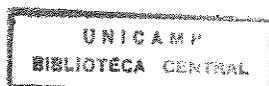


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Eliminação de Reflexões Múltiplas por Empilhamento Tipo Kirchhoff em Configuração de Afastamento Comum

Autor: Cláudio Guerra Cardoso
Orientador: Martin Tygel
Co-orientador: Eduardo Filpo Ferreira da Silva

65/99



ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR CLÁUDIO GUERRA
CARDOSO E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 16 / 12 / 99.
M Tygel
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

Eliminação de Reflexões Múltiplas por Empilhamento Tipo Kirchhoff em Configuração de Afastamento Comum

Autor: Cláudio Guerra Cardoso

Orientador: Martin Tygel

Co-orientador: Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Curso: Engenharia de Petróleo

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 1999
S.P. - Brasil

UNIDADE	BC
CHAMADA:	TT/UNICAMP
	C179e
Ex.	
COMBO BC/	41074
PROC	278/00
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	13-06-00
N° CPD	

CM-00140607-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C179e Cardoso, Cláudio Guerra
 Eliminação de reflexões múltiplas por empilhamento
 tipo Kirchhoff em configuração de afastamento comum
 / Cláudio Guerra Cardoso.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientadores: Martin Tygel, Eduardo Filpo Ferreira
 da Silva.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Método sísmico de reflexão. 2.Sistemas
 imageadores. I. Tygel, Martin. II. Silva, Eduardo Filpo
 Ferreira da. III. Universidade Estadual de Campinas.
 Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

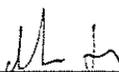
**Eliminação de Reflexões Múltiplas por
Empilhamento Tipo Kirchhoff em
Configuração de Afastamento Comum**

Autor: Cláudio Guerra Cardoso

Orientador: Martin Tygel

Co-orientador: Eduardo Filpo Ferreira da Silva

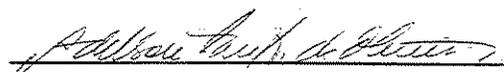
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Martin Tygel, Presidente
UNICAMP / IMECC



Prof. Dr. Jörg D. Willelm Schleicher
UNICAMP / IMECC



Prof. Dr. Adelson Santos de Oliveira
PETROBRAS

Campinas, 16 de dezembro de 1999

Dedicatória:

Dedico este trabalho a Laís, Tomás, Mateus e Gabriel, por serem a razão de eu seguir. A meus pais, por terem me ajudado a começar.

"O conhecimento não ocupa espaço".

Geraldo Magela de Paiva

Agradecimentos

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho. Especialmente destaco:

Laís, pelo que ela é;

Meus pais, por me ensinarem a perseverar e o momento de retroceder;

Luciano e Seu Geraldo, pela ajuda sempre disponível;

Meus orientadores, por terem mostrado uma trilha, não um trilho;

Prof.Dr. Ivan Simões, pelo espírito conciliador;

Prof.Dr. Lúcio Tunes, pelos programas de migração, demigração e continuação de afastamentos e pela predisposição em difundir conhecimentos;

A PETROBRAS, pela oportunidade; e

Minha turma, pelo ambiente agradável e livre de tensões e disputas.

Resumo

CARDOSO, Cláudio Guerra. *Eliminação de Reflexões Múltiplas por Empilhamento Tipo Kirchhoff em Configuração de Afastamento Comum*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 100 p. Dissertação (Mestrado)

Atualmente, cerca de 90% das reservas brasileiras de óleo localizam-se nas porções submersas das bacias sedimentares costeiras. Nessas bacias, a sísmica de reflexão é uma das principais ferramentas de que dispõe o profissional de exploração e de desenvolvimento de campos de petróleo. Como a interpretação dos dados sísmicos considera somente as reflexões primárias, é necessário que estes estejam livres de ruídos, particularmente, da reflexão múltipla do fundo do mar, que é o ruído mais danoso em dados marítimos. A presente dissertação descreve um método novo de eliminação de múltipla do fundo do mar de 1ª ordem em configuração de afastamento fonte – receptor comum, por empilhamento Kirchhoff, mostrando exemplos numéricos de aplicação do mesmo em dados sintéticos. Num desses exemplos, no qual concorrem a múltipla e uma reflexão primária – que poderia advir de um refletor de interesse – após a eliminação da múltipla, as diferenças nas amplitudes da primária, quando comparadas com as amplitudes sem a interferência da múltipla, não ultrapassam 5%. Dessa forma, o método, por preservar as amplitudes das primárias após a eliminação da múltipla, se configura como muito adequado à geofísica de reservatórios.

Palavras chave

- Reflexão Múltipla, Imageamento, Amplitude Verdadeira.

Abstract

CARDOSO, Cláudio Guerra. *Multiple Elimination by Means of Kirchhoff-Type Stacking in Common Offset Configuration*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 100 p. Dissertação (Mestrado)

At present, about 90% of Brazilian oil reserves are located in offshore sedimentary basins. In these basins, reflection seismic is one of the most important tools in exploration and field development. As seismic data interpretation only deals with primary reflections, is important to have noise-free, amplitude preserved primaries. The most harmful noise in marine data is the first-order, sea-bottom multiple reflection. This dissertation describes a new method for first order, sea-bottom, multiple elimination by means of a Kirchhoff – type stacking, in common offset configuration, showing its application to synthetic seismic data. In one of the examples, in which the multiple and a primary reflection interfere, the differences between amplitudes of primary reflection after application of the method and primary computed with no such interference are smaller than 5%. Due to the primaries amplitude-preserving property, this method provides a very reliable image to reservoir geophysics, such as amplitude versus offset analysis (AVO) and seismic attribute determination.

Key Words

- Multiple reflection, Imaging, True Amplitude

Índice

Lista de Figuras.....	xi
Nomenclatura.....	xiii
1. Introdução.....	1
2. Descrição do Problema.....	5
2.1. Definições.....	5
2.2. Histórico.....	6
2.3. Característica da Múltipla de 1ª ordem do Fundo do Mar – Caso Marinho.....	9
3. Método Unificado de Imageamento Sísmico 2,5D.....	11
3.1. Continuação de Afastamentos (OCO), Migração para Afastamento Nulo (MZO) e Migração do Afastamento Nulo para Um Afastamento Qualquer (IMZO).....	17
4. Eliminação de Múltiplas do Fundo do Mar de 1ª Ordem por Empilhamento	
Kirchhoff (MSKS) - Aproximação de Afastamento Nulo.....	29
4.1. Simulação das Múltiplas.....	29
4.2. Filtro Adaptador das Amplitudes.....	35
4.3. Exemplos Numéricos.....	39

5. Eliminação de Múltiplas do Fundo do Mar de 1ª Ordem por Empilhamento	
Kirchhoff - Configuração de Afastamento Comum.....	55
5.1. Descrição do Método.....	59
5.2. Exemplos Numéricos.....	65
6. Conclusões e Recomendações.....	77
Referências Bibliográficas.....	81
Apêndice	87

Lista de Figuras

2.1	Múltiplas de 1ª Ordem do Fundo do Mar	6
3.1	Geometria do OCO	20
3.2	Geometria do MZO	25
3.3	Geometria do IMZO	26
4.1	Construção da Curva de Empilhamento do MSKS	32
4.2	Aplicação do MSKS em Dados Reais	36
4.3	Modelo do Fundo do Mar em Profundidade	40
4.4	Dados Modelados em Afastamento Comum Corrigidos de NMO e Múltipla Simulada pelo MSKS	41
4.5	Comparação dos Tempos de Trânsito de Reflexão da Múltipla dos Dados Modelados Corrigidos de NMO e do Dado Simulado	42
4.6	Comparação de amplitudes	43
4.7	Modelo em Profundidade	45
4.8	Comparação de Amplitudes	46
4.9	Aplicação do Filtro Adaptador	47
4.10	Modelo de Refletor Curvo	48
4.11	Comparação de Amplitudes	49
4.12	Aplicação do Filtro Adaptador em Dados de Refletor Curvo	50
4.13	Violação da Aproximação de Afastamento Nulo	52
4.14	Comparação de Tempos	53
4.15	Comparação de Tempos	53
4.16	Comparação de Amplitudes	54
5.1	Fluxograma do Método de Eliminação de Múltiplas por Empilhamento Kirchhoff em Configuração de Afastamento Comum	57
5.2	Geometria do Método de Eliminação de Múltiplas em Afastamento Comum	58

5.3	Migração em Profundidade de uma Seção em afastamento comum com Primária e Múltipla do Fundo do Mar	61
5.4	Demigração do Refletor Hipotético Referente à Migração da Múltipla	62
5.5	Comparação de Tempos de Trânsito	63
5.6	Geometria do MZO na Múltipla em Afastamento Comum	65
5.7	Comparação de Tempos de Trânsito	67
5.8	Resultado da Aplicação do Método	68
5.9	Aplicação do Método em Fundo do Mar com Mergulho de 15°	69
5.10	Modelo Utilizado no Problema da Múltipla e Primária Concorrente	70
5.11	Aplicação do Método em Dados com Múltipla e Primária Concorrente	71
5.12	Diferença Percentual de amplitudes	72
5.13	Modelo em Profundidade Utilizado para o Caso de Diversos Afastamentos	73
5.14	Comparação entre as Razões dos Tempos da Múltipla Modelada e Simulada	74
5.15	Comparação das Curvas de Tempo de Reflexão das Múltiplas Modelada e Simulada no Caso de Diversas Profundidades	75
A.1	Geometria do MSKS	88

Nomenclatura

Letras Latinas

a	semi eixo maior da isócrona da primária em afastamento comum
A	abertura de operador
b	semi eixo menor da isócrona da primária em afastamento comum
D	vetor que representa as amplitudes da múltipla desejada
F	assinatura da fonte
F	vetor das amostras do filtro adaptador
G	geofone
G	matriz de Toeplitz da autocorrelação
h	meio afastamento
h_B	determinante de Beylkin
H	Hessiana
K	curvatura
m	fator de estiramento
M	ponto em profundidade
N	ponto nos dados em tempo
r	meio caminho percorrido pelo raio
s	comprimento de arco
S	fonte
t	coordenada temporal
U	dados sísmicos em tempo
v	velocidade
x	coordenada espacial
X	pontos na superfície
z	profundidade

Letras Gregas

α	ângulo de reflexão	graus
ϕ	lag da correlação	
Φ	correlação	
μ	derivada primeira da isócrona da múltipla em relação a x	
θ	ângulo de mergulho	graus

σ	parâmetro do raio fora do plano	m^2/t
T	curva de tempo de trânsito	
ω	freqüência angular	rad/s
ξ	coordenada espacial de traço sísmico	
Z	curva em profundidade	

Superescritos

0	referente à configuração de afastamento nulo
m	referente à múltipla
p	referente à primária
*	referente ao ponto estacionário

Subscritos

co	referente ao afastamento comum
D	referente a difração
E	referente a equivalente
eo	referente a equivalente em afastamento comum
ez	referente a equivalente em afastamento nulo
m	referente a múltipla
M	referente a múltipla
oco	referente à continuação de afastamentos
p	referente a primária
P	referente a primária
R	referente a refletor ou a reflexão
zo	referente a afastamento nulo

Abreviaturas

A200nm	amplitude da múltipla em afastamento de 200m corrigida de NMO
Aaj	amplitude ajustada
Ainpt	amplitude de entrada
Amm	amplitude da múltipla modelada
Ams	amplitude da múltipla simulada
CDP	ponto comum em profundidade (<i>common depth point</i>)
DMO	sobretempo de mergulho (<i>dip move out</i>)
IMZO	inversa da migração para afastamento nulo (<i>inverse migration to zero offset</i>)
MSKS	supressão de múltiplas por empilhamento Kirchhoff (<i>multiple suppression by Kirchhoff Stacking</i>)
MZO	migração para afastamento nulo (<i>migration to zero offset</i>)

NMO	sobretempo normal (<i>normal move out</i>)
OCO	continuação de afastamentos (<i>offset continuation</i>)

Outros

<i>A</i>	coeficiente de transmissão
<i>B</i>	fator de amplitude
<i>D</i>	meia derivada
<i>F</i>	filtro adaptador
<i>K</i>	função peso
<i>L</i>	espalhamento geométrico
<i>M</i>	múltipla de entrada para o filtro adaptador
<i>N</i>	resíduo no ajuste das amplitudes
<i>R</i>	coeficiente de reflexão
<i>S</i>	amplitudes da múltipla desejada

CAPÍTULO 1

Introdução

Em tempos recentes, a sísmica de reflexão vem ganhando importância nos trabalhos de caracterização de reservatórios. Isto é devido a dados sísmicos melhores e com amostragem areal mais densa (no caso 3D) e avanços no processamento sísmico, notadamente no tratamento de amplitudes. O trabalho do profissional que interpreta os dados sísmicos, após o seu processamento, está voltado convencionalmente à identificação de reflexões e sua correlação com interfaces geológicas conhecidas, identificação de falhamentos, determinação do estilo estrutural. O processamento de maior refinamento contempla também o estudo dos atributos sísmicos que poderão revelar pistas sobre a arquitetura interna do reservatório e tipos de fluidos presentes. Para o êxito do trabalho de interpretação, é necessário que os dados sísmicos somente sejam compostos, numa forma idealística, de sinais de reflexão primária. O restante dos eventos que por ventura ocorram nos dados sísmicos, aqueles que o processamento dos dados não conseguiu eliminar, são ruídos que dificultam a realização das etapas de interpretação listadas acima.

No método sísmico, diversos são os ruídos. Existem os ruídos que poderiam ser classificados como “ambientais”, tais como: ruído causado pelo vento, ondas, motores, colheita, ruído instrumental, etc. Há também, ruídos que são intrínsecos à geração por intermédio de uma fonte impulsiva e propagação das ondas sísmicas no meio, por exemplo: *ground-roll*, ondas refratadas, onda aérea, onda direta, ondas evanescentes, múltiplas, etc.

A eliminação dos ruídos ambientais durante o processamento dos dados sísmicos não é uma tarefa muito complicada. Muitos dos ruídos ambientais, por possuírem caráter aleatório são atenuados em processos estatísticos como os processos consistentes em superfície (compensação de amplitude e eliminação de amplitudes anômalas) e no empilhamento após correção de sobretempo normal (*normal move out* – NMO). Muitos dos ruídos intrínsecos ao método sísmico também são de fácil eliminação no processamento pela aplicação de balanceamento espectral, filtros de velocidades, silenciamento dos sinais estirados devido à aplicação do NMO, empilhamento, etc. Porém, às vezes, esses processos não são suficientes para a sua completa supressão e, infelizmente, ao final do processamento, esses ruídos aparecem no dado a ser interpretado. Por isso, a eliminação de ruídos vem sendo objeto de estudos de diversos pesquisadores.

O tema central desta dissertação de mestrado é o estudo da eliminação de reflexões múltiplas do fundo do mar de primeira ordem relacionadas à superfície livre por empilhamento Kirchhoff em configuração de afastamento comum. Weglein et al.(1997) definem múltiplas relacionadas à superfície livre como aquelas que possuem pelo menos uma reflexão descendente na superfície livre entre duas reflexões ascendentes. O método desenvolvido nessa dissertação se baseia em conceitos descritos no Método Unificado de Imageamento Sísmico (Tygel et al., 1996); no trabalho de Santos et al. (1997) sobre a continuação de afastamentos e nos trabalhos desenvolvidos por Filpo e Tygel (1998, 1999a e b) sobre a eliminação de múltiplas por empilhamento Kirchhoff na aproximação de afastamento nulo. Na verdade, propõe-se aqui um método que tem como objetivo expandir a aplicabilidade do método de Filpo e Tygel (op cit.). O interesse na eliminação desse ruído deve-se ao fato de que ele é o que mais deteriora as amplitudes das primárias em dados marítimos, dificultando estudos de geofísica de reservatórios.

Será dado enfoque na eliminação de múltiplas em meios 2D com propagação da onda em 3D, o que caracteriza um modelo 2,5D. As premissas básicas a serem cumpridas são que as interfaces, a superfície de medição e o campo de velocidades (pelo menos numa vizinhança dos refletores) sejam suaves o suficiente para que a Teoria do Raio de Ordem Zero (Červený et al., 1977) descreva adequadamente as reflexões.

Basicamente, o método proposto consiste em transformar os dados em afastamento comum em seu correspondente de afastamento nulo, simular a múltipla de 1ª ordem do fundo do mar em afastamento nulo, transformá-la para a configuração de afastamento comum de entrada, aplicar um filtro para ajuste das amplitudes e subtrair a múltipla ajustada dos dados de entrada. Um dos maiores desafios na tarefa de eliminar múltiplas é, além da eliminação propriamente dita, não alterar as amplitudes das primárias concorrentes. Nesse sentido, o método proposto alcança resultados bastante satisfatórios, como poderá ser comprovado em exemplo numérico. No presente trabalho, os capítulos estão distribuídos de forma a abordar todos os processos do método proposto.

No Capítulo 2, serão abordadas as características da múltipla, sua geração e alguns métodos de eliminação existentes.

O Capítulo 3 versará sobre a continuação de afastamentos (*Offset continuation - OCO*), conforme definido em Santos et al. (1997), com ênfase na transformação dos dados em afastamento comum para afastamento nulo (*Migration to zero offset - MZO*) e a sua operação inversa, a transformação dos dados em afastamento nulo para afastamento comum (aqui denominado de IMZO). Nesse capítulo, serão descritas as equações das curvas de empilhamento e os pesos para que os processos sejam em verdadeira amplitude. Além disso, os fatores de estiramento dos dados devido às transformações.

O método de eliminação de múltiplas por empilhamento Kirchhoff (*Multiple suppression by Kirchhoff stacking - MSKS*) na aproximação afastamento nulo será descrito no Capítulo 4, tomando por base os trabalhos de Filpo e Tygel (1998, 1999 a,b). Aqui serão desenvolvidos os cálculos da determinação das equações da curva de empilhamento, da função peso que fornece a melhor amplitude possível, o filtro adaptador das amplitudes da múltipla simulada e do fator de estiramento. Além disso, alguns exemplos numéricos mostrarão a aplicabilidade e limitações do método.

No Capítulo 5, será descrito o método de eliminação de múltipla de 1ª ordem do fundo mar para dados em afastamento comum. Também será introduzido o conceito de

fundo do mar equivalente (que justifica a transformação da múltipla em afastamento comum em sua correspondente em afastamento nulo por meio do MZO) e serão mostrados alguns exemplos numéricos.

No Capítulo 6 constarão as conclusões e recomendações.

No Apêndice constarão as demonstrações matemáticas do cálculo das curvas de empilhamento, função peso e do fator de estiramento do MSKS.

CAPÍTULO 2

Descrição do problema

2.1 - Definições

Reflexão múltipla pode ser definida como um evento sísmico que sofreu mais de uma reflexão ascendente. O local onde ocorreram a(s) reflexão(ões) ascendente(s) que caracteriza(m) a múltipla determina o seu tipo quanto à gênese. Dessa forma, ela pode ser uma múltipla relacionada à superfície livre (terra/ar ou água/ar) quando uma onda (primária ou múltipla) reflete-se na interface que separa o ar e o meio onde está sendo realizado o experimento sísmico, ou múltipla interna quando aquelas reflexão(ões) ascendente(s) ocorreram dentro do pacote de rochas. Weglein et al. (1997) definem múltiplas relacionadas à superfície livre como aquelas que possuem pelo menos uma reflexão descendente na superfície livre entre duas reflexões ascendentes; as múltiplas internas são descritas como eventos nos quais todas as reflexões descendentes ocorrem abaixo da superfície livre. A múltipla do fundo do mar inclui-se no tipo de múltipla relacionada à superfície livre. Essa múltipla reflete-se no fundo do mar, na superfície livre e no fundo do mar novamente antes de ser registrada. A Figura 2.1 exemplifica a múltipla do fundo do mar de 1^a ordem.

As múltiplas podem ser também classificadas quanto à sua ordem. A ordem das múltiplas relacionadas à superfície livre é igual ao número de reflexões descendentes que ela sofreu nesta superfície. Já a ordem de uma múltipla interna é definida pelo número de reflexões descendentes que ela sofreu.

Vale ressaltar que as reflexões fantasma (de fonte e receptores) não são consideradas eventos múltiplos nesse trabalho. Reflexões fantasma são consideradas as que se refletem numa interface acima da fonte ou dos receptores. Assim, assume-se que os efeitos das reflexões fantasma já tenham sido eliminados dos dados sísmicos junto com o efeito do instrumento de registro por meio, por exemplo, de uma deconvolução determinística. O método de supressão de múltiplas tratado aqui tem como foco a eliminação de múltiplas de 1ª ordem do fundo do mar. Dessa forma, os exemplos estudados são desenvolvidos sobre modelos que simulam a aquisição marinha porque nesse ambiente o efeito das múltiplas é bastante danoso aos dados sísmicos, devido aos altos coeficientes de reflexão nas interfaces água/ar e água/fundo do mar.

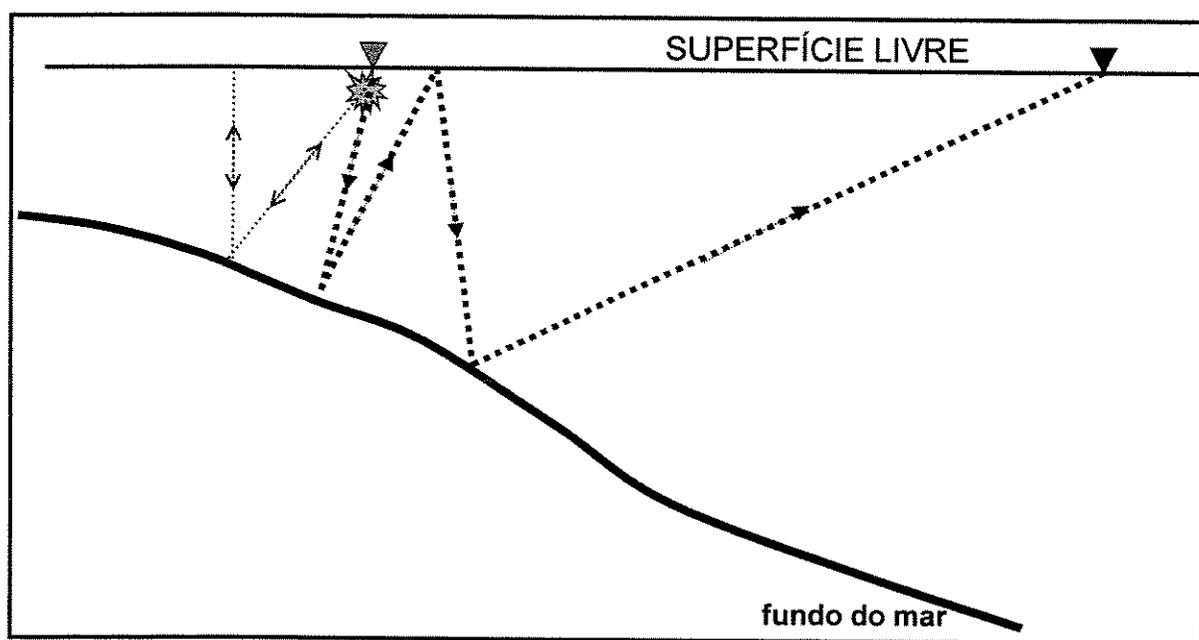


Figura 2.1 – Múltiplas de 1ª ordem do fundo do mar.

2.2 - Histórico

Desde o início da exploração sísmica, têm sido considerados eventos de reflexões múltiplas nos dados. Dix (1948) cita o fato de terem havido alguns geofísicos que não acreditavam na existência deste evento, enquanto que outros advogavam que reflexões em

tempos superiores a 1,0s somente poderiam ser múltiplas. Para que fosse melhor entendida, em 1948, foi organizado um simpósio sobre reflexões múltiplas, onde Dix (1948) expõe argumentos comprovando sua existência. Ainda vale citar os trabalhos de Johnson (1948), Ellsworth (1948), Waterman (1948), publicados neste mesmo simpósio. Nestes trabalhos, são abordados os aspectos descritivos e os parâmetros para reconhecimento das múltiplas devidas a uma camada rasa de basalto na Califórnia, em sismogramas de registros terrestres, com o objetivo de discriminá-las das reflexões primárias concorrentes.

As técnicas de imageamento assumem que os dados sísmicos são compostos de primárias. Como as reflexões múltiplas são consideradas ruído no método sísmico de reflexão, a sua atenuação ou, quando possível, sua total supressão, sempre foi uma questão cuja solução vem sendo exaustivamente perseguida. Antes do surgimento dos conceitos da técnica CDP (Mayne, 1962), ou mais apropriadamente CMP, e do processamento sísmico digital, ambos na década de 60, aos geofísicos era bastante difícil formular métodos que viessem a tratar adequadamente este ruído. Ainda nessa época, foram incrementadas as atividades de levantamento sísmico marítimo onde, como já mencionado anteriormente, os danos causados pelas reflexões múltiplas sobre os dados são muito fortes. Assim, em meados da década de 60, surgem os primeiros trabalhos voltados à descrição físico - matemática do fenômeno e à atenuação de reflexões múltiplas (principalmente as que ocorrem na sísmica marítima). Sarrafian (1956) formulou um modelo para o estudo em laboratório do experimento sísmico marítimo com o fundo do mar horizontal e mergulhante, prestando especial atenção à determinação das formas de onda e tempos de registro das múltiplas. Backus (1959), propôs um método de atenuação de múltiplas relacionadas à superfície livre aplicando aos dados um filtro inverso determinístico, para tratar as reverberações de múltiplas superficiais em águas rasas. Mayne (1962) idealizou a técnica CMP de levantamento de reflexão que, como subproduto da correção de NMO com base nas velocidades das reflexões primárias e empilhamento dos traços, atenua reflexões múltiplas em consequência da correção de NMO inadequada das reflexões múltiplas, enquanto as primárias se somam em fase.

Atualmente, os métodos de eliminação de múltiplas se dividem em dois grupos principais: a) filtragem; e b) predição/subtração. O primeiro explora as diferentes características entre as primárias e as múltiplas que as discrimine e elimina as múltiplas por meio de alguma filtragem. O segundo simula a múltipla a partir de um modelo do fundo do mar ou dos próprios dados sísmicos. Os métodos de filtragem mais conhecidos são as filtragens F-K (Ryu, 1982) e Radon em suas diversas versões (Hampson e Russel, 1987; Oliveira et al., 1997).

Kabir e Marfurt (1999), por meio da transformada de Radon parabólica, atenuam a múltipla do fundo do mar e examinam, em dados sintéticos, as amplitudes de um refletor concorrente antes (sem a interferência da múltipla) e depois da atenuação. As diferenças percentuais das amplitudes da primária antes e depois varia entre 6 – 9%, o que foi considerado pelos autores um resultado satisfatório. Porém, o método não preserva as amplitudes da primária nos afastamentos curtos devido aos artefatos da transformada.

Os métodos que envolvem a predição/subtração da múltipla surgiram a partir da década de 80. Esses métodos partem de um modelo em profundidade do fundo do mar como entrada para um programa de modelamento. Um problema comum a esses métodos é a estimativa da assinatura da fonte para determinação das amplitudes da múltipla, o que geralmente é contornado pela aplicação de algum tipo de filtro adaptador das amplitudes. Outra característica desses métodos é o intenso esforço computacional quando usados em dados pré-empilhamento.

Berryhill e Kim (1986) propuseram eliminar múltiplas por meio da extrapolação do campo de ondas, simulando o posicionamento de fontes e receptores no fundo do mar. Weglein et al. (1997) formularam um método de eliminação de múltiplas usando o método do espalhamento inverso (*inverse scattering*). Outros métodos (Verschuur et al., 1992; Dragoset e Jericevic, 1998; Berkhout, 1999) necessitam, além da assinatura da fonte, uma estimativa da refletividade do fundo do mar para realizar uma eliminação adaptativa das múltiplas.

Há ainda métodos que utilizam características de filtragem e de predição. Entre eles pode ser citado o trabalho de Landa et al. (1999) que, baseado no fato que as múltiplas podem ser consideradas como um conjunto de distintas primárias, calcula os parâmetros da frente de onda das primárias, prediz os tempos de trânsito das múltiplas e realiza a subtração no domínio τ - p parabólico.

Filpo e Tygel (1998, 1999a e b) propõem simular a múltipla de 1ª ordem do fundo do mar em situações onde a aproximação de afastamento nulo valha, por meio de um empilhamento Kirchhoff. Esse método enquadra-se no grupo de predição/subtração, porém não possui a limitação no que diz respeito ao conhecimento da assinatura da fonte. O método proposto nessa dissertação expande o de Filpo e Tygel (op cit) para a configuração em afastamento comum.

2.3 - Características das Múltiplas Superficiais – Caso Marinho

Um evento sísmico possui características que são determinadas pelas propriedades do meio no qual ele se propaga. O meio onde as múltiplas superficiais se propagam é um semi-espaço que contém água, limitado pelas superfícies água/ar e água/sedimentos. É um meio acústico onde as ondas compressoriais se propagam com velocidade aproximadamente constante (entre 1440 e 1520m/s), sendo, conseqüentemente, classificado também como homogêneo e isotrópico. Apesar da variação da velocidade sísmica da água, o valor mais comum é de 1500m/s.

As interfaces que limitam a camada de água possuem coeficientes de reflexão para incidência normal de $-1,0$, aproximadamente, para a interface água/ar e de $0,01$ a $0,04$ para a interface água/sedimentos. Esses altos coeficientes de reflexão são muito superiores aos que dão origem às reflexões primárias que concorrem em tempo com as múltiplas.

Newman (1973) ressaltou que o efeito da refração aumenta a divergência esférica. Como esse efeito na camada de água é quase nulo e a velocidade de propagação é relativamente baixa se comparada com as velocidades das reflexões primárias relativas às camadas de sedimentos que concorrem em tempo com as múltiplas superficiais, tem-se que a divergência esférica é menor nas múltiplas superficiais que nas primárias. Rotineiramente, no processamento de dados sísmicos, aplica-se uma função única para a correção do espalhamento geométrico, com base em uma função velocidade que representa as velocidades RMS das primárias, desconsiderando-se a presença de múltiplas. Dessa forma, supercorrige-se o efeito do espalhamento geométrico para as amplitudes das múltiplas superficiais.

Os altos coeficientes de reflexão das interfaces que limitam a camada de água, quando comparados com os coeficientes de reflexão das interfaces de rocha (0,001 a 0,03 para a incidência normal) e a correção indevida do espalhamento geométrico das múltiplas, são por si só, fatores que fazem com que as amplitudes das múltiplas superficiais apareçam nos dados sísmicos com mais relevância que as das primárias.

O efeito da absorção na camada de água é menor que nas rochas. Como o coeficiente de absorção possui uma relação inversamente proporcional à frequência, espera-se que o conteúdo de frequências das múltiplas superficiais seja superior que o das primárias num mesmo tempo de reflexão.

Capítulo 3

Método unificado de imageamento sísmico 2,5D

O Método Unificado (Tygel et al., 1996) fornece ferramentas para o tratamento dos mais diversos problemas de imageamento sísmico. As operações fundamentais do método são a migração e a demigração, representadas por integrais de empilhamento tipo Kirchhoff. A migração posiciona corretamente, em profundidade, as amplitudes das reflexões, caso o modelo de velocidades fornecido aproxime-se do real. A demigração realiza a operação inversa, atuando sobre um dado migrado, em profundidade, levando-o de volta para o domínio do tempo. As integrais em questão necessitam como parâmetros um campo de velocidades, uma configuração de medição e um código do raio (se de onda P ou S). A migração pode ser realizada somando-se as amplitudes ao longo de curvas de difração (ou de Huygens) ou espalhando a amplitude de um ponto nos dados em tempo ao longo de curvas isócronas em profundidade. Já na demigração, as curvas sobre as quais é realizada a soma são as isócronas em profundidade e ao longo das quais espalha-se a amplitude de um ponto em profundidade são as curvas de difração em tempo.

No que se segue, vai-se considerar o chamado modelo 2,5D no qual supõe-se que os parâmetros do meio não variam na direção y transversal a uma linha sísmica na direção x . A direção x da linha é a chamada direção *in-plane* e a direção transversal y , é denominada direção *out-of-plane*. Dessa forma, os algoritmos a serem construídos farão uso de apenas uma linha sísmica, coincidente com o eixo dos x . A localização dos pares fonte-hidrofones (S,G) na linha sísmica será especificada pelo chamado parâmetro de configuração ξ , a saber

$S=S(\xi)$ e $G=G(\xi)$, com ξ uma variável escalar. O intervalo de variação do parâmetro ξ é denominado de abertura do experimento sísmico. No caso da configuração de afastamento comum, o parâmetro de configuração ξ é o ponto médio entre fonte e receptor. Sendo h a metade do afastamento, tem-se

$$S(\xi) = \xi - h \quad e \quad G(\xi) = \xi + h \quad (3.1)$$

Para a obtenção da imagem migrada em profundidade por empilhamento ao longo de curvas de difração, seleciona-se um ponto $M = M(x,z)$, no modelo de velocidades, calculando-se para ele, dada uma configuração de medição específica (no caso de dados organizados em afastamento comum, o valor do afastamento fonte – receptor) e o modelo de velocidades, a curva de difração correspondente. De uma maneira figurativa, a construção da curva de difração dá-se da seguinte forma: para os diversos pares tiro – receptores, com um dado afastamento, calcula-se a soma dos tempos de trânsito entre o tiro $[S(\xi)]$ e o ponto $M(x,z)$ e daí ao receptor $[G(\xi)]$ cujo valor corresponde ao da curva de difração no traço posicionado em ξ , no domínio do tempo. As amplitudes que porventura se distribuem ao longo dessa curva são somadas, com ou sem alguma ponderação, e o valor é posicionado no ponto $M(x,z)$, na seção migrada em profundidade. Se a curva de difração for tangente a alguma reflexão, o resultado do empilhamento fornecerá um valor significativo. Caso contrário, esse valor não terá expressão na seção de saída. Após esse processo ser realizado para todos os pontos $M(x,z)$ numa malha construída a priori em profundidade, obtém-se a imagem migrada em profundidade. Para a obtenção da imagem em profundidade por espalhamento ao longo de curvas isócronas, deve-se calcular a isócrona em profundidade correspondente a um ponto $N = N(\xi,t)$ na seção no domínio do tempo e espalhar, com ou sem ponderação, a sua amplitude em todos os pontos em profundidade. Repetindo esse procedimento para todos os pontos $N(\xi,t)$, obtém-se a seção migrada em profundidade.

Já para a obtenção da imagem demigrada de volta ao domínio do tempo, constrói-se uma malha de pontos $N = N(\xi,t)$ nos quais devem-se colocar os valores das amplitudes da

seção em tempo a ser construída. Determinam-se para cada ponto $N = N(\xi, t)$, considerando o modelo de velocidades dado a priori, os pontos $M_I = M_I(x, N)$ situados no lugar geométrico para o qual os tempos de trânsito dos raios $S(\xi)M_I G(\xi)$ sejam iguais a t . A curva resultante é a isócrona ao longo da qual serão somadas as amplitudes da seção em profundidade dada que se distribuem sobre ela, com ou sem ponderação, sendo que o valor resultante é posicionado em $N(\xi, t)$, da seção em tempo a ser construída. Caso a isócrona seja tangente a algum refletor, o resultado do empilhamento fornecerá um valor significativo na seção em tempo. Após esse processo ser realizado para todos os pontos $N(\xi, t)$, obtém-se a imagem demigrada em tempo. Na demigração por espalhamento ao longo de curvas de difração, para cada ponto $M = M(x, z)$ da seção em profundidade dada constrói-se a curva de difração correspondente ao longo da qual será espalhada a amplitude de $M(x, z)$, de uma forma ponderada ou não. Realizando esse processo para todos os pontos $M(x, z)$, obtém-se a seção em tempo demigrada.

As operações, a migração e a demigração, são transformações (assintoticamente) inversas entre si caso sejam utilizados os mesmos campo de velocidades, configuração de medição e código do raio. Dessa forma, a migração sobre um dado demigrado fornece o dado de entrada da demigração, e a demigração sobre um dado migrado retorna aos dados de entrada da migração. Se forem alterados um ou mais parâmetros de entrada da demigração após a migração ou da migração após a demigração os dados de saída não mais serão iguais aos de entrada. Essa modificação pode levar a importantes soluções de problemas de imageamento como no caso da continuação de afastamentos (*offset continuation* – OCO), onde dados organizados em um afastamento fonte – receptor comum são transformados em dados simulados com uma configuração de afastamento comum distinta. Um caso particular da OCO é a migração para afastamento nulo (*migration to zero offset* – MZO), onde o afastamento dos dados simulados de saída é zero.

Estas duas operações podem ser encadeadas analiticamente de forma a buscar a resolução de um problema de imageamento sísmico específico com somente um empilhamento (Tygel et al., 1996). Dessa forma, a transformação dos dados é menos custosa pois envolverá um empilhamento ao invés de dois (ao longo de curvas de difração e

de isócronas). Na transformação da configuração de medição, a curva de empilhamento único é o resultado da demigração, com a configuração de medição de saída, da imagem migrada em profundidade (isócrona) do ponto na seção em tempo para o qual se quer calcular o valor do empilhamento, com a configuração de medição de entrada. Matematicamente, a transformação de configuração pode ser expressa conforme a equação

$$\underline{U}(\underline{\xi}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi \cdot \mathcal{K}(\underline{\xi}, \xi, t) \cdot \mathcal{D}[U(\xi, t)] \Big|_{t = T(\underline{\xi}, \xi, t)}, \quad (3.2)$$

onde

$U(\xi, t)$ = amplitude no ponto $N(\xi, t)$ na seção de entrada;

$\underline{U}(\underline{\xi}, t)$ = amplitude no ponto $\underline{N}(\underline{\xi}, t)$ na seção de saída;

$d\xi$ = intervalo de traços na seção de entrada;

$\mathcal{K}(\underline{\xi}, \xi, t)$ = peso, complexo ou não, que pondera as amplitudes e corrige a fase;

$\mathcal{D}[U(\xi, t)]$ = meia derivada reversa no tempo do traço analítico $U(\xi, t)$ denominada neste trabalho de “meia derivada”;

A é a abertura do operador; e

$T(\underline{\xi}, \xi, t)$ = curva de empilhamento referente ao ponto $(\underline{\xi}, t)$ e calculada em (ξ, t) .

A aplicação da transformada de Hilbert, que representa a parte imaginária do traço analítico, no traço sísmico real deve-se à existência de algumas operações com pesos complexos que, ao final, deve retornar um traço sísmico real.

Ao invés de considerar um meio 2D (propagação da onda e variação das propriedades do meio ao longo do plano de aquisição), considera-se, nessa dissertação, um meio 2,5D porque neste é possível caracterizar a propagação 3D completamente. Com base em quantidades calculadas por um traçado de raios bidimensional, obtém-se dados com

amplitudes verdadeiras 3D, levando em conta os fatores da propagação da onda fora do plano da aquisição. Num meio 2,5D, não há variação das propriedades do meio na direção perpendicular ao plano de aquisição. Porém, a propagação da onda é tridimensional e o fator de espalhamento geométrico calculado na forma 2,5D iguala-se ao real, 3D (Bleistein, 1986). Ainda conforme Bleistein (1986), a relação entre as soluções das equações de transporte para o caso 2,5D ($V_{2,5D}$) e 2D (V_{2D}), ainda no domínio da frequência, é

$$V_{2,5D}(\xi, \omega) = V_{2D}(\xi, \omega) \cdot \sqrt{\frac{|\omega|}{2\pi\sigma}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}\text{sign}(\omega)} \quad , \quad (3.3)$$

onde σ ($[\sigma] = L^2T^{-1}$) é o parâmetro do raio fora do plano que está relacionado com a distância percorrida pelo raio ao longo de um caminho curvo (e daí ao espalhamento geométrico) conforme a equação abaixo (Bleistein, 1986)

$$\sigma = \int v(s) ds \quad , \quad (3.4)$$

onde s é o comprimento de arco percorrido pelo raio e v é a velocidade do meio. Vale ressaltar que, segundo Bleistein (1986), apesar de a amplitude estar relacionada a um experimento com medição ao longo de um plano, possui o espalhamento geométrico correto para a situação 3D.

A transformada inversa da equação (3.3) para o domínio do tempo fornece o operador meia derivada reversa no tempo

$$V_{2,5D}(\xi, t) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma}} \mathcal{D}[V_{2D}(\xi, t)] \quad , \quad (3.5)$$

onde $\mathcal{D}[f(t)]$ é a meia derivada reversa no tempo de $f(t)$, definida por

$$\mathcal{D}[f(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |\omega|^{1/2} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}\text{sign}(\omega)} e^{i\omega t} \hat{F}(\omega) \quad , \quad (3.6)$$

e

$$\hat{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t} f(t) \quad .$$

A meia derivada reversa no tempo é a contrapartida do caso 2,5D para a derivada primeira do caso 3D, ambas com a função de recuperar a fase correta do sinal.

As premissas básicas que devem ser cumpridas para a validade do Método Unificado são que as interfaces, a superfície de medição e o campo de velocidades (pelo menos numa vizinhança dos refletores) sejam suaves o suficiente para que a Teoria do Raio de Ordem Zero (Červený et al., 1977; Pšencík, 1993) descreva adequadamente as reflexões.

O Método Unificado usa como principal ferramenta matemática para o seu desenvolvimento a expansão assintótica das integrais de empilhamento na faixa das altas frequências pelo método da fase estacionária (Bleistein, 1984). A avaliação dessas integrais é essencialmente determinada pelo seu comportamento em torno dos pontos estacionários (pontos de tangência entre as curvas de empilhamento e as reflexões ou refletores) que porventura ocorram dentro da abertura do experimento. Como é de se esperar, as maiores contribuições para o valor desses empilhamentos, ponderados ou não, advirão desses pontos de tangência. Bleistein (1984) considera altas as frequências associadas com períodos, pelo menos, 3 vezes menores que as escalas físicas em tempo “naturais” do problema em questão. Dessa forma, se T é uma escala em tempo e f , uma frequência em Hertz, então: $2\pi fT \gg 1$. Assim, levando-se em consideração um intervalo de rochas que, em tempo, possui 30ms, a menor frequência necessária para que $2\pi fT$ seja igual a 3 e, dessa

forma, a avaliação assintótica seja suficientemente acurada, é de cerca de 16Hz. Vale ressaltar, que este conteúdo de frequência é facilmente encontrado nos dados sísmicos.

A seguir serão descritos a continuação de afastamentos (OCO) e os seus casos particulares, a migração para afastamento nulo (MZO) e a migração do afastamento nulo para um afastamento qualquer (IMZO). Devido ao fato de a velocidade de propagação da onda acústica na água do mar ser constante (meio acústico, homogêneo e isotrópico), conforme mencionado na Seção 2.3, nos cálculos das curvas de empilhamento e dos pesos desses processos a velocidade é uma constante e os resultados são fórmulas analíticas.

3.1 - Continuação de Afastamentos (OCO), Migração para Afastamento Nulo (MZO) e Migração do Afastamento Nulo para um Afastamento Qualquer (IMZO)

Como já mencionado anteriormente, a continuação de afastamentos (OCO) é um dos vários problemas de imageamento sísmico que podem ser resolvidos pelo Método Unificado. O OCO (Santos et al., 1997) transforma uma seção de afastamento comum em outra com um afastamento diferente. Caso seja realizado em verdadeira amplitude, o espalhamento geométrico referente à configuração de entrada é substituído pelo da configuração de saída, mantendo inalterados os coeficientes de reflexão e transmissão correspondentes à configuração de entrada. Essa seção foi escrita tomando por base os trabalhos de Santos et al. (1997) e Tygel et al. (1998).

As configurações de afastamento comum são parametrizadas pelo meio – afastamento, h_i , e pela coordenada do ponto médio entre tiro e receptor, ξ_j . A seguir, o índice i assumirá os seguintes valores:

- a) 0 (dados em afastamento nulo) e 1 (dados de entrada), para o MZO;
 b) 1 (dados de entrada) e 2 (dados no novo afastamento), para o OCO; e
 c) 0 (dados em afastamento nulo) e 1 (dados no novo afastamento), para o MZO inverso.

Considere então, um traço analítico da forma

$$U_1(\xi_1, t_1) = \mathcal{B}_1(\xi_1) \cdot \mathcal{D}\{F[t_1 - T_{R_1}(\xi_1)]\} \quad , \quad (3.7)$$

onde

$U_1(\xi_1, t_1)$ = reflexão nos dados na configuração de entrada;

$T_{R_1}(\xi_1)$ = tempo de trânsito de uma reflexão nos dados afastamento comum de entrada;

$F(t)$ = assinatura da fonte analítica; e

$$\mathcal{B}_1(\xi_1) = \frac{\mathcal{R}(\alpha_1) \cdot \mathcal{A}(\alpha_1)}{\mathcal{L}_1(\xi_1)} \quad , \quad (3.8)$$

Na equação (3.8), $\mathcal{R}(\alpha_1)$ e $\mathcal{A}(\alpha_1)$ são os coeficientes de reflexão e de transmissão, α_1 é o ângulo de reflexão especular e $\mathcal{L}_1(\xi_1)$ é o fator de espalhamento geométrico 2,5D referente à configuração de entrada em ξ_1 . O objetivo do OCO é transformar o sismograma, $U_1(\xi_1, t_1)$, na configuração de afastamento comum h_1 , no seu correspondente, $U_2(\xi_2, t_2)$, na configuração de afastamento de saída h_2

$$U_2(\xi_2, t_2) = \mathcal{B}_2(\xi_2) \cdot \mathcal{D}\{F[t_2 - T_{R_2}(\xi_2)]\} \quad , \quad (3.9)$$

onde: $T_{R_2}(\xi_2)$ = tempo de trânsito da reflexão nos dados em afastamento comum de saída; e

$$\mathcal{B}_2(\xi_2) = \frac{\mathcal{R}(\alpha_1) \cdot \mathcal{A}(\alpha_1)}{\mathcal{L}_2(\xi_2)} \quad (3.10)$$

Na equação (3.10), $\mathcal{L}_2(\xi_2)$ é o fator de espalhamento geométrico 2,5D referente à configuração de saída em ξ_2 . Note que os coeficientes de reflexão e de transmissão não devem ser alterados pelo OCO. De acordo com a equação (3.2), a integral que realiza o OCO é:

$$U_2(\xi_2, t_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi_1 \mathcal{K}_{oco}(\xi_1, \xi_2, t_2) \cdot \mathcal{D}[U_1(\xi_1, t_1)] \Big|_{t_1 = T_{oco}(\xi_1, \xi_2, t_2)} \quad (3.11)$$

A função peso, $\mathcal{K}_{oco}(\xi_1, \xi_2, t_2)$, será calculada com a condição de que, assintoticamente, as reflexões simuladas na configuração de saída possuam o mesmo espalhamento geométrico que teriam reflexões quando registradas com essa configuração, sem depender de nenhuma propriedade do refletor.

A Figura 3.1 exhibe a geometria do problema e serve como referência para a determinação de $\mathcal{K}_{oco}(\xi_1, \xi_2, t_2)$, e $T_{oco}(\xi_1, \xi_2, t_2)$. Nela, a isócrona e os raios em azul – tracejado correspondem à configuração de entrada, enquanto que em vermelho estão representados os da configuração de saída.

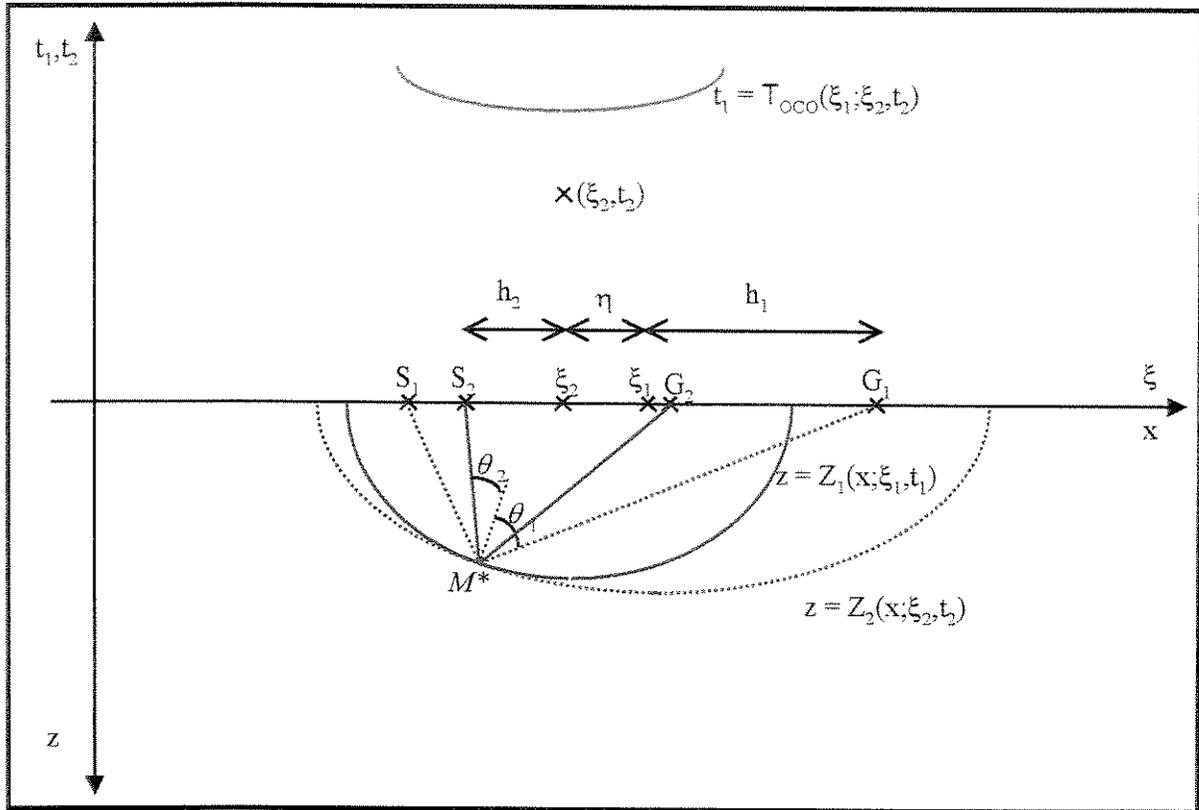


Figura 3.1: Geometria do OCO. As duas configurações de afastamentos comuns são indicadas pelos índices 1 (de entrada) e 2 (de saída) [modificado de Santos et al. (1997)]. Z_1 e Z_2 correspondem às isócronas referentes às configurações de entrada e saída, respectivamente.

A curva de empilhamento pode ser considerada como a imagem cinemática na seção de entrada de um ponto na seção de saída, conforme a definição de *inplanat* dada em Tygel et al. (1996). Sua construção dá-se da seguinte forma:

a) A isócrona $z = Z_2(x, \xi_2, t_2)$ corresponde à imagem migrada em profundidade do ponto (ξ_2, t_2) . No caso de um afastamento não nulo, $2h_2$, essa isócrona é uma elipse com focos em S_2 e G_2 e semi-eixos $a_2 = vt_2/2$ e $b_2 = \sqrt{a_2^2 - h_2^2}$, onde v é a velocidade do meio.

b) A isócrona obtida no passo anterior é tratada como um refletor. Ela dá origem, após sua demigração com a configuração de entrada, à curva de empilhamento procurada.

A demigração da isócrona da configuração de saída pode ser entendida como um modelamento direto, onde são construídas as curvas de difração, conforme a configuração de entrada, para todos os pontos M da isócrona da configuração de saída. A curva de empilhamento é a envoltória de todas as curvas de difração na seção de entrada. De uma maneira alternativa, a curva de empilhamento pode ser pensada como os tempos de trânsito referentes aos raios $S_I(\xi_I)M^*G_I(\xi_I)$, com $M^* = (x^*, Z_2(x^*, \xi_2, t_2))$ sendo o ponto de reflexão especular, onde as isócronas da configuração de entrada e de saída são tangentes. A expressão geral da curva de empilhamento é dada por

$$t_I = T_{oco}(\xi_I; \xi_2, t_2) = T_D(x^*; \xi_I) = T(S_I; M^*) + T(G_I, M^*) \quad . \quad (3.12)$$

No caso de modelo de velocidade constante, considerado neste trabalho, a curva de empilhamento pode ser explicitamente determinada. Obtém-se o resultado (Santos et al., 1997)

$$t_I = T_{oco}(\xi_I; \xi_2, t_2) = \frac{2\sqrt{a_2^2 + h_1^2 u^2 - h_2^2}}{vu} \quad , \quad (3.13)$$

onde

$$u = \begin{cases} \frac{\left\{ \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - \eta^2} + \sqrt{(h_1 - h_2)^2 - \eta^2} \right\}}{2h_1} & , \quad h_1 > h_2 \\ \frac{2h_2}{\left\{ \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - \eta^2} + \sqrt{(h_1 - h_2)^2 - \eta^2} \right\}} & , \quad h_1 < h_2 \end{cases} \quad (3.14)$$

com $|\eta| = |\xi_1 - \xi_2|$.

Devido a dualidades existentes entre a curva de empilhamento, $T_{oco}(\xi_1; \xi_2, t_2)$, e a curva de tempo de trânsito, $T_{R_l}(\xi_1)$, ou entre as isócronas das configurações de entrada e de saída e o refletor em profundidade, o valor posicionado no ponto (ξ_2, t_2) será significativo quando as curvas em tempo ou em profundidade forem tangentes. As equações

$$T_{oco}(x; \xi_1^*) = T_{R_l}(\xi_1^*) \quad ; \quad \left. \frac{\partial T_{oco}}{\partial \xi_1} = \frac{\partial T_{R_l}}{\partial \xi_1} \right|_{\xi_1 = \xi_1^*} \quad (3.15)$$

impõem essa condição de tangência [1º teorema da dualidade (Tygel et al., 1995)].

Tygel et al. (1996) forneceram o desenvolvimento matemático da função peso para o caso da transformação de configuração. Os pesos são tais que, assintoticamente, o espalhamento geométrico dos dados de entrada é substituído pelo espalhamento referente à configuração de saída e é igual ao espalhamento geométrico do experimento realizado com a configuração de saída. Para a determinação dos pesos, a integral de empilhamento é avaliada assintoticamente na faixa das altas frequências pelo método da fase estacionária. Como referência do método da fase estacionária, vale citar Bleistein (1984) que considera altas as frequências associadas com períodos, pelo menos, 3 vezes menores que as escalas físicas em tempo “naturais” do problema em questão. O cálculo e substituição das quantidades envolvidas na determinação da função peso à verdadeira amplitude fornecem a equação

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{oco}(\xi_1; \xi_2, t_2) &= \sqrt{\frac{\frac{2\rho}{vu}(1-\gamma^2)\sqrt{1-\alpha^2}}{\left|\rho^2(1-\alpha^2)^{\frac{1}{2}} - ua_2^2(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}\right|}} \\ &\times \left[\frac{(1+\alpha^2)}{(1-\alpha^2)} \right] \left[\frac{b_2}{a_2} \right] S_{12} \quad , \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde

$$S_{12} = \begin{cases} 1, & h_1 > h_2 \\ i, & h_1 < h_2 \end{cases} ; \quad \alpha = \frac{\eta h_1 u^2}{h_1^2 u^2 - h_2^2}; \quad \beta = \frac{\eta h_2}{h_1^2 u^2 - h_2^2};$$

com

$$\gamma = \frac{\eta \rho u}{h_1^2 u^2 - h_2^2}; e \quad \rho = \sqrt{a_2^2 + h_1^2 u^2 - h_2^2} \quad . \quad (3.17)$$

Os processos de empilhamento tipo Kirchhoff introduzem um estiramento nos dados sísmicos [Tygel et al. (1994) e Tygel et al. (1996)]. Para o caso do OCO esse estiramento é dado por (Santos et al., 1997)

$$m_{oco}(\xi_1; \xi_2, t_2) = \frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)} \quad , \quad (3.18)$$

onde α_1 e α_2 são os ângulos de reflexão dos raios das configurações de entrada e de saída, respectivamente, no ponto estacionário.

A migração para afastamento nulo (MZO) e a migração do afastamento nulo para um afastamento qualquer (IMZO) são casos particulares do OCO, onde no MZO o afastamento de saída é zero e no IMZO, zero é o afastamento de entrada. Nessa dissertação, essas operações assumem um importante papel pois a primeira transforma os dados numa configuração (afastamento nulo) para a qual existe um método de simulação de múltiplas a partir da primária do fundo do mar, por empilhamento tipo Kirchhoff (Tygel e Filpo, 1999). Uma vez simulada a múltipla, necessita-se transformá-la de volta para a configuração original de afastamento comum, de forma a realizar a subtração dos dados originais. A Figura 3.2 exhibe a geometria envolvida no MZO.

Para o cálculo da curva de empilhamento, da função peso e do fator de estiramento, basta utilizar $h_2 = 0$ nas equações (3.13), (3.16) e (3.18), respectivamente. Estas assumem, assim, as seguintes formas:

$$t_1 = T_{MZO}(\xi_1; \xi_0, t_0) = \frac{2h_1}{v} \sqrt{1 + \left(\frac{vt_0}{2h_1}\right) \frac{h_1^2}{(h_1^2 - \eta^2)}}; \quad (3.19)$$

$$\mathcal{K}_{MZO}(\xi_1; \xi_0, t_0) = \sqrt{T_{MZO}(\xi_1; \xi_0, t_0)} \left[\frac{h_1^2 + \eta^2}{(h_1^2 - \eta^2)^{3/2}} \right]; \quad (3.20)$$

$$m_{MZO}(\xi_1; \xi_0, t_0) = \cos(\alpha_1). \quad (3.21)$$

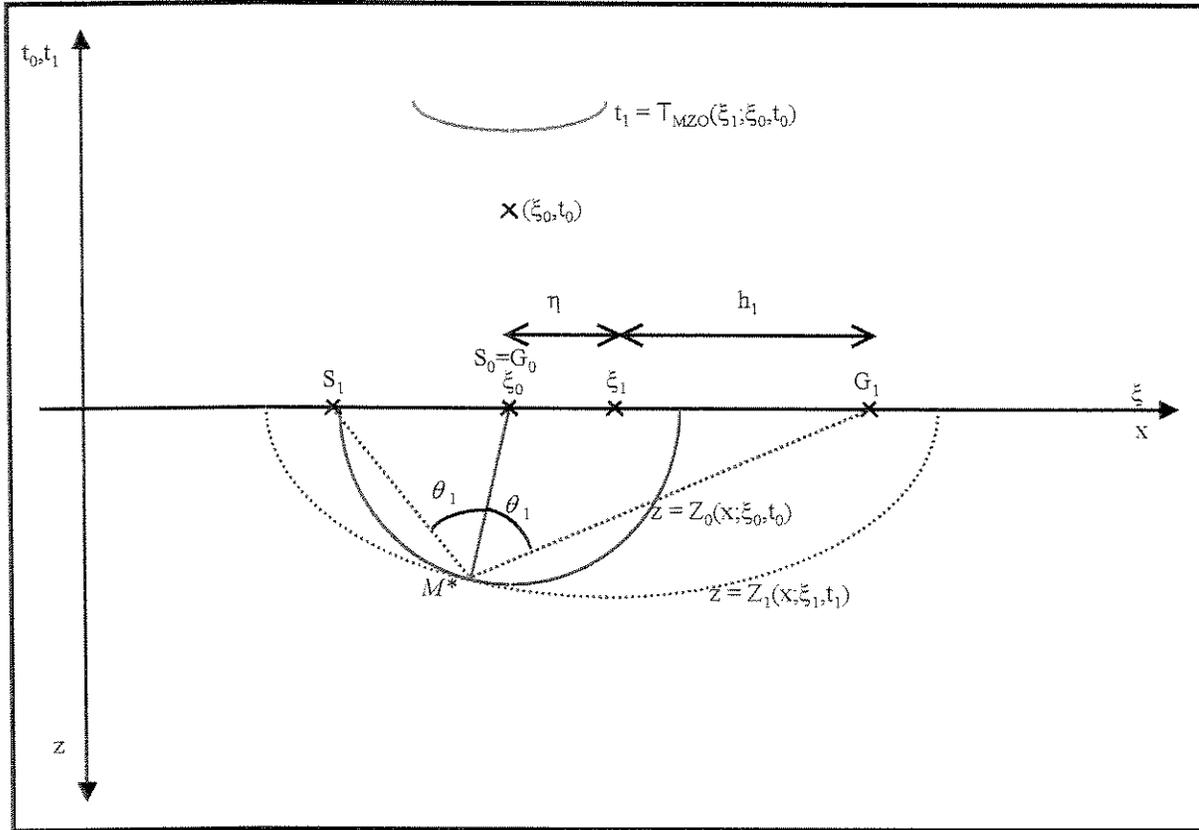


Figura 3.2: Geometria do MZO. O índice 0 refere-se à configuração de afastamento nulo.

A curva de empilhamento do MZO possui abertura limitada por $|\xi_1 - \xi_0| < h_1$. Conseqüentemente, tem-se que a função peso é real. Já o fator de estiramento reduz-se ao ângulo de reflexão no ponto estacionário com a configuração de entrada, pois o cosseno do ângulo da configuração de afastamento nulo é 1.

A geometria do problema IMZO está representada na Figura 3.3. A isócrona e raios correspondentes à configuração de entrada (afastamento nulo) estão representados em vermelho, a isócrona e raios referentes à configuração de saída (afastamento comum) estão em azul – tracejado.

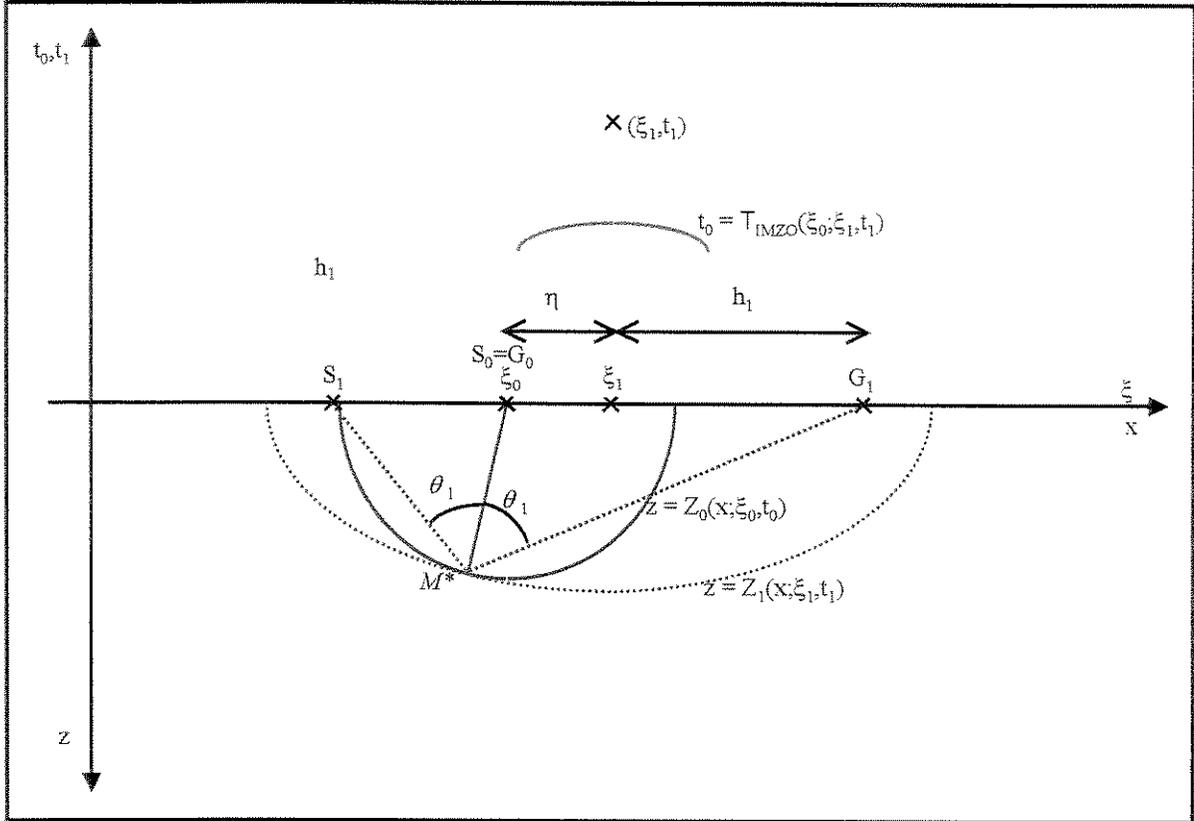


Figura 3.3: Geometria do IMZO. O índice 0 refere-se à configuração de afastamento nulo.

De forma análoga ao MZO, para os cálculos da curva de empilhamento, da função peso e do fator de estiramento do problema do IMZO, basta substituir o valor de h_1 por zero nas equações (3.13), (3.16) e (3.18). Estas reduzem-se às fórmulas

$$t_0 = T_{IMZO}(\xi_0; \xi_1, t_1) = \frac{2}{v} \sqrt{\left[\left(\frac{vt_1}{2h_1} \right)^2 - 1 \right] (h_1^2 - \eta^2)}; \quad (3.22)$$

$$\mathcal{K}_{IMZO}(\xi_0; \xi_1, t_1) = \frac{2.i}{vt_1} \sqrt{T_{IMZO}(\xi_0; \xi_1, t_1) \left[\frac{\left(\frac{vt_1}{2} \right)^2 - h_1^2}{(h_1^2 - \eta^2)} \right]}; \quad (3.23)$$

$$m_{IMZO}(\xi_0; \xi_1, t_1) = \frac{1}{\cos(\alpha_1)}. \quad (3.24)$$

Conforme a equação (3.22) o tamanho da abertura da curva de empilhamento possui duas condições limitantes: $(vt_1/2h_1) > 1$ e $|\xi_1 - \xi_0| < h_1$. A função peso assume valores complexos, pois a curvatura da isócrona de saída é menor que a de entrada ($h_1 > 0$), daí a necessidade de utilizar o traço analítico. O fator de estiramento é recíproco ao caso MZO.

Neste capítulo foi descrito o Método Unificado de Imageamento Sísmico (Tygel et al., 1996), no qual estão inseridos o OCO e suas particularizações (MZO e IMZO) que são processos que compõem o método de eliminação de múltiplas por empilhamento tipo Kirchhoff em configuração de afastamento comum, proposto nessa dissertação. No próximo capítulo será descrita a simulação de múltiplas por empilhamento tipo Kirchhoff na aproximação afastamento nulo.

Capítulo 4

Eliminação de múltiplas do fundo do mar de 1ª ordem por empilhamento Kirchhoff (MSKS) – Aproximação de afastamento nulo

Nesse capítulo será descrito o método de eliminação de múltiplas do fundo do mar de 1ª ordem por empilhamento Kirchhoff em aproximação de afastamento nulo (*multiple suppression by Kirchhoff stacking* - MSKS). Esse método é patenteado pela PETROBRAS no USSN, sob o número 09/419769. O método envolve a simulação da múltipla em afastamento nulo pela aplicação de um algoritmo em uma seção que seja uma boa aproximação de dados em afastamento nulo, um ajuste das amplitudes da múltipla simulada por meio de um filtro adaptador e subtração dessa múltipla ajustada dos dados de entrada. A primeira seção descreve a simulação da múltipla. A seção seguinte mostra a construção do filtro adaptador. Finalmente, a última seção apresenta exemplos numéricos da aplicação do método.

4.1 – Simulação das múltiplas

A idéia central do método de eliminação de múltiplas de 1ª ordem por empilhamento Kirchhoff (Filpo e Tygel, 1998, 1999 a,b), aqui designado de MSKS, tem relação com outros métodos que modelam uma seção sísmica que somente contenha reflexões múltiplas a ser subtraída posteriormente dos dados originais. Porém, uma dificuldade comum a esses

métodos é que necessitam de uma boa estimativa da assinatura da fonte (Weglein et al., 1997). No método de eliminação de múltiplas em questão não existe a necessidade de conhecer-se uma assinatura da fonte representativa dos dados. O método de eliminação de múltiplas de 1ª ordem por empilhamento Kirchhoff na sua aproximação afastamento nulo tem sua principal aplicação no caso de águas profundas. Isto é devido ao fato de que quando a profundidade do fundo do mar é grande em comparação aos afastamentos de fonte e receptor envolvidos, a seção de entrada pode ser considerada um aproximação razoável de uma seção de afastamento nulo. A determinação das condições de validade da aproximação de afastamento nulo merece estudos mais aprofundados e não faz parte do escopo dessa dissertação.

O método tem como conceitos básicos as idéias do Método Unificado de Imageamento Sísmico (Tygel et al., 1996). Conforme a Figura 4.1, considere uma malha de pontos, $N_m(\xi_m, t_m)$, nos quais devem-se posicionar os valores das amplitudes da seção de múltiplas a ser construída. O método envolve a migração em profundidade, segundo uma curva específica, de um ponto, $N_m(\xi_m, t_m)$, dando origem à isócrona, $Z_m(x, N_m)$, cuja equação é uma parábola. A demigração dessa isócrona segundo a configuração de uma primária de afastamento nulo, resulta, em tempo, na curva de empilhamento, $T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$. Ao longo dessa curva em tempo serão somadas as amplitudes nos dados de entrada e seu resultado colocado no ponto $N(\xi_m, t_m)$. No caso de a curva de empilhamento ser tangente à reflexão do fundo do mar, $T_R(\xi_m)$, um valor significativo, que representa a múltipla de 1ª ordem, será posicionado em $N_m(\xi_m, t_m)$. Realizando esse procedimento para todos os pontos da malha, obtém-se a simulação da múltipla representada assintoticamente pela sua curva de tempo de trânsito de reflexão, $T_m(\xi_m)$ e respectivas amplitudes. De forma semelhante ao caso da continuação de afastamentos – OCO – descrito no capítulo anterior, a solução em dois passos pode ser simplificada num único empilhamento. Os detalhes da construção da curva de empilhamento T_{MSKS} e do peso \mathcal{K}_{MSKS} estão descritos no Apêndice.

O meio considerado é 2,5D. As premissas fundamentais que devem ser cumpridas são que o refletor representado pelo fundo do mar respeite a Teoria do Raio de Ordem Zero (Červený et al., 1977) e varie somente no plano da seção sísmica. A velocidade da água é constante e os tiros e receptores são coincidentes como na configuração de afastamento nulo.

O método possui como principal característica uma cinemática excelente. Quando os dados de entrada aproximam-se de uma seção em afastamento nulo, os tempos da múltipla simulada são previstos com erro desprezível em relação à múltipla que seria registrada em afastamento nulo. No que diz respeito à sua parte dinâmica, Tygel e Filpo (1999b) propuseram uma função peso que recupera as amplitudes da múltipla simulada numa “melhor aproximação possível”. O sentido da qualificação “melhor possível” é dado no Apêndice A. Essas amplitudes são posteriormente ajustadas por meio da aplicação de um filtro adaptador. A subtração dessa múltipla simulada e ajustada aos dados de entrada resulta em dados virtualmente sem múltipla.

A equação que representa o empilhamento tipo Kirchhoff que simula a múltipla é:

$$U_m(\xi_m, t_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi_p \mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) \cdot \mathcal{D}[U_p(\xi_p, t_p)] \Big|_{t_p = \tau_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)} \cdot (4.1)$$

Na equação (4.1), $U_m(\xi_m, t_m)$ representa os dados de saída, a saber a seção simulada contendo somente a múltipla simulada, ξ_p e ξ_m representam os parâmetros de configuração dos traços nos dados de entrada e de múltiplas simuladas, respectivamente.

Como neste caso, os dados de entrada e de saída são de afastamento nulo, tem-se que $S(\xi_p)=G(\xi_p)$ e $S(\xi_m)=G(\xi_m)$. $d\xi_p$ é o intervalo de traços nos dados de entrada; $\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$ é uma função peso, complexa, que pondera as amplitudes e corrige a fase do sinal; A é a abertura do operador e $\tau_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$ é a curva de empilhamento. $U_p(\xi_p, t_p)$,

representa os dados de entrada. Estes dados podem representar uma seção de menor afastamento ou ainda uma seção empilhada. Estas seções contém primárias e múltiplas.

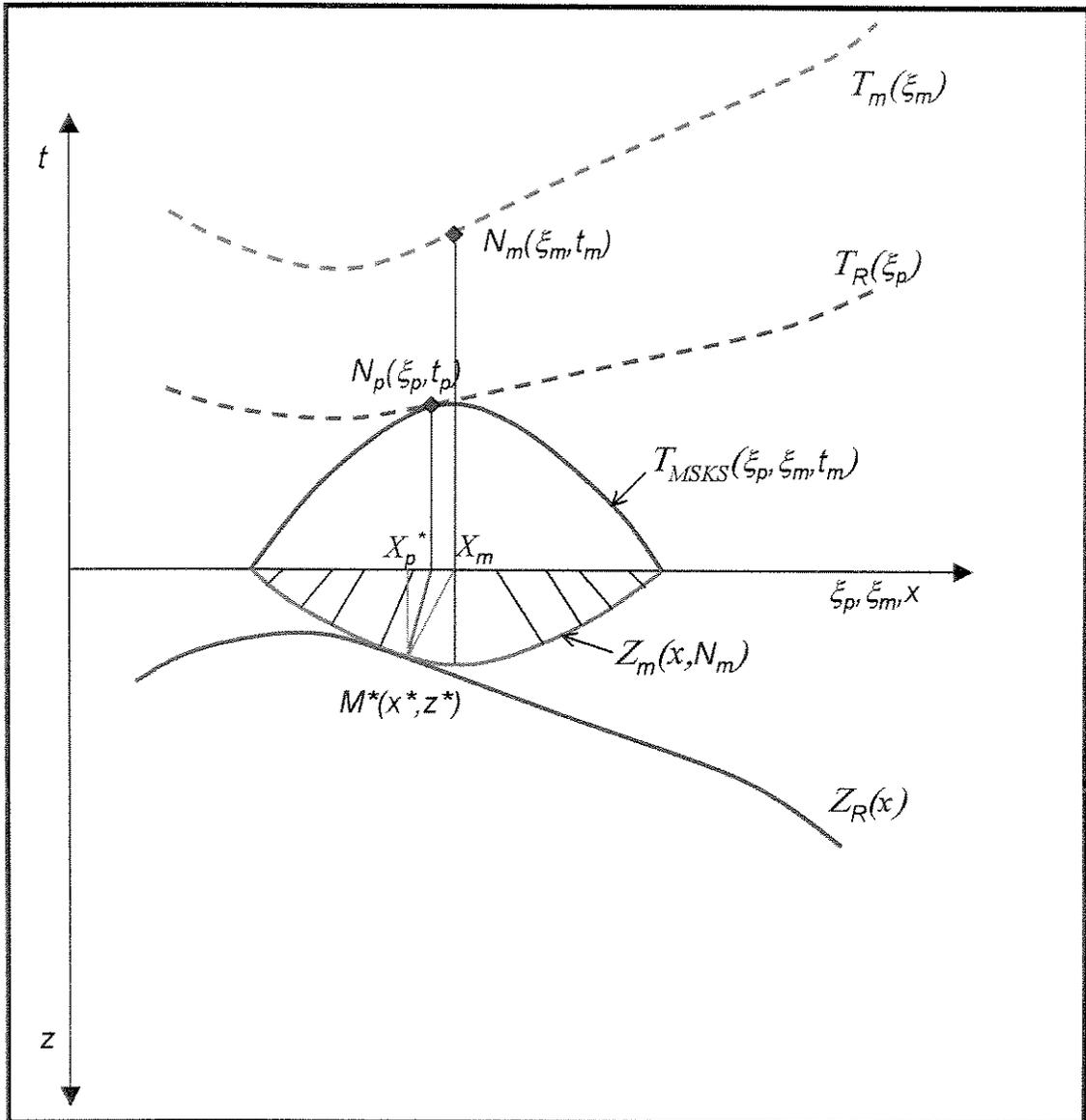


Figura 4.1 - Construção da curva de empilhamento do MSKS. A imagem migrada do ponto $N_m(\xi_m, t_m)$ é a curva isócrona $Z_m(x, N_m)$. Essa isócrona, se tratada como um refletor, ao ser demigrada conforme uma configuração de primária afastamento nulo (raios normais à isócrona), dá origem, em tempo, à curva $T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$ que é a curva de empilhamento procurada. Caso a isócrona seja tangente a um refletor em profundidade, ou a curva de empilhamento seja tangente à reflexão do fundo do mar em tempo, o valor posicionado em $N_m(\xi_m, t_m)$ é significativo. Na figura estão também representados o refletor do fundo do mar, $Z_R(x)$, a curva de tempo de reflexão do fundo do mar, $T_R(\xi_p)$ e a curva de reflexão da múltipla, $T_m(\xi_m)$.

Considere que a seção de entrada consiste de uma reflexão primária do fundo do mar, conforme a teoria do raio de ordem zero, a saber

$$U_p(\xi_p, t_p) = \frac{\mathcal{R}_p(\xi_p)}{\mathcal{L}(\xi_p)} F(t_p - T_R^p(\xi_p)) \quad , \quad (4.2)$$

onde

$\mathcal{R}_p(\xi_p)$ = coeficiente de reflexão;

$\mathcal{L}_p(\xi_p)$ = espalhamento geométrico da primária;

T_R^p = curva de tempo de reflexão da primária do fundo do mar; e

F = assinatura da fonte.

Agora considere uma reflexão múltipla em afastamento nulo. Ela pode ser descrita pela teoria do raio de ordem zero por

$$U_m(\xi_m, t_m) = -\frac{\mathcal{R}_m^2(\xi_m)}{\mathcal{L}(\xi_m)} F(t_m - T_R^m(\xi_m)) \quad , \quad (4.3)$$

onde

$-\mathcal{R}_m^2(\xi_m)$ = coeficiente de reflexão da múltipla;

$\mathcal{L}_m(\xi_m)$ = espalhamento geométrico da múltipla; e

T_R^m = curva de tempo de reflexão da múltipla de 1ª ordem do fundo do mar.

O empilhamento representado na equação (4.1) tem por objetivo transformar assintoticamente os dados da equação (4.2) na múltipla da equação (4.3). Conforme mostrado no Apêndice A, a curva de empilhamento deve ser

$$t_p = \tau_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) = \frac{t_m}{2} [1 - \mu^2] \sqrt{1 + \mu^2} \quad , \quad (4.4)$$

onde μ é definido conforme a equação

$$\mu = -\frac{2(x - \xi_m)}{v \cdot t_m} = \frac{-2\sqrt{3}}{3} \operatorname{senh}\left(\frac{\phi}{3}\right) \quad (4.5)$$

com

$$\phi = \operatorname{senh}^{-1}\left[-6\sqrt{3}\left(\frac{\xi_m - \xi_p}{v \cdot t_m}\right)\right] \quad .$$

A função peso, que fornece as melhores amplitudes a serem tratadas posteriormente pelo filtro adaptador, é (ver Apêndice)

$$\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) = -\mathcal{R}_p(\xi_p) \frac{\sqrt{2} i}{v \sqrt{t_m}} \frac{[1 - \mu^2]}{[1 + \mu^2]^{1/4} \sqrt{1 + 3\mu^2}} \quad . \quad (4.6)$$

Para a sua determinação considerou-se o fundo do mar plano e com pequeno mergulho. Essas considerações são bastante razoáveis como será provado nos exemplos numéricos.

Todo empilhamento tipo Kirchhoff introduz um estiramento nos dados. No caso do MSKS, o estiramento assume a forma (ver Apêndice)

$$m_{MSKS} = \frac{1}{2 \cos(\theta)} \quad (4.7)$$

onde θ é o ângulo de mergulho do fundo do mar.

O Apêndice A contém os desenvolvimentos matemáticos dos cálculos da curva de empilhamento, da função peso e do estiramento do pulso.

Na prática, o método é aplicado em uma seção sísmica, teoricamente de afastamento nulo, contendo primárias e múltiplas. Estes podem ser, por exemplo, dados de menores afastamentos corrigidos de NMO com a velocidade da água (v). O processo pode ser considerado como um tipo de transformação de configuração, onde simula-se, a partir de uma seção de entrada contendo primárias e múltiplas em afastamento nulo, uma seção de saída em afastamento nulo contendo apenas as múltiplas de 1ª ordem do fundo do mar.

A Figura 4.2 mostra um exemplo da aplicação do método em dados reais (Filpo e Tygel, 1999a). Na Figura 4.2a pode-se ver os dados antes da supressão da múltipla, onde é clara a sua ocorrência abaixo de 3,4s, bem como de *peg-legs*. Ao lado, após a aplicação do MSKS, pode-se verificar o sucesso alcançado com a total eliminação da múltipla e das *peg-legs*.

Devido às aproximações para o cálculo da função peso, as amplitudes obtidas necessitam de um ajuste para, antes da subtração, diminuir as pequenas diferenças entre a múltipla simulada e a múltipla dos dados de entrada. Esse ajuste é realizado pela aplicação de um filtro adaptador a ser descrito na próxima seção.

4.2 - Filtro Adaptador das amplitudes

Conforme já mencionado, o cálculo das amplitudes pela equação (4.6) considera o fundo do mar plano e com mergulho pequeno. Além disso, a estimativa do coeficiente de reflexão, $\mathcal{R}_p(\xi_p)$, introduz uma incerteza no valor das amplitudes. Essa incerteza é devida ao erro na determinação das velocidades da camada abaixo do fundo do mar por meio de análise de velocidades. Para que as amplitudes sejam ajustadas a valores próximos aos da

múltipla dos dados de entrada antes da subtração para sua eliminação é necessário aplicar um filtro adaptador ou conformador (*shaping filter*). Adicionalmente, a correção do estiramento do pulso após a simulação da múltipla não é perfeita, restando mais algumas diferenças entre a múltipla simulada e a dos dados de entrada.

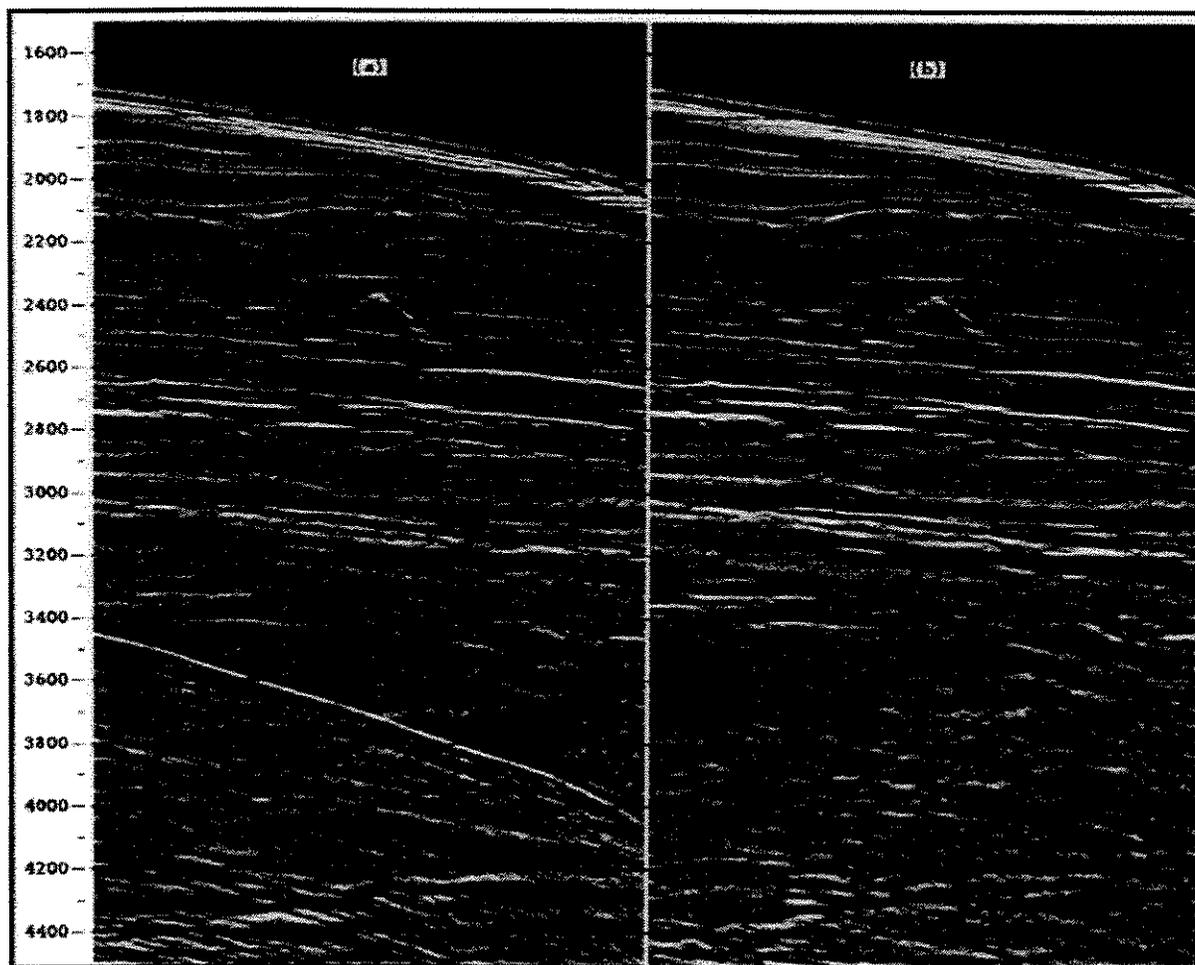


Figura 4.2 - Aplicação do MSKS em dados reais. a) antes e b) depois. (Filpo e Tygel, 1999a)

Considere um traço sísmico de referência, $\mathcal{P}(t)$, que contém primárias e a múltipla de 1ª ordem do fundo do mar. O fato de estarem presentes somente esses dois eventos tem o intuito de simplificar a formulação. A múltipla de 1ª ordem do fundo do mar presente no traço de referência, $\mathcal{P}(t)$, será denominada $\mathcal{M}(t)$. Esse traço representa um dos vários traços do dado de entrada para a simulação de múltiplas por empilhamento Kirchhoff. Após a simulação da múltipla, o traço que contém a múltipla simulada correlata à múltipla de referência, $\mathcal{M}(t)$, é $\mathcal{S}(t)$. O objetivo do filtro adaptador, $\mathcal{F}(t)$, é minimizar as diferenças de amplitude entre a múltipla de referência e a simulada. Ou seja, deve-se aplicar um filtro na múltipla simulada de modo a que suas amplitudes estejam o mais parecido possível com a múltipla de referência. Essa operação pode ser expressa como a convolução:

$$\mathcal{S}(t) * \mathcal{F}(t) = \tilde{\mathcal{M}}(t) + \mathcal{N}(t) \cong \mathcal{M}(t) \quad (4.8)$$

A função $\mathcal{N}(t)$ é um resíduo e $\tilde{\mathcal{M}}(t)$ é um sinal parecido com $\mathcal{M}(t)$. Se o resíduo for zero, $\tilde{\mathcal{M}}(t)$ possui os mesmos valores que $\mathcal{M}(t)$. Assim, o papel que o filtro deve desempenhar é agir de tal forma em $\mathcal{S}(t)$ de modo a minimizar $\mathcal{N}(t)$. Então, a questão que se coloca é: Qual a forma do filtro $\mathcal{F}(t)$? Esse problema pode ser resolvido pelo método dos quadrados mínimos, que leva à teoria dos filtros tipo Wiener. Conforme essa teoria, tem-se que

$$\Phi_{SS}(t) * \mathcal{F}(t) = \Phi_{SM}(t) \quad (4.9)$$

onde $\Phi_{SS}(t)$ representa a autocorrelação de $\mathcal{S}(t)$ e $\Phi_{SM}(t)$ a correlação cruzada de $\mathcal{S}(t)$ e $\mathcal{M}(t)$. Discretizando a equação (4.9), pode-se descrevê-la de forma matricial

$$G \cdot F = D \quad (4.10)$$

Em (4.10), G é a matriz tipo Toeplitz da autocorrelação de $S(t)$, cuja construção permite representar a convolução em (4.9) como um produto de matrizes; F é o vetor com as amostras do filtro e D é o vetor da correlação cruzada de $S(t)$ e $M(t)$. A matriz G é da forma

$$G = \begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & & & & \phi_{n-2} & \phi_{n-1} & \phi_n \\ \phi_1 & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{n-3} & \phi_{n-2} & \phi_{n-1} \\ \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & & & & \phi_{n-4} & \phi_{n-3} & \phi_{n-2} \\ \phi_3 & \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{n-5} & \phi_{n-4} & \phi_{n-3} \\ \phi_4 & \phi_3 & \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 & \phi_1 & & & & \phi_{n-6} & \phi_{n-5} & \phi_{n-4} \\ \phi_5 & \phi_4 & \phi_3 & \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{n-7} & \phi_{n-6} & \phi_{n-5} \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot & & \cdot \\ \phi_{n-2} & \phi_{n-3} & \phi_{n-4} & \phi_{n-5} & \phi_{n-6} & \phi_{n-7} & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_0 & \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_{n-1} & \phi_{n-2} & \phi_{n-3} & \phi_{n-4} & \phi_{n-5} & \phi_{n-6} & & & & \phi_1 & \phi_0 & \phi_1 \\ \phi_n & \phi_{n-1} & \phi_{n-2} & \phi_{n-3} & \phi_{n-4} & \phi_{n-5} & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_2 & \phi_1 & \phi_0 \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

onde ϕ_i são as diversas amostras da função da autocorrelação. A matriz G possui dimensão $n \times n$, onde n é o número de amostras do filtro adaptador. Assim, se G for inversível, o filtro F é:

$$F = [G]^{-1} \cdot D \quad (4.12)$$

Com o intuito de, inicialmente, diminuir os valores do resíduo, $n(t)$, deve-se limitar os dados de entrada do filtro adaptador numa janela em torno da múltipla de referência. Essa mesma janela deve ser aplicada aos dados que contêm a múltipla simulada. Na seção dos exemplos numéricos, pode-se verificar a robustez do filtro adaptador.

A seguir serão mostrados alguns exemplos numéricos relativos à aplicação com sucesso do MSKS e suas limitações.

4.3 – Exemplos numéricos

Essa seção tem o objetivo de, através de exemplos numéricos em dados sintéticos, mostrar a aplicabilidade do MSKS e suas limitações. Para tanto, utilizou-se o programa *Cshot* do *Center of Wave Phenomena* da *Colorado School of Mines* que realiza um modelamento 2,5D acústico e isotrópico. Os parâmetros de entrada da modelagem são: intervalo de traços de 10m, intervalo de amostragem temporal de 4ms e como *wavelet*, um filtro passa banda trapezoidal (4 – 12 – 48 – 72 Hz) de 120ms de duração.

4.3.1 – Aplicações bem sucedidas do MSKS

Nessa subseção serão mostrados 4 exemplos do sucesso do MSKS na eliminação da múltipla de 1ª ordem do fundo do mar.

No exemplo 1, o modelo geológico consiste de um fundo do mar com mergulho de aproximadamente 15° e coeficiente de reflexão do fundo do mar de 1, conforme a Figura 4.3. Foram gerados dados de primária e múltipla de 1ª ordem do fundo do mar em afastamento comum de 200m ($h=100m$). Esses dados foram corrigidos de NMO com velocidade de 1500m/s e foram submetidos ao MSKS. A Figura 4.4 mostra os dados em afastamento comum corrigidos de NMO e a múltipla simulada. Na Figura 4.5 podem ser observados os tempos de trânsito das múltiplas modeladas corrigidas de NMO e da múltipla simulada pelo MSKS. Os tempos da múltipla modelada com afastamento de 200m e da

simulada são praticamente iguais. As maiores diferenças, da ordem de 1ms, são menores que o intervalo de amostragem, 4ms.

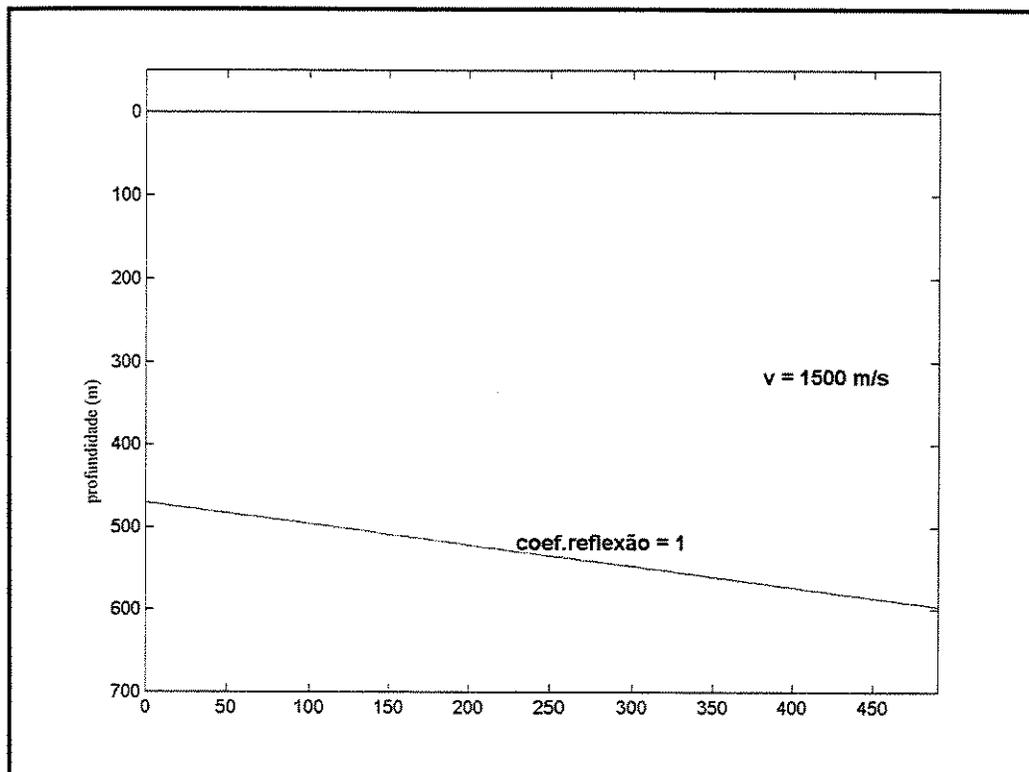


Figura 4.3 - Modelo do fundo do mar em profundidade.

A Figura 4.6 mostra a razão entre as amplitudes da múltipla modelada e as da simulada após o ajuste das amplitudes. Como pode-se observar, as diferenças não ultrapassam 1%.

O exemplo 2 tem por objetivo mostrar que mesmo com erro na velocidade da camada abaixo do fundo do mar, com a aplicação do filtro adaptador os resultados alcançados são muito bons. Nesse exemplo, o modelo geológico é semelhante ao do exemplo anterior, porém o mergulho é de 8° e a velocidade do meio inferior é de 1650m/s (Figura 4.7).

Conforme a equação (4.6), há um termo na função peso relativo ao coeficiente de reflexão para afastamento nulo do fundo do mar. O cálculo desse termo leva em conta que,

para pequenos ângulos de incidência, o coeficiente de reflexão varia pouco. Esse é o caso do fundo do mar com pouco mergulho, visto que o ângulo de incidência da múltipla em afastamento nulo iguala-se ao mergulho do fundo do mar.

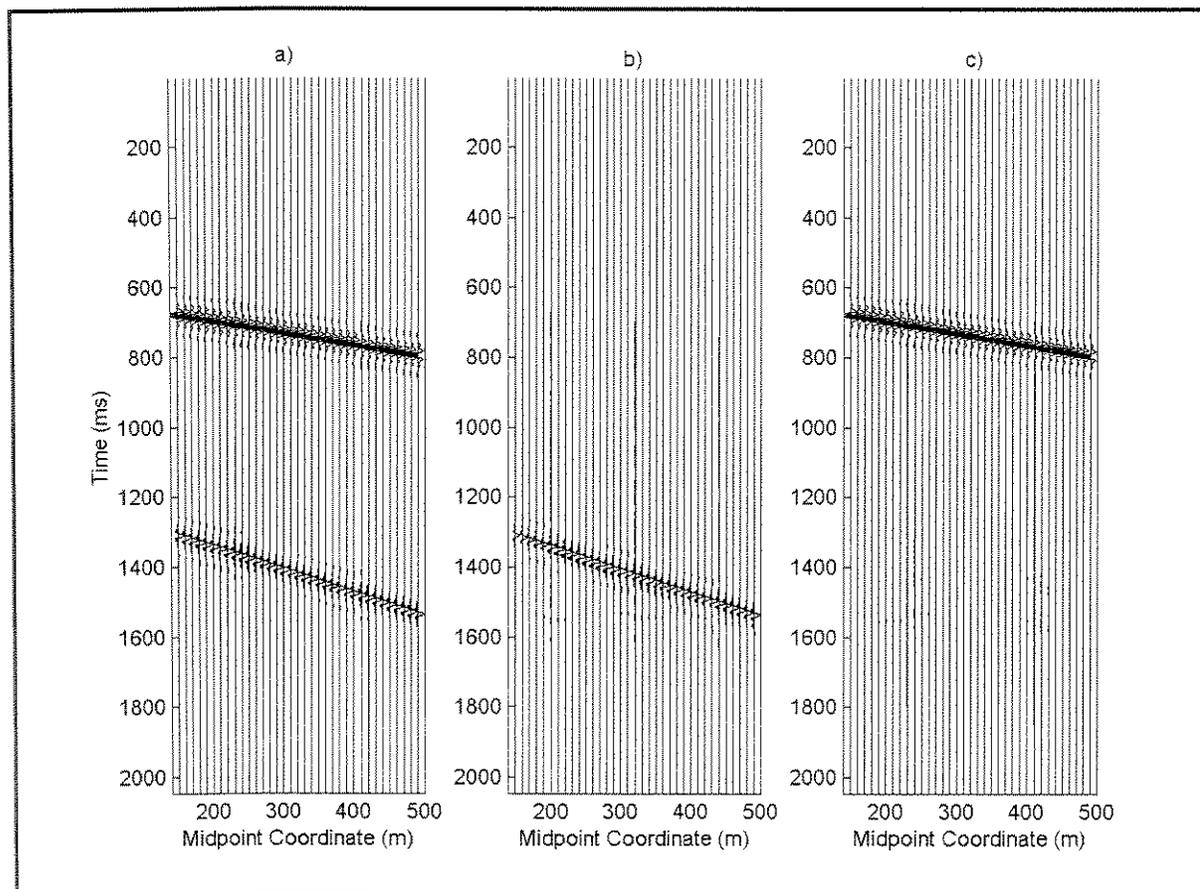


Figura 4.4 - Dados modelados em afastamento comum corrigidos de NMO e múltipla simulada pelo MSKS. a) afastamento comum de 200m; b) múltipla simulada a partir de a); e c) subtração de b), após ajuste das amplitudes, dos dados em a).

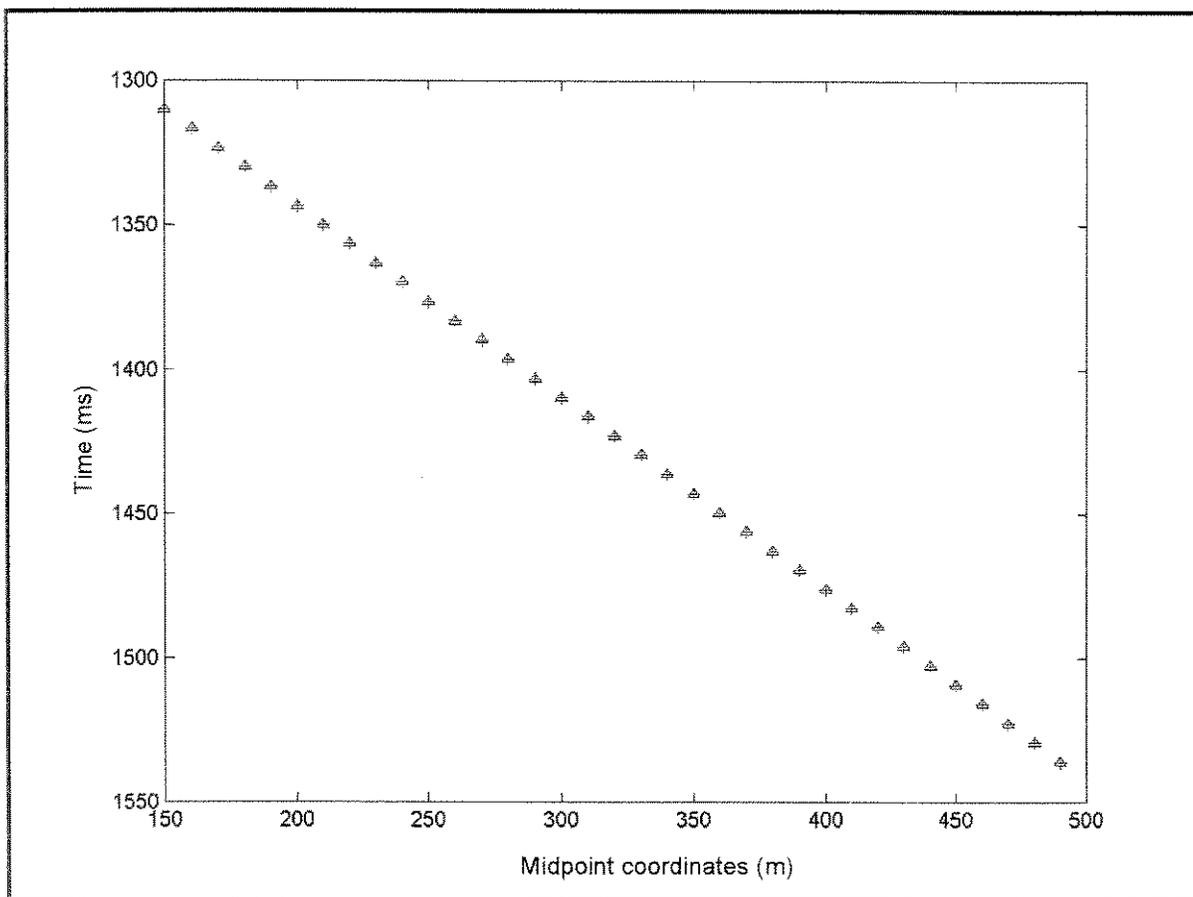


Figura 4.5 - Comparação dos tempos de trânsito de reflexão da múltipla dos dados modelados corrigidos de NMO e do dado simulado.

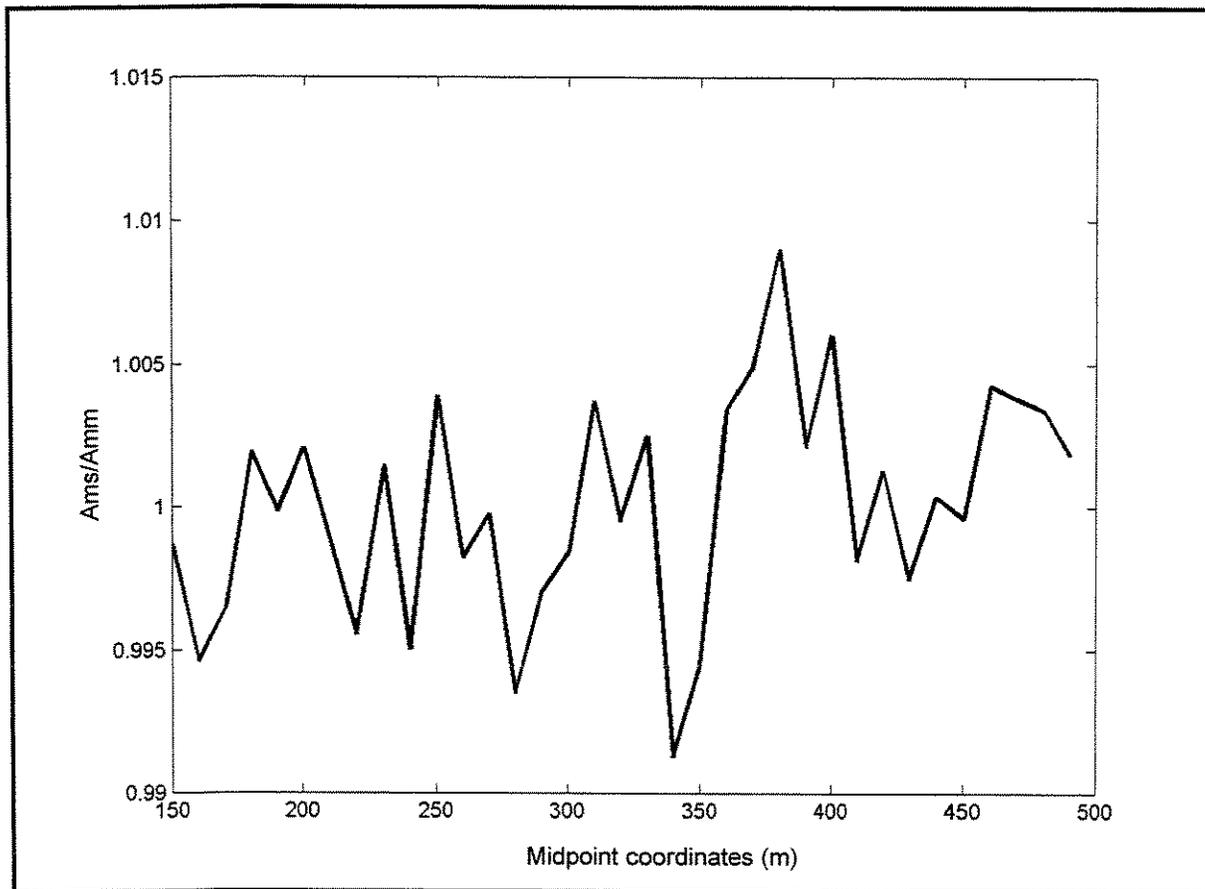


Figura 4.6 – Comparação de amplitudes. Razão entre as amplitudes da múltipla simulada após ajuste pelas da múltipla modelada.

Como a velocidade do meio subjacente à lâmina d'água é estimada a partir da análise de velocidades pode-se atribuir um valor incorreto à amplitude devido a erro na determinação de velocidades. Para averiguar a influência do erro na determinação da velocidade no cálculo das amplitudes, foram modelados dados em afastamento comum de 200m, conforme o modelo da Figura 4.7. Posteriormente, foi simulada a múltipla com erros

de velocidades que variaram em 5%, 10%, 15% e 20%, para mais e para menos em relação à velocidade correta de 1650m/s. O gráfico da Figura 4.8 mostra as amplitudes calculadas com os diversos valores de velocidade. Como pode ser observado, um erro de 5% na estimativa da velocidade, acarreta em um erro de cerca de 50% nas amplitudes em relação às amplitudes da múltipla modelada, para essa distribuição de velocidades. Apesar da grande influência da estimativa do coeficiente de reflexão no cálculo das amplitudes, deve-se levar em conta que o filtro adaptador tem a capacidade de ajustar as amplitudes de modo a fornecer um ótimo resultado na subtração da múltipla simulada dos dados de entrada como pode ser observado na Figura 4.9. Todas as amplitudes das múltiplas simuladas com distintos erros de velocidade foram ajustadas para, praticamente, os mesmos valores, muito próximos aos valores da múltipla modelada.

O exemplo 3 verifica a influência da curvatura nas amplitudes da múltipla simulada. O cálculo da função peso leva em conta um fundo do mar com curvatura suficientemente pequena. Para verificar o quanto essa aproximação é válida, foram modelados dados em afastamento nulo e afastamento de 200m, num modelo em profundidade conforme a Figura 4.10. A partir dos dados com afastamento de 200m corrigidos de NMO, simulou-se a múltipla e suas amplitudes foram comparadas com as amplitudes da múltipla em afastamento nulo modelada. A Figura 4.11 mostra essa comparação. Pode-se observar que, para esse modelo em profundidade, nas porções onde a curvatura do fundo do mar é maior, o erro nas amplitudes é da ordem de 20% no sinclinal e não mais que 7% no anticlinal. Essas diferenças de amplitudes são facilmente tratadas pelo filtro adaptador como pode ser observado na Figura 4.12. Para efeito de exibição foram mostrados de 8 em 8 traços.

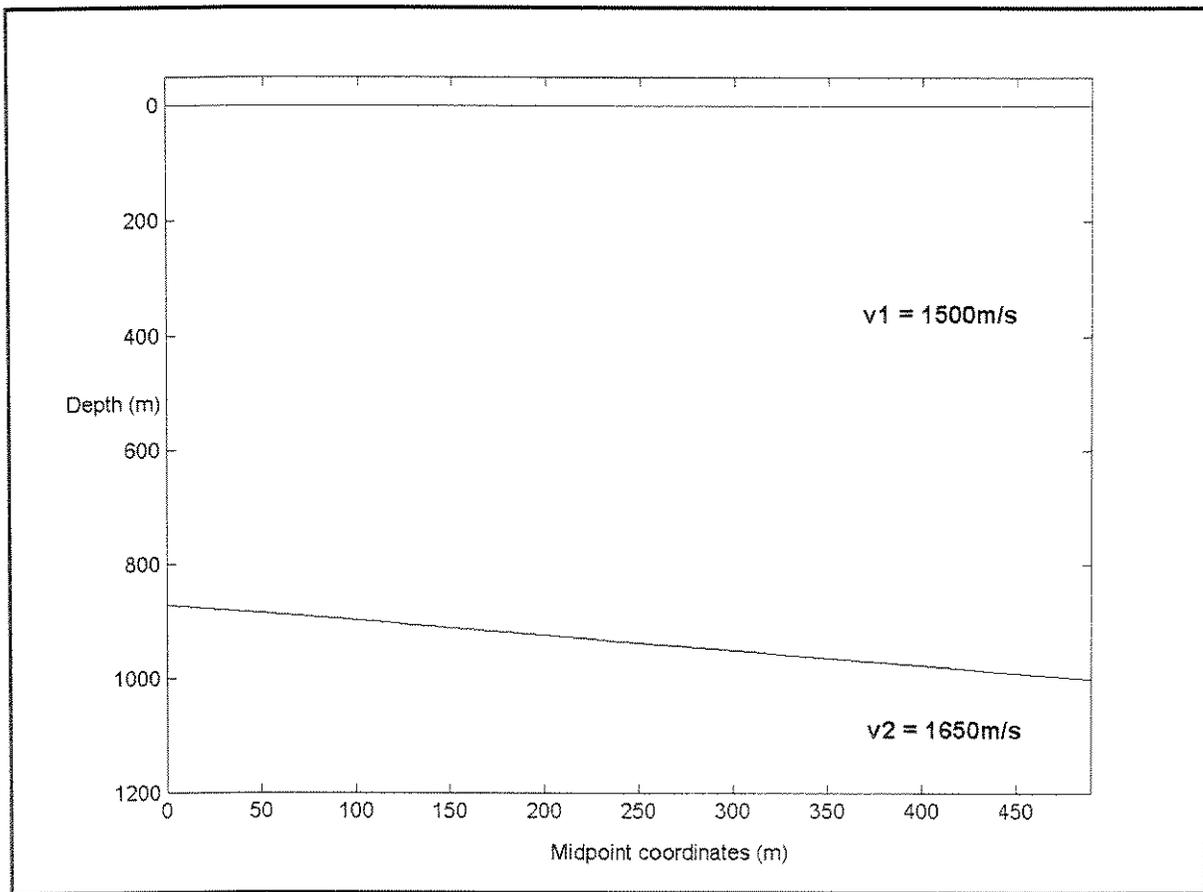


Figura 4.7 – Modelo em profundidade. Aqui o mergulho do fundo do mar é de 8° .

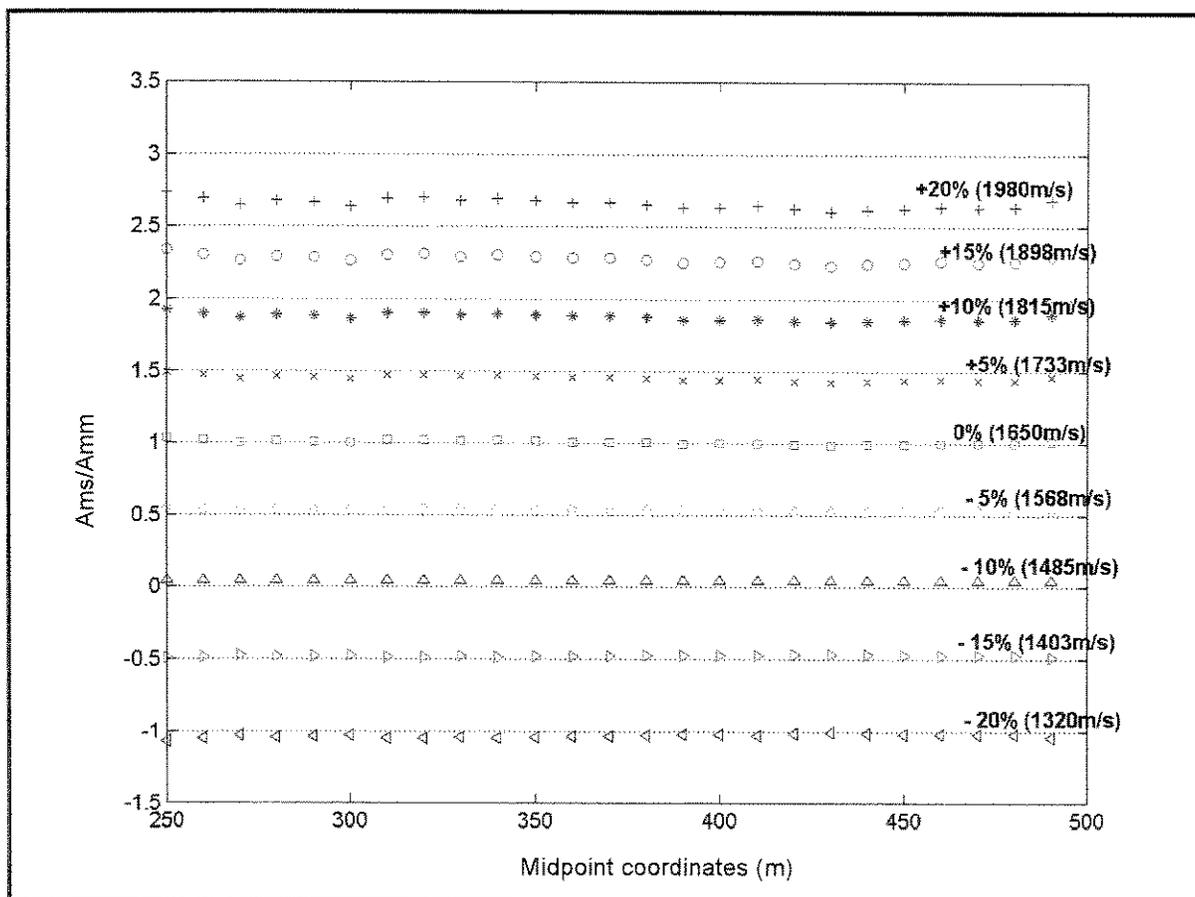


Figura 4.8 - Comparação de amplitudes. Razão das amplitudes da múltipla simulada com diversas velocidades da camada subjacente ao fundo do mar pela amplitude da múltipla em afastamento nulo modelada.

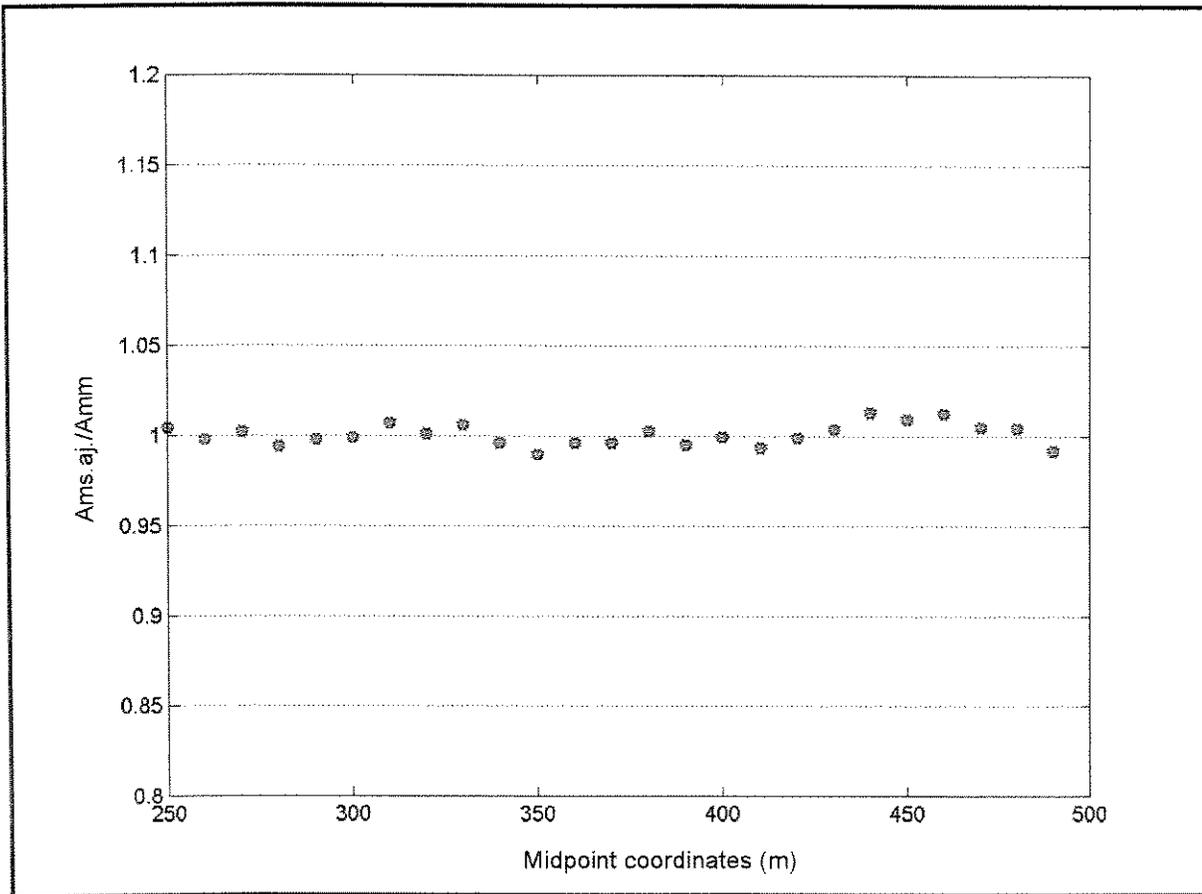


Figura 4.9 – Aplicação do filtro adaptador. Razão entre as amplitudes da múltipla gerada com as diversas velocidades da figura anterior após processo do filtro adaptador (Ams.aj.) e as amplitudes da múltipla em afastamento 200m corrigida de NMO (Amm).

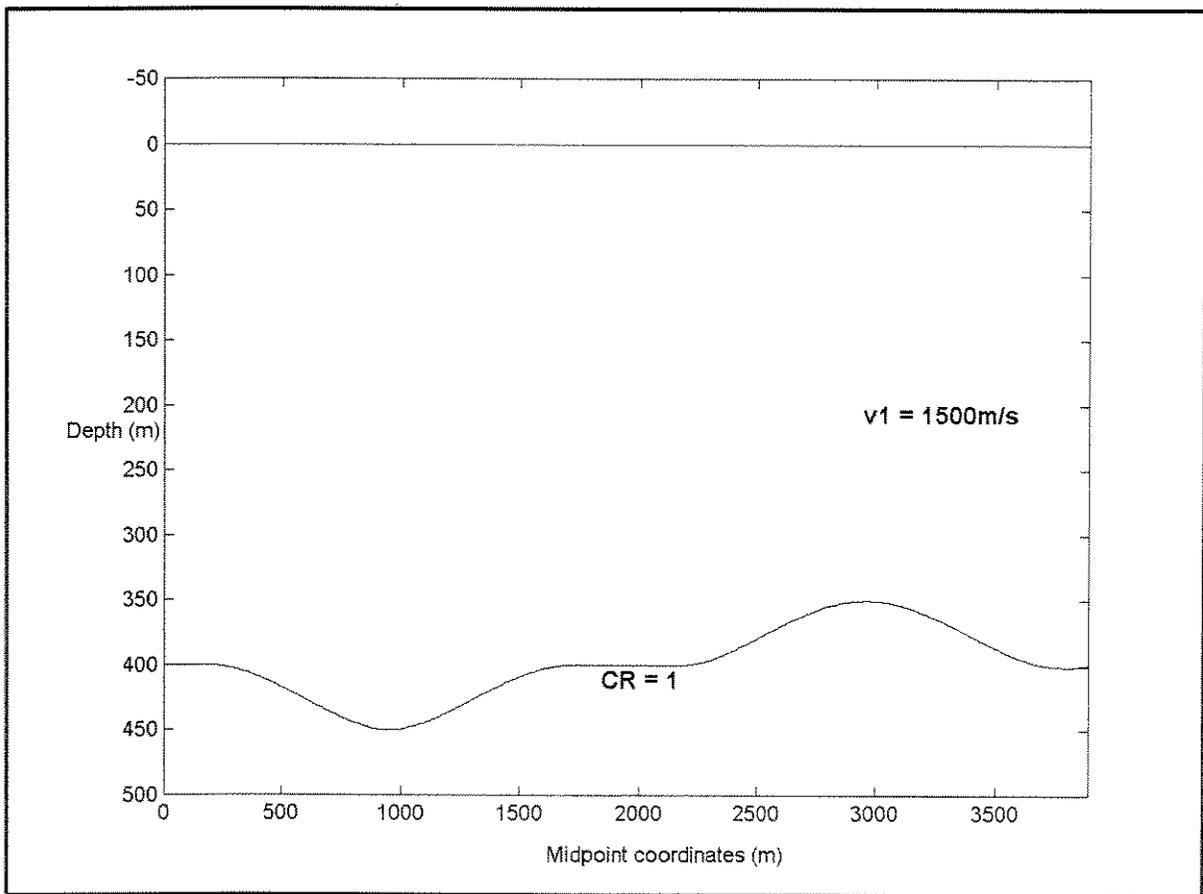


Figura 4.10 – Modelo de refletor curvo.

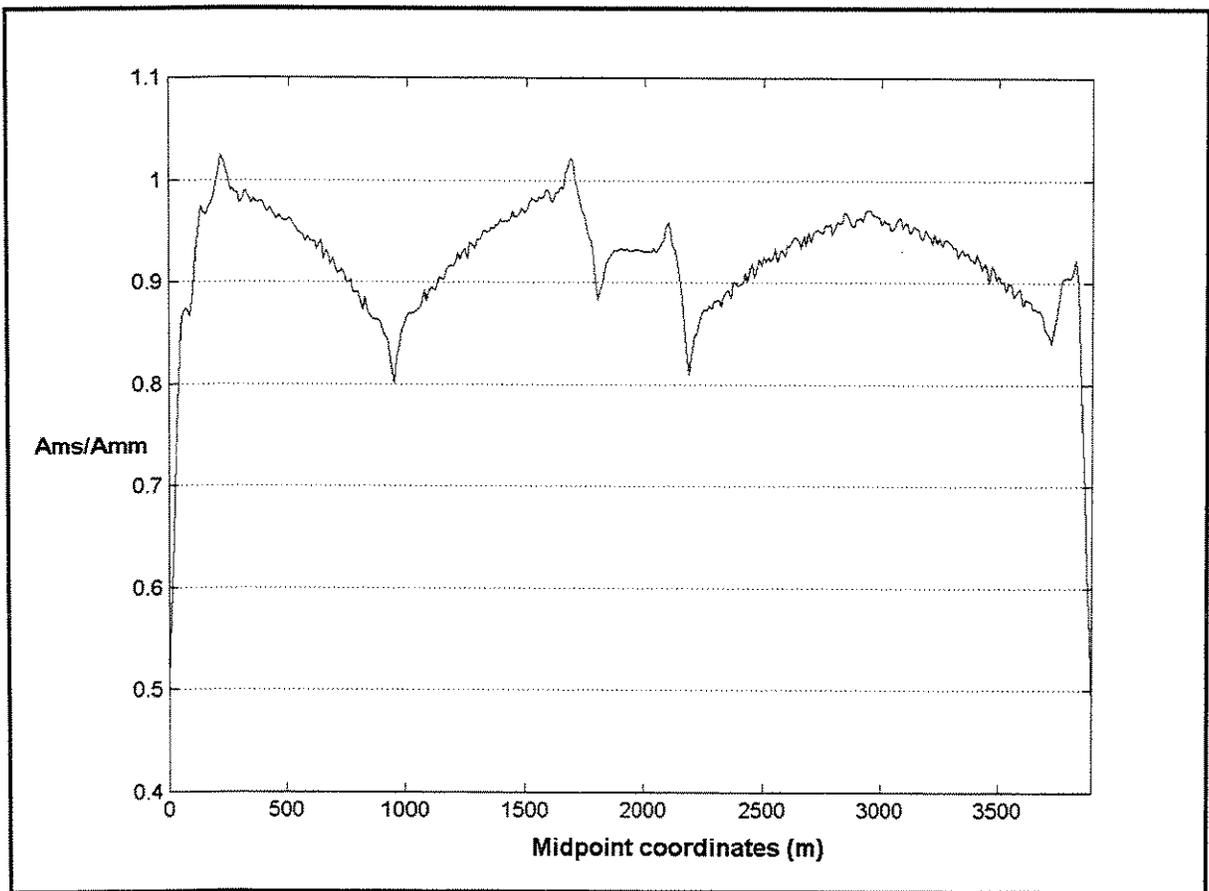


Figura 4.11 - Comparação de amplitudes. Razão entre as amplitudes da múltipla simulada e da modelada para um refletor curvo.

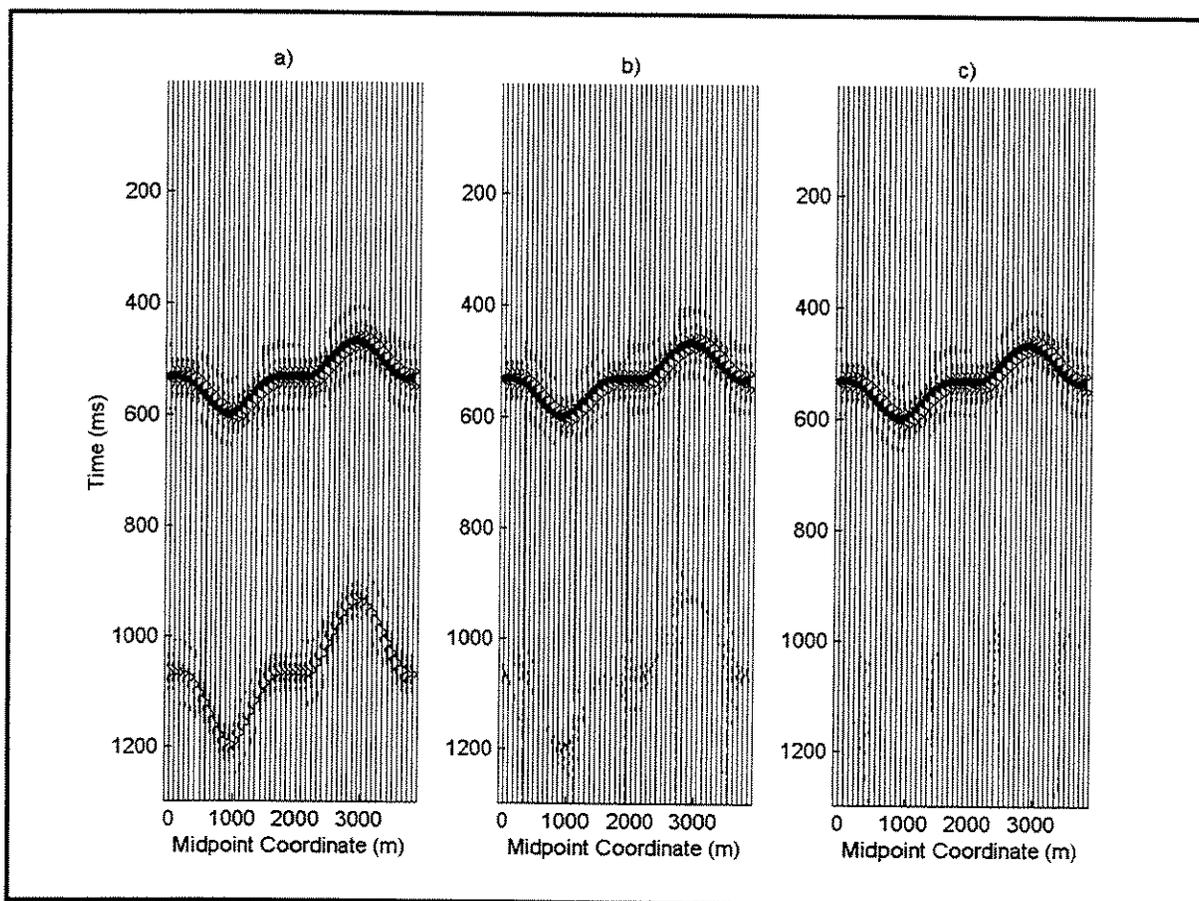


Figura 4.12 – Aplicação do filtro adaptador em dados de refletor curvo. a) seção de afastamento comum de 200m corrigida de NMO; b) subtração da múltipla simulada dos dados em a); e c) subtração da múltipla simulada e ajustada dos dados em a).

Os exemplos apresentados atestam a eficiência do MSKS mesmo em situações não contempladas pelas aproximações feitas quando do cálculo da função peso. A função peso fornece as melhores amplitudes possíveis. A excelente previsão dos tempos aliada à robustez do filtro adaptador garante o sucesso do método.

Como já mencionado, o MSKS considera que os dados de entrada sejam uma boa aproximação de dados em afastamento nulo. Quando esse não é o caso, o método não prevê tempos da múltipla corretos e, dessa forma, a eliminação falha. Na próxima seção, serão mostrados dois exemplos onde o MSKS não prevê amplitudes e tempos corretos: a) dados que não obedecem a aproximação de afastamento nulo; e b) borda de seção.

4.3.2 – Limitações do MSKS

Para a análise do caso em que os dados não obedecem à aproximação de afastamento nulo, utilizou-se o mesmo modelo geológico do exemplo 1, da Subseção 4.2.1. Os dados sintéticos foram modelados com afastamento fonte – receptor de 1000m. A Figura 4.13 exibe: a) os dados modelados; b) a múltipla simulada a partir desses dados; e c) a subtração de b) dos dados em a). A previsão errada dos tempos é evidenciada na Figura 4.13c, onde não se logrou a eliminação da múltipla. A comparação dos tempos da múltipla modelada com afastamento de 1000m com os tempos da múltipla simulada mostra que, para as profundidades e mergulho envolvidos, é óbvia a violação da aproximação de afastamento nulo (Figura 4.14). Para tratar essa diferença em tempo adequadamente, seria necessário aplicar uma correção de *dip move out* (DMO) nos dados com afastamento de 1000m com o objetivo de corrigir o efeito do mergulho, subtrair a múltipla simulada, retirar o NMO e realizar a correção de DMO inverso. O tema dessa dissertação se propõe a realizar exatamente esses processos, tendo em vista que a combinação das correções de NMO seguida da de DMO equivale ao MZO num meio de velocidade constante (Tygel et al., 1997).

O próximo exemplo diz respeito ao problema de borda de seção comum a todos os processos de imageamento, devido à falta de traços dentro da abertura do operador. Na verdade esse problema é inevitável. Porém, uma forma de contorná-lo, é, ao projetar um levantamento sísmico, estender as linhas sísmicas, de forma a que esse problema não interfira em reflexões objetivo. Para o caso do MSKS, ainda não está estabelecido o quanto estender as linhas sísmicas e deve ser objeto de estudos futuros. Para exemplificar esse problema, foi utilizado o modelo do exemplo 1, da Subseção 4.2.1. A Figura 4.15 mostra os tempos da múltipla modelada e da simulada na borda das seções. A Figura 4.16 mostra as amplitudes desses mesmos eventos na borda da seção.

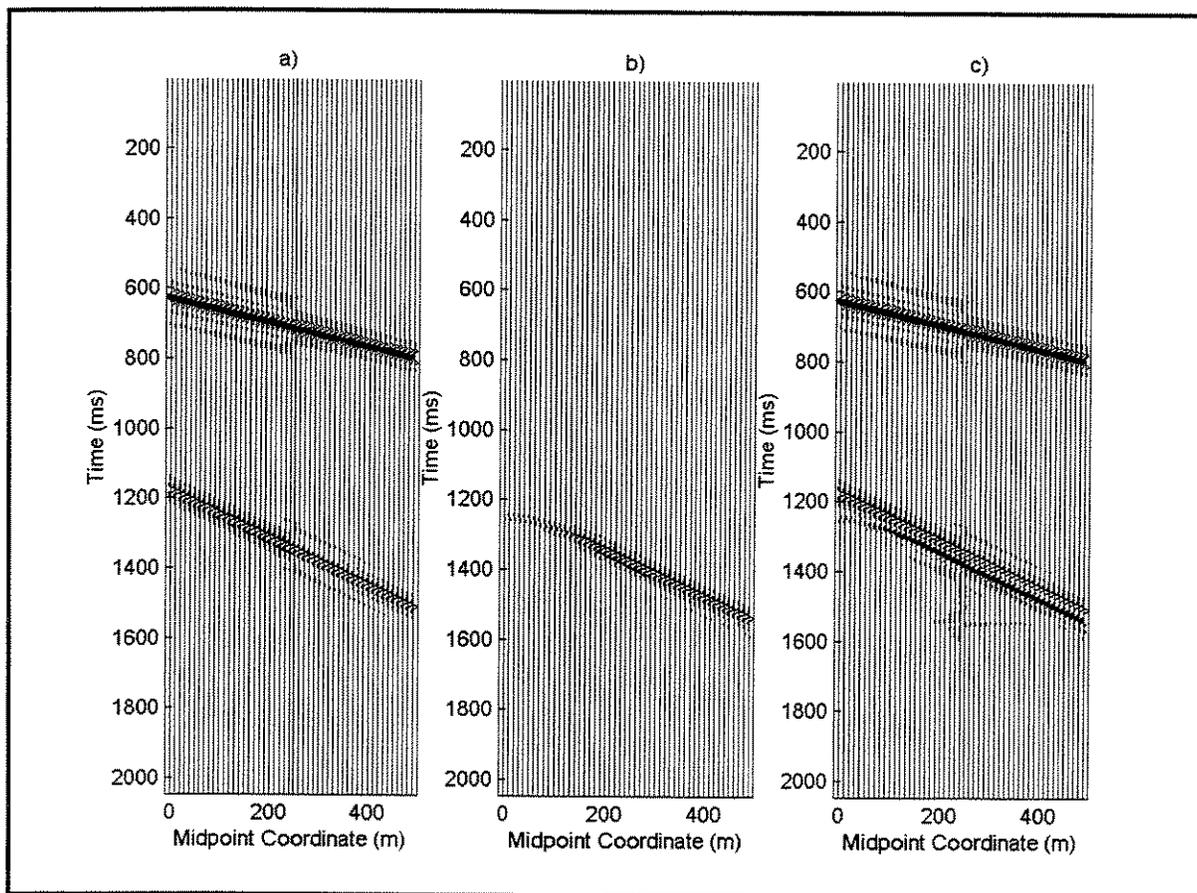


Figura 4.13 – Violação da aproximação de afastamento nulo. a) os dados modelados em afastamento de 1000m; b) a múltipla simulada a partir de a); e c) a subtração de b) dos dados em a)

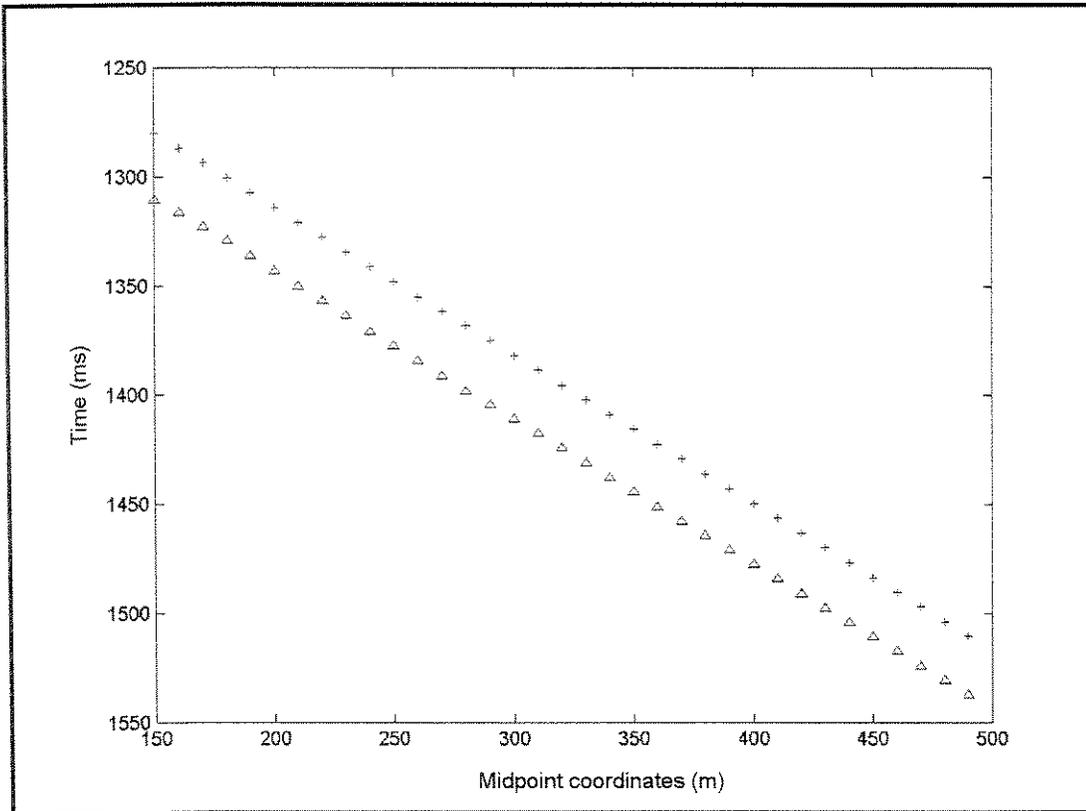


Figura 4.14 – Comparação de tempos. Tempo da múltipla modelada em afastamento de 1000m corrigida de NMO (cruzes) e tempo da múltipla simulada a partir da primária em afastamento de 1000m corrigida de NMO (triângulos).

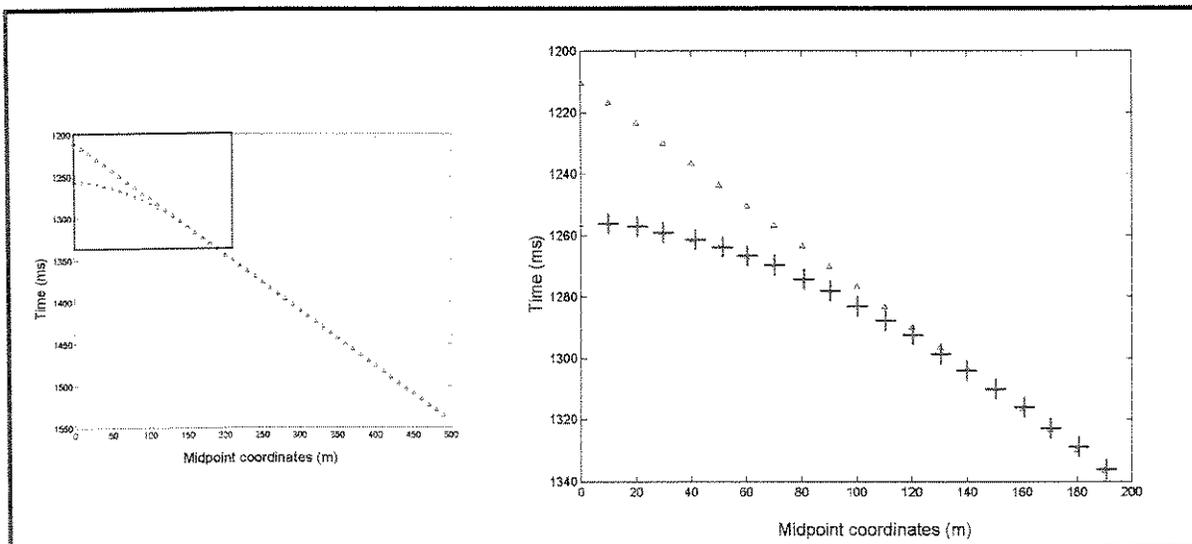


Figura 4.15 – Comparação de tempos. Detalhe dos tempos da múltipla modelada em afastamento de 200m corrigida de NMO (triângulos) e da múltipla simulada (cruzes) na borda da seção.

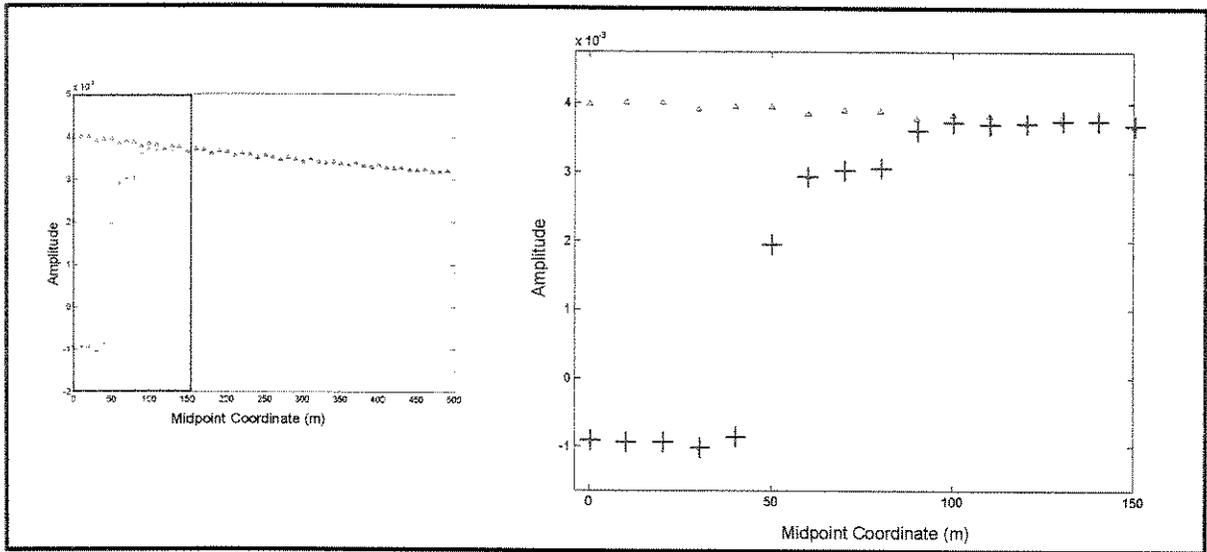


Figura 4.16 – Comparação de amplitudes. Amplitudes da múltipla modelada em afastamento de 200m (triângulos) e da múltipla simulada (cruzes) na borda da seção.

Como foi mostrado nessa subseção, o MSKS possui duas limitações. A referente ao não cumprimento da aproximação de afastamento nulo, conforme já mencionado, pode ser resolvida por uma seqüência de correção de NMO e DMO, simulação da múltipla e correção de NMO e DMO inversos. Essa seqüência equivale à aplicação do MZO, MSKS e MZO inverso. O próximo capítulo abordará a superação dessa limitação.

Capítulo 5

Eliminação de múltiplas do fundo do mar de 1ª ordem por empilhamento Kirchhoff – Configuração de afastamento comum

No Capítulo 3, foram abordadas as rotinas de continuação de afastamentos (OCO), com enfoque nas suas particularizações, o MZO e o MZO inverso. O assunto do Capítulo 4 foi a eliminação de múltiplas de 1ª ordem do fundo do mar por empilhamento Kirchhoff na aproximação de afastamento nulo, MSKS, onde foram mostrados exemplos numéricos do sucesso da aplicação do método e circunstâncias nas quais o método não fornece resultados satisfatórios. No que diz respeito às limitações do MSKS, a relativa à borda da seção, comum a todos os métodos de imageamento é inevitável e deve-se programar o comprimento das linhas sísmicas de forma a que o efeito de borda não interfira numa reflexão objetivo. A outra limitação referente ao não cumprimento da aproximação de afastamento nulo, conforme mencionado naquele capítulo, pode ser superada aplicando processos adicionais de transformação dos dados. O método – tema central dessa dissertação – se propõe a contornar essa última limitação e expandir a eliminação de múltiplas por empilhamento Kirchhoff para qualquer faixa de afastamento fonte – receptor. Para tanto, o método utiliza as rotinas da continuação de afastamentos (OCO) (Capítulo 3) e do MSKS (Capítulo 4). Resumidamente, o método reside em: a) transformar seções de afastamento comum em suas correspondentes de afastamento nulo via MZO; b) simular a múltipla do fundo do mar de 1ª ordem em afastamento nulo por empilhamento Kirchhoff;

c) transformar as seções de múltipla de afastamento nulo em suas correspondentes de afastamento comum por meio do IMZO; e d) subtrair das seções de afastamento comum originais a múltipla simulada, transformada em afastamento comum, após o ajuste das amplitudes pelo filtro adaptador. O fluxograma da Figura 5.1 resume esses processos. A geometria das transformações do método está esboçada na Figura 5.2. Com uma configuração de afastamento comum, foi registrada a primária do fundo do mar, $T_{Pco}(\xi_p)$, e a múltipla, $T_{Mco}(\xi_m)$. Realiza-se o MZO, levando a primária e a múltipla do fundo do mar para a configuração em tempo de afastamento nulo, $T_{Pzo}(\xi_p^0)$ e $T_{Mzo}(\xi_m^0)$, respectivamente. Visto que a situação é de afastamento nulo, simula-se a múltipla em afastamento nulo empilhando-se as amplitudes ao longo de $T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$ para todos os pontos na seção de múltipla a ser construída. O próximo passo é realizar o MZO inverso transformando a múltipla simulada em sua correspondente em afastamento comum. A seção que contém essa múltipla em afastamento comum terá suas amplitudes ajustadas por meio do filtro adaptador antes de ser subtraída da seção de entrada para a atenuação da múltipla.

Como será abordado adiante, o método produz ótimos resultados quando a curvatura do fundo do mar é suficientemente pequena se comparada às dimensões das quantidades relevantes do problema a saber: a profundidade do fundo do mar, o afastamento para o qual a múltipla deve ser transformada e a frequência do pulso da fonte. Quando esse não é o caso, a transformação inversa do MZO não prevê tempos corretos para a múltipla em afastamento comum.

A quantificação específica da relação entre os fatores acima mencionados, embora representem um aspecto importante para a aplicação do método, não será abordada aqui.

Como as operações de transformação dos dados utilizadas na metodologia proposta já foram descritas em capítulos precedentes, nesse, será descrito o método e serão mostrados alguns exemplos numéricos que abordarão de forma qualitativa suas vantagens e limitações

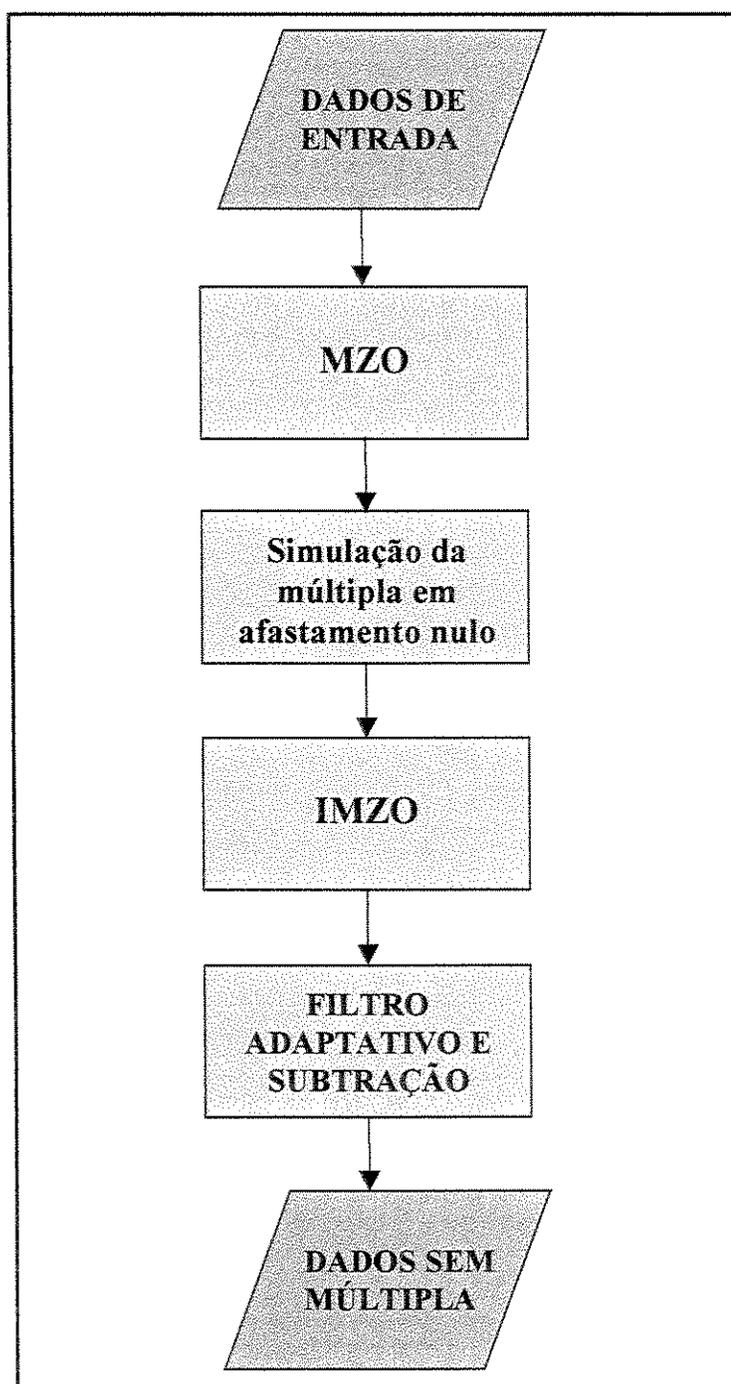


Figura 5.1 – Fluxograma do método de eliminação de múltiplas por empilhamento Kirchhof em configuração de afastamento comum.

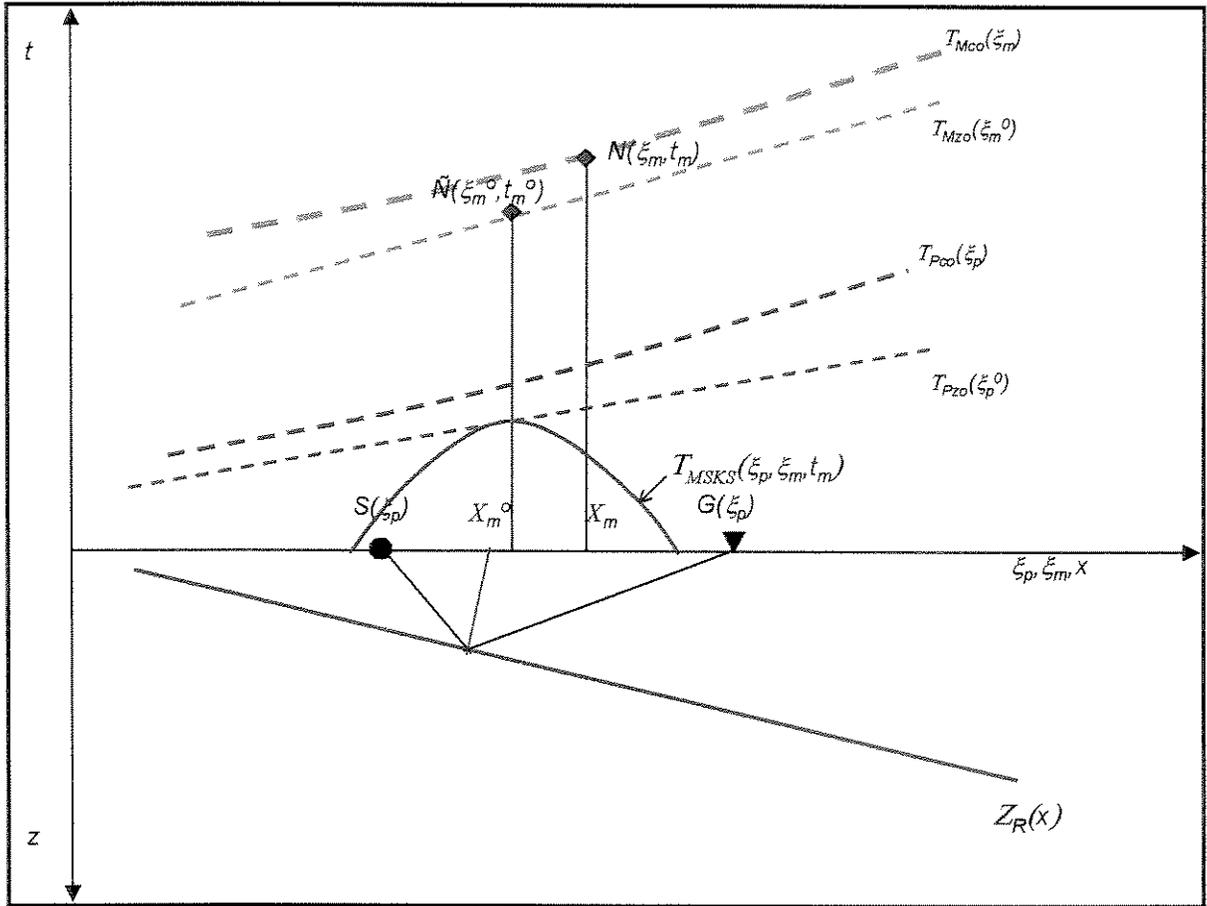


Figura 5.2 – Geometria do método de eliminação de múltiplas em afastamento comum.

5.1 – Descrição do método

O MSKS, conforme visto no Capítulo 4, fornece excelentes resultados quando a seção de entrada é uma boa aproximação de uma seção em afastamento nulo. Porém, quando esse não é o caso, os tempos da múltipla simulada não são previstos corretamente. Tendo em vista o sucesso do MSKS na aproximação de afastamento nulo, deve-se buscar uma transformação dos dados em afastamento comum. Naturalmente, o MZO é a transformação candidata a essa tarefa. Porém, os eventos nos quais se baseia o desenvolvimento do MZO são reflexões primárias. Nesse caso, tem-se que essas reflexões são transformadas assintoticamente da configuração em afastamento comum para a configuração em afastamento nulo. Dessa forma, surge a seguinte questão: O que ocorre com a múltipla do fundo do mar de 1ª ordem quando submetida ao MZO?

Para ilustrar como a múltipla é transformada pelo MZO vale a pena lembrar que o MZO pode ser realizado em dois passos, a saber uma migração em profundidade com a configuração de afastamento de entrada e uma demigração com a configuração de afastamento nulo de saída. Assim, para o caso de um fundo do mar plano, um sismograma em afastamento comum ($h = 250\text{m}$) que contém a reflexão primária e a múltipla de 1ª ordem do fundo do mar será migrado em profundidade e demigrado com a configuração de afastamento nulo. Ao realizar essas operações, surge, após a migração, um refletor em profundidade que corresponde à imagem da múltipla migrada e, após a demigração, uma curva de tempo de trânsito. Não se sabe a priori que tipo de curva de tempo de trânsito é essa. Espera-se que essa curva seja equivalente à múltipla em afastamento nulo, o que justifica a aplicação do MZO para transformar a múltipla em afastamento comum na sua correspondente em afastamento nulo. A Figura 5.3 mostra o resultado da migração em profundidade dos dados em afastamento comum. A migração da múltipla resulta no refletor hipotético, aqui denominado de equivalente, indicado pela seta. A Figura 5.4 mostra os dados demigrados conforme a configuração de afastamento nulo e os dados modelados com primária e múltipla do fundo do mar em afastamento nulo. Na Figura 5.5, é exibida a comparação entre os tempos a curva de tempo de trânsito referente à demigração do refletor

gerado pela migração da múltipla em afastamento comum e da múltipla modelada em afastamento nulo. Como pode-se observar, a coincidência entre essas curvas é muito boa.

Do anteriormente exposto, fica bastante plausível a validade da transformação da múltipla em afastamento comum na sua correspondente em afastamento nulo para o caso de um fundo do mar plano. Essa afirmação implica também na validade do IMZO para a múltipla, desde que seja utilizado o mesmo modelo de velocidade, visto que o MZO e IMZO são transformações inversas nessa circunstância. O método proposto consiste na aplicação do MZO em uma seção de entrada em afastamento comum contendo primárias e múltipla, seguido da simulação da múltipla em afastamento nulo e sua transformação para afastamento comum por meio do IMZO. Após esses processos, obtém-se uma seção que contém somente a múltipla do fundo do mar de 1ª ordem em afastamento comum, cujas amplitudes devem ser ajustadas pelo filtro adaptador antes da subtração dos dados de entrada em afastamento comum.

O fato de o ajuste das amplitudes e subtração da múltipla ocorrerem no domínio do afastamento comum ao invés do afastamento nulo, como seria intuitivo pensar, deve-se à correção do fator de estiramento do pulso após o MZO em relação ao tempo da amplitude de pico da primária do fundo do mar em afastamento nulo. Ao corrigir-se o estiramento do pulso, com o objetivo de obter a múltipla em afastamento nulo o mais semelhante possível à registrada, a reflexão referente à múltipla transformada pelo MZO é deslocada para tempos menores. Esse deslocamento, impossibilita a eliminação no domínio do afastamento nulo.

Foi abordada a aplicação do MZO na múltipla de 1ª ordem do fundo do mar em dois passos. Para entender como o MZO opera no método proposto, recorre-se à Figura 5.6. No que se segue, vai-se considerar o chamado modelo 2,5D conforme definido no Capítulo 3. A localização dos pares fonte - geofone (S,G) na linha sísmica será especificada pelo chamado parâmetro de configuração ξ , a saber $S=S(\xi)$ e $G=G(\xi)$, com ξ uma variável escalar. O intervalo de variação do parâmetro ξ é denominado de abertura do experimento sísmico. No caso da configuração de afastamento comum, o parâmetro de configuração ξ é

o ponto médio entre fonte e receptor. O caso de afastamento nulo será identificado com um 0 (zero) sobrescrito.

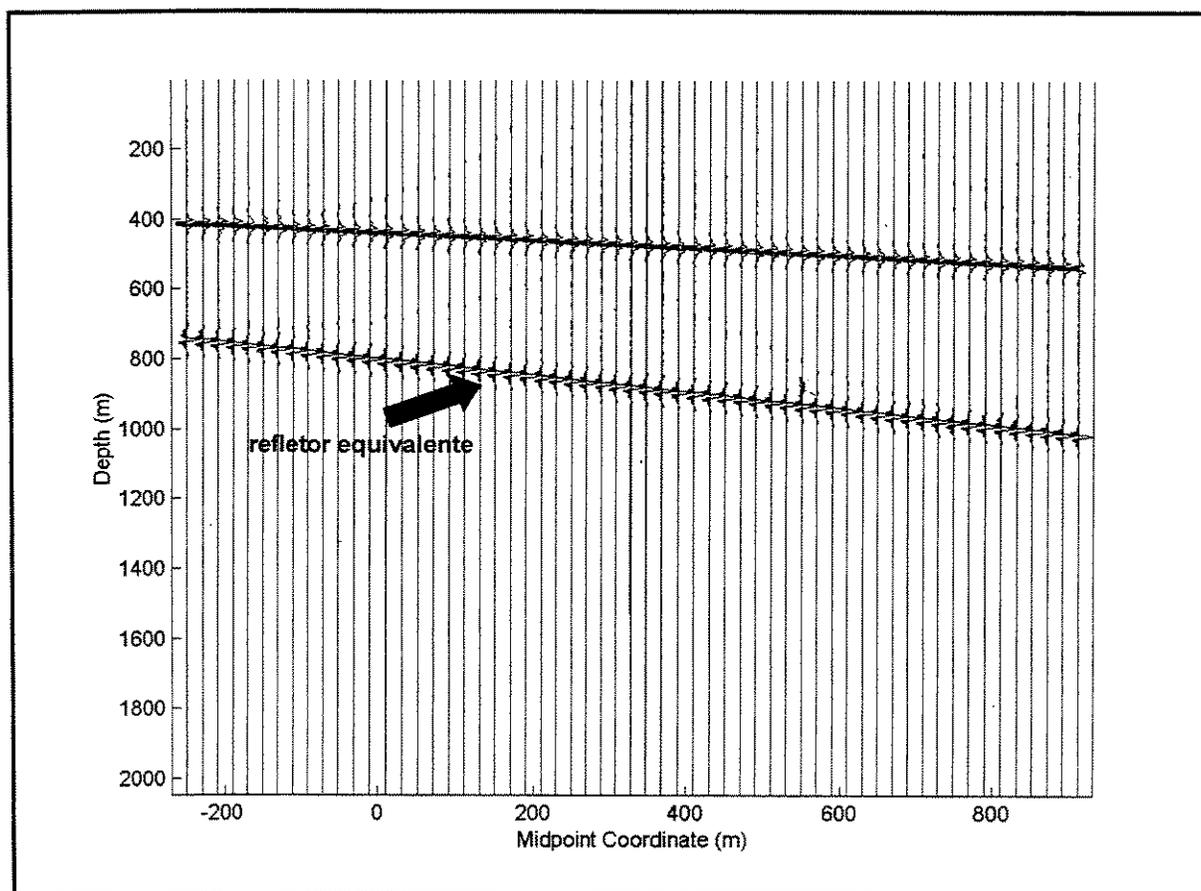


Figura 5.3 – Migração em profundidade de uma seção em afastamento comum com primária e múltipla do fundo do mar.

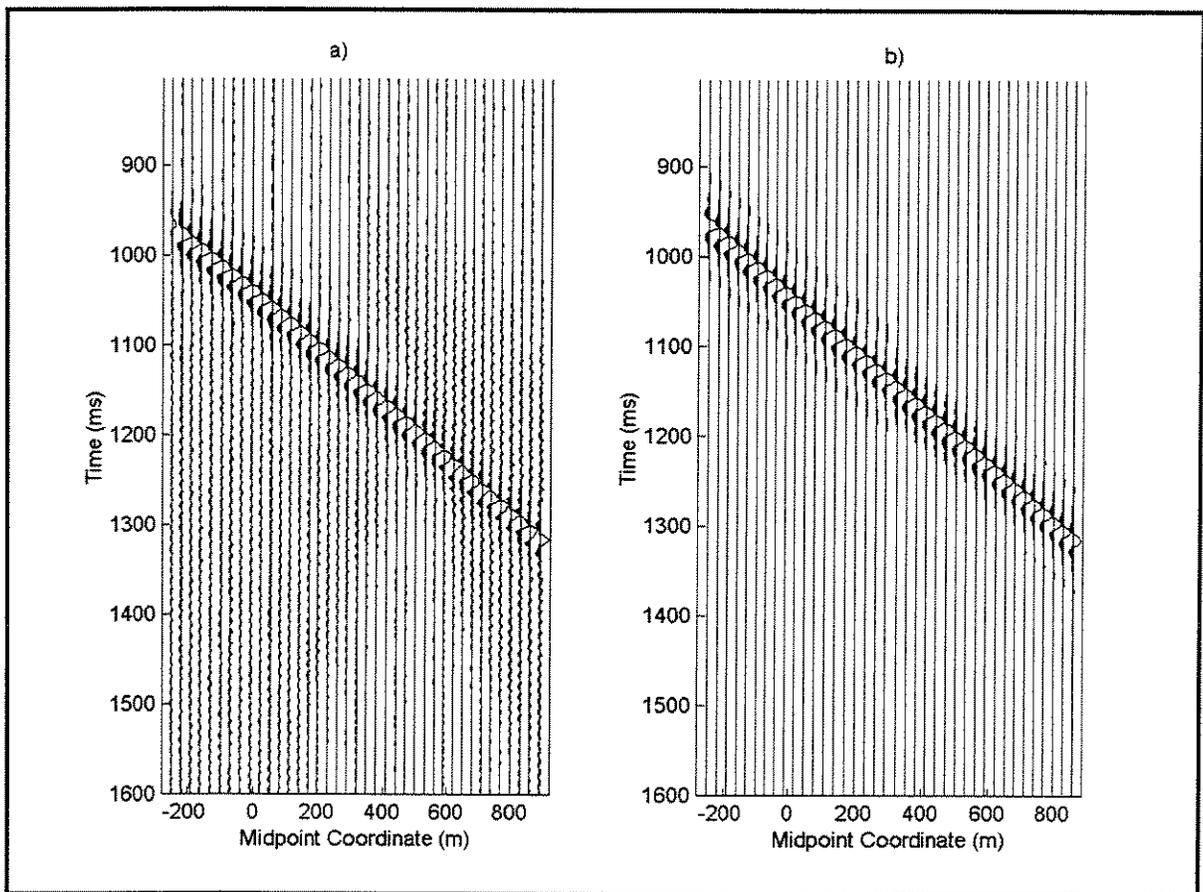


Figura 5.4 – Demigração do refletor hipotético referente à migração da múltipla. a) resultado da demigração em afastamento nulo; e b) múltipla modelada em afastamento nulo.

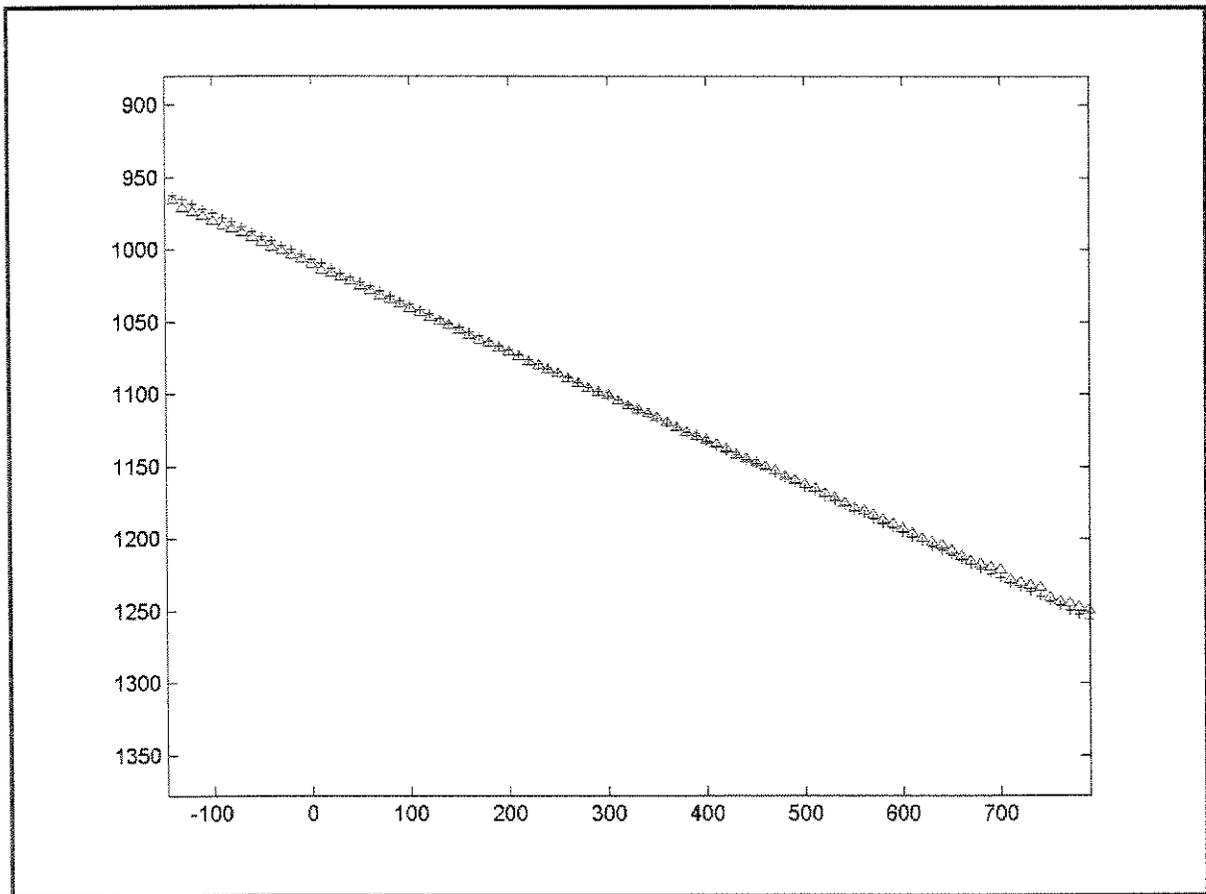


Figura 5.5 – Comparação de tempos de trânsito. Múltipla em afastamento nulo modelada (triângulos azuis) e curva de tempo de trânsito resultante da demigração do refletor equivalente (cruzes vermelhas).

Conforme a Figura 5.6 e lembrando os conceitos que são a base do MZO, tem-se que a isócrona $Z_{eo}(x, N)$, aqui chamada de equivalente com afastamento, referente à primária que se reflete no refletor equivalente, $Z_E(x)$, é uma elipse com focos em S e G e tangente ao refletor equivalente no ponto M_e . Se for aplicado o MZO com velocidade da água ao sismograma em afastamento comum que contém as curvas de tempo de reflexão da primária, $T_{Pco}(\xi_p)$, e da múltipla, $T_{Mco}(\xi_m)$, esses eventos serão transformados para a configuração em tempo das suas correspondentes em afastamento nulo. Os pontos X_m^0 e X_p possuem coordenadas $(\xi_m^0, 0)$ e $(\xi_p, 0)$, respectivamente. De uma maneira figurativa, o MZO faz com que as trajetórias dos raios da primária, $S(\xi_m)M_eG(\xi_m)$, que se reflete no refletor equivalente, sejam transformadas para as trajetórias $S(\xi_m^0)M_eG(\xi_m^0)$. O ponto correspondente a $P(x, \xi_m)$ após o rebatimento da superfície livre em relação ao fundo do mar é o ponto M_e . O ponto $P(x, \xi_m)$ é o ponto de reflexão na superfície livre das múltiplas em afastamento nulo e comum. A amplitude resultante da transformação será posicionada em $\tilde{N}(\xi_m^0, t_m^0)$, com um novo fator de espalhamento geométrico referente ao caso em afastamento nulo. Em rosa pode-se observar a isócrona equivalente da múltipla em afastamento nulo, $Z_{ez}(x, \tilde{N})$, que é uma meia circunferência. As curvas de tempo de trânsito em afastamento nulo são $T_{Pzo}(\xi_p^0)$, da primária, e $T_{Mzo}(\xi_m^0)$, da múltipla.

O método proposto fornece resultados excelentes quando a curvatura do fundo do mar é suficientemente pequena. Quando esse não é o caso, a transformação inversa do MZO prevê tempos incorretos para a múltipla simulada. A Figura 5.6 mostra que a demigração do refletor equivalente reconstrói a curva de tempo de trânsito da múltipla em afastamento nulo original quando este é plano. Observe que o procedimento de migração de uma múltipla em afastamento comum gera sempre um refletor fictício em profundidade. No entanto, a demigração desse refletor fictício, conforme a configuração em afastamento nulo, não mais reconstrói a múltipla em afastamento nulo quando o fundo do mar não é plano.

Na seção seguinte, além dos exemplos nos quais o método alcança bons resultados, serão mostrados experimentos que mostram o problema da curvatura do fundo do mar.

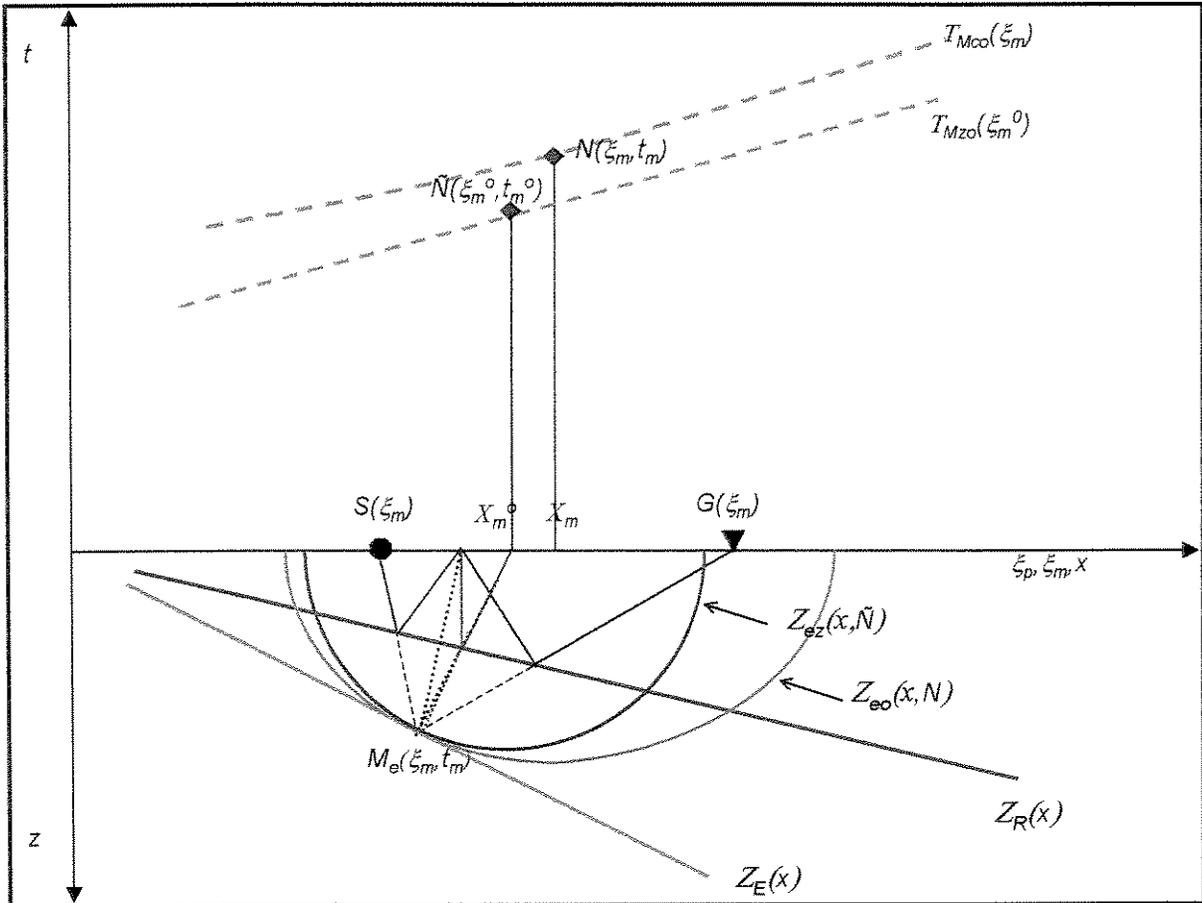


Figura 5.6 – Geometria do MZO na múltipla em afastamento comum.

5.2 – Exemplos numéricos

Essa seção, por meio de exemplos numéricos, mostrará a aplicação do método: a) em situação onde a aproximação de afastamento nulo não é respeitada; b) num caso de múltipla e refletor concorrentes; e, c) num caso de refletor curvo. Da mesma forma que no Capítulo 4, todas as modelagens foram realizadas usando o *Cshot* do *Center of Wave Phenomena* da *Colorado School of Mines*, com intervalo de traços de 10m, intervalo de amostragem temporal de 4ms e como *wavelet*, um filtro passa – banda trapezoidal (4 – 12 – 48 – 72Hz) de 120ms de duração.

O efeito de borda da seção é equivalente ao do MSKS. Pelo fato de esse problema já ter sido exemplificado no capítulo anterior, nesse capítulo ele não será abordado.

O primeiro exemplo diz respeito a situações onde a aproximação de afastamento nulo não é respeitada. No modelo geológico deste exemplo o fundo do mar possui mergulho de 15° e coeficiente de reflexão de 1. Foram gerados dados modelados de primária e múltipla do fundo do mar em afastamento nulo e afastamento comum de 1000m ($h = 500\text{m}$). Inicialmente, os dados em afastamento comum foram submetidos à rotina de MZO. A Figura 5.7 mostra a comparação entre os tempos da múltipla em afastamento nulo modelada e os tempos da múltipla após o MZO. Como pode-se observar, a coincidência dos tempos é perfeita. Estando a primária transformada para o afastamento nulo, pode-se simular a múltipla em afastamento nulo. A simulação da múltipla é realizada segundo as mesmas rotinas de empilhamento Kirchhoff utilizadas no MSKS. Resta aplicar a operação inversa do MZO à múltipla simulada em afastamento nulo e ajustar as amplitudes, para posterior subtração.

Na Figura 5.8, pode-se observar a coincidência dos tempos e o pequeno erro (em torno de 2%) entre as amplitudes das múltiplas dos dados em afastamento comum de entrada, dos dados após a transformação inversa do MZO e a aplicação do filtro adaptador com 21 amostras. A Figura 5.9 mostra os dados sintéticos antes e depois da aplicação do método e a múltipla simulada. O sucesso do método pode ser atestado por meio da comparação da Figura 5.8a com a Figura 4.14 que mostra os tempos de trânsito da múltipla simulada a partir de uma seção de afastamento de 200m corrigida de NMO e os tempos da múltipla em afastamento de 1000m corrigida de NMO. Pode-se notar que a limitação referente à aproximação de afastamento nulo foi totalmente superada.

Uma vez que a simulação da múltipla prevê tempos corretos para a múltipla em afastamento comum e, dessa forma, a sua eliminação é bem sucedida, deve-se estudar o que acontece com as amplitudes de uma primária concorrente. É importante que as amplitudes de uma primária concorrente, após a aplicação do método, não sejam significativamente alteradas.

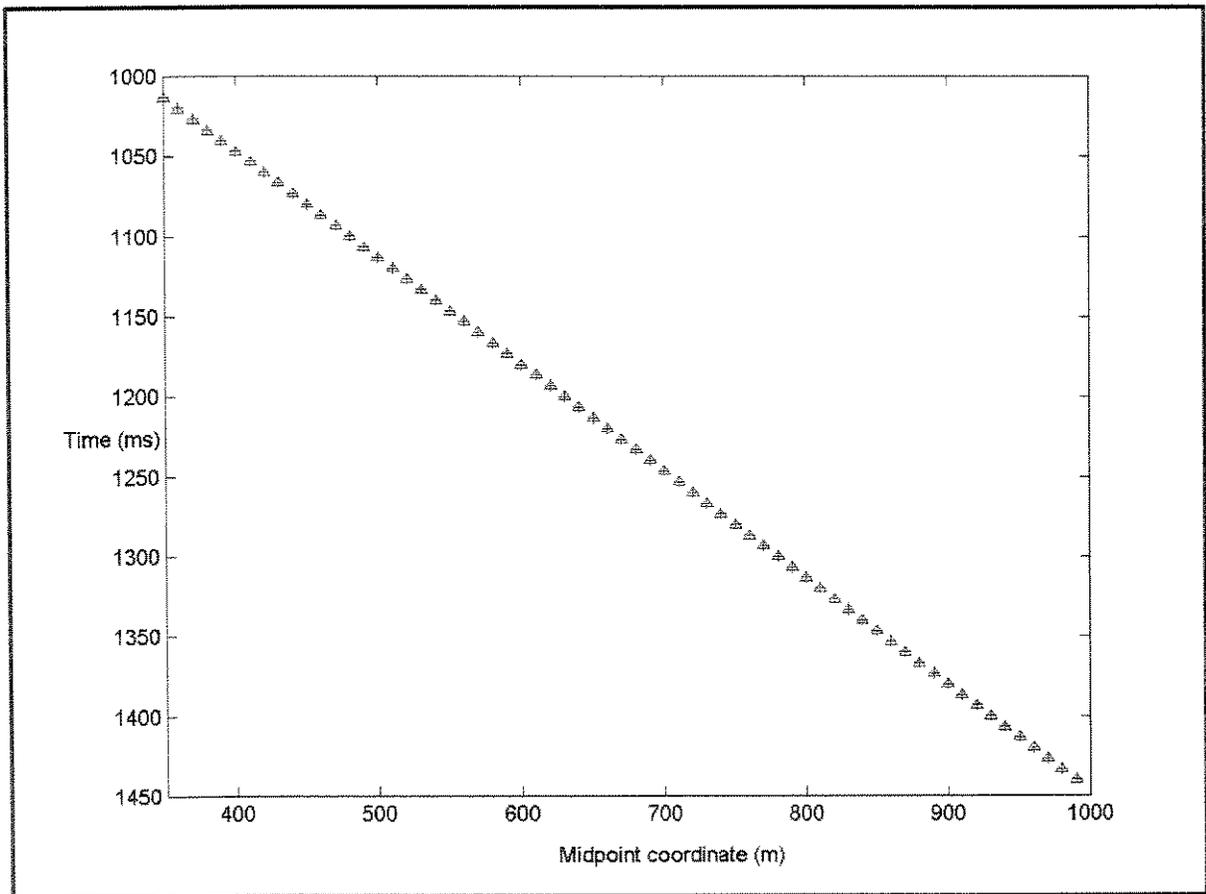


Figura 5.7 – Comparação de tempos de trânsito. Múltipla modelada em afastamento nulo(triângulos azuis) e múltipla submetida ao MZO, com afastamento inicial de 1000m (cruzes vermelhas).

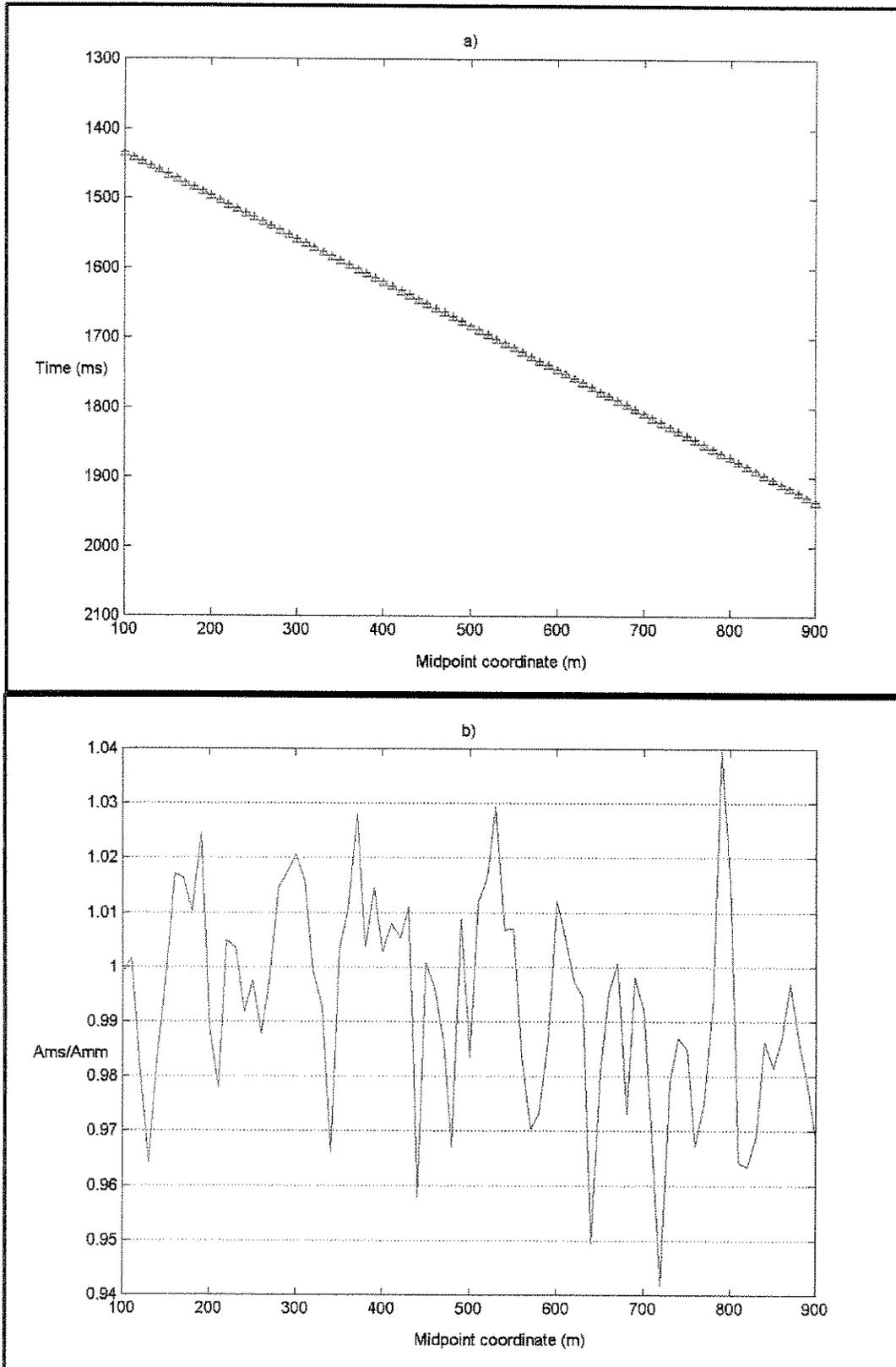


Figura 5.8 – Resultado da aplicação do método. a) comparação entre os tempos de trânsito das múltiplas em afastamento comum modelada (triângulos azuis) e simulada (cruzes vermelhas). b) razão entre as amplitudes das múltiplas modelada e simulada após ajuste.

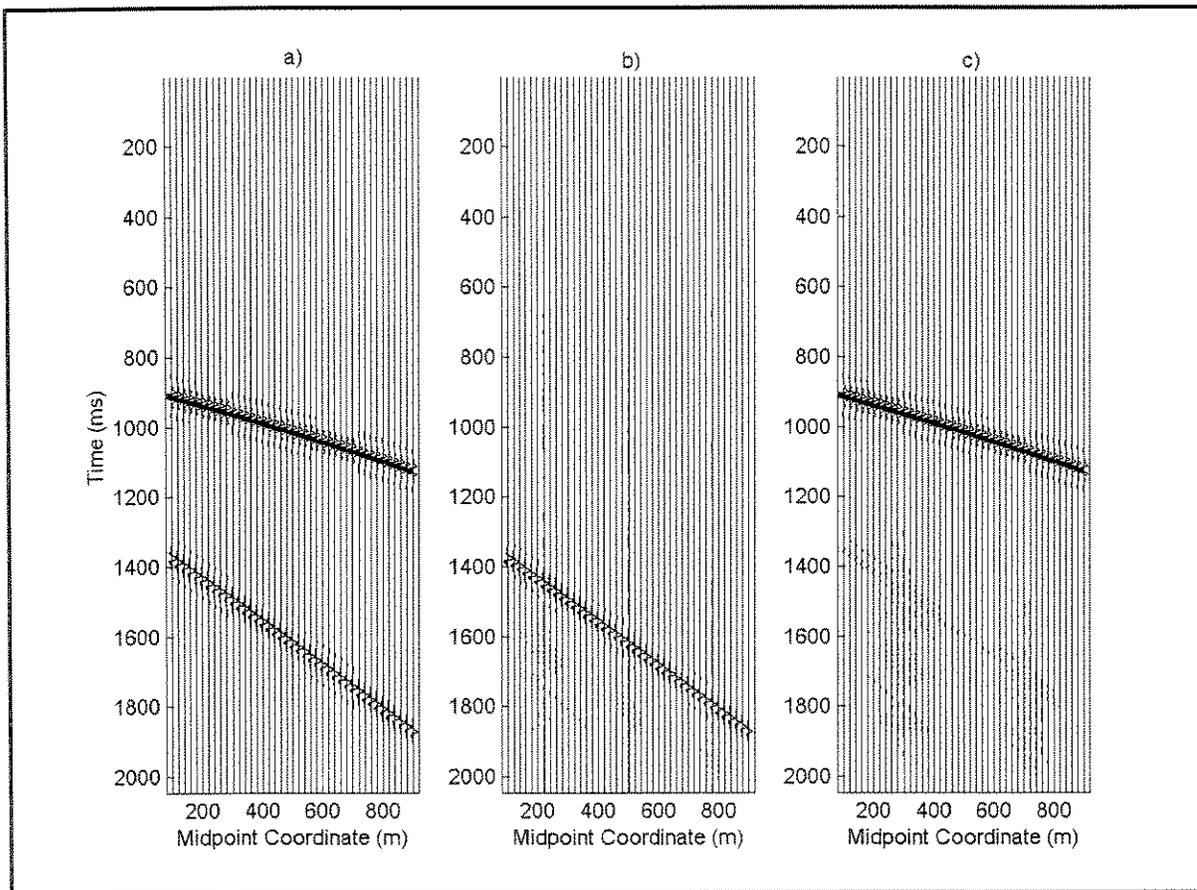


Figura 5.9 – Aplicação do método em Fundo do mar com mergulho de 15° . a) dados modelados em afastamento de 1000m; b) múltipla simulada; e, c) dados após eliminação.

O próximo exemplo tem o objetivo de verificar a variação das amplitudes de uma reflexão primária concorrente com a múltipla após a aplicação do método. Para tanto foram modelados dados com primárias e múltipla com afastamento comum de 1000m e dados com somente as primárias, conforme modelo da Figura 5.10. Na figura 5.11 estão representados: a) os dados de entrada; b) a múltipla simulada; c) a múltipla simulada após o filtro adaptador; e, d) a subtração de d) dos dados de entrada na porção onde há concorrência entre múltipla e primária. Conforme pode-se observar, o resultado alcançado foi muito bom. A Figura 5.12 apresenta a diferença percentual entre as amplitudes do refletor modelado sem a concorrência com a múltipla e as amplitudes do refletor após a subtração da múltipla simulada e ajustada. Pode-se observar que as diferenças raramente ultrapassam 5%, sendo que a maioria situa-se em torno de 2%, atestando a pequena influência que o método exerce sobre eventos concorrentes com a múltipla a ser eliminada. Kabir e Marfurt (1999), obtiveram diferenças percentuais da ordem de 6 a 9% usando eliminação por transformada de Radon parabólica.

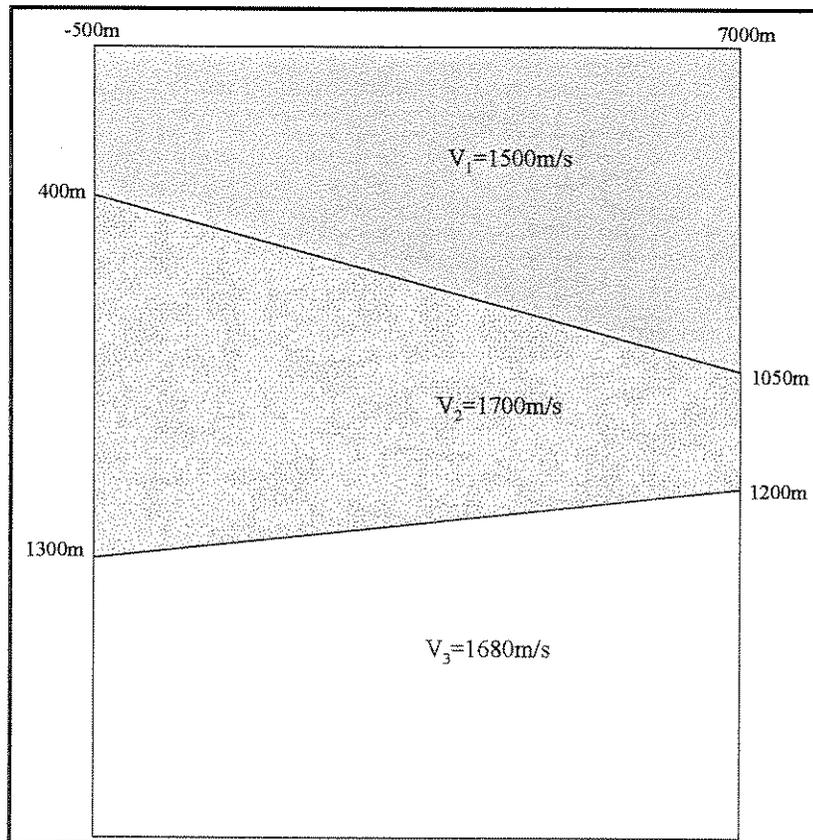


Figura 5.10 – Modelo utilizado no problema da múltipla e refletor concorrente.

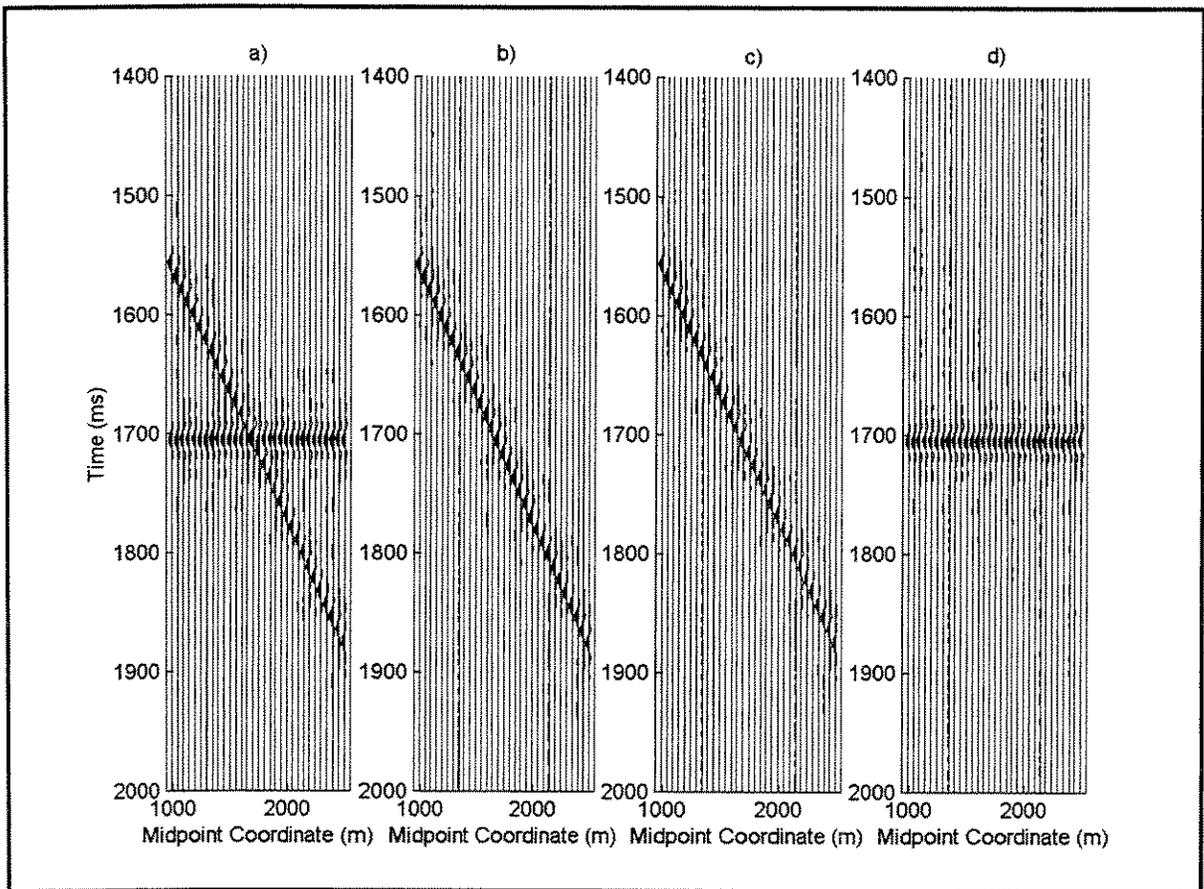


Figura 5.11 – Aplicação do método em dados com múltipla e refletor concorrentes. a) dado de entrada; b) múltipla simulada; c) múltipla simulada após um filtro adaptador único para todos os traços, e, d) subtração de d) do dado de entrada.

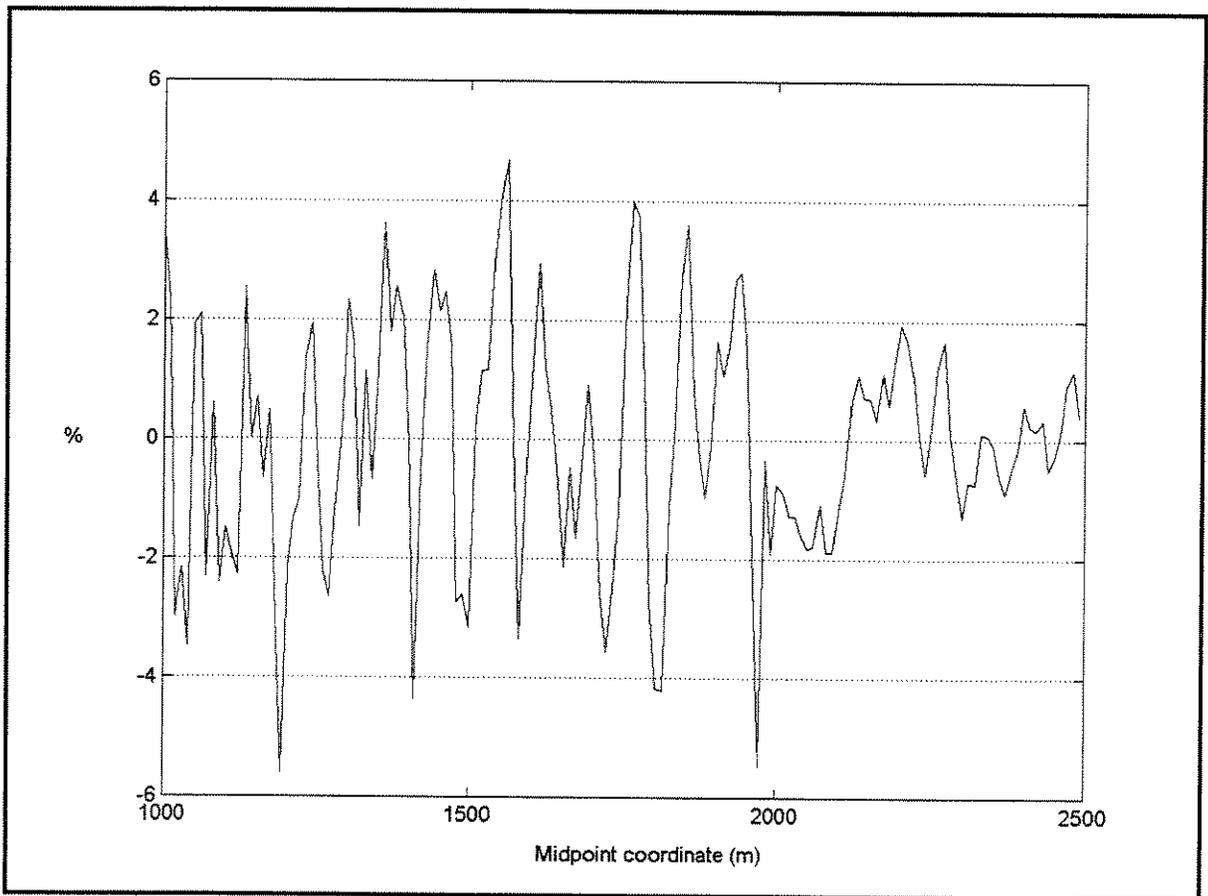


Figura 5.12 – Diferença percentual de amplitudes. Amplitudes da primária concorrente após eliminação pelas da primária sem a interferência da múltipla.

O método possui limitação no que diz respeito à previsão dos tempos da múltipla pelo MZO inverso, devido à curvatura do fundo do mar. Essa seção tem por objetivo mostrar as diferenças entre os tempos de trânsito da múltipla modelada com diversos afastamentos e a múltipla simulada. Ainda será apresentado um exemplo para refletores do fundo do mar com a mesma curvatura, porém com distintas profundidades. Essas comparações se justificam, pois a múltipla simulada a partir da primária transformada para o afastamento nulo possui os mesmos tempos de trânsito que a múltipla modelada em afastamento nulo. Dessa forma, a limitação do método reside na transformação inversa do MZO quando o fundo do mar é curvo.

A Figura 5.13 exhibe o modelo para o qual foram gerados os dados modelados em afastamentos comuns de 250, 500, 750 e 1000m. A amplitude das feições geológicas é de 50m e a extensão lateral de 1500m.

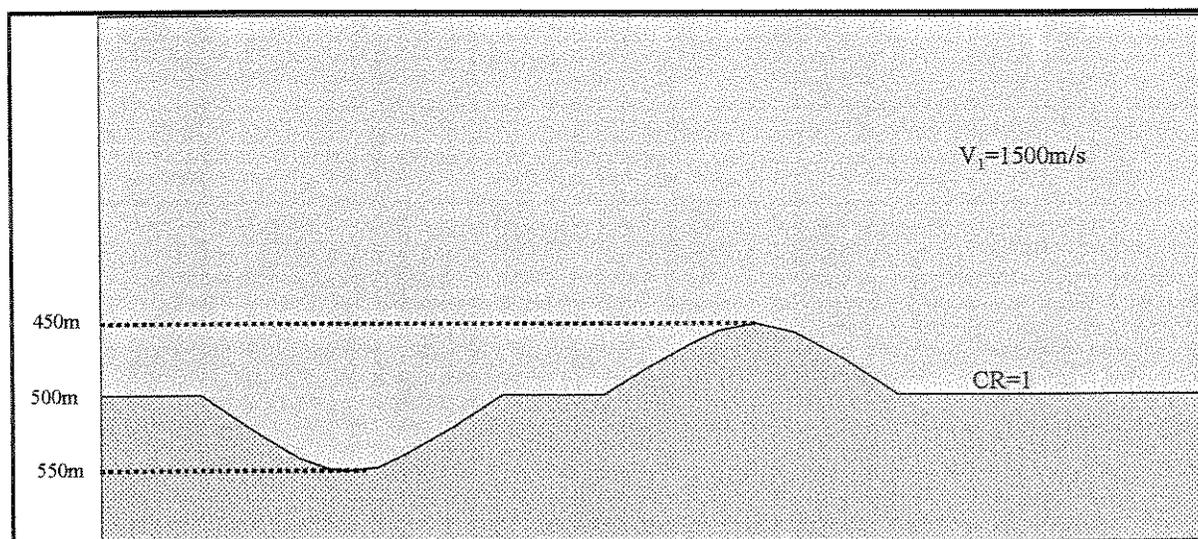


Figura 5.13 – Modelo em profundidade utilizado para o caso de diversos afastamentos.

A Figura 5.14 mostra a comparação entre as razões dos tempos da múltipla modelada e a resultante do MZO inverso.

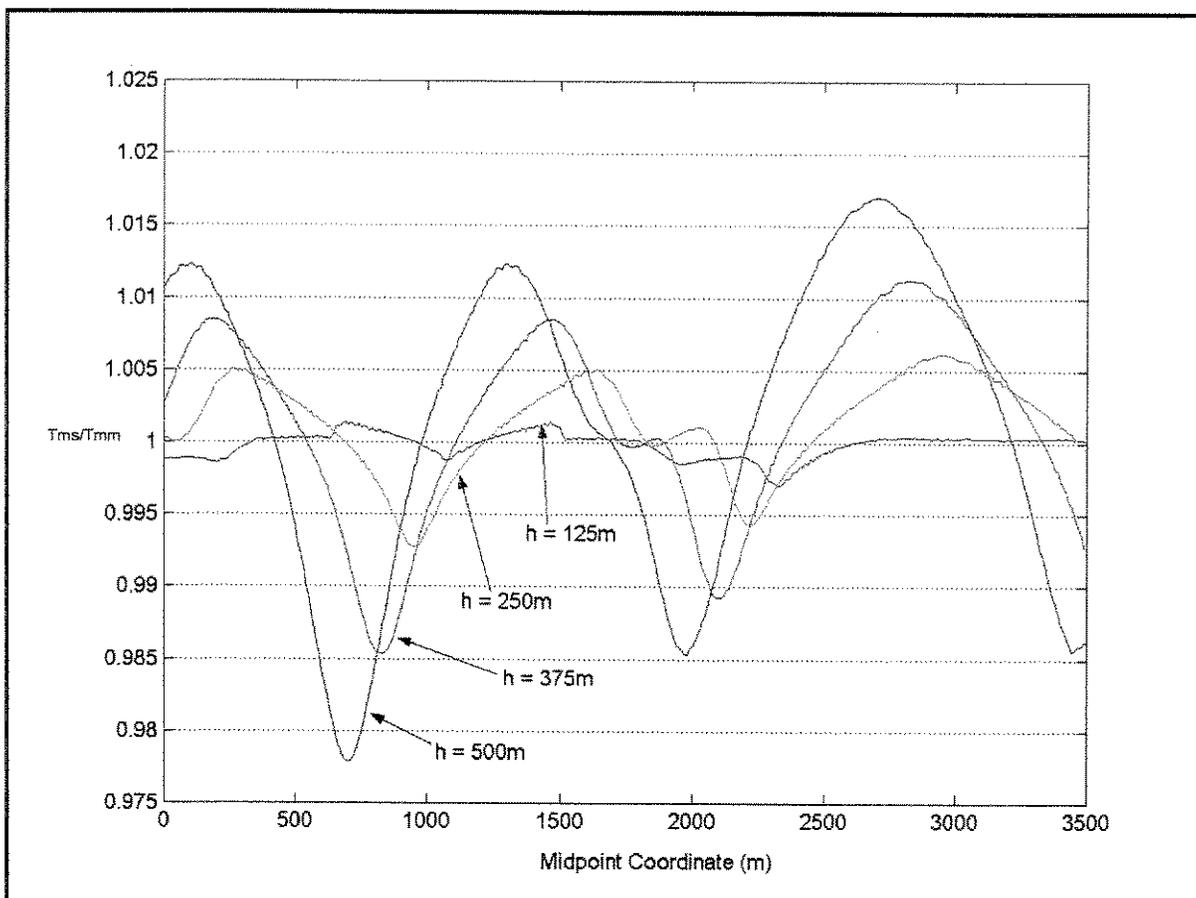


Figura 5.14 – Comparação entre as razões dos tempos da múltipla modelada e simulada. Fundo do mar curvo: afastamento de 250m (azul), afastamento de 500m (verde), afastamento de 750m (vermelho) e afastamento de 1000m (marron). (T_{ms} = tempo da múltipla simulada; T_{mm} = tempo da múltipla modelada).

Pode-se observar que, para um mesmo modelo de profundidades, quanto maior for o afastamento para o qual a múltipla em afastamento nulo é transformada pelo MZO inverso, maiores são as diferenças dos tempos com relação às modeladas. Adicionalmente, quando o refletor possui concavidade voltada para cima, o MZO inverso prevê tempos menores que os devidos ($T_{ms}/T_{mm} < 1$), e quando a concavidade é voltada para baixo, os tempos são maiores ($T_{ms}/T_{mm} > 1$).

No exemplo para vários modelos em profundidade, porém com a mesma curvatura, utilizou-se além do modelo da Figura 5.13, modelos semelhantes, contudo com o fundo do mar deslocado de 250m para cima e 500m para baixo. Assim, as partes plano-horizontais

situam-se a profundidades de 250, 500 e 1000m. O afastamento considerado é 500m. A Figura 5.15 mostra a curvas de comparação entre as razões dos tempo de reflexão das múltiplas modelada e simulada, para os diversos modelos em profundidade. Para maiores profundidades as diferenças entre os dados modelados e simulados diminui. Novamente fica evidenciado que o MZO inverso prevê tempos menores que os devidos ($T_{ms}/T_{mm}<1$) quando a concavidade é voltada para cima e, quando a concavidade é voltada para baixo, os tempos são maiores ($T_{ms}/T_{mm}>1$).

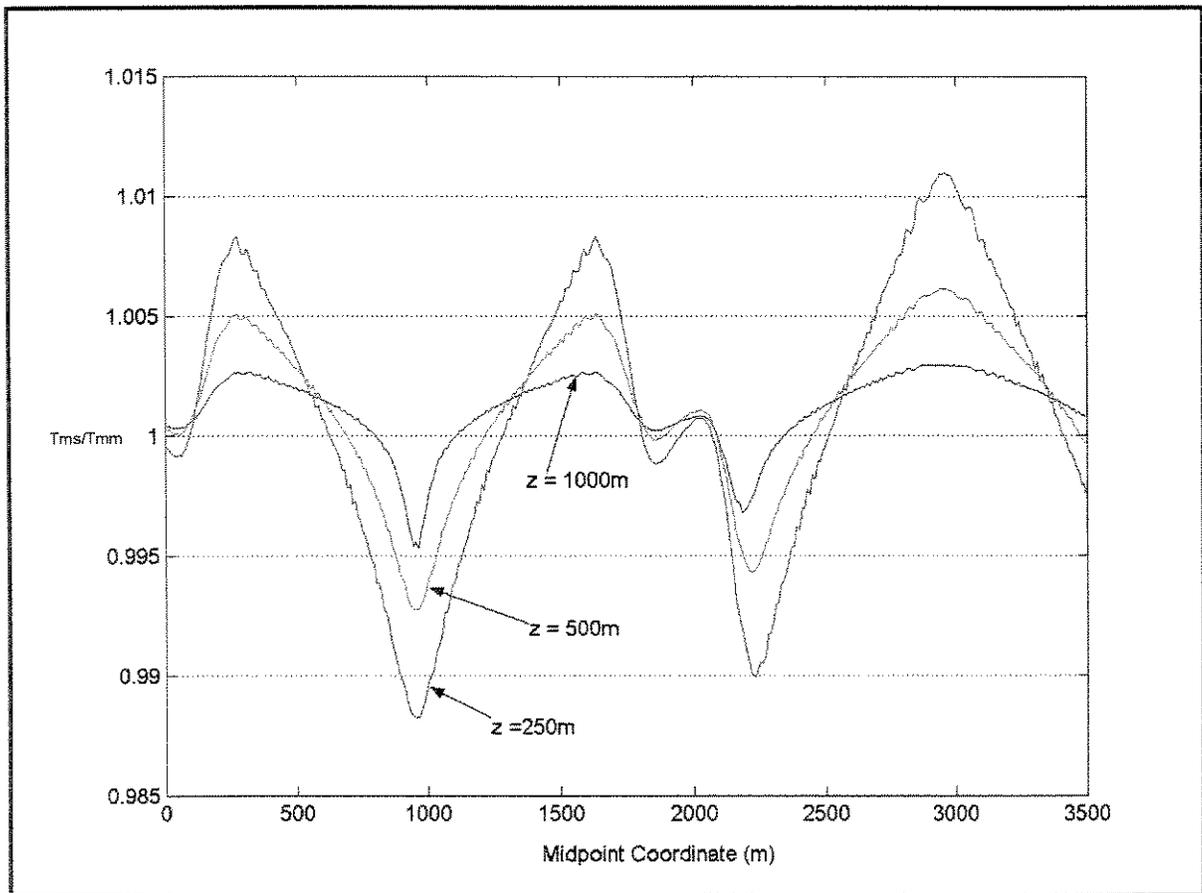


Figura 5.15 – Comparação das curvas de tempo de reflexão das múltiplas modelada e simulada no caso de diversas profundidades. a) parte plano-horizantal em 250m; b) parte plano-horizantal em 500m; e, c) parte plano-horizantal em 1000m. (T_{ms} = tempo da múltipla simulada; T_{mm} = tempo da múltipla modelada).

No caso do fundo do mar com curvatura, quanto mais próximo da aproximação de afastamento nulo for a situação (maiores profundidades e menores afastamentos), menores serão as diferenças em tempo das múltiplas modelada e simulada.

Os exemplos apresentados nessa seção atestam a aplicabilidade do método em situações onde a aproximação de afastamento nulo falha e quando deseja-se que uma reflexão primária concorrente, que poderia ser uma reflexão objetivo, não tenha suas amplitudes alteradas significativamente pelo método de eliminação de múltiplas. Quando a curvatura do fundo do mar não for suficientemente pequena, tem-se que os tempos de trânsito de reflexão da múltipla simulada dependem da curvatura e profundidade do fundo do mar, bem como do afastamento fonte – receptor considerado. Porém, vale ressaltar, que a grande maioria das situações encontradas em dados reais restringem-se a um fundo do mar aproximadamente plano.

O problema ocasionado pela curvatura do fundo do mar deve ser objeto de estudos posteriores. Ficou clara, nos exemplos mostrados, a dependência dos tempos previstos pelo MZO inverso com relação à curvatura e profundidade do fundo do mar e do afastamento para o qual a múltipla simulada em afastamento nulo deve ser transformada. A determinação da curvatura e profundidade do fundo do mar deve incluir um procedimento de identificação da reflexão primária do fundo do mar.

Capítulo 6

Conclusões e Recomendações

Nessa dissertação apresenta-se um método de eliminação de múltipla de 1ª ordem do fundo do mar em afastamento comum que expande a aplicabilidade do método de eliminação de múltiplas por demigração (MSKS) desenvolvido por Filpo e Tygel (1999) originalmente proposto para seção de afastamento nulo. A idéia do método proposto pode ser sintetizada nos seguintes processos: a) pré - transformar a seção de afastamento comum para sua correspondente em afastamento nulo, via MZO; b) simular a múltipla do fundo do mar de 1ª ordem em afastamento nulo por empilhamento Kirchhoff; c) transformar a múltipla em afastamento nulo de volta para o afastamento original por meio do IMZO; e d) ajustar as amplitudes com o filtro adaptativo e subtrair dos dados de entrada em afastamento comum. Todas essas transformações dos dados podem ser encaradas com “ramos” que fazem parte da mesma “árvore” que é o Método Unificado para Imageamento Sísmico (Hubral et al., 1996, e Tygel et al., 1996).

Na sua forma original, o método de eliminação de múltipla MSKS tem como características uma cinemática excelente, não necessitar de informações sobre a assinatura da fonte (limitação comum aos métodos de eliminação de múltiplas que se baseiam na simulação da múltipla) e uma previsão de amplitudes muito boa. Porém, possui a limitação de não conseguir prever os tempos de trânsito de reflexão da múltipla adequadamente, quando a aproximação de afastamento nulo não é respeitada. A limitação que esse método poderia ter quando o fundo do mar possui curvatura, devido à aproximação feita para o

cálculo dos pesos do empilhamento Kirchhoff, provou não ser problema em consequência da cinemática do método ser bastante robusta, o que garante uma boa compensação de amplitudes com a aplicação de um filtro adaptativo.

O método aqui proposto se alicerça em conceitos já estabelecidos das transformações de configuração do Método Unificado e explora as suas características de trabalhar em amplitudes verdadeiras. Assim, ao contrário de outros métodos de eliminação de múltiplas, as amplitudes das primárias concorrentes praticamente não se alteram, como foi verificado nos exemplos numéricos considerados. Essa característica é bastante importante para estudos de geofísica aplicada a reservatórios, como em estudos de amplitude versus afastamento (AVO), onde a múltipla é o ruído que mais interfere na interpretação das amplitudes.

Foi introduzido o conceito de refletor (fundo do mar) e isócronas equivalentes que justificam as transformações da múltipla em afastamento comum na sua correspondente em afastamento nulo e vice-versa, por meio das rotinas do MZO e do IMZO, respectivamente.

Para o caso de um fundo do mar com curvatura suficientemente pequena, a eliminação de múltiplas é quase total. Porém, quando esse não é o caso, a transformada inversa do MZO aplicada sobre a múltipla simulada não prevê tempos corretos para a múltipla em afastamento comum. Dessa forma, a aplicação do método em dados reais deve-se restringir a situações onde a curvatura não seja grande. Nessa dissertação, foi feita uma análise qualitativa do efeito da curvatura na previsão da múltipla em afastamento comum. A análise quantitativa desse efeito e, possivelmente, uma maneira de corrigi-lo deverão ser objetos de estudos futuros.

Outra questão que também deverá ser alvo de estudos, diz respeito à redução de passos no processo de simulação de múltiplas em afastamento comum. Isto significa tornar o atual procedimento em três passos (MZO, simulação de múltipla, IMZO) em dois ou até em um passo, através do encadeamento das integrais envolvidas. Porém, vale ressaltar que apesar dos três passos do método, sua implementação prática pode ser realizada de forma

bem eficiente. Para tanto, sugerem-se, por exemplo, os procedimentos: a) limitar os dados próximos à reflexão primária do fundo do mar por meio de uma “janela” e b) trabalhar os dados por grupos de afastamentos, dos quais o menor servirá de entrada para o MZO e simulação da múltipla em afastamento nulo a ser posteriormente transformada nas correspondentes em afastamento comum do respectivo grupo.

Superar a limitação do método proposto no que diz respeito à curvatura do fundo do mar é uma questão aberta. Sua solução apega-se ao entendimento de como o IMZO prevê os tempos da múltipla em afastamento comum e a um estudo qualitativo da sua dependência em relação ao afastamento para o qual a múltipla está sendo transformada e a profundidade e curvatura do fundo do mar.

Referências Bibliográficas

- Backus, M. M., Water reverberations – Their nature and elimination: *Geophysics*, 1959, 24, 233-261.
- Berkhout, A. J., Multiple removal based on the feedback model: *The Leading Edge of Exploration*, 1999, 18, 127-131.
- Berryhill, J. R. e Kim, Y. C., Deep-water peg-legs and multiples: Emulation and suppression, *Geophysics*, 1986, 51, 2177-2184.
- Bleistein, N., *Mathematical methods for wave phenomena*, Academic Press, Inc., 1984, 341p.
- Bleistein, N., Two-and-one half dimensional in-plane wave propagation. *Geophysical Prospecting*, 1986, 34, 686 – 703.
- Calvert, A. J., Ray-tracing – based prediction and subtraction of water-layer multiples: *Geophysics*, 1990, 55, 443-451.
- Červený, V., Molotkov, I. A. e Pšenčík, I., *Ray method in seismology*, Charles University Press, Praha., 1977.
- Dix, C. H., The existence of multiple reflections: *Geophysics*, 1948, 13, 49-50.

- Docherty, P., Ray theoretical modeling, migration and inversion in two-and-one-half-dimensional layered acoustic media: Colorado School of Mines, CWP-051.
- Duarte, O. O., Dicionário enciclopédico inglês – português de geofísica e geologia, PETROBRÁS / SBGf, 1997, 304p.
- Dragoset, W.H. e Jericevic, Z, Some remarks on surface multiple attenuation, Geophysics, 1998, 63, 772-789.
- Dragoset, W. H., A practical approach to surface multiple attenuation, The Leading Edge of Exploration, 1999, 18, 104-108.
- E. Filpo Ferreira da Silva e M. Tygel, "A Method for the Suppression of Multiple Reflections from Marine Seismic Data, patent application USSN 09/419,769, Oct 1999.
- Ellsworth, T. P., Multiple reflections: Geophysics, 1948, 13, 1-18.
- Filpo, E. e Tygel, M., Eliminação de múltiplas por demigração, Relatório Interno, PETROBRAS, 1998.
- Filpo, E. e Tygel, M., Deep-water multiple suppression in the near-offset range, The Leading Edge, 1999a, 18, 81-84.
- Filpo, E. e Tygel, M., Suppression of sea-bottom multiples and diffractions by Kirchhoff-type stacking, a ser submetido à Geophysics, 1999b.
- Filpo, E., Tygel, M., e Gélío, A., Improving seismic resolution by near offset multiple suppression, 6th Ann. Internat. Congress of the Braz Geophys. Soc., 1999, SBGF162.

- Fokkema, J. T. e van den Berg, P. M., Seismic applications of acoustic reciprocity, Elsevier, 1993, Capítulo 12.
- Hubral, P., Schleicher, J., e Tygel, M., An unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part I: Basic concepts: Geophysics, 1996, 61, 742-758.
- Johnson, C. H., Identification of echo reflections: Geophysics, 1948, 13, 27-35.
- Kabir, M. M. e Marfurt, K. J., Toward true amplitude multiple removal, The Leading Edge of Exploration, 1999, 18, 66-73.
- Landa, E., Keydar, S. e Belfer, I., Multiple prediction and attenuation using wavefront characteristics of multiple-generating primaries: The Leading Edge of Exploration, 1999, 18, 60-65.
- Levin, F. K. e Shah, P. M., Peg-leg multiples and dipping reflectors, Geophysics, 1977, 42, 957-981.
- Mayne, W. H., Common reflection point horizontal data stacking techniques: Geophysics, 1962, 27, 927-938.
- Newman, P., Divergence effects in a layered earth: Geophysics, 1973, 38, 481-488.
- Oliveira, A. S., e Mezzomo, L. C., Filtragem multicanal, Apostila de curso: PETROBRAS, 1995, 145p.
- Oliveira, A. S., Vasquez, A. C. R., e Tassini, J., Multiple suppression in common offset and stacked sections via linear Radon transform filtering. 5th International Congress of the Braz.Geoph.Soc. São Paulo. Expanded Abstracts. v.1, 192 - 195, 1997.

- Oliveira, A. S., Tygel, M. e Filpo, E., On the application of true-amplitude DMO, *Journal of Seismic Exploration*, 1997, 6, 279-289.
- Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., e Young, I. T., *Signals and systems*, Prentice-Hall International Editions., 1983, 796p.
- Pšeničák, I., *Seismic anisotropy*, Apostila de curso, 1993.
- Russel, B. e Hampson, D., Noise elimination and the Radon transform, *The Leading Edge of Exploration*, 1990, 9, 18-37.
- Ryu, J. V., Decomposition (DECOM) approach applied to wave field analysis with seismic reflection records, *Geophysics*, 1982, 6, 869-883.
- Santos, L.T., Schleicher, J. e Tygel, M. , 2.5-D true amplitude offset continuation: *Journal of Seismic Exploration*, 1997, 6, 103 – 116.
- Sarraffian, G. P., A marine seismic model: *Geophysics*, 1956, 21, 320-336.
- Schleicher, J., Tygel, M., e Hubral, P., 3-D true amplitude finite-offset migration: *Geophysics*, 1993, 58, 1112-1126.
- Schneider, W. A., Prince, E. R., Giles Jr., B. F., A new data processing technique for multiple attenuation exploiting differential normal moveout: *Geophysics*, 1965, 30, 348-362.
- Silverman, D. e Sparks, N. R., Some experiments on multiple reflection cancellation: *Geophysics*, 1965, 30, 1085-1093.
- Spitz, S., Pattern recognition, spatial predictability, and subtraction of multiple events, *The Leading Edge of Exploration*, 1999, 18, 55-58.

- Tygel, M. e Filpo, E., Best possible amplitude multiple elimination by Kirchhoff stacking, a ser submetido à Geophysics, 1999.
- Tygel, M., Schleicher, J., e Hubral, P., Pulse distortion in depth migration: Geophysics, 1994, 59, 1561-569.
- Tygel, M., Schleicher, J., e Hubral, P., Dualities involving reflectors and reflection-time surfaces, Jour.of Seismic Explor., 1995, 4, 123 – 150.
- Tygel, M., Schleicher, J., e Hubral, P., An unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part II: Theory: Geophysics, 1996, 61, 759-775.
- Tygel, M., Schleicher, J., Hubral, P. e Santos, L.T., 2.5-D true amplitude Kirchhoff migration to zero offset in laterally inhomogeneous media: Geophysics, 1998, 63, 557-573.
- Verschuur, D. J., Berkhout, A. J. e Wapenaar, C. P. A., Adaptive surface-related multiple elimination: Geophysics, 1992, 57, 1166-1177.
- Waterman, J. C., Multiple reflection evidence: Geophysics, 1948, 13, 41-44.
- Weglein, A. B., Multiple attenuation: em Overview of recent advances and the road ahead: The Leading Edge of Exploration, 1999, 18, 40-44.
- Weglein, A. B., Gasparotto, F. A., Carvalho, P.M., e Stolt, R. H., An inverse-scattering method for attenuating multiples in seismic reflection data: Geophysics, 1997, 62, 1975-1989.
- Yilmaz, Ö, Seismic data processing, Society of Exploration Geophysicists, 2^a ed., 1988, 526p.

Apêndice

Conforme mencionado no Capítulo 4, nesse apêndice serão desenvolvidos os cálculos para a obtenção da curva de empilhamento, da função peso e do fator de estiramento.

Cálculo da curva de empilhamento

A geometria do problema de simulação da múltipla de 1ª ordem do fundo do mar é mostrada na Figura A.1.

Nesta figura, os pontos X_p e X_m possuem as coordenadas $(\xi_p, 0)$ e $(\xi_m, 0)$, respectivamente, e representam as posições de tiro e receptor coincidentes, referentes à primária e múltipla, respectivamente, que são responsáveis pelo registro da informação do ponto $M^*(x^*, z^*)$, no fundo do mar, $Z_R(x)$. O mergulho do fundo do mar em M^* é θ^* . A isócrona $z = Z_p(x, N_p)$, correspondente à configuração da primária, refere-se ao ponto $N_p(\xi_p, t_p)$ nos dados de entrada em tempo (Figura 4.1); a isócrona $z = Z_m(N_m)$, correspondente à configuração da múltipla de 1ª ordem do fundo do mar, refere-se ao ponto $N_m(\xi_m, t_m)$ nos dados de múltiplas de saída (Figura 4.1).

Como a camada de água corresponde a um meio homogêneo e isotrópico, os raios envolvidos são segmentos de reta. Assim, conforme a Figura A.1, para a reflexão primária com fontes e receptores posicionados em ξ_p e ponto de reflexão especular em M^* , tem-se que os raios que conectam a fonte (em ξ_p) a M^* e este ao receptor (também em ξ_p) fazem um ângulo θ^* com a vertical, que é o ângulo de mergulho do refletor em M^* .

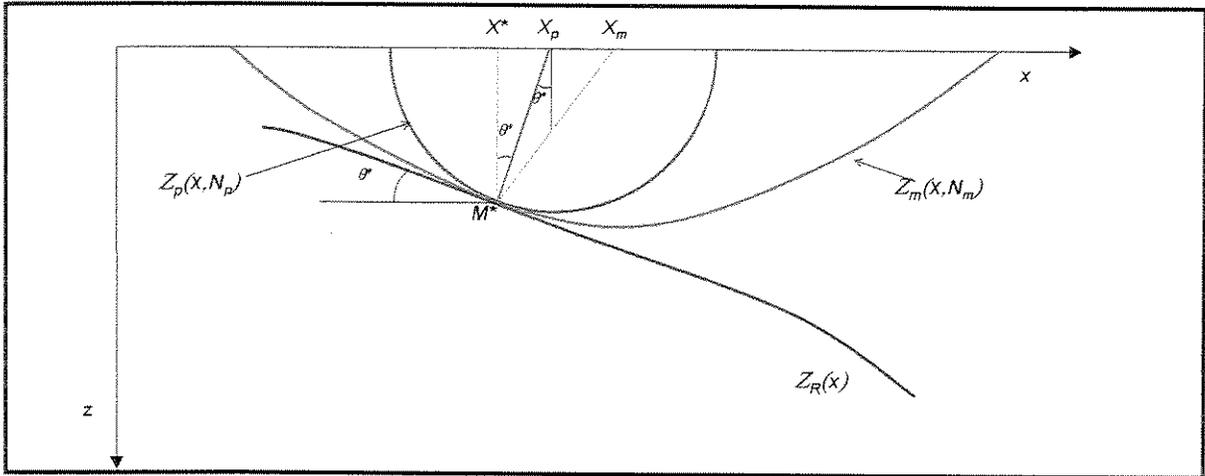


Figura A.1: Geometria do MSKS. As isócronas referentes à primária de afastamento nulo [$Z_p(x, N_p)$ - meia circunferência com centro em X_p] e da múltipla com afastamento nulo [$Z_m(x, N_m)$ - parábola com foco em X_m] são tangentes ao fundo do mar, em M^* .

O tempo de trânsito da primária é dado por $t_p = 2\overline{X_p M^*}/v$ e da múltipla por $t_m = 2(\overline{X_m M^*} + \overline{M^* X^*})/v$, onde v é a velocidade da água do mar.

Inicialmente, vai-se buscar a fórmula da isócrona referente à múltipla com afastamento nulo. Para o ponto $N_m(\xi_m, t_m)$ na seção de múltiplas a ser simulada, a construção da curva isócrona correspondente deve respeitar as seguintes condições: a) a soma dos segmentos de reta que unem X_m a M ($M=M(x, z)$ é um ponto arbitrário sobre a isócrona) e M a X (ponto arbitrário sobre a superfície livre referente à projeção de M) é constante e igual a $vt_m/2$ para qualquer M ; e, b) os raios oriundos de X_m , refletem-se na isócrona e atingem a superfície livre com ângulo reto, para que retornem pelo mesmo trajeto de forma que X_m seja o ponto de registro também. Como será mostrado mais adiante, a curva que satisfaz essas premissas é uma parábola com foco em X_m . Nas considerações a seguir o eixo z está orientado para baixo.

A primeira condição é pré-requisito para a construção de qualquer isócrona num meio de velocidade constante, para que a mesma represente o lugar geométrico em profundidade dos pontos M que fornecem o mesmo tempo de trânsito entre tiro - ponto M - receptor.

Porém, no caso em questão, tem-se a peculiaridade de que o ponto X arbitrário sobre a superfície livre não é fixo, ao contrário de X_m e o segmento \overline{MX} é perpendicular à superfície livre. Assim, matematicamente, tem-se

$$\begin{aligned}\overline{MX} &= z \\ \overline{X_m M} &= \sqrt{z^2 + (x - \xi_m)^2} \\ \overline{MX} + \overline{X_m M} &= \frac{vt_m}{2} \quad .\end{aligned}\tag{A.1}$$

Substituindo os valores de \overline{MX} e $\overline{X_m M}$ na equação (A.1) e resolvendo para z , obtém-se

$$z = Z_m(x, N_m) = \frac{vt_m}{4} - \frac{(x - \xi_m)^2}{vt_m} \quad .\tag{A.2}$$

Considere agora, para um ponto arbitrário, $N_p(\xi_p, t_p)$, a correspondente isócrona em afastamento nulo para a primária, $z = Z_p(x, N_p)$. Esta é um semi-círculo de centro $X_p(\xi_p, 0)$ e raio $vt_p/2$, sendo portanto a equação

$$z = Z_p(x, N_p) = \sqrt{\left(\frac{vt_p}{2}\right)^2 - (x - \xi_p)^2} \quad .\tag{A.3}$$

Determinada a curva isócrona da múltipla, pode-se proceder em calcular a curva de empilhamento $\tau_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$. Assim, conforme a Figura A.1, deve-se encontrar as coordenadas do ponto M^* , onde as isócronas da configuração da primária e da múltipla são tangentes. Para tanto, basta impor as seguintes condições de estacionaridade:

$$Z_p(x, N_p) = Z_m(x, N_m) \quad \text{e} \quad \frac{\partial Z_p}{\partial x}(x, N_p) = \frac{\partial Z_m}{\partial x}(x, N_m) \quad . \quad (\text{A.4})$$

A imposição das condições (A.4) sobre as equações das isócronas, fornece a equação

$$-2(x^* - \xi_p) = \left(\frac{v \cdot t_m}{4}\right)^2 \cdot \left(-4 \frac{(x^* - \xi_m)}{(v \cdot t_m/2)^2}\right) \left[1 - \frac{(x^* - \xi_m)^2}{(v \cdot t_m/2)^2}\right] \quad . \quad (\text{A.5})$$

Introduzindo a variável

$$\mu^* = -2 \frac{(x^* - \xi_m)}{v t_m} = \text{tg}(\theta^*), \quad (\text{A.6})$$

que é a derivada da isócrona referente à múltipla no ponto M^* , a equação (A.5) pode ser escrita na forma

$$-2\left(\xi_m - \frac{\mu^* v \cdot t_m}{2} - \xi_p\right) = \frac{1}{4} \cdot (-2\mu^* v \cdot t_m) \left[1 - (\mu^*)^2\right]. \quad (\text{A.7})$$

Rearranjando os termos, chega-se a

$$(\mu^*)^3 + \mu^* - 4\left(\frac{\xi_m - \xi_p}{v \cdot t_m}\right) = 0 \quad . \quad (\text{A.8})$$

A equação (A.8) possui duas raízes complexas e uma real. A raiz real é

$$\mu^* = -2 \frac{x^* - \xi_m}{v \cdot t_m} = \frac{-2\sqrt{3}}{3} \text{senh}\left(\frac{\phi}{3}\right), \quad (\text{A.9})$$

onde

$$\phi = \sinh^{-1} \left[-6\sqrt{3} \left(\frac{\xi_m - \xi_p}{v \cdot t_m} \right) \right]. \quad (\text{A.10})$$

Conseqüentemente, as coordenadas do ponto M^* são

$$x^* = \xi_m - \frac{\mu^* v \cdot t_m}{2} \quad e \quad z^* = \frac{v \cdot t_m}{4} \left(1 - (\mu^*)^2 \right). \quad (\text{A.11})$$

Com base na figura A.1, tem-se que a equação do tempo de trânsito da primária referente ao ponto M^* é:

$$t_p^* = T_{MSKS}(\xi_p^*, \xi_m, t_m) = \frac{2}{v} \overline{X_p M} = \frac{2}{v} \frac{z^*}{\cos(\theta^*)} = \frac{t_m}{2} \left[1 - (\mu^*)^2 \right] \sqrt{1 + (\mu^*)^2}, \quad (\text{A.12})$$

com μ^* definido conforme a equação (A.9). Para obtenção da fórmula da curva de empilhamento deve-se, na equação (A.12), considerar ξ_p ao invés de ξ_p^* . Assim, a curva de empilhamento assume a forma

$$t_p = T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) = \frac{t_m}{2} \left[1 - \mu^2 \right] \sqrt{1 + \mu^2}. \quad (\text{A.13})$$

Uma vez obtida a fórmula da curva de empilhamento, o próximo passo é definir os pesos a serem aplicados de forma que o empilhamento forneça as melhores amplitudes.

Cálculo da função Peso

Definida a curva de empilhamento ao longo da qual serão somadas as amplitudes, deve-se determinar os pesos a serem aplicados a cada amostra, o que, ao final, determina a forma da onda e a amplitude da múltipla. Conforme mencionado serão determinadas as

quantidades envolvidas no cálculo da função peso cujo valor aproximado será fornecido. Esse valor aproximado é o que Filpo e Tygel (1999) assumem como o melhor valor possível, cujas pequenas diferenças com relação às amplitudes verdadeiras deverão ser minimizadas por meio da aplicação de um filtro adaptativo.

Inserindo a equação (4.2) na equação (4.1), obtém-se a integral

$$U_m(\xi_m, t_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi_p \mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) \frac{\mathcal{R}_p(\xi_p)}{\mathcal{L}(\xi_p)} \mathcal{D} \left[F(T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) - T_R^p(\xi_p)) \right] \quad (A.14)$$

No caso de $T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$ e $T_R^p(\xi_p)$ serem tangentes, será posicionado um valor significativo em $U_m(\xi_m, t_m)$. A avaliação assintótica da integral (A.14) na faixa das altas frequências, no ponto estacionário ξ_p^* fornece

$$U_m(\xi_m, t_m) \approx \hat{U}_m(\xi_m, t_m) = \mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p^*, \xi_m, t_m) \frac{\mathcal{R}_p(\xi_p^*)}{\mathcal{L}(\xi_p^*)} \frac{e^{\left\{-i\frac{\pi}{4}[1-\text{sgn}(H_S)]\right\}}}{\sqrt{|H_S|}} F(0), \quad (A.15)$$

onde

$$H_S = \frac{\partial^2}{\partial \xi_p^2} \left[T_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) - T_R^p(\xi_p) \right] \Bigg|_{\xi_p = \xi_p^*} \quad (A.16)$$

Para que o valor de $\hat{U}_m(\xi_m, t_m)$ dado pela equação (A.15) seja uma boa aproximação da amplitude da múltipla em afastamento nulo real [equação(4.3)] é necessário que essas equações se igualem, o que leva a

$$\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p^*, \xi_m, t_m) \frac{\mathcal{R}_p(\xi_p^*) e^{\left\{-i\frac{\pi}{4}[1-\text{sgn}(H_S)]\right\}}}{\mathcal{L}(\xi_p^*) \sqrt{|H_S|}} = -\frac{\mathcal{R}_m^2(\xi_m^*)}{\mathcal{L}(\xi_m^*)}. \quad (\text{A.17})$$

No que se segue, vai ser reproduzido o cálculo do peso $\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p^*, \xi_m, t_m)$ como descrito em Tygel e Filpo (1999b). Estes reescrevem a função peso a ser estudada como o produto

$$\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p^*, \xi_m, t_m) = \mathcal{K}_1(\xi_p^*, \xi_m) \cdot \mathcal{K}_2(\xi_p^*, \xi_m, t_m) \cdot \mathcal{K}_3(\xi_p^*, \xi_m, t_m), \quad (\text{A.18})$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_1(\xi_p^*, \xi_m) &= -\frac{\mathcal{R}_m^2(\xi_m)}{\mathcal{R}_p(\xi_p^*)}; \\ \mathcal{K}_2(\xi_p^*, \xi_m, t_m) &= \frac{\mathcal{L}(\xi_p^*)}{\mathcal{L}(\xi_m)}; \text{ e} \\ \mathcal{K}_3(\xi_p^*, \xi_m, t_m) &= \sqrt{|H_S|} e^{\left\{i\frac{\pi}{4}[1-\text{sgn}(H_S)]\right\}}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

No cálculo dos termos de (A.18), será feita a consideração de um fundo do mar plano e com mergulho suave. Essas simplificações fornecem uma expressão analítica para a função peso.

Considerando um refletor plano e com mergulho suave tem-se que o coeficiente de reflexão $\mathcal{R}_m(\theta)$ é aproximadamente igual ao $\mathcal{R}_p(0^\circ)$, onde θ é o ângulo de mergulho do fundo do mar. Dessa forma, o fator $\mathcal{K}_1(\xi_p^*, \xi_m)$ pode ser aproximado por $-\mathcal{R}_p(\xi_p^*)$.

Conforme Newman(1973), os fatores de espalhamento geométrico $\mathcal{L}_p(\xi_p^*)$ e $\mathcal{L}_m(\xi_m)$, para o caso de um refletor plano e meio de velocidade constante são dados por:

$$\mathcal{L}_p(\xi_p^*) = vt_p^* \quad e \quad \mathcal{L}_m(\xi_m) = vt_m \quad . \quad (\text{A.20})$$

Assim, o termo $\mathcal{K}_2(\xi_p^*, \xi_m, t_m)$ que envolve os fatores de espalhamento geométrico reduz-se a

$$\mathcal{K}_2(\xi_p^*, \xi_m, t_m) = \frac{t_p^*}{t_m} \quad . \quad (\text{A.21})$$

Para a determinação do termo $\mathcal{K}_3(\xi_p^*, \xi_m, t_m)$ relativo a H_S , será introduzida a Hessiana, H_D^p , da curva de tempo de trânsito de difração em afastamento nulo do ponto M^*

$$H_D^p = \frac{\partial^2 \tau_D^p}{\partial \xi_p^2}(\xi_p^*, M^*) \quad . \quad (\text{A.22})$$

Reescrevendo a Hessiana H_S como

$$H_S = (H_m - H_D^p) - (H_R^p - H_D^p),$$

onde

$$H_R^p = \frac{\partial^2 T_R^p}{\partial \xi_p^2}(\xi_p^*) \quad e \quad H_m = \frac{\partial^2 T_{MSD}}{\partial \xi_p^2}(\xi_p^*, \xi_m, t_m), \quad (\text{A.23})$$

tem-se que, conforme o segundo teorema da dualidade (Tygel et al., 1995), as diferenças entre as Hessianas em (A.23) podem ser redefinidas como:

$$(H_m - H_D^p) = \left(\frac{v}{2}\right)^3 h_B^2 \frac{1}{K_D^p - K_m} \quad \text{e} \quad (H_R^p - H_D^p) = \left(\frac{v}{2}\right)^3 h_B^2 \frac{1}{K_D^p - K_R^p}. \quad (\text{A.24})$$

Em (A.24), K_D^p , K_m e K_R^p são as curvaturas das isócronas da primária afastamento nulo, da múltipla afastamento nulo e do fundo do mar (todas avaliadas em M^*), respectivamente. h_B é o determinante de Beylkin 2D da curva de tempo de trânsito em afastamento nulo para o ponto M^* . A seguir serão computadas essas quantidades.

A curvatura K_D^p é a conhecida curvatura de um círculo e assume o valor

$$K_D^p = -\frac{2}{vt_p^*}. \quad (\text{A.25})$$

A curvatura K_m é

$$K_m = \frac{\frac{\partial^2 Z_{im}}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial Z_{im}}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{-\frac{2}{vt_m}}{\left[1 + (\mu^*)^2\right]^{3/2}}. \quad (\text{A.26})$$

O determinante de Beylkin no caso da configuração da primária afastamento nulo é

$$h_B = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial T_D^p}{\partial x}(x, z, \xi_p) & \frac{\partial T_D^p}{\partial z}(x, z, \xi_p) \\ \frac{\partial^2 T_D^p}{\partial \xi_p \partial x}(x, z, \xi_p) & \frac{\partial^2 T_D^p}{\partial \xi_p \partial z}(x, z, \xi_p) \end{bmatrix}_{\xi_p = \xi_p^*}$$

onde

$$T_D^p(x, z, \xi_p) = \frac{2r_p}{v} = \frac{2}{v} \sqrt{(x - \xi_p)^2 + z^2}$$

A substituição das derivadas da curva de tempo de trânsito em afastamento nulo, avaliadas no ponto M^* , em h_B fornece

$$h_B = \det \begin{bmatrix} \frac{2(x - \xi_p^*)}{v} & \frac{2z}{v r_p} \\ -\frac{2z^2}{v r_p^3} & \frac{2z(x - \xi_p^*)}{v r_p^3} \end{bmatrix} = \frac{4z}{v^2 r_p^2} = \frac{4 \cos(\theta)}{v^2 r_p} = \left(\frac{2}{v}\right)^3 \frac{\cos(\theta)}{t_p}. \quad (\text{A.27})$$

Inserindo os valores das equações (A.24) na Hessiana H_S [equação (A.23)], após alguma manipulação, obtém-se:

$$H_S = -\left(\frac{v}{2}\right)^3 h_B^2 \frac{K_m - K_R^p}{(K_D^p - K_R^p)(K_D^p - K_m)} \approx -\left(\frac{v}{2}\right)^3 h_B^2 \frac{1}{(K_D^p - K_m)} \frac{K_m}{K_D^p}, \quad (\text{A.28})$$

impondo a condição de um fundo do mar com uma curvatura suficientemente pequena.

Substituindo os valores de K_D^p , K_m e h_B , [equações (A.25), (A.26) e (A.27)] H_S assume a forma

$$H_S = -\left(\frac{v}{2}\right)^3 \left(\frac{2}{v}\right)^6 \frac{\cos^2(\theta)}{t_p^{*2}} \frac{1}{\left(-\frac{2}{vt_p^*} + \frac{2}{vt_m} \cos^3(\theta)\right)} \frac{-\frac{2}{vt_m} \cos^3(\theta)}{-\frac{2}{vt_p^*}}. \quad (\text{A.29})$$

Lembrando que $\cos(\theta) = [1 + (\mu^*)^2]^{-1/2}$ e $t_p^* = \frac{t_m}{2} [1 - (\mu^*)^2] [1 + (\mu^*)^2]^{1/2}$, H_S pode ser escrito, finalmente, como

$$H_S = -\frac{4}{v^2} \frac{1 - (\mu^*)^2}{t_p^* [1 + (\mu^*)^2] [1 + 3(\mu^*)^2]} \quad (\text{A.30})$$

Como somente consideram-se valores de t_p^* positivos, tem-se que $[1 - (\mu^*)^2]$ deve ser sempre positivo e H_S assume valores estritamente negativos. Assim, $e^{\left\{i\frac{\pi}{4}[1 - \text{sgn}(H_S)]\right\}} = e^{\left\{i\frac{\pi}{4}[1 - (-1)]\right\}} = i$ e o termo $\mathcal{K}_3(\xi_p^*, \xi_m, t_m)$ torna-se

$$\mathcal{K}_3(\xi_p^*, \xi_m, t_m) = \frac{2i}{v\sqrt{t_p^*}} \frac{\sqrt{1 - (\mu^*)^2}}{\sqrt{[1 + (\mu^*)^2] [1 + 3(\mu^*)^2]}} \quad (\text{A.31})$$

Por fim, substituindo os valores $\mathcal{K}_1(\xi_p, \xi_m)$, $\mathcal{K}_2(\xi_p, \xi_m, t_m)$ e $\mathcal{K}_3(\xi_p, \xi_m, t_m)$ na equação da função peso, $\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m)$, [equação (A.18)] chega-se a

$$\mathcal{K}_{MSD}(\xi_p^*, \xi_m, t_m) = -\mathcal{R}_p(\xi_p^*) \frac{\sqrt{2} i}{v\sqrt{t_m}} \frac{[1 - (\mu^*)^2]}{[1 + (\mu^*)^2]^{1/4} \sqrt{1 + 3(\mu^*)^2}} \quad (\text{A.32})$$

O valor da equação (A.32) fornece o peso a ser aplicado na amostra da reflexão primária do fundo do mar no traço de coordenada ξ_p^* . Para a determinação dos pesos a serem aplicados em todas as amostras que, porventura, se distribuam sobre a curva de empilhamento, basta substituir ξ_p^* por ξ_p , na equação (A.32). Assim, finalmente, chega-se

a

$$\mathcal{K}_{MSKS}(\xi_p, \xi_m, t_m) = -\mathcal{R}_p(\xi_p) \frac{\sqrt{2} i}{v\sqrt{t_m}} \frac{[1-\mu^2]}{[1+\mu^2]^{3/4} \sqrt{1+3\mu^2}}. \quad (\text{A.33})$$

A equação (A.33) fornece os melhores valores possíveis para o problema MSKS. Para sua obtenção, considerou-se um fundo do mar plano e com mergulho suave. Assim, é de se esperar que em situações que violem essas aproximações as amplitudes obtidas no MSKS sejam diferentes às de uma múltipla com afastamento nulo. Porém, essas diferenças são posteriormente tratadas com a aplicação de um filtro adaptativo. Como está mostrado na seção dos exemplos numéricos, mesmo para um fundo do mar curvo e com mergulhos maiores que os comumente encontrados em levantamentos marítimos (até 12°), as amplitudes obtidas no MSKS são próximas às de uma múltipla com afastamento nulo modelada.

Cálculo do estiramento do pulso

Como qualquer processo de imageamento que usa integrais tipo Kirchhoff, o MSKS provoca um estiramento do pulso. Conforme Tygel et al.(1996), o estiramento do pulso após um processo de transformação de configuração é o resultado da razão da derivada da curva de tempo de trânsito da configuração de entrada em relação a z pela derivada da curva de tempo de trânsito da configuração de saída em relação a z , avaliada em M . Matematicamente, pode ser expresso como

$$m_{MSKS} = \frac{\partial t_p / \partial z}{\partial t_m / \partial z}. \quad (\text{A.34})$$

Os tempos de trânsito t_p e t_m podem ser expressos como

$$t_p = \frac{2}{v} \sqrt{(x - \xi_p)^2 + z^2} \quad \text{e} \quad t_m = \frac{2}{v} \left[z + \sqrt{(x - \xi_m)^2 + z^2} \right]. \quad (\text{A.35})$$

Portanto, as derivadas de (A.35) em relação a z , avaliadas em M , serão

$$\frac{\partial t_p}{\partial z} = \frac{2}{v} \frac{z}{\sqrt{(x - \xi_p)^2 + z^2}} \quad \text{e} \quad \frac{\partial t_m}{\partial z} = \frac{2}{v} \left[1 + \frac{z}{\sqrt{(x - \xi_m)^2 + z^2}} \right]. \quad (\text{A.36})$$

Finalmente, substituindo na equação (A.34) os valores de (A.36) e, conforme a geometria da Figura A.1, obtém-se para o fator de estiramento, m_{MSKS}

$$m_{MSD} = \frac{1}{2 \cos(\theta)}, \quad (\text{A.37})$$

onde θ é o ângulo de mergulho do fundo do mar. Para os valores de mergulho considerados, e que geralmente ocorrem, tem-se que $m_{MSKS} \approx 0.5$. Assim, a múltipla simulada possui um comprimento de onda aproximadamente 2 vezes maior que a dos dados de entrada. Conseqüentemente, antes da subtração dos dados de entrada, deve-se comprimir a múltipla simulada.