou totalmente cristalinas quando resfriadas rapidamente do estado líquido. Os sistemas Ni-B e Ni-B-Si apresentam um comportamento semelhante. No caso de adição de Boro ao Níquel o ponto de fusão pode ser diminuído de até 313 K e em ambos os sistemas as ligas formadoras de estruturas vítreas situam-se na região do eutético.

Com relação às características mecânicas, os "vidros metálicos" apresentam uma combinação de elevados valores de resistência e dureza juntamente com a possibilidade de sofrer elevado grau de deformação plástica em determinados modos de deformação. Na tração uniaxial a deformação é severamente localizada e o alongamento total é geralmente limitado a menos de 1%, enquanto que sob compressão ou flexão a deformação é distribuída de forma mais uniforme. As fitas de materiais com estrutura vítrea, podem, por exemplo, ser completamente dobradas sobre si mesmas sem sofrer fratura. Estas propriedades físicas características dos "vidros metálicos" tais como resistência e flexibilidade só existem enquanto este tipo de estrutura é estável. Como este estado vítreo é um estado metaestável existe sempre a tendência à transformação em um estado cristalino estável, o que ocorre através do reaquecimento a temperaturas elevadas. Esta maneira de cristalização é conhecida como desvitrificação e ocorre a aproximadamente metade da temperatura absoluta de fusão da liga.

5.2. Comportamento Térmico em Processos de Solidificação Ultra-Rápida

— Alguns estudos sistemáticos da cinética de redistribuição atômica durante a nucleação de regiões cristalinas¹²⁰ revelaram a importância da taxa de resfriamento local $\dot{T}$ no controle da formação do sólido vítreo. As estimativas da forma da curva TTT (tempo-temperatura-transformação) correspondentes ao início da cristalização podem ser utilizadas para se deduzir a taxa de resfriamento crítica $\dot{T}_c$ necessária para impedir o cotovelo desta curva, produzindo-se como consequência uma estrutura vítrea. Tem-se pro-

duzido uma série de ligas que permitem a obtenção de estruturas vítreas, entretanto conforme conclusão de Davies¹²⁰ a história térmica dentro de uma faixa apreciável de temperaturas é importante para verificar se a cristalização será evitada, permitindo desta forma uma correlação com as características de tempo dos diferentes tipos de sistemas de solidificação sob elevadas taxas de resfriamento. Assim sendo, é importante que o comportamento térmico destes sistemas seja caracterizado a partir de condições operacionais.

Ruhl¹¹⁶ através de algumas estimativas feitas por meio de um método de diferenças finitas, concluiu que com um substrato de elevada difusividade térmica, o resfriamento é controlado pela resistência térmica da interface para números de Biot (Bi) abaixo de 0,015 e controlado pela resistência térmica da camada solidificada para valores acima de 30. Na prática, as condições durante a solidificação com taxas de resfriamento elevadas ("splat cooling") são tais que o número de Biot, cai entre esses limites para a maior parte das espessuras solidificadas cuja produção é interessante. Diante disto, a aplicação de modelos matemáticos de transferência de calor na análise do comportamento térmico de tais processos, fica restrita a modelos capazes de descrever o fluxo de calor em situações nas quais é fundamental a análise com mais de um modo de transferência de calor. Até recentemente isto só era possível através de técnicas semi-analíticas que se utilizam de funções arbitrárias para o campo térmico e de posterior integração numérica^{11,46} (e que se revelaram não confiáveis em determinados regimes de fluxos de calor⁵⁰) ou então através de métodos numéricos. Um modelo mais recente desenvolvido pelo presente autor⁵⁴⁻⁵⁸ fornece uma solução analítica explícita para casos gerais de solidificação, nos quais a resistência térmica da interface tem um valor finito e constante. Este modelo foi estendido posteriormente à análise de casos com presença de superaquecimento no metal líquido^{70,71}. A hipótese fundamental deste modelo, baseia-se em representar a resistência térmica da interface metal/substrato, por camadas virtuais de metal e do material do substrato maciço. O caso de resistência térmica metal/substrato variável durante a solidificação pode ser tratado através do procedimento proposto no Capítulo 2 para solidificação em moldes refrigerados. Este modelo analítico é representado pelas seguintes equações:

movimento da interface sólido/líquido

$$\tau = \alpha' S + \beta' S \quad (5.1)$$

onde:

$$\alpha' = \frac{1}{4 a_1 \phi^2} \quad (5.2)$$

e

$$\beta' = \frac{c_1 d_1}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) [M + \operatorname{erf}(\phi)] h} \quad (5.3)$$

onde a constante de solidificação ϕ , é obtida por iteração a partir da seguinte equação:

$$\frac{\exp(-\phi^2)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} - \frac{m(T_v - T_f) \exp(-n^2 \phi^2)}{(T_f - T_o) \operatorname{erfc}(n\phi)} - \frac{\sqrt{\pi} H \phi}{c_1 (T_f - T_o)} = 0 \quad (5.4)$$

O perfil térmico do sistema metal/substrato maciço é dado pelas seguintes equações:

molde:

$$T_m = T_o + \frac{(T_f - T_o)M}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\phi \frac{2\alpha'Nx - \beta'}{2\alpha'S + \beta'}\right) \right] \quad (5.5)$$

sólido:

$$T_l = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} \left[M + \operatorname{erf}\left(\phi \frac{2\alpha'x + \beta'}{2\alpha'S + \beta'}\right) \right] \quad (5.6)$$

líquido:.

$$T_3 = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \operatorname{erf}(n\phi)} \left[1 - \operatorname{erf}\left(n\phi \frac{2\alpha'x + \beta'}{2\alpha'S + \beta'}\right) \right] \quad (5.7)$$

As camadas virtuais de metal e de substrato representativas da resistência térmica da interface metal/molde são dadas respectivamente por:

$$S_o = \frac{2\phi k_1}{\sqrt{\pi} \exp(\phi^2) [M + \operatorname{erf}(\phi)] h} \quad (5.8)$$

e

$$E_o = \frac{S_o}{N\phi} \sqrt{\ln \left(\frac{2 N \phi k_m M}{\sqrt{\pi} [M + \operatorname{erf}(\phi)] S_o h} \right)} \quad (5.9)$$

Os símbolos utilizados estão definidos no Apêndice 1 deste trabalho.

5.3. Solidificação Convencional

Na aplicação de modelos de transferência de calor à solidificação ultra-rápida de fitas de pequena espessura surge sempre o problema da comprovação experimental das previsões teóricas, uma vez que os resultados experimentais necessários à comparação são difíceis de serem obtidos através de medidas diretas. A validade do modelo apresentado no item 5.2, foi entretanto verificada em uma faixa ampla de condições de solidificação^{66,67,72,78}, envolvendo condições de transporte de calor na interface metal/molde menos eficiente do que as condições que se verificam em processos de solidificação ultra-rápida ("splat cooling") e incluindo inclusive solidificação em regime de controle térmico misto.

Nos processos de fundição ou lingotamento convencionais os valores do coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde (h), devem geralmente ficar compreendidos na faixa de

10^2 a 10^4 $\text{W/m}^2\text{K}^{80,121-123}$, dependendo principalmente das condições da superfície do molde, enquanto que em processos de fundição sob pressão varia de 10^4 a 10^5 $\text{W/m}^2\text{K}^{124}$ e de 10^4 a 5.10^6 $\text{W/m}^2\text{K}$ para processos de solidificação ultra-rápida⁸. Os valores de h durante a solidificação convencional, são tais que a estimativa da localização da faixa de regime misto de fluxo de calor (onde tanto transferência Newtoniana quanto condução térmica apresentam mesma ordem de importância), indica que este regime cai dentro de um intervalo de camadas solidificadas que é perfeitamente possível de se manipular em laboratório. A Figura 5.2 mostra um exemplo deste tipo de medidas experimentais relativas à solidificação de Chumbo em molde maciço de aço com sua superfície polida⁶⁷, e vê-se que o valor de Bi variou neste caso entre 1 e 10 dentro da faixa de espessuras solidificadas medidas. Mostra-se também nesta figura as previsões teóricas do modelo analítico apresentado no item 5.2, juntamente com previsões teóricas fornecidas por uma técnica de diferenças finitas⁸⁰, sendo que o valor de h utilizado nos cálculos de ambos os modelos foi determinado através de um procedimento já descrito anteriormente⁸⁰. Pode-se notar que os resultados experimentais, e as previsões teóricas dos dois modelos são praticamente coincidentes.

5.4. Lingotamento Contínuo de Fôlhas ou Fitas Metálicas

Um certo número de processos de solidificação ultra-rápida tem sido desenvolvidos, cujas características diferem levemente em alguns casos. A aplicação do modelo analítico apresentado neste capítulo pode em princípio ser feita a qualquer destes processos, guardadas as limitações de unidirecionalidade do fluxo de calor e resistência térmica interfacial constante durante o resfriamento (ver item 5.4.3). Espera-se que estas condições de contorno sejam compatíveis com a maioria destes processos. Um exemplo de tipo de processo que pode ser modelado é mostrado na Figura 5.3, onde encontra-se esquematizado o perfil térmico durante o resfriamento rápido do metal líquido entre um par de cilindros rotativos. Este sistema é do tipo usado na produção de fitas finas de estrutura metálica vítrea. São analisadas em seguida dados obtidos através de cálculo relativos à cristalização rápida de Níquel puro, enquanto que as complicações que surgem quando se introduz a

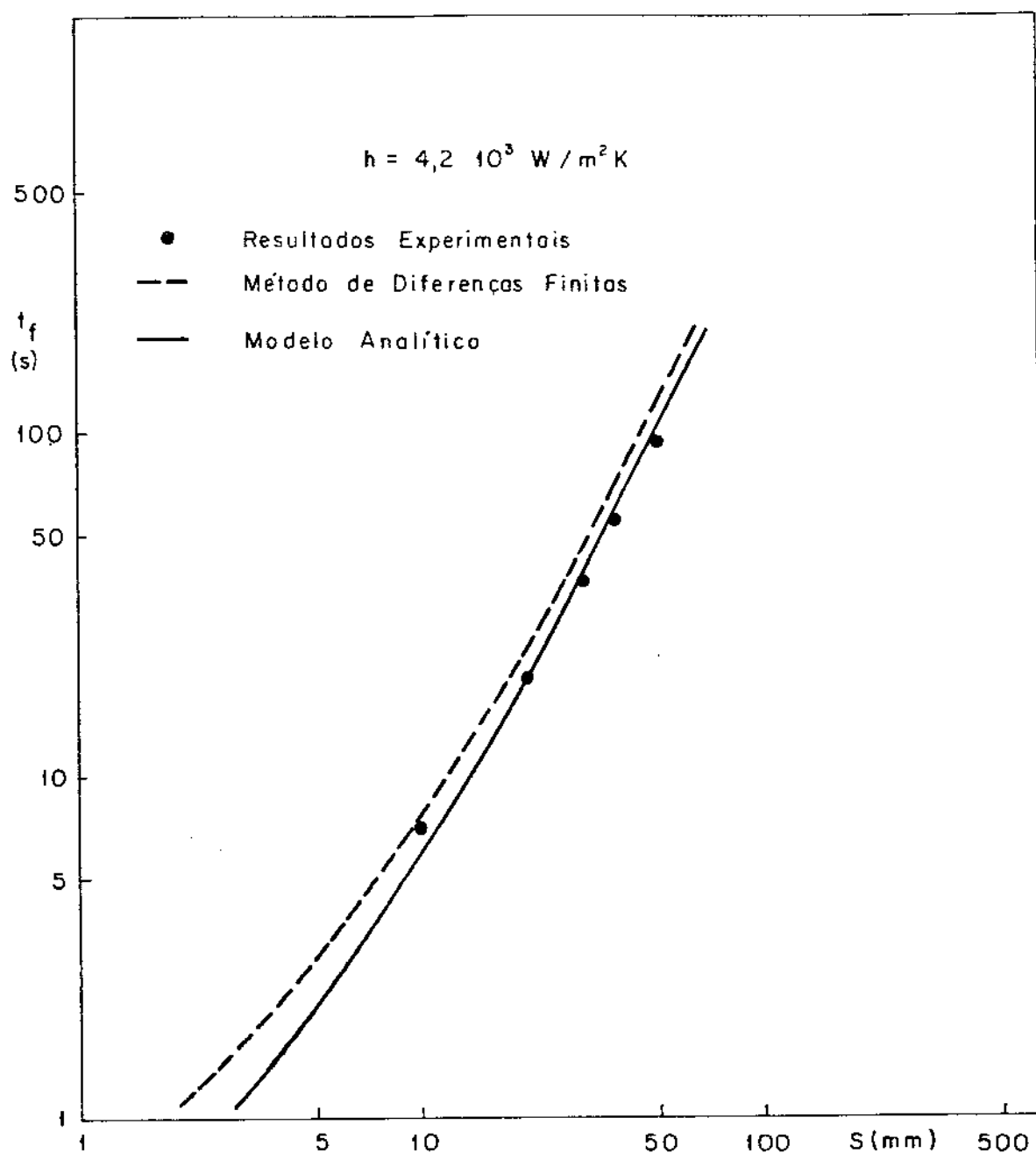


Figura 5.2 - Comparação entre resultados experimentais relativos à cinética de solidificação de Chumbo em molde maciço de aço⁶⁷, e previsões teóricas fornecidas por um método de diferenças finitas e pelo modelo analítico.

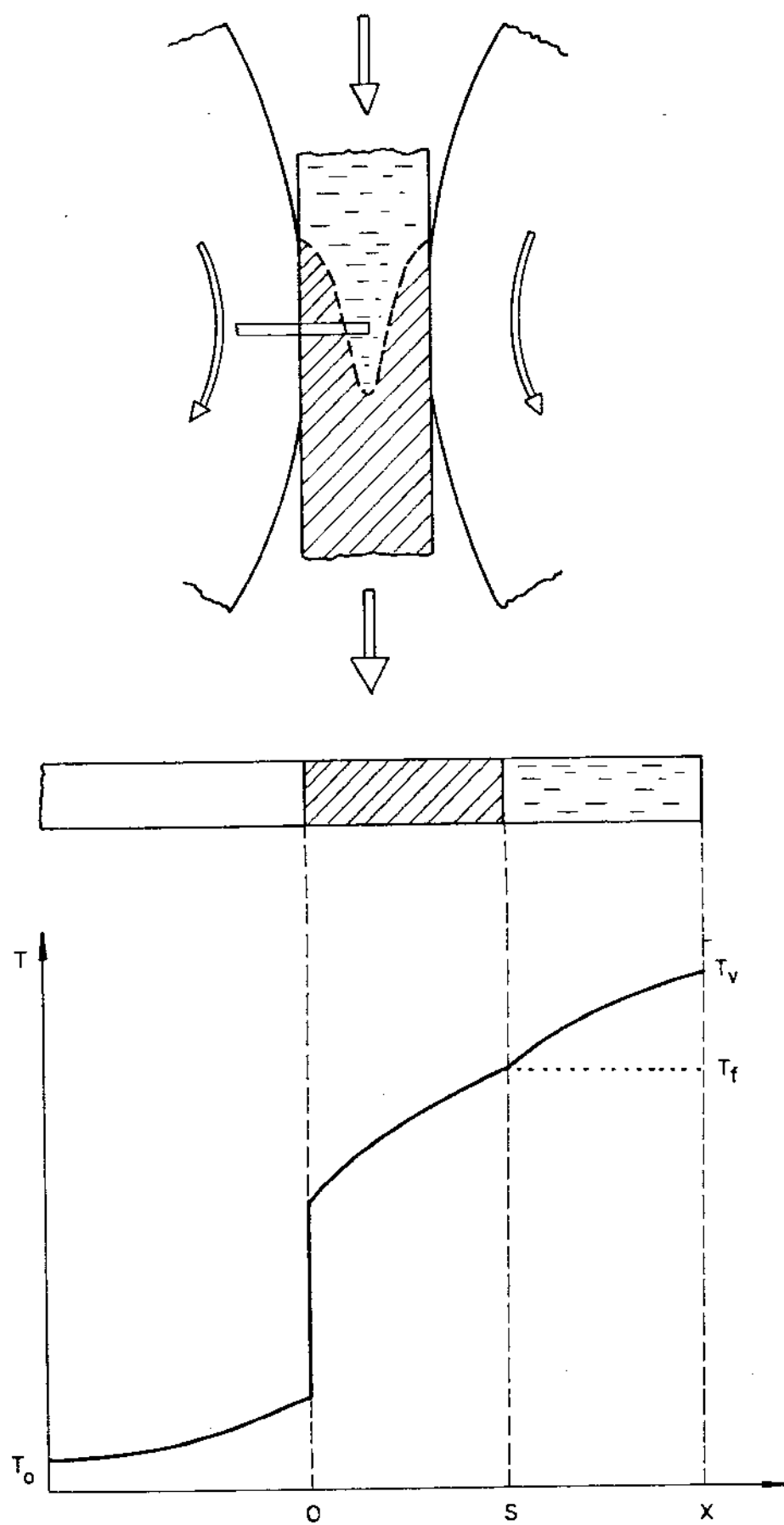


Figura 5.3 - Representação esquemática do perfil térmico de uma fita metálica sendo produzida continuamente em um sistema de lingotamento contínuo com cilindros rotativos.

possibilidade de impedir a cristalização são analisadas para caso de ligas à base de Níquel, as quais são passíveis de vitrificação com diferentes graus de dificuldade. As propriedades físicas utilizadas nos cálculos encontram-se relacionadas no Apêndice 2.

5.4.1. Contato térmico na interface

A Figura 5.4 mostra uma indicação de como deveria se produzir a solidificação de uma folha de Níquel em condições de resfriamento ultra-rápido, para condições de valores de h que cobre a maior parte da faixa de valores esperados na prática. A separação relativamente ampla entre estas curvas permite concluir que o valor exato de h é um parâmetro importante nesta faixa de semi-espessura de folhas de interesse comercial ($\leq 100 \mu\text{m}$). O comportamento relativo das curvas da Figura 5.4 permite também concluir de forma geral, que qualquer esforço no sentido de aumentar o valor de h (por exemplo até valores de torno de $10^7 \text{ W/m}^2\text{K}$) seria extremamente positivo em termos do aumento da eficiência de refrigeração, particularmente para fitas finas.

5.4.2. Substrato

A mudança da natureza do substrato é analisada na Figura 5.5 tomando-se como referência o resfriamento de Níquel com $h = 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$. O Cobre apresenta a maior difusividade de calor entre os metais (uma medida da capacidade de absorção de calor), e pode-se notar que em termos do resfriamento de uma folha de Níquel de pequena espessura, apresenta um efeito quase equivalente ao de um molde perfeitamente refrigerado mantido à temperatura ambiente. Pode-se notar na Figura 5.5 que fato de se manter o substrato a uma temperatura mais elevada, ou mesmo substituí-lo por um substrato menos condutor como o aço, produz somente pequenos efeitos no comportamento da curva de evolução da camada sólida. Este fato permite concluir que no que diz respeito a um sistema de lingotamento contínuo de fitas por cilindros rotativos, o resfriamento dos cilindros e o material de que são construídos não constituem pontos críticos. Deve-se entretanto ressaltar dois pontos com relação a este aspecto. Primeiramente, o resfriamento neste caso é praticamente insensível à natureza do substrato principalmente devido à elevada temperatura de fusão do Níquel (1725 K), que é consideravelmente mais elevada do que as apresentadas pelas ligas de

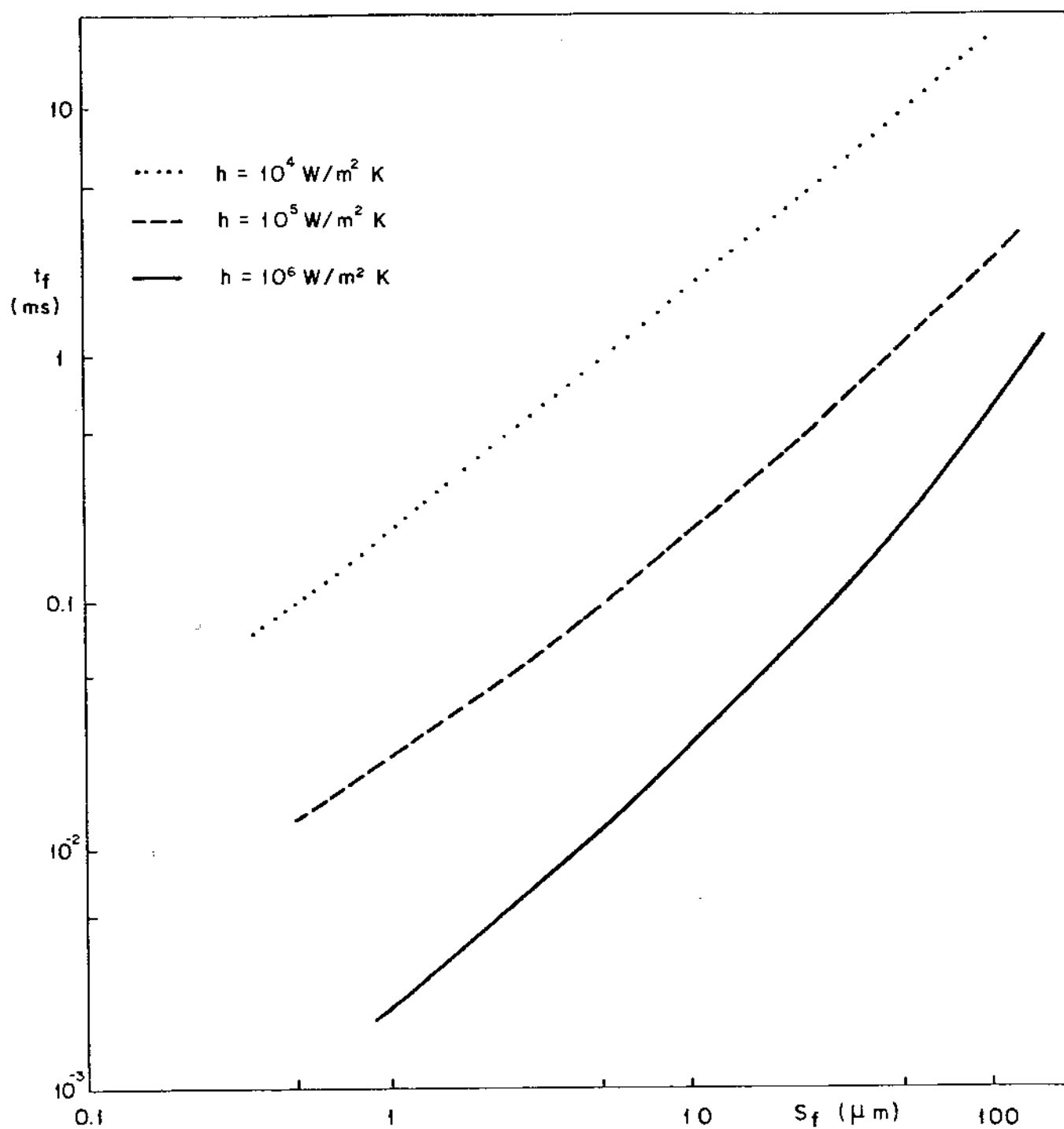


Figura 5.4 - Previsões teóricas do tempo de resfriamento (t_f) em função da semi-espessura solidificada da fita metálica para três diferentes condições de contato térmico na interface. Os dados são relativos ao Níquel em contato com um substrato de Cobre inicialmente a 290 K.

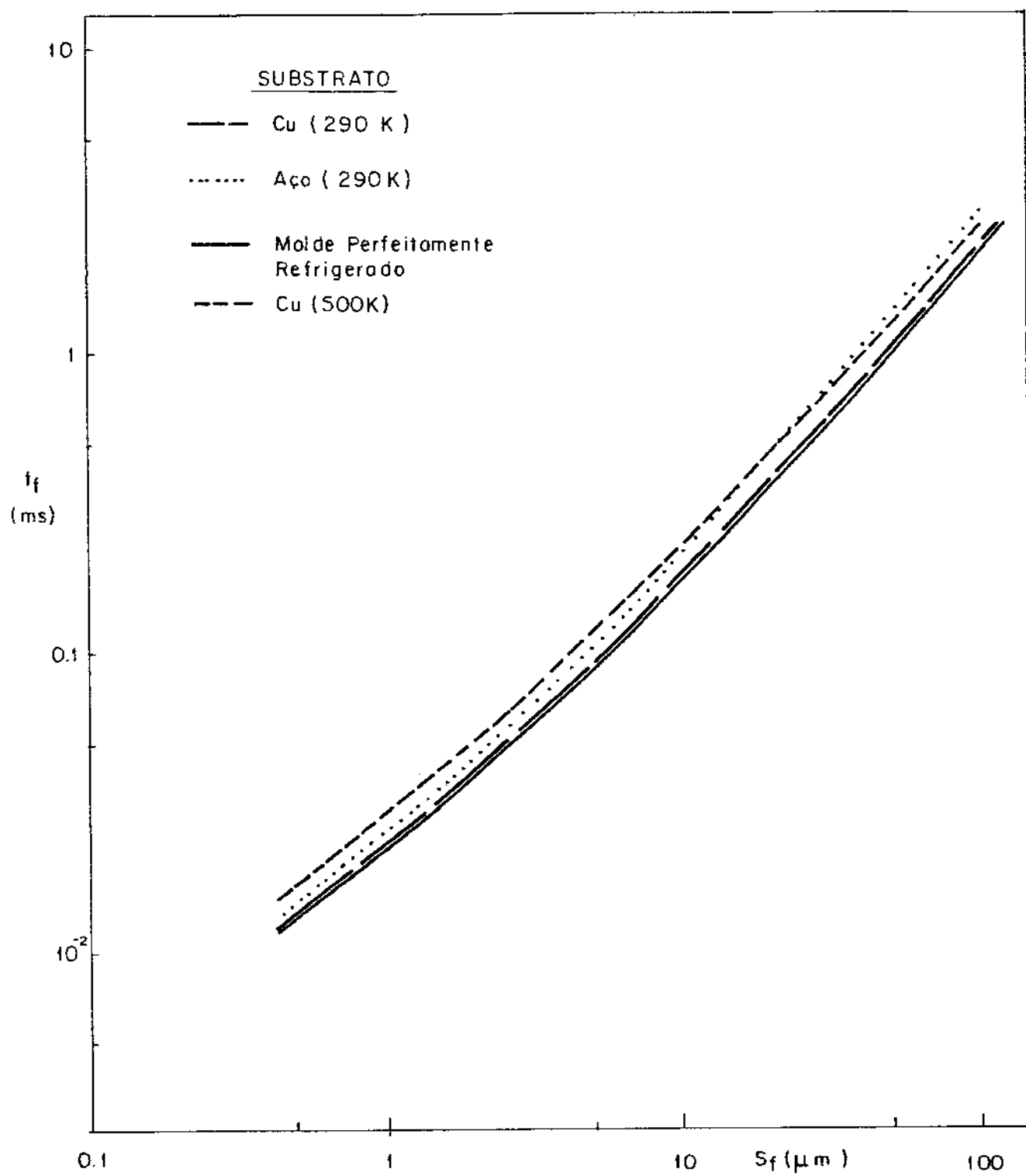


Figura 5.5 - Evolução da camada sólida de Níquel em diferentes tipos de substratos com $h = 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Níquel utilizadas na produção de fitas de estrutura vítrea. Em segundo lugar estas curvas não fornecem indicação das taxas de resfriamento nos diferentes pontos da fita após a passagem pela temperatura de fusão durante o resfriamento, que é fundamentalmente o que controla a formação do "vidro metálico". Na prática este fator é muito mais sensível às características do substrato, conforme se verá mais adiante.

O modelo analítico pode ainda ser utilizado para analisar as variações de temperatura que ocorrem dentro do substrato. (Isto pode conduzir a aplicações práticas, tais como a estimativa da espessura mínima de camada de Cobre depositada na superfície de cilindros de aço inoxidável e que produziria a mesma eficiência de extração de calor apresentada por cilindros de Cobre). A Figura 5.6 mostra os perfis térmicos no instante final da solidificação de uma fita de Níquel de espessura de 20 μm (semi-espessura) em um substrato de Cobre, para três diferentes valores da condutância térmica na interface metal/substrato (h). Fica evidente pela análise desta figura, que a profundidade da camada de substrato que fica aquecida durante o resfriamento da fita metálica, depende fortemente do valor de h .

5.4.3. Formação de estruturas vítreas

Na análise do processo de vitrificação, é necessário analisar algumas das condições de contorno do problema, embora as mesmas equações básicas de fluxo de calor permaneçam válidas. Como o fenômeno de vitrificação não acontece a uma temperatura bem definida, é conveniente tratar o problema como se a transformação ocorresse à temperatura de transição a vidro T_t (a qual pode ser medida experimentalmente¹²⁰). Este ponto não é entretanto muito importante no que diz respeito à presente análise, uma vez que não há nem liberação de calor latente nem mudanças significativas nas propriedades físicas ao se passar pela temperatura de transformação. A temperatura que corresponde ao cotovelo da curva TTT pode ser mais significativa em termos do comportamento térmico, e situa-se de modo geral bem acima de T_f , embora a determinação de valores exatos seja difícil de ser feita.

A forma mais simples de se aplicar o modelo analítico ao processo de vitrificação, consiste em assumir $T_f = T_t$ e utilizar o ponto de fusão como temperatura de vazamento (T_v). As previsões

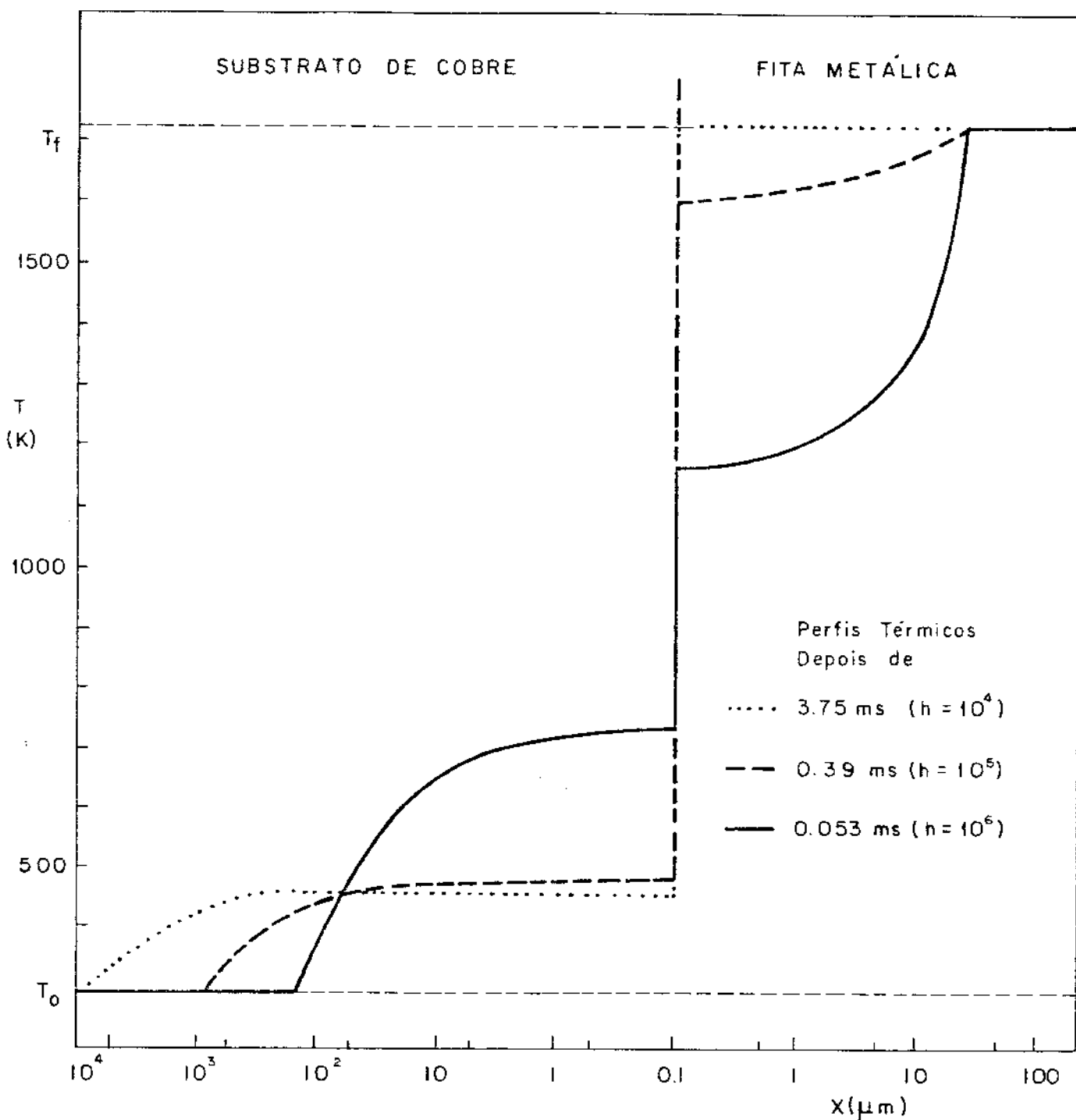


Figura 5.6 - Perfis térmicos no sistema fita metálica/substrato no instante em que a frente de cristalização da fita de Níquel está a $20 \mu\text{m}$ da interface, e para diferentes condições de contato térmico na interface metal/substrato.

teóricas obtidas desta forma irão descrever o movimento de uma isoterma correspondente à região onde se assume que o processo de vitrificação esteja ocorrendo. Em muitas vezes, este tipo de hipótese vai implicar em assumir um superaquecimento razoável, e desta forma seria interessante analisar-se dois pontos relativos à aplicação do modelo. Em primeiro lugar, como se assume o metal líquido com extensão semi-infinita, pode-se incorporar algum erro devido ao fluxo de calor proveniente de um material que em realidade não existe. Em segundo lugar, o modelo assume como uma condição de contorno que a superfície do metal em contato com o molde assume instantaneamente o valor da temperatura de transformação, o que pode se distanciar do valor real em casos de superaquecimento muito elevados. Os erros introduzidos através destes dois efeitos não são em geral acentuados, conforme pode-se verificar em trabalhos anteriores^{69,71}, onde as previsões teóricas do modelo concordaram muito bem com os resultados experimentais obtidos na solidificação unidirecional de Chumbo e Alumínio com diferentes graus de superaquecimento.

A Figura 5.7 apresenta a previsão do comportamento térmico de um ponto situado a 1 μm da superfície de um volume de Níquel colocado em contato com um substrato de Cobre (assumindo que não existam liberação de calor latente e variações nas propriedades físicas). Embora as taxas de resfriamento, também apresentadas nesta figura, sejam bastante elevadas, vê-se que seria bastante difícil atingir-se o valor da taxa de resfriamento crítica ($\dot{T}_c$) que possibilitasse a formação de estrutura vítrea, no caso estimado em aproximadamente $3 \cdot 10^{10}$ K/s¹²⁰. A Figura 5.7 mostra que seria extremamente difícil produzir a vitrificação neste caso, mesmo para uma fita de Níquel extremamente fina, o que já foi confirmado em experiências práticas¹²⁰.

As ligas potencialmente formadoras de estruturas vítreas geralmente apresentam composição correspondentes a eutéticos bastante profundos com relação à temperatura de fusão do diagrama de equilíbrio e viscosidades que aumentam rapidamente com a queda da temperatura. A Figura 5.8 mostra a taxa de resfriamento relativa ao ponto $T = T_t$ dependente da distância à superfície e do valor da condutância térmica metal/molde h . As curvas são apresentadas para duas ligas formadoras de estrutura vítrea e podem ser comparadas com os valores estimados de $\dot{T}_c$ ¹²⁰. Na prática a liga Ni Nb

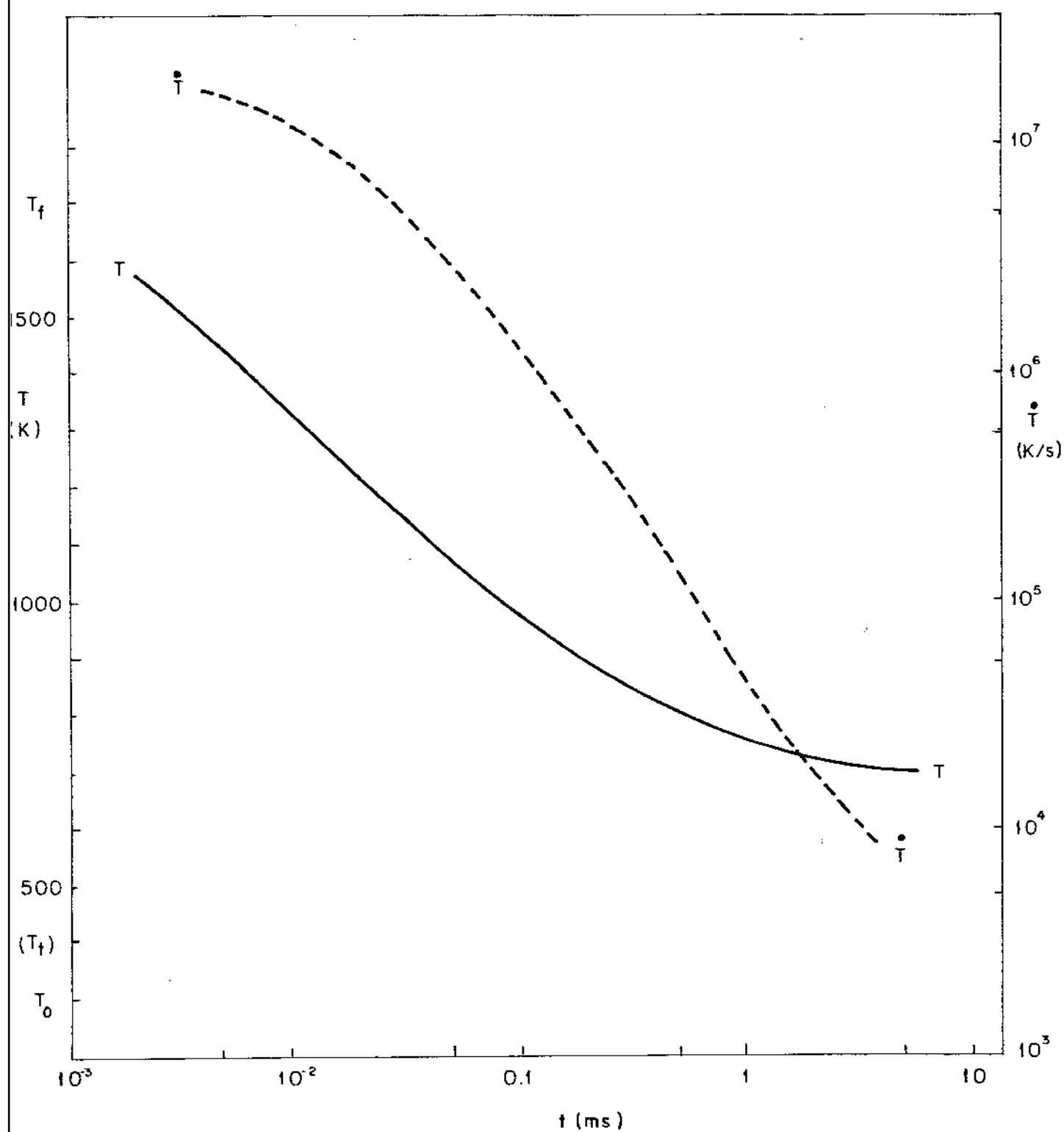


Figura 5.7 - Comportamento térmico de um ponto situado a $1 \mu\text{m}$ da superfície de uma amostra de Níquel solidificada em contato com substrato de Cobre.

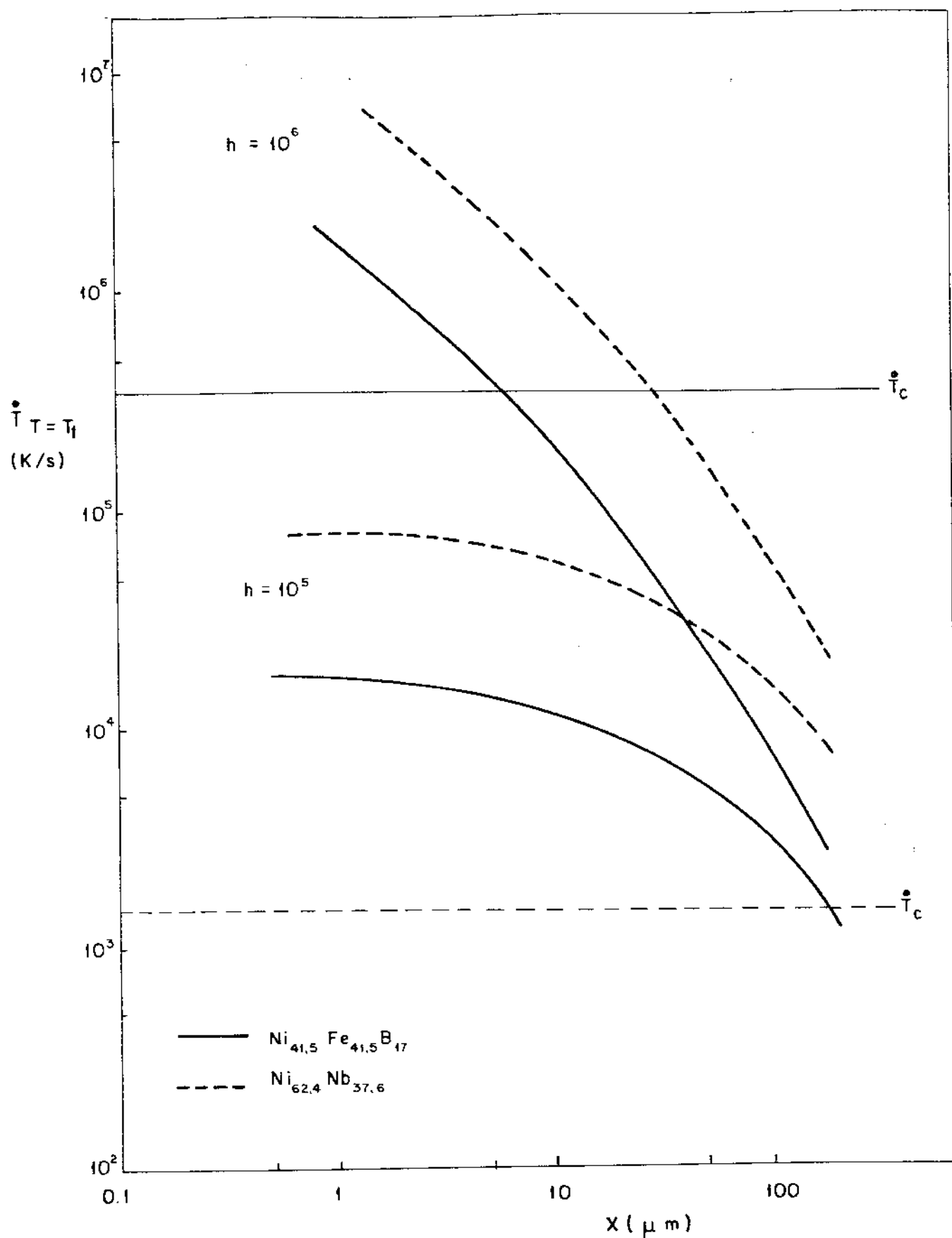


Figura 5.8 - Variação da taxa de resfriamento correspondente a $T = T_t$ em função da distância à superfície e do valor de h para duas ligas de diferentes tendências à formação de estrutura vítrea.

forma estrutura vítrea sem dificuldade, o que se revela bastante compatível com os dados apresentados na Figura 5.8. A liga Ni Fe B é mais difícil de vitrificar e nestas condições fica aparente pela figura a importância do valor de h na viabilização do processo de vitrificação. Deve-se notar que não é necessário que $\dot{T}$ exceda todo o tempo o valor de $\dot{T}_c$ até atingir-se a temperatura de transição, a fim de se evitar o processo de cristalização. Basta que isto ocorra até o cotovelo da curva TTT a partir do que o valor de $\dot{T}$ pode ser eventualmente menor, e assim sendo a dificuldade de vitrificação que se pode deduzir da Figura 5.8 pode ser um pouco exagerada.

É importante notar que uma simples análise do comportamento das taxas de resfriamento, como na Figura 5.8, não leva em consideração o fato do contato térmico entre o metal e molde permanecer ou não com a mesma eficiência, até que todos os pontos da fita já tenham passado pela temperatura de vitrificação. Isto depende na prática das características dos diferentes processos. Estimou-se¹²⁰ por exemplo que mantém-se um bom contato térmico por um período mais curto quando se utiliza o processo de cilindros rotativos do que no caso de disco rotativo imerso parcialmente no banho de metal líquido. O tempo t_d antes que ocorra uma queda brusca na condutância térmica metal/molde foi estimado em cerca de 1 ms para um processo contínuo. A Figura 5.9 demonstra que este fator pode ser significativo na determinação da espessura máxima da fita de Ni Fe B que pode ser vitrificada (o que demonstra novamente a importância do valor de h para estes processos). Alguns pontos do interior da fita, além daqueles que sofreram vitrificação no período t_d , poderão ainda formar estrutura vítrea, o que vai depender das condições de resfriamento subsequentes.

Finalmente, a Figura 5.10 analisa a importância do tipo de substrato nos processos cujo objetivo fundamental consiste em obter estruturas vítreas a partir de ligas metálicas. Esta figura ilustra o deslocamento da isoterma T_f para a liga Ni Fe B e contato térmico $h = 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$. Vê-se com facilidade que o substrato de Cobre inicialmente à temperatura ambiente, atua quase da mesma forma de que um molde perfeitamente refrigerado. Pode-se notar por outro lado que a eficiência em termos de resfriamento cai sensivelmente caso o substrato esteja aquecido, o que demonstra que efetivamente o resfriamento dos cilindros rotativos usados nestes pro-

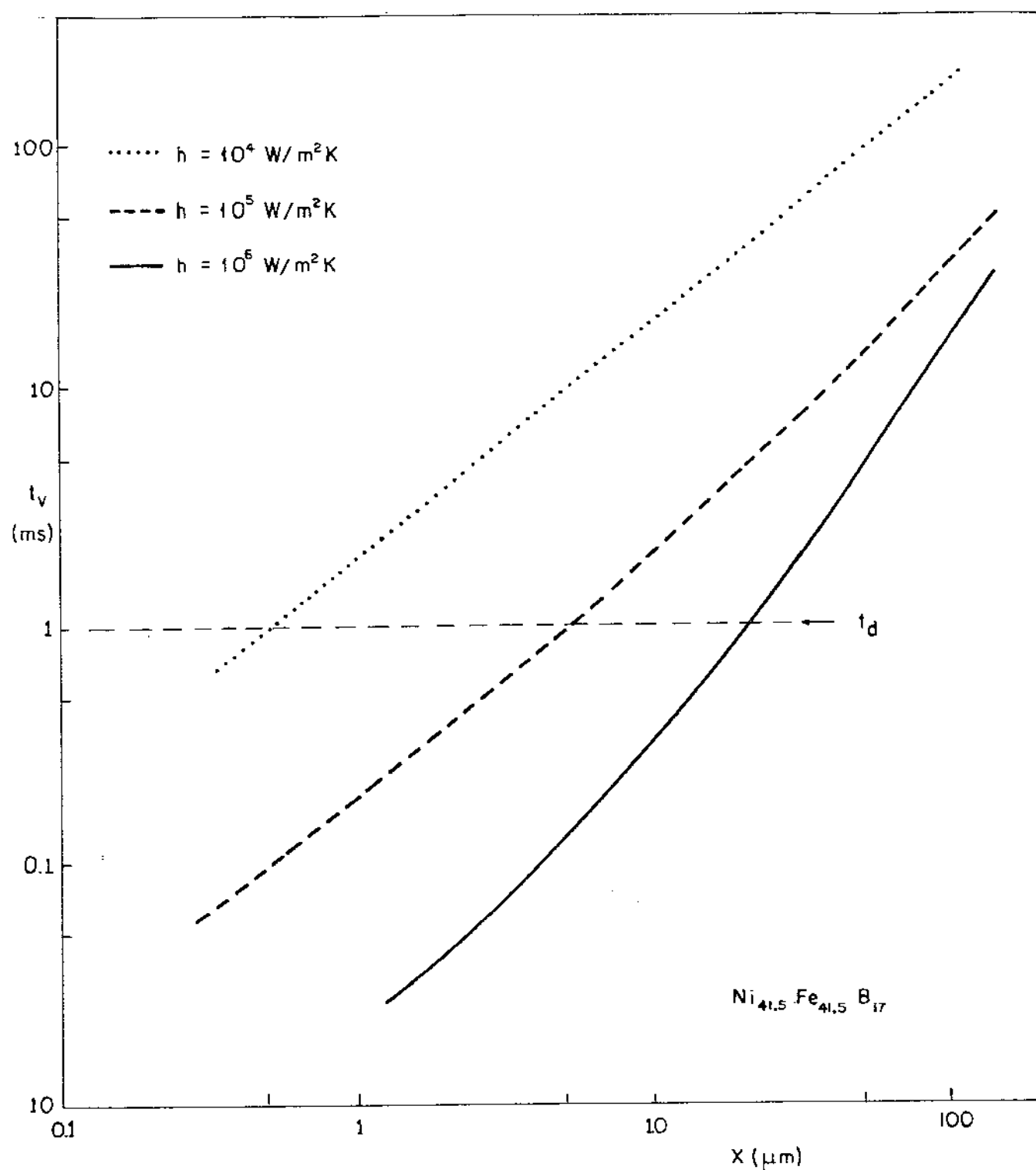


Figura 5.9 - Espessura vitrificada (semi-espessura da fita) em função do tempo de vitrificação, para diferentes valores de h . O tempo t_d indica a estimativa do ponto onde pode ocorrer variação brusca de h nos processos contínuos.

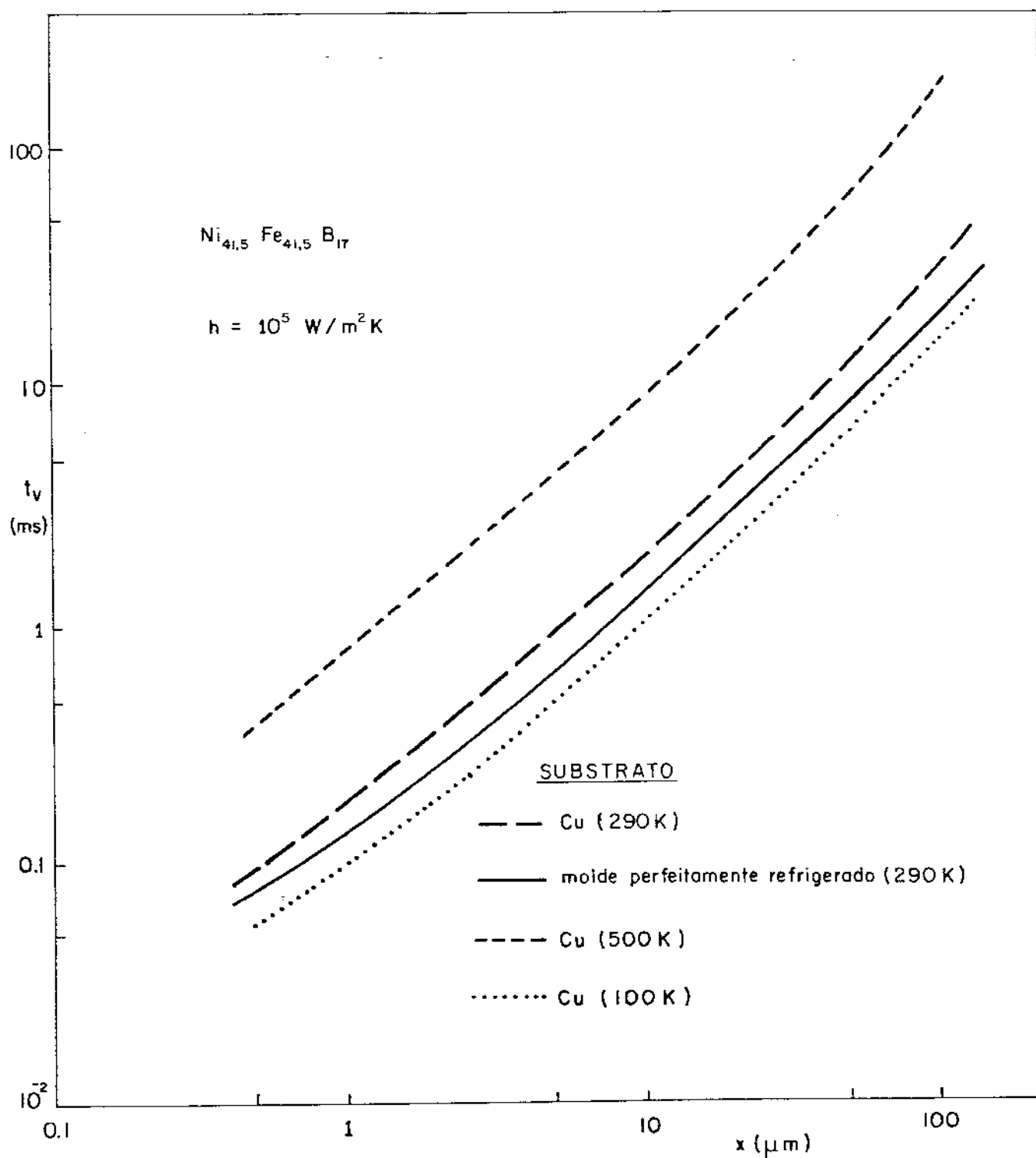


figura 5.10 - Variação do tempo de vitrificação com a espessura da fita (semi-espessura) para diferentes substratos.

cessos, consiste em um fator bastante importante (dependendo evidentemente das massas térmicas envolvidas). Esta última figura permite concluir também que melhorar ainda mais a eficiência do resfriamento, como resfriamento abaixo da temperatura ambiente, utilizando-se por exemplo nitrogênio líquido, não produz um efeito resultante suficiente para compensar a complexidade adicional que deve ser introduzida no equipamento de produção. É essencial também que os cilindros sejam construídos a partir de material de elevada difusividade de calor. O processo de vitrificação ficaria impossibilitado para o caso ilustrado na Figura 5.10, caso um substrato de aço fosse utilizado já que haveria uma tendência do sistema atingir temperaturas acima de T_t . Estes resultados contrastam com aqueles apresentados para o caso da cristalização de uma fita de Níquel, mostrado na Figura 5.5, onde a natureza do substrato tem pouca influência no comportamento térmico global.

6. INFLUÊNCIA DE PARÂMETROS TÉRMICOS NA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

6.1. Qualidade Superficial

Os primeiros instantes do processo de solidificação são extremamente importantes no que diz respeito à fixação da qualidade da superfície de um lingote ou peça fundida^{125,126}. Este aspecto é mais significativo ainda quando se trata de solidificação em moldes que provocam elevadas taxas de resfriamento, como por exemplo no processo de lingotamento contínuo. Para a análise dos fatores que influenciam a qualidade da superfície é importante que se conheça o máximo possível a respeito da região de primeiro contato entre o metal líquido e o molde. Esta qualidade é principalmente caracterizada pela ausência ou presença de marcas superficiais no lingote, o que no caso particular do lingotamento contínuo assume um aspecto importante uma vez que estas irregularidades de superfície induzem a formação de trincas transversais. Estas trincas se iniciam nas bases destas marcas devido às tensões térmicas geradas pela diferença de temperatura entre as regiões com e sem marcas superficiais, e apresentam tendência de propagação já na etapa de resfriamento secundário do lingotamento contínuo¹²⁶⁻¹³¹. Além disso, estas depressões superficiais irão provocar a formação de microestruturas mais grosseiras nestas depressões, devido à menor intensidade de fluxo de calor em direção ao molde nestas regiões. Estes dois aspectos de qualidade mencionados, comprometem as características mecânicas do lingote obtido, e se originam durante a solidificação no molde, sugerindo a necessidade de uma análise mais aprofundada da solidificação nesta etapa, com o objetivo de se obter uma maior compreensão dos mecanismos de formação destas marcas superficiais, e dos fatores que influenciam o surgimento e a extensão das mesmas.

6.2. Mecanismos de Formação das Marcas Superficiais

As irregularidades de superfícies surgem sob a ação de diferentes fatores, que só recentemente tem sido analisados separadamente e com maior profundidade. A análise feita por Waters re-

presentou o início de uma série de esforços tentativos de definição da natureza das superfícies metálicas formadas sob várias condições de solidificação, e de estabelecer suas consequências sobre a qualidade global do produto. Dentre os diversos mecanismos propostos destacam-se os seguintes:

6.2.1. Mecanismo de Thornton¹³³

O mecanismo proposto por Thornton, conforme esquematizado na Fig. 6.1, é baseado na suposição de que a solidificação tem início no menisco, em algum ponto pouco acima do contato menisco/molde. Após algum tempo o sólido cresce sobre o menisco impedindo o líquido de entrar em contato com o molde. A película de sólido cresce até o instante em que a pressão metalostática possa dobrá-la em direção ao molde ocasionando novamente um contato entre metal e molde. O perfil da interface sólido/líquido da película pode ainda sofrer alterações devido aos efeitos da diminuição do fluxo de calor e do movimento convectivo do metal líquido nesta interface podendo levar a refusão de parte do metal já solidificado. A linha pontilhada da Figura 6.1 sugere um possível perfil da interface sólido/líquido, que pode ocorrer em função das condições descritas acima. Quando a película sofrer uma redução na espessura de tal forma que não resista à pressão metalostática, o metal escoará pelo espaço formado pela ruptura preenchendo o espaço entre o metal e o molde na região da marca superficial, provocando a formação do que se conhece por pele dupla, já que o metal vai se solidificar sobre uma camada já solidificada ao longo do menisco. Este mecanismo foi proposto para explicar a formação de marcas superficiais no lingotamento estático, mas pode ser utilizado na explicação da formação destas marcas no lingotamento contínuo sem oscilação no molde.

6.2.2. Mecanismo de Savage¹³⁴

Savage propôs um mecanismo para explicar a formação de marcas superficiais decorrentes da contínua oscilação do molde durante o processo de lingotamento contínuo de aço. A Figura 6.2 apresenta um esquema deste mecanismo, que se baseia no acompanhamento da evolução do processo de solidificação em relação ao nível de metal líquido, durante os movimentos ascendentes e descendentes do molde. Na parte (a) da Figura 6.2 o molde se encontra em sua

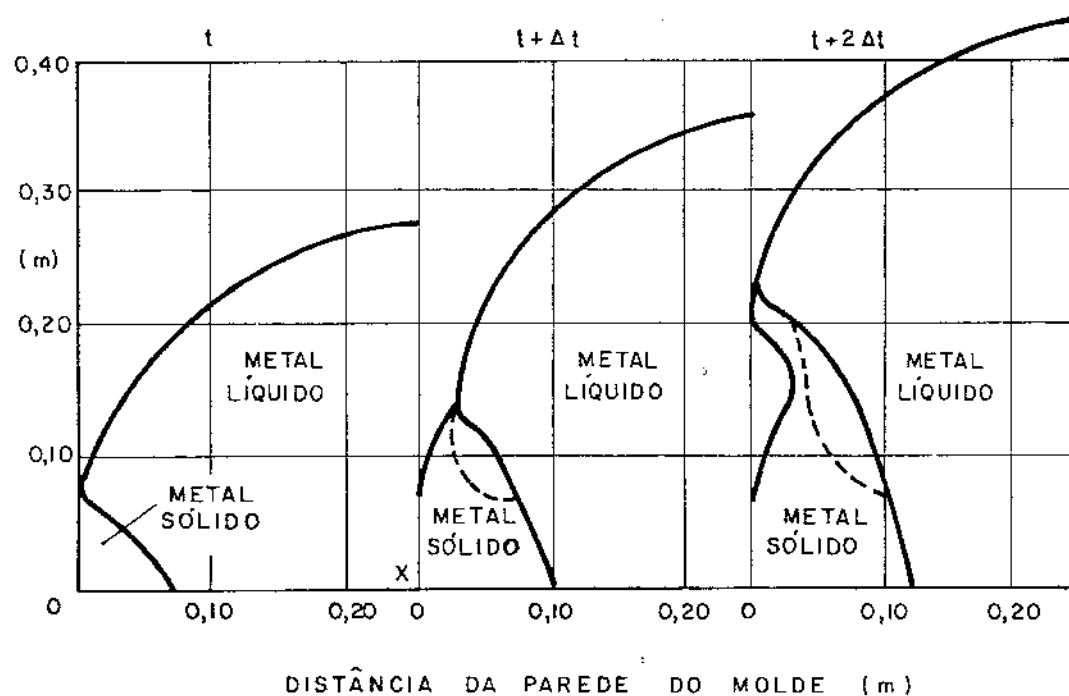


Figura 6.1 - Representação esquemática do mecanismo de formação de marcas superficiais durante a solidificação de lingotes em moldes estáticos, segundo a proposição de Thornton

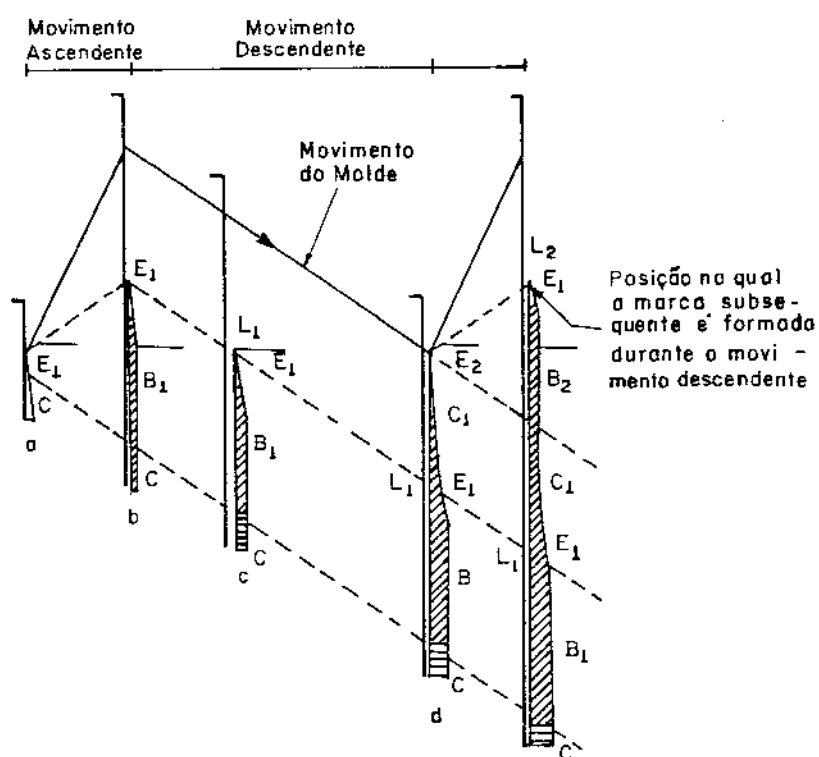


Figura 6.2 - Esquema do mecanismo proposto por Savage para a formação de marcas superficiais provocados pela oscilação do molde durante o lingotamento contínuo de aço.

posição de equilíbrio com uma camada de metal solidificada crescente à partir da altura do menisco. Durante o movimento ascendente, o molde carrega consigo uma certa quantidade de metal líquido que se solidifica acima do nível do menisco até o ponto E_1 . Durante o movimento descendente do molde, o elemento E_1 fica imerso no metal líquido após determinado instante do movimento descendente, sendo o elemento que fica menos tempo em contato com o metal líquido no molde, durante um ciclo do processo, correspondendo a um ponto de menor espessura solidificada no molde, dando origem a uma discontinuidade no processo de crescimento. De acordo com Savage este mecanismo explicaria as marcas periódicas observadas na superfície dos lingotes, bem como as descontinuidades que se podem ser observadas no perfil da camada solidificada nos mesmos níveis em que se localizam as marcas superficiais.

6.2.3. Mecanismo de Grill e Brimacombe

Grill e Brimacombe propuseram um mecanismo de formação de marcas superficiais para o caso específico do lingotamento contínuo de aço, baseado na transformação alotrópica $\delta \rightarrow \gamma$. A Figura 6.3. ilustra esquematicamente a formação das marcas de superfície interna e externa, seguindo este mecanismo:

- (a→b) Nas proximidades do menisco, a potência de extração de calor é suficiente para provocar a transformação $\delta \rightarrow \gamma$ na superfície do lingote. A contração volumétrica associada a esta transformação provoca a formação de um "gap" de ar.
- (c) A formação do "gap" de ar reduz a taxa de transporte de calor naquela região da casca sólida, provocando um reaquecimento daquela área. Como consequência do reaquecimento, a casca começa a perder resistência mecânica até o ponto em que a pressão ferrostática é suficiente para dobrá-la em direção ao molde.
- (d) Com a continuidade do processo de lingotamento contínuo, os "gaps" de ar vão se formando intermitentemente dando origem a uma superfície de lingote com marcas espaçadas. Na interface sólido/líquido, junto às regiões onde o transporte de calor é reduzido devido à formação dos "gaps" de ar, a espessura da camada sólida é menor provocando também a formação de uma interface sólido/líquido irregular.

O aço com 0,1% de Carbono apresenta, comparadamente com aços de maior teor de Carbono, a maior faixa de temperaturas de transformação no estado sólido. Uma vez que a transformação é acompanhada por uma redução volumétrica de 0,38%, o aço de 0,1% C apresenta maior contração do que aços de maior concentração de Carbono. Para aços de menor teor de Carbono a temperatura para completar a transformação $\delta \rightarrow \gamma$ torna-se progressivamente menor e a contração deve ocorrer um pouco mais abaixo no molde. Entretanto, nesta etapa a contração de natureza térmica predomina e mascara o efeito da contração devido à transformação alotrópica.

6.2.4. Outros mecanismos relacionados com o menisco

Alguns trabalhos recentes, e ainda em andamento, tem procurado esclarecer definitivamente a possibilidade da camada sólida que pode eventualmente ser formada sobre o menisco ser a responsável pelo surgimento de marcas superficiais. Neste particular dois fatores distintos devem ser analisados: o primeiro relacionado com as marcas que se formam mesmo sem movimentação do molde (de acordo com a proposição de Thornton) e o segundo relativo à movimentação do molde do lingotamento contínuo.

Com relação à formação das marcas superficiais com o molde estático, o fenômeno se daria segundo o esquema da Figura 6.4. A solidificação, nestas condições, começa a alguns milímetros do molde, e durante o movimento descendente do lingote a casca solidificada sobre o menisco deve deformar-se para adaptar-se à forma de equilíbrio do menisco. Se a pressão do fluido é insuficiente para vencer a resistência desta camada sólida, no sentido de deslocá-la completamente em direção da parede do molde, esta camada será deformada somente de forma parcial, provocando a formação da marca superficial. Se a velocidade de vazamento for relativamente baixa, a solidificação sobre o menisco se realizará de forma extensiva, impossibilitando a deformação pela pressão do fluido. Nestas condições, o metal líquido flui sobre esta casca sólida preenchendo parcialmente o espaço entre o molde e o menisco, solidificando em seguida. Ambos os fenômenos são periódicos.

A simulação do processo de lingotamento contínuo, com a utilização de materiais orgânicos, permitiu dentre outras observações, analisar-se a formação das marcas superficiais decorrentes

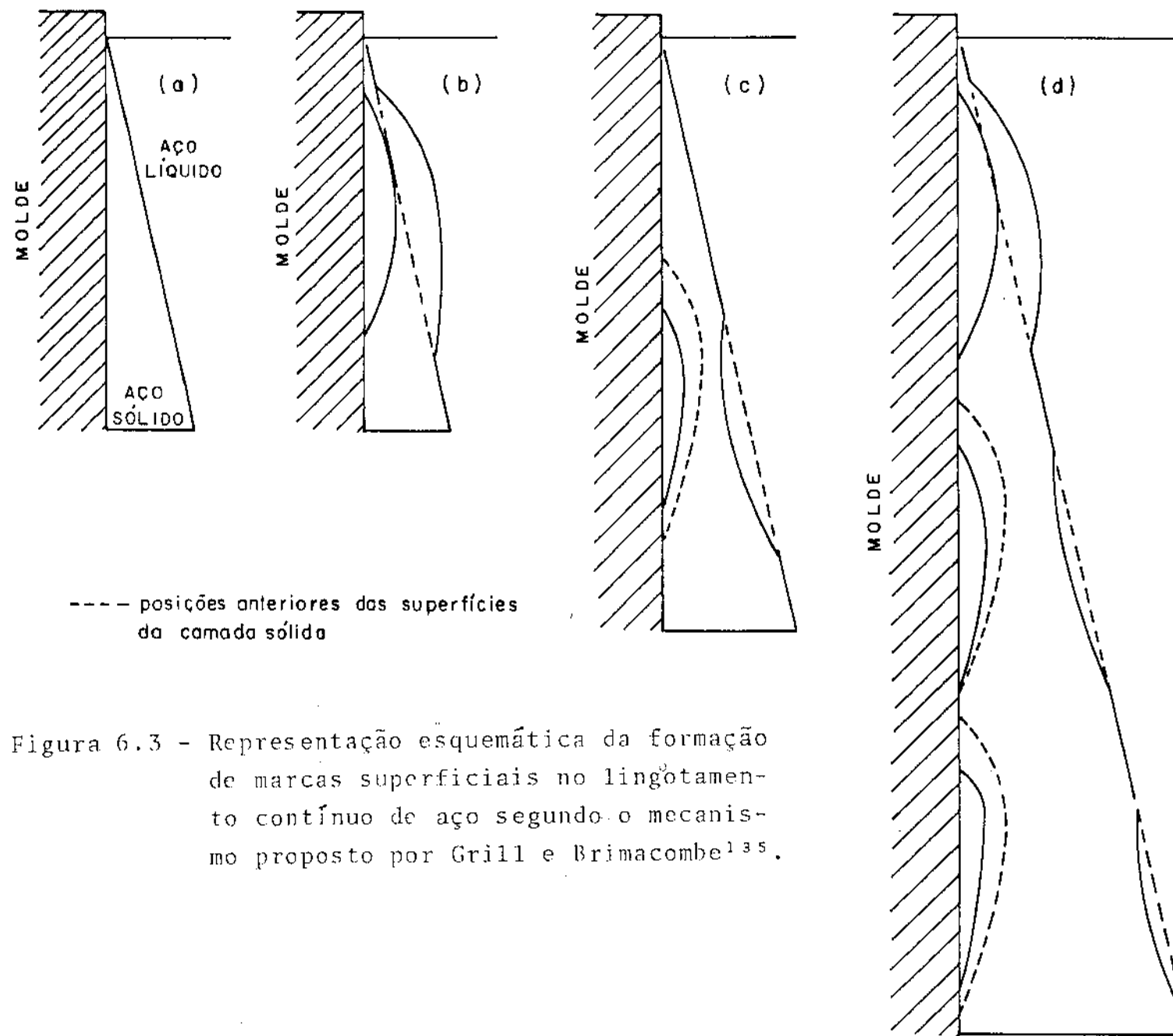


Figura 6.3 - Representação esquemática da formação de marcas superficiais no lingotamento contínuo de aço segundo o mecanismo proposto por Grill e Brimacombe¹³⁵.

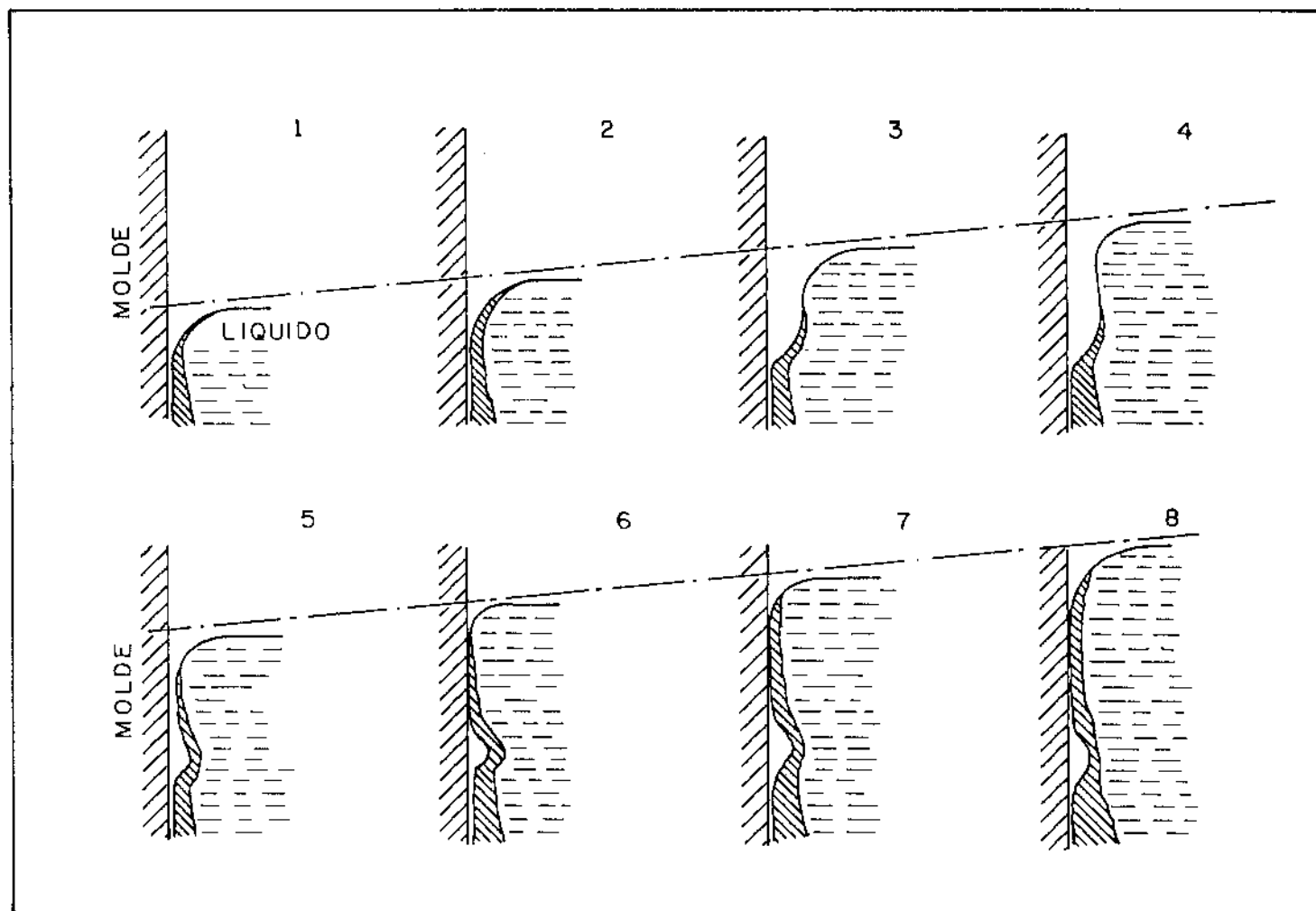


Figura 6.4 - Sequência de formação das marcas superficiais em molde estático refrigerado.

do movimento de oscilação do molde¹²⁶. Verificou-se através deste tipo de simulação que este tipo de marca superficial decorre da aderência do metal à superfície do molde, o que provoca a deformação do menisco quando do movimento do molde. A sequência de formação das marcas superficiais, nestas condições, está ilustrada esquematicamente na Figura 6.5. Durante o movimento ascendente do molde (de 1 a 3 na Figura 6.5), o menisco parcialmente solidificado é deslocado da superfície do molde devido à obstrução decorrente da aderência da parte do metal ao molde, e uma nova camada sólida é formada durante o movimento descendente do molde. Assim sendo, a largura da marca superficial, corresponderá a um ciclo do movimento de oscilação. Nas condições reais de lingotamento contínuo, esta aderência do metal à superfície do molde está diretamente ligada às forças de atrito entre camada solidificada e superfície do molde.

Baseando-se, portanto que o fenômeno de formação de marcas superficiais nos lingotes está vinculado diretamente à solidificação sobre o menisco, podem-se relacionar os seguintes parâmetros que provocariam uma menor incidência ou mesmo o desaparecimento completo de marcas superficiais:

- maior superaquecimento
- atmosferas de baixa condutibilidade térmica
- utilização de recobrimentos de molde isolantes
- moldes de baixa condutibilidade térmica
- moldes com superfície rugosa na região do menisco
- pré-aquecimento do molde na região do menisco.

Pode-se notar que todos estes parâmetros induzem uma maior dificuldade na extração de calor do molde, consequentemente qualquer outro parâmetro que conduza a um efeito neste sentido poderia ser utilizado. É evidente que a utilização de alguns destes parâmetros mencionados, é ou economicamente ou operacionalmente inviável. Até o momento ainda não se chegou a uma conclusão definitiva sobre o assunto, uma vez que o problema ainda está sendo analisado a nível de pesquisa.

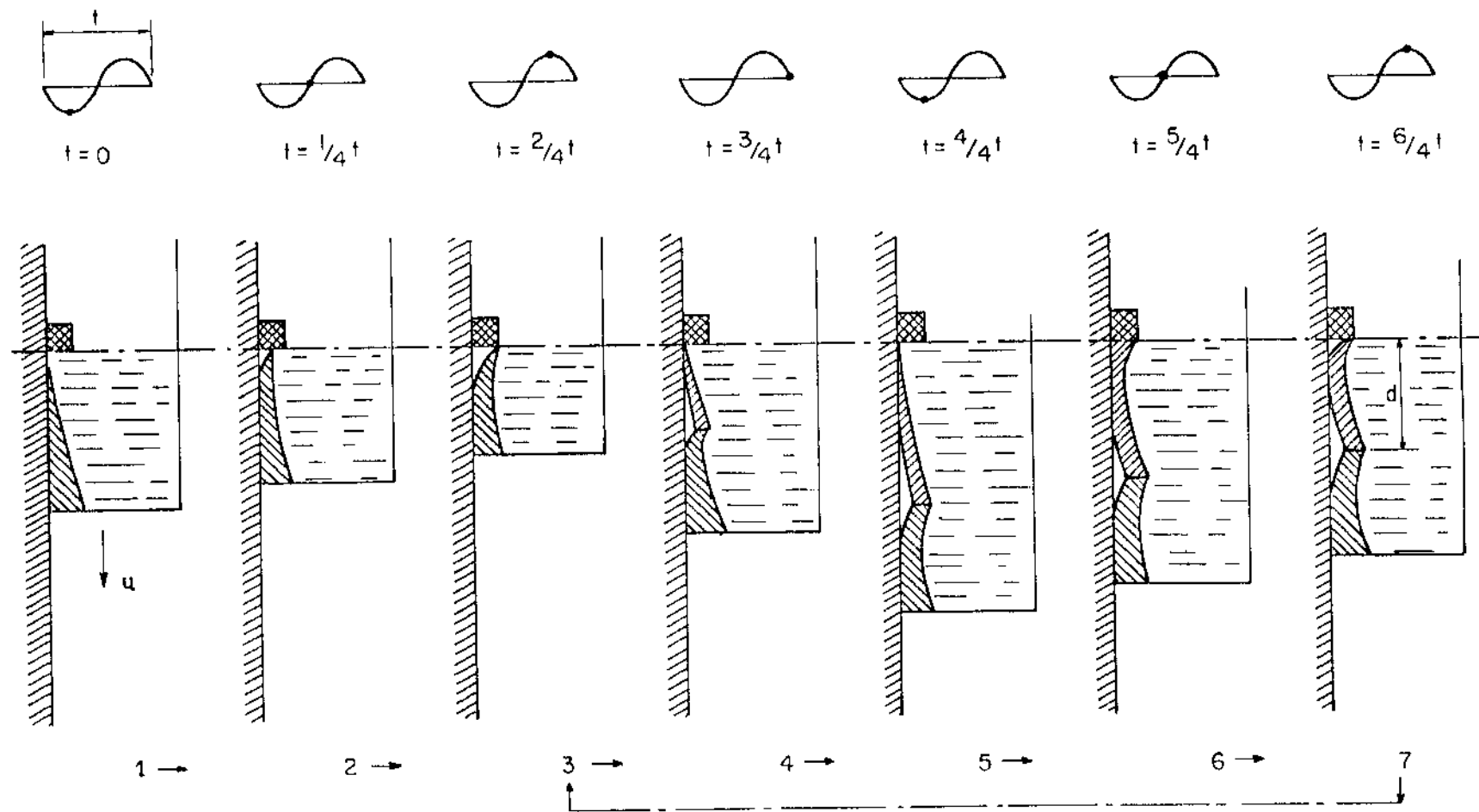


Figura 6.5 - Sequência de formação das marcas superficiais decorrentes do atrito/molde e do movimento de oscilação do molde.

6.3. Análise Experimental e Discussão

Uma forma de análise experimental dos fatores que influenciam a qualidade superficial de lingotes obtidos através do processo de lingotamento contínuo, consiste na realização de ensaios de simulação, nos quais se tem muito mais acesso ao controle individual dos fatores de influência. A Figura 6.6 mostra o esquema de um simulador no qual o metal líquido é vazado pela base de um molde com uma das faces constituída de cobre resfriado a água, e com as outras faces constituídas de isolante térmico. O vazamento controlado permite a utilização de velocidades de vazamento compatíveis com as obtidas na prática, e simula a alimentação de metal líquido que ocorre no molde do lingotamento contínuo. Naturalmente, nestas condições a influência do movimento de oscilação do molde não poderá ser analisada, uma vez que o sistema experimental é estático. Entretanto, os fatores que influenciam a solidificação sobre o menisco, podem ser analisados separadamente através da parametrização de alguns deles, permitindo a extrapolação das conclusões para as condições de molde oscilante, se para tanto considerar-se como verdadeira a hipótese da solidificação sobre o menisco constituir o fator essencialmente responsável pela formação das marcas superficiais.

Assumindo-se, por exemplo, que a forma do menisco líquido possa ser aproximada ao perfil que apresenta um volume de líquido cilíndrico em equilíbrio mecânico com outro meio (ou seja a pressão interna balanceada pela pressão devida ao efeito da capilaridade), esta forma pode ser calculada teoricamente, através da seguinte expressão¹⁴¹ :

$$y - y_0 = - (2 \gamma^2 - \epsilon^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \ln \frac{\gamma\sqrt{2} + (2 \gamma^2 - \epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon} \tag{6.1}$$

onde:

$$\gamma^2 = \text{constante de capilaridade} = \frac{2 \sigma_3}{g d_3}$$

σ_3 = tensão superficial do líquido

d_3 = densidade do líquido

g = aceleração da gravidade

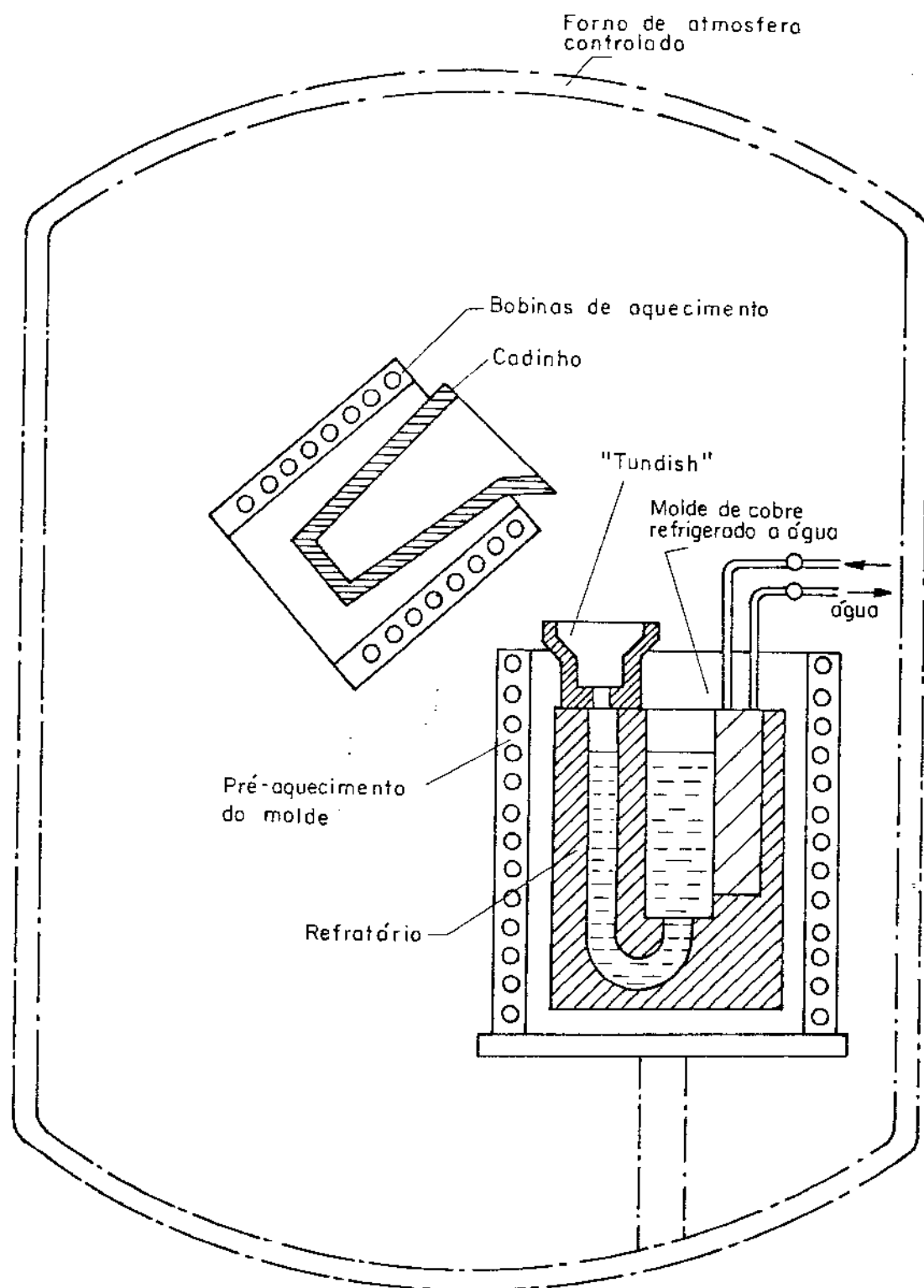


Figura 6.6 - Esquema da montagem experimental utilizada na simulação do lingotamento contínuo com objetivo de analisar a formação de marcas superficiais.

Fazendo-se com que a constante y_0 assuma o valor zero, a equação (6.1) permite obter o perfil mostrado na Figura 6.7. A tangente vertical ao perfil desta Figura, determina o ponto característico de coordenadas dadas por:

$$y^* = \gamma \left[1 - \frac{\ln(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2}} \right] = 0,377 \gamma \quad (6.2)$$

e

$$\epsilon^* = \gamma \quad (6.3)$$

Nestas condições, γ fornece o valor da distância vertical entre o nível do banho de metal líquido e o ponto vertical do menisco, e portanto a forma do perfil do menisco fica completamente determinada conhecendo-se a tensão superficial e a densidade do metal líquido. Tomono et al.¹⁴⁰ efetuaram medidas da forma do perfil do menisco do aço líquido utilizando-se de um simulador com janela de quartzo e obtiveram uma razoável concordância entre a forma observada do menisco e o perfil calculado pela equação (6.1), sendo que a diferença entre as formas observada e calculada foi atribuído pelos autores à possível solidificação sobre o menisco. Assim sendo, a forma do menisco líquido em equilíbrio mecânico com o meio que o envolve, pode ser calculada para cada meio ambiente e cada metal separadamente. A Figura 6.8 mostra as formas do menisco líquido para três diferentes metais, considerando o ar como meio envolvente. O estanho e o alumínio, no que diz respeito à forma do menisco representam os dois extremos dos metais de interesse comercial. Baseando-se na forma do menisco, deve-se esperar que o alumínio nas mesmas condições de lingotamento apresente marcas superficiais mais pronunciadas. Algumas experiências neste sentido foram realizadas com estanho e alumínio, e em condições opostas no que diz respeito à taxa de extração de calor do sistema metal/molde; sendo as experiências realizadas respectivamente sob vácuo e atmosfera de Hélio (condutora). Os resultados obtidos sob vácuo, não permitiram nenhuma distinção entre as qualidades superficiais dos lingotes de alumínio e estanho, uma vez que ambos apresentaram ótima qualidade superficial. Isto se explica em função das más con

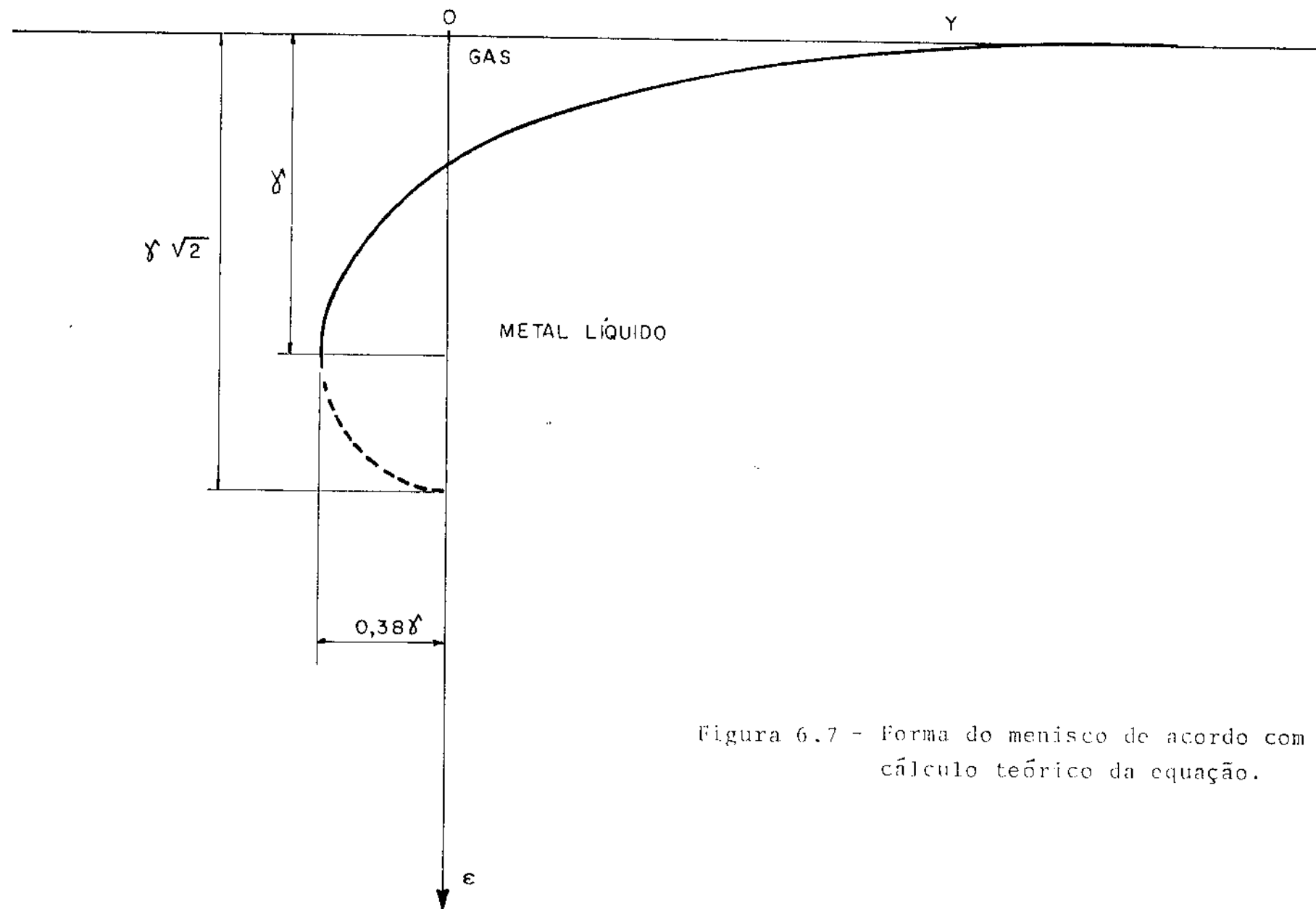


Figura 6.7 - Forma do menisco de acordo com cálculo teórico da equação.

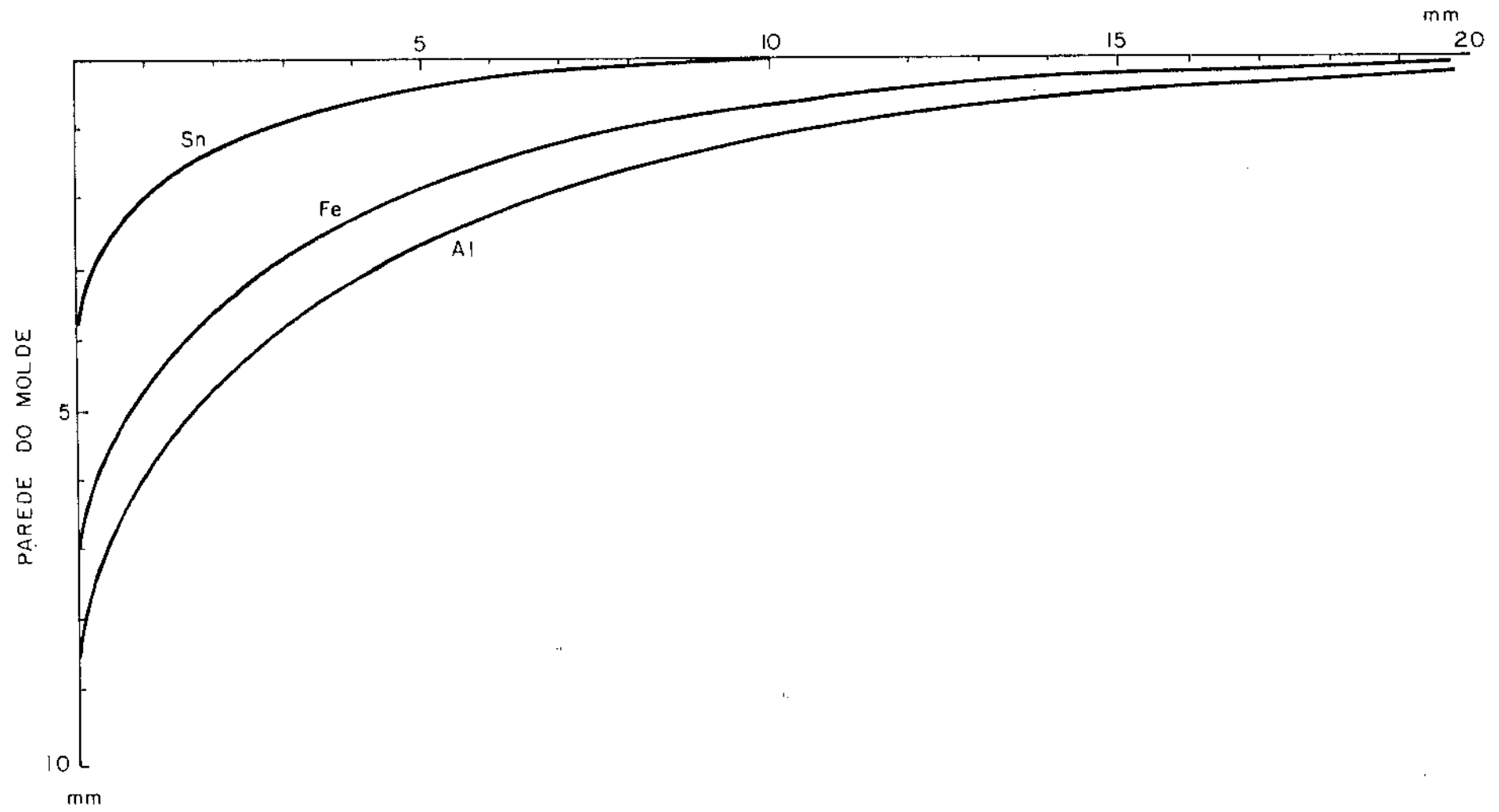


Figura 6.8 - Forma calculada do menisco de diferentes metais líquidos em equilíbrio com o ar.

dições de transporte de calor entre metal e molde, o que evitando a solidificação sobre o menisco permite contato mais efetivo do líquido no molde e conseqüentemente uma superfície mais regular. Nas condições opostas, ou seja sob atmosfera condutora de Hélio, os resultados concordaram com a expectativa. A qualidade superficial dos lingotes de alumínio apresentou-se bastante inferior à dos lingotes de estanho e as alturas livres dos meniscos observados nos lingotes obtidos mostraram-se bastante próximas das calculadas teoricamente.

Algumas outras experiências foram também realizadas com alumínio sob atmosfera de Hélio, quais sejam:

- (1) Al vazado com 100°C de superaquecimento;
- (2) Al vazado sem superaquecimento, mas com o molde recoberto com material isolante.

Estas experiências foram programadas com o intuito de eliminar a solidificação sobre o menisco através da imposição de maiores dificuldades à extração de calor. Os resultados obtidos confirmaram a expectativa, uma vez que a qualidade da superfície apresentou-se bastante boa e sem as marcas profundas que caracterizaram o lingote de alumínio vazado sem superaquecimento no molde polido.

Outro fator de importância no que diz respeito à incidência de marcas superficiais nos lingotes, refere-se ao conteúdo de soluto da liga, ou mais diretamente ao tamanho da faixa de solidificação. Os resultados de observações mostram uma tendência geral no sentido de uma melhor qualidade de superfície para ligas de maiores intervalos de solidificação. Isto é bastante evidente no caso dos aços, onde a partir de cerca de 0,25% de Carbono na composição química, a incidência de marcas superficiais diminui significativamente. A formulação de uma hipótese explicativa geral para esta evidência, deve se basear em pelo menos três fatores distintos que influem na estabilidade mecânica da camada solidificada sobre o menisco, quais sejam: a distorção térmica, a resistência mecânica intrínseca da camada, e a pressão metalostática exercida sobre a camada. A força motriz da distorção térmica (ψ), consiste no valor absoluto do gradiente da taxa de resfriamento, o que para

condições de fluxo unidimensional de calor durante a solidificação de uma liga é dada por¹⁴:

$$\psi = \left[\frac{\partial \dot{T}}{\partial x} \right] \quad (6.4)$$

que pode ser calculada para determinados pontos da camada, utilizando-se as equações desenvolvidas no Capítulo 3. Pode-se observar que os valores de ψ são bastante dependentes da condutância térmica entre a camada e o molde, e da faixa de solidificação da liga, já que estes fatores, que não são independentes entre si dadas as condições de não equilíbrio durante a solidificação da camada, irão determinar qual a proporção da camada que se encontra totalmente sólida e qual a proporção constituída da mistura de sólido e líquido ("mushy zone"). Estas proporções irão por sua vez influenciar a taxa de resfriamento ao longo da camada, já que uma maior proporção de mistura sólido/líquido na camada implicará em menores gradientes de taxas de resfriamento, e portanto menor tendência à distorção.

A análise da possibilidade de formação de marcas superficiais durante a solidificação de ligas deve então levar em conta todos os três fatores já mencionados atuando conjuntamente. Assim, no caso de ligas de estreita faixa de solidificação de não equilíbrio, a camada solidificada sobre o menisco é quase que totalmente sólida desde o início o que conduz a valores mais elevados de ψ desde o início, indicando uma maior tendência à distorção. Por outro lado, a existência de uma camada constituída quase que totalmente de sólido implica também em uma maior resistência mecânica do que se houvesse uma maior proporção de mistura sólido/líquido. Assim sendo, o efeito resultante da distorção e da pressão metalostática sobre a resistência da camada é que iria determinar a tendência de dobramento da camada sobre o menisco, e ainda assim existiriam duas possibilidades:

- (a) o efeito resultante é tal que consegue vencer a resistência das partes mais finas da camada dobrando-a em direção ao molde (Figura 6.9a).
- (b) o efeito resultante não é suficiente para vencer a resistência da camada, e o metal líquido flui por sobre a camada já solidificada (Figura 6.9b).

Todas as duas possibilidades conforme esquematizado na Figura 6.9 levariam à formação de marcas superficiais, embora com tendência de se apresentarem mais largas e mais profundas na possibilidade (a).

Para ligas de faixa de solidificação de não equilíbrio maiores, a situação é a inversa da apresentada. A camada sobre o menisco é constituída quase que totalmente de mistura de sólido e líquido, levando a valores de ψ baixos e consequentemente menor possibilidade de distorção. A resistência mecânica desta mistura sólido/líquido é baixa, dando lugar à pressão metalostática como efeito dominante ao longo de toda a camada sobre o menisco. Nestas condições a pressão metalostática poderia provocar o deslocamento total desta camada em direção ao molde (Figura 6.9c) ou mesmo provocar o rompimento desta camada permitindo a passagem de metal líquido que preencheria o espaço entre o menisco e o molde. Ambas as possibilidades evitariam a formação das marcas de superfície.

Esta hipótese de influência do intervalo de solidificação na qualidade superficial deve ainda ser mais amplamente investigada experimentalmente em diferentes sistemas binários e composições químicas para que possa ser generalizada, embora algumas observações em lingotes de ligas eutéticas reforcem esta hipótese formulada, mostrando a incidência de marcas de superfície similares às do metal base, o qual conforme já foi comentado tem a tendência geral de apresentar marcas mais acentuadas.

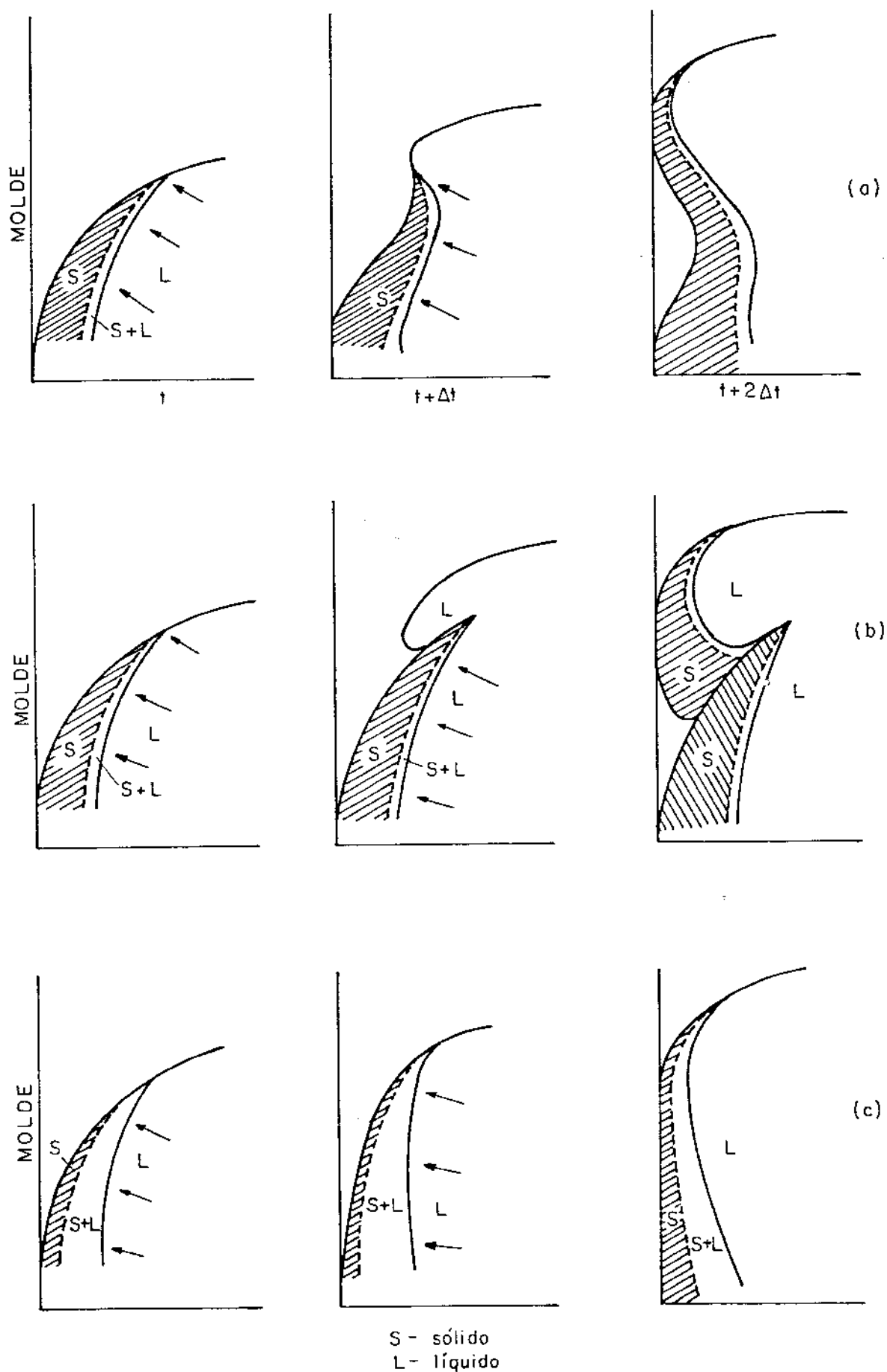


Figura 6.9 - Representação esquemática da formação de marcas superficiais para ligas de diferentes faixas de solidificação, de acordo com a hipótese formulada.
 (a) e (b) possibilidades com ligas de estreita faixa de solidificação
 (c) ligas de faixa extensiva de solidificação.

7. APLICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO NO DIMENSIONAMENTO DE PARTES DE UM SISTEMA DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO

7.1. Considerações Gerais

O molde e a câmara de resfriamento por chuveiros devem cumprir importantes requisitos térmicos, combinando capacidade máxima de extração de calor do metal com um mínimo de defeitos metalúrgicos no produto. O molde deve promover uma remoção uniforme de calor para evitar a formação de regiões localizadas com camadas sólidas de pequena espessura que possam se romper durante o processo, ou no mínimo conduzir à formação de trincas superficiais. Para tanto, fixada uma série de condições de lingotamento, diversos parâmetros do molde devem ser regulados, sendo mais importantes o comprimento útil do molde, conicidade, e o raios dos cantos do molde²⁵. A continuidade da retirada de calor na região dos chuveiros, deve ser tal que produza taxas de resfriamento que se complementem entre cada conjunto de chuveiros, conduzindo à operação do equipamento em um regime ótimo de extração de calor, já que um resfriamento excessivo provoca a formação de trincas na passagem pelos rolos defletores ou de endireitamento, enquanto que um resfriamento deficiente conduz a um poço de metal líquido longo, e consequentemente a um comprimento excessivo do equipamento. Nestas condições, são duas as principais variáveis que devem ser reguladas para otimizar o desempenho dos chuveiros de resfriamento: a distribuição do fluxo de água e o comprimento de cada conjunto de chuveiros de resfriamento.

Além dos requisitos térmicos mencionados, é importante enfatizar que um equipamento de lingotamento contínuo deve cumprir importantes funções de caráter mecânico. A oscilação do molde, o suporte e o direcionamento do lingote através de rolos extratores, e a estação de corte do lingote, devem ser projetados cuidadosamente complementando os dados de projeto obtidos através da análise térmica do processo. Uma das maiores dificuldades no projeto de equipamentos de lingotamento contínuo, consiste em expressar em termos quantitativos todas as condições que conduzem a problemas como a formação de trincas e rupturas da camada solidificada, o que faz com que muitos dos avanços e modificações nestes equipamentos tenham sido obtidos através de métodos empíricos.

Os parâmetros do equipamento de lingotamento contínuo, que são decorrentes dos aspectos térmicos do processo, devem ser obtidos através da análise matemática do transporte de calor durante a solidificação. Neste capítulo, estes parâmetros serão obtidos através da utilização do modelo matemático proposto em capítulo anterior deste trabalho, no caso particular do lingotamento contínuo de aço de baixo Carbono, utilizando-se dos critérios já estabelecidos e discutidos também em capítulos anteriores.

7.2. Molde

O dimensionamento de um molde do equipamento de lingotamento contínuo para uma série de condições de operação, exige o conhecimento da dependência entre uma série de parâmetros tais como: raio dos cantos, conicidade e comprimento útil do molde, e o fluxo de calor em função da distância ao longo do molde. Neste particular, somente a relação entre fluxo de calor e posição no molde tem sido estabelecida com razoável precisão. Sob ponto de vista de projeto, interessa a determinação do comprimento útil do molde (L_0), necessário para solidificar uma camada (S_c), para uma determinada velocidade de produção, dimensões da secção, e composição química do metal.

O comprimento útil do molde (L_0), em função da composição química e da velocidade de produção (u) pode ser calculado através da equação (3.52). Para o caso particular de um aço de baixo Carbono, admitindo-se um coeficiente global médio de transferência de calor (h) igual a $1,8 \text{ kW/m}^2\text{K}$, pode-se determinar uma relação entre L_0 e u em função de S_c , utilizando-se as propriedades físicas que constam do Apêndice 2. A Figura 7.1 ilustra a interdependência entre estes três fatores, podendo-se notar que a inclinação da cada reta representa o tempo necessário para solidificar a camada S_c . Dadas velocidade de produção e camada sólida necessária na saída do molde pode-se determinar seu comprimento útil através da Figura 7.1. Como L_0 depende de S_c e h , valores que não se conhecem a priori no projeto do molde, pode-se utilizar valores de recomendação retirados da prática do lingotamento contínuo do aço, como os valores de S_c fornecidos por Brimacombe²⁵ (vide Capítulo 2) em função da secção do lingote, e estimando valores de h através da

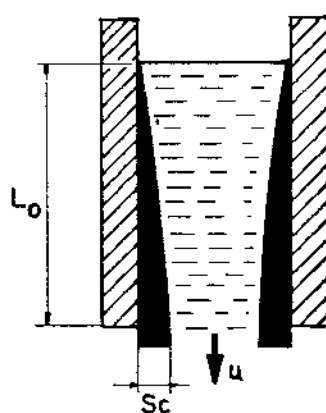
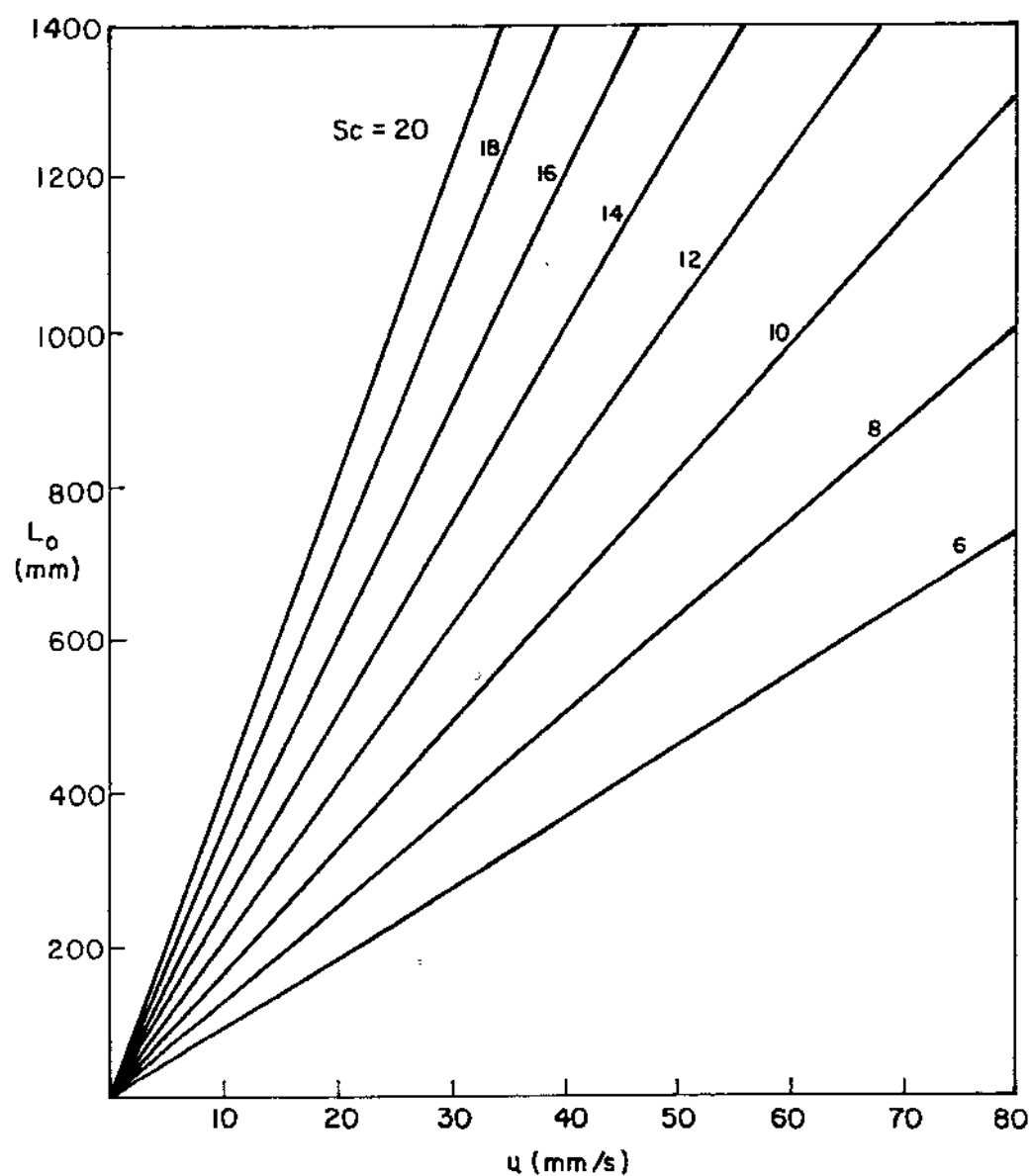


Figura 7.1 - Variação do comprimento útil do molde em função da velocidade de produção para diversas espessuras de camada solidificada na saída do molde, Sc (mm).

equação (2.22). Ao assumir-se um valor de h é preciso alguma cautela, uma vez que sabe-se que a composição química do aço está relacionada com o fluxo de calor no molde, e consequentemente com h . Para concentrações de Carbono menores que 0,25% o fluxo de calor pode ser cerca de 15 a 20% menor do que outras composições (vide Figura 2.12), consequentemente para um mesmo comprimento de molde a camada sólida será menos espessa na base do molde.

Um aspecto prático interessante de se notar, consiste na utilização preponderante no lingotamento contínuo do aço de moldes com valores de L_0 entre 600 e 700 mm independentemente do tamanho da secção. Nestas condições, uma placa que necessita um valor de $S_c > 20$ mm na saída do molde para resistir mais à tendência de abaulamento na sua face mais larga, deverá ser produzida, a velocidades de cerca de 10 mm/s, enquanto que tarugos podem ser produzidos entre 35 e 50 mm/s apresentando valores de S_c respectivamente entre 1,20 e 0,9 mm. Uma tendência atual, indica entretanto que no futuro os comprimentos úteis de molde deverão ser aumentados tendo em vista um aumento da produtividade, e neste caso curvas como a da Figura 7.1 podem ser utilizadas na determinação do aumento no comprimento necessário para atender a maior velocidade de produção. Cabe lembrar que este aumento não significa necessariamente a troca completa do molde, já que podem ser utilizados segmentos de molde adaptados na base do molde anterior, semelhantes a um tipo desenvolvido recentemente e que é pressionado em direção ao lingote através de molas de pressão⁷. Em todas estas situações ao valor de L_0 , deve ser sempre acrescido de cerca de 100 mm na determinação do comprimento total do molde, para se levar em conta a altura livre acima do menisco.

Após estabelecer-se o comprimento total do molde, o valor de S_c é um dos parâmetros a ser fornecido para o dimensionamento, da etapa de resfriamento por chuveiros. Outro parâmetro que também deve ser fornecido é a temperatura da superfície do lingote na saída do molde, a qual uma vez fixadas as condições de lingotamento e o valor de h assumido no projeto do molde, pode ser calculada pela equação (3.24). Entretanto, no que se refere à cálculo de temperatura no molde, conforme foi discutido no Capítulo 2, é importante levar-se em consideração a variação de h no molde ao invés de assumir um valor médio ao longo do comprimento da lingotei-

ra. Assim sendo, assumiu-se a variação de h , proposta na Figura 2.20 no cálculo da temperatura da superfície do lingote. A Figura 7.2 mostra a variação desta temperatura ao longo do molde, para as duas condições mencionadas, quais sejam h constante e h variável, podendo-se notar uma diferença apreciável entre os dois valores obtidos na saída do molde. Estes valores são também comparadas na Figura 7.2 com resultados experimentais da temperatura superficial na saída do molde, obtidas por diferentes autores^{15, 86} para uma faixa de velocidades de produção de 33 a 42 mm/s. Nota-se que a temperatura calculada pelo modelo proposto com h variável é bastante próxima das temperaturas experimentais.

7.3. Etapas de Resfriamento Secundário e de Radiação Livre

A abordagem utilizada no dimensionamento dos conjuntos de chuveiros de resfriamento é diferente da adotada no dimensionamento do molde. Primeiramente conhece-se mais a respeito da relação entre as taxas de extração de calor e os parâmetros dos chuveiros de resfriamento, e em segundo lugar os chuveiros são bastante flexíveis sob ponto de vista do controle do fluxo de calor, o que permite estabelecer uma faixa mais ampla de possibilidades de projeto comparativamente ao molde. Os critérios fundamentais que devem definir as condições de resfriamento na etapa secundária são: minimização no aparecimento de trincas e a manutenção de uma velocidade de solidificação que seja a máxima possível. O primeiro implica em reaquecimentos da superfície do lingote que não sejam muito elevados entre cada conjunto de chuveiros e na fixação de uma temperatura mínima na superfície do lingote que evite a transformação $\gamma \rightarrow \alpha$ do ferro, evitando consequentemente alterações volumétricas diferenciais que possam conduzir à formação de trincas. O critério de máxima velocidade de solidificação implica numa taxa de extração de calor elevada, o que fica entretanto limitada pelo primeiro critério. Assim sendo, deve-se procurar um equilíbrio entre os dois critérios para que se possa estabelecer condições ótimas de resfriamento com mínimas dimensões dos conjuntos de chuveiros.

Utilizando-se os dados de cálculo obtidos na etapa de resfriamento primário (S_c e T_i), e as equações (3.24), (3.52) e

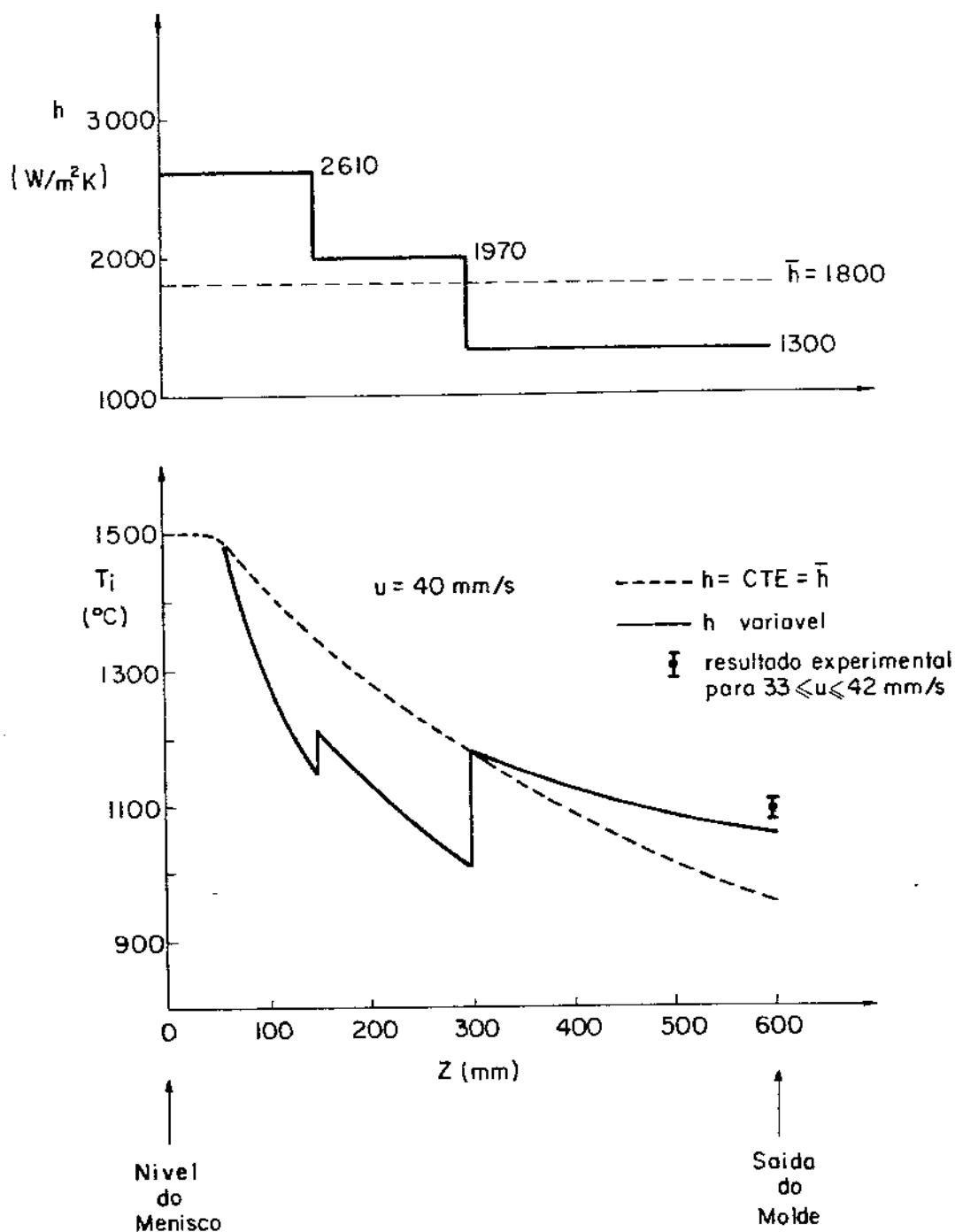


Figura 7.2 - Reflexo da adoção de uma variação de h no molde sobre a temperatura da superfície de um lingote de aço de baixo carbono a uma velocidade de produção de 40 mm/s.

(3.53), assumindo um critério de temperatura mínima de 870°C para a superfície do lingote^{11,61}, e adotando uma sequência de chuveiros com um escalonamento mínimo nos valores de h pode-se determinar as dimensões de cada conjunto de chuveiros em função da queda da temperatura superficial. A Figura 7.3 apresenta os resultados obtidos, em função do tempo de permanência do lingote em cada conjunto de chuveiros. Nota-se que os valores adotados para h nos diferentes conjuntos de chuveiros permite obter um reaquecimento máximo de menos de 100°C para a superfície do lingote. A Figura 7.4 complementa os resultados da Figura 7.3 mostrando o deslocamento das linhas "solidus" e "liquidus" ao longo das diferentes zonas de resfriamento. No ponto em que o lingote atingiu 85% de sua espessura total completamente solidificada, passou-se à zona de radiação livre. Com a adoção de todos estes critérios estabeleceu-se seis zonas de resfriamento por chuveiros, e um tempo total de solidificação de 285 segundos. As dimensões individuais de cada conjunto de chuveiros, bem como o comprimento total da instalação são mostrados na Figura 7.5 em função da velocidade de produção.

7.4. Comparações entre Previsões de Modelos Matemáticos e Resultados Experimentais

Com a finalidade de se estabelecer o desempenho do modelo proposto ao longo de todas as etapas de resfriamento de um sistema de lingotamento contínuo, é interessante realizar uma comparação com as previsões teóricas fornecidas por um modelo numérico, bem como comparações com resultados experimentais obtidos em um equipamento industrial de lingotamento contínuo do aço.

A Figura 7.6 apresenta uma primeira comparação entre as previsões teóricas do modelo proposto e as previsões teóricas de um método de diferenças finitas utilizado por Brimacombe²⁵, ao longo de toda a etapa de resfriamento secundário, para o lingotamento contínuo de um aço de baixo Carbono. Este autor adota uma série de valores de h para os diferentes conjuntos de chuveiros, e um critério artificial para a temperatura da superfície do lingote, mantendo-a sempre após a primeira zona de resfriamento a 1100°C , o que evidentemente não se pode conseguir em condições operacionais. Com este artifício o autor mantém dentro de cada con

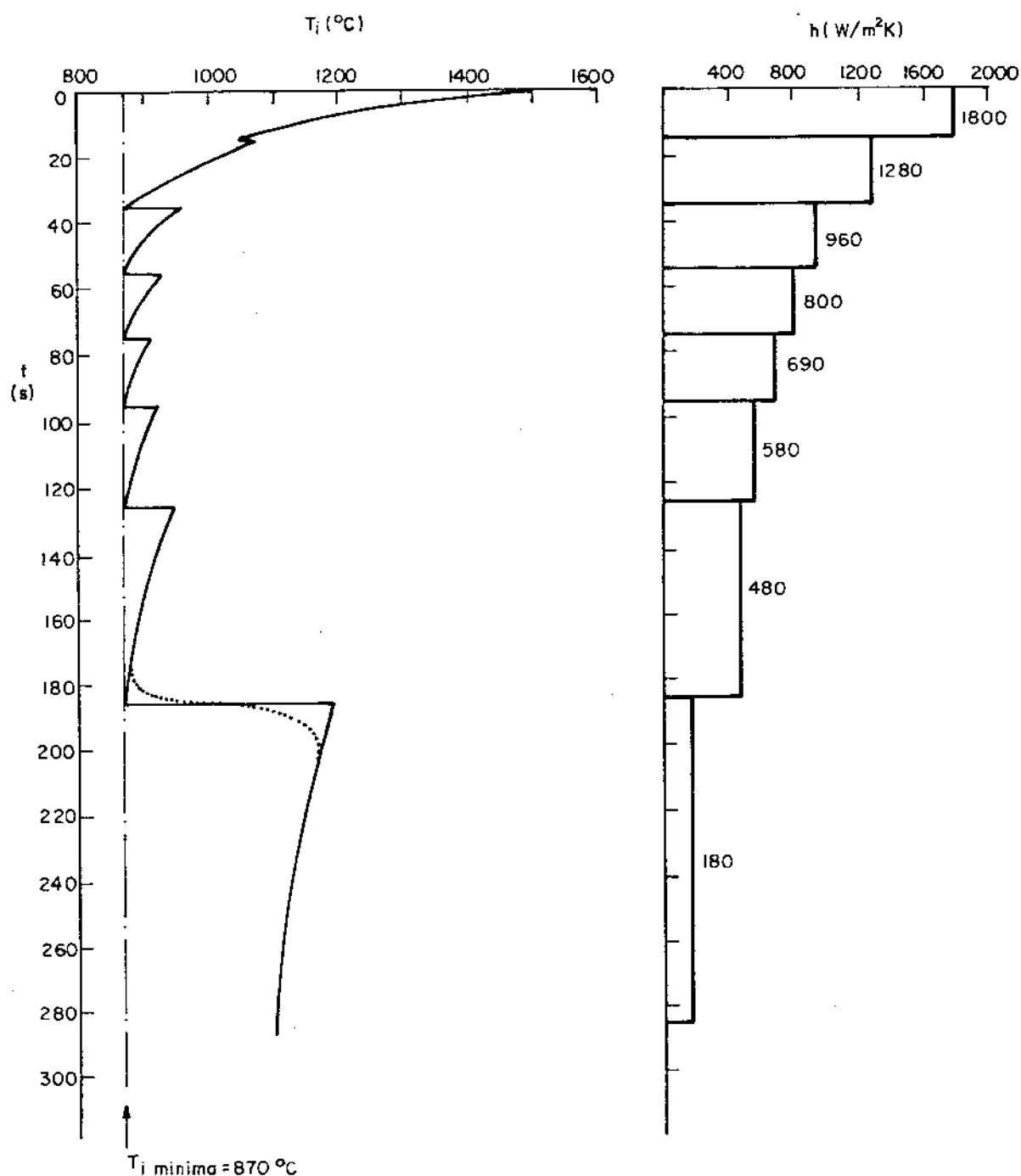


Figura 7.3 - Tempo de permanência do lingote de aço de baixo carbono em cada zona de resfriamento por chuveiros, em função dos valores de h de cada conjunto de chuveiros adotado e da temperatura mínima da superfície do lingote fixada em 870°C .

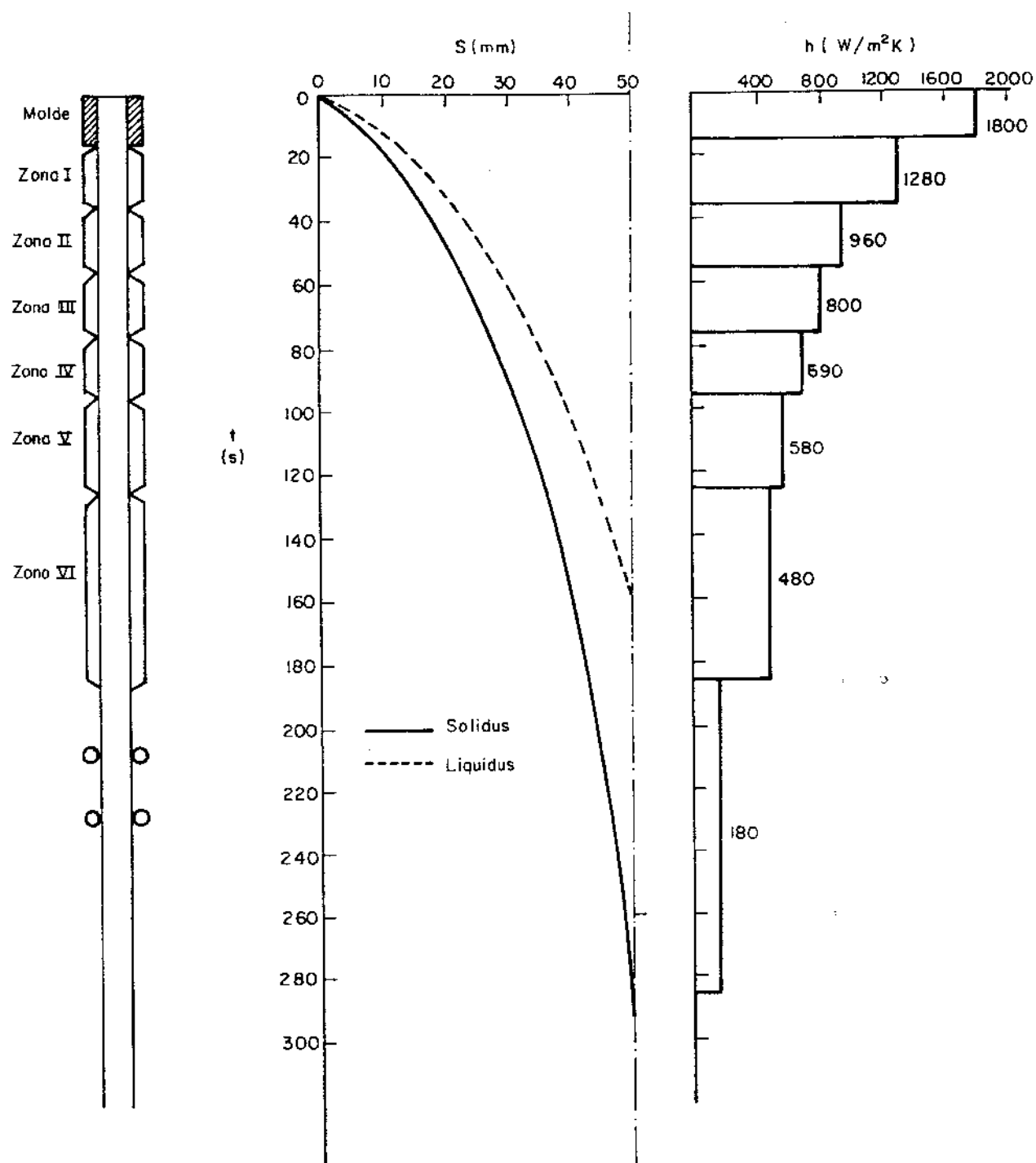


Figura 7.4 - Evolução do processo de solidificação de um lingote de aço de baixo carbono nas diferentes etapas de resfriamento de acordo com as previsões do modelo proposto.

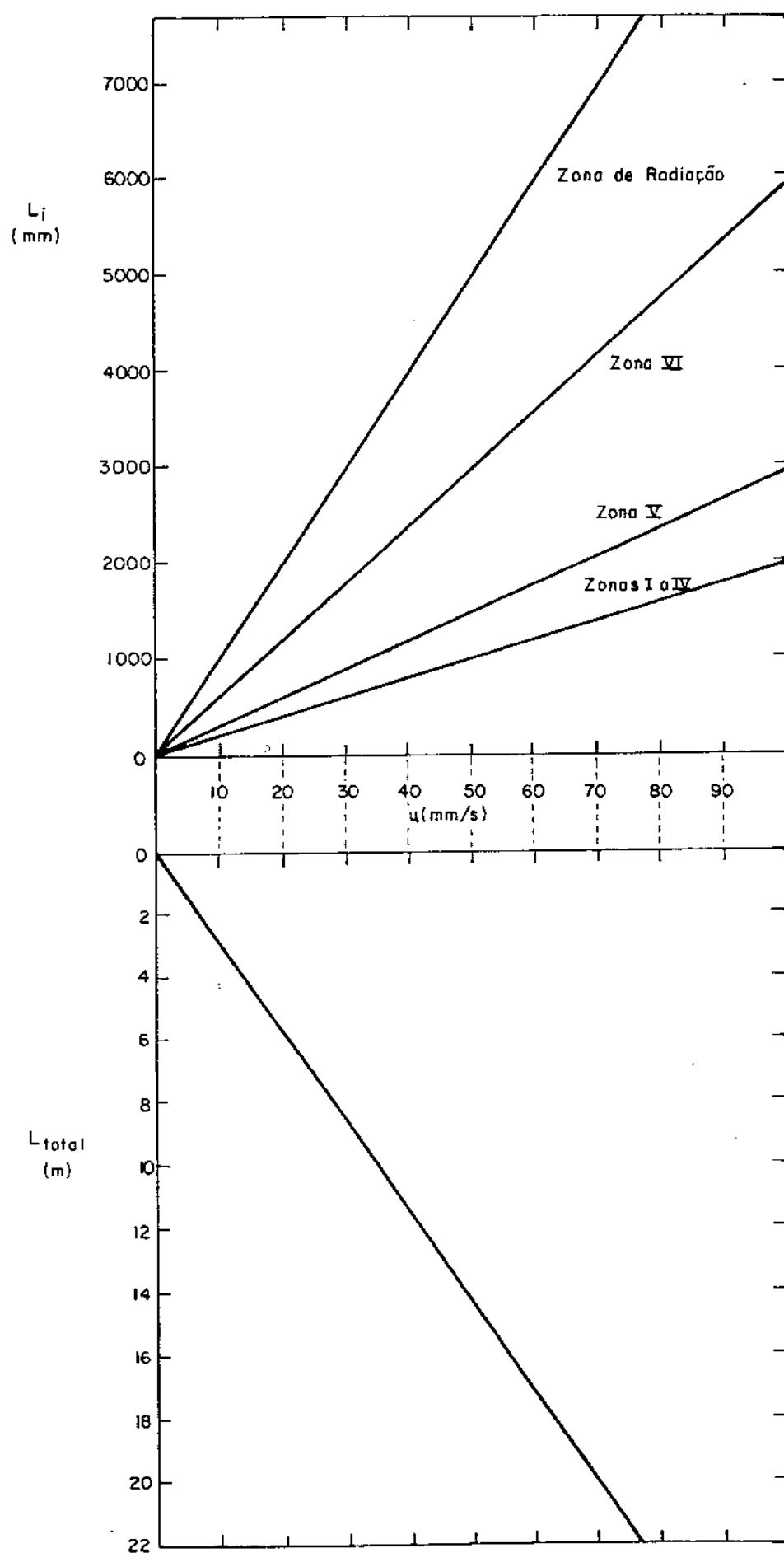
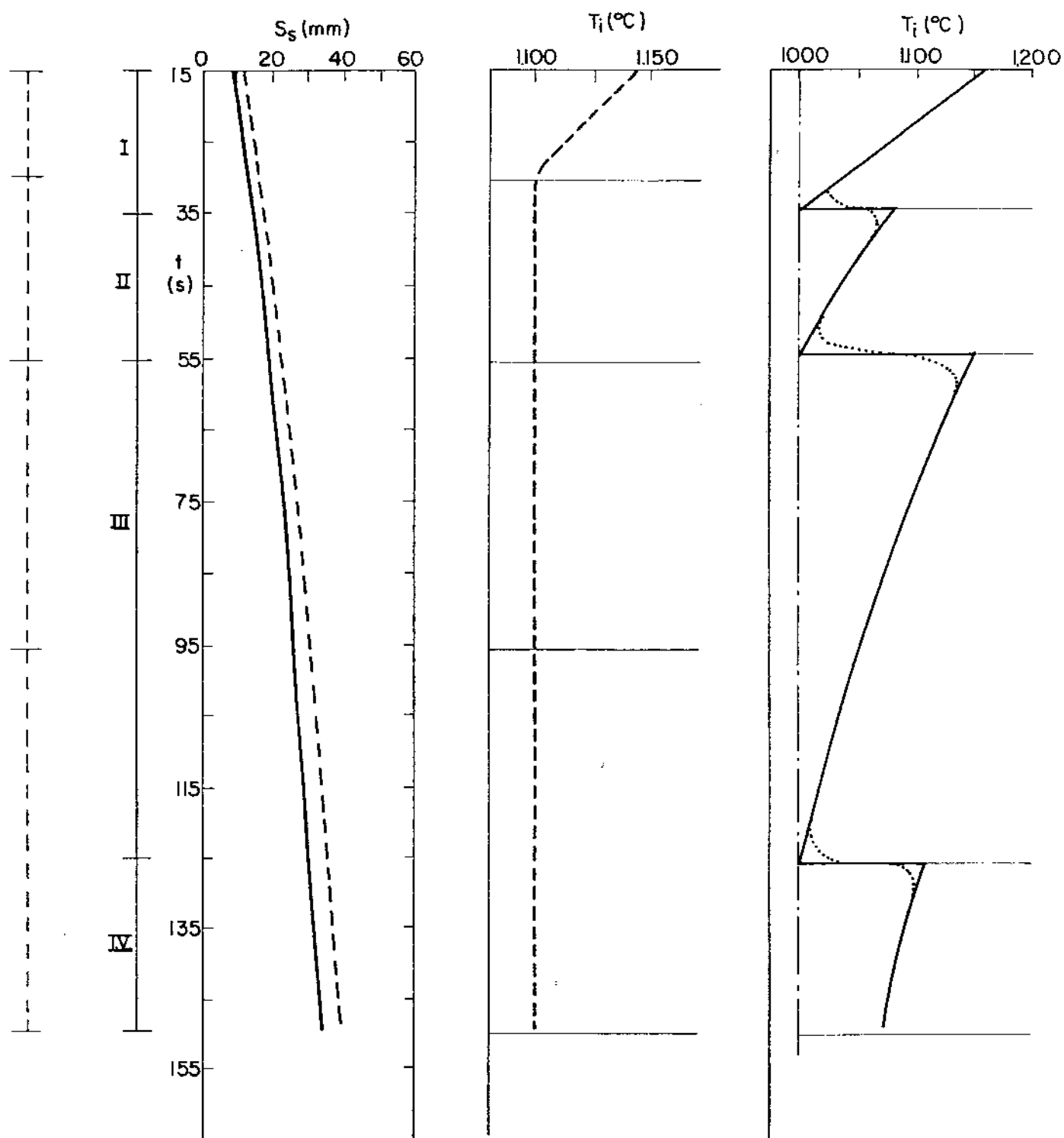


Figura 7.5 - Variação do comprimento de cada zona de resfriamento (L_i) e do comprimento total do sistema de lingotamento contínuo nas condições analisadas nas figuras anteriores, em função da velocidade de produção.



Zona	h W/m ² K (cal/cm ² s °C)
I	920 (0,022)
II	710 (0,017)
III	460 (0,011)
IV	300 (0,007)

— Modelo proposto
 ---- Método numérico de Brinacombe

Figura 7.6 - Evolução da camada solidificada e dimensões das zonas de resfriamento da etapa secundária no lingotamento contínuo de um lingote de aço de baixo carbono com secção quadrada de 100 mm de lado. Comparação entre o modelo proposto e o método numérico de Brinacombe²⁵. Os valores de h de cada conjunto de chuveiros são os mesmos adotados por Brinacombe.

junto de chuveiros um fluxo de calor constante, ao invés de decrescente o que acelera artificialmente o processo de evolução da camada sólida. Para efeito de aplicação do modelo proposto adotamos uma temperatura mínima de 1000°C e evidentemente os mesmos valores de h para os conjuntos de chuveiros. A comparação entre as duas previsões teóricas mostra uma diferença entre os tempos de permanência do lingote em cada conjunto de chuveiros, decorrente da diferença entre os critérios de temperatura superficial. Com relação ao perfil da camada solidificada nota-se uma pequena diferença entre as previsões dos dois modelos matemáticos, já que a resistência térmica intrínseca da camada sólida mascara um pouco os efeitos de alterações não muito bruscas nas condições externas de resfriamento, notando-se de qualquer forma que o perfil do sólido obtido pelo método numérico encontra-se levemente acelerado em relação ao obtido pelo método analítico. A menos das diferenças de critério as previsões dos dois modelos são bastante compatíveis no que diz respeito à evolução do processo de solidificação.

A Figura 7.7 apresenta uma comparação entre resultados experimentais obtidos em operação industrial de lingotamento contínuo de aço de baixo Carbono⁸⁶. A evolução da camada solidificada foi determinada através da adição de traçadores radioativos no poço de metal líquido, e posterior exame radiográfico da secção do lingote, e encontra-se representada pela linha tracejada da Figura 7.7. Como os valores dos coeficientes de transmissão de calor da etapa de resfriamento secundário não são fornecidas pelo autor das experiências, utilizou-se nos cálculos teóricos do modelo proposto o mesmo arranjo de chuveiros do item 7.3 e o mesmo critério de temperatura mínima, limitados entretanto pelo comprimento da etapa de resfriamento secundário do equipamento onde foram realizadas as experiências. Os resultados obtidos relativos à evolução das linhas "solidus" e "liquidus" são apresentados na Figura 7.7 e nota-se uma compatibilidade bastante boa com os resultados experimentais, já que é esperado que os traçadores radioativos se difundam a partir da linha "liquidus" em direção à "solidus" embora dificilmente atinjam esta última, que é o que ocorre na Figura 7.7 evidenciando um bom desempenho nas previsões teóricas do modelo proposto.

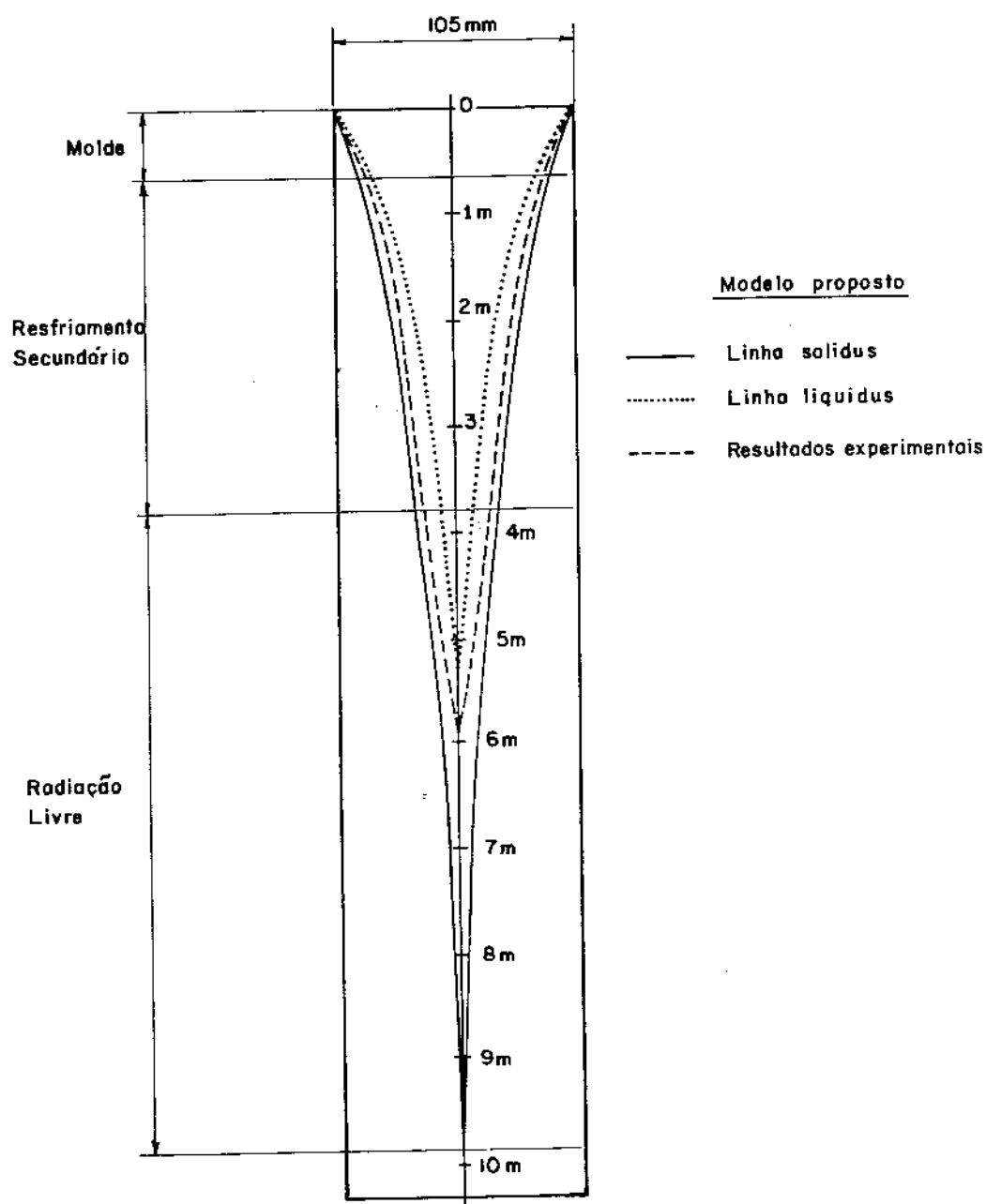


Figura 7.7 - Perfil de solidificação de um lingote de aço de baixo carbono de secção de 105 x 105 mm, para uma velocidade de extração de 30 mm/s. Comparação entre resultados experimentais e expectativa teórica do modelo proposto.

8. CONCLUSÕES

A análise da transferência de calor e da solidificação no processo de lingotamento contínuo de metais, realizada neste trabalho, os resultados experimentais obtidos e/ou analisados e as comparações executadas, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

8.1. O comportamento térmico durante o lingotamento contínuo de metais puros ou de ligas metálicas de estreita faixa de solidificação pode ser analisado através de um modelo analítico de solidificação dado por:

perfil de solidificação:

$$Z = u \left[\frac{1}{4 a_1 \phi^2} S^2 + \frac{H d_1}{h(T_f - T_o)} S \right]$$

ou

$$Z = u (\alpha S^2 + \beta S)$$

perfil de temperatura no metal solidificado:

$$T_1 = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\text{erf}(\phi)} \text{erf}\left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S}\right)$$

A cinética de solidificação no molde pode ser determinada utilizando-se um valor médio para o coeficiente global de transmissão de calor, enquanto que para a determinação das temperaturas no sólido é essencial considerar-se a variação deste coeficiente. As equações representativas do modelo analítico de solidificação podem ser utilizadas para qualquer variação de h , bastando para tanto aproximar esta variação a um escalonamento em degraus conforme procedimento descrito no Capítulo 2 deste trabalho.

8.2. O comportamento térmico durante a solidificação de ligas metálicas binárias em moldes refrigerados em geral, e em particular no processo de lingotamento contínuo, pode ser analisado através de um modelo analítico de solidificação dado por:

deslocamento da isoterma solidus:

$$z = u \left[\frac{1}{4 a_1 \phi_1^2} S_s^2 + \frac{L_o}{2 a_1 \phi_1^2} S_s + \frac{(L_o^2 - S_o^2)}{4 a_1 \phi_1^2} \right]$$

deslocamento da isoterma liquidus:

$$z = u \left(\frac{1}{4 a_2 \phi_2^2} S_L^2 + \frac{L_o}{2 a_2 \phi_2^2} S_L \right)$$

perfil de temperaturas no metal solidificado

$$T_1 = T_o + \frac{(T_s - T_o)}{\text{erf}(\phi_1)} \text{erf}\left(\phi_1 \frac{x + L_o}{S_s + L_o}\right)$$

perfil de temperaturas na região de sólido e líquido

$$T_2 = T_L - \frac{(T_L - T_s)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(n\phi_1)} \left[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}\left(\phi_2 \frac{x + L_o}{S_L + L_o}\right) \right]$$

perfil de temperaturas no metal líquido

$$T_3 = T_v - \frac{(T_v - T_L)}{1 - \text{erf}(m\phi_2)} \left[1 - \text{erf}\left(m\phi_2 \frac{x + L_o}{S_L + L_o}\right) \right]$$

As equações acima podem também ser aplicadas a qualquer variação de h através do mesmo procedimento utilizado no caso de metais puros.

8.3. Os espaçamentos interdendríticos de primeira e segunda ordem podem ser relacionados com parâmetros de natureza térmica do processo de solidificação e calculados por:

ligas de estreita faixa de solidificação:

$$\lambda_{1,2} = C_{1,2} \left\{ \Delta T \frac{k_1}{Hd_1} \left[\frac{1}{2 a_1 \phi^2} S + \frac{Hd_1}{h(T_f - T_o)} \right]^2 \right\} \eta_{1,2}$$

ligas de faixa extensiva de solidificação:

$$\lambda_{1,2} = C_{1,2} \left[\left(\frac{1}{a_1 \phi_1^2} - \frac{1}{a_2 \phi_2^2} \right) \frac{X^2}{4} + \frac{L_o}{2} \left(\frac{1}{a_1 \phi_1^2} - \frac{1}{a_2 \phi_2^2} \right) X + \frac{(L_o^2 - S_o^2)}{4 a_1 \phi_1^2} \right] \eta_{1,2}$$

Os índices 1 e 2 referem-se respectivamente aos espaçamentos primários e secundários, e C e η são constantes decorrentes de modelos de crescimento dendrítico.

8.4. Processos de solidificação sob elevadas taxas de resfriamento, podem ser analisados sob ponto de vista térmico através das equações representativas do modelo analítico aplicado à solidificação de metais em substratos maciços, conforme apresentado no Capítulo 5. Este tipo de análise permite fixar as condições de formação de estruturas metálicas amorfas, correlacionando parâmetros intrínsecos do metal, como taxa de resfriamento crítico e parâmetros operacionais relativos às características térmicas do sistema metal/substrato, tais como valores da condutância térmica interfacial, natureza e meios de resfriamento do substrato. Neste aspecto, o modelo analítico de solidificação constitui-se em ferramenta bastante útil no estudo de resfriamento rápido de metais líquidos, particularmente nos processos de produção contínua de fitas metálicas vítreas.

8.5. A formação das marcas superficiais nos lingotamentos estático e contínuo dos metais e suas ligas, decorre essencialmente devido à solidificação sobre o menisco formado pelo metal líquido contido na lingoteira. A intensidade destes defeitos superficiais depende fundamentalmente dos aspectos térmicos do sistema metal/lingoteira na região do menisco, que podem permitir a formação de uma camada sólida sobre o menisco, e cuja estabilidade mecânica é o fator mandatório na possibilidade da formação dos defeitos de superfície. Esta estabilidade depende da resistência mecânica intrínseca da camada, da pressão metalostática exercida sobre ela, e da força motriz da distorção térmica ψ , dada por $\partial T / \partial x$, que pode ser calculada utilizando-se as equações desenvolvidas no Capítulo 3.

8.6. O modelo de transferência de calor para a análise da solidificação de ligas binárias em moldes refrigerados desenvolvido neste trabalho, pode ser utilizado no dimensionamento de partes essenciais de um equipamento de lingotamento contínuo, que sejam decorrentes da análise do comportamento térmico durante a solidificação. Fixados composição química, dimensões do lingote e condições de produção, pode-se utilizar o modelo como ferramenta de cálculo do comprimento do molde, das dimensões de cada zona de resfriamento por chuveiros e suas condições de resfriamento, e da fixação da posição correspondente ao final da solidificação e conseqüentemente do início da operação de corte. O modelo pode ainda ser utilizado no planejamento de modificações na operação do equipamento de lingotamento contínuo, como por exemplo na análise do perfil de variações na evolução do processo de solidificação decorrente de alterações nas condições de produção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. TAYLOR, C.R. - Continuous Casting Update, Metallurgical Transactions, v. 6B, p. 359-375, 1975
2. MORTON, J.S. - Practice of Continuous Casting for Steel, Metallurgical Reviews, v. 9, p. 121-177, 1964
3. JAICKS, F.G. & KRAAY, L.E. & TENENBAURN, M. - Continuous Casting of Three Types of Low Carbon Steel, Journal of Metals, p. 1057-1072, agosto, 1957
4. FLICK, M. - Integral Technology Transfer in Continuous Casting, Metals and Materials, p. 27-29, outubro, 1980
5. SCHREWE, H. - Developments in Continuous Casting of Steel. Proceedings of the International Conference "The Steel Industry in the Eighties", the Metals Society, London, p. 80-85, 1980
6. ASSI, A. - Lingotamento Contínuo: Considerações Gerais sobre Evolução da Produção e Perspectivas, Prática Brasileira de Lingotamento Contínuo, ABM, p. 3-14, 1978
7. CONCAST / Centro de Documentação, comunicação privada, Zurique, 1980
8. DAVIES, H.A. - Rapid Quenching Techniques and Formation of Metallic Glasses, Proceedings 3rd Int. Conf. on Rapidly Quenched Metals, v. I, paper A.1, The Metals Society, London, 1978
9. POND, R. & MARINGER, R. & MOBLEY, C. - High Rate Continuous Casting of Metallic Fibers and Filaments, New Trends in Materials Processing / ASM, p. 128-164, 1976
10. MARINGER, R. & MOBLEY, C. - Casting of Metallic Filament and Fiber, Journal Vacuum Science and Technology, v. 11, p. 1067-1071, 1974

11. HILLS, A.W.D. - Simplified Theoretical Treatment for the Transfer of Heat in Continuous Casting Machine Moulds, Journal of the Iron and Steel Institute, p. 18-26, janeiro, 1965
12. LEWIS, D.M. - The Principles of Continuous Casting of Metals, Metallurgical Reviews, v. 1, p. 65-116, 1956
13. THOMSON, R. & ELLWOOD, E.C. - Closed Head Continuous Casting - Part III, The British Foundryman, p. 234-242, junho, 1972
14. JIN, I. & SUTHERLAND, J.G. - Thermal Analysis of Solidification of Aluminium Alloys During Continuous Casting, Proceedings of the Continuous Casting Symposium, 102nd AIME Annual Meeting, p. 796-809, 1973
15. ALBERNY, R. - Heat Transfer and Solidification in Continuous Casting, Casting and Solidification of Steel, v. 1, p. 277-336, IPC Science and Technology Press, Ltd, 1977
16. MARTI, H. & BARBÉ, J. - Moulds: Key Element in Continuous Casting, Iron and Steel International, v. 51, p. 167-177, 1978
17. Mc ADAMS, W.H. - Transmission de Calor, 3^a ed., México, Mc Graw Hill Book Co., 1978
18. IRVING, W.R. - Heat Transfer in Continuous Casting Moulds, Journal of the Iron and Steel Institute, v. 205, p. 271-277, 1967
19. ALBERNY, R. et alli - La Lingotiere de Coulée Continue de Brames et Son Bilan Thermique, Revue de Metalurgie, p. 545-557, julho/agosto, 1976
20. VOGT, G. & WUNNENBERG, K. - Distribution du Flux Thermique dans les Lingotières de Coulée Continue, Klepszig Fachberichte, v. 80, p. 491-494, 1972

21. INOUE, T. et alli - Heat Transfer in the Continuous Casting Mold, Nippon Steel Technical Report, n° 12, p. 86-96, dezembro, 1978
22. BRIMACOMBE, J.K. & WEINBERG, F. - Continuous Casting of Steel/ Part 2, Journal of the Iron and Steel Institute, p. 25-33, janeiro, 1973
23. MIZIKAR, E.A. - Spray Cooling Investigation for Continuous Casting of Billets and Blooms, Iron and Steel Engineer, p. 53-60, junho, 1970
24. MULLER, H. & JESCHAR, R. - Etude du Transfer de la Chaleur dans une Zone de Refroidissement Secondaire Simulée en Coulée Continue, Archiv. Eisenhütten, v. 44, p. 589-594, 1973
25. BRIMACOMBE, J.K. - Design of Continuous Casting Machines Based on a Heat Flow Analysis: State of the Art Review, Canadian Metallurgical Quarterly, v. 15, p. 1-13, 1976
26. LAIT, J.E. et alli - Mathematical Modelling of Heat Flow in the Continuous Casting of Steel, Ironmaking and Steelmaking, p. 90-97, n° 2, 1974
27. PERKINS, A. & IRVING, W.R. - Two-Dimensional Heat Transfer Model for Continuous Casting of Steel, Proceedings of the Conference on Mathematical Process Models in Iron and Steelmaking, p. 187-199, The Metals Society, 1973
28. WONG, H.Y. - Heat Transfer for Engineers, Longman Inc., New York, 1977
29. RUDDLE, R.W. - The Solidification of Castings, 2^a ed., London, The Institute of Metals, 1957
30. MORI, A. & ARAKI, K. - Methods for Analysis of the Moving Boundary Surface Problem, International Chemical Engineering, v. 16, p. 734-743, 1976

31. CARSLAW, H.S. & JAEGER, J.C. - Conduction of Heat in Solids, 2^a ed., Claredon Press, Oxford, 1959
32. CLYNE, T.W. & GARCIA, A. - Assessment of a New Model for Heat Flow During Unidirectional Solidification of Metals, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 23, p. 773-782, 1980
33. CHWORINOFF, N. - Theorie der Erstarrung von Gusstucken, Giesserei, v. 27, p. 177, 1940
34. SCIAMA, G. - Transmission de Chaleur et Solidification, Fonderie, v. 218, p. 138-150, 1964
35. STEFAN, J. - Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung in Polarmeeren, Ann. Phys. Chem., v. 42, p. 269, 1891
36. OETERS, F. & SARDEMANN, K. - Untersuchungen zum Zeitlichen Verlauf der Erstanung in der Randzone Erstarrenden Eisens, Archiv Eisenhüttenwes, v. 45, p. 517-524, 1974
37. MIYAZAWA, K., MUCHI, I. - A Model Study of the Continuous Casting of Steel Slab, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 16, p. 646-654, 1976
38. KAWAWA, T. & KITAGAWA, T. & MURAKAMI, K. - Observation of the Liquid-Solid Interface in Continuously Cast Steel Slabs by Lead Additions to the Mould, Canadian Metallurgical Quarterly, v. 15, p. 129-137, 1976
39. GOUZOU, J. & ZAEITYDT, J. - Le Probleme des Ruptures de Peau dans La Coulée Continue de l'Acier, Revue Universelle des Mines, n° 3, p. 1-25, 1961
40. WOLF, M. - Investigation into the Relationship between Heat Flux and Shell Growth in Continuous Casting Moulds, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 20, p. 710-717, 1980

41. WOLF, M. & KURZ, W. - Solidification of Steel, in Continuous Casting Moulds, In: Solidification and Casting of Metals, p. 287-294, The Metals Society, London, 1979
42. CLYNE, T.W. & GARCIA, A. & ACKERMANN, P. & KURZ, W. - The Use of Empirical, Analytical and Numerical Models to Describe Solidification of Steel During Continuous Casting, apresentado na Conference on Modelling of Casting and Welding, AIME, Rindge USA, agosto, 1980
43. JONES, H. - A Comparison of Approximate Analytical Solutions of Freezing from a Plane Chill, Journal of the Institute of Metals, v. 97, p. 38-43, 1969
44. HILLS, A.W.D. - A Generalized Integral - Profile Method for the Analysis of Unidirectional Heat Flow During Solidification, Transactions of Metallurgical Society of AIME, v. 245, p. 1471-1479, 1969
45. ADAMS, C.M. - Thermal Considerations in Freezing. In: Liquid Metals and Solidification, 1^a ed., Cleveland, American Society for Metals, p. 187-217, 1958
46. GOODMAN, J.R. - The Heat Balance Integral and its Application Involving a Change of Phase, Transactions of the ASME, v. 80, p. 335-342, 1958
47. HRYCAK, P. - Problem of Solidification with Newton's Cooling at the Surface, American Institute of Chemical Engineers Journal, v. 9, p. 585-589, 1963
48. MEGERLIN, F. - Geometrisch Eindimensionale Wärmeleitung beim Schemlzen und Erstarren, tese de doutoramento, Tech. Hochschule, Aachen, Alemanha, 1966
49. GLASSER, D. & KERN, J. - Bounds and Approximate Solutions to Linear Problems with Nonlinear Boundary Conditions: Solidification of a Slab, American Institute of Chemical Engineers Journal, v. 24, p. 161-170, 1978

50. PEDRAZA, A.J. & HARRIAGUE, S. & PEDRAZA, D.F.. - On the Use of Analytic Approximations for Describing the Macroscopic Heat Flow During Solidification, Metallurgical Transactions, v. 11B, p. 321-330, 1980
51. HANSEN, P.N. - Numerical Simulations of the Solidification Process, In: Solidification and Casting of Metals, p.350-356, The Metals Society, London, 1979
52. ERICKSON, W.C. - Computer Simulation of Solidification, AFS International Cast Metals Research Journal, v. 16, p. 30-41, 1980
53. SHAMSUNDAR, N. & SPARROW, E.M. - Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change via the Enthalpy Model, Journal of Heat Transfer / ASME, v. 97, p. 333-340, 1975
54. NIKITENKO, N.I. & SOKOLOV, L.A. & KORNEYCHUK, A.A. - A Study of the Solidification of Continuous Rectangular Ingots, Heat Transfer Soviet Research, v. 2, p. 95-99, 1970
55. SCHNIEWIND, J. - Solution of the Solidification Problem of a One-Dimensional Medium by a New Numerical Method, Journal of the Iron and Steel Institute, p. 594-601, julho, 1963
56. WECKMAN, D.C. & PICK, R.J. & NIESSEN, P. - A Numerical Heat Transfer Model of the D.C. Continuous Casting Process, Zeit fur Metallkde., v. 70, p. 750-757, 1979
57. SZEKELY, J. & STANEK, V. - On Heat Transfer and Liquid Mixing in the Continuous Casting of Steel, Metallurgical Transactions, v. 1, p. 119-126, 1970
58. ADENIS, D.J.P. & COATS, K.H. & RAGONE, D.V. - An Analysis of the Direct-Chill Casting Process by Numerical Methods, Journal of the Institute of Metals, v. 91, p. 395-403, 1962/1963

59. BAMBERGER, M. & NADIV, S. & BARKAY, G.B. - Mathematical Model for the Solidification of High Carbon Steel in Continuous Casting, Iron and Steel International, p. 43-48, fevereiro, 1977
60. BRIMACOMBE, J.K. & LAIT, J.E. & WEINBERG, F. - Application of Mathematical Models to Predict Pool Profiles in Continuously Cast Steel, In: Mathematical Process Models, p. 174-186, The Metals Society, London, 1974
61. MIZIKAR, E.A. - Mathematical Heat Transfer Model for Solidification of Continuously Cast Steel Slabs, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 239, p. 1747-1753, 1967
62. SAVAGE, J. & PRITCHARD, W.H. - The Problem of Rupture of the Billet in the Continuous Casting of Steel, Journal of the Iron and Steel Institute, v. 178, p. 269-277, 1954
63. SINGH, S.N. & BLAZEK, K.E. - Heat Transfer and Skin Formation in a Continuous Casting Mold as a Function of Steel Carbon Content, Journal of Metals, p. 17-27, outubro, 1974
64. GARCIA, A. - Desenvolvimento e Verificação Experimental de um Modelo Matemático para a Análise da Solidificação de Metais, tese de doutorado, FEC/UNICAMP, Campinas, S.P., 1978
65. GARCIA, A. & PRATES, M. - Cálculo dos Tempos e da Distribuição de Temperaturas na Solidificação de Não-Ferrosos em Moldes Refrigerados a Água, Metalurgia, v. 35, p. 677-683, 1979
66. GARCIA, A. & PRATES, M. - Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals: I Cooled Molds, Metallurgical Transactions, v. 9B, p. 449-457, 1978
67. GARCIA, A. & CLYNE, T.W. & PRATES, M. - Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals: II Massive Molds, Metallurgical Transactions, v. 10B, p. 85-92, 1979

68. GARCIA, A. & PRATES, M. - Determinação dos Tempos e da Distribuição de Temperaturas na Solidificação Unidirecional de Metais em Moldes Maciços, Anais do 3º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, p. L.3.1-L.3.11, 1978
69. MEDEIROS, M.D. & GARCIA, A. - Modelo Analítico para a Análise da Solidificação Unidirecional de Metais em Presença de Superaquecimento, Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, p. B-12 a B-22, 1979
70. GARCIA, A. & MEDEIROS, M.D. & PRATES, M. - Mathematical Analysis of the Thermal Behaviour of Metal/Mould Systems During Unidirectional Solidification, In: Solidification Technology in the Foundry and Casthouse, The Metals Society, London, 1981 (em publicação)
71. MEDEIROS, M.D. & GARCIA, A. - Analytical Technique for the Analysis of Directional Solidification in Presence of Superheat, Advances in Materials Technology in the Americas - 1980, ASME, v. 2, p. 153-157, 1980
72. GARCIA, A & MEDEIROS, M.D. & PRATES, M. - Solidificação do Aço no Molde de Lingotamento Contínuo, Anais do XXXV Congresso Anual da ABM, p. 575-595, 1979
73. JACOBI, H. - Heat Transfer Between Ingot and Mould During Casting of Iron Under Vacuum and Various Gas Atmospheres, Proceedings of the 5th International Conference on Vacuum Metallurgy and Electroslag Remelting Processes, Munich, p. 23-28, 1976
74. GARCIA, A. & PRATES, M. - Mathematical Model for the Analysis of Plane Front Solidification, In: Multiphase Transport, v. 1, p. 487-513, Hemisphere Publishing Co., New York, 1980
75. HILLS, A.W.D. & MOORE, M.R. - The Solidification of Pure Metals Under Unidirectional Heat Flow Conditions. I - Solidification with Zero Superheat, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 245, p. 1481-1492, 1969

76. HILLS, A.W.D. & MALHOTRA, S.L. & MOORE, M.R. - The Solidification of Pure Metals (and eutectics) under Unidirectional Solidification in Presence of Superheat, Metallurgical Transactions, v. 6B, p. 131-142, 1975
77. GARCIA, A. & DAVIES, G.J. & PRATES, M. - A Comparison of Mathematical Solutions for the Solidification Rate of Ingots in Water Cooled Molds, Ciência e Cultura, v. 31, p. 541-547, 1974
78. GARCIA, A. & PRATES, M. - Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde Durante a Solidificação: Comparação entre Modelos Matemáticos, Anais do 4º Congresso Brasileiro de Engenharia dos Materiais, v. 2, p. 763-775, 1980
79. GARCIA, A. & PRATES, M. - Determinação Experimental da Condutância Térmica Metal/Molde no Processo de Solidificação, Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, p. B.1 a B.11, 1979
80. GARCIA, A. & CLYNE, T.W. - A Versatile Technique for Characterization of Metal/Mould Heat Transfer and Correlation with Thermal and Structural Effects, In: Solidification Technology in the Foundry and Casthouse, The Metals Society, London, 1981 (em publicação)
81. KOUMP, V. & TIEN, R.H. & PERZAK, T.F. - Experimental Study of Solidification of Aluminum - Copper Alloys, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 242, p. 1569-1574, 1968
82. KOUMP, V. & TIEN, R.H. & KIM, W.J. - Growth of the Solid-Liquid Region During One-Dimensional Solidification of Binary Alloys, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 239, p. 1305-1312, 1967
83. FUJII, H. et alli. - Fundamental Phenomena of Continuous Casting, Nippon Steel Technical Report nº 13, p. 48-61, junho, 1979

84. NEMOTO, H. - Development of Continuous Casting Operation, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 16, p. 51-65, 1976
85. WOLF, M.M. - Über Legierungseinflüsse auf Wärmeabfuhr und Schalenwachstum in der Kokille bei der Erstarrung von Stahlstrangguss, tese de doutoramento, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Suíça, 1978
86. GAUTIER, J.J. & MORILLON, Y. & DUMONT-FILLON, J. - Mathematical Study of the Continuous Casting of Steel, Journal of the Iron and Steel Institute, p. 1053-1059, dezembro, 1970
87. CLYNE, T.W. & KURZ, W. - Solute Redistribution during Solidification with Rapid Solid State Diffusion, submetido ao Metallurgical Transactions, 1980
88. FLEMINGS, M.C. - Solidification Processing, 1^a ed., Mc Graw Hill, New York, 1974
89. NIESWAAG, H. - Improvement in Product Properties by Solidification Control, Proceedings of the Symposium on Quality Control of Engineering Alloys and the Role of Metals Science, Delft, p. 163-178, 1977
90. KATTAMIS, T. - Solidification Contrôlée, Revue Universelle des Mines, n° 4, p. 97-108, abril, 1967
91. CALDWELL, T.W. et alli. - Refinement of Dendrite Arm Spacings in Aluminum Ingots Through Heat Flow Control, Metallurgical Transactions, v. 8B, p. 261-270, 1977
92. YOUNG, K.P. & KIRWOOD, D.H. - The Dendrite Arm Spacings of Aluminum - Cooper Alloys Solidified Under Steady - State Conditions, Metallurgical Transactions, v. 6A, p. 197-205, 1975
93. BOWER, T.F. & BRODY, H.D. & FLEMINGS, M.C. - Measurements of Solute Redistribution in Dendritic Solidification, Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 236, p. 624-634, 1966

94. OKAMOTO, T. & MATSUO, S. & KISHITAKE, K. - Dendrite Arm Spacings in Iron-Carbon-Chromium Alloys, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 18, p. 289-294, 1978
95. OKAMOTO, T. & KISHITAKE, K. - Dendritic Structure in Unidirectionally Solidified Cyclohexanol, Journal of Crystal Growth, v. 29, p. 131-136, 1975
96. JACOBI, H. & SCHWERDTFEGGER, K. - Dendrite Morphology of Steady State Unidirectionally Solidified Steel, Metallurgical Transactions, v. 7A, p. 811-820, 1976
97. BURDEN, M.H. & HUNT, J.D. - Some Observations on Primary Dendrite Spacings, Metals Science, p. 156-158, maio, 1976
98. OKAMOTO, T. & KISHITAKE, K. - Dendritic Structure in Unidirectionally Solidified Aluminum, Tin, and Zinc Base Binary Alloys, Journal of Crystal Growth, v. 29, p. 137-146, 1975
99. BROWN, P.E. & ADAMS, C.M. - Rapidly Solidified Alloys Structures, Transactions of the American Foundrymen's Society, v. 69, p. 879-891, 1961
100. EDVARDSON, T. et alli. - A Study of the Solidification Process in Low Carbon-Manganese Steels, Metals Science, p. 298, setembro, 1976
101. GONJI, K. et alli. - Solidification Structure of High Speed Tool Steel, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 14, p. 257, 1974
102. JACOBI, H. & PITSCHE, W. - Investigation of the Crystallization Sequence During Solidification of Low Alloy Steels, Archiv Eisenhüttenwes, v. 46, p. 417, 1975
103. SUZUKI, A. et alli - Journal of the Japan Institute of Metals, v. 33, p. 658, 1969

104. HUNT, J.D. - Cellular and Primary Dendrite Arm Spacings, In: Solidification and Casting of Metals, p. 3, The Metals Society, London, 1979
105. FEURER, U. - Influence of Alloy Composition and Solidification Conditions on Dendrite Arm Spacing, Feeding and Hot Tearing Properties of Aluminium Alloys, Proceedings of the Symposium on Quality Control of Engineering Alloys, Delft, p. 131-145, 1977
106. SHIRAIWA, T. et alli. - Eletromagnetic Stirring on Continuously Cast Slabs and Billets, The Sumimoto Search n° 22, p. 97-107, novembro, 1979
107. TAKEUCHI, H. et alli. - The Effects of Eletromagnetic Stirring on Solidification Structure of Continuously Cast SU5430 Stainless Steel Slabs, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, v. 21, p. 109-116, 1981
108. ARNAUD, P. & MIGNOT, J.F. & BIRAT, J.P. - Eletromagnetic Stirring using the Magnetogyr Process on the Continuous Casting Plant of Forges d'Alleverd, Stahl und Eisen, v. 100, p. 1292-1298, 1980
109. SUVOROV, V.V. et alli - Improving Quality of Large Continuously Cast Ingots by Argon Stirring, Steel in the URSS, v. 4, p. 288-289, 1980
110. MOORE, J.J. - Axial Segregation in Cast Steel, Iron and Steel-maker, v. 7, p. 8-16, outubro, 1980
111. LIPTON, J. - Experience with Electromagnetic Stirring at SSAB, Oxelosund Slab Caster, Iron and Steel Engineer, p. 66-75, outubro, 1980
112. ALBERNY, R. & BIRAT, J.P. - Electromagnetic Stirring and Product Quality, In: Continuous Casting of Steel, p. 116-124, The Metals Society, London, 1977

113. MYOSHI, S. - Influence of Operating Conditions and Mechanical Factors on Centre Segregation of Slabs, In: Continuous Casting of Steel, p. 286-291, The Metals Society, London, 1977
114. BACKER, L. & GOSSELIN, P. - Some Aspects of Continuous Casting of Special Steel Billets, In: Continuous Casting of Steel, p. 151-157, The Metals Society, London, 1977
115. KLEMENT, W. & WILLENS, R.H. & DUWEZ, P. - Non-Crystalline Structure in Solidified Gold-Silicon Alloy, Nature, v. 187, p. 869-870, 1960
116. RUHL, R.C. - Cooling Rates in Splat Cooling, Materials Science and Engineering, v. 1, p. 313-320, 1967
117. DeCRISTOFARO, N. & HENSCHER, C. - Metglas Brazing Foil, Welding Journal, v. 57, julho, 1978
118. DOHERTY, P.E. & HARRADEN, D.R. - New Forms of Filler Metals for Difusion Brazing, Welding Journal, v. 56, p. 37-39, 1977
119. HANSEN, M. - Constitution of Binary Alloys, Mc Graw Hill, New York, 1958
120. DAVIES, H.A. - The Formation of Metallic Glasses, Physics and Chemistry of Glasses, v. 17, 159-173, 1976
121. ROBERTSON, S.R. & FASCETTA, E.F. - An Analytical Technique for the Determination of the Thermal Contact Resistance Between a Solidifying Metal and Mold, Metallurgical Transactions, v. 8B, p. 619-624, 1977
122. SULLY, L.J.D. - The Thermal Interface Between Castings and Chill Molds, Transactions of the American Foundrymen's Society, v. 84, p. 735-744, 1976

123. MIKIC, B.B. - Thermal Contact Conductance: Theoretical Considerations, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 17, p. 205-214, 1974
124. MÜLLER, A. - Solidificación de Metales Bajo Pression, tese de doutoramento, Comissão Nacional de Energia Atômica, Buenos Aires, 1974
125. WOLF, M. - Product Quality Considerations in Continuous Slab Casting, Iron and Steel International, p. 19-23, fevereiro, 1977
126. TOMONO, H. - tese de doutoramento, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Suíça, 1980
127. IRVING, W.R. & PERKINS, A. - Basic Parameters Affecting the Quality of Continuously Cast Slab, Ironmaking and Steelmaking, nº 5, p. 292-299, 1977
128. OFFERMAN, C. - The Affect on the Quality and Internal Structure in Continuously Cast Slabs by the Metal Flow in the Mould, Scandinavian Journal of Metallurgy, v. 10, p. 25-28, 1981
129. BERGMAN, W.J. - High Surface Quality Aluminium Ingot, In: Proceedings of the Continuous Casting Symposium, 102nd AIME Annual Meeting, p. 247-256, 1973
130. BENNETT, C.G. - The Mode of Formation of Striated Surface Defects on Semi-Continuously Cast Aluminium Alloy Billet, In: Proceedings of the Continuous Casting Symposium, 102nd AIME Annual Meeting, p. 237-245, 1973
131. BRIMACOMBE, J.K. & SORIMACHI, K. - Crack Formation in the Continuous Casting of Steel, Metallurgical Transactions, v. 8B, p. 489-505, 1977
132. WATERS, J.H. et alli - Continuous Casting of Non-Ferrous Metals, v. 19, p. 379-527, 1952

133. THORTON, D.R. - An Investigation of the Function of Ingot Mould Dressings, Journal of the Iron and Steel Institute, v. 183, p. 300-314, 1956
134. SAVAGE, J. - A New Reciprocation Mould Cycle to Improve Surface Quality of Continuous Cast Steel, Iron and Coal Trade Review, v. 182, p. 787, 1961
135. GRILL, A. & BRIMACOMBE, J.K. - Influence of Carbon Content on Rate of Heat Extraction in the Mould of a Continuous Casting Machine, Ironmaking and Steelmaking, nº 2, p. 76-79, 1976
136. SAUCEDO, I. & BEECH, J. & DAVIES, G.J. - The Development of Surfaces in Steel Ingots and Strands, In: Proceedings of the 6th International Vacuum Metallurgy Conference, San Diego, California, abril, 1979
137. TOMONO, H. et alli - Elements of Surface Mark Formation in Continuous Casting of Steel, In: Solidification Technology in the Foundry and Casthouse, The Metals Society, London, 1981 (em publicação)
138. APELIAN, D. & McCAULEY, W.L. - The Role of Mould Fluxes in Continuous Casting of Steel, I & SM, p. 28-35, novembro, 1980
139. WRAY, P.J. - Geometric Features of Chill-Cast Surfaces, Metallurgical Transactions, v. 12B, p. 267-176, 1981
140. TOMONO, H. & KURZ, W. & HEINEMANN, W. - The Liquid Steel Meniscus in Moulds and its Relevance to the Surface Quality of Castings, Metallurgical Transactions, v. 12B, p. 409-411, 1981
141. BIKERMAN, J.J. - Physical Surfaces, Academic Press, London, 1970
142. SMITHELLS, C.J. - Metals Reference Book, Butterworths, London, 1976

APÊNDICE 1

SIMBOLOGIA UTILIZADA

Parâmetros

a	difusividade térmica = k/cd (m^2/s)
A	primeira constante de integração do perfil térmico (K)
b	difusividade de calor = $\sqrt{kcd}$ ($J/m^2s^{\frac{1}{2}} K$)
B	segunda constante de integração do perfil térmico (K)
c	calor específico ($J/kg K$)
C_i	constantes experimentais (dimensões variáveis)
d	densidade (kg/m^3)
D	difusividade atômica (m^2/s)
E_0	parcela virtual de espessura do molde (m)
G	gradiente térmico (K/m)
h	coeficiente de transmissão de calor (W/m^2K)
H	calor latente de fusão (J/kg)
k	condutibilidade térmica (J/msK)
k'	coeficiente de distribuição do soluto (adimensional)
L	comprimento do molde no lingotamento contínuo (m)
m	constante do metal = $\sqrt{a_2/a_3}$ (adimensional)
m'	inclinação da linha liquidus
M	constante metal/molde = $\sqrt{b_1/b_m}$ (adimensional)
n	constante do metal = $\sqrt{a_1/a_2}$
N	constante metal/molde = $\sqrt{a_1/a_m}$
q	fluxo de calor (W/m^2)
R	resistência térmica (m^2K/w)
S	espessura solidificada (m)
S_0	espessura de sólido previamente existente no sistema virtual (m)
S'	espessura solidificada no sistema virtual (m)

t	tempo no sistema real (s)
t'	tempo no sistema virtual (s)
t_0	tempo necessário para produzir as espessuras virtuais S_0 e L_0 no sistema virtual (s)
T	temperatura nos sistemas virtual e real (K)
$\dot{T}$	taxa de resfriamento (K/s)
ΔT	diferença de temperatura (K)
u	velocidade de produção (m/s)
V	velocidade de solidificação (m/s)
x	distância à interface metal/molde no sistema real (m)
X	posição fixada a partir da superfície do metal (m)
x'	distância à interface metal/molde no sistema virtual (m)
z	distância abaixo do menisco no lingotamento contínuo (m)
α	constantes das equações de cinética (s/m^2)
β	constantes das equações de cinética (s/m)
δ	constante da equação de cinética de deslocamento da linha solidus (s)
λ	espaçamentos interdendríticos (μm)
ϵ	emissividade (adimensional)
ϕ	constante de solidificação (adimensional)
ψ	força motriz de distorção térmica da casca solidificada (K/s m)
η	coeficiente experimental das equações de crescimento dendrítico (adimensional)
σ	constante de Stefan-Boltzman = $5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

Sub-índices

1	sólido
2	agregado sólido/líquido (zona pastosa)
3	líquido
a	água
c	convecção ou crítica
E	eutético
f	fusão ou resfriamento
g	global
i	interface ou superfície
L	liquidus
m	molde
o	refere-se: temperatura = ambiente composição = nominal sistema virtual = parâmetros de equivalência do instante inicial do processo de solidificação
r	radiação
s	solidus
s _L	solidificação local
t	transformação
v	vazamento

PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS

MATERIAL	H(J/kg)	k(W/mK)	c(J/kgK)	d(kg/m ³)	T _f (K)	T _s (K)	T _L (K)	T _t (K)	T _c (K/s)	REF.
Aço 0,1 %C 0,18%C 0,35%C 0,50%C 0,62%C 0,85%C Inox tipo 304	260x10 ³ (65cal/g)	k ₁ =29,3 (0,070cal/cm ⁰ Cs) k ₃ =25,4 (0,060cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =670 (0,16cal/g ⁰ C) c ₃ =679 (0,16cal/g ⁰ C)	d ₁ =7,4x10 ³ d ₃ =7,0x10 ³	- - - - - - -	1768 1768 1735 1710 1693 1643 1672	1803 1798 1783 1771 1765 1748 1733	- - - - - - -	- - - - - - -	22,41, 142
Al 4,5 Cu	384x10 ³ (92cal/g)	k ₁ =180 (0,43cal/cm ⁰ Cs) k ₃ =100 (0,24cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =880 (0,21cal/g ⁰ C) c ₃ =920 (0,22cal/g ⁰ C)	d ₁ =2,75x10 ³ d ₃ =2,65x10 ³	- -	821	920	- -	- -	142
Al 15,0 Cu	360x10 ³ (86cal/g)	k ₁ =130 (0,31cal/cm ⁰ Cs) k ₃ =84 (0,20cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =837 (0,20cal/g ⁰ C) c ₃ =837 (0,20cal/g ⁰ C)	d ₁ =3,0x10 ³ d ₃ =2,9x10 ³	-	821	888	-	-	142
Chumbo	25x10 ³ (16cal/g)	k ₁ =31 (0,074cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =138 (0,033cal/g ⁰ C)	d ₁ =11,1x10 ³	600	-	-	-	-	67,142
Níquel	300x10 ³ (72cal/g)	k ₁ =60 (0,14cal/cm ⁰ Cs) k ₃ =30 (est.vítrea) (0,07cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =600 (0,14cal/g ⁰ C) c ₃ =620 (0,15cal/g ⁰ C)	d ₁ =8,9x10 ³ d ₃ =8,5x10 ³	1725	-	-	425	3x10 ¹⁰	142

MATERIAL	H(J/kg)	k(W/mK)	c(J/kgK)	d(kg/m ³)	T _f (K)	T _s (K)	T _L (K)	T _t (K)	$\dot{T}_C$ (K/s)	REF.
Ni _{41,5} Fe _{41,5} B ₁₇	-	k ₃ =12 (0,03cal/cm ⁰ Cs)	c ₃ =620 (0,15cal/g ⁰ C)	d ₃ =7,5x10 ³	1352	-	-	720	3,5x10	117,120, 142
Ni _{62,4} Nb _{37,6}	-	k ₃ =12 (0,03cal/cm ⁰ Cs)	c ₃ =550 (0,13cal/g ⁰ C)	d ₃ =8,4x10 ³	1442	-	-	945	1,4x10	117,120, 142
Cobre	-	k ₁ =400 (0,96cal/cm ⁰ Cs)	c ₁ =390 (0,093cal/g ⁰ C)	d ₁ =9x10 ³	-	-	-	-	-	142

APÊNDICE 3

FUNÇÃO ÊRRO (erf)

1. Definição:

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) \, du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(z - \frac{z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{z^5}{5 \cdot 2!} \dots \right)$$

função êrro complementar $\text{erfc}(z) = 1 - \text{erf}(z)$

2. Propriedades

$$\text{erf}(-z) = -\text{erf}(z)$$

$$\text{erf}(0) = 0$$

$$\text{erf}(\infty) = 1$$

$$\text{erf}(-\infty) = -1$$

3. Derivada

$$\frac{d}{dz} \text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2)$$

Observação: Normalmente os valores da função êrro encontram-se tabelados para z variando de zero até 2 em espaçamentos de um centésimo. Entretanto, a aplicação do modelo desenvolvido no Capítulo 3 deste trabalho envolve diferenças entre valores de função êrro e valores de z superiores a 4 em alguns casos, exigindo conseqüentemente maior precisão e uma faixa mais ampla de disponibilidade de valores. Para facilitar a aplicação do modelo matemático do Capítulo 3, a função êrro foi tabelada em computador para valores de z de zero a 5 com espaçamentos de um milésimo, e com os valores da função apresentados em 14 dígitos, conforme se segue.

ERRO.F4 FORTRAN V.5A(621) /KI 21-SEP-81 9:47 PAGE 1

```

C *****
C ESTE PROGRAMA CALCULA A FUNCAO ERRO, PARA NUMEROS
C SITUADOS ENTRE 0 E 5, NUM PASSO IGUAL A 0.001
C *****
C
C V- MATRIZ QUE GUARDA OS RESULTADOS OBTIDOS PARA CADA NUMERO
C ENTRE O INTERVALO DE 0 A 5
C X- VARIÁVEL QUE ASSUME O VALOR DO PONTO, O QUAL QUER-SE
C A FUNCAO ERRO
C ERFX- VARIÁVEL QUE ASSUME O VALOR DA FUNCAO ERRO NO
C PONTO X
C K,L,X,T- VARIÁVEIS QUE AUXILIAM OS CALCULOS
C AUX1,AUX2,AUX3,AUX4- VARIÁVEIS QUE AUXILIAM A IMPRESSAO
C EM FORMA DE TABELA
C
C DOUBLE PRECISION V(0/49,1/100),K,L,X,AUX1,AUX2,AUX3,AUX4,T,ERFX
C P=0.47047
C A1=0.3480242
C A2=-0.0958798
C A3=0.7478556
C K=1
C L=0
C X=0.0
C AUX1=0.0
C AUX2=0.05
C AUX3=0.1
C AUX4=0.15
C 10 IF(K-100)20,20,30
C 20 T=1.0/(1.0+P*X)
C 20 ERFX=1.0-(A1*T+A2*T**2+A3*T**3)*DEXP(-X**2)
C 1 V(L,K)=ERFX
C 2 L=L+1
C 3 IF(L-49)25,25,27
C 4 27 L=0
C 5 K=K+1
C 6 25 X=X+0.001
C 7 GO TO 10
C 8 30 DO 90 K=1,100,4
C 9 WRITE(23,40)
C 0 40 FORMAT(1H1,///,28X,'FUNCAO ERRO',54X,'FUNCAO ERRO',///)
C 1 DO 50 L=0,49
C 2 WRITE(23,50)AUX1,V(L,K),AUX2,V(L,K+1),AUX3,V(L,K+2),AUX4,V(L,K+3)
C 3 40 FORMAT(6X,F5.3,1X,'=',1X,F10.14,6X,F5.3,1X,'=',1X,
C 4 * F10.14,12X,F5.3,1X,'=',1X,F10.14,6X,F5.3,1X,'=',1X,F10.14)
C 5 AUX1=AUX1+0.001
C 6 AUX2=AUX2+0.001
C 7 AUX3=AUX3+0.001
C 8 AUX4=AUX4+0.001
C 9 50 CONTINUE
C 0 AUX1=AUX4+0.001
C 1 AUX2=AUX1+0.05
C 2 AUX3=AUX2+0.05
C 3 AUX4=AUX3+0.05
C 4 90 CONTINUE
C 5 STOP
C 6 END

```


.000 = .00000000165651
 .001 = .00112903711719
 .002 = .00225805365289
 .003 = .00339707252526
 .004 = .00451606251851
 .005 = .00561501157531
 .006 = .006773371322954
 .007 = .00790284335117
 .008 = .00903174383234
 .009 = .01016064312228
 .010 = .01128947213067
 .011 = .01241426581614
 .012 = .01354702236605
 .013 = .01467574116915
 .014 = .01580441915113
 .015 = .0169330532702
 .016 = .01806161363427
 .017 = .01919014611502
 .018 = .02031867332572
 .019 = .02144712161868
 .020 = .02257550011601
 .021 = .02370301151235
 .022 = .02483211599758
 .023 = .02596033046331
 .024 = .02708844277230
 .025 = .02821657073222
 .026 = .02934459235453
 .027 = .03047254531839
 .028 = .03160042752286
 .029 = .03272824703656
 .030 = .03385697141773
 .031 = .03498382471426
 .032 = .03611120060364
 .033 = .03723870224335
 .034 = .03836611621433
 .035 = .03949314347933
 .036 = .04062004287838
 .037 = .0417473277337
 .038 = .04287404251972
 .039 = .04400185247230
 .040 = .04512971595819
 .041 = .04625514692064
 .042 = .04738215112312
 .043 = .04850871845632
 .044 = .04963511770879
 .045 = .05076152791675
 .046 = .05188771775507
 .047 = .05301390113734
 .048 = .05413992191737
 .049 = .05526582795068

.050 = .05639160008275
 .051 = .05751727213902
 .052 = .05864281116242
 .053 = .05976822116387
 .054 = .06089352271739
 .055 = .06201868576669
 .056 = .06314371647664
 .057 = .06426861576934
 .058 = .0653937959195
 .059 = .06651800602514
 .060 = .06764249319634
 .061 = .06876681846837
 .062 = .06989104987664
 .063 = .07101504713532
 .064 = .07213900544080
 .065 = .07326276366641
 .066 = .07438636960927
 .067 = .07550992136383
 .068 = .07663311642638
 .069 = .07775625249307
 .070 = .078879272350935
 .071 = .08000204124494
 .072 = .08112488992321
 .073 = .08224716231451
 .074 = .08336948837478
 .075 = .08449161204251
 .076 = .08561354577626
 .077 = .08673537535448
 .078 = .08785698793765
 .079 = .08897842106429
 .080 = .09009966191449
 .081 = .09122073541110
 .082 = .09234161441638
 .083 = .09346230177912
 .084 = .09458280437658
 .085 = .09570311166597
 .086 = .09682327271645
 .087 = .09794313717371
 .088 = .09906245232703
 .089 = .10018236661428
 .090 = .10130167612194
 .091 = .10242078050468
 .092 = .10353967704260
 .093 = .10465836354944
 .094 = .10577683801404
 .095 = .10689509817714
 .096 = .10801314199603
 .097 = .10913096729492
 .098 = .11024857143469
 .099 = .11136595391639

.100 = .11248311080423
 .101 = .11360004076957
 .102 = .11471674158700
 .103 = .11583321113112
 .104 = .11694944727914
 .105 = .11806544790302
 .106 = .11918121089599
 .107 = .12029673410253
 .108 = .12141201543265
 .109 = .12252705275631
 .110 = .12364184395435
 .111 = .12475634690891
 .112 = .12587067950249
 .113 = .12698471961827
 .114 = .12809850516309
 .115 = .12921203346061
 .116 = .13032510395830
 .117 = .13143831302395
 .118 = .13255105904641
 .119 = .133663353941548
 .120 = .13477575352244
 .121 = .13588769775966
 .122 = .13699937051861
 .123 = .13811076969519
 .124 = .13922189118484
 .125 = .14033273888354
 .126 = .14144330468925
 .127 = .14255358950091
 .128 = .14366358821865
 .129 = .14477330174392
 .130 = .14588272697808
 .131 = .14699186182798
 .132 = .14810070419596
 .133 = .14920925198960
 .134 = .15031750311591
 .135 = .15142545548285
 .136 = .15253310700276
 .137 = .15364045558615
 .138 = .15474749914654
 .139 = .15585423559763
 .140 = .15696066285531
 .141 = .15806677883564
 .142 = .15917258146009
 .143 = .16027806864556
 .144 = .16138323831440
 .145 = .16248808938936
 .146 = .16359261679472
 .147 = .16469682145614
 .148 = .16580070030101
 .149 = .16690425125784

.150 = .168007472725710
 .151 = .16911036123044
 .152 = .17021291611125
 .153 = .17131511483404
 .154 = .17241701533652
 .155 = .17351855555557
 .156 = .17461975343129
 .157 = .17572060690501
 .158 = .17682111391971
 .159 = .17792127241999
 .160 = .17902108035215
 .161 = .18012053566414
 .162 = .18121963630564
 .163 = .18231834022803
 .164 = .18341676534110
 .165 = .18451478972958
 .166 = .18561245122017
 .167 = .18670974781452
 .168 = .18780667747277
 .169 = .18890323815643
 .170 = .18999942783047
 .171 = .19109524445923
 .172 = .19219068601051
 .173 = .19328575045457
 .174 = .19438043575951
 .175 = .19547473990131
 .176 = .19656866085347
 .177 = .19766219639396
 .178 = .19875534510029
 .179 = .199848104335350
 .180 = .20094047233618
 .181 = .20203244703282
 .182 = .20312402543000
 .183 = .20421520851820
 .184 = .20530599128192
 .185 = .20639637271468
 .186 = .20748635082403
 .187 = .20857592354154
 .188 = .20966508902086
 .189 = .21075384611270
 .190 = .21184218986984
 .191 = .21293012129718
 .192 = .21401763740189
 .193 = .21510473619248
 .194 = .21619141564081
 .195 = .21727767380007
 .196 = .21836350880580
 .197 = .21944891847573
 .198 = .22053390090478
 .199 = .22161845413005



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

.200 = .22270257616008
.201 = .22373626502839
.202 = .22486951976261
.203 = .22595233513134
.204 = .22703471275431
.205 = .22811664918154
.206 = .22919814301153
.207 = .23027919158584
.208 = .23135971321649
.209 = .23243494501433
.210 = .23351964905843
.211 = .23459494720634
.212 = .23567769158493
.213 = .23675602843565
.214 = .23783390369787
.215 = .23891132714975
.216 = .23999824351275
.217 = .24106471525077
.218 = .24214060363014
.219 = .24321635771956
.220 = .24429144159058
.221 = .24536605911654
.222 = .24644012997405
.223 = .2475136369155
.224 = .24858765143037
.225 = .24965975833429
.226 = .25073198352961
.227 = .251803372507519
.228 = .25287494105215
.229 = .25394574953510
.230 = .25501602474301
.231 = .25608581062726
.232 = .25715511134716
.233 = .25822391100472
.234 = .25929721376790
.235 = .26036091756359
.236 = .26142732068716
.237 = .26249417119217
.238 = .26356011719720
.239 = .26462620682139
.240 = .265693144318951
.241 = .26675625742618
.242 = .26782851860017
.243 = .26890426102295
.244 = .26997449364829
.245 = .27101020567329
.246 = .27207239323142
.247 = .27313409948307
.248 = .27419521755511
.249 = .27525591064210

.250 = .27631593677495
.251 = .27737550422638
.252 = .27843654111346
.253 = .27949304559541
.254 = .28055101583442
.255 = .28160844999555
.256 = .28266634621675
.257 = .28372170275937
.258 = .28477751770567
.259 = .28583278226392
.260 = .28688751561293
.261 = .28794163193554
.262 = .28899532541716
.263 = .29004840524624
.264 = .29110693261424
.265 = .29215790571537
.266 = .29320432274764
.267 = .29425518191058
.268 = .29530548149874
.269 = .29635521244768
.270 = .29740433423726
.271 = .29845360398986
.272 = .29950164672124
.273 = .30054852125012
.274 = .30159542512947
.275 = .30264175699026
.276 = .30368751485435
.277 = .30473269702150
.278 = .30577730172589
.279 = .30682132720484
.280 = .30786477169981
.281 = .30890763345140
.282 = .30994991079438
.283 = .31099160172268
.284 = .31203270474444
.285 = .31307321803496
.286 = .31411314981176
.287 = .31515246843956
.288 = .31619120209031
.289 = .31722933906319
.290 = .31826697763061
.291 = .31930381606825
.292 = .32034015265503
.293 = .32137588567316
.294 = .32241101340910
.295 = .32344553119854
.296 = .32447944618684
.297 = .32551274781407
.298 = .32654541731102
.299 = .32757751305772

.300 = .32860897327351
.301 = .32967991629712
.302 = .33067004044068
.303 = .33169964401942
.304 = .33272862535215
.305 = .33375698276123
.306 = .33479471457213
.307 = .33581181911384
.308 = .33683479471973
.309 = .33786413972261
.310 = .33889935246470
.311 = .33991393128767
.312 = .34093797453763
.313 = .34196118056417
.314 = .34299384772030
.315 = .34400587436283
.316 = .34502725985085
.317 = .34604799954874
.318 = .34706809482318
.319 = .34808754304465
.320 = .34910634759714
.321 = .35012449142870
.322 = .35114194914887
.323 = .35215483293375
.324 = .35317502157160
.325 = .35419055345233
.326 = .35520542647301
.327 = .35621964053190
.328 = .3572319253113
.329 = .35824608137763
.330 = .35925830548012
.331 = .36026986325216
.332 = .36128075311058
.333 = .36229097347587
.334 = .36330052277214
.335 = .36430939942713
.336 = .36531760187225
.337 = .36632512854256
.338 = .36733197787677
.339 = .36833814831728
.340 = .36934363831016
.341 = .37034844630517
.342 = .37135257075577
.343 = .37235601011911
.344 = .37335976245608
.345 = .37436082743125
.346 = .37536220231295
.347 = .37636298597322
.348 = .37736287649726
.349 = .37836217353619

.350 = .37936077440212
.351 = .38035467797211
.352 = .38135594273717
.353 = .38235234719193
.354 = .38333813483477
.355 = .3843361248916787
.356 = .38533768369727
.357 = .38633137197261
.358 = .38732433523765
.359 = .388315662357975
.360 = .389308194603017
.361 = .39029993226400
.362 = .39128016641016
.363 = .39227858620144
.364 = .39326728897446
.365 = .39425527166973
.366 = .39524253563160
.367 = .39622908300831
.368 = .39721490475199
.369 = .39820000261464
.370 = .39918437516814
.371 = .40016802096440
.372 = .40115093857503
.373 = .40213312657169
.374 = .40311454352995
.375 = .40409530802927
.376 = .40507529865308
.377 = .40605455398873
.378 = .40703307262752
.379 = .40801095316470
.380 = .40898789418949
.381 = .40996419433507
.382 = .41093975217859
.383 = .41191456634117
.384 = .41288463543793
.385 = .41386195808796
.386 = .41483453291437
.387 = .41580635854424
.388 = .41677743360868
.389 = .41774775674282
.390 = .41871732658577
.391 = .41968614178070
.392 = .42065428097481
.393 = .42162150281931
.394 = .42258804596947
.395 = .42355342908460
.396 = .42451885082808
.397 = .42548710998731
.398 = .42644660487379
.399 = .42740933452307



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

.400 = .42837121742474
.401 = .429331219217262
.402 = .43029231114119
.403 = .43125257121104
.404 = .432211155011135
.405 = .43316956026254
.406 = .43412691165946
.407 = .43508336127117
.408 = .43603924177913
.409 = .43699421791117
.410 = .43791847238712
.411 = .438898191593129
.412 = .43985457727317
.413 = .44080645511575
.414 = .44175751325620
.415 = .44270765513589
.416 = .44365737514012
.417 = .44460610674915
.418 = .44555413841622
.419 = .44650114999951
.420 = .44744755756119
.421 = .44839312256761
.422 = .44933784288924
.423 = .45028166733394
.424 = .45122504158146
.425 = .45216742151394
.426 = .45310930288659
.427 = .45404978143819
.428 = .454995375011715
.429 = .45592893157218
.430 = .45686730065811
.431 = .45780486118300
.432 = .45874162095911
.433 = .45967756940344
.434 = .46061270953761
.435 = .46154791895514
.436 = .46248055647727
.437 = .46341326234718
.438 = .46434515393285
.439 = .46527623957654
.440 = .46620649112475
.441 = .46713534442623
.442 = .46806455334200
.443 = .468992206172535
.444 = .46991931941182
.445 = .47084851235924
.446 = .47177695231972
.447 = .47269516628964
.448 = .47361736915954
.449 = .47454192351469

.450 = .47546396053401
.451 = .47638516922115
.452 = .477305548274391
.453 = .47822504643442
.454 = .47914381246411
.455 = .48006169656471
.456 = .48097974619326
.457 = .48189496077709
.458 = .48281633322404
.459 = .48372488048160
.460 = .48463288346756
.461 = .48555144712336
.462 = .48646347038997
.463 = .48737465221265
.464 = .48828449151161
.465 = .48919644732949
.466 = .49010311353446
.467 = .49101094412124
.468 = .49191790305504
.469 = .49282461130764
.470 = .49372976895470
.471 = .49463154957511
.472 = .495537725175624
.473 = .496439986205339
.474 = .49734181465211
.475 = .49824262345404
.476 = .49914297259377
.477 = .50004226573533
.478 = .50094076234321
.479 = .50183828116230
.480 = .50273500127132
.481 = .50363066169534
.482 = .504525466146094
.483 = .50541999966005
.484 = .50631327515205
.485 = .50720568715537
.486 = .50809723465642
.487 = .50898791670507
.488 = .50987773235559
.489 = .51076668066060
.490 = .51165476070116
.491 = .51254197152609
.492 = .51342931221479
.493 = .51431178184224
.494 = .51519837940915
.495 = .51608210423081
.496 = .51696448518605
.497 = .517846493141026
.498 = .51872903203843
.499 = .51960825614615

.500 = .52048760284942
.501 = .52136667125964
.502 = .52224366049261
.503 = .52312036966845
.504 = .52399619791266
.505 = .52487114435218
.506 = .52574520912234
.507 = .52661828936038
.508 = .52749068420857
.509 = .52836209491357
.510 = .52923261937646
.511 = .53010225690274
.512 = .53097100670231
.513 = .53183886789942
.514 = .53270583963310
.515 = .53357192110620
.516 = .53443711148642
.517 = .53530140995573
.518 = .53616481570057
.519 = .53702732791177
.520 = .53788894579457
.521 = .53874968851867
.522 = .53960849531814
.523 = .54046842539152
.524 = .54132645795174
.525 = .54218359221617
.526 = .54303942740858
.527 = .54389516274919
.528 = .54474959747463
.529 = .54560313081795
.530 = .54645576201862
.531 = .54730749032055
.532 = .54815831497206
.533 = .549008238522590
.534 = .54985725033923
.535 = .55070535957365
.536 = .55155256219518
.537 = .55239885747425
.538 = .55324424468572
.539 = .55408872310949
.540 = .55493229202746
.541 = .555774495072956
.542 = .55661659850774
.543 = .55745753465898
.544 = .55829745848466
.545 = .55913646929081
.546 = .55997456639706
.547 = .56081174909866
.548 = .56164801671449
.549 = .56248336858805

.550 = .56331780403723
.551 = .56415132239438
.552 = .56498392290624
.553 = .56581560518396
.554 = .56664636830313
.555 = .56747571176374
.556 = .56830513474018
.557 = .56913313677129
.558 = .56996021716024
.559 = .57078637527480
.560 = .57161161048649
.561 = .57243592217302
.562 = .57325430971406
.563 = .57408177249527
.564 = .57490330940634
.565 = .57572392134136
.566 = .57654360619479
.567 = .57736236388155
.568 = .57818019379691
.569 = .57899709535657
.570 = .57981306797062
.571 = .58062811107754
.572 = .58144222404421
.573 = .58225540642591
.574 = .58306765753630
.575 = .58387897685345
.576 = .584684936381979
.577 = .58549481744217
.578 = .58630733849140
.579 = .58711442510430
.580 = .58792157717965
.581 = .58872729418223
.582 = .58953207555472
.583 = .59033592084463
.584 = .59113882046249
.585 = .59194080090544
.586 = .592741933466242
.587 = .59354193022575
.588 = .59434108708693
.589 = .59513430475181
.590 = .59593658271810
.591 = .59673292049590
.592 = .59752831175976
.593 = .59832277354011
.594 = .59911628794449
.595 = .59990886003626
.596 = .60070048964531
.597 = .60149117620582
.598 = .60228091925637
.599 = .60306971833994



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

.600 = .60385757300349
.601 = .60164448219890
.602 = .60513043729108
.603 = .60621416501209
.604 = .60649354855652
.605 = .60770205148118
.606 = .60856484336111
.607 = .60931607177239
.608 = .61012635320901
.609 = .61090561452507
.610 = .61160403004259
.611 = .61240151746553
.612 = .61323870533333
.613 = .614013543305940
.614 = .61478813198156
.615 = .61556176796202
.616 = .61633415300690
.617 = .61716613431697
.618 = .61797691093717
.619 = .61864680135677
.620 = .61941567224970
.621 = .62016360413258
.622 = .62095057576871
.623 = .62171658175497
.624 = .62248165776412
.625 = .62324576743940
.626 = .62400872243350
.627 = .62477112241508
.628 = .62553235705197
.629 = .62629265501586
.630 = .62705148198329
.631 = .62781036563465
.632 = .62856774505469
.633 = .62932424371240
.634 = .63007975150101
.635 = .63083111283799
.636 = .63156754370505
.637 = .63234052554812
.638 = .633102213337737
.639 = .63384291152718
.640 = .63457267665618
.641 = .63534146750719
.642 = .63608930440725
.643 = .636843614223761
.644 = .63758709968173
.645 = .63831273573527
.646 = .63907145319608
.647 = .63981433578423
.648 = .64055615328113
.649 = .64129727543508

.650 = .64203742800642
.651 = .64277661775776
.652 = .64351454535489
.653 = .64425211058552
.654 = .64498041381117
.655 = .64572375402071
.656 = .646452113129735
.657 = .64719154543168
.658 = .64792394421762
.659 = .64865443435326
.660 = .64938600594081
.661 = .65011556645663
.662 = .65084416140120
.663 = .65157172290415
.664 = .65229445759920
.665 = .65302416152424
.666 = .65374863863123
.667 = .65447247066126
.668 = .65519547753953
.669 = .65591731707534
.670 = .65663819511229
.671 = .65735810549728
.672 = .65807705063244
.673 = .65879562872324
.674 = .65951204127454
.675 = .66022804761503
.676 = .66094316754763
.677 = .66165728109430
.678 = .66237042799606
.679 = .66308240816737
.680 = .66379342149915
.681 = .66450406787779
.682 = .66521334719608
.683 = .66592165933027
.684 = .66662900124904
.685 = .66733538177119
.686 = .66804079185116
.687 = .66874524439199
.688 = .66944870931033
.689 = .67015121952957
.690 = .670854275575504
.691 = .67155332755412
.692 = .67225293122617
.693 = .67295156691732
.694 = .67364923156849
.695 = .67434593412340
.696 = .67504166553050
.697 = .67573642874204
.698 = .67643022371421
.699 = .67712305040717

.700 = .67781490978501
.701 = .67850579881574
.702 = .67919572647149
.703 = .67988467372804
.704 = .68057265856527
.705 = .68125967496698
.706 = .68194522292084
.707 = .68263080241846
.708 = .68331491345536
.709 = .68399805603094
.710 = .684682023011850
.711 = .68536143581526
.712 = .68604167304729
.713 = .68672094184453
.714 = .68739424224095
.715 = .68807657425393
.716 = .68875293791034
.717 = .68942833324041
.718 = .69010276027889
.719 = .69077621906301
.720 = .69144870963543
.721 = .69212023204172
.722 = .69279074633151
.723 = .69346037255823
.724 = .69412899077913
.725 = .69479664105528
.726 = .69546332345154
.727 = .69612903803658
.728 = .69679378489295
.729 = .69745756406659
.730 = .69812037566783
.731 = .69878221977036
.732 = .69944309646174
.733 = .70010300583330
.734 = .70076194798013
.735 = .70141992300104
.736 = .70207693099862
.737 = .70273297207918
.738 = .70338804635276
.739 = .70404215393312
.740 = .70469529493776
.741 = .70534746948786
.742 = .70599867770835
.743 = .70664891972781
.744 = .70729819567856
.745 = .70794650569657
.746 = .70859384892151
.747 = .70924022849672
.748 = .70988564156922
.749 = .71053008928966

.750 = .71117357181239
.751 = .71181608929517
.752 = .71245764190022
.753 = .71309822979220
.754 = .71373785314014
.755 = .71437651211668
.756 = .71501420669762
.757 = .71565093766332
.758 = .71628670459653
.759 = .71692150786437
.760 = .71755534771737
.761 = .71818822428964
.762 = .71882013779885
.763 = .71945108244625
.764 = .72008107643666
.765 = .72071010197846
.766 = .72133816528357
.767 = .72196526656744
.768 = .72259140604904
.769 = .72321658395102
.770 = .72384080049932
.771 = .72446405592354
.772 = .72508635043674
.773 = .72570768433556
.774 = .72632805780022
.775 = .72694747109371
.776 = .72756592446365
.777 = .72818341816039
.778 = .72879945243700
.779 = .72941552755363
.780 = .73003014378848
.781 = .73064380134641
.782 = .73125650055641
.783 = .73186824166848
.784 = .73247902495768
.785 = .73308885070208
.786 = .73369771914314
.787 = .73430563068576
.788 = .7349125549820
.789 = .73551858391214
.790 = .73612367622263
.791 = .73672771272808
.792 = .73733094373031
.793 = .73793301953446
.794 = .73853424044904
.795 = .73913450678592
.796 = .73973381886078
.797 = .74033217699066
.798 = .74092958144921
.799 = .74152603271021



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

.800 = .74212151093133
.801 = .74271637055910
.802 = .74330906246359
.803 = .74390231126434
.804 = .74449177092463
.805 = .74508474936774
.806 = .74567452586232
.807 = .74626336381942
.808 = .74685125053513
.809 = .74743813738611
.810 = .74802417173371
.811 = .74860921291267
.812 = .74919330238010
.813 = .74977644341754
.814 = .75035863542913
.815 = .75093964177139
.816 = .75152017986511
.817 = .75209953107392
.818 = .75267774590453
.819 = .75325537410721
.820 = .75383190729479
.821 = .754407474486367
.822 = .75498294751324
.823 = .75555477564020
.824 = .75612854960414
.825 = .7567092498712
.826 = .75727113701748
.827 = .75784105117188
.828 = .75841001280924
.829 = .75897801283001
.830 = .75954511353111
.831 = .76011124741729
.832 = .76067614155790
.833 = .76124067135251
.834 = .76180401520170
.835 = .76236634172710
.836 = .76292782121010
.837 = .76348812310430
.838 = .76404784990253
.839 = .76460651201933
.840 = .76516419799676
.841 = .76572074725150
.842 = .76627676312408
.843 = .76683163722774
.844 = .76738557393354
.845 = .76793854385575
.846 = .76849053119227
.847 = .76904172584417
.848 = .76959200192332
.849 = .77014127402550

.850 = .77069481361811
.851 = .77123702123932
.852 = .77177349734436
.853 = .77230904242954
.854 = .77287365045829
.855 = .77341734152362
.856 = .77396009553732
.857 = .77450192253495
.858 = .77504282152134
.859 = .775582787559437
.860 = .77612183151148
.861 = .77665994654453
.862 = .77719713512643
.863 = .77773339777912
.864 = .77826873502722
.865 = .77880214733910
.866 = .77933164542131
.867 = .77986919363159
.868 = .78040044055247
.869 = .78093155375425
.870 = .78146135473711
.871 = .78199022903517
.872 = .78251814231552
.873 = .78304521197754
.874 = .78357132785361
.875 = .78409465275660
.876 = .78462074513026
.877 = .78514115117849
.878 = .78566458239792
.879 = .78618811241286
.880 = .78670871373231
.881 = .787228443310714
.882 = .78774717343210
.883 = .78826503384740
.884 = .788781477711870
.885 = .78929806723159
.886 = .78981312384593
.887 = .79032732730879
.888 = .790840623004944
.889 = .79135300573140
.890 = .79186447360838
.891 = .79237563927426
.892 = .792884468033115
.893 = .79339342137970
.894 = .79390125105916
.895 = .79440817492733
.896 = .79491414061455
.897 = .79541930773374
.898 = .79592351240032
.899 = .79642681273226

.900 = .79692920785006
.901 = .79743069887670
.902 = .79793128643770
.903 = .79843097116105
.904 = .79892975367723
.905 = .79942763161924
.906 = .79992461462218
.907 = .80042064432486
.908 = .80091587436673
.909 = .80141015539020
.910 = .80190353904260
.911 = .80239602296949
.912 = .80288761082167
.913 = .80337830225163
.914 = .80386897914277
.915 = .80435898466400
.916 = .804848500456919
.917 = .805337211684320
.918 = .80581433607334
.919 = .80629036280662
.920 = .80676989755177
.921 = .807247164158062
.922 = .807734274956021
.923 = .80821625858679
.924 = .808716923111973
.925 = .80919691924356
.926 = .80967601764434
.927 = .810154272900647
.928 = .81063155401761
.929 = .81110799336773
.930 = .81158354774966
.931 = .81205821785606
.932 = .81253200412548
.933 = .81300490803610
.934 = .81347692250973
.935 = .81394806950921
.936 = .81441812674041
.937 = .81489770701120
.938 = .815375620773164
.939 = .815857382894462
.940 = .816329057217278
.941 = .81679843822455
.942 = .817272142778412
.943 = .817748554158445
.944 = .818214878033646
.945 = .818681114476998
.946 = .819147263561191
.947 = .819613325359166
.948 = .82008299944114
.949 = .820545187389401

.950 = .820909877744609
.951 = .82136701155532
.952 = .82182327624170
.953 = .82227867244733
.954 = .82273320103636
.955 = .82318696263500
.956 = .82363945803151
.957 = .82409158797620
.958 = .82454265322141
.959 = .82499285452144
.960 = .82544219263280
.961 = .82589068831376
.962 = .82633874232473
.963 = .826785503542409
.964 = .82723002935819
.965 = .82767506197134
.966 = .82812013694590
.967 = .82856335404205
.968 = .82900591415201
.969 = .829444751792992
.970 = .829884826619195
.971 = .830327815971579
.972 = .83076714978165
.973 = .83120538567123
.974 = .83164271966652
.975 = .83207420205832
.976 = .83251433362890
.977 = .83294461516934
.978 = .83338354747097
.979 = .83381663132655
.980 = .83424486753130
.981 = .83468025688154
.982 = .83511080017686
.983 = .83554034921666
.984 = .83596935180349
.985 = .83639736174138
.986 = .836825252883615
.987 = .83725085389541
.988 = .83767633772855
.989 = .83810004114672
.990 = .838524784496284
.991 = .83894774049154
.992 = .83936487704936
.993 = .839784116698439
.994 = .84021162052648
.995 = .84063323858728
.996 = .84105062196010
.997 = .84146797146945
.998 = .84188508704457
.999 = .84230137220935



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

1.000	=	.84271502509738	1.050	=	.86244827273130
1.001	=	.84313141713911	1.051	=	.86282246278413
1.002	=	.84354521100805	1.052	=	.86319546667339
1.003	=	.84395820282078	1.053	=	.86356848530163
1.004	=	.84437031953191	1.054	=	.86394031375773
1.005	=	.84478161304058	1.055	=	.864311137077123
1.006	=	.84519211010670	1.056	=	.86468161331554
1.007	=	.84560178581212	1.057	=	.86505112027910
1.008	=	.84601061875975	1.058	=	.86541041261736
1.009	=	.84641862687454	1.059	=	.86578775221425
1.010	=	.84682581200299	1.060	=	.86615440705359
1.011	=	.84723211133278	1.061	=	.86652127392757
1.012	=	.84763771069340	1.062	=	.86688666383874
1.013	=	.84804211795757	1.063	=	.86725168667834
1.014	=	.848446313963530	1.064	=	.86761672811573
1.015	=	.84884942258276	1.065	=	.86797843543324
1.016	=	.84925104765523	1.066	=	.868341149107312
1.017	=	.849653113371056	1.067	=	.86870321184405
1.018	=	.850053747600611	1.068	=	.86906416225533
1.019	=	.85045358120378	1.069	=	.86942434200718
1.020	=	.85085254636425	1.070	=	.86978375214672
1.021	=	.85125077195732	1.071	=	.87014239342576
1.022	=	.85164815183790	1.072	=	.87050076776631
1.023	=	.85204471487096	1.073	=	.87085737179475
1.024	=	.85244046793507	1.074	=	.87121371545254
1.025	=	.85283511087455	1.075	=	.87156929210229
1.026	=	.85322954462920	1.076	=	.87192410130050
1.027	=	.85362286298326	1.077	=	.87227815348134
1.028	=	.85401331733013	1.078	=	.872631144045221
1.029	=	.854402704912363	1.079	=	.872983946623778
1.030	=	.85479800465152	1.080	=	.873335731174631
1.031	=	.85518810531919	1.081	=	.87368673742616
1.032	=	.855577740201011	1.082	=	.87403698571717
1.033	=	.85596844564218	1.083	=	.874386476006120
1.034	=	.85635358497810	1.084	=	.874735209807979
1.035	=	.85674471702233	1.085	=	.87508318817114
1.036	=	.85712656061895	1.086	=	.87543041182478
1.037	=	.85751105565437	1.087	=	.87577689141137
1.038	=	.85789634831690	1.088	=	.87612259203859
1.039	=	.85828071159446	1.089	=	.87646755151225
1.040	=	.858666203827917	1.090	=	.87681177713474
1.041	=	.8590491896124	1.091	=	.87715527387758
1.042	=	.859432034453425	1.092	=	.877497957864095
1.043	=	.85980685589257	1.093	=	.87784092747414
1.044	=	.86018657393121	1.094	=	.87818114927030
1.045	=	.86056547254926	1.095	=	.87852162296149
1.046	=	.860944101061293	1.096	=	.87886135252067
1.047	=	.86132797711251	1.097	=	.87920033790171
1.048	=	.86169751085838	1.098	=	.87953859005933
1.049	=	.862073229578417	1.099	=	.87987607294916

1.100	=	.89021283852769	1.150	=	.89612696446730
1.101	=	.89054845675226	1.151	=	.89642720243257
1.102	=	.89088413558107	1.152	=	.89672674945471
1.103	=	.89121867597314	1.153	=	.89702560769566
1.104	=	.89155247988846	1.154	=	.89732377445573
1.105	=	.89188554528765	1.155	=	.89762125463373
1.106	=	.89221787613228	1.156	=	.89791805171686
1.107	=	.89254947239471	1.157	=	.89821416320082
1.108	=	.892880033500810	1.158	=	.89850958607973
1.109	=	.893210464956643	1.159	=	.89880432234814
1.110	=	.89354986322445	1.160	=	.89909838200111
1.111	=	.893886853074771	1.161	=	.89939176503397
1.112	=	.894219646450754	1.162	=	.899684446148259
1.113	=	.894552367745602	1.163	=	.89997547422319
1.114	=	.89488015857601	1.164	=	.90026781517242
1.115	=	.895217591283113	1.165	=	.900558478684729
1.116	=	.895550094119074	1.166	=	.900848446076524
1.117	=	.895882574462403	1.167	=	.90113776000604
1.118	=	.896214482410455	1.168	=	.90142630260187
1.119	=	.896547168060114	1.169	=	.90171436255727
1.120	=	.896879381508609	1.170	=	.90200164246913
1.121	=	.897211522853507	1.171	=	.902288426553676
1.122	=	.897543592191909	1.172	=	.90257421055956
1.123	=	.897875584621342	1.173	=	.902859488591745
1.124	=	.898207515239314	1.174	=	.90314404267102
1.125	=	.898539369143401	1.175	=	.90342803176008
1.126	=	.898871151431214	1.176	=	.90371130420251
1.127	=	.899202462200554	1.177	=	.90399371101235
1.128	=	.899534501549104	1.178	=	.90427595317690
1.129	=	.899866069574737	1.179	=	.90455713170299
1.130	=	.900197566375355	1.180	=	.90483774759273
1.131	=	.900528992048978	1.181	=	.90511770184852
1.132	=	.900860346693496	1.182	=	.905394499547303
1.133	=	.901191830407172	1.183	=	.90567562946920
1.134	=	.901522843287922	1.184	=	.90595360484075
1.135	=	.901853945334311	1.185	=	.906230922756464
1.136	=	.902185056944354	1.186	=	.90650758372108
1.137	=	.902516057316456	1.187	=	.90678358923654
1.138	=	.90284698849010	1.188	=	.907058994014623
1.139	=	.903177848640467	1.189	=	.907333363741857
1.140	=	.903508638589335	1.190	=	.90760768215021
1.141	=	.903839358394178	1.191	=	.90788107525605
1.142	=	.904169008153616	1.192	=	.90815381777115
1.143	=	.904500587966125	1.193	=	.90842591070082
1.144	=	.904831097931032	1.194	=	.90869735505053
1.145	=	.905161538146572	1.195	=	.90896815182580
1.146	=	.905491908711629	1.196	=	.90923830207304
1.147	=	.905822097725240	1.197	=	.90950780667775
1.148	=	.906152441286224	1.198	=	.90977666476632
1.149	=	.906482603493791	1.199	=	.91004468330515



FUNCAO ERRO

1.200 = .91031245732077
1.201 = .91057934275989
1.202 = .91084564166915
1.203 = .91111133103614
1.204 = .91137634798737
1.205 = .91164072137029
1.206 = .91190416425227
1.207 = .91216754861980
1.208 = .91243033854310
1.209 = .91269157196795
1.210 = .91295307892206
1.211 = .91321363111306
1.212 = .91347359145672
1.213 = .91373290604129
1.214 = .91399154919346
1.215 = .91424461691542
1.216 = .91450737721540
1.217 = .91476384210158
1.218 = .91502006259200
1.219 = .91527361950052
1.220 = .91553055436107
1.221 = .91578486767716
1.222 = .91603856062055
1.223 = .91629163323031
1.224 = .91654409942033
1.225 = .91679592737057
1.226 = .91704714284702
1.227 = .91729773505912
1.228 = .91754774623046
1.229 = .91779712552432
1.230 = .91804589180415
1.231 = .91829404678314
1.232 = .91854159147522
1.233 = .91878852068808
1.234 = .91903489101016
1.235 = .91928057390964
1.236 = .91952564753464
1.237 = .91977019531327
1.238 = .92001410005334
1.239 = .92025740096292
1.240 = .92050009961474
1.241 = .92074214712155
1.242 = .92098164438524
1.243 = .92122454245045
1.244 = .92146404232217
1.245 = .92170459300930
1.246 = .92194337015181
1.247 = .92218221295594
1.248 = .92242013002971
1.249 = .92265745104618

1.250 = .92289418591194
1.251 = .92313032561350
1.252 = .92336587721735
1.253 = .92360049364941
1.254 = .92383521199576
1.255 = .92406899920223
1.256 = .92430219379416
1.257 = .924534411327743
1.258 = .92476684115740
1.259 = .92499929193915
1.260 = .92522915762716
1.261 = .92545944222669
1.262 = .925689146741134
1.263 = .92591427217473
1.264 = .926144411753477
1.265 = .92637474742444
1.266 = .92660214163701
1.267 = .92682900115970
1.268 = .92705524627420
1.269 = .92728092031417
1.270 = .92750602024218
1.271 = .92773054021053
1.272 = .92795450906629
1.273 = .92817789789124
1.274 = .92840071961697
1.275 = .92862247116441
1.276 = .92884466703474
1.277 = .929066372605807
1.278 = .92928834623636
1.279 = .92950834276798
1.280 = .92972577735119
1.281 = .92994465069144
1.282 = .93016296408184
1.283 = .93038071042317
1.284 = .93059791471399
1.285 = .93081455395210
1.286 = .93103063713561
1.287 = .93124616526133
1.288 = .93146113212737
1.289 = .93167556233046
1.290 = .93188942226517
1.291 = .93210274711631
1.292 = .93231551149143
1.293 = .932527773452829
1.294 = .93273940425189
1.295 = .93295052778472
1.296 = .93316110522091
1.297 = .9333711755117
1.298 = .93358062577743
1.299 = .93378957088491

FUNCAO ERRO

1.300 = .93399797186761
1.301 = .93420543571811
1.302 = .93441315742865
1.303 = .93461993298992
1.304 = .93482618439247
1.305 = .93503189162759
1.306 = .93523706268453
1.307 = .93544169855300
1.308 = .93564580022207
1.309 = .93584936868035
1.310 = .93605240491599
1.311 = .93625490091668
1.312 = .93645688466965
1.313 = .93665833016146
1.314 = .93685924737928
1.315 = .93705963710742
1.316 = .93725950093227
1.317 = .93745883023838
1.318 = .93765765321005
1.319 = .93785549438114
1.320 = .93805371208405
1.321 = .93825095295411
1.322 = .93844768542152
1.323 = .93864389246817
1.324 = .93883958107613
1.325 = .93903475222563
1.326 = .93922940589678
1.327 = .93942354606985
1.328 = .93961717072299
1.329 = .93981028181567
1.330 = .94000288036564
1.331 = .94019496735039
1.332 = .94038654370684
1.333 = .94057761043136
1.334 = .94076816849976
1.335 = .94095821888726
1.336 = .94114776256853
1.337 = .94133680051764
1.338 = .9415253370808
1.339 = .94171336311277
1.340 = .94190088970401
1.341 = .94208791445352
1.342 = .94227443833243
1.343 = .94246046231174
1.344 = .94264598735946
1.345 = .94283101444759
1.346 = .94301554454708
1.347 = .94319957861431
1.348 = .94338311767499
1.349 = .94356616255363

1.350 = .94374871435168
1.351 = .94393077399707
1.352 = .94411234244630
1.353 = .94429342066639
1.354 = .94447400962004
1.355 = .94465411027244
1.356 = .94483377354449
1.357 = .94501285051734
1.358 = .94519149203250
1.359 = .945369444060014
1.360 = .94554712264499
1.361 = .94572451367069
1.362 = .94590122311078
1.363 = .94607745192772
1.364 = .94625320107439
1.365 = .94642847151496
1.366 = .94660326420461
1.367 = .94677758004103
1.368 = .94695142013139
1.369 = .94712478527936
1.370 = .94729767648759
1.371 = .94747009470202
1.372 = .94764204080188
1.373 = .94781351594445
1.374 = .94798452095111
1.375 = .94815505672529
1.376 = .94832512626050
1.377 = .94849472450430
1.378 = .94866385480352
1.379 = .94883257690423
1.380 = .94900073095176
1.381 = .94916817149069
1.382 = .94933574046464
1.383 = .94950256581726
1.384 = .949668802149026
1.385 = .94983441742536
1.386 = .950000025456312
1.387 = .95016523384417
1.388 = .95032975620700
1.389 = .95049382259034
1.390 = .95065743393121
1.391 = .95082059116828
1.392 = .950983324523575
1.393 = .95114554706955
1.394 = .95130714760413
1.395 = .95146869777316
1.396 = .95162954850950
1.397 = .95179065074521
1.398 = .95195005541154
1.399 = .95210961341601

FUNÇÃO ERRO

FUNÇÃO ERRO

1.400 = .95226877573693
1.401 = .95242739329441
1.402 = .95258561697930
1.403 = .95274339773974
1.404 = .95290073049204
1.405 = .95305763918567
1.406 = .95321409172326
1.407 = .95337011003562
1.408 = .95352593004569
1.409 = .95368081267558
1.410 = .95383453384654
1.411 = .95398900747816
1.412 = .95414391549231
1.413 = .95429704780554
1.414 = .95445051733629
1.415 = .95460255589134
1.416 = .95475466171704
1.417 = .95490633939452
1.418 = .95505754396013
1.419 = .95520840531532
1.420 = .95535879737867
1.421 = .95550876105570
1.422 = .955658430326301
1.423 = .95580711391832
1.424 = .95595611090436
1.425 = .95610438315437
1.426 = .95625222756736
1.427 = .95639965101956
1.428 = .95654666050659
1.429 = .956693324784294
1.430 = .95683941036219
1.431 = .95698516376737
1.432 = .95713050115935
1.433 = .95727562205931
1.434 = .95741992930859
1.435 = .95756412096472
1.436 = .95770763986611
1.437 = .95785096643031
1.438 = .95799382223267
1.439 = .95813626790910
1.440 = .958278030335455
1.441 = .95841993246157
1.442 = .95856115312207
1.443 = .95870196723015
1.444 = .95884237367336
1.445 = .95898237333307
1.446 = .95912197912911
1.447 = .95926117591518
1.448 = .95939977689126
1.449 = .95953836101357

1.450 = .95967635715516
1.451 = .95981395081062
1.452 = .95995114583297
1.453 = .96008794328395
1.454 = .96022434386454
1.455 = .96036034651494
1.456 = .96049595911404
1.457 = .96063117353999
1.458 = .96076599566973
1.459 = .96090042537934
1.460 = .96103446354403
1.461 = .96116811143777
1.462 = .96130136373371
1.463 = .961434423751395
1.464 = .96156671821962
1.465 = .96169881175032
1.466 = .96183051896667
1.467 = .96196184073524
1.468 = .96209277792375
1.469 = .96222333133218
1.470 = .96235350202366
1.471 = .96248329056425
1.472 = .96261264813302
1.473 = .96274172544230
1.474 = .96287077330222
1.475 = .96299864262368
1.476 = .96312653122536
1.477 = .96325404903521
1.478 = .96338118794015
1.479 = .96350795168608
1.480 = .96363444117786
1.481 = .96376035726931
1.482 = .96388600081324
1.483 = .96401127266110
1.484 = .96413617366459
1.485 = .96426070467222
1.486 = .96438468553314
1.487 = .96450866600497
1.488 = .96463264620413
1.489 = .96475514570613
1.490 = .96487783744542
1.491 = .96500016026536
1.492 = .96512213300330
1.493 = .96524373451549
1.494 = .965364697362713
1.495 = .96548585114239
1.496 = .96560636901933
1.497 = .96572685240749
1.498 = .965846322493529
1.499 = .96596576259314

1.500 = .96608484490834
1.501 = .96620357068763
1.502 = .96632194075468
1.503 = .96643995594008
1.504 = .96655761707334
1.505 = .96667492498289
1.506 = .96679188049609
1.507 = .96690848443920
1.508 = .96702473763742
1.509 = .96714064091493
1.510 = .96725619509446
1.511 = .96737140099823
1.512 = .96748675944626
1.513 = .967602077126040
1.514 = .967717493725719
1.515 = .967832875825488
1.516 = .967948223506493
1.517 = .968063536851768
1.518 = .96817815941239
1.519 = .968292660856721
1.520 = .9684071679419
1.521 = .96852148490427
1.522 = .96863591370729
1.523 = .96875004011197
1.524 = .968864775662594
1.525 = .9689794817235570
1.526 = .96909425200664
1.527 = .96920899638305
1.528 = .969323740628810
1.529 = .96943848252383
1.530 = .96955322589118
1.531 = .969668033718996
1.532 = .969782717721886
1.533 = .969897486677515
1.534 = .969997688655618
1.535 = .97000397765637
1.536 = .97011074057022
1.537 = .97021717619079
1.538 = .970323328531003
1.539 = .97042906971874
1.540 = .970535452720661
1.541 = .97064166156218
1.542 = .970747447257286
1.543 = .970853896102493
1.544 = .970959312770143
1.545 = .97106497339269
1.546 = .97117069887524
1.547 = .971276370493293
1.548 = .97138199234633
1.549 = .97148761189490

1.550 = .97160141435693
1.551 = .971707335050959
1.552 = .97180497112494
1.553 = .971902627649966
1.554 = .97200028986667
1.555 = .97210794752946
1.556 = .97220531375247
1.557 = .972302636830495
1.558 = .97240011195607
1.559 = .97250754547366
1.560 = .972604866962467
1.561 = .972702544517471
1.562 = .972800399288429
1.563 = .97290219352874
1.564 = .973000008745825
1.565 = .97309767663786
1.566 = .97319496062744
1.567 = .97329194055549
1.568 = .97338861727018
1.569 = .97348404143723
1.570 = .97358106344213
1.571 = .97367693523922
1.572 = .97377230634051
1.573 = .97386747501860
1.574 = .97396235090377
1.575 = .97405692575440
1.576 = .97415170341174
1.577 = .97424518452943
1.578 = .97433896968566
1.579 = .97443226022366
1.580 = .97452535628767
1.581 = .97461815881496
1.582 = .97471066856174
1.583 = .97480288625304
1.584 = .974894981263270
1.585 = .97498644443812
1.586 = .97507779440669
1.587 = .97516885127285
1.588 = .97525961977104
1.589 = .97535010063425
1.590 = .97544029459425
1.591 = .97553020234168
1.592 = .97561982472597
1.593 = .97570916235538
1.594 = .97579871599697
1.595 = .97588869863766
1.596 = .97597847421915
1.597 = .976068368024748
1.598 = .976158160518549
1.599 = .97624824975284



FUNCAO ERRO

1.600 =	.97532851367103	1.650 =	.98335347904732
1.601 =	.97641370005543	1.651 =	.98332789261134
1.602 =	.97650050012719	1.652 =	.98350168535423
1.603 =	.97659703073258	1.653 =	.98357522790993
1.604 =	.97667329217512	1.654 =	.98364852789759
1.605 =	.97675926361975	1.655 =	.98372158602856
1.606 =	.97684497161913	1.656 =	.983794340289629
1.607 =	.97693034911500	1.657 =	.983868497913424
1.608 =	.97701555250787	1.658 =	.983939315455237
1.609 =	.97710043297707	1.659 =	.984011412643063
1.610 =	.97718531063057	1.660 =	.98408327103651
1.611 =	.977269337557514	1.661 =	.98415489156765
1.612 =	.97735344141713	1.662 =	.98422627170044
1.613 =	.97743724586019	1.663 =	.98429742113845
1.614 =	.97752076350952	1.664 =	.98436813152615
1.615 =	.97760401035517	1.665 =	.98443900050615
1.616 =	.97768700382812	1.666 =	.98450944671321
1.617 =	.977769771375055	1.667 =	.98457985241533
1.618 =	.977852115667805	1.668 =	.98464962513120
1.619 =	.97793430346061	1.669 =	.98471936515293
1.620 =	.97801621171265	1.670 =	.98478897265531
1.621 =	.97809791121977	1.671 =	.984858214361874
1.622 =	.97817911355879	1.672 =	.98492719365034
1.623 =	.97826016253334	1.673 =	.98499610681311
1.624 =	.978341132375355	1.674 =	.985064452336675
1.625 =	.97842193291756	1.675 =	.98513244433353
1.626 =	.97850272577351	1.676 =	.985200107683132
1.627 =	.978583735794956	1.677 =	.985268497663640
1.628 =	.978664214915215	1.678 =	.98533661022440
1.629 =	.9787447174305735	1.679 =	.98540444697395
1.630 =	.978825131717493	1.680 =	.985471315445664
1.631 =	.978905367176985	1.681 =	.985538313224531
1.632 =	.978985784429222	1.682 =	.98560506011577
1.633 =	.979065741551632	1.683 =	.985671870555514
1.634 =	.979145561233293	1.684 =	.985738794922671
1.635 =	.9792251371171892	1.685 =	.985804404910597
1.636 =	.979304180774136	1.686 =	.98586992679121
1.637 =	.979383494386736	1.687 =	.98593558294452
1.638 =	.9794625628380101	1.688 =	.986001013013304
1.639 =	.979542326113512	1.689 =	.98606623283823
1.640 =	.979620011520114	1.690 =	.986131122780670
1.641 =	.9796976521137514	1.691 =	.986196000382733
1.642 =	.979775271548246	1.692 =	.98626056121794
1.643 =	.979852477967177	1.693 =	.98632449075977
1.644 =	.979929151171213	1.694 =	.98638902297319
1.645 =	.979990034170940	1.695 =	.986453292047401
1.646 =	.98005530000075	1.696 =	.98651661793012
1.647 =	.98012031153498	1.697 =	.98657969185106
1.648 =	.980185317668813	1.698 =	.98664335995516
1.649 =	.98025751595213	1.699 =	.98670639575357

FUNCAO ERRO

1.700 =	.98376922687355	1.750 =	.98665127197837
1.701 =	.983833184491637	1.751 =	.98670397541811
1.702 =	.983894250048032	1.752 =	.98675619483444
1.703 =	.983955644416252	1.753 =	.98680962970571
1.704 =	.98401842655808	1.754 =	.98686098154402
1.705 =	.984080019826413	1.755 =	.98691295102004
1.706 =	.98414175997194	1.756 =	.98696473453532
1.707 =	.98420311197416	1.757 =	.98701614165064
1.708 =	.984264475516290	1.758 =	.98706776995319
1.709 =	.98432519002745	1.759 =	.98711901191935
1.710 =	.98438591715693	1.760 =	.98717004609607
1.711 =	.98444643713870	1.761 =	.98722096601894
1.712 =	.984506750555951	1.762 =	.98727167121027
1.713 =	.98456685900454	1.763 =	.98732210219911
1.714 =	.98462676005749	1.764 =	.98737255351114
1.715 =	.98468645730250	1.765 =	.98742272767212
1.716 =	.98474595032010	1.766 =	.98747277520649
1.717 =	.98480523969126	1.767 =	.98752254661202
1.718 =	.984864332599537	1.768 =	.98757219247520
1.719 =	.98492320981064	1.769 =	.98762166325459
1.720 =	.98498189171411	1.770 =	.98767095948431
1.721 =	.985040137224165	1.771 =	.98772048169736
1.722 =	.98509865208793	1.772 =	.98776963139557
1.723 =	.98515673170647	1.773 =	.98781876067984
1.724 =	.98521461170461	1.774 =	.98786840932425
1.725 =	.98527229266851	1.775 =	.987917440654273
1.726 =	.98532977515317	1.776 =	.987966110038704
1.727 =	.98538705973240	1.777 =	.98801459219556
1.728 =	.98544414697395	1.778 =	.988063410761913
1.729 =	.985501037444401	1.779 =	.988110885618506
1.730 =	.98555773170818	1.780 =	.988158443527519
1.731 =	.985614230330649	1.781 =	.988206184545614
1.732 =	.98567053387304	1.782 =	.98825404723336
1.733 =	.98572664299030	1.783 =	.98830161111156
1.734 =	.98578255797023	1.784 =	.9883486759172
1.735 =	.98583827964318	1.785 =	.98839600718012
1.736 =	.98589390847717	1.786 =	.988443638037777
1.737 =	.98594914503022	1.787 =	.988490776764061
1.738 =	.98600428985742	1.788 =	.988537402954943
1.739 =	.98605924351388	1.789 =	.98858410660190
1.740 =	.98611400655323	1.790 =	.98863071021458
1.741 =	.98616857952746	1.791 =	.98867676792291
1.742 =	.98622296298941	1.792 =	.9887233221322
1.743 =	.98627715748772	1.793 =	.98876977580270
1.744 =	.98633116357190	1.794 =	.98881603555945
1.745 =	.98638498178779	1.795 =	.9888624813358245
1.746 =	.98643801268808	1.796 =	.988908307016156
1.747 =	.98649205681224	1.797 =	.98895378756853
1.748 =	.98654531170690	1.798 =	.988998246091202
1.749 =	.98659838691480	1.799 =	.989042691611754



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

1.400 = .98907121172753
 1.401 = .98911531346631
 1.402 = .98915931066708
 1.403 = .98920311175116
 1.404 = .98924681123194
 1.405 = .98929031167692
 1.406 = .98933366351570
 1.407 = .98937635622598
 1.408 = .98941931573415
 1.409 = .98946271510632
 1.410 = .98950551231628
 1.411 = .98954827529753
 1.412 = .98959041492206
 1.413 = .98963275915168
 1.414 = .98967491140572
 1.415 = .98971681121033
 1.416 = .98975851011235
 1.417 = .98980070556855
 1.418 = .989842113708057
 1.419 = .989883114311050
 1.420 = .98992435312133
 1.421 = .989965112557606
 1.422 = .989906011293821
 1.423 = .989947011065512
 1.424 = .98998771221716
 1.425 = .989928116305269
 1.426 = .98996811361201
 1.427 = .989908611332916
 1.428 = .98994881182156
 1.429 = .989989511333845
 1.430 = .98992921131257
 1.431 = .98996941152559
 1.432 = .98990971107631
 1.433 = .98994961151992
 1.434 = .989989511335832
 1.435 = .9899294113393207
 1.436 = .989969311095713
 1.437 = .9899092113212812
 1.438 = .989949111313779
 1.439 = .989989011313452
 1.440 = .9899287113175424
 1.441 = .989968611315171
 1.442 = .98990831121433
 1.443 = .9899481113227315
 1.444 = .9899879113102436
 1.445 = .989927711315649
 1.446 = .989967511313192
 1.447 = .9899073113101439
 1.448 = .98994711131792646
 1.449 = .989986911317186

1.450 = .9899264594817
 1.451 = .9899662532431
 1.452 = .98990546703958
 1.453 = .98994527743460
 1.454 = .989985093267
 1.455 = .9899248296104
 1.456 = .9899646141192
 1.457 = .9899043630249
 1.458 = .9899441504187
 1.459 = .989983920983115
 1.460 = .98992372249241
 1.461 = .989963502237866
 1.462 = .9899033535839
 1.463 = .9899431203116
 1.464 = .98998275146211
 1.465 = .989922067737791
 1.466 = .9899616556339
 1.467 = .9899012311233
 1.468 = .9899405253759
 1.469 = .9899805315845
 1.470 = .98992032556319
 1.471 = .9899601745115
 1.472 = .989900148742274
 1.473 = .989940537763560
 1.474 = .98998014135564
 1.475 = .989920777441324
 1.476 = .989960829368732
 1.477 = .98990067711439
 1.478 = .9899407203857727
 1.479 = .98998067549621
 1.480 = .98992049924534
 1.481 = .9899607724577
 1.482 = .989900472295462
 1.483 = .989940717156699
 1.484 = .98998000582444
 1.485 = .989920230362574
 1.486 = .989960454005625
 1.487 = .989900471391373
 1.488 = .98994076377475
 1.489 = .98998068207011
 1.490 = .9899204624751644
 1.491 = .989960148345015
 1.492 = .989900570231117
 1.493 = .989940571371354
 1.494 = .98998045332372
 1.495 = .989920465121696
 1.496 = .98996073129444
 1.497 = .98990069395105
 1.498 = .989940753727836
 1.499 = .9899804326801432

1.500 = .98992039195
 1.501 = .989960437679866
 1.502 = .989900475761753
 1.503 = .989940502322670
 1.504 = .989980517400178
 1.505 = .989920521031985
 1.506 = .98996053255539
 1.507 = .989900494105235
 1.508 = .9899401463627366
 1.509 = .989980421850111
 1.510 = .9899207368813674
 1.511 = .989960304551878
 1.512 = .9899003229110775
 1.513 = .98994016142518136
 1.514 = .98998044813680
 1.515 = .98992036034027
 1.516 = .98996016215703
 1.517 = .989900765395139
 1.518 = .9899405436098649
 1.519 = .9899803190892532
 1.520 = .98992072772873
 1.521 = .98996052815740
 1.522 = .9899001867527090
 1.523 = .9899404671352790
 1.524 = .989980464626578
 1.525 = .989920247096153
 1.526 = .98996018973082
 1.527 = .989900760012947
 1.528 = .989940530544839
 1.529 = .9899801270504350
 1.530 = .9899203909226594
 1.531 = .989960718446647
 1.532 = .989900427299553
 1.533 = .989940725320225
 1.534 = .98998012943401
 1.535 = .989920390203085
 1.536 = .989960157136650
 1.537 = .9899004713775738
 1.538 = .989940460155804
 1.539 = .989980096311215
 1.540 = .989920722276243
 1.541 = .989960338085071
 1.542 = .9899005043771788
 1.543 = .989940539370700
 1.544 = .989980124914746
 1.545 = .989920700436788
 1.546 = .989960265976122
 1.547 = .9899008821560421
 1.548 = .9899401367225224
 1.549 = .9899803003984

1.550 = .989920428930862
 1.551 = .98996045034724
 1.552 = .989900451357157
 1.553 = .98994047924434
 1.554 = .989980430771507
 1.555 = .9899204911071604
 1.556 = .989960337463640
 1.557 = .989900357320799
 1.558 = .989940285615565
 1.559 = .989980724753441
 1.560 = .989920153564064
 1.561 = .989960357329664
 1.562 = .9899003553905
 1.563 = .989940344380456
 1.564 = .989980775830443
 1.565 = .989920357908845
 1.566 = .98996010855714
 1.567 = .989900404103274
 1.568 = .989940607841320
 1.569 = .9899802503277522
 1.570 = .989920427067454
 1.571 = .989960255534674
 1.572 = .9899004572960125
 1.573 = .98994071881276190
 1.574 = .989980180313121
 1.575 = .989920670702303
 1.576 = .989960751875046
 1.577 = .989900240626082
 1.578 = .989940627294357
 1.579 = .989980511402681
 1.580 = .989920770701778
 1.581 = .989960023570236
 1.582 = .9899007251290854
 1.583 = .989940470209461
 1.584 = .989980680357026
 1.585 = .989920481763641
 1.586 = .9899601074050507
 1.587 = .9899003258473740
 1.588 = .9899405433834373
 1.589 = .9899807600583353
 1.590 = .9899209758736512
 1.591 = .98996011408328720
 1.592 = .989900449349541
 1.593 = .989940161944737
 1.594 = .989980306035713
 1.595 = .989920421674953
 1.596 = .9899602528910414
 1.597 = .9899004462775781
 1.598 = .98994026718240412
 1.599 = .98998040415506



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

2.000 = .99530971231812
2.001 = .99532333080275
2.002 = .9953397243747
2.003 = .99537046101119
2.004 = .99539087371908
2.005 = .99541120189950
2.006 = .99543141383578
2.007 = .99545161381300
2.008 = .99547173011624
2.009 = .99549170502600
2.010 = .99551162982602
2.011 = .99553147179818
2.012 = .99555124022113
2.013 = .99557092637532
2.014 = .99559053353959
2.015 = .99561006199109
2.016 = .99562951209975
2.017 = .99564889386731
2.018 = .99566811781629
2.019 = .995687339421553
2.020 = .99570653325117
2.021 = .99572559572617
2.022 = .995744583041325
2.023 = .99576349083319
2.024 = .995782237150924
2.025 = .99580101795904
2.026 = .99581973370283
2.027 = .99583833100805
2.028 = .99585689311519
2.029 = .99587534937817
2.030 = .99589372937435
2.031 = .99591203023691
2.032 = .99593026931825
2.033 = .99594842959318
2.034 = .99596651126875
2.035 = .99598457296836
2.036 = .99600254098777
2.037 = .99602037051374
2.038 = .99603811350421
2.039 = .99605584121810
2.040 = .99607343391472
2.041 = .99609106585085
2.042 = .99610857129358
2.043 = .99612600546936
2.044 = .99614336360328
2.045 = .99616066112040
2.046 = .99617789303357
2.047 = .99619503483602
2.048 = .99621211660218
2.049 = .99622912864186

2.050 = .99624607120592
2.051 = .99626294354477
2.052 = .99627974790777
2.053 = .99629648454356
2.054 = .99631315170001
2.055 = .99632975062425
2.056 = .99634624156267
2.057 = .99636274476004
2.058 = .99637914096397
2.059 = .99639546391595
2.060 = .99641173036032
2.061 = .99642792507330
2.062 = .99644405317038
2.063 = .99646011507131
2.064 = .99647611090511
2.065 = .996492040393760
2.066 = .99650790510785
2.067 = .99652370455420
2.068 = .99653943361430
2.069 = .99655510792594
2.070 = .99657071242264
2.071 = .99658624261255
2.072 = .99660172231254
2.073 = .99661714086766
2.074 = .996632449314024
2.075 = .99664777142931
2.076 = .996663094620857
2.077 = .99667815512743
2.078 = .99669325123700
2.079 = .99670827842736
2.080 = .99672325612671
2.081 = .99673816535444
2.082 = .99675301275764
2.083 = .99676779355160
2.084 = .99678252297451
2.085 = .99679718627374
2.086 = .99681178356691
2.087 = .99682633013952
2.088 = .99684081132932
2.089 = .99685523220415
2.090 = .99686959305115
2.091 = .99688384407679
2.092 = .99689813550644
2.093 = .99691231756139
2.094 = .99692644045985
2.095 = .99694050142026
2.096 = .99695450966275
2.097 = .99696845640262
2.098 = .99698234445725
2.099 = .99699617524268

2.100 = .99700994777425
2.101 = .99702366266665
2.102 = .99703732013399
2.103 = .99705092032912
2.104 = .99706446364561
2.105 = .99707795011479
2.106 = .99709138000819
2.107 = .99710475353652
2.108 = .99711807090979
2.109 = .99713133233779
2.110 = .99714453802802
2.111 = .99715768818974
2.112 = .99717078302996
2.113 = .99718382275542
2.114 = .99719680757224
2.115 = .99720973768544
2.116 = .99722261330105
2.117 = .99723543462202
2.118 = .99724820185225
2.119 = .99726091519462
2.120 = .99727357485134
2.121 = .99728618102401
2.122 = .99729873391358
2.123 = .99731123372034
2.124 = .99732368064397
2.125 = .99733607488352
2.126 = .99734841663737
2.127 = .99736070810332
2.128 = .99737294347850
2.129 = .99738512959412
2.130 = .99739726274198
2.131 = .99740934502134
2.132 = .99742137594243
2.133 = .99743335584807
2.134 = .99744528178446
2.135 = .99745716299167
2.136 = .99746899066276
2.137 = .99748076798476
2.138 = .99749249516211
2.139 = .99750417237181
2.140 = .99751579480747
2.141 = .99752737765877
2.142 = .99753890611400
2.143 = .99755038536102
2.144 = .99756181558710
2.145 = .99757319697800
2.146 = .99758452972218
2.147 = .99759584140030
2.148 = .99760705000620
2.149 = .99761823791545

2.150 = .99762937791471
2.151 = .997640037018703
2.152 = .99765151491480
2.153 = .99766251224016
2.154 = .99767346246413
2.155 = .99768436564748
2.156 = .99769522201032
2.157 = .99770603173218
2.158 = .99771679190194
2.159 = .99772751196406
2.160 = .99773819243820
2.161 = .99774880777958
2.162 = .99775934696820
2.163 = .997769802059188
2.164 = .99778010879427
2.165 = .99779026170025
2.166 = .99780024471566
2.167 = .99781016277316
2.168 = .9978200121112578
2.169 = .9978297844636
2.170 = .99783944400885
2.171 = .99784906967877
2.172 = .997858670093208
2.173 = .99786824433979
2.174 = .997877828206495
2.175 = .997887428224667
2.176 = .997896974917654
2.177 = .997906570247474
2.178 = .9979161270247474
2.179 = .9979257354469
2.180 = .99793534145239
2.181 = .9979449218661421
2.182 = .99795450934105
2.183 = .997964082964321
2.184 = .99797364787042
2.185 = .9979832000303600
2.186 = .997992747835631
2.187 = .998002281099174
2.188 = .998011800210580
2.189 = .998021305186048
2.190 = .9980307941728
2.191 = .998040272793713
2.192 = .998049745458044
2.193 = .9980592050708
2.194 = .99806865587617
2.195 = .99807809404717
2.196 = .998087515587759
2.197 = .998096936622550
2.198 = .99810634619406
2.199 = .99811570940104
2.200 = .9981251524329



FUNCAO ERRO

2.200 = .99812918112771
2.201 = .99813410771030
2.202 = .99814699514509
2.203 = .99815584355776
2.204 = .99816465319020
2.205 = .99817147410575
2.206 = .99818215640752
2.207 = .99819085043686
2.208 = .99819950625510
2.209 = .99820812394918
2.210 = .99821673378354
2.211 = .99822521563312
2.212 = .99823375003324
2.213 = .99824221630188
2.214 = .99825064643776
2.215 = .99825903978874
2.216 = .99826732110221
2.217 = .99827571252556
2.218 = .99828399170155
2.219 = .99829223928387
2.220 = .99830044791109
2.221 = .99830862023019
2.222 = .99831675635556
2.223 = .99832485652156
2.224 = .99833297076915
2.225 = .99834094931567
2.226 = .99834894224004
2.227 = .99835689972520
2.228 = .998364802190257
2.229 = .99837273991310
2.230 = .99838055089724
2.231 = .99838837799477
2.232 = .99839615034579
2.233 = .99840393008870
2.234 = .998411627136224
2.235 = .99841930030444
2.236 = .99842694565239
2.237 = .99843455374468
2.238 = .99844213251643
2.239 = .99844970735648
2.240 = .99845718481301
2.241 = .99846465967052
2.242 = .99847210311834
2.243 = .99847951232314
2.244 = .998486884341720
2.245 = .99849323153407
2.246 = .99850054180719
2.247 = .998507801736898
2.248 = .99851505135077
2.249 = .99852227636434

2.250 = .99853046711070
2.251 = .99853760513042
2.252 = .99854472110358
2.253 = .99855180514485
2.254 = .99855895733641
2.255 = .998566051031554
2.256 = .99857296701689
2.257 = .99857987154294
2.258 = .99858675030351
2.259 = .99859364610555
2.260 = .99860051031554
2.261 = .99860734355953
2.262 = .99861414602311
2.263 = .998620941743144
2.264 = .998627745915424
2.265 = .99863436994677
2.266 = .99864105956987
2.267 = .99864770699792
2.268 = .99865432130396
2.269 = .998660941187431
2.270 = .99866747256125
2.271 = .99867400359216
2.272 = .99868050505737
2.273 = .99868697707557
2.274 = .99869341083081
2.275 = .99869983337453
2.276 = .99870621745824
2.277 = .99871257333900
2.278 = .99871890093418
2.279 = .99872519407790
2.280 = .99873146674707
2.281 = .99873770838937
2.282 = .99874392594678
2.283 = .99875010524034
2.284 = .99875626144767
2.285 = .99876238952300
2.286 = .998768449970712
2.287 = .99877456233992
2.288 = .99878060723086
2.289 = .99878662450901
2.290 = .99879261134401
2.291 = .99879857686111
2.292 = .99880451216115
2.293 = .99881042030054
2.294 = .998816310157130
2.295 = .99882215590506
2.296 = .99882798347302
2.297 = .99883378134600
2.298 = .99883955375410
2.299 = .99884530668824

FUNCAO ERRO

2.300 = .99885102829712
2.301 = .99885672369027
2.302 = .99886239297649
2.303 = .99886803676422
2.304 = .99887365366148
2.305 = .99887924527591
2.306 = .99888481121475
2.307 = .99889035158486
2.308 = .99889586649271
2.309 = .99890135604436
2.310 = .998906822034552
2.311 = .99891225950149
2.312 = .99891767361718
2.313 = .99892306279713
2.314 = .998928442714551
2.315 = .99893376676697
2.316 = .99893908176223
2.317 = .99894437223698
2.318 = .99894963929206
2.319 = .99895488001244
2.320 = .99896009755731
2.321 = .99896529096906
2.322 = .99897046036884
2.323 = .998975660585741
2.324 = .99898072753517
2.325 = .99898582550214
2.326 = .99899099985797
2.327 = .99899615610196
2.328 = .99900137813301
2.329 = .999006599224970
2.330 = .99901096315020
2.331 = .99901592093235
2.332 = .99902085569362
2.333 = .99902576753110
2.334 = .99903065654154
2.335 = .99903552282133
2.336 = .99904036646650
2.337 = .99904518757271
2.338 = .99904998623529
2.339 = .99905476254919
2.340 = .99905951560903
2.341 = .99906424850905
2.342 = .99906895834317
2.343 = .99907364620403
2.344 = .999078311218754
2.345 = .99908295616387
2.346 = .99908757888641
2.347 = .99909217479734
2.348 = .99909675917847
2.349 = .99910131715128

2.350 = .99910585379001
2.351 = .99911036920614
2.352 = .99911486346942
2.353 = .99911933667688
2.354 = .99912378491627
2.355 = .99912822074304
2.356 = .99913263086028
2.357 = .99913702073876
2.358 = .99914139000691
2.359 = .99914573375243
2.360 = .99915008706428
2.361 = .99915437502869
2.362 = .99915866273316
2.363 = .99916293026448
2.364 = .99916717770908
2.365 = .99917140515309
2.366 = .99917561268229
2.367 = .99917980032217
2.368 = .99918396833785
2.369 = .99918811563418
2.370 = .99919224435560
2.371 = .99919635356618
2.372 = .99920044441028
2.373 = .99920451341090
2.374 = .99920856617146
2.375 = .99921254427485
2.376 = .99921661170366
2.377 = .99922060534017
2.378 = .99922458646613
2.379 = .99922853676381
2.380 = .99923247431342
2.381 = .99923634319769
2.382 = .99924024146585
2.383 = .99924417524879
2.384 = .99924803865661
2.385 = .99925186367911
2.386 = .99925571043577
2.387 = .999259451900577
2.388 = .99926330946794
2.389 = .99926704190098
2.390 = .99927083638305
2.391 = .99927457299215
2.392 = .99927829180594
2.393 = .99928199290141
2.394 = .99928567635683
2.395 = .99928934224776
2.396 = .99929299065100
2.397 = .99929662164301
2.398 = .99930023529910
2.399 = .99930383162585



FUNCAO ERRO

2.400 = .99930741090769
 2.401 = .99931097307930
 2.402 = .99931451907723
 2.403 = .99931804510409
 2.404 = .99932155740433
 2.405 = .99932505181272
 2.406 = .99932852940191
 2.407 = .99933199748514
 2.408 = .99933543148966
 2.409 = .99933885276753
 2.410 = .99934227123114
 2.411 = .99934565929943
 2.412 = .99934901306428
 2.413 = .99935241059726
 2.414 = .99935575596959
 2.415 = .99935909725230
 2.416 = .99936240151673
 2.417 = .99936569983257
 2.418 = .99936899227032
 2.419 = .99937228893937
 2.420 = .99937549979035
 2.421 = .99937873501287
 2.422 = .99938195163475
 2.423 = .99938515072513
 2.424 = .99938833735048
 2.425 = .99939152058719
 2.426 = .99939467349458
 2.427 = .99939782114312
 2.428 = .99940094360129
 2.429 = .99940406093515
 2.430 = .99940715321232
 2.431 = .99941024340912
 2.432 = .99941330760238
 2.433 = .99941635036717
 2.434 = .99941939008179
 2.435 = .99942242106972
 2.436 = .99942544293972
 2.437 = .999428452012833
 2.438 = .99943146233014
 2.439 = .99943446706525
 2.440 = .999437471737832
 2.441 = .999440475339436
 2.442 = .9994434817311722
 2.443 = .999446487262919
 2.444 = .999449497397513
 2.445 = .99945250527641
 2.446 = .999455512705379
 2.447 = .999458517191916
 2.448 = .99946152217134
 2.449 = .999464528282105

2.450 = .99946604262232
 2.451 = .99946883871324
 2.452 = .99947162115518
 2.453 = .99947439000924
 2.454 = .99947714533624
 2.455 = .99947988719692
 2.456 = .99948261565154
 2.457 = .99948533076027
 2.458 = .99948803259300
 2.459 = .99949072117439
 2.460 = .99949339553885
 2.461 = .99949605891055
 2.462 = .99949870820314
 2.463 = .99950134440621
 2.464 = .99950396783733
 2.465 = .99950657831503
 2.466 = .99950917597729
 2.467 = .99951176089149
 2.468 = .99951433303634
 2.469 = .99951689261724
 2.470 = .99951943762376
 2.471 = .99952197107163
 2.472 = .99952449603516
 2.473 = .99952700560371
 2.474 = .99952950280244
 2.475 = .99953198767727
 2.476 = .99953446691344
 2.477 = .99953692377774
 2.478 = .99953936211410
 2.479 = .99954180534794
 2.480 = .99954422955416
 2.481 = .99954664173722
 2.482 = .99954904216150
 2.483 = .99955143055115
 2.484 = .99955380071035
 2.485 = .99955617207191
 2.486 = .99955852525020
 2.487 = .99956086677815
 2.488 = .99956319570881
 2.489 = .99956551500500
 2.490 = .99956782198932
 2.491 = .99957011741415
 2.492 = .99957240151157
 2.493 = .99957467471383
 2.494 = .99957693567218
 2.495 = .99957918597286
 2.496 = .99958142491459
 2.497 = .99958365285067
 2.498 = .99958586767802
 2.499 = .99958807517733

FUNCAO ERRO

2.500 = .99959027029908
 2.501 = .99959245419355
 2.502 = .99959462721091
 2.503 = .99959679400072
 2.504 = .99959894081205
 2.505 = .99960108149694
 2.506 = .99960321150145
 2.507 = .99960533087703
 2.508 = .99960743967102
 2.509 = .99960953793257
 2.510 = .99961162571010
 2.511 = .99961370305148
 2.512 = .99961577000504
 2.513 = .99961782662011
 2.514 = .99961987294206
 2.515 = .99962190901921
 2.516 = .99962393449884
 2.517 = .99962595062748
 2.518 = .99962795825350
 2.519 = .99962995182207
 2.520 = .99963193739014
 2.521 = .99963391297401
 2.522 = .99963587861975
 2.523 = .99963783445376
 2.524 = .99963978043074
 2.525 = .99964171662620
 2.526 = .999643643108645
 2.527 = .99964555985614
 2.528 = .99964746698021
 2.529 = .99964936450340
 2.530 = .99965125247029
 2.531 = .99965313092527
 2.532 = .99965499991252
 2.533 = .99965685947606
 2.534 = .99965870965971
 2.535 = .99966055050713
 2.536 = .99966238206175
 2.537 = .99966420436898
 2.538 = .99966601748559
 2.539 = .99966782140081
 2.540 = .99966961621527
 2.541 = .99967140145152
 2.542 = .99967317865103
 2.543 = .99967494635871
 2.544 = .99967670511388
 2.545 = .99967845449596
 2.546 = .99968019593654
 2.547 = .99968192808720
 2.548 = .99968365145255
 2.549 = .99968536607373

2.550 = .99968707199171
 2.551 = .99968876924726
 2.552 = .99969045788105
 2.553 = .99969213793348
 2.554 = .99969380044485
 2.555 = .99969547245525
 2.556 = .99969712700462
 2.557 = .99969877313273
 2.558 = .99970041087917
 2.559 = .99970204028338
 2.560 = .99970366138461
 2.561 = .99970527422195
 2.562 = .99970687883433
 2.563 = .99970847526052
 2.564 = .99971006353912
 2.565 = .99971164370854
 2.566 = .99971321580706
 2.567 = .99971477987279
 2.568 = .99971633594364
 2.569 = .99971788405745
 2.570 = .99971942425179
 2.571 = .99972095658413
 2.572 = .99972248103176
 2.573 = .99972399769182
 2.574 = .99972550656130
 2.575 = .99972700773700
 2.576 = .99972850119559
 2.577 = .99972998699358
 2.578 = .99973146516731
 2.579 = .99973293575297
 2.580 = .99973439878659
 2.581 = .99973585430406
 2.582 = .99973730234111
 2.583 = .99973874293330
 2.584 = .99974017611605
 2.585 = .99974160192463
 2.586 = .99974302034416
 2.587 = .99974443155959
 2.588 = .99974583545571
 2.589 = .99974723211725
 2.590 = .99974862157866
 2.591 = .99975000367432
 2.592 = .99975137903844
 2.593 = .99975274710509
 2.594 = .99975410810819
 2.595 = .99975546208150
 2.596 = .99975680905865
 2.597 = .99975814907311
 2.598 = .99975948215822
 2.599 = .99976080834717



FUNCAO ERRO

2.600 = .99976212767320
2.601 = .99976311016861
2.602 = .99976414386676
2.603 = .9997651485006
2.604 = .9997661700008
2.605 = .99976712250135
2.606 = .99976813013046
2.607 = .999769117353237
2.608 = .999770123312537
2.609 = .9997711369314055
2.610 = .9997721495362722
2.611 = .99977312039839
2.612 = .99977413599291
2.613 = .9997751465913019
2.614 = .99977613577271
2.615 = .999777111002053
2.616 = .999778123291475
2.617 = .999779133743694
2.618 = .99978013375474
2.619 = .999781176146
2.620 = .99978212256757
2.621 = .999783155071
2.622 = .9997841456278
2.623 = .999785183316
2.624 = .9997861533158
2.625 = .999787127165767
2.626 = .99978812009070
2.627 = .99978912709091
2.628 = .9997901309605
2.629 = .99979113625
2.630 = .999792122029
2.631 = .999793136030
2.632 = .9997941275442
2.633 = .99979512212254
2.634 = .99979612760831
2.635 = .99979712772155
2.636 = .99979812781937
2.637 = .99979912791036
2.638 = .999800128008156
2.639 = .99980112810104
2.640 = .999802128195877
2.641 = .999803128291358
2.642 = .999804128383138
2.643 = .999805128471131
2.644 = .9998061285631019
2.645 = .999807128650051
2.646 = .999808128737203
2.647 = .999809128824834
2.648 = .9998101289127914
2.649 = .99981112900086

2.650 = .99981212908310410
2.651 = .99981312916411053
2.652 = .99981412924476111
2.653 = .9998151293248626789
2.654 = .999816129404046519
2.655 = .9998171294842271163
2.656 = .999818129564323059
2.657 = .9998191296444154855
2.658 = .9998201297245069108
2.659 = .999821129804693268363
2.660 = .99982212988488055152
2.661 = .999823129964969331728
2.662 = .9998241300450581412
2.663 = .9998251301251467892
2.664 = .999826130205237924
2.665 = .99982713028532996
2.666 = .99982813036541561
2.667 = .9998291304455021640
2.668 = .99983013052559314
2.669 = .999831130605687738
2.670 = .99983213068577932
2.671 = .999833130765861378
2.672 = .9998341308459531134
2.673 = .999835130925041271
2.674 = .99983613100413247
2.675 = .999837131084249458
2.676 = .999838131164352243
2.677 = .9998391312444550423615
2.678 = .99984013132455723
2.679 = .99984113140465923159
2.680 = .99984213148476175469
2.681 = .999843131564864565936
2.682 = .999844131644963195913
2.683 = .9998451317250625
2.684 = .99984613180513362
2.685 = .99984713188523353384
2.686 = .999848131965321170955
2.687 = .9998491320454133104
2.688 = .99985013212550556
2.689 = .999851132205597264
2.690 = .9998521322856893304
2.691 = .999853132365780994
2.692 = .9998541324458729530
2.693 = .999855132525961074
2.694 = .999856132606054920
2.695 = .9998571326861506913
2.696 = .999858132766243519
2.697 = .9998591328463315751
2.698 = .999860132926427770
2.699 = .99986113300657637

FUNCAO ERRO

2.700 = .999862133086527615
2.701 = .999863133166619657
2.702 = .9998641332467111
2.703 = .99986513332680442
2.704 = .99986613340689519
2.705 = .99986713348698673
2.706 = .9998681335670785
2.707 = .99986913364717824
2.708 = .9998701337272776
2.709 = .99987113380737222
2.710 = .99987213388746323
2.711 = .9998731339675542040
2.712 = .9998741340476453371
2.713 = .999875134127736505
2.714 = .9998761342078273
2.715 = .99987713428791897
2.716 = .9998781343680094487
2.717 = .9998791344480949547
2.718 = .999880134528179021
2.719 = .99988113460727845
2.720 = .99988213468736943
2.721 = .999883134767460923
2.722 = .999884134847553623
2.723 = .999885134927445013
2.724 = .9998861350075361293
2.725 = .999887135087627345
2.726 = .9998881351677184042
2.727 = .999889135247809248
2.728 = .9998901353279007820
2.729 = .999891135408094603
2.730 = .9998921354881520438
2.731 = .9998931355682437152
2.732 = .99989413564833195913
2.733 = .9998951357284200561
2.734 = .99989613580850752
2.735 = .999897135888649119
2.736 = .999898135968733955
2.737 = .999899136048827312
2.738 = .99990013612891749
2.739 = .9999011362089371
2.740 = .99990213628894965
2.741 = .99990313636896277
2.742 = .99990413644897014
2.743 = .99990513652897946
2.744 = .9999061366089866
2.745 = .9999071366889938
2.746 = .99990813676899146
2.747 = .99990913684899800
2.748 = .99991013692899529
2.749 = .999911137008992475

2.750 = .99991213708899492
2.751 = .99991313716899246
2.752 = .99991413724899346
2.753 = .99991513732899592
2.754 = .99991613740899477
2.755 = .9999171374889966
2.756 = .9999181375689946
2.757 = .99991913764899577
2.758 = .99992013772899492
2.759 = .99992113780899194
2.760 = .999922137888991260
2.761 = .999923137968991346
2.762 = .999924138048991656
2.763 = .9999251381289917202
2.764 = .9999261382089911144
2.765 = .999927138288991443
2.766 = .999928138368991351
2.767 = .9999291384489912212
2.768 = .9999301385289912963
2.769 = .99993113860899136
2.770 = .999932138688991252
2.771 = .99993313876899117428
2.772 = .99993413884899105372
2.773 = .99993513892899113385
2.774 = .99993613900899111362
2.775 = .99993713908899112389
2.776 = .9999381391689911111
2.777 = .999939139248991090
2.778 = .9999401393289910546
2.779 = .9999411394089910306
2.780 = .9999421394889910240
2.781 = .9999431395689910206
2.782 = .999944139648991036
2.783 = .9999451397289910562
2.784 = .9999461398089910707
2.785 = .9999471398889910890
2.786 = .99994813996899110521
2.787 = .99994913994899112047805
2.788 = .9999501399289911350749
2.789 = .99995113990899114959371
2.790 = .99995213988899116424965
2.791 = .999953139868991178949277
2.792 = .999954139848991193014
2.793 = .9999551398289912070946
2.794 = .9999561398089912211866
2.795 = .9999571397889912356838
2.796 = .999958139768991249146
2.797 = .999959139748991262490
2.798 = .999960139728991275203
2.799 = .9999611397089912884543
2.800 = .9999621396889913016971



FUNCAO EPRO

2.800 = .99992124721815
2.801 = .99992169371359
2.802 = .999922513777039
2.803 = .999923573311813
2.804 = .999924613433339
2.805 = .999925615307010
2.806 = .99992689929120
2.807 = .99992732106515
2.808 = .9999275043323
2.809 = .99992811737137
2.810 = .99992860195214
2.811 = .9999292115775
2.812 = .99992931103033
2.813 = .99992985152309
2.814 = .9999302767925
2.815 = .99993068151817
2.816 = .9999311102537
2.817 = .99993150324058
2.818 = .99993191116671
2.819 = .99993231741577
2.820 = .99993271910975
2.821 = .99993311333056
2.822 = .99993351522015
2.823 = .999933917073003
2.824 = .99993430212223
2.825 = .99993469255814
2.826 = .9999350895979
2.827 = .99993548645474
2.828 = .99993588311611
2.829 = .99993628107335
2.830 = .99993667105219
2.831 = .9999370694323425
2.832 = .99993746141013
2.833 = .999937857301115
2.834 = .99993825732911
2.835 = .999938651701155
2.836 = .999939041233471
2.837 = .999939432710261
2.838 = .9999398167106725
2.839 = .999940213063356
2.840 = .99994061111223
2.841 = .999941064362435
2.842 = .999941460004030
2.843 = .999941853255108
2.844 = .999942243011724
2.845 = .99994263110230
2.846 = .99994302340000
2.847 = .999943413511670
2.848 = .999943811511670
2.849 = .9999442071757

2.850 = .99994461511563
2.851 = .999945011011117
2.852 = .999945443620027
2.853 = .9999458914524
2.854 = .999946310027929
2.855 = .999946723047234
2.856 = .999947155553451
2.857 = .99994760231576
2.858 = .99994805941603
2.859 = .999948472773520
2.860 = .99994894767310
2.861 = .99994936582953
2.862 = .999949768215922
2.863 = .9999501957697
2.864 = .99995064171111
2.865 = .9999510815353
2.866 = .99995152957464
2.867 = .9999519309394
2.868 = .99995238250517
2.869 = .99995284550034
2.870 = .999953314063120
2.871 = .999953744113134
2.872 = .999954174785175
2.873 = .999954614145441
2.874 = .99995504021446
2.875 = .999955463385110
2.876 = .999955892536735
2.877 = .999956321569227
2.878 = .999956750171484
2.879 = .9999571694332
2.880 = .99995757701471
2.881 = .9999579860776
2.882 = .999958391375947
2.883 = .999958802324417
2.884 = .9999592003912
2.885 = .99995964727321
2.886 = .9999600451513
2.887 = .999960492147122
2.888 = .99996091013515
2.889 = .9999613557217573
2.890 = .999961749173513
2.891 = .999962161015167
2.892 = .999962554155163
2.893 = .9999629564455126
2.894 = .9999633600375125
2.895 = .9999637616513705
2.896 = .999964172501698
2.897 = .999964574111192
2.898 = .9999649794153130
2.899 = .9999653812721410

FUNCAO EPRO

2.900 = .999965845149119
2.901 = .999966270325114
2.902 = .999966695556117
2.903 = .99996705441907
2.904 = .99996745383406
2.905 = .99996780081397
2.906 = .999968194636491
2.907 = .999968614019515
2.908 = .999969043321354
2.909 = .999969467152674
2.910 = .999969891441273
2.911 = .9999703115296911
2.912 = .9999707139011346
2.913 = .999971162549331
2.914 = .99997156028617
2.915 = .99997199312950
2.916 = .9999724502071
2.917 = .99997285536720
2.918 = .999973278417631
2.919 = .9999736301205515
2.920 = .999974032341159
2.921 = .999974463457294
2.922 = .99997484718461
2.923 = .999975290961574
2.924 = .9999756413075291
2.925 = .9999760060289
2.926 = .999976456017304
2.927 = .99997684647027
2.928 = .9999772500250162
2.929 = .999977621727326
2.930 = .99997803072423
2.931 = .9999784306931
2.932 = .99997885414604
2.933 = .999979266371122
2.934 = .9999796627243163
2.935 = .999980047985309
2.936 = .999980464600502
2.937 = .999980890925137
2.938 = .99998130469969
2.939 = .99998172472556
2.940 = .999982149962857
2.941 = .999982569482223
2.942 = .99998298784404
2.943 = .999983409570019
2.944 = .999983829279707
2.945 = .999984248794290
2.946 = .999984668234165
2.947 = .9999850871560055
2.948 = .999985506772500
2.949 = .999985925472347

2.950 = .999986343840009
2.951 = .99998673730315
2.952 = .999987124501685
2.953 = .999987501158761
2.954 = .9999878701970214
2.955 = .999988238134632
2.956 = .99998860466620
2.957 = .99998896866778
2.958 = .99998932799715
2.959 = .999989691005906
2.960 = .999990051441273
2.961 = .99999040501037
2.962 = .999990764190980
2.963 = .99999111776594
2.964 = .9999914704259530
2.965 = .99999182637333
2.966 = .99999218413501
2.967 = .99999254087840
2.968 = .999992896160691
2.969 = .99999325132827
2.970 = .99999360664362
2.971 = .99999396176360
2.972 = .99999431549172
2.973 = .999994668202354
2.974 = .99999502549446
2.975 = .99999538078055
2.976 = .99999573115066
2.977 = .99999607738112
2.978 = .999996423011121
2.979 = .999996764982900
2.980 = .999997105127132
2.981 = .999997446113127
2.982 = .999997786542050
2.983 = .9999981266733
2.984 = .999998467485800
2.985 = .999998807316662
2.986 = .999999145475630
2.987 = .99999948009417
2.988 = .99999981916016
2.989 = .999999149231195
2.990 = .99999947170451
2.991 = .99999979410836
2.992 = .9999991101145
2.993 = .99999943623712
2.994 = .999999754244774
2.995 = .999999149234614
2.996 = .999999477260702
2.997 = .999999771608707
2.998 = .999999175871110
2.999 = .99999948082226



FUNCAO SPRO

3.000 = .99997753142012
3.001 = .99997773218751
3.002 = .99997793295491
3.003 = .99997813372241
3.004 = .99997833449001
3.005 = .99997853525751
3.006 = .99997873602501
3.007 = .99997893679251
3.008 = .99997913756001
3.009 = .99997933832751
3.010 = .99997953909501
3.011 = .99997973986251
3.012 = .99997994063001
3.013 = .99998014139751
3.014 = .99998034216501
3.015 = .99998054293251
3.016 = .99998074370001
3.017 = .99998094446751
3.018 = .99998114523501
3.019 = .99998134600251
3.020 = .99998154677001
3.021 = .99998174753751
3.022 = .99998194830501
3.023 = .99998214907251
3.024 = .99998234984001
3.025 = .99998255060751
3.026 = .99998275137501
3.027 = .99998295214251
3.028 = .99998315291001
3.029 = .99998335367751
3.030 = .99998355444501
3.031 = .99998375521251
3.032 = .99998395598001
3.033 = .99998415674751
3.034 = .99998435751501
3.035 = .99998455828251
3.036 = .99998475905001
3.037 = .99998495981751
3.038 = .99998516058501
3.039 = .99998536135251
3.040 = .99998556212001
3.041 = .99998576288751
3.042 = .99998596365501
3.043 = .99998616442251
3.044 = .99998636519001
3.045 = .99998656595751
3.046 = .99998676672501
3.047 = .99998696749251
3.048 = .99998716826001
3.049 = .99998736902751

3.050 = .99998756979501
3.051 = .99998777056251
3.052 = .99998797133001
3.053 = .99998817209751
3.054 = .99998837286501
3.055 = .99998857363251
3.056 = .99998877440001
3.057 = .99998897516751
3.058 = .99998917593501
3.059 = .99998937670251
3.060 = .99998957747001
3.061 = .99998977823751
3.062 = .99998997900501
3.063 = .99999017977251
3.064 = .99999038054001
3.065 = .99999058130751
3.066 = .99999078207501
3.067 = .99999098284251
3.068 = .99999118361001
3.069 = .99999138437751
3.070 = .99999158514501
3.071 = .99999178591251
3.072 = .99999198668001
3.073 = .99999218744751
3.074 = .99999238821501
3.075 = .99999258898251
3.076 = .99999278975001
3.077 = .99999299051751
3.078 = .99999319128501
3.079 = .99999339205251
3.080 = .99999359282001
3.081 = .99999379358751
3.082 = .99999399435501
3.083 = .99999419512251
3.084 = .99999439589001
3.085 = .99999459665751
3.086 = .99999479742501
3.087 = .99999499819251
3.088 = .99999519896001
3.089 = .99999539972751
3.090 = .99999559049501
3.091 = .99999579126251
3.092 = .99999599203001
3.093 = .99999619279751
3.094 = .99999639356501
3.095 = .99999659433251
3.096 = .99999679510001
3.097 = .99999699586751
3.098 = .99999719663501
3.099 = .99999739740251

FUNCAO EPRD

3.100 = .9999975979711
3.101 = .9999977987386
3.102 = .9999979995061
3.103 = .9999981002736
3.104 = .9999983010411
3.105 = .9999985018086
3.106 = .9999987025761
3.107 = .9999989033436
3.108 = .9999991041111
3.109 = .9999993048786
3.110 = .9999995056461
3.111 = .9999997064136
3.112 = .9999999071811
3.113 = .9999999079486
3.114 = .9999999087161
3.115 = .9999999094836
3.116 = .9999999102511
3.117 = .9999999110186
3.118 = .9999999117861
3.119 = .9999999125536
3.120 = .9999999133211
3.121 = .9999999140886
3.122 = .9999999148561
3.123 = .9999999156236
3.124 = .9999999163911
3.125 = .9999999171586
3.126 = .9999999179261
3.127 = .9999999186936
3.128 = .9999999194611
3.129 = .9999999202286
3.130 = .9999999209961
3.131 = .9999999217636
3.132 = .9999999225311
3.133 = .9999999232986
3.134 = .9999999240661
3.135 = .9999999248336
3.136 = .9999999256011
3.137 = .9999999263686
3.138 = .9999999271361
3.139 = .9999999279036
3.140 = .9999999286711
3.141 = .9999999294386
3.142 = .9999999302061
3.143 = .9999999309736
3.144 = .9999999317411
3.145 = .9999999325086
3.146 = .9999999332761
3.147 = .9999999340436
3.148 = .9999999348111
3.149 = .9999999355786

3.150 = .9999999363461
3.151 = .9999999371136
3.152 = .9999999378811
3.153 = .9999999386486
3.154 = .9999999394161
3.155 = .9999999401836
3.156 = .9999999409511
3.157 = .9999999417186
3.158 = .9999999424861
3.159 = .9999999432536
3.160 = .9999999440211
3.161 = .9999999447886
3.162 = .9999999455561
3.163 = .9999999463236
3.164 = .9999999470911
3.165 = .9999999478586
3.166 = .9999999486261
3.167 = .9999999493936
3.168 = .9999999501611
3.169 = .9999999509286
3.170 = .9999999516961
3.171 = .9999999524636
3.172 = .9999999532311
3.173 = .9999999539986
3.174 = .9999999547661
3.175 = .9999999555336
3.176 = .9999999563011
3.177 = .9999999570686
3.178 = .9999999578361
3.179 = .9999999586036
3.180 = .9999999593711
3.181 = .9999999601386
3.182 = .9999999609061
3.183 = .9999999616736
3.184 = .9999999624411
3.185 = .9999999632086
3.186 = .9999999639761
3.187 = .9999999647436
3.188 = .9999999655111
3.189 = .9999999662786
3.190 = .9999999670461
3.191 = .9999999678136
3.192 = .9999999685811
3.193 = .9999999693486
3.194 = .9999999701161
3.195 = .9999999708836
3.196 = .9999999716511
3.197 = .9999999724186
3.198 = .9999999731861
3.199 = .9999999739536



FUNCAO ERRO

3.200 = .99999308672978
 3.201 = .99999392742785
 3.202 = .9999930782632
 3.203 = .99999401793826
 3.204 = .99999301793375
 3.205 = .99999308751402
 3.206 = .99999112591303
 3.207 = .999993410008931
 3.208 = .99999320113809
 3.209 = .99999321303577
 3.210 = .99999324203777
 3.211 = .999993432019119
 3.212 = .99999343310713
 3.213 = .999993434577805
 3.214 = .99999343322734
 3.215 = .9999934339826
 3.216 = .999993458735077
 3.217 = .99999351100692
 3.218 = .99999354351711
 3.219 = .99999361073526
 3.220 = .99999365281054
 3.221 = .99999368457926
 3.222 = .99999372115023
 3.223 = .99999373947716
 3.224 = .9999937457414
 3.225 = .999993745153
 3.226 = .9999937451536
 3.227 = .9999937451536
 3.228 = .9999937451536
 3.229 = .9999937451536
 3.230 = .9999937451536
 3.231 = .9999937451536
 3.232 = .9999937451536
 3.233 = .9999937451536
 3.234 = .9999937451536
 3.235 = .9999937451536
 3.236 = .9999937451536
 3.237 = .9999937451536
 3.238 = .9999937451536
 3.239 = .9999937451536
 3.240 = .9999937451536
 3.241 = .9999937451536
 3.242 = .9999937451536
 3.243 = .9999937451536
 3.244 = .9999937451536
 3.245 = .9999937451536
 3.246 = .9999937451536
 3.247 = .9999937451536
 3.248 = .9999937451536
 3.249 = .9999937451536

3.250 = .9999937451536
 3.251 = .9999937451536
 3.252 = .9999937451536
 3.253 = .9999937451536
 3.254 = .9999937451536
 3.255 = .9999937451536
 3.256 = .9999937451536
 3.257 = .9999937451536
 3.258 = .9999937451536
 3.259 = .9999937451536
 3.260 = .9999937451536
 3.261 = .9999937451536
 3.262 = .9999937451536
 3.263 = .9999937451536
 3.264 = .9999937451536
 3.265 = .9999937451536
 3.266 = .9999937451536
 3.267 = .9999937451536
 3.268 = .9999937451536
 3.269 = .9999937451536
 3.270 = .9999937451536
 3.271 = .9999937451536
 3.272 = .9999937451536
 3.273 = .9999937451536
 3.274 = .9999937451536
 3.275 = .9999937451536
 3.276 = .9999937451536
 3.277 = .9999937451536
 3.278 = .9999937451536
 3.279 = .9999937451536
 3.280 = .9999937451536
 3.281 = .9999937451536
 3.282 = .9999937451536
 3.283 = .9999937451536
 3.284 = .9999937451536
 3.285 = .9999937451536
 3.286 = .9999937451536
 3.287 = .9999937451536
 3.288 = .9999937451536
 3.289 = .9999937451536
 3.290 = .9999937451536
 3.291 = .9999937451536
 3.292 = .9999937451536
 3.293 = .9999937451536
 3.294 = .9999937451536
 3.295 = .9999937451536
 3.296 = .9999937451536
 3.297 = .9999937451536
 3.298 = .9999937451536
 3.299 = .9999937451536

FUNCAO ERRO

3.300 = .9999937451536
 3.301 = .9999937451536
 3.302 = .9999937451536
 3.303 = .9999937451536
 3.304 = .9999937451536
 3.305 = .9999937451536
 3.306 = .9999937451536
 3.307 = .9999937451536
 3.308 = .9999937451536
 3.309 = .9999937451536
 3.310 = .9999937451536
 3.311 = .9999937451536
 3.312 = .9999937451536
 3.313 = .9999937451536
 3.314 = .9999937451536
 3.315 = .9999937451536
 3.316 = .9999937451536
 3.317 = .9999937451536
 3.318 = .9999937451536
 3.319 = .9999937451536
 3.320 = .9999937451536
 3.321 = .9999937451536
 3.322 = .9999937451536
 3.323 = .9999937451536
 3.324 = .9999937451536
 3.325 = .9999937451536
 3.326 = .9999937451536
 3.327 = .9999937451536
 3.328 = .9999937451536
 3.329 = .9999937451536
 3.330 = .9999937451536
 3.331 = .9999937451536
 3.332 = .9999937451536
 3.333 = .9999937451536
 3.334 = .9999937451536
 3.335 = .9999937451536
 3.336 = .9999937451536
 3.337 = .9999937451536
 3.338 = .9999937451536
 3.339 = .9999937451536
 3.340 = .9999937451536
 3.341 = .9999937451536
 3.342 = .9999937451536
 3.343 = .9999937451536
 3.344 = .9999937451536
 3.345 = .9999937451536
 3.346 = .9999937451536
 3.347 = .9999937451536
 3.348 = .9999937451536
 3.349 = .9999937451536

3.350 = .9999937451536
 3.351 = .9999937451536
 3.352 = .9999937451536
 3.353 = .9999937451536
 3.354 = .9999937451536
 3.355 = .9999937451536
 3.356 = .9999937451536
 3.357 = .9999937451536
 3.358 = .9999937451536
 3.359 = .9999937451536
 3.360 = .9999937451536
 3.361 = .9999937451536
 3.362 = .9999937451536
 3.363 = .9999937451536
 3.364 = .9999937451536
 3.365 = .9999937451536
 3.366 = .9999937451536
 3.367 = .9999937451536
 3.368 = .9999937451536
 3.369 = .9999937451536
 3.370 = .9999937451536
 3.371 = .9999937451536
 3.372 = .9999937451536
 3.373 = .9999937451536
 3.374 = .9999937451536
 3.375 = .9999937451536
 3.376 = .9999937451536
 3.377 = .9999937451536
 3.378 = .9999937451536
 3.379 = .9999937451536
 3.380 = .9999937451536
 3.381 = .9999937451536
 3.382 = .9999937451536
 3.383 = .9999937451536
 3.384 = .9999937451536
 3.385 = .9999937451536
 3.386 = .9999937451536
 3.387 = .9999937451536
 3.388 = .9999937451536
 3.389 = .9999937451536
 3.390 = .9999937451536
 3.391 = .9999937451536
 3.392 = .9999937451536
 3.393 = .9999937451536
 3.394 = .9999937451536



FUNCAO ERRO

FUNCAO ERRO

3.400 = .99999915203270
3.401 = .99999916292471
3.402 = .99999917381672
3.403 = .99999918470873
3.404 = .99999919560074
3.405 = .99999920649275
3.406 = .99999921738476
3.407 = .99999922827677
3.408 = .99999923916878
3.409 = .99999925006079
3.410 = .99999926095280
3.411 = .99999927184481
3.412 = .99999928273682
3.413 = .99999929362883
3.414 = .99999930452084
3.415 = .99999931541285
3.416 = .99999932630486
3.417 = .99999933719687
3.418 = .99999934808888
3.419 = .99999935898089
3.420 = .99999936987290
3.421 = .99999938076491
3.422 = .99999939165692
3.423 = .99999940254893
3.424 = .99999941344094
3.425 = .99999942433295
3.426 = .99999943522496
3.427 = .99999944611697
3.428 = .99999945700898
3.429 = .99999946789699
3.430 = .99999947878900
3.431 = .99999948968101
3.432 = .99999950057302
3.433 = .99999951146503
3.434 = .99999952235704
3.435 = .99999953324905
3.436 = .99999954414106
3.437 = .99999955503307
3.438 = .99999956592508
3.439 = .99999957681709
3.440 = .99999958770910
3.441 = .99999959860111
3.442 = .99999960949312
3.443 = .99999962038513
3.444 = .99999963127714
3.445 = .99999964216915
3.446 = .99999965306116
3.447 = .99999966395317
3.448 = .99999967484518
3.449 = .99999968573719

3.450 = .99999969662920
3.451 = .99999970752121
3.452 = .99999971841322
3.453 = .99999972930523
3.454 = .99999974019724
3.455 = .99999975108925
3.456 = .99999976198126
3.457 = .99999977287327
3.458 = .99999978376528
3.459 = .99999979465729
3.460 = .99999980554930
3.461 = .99999981644131
3.462 = .99999982733332
3.463 = .99999983822533
3.464 = .99999984911734
3.465 = .99999986000935
3.466 = .99999987090136
3.467 = .99999988179337
3.468 = .99999989268538
3.469 = .99999990357739
3.470 = .99999991446940
3.471 = .99999992536141
3.472 = .99999993625342
3.473 = .99999994714543
3.474 = .99999995803744
3.475 = .99999996892945
3.476 = .99999997982146
3.477 = .99999999071347
3.478 = .99999999160548
3.479 = .99999999249749
3.480 = .99999999338950
3.481 = .99999999428151
3.482 = .99999999517352
3.483 = .99999999606553
3.484 = .99999999695754
3.485 = .99999999784955
3.486 = .99999999874156
3.487 = .99999999963357
3.488 = .99999999992558
3.489 = .99999999993759
3.490 = .99999999994960
3.491 = .99999999996161
3.492 = .99999999997362
3.493 = .99999999998563
3.494 = .99999999999764
3.495 = .99999999999965
3.496 = .99999999999966
3.497 = .99999999999967
3.498 = .99999999999968
3.499 = .99999999999969

3.500 = .99999999999970
3.501 = .99999999999971
3.502 = .99999999999972
3.503 = .99999999999973
3.504 = .99999999999974
3.505 = .99999999999975
3.506 = .99999999999976
3.507 = .99999999999977
3.508 = .99999999999978
3.509 = .99999999999979
3.510 = .99999999999980
3.511 = .99999999999981
3.512 = .99999999999982
3.513 = .99999999999983
3.514 = .99999999999984
3.515 = .99999999999985
3.516 = .99999999999986
3.517 = .99999999999987
3.518 = .99999999999988
3.519 = .99999999999989
3.520 = .99999999999990
3.521 = .99999999999991
3.522 = .99999999999992
3.523 = .99999999999993
3.524 = .99999999999994
3.525 = .99999999999995
3.526 = .99999999999996
3.527 = .99999999999997
3.528 = .99999999999998
3.529 = .99999999999999
3.530 = .99999999999999
3.531 = .99999999999999
3.532 = .99999999999999
3.533 = .99999999999999
3.534 = .99999999999999
3.535 = .99999999999999
3.536 = .99999999999999
3.537 = .99999999999999
3.538 = .99999999999999
3.539 = .99999999999999
3.540 = .99999999999999
3.541 = .99999999999999
3.542 = .99999999999999
3.543 = .99999999999999
3.544 = .99999999999999
3.545 = .99999999999999
3.546 = .99999999999999
3.547 = .99999999999999
3.548 = .99999999999999
3.549 = .99999999999999

3.550 = .99999999999970
3.551 = .99999999999971
3.552 = .99999999999972
3.553 = .99999999999973
3.554 = .99999999999974
3.555 = .99999999999975
3.556 = .99999999999976
3.557 = .99999999999977
3.558 = .99999999999978
3.559 = .99999999999979
3.560 = .99999999999980
3.561 = .99999999999981
3.562 = .99999999999982
3.563 = .99999999999983
3.564 = .99999999999984
3.565 = .99999999999985
3.566 = .99999999999986
3.567 = .99999999999987
3.568 = .99999999999988
3.569 = .99999999999989
3.570 = .99999999999990
3.571 = .99999999999991
3.572 = .99999999999992
3.573 = .99999999999993
3.574 = .99999999999994
3.575 = .99999999999995
3.576 = .99999999999996
3.577 = .99999999999997
3.578 = .99999999999998
3.579 = .99999999999999
3.580 = .99999999999999
3.581 = .99999999999999
3.582 = .99999999999999
3.583 = .99999999999999
3.584 = .99999999999999
3.585 = .99999999999999
3.586 = .99999999999999
3.587 = .99999999999999
3.588 = .99999999999999
3.589 = .99999999999999
3.590 = .99999999999999
3.591 = .99999999999999
3.592 = .99999999999999
3.593 = .99999999999999
3.594 = .99999999999999
3.595 = .99999999999999
3.596 = .99999999999999
3.597 = .99999999999999
3.598 = .99999999999999
3.599 = .99999999999999



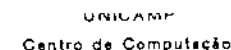
FUNCAO ERRO

1.600 = .99799363711915
1.601 = .99777963381101
1.602 = .99757463248478
1.603 = .99737963115779
1.604 = .99718462985177
1.605 = .99698962859893
1.606 = .99679462735722
1.607 = .99659962612573
1.608 = .99640462489824
1.609 = .99620962367074
1.610 = .99601462244325
1.611 = .99581962121576
1.612 = .99562461998827
1.613 = .99542961876078
1.614 = .99523461753329
1.615 = .99503961630580
1.616 = .99484461507831
1.617 = .99464961385082
1.618 = .99445461262333
1.619 = .99425961139584
1.620 = .99406461016835
1.621 = .99386960894086
1.622 = .99367460771337
1.623 = .99347960648588
1.624 = .99328460525839
1.625 = .99308960403090
1.626 = .99289460280341
1.627 = .99269960157592
1.628 = .99250460034843
1.629 = .99230959912094
1.630 = .99211459789345
1.631 = .99191959666596
1.632 = .99172459543847
1.633 = .99152959421098
1.634 = .99133459298349
1.635 = .99113959175600
1.636 = .99094459052851
1.637 = .99074958930102
1.638 = .99055458807353
1.639 = .99035958684604
1.640 = .99016458561855
1.641 = .98996958439106
1.642 = .98977458316357
1.643 = .98957958193608
1.644 = .98938458070859
1.645 = .98918957948110
1.646 = .98899457825361
1.647 = .98879957702612
1.648 = .98860457579863
1.649 = .98840957457114

3.650 = .99799363711915
3.651 = .99777963381101
3.652 = .99757463248478
3.653 = .99737963115779
3.654 = .99718462985177
3.655 = .99698962859893
3.656 = .99679462735722
3.657 = .99659962612573
3.658 = .99640462489824
3.659 = .99620962367074
3.660 = .99601462244325
3.661 = .99581962121576
3.662 = .99562461998827
3.663 = .99542961876078
3.664 = .99523461753329
3.665 = .99503961630580
3.666 = .99484461507831
3.667 = .99464961385082
3.668 = .99445461262333
3.669 = .99425961139584
3.670 = .99406461016835
3.671 = .99386960894086
3.672 = .99367460771337
3.673 = .99347960648588
3.674 = .99328460525839
3.675 = .99308960403090
3.676 = .99289460280341
3.677 = .99269960157592
3.678 = .99250460034843
3.679 = .99230959912094
3.680 = .99211459789345
3.681 = .99191959666596
3.682 = .99172459543847
3.683 = .99152959421098
3.684 = .99133459298349
3.685 = .99113959175600
3.686 = .99094459052851
3.687 = .99074958930102
3.688 = .99055458807353
3.689 = .99035958684604
3.690 = .99016458561855
3.691 = .98996958439106
3.692 = .98977458316357
3.693 = .98957958193608
3.694 = .98938458070859
3.695 = .98918957948110
3.696 = .98899457825361
3.697 = .98879957702612
3.698 = .98860457579863
3.699 = .98840957457114

3.700 = .99799363711915
3.701 = .99777963381101
3.702 = .99757463248478
3.703 = .99737963115779
3.704 = .99718462985177
3.705 = .99698962859893
3.706 = .99679462735722
3.707 = .99659962612573
3.708 = .99640462489824
3.709 = .99620962367074
3.710 = .99601462244325
3.711 = .99581962121576
3.712 = .99562461998827
3.713 = .99542961876078
3.714 = .99523461753329
3.715 = .99503961630580
3.716 = .99484461507831
3.717 = .99464961385082
3.718 = .99445461262333
3.719 = .99425961139584
3.720 = .99406461016835
3.721 = .99386960894086
3.722 = .99367460771337
3.723 = .99347960648588
3.724 = .99328460525839
3.725 = .99308960403090
3.726 = .99289460280341
3.727 = .99269960157592
3.728 = .99250460034843
3.729 = .99230959912094
3.730 = .99211459789345
3.731 = .99191959666596
3.732 = .99172459543847
3.733 = .99152959421098
3.734 = .99133459298349
3.735 = .99113959175600
3.736 = .99094459052851
3.737 = .99074958930102
3.738 = .99055458807353
3.739 = .99035958684604
3.740 = .99016458561855
3.741 = .98996958439106
3.742 = .98977458316357
3.743 = .98957958193608
3.744 = .98938458070859
3.745 = .98918957948110
3.746 = .98899457825361
3.747 = .98879957702612
3.748 = .98860457579863
3.749 = .98840957457114

3.750 = .99799363711915
3.751 = .99777963381101
3.752 = .99757463248478
3.753 = .99737963115779
3.754 = .99718462985177
3.755 = .99698962859893
3.756 = .99679462735722
3.757 = .99659962612573
3.758 = .99640462489824
3.759 = .99620962367074
3.760 = .99601462244325
3.761 = .99581962121576
3.762 = .99562461998827
3.763 = .99542961876078
3.764 = .99523461753329
3.765 = .99503961630580
3.766 = .99484461507831
3.767 = .99464961385082
3.768 = .99445461262333
3.769 = .99425961139584
3.770 = .99406461016835
3.771 = .99386960894086
3.772 = .99367460771337
3.773 = .99347960648588
3.774 = .99328460525839
3.775 = .99308960403090
3.776 = .99289460280341
3.777 = .99269960157592
3.778 = .99250460034843
3.779 = .99230959912094
3.780 = .99211459789345
3.781 = .99191959666596
3.782 = .99172459543847
3.783 = .99152959421098
3.784 = .99133459298349
3.785 = .99113959175600
3.786 = .99094459052851
3.787 = .99074958930102
3.788 = .99055458807353
3.789 = .99035958684604
3.790 = .99016458561855
3.791 = .98996958439106
3.792 = .98977458316357
3.793 = .98957958193608
3.794 = .98938458070859
3.795 = .98918957948110
3.796 = .98899457825361
3.797 = .98879957702612
3.798 = .98860457579863
3.799 = .98840957457114



FUNCAD ERRO

3.950 =	9999999712125
3.951 =	99999997640517
3.952 =	99999997659617
3.953 =	99999997671517
3.954 =	9999999767369
3.955 =	99999997710022
3.956 =	99999997734524
3.957 =	99999997752499
3.958 =	99999997771107
3.959 =	99999997789111
3.960 =	99999997807112
3.961 =	99999997824902
3.962 =	99999997842551
3.963 =	99999997860052
3.964 =	99999997877435
3.965 =	99999997894871
3.966 =	99999997911770
3.967 =	99999997929135
3.968 =	99999997946567
3.969 =	99999997963965
3.970 =	99999997981332
3.971 =	99999997998707
3.972 =	99999998016073
3.973 =	99999998033435
3.974 =	99999998050800
3.975 =	99999998068165
3.976 =	99999998085519
3.977 =	99999998102874
3.978 =	99999998120239
3.979 =	99999998137604
3.980 =	99999998154969
3.981 =	99999998172334
3.982 =	99999998189699
3.983 =	99999998207064
3.984 =	99999998224429
3.985 =	99999998241794
3.986 =	99999998259159
3.987 =	99999998276524
3.988 =	99999998293889
3.989 =	99999998311254
3.990 =	99999998328619
3.991 =	99999998345984
3.992 =	99999998363349
3.993 =	99999998380714
3.994 =	99999998398079
3.995 =	99999998415444
3.996 =	99999998432809
3.997 =	99999998450174
3.998 =	99999998467539
3.999 =	99999998484904



FUNCAO ERRO

FUNCAO EPPU

1.000 = .99999998419235
1.001 = .999999984132231
1.002 = .999999984135373
1.003 = .999999984157814
1.004 = .999999984170453
1.005 = .999999984192911
1.006 = .999999984215429
1.007 = .999999984237969
1.008 = .999999984260510
1.009 = .999999984283054
1.010 = .999999984305600
1.011 = .999999984328151
1.012 = .999999984350706
1.013 = .999999984373257
1.014 = .999999984395811
1.015 = .999999984418368
1.016 = .999999984440939
1.017 = .999999984463519
1.018 = .999999984486097
1.019 = .999999984508681
1.020 = .999999984531265
1.021 = .999999984553855
1.022 = .999999984576447
1.023 = .999999984599041
1.024 = .999999984621632
1.025 = .999999984644224
1.026 = .999999984666814
1.027 = .999999984689407
1.028 = .999999984711999
1.029 = .999999984734591
1.030 = .999999984757181
1.031 = .999999984779771
1.032 = .999999984802361
1.033 = .999999984824951
1.034 = .999999984847541
1.035 = .999999984870131
1.036 = .999999984892721
1.037 = .999999984915311
1.038 = .999999984937901
1.039 = .999999984960491
1.040 = .999999984983081
1.041 = .999999985005671
1.042 = .999999985028261
1.043 = .999999985050851
1.044 = .999999985073441
1.045 = .999999985096031
1.046 = .999999985118621
1.047 = .999999985141211
1.048 = .999999985163801
1.049 = .999999985186391

1.050 = .999999985208981
1.051 = .999999985231571
1.052 = .999999985254161
1.053 = .999999985276751
1.054 = .999999985299341
1.055 = .999999985321931
1.056 = .999999985344521
1.057 = .999999985367111
1.058 = .999999985389701
1.059 = .999999985412291
1.060 = .999999985434881
1.061 = .999999985457471
1.062 = .999999985480061
1.063 = .999999985502651
1.064 = .999999985525241
1.065 = .999999985547831
1.066 = .999999985570421
1.067 = .999999985593011
1.068 = .999999985615601
1.069 = .999999985638191
1.070 = .999999985660781
1.071 = .999999985683371
1.072 = .999999985705961
1.073 = .999999985728551
1.074 = .999999985751141
1.075 = .999999985773731
1.076 = .999999985796321
1.077 = .999999985818911
1.078 = .999999985841501
1.079 = .999999985864091
1.080 = .999999985886681
1.081 = .999999985909271
1.082 = .999999985931861
1.083 = .999999985954451
1.084 = .999999985977041
1.085 = .999999985999631
1.086 = .999999986022221
1.087 = .999999986044811
1.088 = .999999986067401
1.089 = .999999986090001
1.090 = .999999986112591
1.091 = .999999986135181
1.092 = .999999986157771
1.093 = .999999986180361
1.094 = .999999986202951
1.095 = .999999986225541
1.096 = .999999986248131
1.097 = .999999986270721
1.098 = .999999986293311
1.099 = .999999986315901
1.100 = .999999986338491

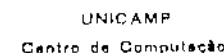
4.100 = .99999999312093
4.101 = .99999999317859
4.102 = .99999999323625
4.103 = .99999999329391
4.104 = .99999999335157
4.105 = .99999999340923
4.106 = .99999999346689
4.107 = .99999999352455
4.108 = .99999999358221
4.109 = .99999999363987
4.110 = .99999999369753
4.111 = .99999999375519
4.112 = .99999999381285
4.113 = .99999999387051
4.114 = .99999999392817
4.115 = .99999999398583
4.116 = .99999999404349
4.117 = .99999999410115
4.118 = .99999999415881
4.119 = .99999999421647
4.120 = .99999999427413
4.121 = .99999999433179
4.122 = .99999999438945
4.123 = .99999999444711
4.124 = .99999999450477
4.125 = .99999999456243
4.126 = .99999999462009
4.127 = .99999999467775
4.128 = .99999999473541
4.129 = .99999999479307
4.130 = .99999999485073
4.131 = .99999999490839
4.132 = .99999999496605
4.133 = .99999999502371
4.134 = .99999999508137
4.135 = .99999999513903
4.136 = .99999999519669
4.137 = .99999999525435
4.138 = .99999999531201
4.139 = .99999999536967
4.140 = .99999999542733
4.141 = .99999999548499
4.142 = .99999999554265
4.143 = .99999999560031
4.144 = .99999999565797
4.145 = .99999999571563
4.146 = .99999999577329
4.147 = .99999999583095
4.148 = .99999999588861
4.149 = .99999999594627

4.150 = .99999999599993
4.151 = .99999999605759
4.152 = .99999999611525
4.153 = .99999999617291
4.154 = .99999999623057
4.155 = .99999999628823
4.156 = .99999999634589
4.157 = .99999999640355
4.158 = .99999999646121
4.159 = .99999999651887
4.160 = .99999999657653
4.161 = .99999999663419
4.162 = .99999999669185
4.163 = .99999999674951
4.164 = .99999999680717
4.165 = .99999999686483
4.166 = .99999999692249
4.167 = .99999999698015
4.168 = .99999999703781
4.169 = .99999999709547
4.170 = .99999999715313
4.171 = .99999999721079
4.172 = .99999999726845
4.173 = .99999999732611
4.174 = .99999999738377
4.175 = .99999999744143
4.176 = .99999999749909
4.177 = .99999999755675
4.178 = .99999999761441
4.179 = .99999999767207
4.180 = .99999999772973
4.181 = .99999999778739
4.182 = .99999999784505
4.183 = .99999999790271
4.184 = .99999999796037
4.185 = .99999999801803
4.186 = .99999999807569
4.187 = .99999999813335
4.188 = .99999999819101
4.189 = .99999999824867
4.190 = .99999999830633
4.191 = .99999999836399
4.192 = .99999999842165
4.193 = .99999999847931
4.194 = .99999999853697
4.195 = .99999999859463
4.196 = .99999999865229
4.197 = .99999999870995
4.198 = .99999999876761
4.199 = .99999999882527



FLUCCAD FNRD

4.350	=	00000000000000000000
4.351	=	00000000000000000000
4.352	=	00000000000000000000
4.353	=	00000000000000000000
4.354	=	00000000000000000000
4.355	=	00000000000000000000
4.356	=	00000000000000000000
4.357	=	00000000000000000000
4.358	=	00000000000000000000
4.359	=	00000000000000000000
4.360	=	00000000000000000000
4.361	=	00000000000000000000
4.362	=	00000000000000000000
4.363	=	00000000000000000000
4.364	=	00000000000000000000
4.365	=	00000000000000000000
4.366	=	00000000000000000000
4.367	=	00000000000000000000
4.368	=	00000000000000000000
4.369	=	00000000000000000000
4.370	=	00000000000000000000
4.371	=	00000000000000000000
4.372	=	00000000000000000000
4.373	=	00000000000000000000
4.374	=	00000000000000000000
4.375	=	00000000000000000000
4.376	=	00000000000000000000
4.377	=	00000000000000000000
4.378	=	00000000000000000000
4.379	=	00000000000000000000
4.380	=	00000000000000000000
4.381	=	00000000000000000000
4.382	=	00000000000000000000
4.383	=	00000000000000000000
4.384	=	00000000000000000000
4.385	=	00000000000000000000
4.386	=	00000000000000000000
4.387	=	00000000000000000000
4.388	=	00000000000000000000
4.389	=	00000000000000000000
4.390	=	00000000000000000000
4.391	=	00000000000000000000
4.392	=	00000000000000000000
4.393	=	00000000000000000000
4.394	=	00000000000000000000
4.395	=	00000000000000000000
4.396	=	00000000000000000000
4.397	=	00000000000000000000
4.398	=	00000000000000000000
4.399	=	00000000000000000000



FILE COPY 14880

1.551	=	799949394997311
1.551	=	800996994997333
1.552	=	999994949497814
1.553	=	999994949497854
1.554	=	999994949497951
1.555	=	999994949497995
1.556	=	999994949497997
1.557	=	999994949498070
1.558	=	999994949498131
1.559	=	999994949498261
1.560	=	999994949498349
1.561	=	999994949498445
1.562	=	999994949498565
1.563	=	999994949498671
1.564	=	999994949498776
1.565	=	999994949498849
1.566	=	999994949498991
1.567	=	999994949499044
1.568	=	999994949499147
1.569	=	999994949499248
1.570	=	999994949499347
1.571	=	999994949499445
1.572	=	999994949499564
1.573	=	999994949499690
1.574	=	999994949499774
1.575	=	999994949499831
1.576	=	999994949499900
1.577	=	999994949499950
1.578	=	999994949499957
1.579	=	999994949499971
1.580	=	999994949499973
1.581	=	999994949499974
1.582	=	999994949499981
1.583	=	999994949499987
1.584	=	999994949499988
1.585	=	999994949499977
1.586	=	999994949499982
1.587	=	999994949499983
1.588	=	999994949499984
1.589	=	999994949499985
1.590	=	999994949499986
1.591	=	999994949499987
1.592	=	999994949499988
1.593	=	999994949499989
1.594	=	999994949499990
1.595	=	999994949499991
1.596	=	999994949499992
1.597	=	999994949499993
1.598	=	999994949499994
1.599	=	999994949499995
1.599	=	999994949499996



A. 750 =	3044000000000000
A. 751 =	3044000000000001
A. 752 =	3044000000000002
A. 753 =	3044000000000003
A. 754 =	3044000000000004
A. 755 =	3044000000000005
A. 756 =	3044000000000006
A. 757 =	3044000000000007
A. 758 =	3044000000000008
A. 759 =	3044000000000009
A. 760 =	3044000000000010
A. 761 =	3044000000000011
A. 762 =	3044000000000012
A. 763 =	3044000000000013
A. 764 =	3044000000000014
A. 765 =	3044000000000015
A. 766 =	3044000000000016
A. 767 =	3044000000000017
A. 768 =	3044000000000018
A. 769 =	3044000000000019
A. 770 =	3044000000000020
A. 771 =	3044000000000021
A. 772 =	3044000000000022
A. 773 =	3044000000000023
A. 774 =	3044000000000024
A. 775 =	3044000000000025
A. 776 =	3044000000000026
A. 777 =	3044000000000027
A. 778 =	3044000000000028
A. 779 =	3044000000000029
A. 780 =	3044000000000030
A. 781 =	3044000000000031
A. 782 =	3044000000000032
A. 783 =	3044000000000033
A. 784 =	3044000000000034
A. 785 =	3044000000000035
A. 786 =	3044000000000036
A. 787 =	3044000000000037
A. 788 =	3044000000000038
A. 789 =	3044000000000039
A. 790 =	3044000000000040
A. 791 =	3044000000000041
A. 792 =	3044000000000042
A. 793 =	3044000000000043
A. 794 =	3044000000000044
A. 795 =	3044000000000045
A. 796 =	3044000000000046
A. 797 =	3044000000000047
A. 798 =	3044000000000048
A. 799 =	3044000000000049

