

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR LOURENÇO GOBIRA
ALVES E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 21 03 2000
Eugênio Spanó Rosa
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Escoamento com Superfície Livre em Canais
Helicoidais Abertos: Determinação da Interface e
Fator de Atrito**

Autor : Loureço Gobira Alves
Orientador: Eugênio Spanó Rosa

40/00

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

**Escoamento com Superfície Livre em Canais
Helicoidais Abertos: Determinação da Interface e
Fator de Atrito**

Autor : **Loureço Gobira Alves**

Orientador: **Eugênio Spanó Rosa**

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 21 de março de 2000
S.P. - Brasil

**UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE**



2000 12.006

UNIDADE BC
 L. CHAMADA: UNICAMP
AL 87e
 I. _____ Ex. _____
 TOMBO BC/ 42.020
 PROC. 96-278100
 C D
 PREÇO R\$ 11,00
 DATA 31/08/00
 N.º CPD _____

CM-00145890-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

AL87e Alves, Lourenço Gobira
 Escoamento com superfície livre em canais helicoidais
 abertos: determinação da interface e fator de atrito /
 Lourenço Gobira Alves.--Campinas, SP: [s.n.], 2000.

 Orientador: Eugênio Spanó Rosa
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

 1. Dinâmica dos fluidos - Medição. 2. Filmes líquidos.
 3. Campos gravitacionais. I. Rosa, Eugênio Spanó. II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Mecânica. III. Título.

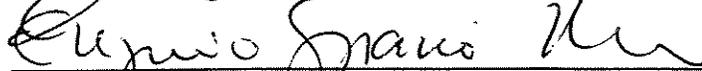
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

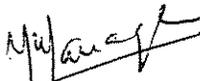
**Escoamento com Superfície Livre em Canais
Helicoidais Abertos: Determinação da Interface e
Fator de Atrito**

Autor : Lourenço Gobira Alves

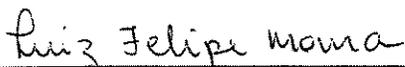
Orientador: Eugênio Spanó Rosa



**Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, Presidente
UNICAMP**



**Prof. Dr. Jurandir Itizo Yanagihara
USP**



**Prof. Dr. Luis Felipe Mendes de Moura
UNICAMP**

Campinas, 21 de março de 2000

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Dedicatória

Aos meus pais, pela dedicação de uma vida inteira.

À Gigi por seu amor e carinho.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Agradecimentos

Ao final desta etapa em minha jornada, devo reconhecer que nunca estive só, e que várias foram as pessoas que direta ou indiretamente me ajudaram a trilhar esta estrada cheia de espinhos e pedras para ao final colher as flores. Não posso citar um a um por questão de espaço, mas também não posso deixar de falar naqueles que foram decisivos:

A Deus que está sempre ao lado dos seus filhos independente do momento.

- À Capes pelo período de concessão de bolsa.

À Petrobrás por apoio técnico dado via convênio Estudo Experimental em Separadores Multifásicos – Fase Complementar, foi decisiva na implementação experimental deste trabalho.

A Eugênio, orientador, que me fez aprender muito, não só academicamente. Ao longo do tempo de nossa convivência fui aprendendo, às vezes de forma dura, noções de humildade e perseverança. E quando o tempo estava enegrecido sua confiança foi o alicerce da tese.

Ao professor Antônio Bannwart por sua significativa contribuição ao equacionamento aqui presente

A Rosi e Cristiano pela sua amizade e atenção.

Resumo

ALVES, Lourenço Gobira, *Escoamentos em Canais Helicoidais com Interface Livre: Determinação da Interface e Fator de Atrito*, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 112 p. Dissertação (Mestrado)

A literatura especializada em escoamentos é rica em trabalhos experimentais e numéricos sobre escoamentos forçados em dutos curvos e helicoidais. No entanto não foi encontrado pelo autor dados experimentais ou numéricos sobre escoamentos em canais helicoidais com superfície livre. O presente trabalho realizou uma série de 18 testes experimentais, utilizando dois canais diferentes e quatro fluidos de trabalho, mediu a posição da interface e a vazão em cada escoamento e estimou a velocidade média e o fator de atrito correspondente. Variando a curvatura e a torção do canal, a densidade, viscosidade e vazão dos fluidos de trabalho obteve uma variação do número de Reynolds, Re , de 45 100000 caracterizando escoamentos tanto laminares quanto turbulentos. Baseados nos resultados experimentais propôs uma correlação para a razão entre o fator de atrito calculado e o fator de atrito para tubo reto, f_c/f_s , baseado no número de Dean, De . A técnica de medição mostrou-se adequada para o escoamentos em canais helicoidais principalmente com altos valores de Reynolds. A forma da interface mostrou-se muito mais inclinada nos escoamentos turbulentos do que nos escoamentos laminares. A correlação para o fator de atrito mostrou boa concordância com os dados experimentais. Para todos os casos a correlação apontou $f_c/f_s > 1$, que está de acordo com o efeito provocado pela curvatura do canal.

Palavras-chave:

fator de atrito, canais helicoidais abertos, interface gás-líquido

Abstract

ALVES, Lourenço Gobira, *Escoamentos em Canais Helicoidais com Interface Livre: Determinação da Interface e Fator de Atrito*; Universidade Estadual de Campinas, 2000. 112 p. Dissertação (Mestrado)

The specialized literature in fluid flow has many numeric and experimental works on forced fluid flow in curved and helical ducts. The author has not found any experimental or numerical data in helical channels fluid flow with free surface. The present work accomplished a 18 experimental tests, using two different helical channels and four different fluids, it measured the interface position at each test and estimated the average of velocity and the friction factor at each test. Varying the curvature and the torsion channel, density, viscosity and flow rate of the fluids it was obtained a Reynolds number ranging from 45 to 100000 characterizing 9 laminar flow tests and 9 turbulent flow tests. Using the experimental results it was proposed a correlation for ratio between the calculated friction factor and the friction factor for straight tube, f_c/f_s , based on the Dean number, De . The measurement technique has shown to be adequate for the fluid flow in helical channels mainly to the flows with high Reynolds number. The obtained interface shape was very more inclined in turbulent flows than in laminar flow. The friction factor correlation is in good agreement with experimental results. For all the cases a $f_c/f_s > 1$ appeared, that is in agreement with the effect provoked by the channel curvature.

Key-words:

Friction factor, open helical channel, interface gas-liquid

Sumário

Lista de Figuras	ii
Lista de Tabelas	iv
Nomenclatura	v
Capítulo 1 INTRODUÇÃO	1
Capítulo 2 APARATO EXPERIMENTAL E TECNICAS DE MEDIDAS	14
Capítulo 3 PROPRIEDADES GEOMETRICAS DA SEÇÃO HELICOIDAL.....	34
Capítulo 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	60
Capítulo 5 CORRELAÇÃO PARA O FATOR DE ATRITO	79
Capítulo 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
APÊNDICE A	103
APÊNDICE B	107
APÊNDICE C	111

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Canal helicoidal destinado à separação entre gás e líquido	2
Figura 1.2 - Comparação entre correlações para fator de atrito turbulento num helicóide	11
Figura 2.1 - Representação do canal	15
Figura 2.2 - Circuito de testes	16
Figura 2.3 - Variação da Densidade (concentração de glucose)	18
Figura 2.4 - Variação da viscosidade em função da temperatura	19
Figura 2.5 - Representação esquemática da sonda (a). Detalhe suporte dos fios	21
Figura 2.6 - Sonda no canal (a) Seção Radial, (b) Vista Frontal	22
Figura 2.7 - Circuito elétrico	23
Figura 2.8 - Parâmetros elétricos do fluido como condutor	24
Figura 2.9 - Curva típica de calibração da sonda de fios paralelos	26
Figura 2.10 - Sonda de compensação do tipo aflorante	27
Figura 2.11 - Montagem da Sonda no canal	28
Figura 2.12 - Posição Radial da sonda	30
Figura 2.13 - Diferença entre calibração e teste (vista frontal do helicóide)	31
Figura 2.14 - Defasagem Angular	32
Figura 3.1 - Representação do vetores ortogonais T , N e B	39
Figura 3.2 - Representação do sistema ortogonal s, x', y' . a) Visão geral. b) Detalhe da seção perpendicular à linha de centro.	42
Figura 3.3 - Projeções do ponto P_0 no eixos normais	44
Figura 3.4 Visualização das coordenadas s, x', y'	48

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 - Constantes para a equação 1.9.....	12
Tabela 2.1 Características Geométricas dos Canais	15
Tabela 2.2 - Características dos fluidos de trabalho.....	18
Tabela 2.3 - Dimensões das sondas elétricas de fios paralelos.....	21
Tabela 3.1 - Valores das seções dos helicóides.....	53
Tabela 3.2 - Coordenadas dos pontos na seção vertical projetada.....	54
Tabela 3.3 - Coordenadas dos pontos na seção ortogonal	54
Tabela 3.4 - Valores principais para hélices comumente utilizadas.....	57
Tabela 4.1 – Condições operacionais dos testes.....	61
Tabela 4.2 - Inclinações médias dos testes turbulentos	63
Tabela 4.3 - Inclinações médias dos testes laminares	65
Tabela 4.4 - Comparação entre as inclinações da interface nas.....	68
Tabela 4.5 - Composição do perímetro molhado	71
Tabela 4.6 - Comparação entre os valores de Holdup da seção vertical e da seção	72
Tabela 4.7 - Características dos escoamentos	75
Tabela 4.8 – Resumo dos testes experimentais realizados.....	78
Tabela 5.1 - Coeficientes k_0 e k_1 para os testes turbulentos, $n = 8,83$	83
Tabela 5.2 - Coeficientes k_0 e k_1 para os testes laminares, $n = 4,60$	83
Tabela 5.3 - Perímetro Molhado e Área de líquido na seção vertical.....	86
Tabela 5.4 - Dados compilados das correlações.....	94
Tabela 5.5 - Coeficientes para a correlação nos escoamentos turbulentos e laminares.....	95

Nomenclatura

Letras Latinas:

a	raio de um canal circular	(m)
A_s	Área transversal ortogonal	(m ²)
b	Passo do canal dividido por 2π	(m)
De	Número de Dean	
de	Diâmetro externo do canal	(m)
di	Diâmetro interno do canal	(m)
Dh	Diâmetro Hidráulico	(m)
f	Fator de atrito	
Fr	Número de Froud	
f_s	Fator de atrito para tubo reto	
G	Gradiente de pressão	
H	Altura do canal	(m)
k_0	Constante utilizada no ajuste de potência	(m)
k_1	Constante utilizada no ajuste de potência	(m ⁿ⁻¹)
L_b	Perímetro molhado na base do canal, seção vertical	(m)
L_e	Perímetro molhado externo, seção vertical	(m)
L_i	Perímetro molhado interno, seção vertical	(m)
L_m	Perímetro molhado total, seção vertical	(m)

L_o	Perímetro molhado na seção ortogonal	(m)
L_s	Perímetro molhado superior, seção vertical	(m)
L_x	$L_b + L_s$	(m)
$L_{x'}$	Perímetro molhado na direção x'	(m)
L_y	$L_e + L_i$	(m)
$L_{y'}$	Perímetro molhado na na direção y'	(m)
n	Expoente do ajuste de potência	
N	Número total de pontos num dado teste experimental	
\mathbf{P}	Vetor posição de um ponto genérico no canal	
p	Projeção de um ponto na direção Normal	(m)
q	Projeção de um ponto na direção Binormal	(m)
R	Parâmetro adimensional utilizado na definição do número de Dean, $R = \frac{Ga^3}{4\mu\nu}$	
r	Semi-reta que liga um ponto genérico ao centro do canal	
R	Resistência elétrica	(Ω)
R	Raio médio do canal helicoidal	(m)
Re	Número de Reynolds	
S_j	Variável que avalia o ajuste de potência	(m^2)
S_T	Somatório de todos os S_j dentro de um mesmo regime de escoamento	(m^2)
$y_i(r)$	Posicionamento local da interface para um dado raio, r	(m)
y_k	Posicionamento local da interface na ordem k -ésima	(m)
\dot{m}	Vazão mássica	(Kg/s)
\dot{Q}	Vazão mássica	(m^3/s)
\bar{w}	Velocidade média do escoamento na sua direção principal	(m/s)

.....

Letras Gregas:

ε	Fração transversal de líquido
ϕ	Ângulo entre o eixo x' e o vetor \mathbf{N}

φ	Ângulo entre o eixo x e uma dada seção do canal	(cP)
μ	Viscosidade	(Kg/m ³)
ρ	Densidade do fluido	(Ω m)
ρ	Resistividade elétrica	(1/m)
θ	Ângulo entre a semi-reta r e o eixo x' ou o vetor N	(1/m)
κ	Curvatura	(1/m)
τ	Torção	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)
τ_{w_y}	Tensão média na parede vertical	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)
τ_x	Tensão média na direção x, seção vertical	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)
$\tau_{x'}$	Tensão média na direção x', seção ortogonal	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)
τ_y	Tensão média na direção y, seção vertical	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)
$\tau_{y'}$	Tensão média na direção y', seção ortogonal	(Kg m ⁻¹ s ⁻²)

.....

Subscritos:

- O . Seção ortogonal
- V Seção vertical
- x Grandeza na direção da coordenada x
- x' Grandeza na direção da coordenada x'
- y Grandeza na direção da coordenada y
- y' Grandeza na direção da coordenada y'
- s Grandeza na direção da coordenada s

Capítulo 1

Introdução

Escoamentos forçados em dutos curvos são de larga aplicação no campo da engenharia para a implementação de sistemas com trocas térmicas ou transferência de massa, incluindo equipamentos para viscosimetria, difusores, trocadores de calor entre outros equipamentos. Em particular escoamentos com interfaces livres em canais helicoidais vêm se apresentando como um dos meios adequados e compactos para prover a separação em misturas bifásicas.

O canal helicoidal é um equipamento que pode ser destinado à separação de misturas bifásicas, onde uma das fases é composta por líquido e a outra por gás. O canal é constituído de dois tubos concêntricos onde, no espaço anular, se desenvolve o canal baseado num parafuso que acompanha os tubos longitudinalmente e é concêntrico com estes. Esta configuração favorece a segregação entre as fases aumentando o tempo de residência dos fluidos dentro do equipamento.

O canal helicoidal destinado à separação é alimentado na parte superior por uma mistura de gás e líquido proveniente de uma tubulação ou de um separador primário. A mistura de gás e líquido desce pelo canal unicamente por força gravitacional. A curvatura do canal gera um campo centrífugo que proporciona a separação entre as fases da mistura. O efeito do campo centrífugo força o gás, constituinte de menor densidade, a se dirigir para a parte interna do canal enquanto o líquido, constituinte de maior densidade, vai se concentrando na parte externa do canal. Na parte superior interna do canal existem furos destinados à coleta do gás. Como consequência, dentro do

canal não existe gradiente de pressão influenciando o escoamento dos fluidos, o que configura um escoamento com interface gás-líquido livre, na figura 1.1 é mostrada uma ilustração de um separador gás-líquido do tipo canal helicoidal.

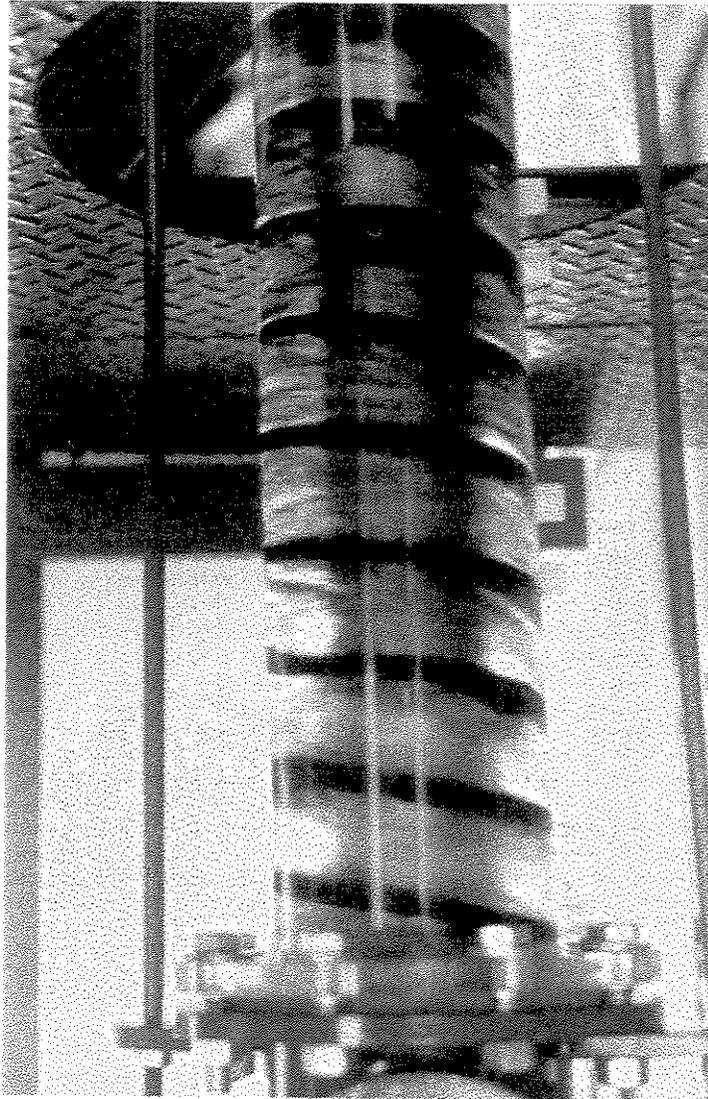


Figura 1.1 - Canal helicoidal destinado à separação entre gás e líquido

Este trabalho realiza um estudo monofásico e unidimensional na região do escoamento completamente desenvolvido, onde a separação das fases já está concluída e nem a interface entre o líquido e o gás nem a velocidade das fases sofrem mais mudanças. É medida experimentalmente a posição da interface e determinados os parâmetros principais dos escoamentos tais como,

perímetro molhado, fração da área ocupada pelo líquido e fator de atrito, tanto para regimes de escoamento turbulentos quanto para regimes laminares.

A seguir, na seção 1.1 é apresentada uma revisão sobre trabalhos disponíveis na literatura sobre escoamentos em canais curvos com vistas à relação entre os vários escoamentos e o fator de atrito correspondente.

1.1 Revisão Bibliográfica

O escoamento em tubos curvos têm despertado o interesse dos pesquisadores desde o início dos anos 1900. Diversos trabalhos foram publicados sobre o tema, muitos deles dizem respeito a dutos toroidais abordando o escoamento tanto laminar quanto turbulento. Existem um número menor de trabalhos sobre dutos helicoidais e outros tipos de dutos. Neste trabalho será dado maior ênfase aos dutos toroidais e aos helicoidais.

A curvatura induz uma força centrífuga no duto toróide, esta força afeta o escoamento da parede interna, próxima do centro, para a parede externa e aumenta a perda por atrito. Isto causa um escoamento secundário com um par de vórtices que possuem rotações contrárias. Para um número de Dean acima de um valor crítico pode surgir outro par de vórtices próximo à região central conhecido como instabilidade de Dean.

Foram encontrados na literatura vários trabalhos sobre escoamentos forçados em dutos curvos e dutos helicoidais. Analisando estes trabalhos Shah e Joshi (1983) publicaram uma revisão detalhada abordando principalmente a determinação do fator de atrito. Eles também se referem, menos detalhadamente aos trabalhos em dutos helicoidais. Posteriormente Berger e Talbot (1987) fizeram uma minuciosa revisão sobre trabalhos desenvolvidos em dutos curvos abordando tanto o aspecto computacional quanto o experimental, no entanto praticamente não se refere a dutos helicoidais. Ambas não relatam trabalhos com interface livre.

1.1.1 Escoamentos em Dutos Toroidais

Um dos primeiros pesquisadores a estudar o escoamento em dutos curvos foi Eustice (1910,1911). Através da injeção de um corante dentro do escoamento foi notado o escoamento secundário pela primeira vez. Eustice também estudou a queda de pressão em dutos curvos e observou que era maior do que em dutos retos.

O problema de encontrar uma solução teórica para um fluido escoando num tubo toroidal de seção constante foi primeiramente abordado por Dean (1927, 1928a,b). Em sua primeira aproximação Dean, utilizando a hipótese de que o raio de curvatura do canal era muito maior do que o raio de tubo, mostrou a existência do escoamento secundário, e que este era uma consequência natural do efeito da curvatura sobre o escoamento. O escoamento secundário seria composto de dois vórtices de rotações contrárias, onde na região central o escoamento se move para a parte externa do tubo. Dean ainda concluiu que a relação entre a taxa de escoamento e o gradiente de pressão eram independentes da curvatura do tubo. Fazendo análises de ordem superior, a redução do escoamento foi determinada como função de um parâmetro adimensional determinado como:

$$K = 2 R^2 \frac{a}{R}, \quad (1.1)$$

onde “a” é o raio do tubo, R é o raio do círculo determinado pela linha de centro do canal e R é um parâmetro definido por:

$$R = \frac{Ga^3}{4\mu v}, \quad (1.2)$$

onde G é o gradiente de pressão, μ é a viscosidade e v o coeficiente de viscosidade cinemática. Dean mostrou que suas análises eram válidas para valores de K menores que 576. Posteriormente, em homenagem aos trabalhos pioneiros em escoamentos curvos, os parâmetros “K” e “De” receberam o nome de número de Dean.

McConalogue e Srivastava, 1968, estenderam o trabalho de Dean adotando o número de Dean definido como:

$$De = 4 R \left(\frac{2a}{R} \right)^2. \quad (1.3)$$

As equações diferenciais parciais de transporte foram reduzidas a equações diferenciais ordinárias através de análises de Fourier e então foram resolvidas numericamente para uma variação D variando de 96 a 606, onde o valor 96 correspondia ao limite superior, $K = 576$, utilizado no trabalho de Dean.

Patankar, 1974, empregou um procedimento numérico para prever os campos de velocidades e de temperatura. Os resultados referentes ao campo de velocidades obtidos apresentaram boa concordância com os valores experimentais apresentados por Ito (1970), Mori & Nakayama (1965), e os resultados referentes ao campo de velocidades concordam qualitativamente com os resultados de Mori & Nakayama (1965), Akiyama & Cheng (1971), Collins & Dennis (1975).

Entre os trabalhos numéricos um dos mais extensivos e certamente e entre os mais seguros está Collins & Dennis (1975), que resolveram o escoamento axial e secundário para uma variação no número de Dean, de 96 a 5000.

Os trabalhos de Collins e Dennis (1975) e McConalogue e Srivastava (1968) concordam qualitativamente quanto à disposição das linhas de corrente do escoamento secundário e quanto à delimitação das linhas de velocidade axial constante. Em ambos o centro dos dois vórtices move-se para a parte externa da curva à medida que o número de Dean aumenta. Concluíram, também, que há uma considerável redução da vazão nos escoamentos em tubos curvos comparados com tubos retos.

Patankar, 1975, modelou o escoamento turbulento utilizando o modelo κ - ϵ padrão de turbulência. Neste trabalho foi estudado tanto a região de entrada como a região desenvolvida. Baseado na hipótese de grande curvatura, $\left(\frac{R}{a} \right) \gg 1$, encontrou que a região desenvolvida

ocorreu dentro da distância angular de 180° na linha de centro do canal. Os resultados apresentaram uma dispersão menor do que 8% em relação aos dados experimentais de Ito, 1959.

Bara et al., 1992, realizaram um estudo experimental, utilizando a técnica de LDV (Laser-Doppler-Velocimetry), e numérico do escoamento num duto se seção quadrada abordando tanto a região não desenvolvida quanto a região desenvolvida. Foi notado a existência de dois ou quatro vórtices na região desenvolvida. A determinação da quantidade de quatro vórtices depende do número de Dean e da existência de perturbação simétrica ou assimétrica. O comprimento de desenvolvimento do escoamento foi determinado como dependente do número de Dean e podendo variar entre 150° e 300°.

Os primeiros trabalhos experimentais sobre escoamentos em canis curvos foram realizados por White, 1929 e Taylor, 1929. Ambos indicaram que o escoamento no tubo circular é mais estável do que num tubo reto, ao passo que o número de Reynolds crítico apontado por eles é tipicamente 2000, num tubo curvo de pequena curvatura, isto pode ser maior por um fator de dois ou mais. Taylor encontra que para $\frac{a}{R} = 1/31.9$, o valor do número de Reynolds crítico foi cerca de 5000. Isto corresponde a um número de Dean igual a $1,6 \cdot 10^6$ e então aproximadamente delinea o regime laminar.

Ito, 1959, realizou vários experimentos com objetivo deste de obter dados sobre fator de atrito para serem usados nos cálculos de perdas de pressão em escoamentos turbulentos em tubos curvos lisos. As fórmulas empíricas propostas, baseadas em considerações teóricas, parecem definir a influência da curvatura na lei de resistência com precisão melhor do que a apresentada por White, 1929.

1.1.2 Escoamentos em Dutos Helicoidais

O escoamento em dutos helicoidais são substancialmente menos estudados do que o escoamento em dutos curvos. A maior dificuldade no estudo dos dutos helicoidais está no tratamento matemático. Se o escoamento sofre efeito somente da curvatura ele poderá apresentar um ou dois pares de vórtices com rotações contrárias, quando ao efeito da curvatura é sobreposto

o efeito da torção, os vórtices deixam de ser simétricos podendo haver somente um vórtice e não mais pares.

Embora os efeitos da curvatura sejam bem conhecidos o número de estudos que levam em consideração o efeito da torção é limitado. O escoamento em hélice foi estudado em seção transversal circular (Wang, 1981; Murata et al., 1981; Germano, 1982, 1989; Chen e Fan, 1986; Kao, 1987; Xie, 1990, Tuttle, 1990; Chen e Jan, 1992; Liu et al. 1993), em seção quadrada (Tuttle, 1990; Chen e Jan, 1993) e seção transversal elíptica (Germano, 1989)

Um dos primeiros estudos numéricos tratando de escoamento em dutos helicoidais foi feito por Murata et al., 1981. Murata et al. resolveram a equação de Navier-Stokes num sistema não ortogonal para o escoamento laminar desenvolvido assumindo pequena curvatura adimensional, a/R , onde a é o raio do canal e R o raio do cilindro onde a hélice foi enrolada. Suas conclusões são que o escoamento é pouco influenciado pela torção e que a fórmula de resistência para um canal toroidal pode ser para um canal helicoidal desde que seja substituído o valor da curvatura da hélice no lugar da curvatura do toróide.

Wang, 1981, usando um sistema de coordenadas não ortogonais para uma hélice concluiu que a torção exerce uma influência de primeira ordem no escoamento secundário.

Germano, 1982, engenhosamente introduz um sistema de coordenadas ortogonais, que simplificam muito o tratamento matemático e proporciona uma base física para a comparação entre os escoamentos em dutos toroidais e dutos helicoidais. Em seu trabalho ele mostra que a influência da torção no escoamento secundário deve ser de Segunda ordem. Em Germano, 1989, foi aplicado coordenadas aplicadas para o escoamento num canal helicoidal com seção elíptica, e confirmado o efeito de segunda ordem da torção no escoamento secundário para a seção circular. No entanto se a seção for elíptica a torção exerce uma influência de primeira ordem.

Os resultados de Wang (1981) e Germano (1982) apresentaram inconsistência com relação ao efeito da torção no escoamento secundário. Wang (1981) obteve uma solução de perturbação

da equação de Navier Stokes baseado num sistema helicoidal de coordenadas não ortogonais. Germano, baseado num sistema ortogonal de coordenadas mostrou o equívoco de Wang, 1981, com relação ao efeito da torção no escoamento secundário. Trabalhos posteriores, disponíveis na literatura (Kao, 1987; Germano,1989; Xie,1990, Liu e Masliyah, 1993, Chen e Jan, 1993), confirmaram a conclusão de Germano (1982). Kao, 1987, concluiu que a o efeito da torção situa-se entre a ordem 1 e 2, sendo portanto da magnitude de uma potência 1,5 do parâmetro de perturbação. Importante mencionar que estas conclusões são válidas somente para casos de pequenas torção e curvatura. Xie, 1990 utilizando um sistema não ortogonal, Tuttle (1990) utilizando um sistema ortogonal e outro não ortogonal e Chen e Jan (1992) usando um método de dupla série de expansões, os três concluíram que esta inconsistência é devida aos diferentes sistemas de coordenadas usadas em cada um dos trabalhos.

A respeito da perda por atrito é sabido que o fator de atrito para dutos circulares helicoidais pode ser trocado pelos fatores de atrito de dutos circulares toroidais se a torção for pequena (Murata et al., 1981; Chen e Fan, 1986; Kao, 1987)

Em Chen e Fan, 1986, a equação de Navier Stokes foi resolvida pelo método de elementos finitos (Galerkin). Estudou-se o efeito da torção sobre o escoamento em dutos helicoidais quadrados, com curvatura e torção finitos, no escoamento secundário, velocidade axial e fator de atrito. Seus resultados mostram que à medida que a torção aumenta o vórtice da parte de baixo aumenta de tamanho, diminuindo o vórtice superior podendo até mesmo desaparecer o vórtice superior, resultado semelhante ao de Liu e Masliyah, 1993. Com o aumento da torção os picos de velocidade axial giram em relação ao centro da seção em sentido horário. Com o aumento da curvatura a força centrífuga atua e empurra o escoamento contra a parede externa. Se o escoamento for submetido somente a curvatura e gradativamente aumentar a torção, a princípio o fator de atrito diminui, devido à fusão dos vórtices contrários, que existiam até então (a instabilidade de Dean tem o efeito de aumentar o fator de atrito), e conforme a torção aumenta o fator de atrito varia suavemente. Para gradientes de pressão pequenos o efeito da torção pode ser desprezado.

1.1.3 Correlações para o fator de atrito

Existem na literatura alguns trabalhos, eminentemente experimentais, que apresentam correlações para o fator de atrito em dutos curvos. A razão entre um tubo curvo e um tubo reto é definido por um fator que representa as forças inerciais, Re , e por outro que representa as forças centrífugas, R/a . Desta relação surge o principal grupo adimensional na determinação do fator de atrito para dutos curvos, o número de Dean, De . Alguns autores utilizam para as correlações $(R/a)^2$ no lugar de R/a , o que dá origem a um novo parâmetro adimensional, $Re(R/a)^2$.

O fator de atrito para dutos helicoidais pode ser correlacionado como dutos toroidais para a maioria dos casos, simplesmente substituindo a curvatura do toróide pela curvatura da hélice. Akiyama et al., 1971, e Srinivasan et al., 1970, mostraram que para um Dean pequeno, da ordem de 20 ou menos, o fator de atrito para o duto curvo é o mesmo de um duto reto.

Srinivasan et al., 1970 propuseram uma correlação para escoamentos laminares dependente somente do número de Dean, sendo a curvatura limitada em $7 < R/a < 104$:

$$\frac{f_c}{f_s} = \begin{cases} 1 & \text{para } De < 30 \\ 0,419De^{0,275} & \text{para } 30 < De < 300 \\ 0,1125De^{0,5} & \text{para } De > 300 \end{cases} \quad (1.4)$$

onde De é definido como:

$$De = Re \left(\frac{a}{R} \right)^{1/2} \quad (1.5)$$

Ito, 1959 propôs uma das melhores correlações para escoamentos turbulentos em dutos helicoidais de seção transversal circular, onde a razão entre o fator de atrito curvo e o fator de atrito reto é dependente do número de Reynolds e da razão entre o raio do canal e do cilindro descrito pela linha de centro do canal.

O número de Reynolds foi definido como:

$$\text{Re} = \frac{2wr}{\nu}, \quad (1.6)$$

sendo ν a viscosidade cinemática do fluido.

A correlação proposta por Ito foi:

$$f_c = 0,00725 + 0,076 \left[\text{Re} \left(\frac{R}{a} \right)^{-2} \right], \quad (1.7)$$

válida para $0,034 < \text{Re} \left(\frac{R}{a} \right)^{-2} < 300$.

Posteriormente Srinivasan et al., 1970, propuseram outra correlação para o escoamento turbulento:

$$f_c = 0,084 \left[\text{Re} \left(\frac{R}{a} \right)^{-2} \right]^{-0.2}, \quad (1.8)$$

válida para $\text{Re} \left(\frac{R}{a} \right)^{-2} < 700$ e $7 < \frac{R}{a} < 104$.

As duas correlações, Ito e Srinivasan et al., mostram boa concordância uma com a outra. A figura 1.2 mostra uma comparação entre estas duas correlações para $\frac{R}{a} = 7$ e

$5 < \text{Re} \left(\frac{R}{a} \right)^{-2} < 300$.

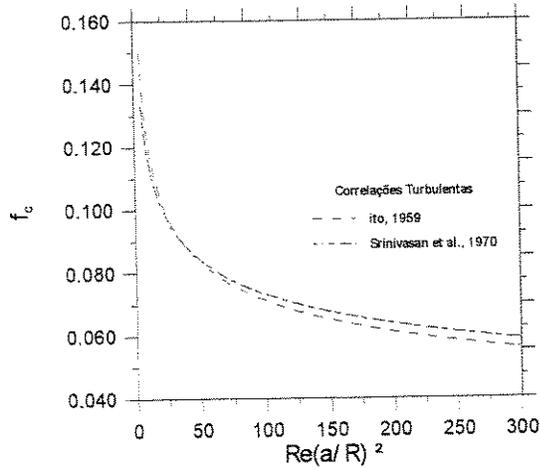


Figura 1.2 - Comparação entre correlações para fator de atrito turbulento num helicóide

Cheng et al., 1976; Mori et al., 1976, e Cheng et al., 1970, realizaram trabalhos numéricos simulando dutos helicoidais com seção transversal quadrada e apresentaram as seguintes correlações para escoamentos turbulentos.

$$\frac{f_c}{f_s} = 0,1520De^{0,5} \left(1,0 - 0,216De^{0,5} + 0,473De^{-1} + 111,6De^{-1,5} - 256,1De^{-2} \right), \quad (1.9)$$

para $De < 100$,

$$\frac{f_c}{f_s} = 0,2576De^{0,39}, \quad (1.10)$$

para $100 < De < 1500$ e

$$\frac{f_c}{f_s} = 0,1115De^{0,5}, \quad (1.11)$$

para $De > 1500$

Cheng et al.,1976, também apresentaram correlações para dutos helicoidais com seção retangular baseado em série de potências fracionárias do número de Dean modificado para um helicóide, De^* para uma razão de aspecto, r_a , (definido como a razão entra a altura do canal e a base) de 0,5, 1, 2 e 5.

$$\frac{f_c}{f_s} = C_0 De^{*0,5} \left(1,0 + \frac{C_1}{De^{*0,5}} + \frac{C_2}{De^*} + \frac{C_3}{De^{*1,5}} + \frac{C_4}{De^{*2}} \right), \quad (1.12)$$

onde os coeficientes C_0 , C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são listados na tabela 1.1 e o número Dean modificado, De^* , é definido em função do diâmetro hidráulico:

$$De^* = Re \left(\frac{D_h}{R} \right)^2 \quad (1.13)$$

Tabela 1.1 - Constantes para a equação 1.9

R_a	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4
0,5	0,0974	4,366	-13,56	131,8	-182,6
1,0	0,1278	-0,257	0,699	187,7	-512,2
2,0	0,2736	-24,79	325,2	-1591,0	2728,0
5,0	0,0805	-5,218	104,4	-202,8	0,0

1.2 Justificativa e Objetivos do trabalho

Conforme visto na seção anterior, o autor não encontrou na literatura especializada trabalhos experimentais e nem numéricos sobre escoamentos em canais helicoidais com interface livre, não havendo portanto parâmetros que sirvam de base para analisar canais abertos ou mesmo dados disponíveis para comparar com o funcionamento dos canais utilizados.

O objetivo principal deste trabalho é a investigação experimental do comportamento de escoamentos com interface livre em canais helicoidais. Onde a ênfase principal será a determinação do posicionamento da interface entre o gás e o líquido e do fator de atrito.

Em cada teste experimental serão medidos a vazão e a posição da interface em vários pontos ao longo do canal.

Posteriormente à determinação do fator de atrito e do posicionamento da interface será proposta uma correlação para o fator de atrito baseada no número de Dean e que leva em consideração cada trecho do perímetro molhado ao longo das paredes do canal.

Será investigado a viabilidade matemática da utilização de um sistema de coordenadas simplificado para substituir o sistema ortogonal de coordenadas, que demanda um grande esforço de cálculo.

Capítulo 2

Aparato Experimental e Técnicas de Medidas

Os testes experimentais foram realizados no laboratório de pesquisas da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp. Foram ao todo cinco fases experimentais com dois canais helicoidais com inclinações médias 9,9 graus e 18 graus. Foram medidas 18 posições da interface que foram obtidas variando-se as vazões e fluidos de trabalhos.

Cada canal helicoidal é constituído por uma hélice de aço inoxidável, construída sob encomenda, e soldada num cilindro de aço inoxidável, veja representação esquemática na Figura 2.1. Compõe-se então o canal inserindo o conjunto num tubo de acrílico. A hélice possui ainda uma guarnição de borracha que serve como suporte e vedação entre a hélice e o cilindro de acrílico. As dimensões do canal helicoidal são definidas pelo seu Diâmetro Externo (d_e), Diâmetro Interno (d_i) e pelo seu passo ($2\pi b$).

Por serem geometricamente diferentes canais helicoidais serão denominados por canal I e canal II para facilitar sua identificação. As características geométricas de cada canal são mostradas na Tabela 2.1.

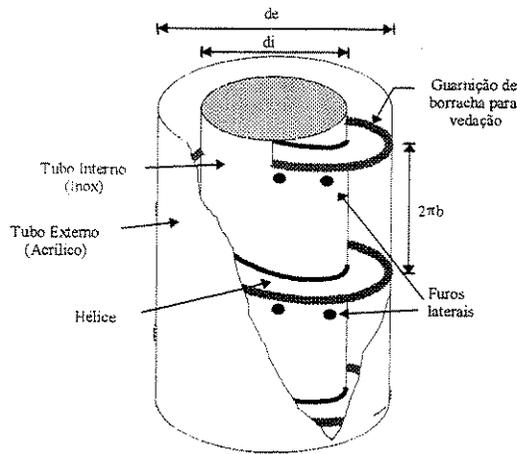


Figura 2.1 - Representação do canal

O aparato experimental é um circuito fechado composto de reservatório para o fluido de trabalho, sistema de bombeamento, válvulas, sistema de medição e o canal helicoidal, conforme ilustra a figura 2.2.

Tabela 2.1 Características Geométricas dos Canais

	Passo ($2\pi b$) (mm)	Diam. Interno (mm)	Diâm. Externo (mm)	Comprimento (mm)	α (°)
Canal I	62	88,9	137	3150	9,9
Canal II	114	88,9	137	3150	18

Com relação à tabela 2.1, α é a inclinação do raio médio do helicóide, medida em graus e definida como:

$$\alpha = \text{ArcTg} \left(\frac{2\pi b}{\pi \frac{d_i + d_e}{2}} \right) \quad (2.1)$$

As bombas de alimentação e de descarga são duas bombas centrífugas de 7,5 CV. As válvulas V1, V2, e V4 são válvulas globo e as válvulas V3 e V5 são válvulas esfera.

A bomba de alimentação recalca o líquido para a parte superior do helicóide. O fluido, sob a ação dos campos gravitacional centrífugo, percorre o helicóide, sem gradiente de pressão, formando uma interface livre. A parte interna do canal contém furos para passagem livre de gás, garantindo, assim, a ausência de gradiente de pressão.

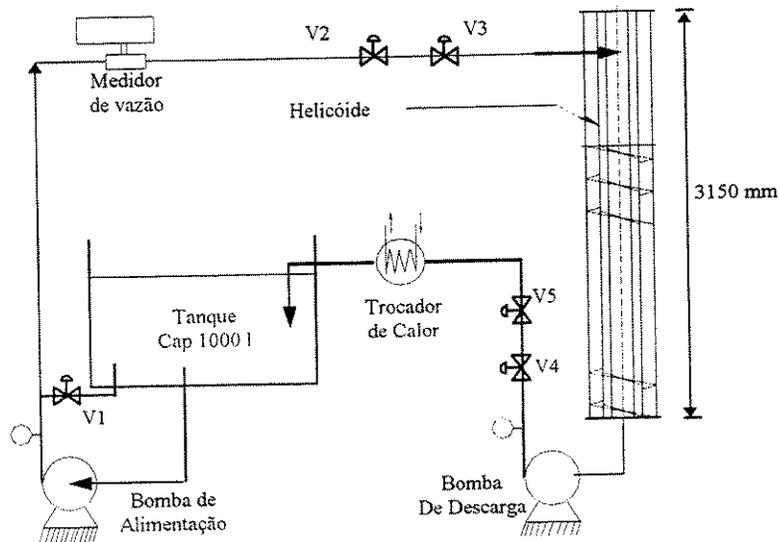


Figura 2.2 - Circuito de testes

A bomba de alimentação, tem a pressão regulada pelas válvulas V1 e V2, que também regulam a vazão de líquido para o circuito de testes. A vazão é lida por um medidor tipo turbina que envia seu sinal para o sistema de aquisição de dados. Ao final do helicóide o fluido passa pela bomba de descarga, que tem a vazão regulada pela válvula V4, passa pelo trocador de calor e então retorna ao reservatório. A válvula V3 serve para esgotar a linha de alimentação, importante para a partida do sistema, e a válvula V5 tem a função de bloquear completamente a linha de descarga, importante para o trabalho de calibração da sonda. O trocador de calor é do tipo casco-tubo, sua função é retirar o calor gerado pelas perdas de carga nas válvulas e nas bombas.

As seções de teste situam-se na parte média (canal I) e final (canal II). No canal I são 14 passos da entrada (5040°), o que totaliza aproximadamente 5043mm da entrada ou cerca de 160 vezes o Diâmetro Hidráulico (definido como sendo quatro vezes a área ocupada pelo líquido dividido pelo perímetro molhado pelo mesmo) médio obtido com canal I. No canal II a seção de testes está a 18 passos da entrada (6480°), o que totaliza aproximadamente 6703mm da entrada ou

cerca de 200 vezes o diâmetro hidráulico médio obtido com este canal. Este procedimento garante que as medidas foram feitas numa região em que o escoamento se encontra completamente desenvolvido. Segundo Bara (1987) a maioria dos escoamentos laminares em dutos circulares se desenvolve com menos de 360° do escoamento.

Apesar de não se tratar de um escoamento em toróide, pode-se observar que a seção de testes está localizada numa região em que o fluido percorreu uma distância pelo menos 14 vezes maior do que aquela apontada por Bara (1987). Outro fator que também indica que o escoamento esteja desenvolvido na região de testes é a visualização. Visualmente não foram observadas mudanças significativas na posição da interface do filme de líquido na região de medida. Mesmo na região inicial da hélice, pôde-se observar que o escoamento desenvolve-se muito rapidamente.

Foram utilizados como fluidos de trabalho água e três soluções diferentes de água e glucose de milho (Búfallo 1630®), que ao longo deste trabalho serão referidas como fluidos I a IV, sendo todos eles fluidos Newtonianos. A glucose de milho foi escolhida como fluido viscosificante por permitir a passagem de corrente elétrica, além de não provoca espuma no escoamento como outros espessantes testados (CMC, Carboximetil-celulose e HEC, Hidroxi-etil-celulose), estas duas características fundamentais para o sistema de medição, tanto por possibilitar o funcionamento da sonda como por permitir a visualização do escoamento.

A faixa de vazões utilizada pelos testes foi de 0,29 kg/s a 1,99 kg/s e a faixa de viscosidade foi de 1 cP a 150 cP, medidos com viscosímetro tipo Haake e a temperatura de operação foi 35°C ou 37°C dependendo da temperatura ambiente no momento do teste. As características obtidas dos fluidos nas condições utilizadas nos testes podem ser vistas na tabela 2.2.

Os fluidos de trabalho foram obtidos através da mistura de glucose de milho com água em proporção previamente determinada. A mistura foi então agitada e posta para descansar afim de que se tornasse completamente homogênea. Esta mistura precisava ser conservada com formol para não atrair insetos e microorganismos modificando assim as propriedades de transporte dos fluidos de trabalho bem como o seu pH, influenciando na condutividade elétrica.

Tabela 2.2 - Características dos fluidos de trabalho.

	Viscosidade (cP)	Densidade (kg/m ³)	Concentração (mássica) de Glucose (%)
Fluido I	1	1000	0
Fluido II	100	1324	81
Fluido III	156	1338	84,5
Fluido IV	46	1285	71

A concentração de glucose na mistura foi um item de muita importância por influir diretamente na viscosidade das misturas. Observou-se que uma pequena variação na concentração pode provocar uma grande variação na viscosidade para uma dada temperatura. Ou seja este é um fluido cujo trabalho requer uma constante observação nos parâmetros a utilizados. Se a água da mistura evaporar, a concentração pode subir e, mesmo que seja pouco, a viscosidade aumenta significativamente. Na figura 2.3 vê-se uma curva que relaciona a densidade da solução água-glucose com a respectiva viscosidade para uma temperatura de 25°C.

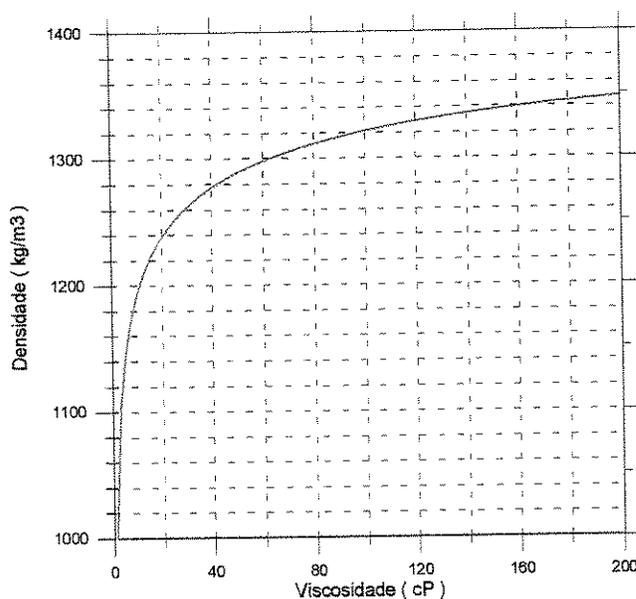


Figura 2.3 - Variação da Densidade (concentração de glucose) em função da viscosidade a 25°C

Para o fluido I, água pura, foi desprezado o efeito da variação de temperatura sobre a viscosidade. O mesmo não ocorre com a glucose de milho que além de causar as maiores perdas de carga e de eficiência no sistema tem suas propriedades severamente alteradas. Assim um

pequeno incremento de temperatura na mistura pode reduzir drasticamente sua viscosidade e ainda afetar sua condutibilidade elétrica.

Uma ilustração do efeito da temperatura sobre a viscosidade para as três soluções de água e glucose é mostrada na figura 2.4.

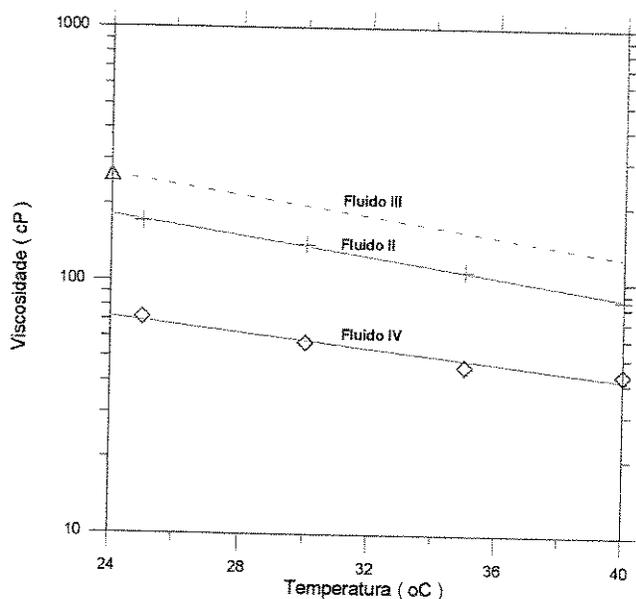


Figura 2.4 - Variação da viscosidade em função da temperatura

2.1 Procedimento Experimental

Nesta seção é descrito o instrumento e a técnica de medida empregada para determinar a posição da interface dentro do canal helicoidal.

Os dados experimentais são obtidos a partir da transformação dos sinais de tensão enviados por uma sonda de fios paralelos em sinais binários que são lidos e processados por um micro computador. O sinal da sonda é adquirido por um sistema de aquisição de dados da National Instruments, CO (Mod. ATMIO, 100 MHz, A/D Correction). A placa converte o sinal analógico, vindo do circuito da sonda, num sinal binário cujo formato é reconhecido pelo computador. O computador processa os dados utilizando o “software” Labwindows, que não só recupera o valor

da tensão, mas também ajusta a frequência de leitura dos dados. Para os testes realizados foi utilizada uma frequência na leitura de 1000 Hz.

Para medir a vazão utilizou-se uma turbina de 1^{1/2}" marca Omega, Engineering Inc (Mod. FTB 100), cujos sinais de tensão eram enviados para o sistema de aquisição de dados.

2.1.1 Sistema de Medição

O instrumento utilizado para realizar as medidas de interface foi uma sonda de fios paralelos. A sonda baseia-se no princípio de que o fluido é muito mais condutor do que o gás (atmosfera) que circunda e que a resistência elétrica dos fios utilizados é desprezível em comparação com a resistência do fluido. Maiores detalhes sobre medidas em escoamentos bifásicos podem ser encontrados em Hewitt, 1978.

Koskie et al. (1989) mostrou que cerca de 90% a 99% de toda a corrente elétrica através do fluido concentra-se numa região muito próxima dos fios. Esta região depende das distâncias entre fios e dos diâmetros dos mesmos, excedendo cerca de 1 a 2 mm da região entre os fios.

Dessa forma o diâmetro dos fios deve ser grande o bastante para que sejam bons condutores, e ao mesmo tempo finos bastante para que interfiram minimamente no escoamento. O tensionamento dos fios deve ser tal que qualquer vibração nos mesmos tenha frequência mais alta do que qualquer variação no filme de líquido.

A sonda consiste em dois fios paralelos, isolados um do outro e do suporte, alimentados por uma corrente alternada. Esta sonda, quando imersa em um líquido condutor, fecha circuito entre os fios permitindo a passagem de uma pequena corrente elétrica que depende, entre outros fatores, da porção dos fios imersa no fluido, e que servirá para que se tenha uma relação entre a corrente e a quantidade de líquido que está em contato com a sonda. Conforme varia a porção da sonda imersa no fluido varia também a corrente que passa pelos fios. Conhecendo esta relação pode-se, a partir da leitura da tensão, determinar a porção de sonda imersa no fluido.

Uma ilustração esquemática da sonda é apresentada na figura 2.5, e suas dimensões geométricas são apresentadas na tabela 2.3.

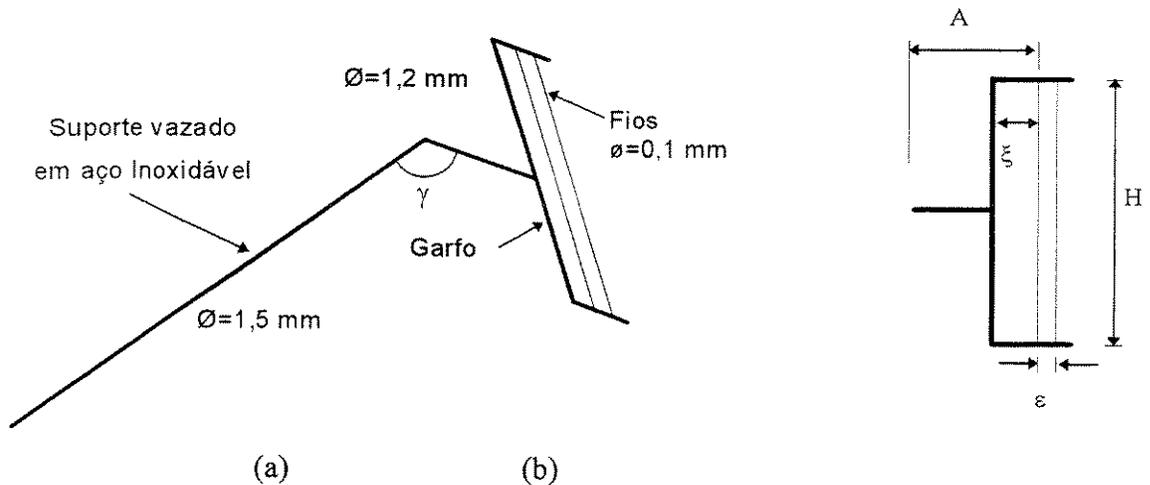


Figura 2.5 - Representação esquemática da sonda (a). Detalhe suporte dos fios

Tabela 2.3 - Dimensões das sondas elétricas de fios paralelos

	γ (°)	A (mm)	H (mm)	ξ (mm)	ϵ (mm)
Sonda I	90	20	42,6	3,5	3,5
Sonda II	104,6	21	93,1	4,0	4,0

Com referência à figura 2.5 e à tabela 2.3, γ é o ângulo da dobra no suporte do garfo; H era a abertura das sondas; A é a distância do primeiro fio até a dobra do suporte; ξ é a distância da parte interna do garfo até o primeiro fio; por fim ϵ é a distância entre os fios.

A dobra na parte anterior ao garfo tem a função de posicionar o garfo no sentido da corrente. Dessa forma uma partícula que venha descendo o canal primeiro passa pelos fios para depois passar pelo garfo e suporte da sonda, conforme ilustra a figura 2.6.

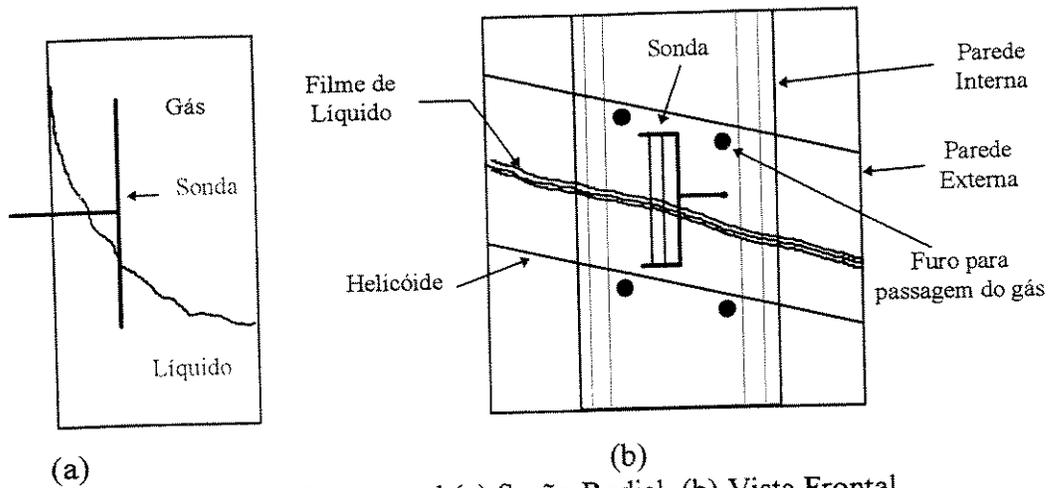


Figura 2.6 - Sonda no canal (a) Seção Radial, (b) Vista Frontal.

O sinal da sonda depende de fatores geométricos (da sonda e do canal), das características elétricas dos materiais com que é construída, do fluido e do circuito elétrico. Assim, a condutibilidade elétrica do fluido é de fundamental importância. Caso o fluido de trabalho não seja condutor a técnica de medição não funciona. A resistência elétrica entre os fios depende da capacidade do fluido de conduzir eletricidade, isto é da sua resistividade.

A característica da sonda pode ser tanto condutiva como capacitiva, dependendo da frequência com que é excitada. Para baixas frequências ela é eminentemente condutiva. Porém se a frequência de excitação aumenta a sonda perde gradativamente as características condutivas e começa a ganhar características capacitivas até que para altas frequências a condutividade torna-se desprezível e tem-se então uma sonda capacitiva.

A frequência de excitação utilizada para os testes por ter sido baixa (8 KHz) provoca um comportamento da sonda tipicamente condutivo.

A sonda é ligada a um circuito elétrico composto de uma fonte de alimentação, uma sonda de compensação de condutividade, um amplificador, um retificador e um filtro, conforme ilustra a figura 2.7. Seu princípio de funcionamento baseia-se na variação de resistência elétrica do meio que envolve os dois fios. O líquido entra em contato com a sonda de medição molhando parcialmente os fios, como o líquido é condutor, isto permite a passagem de eletricidade de um fio

para o outro. Portanto a resistência elétrica da sonda de medição R_x varia e modifica a corrente que passa no circuito elétrico. Esta variação de corrente e tensão é captada pela sonda de compensação, que tem resistência fixa R e em cujos terminais estão ligados os receptores de tensão. Este sinal é então enviado para o amplificador, retificador e filtro. Desta forma o sinal alternado de alimentação da sonda de medição é filtrado, amplificado e retificado para uma tensão contínua que será enviada para a leitura do computador.

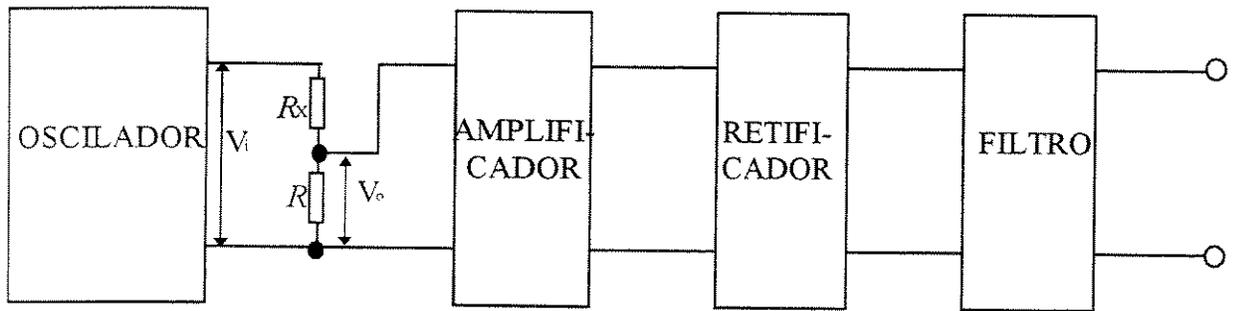


Figura 2.7 - Circuito elétrico

A resistência da sonda de medição pode ser estimada partindo da definição de resistência elétrica. A resistência elétrica de um condutor é inversamente proporcional à sua área e diretamente proporcional ao seu comprimento, assim:

$$R_i = \rho_i \frac{l_i}{A_i}, \quad (2.2)$$

onde “ R ” é a resistência elétrica, “ l ” é o comprimento, “ A ” a área e “ ρ ” a resistividade elétrica do condutor e o índice “ i ” indica que a fórmula se refere a um condutor genérico.

Fazendo uma analogia, o fluido de trabalho, entre os fios da sonda, pode ser comparado a um condutor genérico. Então sua a resistência elétrica varia com o comprimento da sonda molhado pelo fluido, com a distância entre os fios, e com o diâmetro dos fios. Uma representação é mostrada na figura 2.8.

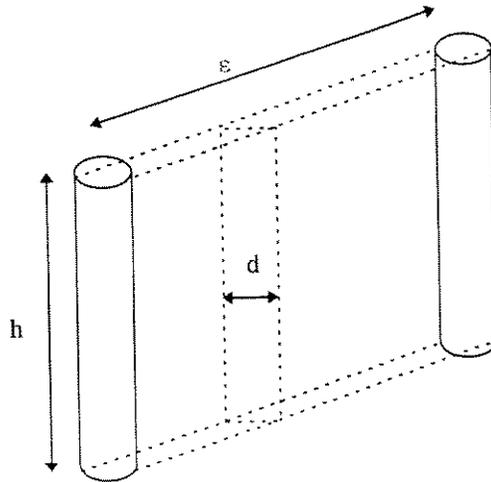


Figura 2.8 - Parâmetros elétricos do fluido como condutor

Com a consideração de que a resistência elétrica do fluido é muito maior do que a resistência elétrica dos fios a resistência da sonda será $R=R(\rho, \epsilon, h, d)$ e pode-se admitir para a sonda a seguinte relação:

$$R \propto \rho \frac{\epsilon}{hd}, \quad (2.3)$$

onde ρ é a condutividade do fluido, d é o diâmetro do fio e ϵ é a distância entre os fios. Como, destes parâmetros mostrados, somente a porção da sonda molhada pelo fluido se modifica pode-se admitir que a resistência varia inversamente com o parâmetro h . Então a resistência do fluido entre os fios da sonda, e conseqüentemente da sonda, é inversamente proporcional ao comprimento da sonda molhado:

$$R_x = K/h, \quad (2.4)$$

onde K é a constante de proporcionalidade, que depende da condição do meio e dos fatores geométricos da sonda.

A corrente que percorre o circuito pode ser determinada por:

$$i = \left(\frac{V_o}{R} \right) = \frac{V_i}{(R + R_x)}, \quad (2.5)$$

onde i é a corrente que atravessa o circuito; V_i e V_o são as tensões do oscilador e das sonda de compensação, respectivamente; R_x e R são a resistência das sonda de medição e compensação, respectivamente.

Admitindo que a sonda apresenta um comportamento puramente resistivo pode-se então escrever a seguinte equação:

$$h = \left[\left(\frac{RV_i}{K} \right) \times \left(\frac{1}{V_o} \right) - \left(\frac{R}{K} \right) \right]^{-1}, \quad (2.6)$$

ou de forma compacta:

$$h = \left[a \times \left(\frac{1}{V_o} \right) - b \right]^{-1}, \quad (2.7)$$

onde:

$$a = \left(\frac{RV_i}{K} \right) \text{ e } b = \left(\frac{R}{K} \right). \quad (2.8)$$

A equação 2.7 é teoricamente a equação que rege a relação entre tensão e a porção molhada da sonda. No entanto a sonda de condutância além de não apresentar um comportamento puramente condutivo ainda sofre interferência do meio, do material de que é feito o suporte (aço inoxidável) e também da parede interna do canal, que era constituída de aço inoxidável. Por isso sua calibração é feita baseada em uma curva polinomial de 3° a 5° grau para que se possa obter uma curva representativa da relação entre a altura de filme de líquido e a tensão da sonda melhor do que a curva teórica.

Uma calibração típica da sonda é mostrada na figura 2.9. É apresentado uma comparação entre as curvas obtidas por um polinômio de 3° grau e a curva obtida segundo a equação 4. O circuito eletrônico permitia escolher a faixa de tensão a ser aplicada no circuito.

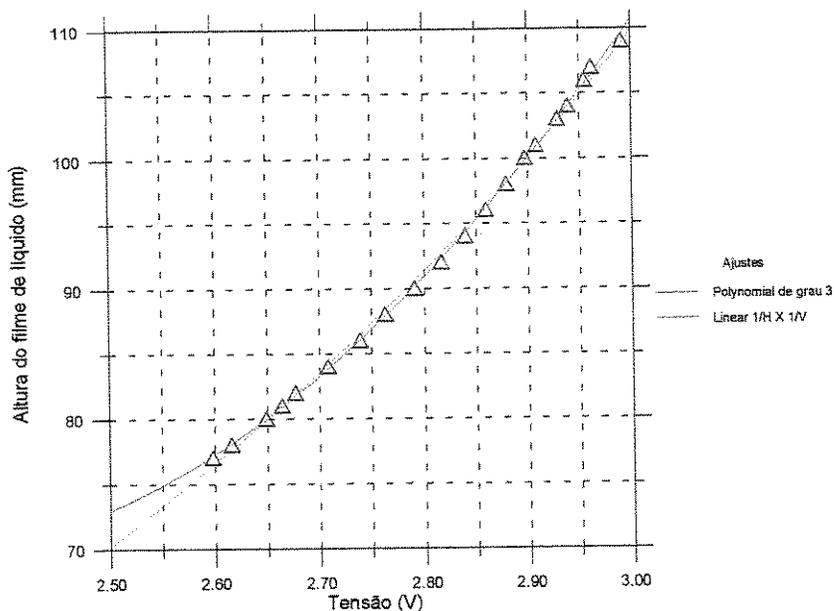


Figura 2.9 - Curva típica de calibração da sonda de fios paralelos

A condutibilidade elétrica do fluido de trabalho pode variar por vários fatores. Tanto pode haver uma alteração de pH do fluido, o que influi diretamente na condutibilidade, quanto também uma simples mudança de temperatura ou concentração (por evaporação) pode provocar tal fenômeno. Para minimizar estes efeitos usa-se uma sonda auxiliar que é denominada sonda de compensação de condutividade. Esta sonda mantém a leitura elétrica estável mesmo se ocorrer alteração na condutividade elétrica do fluido.

A sonda de compensação é do tipo aflorante, representada na figura 2.10. Tem como função compensar eventuais mudanças nas características elétricas do fluido devido à eventuais variações de concentração, variações térmicas ou alteração do pH da solução, o que alteraria as características condutivas do fluido de teste. Se porventura houver variações deste tipo a sonda de compensação anularia o efeito sobre a sonda de medição dando maior precisão às medidas.

Esta sonda fica dentro de uma cuba cheia com o mesmo fluido com que se faz testes porém isolado eletricamente do mesmo. O líquido entra em contato com os fios elétricos da sonda que fechando contato e permitindo a passagem da tensão medida. A resistência elétrica desta sonda não sofre influencia da altura do filme de líquido no canal, porém é influenciada pela variação da concentração de glucose, do pH ou da temperatura, assim como a sonda de medição.

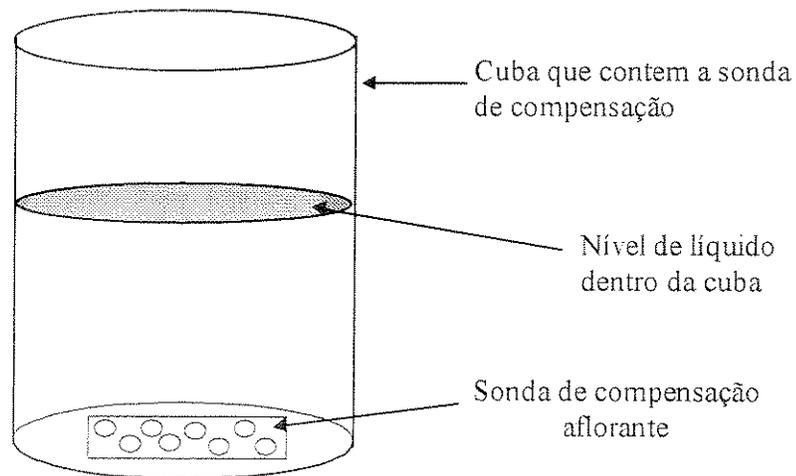


Figura 2.10 - Sonda de compensação do tipo aflorante.

Cuidado importante foi dado ao fluido da sonda de compensação, que é sensível às mudanças físico-químicas do fluido. Portanto, era necessário renovar o fluido da cuba antes de cada teste, com o mesmo fluido que percorre o circuito. Como o fluido escoava aquecido (por volta de 35°C), era necessário mantê-lo aquecido numa temperatura muito próxima daquela do fluido do circuito. Para evitar o resfriamento da cuba durante o ensaio uma lâmpada incandescente de 500W de potência ficava posicionada próxima à sonda de compensação, de modo que a temperatura do fluido da compensação praticamente não variava. O ideal seria que o fluido da sonda de compensação fossem mantido dentro do canal, porém isto não foi possível porque a sonda de compensação e de medição estando em série no circuito elétrico estariam sujeitas à influência do fluido que é condutor e isto causaria interferência na medição.

2.1.2 Montagem da Sonda no canal e Procedimento de Calibração

A montagem da sonda no helicóide foi feita da seguinte maneira: inicialmente foi colocada uma haste em posição radial em relação ao helicóide. Um micrômetro foi fixado sobre a haste, de forma que alinhasse a haste da sonda radialmente. A haste da sonda é presa ao micrômetro que lhe confere movimento unicamente radial. A montagem pode ser vista na figura 2.11.

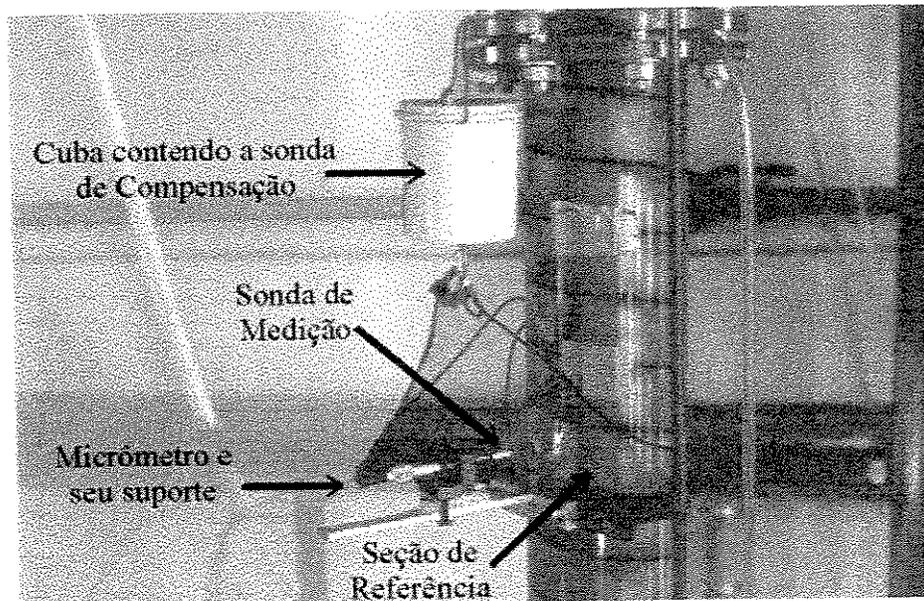


Figura 2.11 - Montagem da Sonda no canal

Foi admitido que a posição ideal para se considerar como posição de leitura o ponto médio entre os fios. Assim todas as medições se referem a este ponto. Para obter a curva de calibração estabiliza-se a coluna de líquido no helicóide de forma que a sonda permaneça parcialmente coberta. Em seguida anota-se o valor da altura do filme de líquido e da tensão correspondente para a construção de uma curva interpolativa polinomial, que será a curva de calibração da sonda.

A sonda é calibrada no próprio canal. A sonda é posicionada numa parte média do canal e então estabiliza-se a coluna de líquido, através da válvula V5 (figura 2.2), de forma que a sonda permaneça sempre parcialmente submersa.

É importante que a distância entre a sonda e a parede interna não seja da mesma ordem da distância entre um fio e outro, pois a parede interna por ser de aço inoxidável, e portanto condutora, interfere na corrente que passa de um fio para o outro invalidando a calibração. Se o cilindro interno fosse aterrado a tensão medida diminuiria e faria com que a sonda ficasse sensível tanto ao nível de líquido quanto a distância da parede interna, o que também inviabilizaria a calibração. Sem aterrar a interferência também existe, porém muito reduzida e pode-se ignorá-la sem cometer um grave erro.

Para cada teste foi necessária uma calibração nova da sonda. Observou-se que freqüentemente a sonda perdia a calibração entre um teste e outro, então a cada teste era necessário calibrar a sonda e ainda fazer uma checagem onde o maior erro admissível deveria ser menor que 1 mm.

O fluido durante o circuito de teste ia alterando gradativamente suas propriedades físico-químicas e ia então diferenciando-se das características elétricas do fluido da sonda de compensação. Isto foi minimizado pela renovação do fluido da sonda de compensação antes de cada teste. Como os teste foram rápidos não havia tempo suficiente para uma mudança significativa que fizesse perder a calibração durante os testes.

A coleta de dados foi rápida. Cada teste durou cerca de cinco minutos, e foram feitos da seguinte forma: aproximava-se a sonda o máximo possível da parede interna e a fazia-a percorrer o canal adquirindo os valores de altura de filme de líquido.

2.1.3 Correções geométricas dos valores obtidos

A sonda, da forma que foi inserida no canal, não lia diretamente a altura de filme, tanto porque sua forma a fazia variar a posição radial quanto porque todas as alturas foram calibradas em relação a outra seção. Então foi necessário fazer correções de natureza geométrica nos valores lidos.

A primeira correção geométrica é quanto a posição radial do ponto a ser medido. A sonda se desloca sempre segundo o raio em que o suporte é introduzido no canal. No entanto, como ela tem uma dobra, a posição radial dos fios é diferente da posição acusada pelo micrômetro, isto está ilustrado na figura 2.12.

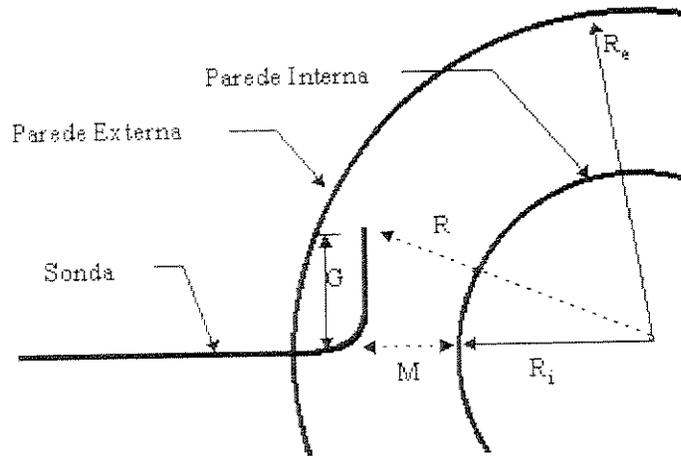


Figura 2.12 - Posição Radial da sonda

O micrômetro mede a distância M entre a sonda e a parede interna. O ponto de medição da sonda G , está numa posição radial que pode ser facilmente determinada por uma relação simples de triângulos retângulos.

A posição radial será então:

$$R_f = \sqrt{(M + R_i)^2 + G^2}, \quad (2.9)$$

onde R_f é a distância radial dos fios da sonda, M é a posição lida pelo micrômetro, R_i é o raio da parede interna, G é o quanto o ponto médio entre os fios avança perpendicularmente ao suporte da sonda.

A segunda correção é quanto à altura do filme de líquido. O procedimento de calibração é todo feito com a coluna de líquido estática, ou seja a superfície do líquido permanece na horizontal.

Durante a calibração todas as alturas das interfaces se referem a base da seção de referência, figura 2.13, que é a soma da altura real do filme mais um ΔH devido ao deslocamento da seção. Dessa forma, o valor da altura acusado pela calibração está sempre acima do real, visto que a seção de referência tem cota mais baixa do que a seção de medidas, e este desvio é facilmente

calculável sabendo-se a distância angular entre os fios e a seção de referência. A altura do filme de líquido na seção dos fios pode ser obtida descontando-se a variação da cota da hélice desde a seção de referência até a posição dos fios da sonda, o que é facilmente conseguido uma vez que se conheça a distância angular.

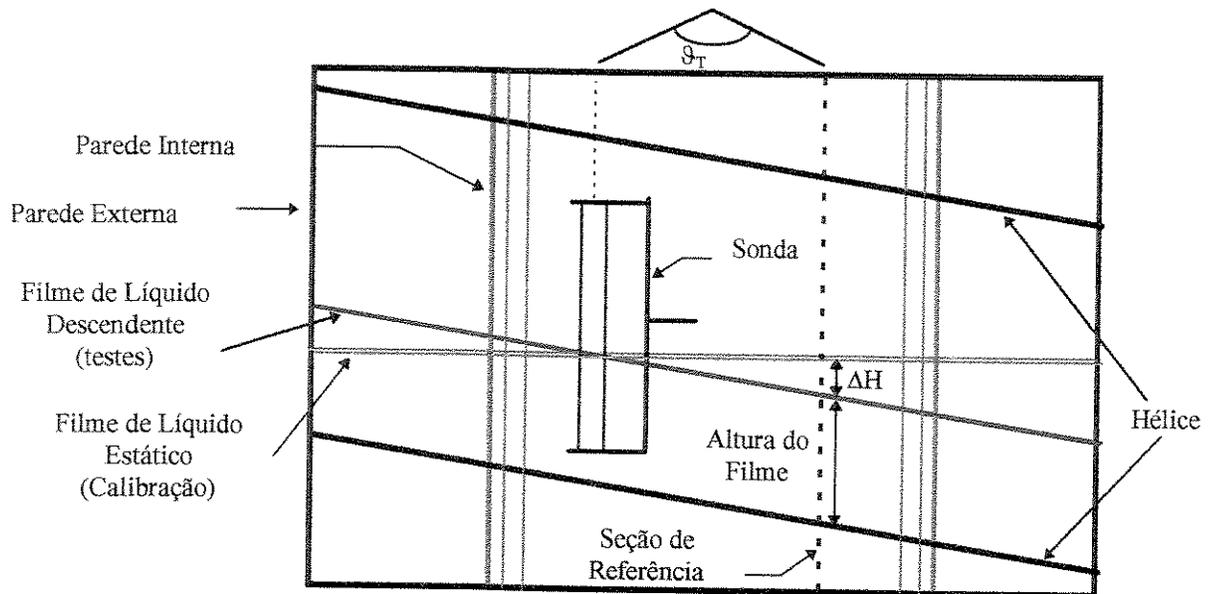


Figura 2.13 - Diferença entre calibração e teste (vista frontal do helicóide).

Durante os testes o filme de líquido não é mais estático, ele acompanha o desenvolvimento do canal. Para um raio fixo sua altura é a mesma em qualquer parte do helicóide, desde que esteja na região de escoamento desenvolvido. No entanto, como consequência do procedimento de calibração, o valor de altura acusado pela sonda será igual a altura de filme na seção (para um dado raio) somado à diferença de cotas entre a seção dos fios e a seção de referência, conforme está ilustrado na figura 2.13. Para a obtenção do valor real de altura de filme de líquido na seção deve-se abater do valor acusado pela sonda a variação de cotas entre a seção dos fios e a seção de referência

A altura de cota numa hélice somente depende do deslocamento angular. Portanto, para recuperar o valor real da altura do filme de líquido na posição dos fios, é necessário conhecer a distância angular entre o ponto medido e a seção de referência. Este cálculo pode ser feito de

maneira muito simples. Observando a figura 2.14, nota-se que a posição angular pode ser determinada em função da leitura do micrômetro.

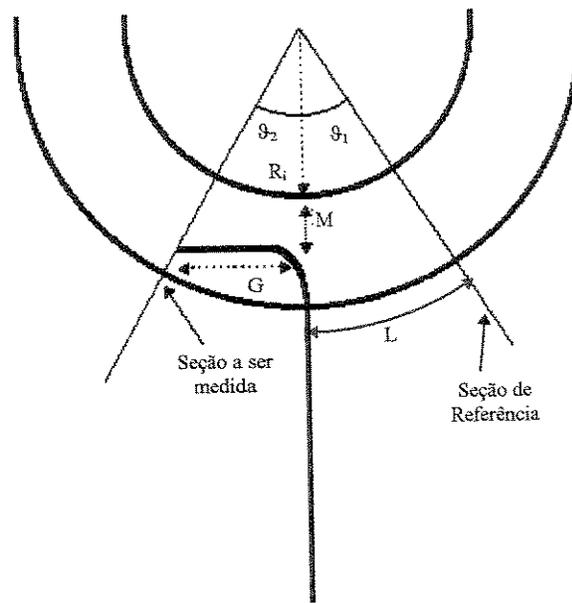


Figura 2.14 - Defasagem Angular

Tem-se:

$$\vartheta_2 = \text{ArcTg}\left(\frac{G}{R_i + M}\right), \quad (2.10)$$

$$\vartheta_1 = \frac{L}{de/2 + \zeta} e \quad (2.11)$$

$$\vartheta_T = \vartheta_1 + \vartheta_2, \quad (2.12)$$

onde ϑ_1 é o ângulo entre a seção de referência e a seção da sonda, ϑ_2 é o ângulo entre a seção da sonda e a posição dos fios, ϑ_T é o ângulo entre os fios e a seção de referência, ζ é a espessura do acrílico que serve como parede externa e L é o comprimento do arco compreendido entre a seção de referência e a seção da sonda contado externamente à parede externa.

Então conclui-se que a correção na altura será:

$$\Delta H = \vartheta_T \times Rf . \quad (2.13)$$

2.1.4 Sumário das correções geométricas

A sonda acusa a todo instante a altura que o filme de líquido teria na seção de referência caso o filme de fosse estático, devido à forma que foi calibrada.

Para situar precisamente a posição da interface é necessário determinar a posição radial dos fios, que é função da posição do micrômetro $Rf = Rf(M)$, e a altura real H_R , que é função da altura lida H_l e da posição do micrômetro, $H_R = H_R(H_l, M)$.

A posição radial é dada pela equação 2.9:

$$Rf = \sqrt{(M + R_i)^2 + G^2} . \quad (2.9)$$

A altura real é dada pela seguinte expressão:

$$H_R = H_M - \Delta H \quad (2.14)$$

Capítulo 3

Propriedades Geométricas da Seção Helicoidal

3.1 Introdução

Este capítulo apresenta um sistema de coordenadas ortogonais para o canal helicoidal. A importância disto está em determinar os parâmetros principais dos escoamentos estudados sem ter que recorrer a relações aproximadas para uma seção ortogonal.

Uma análise do helicóide mostra que duas trajetórias distintas, que acompanhem o seu desenvolvimento, não determinam planos perpendiculares coincidentes em nenhum ponto. Para um toróide, que pode ser entendido como um helicóide cujo passo é nulo, basta que dois pontos estejam na mesma posição angular para que também estejam no mesmo plano, que portanto é perpendicular ao escoamento principal.

O fato de ter torção diferente de zero faz o helicóide não ter uma forma direta de tratamento matemático do escoamento. Existem, basicamente, duas formas de abordar escoamentos num helicóide: através de base não ortogonal, e através de base ortogonal. A vantagem da base não ortogonal é não ser necessário transformar a base do espaço em que se trabalha, a vantagem da abordagem ortogonal é ter um sentido físico mais próximo do tratamento matemático.

Neste capítulo será mostrado o equacionamento e uma análise quantitativa do erro cometido

quando se substitui a Seção Ortogonal pela seção projetada pelo coseno da inclinação do raio médio do canal.

3.2 Propriedades Geométricas de uma Curva no Espaço

Antes de introduzir as transformações utilizadas para a conversão entre um sistema de coordenadas físico e outro ortogonal é conveniente fazer uma revisão sobre curvas que se desenvolvem no espaço, que é o caso de uma hélice.

Um ponto P , que percorre um curva no espaço, é identificado pelo vetor posição \mathbf{P} escrito de forma paramétrica:

$$\mathbf{P}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}, \quad (3.1)$$

onde \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} são vetores unitários paralelos às direções x , y , z e t é um escalar qualquer que parametriza a curva. Se este escalar for o comprimento s do arco da curva, sua representação fica:

$$\mathbf{P}(s) = x(s)\mathbf{i} + y(s)\mathbf{j} + z(s)\mathbf{k}. \quad (3.2)$$

Se esta equação for diferenciável, a tangente \mathbf{T} desta curva pode ser representada por:

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}'(s) = \frac{d\mathbf{P}(s)}{ds}. \quad (3.3)$$

O vetor \mathbf{T} é tangente à curva em qualquer ponto, portanto sua derivada $d\mathbf{T}(s)/ds$ lhe é perpendicular e pode ser escrita como:

$$\frac{d\mathbf{T}}{ds} = \kappa\mathbf{N}, \quad (3.4)$$

onde κ , definido por:

$$\kappa = \left| \frac{d\mathbf{T}}{ds} \right|, \quad (3.5)$$

é denominado curvatura da curva.

O vetor Binormal \mathbf{B} pode ser definido para qualquer ponto da curva por meio do produto vetorial entre os vetores \mathbf{T} e \mathbf{N} ;

$$\mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N}, \quad (3.6)$$

e a sua derivada possui a direção da normal,

$$\frac{d\mathbf{B}}{ds} = -\tau\mathbf{N}. \quad (3.7)$$

onde τ é denominado torção da curva.

Portanto os vetores unitários \mathbf{T} , \mathbf{B} , e \mathbf{N} formam uma base ortogonal no espaço de modo que:

$$\mathbf{B} = \mathbf{T} \times \mathbf{N}, \quad \mathbf{N} = \mathbf{B} \times \mathbf{T} \quad \text{e} \quad \mathbf{T} = \mathbf{N} \times \mathbf{B}. \quad (3.8)$$

Diferenciando \mathbf{N} em relação a s e aplicando as igualdades das equações 3.4, 3.7 e 3.8 chega-se a:

$$\frac{d\mathbf{N}}{ds} = \tau\mathbf{B} - \kappa\mathbf{T}. \quad (3.9)$$

As equações 3.4, 3.7 e 3.9 são conhecidas como fórmulas de Serret-Frenet.

Estas relações aplicam-se a curvas em geral. É possível mostrar, baseado nas equações 3.3 a 3.9, que se a curva for duas vezes diferenciável em relação a t , as seguintes igualdades para os três vetores, \mathbf{T} , \mathbf{N} e \mathbf{B} , se verificam:

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{P}'(t)}{|\mathbf{P}'(t)|}, \quad \mathbf{N} = \frac{[\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)] \times \mathbf{P}'(t)}{||[\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)] \times \mathbf{P}'(t)||}, \quad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)}{|\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)|}. \quad (3.10)$$

Ainda com referência as equações 3.3 a 3.9, se a curva for três vezes diferenciável com relação a t , as seguintes igualdades para a curvatura e a torção são verificadas:

$$\kappa = \frac{|\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)|}{|\mathbf{P}'(t)|^3} \quad \text{e} \quad \tau = \frac{[\mathbf{P}'(t)\mathbf{P}''(t)\mathbf{P}'''(t)]}{|\mathbf{P}'(t) \times \mathbf{P}''(t)|^2} \quad (3.11)$$

3.2.1 Propriedades da Hélice

Os conceitos geométricos acima definidos passam a ser aplicados para uma hélice. A hélice é uma curva cuja tangente faz um ângulo constante com uma reta fixa que representa seu eixo (Hsu, 1972).

A equação paramétrica de uma hélice cujo eixo é paralelo à direção z e que se desenvolve na direção $z < 0$, é:

$$\mathbf{P}(\varphi) = R \cos(\varphi)\mathbf{i} + R \sin(\varphi)\mathbf{j} - b\varphi\mathbf{k}, \quad (3.12)$$

onde φ é a distância angular entre o eixo x e a projeção do ponto \mathbf{P} no plano xy , R é seu raio de desenvolvimento e $2\pi b$ o passo na direção z .

O comprimento de hélice para um deslocamento $(\varphi - \varphi_0)$ é dado por:

$$s - s_0 = (\varphi - \varphi_0)\sqrt{R^2 + b^2} \quad (3.13)$$

Aplicando as equações 3.10 na equação 3.12 os vetores \mathbf{T} , \mathbf{N} e \mathbf{B} passam a ser representados por:

$$\mathbf{T} = -\psi \operatorname{sen}(\varphi)\mathbf{i} + \psi \operatorname{cos}(\varphi)\mathbf{j} + \lambda\mathbf{k}, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{B} = +\lambda \operatorname{sen}(\varphi)\mathbf{i} - \lambda \operatorname{cos}(\varphi)\mathbf{j} + \psi\mathbf{k}, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{N} = -\operatorname{cos}(\varphi)\mathbf{i} - \operatorname{sen}(\varphi)\mathbf{j}. \quad (3.16)$$

Sendo

$$\psi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}}, \quad (3.17)$$

e

$$\lambda = \frac{-b}{\sqrt{R^2 + b^2}}. \quad (3.18)$$

Chamando de α o ângulo que a hélice forma com o plano xy :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{R}\right) \quad \text{ou} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{-\tau}{\kappa}\right), \quad (3.19)$$

ψ e λ são respectivamente o $\operatorname{cos}(\alpha)$ e o $\operatorname{sen}(\alpha)$ e κ e τ definidas nas equações 3.20 e 3.21

Substituindo a equação 3.12 na equação 3.11 chega-se às expressões para curvatura e torção em função do raio e do passo da hélice:

$$\kappa = \frac{R}{R^2 + b^2} \quad (3.20)$$

$$\tau = \frac{-b}{R^2 + b^2} \quad (3.21)$$

3.3 Uma base Ortogonal para o Canal Helicoidal

Pretende-se nesta seção estabelecer os meios para determinar uma base ortogonal para o canal helicoidal. O canal helicoidal pode ser desenvolvido a partir de uma hélice coincidente com sua linha de centro, ver figura 3.1.

A área ortogonal utilizada é perpendicular à linha de centro do canal e limitada pelas paredes do canal helicoidal.

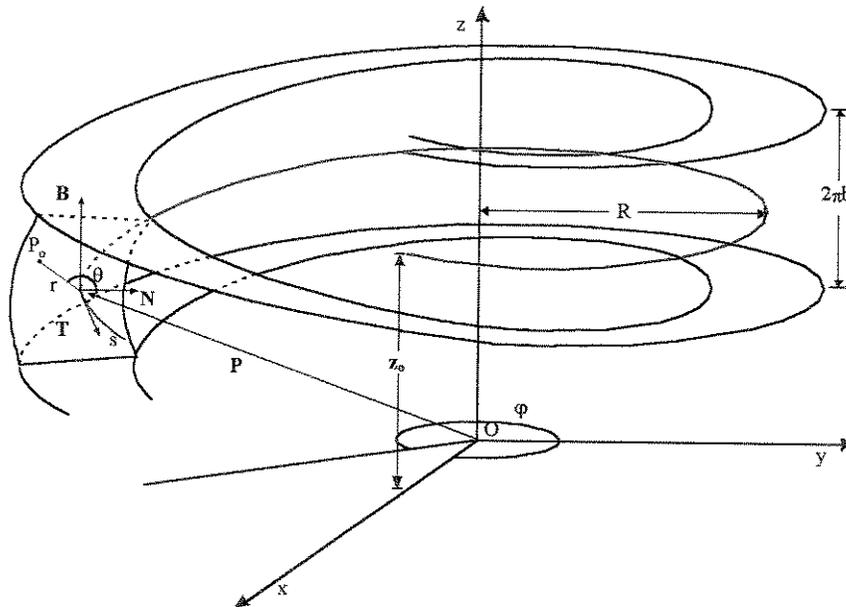


Figura 3.1 - Representação do vetores ortogonais **T**, **N** e **B**.

Observando a figura 3.1 vê-se que um ponto que se desloque na linha de centro do canal pode ser identificado, no sistema cartesiano x y z , por:

$$\mathbf{P}(\varphi) = R \cos(\varphi)\mathbf{i} + R \sin(\varphi)\mathbf{j} - b\varphi\mathbf{k} \quad (3.22)$$

onde R é o raio do centro do canal

Um ponto P_o , pertencente a uma seção do helicóide e distante r do centro do canal, pode ser descrito um função do sistema ortogonal local (\mathbf{T} , \mathbf{N} , \mathbf{B}) e do sistema cartesiano cuja origem é o ponto O , definido na figura 3.1. O vetor posição \mathbf{X} para o ponto P_o é dado por:

$$\mathbf{X} = P_o - O = \mathbf{P}(\varphi) + p \mathbf{N}(\varphi) + q \mathbf{B}(\varphi), \quad (3.23)$$

onde \mathbf{N} e \mathbf{B} são, respectivamente, os vetores Normal e Binormal, p e q são, respectivamente, $r \cos(\theta)$ e $r \sin(\theta)$, θ é o ângulo contado a partir da direção Normal no sentido anti-horário, φ é o ângulo entre o eixo coordenado x e o centro da seção, no sentido anti-horário.

Substituindo as expressões dos vetores $\mathbf{N}(\varphi)$ e $\mathbf{B}(\varphi)$, dados pelas expressões 3.15 e 3.16, na equação 3.23 e isolando-se cada componente do vetor posição \mathbf{X} , as coordenadas cartesianas de um ponto numa seção do canal podem ser escritas de forma paramétrica como:

$$x = R \cos(\varphi) - p \cos(\varphi) - q \sin(\alpha) \sin(\varphi), \quad (3.24)$$

$$y = R \cdot \sin(\varphi) - p \cdot \sin(\varphi) - q \cdot \sin(\alpha) \cos(\varphi) \quad (3.25)$$

$$z = z_0 - b \cdot \varphi + q \cdot \cos(\alpha), \quad (3.26)$$

onde φ é a posição angular do centro da seção que contém o ponto P_o contado a partir do eixo x , em sentido anti-horário e dado pela equação 3.13 e z_0 é o valor da cota para $\varphi = 0$.

Diferenciando o vetor \mathbf{X} na base \mathbf{TNB} com auxílio das relações de Frenet:

$$d\mathbf{X} = \begin{cases} (1 - \kappa r \cos \theta ds) \mathbf{T} \\ [\cos \theta dr - r \sin \theta d\theta - \tau r \sin \theta] \mathbf{N} \\ [\tau r \cos \theta ds + \sin \theta] dr + r \cos \theta d\theta \mathbf{B} \end{cases} \quad (3.27)$$

Fazendo agora o produto escalar $d\mathbf{X}d\mathbf{X}$ e agrupando os termos com diferenciais comuns,

encontra-se a seguinte expressão:

$$d\mathbf{X}d\mathbf{X}=[(1-\kappa r\cos\theta)^2+(\tau r)^2](ds)^2+(dr)^2+r^2(d\theta)^2+2\tau r^2dsd\theta \quad (3.28)$$

A equação 3.28 mostra que a base **TNB** é ortogonal somente quando $r = 0$, isto é, na linha de centro do canal, ou quando $\tau = 0$, que define uma superfície toroidal. Caso a torção e o raio sejam diferentes de zero a equação 3.28 mostra que o sistema **TNB** constitui-se numa base não ortogonal para qualquer ponto não coincidente com a hélice que forma a linha de centro do canal.

Germano (1982) demonstrou que é possível obter-se um sistema ortogonal devido ao fato do ângulo θ ser referenciado a qualquer posição, mesmo que esta posição não seja fixa. Então partindo-se do sistema **TBN** ter-se-á um novo sistema $sx'y'$ onde x' e y' são eixos convenientemente adotados que giram ao longo da linha s . Uma ilustração é mostrada na figura 3.2.

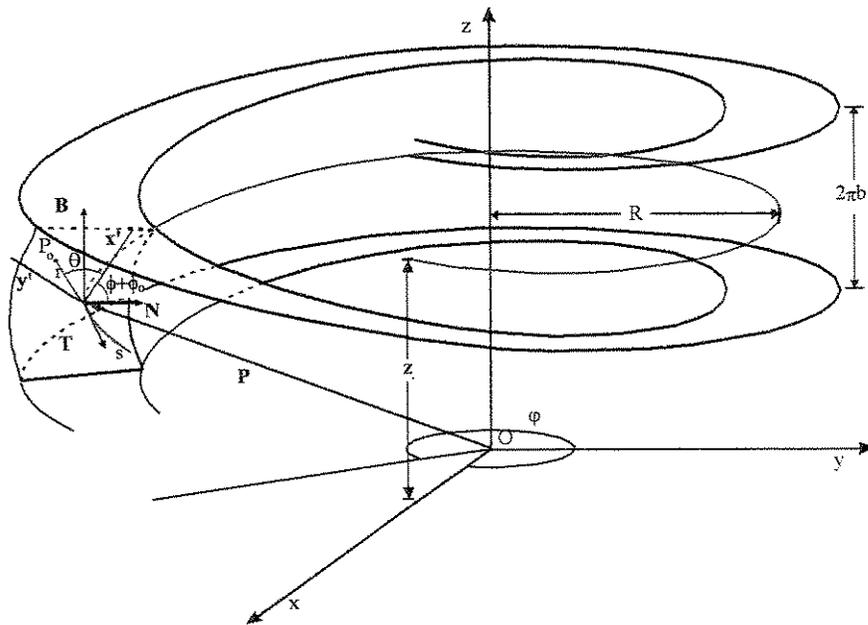
Se θ for substituído por $\theta+\phi+\phi_0$ onde ϕ_0 possui um valor arbitrário e $\phi=\phi(s)$ é dado pela expressão:

$$\phi(s) = -\int \tau(s)ds \quad (3.29)$$

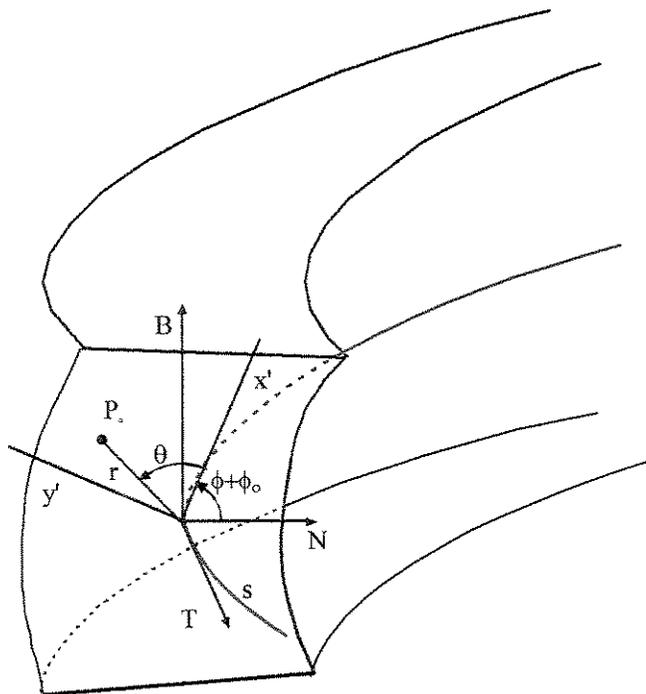
Para o helicóide τ é constante, e portanto:

$$d\phi = -\tau ds \quad (3.30)$$

onde s é definido na equação 3.13.



a)



b)

Figura 3.2 - Representação do sistema ortogonal s, x', y' . a) Visão geral.

b) Detalhe da seção perpendicular à linha de centro.

Escrevendo o vetor Posição, de forma similar à equação 3.27, o diferencial para a transformação de Germano pode ser escrita em função de $\phi = \phi(s)$ e θ :

$$d\mathbf{X} = \begin{cases} [1 - \kappa r \cos(\theta + \phi + \phi_0)] ds \mathbf{T} \\ [\cos(\theta + \phi + \phi_0) dr - r \sin(\theta + \phi + \phi_0) d\theta] \mathbf{N} \\ [\sin(\theta + \phi + \phi_0) dr + r \cos(\theta + \phi + \phi_0) d\theta] \mathbf{B} \end{cases} \quad (3.31)$$

Seu produto escalar $d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}$ fica sendo:

$$d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = [1 - \kappa r \cos(\theta + \phi + \phi_0)]^2 (ds)^2 + (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2. \quad (3.32)$$

E os fatores de escala deste sistema ortogonal de coordenadas são:

$$\begin{aligned} h_s^2 &= [1 - \kappa r \cos(\theta + \phi + \phi_0)]^2 \\ h_\theta^2 &= r^2 \\ h_r^2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.33)$$

O ângulo ϕ_0 é arbitrário, e adotando o valor de $\pi/2$ a expressão 3.33 fica:

$$\begin{aligned} h_s^2 &= [1 + \kappa r \sin(\theta + \phi)]^2 \\ h_\theta^2 &= r^2 \\ h_r^2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.34)$$

A transformação de Germano leva a um sistema de coordenadas localmente polar isto é, a seção transversal da hélice é expressa por (r, θ) conforme sugerido na figura 3.1. Isto é conveniente para canais de seção circular, porém para helicóides de seção retangular é conveniente trabalhar com um sistema localmente cartesiano. Este novo sistema é obtido a partir da transformação de (r, θ) em duas componentes perpendiculares entre si denominadas (x', y') .

Introduzindo o sistema $sx'y'$, onde x' é um eixo girado de $\phi + \phi_0$ em relação a Normal e o

eixo y' é perpendicular a x' . De acordo com a figura 3.3 as projeções p e q passa a ser:

$$p = x' \text{Cos}(\phi(s) + \phi_0) - y' \text{Sen}(\phi(s) + \phi_0) \quad \text{e} \quad (3.35)$$

$$q = x' \text{Sen}(\phi(s) + \phi_0) + y' \text{Cos}(\phi(s) + \phi_0). \quad (3.36)$$

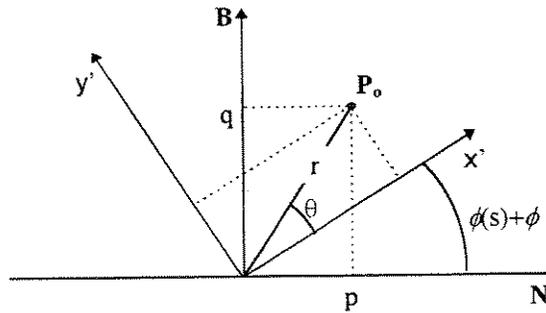


Figura 3.3 - Projeções do ponto P_0 no eixos normais

Substituindo as equações 3.35 e 3.36 na equação 3.23 e ϕ_0 por $\pi/2$, o vetor posição fica:

$$\mathbf{X} = \mathbf{P} + [-x' \text{sen}(\phi) - y' \text{cos}(\phi)]\mathbf{N} + [x' \text{cos}(\phi) - y' \text{sen}(\phi)]\mathbf{B}, \quad (3.37)$$

Diferenciando este vetor:

$$d\mathbf{X} = \begin{cases} \left\{ 1 + \kappa [x' \text{Sen}(\phi) + y' \text{Cos}(\phi)] \right\} ds \mathbf{T} \\ [-\text{Sen}(\phi) dx' - \text{Cos}(\phi) dy'] \mathbf{N} \\ [\text{Cos}(\phi) dx' - \text{Sen}(\phi) dy'] \mathbf{B} \end{cases}, \quad (3.38)$$

e fazendo o produto escalar $d\mathbf{X}d\mathbf{X}$:

$$d\mathbf{X}d\mathbf{X} = \left\{ 1 + \kappa [x' \text{Sen}(\phi) + y' \text{Cos}(\phi)] \right\}^2 ds^2 + dx'^2 + dy'^2 \quad (3.39)$$

chega-se aos fatores de escala para o sistema $sx'y'$.

$$\begin{aligned}
h_s &= \left\{ 1 + \kappa [x' \text{Sen}(\phi) + y' \text{Cos}(\phi)] \right\} \\
h_{x'} &= 1 \\
h_{y'} &= 1
\end{aligned}
\tag{3.40}$$

onde a relação entre ϕ e s é dada pela equação 3.30:

$$\phi = \tau s + \phi_0 \tag{3.30}$$

Na suposição de que a torção seja igual a zero, os fatores de escala da equação 3.40 se reduzem a:

$$\begin{aligned}
h_s &= 1 + \kappa y' \\
h_{x'} &= 1 \\
h_{y'} &= 1
\end{aligned}
, \tag{3.41}$$

e passam a coincidir com os fatores de escala de Ghia (1977) para um toróide.

3.4 A Seção Ortogonal

De posse das métricas que definem coordenadas ortogonais para o canal helicoidal passa-se, nesta seção, a definir o equacionamento que leva do sistema de coordenadas ortogonais à sua transformação inversa.

3.4.1 A transformação inversa

A transformação de espaços que relaciona as coordenadas de um ponto no sistema $\phi x' y'$ às coordenadas no sistema cartesiano xyz é representada pelo conjunto de equações 3.24 a 3.26.

$$x = R \cos(\phi) - p \cos(\phi) - q \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\phi) \tag{3.24}$$

$$y = R \cdot \text{sen}(\phi) - p \cdot \text{sen}(\phi) - q \cdot \text{sen}(\alpha) \text{cos}(\phi) \tag{3.25}$$

$$z = z_0 - b \cdot \varphi + q \cdot \cos(\alpha), \quad (3.26)$$

A conversão de coordenadas do sistema transformado $\varphi x' y'$ para o sistema cartesiano xyz é direta, no entanto, por envolver equações transcendentais a conversão de coordenadas do espaço cartesiano (xyz) para o espaço transformado não pode ser feita de forma direta.

Partindo das equações que relacionam as coordenadas do espaço $\varphi x' y'$ ao espaço cartesiano xyz chega-se a um conjunto de equações que fazem o caminho inverso. Das equações 3.24 e 3.25, os valores de p e q são dados por:

$$p = R - x \cos(\varphi) - y \sin(\varphi) \quad (3.42)$$

$$q = \operatorname{cosec}(\alpha) [y \cos(\varphi) - x \sin(\varphi)] \quad (3.43)$$

E das equações 3.35 e 3.36 os valores de x' e y' em função de p e q :

$$x' = p \cos(\phi + \phi_0) + q \sin(\phi + \phi_0) \quad (3.44)$$

$$y' = q \cos(\phi + \phi_0) - p \sin(\phi + \phi_0) \quad (3.45)$$

Substituindo as equações 3.42 e 3.43 nas equações 3.44 e 3.45:

$$x' = \begin{cases} R \cos(\phi + \phi_0) + \\ x [-\cos(\varphi) \cos(\phi + \phi_0) - \sin(\varphi) \operatorname{cosec}(\alpha) \sin(\phi + \phi_0)] + \\ y [\cos(\varphi) \operatorname{cosec}(\alpha) \sin(\phi + \phi_0) - \sin(\varphi) \cos(\phi + \phi_0)] \end{cases} \quad (3.46)$$

$$y' = \begin{cases} -R \operatorname{sen}(\phi + \phi_0) + \\ x \left[\cos(\varphi) \operatorname{sen}(\phi + \phi_0) - \operatorname{sen}(\varphi) \operatorname{cosec}(\alpha) \cos(\phi + \phi_0) \right] + \\ y \left[\cos(\varphi) \operatorname{cosec}(\alpha) \cos(\phi + \phi_0) + \operatorname{sen}(\varphi) \operatorname{sen}(\phi + \phi_0) \right] \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\varphi = \frac{q \cos(\alpha) - z}{b} \quad (3.48)$$

Rescrevendo as equações 3.46 e 3.47 em função da curvatura e da torção, e fazendo ϕ_0 igual a $\pi/2$ encontra-se:

$$x' = \begin{cases} -\frac{\kappa}{\kappa^2 + \tau^2} \operatorname{sen}(\tau s) + \\ x \left[\cos(\varphi) \operatorname{sen}(\tau s) - \frac{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\tau} \operatorname{sen}(\varphi) \cos\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) \right] + \\ y \left[\frac{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\tau} \cos(\varphi) \cos\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) + \operatorname{sen}(\varphi) \operatorname{sen}\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) \right] \end{cases} \quad (3.49)$$

$$y' = \begin{cases} -\frac{\kappa}{\kappa^2 + \tau^2} \cos(\tau s) + \\ x \left[\cos(\varphi) \cos\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) + \frac{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\tau} \operatorname{sen}(\varphi) \operatorname{sen}\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) \right] + \\ y \left[-\frac{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\tau} \cos(\varphi) \operatorname{sen}\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) + \operatorname{sen}(\varphi) \cos\left(\frac{\tau\varphi}{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}\right) \right] \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\varphi = \frac{\tau}{\kappa^2 + \tau^2} (q \cos(\alpha) - z) \quad (3.51)$$

O sistema de equações algébricas 3.49 a 3.51 definem a transformação de uma coordenada cartesiana (x, y, z) para o sistema helicoidal ortogonal (φ, x', y')

Como q , definido na equação, também é função de φ conclui-se que resolvendo a equação 3.51 por uma rotina de cálculo tipo Newton-Rapson as equações 3.49 e 3.50 têm resolução explícita.

3.4.1.1 Eixos Giratórios

De acordo com a equação 3.30 os eixos x' e y' giram de um ângulo ϕ num eixo paralelo à coordenada s . Na posição $s = 0$ o eixo x' coincide com a direção do vetor Normal \mathbf{N} e o eixo y' com o vetor Binormal \mathbf{B} , à medida que s aumenta os eixos x' e y' deixam de coincidir com os vetores \mathbf{N} e \mathbf{B} . Uma ilustração desta característica é mostrada na figura 3.4.

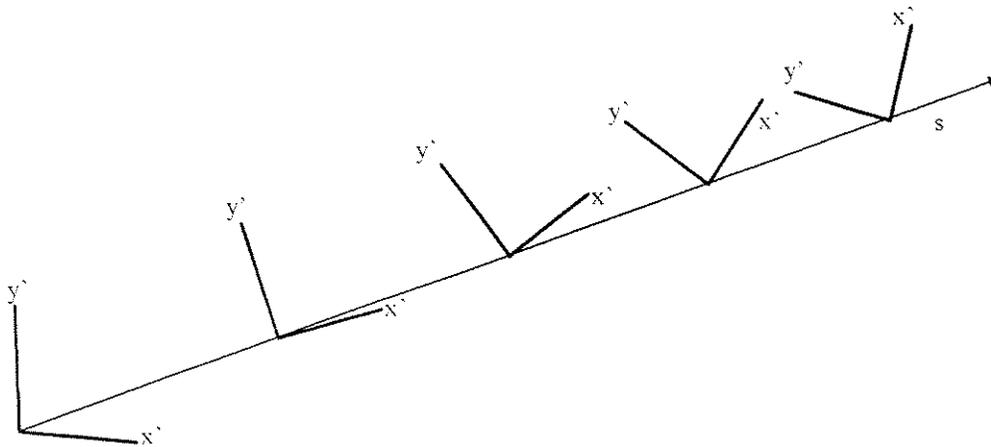
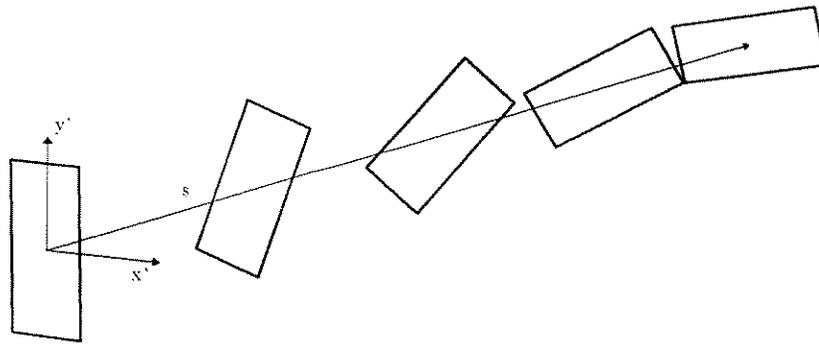


Figura 3.4 Visualização das coordenadas s, x', y'

Como, para o sistema cartesiano, os eixos x' e y' giram ao longo do eixo s e uma seção no canal não gira, uma seção retangular no sistema $sx'y'$ aparecerá girando em torno da coordenada s numa rotação contrária às dos eixos x' e y' . Este efeito está apresentado na figura 3.5.



e

Figura 3.5 - Sucessivas representações de um canal retangular no sistemas $sx'y'$ para valores crescentes da coordenada s

3.4.2 A composição da Seção Ortogonal

Os pontos da seção vertical, no sistema $sx'y'$ possuem valores diferentes de s . Partindo da posição de um dado ponto no canal, é possível determinar posições equivalentes em outras seções. Desta forma, determina-se um conjunto de pontos cujas posições relativas ao canal correspondam àquelas dos pontos da seção vertical. E como os novos pontos podem estar em qualquer seção do helicóide determina-se que todos possuam o mesmo valor de s .

Procedendo desta forma com cada ponto que compõe a seção vertical, obtêm-se a seção ortogonal. Uma seção ortogonal é definida no sistema $sx'y'$ como sendo o conjunto de pontos, na parede do canal, com o mesmo valor de s , onde s está relacionado com ϕ pela equação 3.13. Esta seção independe do escoamento e é determinada unicamente pelas características geométricas do canal.

3.4.2.1 Pontos da interface

Admitindo a hipótese de escoamento desenvolvido, um ponto da interface não muda sua posição relativa ao canal, mesmo que mudem as seções por onde a interface se estende, sua posição relativa no canal será dada unicamente pela distância radial. Dessa forma, dado um ponto

da interface é possível determinar toda a posição da interface ao longo do canal relativa a este raio.

Assim é possível representar a seção ortogonal no espaço transformado e também os pontos experimentais, já que todos foram obtidos na região desenvolvida do escoamento.

3.4.2.2 Rotina de cálculos

O deslocamento dos pontos é feito de acordo com o desenvolvimento do helicóide e a transformação de coordenadas é feita por uma rotina numérica. O que garante que a seção ortogonal será bem representada por uma discretização com muitos pontos tal que um aumento na quantidade de pontos representava um melhoramento menor que 0,01% sobre o valor apresentado.

Seja um ponto P_0 no canal cujas coordenadas são x_0 , y_0 e z_0 . A trajetória descrita por uma partícula que passe por este ponto, na região desenvolvida, pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}x &= r_p \cos(\beta) \\y &= r_p \sin(\beta) \\z &= z_0 - b(\beta - \beta_p)\end{aligned}, \quad (3.52)$$

onde β_p é a posição angular inicial e é dada por:

$$\beta_p = \text{Arctg} \frac{y_0}{x_0} \quad (3.53)$$

e r_p é a distância do ponto ao eixo do helicóide:

$$r_p = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \quad (3.54)$$

A equação 3.52 mostra que conhecido um ponto no helicóide sua trajetória pode ser determinada variando-se-lhe apenas o ângulo β da seção do canal, pois todas as posições são funções apenas da variação angular do mesmo.

Deseja-se um ângulo β que corresponda a uma posição s pré-determinada para que seja composta a seção ortogonal. Então para um dado valor de s as equações 3.49 a 3.51 são resolvidas por uma rotina numérica implementada no software Mathematica® de modo a determinar qual será o novo valor de β que fará com que o ponto seja deslocado para a seção desejada.

3.4.3 Visualização da seção ortogonal

A seção ortogonal obtida pelos procedimentos descritos nas seções 3.4.1 e 3.4.2 pode ser visualizada como um retângulo distorcido, conforme ilustra a figura 3.4 para os helicóides I e II cujas dimensões estão definidas na tabela 2.1.

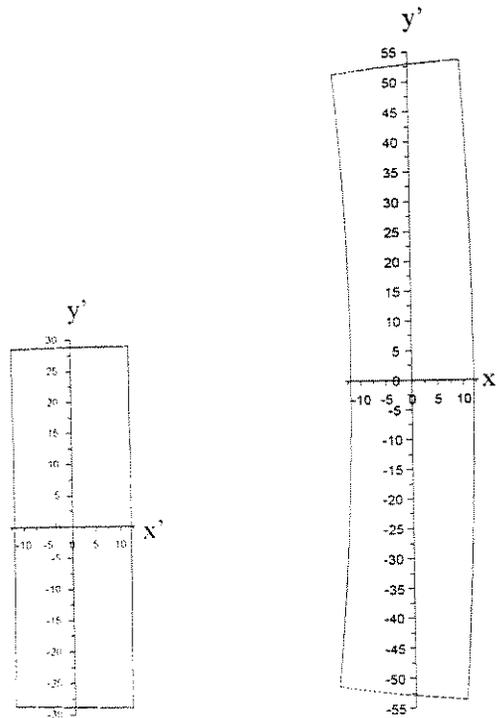
A seção ortogonal acompanha as paredes do canal, e por isso passa da forma de retângulo que tinha na seção vertical para um retângulo distorcido. Na figura 3.6 é mostrada a forma desta seção para os dois canais. Para o canal I a seção se apresenta próxima de um retângulo, no entanto para o canal II as curvaturas das paredes interna e externa são mais pronunciadas. Os lados superior e inferior se aproximam na parede interna e se afastam na parede externa, porque como o passo é fixo e a inclinação é maior na parte interna do canal, então nesta região o plano ortogonal intercepta as bases do canal a distância menor do que na região da parede externa.

A torção do helicóide é que introduz a distorção nas superfícies com s constante, ou seja, nas superfícies ortogonais. Quando $\tau = 0$ o canal se transforma num toróide cuja seção ortogonal possui uma área A_o dada pelo produto entre sua altura ΔH , e a seção radial, diferença dos raios interno r_i e externo r_o .

$$A_o = (R_o - R_i) \Delta H \quad (3.55)$$

Para canais helicoidais com torção diferente de zero, porém não muito acentuada, a área ortogonal pode ser aproximada pela área projetada da seção toroidal equivalente, A_p , pela inclinação média do helicóide:

$$A_o \cong A_p = (r_o - r_i) \Delta H \cdot \cos(\alpha). \quad (3.56)$$



3.4a) Hélice I

3.4b) Hélice II

Figura 3.6 - Representação das seções ortogonais dos canais I e II.

A tabela 3.1 mostra os valores das áreas vertical e ortogonal de cada um dos canais. Pode-se notar que a diferença entre o valor absoluto da área ortogonal e a área projetada, para estas hélices, é muito pequena, e a diferença entre os valores absolutos das áreas ortogonais e das áreas verticais projetadas segundo o coseno do da inclinação média do canal é pequena, da ordem de 1,5% para o canal II e praticamente desprezível para o canal I.

Tabela 3.1 - Valores das seções dos helicóides

	Área Vertical $10^{-3}(\text{m}^2)$	Área Ortogonal $10^{-3}(\text{m}^2)$	α (°)	κ (1/m)	τ (1/m)	desvio (%)
Canal I	1,40634	1,3871	9,9	17,18	-3,00	0,15
Canal II	2,667145	2,568027	17,9	16,03	-5,19	1,53

Para as dimensões lineares a distorção introduzida pela transformação de Germano é igualmente pequena quando se compara o plano vertical projetado com o plano ortogonal. Para efeito do perímetro total do canal o desvio é mínimo uma vez que a parede interna do canal, depois da transformação, corresponderá a um comprimento menor, já a parede externa corresponderá a um comprimento maior.

Acompanhando linhas retas na seção vertical projetada pode-se fazer uma comparação entre os comprimentos projetados e os comprimentos das porções correspondentes nas seções ortogonais, ver figura 3.7. Devido à forma curva e torcida do canal as maiores distorções ocorrem na parede interna e na parede externa, coordenadas (a,1) a (e,1) e coordenadas (a,5) a (e,5). Na parede interna o comprimento projetado é maior do que o comprimento correspondente na seção ortogonal e na parede externa o contrário acontece, o comprimento projetado é menor.

Quantificando a distorção para os helicóides utilizados vê-se que a ordem do erro cometido para as grandezas lineares é a mesma cometida para as áreas das seções. No canal I o comprimento da parede interna projetada supera o comprimento correspondente na seção ortogonal em 0,80%, enquanto para o canal II a parede interna supera em 2,6%. Já o efeito na parede externa para o canal I o comprimento da parede externa fica aquém do seu correspondente na seção ortogonal em 0,52%, enquanto no canal II fica em 1,7%

Seguindo as linhas apresentadas na figura 3.7 a seguir são apresentadas nas tabelas 3.2 e 3.3 as coordenadas de cada ponto que compõe os pontos de cruzamento destas linhas.

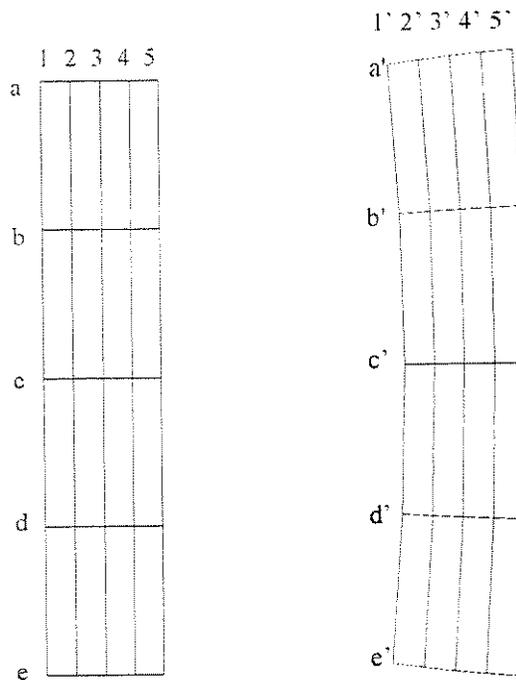


Figura 3.7 - Seções vertical projetada e ortogonal do canal II, em uma malha 5X5.

Tabela3.2 - Coordenadas dos pontos na seção vertical projetada

	1(m)	2(m)	3(m)	4(m)	5(m)
a(m)	-0,012 ; 0,053	-0,006 ; 0,053	0 ; 0,053	0,006 ; 0,053	0,012 ; 0,053
b(m)	-0,012 ; 0,264	-0,006 ; 0,264	0 ; 0,264	0,006 ; 0,264	0,0120 ; 0,264
c(m)	-0,012 ; 0	-0,0060 ; 0	0 , 0	0,0060 ; 0	0,012 ; 0
d(m)	-0,012 ; -0,264	-0,006 ; -0,264	0 ; -0,264	0,0060 ; -0,264	0,012 ; -0,264
e(m)	-0,012 ; -0,053	-0,006 ; -0,053	0 ; -0,053	0,0060 ; -0,053	0,012 ; -0,053

Tabela3.3 - Coordenadas dos pontos na seção ortogonal

	1'(m)	2'(m)	3'(m)	4'(m)	5'(m)
a'(m)	-0,015 ; 0,051	-0,00086 ; 0,052	-0,0024 ; 0,053	0,0038 ; 0,053	0,010 ; 0,054
b'(m)	-0,013 ; 0,026	-0,0067 ; 0,26	-0,00059 ; 0,026	0,0055 ; 0,027	0,012 ; 0,027
c'(m)	-0,012 ; 0	-0,0060 ; 0	0 , 0	0,0060 ; 0	0,120 ; 0
d'(m)	-0,013 ; -0,026	-0,0067 ; -0,26	-0,00059 ; -0,026	0,0055 ; -0,027	0,012 ; -0,027
e'(m)	-0,015 ; -0,051	-0,00086 ; -0,052	-0,0024 ; -0,053	0,0038 ; -0,053	0,010 ; -0,054

As tabelas 3.2 e 3.3 mostram que mesmo os pontos extremos da seção têm sua distância em

relação ao centro da seção semelhante tanto na seção ortogonal quanto na seção vertical projetada, onde a maior distorção não ultrapassa a 3%. Este erro tem seu valor ainda diminuído quando se trata de escoamento bem distribuído ao longo do canal, já que o acréscimo de parede externa é parcialmente compensado com um decréscimo na parede interna.

No canal I o erro é menor do que no canal II, conforme o esperado. Isto pode ser atribuído à sua menor torção, propriedade que o torna mais semelhante a um toróide. No canal I a deformação foi menor do que no canal II.

3.5 Análise Comparativa Para Seções Ortogonais Genéricas

Geometricamente um canal helicoidal é perfeitamente definido segundo três parâmetros: raio médio, passo, e seção (compreendendo como seção a altura e a diferença entre os raios interno e externo).

Definindo razão de aspecto R_a como sendo a altura do canal, H , dividido pela largura da base, $r_o - r_i$, e normalizando todas as grandezas envolvidas pela dimensão da base do canal tem-se que a altura normalizada H^* será a própria razão de aspecto. Define-se também um raio do canal adimensional R^* e um passo adimensional $2\pi b^*$. Sendo o raio médio, \bar{R} , a média aritmética entre o raio interno e o raio externo o raio normalizado será sempre maior do que 0,5 como condição de existência do canal.

Assim:

$$R^* = \frac{\bar{R}}{r_o - r_i}, b^* = \frac{b}{r_o - r_i}, H^* = \frac{H}{r_o - r_i}. \quad (3.57)$$

Nas figuras 3.8 é apresentada uma forma de estimar o erro cometido quando se aproxima a área ortogonal pela área vertical projetada segundo o coseno da inclinação média (equação 3.56) para alguns tipos de helicóides. Foram fixadas a curvatura κ e a razão de aspecto R_a e obtido o erro percentual entre as áreas. Os erros percentuais são relativos à área ortogonal.

Valores das curvaturas	κ^*
—————	0,1
—————	0,2
—————	0,3
—————	0,4
—————	0,5
—————	0,6
—————	0,7

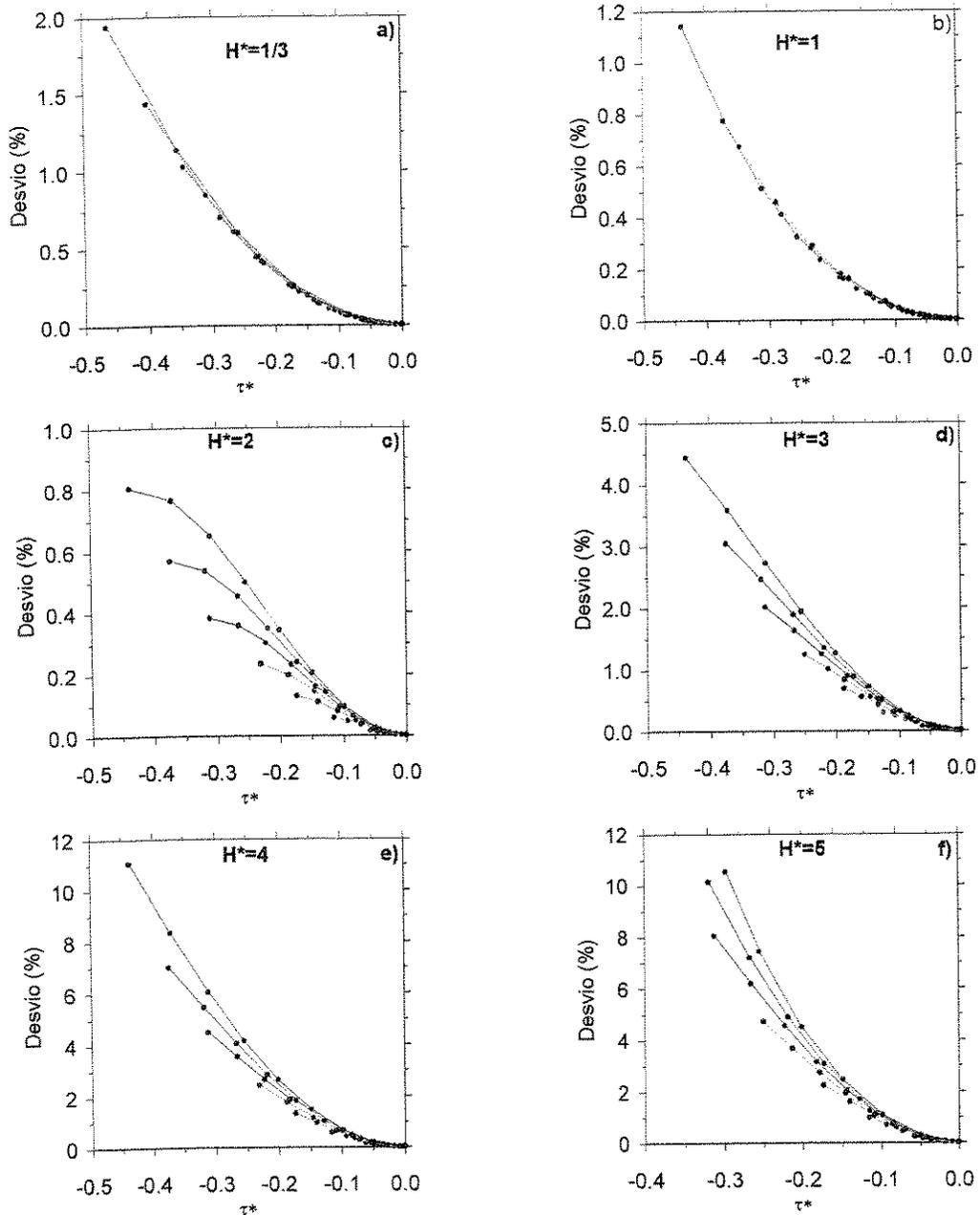


Figura 3.8 - Desvios entre as áreas ortogonal e projetada para diferentes seções helicoidais

Os pontos ligados pela mesma linha possuem mesma curvatura, e as curvaturas variam entre 0,1 e 0,7. Conforme esperado, o erro aumenta com o aumento da torção e com o aumento da curvatura. Na faixa mostrada na figura 3.8 que um aumento da torção significa um aumento na inclinação média do canal, enquanto que um aumento na curvatura diminui o raio do helicóide. Isto explica por que os maiores desvios se dão com os maiores valores de curvatura e torção para todas as razões de aspecto.

Pode-se notar que a torção tem influência predominante sobre o desvio, enquanto a curvatura exerce maior influência para razões de aspecto maiores. Isto está bem ilustrado nas figuras 3.8a e 3.8b onde é praticamente impossível distinguir as tendências das diferentes curvaturas, havendo domínio total da influência da torção. Nas demais figuras nota-se que o desvio provocado pelas diversas curvaturas vão se diferenciando a medida que a torção aumenta, mesmo assim as figuras 3.7c e 3.7d mostram que para uma torção de até 0,2 o desvio ainda é comandado pela torção.

O erro cometido na estimativa dos comprimentos lineares são igualmente pequenos e são devido basicamente encolhimento sofrido na parede interna e à alongação da parede externa, conforme ilustra a figura 3.6.

A seguir é mostrado, na tabela 3.4, um ensaio estimando o erro cometido ao fazer a aproximação da seção ortogonal pela seção vertical projetada em canais comerciais.

Tabela3.4 - Valores principais para hélices comumente utilizadas.

De (m)	Di (m)	α (°)	Curvatura (1/m)	Torção (1/m)	erro (%)
0,762	0,5588	20	2,67	-0,97	2,01
0,762	0,5588	10	2,93	-0,52	0,13
0,762	0,4064	20	3,02	-1,1	1,87
0,762	0,4064	10	3,32	-0,59	0,06
0,6096	0,4064	20	3,48	-1,27	1,98
0,6096	0,4064	10	3,82	-0,67	0,11

A tabela 3.4 mostra valores de diâmetros, interno e externo, usuais para helicóides. Pode-se observar que o erro cometido está abaixo do patamar de 2%, o que, dadas as circunstâncias, normais de ensaio pode ser considerado um pequeno erro. Um exame para as combinações limites dos valores de diâmetro interno variando de 0,5588m a 0,4064m (16in a 22in), diâmetro externo de 0,762 a 0,6096m (24in a 30in) com inclinações médias iguais a 10° e 20° é ilustrado na tabela 3.4.

3.6 Sumário

Neste capítulo foi tratado de todo o equacionamento pertinente à geometria do canal helicoidal. Para bem caracterizar as transformações de espaços e o adequado tratamento matemático para canais helicoidais, que sirvam de referência não só para este trabalhos, mas para trabalhos posteriores envolvendo este tipo de abordagem dividiu-se o capítulo nas seguintes partes:

- Foi apresentada uma relação para uma curva qualquer no espaço.
- Caracterizou-se uma hélice e foram introduzidas as propriedades geométricas de uma hélice.
- Determinou-se uma base ortogonal para uma hélice com a análise da transformação de Germano (1982).
- Determinou-se as relações matemáticas entre o sistema cartesiano xyz e o sistema ortogonal para um helicóide.
- Comparou-se diferentes canais helicoidais relacionando a área ortogonal e a área vertical projetada pelo coseno da inclinação média, determinando, dessa forma, um parâmetro para avaliar a conveniência de simplificar ou não os cálculos para uma análise de escoamento em canais helicoidais.

A seção 3.5 apresenta curvas comparativas, para canais genéricos, onde é possível comparar o erro cometido quando se toma a seção vertical projetada como uma aproximação da seção ortogonal.

Para um helicóide onde a relação passo pelo seu raio médio seja pequena o helicóide se aproxima de um toróide e a Seção Vertical se aproxima de uma seção ortogonal ao escoamento. Assim pode-se fazer todos os cálculos referenciados a uma seção imaginária que se obtém projetando a Seção Vertical segundo o coseno do raio médio do helicóide.

Resta saber para que tipo de helicóide esta aproximação é razoável. Se o erro cometido nesta aproximação for menor do que o erro intrínseco ao experimento, pode-se dizer que a aproximação é razoável. Caso seja maior, cabe uma analisar qual a precisão desejada e se o erro ainda é compatível.

Capítulo 4

Resultados Experimentais

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os perfis da interface gás líquido, exibidos tanto na seção vertical, onde foram feitas as medidas, quanto na seção ortogonal, ambas definidas no capítulo 3. A partir dos dados experimentais são obtidos o perímetro molhado, a fração de líquido na seção transversal (Holdup) e a velocidade média do canal. É também apresentado o balanço unidimensional das forças atuantes no escoamento, que fornece a expressão para o fator de atrito médio.

4.2 Caracterização dos testes

Foram realizados 18 testes, onde variou-se tanto o fluido de trabalho quanto o canal utilizado. Foi obtida uma larga variação no número de Reynolds cujos valores ficaram entre 45 e 100000. Observou-se que os escoamentos de menores valores de Reynolds, tipicamente laminares, foram todos obtidos com os fluidos viscosificados, fluidos II, III e IV, definidos no capítulo 2, enquanto os testes feitos com água pura apresentaram regimes turbulentos. Pôde-se notar um comportamento distinto entre os perfis das interfaces obtidos com os fluidos viscosificados e a água pura. O regime de escoamento pôde ser observado visualmente, e posteriormente confirmado através do cálculo do Re .

Para posterior referência, os testes experimentais são numerados de 1 a 18. A tabela 4.1 traz a identificação de cada teste. Nela são apresentados o canal empregado, a vazão, a densidade (ρ) e a viscosidade (μ) dos fluidos de trabalho utilizados.

Tabela 4.1 – Condições operacionais dos testes.

Teste #	Canal	Vazão (Kg/s)	ρ (Kg/m ³)	μ (cP)	Fluido	Regime
1	I	0.29	1000	1.00	I	turb
2	I	0.72	1000	1.00	I	turb
3	I	1.10	1000	1.00	I	turb
4	I	1.38	1000	1.00	I	turb
5	I	1.55	1000	1.00	I	turb
6	II	0.44	1000	1.00	I	turb
7	II	1.02	1000	1.00	I	turb
8	II	2.16	1000	1.00	I	turb
9	II	3.34	1000	1.00	I	turb
10	II	0.55	1324	94.50	II	lam
11	II	0.98	1324	96.70	II	lam
12	II	1.57	1324	98.96	II	lam
13	II	1.99	1324	97.60	II	lam
14	I	0.14	1338	156.63	III	lam
15	I	0.32	1338	156.63	III	lam
16	I	0.48	1285	46.10	IV	lam
17	I	0.76	1285	46.75	IV	lam
18	I	0.91	1285	46.75	IV	lam

4.3 Posição da interface na seção vertical para regimes turbulentos

Nesta seção é apresentada a localização da interface ar/líquido para os testes #1 a #9 que ocorreram em regime turbulento, ver figura 4.1. Durante os testes o fluido de trabalho foi água, isto é, o fluido I, de acordo com a tabela 4.1. Os testes #1 a #5 foram realizados no canal I enquanto que os testes #6 a #9 no canal II.

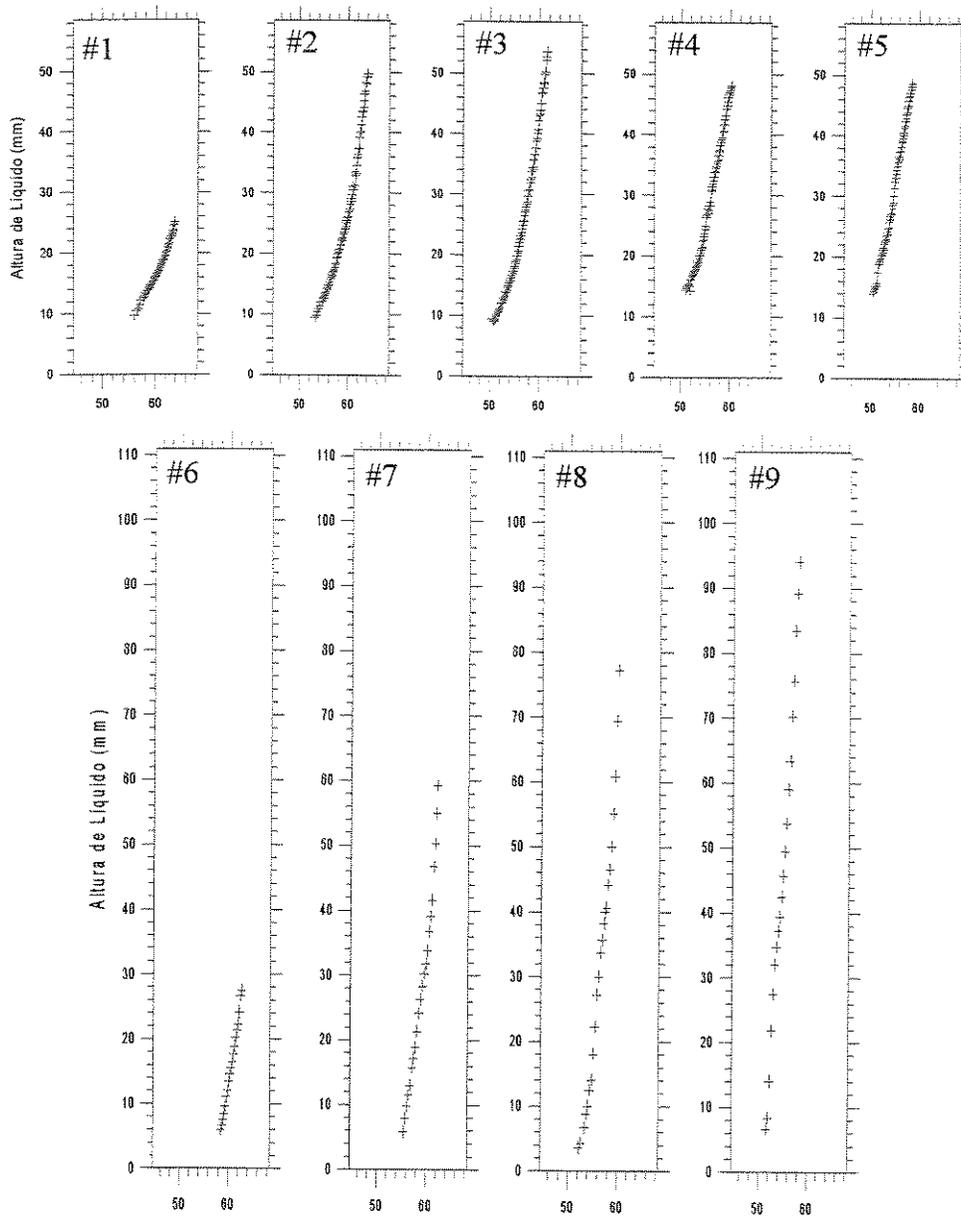


Figura 4.1 - Localização da interface na seção vertical, regime turbulento.

Cada teste consiste de um conjunto de pontos de localização da interface que contém entre 20 e 50 posições ao longo da seção vertical. De uma maneira geral pode-se afirmar que a posição da interface, no regime turbulento, situa-se mais próxima da parede externa do canal como consequência do efeito centrífugo. Os pontos de contato da interface com as paredes do canal não foram determinados experimentalmente devido a limitações físicas da sonda e problemas de interferência elétrica e hidráulica da sonda de medidas com a parede de aço do canal.

Os testes tanto para o canal I como para o canal II apresentaram uma interface com inclinação média em relação a vertical de 76° e 84° graus respectivamente. Deve-se excetuar desta observação os testes #1 e #6 que apresentaram uma baixa fração de líquido. Na tabela 4.2 estão apresentadas as inclinações médias das interfaces dos testes de #1 a #9.

Tabela 4.2 - Inclinações médias dos testes turbulentos

Testes	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9
Canal	I	I	I	I	I	II	II	II	II
Inclinação (°)	62	75	76	76	77	79	82	85	85

A maior inclinação da interface no canal II deve ser atribuída ao efeito centrífugo dado pela maior velocidade média do fluido neste canal, uma vez que o mesmo possui uma inclinação média maior que aquela apresentada no canal I.

4.4 Posição da interface na seção vertical para regime laminar

A seguir são apresentados os testes experimentais que resultaram em regimes de escoamento laminares, testes #10 a #18. Estes testes foram realizados utilizando-se os fluidos de trabalho II, no canal II, e os fluidos III e IV no canal I. O fato destes fluidos de trabalho possuírem alta viscosidade foi determinante para a obtenção de regimes laminares. Es testes são exibidos na figura 4.2.

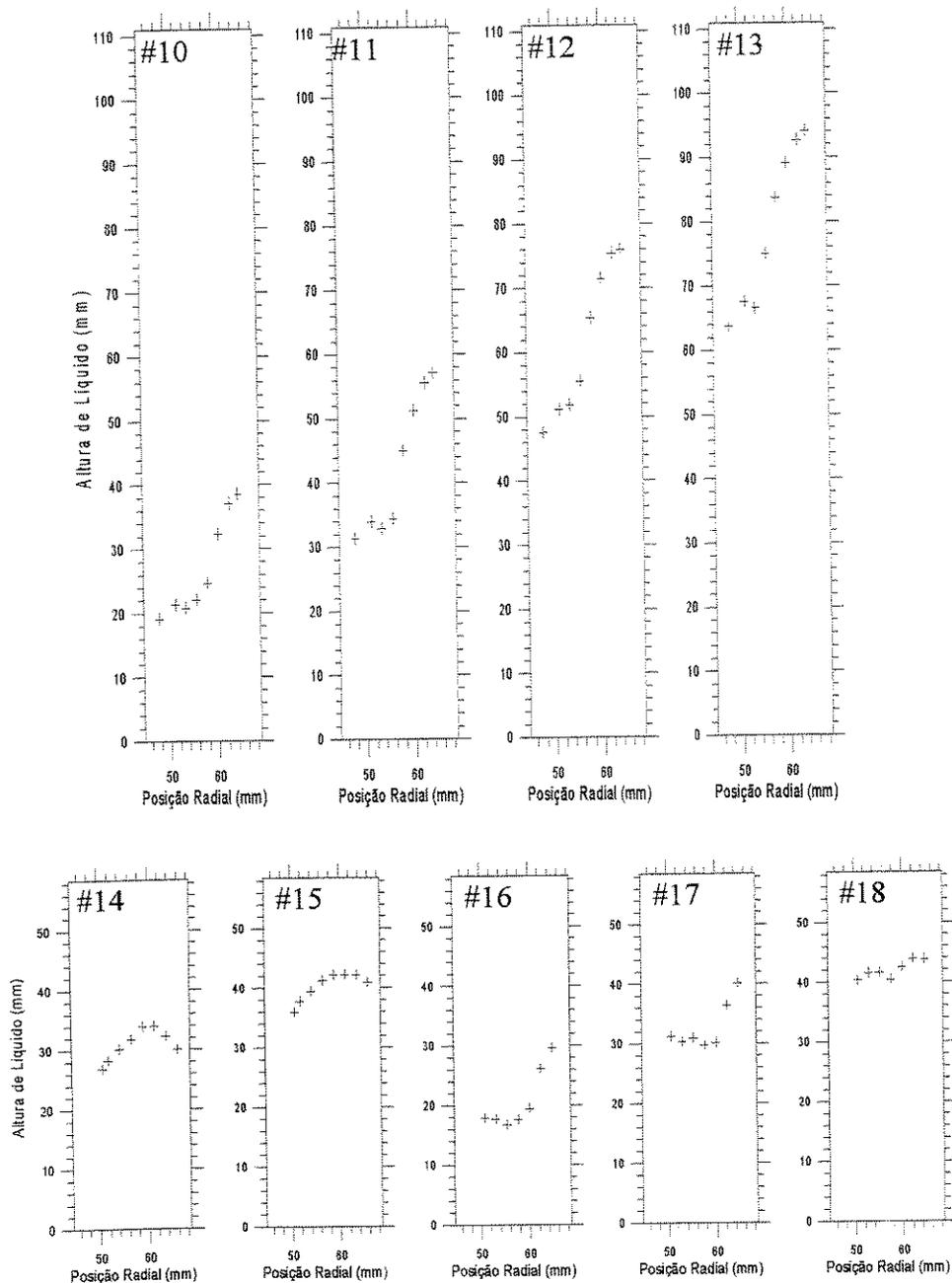


Figura 4.2 - Localização da interface na seção vertical, regime laminar.

Nestes testes o efeito centrífugo foi sensivelmente menor, a interface se apresentou menos inclinada. Comparando os testes #1 com o #15 e #2 com #17, para o canal I e os testes #6 com o #10, #7 com #11 e #8 com #13, para o canal II, que são escoamentos com vazões próximas para o mesmo canal, percebe-se que os testes laminares apresentaram a interface sensivelmente menos inclinada do que os turbulentos. A seguir na tabela 4.3 são apresentadas as inclinações médias da interface nos escoamentos dos testes #10 a #18.

Tabela 4.3 - Inclinações médias dos testes laminares

Testes	#10	#11	#12	#13	#14	#15	#16	#17	#18
Canal	II	II	II	II	I	I	I	I	I
Inclinação (°)	52	61	63	65	16	21	43	34	12

Observando os testes #14 e #15, figura 4.2, nota-se que estes perfis apresentam a concavidade voltada para baixo, o que é fato inesperado. Esperava-se que todos os perfis se apresentassem com a concavidade voltada para cima, semelhante à interface livre de um líquido num corpo girando ou como uma curva crescente de potência. Este efeito pode ser atribuído ou ao escoamento secundário, que criaria uma zona de recirculação fazendo com que a interface se elevasse nesta região ou à interferência do suporte da sonda no escoamento.

4.5 Representação dos Perfis nas Seções Ortogonais

Após a obtenção dos perfis na seção vertical procedeu-se aos cálculos para a determinação dos mesmos na seção ortogonal. A determinação dos pontos experimentais na seção ortogonal foi feita a partir dos perfis na seção vertical utilizando a rotina de cálculos descrita na seção 3.4.2. As figuras 4.3 e 4.4 apresentam os escoamentos de regime turbulento e laminar na seção ortogonal.

As seções ortogonais podem ser vistas como retângulos distorcidos. Estes retângulos possuem o lado externo maior do que o lado interno, e este maior comprimento do lado da parede externa é parcialmente compensada com um menor comprimento do lado interno. Observando o canal I vê-se que esta distorção é pequena. O valor da área ortogonal é muito próximo do valor da área vertical projetada segundo o cosseno da inclinação média. Por isto, ao comparar os parâmetros dos escoamentos nesta seção e na seção vertical, espera-se obter valores de fração da área ocupada pelo líquido muito próximos.

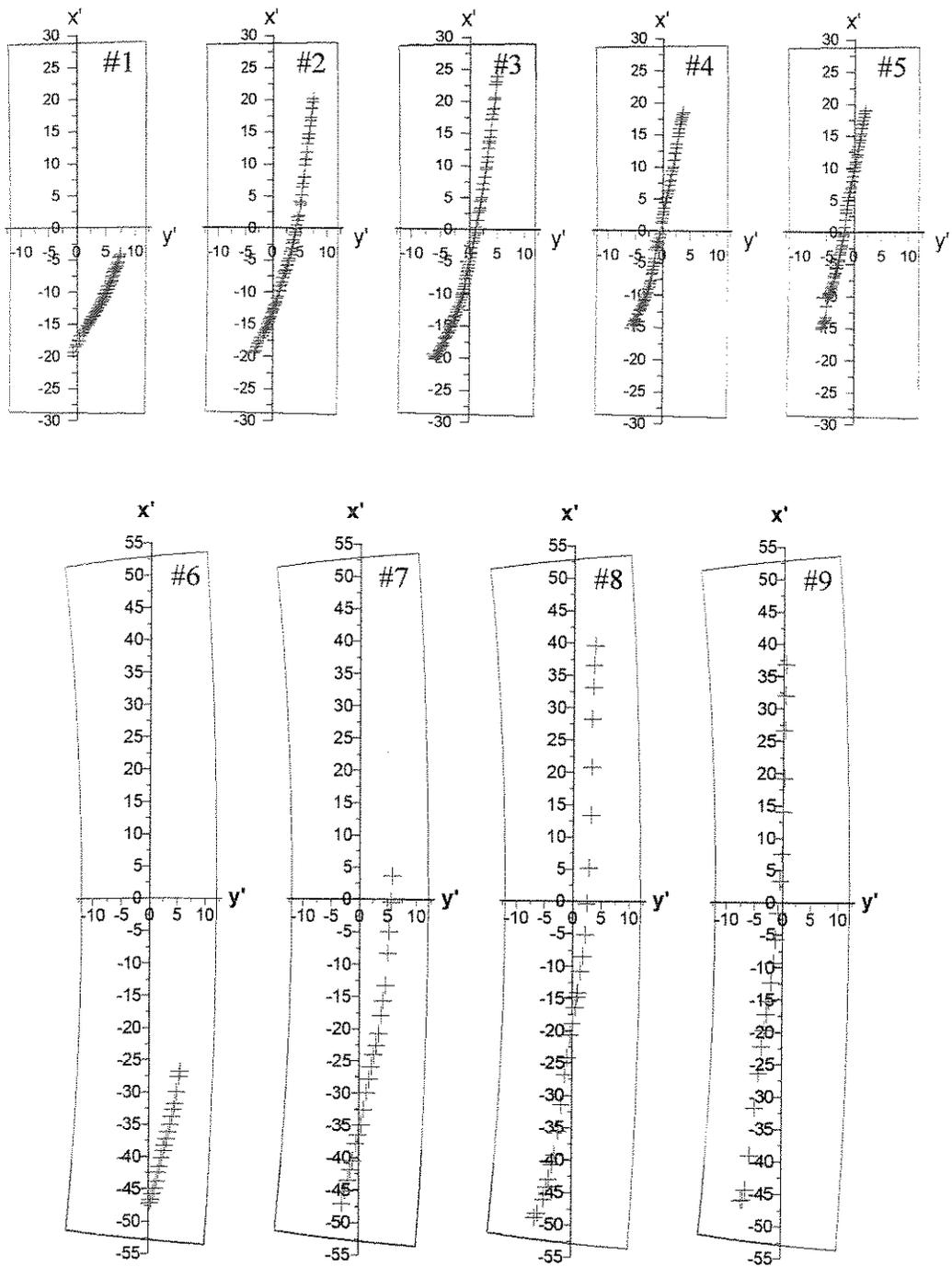


Figura 4.3 - Perfis dos escoamentos turbulentos na seção ortogonal

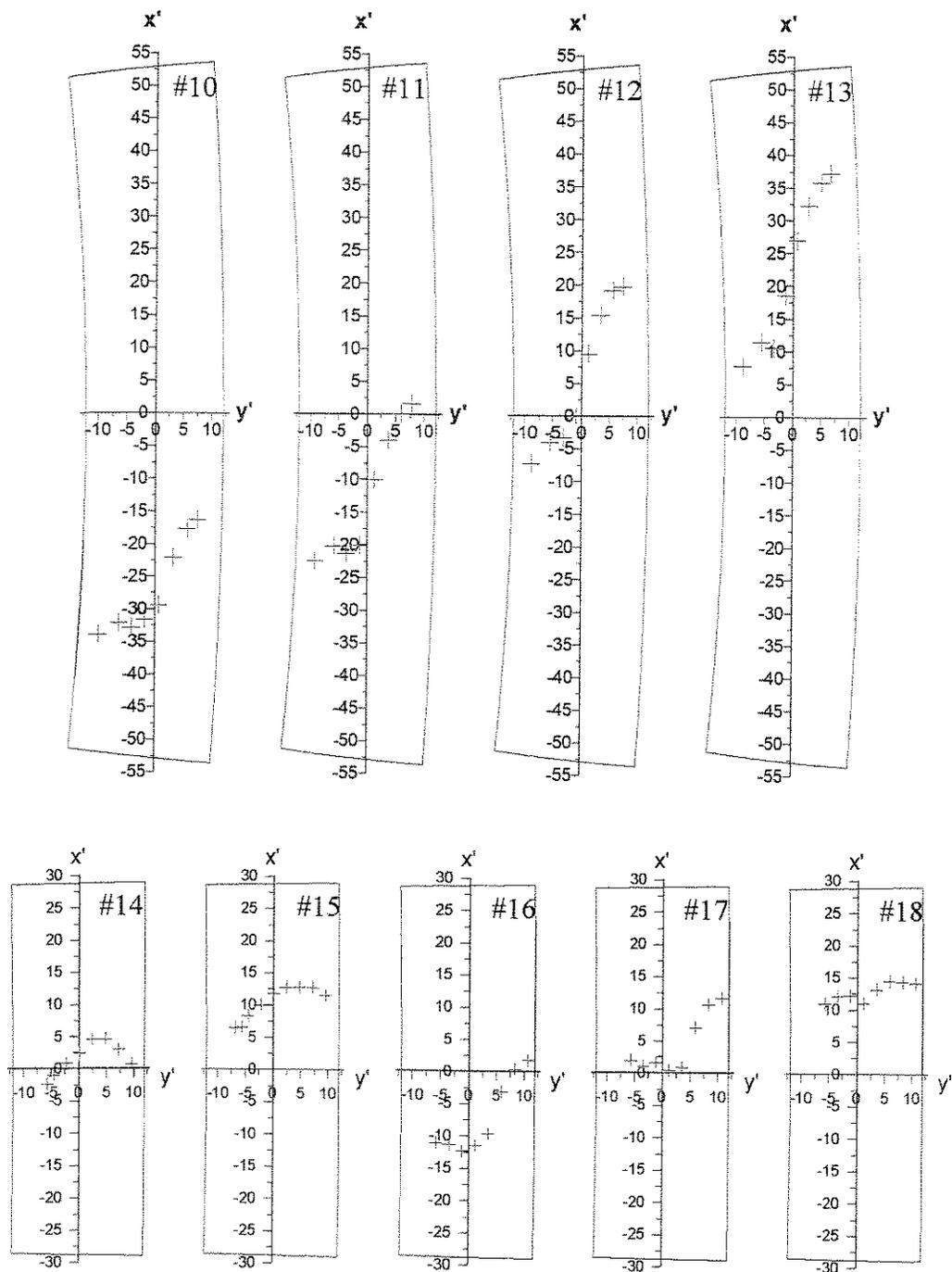


Figura 4.4 - Perfis na seção ortogonal dos escoamentos laminares

Se as seções ortogonais fossem exatamente a seção vertical projetada segundo o cosseno da inclinação média, todos os parâmetros nas seções ortogonais poderiam ser determinadas pela seção vertical. Como o retângulo é distorcido, havendo um acréscimo de área próximo à parede externa e uma diminuição próximo à parede interna, os escoamentos que se concentram na parte

externa do canal produziram maiores diferenças em relação à seção vertical, já aqueles que não se concentraram tiveram menores diferenças.

Mesmo encarando a seção ortogonal como um retângulo distorcido, a inclinação média da interface na seção ortogonal é muito semelhante àquela obtida na seção vertical, para o canal I e ligeiramente menor para o canal II. A tabela 4.4 faz uma comparação entre as inclinações para as seções ortogonais e para as seções verticais.

Tabela 4.4 - Comparação entre as inclinações da interface nas seções ortogonal e vertical projetada

Testes	Canal	Inclinação Ort. (°)	Inclinação Vert. (°)
#1	I	61	62
#2	I	74	75
#3	I	76	76
#4	I	75	76
#5	I	77	77
#6	II	75	79
#7	II	79	82
#8	II	83	85
#9	II	84	85
#10	II	48	52
#11	II	58	61
#12	II	62	63
#13	II	65	65
#14	I	16	16
#15	I	21	21
#16	I	42	43
#17	I	34	34
#18	I	12	12

4.6 Determinação da área ocupada pelo líquido e do perímetro molhado no canal

Por não ter sido possível medir a posição do filme de líquido na parede do canal, a determinação dos limites da interface foi feita referindo-se a uma curva de ajuste de segundo ou de terceiro grau. A partir dos ajustes dos pontos experimentais, a curva obtida é extrapolada até

interceptar o canal interna e externamente. De posse da curva da interface e dos pontos de interceptação é possível calcular o perímetro molhado e fração de área ocupada pelo líquido.

Aplicando este procedimento à seção vertical, obtêm-se todos os pontos da seção ortogonal, inclusive os pontos de interceptação da interface com o canal, através da discretização mostrada na seção 3.4.2.

Ajustando os pontos da interface com uma linha de tendência pode-se determinar uma função $z(r)$, dependente só do raio, que representa a interface e intercepta a seção do canal em dois pontos, veja representação na figura 4.5.

A interface pode interceptar as paredes do canal de quatro formas diferentes. Do lado interno, pode tocar a parede interna ou o lado inferior do canal; do lado externo, pode tocar a parede externa ou o lado superior do canal, conforme mostra a figura 4.6. Caso o lado interno da interface intercepte o canal na parte inferior do canal $L_i = 0$ e $L_b = R_o r_1$, e caso intercepte a parede interna $L_i = z(r_1)$ e $L_b = (R_o - R_i)$. Caso o lado externo da interface intercepte o canal no lado superior $L_s = R_o r_2$ e $L_e = H$, e caso intercepte a parede externa $L_s = 0$ e $L_e = z(r_2)$.

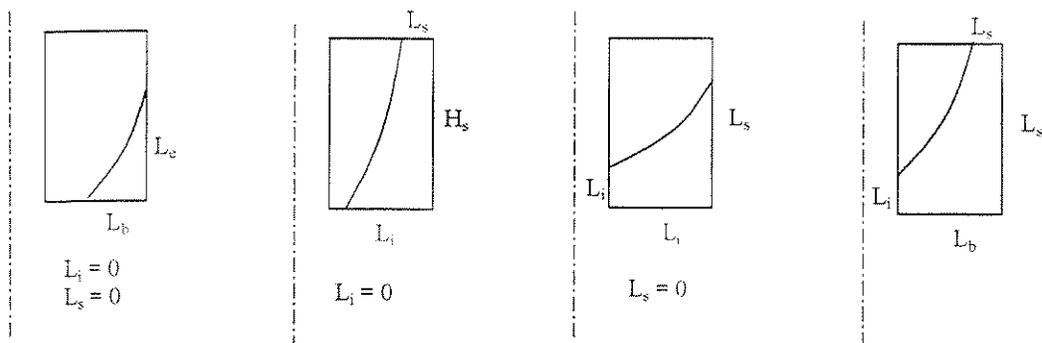


Figura 4.5 - Possíveis posições para a interface na seção vertical

Admitindo esta curva como a representação da interface o perímetro molhado, L_m , e a fração da área transversal ocupada pelo líquido na seção vertical, ϵ_v , podem ser determinadas segundo as equações 4.1 e 4.2:

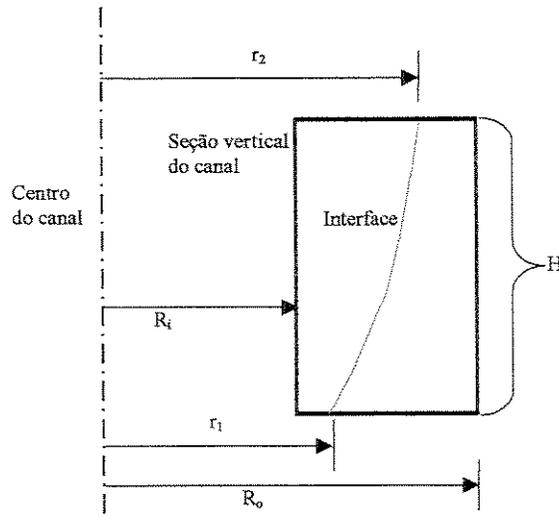


Figura 4.6 - Parâmetros da interface na seção vertical

$$L_m = z(r_1) + z(r_2) + (R_o - r_1) + (R_o - r_2), \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_v = \frac{\left[\int_{r_1}^{r_2} z(r) dr + H \cdot (R_o - r_2) \right]}{H \cdot (R_o - R_i)} \quad (4.2)$$

onde $z(r)$ é a função que representa a interface de líquido, r_1 e r_2 são os raios de interseção da interface com a seção do canal e H é a altura do canal.

No apêndice B estão mostradas todas as equações utilizadas para aproximar a interface nas seções verticais. A seguir na tabela 4.5 são mostrados os valores dos perímetros molhados para as seções verticais, L_m , e ainda seus componentes: o perímetro molhado interno L_i , externo L_e , o inferior L_b , e o superior L_s , em cada teste.

Na tabela 4.6 estão expostos os valores de fração de área ocupada pelo líquido calculados na seção ortogonal, ε_o , e na seção vertical, ε_v . O desvio apresentado na tabela é o quanto o valor calculado na seção ortogonal é maior do que o calculado na seção vertical. A última coluna da direita apresenta a estimativa de erro calculada para o perímetro molhado, detalhes sobre o cálculo do erro associado ao experimento é mostrado no Apêndice A.

Tabela 4.5 - Composição do perímetro molhado

Teste #	L_i (10^3m)	L_a (10^3m)	L_b (10^3m)	L_s (10^3m)	L_m (10^3m)	L_o ($\times 10^{-3} m$)
1	0	36,6	20,2	0	56,8	55,8±3,5
2	0	58,5	20,9	3,6	82,9	82,7±10
3	2,10	58,5	24,1	6,5	91,1	90,7±7,0
4	5,49	58,5	24,1	6,7	94,7	93,7±5,2
5	0	58,5	22,4	8,3	89,2	88,7±1,2
6	0	70,0	11,1	0	81,5	79,6±3,0
7	0	110,9	14,3	2,1	127,4	126,6±4,4
8	0	110,9	17,9	6,5	135,4	133,2±1,9
9	0	110,9	17,7	8,7	137,4	134,2±0,1
10	18,40	54,5	24,1	0	97,0	94,5±7,5
11	31,09	74,5	24,1	0	129,6	125,9±8,0
12	43,67	90,4	24,1	0	158,1	153±4,2
13	57,87	107,3	24,1	0	189,3	182,4±2,9
14	22,88	30,8	24,1	0	77,7	78,3±0,7
15	33,90	43,2	24,1	0	101,1	101,9±4,0
16	15,86	33,6	24,1	0	73,5	71,5±0,0
17	30,82	42,7	24,1	0	97,6	95,1±3,7
18	38,99	44,1	24,1	0	107,1	105,8±5,7

A tabela 4.6 mostra que a medida que aumenta a fração da área ocupada pelo líquido diminui o desvio entre os valores da fração de líquido calculados na seção ortogonal e na seção vertical. Comparando a tabela 4.6 com os perfis apresentados nas figura 4.3 e 4.4, e dividindo os escoamentos de acordo com o canal a que pertencem, pode-se ver claramente que aqueles escoamentos que apresentam menores valores no desvio da fração da área ocupada pelo líquido, ϵ , são exatamente aqueles que não se concentraram na parede externa.

Assim, ao se comparar os testes #3 com o #14, #4 com o #17, #8 com o #11, #9 com o #12 que têm valores próximos de fração de líquido percebe-se que os testes que resultaram em regimes laminares, em geral, apresentaram desvios menores.

Tabela 4.6 - Comparação entre os valores de Holdup da seção vertical e da seção ortogonal para os testes experimentais experimental.

Canal	Teste	Vazão (Kg/s)	ε_V (%)	$\varepsilon_{(i)}$ (%)	Desvio (%)
I	1	0,29	21,9	22,0	0,49
I	2	0,72	39,1	39,3	0,42
I	3	1,10	51,2	51,4	0,35
I	4	1,38	57,2	57,3	0,32
I	5	1,55	60,2	60,3	0,33
II	6	0,44	13,3	13,8	5,05
II	7	1,02	29,3	30,2	4,13
II	8	2,16	43,2	43,6	2,13
II	9	3,34	54,6	55,0	1,94
II	10	0,55	25,8	26,1	2,44
II	11	0,98	40,0	40,3	1,85
II	12	1,57	56,4	56,5	1,36
II	13	1,99	71,8	71,8	1,16
I	14	0,14	50,8	50,8	0,12
I	15	0,32	67,5	67,5	0,08
I	16	0,48	35,6	35,7	0,22
I	17	0,76	56,5	56,5	0,11
I	18	0,91	71,0	71,0	0,07

O canal II, por possuir maior passo do que o canal I, provoca maiores desvios na fração da área ocupada pelo líquido do que o canal I, tanto pelo fato de distorcer mais o retângulo original quanto por causar maiores campos centrífugos nos escoamentos, concentrando-os na parede externa.

Por este motivo ao comparar os escoamentos no canal I com os escoamentos no canal II, estes últimos apresentam desvios consideravelmente maiores.

4.7 Fator de Atrito

Para uma formulação unidimensional com o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, o cálculo do fator de atrito é baseado num balanço de forças gravitacionais e viscosas. Como não há gradientes de pressão dentro do helicóide o escoamento está sujeito somente a estas duas forças que se opõem. O equilíbrio das forças está representado pela equação 4.3. A equação completa do momento na direção s é apresentada no apêndice C.

$$-4 \frac{\tau_w}{D_h} + \rho g \sin(\alpha) = 0, \quad (4.3)$$

onde

$$\tau_w = D_h \left[\frac{L_{y'} \langle \tau_{y'} \rangle_w + L_{x'} \langle \tau_{x'} \rangle_w}{4A_s \varepsilon_o} \right], \quad (4.4)$$

é a tensão média na parede, e

$$D_h = \frac{4A_s \varepsilon}{L_{y'} + L_{x'}}, \quad (4.5)$$

é o diâmetro hidráulico, A_s é a área transversal da seção ortogonal, ε é a fração da área transversal ocupada pelo líquido, $L_{y'}$ e $L_{x'}$ são, respectivamente, o perímetro molhado nas direções y' e x' , $\tau_{y'}$ e $\tau_{x'}$ são as tensões nas direções y' e x' , o subíndice w se refere à parede.

O fator de atrito, segundo a formulação de Fanning, é dado pela equação 4.6:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho \bar{w}^2} \quad (4.6)$$

onde \bar{w} é a velocidade média no canal e é determinada como a razão entre a vazão volumétrica, \dot{Q} , e a área de líquido na seção:

$$\bar{w} = \frac{\dot{Q}}{A_s \varepsilon} \quad (4.7)$$

- Substituindo a equação 4.7 na equação 4.3 obtém-se a expressão para o fator de atrito:

$$f = 2 \frac{(A_s \varepsilon_o)^3 g_s \sin(\alpha)}{L_o Q^2} \quad (4.8)$$

que pode ser determinada a partir dos dados experimentais.

Para referência também é determinado o fator de atrito para um tubo reto com mesmo diâmetro hidráulico e Reynolds utilizando a relação de Blasius para regime laminar:

$$f_s = \frac{16}{Re}, \quad (4.9)$$

e para regime turbulento:

$$f_s = 0,07941 Re^{-1/4}, \quad (4.10)$$

onde
$$Re = \frac{\bar{w} D_h}{\nu}, \quad (4.11)$$

y

Os dados experimentais relativos ao fator de atrito, f_{exp} , a razão entre os fatores de atrito curvo e reto, f_{exp}/f_s , número de Re, Fr e D_h são mostrados na tabela 4.7. Onde $A_s \varepsilon$ é a área ocupada pelo líquido, ρ é a densidade do fluido, μ é a viscosidade do fluido expressa em cP, ε é a fração de área transversal ocupada pelo líquido, L_o é o perímetro molhado na seção ortogonal, w é a velocidade média na direção axial, D_h é o diâmetro Hidráulico, Re é o número de Reynolds, Fr é o número de Froud, f_s é o fator de atrito para tubo reto e Reg. é o tipo de regime, que pode ser laminar ou turbulento.

O número de Froud, que pode ser entendido com a razão entre as forças centrífuga e gravitacional é dado pela equação 4.13:

$$Fr = \frac{w^2 \cos(\alpha)}{gR} \quad (4.13)$$

Tabela 4.7 - Características dos escoamentos

Teste	Canal	Reg.	A_{sE} ($\times 10^{-5} m^2$)	w (m/s)	D_h (m)	Re	Fr	f	f/f_s
1	1	turb.	30,48	0,951	0,0218	20781	1,609	0,0204	3,08
2	1	turb.	54,48	1,322	0,0263	34818	3,106	0,0127	2,19
3	1	turb.	71,22	1,544	0,0314	48487	4,241	0,0111	2,08
4	1	turb.	79,52	1,735	0,0340	58925	5,355	0,0095	1,87
5	1	turb.	83,66	1,853	0,0377	69893	6,103	0,0093	1,90
6	2	turb.	35,46	1,241	0,0178	22108	2,644	0,0175	2,68
7	2	turb.	77,65	1,314	0,0245	32240	2,963	0,0215	3,63
8	2	turb.	11,19	1,930	0,0336	64848	6,397	0,0136	2,74
9	2	turb.	14,13	2,364	0,0421	99590	9,600	0,0114	2,55
10	2	lam.	67,03	0,620	0,0284	246,4	0,660	0,1116	1,72
11	2	lam.	103,5	0,715	0,0329	322,0	0,878	0,0971	1,95
12	2	lam.	145,2	0,817	0,0380	414,9	1,145	0,0860	2,23
13	2	lam.	184,3	0,816	0,0404	447,1	1,143	0,0917	2,56
14	1	lam.	70,50	0,148	0,0360	45,7	0,039	1,3804	3,94
15	1	lam.	93,59	0,256	0,0367	80,2	0,116	0,4749	2,38
16	1	lam.	49,46	0,755	0,0277	582,7	1,014	0,0410	1,49
17	1	lam.	78,33	0,755	0,0330	684,1	1,014	0,0488	2,09
18	1	lam.	98,49	0,719	0,0372	735,7	0,919	0,0608	2,80

A razão entre o fator de atrito calculado e o fator de atrito para um tubo reto, em geral, tende a cair nos escoamentos turbulentos a medida que a vazão aumenta, testes #1 a #5, canal I; e #7 a #9, canal II. Com os escoamentos laminares o comportamento foi diferente, a medida que a vazão aumentava a relação $\frac{f_{exp}}{f_s}$ também aumentava, tanto para o canal II quanto para os testes

no canal I. Foram exceções os testes #14 e #15, desenvolvidos no canal I com o fluido de trabalho III, que apresentaram comportamento inverso.

4.8 Sumário

Neste capítulo foram apresentados os resultados experimentais obtidos na fase experimental. Ao total foram 5 etapas distintas:

As variáveis medidas foram:

A partir dos dados experimentais foram determinados \bar{w} , f , f_s , Fr , D_h , L_o , ϵ_o , ϵ_o

1. A primeira etapa compreendeu 5 testes, foi desenvolvida no canal I e utilizou-se água em todos os testes.
2. A segunda etapa compreendeu 4 testes, foi desenvolvida no canal II e utilizou-se água em todos os testes.
3. A terceira etapa compreendeu 4 testes, foi desenvolvida no canal II e utilizou-se uma mistura de água e glucose de milho (81% em massa de glucose) que apresentou uma viscosidade aproximada de 96 cP.
4. A quarta etapa compreendeu 2 testes, foi desenvolvida no canal I com uma mistura de água e glucose (84,5% em massa de glucose) que apresentou uma viscosidade aproximada de 157 Cp.
5. A quinta etapa compreendeu 3 teste, foi desenvolvida no canal I com uma mistura de água e glucose de milho (71,25% em massa de glucose) que apresentou uma viscosidade aproximada de 47 Cp.

Os testes 14 e 15 apresentaram resultados inesperados para forma da interface, esperava-se uma interface com concavidade sempre para cima e estes testes apresentaram-na para baixo. Outro fato importante a ser notado é que conforme esperado as interfaces dos escoamentos turbulentos se apresentaram muito mais inclinadas do que a interface dos escoamentos laminares.

O tipo de fluido foi determinante para a definição do regime de escoamento. Os testes realizados com água pura foram todos turbulentos e com os fluidos viscosificados foram todos laminares.

A razão entre o fator de atrito experimental e o fator de atrito correspondente para tubo reto, f_{exp}/f_s , foi sempre maior do que 1, o que concorda com o efeito esperado de aumento do atrito devido à curvatura do canal.

A seguir na tabela 4.8 é apresentado um resumo de todos os testes realizados incluindo as incertezas absolutas das variáveis L_o , ϵ_o , \bar{w} e f .

Tabela 4.8 – Resumo dos testes experimentais realizados.

Teste	Canal	ρ (Kg/m ³)	μ (cP)	Vazão (Kg/s)	ϵ_v	ϵ_o	L_o (mm)	Reg.	\bar{w} (m/s)	Dh (m)	Re	Fr	f_{exp}	f_{exp} / f_s
1	I	1000	1,00	0,29	21,9±0,8	22,0±0,8	55,8±3,5	turb	0,95±0,03	0,0218	20781	1,609	2,04±0,2	3,08
2	I	1000	1,00	0,72	39,1±0,6	39,3±0,6	82,7±10	turb	1,32±0,04	0,0263	34818	3,106	1,27±0,1	2,19
3	I	1000	1,00	1,10	51,2±0,6	51,4±0,6	90,7±7,0	turb	1,54±0,04	0,0314	48487	4,241	1,11±0,1	2,08
4	I	1000	1,00	1,38	57,2±0,6	57,3±0,6	93,7±5,2	turb	1,74±0,05	0,0340	58925	5,355	0,95±0,1	1,87
5	I	1000	1,00	1,55	60,2±0,5	60,3±0,5	88,7±1,2	turb	1,85±0,05	0,0377	69893	6,103	0,93±0,1	1,90
6	II	1000	1,00	0,44	13,3±0,2	13,8±0,2	79,6±3,0	turb	1,24±0,04	0,0178	22108	2,644	1,75±0,2	2,68
7	II	1000	1,00	1,02	29,3±0,2	30,2±0,2	126,6±4,4	turb	1,31±0,04	0,0245	32240	2,963	2,15±0,2	3,63
8	II	1000	1,00	2,16	43,2±0,2	43,6±0,2	133,2±1,9	turb	1,93±0,06	0,0336	64848	6,397	1,36±0,1	2,74
9	II	1000	1,00	3,34	54,6±0,2	55,0±0,2	134,2±0,1	turb	2,36±0,07	0,0421	99590	9,600	1,14±0,1	2,55
10	II	1324	94,50	0,55	25,8±0,5	26,1±0,5	94,5±7,5	lam	0,62±0,02	0,0284	246,4	0,660	11,2±1,0	1,72
11	II	1324	96,70	0,98	40,0±0,5	40,3±0,5	125,9±8,0	lam	0,72±0,02	0,0329	322,0	0,878	9,71±0,9	1,95
12	II	1324	98,96	1,57	56,4±0,5	56,5±0,5	153±4,2	lam	0,82±0,02	0,0380	414,9	1,145	8,60±0,8	2,23
13	II	1324	97,60	1,99	71,8±0,6	71,8±0,6	182,4±2,9	lam	0,82±0,02	0,0404	447,1	1,143	9,17±0,1	2,56
14	I	1338	156,63	0,14	50,8±1,1	50,8±1,1	78,3±0,7	lam	0,15±0,00	0,0360	45,7	0,039	138±13	3,94
15	I	1338	156,63	0,32	67,5±0,5	67,5±0,5	101,9±4,0	lam	0,26±0,01	0,0367	80,2	0,116	47,5±4,4	2,38
16	I	1285	46,10	0,48	35,6±0,9	35,7±0,9	71,5±0,0	lam	0,76±0,02	0,0277	582,7	1,014	4,10±0,4	1,49
17	I	1285	46,75	0,76	56,4±0,9	56,5±0,9	95,1±3,7	lam	0,76±0,02	0,0330	684,1	1,014	4,88±0,5	2,09
18	I	1285	46,75	0,91	71,0±0,9	71,0±0,9	105,8±5,7	lam	0,72±0,02	0,0372	735,7	0,919	6,08±0,6	2,80

Capítulo 5

Córrelação para o fator de Atrito

5.1 Introdução

A curvatura das linhas de corrente, introduzida pelo canal helicoidal, faz com que o coeficiente de atrito médio seja superior a um canal reto com as mesmas dimensões. Dean (1928) mostrou analiticamente que este fenômeno está associado ao surgimento de um escoamento secundário causado por um gradiente de pressão transversal à direção principal do escoamento. O aumento no coeficiente médio de atrito também está relacionado com a curvatura das paredes sólidas do canal. Considerando um escoamento em regime laminar, sabe-se que uma parede sólida com curvatura pode apresentar um coeficiente de atrito local intensificado ou atenuado em relação a uma parede plana se esta for côncava ou convexa, respectivamente (Moore, 1964). Efeito similar é observado para escoamentos turbulentos. Notadamente a energia cinética turbulenta é amplificada junto à parede côncava enquanto na parede convexa ele é amortecido. A amplificação ou amortecimento da turbulência é acompanhada por variações no fator de atrito de até 10%, quando comparado a uma superfície plana, mesmo se a espessura da camada limite for da ordem de 1/100 do raio de curvatura da superfície (Bradshaw 1987).

Tendo em vista que o fator de atrito local apresenta um comportamento distinto conforme a curvatura das paredes do canal é proposto uma correlação que faça uma ponderação destas

influências de acordo com o perímetro molhado correspondente as paredes, a saber: parede interna (convexa), externa (côncava), inferior (plana) e superior (plana).

Neste capítulo são apresentadas correlações para o fator de atrito com base nos resultados dos testes experimentais. Tendo visto que o fator de atrito local deve se comportar de forma distinta nas paredes interna, externa, inferior e superior do canal é proposta uma correlação que leva em conta os componentes do perímetro molhado presente em cada uma das quatro paredes.

Todos os valores de área, perímetro molhado, e fração líquida, obtidos na seção ortogonal são, para os canais utilizados, muito próximos aos da seção vertical projetados segundo o cosseno da inclinação média do canal. Devido a este fato, a correlação para o fator de atrito foi feita com os valores obtidos referentes à seção vertical projetada pelo cosseno da inclinação média.

5.2. Forma da Interface

A forma da interface, na seção vertical, se apresenta concentrada próximo à parede externa à medida que a velocidade média aumenta. Fazendo uma analogia com a rotação de um corpo rígido, onde a altura da coluna de líquido varia com o quadrado do raio de rotação, pode-se ajustar a interface através de uma curva do tipo potência:

$$y_i(r) = k_0 + k_1 r^n, \quad (5.1)$$

onde $y_i(r)$ é a altura da interface medida em metro, “m”, na posição radial r , “m”, k_0 , k_1 e n são constantes a serem ajustadas, k_0 possui dimensão “m” e k_1 de “m⁻ⁿ⁺¹”.

Busca-se um expoente n , tal que os coeficientes k_0 e k_1 possam ser determinados minimizando S_j . Este expoente será ser dependente tipo do regime do escoamento, sendo então um valor para os escoamentos laminares e outro valor para os escoamentos turbulentos.

Para valorizar cada medição experimental e fazendo uma analogia à variância, pode-se definir uma variável, S_j , de um dado teste experimental como:

$$S_j = \sum_{k=1}^N [y_i(r) - y_k]^2, \quad (5.2)$$

onde S_j , referente ao teste j , é o somatório dos quadrados das diferenças entre a altura da interface calculada para a posição radial r e a altura efetivamente medida para esta posição radial, y_k , e N é o número de pontos presentes no teste j .

O procedimento para os ajustar os dados da interface é fixar o expoente n e ajustar os coeficientes k_0 e k_1 que minimizam a variável S_j em cada teste. O expoente ótimo será aquele que minimizar S_j levando em consideração todos os escoamentos de um mesmo tipo de regime.

Assim é definida a variável S_T , como a soma dos S_j de todos os testes experimentais, dentro de um mesmo regime de escoamento:

$$S_T = \sum_j S_j \quad (5.3)$$

Os valores assumidos por S_T , à medida que o expoente n varia, para os regimes turbulento e laminar são mostrados nas figuras 5.1 e 5.2 respectivamente.

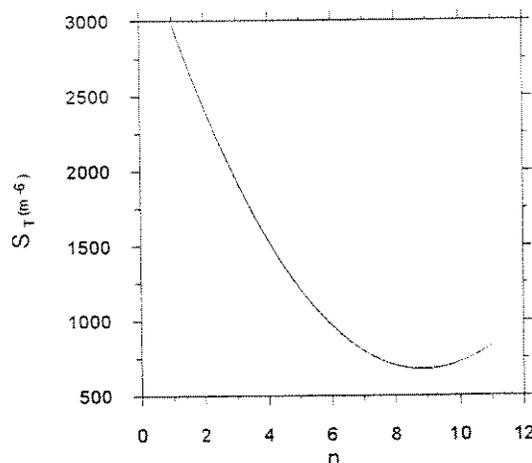


Figura 5.1 - S_T para os escoamentos turbulentos em função do expoente n .

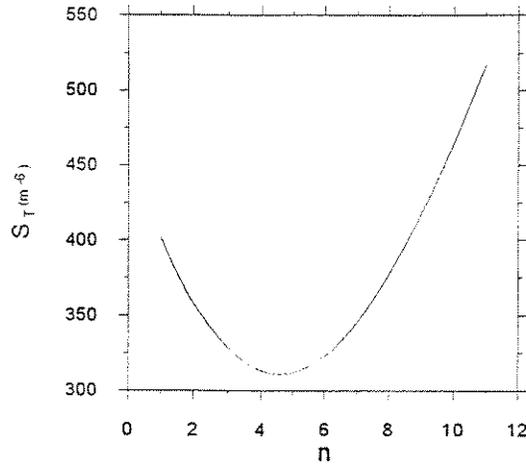


Figura 5.2 - S_T para os escoamentos laminares em função do expoente n.

Os menores valores assumidos por S_T foram obtidos para $n = 8,83$ para os escoamentos turbulentos e $n = 4,60$ para os escoamentos laminares.

Para referência são mostrados nas tabelas 5.1 e 5.2 os coeficientes k_0 e k_1 , S_j , e o número total de pontos, N , referentes a cada ensaio tanto para regime turbulento quanto para laminar. Estas tabelas mostram um comportamento irregular para os valores de S_j . Esta irregularidade está associada ao tipo de regime, além do número de pontos do teste. No regime turbulento S_j assumiu valores de $3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$ até $188 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$, sendo que neste intervalo a variação não parece seguir nenhum tipo tendência. No regime laminar houve maior regularidade, mantendo-se na faixa de $4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ a $59 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Esta menor irregularidade pode ser atribuída ao fato da curva da interface possuir inclinação mais suave. Não obstante, os valores pareçam altos, para ter uma idéia qualitativa é necessário ponderar relativamente à quantidade de pontos. No teste 8 por exemplo, S_8 foi de $188,5 \text{ m}^{-6}$, dividindo este valor pelo número de pontos e fazendo a raiz quadrada do resultado vê-se que o desvio da curva é de cerca de $2,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, o que é plenamente aceitável para o ajuste da interface.

Tabela 5.1 - Coeficientes k_0 e k_1 para os testes turbulentos, $n = 8,83$.

Teste #	k_0 (m)	k_1 ($10^8 \text{ m}^{-7,83}$)	S_j (10^{-6} m^2)	N
1	0.004027	7.463	2.997	56
2	-0.00076	17.51	51.70	83
3	-0.00156	27.45	16.64	94
4	0.003323	28.64	75.68	80
5	0.002219	37.95	107.8	70
6	-0.01985	20,01	2.235	19
7	-0.02103	34.35	54,53	22
8	-0.0302	65,32	188,5	27
9	-0.0341	108,5	174,9	21
		S_T	675.0	—

Tabela 5.2 - Coeficientes k_0 e k_1 para os testes laminares, $n = 4,60$.

Teste	k_0 (m)	k_1 ($\text{m}^{-4,60}$)	S_j (10^{-6} m^2)	N
10	0.009716	8639	27.30	8
11	0.01873	12024	55,70	8
12	0.03586	13011	45,69	8
13	0.05148	13844	59,01	8
14	0.02774	1364	33,88	8
15	0.03528	2091	22,47	9
16	0.009165	5326	30,09	8
17	0.02403	3996	32,55	8
18	0.03928	1159	4,275	8
		S_T	311.0	—

Nas figuras 5.3 e 5.4 estão sendo mostrados os pontos experimentais ajustados pelas curvas de potência dadas pela equação 5.1, cujas constantes são dadas nas tabelas 5.1 e 5.2. Na figura 5.3 estão representados os escoamentos turbulentos e na figura 5.4 os escoamentos laminares. Nota-se que há boa concordância entre os pontos e a curva de ajuste.

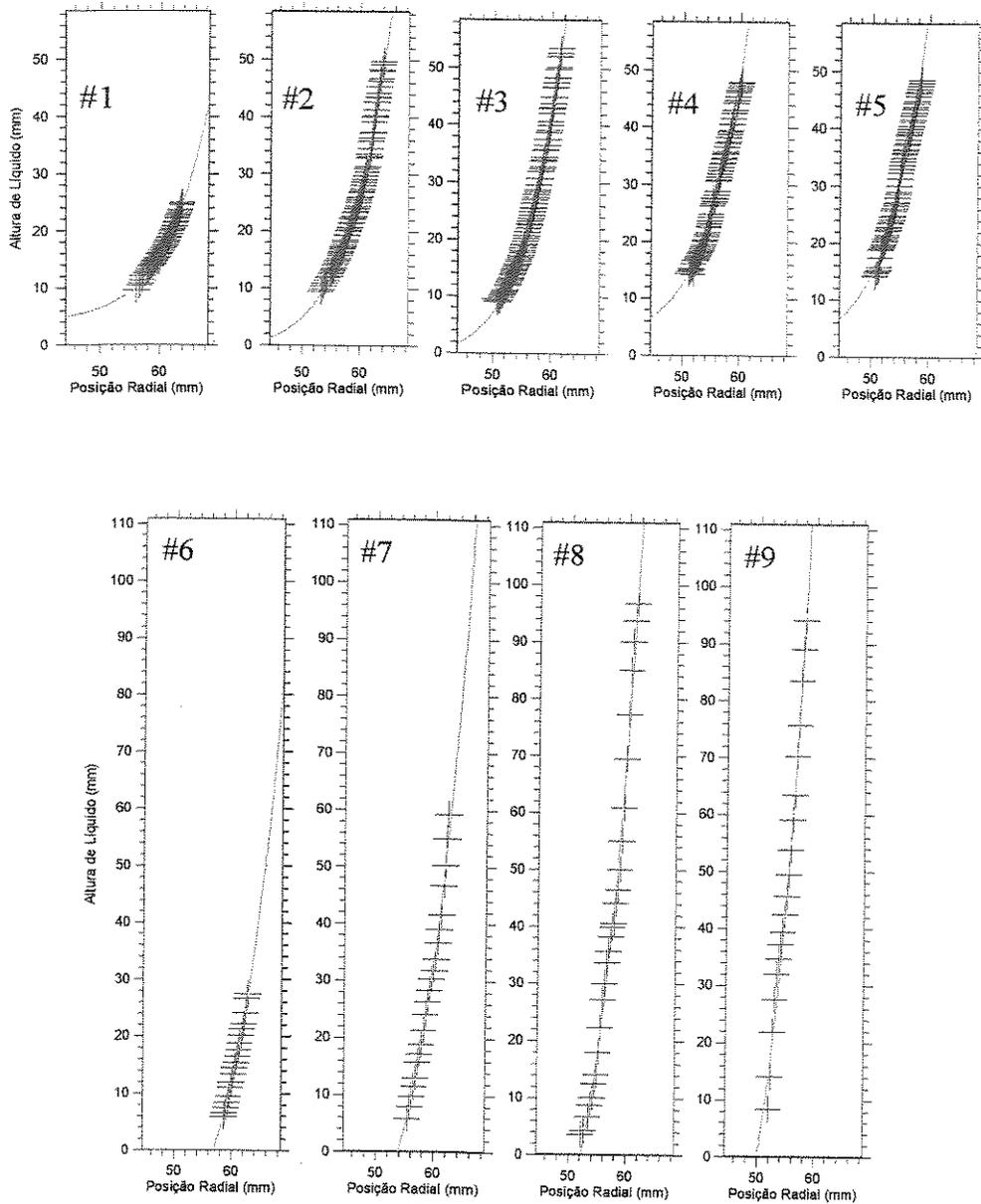


Figura 5.3 - Ajuste de potência para os escoamentos turbulentos, $n = 8,83$.

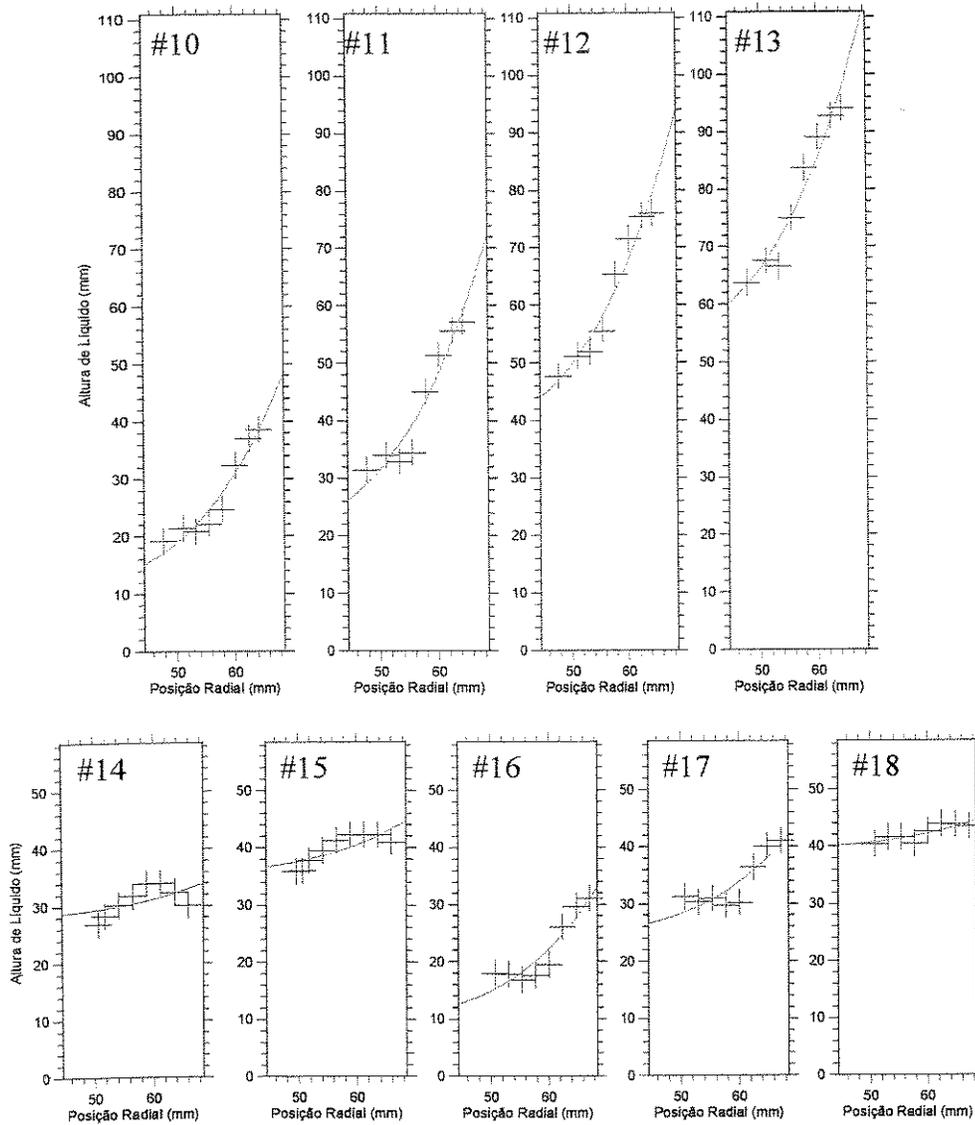


Figura 5.4 - Ajuste de potência para os escoamentos laminares, $n = 4,60$.

Baseado no ajuste de potência para os testes experimentais a fração da área ocupada pelo líquido, bem como o perímetro molhado, L_m , são calculados de acordo com as equações 4.1 e 4.2:

$$L_m = z(r_1) + z(r_2) + (R_o - r_1) + (R_o - r_2), \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_v = \frac{\int_{r_1}^{r_2} z(r) dr + H \cdot (R_o - r_2)}{H \cdot (R_o - R_i)} \quad (5.2)$$

O perímetro molhado, L_m , suas parcelas correspondentes às partes inferior, superior, da esquerda e da direita do canal, L_i , L_e , L_s , L_b , respectivamente, bem como a fração da área ocupada pelo líquido podem ser vistos na tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Perímetro Molhado e Área de líquido na seção vertical.

Teste #	$L_i(10^{-3}m)$	$L_e(10^{-3}m)$	$L_b(10^{-3}m)$	$L_s(10^{-3}m)$	$L_m(10^{-3}m)$	$\varepsilon_v(\%)$
1	4,875	42,72	24,05	0	71,64	25,8
2	1,235	58,5	24,05	3,231	87,01	39,6
3	1,565	58,5	24,05	6,375	90,49	50,5
4	6,578	58,5	24,05	7,263	96,39	57,5
5	6,533	58,5	24,05	9,051	98,13	62,8
6	0	83,93	11,70	0	95,63	14,1
7	0	110,9	14,72	2,289	127,9	28,7
8	0	110,9	16,40	6,464	133,8	43,0
9	0	110,9	18,63	9,746	139,3	55,2
10	15,03	48,44	24,05	0	87,52	25,0
11	26,12	72,63	24,05	0	122,8	39,4
12	43,86	94,18	24,05	0	162,1	56,7
13	60,00	110,9	24,05	0,6456	195,6	72,4
14	28,58	33,85	24,05	0	86,48	52,3
15	36,56	44,65	24,05	0	105,3	67,7
16	12,44	33,04	24,05	0	69,53	34,6
17	26,49	41,94	24,05	0	92,48	55,3
18	40,00	44,48	24,05	0	108,5	71,3

Fazendo uma comparação entre os valores dos perímetros molhados apresentados nesta tabela e os valores apresentados na tabela 4.5 percebe-se que os ajustes de potência provocam um aumento no perímetro molhado. Este aumento está relacionado com o valor do expoente que proporciona uma inclinação da interface muito acentuada nas proximidades da parede externa. Este efeito é mais sentido nos escoamentos turbulentos, onde o expoente utilizado no ajuste da interface é maior.

Este modelo não contempla o efeito de parede nos filmes finos que podem ocorrer na parede externa. Seria necessário um modelo físico capaz de controlar a subida do filme através da desaceleração do líquido nesta região. Não se espera, por exemplo, um filme de líquido tão fino na parede externa quanto os que são mostrados nos casos #6 e #7, ver figura 5.3.

5.3 Correlação

Dado um escoamento, o fator de atrito pode ser escrito como uma função do número de Reynolds, $f=f(\text{Re})$.

O canal helicoidal aberto é composto de 4 paredes onde o atrito está presente. Devido à forma do canal, o fator de atrito pode sofrer efeitos da curvatura e da torção.

Visto de dentro do canal, a parede interna é convexa e a parede externa é côncava, portanto é esperado um efeito distinto em ambas. As paredes inferior e superior não são nem côncavas nem convexas, e por possuírem a mesma forma, será admitido que o fator de atrito se comporta de forma igual para as duas e que este comportamento é análogo ao escoamento numa parede plana.

Será utilizado para as paredes inferior e superior a relação de Blasius dada pela equações 4.9, para escoamento laminar, e 4.10, para escoamento turbulento:

$$f_s = \frac{16}{\text{Re}}, \quad (4.9)$$

$$f_s = 0,07941 \text{Re}^{-1/4}. \quad (4.10)$$

Para as paredes interna e externa é proposta a seguinte correlação:

$$\frac{f_c}{f_s} = C \cdot \text{De}^n, \quad (5.4)$$

onde C e n são constantes que deverão ser ajustadas para que o fator de atrito calculado, f_c , seja o mais próximo possível do valor experimental e De é o número de Dean, que representa a razão da raiz quadrada do produto das forças centrífugas pelas forças de inércia e as forças viscosas, e pode ser definido como:

$$De = \frac{\sqrt{\frac{\rho \bar{w}^2}{\mu \bar{w}} \cdot \frac{\rho \bar{w}^2}{Dh}}}{\frac{\mu \bar{w}}{Dh^2}} = Re \sqrt{\kappa \cdot Dh}, \quad (5.5)$$

onde Dh e Re são definidos pelas equações 4.11 e 4.12.

Baseado nas diferenças esperados no fator de atrito em cada parede é proposto que o fator de atrito calculado, f_c , será uma ponderação da porção do perímetro molhado presente em cada uma das paredes, conforme mostrado na equação 5.6:

$$\frac{f_c}{f_s} = \frac{(C_1 L_b De^{n_1} + C_2 L_c De^{n_2}) \cos(\alpha) + (L_b + L_s)}{L_m} \quad (5.6)$$

Utilizando os valores dos perímetros molhados expressos em seus componentes, exibidos na tabela 5.3 e os valores experimentais para os fatores de atrito os coeficientes C_1 e C_2 e os expoentes n_1 e n_2 , para os testes turbulentos e laminares, são determinados minimizando-se o desvio relativo, d_f , entre o valor experimental e o calculado, onde d_f é calculado de acordo com a equação 5.7.

$$d_f = \frac{f_c - f_{exp}}{f_{exp}} \quad (5.7)$$

5.3.1 Correlação para os Escoamentos Turbulentos

Nas figuras 5.5, 5.6 e 5.7 estão sendo mostrados uma comparação entre o fator de atrito experimental e o fator de atrito calculado para os casos turbulentos, utilizando três formas distintas para a obtenção das constantes C_1 , C_2 , n_1 e n_2 .

Na figura 5.5 o ajuste foi feita uma primeira aproximação considerando os expoentes n_1 e n_2 são iguais a 1.

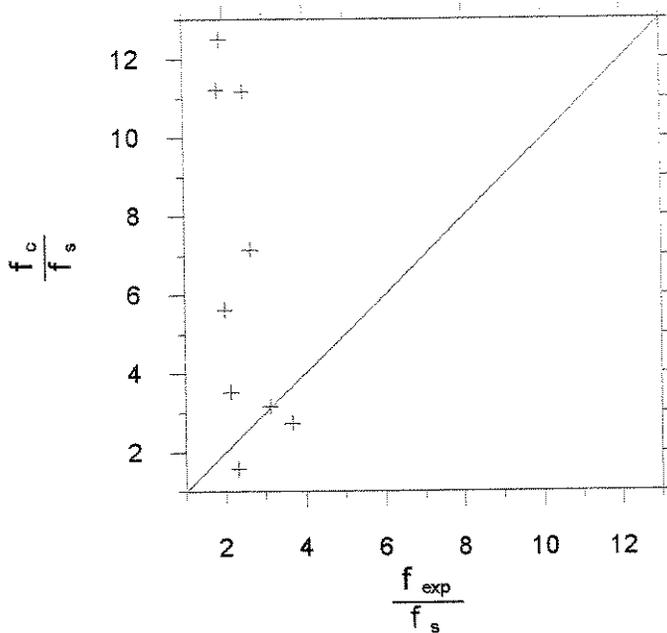


Figura 5.5 - Fator de atrito calculado versus experimental, $n_1=n_2=1$

Os valores utilizados nesta correlação foram:

$$C_1 = 0,00213908 \text{ e } C_2 = 0,00016984 \quad (5.8)$$

Nota-se uma grande dispersão em torno da bissetriz, o que demonstra que esta hipótese não é adequada.

Na figura 5.6 o fator de atrito calculado levou em consideração que expoentes n_1 e n_2 iguais e ambos diferentes de 1, as linhas auxiliares indicam o erro experimental associado.

Os valores obtidos foram:

$$C_1 = 3,27424, C_2 = 5,51909 \text{ e } n_1 = n_2 = -0,0665077. \quad (5.9)$$

É possível observar que houve uma melhoria significativa na concordância entre os valores calculados e os valores experimentais. Oito dos nove resultados calculados concordam com os experimentais dentro de uma dispersão menor do que 20.

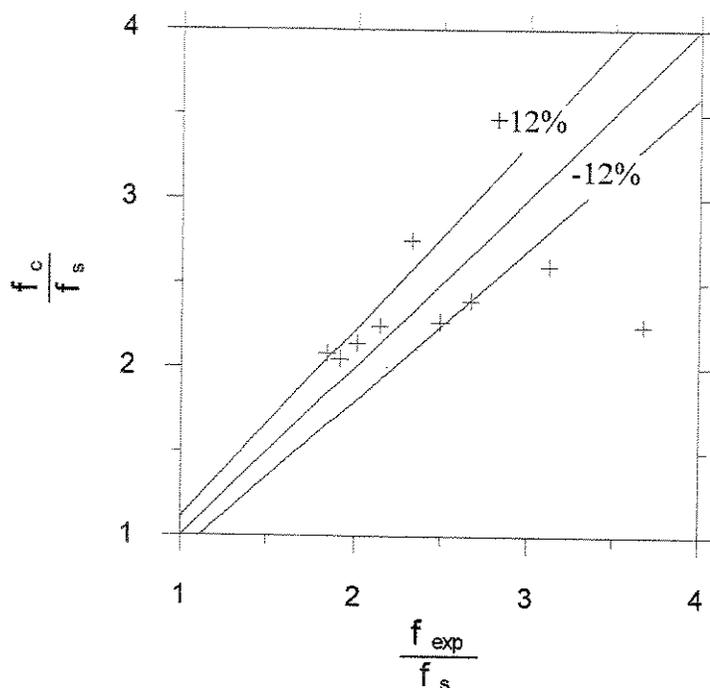


Figura 5.6 - Fator de atrito calculado versus experimental, $n_1=n_2=0,067$

Os resultados apresentados na figura 5.6 ainda podem ser melhorados. Admitido independência entre os expoentes n_1 e n_2 aparecem as diferenças provocadas pelo efeito de cada parede no acréscimo da resistência ao escoamento. Desta forma, o ajuste ganha um significado físico mais pronunciado. Neste ajuste todos os valores calculados, diferiram dos valores experimentais em menos de 17%, sendo que a média dos desvios foi de 7,3%, onde oito dos nove valores calculados desviaram dos experimentais em menos de 12%, conforme ilustra a figura 5.7, onde as linhas auxiliares indicam o erro experimental associado.

Os valores das constantes utilizadas nesta correlação são:

$$C_1 = 8,430 \cdot 10^{17}, C_2 = 2,758, n_1 = -4,152 \text{ e } n_2 = 0,002809 \quad (5.10)$$

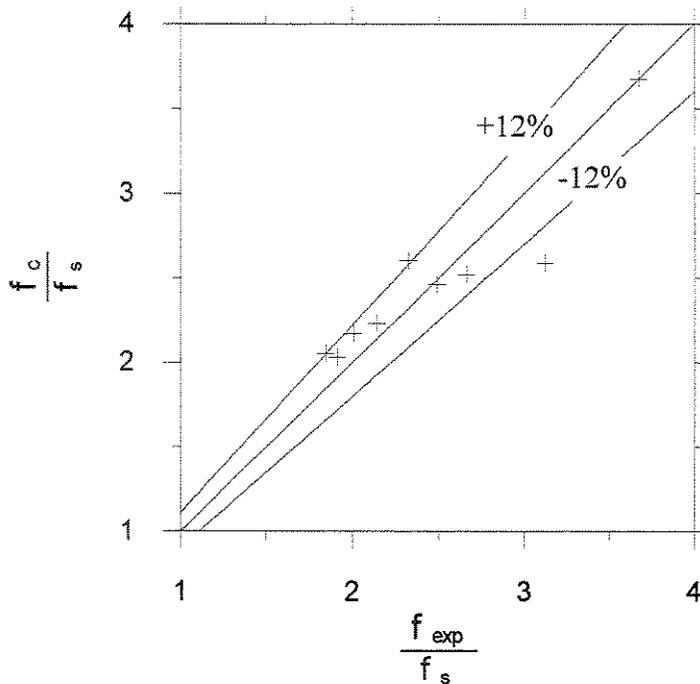


Figura 5.7 - Fator de atrito calculado versus experimental, com as constantes independentes

5.3.2 Correlação para os Escoamentos Laminares

Para os testes laminares, os resultados foram análogos aos obtidos com os testes turbulentos: uma melhora significativa no ajuste foi observada a medida que as constantes foram tomadas independentes.

Na figura 5.8 está ilustrada a correlação para os escoamentos laminares admitindo os expoentes iguais a 1 e dando liberdade aos coeficientes C_1 e C_2 . Observou-se uma grande dispersão dos valores calculados e experimentais, especialmente para os maiores.

Os valores das constantes obtidos foram:

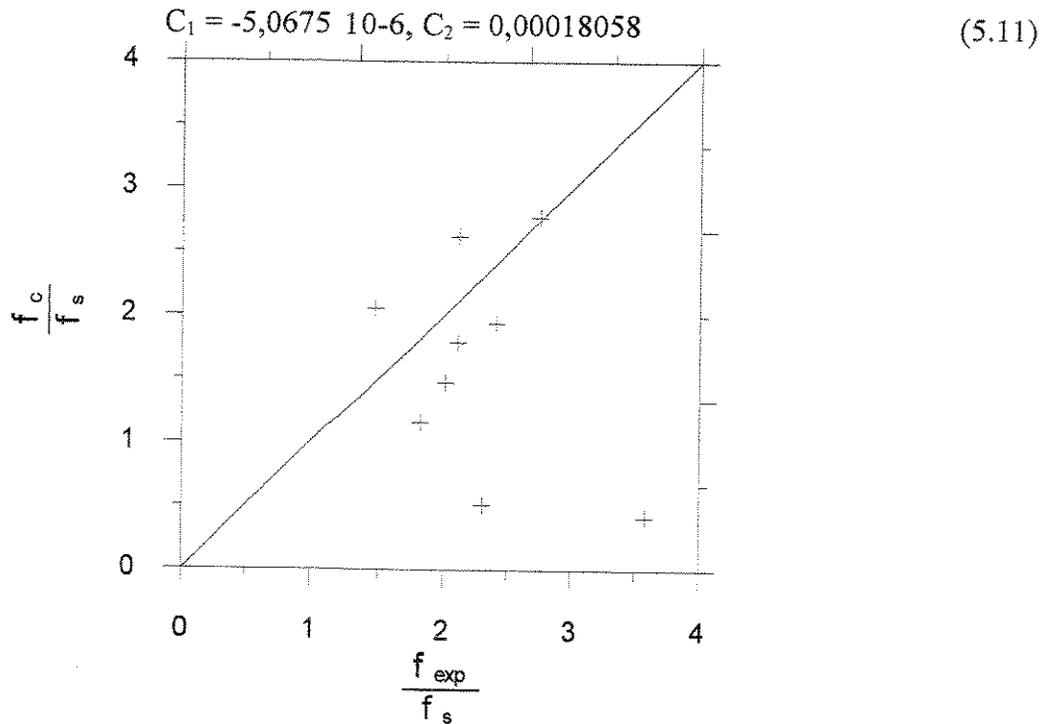


Figura 5.8 - Fator de atrito calculado versus experimental, $n_1=n_2=1$

Com os expoentes n_1 e n_2 iguais entre si, e ambos diferentes de 1, os desvios de oito dos nove valores calculados relativos ficaram menor do que 12% e somente 1 ficou em 26%, isto está ilustrado na figura 5.9, onde as linhas auxiliares indicam o erro experimental.

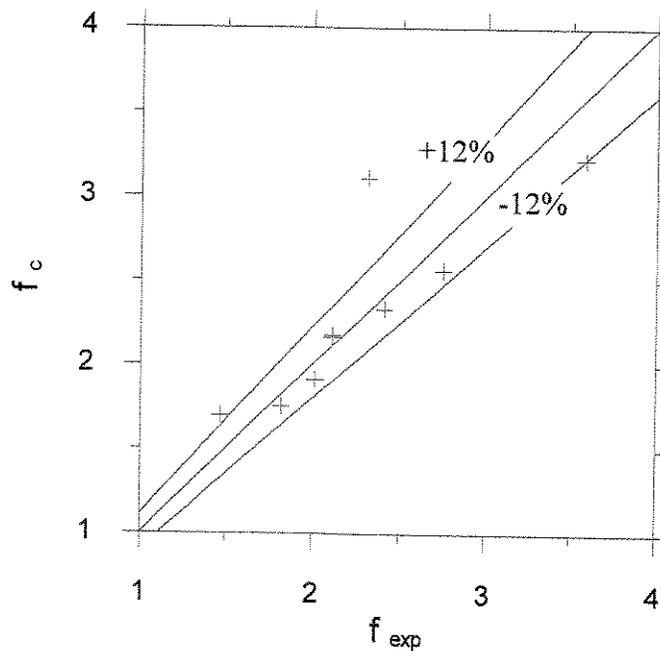


Figura 5.9 - Fator de atrito calculado versus experimental, $n_1=n_2=-0,115$

Para esta correlação foram encontrados os seguintes valores para as constantes:

$$C_1 = 11,799, C_2 = 1,221 \text{ e } n_1 = n_2 = -0,1146 \quad (5.12)$$

Para a melhor condição, que é ter todas as constantes independentes, foi obtida uma boa concordância entre os valores calculados e os valores experimentais, principalmente para os maiores valores. Nesta condição, todos os valores calculados para o fator de atrito concordam com os valores experimentais dentro de um erro menor do que 17%, sendo que, a média situa-se em 7,4% onde o desvio relativo de sete dos nove valores calculados ficaram abaixo de 9%. Uma ilustração desta condição é mostrada na figura 5.6, onde as linhas auxiliares indicam o erro experimental.

Para esta condição foram obtidos os seguintes valores para as constantes:

$$C_1 = 0,3816, C_2 = 88,439, n_1 = 0,4314, n_2 = -0,7535 \quad (5.13)$$

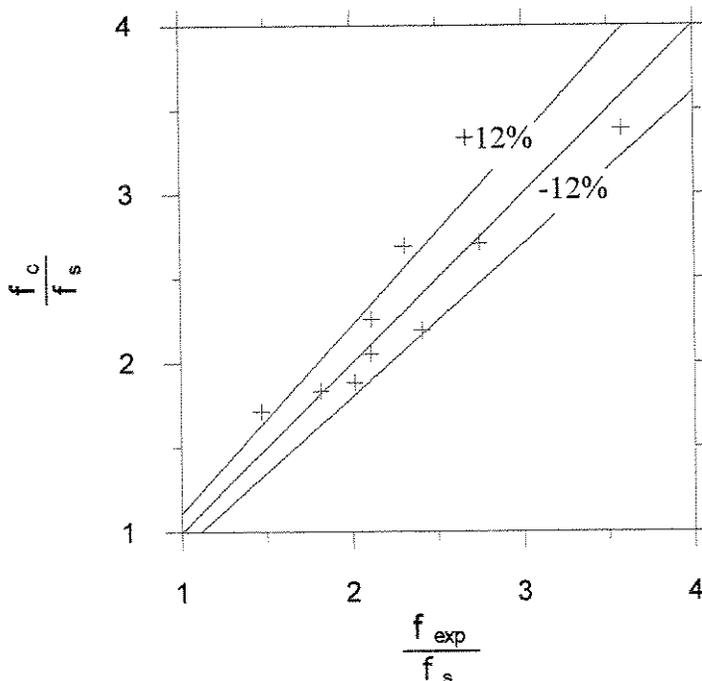


Figura 5.10 - Fator de atrito calculado versus experimental, para os expoentes independentes, $n_1 = 0,431$ e $n_2 = -0,75$

Para uma rápida visualização são mostrados na tabela 5.4 um sumário dos dados calculados de acordo com a melhor correlação obtida que foi com quatro graus de liberdade.

Tabela 5.4 - Dados compilados das correlações.

Teste #	$L_i(m^{-3})$	$L_e(m^{-3})$	$L_b(m^{-3})$	$L_s(m^{-3})$	$L_m(m^{-3})$	$Dh(m^{-3})$	$\varepsilon_v(\%)$	De	$\frac{f_{exp}}{f_s}$	$\frac{f_c}{f_s}$	$d_s(\%)$
1	4.8	42.1	24.1	0	70.9	20.1	25.8	9619.8	3.67	3.67	0.108
2	1.2	57.6	24.1	3.2	86.1	25.5	39.6	22139.1	2.13	2.23	-4.27
3	1.5	57.6	24.1	6.4	89.6	31.3	50.5	35991.9	2	2.17	-8.17
4	6.5	57.6	24.1	7.3	95.4	33.4	57.5	43843.9	1.84	2.05	-11.2
5	6.4	57.6	24.1	9.1	97.2	35.8	62.8	50066.4	1.91	2.03	6.27
6	0	79.9	11.7	0	91.6	15.6	14.1	9622.9	2.32	2.60	-12.1
7	0	105.5	14.7	2.3	122.5	23.8	28.7	20561.9	3.12	2.58	-17.2
8	0	105.5	16.4	6.5	128.4	34	43.0	49685.8	2.66	2.51	5.44
9	0	105.5	18.6	9.7	133.9	41.8	55.2	81703	2.48	2.46	-1.16
10	14.3	46.1	24.1	0	84.4	30	25.0	191.2	1.82	1.83	-0.784
11	24.9	69.1	24.1	0	118	33.9	39.4	253.3	2.01	1.88	6.55
12	41.7	89.6	24.1	0	155.4	37.1	56.7	314.7	2.11	2.05	2.71
13	57.1	105.5	24.1	0.6	187.3	39.2	72.4	345.2	2.41	2.19	9.01
14	28.2	33.3	24.1	0	85.5	33.9	52.3	31.9	3.58	3.38	5.60
15	36	44	24.1	0	104.1	36.1	67.7	61.8	2.3	2.68	-16.5
16	12.3	32.5	24.1	0	68.9	27.9	34.6	418.5	1.47	1.71	-16.7
17	26.1	41.3	24.1	0	91.5	33.5	55.3	539.5	2.11	2.25	-6.85
18	39.4	43.8	24.1	0	107.3	36.8	71.3	577.5	2.74	2.70	-1.59

5.4 Conclusão

Neste capítulo foi proposta uma correlação para o valor médio do fator de atrito em cada parede do canal, equação 5.6. Neste procedimento foi visado a discriminação da influência de cada parede no valor médio do fator de atrito.

Admitiu-se para a interface uma curva de potência, por analogia à posição da interface formada quando submetida a uma rotação uniforme. Os ajustes feitos diferenciaram os escoamentos laminares dos escoamentos turbulentos através do potência do ajuste. Este procedimento permite estabelecer uma forma padrão do comportamento da interface, facilitando o tratamento matemático.

As diferentes contribuições de cada parede no cálculo do fator de atrito foi contemplada através da equação 5.6.

$$\frac{f_c}{f_s} = \frac{(C_1 L_i De^{n_1} + C_2 L_e De^{n_2}) \cos(\alpha) + (L_b + L_s)}{L_m} \quad (5.6)$$

Para que a equação 5.6 possa calcular a relação $\frac{f_c}{f_s}$ é necessário o prévio conhecimento da composição do perímetro molhado, ou seja como o fluido se distribui pela parede do canal. Num teste experimental os comprimentos L_i , L_e , L_b e L_s podem ser medidos, porém se o objetivo for dimensionar um canal, sem o prévio conhecimento destas variáveis, será necessário recorrer a um processo iterativo ou algum outro tipo de correlação que seja capaz inferir o perfil da interface.

De posse dos quatro componentes do perímetro molhado e das características físicas dos testes experimentais determinou-se uma correlação para o fator de atrito para os escoamentos turbulentos e laminares. Na tabela 5.5 estão apresentadas as constantes C_1 , C_2 , n_1 e n_2 .

Tabela 5.5 - Coeficientes para a correlação nos escoamentos turbulentos e laminares

	C_1	C_2	n_1	n_2
Turbulento	$8,43 \cdot 10^{17}$	2,76	-4,15	0,00281
Laminar	0,382	88,4	0,431	-0,754

A dispersão média apresentada por esta correlação foi em torno de 7,4%, portanto menor do que o erro estimado para o fator de atrito, 10%. Sendo que, nos piores casos, a dispersão ainda foi menor do que 17%, tanto para os escoamentos turbulentos quanto para os escoamentos laminares, o que permite concluir que ela representa os dados experimentais adequadamente.

Capítulo 6

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

A sonda de fios paralelos mostrou um meio seguro e eficiente para medições de espessura de filme líquido em canais helicoidais abertos. Além de fácil operação exige pequenos cálculos para ajuste de posição.

Para que a sonda funcione é necessário que o fluido de trabalho seja condutor elétrico, isto inviabiliza, por exemplo, sua utilização com óleo.

A sonda não deve ser utilizada muito próximo às paredes do canal para evitar zonas de baixa velocidade onde os efeitos difusivos possam se propagar a montante no escoamento. Por ser feita com dois fios muito finos a sonda também requer que o fluido seja isento de sujeiras que possam se acumular nos fios. Outra limitação é o uso da sonda muito próxima à superfícies condutoras de eletricidade, porque estas superfícies podem alterar de forma significativa a condutividade elétrica do meio, interferindo no resultado da medição.

Todos os resultados experimentais foram tratados numa base ortogonal. A transformação ortogonal para um duto circular e elipsoidal proposta por Germano foi adaptada para um canal helicoidal retangular. Todos os cálculos dos parâmetros dos escoamentos foram feitos na seção ortogonal.

A seção ortogonal foi aproximada através da seção vertical projetado pelo cosseno da inclinação média do canal e calculado qual o erro na área e nas medidas lineares quando esta aproximação é feita. Como o erro possui ordem de grandeza inferior àquela que é intrínseca ao tipo do experimento concluiu-se que esta aproximação é bem representativa da seção ortogonal, e salvo condições críticas de helicóides, pode ser usada no lugar da seção ortogonal.

Foram realizados um total de 18 testes experimentais incluindo laminares e turbulentos. Durante os testes verificou-se que o tipo do fluido foi determinante na determinação do padrão do escoamento, os escoamentos realizados com água foram todos turbulentos enquanto os escoamentos realizados com fluidos viscosificados apresentaram-se laminares.

O padrão de escoamento turbulento foi identificado visualmente e caracterizado através do número de Reynolds. Os escoamentos turbulentos foi obtidos com Reynolds de 20.000 a 100.000 enquanto os escoamentos laminares foram obtidos com números de Reynolds de 45 a 735.

A interface dos escoamentos turbulentos mostrou-se muito mais inclinada do que nos escoamentos laminares, este efeito é provocado pelas altas velocidades atingidas pelos fluidos nestes escoamentos.

Foram medidas o valor das áreas e dos perímetros molhados para cada um dos testes experimentais e observado que estes valores aumentam com o aumento da vazão do escoamento.

O fator de atrito medido foi sempre maior do que o fator de atrito para um duto reto com o mesmo número de Reynolds. Nos escoamentos turbulentos a razão entre o fator de atrito e o fator de atrito de tubo reto variou de 1,87 a 3,63, nos escoamentos laminares variou de 1,49 a 1,94. Este incremento no fator de atrito medido no helicóide em relação ao fator de atrito para tubo reto pode ser atribuído principalmente à curvatura do canal.

Por fim foi proposta uma correlação para o fator de atrito ajustando a interface através de uma curva de potência.

A correlação proposta contempla as diferentes contribuições de cada parede do canal na composição do fator de atrito global. Para tal divide-se o canal em quatro partes distintas e determina o fator de atrito em cada uma delas utilizando uma função do número de Dean, De .

A correlação mostrou-se adequada e em boa concordância com os resultados experimentais apresentando um desvio médio de 7% em relação aos valores calculados.

Esta correlação não prevê efeitos físicos importantes como a influência da viscosidade tem de desacelerar filmes finos de líquidos, como os que apareceram nos ajustes do Capítulo 5. Espera-se uma melhora na correlação com a introdução destes efeitos.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Introdução de um modelo físico para prever o perfil de velocidades do fluido dentro do canal. Com a introdução deste modelo torna-se possível fazer um modelo para prever a forma da interface, a área ocupada e o fator de atrito para uma dada vazão.
- Explorar escoamentos em canais helicoidais com outras configurações de curvatura e torção.
- Estudar os efeitos de fluidos não-newtonianos em canais helicoidais com superfície livre.
- Estudar a segregação das fases líquida e gasosa em canais helicoidais.
- Estudar a transição entre o regime laminar e turbulento em canais helicoidais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akiyama, M.; Cheng, K. C., “**Boundary Vorticity Method for Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Pipes**”, International Journal of Heat Mass Transfer, 14, 1659, 1971.
- Bara, B., Nandakumar, K., Masliyah, J. H.; “**An Experimental and Numerical Study on the Dean Problem: Flow Development Towards Two-Dimensional Multiple Solutions**”, Journal of Fluid Mechanics, vol. 244, pp. 339-376, 1992.
- Berger, S. A., Talbor, L., and Yao, L. S., “**Flow in Curved Pipes**”, Annual Review of Fluid Mechanics”, Vol. 15, pp. 461-512, 1983.
- Boersma, B. J. and Nieuwstadt, F. T. M., “**Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Curved Pipe**”, J. Fluids Engineering, vol. 118, Nro. 2 pp. 248-254, 1996;
- Bradshaw, P., “**Turbulent Secondary Flow**”, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.19, pp. 53-74., 1987.
- Chen, W. H., and Fan, C. F., “**Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flow in a Helical Pipe**”, Computational Mechanics, Vol. 1, pp. 281-292, 1986.
- Chen, W. H., and Jan, R., “**The Characteristics of Laminar Flow in a Helical Circular Pipe**”, Journal of Fluid Mechanics”, Vol. 244, pp. 241-256, 1992.

- Chen, W. H.; Jan, R., **“The Torsion Effect on Fully Developed Laminar Flow in Helical Square Ducts”**, Transactions of the ASME, Vol. 115, pp. 292-301, 1993.
- Cheng, K. C., Lin R., and Ou, J. W., **“Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels”**, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 98, pp. 41-48, 1976.
- Collins, W. M.; Dennis, S. C. R., **“The steady Motion of a Viscous Fluid in a Curved Tube”**, Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 28:133-56, 1975.
- Dean, W. R., **“Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe”**, Philosophical Magazine, S. 7. vol. 4, pp. 208-223, July 1927.
- Dean, W. R., **“The Stream-Line Motion of Fluid in a Curve Pipe”**, Philosophical Magazine, S. 7. vol. 5, N° 30, pp. 673-695, April 1928.
- Eustice, J. , **“Flow the Water in Curved Pipes”**, Proceedings Royal Society London, Série A vol. 84, pp. 107-118, 1910.
- Eustice, J. , **“Experiments in Streamline Motion in Curved Pipes”**, Proceedings Royal Society London, Série A vol. 85, pp. 119-131, 1911.
- Germano, M., **“On the Effect of Torsion of a helical Pipe Flow”**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 125, pp. 1-8, 1982.
- Germano, M., **“The Dean Equations Extended to a Helical Pipe Flow”**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 203, pp. 289-305, 1989.
- Hewitt, G. F., **“Measurement of Two Phase Flow Parameters”**, Academic Press, 1978.

- Ito, H., “**Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes**”, Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME, vol. 81, pp. 123-134, 1959.
- Ito, H., “**Laminar Flow in Curved Pipes**”, Rep. N° 224, Institute of high Speed Mechanics, Japan,, 1970.
- Kao, H. C., “**Torsion Effect on Fully Developed Flow in a Helical Pipe**”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 184, pp. 335-356, 1987.
- Koškie, J. E.; Mudawar, I. e Tiederman, W. G., “**Parallel Wire Probes for Measurement of Thick Liquid Films**”, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 15, N° 4, pp. 521-530, 1989.
- Liu, S. e Masliyah, J. H., “**Axially Invariant Flow in Helical Pipes with a Finite Pitch**”, Journal of Fluid Mechanics, vol. 251, pp. 315-353, 1993
- McConalogue, D. J. e Srivastava, R. S., “**Motion of Fluid in a Curved Tube**”, Proceedings Royal Society London, Série A vol. 307, pp.37-53, 1968.
- Moore, F.K., “**Theory of Laminar Flows**”; Princeton Un. Press (1964)
- Mori, Y.; Nakayama, W. “**Study on forced convective heat Transfer in Curved Pipes (1st report, Laminar region)**”, International Journal of Heat Mass Transfer, 8, 67, 1965.
- Mori, Y.; Uchida, Y; Ukon, T., “**Forced Convective Heat Transfer in a Curved Channel with a Cross Section**”, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 14, pp. 1787-1805, 1976.
- Murata, W., Miyake, Y., Inaba, T., and Ogawa, H., “**Laminar Flow in a Helically Coiled Pipe**”, Bulletin of the JSME, Vol. 24, pp. 355-362, 1981.

- Patankar, S. V., Pratap, V. S., Spalding, D. B., **“Predictions of Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Pipes”**, Journal of Fluid Mechanics, vol. 62, part 3, pp. 539-551, 1974.
- Patankar, S. V., Pratap, V. S., Spalding, D. B., **“Prediction of Turbulent Flow in Curved Pipes”**, Journal of Fluid Mechanics, vol. 67, part 3, pp. 583-595, 1975.
- Taylor, G. I., **“The criterion for Turbulence in Curved Pipes”**, Proc. R. Soc. London Série A 124:243-49, 1929.
- Tuttle, E. R., **“Laminar Flow in Twisted Pipes”**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 219, pp. 545-570, 1990.
- Wang, C. Y., **“On the Low-Reynolds-Number Flow in a Helical Pipe”**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 108, pp. 185-194, 1981.
- Xie, D. E., **“Torsion Effect on Secondary Flow in a Helical Pipe”**, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 11, pp. 114-119, 1990.

APÊNDICE A

Análise de Incertezas

O experimento contém duas fontes de incerteza: incerteza quanto à medição da vazão e incerteza de medição da sonda, que influem tanto no erro do fração transversal de líquido quanto do perímetro molhado.

1 Incertezas relacionadas à medição de vazão

A medição de vazão foi feita com uma turbina de 1^{1/2}", marca Omega. A turbina foi calibrada através de um processo de aferição de vazão mássica, para o qual utilizou-se uma balança. A incerteza da turbina foi estimada em 2%, que foi o desvio observado na calibração da turbina. Assim:

$$\frac{\delta\dot{Q}}{\dot{Q}} = 0,02, \quad (1)$$

onde \dot{Q} é a vazão volumétrica medida pela turbina, e $\delta\dot{Q}$ o desvio da vazão.

2 Erros na fração transversal da área ocupada pelo líquido

Os erros na medição da sonda podem ser divididos em três tipos: erros de calibração, erros de leitura e erro de posicionamento. O erro de calibração, δc , está ligado a precisão da sonda, ou seja à repetição dos valores apontados pela calibração da sonda. Os erros de leitura, δl , são devido à dificuldade de visualizar a posição da interface de líquido em relação aos fios da sonda. Os erros de posicionamento, δp , são devido à posição deslocada da seção de referência.

Portanto o erro na fração de área ocupada pelo líquido será:

$$\delta \varepsilon = \sqrt{\delta c^2 + \delta l^2 + \delta p^2} \quad (2)$$

O funcionamento da sonda depende de vários fatores: tanto das características físicas e elétricas da sonda e do fluido de trabalho quanto das características eletrônicas do circuito de alimentação elétrica. Por ser inviável uma avaliação detalhada de cada um destes componentes o erro de medida da sonda será adotado como sendo igual à maior variação observada durante a calibração que foi de 1mm, portanto $\delta c=1\text{mm}$.

O erro de leitura está ligado à dificuldade de precisar a posição exata do filme de líquido. Como o filme não possui uma tensão superficial grande suficiente para fazê-lo se elevar nos fios foi tomada como nível de líquido a parte inferior observada na parede de acrílico e adotado como erro de leitura $\delta l=0,5\text{mm}$.

O erro de posicionamento da régua está na dificuldade de saber com exatidão a posição da seção de referência. O canal tem internamente uma borracha de vedação com aproximadamente 1mm de espessura acima da base do canal. Esta espessura não pode ser medida através da parede externa do canal, que é de acrílico. Porém sabendo a espessura da borracha e a sua posição pode posicionar a seção de referência com um erro de $\delta p=0,5\text{mm}$.

Portanto o erro na fração de área transversal ocupada pelo líquido pode ser estimada em $\delta\varepsilon = 1,3\text{mm}$.

Tomando como base um desvio de até 1,3mm para espessura de filme e comparando com os perfis de líquido obtidos chega-se a conclusão de que a incerteza da fração transversal do canal ocupada pelo líquido nas medições da sonda é de 3,5%, ou:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = 0,035 \quad (3)$$

O perímetro molhado foi estimado por meio de uma curva de tendência (polinômio de segundo grau) traçada com os pontos experimentais. Além desta curva traçou-se mais três, um polinômio de terceiro grau, uma reta e uma curva do tipo potência. Desta forma estima-se que a incerteza cometido com a extrapolação seja menor do que a comparação entre as três curvas.

Adotando como incerteza de Perímetro Molhado a diferença percentual entre os perímetros definidos pelas quatro curvas obteve-se o valor médio de 4,2%, ou:

$$\frac{\delta L}{L} = 0,042 \quad (4)$$

3 Erro total na determinação do fator de atrito

Diferenciando a equação 4.8:

$$f = 2 \frac{(A_s \varepsilon)^3 g_s \sin(\alpha)}{L_o Q^2} \quad (4.8)$$

e dividindo por ela mesma chega-se à expressão para a incerteza na determinação do fator de atrito.

$$\left| \frac{\delta f}{f} \right| = \sqrt{\left(2 \frac{\delta Q}{Q} \right)^2 + \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + \left(3 \frac{\delta \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2} \quad (5)$$

Substituindo os valores de erro relativo dados pelas equações 1, 3 e 4 chega-se a conclusão que o erro relativo para o fator de atrito é 12%.

APÊNDICE B

Ajustes Polinomiais das Interfaces nas Seções Verticais

Durante a realização dos testes não foi possível medir experimentalmente os pontos em que a interface ar-água interceptava o canal, tampouco o perímetro molhado e a área ocupada pelo líquido. Por serem parâmetros importantes no estudo realizado, a partir dados experimentais foram obtidas curvas de tendência que apontaram a posição da interface ar-água no interior do canal. Estas curvas tanto possibilitam determinar o perímetro molhado quanto a área ocupada pelo líquido.

As curvas são polinômios de 2^o ou 3^o graus, determinadas pela equação geral $y(r) = a_0 + a_1r + a_2r^2 + a_3r^3$, onde $y(r)$ é a altura da interface em relação ao canal e r é a posição radial do ponto. Um esquema mostrando a curva $y(r)$ é mostrado na figura 1.

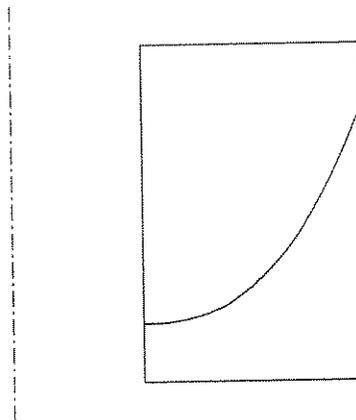


Figura 1 - Interface representada pela função $y(r)$.

A seguir na figura 2 são mostrados os pontos experimentais com suas respectivas interfaces aproximadas para os testes que resultaram em escoamentos turbulentos. E na figura 3 são mostrados os pontos experimentais dos testes que apresentaram escoamentos laminares.

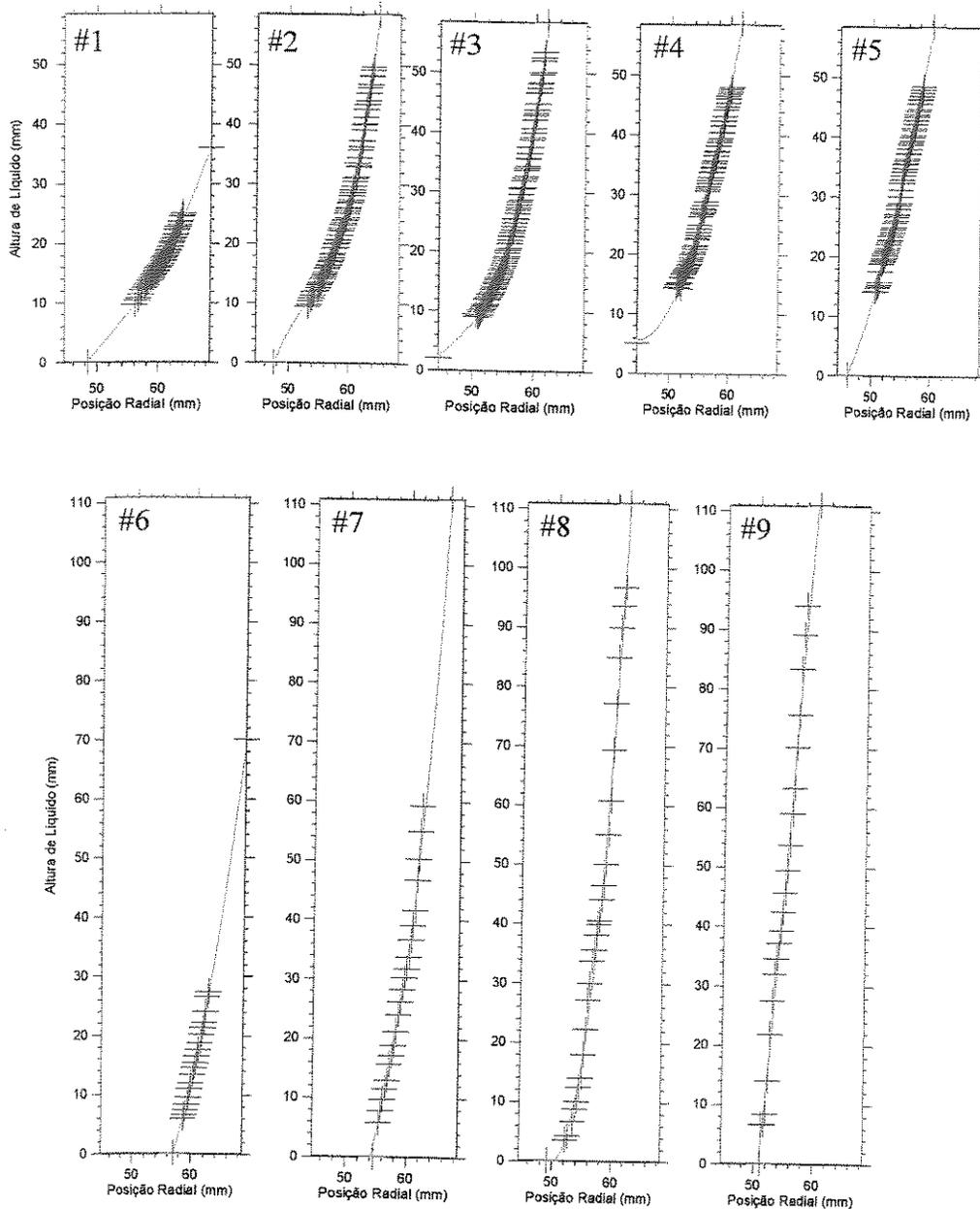


Figura 2- Interpolação dos pontos da interface para os escoamentos laminares.

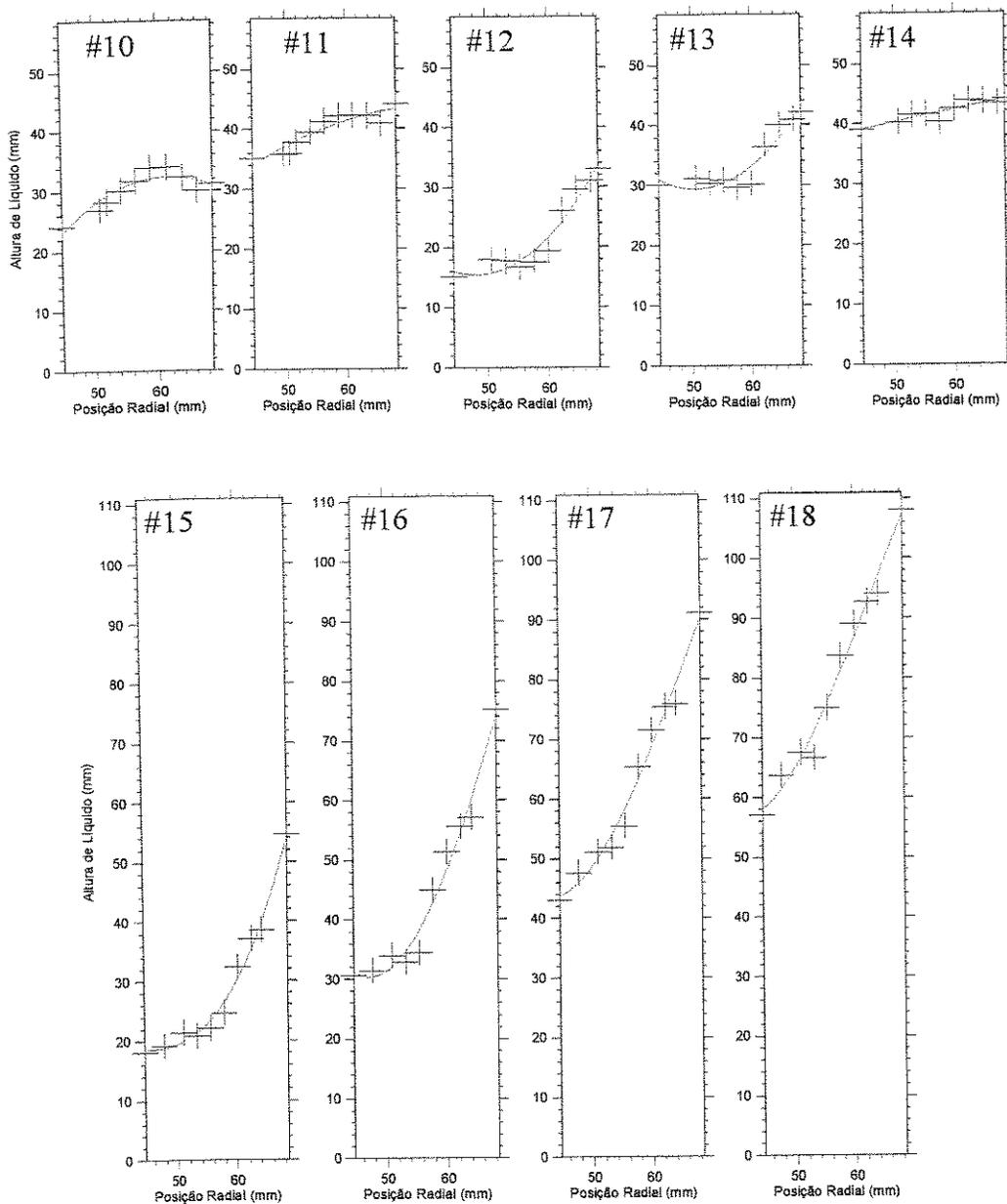


Figura 3 - Interpolação dos pontos da interface para os escoamentos turbulentos.

A seguir, na tabela 1, estão mostrados os coeficientes de cada polinômio utilizado para a aproximação da interface nas seções verticais correspondendo a cada teste experimental.

Tabela 1 - Valores dos coeficientes polinomiais para cada teste

Teste	a_0	a_1	a_2	a_3
1	-245.639	12.7443	-0.23664	0.001617
2	-2630.63	147.345	-2.76712	0.017492
3	-1165.52	73.09918	-1.54208	0.01099
4	408.2799	-18.9495	0.241561	-0.00043
5	123.2546	-7.90074	0.113365	0
6	527.1319	-22.0222	0.224078	0
7	-3385.25	184.5657	-3.43592	0.021828
8	-692.32	67.13831	-1.86746	0.016028
9	5575.997	-319.482	5.90097	-0.03489
10	-79.3674	7.675601	-0.19652	0.00165
11	423.6356	-19.3424	0.289176	-0.00119
12	346.1338	-16.8566	0.290034	-0.00144
13	355.8619	-17.552	0.319434	-0.0017
14	-87.254	3.872519	-0.03138	0
15	-12.811	1.48215	-0.0097	0
16	115.4318	-4.17192	0.043461	0
17	135.4683	-4.20355	0.041601	0
18	28.96789	0.235431	-0.00022	0

Apêndice C

Fórmulação Unidimensional para o Fator de Atrito

A determinação do fator de atrito advém da resolução da equação de Navier-Stokes aplicada para o canal helicoidal:

Integrando a Eq. do momento na direção s no volume:

$$\int_V \left\{ \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u w)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v w)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial s} \right] + \rho \left(\frac{u w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{v w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) \right\} \cdot dV \quad (1)$$

$$= \int_V \left\{ \frac{1}{h_s^2} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s^2 T_{x's}) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s^2 T_{y's}) + \frac{\partial}{\partial s} (h_s T_{ss}) \right] - \frac{\partial}{\partial s} (P) - \frac{1}{h_s^2} \frac{\partial h_s}{\partial s} T_{ss} + \rho \bar{a}_s g \right\} \cdot dV$$

Definindo-se como média volumétrica,

$$\langle f \rangle = \frac{1}{V} \int_V f \cdot dV \quad (2)$$

Então os termos da equação do momento podem ser escritos na forma:

$$\int_V \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u w)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v w)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial s} \right] \cdot h_s \cdot ds \cdot dx' \cdot dy' = \frac{d}{ds} \int_V (\rho w w) \cdot A_s ds = \bar{V} \cdot \langle \rho w^2 \rangle, \quad (3)$$

$$\int_V \left(\frac{\rho u w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{\rho v w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) \cdot h_s ds dx' dy' \quad e \quad (4)$$

$$= \int_V \frac{\rho u w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \underbrace{h_s ds \cdot dy' dx'}_{dA_{x'}} + \int_V \frac{\rho v w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \underbrace{h_s ds \cdot dx' dy'}_{dA_{y'}} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \int_V \left[\frac{1}{h_s^2} \frac{\partial}{\partial x'} (h_s^2 T_{x's}) + \frac{1}{h_s^2} \frac{\partial}{\partial y'} (h_s^2 T_{y's}) + \frac{\partial}{\partial s} (T_{ss}) \right] \cdot h_s ds \cdot dx' dy' \\
&= \frac{1}{h_s^2} \frac{\partial}{\partial x'} \int_V (h_s^2 T_{x's}) \cdot \underbrace{h_s ds \cdot dy'}_{dA_{x'}} \cdot dx' + \frac{1}{h_s^2} \frac{\partial}{\partial y'} \int_V (h_s^2 T_{y's}) \cdot \underbrace{h_s ds \cdot dx'}_{dA_{y'}} \cdot dy' + \frac{\partial}{\partial s} \int_V (T_{ss}) \cdot \underbrace{dy' \cdot dx'}_{dA_s} \cdot h_s \cdot ds \\
&= \frac{1}{h_s^2} \int_{A_{x'}} (h_s^2 T_{x's}) \cdot dA_{x'} + \frac{1}{h_s^2} \int_{A_{y'}} (h_s^2 T_{y's}) \cdot dA_{y'} + \frac{\partial}{\partial s} \int_V (T_{ss}) \cdot \underbrace{dy' \cdot dx'}_{dA_s} \cdot h_s \cdot ds \\
&= A_{x'} \langle T_{x's} \rangle_w + A_{y'} \langle T_{y's} \rangle_w + \frac{\partial}{\partial s} \langle T_{ss} \rangle
\end{aligned} \tag{5}$$

Os termos de pressão e gravidade são obtidos de maneira similar, substituindo os resultados na eq. do momento encontra-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho w \rangle + \frac{\partial}{\partial s} \langle \rho w^2 \rangle = - \frac{\partial}{\partial s} \langle P \rangle + \frac{\partial}{\partial s} \langle T_{ss} \rangle + \frac{A_{x'}}{V} \langle T_{x's} \rangle_w + \frac{A_{y'}}{V} \langle T_{y's} \rangle_w + \rho g \sin(\alpha) \tag{6}$$

As áreas e o volume estão relacionados pelas expressões:

$$\begin{aligned}
\frac{A_{x'}}{V} &= \frac{\int_s \left[\int_{y'} dy' \right] \cdot h_s \cdot ds}{\int_s \left[\int_{A_s} dy' dx' \right] \cdot h_s \cdot ds} = \frac{\int_s L_y \cdot h_s \cdot ds}{\int_s (A_T \cdot \varepsilon) \cdot h_s \cdot ds} = \frac{L_y}{(A_T \cdot \varepsilon)} \\
\frac{A_{y'}}{V} &= \frac{\int_s \left[\int_{x'} dx' \right] \cdot h_s \cdot ds}{\int_s \left[\int_{A_s} dy' dx' \right] \cdot h_s \cdot ds} = \frac{\int_s L_x \cdot h_s \cdot ds}{\int_s (A_T \cdot \varepsilon) \cdot h_s \cdot ds} = \frac{L_x}{(A_T \cdot \varepsilon)}
\end{aligned} \tag{7}$$

onde L_y e L_x são os perímetros molhados, A_T área da seção transversal e ε o holdup.

As tensões que atuam nos planos x' e y' são substituídas por uma tensão equivalente, τ_w .

$$\frac{A_{x'}}{V} \langle T_{x's} \rangle_w + \frac{A_{y'}}{V} \langle T_{y's} \rangle_w = \frac{l}{(A_T \cdot \varepsilon)} \left[L_{y'} \langle T_{x's} \rangle_w + L_{x'} \langle T_{y's} \rangle_w \right] \equiv \frac{(L_{y'} + L_{x'})}{(A_T \cdot \varepsilon)} \tau_w = \frac{\tau_w}{R_H \cdot \varepsilon} \tag{8}$$

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

SEÇÃO CIRCULANTE

Finalmente chega-se a forma final da equação da conservação do momento na direção s:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho w \rangle + \frac{\partial}{\partial s} \langle \rho w^2 \rangle = - \frac{\partial}{\partial s} \langle P \rangle + \frac{\partial}{\partial s} \langle T_{ss} \rangle - \frac{4\tau_w}{D_H \cdot \varepsilon} + \rho g \sin(\alpha) \quad (9)$$

Por se tratar de regime permanente a derivada temporal desaparece. E como na seção ortogonal s permanece constante os termos que possuem derivada em relação a s serão identicamente nulos. Dessa forma da equação 9 obtém-se:

$$- \frac{4\tau_w}{D_H} + \rho g \sin(\alpha) = 0, \quad (10)$$

é a tensão média na parede L_y e L_x são o comprimento total em y e x , A_s é a área transversal, ε é a fração de líquido (holdup), L_y e L_x são, respectivamente, o perímetro molhado nas direções y e x , τ_y e τ_x são as tensões nas direções y e x e o subíndice w indica que se referem à parede.

Usando a formulação de Fanning:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho v^2} \quad (4.6)$$

Substituindo a formulação da tensão τ_w :

$$f = 2 \frac{(A_s \varepsilon)^3 g \sin(\alpha)}{L_o Q^2} \quad (11)$$