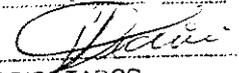


ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR DANILO
AMARAL E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 28/11/2000

ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Metodologia, Sistematização e Seleção de Projetos
de Transmissões Epicycloidais com Um e Dois TEPs
Ligados**

Autor : Danilo Amaral
Orientador: Franco Giuseppe Dedini

80/00

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SECÃO CIRCULANTE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**Metodologia, Sistematização e Seleção de Projetos
de Transmissões Epicycloidais com Um e Dois TEPs
Ligados**

Autor : **Danilo Amaral**

Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2000

S.P. - Brasil

i



00107732

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/ UNICAMP
	Am 13m
V.	Ex 44472
TOMBO BC/	16-892/04
PROC.	
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREC.º	R\$ 11,00
DATA	26/05/04
N.º CPD	

CM-00155215-3

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Am13m Amaral, Danilo
 Metodologia, sistematização e seleção de projetos de transmissões epicicloidais com um e dois TEPs ligados.--
 Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Engrenagens (Máquinas). 2. Automóveis – Dispositivos de transmissão. 3. Dispositivos de transmissão. I. Dedini, Franco Giuseppe. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

TESE DE DOUTORADO

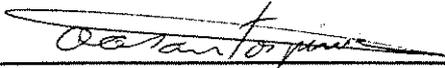
**Metodologia, Sistematização e Seleção de Projetos
de Transmissões Epicycloidais com Um e Dois TEPs
Ligados**

Autor : Danilo Amaral

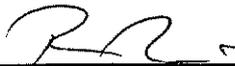
Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini



**Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, Presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP**



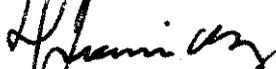
**Prof. Dr. Auteliano A dos Santos Jr.
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP**



**Prof. Dr. Robson Pederiva
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP**



**Prof. Dr. Antônio Eustáquio de Melo Pertence
Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG**



**Prof. Dr. Henner Alberto Gomide
Universidade Federal de Uberlândia - UFU**

Campinas, 28 de Novembro de 2000.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha querida esposa **Sanderli** e meu querido filho **Pedro**.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

À minha querida mãe **Luzia Ferraz do Amaral** por tudo que representa para mim.

Ao meu saudoso pai, **Domingos Amaral Júnior**.

Às minhas queridas irmãs, **Déborah e Denise**.

Ao meu orientador, **Prof. Franco Dedini** que me mostrou os caminhos a seguir.

Aos amigos **Jorge Nei Brito e Marcelo Becker**, inestimáveis colaboradores.

A todos os Professores e colegas do Departamento de Projeto Mecânico da UNICAMP, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

Ao **Prof. Rafael Santos Mendes**, amigo de longa data.

Ao **DEMEC – EEUFMG** pelo apoio e incentivo que me deram em toda minha qualificação

À **CAPES** pelo apoio financeiro.

A vida é a grande escola.

Resumo

AMARAL, Danilo, *Metodologia e Sistematização de Projeto de Transmissões Epicicloidais com Um e Dois TEPs*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 150 p. Tese (Doutorado)

Trens de engrenagens epicicloidais ou trens de engrenagens planetárias (TEP) são sistemas de transmissão de alta complexidade cinemática e de difícil visualização. Entretanto, suas vantagens são enormes: compactos, leves, permitem altas reduções de velocidade, possuem alta confiabilidade pois tem engrenamento permanente, possuem capacidade de bifurcação e adição de potência e permitem múltiplas relações de transmissão. Eles tem diversas aplicações, como redutores industriais e navais, diferenciais automotivos, máquinas operatrizes e transmissões automáticas. Como existe uma grande variedade de possibilidades de configurações na união de vários TEPs, o estabelecimento de formas de representação do sistema em estudo, é fundamental para sua compreensão. Este trabalho apresenta uma introdução com a nomenclatura, a classificação e um breve histórico dos TEPs. Foram também relacionadas as diversas formas de representação, utilizadas por diversos autores, assim como as equivalências e características de cada uma. Também foram feitas as análises cinemáticas e de fluxo de torque para TEPs simples e ligados, valendo-se de representações adequadas para cada caso. Baseado em um esquema proposto sobre as possibilidades de montagens e ligações possíveis de TEPs, foi elaborado o software TEPciclo, objetivando o desenvolvimento de projetos para transmissões automáticas de veículos leves e transmissões com 1 e 2 TEPs ligados. Este programa computacional automatiza a seleção da montagem, posição, número de dentes, calcula as relações de transmissão possíveis e o fluxo de torque.

Palavras Chave

- Trens de Engrenagens Epicicloidais, representação, transmissão automática.

Abstract

AMARAL, Danilo, *Methodology and Systematization of the Epicyclic Gear Trains Design with One and Two linked EGTs*, Campinas,,: School of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 2000. 150 p. Thesis (Ph.D.)

The Epicyclic Gear Trains - EGTs (or Planetary Gear Trains - PGTs) are complex kinematic transmission systems and difficult to be understood. Therefore, they have many advantages: they are compact and light, they allow the use of high reduction/multiplication ratios, they have high reliability (due to the permanent gearing), they allow division or sum of power and they have many transmission ratios. Their main applications are: Industrial and Naval gearboxes and Automatic Transmission gearboxes for modern vehicles. There are a large number of possible configurations when many PGTs are linked, so the representation form is very important to understand their kinematic relations. This work shows the different representation forms used by many authors in the literature and their equivalents and relates a review about the PGTs. Kinematic and torque analysis for the single and linked PGTs are done as well. Based on the results concerning the representation forms, kinematic and torque analysis, a software to aid the design of Automatic Transmissions gearboxes was developed. This software, TEPciclo, focuses applications of 1 and 2 linked PGTs and automates the selection of assembly, position, tooth number, calculates the possible transmission rates and the torque flow.

Key Words:

Planetary Gear Train, Epicyclic Gear Train, Representation.

Índice

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xvii
Nomenclatura	xviii
1 - Introdução	1
2 - Revisão da Literatura	4
3 - Trens de Engrenagens	8
3.1 – Introdução	8
3.2 – Trens de Engrenagens Planetários	9
3.3 – Histórico	15
3.4 – Tipos e Classificação dos Trens de Engrenagens Planetários	18
3.4.1 – TEP Elementar	18
3.4.2 – TEP Simples	20
3.3.2.1 – Classificação dos Tipos de TEPs Simples	20
3.4.3 – TEPs Ligados	25
3.4.4 – TEP Incorporado	25
3.4.1 – TEP Satélite e Planeta	26

4 – Representação dos TEPs	28
4.1 – Representação Funcional	30
4.2 – Representação por Esquema	30
4.2.1 – Representação Esquemática	31
4.2.2 – Representação por Diagramas de Blocos	33
4.2.2.1 – Número de Identificação do Diagrama de Blocos	33
4.2.3 - Representação por Diagrama de Torque	34
4.3 – Representação por Grafo	35
4.3.1 – Representação Convencional por Grafo	36
4.3.1.1 – Número de Identificação do Grafo	39
4.3.2 - Nova Representação por Grafo	41
4.3.2.1 - Representação por Matriz	43
4.3.3 - Representação Canônica por Grafo	44
4.4 – Sumário das Representações de TEPs	45
5 – TEPs utilizados como Transmissão Veicular	47
5.1 – Introdução	47
5.2 – Transmissões Automáticas	48
5.3 – Exemplos de Mecanismos de Transmissão Epicicloidais	52
5.3.1 – Caixa Wilson de Três Velocidades	52
5.3.2 – Caixa Wilson de quatro Velocidades	55

5.3.3 – Caixa Simpson	58
5.3.4 – GM Hydra-Matic THM 440-PGT	61
6 – Análise Cinemática e de Torque dos TEPs	64
6.1 – Razão Básica de TEPs Simples	64
6.2 – Exemplos de Aplicação da Análise Cinemática	67
6.2.1 – Exemplo de um TEP Simples com um Elemento Imobilizado	67
6.2.1 - Exemplo de um TEP Simples com duas Fontes Motoras	71
6.2.3 – Sumário das Relações Cinemáticas de um único TEP	75
6.3 – Relação de transmissão de TEPs Ligados	76
6.3.1 – Primeiro Exemplo com dois TEPs Ligados	76
6.3.2 – Segundo Exemplo com dois TEPs Ligados	78
6.3.2 – Terceiro Exemplo com dois TEPs Ligados	80
6.4 – Cálculo do Torque nos elementos de um TEP	82
6.5 – Exemplos de Aplicação	83
6.5.1 – Primeiro Exemplo	83
6.5.2 – Segundo Exemplo	85
7 – Montagens de TEPs Simples e Ligados	89
7.1 – Introdução	89
7.2 – Possibilidades de Montagens de TEPs Ligados	89
7.3 – Ligações possíveis de um TEP	91

7.4 – Ligações possíveis de dois TEPs	92
7.5 – Determinação dos Limites	98
8 – Desenvolvimento de <i>Software</i> em <i>Visual Basic</i>	101
8.1 - Introdução	101
8.2 – Estrutura do Programa	102
8.3 – Exemplos de Aplicação	103
8.3.1 – Exemplo de 1 TEP Simples com um Elemento imobilizado	103
8.3.2 – Exemplo de 1 TEP Simples com duas Fontes Motoras	105
8.3.3 – Exemplo com 2 TEPs Ligados	106
8.3.4 – Obtenção de RT impossível de se obter com um único TEP	109
8.3.5 – Exemplo da Caixa GM 440 PGT	111
8.3.6 – Exemplo de um Projeto de Redutor para Aplicação Industrial	116
8.3.7 – Exemplo de um Projeto Completo de Transmissão automática	118
9 - Análise dos Resultados, Conclusões e Sugestões para próximos trabalhos	124
9.1 – Análise de Resultados e Conclusões	124
9.2 – Sugestões para os próximos trabalhos	128
Anexo I – Fluxograma do <i>TEP</i>ciclo	
Anexo II – Equacionamento das Relações de Transmissão para dois TEPs	
Referências Bibliográficas	

Lista de Figuras

Figura 2.1 - TEP simples com planetas compostos e emparelhados.....	4
Figura 2.2 - Freqüência de publicações de trabalhos sobre TEPs nos últimos anos.....	7
Figura 3.1 - Exemplos de trens de engrenagens.....	9
Figura 3.2 - Curva epicicloidal.....	9
Figura 3.3 - Nomenclatura dos elementos de um TEP.....	10
Figura 3.4 - Possibilidades de entrada e saída dos TEPs: (a) uma entrada e duas saídas e (b) duas entradas e uma saída.....	12
Figura 3.5 - Arranjos possíveis dos planetas nos TEPs.....	13
Figura 3.6 - Quantidade de planetárias mantendo o diâmetro da anular constante.....	13
Figura 3.7 - TEPs com engrenagens cônicas.....	15
Figura 3.8 - “ <i>Carruagem apontadora para o sul</i> ”.....	16
Figura 3.9 - Documento e modelo de Leonardo Da Vinci.....	17
Figura 3.10 - Exemplos de TEP elementar.....	19
Figura 3.11 - Aproveitamento do movimento de rotação do planeta.....	19
Figura 3.12 - Exemplos de TEP simples com 1 e 3 planetas.....	20
Figura 3.13 - TEP simples com planetas compostos e emparelhados.....	21

Figura 3.14 - Exemplo de diferentes disposições que representam a mesma montagem de TEPs.....	21
Figura 3.15 - Alteração do diâmetro e redução do número de engrenagens	22
Figura 3.16 - Quadro das variações de TEP simples, segundo Lévai (1968).....	24
Figura 3.17 - Exemplo de TEP ligado.....	25
Figura 3.18 - Exemplos de TEPs incorporados.....	26
Figura 3.19 - Exemplo de montagem de um TEP satélite e planeta.....	27
Figura 4.1 - Formas de representação dos TEPs.....	29
Figura 4.2 - Representações funcionais de um mesmo TEP.....	30
Figura 4.3 - Exemplos de representação esquemática de alguns elementos de um TEP.....	32
Figura 4.4 - Representação funcional (a) em corte e (b) esquemática do mesmo TEP.....	32
Figura 4.5 - Representação de dois TEPs ligados e suas conexões.....	33
Figura 4.6 - Nomenclatura dos grupos de representação esquemática.....	34
Figura 4.7 - Representação por diagrama de torque do TEP com S_1 imobilizado, entrada por S_2 e saída por A_1B_2	35
Figura 4.8 - Representação funcional e a respectiva representação por grafo.....	37
Figura 4.9 - Pseudoisomorfismo: Os dois TEPs da esquerda são iguais, porém, resultam em grafos diferentes.....	39

Figura 4.10 - Nova representação por grafo dos TEPs da Figura 4.8.....	42
Figura 4.11 - (a) Representação funcional e (b) sua respectiva representação canônica por grafo.....	45
Figura 5.1 - Turbo embreagem com caixa de câmbio convencional.....	49
Figura 5.2 - Turbo embreagem com caixa de câmbio epicicloidial.....	50
Figura 5.3 - (a) Conversor de torque com caixa de transmissão epicicloidial e (b) diagrama esquemático de uma transmissão automática.....	51
Figura 5.4 - Formas de representação da caixa Wilson de 3 velocidades..	55
Figura 5.5 - Formas de representação da caixa Wilson de 4 velocidades..	58
Figura 5.6 - Formas de representação da caixa Simpson.....	60
Figura 5.7 - Formas de representação da transmissão GM 440 PGT.....	62
Figura 6.1 - Sentido de rotação dos elementos, com o braço parado.....	65
Figura 6.2 - Ligações possíveis de um TEP simples, com um elemento imobilizado.....	67
Figura 6.3 - Gráfico de w_m/w_s em função de b	70
Figura 6.4 - Alternativas possíveis para duas entradas e uma saída.....	71
Figura 6.5 - Exemplo de dois TEPs ligados.....	75
Figura 6.6 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.5.....	76
Figura 6.7 - Representação funcional de dois TEPs ligados.....	77
Figura 6.8 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.7.....	79

Figura 6.9 - Exemplo de dois TEPs ligados.....	80
Figura 6.10 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.9.....	81
Figura 6.11 - Diagrama de torque do TEP da letra © da Figura 6.2.....	84
Figura 6.12 - Diagrama de torque da transmissão GM – 440 PGT, utilizando a 3ª marcha.....	85
Figura 7.1 - (a) Alternativas de posição e (b) alternativas de entrada, saída e controle para um TEP.....	92-93
Figura 7.2 - Possibilidades de ligações de dois TEPs, alternando a entrada e o elemento freiado, mantendo fixa a posição do eixo de saída, em cada alternativa A, B, C e D.....	94-95
Figura 7.3 - Possibilidades de ligações de dois TEPs, alternando a posição dos elementos.....	96
Figura 7.4 - Variação do valor de b em função de Z_S e Z_P , sem limitar Z_A	98
Figura 7.5 - Variação do valor de b em função de Z_S e Z_P , limitando Z_A até 250 dentes.....	99
Figura 8.1 - Tela de abertura do <i>TEPciclo</i>	102
Figura 8.2 - Resultados obtidos pelo <i>TEPciclo</i> para os itens 1 a 3 do exemplo 8.3.1 e as respectivas análises de torque.....	104
Figura 8.3 - Tela mostrando a utilização de um TEP com duas entradas...	105
Figura 8.4 - (a) Gráfico das proporções de velocidades e (b) análise de torque.....	106

Figura 8.5 - Tela de resultados das Relações de Transmissão para dois TEPs ligados.....	107
Figura 8.6 - Mapa com as indicações das montagens que resultam em uma relação de transmissão de 0,4286:1.....	107
Figura 8.7 - Visualização das montagens dos elementos dos TEPs onde se obtém a relação de transmissão de 0,4286:1.....	108
Figura 8.8 - Identificação da posição do eixo de entrada, saída e elemento freiado.....	108
Figura 8.9 - Obtenção das alternativas de montagem e valores das relações básicas de 2 TEPs que resultam em uma relação de transmissão de -1:1.....	110
Figura 8.10 - Delimitação da procura do número de dentes das engrenagens.....	110
Figura 8.11 - Tela mostrando as 9 opções de número de dentes para o TEP I e 5 para o TEP II	111
Figura 8.12 - Cálculo das relações de transmissão, fornecendo o número de dentes das engrenagens e a posição dos elementos.....	112
Figura 8.13 - Tela de seleção da marcha, para a análise de torque.....	112
Figura 8.14 - Identificação das três alternativas de montagem para a caixa GM 440 PGT.....	113
Figura 8.15 - Identificação das três alternativas de montagem para a caixa Simpson.....	113

Figura 8.16 - Análise de torque das 6 marchas possíveis da caixa GM 440-PGT.....	114
Figura 8.17 - Visualização do diagrama de torque.....	115
Figura 8.18 - Visualização da tabela de análise de torque para todas as marchas.....	115
Figura 8.19 - Seleção da configuração que permite redução de 15:1.....	117
Figura 8.20 - Análise de torque com o número de dentes selecionado.....	117
Figura 8.21 - Resultado da busca de soluções para o exemplo do item 8.3.6.....	119
Figura 8.22 - Seleção das trincas de dentes.....	119
Figura 8.23 - Tela para análise de torque.....	121
Figura 8.24 - Análise de torque para a 5ª relação de transmissão, visualizando o respectivo diagrama de torque.....	121
Figura 8.25 - Análise de torque para a 3ª relação de transmissão, sob forma de gráfico.....	122
Figura 8.26 - Valores absolutos de torque para todas as RTs, em função de τ_{in}	122
Figura 8.27 - Representações funcionais do exemplo 8.3.6.....	123
Figura 9.1 - Possíveis trincas de dentes para a montagem da caixa GM 440 PGT.....	125
Figura 9.2 - Variação de b_I e b_{II} com a relação de transmissão, em cada marcha.....	126

Lista de Tabelas

Tabela 3.1-	Relação das variações de TEP simples, segundo Lévai.	23
Tabela 4.1-	Codificação do grafo.....	42
Tabela 4.2-	Grau dos vértices da Figura 4.11.....	44
Tabela 4.3-	Quadro resumo das representações de TEPs.....	46
Tabela 5.1-	Relações de transmissão dos mais comuns sistemas em uso atualmente.....	51
Tabela 5.2-	Número de dentes das engrenagens e razão básica das transmissões Simpson e GM.....	52
Tabela 6.1-	Relações cinemáticas de um TEP simples.....	65
Tabela 6.2-	Aplicação da razão básica nas alternativas da Figura 6.2.....	69
Tabela 6.3-	Resultados para três valores de b e para $w_m = 1.000$ rpm.....	70
Tabela 6.4-	Resultados numéricos do Exemplo 6.2.2.....	74
Tabela 6.5-	Modos de operação e respectiva relação cinemática para 1 TEP	75
Tabela 6.6-	Valores de τ da Figura 6.12.....	85
Tabela 6.7-	Valores de τ da Figura 6.13.....	88
Tabela 7.1-	Grau de liberdade das possíveis ligações de TEPs.....	91
Tabela 7.2-	Equivalências de montagens para 1 TEP.....	93
Tabela 7.3-	Relações de Transmissão, nas diversas montagens possíveis.	97
Tabela 8.1-	Resultados obtidos para as relações de transmissão	120

Nomenclatura

Letras Latinas

A – engrenagem anular

B – braço ou suporte

P – engrenagem planetária, planetário, planeta ou satélite

S – engrenagem solar ou sol

a – adendum do planeta

b – razão básica

c – número de conexões entre TEPs

l – número de eixos freiados

n – número de elementos do TEP

N – número de TEPs

n – número de elementos de um grafo

J – número de bordas de um grafo

Z – número de dentes da engrenagem

Letras Gregas

τ_i – torque do elemento i atuando em um engrenamento

Π - ângulo central entre dois planetas adjacentes

Subscritos

R_S – raio primitivo da engrenagem solar

R_P – raio primitivo da engrenagem planetária

Z_A – número de dentes da engrenagem anular

Z_P – número de dentes da engrenagem planetária

Z_S – número de dentes da engrenagem solar

A_i – engrenagem anular do i-ésimo TEP

B_i – braço do i-ésimo TEP

P_i – engrenagem planetária do i-ésimo TEP

S_i – engrenagem solar do i-ésimo TEP

$R_{y,x}^z$ - razão entre a velocidade angular do elemento de entrada y e do elemento de saída x ,
com relação à velocidade angular do elemento z

w_i – velocidade angular do elemento i

D_i – Diâmetro primitivo do elemento i

r_k – relação do número de dentes de duas engrenagens engrenadas entre si

E_i – i-ésimo engrenamento

J_R – número de pares de revolução

J_E – número de pares engrenados

Siglas

TEP – Trem de engrenagem epicicloidal

GL – Grau de liberdade

RT – Relação de Transmissão

Capítulo 1

Introdução

O tema deste trabalho foi escolhido baseado na importância e nos recursos disponíveis dos trens de engrenagens epicicloidais. Tais mecanismos têm grandes vantagens sobre os trens de engrenagens convencionais pois, são compactos, leves, permitem uma elevada relação de redução/multiplicação de velocidade, possuem alta confiabilidade, capacidade de bifurcação e adição de potência e, permitem ainda múltiplas relações de transmissão.

Existe uma grande variedade de tipos e montagens de trens de engrenagens epicicloidais (TEPs). Portanto, é necessário conhecer a sua classificação sistemática, formas de representação e os diversos tipos possíveis de configurações, afim de determinar qual o modelo estudado e/ou projetado, o que é mostrado neste trabalho. Um breve relato dos primeiros registros históricos desse mecanismo também é apresentado, para que o leitor possa acompanhar a evolução deste mecanismo.

Este trabalho tem como **objetivo**, elaborar um programa que auxilie o projetista na escolha das montagens e posições possíveis, bem como a determinação do elemento de entrada e dos elementos que devem ser imobilizados para se obter um determinado conjunto de relações de transmissão desejadas.

Os TEPs possuem uma ampla gama de aplicações que vão das caixas de bifurcação de potência, como os diferenciais automotivos, até os sistemas de transmissão de potência, como as caixas Wilson, e os sistemas de motorização de alta confiabilidade, como as utilizadas na abertura das portas de carga do ônibus espacial americano *Discovery*, além de uma série de aplicações industriais, como por exemplo, em máquinas operatrizes. Características importantes

em sistemas mecânicos na atualidade, como a compactabilidade e a confiabilidade, estão presentes nos TEPs que, devido à possibilidade de múltiplo engrenamento, agem reduzindo o risco de pane, quebra ou defeito em operação.

Enquanto que na caixa de câmbio convencional, é necessário o deslocamento axial de uma engrenagem para modificar a relação de transmissão, acionando-se a embreagem para desacoplar o motor, a utilização de uma série de TEPs ligados entre si permite a montagem de sistemas automáticos de transmissão para uso automotivo sem a necessidade de desengrenamentos. As vantagens, entre outras, são a maior durabilidade do motor e da transmissão e a não necessidade do uso de embreagem (permitindo ao condutor destinar maior atenção a pista, mantendo as duas mãos no volante e diminuindo o esforço).

Os problemas relacionados aos TEPs estão fundamentalmente ligados ao desenvolvimento de projetos, pois são sistemas de alta complexidade cinemática e de difícil visualização. Neste trabalho, foi dada uma ênfase especial às formas de representação disponíveis, afim de tornar claras as possíveis configurações das ligações de TEPs em sistemas aplicados à transmissão veicular. Assim, um dos objetivos foi o de condensar, em um único texto, um levantamento das diferentes formas de representação, suas características e notações adotadas por diversos autores.

Apesar da importância desse sistema de transmissão, relativamente poucos trabalhos têm sido publicados. Por isso, foi necessária uma intensa pesquisa bibliográfica para efetuar o levantamento do estado da arte sobre este assunto. Esta revisão de literatura foi feita no Capítulo 2.

No Capítulo 3 é apresentada uma introdução aos trens de engrenagens e particularmente aos trens de engrenagens epicicloidais. A nomenclatura adotada é definida, assim como as diversas características, definições e formas de montagem. Um breve histórico é apresentado, de tal forma que o leitor possa perceber que há muito tempo já se vislumbrava a utilização deste mecanismo. Também é apresentada a classificação dos tipos de trens planetários.

No levantamento bibliográfico, verificou-se que os autores adotam formas diversas de representação do TEP, sendo que alguns trabalhos são exclusivamente dedicados à essa questão.

Assim, o Capítulo 4 é dedicado à representação dos TEPs, com exemplos de cada uma das formas apresentadas, da nomenclatura adotada e, ao final, um sumário contendo todas elas e suas respectivas equivalências.

Como um dos objetivos deste trabalho é a aplicação dos TEPs em transmissões automáticas para veículos leves, uma introdução a este tipo de transmissão é feita no Capítulo 5 e são apresentados alguns dos principais mecanismos utilizados e suas diversas formas de representação.

No Capítulo 6, é feito o desenvolvimento da análise cinemática e de torque dos mecanismos epicicloidais. São dados exemplos das diversas formas possíveis de montagens, tanto utilizando uma como duas fontes motoras, para um único TEP. Em seguida é desenvolvido o cálculo cinemático para dois TEPs ligados (sistema utilizado nas modernas transmissões automáticas). Ao final, é demonstrado como se desenvolve o cálculo do torque atuante em algumas montagens anteriormente já exemplificadas.

O Capítulo 7 é dedicado à análise das possíveis montagens e ligações dos TEPs e os limites adotados para a construção das transmissões. Uma metodologia de como selecionar a montagem adequada é desenvolvida. Utilizando estes parâmetros, foi elaborado um *software* em *Visual Basic 5.0* – *TEPiciclo* - destinado a sistematizar e automatizar o cálculo dos possíveis conjuntos que atendam aos requisitos de projeto.

A utilização do *TEPiciclo* é feita no Capítulo 8, com aplicações e exemplos de projeto de transmissões. Com este *software*, é possível o cálculo e a determinação da montagem para um único TEP ou para dois TEPs ligados entre si, (família nº 3 da Figura 7.1). Em ambos os casos é possível o cálculo das relações de transmissão, dados os números de dentes das engrenagens ou, fornecendo as relações de transmissão, o *TEPiciclo* fornece os possíveis números de dentes das engrenagens, que resultam nas especificações iniciais, para uma dada tolerância.

No Capítulo 9, é feita a análise dos resultados obtidos com o *TEPiciclo*, comparando-se com casos práticos em uso na indústria e nas transmissões automotivas. É apresentado também as conclusões e sugestões para próximos trabalhos.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

Muitos livros de elementos de máquinas publicados antes de 1960 já tratavam do estudo de trens de engrenagens planetárias (TEPs), mas foi a partir do início da década de 60 que diversos autores iniciaram a publicação de trabalhos importantes sobre análise e síntese de TEPs. Uma contribuição relevante foi feita por Lévai (1968), que identificou as 34 possíveis formas de um trem epicicloidal simples a partir de um TEP com planetários compostos e emparelhados. O autor definiu, como base para sua classificação, um TEP simples, que possui dois planetas compostos e engrenados entre si (Figura 2.1). Alterando os diâmetros dos planetários e fazendo os engrenamentos com as engrenagens solar e anular, ora com dentes internos, ora com dentes externos, Lévai produziu um quadro com todas as ramificações possíveis. O arranjo escolhido foi o de eixos paralelos com engrenagens cilíndricas.

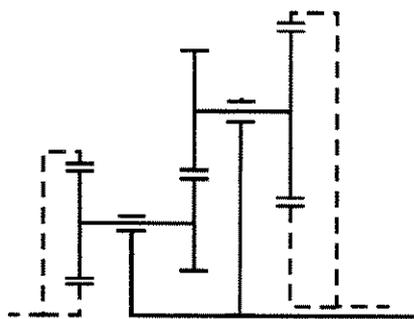


Figura 2.1 – TEP simples com planetas compostos e emparelhados.

Fitzgeorge (1970) elaborou seu trabalho modificando o modelo básico utilizado por Lévai, introduzindo uma inclinação no eixo da engrenagem planetária. Deste modo estudou os limites práticos dos raios das engrenagens. Buchsbaum & Freudenstein (1970) fizeram uma classificação dos TEPs de acordo com a estrutura cinemática do mecanismo. Para isso, introduziram uma forma de representação esquemática e uma por grafo, à representação funcional até então utilizada. Isso permitiu o desenvolvimento e aplicação de *softwares* no auxílio da análise de movimentos do trem de engrenagens planetárias.

Freudenstein & Yang (1972) introduziram o conceito de circuito fundamental, que resultou na elaboração da representação canônica por grafo. Este conceito foi utilizado por diversos pesquisadores e representa uma poderosa ferramenta para a análise cinemática dos TEPs.

Sanger (1972) desenvolveu técnicas de síntese estrutural e numérica para transmissões planetárias ligadas e estudou os múltiplos caminhos do fluxo de potência nesses mecanismos. Wojnarowski (1976) aplicou o método grafo para a determinação das cargas em trens complexos de engrenagens .

Lima (1980) apresentou em sua dissertação de mestrado, um apanhado da classificação sistemática dos TEPs e de suas relações cinemáticas, de torque e rendimento, e desenvolveu a aplicação deste sistema em um veículo híbrido. Trata-se de um dos primeiros trabalhos sobre TEPs publicados no Brasil. Logo na seqüência, Stavropoulou (1981) também utilizou, em sua dissertação de mestrado, um TEP como bifurcador de potência em um veículo, para armazenamento de energia em um volante. Willis Jr. (1982) desenvolveu um estudo sobre as relações de velocidade em um trem de engrenagens epicicloidais e Benford (1982) propôs uma analogia por alavancas, como uma nova ferramenta para análise e síntese de transmissões.

Dedini (1985) publicou sua dissertação de mestrado sobre projeto e otimização de uma transmissão planetária por rolos de tração, mostrando a necessidade de se ampliar as pesquisas sobre transmissões por tração em montagens planetárias, para atender à um mercado ainda temeroso pela aplicação dessa tecnologia. Cleghorn (1986) apresentou um algoritmo para a análise cinemática de trens de engrenagens planetárias baseado na classificação de Lévai,

ampliando o uso de computadores. No ano seguinte, Bekircan (1987) desenvolveu um estudo sobre a eficiência e o fluxo de potência em altas reduções, utilizando engrenagens planetárias.

Já no início da década de 90, Nadel (1991) aplicou a técnica de inteligência artificial para enumerar a seqüência ótima de acionamento dos freios e embreagens para sistemas de transmissão automática de automóveis. Em seguida, Mogalapalli (1992) apresentou, em sua dissertação, um estudo de otimização do número de dentes das engrenagens para as transmissões automáticas equipadas com caixa Simpson, GM THM 440 PGT e Ravigneaux.

Pennestri & Freudenstein (1993) também publicaram um trabalho sobre a análise da eficiência mecânica de trens epicicloidais, cuja abordagem facilitou a implementação do método através de computadores. Hsu & Lam (1993) propuseram, em duas publicações, uma nova representação por grafo, que possibilita uma análise automática da estrutura cinemática do TEP, e desenvolveram um *software* interativo por computador.

Hsu (1993), aplicando a teoria dos grafos, desenvolveu uma nova forma de representação que evita o pseudoisomorfismo e, analisando todas as possíveis combinações, elaborou um atlas para TEPs com um grau de liberdade e com até sete elementos, obtendo, para este último caso, 2.348 grafos diferentes. No ano seguinte, ainda utilizando a representação por grafos, Hsu (1994) desenvolveu um método computacional que identifica as redundâncias nos TEP. Já Kahraman (1994) desenvolveu um trabalho sobre o comportamento dinâmico de um trem de engrenagens planetárias de simples estágio. Papalambros (1995) identificou a otimização de sistemas mecânicos como a mais importante área de pesquisa para o futuro. Hsu (1996) desenvolveu um programa de computador para identificar estruturas engastadas em sistemas complexos de TEPs.

Erdman (1993) coordenou a edição de um livro sobre o estado da arte da moderna cinemática dos mecanismos, que contém os principais trabalhos e autores dos últimos 40 anos. Um dos 14 capítulos é dedicado exclusivamente aos sistemas de transmissão por engrenagens, cujo editor foi Lung-Wen Tsai.

Dando seqüência ao trabalho iniciado por Nadel (1991), Hsieh (1997) publica em sua tese um estudo utilizando a representação por grafo, sobre a melhor seqüência de acionamento de freios e embreagens para as transmissões equipadas com caixa Simpson, GM THM 440 PGT,

Ravigneaux e Hydra-Matic 3L 80. Saggere (1998) também aplicou a representação por grafo, baseado em algoritmos, para análise automática dos TEP.

Recentemente, vários trabalhos foram publicados com técnicas para diagnosticar falhas em caixas de engrenagens planetárias. Utilizou-se análise de vibrações e estudos sobre o efeito da taxa de redução na vida útil de um TEP. Os resultados indicam que este tipo de mecanismo tem muito a ser estudado para que possa ser mais amplamente aplicado em benefício do ser humano. Este trabalho objetiva contribuir com o desenvolvimento de metodologias de seleção, síntese, cálculo e otimização para a escolha da montagem mais adequada que atenda os requisitos definidos pelos usuários.

A Figura 2.2 mostra a quantidade de publicações por ano, obtida das referências bibliográficas dos principais trabalhos sobre TEPs, a partir de 1965.

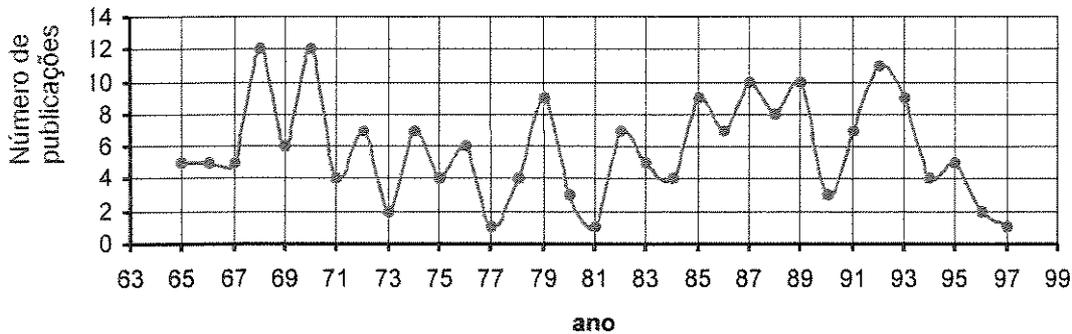


Figura 2.2 – Freqüência de publicações de trabalhos sobre TEPs nos últimos anos.

Capítulo 3

Trens de Engrenagens

3.1 - Introdução

Trens de engrenagens são definidos como uma cadeia cinemática destinada a transmitir rotações. Segundo Pires e Albuquerque (1980), três montagens são possíveis: trens simples, trens compostos e trens epicicloidais. Trem simples é um sistema de engrenagens onde, em cada eixo, só existe uma engrenagem (Figura 3.1 – a). O trem de engrenagem é chamado de composto quando existe um ou mais eixos com duas engrenagens ou mais. Na Figura 3.1(b), pode-se visualizar que um dos eixos suporta duas engrenagens, diferentemente da Figura 3.1(a), onde há apenas uma engrenagem por eixo. Nestes dois casos, os suportes dos eixos das engrenagens são fixos. Quando existe um suporte, de pelo menos um eixo, dotado de movimento de rotação, o trem é chamado de epicicloidal. Na Figura 3.1(c), os eixos que suportam as engrenagens intermediárias, entre a engrenagem central e a externa (esta última com dentes internos), estão montados em um suporte que gira em torno do eixo central do conjunto. Nesta ilustração, para fins de simplificação e melhor visualização do conjunto, as engrenagens são representadas pela roda de atrito com diâmetro igual ao diâmetro primitivo da engrenagem equivalente.

A possibilidade do eixo de uma engrenagem também poder girar ao redor de outro eixo, além de girar em torno de si mesma, é que caracteriza um trem epicicloidal. Essa nomenclatura decorre do fato de que um ponto, pertencente à engrenagem que possui o eixo móvel, descreve uma curva epicicloidal, conforme mostra a Figura 3.2.

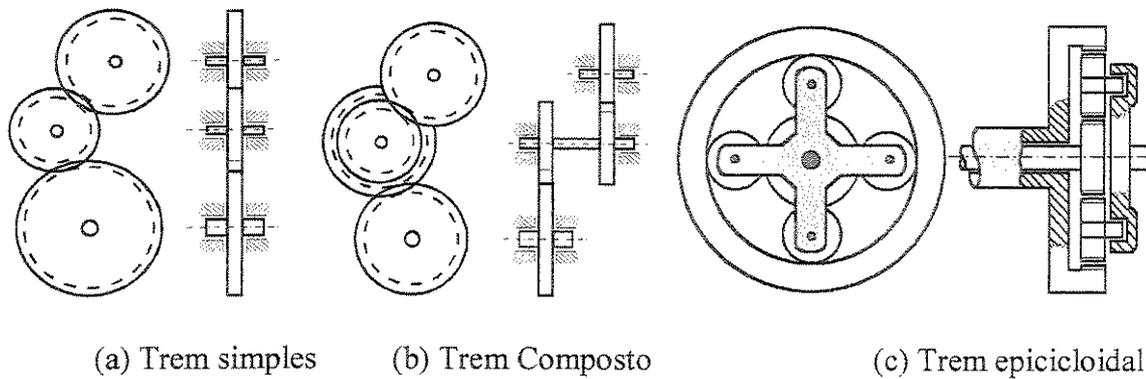


Figura 3.1 - Exemplos de trens de engrenagens.

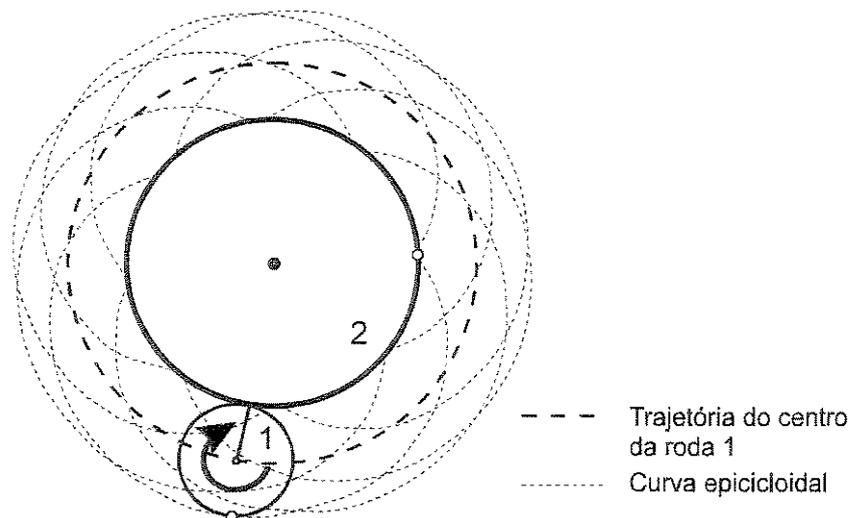


Figura 3.2 - Curva epicicloidal.

3.2 - Trens de Engrenagens Planetárias

Devido à analogia com o sistema solar, o trem epicicloidal é frequentemente chamado de trem planetário ou de trem de engrenagens planetárias ou, simplesmente, de TEP. Em virtude disso, a engrenagem central é chamada de solar e as engrenagens que giram em torno dela são chamadas de planetárias ou satélites ou, simplesmente, planetas. Quase sempre se utiliza também, uma engrenagem de dentes internos em torno do TEP, onde os planetários também se engrenam. Esta, é chamada de engrenagem anular, semelhante à um anel. O elemento que suporta o eixo móvel dos planetas e que pivota em torno do eixo principal do TEP, é chamado de suporte ou

braço. Os símbolos S, A e P que representam as engrenagens solar, anular e planeta e B, que representa o braço, são associados a um índice quando há necessidade de distinguir elementos de TEPs diferentes. A Figura 3.3 identifica estes elementos.

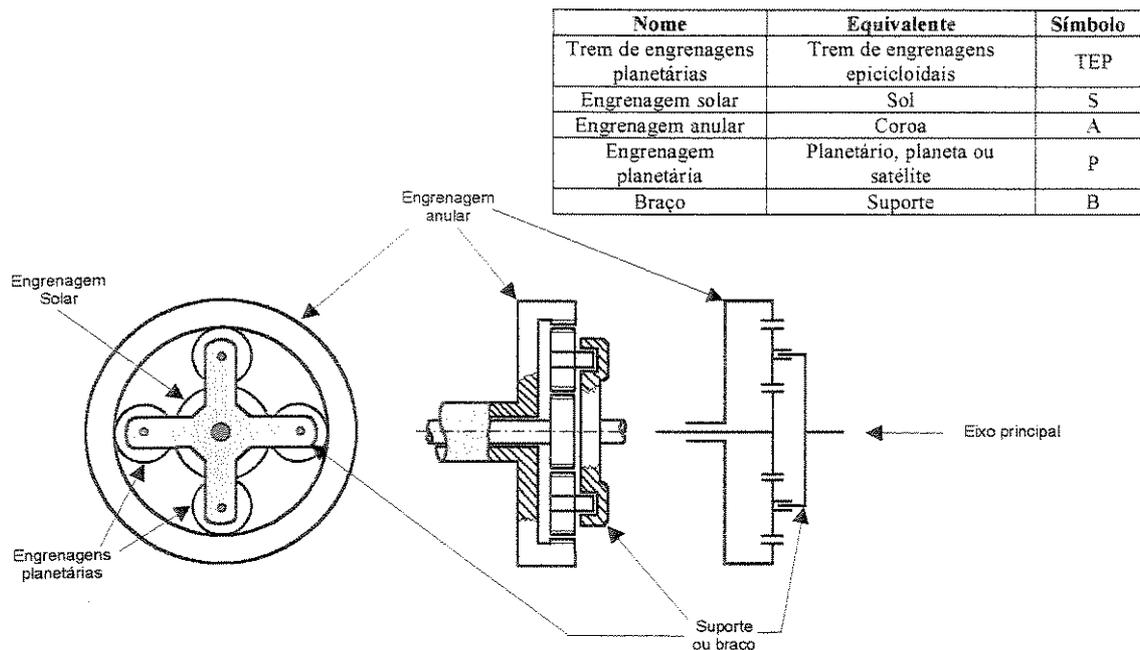


Figura 3.3 - Nomenclatura dos elementos de um TEP.

Diversos autores definiram o que é um trem de engrenagens planetárias. Lima (1980) salientou que alguns sistemas de engrenagens diferenciam-se dos comuns, pelo fato de possuírem uma ou mais engrenagens com possibilidade de girar ao redor do próprio eixo e, simultaneamente, em torno de um outro eixo. Brasil (1988) definiu os TEPs, como trens de engrenagens em que alguns eixos são móveis, girando não só em torno de si mesmos, mas também em torno de outro eixo do trem. Dubbel (1944) escreveu que engrenagens planetárias simples caracterizam-se pela existência uma roda fixa e outra móvel, que gira ao redor da fixa e que engrena-se com ela. Olson *et al.* (1987) definiram que os trens de engrenagens planetários consistem de uma ou mais engrenagens centrais com engrenagens planetas engrenadas e que giram em torno delas, de tal forma que, os pontos dos planetas descrevam curvas epicíclicas. As engrenagens planetas estão ligadas por um braço de tal forma que a distância entre os centros das engrenagens permanece constante. Shigley (1984) escreveu que, em um tipo de trem de engrenagens, pode-se obter efeitos surpreendentes, fazendo com que algum dos eixos gire em relação aos demais. Tais trens chamam-se trens planetários ou epicicloidais. Antunes *et al.*(1998)

definiram sistemas epicicloidalis como sistemas que permitem elevada redução ou multiplicação com grande torque, ocupando um espaço reduzido e possuindo rendimento superior aos demais sistemas convencionais equivalentes.

Como mencionado anteriormente, os TEPs são sistemas de transmissão de alta complexidade cinemática e de difícil visualização. Os engrenamentos entre os elementos internos dos planetários obedecem a rígidas condições de restrição, devido ao inter-relacionamento existente. Entretanto, suas vantagens são enormes: são compactos, leves, possibilitam alta redução/multiplicação de velocidade, alta confiabilidade, alta densidade de potência, possuem capacidade de bifurcação e adição de potência, capacidade diferencial, são sistemas de múltiplas relações de transmissão e engrenamento permanente, permitindo ainda a minimização dos esforços nos mancais e alinhamento dos eixos. Estas são algumas das características que tornam os TEPs sistemas com um grande potencial de aplicação, embora ainda não muito estudados e pesquisados, de tal forma a permitir cada vez mais sua utilização em massa (Dedini, 1985).

Suas vantagens os tornaram preferíveis para o uso militar, onde múltiplos engrenamentos reduzem o risco de parada. O funcionamento suave também os tornam adequados para uso em submarinos e a grande capacidade de redução torna possível sua aplicação em turbinas. Os TEPs também são utilizados em aplicações aeroespaciais e em helicópteros, nos quais técnicas específicas para detecção de falhas nestas transmissões estão em constante aprimoramento (Jammu *et al.*, 1998)

Apesar de o TEP possuir quatro elementos (S, A, P e B) somente são aproveitados como eixos externos a solar, a anular e o braço (ou seja, três conexões externas). A rotação do planeta raramente é utilizada pois, como seu eixo gira no espaço, haveria a necessidade de utilizar acoplamentos bi-articulados (vide Figura 3.11, pg. 19).

Como já citado anteriormente, os trens epicicloidalis simples tem capacidade diferencial (bifurcação) ou de adição de potência. Pode-se, então, conceber um sistema com uma entrada e duas saídas, havendo a possibilidade de se bloquear uma das saídas, freando ou imobilizando seu elemento, ou mesmo usá-las simultaneamente na proporção desejada. A outra alternativa possível é projetar um TEP simples com duas entradas e uma saída com as mesmas possibilidades de controle. A Figura 3.4 mostra as possibilidades de entrada e saída dos TEPs, na forma de

representação esquemática (muito útil para o estudo de um sistema, com vários TEPs ligados entre si). Assim, os TEPs são mecanismos interessantes porque têm dois graus de liberdade (Shigley, 1996). Portanto, o trem epicicloidal pode trabalhar com dois eixos motores e um resistente ou dois resistentes e um motor ou ainda um motor, um resistente e outro imóvel.

Segundo Shigley (1984), grau de liberdade é o número de coordenadas ou variáveis necessárias para descrever a posição de todas as partes de um sistema. Assim, como o TEP possui três ligações externas, é necessário conhecer a rotação de duas delas para determinar a terceira, resultando em um sistema com dois graus de liberdade.

Qualquer que seja o tipo de trem epicicloidal, a paralisação do suporte ou braço conduz a uma montagem comum de engrenagens, isto é, aos trens de engrenagens simples ou compostos, uma vez que todas as engrenagens ficarão com seus eixos suportados por peças imóveis.

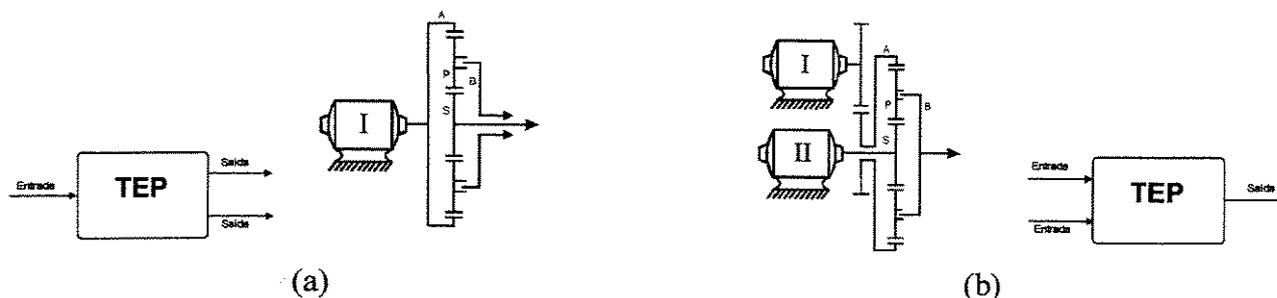


Figura 3.4 - Possibilidades de entrada e saída dos TEPs: (a) uma entrada e duas saídas e (b) duas entradas e uma saída.

É possível aumentar a complexidade do TEP, alterando-se o arranjo da configuração das engrenagens planetárias. A introdução de uma engrenagem intermediária (Figura 3.5-a) entre o planeta e a engrenagem central resulta na inversão do sentido de rotação do membro de saída e, portanto, interfere no caráter cinemático do trem planetário. Estas duas engrenagens planetárias podem estar desalinhadas radialmente, como mostra a vista frontal da Figura 3.5 (a). A utilização de três planetários emparelhados não altera o sentido de rotação. Estes tipos são chamados de **TEP com planetários emparelhados** (Figura 3.5-b). Além disso, pode ocorrer ainda de o TEP possuir pelo menos dois planetas solidários em um único eixo. São chamados de **TEP com planetário composto** (Figura 3.5-c). E, finalmente, possuir simultaneamente planetários emparelhados e compostos (Figura 3.5-d).

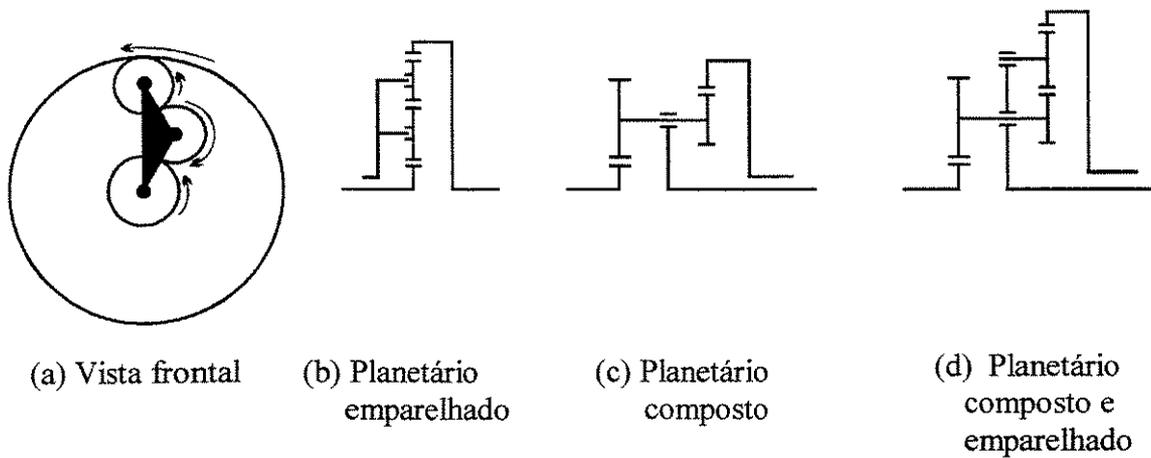


Figura 3.5 - Arranjos possíveis dos planetas nos TEPs.

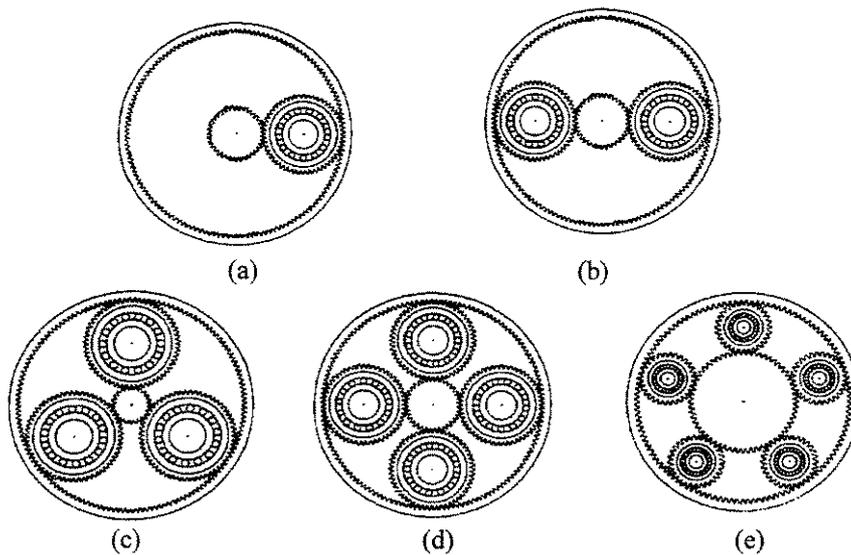


Figura 3.6 - Quantidade de planetárias mantendo o diâmetro da anular constante.

Um TEP pode também possuir mais de um planeta entre as duas engrenagens centrais. Isso não muda o caráter cinemático do TEP. Um aumento do número de engrenagens planetárias resulta em uma maior divisão da carga transmitida entre os planetas. Essa é uma das grandes vantagens dos TEPs, onde o esforço nos mancais é bastante aliviado devido à simetria da aplicação da força pelos planetas, nos dentes da engrenagem solar. Portanto, deve-se sempre

evitar a utilização de um único planetário porque, neste caso, não seria possível a compensação dos esforços. Na prática, utiliza-se de 2 a 4 planetas.

O número máximo e o diâmetro dos planetários é limitado pela geometria do TEP e pela possibilidade de interferência entre os dentes. A Figura 3.6 mostra um exemplo de montagem de TEPs com um até cinco planetas, mantendo-se constante o diâmetro da engrenagem externa anular. No caso de cinco planetas, (Figura 3.6 – e) foi necessário diminuir o diâmetro das engrenagens planetárias e aumentar o da engrenagem solar, para não haver interferência entre os planetas. Esta modificação dos diâmetros altera a cinemática do mecanismo. Nesta Figura não aparece o braço ou suporte, para melhor visualização dos planetários. Segundo Savage *et al.* (1998), aumentando-se o número de planetas aumenta-se a expectativa de vida do sistema. Savage estabeleceu ainda que a distância mínima entre eixos de dois planetas adjacentes é:

$$(R_S + R_P) \cdot \text{sen}\left(\frac{\Pi}{2}\right) > (R_P + 2 \cdot a) \quad (3.1)$$

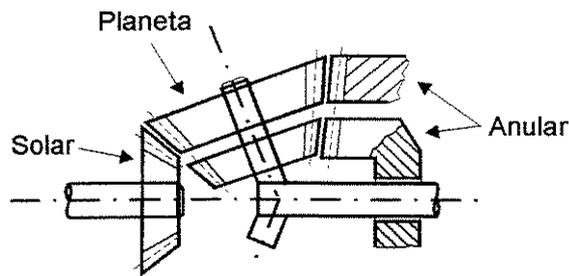
Onde : R_S e R_P são os raios das engrenagens solar e do planeta, Π é o ângulo central entre dois planetas adjacentes e a é o adendum do planeta.

Outra condição, proposta pelo mesmo autor e necessária para permitir o posicionamento simétrico dos planetas em torno do TEP, é que a soma do número de dentes da solar e da anular dividido pelo número de planetas tem de ser um número inteiro. Também, por condição geométrica, o número de dentes do planeta (Z_P) é a metade da diferença entre o número de dentes da anular (Z_A) e solar (Z_S). Sendo Z_A , Z_P e Z_S respectivamente o número de dentes da anular, planeta e solar, tem-se:

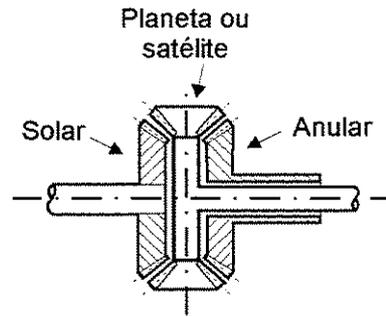
$$Z_P = \frac{Z_A - Z_S}{2} \quad (3.2)$$

Uma importante classe de trens de engrenagens epicicloidalis é a que possui engrenagens cônicas (Figura 3.7 - a). Com a utilização desse tipo de engrenagem é possível utilizar uma engrenagem solar com o mesmo número de dentes da engrenagem anular (Figura 3.7 - b), o que seria impossível se todas fossem cilíndricas. A Figura 3.7 (c) mostra como se transforma um TEP que possui somente engrenagens cilíndricas em um TEP com engrenagens cônicas,

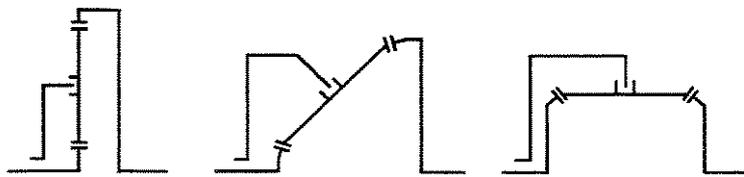
inclinando o eixo que suporta os planetas. O uso de engrenagens cônicas não muda o caráter cinemático do planetário e a principal aplicação dessa montagem é nos diferenciais automotivos. Nesta aplicação os planetas são comumente chamados de satélites. Este presente trabalho restringe-se ao estudo de TEPs com engrenagens cilíndricas.



a) Trem epicycloidal cônico.



b) Trem epicycloidal cônico de topo.



c) Transformação de um TEP cilíndrico em cônico.

Figura 3.7 - TEPs com engrenagens cônicas.

3.3 - Histórico

A história já registrou, em diversos momentos, a utilização de TEPs. Desde a antigüidade, já se aplicava um dispositivo diferencial para a construção de modelos, sistemas de orientação e

calendários. Sua utilização era restrita, certamente devido a sua complexidade. Somente a partir da revolução industrial e da construção de relógios mecânicos, é que sua aplicação foi ampliada.

Um dos primeiros registros da utilização de TEP é atribuído ao lendário imperador chinês Hwangdi. Segundo De Camp (1993), trata-se de uma bússola chinesa, também conhecida como “*carruagem apontadora para o sul*” (Figura 3.8). Longe de ser um dispositivo magnético, essa bússola funcionava como um dispositivo de engrenagens planetárias acopladas nas rodas de uma carroça. Eram engrenagens primitivas de cavilha-dentada de madeira. A bússola funcionava utilizando a capacidade diferencial do TEP. Se a carroça virava em uma das direções, uma plataforma giratória conectada às rodas virava na direção oposta, na mesma taxa. Na plataforma havia uma estatueta com o braço estendido. Assim, qualquer que fosse a direção tomada pela carroça, o braço apontava sempre para a mesma direção. Este dispositivo chinês foi supostamente utilizado para a travessia do deserto de Gobi em 2.300 a. C. (Holmes, 1977; Shigley, 1995).

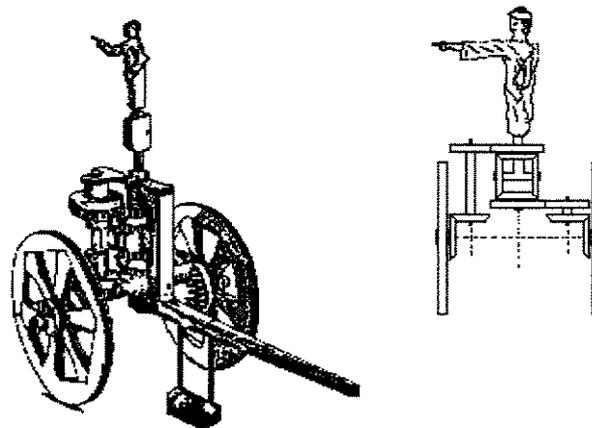


Figura 3.8 - “*Carruagem apontadora para o sul*”.

Segundo Willis Jr (1982), o Professor Derek DeSolla, em seu livro “*Gears from the Greeks*”, registrou a descoberta de um aparelho romano, datado entre 80 e 50 a. C. , com um sistema de engrenagens diferenciais, que funcionava como um calendário capaz de avaliar a diferença entre os meses. À Arquimedes é dado o crédito de projetar e construir, em 212 a. C., um sistema planetário que descrevia o movimento do sol, da lua e dos 5 planetas então conhecidos. Esse mecanismo foi levado de Siracusa, Sicília, para Roma como um troféu de

guerra pelo General Marcelo que, após um cerco de 3 anos, conseguiu tomar a cidade que era protegida pelos artefatos projetados por Arquimedes.

Também há registros de que Leonardo Da Vinci (1450 – 1510) estudou e construiu um mecanismo de engrenagens epicicloïdais. No Museu Leonardo na cidade de Vinci, Itália, encontram-se, em exposição, documentos e um modelo feito por Da Vinci (Figura 3.9). O registro do uso de engrenagens diferenciais também é feito com o advento do relógio mecânico na Alemanha, em 1575. Em 1781, uma caixa de engrenagens epicicloïdais foi utilizada por James Watt (1736 – 1819) em sua máquina a vapor, quando uma patente o impediu de usar o mecanismo biela-manivela. Em 1835, Pecquer, francês, idealizou o diferencial, desde então utilizado em triciclos e posteriormente em automóveis (Alessandri, 1953). Este conceito foi também adotado em 1902 por Henry Sturmey e James Archer em um sistema de três velocidades para uso em bicicletas, montado no interior do cubo do eixo traseiro.

Entretanto, foi após a Revolução Industrial que se iniciou o uso intensivo das engrenagens como forma efetiva de transmitir e controlar os movimentos. Posteriormente, com o advento da indústria automotiva, a fabricação em série de um grande número de engrenagens permitiu o seu desenvolvimento efetivo, em particular o uso de TEPs como transmissão e diferencial de automóveis. Este mecanismo foi empregado nos primeiros tipos de automóveis (por exemplo, no modelo T da Ford de 1908 até 1927, segundo Kutney, 2000), quando foram quase eliminados, sobrepujados pelo câmbio de conjuntos deslizáveis inventado por Panhard (Alessandri, 1953).

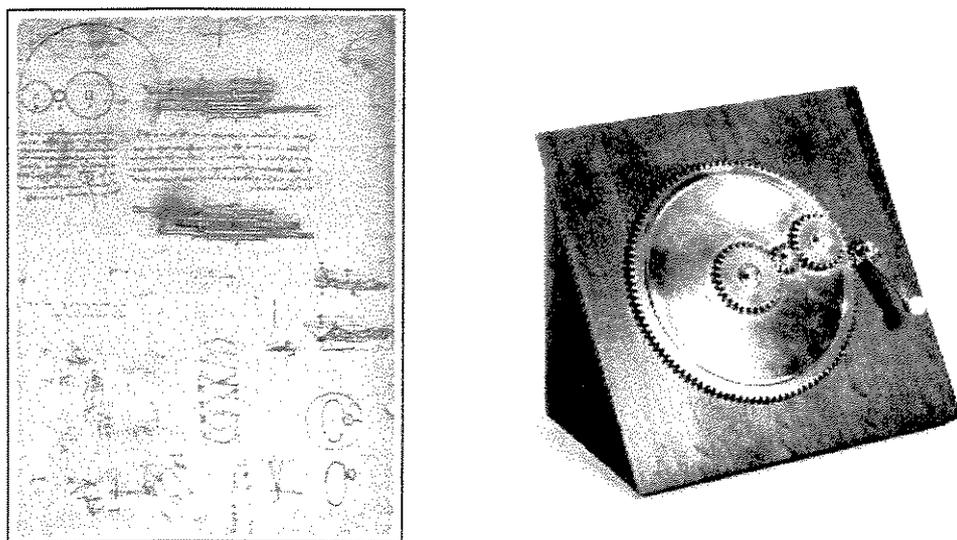


Figura 3.9 - Documento e modelo de Leonardo Da Vinci.

A partir da década de 60, surgiram trabalhos pesquisando os trens de engrenagens planetárias, tanto no desenvolvimento de métodos de síntese como novas formas de representação, cujas construções facilitaram a utilização de computadores no dimensionamento e projeto, passando seu uso a ser mais difundido na indústria automotiva.

3.4 – Tipos e Classificação dos Trens de Engrenagens Planetárias

Lévai (1968), identificou em seu trabalho, cinco tipos de TEPs. E foi a partir do tipo simples (nº. 2) que ele se baseou para fazer sua classificação. O autor tomou como base o tipo de TEP simples mais complexo possível. Esta classificação está descrita no item 3.4.2.1. Os tipos 2, 3 e 4 são os mais importantes, pois são os mais utilizados, sendo o tipo 4 um caso particular do tipo 3. Os tipos são os seguintes:

- 1) TEP Elementar;
- 2) TEP Simples;
- 3) TEPs Ligados;
- 4) TEPs Incorporados e
- 5) TEP Satélite e Planeta.

3.4.1 - TEP Elementar

São aqueles que possuem apenas uma engrenagem central. Entende-se por engrenagem central aquela cujo eixo de rotação é o eixo principal do TEP. Assim, a engrenagem solar e anular são engrenagens centrais. A Figura 3.10 (a) mostra um TEP elementar com uma engrenagem solar, um planeta e um suporte. A Figura 3.10 (b) mostra um TEP elementar, agora com uma engrenagem anular em vez da solar.

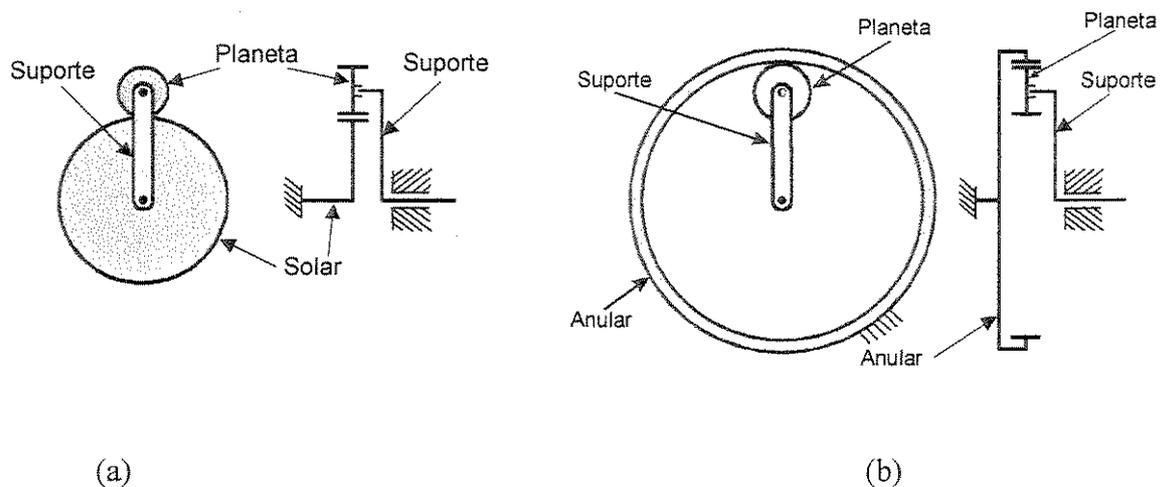


Figura 3.10 - Exemplos de TEP elementar.

O movimento de rotação do planeta em torno de seu eixo pode ser aproveitado para uso direto. Neste caso, pode-se acoplar o planeta ao eixo de saída através de juntas universais como demonstrado na Figura 3.11. Entretanto, raramente esta rotação é utilizada diretamente (Lévai, 1968 e Lima, 1980). Normalmente, uma segunda engrenagem central é movida pelo planeta, sendo o movimento obtido dessa segunda engrenagem. Neste caso, o TEP já não se enquadra no tipo elementar.

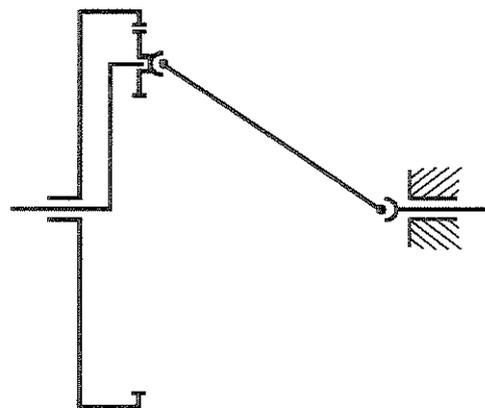


Figura 3.11 - Aproveitamento do movimento de rotação do planeta.

3.4.2 TEP Simples

São aqueles que possuem duas engrenagens centrais, um ou mais planetas e um suporte. A Figura 3.12 (a) mostra um TEP simples com uma engrenagem solar, uma anular e o suporte ou braço. A alteração da quantidade de engrenagens planetárias não interfere em seu enquadramento como TEP simples. As Figuras 3.12 (b) e (c) mostram um TEP com apenas uma engrenagem planetária e outro com três planetárias, respectivamente ambos classificados como sendo TEP simples. A utilização de um número maior de planetas contribui para uma maior e melhor distribuição das cargas atuantes. Normalmente, utiliza-se três engrenagens planetárias (Lima, 1980). Este tipo também é chamado de TEP básico.

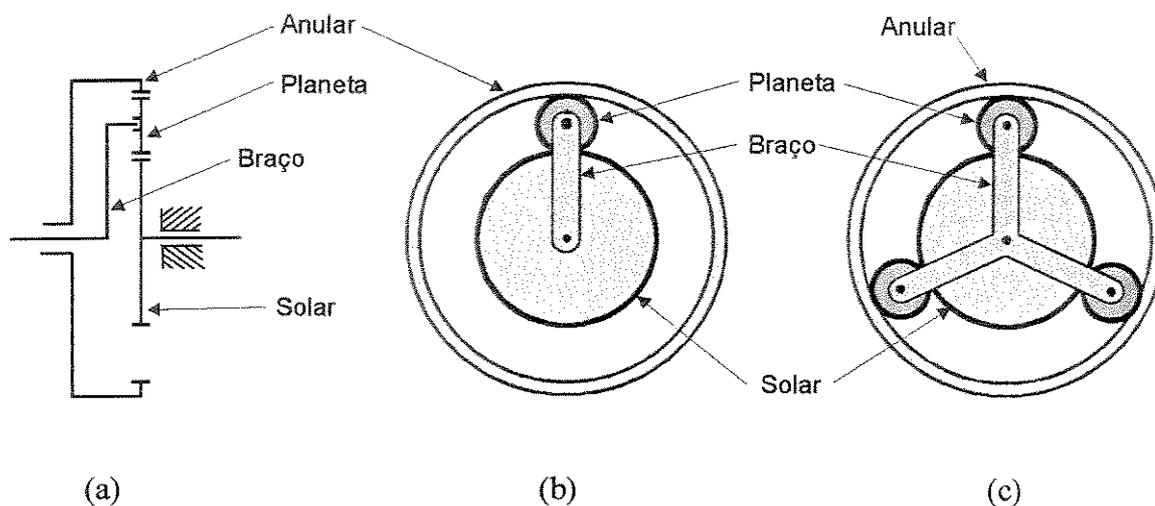


Figura 3.12 - Exemplos de TEP simples com 1 e 3 planetas.

3.4.2.1 Classificação dos Tipos de TEPs Simples

Foi a partir do modelo mais genérico de TEP simples, mostrado na Figura 3.13, formado por planetas compostos e emparelhados, que Lévai (1968) fez sua classificação, obtendo os demais tipos, com a modificação metódica nos diâmetros das engrenagens, de positivo para negativo (ou de dentes externos para dentes internos). A progressão foi feita pelo autor a partir da forma mais complexa para a mais simples.

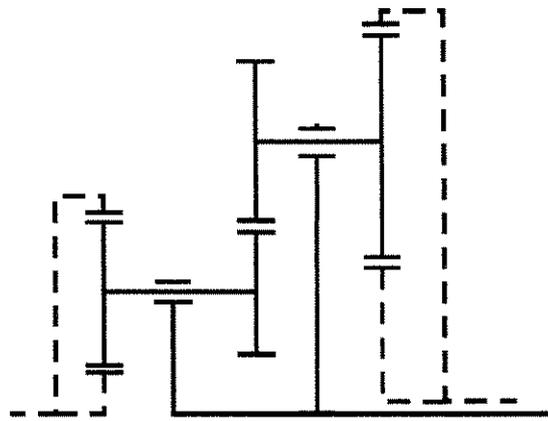


Figura 3.13 - TEP simples com planetas compostos e emparelhados.

As características que geram um novo tipo de planetário são:

- 1) O número de engrenagens existentes;
- 2) O tipo dessas engrenagens (dentes internos: DI ou dentes externos: DE), e
- 3) A disposição interna dessas engrenagens no trem.

A forma com que os membros principais são ligados ao exterior do planetário não implica na obtenção de um novo tipo. O mesmo se diz de uma reflexão na disposição dos membros. Os três planetários da Figura 3.14 são iguais.

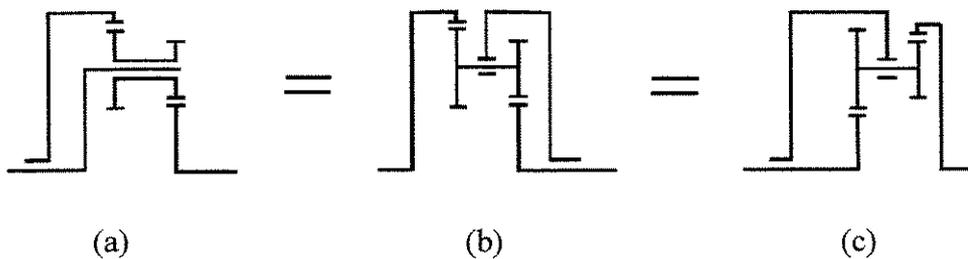


Figura 3.14 – Exemplo de diferentes disposições que representam a mesma montagem de TEPs.

Lévai (1968) rotulou os planetários com letras para sistematizar sua classificação. A letra “P” (de positivo) indica uma engrenagem de dentes externos (DE) e a letra “N” (de negativo) indica uma engrenagem de dentes internos (DI). A troca de uma engrenagem de diâmetro positivo (DE)

para uma de diâmetro negativo (DI) resulta em novos tipos de planetários. A Figura 3.15 (a) mostra a passagem de uma engrenagem de diâmetro positivo para negativo. Alterando-se o diâmetro de duas engrenagens solidárias, de tal forma que ambas fiquem com as mesmas dimensões, obtém-se como resultado uma única engrenagem equivalente. A Figura 3.15 (b) mostra como duas engrenagens, cujos diâmetros são iguais, transformam-se em apenas uma engrenagem.

Outra forma de redução do número de engrenagens de um TEP é quando se igualam os diâmetros de uma engrenagem de dentes externos com uma engrenagem de dentes internos. A Figura 3.15 (c) mostra esta redução. Assim, a troca de diâmetros de uma engrenagem de um TEP, de positivo para negativo e vice-versa, e a redução do número de engrenagens, tornando os diâmetros de duas delas iguais, resultam em novos tipos de planetários.

Quando estas letras estão associadas a um planeta, elas são colocadas entre parêntesis e cada parêntesis indica que os planetas estão em um mesmo nível ou mesmo eixo. Assim, os planetários das Figuras 3.14 (a) e (b) são do tipo N(PP)P, e da Figura 3.14 (c) do tipo P(PP)N, que é a reflexão dos tipos anteriores e representa o mesmo trem epicicloidal. Essa metodologia, entretanto, não faz referência à ligação das engrenagens de TEPs distintos e não considera também, nenhuma simbologia para o braço.

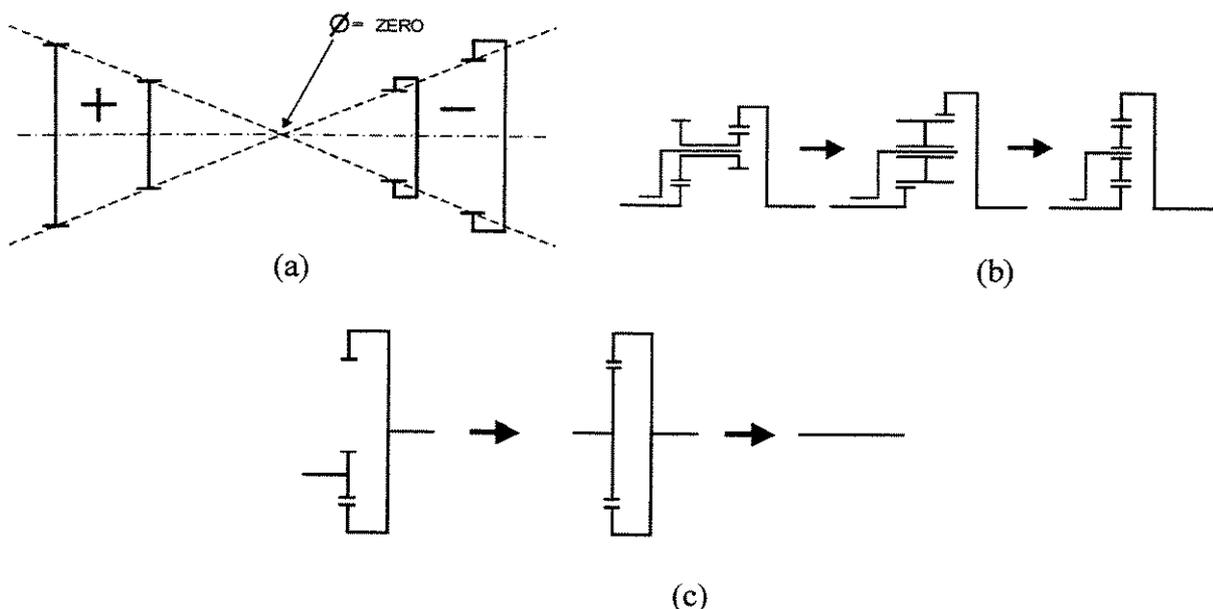


Figura 3.15 - Alteração do diâmetro e redução do número de engrenagens.

A Tabela 3.1 contém todas as variações possíveis para TEPs simples. As montagens possíveis foram enumeradas de 1 a 34. Algumas variantes são reflexos de outras. Visto que, uma reflexão não resulta em uma nova montagem, o número associado é uma repetição. As variantes procedidas por um hífen não podem ser construídas, pois duas engrenagens de dentes internos (DI) não podem se engrenar. Estas 34 montagens de TEPs simples estão plotadas na Figura 3.16.

Tabela 3.1- Relação das variações de TEPs simples, segundo Lévai (1968).

N.º	TIPO	N.º	TIPO	N.º	TIPO
1	P(P)N	-	P(P)P	-	N(P)P
-	P(N)N	-	P(N)P	-	N(P)N
2	P(PP)N	16	P(PP)P	31	N(PP)N
3	P(NP)N	17	P(NP)P	-	N(NP)N
-	P(PN)N	17	P(PN)P	-	N(PN)N
-	P(NN)N	18	P(NN)P	-	N(NN)N
4	P(P)(P)N	-	P(P)(P)P	-	N(P)(P)N
-	P(N)(P)N	-	P(N)(P)P	-	N(N)(P)N
-	P(P)(N)N	-	P(P)(N)P	-	N(P)(N)N
-	P(N)(N)N	-	P(N)(N)P	-	N(N)(N)N
5	P(P)(PP)N	19	P(P)(PP)P	32	N(P)(PP)N
6	P(N)(PP)N	20	P(N)(PP)P	-	N(N)(PP)N
7	P(P)(NP)N	21	P(P)(NP)P	-	N(P)(NP)N
-	P(P)(PN)N	22	P(P)(PN)P	-	N(P)(PN)N
-	P(N)(NP)N	-	P(N)(NP)P	-	N(N)(NP)N
-	P(N)(PN)N	-	P(N)(PN)P	-	N(N)(PN)N
-	P(P)(NN)N	23	P(P)(NN)P	-	N(P)(NN)N
-	P(N)(NN)N	-	P(N)(NN)P	-	N(N)(NN)N
8	P(PP)(P)N	19	P(PP)(P)P	32	N(PP)(P)N
9	P(NP)(P)N	22	P(NP)(P)P	-	N(NP)(P)N
-	P(PN)(P)N	21	P(PN)(P)P	-	N(PN)(P)N
-	P(PP)(N)N	20	P(PP)(N)P	-	N(PP)(N)N
-	P(NN)(P)N	23	P(NN)(P)P	-	N(NN)(P)N
-	P(NP)(N)N	-	P(NP)(N)P	-	N(NP)(N)N
-	P(PN)(N)N	-	P(PN)(N)P	-	N(PN)(N)N
-	P(NN)(N)N	-	P(NN)(N)P	-	N(NN)(N)N
10	P(PP)(PP)N	24	P(PP)(PP)P	33	N(PP)(PP)N
11	P(NP)(PP)N	25	P(NP)(PP)P	-	N(NP)(PP)N
12	P(PN)(PP)N	26	P(PN)(PP)P	34	N(PN)(PP)N
13	P(PP)(NP)N	26	P(PP)(NP)P	34	N(PP)(NP)N
-	P(PP)(PN)N	25	P(PP)(PN)P	-	N(PP)(PN)N
14	P(NN)(PP)N	27	P(NN)(PP)P	-	N(NN)(PP)N
15	P(NP)(NP)N	28	P(NP)(NP)P	-	N(NP)(NP)N
-	P(NP)(PN)N	29	P(NP)(PN)P	-	N(NP)(PN)N
-	P(PN)(NP)N	-	P(PN)(NP)P	-	N(PN)(NP)N
-	P(PN)(PN)N	28	P(PN)(PN)P	-	N(PN)(PN)N
-	P(PP)(NN)N	27	P(PP)(NN)P	-	N(PP)(NN)N
-	P(NN)(NP)N	-	P(NN)(NP)P	-	N(NN)(NP)N
-	P(NN)(PN)N	30	P(NN)(PN)P	-	N(NN)(PN)N
-	P(NP)(NN)N	30	P(NP)(NN)P	-	N(NP)(NN)N
-	P(PN)(NN)N	-	P(PN)(NN)P	-	N(PN)(NN)N
-	P(NN)(NN)N	-	P(NN)(NN)P	-	N(NN)(NN)N

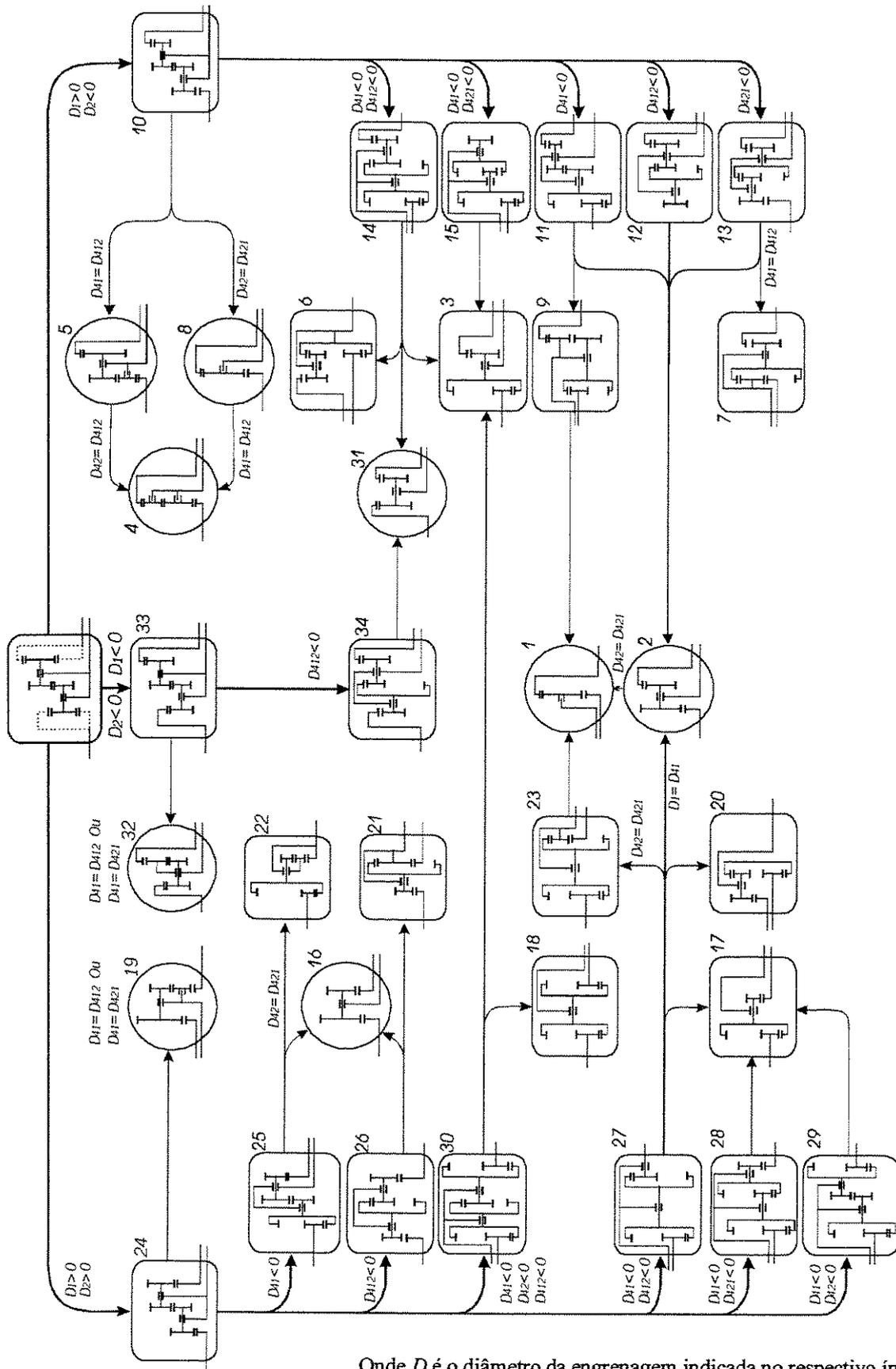


Figura 3.16 - Quadro das variações de TEP simples, segundo Lévai (1968).

Onde D é o diâmetro da engrenagem indicada no respectivo índice.

3.4.3 - TEPs Ligados

Os TEPs ligados caracterizam-se por possuírem mais de duas engrenagens centrais que podem ser separados em dois ou mais planetários simples. O planetário da Figura 3.17 pode ser separado nos tipos P(PP)P + P(P)N, sendo a, b, c, a', b' e c' os eixos externos do primeiro e do segundo TEP, respectivamente. À direita da figura, consta a representação por diagrama de blocos (vide Item 4.2.2), muito útil na visualização de uma série de TEPs ligados entre si. A separação de um TEP ligado não será muito óbvia se existir um incorporamento entre planetas, sendo o TEP, neste caso, classificado como incorporado. Trata-se portanto, de um caso particular de TEP ligado. A união de dois ou mais TEPs implica na conexão de eixos de saída de um trem com eixos de entrada de outro trem. Como cada eixo externo de um TEP está vinculado à solar, anular ou braço, os dois elementos ligados formam um único elemento solidário, sendo esse representado por seus símbolos em seqüência, e por ordem de índice.

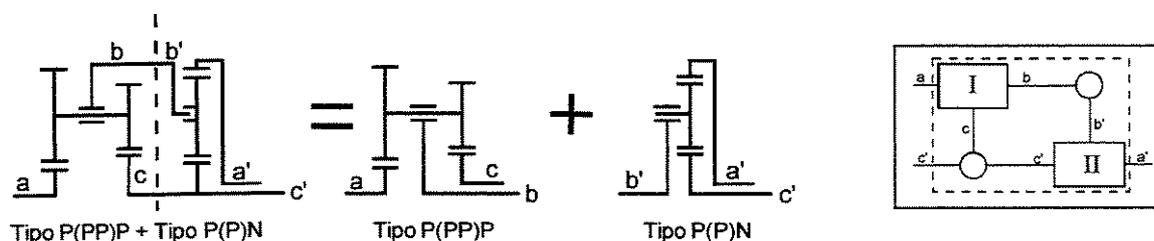


Figura 3.17 - Exemplo de TEP ligado.

3.4.4 - TEP Incorporado

Como já descrito no item anterior, o TEP incorporado é, na verdade, um caso particular do TEP ligado, pois dois planetas de planetários distintos incorporam-se em apenas um no trem resultante. O incorporamento entre planetas só poderá ocorrer se seus diâmetros igualem-se e estiverem a uma mesma distância do eixo central do planetário. Neste caso, haverá também uma redução do número de engrenagens. A Figura 3.18 apresenta exemplos utilizados por Lima (1980) de TEPs incorporados.

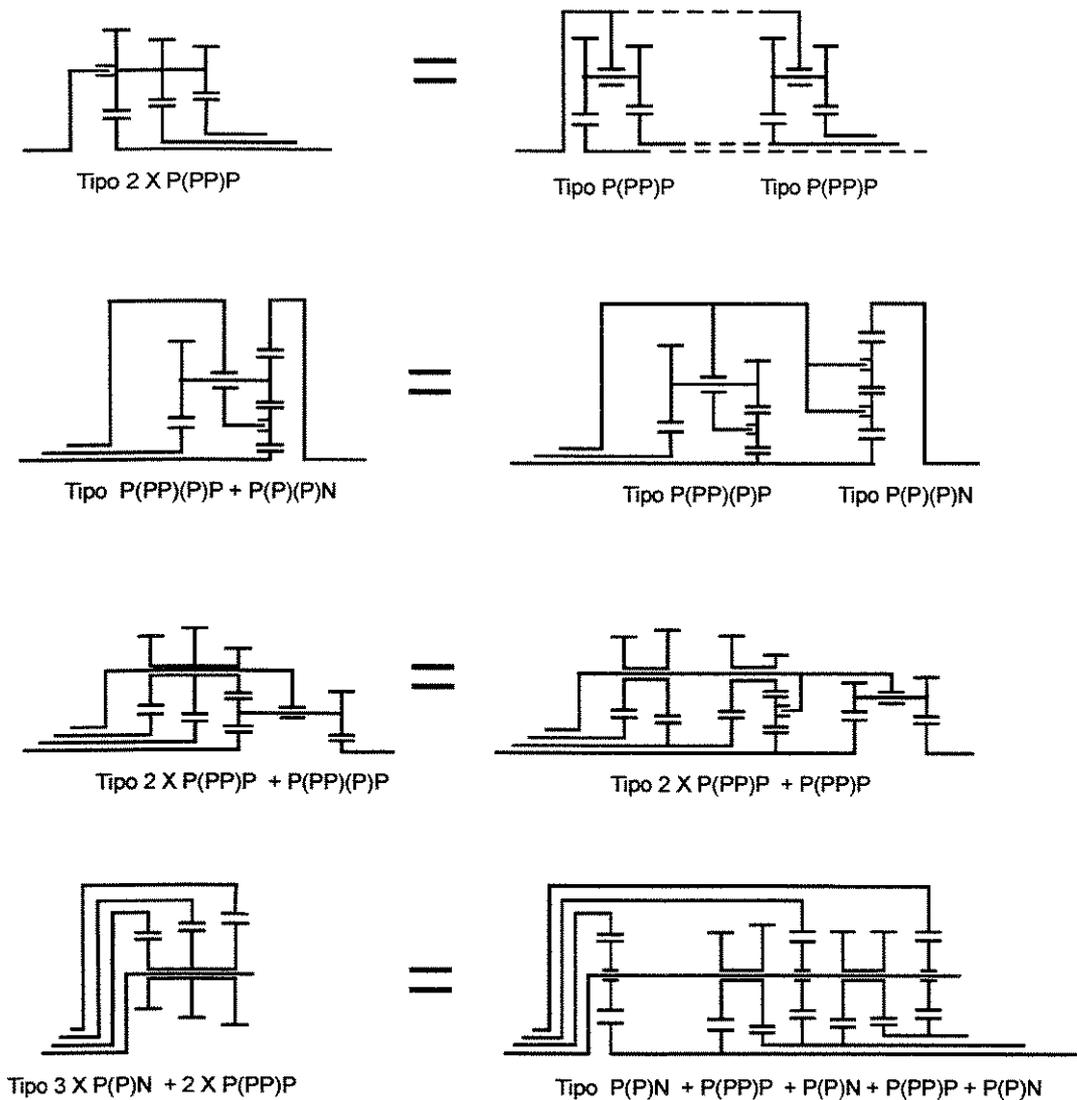


Figura 3.18 - Exemplos de TEP incorporados.

3.4.5 - TEP Satélite e Planeta

Um TEP é classificado como satélite e planeta quando um TEP secundário é introduzido no eixo do planetário do TEP primário. A Figura 3.19 mostra um exemplo da configuração de um TEP satélite e planeta. Este é um caso especial de TEP, obtido pela superposição de dois planetários, de maneira tal que, o eixo geométrico de um planetário, chamado de secundário, seja

colinear com o eixo do planeta de um segundo planetário, chamado de primário. Este tipo de planetário mereceu a publicação de um trabalho específico por Lévai em 1970.

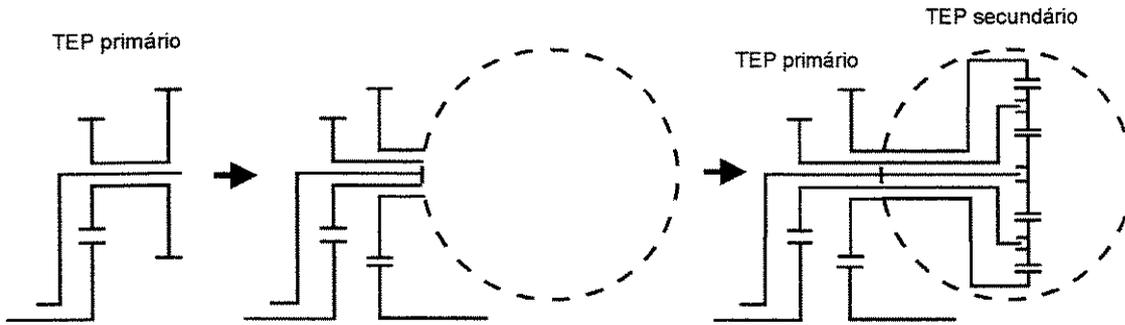


Figura 3.19 - Exemplo de montagem de um TEP satélite e planeta.

Capítulo 4

Representação dos TEPs

Como visto no Capítulo 3, existe uma grande variedade de possibilidades de configurações de TEPs, tornando necessário estabelecer formas de representação, para definir e identificar o sistema em estudo. Diversas formas de representação da topologia dos TEPs já foram desenvolvidas. Basicamente existem três tipos de representação: funcional, por esquema e por grafo.

A representação funcional pode ainda ser apresentada na forma tridimensional, em corte ou convencional. A representação por esquema pode ser apresentada sob a forma esquemática, de diagrama de blocos (que define as ligações entre vários TEPs) e, de diagrama de torque (que representa o fluxo de torque entre os elementos de um sistema de transmissão epicicloidal). A representação por Grafo, mais recentemente utilizada para representar os TEPs, tem a vantagem de facilitar a utilização de computadores para a solução de problemas relativos a este mecanismo. Para sanar problemas de pseudoisomorfismo (grafos diferentes representando TEPs cinematicamente iguais) identificadas na representação por grafo originariamente proposta, foi apresentada uma nova forma de representação por grafo, além da forma canônica (que será explicada mais adiante). Cada uma destas formas de representação será tratada nos próximos itens. A Figura 4.1 ilustra as formas de representação disponíveis com os respectivos exemplos.

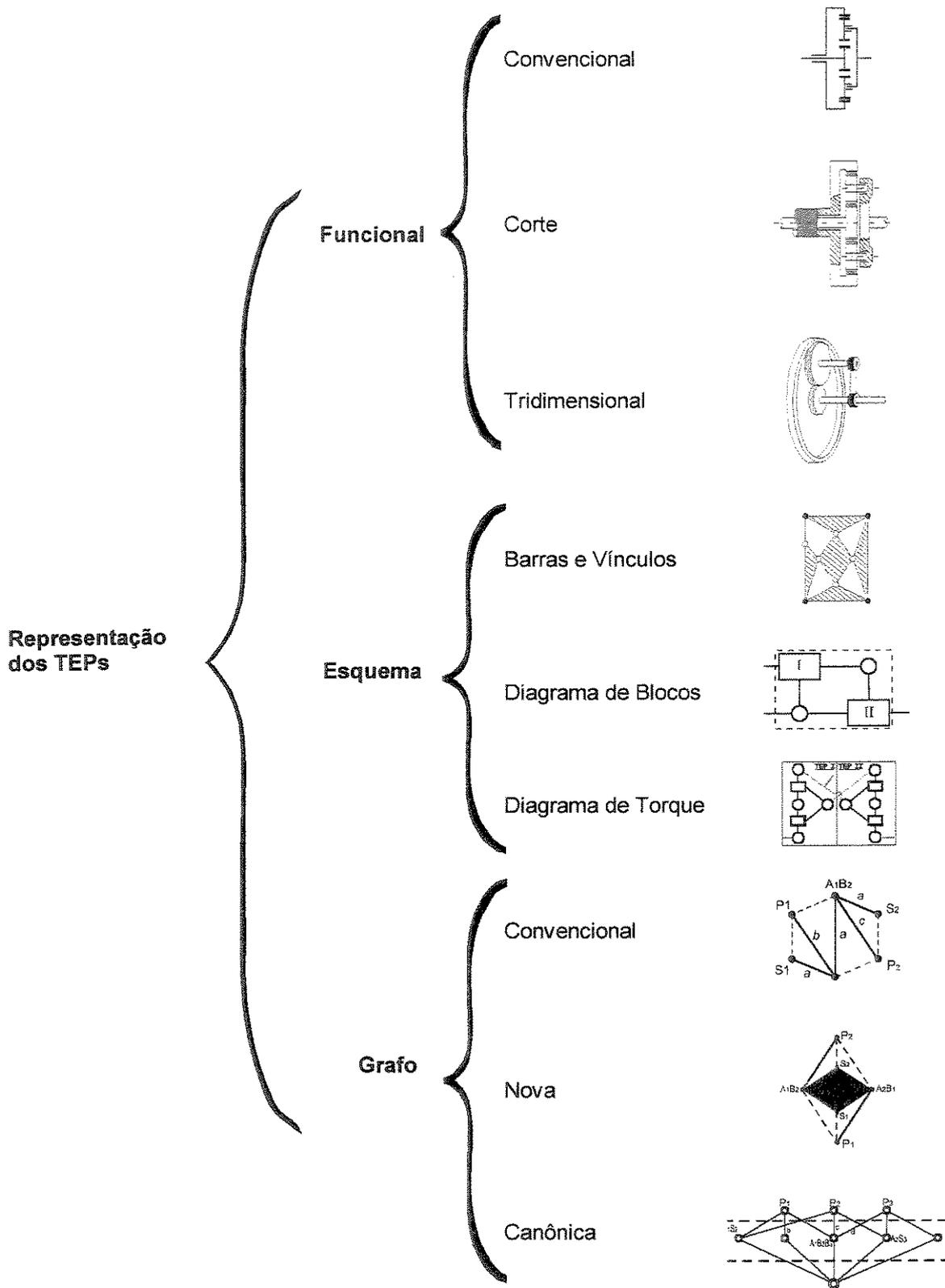


Figura 4.1 - Formas de representação dos TEPs.

4.1 - Representação Funcional

A representação funcional foi a primeira a ser empregada para identificar um TEP. Sua vantagem é que há paridade entre o modelo e a representação. Ela pode ser apresentada sob a forma convencional (croqui), em corte ou tridimensionalmente. A Figura 4.2 mostra as três formas de representação funcional de um mesmo TEP, onde as engrenagens são representadas pelos seus círculos primitivos, que indicam em que pontos elas se tocam. Devido à simetria dos mecanismos planetários, é usual a representação de apenas metade do mecanismo. Também, para fins de análise cinemática, é irrelevante a representação de mais de um planeta. Portanto, mesmo que seja comum o uso de três engrenagens planetárias em um TEP, distribuídas em torno da engrenagem solar, apenas um planeta é representado. A representação funcional do TEP é feita incluindo a carcaça ou apoio do mecanismo. Quando não se inclui a carcaça ou apoio, obtêm-se a estrutura cinemática.

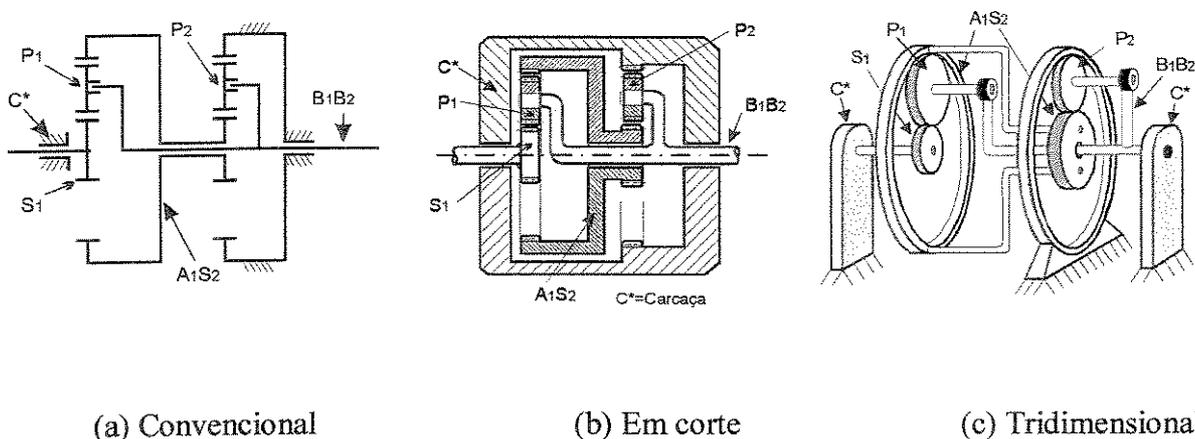


Figura 4.2 - Representações funcionais de um mesmo TEP.

4.2 - Representação Esquemática

Há três formas distintas de representação por esquema de TEPs: barras e vínculos, diagrama de blocos e diagrama de torque. A primeira forma tem por finalidade identificar sua estrutura cinemática, a segunda tem por objetivo o estudo cinemático e do fluxo de potência em

um sistema de vários TEPs ligados e a terceira, o fluxo de torque. A seguir, é detalhada a maneira como é construída cada uma destas formas de representação.

4.2.1 - Representação Esquemática por Barras e Vínculos

A forma de representação esquemática de um TEP foi primeiramente descrita por Buchsbaum e Freudstein (1970) para identificar sua estrutura cinemática. Neste tipo de representação, um vértice, representado por um círculo branco, significa um suporte de um eixo ou o próprio eixo. Um vértice, representado por um círculo preto, indica que há um engrenamento. Assim, cada elemento do TEP (conjunto de engrenagens e/ou eixos que sejam solidários entre si) forma um polígono hachuriado cujo número de vértices dependerá do número de vínculos (engrenamentos, apoios, eixos) deste elemento. O menor número de vínculos que um elemento isoladamente pode ter é dois (p.e.: uma engrenagem tem o vínculo do engrenamento e o apoio em torno de um eixo). Neste caso, o polígono hachuriado reduz-se a uma linha que une os dois vértices - um branco e o outro preto (Figura 4.3 – a). Uma engrenagem bí-apoiada ou um eixo trí-apoiado serão representados por um polígono de três vértices (um engrenamento e dois apoios ou os três apoios) conforme mostra a Figura 4.3 (b) e (c). Três engrenagens solidárias com um furo central para o eixo serão representadas por um polígono de quatro vértices. (Figura 4.3 - d).

O arranjo entre os elementos do TEP determina a ligação entre os polígonos e/ou linhas. A Figura 4.4 ilustra um exemplo de representação esquemática de um TEP. É importante salientar que a soma do número de áreas hachuriadas e das linhas isoladas representa o número de elementos do trem epicycloidal, aí incluído a carcaça (ou apoio). O TEP da Figura 4.4 tem 6 elementos. A representação esquemática conta com 5 áreas hachuriadas e um segmento que representa a engrenagem solar S_1 com o vínculo do engrenamento (círculo preto) na planetária P_1 e um vínculo de apoio e pivotamento na carcaça C^* (círculo branco).

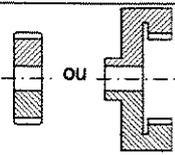
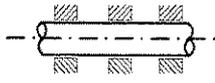
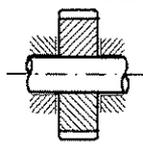
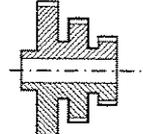
Representação		Resumo				
Esquemática	Funcional					
(a)		<table border="1"> <tr> <td>○</td> <td>Pivotamento</td> </tr> <tr> <td>●</td> <td>Engrenamento</td> </tr> </table>	○	Pivotamento	●	Engrenamento
○	Pivotamento					
●	Engrenamento					
(b)						
(c)						
(d)						

Figura 4.3 - Exemplos de representação esquemática de alguns elementos de um TEP.

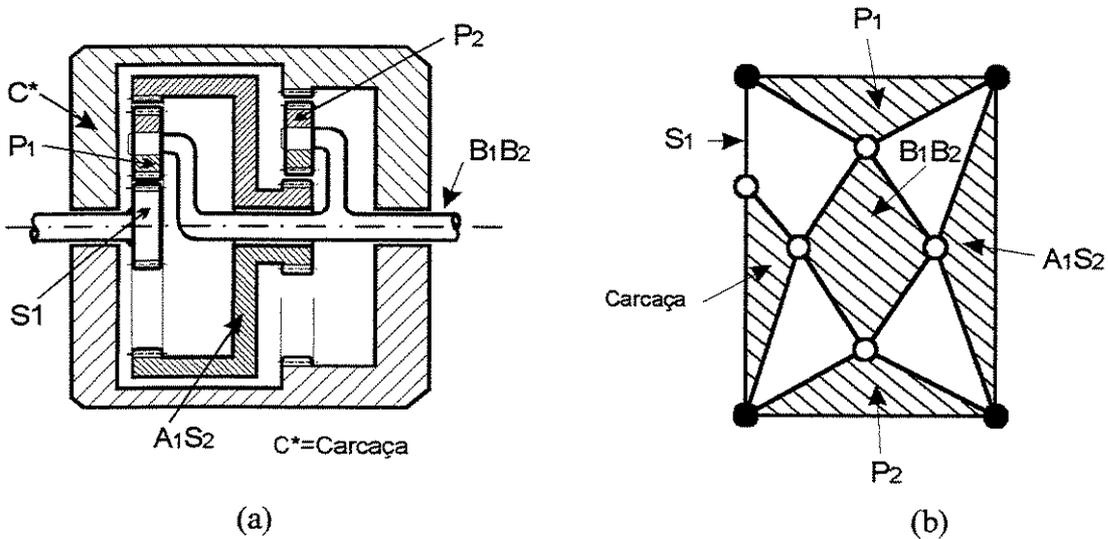


Figura 4.4 - Representação funcional (a) em corte e (b) esquemática do mesmo TEP.

N.A: Na Figura 4.4 (a), as engrenagens estão afastadas uma das outras para melhor visualização dos elementos.

4.2.2 - Representação por Diagrama de Blocos

Macmillan (1961) utilizou a representação por diagrama de blocos para o estudo do fluxo de potência em mecanismos diferenciais. Sanger (1972), em seu trabalho sobre síntese de TEPs, utilizou esta forma de representação em um sistema de vários planetários conectados entre si. Este tipo de representação é bastante utilizado em sistemas de transmissão de múltiplas velocidades. O elemento básico é o TEP simples, com dois graus de liberdade, que pode estar acoplado com outros TEPs. As conexões externas do TEP podem ser usadas como entrada, saída ou membro de controle. Portanto, para uma representação esquemática por diagrama de blocos é necessário conhecer o número de TEPs e suas respectivas conexões. Os TEPs são representados por blocos e, as conexões, por círculos, conforme é demonstrado na Figura 4.5.

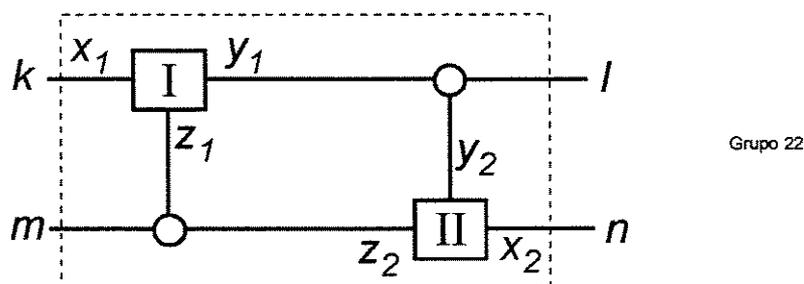


Figura 4.5 - Representação de dois TEPs ligados e suas conexões.

4.2.2.1 – Número de Identificação do Diagrama de Blocos

A nomenclatura para estes diagramas, foi desenvolvida por Sanger (1972) e é constituída por uma seqüência numérica (grupo), cujo número de algarismos é igual ao número de TEPs ligados. Eventualmente, estes números podem ser seguidos por uma letra para diferenciar as várias alternativas possíveis em determinados casos. Esta nomenclatura é construída da seguinte forma:

1. O número de algarismos do código é igual ao número de TEPs;
2. O primeiro número indica o número de eixos com acesso externo direto a um TEP;
3. O segundo número indica quantas conexões unem dois TEPs;
4. O terceiro número indica quantas conexões unem três TEPs e assim sucessivamente;

5. Alguns tipos (por exemplo, o 2220) podem possuir várias configurações (Figura 4.6-b). Neste caso, há uma letra adicionada ao código que indica qual é a sua configuração de acordo com tabela elaborada por Sanger (1972).

Por exemplo, a Figura 4.5 mostra um grupo com dois TEPs (o código possui então dois algarismos), duas conexões de acesso direto aos TEPs (X_1 e X_2) e duas conexões unindo dois TEPs, sendo portanto do grupo 22. O grupo 3111 mostrado na Figura 4.6 (a) possui quatro TEPs, sendo que há três saídas diretas dos TEPs, uma conexão unindo dois TEPs, uma conexão unindo três TEPs e uma conexão unindo quatro TEPs. O grupo 2220 (com quatro TEPs), possui quatro arranjos diferentes que são mostrados na Figura 4.6 (b).

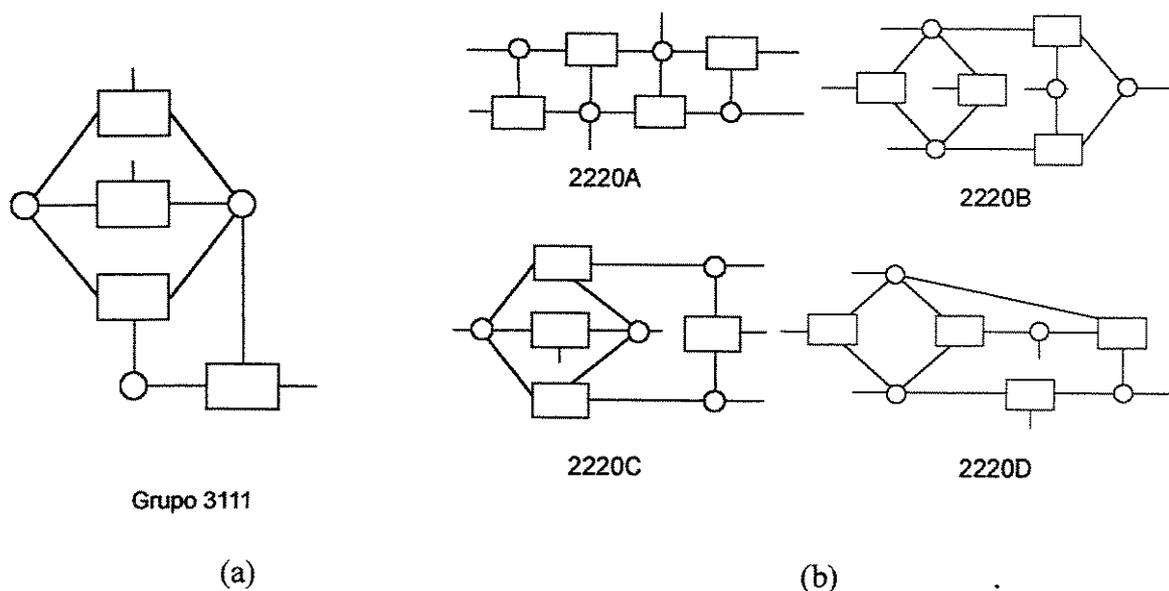


Figura 4.6 - Nomenclatura dos grupos de representação esquemática.

4.2.3 - Representação por Diagrama de Torque

O diagrama de torque tem por finalidade identificar o fluxo do torque nos elementos de um TEP simples ou ligado. Inicialmente, é preciso identificar os pares engrenados. A cada par engrenado (uma das engrenagens é sempre um planeta: planeta-solar ou planeta-anular), está

associado um braço do respectivo planeta. O fluxo de torque será alterado em função do elemento considerado como entrada, saída e resistente.

Para construir o diagrama, representa-se todos os elementos (A, P, S e B) por um círculo. Entre os símbolos dos elementos engrenados, um retângulo representa o engrenamento (E). A cada engrenamento, convergem três setas, representando o torque das duas engrenagens e do braço. É também necessário identificar em qual elemento está atuando o torque de entrada, de saída e o resistente (setas vermelhas na Figura 4.7 b) e as conexões entre os elementos, caso haja mais TEPs ligados.

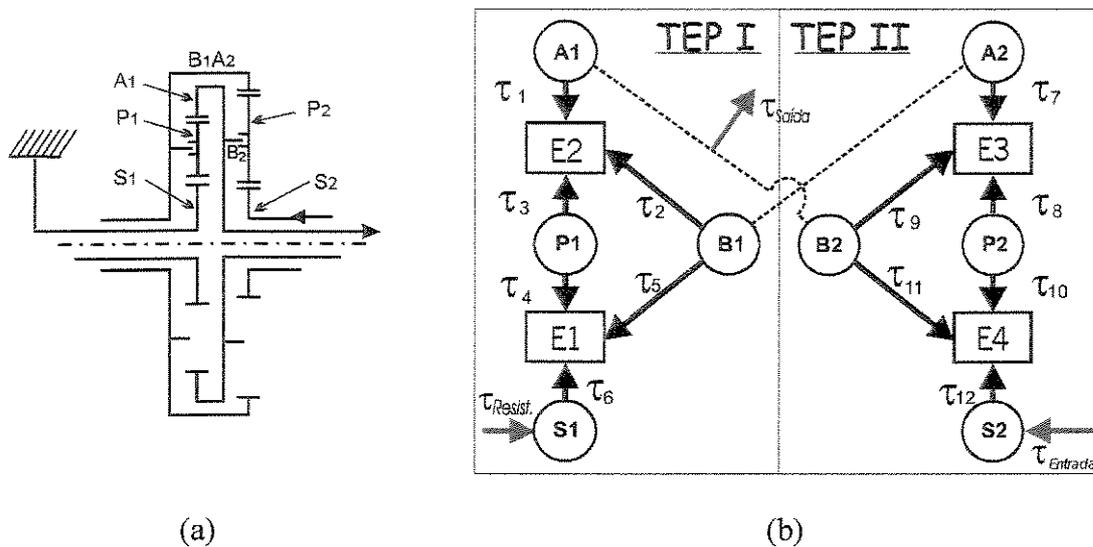


Figura 4.7 – Representação por diagrama de torque do TEP com S_1 imobilizado, entrada por S_2 e saída por A_1B_2 .

Com o sistema em equilíbrio com velocidade constante e ausência de atrito, impõe-se a condição de que a somatória dos torques atuando em cada elemento é igual a zero. Neste caso, é necessário conhecer o diâmetro primitivo ou o número de dentes das engrenagens do TEP. Na Figura 4.7 (b) está o diagrama de torque do TEP cuja representação funcional está na Figura 4.7 (a) quando a engrenagem S_1 está imobilizada, a entrada é por S_2 e a saída é por A_1B_2 .

4.3 - Representação por Grafo

Segundo Wilson e Watkins. (1990), um grafo é um diagrama que consiste de pontos chamados vértices, unidos por linhas chamadas bordas, de tal forma que cada borda une dois

vértices. A teoria de representação por grafo tem uma ampla faixa de aplicação, desde estudos sobre sistemas flexíveis de manufatura, gerenciamento da produção, tráfego urbano, e até mesmo na representação de mecanismos. A representação por grafo tem sido usada como modelo de mecanismos desde 1960 (Olson *et al.*). Sua utilização tem a vantagem de facilitar o uso de computadores e sua principal característica é que há uma correspondência paritária (um para um) entre os vértices, os elementos do TEP e as bordas com as ligações entre os elementos. O grafo também pode ser apresentado sob a forma de matriz, permitindo a utilização de técnicas algébricas para a análise do TEP.

4.3.1 - Representação Convencional por Grafo

A representação convencional por grafo de um TEP é feita da seguinte forma:

- 1) Cada elemento é representado por um vértice. Engrenagens distintas, mas solidárias, são representadas por um único vértice, ou seja, tratam-se de um único elemento. Idem para uma engrenagem solidária com um eixo. O braço também é considerado um elemento, assim como as engrenagens. Elementos fixos são representados por um círculo em torno do vértice;
- 2) As bordas ou lados tracejados representam um engrenamento entre dois elementos. São chamadas de “bordas de engrenamento” ;
- 3) Uma borda ou lado de linha contínua indica que um elemento gira ou é pivotado sobre o outro. Este lado é chamado de “borda de revolução” ;
- 4) Cada borda e cada vértice são determinados pelo respectivo símbolo utilizado nas demais formas de representação.

Esta representação é comumente chamada de “bicolor” em função da necessidade de distinguir a diferença entre uma ligação de elementos através de engrenamento ou pivotamento. Para ilustrar este tipo de representação, a Figura 4.8 mostra duas formas de representação funcional convencional e as respectivas representações por grafo. Alguns autores utilizam bordas contínuas para ambos os casos, diferenciando-as pela espessura da linha.

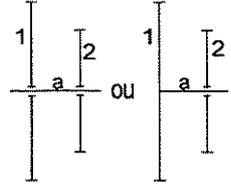
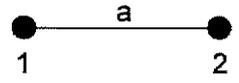
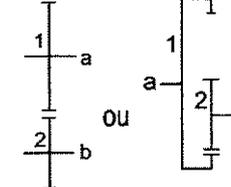
Funcional	Grafo	Nome
		<p>Borda de revolução</p> <p>Os elementos 1 e 2 giram em torno do eixo "a". Ou o eixo "a" está fixo no elemento 1 e 2 gira em torno de "a" ou vice-versa.</p>
		<p>Borda de engrenamento</p> <p>Os elementos 1 e 2 estão engrenados entre si.</p>

Figura 4.8 - Representação funcional e a respectiva representação por grafo.

Quando se utiliza a representação por grafo, a relação entre o grau de liberdade (GL), o número de elementos (n), o número de pares de revolução (J_R), e o número de pares engrenados (J_E), pode ser expressa pelas seguintes regras (Buchsbaum e Freudstein, 1970):

Regra 1: O número de graus de liberdade está relacionado com o número de elementos, o número de bordas de revolução e o número de bordas de engrenamento, da seguinte forma:

$$GL = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot J_R - J_E \quad (4.1)$$

Regra 2: O número de bordas de revolução é igual ao número de elementos menos um.

$$J_R = n - 1 \quad (4.2)$$

Regra 3 : O número de bordas de engrenamento é igual ao número de bordas de revolução menos o grau de liberdade do TEP.

$$J_E = J_R - GL \quad (4.3)$$

Como $J_R = n - 1$, a equação 4.3 fica:

$$J_E = n - 1 - GL \quad (4.4)$$

Regra 4: O número de circuitos fundamentais é igual ao número de bordas de engrenamento.

Entretanto, a representação por grafo dessa forma convencional pode resultar em que o mesmo TEP possa ter mais do que uma representação (Hsu, 1992). Como exemplo, a Figura 4.8 apresenta o mesmo TEP e duas representações distintas por grafo. Na Figura 4.9(a), a engrenagem S_2 gira em torno do eixo “a” e na Figura 4.9(b), a engrenagem S_2 gira em torno do eixo da engrenagem A_1B_2 que, por sua vez, gira também em torno do eixo “a”. Isto representa o mesmo efeito, ou seja, os dois TEPs são cinematicamente iguais, entretanto, possuem diferentes representações por grafo.

Segundo Hsieh (1987), quando existem três ou mais elementos coaxiais em um TEP, pode-se fazer um rearranjo nos elementos coaxiais sem afetar ou alterar a funcionabilidade do mecanismo. Isto pode resultar em um problema de isomorfismo. Dois grafos são ditos isomórficos se existe uma correspondência biunívoca entre seus vértices e bordas. Para os TEPs, dois grafos não isomórficos ou distintos podem representar mecanismos cinematicamente equivalentes. Tais grafos são chamados de pseudoisomórficos. Assim, os dois grafos da Figura 4.8 são não isomórficos (diferentes). Entretanto, eles correspondem a TEPs cinematicamente equivalentes. Então, estes dois grafos são chamados de pseudoisomórficos.

Para superar esta dificuldade, foi então proposta uma nova forma de representação por grafo, abordada no item 4.3.2.

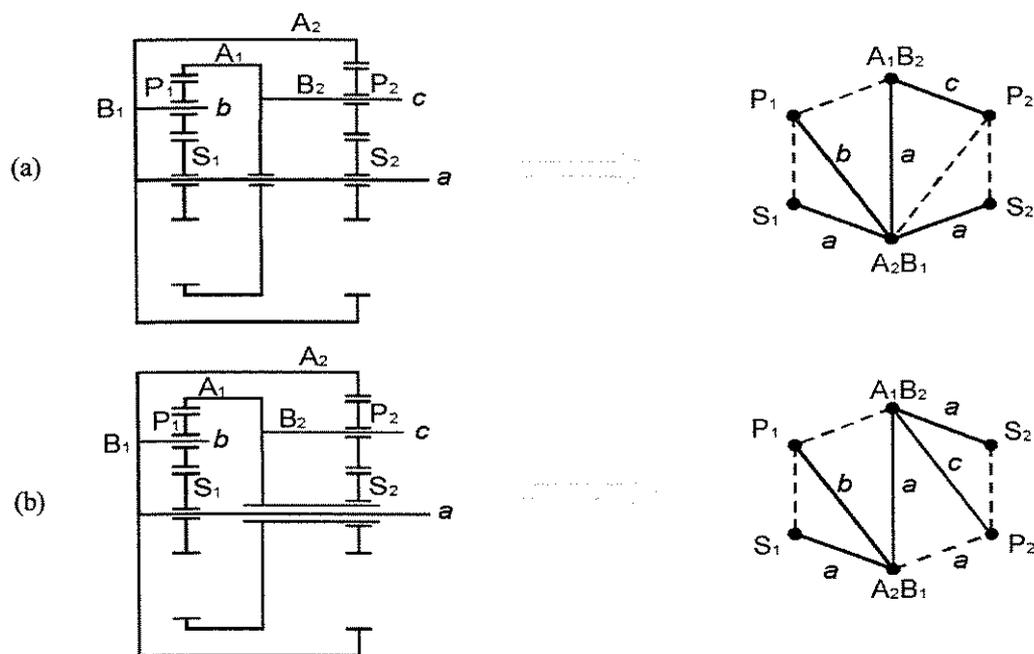


Figura 4.9 – Pseudoisomorfismo: Os dois TEPs da esquerda são iguais, porém, resultam em grafos diferentes.

4.3.1.1 – Número de Identificação do Grafo

Buchsbaum e Freudstein (1970) publicaram um trabalho cuja preocupação central foi a descrição de uma classificação estrutural que fosse capaz de enumerar os mecanismos epicicloidais. Trata-se da tese de doutorado do primeiro autor, na qual foi utilizada a representação convencional por grafo como base para a enumeração de seus tipos, representando TEPs com um grau de liberdade. Baseado nas regras que resultaram nas equações 4.1 a 4.4, a identificação é feita da seguinte forma:

Passo 1: Um grafo pode ser especificado por um conjunto de algarismos, com a seguinte forma:

$$X_1 X_2 X_3 X_m - X_{m+1}$$

A Tabela 4.1 mostra o significado do grupo dos primeiros 4 algarismos para um grafo de até 6 vértices;

Passo 2: A soma dos m primeiros números corresponde ao número de elementos (n) do TEP

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_m = n$$

Passo 3: A equação (4.5) determina o número total de bordas do grafo (J):

$$J = \frac{2 \cdot X_1 + 3 \cdot X_2 + 4 \cdot X_3 + m \cdot X_{m-1}}{2} \quad (4.5)$$

Passo 4: Caso haja mais de um grafo que represente esta identificação, a distinção é feita através de um código que ocupa então a posição X_{m+1} de acordo com a Tabela 4.1.

Como exemplo, pode-se identificar os tipos dos grafos mostrados na Figura 4.8 (a). Como primeiro passo, é necessário definir a lista crescente do grau de cada vértice (número total de bordas que chegam a eles) para, em seguida, identificar, na Tabela 4.1, a linha em que se enquadra, juntamente o número de vértices e o número total de bordas. Esta lista, para o grafo da Figura 4.8 (a) é:

$$(22\ 333\ 5)$$

Ou seja, dois vértices com grau 2, três vértices com grau 3 e um vértice com grau 5, sendo um total de 6 vértices e 9 bordas. Isso resulta num grafo do tipo **2301**. Pela Tabela 4.1, identifica-se duas alternativas para este tipo, o que finalmente implica na nomenclatura **2301-1**. Fazendo a verificação, o número total de bordas é:

$$J = \frac{2x2 + 3x3 + 4x0 + 5x1}{2} = 9$$

Para o grafo da Figura 4.8 (b), a lista crescente do grau dos vértices é (22 33 44). Ou seja, dois vértices com grau 2, dois vértices com grau 3 e dois vértices com grau 4. Isso resulta em um grafo do tipo **2220**. Pela Tabela 4.1 pode-se verificar que existem quatro alternativas de ligação (coluna Grafo) e o quinto número da identificação (X_{m+1}) corresponde a qual delas se refere o TEP: trata-se portanto do grafo 2220-3. As demais verificações também podem ser feitas. No

trabalho de Buchsbaum e Freudstein (1970), há uma completa referência à nomenclatura dos grafos e à representação esquemática.

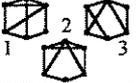
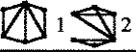
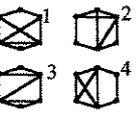
Podem existir outras formas de identificação numérica de um grafo, bastando para isso, a elaboração de um código semelhante, definindo as variáveis que determinam a construção do Grafo de outras maneiras. Entretanto, qualquer que seja a padronização adotada, é possível estabelecer as respectivas equivalências.

4.3.2 – Nova Representação por Grafo

Diversos autores (Olson *et al.*, 1987 , Hsu e Yan, 1993) publicaram uma nova proposta de representação de TEPs por grafo, sem os inconvenientes verificados em sua forma convencional. Nesta nova representação, um TEP com “ n ” elementos é identificado por um grafo completo com “ n ” vértices. A diferença é que, além de vértices, bordas de engrenamento (linha tracejada) e bordas de revolução (linhas contínuas), ainda se obtém um polígono sólido. Por esta proposta, um único grafo da Figura 4.10 representa os TEPs mostrados na Figura 4.9(a) e (b).

Esta forma de representação é adequada para TEPs com 3 ou mais elementos coaxiais, caso idêntico aos TEPs mostrados na Figura 4.9. Considerando que os elementos que giram em torno de um mesmo eixo estão em um mesmo nível, Hsu (1993) propôs uma nova forma de representação de TEPs por grafo, onde esses elementos de mesmo nível, formam um polígono sólido. Nesta nova representação, não há necessidade de indicar, por letras, os eixos nas bordas de revolução, pois a existência de uma borda de revolução fora do polígono sólido indica que estes elementos giram em um eixo que não é o eixo principal do TEP. Por exemplo, desde que se tenham duas bordas de revolução e um polígono sólido na nova representação por grafo da Figura 4.11, isso indica que há três níveis diferentes.

Tabela 4.1 - Codificação do grafo.

N.º de vértices	N.º de bordas	Lista crescente do grau dos vértices	GRUPO				Grafo
			N.º de vértices de grau 2 (X_1)	N.º de vértices de grau 3 (X_2)	N.º de vértices de grau 4 (X_3)	N.º de vértices de grau 5 (X_4)	
3	3	222	3	0	0	0	
4	5	2233	2	2	0	0	
5	7	23333	1	4	0	0	
		22334	2	2	1	0	
		22244	3	0	2	0	
6	9	333333	0	6	0	0	
		233334	1	4	1	0	
		223335	2	3	0	1	
		223344	2	2	2	0	
		222444	3	0	3	0	
		222345	3	1	1	1	
		222255	4	0	0	2	

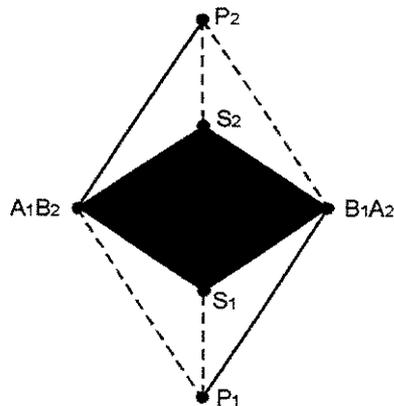


Figura 4.10 - Nova representação por grafo dos TEPs da Figura 4.9.

Hsu (1993), utilizando esta nova representação, analisou todas as possíveis combinações e elaborou um atlas com as formas não isomórficas para TEPs de um grau de liberdade com até sete elementos, que podem ser construídas. Para 6 e 7 elementos, Hsu encontrou respectivamente 256 e 2.348 diferentes grafos que podem ser gerados. Este autor também desenvolveu um programa que permite identificar, utilizando este tipo de representação, as estruturas engastadas ou redundâncias de TEPs.

4.3.2.1 – Representação por Matriz

A matriz adjacente é a representação fundamental e completa de um grafo. Se duas matrizes são diferentes, então os respectivos grafos são não isomórficos. Existem diferentes tipos de matriz adjacente que caracterizam um grafo. Um exemplo é a matriz adjacente de elemento-a-elemento ou um-para-um. Esta matriz, para representar um TEP de “ n ” elementos, é definida como uma matriz de $n \times n$ cujos elementos são dados por $a_{ij} = 1$ se o elemento i é adjacente com j e, caso contrário, $a_{ij} = 0$ (inclusive $a_{ii} = 0$).

Para a nova representação por grafo com n vértices, a matriz adjacente A pode ser definida como uma matriz simétrica de ordem n em que o elemento:

- $a_{ij} = 1$, se o vértice i é adjacente ao vértice j por uma borda de revolução (linha cheia),
- $a_{ij} = 2$, se i é adjacente ao vértice j , unidos por uma borda de engrenamento (linha tracejada),
- $a_{ij} = m$, se o vértice i é adjacente ao vértice j com um polígono sólido com m vértices e
- $a_{ij} = 0$, se os vértices não são adjacentes, sendo ainda $a_{ii} = 0$.

Como em um grafo com n vértices é possível nominar os elementos com $n!$ maneiras diferentes, é possível então ter $n!$ matrizes diferentes. Hsu (1993) definiu que a matriz adjacente da nova representação por grafo é aquela obtida ordenando-se os vértices em ordem descendente do grau de sua vizinhança. O grau dos vértices da Figura 4.11, estão na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Grau dos vértices da Figura 4.11.

Vértice	Grau	Vértices Vizinhos	Grau dos vértices vizinhos	Nova ordenação
P ₂	Grau 3	(A ₁ B ₂ ; S ₂ ; B ₁ A ₂)	(5, 4, 5)	6
A ₁ B ₂	Grau 5	(P ₂ ; S ₂ ; B ₁ A ₂ ; S ₁ ; P ₁)	(3, 4, 5, 4, 3)	1
S ₂	Grau 4	(P ₂ ; A ₁ B ₂ ; S ₁ ; B ₁ A ₂)	(3, 5, 4, 5)	3
B ₁ A ₂	Grau 5	(P ₂ ; A ₁ B ₂ ; S ₁ ; S ₂ ; P ₁)	(3, 5, 4, 4, 3)	2
S ₁	Grau 4	(P ₂ ; A ₁ B ₂ ; S ₂ ; B ₁ A ₂)	(3, 5, 4, 5)	4
P ₁	Grau 3	(A ₁ B ₂ ; S ₁ ; B ₁ A ₂)	(5, 4, 5)	5

Existem então $2! 2! 2! = 8$ possíveis ordenamentos. Adota-se por exemplo, a ordem: A₁B₂ ; B₁A₂ ; S₂ ; S₁ ; P₁ e P₂ . A matriz deste grafo é então:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} A_1B_2 & B_1A_2 & S_2 & S_1 & P_1 & P_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1B_2 \\ B_1A_2 \\ S_2 \\ S_1 \\ P_1 \\ P_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4.6)$$

4.3.3 – Representação Canônica por Grafo

Para evitar o problema do pseudoisomorfismo (Item 4.3.1) na representação convencional por grafo, diversos autores (Tsai, 1988 e Chatterjee, 1995) propuseram uma outra alternativa em função da existência de pelo menos três elementos coaxiais: a representação canônica por Grafo. Nesta representação, há uma distinção entre as bordas e os vértices que são divididos em vários níveis. No primeiro nível, ficam as representações das engrenagens solar e anular e do braço. No segundo nível, ficam os planetas. Abaixo de todos está o nível base, que representa o eixo comum do conjunto. A Figura 4.11 (b) mostra um exemplo de representação canônica por grafo do um TEP da Figura 4.11 (a).

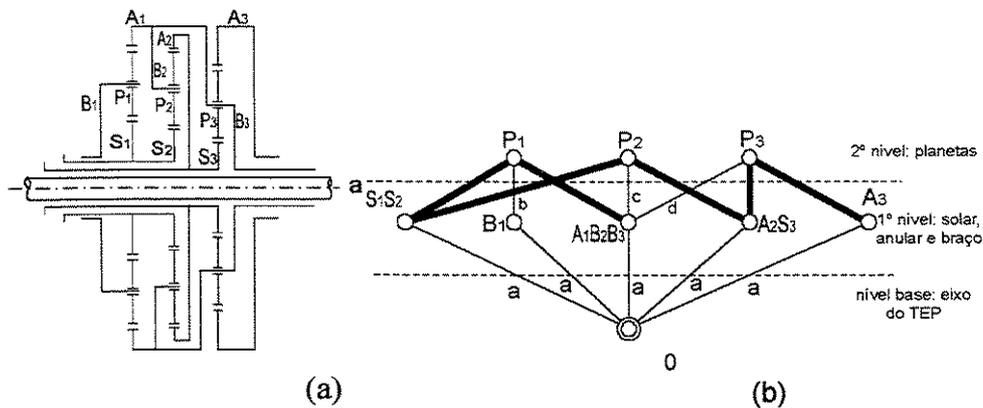


Figura 4.11 - (a) Representação funcional e (b) sua respectiva representação canônica por grafo.

A representação canônica por grafo tem sua aplicação típica na ilustração de “caixa de transmissão epicicloidial” conhecida também por “caixa de transmissão automática” e é utilizada amplamente em automóveis. Estes sistemas normalmente trabalham com um único eixo comum, apoiado em uma carcaça por rolamentos. A taxa de redução do conjunto é a relação entre a rotação do eixo de saída e a rotação do eixo de entrada. Com a utilização de freios e embreagens, várias taxas de redução podem ser obtidas.

4.4 – Sumário das Representações de TEPs

Para uma comparação efetiva entre as diversas formas de representação de TEPs, é mostrada a seguir a Tabela 4.3, que mostra um resumo do que já foi apresentado.

Tabela 4.3 - Quadro resumo das representações de TEPs.

		Descrição	Representação do elemento	Representação dos vínculos		Observação
				Engrenamento	Pivotamento	
FUNCIONAL	Convencional	É a mais simples e representa a montagem do TEP				A representação funcional é a mais utilizada. Sua grande vantagem é que representam fielmente o mecanismo e não possuem problemas de isomorfismo ou pseudoisomorfismo.
	Corte	Semelhante à rep. convencional, mostra cada elemento individualmente				
	Tridimensional	Dificuldade de ser desenhada mas dá idéia da montagem como um todo.				
ESQUEMA	Esquemática	Identifica a estrutura cinemática do TEP				A soma das áreas hachurizadas mais os segmentos é igual ao número de elementos do TEP
	Diagrama de Blocos	Utilizada para o estudo de TEPs ligados	Não há representação de elementos e sim do sistema como um todo.			Representa um TEP Representa as ligações entre TEPs
	Diagrama de Torque	Utilizada para o estudo do fluxo de torque.				Para cada engrenamento, converge o torque das duas engrenagens e do braço
GRAFO	Convencional	Tem a vantagem de poder ser representado por uma matriz	Cada elemento é representado por um vértice ●	-----	—————	Podem ter problemas de isomorfismo ou pseudoisomorfismo
	Nova	Um aprimoramento da forma convencional e elimina o pseudo isomorfismo. Tem de haver 3 ou mais elementos coaxiais.	●	-----	—————	Possuem ainda um polígono sólido que indica que os elementos (vértices) estão em um mesmo nível (eixo).
	Canônica	Representação que separa os elementos em níveis. Para TEPs com mais de 3 elementos coaxiais.	○	—————	—————	 ← 1º nível (planetas) ← 2º nível (Anular e solar) ← 3º nível (Eixo)

Capítulo 5

TEPs Utilizados como Transmissão Veicular

5.1 - Introdução

O motor a explosão, usado nos automóveis, não pode partir sob carga. O torque que o motor desenvolve é inicialmente insuficiente, tornando-se utilizável ao atingir uma rotação determinada. Daí surge a necessidade de prover o veículo de um mecanismo localizado entre o motor e as rodas motrizes, com a finalidade de elevar o torque transmitido. Um sistema comumente utilizado é composto de uma embreagem, capaz de isolar o motor, e de uma caixa de mudança com engrenagens deslizantes, capaz de fornecer relações de torque e velocidade convenientes. Um outro sistema é a transmissão automática, que possui um conversor de torque, um conjunto de transmissão epicicloidial e um aparato de controle para o acionamento dos freios e embreagens (Hsieh, 1997).

Sistemas de transmissão utilizando engrenagens planetárias foram utilizados nos primórdios da indústria automotiva. A transmissão idealizada pelo Major Wilson, que recebeu o seu nome, foi aplicada inicialmente durante a primeira guerra mundial, em carros de combate como os tanques General Pershing M-4 e M-6 e outros (Pires e Albuquerque, 1955).

Em uma transmissão epicicloidial, são utilizados vários TEPs ligados, cujo mecanismo permite que alguns membros sejam imobilizados (através de freios) ou unidos (através de uma embreagem) para que o sistema forneça a redução desejada. A utilização de vários TEPs ligados tem, portanto, um grande campo de aplicação em transmissões automotivas, podendo ser

extrapoladas para diversas outras áreas de aplicação semelhante. Estes TEPs são simples, sem planetários compostos ou emparelhados e sem incorporação de nenhum elemento. Ou seja, só existe a engrenagem planetária simples. Outro tipo, é o planetário “Ravigneaux”, que possui uma engrenagem solar comum a dois trens (Alonso, 1999), mas que não será objeto deste trabalho.

5.2 – Transmissões Automáticas

O trem epicicloidal foi empregado nos primeiros tipos de automóveis, nos quais permitia apenas duas marchas a frente e a marcha a ré. Outras combinações eram possíveis, porém envolviam altos custos e complexidade construtiva, além da necessidade do desenvolvimento de sistemas de freios e embreagens.

Embora envolva altos custos, é um mecanismo de grande versatilidade, que permite as mais variadas relações de velocidade, apresentando ainda a vantagem de exigir pouca habilidade do condutor para trocar de marcha, pois não possui engrenagens deslizantes.

Quando as caixas com engrenagens deslizantes foram aperfeiçoadas com a introdução de câmbios sincronizados, as caixas epicicloidais foram abandonadas, ressurgindo durante a primeira guerra mundial. Como as engrenagens permanecem constantemente engrenadas, o risco de quebra é menor, o que atende aos requisitos para uso militar. A partir de 1940, os fabricantes de automóveis introduziram a embreagem hidráulica que dava ao motorista maior comodidade e aumentava a suavidade na transmissão da força para as rodas (Dedini, 1985). As mais modernas transmissões automáticas para uso em automóveis de passeio, transmitem a força do motor para um conversor de torque e, em seguida, para um mecanismo de engrenagens epicicloidais. As caixas Simpson e GM 440 PGT utilizam apenas 2 TEPs ligados.

Em linhas gerais, os três principais sistemas empregados em câmbios automáticos são:

- 1º) Turbo embreagem com caixa de câmbio por meio de engrenagens deslocáveis de comando semi automático e embreagem mecânica de disco.
- 2º) Turbo embreagem com caixa de câmbio de engrenagens planetárias.
- 3º) Conversor de torque com caixa planetária automática.

1º) Turbo embreagem com caixa de câmbio por meio de engrenagens deslocáveis de comando semi automático e embreagem mecânica de disco.

A força do motor passa pelo acoplamento hidráulico e pela embreagem mecânica, seguindo pela caixa de câmbio com engrenagens deslocáveis. Portanto, neste sistema existe o pedal de embreagem e acionamento manual de marcha. Só há duas marchas para a frente (além da marcha ré). Mas cada uma dessas marchas divide-se em outras duas, comandadas automaticamente, em função da aceleração, do vácuo de admissão e por um regulador que monitora a velocidade do veículo. Este sistema é também conhecido como “*fluid drive*”, “*vacamatic*”, “*turbomatic*”, “*hi-drive*” entre outros. Foi muito utilizado nos veículos da Chrysler a partir de 1941, porém atualmente é pouco usado.

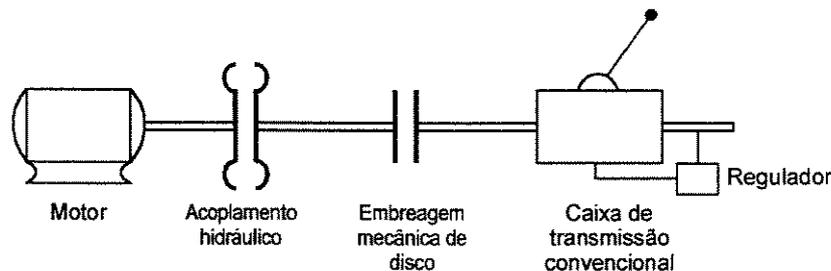


Figura 5.1 - Turbo embreagem com caixa de câmbio convencional.

2º) Turbo embreagem com caixa de câmbio de engrenagens planetárias.

Totalmente automática, acionada pela força hidráulica, de acordo com a posição do acelerador e combinada com a velocidade do automóvel. É conhecida com o nome de “transmissão hidramática” ou “*hidramatic*”. Neste caso, o veículo não tem o pedal de embreagem e há uma alavanca que serve para selecionar manualmente a ré, para colocar em ponto morto ou para limitar as marchas na primeira ou segunda para uso em terrenos ruins ou trafegar em baixa velocidade. O uso deste sistema torna a dirigibilidade do veículo bastante cômoda e suave, além de proporcionar uma excelente aceleração. A Figura 5.2 mostra o esquema desta montagem.

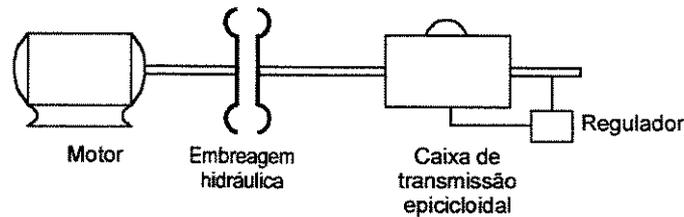


Figura 5.2 - Turbo embreagem com caixa de câmbio epicicloidal.

3º) Conversor de torque com caixa planetária automática.

O conversor de torque funciona como uma embreagem hidráulica, à qual se acrescenta um sistema de palhetas. Neste mecanismo, o óleo é forçado centrifugamente pelas palhetas da bomba contra as palhetas da turbina, que começa a girar na mesma direção da bomba. A velocidade da turbina aumenta à proporção que supera a carga, ou seja, à medida que o veículo começa a se mover. O óleo que sai da turbina é encaminhado pelo estator para entrar novamente na bomba, na mesma direção que ela está girando. A quantidade de movimento que fica no fluido quando sai do estator é reutilizada à proporção que entra na bomba. Isto multiplica o torque. Quando a turbina está girando vagorosamente devido a alta resistência, a multiplicação do torque é elevada. Quando a velocidade da turbina alcança a velocidade da bomba, a multiplicação do torque é reduzida. Quando a turbina e a bomba estão operando em velocidades próximas, o estator destrava e começa a girar livremente porque a multiplicação do torque não é mais necessária. Uma embreagem de bloqueio prende automaticamente os componentes do conversor de torque quando o estator começa a girar. Isto proporciona uma conexão mecânica direta entre o motor e o eixo de saída da transmissão para o máximo de eficiência (Silva, A. S. *et al.*, 1999).

Diminui-se a rotação e aumenta-se o torque. Isso equivale a um câmbio escalonado contínuo mas que não fornece toda a amplitude de variação necessária em um veículo. O conversor de torque, sozinho, não fornece suficiente multiplicação de torque para acelerar o veículo com uma performance satisfatória. Por isso, acrescenta-se uma caixa de transmissão de engrenagens planetárias, para se obter um conjunto de razões de velocidade desejadas. Não há pedal de embreagem e o sistema é totalmente automático. Por estas razões, é o tipo mais utilizado atualmente.

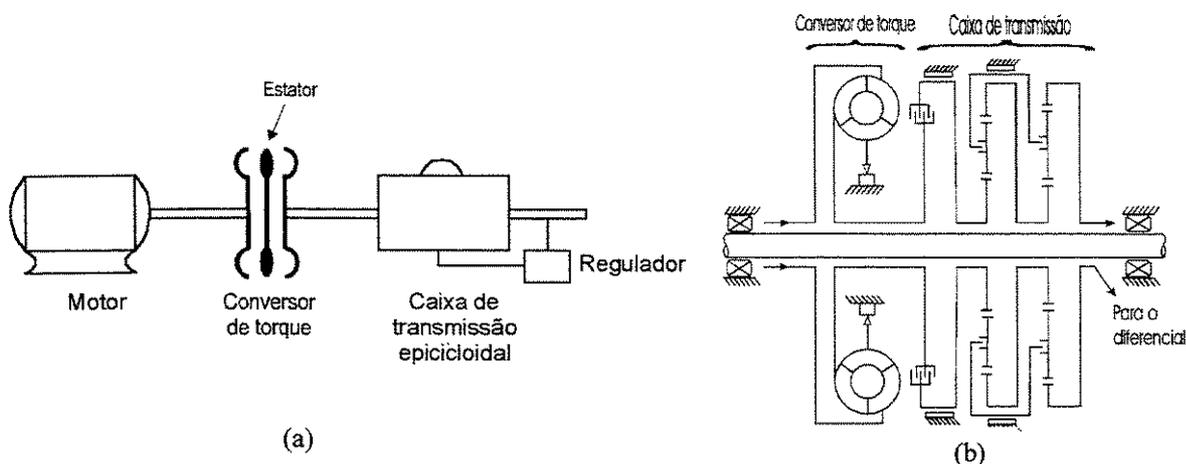


Figura 5.3 - (a) Convertor de torque com caixa de transmissão epicycloidal e (b) diagrama esquemático de uma transmissão automática.

A maior parte dos veículos que utilizam atualmente transmissões automáticas, emprega TEPs nesses sistemas. Tipicamente, possuem um eixo central apoiado em rolamentos alojados na carcaça. Dessa forma, as engrenagens epicycloidais e a carcaça formam um conjunto denominado “mecanismo de engrenagens epicycloidais”. O presente trabalho restringe-se ao mecanismo de engrenagens cilíndricas epicycloidais, não envolvendo o convertor de torque. A Figura 5.3 (b) mostra o detalhe da caixa de transmissão automática do sistema mostrado na Figura 5.3 (a). Segundo Hsieh (1997) os sistemas de transmissão epicycloidal mais comuns para veículos leves são o Simpson, GM Hydra Matic 440 PGT, Ravigneaux e Hydra Matic 3L 80, cujas relações de transmissão constam da Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Relações de transmissão dos mais comuns sistemas em uso.

	Simpson	GM Hydra Matic 440 PGT	Ravigneaux	Hydra Matic 3L 80 PGT
Primeira	2,786	2,920	2,846	2,857
Segunda	1,529	1,567	1,532	1,517
Direta	1,000	1,000	1,000	1,000
“Over Drive”	0,703	0,705	0,711	0,703
Ré	-2,375	-2,384	-2,466	-2,590
Nº de TEPs	2	2	2*	3

* Além de 2 TEPs simples, há um TEP elementar adicional.

Para a obtenção das Relações de Transmissão da transmissão Simpson e GM 440 PGT, que trabalham com 2 TEPs Ligados, utilizam-se engrenagens com os números de dentes mostrados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Número de dentes das engrenagens e razão básica da transmissão Simpson e GM.

	Simpson		GM Hydra Matic 440 PGT	
	TEP 1	TEP 2	TEP 1	TEP 2
Z_{solar}	36	32	26	42
$Z_{planeta}$	16	22	18	16
Z_{anular}	68	76	62	74
b	-0,529	-0,421	-0,419	-0,567

5.3 – Exemplos de Mecanismos de Transmissão Epicicloidal

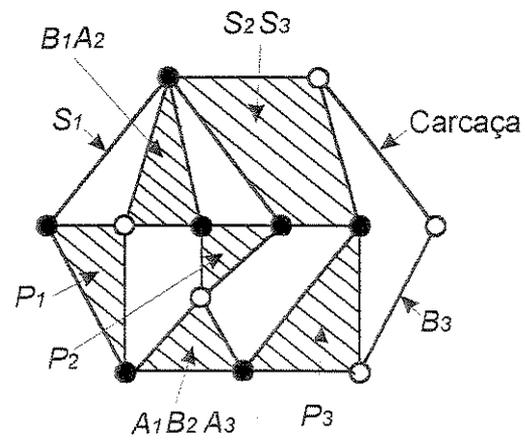
A seguir, foram selecionados alguns dos principais mecanismos de transmissão epicicloidal utilizados em transmissão veicular automática e mostrados nas suas diversas formas de representação, apresentadas no Capítulo 4. Segundo o catálogo da BOSCH (1998), as transmissões automáticas são uma das principais áreas de aplicação dos sistemas planetários. O *layout* coaxial dos elementos torna este tipo de unidade ideal para uso de freios e embreagens, que podem ser aplicados seletivamente de tal forma a selecionar uma relação de transmissão, sem interromper o fluxo de torque.

5.3.1 – Caixa Wilson

5.3.1.1 - Três velocidades

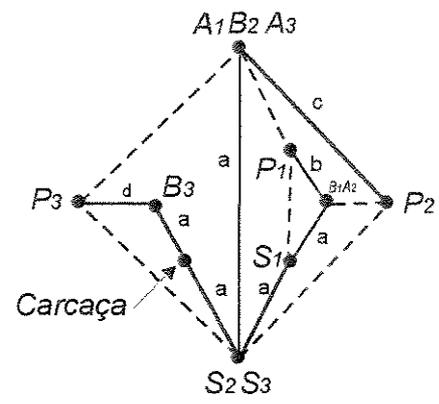
Esta transmissão foi citada no trabalho de Sanger (1972) e é apresentada na Figura 5.4 em suas diversas formas de representação. Na Figura 5.4 (g) pode-se observar que, a caixa Wilson de 3 velocidades, possui duas conexões diretas a um TEP (B_3 e S_1), duas conexões unindo duas

(d)



8 elementos	
$A_1B_2A_3$	Grau 4
P_3	Grau 3
B_3	Grau 2
S_2S_3	Grau 5
S_1	Grau 3
P_1	Grau 3
B_1A_2	Grau 3
P_2	Grau 3

(e)



(f)

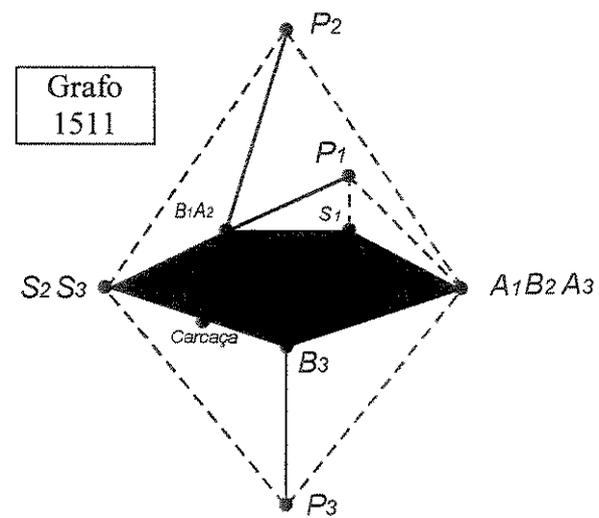


Figura 5.4 – Continua.

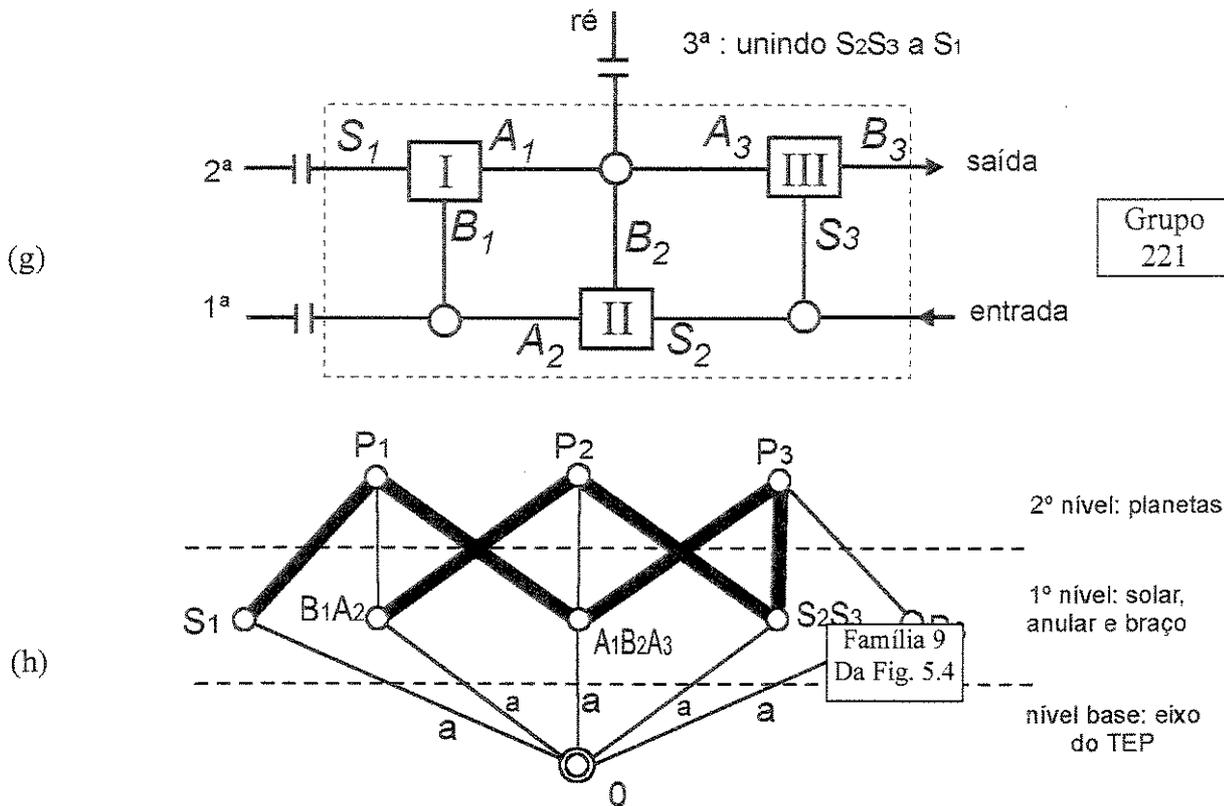


Figura 5.4 - Formas de representação da caixa Wilson de 3 velocidades.

- | | |
|-------------------|-------------|
| a) Tridimensional | e) Grafo |
| b) Em corte | f) Nova |
| c) Convencional | g) Blocos |
| d) Esquemática | h) Canônica |

5.3.1.2 - Quatro velocidades

A caixa Wilson de 4 velocidades e a marcha à ré foi citada por Holmes (1977) ressaltando que se trata de uso comum em transmissão automotiva, mostrada na Figura 5.5. Na representação em Blocos (Fig. 5.5 - g), pode-se observar que, esta transmissão possui duas conexões diretas a um TEP (S_1A_4), três conexões unindo dois TEPs ($B_1 A_2$, $S_2 S_3$ e B_3B_4) e uma conexão unindo quatro saídas ($A_1 B_2 A_3S_4$) e, aplicando a fórmula de Sanger (1992), resulta:

$$GL = 2.4 - [(1-1).2 + (2-1).3 + (3-1).0 + (4-1).1] = 2$$

Portanto, para se utilizar este sistema como transmissão automotiva, é necessário atuar nos membros de controle para obtenção de $GL=1$ e se obter a razão de velocidade desejada.

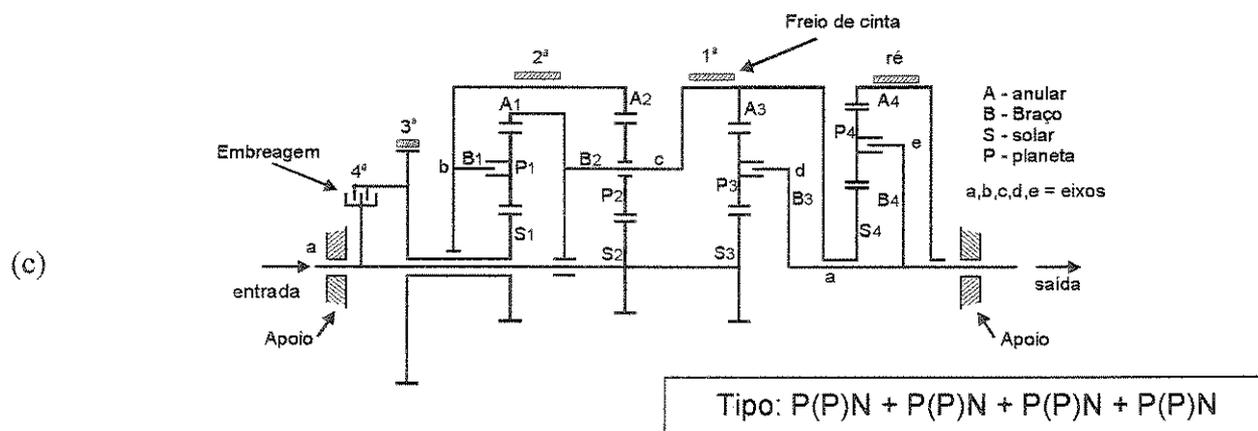
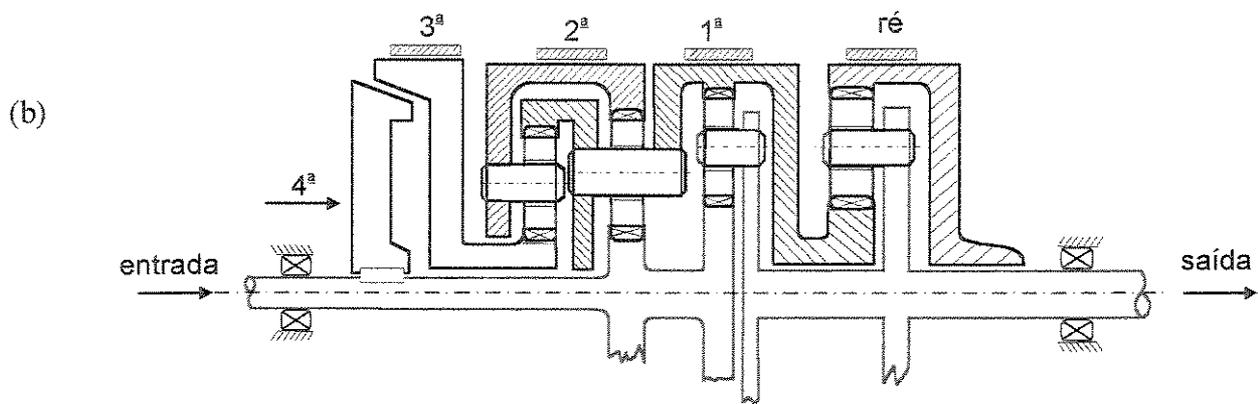
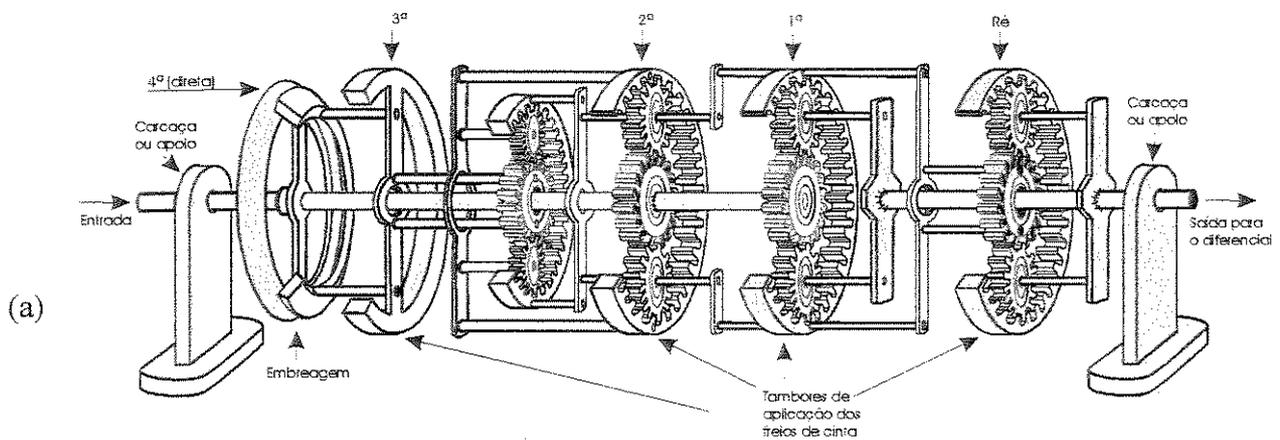
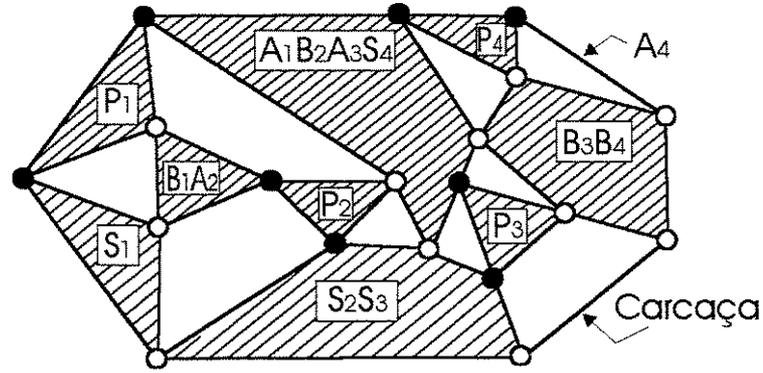
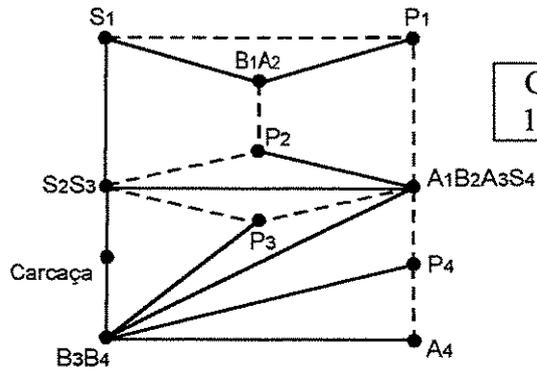


Figura 5.5 – Continua.

(d)



(e)



10 elementos	
$A_1B_2A_3$	Grau 4
P_3	Grau 3
B_3	Grau 2
S_2S_3	Grau 5
S_1	Grau 3
P_1	Grau 3
B_1A_2	Grau 3
P_2	Grau 3

(f)

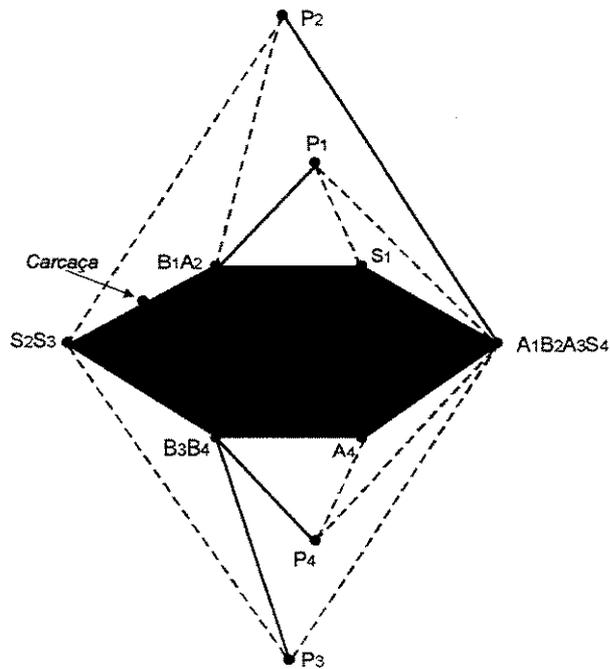


Figura 5.5 - Continua

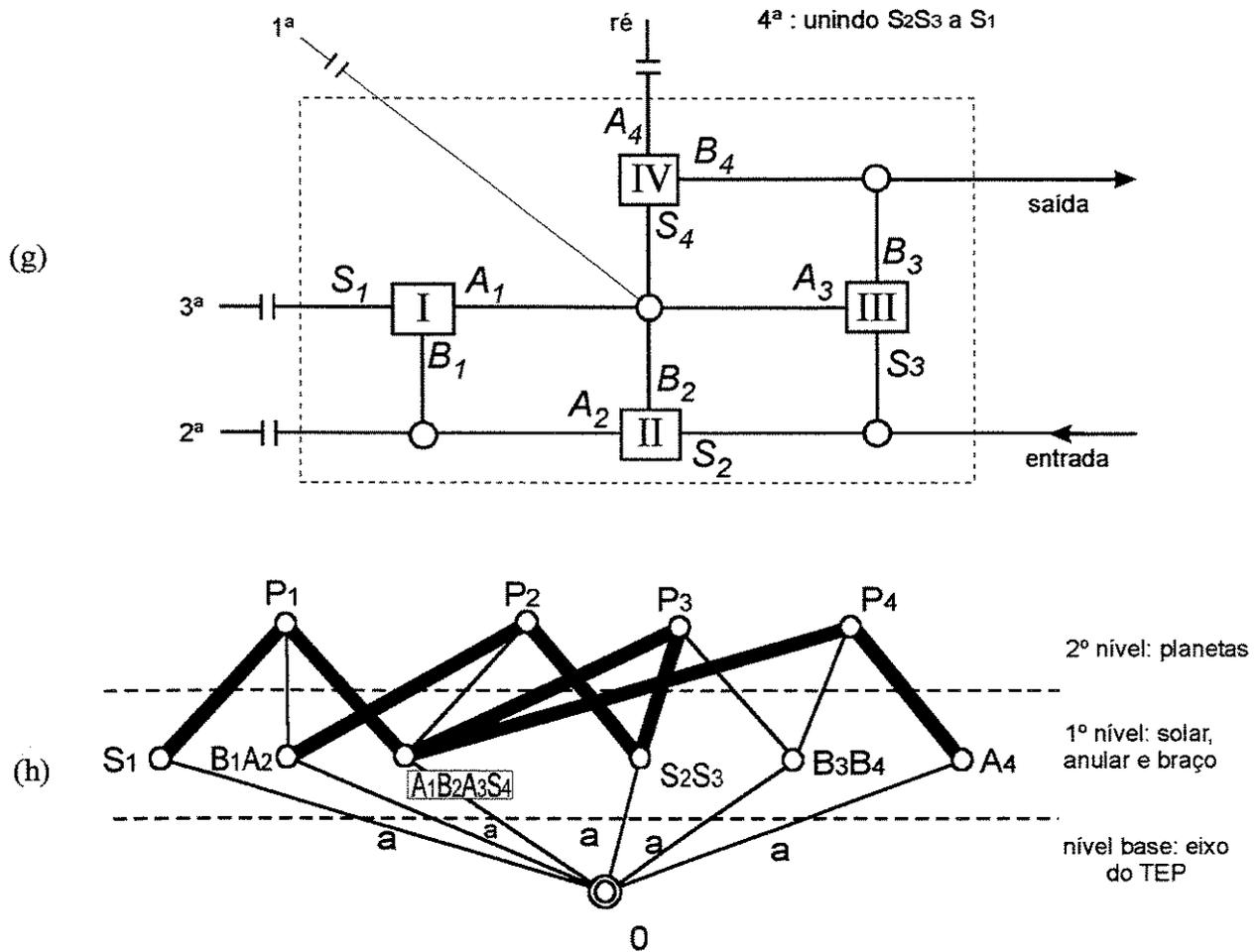
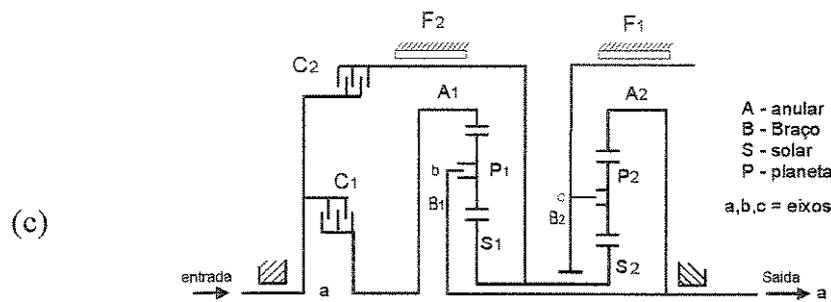
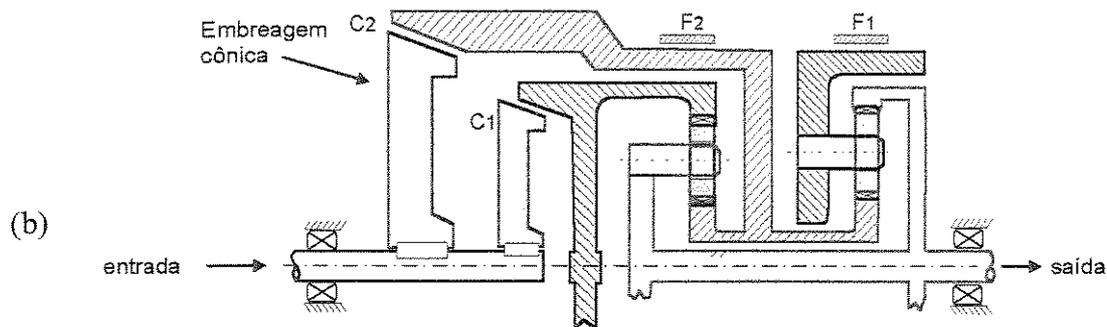
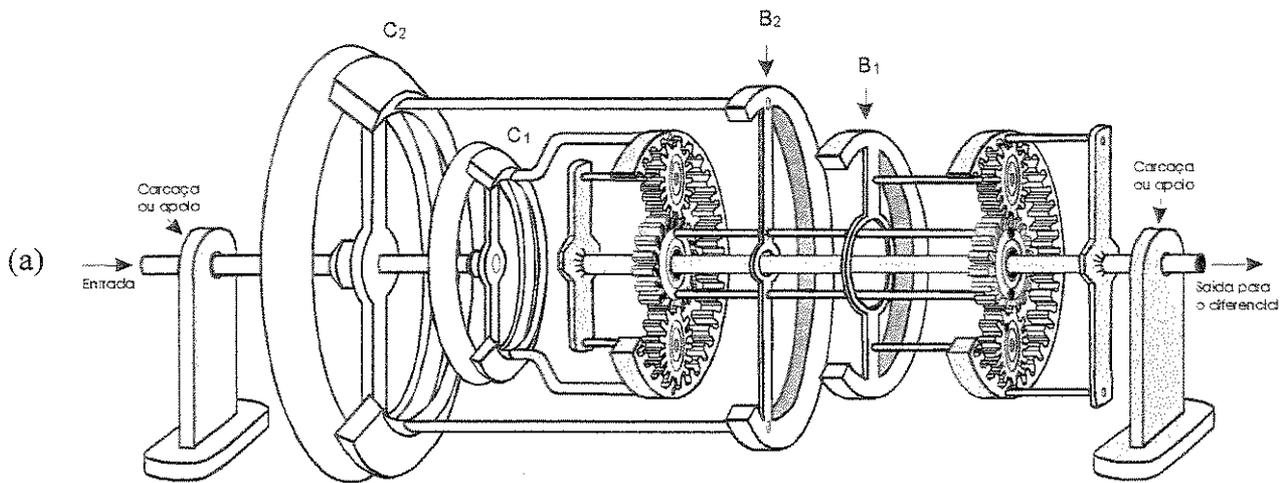


Figura 5.5 - Formas de representação da caixa Wilson de 4 velocidades.

- | | |
|-------------------|-------------|
| a) Tridimensional | e) Grafo |
| b) Em corte | f) Nova |
| c) Convencional | g) Blocos |
| d) Esquemática | h) Canônica |

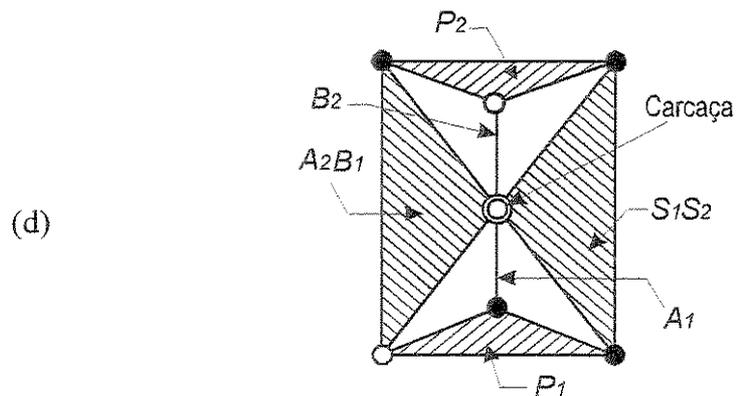
5.3.1.3 – Caixa Simpson

Esta transmissão (mostrada na Figura 5.6) é usada na maioria dos câmbios automáticos de 3 velocidades (Hsied, 1997). Mogalapalli (1992) citou o Ford C3, Ford C5, Mercedes Bens, Toyota A40, Nissan entre outros, como exemplos de veículos que usam este mecanismo. Este sistema foi citado também por Benford (1982) e Hsu (1993).



	C ₁	C ₂	F ₁	F ₂
1 ^a	X		X	
2 ^a	X			X
3 ^a	X	X		
ré		X	X	

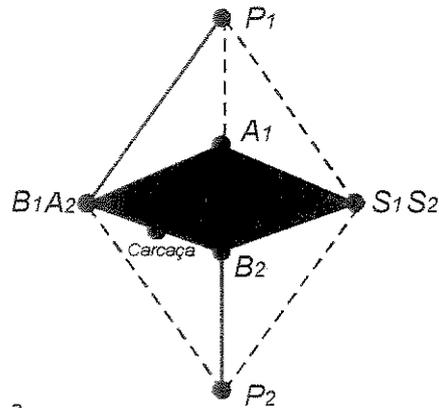
Tipo: P(P)N + P(P)N + P(P)N + P(P)N



6 elementos	
A ₁ B ₂ A ₃	Grau 4
P ₃	Grau 3
B ₃	Grau 2
S ₂ S ₃	Grau 5
S ₁	Grau 3
P ₁	Grau 3

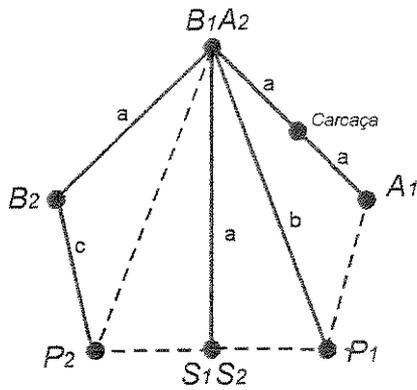
Figura 5.6 – Continua.

(e)

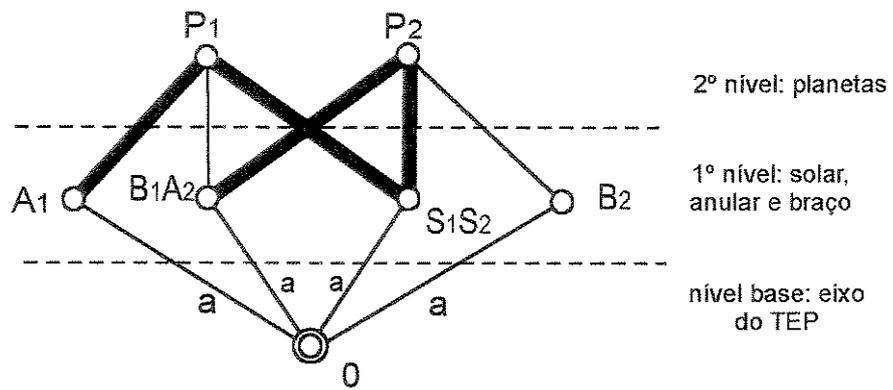


Grafo
2301

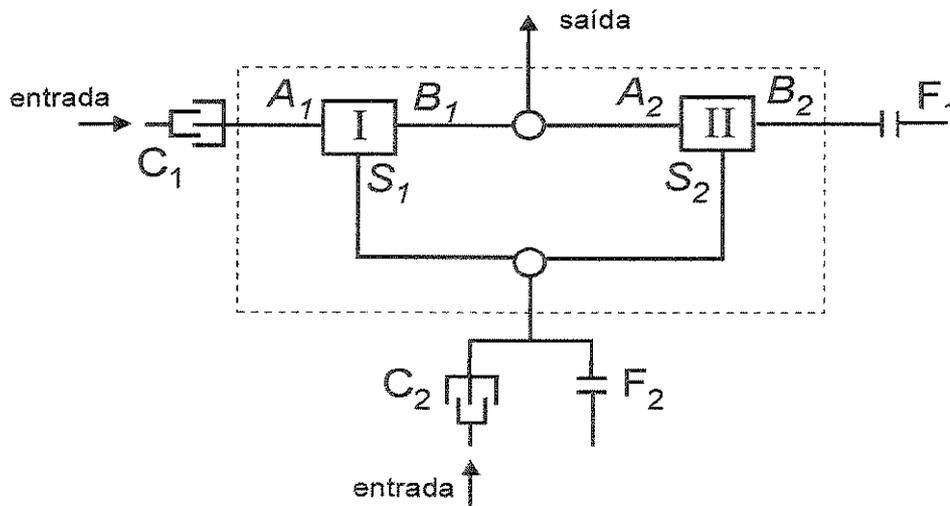
(f)



(g)



(h)



Grupo
22

Figura 5.6 – Continua.

Figura 5.6 -Formas de representação da caixa Simpson.

- a) Tridimensional
- b) Em corte
- c) Convencional
- d) Esquemática
- e) Nova
- f) Grafo
- g) Blocos
- h) Canônica
- i) Marchas

5.3.1.4 – Caixa GM 440 PGT

TEP usado como transmissão automática (General Motors Corp., 1983) e citada por vários autores: Mogalapalli (1992), Hsu (1993) e Hsied (1997) é mostrada na Figura 5.7.

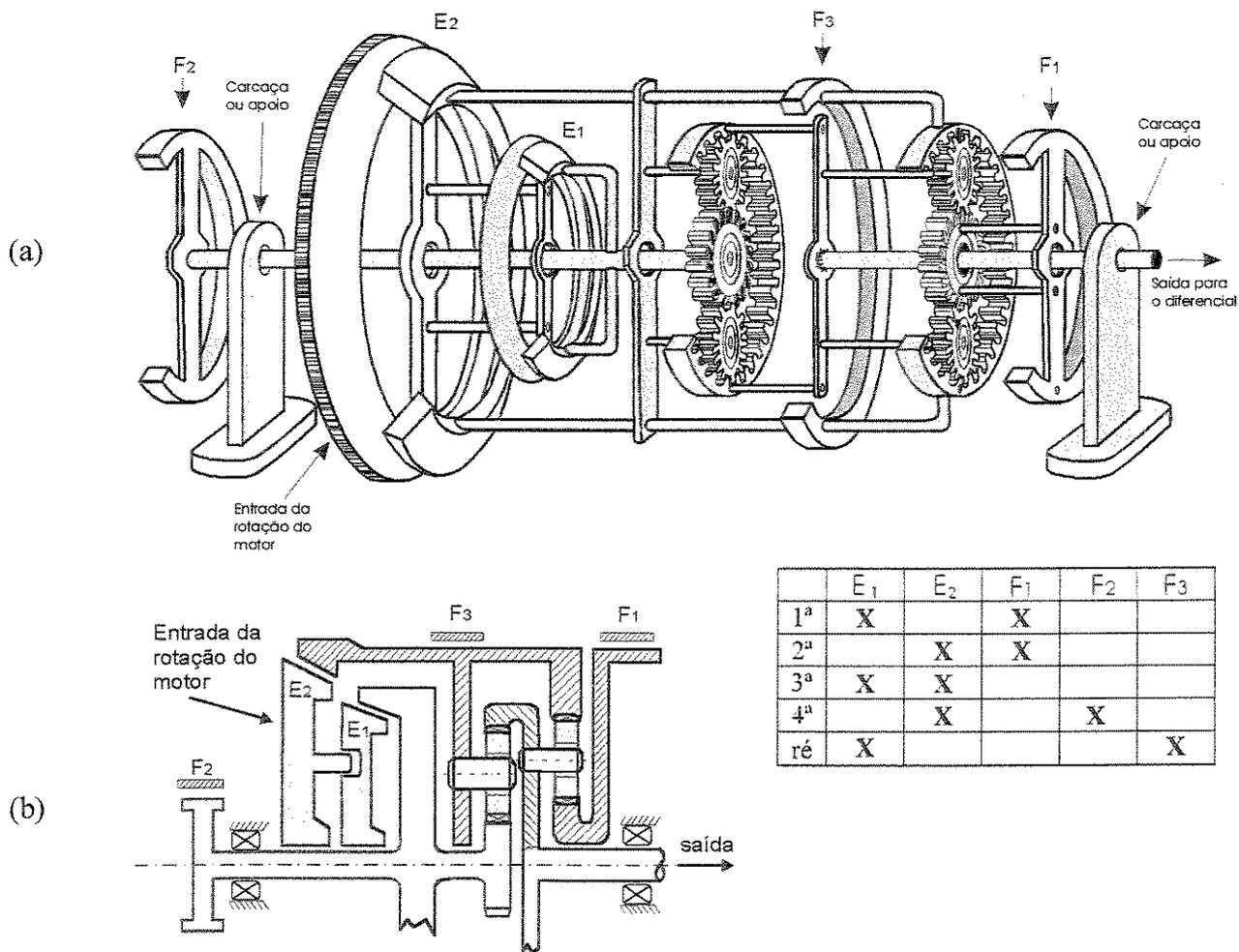
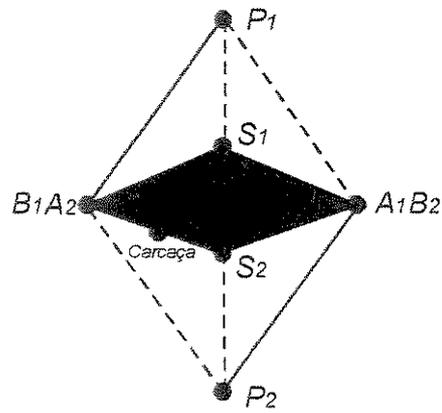
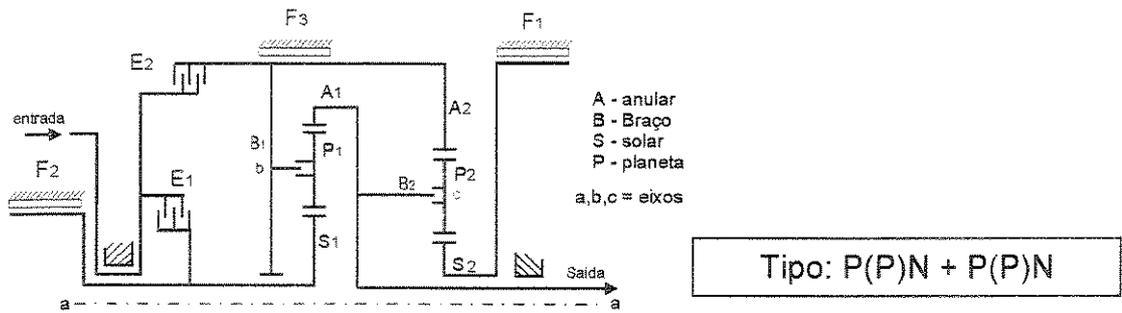


Figura 5.7 – Continua.

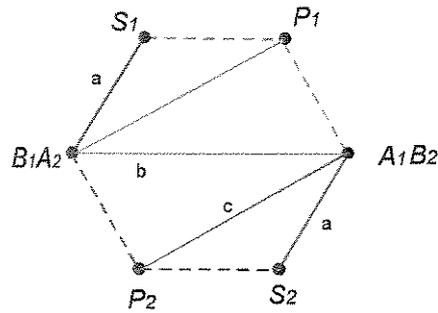
(c)



(d)



(e)



(f)

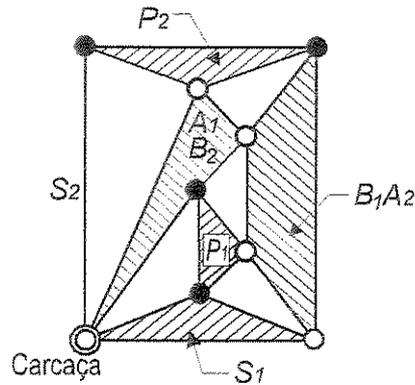


Figura 5.7 – Continua.

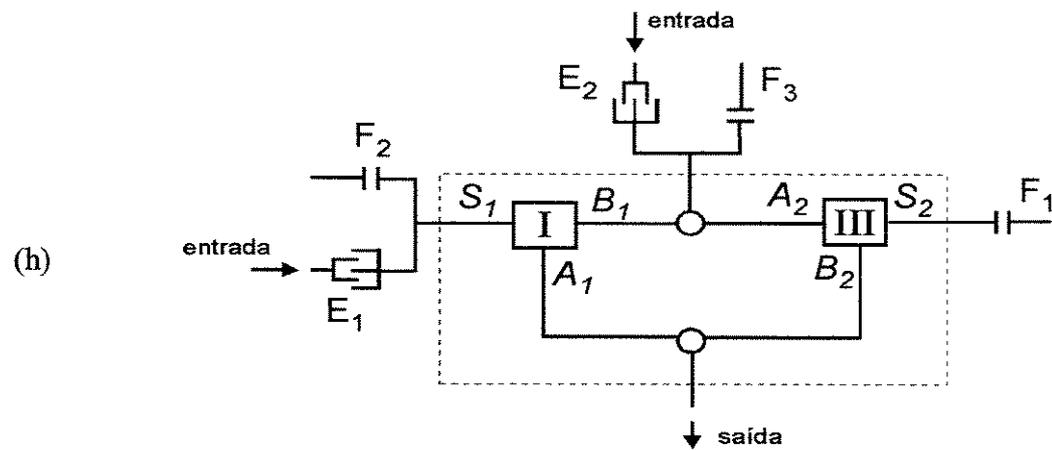
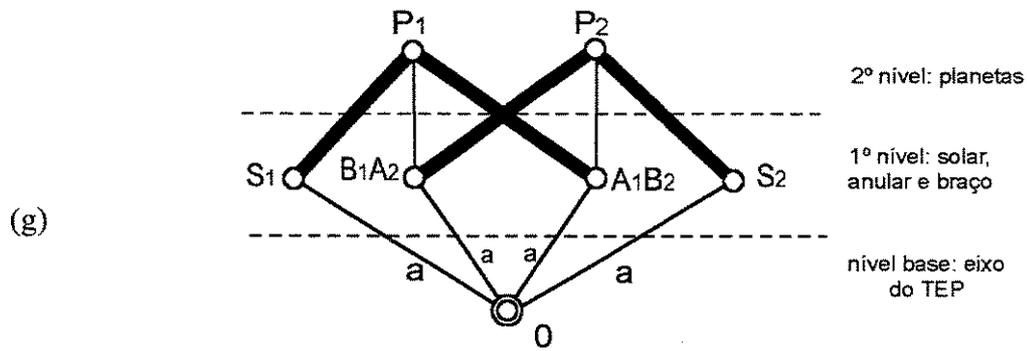


Figura 5.7 - Formas de representação da transmissão GM HYDRA-MATIC THM – 440 PGT.

- | | |
|-------------------|----------------|
| a) Tridimensional | e) Grafo |
| b) Em corte | f) Esquemática |
| c) Nova | g) Canônica |
| d) Convencional | h) Blocos |

Capítulo 6

Análise Cinemática e Torque dos TEPs

6.1 – Razão Básica de TEPs Simples

Diversos métodos foram desenvolvidos para a análise e síntese de TEPs, desde os tabulares e gráficos até os analíticos. Analiticamente, o parâmetro que relaciona as rotações dos membros principais de um TEP simples é chamado de razão R . “Para um TEP, a razão R entre as velocidades angulares de dois membros relativo ao terceiro é uma constante” (Lima, 1980).

Como é possível variar a indexação entre os três membros do TEP – solar, anular e braço (um deles pode ser considerado a entrada, o outro a saída e o terceiro tem a possibilidade de fixação ou considerado resistente), existem $3! = 6$ possibilidades de razão R .

Será definida **razão básica** (b), como sendo aquela em que as velocidades da solar e anular (ou vice-versa) estão relacionadas ao braço. Isso equivale a um TEP cujo braço está imóvel, transformando-se em um trem simples, ou composto de engrenagens, e a relação de transmissão é a relação entre o número de dentes das engrenagens. Este mecanismo com seu suporte imobilizado, é chamado de mecanismo base do trem epicycloidal e sua razão b , razão básica. Como há duas possibilidades diferentes desta relação (solar e anular ou anular e solar), o TEP possui duas razões básicas que podem ser escritas, considerando w_i a velocidade angular do elemento i , como:

$$\pm b = \frac{w_S - w_B}{w_A - w_B} = \frac{Z_A}{Z_S} \quad \text{ou} \quad \pm b = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = \frac{Z_S}{Z_A} \quad (6.1)$$

Como a anular tem sempre um número de dentes maior que a solar (da equação 3.2: $Z_A = 2 \cdot Z_P + Z_S$), o valor absoluto de b pode ser maior ou menor que 1, sendo um o inverso do outro. A razão base será positiva quando, feita a hipótese de ser imobilizado o braço, as rotações virtuais das engrenagens solar e anular tiverem o mesmo sentido. Será negativa quando forem de sentidos contrários. Portanto, considerando a notação genérica $R^z_{y,x}$ como a razão entre a velocidade angular do elemento de entrada y e do elemento de saída x , com relação à velocidade angular do elemento z , tem-se:

$$R^z_{y,x} = \frac{w_y - w_z}{w_x - w_z} \quad (6.2)$$

Segundo Hsieh (1997), as três características desta relação são:

$$R^z_{y,x} + R^x_{y,z} = 1 \quad (6.3)$$

$$R^z_{x,y} = \frac{1}{R^z_{y,x}} \quad (6.4)$$

$$R^y_{z,x} = \frac{R^z_{y,x}}{R^z_{y,x} - 1} \quad (6.5)$$

Considerando $R^z_{y,x} = R^B_{A,S} = b$ (razão básica), as 6 relações cinemáticas de um TEP simples podem ser definidas em função de b , baseadas nas características de Hsieh, conforme mostrado na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Relações cinemáticas de um TEP simples.

Razão \ Elemento	$R^B_{A,S}$	$R^B_{S,A}$	$R^S_{A,B}$	$R^S_{B,A}$	$R^A_{S,B}$	$R^A_{B,S}$
	b	$\frac{1}{b}$	$1-b$	$\frac{1}{1-b}$	$\frac{b-1}{b}$	$\frac{b}{b-1}$
Fixo (resist.)	Braço	Braço	Solar	Solar	Anular	Anular
Entrada	Anular	Solar	Anular	Braço	Solar	Braço
Saída	Solar	Anular	Braço	Anular	Braço	Solar

A partir da equação (6.2) pode-se escrever a equação cinemática básica de um TEP simples da seguinte forma:

$$w_A + (b - 1) \cdot w_B - b \cdot w_S = 0 \quad (6.6)$$

Portanto, conhecidas duas velocidades angulares e o valor de b pode-se determinar a terceira velocidade angular pela fórmula da equação (6.6). Pode-se também calcular a relação de velocidades angulares entre dois elementos quando a velocidade angular do terceiro elemento e o valor de b são conhecidos. O valor de b pode ser calculado pelos diâmetros ou número de dentes das engrenagens. Para o caso mostrado na Figura 6.1, de um TEP simples com planetas compostos e emparelhados, a relação $R_{A,S}^B$ assume a seguinte forma:

$$R_{A,S}^B = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = \frac{D_1 \cdot D_3 \cdot D_5}{D_A \cdot D_2 \cdot D_4} = \frac{Z_5 \cdot Z_3 \cdot Z_1}{Z_A \cdot Z_2 \cdot Z_4} = b \quad (6.7)$$

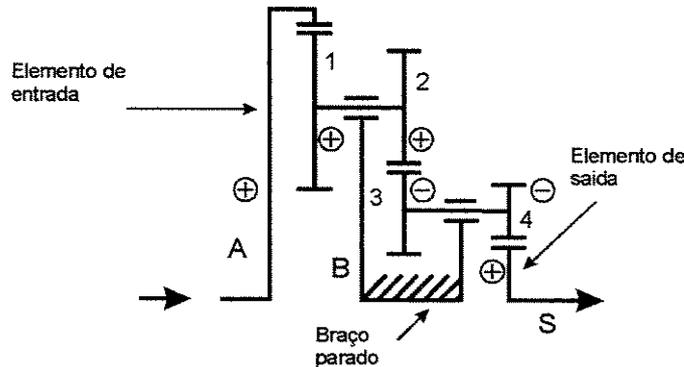


Figura 6.1 - Sentido de rotação dos elementos, com o braço parado.

Onde: Z é o número de dentes, D é o diâmetro primitivo das engrenagens e a velocidade angular de B é igual a zero (braço parado). Neste caso particular, o sinal de b é positivo pois, se A gira em um sentido considerado positivo (\oplus), S também irá girar no mesmo sentido (\oplus).

Em resumo, a razão básica de um TEP, é o produto dos diâmetros primitivos (ou raios primitivos ou número de dentes) das engrenagens conduzidas, dividido pelo produto dos diâmetros primitivos (ou raios primitivos ou número de dentes) das engrenagens condutoras, considerando o braço parado e a engrenagem condutora como sendo a anular, conforme a equação 6.7.

Em um sistema de transmissão, é de fundamental importância, definir a **Relação de Transmissão - RT** (também chamada de razão de redução ou multiplicação) como sendo a razão entre a velocidade de rotação do elemento de entrada em relação à velocidade de rotação do elemento de saída. Se a velocidade de rotação do elemento de saída for considerada igual a uma unidade, a relação de transmissão será a própria rotação do eixo de entrada.

Para ilustrar a diversidade de possibilidades de montagens e de que maneira a construção do TEP pode influenciar na relação de transmissão final obtida, é mostrada a seguir uma seqüência de exemplos de aplicação e seus respectivos resultados numéricos.

Os casos exemplificados no item 6.2 envolvem um único TEP com uma entrada, uma saída e um eixo bloqueado e com duas fontes motoras convergindo para uma única saída. Ao final é apresentado um sumário destas relações. No item 6.3 constam exemplos com algumas composições de dois TEPs com uma única fonte motora (entrada), um eixo bloqueado e uma saída. Todos os exemplos envolvem sistemas de um grau de liberdade e TEPs simples sem planetas compostos ou emparelhados.

6.2 – Exemplos de Aplicação da Análise Cinemática

6.2.1 – Exemplo de um TEP Simples com um Elemento Imobilizado

Sejam os TEPs da Figura 6.2, onde o motor aciona ora a engrenagem solar S, ora o braço B e ora a engrenagem anular A. O elemento considerado fixo e o elemento considerado como saída variam nas 6 alternativas possíveis de ligação. Sejam ainda Z_A , Z_P e Z_S os respectivos números de dentes das engrenagens anular, planetas e satélite. Para se obter a rotação de saída ($w_{saída}$) em relação à rotação de entrada do motor (w_{motor} ou w_m), em cada alternativa, é preciso conhecer a razão básica do mecanismo.

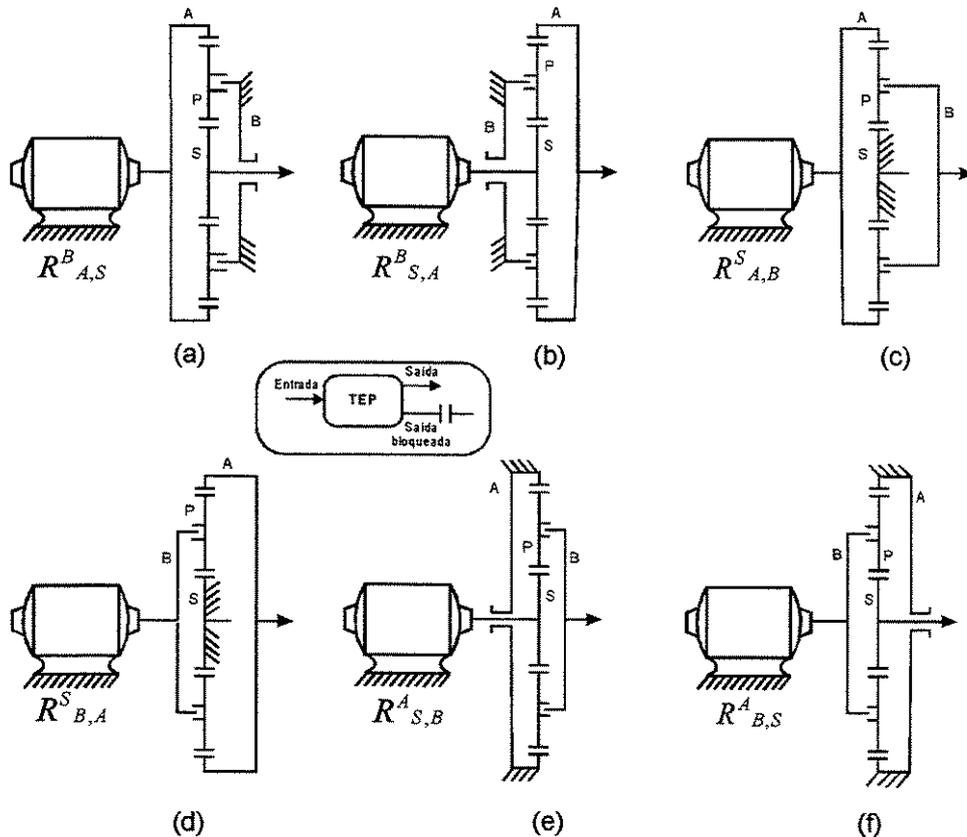


Figura 6.2 – As 6 ligações possíveis de um TEPs simples, com um elemento immobilizado.

A **razão básica** do mecanismo pode ser obtida da situação (a) ou (b) da Figura 6.2 porque, em ambas, o braço está parado. Considerando-se então a situação (a):

$$R^B_{A,S} = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = -\frac{Z_S}{Z_A} = b \quad (6.8)$$

O sinal menos (-) da equação 6.8 significa que, fixando-se o braço, a solar gira em sentido contrário da rotação da anular. Esta razão básica é então utilizada para calcular as velocidades de saída das 6 alternativas de ligação mostradas na Figura 6.2 e cujas aplicações, em cada alternativa, encontram-se na Tabela 6.2. Se a alternativa (b) for considerada para o cálculo da razão básica, o resultado de b seria o inverso do obtido da situação (a). Entretanto, haveria alteração da notação de índices adotada obtendo-se, no final, o mesmo resultado.

Tabela 6.2 - Aplicação da razão básica nas alternativas da Figura 6.2.

letra	Situação de cada membro	Aplicando a tabela 6.1
a	$w_B = 0$ (fixa) $w_S = ?$ (saída) $w_A = w_m$ (entrada)	$R_{A,S}^B = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = b$
b	$w_B = 0$ (fixa) $w_A = ?$ (saída) $w_S = w_m$ (entrada)	$R_{S,A}^B = \frac{w_S - w_B}{w_A - w_B} = \frac{1}{b}$
c	$w_S = 0$ (fixa) $w_B = ?$ (saída) $w_A = w_m$ (entrada)	$R_{A,B}^S = \frac{w_A - w_S}{w_B - w_S} = 1 - b$
d	$w_S = 0$ (fixa) $w_A = ?$ (saída) $w_B = w_m$ (entrada)	$R_{B,A}^S = \frac{w_B - w_S}{w_A - w_S} = \frac{1}{1 - b}$
e	$w_A = 0$ (fixa) $w_B = ?$ (saída) $w_S = w_m$ (entrada)	$R_{S,B}^A = \frac{w_S - w_A}{w_B - w_A} = \frac{b - 1}{b}$
f	$w_A = 0$ (fixa) $w_S = ?$ (saída) $w_B = w_m$ (entrada)	$R_{B,S}^A = \frac{w_B - w_A}{w_S - w_A} = \frac{b}{b - 1}$

Para se calcular a rotação do eixo de saída ou a rotação do eixo de entrada, necessária para que o eixo de saída gire uma volta completa na mesma unidade de tempo, é preciso considerar ainda a proporção entre os diâmetros das engrenagens anular e solar, que influem no valor de b . Considerando esta proporção igual a 1,5; 2,0 e 3,0 (equivale a considerar $b = - 0,666$; $b = - 0,500$ e $b = - 0,333$ respectivamente), para fins de exemplificação numérica e comparação de resultados e, considerando ainda $w_m = 1.000$ rpm, obteve-se os resultados da Tabela 6.3. Com os valores das rotações de saída, pode-se perceber a grande variedade de reduções, multiplicações e inversões que podem ser obtidas com um TEP simples.

Tabela 6.3 - Resultados para três valores de b e para $w_m = 1.000$ rpm.

a) $b = -0,666$ $Z_A = 1,5 Z_S$

	(a)	(b)	(.c)	(d)	(e)	(f)
Com $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída é	-1.500,00 rpm	-666,66 rpm	+600,00 rpm	+1.666,66 rpm	+400,00 rpm	+2.500,00 rpm
N.º de voltas que o motor deve girar para que o eixo de saída gire 1 volta	-0,66	-1,50	+1,66	+0,60	+2,50	+0,40
TIPO	Multiplicador Inversor	Redutor Inversor	Redutor	Multiplicador	Redutor	Multiplicador

b) $b = -0,500$ $Z_A = 2,0 Z_S$

	(a)	(b)	(.c)	(d)	(e)	(f)
Com $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída é	-2.000,00 rpm	-500,00 rpm	+666,66 rpm	+1.500,00 rpm	+333,33 rpm	+3.000,00 rpm
N.º de voltas que o motor deve girar para que o eixo de saída gire 1 volta	-0,50	-2,00	+1,50	+0,66	+3,00	+0,33
TIPO	Multiplicador Inversor	Redutor Inversor	Redutor	Multiplicador	Redutor	Multiplicador

c) $b = -0,333$ $Z_A = 3,0 Z_S$

	(a)	(b)	(.c)	(d)	(e)	(f)
Com $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída é	-3.000,00 rpm	-333,33 rpm	+750,00 rpm	+1.333,33 rpm	+250,00 rpm	+4.000,00 rpm
N.º de voltas que o motor deve girar para que o eixo de saída gire 1 volta	-0,33	-3,00	+1,33	+0,75	+4,00	+0,25
TIPO	Multiplicador Inversor	Redutor Inversor	Redutor	Multiplicador	Redutor	Multiplicador

Com base nos resultados deste exemplo, pode-se plotar um gráfico que relacione a razão entre a velocidade de rotação do eixo de entrada e de saída, na ordenada, e o respectivo b na abscissa. Assim, é possível visualizar as regiões onde haverá redução, multiplicação e inversão. Este gráfico consta da Figura 6.3.

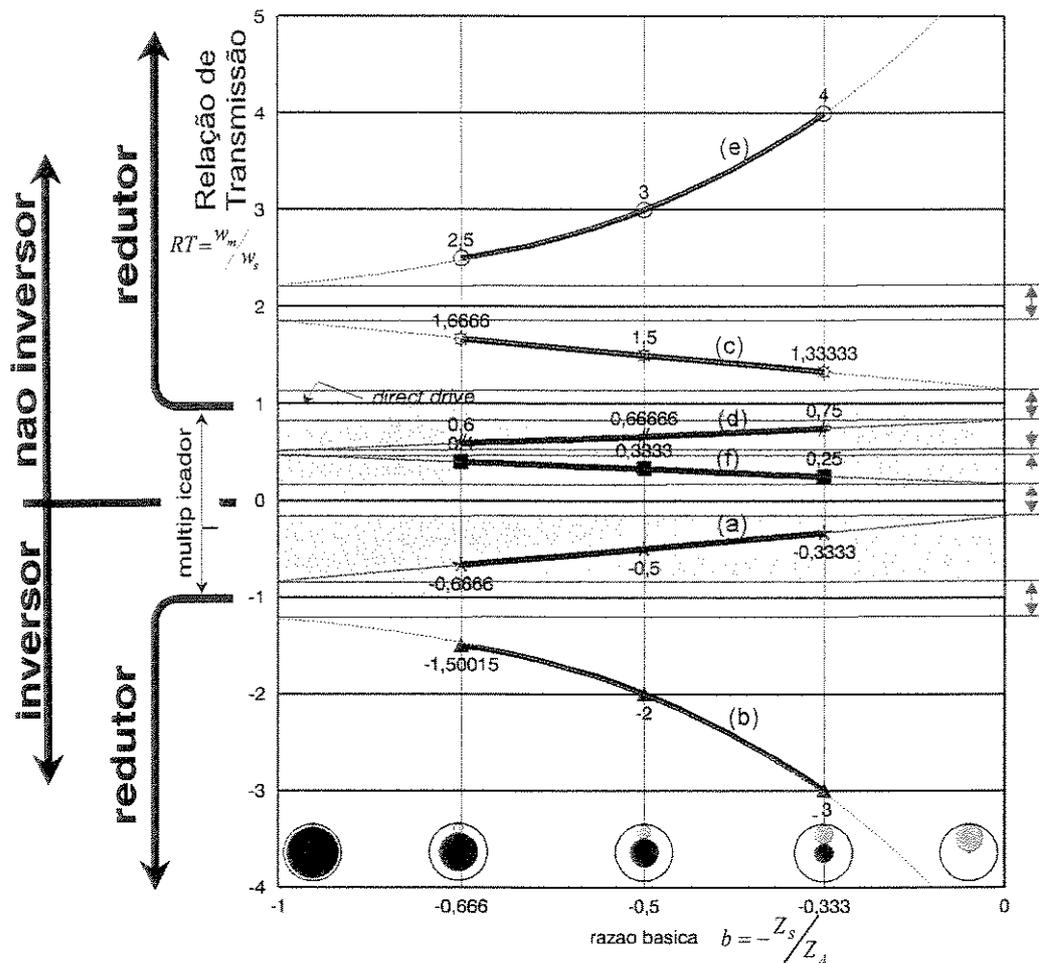


Figura 6.3 - Gráfico de w_m/w_s em função de b .

Ao estender as curvas do gráfico acima, observa-se que há algumas relações de transmissão impossíveis de serem obtidas com apenas um TEP. São valores próximos de -1 ; 0 ; $0,5$; 1 e 2 que estão fora dos seguintes intervalos: $[-20,833; -1,106]$; $[-0,904; -0,048]$; $[0,046; 0,474]$; $[0,525; 0,954]$; $[1,048; 1,904]$ e $[2,106; 21,833]$.

6.2.2 – Exemplo de um TEP Simples com duas Fontes Motoras

Sejam os TEPs da Figura 6.4, onde os motores acionam dois elementos, sendo o terceiro ligado ao eixo de saída. Sejam ainda Z_A , Z_P e Z_S os respectivos números de dentes das engrenagens anular, planeta e satélite. Para se obter a rotação de saída em função das rotações w_{m1} e w_{m2} , respectivamente dos motores I e II, nas três alternativas da Figura 6.4, é preciso estudar cada caso em particular.

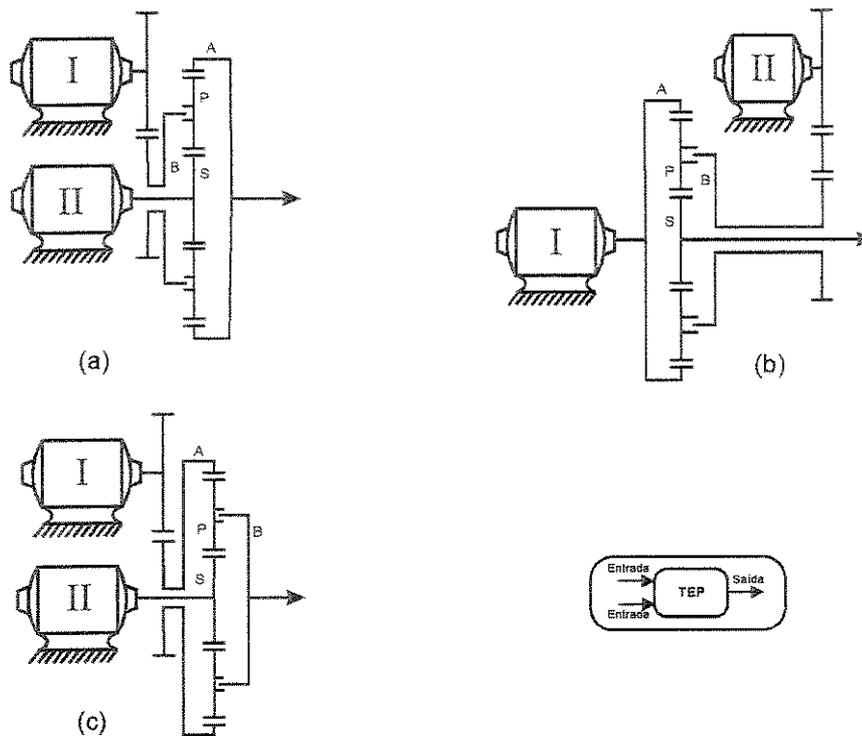


Figura 6.4 - Alternativas possíveis para duas entradas e uma saída.

a) No primeiro caso, considera-se a entrada pelo braço, através do motor I, a saída pela anular e o elemento resistente como sendo o motor II através da solar. Ambos motores têm o mesmo sentido de rotação. Neste caso, o elemento resistente, na verdade, é um elemento motor. Pela Tabela 6.1, a alternativa é: $R^S_{B,A}$. A relação a ser utilizada é:

$$R^S_{B,A} = \frac{w_B - w_S}{w_A - w_S} = \frac{1}{1-b} \quad (6.9)$$

Como: $w_B = w_{m1}$ e $w_S = w_{m2}$, o valor da rotação do eixo de saída w_A fica:

$$w_A = (1-b) \cdot w_{m1} + b \cdot w_{m2} \quad (6.10)$$

b) No segundo caso, considera-se a entrada pela anular, através do motor I, a saída pela solar e o elemento resistente como sendo o motor II através do braço. Neste caso, o elemento resistente, na verdade, é também um elemento motor. Foi introduzida uma engrenagem intermediária no acoplamento do motor II para manter o mesmo sentido de rotação no braço. Pela tabela 6.1, a alternativa é: $R^B_{A,S}$. A relação a ser utilizada é:

$$R^B_{A,S} = \frac{w_A - w_B}{w_S - w_B} = b \quad (6.11)$$

Como: $w_A = w_{m1}$ e $w_B = w_{m2}$, o valor da rotação do eixo de saída w_S fica:

$$w_S = \frac{1}{b} \cdot w_{m1} + \frac{b-1}{b} \cdot w_{m2} \quad (6.12)$$

c) No terceiro caso, considera-se a entrada pela anular, através do motor I, a saída pelo braço e o elemento resistente como sendo o motor II através da solar. Neste caso, o elemento resistente, novamente, é um elemento motor. Pela tabela 6.1, a alternativa é: $R^S_{A,B}$. A relação a ser utilizada é:

$$R^S_{A,B} = \frac{w_A - w_S}{w_B - w_S} = 1 - b \quad (6.13)$$

Como $w_A = w_{m1}$ e $w_S = w_{m2}$, o valor da rotação do eixo de saída w_B fica:

$$w_B = \frac{1}{1-b} \cdot w_{m1} + \frac{b}{b-1} \cdot w_{m2} \quad (6.14)$$

Para calcular a rotação do eixo de saída é preciso considerar ainda a proporção entre os diâmetros das engrenagens anular e solar, que influenciam no valor de b . Considerando esta proporção igual a 1,5; 2,0 e 3,0 (o que resulta em $b = 0,666$; 0,500 e 0,333 respectivamente) para fins de exemplificação numérica e, considerando-se ainda a proporção entre as rotações das fontes motoras (supondo cinco alternativas de $w_1/w_2 = 0$; 0,5; 1; 2 e 3), chega-se nos resultados mostrados na Tabela 6.4. Se considerarmos que um dos motores da Figura 6.4 é também uma saída, tem-se o caso de uma entrada e duas saídas.

Neste exemplo, fixou-se a rotação do motor II (w_{m2}) em 500 rpm e variou-se a rotação do motor I (w_{m1}) nos seguintes valores: 0; 250; 500; 1000 e 1500 rpm. As alternativas a, b e c da Figura 6.4 correspondem aos eixos de saída na anular, solar e braço respectivamente. Os resultados mostrados na tabela para as saídas também estão relacionados com a rotação do motor II ($w_{SAÍDA}/w_{m2}$).

Tabela 6.4 - Resultados numéricos do Exemplo 6.2.2.

b	w_{m1}	w_{m2}	w_{m1}/w_{m2}	(a) Saída: ANULAR	(b) Saída: SOLAR	(c) Saída: BRAÇO
-0,666	0	500	0,00	-0,67	2,50	0,40
	250	500	0,50	0,17	1,75	0,70
	500	500	1,00	1,00	1,00	1,00
	1000	500	2,00	2,67	-0,50	1,60
	1500	500	3,00	4,33	-2,00	2,20
-0,506	0	500	0,00	-0,50	3,00	0,33
	250	500	0,50	0,25	2,00	0,67
	500	500	1,00	1,00	1,00	1,00
	1000	500	2,00	2,50	-1,00	1,67
	1500	500	3,00	4,00	-3,00	2,33
-0,333	0	500	0,00	-0,33	4,00	0,25
	250	500	0,50	0,33	2,50	0,63
	500	500	1,00	1,00	1,00	1,00
	1000	500	2,00	2,33	-2,00	1,75
	1500	500	3,00	3,67	-5,00	2,50

Pelos dados da Tabela 6.4, verifica-se que, qualquer que seja a relação básica do TEP estudado, quando há duas entradas com a mesma rotação ($w_{m1}/w_{m2} = 1$), a rotação do eixo de saída será sempre igual a rotação dos eixos motores. Esta característica é utilizada nas transmissões automotivas, quando se deseja obter a relação de transmissão 1 : 1 ou “*direct drive*”.

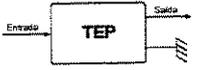
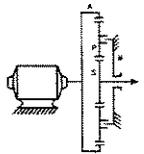
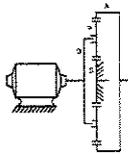
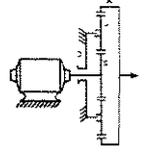
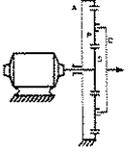
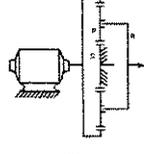
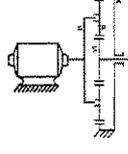
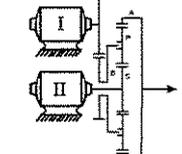
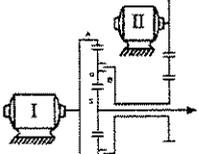
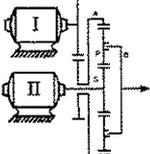
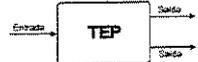
No caso de fazer a rotação do motor I (w_{m1}) igual a zero, o conjunto passa a funcionar como um TEP com uma entrada, uma saída e um elemento freiado.

6.2.3 – Sumário das Relações Cinemáticas de um único TEP

Com os exemplos anteriores, todas as possíveis alternativas de cálculo de relações cinemáticas resultantes das possíveis ligações de elementos em um único TEP simples, sem planetas compostos ou emparelhados, foram contempladas. Qualquer situação proposta pode ser enquadrada nestas alternativas aplicando-se as fórmulas desenvolvidas. Para melhor visualização dos resultados, a Tabela 6.5 resume os modos de operação e as respectivas relações cinemáticas, considerando a razão básica como sendo:

$$b = -\frac{Z_S}{Z_A} \quad (6.15)$$

Tabela 6.5 - Modos de operação e respectiva relação cinemática para um TEP.

Relações cinemáticas dos TEPs			
	(a)  $w_S = \frac{1}{b} \cdot w_A$	(d)  $w_A = (1-b) \cdot w_B$	
	(b)  $w_A = b \cdot w_S$	(e)  $w_B = \frac{b}{b-1} \cdot w_S$	
	(c)  $w_B = \frac{1}{1-b} \cdot w_A$	(f)  $w_S = \frac{b-1}{b} \cdot w_B$	
	(a)  $w_A = (1-b) \cdot w_B + b \cdot w_S$	(b)  $w_S = \frac{1}{b} \cdot w_A + \frac{b-1}{b} \cdot w_B$	(c)  $w_B = \frac{1}{1-b} \cdot w_A + \frac{b}{b-1} \cdot w_S$
	 $w_A + (b-1) \cdot w_B - b \cdot w_S = 0$		

6.3 – Relação de Transmissão em TEPs Ligados

A utilização de mais de um TEP em sistemas de transmissão, freqüentemente resulta em alternativas em que a rotação percorre caminhos complexos e onde a composição final do movimento depende da montagem e de cada TEP individualmente. Para estes casos, alguns exemplos típicos foram selecionados afim de ilustrar a forma de cálculo. Como se trata da ligação de dois TEPs, não necessariamente iguais, serão incorporados os índices 1 e 2 nas notações, que se refere ao TEP ao qual pertencem.

Para se calcular a rotação do eixo de saída ou a rotação do eixo de entrada necessária para que o eixo de saída gire uma volta completa na mesma unidade de tempo é preciso considerar ainda a proporção entre os diâmetros da anular e solar, que influem no valor de b , tanto no primeiro quanto no segundo TEP.

6.3.1 – Primeiro Exemplo com dois TEPs Ligados

Seja o sistema da Figura 6.5, onde o motor aciona as engrenagens solar S_1 e S_2 , a engrenagem anular A_1 está fixa e o braço B_2 é o eixo de saída (resistente). Sejam ainda Z_{S1} , Z_{S2} , Z_{A1} e Z_{A2} os respectivos números de dentes das engrenagens S_1 , S_2 , A_1 e A_2 .

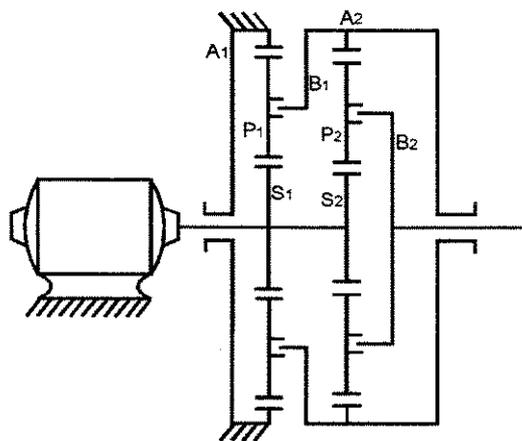


Figura 6.5 - Exemplo de dois TEPs ligados.

Para melhor visualização dos dois TEPs que compõem o mecanismo da Figura 6.5, a Figura 6.6 mostra a representação por blocos com suas ligações internas e externas.

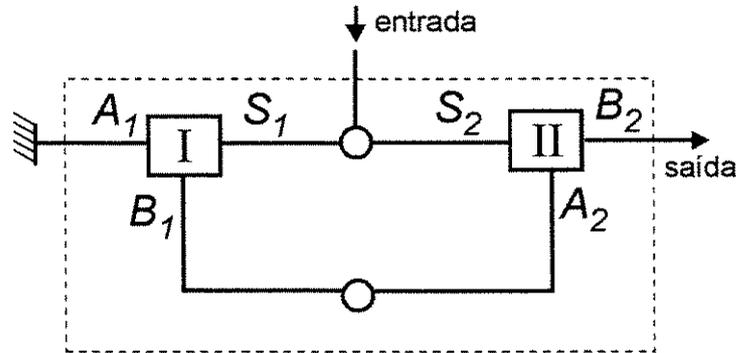


Figura 6.6 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.5.

O primeiro TEP é exatamente o caso da letra (e) da Figura 6.2 do item 6.2.1, onde:

$$w_{B1} = \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) \cdot w_m \quad (6.16)$$

O segundo TEP é exatamente o caso da letra (c) da Figura 6.4 do exemplo 6.2.2, onde $w_1 = w_{B1}$ e $w_2 = w_m$:

$$w_{B2} = \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) \cdot w_{B1} + \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) w_m \quad (6.17)$$

Substituindo 6.16 em 6.17 :

$$w_{B2} = \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) \cdot w_m + \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \cdot w_m \quad (6.18)$$

Para fins de exemplificação numérica, supondo $b_1 = b_2 = -0,666$ e $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída fica:

$$w_{B2} = \left(\frac{-0,666}{-0,666-1} \right) \cdot \left[\frac{1}{1-(-0,666)} \right] \cdot 1.000 + \left(\frac{-0,666}{-0,666-1} \right) \cdot 1.000 \quad (6.19)$$

$$w_{B2} = 640 \text{ rpm}$$

Ou seja, são necessárias 1,563 voltas do eixo motor para que o eixo de saída gire uma volta completa, na mesma unidade de tempo. Trata-se portanto, de um redutor (1,563:1).

6.3.2 – Segundo Exemplo com dois TEPs Ligados

Seja o sistema da Figura 6.7, onde o motor aciona o braço B_1 e o eixo de saída está solidário com as engrenagens solar S_1 e S_2 . Sejam ainda, Z_{A1} , Z_{A2} , Z_{S1} e Z_{S2} os respectivos números de dentes das engrenagens S_1 , S_2 , A_1 e A_2 . A Figura 6.8 mostra a representação por blocos desta montagem.

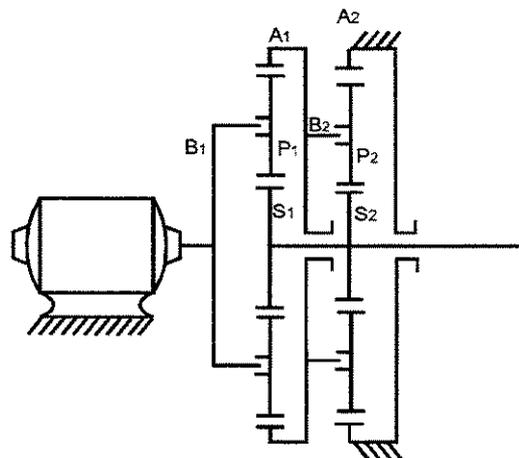


Figura 6.7 - Representação funcional de 2 TEPs ligados.

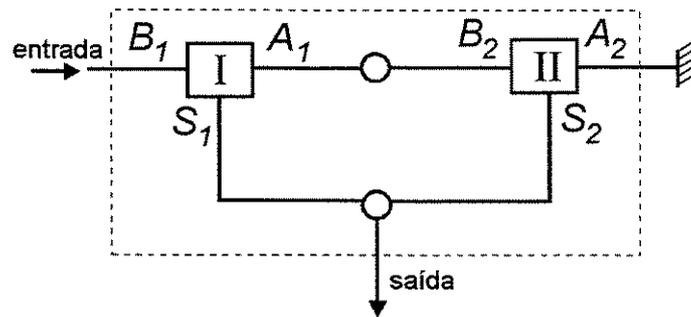


Figura 6.8 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.7.

No primeiro TEP, tem-se:

$$w_{A1} + (b_1 - 1) \cdot w_{B1} - b_1 \cdot w_{S1} = 0 \quad (6.20)$$

Onde : $w_{B1} = w_{motor}$, $w_{S1} = w_{saída} = w_{S2}$ e $w_{A1} = w_{B2}$

O segundo TEP é exatamente o caso da letra (f) da Figura 6.2 do exemplo 6.2.1:

$$w_{S2} = \left(\frac{b - 1}{b} \right) \cdot w_{B2} \quad (6.21)$$

Substituindo 6.20 em 6.21, tem-se:

$$w_{saída} = \frac{(1 - b_1) \cdot (b_2 - 1)}{b_2 - b_1 \cdot b_2 + b_1} \cdot w_{motor} \quad (6.22)$$

Para fins de exemplificação numérica, supondo $b_1 = b_2 = -0,666$ e $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída fica:

$$w_{saída} = 1,56 \cdot w_{motor} \quad (6.23)$$

$$w_{saída} = 1.560 \text{ rpm} \quad (6.24)$$

Ou seja, são necessárias 0,640 voltas do eixo motor para que o eixo de saída gire uma volta completa, na mesma unidade de tempo. Trata-se portanto, de um multiplicador (0,640:1).

6.3.3 – Terceiro Exemplo com dois TEPs Ligados

Seja o sistema da Figura 6.9, onde o motor aciona os elementos S_1 e B_2 , a engrenagem anular A_1 está fixa e S_2 é o eixo de saída (resistente). Sejam ainda Z_{S1} , Z_{S2} , Z_{A1} e Z_{A2} os respectivos números de dentes das engrenagens S_1 , S_2 , A_1 e A_2 .

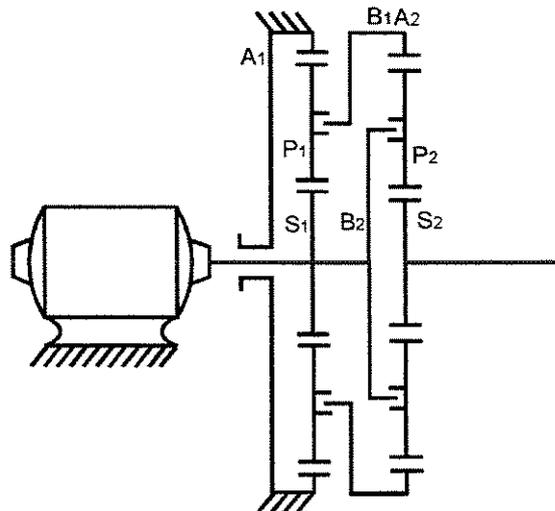


Figura 6.9 - Exemplo de dois TEPs ligados.

Para melhor visualização dos dois TEPs que compõe o mecanismo da Figura 6.9, a Figura 6.10 mostra a representação por blocos com suas ligações internas e externas.

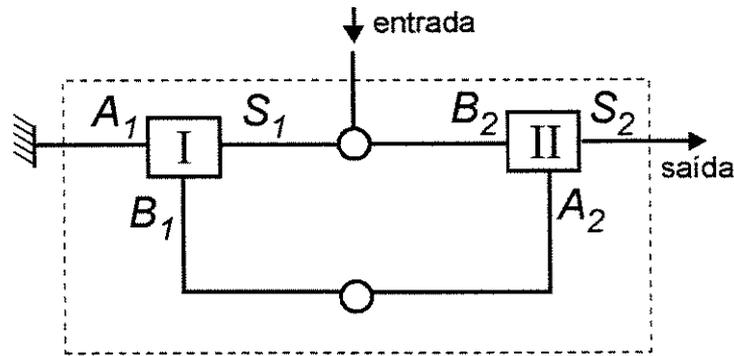


Figura 6.10 - Representação por blocos do TEP da Figura 6.9.

O primeiro TEP é exatamente o caso da letra (e) da Figura 6.2 do exemplo 6.2.1, onde:

$$w_{B1} = \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) \cdot w_m \quad (6.25)$$

O segundo TEP é exatamente o caso da letra (b) da Figura 6.4 do exemplo 6.2.2, onde $w_1 = w_{B1}$ e $w_2 = w_m$:

$$w_{S2} = \left(\frac{1}{b_2} \right) \cdot w_1 + \left(\frac{b_2 - 1}{b_2} \right) w_2 \quad (6.26)$$

Substituindo 6.25 em 6.26 :

$$w_{S2} = \left(\frac{1}{b_2} \right) \cdot \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) \cdot w_m + \left(\frac{b_2 - 1}{b_2} \right) \cdot w_m \quad (6.27)$$

Para fins de exemplificação numérica, supondo $b_1 = b_2 = -0,500$ e $w_m = 1.000$ rpm, a rotação do eixo de saída fica:

$$w_{B2} = \left(\frac{1}{-0,500} \right) \cdot \left(\frac{-0,500}{-0,500-1} \right) \cdot 1.000 + \left(\frac{-0,500-1}{-0,500} \right) \cdot 1.000 \quad (6.28)$$

$$w_{B2} = 2.333,333 \text{ rpm}$$

Ou seja, são necessárias 0,428 voltas do eixo motor para que o eixo de saída gire uma volta completa, na mesma unidade de tempo. Trata-se portanto, de um multiplicador (0,428:1).

6.4 – Cálculo do torque nos elementos de um TEP

Segundo Holmes (1977), ao se aplicar um torque externo no eixo de entrada de um TEP, deve-se considerar que, estando o sistema em equilíbrio (não havendo aceleração ou perda de potência), a soma dos torques atuantes é igual a zero. O sentido de rotação do eixo de entrada é o mesmo do torque de entrada e o sentido de rotação do eixo de saída é contrário ao do torque de saída ou resistente. Entretanto, perdas ocorrem em engrenagens. Porém, se as engrenagens forem bem dimensionadas e lubrificadas, a perda em um par engrenado pode chegar até somente 0,5% da potência transmitida por este par.

Como este trabalho pretende auxiliar o projetista na seleção de montagens de TEPs ligados, a metodologia adotada é a que fornece o torque atuante em cada elemento, considerando as diversas formas possíveis de ligações entre dois TEPs e a facilidade de inserir e automatizar este procedimento. Para tanto, foi feita uma alteração na representação por diagrama de torque apresentada por Hsied (1977) objetivando facilitar o entendimento do caminho do fluxo de torque em TEPs ligados. Com isso pretende-se fornecer ao projetista elementos suficientes para que seja tomada uma decisão entre diversas alternativas que se apresentem como satisfatórias.

Considerando que o torque converge para os engrenamentos, é preciso construir o respectivo diagrama de torque onde constam todos os elementos e todos os engrenamentos. Para o cálculo do torque em cada elemento de um sistema de transmissão epicicloidal, aplica-se as seguintes equações (Hsied, 1997):

$$\tau_{y,k} + r_k \cdot \tau_{x,k} = 0 \quad (6.29)$$

$$\tau_{z,k} + (1 - r_k) \cdot \tau_{x,k} = 0 \quad (6.30)$$

Onde $r_k = \pm \frac{Z_y}{Z_x}$ que é a relação do número de dentes das engrenagens y e x .

O sinal negativo significa que as engrenagens y e x possuem dentes externos e o sinal positivo indica que uma das engrenagens possui dentes internos. O elemento z é o braço e k é o engrenamento.

Em seguida, impõe-se a condição de que a soma dos torques atuando em cada elemento seja igual a zero. É necessário incluir o torque de entrada, o torque de saída e o torque resistente do elemento freado. São, portanto, mais n equações. Estas equações lineares podem ser escritas em forma de matriz da seguinte maneira:

$$[B] \cdot \{\tau\} = \{0\} \quad (6.31)$$

Onde: B é uma matriz cujos elementos são função do número de dentes das engrenagens (ou diâmetro ou raio primitivo) e τ é o vetor torque. O resultado é dado em função do torque de entrada.

6.5 - Exemplos de Aplicação da Análise do Torque

Em sistemas de transmissão epicicloidial, o torque resultante percorre caminhos complexos, onde a composição final depende de cada TEP individualmente. Para estes casos, alguns exemplos típicos foram selecionados afim de ilustrar a forma de cálculo descrita anteriormente.

6.5.1: Primeiro Exemplo.

Para calcular o torque em cada elemento, em função do torque de entrada no TEP da letra (c) da Figura 6.2, é preciso construir o diagrama de torque mostrado na Figura 6.11. São dois engrenamentos e quatro elementos. Para cada engrenamento, são obtidas duas equações lineares e para cada elemento é obtida mais uma equação linear. Colocando estas equações sob a

forma de matriz e resolvendo-a, obtêm-se os resultados do torque em função do torque de entrada, conforme mostrado na Tabela 6.6.

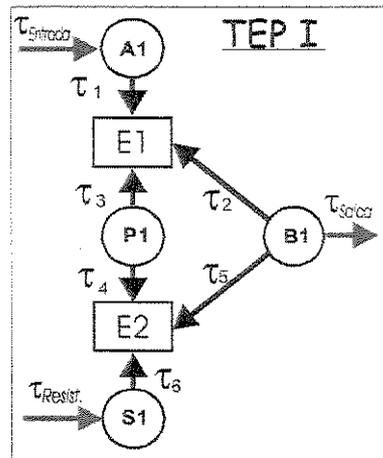


Figura 6.11 - Diagrama de torque do TEP da letra (c) da Figura 6.2.

$$\text{Engrenamento E1: } \begin{cases} \tau_1 + r_1 \cdot \tau_3 = 0 & (6.32) \\ \tau_2 + (1 - r_1) \cdot \tau_3 = 0 & (6.33) \end{cases}$$

$$\text{Engrenamento E2: } \begin{cases} \tau_4 + r_2 \cdot \tau_6 = 0 & (6.34) \\ \tau_5 + (1 - r_2) \cdot \tau_6 = 0 & (6.35) \end{cases}$$

Somando todos os torques atuantes em cada elemento, obtêm-se mais 4 equações lineares:

$$\tau_6 - \tau_{resistente} = 0 \quad (6.36)$$

$$\tau_3 + \tau_4 = 0 \quad (6.37)$$

$$\tau_1 - \tau_{entrada} = 0 \quad (6.38)$$

$$\tau_2 + \tau_5 + \tau_{saida} = 0 \quad (6.39)$$

Onde $r_1 = \frac{Z_A}{Z_P}$ e $r_2 = -\frac{Z_P}{Z_S}$ considerando $Z_A = 72$; $Z_P = 12$ e $Z_S = 48$ como exemplo.

Escrevendo sob a forma de matriz:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0,25 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1,25 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \tau_1 \\
 \tau_2 \\
 \tau_3 \\
 \tau_3 \\
 \tau_4 \\
 \tau_6 \\
 \tau_{resist.} \\
 \tau_{saida}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \tau_{entrada} \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (6.40)$$

Resposta:

Tabela 6.6 – Valores de τ da Figura 6.12.

$\tau_1 = \tau_{entrada}$	$\tau_5 = -0,83 \cdot \tau_{entrada}$
$\tau_2 = -0,83 \cdot \tau_{entrada}$	$\tau_6 = 0,66 \cdot \tau_{entrada}$
$\tau_3 = -0,17 \cdot \tau_{entrada}$	$\tau_{resistente} = 0,66 \cdot \tau_{entrada}$
$\tau_4 = 0,17 \cdot \tau_{entrada}$	$\tau_{saida} = 1,66 \cdot \tau_{entrada}$

6.5.2: Segundo Exemplo.

Para se calcular o torque em cada elemento em função do torque de entrada, do sistema de transmissão GM 440 PGT, quando a entrada é em S_2 , a saída em A_1B_2 e considerando S_1 fixa (Hsieh, 1997), é necessário construir o diagrama de torque mostrado na Figura 6.12.

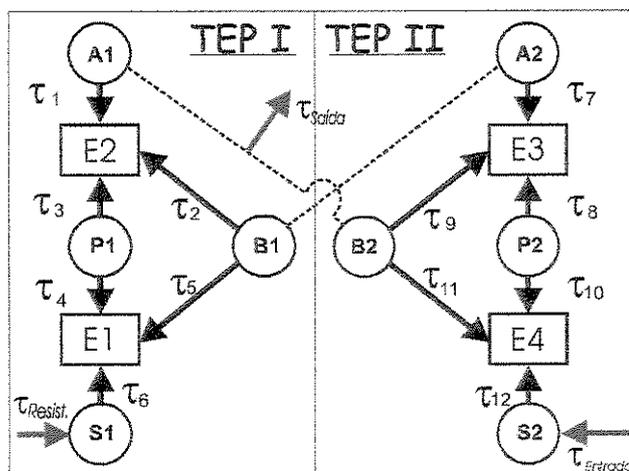


Figura 6.12 – Diagrama de torque do exemplo 6.5.2.

De acordo com a Figura 6.12, existem 4 engrenamentos e 6 elementos. Para cada engrenamento, são obtidas duas equações lineares:

$$\text{Engrenamento E1:} \quad \begin{cases} \tau_3 + r_1 \cdot \tau_1 = 0 & (6.41) \\ \tau_2 + (1 - r_1) \cdot \tau_1 = 0 & (6.42) \end{cases}$$

$$\text{Engrenamento E2} \quad \begin{cases} \tau_6 + r_2 \cdot \tau_4 = 0 & (6.43) \\ \tau_5 + (1 - r_2) \cdot \tau_4 = 0 & (6.44) \end{cases}$$

$$\text{Engrenamento E3} \quad \begin{cases} \tau_2 + r_3 \cdot \tau_7 = 0 & (6.45) \\ \tau_9 + (1 - r_3) \cdot \tau_7 = 0 & (6.46) \end{cases}$$

$$\text{Engrenamento E4} \quad \begin{cases} \tau_{12} + r_4 \cdot \tau_{10} = 0 & (6.45) \\ \tau_{11} + (1 - r_4) \cdot \tau_{10} = 0 & (6.46) \end{cases}$$

$$\text{Sendo: } r_1 = -\frac{Z_{P1}}{Z_{S1}}; \quad r_2 = \frac{Z_{A1}}{Z_{P1}}; \quad r_3 = \frac{Z_{P2}}{Z_{A2}} \quad \text{e} \quad r_4 = -\frac{Z_{S2}}{Z_{P2}}$$

Somando-se todos os torques atuantes em cada elemento, obtêm-se mais 6 equações lineares:

$$\tau_6 - \tau_{resistente} = 0 \quad (6.47)$$

$$\tau_1 + \tau_9 + \tau_{11} + \tau_{saida} = 0 \quad (6.48)$$

$$\tau_2 + \tau_5 + \tau_7 = 0 \quad (6.49)$$

$$\tau_{12} - \tau_{entrada} = 0 \quad (6.50)$$

$$\tau_8 + \tau_{10} = 0 \quad (6.51)$$

$$\tau_3 + \tau_4 = 0 \quad (6.52)$$

São obtidas então, quatorze equações que podem ser resolvidas em termos do torque de entrada e em função do tamanho das engrenagens (e portanto de r_k).

Para exemplificação numérica, considera-se $Z_{S1} = 26$; $Z_{A1} = 62$; $Z_{P1} = 18$; $Z_{S2} = 42$; $Z_{A2} = 74$ e $Z_{P2} = 16$, o que resulta em $r_1 = -0,69$; $r_2 = 3,44$; $r_3 = 0,22$ e $r_4 = -2,63$.

As equações (6.39) até (6.52) podem ser arranjadas em forma de matriz, cuja solução consta da Tabela 6.7. Os valores de $\tau_{m,k}$ representam o torque exercido no engrenamento k pelo elemento m, τ_{saida} representa o torque de saída do elemento A_1B_2 , $\tau_{entrada}$ representa o torque da fonte motora exercido sobre o elemento S_2 e $\tau_{resistente}$ representa a reação do torque pela imobilização de S_1 .

$$\begin{array}{cccccccccccc|cccc}
-0,6923 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_6 \\
1,6923 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,444 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_9 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2,444 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{11} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2162 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \tau_5 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0,7838 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2,625 & 0 & 0 & \tau_7 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,625 & 0 & 0 & \tau_{12} \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \tau_4 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \tau_3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{10} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{resist.} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \tau_{saida}
\end{array}$$

$$= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \tau_{entrada} \ 0 \ 0] \quad (6.53)$$

Tabela 6.7 – Valores de τ da Figura 6.13.

Torque	Torque	Torque
$\tau_1 = 1,24.\tau_{entrada}$	$\tau_6 = 0,52.\tau_{entrada}$	$\tau_{11} = -1,38.\tau_{entrada}$
$\tau_2 = -0,88.\tau_{entrada}$	$\tau_7 = -1,76.\tau_{entrada}$	$\tau_{12} = 1,00.\tau_{entrada}$
$\tau_3 = -0,36.\tau_{entrada}$	$\tau_8 = -0,38.\tau_{entrada}$	$\tau_{resistente} = 0,52.\tau_{entrada}$
$\tau_4 = 0,36.\tau_{entrada}$	$\tau_9 = -1,38.\tau_{entrada}$	$\tau_{saida} = 1,52.\tau_{entrada}$
$\tau_5 = -0,88.\tau_{entrada}$	$\tau_{10} = 0,38.\tau_{entrada}$	

Capítulo 7

Montagens de TEPs Simples e Ligados

7.1 – Introdução

Como o TEP é um sistema de dois graus de liberdade, torna-se possível uma grande variedade de montagens. Pode-se alterar a posição dos elementos e determinar qual delas será adotada como saída, entrada e controle. Em função dessas escolhas no caso de um único TEP, pode-se ter como resultado uma redução ou multiplicação, invertendo ou não a rotação. O grau de redução ou multiplicação é em função do número de dentes das engrenagens.

Como o TEP simples pode ter 34 formas possíveis de construção (Figura 3.16), o modelo adotado neste trabalho, será o TEP simples, com engrenagens cilíndricas e dois, três ou quatro planetas engrenados na engrenagem solar e na anular. Não serão enfocados planetas compostos ou emparelhados, como já comentado e exemplificado no Capítulo 5.

O objetivo desta parte do trabalho é fazer uma sistematização das possíveis formas de ligações de um e de dois TEPs com vista ao desenvolvimento de um *software* no ambiente *Windows* em *Visual Basic 5.0*, de tal forma a se constituir em uma ferramenta que auxilie o projetista a encontrar a alternativa mais adequada às condições de projeto.

7.2 – Possibilidades de Montagem de TEPs ligados

Mecanismos elaborados com a ligação de vários TEPs, através da conexão de seus eixos, podem ser construídos. Uma aplicação muito utilizada para este tipo de montagem é no uso de transmissões automotivas automáticas. Para estes casos, o grau de liberdade do conjunto tem de

ser $GL = 1$. Para utilização como diferencial, o grau de liberdade GL deve ser igual a 2 porque o torque tem de ser distribuído para as duas rodas de tração. Segundo Molian (1970), o grau de liberdade GL do sistema resultante depende do número de TEPs (N), do número de conexões entre os TEPs (c) e do número de eixos eventualmente freados e imobilizados (l). A união por embreagem de dois eixos de saída de um mesmo TEP é considerado pelo autor como sendo apenas uma imobilização. A relação entre estes parâmetros é:

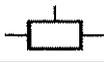
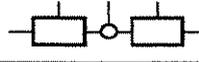
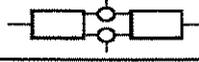
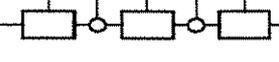
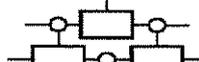
$$GL = 2N - c - l \quad (7.1)$$

A partir desta fórmula, Lévai (1973) elaborou o quadro da Tabela 7.1 que contém todas as combinações de c , l e GL obtidas da equação (7.1), para $N = 1, 2$ e 3 TEPs. Pela Tabela, pode ser visto que, para a obtenção de apenas um grau de liberdade, foi necessário imobilizar um eixo no caso das famílias 1, 3, 8, 9 e 10, dois eixos para as famílias números 2, 5, 6 e 7 e três eixos para a família número 4. Nestes sistemas é preciso considerar a existência de um eixo de entrada e outro como saída. Os demais eixos de acesso externo são considerados como membros de controle.

Pode-se instalar um freio em qualquer dos eixos de controle de um TEP. Na prática, vários freios podem ser instalados em uma seqüência de TEPs ligados afim de se obter novas relações de transmissão. Outro artifício é a instalação de embreagens unindo dois elementos de um mesmo TEP, o que resulta na neutralização deste TEP (ou seja, uma razão de redução igual a um para este TEP).

As modernas transmissões automáticas de veículos leves adotam um sistema de somente dois TEPs ligados, mantendo o eixo de saída fixo e alternando-se o eixo de entrada através de um sistema de embreagens, possibilitando mais alternativas de relações de transmissão, para um mesmo conjunto.

Tabela 7.1 - Grau de liberdade das possíveis ligações de TEPs.

N	Família	c	l	GL	Grupo
1	nº. 1 	0	0	2	3
			1	1	
2	nº. 2 	1	0	3	41
			1	2	
			2	1	
	nº. 3 	2	0	2	22
			1	1	
3	nº. 4 	2	0	4	520
			1	3	
			2	2	
			3	1	
	nº. 5 	3	0	3	330A
			1	2	330B
			2	1	411
	nº. 6 	4	0	2	140
			1	1	221
			1	1	302

7.3 – Ligações Possíveis de um TEP

Para relacionar todas as possíveis configurações que envolvam um único TEP, adota-se a metodologia de se alternar a posição dos três elementos vinculados a eixos externos de um TEP (anular, braço e solar) e conjuga-se estas alternativas com as possíveis configurações de imobilização de um eixo (Família nº 1 da Tabela 7.1)

Na Figura 7.1 (a) estão plotadas as 6 alternativas de posição dos três elementos externos de um único TEP e em (b) as 6 alternativas de entrada, saída e imobilização. A Tabela 7.2 mostra

as repetições de situações destas combinações, resultando em 6 diferentes alternativas com o respectivo movimento final resultante de cada uma.

7.4 – Ligações Possíveis de dois TEPs

A Figura 7.2 mostra as possibilidades de ligações de dois TEPs da família número 3 da Tabela 7.1, quando a imobilização de um eixo resulta em $GL = 1$, e alternando-se a entrada e o eixo imobilizado, mantendo fixa a posição do eixo de saída em cada alternativa A, B, C e D. Esta ligação de dois TEPs resulta em um sistema de quatro eixos externos, possibilitando 24 maneiras diferentes de acionamento para uma dada conexão mostrada na Figura 7.3.

Na Figura 7.3, estão indicados as 36 formas possíveis de se alternar a posição relativa da engrenagem anular, solar e do braço. A combinação das duas montagens dos dois TEPs resulta em 864 maneiras de se ligar dois trens epicicloidais, com 6 relações de transmissão em cada uma, além da “*direct drive*”, conforme mostra a Tabela 7.3.

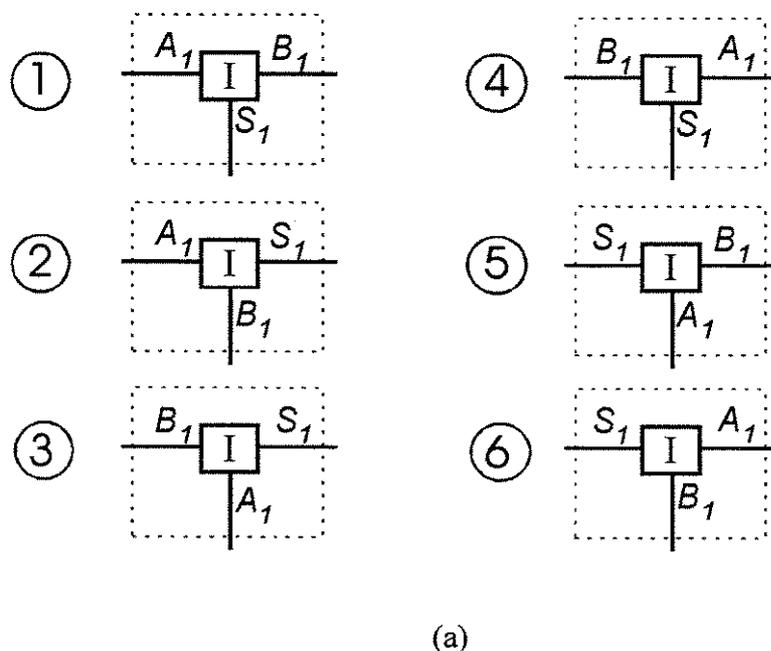


Figura 7.1 – (Continua...)

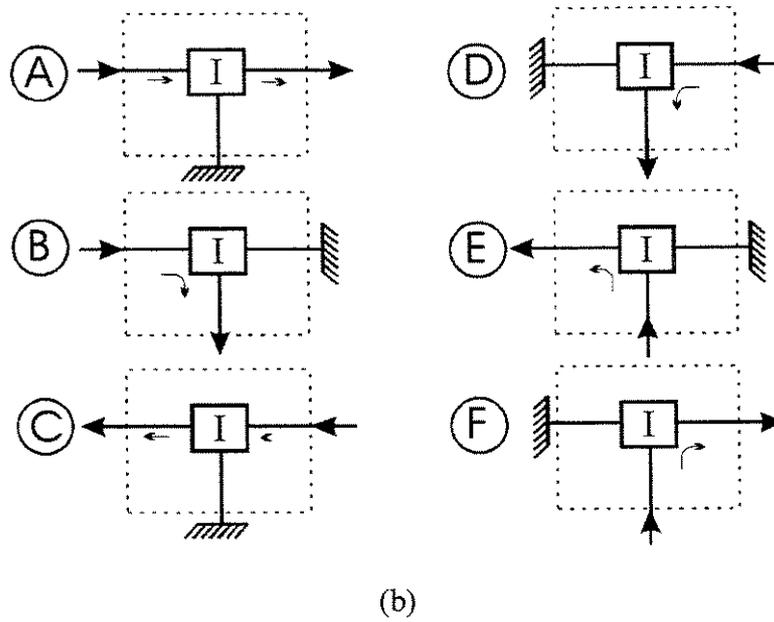


Figura 7.1 - (a) Alternativas de posição e (b) alternativas de entrada, saída e controle, para 1 TEP

Tabela 7.2 - Equivalências de montagens para 1 TEP.

Equivalências de montagens						Resultado obtido
1A	2B	3E	4C	5F	6D	Redutor
1E	2C	3D	4F	5B	6A	Redutor inversor
1B	2A	3F	4D	5E	6C	Multiplicador inversor
1C	2E	3B	4A	5D	6F	Multiplicador
1D	2F	3A	4B	5C	6E	Multiplicador
1F	2D	3C	4E	5A	6B	Redutor

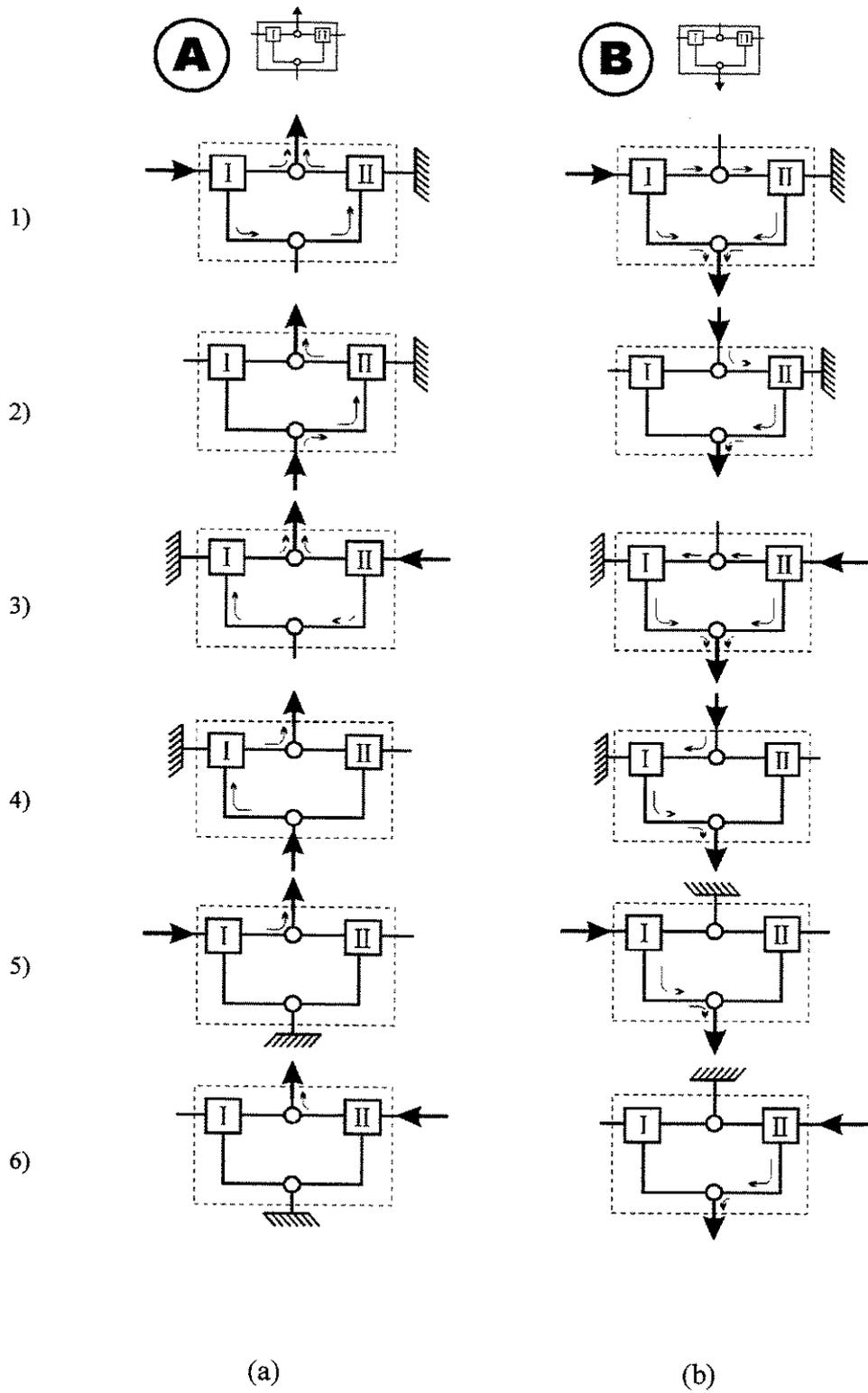


Figura 7.2 (Continua...)

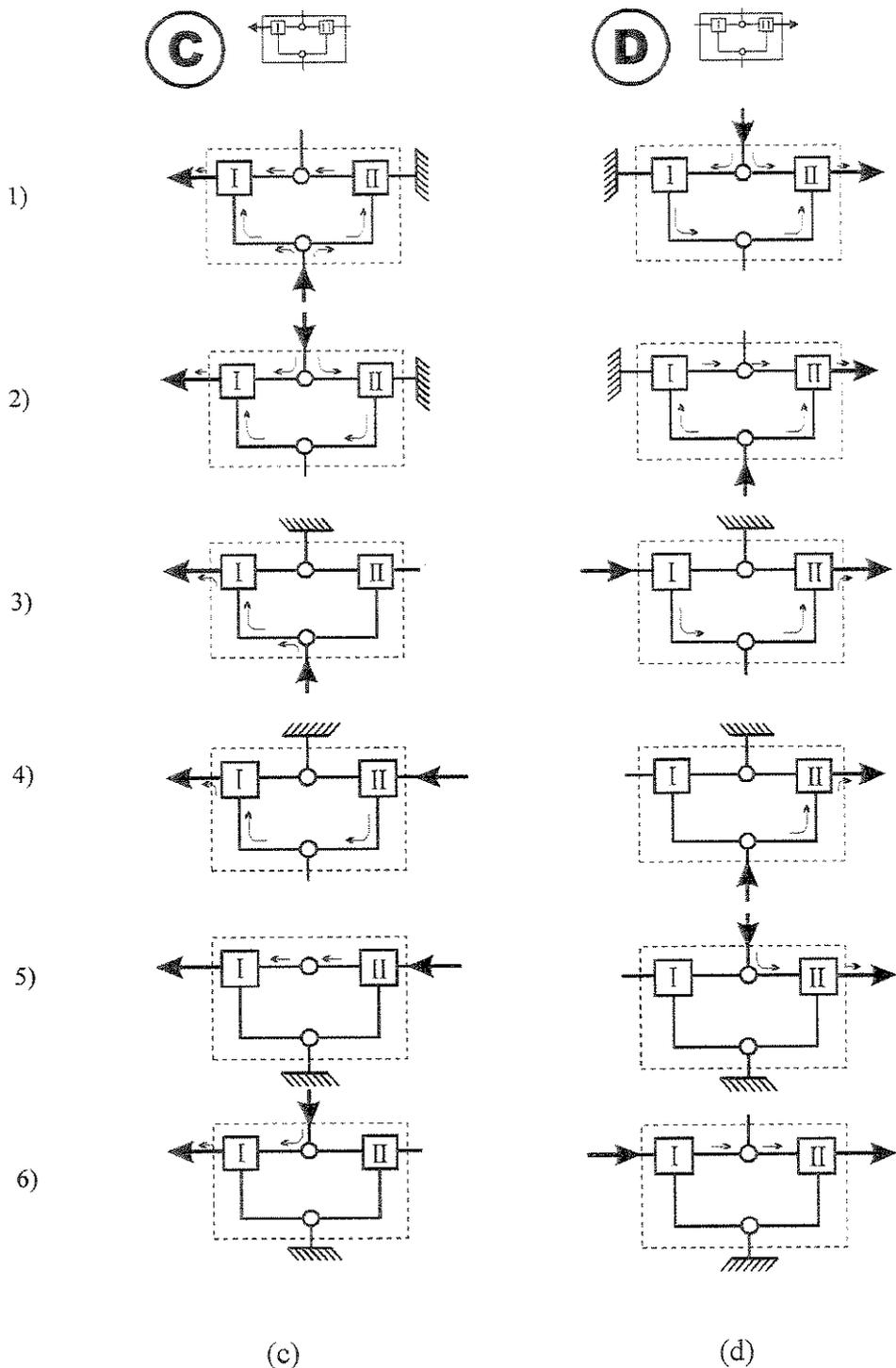


Figura 7.2 - Possibilidades de montagens de dois TEPs, alternando-se a entrada e o elemento freiado, mantendo fixa a posição do eixo de saída em cada alternativa A, B, C e D.

- (a) entrada pela esquerda
- (b) entrada pela direita
- (c) entrada por baixo
- (d) entrada por cima

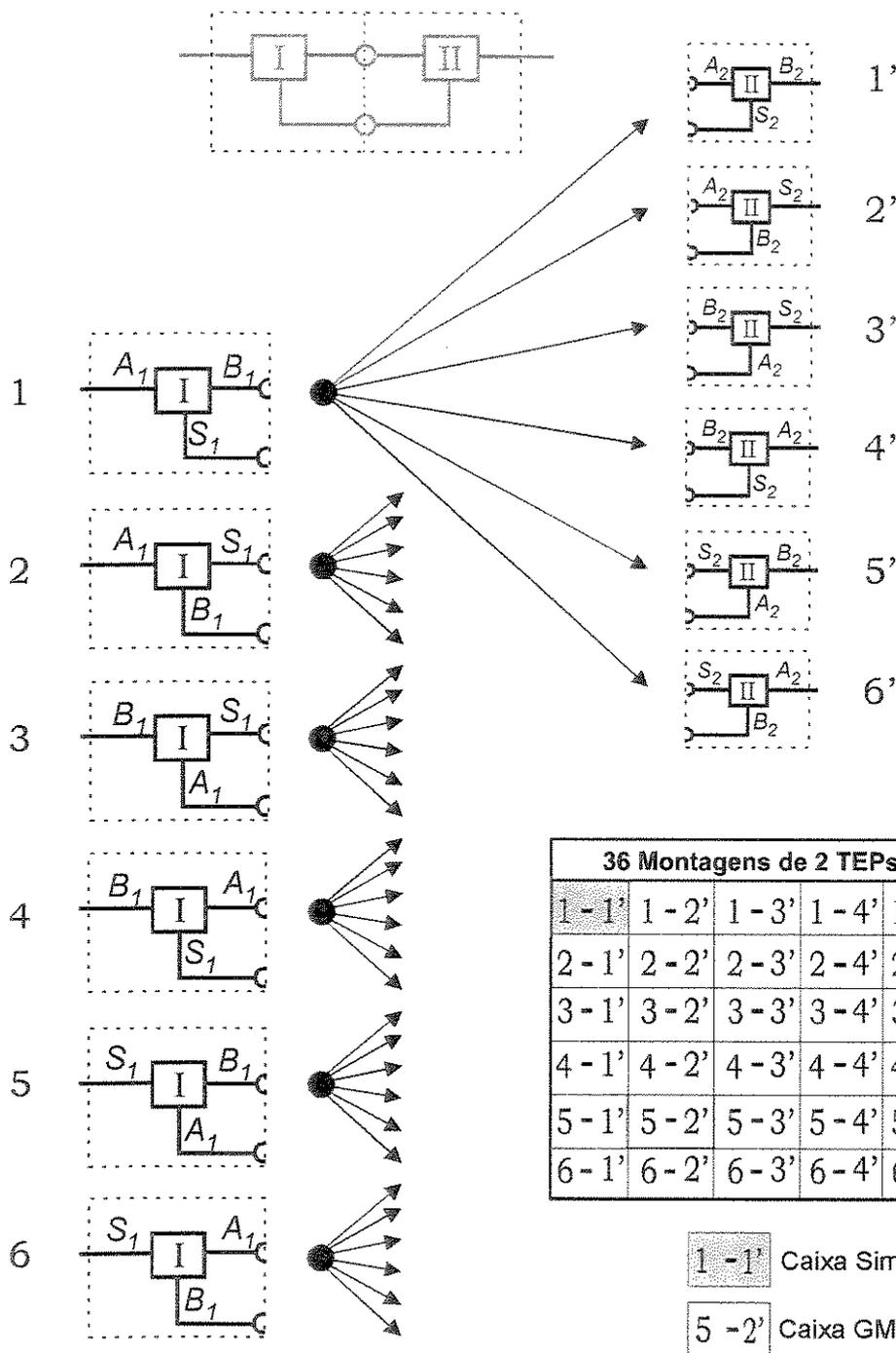


Figura 7.3 - Possibilidades de ligações de dois TEPs, alternando a posição dos elementos.

Tabela 7.3 - Relações de Transmissão, nas diversas montagens possíveis.

	1'			2'			3'			4'			5'			6'																																						
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D																										
1	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6												
2	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D										
3	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
4	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D						
5	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
6	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D						

7.5 – Determinação dos Limites

Como o enfoque deste trabalho é voltado para transmissões automáticas de veículos leves, é preciso definir os limites e restrições de todas as variáveis envolvidas. Os intervalos adotados para o número de dentes das engrenagens solar, anular e planeta, que possibilitam a montagem de um TEP, consideraram a viabilidade de construção das engrenagens e o número de dentes das engrenagens normalmente utilizadas nos modernos sistemas de transmissão automática em uso, de modo a evitar soluções de grande volume e peso. Baseado nisso, foram escolhidos os intervalos de 36 até 250 dentes para a anular, de 12 até 226 dentes para a solar e de 12 a 119 dentes para o planeta. Com estes limites, é possível obter 11.664 diferentes conjuntos de três números de dentes para montagens de TEPs.

A cada conjunto de três números de dentes (solar, anular e planeta) corresponde um valor de razão básica b para este conjunto. Mantendo-se constante o valor do número de dentes da anular, pode-se alterar simultaneamente o número de dentes das engrenagens solar e dos planetas, obedecendo a equação 3.2. O gráfico da Figura 7.4 mostra a variação de b em função de Z_S e Z_P , sem considerar o limite adotado para a engrenagem anular. Os valores máximo e mínimo de b são $-0,904$ e $-0,048$ em função dos limites adotados para o número de dentes do planeta.

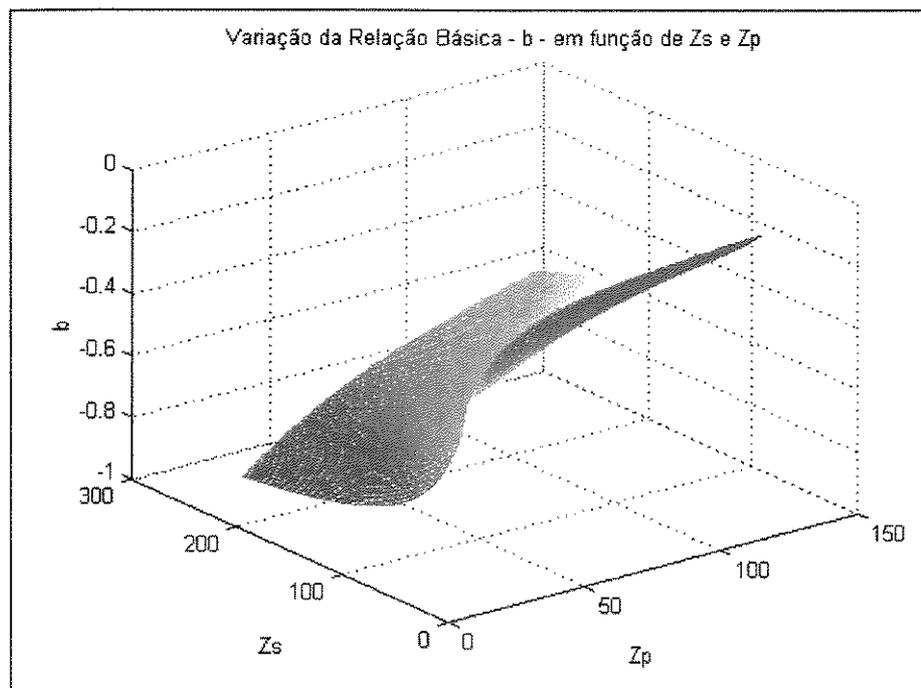


Figura 7.4- Variação do valor de b em função de Z_S e Z_P sem limitar Z_A .

A Figura 7.5 mostra o mesmo gráfico da Figura 7.4 com a região que se desloca para o valor zero de b e que representa as relações básicas descartadas por envolver engrenagens anulares com número de dentes superior a 250. Somente a superfície não plana está sendo considerada neste trabalho.

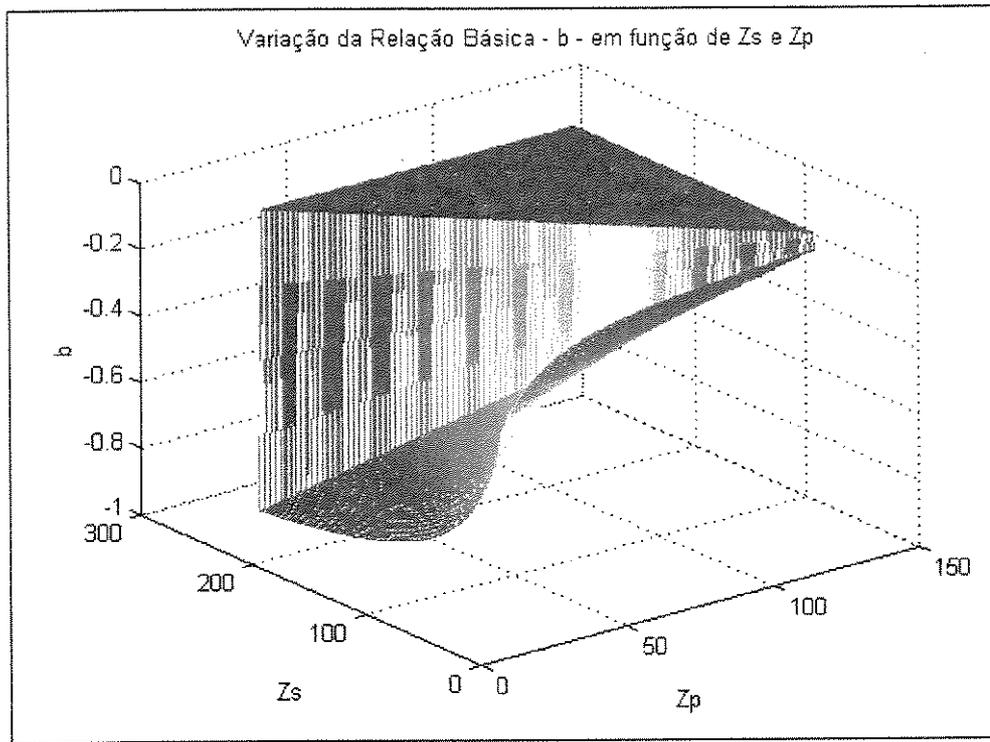


Figura 7.5- Variação do valor de b em função de Z_s e Z_p limitando Z_A até 250 dentes.

Foi adotado o uso de engrenagens cilíndricas (dentes retos ou helicoidais) e os TEPs não possuem planetas emparelhados ou compostos. Para se construir uma transmissão automática epicicloidial, fixou-se o eixo de saída, normalmente acoplado ao diferencial, que por sua vez é acoplado às rodas. O eixo de entrada pode ser alternado, através de sistemas de embreagens, o que amplia a possibilidade de novas relações de transmissão. Também em linha com os modernos projetos de transmissão automática para veículos leves, são utilizados apenas dois TEPs ligados (o que permite um menor número de peças móveis) da família número 3 da Figura 7.1 e apenas um eixo ou elemento de saída é freiado de cada vez, para se obter uma nova relação de transmissão. A Relação de Transmissão “*direct drive*” ou 1:1, é obtida, em todos os casos, acionando duas entradas ao mesmo tempo, ambas com a mesma rotação.

Baseado nestas considerações, foi desenvolvido um programa em *Visual Basic 5.0™*, da *MicroSoft*, objetivando obter uma ferramenta que auxilie os projetistas e usuários na seleção e escolha da forma de montagem e síntese das possíveis soluções no projeto de transmissões epicicloidais, inclusive as automáticas para veículos leves, além de proceder a análise do torque para a solução escolhida. A descrição deste *software*, com exemplos de aplicação, consta do Capítulo 8.

Capítulo 8

Desenvolvimento de Software em Visual Basic

8.1 – Introdução

O *software Visual Basic 5.0™* é uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento de aplicativos no ambiente *Windows™*, utilizando interface gráfica (Programme's Guide of Microsoft, 1993). Assim, é possível criar janelas, menus, caixas de texto, botões de comandos, caixas de seleção, barras de rolagem e caixas de arquivos (Cornell, 1998). Com este software pode-se escrever praticamente todos os tipos de aplicativos como jogos, editores de texto, editores de imagens e banco de dados (*Visual Basic 5.0 – Método Rápido*, 1998).

Para a aplicação desenvolvida neste trabalho, objetivando auxiliar o projeto de transmissões epicicloidalas com um e dois TEPs ligados, foi desenvolvido o programa **TEPciclo**, cuja tela de abertura é mostrada na Figura 8.1. Um fluxograma do *software* encontra-se no Anexo 1. Foi previsto, no menu do programa, as opções de “1 TEP”, “2 TEPs”, a caixa “sobre” e a “saída”.

Tanto na utilização de um ou dois TEPs, pode-se fazer a síntese fornecendo o número de dentes das engrenagens ou a relação básica b e obter como resposta as Relações de Transmissão resultantes ou, fornecendo as Relações de Transmissões desejadas, obter-se as famílias de número de dentes, para a montagem escolhida ou selecionada, que resultam nas transmissões especificadas, com uma dada tolerância. Em seguida, após definido o número de dentes das engrenagens, pode-se fazer a análise de torque do conjunto estudado. Para a análise de torque,

utiliza-se a metodologia já descrita no item 6.4 aplicando-se o método de Gauss com pivoteamento total para a solução das matrizes (Ruggiero e Lopes, 1988).

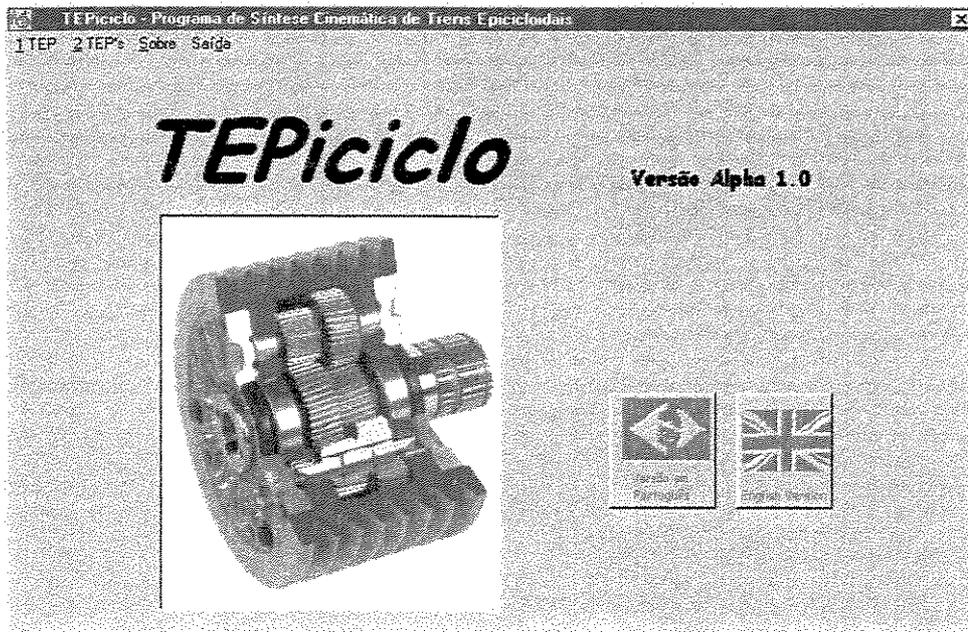
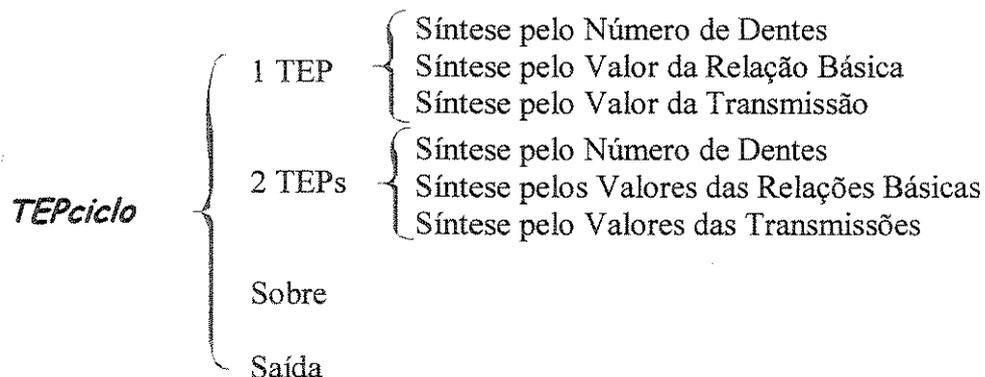


Figura 8.1- Tela de abertura do *TEPciclo*.

8.2 – Estrutura do Programa

O programa *TEPciclo* foi desenvolvido com uma estrutura capaz de trabalhar distintamente com um único TEP ou com dois TEPs ligados conforme a família número 3 da Tabela 7.1. A barra de tarefas da tela de abertura tem a seguinte estrutura:



Para demonstrar a versatilidade e amplitude de aplicações do programa, utilizou-se como exemplos os modelos de 1 e 2 TEPs resolvidos no Capítulo 6, com uma e duas fontes motoras, de tal forma a ser possível comparar os resultados. Também é exemplificado como é possível obter relações de transmissões com 2 TEPs, que não são possíveis com apenas 1 TEP. Em seguida, é feito um exemplo para demonstrar a utilização do *TEPciclo* no cálculo das relações de transmissão da caixa automática GM 440 PGT com identificação de outras alternativas de se montar a mesma caixa. Finalmente, é feito um exemplo de um projeto de uma transmissão automática partindo das relações de transmissão desejadas objetivando identificar as montagens, a posição e o número de dentes das engrenagens que atendam estas especificações, dentro de uma dada tolerância.

8.3 – Exemplos de Aplicação

8.3.1 – Exemplo com 1 TEP Simples com um Elemento Imobilizado

Para exemplificar a utilização da aplicação do *TEPciclo*, na determinação das relações cinemáticas de 1 TEP com um elemento imobilizado, foi selecionado um conjunto de três exemplos já resolvidos no item 6.2.1.

1. $b = -0,333$. com a montagem (e) da Figura 6.2.
2. $b = -0,500$ com a montagem (c) da Figura 6.2 e
3. $b = -0,666$ com a montagem (a) da Figura 6.2,

Considerando a mesma rotação do motor do exemplo, $w_m = 1000$ rpm, obtem-se os resultados mostrados na Figura 8.2, onde é informado se o sistema é um redutor ou multiplicador, o valor da relação de transmissão e a rotação do eixo de saída, em rpm. Também é disponibilizada a representação funcional da montagem escolhida. Em seguida, utilizando a rotina de cálculo de torque descrita no Capítulo 6, é feita sua aplicação em cada caso. Destaca-se que, em qualquer momento, é possível alterar os dados iniciais fornecidos.

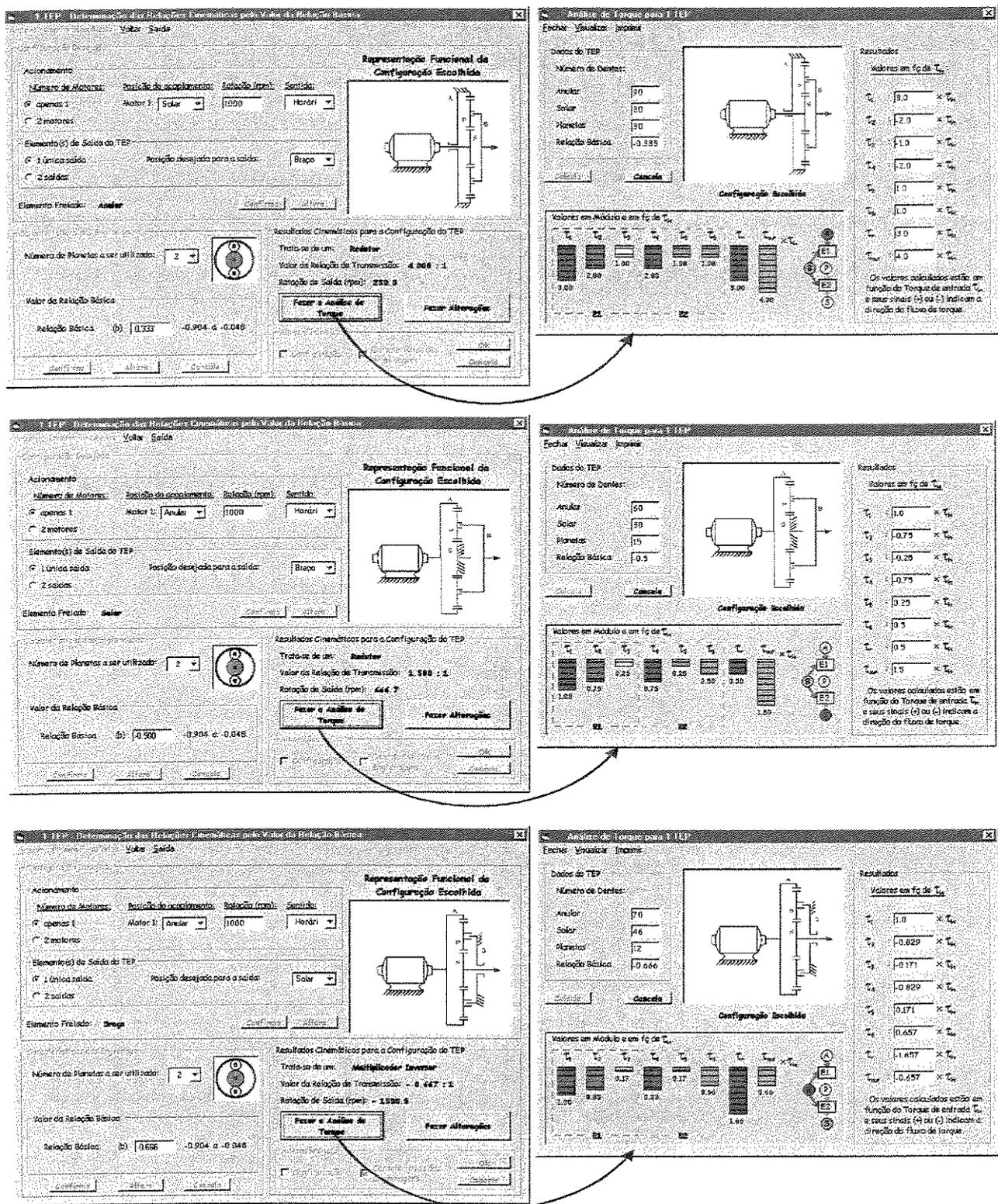


Figura 8.2 – Resultados obtidos pelo *TEPciclo* para os itens 1 a 3 do exemplo 8.3.1 e as respectivas análises de torque.

Após a obtenção dos resultados cinemáticos, foi feita a análise do torque, selecionando uma trinca de dentes de uma relação fornecida pelo próprio programa, que correspondesse a razão básica do sistema estudado. A Figura 8.2 mostra, à direita, a tela de análise de torque para 1 TEP, para cada um dos exemplos. Nesta tela é mostrada a respectiva representação do diagrama de torque e o valor, em forma de gráfico, do torque atuante em cada engrenamento. As cores dos gráficos correspondem às cores representadas no diagrama de torque. Os resultados também são mostrados em valores numéricos e estão em função do valor do torque de entrada.

8.3.2 – Exemplo de 1 TEP Simples com duas Fontes Motoras

Da mesma forma do exemplo anterior, foi selecionada a letra b do item 6.2.2, que corresponde a montagem mostrada na letra b da Figura 6.4. Neste caso, o motor I está acoplado na Anular e o motor II está acoplado no Braço. Considerando $b = -0,5$ e a relação entre w_1 e w_2 como sendo igual a 2 obtemos, pelo *TEPciclo*, o resultado da rotação do eixo de saída que é de -1.000 rpm como mostrado na tela da Figura 8.3.

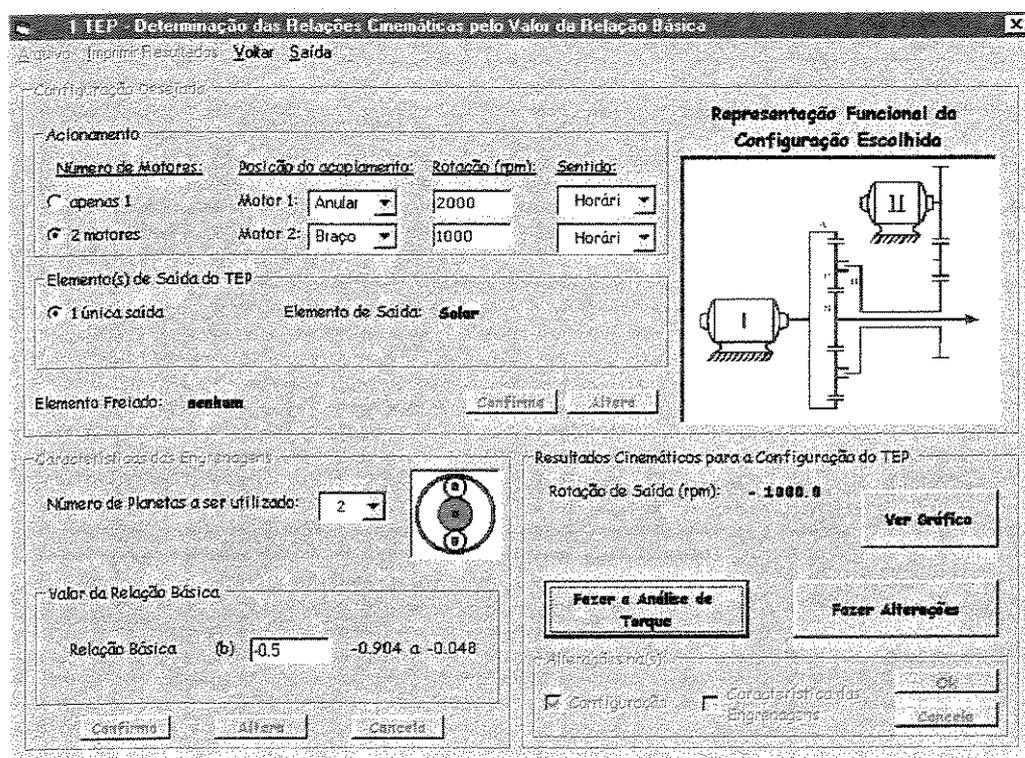


Figura 8.3 – Tela mostrando a utilização de um TEP com duas entradas.

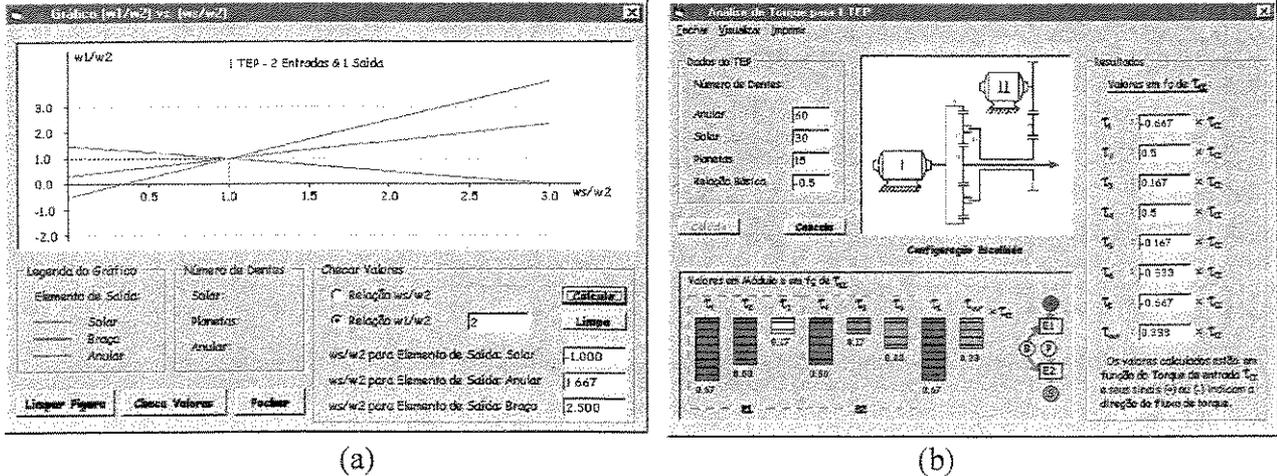


Figura 8.4 – (a) Gráfico das proporções de velocidades e (b) análise de torque.

Ao clicar sobre o botão de “visualizar gráfico” obtêm-se a tela mostrada na Figura 8.4 (a) onde é possível checar o valor numérico da rotação do eixo de saída, na hipótese de se alterar a relação entre as rotações dos motores ou a relação entre um dos motores e o eixo de saída. É possível ainda verificar a análise de torque, (Figura 8.4 b) cujos resultados aparecem tanto em forma de gráfico quanto em valores numéricos, expressos em função do torque de entrada de um dos motores.

8.3.3 – Exemplo com 2 TEPs Ligados

Para verificação da aplicação de 2 TEPs ligados, será utilizado o exemplo do item 6.3.3 mostrado na Figura 6.10, onde $b_I = b_{II} = -0,5$ e $w_{motor} = 1.000$ rpm. Utilizando o programa *TEPciclo* e introduzindo os dados dos valores de b e as conexões entre os dois TEPs obtêm-se, após a confirmação, o resultado mostrado na tela da Figura 8.5.

Como o eixo de saída do exemplo estudado está acoplado na solar do segundo TEP, a montagem em estudo é a alternativa “D” da tela. As 6 relações de transmissão possíveis com o eixo de saída assim definido, podem ser visualizadas. Identifica-se pela tela do “Mapa” de montagens possíveis (Figura 8.8) que a relação de transmissão do exemplo estudado é a primeira das 6 disponíveis. Trata-se portanto de um multiplicador, com Relação de Transmissão de 0,4286:1. Conseqüentemente a rotação do eixo de saída é 2333 rpm.

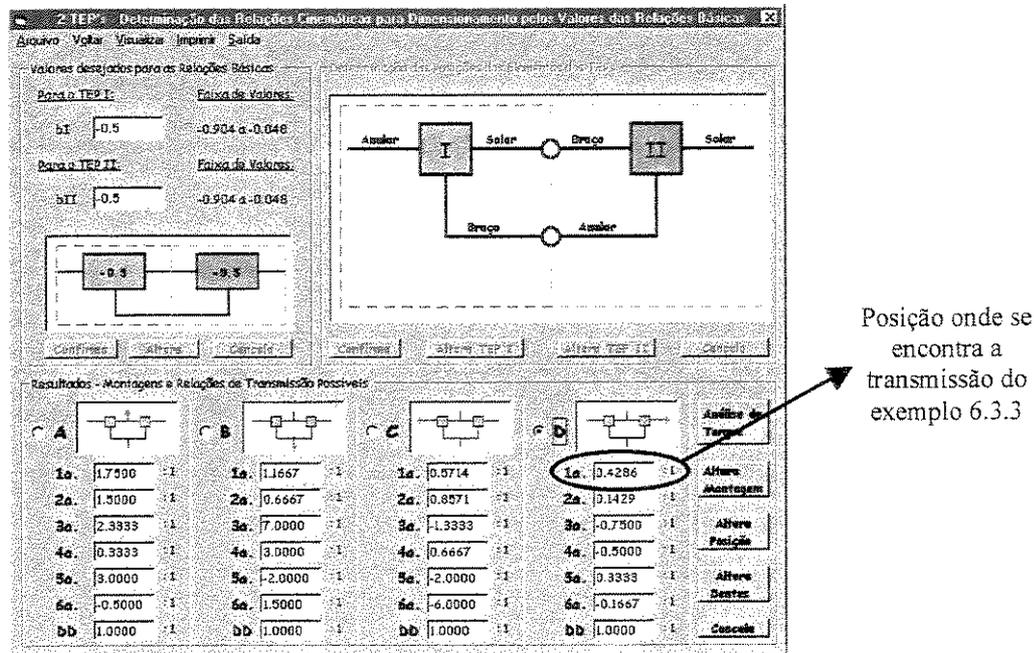


Figura 8.5 – Tela de resultados das relações de transmissão para 2 TEPs ligados do exemplo do item 6.3.3.

Utilizando a alternativa da barra de tarefas de “Visualizar Mapa”, pode-se verificar as demais possibilidades de se ligar dois trens epicicloidais e quais as respectivas montagens que resultam na mesma Relação de Transmissão de 0,4286:1, visualizada pela cor vermelha e marcadas com um círculo na Figura 8.6. Estas possibilidades são: 2-1'(D-2); 1-2'(D-2); 2-3'(D-1); 3-4'(C-1); 6-4'(C-2); 1-5'(D-1); 4-6'(C-2) e 5-6'(C-1). A montagem 2-3'(D-1) foi a escolhida inicialmente e aparece destacada, também em vermelho.

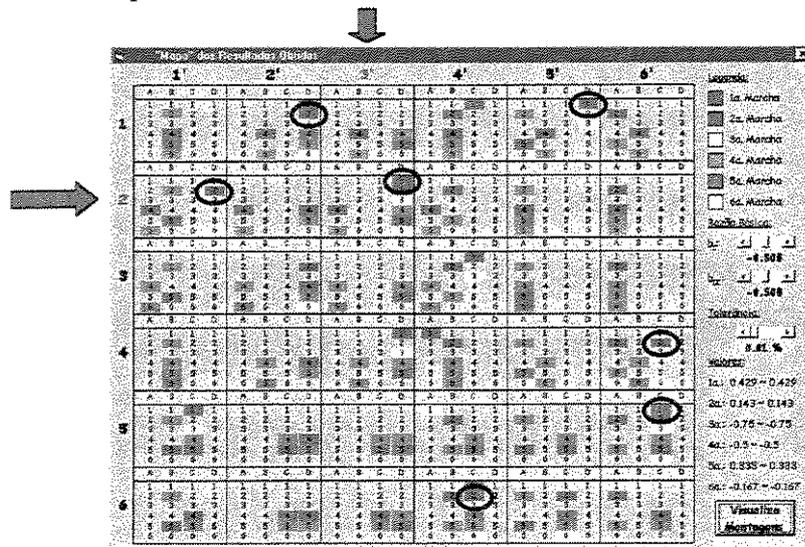


Figura 8.6 – Mapa com as indicações das montagens que resultam em uma relação de transmissão de 0,4286:1.

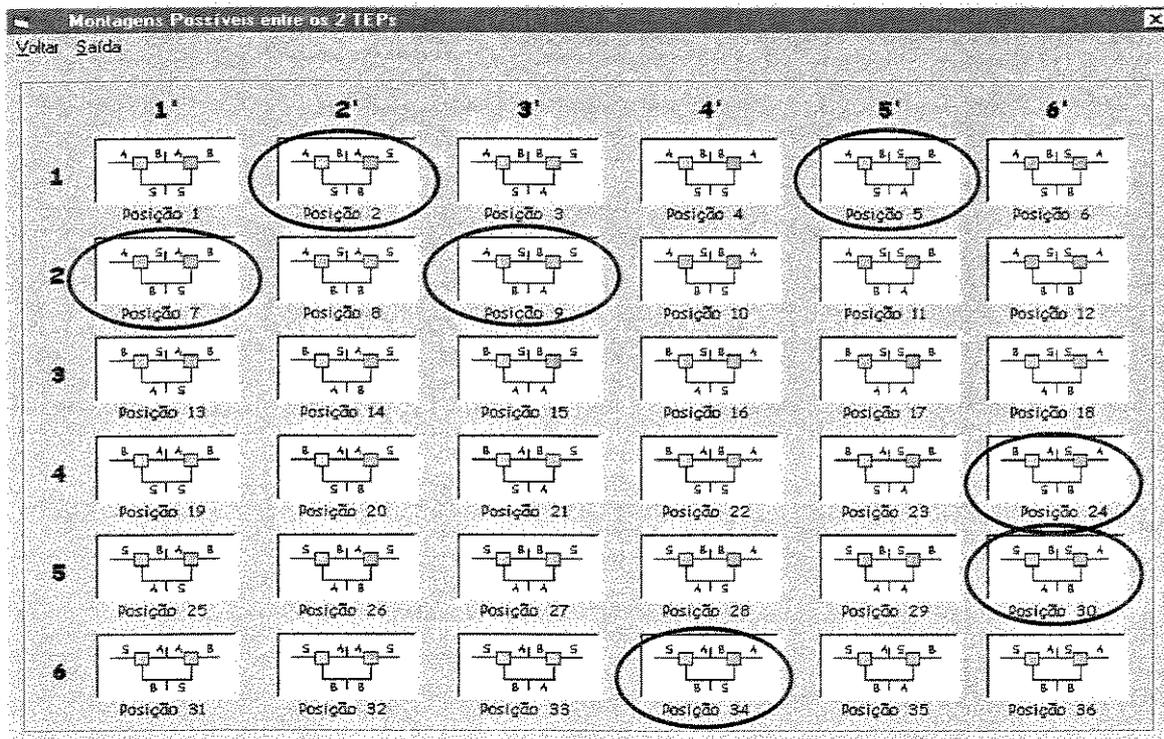


Figura 8.7 – Visualização das posições dos elementos dos TEPs onde se obtém a relação de transmissão de 0,4286:1.

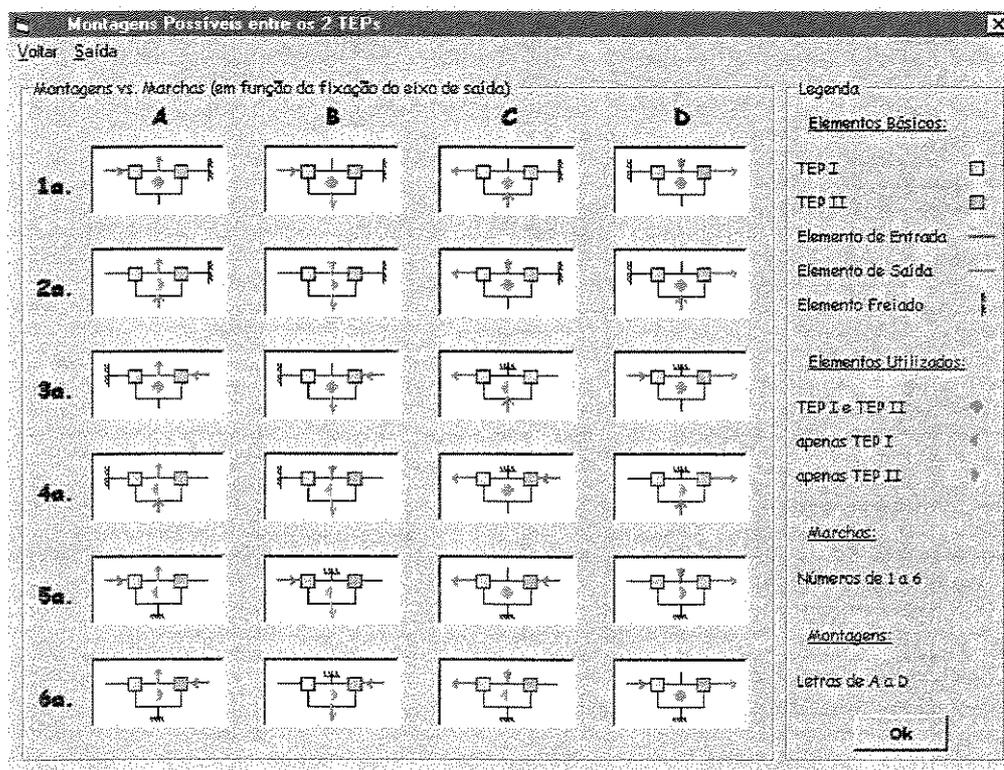


Figura 8.8 – Identificação da montagem do eixo de entrada, saída e elemento freiado.

A visualização destas montagens e da posição dos eixos de entrada, saída e elemento freiado podem ser vistas nas janelas mostradas nas Figuras 8.7 e 8.8, ativadas através do item “Visualizar” da barra de menu.

8.3.4 – Obtenção de Relação de Transmissão com 2 TEPs impossível de se obter com um único TEP

Quando se utiliza um único TEP, há algumas relações de transmissão impossíveis de serem obtidas, conforme mostrado na Figura 6.3. Ao se ligar dois TEPs entretanto, há uma composição de rotações com a qual se pode obter facilmente estes valores. Assim, para se ter uma inversão de rotações ou relação de transmissão $-1:1$ (valor que não se obtêm com apenas 1 TEP) utiliza-se a tela de síntese de dois TEPs pelos valores das transmissões, indicando apenas uma relação (-1) e fazendo as restrições desejadas. Neste exemplo, será introduzido como restrição a escolha da posição ($1 - 1'$) e impondo a condição de que a engrenagem solar não seja menor que a engrenagem planetária (ou seja, $b > 0,333$).

Após inserir os dados na tela mostrada na Figura 8.9, o *TEPciclo* gastou 1 minuto e 29 segundos para indicar as 100 combinações de relações básicas de dois TEPs, as respectivas posições e montagens, que resultam em uma relação de transmissão de $-1:1$. O computador utilizado foi um Pentium III, 450 MHz. e 64 M RAM.

Em seguida, seleciona-se uma das soluções apresentadas (onde a proporção entre b_1 e b_2 definirá a proporção dos 2 TEPs) e surge uma nova tela (Figura 8.10) para se delimitar (ou não) a procura das trincas de dentes. Neste exemplo, não se limitou a procura e foi apresentada pelo programa a tela mostrada na Figura 8.11, tendo como opção, 9 trincas de engrenagens para o TEP I e 5 trincas para o TEP II. Em seguida, pode-se dar seqüência à análise de torque do sistema selecionado. O projetista pode, portanto, elaborar o projeto de acordo com as exigências e limitações de espaço específicas para a aplicação desejada. Para facilitar a compreensão do potencial de aplicação do *TEPciclo*, outros exemplos foram gravados em arquivos *.f4a possibilitando ao usuário acompanhar as diversas possibilidades de uso do *software*

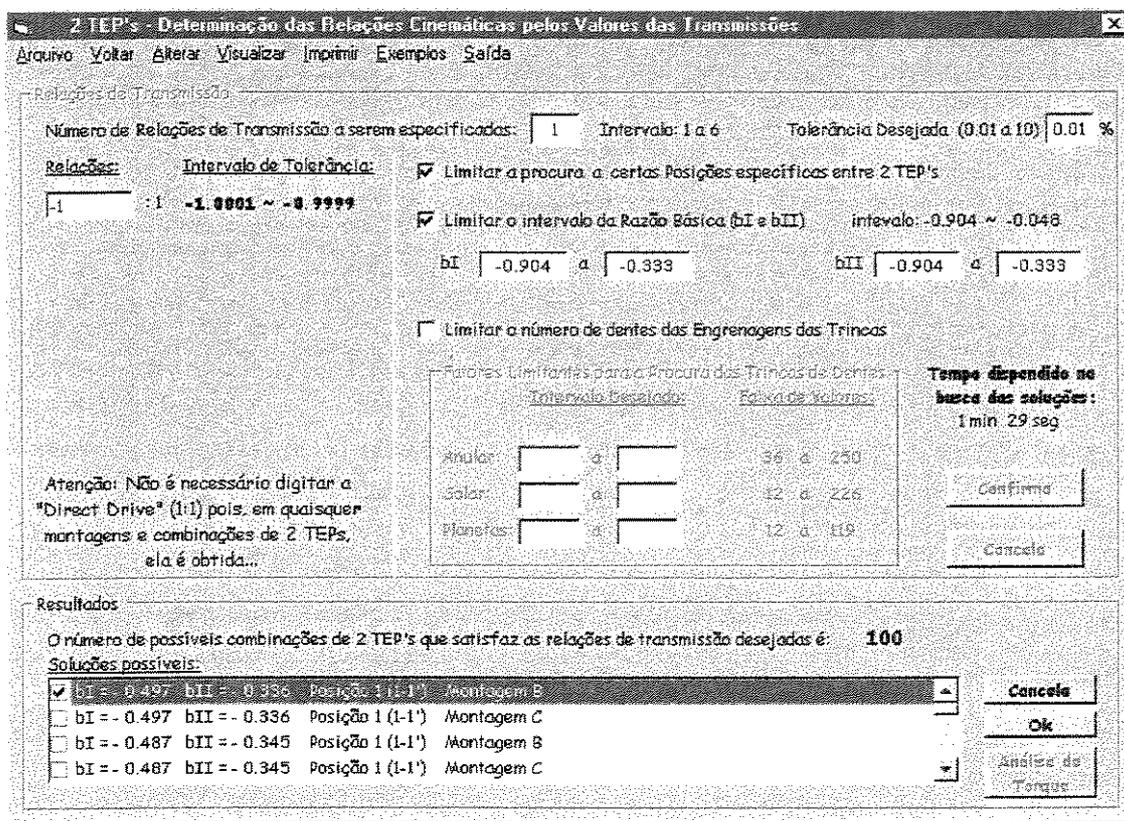


Figura 8.9 – Obtenção das alternativas de montagens e valores das relações básicas de 2 TEPs que resultam em uma relação de transmissão de -1:1.

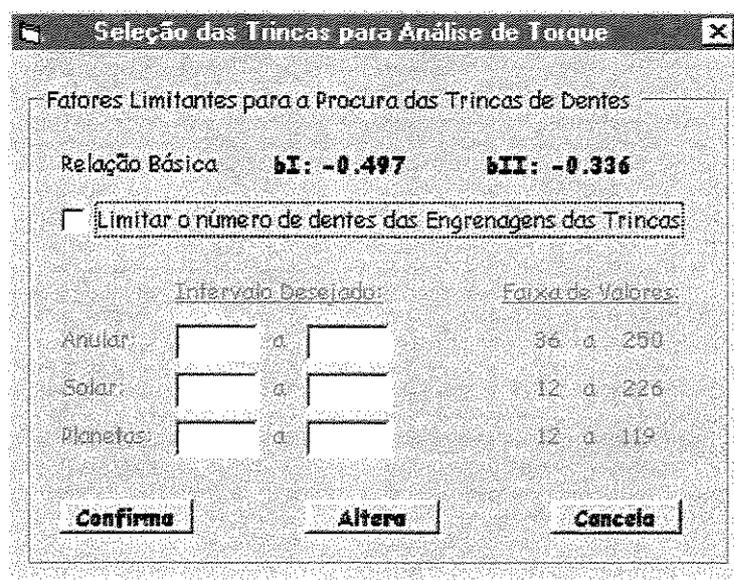


Figura 8.10 – Delimitação da procura do número de dentes das engrenagens.

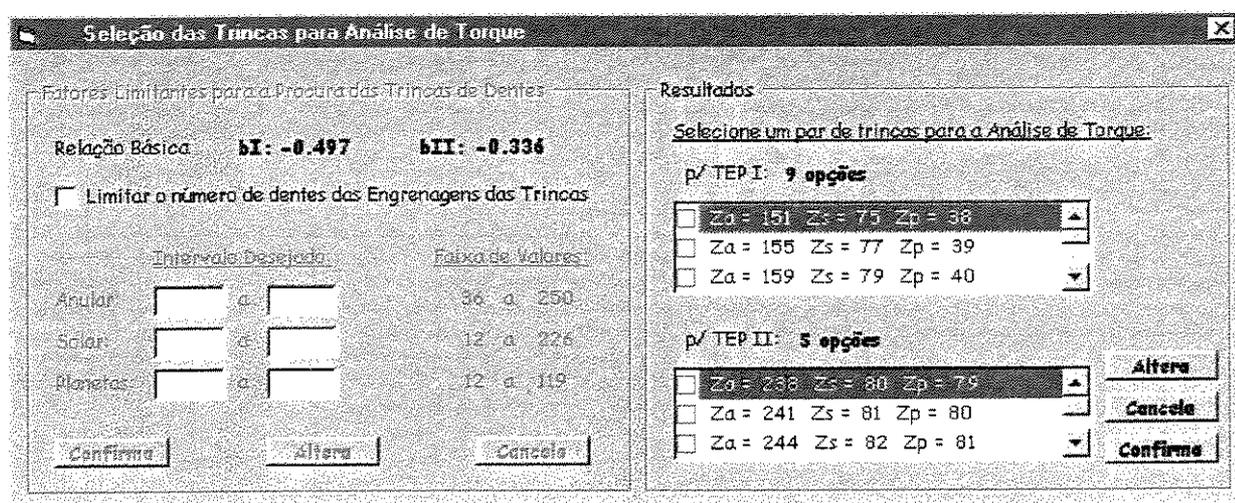


Figura 8.11 – Tela mostrando as 9 opções de número de dentes para o TEP I e 5 para o TEP II.

8.3.5 – Exemplo da Caixa GM 440 PGT

Como um dos objetivos deste trabalho é automatizar a procura das soluções possíveis de montagens de dois TEPs, visando a aplicação automotiva de transmissão automática, será utilizado um exemplo de uso consagrado na indústria automotiva, afim de se validar o *software* desenvolvido. Tendo como dados de entrada o número de dentes das engrenagens e a posição desejada para os eixos de uma determinada caixa de transmissão, deseja-se calcular as marchas (ou relações de transmissão) resultantes. Utilizando os números de dentes da caixa GM 440 PGT da Tabela 5.2, obtem-se os resultados apresentados na tela mostrada na Figura 8.12.

No quadro de resultados, as montagens “C” e “D” possuem 3 das relações de transmissão negativas (resultam em marcha ré) sendo então eliminadas e as montagens “A” e “B” poderiam ser adotadas como solução. Entretanto, a ré da montagem “A” não resultaria em uma redução significativa (valor absoluto próximo da maior redução positiva) o que torna “B” a melhor solução. Ao se visualizar o “Mapa” pela barra de tarefas, mostrado na Figura 8.14, pode-se identificar outras duas possibilidades de montagens, através de um código de cores, que também podem resultar nas mesmas relações de transmissão. As três possibilidades estão destacadas por um círculo na figura.

É importante ressaltar que, fazendo-se o mesmo procedimento com a Caixa Simpson, é possível identificar quatro montagens diferentes, quando se visualiza o Mapa pela barra de tarefas. Este Mapa, para a caixa Simpson, é mostrado na Figura 8.15.

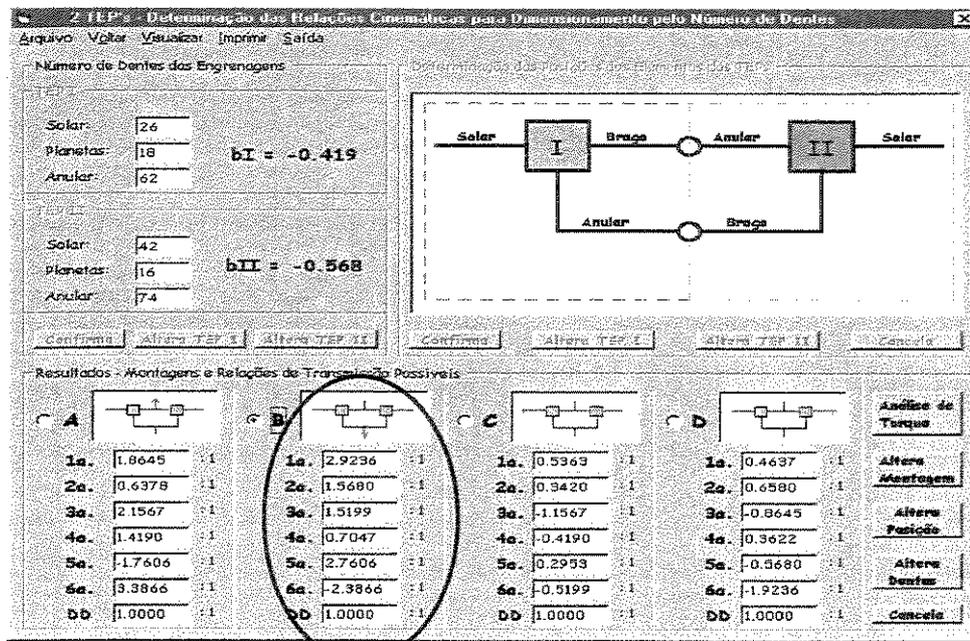


Figura 8.12 – Cálculo das relações de transmissão, fornecendo o número de dentes das engrenagens e a posição dos elementos.

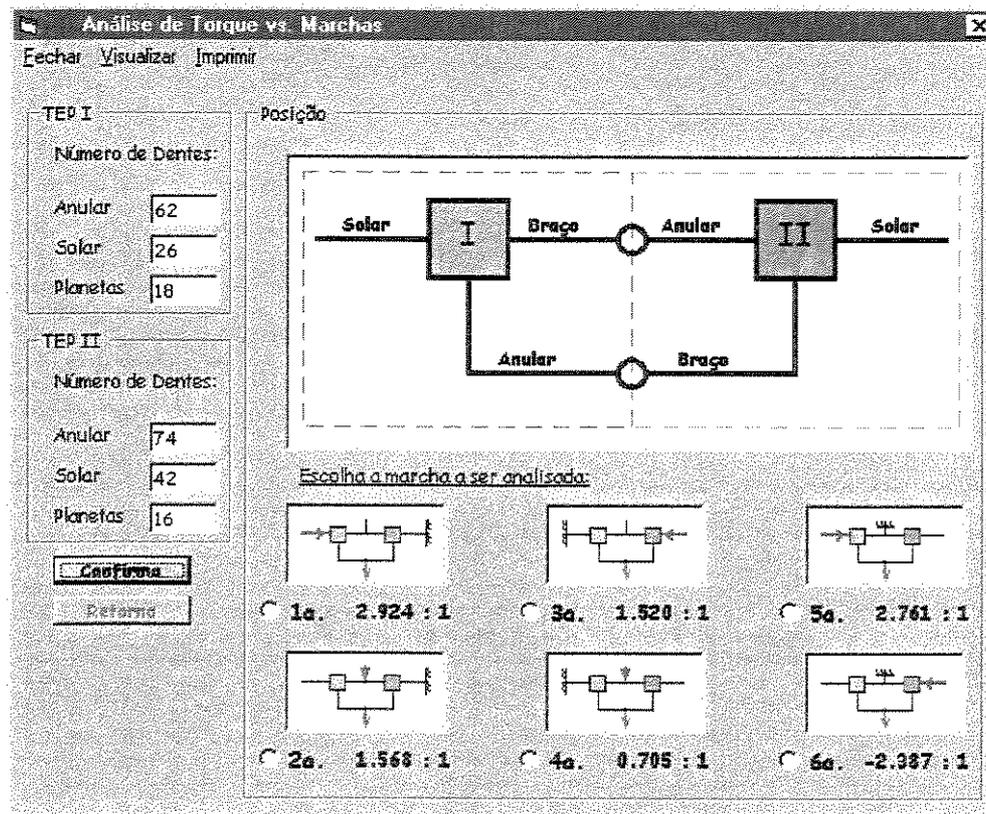


Figura 8.13 – Tela de seleção da marcha, para a análise de torque.

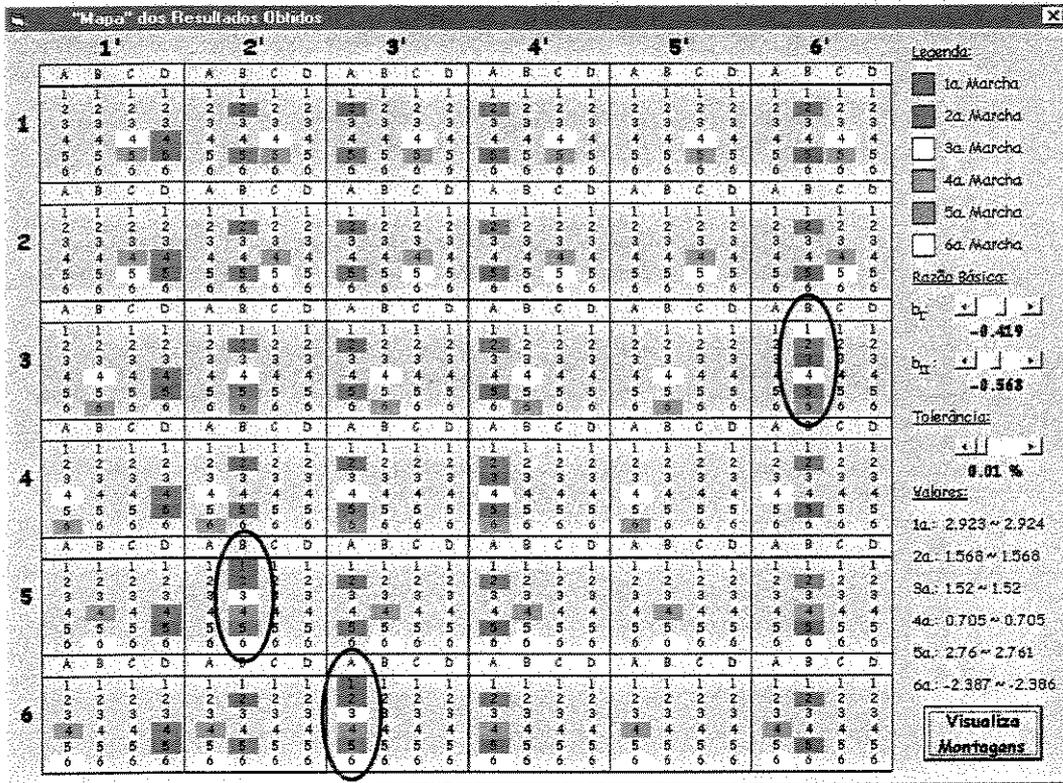


Figura 8.14 – Identificação das três alternativas de montagem para a caixa GM 440 PGT.

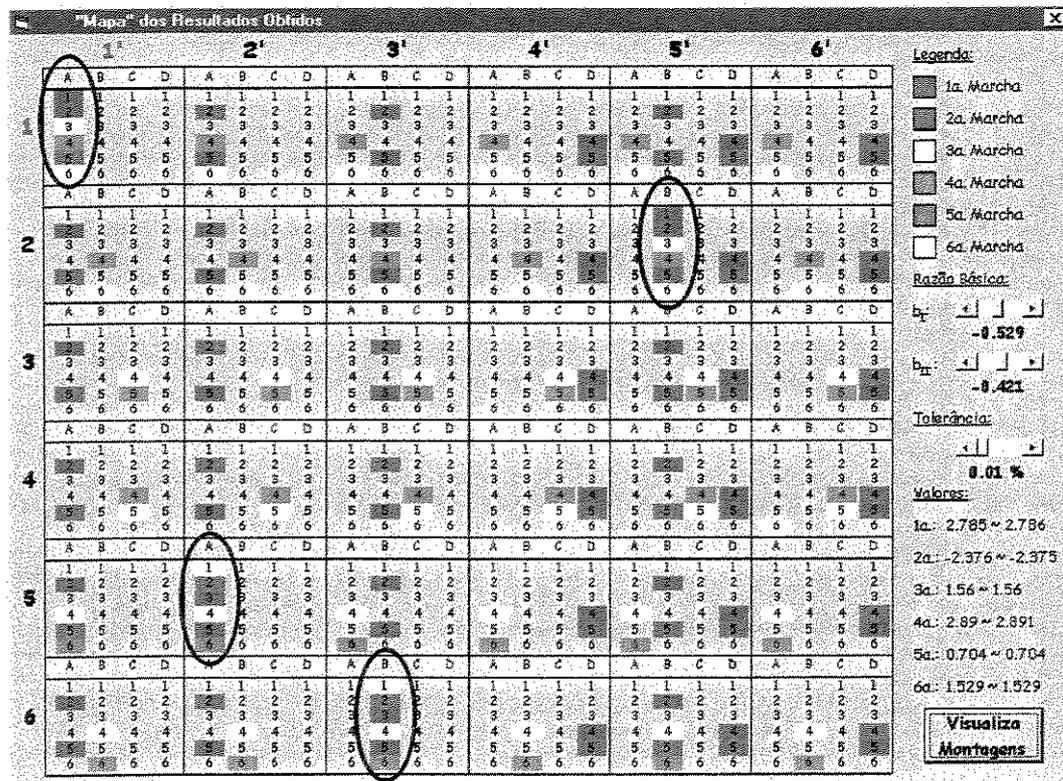


Figura 8.15 – Identificação das quatro alternativas de montagem para a caixa Simpson.

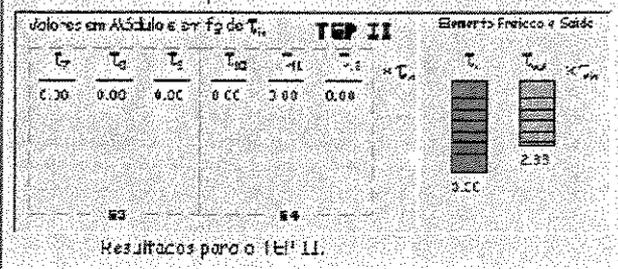
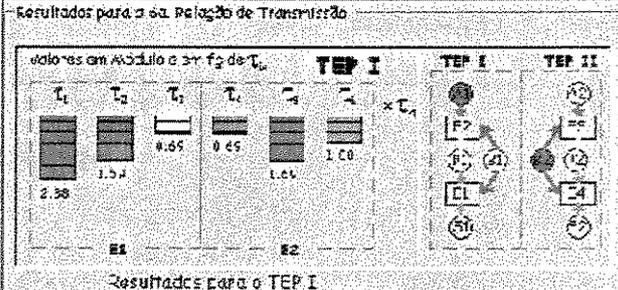
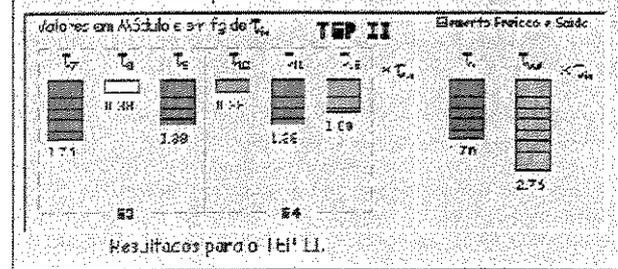
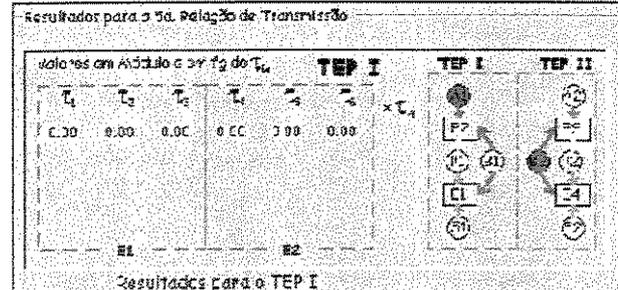
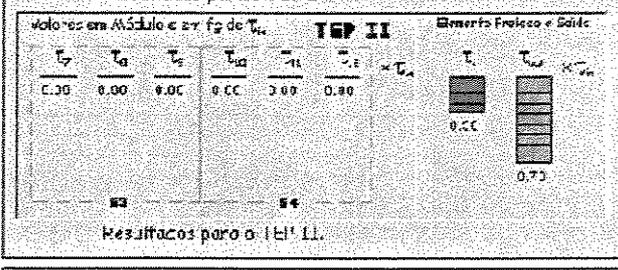
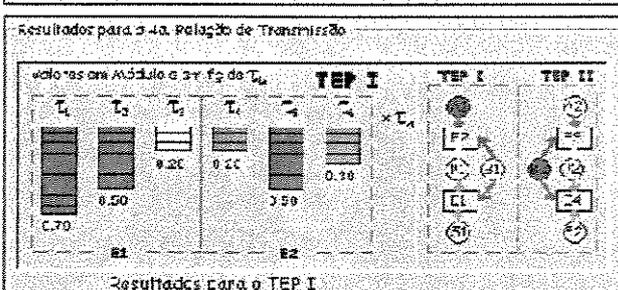
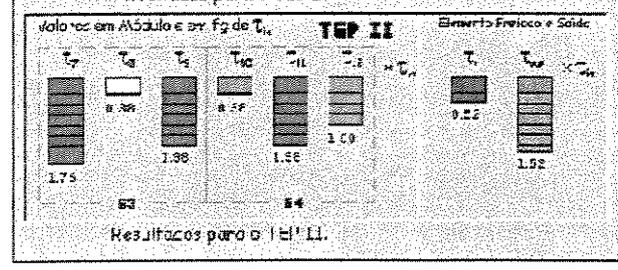
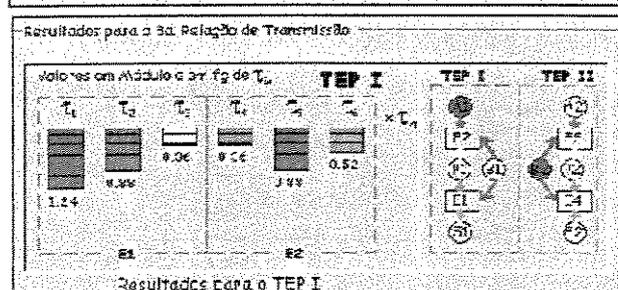
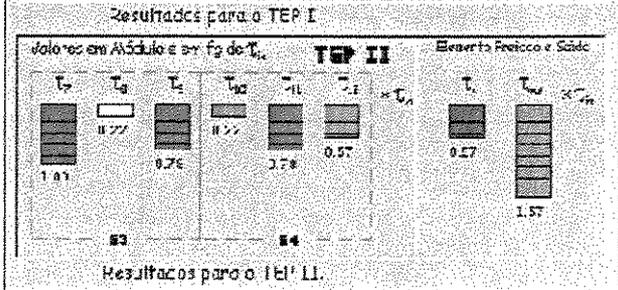
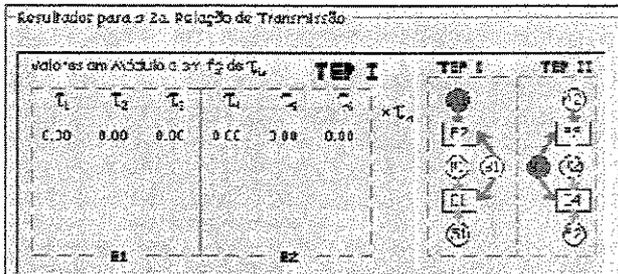
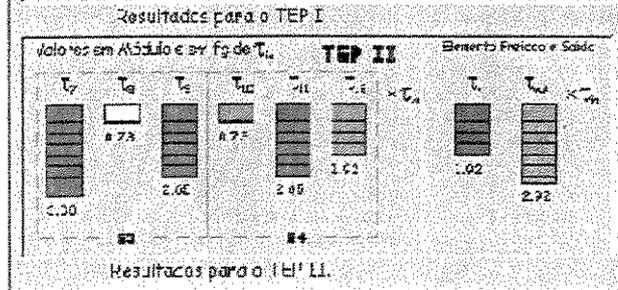
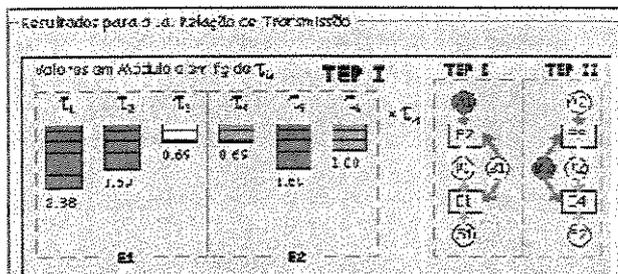


Figura 8.16 –Análise de torque das 6 marchas possíveis da caixa GM 440 PGT.

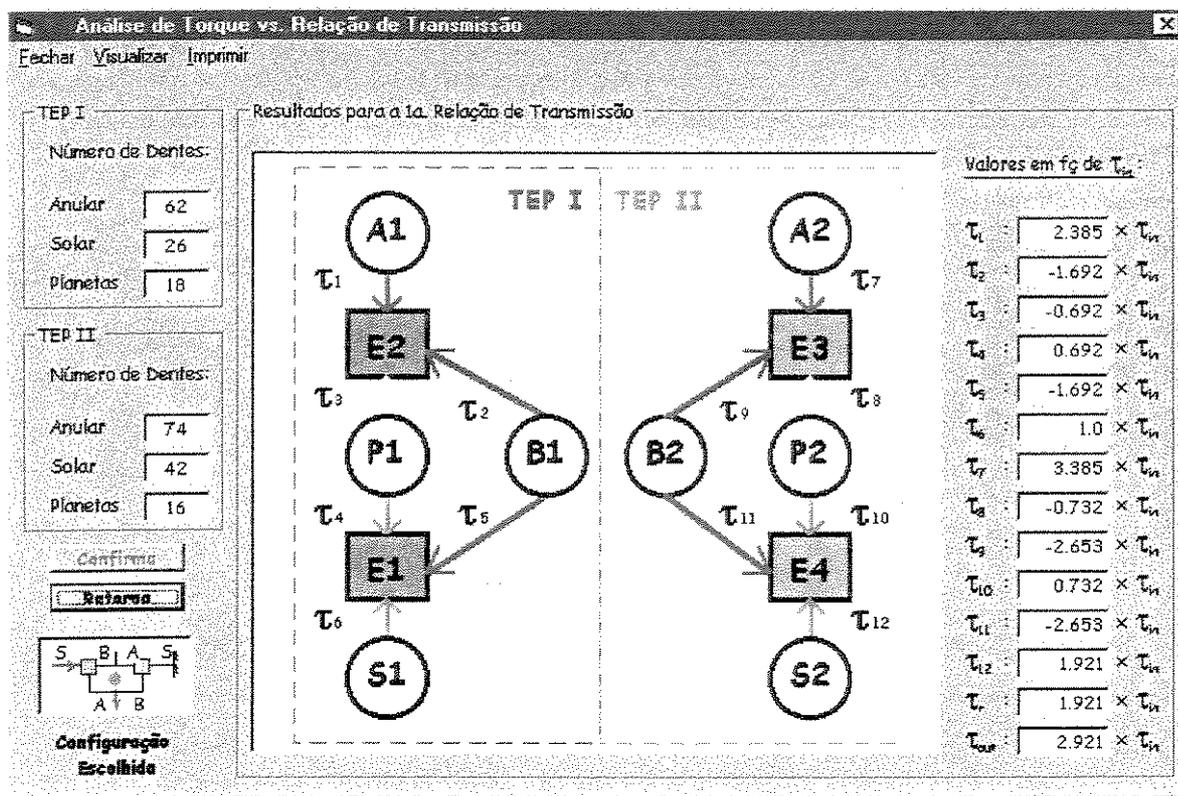


Figura 8.17 – Visualização do diagrama de torque.

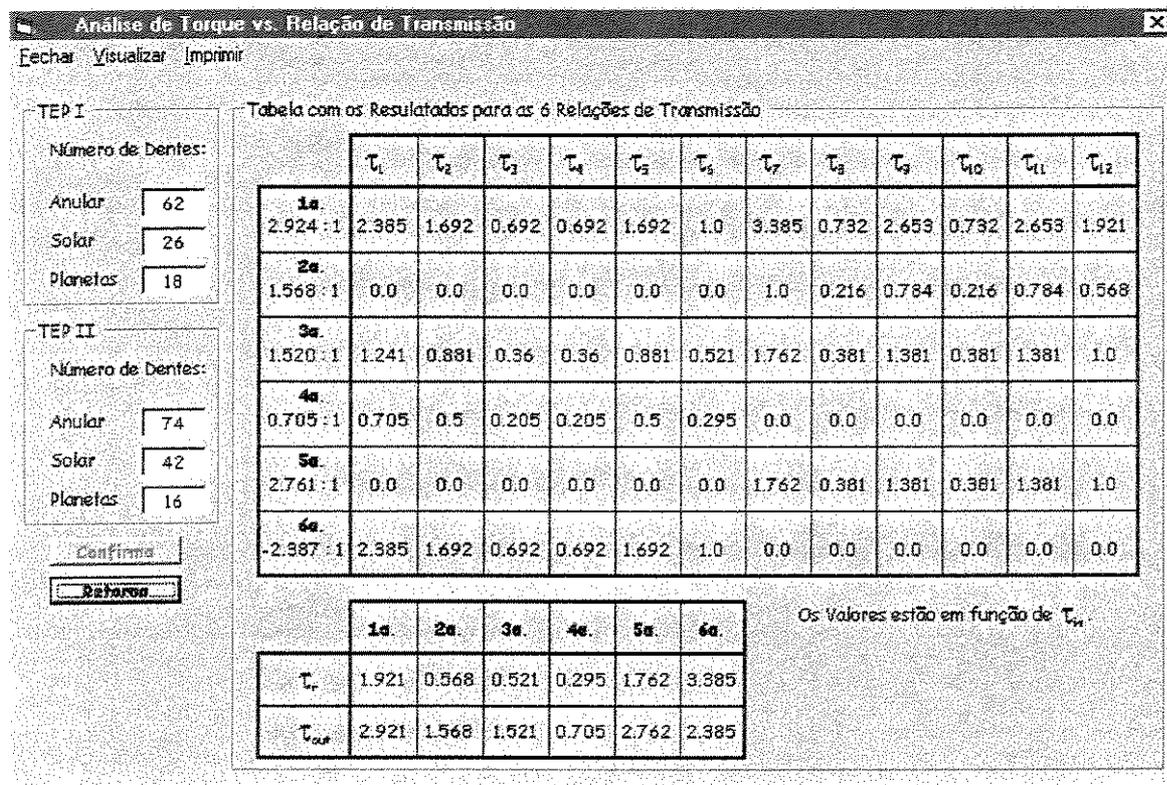


Figura 8.18 – Visualização da tabela de análise de torque para todas as marchas.

Na tela mostrada na Figura 8.13, seleciona-se em qual a marcha se deseja fazer a análise de torque. Na Figura 8.16, está plotada a análise de torque para as 6 marchas possíveis de se obter com a montagem que é utilizada para a transmissão GM 440 PGT. A Figura 8.17 mostra a possibilidade de visualizar o respectivo diagrama de torque para uma determinada RT e a Figura 8.18 mostra estes resultados em forma de tabela, para todas as 6 relações de transmissão.

Pela Figura 8.18, verifica-se que, apesar de haver 6 possibilidades de relações de transmissão para a caixa GM 440 PGT, somente 4 delas são utilizadas. O valor da 2ª relação é muito próximo da 3ª e o valor da 1ª é muito próximo da 5ª relação de transmissão. Além da escolha de um escalonamento adequado para as marchas, descartou-se o uso da 3ª e 6ª relação, pois ambas utilizam um mesmo eixo de saída (S_2), simplificando assim o projeto. Para se encontrar as possíveis trincas de dentes dos dois TEPs que atenderiam as mesmas relações de transmissão, faz-se a síntese pelo valor das relações básicas e essa relação é facilmente obtida. Neste caso, observa-se que o número de dentes adotado na prática, é o menor possível fornecido pelo *TEPciclo*.

8.3.6 – Exemplo de Projeto de um Redutor com RT 15:1

Uma das características do TEP, é a possibilidade de se obter grandes reduções de velocidade, em um conjunto compacto, com eixos alinhados. Assim, seja como exemplo, obter o valor da Relação de transmissão de 15:1, em um único estágio.

A Figura 8.19 mostra a tela que permite encontrar a montagem e os valores de números de dentes das trincas de engrenagens que atendem a especificação inicial. O programa identificou três conjuntos de número de dentes que geram uma montagem capaz de se obter a redução de 15:1. A montagem é adequada, pois como a anular é fixa, ela serve de carcaça para o conjunto.

A Figura 8.20 mostra a análise de torque da montagem realizada com a trinca selecionada: 168, 12 e 78 para a anular, solar e planeta respectivamente, com uma tolerância de 0,01%. Como a montagem é a mesma com as 3 trincas possíveis e os números de dentes crescem proporcionalmente iguais, a distribuição do torque será semelhante, mas com influência no dimensionamento.

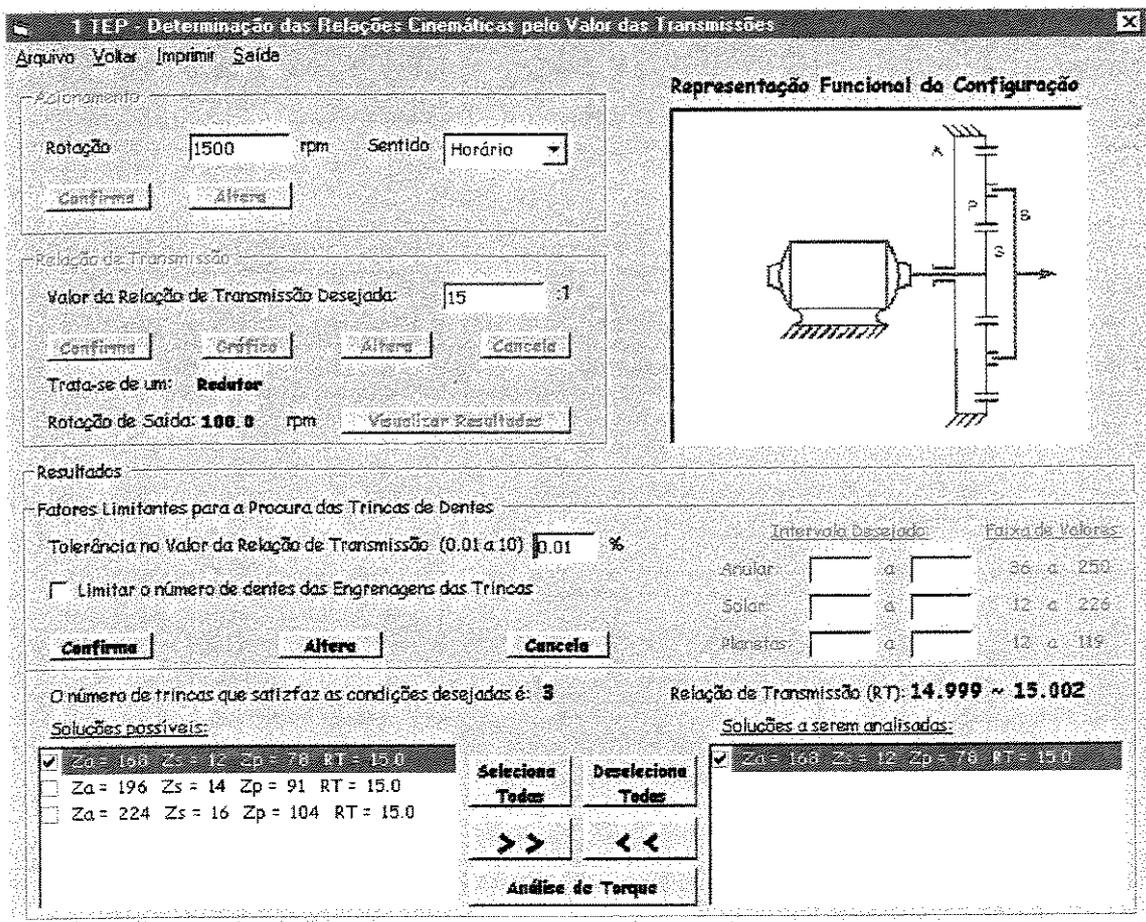


Figura 8.19 – Seleção da configuração que permite redução de 15:1..

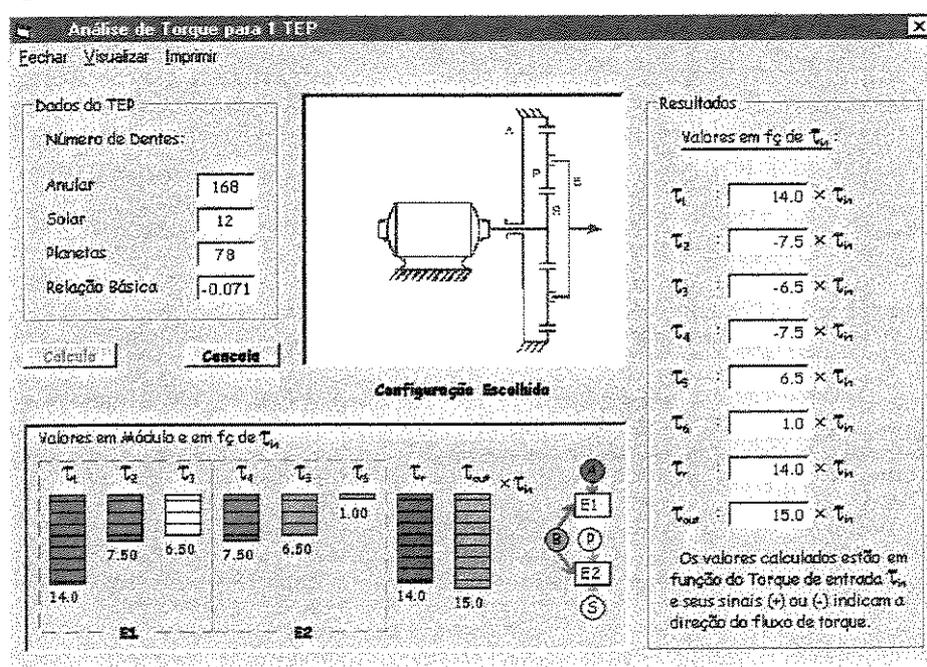


Figura 8.20 – Análise de torque com o número de dentes selecionado.

8.3.7 – Exemplo de um Projeto de Transmissão Automática

Seja o exemplo de se projetar uma transmissão automática com as seguintes relações de transmissão (RTs): 3:1; 1,5:1; 1:1; 0,7:1 e -2,5:1 (valores próximos aos utilizados em transmissões automáticas) com uma tolerância inicial de 1%. Seja ainda colocado como restrição, que a engrenagem solar seja maior que a engrenagem planetária ($b > 0,333$) estabelecendo o valor máximo de b como 0,7 e o TEP I menor que o TEP II. Após os dados serem inseridos no programa, nenhuma solução foi encontrada para estes valores.

O passo seguinte, foi aumentar o valor da tolerância. Ao se ampliar o valor da tolerância para, por exemplo 3%, valores de relações de transmissão em uma faixa mais ampla são aceitos, aumentando-se a possibilidade de ser encontrada uma solução. O valor da tolerância para uma procura inicial não pode ser muito pequeno, pois pode não haver uma solução que comporte exatamente todas as relações de transmissão desejadas. Além disso, há o recurso, na tela de visualização do “Mapa”, de se alterar a tolerância através de uma barra de rolagem e verificar, de imediato, as soluções possíveis dentro do novo valor.

Utilizando o *TEPciclo* e fazendo a síntese pelos valores das relações de transmissão para 2 TEPs (com tolerância de 3%), encontrou-se o resultado mostrado na Figura 8.21, em um tempo de 3 minutos e 42 segundos. Seleciona-se uma das 1249 soluções apresentadas pela posição e montagem desejada, sendo que os critérios de escolha devem partir das condições de projeto (aplicação, fabricação, montagem, transporte, custo e manutenção). As duas posições encontradas como solução são 15 (3 – 3’) e 20 (4-2’) (Figura 8.7) e para a montagem somente a alternativa C (Figura 8.8). As demais alternativas referem-se às combinações de b_I e b_{II} nestas duas posições e na montagem C. Posteriormente, na tela de visualizar “Mapa” pode-se alterar tanto b_I quanto b_{II} através de barras de rolagem, identificando o comportamento, para as RTs definidas. A definição da proporção de tamanho entre os TEPs determinam a escolha de b_I e b_{II} . Para a engrenagem solar do TEP I ser maior, menor ou igual à solar do TEP II, os valores de b_I e b_{II} devem seguir a mesma proporção, em função do valor adotado para Z_A .

Na seleção das trincas de engrenagens para a alternativa selecionada, ($b_I = 0,507$; $b_{II} = 0,630$; posição 3 – 3’, montagem “C”) obteve-se 11 opções de número de dentes para o TEP I e 12 opções para o TEP II, sendo escritos em ordem crescente (Figura 8.22). Assim, para se obter o conjunto mais compacto, deve-se utilizar o menor número de dentes para os dois TEPs.

No caso do presente exemplo, o menor número de dentes é mostrado em destaque com uma faixa azul na tela da Figura 8.22 e são: $Z_{A1}=65$; $Z_{S1}=33$; $Z_{P1}=16$; $Z_{A2}=78$; $Z_{S1}=48$ e $Z_{P1}=15$. Os valores obtidos estão na Tabela 8.1, comparando-se com os dados iniciais do exemplo. Com os números de dentes das engrenagens assim definidos é feita, em seguida, a análise de torque.

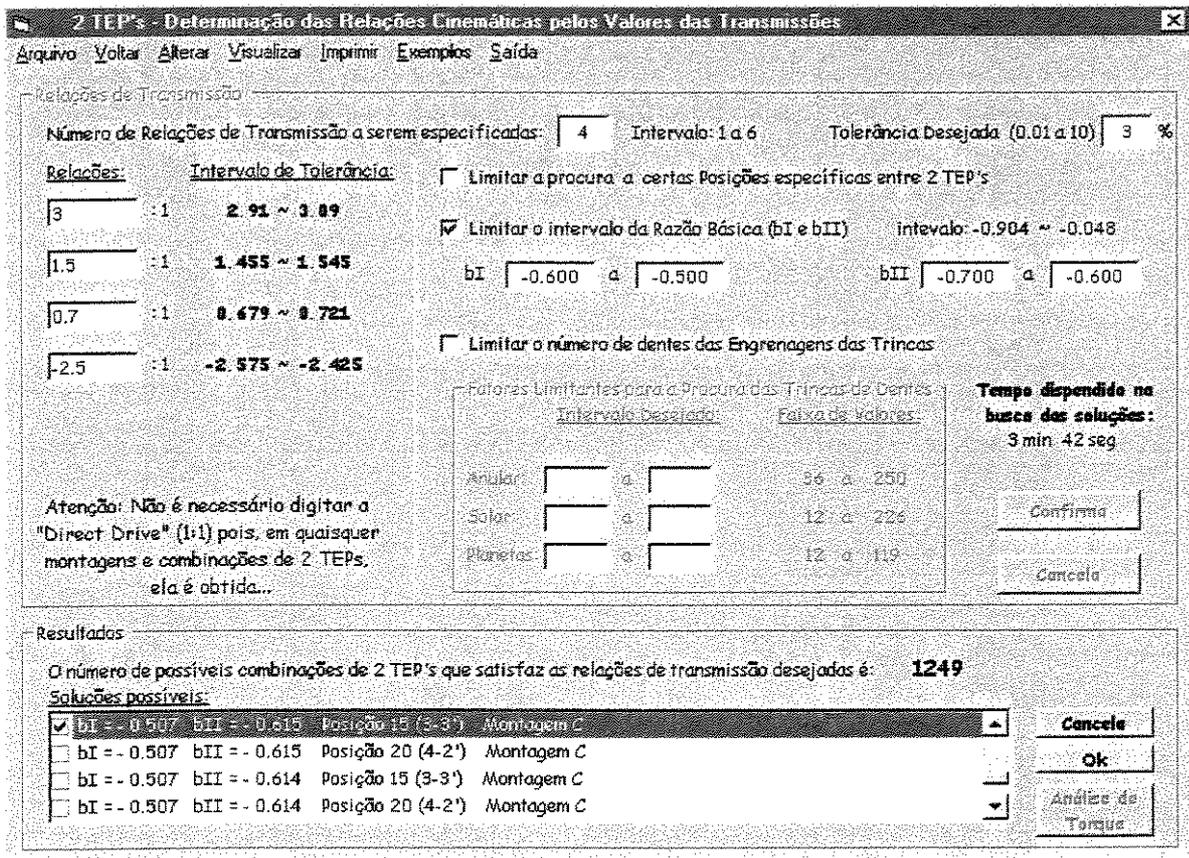


Figura 8.21 – Resultado da busca de soluções para o exemplo do item 8.3.6.

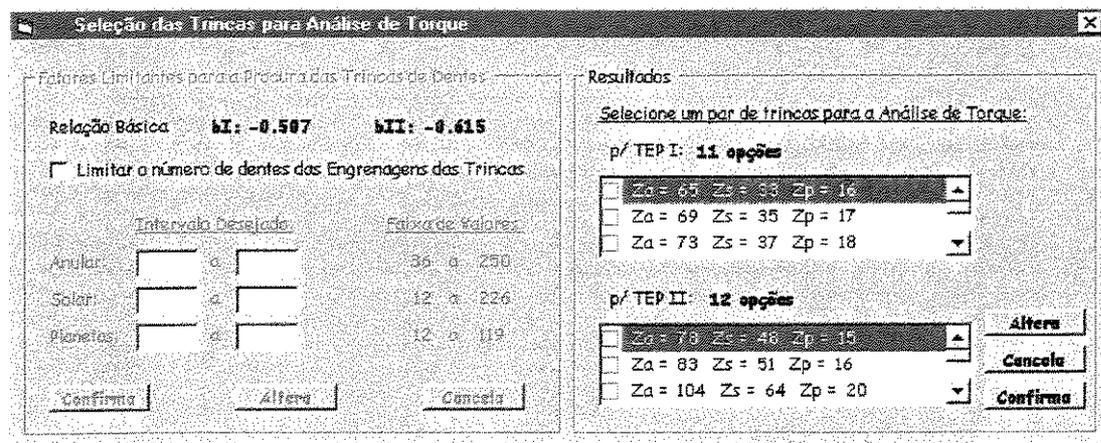


Figura 8.22 – Seleção das trincas de dentes.

Tabela 8.1 – Resultados obtidos para as Relações de Transmissão (RT).

RTs procuradas	RTs encontradas	Diferença (%)
3,000:1	2,972:1	0,93%
1,500:1	1,507:1	0,46%
0,700:1	0,710:1	1,42%
-2,500:1	-2,450:1	2,00%

Pela Tabela 8.1, verifica-se que duas das relações de transmissão tiveram os valores encontrados com tolerância superior a 1% previsto inicialmente. Daí porque não houve solução quando esta tolerância foi definida. Pelo resultado, poder-se-ia restringir a tolerância em 2 % e esta solução seria encontrada.

Para proceder a análise de torque, basta clicar no botão correspondente, surgindo a tela mostrada na Figura 8.23, onde estão colocados os números de dentes das engrenagens e suas respectivas relações de transmissão, para que uma delas seja selecionada. Após a seleção e confirmação, o resultado pode ser visto, tanto sob a perspectiva do diagrama de torque (mostrado para a 5ª RT – Figura 8.24) quanto pela visualização em forma de gráfico (mostrado para a 3ª RT na Figura 8.25). Em ambos os casos, pode-se visualizar os resultados em forma de tabela pela barra de menu, onde se vê todos os valores absolutos de todos os torques atuantes para todas as relações de transmissão (Figura 8.26). O resultado final do conjunto, é mostrado nas formas de representação da Figura 8.27.

As relações de transmissão descartadas (das 6 RTs, utiliza-se 4, além da “*direct drive*”) são a 2ª e 6ª, já que ambas atuam usando como eixo de entrada, a união da solar do primeiro TEP com o braço do segundo TEP. Isso simplifica o projeto, pois elimina-se a elaboração de mais um sistema de embreagens para acionar esta entrada.

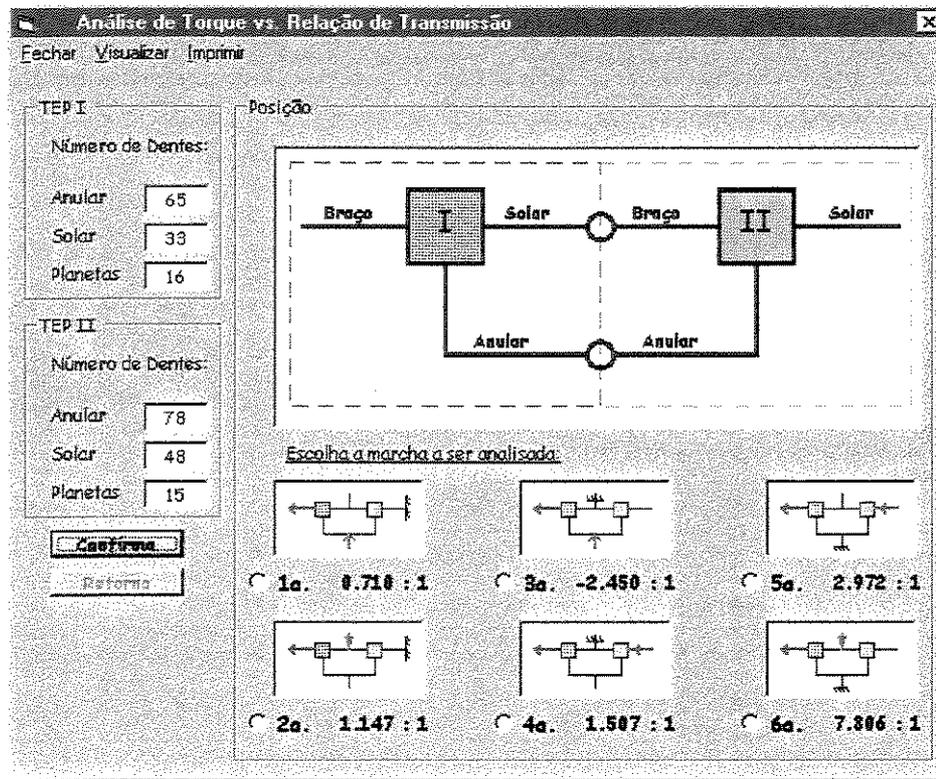


Figura 8.23 – Tela para a análise de torque.

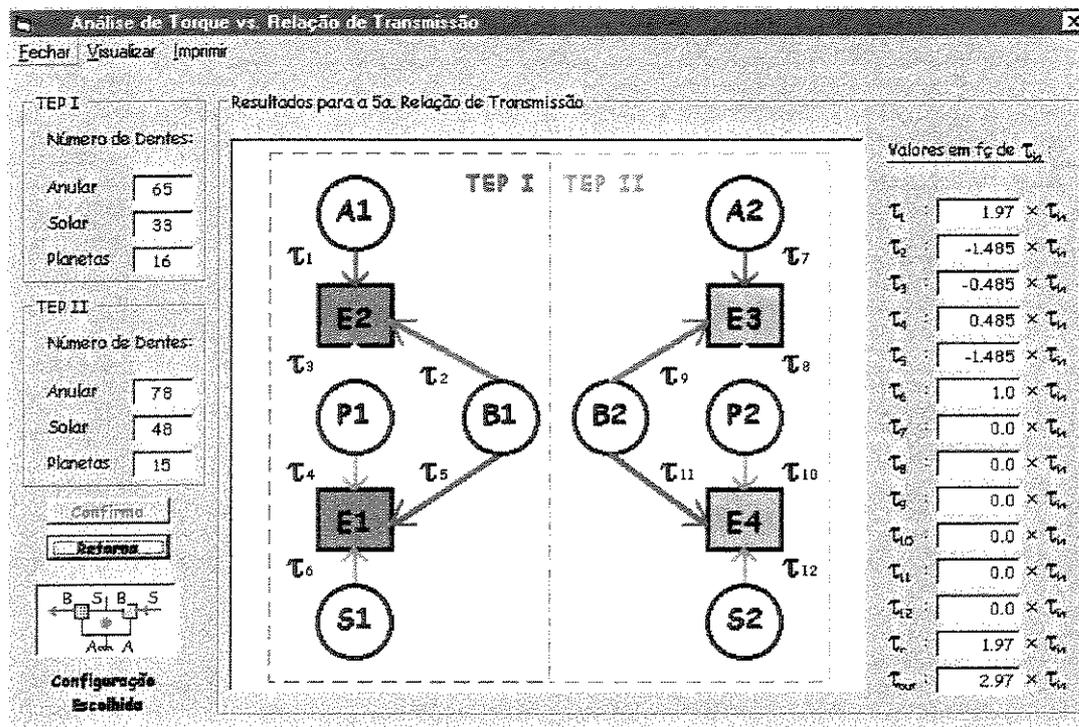


Figura 8.24 – Análise de torque para a 5ª relação de transmissão visualizando o respectivo diagrama de torque.

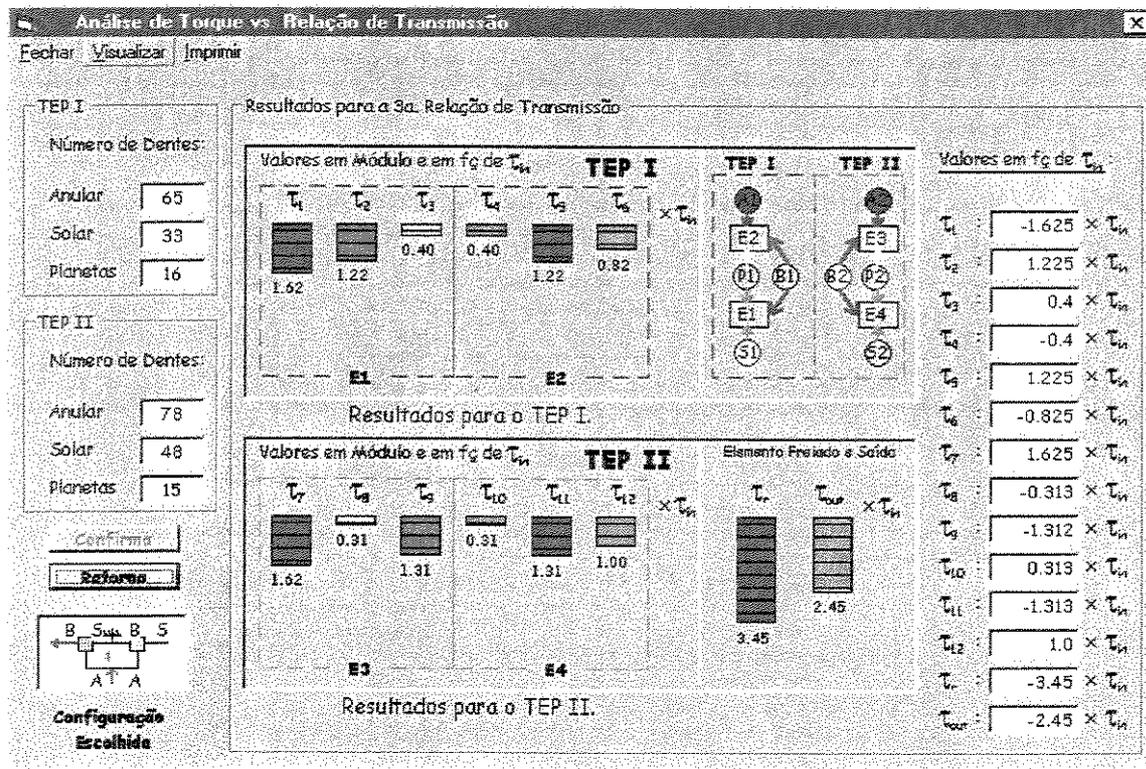


Figura 8.25 – Análise de torque para a 3ª relação de transmissão mostrando os valores numéricos e os respectivos gráficos.

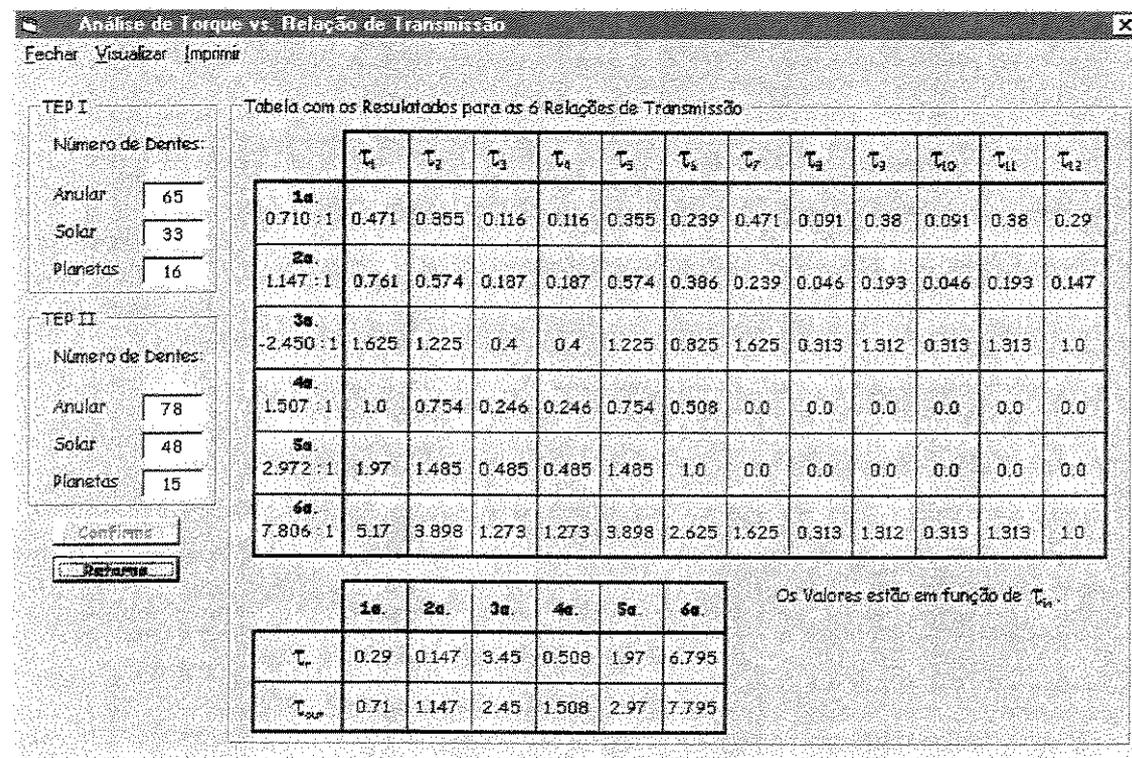


Figura 8.26 – Valores absolutos de torque para todas as RTs, em função de T_{in} .

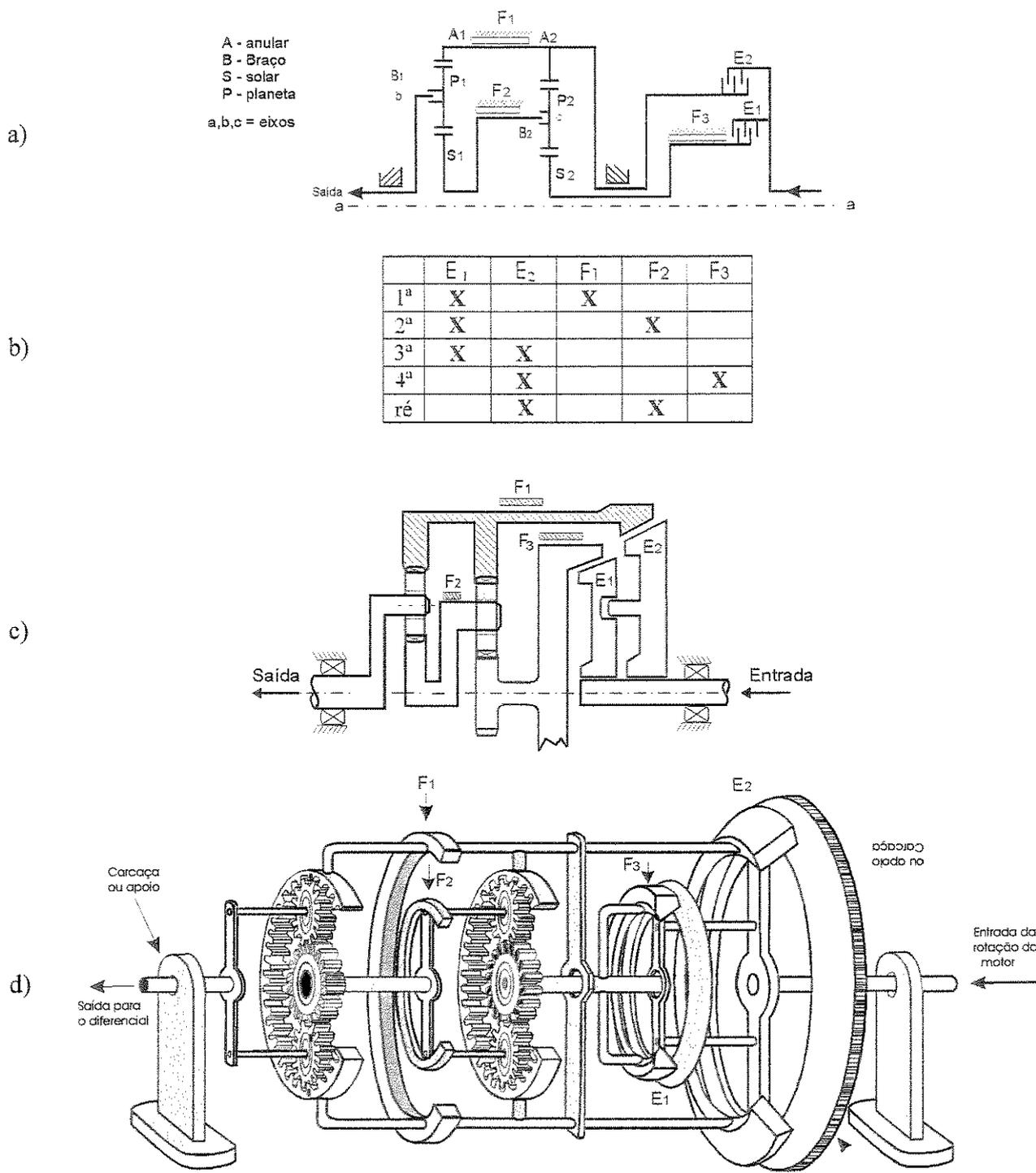


Figura 8.27 – Representações Funcionais do exemplo 8.3.6.

- a) Convencional b) Esquema de acionamento de freios e embreagens c) Em corte
 d) Tridimensional

Capítulo 9

Análise de Resultados e Conclusões

9.1 – Análise de Resultados e Conclusões

Pelos resultados das aplicações de utilização do *software TEPciclo*, descritos no Capítulo 8, é possível verificar que a elaboração de sistemas de transmissão de trens epicicloidais foi sistematizada e automatizada baseado em esquema proposto neste trabalho, não só para obtenção das possíveis montagens e posicionamento dos eixos como das respectivas relações cinemáticas, número de dentes e análise de torque. Com estes resultados pode-se facilmente proceder o dimensionamento do sistema estudado, em função das condições de uso e aplicações específicas a que se destinam.

Os exemplos de aplicação com 1 e 2 TEPs chegaram aos mesmos resultados dos exemplos utilizados no Capítulo 6 e estão de acordo com resultados obtidos por Pires (1955), Shigley (1984), Cleghorn (1986), Mogalapalli (1992) e outros. O reduzido tempo de resposta do processamento, permite ao usuário examinar diversas possibilidades que atendam às exigências de sua aplicação, tornando o *TEPciclo* uma ferramenta útil para projetistas. Kuriara e Dedini (1996), identificaram a escolha adequada do número de dentes para se obter um determinado conjunto de relações de transmissão desejadas como uma das dificuldades para o projeto de transmissões epicicloidais.

Os recursos disponíveis para casos de 2 TEPs, permitem fornecer não só a solução do problema colocado, mas também indicam as demais alternativas que irão satisfazer as condições iniciais. Em qualquer momento, o usuário pode recorrer à consulta dos “Mapas” de montagem e posição para avaliar as opções possíveis. Assim, o projetista pode dispor de alternativas que antes ele poderia desconhecer, ainda na fase inicial do projeto.

Existe também a possibilidade de restringir o número de dentes das engrenagens disponíveis em uma determinada planta, criando-se um banco de dados facilmente incorporado no programa. A limitação do número de dentes das engrenagens é um recurso que garante também a redução significativa do tempo de execução do programa e permite projetos em que estas variáveis possam ser controladas. O programa adota um amplo intervalo de número de dentes para englobar as restrições e delimitações de quaisquer aplicações.

Como forma de critério de decisão entre posições e montagens disponíveis como solução, o recurso da análise de torque contribui para a escolha mais adequada à aplicação desejada. Também o fato de se poder alterar a tolerância para se encontrar a relação ou as relações de transmissão desejadas, permite ao projetista uma gama maior de alternativas.

No exemplo da caixa GM 440 PGT, na tela que mostra os conjuntos de trincas de dentes possíveis para sua montagem (Figura 9.1), fazendo a síntese pelos valores de b_I e b_{II} o menor número de dentes relacionado tanto para o TEP I quanto para o TEP II foi a solução adotada na prática. Esta solução foi confirmada por Mogalapalli (1992) que elaborou um procedimento para otimizar o número de dentes, ainda que restrito especificamente a algumas montagens. O *TEPciclo* também demonstrou capacidade de varrer todas as possíveis outras soluções, não se restringindo a mostrar apenas a montagem selecionada, como fez Hsieh (1996-b) em sua tese de doutorado, cujo objetivo foi identificar em qual seqüência e em quais eixos ou elementos devem atuar os freios para se obter as relações de transmissão desejadas, para um determinado sistema de 2 TEPs.

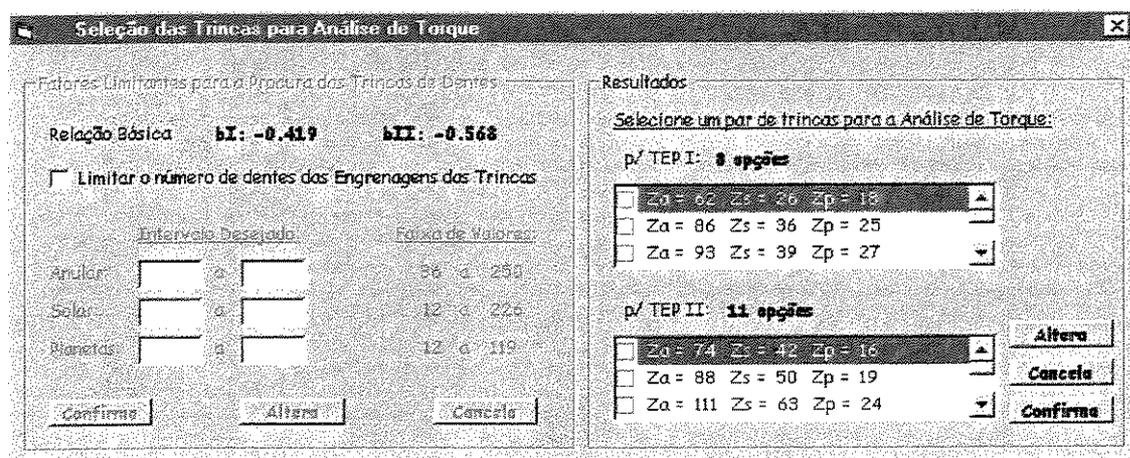


Figura 9.1 – Possíveis trincas de dentes para montagem da caixa GM 440 PGT.

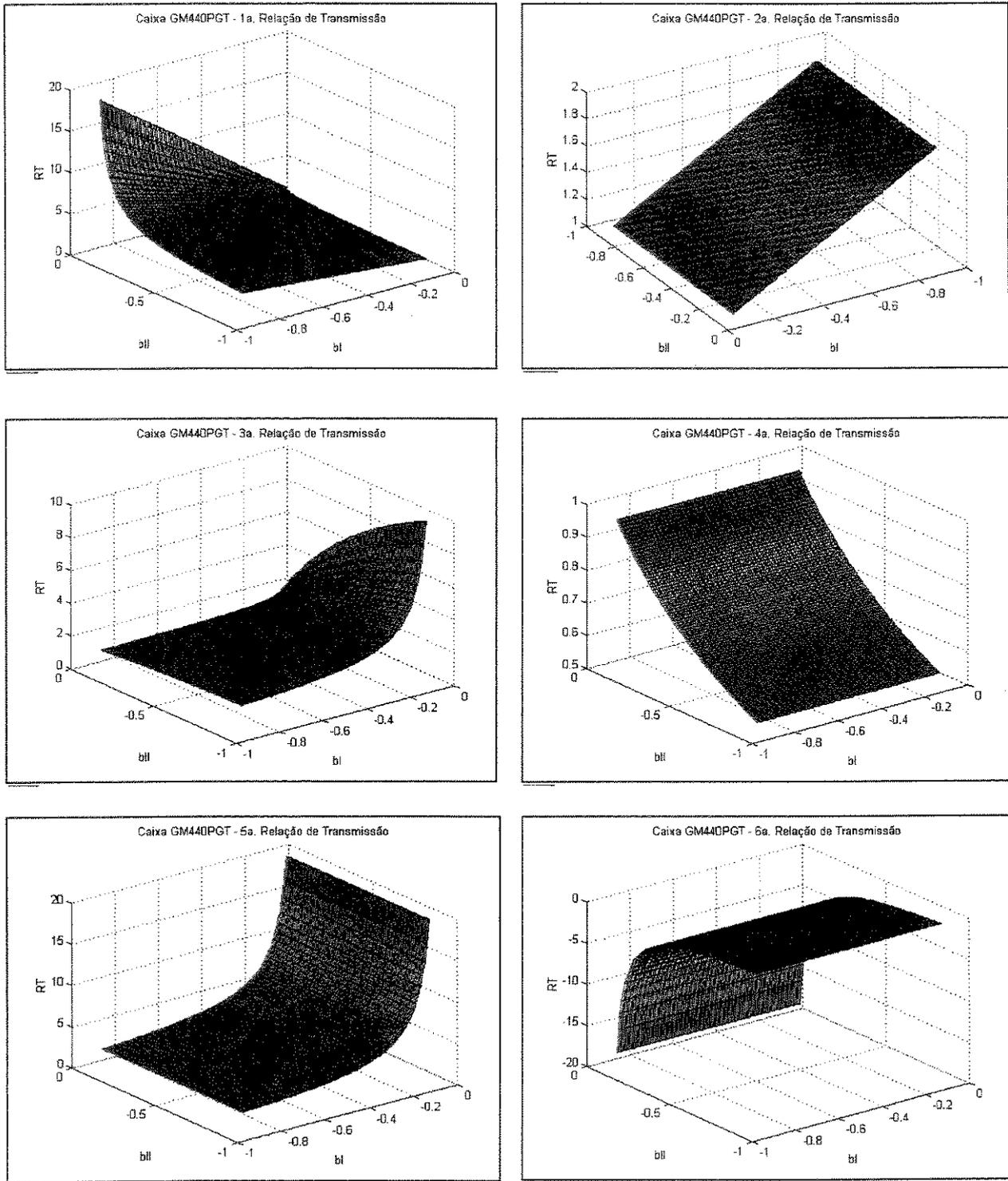


Figura 9.2 – Variação de b_I e b_{II} com a relação de Transmissão, em cada marcha.

Além disso, o *TEPciclo* apresenta recursos adicionais para análise e entendimento do comportamento de cada relação de transmissão possível em cada montagem. Através da barra de tarefas, é possível visualizar o gráfico tridimensional que plota a relação de b_I e b_{II} e o respectivo

resultado na relação de transmissão (RT). Para a caixa GM 440 PGT, estes gráficos estão na Figura 9.2, para as 6 relações de transmissão possíveis.

Pelos gráficos da Figura 9.2, verifica-se a grande variedade de comportamento das possíveis relações de transmissão de uma mesma montagem onde, em algumas regiões, pequenas alterações no valor de b_I e b_{II} podem representar alterações significativas na relação de transmissão final. Destaca-se que as possíveis relações de transmissão se comportam de maneira distinta uma das outras, o que caracteriza a versatilidade do uso do trem epicicloidal nas transmissões.

O programa *TEPciclo* desenvolvido neste trabalho tem características abrangentes e pode ser facilmente incorporado à bancos de dados e *softwares* de dimensionamento, utilizando o resultado final apresentado, ou utilizando seus resultados como entrada de outros programas de dimensionamento, específicos para cada aplicação ou usuário. Isto segue uma tendência na área de projetos, onde os programas em ambiente windows estão adquirindo uma importância cada vez maior (Brito et al., 1999; Kurihara e Dedini, 1998)

Os resultados dos exemplos de aplicação demonstraram a economia de tempo e ampla varredura de todas as alternativas disponíveis, constituindo-se portanto, em uma poderosa ferramenta para projetos de transmissões epicicloidais para 1 e 2 TEPs, ligados conforme a família número 3, da Tabela 7.1, facilitando a criação de novos projetos de transmissões automáticas para veículos leves.

Uma das dificuldades encontradas no estudo dos TEPs, foi a grande diversidade de formas de representação adotadas por diversos autores. Como uma contribuição adicional, foram aqui catalogadas e apresentadas com suas características, as formas de representação dos TEPs, o que torna este trabalho uma fonte de consulta para os interessados em estudar sistemas de transmissão epicicloidal. A forma de representação por diagrama de torque foi também aprimorada, afim de facilitar a automação do cálculo.

9.2 – Sugestões para Próximos Trabalhos

Estando em sua primeira versão, o *TEPciclo* pode evoluir em novas versões para incorporar estudos sobre os sistemas de transmissão epicicloidal onde, por exemplo, se relacione o torque e o número de dentes com o rendimento de cada engrenamento, podendo-se comparar dentre posições e montagens previamente definidas, em quais relações de transmissão se obtém a menor perda. Este critério pode ser implementado como um método de otimização.

Também estudos sobre banco de dados para aplicações específicas, onde as soluções ficariam limitadas a disponibilidade de ferramentaria, estoque e processos de fabricação, podem ser incorporados em versões distintas do programa.

A automatização completa pode ser incorporada, com a inclusão de *softwares* específicos para completar o dimensionamento, que pode variar de acordo com a aplicação pretendida e estabelecimento de *links* com outros *softwares* que podem simular o funcionamento do modelo obtido, em tempo real.

Pode-se dar continuidade, estendendo-se o estudo para três TEPs ligados, unindo um único TEP com outros dois TEPs ligados (Famílias 6 e 7 da Tabela 7.1). Ambos os casos foram aqui analisados separadamente e podem ser incorporados em outro trabalho.

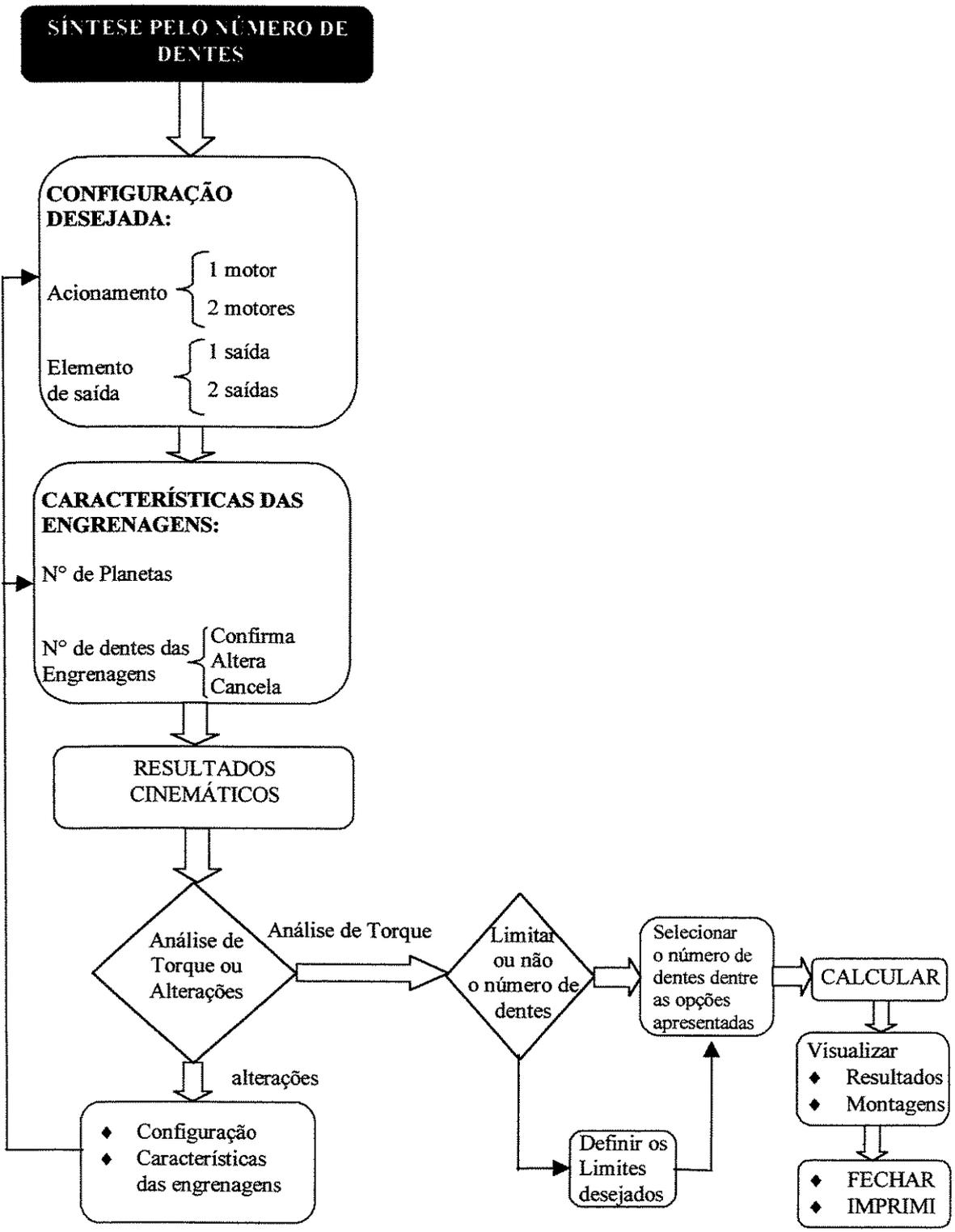
Como o *TEPciclo* tem características abrangentes, novos estudos podem ser feitos nas montagens possíveis, analisando os aspectos de interferência, acessibilidade, manufatura, momento de inércia dos elementos (principalmente os ligados), compactação do conjunto, peso, carga nos mancais, materiais, etc.

Um campo de estudos importante é a utilização de sistemas de transmissão epicicloidal como somador e divisor de potência, pois podem incorporar duas fontes motoras com diferentes combustíveis, o que vem de encontro com a tendência mundial de se procurar alternativas energéticas não poluentes, associado com a autonomia do veículo, ou a incorporação de *CVTs* - *Continuously Variable Transmission* na montagem do conjunto, permitindo variações contínuas de transmissão.

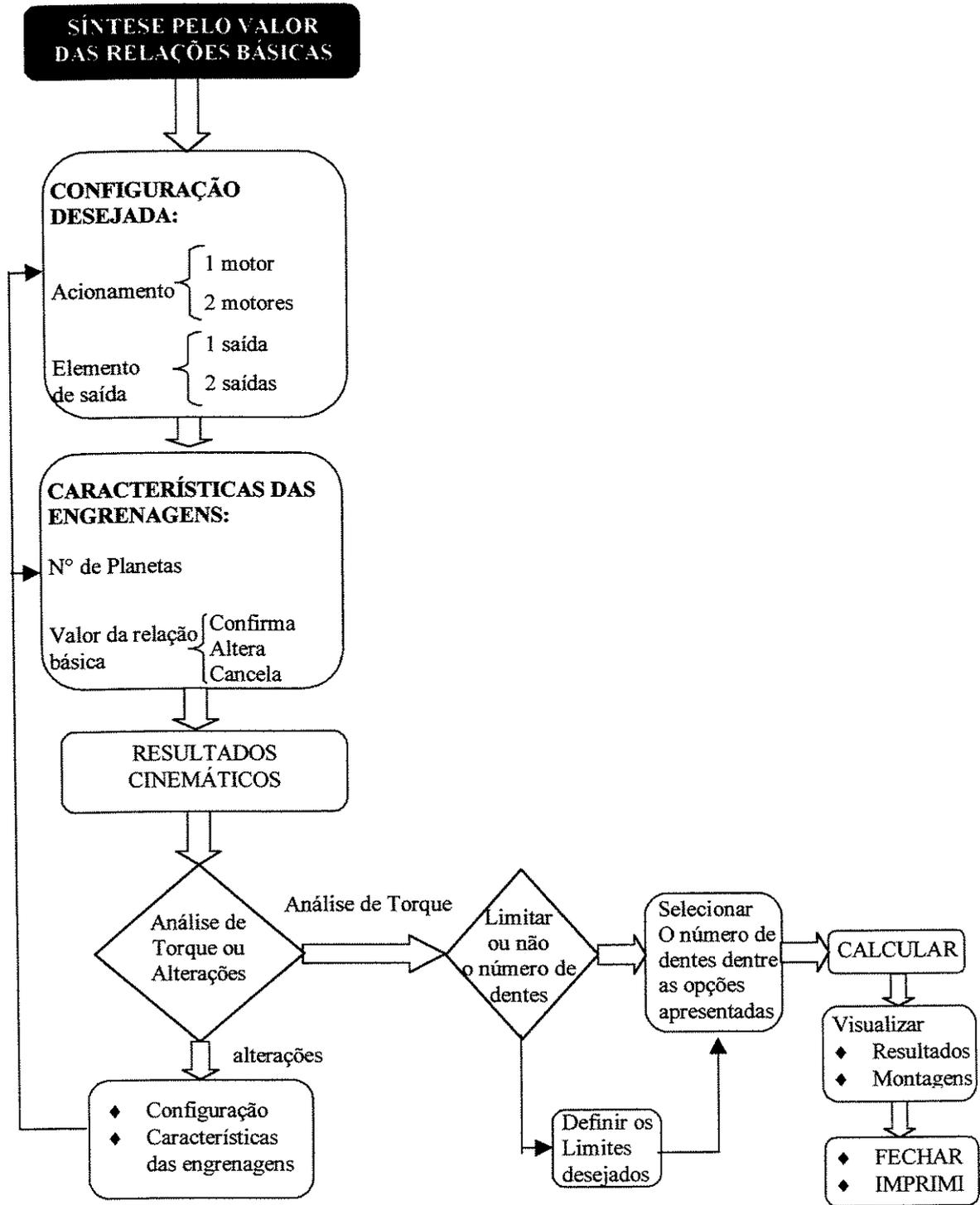
Anexo 1

Fluxogramas

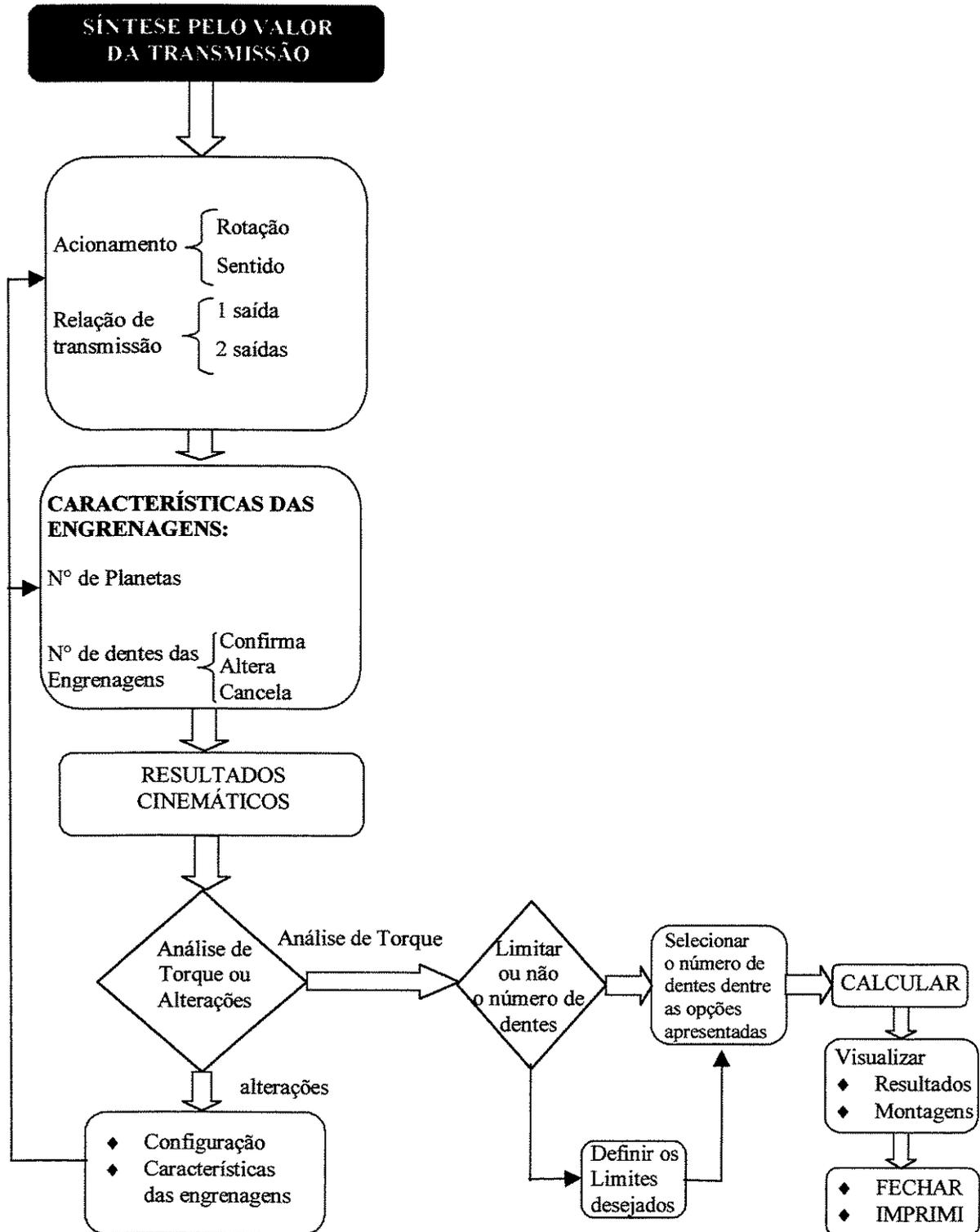
1 TEP



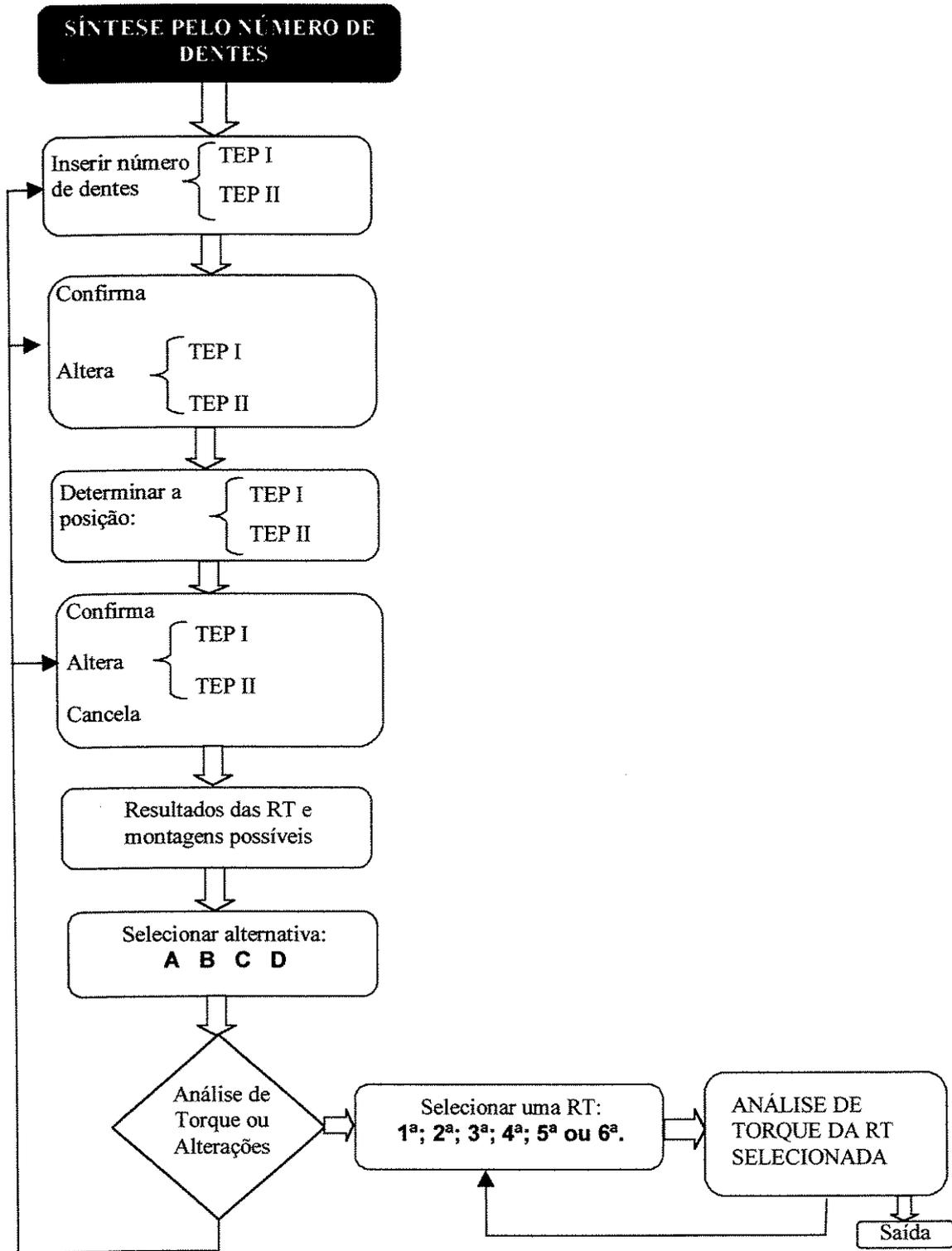
1 TEP



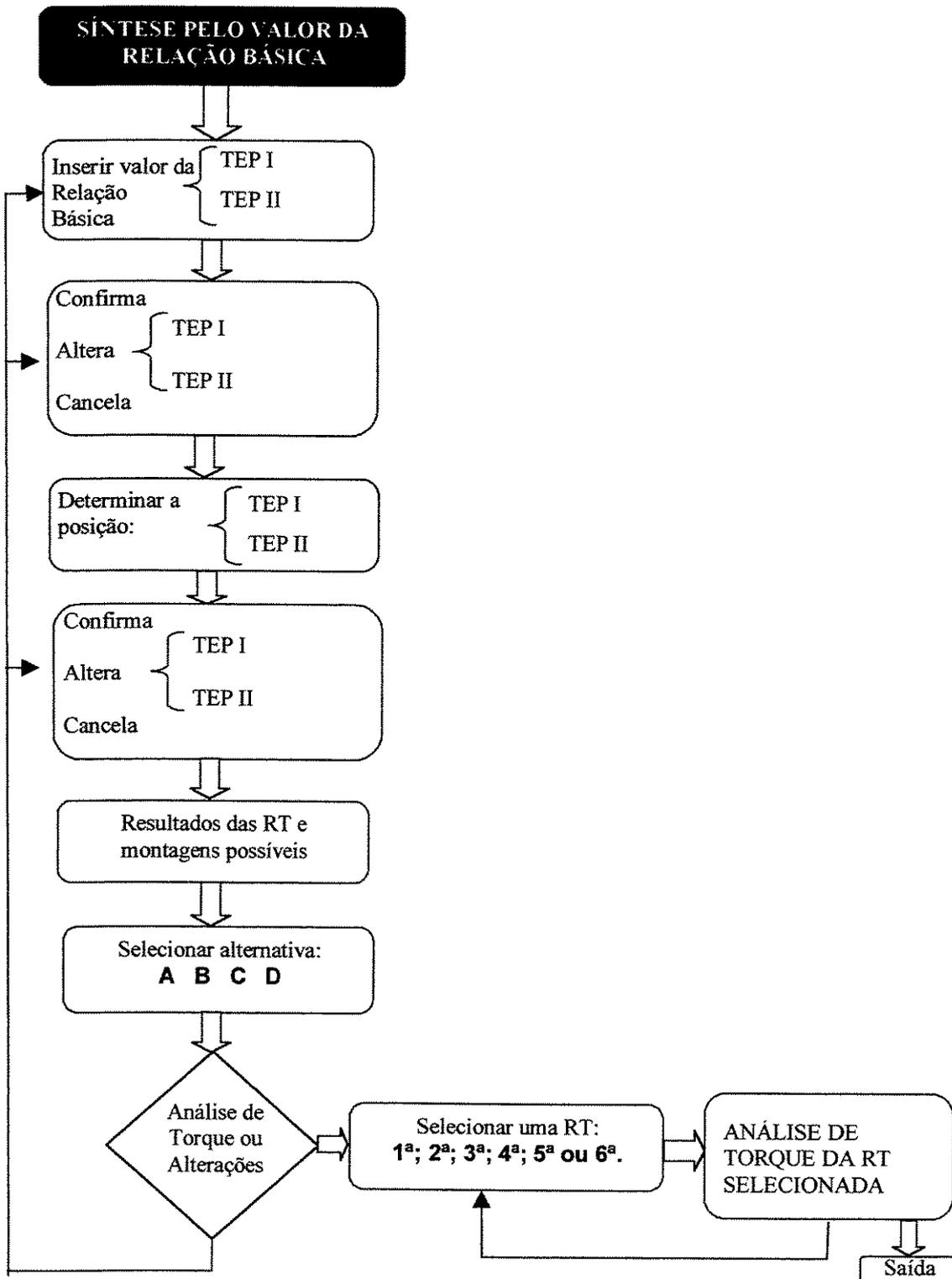
1 TEP



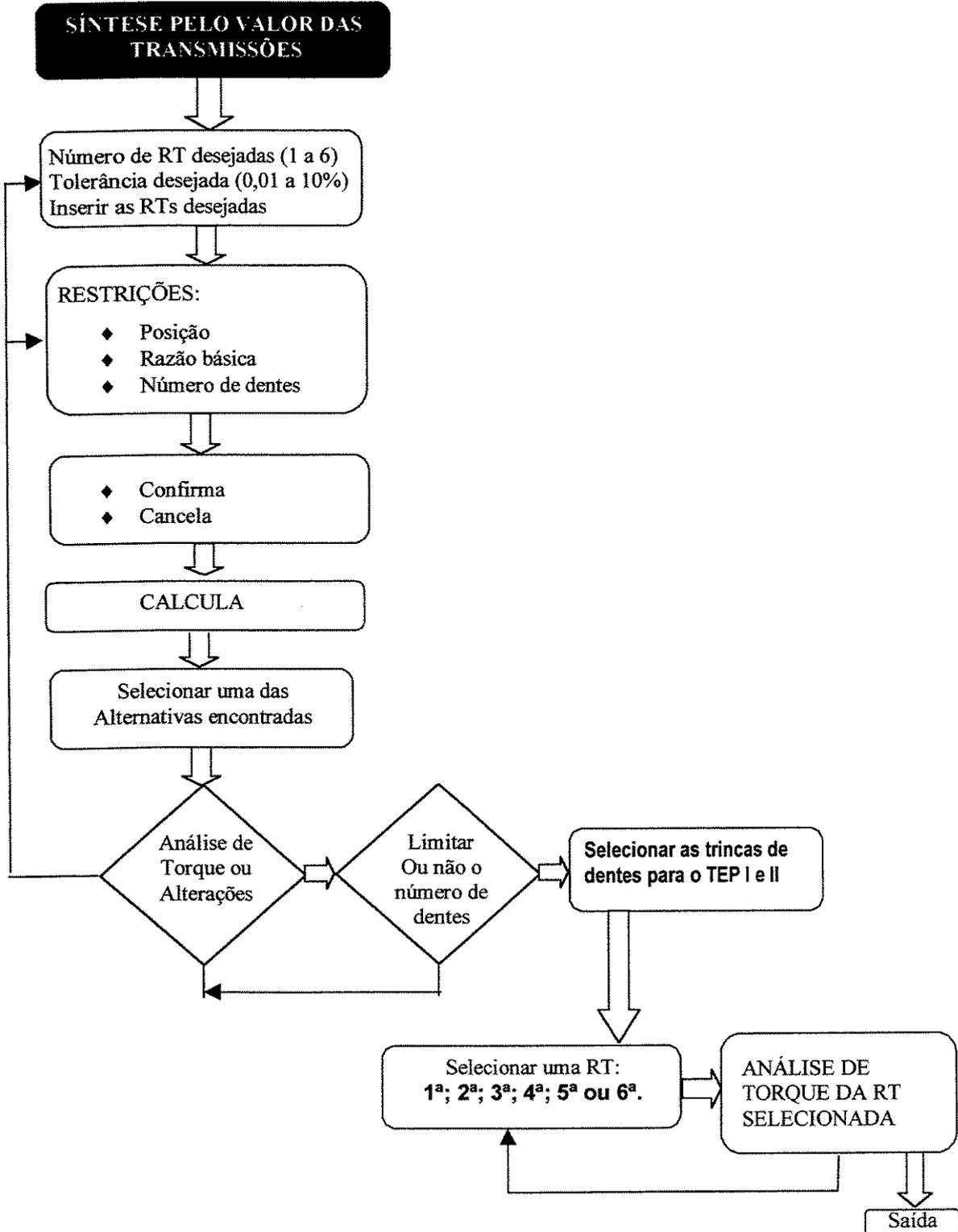
2 TEPs



2 TEPs



2 TEPs



Anexo 2

Equacionamento das Relações de Transmissão para dois TEPs Ligados

1 - 1'

A

1) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_2} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{saida}$

B

1) $w_{ent} = (b_1 + b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = b_2 \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2 - 1} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = b_1 \cdot w_{saida}$

C

1) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{1}{b_2 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{saida}$

D

1) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2 - b_1 - b_2} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = (1 - b_2) \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = (1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2) \cdot w_{saida}$

1 - 2'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = (1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = b_1 b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

1 - 4'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 - 1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2}{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1 b_2 + b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = (b_1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1 - b_1 b_2 + b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

1 - 6'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2-1'

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2}{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - 1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1 - b_1 b_2 + b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (b_1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = (1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2 + 1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = (b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 + b_1 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

1) $w_{ent} = (b_1 + b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = b_2 \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2 - 1} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = b_1 \cdot w_{saida}$

B

1) $w_{ent} = \frac{b_1 + b_2 - b_1 b_2}{b_2} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{saida}$

C

1) $w_{ent} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = \frac{b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{saida}$

D

1) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2 - 1}{b_1 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{saida}$

2) $w_{ent} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saida}$

3) $w_{ent} = (1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2) \cdot w_{saida}$

4) $w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{saida}$

5) $w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{saida}$

6) $w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{saida}$

2 - 6'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3 - 1'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3 - 2'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 + b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - b_1 b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = (b_1 b_2 - b_2 + 1) \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = b_1 \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = (1 - b_2) \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{sai da}$$

C

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2 - 1} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = (b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

B

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = b_2 \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{sai da}$$

D

$$1) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_1}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = \frac{1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{sai da}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2 - b_1 b_2 + b_1 - 1} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = (b_1 + b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = b_1 \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = b_2 \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{sai da}$$

C

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1}{b_2 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_2 - b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = (1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2) \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

B

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = \frac{b_1 + b_2 - b_1 b_2}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{sai da}$$

D

$$1) w_{ent} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$3) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$5) w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{sai da}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{sai da}$$

4 - 1'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - b_1 b_2}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2 - b_1}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 b_2}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

4 - 3'

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 + b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 + b_1 b_2}{1 - b_1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{saída}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{saída}$$

$$3) w_{ent} = \frac{b_1 + b_2 - b_1 b_2}{b_1}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{saída}$$

$$5) w_{ent} = (1 - b_2) \cdot w_{saída}$$

$$6) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{saída}$$

C

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_1 + b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{saída}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2 - b_1 - b_2} \cdot w_{saída}$$

$$3) w_{ent} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{saída}$$

$$4) w_{ent} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{saída}$$

$$5) w_{ent} = (1 - b_1) \cdot w_{saída}$$

$$6) w_{ent} = (b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1) \cdot w_{saída}$$

B

$$1) w_{ent} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2 - b_1 b_2 + b_2 - 1} \cdot w_{saída}$$

$$2) w_{ent} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{saída}$$

$$3) w_{ent} = (b_1 + b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{saída}$$

$$4) w_{ent} = b_1 \cdot w_{saída}$$

$$5) w_{ent} = b_2 \cdot w_{saída}$$

$$6) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{saída}$$

D

$$1) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saída}$$

$$2) w_{ent} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{saída}$$

$$3) w_{ent} = \frac{b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{saída}$$

$$4) w_{ent} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{saída}$$

$$5) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{saída}$$

$$6) w_{ent} = \frac{1}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{saída}$$

4 - 5'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4 - 6'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2 - 1 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1 - 1}{b_2 - b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = (b_2 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_1 b_2 - 1 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5-1'

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_2}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - b_1 b_2 - 1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

5 - 3'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = (1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = b_1 b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 + 1}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_1 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = (b_1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

6-1'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 + b_2 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 + b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 - b_2 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2 + b_1}{b_2 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

C

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

B

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 + b_2}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

D

$$1) w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - b_1 b_2}{b_2 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$2) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - b_1 b_2 + b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$3) w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$4) w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$$

$$5) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$$

$$6) w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$$

A

- 1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 + 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2 - 1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saída}}$
- 6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

B

- 1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1 + 1}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 3) $w_{\text{ent}} = (1 + b_1 b_2 - b_1) \cdot w_{\text{saída}}$
- 4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saída}}$
- 5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saída}}$
- 6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

C

- 1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - b_1 + 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - b_1 + 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 5) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saída}}$
- 6) $w_{\text{ent}} = (b_1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saída}}$

D

- 1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 + b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saída}}$
- 3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$
- 6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

6-5'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

2) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saída}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 + b_1 b_2 - b_2}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saída}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{1 + b_1 b_2 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saída}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saída}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 - b_2 + b_1 b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_2}{1 - b_2 + b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1 - b_1 b_2 + b_2}{b_1} \cdot w_{\text{saída}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saída}}$

6 - 6'**A**

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2}{b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1 b_2}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

C

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - b_1}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2}{b_1 b_2 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - b_1 b_2}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1}{b_1 - 1} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = b_1 \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = b_1 b_2 \cdot w_{\text{saida}}$

B

1) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 b_2 - 1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{b_2 - 1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1 b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = (1 - b_1) \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = (1 - b_2) \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1} \cdot w_{\text{saida}}$

D

1) $w_{\text{ent}} = \frac{1 - b_1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

2) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

3) $w_{\text{ent}} = \frac{b_1 - 1}{b_1 - b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

4) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{1 - b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

5) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

6) $w_{\text{ent}} = \frac{1}{b_1 b_2} \cdot w_{\text{saida}}$

Referências Bibliográficas

- AGMA STANDARD**, ANSI AGMA 6023-A88, Design Manual for Enclosed Epicyclic Gear Drives, 50 p., 1988.
- Alessandri, A.**, Mecânica Industrial Ilustrada, 4ª Edição, Editora Técnica Dragão, SP, 6 volumes, 1953.
- Alonso, J.M.**, Tecnologías Avanzadas del Automóvil, Editora Paraninfo, Madri, Espanha, 3ª Edição, 362 p., 1999.
- Antunes, I. e Freire, M. A .C.**, Elementos de Máquinas, Editora Érica, 200 p., 1998.
- Bekircan,S.**, Performance of a High-Reduction Planetary Gear Drive With Respect to Efficiency, *Proc. Instr. Mech. Engrs*, v. 201, p. 293-297, 1987.
- Benford, H. L., Leising, M. B.**, The Lever Analogy: A New Tool in Transmission Analysis, *Society of Automtomotive Engineering, Inc*, p. 429-437, 1982.
- BOSCH.**, Automotive Handbook, *SAE Society Automotive Engineers*, 4ª Edição, 892 p., 1996.
- Brasil, H. V.**, Máquinas de Levantamento, *Editora Guanabara S.A*, Rio de Janeiro, 230 p., 1988.

- Brito, J.N., Becker, M. et al.**, Engrena – Interface Computacional aplicada al proyecto de Sistemas Engrenados, Anais do Congresso de Engenharia Mecânica, Chile, 1998.
- Buchsbaum, F., Freudenstein, F.**, Syntesis of Kinematic Structure of Geared Kinematic Chains and other Mechanisms, *Journal of Mechanisms*, v. 5, p. 357-392, 1970.
- Chartterjee, G., Tsai, L. W.**, Computer-Aided Sketching of Epicyclic-Type Automatic Transmission Gear Trains, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 95-92, 7 p., 1995.
- Cleghorn, W. L.**, Kinematic Analysis of Planetary Gear Trains using a Microcomputer, *International Journal of Mechanical Engineering Education*, v. 15, n. 1, p. 57 - 69, 1987.
- Cornell, G.**, Visual Basic 5.0 Completo e Total, *Editora Makron Books do Brasil Ltda*, 778 p., 1998.
- De Camp, L. S.**, The Ancient Engineers, Barnes & Noble Books, New York, 423 p., 1993.
- Dedini, F. G.**, Projeto e Otimização de uma Transmissão Planetária por Rolos de Tração, *Dissertação de Mestrado*, UNICAMP, 150 p., 1985.
- Donley, M. G., Steyer, G. C.**, Dynamic Analysis of a Planetary Gear System, *International Power Transmission and Gearing Conference*, v. 1, p. 117 – 127, 1992.
- Donley, M. G., Steyer, G. C.**, Dynamic Analysis of a Planetary Gear System, *International Power Transmission and Gearing Conference*, v. 1, p. 117-127, 1992.
- Dubbel, H.**, Manual Del Constructor de Maquinas, 2ª Edição, Editorial Labor S.ª, Barcelona, Madri, 1951 p., 1944.

- Erdman, A. G.**, Modern Kinematics – Developments in the Last Forty Years, *John Wiley & Sons*, 604 p., 1993.
- Fitzgeorge, D.**, Synthesis of Single Differential Gear Units, *Journal of Mechanisms*, , v. 5, p. 311-336. 1970.
- Fleischel, G.**, Les Rendiments Planétaires en Diagrammes, Dunod, Paris, 51 p., 1953.
- Freudenstein, F. e Yang, A. T.**, Kinematics and Statics of Coupled Epicyclic Spur Gear Trains, *Journal of Mechanism and Machine Theory*, v. 7, p. 263-275 , 1972.
- Freudenstein, F.**, An Application of Boolean Algebra to the Motion of Epicyclic Drives, *ASME Journal of Engineering for Industry*, v. 93B, p. 176-182 , 1971.
- Hall, A. S.**, Elementos Orgânicos de Máquinas, McGraw-Hill do Brasil, 581 p., 1977.
- Holmes, R.**, The Characteristics of Mechanical Engineering Systems, *Pergamon Press*, 157 p., 1977.
- Hsieh, H-I.**, Enumeration and Selection of Clutching Sequences Associate with Epicyclic-Type Transmission Mechanisms, Tese (Doutorado), 212 p., 1997.
- Hsieh, H-I, Tsai, L. W.**, (a) A Methodology for Enumeration of Clutching Sequences Associated with Epicyclic-Type Automatic Transmission Mechanisms, *Congresso Internacional da SAE*, paper n. 960719, p. 151-159, 1996.
- Hsieh, H-I, Tsai, L. W.**, (b) Kinematic Analysis of Epicyclic-Type Transmission Mechanisms Using the Concept of Fundamental Geared Entities, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 96-17, 18 p., 1996.

- Hsu, C. H. e Lin, Y. L.,** Automatic Identification of Redundant Gears in Planetary Gear Trains, *Journal of Mechanical Design*, v. 154, p. 99 – 109,1994.
- Hsu, C. H., (a)** A Graph Representation for the Structural Synthesis of Geared Kinematic Chains, *Journal of Franklin Institute*, v. 330, nº. 1, p. 131-143, janeiro 1993.
- Hsu, C. H., (b)** Synthesis of Kinematic Structure of Planetary Gear Trains by Admissible Graph Method, *Journal of Franklin Institute*, v. 330, nº. 5, p. 913-927, setembro 1993.
- Hsu, C. H., Hsu, J. J., Wu, Y. C.,** The Detection of Embedded Structure in Planetary Gear Trains, *Proceedings of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference*, Irvine, California, 96-DETC/MECH – 1026 august 18-22, 1996.
- Hsu, C. H., Lam, K. T., (a)** A New Graph Representation for the Automatic Kinematic Analysis of Planetary Spur-Gear Trains, *ASME Journal of Mechanical Design*, v. 114, p. 196-200, 1992.
- Hsu, C. H., Lam, K. T., (b)** Automatic Analysis of Kinematic Structure of Planetary Gear Trains, *Journal of Mechanical Design*, v. 115, p. 631-638, 1993.
- Jammu, V. B., Danai, K., Lewicki, D. G.,** Experimental Evaluation of a Structure-Based Connectionist Network for Fault Diagnosis of Helicopter Gearboxes, *Transactions of the ASME*, , v. 120, p. 106-112, 1998.
- Johnson, R. C., Towfigh, K.,** Creative Design of Epicyclic Gear Trains Using Number Synthesis, *Journal of Engineering for Industry* , p. 309-314, maio 1967.
- Kahraman, A.,** Planetary Gear Trains Dynamics, *Journal of Mechanical Design*, , v. 116, p. 713-720. 1994.

- Kurihara, R., Dedini, F. G.,** Desenvolvimento de um Programa para Apoio ao Projeto de Trens Planetários com Engrenagens Cilíndricas, *Anais do V CEM-NNE*, Fortaleza, v. I, p. 25-32, ABCM, 27 a 30 de outubro de 1998.
- Kutney, P.,** O Campeão do Século, *Automóvel & Requite*, Editora Camelot, Ano 3, 97 p., fevereiro 2000.
- Lévai, Z.,** Moon-and-Planet Gear Trains, *Journal of Mechanisms*, v. 6, p. 21-25, 1971.
- Lévai, Z.,** Structure and Analysis of Planetary Gear Trains, *Journal of Mechanism*, v. 3, p. 131-148, 1968.
- Lévai, Z.,** Contribution to the Systematics of Change-Speed-Gearbox of Planetary Type, *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae*, tomus 75 (1-4), p. 291-299, 1973.
- Lima, C. S.,** Trem de Engrenagens Planetários: Análise, Síntese e Aplicação em Veículo Híbrido, *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, 1980.
- Macmillan, R. H.,** Power Flow and Loss in Differential Mechanisms, *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 3, n. 37, p. 45-53, 1961.
- Mogalapalli, S. N., Magrab, E. B., Tsai, L. W.,** A CAD System for the Optimization of Gear Ratios for Automotive Automatic Transmission, *Congresso Internacional da SAE*, paper n. 930675, p. 111-118, 1993.
- Mogalapalli, S. N.,** Optimization of Gear Ratios for Epicyclic Gear Train Transmission, *Dissertação de Mestrado*, 85 p., 1992.

- Molian, S.**, Kinematics of Compound Differential Mechanisms, The Institution of Mechanical Engineers, Proceedings 185, p. 733-739, 1970-71.
- Nadel, B. A. e Lin, J.**, Automatic Transmission Design as a Constraint Satisfaction Problem: First Results, *Proc. 7 th IEEE Conf. On Artificial Intelligence Applications*, vol. 1, p. 248-256, 1991.
- Olson, D. J., Erdman, G., Riley, D. R.**, A New Graph Theory Representation for the Topological Analysis of Planetary Gear Trains, *Proceedings of the 7th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, v. 3, p. 1421 – 1425, 1987.
- Papalambros, P. Y.**, Optimal Design of Mechanical Engineering Systems, *Transactions of the ASME*, v. 117, p. 55-62, 1995.
- Pennestri, E., Freudenstein, F.**, The Mechanical Efficiency of Epicyclic Gear Trains, *Journal of Mechanical Design*, v. 115, p. 645-651, 1993.
- Pires e Albuquerque, O. A. L.**, Elementos de Máquinas, Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 440 p., 1980.
- Pires e Albuquerque, O. A. L.**, Transmissões Automáticas Hidrodinâmica dos Automóveis, Tese de Livre Docência da EEUFMG , Belo Horizonte, 77 p., 1955.
- Programmer's Guide of Microsoft Visual Basic.**, Versão 3.0, *Microsoft Corporation*, 667 p., 1993.
- Ruggiero, M. A. G. e Lopes, V. L. R.**, Cálculo Numérico – Aspectos Teóricos e Computacionais, Editora McGraw Hill, SP, 193p., 1988.

- Saada, A., Vexel, P.,** Na Extended Model for the Analysis of the Dynamic Behavior of Planetary Trains, *Journal of Mechanical Design*, v. 117, p. 241-247 , 1995.
- Sanger, D. J., (a)** Determination of Power Flow in Multiple-Path Transmission Systems, *Mechanisms and Machine Theory*, v. 7, p. 103-109 , 1972.
- Sanger, D. J., (b)** Syntesis of Multiple-Speed Transmissions of the Planetary – Gear Type, *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 14, p. 93-101, 1972.
- Savage, M., Rubadeux, K. L., Coe, H. H.,** Effects of Planetary Speed – Reduction Ratio on Mean Service Life, *Journal of Mechanical Design*, v. 120, p. 113-118, 1998.
- Shigley, J. E.,** Elementos de Máquinas, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A, Rio de Janeiro, 700 p., 1984.
- Shigley, J. E., Mischke, C. R.,** Standart Handbook of Machine Design, Second Edition, *McGraw-Hill*, 937 p., 1996.
- Shigley, J. E., Uicker Jr, J. J.,** Theory of Machines and Mechanisms, *McGraw-Hill International Editions*, Second Edition, 781 p., 1981.
- Silva, A. S., Arantes Filho, G. e Renda Júnior, J. C.,** Mecânica Diesel, Editora Globo, *Oficina Brasil* , n. 103, p. 12-13, setembro, 1999.
- Stavropoulou, K.,** Simulação em Computador de um Veículo Híbrido com Armazenamento de Energia em Volante, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, 124 p., 1981.
- Tsai, L. W.,** An Application of the Linkage Characteristic Polynomial to the Topological Synthesis of Epicyclic Gear Train, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 87-41, 12 p., 1987.

- Tsai, L. W., Lin, C. C.,** The Creation of True Two-Degree-of-Freedom Epicyclic Gear Trains, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 88-21, 1988.
- Visual Basic 5 - Método Rápido.,** Instituto Brasileiro de Pesquisa em Informática, *Livraria e Editora Infobook SA* , 181 p., 1998.
- Willis Jr, R. J.,** On the Kinematics of the Closed Epicyclic Differential Gears, *Transactions of the ASME*, v. 104, p. 712-723, 1982.
- Wilson, R. J., Watkins, J. J.,** Graphs – An Introductory Approach, *John Wiley & Sons*, 340 p., 1990.
- Wojnarowski, J.,** The Graph Method of Determining the Leads in Complex Gear Trains, *Mechanism and Machine Theory* , v. 11, p. 103-121, 1976.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SECÃO CIRCULANTE