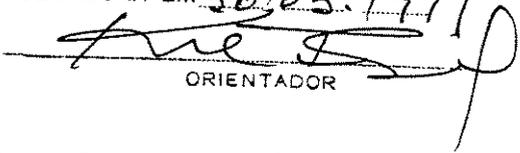


ESTE LANCAMENTO É DA REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Mabruk Mansor  
Abugderah E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 30/03.1999  
  
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

# **Análise de Solidificação em Geometria Cilíndrica e a sua Aplicação em Armazenamento Térmico**

Aluno: **Mabruk Mansor Abugderah**  
Orientador: **Kamal Abdel Radi Ismail**

03/99

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
FACULDADE DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS

# Análise de Solidificação em Geometria Cilíndrica e a sua Aplicação em Armazenamento Térmico

Aluno: **Mabruk Mansor Abugderah**  
Orientador: **Kamal Abdel Radi Ismail**

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Tese de Doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1999  
S.P. -Brasil

9916469



UNIDADE	BC
N.º OCORR.	
V.	Ex
TOMBO	38632
PP	229/99
PRE	R\$ 11,00
DATA	01/03/99
N.º CPU	

CM-00125835-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Ab93a Abugderah, Mabruk Mansor  
Análise de solidificação em geometria cilíndrica e a sua aplicação em armazenamento térmico. / Mabruk Mansor Abugderah.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Calor - Armazenamento. 2. Solidificação. I. Ismail, Kamal Abdel Radi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS**

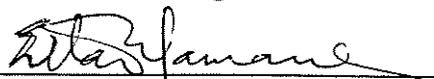
**Tese de Doutorado**

**Análise de Solidificação em Geometria Cilíndrica e a sua  
Aplicação em Armazenamento Térmico**

Aluno: Mabruk Mansor Abugderah  
Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

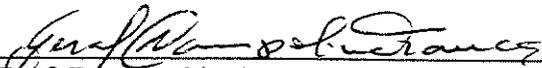
---

Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail, Presidente  
Faculdade de Engenharia Mecânica-UNICAMP



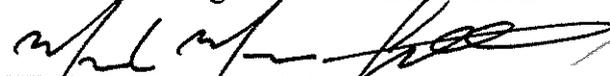
---

Prof. Dr. Eitaro Yamane  
Poli-USP



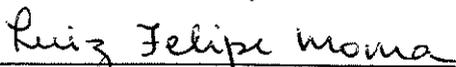
---

Prof. Dr. Geraldo Augusto Campolina França  
Faculdade de Engenharia Mecânica-UFMJ



---

Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli  
Faculdade de Engenharia Mecânica-UNICAMP



---

Prof. Dr. Luis Felipe de Moura  
Faculdade de Engenharia Mecânica-UNICAMP

Campinas, 30 de março de 1999

## Dedicatória

A minha família

## Agradecimentos

Ao Prof. Kamal Abdel Radi Ismail pela dedicação e o incentivo, para a realização deste trabalho.

Aos demais professores do Departamento da Engenharia Mecânica pela atenção dada ao longo do meu estudo neste departamento.

Aos colegas da pós Graduação, que sempre me apoiaram e incentivaram.

Aos professores e alunos da unioeste pelo apoio dado na finalização deste trabalho.

Aos professores Adilson José de Assis e Edson Antônio da Silva pela revisão final e ao acadêmico Moisés Cordeiro Muniz pelos gráficos.

Ao meu amigo Muftah M. Basheer pelo apoio dado na finalização deste trabalho.

Em especial à minha querida esposa Zohra pela paciência, compreensão e carinho.

## Índice

1. Introdução	1
2. Revisão Bibliográfica	8
3. Modelagem Teórica	19
4. Análise numérica	33
5. Resultados e Discussão	51
6. Conclusões e Sugestões	105
7. Referências Bibliográficas	107

## Resumo

Abugderah, Mabruk Mansor, *Análise de Solidificação em Geometria cilíndrica e a sua Aplicação em Armazenamento Térmico*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 112p. Tese (Doutorado)

Neste trabalho, um sistema de armazenamento de energia de mudança de fase tipo casco e tubo é modelado. O material de mudança de fase está no casco e o fluido de transferência de calor está circulando nos tubos por convecção forçada. Este sistema é resolvido usando os modelos numérico e semi-analítico. No modelo numérico as equações de quantidade de movimento são discretizadas usando o método de volumes de controle. As equações de quantidade de movimento discretizadas são resolvidas usando o procedimento SIMPLE. O campo de velocidade obtido é substituído na equação de energia do fluido do trabalho. Para resolver todo o problema como um único domínio, a equação da energia do fluido de transferência de calor é acoplada com as equações de energia da parede do tubo e do material de mudança de fase. Para efetuar o acoplamento é utilizada a média harmônica das respectivas condutividades térmicas. No caso do modelo semi-analítico, ao invés de resolver as equações de quantidade de movimento, o perfil da velocidade de um escoamento inteiramente desenvolvido é utilizado. Os dois modelos são utilizados para analisar e predizer o desempenho térmico de dois armazenadores térmico; um é de temperatura baixa e o outro é de temperatura moderada.

### *Palavras Chave*

- Armazenadores de calor latente, Solidificação em Geometria cilíndrica, Técnicas de volume de controle.

## **Abstract**

Abugderah, Mabruk Mansor, *Análise de Solidificação em Geometria cilíndrica e a sua Aplicação em Armazenamento Térmico*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 112p. Tese (Doutorado)

In this work, a phase change thermal storage system of the shell and tube type is modelled. The phase change material is located in the shell and the heat transfer fluid is circulating in the tubes by forced convection. The system is solved using numerical and semi-analytical models. The numerical model consists of solving the momentum and energy equations using the control volume method. The obtained velocity field is substituted in the energy equation of the HTF. To solve the problem as one domain, the energy equation of the working fluid is coupled with the energy equations of the tube wall and the phase change material. In the case of the semi-analytical model, instead of solving the momentum equations, the parabolic velocity profile of a fully developed flow is used. The models are used to analyse and predict the thermal performance of two phase change thermal storage systems, one for moderate temperature application and the other is of low temperature applications.

### *Key Words*

Latent Heat Thermal Energy Storage, Solidification in Cylindrical Geometry, Control Volume Technique.

## Lista de Figuras

1.1	Possíveis material utilizados no armazenadores com mudança de fase	4
1.2	Seção radial de um armazenador	7
3.1	Detalhes de um tubo do armazenador de mudança de fase ilustrando os parâmetros de construção	21
4.1	Ponto da grade de um volume de controle	35
4.2	Sobreposição da grade	39
4.3	Distribuição da temp. na direção radial p/ diferentes passos de tempo	46
4.4	Frente de solidificação para diferentes passos de tempo	46
4.5	Efeito do passo de tempo no calor armazenado no sistema	47
4.6	Distribuição radial de temperatura para diferentes números de pontos nodais na direção radial	47
4.7	Posição da frente de solidificação para diferentes pontos de grade na direção radial	48
4.8	Efeito da grade radial no comportamento do sistema	48
4.8	Distribuição radial de temperatura para diferentes números de pontos nodais na direção axial	49
4.10	Pos. da frente de solid. P/ diferentes pontos da grade na direção axial	49
4.11	Efeito da grade axial no comportamento do sistema	50
5.1	Uma barra com seção retangular e lados adiabáticos	53
5.2	Posição da fronteira de sol. ao longo da linha diagonal de uma barra	53
5.3	Comparação com Sinha e Gupta	55
5.4	Posição da frente da solidificação ao longo do tubo	57

5.5	Distribuição radial da temperatura	58
5.6	Distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes períodos de tempo	60
5.7	Posição da fronteira de fusão para diferentes períodos de tempo	61
5.8	Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Reynolds	62
5.9	Posição da fronteira de fusão para diferentes números de Reynolds	62
5.10	Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Stefan	63
5.11	Posição de frente de fusão para diferentes números de Stefan	63
5.12	Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Prandtl	64
5.13	Posição de frente de fusão para diferentes números de Prandtl	64
5.14	Distribuição radial de temperatura na metade do tubo	65
5.15	Número de Nusselt médio	66
5.16	Distribuição radial da velocidade na metade do tubo	70
5.17	Distribuição radial da velocidade na metade do tubo	70
5.18	Perfil da velocidade radial em diferentes posições axiais do tubo	71
5.19	Distribuição radial de temperatura para diferentes períodos de tempo	73
5.20	Posição da frente de solidificação para diferentes períodos de tempo	73
5.21	Distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes números de Reynolds	74
5.22	Posição da frente da solidificação p/ diferentes números de Reynolds	75
5.23	Distribuição radial de temperatura na metade do sistema	76
5.24	Posição da frente da solidificação ao longo do sistema para diferentes números de Stefan	76
5.25	Distribuição radial de temperatura para diferentes materiais da parede do tubo	77
5.26	Efeito do material da parede do tubo na pos. da frente de sol.	77

5.27	A ordem de grandeza de calor sensível e latente armazenado	79
5.28	Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes períodos de tempo.	80
5.29	Calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes períodos de tempo.	80
5.30	Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes número de Reynolds	81
5.31	Calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Reynolds.	81
5.32	Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Stefan	82
5.33	Calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes número de Stefan	82
5.34	Efeito do mat. da parede do tubo no armaz. de calor sensível	83
5.35	Efeito do mat. da parede do tubo no armazenamento de calor latente	83
5.35	Tempo de solidificação completa em função do raio externo de simetria para diferentes números de Stefan	87
5.36	Tempo de solidificação completa em função do raio externo de simetria para diferentes números de Reynolds	87
5.38	Calor total acumulado em função do raio de simetria	88
5.39	Tempo de solid. completa em função do comprimento do tubo	88
5.40	Calor armazenado em função do comprimento do tubo	89
5.41	Distribuição de temperatura para diferentes períodos de tempo	92
5.42	Posição da frente de solidificação para diferentes períodos de tempo	93
5.43	Distribuição radial de temperatura para diferentes números de Rey.	94
5.44	Posição da frente de solidificação para diferentes números de Rey.	94
5.45	Distribuição de temperatura para diferentes números de Stefan	96
5.46	Posição da frente de solidificação para diferentes números de Stefan	96
5.47	Efeito do material da parede do tubo na distribuição da temperatura	97

5.48	Efeito do mat. da parede do tubo na posição da frente de solidificação	97
5.49	Calor sensível armazenado ao longo armazenador	99
5.50	Calor latente armazenado ao longo do armazenador	99
5.51	Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes de números de Reynolds	100
5.52	Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Reynolds	100
5.53	Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Stefan	101
5.54	Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Stefan	101
5.55	Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes materiais da parede do tubo	102
5.56	Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes materiais da parede do tubo	102
5.57	Tempo de solidificação completa para diferentes números de Stefan	104
5.58	Calor armazenado de solidificação completa	104

## Lista de Tabelas

5.1	Valores dos parâmetros adimensionais que caracterizam a sol. de Cao e Faghri	56
5.2	Propriedades termofísicas da n-Eicosano	67
5.3	Propriedades termofísicas dos Material da parede do tubo	67
5.4	Propriedades termofísicas do fluido do trabalho, água	68
5.5	Parâmetros operacionais e geométricas	68
5.6	Propriedades termofísicas da água a 0°C	90
5.7	Propriedades termofísicas dos material da parede do tubo	91
5.8	Propriedades termofísicas do fluido do trabalho	91

## Nomenclatura

### Letras Latinas

$a$	coeficiente correspondente ao ponto de discretização	
$A$	área de seção	$[m^2]$
$c$	calor específico	$[J/kg.K]$
$C$	calor específico adimensional	
$C^o(T)$	capacidade térmica equivalente por unidade de volume	$[J/m^3.K]$
$C_{sl}$	$c_s/c_l$	
$D$	diâmetro interno do tubo circular	$[m]$
$G$	intensidade da energia solar (Eq. de Bellecci e Conti)	
$G^*$	$G \cdot D / (T_M \cdot k_L)$ (Eq. de Bellecci e Conti)	
$H$	entalpia por unidade de volume	
$H^*$	$(H - \rho_s \cdot c_s \cdot T_M) / (\rho_L \cdot \lambda)$ (Bellecci e Conti)	
$k$	condutividade térmica	$[W/m.K]$
$K$	condutividade térmica adimensional	
$K_{sl}$	$k_s/k_l$	
$L$	comprimento do tubo	$[m]$
$Nu$	número de Nusselt $D \cdot h / k_F$	
$p$	pressão adimensional	
$pr$	número de Prandtl	
$Q_l$	calor latente	$[kJ]$
$Q_s$	calor sensível	$[kJ]$

$r$	coordenada radial dimensional	$[m]$
$R$	coordenada adimensional radial	
$Re$	número de Reynolds	
$s$	posição da fronteira de solidificação $[m]$	
$St$	número de Stefan	
$T$	temperatura dimensional	$[K]$
$T_m$	temperatura de fusão	$[K]$
$T^*$	$T/T_M$ (Eq. de Bellecci e Conti)	
$t$	tempo	$[s]$
$u$	componente dimensional da velocidade axial	$[m/s]$
$U$	componente axial da velocidade adimensional	
$U_o$	velocidade de entrada	$[m/s]$
$U_m$	Velocidade axial média para o escoamento inteiramente desenvolvido	$[m/s]$
$v$	componente radial da velocidade dimensional	$[m/s]$
$V$	componente radial da velocidade adimensional	
$Y_s$	calor sensível adimensional acumulado	
$Y_l$	calor latente adimensional acumulado	
$x$	coordenada axial do comprimento	$[m]$
$X$	coordenada axial do comprimento adimensional	

### *Letras Gregas*

$\alpha$	difusividade térmica	$[m^2/s]$
$2\delta T$	faixa da temperatura de mudança de fase	
$\varepsilon$	$\delta T / (T_m - T_m)$	
$\eta$	$r/D$	
$\lambda$	calor latente	$[J/kg]$
$\nu$	viscosidade cinemática	$[m^2/s]$
$\theta$	temperatura adimensional	
$\rho$	densidade	$[kg/m^3]$

$\tau$  tempo adimensional  
 $\xi$   $x/D$  (Eq. de Bellecci e Conti)

### *Subscritos*

$f$  fluido de trabalho  
 $i$  inicial; interno  
 $in$  entrada  
 $int$  posição da fronteira  
 $l$  líquido; latente  
 $m$  mudança de fase  
 $o$  externo  
 $p$  material do de mudança de fase.  
 $s$  sólido; sensível  
 $w$  parede

### *Siglas*

$HTF$  fluido de transferência de calor  
 $pcm$  material de mudança de fase

## Capítulo 1

### Introdução

O consumo e a utilização de energia são medidas indicadoras de desenvolvimento. O aproveitamento adequado da energia exige um armazenamento também adequado o qual tem sido utilizado de várias formas através da história de homem. Ismail (1998) citou que segundo Kendall e Nadis (1981) muitas civilizações utilizaram e armazenaram energia solar construindo suas vivendas com materiais apropriados e deliberadamente de modo a obter conforto térmico. Com o descobrimento e a utilização dos combustíveis fósseis como o petróleo, o gás natural e o carvão, muitas tecnologias novas surgiram para facilitar e melhorar as condições de vida de homem. Segundo estes autores, enquanto a energia obtida dos combustíveis fósseis tiveram farta disponibilidade e preços baixos, pouca importância foi dada à tecnologia de armazenamento. Com o esgotamento contínuo e a crise do petróleo dos anos 70, começaram a ressurgir os antigos conceitos de armazenamento. De maneira geral, pode-se classificar a tecnologia de armazenamento de energia como: Térmica, Termoquímica, Eletroquímica, Mecânica e Elétrica.

Fusão e solidificação de materiais são de grande importância em aplicações de engenharia. O armazenamento térmico de energia é necessário somente em situações em que exista uma fonte disponível em tempos intermitentemente e que não coincide com o tempo de uso desejado. Um exemplo típico deste caso é a energia solar, na qual o sol

está disponível somente no período diurno, entretanto em muitas situações precisa-se de armazenar energia para ser utilizada à noite. Nos últimos anos, o calor latente de mudança de fase tem sido amplamente utilizado, por exemplo, na obtenção de sistemas eficientes de processamento de alimentos, energia solar e em sistemas de bancos de gelo que são geralmente utilizados para minimizar o consumo da energia elétrica nas horas de pico.

O armazenamento de energia térmica pode ser realizado na forma calor sensível e de calor latente. Os armazenadores térmicos são classificados de duas formas principais, dependendo da forma na qual o calor é armazenado: (1) os armazenadores convencionais armazenam energia térmica via elevação de temperatura de um material sólido ou um líquido adequado sendo nesse caso o processo denominado de armazenamento em calor sensível. (2) a segunda forma engloba os armazenadores térmicos de mudança de fase que armazenam calor latente de sais, materiais compostos e produtos eutéticos ou puros. Um outro armazenador que pode ser considerado ainda como um terceiro tipo, combina armazenamento de calor sensível e calor latente e é chamado de híbrido. Os armazenadores de calor latente são caracterizados por sua maior capacidade de armazenamento em relação ao modelo que utiliza calor sensível.

Qualquer material térmica e quimicamente estável, com um calor específico relativamente alto e uma densidade elevada, pode ser usado para armazenamento de calor sensível. Os valores elevados da densidade e do calor específico são necessários para minimizar o volume da instalação do armazenamento. Entretanto, a eficiência no uso de processos de mudança de fase para o armazenamento de energia depende fortemente do material considerado e fundamentalmente de uma propriedade termofísica que é o calor latente de mudança de fase que é várias vezes maior do que o calor sensível, o que resulta na redução do volume dos sistemas de armazenamento. Uma exigência fundamental para o uso de materiais de armazenamento de calor latente é a necessidade de se encontrar um material com ponto de fusão apropriado para a aplicação desejada. Ismail (1998) apresenta os materiais de mudança de fase

classificados em relação ao equilíbrio de fase e ao ponto de mudança de fase como está mostrado na Fig. 1.1. Os materiais que têm problema de segregação estão colocados à esquerda e os materiais estáveis estão colocados a direita.

No armazenador de mudança de fase, o principal mecanismo de transferência de calor é o processo de mudança de fase no qual tem-se uma fonte móvel que separa as duas fases. A forma de tratamento desta superfície deve ser determinada, pois o calor é liberado e absorvido através desta fronteira. Os problemas de fusão e solidificação são não lineares por natureza, devido à existência do movimento da frente de solidificação. Este tipo de fenômeno pertence à uma classe maior de problemas denominados de fronteira móvel, na qual sua posição não é conhecida a “priori” e a determinação desta faz parte da solução do problema.

Problemas de mudança de fase têm um número limitado de soluções analíticas. A maioria destas soluções aplicam-se a sistemas ideais, simplificados e unidimensionais. Um problema clássico de mudança de fase, que é chamado de problema de Stefan, consistem em uma região com uma temperatura inicial constante na qual a temperatura da sua superfície é abruptamente colocada em uma temperatura mais baixa do que a temperatura de mudança de fase do material. Neumann desenvolveu uma solução analítica para este problema usando a transformação de similaridade. A solução obtida é válida para materiais com propriedades constantes e condições de contorno são: temperatura constante e mudança de fase isotérmica.

Os métodos numéricos oferecem uma maneira mais prática de se resolver os problemas de mudança de fase. Uma das classificações para este tipo de problema está baseada na temperatura da mudança de fase. O primeiro tipo é aquele no qual ocorre uma mudança de fase com temperatura fixa de forma que a interface sólido-líquido é uma superfície bem definida. Este caso ocorre quando o material de mudança de fase é um material puro. No outro tipo, os processos de fusão e solidificação ocorrem em uma faixa de temperatura, de forma que há uma região de transição entre as duas fases. Este

fenômeno acontece quando o material de mudança de fase é constituído por mais de um componente, como por exemplo nas ligas metálicas.

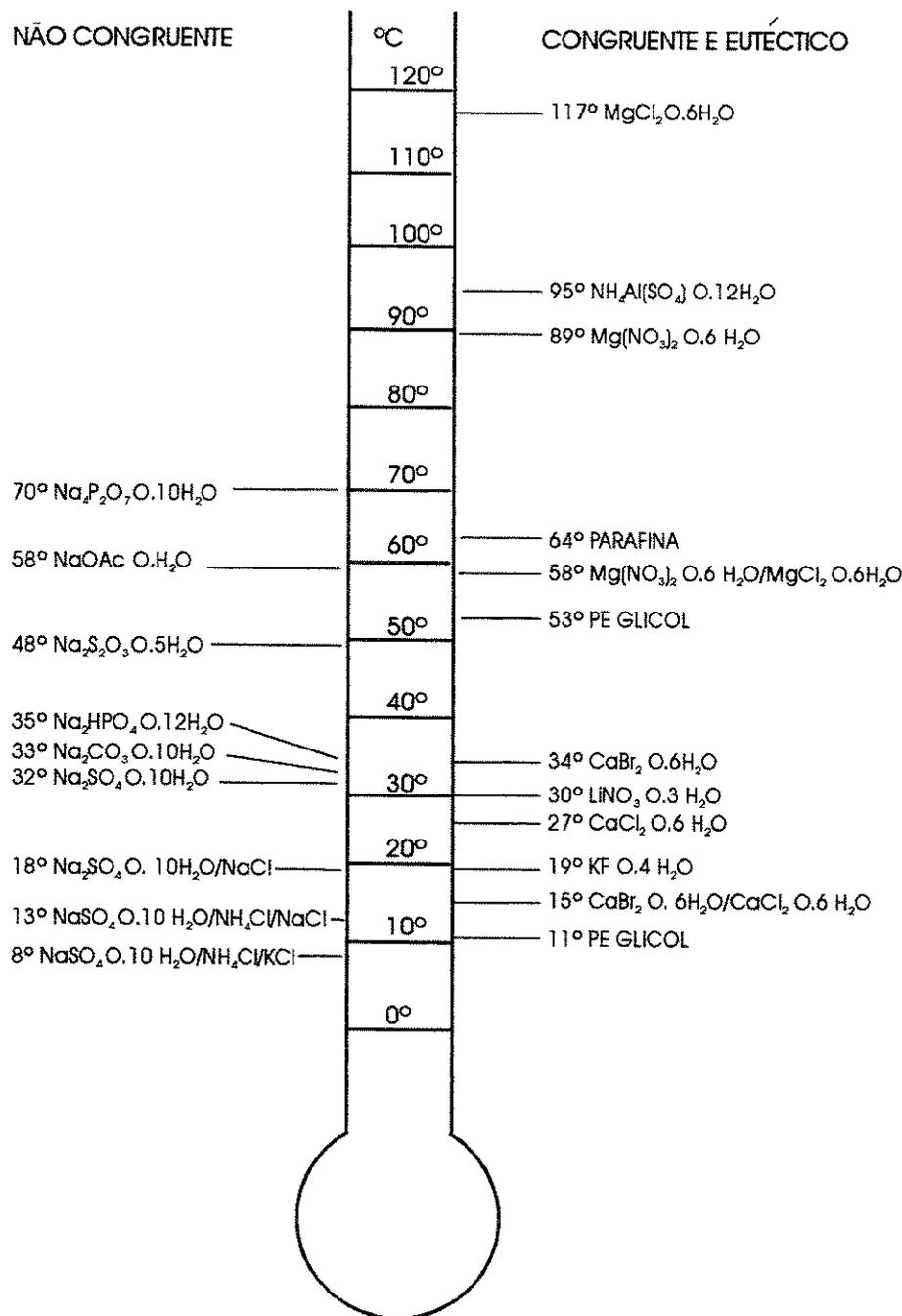


Figura 1.1: Possíveis materiais utilizados no armazenadores com mudança de fase

Há dois grupos de modelos matemáticos para resolver problemas de mudança de fase. Estes modelos são baseados na temperatura e na entalpia. As equações governantes dos modelos de temperatura são discretizadas em termos desta variável e a mudança de fase entra no problema através de uma condição de contorno. Estes modelos necessitam, portanto, do conhecimento explícito da posição da frente de solidificação. Dentre os modelos baseados na temperatura, há um método, conhecido como técnica de imobilização da fronteira, que consiste em realizar algumas mudanças de variáveis nas equações, de forma que no novo sistema, a fronteira se torne fixa. De maneira geral os modelos baseados em temperatura, com a técnica de imobilização de fronteira, têm sido adotados para problemas de mudança de fase em temperatura fixa.

Métodos entálpicos é uma escolha comum nos problemas de frente móvel de mudança de fase, os chamados problemas de Stefan. Uma razão importante para isto, é o fato de que a frente de solidificação móvel não precisa ser seguida sobre a grade numérica discretizada. Assim, o problema é formulado numa região estacionária, e o esquema numérico não precisa ser modificado para satisfazer as condições na interface da fronteira móvel de mudança de fase. Além do mais, este método é especialmente conveniente para os dois casos, seja quando a mudança de fase ocorre em uma temperatura constante ou quando ocorre em uma determinada faixa de temperatura.

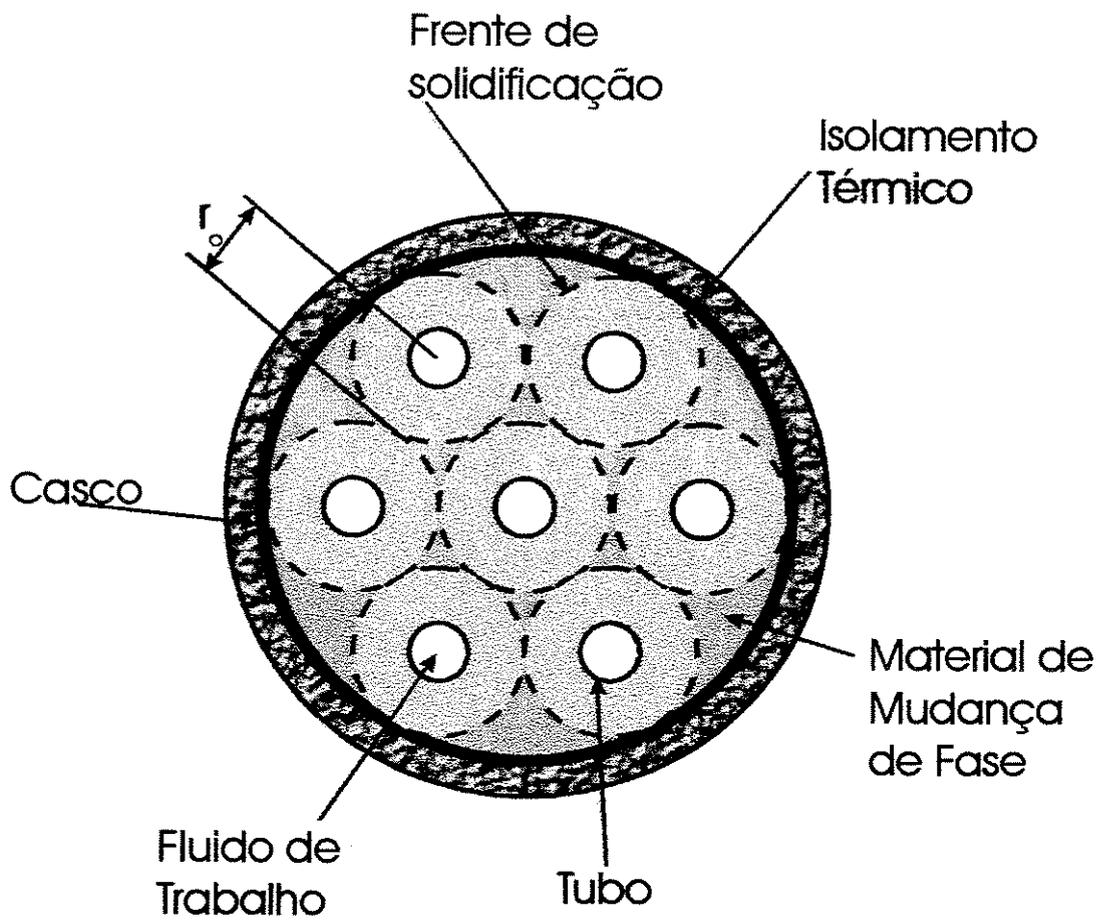
## 1.1 Objetivos

Este trabalho teve como objetivo modelar um sistema de armazenamento de energia com mudança de fase do tipo casco e tubo, Fig. 1.2. O material responsável pela mudança de fase está no casco e o fluido de transferência de calor está circulando nos tubos, por convecção forçada. Este sistema é resolvido usando dois modelos: numérico e numérico simplificado. No modelo numérico as equações de conservação da quantidade de movimento são discretizadas usando o método de volumes de controle. As equações da quantidade de movimento discretizadas, são resolvidas usando o procedimento desenvolvido por Patankar (1980), chamado SIMPLE *Semi Implicit Method for Pressure*

*Linked Equations.* O campo de velocidade obtido é substituído na equação de energia do fluido de trabalho. Para resolver todo o problema como um único domínio, a equação da energia do fluido de transferência de calor é acoplada às equações de energia da parede e do material de mudança de fase. Para efetuar o acoplamento, a média harmônica das respectivas condutividades térmicas é utilizada. No caso do modelo numérico simplificado, ao invés de resolver as equações da quantidade de movimento, o perfil da velocidade de um escoamento inteiramente desenvolvido é utilizado.

O modelo numérico foi usado neste trabalho para analisar e prever o desempenho térmico de um armazenador térmico com mudança de fase para aplicações de alta temperatura. Os parâmetros investigados são: número de Reynolds, número de Stefan, a faixa de temperatura da mudança de fase, o comprimento do sistema e o raio de simetria.

O modelo numérico simplificado foi utilizado neste trabalho, depois de convalidá-lo usando o modelo numérico, para analisar e prever o desempenho térmico de um armazenador de baixa temperatura. Neste armazenador, água é usada como material de mudança de fase e o fluido de transferência de calor consiste de uma mistura de 70% água e 30% de etilenoglicol. Estudou-se o comportamento do sistema em relação aos parâmetros mencionados anteriormente. Ilustra-se também o pré-cálculo de um armazenador de baixa temperatura para um caso específico, cujo número de Reynolds é conhecido pela natureza do problema ou pelo equipamento disponível, como é o caso da maioria das aplicações.



**Figura 1.2:** Seção radial de um armazenador de calor

## Capítulo 2

### Revisão da Literatura

Com a conscientização do problema energético e com a procura de alternativas para substituir o petróleo, ocorreu uma significativa mudança de conceito nos projetos das unidades armazenadoras de energia na forma de calor e frio. A importância do armazenamento deste tipo de energia está relacionada com a não coincidência da demanda e do fornecimento de energia disponível, e tem como finalidade o nivelamento destas curvas.

Fusão e solidificação com materiais de mudança de fase é de grande importância nas aplicações de engenharia. Nos últimos anos o calor latente por mudança de fase tem sido amplamente usado, por exemplo, para utilização eficiente de sistemas de processamento de alimentos, processo de soldagem, controle térmico de ambientes, geofísica, dentre outros. Considerando, portanto, a relevância de estudos de mudança de fase, esta é uma área de pesquisa de grande interesse desde o século passado, tanto do ponto de vista tecnológico como no desenvolvimento de aparatos experimentais e de modelos matemáticos para melhorar a compreensão dos processos de transferência de calor envolvidos.

Problemas de mudança de fase têm um número limitado de soluções analíticas. Um dos primeiros trabalhos publicados sobre o assunto foi de Stefan (1891), que resolve um problema clássico de mudança de fase. O modelo está baseado na condução de calor

transiente e unidimensional de uma geometria plana semi-infinita, com temperatura inicial constante e com suas bordas resfriadas a uma temperatura constante, e menor de que a temperatura da solidificação do material envolvido. Devido ao pioneirismo do autor, os problemas de mudança de fase em geral, são denominados problemas de Stefan.

Graham E. Bell (1979), estuda o fenômeno de solidificação de um líquido em volta de um duto circular. A distribuição de temperatura e a taxa de remoção de calor por um fluido refrigerante são previstas. O método integral de balanço de energia incorporando sub-divisões espaciais é usado. O autor conclui que resultados satisfatórios podem ser obtidos usando somente um número pequeno de sub-divisões junto com um perfil linear.

Os modelos numéricos oferecem uma maneira mais prática de resolver problemas de mudança de fase. Nos últimos anos muitos cientistas têm se preocupado com a solução deste tipo de problemas e várias técnicas têm sido por eles desenvolvidas.

Segundo M. Okada *et al.* (1984), os métodos numéricos usados para resolver problemas de mudança de fase são divididos em dois grupos principais. O primeiro é denominado de soluções numéricas fortes, nos quais aplicam-se as técnicas de diferenças finitas e elementos finitos na formulação forte do problema, localizando frentes de solidificação (fusão) e encontrando a distribuição de temperatura em cada incremento de tempo ou empregando um sistema de coordenadas transformadas para imobilizar as interfaces móveis. Esses métodos são aplicáveis para aqueles processos envolvendo uma ou duas fases em sistemas unidimensionais.

O segundo grupo é chamado de soluções numéricas fracas. Esta técnica permite evitar a atenção explícita à natureza da frente de mudança de fase, apresenta maior flexibilidade e é facilmente estendida para problemas multi-dimensionais. Neste grupo, os métodos mais importantes e amplamente usados são os métodos entálpicos. A

vantagem da formulação entálpica é que o problema é formulado em uma região fixa, e não necessita de modificação do esquema numérico a fim de satisfazer as condições na interface móvel da mudança de fase. Além disso, este método é especialmente apropriado tanto para problemas nos quais a mudança de fase ocorre em uma temperatura única, quanto para aqueles em que a mudança de fase ocorre em uma determinada faixa de temperatura.

Entre as soluções numéricas fortes, há várias publicações como as de Murray e Landis (1959), que apresentam uma solução numérica por diferenças finitas considerando um sistema unidimensional de mudança de fase com condução transiente de calor. Nesta solução, eles utilizaram malhas móveis, onde a malha de pontos se deslocava acompanhando a evolução da interface. Segundo Yao e Prusa (1989), o método de malhas móveis de Murry e Landis era bem mais preciso que outros então disponíveis.

Duda *et al.* (1975) apresentaram um trabalho empregando a técnica de imobilização de fronteira e o método de diferenças finitas em um problema de mudança de fase no interior de um cilindro. Os autores afirmam que a aplicação da transformada de Landau em um problema bi-dimensional consiste não apenas em fixar a interface mas também em transformar uma região de formato irregular com uma fronteira móvel, em outra de formato mais simples, como um retângulo, e fixa no tempo. Outro aspecto discutido é o fato de que o uso da mudança de variáveis tem a desvantagem das equações governantes ficarem mais complexas no novo sistema de coordenadas; por outro lado, os métodos de diferenças finitas então disponíveis, estavam mais adaptados para tratar equações complexas em domínios fixos do que resolver sistemas mais simples em regiões que se deslocam.

Entre as soluções numéricas fracas, Bonacina *et al.* (1973) publicaram um esquema para obter uma solução numérica de problemas de mudança de fase, usando uma técnica analítica que consista na simulação do efeito do calor latente na faixa de

mudança de fase por um salto da capacidade térmica em um pequeno intervalo de tempo.

Shamsundar e Sparrow (1975) apresentam uma solução numérica através de um modelo entálpico para casos gerais multi-dimensionais. O método de solução é aplicado igualmente para substâncias que tem temperaturas discretas de mudança de fase como para substâncias nas quais a mudança de fase ocorre em uma faixa de temperatura. Neste trabalho foi aplicado o método de diferenças finitas implícitas. Também Shamsundar e Srimivesan (1979) publicaram um trabalho mostrando a aplicação da transformação de similaridade para a solução de problemas de mudança de fase multi-dimensionais. Concluíram que a contribuição do calor sensível é muito menor que a contribuição do calor latente e a distribuição do fluxo de calor na superfície da substância de mudança de fase é aproximadamente uniforme.

Voller e Cross (1981) estudaram uma formulação para o problema de Stefan por via entálpica. Em outros estudos Voller (1983) apresentou uma justificativa teórica para relacionar o valor da entalpia nodal na região discretizada na interface sólido líquido. Rao e Sastri (1984) apresentaram um método numérico eficiente para problemas de mudança de fase bi-dimensional. O método isola a não linearidade associada com a interface móvel e prediz a posição desta interface, sendo os resultados obtidos bastante satisfatórios.

Voller (1985) apresentou uma discretização alternativa à formulação entálpica, através do desenvolvimento de uma forma de separação dos efeitos do calor sensível e do calor latente. Esta separação também resultou na não linearidade do sistema de equações, entretanto, através de um termo fonte isolou-se o calor latente nodal. Apresentou ainda uma comparação entre problemas uni e bi-dimensionais indicando boa precisão e redução do tempo computacional. Hsiao e Chung (1986) mostraram um eficiente algoritmo através da técnica de elementos finitos aplicado ao caso bi-dimensional para o problema de mudança de fase.

Voller *et al.* (1987), desenvolveram uma formulação entálpica para resolver problemas de mudança de fase envolvendo convecção/difusão. A característica essencial desta formulação é que os efeitos do calor latente são isolados em um termo fonte. Esta formulação é válida nos casos da mudança de fase ocorrer numa temperatura constante ou sobre uma faixa de temperatura de mudança de fase. As equações foram discretizadas usando o método de volumes de controle para resolver os dois problemas. O primeiro problema foi de mudança de fase em uma cavidade na qual ocorre a mudança de fase por condução; no segundo foram considerados os dois modos de transferência de calor: condução e convecção natural.

Voller *et al.* (1989) mostram um modelo de solução para o problema de mudança de fase baseado na fração de volume ocupada por cada uma das fases. De posse do equacionamento, uma série de formulações foram obtidas, dentre as quais a correção da capacidade térmica e inclusão do calor latente no termo fonte.

Entre os trabalhos aplicados a armazenadores de calor latente em geometria cilíndrica podemos destacar o trabalho de Menon *et al.* (1983) que estudou este tipo de armazenadores utilizando parafina como material de mudança de fase. Kalthori e Ramadanyam (1985) estudaram a transferência de calor num cilindro vertical com ou sem aletas embebido no material de mudança de fase, foi observado o comportamento do calor total liberado ou consumido em função do tempo, mantendo a temperatura do sólido abaixo da temperatura de mudança de fase.

Sasaguchi *et al.* (1986) estudaram experimentalmente as características da transferência de calor em um armazenador de calor latente com tubos aletados. Mostraram que o comportamento do fluxo de calor nos tubos aletados é muito maior em relação aos tubos sem aletas. Ismail e Alves (1989) apresentaram resultados numéricos e experimentais de tubo aletado imerso em material de mudança de fase. Neste trabalho os resultados experimentais e numéricos mostraram uma boa concordância. Também foi mostrado o efeito do número de aletas, espessura e o comprimento das aletas e a razão

entre os raios do tubo e do material de mudança de fase no comportamento do sistema de armazenamento.

Kim e Kaviany (1990) apresentaram um método eficiente aplicando diferenças finitas para problemas de mudança de fase com múltiplos contornos móveis para uma fronteira irregular através da transformação das coordenadas para imobilizar a fronteira e preservar as formas conservativas das equações básicas. Este método se mostrou muito flexível e eficiente. E, no mesmo ano, Mampaey (1990) propôs a utilização da estabilidade do método implícito de direção alternado (ADI) para simulações de problemas de solidificação multi-dimensionais. Ele substituiu o cálculo da temperatura explícita pela forma implícita, carregando a influência dos elementos adjacentes. Os resultados obtidos indicam que ADI modificado tornou-se melhor do que o ADI original. A prescrição da formulação é em termos do método do volume de controle mostrando concordância quando comparado com dados experimentais.

Voller (1990) apresentou uma técnica de solução implícita rápida da formulação entálpica para problemas de mudança de fase com condução de calor controlada. Foram examinados três esquemas implícitos e proposto um novo esquema de solução entálpica através de sub ou sobre relaxação. Estes esquemas foram testados para sistemas uni e bi-dimensionais. Date (1991) apresentou um método usando a consistência em relação ao tempo da temperatura da mudança de fase para chegar a uma formulação forte de entalpia. As soluções obtidas usando diferenças finitas mostram que o problema da temperatura oscilatória, obtida por formulações fracas de entalpia foi removida e soluções mais corretas são obtidas mesmo com malha grosseira, e também observou-se que este método é independente do passo de tempo. A formulação desenvolvida pelo autor não requer armazenamento dos nós da grade de mudança de fase, e permite uma integração linha por linha das equações de diferenças finitas.

Voller e Prakash (1987) publicaram um trabalho apresentando uma formulação entálpica baseada na metodologia de uma grade fixa para uma solução numérica por

problemas controlados por convecção e difusão na região de mudança de fase. O método é geral e pode ser utilizado para situações em que a mudança de fase ocorre em uma temperatura distinta (material puro), ou sobre uma faixa de temperaturas (ligas metálicas). Ainda mais, a relação funcional  $\Delta H = f(T)$  pode ser de qualquer forma, entretanto, uma relação linear foi adotada neste trabalho e o esquema da fonte de Darcy foi usada para simular o movimento da faixa de mudança de fase. Lee e Tzong (1991) propuseram uma formulação entálpica para um material de mudança de fase com temperatura discreta de fusão. O calor latente é separado do calor sensível através de uma variável dependente que é uma função contínua sobre o domínio físico do problema. Dentro do volume de controle, o calor latente é avaliado pela fração da fase líquida de forma a permitir a evolução da quantidade de calor latente.

Radhakrishnan e Balakrishnan (1992) apresentaram um estudo sobre fusão e solidificação através de um material de mudança de fase encapsulado em um tubo com fluido de transferência de calor escoando no anulo de um tubo concêntrico. Eles usaram a transformada de Landau para imobilizar a interface móvel. Os parâmetros estudados foram os números de Stefan e Fourier, e a razão entre os raios dos tubos concêntricos para permitir a construção de um armazenador térmico.

Ismail e Gonçalves (1992) apresentaram resultados de uma investigação de uma unidade armazenadora de calor latente do tipo vertical aletado, na qual os parâmetros geométricos e operacionais foram analisados. Em outro trabalho, Ismail e Gonçalves (1993) estudaram o desempenho da mesma unidade armazenadora em termos da efetividade e do NTU. Ismail e Melo (1992) estudaram problemas de fusão ao redor de um cilindro vertical na presença de convecção natural, em que comparam a predição numérica com resultados experimentais obtendo boa concordância. Segundo este artigo, em outros trabalhos, os mesmos autores estudaram este modelo incluindo o efeito da variação do número de Stefan na fusão dominada por convecção. Foi utilizada a vorticidade e a função corrente para a formulação do problema.

Lacroix (1993) desenvolveu um modelo teórico para prever o comportamento transiente de uma unidade de armazenamento tipo casco e tubo com material de mudança de fase colocado no casco e o fluido de transferência de calor circulando nos tubos. O problema multi-dimensional de mudança de fase foi resolvido usando um método entálpico conforme a formulação de Crank (1981), cuja entalpia total está dividida em componentes de calor sensível e calor latente.

Hsieh (1994) usaram um método fonte e sumidouro para resolver um problema de Stefan supondo que a fronteira de mudança de fase está movendo-se com uma velocidade constante e em um sentido fixo. O problema foi transformado para coordenadas móveis e a transformação de Laplace foi usada para desenvolver a solução exata para um estado quase permanente. Doze casos foram estudados cobrindo assim as condições de temperatura constante e calor imposto na fronteira móvel. Clavier *et al.* (1994) apresentaram um método de malha fixa usando um esquema iterativo implícito atualizado para resolver problemas unidimensionais de mudança de fase. O campo de temperatura foi deduzido pela resolução das equações governantes cuja discretização conduz a um valor de variação descontínua da derivação da temperatura na frente de mudança de fase. A cada iteração uma nova posição da frente móvel é encontrada pela resolução da conservação da energia na interface sólido-líquido.

Cao e Faghri (1991) apresentaram um trabalho modelando um armazenameto térmico com mudança de fase. Estudaram neste trabalho o desempenho do sistema térmico com mudança de fase, com um número baixo de Prandtl, e conjugado a convecção forçada do fluido de transferência de calor. O método entálpico foi adotado para a solução do problema de mudança de fase enquanto o esquema SIMPLE, descrito por Patankar (1980), foi utilizado para a solução das equações de quantidade de movimento. Também Cao e Faghri (1992) resolveram novamente o problema de mudança de fase em um armazenador de geometria anular, considerando desta vez o fluido de transferência de calor em escoamento turbulento. Em ambos os trabalhos alegaram a necessidade de resolver todo o problema com um único domínio para evitar

resultados pobres devido à utilização de equações empíricas. Entretanto, Bellecci e Conti (1993) fizeram uma simulação numérica de um armazenador solar com mudança de fase e afirmaram que a convecção forçada no interior do cilindro poderia ser modelada por um simples balanço térmico com o número de Nusselt obtido de alguma correlação para o uso do fluxo de calor constante. O trabalho deles comparado com Cao e Faghri (1991) mostraram resultados satisfatórios, reforçando assim a validade do segundo método.

Para simular o processo de carga e de descarga de calor em armazenadores térmicos compostos por mais de um tipo de material de mudança de fase, Gong e Mujumdar (1996) propuseram um novo modelo em elementos finitos. O modelo se utiliza de conceitos similares aos descritos por Pham (1986) e com uma aproximação em três níveis de tempo. São apresentados resultados, que se utilizam deste modelo, para um ciclo completo em armazenadores compostos por 1, 2 e 3 tipos de materiais de mudança de fase.

Ho e Chu (1996) realizaram uma investigação numérica em um dispositivo de proteção térmica, composto por pcm/ar, submetido a uma condição de calor imposta na parede. A solução do problema de convecção natural tanto para o ar como para a fase líquida do pcm foi obtida utilizando-se de uma formulação por vorticidade e função corrente. Diversos resultados para a geometria proposta são mostrados e, juntamente com eles, é avaliada a influência de alguns grupos adimensionais.

Uma das aplicações importantes de armazenadores de calor latente é os denominados bancos de gelo. Ismail (1998), Beckman e Gilli (1982) apresentam a definição do banco de gelo como um armazenador de energia térmica por calor latente "LHTES" e utilizado principalmente em processos de ar condicionado. Estes autores tratam conceitos de armazenamento em geral e ilustram alguns aspectos dos sistemas de armazenamento de bancos de gelo. Silver *et al.* (1989) desenvolveram modelos matemáticos para cada componente dos sistemas de banco de gelo com o objetivo de

simular o desempenho destes equipamentos. Estes autores mencionam os impactos dos picos de demanda de energia como o principal objetivo dos bancos de gelo.

Os princípios de funcionamento básicos de bancos de gelo são descritos por Grumman e Butkus (1988) da seguinte forma: a energia armazenada no gelo é produzida pelo sistema de refrigeração. A recuperação e utilização desta energia contida no gelo é feita pelo sistema de transporte de energia na qual um fluido com temperatura de solidificação mais baixa do que a água circula através de tubos no meio do banco de gelo, absorve o calor e o transfere ao ar por meio de trocadores de calor.

Peebles (1994) descreveu a utilização dos bancos de gelo em uma indústria alimentícia, na qual o resfriamento do leite e o aquecimento de água são críticos. Este autor comparou vários tipos de equipamentos obtendo importantes vantagens dos sistemas de armazenamento por bancos de gelo, principalmente no alívio das cargas dos picos de demanda. A comparação feita está baseada principalmente em aspectos econômicos, apresentando os resultados em formas de tabelas e gráficos.

Jesus (1998) apresentou uma dissertação de mestrado na qual foi estudado um processo de solidificação de um material de mudança de fase em região anular ao redor de um cilindro. A solução do problema de mudança de fase foi feita utilizando a técnica de imobilização de fronteira, que consiste na aplicação de uma transformação de coordenadas, de maneira que no novo sistema a fronteira móvel e irregular seja fixa e paralela às demais. A condução de calor no material de mudança de fase é acoplada à condução na parede do tubo e à convecção no interior deste. O método de volumes finitos foi utilizado para discretização das equações do modelo matemático.

Recentemente Ismail e Abugderah (1998) publicaram um artigo estudando um sistema de armazenamento térmico em um tubo vertical, usando o modelo numérico aplicando a técnica de grade estacionária. A solução do sistema consiste em resolver as equações da quantidade de movimento do fluido de trabalho, a parede do tubo e do

material de mudança de fase, como um único domínio. O método de volumes finitos, descrito por Patankar (1980), foi utilizado para discretizar as equações que descrevem o sistema. O esquema SIMPLE foi aplicado para resolver as equações da quantidade de movimento, e assim, pode-se obter o campo da velocidade do fluido de transferência de calor. A análise foi conduzida pela avaliação dos parâmetros mais significativos no comportamento do sistema.

Como visto na revisão bibliográfica, a maioria dos trabalhos publicados foram desenvolvidos usando relações empíricas para resolver as equações do fluido de trabalho. Neste trabalho será resolvido um sistema de armazenamento térmico com mudança de fase em geometria cilíndrica. O material do fluido de trabalho que está circulando dentro dos tubos será resolvida usando o esquema SIMPLE para obter o campo de velocidade do fluido de trabalho. O campo de velocidade é substituído na equação de energia do fluido de trabalho que, por sua vez, é acoplada com as equações de energia da parede do tubo e do material de mudança de fase. Assim, o sistema é resolvido com um único domínio e desta maneira não é necessário a utilização de relações empíricas. Também será utilizado um modelo numérico simplificado para resolver este tipo de sistemas. Neste modelo um campo de velocidade de um escoamento inteiramente desenvolvido é utilizado. É apresentada uma comparação extensiva entre os dois modelos, mostrando que o modelo numérico simplificado fornece resultados tão bons quanto os do modelo numérico.

## Capítulo 3

### Modelagem Teórica

#### 3.1 Introdução

Problemas transientes de troca de calor envolvendo mudança de fase são importantes em aplicações industriais como congelamento de alimentos, fabricação de gelo, solidificação e soldagem de metais e armazenamento de energia.

Problemas deste tipo são não lineares, devido à existência do movimento da posição da frente de solidificação. Existem poucas soluções analíticas para estes problemas, os chamados problemas de Stefan. Várias técnicas têm sido desenvolvidas, entretanto, a maioria destes estudos numéricos focalizaram-se em problemas de mudança de fase controlados por difusão, ou que envolvem convecção natural. Nestes trabalhos e outros, a transferência de calor entre o fluido de transferência de calor e o material de mudança de fase foi calculada usando correlações empíricas, ao invés de resolver o escoamento e os campos de temperatura como único domínio. O problema de mudança de fase é por natureza um problema transitório e, por isso, a temperatura do contorno do fluido de transferência de calor muda com o progresso da interface sólido-líquido. Portanto, o campo da temperatura do fluido de transferência de calor pode não atingir o regime permanente. Isto é especialmente válido para sistemas de armazenamento de mudança de fase com metais líquidos como fluido de transferência de calor, devido às suas condutividades térmicas elevadas. A região laminar na entrada

pode dominar o escoamento ao longo do comprimento do cilindro, especialmente quando a velocidade de escoamento é baixa e o cilindro tem comprimento reduzido.

Para efeito da modelagem admitiremos as seguintes considerações:

1. Propriedades físicas do material do armazenador constantes;
2. Propriedades físicas do fluido de trabalho constantes;
3. Condições adiabáticas na entrada e na saída do armazenador;
4. Difusor de entalpia nulo devido a simetria no raio externo de solidificação;
5. Todos os tubos do armazenador têm o mesmo comportamento térmico;
6. Transferência de calor por convecção natural desprezível;
7. No caso do modelo numérico simplificado, o escoamento é inteiramente desenvolvido;
8. O armazenador é isolado termicamente do ambiente.

### 3.2 Modelagem matemática

Nesta análise, o domínio do cálculo foi dividido em três regiões que serão resolvidas como um único domínio; a primeira região é o interior do tubo onde escoo o fluido de trabalho por convecção forçada; a segunda região é a parede do tubo e a terceira é a região de mudança de fase, ou seja, do material de mudança de fase.

Um armazenador térmico com mudança de fase cujos tubos trocadores de calor têm uma seção circular está esquematizado na Fig. 1.1. A Fig. 3.1 mostra um detalhe do armazenador ilustrando a definição dos parâmetros geométricos usados na modelagem matemática. Em especial, o símbolo  $r_o$  indica a posição máxima atingida pela frente de mudança de fase (interface sólido-líquido). A condição nesta posição é considerada como  $dH/dr = 0$  devido à influência dos outros tubos do armazenador supondo que

suas frentes de solidificação atinjam o mesmo raio de simetria no mesmo período de tempo.

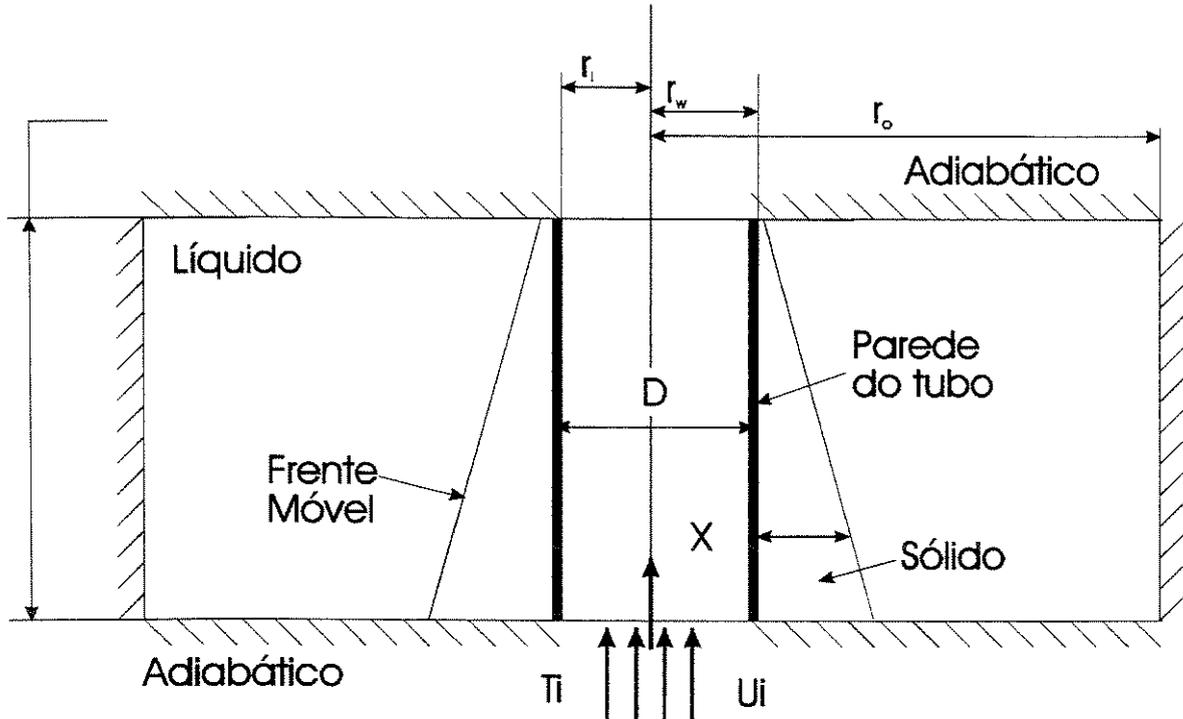


Figura 3.1: Detalhes de um tubo do armazenador de mudança de fase, ilustrando os parâmetros de construção

As equações de continuidade, quantidade de movimento e energia, para sistemas de escoamento laminar, incompressível, transiente e geometria bidimensional em coordenadas cilíndricas são:

Equação da continuidade

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \tag{3.1}$$

Equações de quantidade de movimentoDireção x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_f \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad 3.2$$

Direção r

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu_f \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \quad 3.3$$

No caso do modelo numérico simplificado foi adotado um perfil de escoamento inteiramente desenvolvido, ou seja, supondo um escoamento laminar e inteiramente desenvolvido, e assim, não é necessário a solução das equações de quantidade de movimento como no caso do modelo numérico. O campo de velocidade neste caso é dado pela relação:

$$u = U_m \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad 3.4$$

Equações da energiaFluido de trabalho

$$\rho_f c_f \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k_f \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad 3.5$$

## Parede do tubo

$$\rho_w c_w \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_w \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_w \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad 3.6$$

Para a região de mudança de fase onde a transferência de calor por condução é considerada dominante, a equação da energia é melhor descrita em termos de entalpia como:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad 3.7$$

onde a entalpia é definida como:

$$\frac{dH}{dT} = C^o(T) \quad 3.8$$

$$e C^o = \rho c(T)$$

Segundo Cao e Faghri (1989), para a mudança de fase ocorrendo sobre uma faixa de temperatura e no caso de calor específico constante para cada fase, a relação entre entalpia e temperatura pode ser expresso como

$$H(\phi) = \begin{cases} C_s^o \phi + C_s^o \delta T, & \phi < \delta T \\ \left( C_m^o + \frac{\lambda}{2\delta T} \right) \phi + C_m^o \delta T + \frac{\lambda}{2}, & -\delta T \leq \phi \leq \delta T \\ C_l^o \phi + C_s^o \delta T + \lambda, & \phi > \delta T \end{cases} \quad 3.9$$

onde  $\phi = T - T_m$  e  $T_m$  é a temperatura de solidificação, a qual é definida como o centro da faixa de temperatura de mudança de fase. Na relação anterior, a base de referência da entalpia,  $H = 0$ , foi escolhido como o correspondente ao estado sólido do material de mudança de fase em  $\phi = -\delta T$ . A capacidade térmica do material na faixa de mudança de fase foi estimada como a média das capacidades térmicas das fases sólida e líquida;  $C_m^o = (C_s^o + C_l^o) / 2$ .

A relação entre a entalpia e a temperatura pode ser dada pela equação:

$$\int_{\phi} H(\phi) d\phi = \int_{\phi} C^{\circ}(\phi) d\phi \quad 3.10$$

Efetuada a integração, obtemos:

$$H(\phi) = C^{\circ}(\phi)\phi + s(\phi) \quad 3.11$$

onde  $C^{\circ}(\phi)$  e  $s(\phi)$  são determinados da Eq. 3.9.

$$C^{\circ}(\phi) = \begin{cases} C_s^{\circ} & \phi < -\delta\phi \\ \frac{\lambda}{2\delta\phi} + C_m^{\circ} & -\delta\phi \leq \phi \leq \delta\phi \\ C_l^{\circ} & \phi > \delta\phi \end{cases} \quad 3.12$$

$$s(\phi) = \begin{cases} C_s^{\circ} \delta\phi & \phi < -\delta\phi \\ C_m^{\circ} + \frac{\lambda}{2} & -\delta\phi < \phi < \delta\phi \\ C_l^{\circ} \delta\phi + \lambda & \phi > \delta\phi \end{cases} \quad 3.13$$

A condutividade térmica é definida na seguinte forma:

$$k(\phi) = \begin{cases} k_s & \phi < -\delta\phi \\ k_s + (k_l - k_s) \frac{(\phi + \delta\phi)}{2\delta\phi} & -\delta\phi \leq \phi \leq \delta\phi \\ k_l & \phi > \delta\phi \end{cases} \quad 3.14$$

A condutividade térmica no intervalo de mudança de fase é considerada como uma relação linear de temperatura.

Substituindo a capacidade térmica, a condutividade térmica e o termo fonte na equação da energia do material de mudança de fase, obtém-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ rk \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] - \frac{\partial \rho s}{\partial t} \quad 3.15$$

A Eq. 3.15 junto com as definições da condutividade e capacidade térmicas e do termo fonte descreve a equação da energia em todo domínio da região de mudança de fase.

Analizando as três equações de energia especificamente, a equação de energia do fluido de transferência de calor, a equação de energia da parede do tubo e a equação de energia do material da mudança de fase, uma equação geral pode ser obtida para representar o domínio inteiro, substituindo somente as propriedades de material. A equação geral pode ser escrita na forma:

$$C \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + v \frac{\partial \phi}{\partial r} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rK \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial \rho s}{\partial t} \quad 3.16$$

Assim para resolver a equação que descreve o problema da condução bidimensional na parede do tubo que tem um campo nulo de velocidade e do termo fonte ( $u=0$ ,  $v=0$  e  $s=0$ ) Eq. 3.16 com as propriedades físicas da parede do tubo definidas na seguinte forma pode ser utilizada:

$$\begin{aligned} C(\phi) &= \rho_w c_w ; \\ K(\phi) &= k_w \end{aligned} \quad 3.17$$

Para resolver o domínio do *HTF*, em que somente o termo fonte é nulo, as propriedades físicas do fluido de trabalho são substituídas na Eq. 3.16.

$$\begin{aligned} C(\phi) &= \rho_f c_f ; \\ K(\phi) &= k_f \end{aligned} \quad 3.18$$

Para resolver o problema de mudança de fase por condução na qual o campo de velocidade é nulo, as definições: de calor específico dado pela Eq. 3.12, da condutividade térmica, Eq. 3.13 e do termo fonte dado pela Eq. 3.14 são empregados.

### Condições iniciais e de contorno

Condições iniciais:  $t = 0$

- domínio inteiro:  $0 \leq x \leq L$  and  $0 \leq r \leq r_o$

$$T = T_i, \quad u = v = 0$$

*pcm*  $s = s(T_i)$

Condições de contorno:  $t > 0$

Condições de entrada:  $x = 0$

$$0 < r < r_i: \quad u = U_o, \quad T = T_{in}, \quad v = 0$$

$$r = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

$$r_i < r < r_m, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

Condições de saída:  $x = L$

$$0 < r < r_o: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$0 < r < r_i: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Raio de simetria de fusão:  $0 < x < L, \quad r = r_o$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_o} = 0$$

Interface fluido-parede:  $0 < x < L, \quad r = r_i$

$$k_w \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i^+} = k_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i^-}$$

Interface pcm-parede:  $0 < x < L, \quad r = r_w$

$$k_p \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_w^+} = k_w \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_w^-}$$

### Parâmetros adimensionais

Para estudar os parâmetros envolvidos no modelo, as transformações a seguir são adotadas:

$$\theta = \frac{T - T_m}{T_{in} - T_m} \quad \text{temperatura adimensional (fusão)}$$

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{T_m - T_{in}} \quad \text{temperatura adimensional (solidificação)}$$

$$R = \frac{r}{D} \quad \text{coordenada radial adimensional}$$

$$X = \frac{x}{D} \quad \text{coordenada axial adimensional}$$

$$U = \frac{u}{U_o} \quad \text{componente axial da velocidade adimensional}$$

$$U = \frac{u}{U_m} \quad \text{componente axial da velocidade adimensional}$$

do escoamento inteiramente desenvolvido.

$$V = \frac{v}{U_o} \quad \text{componente radial da velocidade adimensional.}$$

$$\text{Re}_e = \frac{U_o D}{\nu_f} \quad \text{número de Reynolds}$$

$$\tau = \frac{U_o}{D} t \quad \text{tempo adimensional}$$

$$P = \frac{p - P_o}{\rho_f U_o^2} \quad \text{pressão adimensional}$$

$$C = \frac{C^o}{C_l} \quad \text{capacidade térmica adimensional}$$

$$K = \frac{k}{k_l} \quad \text{condutividade térmica adimensional}$$

$$\text{St} = \frac{c_l (T_{in} - T_m)}{\lambda} \quad \text{número de Stefan}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta T}{(T_{in} - T_m)} \quad \text{faixa da temperatura de mudança de fase}$$

As equações dimensionais da continuidade, e de quantidade de movimento são escritas na seguintes formas:

### Equação de continuidade

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RV) + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad 3.19$$

## Equações de quantidade de movimento

### Direção X

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + V \frac{\partial U}{\partial R} + U \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}_f} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right] \quad 3.20$$

### Direção R

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + V \frac{\partial V}{\partial R} + U \frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial p}{\partial R} + \frac{1}{\text{Re}_f} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - \frac{V}{R^2} \right] \quad 3.21$$

No caso do modelo numérico simplificado o perfil da velocidade adimensional é dado pela relação:

$$U = (1 - R^2) \quad 3.22$$

Equação da energia do fluido do trabalho:

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) = \frac{1}{\text{Re}_f \text{Pr}_f} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] \quad 3.23$$

A equação adimensional de energia do material de mudança de fase está escrita na forma:

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right) = \frac{1}{\text{Re}_f \text{Pr}_f} \frac{\alpha_s}{\alpha_f} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( KR \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] - \frac{\partial \delta}{\partial \tau} \quad 3.24$$

onde o capacidade térmica adimensional,  $C$ , do pcm é escrito como

$$C(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta < -\varepsilon \\ C_{sl}(\theta), & \theta > \varepsilon \\ \frac{1}{2St} + \frac{C_s(\theta) + C_l(\theta)}{2}, & \varepsilon \leq \theta \leq \varepsilon \end{cases} \quad 3.25$$

A condutividade térmica,  $K$ , adimensional é

$$K(\theta) = \begin{cases} K_{sl}(\theta), & \theta < -\varepsilon \\ K_{sl}(\theta) + (1 - K_{sl})(\theta + \varepsilon)/2\varepsilon & -\varepsilon \leq \theta \leq \varepsilon \\ 1, & \theta > \varepsilon \end{cases} \quad 3.26$$

e a forma adimensional do termo fonte,  $S$ , é dada por

$$S(\theta) = \begin{cases} C_{sl}\varepsilon & \theta < \varepsilon \\ \frac{1}{2}\varepsilon(1 + C_{sl}) + \frac{1}{2St} & -\varepsilon \leq \theta \leq \varepsilon \\ C_{sl}\varepsilon + \frac{1}{St} & \theta > \varepsilon \end{cases} \quad 3.27$$

A equação adimensional da energia na parede do tubo torna-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Re_f Pr_f} \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] \quad 3.28$$

Observa-se que as equações de energia do fluido de trabalho, da parede do tubo e do material de mudança de fase podem ser escritas em uma equação geral na seguinte forma:

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) = \xi \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( KR \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] - \frac{\partial S}{\partial \tau} \quad 3.29$$

onde  $C$  igual a 1 e o termo fonte,  $s$ , é constante para o fluido de transferência de calor e tem sua própria definição para o material de mudança de fase, e a definição do termo  $\xi$  é dada por;

$$\xi = \begin{cases} \frac{1}{Re_f Pr_f}, & \text{para o fluido de trabalho} \\ \frac{1}{Re_f Pr_f} \frac{\alpha_w}{\alpha_f}, & \text{para a parede do tubo} \\ \frac{1}{Re_f Pr_f} \frac{\alpha_s}{\alpha_f}, & \text{para o material de mudança de fase} \end{cases} \quad 3.30$$

### Adimensionalização das condições de contorno e iniciais

As condições de contorno e iniciais na forma adimensional são:

condições iniciais:  $\tau = 0$

o domínio inteiro:  $0 \leq X \leq L/D$  e  $0 \leq R \leq R_0$

$$\theta = \theta_i \text{ e } U = V = 0$$

condições de contorno:  $\tau > 0$

condições de entrada:  $X = 0$

$$0 < R < R_i: \quad U = 1, \quad V = 0, \quad \theta = 1$$

$$R_i < R < R_0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

condições de saída:  $X = L/D$

$$0 < R < R_0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

$$0 < R < R_i: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

condições externas:  $0 < X < L/D, \quad R = R_0$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R_o} = 0$$

interface fluido-parede:  $0 < X < L/D$ ,  $R = R_i$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R_i^+} = \frac{k_f}{k_w} \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R_i^-}$$

interface pcm-parde:  $0 < X < L/D$ ,  $R = R_w$

$$\frac{k_p}{k_w} \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R_w^+} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R_w^-}$$

As equações descritas neste capítulo junto com as condições de contorno são discretizadas e resolvidas usando o método de volumes de controle desenvolvido por Patankar (1980). Este procedimento está descrito no seguinte capítulo.

## Capítulo 4

### Análise Numérica

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo será apresentada a modelagem numérica do problema, com discretização das equações governantes e das condições de contorno, segundo o método descrito por Patankar (1980), dividindo o domínio de interesse em volumes de controle e cada volume de controle estará associado a um ponto nodal. A discretização será obtida pela integração no volume de controle ao redor dos pontos da grade, assim cada volume de controle satisfará o princípio da conservação e dessa forma todo o domínio será satisfeito, transformando as equações diferenciais do fluido de trabalho, da parede do tubo e do material de mudança de fase em um sistema de equações algébricas. A vantagem da utilização deste método é obter resultados que preservam o modelo físico do problema.

#### 4.2 Análise Numérica

Como visto no capítulo anterior, todas as equações que descrevem o modelo matemático podem ser sintetizadas em uma única equação geral de convecção-difusão, que para o caso de regime transitório assume a forma:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho\psi) + \nabla(\rho\vec{V}\psi) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\psi) + S \quad 4.1$$

onde: o escalar  $\psi$  pode ser a componente axial ou a componente radial da velocidade do fluido de transferência de calor, ou as temperaturas do *HTF*, da parede do tubo ou do material de mudança de fase. Este escalar  $\psi$  move-se com velocidade  $V$  e difunde-se com o coeficiente de difusão  $\Gamma$ . Nesta equação  $S$  representa a taxa volumétrica de  $\psi$  e  $\rho$  é a massa específica do material. Pela escolha adequada de  $\psi$ ,  $\Gamma$  e  $S$  pode-se recuperar todas as equações de transporte levando em consideração que o campo da velocidade é nulo na parede do tubo e na região de mudança de fase.

O uso do método de diferenças finitas centradas para resolução desta equação pode levar a soluções oscilatórias, fisicamente não reais, quando o número de Peclet da grade definido como:

$$P_e = \frac{\rho u \Delta l}{\Gamma}$$

é superior a 2.0, isto é, quando os termos convectivos são dominantes. A eliminação deste problema é possível pela utilização do esquema de discretização *upwind* introduzido por Courat *et ali.* (1952) e utilizado por vários pesquisadores. Este esquema usa diferenças atrasadas (*backward*) na direção do escoamento para os termos envolvendo derivadas de primeira ordem (termos convectivos) e diferenças centradas para os termos com derivadas de segunda ordem (termos difusivos). Apesar deste esquema fornecer resultados fisicamente coerentes para qualquer  $P_e$ , as soluções obtidas não são acuradas, pois para valores elevados de  $P_e$  há superestimativa da difusão e para  $P_e$  baixos o esquema de diferenças centradas dá resultados melhores. Por estas razões, surgiram vários esquemas de discretização que procuram evitar as instabilidades resultantes do esquema de diferenças centradas e ainda fornecendo resultados precisos. Assim, podemos citar o esquema híbrido que usa diferenças centradas para  $P_e \leq 2.0$  e o esquema *upwind* para  $P_e > 2.0$ . O esquema exponencial foi de Spalding (1972), este esquema dá resultados precisos, entretanto consome muito tempo de computação para atingir a convergência.

O esquema *power law* utilizado neste trabalho foi proposto por Patankar (1980) e utilizado por muitos outros autores e demonstrou ser um esquema que fornece soluções precisas e que tem convergência mais rápida do que o esquema exponencial.

Nos métodos de volumes de controle, as equações discretizadas são obtidas por integração da Eq. 4.1 sobre volumes de controle ao redor dos pontos da grade. A discretização do domínio, quando aplicado o método no ponto  $P$ , associado a um volume de controle está ilustrado na Fig. 4.1, também as fronteiras das interfaces do volume de controle são apresentados. Para satisfazer as regras básicas do método de volume de controle, a equação de continuidade tem que ser englobada.

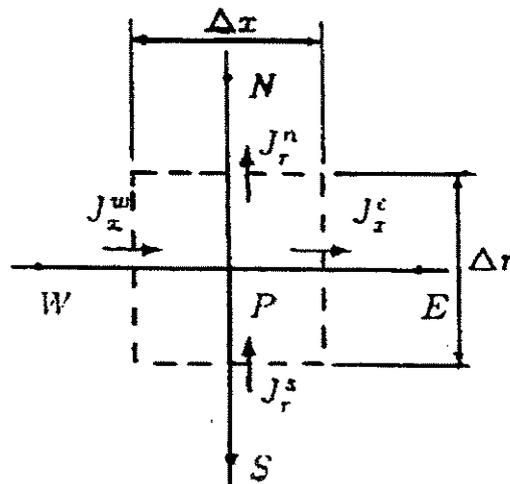


Figura 4.1: Ponto da grade de um volume de controle.

#### 4.2.1 Discretização das equações

A forma bidimensional das equações do problema em estudo pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_R}{\partial R} = S \quad 4.2$$

onde  $J_x$  e  $J_r$  são o fluxo totais de convecção e difusão definidos por:

$$J_x \equiv \rho u \psi - \Gamma \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad 4.3$$

e

$$J_r \equiv \rho v \psi - \Gamma \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad 4.4$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes de velocidade nas direções  $X$  e  $R$ . A integração da Eq. 4.2 sobre o volume de controle mostrado na Fig. 4.1 fornece o seguinte resultado:

$$\frac{(\rho_p \psi_p - \rho_p^0 \psi_p^0) R \Delta R \Delta X}{\Delta \tau} + J_e - J_w + J_n - J_s = (S_c + S_p \psi_p) R \Delta R \Delta X \quad 4.5$$

onde: o lado direito representa a linearização do termo fonte. Os termos transitórios,  $\rho_p$  e  $\psi_p$  são assumidos para prevalecer sobre o todo volume de controle. Os valores representantes do começo do passo do tempo são denotados por  $\rho_p^0$  e  $\psi_p^0$ . As quantidades  $J_e, J_w, J_s$ , e  $J_n$  são os fluxos totais integradas sobre as faces de volume de controle, isto é,  $\int J_x R dR$  sobre o interface e assim por adiante.

De maneira análoga, podemos integrar a equação de continuidade sobre o volume de controle para obter:

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^0) R \Delta R \Delta X}{\Delta \tau} + F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad 4.6$$

onde  $F_e, F_w, F_s$  e  $F_n$  são as taxas de fluxos mássicos atravessando as faces do volume de controle. Se  $\rho u$  no ponto  $e$  foi considerado para prevalecer sobre toda a interface e assim, pode-se escrever:

$$F_e = (\rho u)_e R \Delta R$$

$$F_w = (\rho u)_w R \Delta R,$$

$$F_n = (\rho v)_n \Delta X$$

$$F_s = (\rho v)_s \Delta X$$

Se multiplicarmos a Eq. 4.6 por  $\psi_p$  e a subtraí-la da Eq. 4.5, obtém-se:

$$\begin{aligned} (\psi_p - \psi_p^0) \frac{\rho_p^0 R \Delta R \Delta X}{\Delta \tau} + (J_e - F_e \psi_p) - (J_w - F_w \psi_p) + (J_n - F_n \psi_p) - \\ (J_s - F_s \psi_p) = (S_C - S \psi_p R \Delta R \Delta X) \end{aligned} \quad 4.7$$

Segundo o Patankar 1980 pode-se escrever:

$$J_e - F_e \psi_p = a_E (\psi_p - \psi_E)$$

$$J_w - F_w \psi_p = a_w (\psi_w - \psi_p)$$

$$J_n - F_n \psi_p = a_n (\psi_n - \psi_p)$$

$$J_s - F_s \psi_p = a_s (\psi_s - \psi_p)$$

Assim a forma final da equação discretizada pode ser escrita como:

$$a_p \psi_p = a_E \psi_E + a_w \psi_w + a_n \psi_n + a_s \psi_s + b \quad 4.8$$

$$a_E = D_E A(|p_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$a_w = D_w A(|p_w|) + \|F_w, 0\|$$

$$a_n = D_n A(|p_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$a_s = D_s A(|p_s|) + \|F_s, 0\|$$

$$a_p = a_e + a_w + a_s + a_n + a_p^o - S_p R dR dX$$

onde  $\psi_p^o$  e  $\rho_p^o$  se refere aos valores conhecidos no tempo  $\tau$ , e os outros valores ( $\psi_p, \psi_e, \psi_s, \psi_n \dots etc$ ) são valores desconhecidos no tempo  $\tau + \nabla\tau$ . As taxas de fluxos  $F_e, F_w, F_s$  e  $F_n$  tinham sido definidos anteriormente. As correspondentes condutâncias são definidas como:

$$D_e = \frac{\Gamma_e R \Delta R}{(\Delta X)_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w R \Delta R}{(\Delta X)_w}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{(\Delta X)_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{(\Delta X)_s}$$

e os números de Peclet são definidos como:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

A função  $A(|p|)$  representa o esquema da potência, cuja a sua definição é dada por:

$$A(|p|) = \left\| 0, (1 - 0.1|p|)^5 \right\|$$

Até o momento formulamos o procedimento para resolver a equação diferencial geral num dado campo de escoamento. A dificuldade maior no cálculo do campo da velocidade está no campo de pressão desconhecida. O gradiente de pressão forma uma parte do termo fonte nas equações de quantidade de movimento. Quando o campo de pressão correto é substituído nas equações de quantidade de movimento, o campo resultante da velocidade satisfaz a equação da continuidade.

Como mostrado por Patankar 1980 a escolha de uma grade única para todas as variáveis pode levar a soluções fisicamente não realistas do campo de pressão e a solução proposta é o de grades independentes para as variáveis  $u, v$  e  $p$ , Fig. 4.2. Este procedimento, apesar de deixar a programação mais complicada, pode facilitar a aplicação das condições de contorno, pois estas condições podem ficar exatamente sobre as interfaces dos volumes de controle.

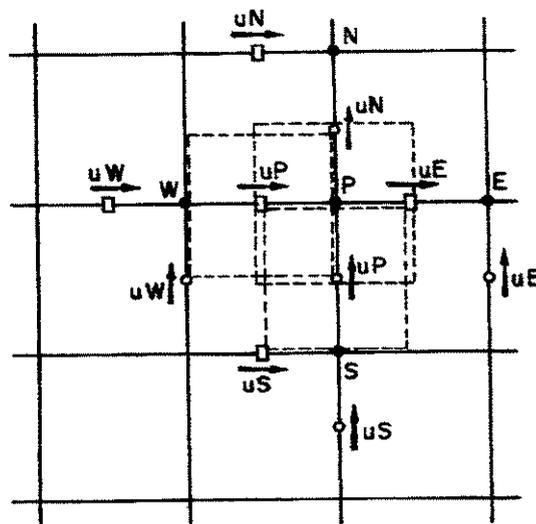


Figura 4.2: Sobreposição da grade.

#### 4.2.2 Equações de quantidade de movimento

A discretização para a componente  $X$  das equações de quantidade de movimento são escritas da seguinte forma:

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b + (p_P - p_E) A_e \quad 4.9A$$

Os coeficientes vizinhos  $a_n$  representam a combinação da influência de convecção e difusão nas interfaces dos volumes de controle. O termo  $(p_P - p_E) A_e$  representa a força de pressão atuando no volume de controle da componente axial da velocidade  $u$ .

Analogamente, pode ser feito a discretização das equações de quantidade de movimento nas outras direções, sendo que para a componente  $v$  da velocidade, será da seguinte forma:

$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + b + (p_P - p_N) A_n \quad 4.9B$$

Para resolver estas equações tem que estimar o campo de pressão e o campo de velocidade resultante, assim:

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad 4.10A$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad 4.10B$$

### 4.2.3 Correção da pressão e da velocidade

A correção da pressão é uma maneira de melhorar a estimativa da pressão  $p^*$ , e a velocidade resultante é corrigida para satisfazer a equação da continuidade. Vamos propor a pressão corrigida  $p$ , que é obtida pela relação:

$$p = p^* + p'$$

onde  $p'$  será chamada de correção da pressão. As componentes da velocidade correspondentes podem ser introduzidas na seguinte forma:

$$u = u^* + u'$$

$$v = v^* + v'$$

onde  $u'$  e  $v'$  são correções das componentes da velocidade. Subtraindo Eq. 4.10 da Eq. 4.9, e desprezando-se o termo  $\sum a_{nb} u'_{nb}$ , segundo Patankar (1980), obtém-se:

$$a_e u'_e = (p'_P - p'_E) A_e$$

$$a_n v'_n = (p'_P - p'_N) A_n$$

Seja  $d_e = \frac{A_e}{a_e}$ , e  $d_n = \frac{A_n}{a_n}$ , obtém-se:

$$u'_e = d_e (p'_P - p'_E)$$

$$v'_n = d_n (p'_P - p'_N)$$

Se integrarmos a equação da continuidade para uma densidade constante, obtemos:

$$\left[ (\rho u)_e - (\rho u)_w \right] \Delta R \Delta X + \left[ (\rho v)_n - (\rho v)_s \right] R \Delta R \Delta X = 0$$

Substituindo as expressões dadas para as relações de correção de velocidade, obtemos a equação de correção da pressão discretizada:

$$a_P p_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_S p'_S + a_N p'_N + b \quad 4.11$$

onde:

$$a_E = \rho_e d_e \Delta R$$

$$a_w = \rho_w d_w \Delta R$$

$$a_s = \rho_s d_s \Delta X$$

$$a_n = \rho_n d_n \Delta X$$

$$a_p = a_E + a_w + a_s + a_n$$

$$b = \frac{(\rho_p^o - \rho_p) R \Delta R \Delta X}{\Delta \tau} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] R \Delta R + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta X$$

Verifica-se que, se o termo  $b$  na equação de correção da pressão fosse negativo, obtém-se a equação da continuidade avaliada em termos das velocidades com o símbolo  $*$ . Se  $b$  atingir o valor zero, significa que as velocidades aproximadas satisfazem a equação da continuidade e o programa converge, não sendo necessário a correção da pressão.

#### 4.2.4 O algoritmo SIMPLE

Procedimento desenvolvido para resolver o campo de escoamento chama-se *Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations* (SIMPLE). Este procedimento foi descrito por Patankar (1980).

As operações importantes em sua ordem de execução são:

1. Estimar o campo de pressão  $p^*$ .
2. Resolver as equações de quantidade de movimento para obter  $u'$  e  $v'$ .
3. Resolver a equação  $p'$ .
4. Calcular  $p$  da relação entre  $p'$  e  $p^*$ .
5. Calcular as componentes da velocidade  $u$  e  $v$  de seus valores estrelados usando as equações da correção da velocidade.



O sistema de equações tem características que torna interessante do ponto de vista de implementação computacional:

- usa relativamente pouca memória para armazenar o sistema de equações formando, mesmo para grandes sistemas, uma vez que são necessárias apenas quatro variáveis indexadas para armazenar todo o sistema ;
- o algoritmo para solução desse sistema de equações é bastante simples e requer um número reduzido de operações aritméticas, o que diminui o tempo computacional se comparado com outros métodos de solução de sistemas de equações;
- a diminuição do número de operações aritméticas diminui o erro de arredondamento no resultado final .

Esse sistema de equações tem outra particularidade, o tempo  $c_m$  é nulo quando  $m$  é igual ao  $m_{inicial}$  e o termo  $b_m$  também é nulo quando  $m$  é igual ao  $m_{final}$ .

Esses fatores são de fundamental importância na escolha de um algoritmo para solução de sistema de equações, uma vez que o sistema de equações diferenciais a ser resolvido é um sistema não linear o que implica em iterações até chegar ao resultado final com um erro de convergência prefixado.

Além dos métodos de discretização produzirem sistemas de equações algébricas semelhantes, outro fator que determinou a escolha desses dois métodos de discretização, implícito e *ADI*, foi o fato deles serem incondicionalmente estáveis .

### 4.3 Otimização da grade e do passo do tempo

Para fazer a escolha adequada do passo de tempo e dos números de pontos nodais da grade foram realizados alguns testes. Para a otimização do passo do tempo, os pontos da grade foram fixados nas direções radial e axial, e variando o passo do tempo,  $\Delta\tau$ . A grade foi fixado com 60 pontos na direção axial e com 50 pontos na direção radial. Os resultados são apresentados nas figuras 4.3 a 4.5. Verifica-se que, usando este modelo, a convergência do algoritmo não é muito sensível ao passo do tempo. Esta característica é uma das vantagens deste modelo. O passo de tempo utilizado neste trabalho foi escolhido entre 5 a 1000, dependendo da aplicação. Para garantir a escolha do passo de tempo, foram também realizados outros testes em função da posição da frente de solidificação e do calor sensível e latente acumulado ao longo do tubo, estes resultados são apresentados nas figuras 4.3 a 4.5.

O mesmo procedimento foi aplicado para otimizar os pontos nodais da grade. Para a direção radial, fixou-se o tempo adimensional e o passo de tempo  $\tau = 50000$  e  $\delta\tau = 1000$ , respectivamente, e a grade na direção axial foi fixada em 60 pontos nodais. Foram atribuídos diversos número de pontos nodais na direção radial e estes resultados são apresentados nas figuras 4.6 a 4.8. Analisando estas figuras, observa-se que a escolha adequada da grade na direção radial seria um número maior ou igual a 40.

Para otimizar o número dos pontos na direção axial, foi utilizado o mesmo procedimento descrito anteriormente e os resultados são apresentados nas figuras 4.9 a 4.11. A grade axial foi fixado em 60 pontos nodais para facilitar a análise do sistema. Assim, é recomendado utilizar um passo de tempo de 1000, uma grade radial de 40 e uma grade na direção axial de 60 para facilitar a análise.

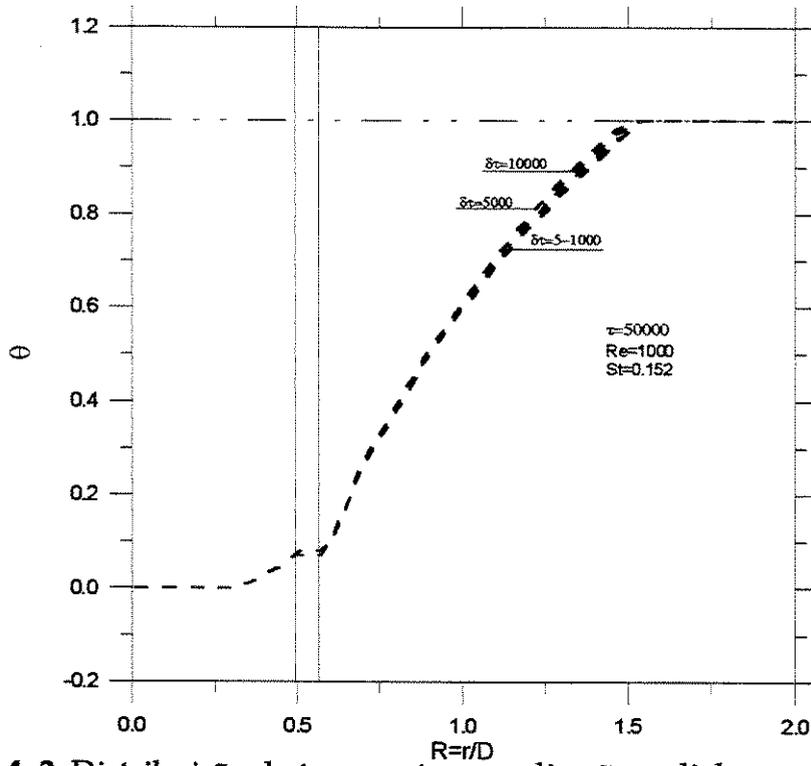


Figura 4. 3: Distribuição da temperatura na direção radial para diferentes passos de tempo.

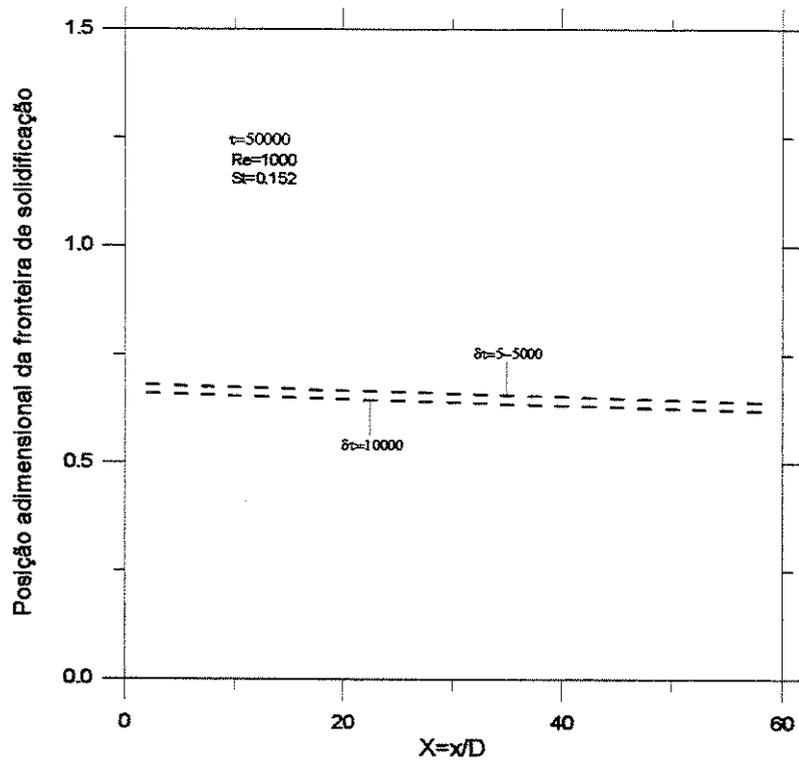


Figura 4.4: Posição da frente de solidificação para diferentes passo de tempo.

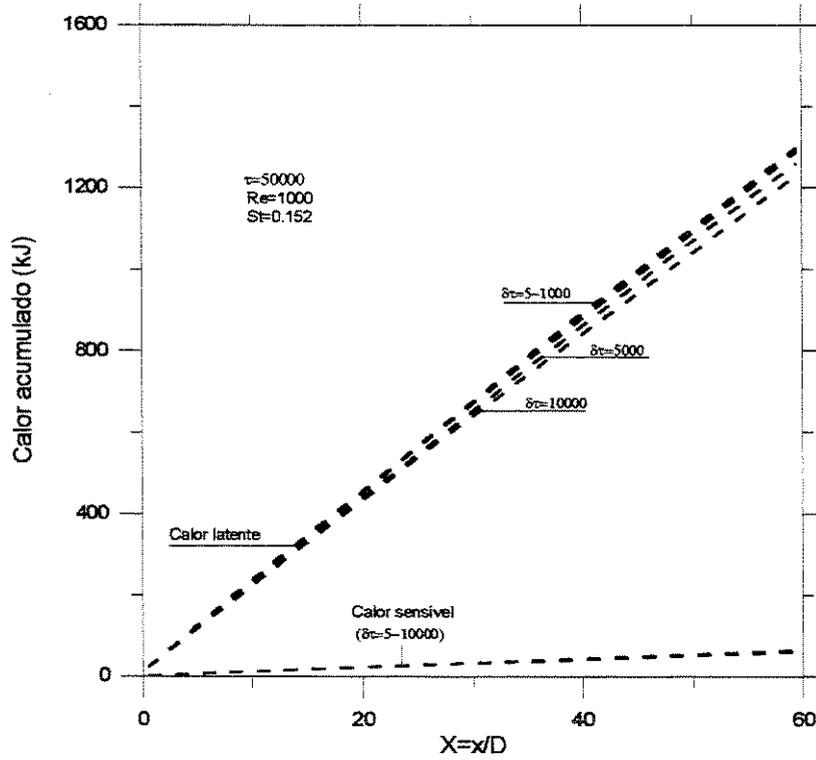


Figura 4.5: Efeito do passo de tempo no calor armazenado no sistema.

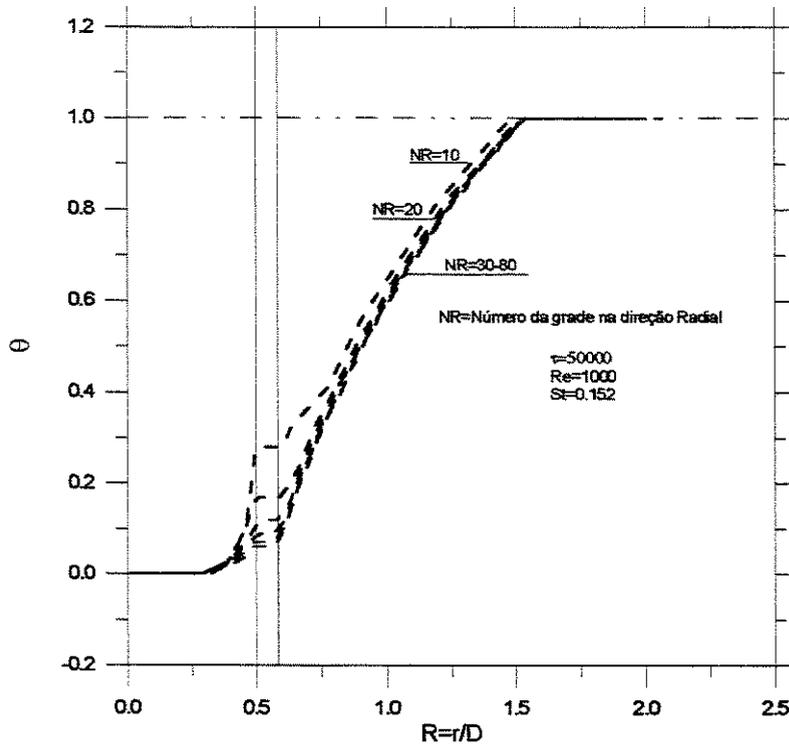


Figura 4. 6: Distribuição radial da temperatura para diferentes números de pontos nodais na direção radial.

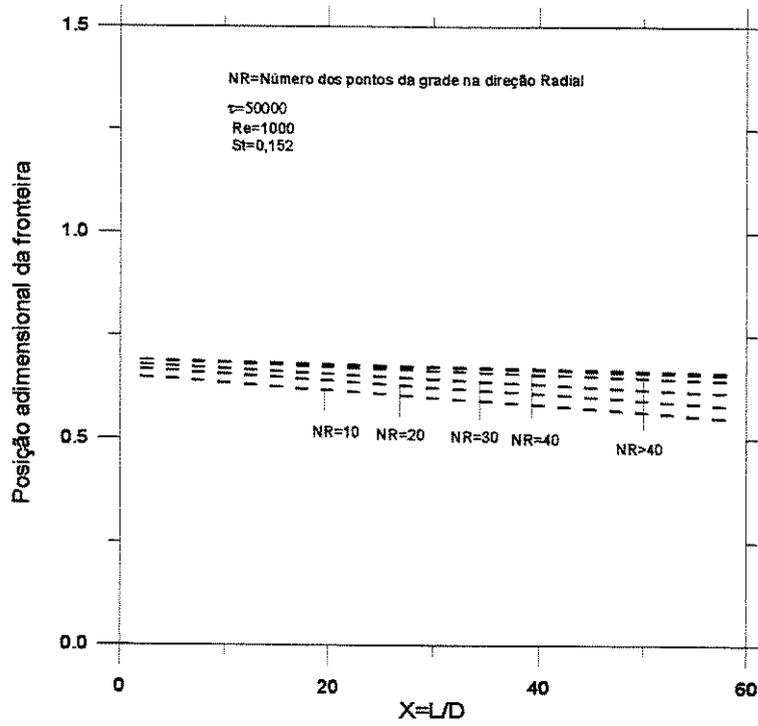


Figura 4.7: Posição da frente de solidificação para diferentes pontos de grade na direção radial.

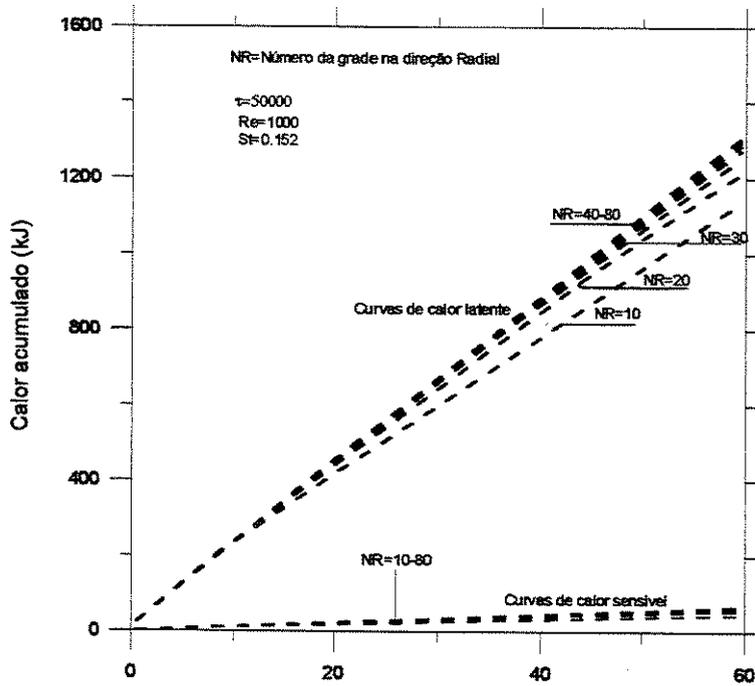
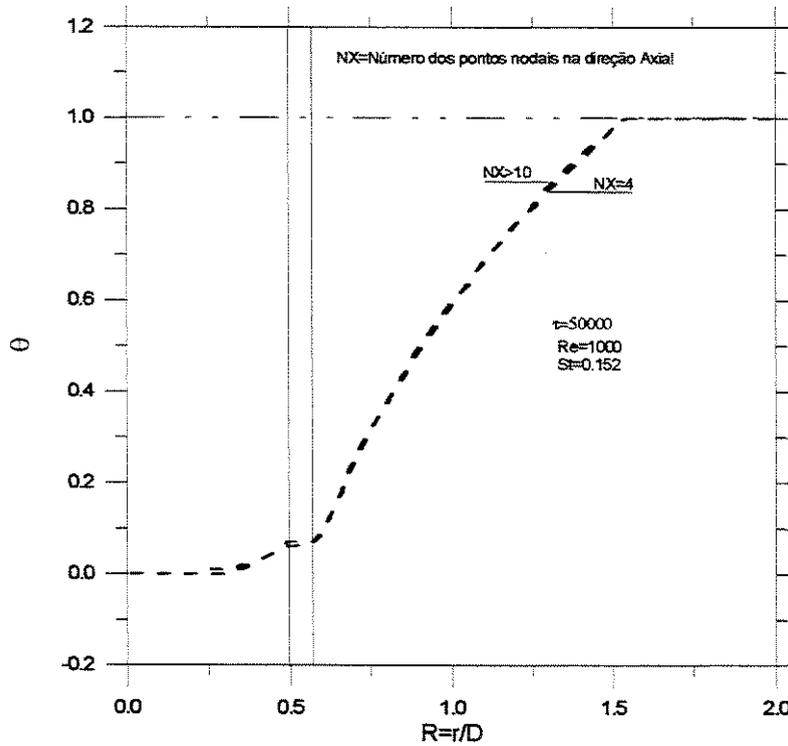
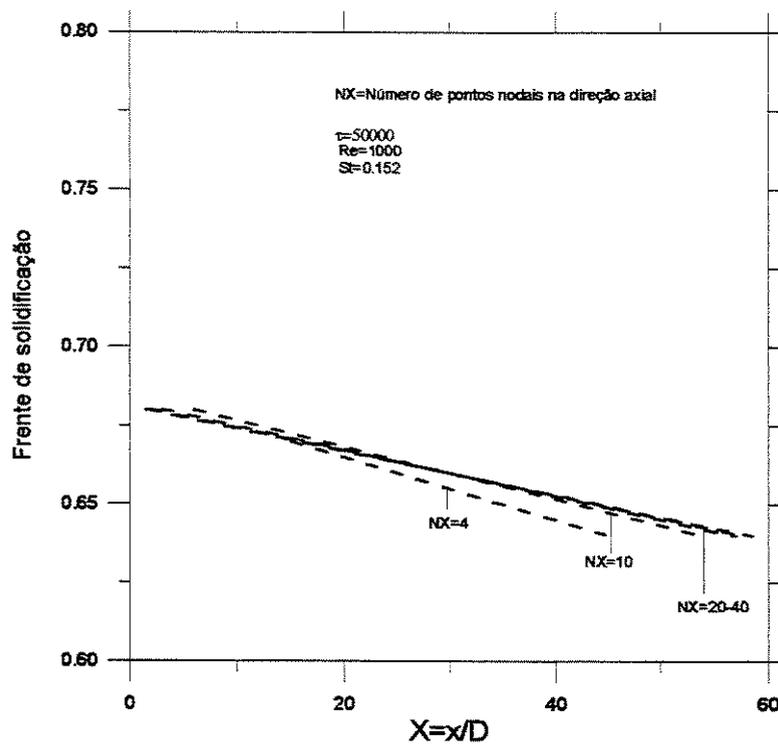


Figura 4.8: Efeito da grade radial no comportamento do sistema.



**Figura 4.9:** Distribuição radial da temperatura para diferentes números de pontos nodais na direção axial.



**Figura 4.10:** Posição da frente de solidificação para diferentes pontos de grade na direção axial.

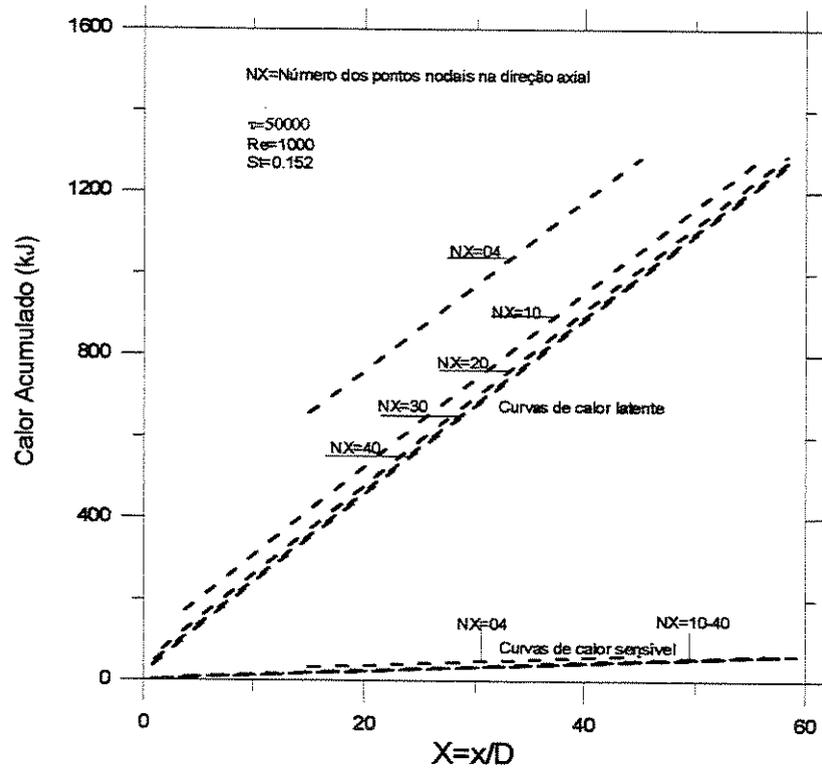


Figura 4.11: Efeito da grade axial no comportamento do sistema.

## **Capítulo 5**

### **Resultados e Discussão**

#### **5.1 - Introdução**

Os modelos numérico e numérico simplificado descritos nos capítulos anteriores são utilizados para analisar armazenadores térmicos com material de mudança de fase. O conjunto de equações diferenciais é resolvido empregando um método numérico no qual as equações da quantidade de movimento são resolvidas e acopladas com a equação de energia do fluido de trabalho, que por sua vez é acoplada com as equações de energia da parede do tubo e do material de mudança de fase. O outro modelo utilizado é o numérico simplificado, no qual o campo de velocidades é dado; desta forma não há necessidade de resolver as equações de quantidade de movimento do fluido de transferência de calor.

Neste capítulo inicialmente os dois modelos são convalidados através de comparações com resultados disponíveis na literatura. Depois da verificação dos modelos, os resultados obtidos através do modelo numérico são aplicados para prever o desempenho térmico de um armazenador térmico com n-Eicosano como material de mudança de fase e água como fluido de trabalho. Entretanto, os resultados obtidos pelo modelo numérico simplificado são utilizados para prever o desempenho térmico de um armazenador que opera a baixa

temperatura, no qual utilize-se água como o pcm e o fluido do trabalho consiste de 70% água e 30% Etileno-Glicol. As propriedades dos materiais: do fluido de trabalho da parede do tubo e das fases líquida e sólida do material de mudança de fase serão apresentados posteriormente, também neste capítulo.

## 5.2 – Convalidação do modelo numérico

Os modelos utilizados neste trabalho são convalidados através da comparação com resultados numéricos e experimentais obtidos na literatura. O modelo numérico foi utilizado para resolver o problema de solidificação de uma barra com uma seção retangular uniforme e lados adiabáticos, conforme se vê na Fig. 5.1. A condição inicial para a temperatura foi considerada igual à da mudança de fase. As superfícies são expostas instantaneamente a uma temperatura uniforme e inferior à temperatura de mudança de fase; desta forma a solidificação começa imediatamente. Devido à geometria simétrica, somente um quarto da barra é considerado. A Fig. 5.2 mostra a posição da fronteira de solidificação adimensional em função do tempo,  $t\alpha_s/l^2$ , ao longo da linha diagonal. Os resultados obtidos neste trabalho apresentam comportamento semelhante com os resultados disponíveis na literatura. Os mesmos parâmetros adimensionais escolhidos por Hsiao e Chung, (1984) e Crowley (1981), são utilizados para facilitar a comparação.

$$\theta_o = \frac{T_i - T_w}{T_m - T_w} = 1 \quad 5.1$$

e

$$St = \frac{C_s(T_m - T_w)}{H} = 0.641. \quad 5.2$$

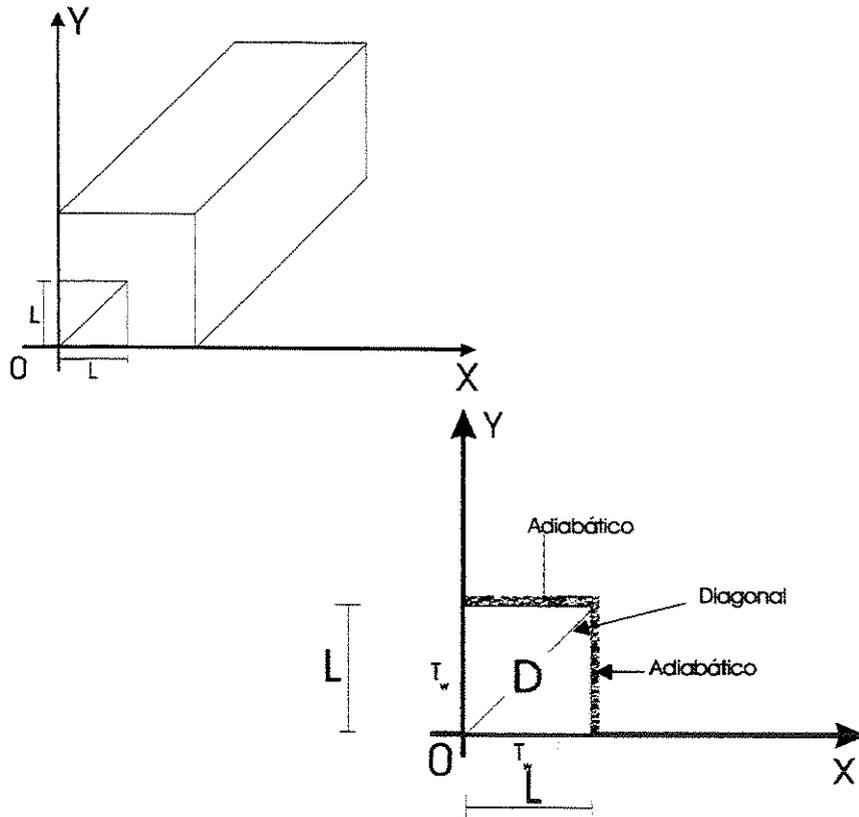


Figura 5.1: Uma barra com seção retangular e lados adiabáticos.

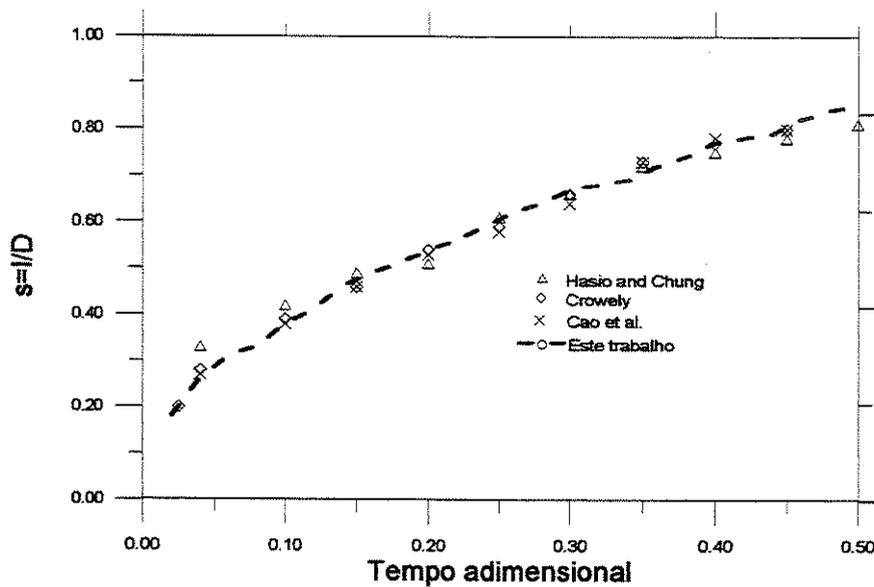


Figura 5.2: Posição da fronteira de solidificação ao longo da linha diagonal de uma barra

Um dos poucos trabalhos experimentais disponíveis na literatura foi apresentado por Sinha e Gupta (1982) que analisaram a solidificação de água ao redor de um cilindro horizontal de cobre, resfriado pela passagem de um fluido refrigerante em seu interior e considerado isotérmico no experimento. O cilindro externo era de vidro e foi isolado com lã de vidro e folhas de alumínio. O sistema tinha as seguintes dimensões: comprimento,  $L=1\text{ m}$ , diâmetro do cilindro interno,  $D_i=0.0125\text{ m}$  e diâmetro do cilindro externo  $D_o=0.051\text{ m}$ .

Com estas condições e adotando um número de Stefan igual a  $0.075$  e a temperatura inicial do material de mudança de fase igual a  $3^\circ\text{C}$ , processou-se o modelo computacional desenvolvido deste trabalho. Os resultados nesta comparação são mostrados na Fig. 5.3 em função da posição radial da frente de solidificação adimensional como:

$$x = \frac{r - r_i}{r_e} \quad 5.3$$

e do tempo adimensional definido por:

$$\tau = \frac{St\alpha_s t}{r_e^2} \quad 5.4$$

onde

$r_i$  é o raio externo do tubo interno;

$r_e$  é o raio interno do tubo externo;

$St$  é o número de Stefan;

$\alpha_s$  é difusividade térmica do material de mudança de fase no estado sólido.

Para efetuar a comparação a solução obtida por este estudo foi modificada em função da formulação adotada por Sinha e Gupta (1982). Observando a figura

notamos que ocorre uma boa concordância entre os resultados obtido pelos autores e os resultados obtidos neste trabalho.

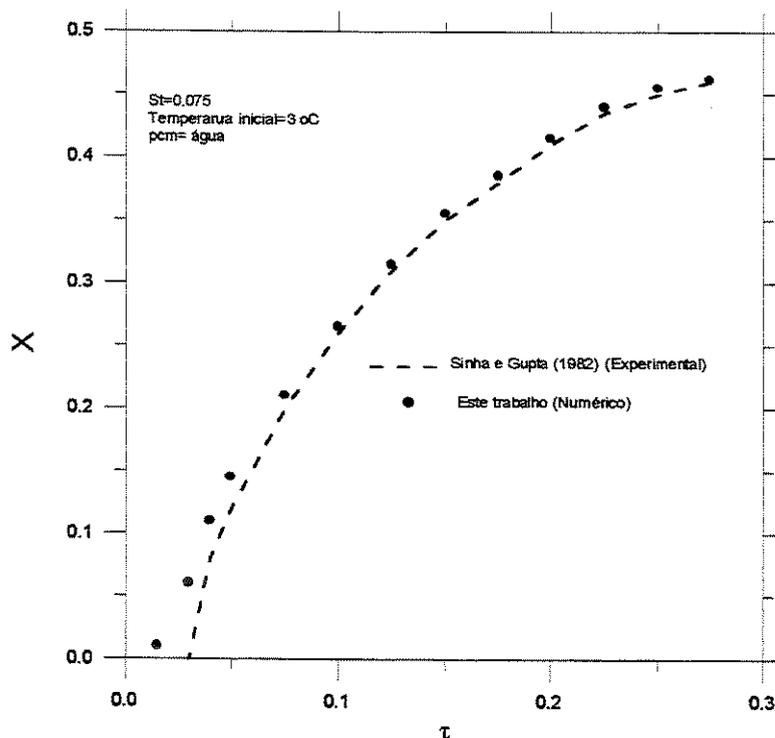


Figura 5.3: Comparação com Sinha e Gupta (1982).

Para garantir o funcionamento do modelo em coordenadas cilíndricas, os resultados obtidos são comparados com os de Cao e Faghri (1991). No referido trabalho alegaram que a utilização de equações empíricas, neste tipo de investigação, causaria erros significativos nos resultados obtidos. O sistema de mudança de fase consiste de um tubo com fronteiras adiabáticas utilizando parafina como material de mudança de fase e um metal líquido como o fluido de trabalho. Bellecci e Conti (1992) publicaram um artigo questionando a conclusão de Cao e Faghri. A comparação entre os resultados obtidos por este trabalho, Cao e Faghri, Bellecci e Conti e Jesus (1998) estão mostrados na Fig. 5.4. Nesta figura, a posição da frente de solidificação no pcm está representada em diferentes

períodos de tempo. O conjunto dos parâmetros adimensionais que caracterizam a solução segundo a escolha de Cao e Faghri está especificada na tabela 5.1.

**Tabela 5.1:** Valores dos parâmetros adimensionais que caracterizam a solução de Cao e Faghri.

Re	2200
St	0.5
Pr	0.0065
$\varepsilon$	0.01
$C_{sl} = c_s / c_L$	1
$K_{sl} = k_s / k_L$	1
$\alpha_L / \alpha_F$	0.02
$\alpha_w / \alpha_F$	0.11
$k_F / k_w$	1.42
$k_L / k_w$	0.124
$r_o / D$	1.325
$r_w / D$	0.575
$L / D$	12

As equações adimensionais utilizadas por Bellecci e Conti, são apresentadas como:

Fluido do trabalho

$$\frac{\partial T_F^*}{\partial \tau} + \frac{k_F}{k_L} \frac{\text{Re.Pr}}{G^*} \frac{\partial T_F^*}{\partial \xi} = \frac{k_F}{k_L} \frac{4Nu}{G^*} (T_w^* - T_F^*) + \frac{k_F}{k_L} \frac{1}{G^*} \frac{\partial^2 T_F^*}{\partial \xi^2} \quad 5.5$$

Parede do tubo

$$\frac{\partial H_w^*}{\partial \tau} = \frac{k_w}{k_L} \frac{1}{G^*} \left( \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta \frac{\partial T_w^*}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 T_w^*}{\partial \xi^2} \right) \quad 5.6$$

Material de mudança de fase

$$\frac{\partial H_p^*}{\partial \tau} = \frac{1}{G^*} \left( \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \eta \frac{\partial T_w^*}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial T_p^*}{\partial \xi} \right) \quad 5.7$$

Os significados dos parâmetros envolvidos nestas equações estão indicados na nomenclatura.

O número de Nusselt utilizado por Bellecci e Conti (1992) na equação do fluido de trabalho para metais líquidos pode ser encontrado no trabalho de Chen e Chiou (1981).

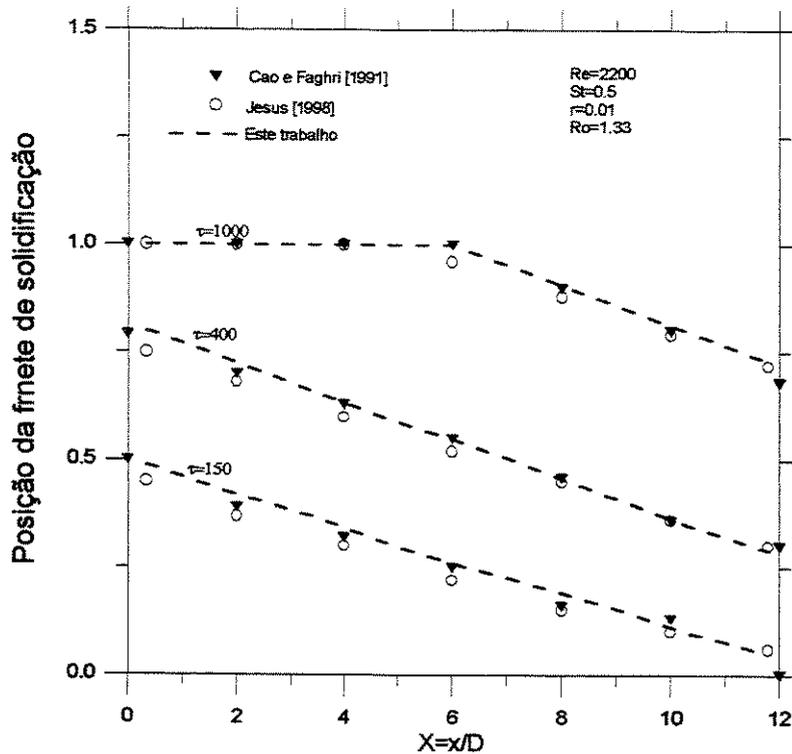


Figura 5.4: Posição da frente de solidificação ao longo do tubo

Os resultados obtidos por Cao e Faghri, Bellecci e Conti e Jesus estão de acordo com os resultados obtidos neste trabalho. Segundo Bellecci e Conti, a região  $\frac{L}{D}$  utilizada é muito pequena e pode ser considerada como uma condição não real de um ponto de vista técnico. Para comprimentos maiores, os efeitos de entrada tornam-se menos significativos tornando melhor o funcionamento do modelo destes autores.

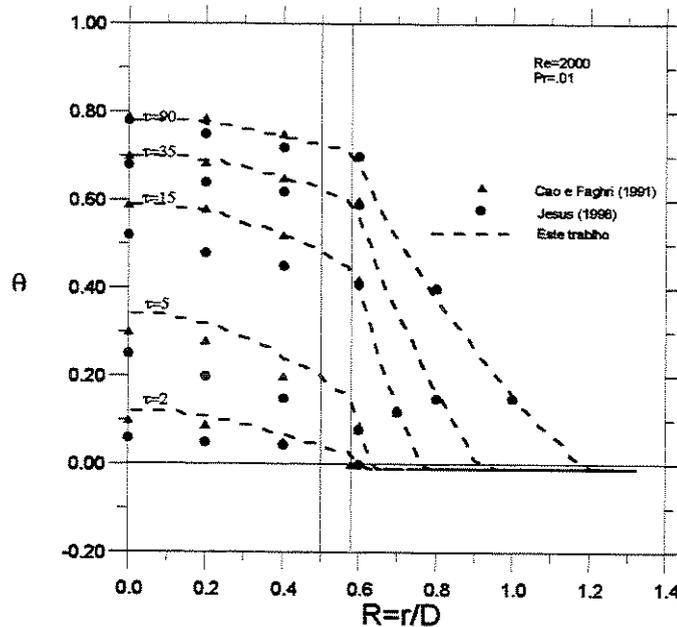


Figura 5.5: Distribuição radial de temperatura.

Os resultados obtidos foram comparados, em termos de distribuição de temperatura, com Cao e Faghri (1991) e Jesus (1998) que desenvolveu uma dissertação de mestrado sobre estudos numéricos de solidificação em geometria anular usando a técnica de imobilização de fronteira, que consiste na aplicação de uma transformação de coordenadas, de maneira que a fronteira móvel e irregular seja fixa e paralela as demais no novo sistema. A condução de calor no material de mudança de fase é acoplada a condução na parede do cilindro e à convecção no interior deste. Através da comparação apresentada na Fig. 5.5, pode-se observar que os resultados obtidos neste trabalho, de Cao e Faghri e de

Jesus apresentam um comportamento semelhante principalmente quando trata-se da frente de solidificação, Fig. 5.4.

### 5.3-Convalidação do modelo numérico simplificado

O modelo numérico simplificado será convalidado através da comparação com o modelo numérico, cuja validação foi realizada anteriormente. A seguir serão apresentados as comparações entre os dois modelos em termos de período de tempo, números de Reynolds, de Stefan e de Prandtl.

Para a convalidação do modelo simplificado, o material de mudança de fase foi considerado inicialmente na sua temperatura de fusão,  $T_m$ . O fluido de transferência de calor, entra para os tubos em uma temperatura maior do que a temperatura do material de mudança de fase. A energia transferida para o sistema do fluido mais quente é armazenada como calor latente e sensível. O calor sensível armazenado é aquele usado para elevar a temperatura da fase líquida do *pcm*.

A figura 5.6 apresenta a distribuição radial de temperatura no meio do tubo ( $X = 6$ ) para diferentes períodos de tempo. As três regiões do domínio, especificamente o fluido de transferência de calor, a parede do tubo e o material de mudança de fase, estão mostradas nesta figura. Como pode ser visto nesta figura, a interface de solidificação está movendo-se para a direita e suas correspondentes curvas de temperatura movem-se para cima. Embora o perfil de velocidade alcance o regime permanente rapidamente, o perfil de temperatura somente atingirá este regime quando todo o material de mudança de fase estiver fundido e sua temperatura estiver elevada até alcançar a temperatura de entrada do fluido de trabalho. Como pode ser observado, os resultados obtidos pelo modelo numérico simplificado são bem próximos aos obtidos pelo modelo numérico.

A figura 5.7 mostra a posição da fronteira de fusão ao longo do tubo para diferentes períodos de tempo. Também é apresentada nesta figura uma comparação entre os dois resultados obtidos pelo modelo numérico e pelo modelo numérico simplificado, pode-se concluir com base nestas figuras que os modelos apresentam resultados semelhantes.

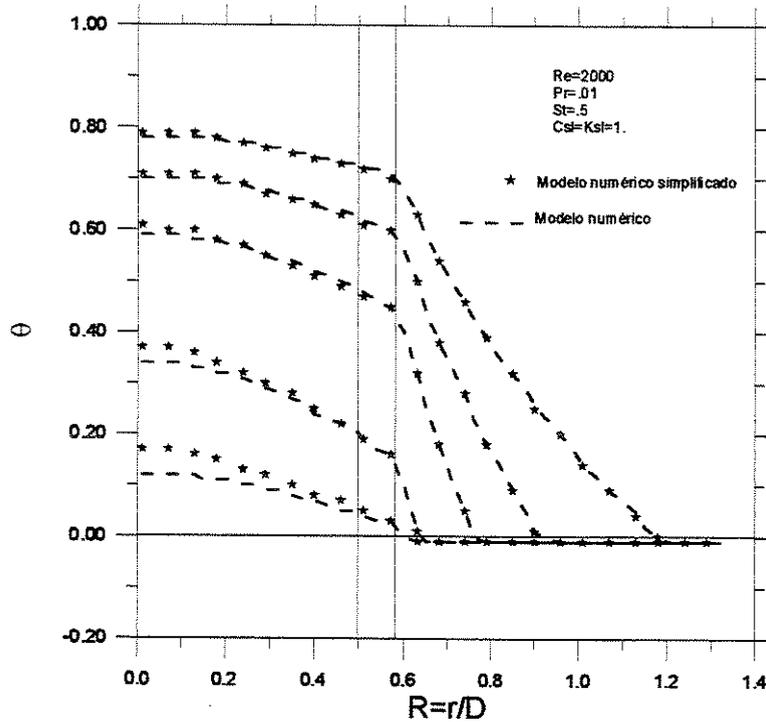


Figura 5.6: Distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes períodos do tempo.

A figura 5.8 mostra a distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes números de Reynolds. Com o auxílio desta figura, pode-se observar que o número de Reynolds tem uma influência significativa na propagação da energia, como esperado em problemas de transferência de calor por convecção. A figura 5.9 mostra a posição da fronteira de solidificação em função do comprimento axial adimensional do sistema para diferentes números de Reynolds, para um número de Reynolds igual a 2200 a posição da fronteira de fusão atinge o raio externo de solidificação para  $X < 4$ . A troca térmica é mais

eficiente no começo do sistema devido aos valores do gradiente da temperatura, entre o material de mudança de fase e o fluido de trabalho. O gradiente diminui significativamente ao longo do tubo. Também são apresentados nas figuras 5.8 e 5.9 uma comparação dos resultados obtidos pelos dois modelos. Pode ser observado que o comportamento dos modelos é semelhante para diferentes números de Reynolds.

As figuras 5.10 e 5.11 apresentam o comportamento dos dois modelos para diferentes números de Stefan, sendo que a primeira figura mostra a distribuição da temperatura e a segunda ilustra a posição axial da frente de solidificação. As figuras 5.12 e 5.13 apresentam o comportamento dos modelos para diferentes números de Prandtl. Observa-se que os dois modelos têm comportamento similares para diferentes números de Stefan e de Prandtl.

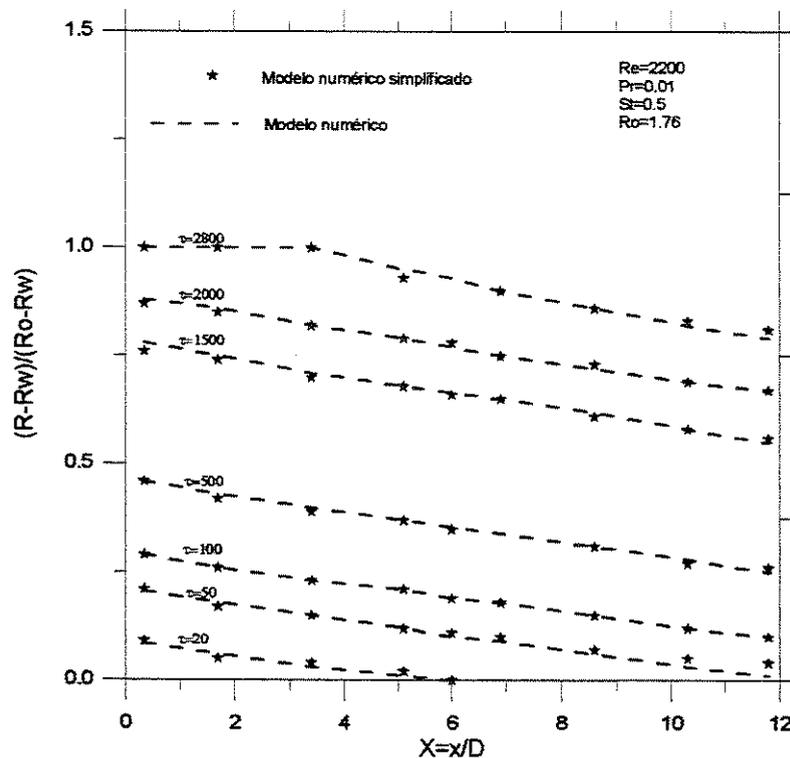


Figura 5.7: Posição da fronteira de fusão para diferentes períodos de tempo.

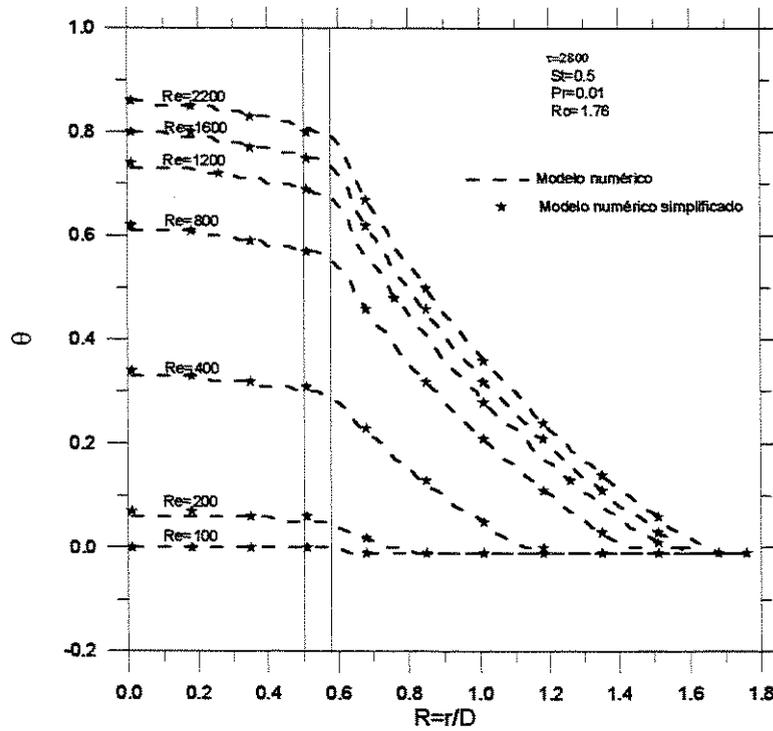


Figura 5.8: Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Reynolds.

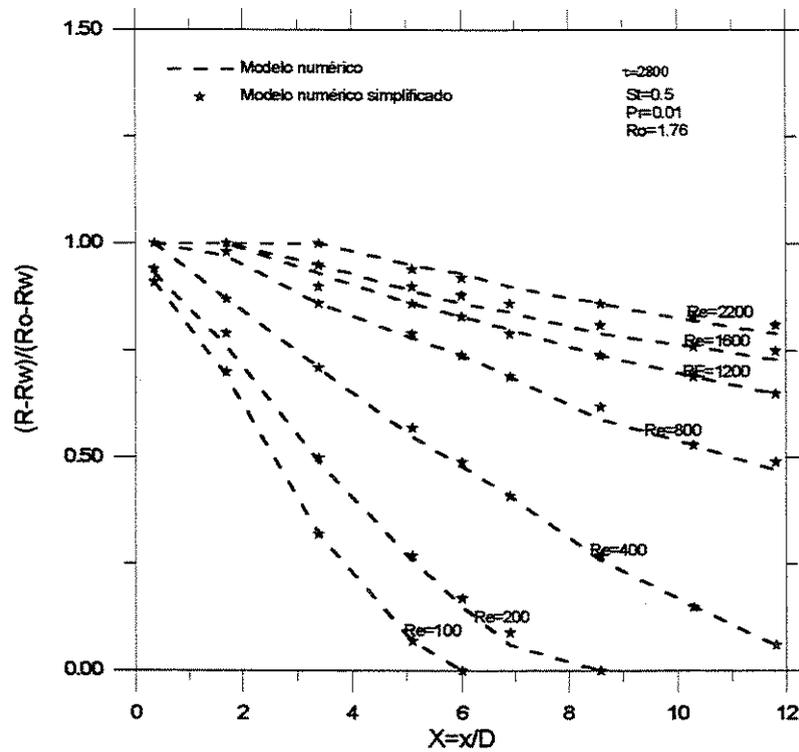


Figura 5.9: Posição da fronteira de fusão para diferentes números de Reynolds.

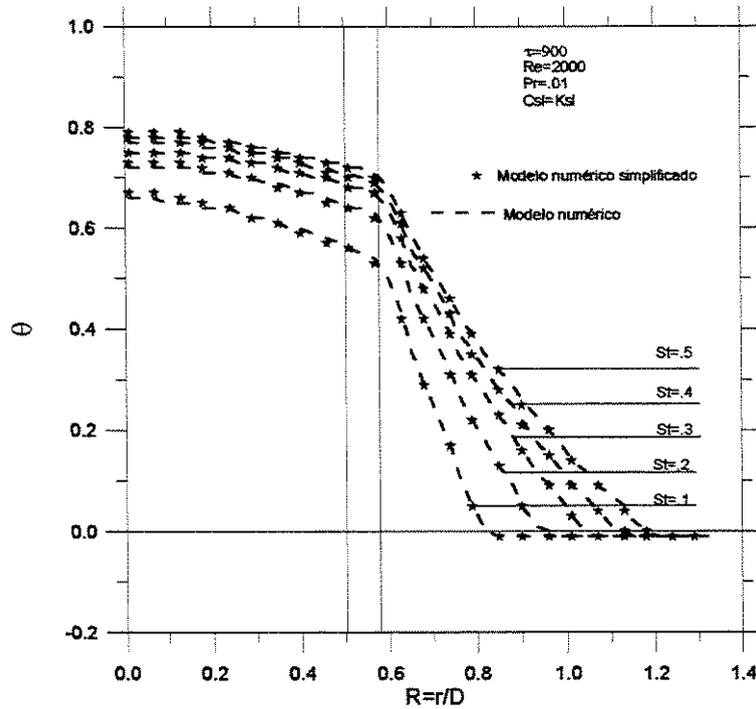


Figura 5.10: Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Stefan.

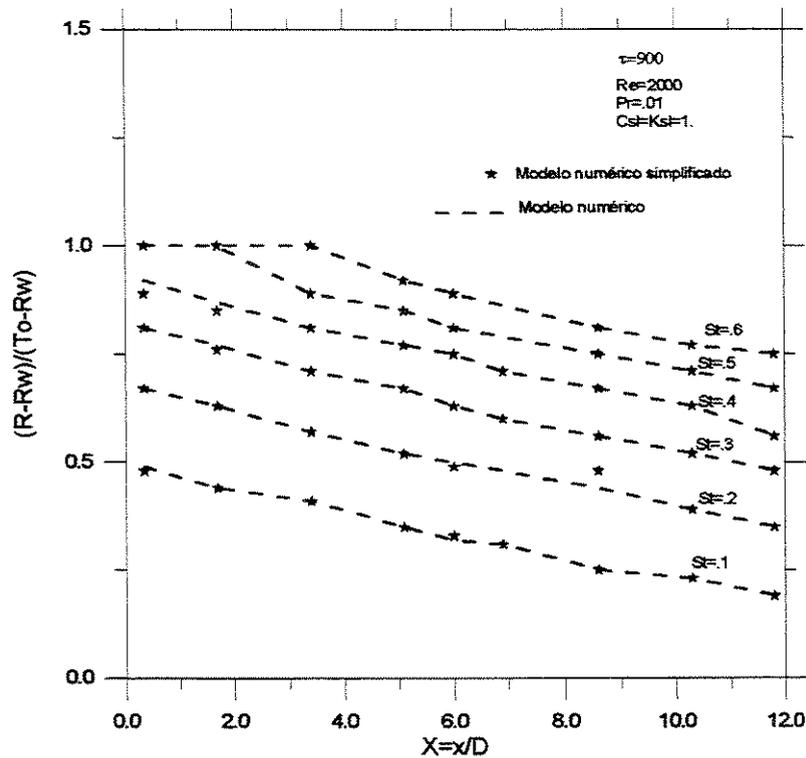
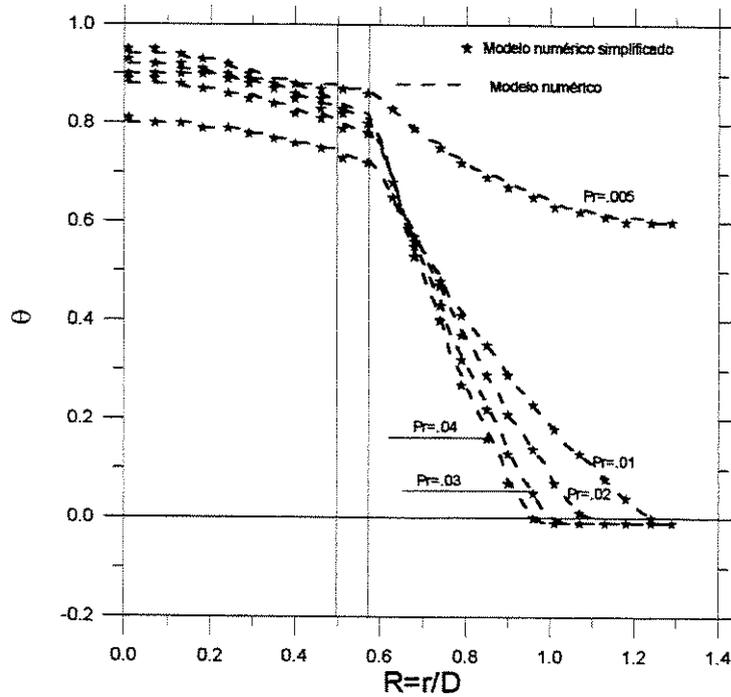
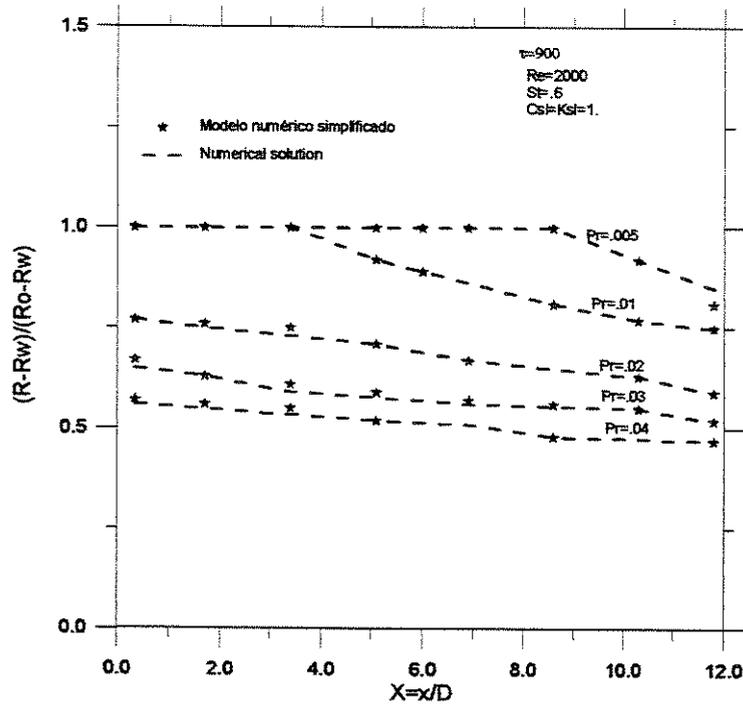


Figura 5.11 : Posição da fronteira de fusão para diferentes números de Stefan.



**Figura 5.12:** Distribuição radial da temperatura na metade do tubo para diferentes números de Prandtl.



**Figura 5.13:** Posição da fronteira de fusão para diferentes números de Prandtl.

Um dos parâmetros investigados foi a influência da faixa de temperatura de mudança de fase no desempenho térmico do sistema e também no

comportamento do modelo numérico. Neste caso, a temperatura inicial do material de mudança de fase do sistema foi considerada como o limite inferior da faixa da temperatura de solidificação ( $-\varepsilon$ , i. e., se a faixa de temperatura de fusão for igual a  $\pm 0.01$ , a temperatura inicial do sistema seria igual a  $-0.01$ ). A Fig. 5.14 mostra que o modelo utilizado para resolver a região do *pcm* não é sensível à faixa de temperatura de mudança de fase, devido a inclusão dos efeitos do calor latente no termo fonte. Isto significa que é possível usar o mesmo modelo numérico para resolver problemas com temperatura única de mudança de fase simulando uma faixa pequena de mudança de fase.

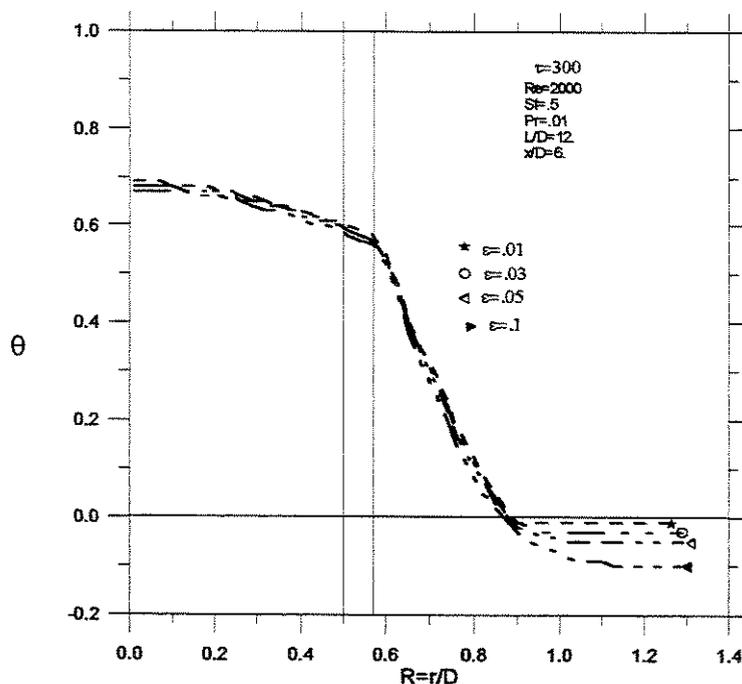


Figura 5.14: Distribuição radial de temperatura na metade do tubo.

A Fig. 5.15 apresenta o número de Nusselt médio versus o comprimento do tubo para diferentes períodos de tempo. Nesta análise, foi utilizada água como material de mudança de fase e uma mistura 70% água e 30% etilenoglicol. O número de Nusselt é calculado, para geometria cilíndrica, na seguinte maneira

(Ozisik, 1977):  $Nu_m = \frac{hD}{k}$ , onde  $h$  é o coeficiente de transferência de calor entre o fluido de trabalho e a parede do tubo e é calculado pela relação:

$$h = -\frac{k}{T_m(x) - T_w(x)} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}; \quad 5.8$$

$T_m(x)$  e  $T_w(x)$  são a temperatura média da mistura e a temperatura da parede do tubo, respectivamente, e a diferença entre elas é dada por:

$$T_m(x) - T_w(x) = \frac{\int_0^R 2\pi r u(r) [T(r, x) - T_w(x)] dr}{\int_0^R 2\pi r u(r) dr} \quad 5.9$$

onde  $u(r)$  é o perfil de velocidade. Os resultados obtidos estão ilustrados na Fig. 5.15 a qual apresenta o número de Nusselt médio contra o comprimento do tubo para diferentes períodos de tempo. Como pode ser visto, as curvas continuam deslocando até todo material estar quase solidificado, o que significa que, o sistema somente atinge o regime permanente quando todo o material é solidificado.

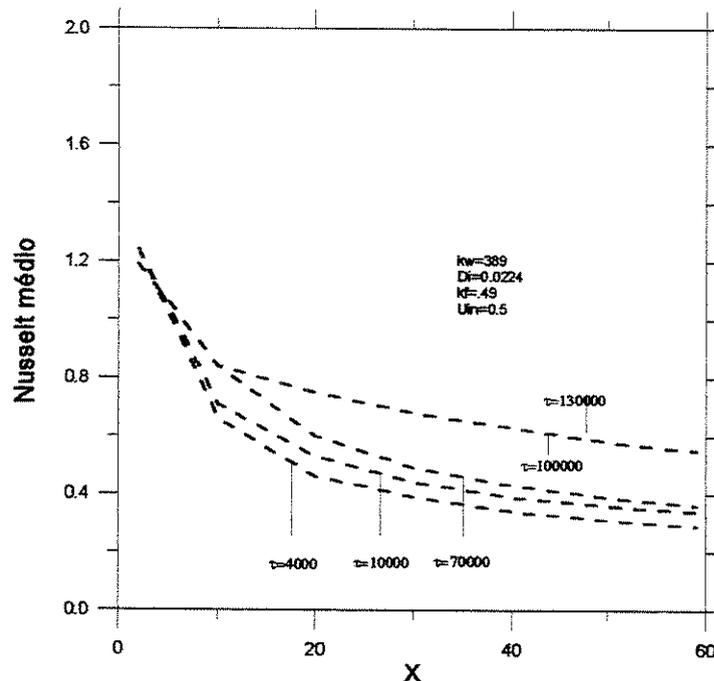


Figura 5.15: Número de Nusselt médio

## 5.4 - Análise de armazenadores térmicos com mudança de fase

Nesta seção serão analisado dois tipos de armazenadores. O primeiro opera numa temperatura de mudança de fase moderada, em torno de  $36,7^{\circ}\text{C}$ . Emprega-se n-Eicosano como material de mudança de fase e água como fluido de trabalho. O segundo armazenador opera numa temperatura baixa de mudança de fase, em torno de  $0^{\circ}\text{C}$ , no qual a água é utilizada como material de mudança de fase e uma mistura de 70% água e 30% etilenoglicol como fluido de trabalho.

### 5.4.1 - Solidificação num armazenador de temperatura moderada

O armazenador térmico com material de mudança de fase, a ser analisado, consiste de água como fluido de transferência de calor e n-Eicosano como material de mudança de fase. A temperatura inicial do sistema foi considerada no limite superior da faixa de temperatura do material de mudança de fase ( $+\varepsilon$ ), e a temperatura da entrada do fluido do trabalho foi considerada inferior a do *pcm*. As propriedades dos materiais e os parâmetros utilizados estão apresentados nas tabelas 5.2 a 5.4.

Tabela 5.2: Propriedades Termofísicas de n-Eicosano.

Fase	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg.K)	$k$ (W/m.K)	$\lambda$ (J/kg)
Sólida	778.0	2010.0	0.15	247300.0
Líquida	856.0	2210.0	0.15	

Tabela 5.3: Propriedades Termofísicas dos Materiais da parede do tubo.

Mat. Do tubo	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg.K)	$k$ (W/m.K)
Cobre	8954.0	384.0	398.0
Aço Inox	8055.0	480.0	15.1
PVC	1380.0	960.0	0.15

**Tabela 5.4:** Propriedades Termofísicas do Fluido de Trabalho, água.

$\rho$ -(kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ -(J/kg.K)	$k$ -(W/m.K)	$\nu$ -(m <sup>2</sup> /s)	Pr-Prandtl
998.2	4225.0	0.57	0.012	7.2

**Tabela 5.5:** Parâmetros Operacionais e Geométricos

Diâmetro interno dos tubos ( <i>m</i> )	0.025
Espessura dos tubos ( <i>m</i> )	0.0015
Diâmetro externo dos tubos ( <i>m</i> )	0.028
Comprimento dos tubos ( <i>m</i> )	1.5
Velocidade do fluido de trabalho ( <i>m/s</i> )	0.25

- Re = 500

Nesta seção serão analisados os parâmetros mais relevantes no comportamento do armazenador térmico com mudança de fase. Também é apresentado um esquema de predição de desempenho térmico de um armazenador do tipo mencionado. Os parâmetros a serem investigados são: o período de tempo, o número de Reynolds e o número de Stefan. A influência destes parâmetros será verificada através da análise do comportamento do sistema em termos da distribuição da temperatura, a posição da frente de solidificação e o calor sensível e latente acumulado ao longo do sistema. O parâmetro fundamental a ser especificado nos armazenadores de mudança de fase é o raio externo de solidificação. A especificação deste, junto com outros parâmetros, será esquematizada usando métodos gráficos construídos através dos resultados obtidos pelos modelos.

Antes de iniciar a análise térmica do armazenador com material de mudança de fase, é necessário estudar o comportamento do perfil de velocidade para diferentes períodos de tempo, números de Reynolds e a variação dele ao longo do tubo. A Fig. 5.16, mostra a distribuição radial da velocidade do fluido de transferência de calor em função do tempo adimensional no meio do tubo,

$X = 30$ . Observa-se que após um tempo adimensional igual à 150 (15s), a distribuição de velocidade atinge o regime permanente e assim as curvas obtidas em tempo adimensional maior do que 150 tornam-se idênticas. Por esta razão, o uso do perfil de velocidade de escoamento inteiramente desenvolvido, no modelo numérico simplificado, forneceu resultados excelentes em relação ao modelo numérico, como ilustrado anteriormente.

A figura 5.17 mostra a distribuição da velocidade em regime permanente para diferentes números de Reynolds, o qual é definido como

$$\text{Re} = \frac{\rho u D}{\mu} \quad 5.10$$

As propriedades físicas do fluido de transferência de calor e o diâmetro do tubo são considerados constantes, e assim, o número de Reynolds seria uma função somente da velocidade ou do diâmetro se a velocidade fosse conhecida.

O aumento do número de Reynolds implica num acréscimo dos efeitos de entrada do tubo e por isso o perfil da velocidade está achatado neste caso. Para um número de Reynolds inferior a 500, os perfis de velocidade estão bastante próximos ao perfil adotado para um escoamento inteiramente desenvolvido.

A figura 5.18 mostra o perfil de velocidade em regime permanente ao longo do tubo. Como esperado o perfil de velocidade tende ao escoamento inteiramente desenvolvido à medida que se desloca ao longo do tubo.

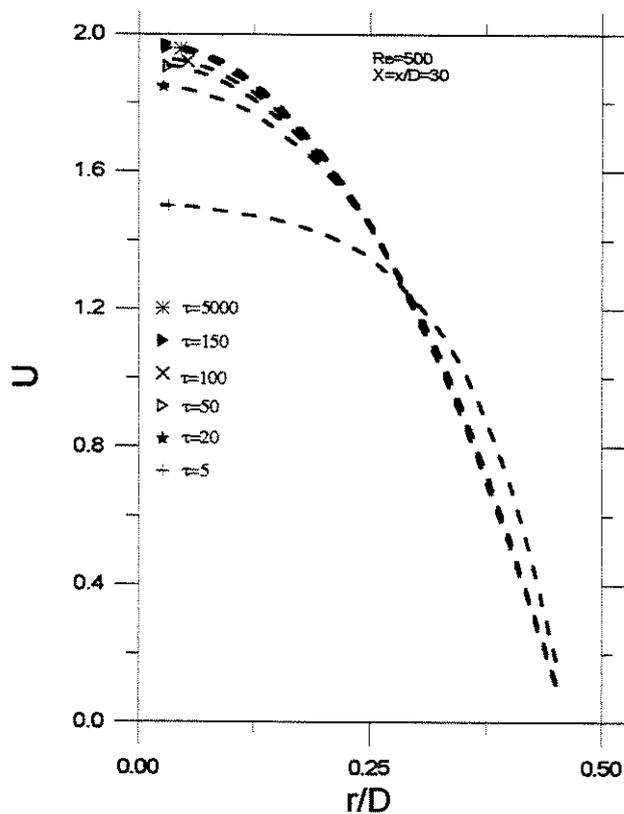


Figura 5.16: Distribuição radial de velocidade na metade do tubo.

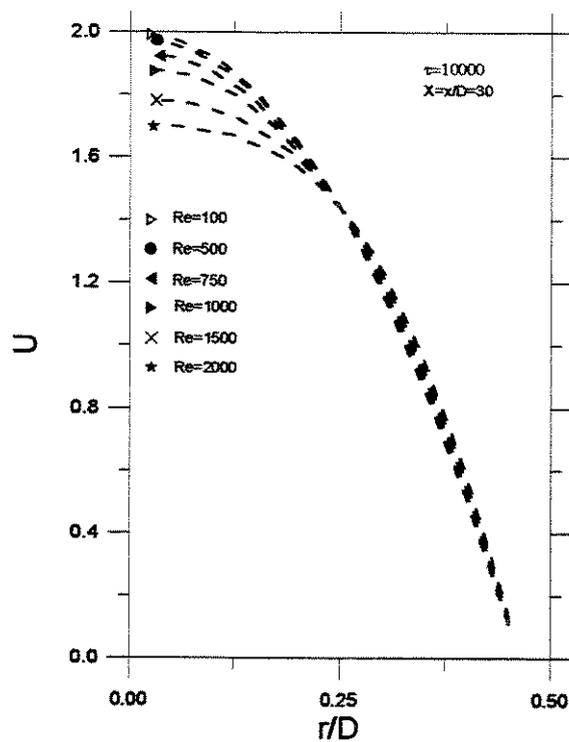


Figura 5.17: Distribuição radial da temperatura na metade do tubo.

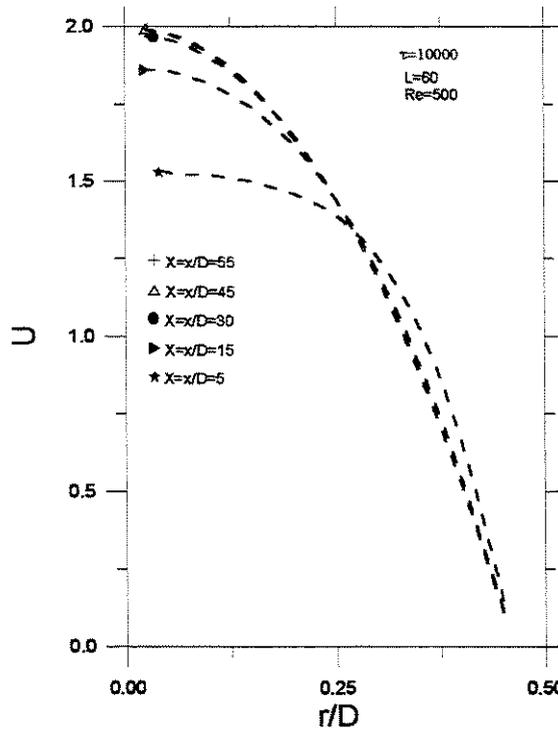


Figura 5.18: Perfil da velocidade radial em diferentes posições axiais do tubo.

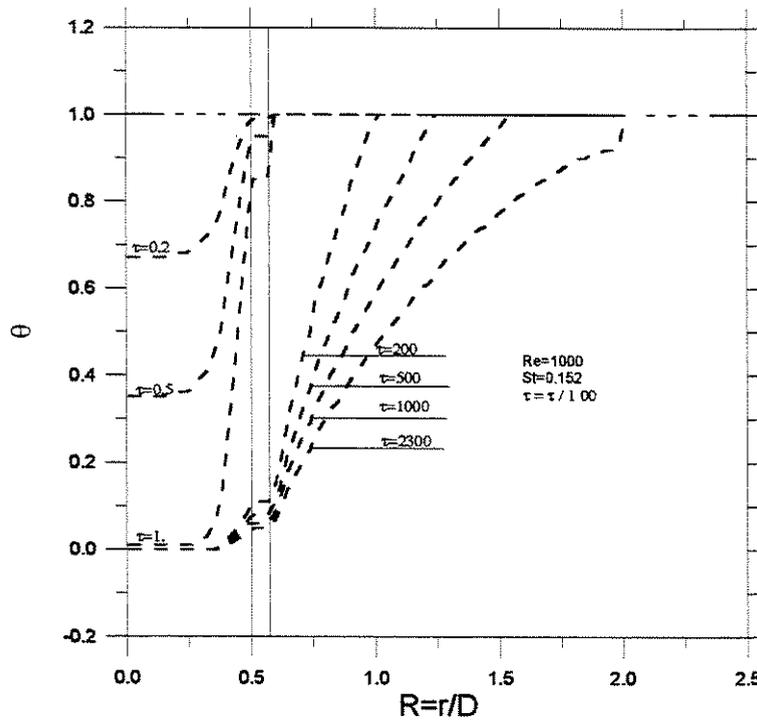
A figura 5.19 apresenta a distribuição radial da temperatura nas três regiões do domínio do problema, especificamente, o fluido do trabalho no interior do tubo, a espessura da parede do tubo e o material de mudança de fase. Como é esperado, a energia armazenada aumenta com o tempo. Assim, elevando o período do tempo de solidificação, as curvas de escoamento movem-se para baixo atingindo a temperatura de entrada do *HTE*, e no lado do material de mudança de fase, movem-se para a direita indicando maior armazenamento de energia. Para um período de tempo igual a *1.6 hr*, o material de mudança de fase está solidificado até a metade do tubo, pois neste ponto, a fronteira está definida pelo cruzamento da curva da temperatura com a reta horizontal,  $\theta = 1$ , atingindo o raio externo de solidificação.

Como citado nos capítulos anteriores, os problemas de fusão e solidificação são não lineares por causa da fronteira móvel, e faz parte da solução

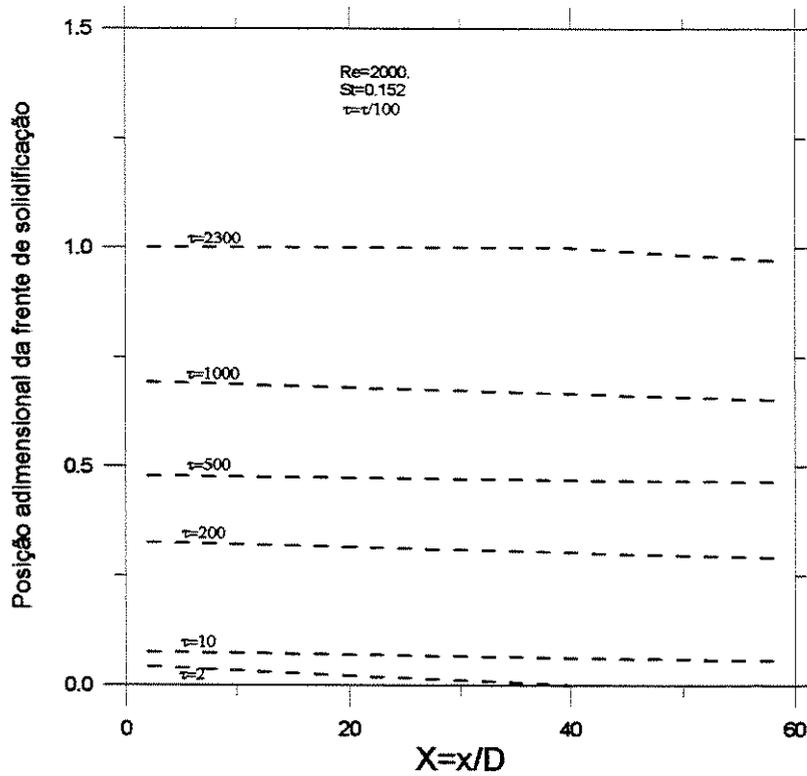
sua localização. A figura 5.20 mostra a posição da frente de solidificação ao longo do sistema, para diferentes períodos de tempo. A posição da frente de solidificação cresce com o tempo até atingir o seu valor máximo de deslocamento, no raio externo de solidificação. Quando o material de mudança de fase estiver inteiramente solidificado, a energia será armazenada como calor sensível até que todo o sistema atinja a temperatura de entrada do fluido de trabalho, e somente neste ponto o sistema atingirá o regime permanente. O material de mudança de fase está totalmente solidificado para  $X < 40$  em um tempo adimensional igual  $2.3 \times 10^4$ , o correspondente a 1.6 h. Entretanto, para tempo adimensional igual a 200, o correspondente a 5 s, a solidificação não tinha iniciado para  $X > 35$ .

A figura 5.21 mostra a distribuição radial da temperatura do sistema, em  $X=30$ , para diferentes números de Reynolds. Os perfis de temperatura movem-se para a direita quando aumentam os valores do número de Reynolds, indicando maior armazenamento de calor. A influência do número de Reynolds diminui quando atinge 1000 e para valores superiores a 1500 sua influência torna-se desprezível.

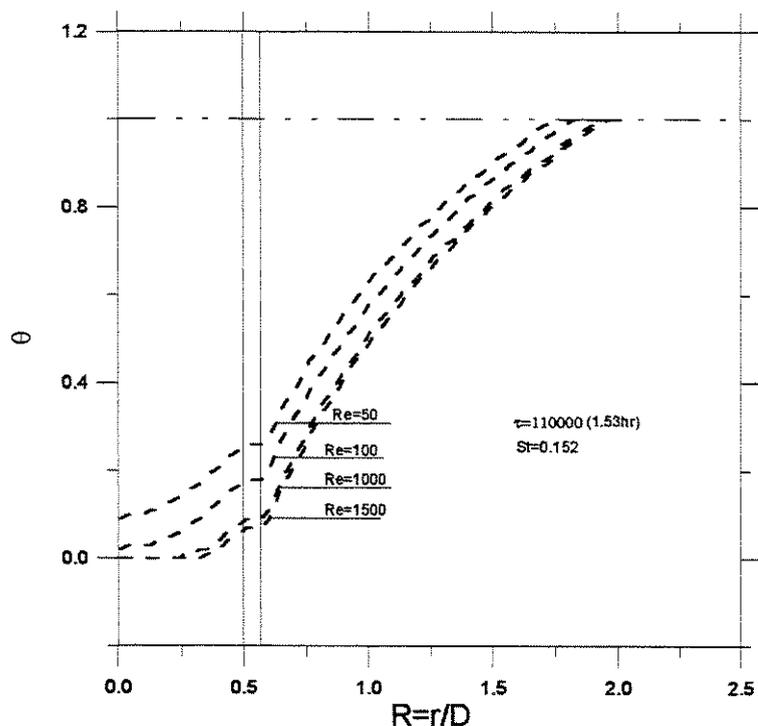
A figura 5.22 mostra a posição adimensional da frente de solidificação ao longo do sistema para diferentes números de Reynolds. Através da figura pode-se observar que o aumento do número de Reynolds causa um deslocamento para cima da frente de solidificação, aproximando do raio externo de simetria. Para números de Reynolds, superiores a 1000, o material de mudança de fase está totalmente solidificado, para valores de  $X < 35$ . A inclinação das curvas de solidificação é mais acentuada para valores menores do número de Reynolds devido, a queda significativa do gradiente de temperatura ao longo do sistema.



**Figura 5.19:** Distribuição radial de temperatura para diferentes períodos de tempo.



**Figura 5.20:** Posição da frente de solidificação para diferentes períodos de tempo.



**Figura 5.21:** Distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes números de Reynolds.

Ilustra-se a seguir o comportamento do sistema em termos da distribuição radial da temperatura e da posição axial da frente de solidificação para diferentes números de Stefan, o qual é definido em termos da diferença entre a temperatura do material de mudança de fase e a temperatura na entrada do fluido de trabalho, o calor específico e o calor latente do *pcm*. As figuras 5.23 e 5.24 mostram o comportamento da distribuição radial de temperatura e a posição da frente de solidificação em função do número de Stefan, respectivamente. Observa-se que, o número de Stefan é um parâmetro significativo no desempenho térmico do sistema.

As figuras 5.25 e 5.26 mostram a influência do material da parede do tubo no comportamento do sistema. A figura 5.25 ilustra a distribuição radial de temperatura na metade do tubo para diferentes espécies de materiais: cobre, aço inoxidável e PVC. As curvas obtidas usando tubos com paredes de cobre e aço

inoxidável têm um comportamento semelhante o que significa que se a avaliação fosse somente em termos do desempenho térmico do sistema, então qualquer material com condutividade térmica entre o aço inoxidável e cobre seria adequado para ser utilizado no armazenador. A mesma conclusão pode ser obtida da Fig. 5.26 que apresenta a posição adimensional da frente de solidificação.

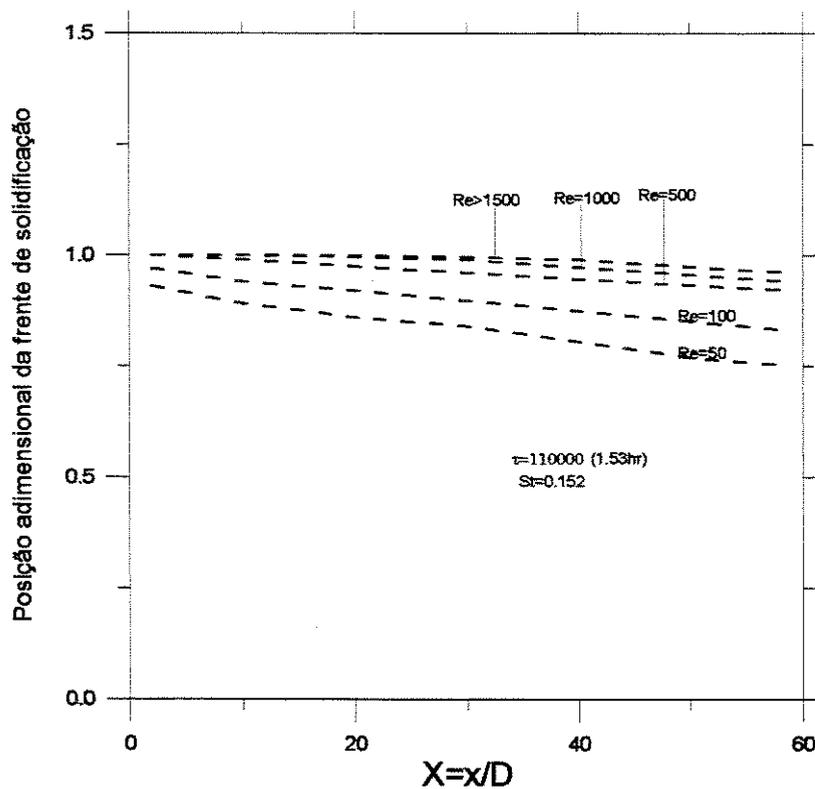


Figura 5.22: Posição da frente de solidificação para diferentes números de Reynolds.

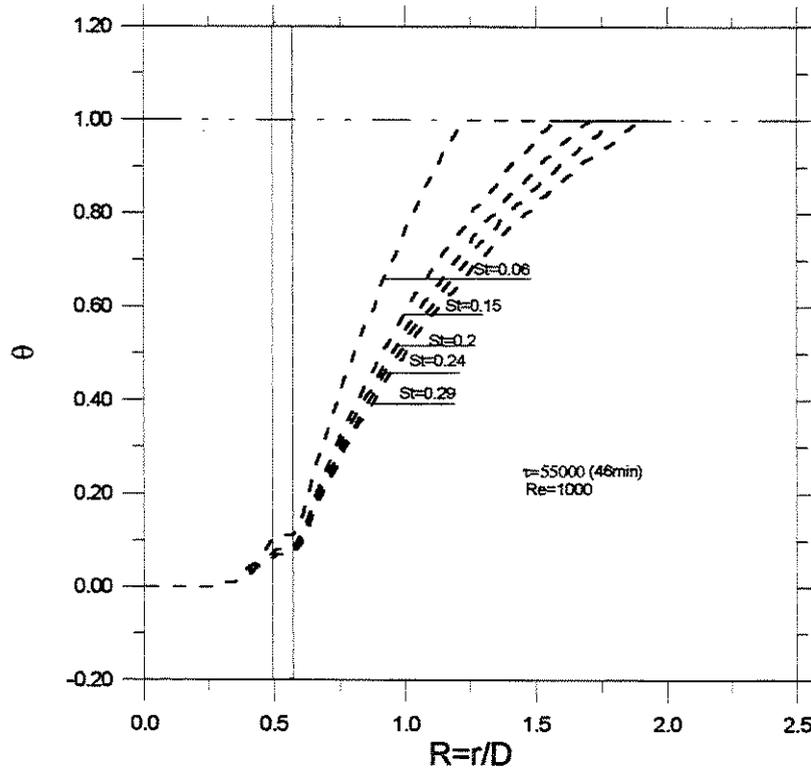


Figura 5.23: Distribuição da temperatura na metade do sistema.

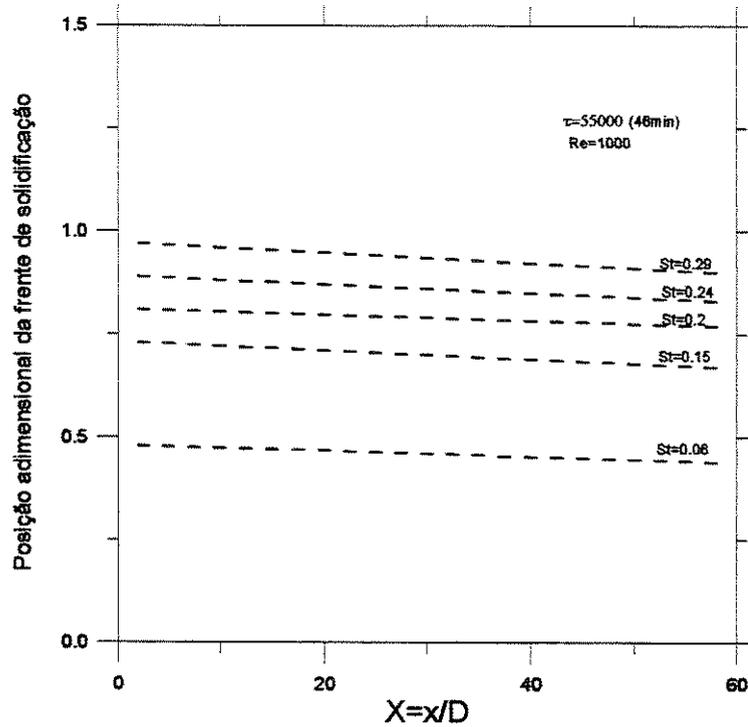


Figura 5.24: Posição da frente da solidificação ao longo do sistema para diferentes números de Stefan.

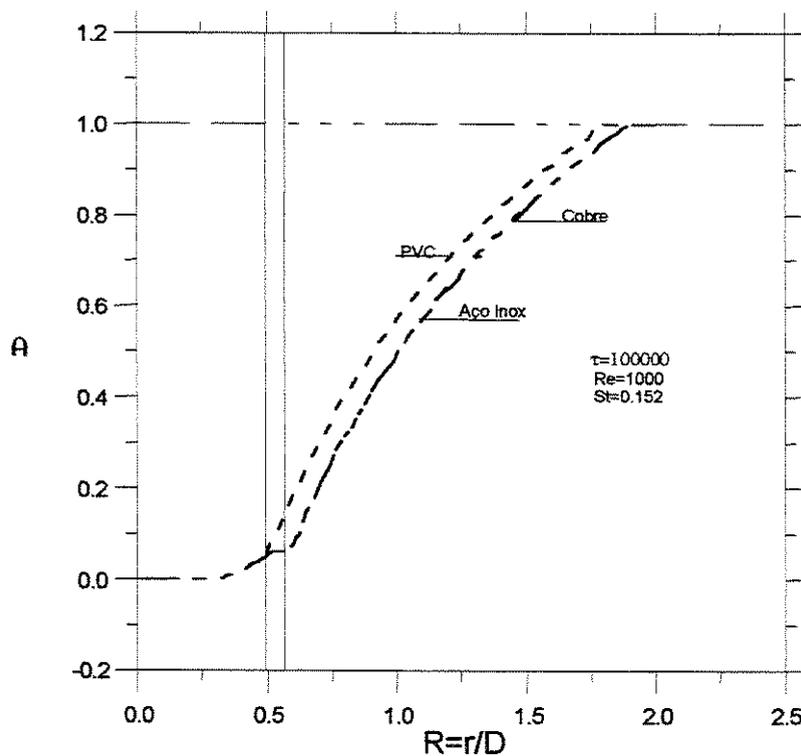


Figura (5.25): Distribuição radial de temperatura para diferentes materiais da parede do tubo.

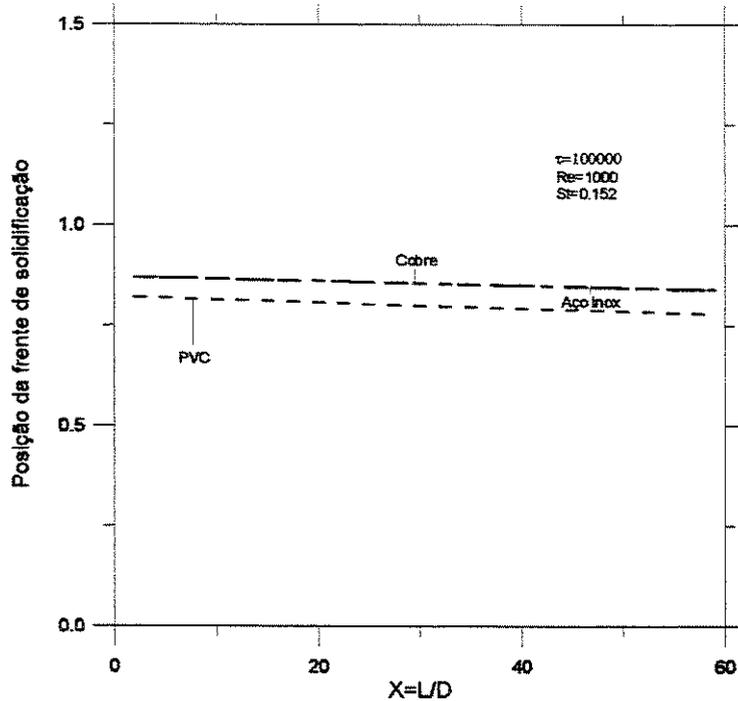


Figura (5.26): Efeito do material da parede do tubo na posição de frente de solidificação.

Anteriormente, foram investigados os parâmetros em termos da posição de frente de solidificação e da distribuição radial de temperatura. A seguir, estes parâmetros serão analisados em termos de energia armazenada como calor sensível e latente. O calor sensível armazenado no sistema ao longo do tubo é calculado pela equação:

$$Q_s = 2\pi D^3 c_p \rho_s (T_m - T_w) \int_{R_w}^{R_o} \int_0^{L/D} (\theta - \theta_i) R dR dX \quad 5.11$$

O calor latente armazenado no sistema ao longo do seu comprimento é calculado pela equação:

$$Q_l = \pi D^3 \rho_p \lambda \int_0^{L/D} (R_{mt}^2 - R_w^2) dX \quad 5.12$$

A figura 5.27 mostra os resultados numéricos obtidos do armazenamento térmico em forma de calor sensível e latente acumulado. Observa-se que o calor latente é muito superior ao calor sensível armazenado ao longo do sistema.

A figura 5.28 mostra o calor sensível acumulado ao longo, do comprimento do tubo para diferentes períodos de tempo. O valor máximo de armazenamento do calor sensível é encontrado quando a temperatura do todo sistema atingir a temperatura da entrada do fluido de transferência de calor. A figura 5.29 mostra o calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes períodos de tempo. Todo material de mudança de fase estaria solidificado quando a curva atingir a linha de solidificação completa, no qual o calor latente máximo é armazenado.

As figuras 5.30 e 5.31 apresentam o calor latente e o calor sensível acumulados no sistema, respectivamente, para diferentes números de Reynolds. Ambas figuras mostram que o aumento do número de Reynolds proporciona

maior troca térmica. Também mostra uma taxa de acúmulo mais elevada de calor no início do tubo devido ao decréscimo do gradiente da temperatura entre o fluido de transferência de calor e o material de mudança de fase ao longo do sistema.

Conclusões análogas podem ser feitas sobre a influência do número de Stefan no desempenho térmico do sistema de armazenamento com mudança de fase. As figuras 5.32 e 5.33 mostram que o aumento do número de Stefan implica num acréscimo do calor sensível e latente acumulados ao longo do tubo.

O desempenho térmico do armazenador com diferentes materiais de parede está ilustrado pelas figuras 5.34 e 5.35. Observa-se que o comportamento do sistema utilizando aço como material da parede do tubo é idêntico ao do cobre, desta forma, qualquer material com uma condutividade térmica entre cobre e aço pode ser uma escolha adequada.

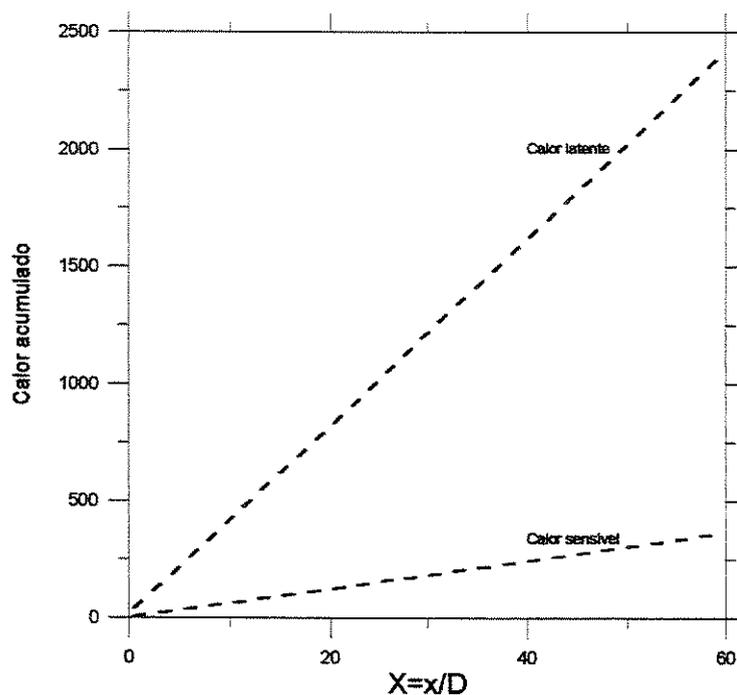


Figura 5.27: Ordem de grandeza de calor sensível e latente armazenado.

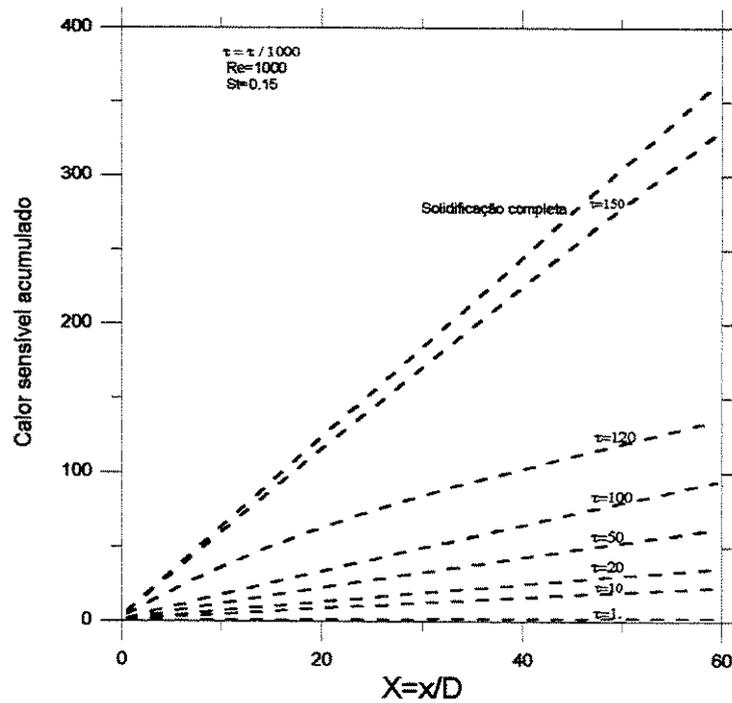


Figura 5.28: Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes períodos de tempo.

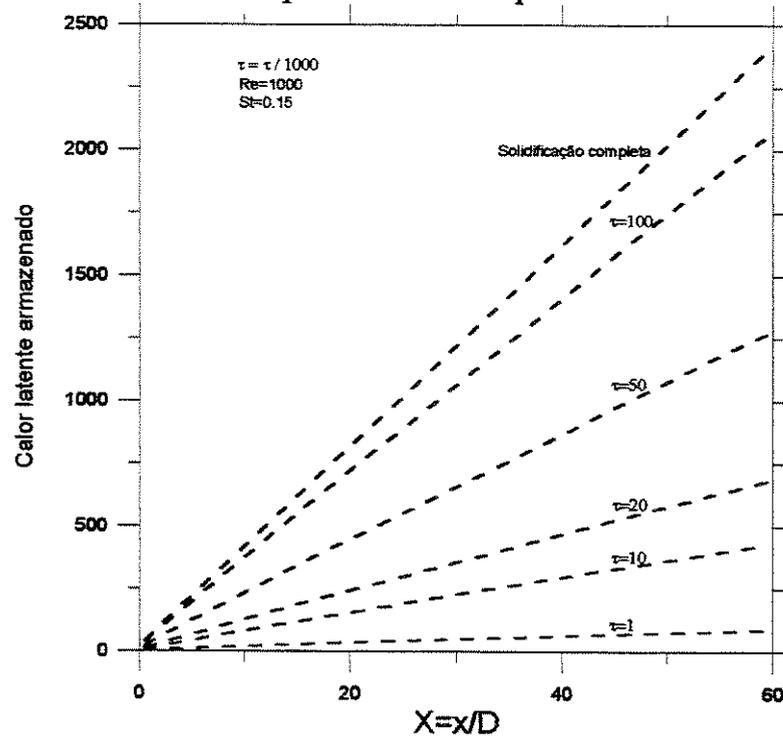


Figura 5.29: Calor latente armazenado ao longo do sistema para diferentes períodos de tempo.

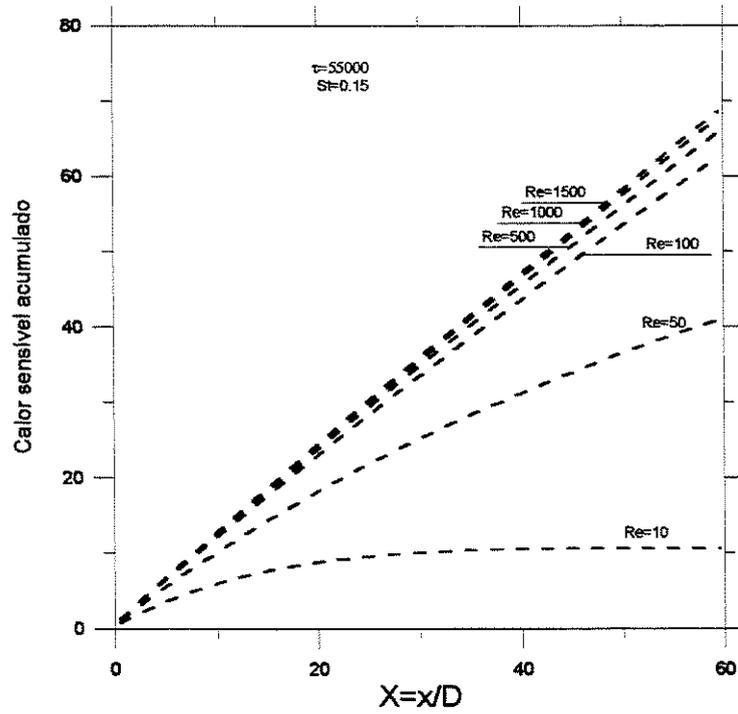


Figura 5.30: Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Reynolds.

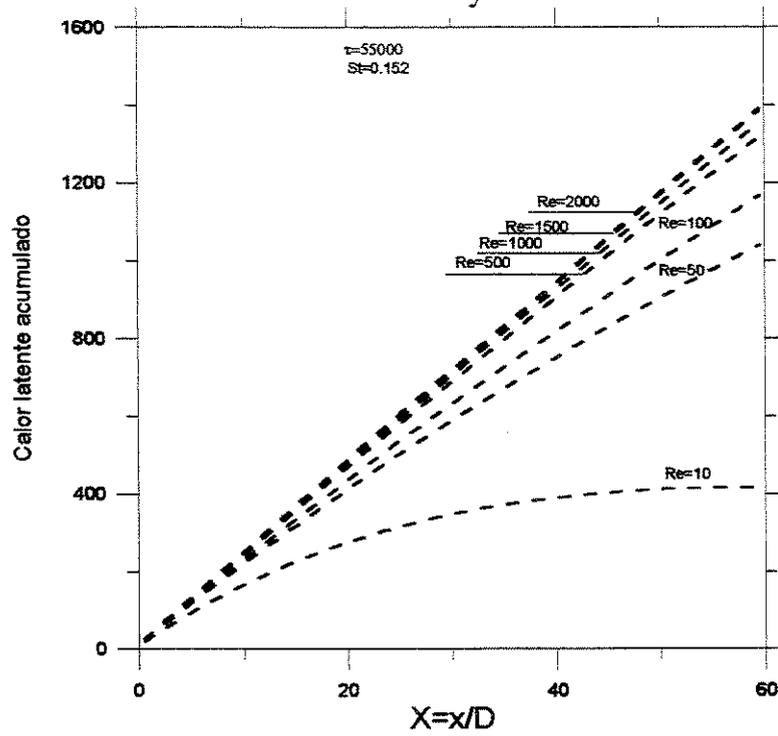


Figura 5.31: Calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Reynolds.

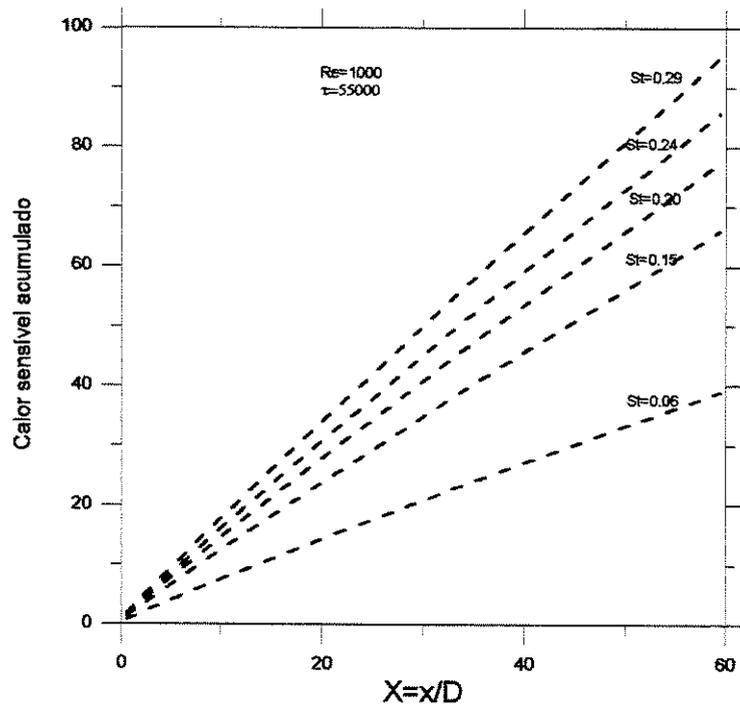


Figura 5.32: Calor sensível acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Stefan.

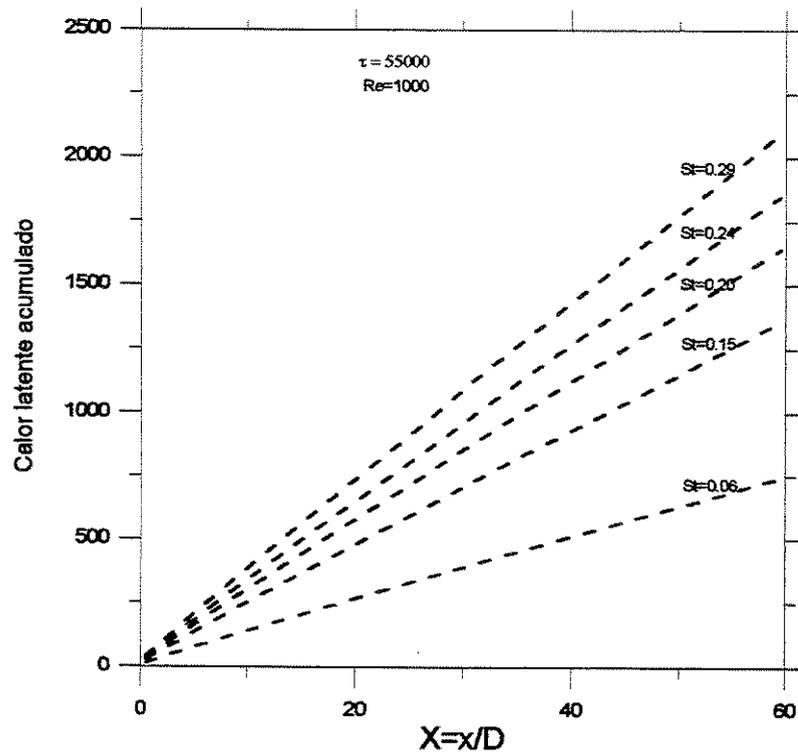


Figura 5.33: Calor latente acumulado ao longo do sistema para diferentes números de Stefan.

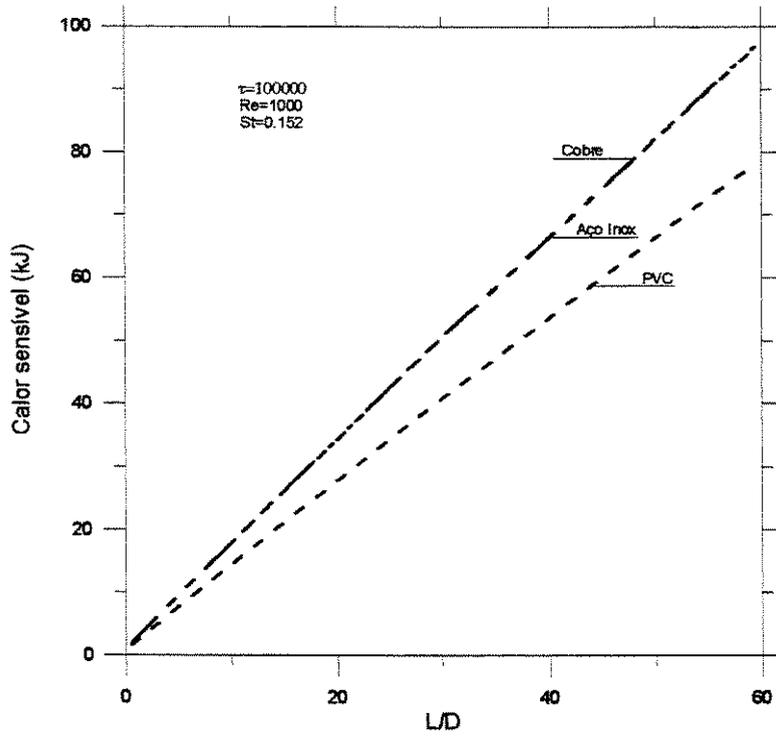


Figura (5.34): Efeito do material da parede do tubo no armazenamento de calor sensível.

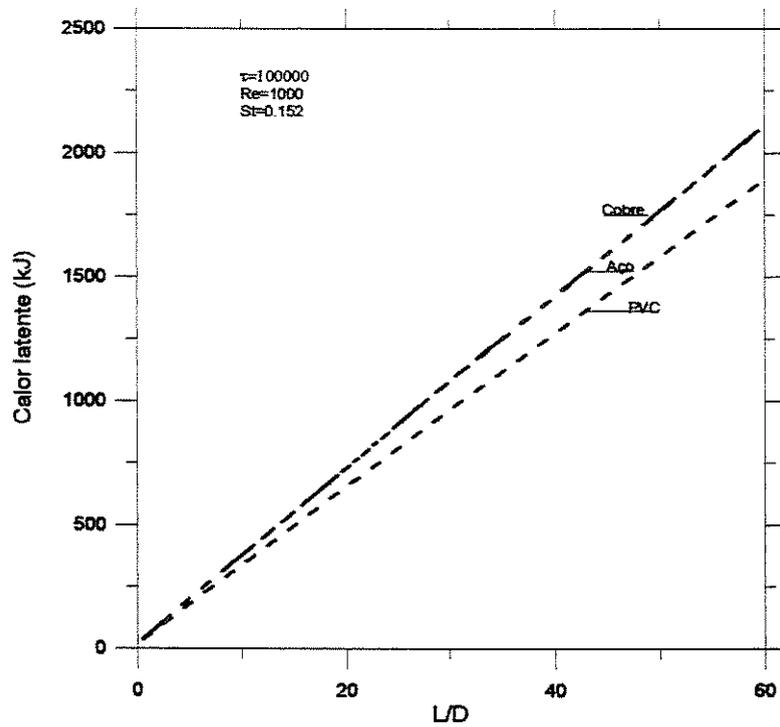


Figura (5.35): Efeito do material da parede do tubo no armazenamento de calor latente.

#### **5.4.2. Predição do desempenho térmico de um armazenador térmico com mudança de fase**

A maioria dos sistemas de armazenamento térmico com material de mudança de fase de casco e tubos consiste de mais de um único tubo. A predição do desempenho térmico de um armazenador com mudança de fase pode ser conduzido da seguinte maneira:

1. Dados fornecidos pelo projeto;
  - Calor máximo armazenado;
  - Ciclo de armazenamento;
  - Material de mudança de fase.
2. Material das paredes dos tubos;
3. Estimar o número de Stefan;
4. Estimar o número de Reynolds;
5. Estimar o raio externo de solidificação;
6. Estimar o comprimento do sistema;
7. Estimar o calor máximo armazenado por um tubo;
8. Estimar o número de tubos necessário para o projeto.

O material de mudança de fase é especificado pela exigência do projeto de determinar a temperatura de mudança de fase dependendo da aplicação desejada, e assim pode-se determinar o material a ser utilizado.

A seleção do material a ser empregado nas paredes dos tubos do armazenador térmico é um parâmetro muito importante, devido a sua influência no desempenho térmico e no custo do equipamento. Deve ser analisado na sua seleção os seguintes aspectos: o material deve ser inerte (não reagir com o fluido

do trabalho e o material de mudança de fase), baixo custo, fácil manutenção e condutividade térmica elevada.

Com auxílio das figuras 5.33 a 5.40, pode-se esquematizar um procedimento para prever o desempenho térmico de um armazenador com mudança de fase.

Levando em consideração que as propriedades térmicas do material de mudança de fase são constantes, pode-se calcular a temperatura de entrada do fluido de trabalho usando o número de Stefan. A figura 5.36 apresenta o tempo de solidificação completa para diferentes números de Stefan. Os números de Stefan mostrados nesta figura variam somente com a temperatura de entrada do fluido de transferência de calor, pois, as propriedades do *HTF* são consideradas constantes. Os números de Stefan 0.06, 0.15, 0.20, 0.24 e 0.29 correspondem as temperaturas de entrada 30, 20, 15, 10 e 5°C, respectivamente. Observa-se que a escolha adequada do número de Stefan (o que permite a estimativa da temperatura de entrada de água) seria em torno de 0.15, sendo este valor corresponde a temperatura ambiente. Valores de temperatura de entrada de água (fluido de trabalho) diferentes do que a temperatura ambiente implicará num custo maior. Observa-se, através da figura que para valores dos números de Stefan superiores a 0,15 (correspondendo uma temperatura de entrada do fluido de trabalho igual a 20°C), o raio externo de solidificação é pouco sensível a variação nesta faixa do número de Stefan. O raio externo de solidificação é utilizado junto com o comprimento como parâmetros indicadores da energia total armazenada, sendo seu aumento proporcional à quantidade de energia armazenada.

O número de Reynolds pode ser obtido por um método gráfico. Levando em consideração que as propriedades do fluido de trabalho são constantes, o número de Reynolds fica dependente das variáveis: diâmetro do tubo e velocidade do fluido do trabalho. Estas variáveis podem assumir uma gama de

valores para um determinado número de Reynolds, entretanto a especificação destas variáveis ficam condicionadas a recursos disponíveis e análise econômica.

A figura 5.37 apresenta o tempo necessário de solidificação completa em função do raio externo para diferentes números de Reynolds. Pode ser observado que para o tempo igual a 10 horas o aumento do número de Reynolds é proporcional ao raio externo de solidificação, entretanto, para números de Reynolds superiores a 500 a variação do raio externo pode ser considerada como desprezível, sendo assim optou-se em trabalhar com o valor de número de Reynolds igual a 500.

Através das análises anteriores a razão do raio externo de solidificação e o diâmetro do tubo fixa-se em torno de 2.75. Conhecendo este valor, pode-se estimar o calor total armazenado por um tubo, para um comprimento conhecido ( $L/D=60$ ).

A figura 5.38 apresenta o calor sensível, latente e total armazenado em função do raio externo de solidificação, como pode ser observado nesta figura, que para  $R_o = 2.75$ , um tubo armazenaria o valor indicado no ponto A.

A figura 5.39 apresenta o tempo de solidificação em função do comprimento adimensional do tubo, observa-se que a variação do tempo é pouco sensível ao comprimento.

Caso seja necessário um comprimento diferente do utilizado na análise ( $L/D=60$ ) pode-se utilizar a Fig. 5.40 para obter este parâmetro.

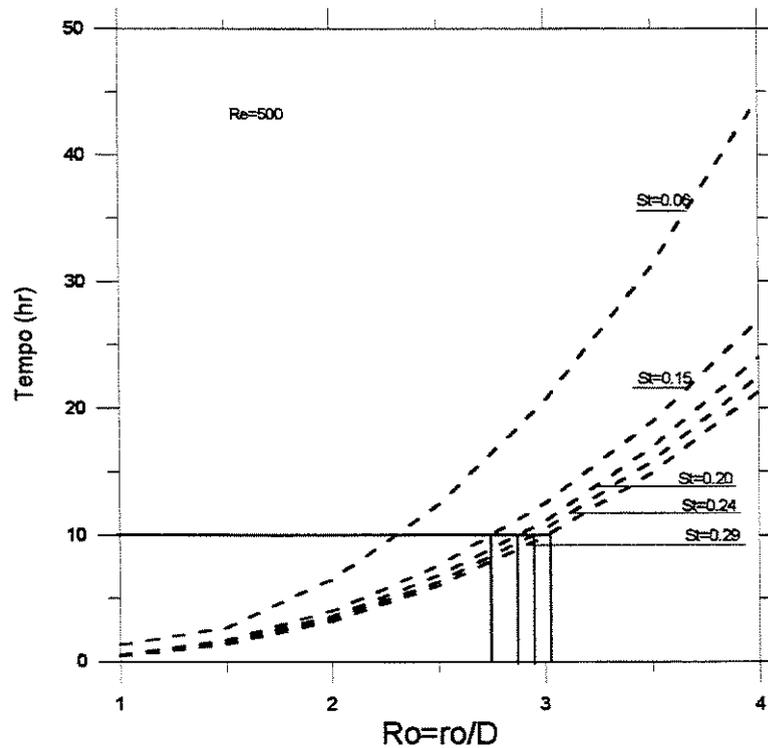


Figura 5.36: Tempo de solidificação completa em função do raio externo de simetria para diferentes números de Stefan

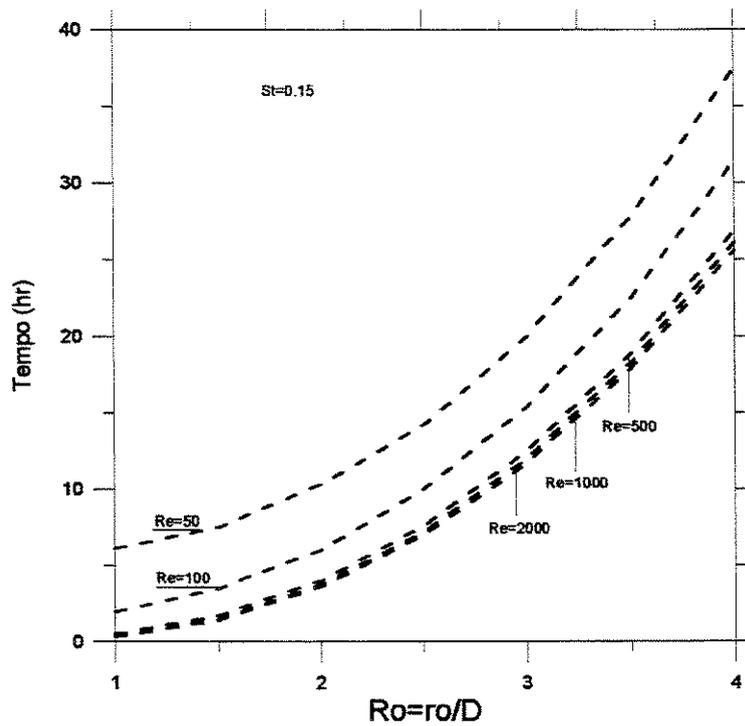


Figura 5.37: Tempo de solidificação completa em função do raio externo de simetria para diferentes números de Reynolds.

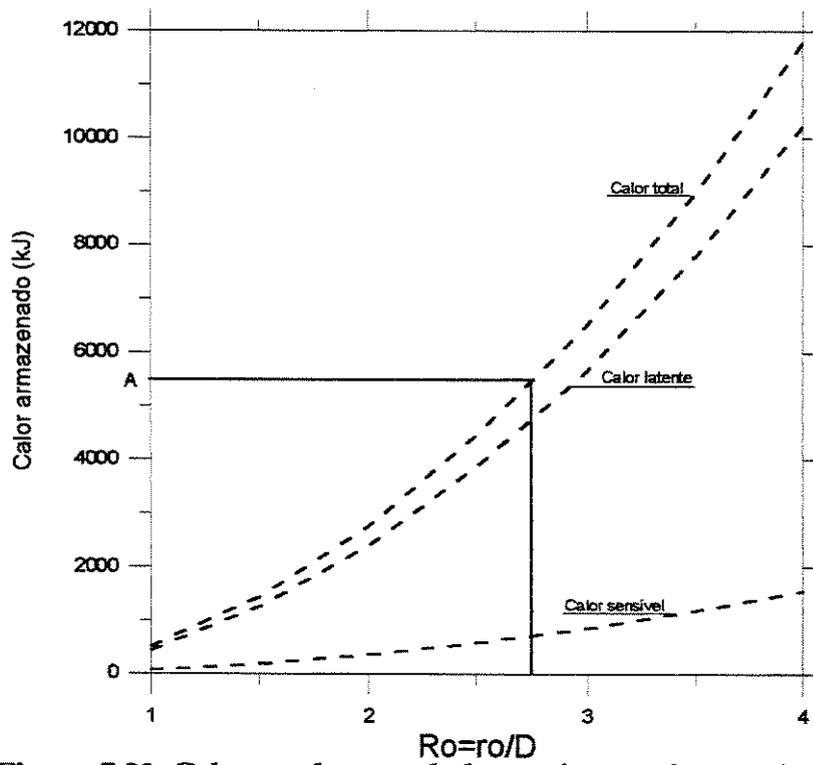


Figura 5.38: Calor total acumulado em função do raio de simetria.

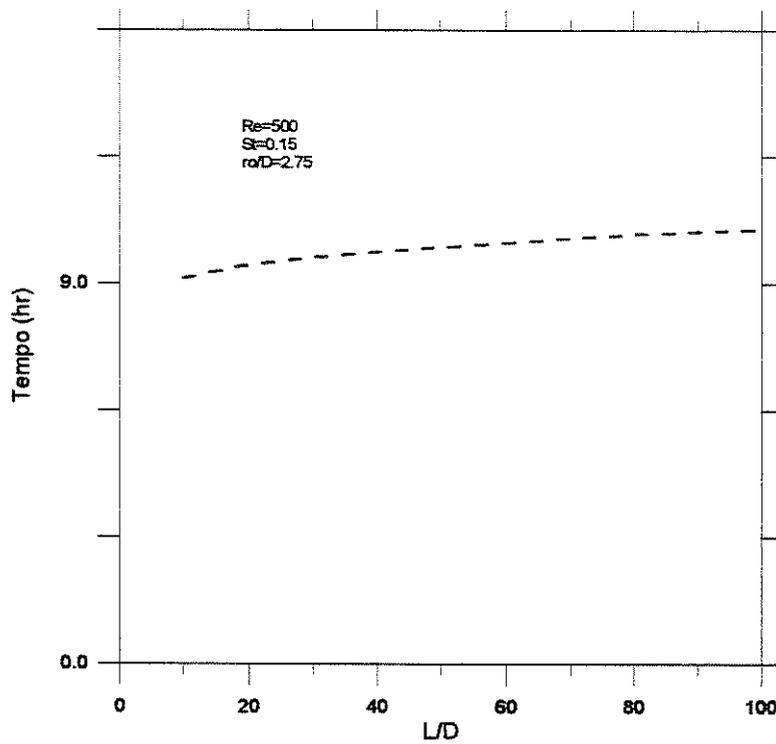


Figura (5.39): Tempo de solidificação completa em função do comprimento do tubo.

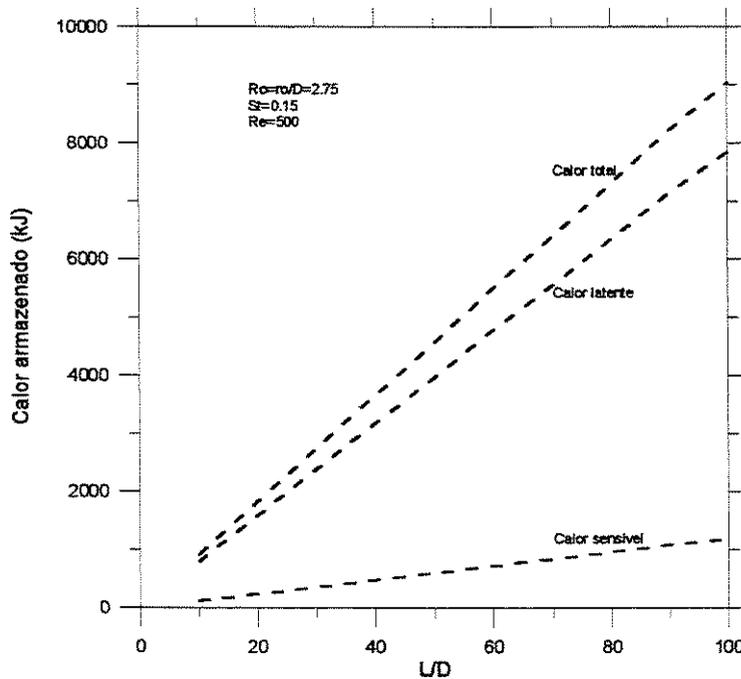


Figura (5.40): Calor armazenado em função do comprimentos do tubo.

### 5.4.3- Solidificação num armazenador de temperatura baixa

Um dos objetivo deste trabalho é utilizar os resultados numéricos para analisar um armazenador de mudança de fase de baixa temperatura. Neste caso, a água será usada como material de mudança de fase ou material de armazenamento de calor. Este tipo de armazenador é geralmente chamado de banco de gelo e é utilizado especialmente em condicionamento ambiental. O fluido de transferência de calor consiste de uma mistura de 70% água e 30% etilenoglicol. Segundo Ismail 1998, este tipo de material é o mais utilizado nos bancos de gelo.

Nesta seção, o modelo numérico simplificado será utilizado. Este modelo foi convalidado anteriormente usando o modelo numérico e tem a vantagem de ser mais simples de implementar. O modelo numérico simplificado consiste na utilização do modelo da velocidade para escoamento inteiramente desenvolvido. Desta forma não é necessário resolver as equações de quantidade de movimento

do fluido de trabalho. Este perfil de velocidade previamente conhecido, será utilizado para resolver a equação da energia do fluido de transferência de calor, que por sua vez é acoplada com as equações da energia da parede do tubo e do material de mudança de fase.

Nesta análise os valores típicos de sistemas de armazenamento térmico de bancos de gelo, são:

Raio externo do tubo,  $r_w = 0.5'' = 0.0127 \text{ m}$ .  
 Diâmetro interno do tubo,  $D = 2.24 \text{ cm} = 0.0224 \text{ m}$   
 Espessura do tubo,  $\delta r = 1.5 \text{ mm} = 0.00155 \text{ m}$   
 Comprimento do tubo =  $1.5 \text{ m}$ .

O raio de simetria, que depende do tempo de solidificação completa, será especificado posteriormente, pois é um dos parâmetros fundamentais no dimensionamento de armazenadores térmicos com mudança de fase. Sua importância se deve ao fato de ser uma condição essencial para o cálculo do número de tubos necessário para armazenar o calor desejado no projeto.

Para efetuar a análise, é necessário especificar os parâmetros térmicos e o material da parede do tubo. Um dos parâmetros térmicos é o número de Stefan que é uma função da diferença entre as temperaturas de mudança de fase e a temperatura da entrada do fluido do trabalho. A temperatura do fluido de trabalho desta mistura com 70% água e 30% de etilenoglicol pode atingir até  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ . O material do tubo será escolhido entre cobre, aço inoxidável e plástico. As propriedades termofísicas estão mostradas nas tabelas 5.6 a 5.8.

**Tabela 5.6: Propriedades Termofísicas da Água a  $0^\circ\text{C}$ .**

Fase	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg K)	$k$ (W/m K)	$\lambda$ (J/kg)
Sólida	920.0	4217.0	2.31	333000.0
Líquida	1000.0	4225.0	0.57	

**Tabela 5.7:** Propriedades Termofísicas de Materiais da parede do tubo.

Mat. Do tubo	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg.K)	$k$ (W/m.K)
Cobre	8954.0	384.0	398.0
Aço Inox	8055.0	480.0	15.1
PVC	1380.0	960.0	0.15

**Tabela 5.8:** Propriedades Termofísicas do Fluido de Trabalho a -10°C.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg.K)	$k$ (W/m.K)	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	Pr-Prandtl
1046.	3640.0	0.49	$5.736 \times 10^{-6}$	44.57

O número de Reynolds para o escoamento do fluido é especificado pela equação,

$$Re = \frac{U_m D}{\nu_f} = 2180.0$$

considerando uma velocidade média  $U_m = 0.5$  m/s.

A análise será realizada para um escoamento laminar por ser o mais comum nos sistemas de armazenamento térmico. O sistema será resolvido como um único domínio, cujo o perfil de velocidade será utilizado para resolver a equação da energia do fluido de trabalho, que por sua vez é acoplada com as equações de energia da parede do tubo e do material de mudança de fase. A temperatura do material de mudança de fase foi assumida como o limite superior da faixa da temperatura de solidificação do material que é igual a  $\varepsilon$  °C. A temperatura da entrada do fluido de trabalho será especificada de acordo com o número de Stefan em cada caso, assumirá os seguintes valores de -5°C, -10°C, -15°C e -20°C.

A figura 5.41 mostra a distribuição da temperatura na direção radial para diferentes períodos de tempo, sendo que estes perfis estão na metade do tubo, a temperatura de mudança de fase está indicada pela linha  $\theta=1$ . A interseção do perfil de temperatura com esta linha indica a posição da frente de solidificação nesta seção do tubo. Está ilustrado na figura através de linhas verticais as três regiões de análise: diâmetro interno do tubo, a espessura da parede e a espessura do material de mudança de fase. Como esperado, o armazenamento térmico do sistema é proporcional ao tempo de solidificação.

A figura 5.42 mostra a posição da frente de solidificação para diferentes períodos de tempo. Quando o tempo adimensional atingir 80000 a frente de solidificação atinge o raio de simetria para  $X \leq 30$ .

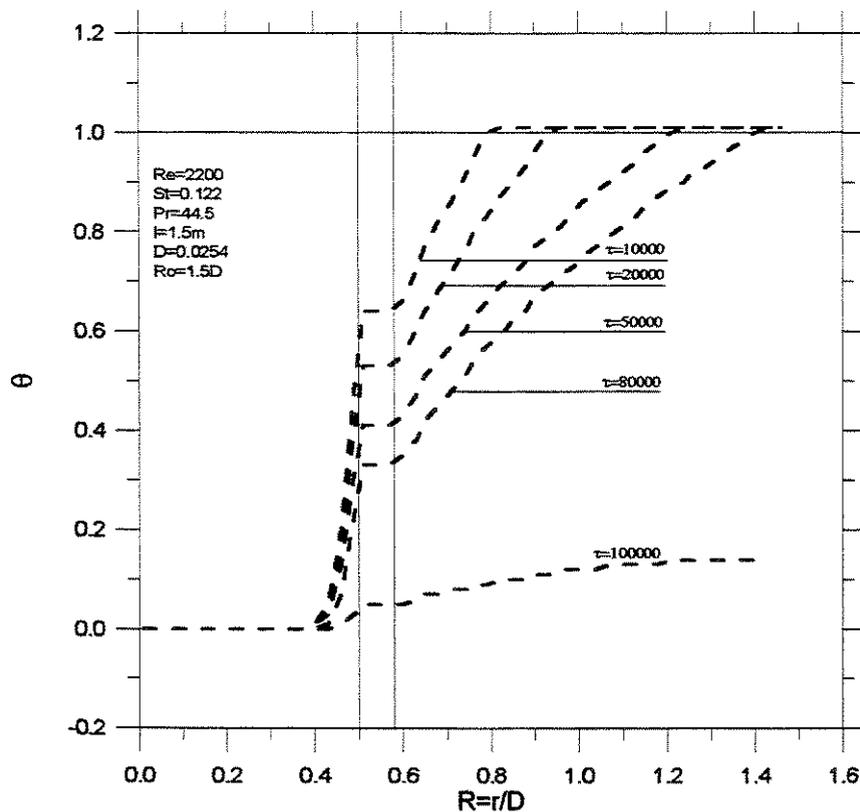


Figura 5.41: Distribuição de temperatura para diferentes períodos de tempo.

As figuras 5.43 e 5.44 mostram a influência do número de Reynolds no armazenamento térmico de baixa temperatura. A figura 5.43 apresenta a distribuição radial de temperatura para diferentes números de Reynolds, na metade do tubo, onde:  $X=30$ . Pode ser observado que o número de Reynolds tem efeito significativo no comportamento do sistema. O aumento do número de Reynolds provoca um acréscimo da quantidade de calor armazenado. Este fenômeno é melhor ilustrado pela Fig. 5.44 que mostra a posição da frente de solidificação ao longo do sistema. Quando o número de Reynolds é igual 2200 a frente de solidificação atinge o raio externo de simetria para  $X < 20$ . Pode-se observar nesta figura que na entrada do tubo a frente de solidificação atingiu o raio externo de simetria para todos os números de Reynolds. Entretanto, para valores inferiores de números de Reynolds, a troca térmica diminui significativamente ao longo do sistema. Isto se deve ao decréscimo do gradiente de temperatura ao longo do tubo.

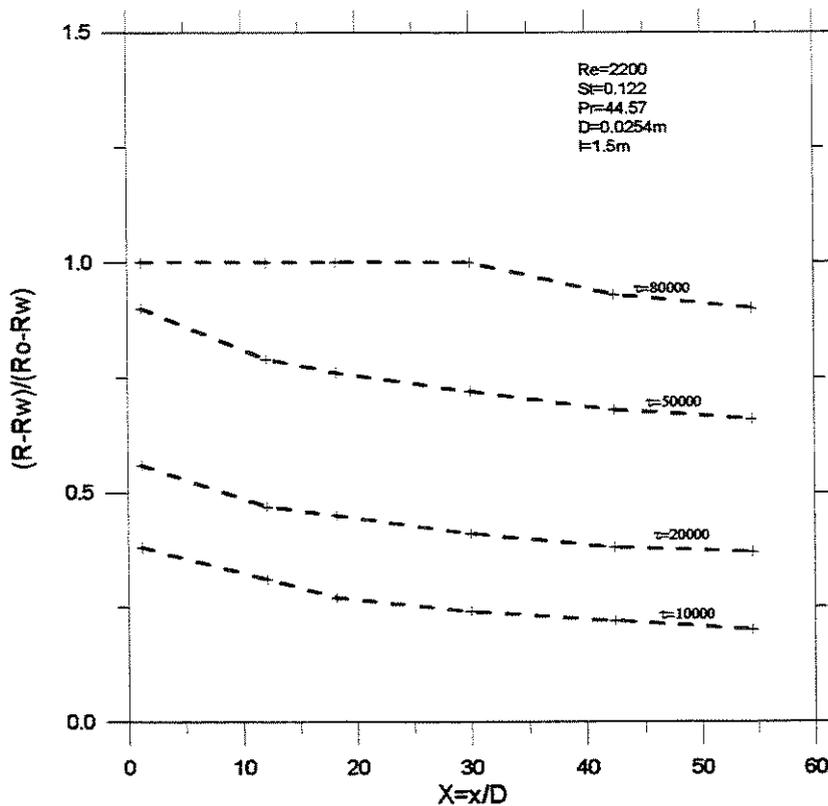


Figura 5.42: Posição da frente de solid. para diferentes períodos de tempo.

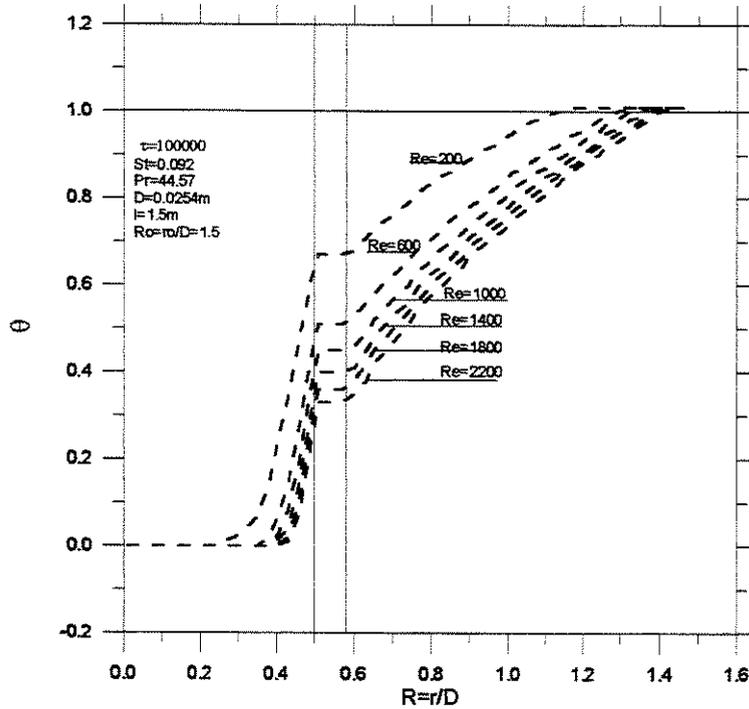


Figura 5.43: Distribuição radial de temperatura para diferentes números de Reynolds.

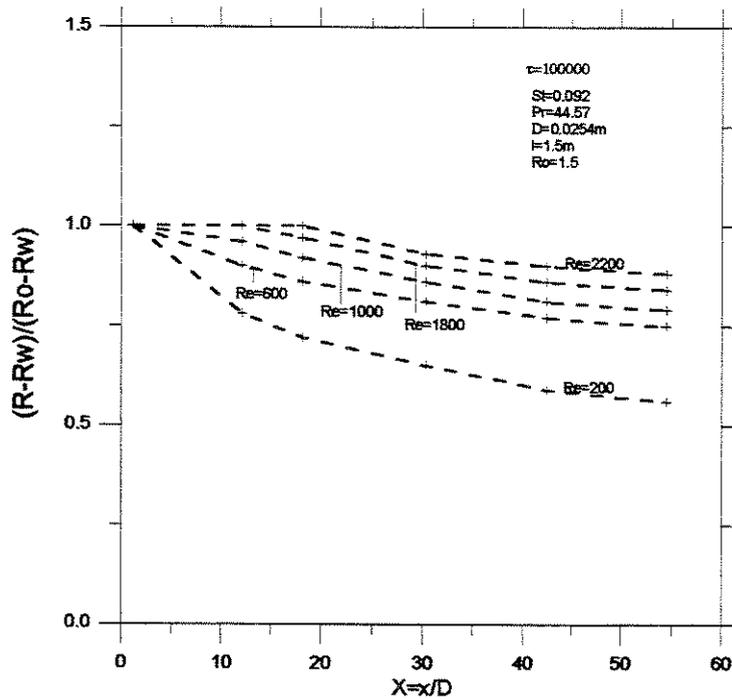


Figura 5.44: Posição da frente de solidificação para diferentes números de Reynolds.

Para analisar a influência da temperatura de entrada do fluido de trabalho foi necessário construir as figuras 5.45 e 5.46 que mostram o comportamento do sistema para diferentes números de Stefan, definido pela expressão:

$$St = \frac{c_l(T_{in} - T_m)}{\lambda} \quad 5.13$$

Devido à consideração de que as propriedades físicas do material de mudança de fase são constantes, o número de Stefan está caracterizado pela diferença entre a temperatura de mudança de fase do pcm e a temperatura da entrada do fluido de transferência de calor. Pode ser observado destas figuras que a troca térmica entre o fluido de trabalho e o material de mudança de fase aumenta com o número de Stefan.

Os efeitos do material da parede do tubo são apresentados nas figuras 5.47 e 5.48. A figura 5.47 mostra a distribuição radial de temperatura dos seguintes materiais: PVC com condutividade térmica,  $k$ , igual a 0.15 W/m.K; aço com condutividade térmica igual a 15.1 W/mK; e, cobre com condutividade térmica igual a 398 W/mK. Observa-se que o PVC possui a menor condutividade térmica e também o menor desempenho térmico com relação aos outros dois materiais. Entretanto, o desempenho do sistema com uma parede de aço é muito similar ao de cobre. O comportamento do sistema com os três tipos de material pode ser melhor observado na Fig. 5.48. Esta figura mostra a posição da frente de solidificação ao longo do tubo.

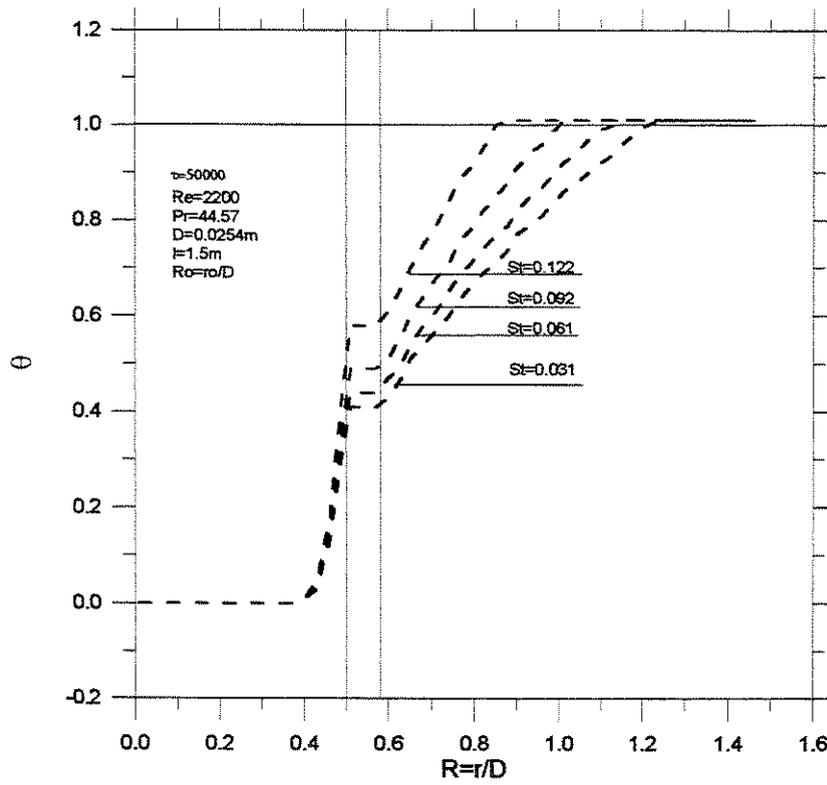


Figura 5.45: Distribuição de temperatura para diferentes números de Stefan.

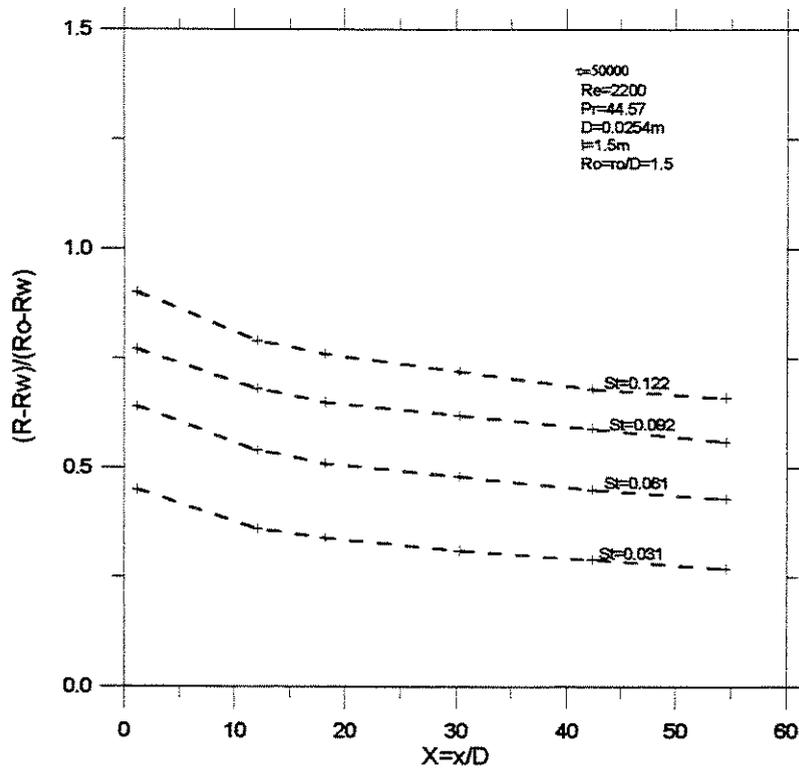


Figura 5.46: Posição da frente de solidificação para diferentes números de Stefan.

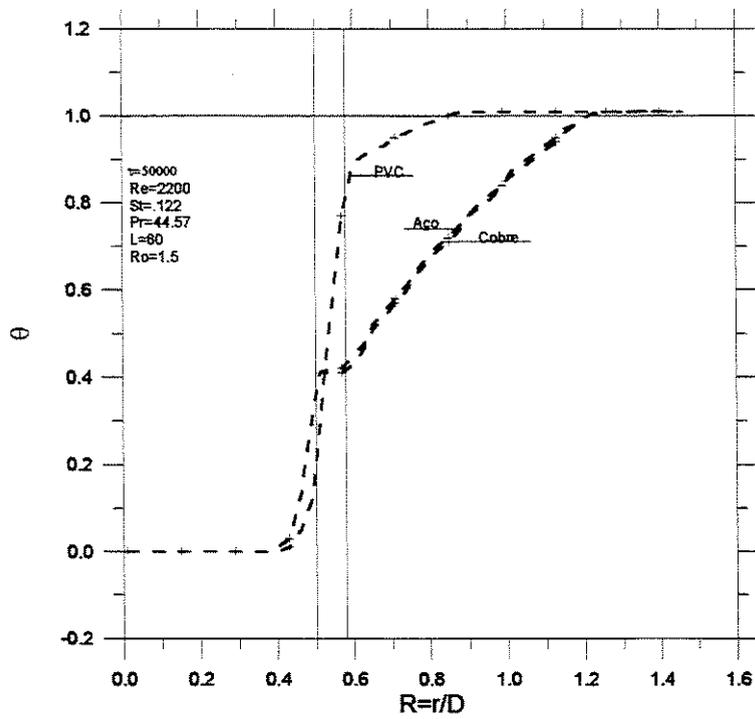


Figura 5.47: Efeito do material da parede do tubo na distribuição da temperatura.

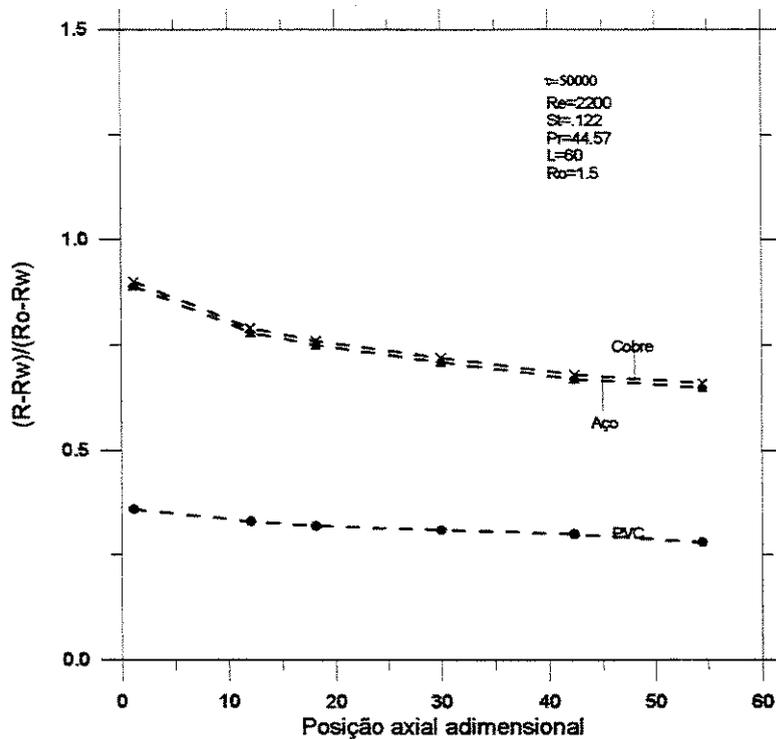


Figura 5.48: Efeito do material da parede do tubo na posição da frente de solidificação.

Nas figuras apresentadas a seguir será mostrada a influência dos vários parâmetros no armazenamento de energia em formas de calor sensível e calor latente acumulados ao longo do tubo. Este tipo de análise permite identificar os parâmetros mais significativos no projeto. Os parâmetros utilizados são mostrados nas figuras onde:  $L/D$  é o comprimento adimensional do sistema,  $R_o$  é o raio externo de solidificação,  $r_o/D$ , e  $St$  é o número de Stefan.

As figuras 5.49 e 5.50 apresentam a energia armazenada acumulada ao longo do sistema em formas de calor sensível e calor latente, respectivamente. Observa-se nesta figura que a energia armazenada aumenta com o tempo de armazenamento.

As figuras 5.51 e 5.52 mostram o comportamento do armazenador para diferentes números de Reynolds. Estas figuras mostram que o número de Reynolds tem uma influência significativa no desempenho do sistema. Entretanto, esta influência é reduzida para números de Reynolds superiores a 1400.

As figuras 5.53 e 5.54 apresentam o calor armazenado sensível e latente, respectivamente, para diferentes números de Stefan. Observa-se que o calor armazenado é proporcional ao número de Stefan.

Um dos parâmetros importantes no desempenho térmico do armazenador é o material das paredes dos tubos. A influência do material da parede dos tubos do armazenador está ilustrada nas figuras 5.55 e 5.56, as quais apresentam a energia armazenada nas formas de calor sensível e calor latente, respectivamente, para materiais diferentes. A conclusão é que o PVC tem um desempenho térmico muito menor do que o aço inoxidável e o cobre.

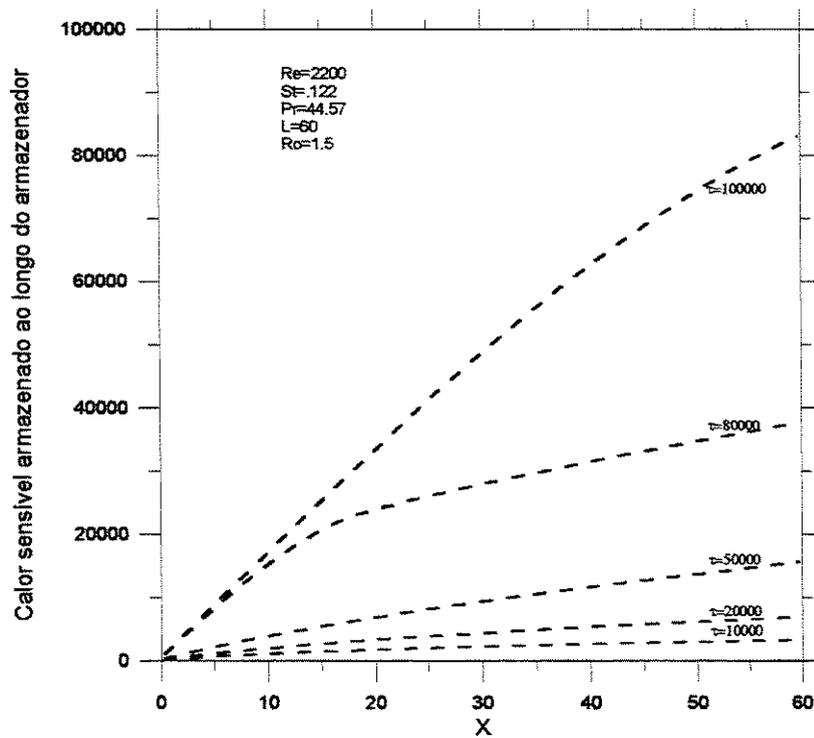


Figura 5.49: Calor sensível armazenado ao longo armazenador.

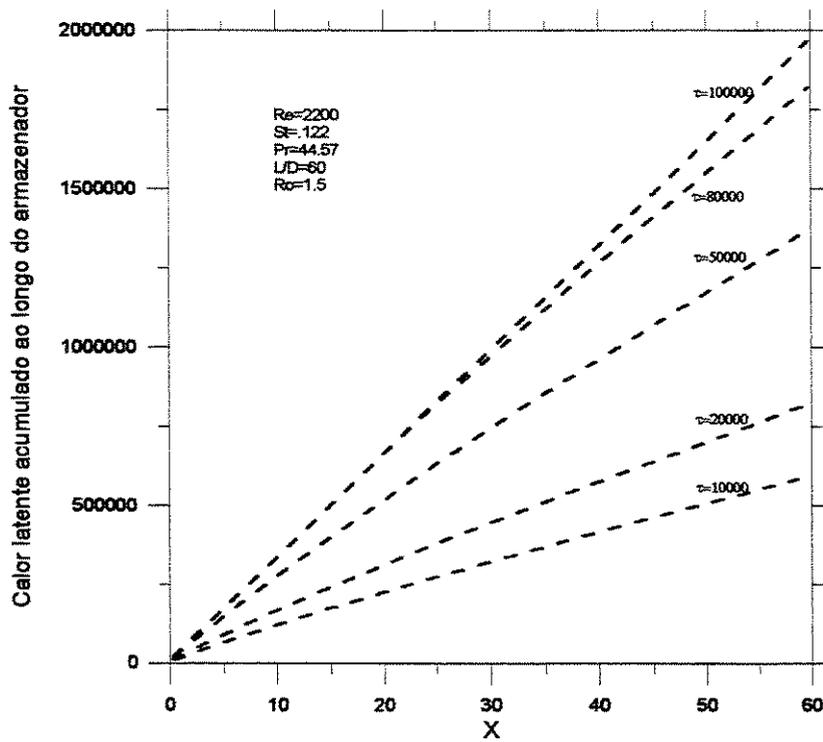


Figura 5.50: Calor latente armazenado ao longo do armazenador.

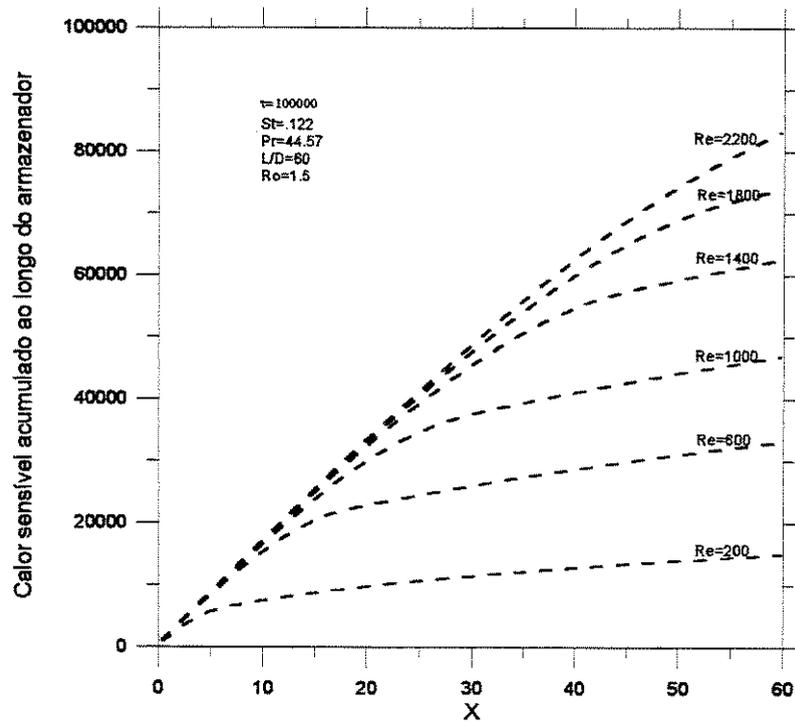


Figura 5.51: Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes de números de Reynolds.

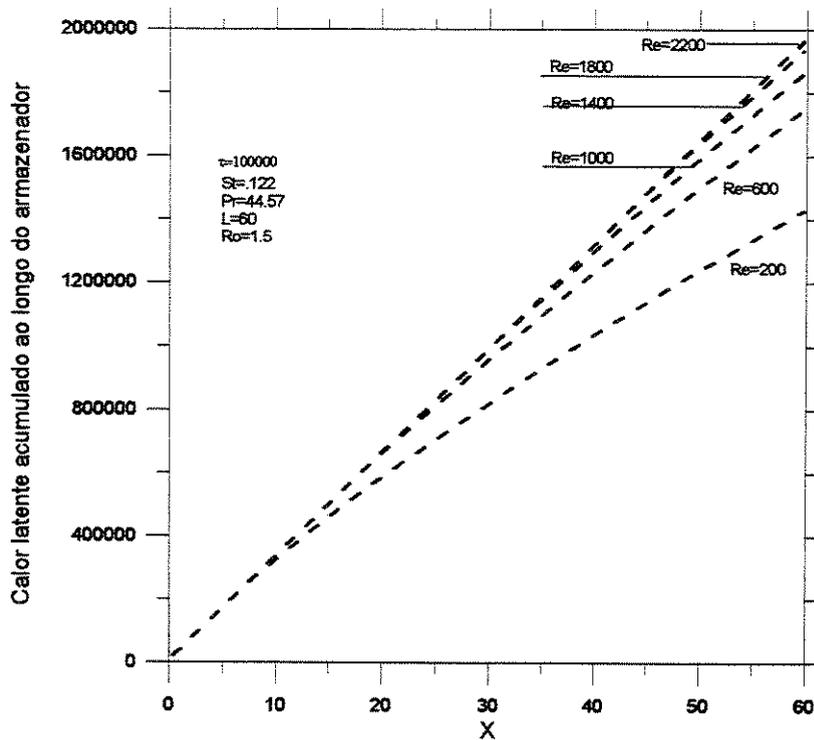


Figura 5.52: Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Reynolds.

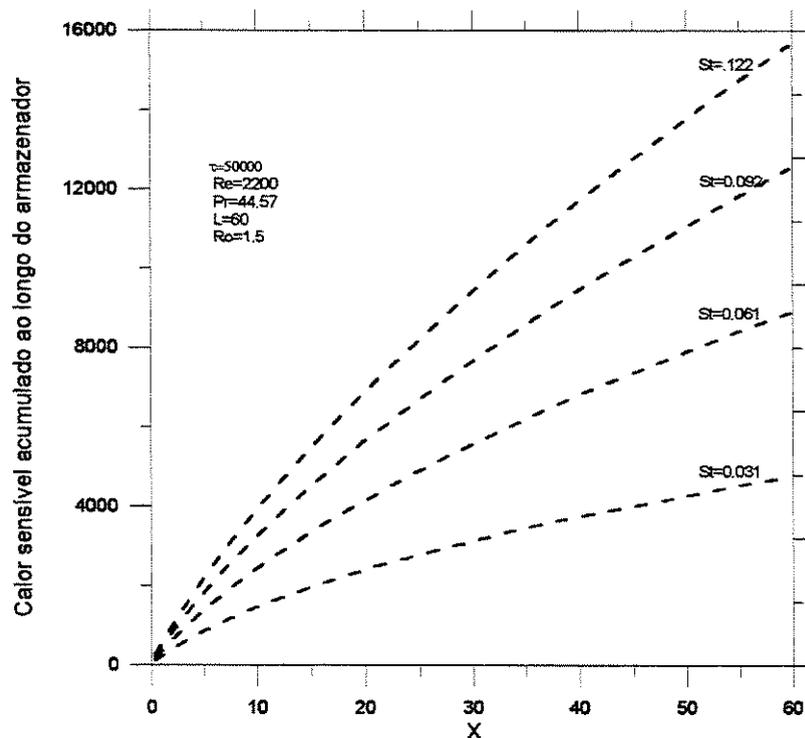


Figura 5.53: Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Stefan.

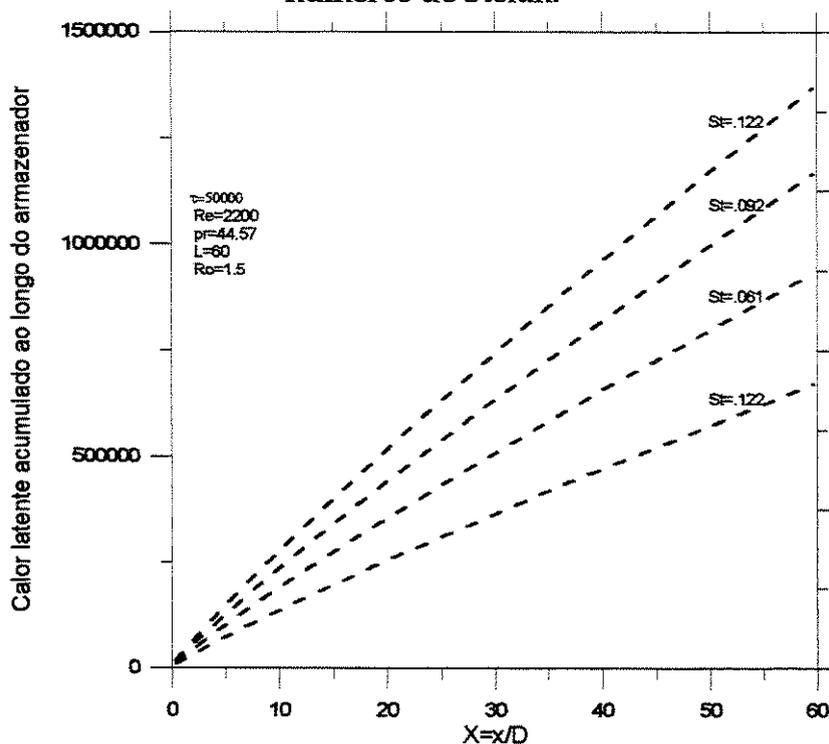


Figura 5.54: Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes números de Stefan.

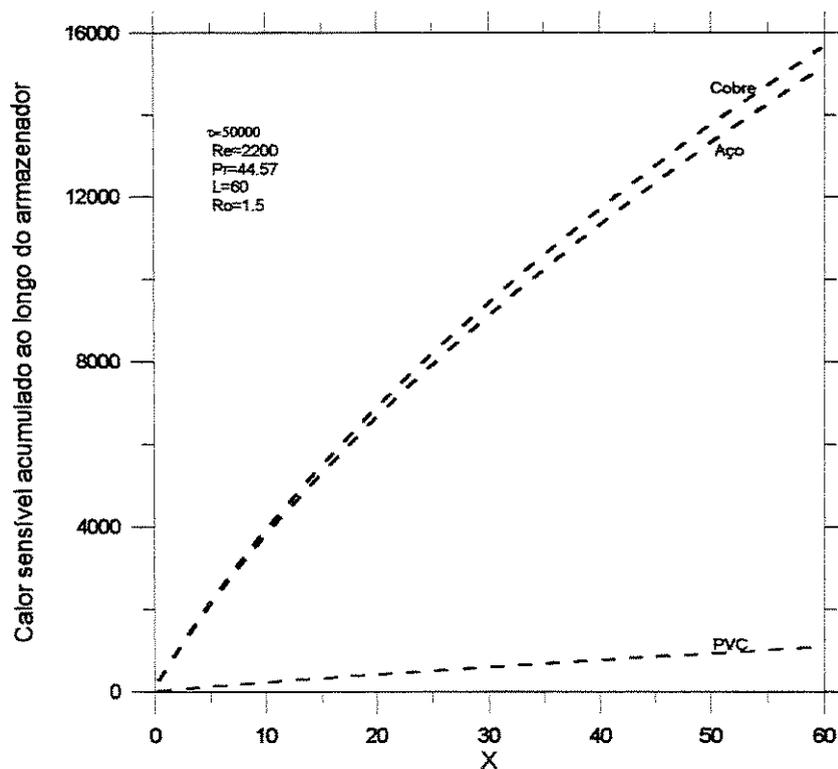


Figura 5.55: Calor sensível acumulado ao longo do armazenador para diferentes materiais da parede do tubo.

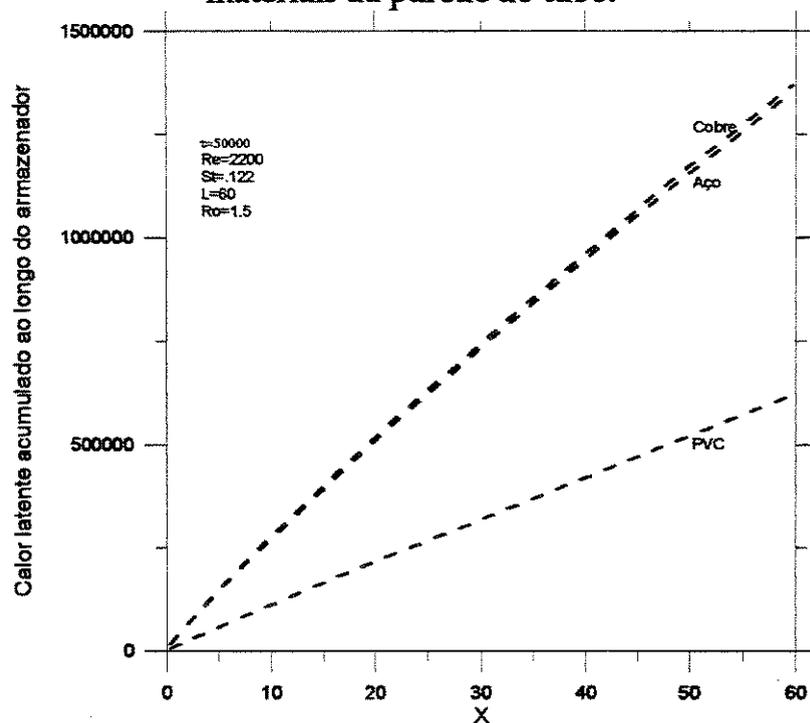


Figura 4.56: Calor latente acumulado ao longo do armazenador para diferentes materiais da parede do tubo.

As figuras 5.57 e 5.58 serão utilizadas para dimensionar um armazenador térmico de baixa temperatura com as seguintes características:

Material do tubo: Cobre

Comprimento do sistema: 1.5 m

Tempo de solidificação completa=10 hr (considerando sistemas solares)

Espessura da parede do tubo = .00155 m

Fluido do trabalho = mistura de 70% água e 30% etilenoglicol.

Material de mudança de fase = Água

Velocidade do fluido de trabalho = 0.5 m/s (Re=2180)

Número de Prandtl = 44.57

Energia total armazenada = 16 kW.hr

Com o auxílio da Fig. 5.57 e sabendo que o tempo necessário para solidificação completa é igual à 10 horas, podemos especificar o raio externo de solidificação de acordo com o número de Stefan. Neste caso o número de Stefan é igual à 0.122, o que representa a diferença entre as temperaturas de entrada do fluido do trabalho e do material de mudança de fase ( $T_m - T_{in} = 20$ ). Assim o raio externo seria igual à  $2.42D$  ( $0.061m$ ). Da figura 5.58 a energia armazenada por um tubo do sistema pode ser especificada, e pode-se observar que seu valor é 5600 kJ. Esta figura mostra o calor total armazenado para solidificação completa, que consiste da soma de calor latente e calor sensível armazenados. O calor sensível é bastante pequeno comparando-o com o calor latente.

Uma vez que o diâmetro externo é especificado, pode-se então calcular o número de tubos necessário para armazenar a energia total desejada pelo sistema, o qual é igual  $10.23 \cong 11$  tubos.

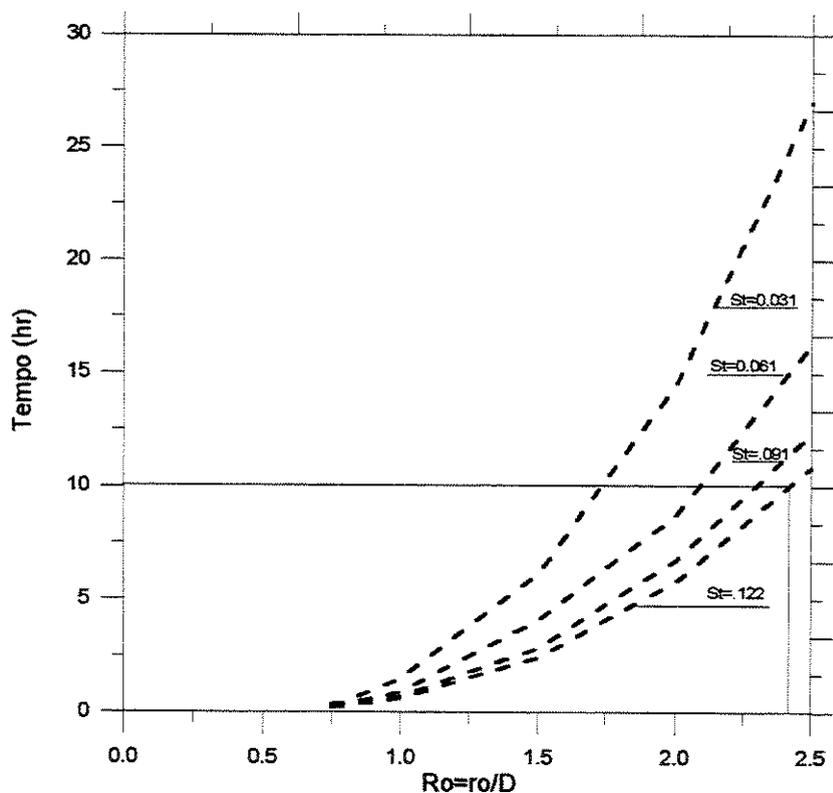


Figura 5.57: Tempo de solidificação completa para diferentes números de Stefan.

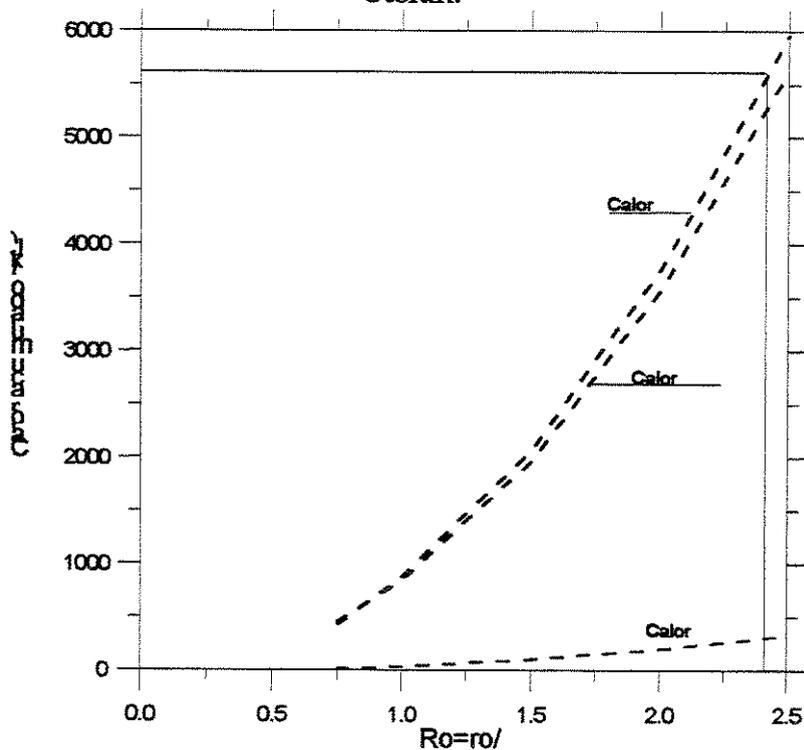


Figura 5.58: Calor armazenado de solidificação completa.

## **Capítulo 6**

### **Conclusões e Sugestões**

A solução do problema apresentado é de suma importância tanto no aspecto de aplicação no campo de engenharia quanto em termos de modelagem matemática. O modelo numérico simplificado apresentou uma excelente concordância com o modelo numérico. O primeiro tem a vantagem de ter uma aplicação mais simples, pois não há a necessidade de resolver as equações de quantidade de movimento. Ambos os modelos apresentaram uma concordância satisfatória com os resultados disponíveis na literatura.

Os modelos não são muito sensíveis com relação ao passo de tempo e também às grades axial e radial. A insensibilidade em relação à faixa de temperatura de mudança de fase faz com que estes modelos possam ser aplicados tanto para resolver problemas de mudança de fase com material puro quanto de uma mistura. No material puro a mudança de fase ocorre numa temperatura fixa, a qual pode ser simulada por uma faixa de temperatura muito pequena. Na mistura, a mudança de fase ocorre numa faixa de temperatura.

A análise do sistema mostrou que, embora o perfil hidrodinâmico atinja rapidamente o regime permanente, o perfil de temperatura pode atingir este estado somente quando o material de mudança de fase é inteiramente solidificado e a sua temperatura reduzida até a temperatura da entrada do material do fluido de trabalho. Os parâmetros mais importantes no comportamento do armazenador térmico com mudança

de fase são o raio externo de solidificação, o comprimento do tubo e os números de Stefan e de Reynolds.

Para garantir o funcionamento do armazenador térmico com mudança de fase necessita-se:

1. de um material que tenha uma temperatura de mudança de fase adequada para a aplicação desejada e que não seja corrosível;
2. de um sistema de controle tanto para o escoamento do fluido do trabalho quanto para a temperatura do sistema.

Em muitas situações, os números de Reynolds e/ou de Stefan podem ser fornecidos pela natureza do problema ou pelos equipamentos disponíveis, enquanto que o comprimento do tubo pode ser determinado pelo espaço disponível para o projeto.

Como sugestão para futuros trabalhos, propõe-se utilizar este algoritmo para construir um armazenador térmico com mudança de fase e também estudar a possibilidade de aumentar o desempenho deste usando aletas radiais ou longitudinais.

## Referências Bibliográficas

- Beckmann, G., Gilli, P. V. *Thermal energy storage*. 2<sup>nd</sup> Ed., N.Y., USA, Springer Verlag Wien, 1982 , 530p.
- Bellecci, C., Conti, M. Phase change thermal storage: transient behaviour analysis of a solar receiver/storage module using the enthalpy method. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v.36, n.8, p.2157-2163, august, 1992.
- Bonacina, C., Comini, G., Fasano A., Primicerio, M., Numerical solution of phase change problems. *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, v16, n.15, p.1825-1832, 1973.
- Cao, Y., Faghri, A. A study of thermal energy storage systems with conjugate turbulent forced convection. *Journal of heat transfer*, v.114, p.1019-1027, 1992.
- Cao, Y., Faghri, A., Performance characteristics of thermal energy storage module a transient pcm/forced convection conjugated analysis. *Transaction of ASME*, v.112, p.812-816, 1991.
- Ching J. C., Chiou J. S. Laminar and turbulent heat transfer in the pipe entrance region for liquid metals. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, v.24, p.3851-3853,1992.
- Clavier, L. Arquis, E., Caltagirone, J. P. A fixed grid method for the numerical solution of phase change problems. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, v.37, p.4247-4261, 1994.

- Crowley, A.B. Numerical solution of Stefan problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v.21, p. 215-219, 1977.
- Crank, J. *The mathematics of diffusion*. 2<sup>nd</sup> Ed., Clarendon Press, Oxford, 1975.
- Date, A. W. A Strong enthalpy formulation for the Stefan problem. *Int. J. of heat and mass transfer*, v.34, p.2231-2235,1991.
- Duda, J. L., Malone, M. F., Notter, R. H., Vrentas, J. S. Analysis of two- dimensional diffusion and heat flow. *Quart. Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, v.10, p.220-231, 1975.
- Gong, Z., X., Mujumdar, A. Enhancement of energy charge-discharge rates in composite slabs of different phase change material. *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, v. 39, p. 725-733, 1996.
- Graham, L. B. Solidification of liquid around a cylindrical pipe. *Journal of Heat Transfer*, p.1681-1686, 1979.
- Grumman, D.L., Butkus, A.S. The ice storage option. *ASHRAE Journal*, v.30, n.5, p.20-26, 1988.
- Ho, C., Chu, H. Numerical simulation of heat penetration through vertical rectangular phase change material/air composite cell. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v.39, p.1785-1795, 1996.
- Hsiao, J.S., Chung, B.T.F. An efficient algorithm for finite element solution to two dimension heat transfer with melting and freezing. *Trans. Of ASME-Journal Heat Transfer*, v.108, n.2, p.462-264, 1986.
- Ismail K. A., *Bancos de gelo fundamentos e modelagem*, Ed. Do autor, São Paulo, 1998, p.377.

- Ismail, K.A.R., Alves, C.L. Numerical solutions of finned geometries immersed in phase change material. *ASME 26<sup>th</sup> National Heat Transfer Conference, Philadelphia, U.S.A.*, P.31-36, 1989.
- Ismail, K.A.R., Gonçalves, M.M. Analysis of axially finned phase change material storage unit. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> World Renewable Energy Congress, Reading, U.K.*, p.1041-1045, 1992.
- Ismail, K.A.R., Gonçalves, M. M., Effectiveness NTU performance of finned pcm storage units. *Proceedings of the Moving Boundary Problems*, Computational Mechanics Publications, p.279-289, 1993.
- Ismail, K.A.R., Melo, C. A. Fusion of pcm around a vertical cylinder in the presence of natural convection. *Proceedings of the Second Int. Conference on Advanced Computational Methods in Heat Transfer*, v.2, p.75-89, Computational Mechanics, Elsevier, Applied Science, Italy, 1992.
- Ismail, K.A.R., Abugderah, M.M., Transient performance of a phase change material thermal storage system. *Mercofrio '98, Porto Alegre, Brasil*, 1998.
- Jesus, A. B. *Estudo numérico da solidificação em geometria anular*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998. P.116, Tese (Mestrado)
- Kalthori, B., Ramadyam, S. Studies on heat transfer from vertical cylinder with or without fins embedded in a solid phase change medium. *Transaction of ASME, Journal Heat Transfer*, v. 107, p. 44-51, 1985.
- Kendall, A. e Nadis, B. *Energy strategies*. Cambridge Mass, USA, Ballinger publishing company, 1980, 320p.

- Kim, C., Kaviany, M. A Numerical method for phase change problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v.33, n.12, p.2721-2734, 1990.
- Lacroix, M. Study of the heat transfer of a latent thermal energy storage unit with a finned tube. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, v.36, p.2083-2092, 1993.
- Lee, S. L., Tzong, R.Y. An enthalpy formulation for phase change problems with a large thermal diffusivity jump across the interface. *Int. Journal of heat and mass transfer*, v.34, p.1491-1502, 1991.
- Mampaey, F. Stable alternating direction method for simulating multi-dimensional solidification problems. *Int. J. for numerical methods in engineering*, 30, p.711- 728, 1990.
- Menon, A.S., Weber, M.E., Mujundar, A.S. Dynamics of energy storage for paraffin wax in cylindrical container. *Can. Journal Chem. Eng.*, v.61, p.647-653, 1983.
- Murray, W. D., Landis, F. Numerical and machine solutions of transient heat conduction problems involving melting or freezing. Part. I- Method of Analysis and Sample Solutions, *Journal of Heat Transfer*, p. 106-112, may 1959.
- Okada, M. Analysis of heat transfer during melting from vertical wall. *Int. Journal of heat and mass transfer*, v27, p.2007-2066, 1984.
- Ozisik, M.N. *Heat conduction*. NY, John Wiley and Sons, 1980.
- Patankar, S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. NY, Hemisphere Publishing Company, 1980.
- Peebles, R.W. Analysis of milking centre energy use. *Applied Engineering Agriculture*, v.10, p.135-137, 1994.

- Pham, Q. The use of lumped capacitance in the finite element solution of heat conduction problems with phase change. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, v. 29, p.285-291, 1986.
- Rao, P.R., Sastri, V.W.K. Efficient numerical method for two-dimensional phase change problems. *Int. Journal of heat mass transfer*, v27, n.11, p2077-2084, 1984.
- Radhakrishnan, K.B., Balakrishnan, A.R. Heat storage analysis of thermal energy storage using phase change material. *Heat Recovery System&CHP*, v12, n.5, p.427-435, 1992.
- Sasaguchi, K., Imura, H., Furshu, H. Heat transfer characteristics of a latent storage unit with a finned tube. *Bull. JSME*, v.29, n.255, p.2978-2985, 1986.
- Shamsundar, N., Sparrow, E. M., Analysis of multidimensional conduction phase change via the enthalpy method. *Transaction of ASME Journal of Heat Transfer*, v. 97, p.333-340, 1975.
- Shamsundar, N., Srimivesan, R. A new similarity method for analysis of multi-dimensional solidification. *Journal of Heat Transfer*, v.101, p.585-591, 1979.
- Silver, S.C.A., Mibitz, J. W., Jones. J.L., Peterson, Hunn, B.D. Component models for computer simulation of Ice storage tanks. *ASHRAE Transactions*, v.95,n.1, p.1214-1226, 1989.
- Stefan, J. On the theory of Ice formation, especialle on Ice formation in polar seas. *Ann. Phys. Chem.*, v42, p.269-286, 1891.
- Voller, V., Cross, M., Accurate solution of moving boundary using the enthalpy method. *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, v.24, p. 545-556, 1981.
- Voller, V. R. Implicit finite difference solution of the enthalpy formulation of Stefan problems. *IMA Journal of Numerical Analysis*, v.5, p201-214, 1985.

- Voller, V. R. Interpretation of the enthalpy in discretized multi-dimensional region undergoing a melting/freezing phase change. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v.10, p. 323-328, 1983.
- Voller, V.R., Prakash, C.A. Fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v.30, n.8, p1709-1719, 1987.
- Voller, V.R., Brent, A., Prakash, C. The modelling of heat mass and solute transportation in solidification system. *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, v.32, p.1719-1731, 1989.
- Voller, V.R. Fast Implicit finite difference method for the analysis of phase change problems. *Numerical Heat Transfer*, part. B, 17, p.155-169,1990.
- Yao, L. S., Prusa, J. Advances in heat transfer. *Journal Melting and Freezing*, London, v.19, p1-95, 1989.