

EFEITOS DA PAREDE DE UM TUBO NA TRANSFERÊNCIA
DE CALOR CIRCUNFERENCIALMENTE NÃO-UNIFORME A
UM FLUIDO ESCOANDO NO SEU INTERIOR COM ESCOA-
MENTO LAMINAR PLENAMENTE DESENVOLVIDO.

086/83

UNICAMP
BIBLIOTECA CENT

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

EFEITOS DA PAREDE DE UM TUBO NA TRANSFERÊNCIA
DE CALOR CIRCUNFERENCIALMENTE NÃO-UNIFORME A
UM FLUIDO ESCOANDO NO SEU INTERIOR COM ESCOA-
MENTO LAMINAR PLENAMENTE DESENVOLVIDO.

Autor: Gilmar Mompean Munhoz da Cruz 4/5 15

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto C. Altamiani

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Gilmar Mompean Munhoz da Cruz e aprovada
pela Comissão julgadora em 21/12/83.

Carlos Altamiani
ORIENTADOR

Comissão Julgadora:
Prof. Carlos A. C. Altamiani
Prof. Kamal A. R. Ismail
Prof. Luiz F. Milanez

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
de Campinas da UNICAMP como parte dos re-
quisitos necessários à obtenção do Título
de MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.

DEZEMBRO/1983

UNICAMP
BIBLIOTECA LENT

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram no desenvolvimento deste trabalho.

Em especial:

Ao Prof. Dr. Carlos Alberto C. Altemani pela orientação e pelo importante papel que teve na minha formação.

À Maria Cristina C. dos Reis, pelo excelente serviço de datilografia.

Ao desenhista Wilton Furquin, pelo seu auxílio na reprodução das figuras.

RESUMO

No presente trabalho é resolvido o problema combinado de condução-convecção de um fluido escoando em regime laminar, com os perfis de velocidade e temperatura plenamente desenvolvidos, no interior de um tubo com uma dada espessura de parede. São consideradas as componentes radial e circumferencial de condução de calor na parede do tubo. Na sua superfície externa, consideram-se três casos distintos de fluxo de calor axialmente uniforme e circumferencialmente variável. Os resultados são apresentados de forma adimensional, incluindo as variações circumferenciais do coeficiente de troca convectiva de calor, assim como do fluxo de calor e da temperatura na parede do tubo. Inclui-se também uma comparação destes resultados com a literatura.

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO	02
2. DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO	06
2.1 - Problema da condução de calor na parede do tubo, imposto um fluxo de calor na forma de degrau na superfície externa	07
2.2 - Problema da convecção para o fluido em regime laminar desenvolvido, no interior do tubo considerado no item 2.1	11
2.3 - Acoplamento das duas equações (condução- convecção)	15
2.4 - Generalização das equações para um fluxo de calor circunferencialmente não-uniforme....	18
2.5 - Observações sobre a solução obtida	21
2.5.1 - Verificação da convergência das séries	21
2.5.2 - Fluxo de calor uniforme e constante...	23
2.5.3 - Espessura da parede tendendo a zero...	24
3. CASOS ESTUDADOS	26
3.1 - Considerações Gerais	26
3.1.1 - Escolha dos valores dos parâmetros A e η_2	26
3.1.2 - Escolha do número de termos utilizados nas séries	27

3.2 - Problemas estudados	28
3.2.a - Caso com fluxo de calor em degrau	
numa faixa da superfície	28
3.2.a.1 - Perfil de temperatura e de fluxo	
de calor no interior da parede	
do tubo	28
3.2.a.2 - Número de Nusselt	30
3.2.a.3 - Resultados do primeiro caso	31
3.2.b - Caso com fluxo de calor senoidal numa	
faixa da superfície	46
3.2.b.1 - Perfis de temperatura e de fluxo	
de calor na parede do tubo	46
3.2.b.2 - Número de Nusselt	48
3.2.b.3 - Resultados do segundo caso	49
3.2.c - Caso com fluxo de calor cosenoidal em	
toda superfície	59
3.2.c.1 - Perfis de temperatura e de fluxo	
de calor na parede do tubo	59
3.2.c.2 - Número de Nusselt	60
3.2.c.3 - Resultados do terceiro caso	61
4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A LITERATURA	70
4.1 - Comparação dos resultados para o caso de fluxo	
de calor cosenoidal	71
4.1.1 - Formulação do problema a partir do	
trabalho [4]	71
4.1.1.a - Perfil de temperatura e de fluxo	
de calor	71
4.1.1.b - Número de Nusselt	73
4.1.2 - Comentários da comparação	74

4.2 - Comparação dos resultados para o caso de fluxo de calor senoidal	77
4.2.1 - Formulação do problema a partir do trabalho [4]	77
4.2.1.a - Perfil de temperatura e de fluxo de calor	77
4.2.1.b - Número de Nusselt	78
4.2.2 - Comentários da comparação	79
5. CONCLUSÕES	96
REFERÊNCIAS	98

NOMEMCLATURA

Listamos abaixo os símbolos não definidos no texto:

A	parâmetro adimensional para a condutividade térmica ($A=k_t/K$).
C_p	calor específico a pressão constante.
K	condutibilidade térmica do fluido.
k_t	condutibilidade térmica do tubo.
Nu	Número de Nusselt.
q''	fluxo de calor por unidade de área imposto na superfície externa do tubo.
q''_c	fluxo de calor por unidade de área no fluido.
q''_t	fluxo de calor por unidade de área no tubo.
r	coordenado radial.
r_1	raio interno do tubo.
r_2	raio externo do tubo.
T	temperatura no fluido.
T_m	temperatura média de mistura do fluido.
T_t	temperatura no tubo.
T_w	temperatura na parede interna do tubo.
V	velocidade num ponto do fluido.
V_m	velocidade média do fluido.
x	coordenada axial.

LETRAS GREGAS

- α difusividade térmica do fluido.
- β metade do ângulo de aquecimento quando o fluxo de calor é em forma de degrau.
- δ espessura da parede do tubo.
- λ_n valores pesos.
- η parâmetro adimensional radial ($\eta = r/r_1$)
- η_1 parâmetro adimensional radial para o raio interno do tubo ($\eta_1 = 1$).
- η_2 parâmetro adimensional radial para o raio externo do tubo ($\eta_2 = r_2/r_1$).
- ϕ diferença entre as temperaturas num ponto do fluido e a média de mistura ($\phi = T - T_m$).
- ϕ_t diferença entre as temperaturas num ponto do tubo e a média de mistura ($\phi_t = T_t - T_m$).
- ζ_n valores pesos.
- ρ densidade do fluido.
- $\theta; \omega$ ângulos no sistema de coordenadas polares.
- γ posição angular do tubo.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O aquecimento (ou resfriamento) circunferencialmente não-uniforme da superfície externa de tubos ocorre em várias aplicações, como em trocadores de calor em geral, coletores solares planos e concentradores. Quando um fluido escoar no interior do tubo, as características de transferência convectiva de calor na superfície interna do tubo são conjugadas com a condução de calor no interior da parede desse tubo. Esse acoplamento dos dois mecanismos de transferência de calor é encontrado em alguns trabalhos. Em [1], é apresentada uma solução para o problema da convecção térmica no escoamento de um fluido em regime laminar, completamente desenvolvido no interior de um tubo com espessura desprezível de parede, sujeito a um dado fluxo de calor circunferencialmente não-uniforme. São obtidos valores da distribuição circunferencial do número de Nusselt e da temperatura na interface tubo-fluido.

Em [2], SPARROW & KROWECH fazem uma análise do processo de transferência de calor em um tubo sujeito a um fluxo de calor altamente não-uniforme na superfície externa. O fluxo externo de calor é imposto através de uma placa que se assenta (sem resistência térmica de contato) sobre o tubo, como num coletor solar tipo placa plana. É considerado na solução um valor circunferencialmente uniforme para o coeficiente convectivo de transferência de calor no interior do tubo. Os resultados são apresentados na forma da distribuição circunferencial de temperatura e fluxo de calor no tubo.

Em [3] o problema desenvolvido em [1] é retomado, com a inclusão de escoamento turbulento, através da adoção de um modelo de turbulência. Em [4] é considerada uma espessura de parede de um tubo, mas a formulação utilizada considera desprezível a resistência térmica para a condução radial de calor e desenvolve sua solução simplificada somente com a resistência condutiva circumferencial na parede do tubo, ou seja, assume assim uma forma de anisotropia na parede do tubo, considerando uma condutibilidade térmica infinita na direção radial e finita na direção circumferencial. Não são entretanto apresentados resultados dessa formulação simplificada do efeito da parede; apenas a formulação do trabalho [3] é adaptada em [4], para considerar a condução circumferencial de um tubo com uma dada espessura de parede.

Em [5] é resolvido o problema de condução de calor na parede de um tubo, considerando anisotropia nas direções radial e circumferencial. O problema entretanto é o de um tubo oco, com vácuo, sujeito a radiação solar, sem escoamento no seu interior.

O presente trabalho considera um tubo circular de qualquer material com escoamento de um fluido newtoniano incompressível em regime laminar, admitindo-se que os perfis de velocidade e temperatura estejam completamente desenvolvidos. A superfície externa do tubo é exposta a um fluxo de calor circumferencialmente arbitrário $q''(\theta)$, axialmente uniforme, conforme ilustra a figura abaixo:

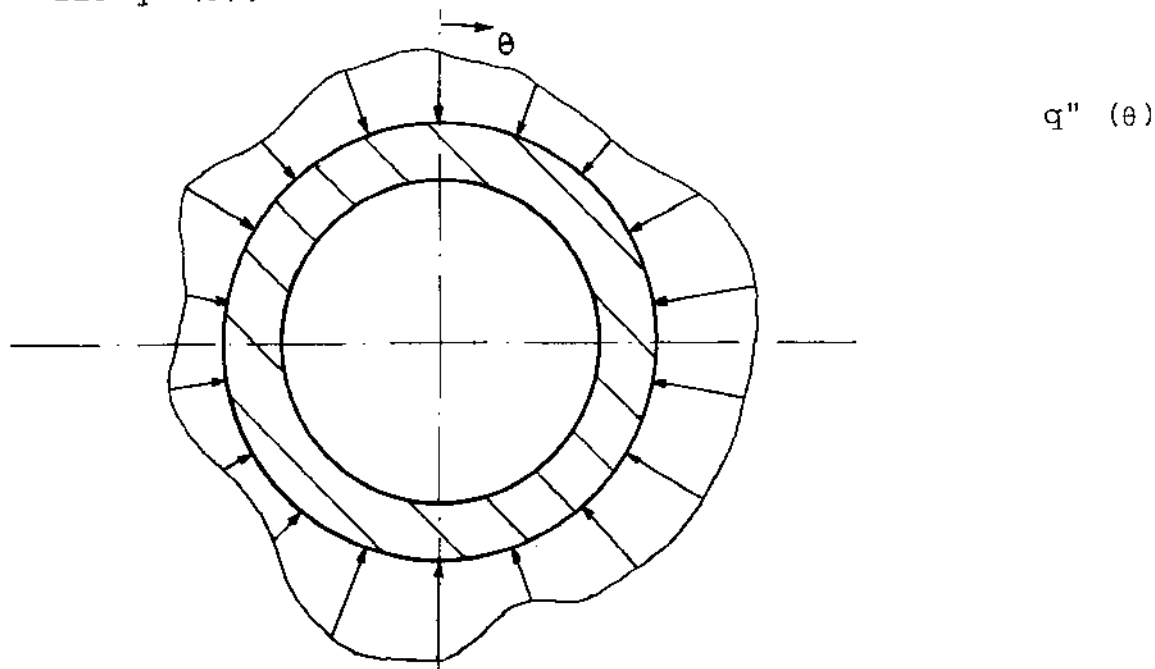


Fig. 1.1 - Fluxo de calor circumferencialmente arbitrário na superfície externa do tubo.

As propriedades físicas neste problema são consideradas constantes, não há geração interna de energia e o regime é permanente.

É feito um estudo do problema combinado de condução-convecção considerando-se as componentes de condução de calor nas direções radial e circunferencial. A condução nas direções radial e circunferencial na parede do tubo atuam de maneira distinta quanto à distribuição circunferencial de calor na superfície interna do tubo. A componente radial tende a manter as variações circunferenciais da superfície externa, enquanto que a componente circunferencial tende a uniformizá-las na superfície interna do tubo. A convecção pode ser vista como um elemento controlador das componentes de condução radial e circunferencial. Quanto maior o coeficiente convectivo de troca de calor, maior será a componente radial de condução numa determinada posição circunferencial do tubo e vice-versa. O problema entretanto é acoplado e a solução da convecção só é obtida da solução simultânea dos dois mecanismos de troca de calor.

Foi abordado apenas o escoamento laminar do fluido no interior do tubo, por permitir uma solução analítica exata. Um escoamento turbulento implicaria na necessidade de adoção de um modelo de turbulência adequado para o aquecimento assimétrico dos dutos e as soluções seriam função do modelo adotado e do método de solução (não-analítico) empregado. De qualquer modo, o efeito da turbulência no escoamento seria, através de coeficientes convectivos maiores, realçar a não-uniformidade circunferencial do fluxo de calor na superfície interna do duto.

Não se considerou nenhum efeito de convecção natural na formulação adotada.

No capítulo 2 deste trabalho, será desenvolvida analiticamente a solução do problema proposto, baseada nas equações de condução de calor e convecção, em coordenadas polares, com as devidas condições de contorno.

No capítulo 3 serão estudados três casos distintos de fluxo de calor imposto na superfície externa do tubo. O estudo paramétrico será feito para esses três casos, com resultados obtidos para o perfil de temperatura e fluxo de calor em diversas posições radiais da parede do tubo, e para a distribuição circunferencial do número de Nusselt.

A seguir, no capítulo 4 deste trabalho serão comparados os resultados obtidos através da formulação do presente trabalho com os resultados obtidos a partir da formulação [1] e [4] .

Pretende-se também com este trabalho efetuar um estudo paramétrico do efeito das variáveis envolvidas na uniformidade da distribuição de calor na superfície interna do tubo.

CAPÍTULO 2

DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO

Considera-se neste capítulo a solução analítica do problema combinado de condução-convecção em um tubo circular, sujeito a um fluxo de calor circunferencialmente arbitrário e axialmente uniforme na sua superfície externa. No interior do tubo ocorre escoamento laminar plenamente desenvolvido de um fluido newtoniano, com propriedades constantes. Serão consideradas nesta formulação as componentes radial e circunferencial de condução de calor através da parede do tubo, com condutibilidade térmica constante.

O método de análise seguirá as seguintes etapas:

1^a) Inicialmente será obtida uma solução da equação da condução de calor para o caso de um tubo com um fluxo de calor externo distribuído em degrau. Nesse primeiro passo obtemos uma solução (Eq. 2.6) indefinida devido a ausência inicial de condições de contorno na superfície interna do tubo. Esta solução fornece distribuição de temperatura na parede do tubo.

2^a) Em seguida será obtida uma solução do problema da convecção de calor para o fluido escoando no interior do tubo, considerando o mesmo influxo de calor axialmente uniforme na superfície externa do tubo da primeira etapa. Nesta etapa obtém-se uma solução (Eq. 2.23), também indefinida para a distribuição de temperatura no fluido. Neste caso a solução é indefinida devido ao desconhecimento da distribuição circunferencial do influxo de calor na superfície interna do tubo, embora seja utilizada uma propriedade de simetria.

3^a) Será feito então o acoplamento das duas etapas anteriores, através do estabelecimento de continuidade de temperatura e de fluxo de calor na interface tubo-fluido, definindo assim, os coeficientes que faltavam ser determinados. Nesta etapa serão obtidas a distribuição de temperatura na parede do tubo e a distribuição de temperatura no fluido para o influxo de calor em de grau na superfície externa do tubo. Com esta solução obtém-se tam bém uma distribuição circunferencial do número de Nusselt para este caso.

4^a) Finalmente a solução acima será generalizada para abranger um influxo de calor arbitrário na superfície externa do tubo. O método de solução utilizado exige apenas que esse influxo de calor possa ser representado em forma de série de Fourier. Serão considerados posteriormente três casos distintos de influxo de calor.

2.1 - PROBLEMA DA CONDUÇÃO DE CALOR NA PAREDE DO TUBO, IMPOSTO UM FLUXO DE CALOR NA FORMA DE DEGRAU NA SUPERFÍCIE EXTERNA.

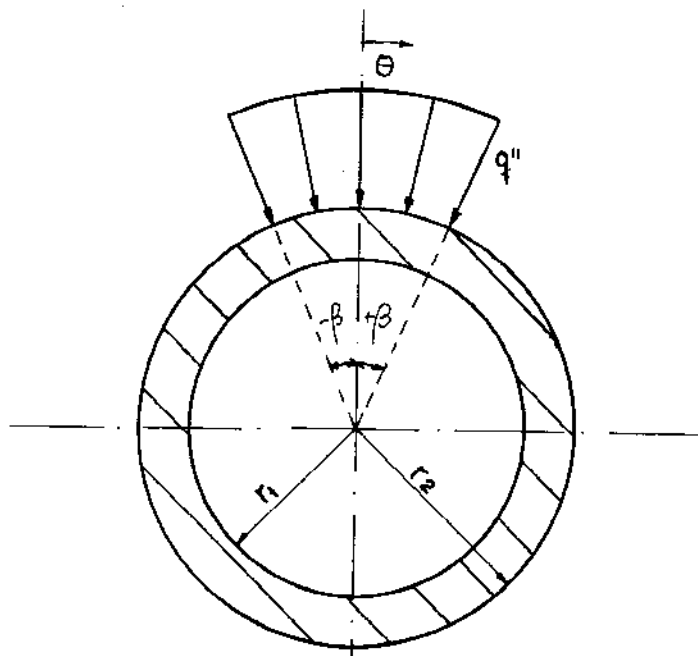


Fig. 2.1 - Tubo com influxo de calor em forma de degrau na parede externa.

A equação diferencial que fornece a distribuição de temperatura T_t na parede do tubo indicado na Fig. 2.1, em regime permanente e na ausência de fontes de calor, é a seguinte:

$$\frac{\partial^2 T_t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_t}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.1)$$

válida para $r_1 \leq r \leq r_2$

Três condições de contorno deste problema são dadas:

$$k_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial r} \right|_{r=r_2} = q'' \quad -\beta \leq \theta \leq +\beta. \quad (2.1.a)$$

$$k_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial r} \right|_{r=r_2} = 0 \quad \beta < \theta < 2\pi - \beta$$

$$T_t(r, \theta) = T_t(r, \theta + 2n\pi) \quad (2.1.b)$$

$$k_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = 0 \quad (2.1.c)$$

A última condição de contorno é devido à simetria.

As variáveis originais do problema serão alteradas para as novas variáveis $\eta = \frac{r}{r_1}$ e $\phi_t(r, \theta) = T_t(r, \theta) - T_m$, o que leva a Eq. 2.1 e suas condições de contorno a tomarem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi_t}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 \phi_t}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.2)$$

e

$$\begin{aligned} k_t \left. \frac{\partial \phi_t(\eta_2, \theta)}{\partial \eta} \right|_{\eta_2} &= q'' r_1 \\ k_t \left. \frac{\partial \phi_t(\eta_2, \theta)}{\partial \eta} \right|_{\eta_2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.a)$$

$$\phi_t(\eta, \theta) = \phi_t(\eta, \theta + 2n\pi) \quad (2.2.b)$$

$$k_t \frac{\partial \phi_t(\eta, 0)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.2.c)$$

Utilizando o método da separação de variáveis, assume-se que:

$$\phi_t(\eta, \theta) = R(\eta) \cdot \gamma(\theta)$$

São obtidas então duas equações diferenciais com soluções gerais conhecidas:

$$a) \quad \eta^2 \frac{d^2 R}{d\eta^2} + \eta \frac{dR}{d\eta} - \lambda^2 R = 0$$

com solução geral:

$$R(\eta) = A_0 + B_0 \ln \eta \quad \text{para } \lambda = 0$$

$$R(\eta) = A_n \cdot \eta^{\lambda n} + B_n \cdot \eta^{-\lambda n} \quad \text{para } \lambda \neq 0$$

$$b) \quad \frac{d^2 \gamma}{d\theta^2} + \lambda^2 \gamma = 0$$

com solução geral:

$$\gamma(\theta) = C_0 + D_0 \cdot \theta \quad \text{para } \lambda = 0$$

$$\gamma(\theta) = C_n \cdot \cos \lambda_n \theta + D_n \cdot \sin \lambda_n \theta \quad \text{para } \lambda \neq 0$$

Portanto:

$$\phi_t(\eta, \theta) = (A_0 + B_0 \ln \eta) \cdot (C_0 + D_0 \theta) \quad \text{para } \lambda = 0 \quad (2.3)$$

$$\phi_t(\eta, \theta) = (A_n \eta^{\lambda n} + B_n \eta^{-\lambda n}) \cdot (C_n \cdot \cos \lambda_n \theta + D_n \sin \lambda_n \theta) \quad \text{para } \lambda \neq 0 \quad (2.4)$$

Aplicando a condição de contorno (2.2.b) nas Eqs. 2.3 e 2.4, tem-se:

$$\text{para } \lambda = 0 \quad C_0 + D_0 \theta = C_0 + D_0 (\theta + 2n\pi) \text{ e portanto } D_0 = 0$$

$$\text{para } \lambda \neq 0 \quad C_n \cos \lambda_n \theta + D_n \sin \lambda_n \theta = C_n \cos \lambda_n (\theta + 2n\pi) + \\ D_n \sin \lambda_n (\theta + 2n\pi)$$

e dessa forma, $\lambda_n = n$ inteiro

A condição de contorno (2.2.c) aplicada na Eq. 2.4, fornece:

$$k_t \frac{\partial \theta_t(\eta_2, 0)}{\partial \theta} = k_t (A_n \cdot \eta^n + B_n \cdot \eta^{-n}) \cdot (D_n \cdot n) = 0$$

sendo satisfeita por:

$$D_n = 0$$

Considerando estas duas condições de contorno, a solução geral adquire a forma

$$\phi_t(\eta, \theta) = J_0 + L_0 \ell_n \eta + \sum_{n=1}^{\infty} (J_n \cdot \eta^n + L_n \cdot \eta^{-n}) \cos n\theta \quad (2.5)$$

Aplicando a condição de contorno (2.2.a) na Eq. 2.5, tem-se:

$$\frac{\partial \phi_t(\eta_2, \theta)}{\partial \eta} = \frac{L_0}{\eta_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\eta_2} \cdot (J_n \cdot \eta_2^n - L_n \eta_2^{-n}) \cos n\theta = \frac{q'' \cdot r_1}{k_t}$$

Como o influxo de calor $q''(\theta)$ é conhecido, obtêm-se, por expansão em série de Fourier os coeficientes L_0 e L_n desta última equação:

$$L_0 = \frac{q'' r_2^\beta}{\pi \cdot k_t} \\ L_n = - \frac{q'' r_2 \cdot 2 \sin n\beta}{n^2 k_t \pi} \eta_n^2 + J_n \cdot \eta_2^{2n}$$

Substituindo esses coeficientes na Eq. 2.5, tem-se:

$$\phi_t(\eta, \theta) = J_0 + \frac{q'' r_2^\beta}{\pi \cdot k_t} \ell_n \eta + \sum_{n=1}^{\infty} \left[J_n (\eta^n + \eta_2^{2n} \cdot \eta^{-n}) - \frac{q'' r_2 2 \sin n\beta}{n^2 k_t \pi} \cdot \eta_2^n \cdot \eta^{-n} \right] \cos n\theta \quad (2.6)$$

Os dois coeficientes J_0 e J_n serão determinados posteriormente, no acoplamento das soluções das equações da condução com a da convecção.

2.2 - PROBLEMA DA CONVECÇÃO PARA UM FLUIDO EM REGIME LAMINAR PLENAMENTE DESENVOLVIDO, NO INTERIOR DO TUBO CONSIDERADO NO ITEM 2.1.

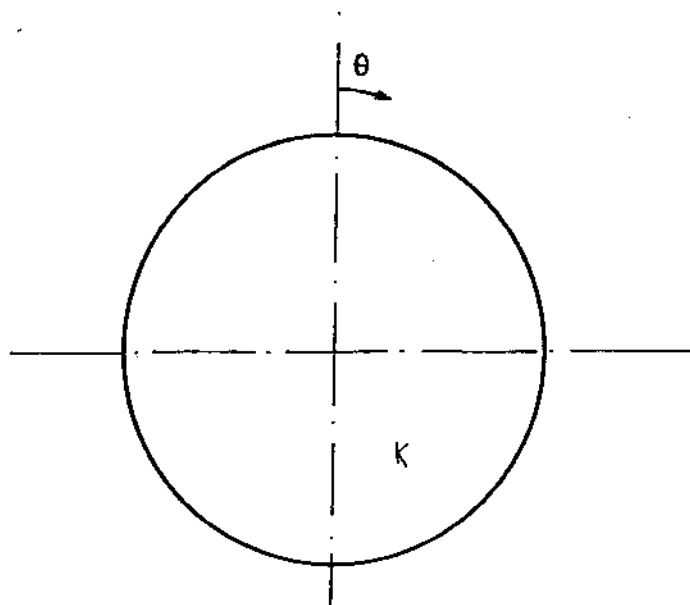


Fig. 2.2 - Fluido no interior do tubo.

A equação diferencial que governa a distribuição de temperatura no fluido, em regime permanente e na ausência de fontes de calor, é a seguinte:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \frac{V}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.7)$$

válida para $0 < r \leq r_1$

O perfil de velocidade desenvolvido é dado por:

$$V(r) = 2V_m \left[1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right]$$

onde V_m indica a velocidade média do escoamento.

Em termos de $\eta = \frac{r}{r_1}$

$$v(\eta) = 2V_m(1-\eta^2) \quad (2.8)$$

Se o perfil de temperatura está completamente desenvolvido, então o gradiente de temperatura na direção axial é constante e igual ao gradiente axial da temperatura média de mistura (T_m) do fluido:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx} = \text{constante} \quad (2.9)$$

Considerando o influxo de calor axialmente uniforme pode-se fazer o seguinte balanço de energia:

$$\rho \pi r_1^2 V_m C_p \frac{dT_m}{dx} = \int_0^{2\pi} q'' r_2 d\theta = Q \quad (2.10)$$

onde Q representa a taxa axialmente uniforme de adição de calor ao tubo por unidade de comprimento.

Substituindo as Eqs. 2.8, 2.9 e 2.10 na Eq. 2.7, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \frac{2Q}{K\pi r_1^2} - \frac{2Qr^2}{K\pi r_1^4} \quad (2.11)$$

Utilizando $\eta = \frac{r}{r_1}$ e $\phi(r, \theta) = T(r, \theta) - T_m$, a Eq. 2.11 adquire a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = \frac{2Q}{K\pi} (1-\eta^2) \quad (2.12)$$

É conveniente efetuar a mudança de variável,

$$\phi(\eta, \theta) = F(\eta, \theta) + \frac{2Q}{K\pi} \left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} \right) \quad (2.13)$$

que permite a obtenção da equação diferencial homogênea:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.14)$$

Separando as variáveis,

$$F(\eta, \theta) = \delta(\eta) \cdot \xi(\theta)$$

Obtêm-se duas equações diferenciais com soluções gerais conhecidas:

$$a) \quad \frac{d^2 \xi}{d\theta^2} + \zeta^2 \xi = 0$$

Solução geral:

$$\xi(\theta) = E_0 + F_0 \cdot \theta \quad \text{para } \zeta = 0$$

$$\xi(\theta) = E_n \cos \zeta_n \theta + F_n \sin \zeta_n \theta \quad \text{para } \zeta \neq 0$$

$$b) \quad \eta^2 \frac{d^2 \delta}{d\eta^2} + \eta \frac{d\delta}{d\eta} - \zeta^2 \delta = 0$$

Solução geral:

$$\delta(\eta) = G_0 + H_0 \ln \eta \quad \text{para } \zeta = 0$$

$$\delta(\eta) = G_n \cdot \eta^{\zeta_n} + H_n \cdot \eta^{-\zeta_n} \quad \text{para } \zeta \neq 0$$

Dessa forma, as soluções da Eq. 2.14 podem ser expressas como:

$$F(\eta, \theta) = (E_0 + F_0 \theta) \cdot (G_0 + H_0 \ln \eta) \quad \text{p/ } \zeta = 0 \quad (2.15)$$

$$F(\eta, \theta) = (E_n \cos \zeta_n \theta + F_n \sin \zeta_n \theta) \cdot (G_n \eta^{\zeta_n} + H_n \cdot \eta^{-\zeta_n}) \quad \text{p/ } \zeta \neq 0 \quad (2.16)$$

Três condições de contorno para o problema considerado são as seguintes:

$$F(\eta, \theta) = F(\eta, \theta + 2n\pi) \quad (2.15.a)$$

$$K \frac{\partial F(\eta, \theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{simetria}) \quad (2.15.b)$$

$$F(0, \theta) = \text{finito} \quad (2.15.c)$$

Utilizando a condição 2.15.c nas Eqs. 2.15 e 2.16,

$$H_0 = H_n = 0$$

Aplicando a condição de contorno 2.15.a nas Eqs. 2.15 e 2.16, tem-se:

Para $\zeta = 0$

$$E_0 + F_0 \theta = E_0 + F_0 (\theta + 2n\pi) \quad \text{e} \quad \text{então} \quad F_0 = 0$$

Para $\zeta \neq 0$

$$E_n \cos \zeta_n \theta + F_n \operatorname{sen} \zeta_n \theta = E_n \cos \zeta_n (\theta + 2n\pi) + F_n \operatorname{sen} \zeta_n (\theta + 2n\pi)$$

cujas soluções são $\zeta_n = n$ inteiro.

A condição de contorno 2.15.b aplicada na Eq. 2.16, fornece:

$$K \frac{\partial F}{\partial \theta} (n, 0) = F_n \cdot n (G_n \eta^n + H_n \cdot \eta^{-n}) = 0$$

implicando que $F_n = 0$

A solução geral da Eq. 2.14 adquire então a forma:

$$F(\eta, \theta) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot \eta^n \cdot \cos n\theta \quad (2.17)$$

Substituindo a Eq. 2.17 na Eq. 2.13, obtém-se a solução em termos da variável $\phi(\eta, \theta)$:

$$\phi(\eta, \theta) = I_0 + \frac{2Q}{K\pi} \left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot \eta^n \cdot \cos n\theta \quad (2.18)$$

Utilizando a definição de temperatura média de mistura:

$$T_m = \frac{1}{AV_m} \int VTdA$$

ou

$$\frac{1}{AV_m} \int V(T - T_m) dA = 0 \quad (2.19)$$

Considerando o perfil plenamente desenvolvido de velocidades:

$$\frac{1}{AV_m} \int 2V_m(1-\eta^2) \phi dA = 0$$

ou

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \phi(1-\eta^2) \eta d\theta d\eta = 0 \quad (2.20)$$

Utilizando a Eq. 2.18 na Eq. 2.20, obtemos:

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} (1-\eta^2) \eta \left[I_0 + \frac{2Q}{\pi K} \left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot \eta^n \cdot \cos n\theta \right] d\theta d\eta = 0$$

A solução desta equação fornece o valor de mais uma constante:

$$I_0 = - \frac{7}{96} \cdot \frac{2Q}{\pi K} \quad (2.21)$$

Introduzindo a Eq. 2.21 na Eq. 2.18:

$$\phi(\eta, \theta) = \frac{2Q}{\pi K} \left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} - \frac{7}{96} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot \eta^n \cdot \cos n\theta \quad (2.22)$$

O coeficiente I_n será determinado também no acoplamento das soluções da condução e da convecção, que será feito em seguida.

2.3 - ACOPLAMENTO DAS DUAS EQUAÇÕES (CONDUÇÃO-CONVECÇÃO)

O acoplamento da equação deduzida para a condução (Eq. 2.6) com a equação deduzida para a convecção (Eq. 2.22), com a finalidade de obter o valor dos coeficientes J_0 , J_n e I_n , será feito com o auxílio de duas condições de contorno na interface da superfície interna do tubo com o fluido ($\eta=1$):

a) continuidade de temperatura

$$T_t(r_1, \theta) = T(r_1, \theta)$$

ou

$$\phi_t(1, \theta) = \phi(1, \theta)$$

(2.23)

b) continuidade de fluxo de calor

$$q''_t(r_1, \theta) = q''_c(r_1, \theta)$$

ou

$$q''_t(1, 0) = q''_c(1, 0) \quad (2.24)$$

Reescrevendo as Eqs. 2.6 e 2.22 na interface considerada:

$$\phi_t(1, \theta) = J_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[J_n (1 + \eta_2^{2n}) - \frac{2q''r_2 \sin n\beta}{n^2 k_t \pi} \cdot \eta_2^n \right] \cos n\theta \quad (2.25)$$

$$\phi(1, \theta) = \frac{Q}{K\pi} \left(\frac{11}{48} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos n\theta \quad (2.26)$$

Devido à continuidade de temperatura, é válida a relação:

$$\int_0^{2\pi} \phi_t(1, \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \phi(1, \theta) d\theta \quad (2.27)$$

Substituindo as Eqs. 2.25 e 2.26 na Eq. 2.27, obtém-se:

$$J_0 = \frac{11}{48} \cdot \frac{Q}{K\pi}$$

Neste problema,

$$Q = q'' \cdot r_2 \cdot 2\beta$$

de modo que:

$$J_0 = \frac{11}{48} \cdot \frac{q'' r_2^{2\beta}}{K\pi} \quad (2.28)$$

Devido à continuidade de temperatura podemos ainda relacionar:

$$\int_0^{2\pi} \phi_t(1, \theta) \cos n\theta d\theta = \int_0^{2\pi} \phi(1, \theta) \cos n\theta d\theta \quad (2.29)$$

Desta integração, obtém-se

$$I_n = I_n (1 + \eta_2^{2n}) - \frac{2q''r_2 \sin n\beta}{n^2 \cdot k_t \cdot \pi} \cdot \eta_2^n \quad (2.30)$$

A partir da condição de continuidade de fluxo de calor é possível relacionar:

$$\int_0^{2\pi} q''_t(\eta_1, \theta) \cos n\theta d\theta = \int_0^{2\pi} q''_c(\eta_1, \theta) \cos n\theta d\theta$$

ou, em termos da equação de Fourier,

$$\int_0^{2\pi} k_t \frac{\partial \phi_t}{\partial \eta}(1, \theta) \cos n\theta d\theta = \int_0^{2\pi} k \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(1, \theta) \cos n\theta d\theta \quad (2.31)$$

onde, utilizando as Eqs. 2.6 e 2.22

$$\frac{\partial \theta_t(1, \theta)}{\partial \eta} = \frac{q'' r_2^\beta}{\pi \cdot k_t} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[J_n \cdot n(1 - \eta_2^{2n}) + \frac{2q'' r_2 \sin n\beta}{n \cdot k_t \cdot \pi} \cdot \eta_2^n \right] \cos n\theta \quad (2.32)$$

e

$$\frac{\partial \phi(1, \theta)}{\partial \eta} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2Q}{K\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot I_n \cdot \cos n\theta \quad (2.33)$$

Substituindo as Eqs. 2.32 e 2.33 na Eq. 2.31, obtêm-se:

$$I_n = \frac{k_t}{K} \cdot \left[J_n \cdot (1 - \eta_2^{2n}) + \frac{2q'' r_2 \sin n\beta}{n^2 \cdot k_t \cdot \pi} \cdot \eta_2^n \right] \quad (2.34)$$

Igualando agora as duas Eqs. 2.30 e 2.34 para I_n :

$$J_n = \frac{2q'' r_2 \sin n\beta}{n^2 \cdot k_t \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\eta_2^n (1 + k_t/K)}{1 - \frac{k_t}{K} + (1 + \frac{k_t}{K}) \eta_2^{2n}} \right] \quad (2.35)$$

$$I_n = \frac{4q'' r_2 \sin n\beta}{n^2 \cdot k_t \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\eta_2^n}{1 - \frac{k_t}{K} + (1 + \frac{k_t}{K}) \eta_2^{2n}} \right] \quad (2.36)$$

Substituindo o valor de J_n , Eq. 2.35, e o valor de J_0 , Eq. 2.28, na Eq. 2.6, obtêm-se:

$$\frac{\phi_t(\eta, \theta)}{\frac{q'' \cdot 2r_2}{K}} = \left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2} \frac{K}{k_t} \ln \eta \right) \frac{\beta}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\eta^{n+\eta} \eta^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \text{sen} \beta \cos n\theta \quad (2.37)$$

A Eq. 2.37 estabelece a distribuição de temperatura na parede do tubo, ou seja, é aplicável no intervalo $1 \leq \eta \leq \eta_2$.

Substituindo o valor de I_n , Eq. 2.36, na Eq. 2.22, obtêm-se:

$$\frac{\phi(\eta, \theta)}{\frac{q'' \cdot 2r_2}{K}} = 2 \cdot \frac{\beta}{\pi} \left(\frac{\eta^2 - \eta^4 - 7}{4 \cdot 16 \cdot 96} \right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\eta^n}{\eta_2^n - \eta_2^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \text{sen} \beta \cos n\theta \quad (2.38)$$

A Eq. 2.38 define a distribuição de temperatura no fluido, sendo válida no intervalo $0 \leq \eta \leq 1$.

As duas distribuições de temperatura verificam as condições de continuidade de fluxo de calor e de temperatura na interface entre o tubo e o fluido escoando no seu interior.

As Eqs. 2.37 e 2.38 são válidas somente quando q'' for um influxo de calor imposto na superfície externa do tubo na forma de um degrau compreendido entre os ângulos β e $-\beta$, como ilustra a Fig. 2.1. Em seguida, será obtida uma solução para um caso de influxo de calor arbitrário, com base nesta solução.

2.4 - GENERALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA UM FLUXO DE CALOR CIRCUNFERENCIALMENTE NÃO-UNIFORME

Inicialmente, será generalizada a Eq. 2.37, que fornece a distribuição de temperatura na parede do tubo com o fluxo externo de calor em forma de degrau.

Em primeiro lugar é introduzida uma mudança de eixo, admitindo-se que o fluxo de calor em degrau é imposto na superfície externa

para o intervalo angular entre ω e $\omega + \Delta\omega$, como ilustra a Fig. 2.3. Dessa forma, a simetria do problema original é destruída, mas pode ser imediatamente restaurada.

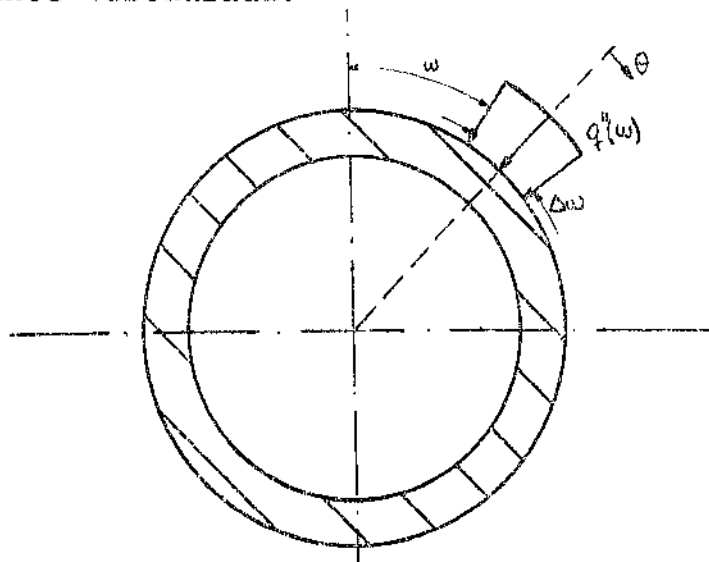


Fig. 2.3 - Fluxo de calor $q''(\omega)$ entre ω e $\omega + \Delta\omega$.

Neste caso ela é feita considerando-se que através da mudança de origem angular para $(\theta - \omega - \frac{\Delta\omega}{2})$ e admitindo-se a nova faixa angular de influxo de calor igual a $\Delta\omega$, o problema torna-se idêntico ao anterior. Dessa forma, é possível reescrever a Eq. 2.37:

$$\phi_t(\eta, \theta; \omega) = \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \cdot \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{K}{2k_t} \ln \eta \right) \frac{\Delta\omega}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2\pi} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + K/k_t(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{k_t}{K}(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \sin n \frac{\Delta\omega}{2} \cos n(\theta - \omega - \frac{\Delta\omega}{2}) \right] \quad (2.39)$$

Será considerado agora o caso com M_s degraus com influxos individuais de calor $q''(\omega_m)$, conforme ilustra a Fig. 2.4:

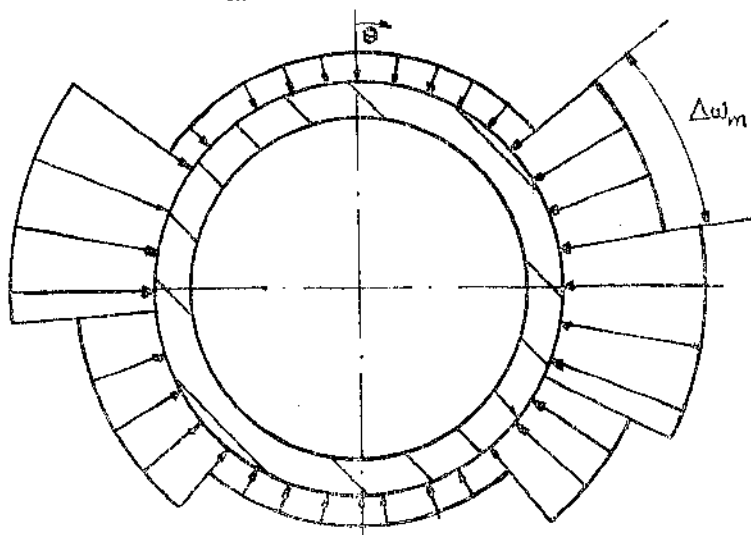


Fig. 2.4 - M_s degraus de fluxo de calor imposto na parede externa.

Devido à linearidade da Eq. 2.2 da condução, aplicando o princípio da superposição, pode-se escrever

$$\phi_t(\eta, \theta; \omega) = \sum_{m=1}^M \phi_t(\eta, \theta; \omega_m)$$

ou

$$\phi_t(\eta, \theta; \omega) = \sum_{m=1}^M \frac{q''(\omega_m) \cdot 2r_2}{K} \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{K}{2k_t} \ln \eta \right) \frac{\Delta \omega_m}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\eta_1^n + \eta_2^{-n} + K/k_t (\eta_1^n - \eta_2^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta_2^n - \eta_1^{-n})} \cdot \operatorname{senn} \left(\frac{\Delta \omega_m}{2} \right) \cos n \left(\theta - \omega_m - \frac{\Delta \omega_m}{2} \right) \right]$$

O caso da variação circunferencial contínua do fluxo de calor externo pode ser tratado como o caso limite da variação em degrau. Basta para isso considerar uma largura infinitesimal de cada degrau, como indicada na Fig. 2.5.

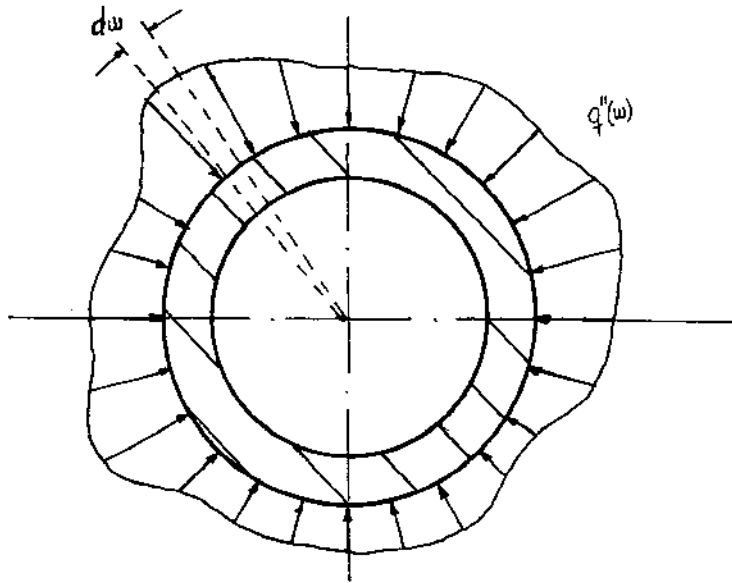


Fig. 2.5 - Fluxo de calor arbitrário tratado como fluxo em degrau infinitesimal.

Repetindo o mesmo raciocínio para o caso de infinitos degraus de largura infinitesimal, obtém-se em vez da somatória da Eq. 2.39, a seguinte equação integral:

$$\phi_t(\eta, \theta; \omega) = \int_{\omega=0}^{2\pi} \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2} \frac{K}{k_t} \ln \eta \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + K/k_t (\eta_2^n - \eta_2^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \cos n(\theta - \omega) \right] \frac{d\omega}{2\pi} \quad (2.40)$$

A Eq. 2.40 fornece a temperatura em qualquer ponto da parede do tubo, quando o tubo está exposto a um fluxo de calor circunferencialmente arbitrário.

Repetindo-se o mesmo procedimento para a Eq. 2.38, que fornece a distribuição de temperatura no fluido, quando imposto um fluxo de calor na forma de degrau na parede externa, obtêm-se:

$$\phi(\theta, \eta; \omega) = \int_0^{2\pi} \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \left[\left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} - \frac{7}{96} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n \cos n(\theta - \omega)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \right] \frac{d\omega}{\pi} \quad (2.41)$$

A Eq. 2.41 fornece a distribuição de temperatura no fluido quando imposto um fluxo de calor circunferencialmente arbitrário na parede externa do tubo.

2.5 - OBSERVAÇÕES SOBRE A SOLUÇÃO OBTIDA

Neste item será verificada a convergência das séries presentes nas soluções obtidas e será comparado o resultado dessas soluções, Eqs. 2.40 e 2.41, com algumas situações particulares de fluxo de calor e espessura de parede previamente conhecidas.

2.5.1 - VERIFICAÇÃO DA CONVERGÊNCIA DAS SÉRIES

As duas séries das Eqs. 2.40 e 2.41, são expressas respectivamente por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + \frac{K}{k_t} (\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{k_t}{K} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \cos n(\theta - \omega) \quad (2.42)$$

e

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{k_t}{K} (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \cos n(\theta - \omega) \quad (2.43)$$

Em primeiro lugar será verificada a convergência da série representada na Eq. 2.42; essa série pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{\eta^{2n} (\frac{k_t}{K} + 1) + (\frac{k_t}{K} - 1)}{\eta^n \cdot \frac{k_t}{K}}}{\frac{(\frac{K}{k_t} + 1) + (\frac{K}{k_t} - 1)}{\eta_2^n \cdot \frac{K}{k_t}}}$$

onde $(\frac{k_t}{K} - 1)$ e $(\frac{K}{k_t} - 1)$ são constantes finitas independentes de n ; dessa maneira, a série a ser verificada resume-se a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{\eta^{2n} (\frac{k_t}{K} + 1)}{\eta^n \cdot k_t / K}}{\frac{\eta_2^{2n} (\frac{K}{k_t} + 1)}{\eta_2^n \cdot K / k_t}}$$

Como

$$\frac{(\frac{k_t}{K} + 1)}{(\frac{K}{k_t} + 1)} \cdot \frac{(K/k_t)}{(\frac{K}{k_t} + 1)} = \text{constante} = C_1$$

pode-se reescrever a série na forma

$$C_1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_2}\right)^n$$

Definindo $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{\eta_3}$ para $(\eta < \eta_2)$, tem-se

$$C_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \eta_3^n} \quad (2.44)$$

Aplicando a essa série a Regra de Alembert (6), para verificação da convergência, tem-se:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \eta_3^n}{(n+1) \eta_3^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\eta_3} \right)$$

Para $\eta_3 > 1$ o limite é menor do que um e portanto a série converge.

A convergência da série da Eq. 2.43 fica também determinada, pois termo a termo o numerador é menor que o da série 2.42, possuindo o mesmo denominador, de modo que pelo critério de comparação, a série também converge.

2.5.2 - FLUXO DE CALOR UNIFORME E CONSTANTE

Para um fluxo de calor uniforme e constante imposto na parede externa do tubo:

$$q''(\omega) = q''_0 \quad 0 \leq \omega < 2\pi$$

Calculando-se o número de Nusselt para a verificação, tem-se:

$$\phi(1, \theta) = \int_0^{2\pi} \frac{q''_0 2r_2}{K} \left[\frac{11}{48} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos n(\theta - \omega)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{k_t}{K}(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \right] \frac{d\omega}{2\pi}$$

Resolvendo a equação acima, obtêm-se:

$$\phi(1, \theta) = \frac{11}{48} \cdot \frac{q''_0 2r_2}{K}$$

$$\text{como:} \quad Nu = \frac{q''_0 2r_2}{\phi(1, 0) \cdot K},$$

$$\text{obtêm-se:} \quad Nu = \frac{48}{11}$$

Dessa forma, o número de Nusselt assume o valor ($\frac{48}{11}$) já conhecido para o fluxo de calor uniforme neste caso.

2.5.3 - ESPESSURA DE PAREDE TENDENDO A ZERO

Para uma espessura de parede tendendo a zero ($\eta = \eta_2 \rightarrow 1$), as equações 2.40 e 2.41 assumem respectivamente a seguinte forma:

$$\phi_t(1, \theta) = \int_{\omega=0}^{2\pi} \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \cdot \left[\frac{11}{48} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos n(\theta - \omega) \right] \frac{d\omega}{2\pi}$$

e

$$\phi(1, \theta) = \int_{\omega=0}^{2\pi} \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \cdot \left[\frac{11}{48} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos n(\theta - \omega) \right] \frac{d\omega}{2\pi}$$

Devido à igualdade das duas equações anteriores, as duas soluções convergem para os mesmos valores na interface tubo-fluido, comprovando dessa forma a continuidade de temperatura almejada.

CAPÍTULO 3

CASOS ESTUDADOS

3.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo serão resolvidos três problemas com diferentes perfis de fluxo de calor impostos na superfície externa de um tubo, ilustrando a análise desenvolvida no capítulo anterior.

Para cada um dos três casos serão obtidos os perfis do fluxo de calor e da temperatura na superfície interna do tubo, assim como do número de Nusselt, em função da posição circunferencial. Cabe repetir que os resultados referem-se a perfis plenamente desenvolvidos de velocidade e temperatura.

3.1.1 - ESCOLHA DOS VALORES DOS PARÂMETROS A E n_2 .

Para o parâmetro adimensional A, foram considerados materiais de tubos e fluidos de transporte comumente utilizados, como indicado na tabela abaixo [7], [8]:

FLUIDO	COND.TÉRMICA (K) kcal/mh ^{°C}	TEMP. °C
Sódio	74,160	100
Mercúrio	8,316	60
Água	0,511	20
Ar	0,022	20

MATERIAL DO TUBO (T=20°C)	COND. TÉRMICA (k_L) kcal/mh°C
Cobre	332,0
Alumínio	175,5
Aço Carbono (1% C)	37,2
Aço Inox	14,0
Concreto	1,0

Considerando-se os seguintes pares de material do tubo e de fluido, obtém-se valores típicos do parâmetro adimensional A:

- 1) Tubo de cobre com ar escoando no seu interior:

$$A = \frac{332,0}{0,022} = 15.022,6$$

- 2) Tubo de cobre com água escoando no seu interior:

$$A = \frac{332,0}{0,511} = 649,7$$

- 3) Tubo de aço-carbono com água escoando no seu interior:

$$A = \frac{37,2}{0,511} = 72,8$$

- 4) Tubo de alumínio com mercúrio escoando no seu interior:

$$A = \frac{175,5}{8,316} = 21,1$$

- 5) Tubo de aço-inox com mercúrio escoando no seu interior:

$$A = \frac{14,0}{8,316} = 1,7$$

- 6) Tubo de concreto com sódio escoando no seu interior:

$$A = \frac{1,0}{74,160} = 13,5 \times 10^{-3}$$

Para efeito de análise da influência do parâmetro A , os valores que foram adotados estão dentro do intervalo de 0,02 a 300. Apesar do tubo de cobre com água escoando no seu interior ser frequentemente encontrado na prática (parâmetro $A = 650$), não é necessário analisar o efeito desse parâmetro para valores maiores que 300, pois acima desse valor os resultados obtidos praticamente não se alteram. Esta consideração será ilustrada nos casos que serão analisados neste capítulo.

Para o parâmetro adimensional η_2 foram atribuídos valores de 1,1; 1,4 e 2,0 por estarem relativamente próximos aos encontrados na prática, e também por permitirem uma boa análise do efeito da espessura da parede do tubo na distribuição do fluxo de calor.

3.1.2 - ESCOLHA DO NÚMERO DE TERMOS UTILIZADOS NAS SÉRIES

O número de termos das soluções gerais obtidas no capítulo anterior, expressas em séries de Fourier, é infinito. Em termos práticos, é necessário considerar um número finito de termos, tal que a adição de mais termos não altera perceptivelmente o resultado já obtido. Isto se deve ao fato que as séries consideradas são convergentes.

Para cada um dos problemas examinados, o número de termos necessários a um resultado satisfatório foi variável. Essa variação ocorreu não só de um problema a outro, como também num mesmo problema, de acordo com os valores empregados dos parâmetros adimensionais. Em alguns casos, comentados posteriormente, o número máximo de termos que foi possível computar não foi suficiente para convergência.

Um dos critérios de convergência das séries foi que os resultados obtidos reproduzissem os perfis dados de fluxo de calor na superfície externa dos tubos. Estas comparações serão mostradas em cada um dos problemas analisados. Vale comentar que as maiores dificuldades surgem nas descontinuidades de fluxo de calor impostas na superfície externa dos tubos, como era de se esperar.

3.2 - PROBLEMAS ESTUDADOS

3.2.a - CASO COM FLUXO DE CALOR EM DEGRAU NUMA FAIXA DA SUPERFÍCIE

A Fig. 3.1 ilustra o perfil do fluxo de calor em degrau imposto na superfície externa de um tubo, de acordo com a seguinte equação:

$$q''(\omega) = \begin{cases} q''_0 & 0 \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \pi < \omega < 2\pi \end{cases}$$

Empregando a análise do capítulo anterior, serão obtidos resultados para alguns valores dos parâmetros adimensionais η_2 e A .

Os resultados deste caso são os de convergência mais difícil dos três casos estudados, devido à descontinuidade do influxo de calor.

3.2.a.1 - PERFIL DE TEMPERATURA E DE FLUXO DE CALOR NO INTERIOR DA PAREDE DO TUBO

Utilizando a equação deduzida generalizada que fornece a distribuição de temperatura na parede do tubo (Eq. 2.40):

$$\phi_t(\eta, \theta) = \int_{\omega=0}^{2\pi} \frac{q''(\omega) 2r_2}{K} \left[\frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + 1/A(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \cos n(\theta - \omega) \right] \frac{d\omega}{2\pi}$$

com o fluxo externo de calor anteriormente especificado:

$$q''(\omega) = \begin{cases} q''_0 & 0 \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \pi < \omega < 2\pi \end{cases}$$

obtêm-se então:

$$\phi_t(\eta, \theta) = \frac{q''_0 2r_2}{2K} \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + 1/A(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \int_0^{\pi} \cos n(\theta - \omega) d\omega \right]$$

Efetuada a integral do termo à direita, obtêm-se em forma adimensional:

$$\frac{\phi_t(\eta, \theta)}{\left(\frac{q_o'' 2r_2}{K}\right)} = \frac{11}{96} + \frac{1}{4A} \ln \eta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi n^2} \cdot \frac{\eta^{n+\eta^{-n}+1/A}(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \sin n\theta(1 - \cos n\pi) \quad (3.1)$$

O influxo radial de calor na parede do tubo é dado pela equação de Fourier:

$$q_t''(\eta, \theta) = \frac{k_t}{r_1} \cdot \frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} \quad (3.2)$$

A derivada da distribuição de temperatura é obtida da Eq. 3.1:

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} = \frac{q_o'' 2r_2}{K} \cdot \left[\frac{1}{4A\eta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi n} \cdot \frac{\eta^{n-1} - \eta^{-n-1} + 1/A(\eta^{n-1} + \eta^{-n-1})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \sin n\theta(1 - \cos n\pi) \right] \quad (3.3)$$

Substituindo a Eq. 3.3 na Eq. 3.2, tem-se:

$$\frac{q_t''(\eta, \theta)}{q_o''} = 2A\eta_2 \left[\frac{1}{4A\eta} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi n} \cdot \frac{\eta^{n-1} - \eta^{-n-1} + 1/A(\eta^{n-1} + \eta^{-n-1})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \sin n\theta(1 - \cos n\pi) \right] \quad (3.4)$$

O fluxo de calor é inversamente proporcional à área de fluxo e a taxa de transferência de calor é a mesma em qualquer posição radial da parede do tubo. Dessa forma, é mais elegante a apresentação dos resultados de fluxo de calor multiplicado pelo raio do tubo no qual o fluxo é calculado, de maneira que a mesma taxa total de transferência de calor possa ser ilustrada com a variação da distribuição circunferencial:

$$\frac{q_t''(\eta, \theta)}{q_o''} \cdot \frac{\eta}{\eta_2} = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n} \cdot \frac{\eta^{n-\eta^{-n}+1/A}(\eta^n + \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \sin n\theta(1 - \cos n\pi) \quad (3.5)$$

3.2.a.2 - NÚMERO DE NUSSELT

A distribuição circunferencial do número de Nusselt é dada pela equação:

$$Nu(\theta) = \frac{q_t''(1, \theta)}{\phi_t(1, \theta)} \cdot \frac{2r_1}{K} \quad (3.6)$$

O influxo de calor na superfície interna do tubo é obtido da Eq. 3.5:

$$q_t''(1, \theta) = q_o'' \eta_2 \cdot \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \cdot \frac{\text{sen } n\theta(1-\cos n\pi)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \right]$$

O perfil de temperatura nessa superfície é fornecido pela Eq. 3.1:

$$\phi(1, \theta) = \frac{q_o'' 2r_2}{K} \left[\frac{11}{96} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n^2} \cdot \frac{\text{sen } n\theta(1-\cos n\pi)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \right]$$

Desta forma, obtém-se:

$$Nu(\theta) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\text{sen } n\theta(1-\cos n\pi)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})}}{\frac{11}{96} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\text{sen } n\theta(1-\cos n\pi)}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})}} \quad (3.7)$$

3.2.a.3 - RESULTADOS DO PRIMEIRO CASO

Como já foi previamente mencionado no item 3.1.2, um dos critérios de convergência das séries foi a reprodução dos perfis dados de fluxo de calor na superfície externa dos tubos.

Para este primeiro caso, consideram-se dois valores de η_2 (1,4 e 1,1) para $A = 300$, num intervalo angular de 10° anteriores ao ponto da descontinuidade, variando-se o número de termos nas séries.

Para o valor de $\eta_2 = 1,4$, conseguiu-se utilizar um número máximo de 200 termos nas séries, devido ao valor muito alto calculado pela série, excedendo a capacidade do computador. Para essa situação, dois conjuntos de resultados, um para $N = 100$ e outro para $N = 200$, estão mostrados na Fig. 3.2. Observa-se que na descontinuidade ($\gamma = 90^\circ$) a série fornece sempre o valor médio (0,5) independente do número de termos. Na faixa angular considerada, a oscilação em torno do valor unitário esperado é menor para o maior número de termos, sendo mais acentuada em ambos os casos próximos à descontinuidade ($87^\circ < \gamma < 90^\circ$). Nesta situação a convergência não é total.

Utilizando-se agora $\eta_2 = 1,1$ e $A = 300$, a Fig. 3.3 apresenta três conjuntos de pontos, ilustrando os resultados com 100, 400 e 700 termos na série.

O valor reduzido de η_2 (1,1) permitiu o cálculo de até 700 termos das séries neste caso, com o mesmo computador.

Nota-se uma razoável convergência da série quando $N = 700$, enquanto que para $N = 100$ e $N = 400$ continuam ocorrendo as oscilações do mesmo modo que na figura anterior.

Os resultados das Eqs. 3.1, 3.5 e 3.7 são apresentados a seguir, com o número máximo possível de termos das séries. Nota-se que a escala utilizada nas seguintes figuras não permitiria quase a visualização das oscilações mencionadas anteriormente.

Para apresentar as curvas dos gráficos de maneira simétrica, o valor 0° na abscissa (posição γ) corresponde a $(\theta + 90^\circ)$ nas equações deste caso.

As três curvas obtidas na Fig. 3.4 representam a distribuição do fluxo de calor em três regiões do tubo:

$\eta = 1,4$ - superfície externa

$\eta = 1,2$ - superfície intermediária

$\eta = 1,0$ - superfície interna

Nesta figura, aos parâmetros adimensionais η_2 e A foram atribuídos os valores 1,4 e 10 respectivamente. Observa-se que à medida que o parâmetro η diminui, ou seja, quanto mais próximo da interface tubo-fluido, a distribuição do fluxo de calor torna-se mais uniforme; isto se dá devido ao efeito de condução circunferencial de calor na parede do tubo. A curva para $\eta = \eta_2 = 1,4$ corresponde ao fluxo de calor imposto na superfície externa do tubo. Nota-se também que da maneira como está apresentada, a área sob cada curva deve ser a mesma.

As curvas da Fig. 3.5 foram obtidas de maneira análoga, somente variando o parâmetro A para 300.

Uma comparação da Fig. 3.4 com a Fig. 3.5 permite observar a influência do parâmetro A nas curvas traçadas para $\eta = 1,2$ e $\eta = 1,0$, ou seja, à medida que o valor de A aumenta, a distribuição do fluxo de calor torna-se mais uniforme.

Na Fig. 3.5, observa-se que o fluxo de calor na superfície interna do tubo ($\eta = 1,0$) é uniforme para qualquer valor do ângulo γ . Isto se dá devido à alta condutibilidade do material do tubo em relação ao fluido, de forma que a resistência térmica à transferência de calor externo ao fluido esteja praticamente concentrada na resistência térmica convectiva. Quaisquer resultados obtidos com o parâmetro A superior a 300, indicam também um fluxo uniforme de calor na superfície interna do tubo.

A Fig. 3.6 ilustra o perfil de temperatura na parede do tubo em função da posição γ , com os mesmos parâmetros adimensionais utilizados na Fig. 3.4: $\eta_2 = 1,4$ e $A = 10$. Cada curva fornece o perfil

de temperatura em uma região do tubo: externa, intermediária e interna. Pode-se observar que: a) para qualquer posição γ as temperaturas são de crescentes radialmente a partir da parede externa do tubo; b) o gradiente de temperatura na direção radial é maior na região de fluxo máximo de calor ($\gamma = 0^\circ$) e menor na região de fluxo mínimo ($\gamma = 180^\circ$).

A Fig. 3.7 ilustra o perfil de temperatura em função da posição γ equivalente à situação da Fig. 3.5. Nota-se que o gradiente de temperatura na direção radial é desprezível, e dessa forma as curvas para $\eta = 1,4$, $\eta = 1,2$ e $\eta = 1,0$ são praticamente coincidentes. Comparando-se agora a Fig. 3.6 com a Fig. 3.7, observa-se que a distribuição de temperatura na parede do tubo torna-se mais uniforme à medida que o parâmetro A aumenta, como era de se esperar.

A variação circunferencial do número de Nusselt para quatro valores do parâmetro A , com η_2 fixado em 1,4 está mostrada na Fig. 3.8. Nota-se que à medida que o valor de A aumenta, o número de Nusselt tende a um valor mais uniforme. Para $A = 300$ o número de Nusselt já está praticamente constante assumindo o valor médio 4,36; que é o valor de Nusselt para um influxo de calor circunferencialmente uniforme.

O mesmo problema para um tubo com parede mais fina ($\eta_2 = 1,1$) resulta nas curvas das Figs. 3.9, 3.10 e 3.11.

Na Fig. 3.9 estão duas curvas para o fluxo de calor na interface tubo-fluido ($\eta = 1,0$), uma para $A = 5$ e outra para $A = 10$. Nota-se que quando o valor de A aumenta, o fluxo de calor se torna mais uniforme, como era de se esperar.

O perfil de temperatura na superfície interna de um tubo com $\eta_2 = 1,1$ para os mesmos dois valores de A da figura anterior está mostrado na Fig. 3.10. Ele assume valores negativos na região de fluxo de calor mínimo. Isto significa que nesta região a temperatura na superfície interna é menor que a temperatura média de mistura do fluido, embora o fluxo de calor ocorra na sentido da parede do tubo para o fluido, como ilustrado na Fig. 3.9.

A Fig. 3.11 ilustra a variação do número de Nusselt em função da posição γ para quatro valores de A , no tubo com $n_2 = 1,1$. Observa-se que as duas curvas $A = 5$ e $A = 10$ apresentam descontinuidade com valores infinitos. Isto pode ser interpretado com auxílio das Figs. 3.9 e 3.10 e da seguinte equação:

$$Nu = \frac{q''(1,\theta)}{\phi(1,\theta)} \cdot \frac{2r_1}{K}$$

Na Fig. 3.9, os valores de $q''(1,\theta)$ são sempre positivos. Na Fig. 3.10, a distribuição circunferencial $\phi(1,\theta)$ assume valores positivos e negativos. Nas posições onde ocorre a mudança de sinal (isto é, onde $\phi(1,\theta)$ é nulo), ocorrem as descontinuidades na distribuição do número de Nusselt. Nas mesmas posições angulares em que $\phi(1,\theta)$ é negativo, o número de Nusselt também é negativo, embora o fluxo de calor ainda seja do tubo para o fluido, como já foi mencionado.

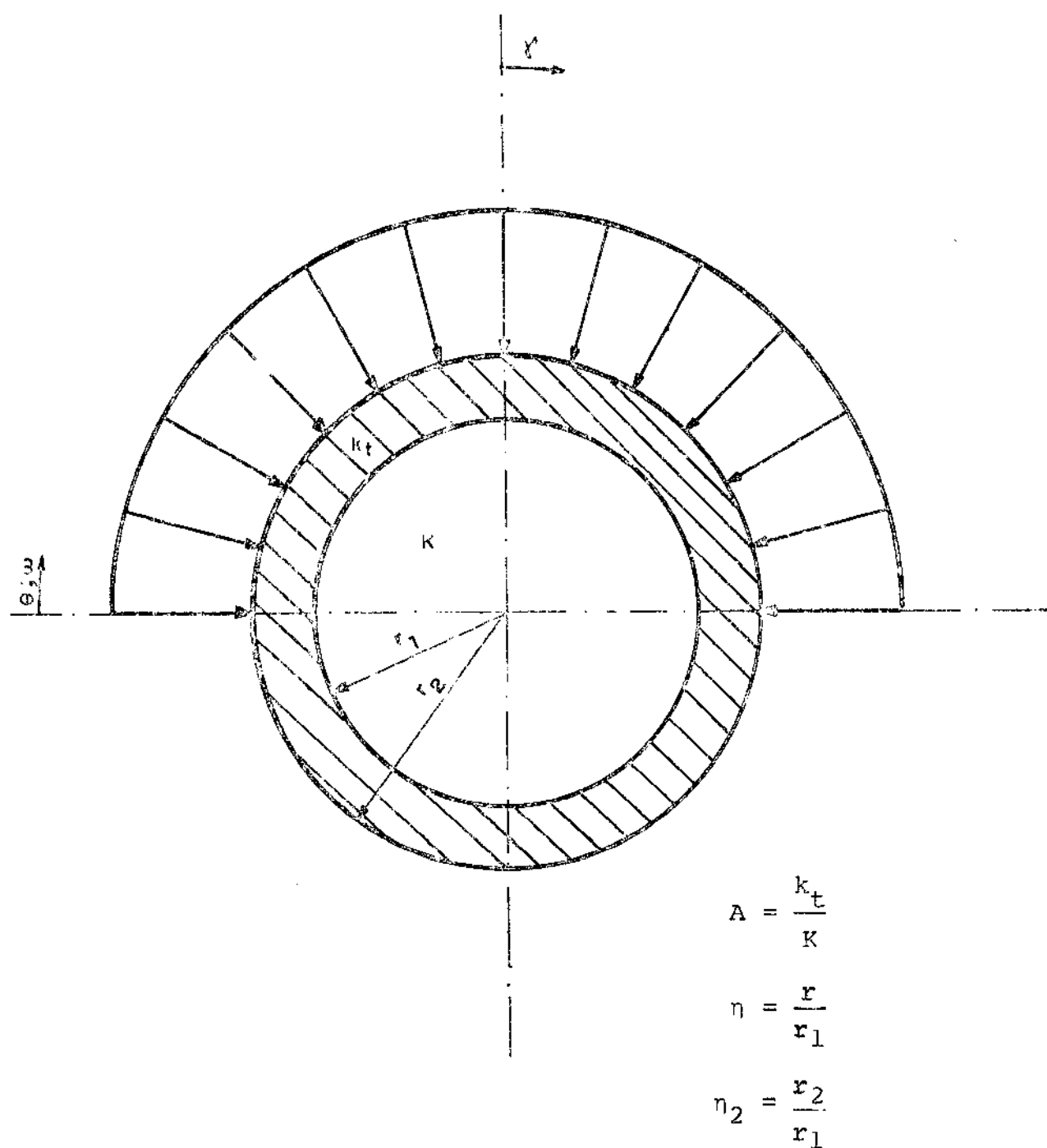


Fig. 3.1 - Ilustração do perfil do fluxo de calor em degrau imposto na parede externa do tubo.

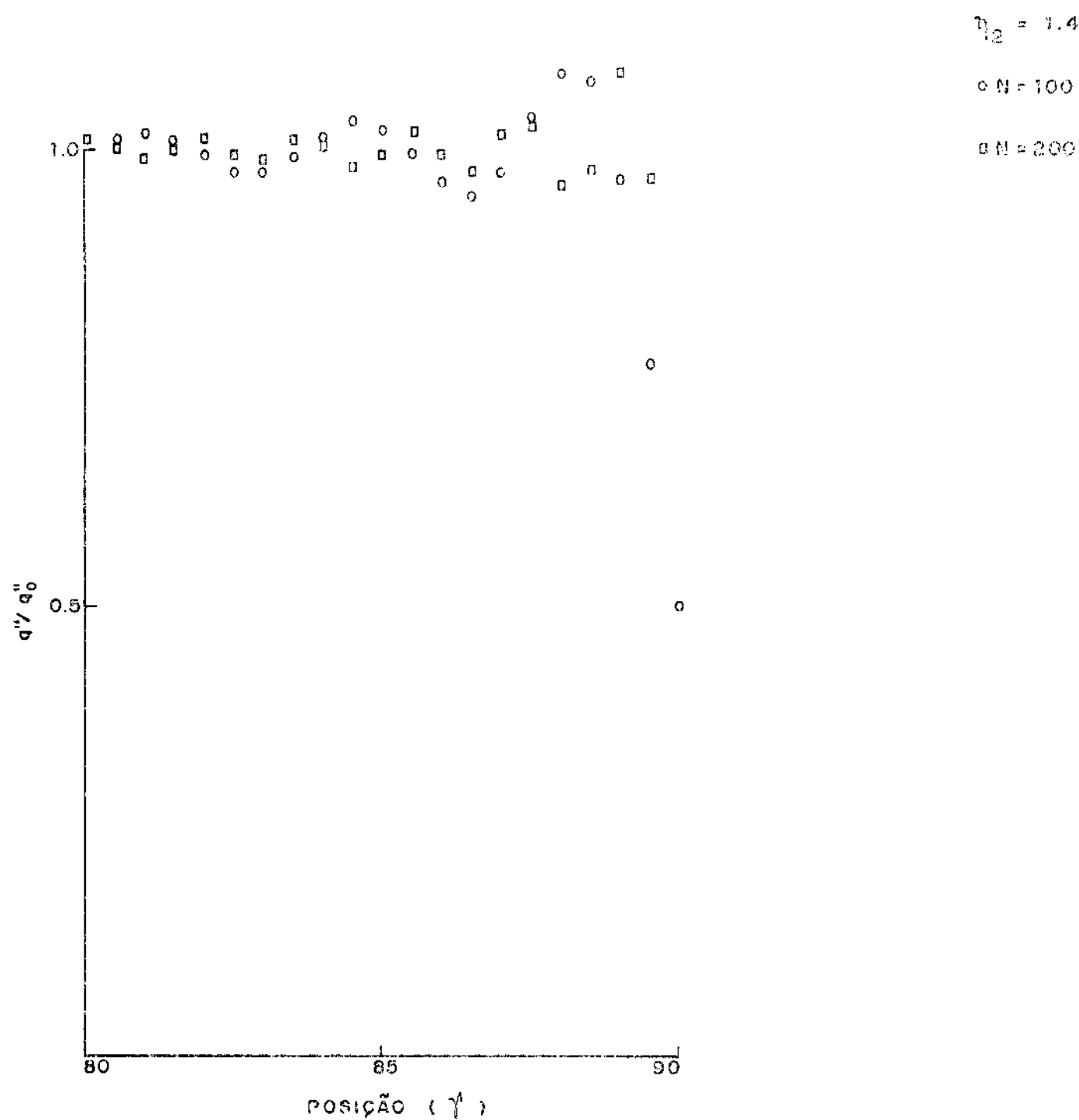


Fig. 3.2 - Comportamento da série de Fourier para $n = 100$ e $n = 200$.

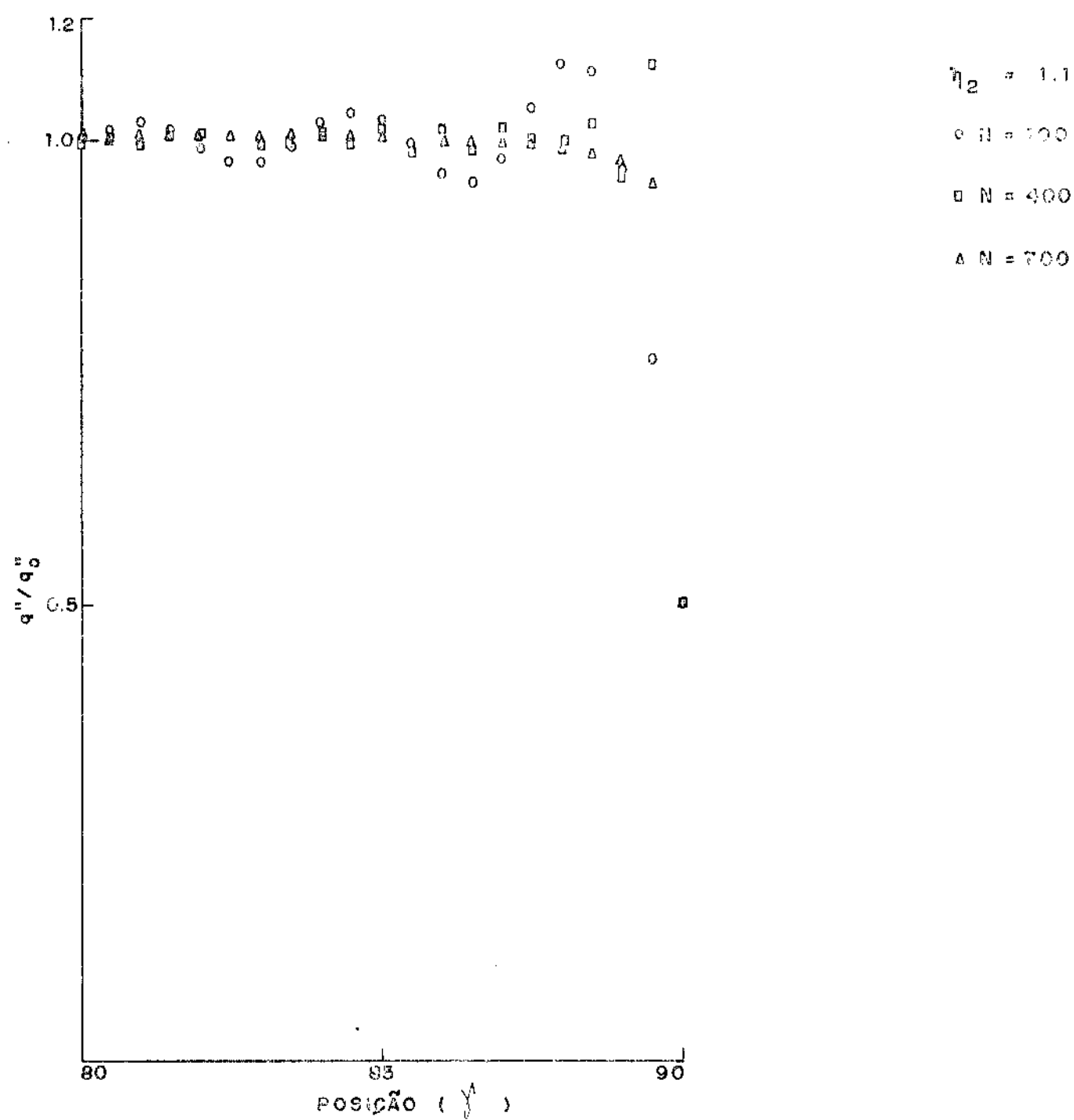


Fig. 3.3 - Comportamento da série de Fourier para $n = 100$, 400 e 700.

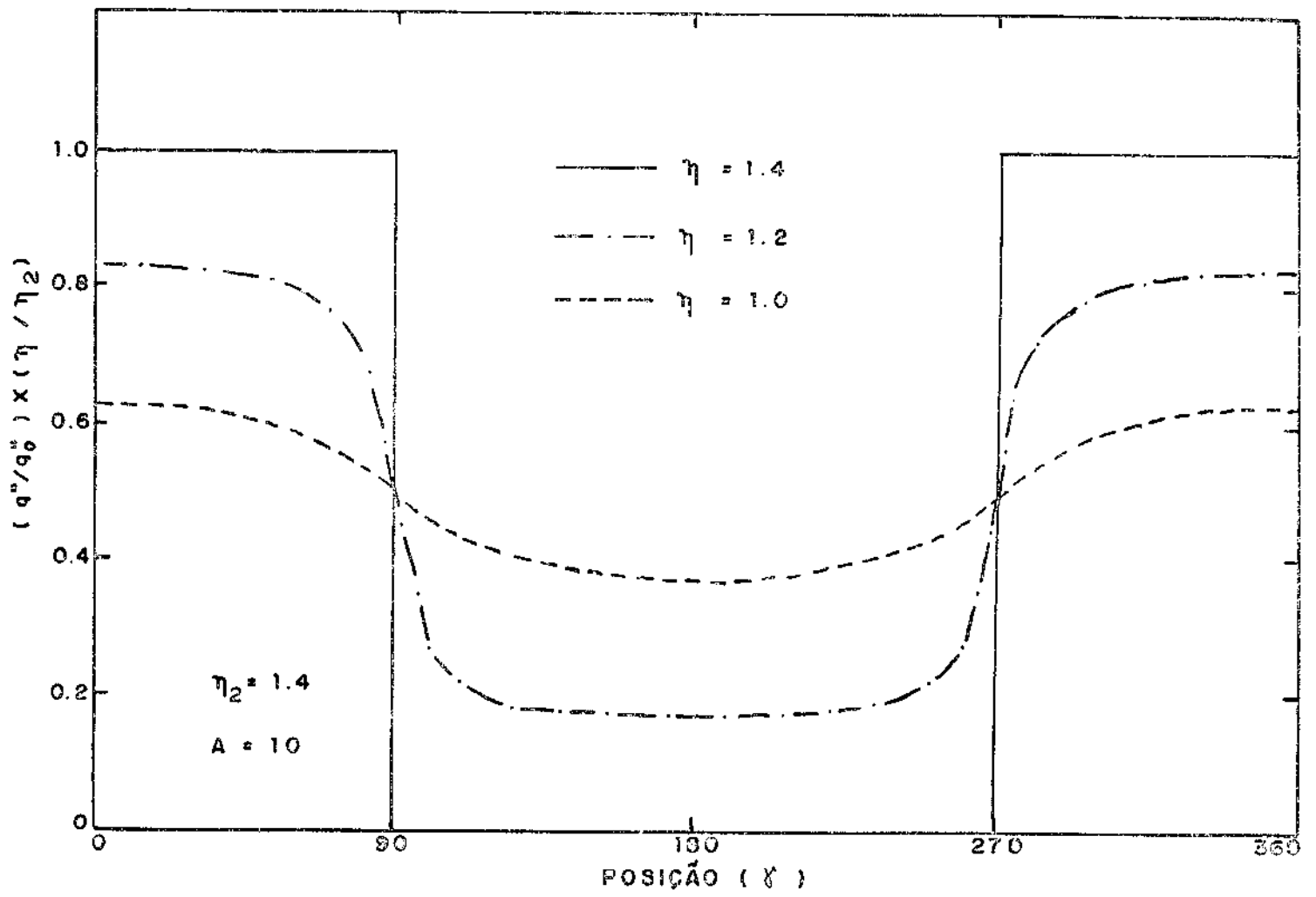


Fig. 3.4 - Fluxo de calor em três regiões do tubo para um tubo de parede espessa com $A = 10$.

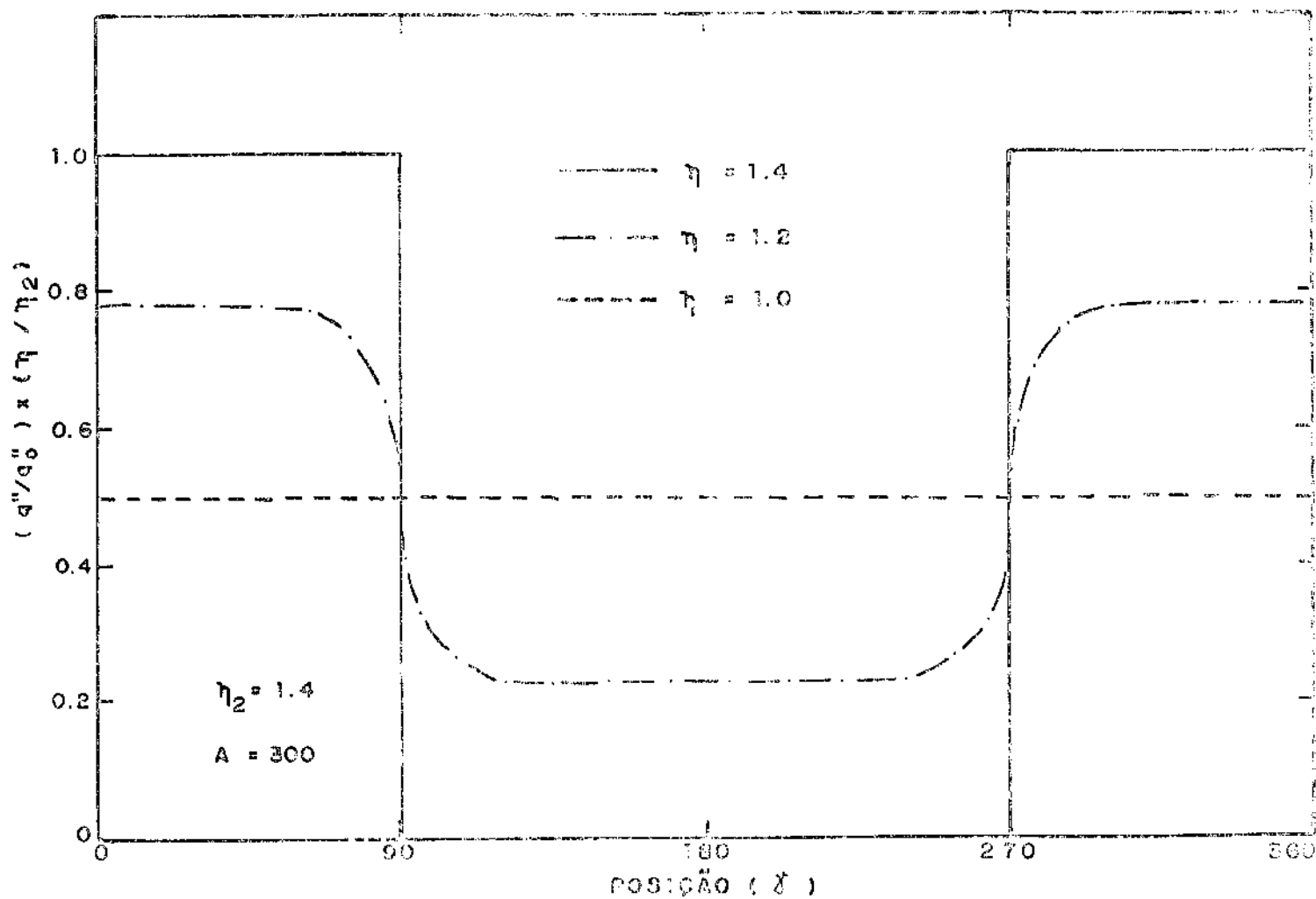


Fig. 3.5 - Fluxo de calor em três regiões do tubo para um tubo de parede espessa com $A = 300$.

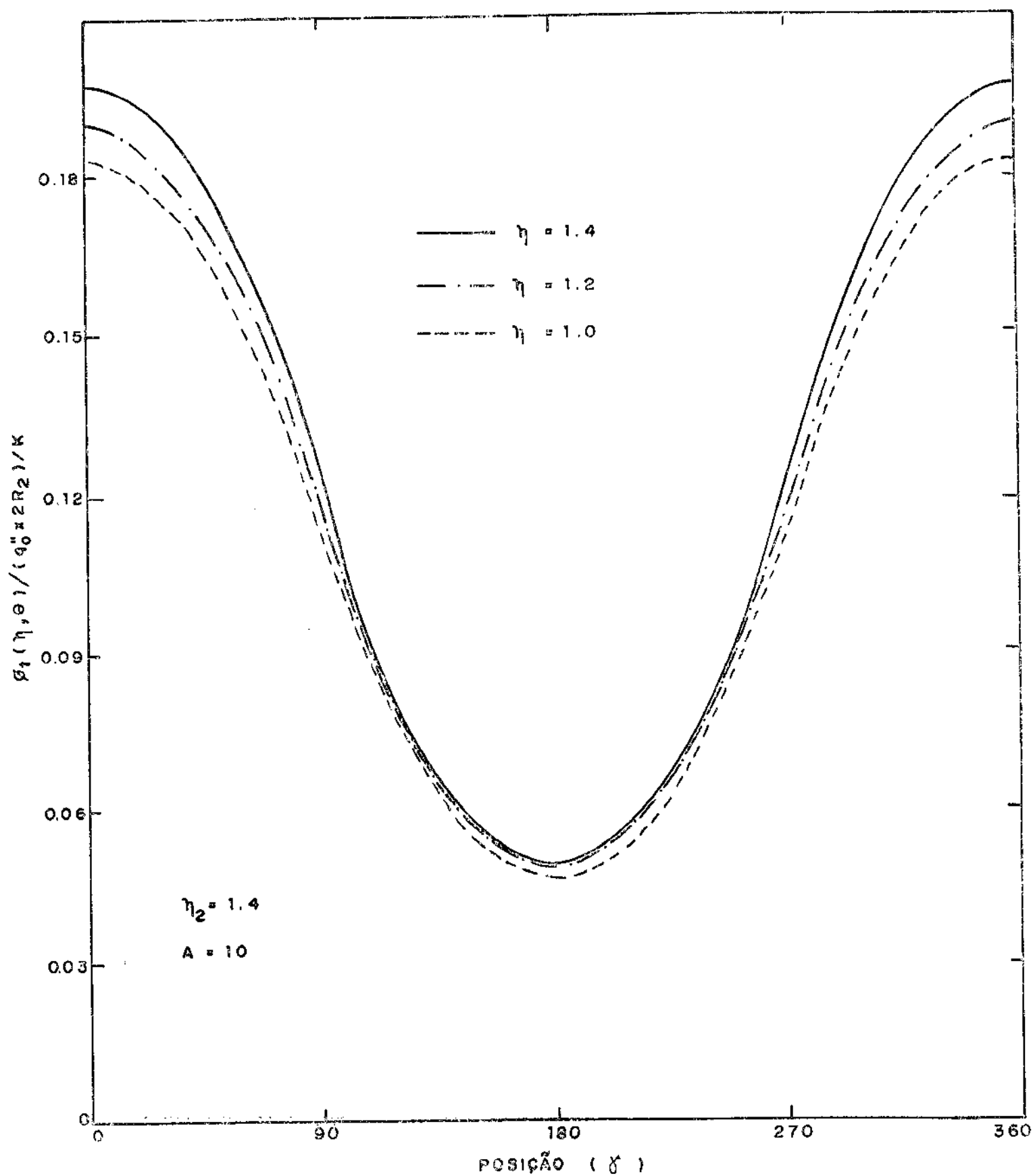


Fig. 3.6 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa com $A = 10$.

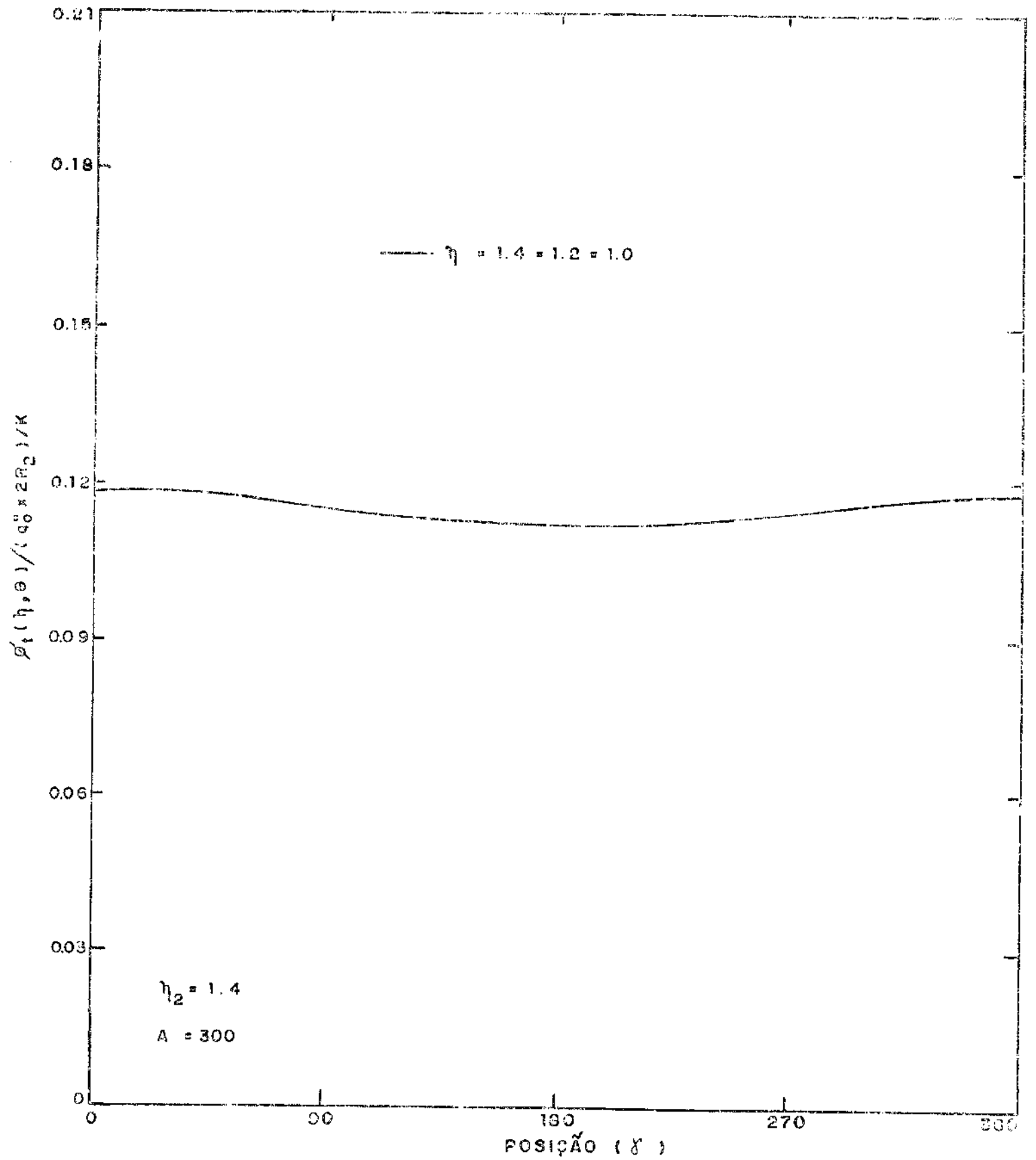


Fig. 3.7 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa com $A = 300$.

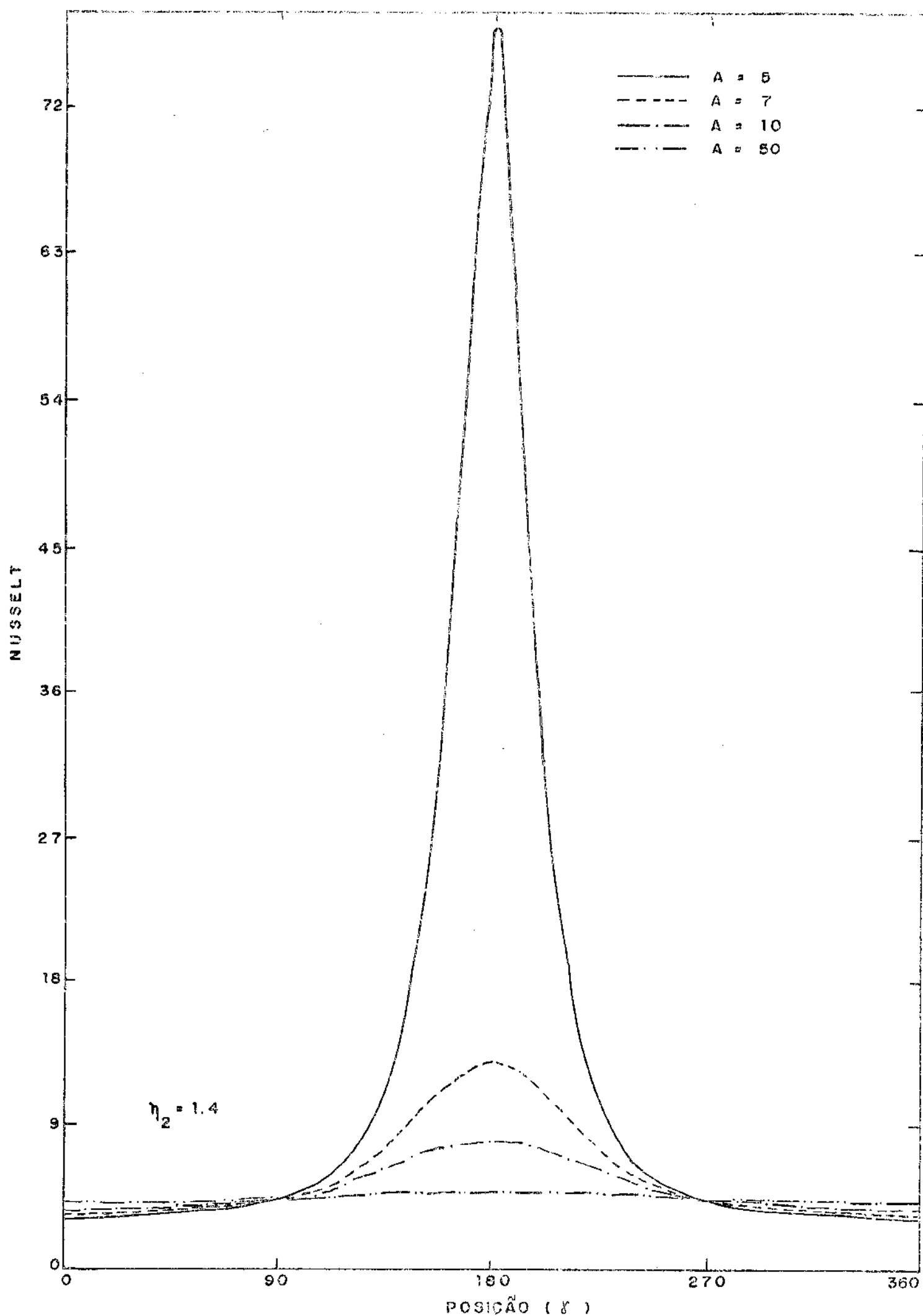


Fig. 3.8 - Variação do número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede espessa.

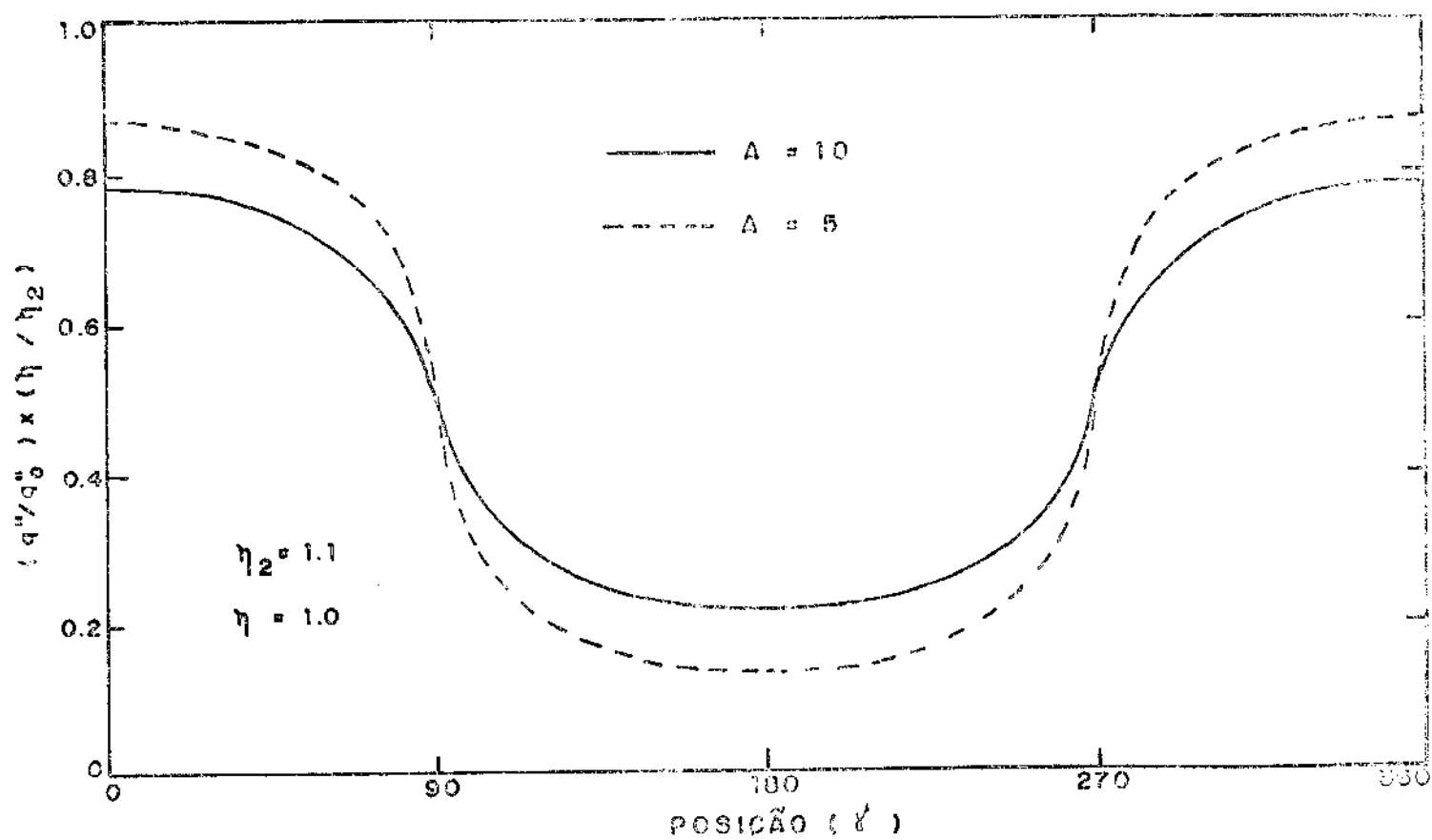


Fig. 3.9 - Perfil do fluxo de calor para dois valores de A em um tubo de parede fina na superfície interna.

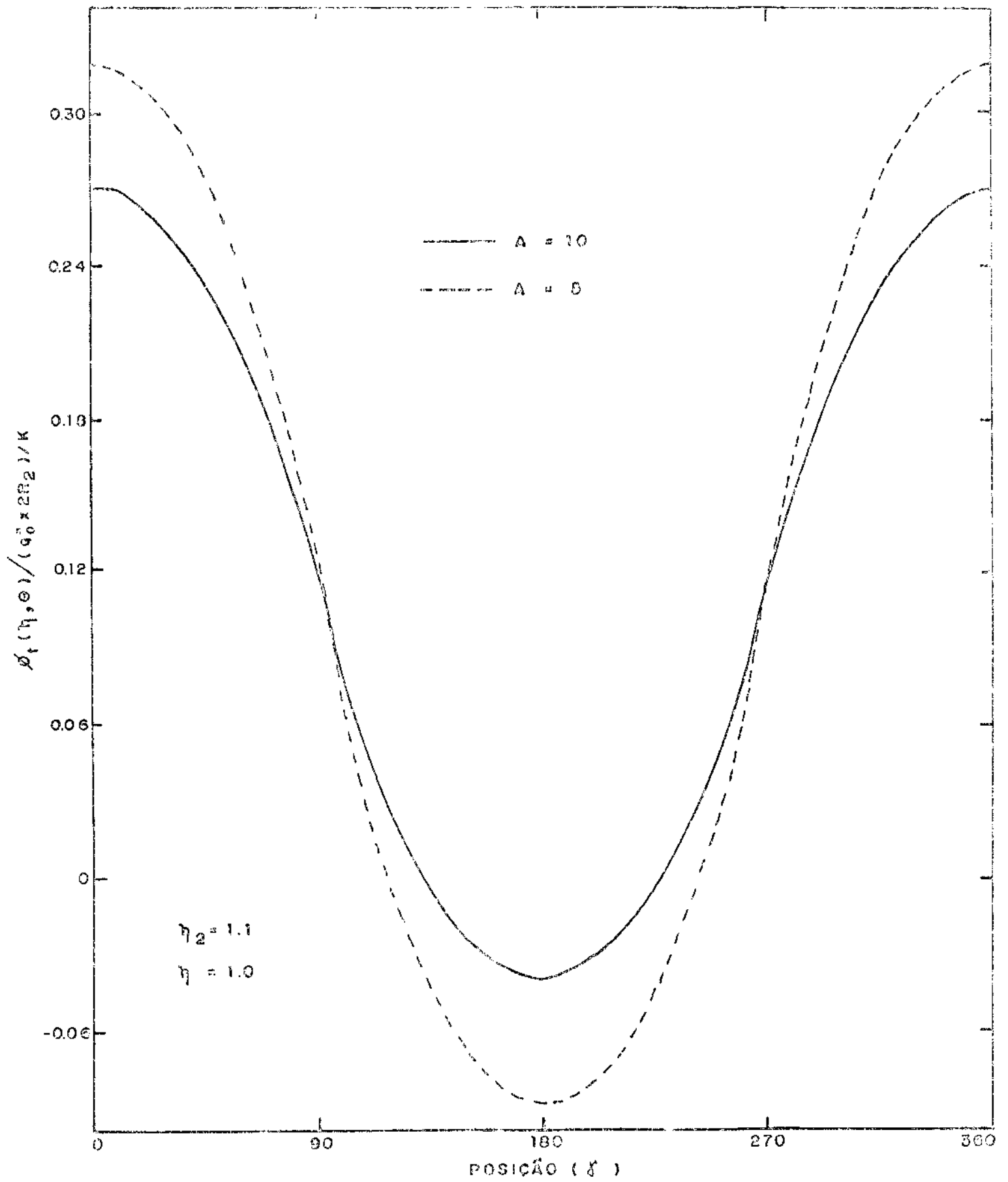


Fig. 3.10 - Perfil de temperatura para dois valores de A para um tubo de parede fina na superfície interna.

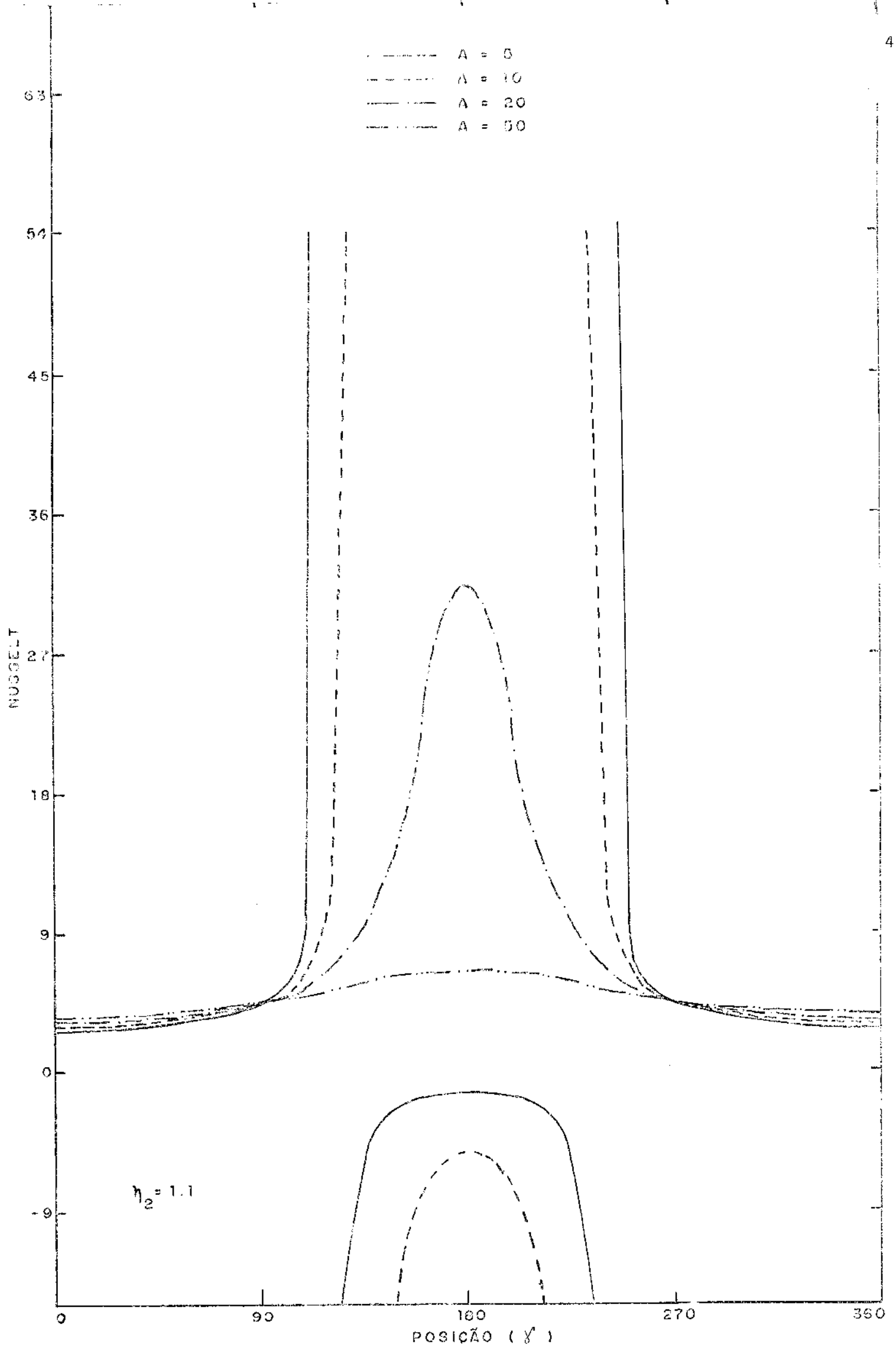


Fig. 3.11 - Varia número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede fina.

3.2.b - CASO COM FLUIDO DE CALOR SENOIDAL NUMA FAIXA DA SUPERFÍCIE

A Fig. 3.12 ilustra o influxo de calor na superfície externa do tubo, para o segundo problema analisado.

Essa distribuição é dada pela equação:

$$q''(\omega) = \begin{cases} q_0'' \sin 2\omega & 0 \leq \omega \leq \pi/2 \\ 0 & \pi/2 < \omega < 2\pi \end{cases}$$

A descontinuidade do fluxo de calor do caso anterior não existe neste caso, e dessa forma a convergência agora ocorre com um número menor de termos das séries. Considerando-se um número de termos igual a 100, a reprodução do influxo externo de calor está indicada na Fig. 3.13, onde não se observam flutuações. A convergência para esse número de termos é então considerada satisfatória neste caso.

3.2.b.1 - PERFIS DE TEMPERATURA E DE FLUXO DE CALOR NA PAREDE DO TUBO

A partir da Eq. 2.40, introduzindo-se o fluxo de calor deste caso, obtém-se:

$$\begin{aligned} \phi_t(\eta, \theta) = & \frac{q_0'' 2r_2}{2\pi K} \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta \right) \cdot \int_0^{\pi/2} \sin 2\omega d\omega + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + 1/A(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \cos n(\theta - \omega) d\omega \right] \quad (3.8) \end{aligned}$$

Resolvendo-se as integrais:

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\omega d\omega = 1$$

e

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \cos n(\theta - \omega) d\omega \quad \text{pode ser desdobrada em}$$

duas integrais:

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \cos n(\theta - \omega) d\omega = \cos n\theta \int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \cos n\omega d\omega + \\ + \sin n\theta \int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \sin n\omega d\omega$$

com soluções:

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \cos n\omega d\omega = \begin{cases} \frac{2 \cos n\pi/2 + 2}{4 - n^2} & p/n \neq 2 \\ 0 & p/n = 2 \end{cases}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\omega \sin n\omega d\omega = \begin{cases} \frac{2 \sin n\pi/2}{4 - n^2} & p/n \neq 2 \\ \pi/4 & p/n = 2 \end{cases}$$

Substituindo-se os valores das integrais na Eq. 3.8, obtém-se:

$$\phi_t(\eta, \theta) = \frac{q_0'' 2r_2}{2\pi K} \left\{ \frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta + \right. \\ + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^{n+\eta_2} - \eta^{-n-1} + 1/A(\eta^{n-\eta_2} - \eta^{-n-1})}{\eta_2^{n+\eta_2} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \left[\cos n\theta \left(\frac{2 \cos n\pi/2 + 2}{4 - n^2} \right) + \right. \\ \left. \left. \sin n\theta \left(\frac{2 \sin n\pi/2}{4 - n^2} \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta^{2+\eta_2} - \eta^{-2} + 1/A(\eta^{2-\eta_2} - \eta^{-2})}{\eta_2^{2+\eta_2} + A(\eta_2^2 - \eta_2^{-2})} \cdot (\sin 2\theta) \cdot \frac{\pi}{4} \right\} \quad (3.9)$$

O influxo de calor, da equação de Fourier:

$$q_t''(\eta, \theta) = \frac{k_t}{r_1} \cdot \frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} \quad (3.2)$$

é obtido neste caso derivando-se a Eq. 3.9:

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} = \frac{q_0'' 2r_2}{2\pi K} \cdot \left\{ \frac{1}{2A\eta} + \right. \\ + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{\eta^{n-1} - \eta^{-n-1} + 1/A(\eta^{n-1} - \eta^{-n-1})}{\eta_2^{n+\eta_2} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \left[\cos n\theta \left(\frac{2 \cos n\pi/2 + 2}{4 - n^2} \right) + \right. \\ \left. \left. \sin n\theta \left(\frac{2 \sin n\pi/2}{4 - n^2} \right) \right] + \frac{\eta - \eta^{-3} + 1/A(\eta + \eta^{-3})}{\eta_2^{2+\eta_2} + A(\eta_2^2 - \eta_2^{-2})} \cdot (\sin 2\theta) \cdot \frac{\pi}{4} \right\} \quad (3.10)$$

Substituindo-se a Eq. 3.10 na Eq. 3.2, obtém-se o fluxo de calor na forma adimensional já utilizada no primeiro problema:

$$\frac{q''(\eta, \theta)}{q''_0} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_2}\right) = \frac{A}{\pi} \left[\frac{1}{2A} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{2}{4-n^2} \cdot \frac{\eta^n - \eta^{-n} + 1/A(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n - \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \cos n(\theta + \frac{\pi}{2}) + \cos n\theta + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\eta^2 - \eta^{-2} + 1/A(\eta^2 - \eta^{-2})}{\eta_2^2 - \eta_2^{-2} + A(\eta_2^2 - \eta_2^{-2})} \cdot \sin 2\theta \right] \quad (3.11)$$

3.2.b.2 - NÚMERO DE NUSSELT

A distribuição circunferencial do número de Nusselt é definida da mesma forma anterior:

$$Nu(\theta) = \frac{q''_t(1, \theta)}{\phi_t(1, \theta)} \cdot \frac{2r_1}{K} \quad (3.6)$$

O influxo de calor na superfície $\eta_2 = 1$ é obtido da Eq. 3.11:

$$q''_t(1, \theta) = \frac{q''_0 \cdot \eta_2 \cdot A}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2A} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{4}{(4-n^2)A} \cdot \frac{\cos n(\theta - \pi/2) + \cos n\theta}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2A} \cdot \frac{\sin 2\theta}{\eta_2^2 + \eta_2^{-2} + A(\eta_2^2 - \eta_2^{-2})} \right]$$

A distribuição de temperatura na mesma superfície é obtida da Eq. 3.9:

$$\phi_t(1, \theta) = \frac{q''_0 2r_2}{2\pi K} \cdot \left\{ \frac{11}{48} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{2}{n \left[\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n}) \right]} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[\cos n\theta \cdot \left(\frac{2 \cos n\pi/2 + 2}{4-n^2} \right) + \sin n\theta \cdot \left(\frac{2 \sin n\pi/2}{4-n^2} \right) \right] + \frac{\pi \sin 2\theta}{4 \cdot \left[\eta_2^2 + \eta_2^{-2} + A(\eta_2^2 - \eta_2^{-2}) \right]} \right\}$$

Substituindo-se as últimas duas equações na Eq. 3.6:

$$Nu(\theta) = \frac{1 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{8}{P_n \cdot (4-n^2)} \cdot \left[\cos n(\theta - \pi/2) + \cos n\theta \right] + \frac{\pi}{P_2} \sin 2\theta}{\frac{11}{48} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{4}{n(4-n^2) P_n} \cdot \left[\cos n(\theta - \pi/2) + \cos n\theta \right] + \frac{\pi}{4P_2} \sin 2\theta} \quad (3.12)$$

onde $P_n = \eta_2^n + \eta_2^{-n} + A \cdot (\eta_2^n - \eta_2^{-n})$

e

$$P_2 = \eta_2^2 + \eta_2^{-2} + A \cdot (\eta_2^2 - \eta_2^{-2})$$

3.2.b.3 - RESULTADOS DO SEGUNDO PROBLEMA

As curvas dos gráficos desse problema são obtidas de maneira simétrica, trasladando a origem da coordenada angular de 45° , como indicado na Fig. 3.12, para a posição do ângulo γ .

A Fig. 3.14 ilustra o fluxo de calor em três regiões do tubo, para um tubo com parâmetros $\eta_2 = 1,4$ e $A = 300$. Observa-se que o fluxo de calor na parede interna ($\eta = 1,0$) está completamente uniforme, em contraste às superfícies externa e intermediária; isto se dá devido à alta condutibilidade do tubo em relação ao fluido ($A = 300$).

A Fig. 3.15 mostra o perfil de temperatura para a mesma configuração da Fig. 3.14, onde não se nota qualquer variação radial de temperatura e a variação circunferencial é bem reduzida.

Considerando ainda uma parede espessa ($\eta_2 = 1,4$), mas reduzindo a condutibilidade térmica ($A = 10$), a Fig. 3.16 ilustra o fluxo de calor nas três regiões consideradas do tubo. Nota-se uma menor uniformidade da distribuição do fluxo de calor em relação ao caso anterior (Fig. 3.14). A superfície interna apresenta neste caso uma variação circunferencial sensível do influxo de calor ao fluido. O

perfil de temperatura neste caso está indicado na Fig. 3.17. Nota-se uma grande variação circunferencial em qualquer posição radial e um gradiente radial de temperatura apreciável na região central de influxo de calor ($\gamma=0^\circ$).

A distribuição do número de Nusselt para um tubo com $\eta_2 = 1,4$ e quatro valores de A está mostrada na Fig. 3.18. Para o valor de $A = 5$, observa-se que Nu tende a infinito e começa a assumir valores negativos na região compreendida entre $\gamma \equiv 140^\circ$ e $\gamma \equiv 220^\circ$, mostrando que a temperatura média de mistura é maior que a temperatura na interface tubo-líquido, para essa região considerada. Pode-se afirmar também nesta região que o fluxo de calor é da parede para o fluido de forma análoga ao caso anterior da distribuição em degrau.

Considerando-se um tubo com parede fina ($\eta_2 = 1,1$), observa-se, com auxílio da Fig. 3.19, um comportamento análogo e mais acentuado. Por exemplo, na Fig. 3.19 a curva para o parâmetro $A = 10$, assume valores negativos, enquanto que na Fig. 3.18 o número de Nusselt para esse mesmo parâmetro é sempre positivo. Este fato também indica que para paredes mais delgadas a temperatura da superfície interna varia circunferencialmente mais e assume valores inferiores à temperatura média de mistura do fluido em escoamento. Esse fato cria valores negativos do número de Nusselt, embora o fluxo de calor seja ainda do tubo para o fluido.

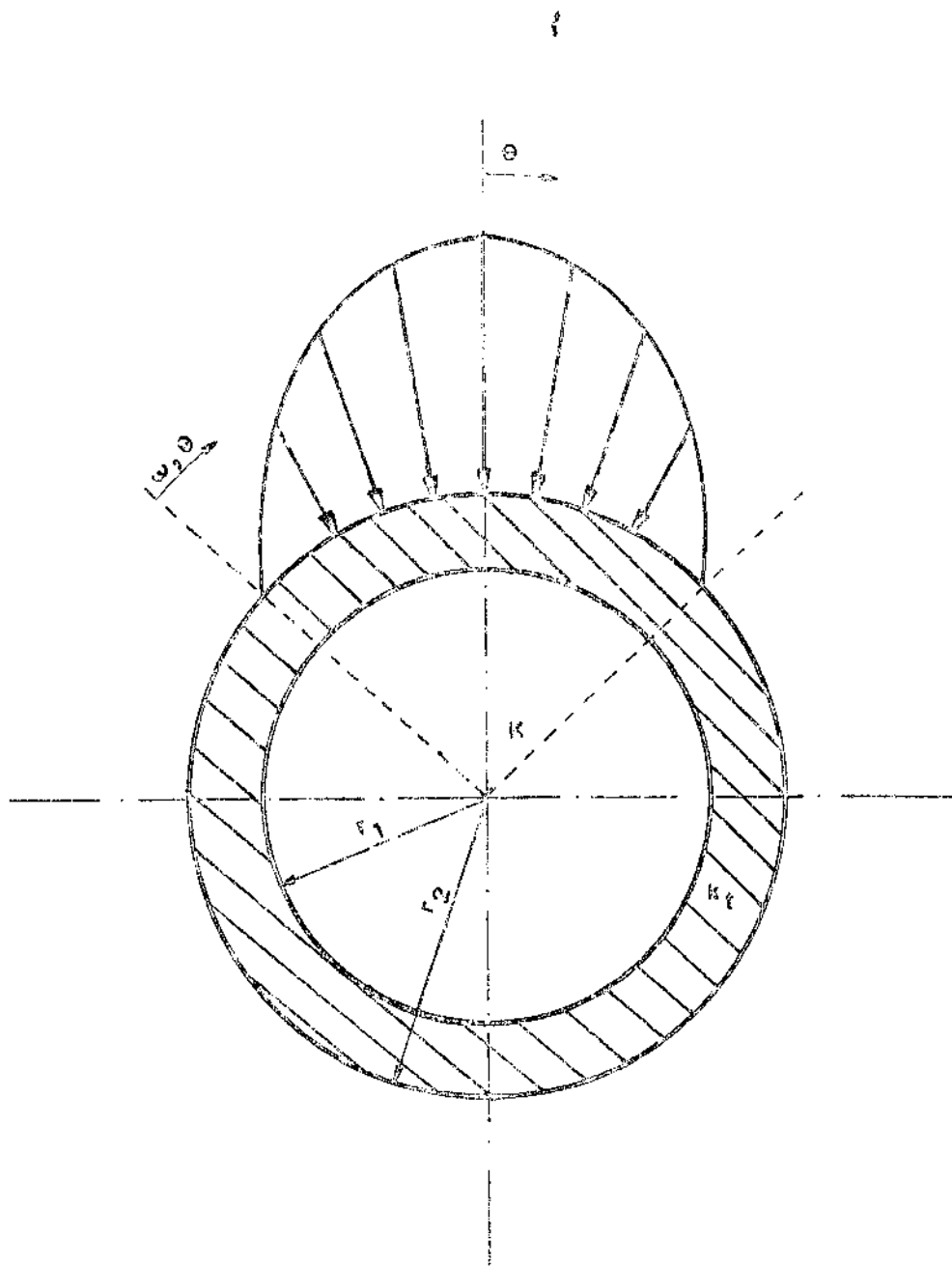


Fig. 3.12 - Distribuição de influxo externo de calor e nomenclatura para o segundo problema.

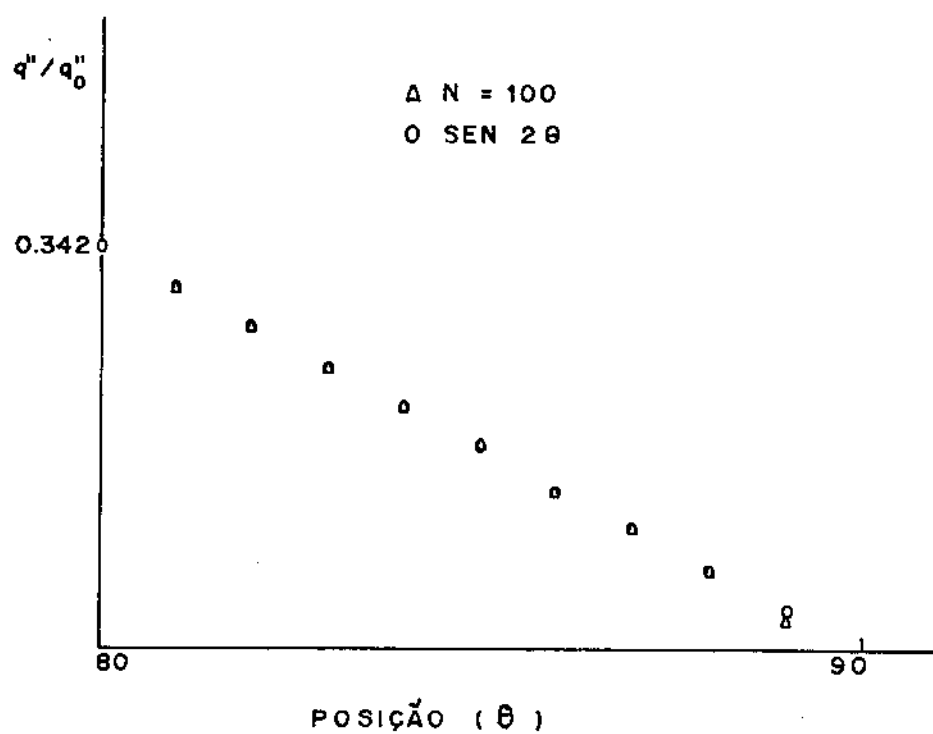


Fig. 3.13 - Comportamento da série de Fourier para $n = 100$.

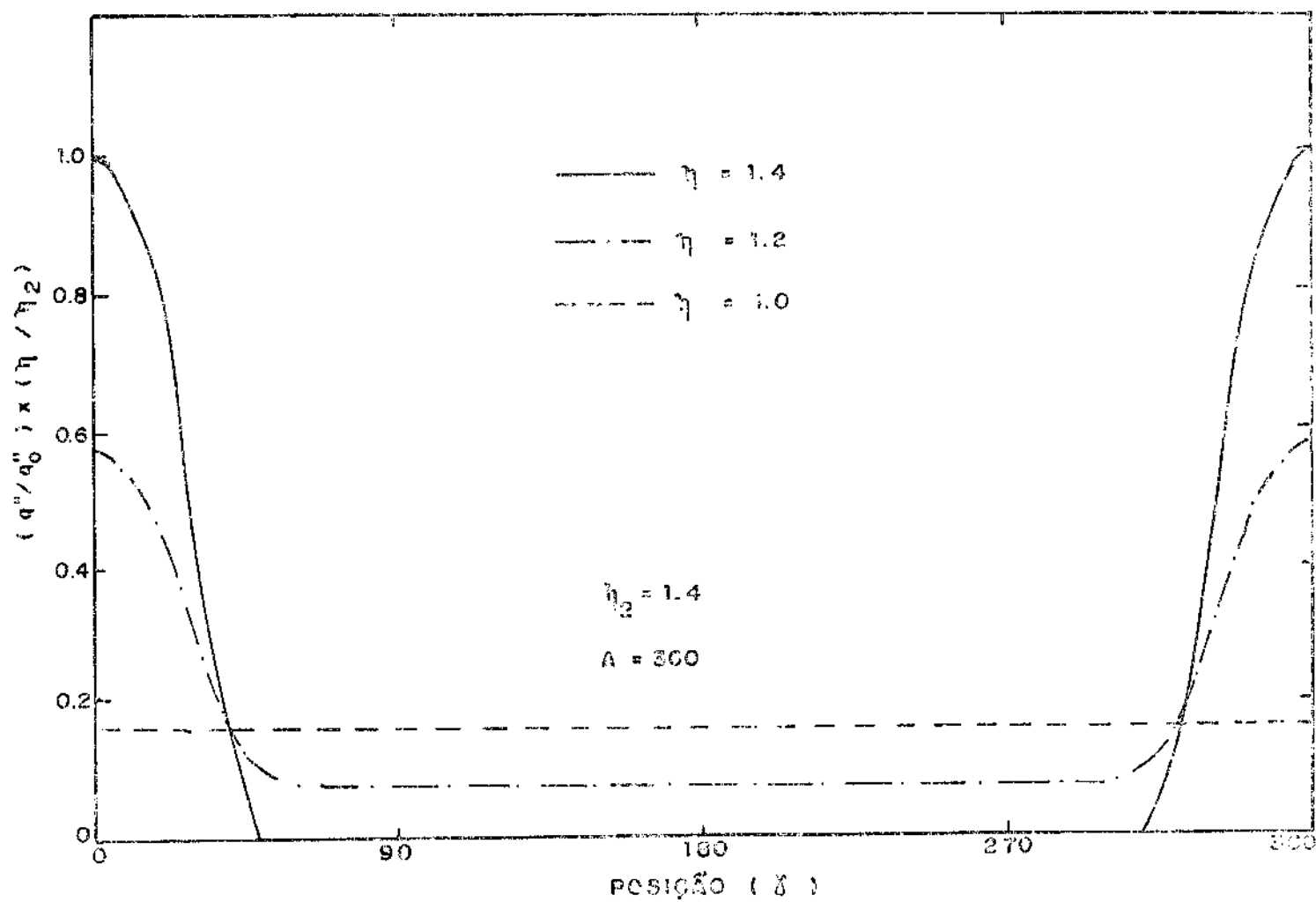


Fig. 3.14 - Fluxo de calor em três regiões do tubo para uma parede espessa e relativamente bastante condutora.

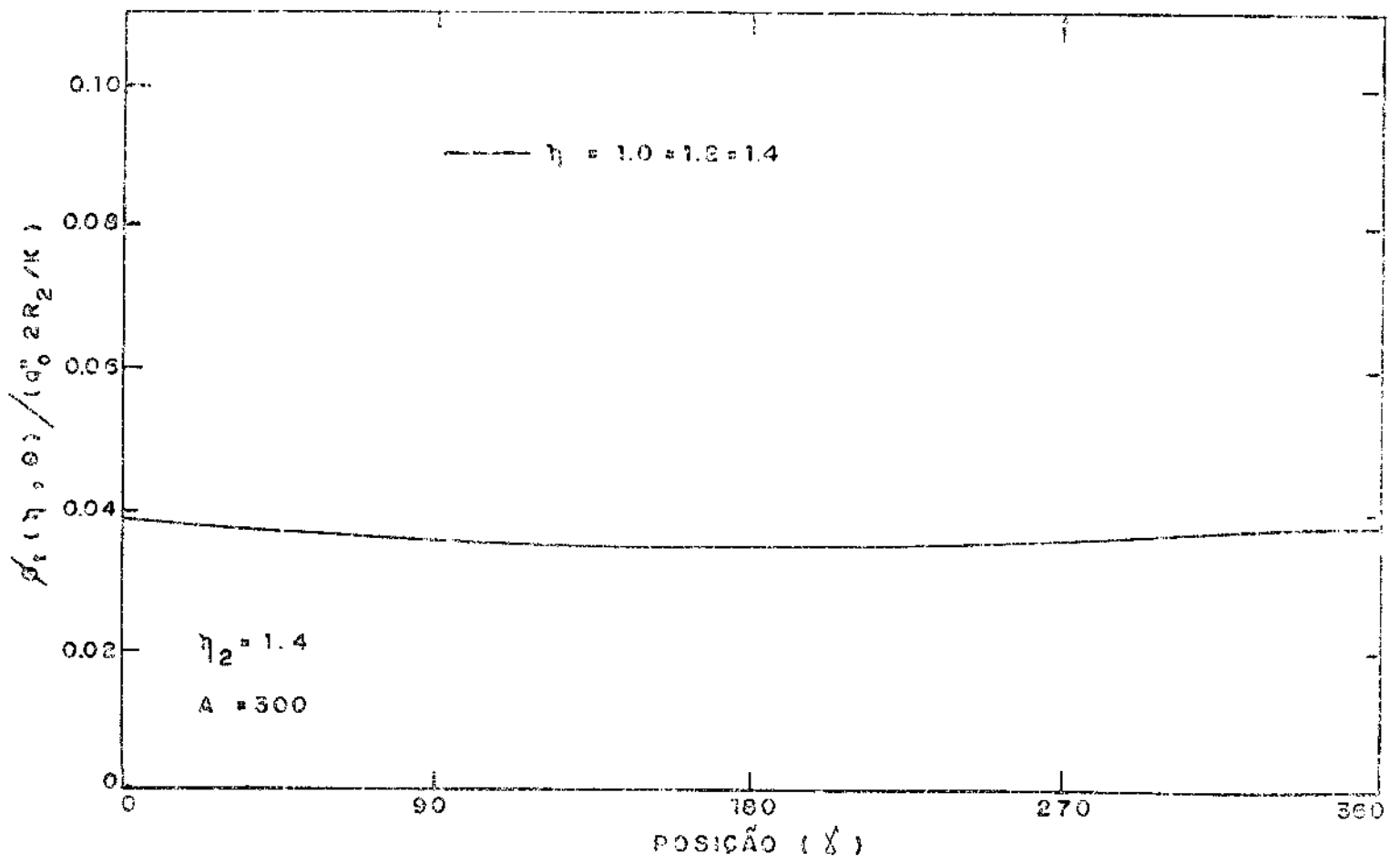


Fig. 3.15 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo para uma parede espessa e relativamente bastante condutora.

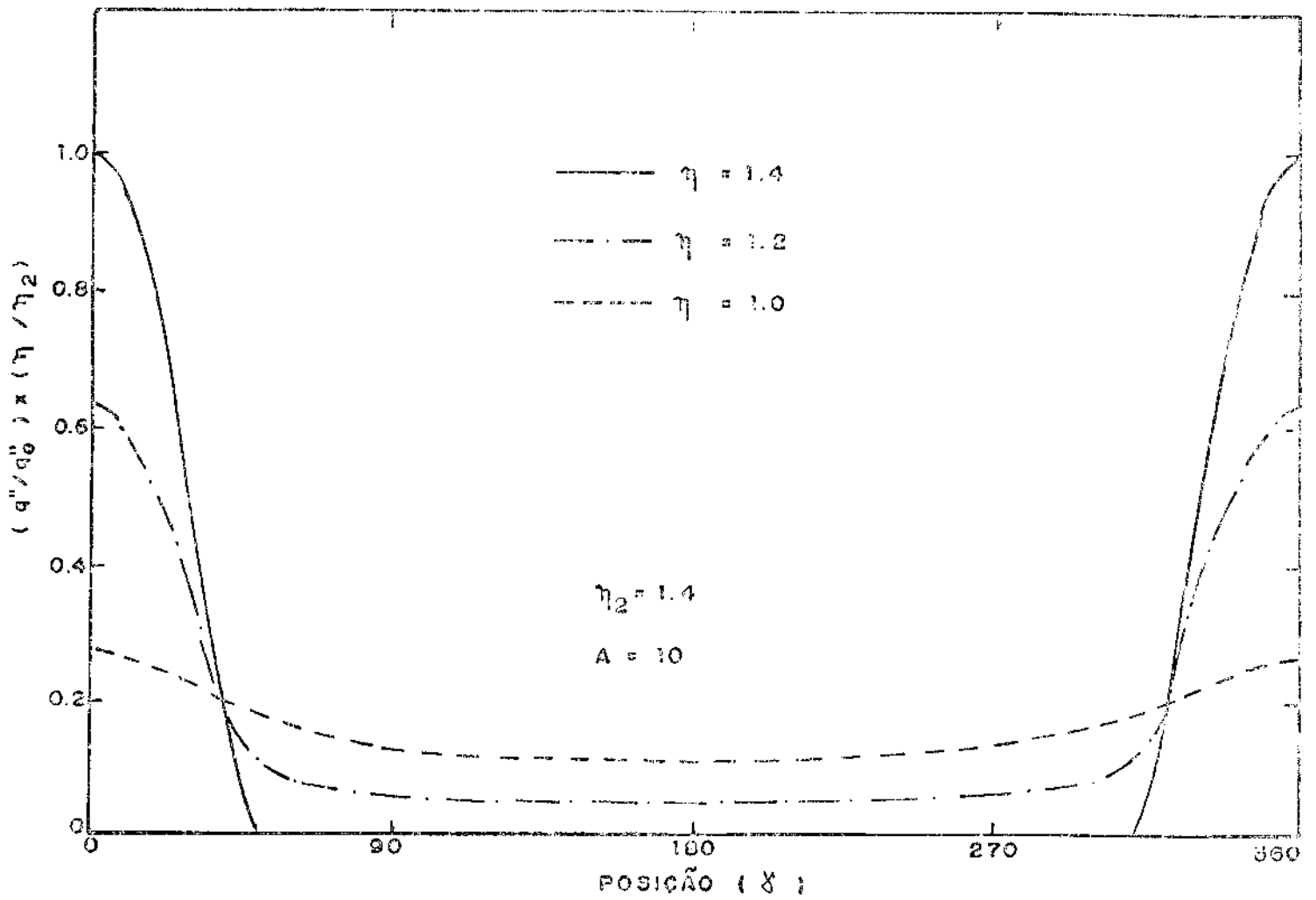


Fig. 3.16 - Fluxo de calor em três regiões do tubo para uma parede espessa e um valor reduzido ($A = 10$) da condutibilidade térmica.

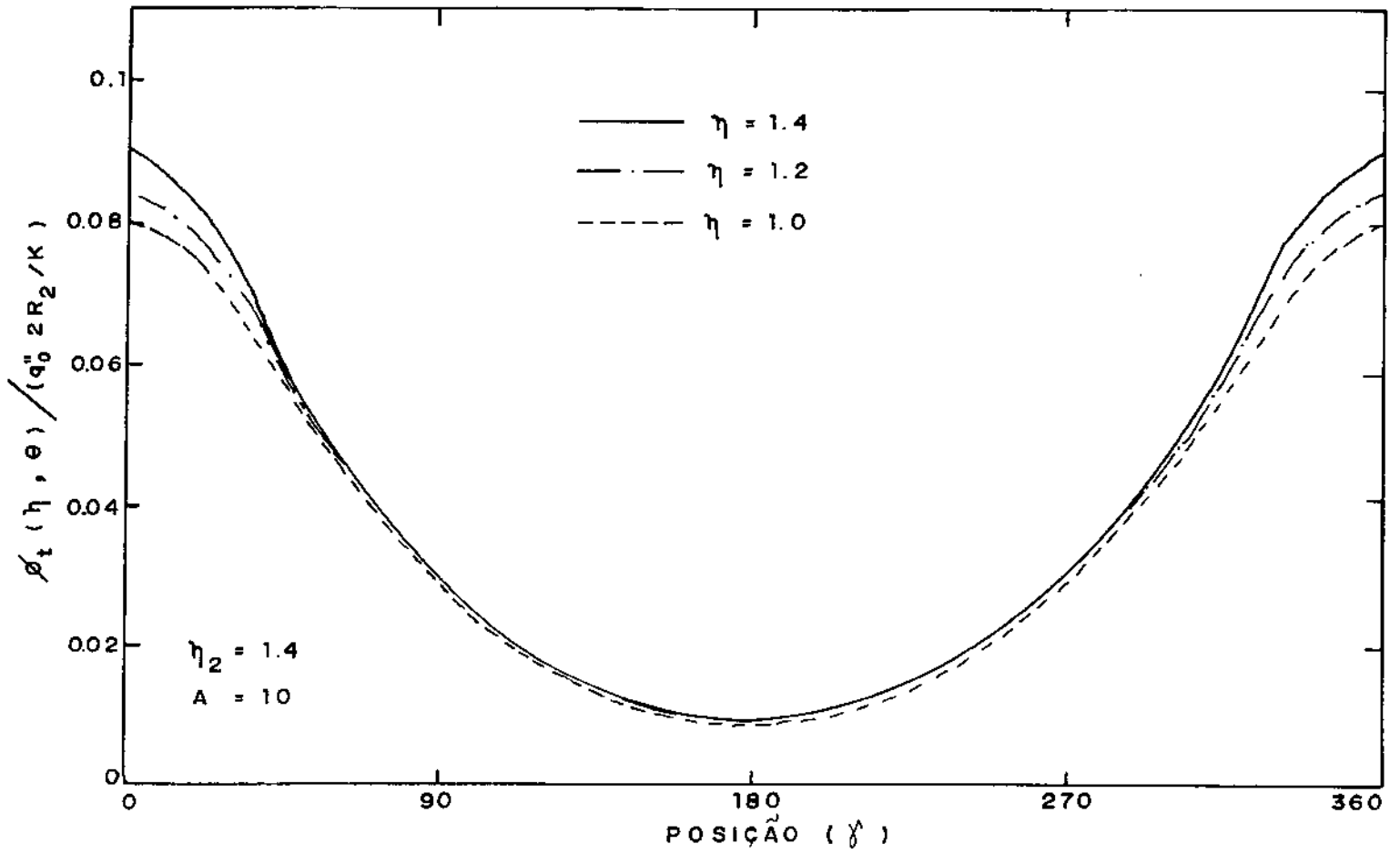


Fig. 3.17 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa e pouco condutor.

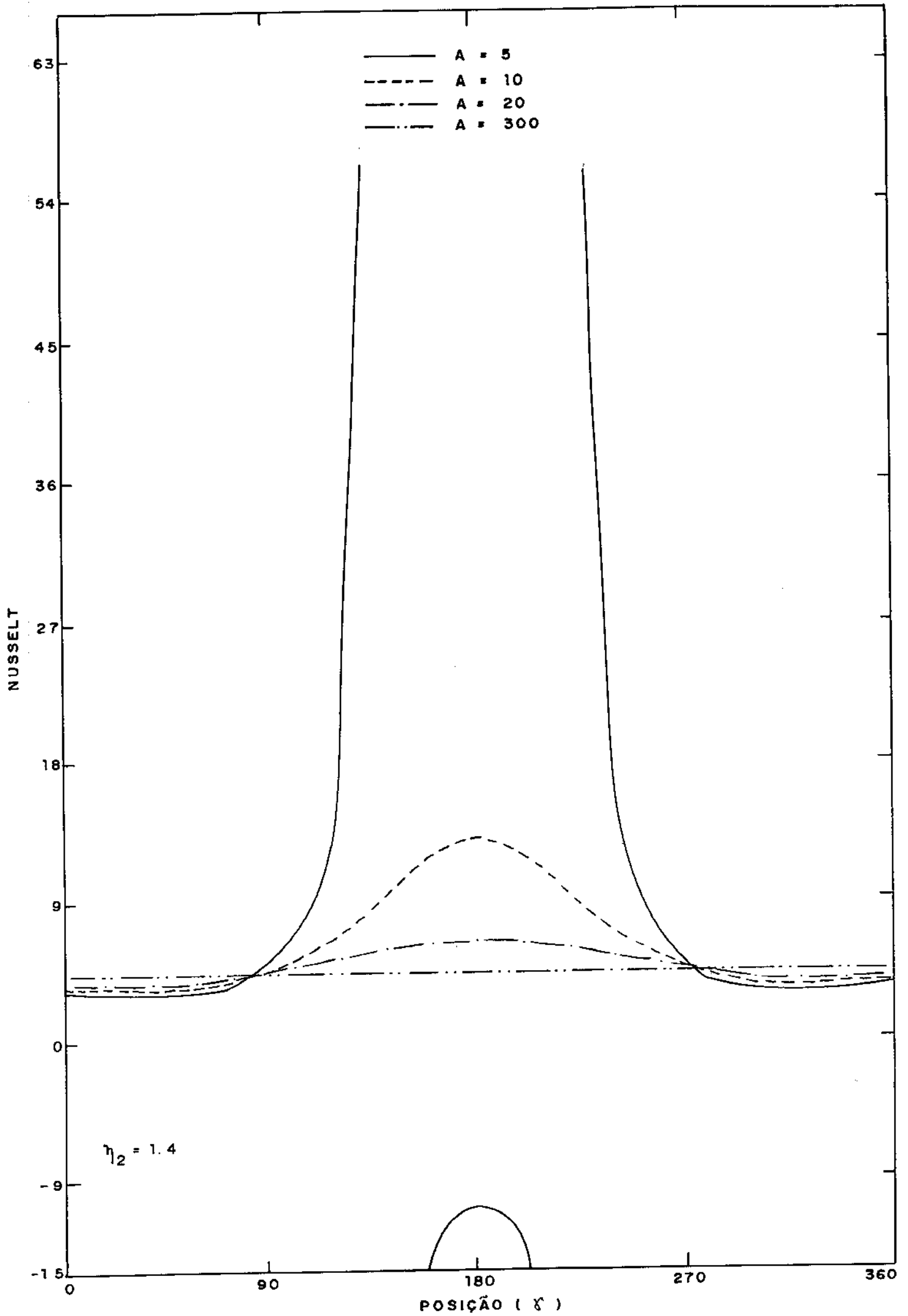


Fig. 3.18 - Variação do número de Nusselt para quatro valores de A

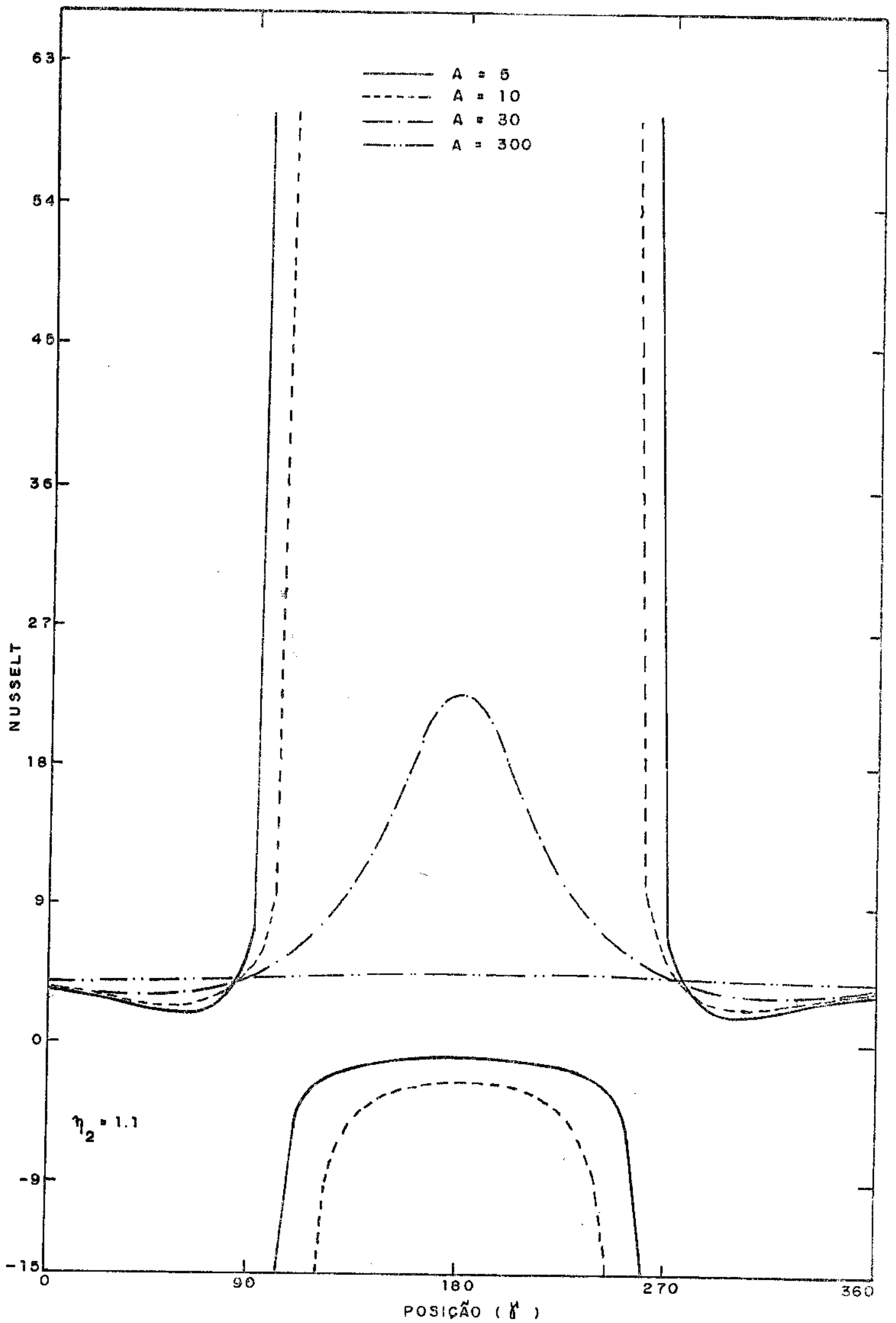


Fig. 3.19 - Variação do número de Nusselt para quatro valores de A em um tubo de parede fina.

3.2.c - CASO COM FLUXO DE CALOR COSENOIDAL EM TODA SUPERFÍCIE

A Fig. 3.20 ilustra o perfil do influxo de calor que foi imposto na superfície externa do tubo, obedecendo a seguinte equação:

$$q''(\omega) = q''_0 (1 + b \cos \omega) \quad 0 \leq \omega < 2\pi$$

Serão seguidas etapas análogas às dos dois casos anteriores. A particularidade deste caso é que devido à distribuição cosenooidal do influxo de calor em toda a circunferência externa, as séries de Fourier são reduzidas a um único termo não-nulo, de forma a evitar totalmente o problema da convergência.

3.2.c.1 - PERFIS DE TEMPERATURA E DE FLUXO DE CALOR NA PAREDE DO TUBO

Novamente, introduz-se na Eq. 2.40 o influxo de calor dado por:

$$q''(\omega) = q''_0 (1 + b \cos \omega) \quad 0 \leq \omega \leq 2\pi$$

Dessa forma, a integração da equação

$$\phi_t(\eta, \theta) = \frac{q''_0 2r_2}{2\pi K} \cdot \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta \right) \cdot \int_0^{2\pi} (1 + b \cos \omega) d\omega + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta^n + \eta^{-n} + 1/A(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + A(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \cdot \int_0^{2\pi} (1 + b \cos \omega) \cos n(\theta - \omega) d\omega \right]$$

fica limitada a apenas um termo da série, devido ao fato que a última integral é não-nula apenas para $n=1$.

A distribuição circunferencial de temperatura na parede do tubo fica então expressa pela equação:

$$\phi_t(\eta, \theta) = \frac{2r_2 q''_0}{K} \cdot \left[\left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2A} \ln \eta \right) + \frac{b}{2} \cdot \frac{\eta + \eta^{-1} + 1/A(\eta - \eta^{-1})}{\eta_2 + \eta_2^{-1} + A(\eta_2 - \eta_2^{-1})} \right] \cdot \cos \theta \quad (3.13)$$

A distribuição circunferencial do influxo de calor é obtida pela lei de Fourier,

$$q''_t(\eta, \theta) = \frac{k_t}{r_1} \cdot \frac{\partial \phi_t}{\partial \eta}$$

derivando-se a Eq. 3.13:

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial \eta} = \frac{1}{2A\eta} + \frac{b}{2} \cdot \frac{1-\eta^{-2}+1/A(1-\eta^{-2})}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})} \cdot \cos \theta$$

Desta forma, analogamente à distribuição de temperaturas, não é necessário avaliar uma série infinita de termos.

O influxo de calor na forma adimensional é dado por:

$$\frac{q''_t(\eta, \theta)}{q''_0} \cdot \frac{\eta}{\eta_2} = 1+b \cdot \frac{\eta+\eta^{-1}+1/A(\eta-\eta^{-1})}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})} \cdot \cos \theta \quad (3.14)$$

3.2.c.2 - NÚMERO DE NUSSELT

A distribuição circunferencial do número de Nusselt, definido por:

$$Nu(\theta) = \frac{q''_t(1, \theta) \cdot 2r_1}{\phi_t(1, \theta) \cdot K}$$

é obtida através da Eq. 3.14

$$q''_t(1, \theta) = q''_0 \cdot \eta_2 \cdot \left[1 + \frac{2b \cdot \cos \theta}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})} \right]$$

e da Eq. 3.13

$$\phi_t(1, \theta) = \frac{2r_2 q''_0}{K} \cdot \left[\frac{11}{48} + \frac{b \cos \theta}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})} \right]$$

Desta forma, obtêm-se uma equação simplificada expressa por:

$$\text{Nu}(\theta) = \frac{1 + \frac{2b\cos\theta}{\eta_2 + \eta_2^{-1} + A \cdot (\eta_2 - \eta_2^{-1})}}{\frac{11}{48} + \frac{b\cos\theta}{\eta_2 + \eta_2^{-1} + A \cdot (\eta_2 - \eta_2^{-1})}} \quad (3.15)$$

3.2.c.3 - RESULTADOS DO TERCEIRO PROBLEMA

Para este caso, nas curvas apresentadas, o ângulo γ na abscissa coincide com o ângulo θ nas equações.

As Figs. 3.21 e 3.22 ilustram o fluxo de calor para este caso de um tubo com parede espessa ($\eta_2 = 1,4$), diferindo somente no valor do parâmetro A . Os mesmos comentários gerais valem também neste caso, onde a superfície interna apresenta sempre um fluxo tanto mais uniforme quanto maior for o valor do parâmetro A . De forma também análoga os perfis de temperatura correspondentes a este caso estão indicados nas Figs. 3.23 e 3.24. À medida que a condutibilidade térmica do tubo aumenta, a distribuição de temperatura torna-se radialmente concentrada e circunferencialmente mais uniforme.

Na Fig. 3.25 apresenta-se o número de Nusselt em função da posição γ , para um tubo com parâmetro $\eta_2 = 1,4$ e para quatro valores do parâmetro A . Como o número de Nusselt é diretamente proporcional ao fluxo de calor e inversamente proporcional à distribuição de temperatura tomados na interface tubo-líquido, pode-se analisar a Fig. 3.25 com auxílio das Figs. 3.21 e 3.23. Considerando-se a curva para $A = 10$ e $\eta = 1,0$, nota-se que o número de Nusselt cresce até o valor máximo para $\gamma = 180^\circ$ porque o perfil de temperatura decresce numa taxa maior que o fluxo de calor. Nota-se também nesta figura que para o parâmetro $A = 300$, o valor de Nusselt é praticamente uniforme, com valor médio igual a 4,36 (influxo uniforme de calor no fluido).

A Fig. 3.26 mostra a variação do número de Nusselt para um tubo de parede fina ($\eta_2 = 1,1$), para quatro valores de A . Em comparação com a figura anterior, nota-se a influência da espessura da parede, que tende a uniformizar os valores de Nu . Os valores negativos assumidos pela curva com $A = 5$ têm um significado análogo ao comentado no problema anterior.

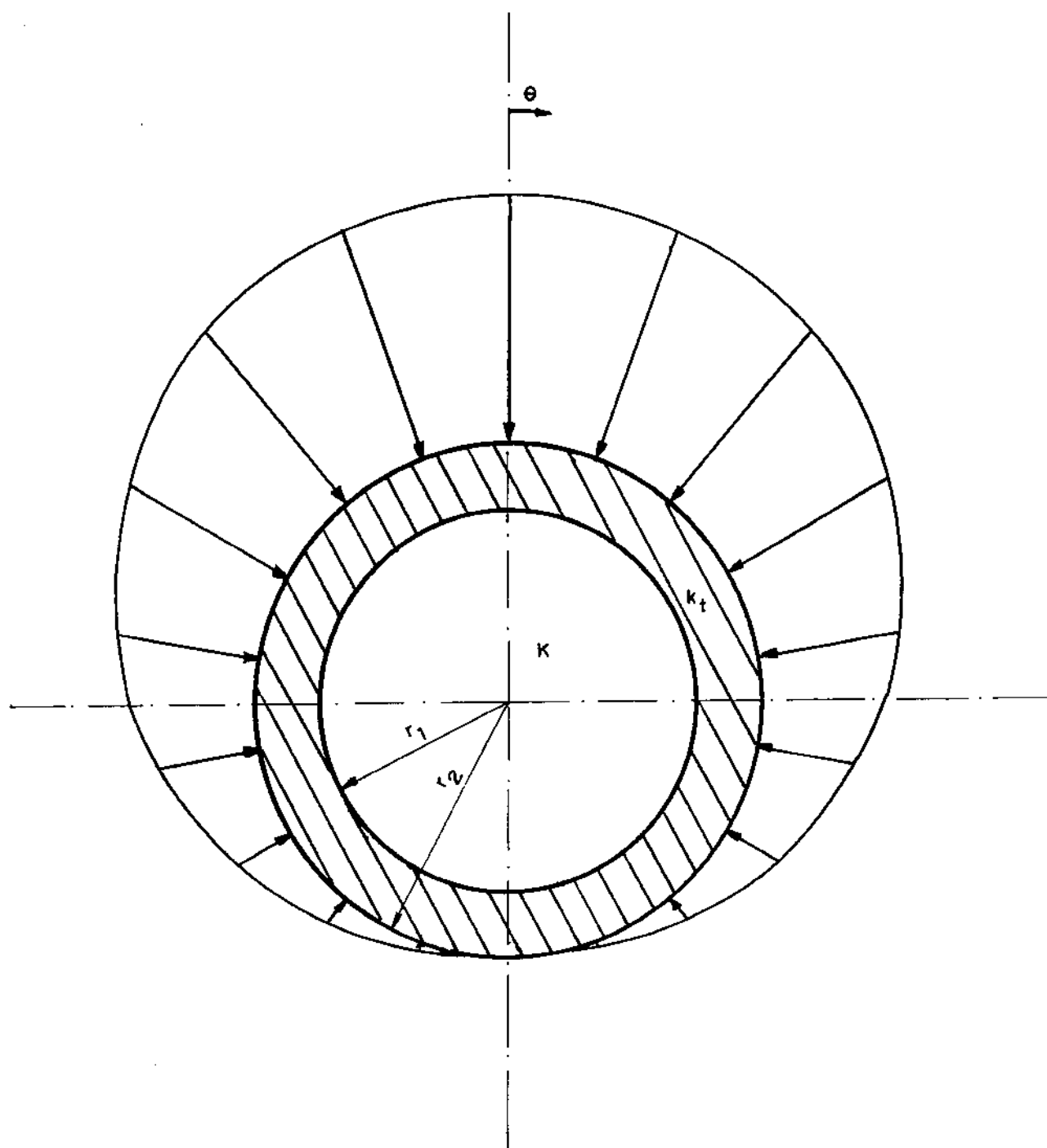


Fig. 3.20 - Ilustração do perfil do fluxo de calor imposto na parede externa do tubo e notação utilizada.

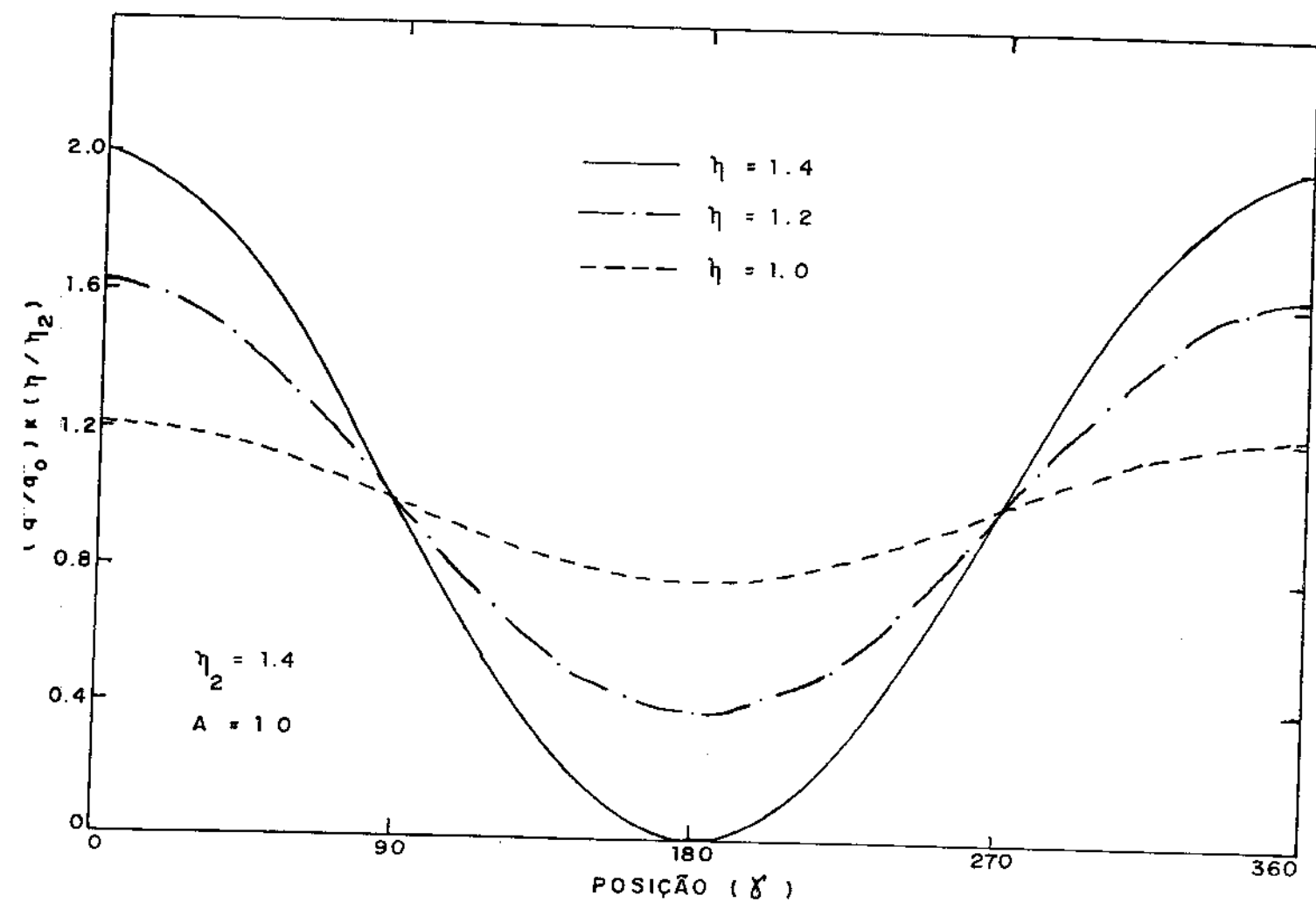


Fig. 3.21 - Fluxo de calor em três regiões do tubo para um tubo de parede espessa e relativamente baixa condutibilidade térmica.

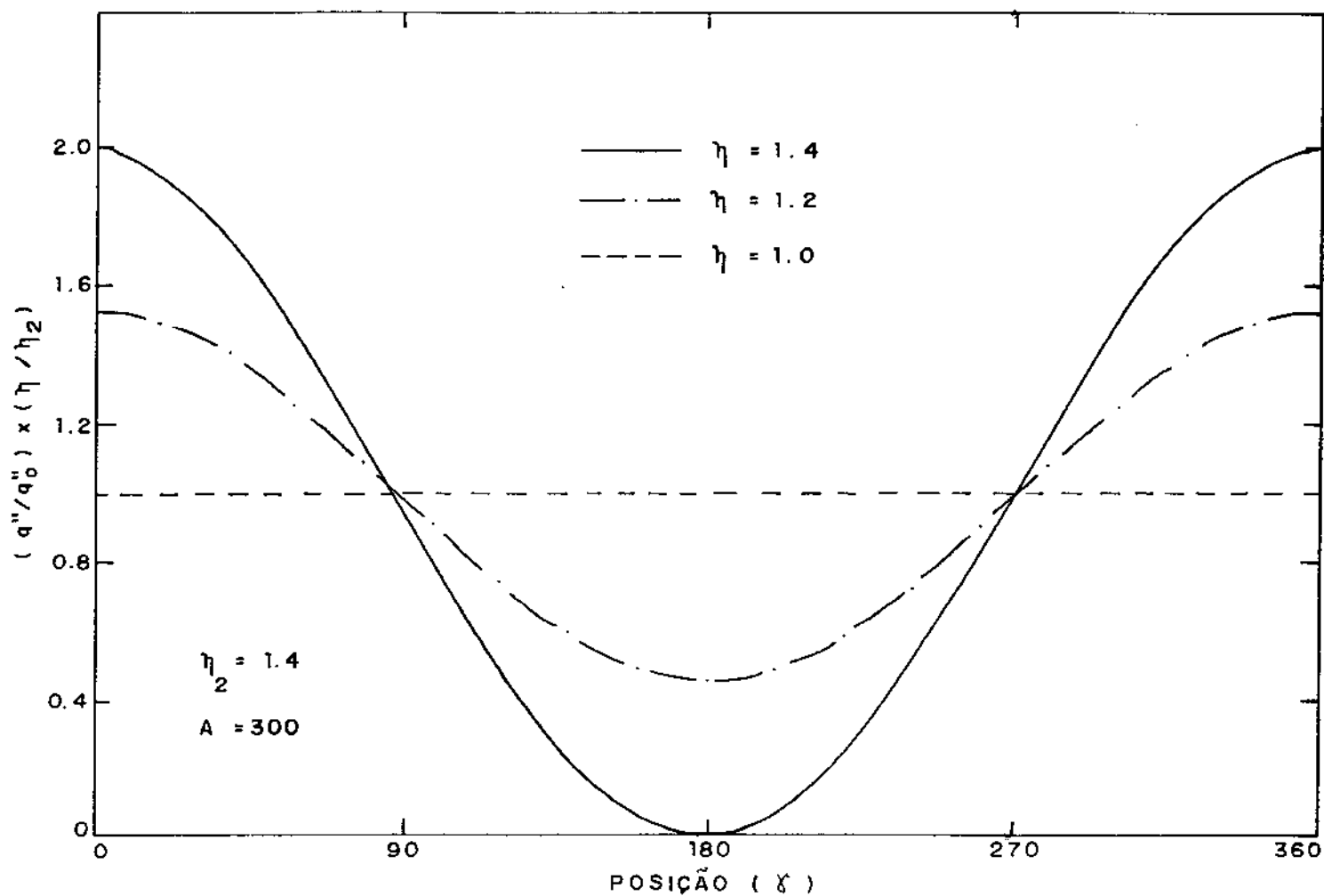


Fig. 3.22 - Fluxo de calor em três regiões do tubo com parede espessa e relativamente alta condutibilidade térmica.

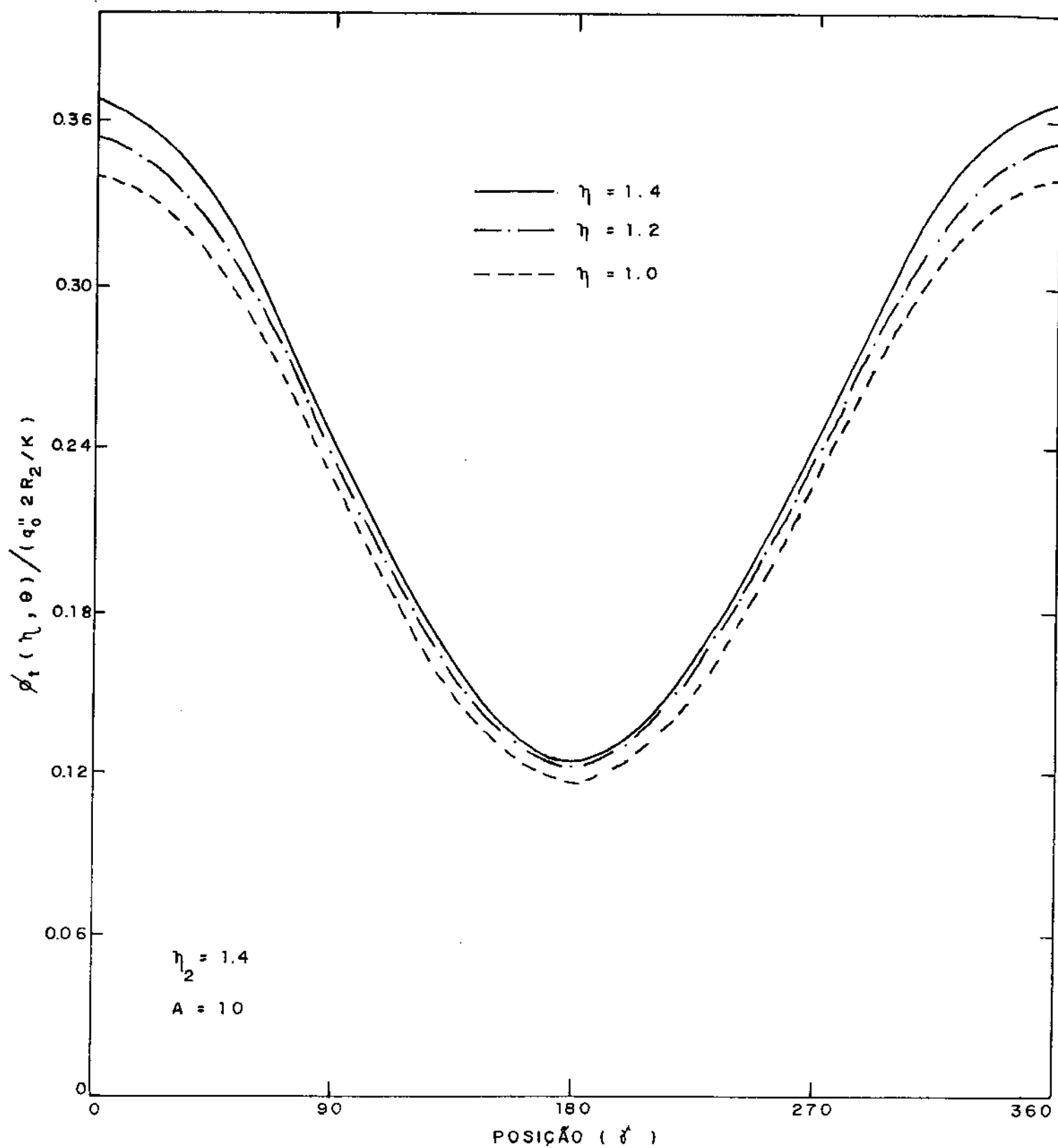


Fig. 3.23 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa e A reduzido.

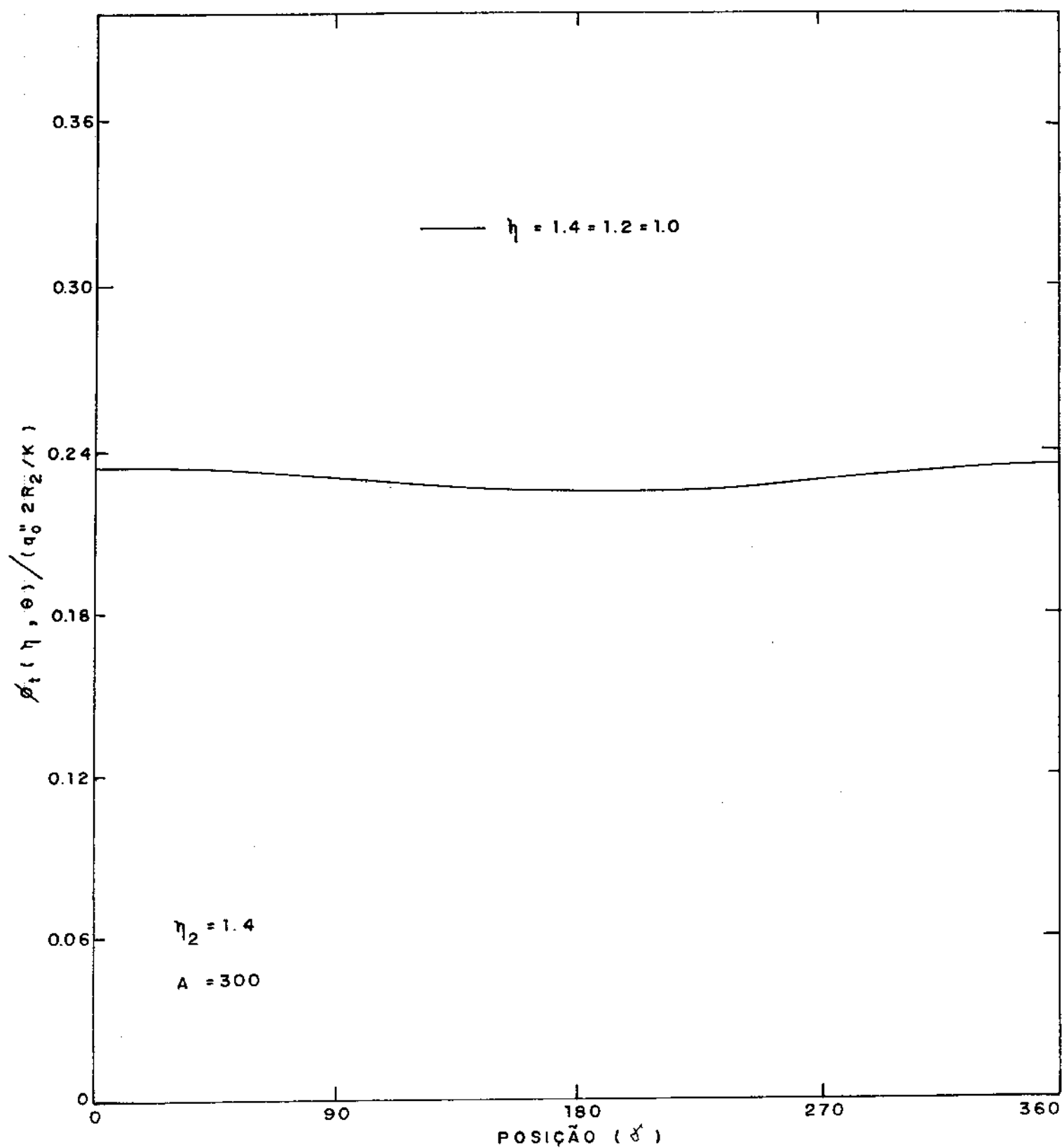


Fig. 3.24 - Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa e A elevado.

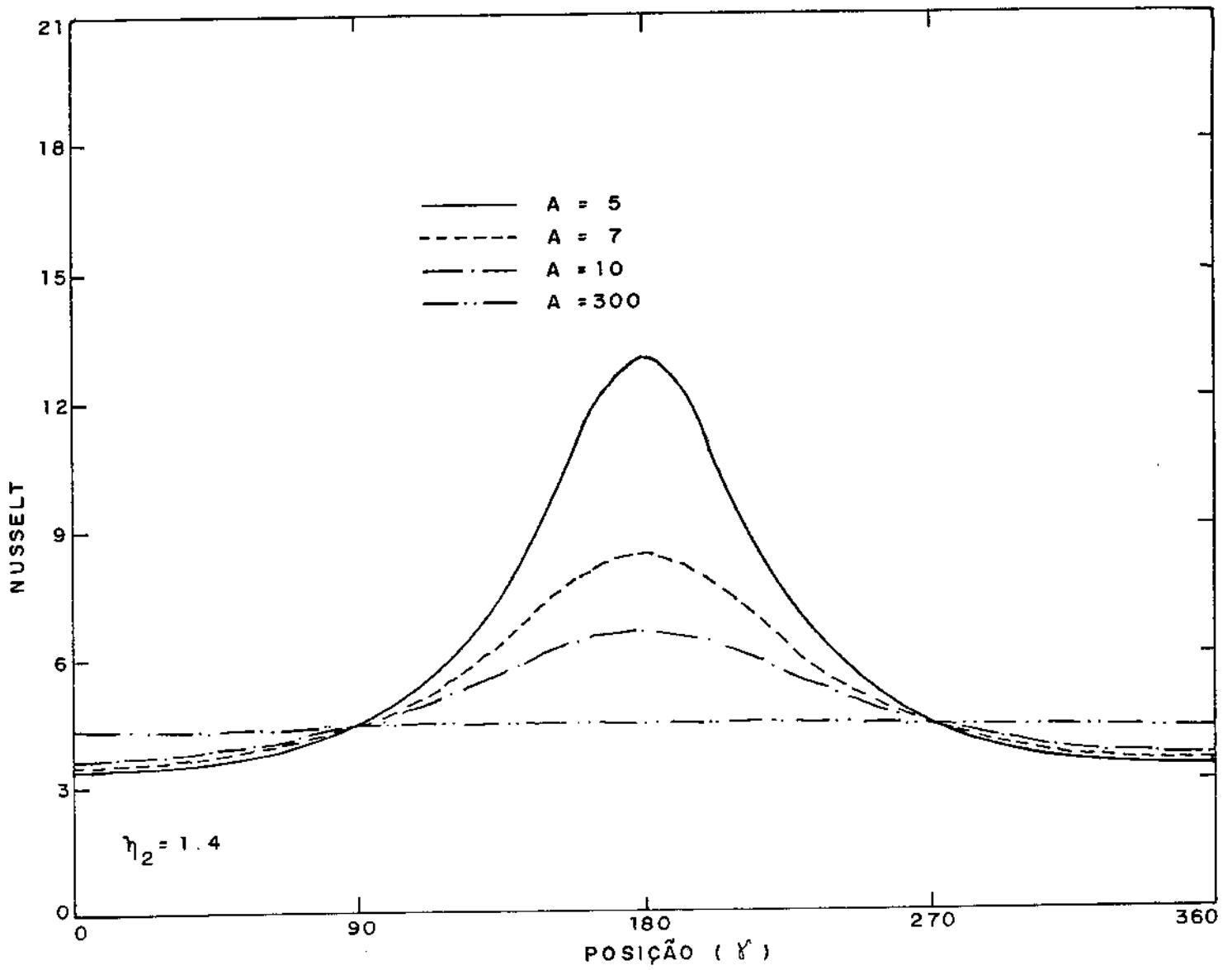


Fig. 3.25 - Variação do número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede espessa.

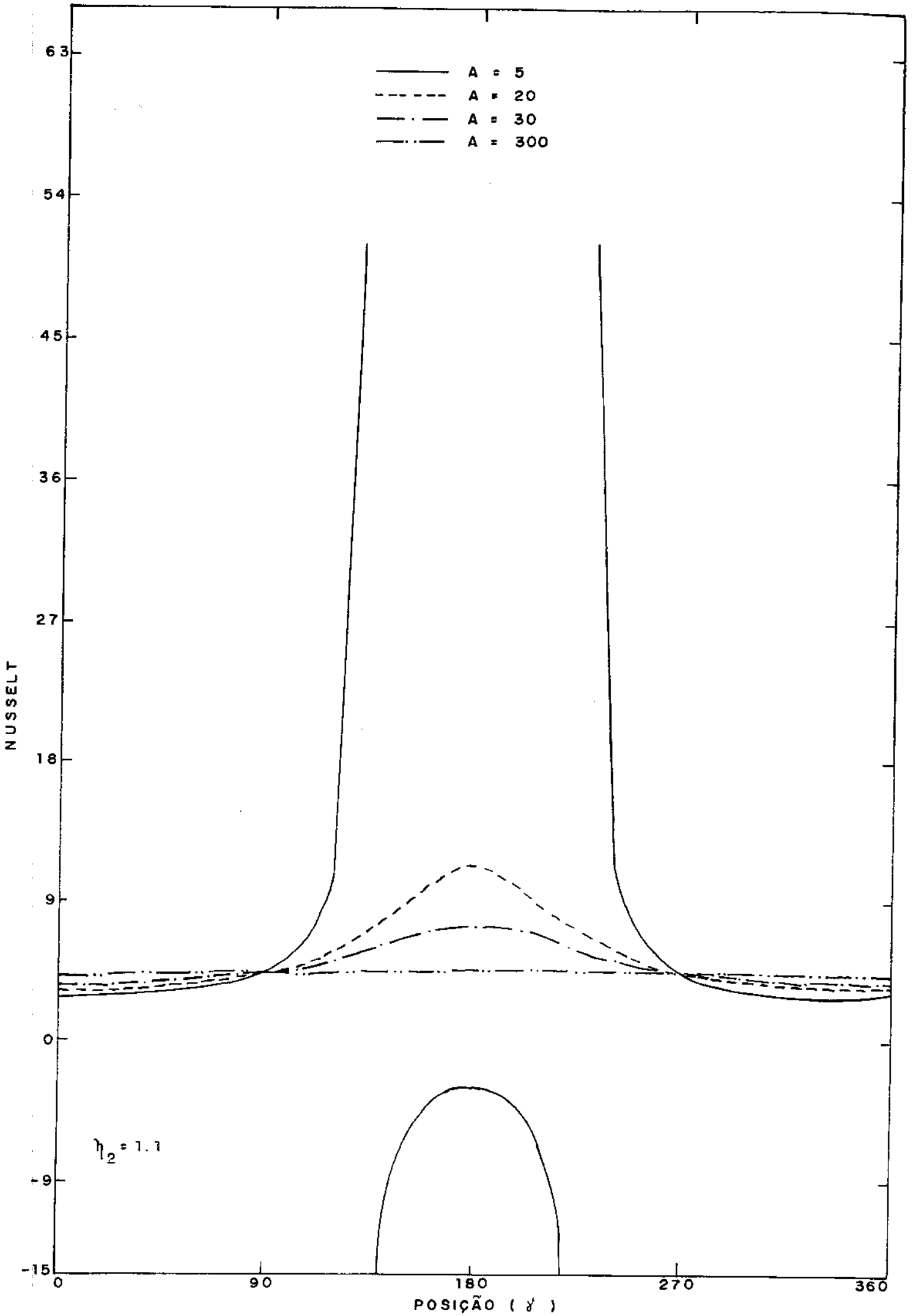


Fig. 3.26 - Variação do número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede fina

CAPÍTULO 4

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A LITERATURA

Neste capítulo serão comparados os resultados obtidos neste trabalho com os resultados fornecidos por [1] e [3,4].

A comparação é oportuna pois nesta literatura [3,4] o mesmo problema é tratado desprezando-se a resistência térmica radial na parede do tubo. Cabe inclusive notar que os dois trabalhos mencionados são do mesmo autor e que no primeiro deles [3] não foi considerada nenhuma parede do duto, constituindo-se portanto um problema de convecção somente. No segundo trabalho [4], em forma de comunicado, é feito um adendo à formulação do trabalho anterior de forma a considerar o efeito de uma espessura de parede do tubo. A temperatura entretanto é considerada concentrada na direção radial, ou seja, é desprezada qualquer resistência térmica de condução nessa direção. Não é apresentado, neste comunicado, nenhum exemplo considerando a espessura de parede do tubo.

Num último comentário introdutório desta comparação, nota-se que o procedimento de [4] é equivalente a uma condução anisotrópica na parede do tubo. A condutibilidade térmica do material do tubo na direção radial tende a infinito, enquanto que a condutibilidade térmica do tubo na direção circunferencial é uma variável que pode ser maior ou menor que a condutibilidade térmica do fluido em escoamento. No presente trabalho, considera-se que a condutibilidade térmica do material do tubo seja isotrópica.

4.1 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS PARA O CASO DE FLUXO DE CALOR COSENOIDAL

Será feita agora uma comparação dos resultados obtidos com o presente método e o método de [4], considerando-se o fluxo de calor externo à parede do tubo dado por:

$$q''(\theta) = q''_0(1 + b \cos \theta)$$

Para três valores de espessura de parede, $\eta_2 = 1,1; 1,4$ e $2,0$ e variando-se o valor do parâmetro A (desde $0,02$ até 300), serão levantados gráficos comparativos do fluxo de calor, perfis de temperatura e número de Nusselt.

4.1.1 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA A PARTIR DO TRABALHO [4]

4.1.1.a - PERFIL DE TEMPERATURA E DE FLUXO DE CALOR

Em [4], um fluxo de calor na superfície externa do duto, expressa por:

$$q(\theta) = C + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta)$$

causa um perfil de temperatura na interface tubo-fluido dado por:

$$t_w(\theta) - t_m = \frac{r_o}{K} \left[\frac{11}{24} q''_{\delta 0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n^2 (K_t \delta / K_{r_1})} \cdot (A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta) \right]$$

Comparando-se a expressão do fluxo de calor com o fluxo desejado $q''(\theta) = q''_0(1 + b \cos \theta)$, obtém-se o valor dos coeficientes:

$$C = q''_0$$

$$A_n = 0$$

$$B_n = 0 \quad p/n \neq 1$$

$$B_1 = b \cdot q_O''$$

Admitindo-se $\delta = r_2 - r_1$, e considerando-se $b = 1$, obtém-se:

$$\frac{t_w - t_m}{q_O'' \cdot 2r_1} = \frac{11}{48} + \frac{\cos\theta}{2 \left[1 + A(\eta_2 - 1) \right]} \quad (4.1)$$

K

A Eq. 4.1 fornece, com o fluxo cosenoidal imposto, o perfil de temperatura na interface tubo-fluido, de acordo com a formulação de [4].

As curvas referentes a essa equação estão traçadas nas Figs. 4.4, 4.5 e 4.6, juntamente com os resultados obtidos no presente trabalho. Alguns comentários dessas comparações serão feitos na secção 4.1.2.

O fluxo de calor na superfície interna do tubo no trabalho [4] é expresso por:

$$q_w''(\theta) = q_O'' + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\theta + b_n \cos n\theta) \quad (4.2)$$

onde a_n está relacionado com A_n :

$$a_n = A_n / \left[1 + S_n \cdot n^2 \left(\frac{k_t \delta}{Kr_1} \right) \right] \quad (4.3)$$

e b_n com B_n :

$$b_n = B_n / \left[1 + S_n \cdot n^2 \left(\frac{k_t \delta}{Kr_1} \right) \right] \quad (4.4)$$

Como $A_n = 0$, $B_1 = q_O''$ e $q_{SO}'' = q_O''$, tem-se:

$$a_n = 0$$

$$b_1 = q_O'' / \left[1 + \left(\frac{k_t \delta}{Kr_1} \right) \right]$$

$$\frac{q_w''(\theta)}{q_0''} = 1 + \frac{\cos \theta}{1 + A(\eta_2 - 1)} \quad (4.5)$$

As curvas comparativas referentes a essa equação estão traçadas nas Figs. 4.1, 4.2 e 4.3; alguns comentários serão feitos na secção 4.1.2.

4.1.1.b - NÚMERO DE NUSSELT

Substituindo-se as Eqs. 4.1 e 4.5 na expressão do número de Nusselt,

$$Nu(\theta) = \frac{q_w''(\theta)}{t_w(\theta) - t_m} \cdot \frac{2r_1}{K}$$

obtém-se:

$$Nu(\theta) = \frac{1 + \frac{\cos \theta}{1 + A(\eta_2 - 1)}}{\frac{11}{48} + \frac{\cos \theta}{2 [1 + A(\eta_2 - 1)]}} \quad (4.6)$$

As curvas comparativas a esta equação estão traçadas nas Figs. 4.7, 4.8 e 4.9; alguns comentários serão feitos a seguir.

4.1.2 - COMENTÁRIOS DA COMPARAÇÃO

O comportamento dos resultados de ambos os trabalhos são similares tanto para o fluxo de calor como para o perfil de temperatura e o número de Nusselt. As tendências gerais são as mesmas já comentadas no capítulo anterior para o presente trabalho.

Como pode ser observado nas Figs. 4.1, 4.4 e 4.7, não existem diferenças acentuadas entre os resultados deste trabalho e aqueles obtidos a partir do trabalho [4], quando se considera um tubo com espessura de parede fina ($\eta_2 = 1,1$). Isto pode ser interpretado pela pequena influência de condução de calor na direção radial, pois se trata de uma parede suficientemente fina para que a diferença da condutibilidade térmica na direção radial nos dois casos não exerça influência sensível nos resultados.

Para um tubo de parede mais espessa ($\eta_2 = 1,4$), representado nas Figs. 4.2, 4.5 e 4.8, já se observa um distanciamento dos resultados. Aumentando-se ainda mais a espessura da parede ($\eta_2 = 2,0$), Figs. 4.3, 4.6 e 4.9, as diferenças dos resultados tornam-se ainda maiores.

Os resultados comparativos para as três espessuras consideradas de parede do tubo são semelhantes, permitindo então que se associem as mesmas tendências para qualquer espessura, embora elas sejam mais acentuadas quanto mais espessa for a parede do tubo. Tomando-se então como base a parede mais espessa ($\eta_2 = 2,0$), serão feitos alguns comentários válidos também para as outras duas espessuras de parede consideradas.

Com base na Fig. 4.3, quando a condutibilidade térmica circumferencial do tubo (K_θ) for menor do que a condutibilidade térmica do fluido (K_f), por exemplo, para $A = 0,02$, nota-se uma distribuição circumferencial de calor na superfície interna do tubo mais uniforme no presente trabalho que em [4]. Isso ocorre porque

em primeiro lugar, como $K_\theta < K_f$, essa distribuição tende a seguir o fluxo não-uniforme imposto à superfície externa do tubo. Em segundo lugar, na formulação de [4] a condutibilidade radial do tubo é muito maior que aquela do presente trabalho, de forma a permitir, com a relativamente baixa condutibilidade circunferencial do tubo, um fluxo de calor ainda menos uniforme do que na presente formulação isotrópica ($K_r = K_\theta$).

Quando ocorre o caso $K_\theta > K_f$ ($A > 1$), o fluxo de calor na superfície interna do tubo uniformiza, com valores crescentes de A , o fluxo imposto na superfície externa. Neste caso, o alto valor de K_r associado à formulação de [4] causa, associado a uma condutibilidade circunferencial já alta, uma maior uniformidade do fluxo de calor na superfície interna do tubo do que o resultado obtido com a formulação aqui desenvolvida.

Quando o valor de A torna-se suficientemente elevado ($A=300$), a presente formulação fornece resultados uniformes do fluxo na superfície interna e com maior rapidez, o mesmo ocorre na formulação de [4].

Os resultados da Fig. 4.6, para a distribuição circunferencial de temperatura, são análogos aos da Fig. 4.3. Quanto mais uniforme a distribuição circunferencial do fluxo de calor, mais uniforme será a distribuição de temperaturas nessa mesma direção, e vice-versa. Naturalmente, na formulação de [4] a temperatura não varia radialmente na espessura do tubo, sendo a mesma nas suas superfícies interna e externa.

Na presente formulação, as temperaturas indicadas na Fig. 4.6 correspondem à superfície interna do tubo e são os valores mínimos na parede do tubo, já que há um influxo de calor para o fluido e uma condutibilidade térmica finita do material do tubo na direção radial.

Os resultados para o número de Nusselt, mostrados na Fig. 4.9, podem ser visualizados como a razão, ponto a ponto, dos resultados

das duas figuras anteriores. Dessa forma, os casos com maior variação circunferencial do influxo de calor para o fluido e da temperatura na interface tubo-fluido são aqueles com maior variação circunferencial do número de Nusselt.

Será feita a seguir uma única comparação entre os resultados obtidos, considerando-se a espessura de parede do tubo e aqueles da referência [1], que assume um dado fluxo de calor na superfície interna do tubo. A idéia da comparação é apenas ilustrar o fato que um dado fluxo de calor circunferencialmente não-uniforme na superfície externa de um tubo, não pode ser simplesmente aproximado como o fluxo na superfície interna, para caracterizar a variação circunferencial de troca de calor com o fluido.

Na Fig. 4.10, foram traçadas as curvas para o número de Nusselt, considerando-se um tubo de parede fina ($\eta_2=1,1$) com o parâmetro A assumindo os valores 5 e 30. Para $A = 5$ foram calculados os resultados referentes ao presente trabalho e [4], que podem ser comparados com o resultado de [1], que não considera o efeito da parede (impondo o fluxo de calor na superfície interna do tubo). Nesta figura também está indicado o resultado referente ao presente trabalho para $A = 30$. Dessa figura pode-se conduzir que o efeito da parede torna-se pronunciado à medida em que o parâmetro A aumenta, divergindo assim dos resultados de [1], que independem dos parâmetros A e η_2 .

Pode-se esperar também que para tubos de parede mais espessa, o distanciamento dos resultados de [1] em comparação com o presente trabalho torna-se mais acentuado. Isto se deve naturalmente ao fato que em [1] o fluxo na superfície interna do tubo é considerado conhecido, ao passo que no presente trabalho, a solução é obtida a partir do conhecimento do fluxo na superfície externa do tubo.

4.2 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS PARA O CASO DE FLUXO DE CALOR SENOIDAL

A comparação dos resultados dentro deste caso será feita considerando-se o fluxo de calor na superfície externa do tubo dado por:

$$q''(\theta) = \begin{cases} q''_0 \sin 2\theta & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0 & \pi/2 < \theta < 2\pi \end{cases}$$

Para três valores de espessura de parede $\eta_2 = 1,1; 1,4$ e $2,0$ e variando-se o valor do parâmetro A (desde $0,02$ até 300), serão obtidos gráficos comparativos para o perfil de temperatura e para o número de Nusselt.

4.2.1 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA A PARTIR DO TRABALHO [4]

4.2.1.a - PERFIL DE TEMPERATURA E DE FLUXO DE CALOR

Procedendo-se de forma análoga ao item 4.1.1, e comparando agora com o fluxo de calor senoidal, obtêm-se o valor dos coeficientes:

$$q''_{\delta 0} = \frac{q''_0}{2\pi}$$

$$A_n = \frac{q''_0}{\pi} \cdot \left(\frac{2 \sin n\pi/2}{4 - n^2} \right) \quad p/n \neq 2$$

$$A_n = \frac{q''_0}{4} \quad p/n = 2$$

$$B_n = \frac{q''_0}{\pi} \left(\frac{2 \cos n\pi/2 + 2}{4 - n^2} \right) \quad p/n \neq 2$$

$$B_n = 0 \quad p/n = 2$$

Substituindo o valor dos coeficientes anteriormente determinados em [4], tem-se:

$$\frac{t_w - t_m}{\frac{q''_0 2r_L}{K}} = \frac{11}{96\pi} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{1}{2\pi n [1+nA(\eta_2-1)]} \cdot \left[\left(\frac{2\sin n\pi/2}{4-n^2} \right) \sin n\theta + \right. \\ \left. + \left(\frac{2\cos n\pi/2+2}{4-n^2} \right) \cos n\theta \right] + \frac{\sin 2\theta}{16 [1+2A(\eta_2-1)]} \quad (4.7)$$

As curvas comparativas referentes a esta equação estão traçadas nas Figs. 4.11, 4.12 e 4.13.

Obtendo-se $q''_w(\theta)$, com a substituição dos devidos coeficientes determinados em [4]:

$$\frac{q''_w(\theta)}{q''_0} = \frac{1}{2\pi} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{1}{\pi [1+nA(\eta_2-1)]} \cdot \left[\left(\frac{2\sin n\pi/2}{4-n^2} \right) \sin n\theta + \right. \\ \left. + \left(\frac{2\cos n\pi/2+2}{4-n^2} \right) \cos n\theta \right] + \frac{\sin 2\theta}{4 [1+2A(\eta_2-1)]} \quad (4.8)$$

4.2.1.b - NÚMERO DE NUSSELT

Sendo o número de Nusselt expresso por:

$$Nu(\theta) = \frac{q''_w(\theta)}{t_w(\theta) - t_m} \cdot \frac{2r_L}{K}$$

Substituindo as Eqs. 4.8 e 4.7 na expressão do número de Nusselt, obtém-se:

$$Nu(\theta) = \frac{\frac{1}{2\pi} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{2 [\cos n(\theta - \pi/2) + \cos n\theta]}{\pi [1 + nA(\eta_2 - 1)] (4 - n^2)} + \frac{\sin 2\theta}{4 [1 + 2A(\eta_2 - 1)]}}{\frac{11}{96\pi} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 2}}^{\infty} \frac{\cos n(\theta - \pi/2) + \cos n\theta}{\pi n [1 + nA(\eta_2 - 1)] (4 - n^2)} + \frac{\sin 2\theta}{16 [1 + 2A(\eta_2 - 1)]}}$$

As curvas comparativas referentes a essa equação estão traçadas nas Figs. 4.14, 4.15 e 4.16; alguns comentários serão feitos a seguir.

4.2.2 - COMENTÁRIOS DAS COMPARAÇÕES

Como pode ser observado nas Figs. 4.11 até 4.16, o comportamento dos resultados comparativos do presente trabalho com o trabalho [4] é análogo ao caso anteriormente analisado e comentado. As mesmas idéias gerais quanto à influência da anisotropia utilizada em [4], na forma de uma condutibilidade térmica muito grande na direção radial, nos resultados da comparação anterior, também se aplicam neste caso.

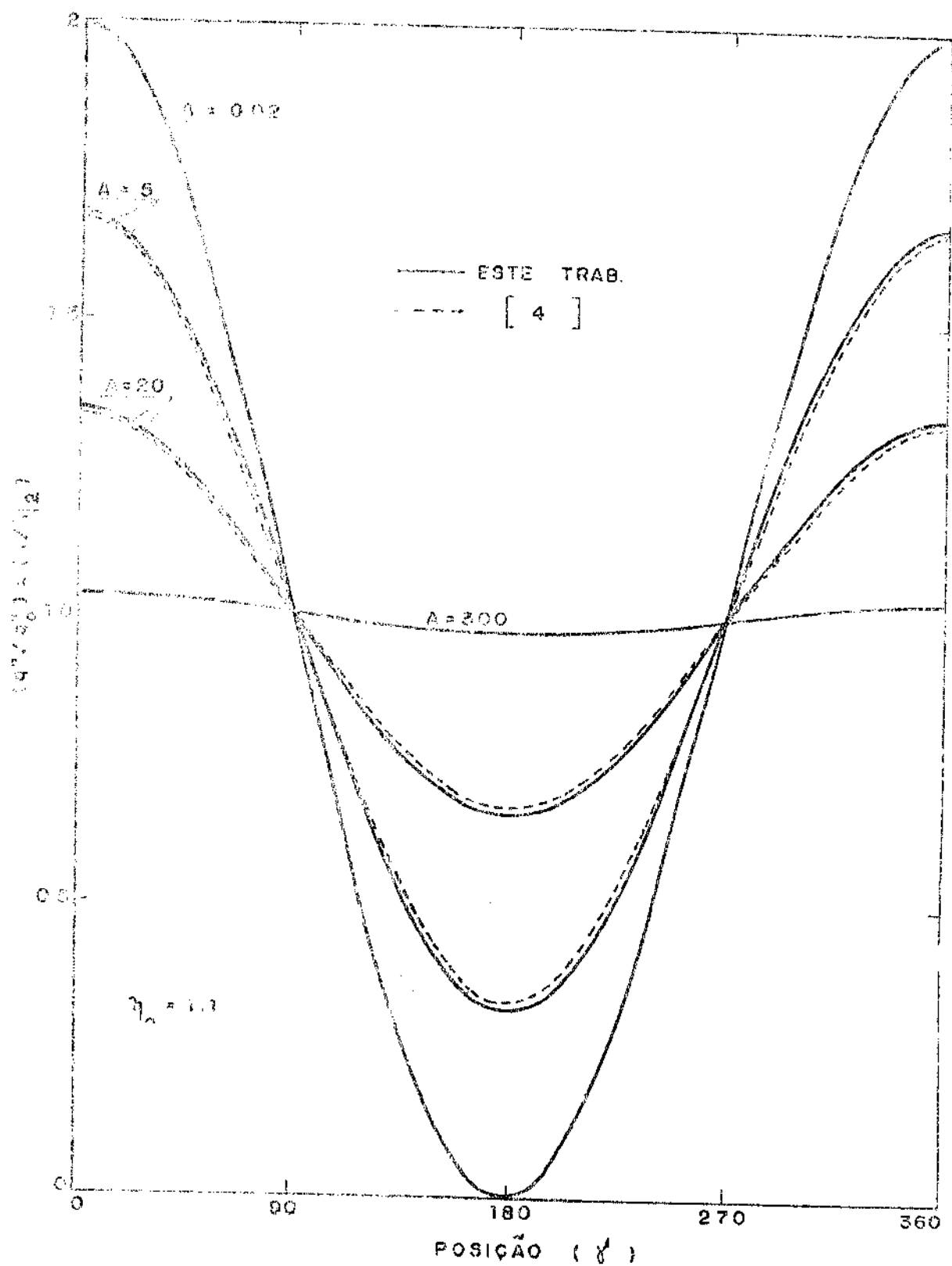


Fig. 4.1 - Comparação entre os fluxos de calor na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede fina, para quatro valores de A .

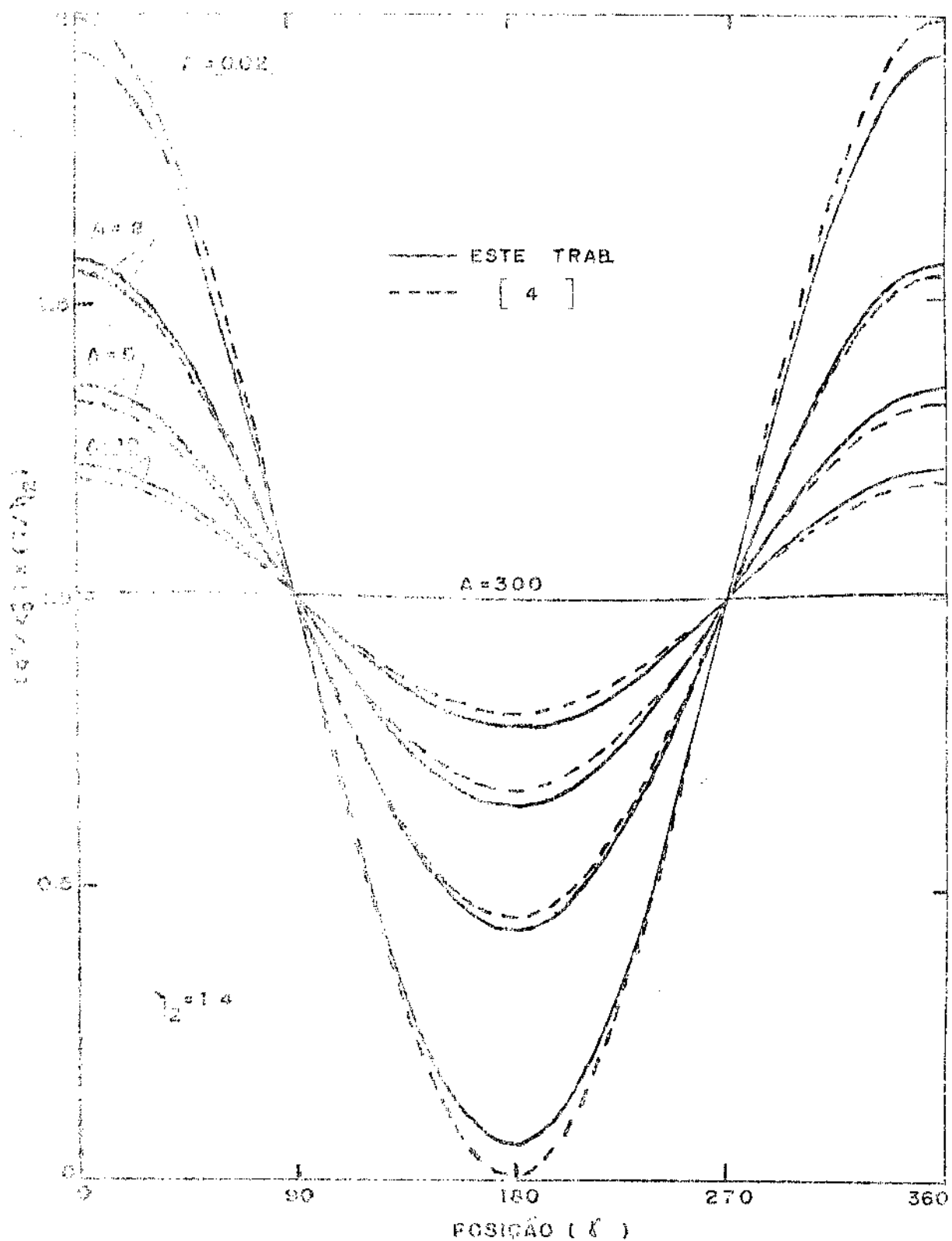


Fig. 6.2 - Comparação entre os fluxos de calor na interface (a), fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede curva, para quatro valores de A.

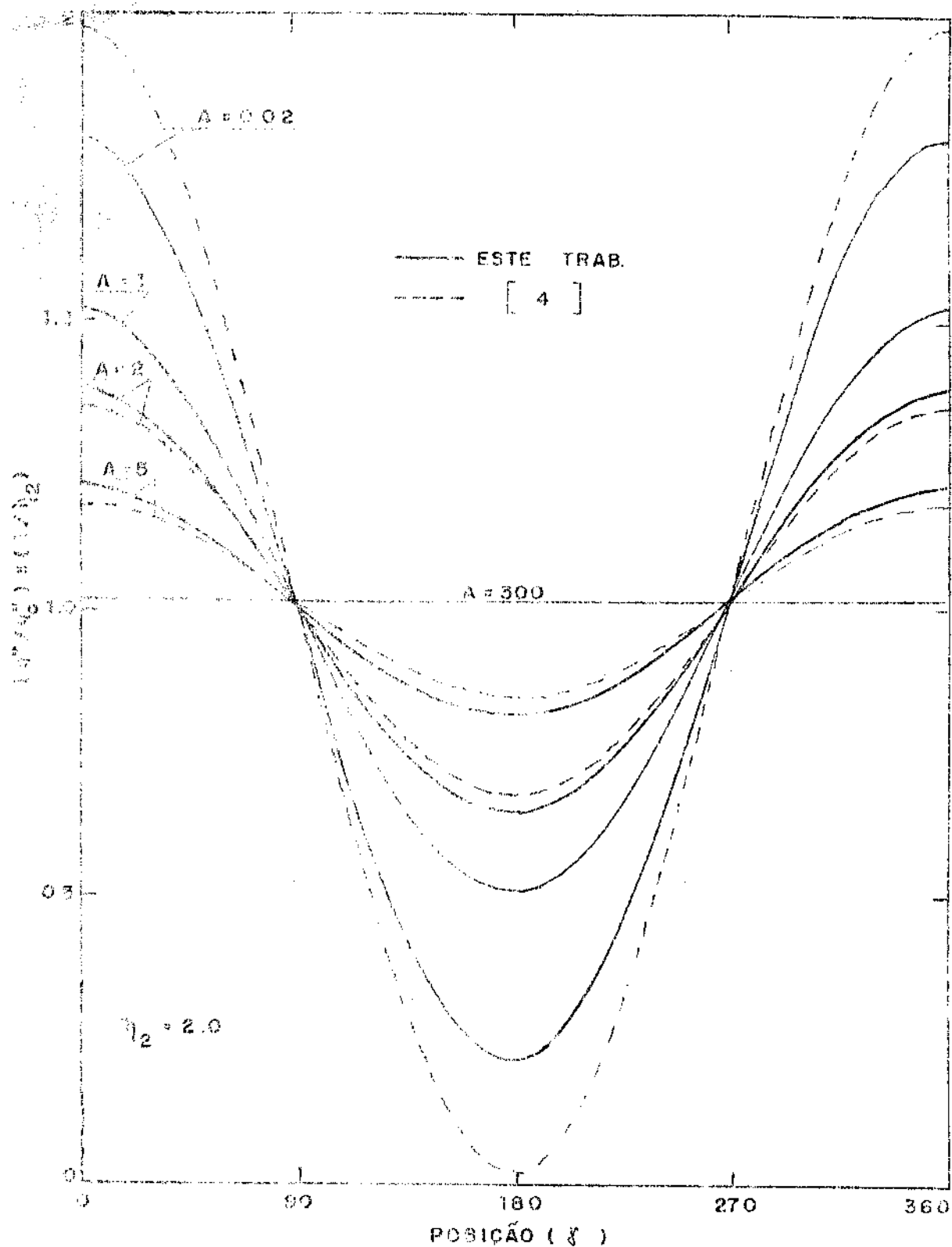


Fig. 4.3 - Comparação entre os fluxos de calor na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede muito espessa, para quatro valores de A .

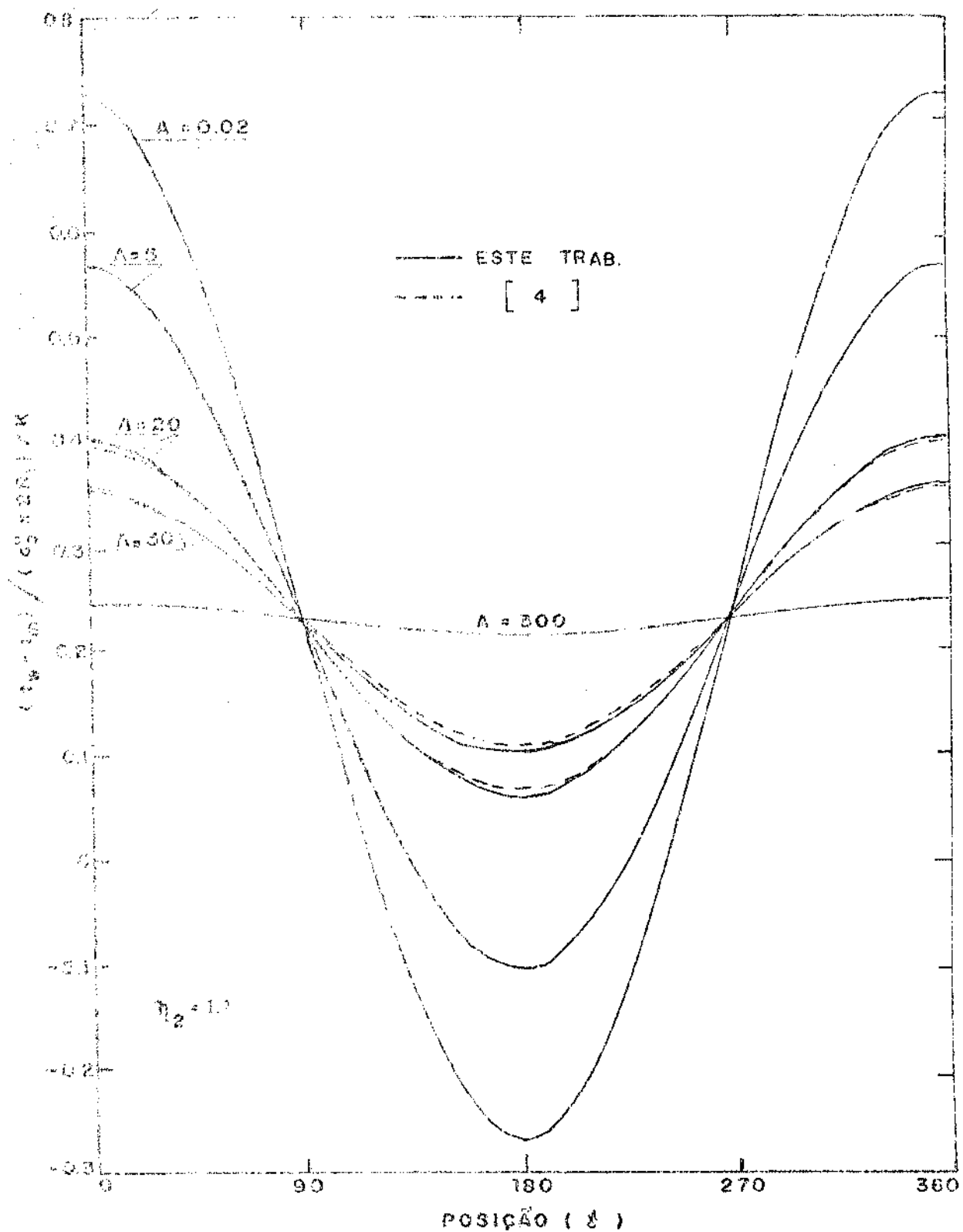


Fig. 4.4 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede fina, para quatro valores de A .

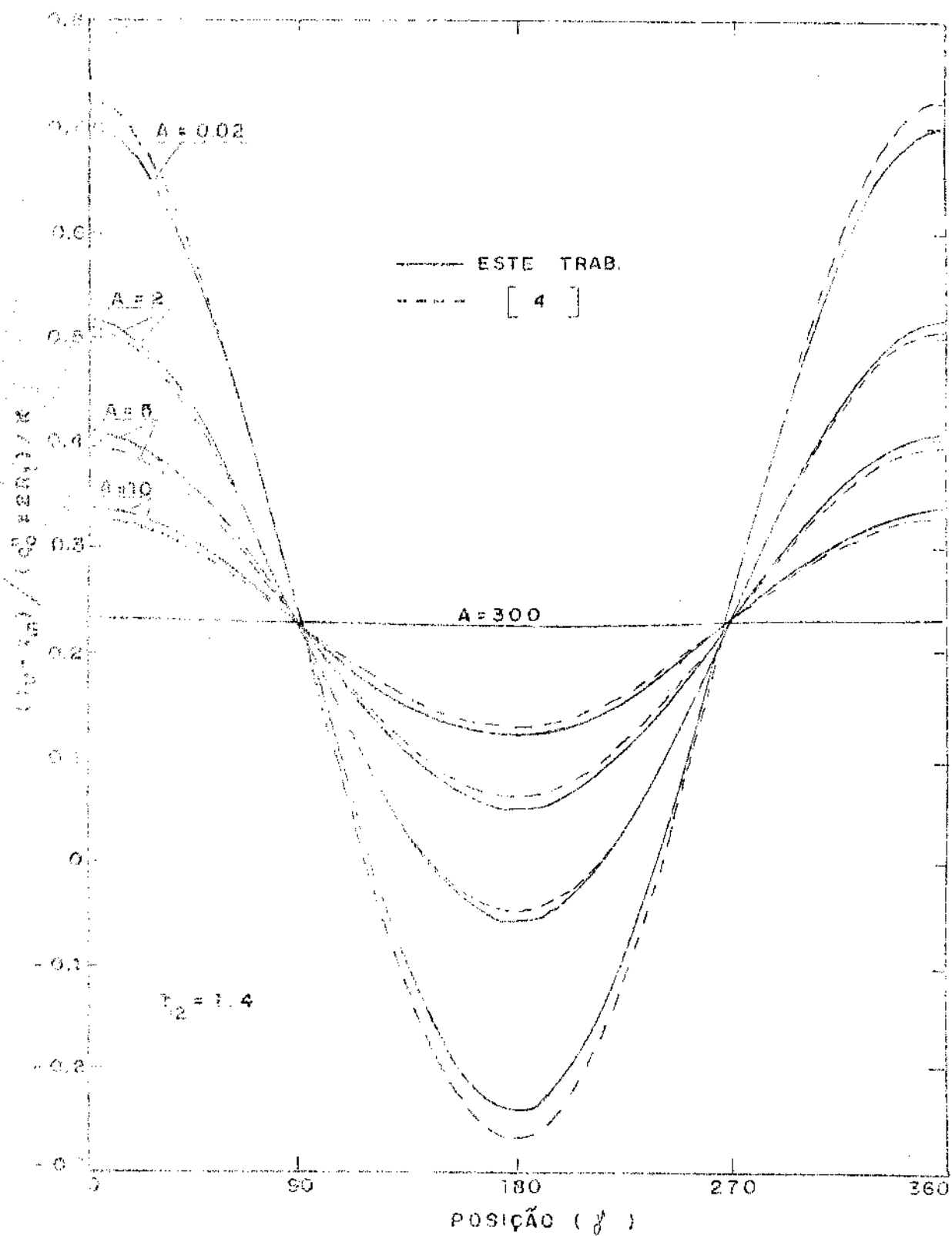


Fig. 4.5 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede espessa, para quatro valores de A .

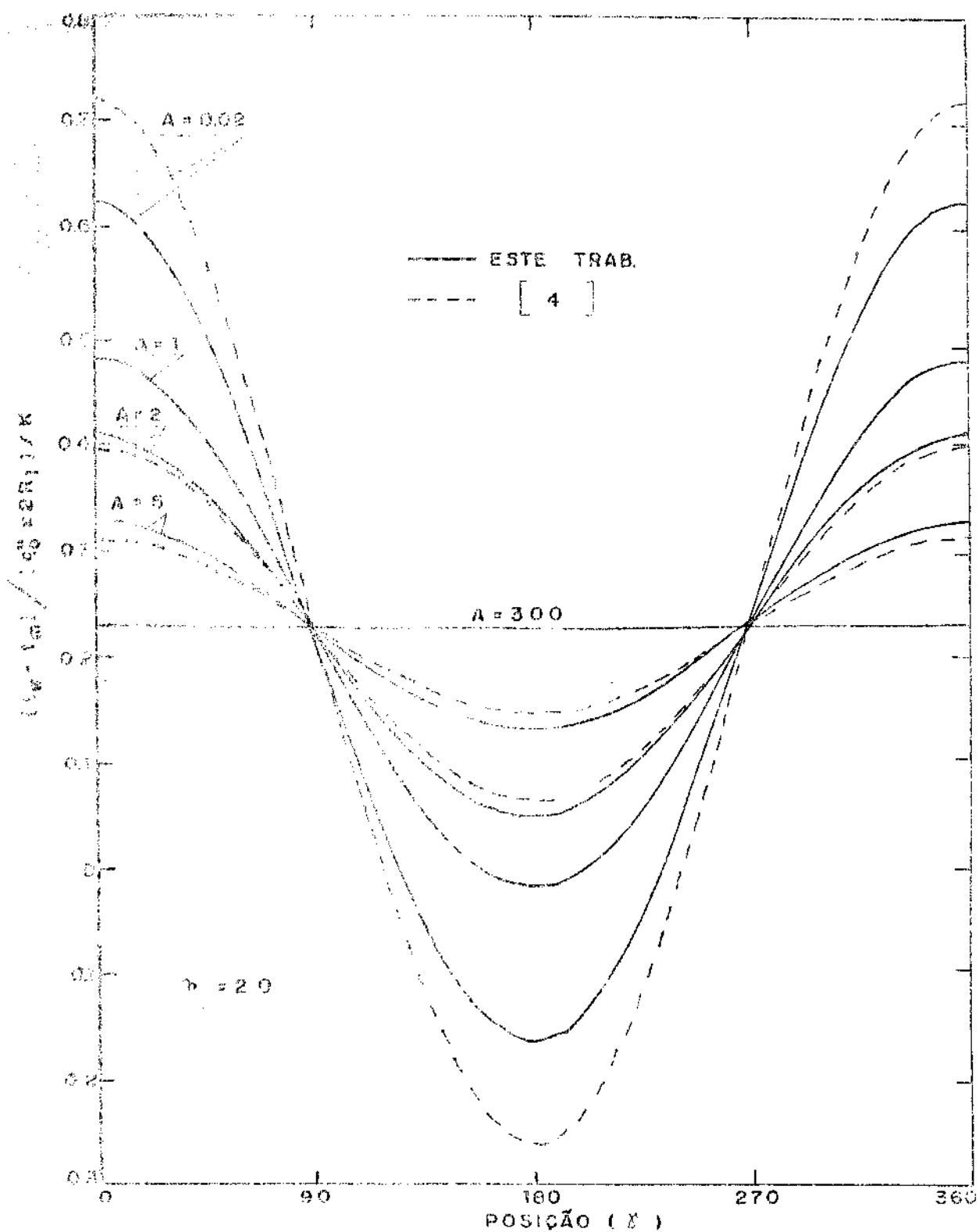


Fig. 4.6 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede muito espessa, para quatro valores de A .

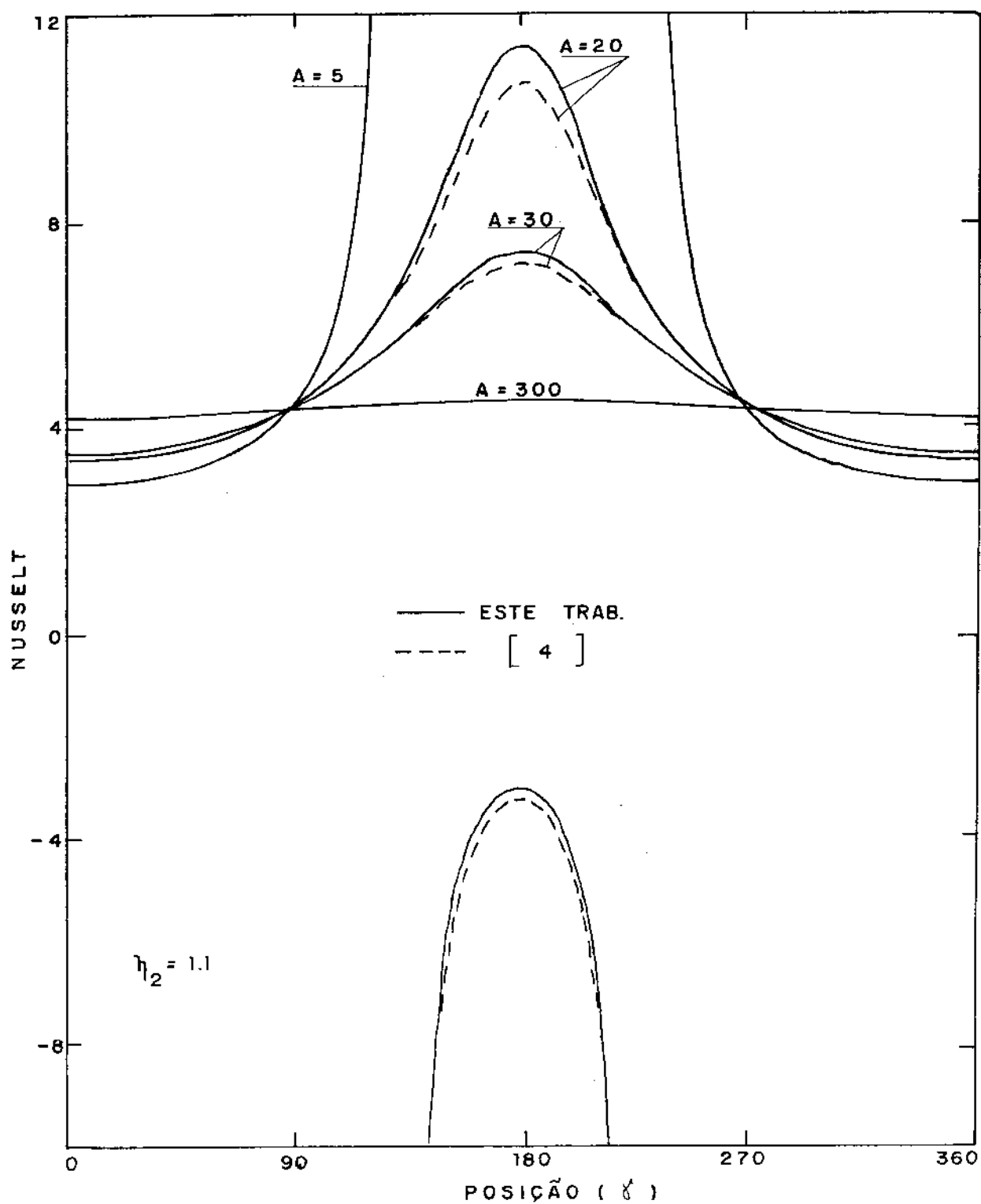


Fig. 4.7 - Comparação do Nu para um tubo de parede fina para quatro valores de A .

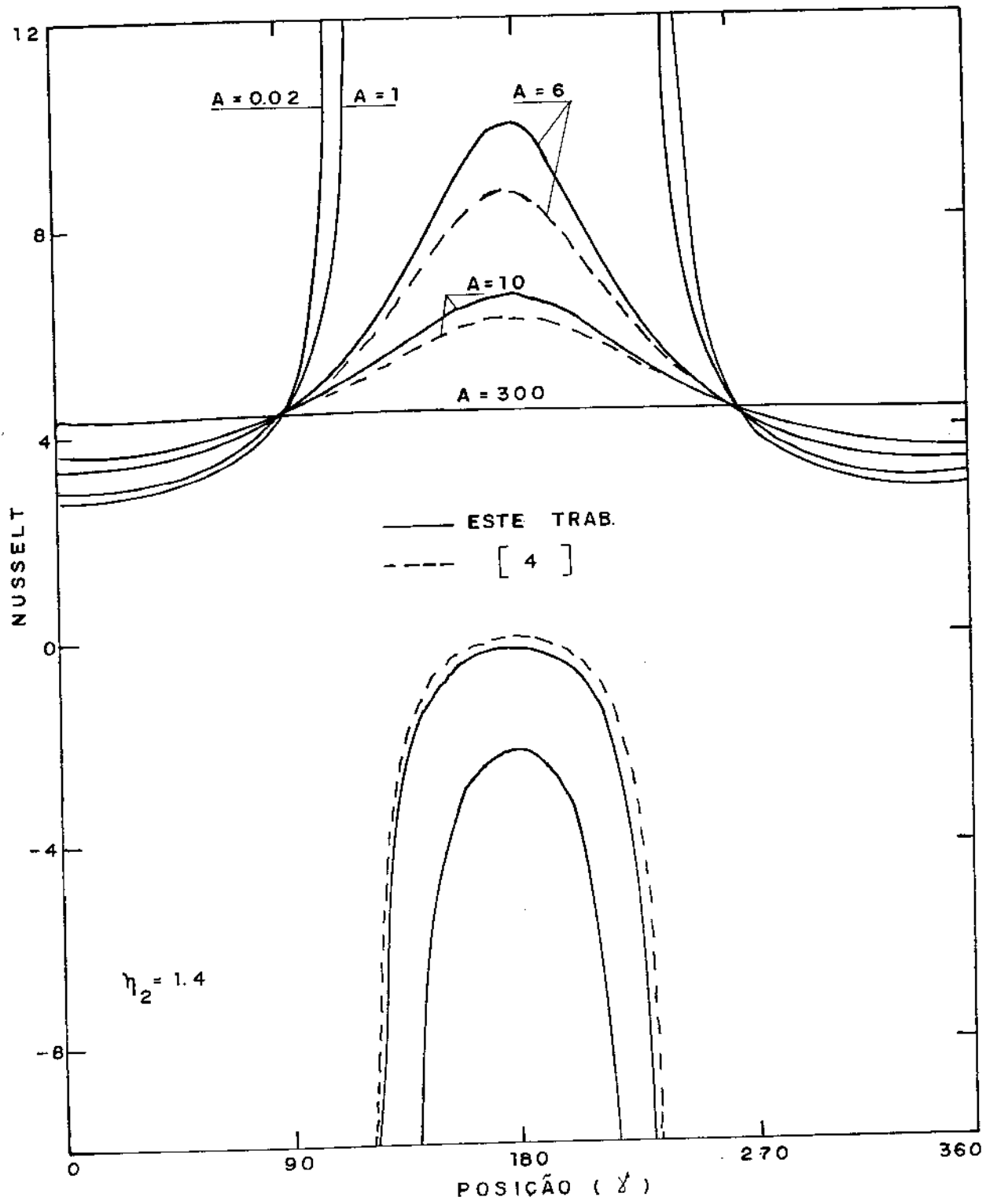


Fig. 4.8 - Comparação do Nu para um tubo de parede espessa para quatro valores de A .

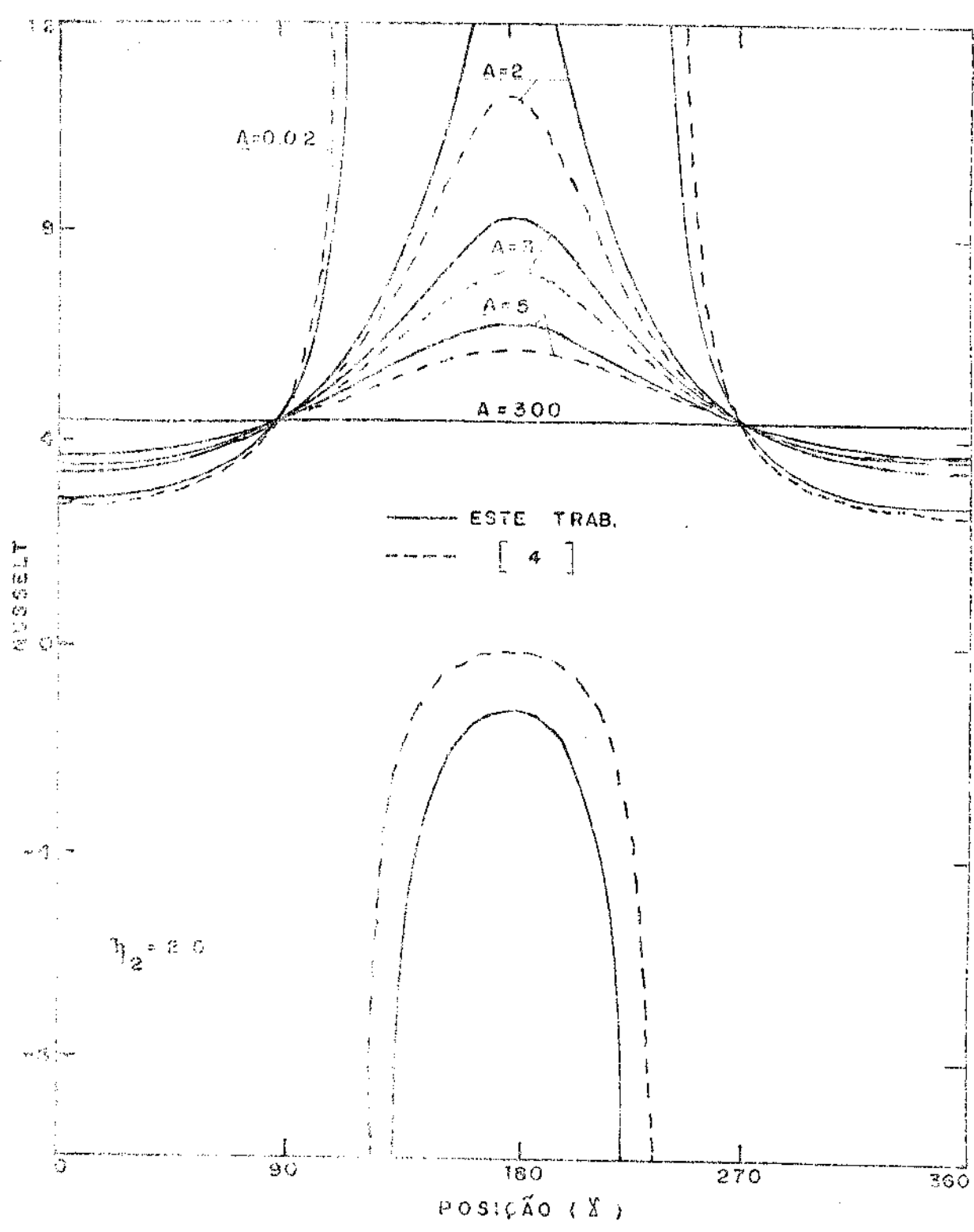


Fig. 4.9 - Comparação do Nu para um tubo de parede muito espessa para quatro valores de A.

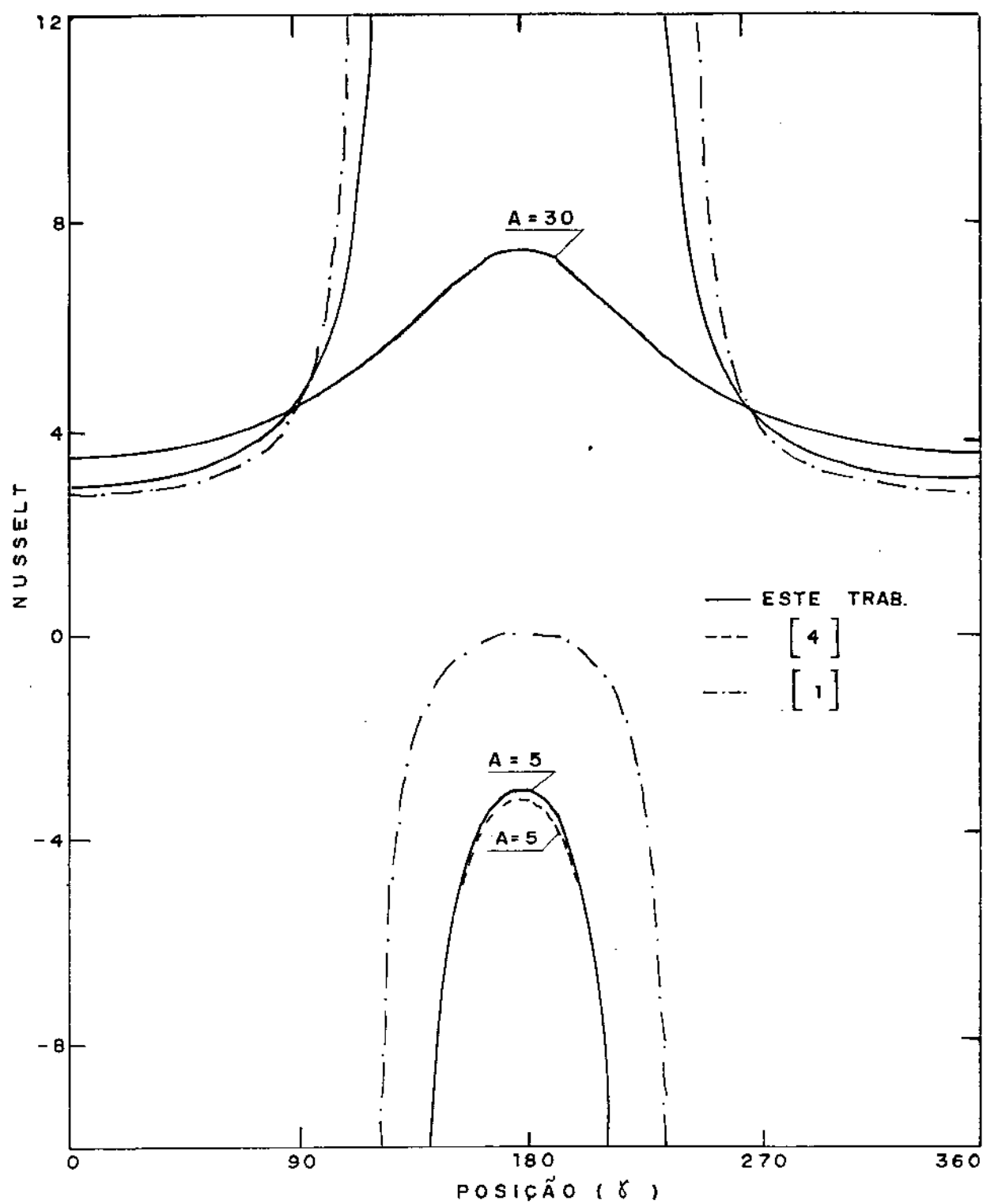


Fig. 4.10 - Comparação do Nu para um tubo de parede fina, considerando o presente trabalho, (1), e (4).

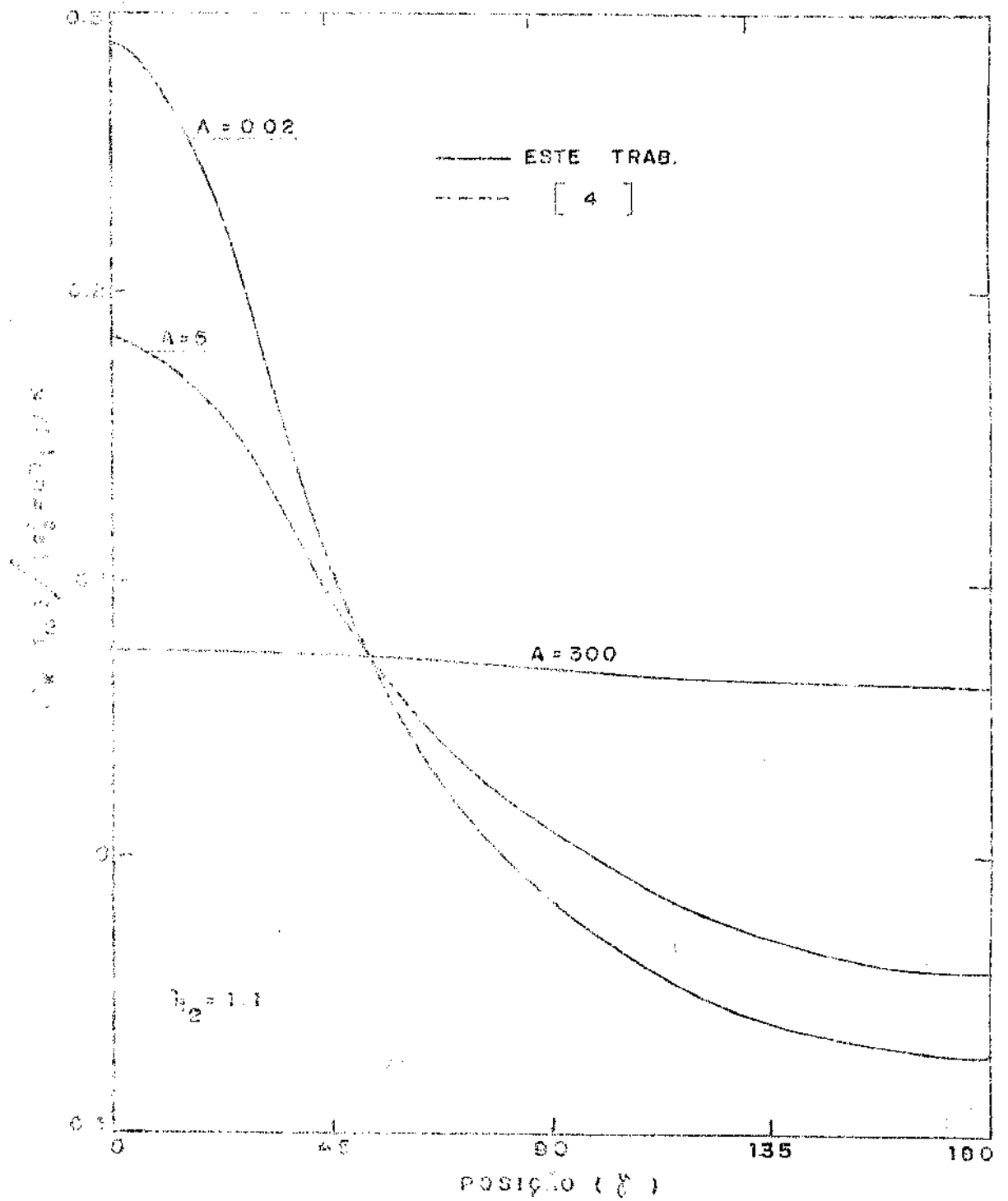


Fig. 4.11 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a correlação deste trabalho e a do trabalho [4], para um tubo de parede fina, para três valores de A .

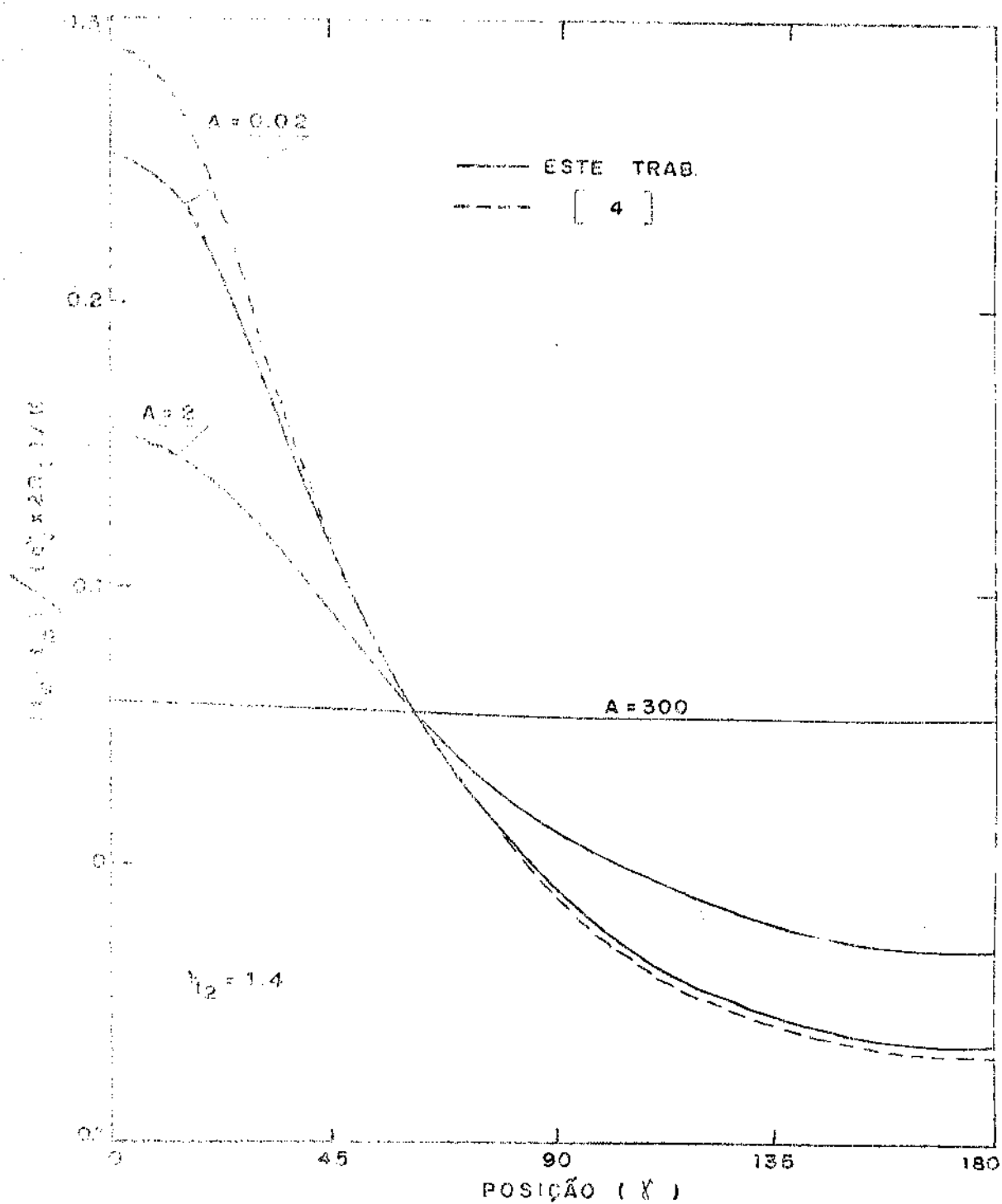


Fig. 4.12 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede espessa, para três valores de A .

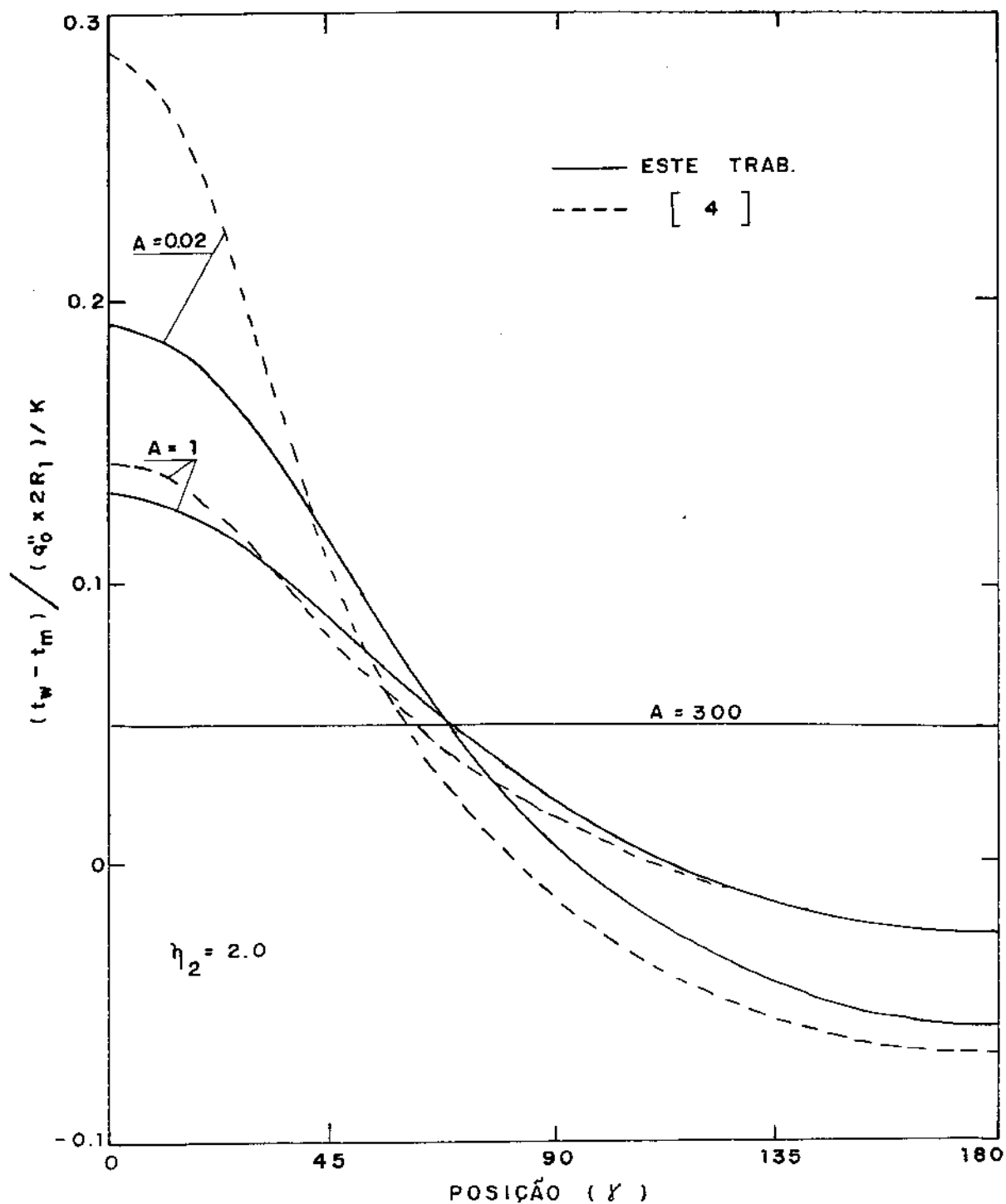


Fig. 4.13 - Comparação entre os perfis de temperatura na interface tubo-fluido obtidos utilizando a formulação deste trabalho e a do trabalho (4), para um tubo de parede muito espessa, para três valores de A .

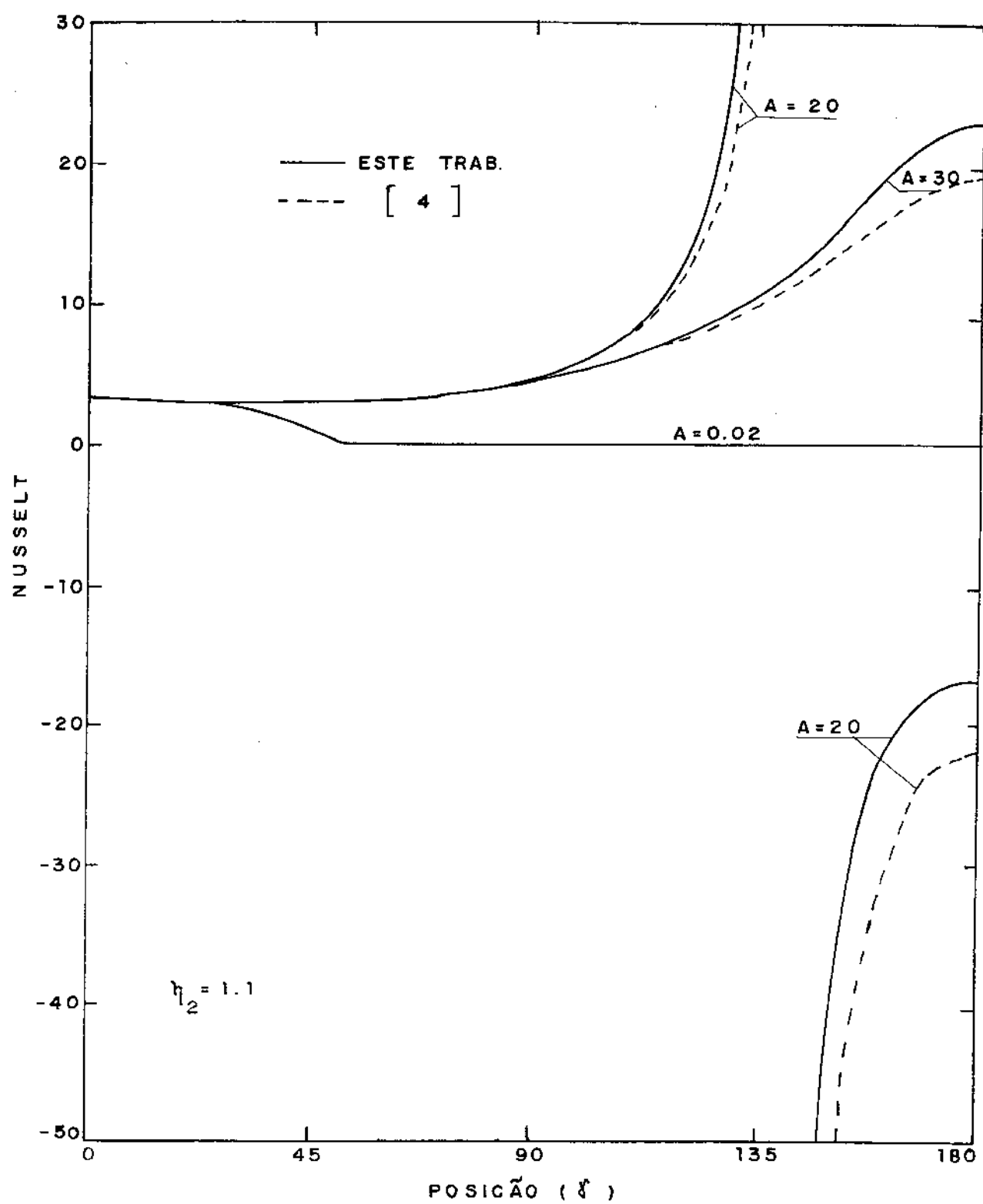


Fig. 4.14 - Comparação do Nu para um tubo de parede fina para três valores de A .

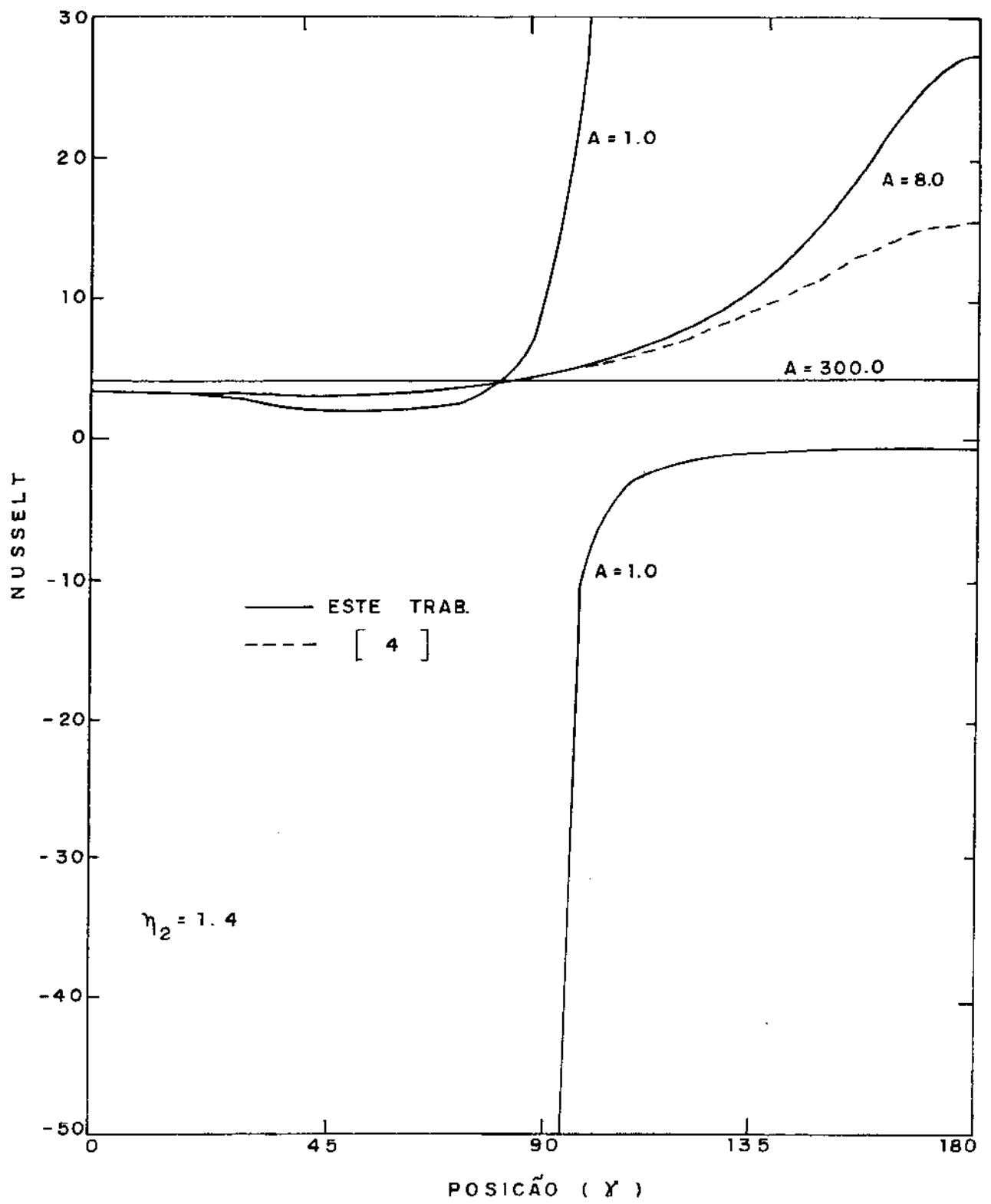


Fig. 4.15 - Comparação do Nu para um tubo de parede espessa para três valores de A .

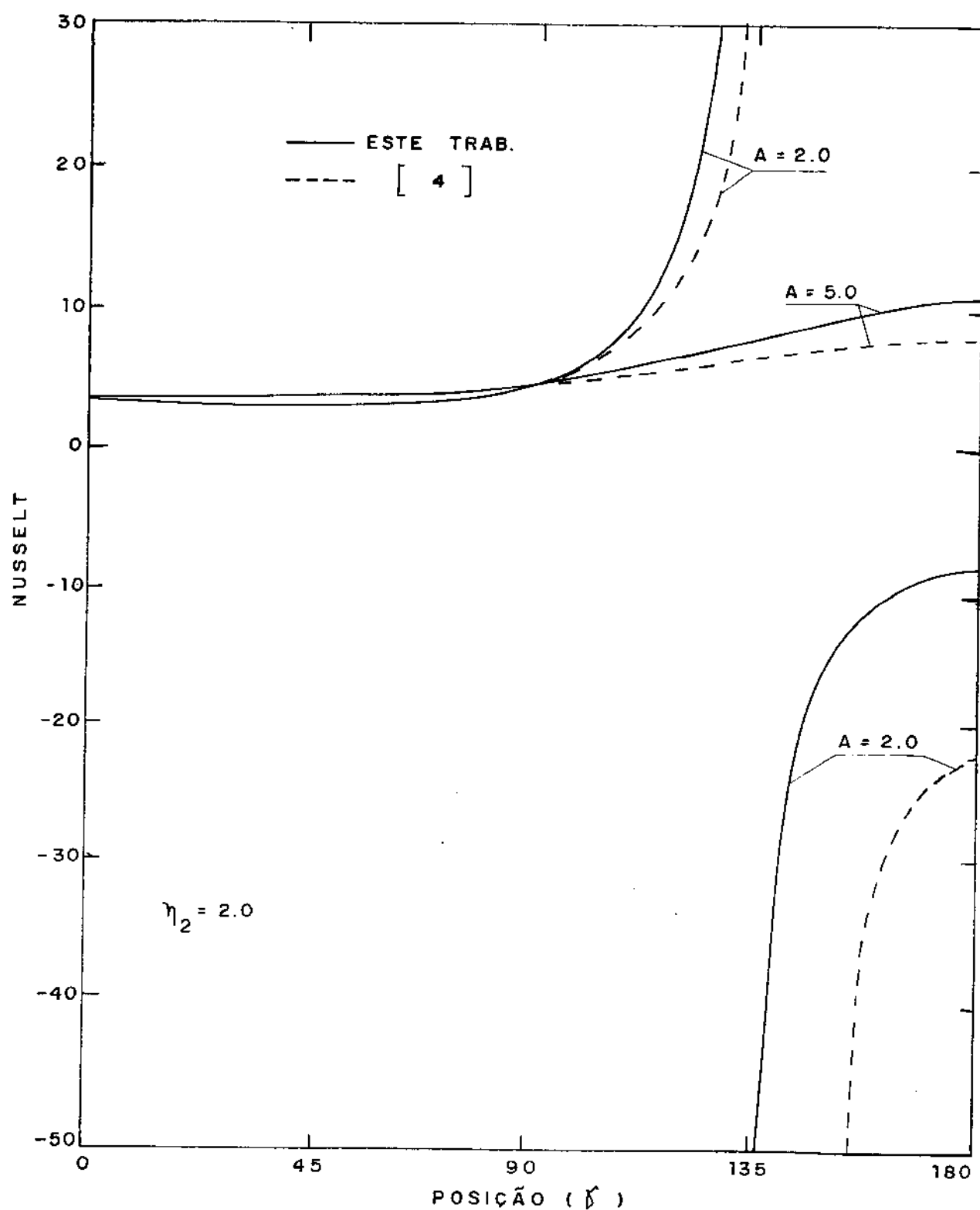


Fig. 4.16 - Comparação do Nu para um tubo de parede muito espessa para dois valores de A .

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

As soluções obtidas e as comparações efetuadas com a literatura no presente trabalho, permitem algumas conclusões gerais que serão abordadas a seguir.

Em primeiro lugar, uma variação circunferencial do fluxo de calor na superfície externa de um tubo não deve ser transferida para a superfície interna do tubo, desprezando-se assim a espessura de parede para permitir um tratamento somente convectivo do problema. A exceção natural é o fluxo de calor circunferencialmente uniforme. Deve ser lembrado que o efeito da condução de calor na parede do tubo é sempre no sentido de uniformizar o fluxo de calor na superfície interna.

Em segundo lugar, os resultados obtidos com o presente estudo indicam a influência tanto do parâmetro geométrico (η_2) da espessura da parede, quanto do parâmetro físico (A), representado pela razão entre as condutibilidades térmicas da parede do tubo e do fluido. Quanto maiores estes dois parâmetros, mais uniforme será o fluxo de calor na superfície interna do tubo e dessa forma também uniformiza o coeficiente convectivo de troca de calor.

Em terceiro lugar, o método utilizado para a solução (séries de Fourier) implica em que a convergência da solução será tanto mais rápida quanto mais suave for a variação circunferencial do fluxo de calor externo. Quando esse fluxo sofre descontinuidades circunferenciais abruptas, a convergência da solução pode ser bastante difícil.

Finalmente, comparando-se os presentes resultados com outros modelos mais simples, como aquele indicado em [4], verifica-se uma coincidência de soluções para determinados valores dos parâmetros adi-

mensionais do problema. Assim, nos casos estudados, os resultados indicam que para paredes delgadas os dois modelos fornecem soluções praticamente idênticas, independentemente do parâmetro físico. Para paredes espessas, o parâmetro físico controla as soluções dos dois modelos, permitindo a sua coincidência apenas para valores altos do valor adimensional (A) .

REFERÊNCIAS

- [1] REYNOLDS, W.C., Heat transfer to fully developed laminar flow in a circular tube with arbitrary circumferential heat flux, J. of Heat Transfer, Trans.ASME, vol. 82, pp. 108-112, 1960.

- [2] SPARROW, E.M. & KROWECH, R.J., Circumferential variations of bore heat flux and outside surface temperature for a solar collector tube, J. of Heat Transfer, Trans.ASME, vol. 99, pp. 360-366, 1977.

- [3] REYNOLDS, W.C., Turbulent heat transfer in a circular tube with variable circumferential heat flux, J. Heat Mass Transfer, vol. 6, pp. 445-454, 1963.

- [4] REYNOLDS, W.C., Effect of wall heat conduction on convection in a circular tube with arbitrary circumferential heat input, Shorter Communications, J. Heat Mass Transfer, vol. 6, pp. 925-930, 1963.

- [5] EDWARDS, D.K., Anisotropic conduction and surface radiation around a hollow cylinder, J. of Heat Transfer, Trans.ASME, vol. 102, pp. 706-708, 1980.

- [6] PISKOUNOV, N., Cálculo diferencial e integral. Edições Lopes da Silva, Porto, 1974, Cap. XVI, p. 272.

- [7] KREITH, F., Princípios da transmissão de calor. São Paulo, Edgard Blücher, 1977, Apêndice III, pp. 515-528.
- [8] KERN, D. Q., Processos de transmissão de calor. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois S.A., 1980, Apêndice, p. 619.