ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA POR Miguel Angel Reyes Mojena E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 12/02/99.

Katia Lucchesi Cavalca
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise e Redução de Estruturas em Confiabilidade

Autor : **Miguel Angel Reyes Mojena**
Orientador: **Katia Lucchesi Cavalca**

02/99

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Análise e Redução de Estruturas em Confiabilidade

Autor : **Miguel Angel Reyes Mojena**
Orientador: **Katia Lucchesi Cavalca**

Curso: Engenharia Mecânica.
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

993826

Campinas, 1999
S.P. - Brasil

BIBLIOT...

UNIDADE BC
N.º CHAMADA:
V. Ex.
TOMBO BC/ 38098
PROC. 229/99
C D X
PREÇO R$ 11,00
DATA 20/07/99
Nº CPD

CM-00125805-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

R33a

Reyes Mojena, Miguel Angel
Análise e redução de estruturas em confiabilidade. / Miguel Angel Reyes Mojena.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Confiabilidade (Engenharia). 2. Modelos mecânicos. 3. Configurações. I. Cavalca, Katia Lucchesi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Análise e Redução de Estruturas em Confiabilidade

Autor : **Miguel Angel Reyes Mojena**
Orientador: **Katia Lucchesi Cavalca Dedini**

Katia Lucchesi Cavalca

Prof. Dr. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
Instituição : FEM / UNICAMP

Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini
Instituição : FEM / UNICAMP

Prof. Dr. Paulo Sergio G. Magalhães
Instituição : FEAGRI / UNICAMP

Campinas, 12 de fevereiro de 1999

Dedicatória

Aos meus filhos, *Claudia* e *Otto Miguel*,

A minha esposa *Adris Díaz*,

Aos meus *pais*

Agradecimentos

À Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedine pela orientação deste trabalho e, fundamentalmente, pelo apoio, compreensão e dedicação em todo este tempo de desenvolvimento deste trabalho de mestrado.

A minha querida esposa Adris Díaz Fernández, pela ajuda incondicional e compreensão neste tempo de separação. Aos meus pais e irmãos, pela ajuda, incentivo, estimulo e apoio incondicional recebido nas diferentes fases pelas quais passamos na vida.

Ao colega e amigo José Antonio Sanchez Guerrero, pela sua valorosa ajuda na atividade de programação.

Ao colega e amigo Hipolito Carvajal Fals, pela sua ajuda que permitiu o desenvolvimento deste trabalho de mestrado.

Ao professor Dr. Franco Giuseppe Dedini, pelas sugestões e apoio recebido

A todos os funcionários do Departamento de Projeto Mecânico por todo o apoio oferecido e atenção sempre manifestados.

A todos meus amigos que, no convívio do trabalho tiveram sua participação direta ou indireta no desenvolvimento deste trabalho.

A CAPES, pelo auxílio de bolsa outorgado, que fez possível o desenvolvimento da pesquisa.

"Cada fracasso ensina ao homem algo que necessita aprender"

Charles Dickens

Índice

Lista de Figuras viii
Lista de Tabelas xii
Nomenclatura xiii
Resumo xv
Abstract xvi

1 . Introdução 1
1.1 - Objetivos do trabalho 3
1.2 - Descrição do Conteúdo da Dissertação 4
2 . Revisão da Bibliografia 6
2.1 - Aspectos Relacionados com a Confiabilidade 6
2.2 - Definição da Confiabilidade 7
2.3 - Desenvolvimento do Tema da Confiabilidade 8
3 . Definições Básicas 14
3.1 - Outros Conceitos Fundamentais 15
3.2 - Características das Principais Funções para a Análise da Confiabilidade 17
3.3 - Elementos Básicos para o Cálculo da Confiabilidade em Estruturas 24
3.3.1 - Dados Necessários da Metodologia Proposta para Estimar a Confiabilidade nas Estruturas *25*
3.4 - Funções de Distribuição de Probabilidade para a Análise da Confiabilidade 33
Aplicações *34*
3.4.1 - Lei de Distribuição Exponencial *35*
3.4.2 - Lei de Distribuição de Rayleigh *35*
3.4.3 - Lei de Distribuição Gamma *36*
3.4.4 - Lei de Distribuição Normal *38*
3.4.5 - Lei de Distribuição Lognormal *39*
3.4.6 - Lei de Distribuição de Weibull *39*
3.4.6.1 - Influência dos Parâmetros de Weibull nas Principais Funções Características de Confiabilidade . 42

4 . Aspectos Relacionados com a Confiabilidade de Sistemas 46
4.1 - CONFIABILIDADE EM ESTRUTURAS SIMPLES 47
4.1.1 - Confiabilidade de uma Conexão em Série 47
4.1.2 - Confiabilidade de uma Conexão em Paralelo 49
4.1.3 - Confiabilidade nas Conexões Delta e Estrela 51
4.1.4 - Confiabilidade de uma Conexão R-em-N 54
4.1.5 - Confiabilidade de uma Conexão Trimodular 55
4.1.6 - Confiabilidade de uma Conexão Stand-by 56
4.2 - CONFIABILIDADE EM ESTRUTURAS COMPLEXAS 57
4.2.1 - Método do Grupo Mínimo de Corte 59
4.2.2 - Método do Grupo Mínimo de Ligação 62
4.2.3 - Método da Árvore de Eventos 64
4.2.4 - Método da Árvore de Falhas 67
4.2.5 - Método da Decomposição 71
4.2.6 - Método de Inspeção 72
4.2.7 - Método da Matriz Conexão 74
5 . Metodologia de Cálculo para a estimativa da Confiabilidade nas Estruturas 78
5.1 - CONFIGURAÇÃO GERAL DO PROGRAMA "CALCONF" PARA O CÁLCULO DA CONFIABILIDADE ... 78
5.2 - METODOLOGIA DE CÁLCULO UTILIZADA NAS ESTRUTURAS DE CONFIGURAÇÃO SIMPLES 81
5.3 - METODOLOGIA DE CÁLCULO UTILIZADA NAS ESTRUTURAS DE CONFIGURAÇÃO COMPLEXA 93
5.3.1 - Metodologia de Cálculo para o Método da Inspeção Modificado 95
5.3.1.1 - Técnica da Árvore Binária 96
5.3.1.2 - Aplicação do Método da Inspeção Modificado 101
5.3.2 - Metodologia de Cálculo do Método da Matriz Conexão 113
5.3.2.1 - Aplicação do Método da Matriz Conexão 116
6 . Análise de Resultados 125
6.1 - SIMULAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE UMA ESTRUTURA DE CONFIGURAÇÃO SIMPLES 125
6.2 - SIMULAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE UMA ESTRUTURA DE CONFIGURAÇÃO COMPLEXA 128
6.2.1 - Estimativa da Confiabilidade pelo Método da Inspeção Modificado 129
6.2.2 - Estimativa da Confiabilidade pelo Método da Matriz Conexão 136
6.2.3 - Análise de Resultados de Confiabilidade Obtidos em Estruturas de Configuração Complexa pelos Métodos da Inspeção Modificado e da Matriz de Conexão 141
6.2.4 - Análise da Sensibilidade dos Componentes de uma Estrutura de Configuração Complexa149
7 . Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos 151
7.1 - QUANTO AOS OBJETIVOS 151
7.2 - QUANTO AS SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS 152
8 . Referências Bibliográficas 154

Lista de Figuras

Figura 2.1 : Escala de Probabilidade 6

Figura 3.1 : Função de Confiabilidade 19

Figura 3.2 : Função de Probabilidade de Falha ou Mortalidade. 21

Figura 3.3 : Função densidade de Probabilidade de Falha Hipotética $f(t)$ *em função da vida* t . 22

Figura 3.4 : Função Taxa de Falha em função da vida do Equipamento (Curva da Banheira). 24

Figura 3.5 : Ensaio Completo. 28

Figura 3.6 : Ensaio com Censura à Direita. 29

Figura 3.7 : Ensaio com Censura à Esquerda. 30

Figura 3.8 : Ensaio com Censura Múltipla. 30

Figura 3.9 : Influência do Parâmetro β *em* $f(t)$ *para* α *constante.* 42

Figura 3.10 : Influência do Parâmetro β *na Função de Confiabilidade* $R(t)$ 43

Figura 3.11 : Influência do Parâmetro β *na Função de Probabilidade de Falha* $F(t)$ 43

Figura 3.12 : Influência do Parâmetro β *na Função Taxa de Falha* $\lambda(t)$ 44

Figura 3.13 : Variação de $F(t)$ *em função do parâmetro* α *para diferentes valores do parâmetro* β . 45

Figura 4.1 : Estrutura ou Sistema Conectado em Série. 48

Figura 4.2 : Área Associada à Probabilidade de Falhas do Sistema Conectado em Série. 48

Figura 4.3 : Estrutura ou Sistema Conectado em Paralelo. 50

Figura 4.4 : Área Associada à Probabilidade de Falhas do Sistema Conectado em Paralelo. 50

Figura 4.5 : Estrutura Delta-Estrela. 52

Figura 4.6 : Estrutura R-em-N 54

Figura 4.7 : Estrutura Trimodular 55

Figura 4.8 : Estrutura Stand-by. 56

Figura 4.9 : Estrutura Complexa Convencional (Série Paralelo). 58

Figura 4.10 : Estrutura Complexa não Convencional tipo "bridge" (Ponte Simples). 58

Figura 4.11 : Estrutura Complexa não Convencional tipo Ponte Dupla. 58

Figura 4.12 : Analise de uma Estrutura Complexa pelo Método do Grupo Mínimo de Corte. 60

Figura 4.13 : Analise de uma Estrutura Complexa pelo Método do Grupo Mínimo de Ligação. 62

Figura 4.14 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Árvore de Eventos. 64

Figura 4.15 : Árvore de Eventos da Estrutura Complexa Analisada. 65
Figura 4.16 : Esquema de Funcionamento de um motor elétrico. 68
Figura 4.17 : Esquema da Árvore de Falhas para o Exemplo Analisado. 69
Figura 4.18 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Inspeção. 72
Figura 4.19 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Matriz Conexão. 74
Figura 4.20 : Matriz de Conexão Inicial da Estrutura Analisada. 75
Figura 4.21 : Matriz Resultante do Método de Matriz de Conexão. 76
Figura 5.1 : Configuração Geral do Programa Computacional "CALCONF" 79
Figura 5.2 : Janela de Apresentação do Programa Computacional "CALCONF". 80
Figura 5.3 : Menu de Cálculo do Programa "CALCONF" (Confiabilidade no Tempo). 80
Figura 5.4 : Menu de Cálculo do Programa "CALCONF" (Seleção do Tipo de Estrutura). 81
Figura 5.5 : Configuração do Programa Computacional para a Análise de uma Estrutura Simples. 82
Figura 5.6 : Subrotinas de Cálculo empregadas no Programa "CALCONF" para analisar as Estruturas Simples 82
Figura 5.7 : Opções que podem ser feitas após a Análise de uma Estrutura Simples. 83
Figura 5.8 : Estrutura Simples Conectada em Série. 83
Figura 5.9 : Janela para Escolher o Tipo de Conexão que apresenta a Estrutura Analisada. 84
Figura 5.10 : Janela para Entrada do Número de Componentes da Estrutura. 84
Figura 5.11 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes. 85
Figura 5.12 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada. 86
Figura 5.13 : Janela para Entrada do Número de Intervalos de Tempo. 87
Figura 5.14 : Janela para Escolha das Unidades e Entrada do Valor da Variável Tempo. 87
Figura 5.15 : Janela para Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes em cada Intervalo de Tempo. 88
Figura 5.16 : Janela de Resultados para a Análise de Confiabilidade de uma Estrutura de forma Contínua. 89
Figura 5.17 : Janela de Seleção do Componente para Análise de Sensibilidade. 89
Figura 5.18 : Janela de Entrada de Dados das Estruturas Delta-Estrela. 90
Figura 5.19 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade de Componentes Idênticos da Estrutura em Delta 91
Figura 5.20 : Janela com o Valor de Confiabilidade dos Componentes em Estrela. 92
Figura 5.21 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade de Componentes Diferentes da Estrutura em Delta. 92
Figura 5.22 : Janela de Resultado da Transformação da Estrutura Delta em Estrela. 93
Figura 5.23 : Configuração da parte do Programa "CALCONF" para Analisar Estruturas Complexas. 94
Figura 5.24 : Configuração da Metodologia do Método da Inspeção Modificado. 95
Figura 5.25 : Diagrama de Inclusão da Floresta. 97
Figura 5.26 : Representação Hierárquica da Árvore. 98
Figura 5.27 : Esquematização de uma Árvore Binária. 99
Figura 5.28 : Expressão Aritmética Representada como Árvore Binária. 99

Figura 5.29 : Estrutura Complexa Série – Paralelo. 101
Figura 5.30 : Árvore Binária. 101
Figura 5.31 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o Passo 1. 102
Figura 5.32 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o Passo 2. 103
Figura 5.33 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o Passo 3. 103
Figura 5.34 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o Passo 4. 104
Figura 5.35 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o Passo 5. 104
Figura 5.36 : Janela para a Escolha do Método de Cálculo em Estruturas Complexas. 105
Figura 5.37 : Janela de Entrada do Número de Sistema que formam a Estrutura. 105
Figura 5.38 : Janela de Edição. 106
Figura 5.39 : Janela de Verificação de Dados. 107
Figura 5.40 : Janela de Resultados para a Análise da Confiabilidade Pontual de uma Estrutura Complexa. 108
Figura 5.41 : Estrutura Resultante da Alteração da Estrutura Complexa Inicial. 109
Figura 5.42 : Janela para Escolha do Sistema a ser Alterado. 109
Figura 5.43 : Janela para Escolha dos Dado do Sistema a serem Alterados. 110
Figura 5.44 : Janela de Seleção do Novo Tipo de Conexão. 110
Figura 5.45 : Janela Auxiliar para Variar o Número de Componentes. 111
Figura 5.46 : Janela Auxiliar para a Entrada da Nova Quantidade de Componentes. 111
Figura 5.47 : Janela Auxiliar para a Entrada de Dados. 112
Figura 5.48 : Janela para Entrada do Valor de Confiabilidade do Novo Componente. 112
Figura 5.49 : Nova Janela de Resultados. 113
Figura 5.50 : Configuração da Metodologia da Matriz Conexão. 114
Figura 5.51 : Diferentes Caminhos de Sucesso e Nós Característicos Associados. 115
Figura 5.52 : Janela de Entrada do Número Total de Nós Característicos dos Caminhos de Sucesso Presentes na Estrutura. 117
Figura 5.53 : Janela para o Montagem da Matriz de Conexão. 118
Figura 5.54 : Janela Auxiliar para o Montagem da Matriz de Conexão. 118
Figura 5.55 : Janela Auxiliar para Entrar o Valor da Confiabilidade dos Componentes. 119
Figura 5.56 : Matriz de Conexão da Estrutura Analisada. 120
Figura 5.57 : Matriz Resultante da Matriz de Conexão. 120
Figura 5.58 : Eventos Associados aos Caminhos de Sucessos. 121
Figura 5.59 : Janela de Resultado. 122
Figura 5.60 : Janela para a Seleção de uma nova Opção de Cálculo. 122
Figura 6.1 : Transmissão Hipotética de um Veículo. 126
Figura 6.2 : Conexão em Série dos Componentes da Transmissão. 126
Figura 6.3 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada. 127
Figura 6.4 : Janela com os Valores da Confiabilidade da Estrutura para os Diferentes Intervalos de Tempos Analisados. 128
Figura 6.5 : Estrutura Complexa Convencional. 129

Figura 6.6 : Árvore Binária da Estrutura Complexa Analisada. 130
Figura 6.7 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada. 131
Figura 6.8 : Estrutura Complexa Resultante da Modelagem do Sistema de Freio Analisado. 133
Figura 6.9 : Árvore Binária da Estrutura Analisada. 134
Figura 6.10 : Janela com os Valores da Confiabilidade da Estrutura Complexa para os Diferentes Intervalos de Tempo Analisados. 136
Figura 6.11 : Sistema para Fornecer Oxigênio às Capsulas Espaciais. 137
Figura 6.12 : Modelagem do Sistema de Fornecimento de Oxigênio. 138
Figura 6.13 : Estrutura Resultante para a Análise pelo Método da Matriz Conexão. 140
Figura 6.14 : Janela dos Valores de Confiabilidade do Sistema para os Diferentes Intervalos de Tempo. 141
Figura 6.15 : Transformação de uma Estrutura Complexa Não Convencional para Convencional. 142
Figura 6.16 : Esquema de uma Tubulação Industrial Hipotética. 143
Figura 6.17 : Estrutura e Árvore Binária correspondente à Tubulação Industrial Analisada. 144
Figura 6.18 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Inspeção Modificado. 145
Figura 6.19 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Matriz de Conexão. 146
Figura 6.20 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Inspeção Modificado. 147
Figura 6.21 : Nós Característicos de entrada e Saída dos Componentes da Estrutura. 147
Figura 6.22 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Matriz de Conexão. 148
Figura 6.23 : Nós característicos dos componentes da Estrutura. 149

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 : Dados Resultantes do Ensaio Empregado. 32
Tabela 3.2 : Resultados Obtidos pelo Método da Categoria Mediana 33
Tabela 3.3 : Principais Funções de Distribuições Estatísticas e suas Aplicações. 34
Tabela 4.1 : Combinações entre as Unidades e o Subsistema Central. 55
Tabela 5.1: Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso. 116
Tabela 6.1 : Tabela de Resultados 127
Tabela 6.2 : Tabela de Informação dos Nós da Árvore Binária 130
Tabela 6.3 : Tabela de Dados dos Componentes da Estrutura 132
Tabela 6.4 : Valores de Confiabilidade dos Componentes para Diferentes Intervalos 132
Tabela 6.5 : Tabela de Informação dos Nós da Árvore Binária. 135
Tabela 6.6 : Valor de Confiabilidade do Sistema para Diferentes Interações 139
Tabela 6.7 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso. 140
Tabela 6.8 : Tabela de Informação dos Sistemas da Estrutura Analisada. 145
Tabela 6.9 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso. 148
Tabela 6.10 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso. 150
Tabela 6.11 : Valores de Confiabilidade da Estrutura em cada Iteração. 150

Nomenclatura

Letras Latinas

e - constante de Euler

F - falha

$f(t)$ - função densidade de probabilidade de falha

Fs - mortalidade do sistema

$F(t)$ - função de probabilidade de falha

n - número de componentes

$Nf(t)$ - número de itens que falharam durante o período de vida t

$No(O)$ - número de itens postos inicialmente a prova

$Ns(t)$ - número de itens sobreviventes

p - probabilidade de sucesso do componente

P_{ch} - probabilidade de sucesso da ação do chaveamento

q - probabilidade de falha do componente

R_{ch} - confiabilidade do chaveamento

Rs - confiabilidade do sistema

$R(t)$ - função de probabilidade do trabalho sem falha

Rv - confiabilidade do subsistema central

r - quantidade acumulada de falhas

S - suspensão

t - variável tempo

T - eventos

x - variável aleatória

Letras Gregas

α - parâmetro de escala

β - parâmetro de forma

γ - parâmetro de locação ou vida inicial

Γ - função Gamma

$\lambda(t)$ - função taxa de falha

μ - valor médio

σ - desvio padrão

Subscritos

i, j, k - contadores

Resumo

REYES, Miguel Angel, *Análise e Redução de Estruturas em Confiabilidade,* Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999, 158 p. Dissertação (Mestrado).

A avaliação da ***confiabilidade*** em sistemas torna-se complexa quando o número de componentes é elevado, ou ainda para o caso de sistemas de configuração complexa. Este trabalho teve por objetivo elaborar um procedimento de cálculo para estimativa da confiabilidade, nestes casos, através de um programa computacional desenvolvido em ***Visual Basic***., que permite reduzir estes sistemas, a um componente equivalente com um valor de confiabilidade igual ao da estrutura completa. As estruturas simples são reduzidas empregando-se métodos, implementados segundo o tipo de conexão padronizada (série, paralelo, etc.). Para a análise das estruturas de configuração complexas, são empregados os *métodos da inspeção modificado* e *da matriz conexão.* A metodologia apresentada neste trabalho constitui uma ferramenta que pode ser empregada para estimar a confiabilidade em linhas de produção ou sistemas modelados como estruturas. O valor da confiabilidade nas estruturas analisadas pode ser estimada num instante de tempo, ou para vários intervalos de tempo num período de 0 a *t,* obtendo, neste caso, os valores de confiabilidade e mortalidade da estrutura para cada intervalo, e as curvas destas funções no tempo de forma gráfica.

Palavras Chave

- Confiabilidade, Estruturas, Redução de Sistemas.

Abstract

REYES, Miguel Angel, *Analysis and Reduction of Structures in Reliability*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999, 158 p. Dissertação (Mestrado).

The evaluation of the ***reliability*** in systems becomes complex when the number of components is high, or for the case of systems of complex configuration. This work had the objective of elaborate the calculation procedure to estimate the reliability in these cases, through computational software developed in ***Visual Basic***. That allows to reduce these systems to an equivalent component with a reliability value corresponding to the reliability of the complete structure. The simple structures are reduced using direct methods that were implemented according to the type of standardized connection (series, parallel, etc.). In the analysis of the structures with complex configuration, the *modified inspection method* and the *connection matrix method* are used. The methodology presented in this work constitutes a tool that can be used to evaluate the reliability in production lines or systems modeled as structures. The value of the reliability in the analyzed structures can be obtained for a certain instant of time, and for several times, giving the reliability and mortality curves of the structures graphically.

Key Words

- Reliability, Structures, Reductions of Systems.

Capítulo 1

Introdução

Na sociedade moderna os engenheiros são responsáveis pelo projeto, fabricação e operação dos produtos e sistemas mais simples aos mais complexos. Uma falha muitas vezes, provoca inconvenientes e diversos impactos na sociedade e no meio ambiente. Tudo isso faz com que o cliente tenha como principal expectativa adquirir produtos confiáveis e seguros.

Uma pergunta que sempre surge é: "quão confiáveis ou quão seguros serão os sistemas ou produtos na sua vida futura de operação".

A resposta pode envolver o emprego quantitativo da avaliação da confiabilidade, alcançada por meio de teorias de probabilidades e estatística. Desta forma, técnicas para avaliar a confiabilidade são desenvolvidas e utilizadas no projeto e operação de sistemas simples e complexos, sendo a confiabilidade um indicador que permite estimar como o sistema pode falhar e as conseqüências da falha, além de permitir a engenheiros e empresários relacionar o custo dos sistemas e o capital de investimento, permitindo desenvolver um projeto de qualidade o mais econômico possível.

Combinado ao rápido avanço da tecnologia, o desenvolvimento de produtos altamente sofisticados, a intensa competição global, e o incremento da expectativa do cliente, fazem com que a confiabilidade seja um dos problemas fundamentais da engenharia. Mas, não foi apenas no período compreendido entre os anos 1930-1940, durante a Segunda Guerra Mundial, que os conceitos de confiabilidade foram utilizados com profundidade. Inicialmente,

foram utilizados na indústria aeronáutica, para conhecer e comparar a qualidade entre duas ou mais máquinas, motores, etc. e poder definir a melhor entre estas.

Durante os anos 30, a confiabilidade teve um incremento lento, apoiado pelo desenvolvimento da ciência da navegação aérea, considerando-se questões como: o significado da razão de falhas e o valor médio do número de falhas, que ocorriam em naves aéreas ou aviões. Em 1940, requerimentos da ciência da navegação aérea começaram a ser expressos em termos de número de acidentes (exemplo: 1 por 100000 horas de vôo).

Na Alemanha, com o desenvolvimento dos mísseis V-1 e V-2, os conceitos de confiabilidade foram muito empregados na realização de novas provas.

A partir dos anos 50, começou o desenvolvimento da indústria nuclear, e o uso do conceito de confiabilidade foi muito mais utilizado no projeto de usinas de energia nucleares e seus sistemas de controle. Nesta época, os fundamentos da teoria da confiabilidade foram surgindo progressivamente, utilizando-se esta técnica em quase todos os trabalhos desenvolvidos, desde missões espaciais, até sistemas computadorizados, softwares complexos, indústrias de processamento químico, etc.

Neste período, os fundamentos da teoria da confiabilidade foram, então, bem trabalhados e estudados, e a tecnologia da confiabilidade foi sendo aplicada a quase maioria dos desenvolvimentos da época.

O grande *"blackout"* de 1965 dos estados do norte dos EUA, resultou num forte impulso à aplicação mais técnica dos conceitos de confiabilidade no projeto e na expansão dos sistemas de energia elétrica.

Autores como Sotskov (1972), concordam que, na atualidade, o emprego das técnicas de confiabilidade são muitos freqüentes e, fundamentalmente, deve-se às seguintes causas:

a) - Aumento da complexidade dos sistemas técnicos;

b) - A intensidade dos regimes de trabalho e funcionamento do sistema ou de suas partes individuais : alta temperatura, altas pressões e altas velocidades;

c) - A complexidade das condições nas que se explora o sistema técnico, por exemplo: baixa ou alta temperatura, alta umidade, vibrações, aceleração, radiação, etc.;

d) - As exigências de qualidade de trabalho do sistema : desempenho, efetividade, etc.;

e) - Ao aumento da responsabilidade das funções cumpridas pelo sistema, e o alto valor técnico e econômico da interrupção brusca da falha;

f) - À automatização total ou parcial e à exclusão da participação direta do homem, quando suas funções são cumpridas pelo sistema técnico, e finalmente, a exclusão da observação contínua e do controle por parte do homem.

Por tudo isto é que um projeto efetivo de um artigo, componente ou sistema, requer o emprego de questões como confiabilidade, manutenção, mantenabilidade e disponibilidade.

1.1 - Objetivos do trabalho

A avaliação da confiabilidade em sistemas torna-se difícil quando o número de componentes é elevado, ou para o caso de sistemas ou estruturas que apresentam uma configuração complexa.

Nestes casos, é necessário empregar metodologias que permitam analisar estruturas deste tipo, motivo pelo qual este trabalho tem por objetivos:

a) - Elaborar um procedimento de cálculo para estimativa da confiabilidade, por meio de um programa computacional desenvolvido em ***Visual Basic***;

b) - Estimar valores da confiabilidade de estruturas com configuração simples e complexas de forma pontual (num instante de tempo t), e de forma contínua (para um período de tempo estabelecido de 0 a t), obtendo, neste caso, os resultados de forma gráfica;

c) - Avaliar a sensibilidade que possuem os componentes que apresentam as estruturas complexas, ou seja, como influenciam estes no resultado da estimativa da confiabilidade de uma estrutura analisada.

1.2 - Descrição do Conteúdo da Dissertação

Este trabalho apresenta, no Capítulo 2, os principais aspectos relacionados com o termo da confiabilidade, as definições de confiabilidade expostas por diferentes autores, pesquisadores do tema, e o desenvolvimento do tema até a atualidade.

No Capítulo 3 são apresentados conceitos e funções básicas relacionadas com a análise da confiabilidade de componentes e sistemas. As formas utilizadas para determinar os dados de confiabilidade dos componentes, que são necessários para a estimativa da confiabilidade nas estruturas, segundo a metodologia de cálculo desenvolvida neste trabalho. Também são apresentadas as características principais das leis de distribuições estatísticas de probabilidades, que são empregadas para o processamento dos dados, obtidos a partir de testes de vida aplicados aos componentes que formam as estruturas ou sistemas.

As formas de estimar o valor da confiabilidade nas estruturas ou sistemas, são calculadas conhecendo-se o tipo de conexão entre os componentes que estas apresentam, e o tipo de estruturas ou sistemas (se simples ou complexa). O Capítulo 4 mostra as diferentes formas básicas de conexões possíveis entre os componentes, estudadas por vários autores, além de mostrar, de forma geral, os principais métodos de cálculo utilizados no caso de estruturas de configuração complexa.

A metodologia desenvolvida neste trabalho é discutida, de forma geral, no Capítulo 5, onde também são explicadas novas técnicas empregadas para facilitar os métodos de cálculo nas estruturas de configuração complexa.

A análise dos resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta neste trabalho, é apresentada no Capítulo 6, onde são simulados cálculos de estruturas de diferentes tipos e configurações, permitindo obter resultados de estimativa da confiabilidade, segundo o caso analisado, onde mecanismos, dispositivos, etc., são modelados como estruturas.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões dos principais resultados obtidos com a metodologia contida neste trabalho, e sugestões para melhorar a metodologia utilizada e futuros estudos nesta área.

Capítulo 2

Revisão da Bibliografia

2.1 - Aspectos Relacionados com a Confiabilidade

O termo ***confiabilidade*** pode ser empregado em vários tipos da atividade humana, como também na execução de sistemas físicos ou objetos funcionais. Existe uma grande variedade de definições referentes ao termo de confiabilidade, porém todas estão relacionadas com quatro questões fundamentais: probabilidade, execução adequada, tempo e condições de trabalho.

A primeira questão (probabilidade), segundo Billinton e Allan (1987), é uma palavra que, geralmente, está relacionada a eventos que possuem boa possibilidade de acontecer, e tem um importante significado técnico por ser uma medida científica desta possibilidade.

Matematicamente, é um índice numérico entre zero, valor que define uma impossibilidade absoluta, e a unidade, que define a certeza absoluta. Esta escala de probabilidade é mostrada na figura seguinte:

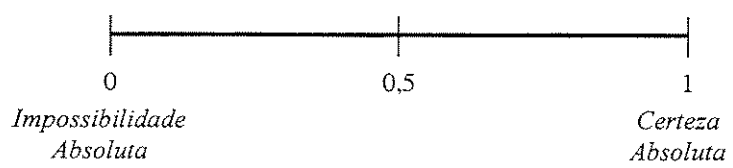


Figura 2.1 : Escala de Probabilidade

Partindo desta definição, é razoável assumir que poucos eventos estão associados com os valores extremos da escala de probabilidade, e muitos apresentam índices entre estes valores. Para tais eventos, existem no mínimo duas possibilidades de resultados : um resultado favorável ou "sucesso", e um resultado desfavorável ou "falha".

As outras três questões são: execução adequada, tempo e condições de trabalho; que são aspectos relacionados à Engenharia, e onde a teoria da probabilidade não pode ser utilizada para uma avaliação dos mesmos. Somente o engenheiro é responsável de que o sistema possa cumprir sua função satisfatoriamente.

2.2 - Definição da Confiabilidade

O termo confiabilidade aparece definido de várias formas. Segundo a Norma Brasileira ABNT - NBR - 5462/81 a confiabilidade é : "capacidade de um item desempenhar uma função específica, sobre condições e intervalos de tempo pré- determinados".

Existem autores que também expressam sua definição, por exemplo, Naresky em 1970 define como confiabilidade: "a habilidade de um componente ou sistema desempenhar uma função exigida durante determinado tempo e sob condições estabelecidas, expressa pela probabilidade ou por outros parâmetros que indicam quantitativamente o seu desempenho".

Outro autor, Sotskov (1972), define confiabilidade como; "a propriedade de um artigo (peça, componente, elemento, aparato, sistema) de cumprir as funções pré-fixadas, mantendo seus índices de exploração nos limites estabelecidos, para regimes e condições de exploração determinados, durante um intervalo de tempo requerido ou horas de trabalho necessárias".

Segundo Galeto (1981), a definição mais aceita pelos especialistas é :

"Confiabilidade de um objeto (componentes, sistemas, etc.) é a sua capacidade expressa por uma probabilidade de:

a) funcionar corretamente (cumprir a missão requerida);
b) por um período de tempo estabelecido;
c) em condições operacionais e ambientais especificadas".

Jardines e Buzacott (1985), consideram que: "a confiabilidade pode ser definida como a probabilidade de operar com sucesso um equipamento por um período de tempo especificado, sob condições especificas".

Sinha (1986), expressou que: "a confiabilidade de um componente (ou sistema) é definida como a probabilidade de execução satisfatória que este apresenta num período de tempo especificado, sem a ocorrência de falha.

Billinton e Allan, em 1987, expressam que a definição da confiabilidade é: "a probabilidade de que um sistema, componente, ou objeto, cumpra seu propósito adequadamente, por um período de tempo, sob determinadas condições de trabalho".

Outro autor é Frankel (1988), que expressa: "a confiabilidade pode ser definida como a independência de um componente, sistema ou equipamento, à falha, mantendo a execução específica".

Um dos conceitos de confiabilidade mais acertados foi dado por Meeker e Hamada em 1995, que definiram: "a confiabilidade é a probabilidade de um item cumprir de forma continua as funções para a qual foi projetado, para as diferentes condições de operação, durante um período de tempo especificado".

A análises das definições expostas permite afirmar que: "a confiabilidade é uma probabilidade de operar com sucesso um item, objeto, componente, sistema, etc., de forma continua, sob diferentes condições de operação para as quais foi projetado, num intervalo de tempo estabelecido".

2.3 - Desenvolvimento do Tema da Confiabilidade

Como já foi citado, o conceito de confiabilidade foi mais empregado a partir de 1950, com o desenvolvimento da indústria nuclear. Nesta época aparecem publicados trabalhos sobre ensaios acelerados de autores como: Whitman e Doigan em 1954, os quais desenvolvem metodologias para ensaios de materiais tais como : dielétricos, isolamentos elétricos, etc.. Outros autores foram Coffin (1954), que criou metodologias de ensaios para materiais

metálicos e, Lieblein e Zelem em 1956, que desenvolvem metodologias para materiais lubrificantes, e para o estudo da fadiga em rolamentos, bem como análise de componentes de reatores nucleares.

Na década de 1960 a 1970 são meritórios os trabalhos de Paris (1963) e Weibull (1961) sobre análise e propagação de trincas por fadiga.

Em anos recentes se desenvolveram metodologias aplicadas nos ensaios acelerados que solucionarem muitos problemas que existiam na década dos anos 1960 a 1970, relacionados com a análise estatística de dados para estimar o valor da confiabilidade. Autores como Mann et al. (1974), Nelson (1982), Lawless (1982), publicam literaturas de consulta obrigatória sobre métodos de análise estatística de dados de vida e confiabilidade.

Na atualidade muitos autores tem publicado diferentes artigos referidos ao tema da confiabilidade, onde são apresentados métodos para avaliar qualidade, período de garantia, assim como os tempos de vida útil de produtos, linhas de produção, sistemas mecânicos, etc. Sendo necessário, nestes casos, conhecer o valor da confiabilidade que apresentam os itens que compõem estes produtos, linha de produção, sistema ou estrutura.

Uma das formas de determinar estes valores é empregando as metodologias para ensaios acelerados, desenvolvidas pelos autores citados anteriormente, que permitem conhecer dados de vida dos componentes como é o tempo de vida até a falha. Processando estes dados, pode-se estimar o valor de confiabilidade do item testado.

Para o processamento dos dados experimentais são utilizadas diversas leis de distribuição de probabilidade, porém a mais empregada, segundo Hirose (1993), é a lei de Weibull. Este autor em 1993, publicou um artigo referido à análise de uma amostra de componentes, aos quais foi aplicado o procedimento de ensaios acelerados, e para o processamento dos dados, o autor aplicou três leis para avaliar a distribuição de confiabilidade : a lei de distribuição de Weibull, a de Gumbel (dobro exponencial) e a Lognormal. Chegou-se à conclusão que a distribuição mais adequada aos dados experimentais era a distribuição de Weibull, sendo que, a distribuição de Gumbel se aproximava aos dados e a Lognormal não tinha um bom ajuste.

A explicação do comportamento da lei de distribuição de Weibull é dada por Jardine e Buzacott em 1984, em seu artigo *"Equipment Reliability and Maintenance"*, onde apresentam as características fundamentais desta lei, responsáveis, na prática, pela sua maior aplicação à análise de dados estatísticos.

Pesquisadores do tema concordam que existe uma relação direta da confiabilidade com quatro funções, que são muito importantes para a análise da confiabilidade :

a) - A função da probabilidade do trabalho sem falha $R(t)$;

b) - A função da probabilidade da falha $F(t)$;

c) - A função densidade de probabilidade de falha $f(t)$;

d) - A função taxa de falhas $\lambda(t)$.

As duas últimas funções definem-se como funções no domínio do tempo.

Segundo Reys (1995), a função de probabilidade do trabalho sem falha está relacionada diretamente com o termo da confiabilidade $R(t)$; e a função da probabilidade da falha, com o complementar da confiabilidade (a mortalidade) $F(t)$. Estes eventos são considerados pelo autor como sucessos incompatíveis e mutuamente exclusivos, sendo que $R \cap F = \phi$, ou seja, não podem ocorrer simultaneamente. Por outro lado, a união dos dois eventos $(R \cup F)$, representa a ocorrência de, pelo menos, um dos dois eventos. Assim a probabilidade de que qualquer dos eventos ocorra em um tempo t, é igual a unidade.

Autores como Jardine e Buzacott (1985), Sinha (1986), Billinton e Allan (1987) e Singh (1994), definem que a função confiabilidade pode ser estimada, quando a função densidade de probabilidade de falha $f(t)$ é desconhecida, como a relação entre o número de sobreviventes de uma amostra, no intervalo de tempo (t), e o número total de itens testados.

Para o caso da função de probabilidade de falha ou mortalidade, estes autores, de forma semelhante, concordam que esta função pode ser estimada, quando $f(t)$ é desconhecida,

utilizando a relação entre o número de itens que falharam no intervalo de tempo (t), e o número total de itens testados.

Bompas - Smith em 1973, em sua obra *"Mechanical Survival"*, estudou detalhadamente as formas destas duas funções em função do tempo. Este trabalho abriu espaço para que Reys, em 1995, definisse em seu trabalho as propriedades da função de probabilidade de falha ou mortalidade.

Para estimar a confiabilidade em sistemas ou estruturas, onde seus componentes estão associados em diferentes configurações, os métodos empregados, de forma geral estão baseados em reduzir os sistemas de configuração complexas a sistemas de configuração simples, partindo do valor parcial de confiabilidade dos componentes que formam estes sistemas.

Em 1970 Tillman desenvolve um método para estimar o valor da confiabilidade em um sistema onde seus componentes apresentam uma configuração complexa não convencional, ou seja, um sistema que não pode ser reduzido a um sistema simples de configuração série ou paralelo, configurações estas consideradas básicas por muitos autores, para a redução de sistemas ou estruturas complexas. O método apresentado pelo autor é aplicado para determinar a confiabilidade nos sistemas de comunicação e de fornecimento de oxigênio das cápsulas espaciais utilizadas por astronautas. Para estimar a confiabilidade destes sistemas, o método desenvolvido pelo autor é baseado no teorema de Bayes.

Também nesse ano, Nelson et al (1970), publicam um artigo que apresentava os conceitos básicos de algorítmos empregados para estimar o valor de confiabilidade de estruturas ou sistemas de configuração complexa. Nestes algorítmos foram desenvolvidos dois métodos para estimar o valor da confiabilidade, um foi o método dos caminhos de sucessos e o método do grupo mínimo de corte.

No ano 1972, Banerjee e Rajamani apresentaram outros métodos capazes de estimar o valor de confiabilidade em sistema de configuração simples e complexas, onde a probabilidade é considerada como um ponto cartesiano. Este método é considerado pelos autores como método paramétrico e é empregado na transformação de estruturas que possuem

configuração delta para configuração em estrela, assim como estrutura complexas denominadas *"bridge"* (ponte).

Outro método foi mostrado por Kim em 1972 em seu artigo *"A Method for Computing Complex System Reliability"*. O autor, neste trabalho, desenvolveu uma metodologia que apresenta três passos fundamentais :

a) - Redução de todos os sistemas que apresentam a estrutura complexa a componentes simples;
b) - Emprego de um algoritmo que permite analisar e numerar os diferentes caminhos de sucessos que contém os componentes reduzidos no passo anterior;
c) - Emprego de um algorítmo que permite obter os valores de confiabilidade dos diferentes caminhos de sucessos numerados no passo anterior.

Em 1986, Phillis, D' Angelo e Saussy, publicaram um artigo no qual mostravam como estimar a confiabilidade em linhas de produção, considerando que estas podem ser modeladas como estruturas ou sistemas que apresentam configurações em série, paralelo ou série-paralelo.

Lakshminarayana em 1989, estudou a forma em que podem ser modeladas as usinas de energia, considerando como componentes os sistemas de geração, de transmissão e distribuição de energia e, desta forma, utilizou técnicas para determinar o valor da confiabilidade.

Neste ano, também é publicado um artigo do Resende (1989), no qual mostra as expressões certas para transformar estrutura tipo delta a estrutura tipo estrela, e assim poder facilitar as reduções de estruturas complexas que são formadas por este tipo de configuração.

As estruturas conectadas em delta e estrela, também são estudadas por Wang e Sun. Estes autores, no ano 1996, publicaram em seu artigo *"Transformations of Star-Delta & Delta-Star Reliability Networks"*, as expressões necessárias para transformar estes tipos de

conexões. Além disso, também é mostrado no artigo exemplos práticos onde estão presentes estes tipos de estruturas.

Diferentes métodos para estimar valores de confiabilidade em estruturas também são mostrados na obra de Ramakumar, publicada no ano 1993. Neste livro são apresentados os principais métodos para a análise de estruturas convencionais e não convencionais.

Considerando as caraterísticas dos métodos apresentados pelos autores antes citados, neste trabalho é desenvolvida uma metodologia para estimar o valor da confiabilidade em estruturas simples e complexas, onde seus componentes apresentam diferentes configurações, que podem ser de tipo convencionais ou não convencionais.

Capítulo 3

Definições Básicas

Como é conhecido, a probabilidade é um índice, que muitas vezes joga um papel principal na avaliação da confiabilidade. Por meio da probabilidade é possível a entrada de dados numéricos para estimar o valor de confiabilidade e o índice de suficiência de um sistema. Contudo, existem outros parâmetros que são calculados e usados, levando em conta os requisitos de projeto e o sistema analisado.

Estes parâmetros são, geralmente, índices de confiabilidade, os quais estão relacionados com o termo de probabilidade.

Conforme Billinton e Allan (1987), exemplos destes índices são :

a) - Número esperado de falhas que podem acontecer num período de tempo específico;
b) - O tempo médio entre falhas;
c) - A duração média da parada, ou do período de paralisação de trabalho do sistema, unidade, dispositivo, etc.;
d) - A perda esperada de ingressos devido à falha;
e) - A perda esperada de produção devido à falha.

Estes indicadores são calculados empregando a teoria de probabilidade e estatística.

3.1 - Outros Conceitos Fundamentais

A confiabilidade é uma propriedade que está relacionada a questões que são necessárias definir, para o melhor entendimento e desenvolvimento da teoria do cálculo da confiabilidade de elementos e sistemas, sendo que tais questões tem sido resultado de estudos de diferentes autores, como são Naresky (1970), Sotskov (1972), Krishnamurthy e Komissar (1972), que definem como conceitos fundamentais associados à confiabilidade os seguintes:

- **Nó :** É o ponto de conexão que possuem as estruturas e os componentes que as formam. As estruturas ou sistemas, bem como os componentes, apresentam exatamente dois nós diferentes : um nó de entrada e outro de saída;

- **Elemento do Cálculo de Confiabilidade ou Componente :** É qualquer dispositivo ou equipamento (peça, elemento, aparato) considerado no cálculo de confiabilidade como uma parte autônoma separada, que tem uma função bem definida dentro de um sistema, bem como seu índice qualitativo geral de confiabilidade;

- **Estrutura ou Sistema :** É um grupo de componentes conectados ou associados em diferentes configurações (convencionais ou não convencionais), para desempenhar uma ou mais funções específicas;

- **Estrutura ou Sistema Simples :** É um grupo de n componentes conectados ou associados em uma configuração fixa (exemplo: série, paralelo, delta-estrela, etc.);

- **Estrutura ou Sistema Complexo :** Estruturas que estão formadas por duas ou mais estruturas simples as quais podem apresentar diferentes formas de conexão ou associação dos componentes, criando diferentes combinações de configuração;

- **Estrutura ou Sistema Equivalente :** Estrutura ou Sistema composto por dois ou vários componentes, que pode-se considerar como um componente simples, ou seja, aquela estrutura que pode ser substituída por um componente com confiabilidade igual à da estrutura toda;

- **Capacidade de Trabalho :** Propriedade do artigo, que consiste na aptidão de cumprir as funções pré-fixadas, com parâmetros estabelecidos na documentação técnica;

- **Duração :** Propriedade do artigo de conservar a capacidade de trabalho, com as interrupções necessárias para o serviço técnico e as reparações, até um estado limite estipulado na documentação técnica;

- **Falha :** Efeito após o qual o artigo (elemento, aparato, dispositivo, sistema) deixa de cumprir (total ou parcialmente) as funções. Pallerosi em 1997, define que no caso de causar a perda total da função, a falha é completa ou total e, exemplos desta, são : a ruptura de um eixo ou de uma correia de transmissão; curto circuito em uma instalação elétrica, etc.; para o outro caso, então, pode-se definir a falha como parcial, exemplo: eixo com pequena deformação, que não compromete sua operação normal; ou desgaste de um rolamento radial de esferas. De forma geral, a falha pode ser considerada como a alteração da capacidade de trabalho do artigo;

- **Modo comum de falha :** É a falha simultânea ou saída de operação de várias unidades devido a uma causa comum como incêndios, enchentes, etc.;

- **Vida útil :** É uma componente referente à parte da vida do objeto de análise que se estende entre a fase das falhas de juventude e das falhas de velhice;

Diversos índices são considerados para classificar as falhas, Meeker e Hamada em 1995, definem que, em dependência dos métodos utilizados para a eliminação ou redução da probabilidade dos modos ou mecanismos de falha, é possível classificar as falhas em três categorias:

a) - ***Mortalidade infantil ou Falhas de Juventude*** : São as falhas que surgem ao inicio da operação de um componente ou sistema, geralmente em unidades com defeitos de fabricação, que produzem estas falhas prematuras. Podem-se apresentar nos mais diferentes produtos, desde componentes eletrônicos, até qualquer outro, geralmente quando são novos produtos, ou tecnologia não testada;

b) - ***Falhas por Acidentes*** : Falhas causadas em produtos por fatores que não tem qualquer relação com a degradação normal destes, causadas por acidentes ou choques externos;

c) - ***Falhas por Degradação Inevitável*** : Alguns produtos sofrem uma degradação paulatina de suas propriedades, até alcançar a falha inevitável, (exemplo: freios de automóveis submetidos a fricção e desgaste com o uso.)

Outras definições de falhas que podem ser encontradas na literatura são as seguintes :

- **Falha Catastrófica** : Esta componente surge quando ocorre um salto do nível de desempenho para um limite extremo no qual o item torna-se fora de uso;

- **Falhas de Velhice** : Falhas que ocorrem devido ao desgaste provocado pelo uso do equipamento ou componente após o final do período de vida útil do mesmo;

- **Probabilidade do Trabalho sem Falha** : É a probabilidade de que, num intervalo de tempo pré-fixado, (horas de trabalho dadas) em regimes e condições de trabalho estabelecidos, não ocorra nenhuma falha, ou seja, a probabilidade de que o artigo dado conserve seus parâmetros durante um intervalo de tempo determinado, para condições de exploração dadas;

- **Probabilidade da Falha** (Probabilidade de não cumprimento das funções) : É a probabilidade de que, num intervalo de tempo prefixado, aconteça uma falha.

3.2 - Características das Principais Funções para a Análise da Confiabilidade

Para avaliar a confiabilidade, é necessário o emprego das quatro funções, consideradas pelos pesquisadores como fundamentais, por estarem relacionadas com termos como a probabilidade e o tempo, características essenciais para a análise da confiabilidade.

Estas funções foram definidas anteriormente neste trabalho como: função da probabilidade do trabalho sem falha $R(t)$, função da probabilidade de falha $F(t)$, função densidade de probabilidade de falha $f(t)$ e função taxa de falhas $\lambda(t)$.

Segundo Reys (1995), a função da probabilidade do trabalho sem falha $R(t)$, e a função da probabilidade de falha $F(t)$, podem ser relacionadas da seguinte forma :

$$R(t) + F(t) = 1 \tag{3.1}$$

Assim, temos :

$$R(t) = 1 - F(t) \tag{3.2}$$

onde : $R(t)$ - função de confiabilidade;

$F(t)$ - função de mortalidade;

Singh (1994), expressou em seu artigo que a confiabilidade de um sistema (ou componente) no tempo (t) está denotada como $R(t)$ e é definida por:

$$R(t) = P(X > t) \tag{3.3}$$

onde : $P(X > t)$ - é a probabilidade de que a variável aleatória X tenha valores num intervalo de tempo maior que o tempo pré-fixado (t)

Conforme as definições de Jardine e Buzacott (1985), Sinha (1986), Billinton e Allan (1987) e Singh (1994), a função confiabilidade também pode ser estimada por meio da equação 3.4 :

$$R(t) = \frac{Ns(t)}{No(O)} \tag{3.4}$$

onde : - $Ns(t)$ = número de itens sobreviventes (em bom funcionamento)

- $No(O)$ = número de itens postos inicialmente a prova.
- t = variável aleatória que representa a vida, podendo ser expressa na unidade de tempo (h), número de ciclos (n) ou distância percorrida (Km).

Se $f(t)$ é conhecida, então, neste caso, a função de confiabilidade pode ser determinada pela equação seguinte :

$$R(t) = \int_{t}^{\infty} f(t)dt \tag{3.5}$$

A forma geral da função confiabilidade dada por Jardines e Buzacott (1985), encontra-se na Figura 3.1

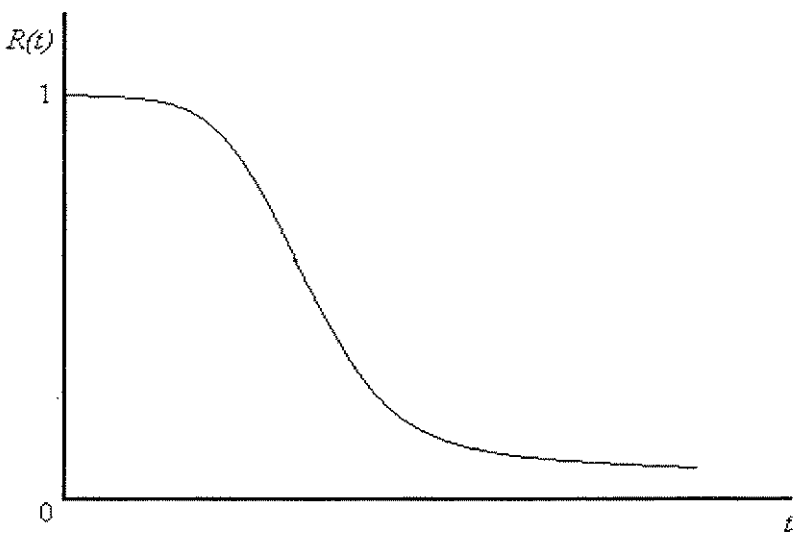


Figura 3.1 : Função de Confiabilidade

O autor expressa que a forma exata desta função depende da função densidade de probabilidade de falhas $f(t)$ do equipamento.

Para o caso da função de mortalidade, os autores, de forma semelhante ao caso precedente, concordam que a função de mortalidade de um sistema (ou componente) no tempo (t), está denotada como $F(t)$ e é definida por:

$$F(t) = P(X \leq t) \tag{3.6}$$

onde : - $P(X \leq t)$ - é a probabilidade de que a variável aleatória X tenha valores num intervalo de tempo menor que o tempo pré-fixado (t)

Se a função $f(t)$ é desconhecida, então, a função de mortalidade pode ser estimada pela seguinte equação :

$$F(t) = \frac{Nf(t)}{No} \tag{3.7}$$

onde : - $Nf(t)$ - é a quantidade de itens que falharam durante o período de vida (t)

- $No = No(O)$ = número de itens postos inicialmente a prova.

Se a função $f(t)$ é conhecida, então, a função de mortalidade pode ser determinada pela equação 3.8 :

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \tag{3.8}$$

Segundo Bompas - Smith (1973), a forma da função de mortalidade para um período de tempo (t) é esquematizada na Figura 3.2, e representa a proporção da população que falha antes do período de tempo (t).

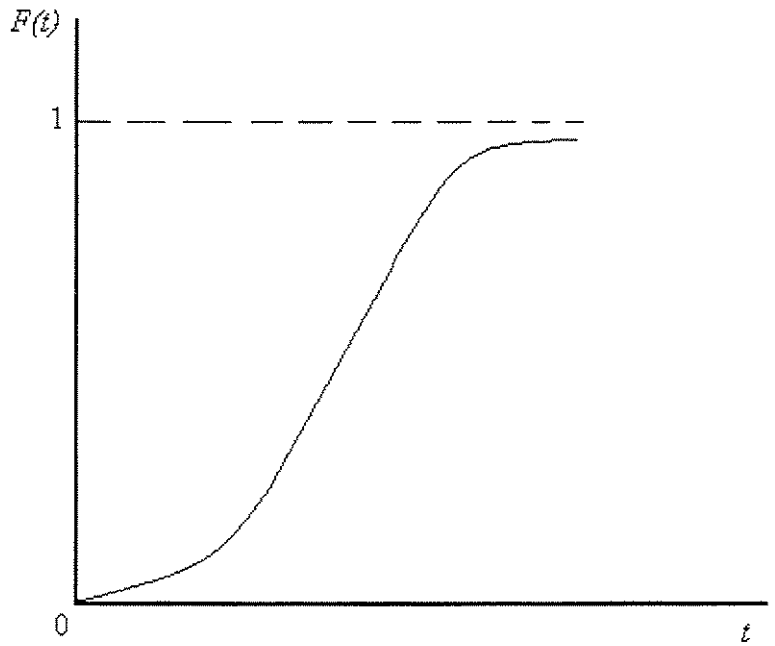


Figura 3.2 : Função de Probabilidade de Falha ou Mortalidade.

Esta função, segundo Reys (1995), tem as seguintes propriedades :

a) - É continua $\forall t$;

b) - $\lim_{t \to 0} F(t) = 0$ e $\lim_{t \to \infty} F(t) = 1$;

c) - $F(t_1) \leq F(t_2) \quad \forall t_1 < t_2$

Isto é, a $F(t)$ é estritamente crescente em t

Dias, em 1996, mostra em seu trabalho um gráfico com os respectivos valores da função de mortalidade e de confiabilidade, representados pela área sob a curva da função de densidade de falha hipotética (Figura 3.3).

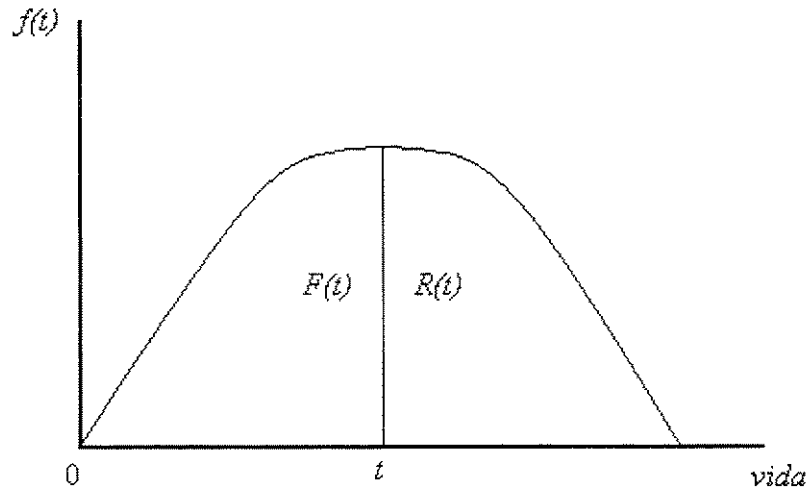


Figura 3.3 : Função densidade de Probabilidade de Falha Hipotética $f(t)$ em função da vida t.

Este autor define que a função densidade de probabilidade de falha é a razão do número de falhas num intervalo de tempo pelo tamanho total da população original, ou seja, esta função é a medida da velocidade total de ocorrência da falha.

Reys em 1995 comenta em seu trabalho que a função densidade de probabilidade de falha de uma variável aleatória X contínua, é uma curva tal que a área sob a mesma, entre dois pontos "**a**" e "**b**", é igual à probabilidade de que a variável aleatória X esteja no intervalo (**a**,**b**).

Segundo Bompas - Smith (1973), se a curva de mortalidade é conhecida, então pode-se determinar a função densidade de falha, derivando a função de mortalidade em relação ao tempo t, neste caso :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \tag{3.9}$$

A função taxa de falha (ou função intensidade de falha) $\lambda(t)$, é definida como a razão entre o número de falhas, num intervalo de tempo, pelo número de sobreviventes no início do

intervalo considerado. Esta função é a medida instantânea da velocidade total de ocorrência de falhas.

Dias (1996), destaca que é a probabilidade de falha é mais facilmente descrita em termos da taxa instantânea de falha, sendo que esta taxa de falha não é simplesmente o número de falhas que ocorre num determinado período de tempo de observação; ela depende também do tamanho da amostra a ser considerada, do número de falhas que ocorreu na amostra naquele período de observação ou de qualquer outro parâmetro caracterizador do tempo de uso.

$$\lambda(t) = \frac{\textit{número de falhas na unidade de uso}}{\textit{número de componentes expostos a falha}} \tag{3.10}$$

A taxa instantânea de falha $\lambda(t)$, é obtida relacionando instantaneamente o número de falhas com o número de itens expostos à falha. Esta taxa é comparável à função densidade de probabilidade de falha, $f(t)$. No limite, quando o período de análise tende a zero ($t = 0$), ambas são eqüivalentes. A diferença básica está no significado físico das definições. A função $f(t)$ permite avaliar a probabilidade de falha em qualquer tempo futuro, desde que se disponha dos parâmetros da distribuição de probabilidade. A taxa $\lambda(t)$, é indicada para avaliar a probabilidade de falha num período próximo ao de uso, ou para os itens que tenham sobrevivido até o período t.

Segundo Bompas - Smith (1973) e Singh (1994), a taxa instantânea de falha ou simplesmente taxa de falha (algumas vezes chamada função de risco), associada à variável aleatória t (tempo de vida), é definida pela equação 3.11, que relaciona a densidade de probabilidade de falhas $f(t)$, com as funções de confiabilidade $R(t)$ e mortalidade $F(t)$.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\left(1 - F(t)\right)} = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{3.11}$$

A forma geral da função taxa de falhas, é esquematizada na Figura 3.4

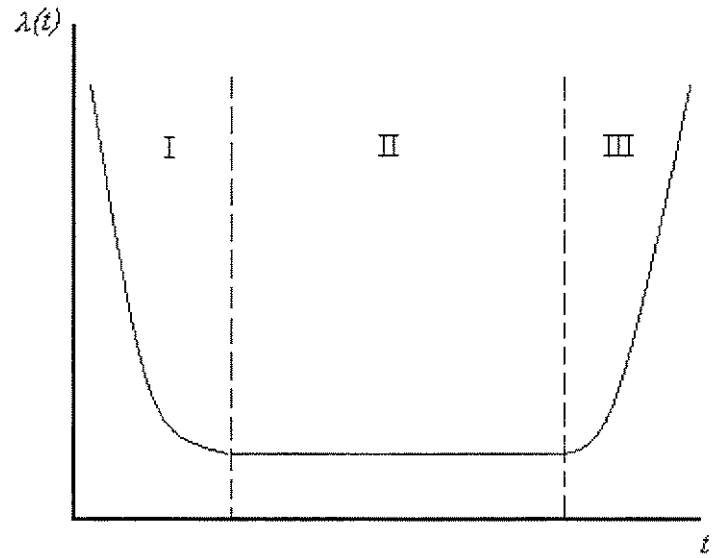


Figura 3.4 : Função Taxa de Falha em função da vida do Equipamento (Curva da Banheira).

Examinando a taxa de falhas para um componente, num determinado período de tempo, observa-se que é caracterizada por três regiões distintas.

A Região I corresponde às falhas de início de funcionamento, que surgem durante a instalação, montagem e operação do sistema.

A Região II corresponde ao tempo de vida útil do componente ou sistema. Durante este período, as falhas são aleatórias e a taxa de falhas é constante.

A Região III corresponde à fase de desgaste ou fadiga, durante a qual a taxa de falhas aumenta rapidamente com o passar do tempo.

3.3 - Elementos Básicos para o Cálculo da Confiabilidade em Estruturas

Para estimar o valor de confiabilidade em estruturas ou sistemas, autores como: Nelson (1970), Tillman (1970), Banerjee e Rajamani (1972), Krishnamurthy e Komissar (1972), Kim (1972) e Singh (1994), tem desenvolvido diversas técnicas que permitem analisar estruturas

do tipo simples e complexa, além de estruturas com componentes associados em diferentes configurações.

De forma geral, na totalidade destes métodos é preciso conhecer o valor de confiabilidade que apresentam os componentes que formam as estruturas analisadas. Kim (1972), expressou que é mais fácil determinar o valor da confiabilidade de um sistema ou estrutura, independentemente do tipo e da configuração que apresente, desde que conhecidos os valores individuais da confiabilidade dos componentes que a formam.

Segundo Singh (1994), estes dados de confiabilidade podem ser obtidos por ensaios experimentais de vida dos componentes.

3.3.1 - Dados Necessários da Metodologia Proposta para Estimar a Confiabilidade nas Estruturas

A metodologia aplicada neste trabalho, para estimar o valor da confiabilidade numa estrutura analisada, necessita de dados como os seguintes:

a) - Tipo de Estrutura (Simples ou Complexa);
b) - Tipo de Conexão dos Componentes (Elemento Simples, Série, Paralelo, etc.);
c) - Valor de Confiabilidade dos Componentes.

Os dois primeiros, podem ser determinados pelo conhecimento do caso que esta sendo analisado, uma vez que seja modelado como uma estrutura ou sistema, onde peças, máquinas, equipamentos, etc., são considerados como componentes da estrutura, e desta forma, determinar o tipo de estrutura que apresenta o caso, e a configuração formada pelos seus componentes.

Para determinar o valor parcial da confiabilidade dos componentes, é necessário realizar ensaios relacionados com a confiabilidade. Conforme Pallerosi (1997), estes podem ser de dois tipos:

a) - Ensaios de Conformidade da Confiabilidade;

b) - Ensaios de Determinação da Confiabilidade.

O primeiro tipo de ensaio corresponde aos testes usados para mostrar se o valor obtido de confiabilidade de um componente ou sistema satisfaz ou não as exigências de confiabilidade do projeto, como condição de aceitação do produto.

Os Ensaios de Determinação da Confiabilidade, mais importante neste caso, correspondem aos testes usados para determinar a confiabilidade de um componente ou sistema, quando esta não é conhecida ou fixada previamente, ou ainda determinada em base a dados disponíveis.

Este autor também define que, para a realização destes ensaios, deve-se ter presente uma série de fatores como :

a) - Registro histórico do produto (Banco de Dados);

b) - Tempo necessário para os ensaios, principalmente de novos produtos;

c) - Disponibilidade de amostras representativas do produto em quantidade e custo razoáveis;

d) - Custos dos ensaios.

Para a realização dos ensaios de determinação da confiabilidade, existem várias fases de desenvolvimento. Uma das mais interessantes avalia as condições nas quais serão efetuados os ensaios, que podem ser as seguintes:

a) - Ensaios Normais;

b) - Ensaios Acelerados.

Conforme Okura (1995), são raras as situações em que se pode avaliar a confiabilidade de um componente dentro de suas condições normais de uso. Quanto mais confiável ele for, mais difícil é obter dados sobre sua confiabilidade, isto é, conseguir observar um número suficientes de falhas, dentro de um intervalo de tempo razoável.

Este autor também refere que o valor da confiabilidade de um componente não pode ser conhecido com certeza antes do final de sua vida útil. Para empregar ensaios normais na estimativa deste valor, seria necessário investir muito tempo para chegar ao final da vida útil. Desta forma, para obter informações num curto espaço de tempo, é necessário acelerar a ocorrência das falhas, ou seja, empregar ensaios acelerados, onde, geralmente, segue-se o seguinte caminho :

a) - Detecção e análise dos mecanismos de falha que afetam a tecnologia em questão;

b) - Determinação dos fatores de aceleração que determinam a ocorrência de cada mecanismo de falha, tais como: temperatura, tensão, umidade, etc.;

c) - Estudo do efeito do aumento do nível daqueles fatores de aceleração sobre a ocorrência das falhas;

d) - Desenvolvimento de algum modelo físico, em bases teóricas ou empíricas, que traduza numericamente a aceleração das falhas devido ao aumento dos níveis de aceleração.

Segundo Meeker e Hamada (1995), para obter com precisão dados relacionados com a confiabilidade de um produto, é necessário coletar dados de tempos de falha obtidos de estudos tais como:

a) - Ensaios de vida de Laboratório;

b) - Ensaios de degradação de materiais, equipamentos e componentes;

c) - Projetos experimentais para o melhoramento da confiabilidade;

d) - Ensaios de protótipos para conhecer sobre os possíveis mecanismos de falhas;

e) - Acompanhamento cuidadoso das primeiras produções no mercado;

f) - Análise de dados de garantia;

g) - Acompanhamento sistemático no tempo dos produtos no mercado.

Uma das classificações existentes na atualidade sobre os ensaios de determinação da confiabilidade, conforme Pallerosi (1997), Freitas e Colosimo (1997), pode ser observada a seguir:

a) - Ensaios Completos;

b) - Ensaios com Censura.

Nelson (1990), Pallerosi (1997), Freitas e Colosimo (1997), definem que num ensaio completo todos os itens (componentes, sistemas, etc.) da amostra são testados até a falha, medindo-se os tempos até (entre) falhas, de cada item. A quantidade acumulada de falhas (r), ao final do ensaio é igual ao tamanho da amostra (n), ou seja, r = n . A duração total acumulada do ensaio é dada por :

$$t_r = \sum_{j=1}^{n} t_j \tag{3.12}$$

onde: t_j é a duração (tempo, quilômetros, ciclos, etc.) correspondente a cada j-ésima falha, cuja variação é mostrada na Figura 3.5

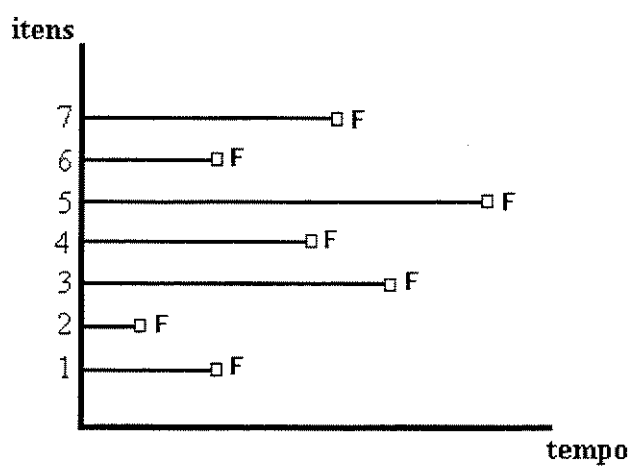


Figura 3.5 : Ensaio Completo.

Neste caso os itens falhados não são substituídos ou reparados.

Nos ensaios censurados, Nelson (1990), define que existem três tipos de censura, que podem ser classificadas como:

a) - Ensaio Censurado à Direita;

b) - Ensaio Censurado à Esquerda;

c) - Ensaios com Censuras Múltiplas.

Os ensaios censurados à direita são aqueles que durante a análise dos dados de vida dos itens, algumas vezes, encontramos amostras que não falham num período de tempo pré-estabelecido (*tf*). As unidades ou amostras que não falham se denominam como suspensas ou sobreviventes, conforme Figura 3.6

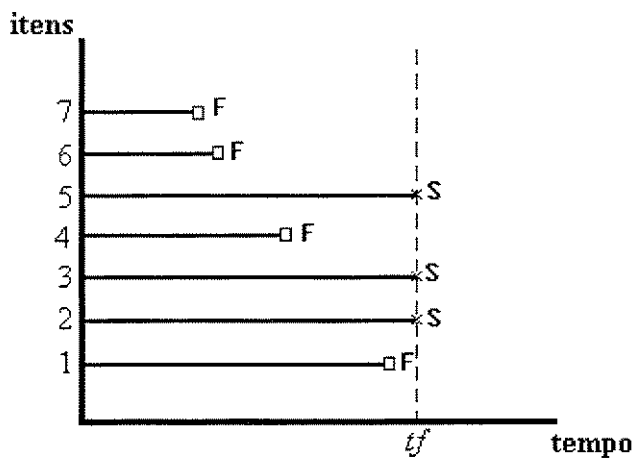


Figura 3.6 : Ensaio com Censura à Direita.

O caso de ensaios censurados à esquerda é aquele em que as falhas são controladas a partir de um determinado tempo (*to*), ou seja, o tempo até falha e conhecido só depois de certo tempo. As falhas anteriores a este tempo são consideradas suspensões. Este tipo de ensaio é esquematizado na Figura 3.7

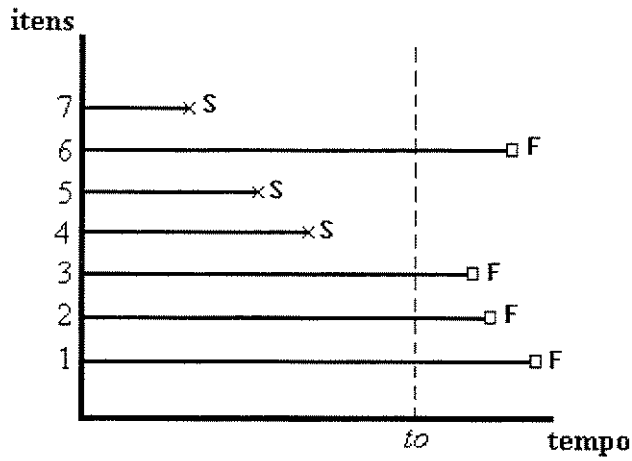


Figura 3.7 : Ensaio com Censura à Esquerda.

Conforme Pallerosi (1997), os ensaios com censura múltipla acontecem na prática quando um item é retirado no decorrer do teste sem ter atingido a falha. Como causas que provocam este tipo de censura temos uma falha que ocorreu por uma causa estranha, por exemplo : uma falha no equipamento de prova, ou também, suspender a corrida no tempo de análises dos dados. Este tipo de censura é definido por Freitas e Colosimo (1997), como censura do tipo aleatório, de acordo com a Figura 3.8

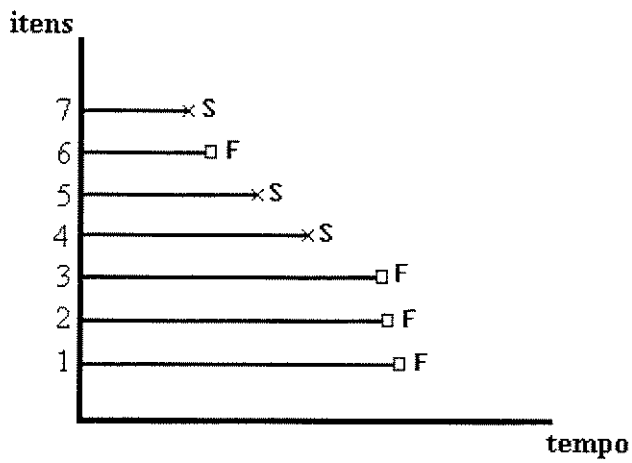


Figura 3.8 : Ensaio com Censura Múltipla.

Estes autores também definem que os ensaios censurados podem ser classificados como ensaios de tipo I e ensaios de tipo II : os de tipo I são aqueles em que o teste será terminado

após um período pré-estabelecido de tempo, e os de tipo II, são aqueles em que o teste será terminado após a ocorrência de falha em um número pré-estabelecido de itens testados. Segundo esta classificação, pode-se afirmar que são casos particulares do ensaio com censura à direita.

A partir dos dados de vida, obtidos por meio de ensaios anteriormente citados, podem-se determinar os parâmetros das leis de distribuição de probabilidades, empregadas para o processamento dos valores de confiabilidade dos componentes. É recomendado, quando se tem os dados dos períodos de tempo até (entre) falha ou até suspensão, com predominância dos primeiros, o método da categoria mediana de Hert - Johnson, quando o número da amostra é menor ou igual a 50, ($n \leq 50$), e o método da categoria média de King quando $n > 50$. Se a predominância for das suspensões, então, recomenda-se o método de sucesso.

Os métodos da categoria mediana e média parametrizam os períodos de vida até a falha, para cada item testado, transformando esta informação em probabilidade de falha acumulada, $F(t)$, conhecida também como ***"Median Rank"***, categoria mediana ou simplesmente mortalidade.

O número de Ordem Rank ou Rank Mediano pode ser determinado das seguintes formas :

a) - Quando o número das amostras $n \leq 50$

$$r_j = \frac{N_j - 0.3}{n + 0.4} \tag{3.13}$$

b) - Quando o número das amostras $n > 50$

$$r_j = \frac{N_j}{n + 1} \tag{3.14}$$

onde : N_j - número de ordem da falha atual;

n - número de itens testados.

O número de ordem da falha atual é determinado pela expressão 3.15

$$N_j = N_{j-1} + I_j \tag{3.15}$$

onde : N_{j-1} - número de ordem da falha anterior;

I_j - incremento do número de ordem.

$$I_j = \frac{n+1-N_{j-1}}{n+1-Q_j} \tag{3.16}$$

onde : Q_j - Quantidade testada anteriormente;

j - Representa em todos os casos o número de ordem das falhas.

Cavalca (1997), apresenta um exemplo para determinar a distribuição de falhas acumuladas numa amostra de 10 componentes. Os dados resultantes, são listados nas tabelas seguintes :

Tabela 3.1 : Dados Resultantes do Ensaio Empregado.

Falha ou Suspensão (F ou S)	**Tempo de Teste (t_i)**	**Número de Ordem das Falhas (j)**	**Tempo até Falha (t_j)**	**Quantidade Testada (Q_j)**
S1	17	-	-	0
F1	41	1	41	1
F2	53	2	53	2
F3	69	3	69	3
F4	80	4	80	4
F5	85	5	85	5
F6	93	6	93	6
S2	114	-	-	7
F7	116	7	116	8
F8	132	8	132	9

Por ser o número da amostra $n = 10$, ou seja $n \leq 50$, o Rank Mediano (r_j) é determinado empregando a equação 3.13. Para determinar o número de ordem da falha atual

(N_j), e o incremento (I_j), são utilizadas as equações 3.15 e 3.16 respectivamente. Os resultados desta análise são apresentados na tabela 3.2

Tabela 3.2 : Resultados Obtidos pelo Método da Categoria Mediana

Incremento do Número de Ordem (I_j)	**Número de Ordem da Falha Atual (N_j)**	**Rank Mediano (r_j %)**	**Falha ou Suspensão (F ou S)**
-	0	-	S1
1.1	1.1	7.69	F1
1.1	2.2	18.27	F2
1.1	3.3	28.85	F3
1.1	4.4	39.42	F4
1.1	5.5	50.00	F5
1.1	6.6	60.58	F6
-	-	-	S2
1.467	8.067	74.68	F7
1.467	9.534	88.79	F8

Com os dados do Rank Mediano, apresentados na coluna 3 da tabela 3.2, pode-se criar o modelo da distribuição de falhas acumuladas dos itens testados. Este modelo, segundo Sotskov (1972), deve-se ajustar a um dos modelo das distribuições teóricas que apresentam as diferentes leis de distribuições de probabilidade, como: lei exponencial, normal, lognormal, Weibull, etc., e assim pode-se determinar os parâmetros necessários para estimar o valor da confiabilidade dos componentes ou itens testados.

Para a seleção do modelo da distribuição teórica, suficientemente próximo ao modelo da distribuição empírica obtida dos testes, autores como Sotskov (1972), Freitas e Colosimo (1997), definem que os métodos mais empregados são: o método dos mínimos quadrados, da máxima verossimilhança, e o emprego de papéis de probabilidade. Estes métodos permitem conhecer o modelo que apresenta maior probabilidade de ter gerado resultados como os obtidos no ensaio.

3.4 - Funções de Distribuição de Probabilidade para a Análise da Confiabilidade

Para conduzir a análise estatística dos dados de vida dos componentes, é necessário conhecer as principais leis de distribuições de probabilidade, as quais descrevem a forma adequada de variáveis como é "o tempo até a falha".

Conforme Cavalca (1998), são várias as funções que permitem modelar a distribuição probabilística de uma variável aleatória. A escolha do modelo matemático estatístico a ser utilizado está diretamente relacionado aos tipos de testes de falhas realizados, bem como ao tamanho e tipo de amostragem analisada. Exemplo destas funções são apresentadas na tabela seguinte:

Tabela 3.3 : Principais Funções de Distribuições Estatísticas e suas Aplicações.

Funções ou Leis de Distribuições Estatísticas	**Aplicações**
Distribuição Binomial	Aplicada para número elevado de amostras no controle de qualidade. Modela o número de falhas em relação ao tamanho inicial da amostra.
Distribuição Poisson	Aplicada no controle de qualidade num intervalo de tempo contínuo. Modela o número de falhas em relação ao tempo de produção.
Distribuição Exponencial	Modela o número de falhas durante o período de vida útil de Componentes Eletrônicos.
Distribuição Retangular	Aplicações restritas, casos em que a densidade de probabilidade é constante num intervalo de tempo.
Distribuição do Rayleigh	Modela as regiões da curva da banheira para o caso de falhas iniciais e por desgaste de progressão linear.
Distribuição Normal	Analisa produtos durante o início de vida e na fase de degradação natural. Modela falhas por fadiga ou desgaste
Distribuição de Weibull	Para modelar falhas aleatórias
Distribuição Gamma	Modela tempo de falhas em componentes com reparo ideal
Distribuição Lognormal	Caracteriza o tempo de reparo para uma manutenção normal de falhas por desgaste.
Distribuição Beta	Aplicações Especiais
Distribuição dos Valores Extremos	Aplicações Especiais

Rajogopal (1990) e Ramakumar (1993), concordam que as distribuições mais utilizadas na avaliação da confiabilidade são: distribuição Exponencial, Weibull, Gamma, Normal e Lognormal.

Freitas e Colosimo em 1997, expressam que, embora exista uma série de modelos probabilisticos para o processamento dos dados de vida obtidos nos ensaios acelerados, alguns deles ocupam uma posição de destaque por sua comprovada adequação a várias situações práticas. Como leis de distribuição de probabilidades mais empregadas: Exponencial, Weibull e Lognormal.

Considerando o exposto anteriormente, apresentamos as características principais de algumas das leis de distribuições mais empregadas na avaliação da confiabilidade.

3.4.1 - Lei de Distribuição Exponencial

A exponencial ou exponencial estritamente negativa, é a distribuição de probabilidade mais conhecida e empregada na avaliação de distribuições de confiabilidade de sistemas, onde a taxa de falhas é constante. É uma função uniparamétrica, onde o parâmetro principal é a própria taxa de falhas (λ).

Pode-se definir como características principais desta lei as seguintes :

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{3.17}$$

b) - Função de Confiabilidade :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \tag{3.18}$$

c) - Função de Probabilidade de Falha :

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{3.19}$$

d) - Função Taxa de Falhas :

$$\lambda(t) = \lambda \quad (\text{constante}) \tag{3.20}$$

3.4.2 - Lei de Distribuição de Rayleigh

Autores como Billinton e Allan (1987), Ramakumar (1993) e Cavalca (1998), asseguram que esta função está definida por um único parâmetro, denominado (k), que

caracteriza a inclinação da taxa de falhas , a qual, neste caso, cresce linearmente com o tempo. Esta lei pode ser utilizada em várias áreas da engenharia, para modelar a distribuição do tempo de falhas iniciais e por desgaste, associadas a sistemas e avaliação de confiabilidade.

As características desta lei de distribuição são :

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

$$f(t) = kt * e^{\left(-\frac{kt^2}{2}\right)} \tag{3.21}$$

b) - Função de Confiabilidade :

$$R(t) = e^{\left(-\frac{kt^2}{2}\right)} \tag{3.22}$$

c) - Função de Probabilidade de Falha :

$$F(t) = 1 - e^{\left(-\frac{kt^2}{2}\right)} \tag{3.23}$$

d) - Função Taxa de Falhas :

$$\lambda(t) = kt \tag{3.24}$$

3.4.3 - Lei de Distribuição Gamma

Esta é uma lei biparamétrica, que apresenta um parâmetro de forma definido como (β) e um parâmetro de escala, definido como (α), empregada geralmente para modelar o reparo ideal. A variação destes parâmetros permite modelar com maior precisão os dados experimentais.

Billinton e Allan em 1987 definem como características principais desta lei, considerando que $t \geq 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e que $\Gamma(\beta)$ é a função Gamma, as seguintes :

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

$$f(t) = \frac{t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}\Gamma(\beta)} e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} \tag{3.25}$$

b) - Função de Confiabilidade :

$$R(t) = \int_{t}^{\infty} \frac{t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}\Gamma(\beta)} e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} dt \tag{3.26}$$

c) - Função de Probabilidade de Falha :

$$F(t) = \int_{0}^{t} \frac{t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}\Gamma(\beta)} e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} dt \tag{3.27}$$

Segundo estes autores, existem dois casos particulares e especiais nesta lei de distribuição, onde a função densidade de probabilidade de falha varia dependendo do valor do parâmetro de forma β. Quando $\beta = 1$, a distribuição Gamma é idêntica à distribuição Exponencial, então:

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

$$f(t) = \frac{1}{\alpha} e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} \tag{3.28}$$

b) - Função Taxa de Falhas :

$$\lambda(t) = \lambda = \frac{1}{\alpha} \quad \text{(constante)} \tag{3.29}$$

O segundo caso é quando β é um inteiro, neste caso :

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

$$f(t) = \frac{t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}(\beta-1)!} e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} \tag{3.30}$$

Esta forma da função de densidade de probabilidade de falha é conhecida como distribuição especial Erlangeana, na qual a função de confiabilidade pode ser determinada pela expressão seguinte :

$$R(t) = e^{\left(-\frac{t}{\alpha}\right)} \sum_{j=0}^{\beta-1} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{j} \frac{1}{j!} \tag{3.31}$$

3.4.4 - Lei de Distribuição Normal

Esta lei também é chamada lei de distribuição Gaussiana e na França é conhecida como distribuição Laplaciana. É, provavelmente, uma das mais importantes distribuições empregadas no campo da probabilidade e estatística, e constitui o fundamento teórico para muitas outras distribuições de probabilidades. Geralmente é utilizada para analisar produtos durante o inicio de vida e na fase de degradação natural. É uma distribuição biparamétrica, tendo como padrões principais o valor médio e o desvio padrão.

A característica mais importante é a função densidade de falhas, a qual pode ser determinada da seguinte forma :

$$f(t) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(t-\alpha)^2}{2\beta^2}\right)} \tag{3.32}$$

onde : - $\beta = \sigma$: desvio padrão.

- $\alpha = \mu$: valor médio.

3.4.5 - Lei de Distribuição Lognormal

Muito relacionada com a lei de distribuição normal, tem igualmente dois parâmetros de distribuição. É uma lei que não representa situações particulares do tempo de vida dos componentes, não sendo considerada como uma distribuição importante para avaliar a confiabilidade, mas pode se ajustar à distribuição do tempo de reparação de componentes, sendo empregada, desta forma, na avaliação de sistemas reparáveis . Neste caso, a função densidade de falhas pode ser expressa por:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \tag{3.33}$$

onde : t - tempo de reparo de um grupo de componentes, $t \geq 0$

3.4.6 - Lei de Distribuição de Weibull

A lei de distribuição de Weibull, é uma distribuição de três parâmetros, o parâmetro de escala (α), o parâmetro de forma (β) e o parâmetro de locação (γ), que representa a vida inicial. Esta distribuição não tem características de forma específicas, podendo representar muitas formas de distribuições, segundo o ajuste da distribuição com os valores dos dados experimentais. Por isso, esta distribuição tem muita importância para a engenharia, devido a possibilidade de tornar-se mais flexível e melhor ajustada aos dados experimentais, em comparação com outras.

Jardine (1985), destaca que diversas pesquisas feitas sobre o tema da confiabilidade demostram que a função densidade de probabilidade de falhas é determinada com freqüência utilizando leis de distribuição como são a lei Exponencial, Gamma, Normal, etc. Contudo, a mais utilizada na prática é a lei de distribuição de Weibull. A razão para isto é a seguinte :

a) - É uma distribuição flexível, podendo se aproximar a outras distribuições segundo os valores do parâmetro β ;

b) - Outra razão, é a eficácia do papel probabilístico da distribuição de Weibull para estimar graficamente os parâmetros β, α e γ .

Por outro lado, Dias em 1996, estabelece que a distribuição de Weibull tem significativa importância. Para o parâmetro de forma $\beta = 1$, a distribuição probabilística de Weibull, por exemplo, equivale à distribuição Exponencial, para $\beta = 2$, se aproxima à distribuição de Rayleigh, e para $\beta = 3.44$, se aproxima à distribuição Normal ou Gaussiana.

Outros autores também constataram que esta lei é uma das mais empregadas, exemplo disto é o caso de Hirose (1993), Guido (1994), Tseng e Hsu (1994), os quais generalizaram o uso desta lei.

De modo geral a função densidade de probabilidade da distribuição de Weibull pode ser determinada por :

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{3.34}$$

onde : $0 \leq t < \infty$ - tempo de vida.

$\beta > 0$ - Parâmetro de forma, modificações do valor de β alteram a forma da função.

$\alpha > 0$ - Parâmetro de escala ou de vida característica, define o tempo no qual existe 63.2 % de probabilidade de falha do equipamento.

γ - Este terceiro parâmetro é chamado parâmetro de locação, o menor tempo em que existe uma probabilidade não negativa. (representa a vida inicial). A introdução deste, faz com que a distribuição de Weibull torne-se muito mais flexível, pois a distribuição é biparamétrica assume que a função densidade de falha, $f(t)$, começa na origem.

Autores como Dias (1996), estabelecem que para componentes, subsistemas e sistemas mecânicos de modo geral, a vida inicial é muito pequena, quando comparada com a vida de uso; ou seja, $\gamma << t$, pelo que quando se analisam os dados de falhas de um equipamento, pode-se assumir o valor da probabilidade de falha do equipamento entre o início e um tempo γ, ou pode-se assumir como zero.

Considerando desta forma, a expressão para determinar a função densidade de probabilidade de falhas assume, neste caso, a seguinte forma :

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{3.35}$$

Sendo as outras características, as seguintes :

a) - Função de Confiabilidade :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{3.36}$$

b) - Função de Probabilidade de Falha :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{3.37}$$

c) - Função Taxa de Falhas :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \tag{3.38}$$

3.4.6.1 - Influência dos Parâmetros de Weibull nas Principais Funções Características de Confiabilidade

Como foi citado anteriormente, a lei de distribuição de Weibull, é uma distribuição muito flexível, que pode se aproximar a outras distribuições segundo os valores do parâmetro β, o que pode ser observado nos exemplos a seguir :

a) - Função Densidade de Probabilidade de Falha :

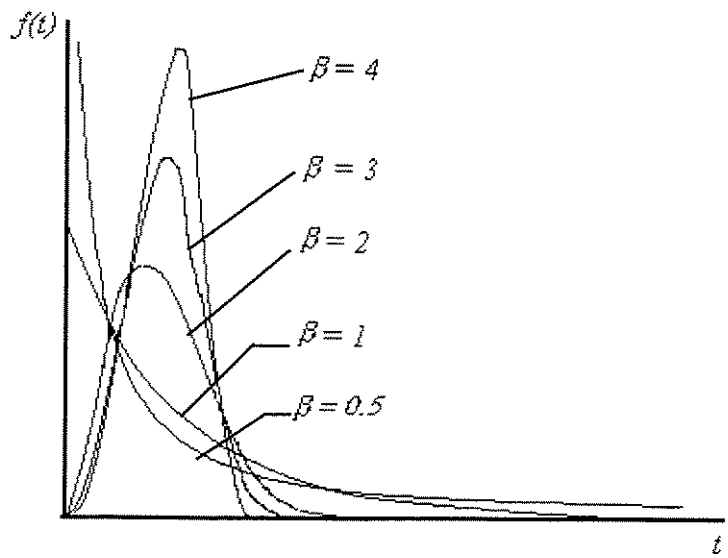


Figura 3.9 : Influência do Parâmetro β em $f(t)$ para α constante.

A Figura 3.9 mostra a forma da distribuição densidade de probabilidade de falha para diferentes valores do parâmetro β. Para $\beta = 1$, a distribuição de Weibull é a distribuição Exponencial. Para $\beta = 2$, a distribuição passa a ser a distribuição de Rayleigh. Para valores $3 \leq \beta \leq 4$, é próxima da distribuição normal.

b) - Função de Confiabilidade :

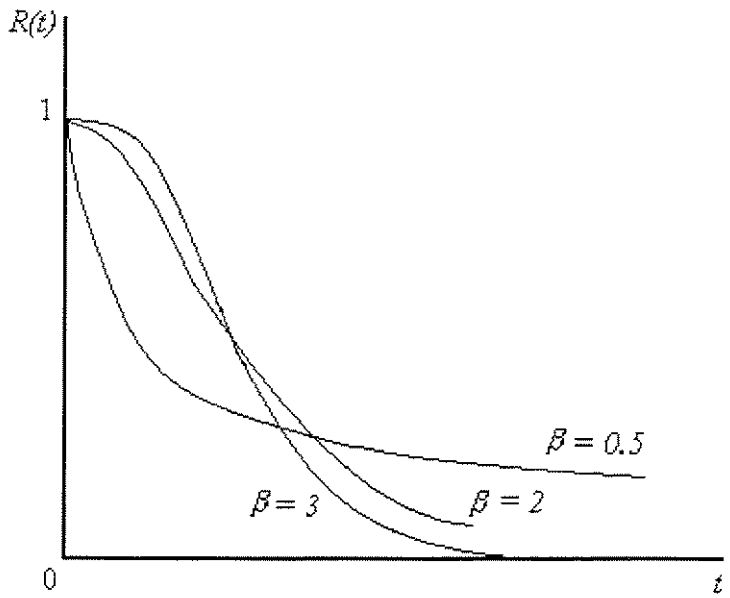


Figura 3.10 : Influência do Parâmetro β na Função de Confiabilidade $R(t)$

c) - Função de Probabilidade de Falha Acumulada :

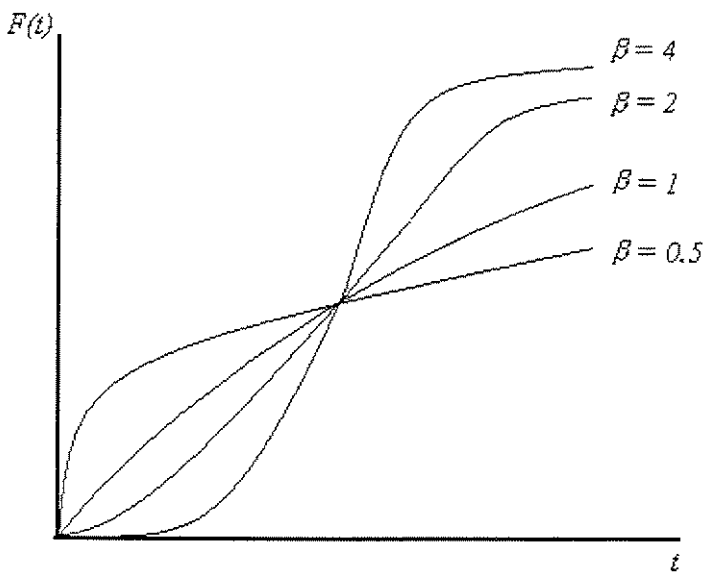


Figura 3.11 : Influência do Parâmetro β na Função de Probabilidade de Falha $F(t)$

d) - Função Taxa de Falha (ou função intensidade de falha) :

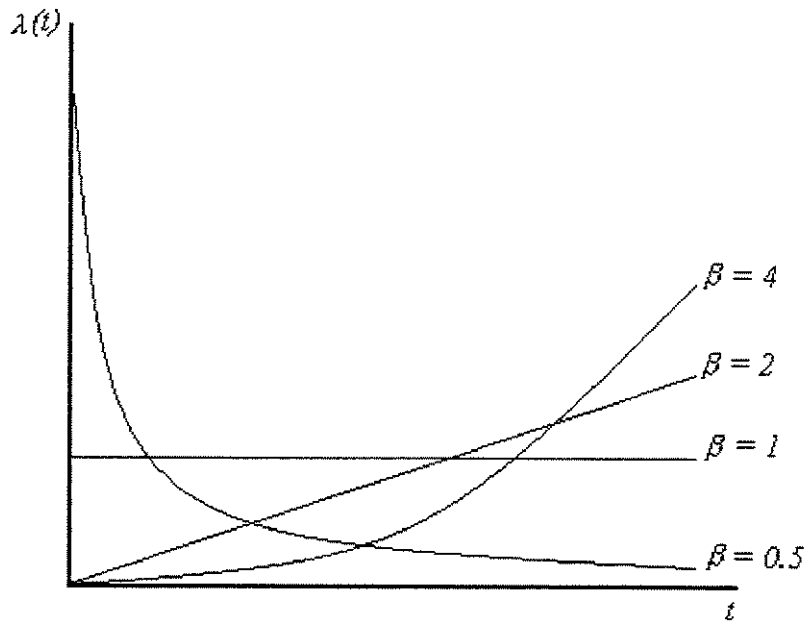


Figura 3.12 : Influência do Parâmetro β na Função Taxa de Falha $\lambda(t)$

Jardine (1984), Singh (1994) e Reys (1995), expressam que a função $\lambda(t)$ cresce com o tempo para valores de $\beta > 1$, e é estritamente decrescente para valores de $\beta < 0.5$

No caso particular onde $\beta = 1$, é obtida uma função intensidade de falhas para a distribuição exponencial. Neste caso, a função intensidade de falhas não é mais uma função do tempo e sim uma constante. Assim, a função intensidade de falha apresenta a seguinte forma :

$$\lambda(t) = \frac{1}{\alpha} \tag{3.39}$$

Como já citado, o parâmetro de escala da distribuição de Weibull (α), é denominado também vida característica. Este nome é originário do estudo do percentual de uma distribuição. O percentual (y_p) de uma distribuição contínua é a idade em que uma proporção P da população tenha falhado. Ou seja, y_p satisfaz a igualdade :

$$P = F(y_p) \tag{3.40}$$

Fazendo uso da equação 3.37, pode-se obter o percentual da distribuição de Weibull através de :

$$F(y_p) = P = 1 - e^{-\left(\frac{y_p}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{3.41}$$

Utilizando as propriedades logarítmicas, encontra-se

$$y_p = \alpha[-ln(1-P)]^{\frac{1}{\beta}} \tag{3.42}$$

Por meio desta equação, pode-se observar que, para a distribuição de Weibull, aproximadamente 63 % da população está no estado de falha no tempo $t = \alpha$, mesmo que o parâmetro β varie. Este resultado pode ser visto na Figura 3.13

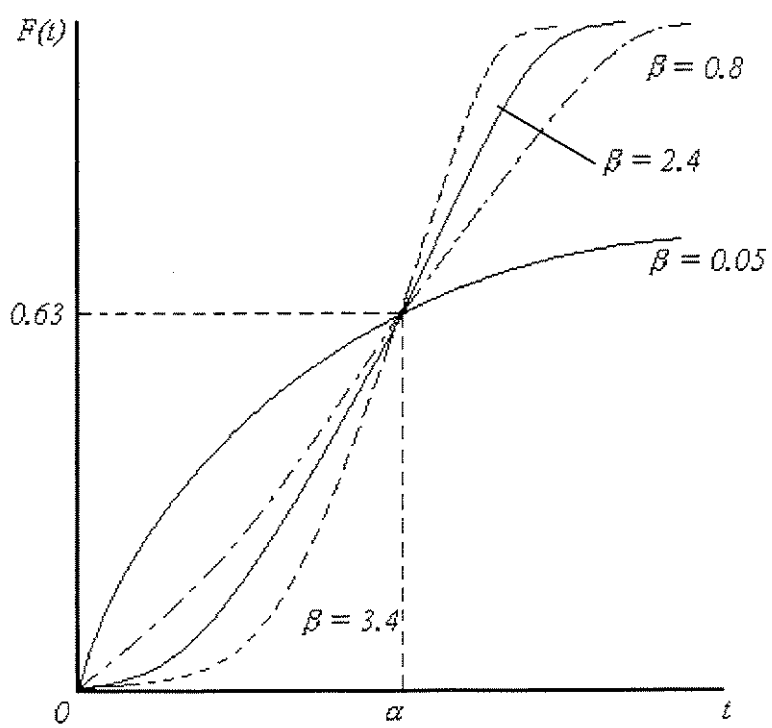


Figura 3.13 : Variação de $F(t)$ em função do parâmetro α para diferentes valores do parâmetro β .

Capítulo 4

Aspectos Relacionados com a Confiabilidade de Sistemas

Uma estrutura ou sistema, em confiabilidade, com já foi definido, é aquele que tem *n* partes ou componentes conectados em diversas formas, que podem ser convencionais ou não convencionais.

Segundo Phillis et al. (1986), uma linha de produção pode estar modelada como um sistema, onde as estações de trabalho estão conectadas em diversas formas, e que podem ser convencionais ou não convencionais. Geralmente, nas rede de produção, as estações de trabalho estão conectadas em série, paralelo ou série-paralelo, que são chamadas conexões de tipo convencionais.

Outras conexões também podem ser empregadas para modelar diferentes sistemas ou estruturas, como exemplo destas temos : as conexões delta-estrela, R em N, trimodular e stand-by (redundância passiva).

Existem muitos sistemas ou estruturas que não estão formados só por conexões de configuração em série, paralelo, delta ou estrela, etc., mas também pela combinação destas; por isso, para determinar a confiabilidade nestes sistemas, é necessário reduzir estas conexões complexas a um componente equivalente simples, cuja confiabilidade é igual à do sistema completo.

De Wang e Hon Sun (1996), dizem que as conexões em séries e paralelo são as bases para simplificar um sistema ou estrutura de conexão complexa, devido a propriedade de poderem ser substituídas facilmente por um enlace com confiabilidade equivalente.

4.1 - Confiabilidade em Estruturas Simples

Neste epígrafe são analisadas as principais estruturas simples padronizadas, as quais permitem modelar muitos problemas práticos da área da engenharia.

4.1.1 - Confiabilidade de uma Conexão em Série

Phillis et al. (1986), define como conexão em série todas as estações de trabalho com razão de operação iguais, sendo cada uma delas precedida ou sucedida por uma só estação de trabalho. Nesta conexão, a razão é zero se uma estação de trabalho não está operando, ou seja, quando uma estação de trabalho falha, a conexão em série também falhará.

Em 1987, Billinton e Allan referem que dois componentes estão conectados em série quando ambos devem estar funcionando para que o sistema trabalhe.

Por sua vez Frankel (1988), define como sistema, do ponto de vista da confiabilidade, aquele que apresenta n partes ou componentes, os quais falham sempre que um dos componentes ou partes falhe, se o sistema esta conectado em série, provocando a interrupção do sistema. O sistema só será reparado, pela substituição do componente ou parte que falhou.

Ramakumar (1993) define como componentes conectados em série, aqueles que o sistema necessita trabalhando para não falhar.

Analisando os conceitos propostos, pode-se afirmar que : "o sistema em série é um sistema formado por n componentes, cujo sucesso depende do sucesso de todos os seus componentes". Este sistema é esquematizado na seguinte figura :

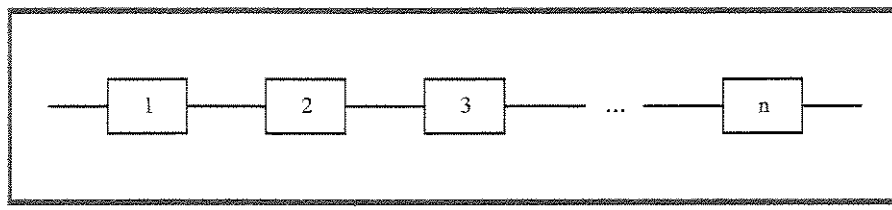


Figura 4.1 : Estrutura ou Sistema Conectado em Série.

Frankel (1988), considera que num sistema com dois componentes conectados em série, existem dois eventos associados à probabilidade de falha de cada componente (F_1 e F_2). A falha do sistema esta relacionada, neste caso, com a área do evento F_1, do evento F_2 e a área associada à interseção dos eventos ($F_1 \cap F_2$), como é mostrado na Figura 4.2

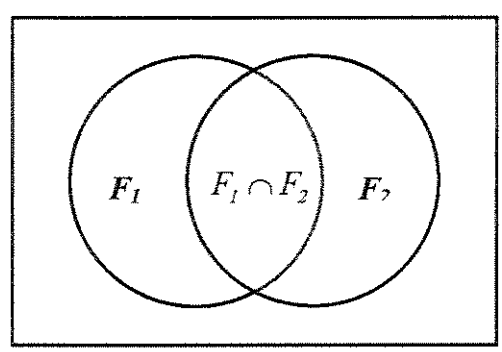


Figura 4.2 : Área Associada à Probabilidade de Falhas do Sistema Conectado em Série.

Sendo que, a área total gerada pelos eventos esta associada à probabilidade de falha do sistema (Fs). Desta forma, a falha do sistema pode ser determinada pela seguinte relação :

$$Fs = F_1 + F_2 - (F_1 \cap F_2) \tag{4.1}$$

Analisando as probabilidades de falhas dos componentes, o sistema no tempo, e aplicando as leis da probabilidade, temos que :

$$Fs(t) = F_1(t) + F_2(t) - F_1(t)F_2(t) \tag{4.2}$$

Relacionando a expressão 4.2 com a função da probabilidade de trabalho sem falha, ou confiabilidade ($R(t)$), com a equação 3.2, obtemos a expressão seguinte :

$$(1 - Rs(t)) = (1 - R_1(t)) + (1 - R_2(t)) - [(1 - R_1(t))(1 - R_2(t))] \tag{4.3}$$

Desenvolvendo esta expressão, obtemos :

$$Rs(t) = R_1(t)R_2(t) \tag{4.4}$$

Generalizando esta expressão para n componentes, temos que, para estimar a confiabilidade de um sistema conectado em série, pode ser empregada a equação seguinte :

$$Rs(t) = \prod_{i=1}^{n} Ri(t) \tag{4.5}$$

onde : n - componentes conectados em serie;

Rs - confiabilidade do sistema;

Ri - confiabilidade de cada componente do sistema.

4.1.2 - Confiabilidade de uma Conexão em Paralelo

Segundo Phillis et al. (1986), a conexão em paralelo é aquela na qual todas as estações de trabalho realizam iguais razões de operação, e não necessariamente tem que ser iguais, sendo que cada produto é fabricado apenas numa estação de trabalho da conexão, de acordo com a especificação da norma de produção.

De acordo com Billinton e Allan (1987), para conexões em paralelo, o sistema só precisa do funcionamento de um componente para ter sucesso.

Ramakumar (1993), refere que uma conexão em paralelo ocorre se o sistema pode trabalhar com um número mínimo de um componente funcionando.

Feita uma análise das definições expostas, pode-se considerar como um sistema em paralelo, aquele que pode operar com sucesso quando pelo menos um dos componentes atua com sucesso. Este sistema é conhecido também como sistema redundante (redundância ativa), e é esquematizado na Figura 4.3

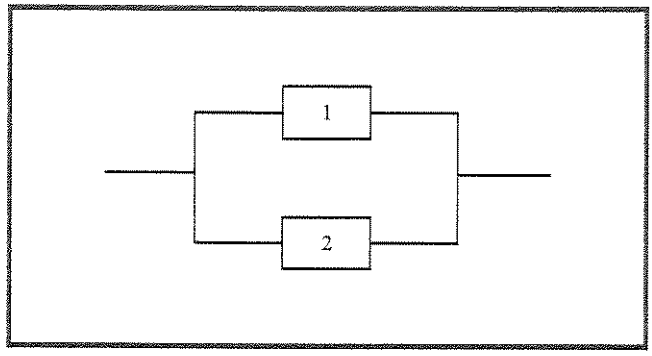


Figura 4.3 : Estrutura ou Sistema Conectado em Paralelo.

Para obter a expressão do cálculo de confiabilidade em sistemas conectados em paralelo, Frankel em 1988, considerou de forma semelhante ao caso de sistemas conectados em série, que a probabilidade de falha dos componentes esta associada a eventos, os quais devem ocorrer todos ao mesmo tempo para que o sistema falhe. Neste caso, a probabilidade de falha do sistema (Fs), está associada somente à área relacionada com a interseção dos eventos ($F_1 \cap F_2$). Pode-se observar a Figura 4.4

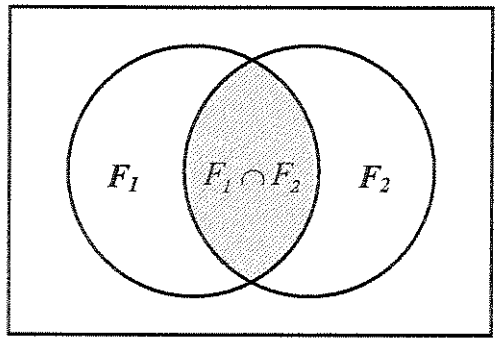


Figura 4.4 : Área Associada à Probabilidade de Falhas do Sistema Conectado em Paralelo.

Desta forma, a probabilidade do sistema falhar pode ser expressada pela expressão seguinte :

$$Fs = F_1 \cap F_2 \tag{4.6}$$

Empregando as leis da probabilidade e analisando esta probabilidade no tempo, obtemos que :

$$Fs(t) = F_1(t)F_2(t) \tag{4.7}$$

Relacionando esta expressão com a função da probabilidade de trabalho sem falha, ou confiabilidade ($R(t)$), por meio da equação 3.2, obtemos a seguinte expressão:

$$(1 - Rs(t)) = \left[(1 - R_1(t))(1 - R_2(t))\right] \tag{4.8}$$

De onde :

$$Rs = 1 - \prod_{i=1}^{n} Fi \tag{4.9}$$

onde : Fi - mortalidade de cada componente do sistema.

4.1.3 - Confiabilidade nas Conexões Delta e Estrela

De acordo com Ramakumar (1993), as conexões delta e estrela constam de três componentes, os quais podem ser conectados em configuração delta ou estrela. Existem conexões especiais equivalentes com uma confiabilidade estimada, a qual pode ser determinada por meio dos nós terminais da conexão.

Na maioria das vezes, quando é analisada uma estrutura complexa, onde existe uma estrutura em delta, a configuração delta dificulta fortemente a redução final da estrutura complexa. Para facilitar os cálculos, e a conseguinte redução das estruturas, torna-se muito conveniente transformar a conexão delta em conexão estrela equivalente.

Exemplo de emprego destes tipos de estruturas na estimativa da confiabilidade, é o método desenvolvido por Banerjee e Rajamani no ano 1972, onde introduzem as técnicas de

transformação das estruturas delta a estrela para determinar o valor da confiabilidade em estruturas complexas do tipo *"bridge"* (ponte).

De Wang e Hon Sun em 1996, fazem uma análise do critério para transformar uma conexão delta em uma conexão especial equivalente estrela, e a conexão estrela em uma especial equivalente delta, chegando à conclusão de que só existem as conexões especiais quando existe a condição trivial de que a confiabilidade da conexão original é 0 ou 1. Desta forma, estes autores concordam que, normalmente, não existe uma transformação exata para este tipo de estrutura, e sempre existirá um erro nos resultados de tais transformações. Estes dois tipos de conexões são mostrados na Figura 4.5

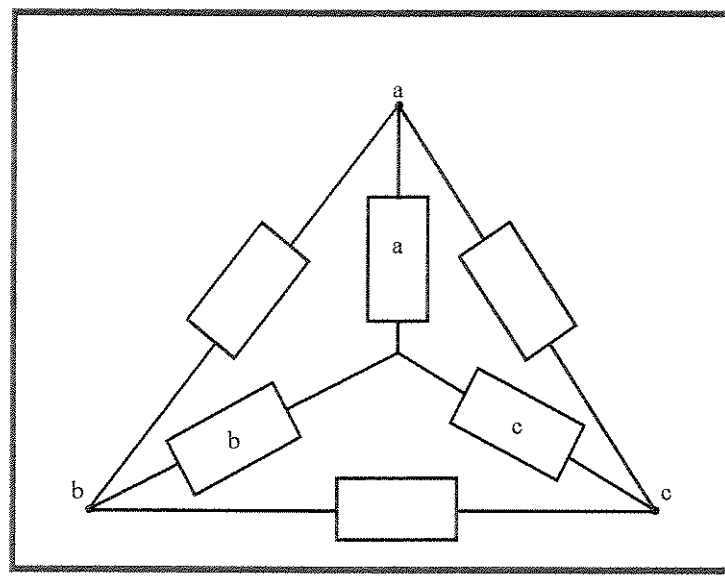


Figura 4.5 : Estrutura Delta-Estrela.

Como já foi citado, a confiabilidade nas estruturas delta e estrela podem ser estimadas por meio dos nós terminais da conexão. Para este tipo de estrutura, existem três nós terminais (a, b, c). Para o cálculo da confiabilidade através dos nós (ab), tem-se que:

$$RaRb = 1 - (1 - Rab)(1 - RbcRca) \tag{4.10}$$

Analogamente através de (bc) e (ca) a confiabilidades são :

$$RbRc = 1 - (1 - Rbc)(1 - RcaRab) \tag{4.11}$$

$$RcRa = 1 - (1 - Rca)(1 - RabRbc) \tag{4.12}$$

Resolvidas estas três equações simultaneamente, pode-se obter as expressões de cálculo da confiabilidade em cada componente da configuração ou conexão em estrela (Ra , Rb e Rc), em função das confiabilidades estimadas para os componentes de uma configuração ou conexão delta (Rab , Rbc e Rca), desta forma :

$$Ra = \sqrt{\frac{(RaRb)(RcRa)}{RbRc}} \tag{4.13}$$

$$Rb = \sqrt{\frac{(RaRb)(RbRc)}{RaRc}} \tag{4.14}$$

$$Rc = \sqrt{\frac{(RbRc)(RcRa)}{RaRb}} \tag{4.15}$$

Para casos especiais, tais como :

$$Rab = Rbc = Rca \equiv R\Delta \tag{4.16}$$

$$Ra = Rb = Rc = RY \tag{4.17}$$

onde : Rab, Rbc, Rca são as confiabilidades dos componentes na estrutura delta;
Ra, Rb, Rc são as confiabilidades dos componentes na estrutura estrela;
$R\Delta$ - confiabilidade estimada de uma conexão delta;
RY - confiabilidade estimada de uma conexão em estrela.

Pode-se fazer a transformação empregando-se a seguinte equação:

$$RY = \sqrt{R\Delta^2 + R\Delta + R\Delta^3} \tag{4.18}$$

4.1.4 - Confiabilidade de uma Conexão R-em-N

Um sistema R-em-N consiste em n componentes independentes idênticos, dos quais pelo menos $r < n$ destes componentes devem operar com sucesso, para que o sistema desempenhe com sucesso. Para calcular a confiabilidade da estrutura, é necessário determinar a probabilidade de r sucessos e $(n - r)$ falhas em n componentes, o que requer o emprego da distribuição binomial, resultando numa equação da seguinte forma:

$$Rs = \sum_{k=r}^{n} {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k} \tag{4.19}$$

$${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{4.20}$$

onde : ${}_nC_k$ - é a combinação de k sucessos em n componentes;

p - é a probabilidade de sucesso dos componentes.

A Figura 4.6, esquematiza uma sistema onde os componentes estão formando uma estrutura de tipo R-em-N.

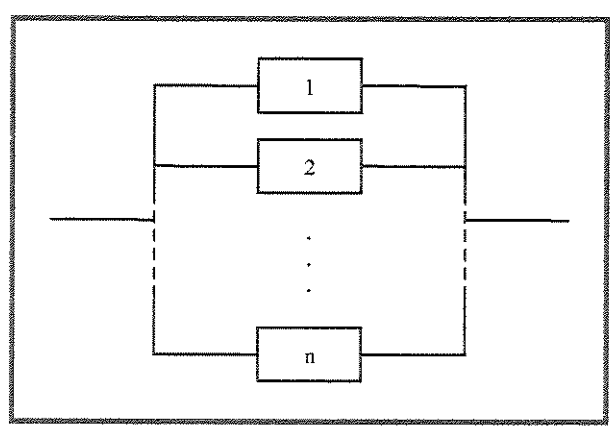


Figura 4.6 : Estrutura R-em-N

4.1.5 - Confiabilidade de uma Conexão Trimodular

Este tipo de estrutura é muito utilizada em projeto de computadores, e consiste em dois subsistemas conectados em série. Um subsistema é composto por três unidades idênticas conectadas em paralelo, e o outro, chamado subsistema central, que apresenta um determinado valor de confiabilidade (Rv). A forma deste tipo de conexão é mostrada na figura seguinte :

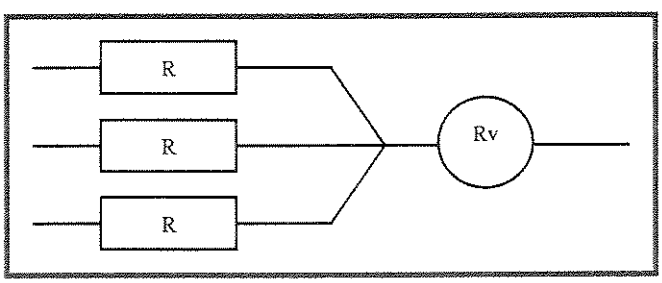


Figura 4.7 : Estrutura Trimodular

Para o sistema ter sucesso, é preciso que no mínimo duas das três unidades conectadas em paralelo funcionem. Cavalca (1998) apresenta uma tabela na qual são listadas as diferentes possibilidades ou combinações que podem existir neste tipo de estrutura, a qual pode ser observada a seguir :

Tabela 4.1 : Combinações entre as Unidades e o Subsistema Central.

Unidade 1	Unidade 2	Unidade 3	Subsistema Central	Falha ou Sucesso do Sistema
0	0	0	0	*F*
0	0	1	0	*F*
0	1	0	0	*F*
0	1	1	1	*S*
1	0	0	0	*F*
1	0	1	1	*S*
1	1	0	1	S
1	1	1	1	S

Para estimar o valor de confiabilidade neste tipo de estrutura, também é empregada a distribuição binomial, ficando as equações para o cálculo da seguinte forma :

Caso1: Se o subsistema central é perfeito,

$$Rs = \sum_{k=2}^{3} {}_3C_k R^k (1-R)^{3-k} = R^2(3-2R) \tag{4.21}$$

Caso 2: Se o subsistema central é imperfeito,

$$Rs = RvR^2(3-2R) \tag{4.22}$$

onde : R - é a confiabilidade de cada uma das unidade;

Rv - é a confiabilidade do subsistema central.

4.1.6 - Confiabilidade de uma Conexão Stand-by

A diferença entre este tipo de estrutura e a estrutura em paralelo é que, na estrutura em paralelo, todos os componentes estão operando simultaneamente, e no caso stand-by, uma unidade entra em operação somente quando a outra unidade falha. Tal conexão é possível por meio de um sistema de chaveamento. A Figura 4.8 esquematiza este tipo de estrutura.

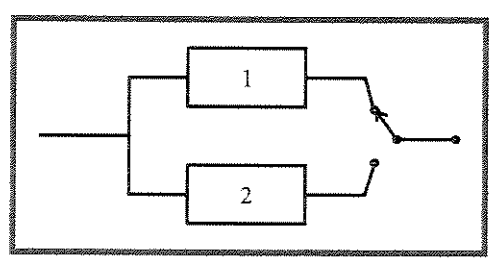


Figura 4.8 : Estrutura Stand-by.

Para o cálculo da confiabilidade da estrutura existem dois casos, que consideram a probabilidade de sucesso do chaveamento, desta forma temos :

Caso 1: Com chaveamento perfeito.

$$Rs = 1 - [(1 - R_1)(1 - R_2)] \tag{4.23}$$

onde : R_1 - é a confiabilidade da unidade ou componente 1;

R_2 - é a confiabilidade da unidade ou componente 2;

$R_2 > R_1$ no instante do chaveamento.

Caso 2: Com chaveamento imperfeito.

$$Rs = \left\{1 - \left[F_1 - F_1 P_{ch}\left(1 - F_2\right)\right]\right\} R_{ch} \tag{4.24}$$

onde : F_1 e F_2 - probabilidades de falha das unidades ou componentes do sistema;

P_{ch} - probabilidade de sucesso da ação de chaveamento durante a conexão das unidades;

R_{ch} - confiabilidade da conexão.

4.2 - Confiabilidade em Estruturas Complexas

Existem muitos casos de conexões de componentes, os quais modelam determinados sistemas ou estruturas (mecânicas ou não), onde não podem ser utilizados os padrões até aqui abordados na determinação da confiabilidade. A estimativa da confiabilidade, nestes casos, requer da aplicação de técnicas mais gerais e poderosas.

Estes tipos de estruturas são chamadas de estruturas complexas, e podem ser formadas pela combinação de conexões de configuração padrão, como as referenciadas anteriormente. Um exemplo deste tipo de estrutura complexa é a esquematizada na Figura 4.9, e pode ser definida como uma estrutura complexa convencional.

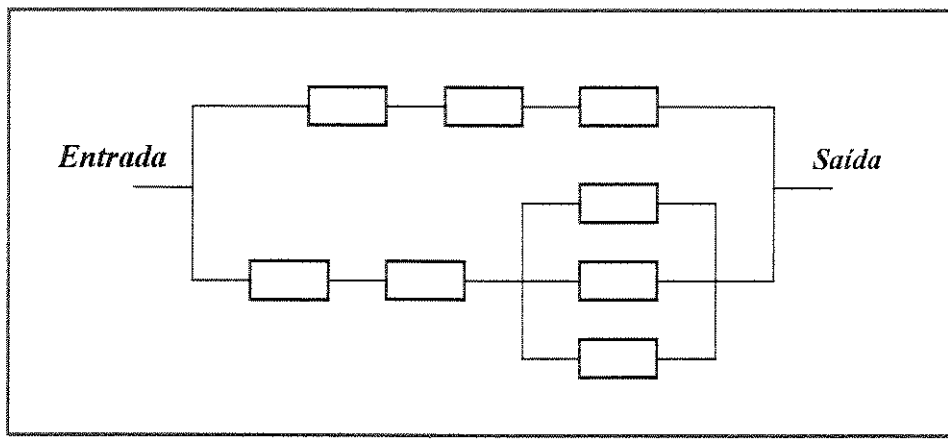


Figura 4.9 : Estrutura Complexa Convencional (Série Paralelo).

Outro tipo de estruturas complexas são as não convencionais. Sendo as mais empregadas mostradas nas seguintes figuras :

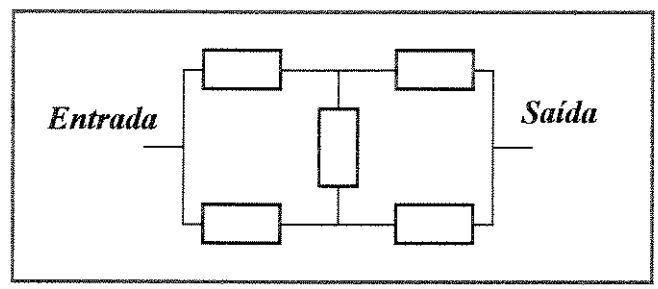


Figura 4.10 : Estrutura Complexa não Convencional tipo *"bridge"* (Ponte Simples).

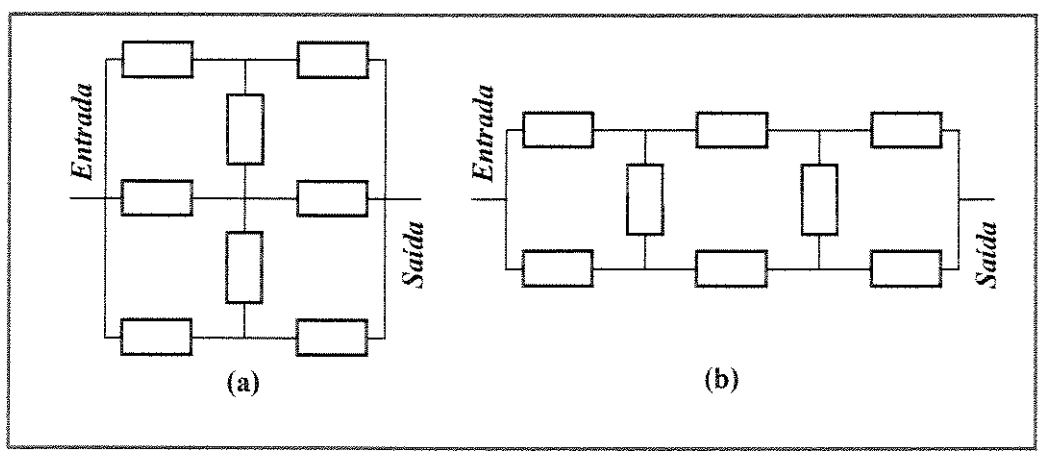


Figura 4.11 : Estrutura Complexa não Convencional tipo Ponte Dupla.

De forma geral, para estimar o valor da confiabilidade em estruturas deste tipo, são empregadas técnicas ou métodos tradicionais como os relacionados a seguir :

a) - Método do Grupo Mínimo de Corte;
b) - Método do Grupo Mínimo de Ligação;
c) - Método da Árvore de Eventos;
d) - Método da Árvore de Falhas;
e) - Método da Decomposição;
f) - Método da Inspeção;
g) - Método da Matriz Conexão.

Estes métodos, de forma geral, empregam a teoria da probabilidade de eventos, para o caso de eventos independentes e não mutuamente exclusivos, relacionados com o sucesso ou o fracasso da estrutura analisada. Nestes casos, a probabilidade de ocorrência de n eventos é denotada como a união dos mesmos, ou seja :

$$\begin{aligned} P(T_1 \cup T_2 .... \cup ....T_n) &= P(T_1 + T_2 + ... + T_n) \\ &= \left[P(T_1) + P(T_2) + \cdots + P(T_n)\right] \\ &- \left[P(T_1T_2) + P(T_1T_3) + \cdots + P_{i\neq j}(T_iT_j)\right] \\ &+ \left[P(T_1T_2T_3) + P(T_1T_2T_4) + \cdots + P_{i\neq j\neq k}(T_iT_jT_k)\right] \\ &\vdots \\ &(-1)^{n-1}\left[P(T_1T_2\cdots T_n)\right] \end{aligned} \tag{4.25}$$

onde : n - número de eventos;

$P(T_n)$ - Probabilidade de ocorrência do n-ésimo evento.

4.2.1 - Método do Grupo Mínimo de Corte

Segundo autores como Billinton e Allan (1987), Ramakumar (1993) e Cavalca (1998), este método é uma poderosa técnica para estimar o valor da confiabilidade em estruturas complexas, devido à fácil implementação computacional e à relação direta com o modo de falha do sistema analisado, o que permite identificar a forma na qual o sistema pode falhar.

Billinton e Allan (1987), definem que este método permite conhecer os grupos de componentes, os quais formam caminhos no sistema que, quando cortados, causam a falha do sistema.

Cavalca (1998), define que este método consiste num conjunto de componentes do sistema tal que, se todos os componentes do grupo falham, o sistema também falha. Porém, se qualquer um dos componentes não se encontra em falha, o sistema continua funcionando.

Considerando que os grupos de cortes são eventos denominados como: C_1, C_2, C_3, ...C_n e que a probabilidade de falha de todos os componentes dos grupos é $P(C_i)$, a mortalidade do sistema é dada pela união dos eventos, ou seja :

$$Fs = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 .... \cup ....C_n) \tag{4.26}$$

Aplicando as propriedades de probabilidades, temos que :

$$Fs = P(C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n) \tag{4.27}$$

Desta forma, analisando um sistema composto pelos componentes *a*, *b*, *c*, e *d* conforme Figura 4.12, serão obtidos os seguintes resultados :

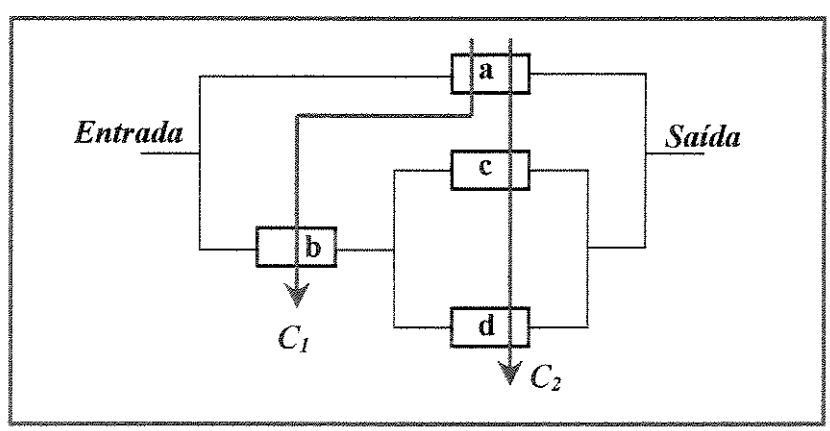


Figura 4.12 : Analise de uma Estrutura Complexa pelo Método do Grupo Mínimo de Corte.

Ocorrem dois eventos associados aos cortes *1* e *2*, os quais são independentes e estão relacionados com os grupos de componentes, desta forma :

$$C_1 = ab \quad \text{(Evento } 1\text{)} \tag{4.28}$$

$$C_2 = acd \quad \text{(Evento } 2\text{)} \tag{4.29}$$

então,

$$P(C_1) = F_a F_b \tag{4.30}$$

$$P(C_2) = F_a F_c F_d \tag{4.31}$$

onde : F_a, F_b, F_c, F_d - Probabilidade de falha dos componentes do sistema.

Desta forma, a mortalidade do sistema pode ser determinada pela expressão seguinte :

$$Fs = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1)P(C_2) \tag{4.32}$$

Relacionando as expressões 4.30 e 4.31 com a expressão 4.32, e considerando que $F_a = F_b = F_c = F_d = q$, temos que :

$$Fs = F_a F_b + F_a F_c F_d - F_a F_b F_c F_d \tag{4.33}$$

Assim :

$$Fs = q^2 + q^3 - q^4 \tag{4.34}$$

Relacionando a mortalidade ou probabilidade de falha do sistema com a confiabilidade pela equação 3.2, temos que :

$$Rs = 1 - \left[q^2 + q^3 - q^4\right] \tag{4.35}$$

onde : *Rs* - é a confiabilidade do sistema.

4.2.2 - Método do Grupo Mínimo de Ligação

O método do grupo mínimo de ligação é uma técnica complementar do método do grupo mínimo de corte, e consiste num conjunto de ramificações ou simplesmente ramos do sistema conectados desde o nó de entrada ao nó de saída do mesmo, tal que, através de cada ramo, ocorra a passagem por um único nó de cada vez. Assim, os elementos de cada ramo do grupo de ligação estão conectados em série, e se um dos componentes do ramo falha, este ramo também falha. Porém, basta um ramo ativo para que o sistema continue funcionando.

Considerando a definição, todos os componentes de cada ramo devem de estar funcionando para que os ramos funcionem, ou ainda, todos os ramos devem falhar para que o sistema falhe.

Este método não é utilizado freqüentemente pelo fato de não identificar diretamente o modo de falha do sistema.

Sendo analisada a estrutura complexa mostrada na Figura 4.12 pelo método do grupo mínimo de ligação, temos que :

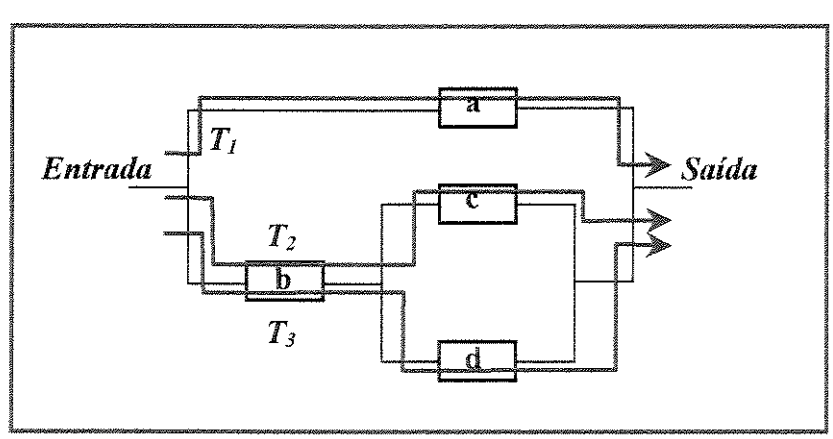


Figura 4.13 : Analise de uma Estrutura Complexa pelo Método do Grupo Mínimo de Ligação.

Neste caso, os grupos de mínima ligação estão associados aos eventos T_1, T_2, T_3, e a probabilidade de sucesso de todos os componentes relacionados com os grupos é $P(T_i)$, motivo pelo qual a confiabilidade do sistema será dada pela união dos eventos, ou seja :

$$Rs = P(T_1 \cup T_2 \cup T_3) \tag{4.36}$$

Aplicando as propriedades de probabilidade, temos que :

$$Rs = P(T_1 + T_2 + T_3) \tag{4.37}$$

Considerando que os eventos são independentes e não mutuamente exclusivos, a expressão 4.37 fica da seguinte forma :

$$\begin{aligned} Rs = {} & P(T_1) + P(T_2) + P(T_3) \\ & - P(T_1T_2) - P(T_1T_3) - P(T_2T_3) \\ & + P(T_1T_2T_3) \end{aligned} \tag{4.38}$$

onde : $T_1 = a$, $T_2 = bc$, $T_3 = bd$ - são os eventos associados aos grupos de ligação.

De onde :

$$\begin{aligned} Rs = {} & R_a + R_bR_c + R_bR_d \\ & - R_aR_bR_c - R_aR_bR_d - R_bR_cR_d \\ & + R_aR_bR_cR_d \end{aligned} \tag{4.39}$$

onde : R_a, R_b, R_c, R_d - é a probabilidade de sucesso dos componentes do sistema.

Considerando que $R_a = R_b = R_c = R_d = p$, temos que :

$$Rs = p + 2p^2 - 3p^3 + p^4 \tag{4.40}$$

De onde :

$$Fs = 1 - \left[p + 2p^2 - 3p^3 + p^4 \right] \tag{4.41}$$

onde : Fs - é a probabilidade de falha do sistema.

4.2.3 - Método da Árvore de Eventos

Este método consiste em representar graficamente todas as ocorrências possíveis de um sistema, o que é denominado pelos autores árvore de eventos. Segundo Cavalca (1998), a aplicação do método da árvore de eventos torna-se mais onerosa quando o número de componentes é superior a cinco. Como exemplo, torna-se um sistema de seis componentes, onde existem 2^n caminhos possíveis entre sucessos e fracassos, isto é, o número de caminhos possíveis é 64.

O método pode ser utilizado em sistema com componentes operando continuamente, onde a ocorrência dos eventos pode ser considerada em ordem arbitrária, ou em sistemas que envolvem componentes no modo stand-by, onde deve ser considerada a ocorrência dos eventos em uma seqüência lógica.

Aplicando este método a uma estrutura como a mostrada na Figura 4.14, obtemos um diagrama das ocorrências do sistema, como o esquematizado na Figura 4.15

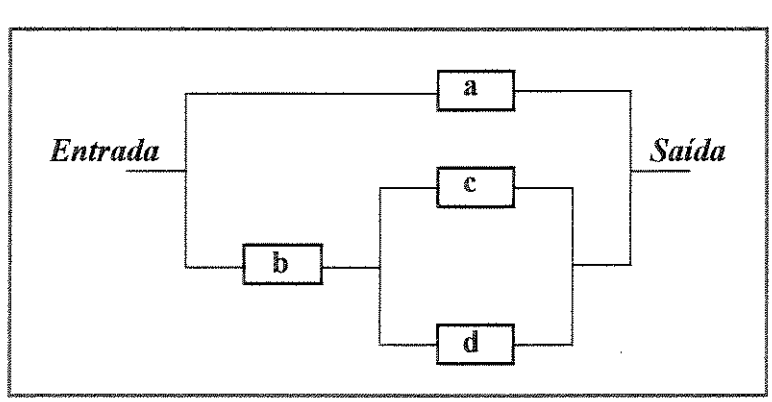


Figura 4.14 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Árvore de Eventos.

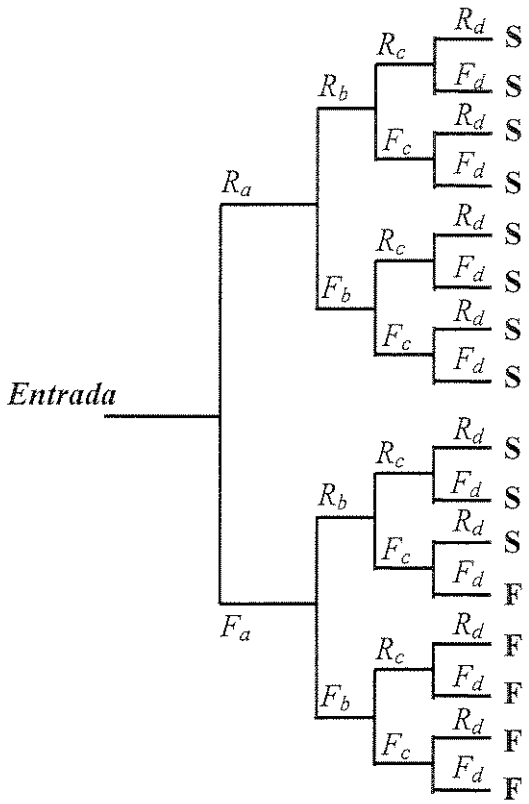


Figura 4.15 : Árvore de Eventos da Estrutura Complexa Analisada.

A confiabilidade do sistema, neste caso, pode ser considerada como :

$$Rs = \sum \textit{probabilidades de ocorrência de todos os caminhos de sucesso.} \qquad (4.42)$$

Da análise da Figura 4.15, pode-se obter cinco caminhos que resultam em fracasso do sistema. Desta forma, é mais fácil estimar a confiabilidade do sistema como função complementar dos fracassos possíveis, ou seja :

$$Rs = 1 - \sum \textit{probabilidades de ocorrência de todos s caminhos de fracasso.} \qquad (4.43)$$

Sendo que :

$$\sum \textit{probabilidades de ocorrência de todos s caminhos de fracasso.} = Fs \qquad (4.44)$$

onde : Fs - Probabilidade de Falha ou Mortalidade do Sistema.

Desta forma, temos que :

$$Fs = F_a R_b F_c F_d + F_a F_b R_c (R_d + F_d) + F_a F_b F_c (R_d + F_d) \tag{4.45}$$

Considerando o exposto na expressão 3.1, pode-se afirmar que $R_d + F_d = 1$, de onde a equação 4.45 fica da seguinte forma :

$$Fs = F_a R_b F_c F_d + F_a F_b (R_c + F_c) \tag{4.46}$$

De forma semelhante, pode-se afirmar que $R_c + F_c = 1$, sendo que :

$$Fs = F_a R_b F_c F_d + F_a F_b \tag{4.47}$$

Como nos casos anteriores, será considerado que a probabilidade de falha e de sucesso dos componentes do sistema são iguais :

$$F_a = F_b = F_c = F_d = q \tag{4.48}$$

$$R_a = R_b = R_c = R_d = p \tag{4.49}$$

A expressão para determinar a probabilidade de falha do sistema, assume a seguinte forma :

$$\begin{aligned} Fs &= (1-p)^3 p + (1-p)^2 \\ &= 1 - p - 2p^2 + 3p^3 - p^4 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Resultando que a probabilidade de sucesso do sistema pode ser estimada pela expressão seguinte :

$$Rs = p + 2p \quad - 3p \quad + p \tag{4.51}$$

4.2.4 - Método da Árvore de Falhas

Este método representa simbolicamente as condições que podem causar falha num sistema, permitindo evidenciar pontos críticos do sistema numa forma visível, ou seja, pode ser considerado como uma ferramenta visual que permite informar e interpretar os pontos de falha do sistema, assim como fornecer suporte para decisões e estudos de desempenho de mercado, ou ainda, determinando a adequação do projeto do sistema.

Segundo Billinton e Allan (1987), este método geralmente é empregado para avaliar qualitativamente o desempenho de projetos, bem como para estimar o valor da confiabilidade em sistema operando no modo stand-by, sendo raramente utilizado em sistemas com outro tipo de configuração.

Para construir a árvore de falhas é utilizada uma lógica inversa à empregada na árvore de eventos, partindo-se de uma determinada falha ou evento não desejado, trabalha numa ramificação de cima para baixo, a fim de explorar todas as combinações de eventos que podem resultar em falhas.

Conforme Ramakumar (1993), o procedimento básico para desenvolver uma árvore de falhas é o seguinte :

a) - Identificar o evento indesejado, ou condição de falha, denominado *"top event"*, para o sistema em análise;
b) - Estudar e entender o sistema analisado, bem como a aplicação para a qual foi projetado;
c) - Determinar as causas funcionais de ordem mais elevadas que podem causar a falha inicialmente identificada, assim como as relações lógicas de eventos de ordem inferior que podem resultar em eventos funcionais de ordem superior;
d) - Construir a árvore de falhas utilizando o conjunto de blocos básicos de estruturas. Esta árvore ilustra graficamente as diferentes combinações e seqüências dos eventos que conduzem ao *"top event"*. Todas as entradas de falhas de eventos devem ser

caracterizadas em termos de falhas básicas ou funcionais, independentes ou secundarias, e identificáveis ou de comando;

e) - Estimar e reduzir a árvore de falhas qualitativamente ou quantitativamente, conforme desejado.

Para analisar um sistema pelo método da árvore de falhas, é necessário classificar as falhas, sendo que, estas podem ser divididas em três grupos:

a) - Falhas Primárias: são falhas funcionais claramente identificáveis para um equipamento funcionando dentro dos parâmetros de projeto, como é a falta de energia, queima de fusíveis, falha de conexão, ou quebra de válvulas;

b) - Falhas Secundárias: são falhas devido ao excessivo *stress* ambiental ou operacional sobre o componente;

c) - Falhas de Comando: são falhas decorrentes da própria operação do componente, porém em lugar e momento inadequados.

Um exemplo da utilização deste método é mostrado por Freitas e Colosimo em 1997, empregado para avaliar uma falha num motor elétrico. O esquema da instalação do motor é mostrado na figura seguinte :

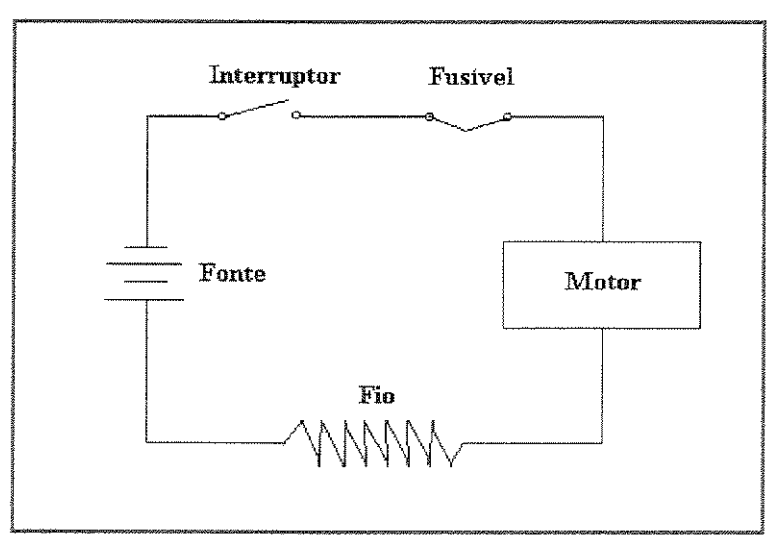


Figura 4.16 : Esquema de Funcionamento de um motor elétrico.

Neste caso, como evento indesejado ou condição de falha *"top event"*, será considerado o superaquecimento do motor elétrico. Utilizando o conjunto de blocos básicos de estruturas, pode-se construir a árvore de falhas mostrada na Figura 4.17, onde são apresentadas as diferentes combinações e seqüências dos eventos que conduzem ao *"top event"*.

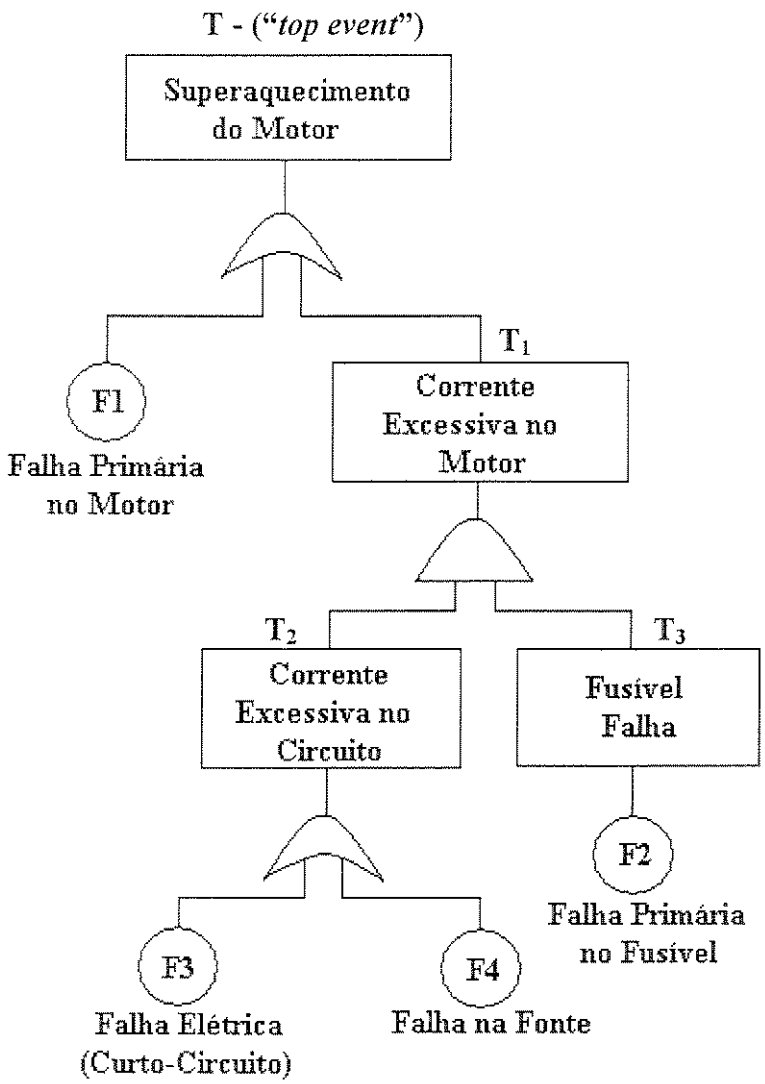
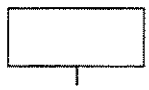


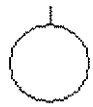
Figura 4.17 : Esquema da Árvore de Falhas para o Exemplo Analisado.

Os blocos básicos de estruturas utilizados nesta análise, para representar as combinações e seqüências dos eventos, são os seguintes :



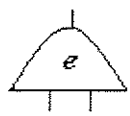
Retângulo

- Representa o evento resultante de uma combinação lógica de eventos falha ligados por meio de conexões lógicas;



Círculo

- Representa os eventos associados a falhas básicas ou primárias;



- O evento de saída só ocorre se todos os eventos de entrada ocorrem. O nome deste símbolo é ***"e"***, e representa a interseção dos eventos de entrada;

- Neste caso, o evento de saída ocorre se pelo menos um dos eventos de entrada ocorre. O nome do símbolo é ***"ou"***, e representa a soma dos eventos de entrada.

Outros símbolos para representar as combinações de eventos são referenciados por autores como: Billinton e Allan (1987), Ramakumar (1993), Freitas e Colosimo (1997) e Cavalca (1998).

Da Figura 4.17, pode-se obter que :

$$T(\text{"}top-event\text{"}) = F1 \cup T_1 \tag{4.52}$$

De onde :

$$T(\text{"}top-event\text{"}) = F1 + T_1 - F1T_1 \tag{4.53}$$

onde : $T_1 = T_2 \cap T_3$, ou seja, $T_1 = T_2T_3$;

$T_2 = F3 \cup F4 = F3 + F4 - F3F4$;

$T_3 = F2$.

Assim, temos que :

$$\begin{aligned} T &= F1 + T_2T_3 - F1(T_2T_3) \\ &= F1 + [(F3 + F4 - F3F4)F2] - F1[(F3 + F4 - F3F4)F2] \\ &= F1 + F2F3 + F2F4 - F2F3F4 - F1(F2F3 + F2F4 - F2F3F4) \\ &= F1 + F2F3 + F2F4 - F2F3F4 - F1F2F3 - F1F2F4 + F1F2F3F4 \end{aligned} \tag{4.54}$$

Deste modo, a probabilidade de falha do sistema , ou ocorrência do *"top event"* , pode ser estimada pela expressão seguinte :

$$\begin{aligned} P(T) = P(F1) + P(F2F3) + P(F2F4) - P(F2F3F4) \\ - P(F1F2F3) - P(F1F2F4) + P(F1F2F3F4) \end{aligned} \tag{4.55}$$

onde : - *F1, F2, F3* e *F4*; são as falhas básicas ou primarias mostradas na Figura 4.17

4.2.5 - Método da Decomposição

Este método também é conhecido como aproximação para probabilidade condicional, e a estimativa da confiabilidade é obtida aplicando-se, sucessivamente, o teorema de probabilidade condicional (Teorema de Bayes).

O procedimento para a análise de estruturas complexas é selecionar um componente chave **A**, que amarra a estrutura de probabilidades do problema proposto. Assim, a probabilidade de sucesso da estrutura pode ser estimada como :

$$\begin{aligned} Rs = [P(\text{sucesso do sistema / componente A bom})]P(A) \\ + [P(\text{sucesso do sistema / componente A ruim})]P(\overline{A}) \end{aligned} \tag{4.56}$$

onde : $P(A)$ - probabilidade de sucesso do componente chave **A**;

$P(\overline{A})$ - probabilidade de fracasso do componente chave **A**.

Analogamente, a mortalidade ou probabilidade de falha da estrutura, pode ser expressa como :

$$Fs = 1 - Rs = [P(\text{falha do sistema / componente A bom})]P(A) + [P(\text{falha do sistema / componente A ruim})]P(\overline{A}) \quad (4.57)$$

Desta forma, o procedimento decompõe a estrutura complexa analisada em subsistemas mais simples. Para grandes estruturas, deve-se decompor sucessivamente a mesma até a redução máxima. A escolha adequada do componente chave resulta na aceleração do processo de convergência, porém, o método deve funcionar para qualquer que seja o componente chave.

4.2.6 - Método de Inspeção

É um método muito simples, que consiste no procedimento tradicional de redução, de forma sucessiva, de sistemas de configuração em série e/ou paralelo, que compõem uma estrutura complexa, até obter um único componente equivalente à estrutura analisada.

Conforme Ramakumar (1993) e Cavalca (1998), este método é recomendado para analisar estruturas que apresentam pequeno número de componentes.

Na estrutura a seguir, podem ser definidos 3 conjuntos (S_1, S_2 e S_3), que são relacionados com as reduções sucessivas para obter um componente equivalente simples de confiabilidade igual à da estrutura completa.

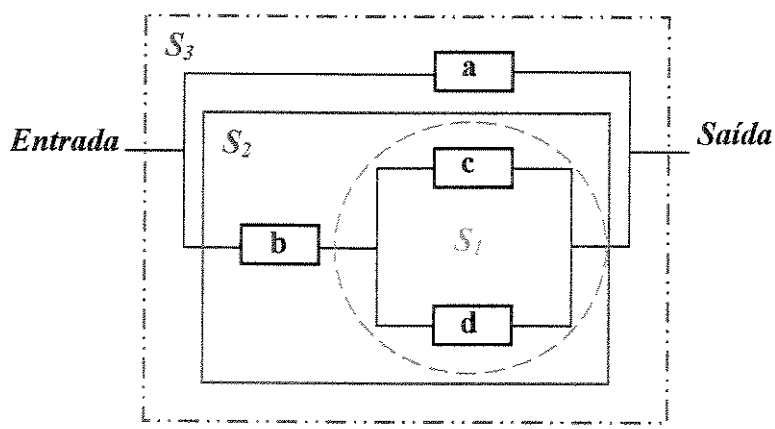


Figura 4.18 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Inspeção.

Neste caso, a confiabilidade da estrutura está relacionada diretamente com a confiabilidade dos conjuntos mostrados na Figura 4.18, sendo que :

a) - Para o conjunto S_1, como os componentes *c* e *d*, estão associados em paralelo, a confiabilidade pode ser estimada por meio da expressão 4.9:

$$R_{S_1} = 1 - [(1 - R_c)(1 - R_d)] \tag{4.58}$$

b) - Para o conjunto S_2, a confiabilidade será estimada considerando que o componente *b* está associado em série com o componente resultante da redução do conjunto S_1, desta forma, empregando a equação 4.5, obtemos que :

$$R_{S_2} = R_b R_{S_1} \tag{4.59}$$

c) - O conjunto S_3, está relacionado com a última redução da estrutura, por meio da qual é estimado o valor da confiabilidade da mesma. Neste caso, considera-se que o conjunto é formado por dois componentes em paralelo: um será o componente *a*, e o outro, o componente resultante da redução do conjunto S_2, sendo que :

$$Rs = R_{S_3} = 1 - [(1 - R_a)(1 - R_{S_2})] \tag{4.60}$$

Desta forma, considerando que a confiabilidade dos componentes da estrutura apresentam um mesmo valor *p*, ou seja, $R_a = R_b = R_c = R_d = p$, a expressão 4.60 apresenta a seguinte forma :

$$\begin{aligned} Rs &= 1 - \{(1-p)[(1-[p(1-(1-p)(1-p))]]\} \\ &= 1 - \{(1-p)[(1-[p(1-(1-2p+p^2))]]\} \\ &= 1 - \{(1-p)[1-2p^2+p^3]\} \\ &= 1 - [1-2p^2+p^3-p+2p^3-p^4] \\ &= p+2p^2-3p^3+p^4 \end{aligned} \tag{4.61}$$

4.2.7 - Método da Matriz Conexão

A técnica da matriz conexão consiste em criar uma matriz **M** para o sistema ou estrutura complexa analisada, onde as linhas e colunas da matriz são nós ou pontos de conexão dos componentes da estrutura, e os elementos da matriz, os próprios componentes, posicionados entre os nós. Para obter a transmissão ou trajetória desde o nó, ou ponto de conexão, de entrada da estrutura ao da saída, sendo que o fluxo de eventos existe numa única direção, podem ser utilizado dois métodos: o *método da eliminação de nós* ou o *método da multiplicação da matriz.*

Segundo Billinton e Allan (1987), o método da eliminação de nós apresenta vantagem sobre o método da multiplicação da matriz, devido ao fato que o primeiro dos métodos permite analisar a trajetória ou transmissão entre dois nós de interesse, sendo que o outro método analisa todos os nós de forma simultânea.

Empregando a técnica da matriz conexão para estimar a confiabilidade de uma estrutura complexa, como a esquematizada na Figura 4.19, pode-se obter o seguinte resultado:

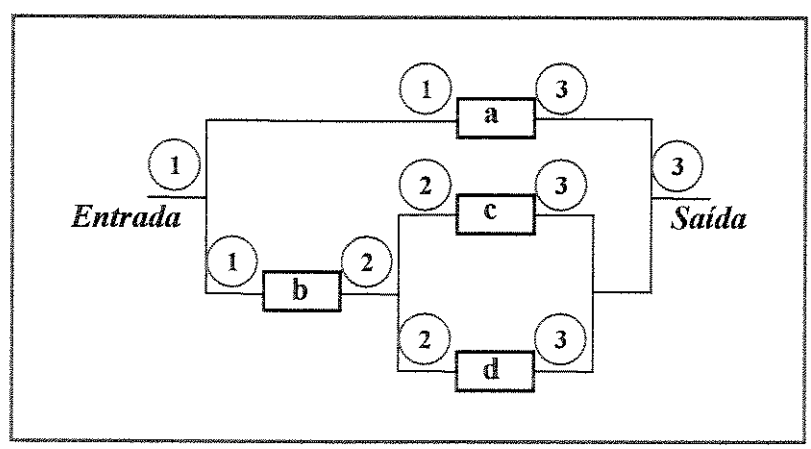


Figura 4.19 : Estrutura Complexa Analisada pelo Método da Matriz Conexão.

A matriz de conexão, correspondente à estrutura analisada, pode ser definida como :

M = do nó \ para o nó	1	2	3
1	1	b	a
2	0	1	(c + d)
3	0	0	1

Figura 4.20 : Matriz de Conexão Inicial da Estrutura Analisada.

Esta matriz de conexão é obtida analisando-se a trajetória a partir de todos os nós de entrada, até os nós de saída característicos de cada componente.

Para reduzir os nós, a matriz mostrada na Figura 4.20, empregando o método da eliminação de nós, é utilizada, excetuando a eliminação dos nós de entrada e saída :

$$N_{ij}^{\ 0} = N_{ij} + \left(N_{ik} N_{kj}\right) \tag{4.62}$$

onde : $(i, j \neq k)$

i, j - linha e coluna respectivamente da matriz de conexão;

k - nó que será eliminado da matriz;

N_{ij} - elemento da matriz atual;

$N_{ij}^{\ 0}$ - novo elemento da matriz reduzida.

Neste caso, o nó a ser eliminado é o nó *2*, de onde os novos elementos da matriz reduzida são obtidos da seguinte forma :

$$N_{11}^{0} = N_{11} + N_{12} N_{21} = 1 + b \times 0 = 1 \tag{4.63}$$

$$N_{13}^{0} = N_{13} + N_{12} N_{23} = a + b(c + d) = a + bc + db \tag{4.64}$$

$$N_{31}^{0} = N_{31} + N_{32} N_{21} = 0 + 0 \times 0 = 0 \tag{4.65}$$

$$N_{33}^{0} = N_{33} + N_{32}N_{23} = 1 + 0 \times (c + d) = 1 \tag{4.66}$$

Desta forma, a matriz inicial será reduzida, resultando numa matriz que está relacionada somente com o nó de entrada *1*, e o de saída *3* da estrutura, mostrada na Figura 4.21 :

	1	3
1	1	a +bc +bd
3	0	1

Figura 4.21 : Matriz Resultante do Método de Matriz de Conexão.

O elemento$_{1,3}$ da matriz reduzida está relacionado diretamente com os caminhos de sucesso que apresenta a estrutura. Associando estes caminhos a eventos ($T_1 = a$, $T_2 = bc$ e $T_3 = bd$), e aplicando as propriedades de probabilidade de eventos independentes, pode-se estimar a confiabilidade da estrutura por meio da seguinte análise :

$$Rs = P(T_1 \cup T_2 \cup T_3) \tag{4.67}$$

ou seja,

$$Rs = P(T_1 + T_2 + T_3) - P(T_1T_2) - P(T_1T_3) - P(T_2T_3) + P(T_1T_2T_3) \tag{4.68}$$

Colocando os eventos em função dos componentes da estrutura, e aplicando as propriedades, temos que :

$$Rs = P(a) + P(bc) + P(bd) - P(abc) - P(abd) - P(bcd) + P(abcd) \tag{4.69}$$

Desta forma,

$$Rs = R_a + R_bR_c + R_bR_d - R_aR_bR_c - R_aR_bR_d - R_bR_cR_d + R_aR_bR_cR_d \tag{4.70}$$

Sendo que,

$$R_a = R_b = R_c = R_d = p \tag{4.71}$$

A expressão para estimar a confiabilidade torna-se, então :

$$\begin{aligned} Rs &= p + p^2 + p^2 - p^3 - p^3 - p^3 + p^4 \\ &= p + 2p^2 - 3p^3 + p^4 \end{aligned} \tag{4.72}$$

Considerando os resultados obtidos das análises feitas em estruturas complexas, pode-se afirmar, de forma geral, que com o emprego dos métodos referenciados neste capítulo, o resultado é similar, sendo estes conferidos por meio das expressões (4.40, 4.51, 4.61 e 4.72) empregadas para estimar o valor da confiabilidade numa estrutura complexa como a ilustrada na Figura 4.12

Capítulo 5

Metodologia de Cálculo para a estimativa da Confiabilidade nas Estruturas

Para atingir o objetivo principal deste trabalho, foi elaborado um programa computacional desenvolvido no linguajem *Visual Basic*, denominado "CALCONF", no qual estão envolvidas algumas das análises e dos métodos citados no Capítulo 4, empregados para determinar o valor de confiabilidade em estruturas de configuração simples e complexas.

5.1 - Configuração geral do Programa "CALCONF" para o Cálculo da Confiabilidade

O programa computacional desenvolvido apresenta opções fundamentais que permitem determinar o valor da confiabilidade numa estrutura analisada. Estas opções podem ser observadas na figura seguinte :

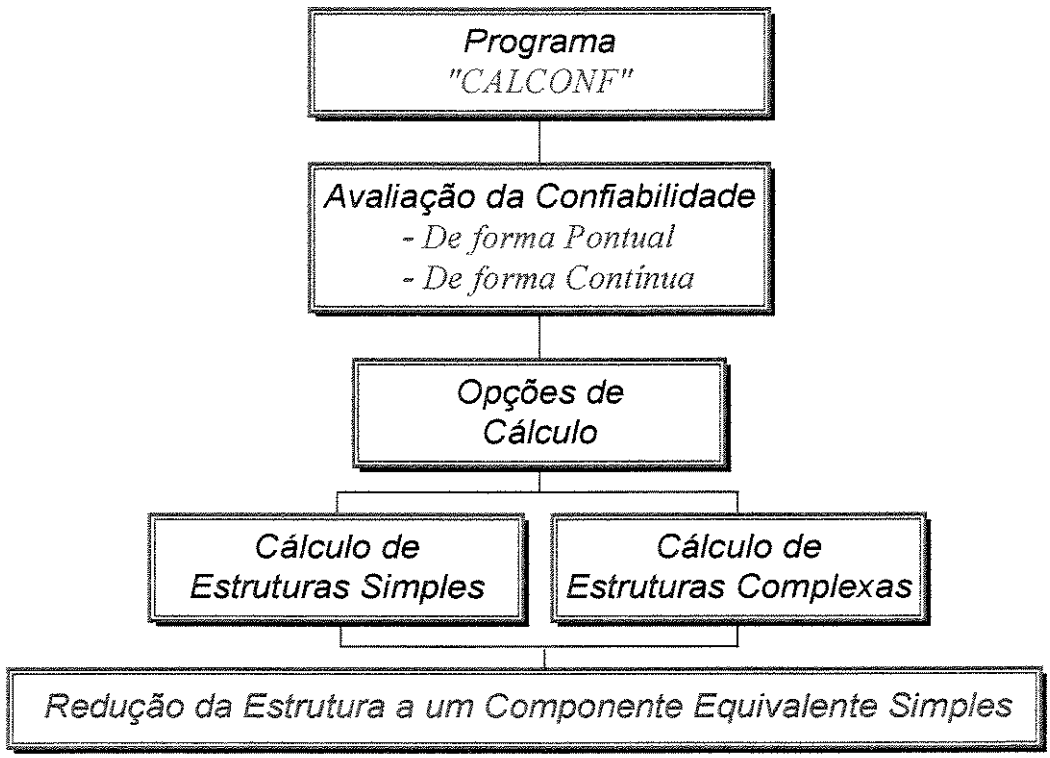


Figura 5.1 : Configuração Geral do Programa Computacional "CALCONF"

Esta figura, além de mostrar as opções para o cálculo da confiabilidade segundo o tipo de estruturas ou sistemas, também apresenta o modo em que pode ser analisada a confiabilidade, ou seja, a avaliação da confiabilidade no tempo, sendo esta pontual (para um instante de tempo t), ou contínua (para um período de tempo estabelecido de 0 a t), obtendo como resultado a redução da estrutura a um componente equivalente simples de confiabilidade igual à da estrutura analisada.

Para desenvolver a metodologia esquematizada na Figura 5.1, o programa computacional tem uma janela principal, a qual, além de fazer a apresentação, permite escolher, no menu, a opção de cálculo desejada.

Um exemplo de seleção da opção de cálculo desejada, é mostrado nas figuras seguintes :

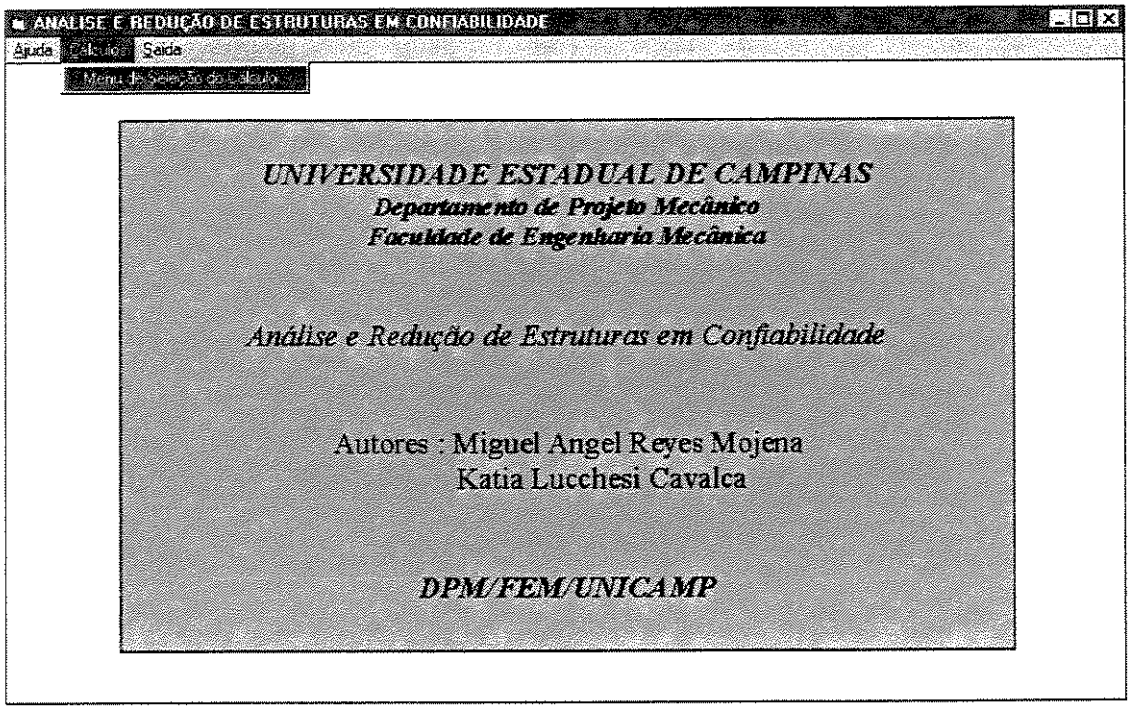


Figura 5.2 : Janela de Apresentação do Programa Computacional "CALCONF".

Selecionando, nesta janela, a opção cálculos, aparecerá um menu de opções, de forma que, selecionando uma delas, a janela de apresentação torna-se conforme Figura 5.3

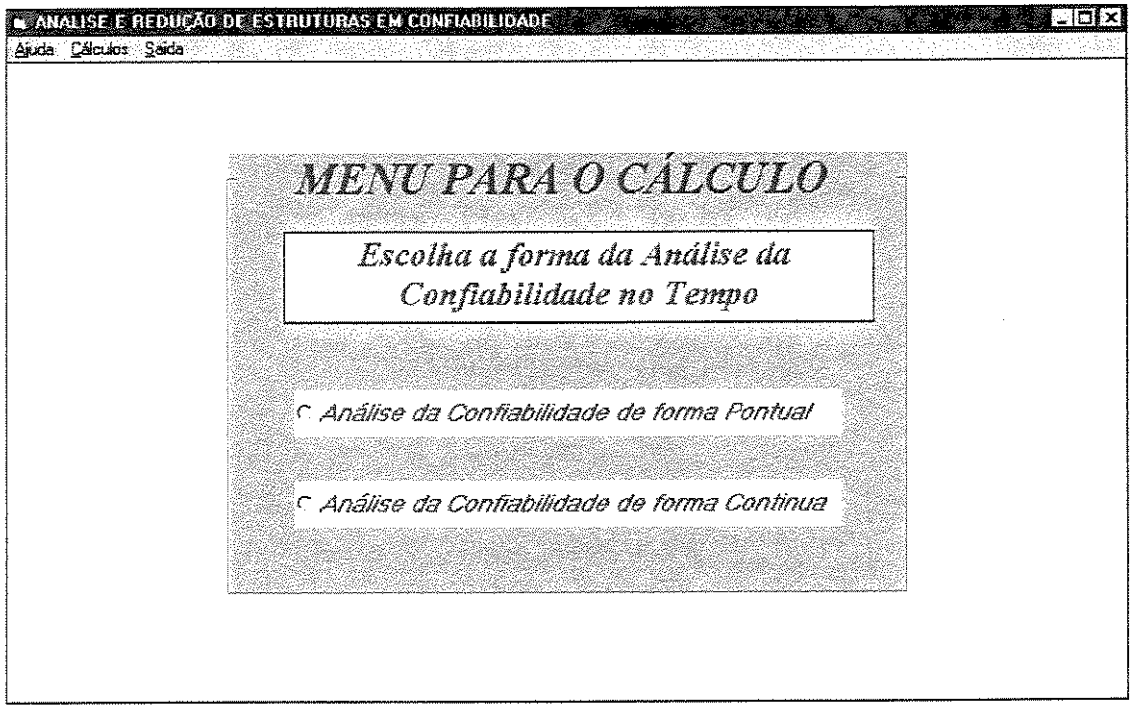


Figura 5.3 : Menu de Cálculo do Programa "CALCONF" (Confiabilidade no Tempo).

Desta forma, poderá ser selecionado o modo de analise da confiabilidade no tempo, ficando a janela conforme mostrado :

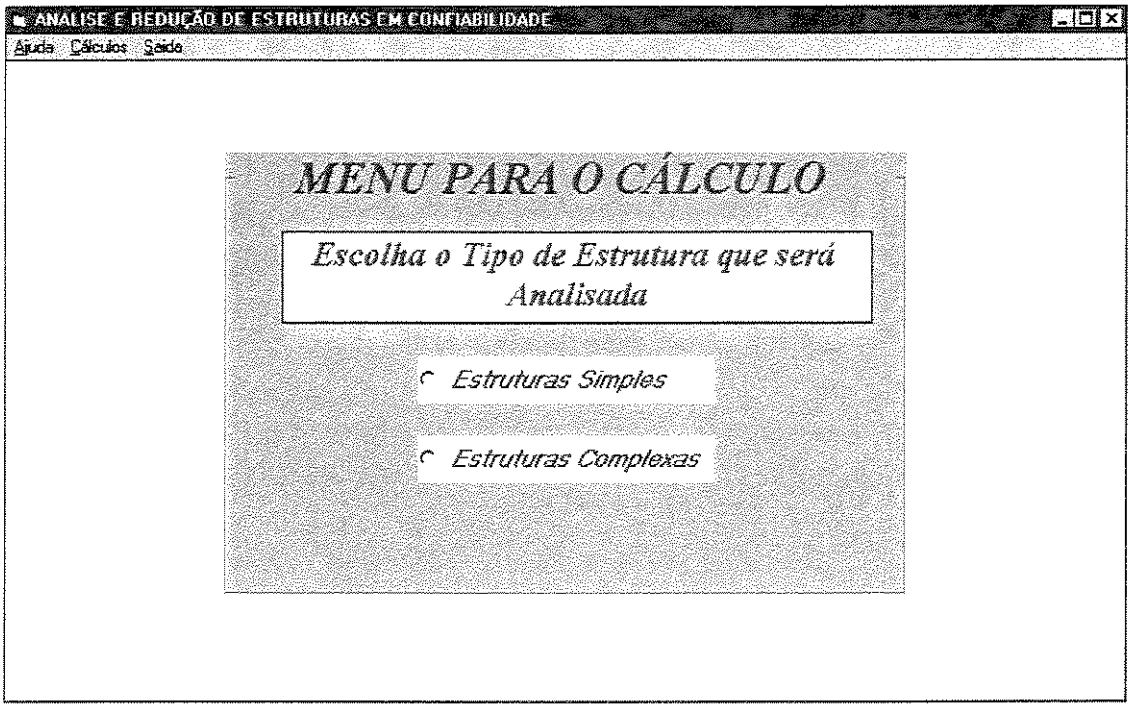


Figura 5.4 : Menu de Cálculo do Programa "CALCONF" (Seleção do Tipo de Estrutura).

Desta forma, seleciona-se o tipo de estrutura que se deseja analisar (simples ou complexa).

5.2 - Metodologia de Cálculo Utilizada nas Estruturas de Configuração Simples

Se na janela da Figura 5.4, o tipo de estrutura selecionada é simples, o programa computacional apresenta subrotinas de cálculos para reduzir este tipo de estrutura de forma direta.

A configuração do programa para este caso particular ficará como mostrado a seguir :

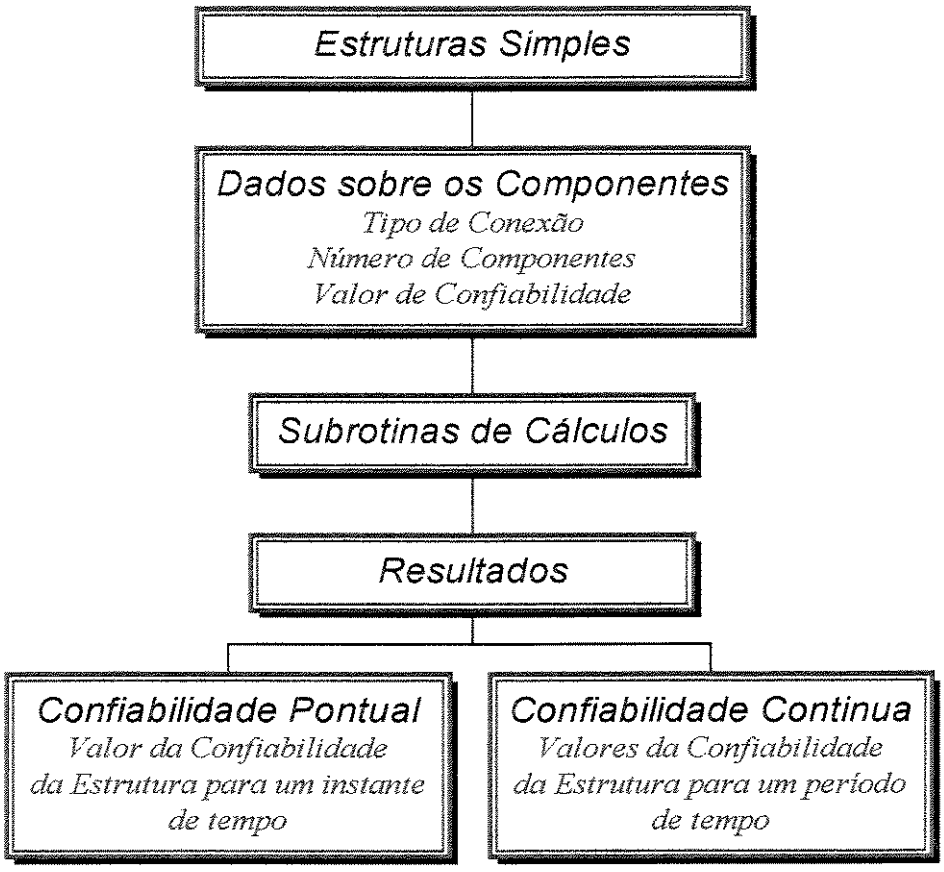


Figura 5.5 : Configuração do Programa Computacional para a Análise de uma Estrutura Simples.

As subrotinas de cálculo implementadas no programa, estão baseadas na teoria de cálculo utilizada para analisar as diferentes estruturas simples padronizadas, citadas no Capítulo 4. Estas são esquematizadas a seguir :

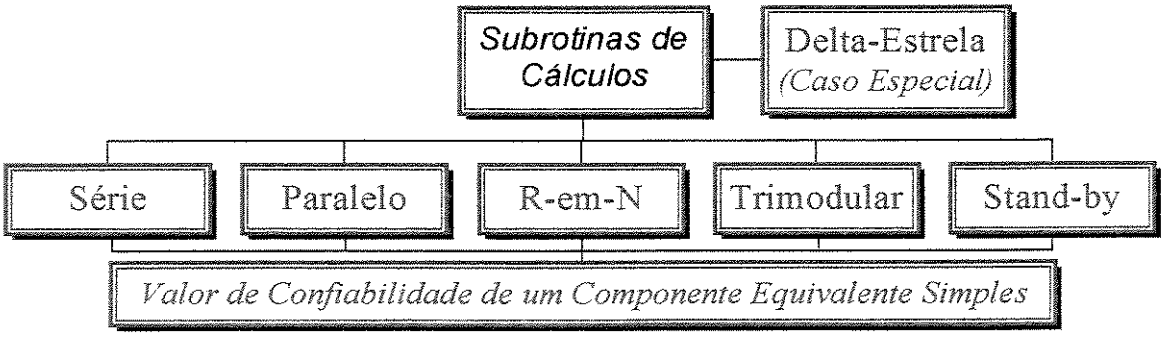


Figura 5.6 : Subrotinas de Cálculo empregadas no Programa "CALCONF" para analisar as Estruturas Simples

Existe também uma subrotina no programa para um caso especial, relacionada às estruturas de configuração delta-estrela. Esta é empregada para fazer a transformação da estrutura delta em estrela e, neste caso, determina os valores de confiabilidade dos componentes em estrela, uma vez conhecidos os valores de confiabilidade dos componentes em delta.

Uma vez obtidos os resultados, segundo o modo de análise da confiabilidade, é possível fazer outras operações, as quais são mostradas na Figura 5.7

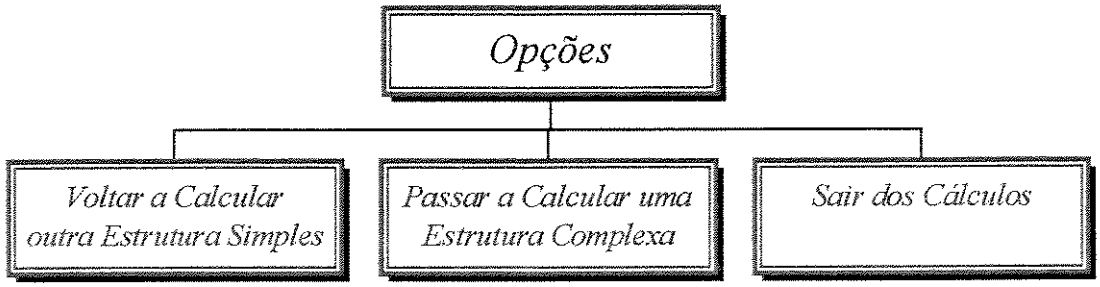


Figura 5.7 : Opções que podem ser feitas após a Análise de uma Estrutura Simples.

Um exemplo de desenvolvimento da metodologia aplicada neste trabalho é a seguinte : consideremos que será analisada uma estrutura simples, composta de dois (2) componentes associados numa conexão em série, conforme a Figura 5.8, onde a avaliação da confiabilidade é feita de forma pontual.

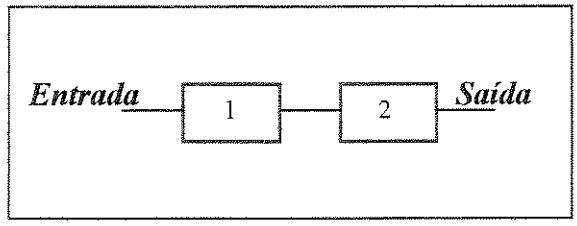


Figura 5.8 : Estrutura Simples Conectada em Série.

Parte destes dados são fornecidos ao programa pelas janelas mostradas nas Figuras 5.3 e 5.4, onde é escolhida a forma de avaliar a confiabilidade e o tipo de estrutura que apresenta o problema.

O tipo de conexão da estrutura analisada será definido numa janela como a seguinte :

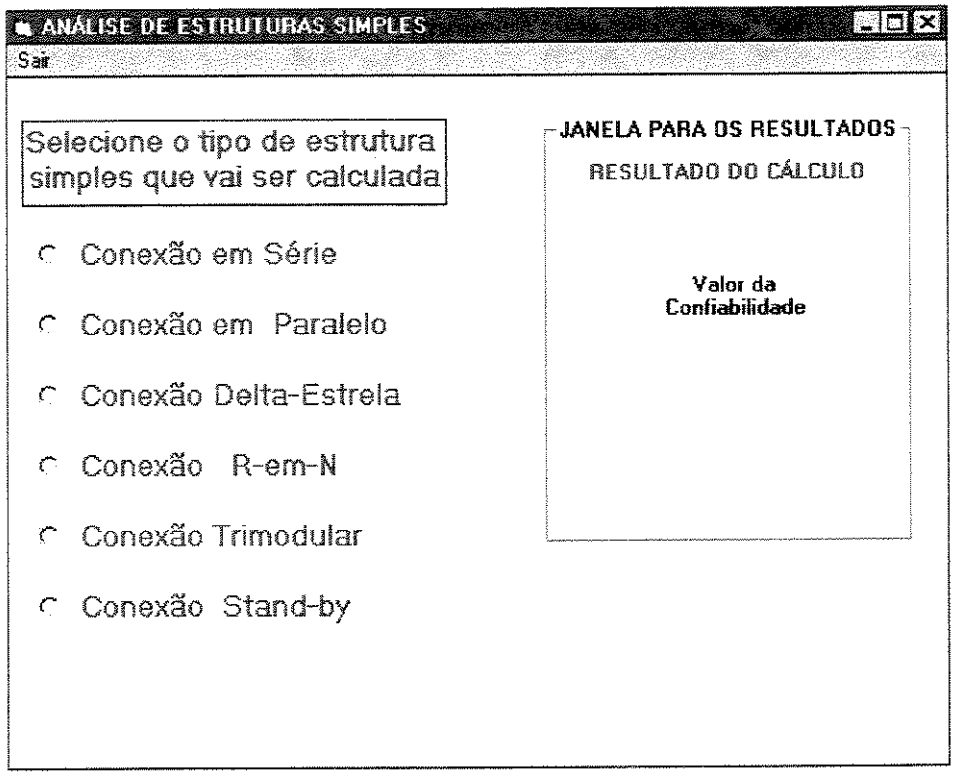


Figura 5.9 : Janela para Escolher o Tipo de Conexão que apresenta a Estrutura Analisada.

Neste caso, selecionada a opção para calcular uma conexão em série, são fornecido ao programa o número de componentes que compõe a estrutura através da janela da Figura 5.10

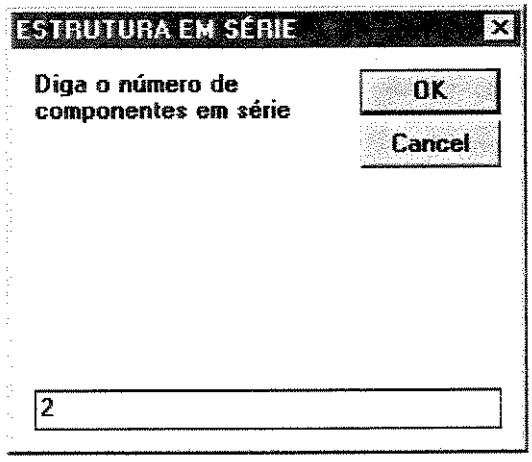


Figura 5.10 : Janela para Entrada do Número de Componentes da Estrutura.

Para entrar com os valores de confiabilidade dos componentes, é utilizada uma janela conforme segue :

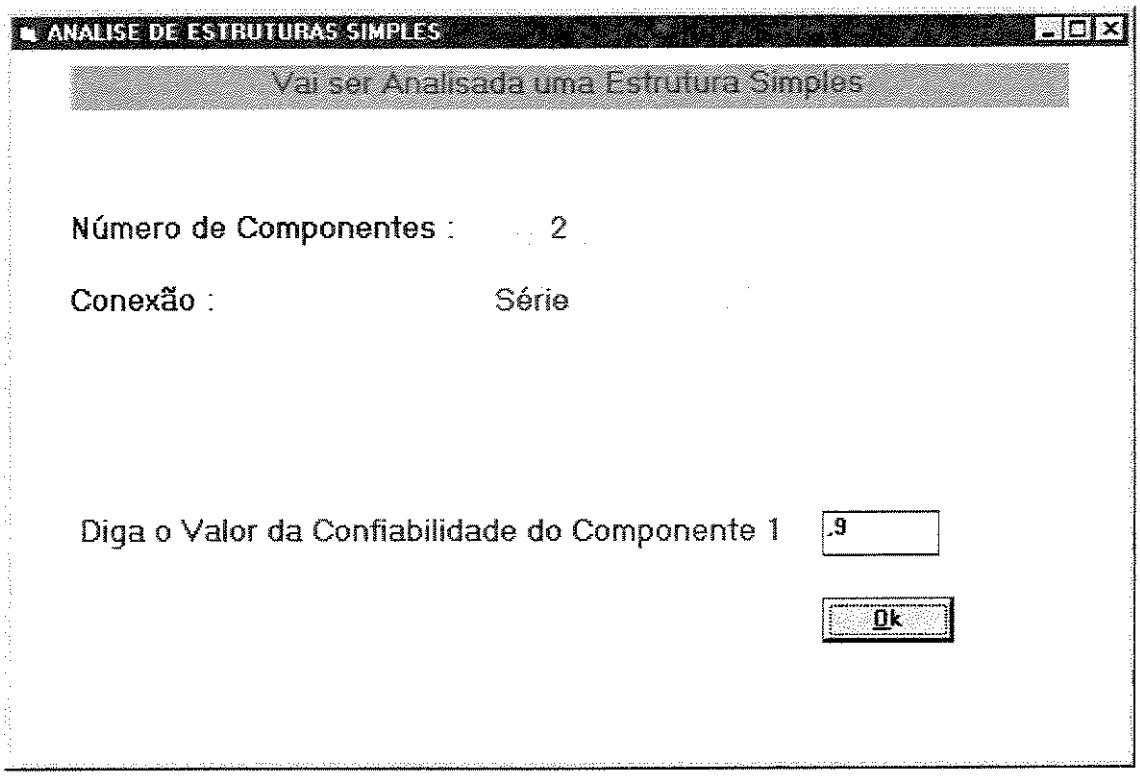


Figura 5.11 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes.

Esta janela será mostrada tantas vezes quanto for o número de componentes da estrutura.

Considerando que os componentes da estrutura apresentam iguais valores de confiabilidade (0.9), o resultado obtido da análise será mostrado na janela da Figura 5.9, da seguinte forma:

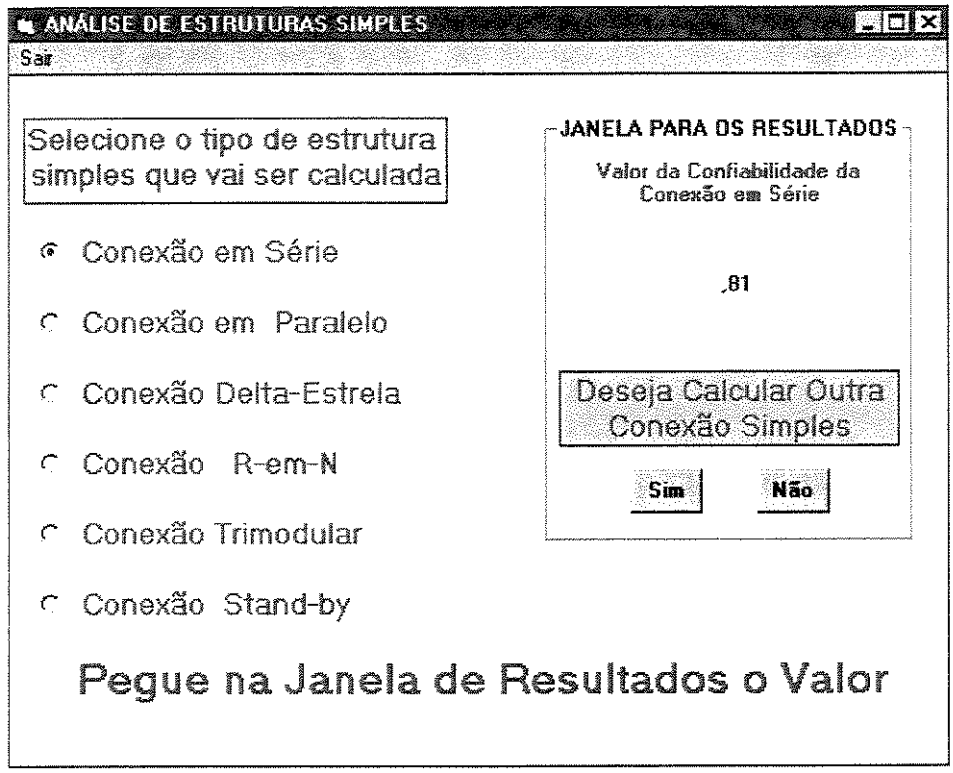


Figura 5.12 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada.

Esta janela, além de mostrar o valor da confiabilidade da estrutura, apresenta diferentes opções que permitem realizar outras análises, como as esquematizadas na Figura 5.7

Se na estrutura da Figura 5.8, a confiabilidade é analisada de forma contínua, a metodologia desenvolvida no programa é similar, e muitas das janelas que foram utilizadas para o caso da confiabilidade pontual são empregadas, exceto que, neste caso, será necessário definir o número de intervalos de tempo no período estabelecido entre 0 e t, a unidade da variável tempo, os valores de cada intervalo de tempo, e os valores de confiabilidade dos componentes em cada intervalo.

Como exemplo, pode-se analisar a confiabilidade da estrutura mostrada na Figura 5.8 para três (3) intervalos de tempo no período de 0 a t, sendo estes de 1, 5 e 10 anos.

Para fornecer os dados ao programa, existem janelas como as mostradas nas figuras seguintes :

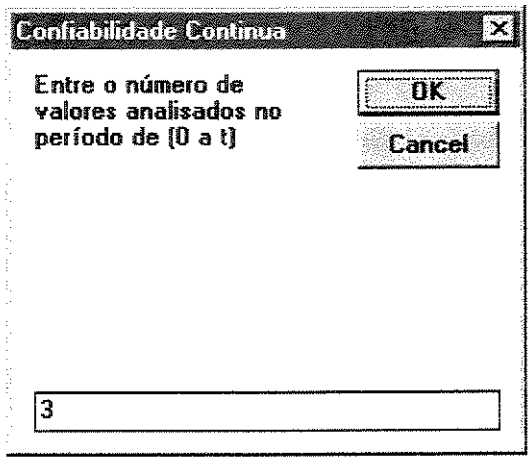


Figura 5.13 : Janela para Entrada do Número de Intervalos de Tempo.

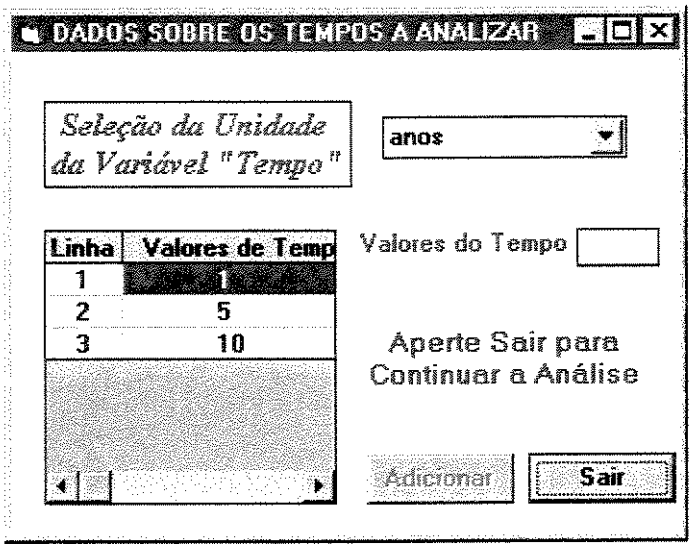


Figura 5.14 : Janela para Escolha das Unidades e Entrada do Valor da Variável Tempo.

Neste caso, deve-se fornecer ao programa os valores de confiabilidade dos componentes em cada intervalo de tempo analisado. Se os componentes apresentam valores iguais de confiabilidade em cada intervalo, é empregada a seguinte janela :

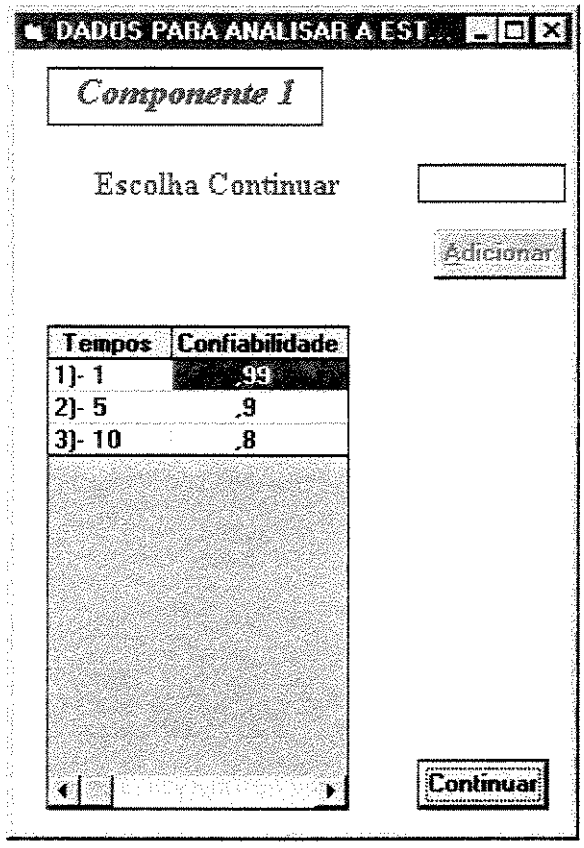


Figura 5.15 : Janela para Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes em cada Intervalo de Tempo.

Desta forma, o resultado obtido da análises é apresentado da seguinte forma :

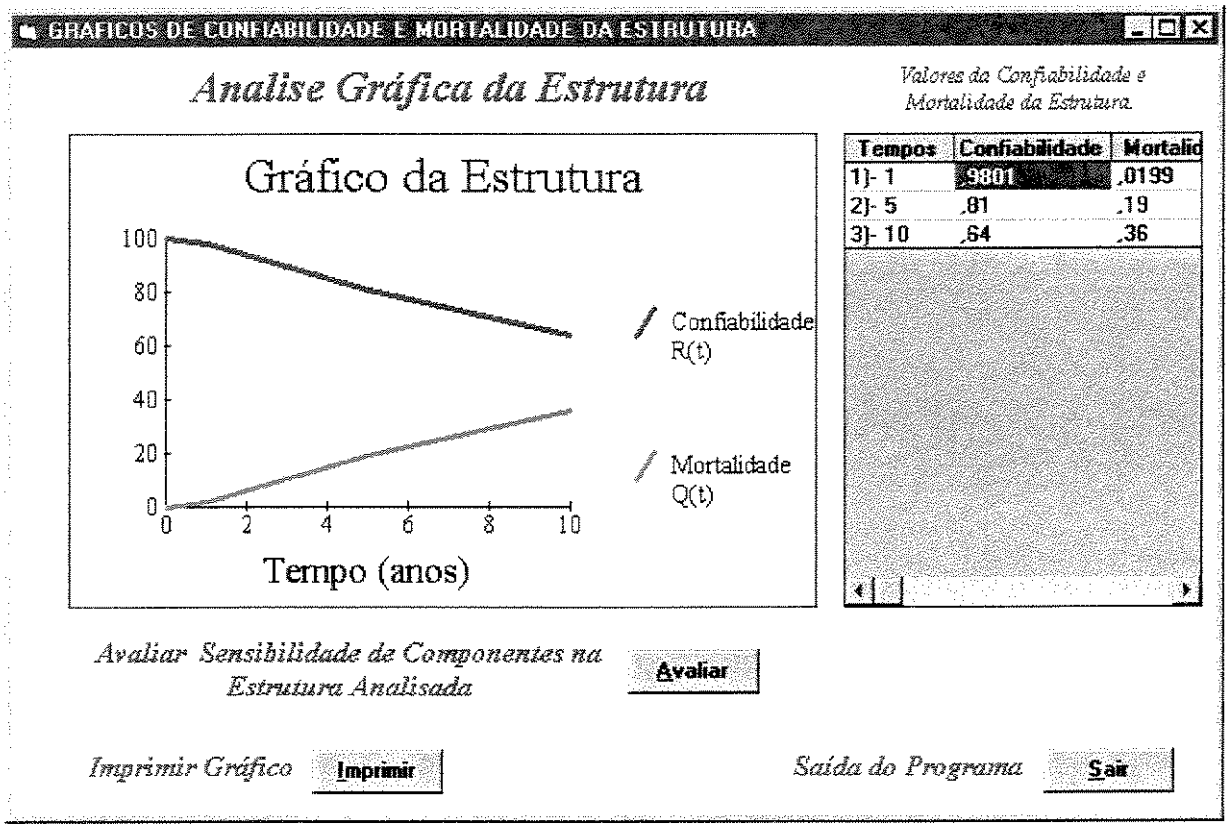


Figura 5.16 : Janela de Resultados para a Análise de Confiabilidade de uma Estrutura de forma Contínua.

Através desta janela, além de conhecer os valores de confiabilidade e mortalidade da estrutura no período de tempo analisado, e executar as opções esquematizadas na Figura 5.7, pode se avaliar a influência dos componentes da estrutura, outro objetivo deste trabalho. Para tanto, deve ser escolhida a opção "Avaliar", a qual permite selecionar o componente que se deseja analisar.

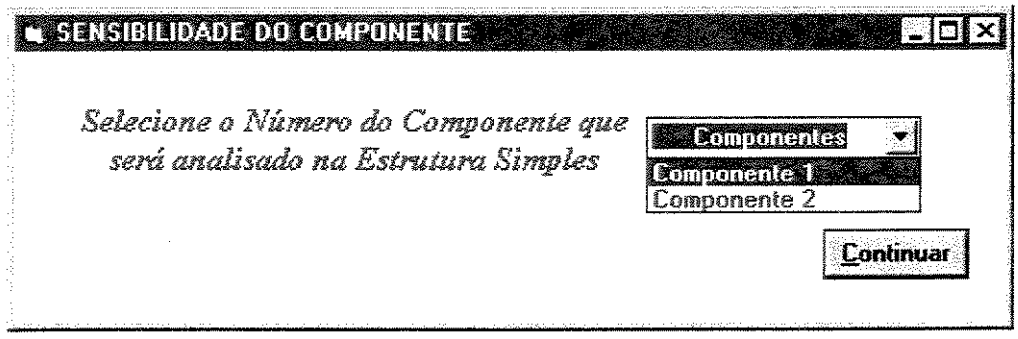


Figura 5.17 : Janela de Seleção do Componente para Análise de Sensibilidade.

Desta forma, podem ser inseridos novos valores de confiabilidade para o componente escolhido, começando a análise novamente, e assim conferir os resultados da confiabilidade da estrutura, obtidos com os valores iniciais de confiabilidade dos componentes, e aqueles obtidos após a alteração do valor da confiabilidade do componente, do qual foi analisada a sensibilidade na estrutura.

Os resultados obtidos da análise de sensibilidade são mostrados novamente na janela da Figura 5.16

Se na janela 5.9 é selecionada a opção de cálculo relacionada às estruturas delta-estrela, então, a análise feita será a transformação da estrutura delta em estrela e, desta forma, determina-se os valores dos componentes em estrela, uma vez conhecidos os valores dos componentes em delta. Esta análise pode ser feita considerando duas condições :

a) - Os componentes da estrutura em delta são idênticos

b) - Os componentes da estrutura em delta apresentam diferentes valores de confiabilidade, (componentes diferentes).

Estas condições podem ser definidas no programa através da seguinte janela :

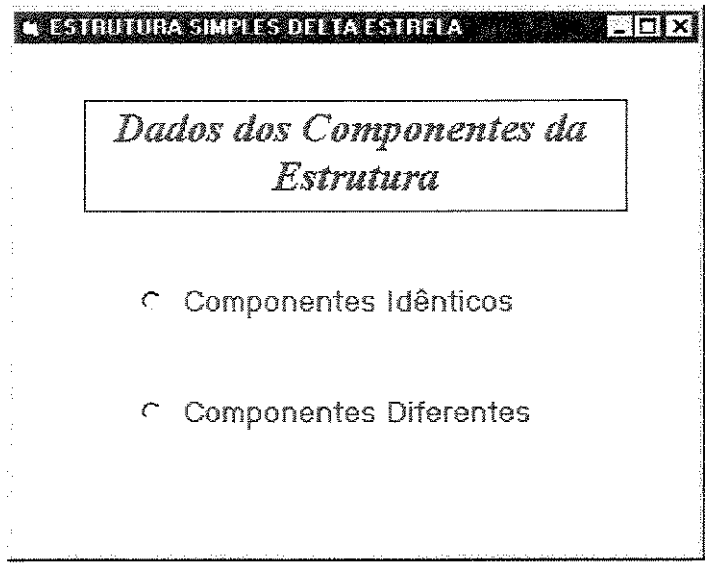


Figura 5.18 : Janela de Entrada de Dados das Estruturas Delta-Estrela.

Para o caso de componentes idênticos, a metodologia é similar àquelas empregadas no cálculo de uma estrutura simples, onde a confiabilidade é avaliada de forma pontual.

A confiabilidade dos componentes pode ser fornecida ao programa pela janela da Figura 5.19 :

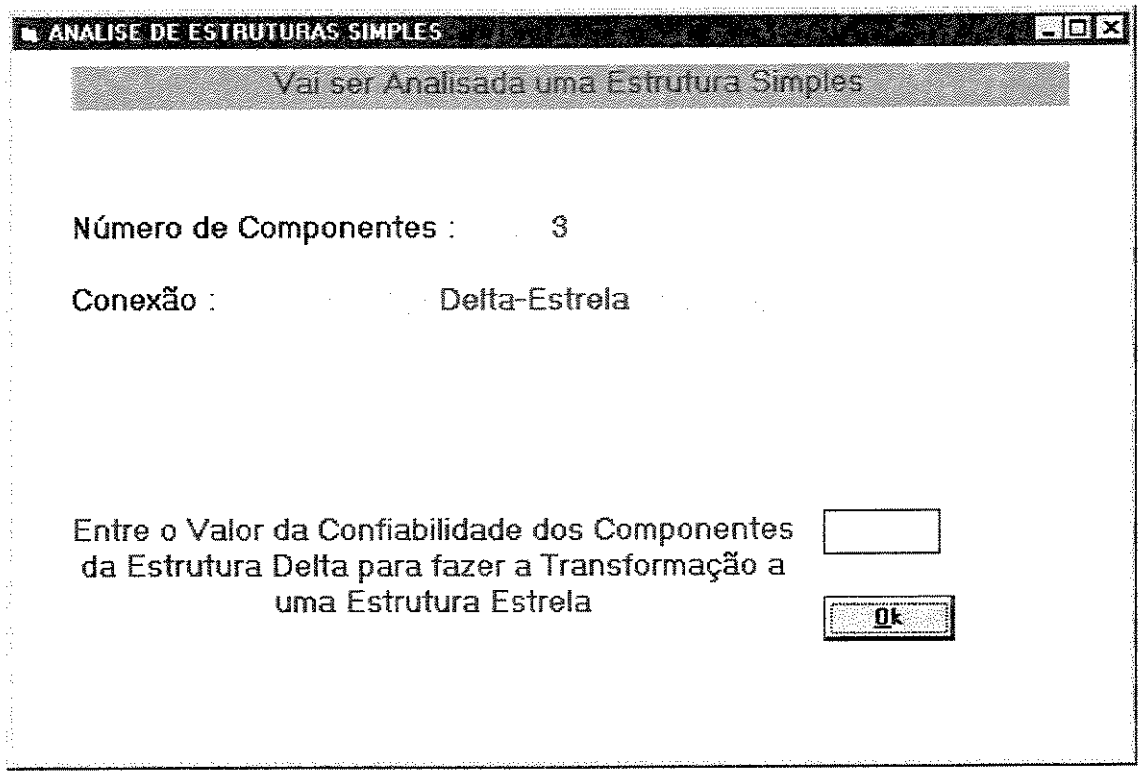


Figura 5.19 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade de Componentes Idênticos da Estrutura em Delta

Considerando que os componentes da estrutura delta apresentam um valor de confiabilidade de 0.9, os resultados da transformação são mostrados na janela 5.20.

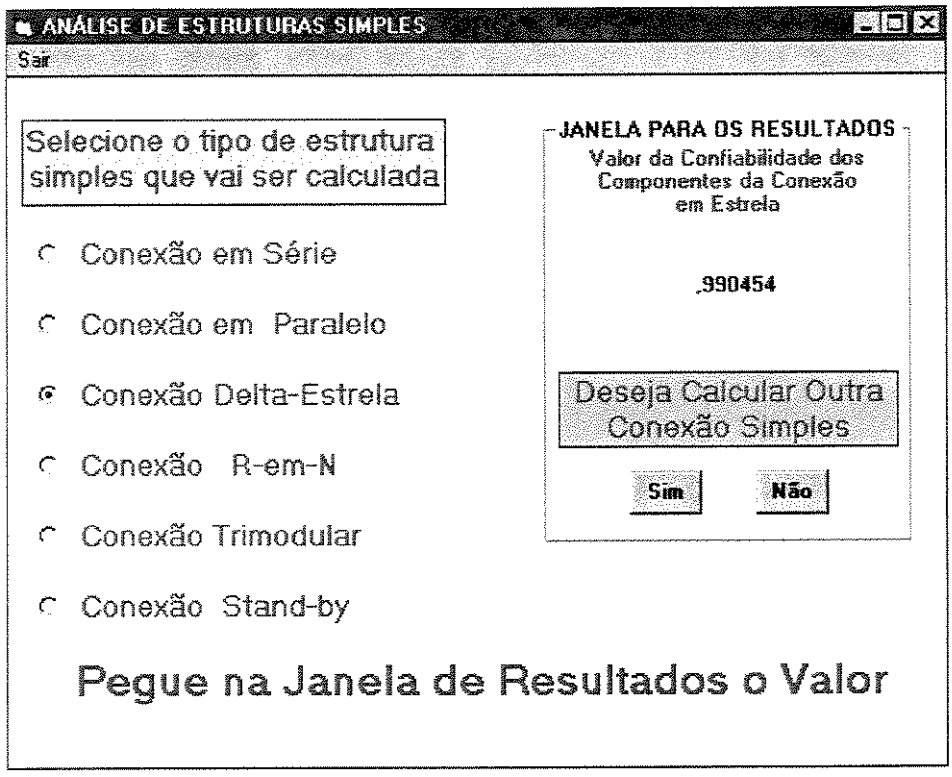


Figura 5.20 : Janela com o Valor de Confiabilidade dos Componentes em Estrela.

Para o caso de componentes em delta diferentes, a janela da Figura 5.19 fica :

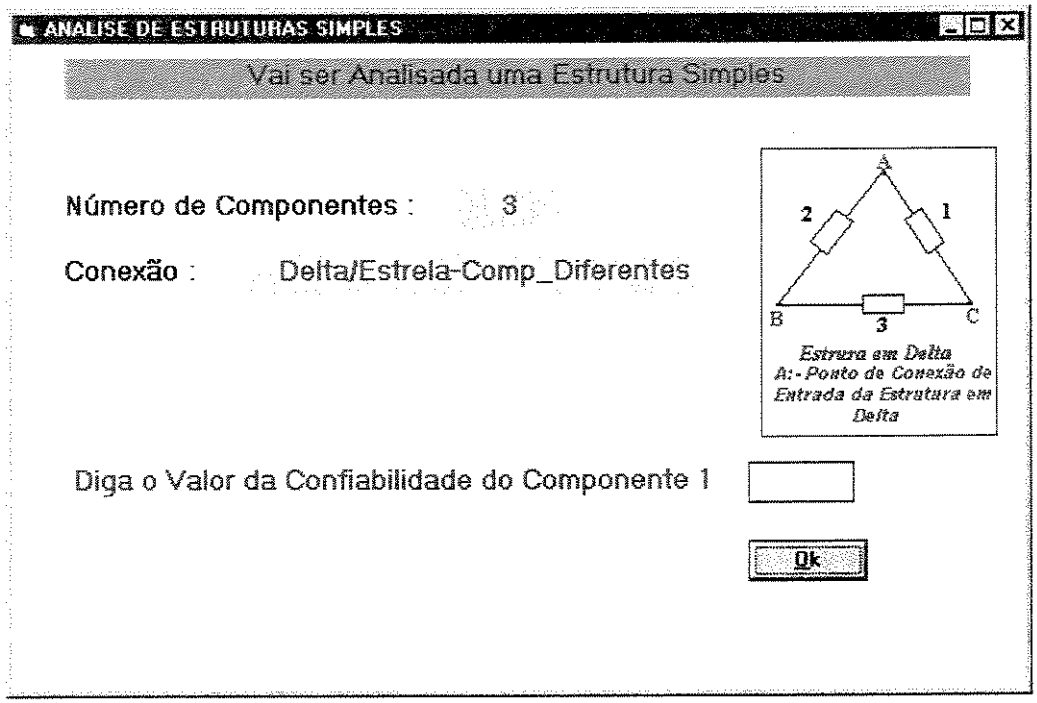


Figura 5.21 : Janela de Entrada dos Valores de Confiabilidade de Componentes Diferentes da Estrutura em Delta.

Os dados de confiabilidade dos componentes, neste caso, são fornecidos segundo as definições mostradas na janela da Figura 5.21 para uma estrutura delta. Desta forma, considerando que o nó de entrada da estrutura delta é o ponto **A** , o valor de confiabilidade do componente *1* (0.9), do componente *2* (0.8) e do componente *3* (0.7), os resultados da transformação da estrutura delta para estrela serão mostrados numa janela como a seguir :

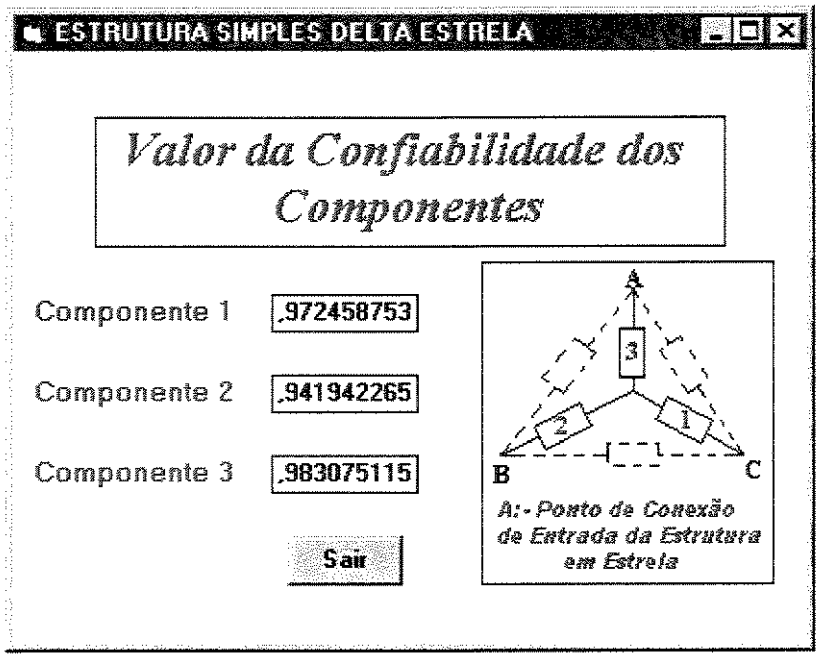


Figura 5.22 : Janela de Resultado da Transformação da Estrutura Delta em Estrela.

5.3 - Metodologia de Cálculo Utilizada nas Estruturas de Configuração Complexa

Para a análise de estruturas de configuração complexa, podem ser empregados vários métodos que permitem estimar o valor da confiabilidade. Conforme Billinton e Allan (1987), estes métodos apresentam objetivos similares, motivo pelo qual não é possível definir um método mais indicado para solucionar um problema determinado. Desta forma, considerando como questões fundamentais para a seleção de um determinado método: a simplicidade de modelar e avaliar estruturas complexas, e a facilidade de programação do método, foram escolhidos : *método de inspeção* e o *método da matriz conexão.*

O método de inspeção convencional referenciado no Capítulo 4, é recomendado, de forma geral, para pequeno número de componentes a analisar na estrutura. Assim sendo, para

poder analisar estruturas formadas por vários subsistemas e com número elevado de componentes, foi necessário modificar o método tradicional, com o emprego de técnicas computacionais para o armazenamento e processamento de dados, como é a técnica da árvore binária. Sendo, neste caso, denominado o método de *método de inspeção modificado.*

Este método será aplicado para solucionar problemas nos quais a modelagem permita obter estruturas onde os componentes ou sistemas equivalentes podem ser conectados em série, paralelo ou série/paralelo.

Para o caso de estruturas complexas, onde os componentes ou sistemas equivalentes não podem ser conectados em série, paralelo ou série/paralelo, foi desenvolvido o método da matriz de conexão, devido à precisão nos resultados do cálculo. Exemplos de estruturas com estas características foram esquematizadas nas Figuras 4.10 e 4.11 do Capítulo 4.

A parte do programa computacional relacionada com à análise de estruturas complexas, é a seguinte :

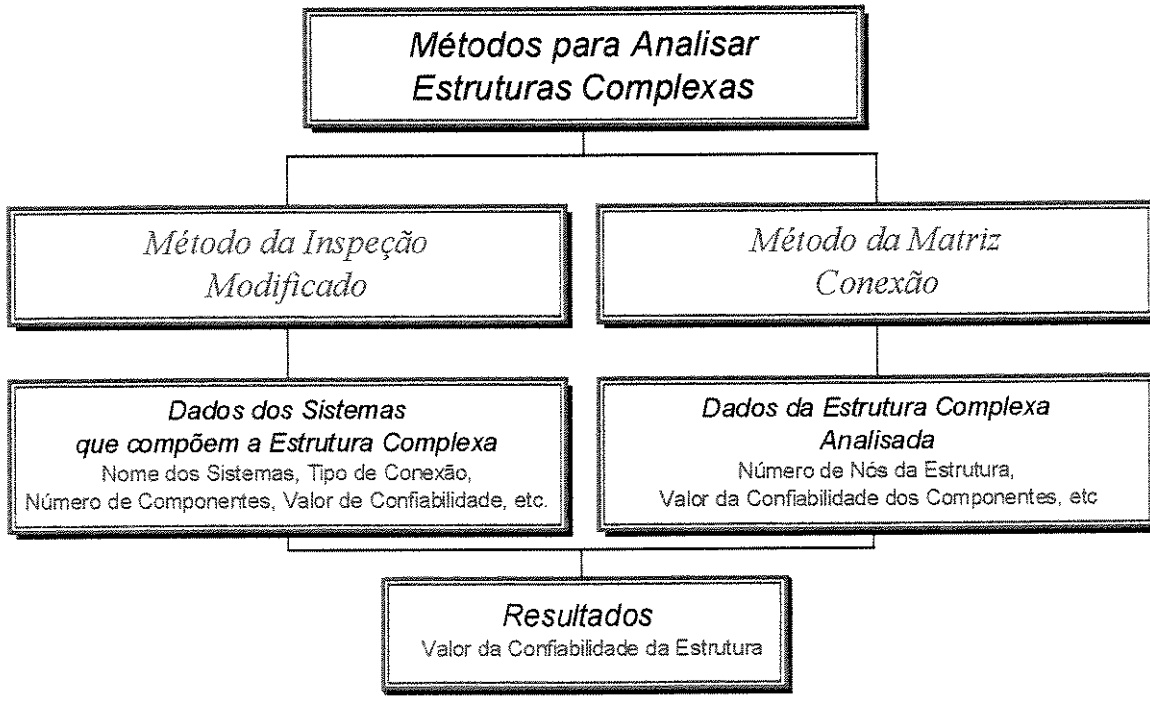


Figura 5.23 : Configuração da parte do Programa "CALCONF" para Analisar Estruturas Complexas.

Os resultados obtidos, aplicando estes métodos de forma análoga ao caso de estruturas simples, estão relacionados diretamente com a forma de avaliar a confiabilidade no tempo, que foi mostrada na Figura 5.5

5.3.1 - Metodologia de Cálculo para o Método da Inspeção Modificado

A metodologia desenvolvida neste processo pode ser esquematizada da forma seguinte :

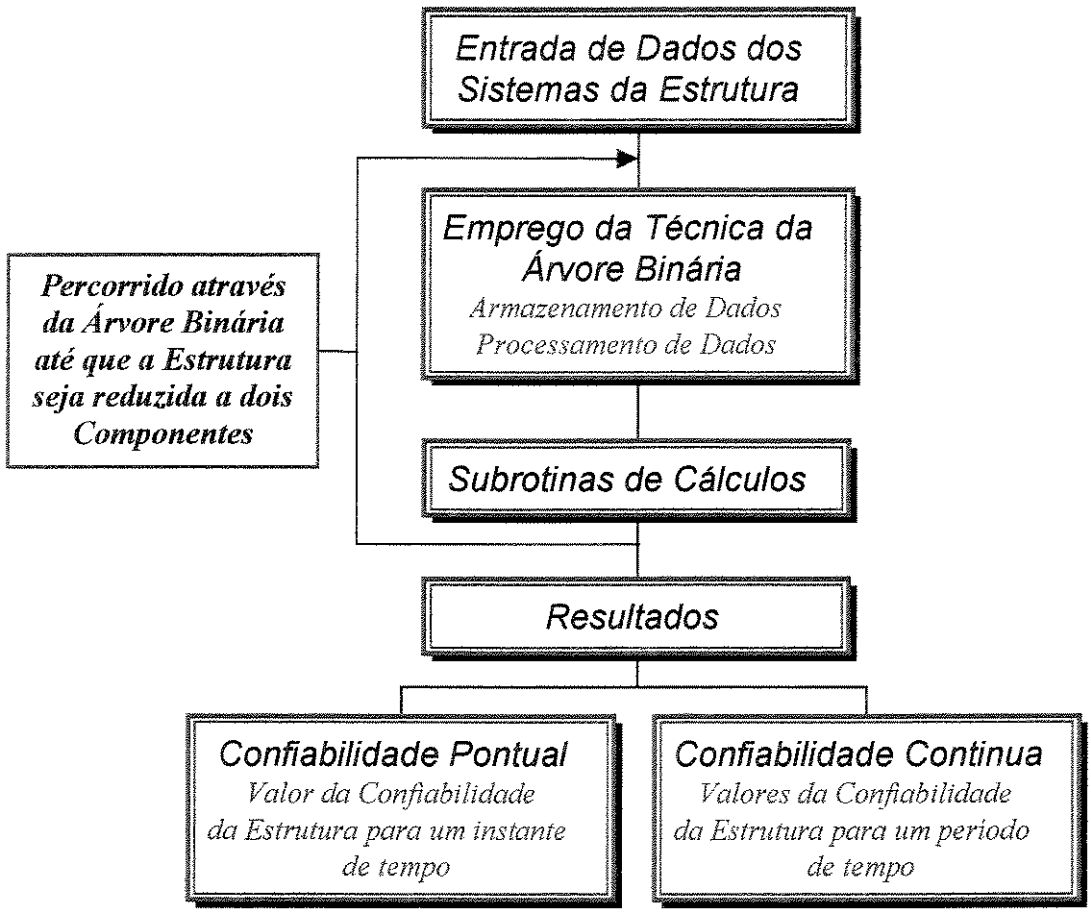


Figura 5.24 : Configuração da Metodologia do Método da Inspeção Modificado.

Esta metodologia consiste em decompor a estrutura complexa analisada em estruturas simples, das quais são calculados os valores da confiabilidade por meio das subrotinas de cálculos ilustradas na Figura 5.6, reduzidas, por sua vez, a um componente equivalente simples. Os componentes equivalentes, derivados de cada uma das estruturas simples que formam a estrutura complexa, podem formar novas estruturas. No caso de uma nova estrutura complexa, deve-se realizar uma nova decomposição, e assim, sucessivamente, até que a

estrutura final resultante das decomposições seja uma estrutura simples, ou seja, em série ou paralelo, de dois componentes. O procedimento é simplificado com o emprego da técnica da árvore binária.

5.3.1.1 - Técnica da Árvore Binária

Muitos autores da área computacional consideram que, para organizar e armazenar dados, a técnica da árvore binária é uma das mais empregadas. Esta técnica consiste numa estrutura dinâmica para armazenar dados na memória, quando não é possível conhecer a priori quanta informação será armazenada.

De forma geral, as árvores admitem um tratamento computacional simples e eficiente, e podem ser utilizadas para modelar inúmeros problemas práticos. Estas são definidas segundo Szwarcfiter e Markenzon (1994), como um conjunto finito de elementos (T), denominados nós ou vértices, tais que :

a) $T = \phi$, e a árvore é dita vazia, ou

b) existe um nó especial, r, chamado *raiz* de T ; os restantes constituem um único conjunto vazio ou são divididos em $m \geq 1$ conjuntos independentes não vazios, denominados as sub-árvores de r, cada qual, por sua vez, uma árvore.

Os autores, para representar graficamente o conceito de uma árvore, analisam uma floresta, considerada como um conjunto de árvores, ilustrada no diagrama de inclusão da Figura 5.25.

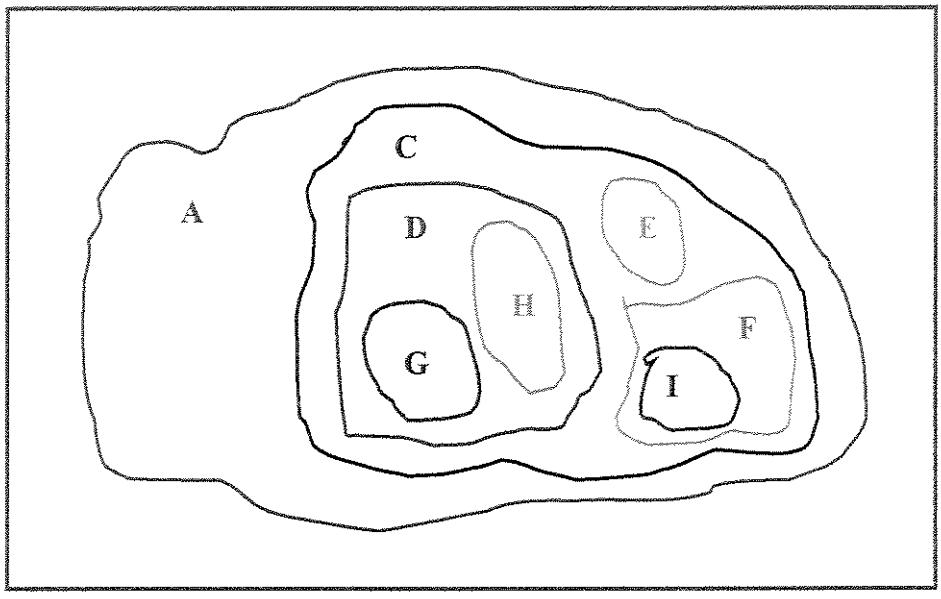


Figura 5.25 : Diagrama de Inclusão da Floresta.

Nesta figura, são mostrados identificadores associados a cada nó da árvore definida como T, denominados rótulos (A,B,.....,H).

Segundo os autores Szwarcfiter e Markenzon (1994), as formas de representação das árvores são as seguintes :

a) Representação Hierárquica : é uma representação gráfica similar à utilizada para descrever organogramas de uma empresa;

b) Diagrama de Barras : neste caso, os nós são representados por barras horizontais, um por linha;

c) Seqüência Aninhada : também denominada representação por parênteses aninhados, que representa as relações entre os nós da estrutura. Geralmente, é utilizada na representação de expressões aritméticas.

A forma mais comum, do ponto de vista computacional, de representar graficamente uma árvore, é por meio de sua representação hierárquica, devido a estrutura que sugere uma forma adequada de dispor os dados no computador.

Desta forma, a árvore relacionada com a Figura 5.25, pode ser ilustrada da seguinte forma :

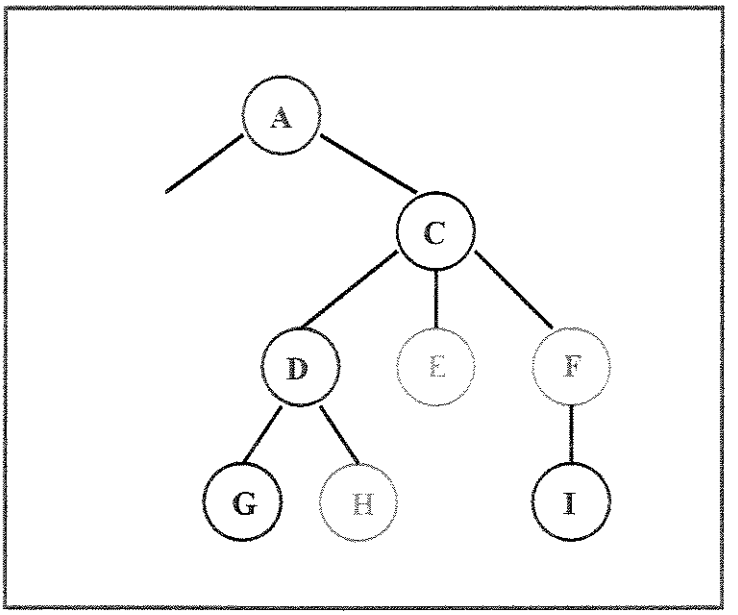


Figura 5.26 : Representação Hierárquica da Árvore.

Conforme Horowitz e Sahni (1983) e Szwarcfiter e Markenzon (1994), dentre as árvores, as binárias são as de maior aplicação em computação, como já citado, e é definida como um conjunto finito de elementos denominados nós ou vértices, tal que :

a) $T = \phi$, e a árvore é dita vazia, ou

b) existe um nó especial, r, chamado *raiz* de T ; e os restantes podem ser divididos em dois subconjuntos independentes, denominados sub-árvore direita (T_r^D) e sub-árvore esquerda (T_r^E) de r, respectivamente, as quais são também árvores binárias.

Esta definição é ilustrada na figura a seguir :

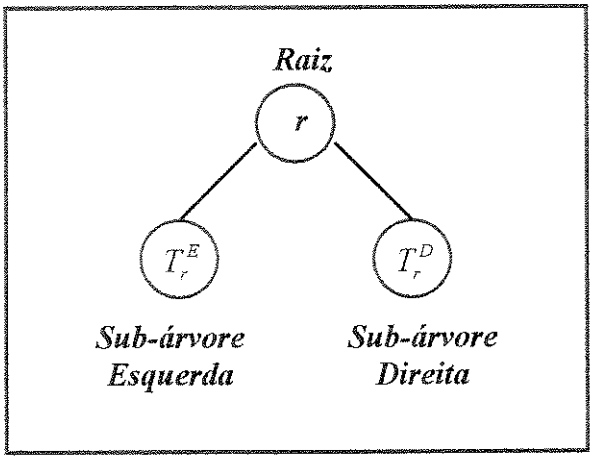


Figura 5.27 : Esquematização de uma Árvore Binária.

Um exemplo da utilização de uma árvore binária é referenciado pelos autores Szwarcfiter e Markenzon (1994), para representar a expressão aritmética abaixo :

$$R = \{a + [b \times ((c / d) - e)]\} \tag{5.1}$$

A árvore binária, neste caso, apresenta a forma seguinte :

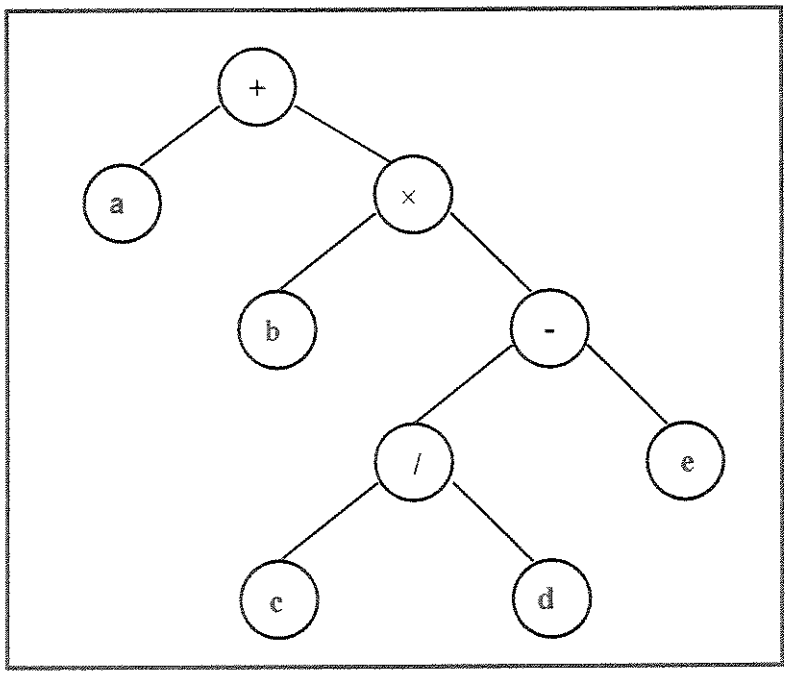


Figura 5.28 : Expressão Aritmética Representada como Árvore Binária.

Na figura, são ilustrados os nós correspondentes a cada operador e seu par de operandos. O nó *raiz* da árvore binária *T*, neste caso, corresponde ao resultado final da expressão (*R*), obtido pela soma do valor a com o resultado obtido da multiplicação do valor b, pelo resultado obtido da operação (c / d – e)

Para efetuar as operações, deve-se visitar cada nó da árvore binária, definido como efetuar um percurso na árvore binária, e assim operar com as informações relativas apresentadas em cada nó.

Existem 3 formas muito utilizadas para realizar o percurso através das árvores binárias, as quais apresentam diferentes algorítmos :

a) - *Percurso em pré-ordem* : o algorítmo para este caso segue os passos seguintes;

- visitar a *raiz*;
- percorrer sua sub-árvore esquerda, em pré-ordem;
- percorrer sua sub-árvore direita , em pré-ordem.

b) - *Percurso em ordem simétrica* : os passos para este caso são os seguintes :

- percorrer sua sub-árvore esquerda, em ordem simétrica;
- visitar a *raiz*;
- percorrer sua sub-árvore direita , em ordem simétrica.

c) - *Percurso em pós-ordem* : consta dos seguintes passos :

- percorrer sua sub-árvore esquerda, em pós-ordem;
- percorrer sua sub-árvore direita , em pós-ordem;
- visitar a *raiz*.

A escolhia de um destes percursos está relacionada com a ordem das operações que devem ser realizadas para obter um determinado resultado. No caso da árvore da Figura 5.28, o percurso mais adequado é o terceiro, devido a relação do resultado final da expressão com o

nó *raiz*, bem como sua dependência das informações que apresentam os nós restantes da árvore binária.

5.3.1.2 - Aplicação do Método da Inspeção Modificado

Para a análise das estruturas complexas, utilizando o método de inspeção modificado, a forma de armazenar e processar a informação dos nós da árvore binária associada à estrutura, é similar à empregada por Szwarcfiter e Markenzon (1994) para avaliar a expressão aritmética (5.1). Neste caso, a estrutura complexa analisada é considerada como o nó *raiz* da árvore binária, que se decompõe em duas ramificações (*ramo esquerdo* e *ramo direito*). Os ramos também podem se decompor e, desta forma, a estrutura complexa principal será derivada em várias estruturas simples, facilitando a redução e o cálculo do valor da confiabilidade.

Por exemplo, para a estrutura da Figura 5.29, a árvore binária e o seu percurso são ilustrados na Figura 5.30

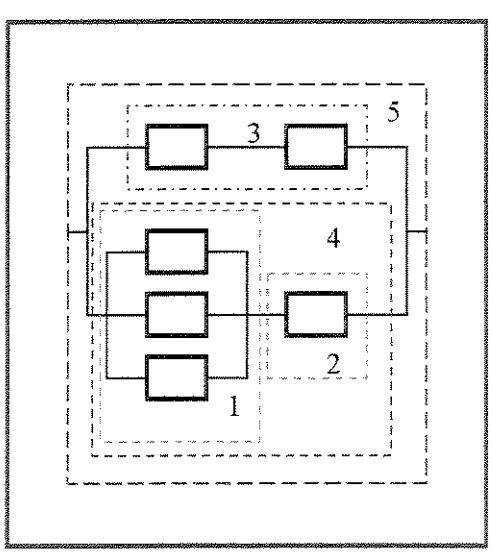


Figura 5.29 : Estrutura Complexa Série – Paralelo.

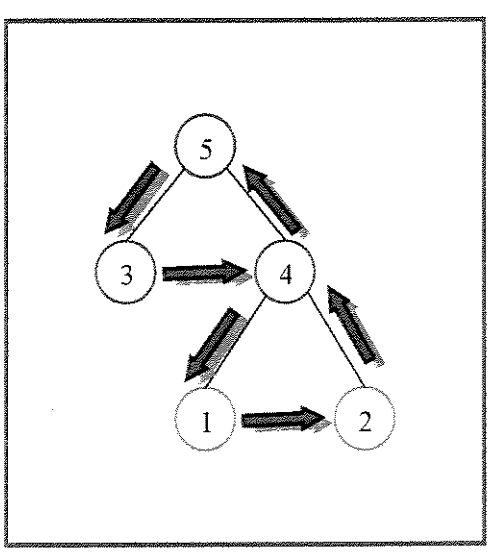


Figura 5.30 : Árvore Binária.

Neste caso, a estrutura complexa é formada por uma combinação de conexões em série e paralelo, representada pelo elemento 5 da árvore. O elemento 3 da árvore representa a conexão de dois componentes simples em série; e o elemento 4 é a representação de uma

estrutura em série, composta pelos elementos 1 e 2, que são uma conexão de três componentes simples em paralelo, e um componente simples, respectivamente.

A trajetória de redução vai dos ramos à esquerda aos ramos à direita e, finalmente, até a estrutura principal. No exemplo, o primeiro dos ramos é o elemento 3 da árvore binária. Desta forma, este sistema será reduzido a um elemento equivalente simples. Segue a redução do ramo à direita (elemento 4), que tem por ramificações os elementos 1 e 2 da árvore, sendo necessário reduzir primeiro o elemento 1, ramo esquerdo, seguido do elemento 2, ou ramo da direita. Com os valores de confiabilidade dos componentes simples equivalentes, correspondente aos elementos 1 e 2 da árvore, reduz-se o elemento 4. Uma vez calculado e reduzido o elemento 4, pode-se calcular o elemento 5, o qual representa a estrutura complexa, que depende dos valores calculados dos elementos 3 e 4. Desta forma, é reduzida e calculada a estrutura complexa analisada.

Toda esta análise pode ser resumida nos seguintes passos:

- ***Passo 1***: Visita ao elemento 3 da árvore da Figura 5.30, que representa a estrutura em série esquematizada na Figura 5.29. Cálculo e armazenagem do valor da confiabilidade e redução da estrutura num elemento simples, ficando a estrutura principal da Figura 5.29 da seguinte forma :

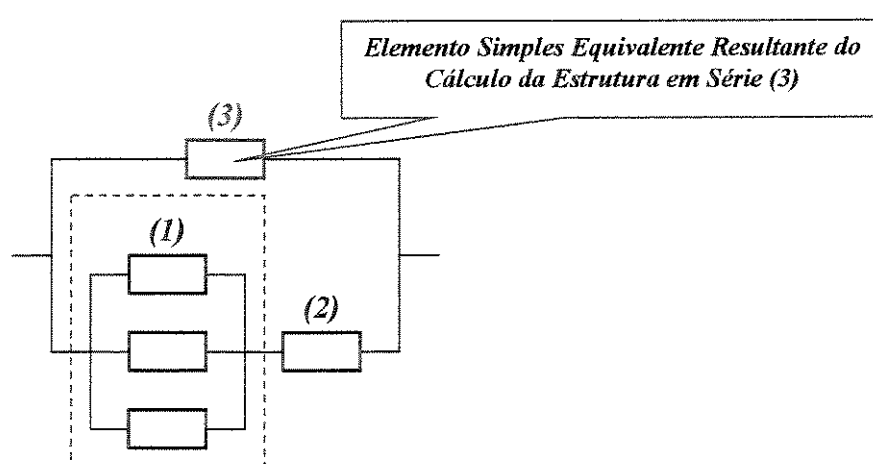


Figura 5.31 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o *Passo 1*.

• ***Passo 2***: Visita ao elemento 1 da árvore, relacionado à estrutura em paralelo (1). Cálculo e armazenagem do valor da confiabilidade e redução da estrutura a um elemento simples, ficando a estrutura ilustrada na Figura 5.31 da seguinte forma :

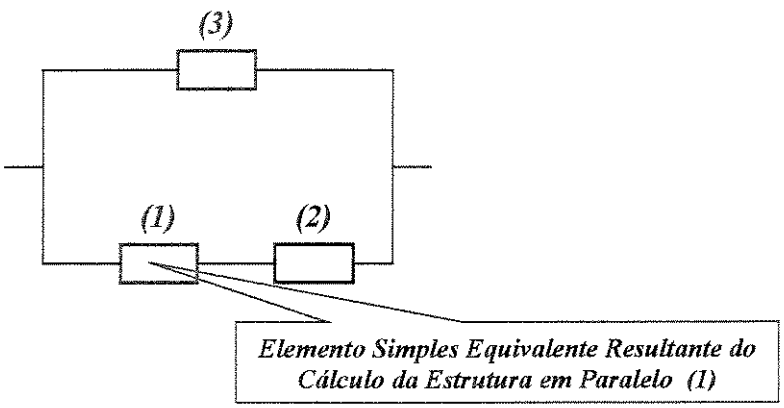


Figura 5.32 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o *Passo 2*.

• ***Passo 3***: Visita ao elemento 2 da árvore, associado ao componente simples da estrutura principal. Armazenamento do valor da confiabilidade deste componente.

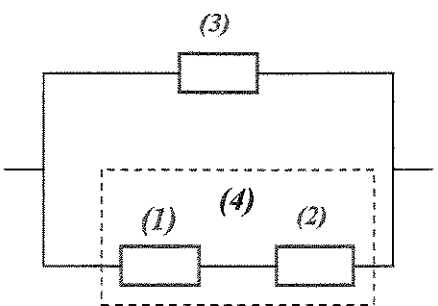


Figura 5.33 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o *Passo 3*.

• ***Passo 4***: Visita ao elemento 4 da árvore, associado à estrutura em série formada pelo componente simples equivalente resultante (1) e o componente simples da estrutura principal (2). Cálculo e armazenagem do valor da confiabilidade, e redução da estrutura a um elemento simples equivalente, empregando os valores de confiabilidade armazenados nos *passos 2* e *3*. Desta forma, a estrutura ilustrada na Figura 5.33 torne-se como a apresentada na Figura 5.34 :

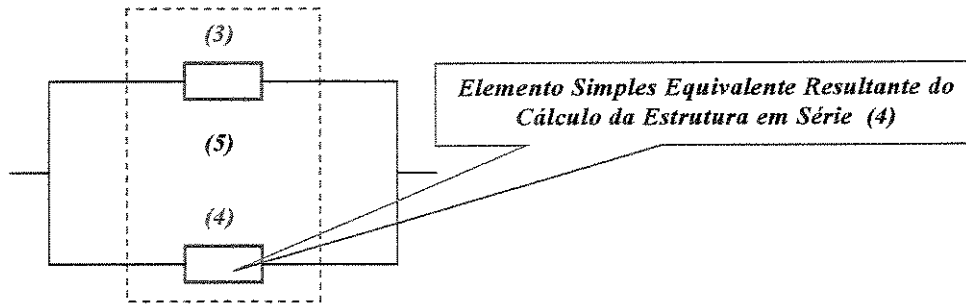


Figura 5.34 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o *Passo 4.*

- ***Passo 5*:** Visita ao elemento 5 da árvore, relacionado a uma estrutura em paralelo, onde os componentes são os mostrados na Figura 5.34. Cálculo e redução desta estrutura, obtendo, desta forma, o valor de confiabilidade associado ao nó *raiz* da árvore binária, ou seja, o valor da confiabilidade da estrutura complexa analisada. Após este passo, resulta a estrutura da Figura 5.35 :

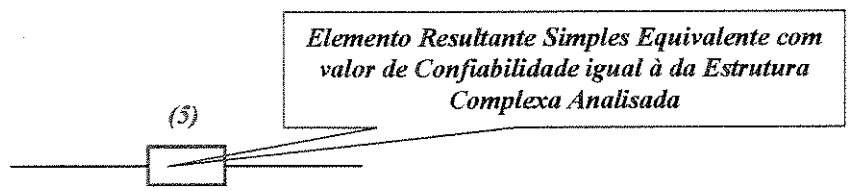


Figura 5.35 : Estrutura Resultante da Estrutura Principal após o *Passo 5.*

Os passos mostrados para a análise de uma estrutura complexa são desenvolvidos no programa através de janelas, de forma similar às empregadas na análise de estruturas simples.

Para o caso da análise da estrutura da Figura 5.29, o programa desenvolve a seguinte metodologia :

Uma vez selecionado o menu para o cálculo na janela de apresentação da Figura 5.2, deve-se escolher o modo de avaliar a confiabilidade (pontual ou contínua) através da janela mostrada na Figura 5.3.

Considerando a avaliação da confiabilidade de forma pontual, na janela da Figura 5.4, deve-se escolher o tipo de estrutura. Para uma estrutura de tipo complexa, esta janela será transformada de forma a ser escolhido o método para o cálculo da estrutura.

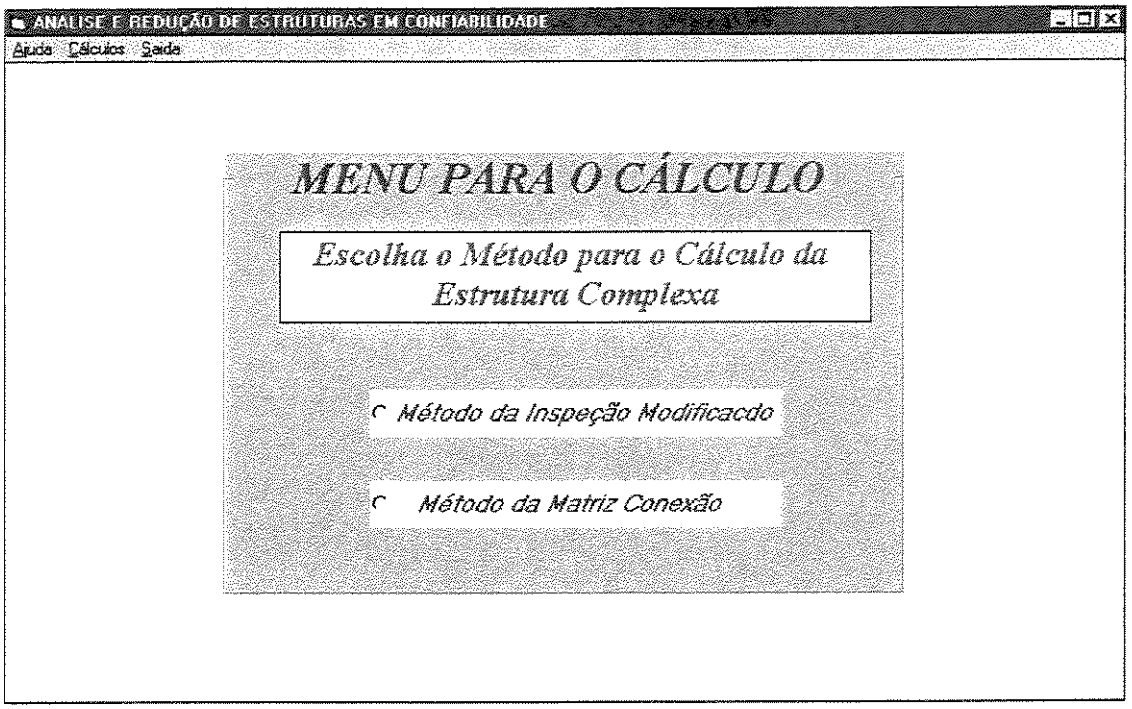


Figura 5.36 : Janela para a Escolha do Método de Cálculo em Estruturas Complexas.

Desta forma, é definido como método de cálculo para a análise da estrutura o *método da inspeção modificado*. Após a escolha, será necessário fornecer ao programa o número de sistemas envolvidos na estrutura analisada, neste caso, igual a (5), sendo este passo efetuado através da janela apresentada na figura seguinte:

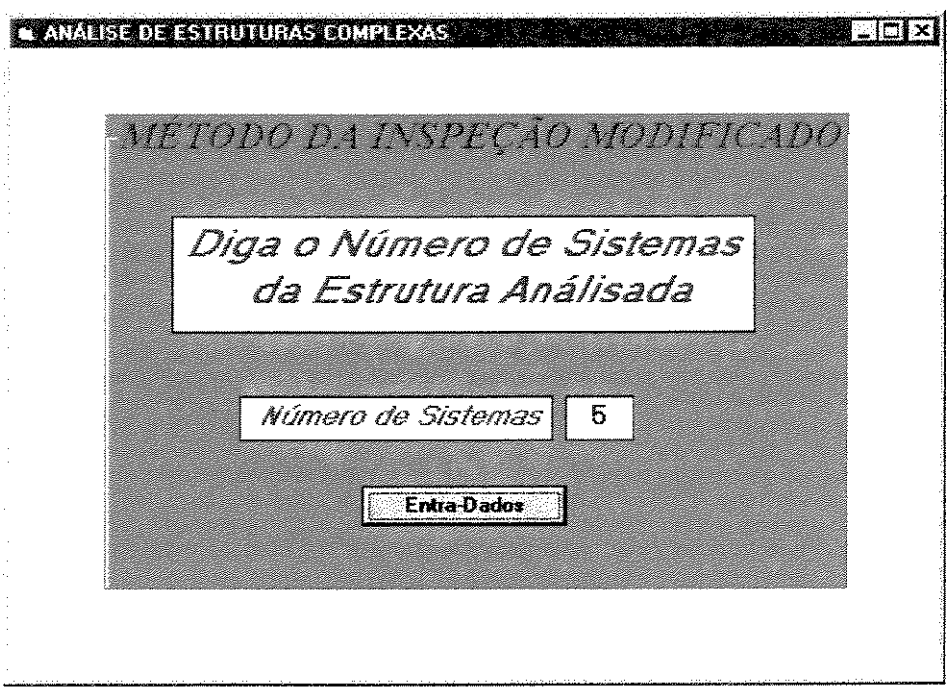


Figura 5.37 : Janela de Entrada do Número de Sistema que formam a Estrutura.

Com os dados dos sistemas que formam a estrutura analisada é criada uma tabela pelo programa, onde as informações necessárias são fornecidas através de uma janela de edição.

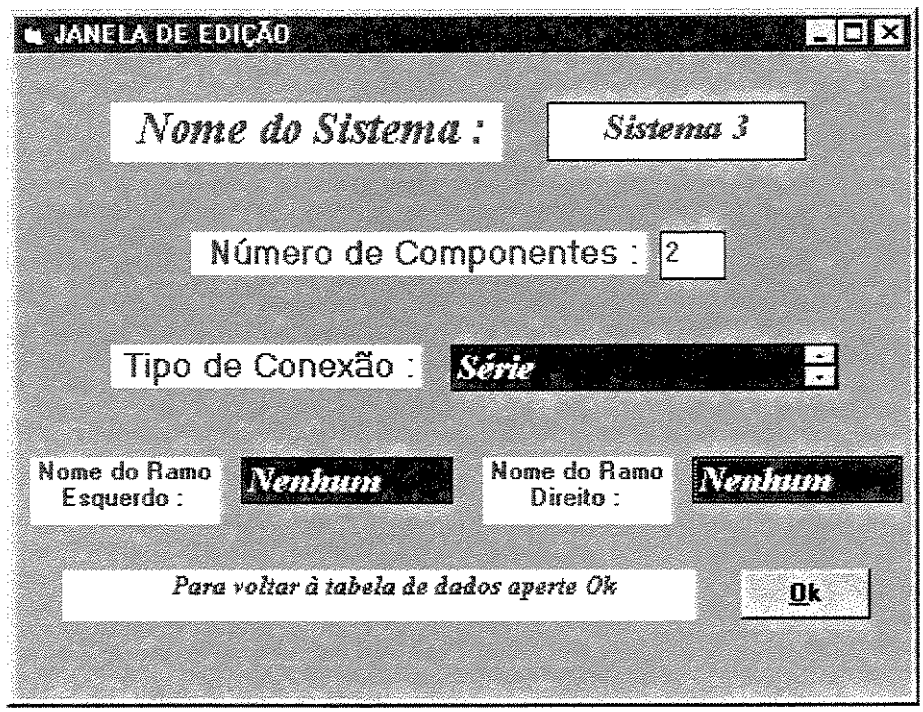


Figura 5.38 : Janela de Edição.

A Figura 5.38 ilustra a janela de edição no caso do fornecimento dos dados referentes ao sistema 3 da estrutura da Figura 5.29, sendo eles: o nome do sistema, o número de componentes do sistema, o tipo de conexão, e se o sistema possui ramos ou não (dado relacionado à árvore binária da estrutura mostrada na Figura 5.30).

Para selecionar o tipo de conexão são utilizados os seguintes indicadores :

- *Simples* : Caracteriza um componente simples, como o componente *(2)* da Figura 5.29;
- *Simples_Res._Del/Est* : Caracteriza um componentes simples resultante da transformação de uma estrutura delta em estrela;
- *Série* : Caracteriza uma estrutura conectada em série;

- *Série_1CRes._Del/Est* : Caracteriza uma estrutura conectada em série com um componente resultante da transformação de uma estrutura delta em estrela;
- *Paralelo* : Caracteriza uma estrutura conectada em paralelo;
- *R-em-N* : Caracteriza uma estrutura com conexão R-em-N;
- *Trimodular* : Caracteriza uma estrutura com conexão Trimodular;
- *Stand-by* : Caracteriza uma estrutura com conexão Stand-by.

A ordem para entrada de dados na tabela, através da janela de edição, é a mesma que a ordem de visita aos nós da árvore binária, segundo o percurso mostrado na Figura 5.30. Desta forma, além de atualizar a tabela, é possível armazenar as diferentes informações relativas a cada sistema da estrutura nos diferentes nós da árvore binária.

Para verificar os dados, após a entrada da informação de cada sistema, o programa apresenta uma janela de verificação, que, para o exemplo dos dados da Figura 5.38, será a seguinte:

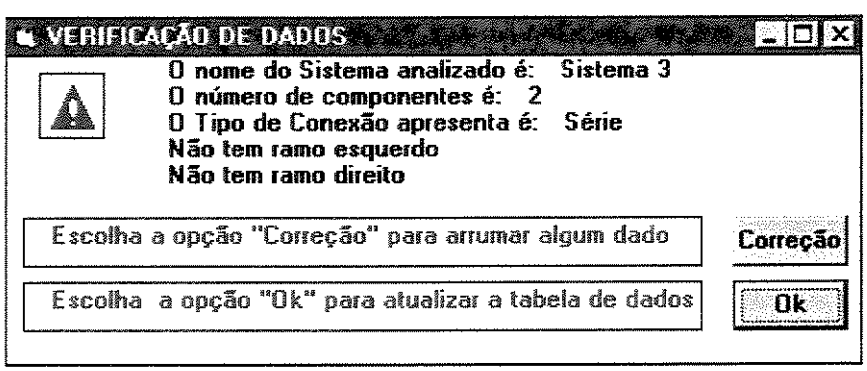


Figura 5.39 : Janela de Verificação de Dados.

Caso exista algum erro, a correção pode ser efetuada selecionando a opção "Correção" nesta janela.

Uma vez introduzidos todos os dados, serão visitados os nós, processando e armazenado a informação necessária para estimar a confiabilidade da estrutura, segundo os passos anteriormente relatados. Para isto, são empregadas subrotinas de cálculo, implementadas no caso de estruturas simples (Figura 5.6).

Para um valor de confiabilidade dos componentes envolvidos na estrutura complexa de 0.9, o resultado obtido da análise é apresentado na figura seguinte:

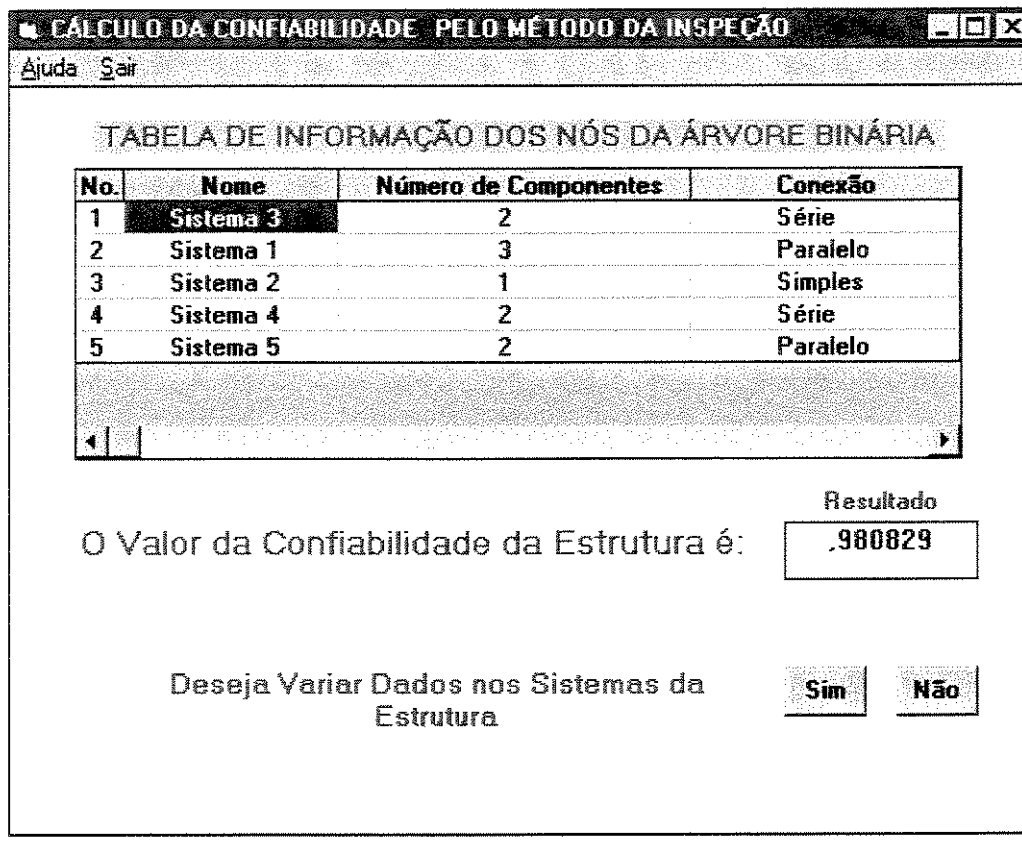


Figura 5.40 : Janela de Resultados para a Análise da Confiabilidade Pontual de uma Estrutura Complexa.

Após concluída a análise, além de realizar todas as operações similares às mostradas na Figura 5.7, é possível alterar os dados dos sistemas, permitindo, desta forma, um estudo de sensibilidade paramétrica da confiabilidade da estrutura. Esta operação é ativada por meio da opção "Sim" da Figura 5.40

Considerando que o sistema 2 da Figura 5.29 passe a ser uma estrutura em paralelo composta de dois (2) componentes, a estrutura inicial assume a forma apresentada na figura seguinte:

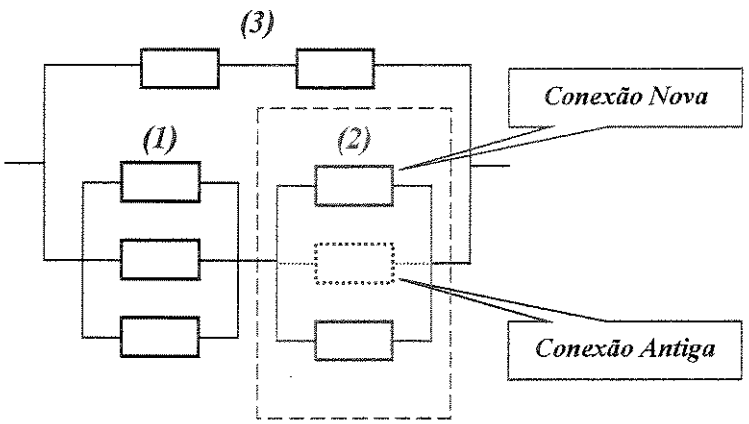


Figura 5.41 : Estrutura Resultante da Alteração da Estrutura Complexa Inicial.

Deve-se selecionar, primeiramente, o sistema onde serão alterados os dados por meio da janela Figura 5.42, e após da visualização das opções de mudança (Figura 5.43), uma vez escolhida a opção desejada, surge a janela apresentada na Figura 5.44

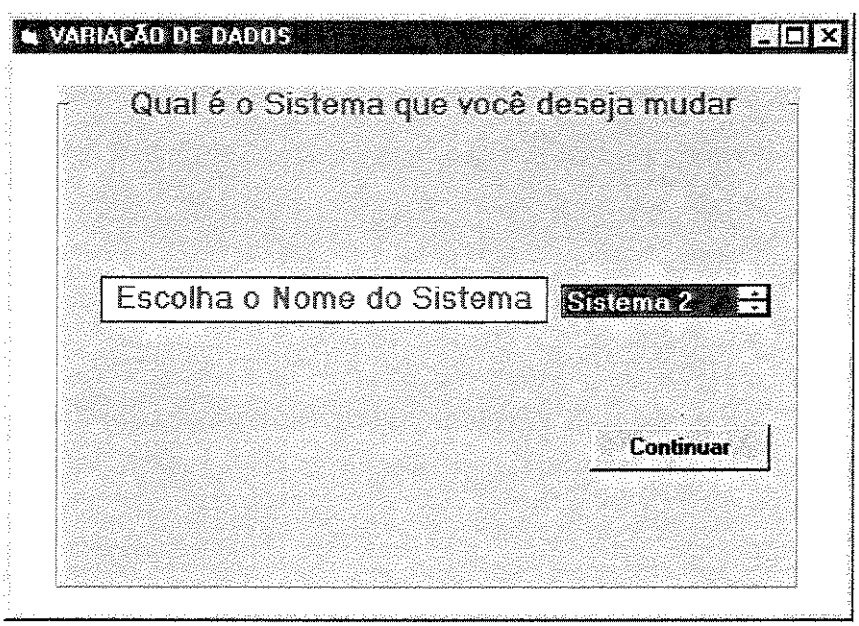


Figura 5.42 : Janela para Escolha do Sistema a ser Alterado.

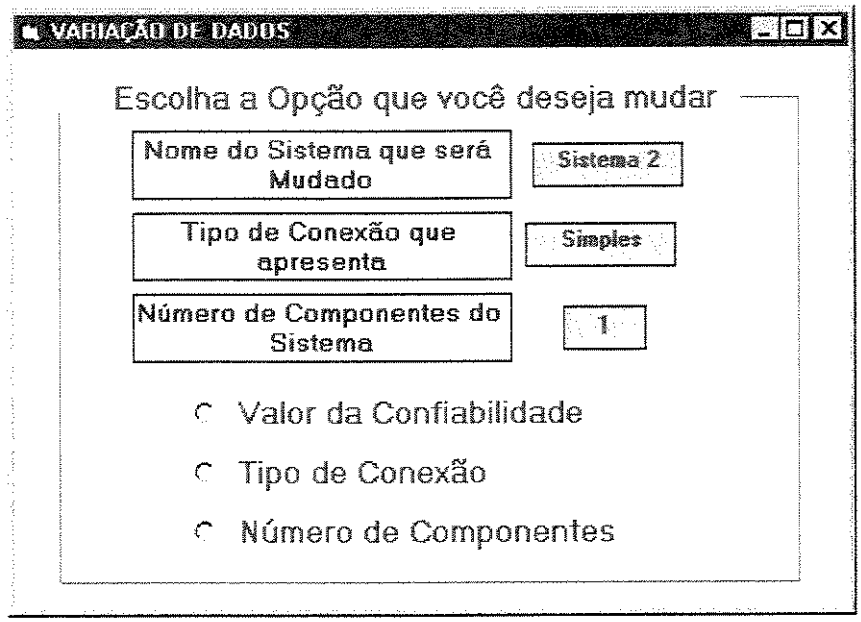


Figura 5.43 : Janela para Escolha dos Dado do Sistema a serem Alterados.

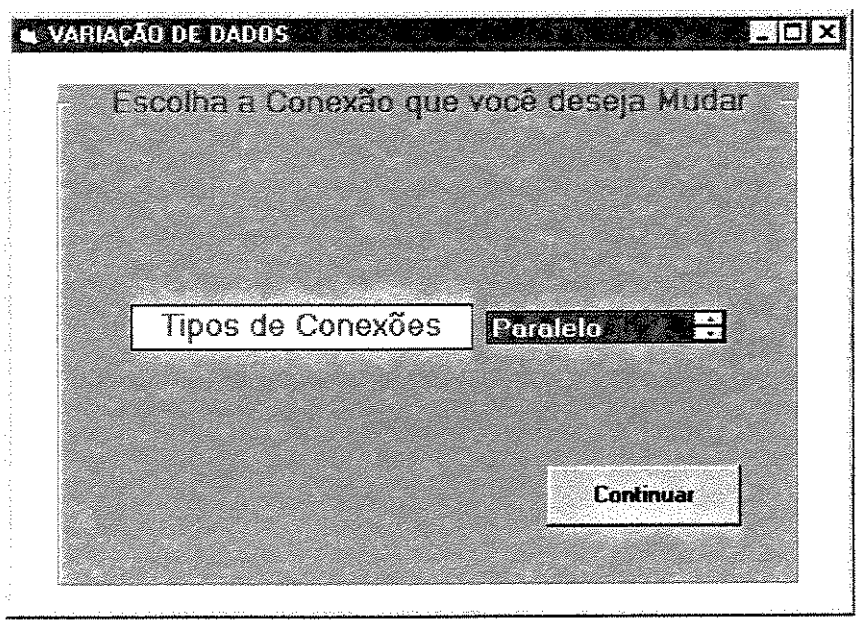


Figura 5.44 : Janela de Seleção do Novo Tipo de Conexão.

Por ser a conexão antiga um componente simples, será necessário variar o número de componentes da nova estrutura, desta forma a janela apresentada na Figura 5.44 torna-se como a janela apresentada na Figura 5.45

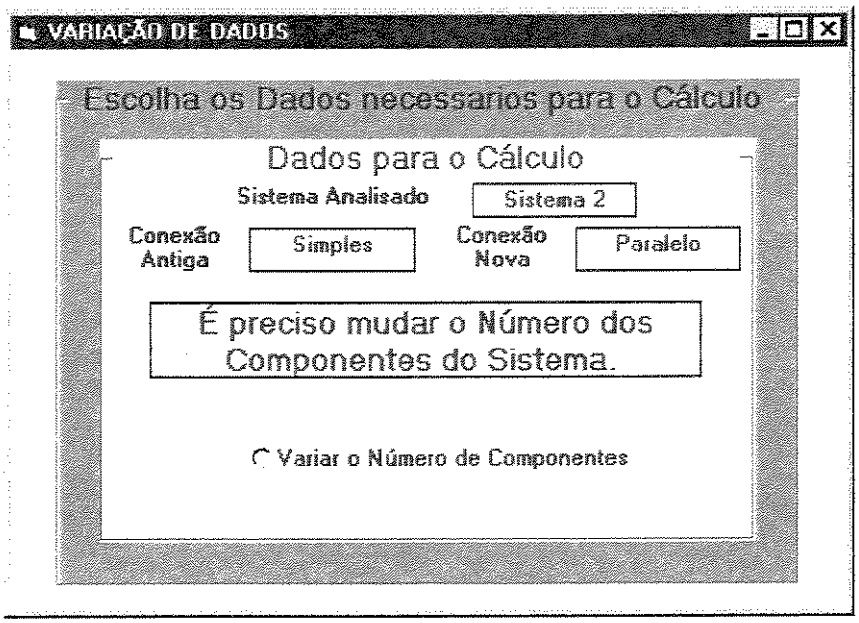


Figura 5.45 : Janela Auxiliar para Variar o Número de Componentes.

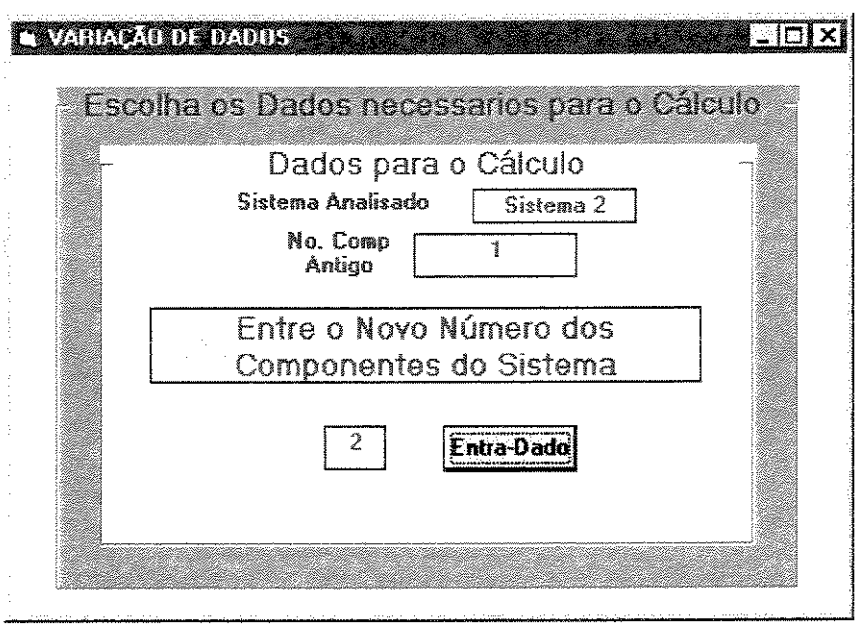


Figura 5.46 : Janela Auxiliar para a Entrada da Nova Quantidade de Componentes.

Se os componentes da nova estrutura tem o mesmo valor de confiabilidade de 0.9, deve ser selecionada a primeira opção da janela seguinte.

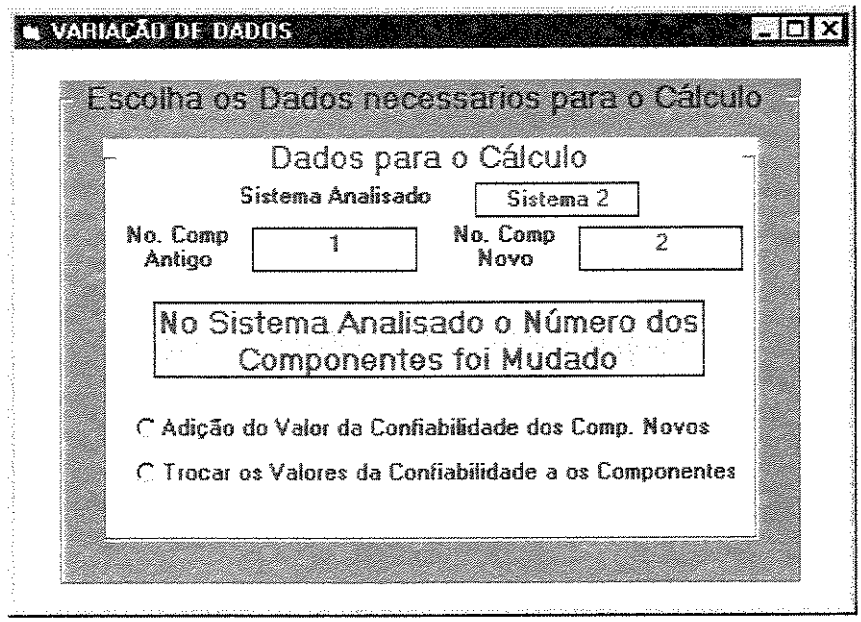


Figura 5.47 : Janela Auxiliar para a Entrada de Dados.

Desta forma, o valor da confiabilidade do novo componente será fornecido através da janela da Figura 5.48 :

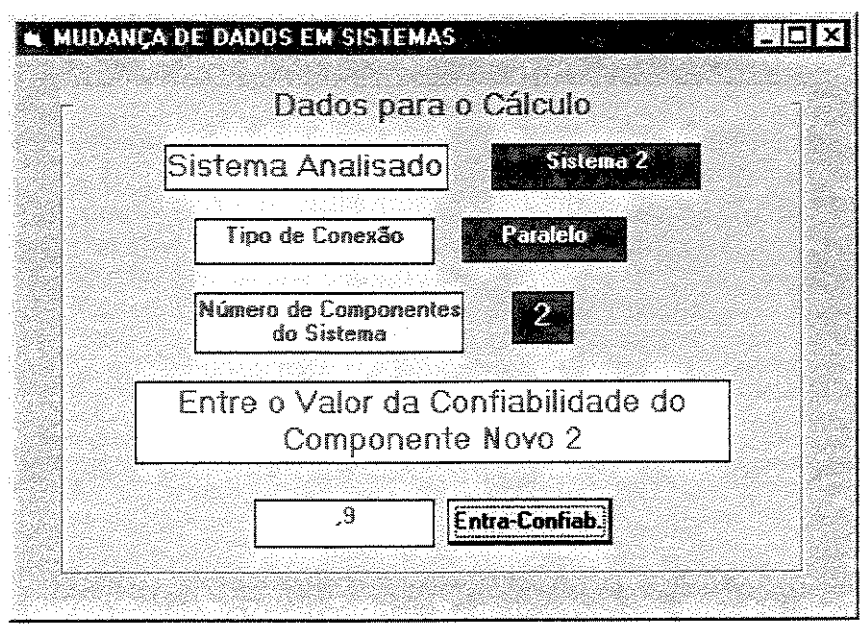


Figura 5.48 : Janela para Entrada do Valor de Confiabilidade do Novo Componente.

O resultado obtido é mostrado na janela da Figura 5.49 :

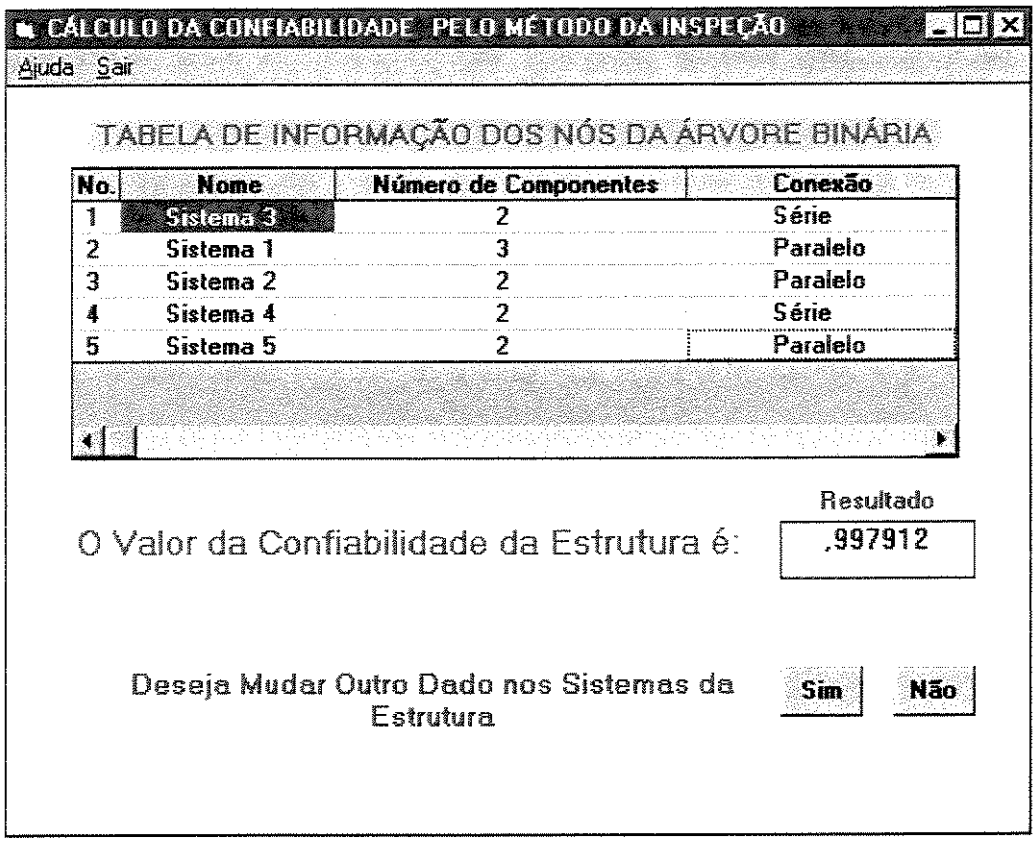


Figura 5.49 : Nova Janela de Resultados.

Com os valores de confiabilidade mostrados nas Figuras 5.40 e 5.49, pode-se determinar a influência do tipo de conexão do sistema 2 na estrutura principal. De forma similar, podem ser avaliadas as demais opções apresentadas na janela da Figura 5.43, ou seja, analisar a influencia deste ou outro sistema na estrutura quando é variado o número de componentes, o valor da confiabilidade dos mesmos ou se é variado novamente o tipo de conexão.

5.3.2 - Metodologia de Cálculo do Método da Matriz Conexão

Quando é selecionado este método para analisar uma determinada estrutura complexa, a parte do programa computacional que é ativada pode ser esquematizada da forma apresentada na seguinte figura :

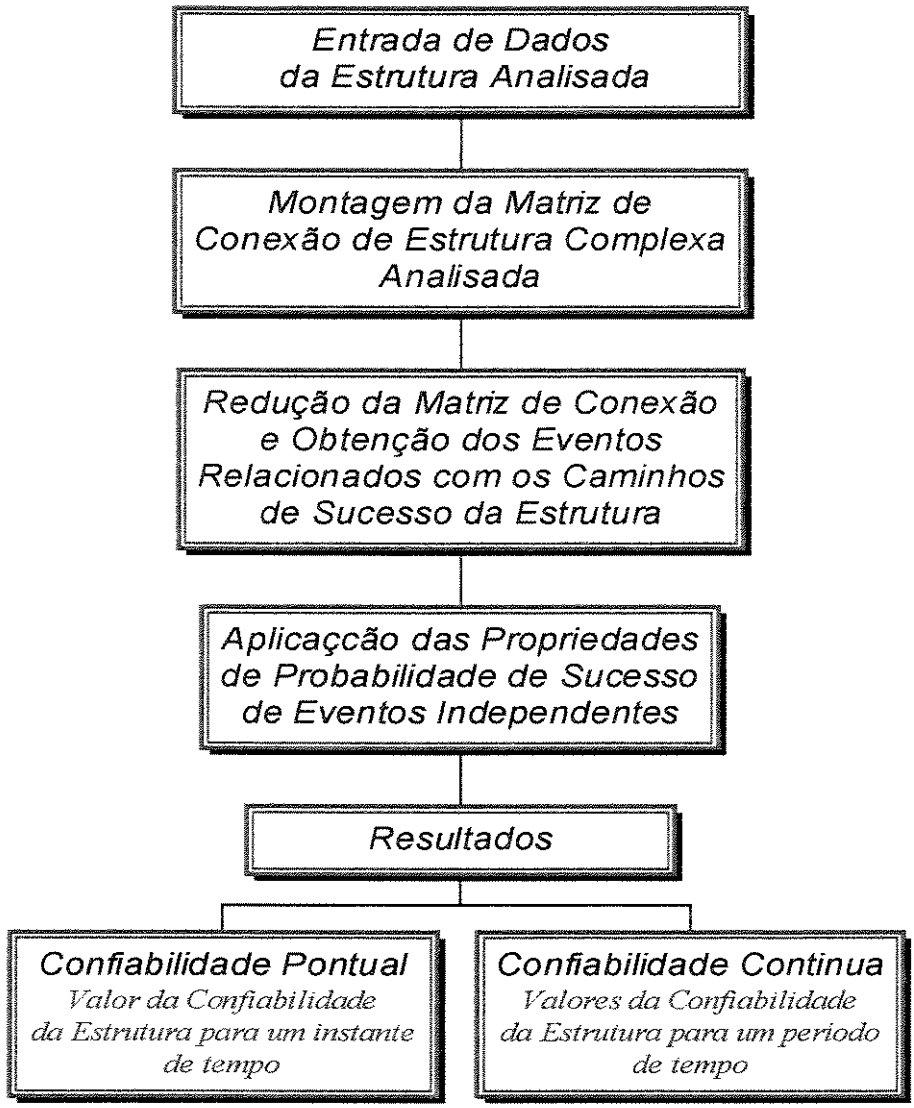


Figura 5.50 : Configuração da Metodologia da Matriz Conexão.

Conforme o apresentado no Capítulo 4, este método consiste em criar uma matriz **M** para o sistema, onde as e linhas e as colunas da matriz são os pontos de conexão dos componentes da estrutura, e os elementos da matriz, os próprios componentes.

Para relacionar a análise dos diferentes eventos aos caminhos de sucesso da estrutura, a matriz **M** apresenta as seguintes características :

a) - É uma matriz quadrada;

b) - Triangular superior;

c) - O número de linhas e colunas da matriz é igual ao número total de nós característicos dos caminhos de sucessos;

d) - Os elementos da diagonal são iguais a 1;

e) - Os elementos da matriz triangular superior são:

- O componente que existe entre dois nós característicos;
- A soma dos componentes que existem entre dois nós característicos;
- Nulos quando não existe componente entre dois nós característicos.

Devem ser fornecido os seguintes dados ao programa :

a) - Quantidade de nós característicos dos caminhos de sucesso que a estrutura apresenta;

b) - Identificador para cada componente da estrutura por meio de rótulos (**a**,**b**,**c**.., etc.).

Numa estrutura complexa não convencional, como a da Figura 4.10, para criar a matriz de conexão, considerando as características antes expostas, pode ser utilizada uma tabela que relacione os nós característicos dos diferentes caminhos de sucesso aos componentes da estrutura. Esta relação pode ser observada na figura seguinte :

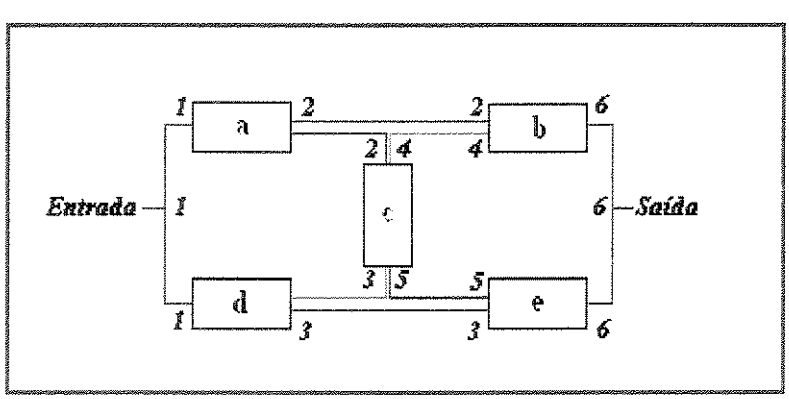


Figura 5.51 : Diferentes Caminhos de Sucesso e Nós Característicos Associados.

Tabela 5.1: Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso.

Componentes	Nó característico de Entrada	Nó característico de Saída
a	1	2
b	2 4	6
c	2 3	5 4
d	1	3
e	3 5	6

5.3.2.1 - Aplicação do Método da Matriz Conexão

Para analisar a confiabilidade pontual da estrutura complexa da Figura 5.51, de forma similar aos casos anteriores, deve-se começar selecionando a opção desejada no menu de cálculo, empregando as janelas das Figuras 5.2 e 5.3, assim como o tipo de estrutura na janela da Figura 5.4, e o método de cálculo, na janela da Figura 5.36.

Selecionando o método da matriz conexão, será ativada uma janela de entrada do número total de nós característicos de caminhos de sucessos presentes na estrutura. Neste caso, segundo os dados da tabela 5.1, o valor é de seis nós (6).

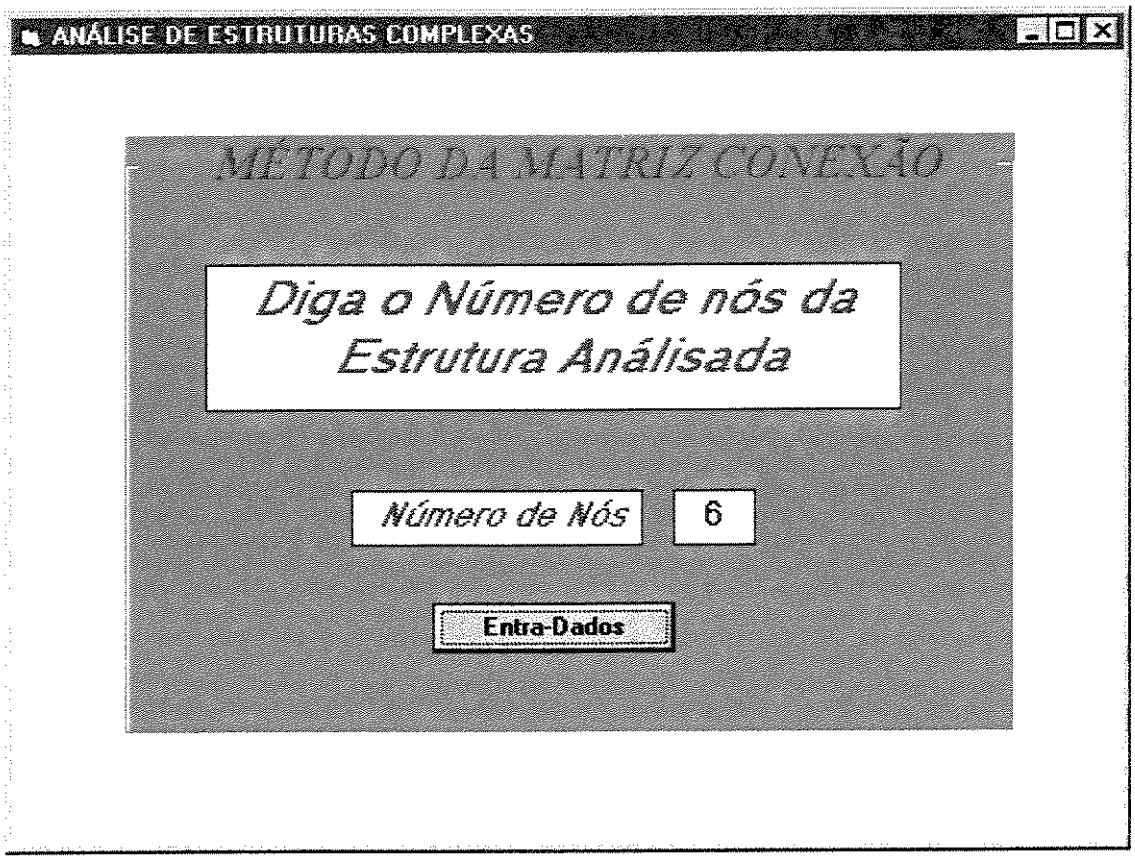


Figura 5.52 : Janela de Entrada do Número Total de Nós Característicos dos Caminhos de Sucesso Presentes na Estrutura.

Conhecido o número total de nós característicos, o processo de montagem da matriz de conexão da estrutura emprega os dados referentes aos nós de entrada e saída, para cada componente da estrutura, segundo a Tabela 5.1.

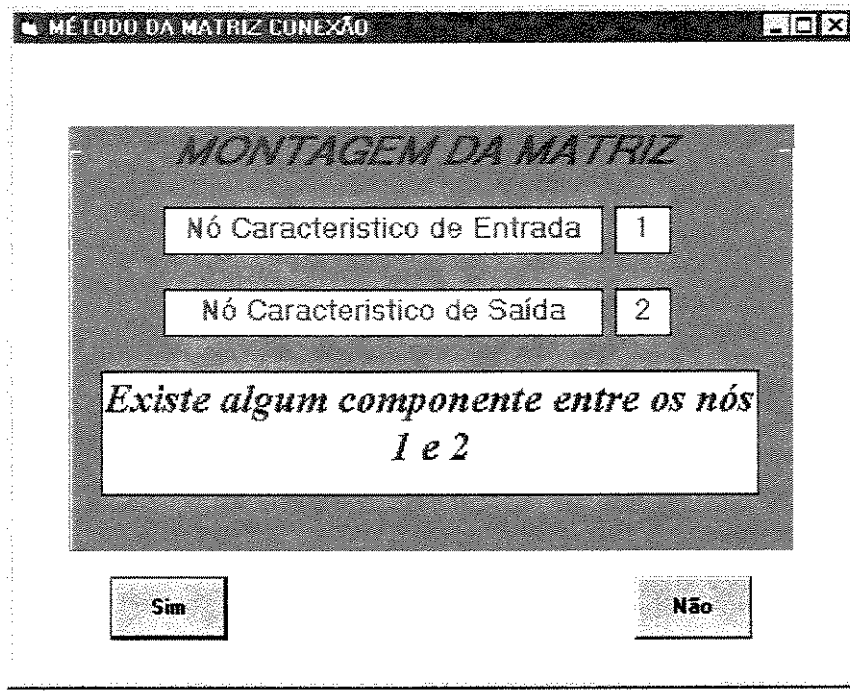


Figura 5.53 : Janela para o Montagem da Matriz de Conexão.

Se não existe componente entre os nós caraterísticos de entrada e saída mostrados nesta janela, deve ser escolhida a opção "Não", neste caso, o elemento da matriz é nulo (0). Se existe algum componente seleciona-se a opção "Sim", obtendo-se a janela apresentada na figura seguinte :

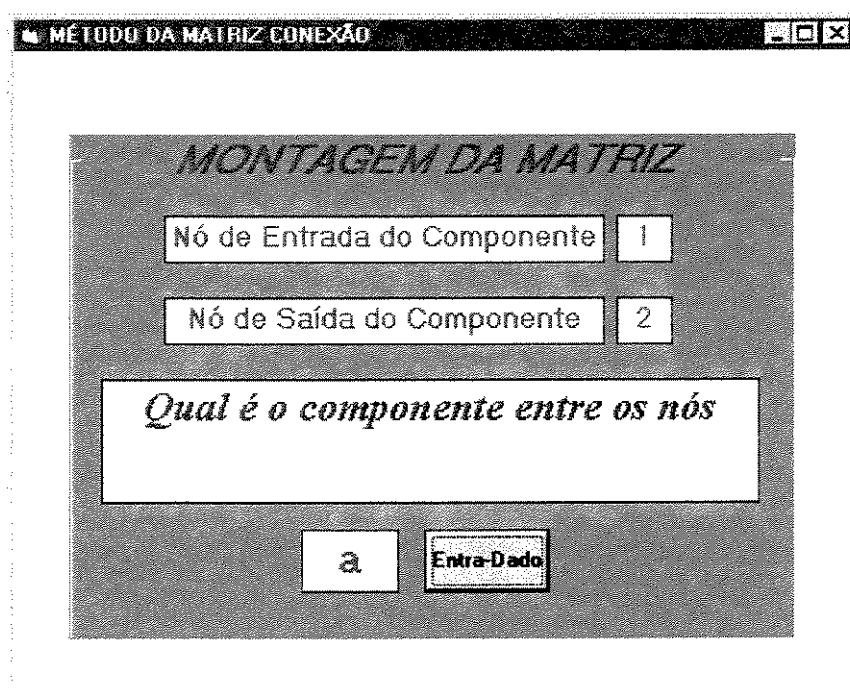


Figura 5.54 : Janela Auxiliar para o Montagem da Matriz de Conexão.

Outro dado fornecido ao programa é o valor de confiabilidade do componente.

Considerando que todos os componentes da estrutura apresentam igual valor de confiabilidade (0.9), utiliza-se a janela apresentada na figura abaixo.

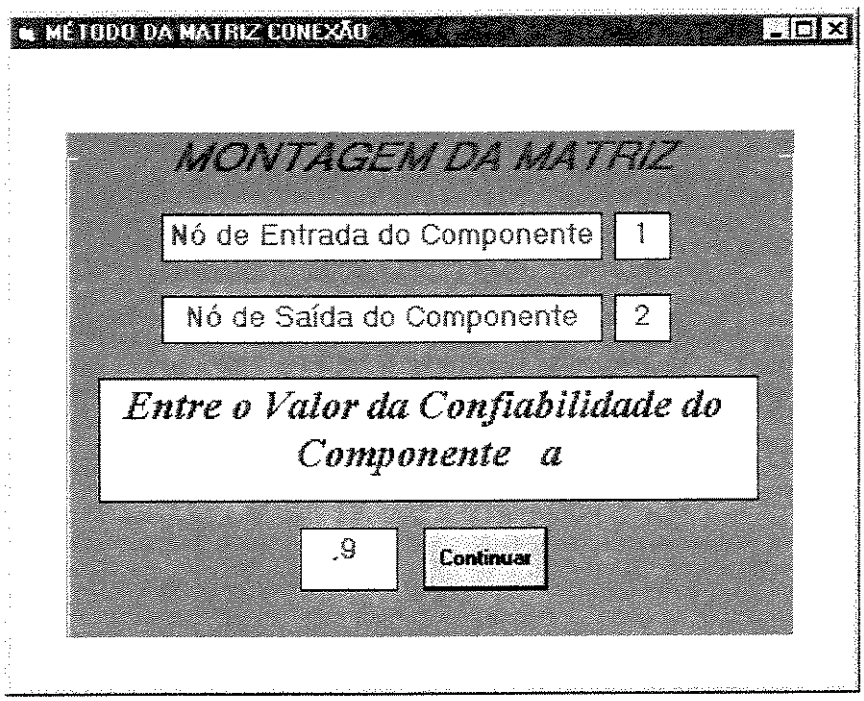


Figura 5.55 : Janela Auxiliar para Entrar o Valor da Confiabilidade dos Componentes.

Desta forma, são analisados os nós restantes da estrutura e, assim, criada a matriz de conexão, a qual é mostrada no programa pela janela apresentada na figura seguinte :

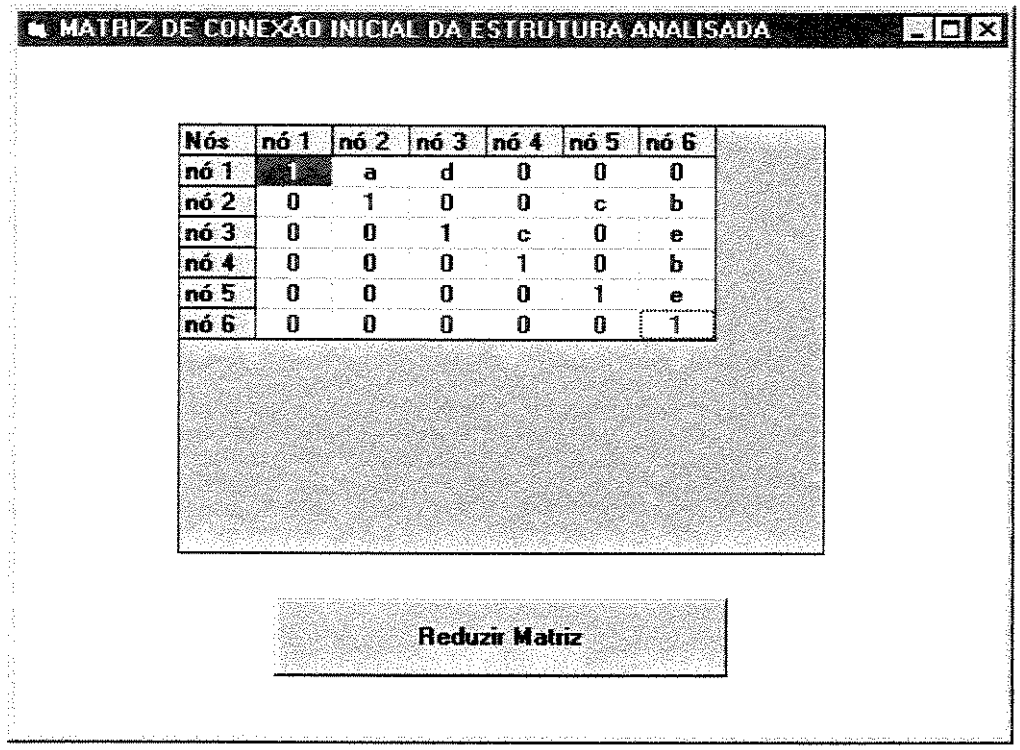


Figura 5.56 : Matriz de Conexão da Estrutura Analisada.

Selecionada a opção "Reduzir Matriz" nesta janela, serão empregados subprogramas para fazer a redução da matriz de conexão, empregando a teoria referenciada no Capítulo 4 para este método. Desta forma, a matriz é reduzida a uma matriz relacionada apenas ao nó de entrada (1) e ao nó de saída (6), conforme a figura seguinte :

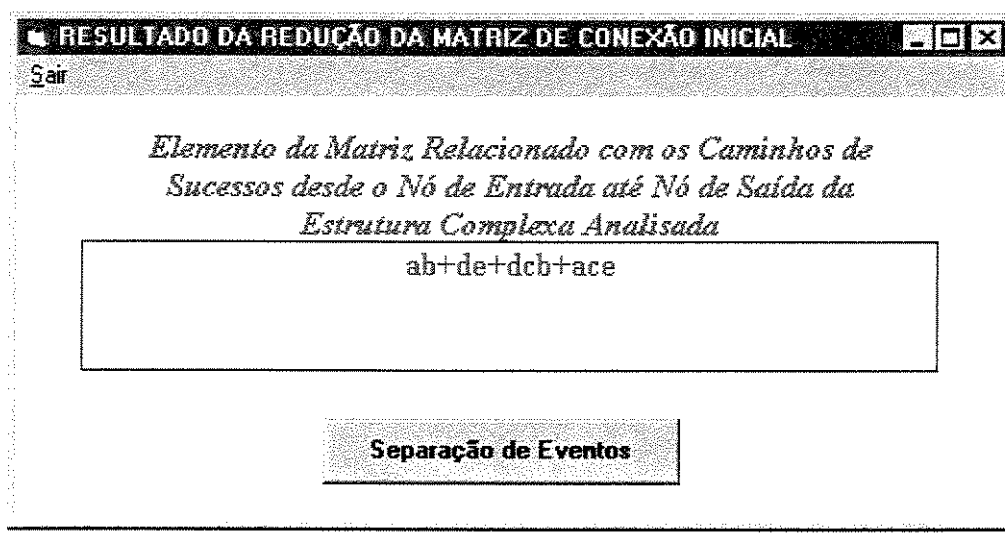


Figura 5.57 : Matriz Resultante da Matriz de Conexão.

Os termos mostrados na janela da Figura 5.57 correspondem aos caminhos de sucesso da estrutura analisada, sendo que para considerá-los eventos de sucessos, é necessário associar cada caminho a um determinado evento, empregando a opção "Separação de Eventos" da janela ilustrada anteriormente.

Desta forma, cada evento será mostrado separadamente, conforme ilustra a Figura 5.58 :

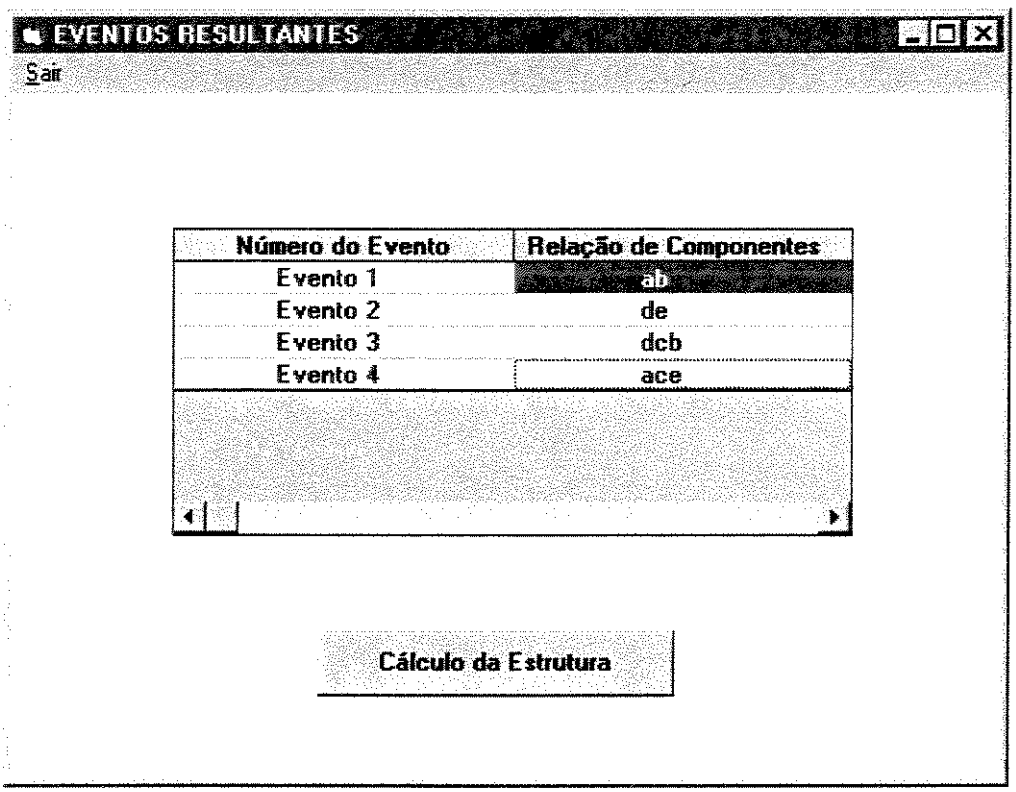


Figura 5.58 : Eventos Associados aos Caminhos de Sucessos.

Por meio da opção "Cálculo da Estrutura", são ativados os subprogramas implementados para determinar o valor de confiabilidade da estrutura, os quais consideram os eventos da Figura 5.58 como independentes entre si, aplicando as propriedades de probabilidades de eventos para obtenção do resultado.

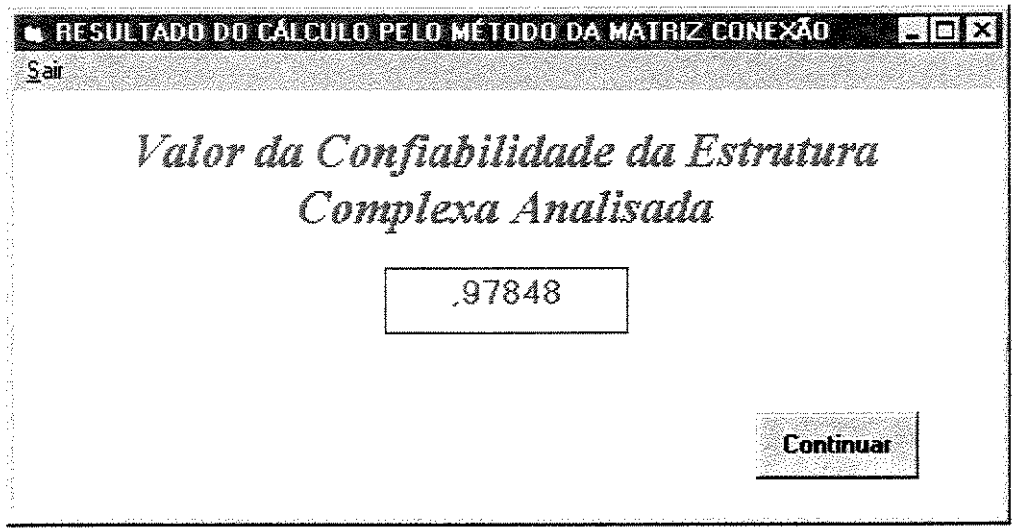


Figura 5.59 : Janela de Resultado.

Uma vez obtido o resultado final, podem ser desenvolvidas outras opções de cálculos com a opção "Continuar", selecionadas numa janela como a ilustrada na Figura 5.60:

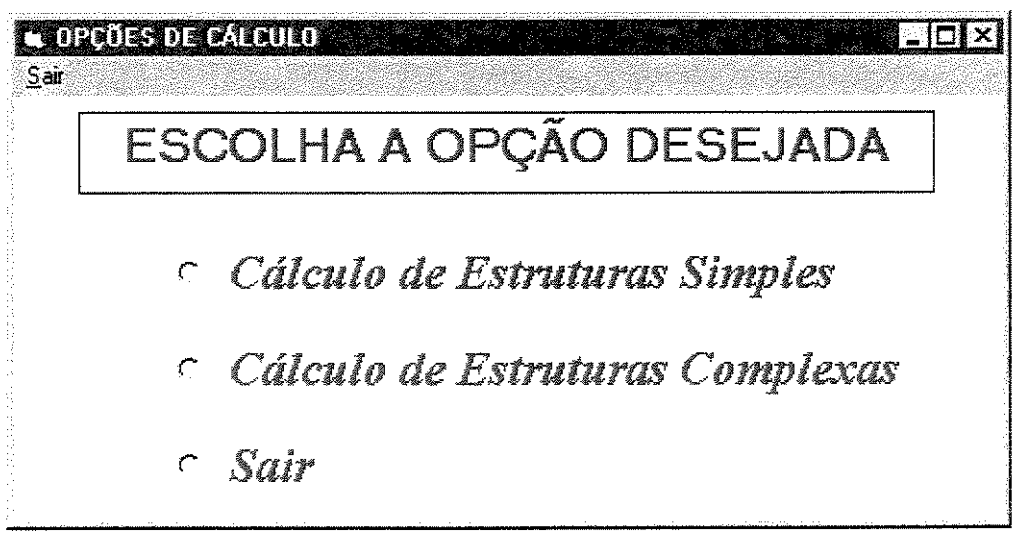


Figura 5.60 : Janela para a Seleção de uma nova Opção de Cálculo.

Desta forma, pode ser estimado o valor de confiabilidade de uma estrutura complexa de configuração não convencional quando a confiabilidade é avaliada de forma pontual.

Para o caso de avaliar a confiabilidade em estruturas complexas de forma contínua, empregando o método da inspeção modificado ou o método da matriz conexão, a metodologia empregada segue os passos abaixo :

Método da Inspeção Modificado

a) Acionar o Menu para o Cálculo;

b) Escolha para Avaliar a Confiabilidade de forma Continua (Figura 5.3);

c) Escolhia do Tipo de Estrutura, neste caso, complexa (Figura 5.4);

d) Definir o número de intervalos no período de tempo analisado (Figura 5.13);

e) Seleção do Método para o Cálculo da Estrutura Complexa (Figura 5.36);

f) Definição do Números de Sistemas envolvidos na Estrutura Complexa (Figura 5.37);

g) Atualizar a Tabela de Informação dos nós da árvore binária (Figura 5.38);

h) Definir as unidades e o valor da variável tempo (Figura 5.14);

i) Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes para cada Intervalo (Figura 5.15);

j) Resultado da Análise de Confiabilidade (Figura 5.16).

Método da Matriz Conexão

Os passos de "a)" até "e)" são similares aos do método da inspeção modificado, sendo utilizadas as mesmas janelas citadas anteriormente.

f) Definir o Número de nós característicos dos caminhos de sucessos envolvidos na Estrutura Complexa (Figura 5.52);

g) Definir as unidades e o valor da variável tempo (Figura 5.14);

h) Montagem da Matriz de Conexão da Estrutura (Figura 5.53);

i) Entrada dos Valores de Confiabilidade dos Componentes para cada Intervalo (Figura 5.15);

j) Obtenção da Matriz de Conexão da Estrutura (Figura 5.56);

k) Análise do Elemento da Matriz Relacionado aos Nós de Entrada e Saída da Estrutura Analisada (Figura 5.57);

l) Análise dos Eventos Relacionados aos Caminhos de Sucessos da Estrutura Analisada (Figura 5.58);

m)Resultado da Análise de Confiabilidade (Figura 5.16).

Capítulo 6

Análise de Resultados

Neste capítulo serão desenvolvidos diferentes exemplos de problemas que, para ser solucionados, utilizam as metodologias de cálculo citadas no Capítulo 5, segundo os tipos de conexões e configurações que possuem.

6.1 - Simulação da Determinação da Confiabilidade de uma Estrutura de Configuração Simples

Neste exemplo, será simulado o cálculo da confiabilidade de um sistema que modela a transmissão de um veículo, onde os componentes da estrutura são os seguintes :

a) Motor (1)
b) Embreagem (2);
c) Caixa de Câmbio (3);
d) Diferencial (4);
e) Eixos (5 e 6);
f) Pneus (7 e 8).

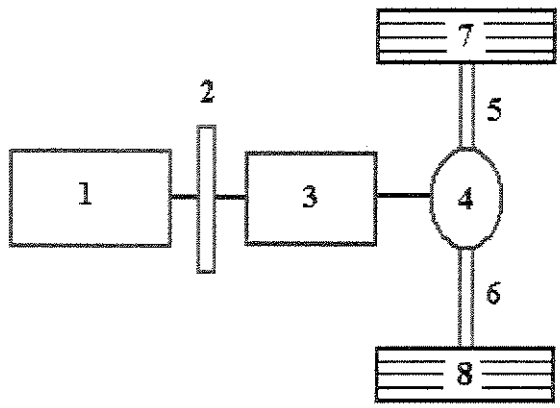


Figura 6.1 : Transmissão Hipotética de um Veículo.

Considerando que todos os elementos que compõe esta transmissão devem operar com sucesso para que o veículo funcione, pode-se afirmar que estão conectados em série, de modo que o sistema poderá ser modelado da seguinte forma :

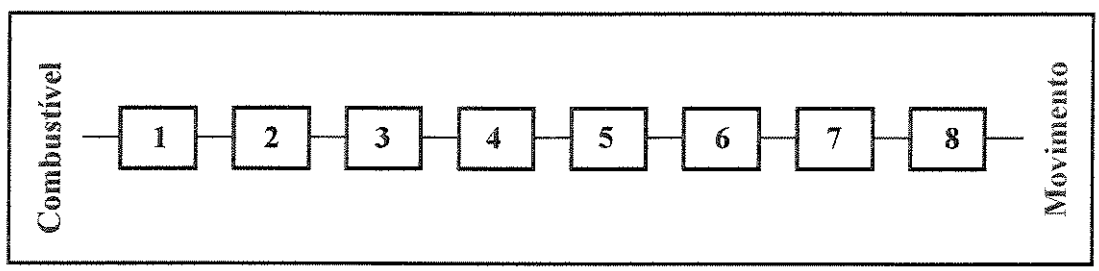


Figura 6.2 : Conexão em Série dos Componentes da Transmissão.

Confiabilidade Pontual :

Assumindo um valor de confiabilidade para cada componente da transmissão de 0.95, num instante de tempo t, é obtido um valor de confiabilidade da transmissão para este instante de tempo de 0.66342, conforme Figura 6.3

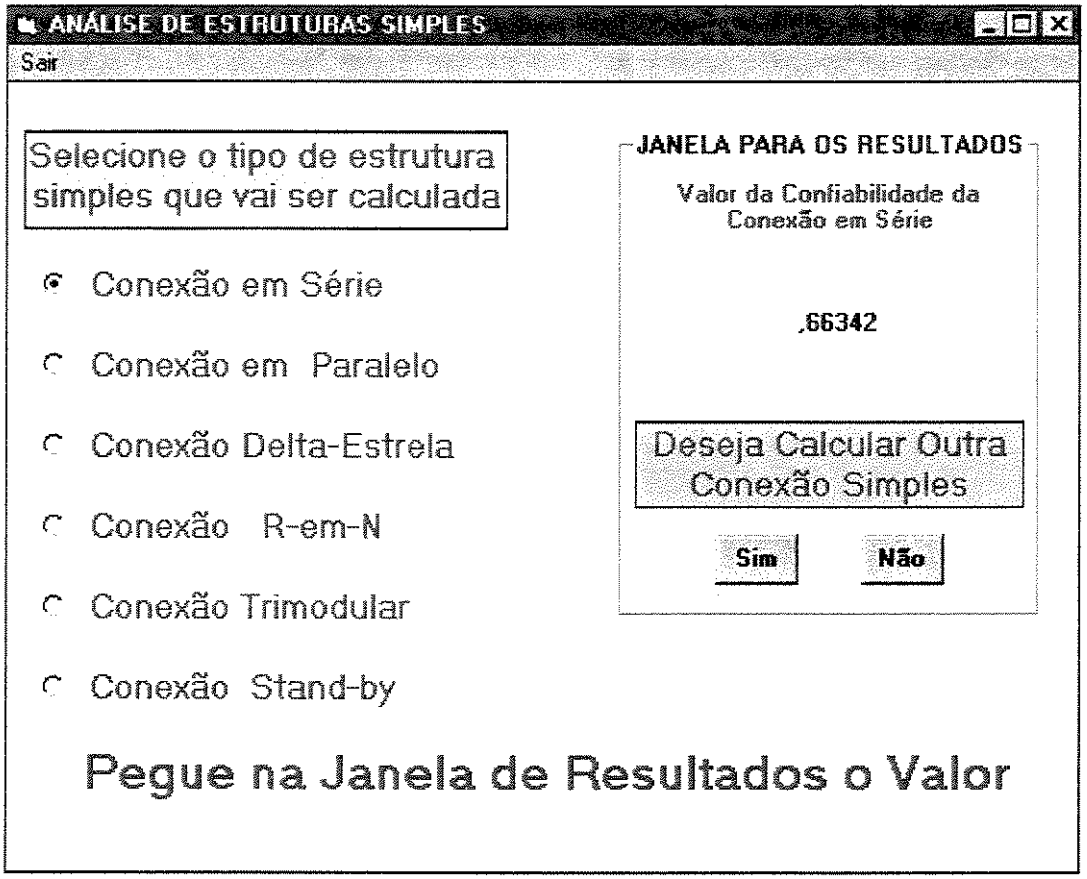


Figura 6.3 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada.

Confiabilidade Contínua :

Analisando a confiabilidade de forma continua, num período de tempo com intervalos de 1000, 15000 e 30000 quilômetros, sendo que os valores de confiabilidade de cada componente para cada intervalo é de 0.999, 0.996 e 0.9 respectivamente, é obtido o seguinte resultado :

Tabela 6.1 : Tabela de Resultados

Intervalos de Tempo	**Valor de Confiabilidade da Transmissão**
1000	0.992028
15000	0.968444
30000	0.430467

Estes valores podem ser conferidos na janela de resultados apresentados na Figura 6.4.

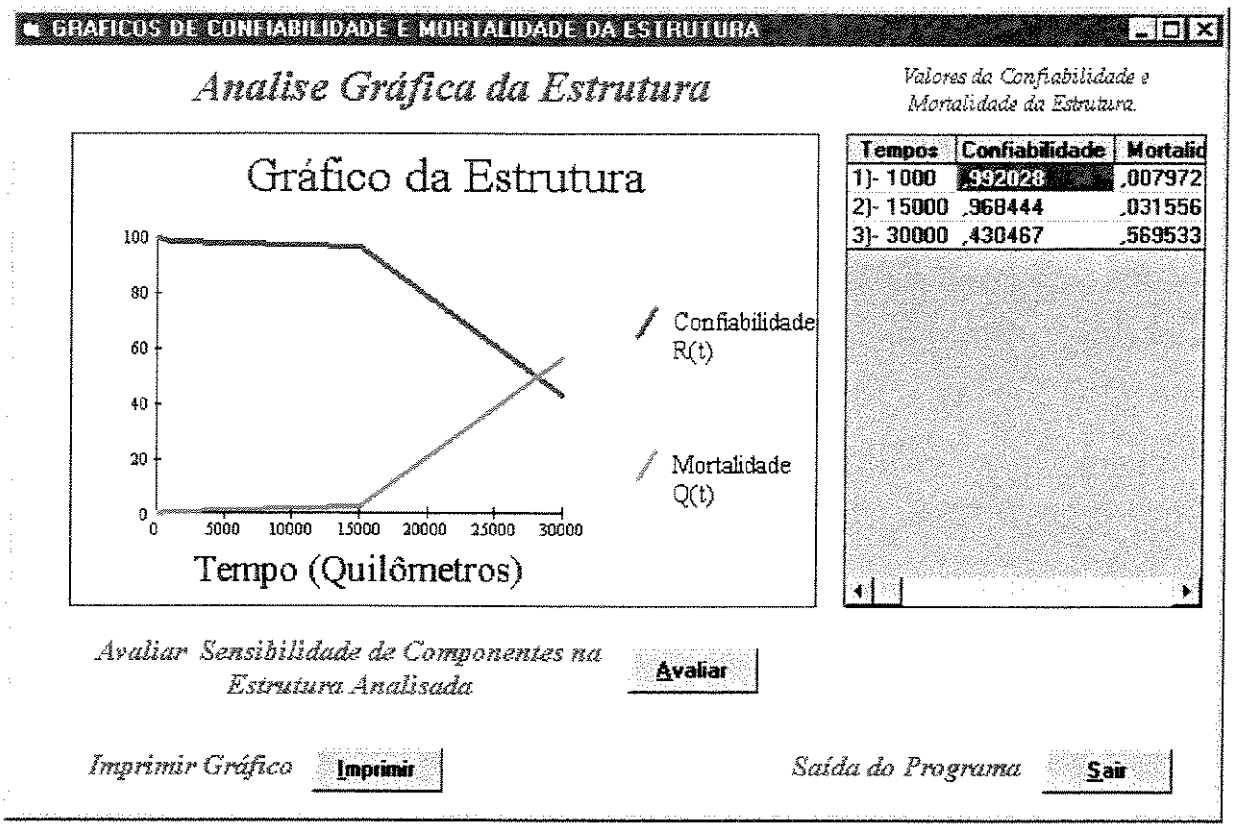


Figura 6.4 : Janela com os Valores da Confiabilidade da Estrutura para os Diferentes Intervalos de Tempos Analisados.

6.2 - Simulação da Determinação da Confiabilidade de uma Estrutura de Configuração Complexa

Para iniciar a análise de uma estrutura complexa, é necessário definir se a estrutura apresenta ou não uma configuração convencional. Desta forma, é selecionado o método que será utilizado para analisar a estrutura, sendo que, para o caso de estruturas complexas de configuração convencional é recomendado empregar o *método da inspeção modificado*, sendo o *método da matriz de conexão*, para o caso de uma configuração não convencional.

6.2.1 - Estimativa da Confiabilidade pelo Método da Inspeção Modificado

Confiabilidade Pontual :

Sendo uma estrutura hipotética, na qual estão presentes a maioria das estruturas simples padronizadas referenciadas neste trabalho, pode ser obtida uma estrutura complexa convencional conforme Figura 6.5

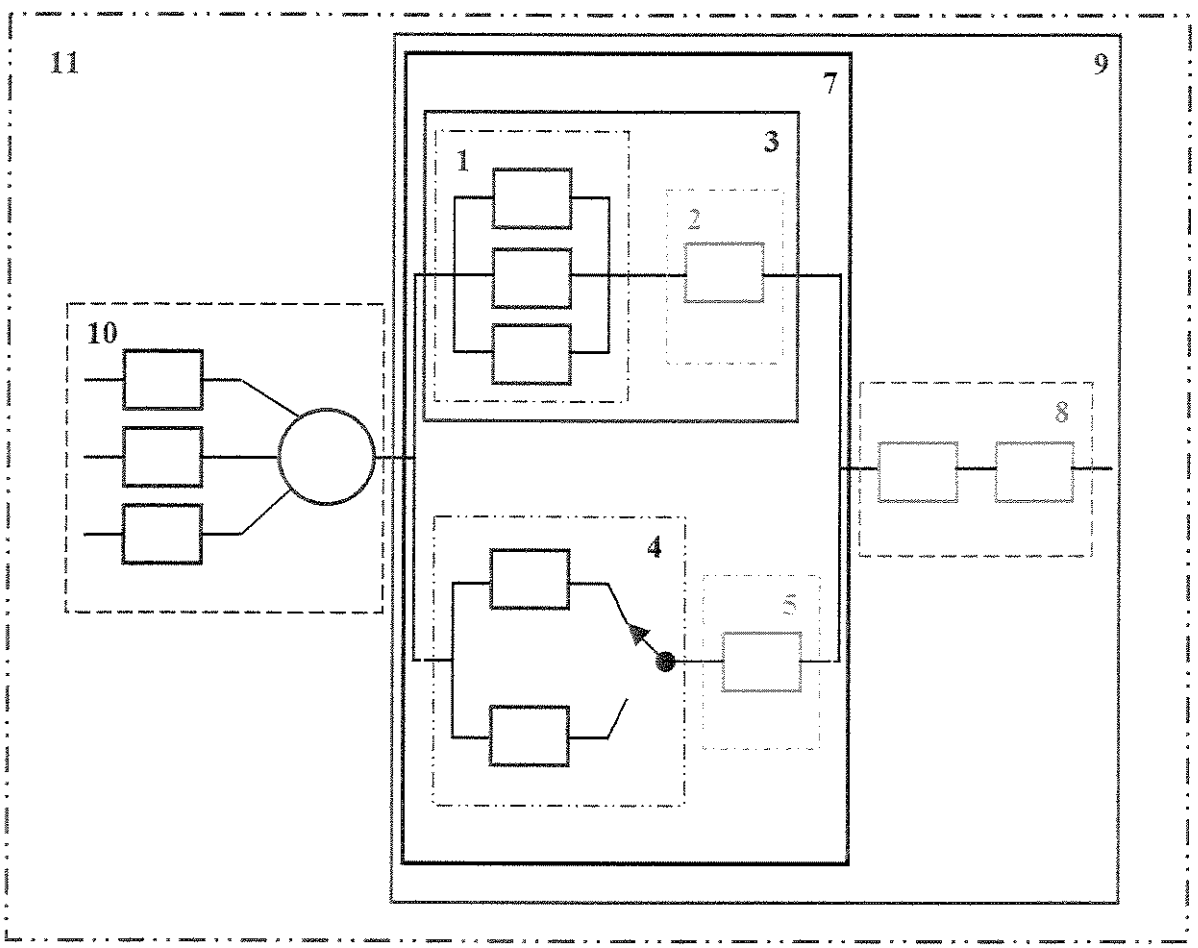


Figura 6.5 : Estrutura Complexa Convencional.

Neste caso, o valor da confiabilidade da estrutura complexa está relacionada aos valores de confiabilidade das 11 estruturas simples mostradas na Figura 6.5, de forma que, o número de nós ou elementos da árvore binária será igual ao número de estruturas envolvidas na estrutura complexa, apresentando a seguinte forma :

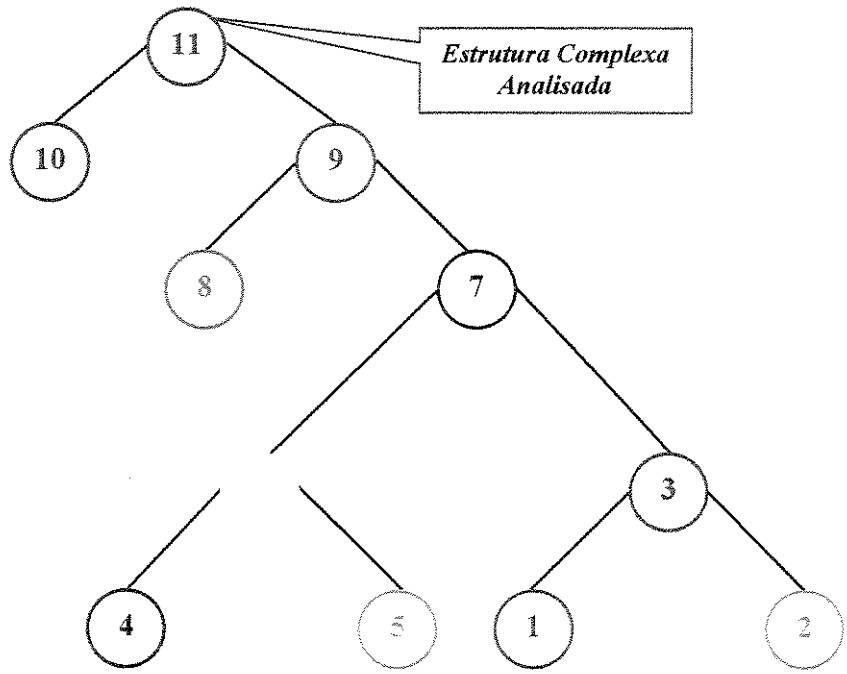


Figura 6.6 : Árvore Binária da Estrutura Complexa Analisada.

As informações relacionadas a cada elemento da árvore, bem como o valor da confiabilidade num instante de tempo *t*, calculado para cada elemento, segundo a ordem do percurso na árvore, são listados na Tabela 6.2, sendo que considerou-se que todos os componentes da estrutura complexa possuem o mesmo valor de confiabilidade igual a 0.9, e que as conexões trimodular e stand-by apresentam subsistema central e chaveamento perfeito, respectivamente.

Tabela 6.2 : Tabela de Informação dos Nós da Árvore Binária

Nome do Elemento da Árvore	**Número de Componentes**	**Conexão**	**Nome do Ramo Esquerdo**	**Nome do Ramo Direito**	**Resultado da Redução**
Sistema **10**	3	Trimodular			0,972
Sistema **8**	2	Série			0,81
Sistema **4**	2	Stand-by			0,99
Sistema **5**	1	Simples			0,90
Sistema **6**	2	Série	Sistema 4	Sistema 5	0,891
Sistema **1**	3	Paralelo			0,999
Sistema **2**	1	Simples			0,90
Sistema **3**	2	Série	Sistema 1	Sistema 2	0,8991
Sistema **7**	2	Paralelo	Sistema 6	Sistema 3	0,989002
Sistema **9**	2	Série	Sistema 8	Sistema 7	0,801092
Sistema 11	2	Série	Sistema 10	Sistema 9	0,778661

O valor da confiabilidade da estrutura, para um instante de tempo *t*, pode ser visualizado na figura seguinte :

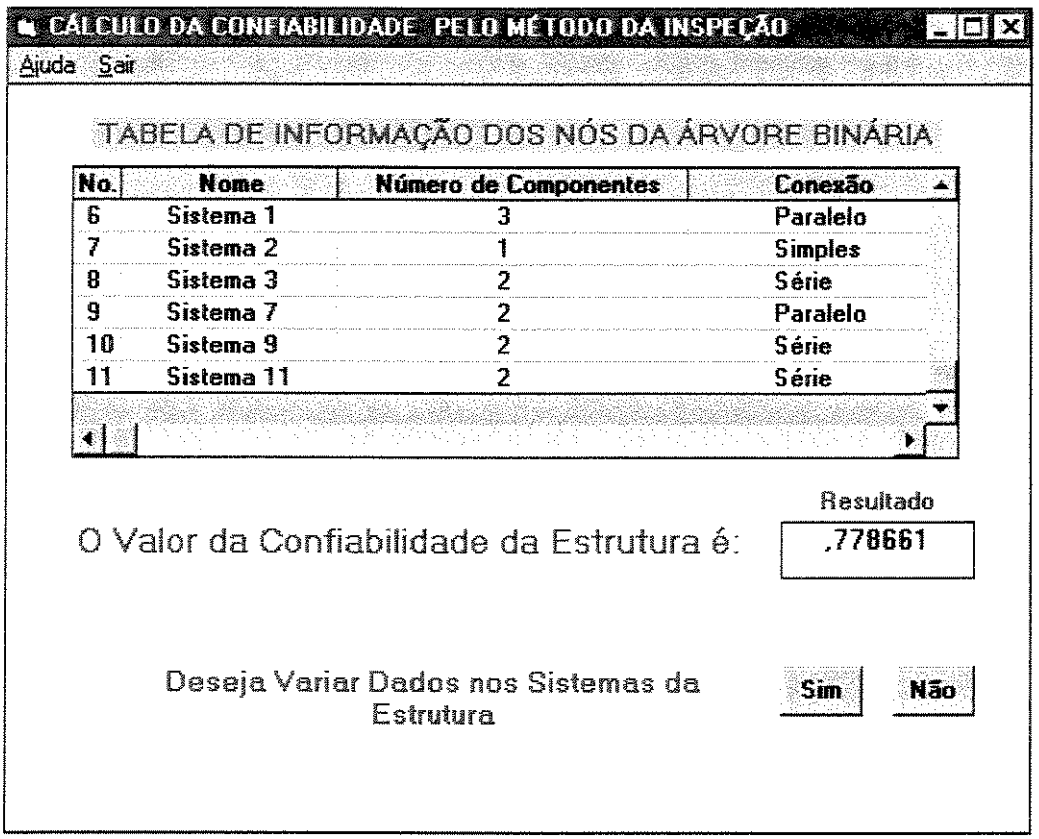


Figura 6.7 : Janela com o Valor de Confiabilidade da Estrutura Analisada.

Confiabilidade Contínua :

Para analisar a confiabilidade de forma contínua, será simulado o cálculo de um sistema de freios pneumáticos padrão, utilizados em ônibus e caminhão com dois eixos, estudados por Dias (1996).

Este sistema é modelado pelo autor como uma estrutura complexa convencional, onde os componentes estão associados como estruturas em série ou paralelo.

Os componentes que formam o sistema de freios e suas características, conforme Dias (1996), são mostrados na seguinte tabela :

Tabela 6.3 : Tabela de Dados dos Componentes da Estrutura

Número	Nome do Componente	Taxa de Falha ($*10^{-6}$/Km)	Parâmetro de Forma (β)
1	Válvula do Freio de Mão	1.0	1.8
2	Válvula Protetora de 4 Circuitos (Saída - Circ. Estc.)	1.0	2.0
3	Válvula de Retenção	0.8	2.5
4	Válvula Relé	1.0	1.8
5	Cilindro *"Tristop"* Câmara de Mola	2.0	1.5
6	Alavanca de Ajuste do Freio	0.8	2.5
7	Eixo expansor das Sapatas	0.5	3.0
8	Sapata de Freio	0.5	2.5
9	Guarnição de Freio	2.5	1.8
10	Cubo da Roda	1.0	2.0

O autor utiliza a distribuição de Weibull para determinar o valor de confiabilidade dos componentes . Considerando os dados fornecidos na Tabela 6.3, tem-se que :

Tabela 6.4 : Valores de Confiabilidade dos Componentes para Diferentes Intervalos

Número do Comp.	Intervalos de Tempo (Km)							
	10000	20000	30000	40000	50000	60000	70000	80000
1	0.99975	0.99913	0.99819	0.99696	0.99546	0.9937	0.99169	0.98945
2	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.99641	0.99511	0.99362
3	0.99999	0.99997	0.99991	0.99982	0.99968	0.9995	0.99926	0.99896
4	0.99975	0.99913	0.99819	0.99696	0.99546	0.9937	0.99169	0.98945
5	0.99718	0.99203	0.98541	0.97763	0.96887	0.95928	0.94897	0.938
6	0.99999	0.99997	0.99991	0.99982	0.99968	0.9995	0.99926	0.99896
7	0.999999	0.999998	0.999996	0.99999	0.99998	0.99997	0.99996	0.99994
8	0.999998	0.99999	0.99997	0.99994	0.9999	0.99984	0.99977	0.99968
9	0.99869	0.99546	0.9906	0.98428	0.9766	0.96765	0.95753	0.94631
10	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.99641	0.99511	0.99362

Segundo o autor, o modelo para o sistema de freios pode ser esquematizado da seguinte forma :

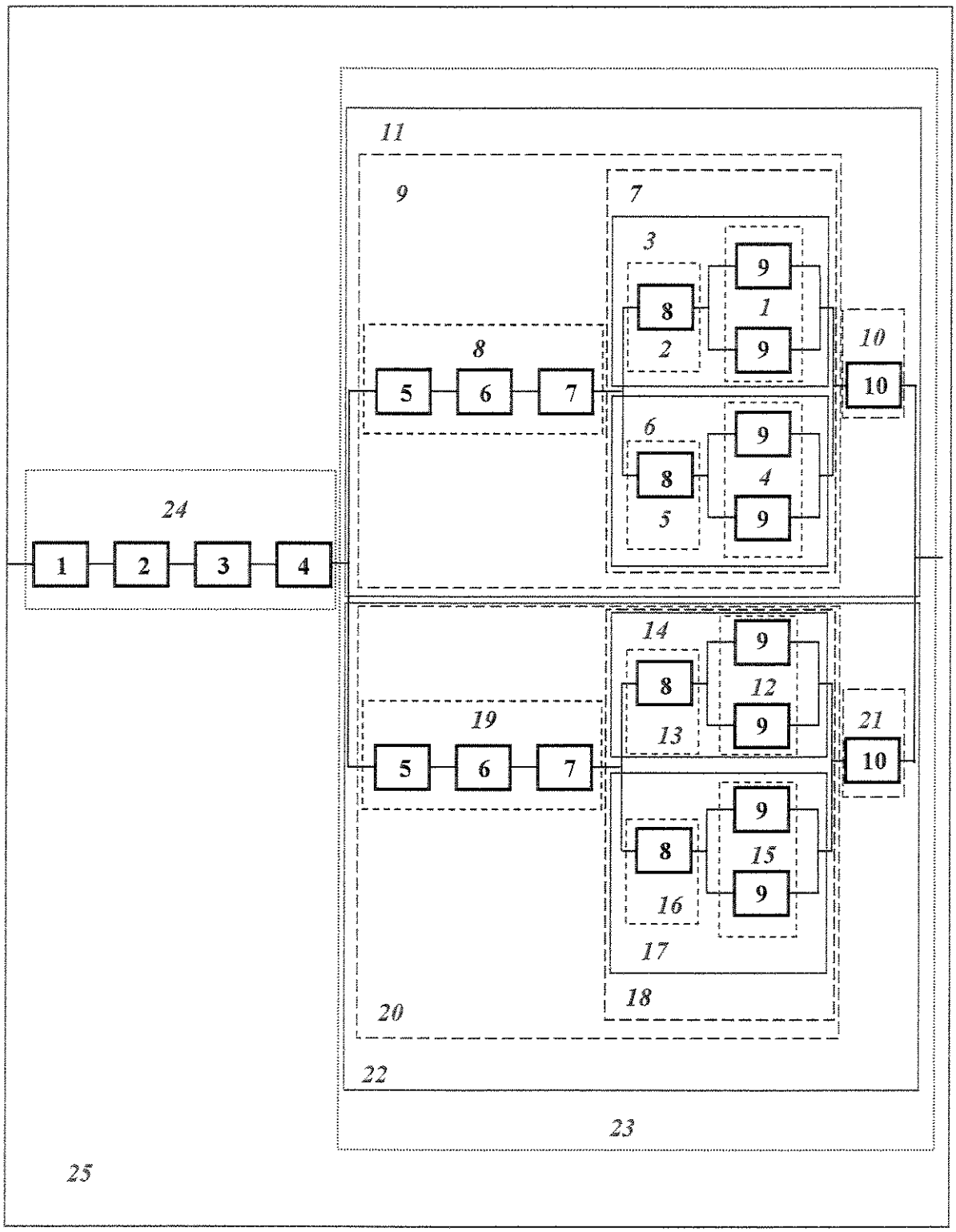


Figura 6.8 : Estrutura Complexa Resultante da Modelagem do Sistema de Freio Analisado.

Para este caso a árvore binária fica da seguinte forma :

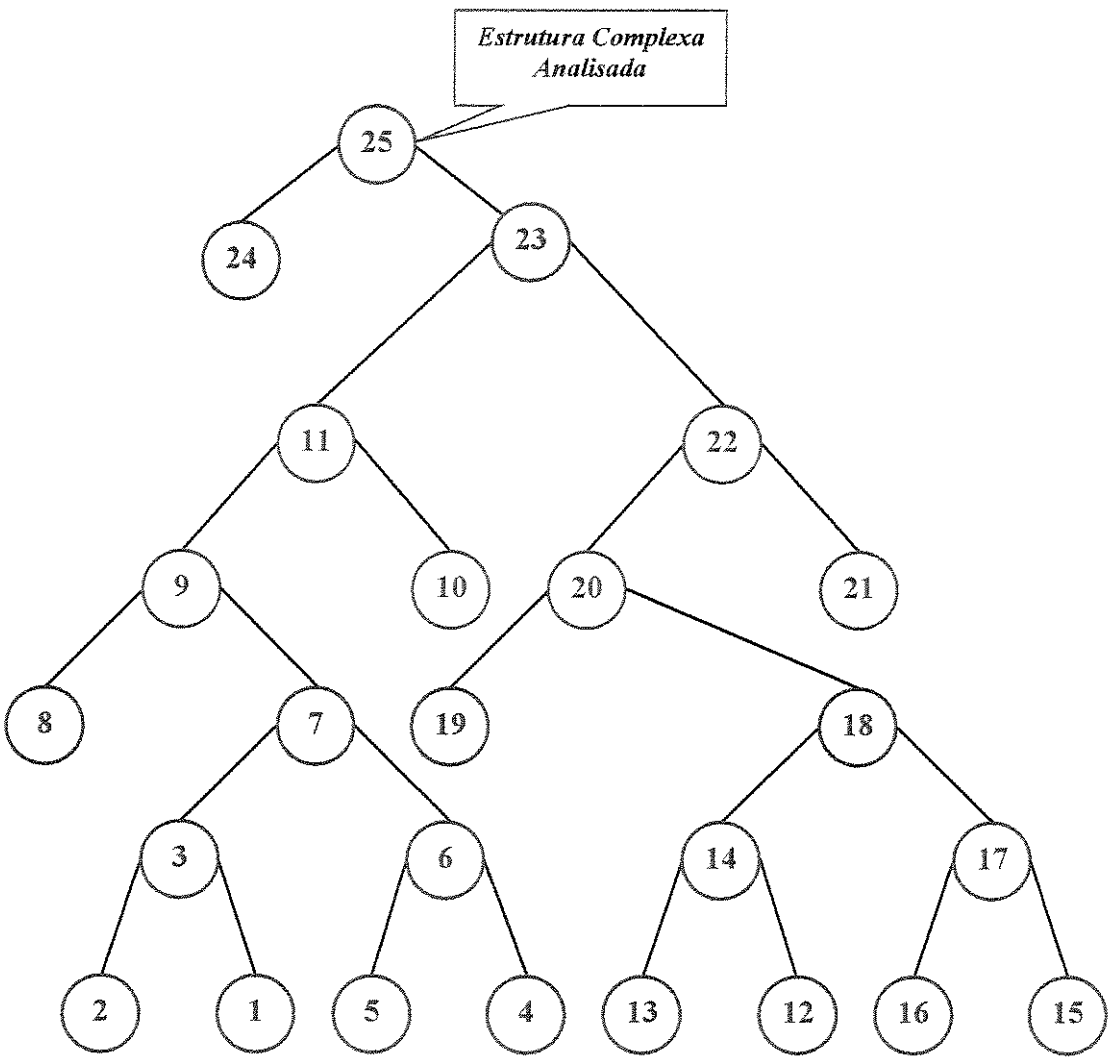


Figura 6.9 : Árvore Binária da Estrutura Analisada.

A tabela relacionada com as informações de cada elemento da árvore binária apresenta a seguinte forma :

Tabela 6.5 : Tabela de Informação dos Nós da Árvore Binária.

Nome do Elemento da Árvore	Número de Componentes	Conexão	Nome do Ramo Esquerdo	Nome do Ramo Direito
Sistema **24**	4	Série		
Sistema **8**	3	Série		
Sistema **2**	1	Simples		
Sistema **1**	2	Paralelo		
Sistema **3**	2	Série	Sistema 2	Sistema 1
Sistema **5**	1	Simples		
Sistema **4**	2	Paralelo		
Sistema **6**	2	Série	Sistema 5	Sistema 4
Sistema **7**	2	Paralelo	Sistema 3	Sistema 6
Sistema **9**	2	Série	Sistema 8	Sistema 7
Sistema **10**	1	Simples		
Sistema **11**	2	Série	Sistema 9	Sistema 10
Sistema **19**	3	Série		
Sistema **13**	1	Simples		
Sistema **12**	2	Paralelo		
Sistema **14**	2	Série	Sistema 13	Sistema 12
Sistema **16**	1	Simples		
Sistema **15**	2	Paralelo		
Sistema **17**	2	Série	Sistema 16	Sistema 15
Sistema **18**	2	Paralelo	Sistema 14	Sistema 17
Sistema **20**	2	Série	Sistema 19	Sistema 18
Sistema **21**	1	Simples		
Sistema **22**	2	Série	Sistema 20	Sistema 21
Sistema **23**	2	Paralelo	Sistema 11	Sistema 22
Sistema 25	2	Série	Sistema 24	Sistema 23

Considerando os componentes do sistema de freio relacionados a cada elemento da árvore, e seus valores de confiabilidade para cada intervalo de tempo, segundo a Tabela 6.4, podem ser obtidos os seguintes resultados de confiabilidade para a estrutura complexa analisada.

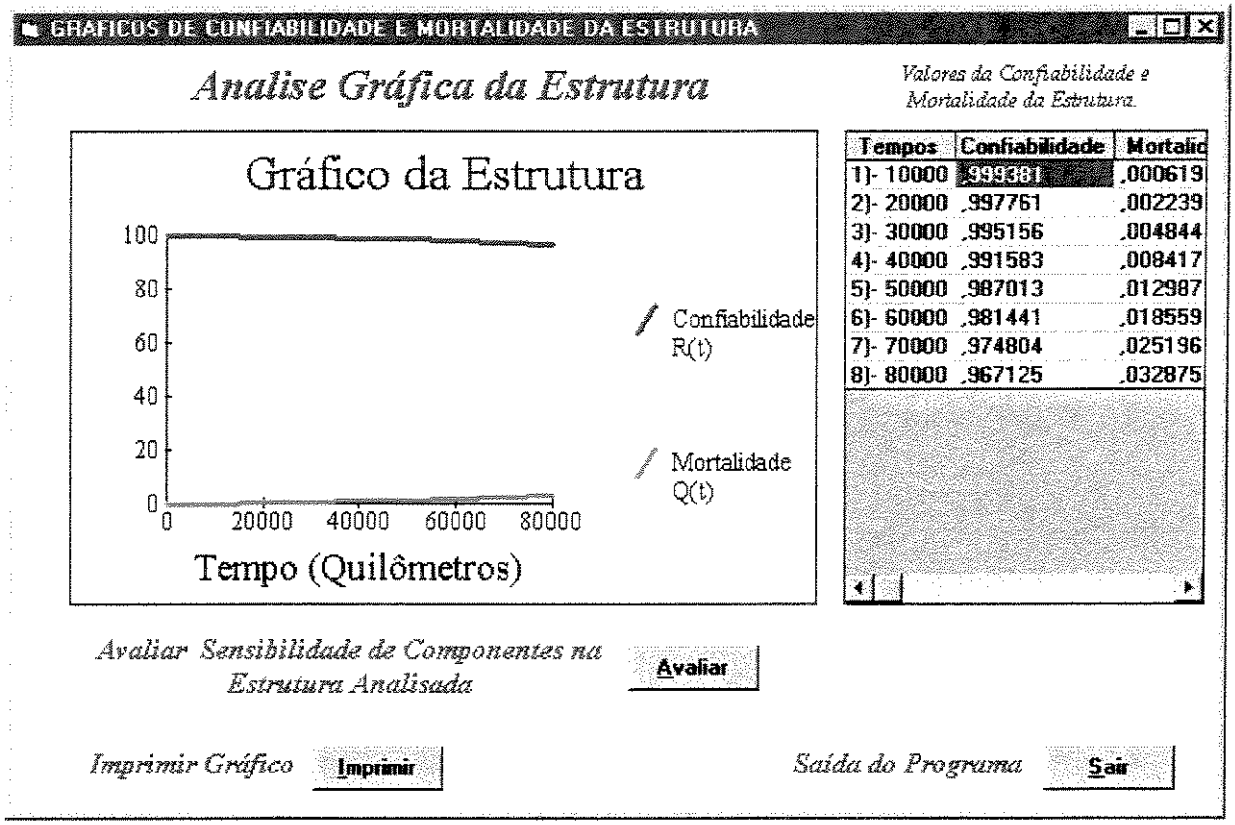


Figura 6.10 : Janela com os Valores da Confiabilidade da Estrutura Complexa para os Diferentes Intervalos de Tempo Analisados.

6.2.2 - Estimativa da Confiabilidade pelo Método da Matriz Conexão

Uma aplicação de estrutura complexa do tipo não convencional, foi estudada por Tillman et al. (1970), a qual estava relacionada a um sistema de fornecimento de oxigênio às cápsulas espaciais utilizadas pelos astronautas.

A forma deste sistema, segundo o autor, é esquematizada na Figura 6.11, e seus componentes são os seguintes :

a) Deposito de Oxigênio a Alta Pressão (1);
b) Reguladores (3 e 7);
c) Válvula de Seleção (2);
d) Válvulas de Controle (4 e 9);
e) Válvulas de Corte (5 e 10);
f) Válvulas Automáticas de Retenção de Emergência (6 e 8).

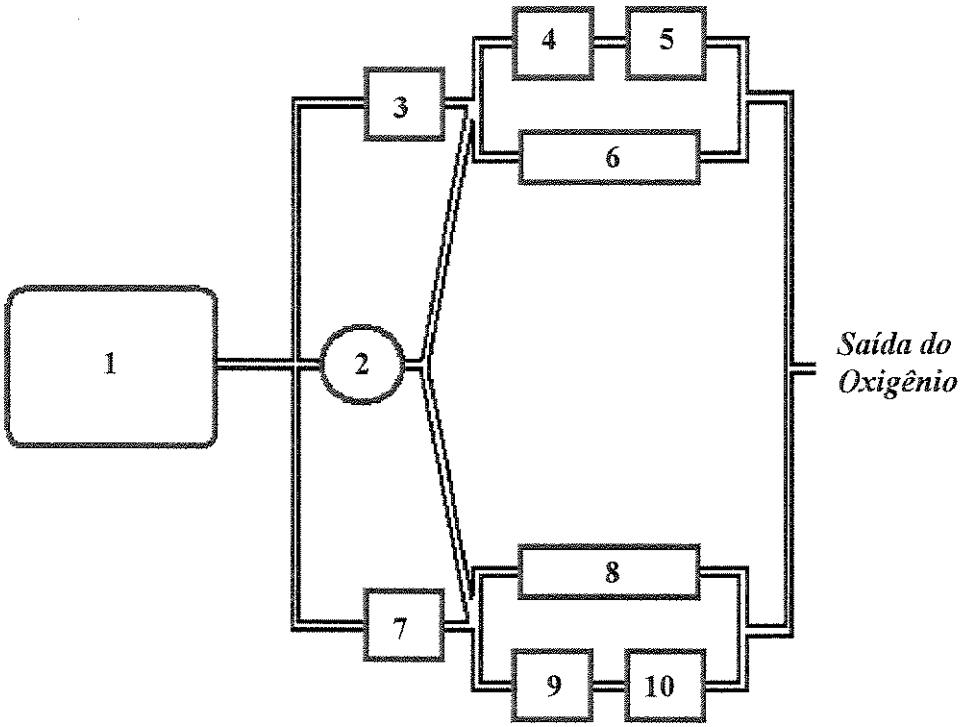


Figura 6.11 : Sistema para Fornecer Oxigênio às Capsulas Espaciais.

Este sistema é composto por dois subsistemas idênticos, formados por uma válvula de controle, uma de corte, e uma válvula automática de retenção de emergência. A função destas válvulas é não permitir o fluxo de ar da cabine para o depósito de oxigênio, caso a pressão diminua, e fechar o circuito de fornecimento de oxigênio, se existe, em algum momento, queda de pressão na linha principal do sistema, ou ainda ,evitar a perda de oxigênio na cabine.

Cada subsistema de válvulas apresenta duas ramificações, uma através da válvula automática de retenção de emergência, e outro, através de uma conexão em série formada pelas válvulas de controle e de corte. Um destes caminhos será suficiente para fornecer oxigênio.

Entre o depósito e a cabine, existem três caminhos de sucesso para fornecer o oxigênio : através dos reguladores (2) e os subsistemas conectados a estes, e através da válvula de seleção.

Para calcular a confiabilidade do sistema, segundo Tillman et al. (1970), o depósito de oxigênio não é contemplado, sendo que os outros componentes apresentam os seguintes indicadores para os valores de confiabilidade :

a) Válvula Automática de Retenção de Emergência : (R_1);
b) Reguladores idênticos : (R_2);
c) Válvula de Seleção : (R_3);
d) Conexão em Série da Válvula de Controle e de Corte : (R_4).

O modelo utilizado pelo autor para relacionar estes componentes é reduzido da seguinte forma :

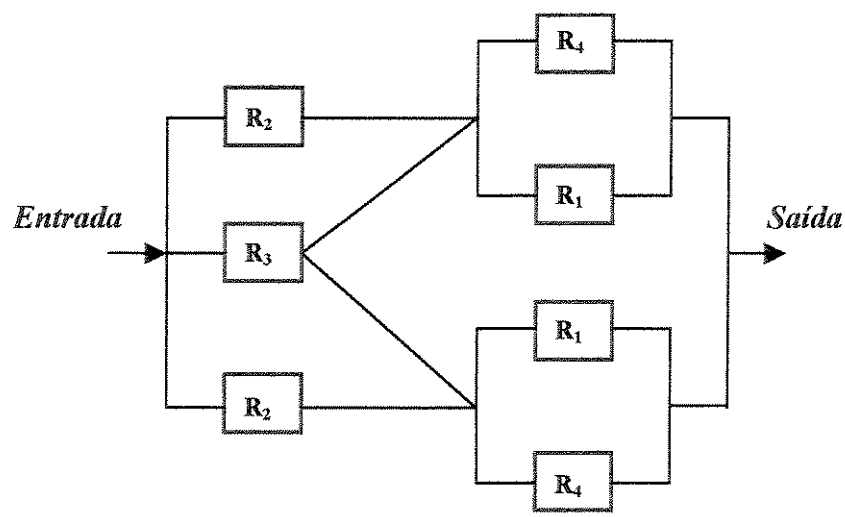


Figura 6.12 : Modelagem do Sistema de Fornecimento de Oxigênio.

Conforme Tillman et al. (1970), os valores de confiabilidade do sistema, sendo esta avaliada para diferentes iterações, onde os valores de confiabilidade dos componentes diferem entre si, podem ser estimados empregando um procedimento computacional baseado no teorema de Bayes, relacionado à probabilidade condicional.

Os resultados obtidos são listados na seguinte tabela :

Tabela 6.6 : Valor de Confiabilidade do Sistema para Diferentes Interações

Interações	Confiabilidade dos Componentes do Sistema				Confiabilidade do Sistema (*Rs*)
	R_1	R_2	R_3	R_4	
0	0.7	0.7	0.7	0.7	0.95480
1	0.6877	0.7504	0.6687	0.6723	0.9577
2	0.7475	0.8223	0.7200	0.7334	0.9815
3	0.8012	0.8764	0.7594	0.7860	0.9924
4	0.8139	0.9095	0.7708	0.7980	0.9953
5	0.8150	0.9125	0.7713	0.7988	0.9956
6	0.8153	0.9138	0.7715	0.7990	0.99564
7	0.8155	0.9143	0.7715	0.7991	0.99567
8	0.8156	0.9147	0.7715	0.7991	0.99569
9	0.8156	0.9148	0.7715	0.7991	0.995702
10	0.81563	0.9149	0.7715	0.7991	0.995706

Para comparar os valores de confiabilidade do sistema listados na Tabela 6.6, com os valores obtidos pelo método da matriz conexão, desenvolvido neste trabalho, considera-se que as iterações correspondem a diferentes intervalos da variável tempo e, desta forma, os valores de confiabilidade dos componentes em cada iteração serão assumidos como os valores de confiabilidade dos componentes num intervalo de tempo determinado. Segundo os valores de confiabilidade dos componentes e do sistema listados na tabela, a primeira iteração (0) corresponde ao último intervalo de tempo (tempo 11), e a última iteração ao primeiro intervalo de tempo (tempo 1) que será analisado no exemplo.

Além disso, os componentes serão identificados com rótulos (*a, b, c, d, e, f* e *g*), sendo que : ($a = c = R_2$); ($b = R_3$); ($d = g = R_1$) e ($e = f = R_4$); e também, serão definidos os nós característicos de entrada e saída de cada componente.

Desta forma, a Figura 6.12 fica conforme ilustra a Figura 6.13.

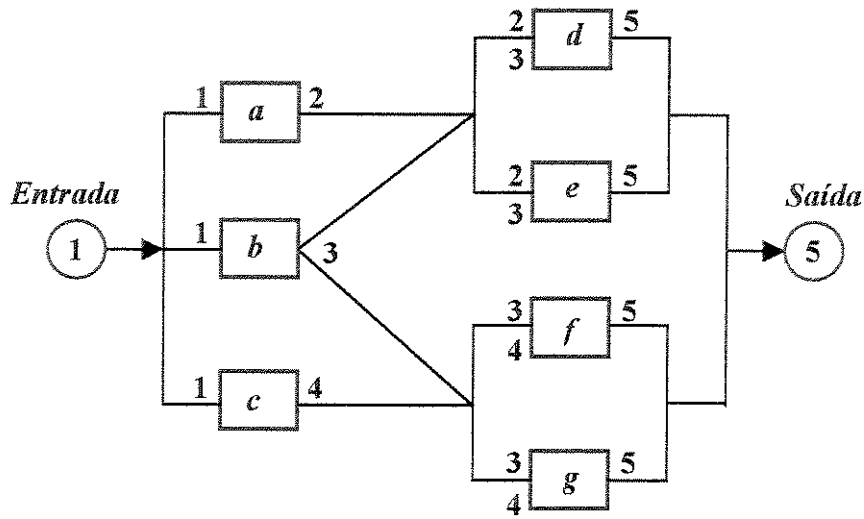


Figura 6.13 : Estrutura Resultante para a Análise pelo Método da Matriz Conexão.

Desta figura, são obtidos os diferentes nós característicos de entrada e saída em cada componente da estrutura analisada, sendo listados na tabela a seguir :

Tabela 6.7 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso.

Componentes	**Nó característico de Entrada**	**Nó característico de Saída**
a	1	2
b	1	3
c	1	4
d	2 3	5
e	2 3	5
f	3 4	5
g	3 4	5

Processados os dados da Tabela 6.7, e dando continuidade ao procedimento de cálculo implementado no programa computacional "CALCONF" pelo método da matriz de conexão, são obtidos os resultados de forma contínua, num período de tempo de um (1) a onze (11) anos, de acordo com a seguinte figura :

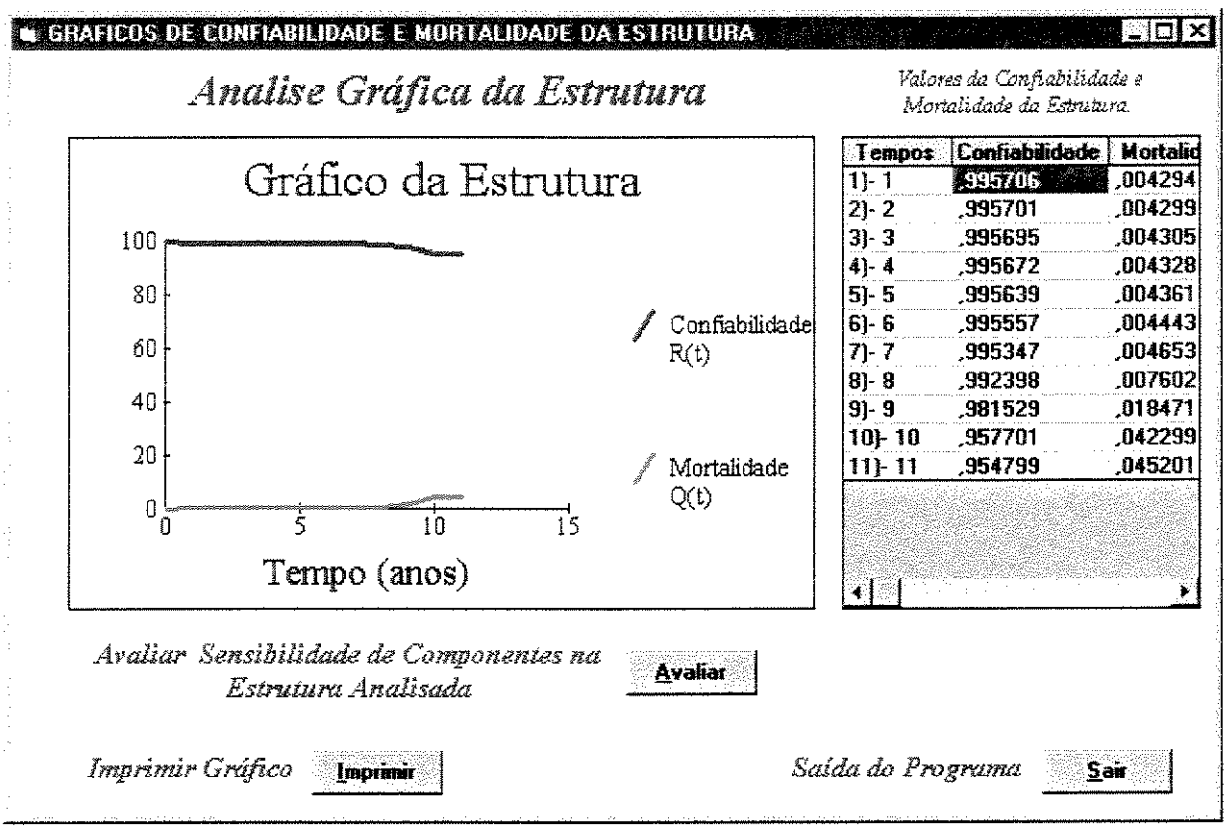


Figura 6.14 : Janela dos Valores de Confiabilidade do Sistema para os Diferentes Intervalos de Tempo.

Desta forma, observa-se a aproximação que existe entre os valores de confiabilidade listados na Tabela 6.6 e aqueles obtidos pelo programa computacional apresentados na Figura 6.14.

6.2.3 - Análise de Resultados de Confiabilidade Obtidos em Estruturas de Configuração Complexa pelos Métodos da Inspeção Modificado e da Matriz de Conexão

Autores como Banerjee e Rajamani (1972) e Wang e Sun (1996) concordam que as estruturas complexas, de configuração não convencional tipo *"brigde"* (ponte), podem ser

transformadas em estruturas de configuração convencional, utilizando a técnica de transformação das conexões delta-estrela. Neste tipo de estruturas, parte dos componentes são considerados pelos autores como uma estrutura de conexão em delta, de forma que, transformando esta conexão em configuração estrela, a estrutura passa a ser complexa convencional série-paralelo :

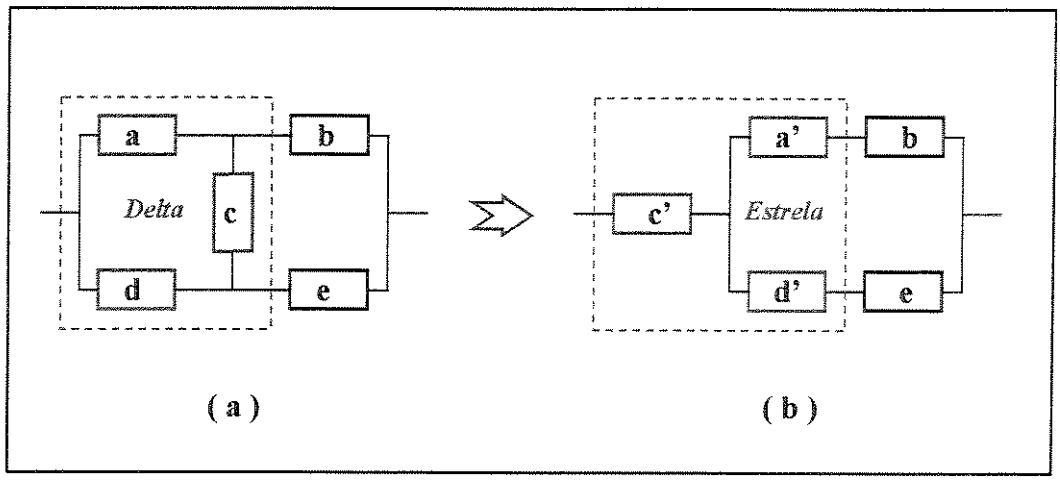


Figura 6.15 : Transformação de uma Estrutura Complexa Não Convencional para Convencional.

Sendo considerada a transformação esquematizada na Figura 6.15, então, para estimar o valor de confiabilidade em estruturas do tipo ponte simples (Figura 4.10) ou ponte dupla (Figura 4.11), é possível utilizar o método da inspeção modificado, implementado no programa computacional para a análise de estruturas complexas.

Porém Wang e Sun (1996), definem que quando é empregada a transformação de uma conexão delta para estrela, é introduzido um erro no valor da confiabilidade da estrutura.

Este erro pode ser observado por meio do desenvolvimento de um exemplo de cálculo, no qual é analisada uma estrutura tipo ponte simples, que modela uma tubulação industrial hipotética, onde são utilizados os métodos da inspeção modificado e da matriz de conexão.

Segundo Telles (1994), as tubulações industriais devem ser projetadas de forma que, os serviços de alguns equipamentos possam ser temporariamente dispensados para manutenção.

Exemplos destes equipamentos são: filtros, medidores de pressão, válvulas de pressão e controle.

Um exemplo de tubulação com este princípio é mostrado a seguir :

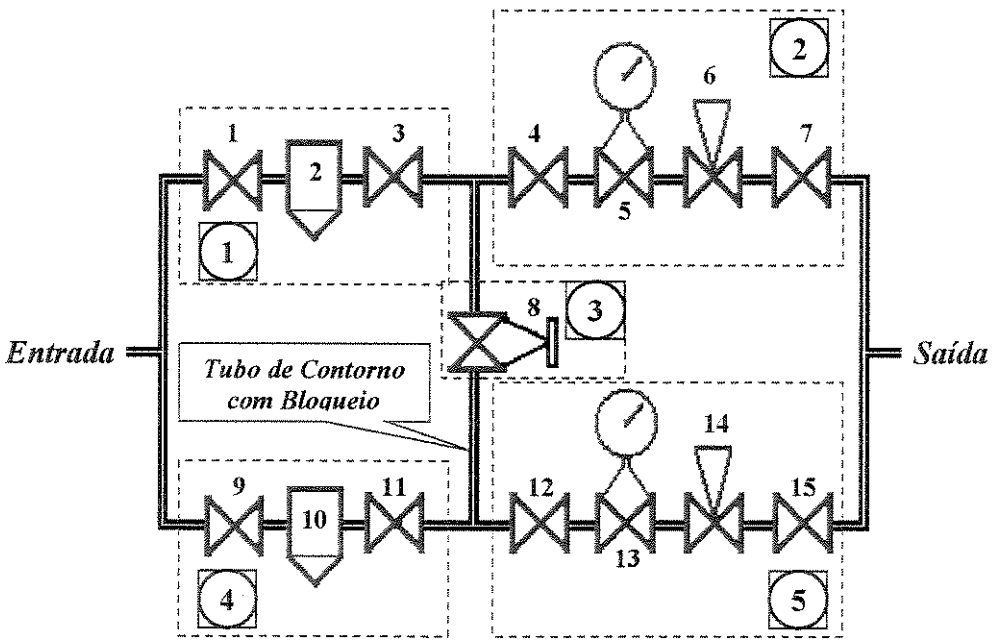


Figura 6.16 : Esquema de uma Tubulação Industrial Hipotética.

Neste caso, a estrutura analisada apresenta os seguintes componentes :

a) Válvulas de Bloqueio (1, 3, 4, 7, 9, 11, 12 e 15);
b) Filtros (2 e 10);
c) Medidores de Pressão do Fluxo (5 e 13);
d) Válvulas de Regulagem ou Controle (6 e 14);
e) Válvula Borboleta de Regulagem de Contorno (8).

Estes componentes formam cinco subsistemas, conforme Figura 6.16, de onde facilmente podem ser modelados por meio de uma estrutura tipo ponte simples como a ilustrada na Figura 6.15 a).

Quando se deseja fazer manutenção nos subsistemas que apresentam equipamentos que precisam desta atividade, através das válvulas de bloqueio, é interrompido o fluxo no

subsistema determinado e, utilizando a válvula de regulagem montada no tubo de contorno, a qual trabalha normalmente fechada, é possível manter a pressão do fluxo que deve existir nos subsistemas 2 e 5. Desta forma, não será interrompido o processo de produção, nem a operação de todo o sistema, durante a manutenção ou troca do equipamento com defeito.

Cálculo da Confiabilidade pelo Método da Inspeção Modificado:

Para o emprego deste método, devem ser definidos os sistemas que compõem a estrutura resultante da transformação dos elementos considerados em delta para estrela (Figura 6.15 b). Desta forma, é obtida a informação necessária para o emprego do método de inspeção modificado, que pode ser observada na figura seguinte :

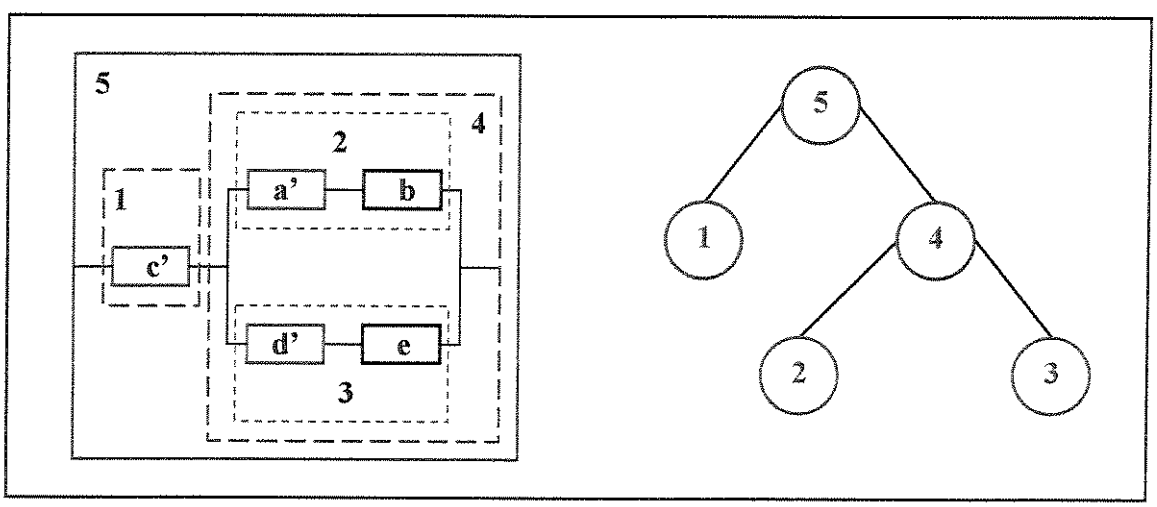


Figura 6.17 : Estrutura e Árvore Binária correspondente à Tubulação Industrial Analisada.

A tabela dos dados de cada elemento da árvore binária torna-se :

Tabela 6.8 : Tabela de Informação dos Sistemas da Estrutura Analisada.

Nome do Elemento da Árvore	Número de Componentes	Conexão	Nome do Ramo Esquerdo	Nome do Ramo Direito
Sistema 1	1	Simples_Res._Del/Est		
Sistema 2	2	Série_1Cres._Del/Est		
Sistema 3	2	Série_1Cres._Del/Est		
Sistema 4	2	Paralelo	Sistema 2	Sistema 3
Sistema 5	2	Série	Sistema 1	Sistema 4

Considerando que os componentes da estrutura inicial (Figura 6.15 a), que modela a tubulação industrial, apresentam um valor de confiabilidade de 0.9 num instante de tempo t, e processando os dados contidos na tabela 6.8, o resultado obtido é mostrado na janela da figura seguinte :

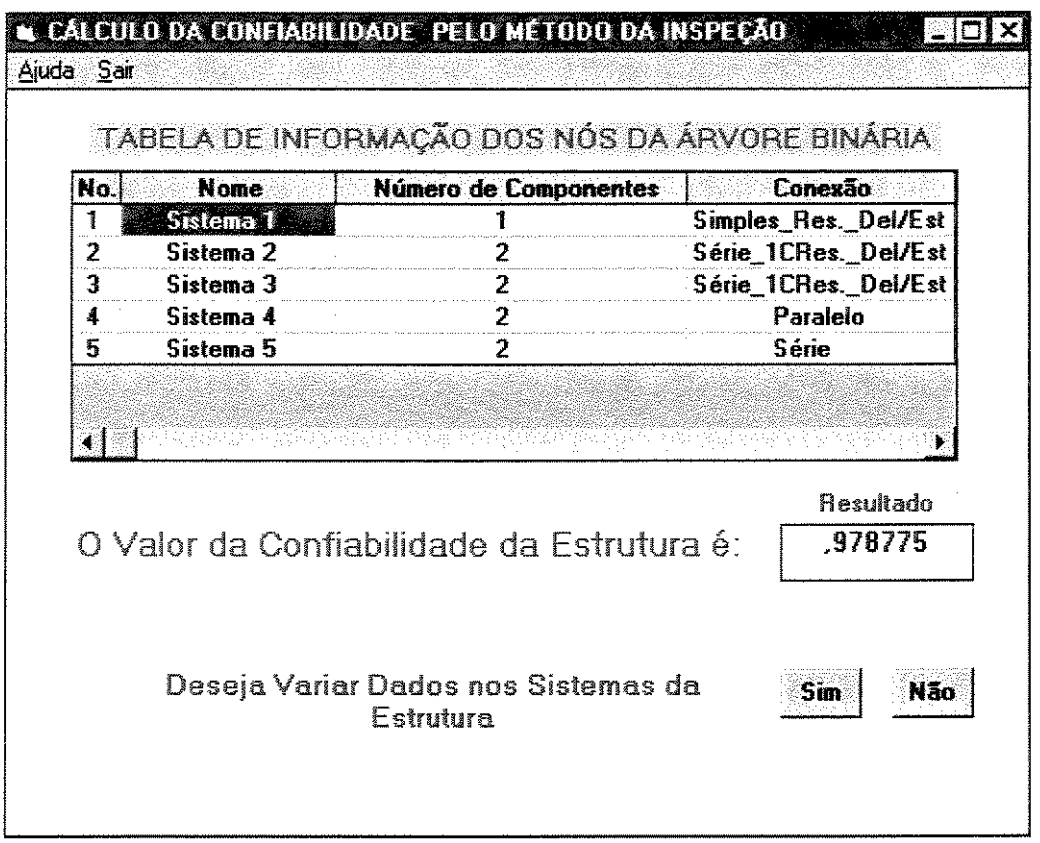


Figura 6.18 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Inspeção Modificado.

Cálculo da Confiabilidade pelo Método da Matriz de Conexão:

Neste caso, devem ser definidos os nós de entrada e saída característicos em cada componente da estrutura que modela a instalação (Figura 6.15 a). Esta análise foi apresentada no Capítulo 5, para uma estrutura similar mostrada na Figura 5.51, onde os dados de cada componente foram listados na Tabela 5.1. Processando estes dados é obtido o seguinte valor de confiabilidade da estrutura mostrado na Figura 6.19.

Figura 6.19 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Matriz de Conexão.

Os resultados mostrados nas janelas apresentadas nas Figuras 6.18 e 6.19 permitem conferir que existem diferenças entre os valores de confiabilidade obtidos pelos métodos empregados, não definindo, porém, qual dos métodos provoca este erro no resultado.

Para definir o método mais exato, será calculada uma estrutura similar à esquematizada na Figura 6.17, que não apresenta componentes resultantes da transformação de uma conexão delta em estrela, os quais possuem valores de confiabilidade iguais a 0.9 num instante de tempo *t*.

Neste caso, os dados processados pelo método de inspeção modificado, são similares ao caso anterior, alterando-se apenas os indicadores que definem o tipo de conexão presente em cada sistema da estrutura.

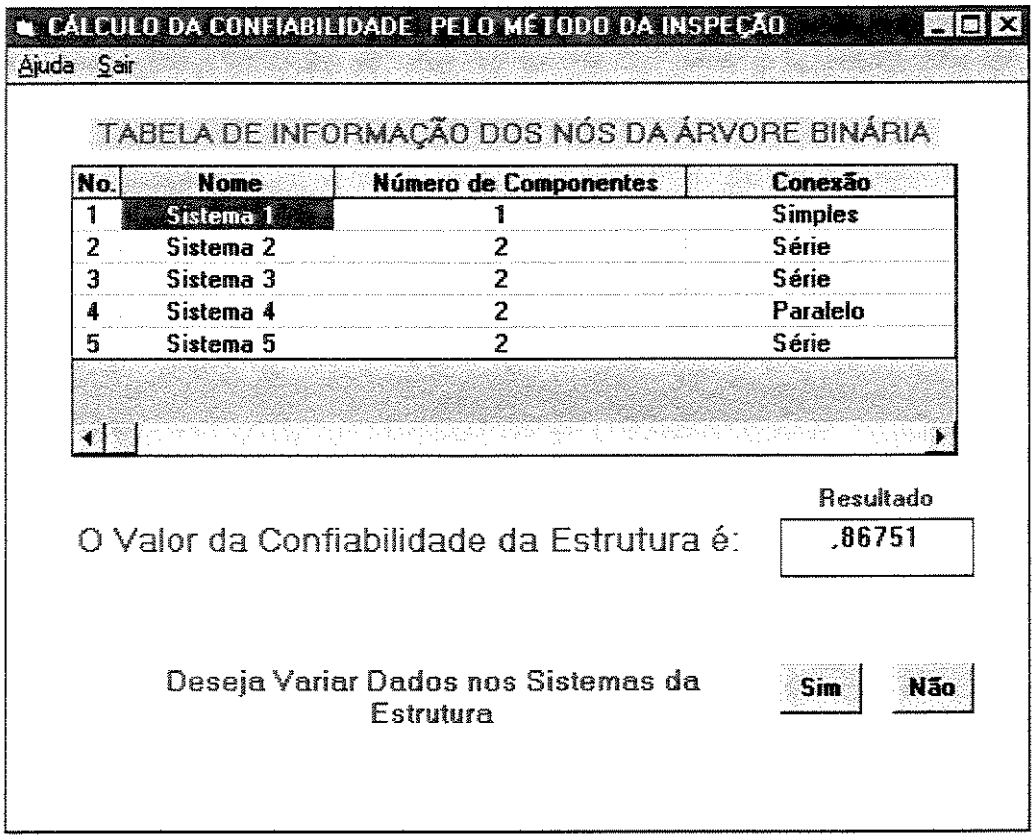


Figura 6.20 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Inspeção Modificado.

Para empregar o método da matriz de conexão, é necessário definir os nós característicos de entrada e saída de cada componente da estrutura, conforme Figura 6.21.

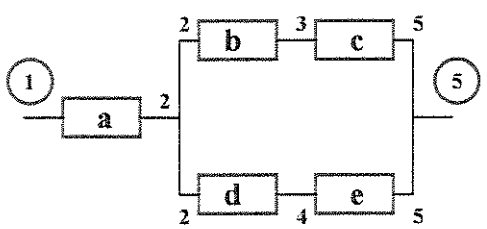


Figura 6.21 : Nós Característicos de entrada e Saída dos Componentes da Estrutura.

Desta forma, a informação para cada componente da estrutura é listada na seguinte tabela :

Tabela 6.9 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso.

Componentes	Nó característico de Entrada	Nó característico de Saída
a	1	2
b	2	3
c	3	5
d	2	4
e	4	5

Processando estes dados e considerando a confiabilidade dos componentes para um instante de tempo t igual a 0.9, é obtido o valor de confiabilidade da estrutura mostrado na figura seguinte :

Figura 6.22 : Valor de Confiabilidade da Estrutura pelo Método da Matriz de Conexão.

Para este caso os valores de confiabilidade mostrados nas Figuras 6.20 e 6.22, não apresentam diferenças. Desta forma, pode ser afirmado para analisar uma estrutura onde existem componentes obtidos da transformação de conexões delta em estrela equivalente, o método mais exato para estimar o valor da confiabilidade é o método da matriz conexão.

6.2.4 - Análise da Sensibilidade dos Componentes de uma Estrutura de Configuração Complexa

Para o desenvolvimento deste exemplo de cálculo, será analisada uma estrutura complexa não convencional que modela um caso hipotético onde os componentes apresentam um mesmo valor de confiabilidade num instante de tempo *t*.

Neste caso, será empregado o método da matriz de conexão por ser o mais exato para estimar o valor da confiabilidade na estrutura analisada.

A metodologia implementada no programa computacional para atingir este objetivo, permite mudar os valores de confiabilidade iniciais dos componentes e, desta forma, conhecer sua influência no valor de confiabilidade de uma estrutura como a ilustrada na figura abaixo.

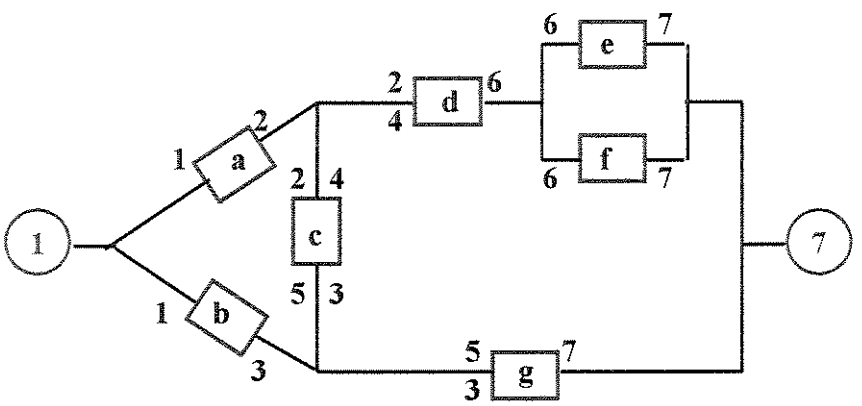


Figura 6.23 : Nós característicos dos componentes da Estrutura.

Tabela 6.10 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso.

Componentes	Nó característico de Entrada	Nó característico de Saída
a	1	2
b	1	3
c	2 3	5 4
d	2 4	6
e	6	7
f	6	7
g	3 5	7

Desta forma, considerando que o valor inicial de cada componentes de 0.9 é mudado por um valor de 0.99 em cada iteração, serão obtidos os seguintes resultados :

Tabela 6.11 : Valores de Confiabilidade da Estrutura em cada Iteração.

Número de Iterações	Valor de Confiabilidades dos Componentes							Confiabilidade da Estrutura (*Rs*)
	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	
0	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9775242
1	0.99	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.98705952
2	0.9	0.99	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.98714052
3	0.9	0.9	0.99	0.9	0.9	0.9	0.9	0.97904052
4	0.9	0.9	0.9	0.99	0.9	0.9	0.9	0.98698662
5	0.9	0.9	0.9	0.9	0.99	0.9	0.9	0.97838442
6	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.99	0.9	0.97838442
7	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.99	**0.98786952**

Os resultados listados na última coluna da Tabela 6.11, permitem definir do ponto de vista econômico, os componentes que significam um melhor investimento quando substituídos por componentes de maior confiabilidade, permitem obter maiores valores de confiabilidade da estrutura. Exemplos destes componentes são os componentes "**a**", "**b**", "**d**" e "**g**", sendo este último o mais influente na estrutura analisada.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

7.1 - Quanto aos Objetivos

O trabalho desenvolvido apresenta uma metodologia para estimar o valor da confiabilidade de forma pontual e contínua em estruturas de configuração simples e complexa, por meio de um programa computacional elaborado na linguagem *Visual Basic 3.0*.

No caso das estruturas simples, o programa permite fazer a redução a um componente equivalente simples e determinar o valor da confiabilidade, empregando métodos diretos, os quais foram implementados segundo o tipo de estrutura padronizada: série, paralelo, etc.

Para a análise das estruturas de configuração complexa, foram empregados os métodos da inspeção modificado e da matriz conexão, por serem métodos que permitem modelar e avaliar estruturas complexas de forma simples, sendo que o primeiro é recomendado para analisar estruturas complexas convencionais, e o segundo, para estruturas complexas de configuração não convencionais, por ser o mais exato nos resultados, neste caso.

No método da inspeção modificado foi utilizada a técnica computacional da árvore binária, que possibilita organizar, processar e armazenar os dados necessários, para reduzir a elementos equivalentes simples, um número elevado de sistemas que compõem a estrutura complexa. Neste caso, as estruturas simples em série e paralelo são a base final para reduzir e estimar o valor da confiabilidade da estrutura analisada.

Na análise de uma estrutura complexa não convencional o método da matriz de conexão emprega as propriedades básicas da teoria da probabilidade de eventos, sendo considerados os eventos relacionados ao sucesso da estrutura analisada como independentes. Desta forma, é possível estimar o valor da confiabilidade da estrutura e, assim, reduzí-la a um componente equivalente simples com valor de confiabilidade igual ao da estrutura.

O programa computacional "CALCONF" apresenta também implementada uma metodologia que permite analisar a sensibilidade dos componentes numa determinada estrutura.

Componentes de alta confiabilidade podem ser inseridos para melhorar a confiabilidade de uma estrutura, porém, o lugar ideal deste componente na estrutura deve ser determinado por meio de uma análise de sensibilidade dos componentes, que permite conhecer quais destes componentes podem ser substituídos para melhorar o valor da confiabilidade da estrutura.

Este trabalho constitui, portanto, uma ferramenta que pode ser empregada para estimar a confiabilidade em linhas de produção, ou sistemas, modelados como estruturas, onde as estações de trabalho (componentes, máquinas, etc.) estão conectadas em diversas formas, criando estruturas como as apresentadas neste trabalho.

7.2 - Quanto as Sugestões para Próximos Trabalhos

Existem alguns tópicos que estão inseridos na metodologia proposta que ainda necessitam de investigações mais profundas. Um exemplo são os valores de confiabilidade dos componentes, empregados no cálculo dos diferentes exemplos das estruturas analisadas no capítulo relacionado às metodologias e à análise de resultados, que, de forma geral, foram assumidos. Recomenda-se o seguinte :

- Realizar estudos em ambiente industrial a fim de modelar sistemas reais como as estruturas analisadas neste trabalho;
- Levantamento de dados de falhas dos componentes destes sistemas, que permitam obter valores de confiabilidade reais e, assim, estimar de forma mais acurada o valor de confiabilidade de uma estrutura;

- Implementar no programa "CALCONF" bancos de dados para os valores de confiabilidade dos componentes que formam as estruturas, obtidos pela análise da confiabilidade de forma pontual e contínua;
- Implementar outras opções de análise dos sistemas no programa computacional "CALCONF", referentes a questões como a mantenibilidade e a disponibilidade destes, permitindo assim, obter a qualidade temporal dos sistemas analisados.

Conclui-se, finalmente, que a escolha do tema em confiabilidade foi acertada pela sua atualidade no emprego para solucionar os muitos problemas práticos da engenharia relacionados a qualidade de peças, sistemas, equipamentos, máquinas, etc.

Referências Bibliográficas

Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR-5462;** Confiabilidade - Terminologia. Rio de Janeiro, 1981. 17p.

Billinton, R., Allan, R. **Reliability Evaluation of Engineering Systems.** Great Britain: The Bath Press, Avon, 1987. 349 p.

Bompas-Smith, J. H., **Mechanical Survival: The use of reliability data.** London: Editorial R. H. W. Brook, 1973. 197 p.

Cavalca, K.L., **Confiabilidade de Sistemas**, Apostila da Disciplina IM 461, 1997.

Cavalca, K.L., **Confiabilidade de Sistemas**, Apostila da Disciplina IM 461, 1998.

Dias, A. **Metodologia para análise da confiabilidade em freios pneumáticos automotivos.** Campinas: FEM, UNICAMP, 1996. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. 199 p.

Frankel, E., **Systems Reliability and Risk Analisys.** The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1988. 429 p.

Freitas, M.A., Colosimo, E.A., **Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados**. Belo Horizonte: Azul Computação Gráfica Ltda, 1997, 303 p.

Galeto, F. **Affidabilità.** Padova, Italy: Cleup Editore, Volume Primo. 1981. 183 p.

Guido, C. **Ensaios Acelerados: uma nova metodologia.** Campinas: FEM, UNICAMP, 1994. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1994. p.9

Hirose, H. Estimation of threshold stress in accelerated life-testing. **IEEE Transactions on Reliability,** v.42, n.4, p. 650-657, Dec. 1993.

Horowitz, E., Sahni, S., **Fundamentals of Data Structures**. United States of America: Computer Science Press, Inc, 1983, p. 218-276.

Jardine, A.K.S., Buzacott, J.A., Equitment Reliability and Maintenance. **European Joutnal of Operational Research,** v.19, n.4, p. 285-296, Mar. 1985.

Jayabalam, V., Chaudhuri, D., Optimal Maintenance and Replacement Policy for a Deteriorating System with Increased Mean Down Time. **Naval Res. Log.**, v.39, n.1, p. 67-78, Feb. 1992.

Kim, Y.H. et al. A Method for Computing Complex System Reliability, **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-21, n.4, p. 215-219, Nov. 1972.

Krishnamurthy, E.V., Komissar, G., Computer-Aided Reliability Analysis of Complicated Networks, **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-21, n.2, p. 86-89, Mai. 1972.

Lakshminarayana, G.S., Evaluation of Generation System Reliability and its Importance in a Power System, **Irrigation and Power**, v.46, n.4, p. 45-52, Oct. 1989.

Lie, L.C., Chun, Y.H., An Algorithm for Preventive Maintenance Policy, **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-35, n.1, p. 71-75, Apr. 1986.

Malik, M.A., Reliable Preventive Maintenance Scheduling, **AIEE Transactions**, v. 11, p. 221-228, Sept. 1979.

Malik, M.A., Equipment Replacement and its Real Causes, **Maintenance Management International**, v.5, p. 51-61, 1985.

Massun, I.C., **Visual Basic 3.0 : Simples e Objetivo**. São Paulo: Érica Ltda, 1993, 237 p.

Meeker, W.Q., Hamada, M., Statistical Tools for the Rapid Development & Evaluation of. High-Reliability Products. **IEEE Transactions on Reliability**, v.44, n.2, p. 187-198, Jun. 1995

Nakagawa, T., Optimal Policy when Preventive Maintenance is Imperfet, **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-28, p. 331-342, Oct, 1979.

Naresky, J.J., Reliability Definitions. **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-19, p. 198-200, Nov, 1970.

Nelson, A.C. et al. A Computer Program for Approximating System Reliability. **IEEE Transactions on Reliability**, v. R-19, n. 2, p. 61-65, Mai, 1970.

Nelson, W., **Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analyses**, New York: John Wiley & Sons, 1990, 482 p.

Okura, J.H., **Metodologia de Qualificação de Componentes Eletrónicos.** Campinas: FEE, UNICAMP, 1995. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1995. p. 26-27.

Olorunniwo, F.O., Izuchukwu, A., Scheduling Imperfect Preventive and Overhaul Maintenance. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v.8, n. 4, p. 67-79, 1991.

Olorunniwo, F.O., Life-cycle Cost Policy when Equipment Maintenance is Imperfect. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v. 9, n. 6, p. 52-71, 1992.

Pallerosi, C.A., **Confiabilidade: A Quarta Dimensão da Qualidade**. Campinas, v.2, (Inedito). 1997, 279 p.

Rajogopal, A., Teitler, S. Parameter compatibility relations for accelerated testing. **IEEE Transactions on Reliability,** v.39, n.1, p. 110-113, Apr. 1990.

Ramakumar, R. **Engineering Reliability.** New York: Prentice-Hall International, Inc, 1993, 482 p.

Resende, L.I., New Expressions for the Extended Delta - Y Reductions. **Operations Research Letter**, v.8, n.6, p. 323-328, Dec. 1989.

Reys, M. A., **Determinação de critérios para a escolha de Metodologias de Manutenção.** Campinas: FEM, UNICAMP, 1995. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1994, p. 57-69.

Singh, N. Time series analyses of the estimated reliability of sistems composed of components operating in series and/or in parallel. **Microelectronics and Reliability,** Great Britain, v.34, n.3, p. 405-422, Mar. 1994.

Sinha, S.K., **Reliability and Life Testing.** Wiley Eastern Limited, 1986, p. 10-15.

Sotskov, B., **Fundamentos de la Téoria y del Cálculo de Fiabilidad.** Moscú: Editorial Mir. 1972, 262 p.

Szwarcfiter, J.L., Markenzon, L., **Estruturas de Dados e Seus Algoritmos**, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 1994, 320 p.

Tang, L. C., Olorunniwo, F.O., A Maintenance Model for Reparairable Systems, **Reliability Engineering and System Safety**, p. 21-32, 1989.

Telles, P. C., **Tubulações Industriais : Materiais, Projeto e Montagem**, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 1994, p. 39-142.

Tillman, F.A., et al. Optimal Reliability of a Complex System. **IEEE Transactions on Reliability,** v. R-19, n.3, p. 95-99, Agu. 1970.

Tseng, S., Hsu, C., Comparison of type-I & type-II accelerated life test for selecting the most reliable product. **IEEE Transactions on Reliability,** v.43, n.3, p. 503-510, Sep. 1994.

Wang, S., Sun, C., Transformations of Star-Delta & Delta-Star Reliability Networks. **IEEE Transactions on Reliability**, v.45, n.1, p. 120-126, Mar. 1996.