

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

"Estudo Teórico e Experimental em
Tubos de Calor"

Por: NELSON MURCIA

Orientador: Prof. Kamal A.R. Ismail

02/82

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas
UNICAMP, para obtenção do Título de Doutor.

-1982-

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Í N D I C E D A M A T É R I A

	Pág.
CAPÍTULO I Generalidades	
1.1 Introdução	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Descrição e funcionamento do tubo de calor...	6
1.4 Motivação e aplicações	9
CAPÍTULO II Propriedades e Parâmetros	
2.1 Componentes	19
2.2 Seleção de Parâmetros,	20
2.2.1 Fluido de trabalho	20
2.2.2 Estrutura porosa	25
2.2.2.1 Determinação das proprieda - des da estrutura porosa.....	27
2.2.3 Envolocro recipiente	37
CAPÍTULO III Otimização Geométrica	
3.1 Introdução	39
3.2 Análise do projeto	39
3.2.1 Taxa máxima da transferência de calor..	41
3.2.2 Condutância térmica global.....	46
3.3 Otimização geométrica	52

	Pág.
3.4 Conclusões	62
CAPÍTULO IV Equações e Soluções	
4.1 Introdução	64
4.2 Equações e condições de contorno.....	66
4.2.1 Análise das necessidades	66
4.2.2 Equações do escoamento	67
4.2.3 Condições de contorno	69
4.3 Solução Semi-Analítica das Equações do Escoa- mento do vapor	71
4.3.1 Desenvolvimento das equações do esco- mento.....	71
4.3.2 Solução das equações para Reynolds mui- to pequenos	83
4.3.2.1 Resultados obtidos.....	87
4.3.2.1.1 Perfis de velocidade para Rey- nolds muito pequenos	87
4.3.2.1.2 Perda de carga ao longo do tu- bo de calor	89
4.3.3 Solução das equações para qualquer Rey- nolds	96
4.3.3.1 Equação e métodos de Solução...	96
4.3.3.2 Método utilizado	99
4.3.3.3 Resultados obtidos	108
4.3.3.4 Comentários	118

	Pág.
4.4 Solução Numérica das equações do escoamento do vapor no tubo de calor	120
4.4.1 Método e solução.....	120
4.4.2 Resultados obtidos.....	141
CAPÍTULO V Montagens Experimentais, Comparações e Conclusões	
5.1 Comparação dos Perfis de velocidade	153
5.2 Análise e previsão da perda de carga no tubo de calor	159
5.2.1 Comparações dos resultados obtidos	159
5.2.2 Conclusões	170
5.3 Montagens Experimentais	173
5.3.1 Funcionamento	173
5.3.2 Descrição das montagens	174
5.3.3 Descrição dos equipamentos de medida u tilizados	176
5.4 Comparações experimentais das otimizações geo métricas	184
5.5 Perfis de Temperatura e condutância térmica..	191
5.5.1 Equacionamento.....	191
5.5.2 Resultados, comparações e comentários..	202
5.5.2.1 Perfis de temperatura.....	202
5.5.2.2 Condutância térmica equivalente	204
5.5.3 Conclusões	208

	Pág.
5.6 Análise da variação da Potência com a inclinação	210
5.6.1 Análise	210
5.6.2 Comentários e conclusões.....	231
5.7 Verificação da Influência da quantidade do fluido de Trabalho na performance do tubo de calor	237
5.7.1 Experiência	237
5.7.2 Conclusões	238
APENDICE A	
Programas de computação	
A.1 Programa FLOW.1	242
A.2 Programa REB	245
A.3 Subrotina QSF	248
A.4 Subrotina CBA	250
BIBLIOGRAFIA	252

Í N D I C E D E T A B E L A S

	Pág.
CAPÍTULO I	1
CAPÍTULO II	19
Tabela 2.1 Propriedades e faixas de utilização dos fluidos de trabalho.....	22
Tabela 2.2 Valores das permeabilidades dos sinteri- zados nacionais.....	28
Tabela 2.3 Valores do raio de capilaridade para sinterizados nacionais.....	30
Tabela 2.4 Porosidade e permeabilidade das telas encontradas no mercado nacional	33
Tabela 2.5 Raio de capilaridade e pressão máxima de capilaridade para a água a 100°C nas telas nacionais	35
Tabela 2.6 Composições utilizadas	37
Tabela 2.7 Compatibilidade entre materiais e fluí- dos de trabalho para tubos de calor.....	38
CAPÍTULO III	39
CAPÍTULO IV	64
CAPÍTULO V	153
Tabela 5.2.1 Comparação entre as perdas de carga ob- tidas pelo modelo M1 e pela equação	

	Pág.
5.3, para uma relação $L/R=30$	161
Tabela 5.2.2 Comparação entre as perdas de carga obtidas pelo modelo M2, e pela equa - ção 5.3, para uma relação $L/R=30$	162
Tabela 5.5.1 Condutância térmica do tubo de calor de baixa potência com água.....	205
Tabela 5.5.2 Condutância térmica do tubo de calor de baixa potência com acetona.....	206
Tabela 5.5.3 Condutância térmica do tubo de calor de alta potência com água.....	207
Tabela 5.6.1 Comparação entre as potências máximas teórica e experimental transferidas.	234

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
CAPÍTULO I	1
Fig. 1.1 Esquema do tubo de calor	7
Fig. 1.2 Esquema de funcionamento do tubo de calor	8
Fig. 1.3 Esfriamento de um conjunto de componentes eletrônicos por tubos de calor cilíndri - cos	10
Fig. 1.4 Incidência dos raios solares num satélite de telecomunicações	12
Fig. 1.5 Equalização da temperatura do satélite <u>a</u> través do uso de tubos de calor.....	12
Fig. 1.6 Tubo de calor trocando calor entre dois fluidos	13
Fig. 1.7 Tubo de calor funcionando como transforma dor térmico	15
Fig. 1.8 Tubo de calor funcionando como diodo tér- mico	16
Fig. 1.9 Esquema de um tubo de calor com condutân- cia térmica controlável	17
CAPÍTULO II	19
Fig. 2.1 Número de mérito para alguns fluidos de trabalho em suas respectivas temperaturas	

	Pág.
de ebulição a uma atmosfera	23
Fig. 2.2 Variação do número de mérito com a temperatura para a água e o sódio	24
Fig. 2.3 Perda de carga experimental nos sinterizados nacionais	29
Fig. 2.4 Raio do Menisco	34
Fig. 2.5 Variação da pressão máxima de capilaridade com a temperatura, para a água	36
CAPÍTULO III	39
Fig. 3.1 Quedas de temperaturas, resistências e condutâncias térmicas associadas ao tubo de calor	46
Fig. 3.2 Associação de condutâncias térmicas pelo modelo série.....	48
Fig. 3.3 Associação de condutâncias térmicas pelo modelo paralelo	49
Fig. 3.4 Variação geométrica da estrutura porosa do tubo de calor	52
Fig. 3.5 Corte do tubo de calor	55
CAPÍTULO IV	64
Fig. 4.1 Esquema dos escoamentos no tubo de calor	64
Fig. 4.2 Esquema das condições de contorno no tubo de calor	69
Fig. 4.3 Fluxo de massa de vapor no tubo de calor	79

	Pág.
Fig. 4.4 Perfil da velocidade axial U , para Rer muito baixos e relação $L/R = 20$, no evaporador	91
Fig. 4.5 Idem, no condensador	92
Fig. 4.6 Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada V/V_p , para Reynolds muito pequenos	93
Fig. 4.7, 4.8 Perda de carga adimensionalizada versus número de Reynolds radial , para Reynolds radiais muito baixos	94
Fig. 4.9 Método das tentativas	98
Fig.4.10 Esquema da discretização	101
Fig.4.11 Perfil de velocidade axial U , para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$, no evaporador	109
Fig.4.12 Idem, no condensador	110
Fig.4.13 Perfil de velocidade axial U , para $Rer = 1,0$ e relação $L/R = 20$, no evaporador..	111
Fig.4.14 Idem, no condensador	112
Fig.4.15 Desenvolvimento do perfil axial de velocidade $u/\bar{u}(x)$, para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$, ao longo do tubo de calor	113
Fig.4.16 Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada V/V_p , para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$	114

Fig.4.17 Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada V/V_p , para $Rer = 1,0$ e relação $L/R = 20$	115
Fig.4.18, 4.19 Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M1	116
Fig.4.20 Esquema da rede de pontos utilizados para aplicação de diferenças finitas.....	129
Fig.4.21 Perfil da velocidade axial U , para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$, no evaporador..	142
Fig.4.22 Idem, no condensador	143
Fig.4.23 Perfil da velocidade axial U , para $Rer = 1,0$ e relação $L/R = 20$, no evaporador...	144
Fig.4.24 Idem, no condensador	145
Fig.4.25 Desenvolvimento do perfil axial de velocidade $u/\bar{u}(x)$, para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$, ao longo do tubo de calor.	146
Fig.4.26 Idem, para $Rer = 4,0$	147
Fig.4.27 Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada V/V_p , para $Rer = 0,01$ e relação $L/R = 20$	148
Fig.4.28 Idem, para $Rer = 4,0$	149
Fig.4.29 Variação da pressão adimensionalizada ao longo do tubo de calor	150

	Pág.
Fig.4.30, 4.31 Perda de carga adimensionalizada,, obtida pelo modelo M2	151
CAPÍTULO V	
Fig. 5.1.1 Comparação entre os perfis de veloci- dade axial u , obtidos pelos métodos M1 e M2, e o obtido por Bankston e Smith, para Re muitíssimo baixos....	156
Fig. 5.1.2 Idem, para $Re = 0,01$	157
Fig. 5.1.3 Idem, para $Re = 4,0$	158
Fig. 5.2.1, 5.2.2 Perda de carga adimensionaliza- da, obtida pelo modelo M1, com parada com a obtida pelo esco- amento tipo Poiseuille (Eq.5.3)	163
Fig. 5.2.3 Perda de carga adimensionalizada, obti- da pelo modelo M2, para baixos Re , comparada com a obtida pelo escoamen- to tipo Poiseuille (Eq. 5.3).....	165
Fig. 5.2.4 Perda adimensionalizada, obtida pelo modelo M2, comparada com a obtida pe- lo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3)	166
Fig. 5.2.5 Perda de carga adimensionalizada, obti- da pelo modelo M2, para médios Re , com parada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq. 5.3).....	167

	Pág.
Fig. 5.2.6 Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2, comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3.), para uma ampla faixa de Re	168
Fig. 5.2.7 Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2, comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3)	169
Fig. 5.3.1 Esquema do Sistema Geral I	178
Fig. 5.3.2 Esquema do Sistema Geral II	179
Fig. 5.3.3 Esquema de evacuação e enchimento do tubo de calor	180
Fig. 5.3.4 Sistema controlador e estabilizador da vazão	181
Fig. 5.3.5 Sistema de refrigeração do tubo de calor	182
Fig. 5.3.6 Sistema de aquecimento do tubo de calor	182
Fig. 5.3.7 Colocação dos termopares nos tubos de calor	183
Figs. 5.4.1 Potência transferida versus diferença de temperatura, para o tubo de calor normal, e o modificado (a)	187
Fig. 5.4.2 Idem, modificado (b)	188
Fig. 5.4.3 Idem, modificado (b)	189
Fig. 5.5.1 Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor, de alta potência, com água, na horizontal	193
Fig. 5.5.2 Idem, inclinado de $7,5^\circ$ com a horizontal	194

Fig. 5.5.3 Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor de baixa potência, na horizontal, com água.....\,.....	195
Fig. 5.5.4 Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor com água, mal evacuado...	196
Fig. 5.5.5 Potência transmitida pelo tubo de calor, com água, na horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura Δt nos seus extremos.....\.	197
Fig. 5.5.6 Variação da condutância térmica com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água.....	198
Fig. 5.5.7 Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor de baixa potência com acetona	199
Fig. 5.5.8 Potência transmitida pelo tubo de calor de baixa potência com acetona....	200
Fig. 5.5.9 Variação da condutividade térmica equivalente com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com acetona	201
Fig. 5.6.1 Potência transmitida pelo tubo de calor com água, inclinado de 69° com a horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura ΔT entre seus extremos	212

	Pág.
Fig. 5.6.2 Idem, 7,5°	213
Fig. 5.6.3 Idem, 9,8°	214
Fig. 5.6.4 Idem, 12,5°	215
Fig. 5.6.5 Idem, 15,1°	216
Fig. 5.6.6 Variação da potência transferida com a inclinação, com a temperatura da fonte' quente a 80°C	217
Fig. 5.6.7 Idem, a 120°C	218
Fig. 5.6.8 Idem, a 150°C	219
Fig. 5.6.9 Idem, a 200°C	220
Fig 5.6.10 Variação da potência com a inclinação , para uma diferença de temperatura entre os extremos de 50°C	221
Fig.5.6.11 Idem, 60°C	222
Fig.5.6.12 Idem, 70°C	223
Fig.5.6.13 Comparação da variação da potência com a temperatura na fonte quente, para os ângulos 7° e 9,8°	224
Fig.5.6.14 Variação do ângulo onde ocorre o pri - meiro máximo, com a temperatura	225
Fig.5.6.15 Faixas onde ocorrem as potências máxi - mas e mínimas	226
Fig.5.6.16 Variação da condutância térmica com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água, inclinado de 6° com a horizontal	227

	Pág.
Fig.5.6.17 Idem, 7,5º	228
Fig.5.6.18 Idem, 9,8º	229
Fig.5.6.19 Idem, 12,5º	230
Fig. 5.7.1 Influência da quantidade de líquido de trabalho na potência térmica trans_ ferida para diferenças de temperatura entre 70 e 120ºC	240
Fig. 5.7.2 Idem, entre 130 e 160ºC	241

RESUMO

Neste trabalho, projetamos, analisamos e desenvolvemos tubos de calor no aspecto teórico e experimental.

Na parte experimental, projetamos, contruímos e testamos diversos tubos de calor, obtendo, comparando e analisando seus principais parâmetros, que são a condutância térmica intrínseca e a taxa máxima de calor trocado. Com nossas otimizações geométricas, conseguimos aumentar a taxa máxima de transferência de calor em até 38%. Analisamos o efeito da inclinação na performance do tubo, e verificamos a influência da quantidade de fluido de trabalho nesta mesma performance.

Na parte teórica, desenvolvemos e resolvemos as equações do escoamento do vapor, inicialmente através de um modelo semi-analítico, obtido pela separação de variáveis, e posteriormente com um modelo numérico através de diferenças finitas, obtendo todos os parâmetros do escoamento, tais como os campos de velocidades e pressões. Baseado na solução das equações foi possível obter a perda de carga do escoamento do vapor em quaisquer circunstâncias, porém, para $Rer < 10$ e relação L/R entre 20 e 50, foi possível obter uma equação simplificada desta perda:

$$\frac{P(0)-P(L)}{\rho v_p^2} \left(\frac{A}{L_e}\right)^2 = e^{-0,0602(\ln Rer)^2 - 0,9598(\ln Rer) + 2,7644}$$

A qual nesta faixa fornece a perda de carga obtida pelo modelo numérico com desvio menor de que 1%.

ABSTRACT

In this work we designed, analyzed and developed heat pipes both in the theoretical and experimental viewpoint.

In the experimental part, we designed, manufactured and tested some heat pipes getting, comparing and analyzing their principal parameter which are own thermal conductance and the maximum rate of heat changed. With our geometrical optimization we could increase the maximum rate of heat changed, tiel 38%. We analyzed the effect of the inclination in the performance of heat pipe and verified the influence of the quantity of the work fluid in this same performance

In the theoretical part, we developed and solved equations for the vapor flow, first through a semi-analitical model, obtained by variables separation and after with a numerical model through finite difference obtaining all the parameter of the flow, such as pressure and velocity field. Based in the solution of this equation it was possible to obtain the vapor flow pressure drop in any circuntances, therefore, for Rer 10 and L/R between 20 and 50, it was possible to obtain a simplified equation for this loss:

$$\frac{P(0)-P(L)}{\rho v_p^2} \left(\frac{A}{L_e}\right) = e^{-0,0602(\ln Rer)^2 - 0,9598(\ln Rer) + 2,7644}$$

Which, in this band gives the pressure drop obtained by the numerical model, with a variation less than 1%

NOMENCLATURA

- A - Seção Adiabática
- Ap, Aw - Área transversal da estrutura porosa
- C - Condensador
- d, d_f - Diâmetro do fio
- E - Evaporador
- e - Espessura do tubo recipiente
- ep - Espessura da estrutura porosa
- Ke - Condutividade térmica do líquido de trabalho
- Keq - Condutividade térmica equivalente, intrínseca do tubo de calor
- Kp - permeabilidade da estrutura porosa
- Ks - Condutividade térmica do material sólido da estrutura porosa
- Kt - Condutividade térmica do tubo metálico
- Kw - Condutividade térmica efetiva da estrutura porosa
- L - Calor latente de vaporização do líquido de trabalho
- L_t , ℓ - Comprimento total do tubo de calor
- L_c - Comprimento do condensador

L_E, L_e - Comprimento do evaporador
 L_A - Comprimento da secção adiabática
 L_{ef}, l_{ef} - Comprimento eficaz do tubo de calor
 M - Número de mérito
 M_m - Massa molecular do fluido de trabalho
 $\dot{m}$ - Vazão mássica
 N "mesh" - Número de fios por polegada
 P_c - Pressão de capilaridade
 P_e - Pressão no líquido de trabalho
 P_g - Pressão gravitacional
 P_v - Pressão do vapor
 $\dot{Q}$ - Potência térmica transferida
 q_a - Limite de arraste do fluxo de calor
 q_s - Limite sônico do fluxo de calor
 q_v - Limite viscoso do fluxo de calor
 $\tilde{R}$ - Constante do fluido de trabalho
 r_e - Raio externo do tubo recipiente
 Re, Re_a - Número de Reynolds axial
 Re_r - Número de Reynolds radial
 Req - Resistência térmica equivalente intrínseca do tubo de calor

r_i - Raio interno do tubo recipiente
 r_s - Raio da esfera
 r_v - Raio de escoamento do vapor
 S - Fator de "crimping"
 T - Temperatura
 T_v - Temperatura do vapor
 U - Velocidade axial
 V - Velocidade radial
 V_e - Volume ocupado pela estrutura porosa
 V_p - Velocidade radial na parede do tubo
 V_t - Volume interior do tubo, ocupado pelo vapor
 γ - Relação entre calores específicos do vapor do fluido de trabalho
 ϵ - Porosidade
 δ_c - Espaçamento entre fios da tela
 λ - Multiplicador de Lagrange
 λ_c - Dimensão característica da interface líquido vapor
 μ_e - Viscosidade dinâmica do líquido de trabalho
 μ_v - Viscosidade dinâmica do vapor de trabalho
 ρ_e - Densidade do líquido de trabalho
 ρ_v - Densidade do vapor de trabalho

σ - Tensão superficial do líquido de trabalho

ψ - Função corrente

CAPÍTULO I

GENERALIDADES

1.1 - INTRODUÇÃO

Após a intensificação da crise energética, o Brasil, o qual foi duramente atingido pela crise, tem tentado por diversos caminhos a geração energética, através de processos alternativos tais como o programa do álcool, biomassas, carvão mineral, energia solar, etc., intensificando inclusive a prospecção de petróleo, inclusive hoje renasce novamente a idéia do aproveitamento racional das mini usinas hidroelétricas. Tais iniciativas são perfeitamente válidas e muito importantes, embora ainda não esteja, na minha opinião, havendo pesquisa tecnológica na proporção necessária para nossa atualização Tecnológica. Mas tão importante quanto a geração adicional de energia, é a utilização racional da energia disponível, por isso, acredito que paralelamente aos estudos dos processos alternativos de geração energética, deva ser intensificado um programa de utilização racional de energia, utilizando técnicas e processos mais atualizados, pois a pesquisa neste sentido é insignificante diante das proporções necessárias, tendo em vista que as indústrias genuí-

namente nacionais estão arcaicamente estruturadas e possuem níveis de perda energética assustadores. Um exemplo dessas indústrias são as siderúrgicas, nas quais o desperdício de energia é altíssimo.

Dentre os pontos básicos para uma utilização racional de energia, temos dois, que estão sendo pesquisados na UNICAMP, pelo setor de energia.

- Transferência energética
- Armazenamento energético

O armazenamento energético vem sendo desenvolvido na UNICAMP, sob orientação do Prof. Kamal A. R. Ismail, e engloba diversos projetos, tais como : Armazenamento em leito fluidizado, Armazenamento com calor latente, etc. . Nosso trabalho se encaixa no 1º item, transferência energética, e visa a utilização não convencional dos tubos de calor na Transferência de energia Térmica.

Embora tais tubos já estejam sendo usados com sucesso nos países mais desenvolvidos como Estados Unidos, França, Inglaterra, etc. , no Brasil até iniciarmos nosso trabalho não tínhamos conhecimento de nenhum projeto ou pesquisa nesta área.

Inicialmente podemos perguntar o que é um tubo de calor? Ele consiste simplesmente de um recipiente

evacuado, normalmente um tubo, dentro do qual um líquido é selado. O tubo de calor não gera calor, ele simplesmente o transporta, quando uma diferença de temperatura é aplicada entre seus extremos. Entretanto, devido ao calor latente de vaporização utilizado, em geral muito alto, ele pode transferir calor com uma efetividade maior do que a de um fluido que escoa normalmente sem mudar de fase. Os tubos de calor normalmente projetados tem uma condutividade térmica equivalente centenas de vezes maior do que um tarugo de cobre com as mesmas dimensões, tornando-os utilíssimo em inúmeras situações.

1.2 - OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é produzir elementos que possam ajudar na implantação do tubo de calor a Tecnologia brasileira, tanto na parte prática, montagens, fechamento, etc., quanto desenvolver suas equações com o objetivo de obter parâmetros úteis em projetos básicos.

Sendo um estudo pioneiro no Brasil, nosso trabalho visa :

a) No aspecto tecnicológico

1. Reunir dados bibliográficos que permitam projetar, construir e testar tubos de calor.

2. Pesquisar no mercado nacional materiais adaptáveis à utilização em tubos de calor.

3. Determinações teóricas e experimentais dos parâmetros dos materiais nacionais, necessários ao projeto do tubo.

4. Projetar, construir e testar um tubo de calor, que opere a temperatura média, a qual é a faixa de utilização industrial mais comum.

5. Baseado nos testes e projetos anteriores, construir e testar tubos de calor com maior taxa de Transferência.

6. Baseado em análises teóricas, do item b-1, construir tubos de calor otimizados.

7. Construir um banco de testes que permita determinar os mais importantes parâmetros do tubo de calor, tais como :

- Perfil de temperatura do tubo de calor
- Temperatura de entrada e saída do fluido frio
- Vazão do fluido frio
- Temperatura média do fluido quente

- Pressões nos extremos do tubo
- Quantidade do fluido de trabalho no tubo
- Inclinação do tubo de calor
- etc.

8. Com os resultados obtidos no banco de testes, computar e comparar com as previsões teóricas a:

- Condutividade térmica
 - Variações com a temperatura
 - Variações com a inclinação
 - Variações com a geometria
- Taxa máxima de calor trocado
 - Variações com a inclinação
 - Variações com a geometria

b) No aspecto teórico

1. Analisar e otimizar geometricamente os tubos de calor.

2. Desenvolver as equações hidrodinâmicas e as condições de contorno que governam os escoamen -

tos do vapor e do líquido no tubo de calor.

3. Encontrar uma solução analítica e ou analítico-numérica para o escoamento do vapor.

4. Encontrar uma solução numérica para o escoamento do vapor.

5. Obter dados das equações, tais como perfil de velocidade axial, perfil de velocidade radial, variação da pressão, perda de carga, etc., e confrontá-los com os dados teóricos e experimentais disponíveis.

1.3 - DESCRIÇÃO E FUNCIONAMENTO DO TUBO DE CALOR

a) Descrição

O tubo de calor é um dispositivo que, como o esquematizado na figura 1.1, contém um evolocro ' envoltório, em geral um tubo, uma estrutura porosa adjacente a(s) parede(s) interna(s) e uma tampa seladora.

b) Funcionamento

O funcionamento do tubo de calor está

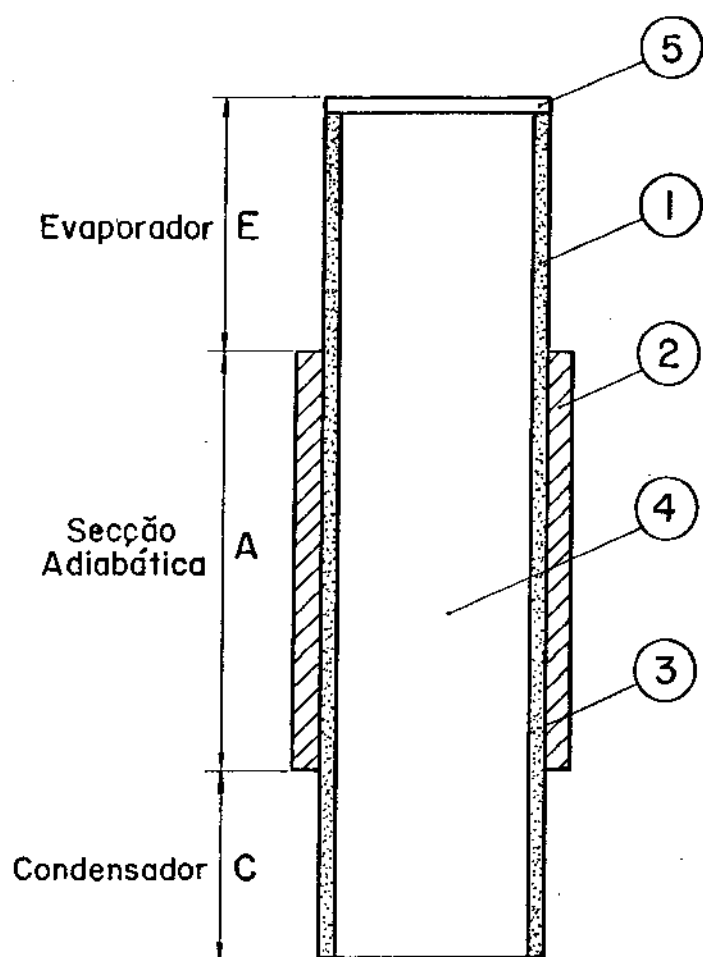


Fig.1.1 - Esquema do tubo de calor

- ① - Estrutura porosa
- ② - Material isolante
- ③ - Tubo envoltório
- ④ - Região evacuada
- ⑤ - Tampa seladora

esquematizado pela figura 1.2. Ele é essencialmente um trocador de calor funcionando entre uma fonte quente e uma fonte fria.

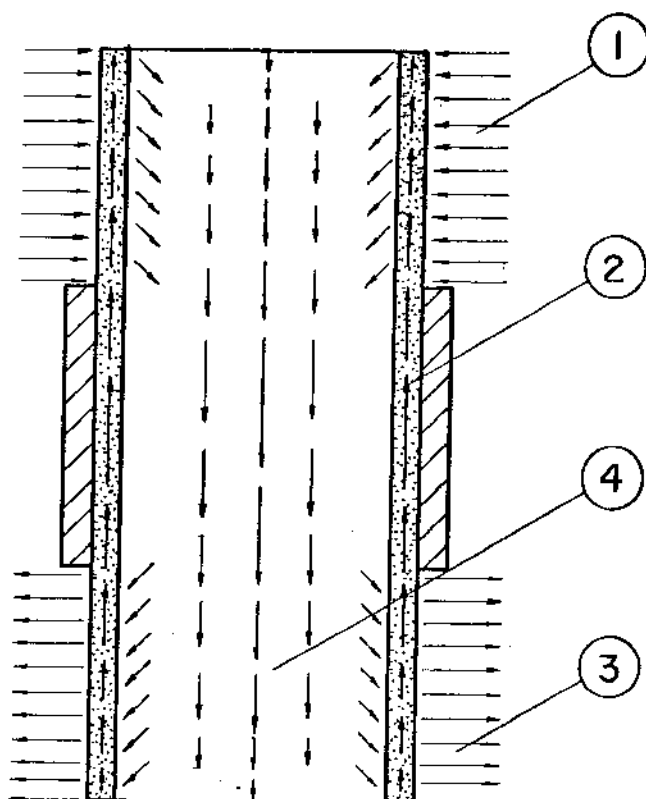


Fig.1.2 - Esquema de funcionamento do tubo de calor

- ① - Calor sendo fornecido ao tubo no evaporador
- ② - Escoamento do líquido na estrutura porosa
- ③ - Calor sendo retirado do tubo no condensador
- ④ - Escoamento do vapor na região interna

Ele funciona recebendo calor por um lado chamado evaporador (E), evapora o líquido de trabalho que está contido na estrutura porosa adjacente, este líquido agora sob a forma de vapor ocupa toda a região interna, entrando então em contacto com a região fria chamada condensador (C) , condensando-se, sendo então bombeado até a região quente por forças de capilaridade (e ou gravitacionais), onde novamente evapora-se, fechando o ciclo.

1.4 - MOTIVAÇÃO E APLICAÇÕES

O tubo de calor é praticamente uma idéia nova em troca de calor, a qual vem sendo encarado seriamente nos países com alto grau de desenvolvimento.

Seu objetivo obviamente não é substituir o trocador de calor tradicional, mas sim, em aplicações especiais, substituí-lo, ou ainda ser aplicado onde os trocadores tradicionais não poderiam.

Existe inúmeras vantagens no uso do tubo de calor como um dispositivo de troca de calor, algumas destas são: Construção simples (após o domínio tecnológico), quando aplicado em circunstâncias simples; acesso a controles; capacidade de transportar uma alta taxa de calor, a uma distância considerável, com diferença de temperatura extremamente pequena; além disso o tubo de calor

não necessita bombeamento externo. Estas e outras características conferem ao tubo de calor uma ampla faixa de aplicação.

Mostramos aqui alguns exemplos de aplicações práticas dos tubos de calor:

a) Resfriamento de componentes eletrônicos

Componentes eletrônicos com grande dissipação de energia térmica não poderiam ser resfriados com trocador de calor convencional, talvez tivessem que ser submetidos a um fluxo forçado de ar, para o qual teríamos que montar um sistema complexo e indesejável.

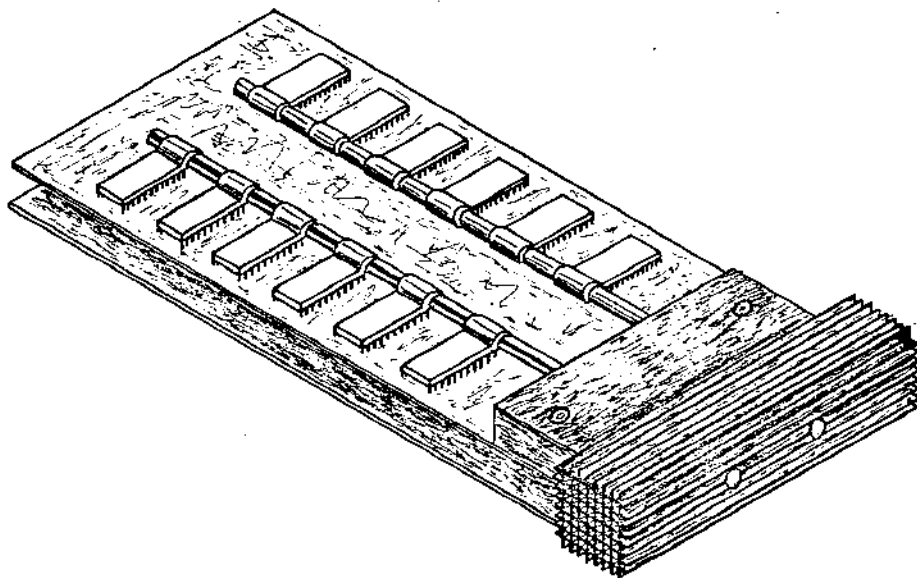


Fig.1.3 - Esfriamento de um conjunto de componentes eletrônicos por tubos de calor cilíndricos

A figura 1.3 mostra um conjunto de componentes eletrônicos sendo resfriados por um tubo de calor.

O tubo de calor transfere o calor dos componentes eletrônicos para um conjunto de aletas, permitindo uma grande ampliação da área de contacto com o ar, colocando inclusive esta área num local mais adequado a troca de calor.

b) Equalização de temperatura em Satélites

Os satélites artificiais que giram ao redor da terra, em especial os satélites usados em telecomunicações recebem a radiação solar apenas numa direção, a figura 1.4 ilustra este fenômeno, isto provoca um considerável acréscimo de temperatura nesta parte do satélite, podendo provocar danos a estrutura do satélite, bem como a seus componentes eletrônicos.

Um trocador de calor convencional para equalizar a temperatura não pode ser usado por causa de seu peso e do espaço útil que irá ocupar no satélite.

Torna-se necessário então o uso de tubos de calor, os quais transferirão calor de uma das faces para as outras de modo a equalizar a temperatura do satélite.

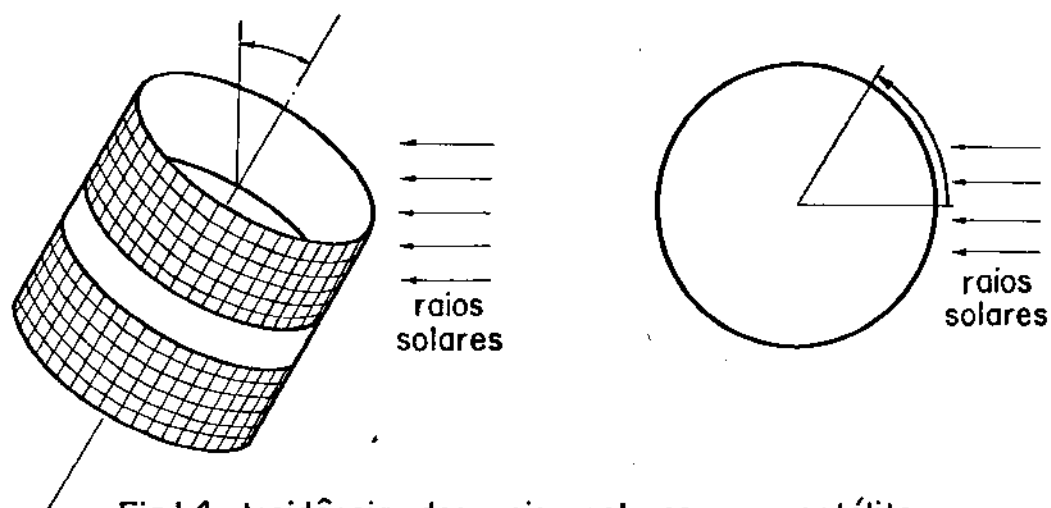


Fig.1.4 - Incidência dos raios solares num satélite de telecomunicações

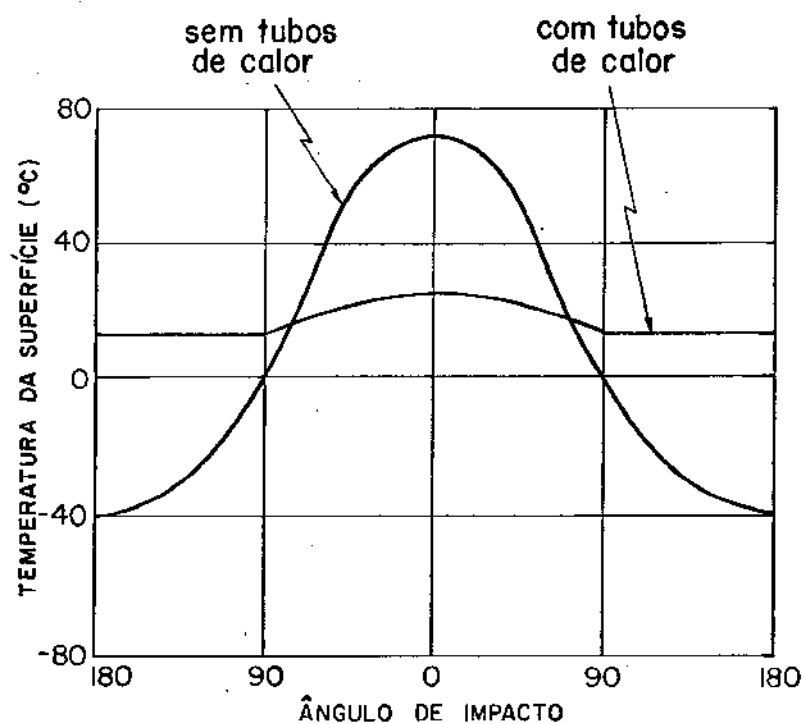


Fig.15 - Equalização da temperatura do satélite através do uso de tubos de calor

A figura 1.5^[1] mostra a equalização da temperatura do satélite, que antes da colocação dos tubos de calor chegava a ter diferenças de temperatura de quase 120°C , após a colocação dos tubos o satélite é quase que isotérmico.

c) Troca tradicional de calor

O tubo de calor pode ser usado na troca de calor entre uma fonte quente e uma fonte fria, neste caso normalmente as resistências predominantes serão as resistências externas ao tubo de calor.

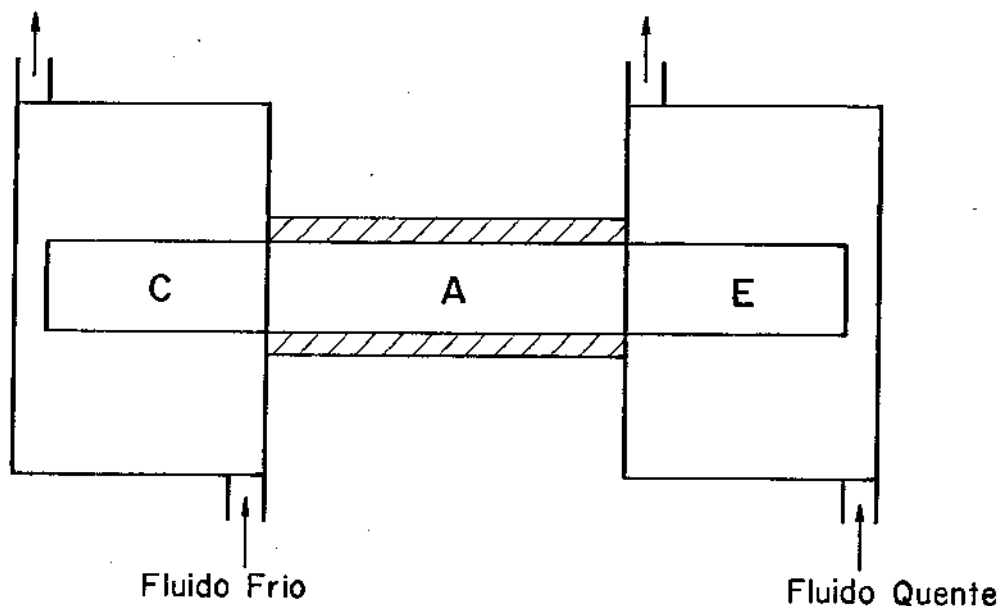


Fig.1.6 - Tubo de calor trocando calor entre dois fluidos

Neste tipo de utilização torna-se necessária uma análise prévia, para a utilização dos tubos de calor, a qual nem sempre é vantajosa. Entre os parâmetros a serem analisados temos:

- Distância entre os dois centros de troca de calor.

O tubo de calor permite distâncias razoavelmente grandes com pequena queda de temperatura.

- Relação entre os coeficientes de película do tubo de calor com os fluidos quente e frio.

Se a relação for grande teremos uma diferença de necessidade de Áreas grande, o que favorece o tubo de calor, pois suas áreas de troca são independentes.

- Possibilidade de contaminação de um dos fluidos.

O tubo de calor praticamente elimina a possibilidade de contaminação entre os fluidos.

- Necessidade de manter determinados níveis de temperatura.

O tubo de calor favorece o controle de temperatura.

- Compactação do sistema
- Custos envolvidos , etc.

d) Capacidade de funcionar como "transformador térmico"

Por vezes, pode ser necessário um maior ou menor fluxo de energia térmica

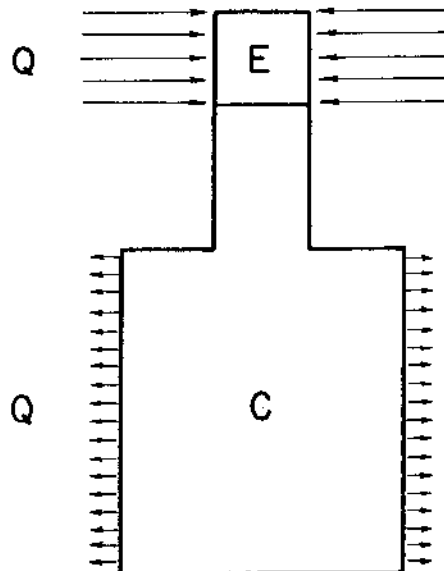


Fig.1.7 -Tubo de calor funcionando como transformador térmico

A figura 1.7 mostra um tubo de calor com áreas de condensador e evaporador diferentes, o que faz com que o tubo de calor funcione como um transformador do fluxo térmico.

e) Capacidade de funcionar como um diodo térmico

Um tubo de calor funcionando na vertical ou com uma projeção razoável na vertical pode funcionar como um diodo térmico.

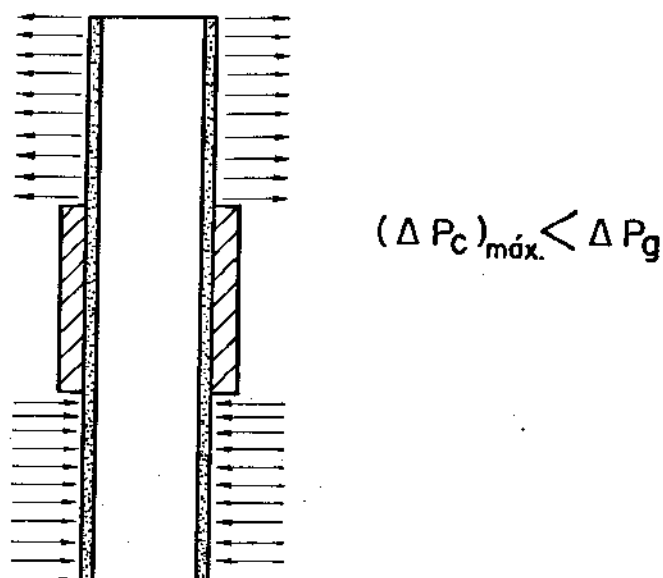


Fig.1.8 - Tubo de calor funcionando como diodo térmico

A figura 1.8 mostra um tubo de calor que permite ao fluxo de calor fluir unicamente no sentido ascendente, devido a condição de projeto $(\Delta P_c)_{\max} < \Delta P_g$, tornando-se pois um diodo térmico.

Um exemplo de aplicação do diodo térmico seria no armazenamento de energia solar a qual não poderia fluir em sentido contrário à noite.

f) Capacidade de funcionar com condutância térmica variável e controlável

Colocando um recipiente contendo um gás não condensável junto ao condensador, como ilustra a figura 1.9

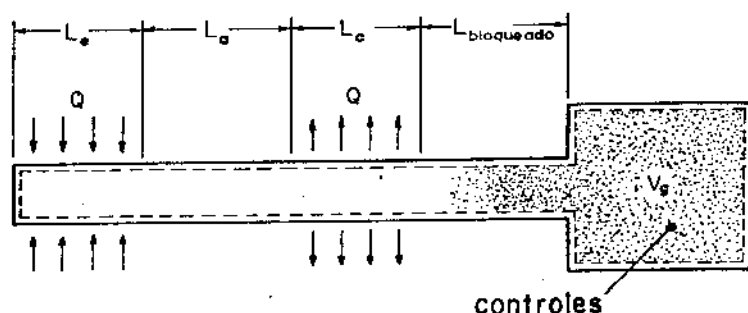


Fig.1.9-Esquema de um tubo de calor com condutância térmica controlável

Obtemos um tubo de calor com condutância térmica variável e controlável desde que seja controlado o estado do gás no recipiente, pois em determinada pressão e temperatura ele ocupará um volume determinado, bloqueando uma área do condensador, com a variação do estado do gás no recipiente esta área bloqueada variará, portanto um controle do estado do gás permite um controle da área de troca de calor e portanto da condutância térmica do sistema.

As aplicações e funções do tubo de calor são praticamente ilimitadas, dependendo unicamente da imaginação e do bom senso do engenheiro que o utiliza.

Além de suas inúmeras aplicações o tubo de calor possui ainda interessantes problemas físicos térmicos e fluidodinâmicos, tais como, evaporação e condensação num meio poroso, escoamento de vapor com injeção e sucção de massa, escoamento de líquido em meio poroso com injeção e sucção de massa, etc. Consideramos portanto o tubo de calor um dispositivo de alto interesse tecnológico e interessantes possibilidades de análises teóricas.

CAPÍTULO II

PROPRIEDADES E PARÂMETROS

2.1 - COMPONENTES

Os tubos de calor tem uma ampla faixa de temperatura de operação, podem operar normalmente de $- 271^{\circ}\text{C}$ a 2300°C , desde que na faixa desejada utilizemos os fluidos e condições adequadas.

Estamos interessados em projetar e desenvolver tubos de calor para funcionar nas faixas médias de temperatura, da ordem de 100 a 200°C , para poderem ser empregados futuramente nas aplicações industriais mais comuns.

O tubo de calor possui basicamente três componentes, os quais necessitam uma análise de aplicabilidade.

- Fluido de trabalho
- Estrutura porosa
- Envolucro recipiente (tubo exterior)

Na seleção de uma combinação dos três componentes anteriores, existe um grande número de fatores conflitantes, discutiremos aqui alguns fatores importantes na maneira de selecioná-los.

2.2 - SELEÇÃO DOS PARÂMETROS

2.2.1. Fluido de Trabalho

A escolha do fluido de trabalho depende de diversos fatores, os mais importantes são citados abaixo.

- a) Pressão de vapor não muito alta, nem muito baixa, na faixa de temperatura utilizada.
- b) Compatibilidade com a estrutura porosa e o recipiente.
- c) Boa estabilidade térmica.
- d) Alto calor latente.
- e) Alta condutividade térmica.
- f) Alta tensão superficial.
- g) Baixa viscosidade.

A temperatura de trabalho praticamente pre-seleciona alguns fluidos de trabalho como poderemos notar na tabela 2.1, a qual nos fornece os pontos de fusão e ebulição, do fluido de trabalho a uma atmosfera, bem como a faixa útil do respectivo fluido.

O fluido de trabalho deve ser tal que permita a maior capacidade de transporte de calor, para isso definiremos um parâmetro, chamado número de Mérito, o qual, pode ser mostrado, que, se pudermos desprezar a perda de carga do vapor e a pressão gravitacional, determina a máxima capacidade de transporte de calor.

O número de mérito é definido como

$$M = \frac{\rho_e \sigma_e L}{\mu_e} \quad (2.1)$$

Como podemos notar o número de mérito praticamente engloba os itens d, f e g anteriormente mencionados.

O número de mérito para determinados fluidos de trabalho, na temperatura de ebulição, a uma atmosfera, é mostrado na figura 2.1 na sequência.

É importante notar que todas as grandezas envolvidas na definição do número de mérito variam com a temperatura, e portanto o próprio número de mérito é dependente da temperatura.

TABELA 2.1

PROPRIEDADES E FAIXAS DE UTILIZAÇÃO DOS FLUIDOS DE TRABALHO.

Fluido	Ponto de Fusão (°C) 1 Atm	Ponto de Ebulição (°C) 1 Atm	Faixa útil (°C)	
Hélio	-272	-269	-271	-269
Nitrogênio	-210	-196	-203	-160
Amônia	-78	-33	-60	+100
Freon 11	-111	24	-40	+120
Pentano	-130	28	-20	+120
Freon 113	-35	48	-10	+100
Acetona	-95	57	0	+120
Metanol	-98	64	10	130
Flute PP2*	-50	76	10	160
Etanol	-112	78	0	130
Água	0	100	30	200
Thermex	12	257	150	395
Mercúrio	-39	361	250	650
Cesio	29	670	450	900
Potássio	62	774	500	1000
Sódio	98	892	600	1200
Lítio	179	1340	1000	1800
Prata	960	2212	1800	2300

* Utilizado quando a isolação elétrica for necessária

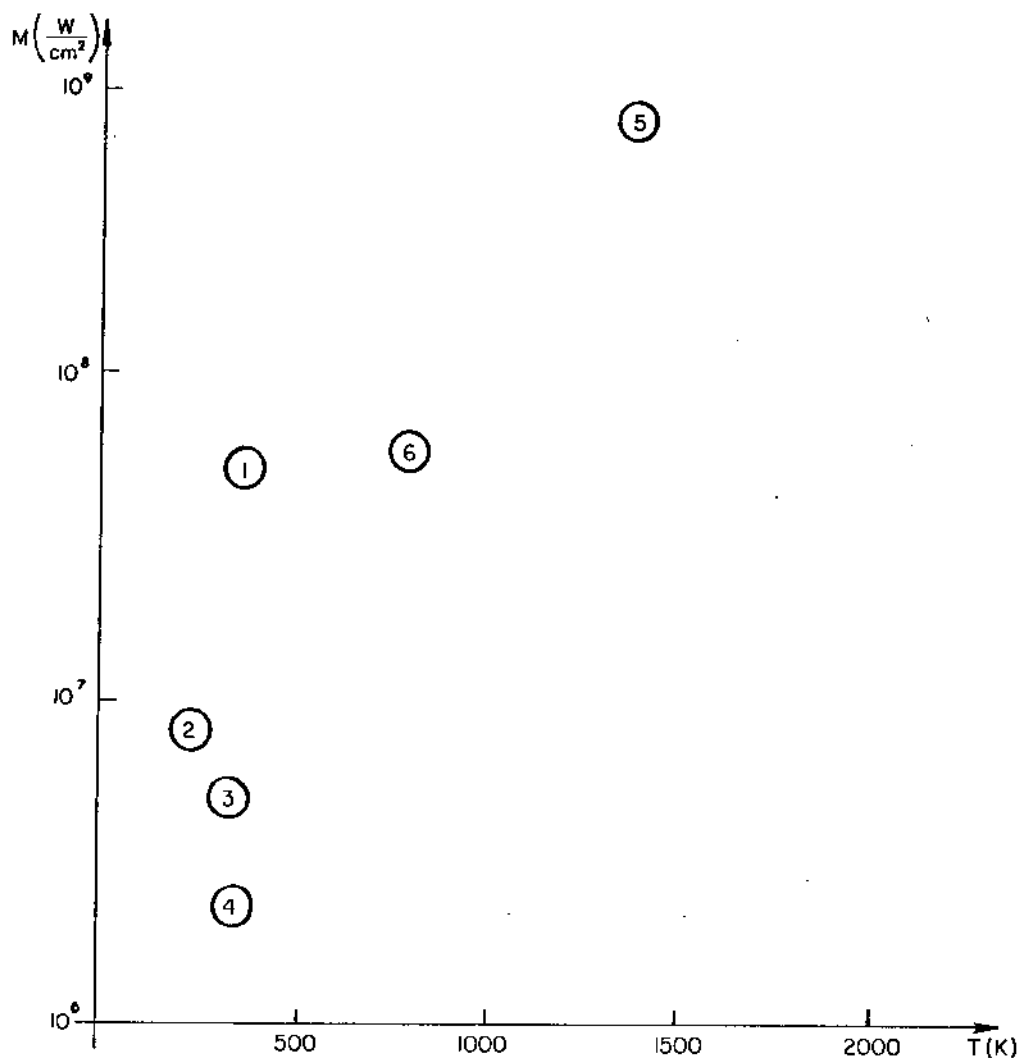


FIGURA 2.1 - Número de mérito para alguns fluido de trabalho em suas respectivas temperaturas de ebulição, a uma atmosfera.

- ① Água
- ② Amonia
- ③ Metanol
- ④ Etanol
- ⑤ Lítio
- ⑥ Potasso

Na figura abaixo plotamos o número de mérito versus temperatura para a água e o sódio.

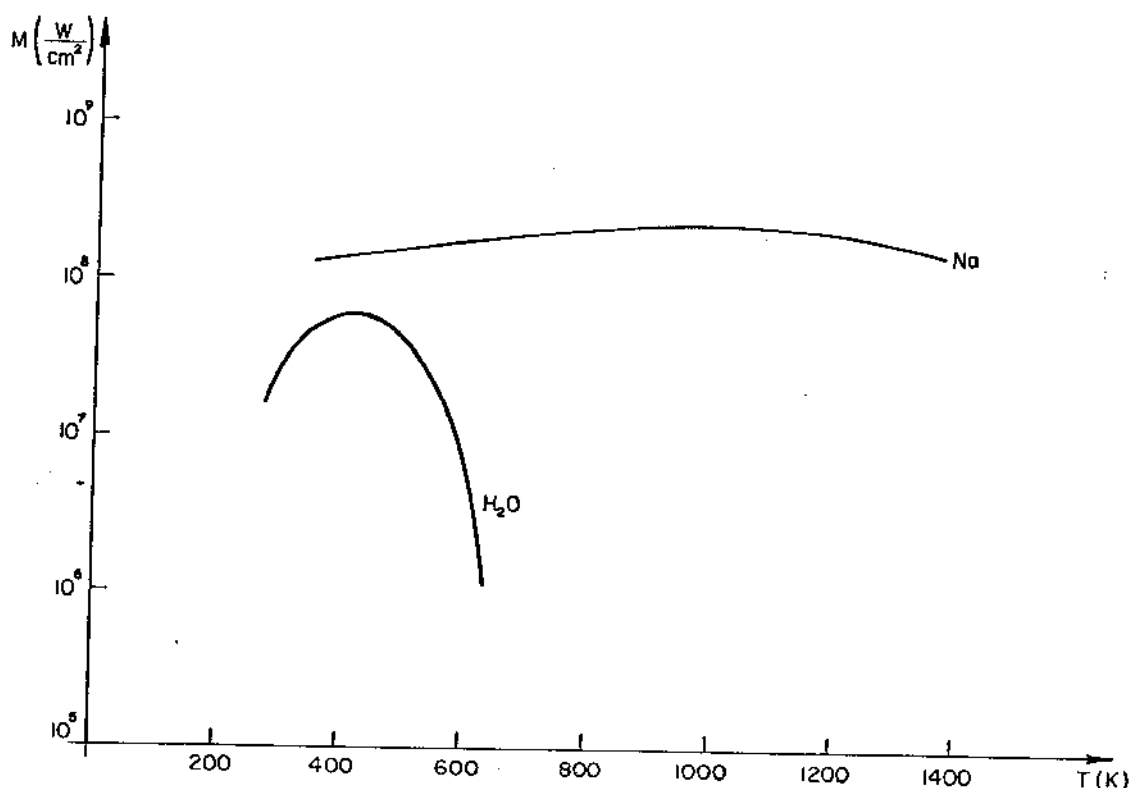


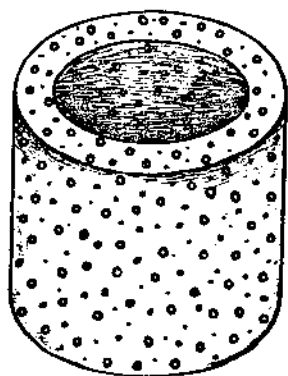
FIGURA 2.2 - Variação do número de mérito com a temperatura para a água e sódio.

Como estamos interessados em trabalhar com temperaturas média, em torno de $150^\circ C$, optamos pela água, a qual além de poder ser utilizada na faixa de interesse, possui um bom número de mérito, o melhor dentre as substâncias para a mesma faixa. Usaremos também, para alguns ensaios, a título de experiência a acetona, para temperaturas um pouco menor, da ordem de $60^\circ C$.

2.2.2. Estrutura Porosa

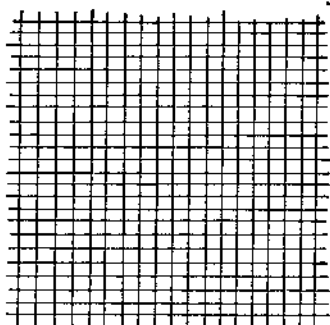
A escolha e a determinação das propriedades da estrutura porosa é um dos fatores importantes do projeto do tubo.

Como até hoje não se tem feito tubos de calor no Brasil, os materiais brasileiros que podem ser utilizados, bem como suas principais propriedades eram até aqui uma incôgnita. Nosso trabalho inicial foi fazer um levantamento no mercado nacional dos materiais utilizáveis como estrutura porosa para tubos de calor, obtivemos:



- Sinterizados

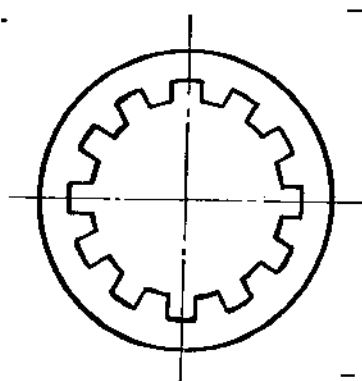
Conglomerado de esferas unidas por fusão parcial cujo material é bronze, em geral 90 % cobre e 10 % estanho. São utilizados no Brasil como filtros, por exemplo de gasolina.



- Telas Metálicas

Telas de aço inoxidável, bronze e latão com diversas espessuras de fio, é um material sujeito a um rigoroso controle de qualidade, tendo portanto es-

pecificações técnicas muito precisas .
Normalmente são utilizadas no Brasil
como filtros ou separadores.



- Ranhuras

Ranhuras feitas internamente em tubos
com dispositivos previamente dimensionados.

- Combinação das anteriores

A escolha da estrutura porosa, depende muito do projeto e tem características interessantes , pois sendo seu propósito primitivo gerar pressão de capilaridade para transportar o fluido de trabalho do condensador ao evaporador, quanto menor o tamanho dos poros será melhor, pois a pressão de capilaridade será maior, porém, simultaneamente ao diminuirmos o tamanho dos poros, aumentamos a perda de carga do fluido ao atravessar a estrutura porosa, portanto existe um tamanho de poro adequado, dependendo do projeto em estudo.

Para caracterizar as propriedades da estrutura porosa, anteriormente comentadas temos os seguintes parâmetros:

Raio de capilaridade - r_c

O qual está diretamente ligado a pressão de capilaridade obtida pois :

$$(\Delta P_c)_{\max} = \frac{2 \sigma_e}{r_c} \quad (2.2)$$

Permeabilidade - K_p

A qual está diretamente ligada a perda de carga do líquido ao atravessar a estrutura porosa.

$$\Delta P_e = \frac{\mu_e \ell_{ef} \dot{m}}{\rho_e K_p A_p} \quad (2.3)$$

2.2.2.1 Determinação das propriedades da estrutura porosa.

a) Sinterizados

No mercado nacional, são encontrados sinterizados de bronze, sua especificação comercial é a dada a seguir

GG retêm partículas maiores que 100 μ

E retêm partículas maiores que 80 μ

D retêm partículas maiores que 70 μ

G retêm partículas maiores que 45 μ
 GM retêm partículas maiores que 20 μ
 M retêm partículas maiores que 8 μ
 F retêm partículas maiores que 4 μ

- Permeabilidade

Obtivemos o gráfico da perda de carga versus a vazão, para cada tipo de sinterizado o qual é dado pela figura 2.3^[34].

Da figura 2.3, através da definição de permeabilidade $\Delta P_e = \frac{\mu_e l_{ef} \dot{m}}{\rho_e K_p A_p}$, obtemos as permeabilidades da Tabela 2.2.

Sinterizado	Permeabilidade (10^{-10} m^{-2})
GG	4,67
E	3,38
D	2,50
G	1,59
GM	1,06
M	0,85
F	0,35

TABELA 2.2 - VALORES DAS PERMEABILIDADES DOS SINTERIZADOS NACIONAIS

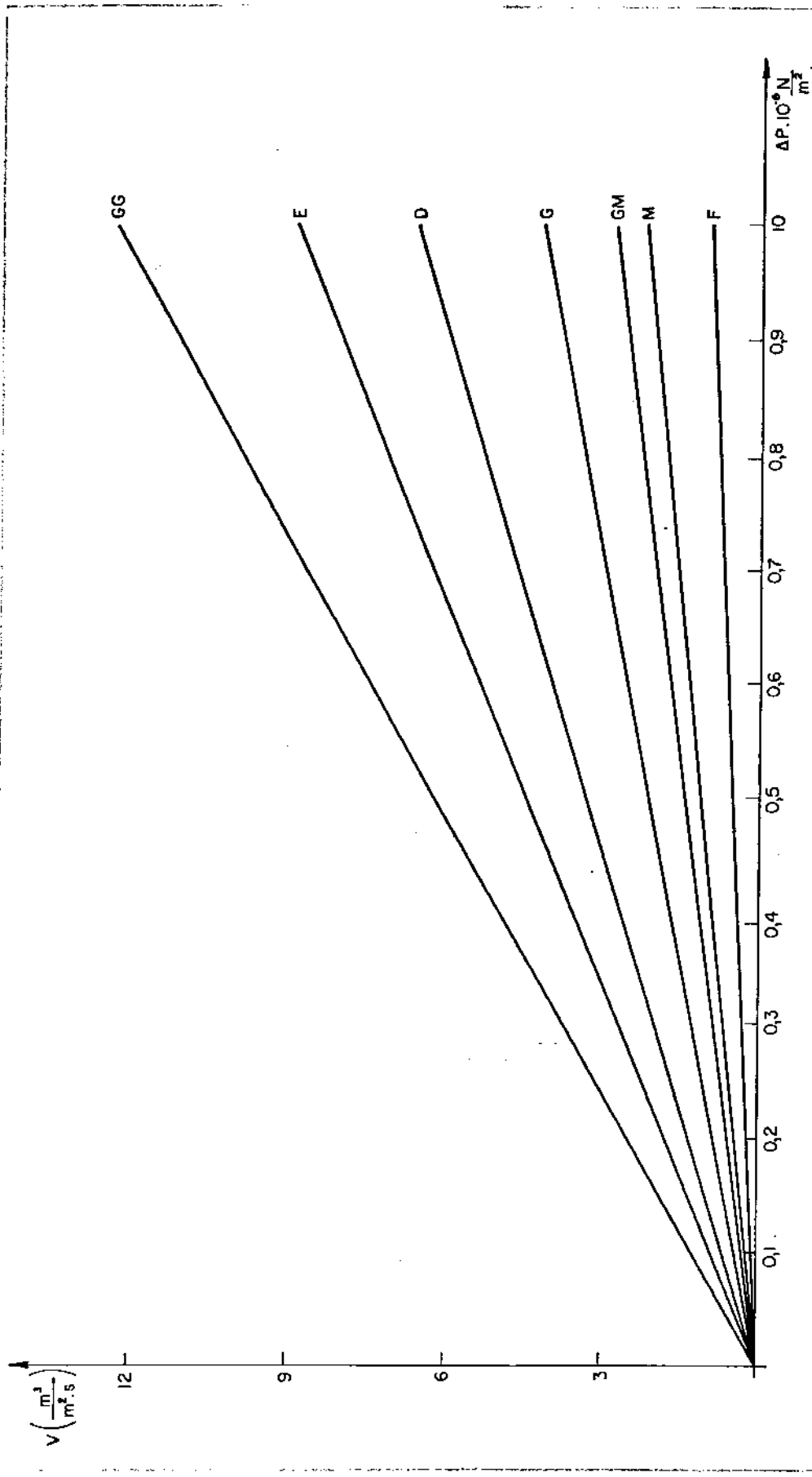


FIGURA 2.3 - Perda de carga experimental nos sinterizados nacionais.

- Capilaridade

O raio de capilaridade pode ser obtido através de um modelo de empacotamento esférico, esse modelo⁽²⁾, conduz a um raio de capilaridade fornecido pela relação :

$$r_c = 0,41 r_s \quad (2.4)$$

tal relação, quando aplicada as esferas que compoem os sinterizados nacionais, fornecem os raios de capilaridade tabelados na Tabela 2.3 abaixo .

Sinterizado	Raio de Capilaridade (mm)
GG	0,028
E	0,024
D	0,020
G	0,016
GM	0,013
M	0,012
F	0,008

TABELA 2.3 - VALORES DO RAO DE CAPILARIDADE
PARA SINTERIZADOS NACIONAIS.

Nossas tentativas experimentais para verificação dos raios de capilaridade da tabela anterior , mostraram um desvio de até 15 % do valor teórico tabelado, dependendo do fabricante e da porosidade.

b) Telas metálicas

As telas metálicas são componentes sujeitos a um aperfeiçoado controle de qualidade, permitindo um alto grau de reprodutibilidade com uma tolerância muito pequena.

A especificação das telas é feita através da nomenclatura inglesa Mesh , mesmo no mercado nacional. Podemos simplificar a notação para a letra N, pois indicará o número de fios por polegada ex :

Mesh 400	N = 400	tem 400 fios por polegada
Mesh 50	N = 50	tem 50 fios por polegada

No Brasil são fabricadas telas até mesh 200, mas são comumente encontradas no mercado até mesh 400 podendo atingir 500. São encontradas malhas de aço inox, bronze e latão, sendo que para os "mesh" maiores s^o encontramos em inox.

Suas propriedades são:

- Permeabilidade

A permeabilidade das telas pode ser colocada em função de sua porosidade ϵ , a qual é definida como :

$$\epsilon = \frac{\text{volume vazio}}{\text{volume total}} \quad (2.5)$$

Sendo d o diâmetro do fio, N o mesh e S o fator de "crimping" ($\approx 1,05$) o qual leva em conta que a interação não é simplesmente um trançado, a porosidade será: (2)

$$\epsilon = 1 - \frac{\pi S N d}{4} \quad (2.6)$$

A permeabilidade será dada pela equação de Blake-Kozeny modificada:

$$K_p = \frac{d^2 \epsilon^2}{1,22 (1 - \epsilon)^2} \quad (2.7)$$

a qual mostra um bom ajuste com os valores experimentais. (2)

A tabela 2.4 mostra os valores da porosidade e da permeabilidade para as telas nacionais .

TABELA 2.4

POROSIDADE E PERMEABILIDADE DAS TELAS ENCONTRADAS
NO MERCADO NACIONAL,

Mesh (N)	d (mm)	ϵ	$K_p (10^{-10} m^2)$
500	0,025	0,59	0,11
400	0,030	0,61	0,29
300	0,035	0,66	0,38
250	0,040	0,67	0,54
200	0,050	0,67	0,84
150	0,060	0,71	1,77
130	0,080	0,66	1,98
120	0,090	0,65	2,29
100	0,114	0,63	3,09
100	0,110	0,64	3,14
100	0,100	0,67	3,38
80	0,18	0,53	3,38
80	0,14	0,64	5,08
60	0,20	0,61	8,02
60	0,16	0,69	10,4
60	0,11	0,78	12,5
50	0,25	0,59	10,6
50	0,21	0,66	13,6

- Capilaridade

A capilaridade das telas pode ser calculada a partir do trabalho de Tien e Sun⁽³⁾

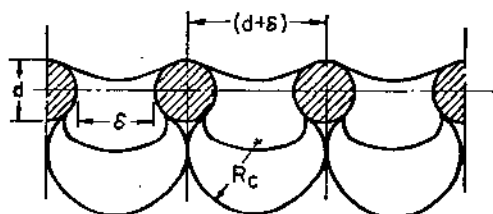


FIGURA 2.4 - Raio do Menisco^[3]

O raio do menisco mínimo r_c é dado aproximadamente por

$$r_c = \frac{d + \delta_c}{2} \quad (2.8)$$

Tien e Sun⁽³⁾ correlacionaram esta expressão com os valores obtidos experimentalmente e obtiveram uma excelente concordância entre estes valores.

Com a expressão 2.8, podemos obter a pressão máxima de capilaridade para as telas nacionais, as quais são tabeladas na tabela 2.5, para a água a 100 °C.

Note que esta pressão máxima de capilaridade é dependente da temperatura, plotamos a seguir, para a água, a influência da temperatura na pressão máxima de capilaridade.

TABELA 2.5

RAIO DE CAPILARIDADE E PRESSÃO MÁXIMA DE CAPILARIDADE PARA A ÁGUA A 100 °C , NAS TELAS NACIONAIS.

Mesh (N)	d (mm)	δ_c (mm)	r_c (mm)	$(\Delta P_c)_{\max}$ N/m ²
500	0,025	0,026	0,026	4526
400	0,030	0,034	0,032	3678
300	0,035	0,050	0,043	2737
250	0,040	0,062	0,051	2307
200	0,050	0,077	0,064	1839
150	0,060	0,109	0,085	1384
130	0,080	0,115	0,097	1213
120	0,090	0,122	0,106	1110
100	0,114	0,14	0,127	927
100	0,110	0,14	0,125	942
100	0,100	0,15	0,13	906
80	0,18	0,14	0,16	736
80	0,14	0,18	0,16	736
60	0,20	0,22	0,21	560
60	0,16	0,26	0,21	560
60	0,11	0,31	0,21	560
50	0,25	0,26	0,26	453
50	0,21	0,30	0,25	471

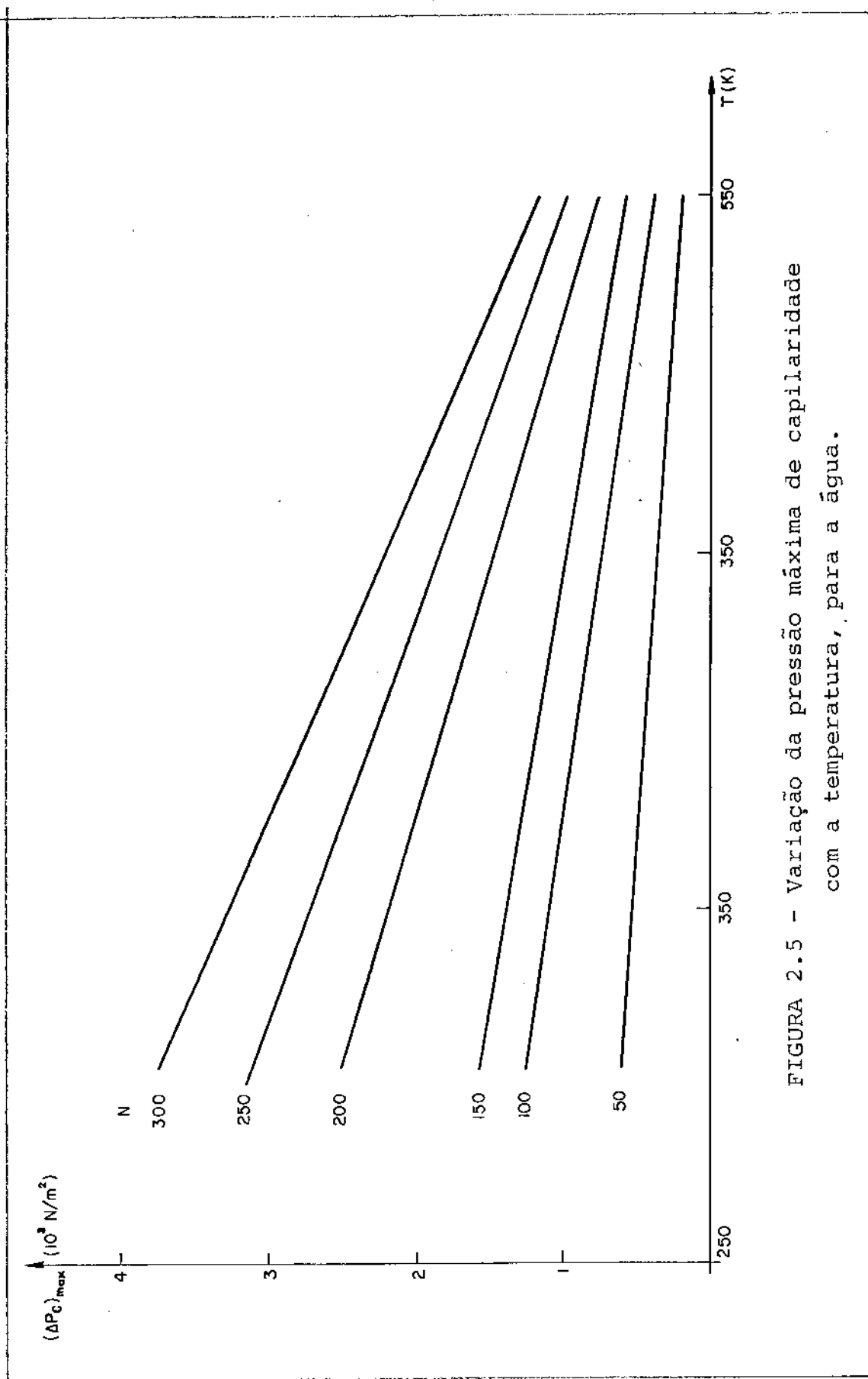


FIGURA 2.5 - Variação da pressão máxima de capilaridade com a temperatura, para a água.

2.2.3. - Envolucro Recipiente

O envolucro recipiente, é, em geral um tubo, o qual deve suportar as pressões de trabalho do tubo de calor.

A escolha do material do recipiente, e da estrutura porosa, deve ser tal que possibilite uma compatibilidade com o fluido de trabalho e com a estrutura porosa. A tabela 2.7 nos fornece a compatibilidade entre os fluidos de trabalho e os materiais usados para tubos de calor.

Analizando a tabela 2.7 podemos obter um grande número de combinações de materiais para nosso uso. Nossos tubos tiveram as seguintes composições

TUBO	ESTRUTURA POROSA	LÍQUIDO DE TRABALHO
cobre	aço	água
cobre	aço	acetona
cobre	latão	água

TABELA 2.6 - COMPOSIÇÕES UTILIZADAS

TABELA 2.7

COMPATIBILIDADE ENTRE MATERIAIS E FLUIDO DE TRABALHO
PARA TUBOS DE CALOR.

Material	FLUIDOS DE TRABALHO				
	Água	Acetona	Amônia	DOW-E	Metanol
Alumínio	G.T.	R.L.	R.U.	N.R.	N.R.
Aço Inoxidável	G.E.	P.C.	R.U.	R.U.	G.E.
Cobre	R.U.	R.U.	N.R.	R.U.	R.U.
Níquel	P.C.	P.C.	R.U.	R.L.	R.L.
Fibra refrasil	R.U.	R.U.	R.U.	R.U.	R.U.

R.U. - Recomendado pelo uso anterior com sucesso

R.L. - Recomendado pela literatura

P.C. - Provavelmente compatível

N.R. - Não recomendado

D - Desconhecido

G.T. - Geração de gás em todas temperaturas

G.E. - Geração de gás a temperaturas elevadas

CAPÍTULO III

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo analisamos o projeto real de um tubo de calor, e introduzimos modificações geométricas na estrutura porosa com o objetivo de melhorar a performance deste tubo.

Paralelamente às equações analíticas colocamos os valores reais de um projeto, o qual foi por nós desenvolvido, construído e testado nos laboratórios da UNICAMP; os resultados obtidos, estão plotados e comentados no capítulo V .

3.2 - ANÁLISE DO PROJETO

Um dado projeto de tubo de calor, possui diversas limitações, tais como: limite sônico; limite viscoso; limite de arraste; limite de capilaridade; etc.

A maneira tradicional de projetar e dimensionar o tubo de calor é através do limite mais crítico

co, em geral o limite de capilaridade e verificar se os outros limites são satisfeitos.

Pretendemos uma faixa de operação em torno de 100°C , nesse caso o fluido de trabalho indicado será a água, pelo seu alto número de mérito, nosso recipiente envoltório, no caso o tubo, será de cobre, o qual compatibiliza-se com a água conforme tabela 2.7.

Nosso projeto em análise, e o protótipo nº 3, cujas características técnicas são:

diâmetro interno	$d_e = 2,54 \text{ cm}$
espessura	$e = 1,5 \text{ mm}$
comprimento total	$L = 100 \text{ cm}$
comprimento adiabático	$L_A = 12 \text{ cm}$
comprimento do condensador	$L_C = 35 \text{ cm}$
comprimento do evaporador	$L_E = 50 \text{ cm}$
Estrutura porosa malhas	$N = 60 \text{ (duas)}$

Os parâmetros básicos do tubo de calor são a condutância térmica global (K) e a taxa máxima da transferência de calor ($\dot{Q}$), os quais analisaremos a seguir.

3.2.1 Taxa máxima da transferência de calor

A taxa de transferência de calor é dependente das condições de escoamento do fluido de trabalho, portanto qualquer limitação nas condições de escoamento causará uma limitação na taxa de transferência de calor. As principais limitações são:

a) Limite Sônico

O limite sônico ocorre em virtude do engasgamento ("choking") do fluxo do vapor, em geral só é crítico para altas temperaturas ou na partida do tubo de calor, é dado por: [7]

$$q_s = \rho_v L \frac{\gamma \tilde{R} T_v}{2(\gamma+1)M_m} = 28,9 \text{ Kw/cm}^2 \quad (3.1)$$

b) Limite de arraste

O limite de arraste resulta do arraste do líquido pelo vapor, em geral só é crítico para altas velocidades do vapor, é dado por: [1]

$$q_a = \pi r_v^2 L \frac{2\pi\rho_v\sigma_e \cos\theta}{\lambda_c} = 12,9 \text{ Kw/cm}^2 \quad (3.2)$$

c) Limite viscoso

O limite viscoso é crítico quando as forças viscosas são dominantes o que ocorre em geral, para temperaturas muito baixas com escoamentos muito lentos, é dado por: [1]

$$q_v = \frac{r_v^2 L \rho_v P_v}{16 \mu_v L_{ef}} = 5,3 \times 10^3 \text{ Kw/cm}^2 \quad (3.3)$$

d) Limite de capilaridade

Em uma grande parte dos tubos de calor, este é o limite crítico, um dos nossos objetivos é encontrar variantes que ampliem esta limitação.

O limite de capilaridade ocorre devido ao esgotamento da capacidade de bombeamento.

O equacionamento que exprime o funcionamento é dado por:

$$(\Delta P_c)_{\max} \geq \Delta P_e + \Delta P_v + \Delta P_g \quad (3.4)$$

A variação de pressão gravitacional ΔP_g , é um parâmetro dependente unicamente do local e da inclinação

do tubo, se operarmos horizontalmente este parâmetro se
rá negligenciado.

A queda de pressão do vapor, para tubos de ca-
lor, operando a baixas temperaturas e baixas taxas de
trocas de calor, em primeira aproximação pode ser des-
prezada.

Temos então que a perda de carga do líquido de
verá ser compensada pela pressão de capilaridade:

$$(\Delta P_c)_{\max} \geq \Delta P_e \pm \Delta P_g \quad (3.5)$$

Nos projetos de engenharia as expressões utili-
zadas para as pressões acima são:

$$(\Delta P_c)_{\max} = \frac{2 \sigma_e \cos \theta}{r_c} \quad (3.6)$$

$$\Delta P_e = \frac{\mu_e \dot{Q} L_{ef}}{\rho_e L A_w K_p} \quad (\text{Lei de Darcy}) \quad (3.7)$$

$$\Delta P_g = \rho_e g l \sin \phi \quad (3.8)$$

Para a água a 80°C , temos:

$$L = 2,258 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

$$\mu_e = 0,283 \text{ m N s/m}^2$$

$$\rho_e = 958 \text{ Kg/m}^3$$

$$\sigma_e = 58,85 \text{ m N/m}^2$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

O raio de capilaridade r_c , é fornecido pela tabela 2.5, $r_c = 0,21 \text{ mm}$.

Assumindo molhamento perfeito, $\theta = 0$, temos:

$$(\Delta P_c)_{\max} = \frac{2 \sigma_e}{r_c} = 613 \text{ N/m}^2 \quad (3.9)$$

A Permeabilidade da malha $N = 60$, é obtida da tabela 2.4

$$K_p = 10,4 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

O comprimento efetivo será dado por:

$$L_{ef} = L_A + \frac{(L_E + L_C)}{2} \quad (3.10)$$

$$L_{ef} = 0,54 \text{ m}$$

A área transversal da estrutura porosa é obtida pela expressão:

$$A_w = 4 \times d_f \times \pi \times d_i \quad (3.11)$$

$$A_w = 5,28 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Portanto a taxa máxima da transferência de calor será:

$$\dot{Q}_{max} = \frac{\rho_e K_p A_w L}{\mu_e L_{ef}} \left[\frac{2 \sigma_e}{r_c} \pm \rho_e g l \cos \phi \right] \quad (3.12)$$

Para o tubo operando na horizontal, sua taxa máxima de transferência de calor será:

$$\dot{Q}_{max} = 330 \text{ W} \quad (3.13)$$

3.2.2 Condutância Térmica Global

Nosso estudo do tubo de calor, visa analisá-lo em regime estacionário, portanto podemos associar as quedas de temperaturas a resistências ou condutâncias térmicas e obter a resistência térmica total, ou condutância térmica total, pela associação das individuais.

As resistências e condutâncias térmicas do tubo de calor, bem como as quedas de temperaturas a elas associadas, são ilustradas na figura 3.1 abaixo.

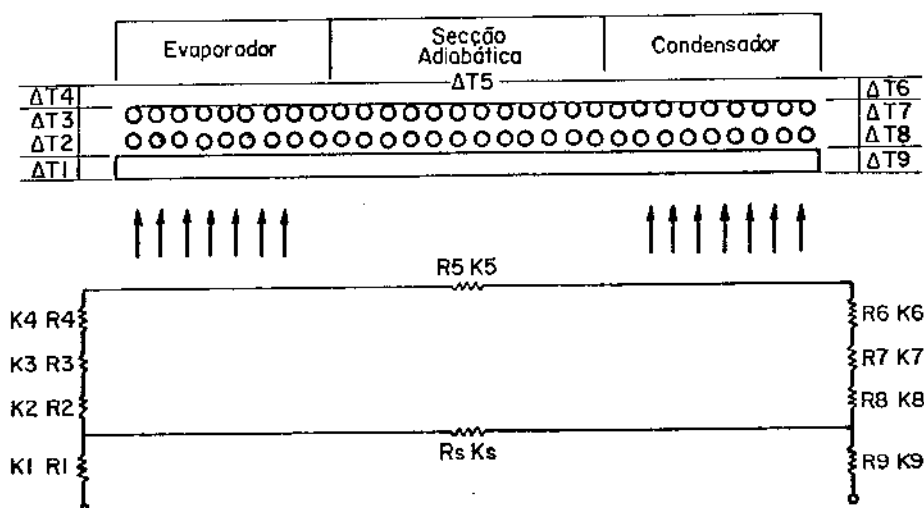


FIGURA 3.1 - Quedas de temperaturas, resistências e condutâncias térmicas associadas ao tubo de calor.

As resistências térmicas do tubo de calor, usualmente utilizadas em projetos, podem ser calculadas pelas expressões:

$$R_1 = \frac{1}{h_e A_e} \quad (3.14)$$

$$R_2 = \frac{\ell_n \left(\frac{r_e}{r_i} \right)}{2\pi K_t L_E} \quad (3.15)$$

$$R_3 = \frac{e_p}{K_w A_E} \quad (3.16)$$

$$R_4 = \frac{R T^2 (2\pi RT)^{1/2}}{L^2 P_v A_E} \quad (3.17)$$

$$R_5 = \frac{R T^2 \Delta P_v}{\dot{Q} L P_v} \quad (3.18)$$

$$R_6 = \frac{R T^2 (2\pi RT)^{1/2}}{L^2 P_v A_C} \quad (3.19)$$

$$R_7 = \frac{e_p}{K_w A_C} \quad (3.20)$$

$$R_8 = \frac{\ell_n \left(\frac{r_e}{r_i} \right)}{2\pi K_t L_C} \quad (3.21)$$

$$R_9 = \frac{1}{h_c A_C} \quad (3.22)$$

Como estamos interessados apenas no tubo de calor, as resistências R_1 e R_9 que são dependentes de fatores externos, os quais podem ser variados sem alterarmos o tubo de calor, não fazem parte da resistência térmica equivalente intrínseca do tubo de calor.

As resistências R_4 , R_5 e R_6 usualmente e também neste caso podem ser negligenciadas.

As resistências R_3 e R_7 dependem de K_w , que é a condutividade térmica efetiva da estrutura porosa contendo o fluido de trabalho. Para o cálculo de K_w há na literatura basicamente três modelos, que em princípio poderiam ser aplicados as telas metálicas.

a) Modelo Série

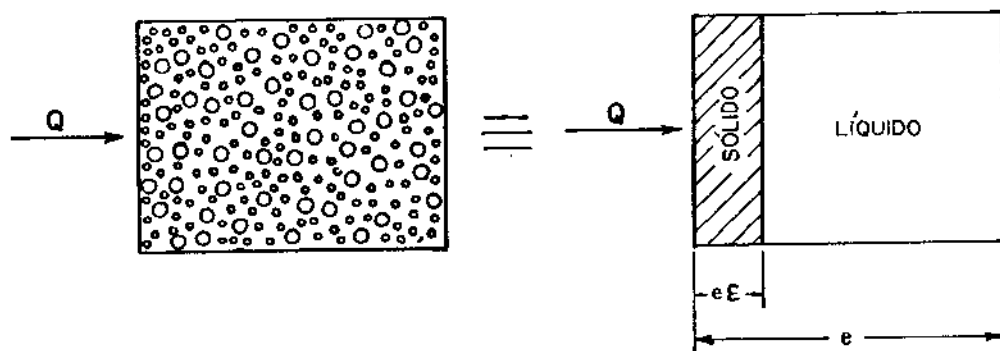


FIGURA 3.2 - Associação de condutâncias térmicas pelo modelo série.

$$K_w = \frac{1}{\frac{1-\epsilon}{K_s} + \frac{\epsilon}{K_e}} \quad (3.23)$$

b) Modelo Paralelo

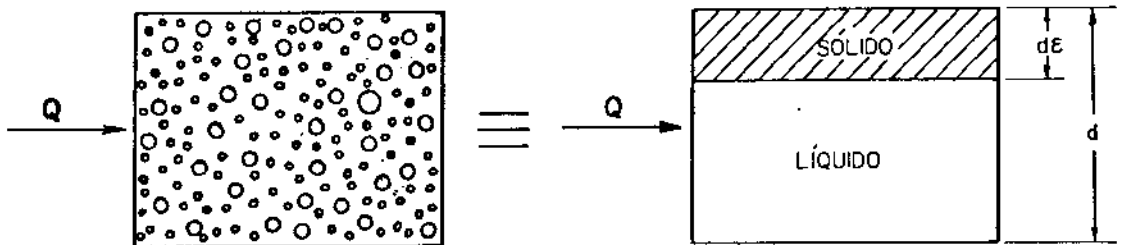


FIGURA 3.3 - Associação de condutâncias térmicas pelo modelo paralelo.

$$K_w = (1 - \epsilon) K_s + \epsilon K_e$$

c) Modelo de Rayleigh's

O qual foi desenvolvido supondo o material poroso uma dispersão, consistindo de cilindros concêntricos [1]

$$K_w = \frac{\beta - \epsilon}{\beta + \epsilon} K_e \quad (3.24)$$

$$\text{onde } \beta = (1 + \frac{K_s}{K_e}) / (1 - \frac{K_s}{K_e})$$

Segundo a referência [1] a expressão de Rayleigh's é a que mais se adapta ao caso de telas metálicas, e é a que será por nós utilizada.

- Cálculo de K_w

$$\text{com } K_s = 17,3 \text{ w/m } ^\circ\text{C}$$

$$K_e = 0,68 \text{ w/m } ^\circ\text{C}$$

$$\beta = \frac{(1 + \frac{K_s}{K_e})}{(1 - \frac{K_s}{K_e})} = - 1,08 \quad (3.25)$$

$$K_w = \frac{\beta - \epsilon}{\beta + \epsilon} K_e = 1,19 \text{ w/m } ^\circ\text{C} \quad (3.26)$$

As condutâncias e resistências térmicas serão:

$$K_2 = 1,43 \times 10^4 \text{ w/}^\circ\text{C} \quad R_2 = 0,7 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/w}$$

$$K_3 = 25,6 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_3 = 3,9 \times 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_4 \approx 10^5 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_4 \approx 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_5 \approx 10^8 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_5 \approx 10^{-8} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_6 \approx 10^5 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_6 \approx 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_7 = 18,1 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_7 = 5,5 \times 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_8 = 2,0 \times 10^4 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

$$R_8 = 0,5 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

A condutância e resistência térmica intrínsecas equivalentes serão:

$$R_{eq} = 9,4 \times 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C/w}$$

$$K_{eq} = 10,6 \text{ w/}^{\circ}\text{C}$$

As comparações das previsões teóricas, com os resultados experimentais, bem como comentários e conclusões encontram-se no capítulo V .

3.3 - OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA

Um dos parâmetros mais importantes do tubo de calor é sua taxa máxima de transporte de calor, a qual, quanto maior, melhor.

Num dado tubo de calor, para aumentarmos a taxa máxima de transporte de calor poderemos aumentar o número de malhas diminuindo a perda de pressão do líquido, mas isto implicaria num aumento das resistências R_3 e R_7 , diminuindo consideravelmente a "condutância térmica intrínseca" do tubo de calor.

Para contornar este problema propomos um novo formato da estrutura porosa, ilustrado na figura 3, de modo a aumentar a taxa máxima de transporte de calor sem variar a condutividade térmica.

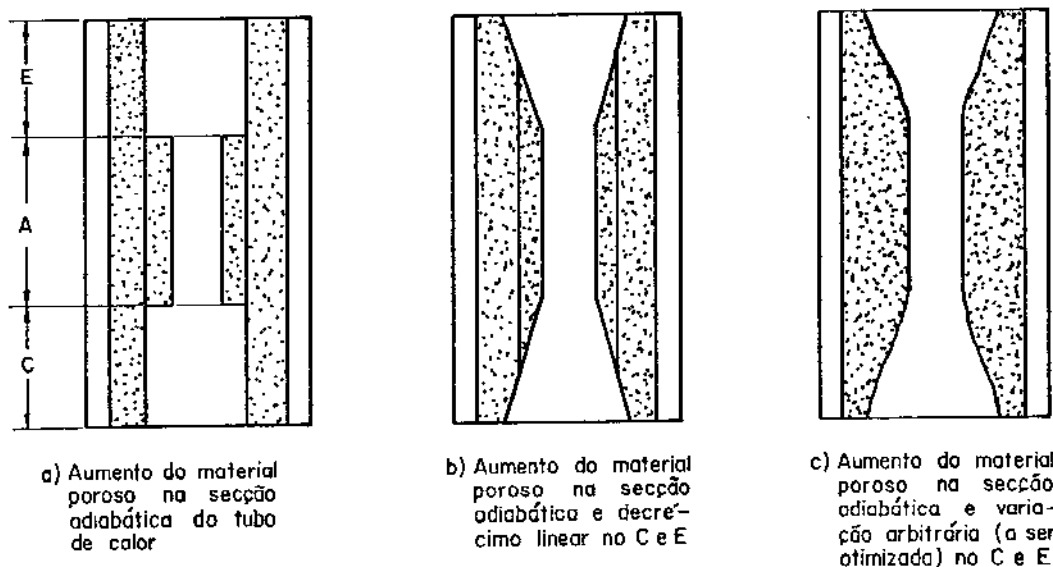


FIGURA 3.4 - Variação Geométrica da Estrutura Porosa do tubo de Calor.

A análise dos tubos de calor será feita na horizontal, embora isto não restrinja a idéia envolvida.

Caso (a) : Aumento do material poroso na secção adiabática.

Para o caso limite

$$(\Delta P_c)_{\max} = \Delta P_e + \Delta P_v \quad (3.27)$$

- $(\Delta P_c)_{\max}$ é num dado projeto uma constante que depende apenas do líquido e do material poroso.

- ΔP_e é uma função de r_v e $\dot{Q}$.

- ΔP_v é também uma função de r_v e $\dot{Q}$.

com os dados do projeto maximizamos $\dot{Q}$ em termos de r_v .

No nosso P-3 temos:

$$(\Delta P_c)_{\max} = \frac{2\sigma_e \cos\theta}{r_c} = 613 \text{ N/m}^2 \quad (3.28)$$

$$\Delta P_e = \Delta P_{e_C} + \Delta P_{e_E} + \Delta P_{e_A} = \frac{\mu_e \dot{Q} (L_C/2)}{\rho_e L K A_{wC}} + \frac{\mu_e \dot{Q} (L_E/2)}{\rho_e L K A_{wE}} +$$

$$+ \frac{\mu_e L_A \dot{Q}}{\rho_e L K A_{WA}} \quad (3.29)$$

Supondo escoamento laminar e com recuperação total de pressão

$$\Delta P_v = \frac{8 \mu_v \dot{m}}{\pi r_v^4} \left[\frac{L_E + L_C}{2} + L_A \right] \quad (3.30)$$

maximizando $\dot{Q}$ em termos de r_v , obtemos que $\dot{Q}$ será máximo para

$$r_v = \alpha r_i \quad (3.31)$$

onde α depende dos parâmetros de projeto, no nosso caso (P-3)

$$\alpha = 0,4 \quad (3.32)$$

e

$$\dot{Q}_{\max_f} = 1,4 \dot{Q}_{\max} \quad (3.33)$$

Caso (c) : (incluindo o (b))

Como $L_E \gg b$ podemos supor que a direção

do escoamento do fluxo de calor é perpendicular a parede do tubo.

Podemos então subdividir o evaporador (ou condensador) em resistências ou condutâncias paralelas.

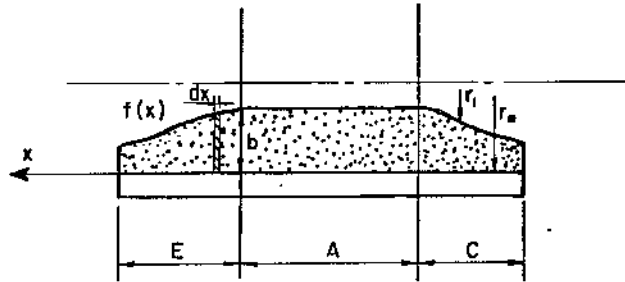


FIGURA 3.5 - Corte do tubo de calor

$$\text{logo: } K_{ev} = \int_0^{L_E} dK \quad \text{onde} \quad dK = \frac{2\pi K_w}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} dx \quad (3.34)$$

$$\text{mas} \quad r_i = r_e - f(x) \quad (3.35)$$

numa aproximação de primeira ordem

$$\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) = -\ln\left(1 - \frac{f(x)}{r_e}\right) \approx \frac{f(x)}{r_e} \quad (3.36)$$

$$\therefore K_{ev} = \int \frac{2\pi K_w}{f(x)} dx = 2\pi K_w \int_0^{L_E} \frac{1}{f(x)} dx \quad (3.37)$$

Como fixamos a condutividade térmica constante

$$\int_0^{L_E} \frac{1}{f(x)} dx = \text{cte} \quad (3.38)$$

Perda de carga no evaporador; num trecho elementar dx a perda de carga será:

$$dP_e = \frac{\mu_e \dot{m}(x) dx}{\rho_e K_p 2\pi r_e f(x)} \quad (3.39)$$

$$\text{- Se admitirmos } \dot{m}(x) = \overline{\dot{m}} \quad (3.40)$$

$$\Delta P_e = \frac{\mu_1 \overline{\dot{m}}}{\rho_e K_p 2\pi r_e} \int_0^{L_E} \frac{dx}{f(x)} \quad (3.41)$$

$$\text{mas de (25)} \int_0^{L_E} \frac{dx}{f(x)} = \text{cte} \rightarrow \Delta P_e = \text{cte} \quad (3.42)$$

Portanto em primeira aproximação a exigência de k_{eq} constante implica numa perda de carga no evaporador (ou condensador) constante, independente da função $f(x)$.

Optamos então por uma curva do tipo de

(b), a qual suaviza a variação da secção, evitando turbulência no escoamento.

A função $f(x)$ será do tipo:

$$f(x) = ax + b$$

onde $b \leq (r_v)_{\text{otimizado}} = 0,4 \ r_e$ (da condição de fluxo máximo de calor) e a será obtido da condição de condutividade térmica constante.

$$(K_{eq})_{\text{anterior}} = (K_{eq})_{\text{modificado}}$$

$$\frac{2\pi K_w L_E}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} = \int \frac{2\pi K_w}{\ln\left(1 - \frac{ax + b}{r_e}\right)} dx \quad (3.43)$$

- No caso mais realístico, que é assumirmos sucção e injeção constante, temos:

$$\text{no Evaporador} \quad \dot{m} = C_2 x \quad \text{onde} \quad C_2 = \underline{\text{cte}} \quad (3.44)$$

$$\Delta P_e = \frac{\mu_e C_2}{\rho_e K_P 2\pi r_e} \int_0^{L_E} \frac{x}{f(x)} dx$$

$$\int_0^{L_E} \frac{dx}{f(x)} = \text{cte} = \frac{K_{ev}}{2\pi K_w} = c_1 \quad (3.46)$$

$$\int_0^{L_E} \frac{x}{f(x)} dx = \text{mínimo} \quad (3.47)$$

$$f(L_E) = b \quad (3.48)$$

Sabemos que :

$$\int_{x_1}^{x_2} g(x) \frac{d f(x)}{dx} dx = g(x) f(x) \Big|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} f(x) \frac{d g(x)}{dx} dx \quad (3.49)$$

fazendo $f(x) = x$

$$\int_{x_1}^{x_2} g(x) dx = g(x) \cdot x \Big|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} x g(x) dx \quad (3.50)$$

Aplicando (3.50) em (3.46) temos

$$\int_0^{L_E} \frac{1}{f(x)} dx = \frac{1}{f(x)} \cdot x \Big|_0^{L_E} - \int_0^{L_E} \frac{x(-1)}{f(x)^2} f'(x) dx \quad (3.51)$$

$$\int_0^{L_E} \frac{x}{f(x)^2} f'(x) dx = C_1 - \frac{L_E}{b} \equiv C_3 \quad (3.52)$$

Logo:

$$\left[\frac{x}{f(x)} - \lambda \frac{x}{f(x)^2} \cdot f'(x) \right] dx = \text{mínimo}$$

onde λ é um multiplicador de Lagrange.

Definimos

$$F = \frac{x}{f(x)} - \lambda \frac{x}{f(x)^2} \cdot f'(x)$$

da teoria do cálculo variacional temos :

$$\frac{\partial F}{\partial f} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial f'} \right) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial f} = - \frac{x}{f(x)^2} + 2\lambda \frac{x f'(x)}{f(x)^3}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial f'} \right) = \frac{\lambda}{f(x)^2} - 2\lambda \frac{x f'(x)}{f(x)^3}$$

$$4\lambda x f'(x) - (\lambda + x) f(x) = 0$$

resolvendo esta equação diferencial obtemos :

$$f(x) = C_4 x^{\frac{1}{4}} e^{\frac{x}{4\lambda}}$$

- Cálculo das constantes C_4 e λ

de 3.46, temos

$$\int_0^{L_E} \frac{dx}{C_4 x^{1/4} e^{x/4\lambda}} = C_1$$

da Ref. 8, pág. 317 temos :

$$\int_0^u x^{v-1} e^{-\mu x} dx = \mu^{-v} \gamma(v, \mu, u)$$

onde γ é uma função gama incompleta.

$$\text{no caso } \mu = \frac{1}{4\lambda}$$

$$v = \frac{3}{4}$$

$$u = L_E$$

$$\therefore \int_0^{L_E} \frac{dx}{x^{1/4} e^{x/4\lambda}} = \left(\frac{1}{4\lambda}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \gamma\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4\lambda} L_E\right) = C_1 C_4$$

$$\therefore \begin{matrix} C_4 \\ \lambda \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} C_1 C_4 = \left(\frac{1}{4\lambda}\right)^{-\frac{3}{4}} \gamma\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4\lambda} L_E\right) \\ C_4 (L_E)^{\frac{1}{4}} \cdot e^{\frac{L_E}{4\lambda}} = b \end{array} \right.$$

Determinamos então C_4 e λ , os quais são características de cada projeto, ficando perfeitamente caracterizada a função $f(x)$.

3.4 - CONCLUSÕES

- Embora o projeto seja particularizado, as expressões analíticas desenvolvidas podem ser aplicadas em qualquer caso.

- Nos projetos reais de tubos de calor as configurações descritas nas figuras 3.4 a e b são as mais razoáveis, pois a espessura da estrutura porosa é em geral muito fina e no caso das telas, discreta, portanto não permitindo, quando o número de telas for pequeno, uma forma bem definida para a função $f(x)$.

- Fizemos a análise para uma sucção e injeção uniformes, a qual é uma hipótese bastante realística, mas caso queiramos admitir qualquer outra hipótese o procedimento é análogo.

- Caso não estejamos interessados no aumento da capacidade máxima do fluxo de calor, podemos inverter o problema mantendo a taxa máxima do fluxo de calor constante ou até diminuí-la e aumentar a condutividade térmica equivalente pela diminuição da espessura do

material poroso no condensador e evaporador.

- Foram construídos diversos protótipos, e testados numa montagem igual à da fig. 5.2, os resultados obtidos e os comentários pertinentes estão no capítulo V, o qual trata da parte experimental.

CAPÍTULO IV

EQUAÇÕES E SOLUÇÕES

4.1 - INTRODUÇÃO

Os problemas interessantes que governam os escoamentos num tubo de calor, podem, frequentemente serem simplificados para três problemas fluído dinâmicos:

1. O cálculo da disponibilidade da pressão de capilaridade
2. A perda de carga associada com o escoamento do líquido
3. A perda de carga associada com o escoamento do vapor.

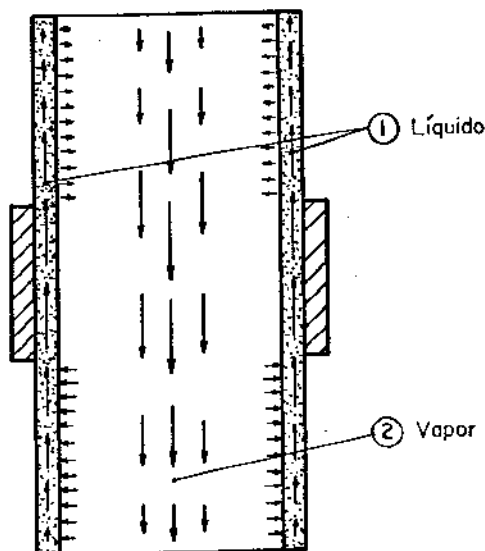


fig. 4.1 Esquema dos escoamentos no tubo de calor

A figura 4.1 ilustra o tubo de calor com os escoamentos do líquido na estrutura porosa e do vapor' no espaço interior do tubo.

O problema número 1 mencionado acima, foi tratado e resolvido no capítulo II. O problema número 2 é de uma dificuldade que depende muito da geometria, mas o problema número 3 é, como foi colocado textualmente por Bankston e Smith⁽⁵⁾ "surpreendentemente complexo", mesmo quando a geometria é simples.

Existe na literatura algumas tentativas' para a solução do escoamento do vapor.

- Busse⁽⁶⁾ arbitrou um perfil de velocidade com determinados parâmetros e através das equações determinou tais parâmetros.

- Bankston e Smith⁽⁵⁾ transformaram as equações tradicionais de Navier-Stokes em equações de função corrente e vorticidade, encontrando então sérios problemas de condições de contorno. Negligenciaram as variações da vorticidade axialmente próximas a parede, obtendo então uma solução aproximada próxima a parede, resolvendo os pontos restantes por diferenças finitas.

Um dos nossos propósitos fundamentais neste trabalho é o de conseguir resolver o escoamento do vapor, obtendo então sua perda de carga, a qual é fundamental no projeto do tubo de calor.

4.2 - EQUAÇÕES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

4.2.1 Análise de necessidades

Não nos empenhamos aqui, em resolver as equações de escoamento do líquido na estrutura porosa porque sua análise tradicional, como foi feito no capítulo ' III tem se ajustado perfeitamente com os resultados experimentais.

Nosso objetivo é a solução das equações ' do escoamento do vapor. Pode-se perguntar então qual seria as condições de contorno do escoamento vapor, já que o escoamento é conjugado com o do líquido.

$$\begin{aligned} \text{Como} \quad \dot{m}_v &= \dot{m}_l \\ \rho_v A_v \bar{V}_v &= \rho_l A_l \bar{V}_l \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\text{e} \quad \frac{\rho_l}{\rho_v} \approx 10^3 \quad \frac{A_l}{A_v} \approx 10^{-1}$$

Temos

$$\rightarrow \frac{\bar{V}_v}{\bar{V}_l} \approx 10^2$$

Podemos notar então que as velocidades no vapor são muito maiores do que as no líquido, portanto é

bastante razoável a hipótese que a velocidade axial do vapor nas paredes seja considerada zero.

A velocidade radial nas paredes será fornecida pela taxa de injeção de massa.

4.2.2 Equações do Escoamento

Temos então um escoamento de vapor, num tubo cilíndrico, com injeção e sucção de massa, o qual trataremos no caso estacionário, e laminar, como fluido viscoso, incompressível, a temperatura constante.

Este tipo de problema é geralmente resolvido através das equações de conservação:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rv}{\partial r} = 0 \quad (4.2)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right] \quad (4.3)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right] \quad (4.4)$$

nas quais faremos a seguinte adimensionalização.

$$U = \frac{u}{v_p} \quad (a)$$

$$V = \frac{v}{v_p} \quad (b)$$

$$R = \frac{r}{a} \quad (c) \quad (4.5)$$

$$X = \frac{x}{a} \quad (d)$$

$$P = \frac{P - P_0}{\rho v_p^2} \quad (e)$$

onde v_p é a velocidade de injeção de massa.

teremos portanto:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial RV}{\partial R} = 0 \quad (4.6)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Rer} \left| \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right| \quad (4.7)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Rer} \left| \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} \right| \quad (4.8)$$

$$\text{onde } Re_r = \frac{\rho V_p a}{\mu} \quad (4.9)$$

é chamado número de Reynolds radial.

4.2.3 Condições de Contorno

As condições de contorno podem ser visualizadas na figura 4.2

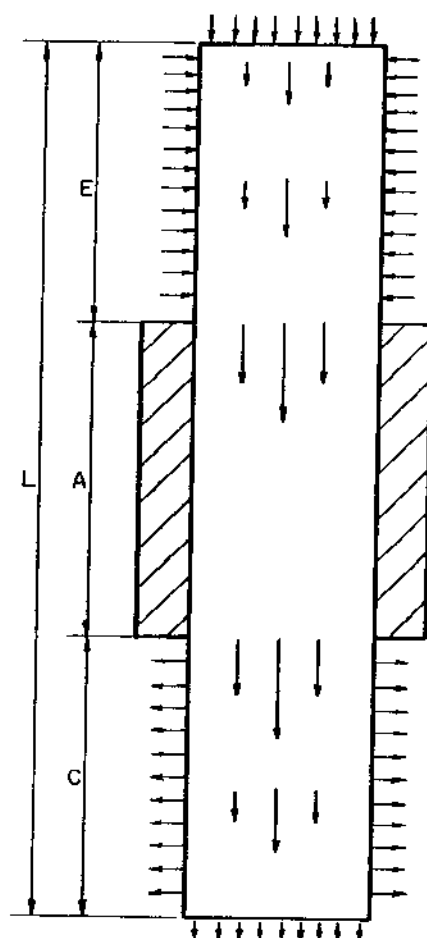


fig. 4.2 Esquema das condições de contorno no tubo de calor.

São:

$$U(O, R) = 0 \quad \text{ou} \quad 1^* \quad (a)$$

$$U\left(\frac{L}{a}, R\right) = 0 \quad \text{ou} \quad 1^* \quad (b)$$

$$U(X, 1) = 0 \quad (c)$$

$$\frac{\partial U(X, 0)}{\partial R} = 0 \quad (d)$$

(4.10)

$$V(O, R) = 0 \quad (e)$$

$$V\left(\frac{L}{a}, R\right) = 0 \quad (f)$$

$$V(X, 1) = f(x) \quad (g)$$

$$V(X, 0) = 0 \quad (h)$$

$$P(O, 0) = 0 \quad (i)$$

* A velocidade axial U no início e no fim do tubo de calor pode ser 0 ou 1 dependendo da colocação ou não de estrutura porosa nas secções transversais i-

niciais e finais do tubo de calor.

4.3 SOLUÇÃO SEMI-ANALÍTICA DAS EQUAÇÕES DO ESCOAMENTO DO VAPOR - M 1

Para a solução semi-analítica adotaremos um tubo sem estrutura porosa na secção transversal de entrada e saída.

4.3.1 Desenvolvimento das equações do escoamento

As equações básicas são as 4.6, 4.7 e 4.8

Definindo:

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad (4.11)$$

$$V = - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4.12)$$

teremos a equação 4.6 satisfeita automaticamente e temos:

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} = \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \psi}{\partial R^3} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{2}{R^3} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial R} = - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} = - \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \psi}{\partial X \partial R^2} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial R} - \frac{2}{R^3} \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi}{\partial R \partial X} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \psi}{\partial R \partial X^2} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial V}{\partial X} = - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} = - \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \psi}{\partial X^3} \quad (4.20)$$

Usaremos na sequência notações minúsculas ao invés de maiúsculas para simplificar a notação.

Para eliminarmos a pressão fazemos

$$\frac{\partial(4.7)}{\partial r} - \frac{\partial(4.8)}{\partial x} \quad (4.21)$$

Utilizando de 4.54 a 4.61 na diferença acima (4.21), temos:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \cdot \left(- \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) + \left(- \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \left(- \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial x^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial r^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \right\} \quad (4.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] - \right. \\
&\quad \left. \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left\{ \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A = & \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial r^2} \right. \\
& - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \\
& \left. + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \\
& \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial r} \right. \\
& - \left. \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right] = \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial r^2} \right. \\
& - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial r} \\
& + \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial r} \\
& \left. + \frac{3}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B = & \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^2 \partial x^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} \right. \\
& - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} \\
& \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial r} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right] = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{2}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^2 \partial x^2} \right. \\
& - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} + \frac{3}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi}{\partial r} \\
& \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right]
\end{aligned}$$

Admitindo uma solução do tipo

$$\psi(x, r) = X(x) R(r) \quad (4.23)$$

das equações 4.5, temos:

$$\begin{aligned}
X(0) = 0 \quad X(L/a) = 0 \quad R(0) = 0 \\
(4.24)
\end{aligned}$$

Substituindo na equação anterior, temos:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{r^2} X \frac{dR}{dr} \frac{d^3 X}{dx^3} R - \frac{1}{r^2} R \frac{dX}{dx} X \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{1}{r^2} X \frac{dR}{dr} \frac{dX}{dx} \frac{d^2 R}{dr^2} \\
 & - \frac{1}{r^2} R \frac{dX}{dx} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} \cdot \frac{dR}{dr} + \frac{3}{r^3} X \frac{d^2 R}{dr^2} R \frac{dX}{dx} \\
 & = \frac{1}{r^3} X \frac{dR}{dr} \frac{dX}{dx} \frac{dR}{dr} + \frac{2}{r^3} R \frac{dX}{dx} R \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{3}{r^4} R \frac{dX}{dx} X \frac{dR}{dr} \\
 & = \frac{1}{Rea} \left[\frac{2}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{r} R \frac{d^4 X}{dx^4} + \frac{1}{r} X \frac{d^4 R}{dr^4} - \frac{2}{r^2} X \frac{d^3 R}{dr^3} \right. \\
 & \left. - \frac{2}{r^2} \frac{dR}{dr} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{3}{r^3} X \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r^3} R \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{3}{r^4} X \frac{dR}{dr} \right] \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

Admitindo um modelo com injeção e sucção uniforme, o que é bem razoável, a vazão de vapor no tubo de calor varia com x e será dada por:

$$\dot{m}(x)$$

onde

$$\dot{m}(x) = \rho_v 2\pi a V_p x \quad 0 < x < L_e$$

$$\dot{m}(x) = \rho_v 2\pi a V_p L_e \quad L_e < x < L_e + L_a$$

$$\dot{m}(x) = \rho_v 2\pi a V_p \{L_e - [x - (L_a + L_e)]\}$$

$$L_e + L_a < x < L$$

(4.26)

adimensionalizando $\frac{\dot{m}(x)}{\rho_v a^2 V_p}$

$$\dot{M}(X) = 2\pi X \quad 0 < X < L_e/a$$

$$\dot{M}(X) = 2\pi L_e/a \quad L_e/a < X < \frac{L_e + L_a}{a}$$

$$\dot{M}(X) = 2\pi \{L_e/a - [X - (\frac{L_a + L_e}{a})]\}$$

$$\frac{L_e + L_a}{a} < X < L/a$$

(4.27)

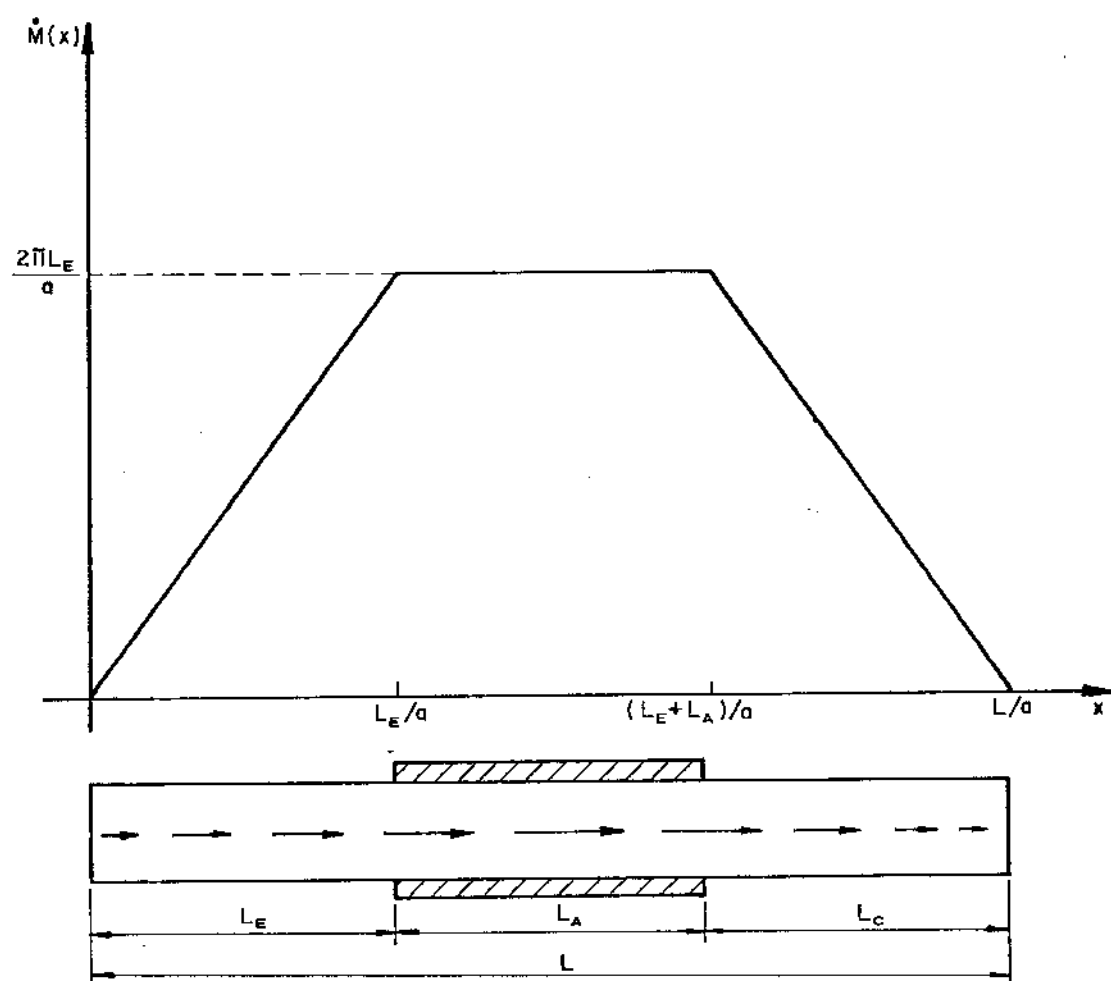


fig. 4.3 fluxo de massa de vapor no tubo
de calor

Desenvolvendo $\dot{M}(X)$ em série de Fourier,

Temos:

$$\dot{M}(X) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{Sen} \frac{n\pi a}{L} X \, dX$$

onde:

$$C_n = \frac{\int_0^{L/a} \dot{M}(X) \operatorname{Sen} \lambda_n X \, dX}{\int_0^{L/a} \operatorname{Sen}^2(\lambda_n X) \, dX}$$

$$\text{e} \quad \lambda_n = \frac{n\pi a}{L}$$

A vazão adimensionalizada é dada por:

$$\dot{M}(x) = A V_m \quad (4.28)$$

$$\dot{M}(x) = \int_0^1 2\pi r u \, dr$$

$$\text{como} \quad u(r) = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$\dot{M}(x) = \int_0^1 2\pi \frac{\partial \psi}{\partial r} dr$$

com 4.65 temos

$$\dot{M}(x) = X(x) \int_0^1 2\pi \frac{dR}{dr} dr = X(x) [R(1) - R(0)] 2\pi$$

$$\therefore X(x) = \frac{\dot{M}(x)}{2\pi R(1)} \quad (4.29)$$

$$X(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{Sen}\left(n \frac{\pi x}{L/a}\right) / 2\pi R(1)$$

Analisando 4.29, podemos notar que seccionalmente $\frac{d^2 X}{dx} = 0$, podemos então simplificar a equação 4.25 para

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dx} & \left[-R \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{dR}{dr} \frac{dR^2}{dr^2} + \frac{3R}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{3R}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \\ & = \frac{1}{Rea} \left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

teremos então:

no Evaporador

$$\frac{1}{R(1)} \left[-R \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{dR}{dr} \frac{dR^2}{dr^2} + \frac{3}{r} R \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{3}{r^2} R \frac{dR}{dr} \right]$$

$$= \frac{1}{Rea} \left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \quad (4.31)$$

Na Secção adiabática

$$\left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] = 0 \quad (4.32)$$

No condensador

$$- \frac{1}{R(1)} \left[-R \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{dR}{dr} \frac{dR^2}{dr^2} + \frac{3}{r} R \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{3}{r^2} R \frac{dR}{dr} \right] =$$

$$= \frac{1}{Rea} \left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \quad (4.33)$$

Estas equações, no caso geral não permitem solução analítica. Subdividiremos o problema para Reynolds muitíssimos pequenos, o qual resolveremos analiticamente e para médios e altos Reynolds, o qual resolveremos numericamente.

4.3.2 Solução das Equações para Reynolds muito pequenos

Para Reynolds muito pequeno, as forças inerciais podem ser negligenciadas e teremos

$$r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} = 0 \quad (4.34)$$

A qual é uma Equação linear, mas com coeficientes variáveis.

Note que neste caso, tanto o evaporador, como o condensador, terão soluções similares, como preveem outras teorias⁽⁶⁾.

Definindo $y = \frac{dR}{dr}$, e multiplicando por r^2 temos:

$$r^3 \frac{d^3 y}{dr^3} - 2r^2 \frac{d^2 y}{dr^2} + 3r \frac{dy}{dr} - 3y = 0 \quad (4.35)$$

fazendo $r = e^u$

Temos:

$$\frac{dy}{dr} = e^{-u} \frac{dy}{du} \quad (4.36)$$

$$\frac{d^2 y}{dr^2} = e^{-2u} \left(\frac{d^2 y}{du^2} - \frac{dy}{du} \right) \quad (4.37)$$

$$\frac{d^3 y}{dr^3} = -2 e^{-3u} \left(\frac{d^2 y}{du^2} - \frac{dy}{du} \right) + e^{-3u} \left(\frac{d^3 y}{du^3} - \frac{d^2 y}{du^2} \right) \quad (4.38)$$

Substituindo em 4.34, temos:

$$e^{3u} \left[-2e^{-3u} \left(\frac{d^2 y}{du^2} - \frac{dy}{du} \right) + e^{-3u} \left(\frac{d^3 y}{du^3} - \frac{d^2 y}{du^2} \right) \right] - 2 e^{2u} \left[e^{-2u} \frac{d^2 y}{du^2} - e^{-2u} \frac{dy}{du} \right] + 3e^u e^{-u} \frac{dy}{du} - 3 y = 0 \quad (4.39)$$

Simplificando temos

$$\frac{d^3 y}{du^3} - 5 \frac{d^2 y}{du^2} + 7 \frac{dy}{du} - 3 y = 0 \quad (4.40)$$

A qual é uma equação linear com coeficientes constantes

- Solução

$$D^3 - 5 D^2 + 7 D - 3 = 0 \quad (4.41)$$

raízes 1,1,3

$$\therefore y(u) = C_1 e^{3u} + C_2 e^{1u} + C_3 u e^{1u} \quad (4.42)$$

como $r = e^u$

$$y(r) = d_1 r^3 + d_2 r + d_3 r \ln r \quad (4.43)$$

$$\text{como } y(r) = \frac{dR}{dr}$$

$$R(r) = \frac{d_1}{4} r^4 + \frac{d_2}{2} r^2 + \frac{d_3}{2} r^2 \ln r - \frac{d_3}{2} r + d_4 \quad (4.44)$$

- Condições de contorno

$$- R(0) = 0 \rightarrow d_4 = 0 \quad (4.45)$$

$$- u(x, r) \text{ é finito quando } r \rightarrow 0$$

$$u(x, 0) = \frac{1}{r} X(x) \left. \frac{dR}{dr} \right|_{r=0}$$

$$u(x, r) = X(x) |d_1 r^2 + d_2 + d_3 \ln r|$$

$$u(x, 0) \text{ finito} \rightarrow d_3 = 0 \quad (4.46)$$

$$- u(x, 1) = 0$$

$$u(x, 1) = X(x) \cdot |d_1 + d_2| = 0 \quad (4.47)$$

$$\therefore d_1 = -d_2$$

$$R(r) = d_2 \left(-\frac{r^4}{4} + \frac{r^2}{2} \right)$$

$$R(1) = \frac{d_2}{4}$$

logo:

$$\psi(x, r) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{Sen} \frac{n\pi}{L} x}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \quad (4.48)$$

4.3.2.1 Resultados Obtidos

A partir da função corrente podemos obter todos os parâmetros do escoamento, tais como os campos de velocidades e pressões.

4.3.2.1.1 Perfis de velocidade para Reynolds muito pequenos

Com a equação da função corrente podemos obter a velocidade em qualquer local.

a. Velocidade Axial u

$$u(x, r) = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.49)$$

$$u(x, r) = 2 \frac{\sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{Sen} \frac{n \pi x}{L}}{r \pi} \frac{d \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right)}{dr}$$

$$u(x, r) = 2 \frac{\sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{Sen} \frac{n \pi x}{L}}{\pi} (1 - r^2) \quad (4.50)$$

Nas figuras 4.4 e 4.5 plotamos o perfil de u em função de r e da posição, e no capítulo V fazemos comparação com outros autores.

b. Velocidade radial V

$$V(x, r) = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$V(x, r) = 2 \left(\frac{r^3}{4} - \frac{r}{2} \right) \cdot \frac{d \left(\sum_{n=1}^{\infty} C_n \operatorname{Sen} \frac{n \pi x}{L} \right)}{dx} \cdot \frac{1}{\pi}$$

$$V(x, r) = 2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \pi}{L} C_n \cos \frac{n \pi x}{L} \right) \left(\frac{r^3}{4} - \frac{r}{2} \right) \cdot \frac{1}{\pi} \quad (4.51)$$

Na figura 4.6, plotamos o perfil da velocidade radial V em função de r , para as posições $\frac{x}{L_e} = \frac{1}{3}$

$$\text{e } \frac{x - L_e}{L_c} = \frac{1}{3}$$

4.3.2.1.2 Perda de carga ao longo do tubo de calor

Com o conhecimento dos campos de velocidades, obtidos nos itens anteriores, podemos obter a perda de carga ao longo do tubo de calor.

Da equação 4.3 temos

$$P(x,r) - P(0,r) = \int_0^x \left[\frac{1}{Re r} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right] - \right.$$

$$\left. U \frac{\partial U}{\partial x} - V \frac{\partial U}{\partial r} \right] dx + f(r)$$

Com a consideração de Reynolds muito pequeno e desprezando a variação da pressão radialmente, por termos $L \gg a$, temos:

No condensador:

$$P(L/a) - P(o) = \frac{-8 \left(\frac{LE}{a}\right)^2}{Re_r}$$

No evaporador:

$$P(L/a) - P(LE/a) = \frac{-8 \left(\frac{LE}{a}\right)^2}{Re_r}$$

Considerando a notação inicial, a perda de carga adimensionalizada será:

$$\frac{P(o) - P(L)}{\rho V_p^2} \left(\frac{a}{LE}\right)^2 = \frac{16}{Re_r}$$

As figuras 4.7 e 4.8. mostram a perda de carga adimensionalizada contra o número de Reynolds radial, num gráfico milimetrado e num gráfico log-log:

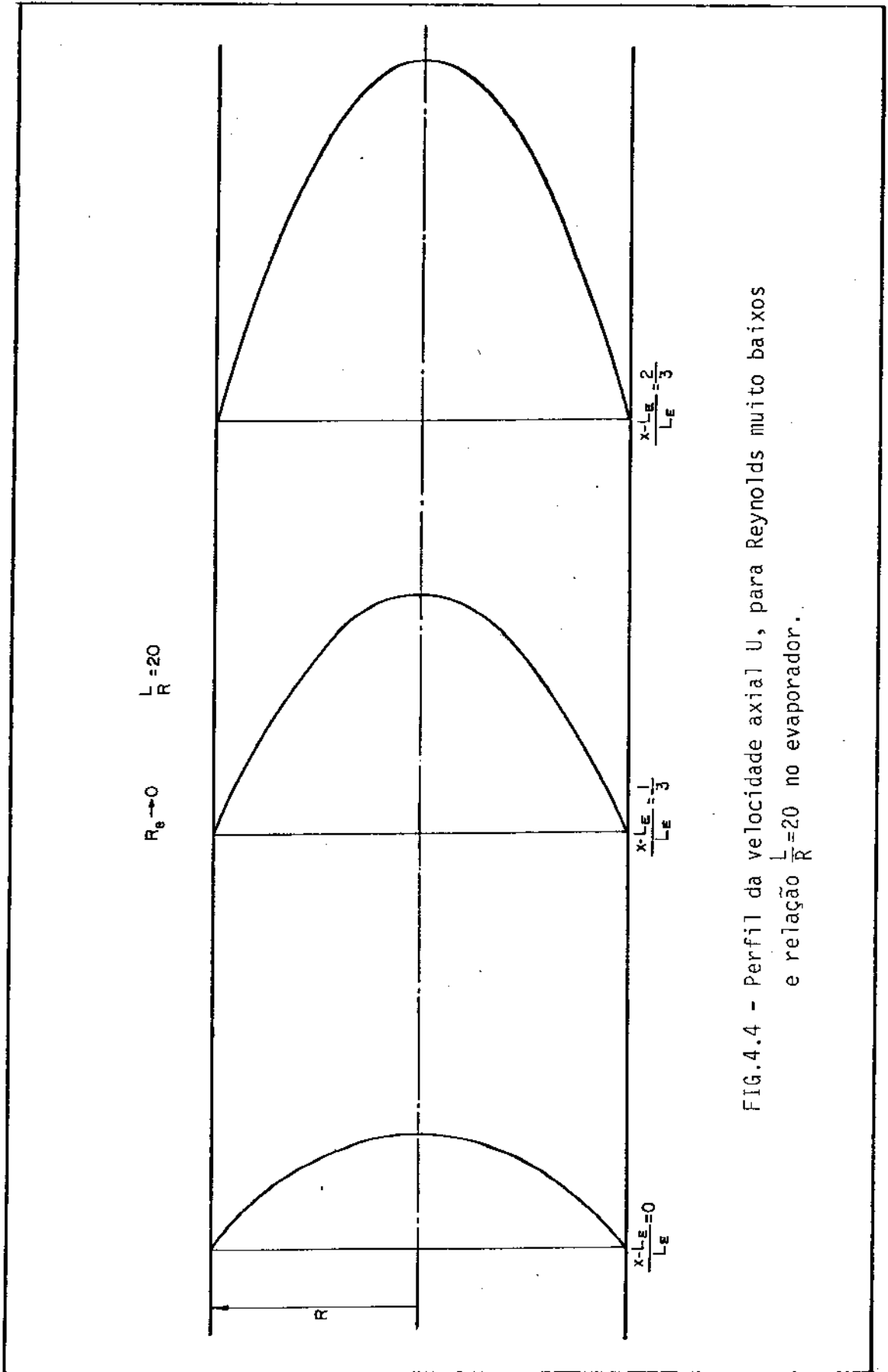


FIG.4.4 - Perfil da velocidade axial U , para Reynolds muito baixos e relação $\frac{L}{R} = 20$ no evaporador.

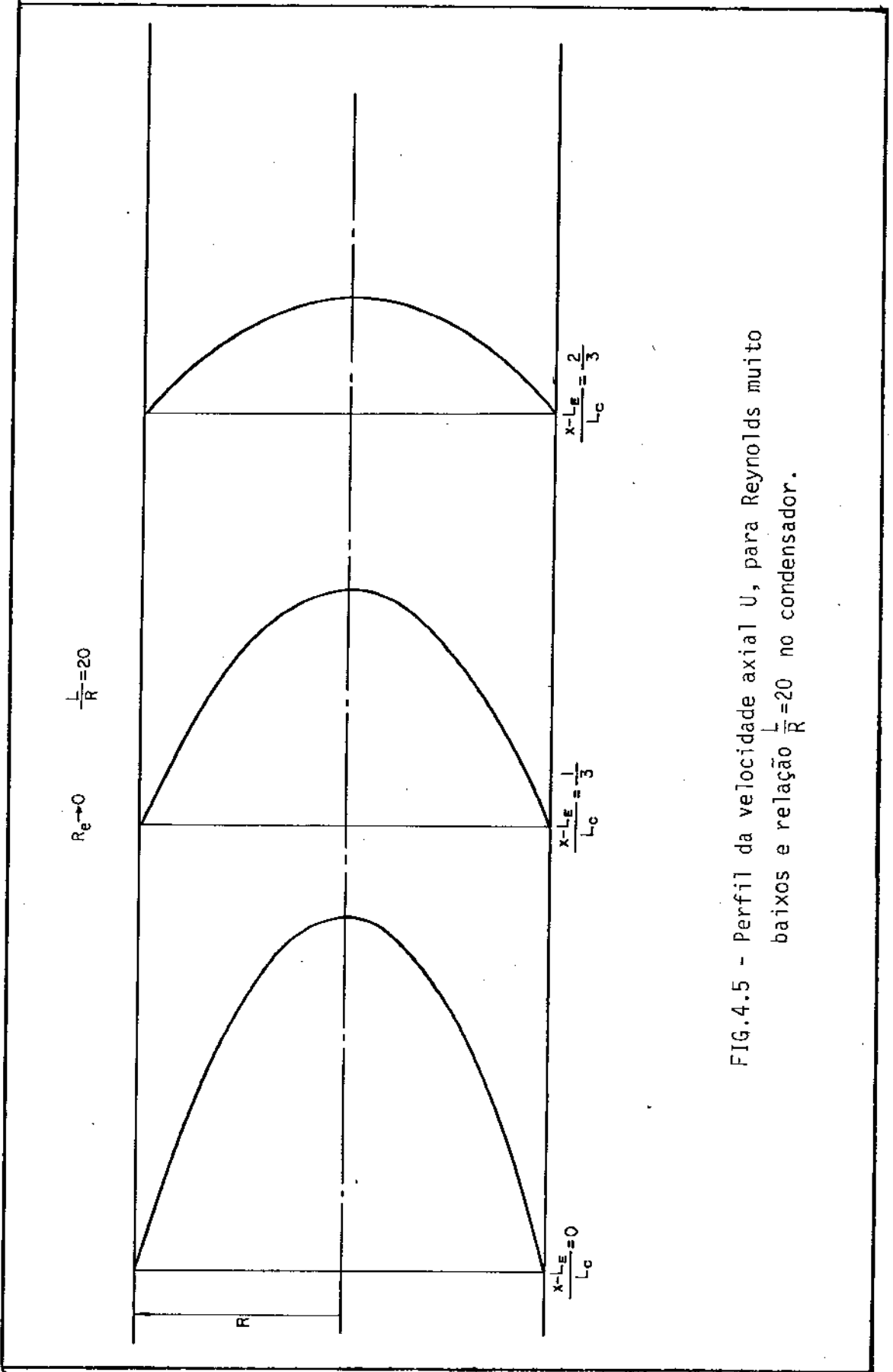
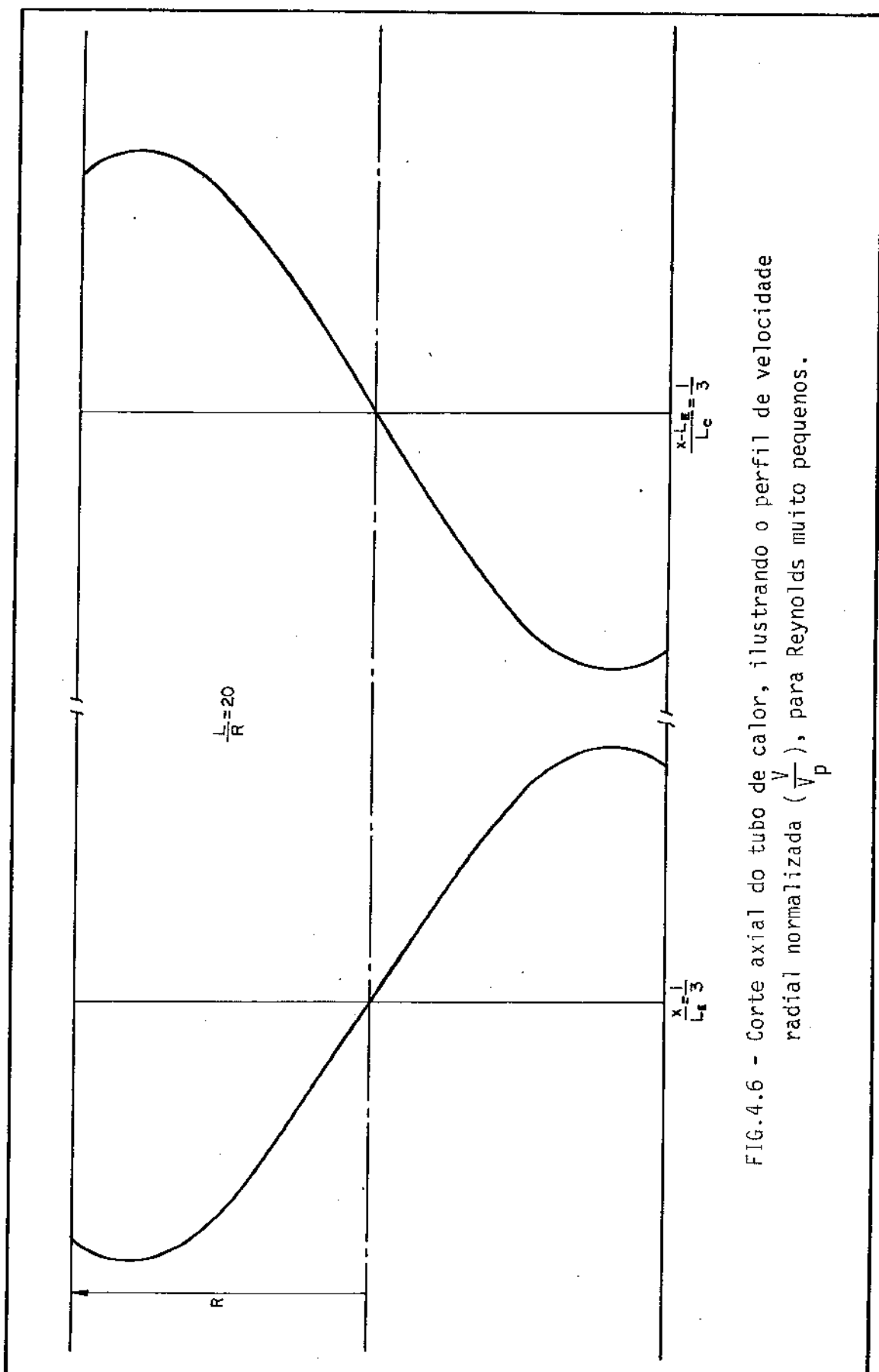


FIG.4.5 - Perfil da velocidade axial U , para Reynolds muito baixos e relação $\frac{L}{R} = 20$ no condensador.



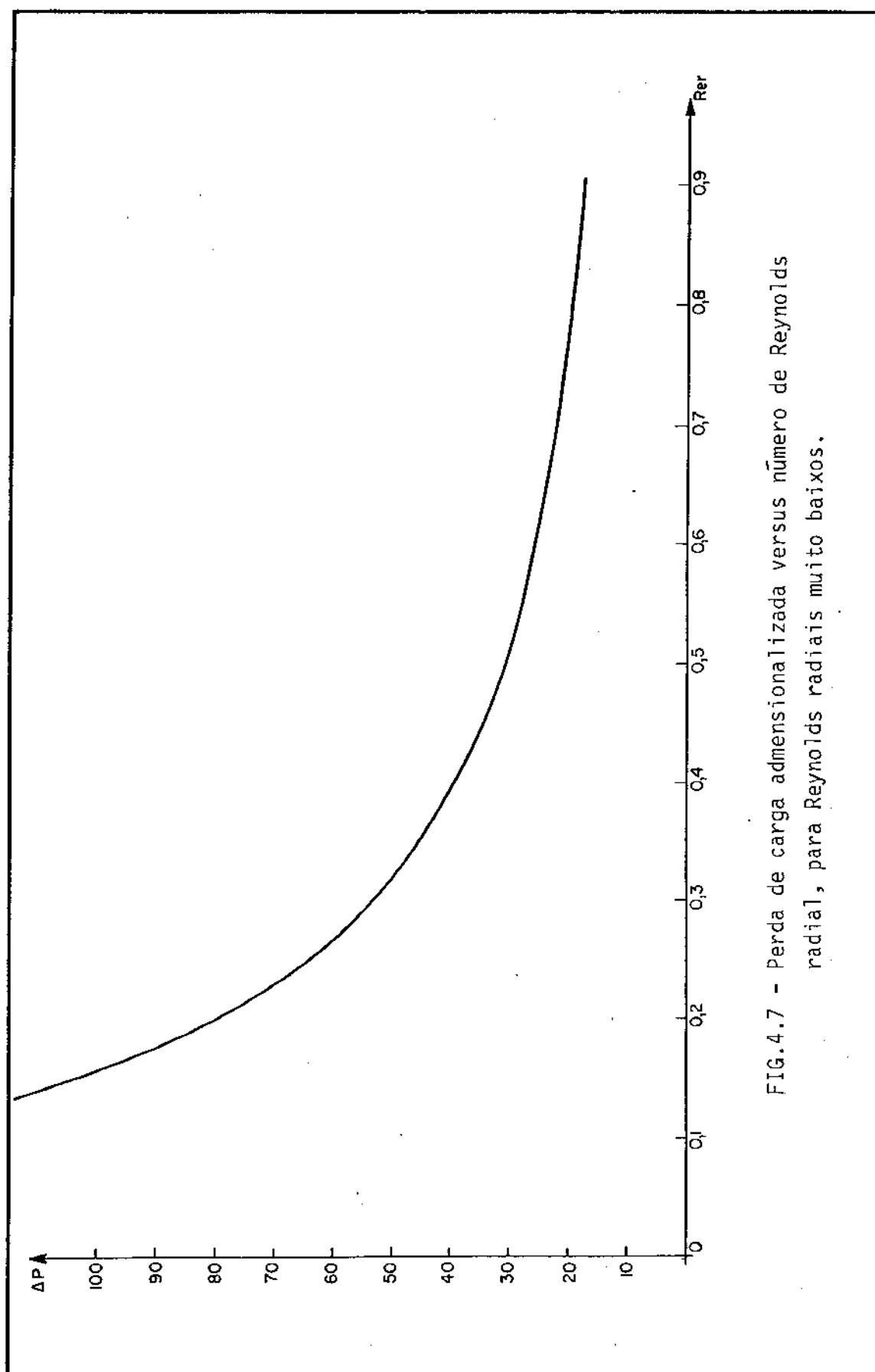


FIG.4.7 - Perda de carga adimensionalizada versus número de Reynolds radial, para Reynolds radiais muito baixos.

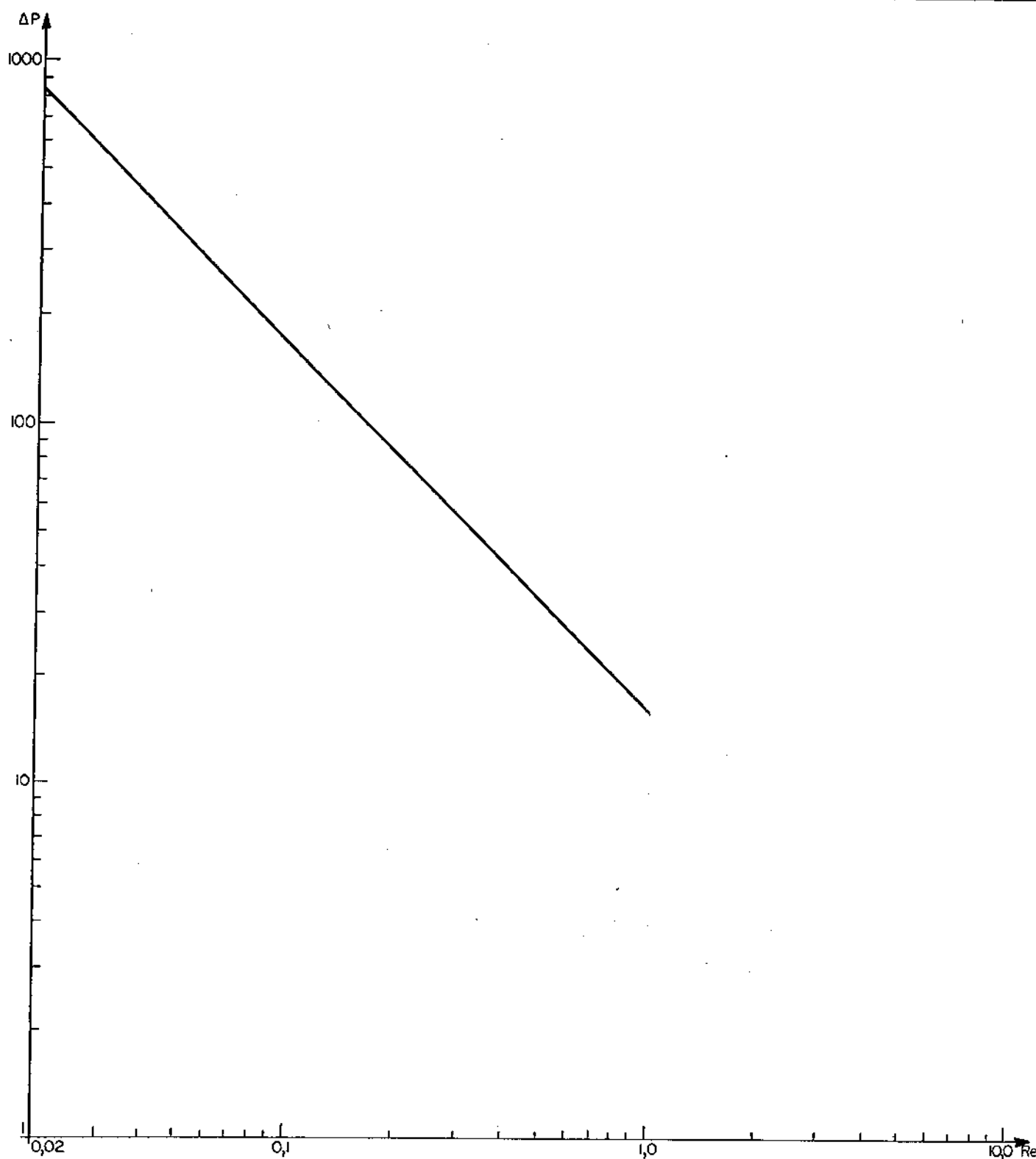


FIG.4.8 - Perda de carga adimensionalizada versus número Reynolds radial, para Reynolds radiais muito baixos.

4.3.3 Solução das equações para qualquer Reynolds

4.3.3.1 Equação e métodos de solução

As equações válidas para quaisquer Reynolds são:

- No evaporador

$$\begin{aligned} \frac{1}{R(t)} \left[-R \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{dR}{dr} \frac{dR^2}{dr^2} + \frac{3}{r} R \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{3}{r^2} R \frac{dR}{dr} \right] = \frac{1}{Re} \left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \right. \\ \left. - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \end{aligned} \quad (4.52)$$

- Na secção adiabática

$$\left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] = 0 \quad (4.53)$$

- No condensador

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{R(1)} \left[- R \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{dR}{dr} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{3R}{r} \frac{dR^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \right. \\
 & \left. \frac{3R}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] = \frac{1}{Rer} \left[r \frac{d^4 R}{dr^4} - 2 \frac{d^3 R}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 R}{dr^2} - \right. \\
 & \left. - \frac{3}{r^2} \frac{dR}{dr} \right] \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

Podemos notar que trata-se de um conjunto de equações diferenciais ordinárias, não lineares com coeficientes variáveis.

Tais equações são em geral resolvidas numericamente.

✕ Nos não tem um problema de condição inicial, mas sim um problema de condição de contorno, o qual é geralmente mais complicado do que o condição inicial, pois os métodos numéricos mais tradicionais, tais como Euler, Runge-Kutta, Milne, Preditor e corretor, etc os quais possuem teorias bem elaboradas, são métodos de condições'

iniciais e não podem ser aplicados diretamente neste tipo de problema.

Para a solução de um problema de condição de contorno, o qual, para equações diferenciais ordinárias de 2a. ordem é proposto da seguinte maneira:

$$F \left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 0$$

$$y(a) = \alpha$$

$$y(b) = \beta$$

temos basicamente duas possibilidades de soluções numéricas:

- Método das Tentativas

O método das tentativas é ilustrado na fig. 4.9

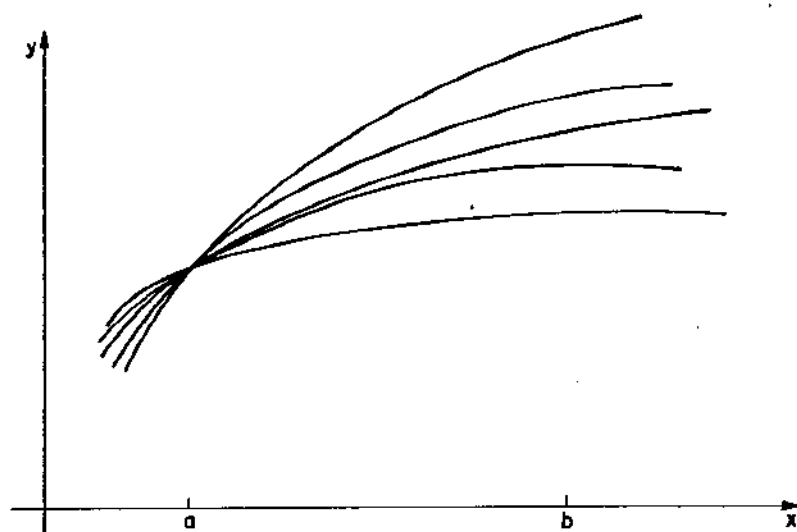


fig. 4.9 Método das Tentativas

Consiste na adição de uma condição de contorno a equação no ponto a , digamos $y'(a) = c$ e variamos o parâmetro c , até obtermos $y(b) = \beta$ com uma precisão pré-estipulada.

- Método de diferenças finitas

O método de diferenças finitas consiste em aproximar-mos as derivadas para diferenças finitas, transformando o sistema de equações diferenciais num sistema algébrico, resolvendo-se então o sistema algébrico por processos numéricos. Caso o número de equações seja da ordem de até 50, podemos usar processos matriciais, caso seja muito maior, teremos que usar processos iterativos.

Se a equação diferencial ordinária for não linear como é o nosso caso, o sistema de equações algébricas obtido também será não linear, criando então o problema da não unicidade da solução. Nesses casos, problemas aparentemente simples podem ser muito difíceis, especialmente se houver muitos pontos.

4.3.3.2. Método utilizado

No nosso problema, optaremos pelo método de diferenças finitas, o qual é um método muito utilizado em equações diferenciais parciais e que permite maiores facilidades para variações das condições de contorno do

problema.

$$\text{Redefinimos } \bar{R} = \frac{R}{R(1)} \quad (4.56)$$

e linearizamos as equações 4.52, 4.53, 4.54, fazendo inicialmente

$$\frac{d\bar{R}}{dr} = \alpha \quad \text{e} \quad \bar{R} = \beta \quad (4.57)$$

em lugares convenientes, obtendo:

- no Evaporador

$$\begin{aligned} & - \beta \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + \alpha \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} + \frac{3\beta}{r} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - \frac{\alpha}{r} \frac{d\bar{R}}{dr} - \frac{3\beta}{r^2} \frac{d\bar{R}}{dr} \\ & = \frac{1}{Re_r} \left[r \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - 2 \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{d\bar{R}}{dr} \right] \quad (4.58) \end{aligned}$$

- na secção adiabática

$$r \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - 2 \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{d\bar{R}}{dr} = 0 \quad (4.59)$$

- No condensador

$$\begin{aligned}
 & + \beta \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} - \alpha \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - \frac{3\beta}{r} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} + \frac{\alpha}{r} \frac{d\bar{R}}{dr} + \frac{3\beta}{r^2} \frac{d\bar{R}}{dr} \\
 & = \frac{1}{\text{Rer}} \left[r \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - 2 \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + \frac{3}{r} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - \frac{3}{r^2} \frac{d\bar{R}}{dr} \right] \quad (4.60)
 \end{aligned}$$

temos portanto agora, um sistema de equações diferenciais lineares com coeficientes constantes

A figura 4.7 abaixo, mostra uma discretização para transformar-mos as derivadas em diferenças finitas

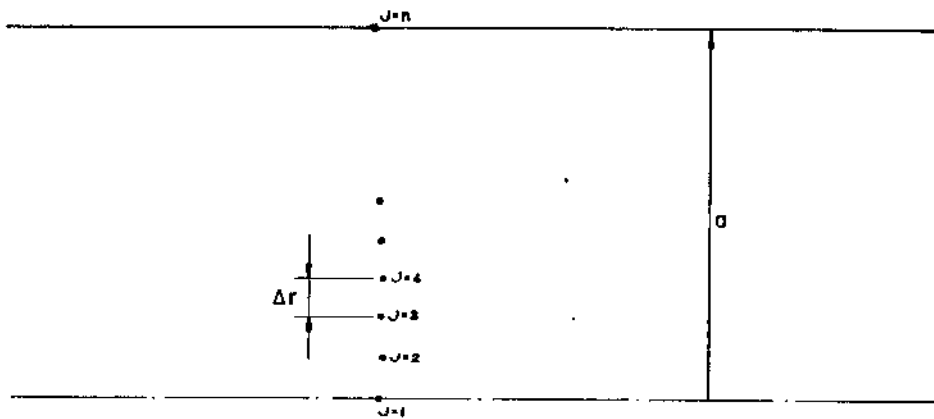


fig. 4.10 Esquema da discretização

fazendo:

$$\frac{d\bar{R}}{dr} = \frac{\bar{R}_{j+1} - \bar{R}_j}{\Delta r} \quad (4.61)$$

$$\frac{d^2\bar{R}}{dr^2} = \frac{\bar{R}_{j+2} - 2\bar{R}_{j+1} + \bar{R}_j}{\Delta r^2} \quad (4.62)$$

$$\frac{d^3\bar{R}}{dr^3} = \frac{\bar{R}_{j+3} - 3\bar{R}_{j+2} + 3\bar{R}_{j+1} - \bar{R}_j}{\Delta r^3} \quad (4.63)$$

$$\frac{d^4\bar{R}}{dr^4} = \frac{\bar{R}_{j+4} - 4\bar{R}_{j+3} + 6\bar{R}_{j+2} - 4\bar{R}_{j+1} + \bar{R}_j}{\Delta r^4} \quad (4.64)$$

Substituindo as equações 4.61, a 4.64, nas 4.58, 4.59, 4.60, obtemos a seguinte expressão simplificada:

$$C_1 \bar{R}_{j+4} + C_2 \bar{R}_{j+3} + C_3 \bar{R}_{j+2} + C_4 \bar{R}_{j+1} + C_5 \bar{R}_j = 0 \quad (4.65)$$

onde:

$$A_4 = \frac{r}{\text{Re} \Delta r^4} \quad (\text{a})$$

$$A_3 = \left(-\frac{2\beta}{\text{Re} r} - \beta \delta(x) \right) / \Delta r^3 \quad (\text{b})$$

$$A_2 = A \delta(x) + 3 \frac{\beta \delta(x)}{r} + \frac{3}{r \text{Re} r} \quad (\text{c})$$

$$A_1 = \frac{\delta(x) \alpha}{r} - 3 \frac{\delta(x) \beta}{r^2} \quad (\text{d}) \quad (4.66)$$

$$C_1 = A_4 \quad (\text{e})$$

$$C_2 = A_3 - 4A_4 \quad (\text{f})$$

$$C_3 = 6A_4 - 3A_3 + A_2 \quad (\text{g})$$

$$C_4 = 4A_4 + 3A_3 - 2A_2 + A_1 \quad (\text{h})$$

$$C_5 = A_4 - A_3 + A_2 - A_1 \quad (\text{i})$$

e

$$\delta_{(x)} = 1 \quad 0 < x < L_e \quad (j)$$

$$\delta_{(x)} = 0 \quad L_e < x < L_e + L_c \quad (k)$$

$$\delta_{(x)} = -1 \quad L_e + L_c < x < L \quad (l)$$

A equação (4.65) não pode ser aplicada para $j = 1$ pois teríamos $r = 0$ no denominador. Para este ponto temos que eliminar a indeterminação.

Utilizando a função $\delta(x)$ e multiplicando as equações (4.52), (4.53) e (4.54) por r^2 , obtemos:

$$\delta_{(x)} \left[-r^2 \bar{R} \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + r^2 \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} + 3r \bar{R} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - r \left(\frac{d\bar{R}}{dr} \right)^2 - \right.$$

$$\left. - 3\bar{R} \frac{d\bar{R}}{dr} \right] = \frac{1}{Rer} \left[r^3 \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - 2r^2 \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + 3r \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - 3 \frac{d\bar{R}}{dr} \right]$$

derivando em relação a r obtemos:

$$\delta(x) \left[rR \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} - r^2 \bar{R} \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} + 3r \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} + \right. \\ \left. r^2 \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} \cdot \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - 4 \left(\frac{d\bar{R}}{dr} \right)^2 \right] = \frac{1}{Rer} \left[r^2 \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} + r^3 \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - r \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} \right]$$

derivando novamente em relação a r temos:

$$\delta(x) \left[\bar{R} \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + 4r \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} - r \bar{R} \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - r^2 \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} - \right. \\ \left. r^2 \bar{R} \frac{d^5 \bar{R}}{dr^5} + 5r \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} \cdot \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} + 2r^2 \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} \cdot \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} - 5 \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^2 \bar{R}}{dr^2} \right] \\ = \frac{1}{Rer} \left[-2r \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} + r^2 \frac{d^5 \bar{R}}{dr^5} + 3r^2 \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} + r^3 \frac{d^5 \bar{R}}{dr^5} - \right. \\ \left. \frac{d^3 \bar{R}}{dr^3} + 3r \frac{d^4 \bar{R}}{dr^4} \right] \quad (4.67)$$

fazendo $\lim_{r \rightarrow 0}$ 4.67, obtemos:

$$r \rightarrow 0$$

$$\delta(x) \left[-5 \frac{d\bar{R}}{dr} \frac{d^2\bar{R}}{dr^2} + \bar{R} \frac{d^3\bar{R}}{dr^3} \right]_0 = \frac{1}{Rer} \left[- \frac{d^3\bar{R}}{dr^3} \right]_0$$

mas das condições de contorno:

$$\left. \frac{d\bar{R}}{dr} \right|_0 = 0 \quad \text{e} \quad R(0) = 0$$

portanto:

$$\left. \frac{d^3\bar{R}}{dr^3} \right|_0 = 0 \quad (4.68)$$

Podemos então aplicar a equação (4.65) para $j = 2$ até $j = n-4$, obtendo $n-5$ equações.

Nossas incógnitas são R_1 até R_n , portanto n incógnitas.

Da equação (4.68) obtemos:

$$\bar{R}_4 = 3 \bar{R}_3 \quad (4.69)$$

e das condições de contorno temos:

$$\bar{R}(0) = 0 \quad (a)$$

$$\bar{R}'(0) = 0 \quad (b) \quad (4.70)$$

$$\bar{R}'(1) = 0 \quad (c)$$

na notação discreta temos:

$$\bar{R}_1 = 0 \quad (d)$$

$$\bar{R}_2 = \bar{R}_1 = 0 \quad (e)$$

$$\bar{R}_n = \bar{R}_{n-1} = 1 \quad (f)$$

$$\bar{R}_4 = 3\bar{R}_3 \quad (g)$$

Com a equação (4.65) variando de $j = 2$ a $j = n-4$, mais as equações 4.70 d, e, f, g, temos um sistema de equações, com n equações e n incógnitas.

Foi feito um programa de computador, chamado BC_1 , contido no apêndice, que resolve este sistema de equações.

A solução é obtida da seguinte maneira: arbitramos $\alpha(r)$ e $\beta(r)$, com esses valores, usando BC_1 , resolvemos o sistema de equações, obtendo os $\bar{R}_i$, com os valores de $\bar{R}_i$, calculamos os novos $\alpha(r)$ e $\beta(r)$ e resolvemos novamente o sistema de equações e assim sucessivamente até que os $\alpha(r)$ e $\beta(r)$ obtidos difiram dos anteriores apenas de uma tolerância pré-estipulada.

Tais cálculos foram feitos, pelo programa REB, que tem uma de suas versões no apêndice.

4.3.3.3 Resultados Obtidos

Num processo análogo ao anterior agora numericamente, podemos obter as grandezas básicas do escoamento tais como os campos de velocidades e pressões.

Os perfis de velocidade axial U são ilustrados nas figuras 4.11 a 4.15.

Os perfis de velocidade radial V são ilustrados nas figuras 4.16 e 4.17.

A perda de carga no escoamento do vapor, é ilustrada no gráfico 4.18 e 4.19.

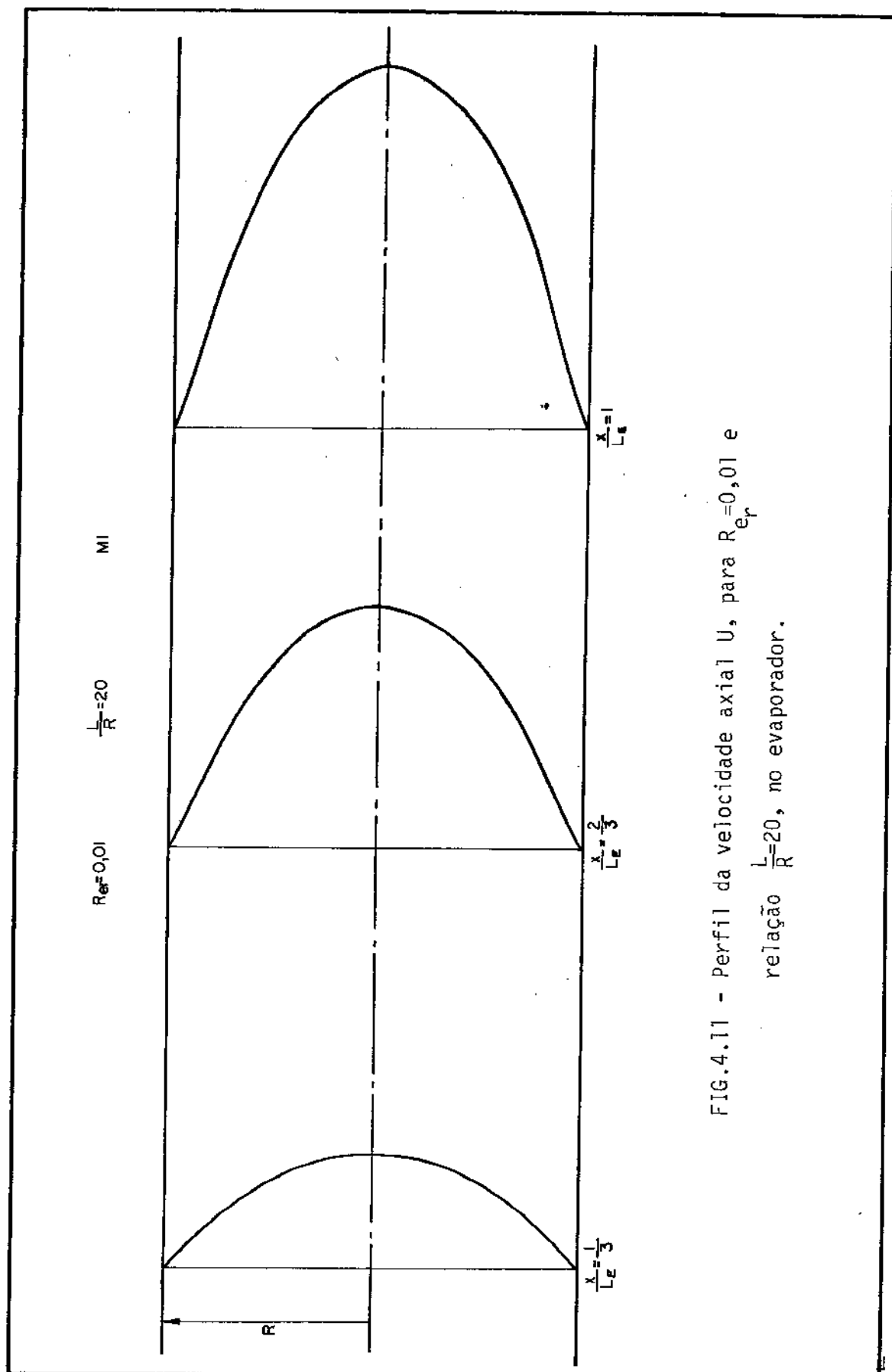


FIG.4.11 - Perfil da velocidade axial U , para $Re = 0,01$ e relação $\frac{L}{R} = 20$, no evaporador.

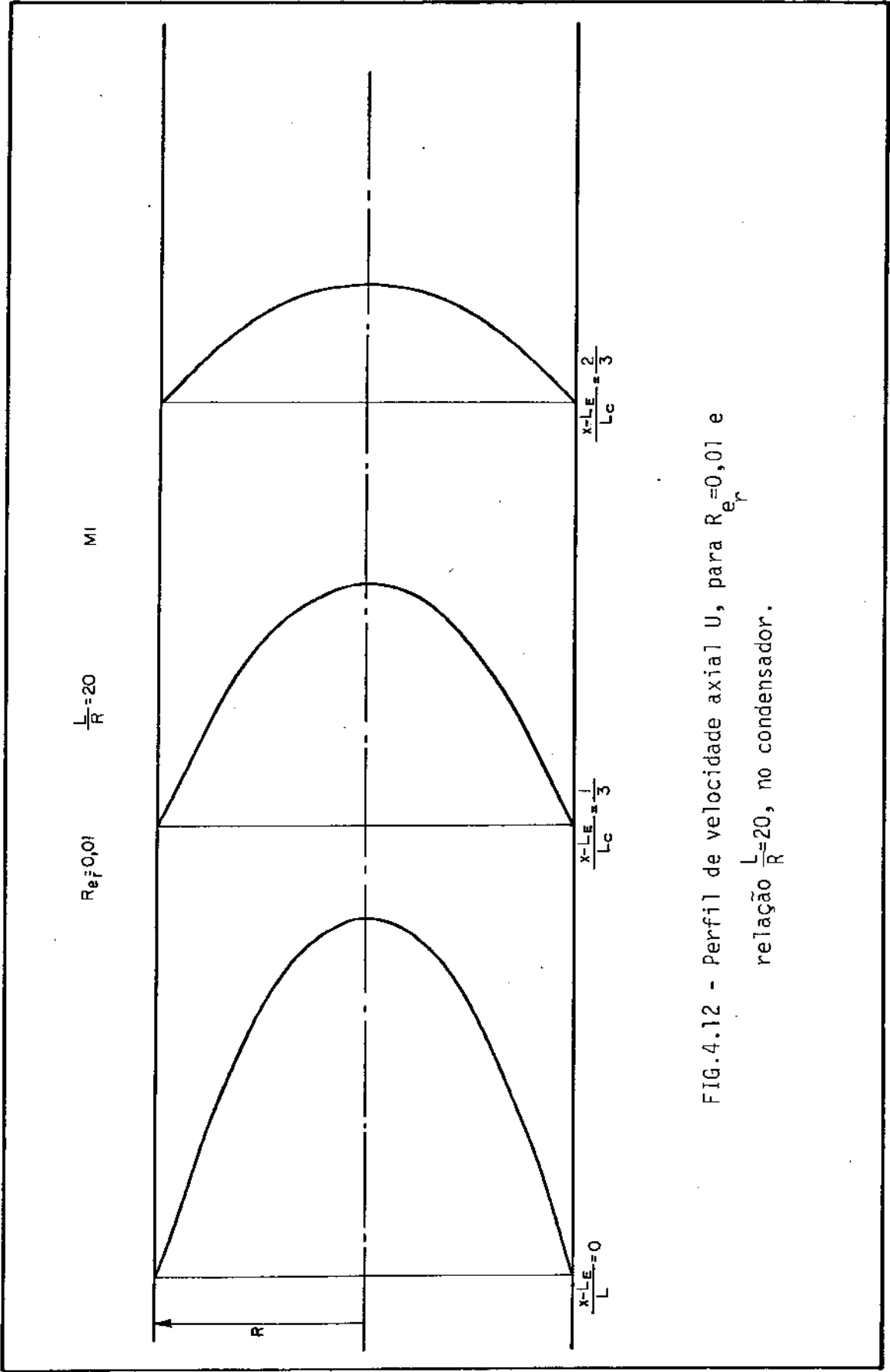


FIG.4.12 - Perfil de velocidade axial U , para $Re_r = 0,01$ e relação $\frac{L}{R} = 20$, no condensador.

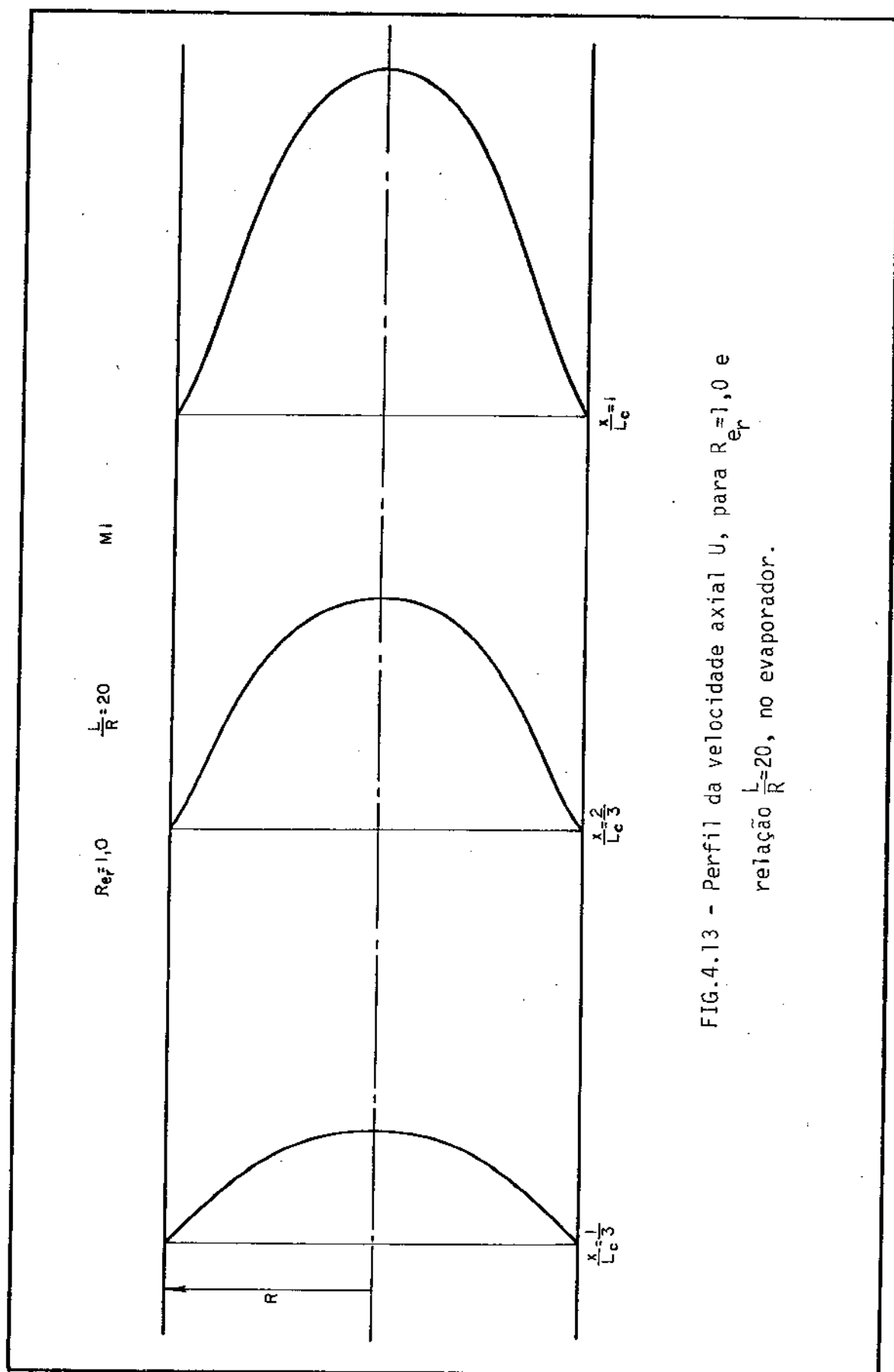


FIG.4.13 - Perfil da velocidade axial U , para $Re_f = 1,0$ e relação $L_c/R = 20$, no evaporador.

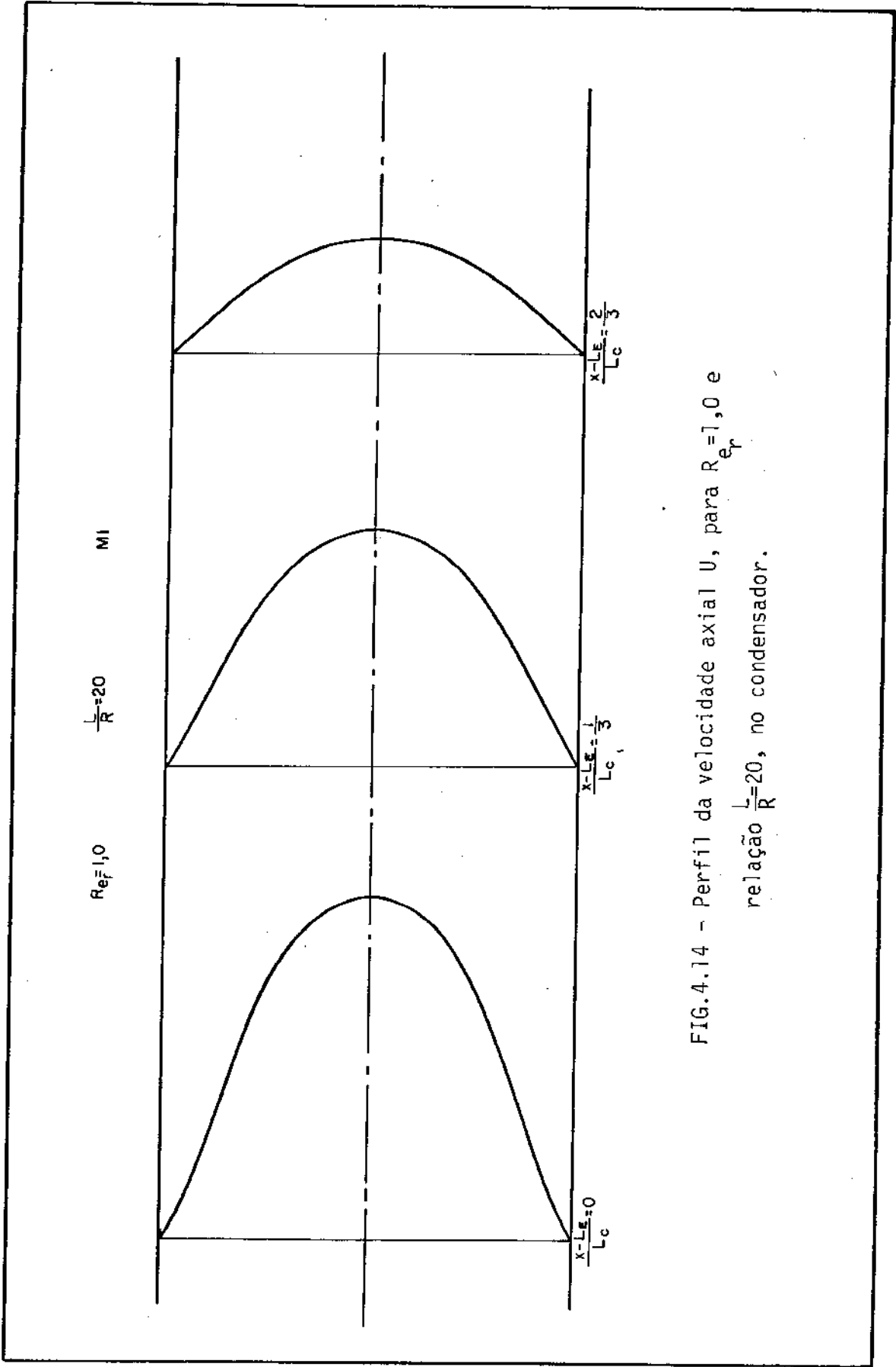


FIG.4.14 - Perfil da velocidade axial U , para $Re = 1.0$ e relação $\frac{L}{R} = 20$, no condensador.

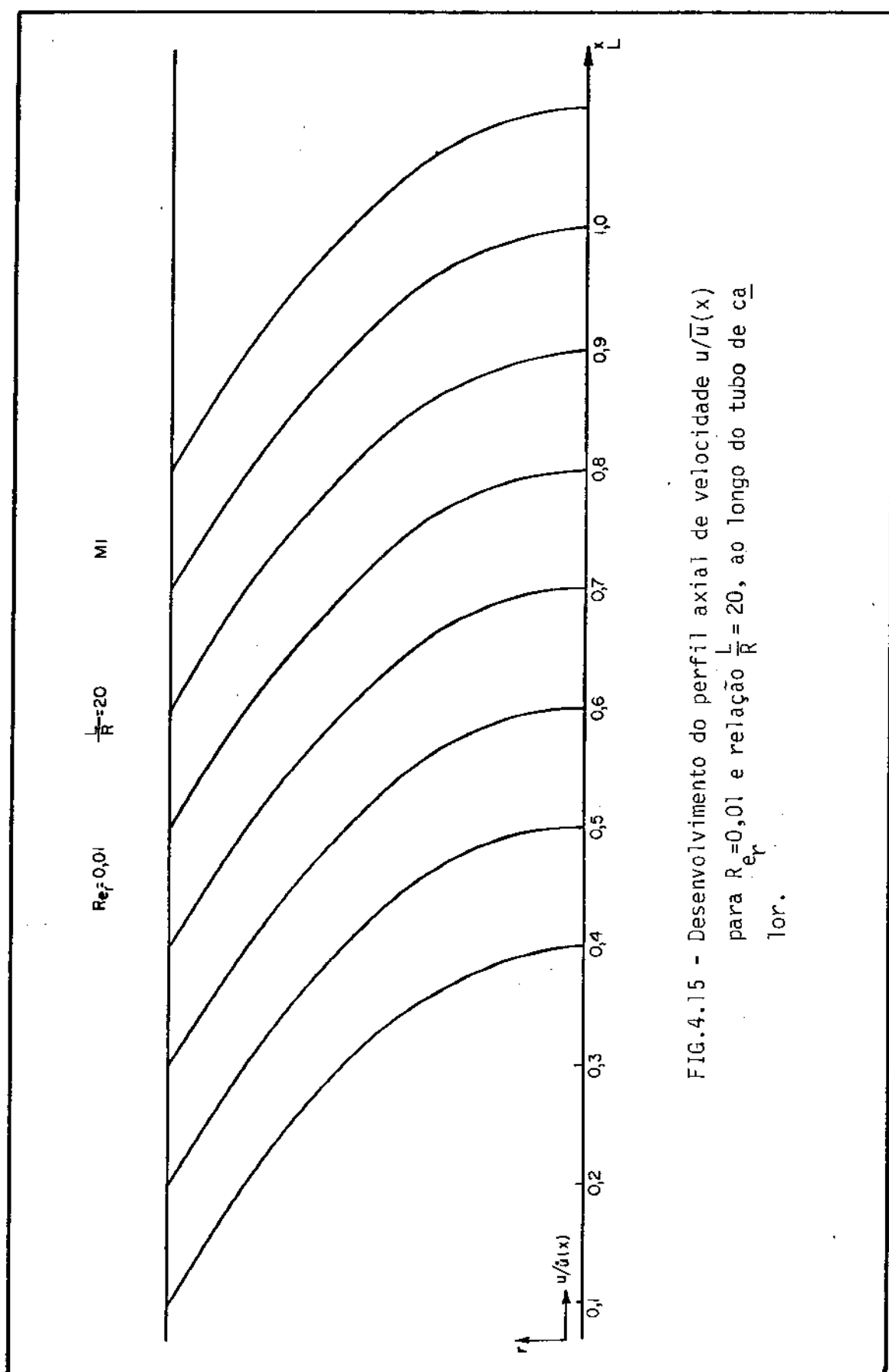
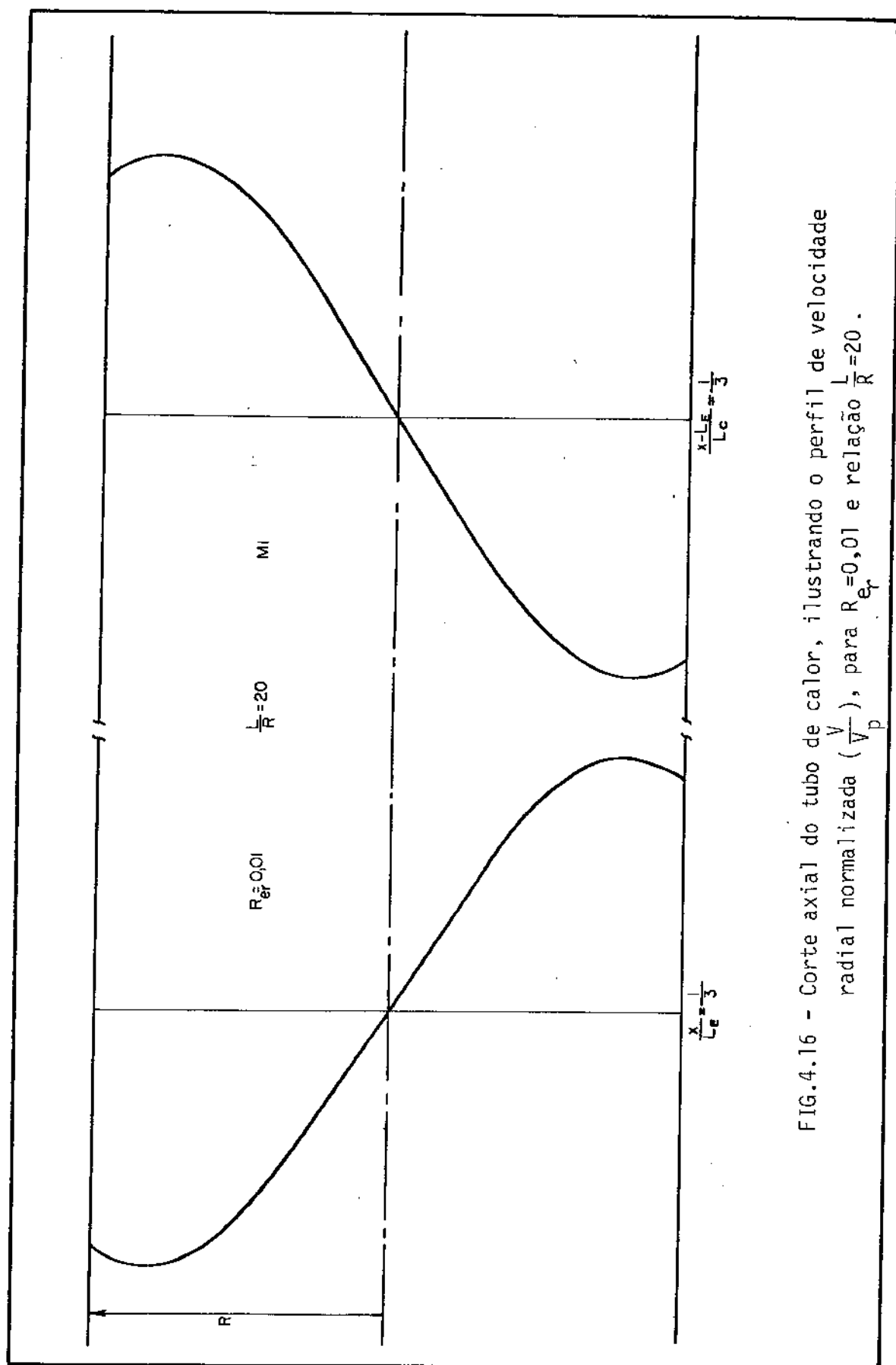


FIG.4.15 - Desenvolvimento do perfil axial de velocidade $u/\bar{u}(x)$ para $Re = 0,01$ e relação $L/R = 20$, ao longo do tubo de ca-
lor.



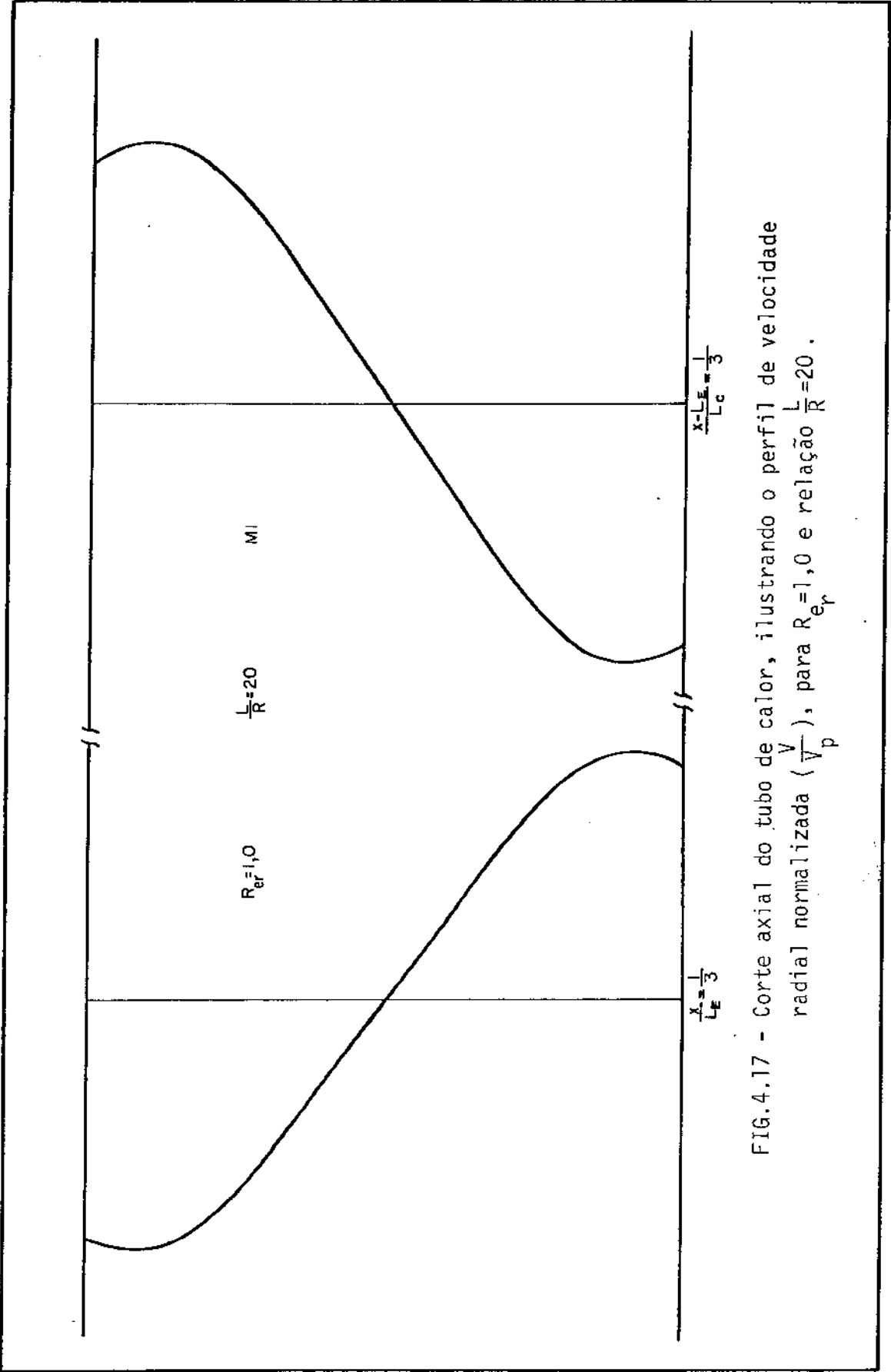


FIG.4.17 - Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada ($\frac{v}{v_p}$), para $Re = 1,0$ e relação $\frac{L}{R} = 20$.

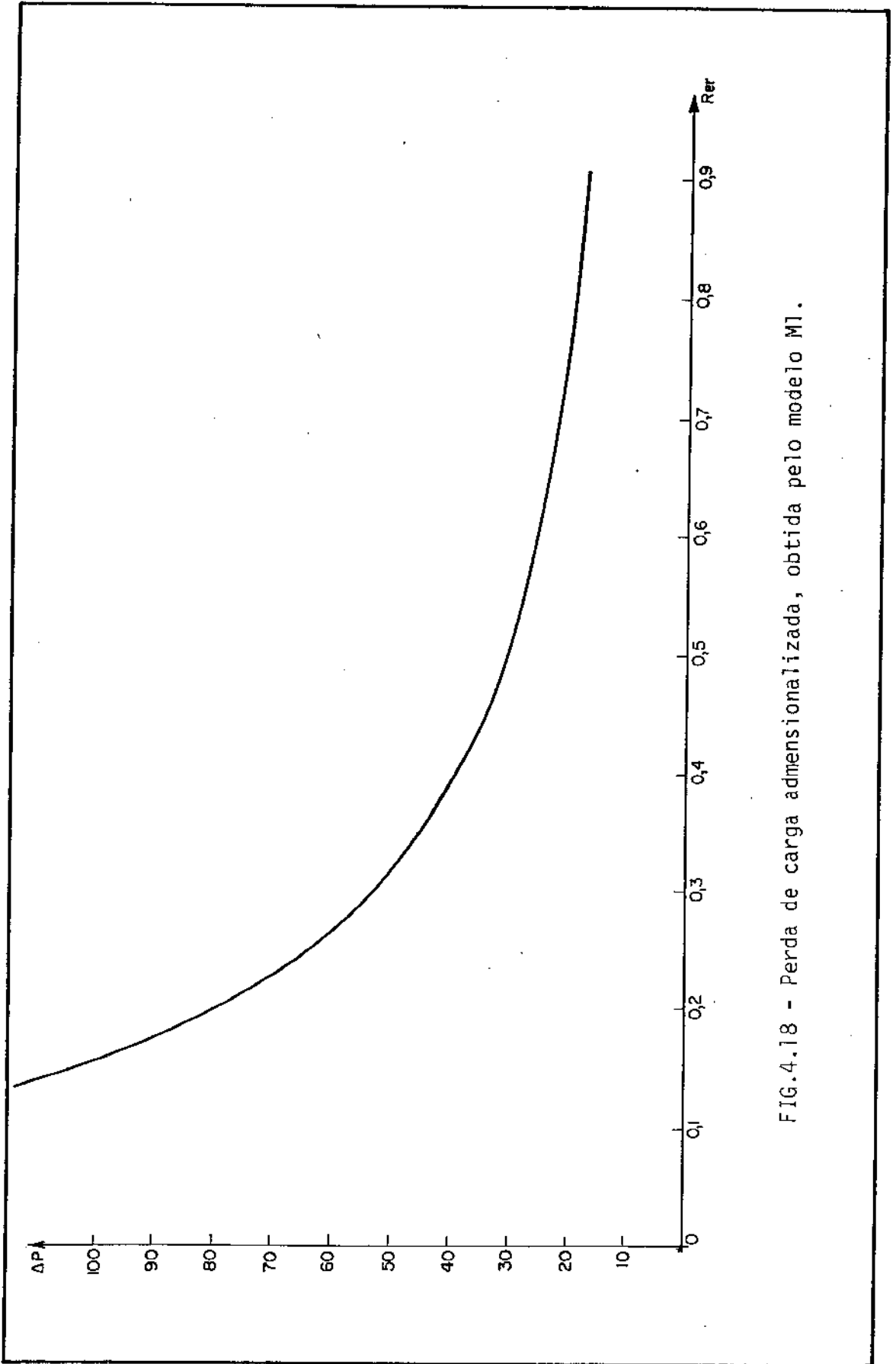


FIG.4.18 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M1.

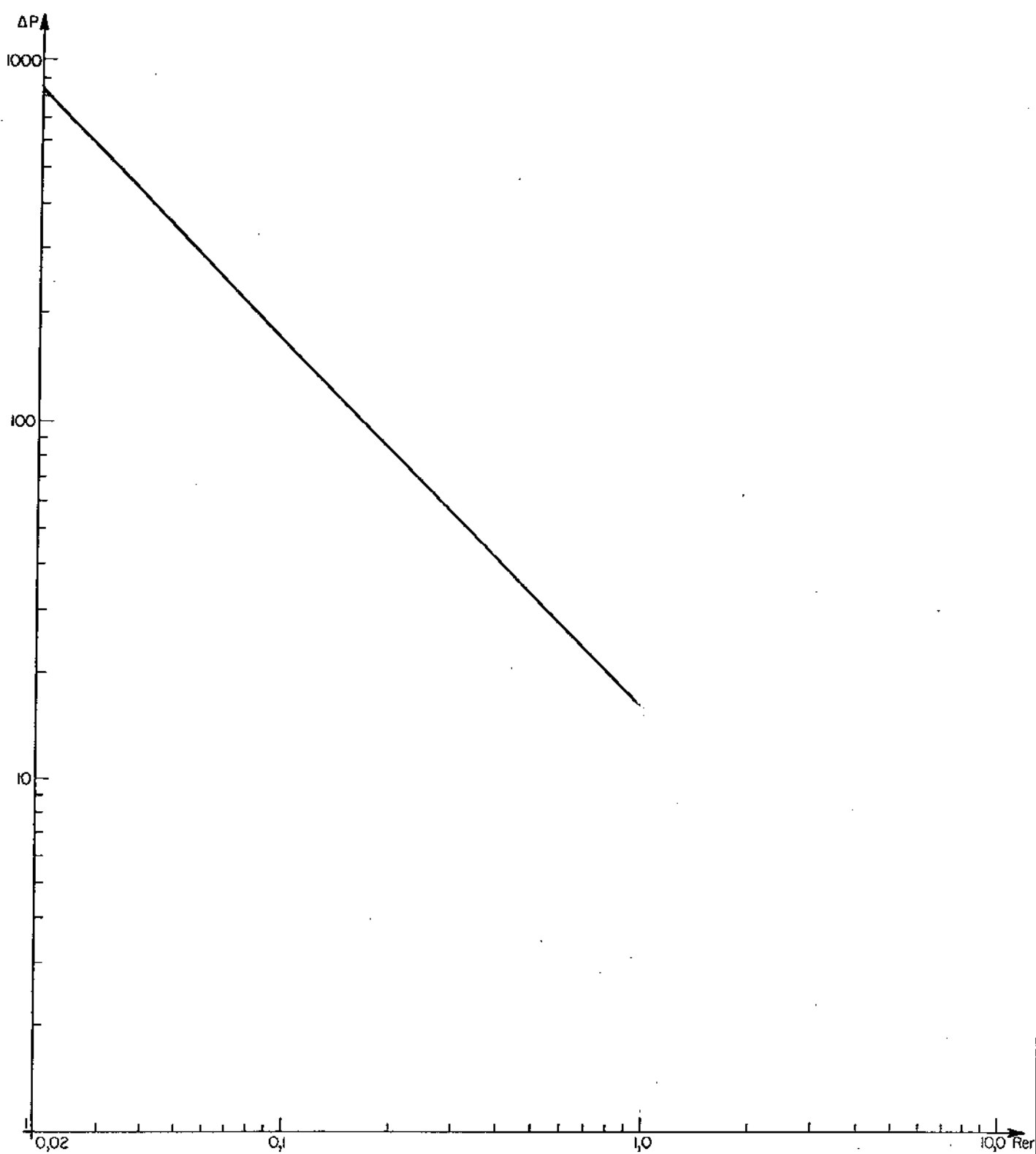


FIG.4.19 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M1.

4.3.3.4 Comentários

Em geral, a solução de uma equação diferencial parcial, por separação de variáveis, só é possível no caso de equações lineares e com condições de contorno homogêneas, devido a grande dificuldade que surge na separação das equações e na aplicação das condições de contorno, quando não há esta linearidade.

Em nosso caso, embora nossa equação não preencha os requisitos para a separação de variáveis tradicional, esta foi conseguida utilizando-se o conhecimento da vazão ao longo do tubo de calor.

Pelo fato de exigirmos que a solução fosse composta de um produto com separação de variáveis, podemos ter provocado algumas restrições na solução.

Interpretando os resultados obtidos, dos quais temos uma parte plotada nos gráficos anteriores, concluímos:

- A solução obtida quando fazemos $Re_r \rightarrow 0$, nos conduz a perfis de velocidade axial parabólicos, e perda de carga adimensionalizada convenientemente, igual a $16/Re_r$, o que é um resultado coerentemente esperado.

- Para Reynolds radial até 1,0, a solução diverge gradativamente da anterior, fornecendo resultados com desvios menor do que 3%.

- A interpretação dos resultados obtidos nos mostra que a solução que obtivemos, é uma solução de escoamentos com desenvolvimentos rápidos, e com validade maior fora das bordas de entrada e saída.

Aparentemente (comparações serão feitas no capítulo seguinte) a solução obtida é boa para Reynolds radial até da ordem de 1,0 e duvidosa daí em diante.

Nos tubos de calor o Re varia normalmente de 0,1 até 10, consideramos então importante uma solução numérica das equações, com um enfoque totalmente diferente, checando e ampliando os resultados obtidos.

4.4 Solução Numérica das equações do escoamento de vapor no tubo de calor - M 2

4.4.1 Método e Solução

O método semi-analítico, como quase todos métodos analíticos, traz consigo o problema de que pequenas variações do problema ou de suas condições de contorno, podem exigir mudanças radicais no método, tornando todo o estudo feito neste caso inaplicável a outros, um exemplo disso seria a mudança de geometria, ou a variação da taxa de injeção, tornariam o método inútil. Paralelamente a isso, as conclusões do item 4.3.3.4 geram, uma inconfiabilidade na solução, achamos portanto necessário o desenvolvimento de um método numérico para a solução do problema.

Num processo numérico de solução, os termos não lineares das equações de Navier-Stokes, que tornam as soluções analíticas extremamente difíceis, não são tão críticos e permitem maiores possibilidades de solução

Para a solução numérica, adotaremos um tubo com estrutura porosa na secção transversal de entrada e de saída.

Com as considerações iniciais sobre o escoamento do vapor no tubo de calor, sabemos que as equações do escoamento são:

$$I - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial vr}{\partial r} = 0 \quad (4.71)$$

$$II - u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (4.72)$$

$$III - u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right) \quad (4.73)$$

Num tubo de calor, normalmente temos:

$$L \gg a$$

Pretendemos fazer uma análise de ordem de grandeza e negligenciar os termos da ordem de a/L

As ordens de grandeza podem ser estimadas:

$$v \approx OG [V_p] \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} \approx OG [V_p/L] \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \approx \text{OG } [V_p/L^2] \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} \approx \text{OG } [V_p/a] \quad (4.77)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \approx \text{OG } [V_p/a^2] \quad (4.78)$$

$$u \approx \text{OG } [\bar{u}] \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \text{OG } [\bar{u}/L] \quad (4.80)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \text{OG } [\bar{u}/L^2] \quad (4.81)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} \approx \text{OG } [\bar{u}/a] \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \approx \text{OG } [u/a^2] \quad (4.83)$$

Pela equação da continuidade temos:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial Vr}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} = 0$$

$$\text{OG} \left[\frac{\bar{u}}{L} \right] + \text{OG} \left[\frac{V_P}{a} \right] + \text{OG} \left[\frac{V_P}{a} \right] = 0$$

$$\text{OG} \left[\frac{\bar{u}}{L} \right] \approx \text{OG} \left[\frac{V_P}{a} \right] \approx \text{OG} [1] \quad (4.84)$$

logo

$$\text{OG} \left[\frac{V_P}{\bar{u}} \right] \approx \text{OG} \left[\frac{a}{L} \right] \approx \text{OG} [\delta]$$

- Análise das equações

$$I - \frac{\rho}{\mu} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \right.$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big)$$

$$\begin{aligned}
 \text{OG} \left[\frac{\rho \bar{u}^2}{\mu L} \right] + \text{OG} \left[\frac{\rho \bar{u}^2}{\mu L} \right] &\approx \text{OG} [X_1] + \text{OG} \left[\frac{\bar{u}}{a^2} \right] + \\
 \text{OG} \left[\frac{\bar{u}}{a^2} \right] + \text{OG} \left[\frac{\bar{u}}{L^2} \right] & \quad (4.86)
 \end{aligned}$$

$$\text{II} - \frac{\rho}{\mu} \left(u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial r} \right) = - \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)$$

$$\text{OG} \left[\frac{\rho}{\mu} \bar{u} \frac{V_P}{L} \right] + \text{OG} \left[\frac{\rho}{\mu} \frac{V_P^2}{a} \right] \approx \text{OG} [Y_1] +$$

$$\text{OG} \left[\frac{V_P}{a^2} \right] + \text{OG} \left[\frac{V_P}{a^2} \right] + \text{OG} \left[\frac{V_P}{a^2} \right] + \text{OG} \left[\frac{V_P}{a^2} \right]$$

$$(4.87)$$

dividindo ambas as equações 4.86 e 4.87 por $\bar{u}$, multiplicando por a^2 , e utilizando a relação 4.85, temos:

OG (I)

$$\text{OG} \left[\rho \frac{Vpa}{\mu} \right] + \text{OG} \left[\rho \frac{Vpa}{\mu} \right] \approx \text{OG} [x_2^1] + \text{OG} [1] + \text{OG} [1] +$$

$$\text{OG} \left[\left(\frac{a^2}{L} \right) \right] \quad (4.88)$$

OG (II)

$$\text{OG} \left[\left(\rho \frac{Vpa}{\mu} \right) \left(\frac{a}{L} \right) \right] + \text{OG} \left[\left(\rho \frac{Vpa}{\mu} \right) \left(\frac{a}{L} \right) \right] \approx$$

$$\text{OG} [y_2^1] + \text{OG} \left[\frac{a}{L} \right] + \text{OG} \left[\frac{a}{L} \right] + \text{OG} \left[\frac{a}{L} \right] \quad (4.89)$$

$$\text{III} - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0$$

OG (III), utilizando a relação 4.85, temos:

$$\text{OG (I)} + \text{OG (I)} + \text{OG (I)} = 0 \quad (4.90)$$

como $L \gg a$, podemos desprezar os termos da ordem de a/L .

As equações podem então serem reduzidas a:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{u}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4.91)$$

$$\frac{\partial u r}{\partial x} + \frac{\partial v r}{\partial r} = 0 \quad (4.92)$$

Faremos agora uma adimensionalização do problema com o objetivo de darmos maior amplitude a solução:

$$U = \frac{u}{u} \quad (a)$$

$$V = \frac{v}{V_p} \quad (b)$$

$$R = \frac{r}{a} \quad (c) \quad (4.93)$$

$$X = \frac{x}{L} \quad (d)$$

$$P = \frac{P - P_0}{\rho \bar{u}^2} \quad (e)$$

As equações 4.93, nos conduzirão a:

$$m U \frac{\partial U}{\partial X} + q V \frac{\partial U}{\partial R} = -m \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \right) \quad (4.94)$$

$$m \frac{\partial UR}{\partial X} + q \frac{\partial VR}{\partial R} = 0 \quad (4.95)$$

onde:

$$m = a/L$$

$$q = Vp/\bar{u}$$

$$Re = \rho \bar{u} d / \mu$$

com as condições de contorno: $f = f(x, r)$

$$U(x, 1) = 0 \quad (a)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (b)$$

$$U(0, R) = 1 \quad (c)$$

$$V(0, R) = 0 \quad (d) \quad (4.97)$$

$$V(1, R) = 0 \quad (e)$$

$$V(X, 1) = \begin{cases} -1 & 0 < X < Le/L \\ 0 & Le/L < X < (Le+La)/L \\ +1 & \frac{Le+La}{L} < X < 1 \end{cases}$$

Resolveremos o sistema de equações 4.94 e 4.95, com as condições de contorno 4.97, pelo método numérico de diferenças finitas.

Note que a velocidade média total $\bar{u}$ usada na adimensionalização é a priori desconhecida, portanto nosso método de solução arbitra inicialmente $\bar{u}$ recalculando-o após a solução e utilizando o novo valor para resolver novamente o sistema, e assim sucessivamente até a solução convergir.

A figura abaixo, mostra a rede de pontos montada para a aplicação de diferenças finitas

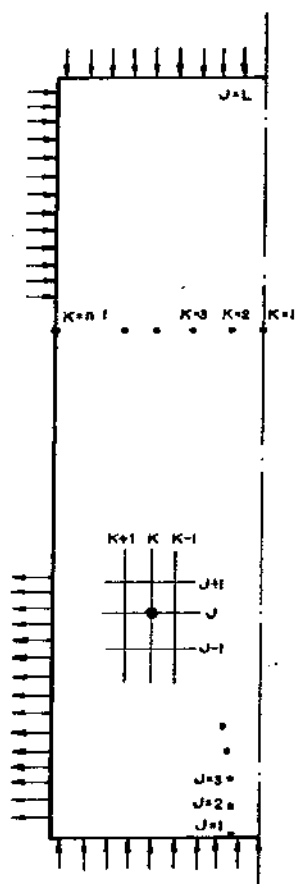


fig. 4.20- Esquema da rede de pontos utilizados para aplicação de diferenças finitas.

linha central $k = 1$

linha lateral $k = n+1$

início do evaporador $J = 1$

fim do condensador $J = L$

Representaremos as diferenças finitas

por:

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta X} \quad (4.98)$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{U_{j+1,k+1} - U_{j+1,k-1}}{2 \Delta R} \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} = \frac{U_{j+1,k+1} - 2 U_{j+1,k} + U_{j+1,k-1}}{\Delta R^2} \quad (4.100)$$

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta X} \quad (4.101)$$

A equação 4.91 torna-se portanto;

$$\begin{aligned} m U(j,k) \cdot \left[\frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta X} \right] + q V(j,k) \left[\frac{U_{j+1,k+1} - U_{j+1,k-1}}{2 \Delta R} \right] \\ = m \left[\frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta X} \right] + \frac{2}{Re} \left[U_{j+1,k+1} - 2 U_{j+1,k} + U_{j+1,k-1} + \right. \\ \left. \frac{1}{Rk} \left[\frac{U_{j+1,k+1} - U_{j+1,k-1}}{2 \Delta R} \right] \right] \end{aligned} \quad (4.102)$$

condensando temos:

$$A_{j,k} U_{j+1, k-1} + B_{j,k} U_{j+1, k} + C_{j,k} U_{j+1, k+1} +$$

$$D P_{j+1} = E_{j,k} \quad (4.103)$$

onde:

$$A_{j,k} = \left| \frac{1}{R_k \Delta R \operatorname{Re}} - q \frac{V_{j,k}}{2 \Delta R} - \frac{2}{\operatorname{Re} \Delta R^2} \right| \quad (4.104)$$

$$B_{j,k} = \left| \frac{m U_{j,k}}{\Delta X} + \frac{4}{\operatorname{Re} \Delta R^2} \right| \quad (4.105)$$

$$C_{j,k} = \frac{q V_{j,k}}{2 \Delta R} - \frac{2}{\operatorname{Re} \Delta R^2} - \frac{1}{\operatorname{Re} R_k \Delta R} \quad (4.106)$$

$$D = \frac{m}{\Delta X} \quad (4.107)$$

$$E_{j,k} = \frac{m}{\Delta X} \left| U_{j,k}^2 + P_j \right| \quad (4.108)$$

A equação 4.103 é válida para $k = 2, n$ pois para $k=1 \rightarrow r=0$ ocorre indeterminação e a equação 4.94 precisa ser então modificada.

Eliminaremos a indeterminação pela regra de L'Hospital.

Inicialmente, multiplicamos 4.94 por R , obtendo

$$m R U \frac{\partial U}{\partial X} + q R V \frac{\partial U}{\partial R} = -m R \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(R \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{\partial U}{\partial R} \right) \quad (4.109)$$

Diferenciando em relação a r na posição $r=0$, temos

$$m U \left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{R=0} + q V \left. \frac{\partial U}{\partial R} \right|_{R=0} = -m \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left[\left. \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right|_{R=0} + \left. \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right|_{R=0} \right] \quad (4.110)$$

Simplificando

$$m U \left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{R=0} = -m \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{4}{Re} \left. \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right|_{R=0} \quad (4.111)$$

Passando para diferenças finitas, teremos:

$$m U_{j,1} \frac{U_{j+1,1} - U_{j,1}}{\Delta X} = -m \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta X} +$$

$$\frac{4}{Re} \left[\frac{2 U_{j+1,2} - 2 U_{j+1,1}}{\Delta R^2} \right] \quad (4.112)$$

Rearranjando temos:

$$\left[\frac{m U_{j,1}}{\Delta X} + \frac{8}{Re \Delta R^2} \right] U_{j+1,1} + \left[\frac{-8}{Re \Delta R^2} \right] U_{j+1,2} +$$

$$\left[\frac{m}{\Delta X} \right] P_{j+1} = m \left[\frac{U_{j,1}^2}{\Delta X} + \frac{P_j}{\Delta X} \right] \quad (4.113)$$

Condensando temos:

$$F_j U_{j+1,1} + G U_{j+1,2} + D P_{j+1} = H_j \quad (4.114)$$

onde:

$$F_j = m \frac{U_{j,1}}{\Delta X} + \frac{8}{Re \Delta R^2} \quad (4.115)$$

$$G = \frac{-8}{Re \Delta R^2} \quad (4.116)$$

$$H_j = \frac{m}{\Delta X} \left[U_{j,1}^2 + P_j \right] \quad (4.117)$$

Para a equação 4.95, usaremos a seguinte representação finita

$$R \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{R_k (U_{j+1,k} - U_{j,k}) + R_{k+1} (U_{j+1,k+1} - U_{j,k+1})}{2 \Delta X} \quad (4.118)$$

$$\frac{\partial VR}{R} = \frac{V_{j+1,k+1} R_{k+1} - V_{j+1,k} R_k}{\Delta R} \quad (4.119)$$

teremos portanto

$$\begin{aligned} m R_k \left(\frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{2 \Delta X} \right) + m R_{k+1} \left(\frac{U_{j+1,k+1} - U_{j,k+1}}{2 \Delta X} \right) + \\ q \frac{V_{j+1,k+1} R_{k+1} - V_{j+1,k} R_k}{\Delta R} = 0 \end{aligned} \quad (4.120)$$

A equação 4.120 acima é válida para $k=2,n$

Para $k=1, r=0$, faremos uma eliminação de indeterminação análoga a anterior.

temos que

$$m \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{q}{R} \frac{\partial VR}{\partial R} = 0$$

multiplicando por R

$$m R \frac{\partial U}{\partial X} + q \frac{\partial VR}{\partial R} = 0 \quad (4.121)$$

$$e \quad \left. \frac{\partial}{\partial R} \right|_{r=0} \quad \text{temos,}$$

$$m \left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{r=0} + 2 q \left. \frac{\partial V}{\partial R} \right|_{r=0} = 0 \quad (4.122)$$

Em diferenças finitas teremos:

$$m \left[\frac{U_{j+1,2} + U_{j+1,1} - U_{j,2} - U_{j,1}}{2\Delta x} \right] +$$

$$2q \frac{V_{j+1,2}}{\Delta R} = 0 \quad (4.123)$$

Adicionando as equações 4.120 para $K=2,n$ e a 4.123 dividida por 2 e multiplicada por R , com o objetivo de eliminarmos as velocidades V desconhecidas, teremos:

$$k=2 \quad R_2 \left(\frac{U_{j+1,2} - U_{j,2}}{2\Delta x} \right) + R_3 \left(\frac{U_{j+1,3} - U_{j,3}}{2\Delta x} \right) +$$

$$\frac{q}{m} \left(\frac{V_{j+1,3} R_3 - V_{j+1,2} R_2}{\Delta R} \right) = 0$$

+

$$k=3 \quad R_3 \left(\frac{U_{j+1,3} - U_{j,3}}{2 \Delta x} \right) + R_4 \left(\frac{U_{j+1,4} - U_{j,4}}{2 \Delta x} \right) +$$

$$\frac{q}{m} \left(\frac{\cancel{V_{j+1,4}}^{R_4} - \cancel{V_{j+1,3}}^{R_3}}{\Delta R} \right) = 0$$

+

$$k=4 \quad R_4 \left(\frac{U_{j+1,4} - U_{j,4}}{2 \Delta x} \right) + R_5 \left(\frac{U_{j+1,5} - U_{j,5}}{2 \Delta x} \right) +$$

$$\frac{q}{m} \left(\frac{\cancel{\cancel{\cancel{V_{j+1,5}}^{R_5}}} - \cancel{\cancel{\cancel{V_{j+1,4}}^{R_4}}}}{\Delta R} \right) = 0$$

+

.

.

.

+

$$k=n \quad R_n \left(\frac{U_{j+1,n} - U_{j,n}}{2 \Delta x} \right) + R_{n+1} \left(\frac{U_{j+1,n+1} - U_{j,n+1}}{2 \Delta x} \right) +$$

$$\frac{q}{m} \frac{V_{j+1,n+1}^{R_{n+1}} - V_{j+1,n}^{R_n}}{\Delta R} = 0$$

†

$$\left(\frac{U_{j+1,2} + U_{j+1,1} - U_{j,2} - U_{j,1}}{4 \Delta X} \right) R_2 +$$

$$\frac{q}{m} \frac{V_{j+1,2} R_2}{\Delta R} = 0$$

$$\frac{q}{m} V_{j+1, n+1} \left(\frac{\Delta X}{\Delta R} \right) + \sum_{k=3}^n R_k U_{j+1, k} +$$

$$\frac{3}{4} R_2 U_{j+1, 2} + \frac{1}{4} U_{j+1, 1} =$$

$$\sum_{k=3}^n R_k U_{j, k} + \frac{3}{4} R_2 U_{j, 2} + \frac{1}{4} R_2 U_{j, 1} \quad (4.124)$$

Analisando temos:

Equações:

Eq. 4.103 para $k = 2, n \quad n - 1$

Eq. 4.114 1

Eq. 4.124 1

$n + 1$ Equações

Incógnitas

$$U_{j+1,1} \quad U_{j+1,2} \quad \dots \quad U_{j+1,n} \quad P_{j+1}$$

$n+1$ incógnitas

Portanto temos, $n+1$ equações linearmente independentes e $n+1$ incógnitas, um problema perfeitamente determinado.

Após resolvermos o sistema acima, determinando então todos os $U_{j+1,i}$ e P_{j+1} , podemos obter as velocidades $V_{j+1,i}$ da seguinte maneira:

$$V_{j+1,1} = 0,0$$

de 4.123

$$V_{j+1,2} = \frac{\Delta R}{4\Delta x} \cdot \frac{m}{q} \left| U_{j,2} + U_{j,1} - U_{j+1,2} - U_{j+1,1} \right|$$

de 4.120 para $k = 2, n$

$$V_{j+1, k+1} = \left| \frac{q}{m} \frac{R_k}{\Delta R} V_{j+1, k} - \right.$$

$$R_k \left(\frac{U_{j+1, k} - U_{j, k}}{2 \Delta x} \right) -$$

$$R_{k+1} \left(\frac{U_{j+1, k+1} - U_{j, k+1}}{2 \Delta x} \right) \frac{m}{q} \frac{\Delta R}{R_{k+1}}$$

obtendo portanto todas as variáveis na secção $j+1$.

Podemos analogamente variar esta sequência para todas as secções e obter todas as variáveis de interesse em todos os pontos do tubo de calor.

Para os cálculos dos sistemas de equações envolvidos neste problema foi desenvolvido um programa de computação chamado FLOW 1, o qual encontra-se no Anexo 1.

4.4.2 Resultados Obtidos

Com a solução obtida no item 4.4.1, através do programa FLOW 1, podemos obter todas as variáveis de interesse no problema.

Na sequência plotamos os resultados obtidos:

- Os perfis das velocidades axiais U são ilustrados nas figuras 4.21 a 4.26.
- Os perfis das velocidades radiais V são ilustrados nas figuras 4.27 e 4.28.
- A variação de pressão ao longo do tubo é ilustrada na figura 4.29 e a perda de carga para diversos Reynolds é ilustrada nas figuras 4.30 e 4.31.

As comparações, análises e comentários serão feitas no capítulo V.

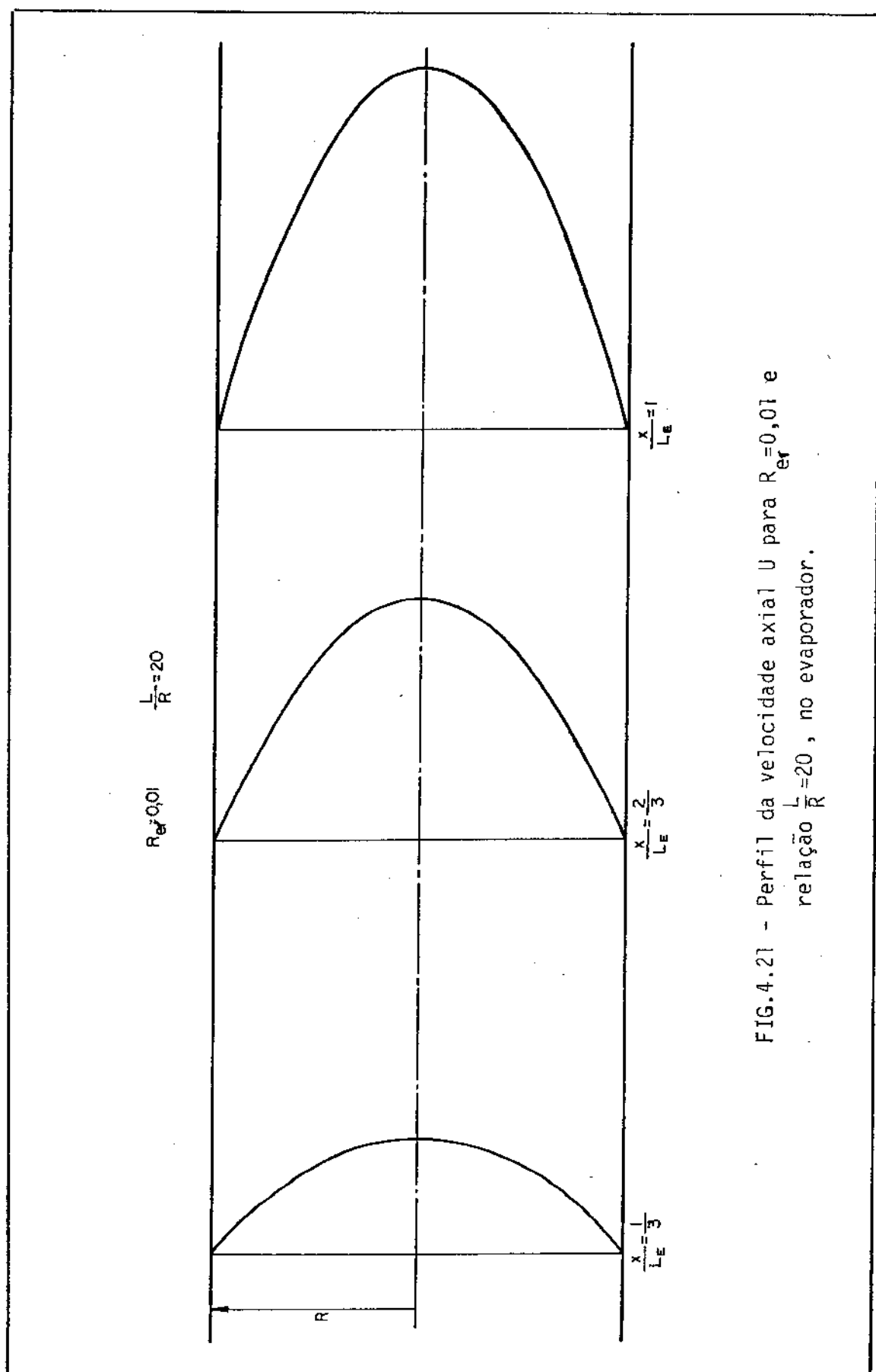


FIG.4.21 - Perfil da velocidade axial U para $R=0,01$ e relação $\frac{L}{R}=20$, no evaporador.

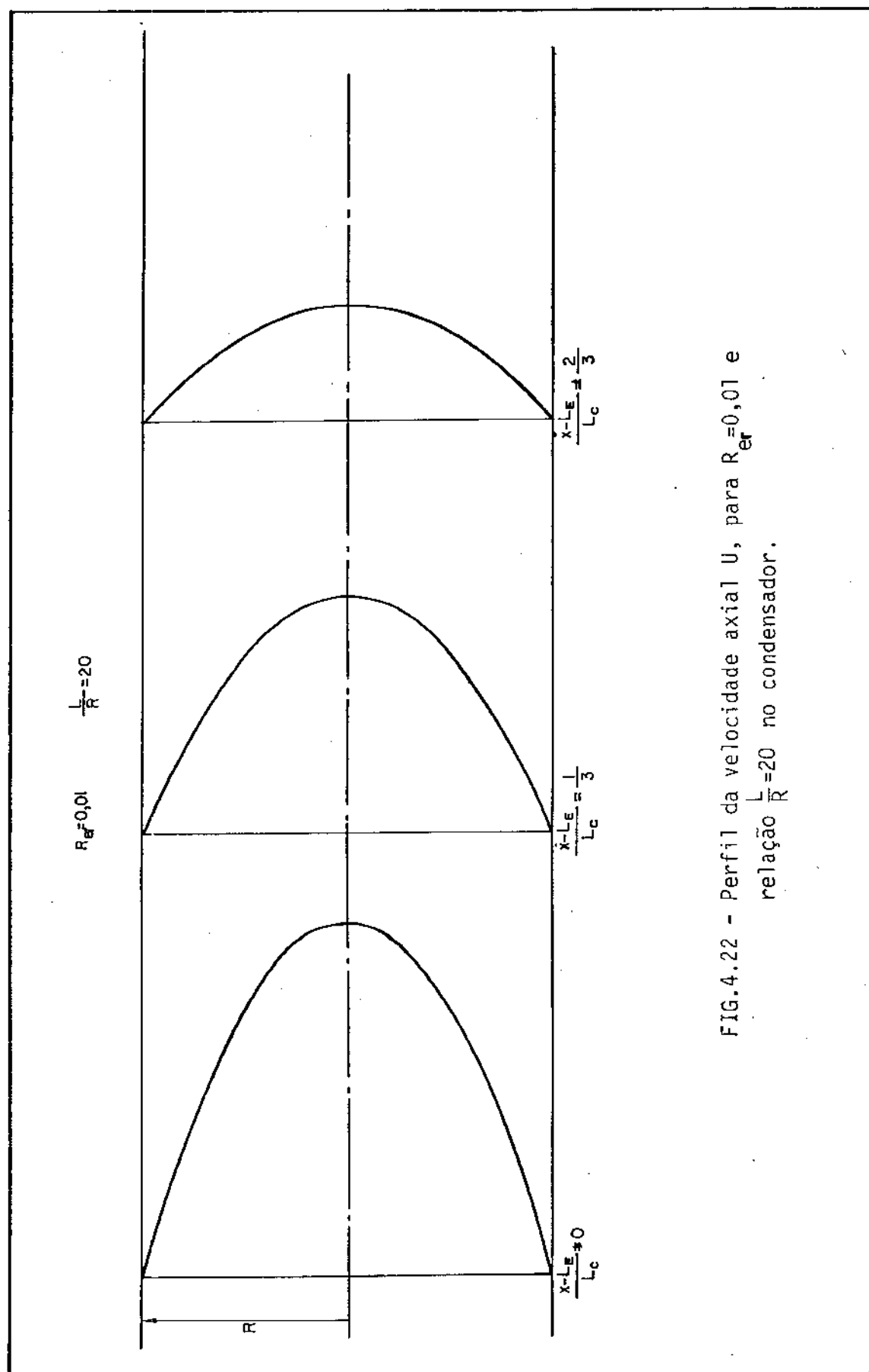


FIG.4.22 - Perfil da velocidade axial U , para $R=0,01$ e relação $\frac{L}{R}=20$ no condensador.

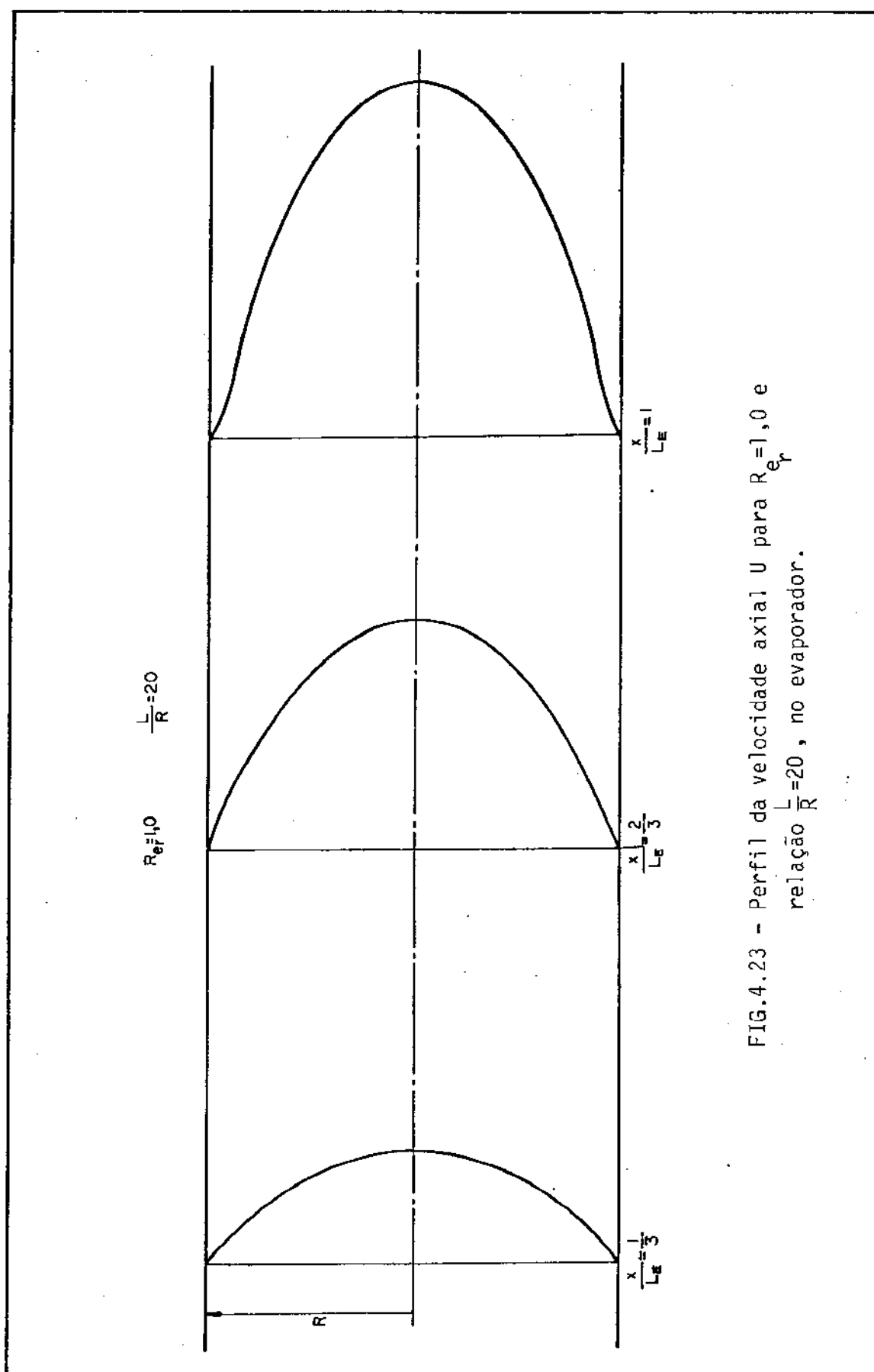


FIG.4.23 - Perfil da velocidade axial U para $Re_f = 1,0$ e relação $\frac{L}{R} = 20$, no evaporador.

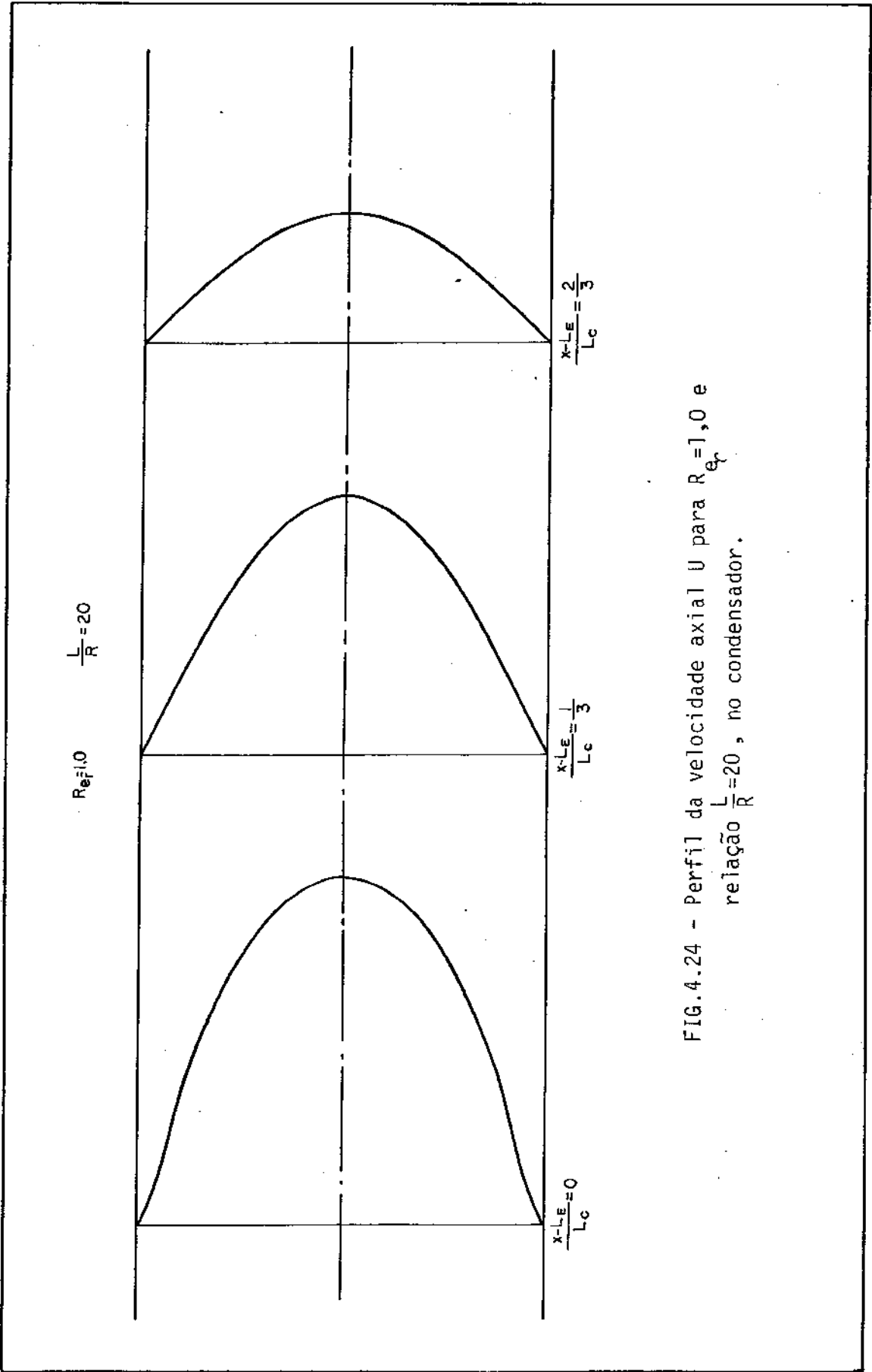


FIG.4.24 - Perfil da velocidade axial U para $Re = 1.0$ e relação $L/R = 20$, no condensador.

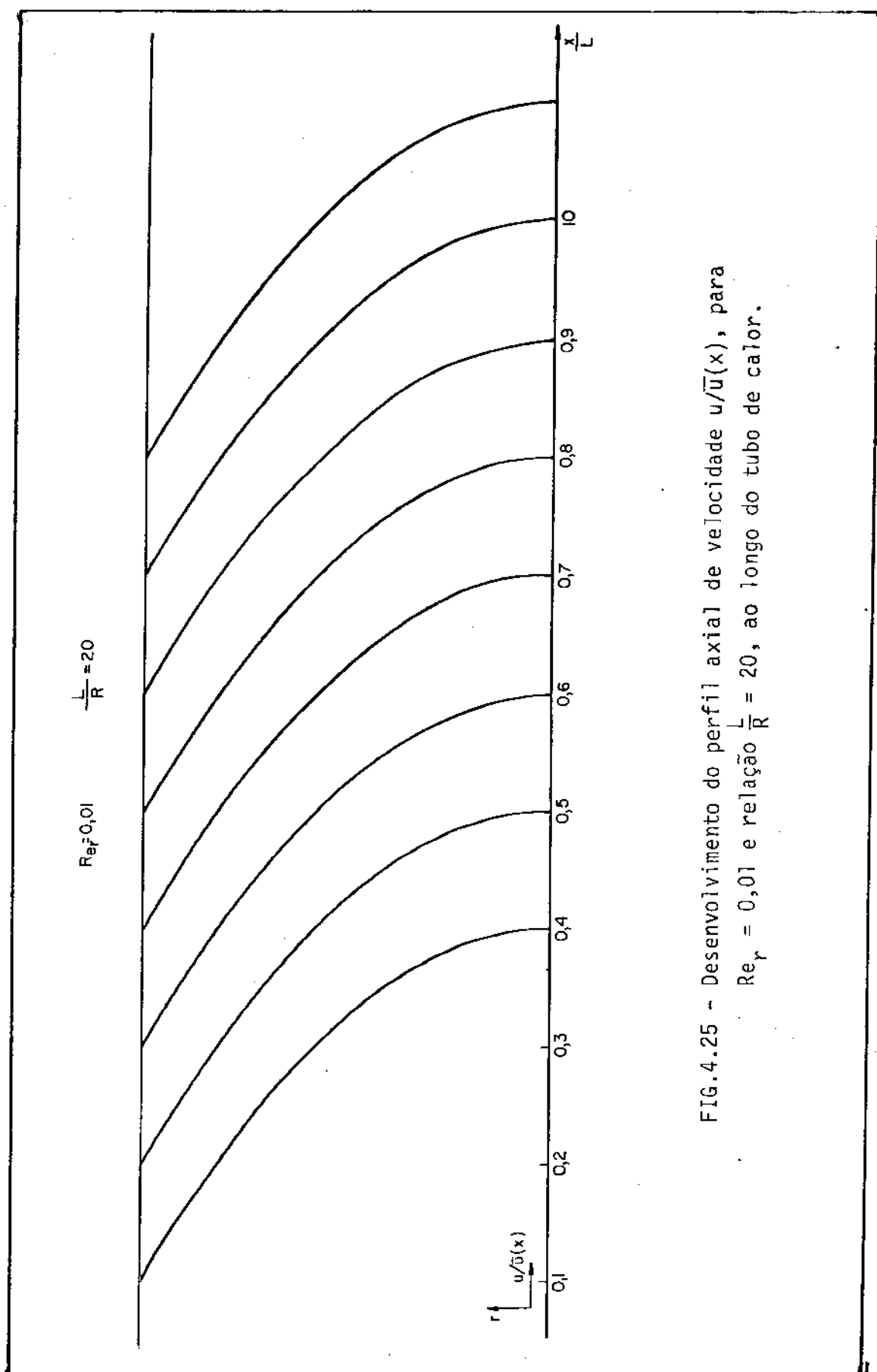


FIG.4.25 - Desenvolvimento do perfil axial de velocidade $u/\bar{u}(x)$, para $Re_\tau = 0.01$ e relação $\frac{L}{R} = 20$, ao longo do tubo de calor.

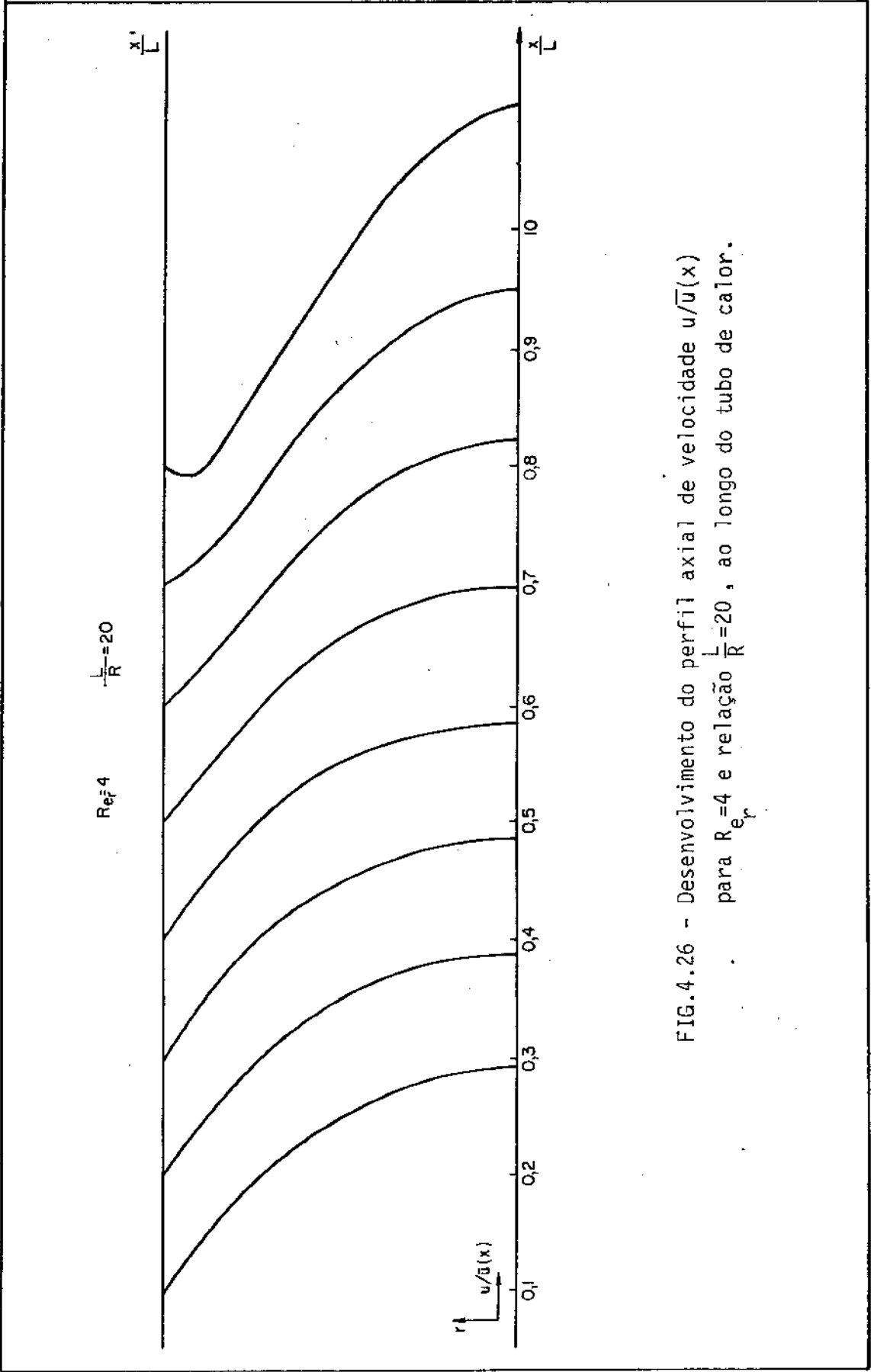


FIG.4.26 - Desenvolvimento do perfil axial de velocidade $u/u(x)$
para $Re = 4$ e relação $L/R = 20$, ao longo do tubo de calor.

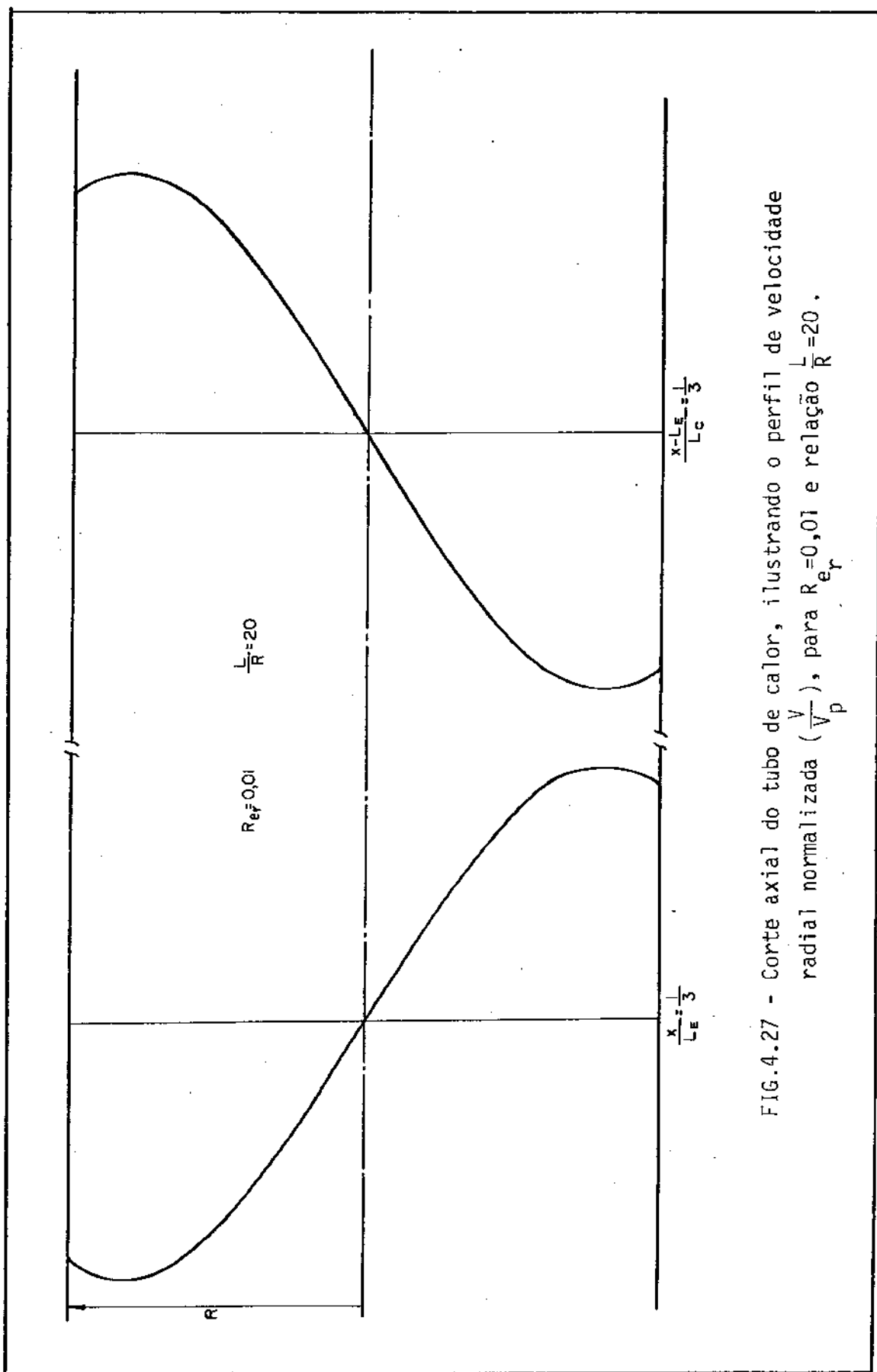
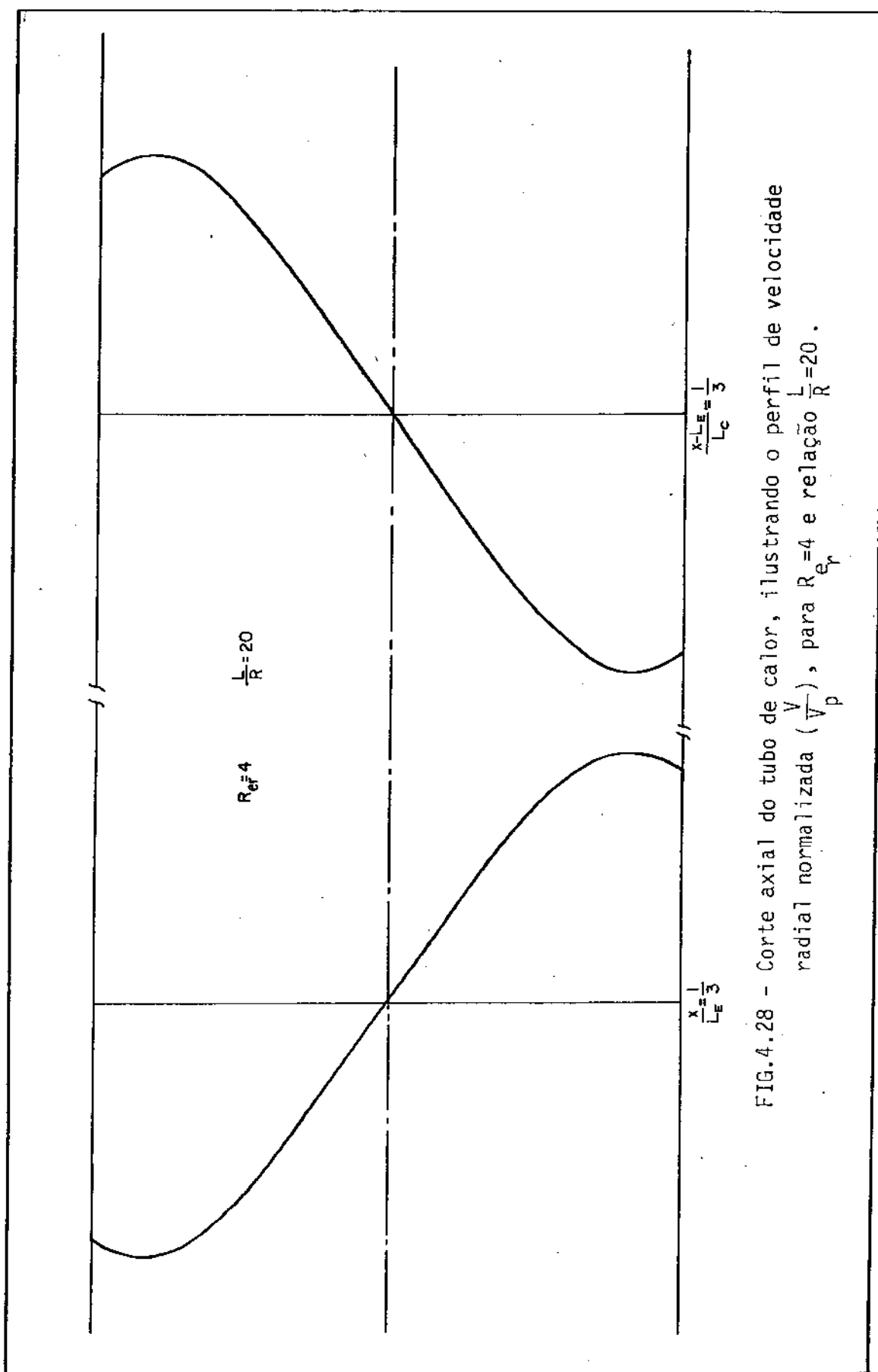


FIG.4.27 - Corte axial do tubo de calor, ilustrando o perfil de velocidade radial normalizada $(\frac{V}{V_p})$, para $Re = 0.01$ e relação $\frac{L}{R} = 20$.



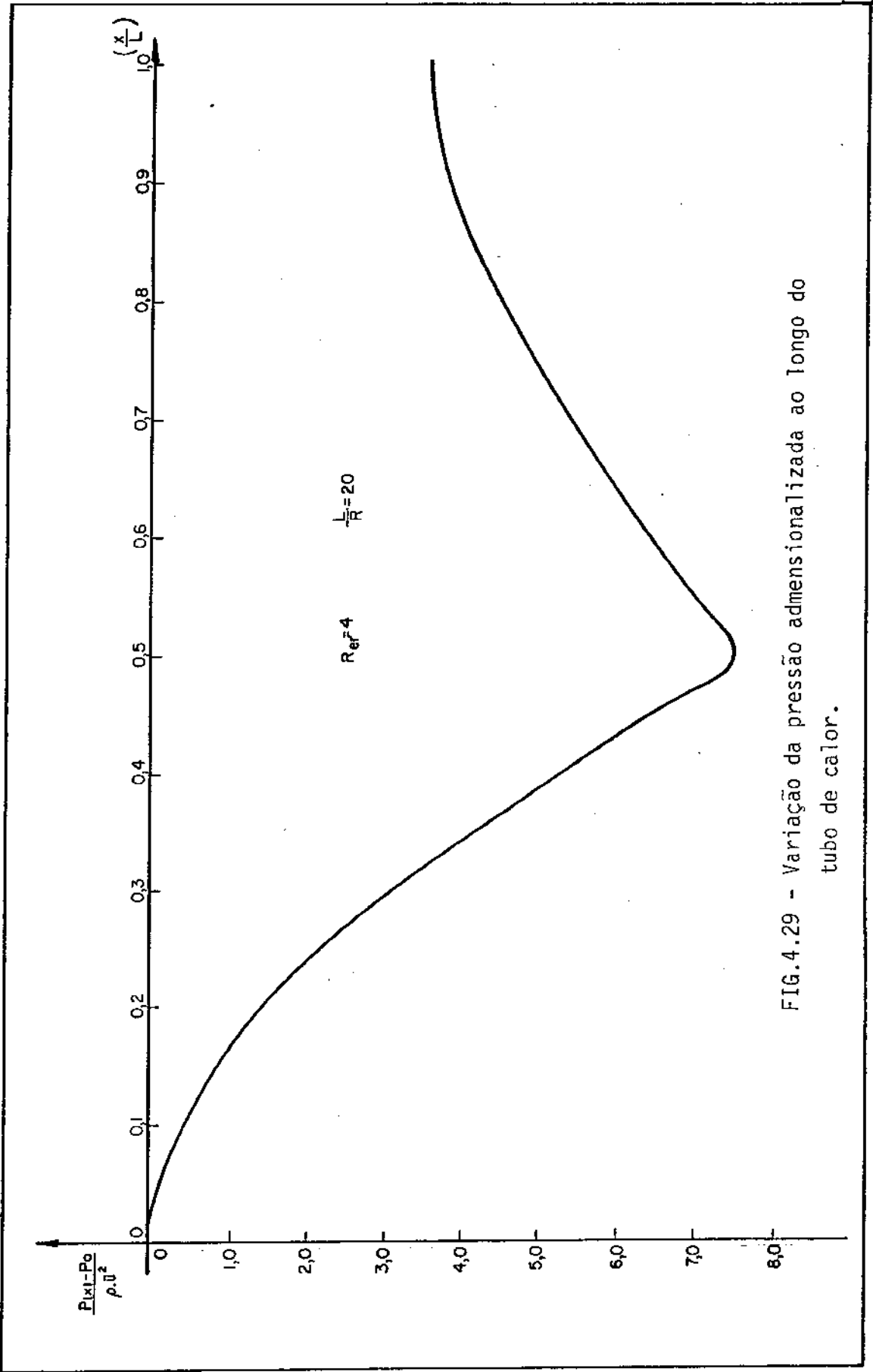


FIG.4.29 - Variação da pressão adimensionalizada ao longo do tubo de calor.

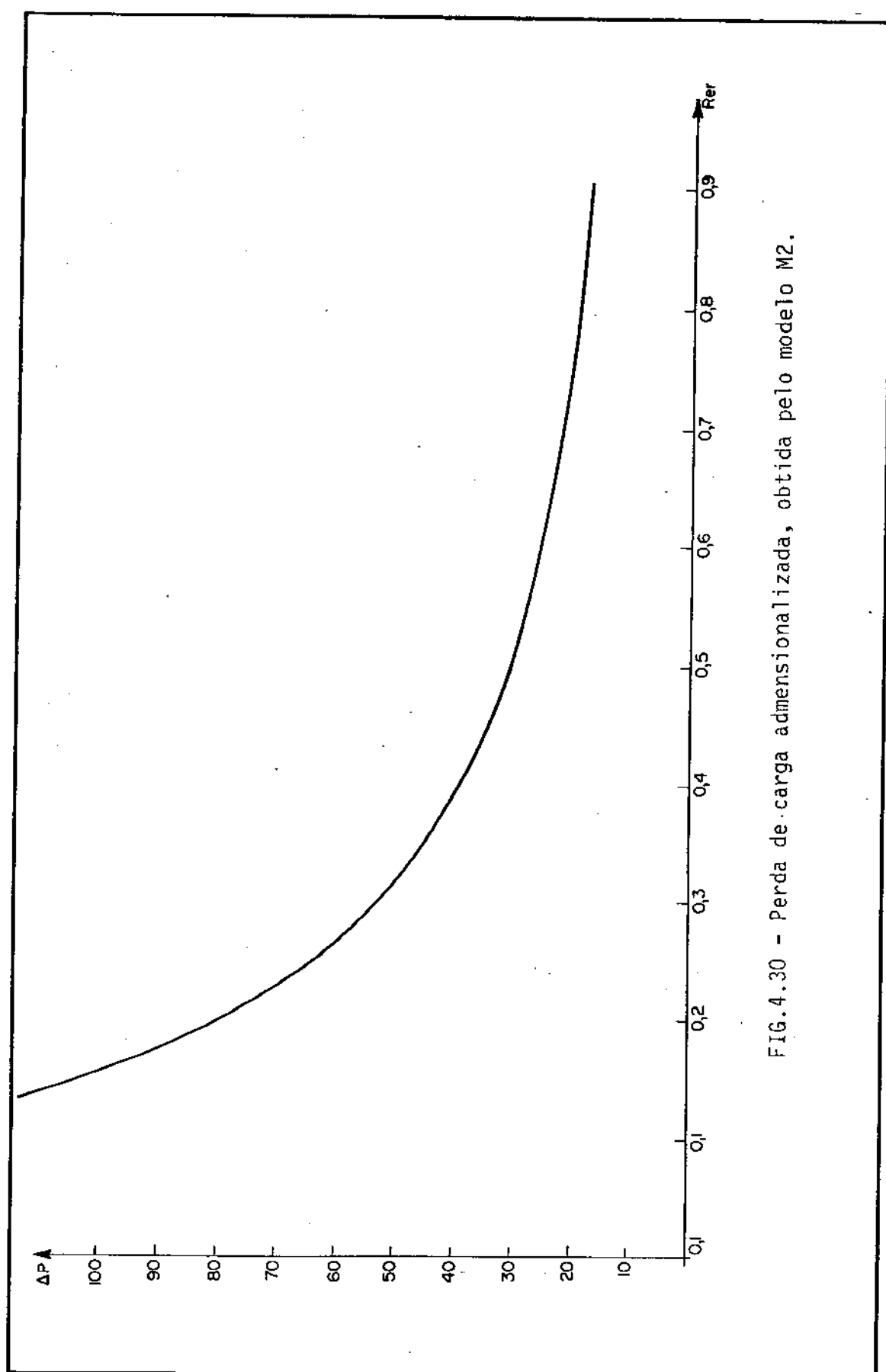


FIG.4.30 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2.

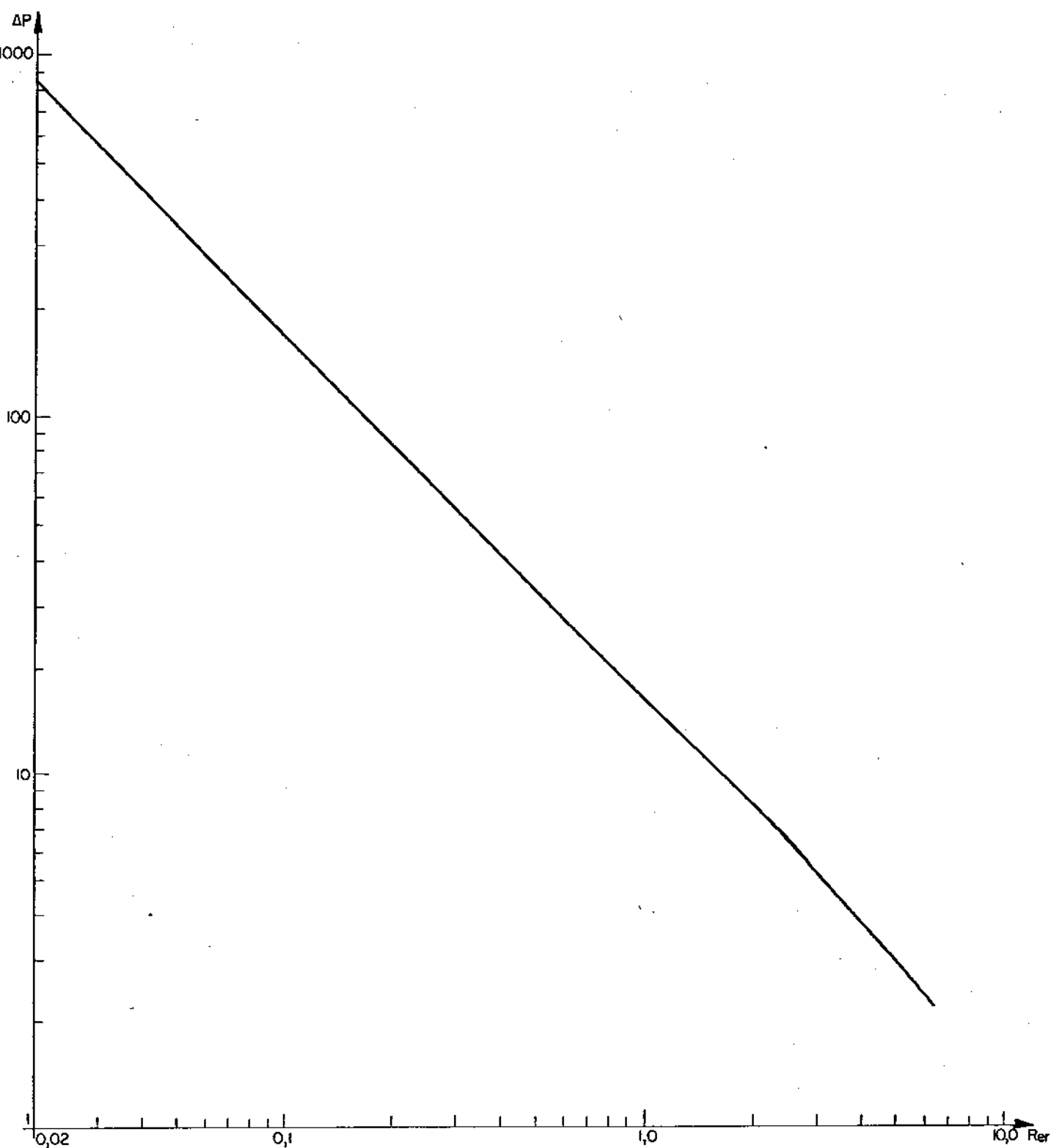


FIG.4.31 - Perda de carga adimensionalizada obtida pelo modelo M2.

CAPÍTULO V

MONTAGENS EXPERIMENTAIS, COMPARAÇÕES E CONCLUSÕES

5.1 - COMPARAÇÃO DOS PERFIS DE VELOCIDADE

Faremos aqui a comparação dos perfis de velocidade axial u , entre os dois métodos M1 e M2 e outros autores.

- a) Reynolds axial muitíssimo baixos,
"creeping Flow".

Nesse caso, fazendo o número de Re_r tender a zero, obtendo em ambos os métodos M1 e M2 uma solução de velocidade axial da forma.

$$u = u_0(x) (1 - r^2) \quad 0 < r < 1 \quad (5.1)$$

A qual é a solução fisicamente esperada e tendo sido também o resultado obtido por Bankston e Smith⁽⁵⁾ (B.S)

A figura 5.1.1 ilustra a solução acima.

- b) Reynolds radiais baixos.

No caso de Reynolds radiais baixos, da

ordem de 0,01, os perfis de velocidades obtidos permanecem muito próximos do perfil parabólico tanto no método M1, no M2, como no obtido por Bankston e Smith⁽⁵⁾ (BS).

Uma comparação entre M1, M2 e BS é feita na figura 5.1.2 para Reynolds radial igual a 0,01 e concluímos que os perfis de velocidades axiais obtidos são praticamente coincidentes.

c) Reynolds radiais médios

Para Reynolds radiais médios, na faixa de $1,0 \longleftrightarrow 10,0$ ocorrem transformações significantes nos resultados obtidos:

- O método I ao aproximarmos o Rer de 4 não apresenta convergência num tempo normal de computação

- O método II apresenta, após Rer , da ordem de 3 uma reversibilidade no escoamento axial, isto é, ocorrem velocidades axiais negativas próximas a parede do tubo de calor.

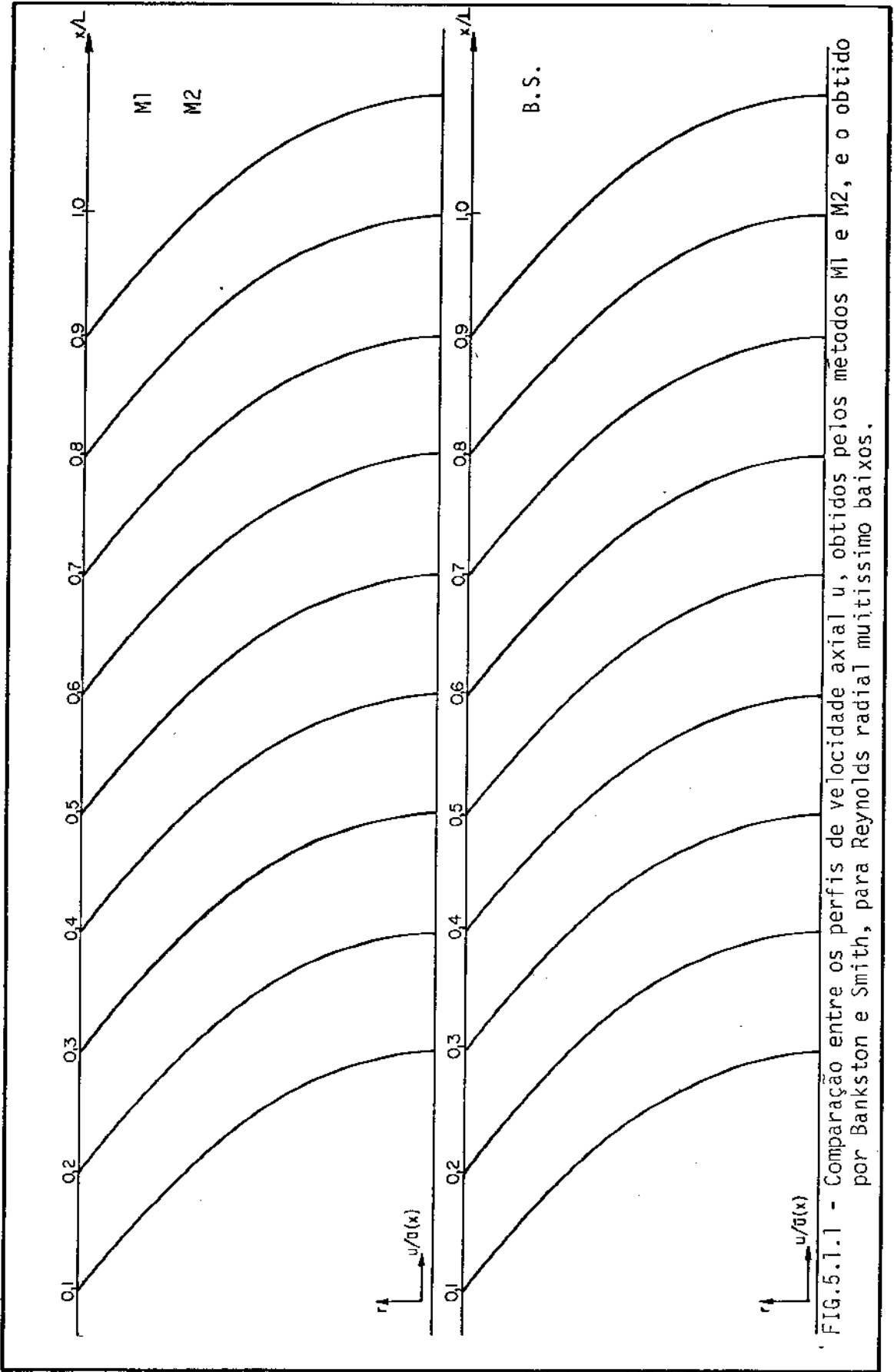
Comparando com Bankston e Smith⁽⁵⁾ notamos que eles também obtiveram reversibilidade no escoamento axial para Rer da ordem de 3.

Outros autores, como Yuan and, Finkelstein⁽¹⁰⁾, Weissberg, H.L.⁽¹¹⁾ que tratam de problemas com somente injeção ou sucção de massa também encon

traram nessa região essa reversibilidade.

Na figura 5.1.3, fazemos uma comparação entre o perfil de velocidade axial obtido por Bankston e Smith⁽⁵⁾ e o fornecido pelo nosso modelo 2, para Reynolds radial igual a 4,0, na qual podemos observar a reversibilidade nos dois resultados.

Notamos então que nosso modelo M2, converge perfeitamente para a previsão teórica quando o Rer tende a zero, e para Rer médios, mostra uma reversibilidade prevista por pesquisadores que trabalharam com problemas semelhantes, essas considerações conferem ao nosso modelo M2 uma boa confiabilidade.



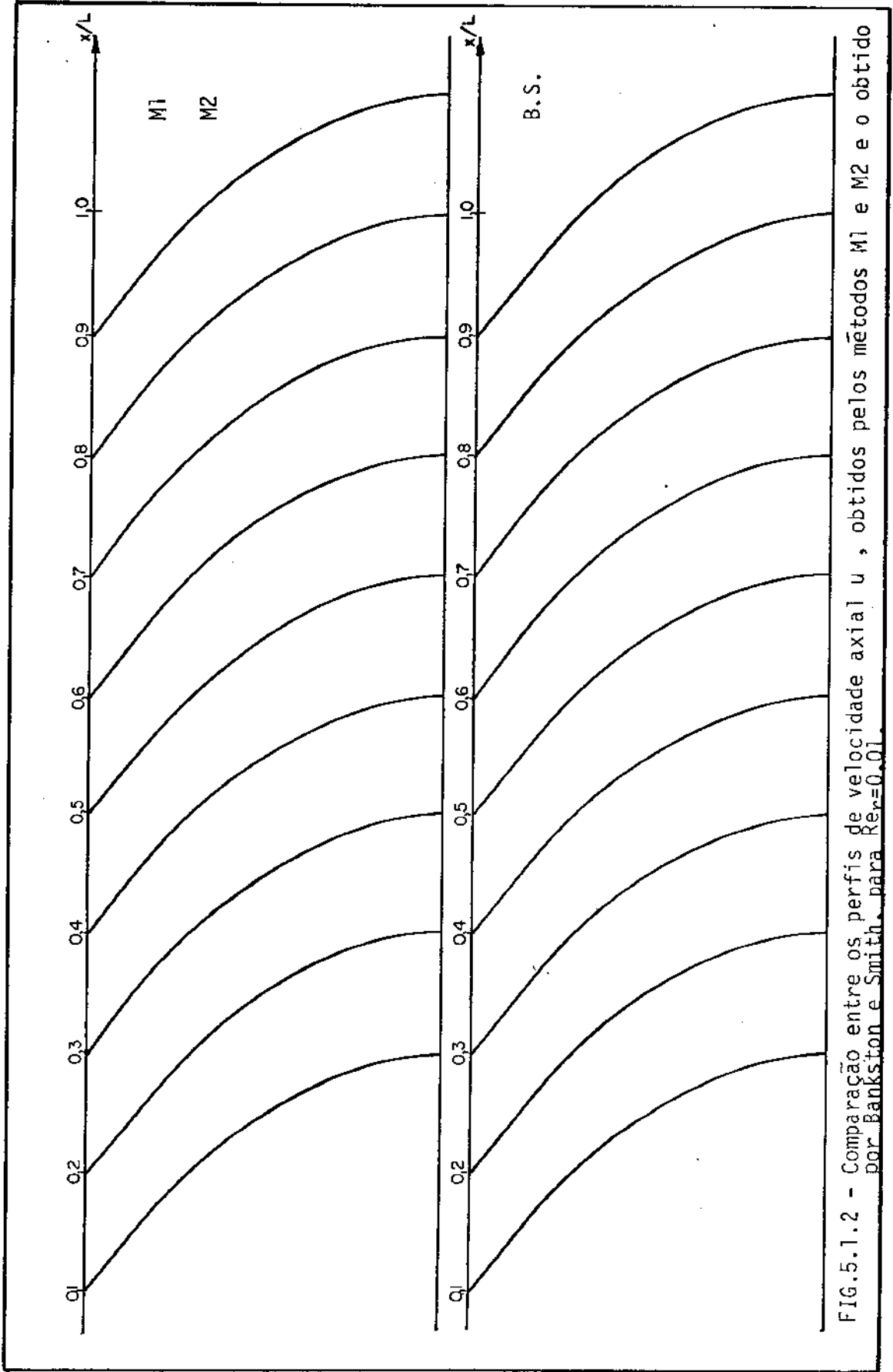
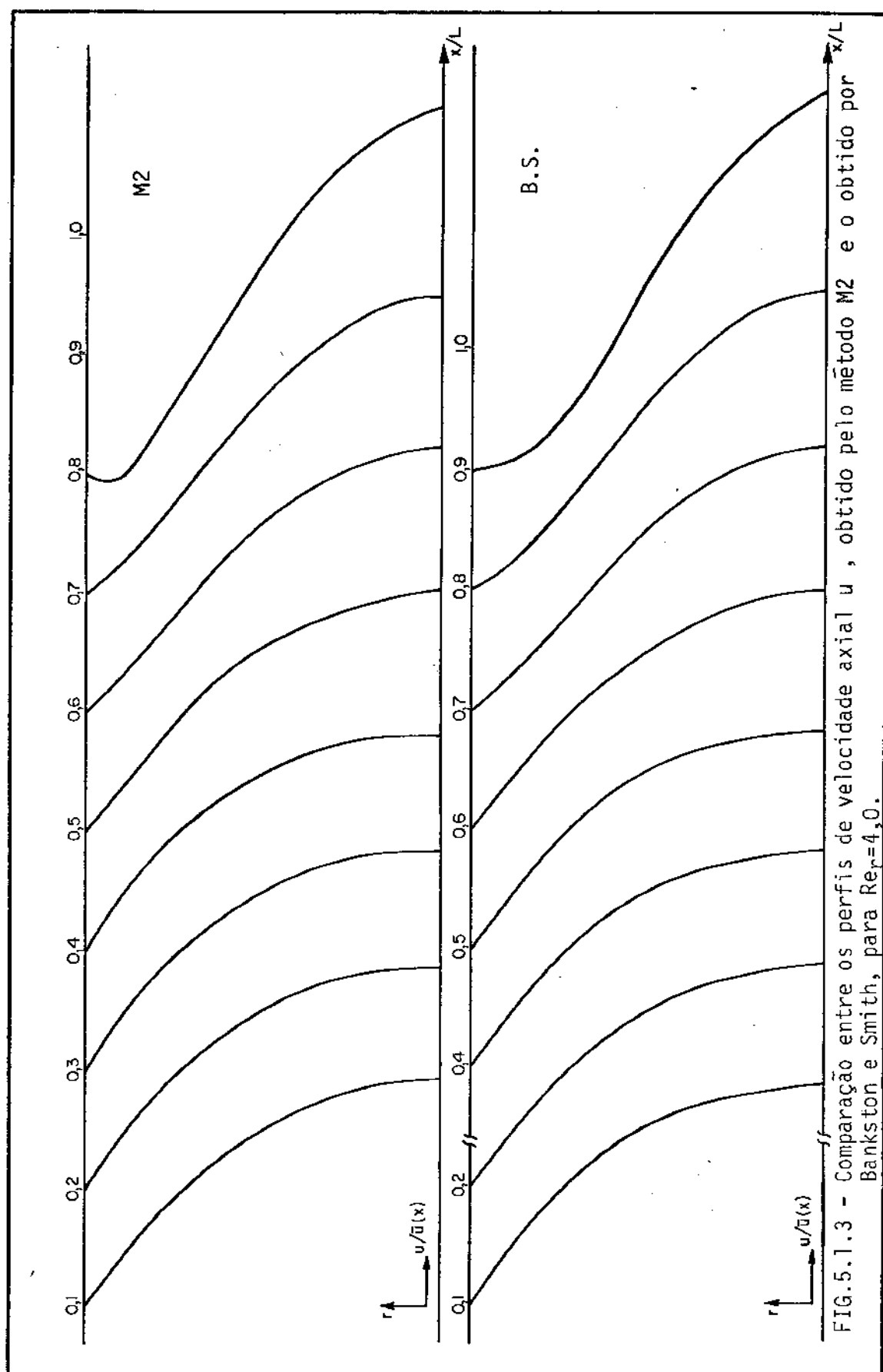


FIG.5.1.2 - Comparação entre os perfis de velocidade axial u , obtidos pelos métodos M1 e M2 e o obtido por Bankston e Smith, para $Re=0.01$.



5.2. ANÁLISE E PREVISÃO DA PERDA DE CARGA NO TUBO DE CALOR

5.2.1 Comparações dos Resultados obtidos

Um dos fatores importantíssimos no projeto do tubo de calor é a perda de carga em seus escoamentos, a perda de carga no escoamento do líquido está bem determinada pelos métodos tradicionais, mas a perda de carga no vapor exige uma análise mais complexa, principalmente para Reynolds radiais médios. Um dos nossos principais objetivos ao resolver as equações de movimento para o escoamento do vapor no tubo de calor, foi a obtenção da perda de carga no vapor. Com esse objetivo, obtivemos valores para vários Re_r e várias relações L/R , pelos modelos M1 e M2.

A formulação simples utilizada em projetos provem do trabalho de Busse⁽⁶⁾ o qual prevê que para baixos Re_r , a perda de carga seria análoga a do escoamento de Poiseuille com a correção nos comprimentos envolvidos:

$$P(0) - P(L) = \frac{16 \mu V_p L_e}{a^3} \frac{L_e + L_c}{2} \quad (5.2)$$

Para tubos de calor simétricos temos:

$$\Delta P = \frac{P(0) - P(L)}{\rho V_p^2} \left(\frac{a}{L_e} \right)^2 = \frac{16}{Rer} \quad (5.3)$$

Tab. 5.2.1

A tab.5.2.1 mostra a comparação entre os valores obtidos pelo modelo M1 e a expressão (5.3), a tab. 5.2.2, entre o modelo M2 e a mesma expressão.

As figuras 5.2.1 e 5.2.2, ilustram a comparação entre o modelo M1 e a expressão (5.3), note que o modelo M1 está limitado a baixos Rer.

As figuras 5.2.3 , 5.2.4 e 5.2.5 ilustram a comparação entre o modelo M2 e a expressão (5.3), a primeira incluindo a região de Rer mais baixas, a segunda Rer médios, e a terceira ressaltando a região de Rer médios na qual as curvas se distanciam. As figuras 5.2.6 e .. 5.2.7 ilustram a mesma comparação em gráfico di-log.

TABELA 5.2.1

Comparação entre as perdas de carga obtidas pelo modelo M1 e pela equação 5.3, para uma relação $L/R = 30$

Rer	ΔP_B^*	ΔP_{MI}	Desvio %
→ 0	-	-	0,00 %
0,01	16.000	15,981	0,12 %
0,1	160,00	159,48	0,30 %
0,2	80,00	79,55	0,56 %
0,3	53,33	52,90	0,80 %
0,4	40,00	39,57	1,07 %
0,5	32,00	31,57	1,34 %
0,6	26,67	26,23	1,64 %
0,7	22,86	22,42	1,91 %
0,8	20,00	19,55	2,25 %
0,9	17,78	17,28	2,80 %
1,0	16,00	15,52	2,96 %

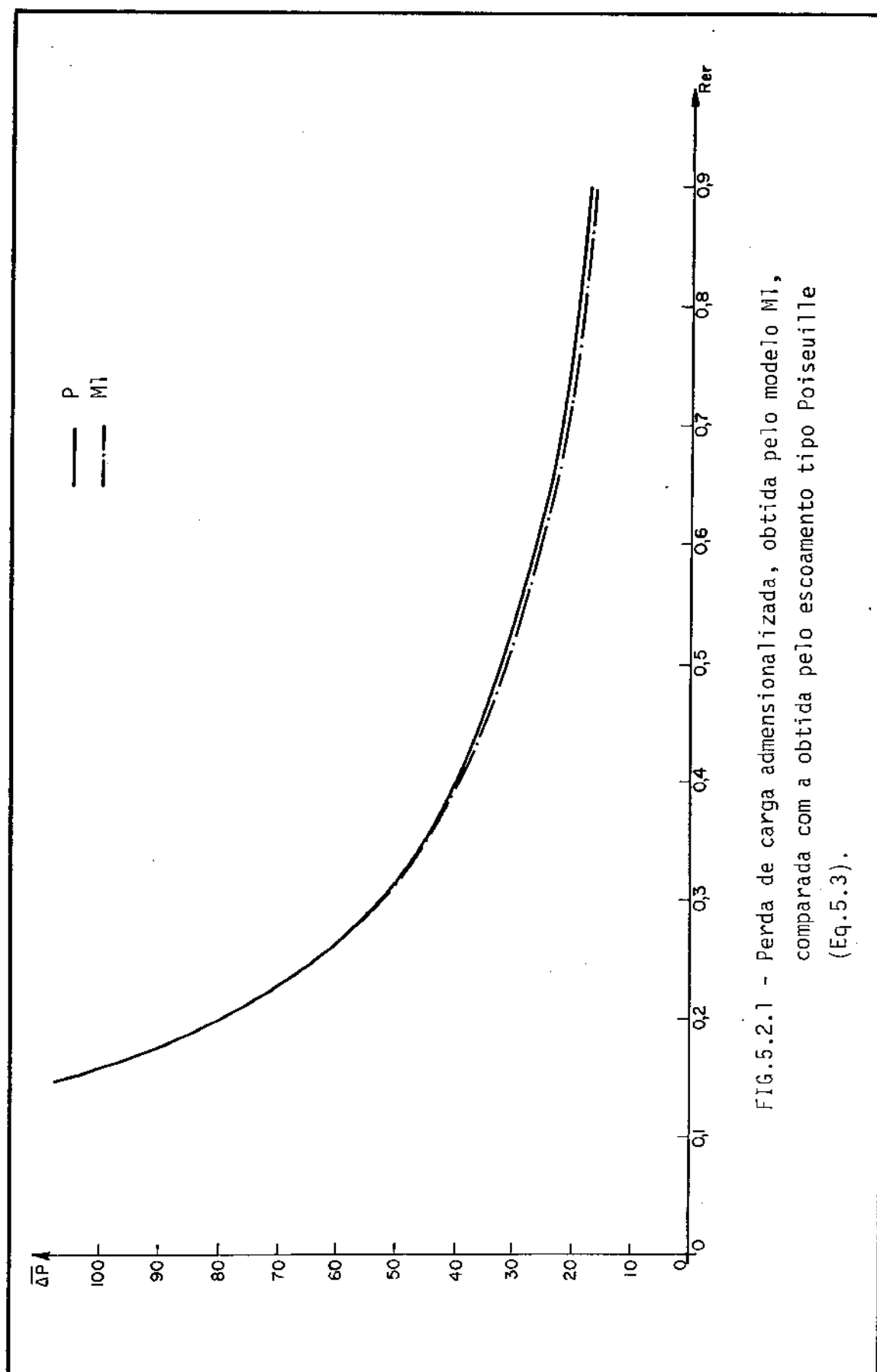
* Perda de carga obtida pela equação 5.3

TABELA 5.2.2

Comparação entre as perdas de carga obtidas pelo modelo M2 e pela equação 5.3 para relação $L/R=30$

Rer	ΔP_B^*	ΔP_{M2}	Desvio %
0,10	160,0	160,0	0,0 %
0,40	40,0	40,0	0,0 %
0,70	22,9	22,9	0,0 %
1,00	16,0	16,0	0,0 %
1,30	12,3	12,3	0,0 %
1,60	10,0	9,97	0,3 %
1,90	8,42	8,35	0,8 %
2,20	7,27	7,17	1,38 %
2,50	6,40	6,26	2,19 %
2,80	5,71	5,54	2,98 %
3,10	5,16	4,96	3,87 %
3,40	4,71	4,48	4,90 %
3,70	4,32	4,08	5,56 %
4,10	3,90	3,63	6,92 %
4,50	3,56	3,27	8,15 %
4,90	3,27	2,96	9,48 %
5,30	3,02	2,71	10,3 %
5,70	2,81	2,49	11,4 %
6,00	2,67	2,34	12,4 %
6,40	2,50	2,17	13,2 %
6,70	2,39	2,06	13,8 %
7,00	2,29	1,96	14,4 %
7,30	2,19	1,86	15,1 %
7,60	2,11	1,77	16,1 %
7,90	2,03	1,69	16,7 %
8,00	2,00	1,67	16,5 %
8,30	1,93	1,59	17,6 %

* Perda de carga obtida pela equação 5.3



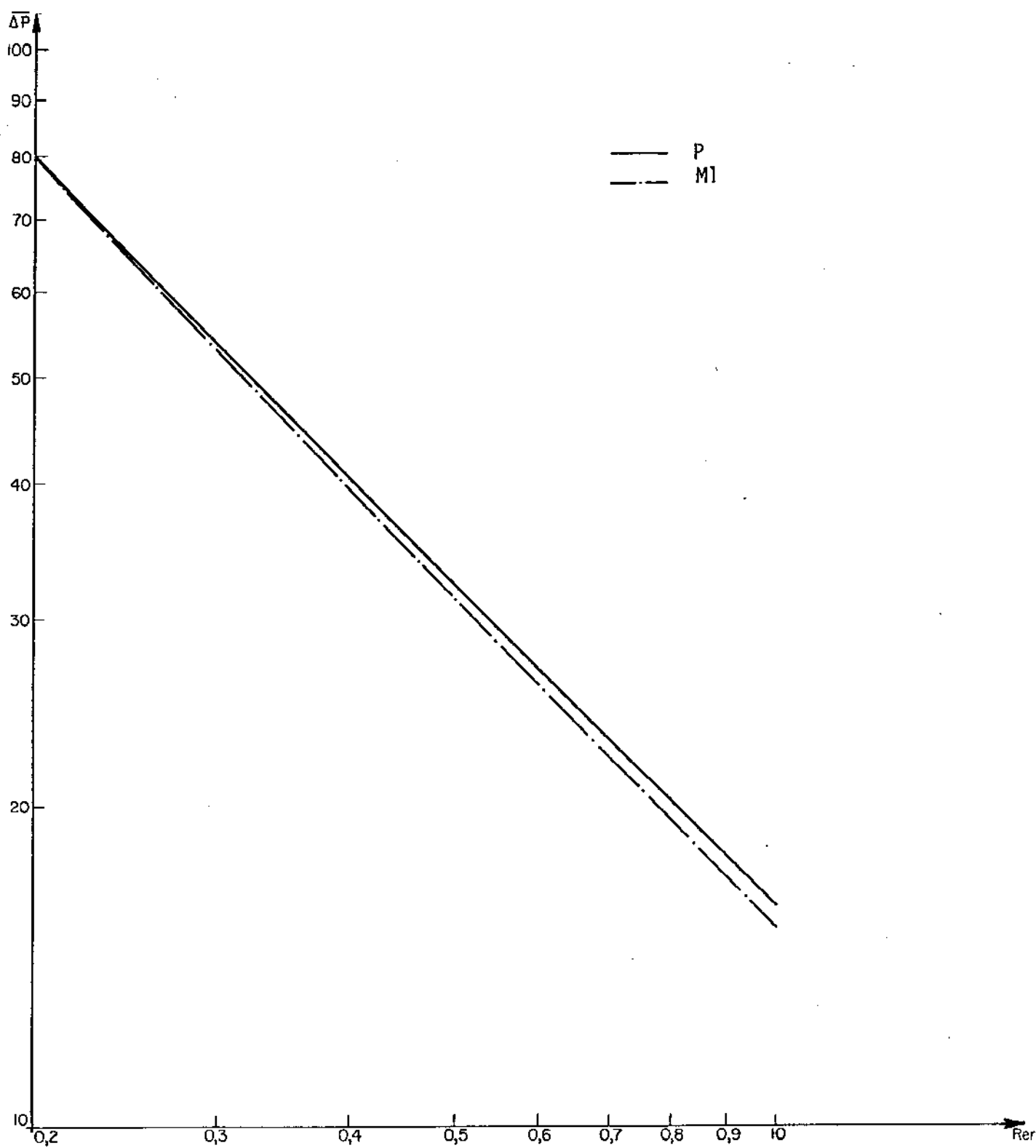


FIG.5.2.2 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M1, comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3).

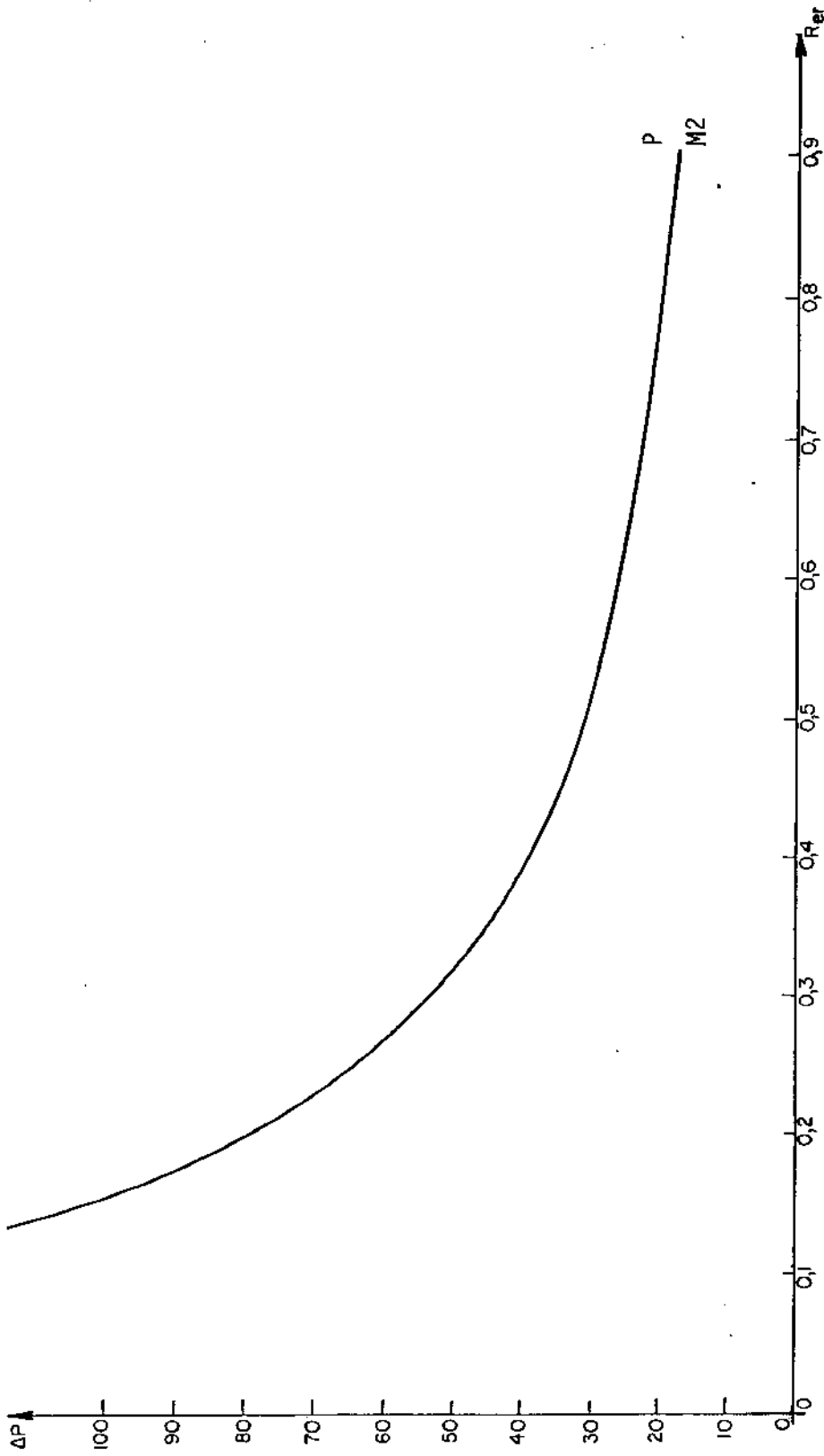
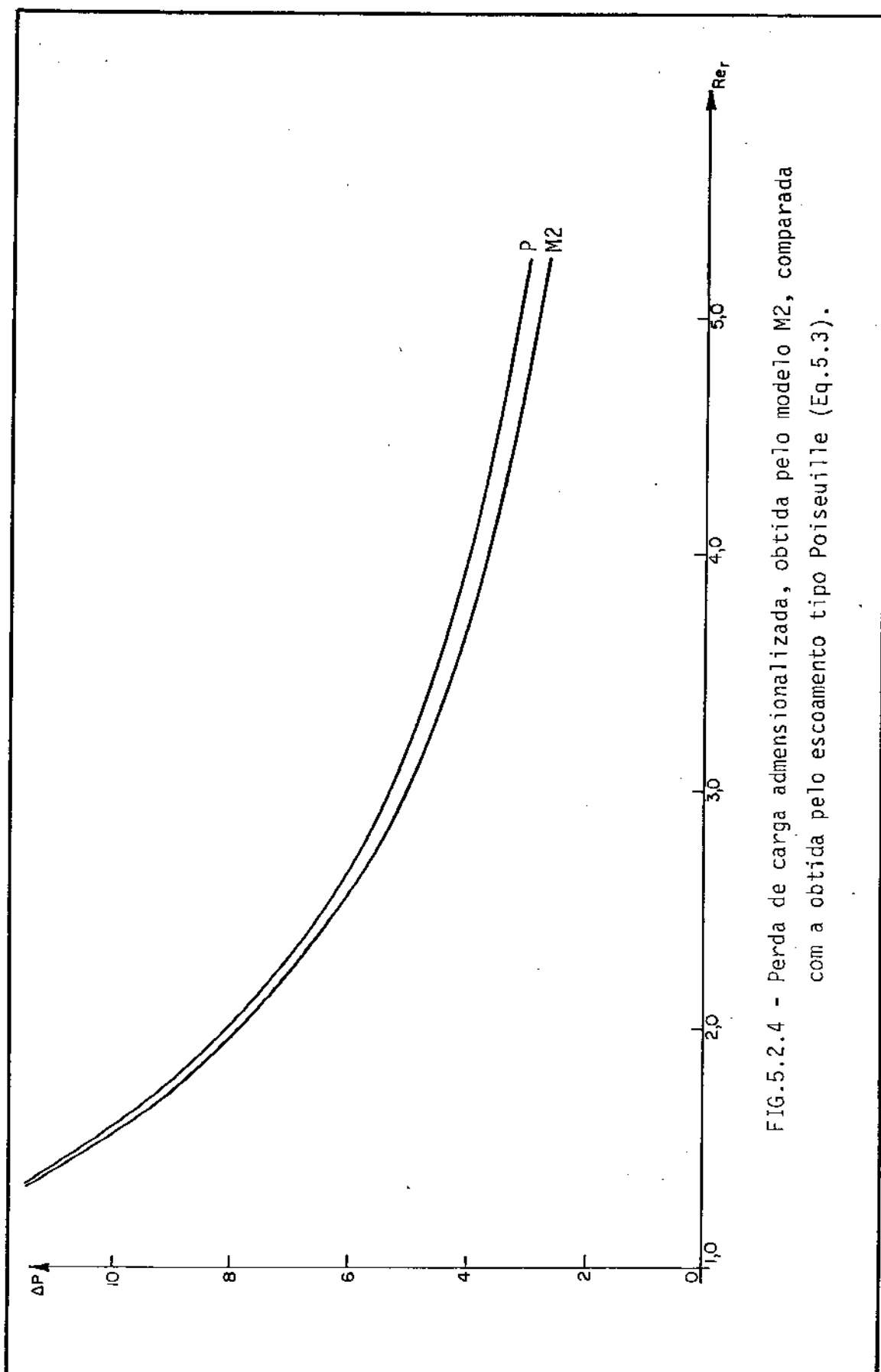


FIG.5.2.3 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2 para baixos Re_r , comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3).



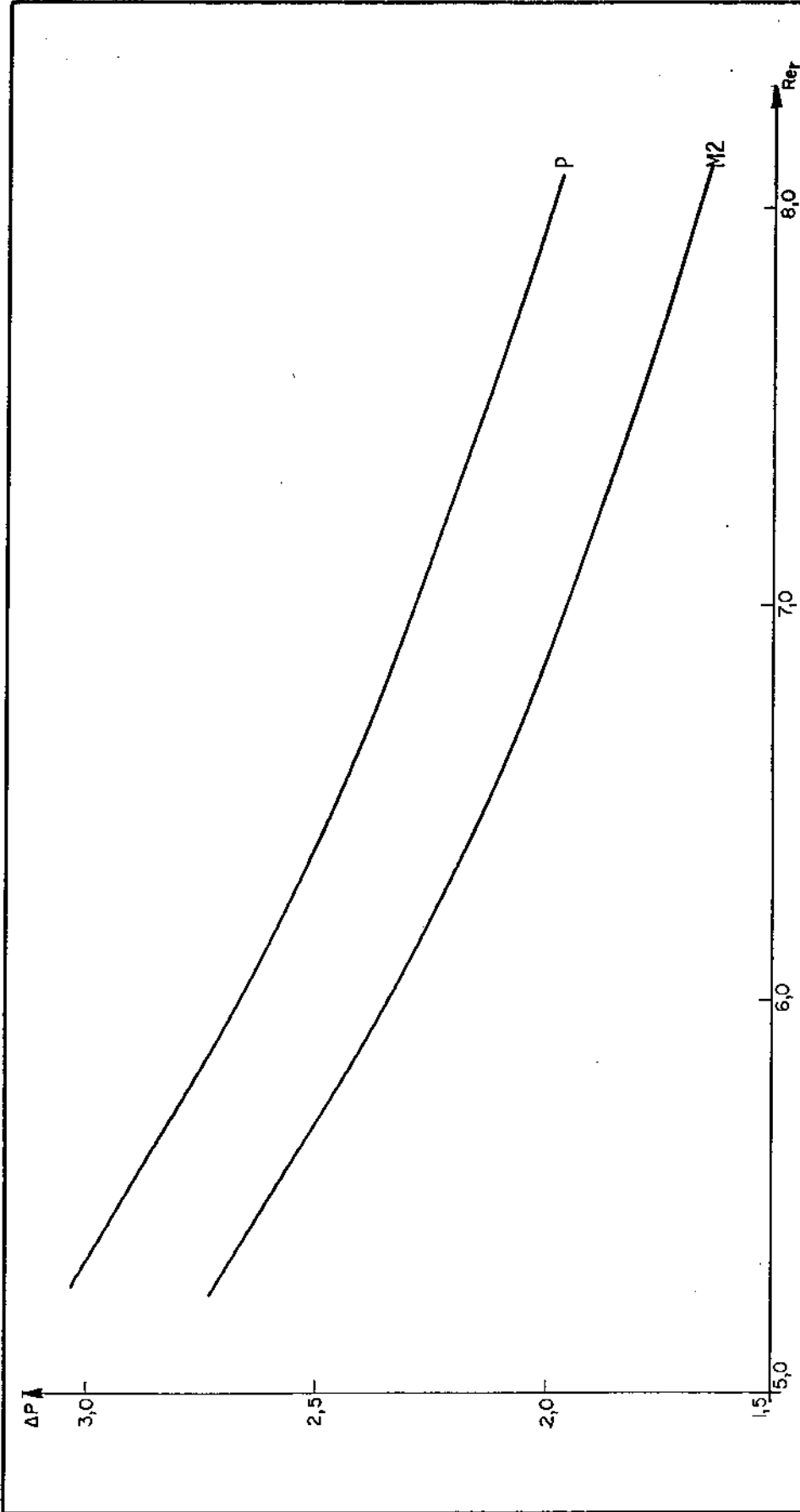


FIG.5.2.5 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2, para meios Re_r , comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3).

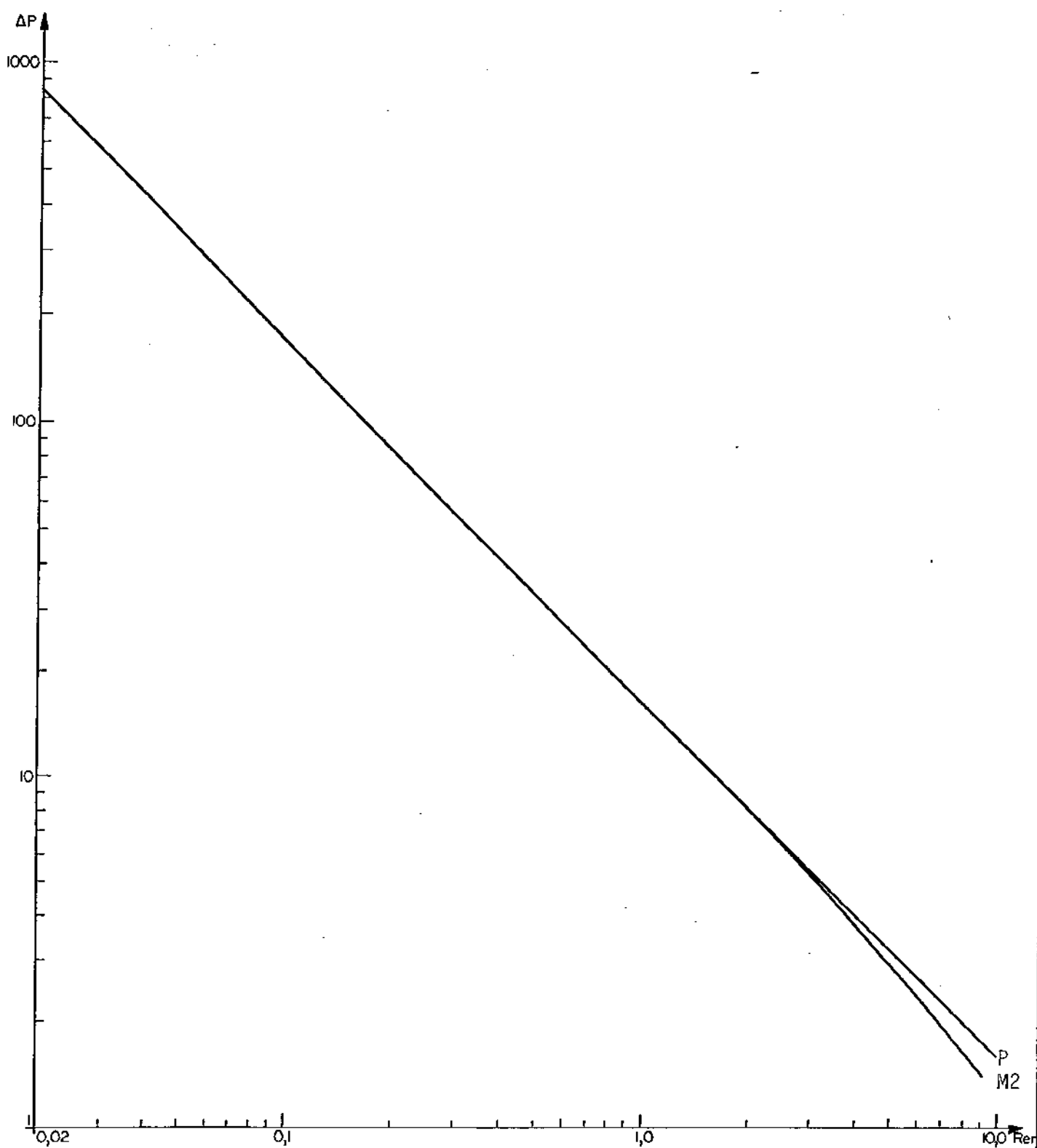


FIG.5.2.6 - Perda de carga adimensionalizada, obtida pelo modelo M2, comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3), para uma ampla faixa de Re_r .

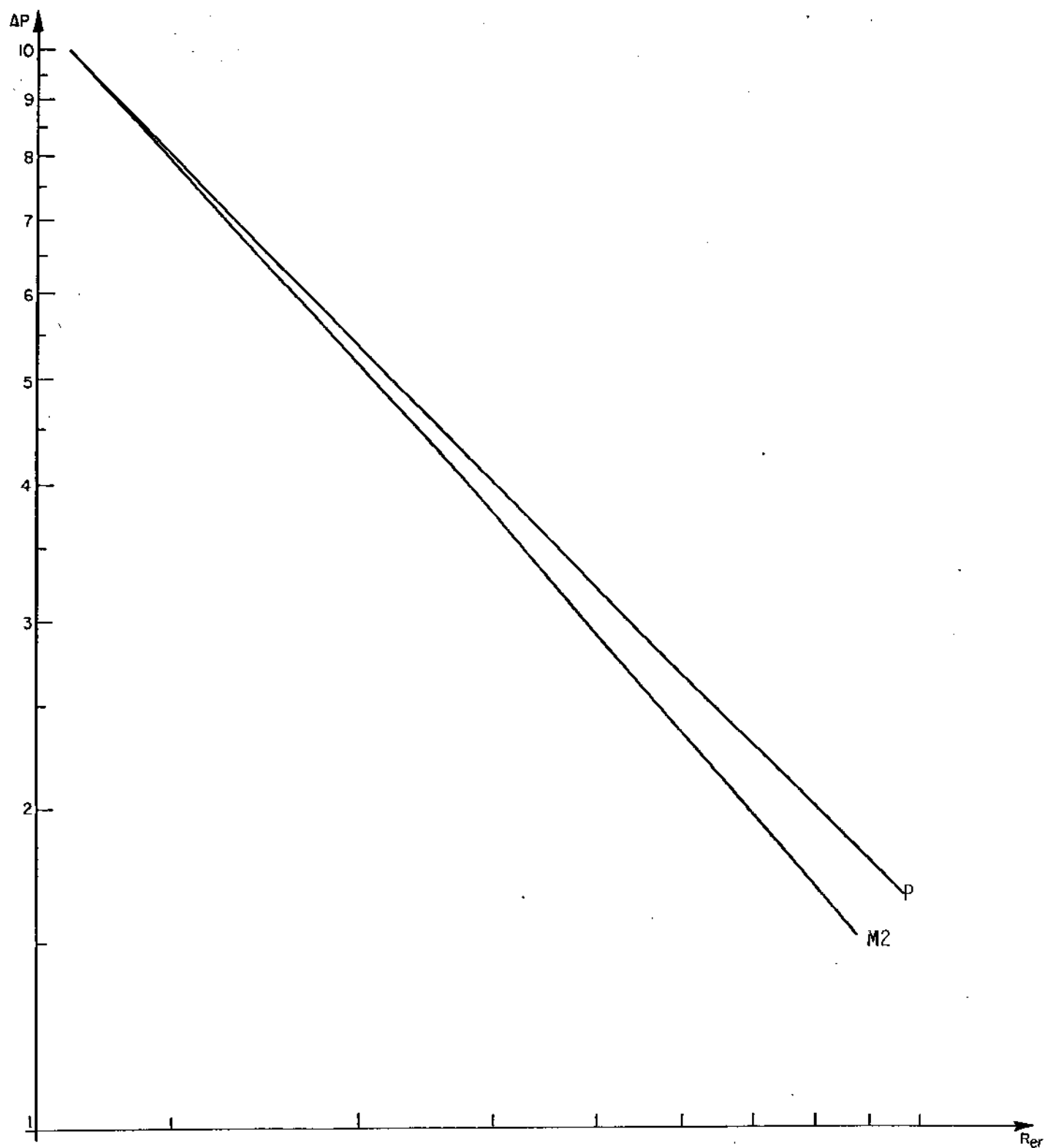


FIG.5.2.7 - Perda de carga adimensionalizada obtida pelo modelo M2, comparada com a obtida pelo escoamento tipo Poiseuille (Eq.5.3).

5.2.2 Conclusões

A interpretação dos resultados, nos permite prever a perda de carga do escoamento de vapor no tubo de calor, a qual pode ser analisada em três campos :

$$a) \quad 0 < \text{Rer} < 1$$

Para esta faixa de Reynolds podemos utilizar com bastante confiança a relação:

$$\overline{\Delta P} = \frac{P(0) - P(L)}{\rho V_p^2} \left(\frac{a}{L_e} \right)^2 = \frac{16}{\text{Rer}} \quad (5.4)$$

A qual é válida para qualquer relação L/a acima de 10

$$b) \quad 1 < \text{Rer} < 10$$

Para esta faixa de Reynolds, na qual está contida grande parte dos tubos de calor, já existe um sensível desvio da perda de carga adimensionalizada para a relação (5.3).

Nossa solução obtida através do modelo M2, que pode ser considerada confiável, pode prever a perda de carga para qualquer R_{er} e qualquer relação (L/a) . Entretanto é incômodo efetuarmos o cálculo da perda de carga toda vez que o necessitarmos, faremos então uma equação simplificada para utilização imediata.

Após gerarmos inúmeros valores de perda de carga, variando o binômio R_{er} , L/R , foi possível fazer uma regressão quadrática que, nos fornece a perda de carga adimensionalizada em função do número de Reynolds radial:

$$\frac{\overline{\Delta P}}{V_p^2} = \frac{P(0) - P(L)}{V_p^2} \left(\frac{a}{L_e} \right)^2 = e^{a(\ln R_{er})^2 + b(\ln R_{er}) + c} \quad (5.5)$$

onde:

$$a = -0,0602$$

$$b = -0,9598$$

$$c = 2,7644$$

A equação (5.5) é validade para:

$$1,0 < R_{er} < 10,0$$

$$20 < L/R < 50$$

Com desvio em relação a previsão do modelo menor do que 1%.

Pode-se notar que para relações L/R muito grandes a perda de carga aproxima-se da equação (5.3).

$$c) \quad Re_r > 10$$

Para esta faixa de Reynolds e com relação L/R médias (≈ 30) o desvio em relação a equação 5.3 é maior, e mais dependente da relação R/L , tornando inadequada uma equação simplificada.

Novamente se a relação L/R crescer muito a perda de carga aproxima-se de seu valor calculado pela expressão 5.3

5.3 MONTAGENS EXPERIMENTAIS

5.3.1 Funcionamento

Fizemos uma montagem experimental, com o objetivo de determinar a performance do tubo de calor. A montagem é constituída por um tubo de calor, aletado ou não, o qual é evacuado, enchido com uma quantidade bem determinada de fluido de trabalho e selado.

Numa das extremidades do tubo de calor, temos um fluido quente, no caso óleo de silicone, o qual está contido num recipiente isolado e é aquecido através de uma resistência elétrica acionada por um termostado e homogeneizado através de um agitador.

Na outra extremidade o tubo de calor está em contacto com o fluido frio que em nossas experiências foi inicialmente o ar, sendo então o tubo de calor aletado, e o ar soprado por um ventilador de vazão variável controlada manualmente por um tubo em "U", colocado num orifício, mostrado na figura 5.3.1 e posteriormente a água, sendo então o tubo de calor não aletado, e a vazão de água controlada por um sistema estabilizador de vazão e checada através do controle do volume de água escoado num determinado tempo, neste caso a água em contacto com o tubo percorreu um sistema de troca de calor, como o ilustrado na figura 5.3.5 e a montagem geral equivalente é

a da figura 5.3.2.

Com esses equipamentos fizemos as medidas de diversas grandezas físicas, como as seguintes:

- Temperaturas ao longo do tubo de calor
- Temperatura de entrada e saída do fluido frio
- Temperatura média do fluido quente
- Vazões do fluido frio
- Pressão nos extremos do tubo de calor
- Quantidade do fluido de trabalho no tubo
- Inclinações do tubo de calor.

Os resultados obtidos, bem como os respectivos comentários estão nos itens seguintes.

5.3.2 Descrição das Montagens

As montagens experimentais estão ilustradas nas figuras 5.3.1 a 5.3.6 e descritas nos itens abaixo.

- Montagem Geral I

A figura 5.3.1 ilustra a montagem geral da experiência utilizada para testes dos tubos de baixa potência (≈ 100 w), aletados, utilizando como sistema refrigerador o ar soprado pelo ventilador.

- Montagem Geral II

A figura 5.3.2 ilustra a montagem geral da experiência utilizada para testes dos tubos de alta potência, sem aletas, utilizando como fluido refrigerador a água.

- Sistema de evacuamento

O sistema de evacuamento é ilustrado na figura 5.3.3 e é composto por uma bomba de vácuo, uma pipeta com fluido de trabalho, e um circuito acoplado ao tubo de calor, que permite conectar ora a bomba de vácuo, ora a pipeta, ao tubo de calor, permitindo o evacuamento do tubo, o isolamento da bomba de vácuo, e o enchimento do tubo de calor, com a quantidade de fluido de trabalho desejada.

- Sistema de controle da vazão

A figura 5.3.4a, ilustra a montagem de um sistema estabilizador de vazão para a água, o qual mantém a vazão praticamente constante, sendo que a medida da vazão, bem como a verificação de sua estabilidade foi feita pela coleta da água no final do circuito, e respectiva cronometragem.

A figura 5.3.4b ilustra a montagem de um sistema controlador da vazão para o ar. A ventoinha foi parcialmente obstruída, permitindo controlar o fluxo de

ar, cuja vazão foi medida através de um orifício calibrado, acoplado a um tubo em U com água.

- Sistema de Aquecimento

A figura 5.3.6 ilustra o sistema de aquecimento do tubo de calor, o qual é composto por um recipiente contendo óleo de silicone, homogeneizado por um agitador, tendo imersa uma resistência elétrica acoplada a um "variac", o qual é controlado por um termostato também imerso no banho.

- Tubo de calor com termopares

As figuras 5.7a e 5.7b ilustram a colocação dos termopares nos tubos de calor.

5.3.3 Descrição dos Equipamentos de medidas utilizados

Os equipamentos utilizados para as medidas das grandezas físicas foram:

Temperatura

a. No tubo de calor e no fluido quente

Para medir a temperatura no tubo de calor e no fluido quente foram utilizados termopares cobre-constantan acoplados a um "multi-point" e respectivo termômetro digital H.P. . Os termopares, antes de serem utilizados foram calibrados com um termômetro de precisão, cu

ja menor divisão é de $0,1^{\circ}\text{C}$, acreditamos portanto que o desvio nas leituras das temperaturas, pelos termopares seja da ordem de $0,1^{\circ}\text{C}$.

b. No fluido frio

Para medir a temperatura de entrada e saída do fluido frio, foram utilizados termômetros de precisão, cuja menor divisão é de $0,1^{\circ}\text{C}$, acreditamos que os desvios de leituras dessas temperaturas sejam da ordem de $0,05^{\circ}\text{C}$.

Pressão

A pressão nos extremos do tubo de calor , foi medida através de manovacuômetros tipo bourdon "record", cuja menor divisão é $0,20\text{ atm}$, estimamos que os desvios de leitura nas pressões seja da ordem de $0,10\text{ atm}$.

Quantidade de fluido de trabalho

A quantidade de fluido de trabalho foi medida através de uma pipeta calibrada, cuja menor divisão é de $0,5\text{ ml}$, o desvio de leitura estimado e da ordem de $0,25\text{ ml}$.

Vazões do fluido frio

O fluido frio inicialmente foi o ar, cuja vazão foi medida por um orifício calibrado através de um anemômetro de fio quente, tendo um desvio final da ordem de até 2%.

Posteriormente o fluido frio passou a ser

a água medida por um beacker e uma bureta calibrada tendo um desvio final da ordem de 1,5%.

As montagens estão ilustradas nas figuras seguintes.

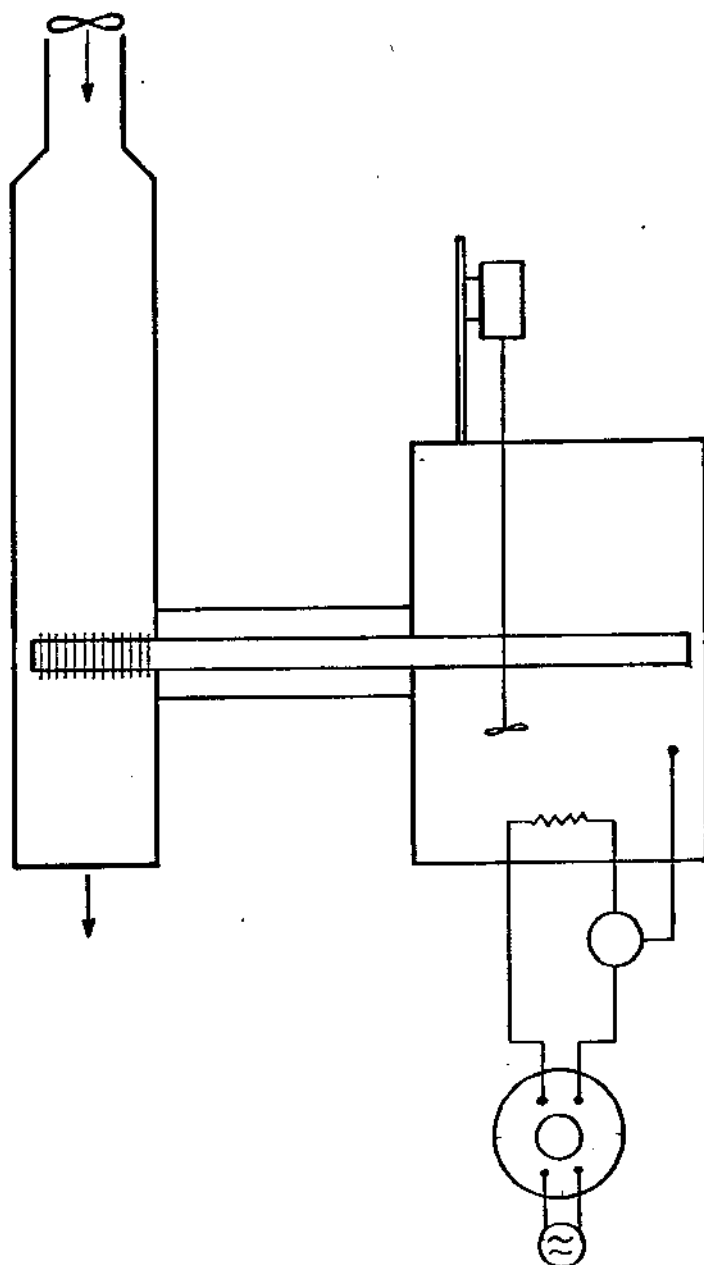


Fig.5.3.1 - Esquema do Sistema Geral I

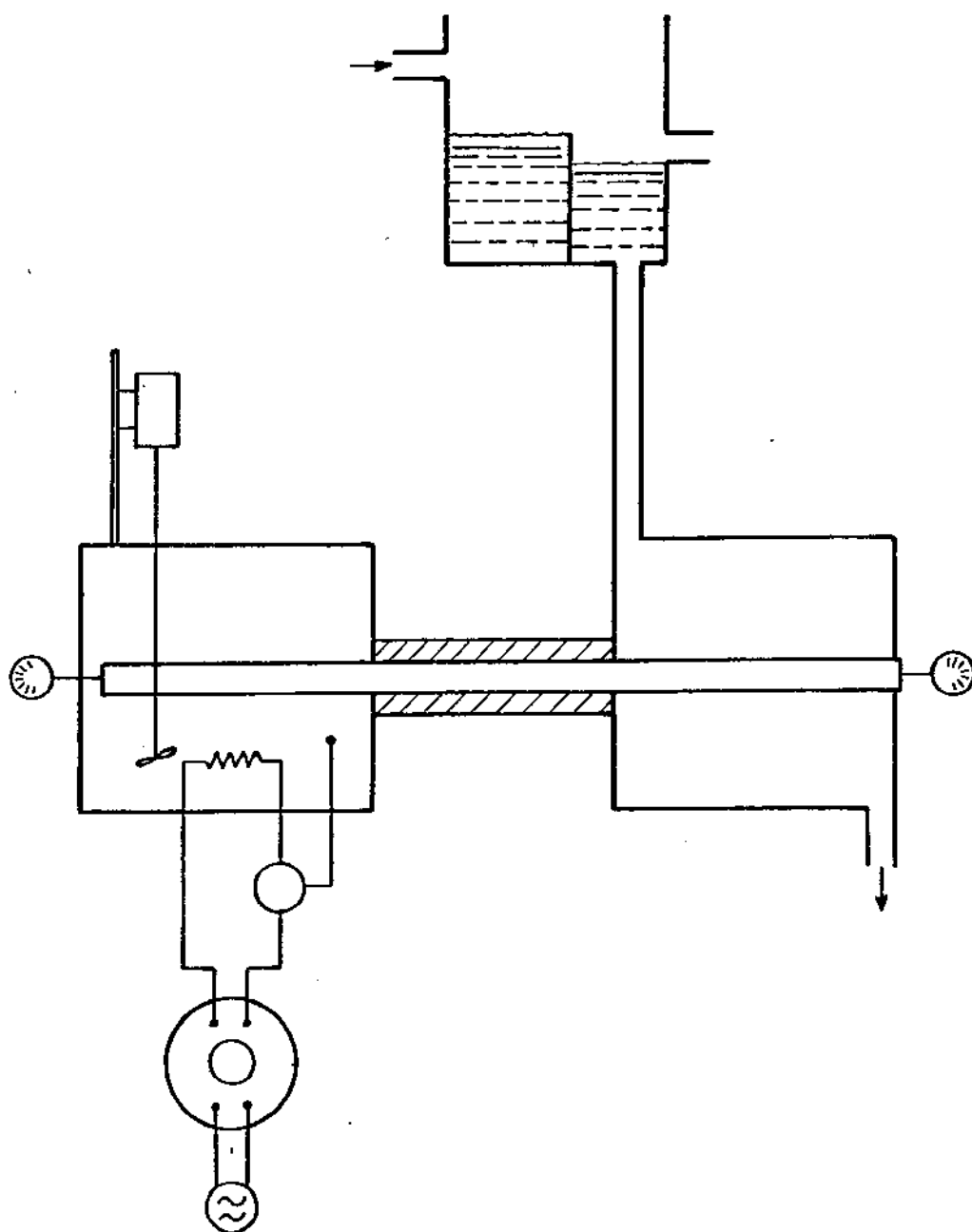
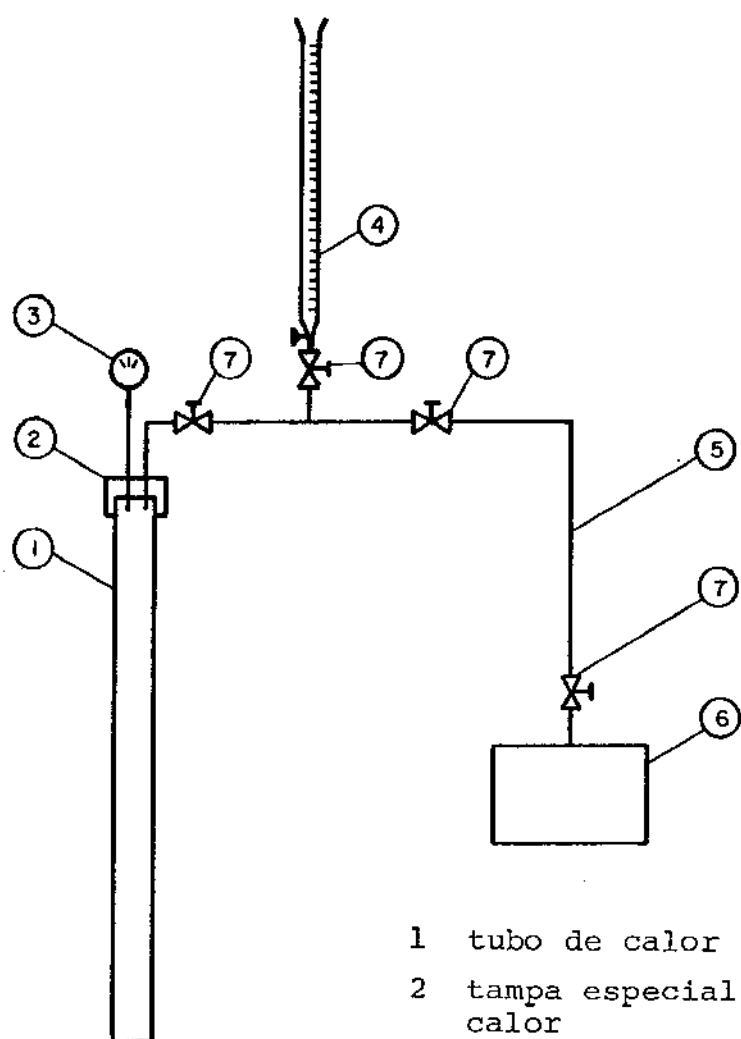
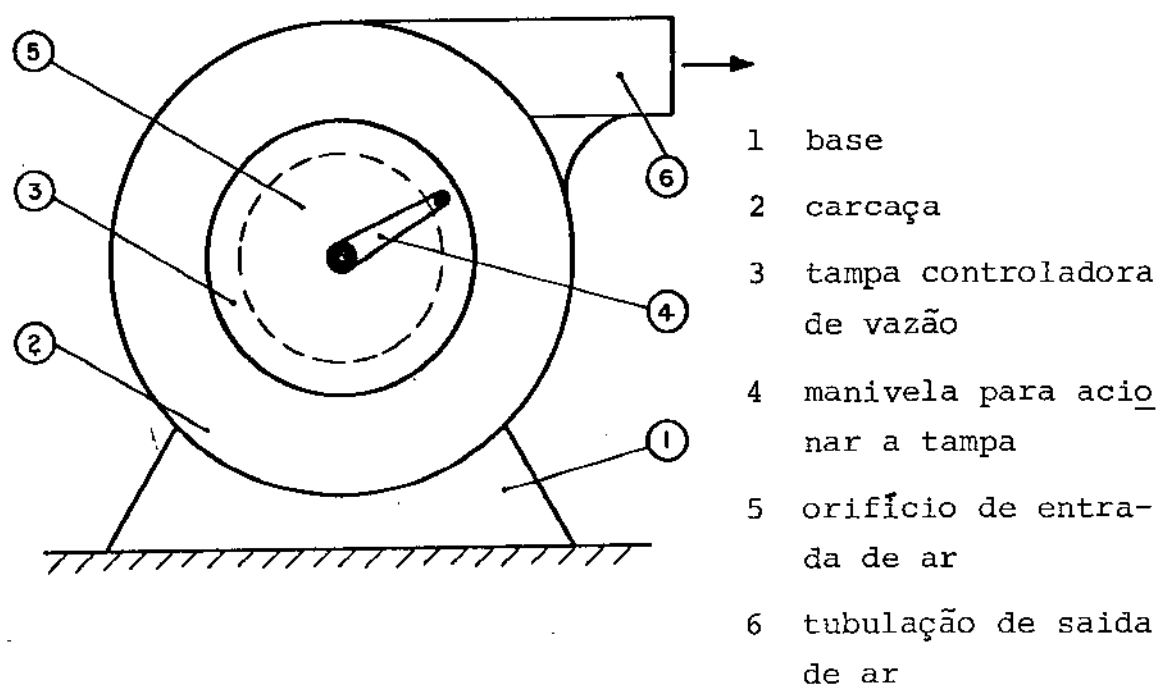


Fig.5.3.2 - Esquema do Sistema Geral II

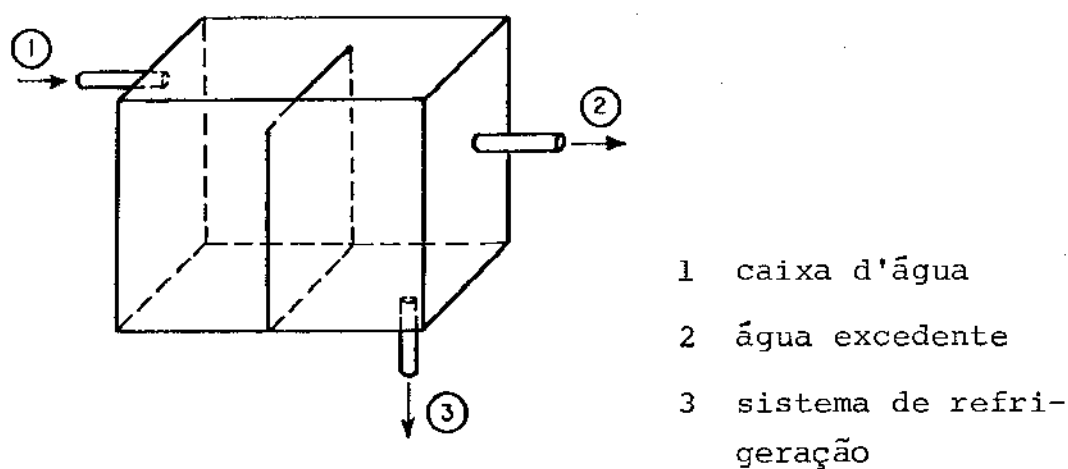


- 1 tubo de calor
- 2 tampa especial do tubo de calor
- 3 manovacuometro
- 4 pipeta calibrada
- 5 tubulação
- 6 bomba de vácuo
- 7 registros manuais

Fig.5.3.3 - Esquema do sistema de evacuação e enchimento do tubo de calor.



a) Ventilador com controle de fluxo de ar



b) Sistema estabilizador de vazão para a água

Fig.5.3.4 - Sistema controlador e estabilizador da vazão.

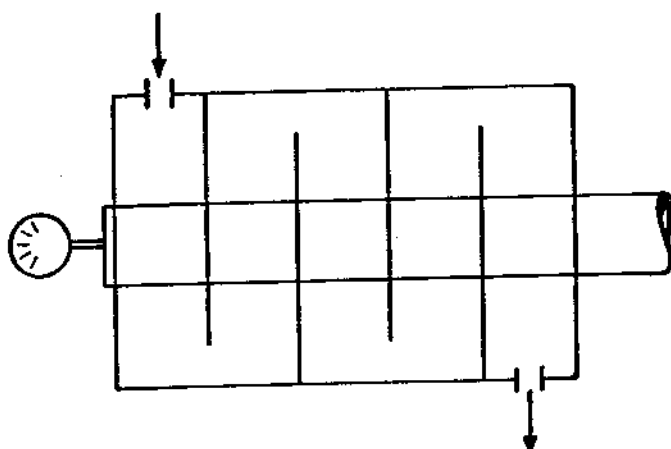


Fig.5.3.5 - Esquema do sistema de refrigeração do tubo de calor.

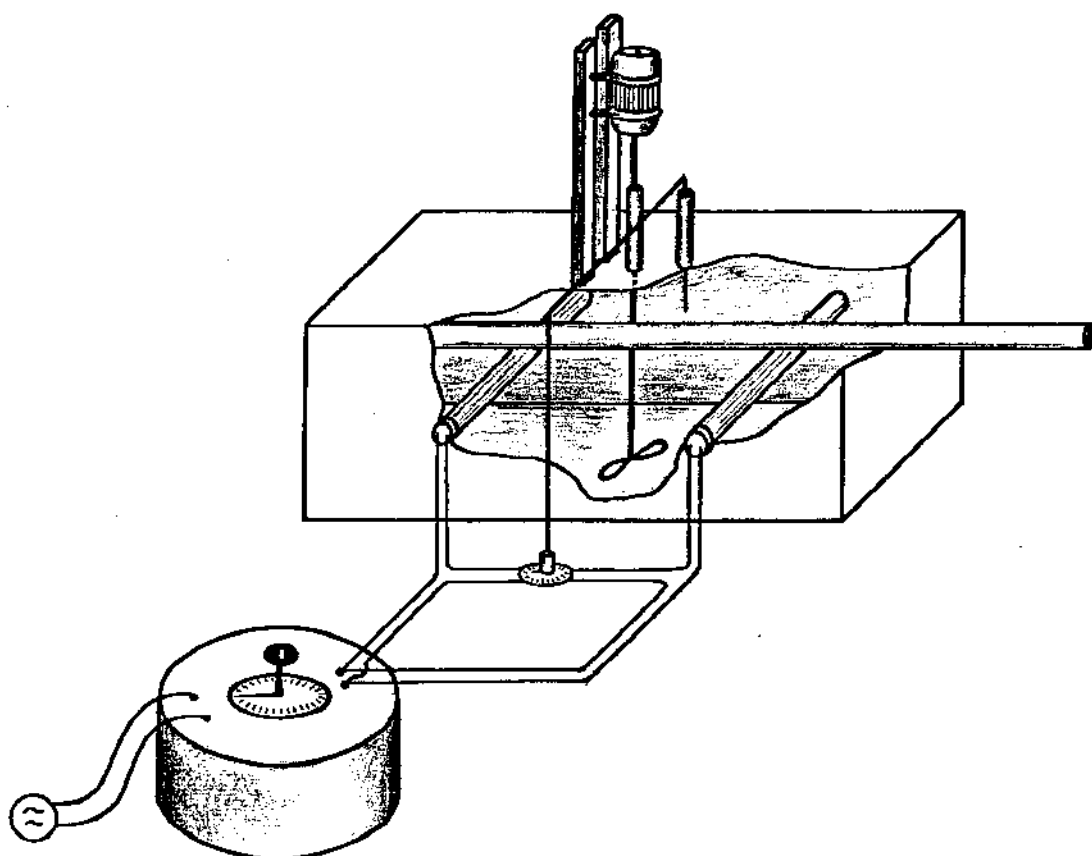
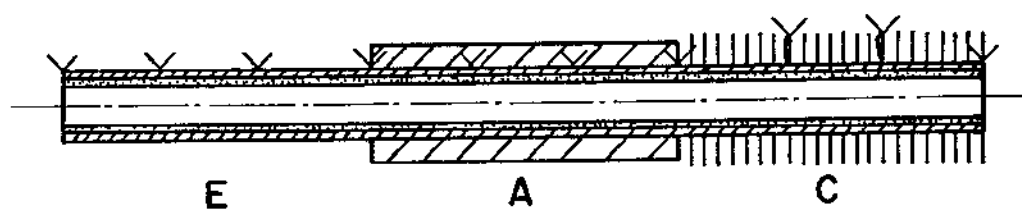
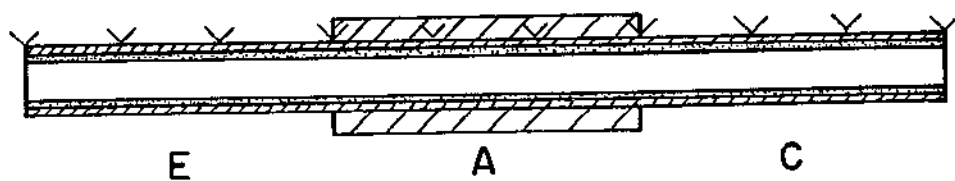


Fig.5.3.6 - Sistema de aquecimento do tubo de calor



a) tubo de calor aletado



b) tubo de calor sem aletas

Fig.5.3.7 - Colocação dos termopares nos tubos de calor.

5.4 COMPARAÇÕES EXPERIMENTAIS DAS OTIMIZAÇÕES GEOMÉTRICAS

Um dos objetivos das montagens ilustradas nas figuras 5.3.1 e 5.3.2 é obter as potências transferidas por um dado tubo de calor.

Com o intuito de verificar as previsões teóricas feitas no capítulo III, as quais, preveem uma ampliação da capacidade máxima de troca de calor pela variação da geometria da estrutura porosa, foram feitos testes com tubos de calor normais e "modificados".

Dois tipos de tubos foram utilizados, suas principais características são:

diâmetro interno	$d_e = 2,54 \text{ cm}; 1,2 \text{ cm}$
espessura	$e = 1,5 \text{ mm}; 1,0 \text{ mm}$
comprimento total	$L = 100 \text{ cm}; 30 \text{ cm}$
compr. adiabático	$L_A = 12 \text{ cm}; 10 \text{ cm}$
compr. do condensador	$L_C = 35 \text{ cm}; 10 \text{ cm}$
compr. do evaporador	$L_E = 50 \text{ cm}; 10 \text{ cm}$
estrutura porosa	$N = 60 ; 100-400$

Os resultados obtidos estão plotados nas ' figuras 5.4.1, 5.4.2, 5.4.3 e comentados na sequência.

Figura 5.4.1 - O gráfico ilustrado na figura 5.4.1, mostra as curvas da potência transferida versus a diferença de temperatura aplicada no tubo de calor , para o tubo "normal" e o modificado segundo a figura 3.4.a

Neste caso, temos que:

$$\begin{aligned} \text{Potência normal máxima experimental} &= \\ &= 94 \pm 4 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Potência modificada teórica} &= \\ &105 \pm 4 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Potência modificada experimental} &= \\ &= 107 \pm 4 \text{ W} \end{aligned}$$

A variação obtida experimentalmente está dentro dos desvios de medidas.

Figura 5.4.2 - O gráfico ilustrado nesta figura é análogo ao anterior, mas com tubos de calor de uma faixa de potência mais alta.

Temos que:

$$\begin{aligned} \text{Potência normal máxima experimental} &= \\ &= 326 \pm 20 \text{ W} \end{aligned}$$

Potência modificada teórica =

$$= 420 \pm 20 \text{ W}$$

Potência modificada experimental =

$$= 414 \pm 20 \text{ W}$$

Novamente a variação obtida entre a medida prevista e a medida obtida experimentalmente está dentro dos desvios de medidas.

Figura 5.4.3 - O gráfico ilustrado é análogo aos anteriores, para o mesmo tipo de tubo do gráfico anterior, mas com uma modificação do tipo da figura 3.4.b.

Temos que:

Potência normal máxima experimental =

$$= 326 \pm 20 \text{ W}$$

Potência modificada teórica =

$$= 445 \pm 20 \text{ W}$$

Potência modificada experimental =

$$= 453 \pm 20 \text{ W}$$

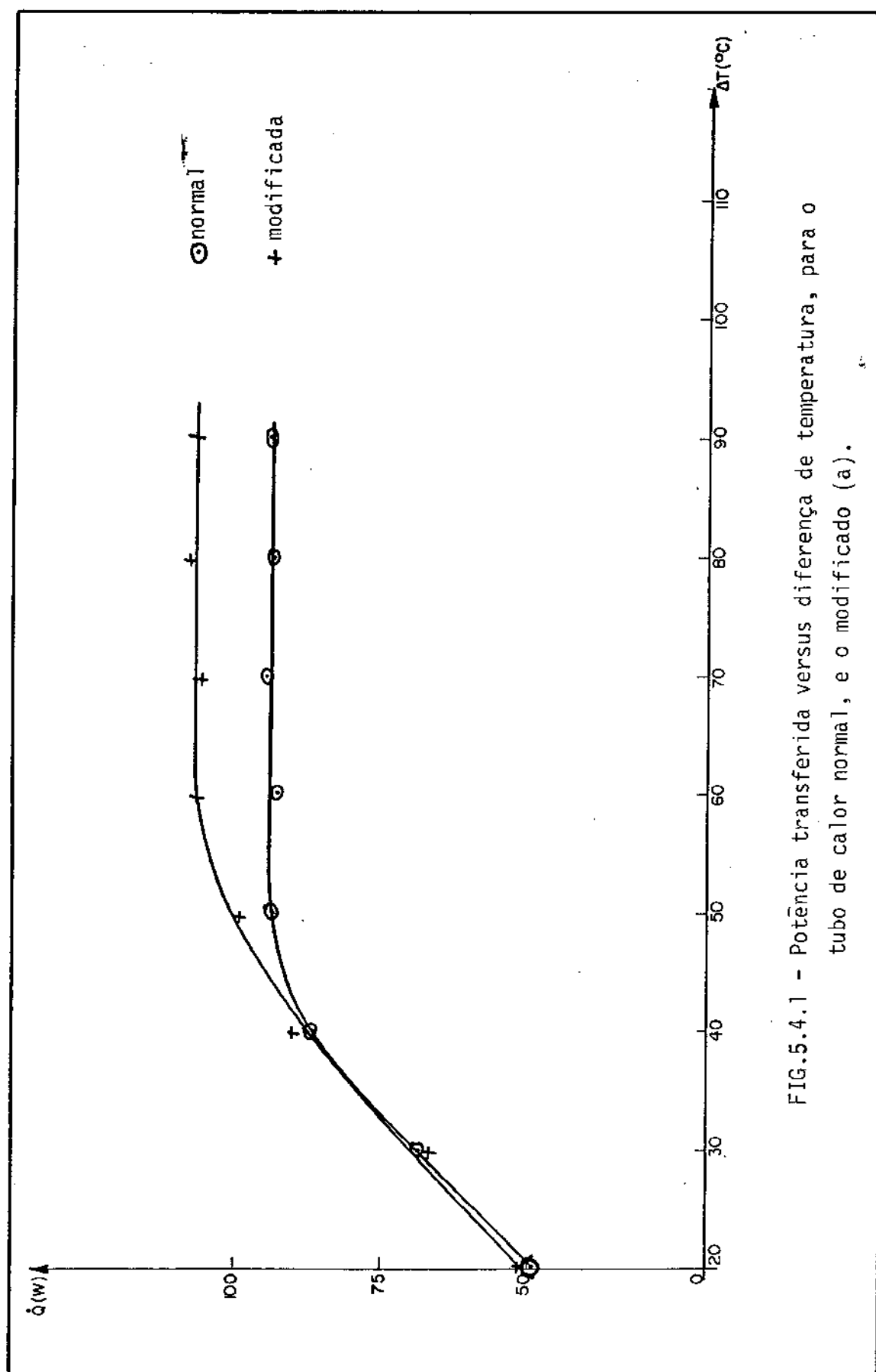


FIG.5.4.1 - Potência transferida versus diferença de temperatura, para o tubo de calor normal, e o modificado (a).

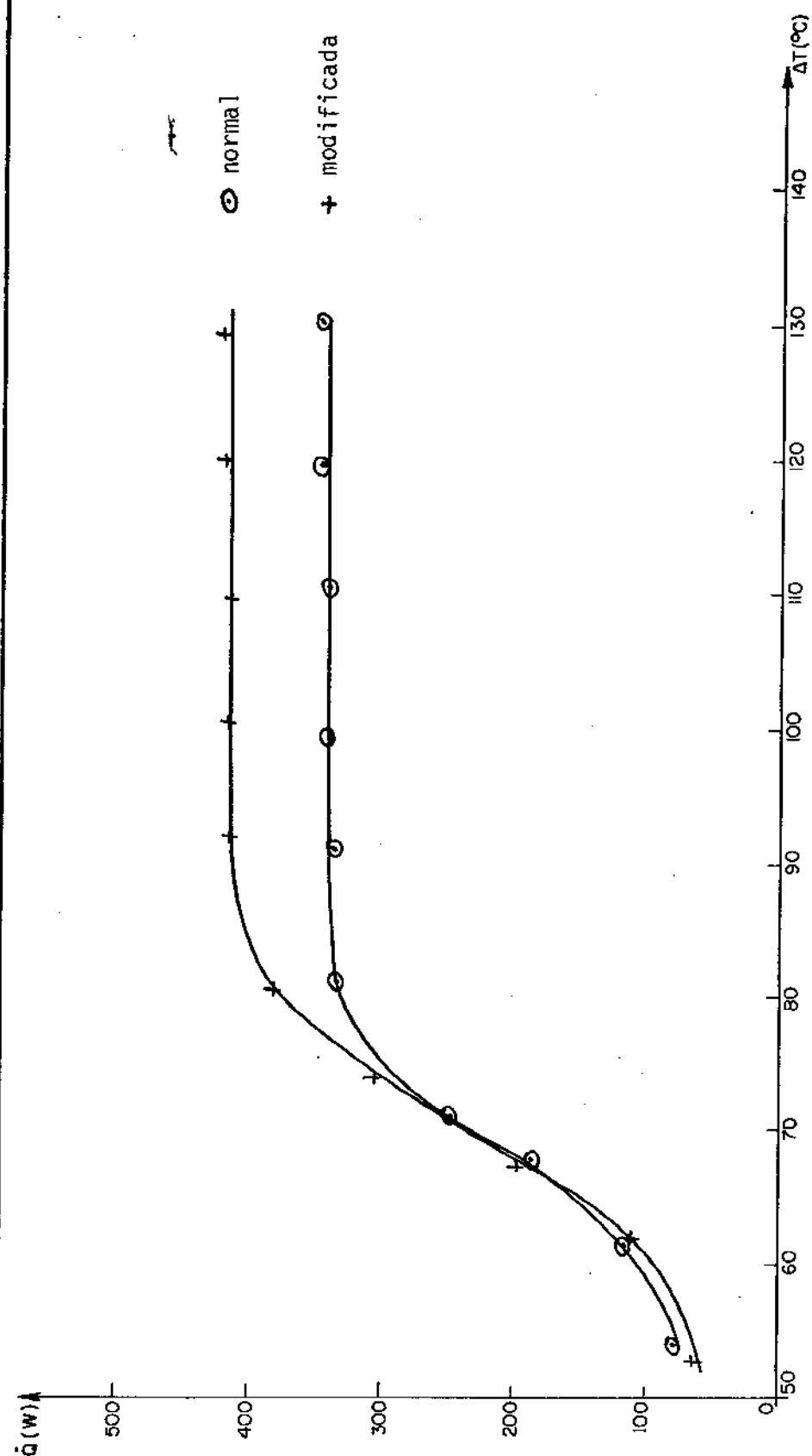


FIG.5.4.2 - Potência transferida versus diferença de temperatura, para o tubo de calor normal, e o modificado (a).

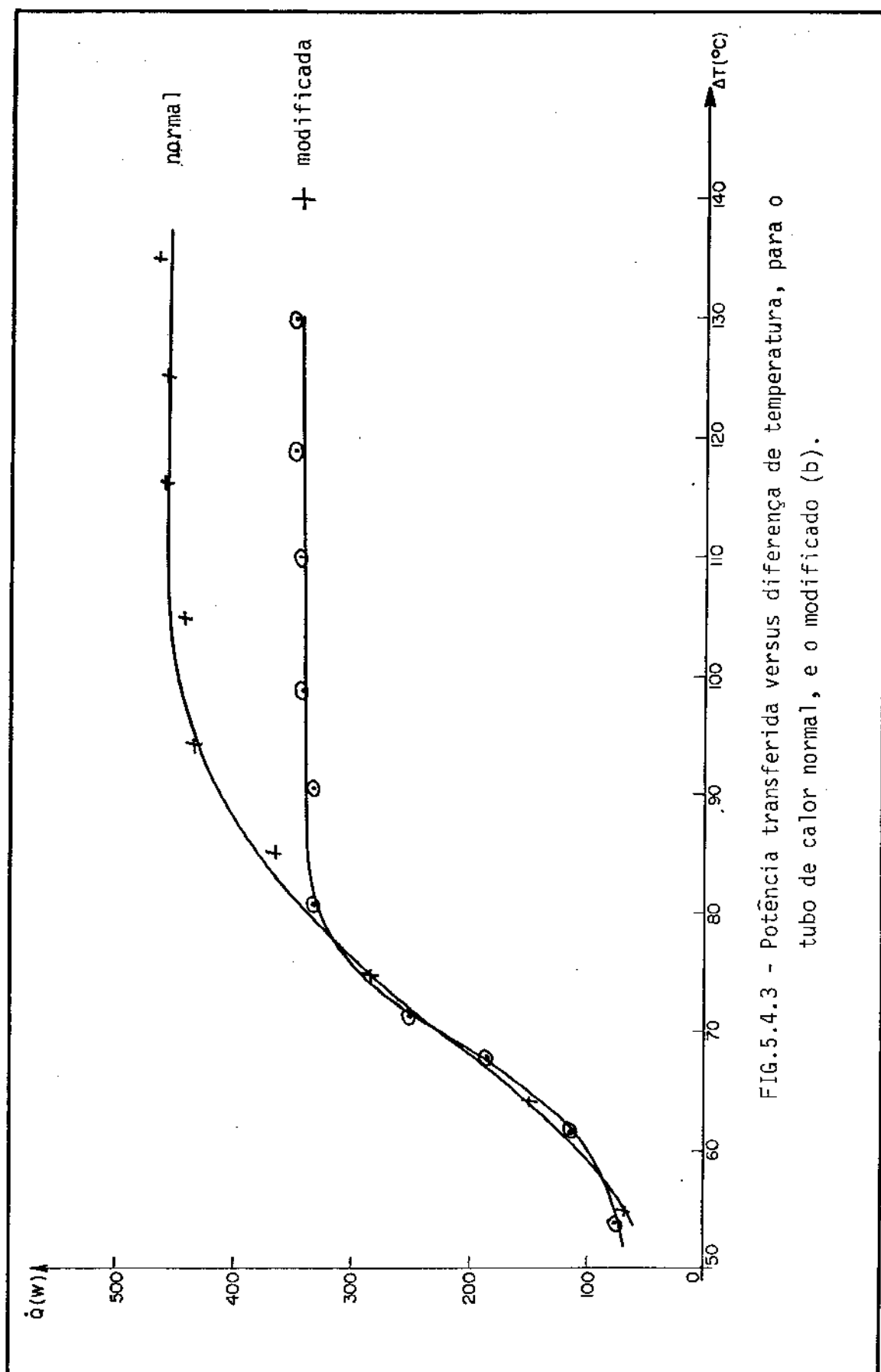


FIG.5.4.3 - Potência transferida versus diferença de temperatura, para o tubo de calor normal, e o modificado (b).

Uma análise dos gráficos mostra que as con dutividades térmicas dos tubos normais e modificadas são ' praticamente as mesmas e as melhoras obtidas seguem razoavelmente bem a teoria, praticamente comprovando a idéia e o modelo desenvolvido.

Como podemos notar os acréscimos de potência máxima transmitida, conseguidos foram significantes e podem ser, em determinadas circunstâncias muito úteis.

Cabe aqui a seguinte indagação "Quando essas modificações são úteis?"

Uma análise mais cuidadosa, mostra que ' quando as resistências térmicas externas do tubo de calor, forem muito maior do que as internas, o que ocorre em gran de número de tubos de calor, essas modificações são desne cessárias, do ponto de vista energético, pois o aumento do número de telas , e o conseqüente aumento de resistência ' interna do tubo, não afetará a resistência térmica total ' do conjunto, podendo ainda serem interessantes no aspecto e conômico se os preços das telas forem muito altos.

Essas modificações geométricas tornam-se ' porém interessantes do ponto de vista térmico quando as re sistências térmicas externas são da mesma ordem de grandeza das resistências internas do tubo.

5.5 PERFIS DE TEMPERATURA E CONDUTÂNCIA TÉRMICA

5.5.1 Equacionamento

No desenvolvimento de tubos de calor um dos parâmetros mais importantes é a condutância térmica, a qual a bibliografia recomenda que seja calculada como foi indicado no capítulo III.

Podemos notar que nos nossos tubos:

R_1 e R_9 São resistências externas, e não dependem exclusivamente do tubo de calor.

R_2 e R_8 São as resistências da parede do tubo de calor e portanto perfeitamente definidas e conhecidas.

R_4 e R_6 São as resistências térmicas na evaporação e na condensação, no nosso caso são da ordem de $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C/W}$ portanto negligenciáveis.

R_5 É a resistência térmica no fluxo de vapor, que no nosso caso é da ordem de $10^{-8} \text{ } ^\circ\text{C/W}$ é negligenciável.

R_3 e R_7 Que são as resistências na estrutura porosa contendo fluido

de trabalho, no evaporador e no condensador, são as resistências preponderantes no cálculo da resistência equivalente exclusivamente do tubo de calor (resistência intrínseca), são expressas por:

$$R_3 = \frac{d}{K_w A_E} \qquad R_7 = \frac{d}{K_w A_c}$$

onde K_w , que a condutividade térmica efetiva da estrutura porosa, no nosso caso será calculada pela expressão de Rayleigh's⁽²⁾ (vista no cap. III).

$$K_w = \frac{\beta - \epsilon}{\beta + \epsilon} \cdot K_e$$

com

$$\beta = \left(1 + \frac{K_s}{K_e}\right) \left(1 - \frac{K_s}{K_e}\right)$$

Como frisamos anteriormente, estamos interessados em tubos de calor para médias temperaturas, portanto testaremos tubos de calor com acetona, o qual é utilizado para a faixa de 50°C-80°C e com água, o qual é utilizado normalmente entre 60°C - 170°C.

A seguir plotamos os resultados experimentais obtidos para os perfis de temperatura, potências térmicas transmitidas e condutividades térmicas obtidas.

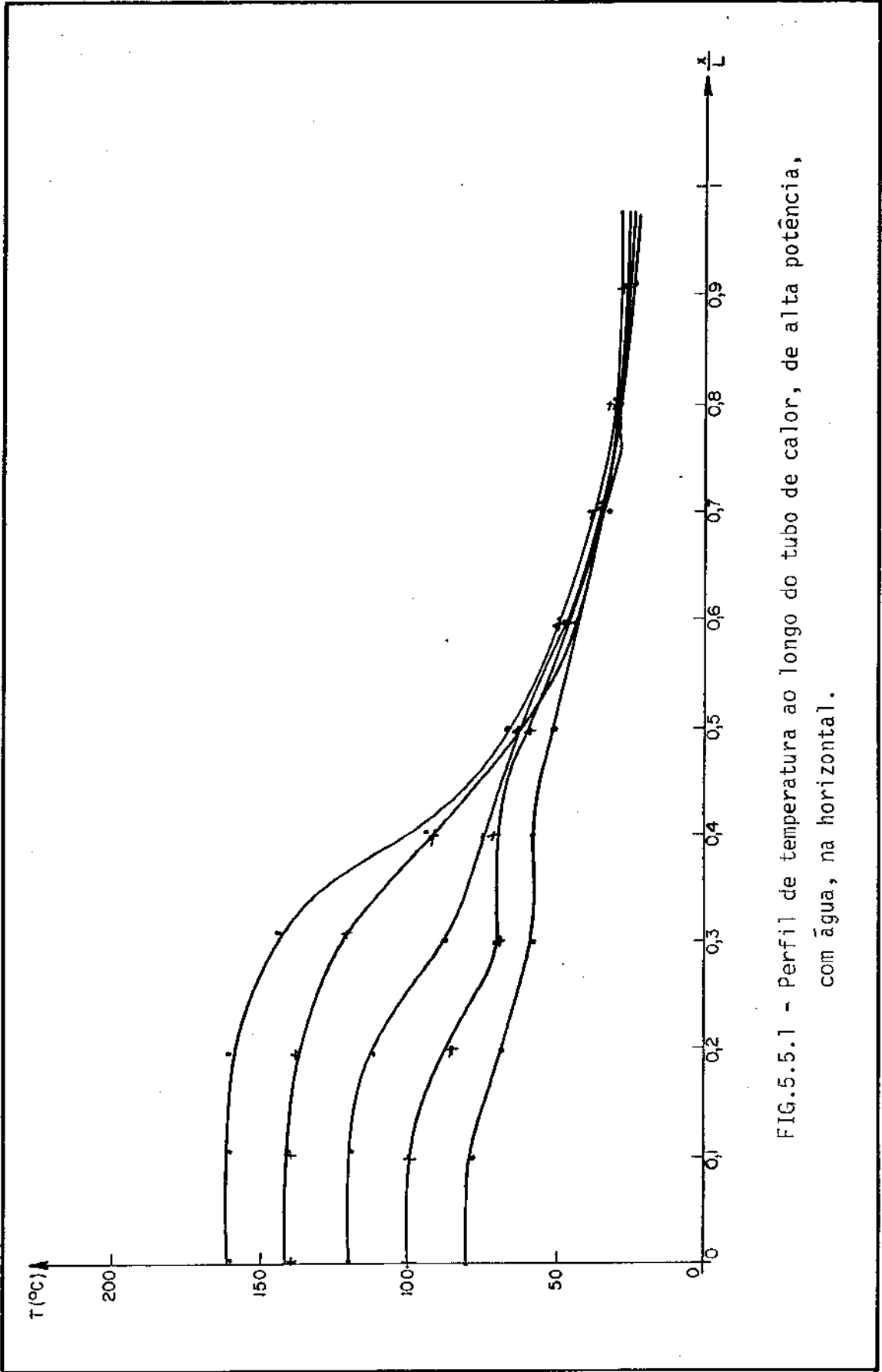


FIG.5.5.1 - Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor, de alta potência, com água, na horizontal.

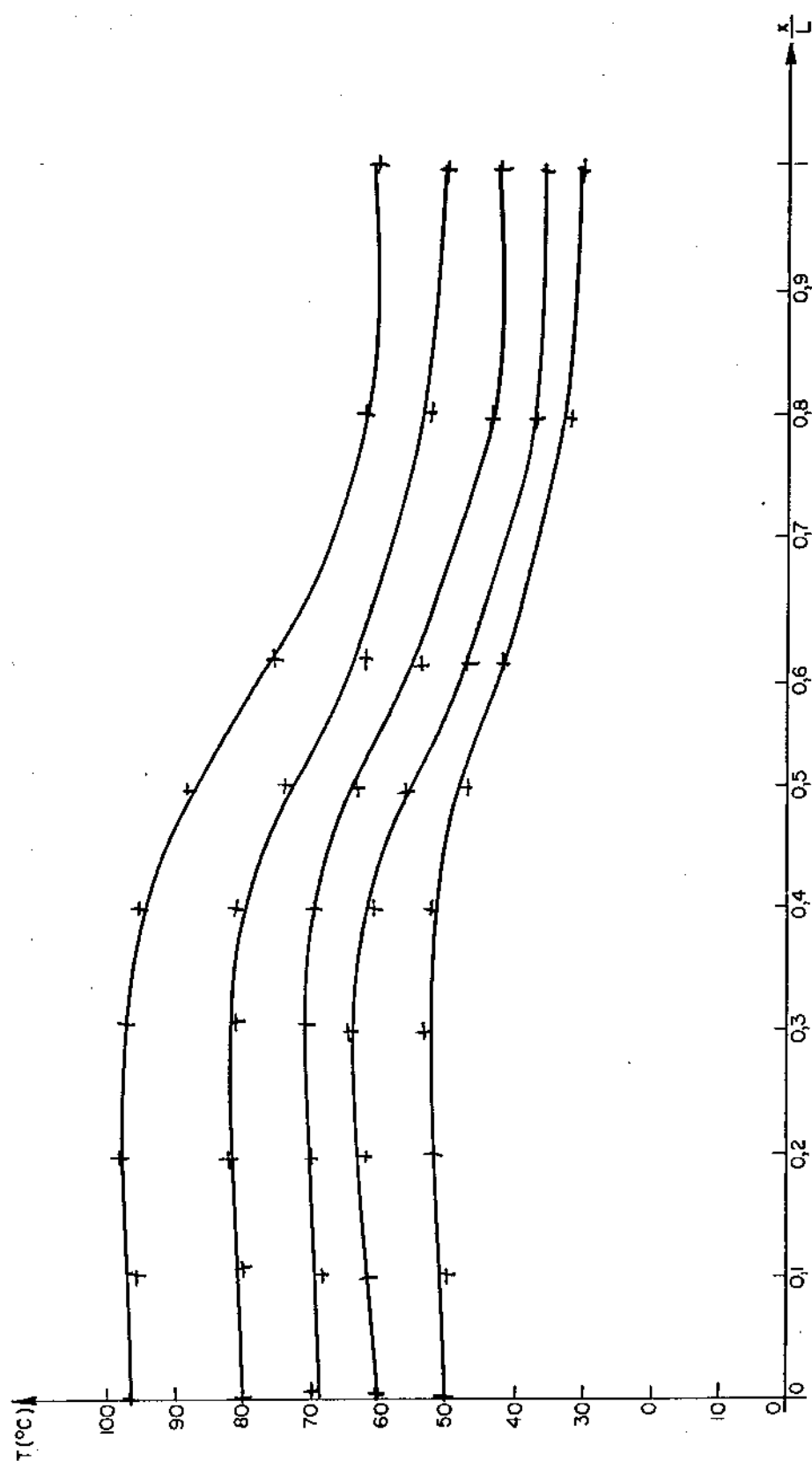


FIG.5.5.2 - Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor, de alta potência, com água, inclinado de $7,5^\circ$ com a horizontal.

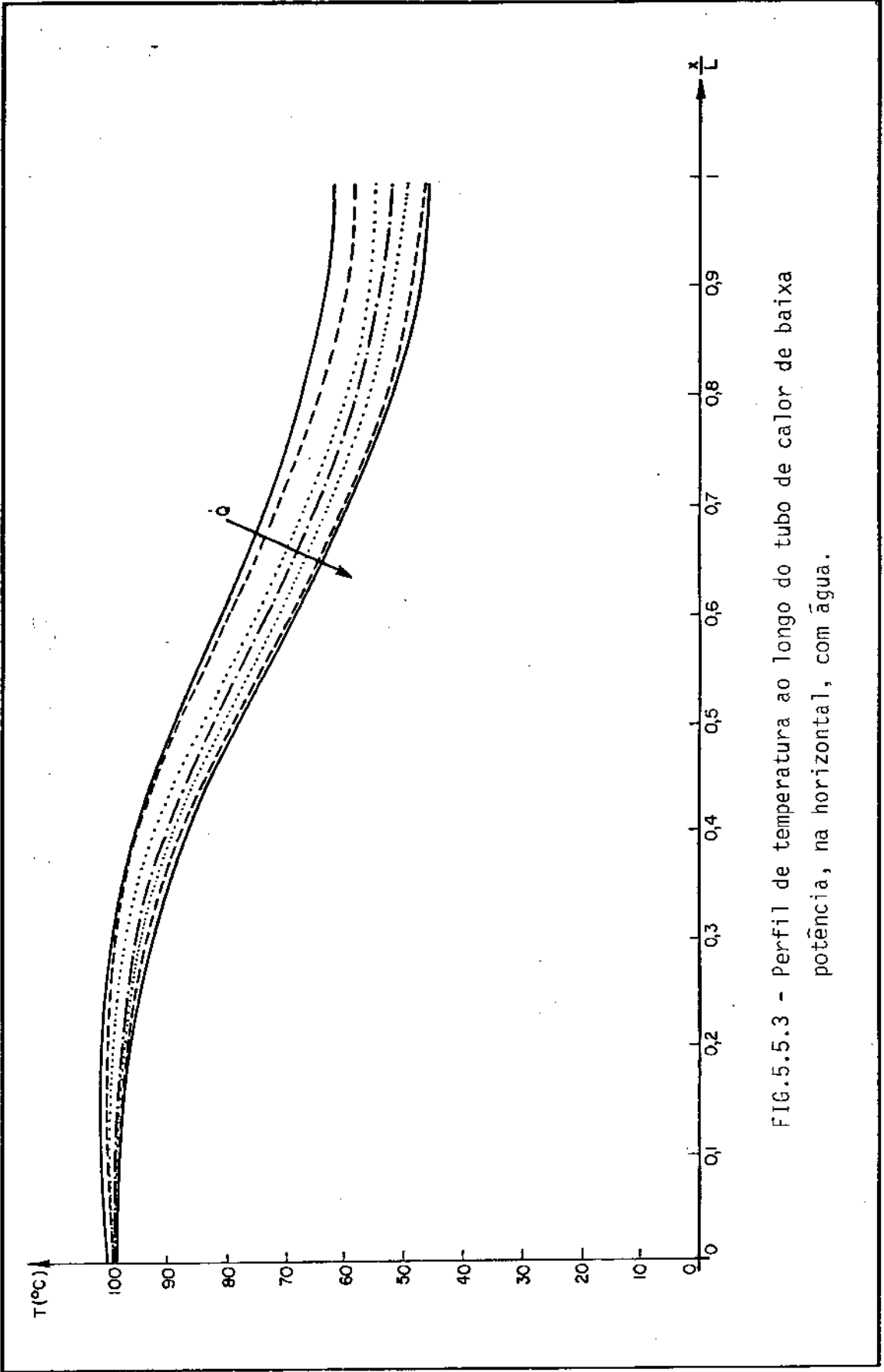


FIG.5.5.3 - Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor de baixa potência, na horizontal, com água.

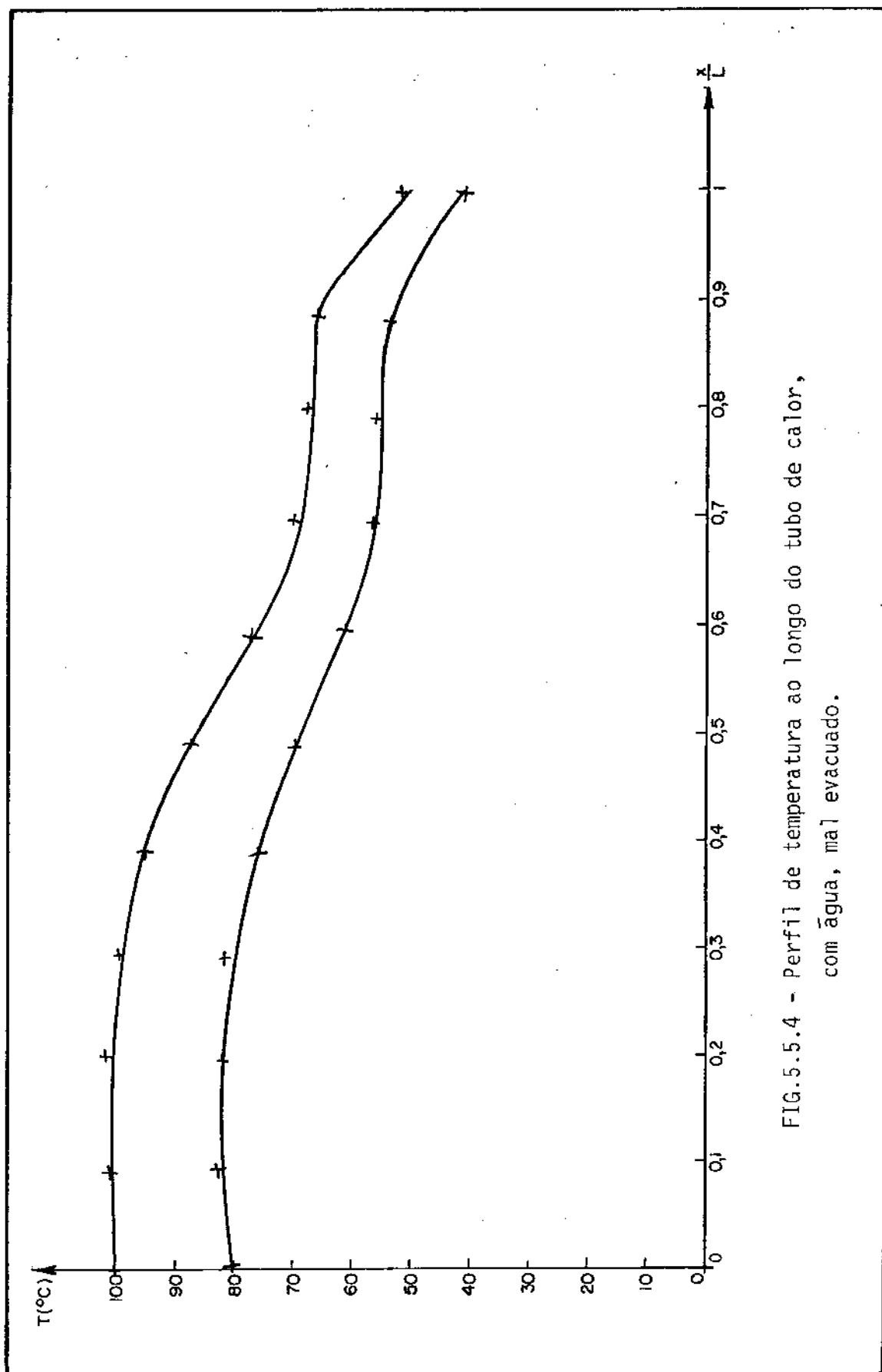


FIG.5.5.4 - Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor, com água, mal evacuado.

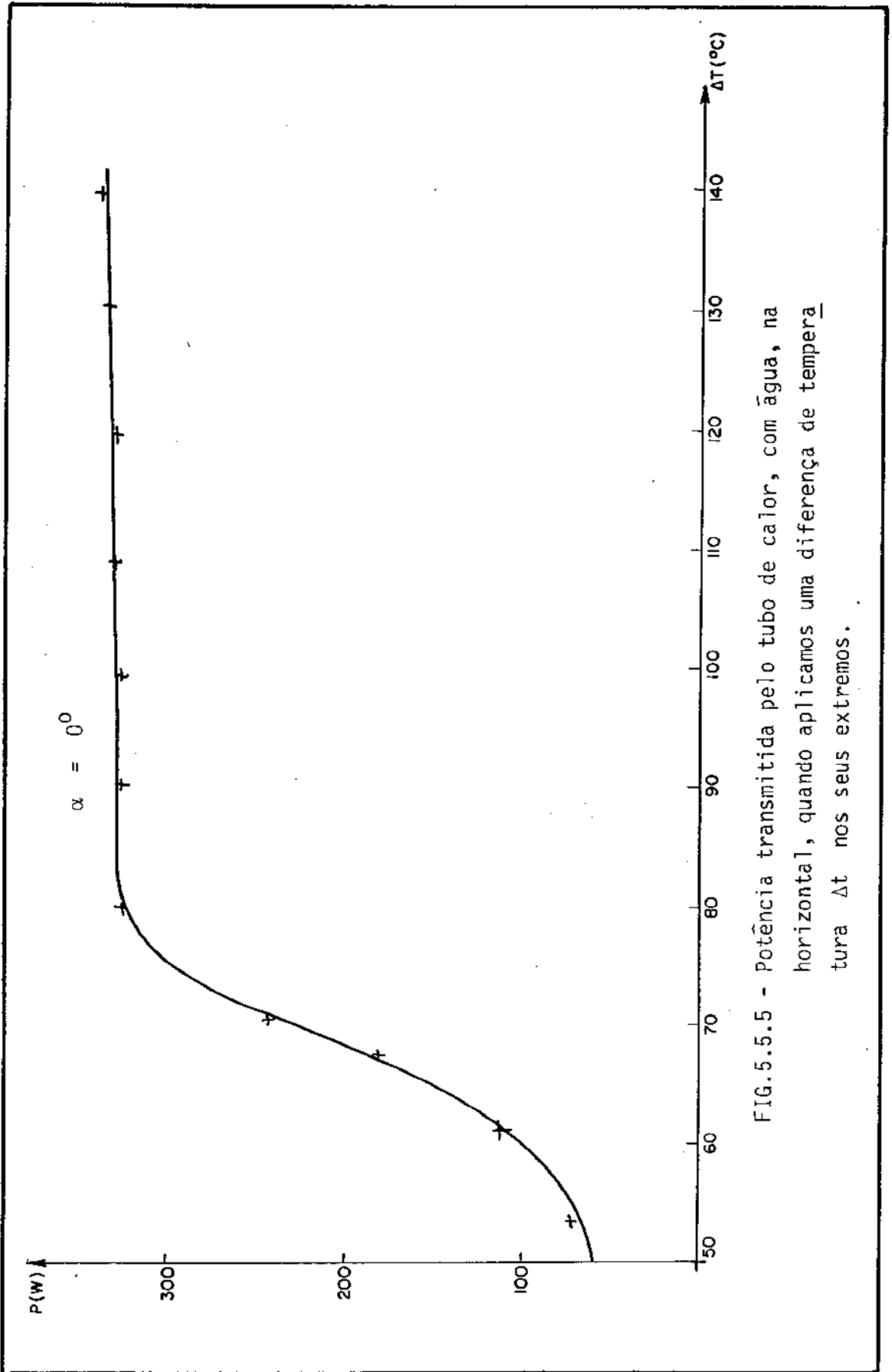


FIG.5.5.5 - Potência transmitida pelo tubo de calor, com água, na horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura Δt nos seus extremos.

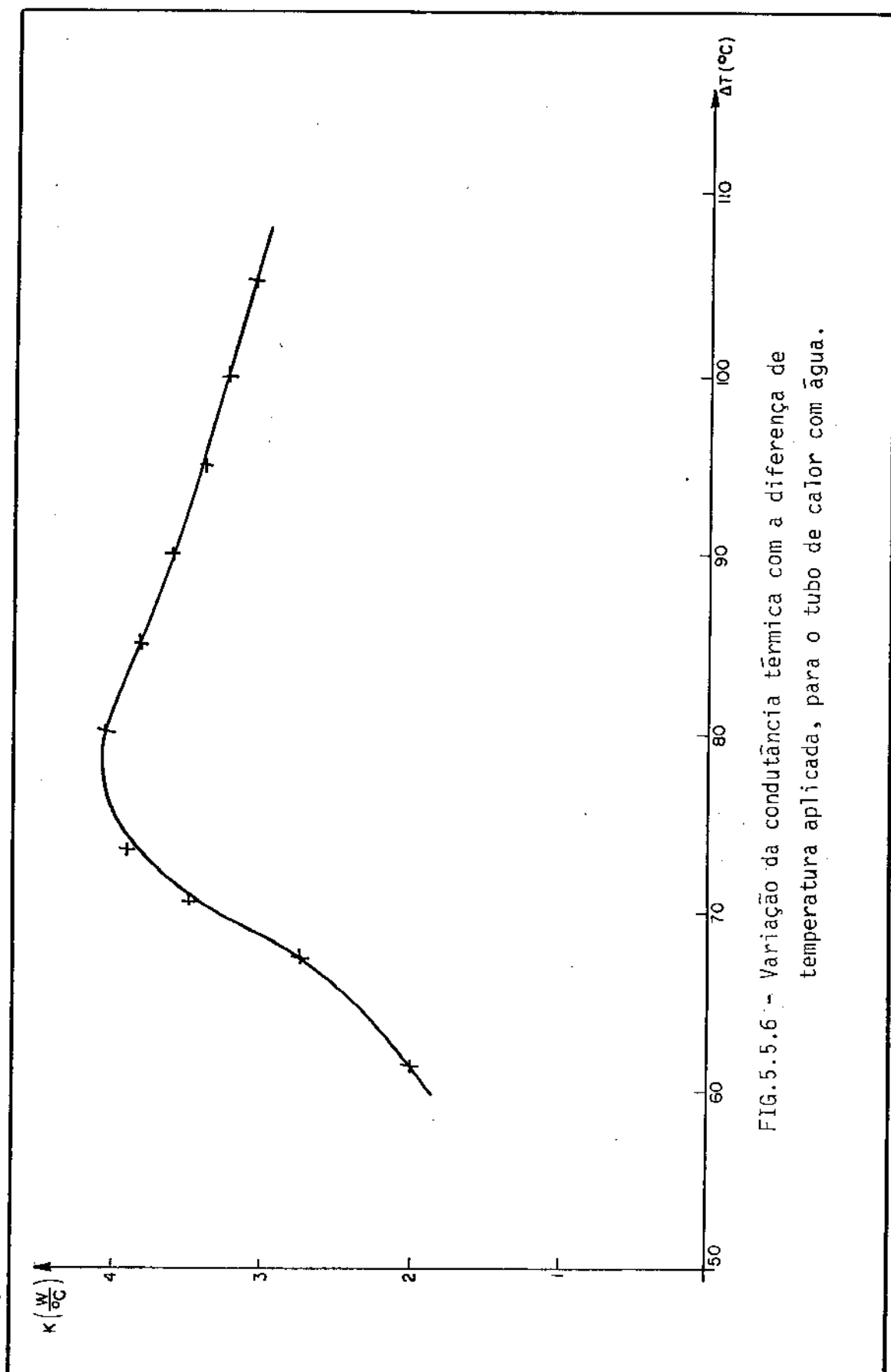


FIG.5.5.6 - Variação da condutância térmica com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água.

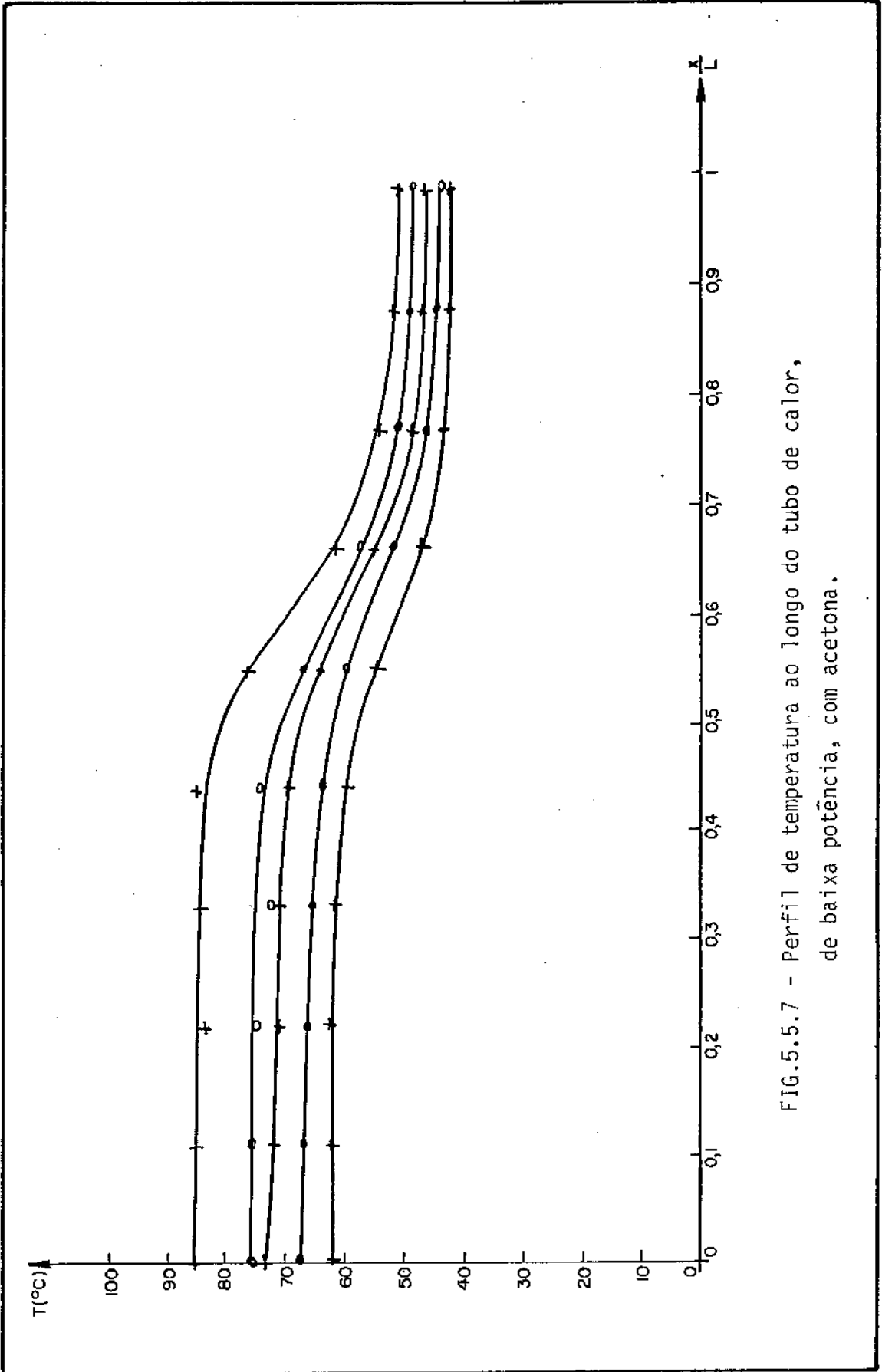


FIG.5.5.7 - Perfil de temperatura ao longo do tubo de calor, de baixa potência, com acetona.

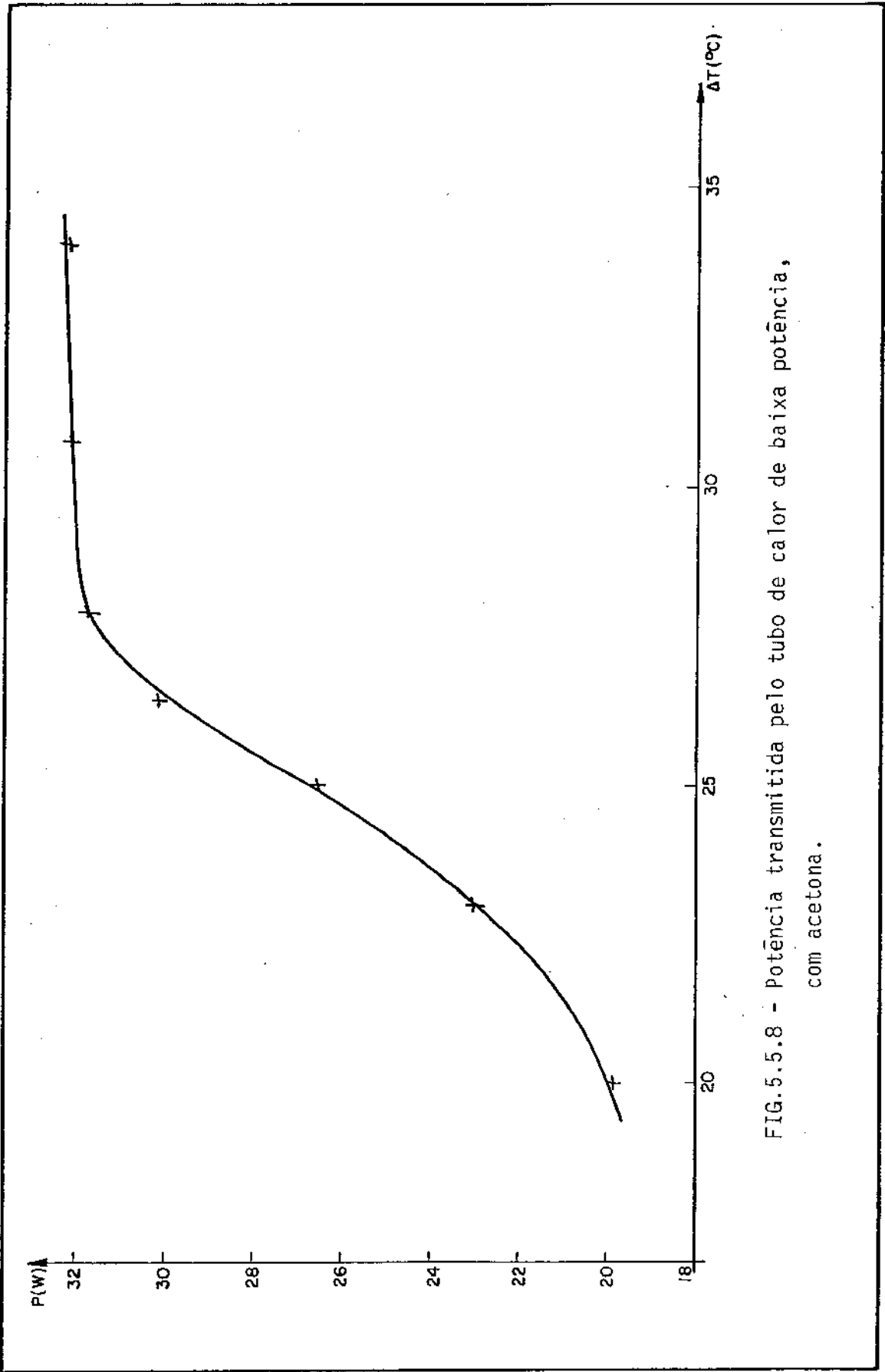


FIG.5.5.8 - Potência transmitida pelo tubo de calor de baixa potência, com acetona.

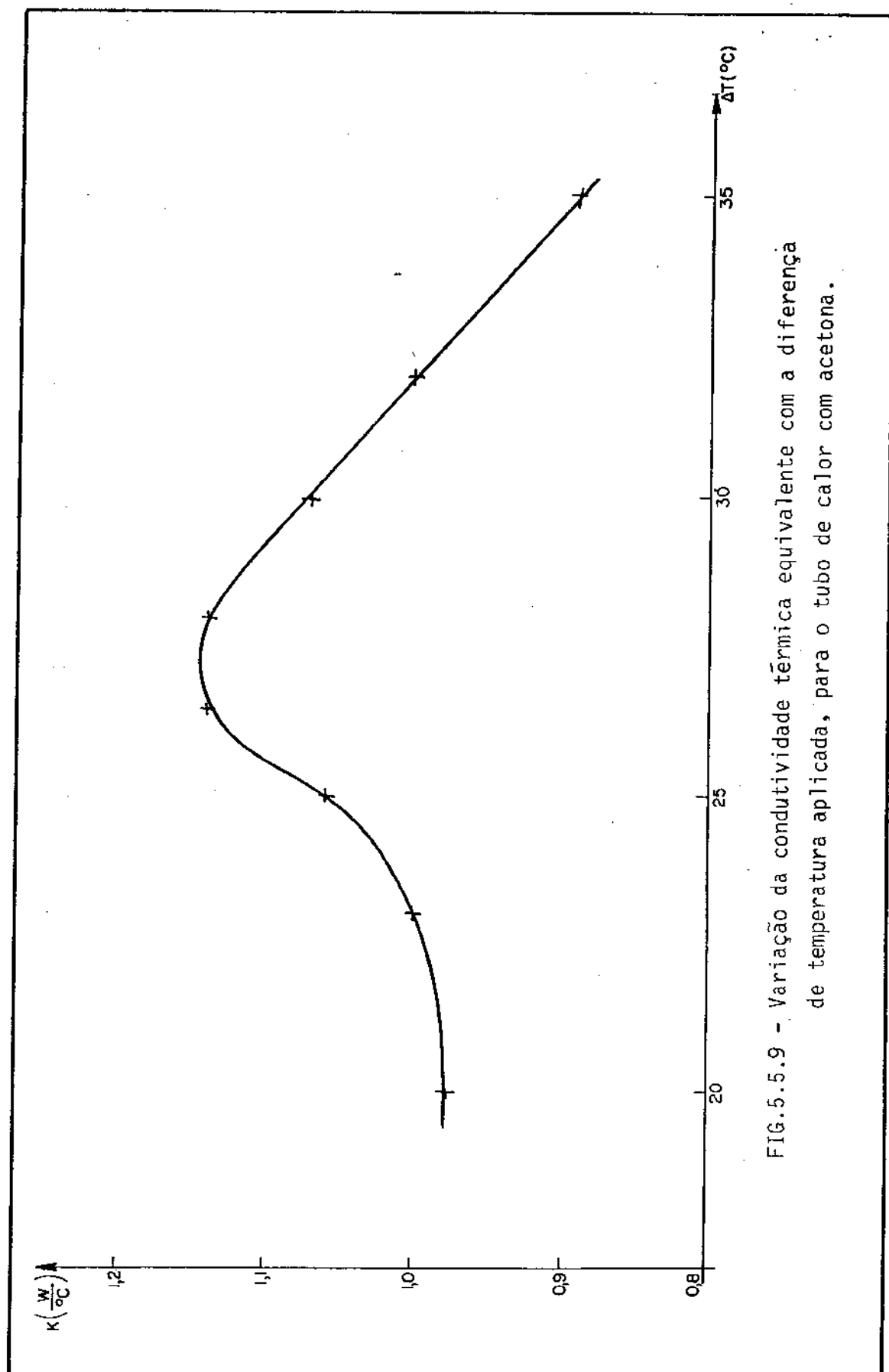


FIG.5.5.9 - Variação da condutividade térmica equivalente com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com acetona.

5.5.2 Resultados, comparações e comentários

5.5.2.1 Perfis de Temperatura

Os resultados dos perfis de temperaturas obtidos, estão expressos nas figuras 5.5.1 a 5.5.4 e ... 5.5.7, são comentados na sequência.

A figura 5.5.1 mostra o perfil de temperatura ao longo do tubo de calor de alta potência com água, na horizontal, obtido no banco de teste descrito na fig. 5.1.2.

Podemos notar, que embora estejamos elevando a temperatura da fonte quente a região fria do tubo de calor, não muda sua temperatura, significando que já houve um esgotamento do tubo de calor e portanto não adiantará elevarmos a temperatura da fonte quente para transferirmos mais calor, pois não o conseguiremos.

A figura 5.5.2 é análoga a 5.5.1, mas com o tubo inclinado de 7,59, tendo portanto sua capacidade de transporte máximo de calor aumentada, como comentaremos a seguir no item 5.5.3, podemos então notar que um aumento de temperatura na fonte quente, implicará num aumento de temperatura na região fria do tubo de calor, indicando que está havendo um rearranjo geral do sistema de modo a transmitir mais calor.

A figura 5.5.3 mostra o perfil de temperatura ao longo do tubo de calor de baixa potência, com á-

gua, na horizontal, obtido no banco de testes descrito na figura 5.1.1. Como podemos notar a variação da potência transmitida, foi conseguida de um modo diferente das anteriores, enquanto nos anteriores para conseguirmos maior transferência de calor, aumentávamos a temperatura da fonte quente, neste caso, aumentamos a vazão do fluido em contato com a parte fria do tubo, o que provocou uma diminuição da resistência térmica total, aumentando a taxa de transferência de calor.

A figura 5.5.4 mostra um perfil de temperatura análogo ao da figura 5.5.2, mas com o tubo de calor contendo um gás não condensável, obtido, no caso, pela má evacuação do tubo de calor. Podemos detectar neste gráfico que a região final do condensador está a uma temperatura bem abaixo da temperatura média do condensador, indicando que nesta região está se acumulando um gás não condensável, o qual evita a condensação do vapor nesta região, tornando-a sub-resfriada, tendo ainda como efeito uma diminuição da área efetiva do condensador, prejudicando portanto a condutância térmica equivalente do tubo de calor.

A figura 5.5.7 é análoga a 5.5.1, mas com o tubo de calor contendo acetona, tendo portanto menor condutância térmica equivalente e não totalmente esgotado.

Como pode ser notado dos comentários anteriores, o perfil de temperatura é um parâmetro importante para "sentirmos" o desempenho do tubo de calor.

5.5.2.2 Condutância térmica equivalente

Paralelamente aos perfis de temperatura, obtivemos as variações da potência transmitida, quando variávamos a diferença de temperatura aplicada, os resultados obtidos estão nas figuras 5.5.5, 5.5.6, 5.5.8, 5.5.9 e são comentados na sequência.

A figura 5.5.5 mostra a variação da potência com a diferença de temperatura aplicada, para um tubo de calor com água, na horizontal. Podemos notar que a taxa de crescimento da potência, não é constante, o que significa que a condutância térmica equivalente também não o é, pode-se notar também que a potência atinge um patamar ' significando que houve um "esgotamento" na transmissão de calor.

A figura 5.5.8 é análoga a 5.5.5, mas com o fluido de trabalho sendo a acetona, nota-se que ocorrem as mesmas tendências.

A figura 5.5.6 mostra a variação da condutância térmica equivalente com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água. Nota-se que esta é inicialmente crescente, atinge a um máximo e posteriormente é decrescente.

A figura 5.5.9 mostra também a variação da condutividade térmica equivalente, mas para o tubo de ca-

lor com acetona, nota-se que ocorrem as mesmas tendências de variações da anterior.

Faremos agora uma comparação entre as con dutividades térmicas teóricas e experimentais.

TABELA 5.5.1

Condutância térmica do tubo de calor de baixa potência com água.

ΔT	$K_{\text{experimental}} (w/^{\circ}C)$	$K_{\text{teórico}} (w/^{\circ}C)$	Desvio % médio
45,1	$2,2 \pm 0,1$	3,1	29%
44,2	$2,3 \pm 0,1$	3,1	26%
44,6	$2,2 \pm 0,1$	3,1	29%
46,7	$2,2 \pm 0,1$	3,1	29%
49,5	$2,3 \pm 0,1$	3,1	26%

TABELA 5.5.2

Condutância térmica do tubo de calor de baixa po
tência com acetona

$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	$K_{\text{experimental}}^{*}$ ($10^{-1} \text{ w}/^{\circ}\text{C}$)	$K_{\text{teórico}}$ ($10^{-1} \text{ w}/^{\circ}\text{C}$)	Desvio % médio
20	$9,8 \pm 0,6$	8,6	14,0%
23	$10,0 \pm 0,6$	8,6	16,3%
25	$10,6 \pm 0,6$	8,6	23,3%
26,5	$11,4 \pm 0,6$	8,4	35,7%
28	$11,2 \pm 0,6$	8,4	33,3%
34	$9,5 \pm 0,6$	8,3	14,5%

TABELA 5.5.3

Condutância térmica do tubo de calor de alta potência com água.

$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	K_{exp} (W/ $^{\circ}\text{C}$)	K_{teoria} (W/ $^{\circ}\text{C}$)	Desvio %
55	$1,5^{\pm 0,2}$	9,6	84%
60	$1,7^{\pm 0,2}$	9,8	83%
65	$2,3^{\pm 0,2}$	10,0	77%
70	$3,3^{\pm 0,2}$	10,1	67%
75	$4,0^{\pm 0,2}$	10,2	61%
80	$4,1^{\pm 0,2}$	10,2	60%
85	$3,9^{\pm 0,2}$	10,2	62%

5.5.3 CONCLUSÕES

As principais conclusões que podem ser tiradas dos resultados experimentais são:

- Numa faixa de trabalho, na qual podemos operar com água ou acetona devemos optar pela água, pois esta além de ter um número mérito muito maior do que a acetona, o que implica numa maior capacidade máxima de transporte, também possui, para a mesma estrutura porosa uma condutância térmica equivalente maior do que a da acetona, possibilitando uma maior transferência de calor para um mesmo gradiente de temperatura.

- A condutância térmica tem uma variação considerável, e atinge seu valor máximo no limite de esgotamento do fluxo de calor, portanto para trabalharmos com a condutância máxima de um tubo de calor, devemos projetá-lo para operar próximo a seu esgotamento.

- O desvio das condutâncias térmicas experimentais em relação as condutâncias térmicas teóricas e a própria variação da condutância térmica, que é relativamente grande, podem ser explicados pela condutância da estrutura porosa embebida no fluido de trabalho. Esta condutância é calculada para projeto, como uma combinação entre as condutâncias do sólido e do líquido, considerando

somente a condução, enquanto na realidade a resistência de uma estrutura porosa, imersa numa camada de um líquido de trabalho, varia de uma maneira complexa, análoga a uma película de um líquido sobre uma superfície aquecida, inicialmente a transferência de calor é basicamente por condução, ao aumentarmos o gradiente de temperatura, a convecção começa a ser preponderante., aumentando mais o gradiente de temperatura, há o aparecimento de bolhas, o qual favorece a transferência de calor. Continuando o aumento de temperatura, chegamos a um ponto no qual a população de bolhas é muito grande, formando um filme isolante, o qual provoca uma queda brusca da condutividade térmica, fenômeno chamado "crise das bolhas". Com o contínuo aumento de temperatura, este fenômeno tende a desaparecer e a condutividade térmica volta a crescer.

Temos basicamente dois importantes focos de erros no cálculo da condutância térmica equivalente: O primeiro é o analisado acima e explica porque nossas condutividades térmicas tiveram uma variação tão grande com a temperatura. O segundo é a colocação da tela metálica, a qual pode conter bolsas internas de fluido de trabalho, o que pode aumentar sensivelmente a resistência térmica equivalente. Estes dois pontos podem explicar as variações encontradas entre as condutâncias térmicas teóricas e experimentais.

5.6 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DA POTÊNCIA COM A INCLINAÇÃO

5.6.1 Análise

Um dos nossos principais objetivos é o desenvolvimento de tubos de calor, para aplicação imediata em sistemas práticos. Dentre os sistemas de interesse, temos dois; coletores parabólicos com tubos de calor no qual o tubo trabalha inclinado de um ângulo α com a horizontal; e trocadores de calor com tubos de calor, os quais podem trabalhar inclinados em relação a horizontal, que estão sendo projetados e montados pelo grupo de tubos de calor da UNICAMP.

Torna-se portanto importante conhecermos o funcionamento do tubo de calor com determinada inclinação.

Nosso objetivo neste item é então a obtenção de resultados para aplicação imediata, e não uma elaboração teórica detalhada.

A princípio o balanceamento de pressão, é dado pela equação

$$(\Delta P_c)_{\max} > \Delta P_e + \Delta P_v + \Delta P_g$$

Portanto a pressão gravitacional pode ser um termo positivo, negativo ou zero, dependendo da posi -

ção relativa entre o condensador e o evaporador.

$$\Delta P_g = \rho g \sin \alpha$$

Podemos prever, que considerando apenas este efeito, teríamos a potência máxima transferida sempre crescente, para α crescente ($0 < \alpha < 90$), deveríamos portanto inclinar o tubo o máximo permitido pelas outras variáveis do sistema.

Note que tais inclinações, a priori, não devem influir na condutância térmica equivalente do tubo.

Foi feita então uma experiência, para obtermos um comportamento experimental do funcionamento do tubo de calor com pequenas inclinações, o qual poderá orientar a utilização dos tubos nos coletores de concentração e nos trocadores de calor.

Os resultados obtidos estão colocados nos gráficos das figs. 5.6.1 a 5.6.19 e comentados na sequência.

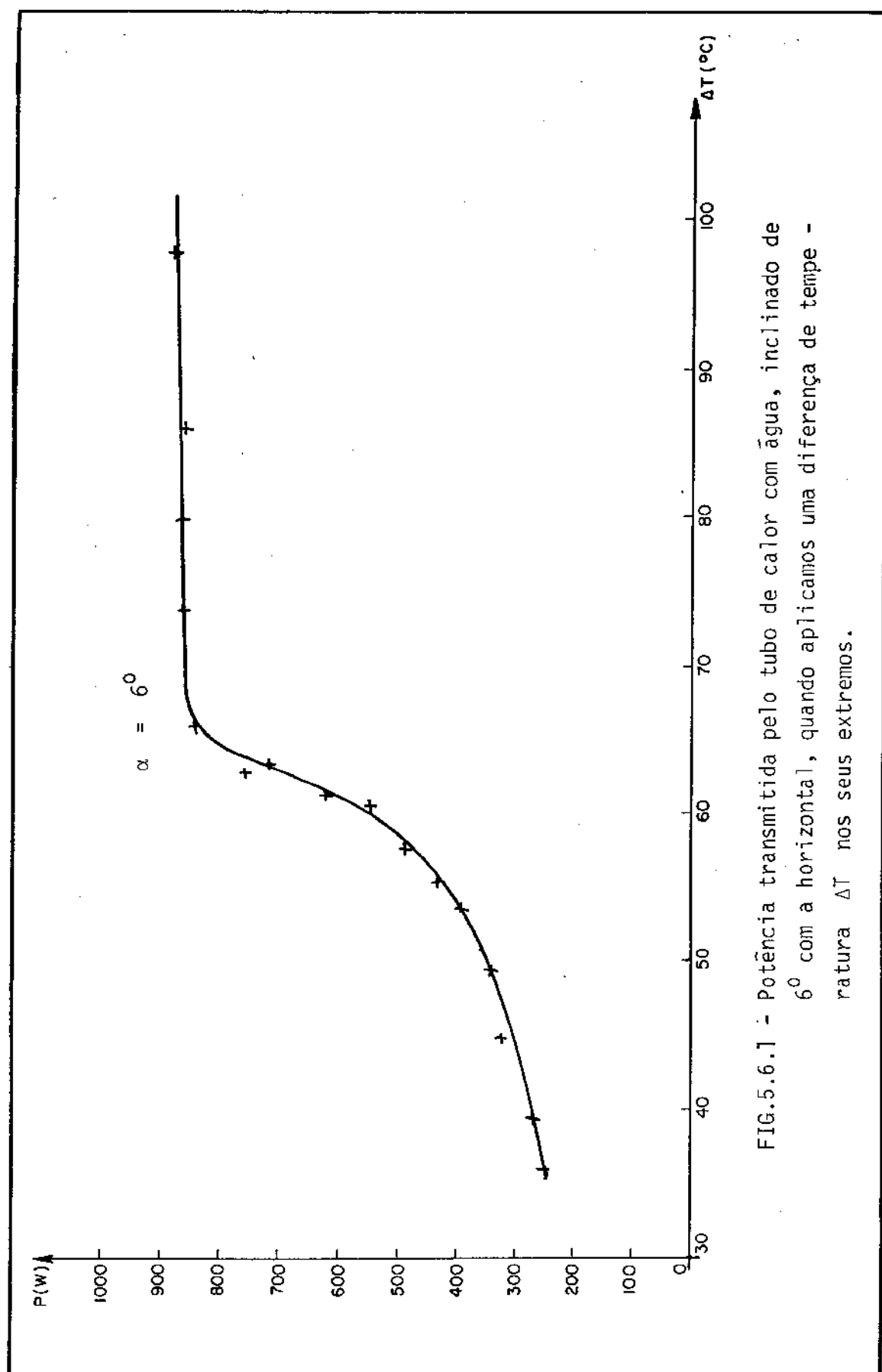


FIG.5.6.1 - Potência transmitida pelo tubo de calor com água, inclinado de 6° com a horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura ΔT nos seus extremos.

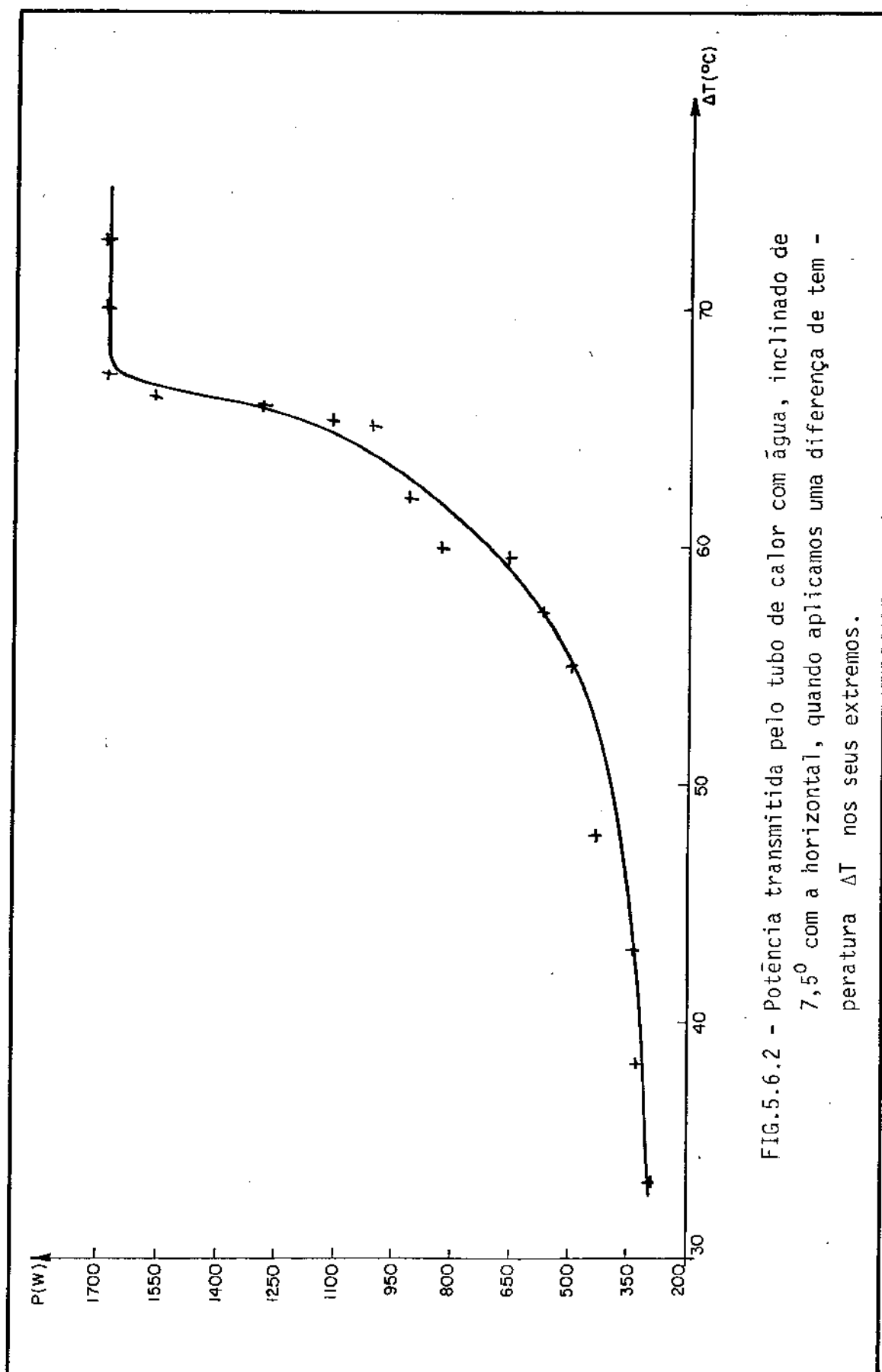
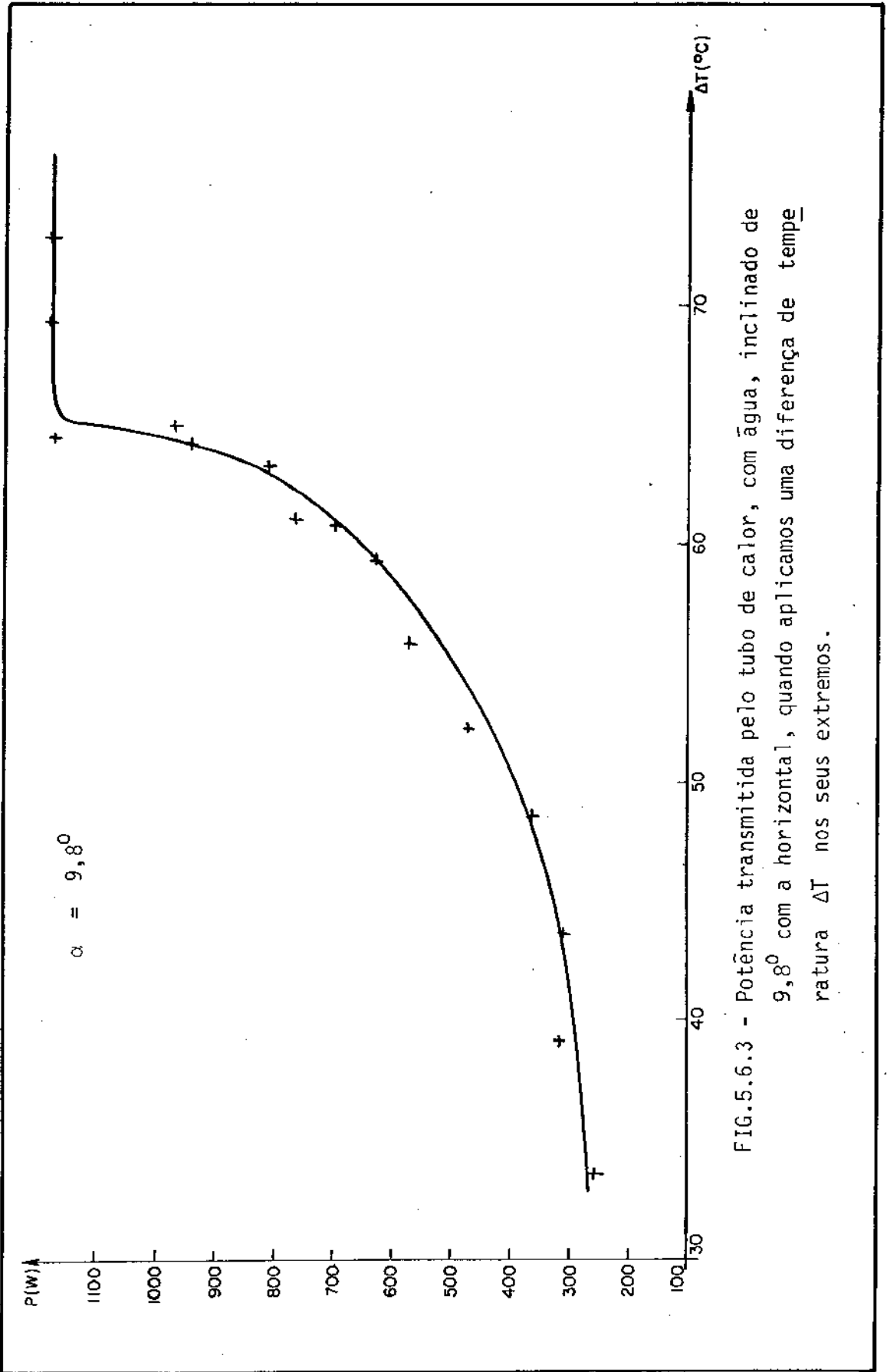


FIG.5.6.2 - Potência transmitida pelo tubo de calor com água, inclinado de $7,5^\circ$ com a horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura ΔT nos seus extremos.



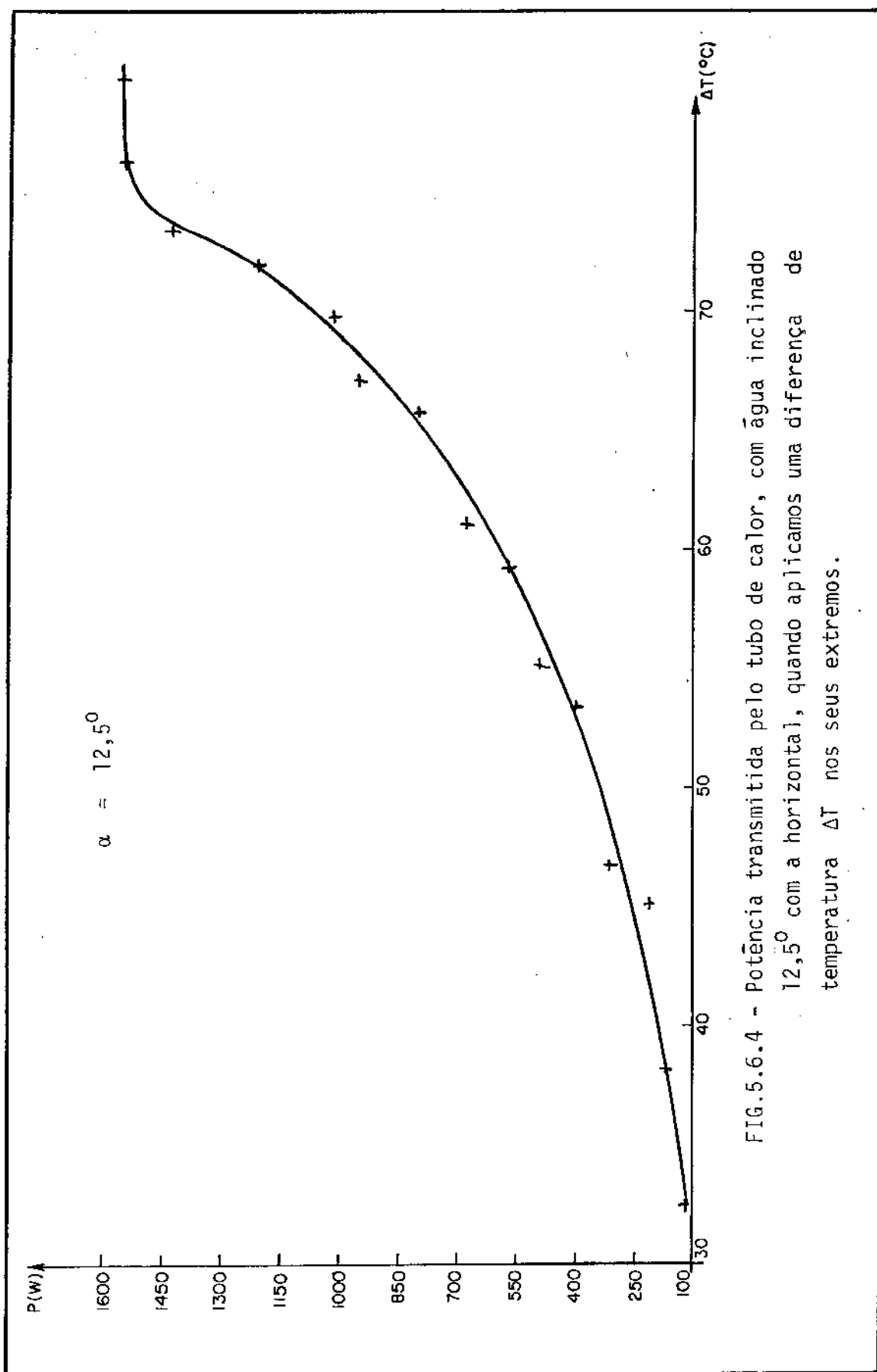
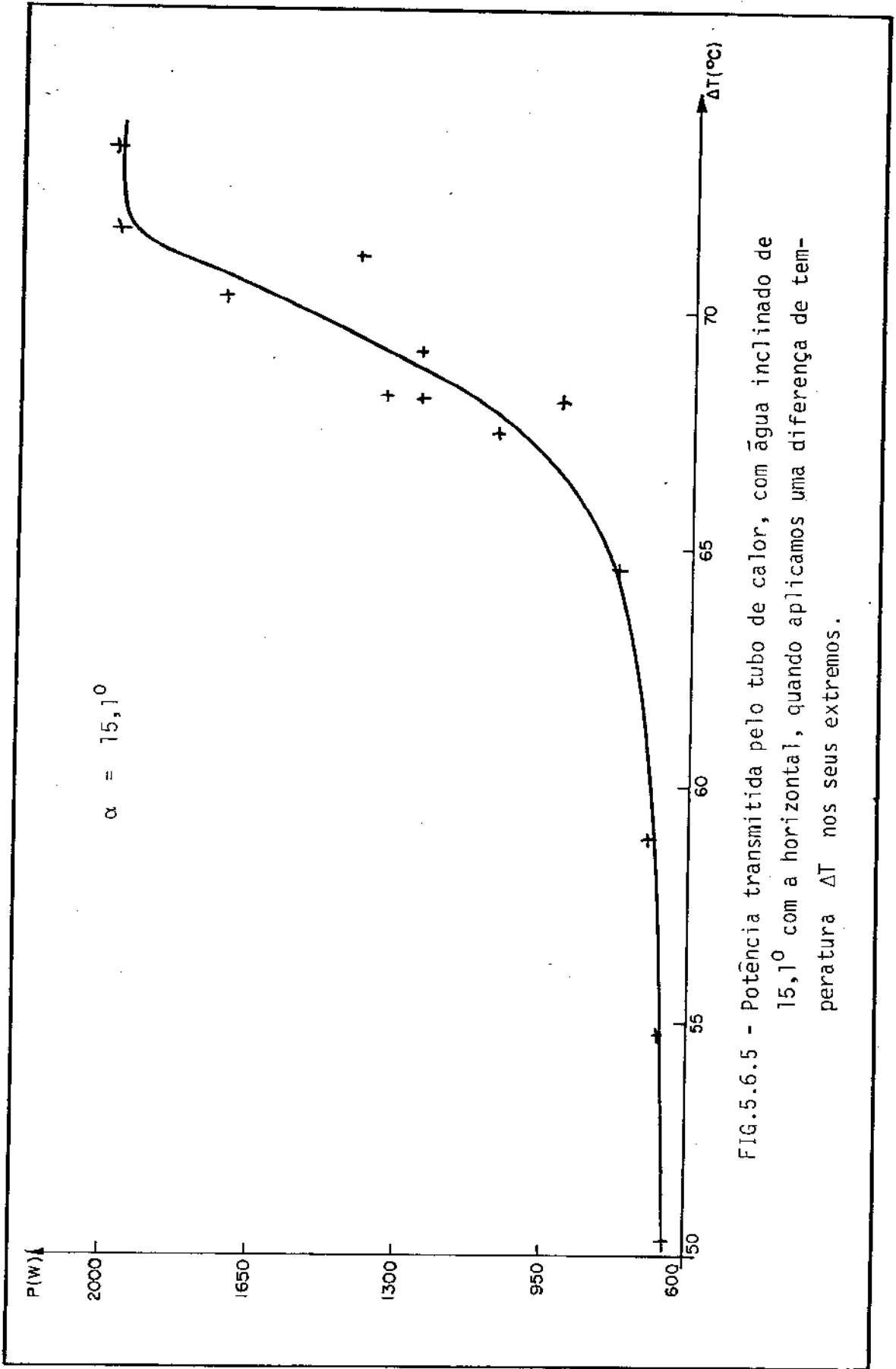


FIG.5.6.4 - Potência transmitida pelo tubo de calor, com água inclinado $12,5^\circ$ com a horizontal, quando aplicamos uma diferença de temperatura ΔT nos seus extremos.



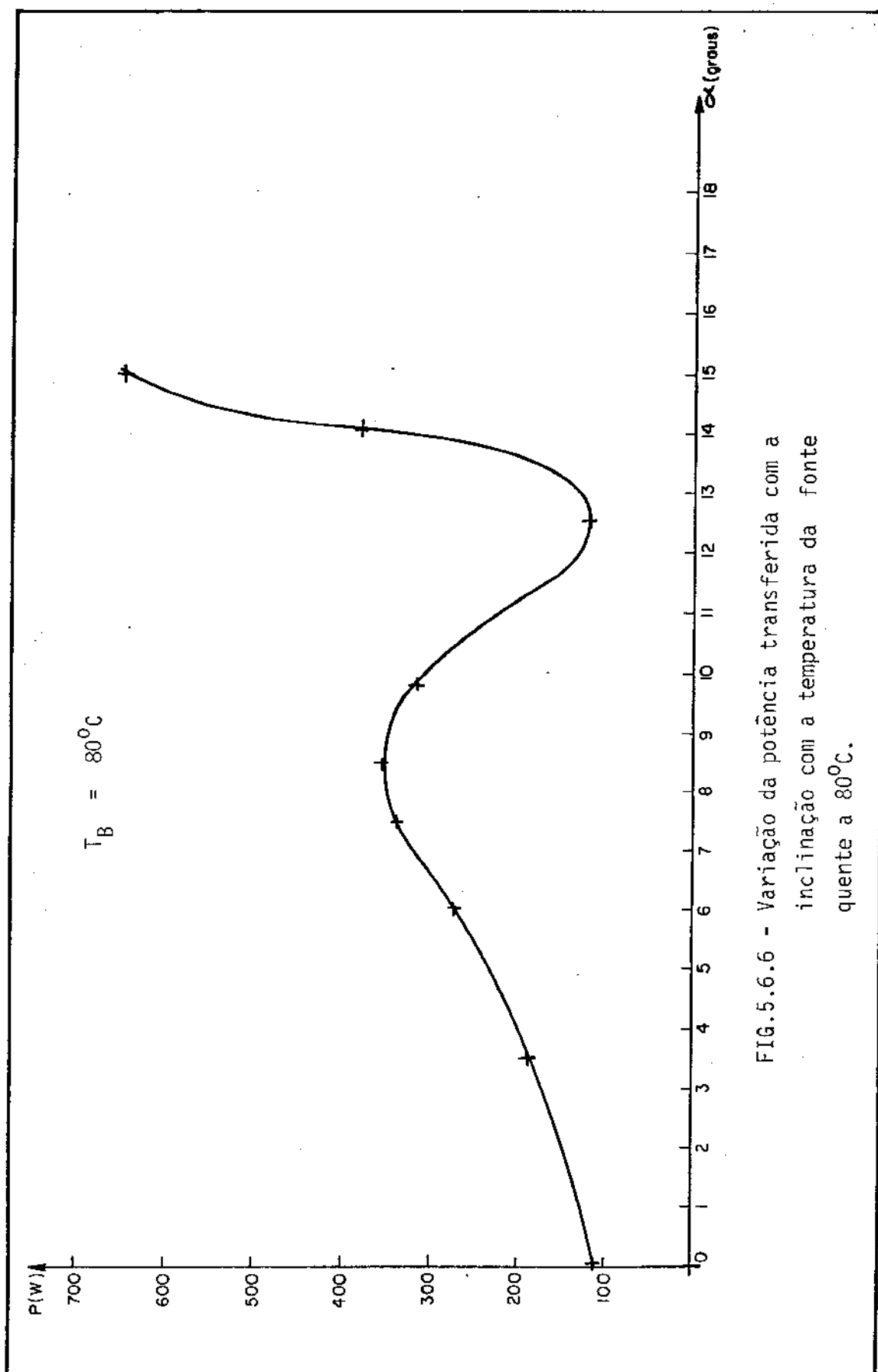


FIG.5.6.6 - Variação da potência transferida com a inclinação com a temperatura da fonte quente a 80°C .

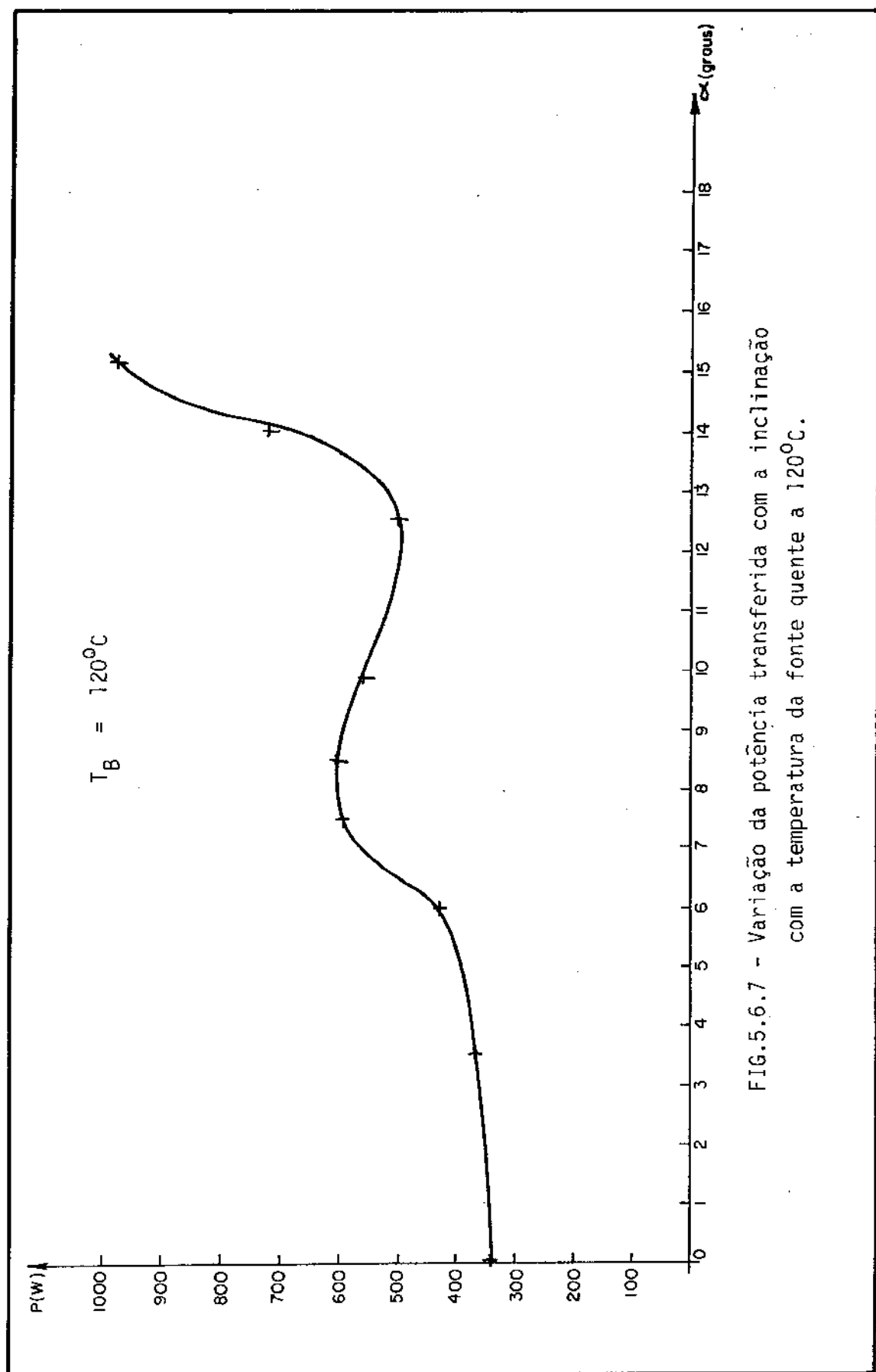


FIG.5.6.7 - Variação da potência transferida com a inclinação com a temperatura da fonte quente a 120°C .

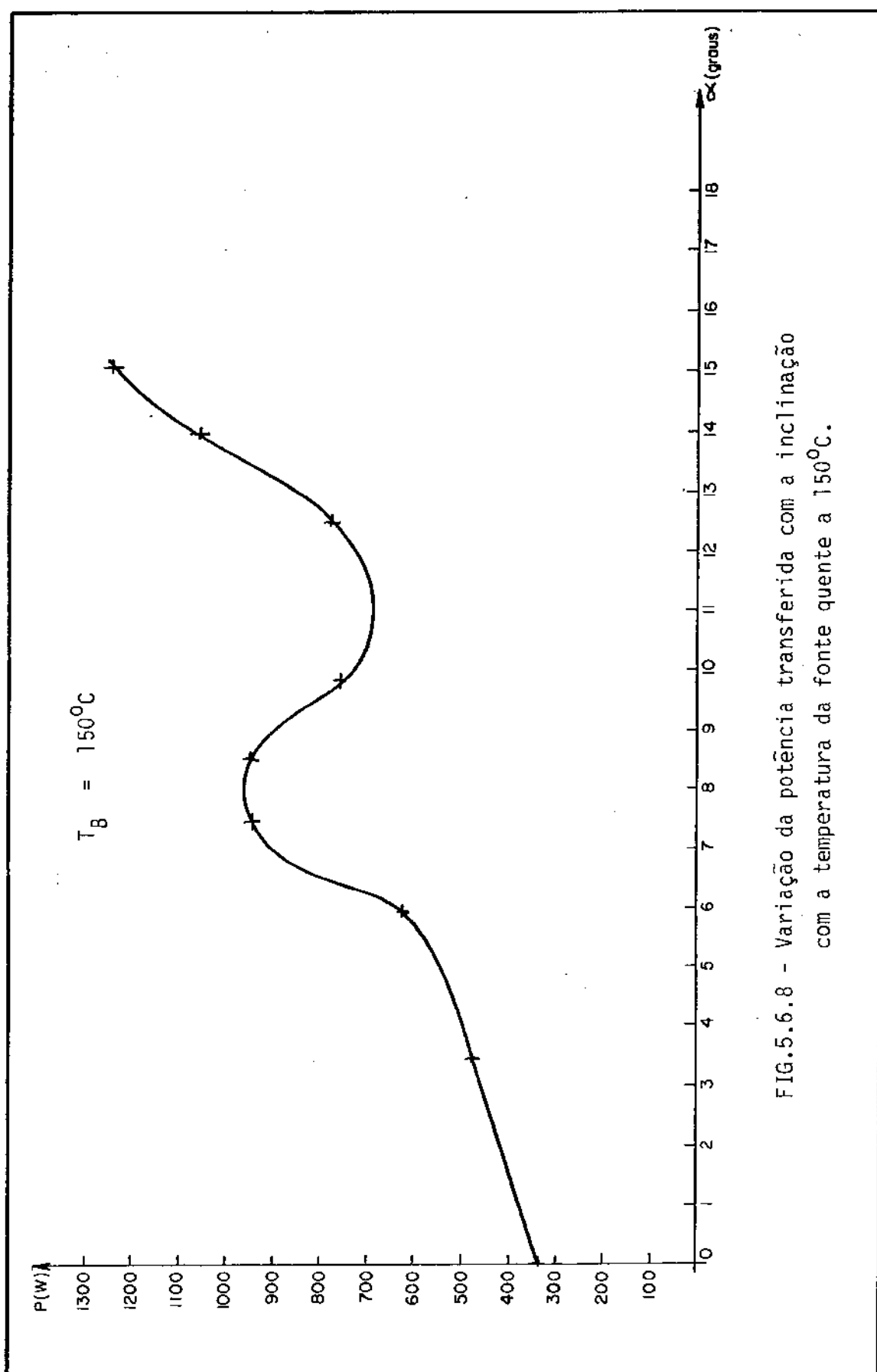


FIG.5.6.8 - Variação da potência transferida com a inclinação com a temperatura da fonte quente a 150°C .

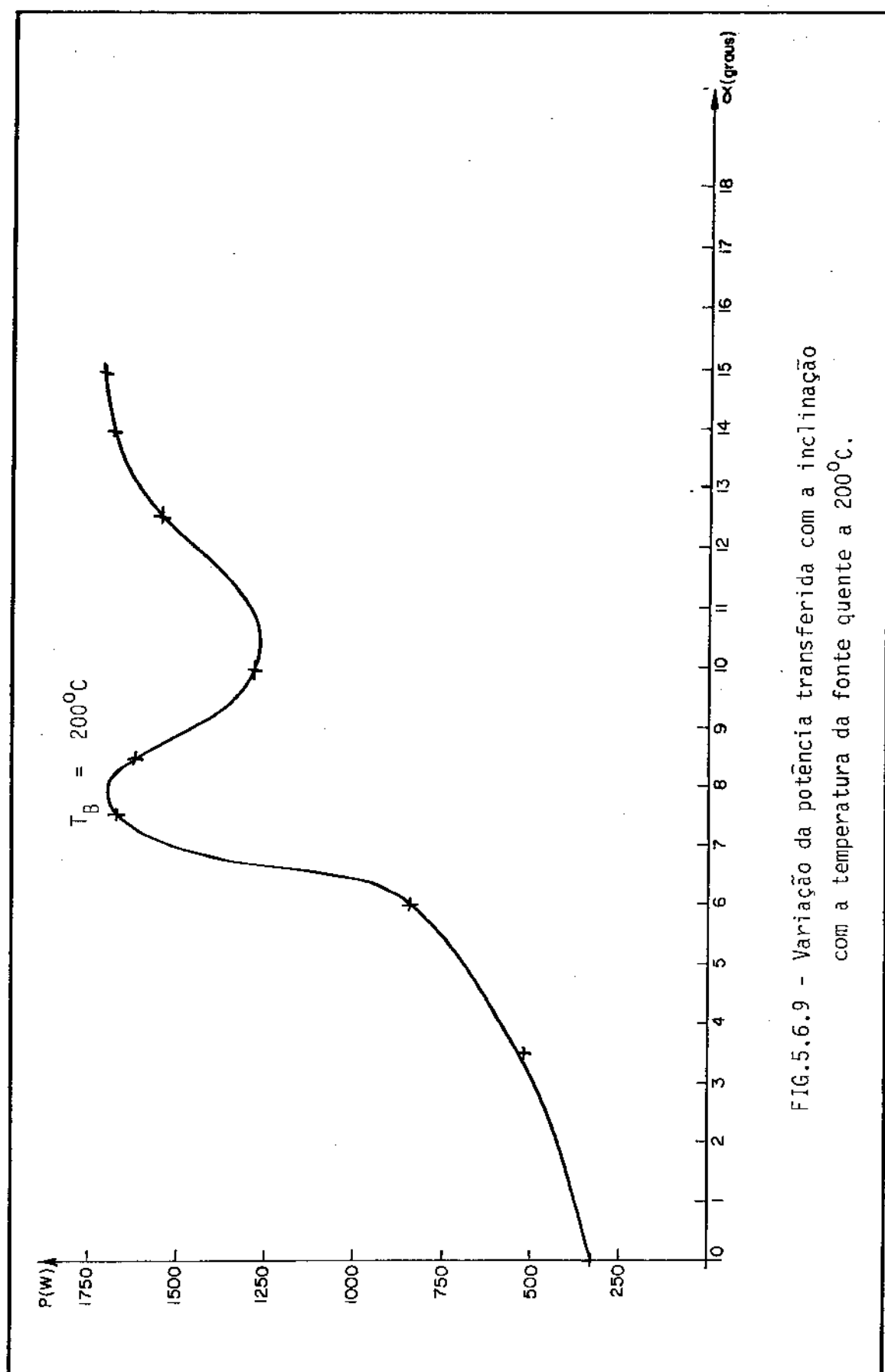
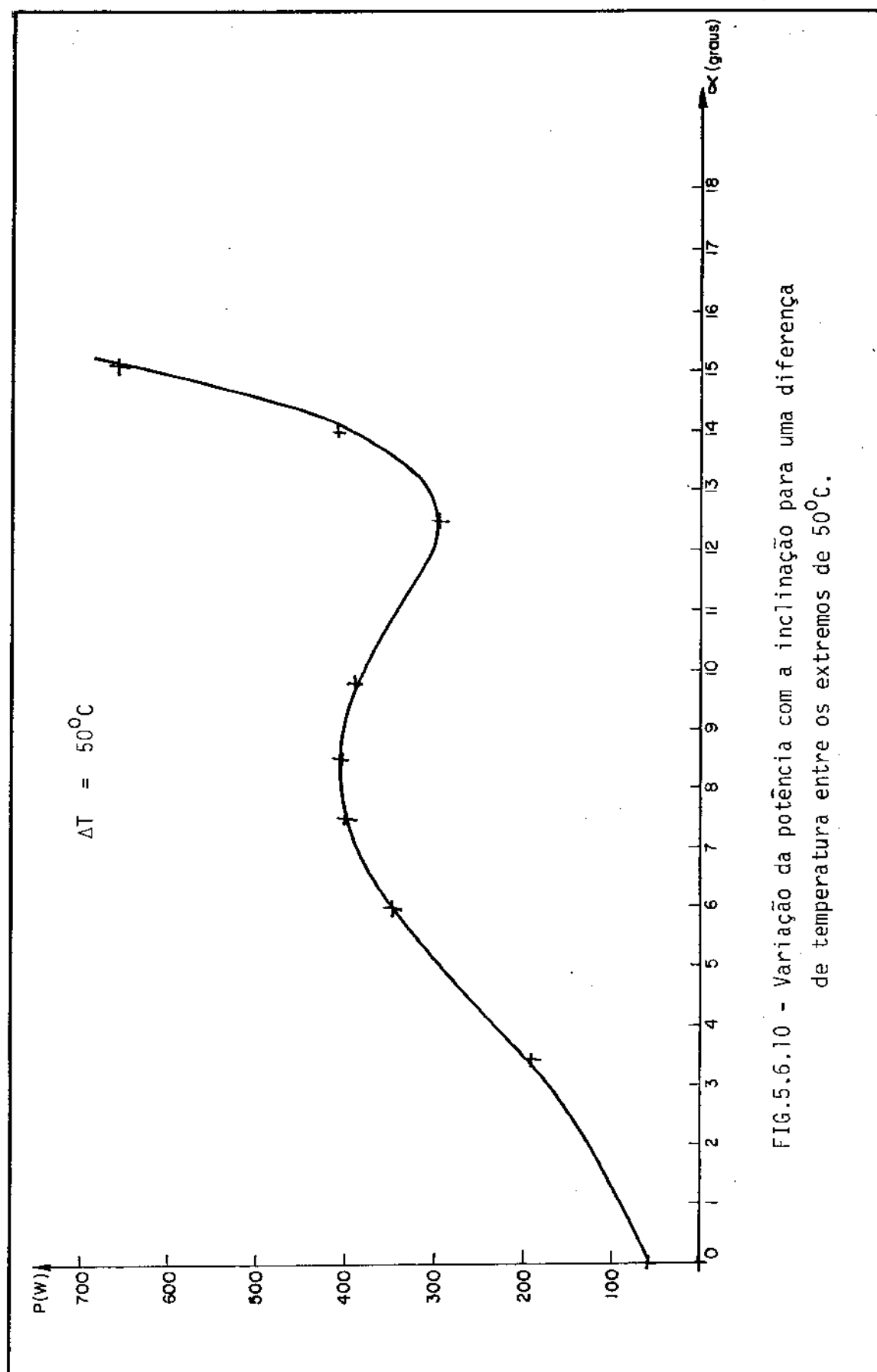


FIG.5.6.9 - Variação da potência transferida com a inclinação com a temperatura da fonte quente a 200°C .



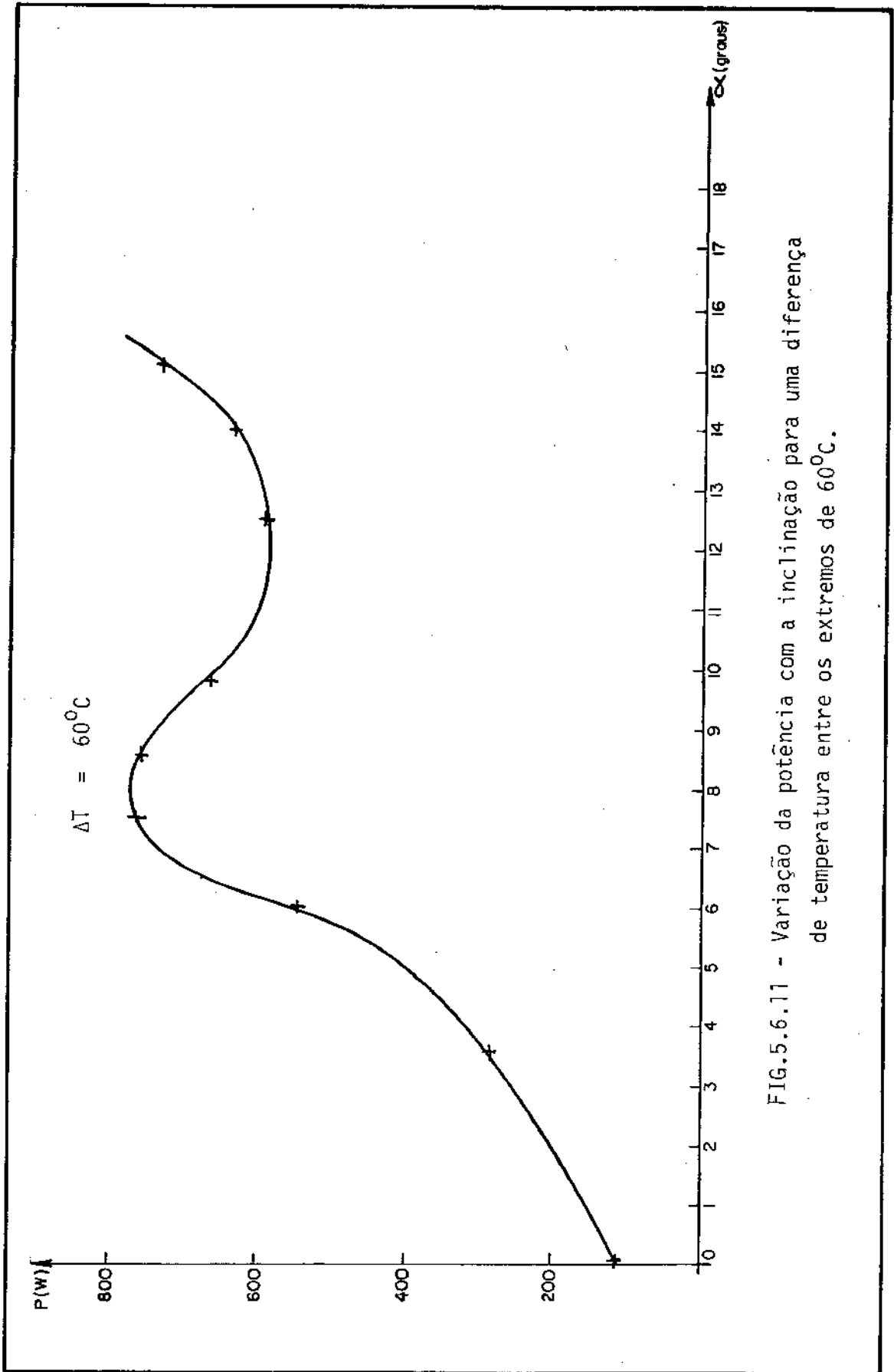


FIG.5.6.11 - Variação da potência com a inclinação para uma diferença de temperatura entre os extremos de 60°C .

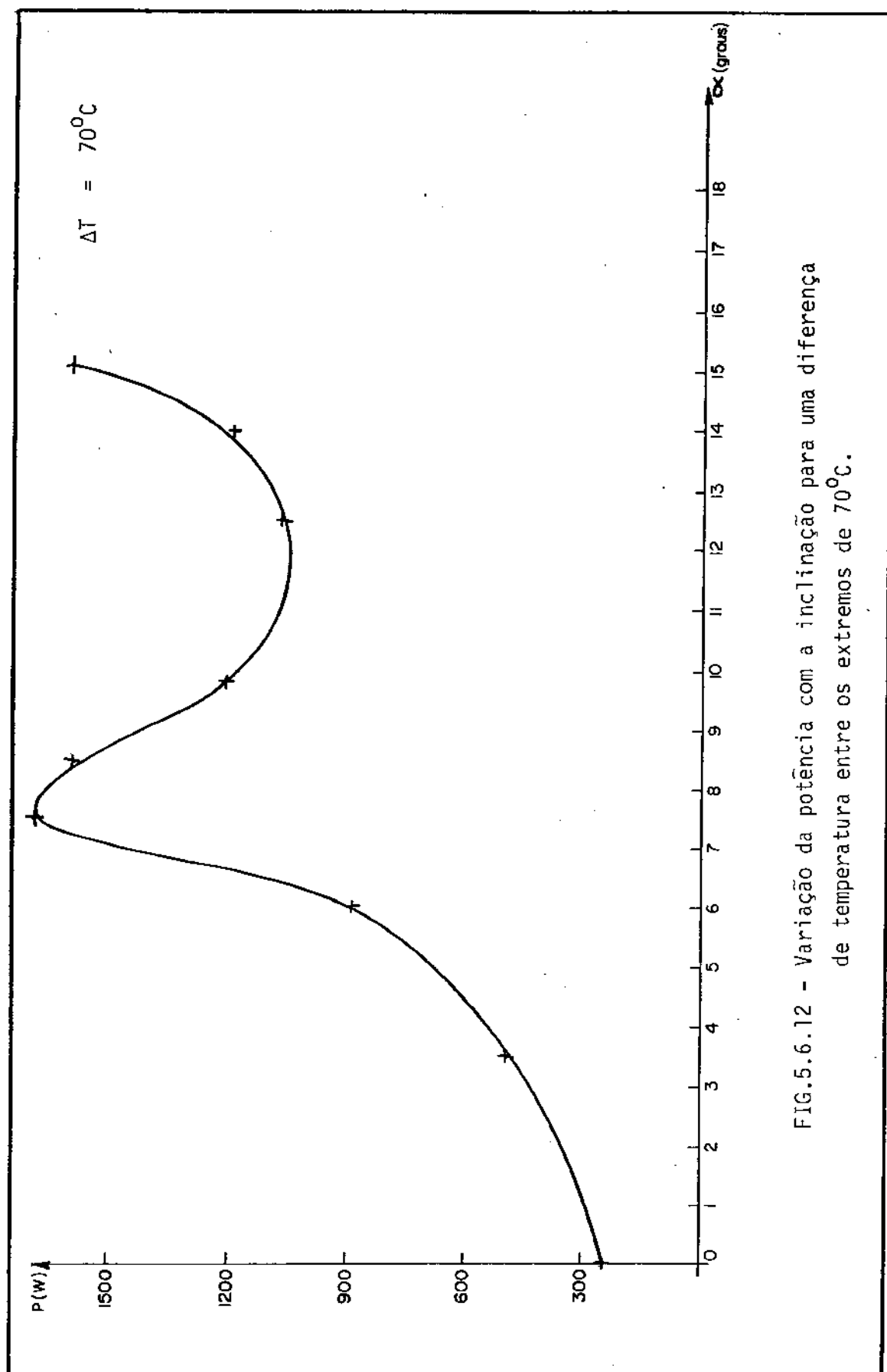


FIG.5.6.12 - Variação da potência com a inclinação para uma diferença de temperatura entre os extremos de 70°C .

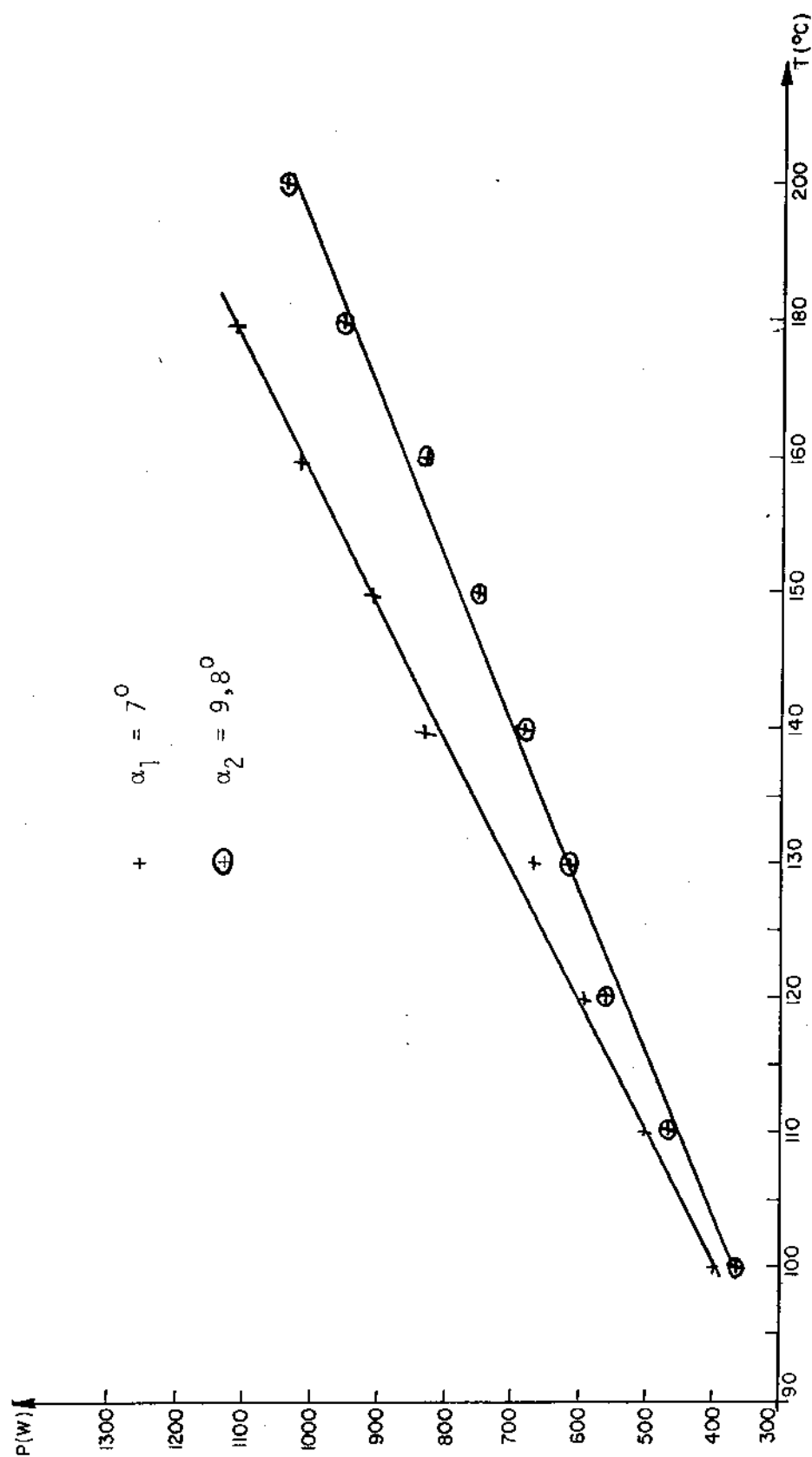


FIG.5.6.13 - Comparação da variação da potência com a temperatura na Fonte quente para os ângulos 7° e $9,8^\circ$.

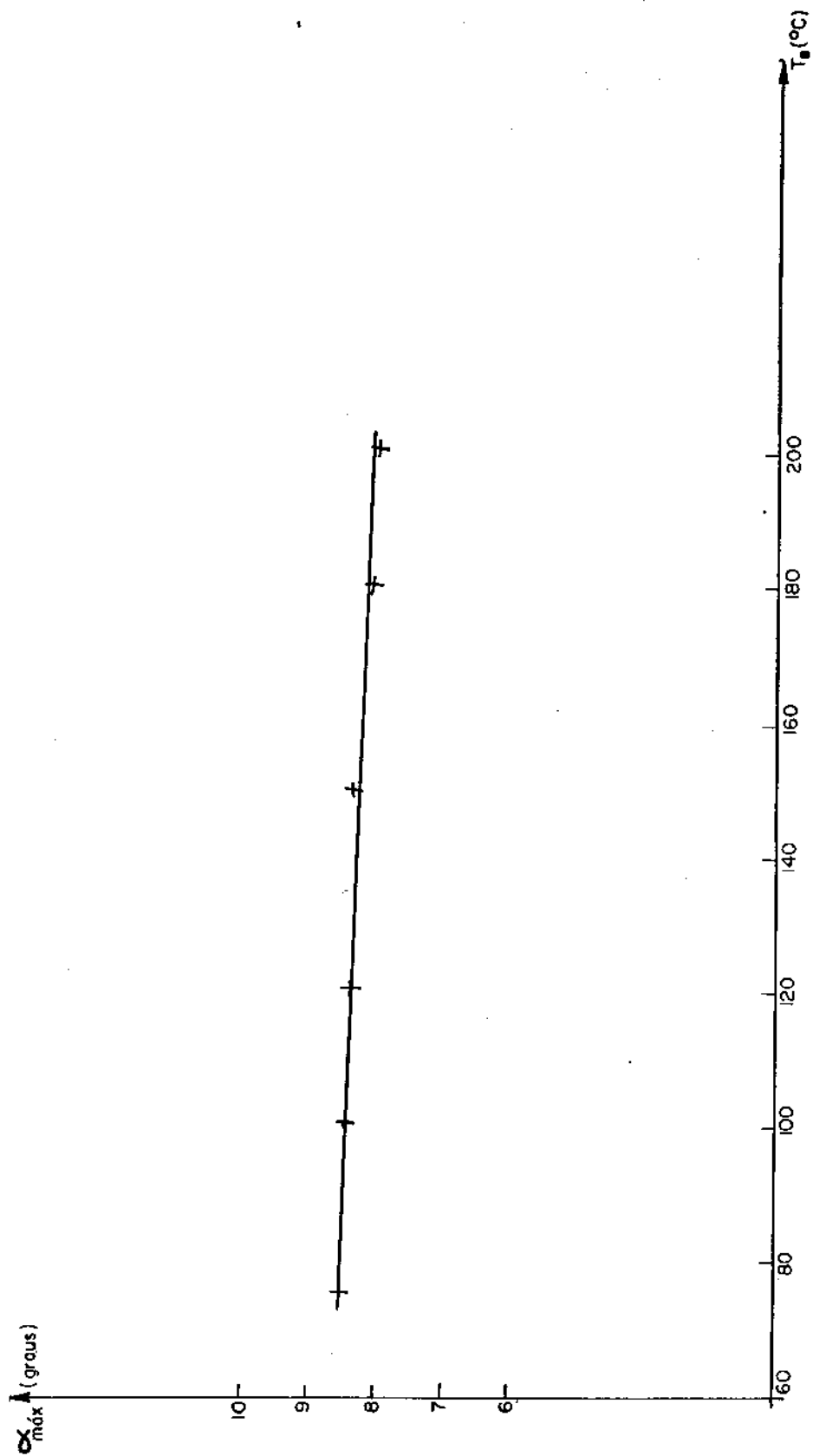


FIG.5.6.14 - Variação do ângulo onde ocorre o primeiro máximo com a temperatura.

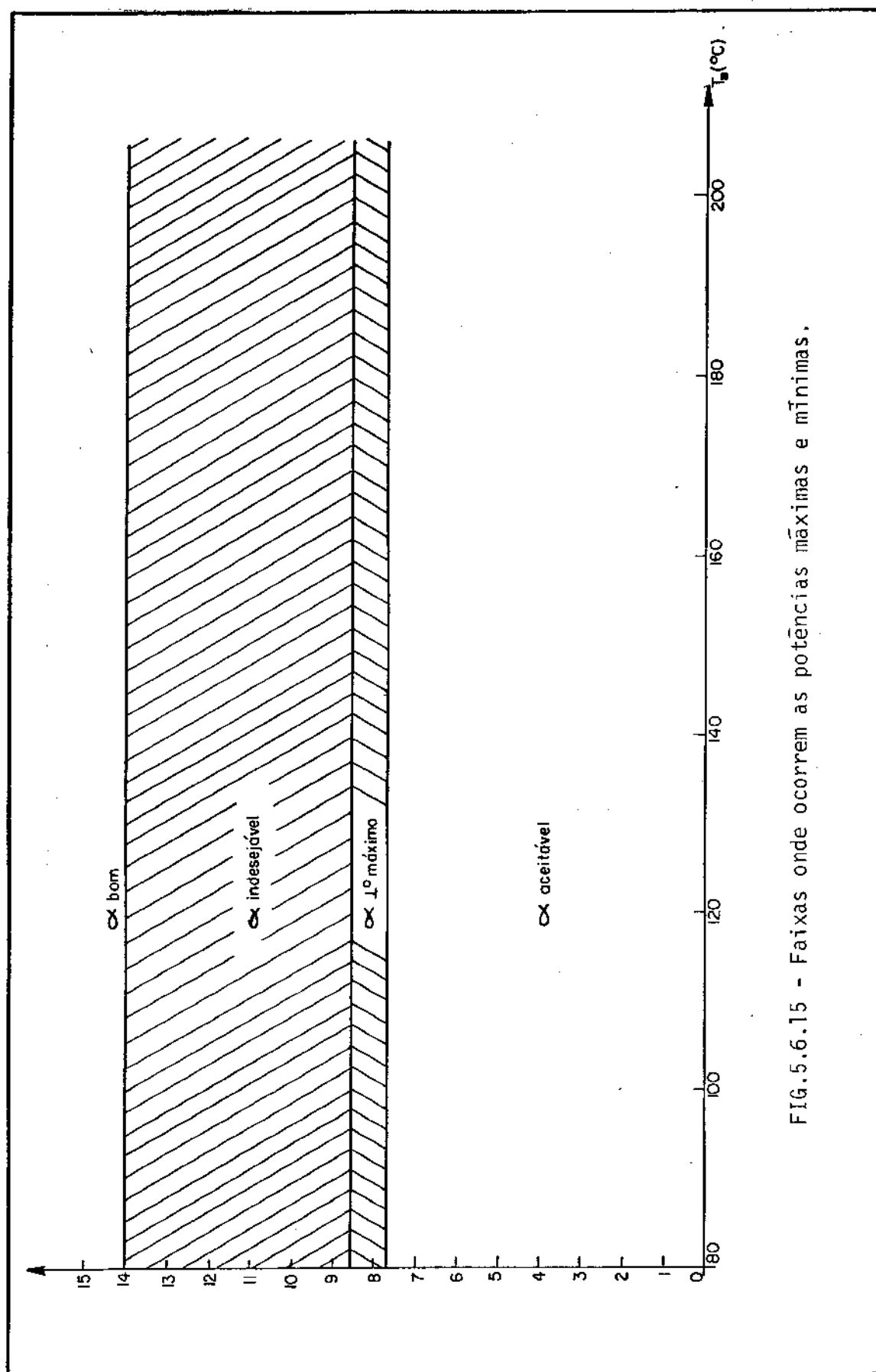


FIG.5.6.15 - Faixas onde ocorrem as potências máximas e mínimas.

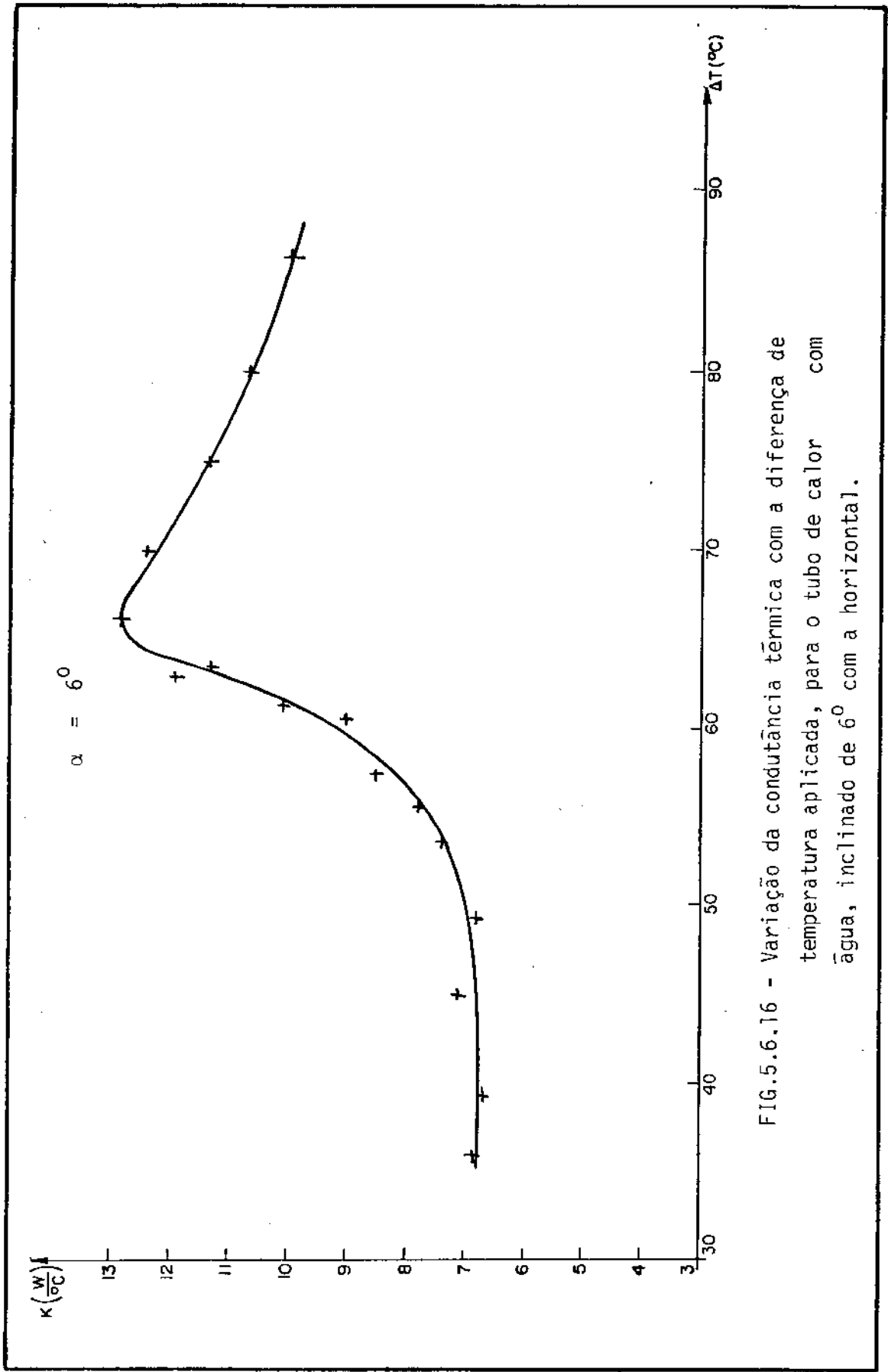
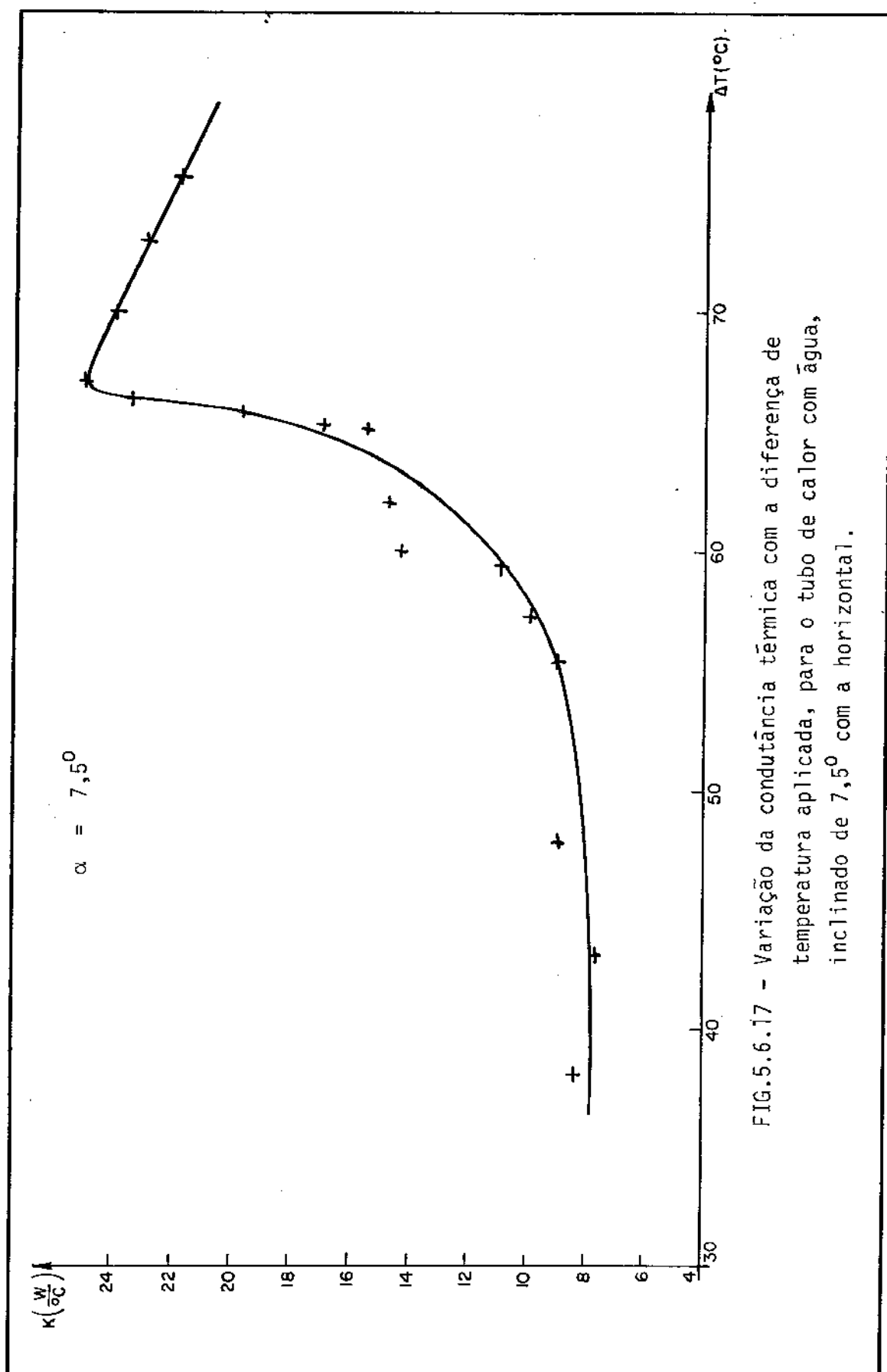


FIG.5.6.16 - Variação da condutância térmica com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água, inclinado de 6° com a horizontal.



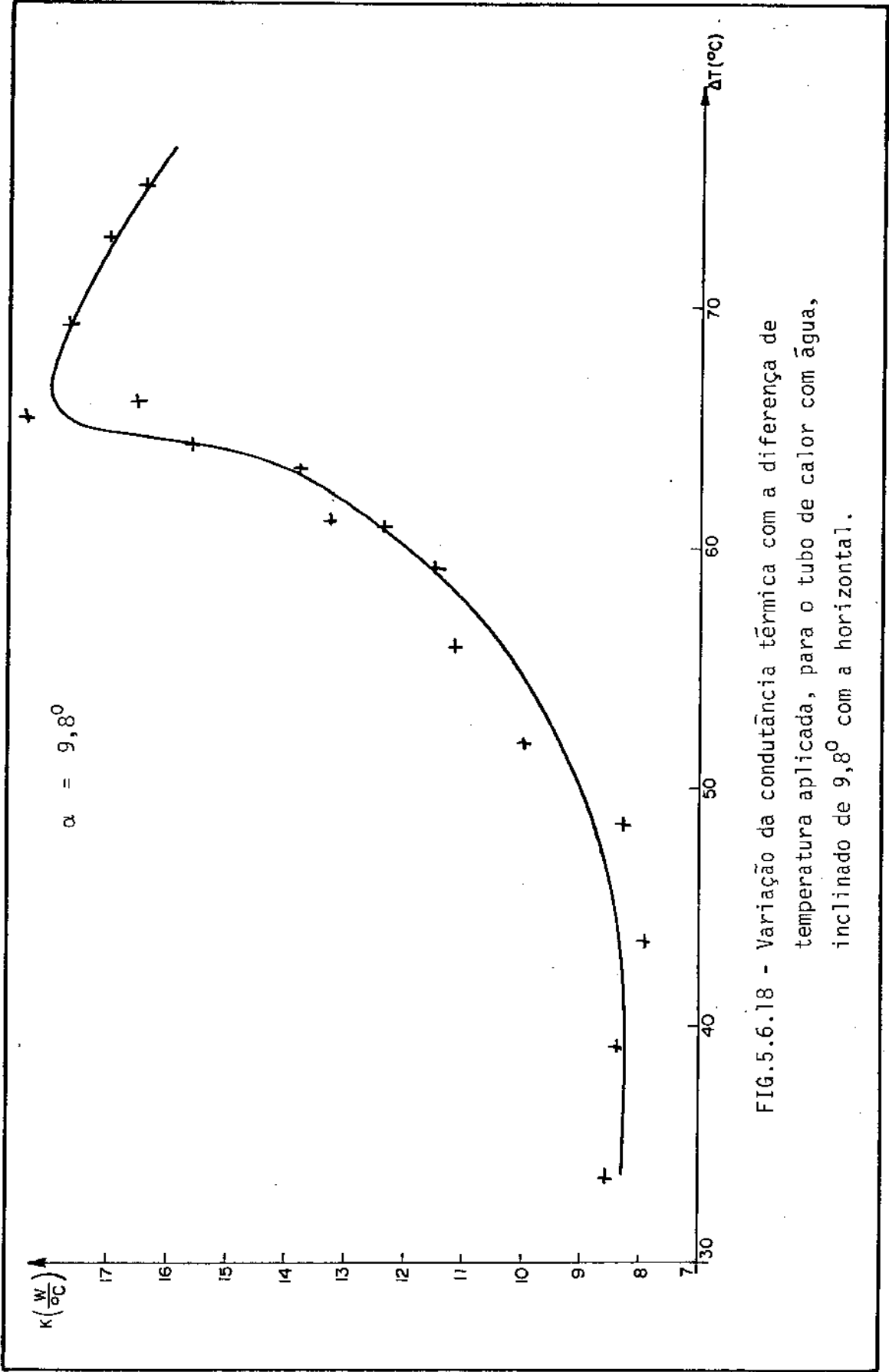
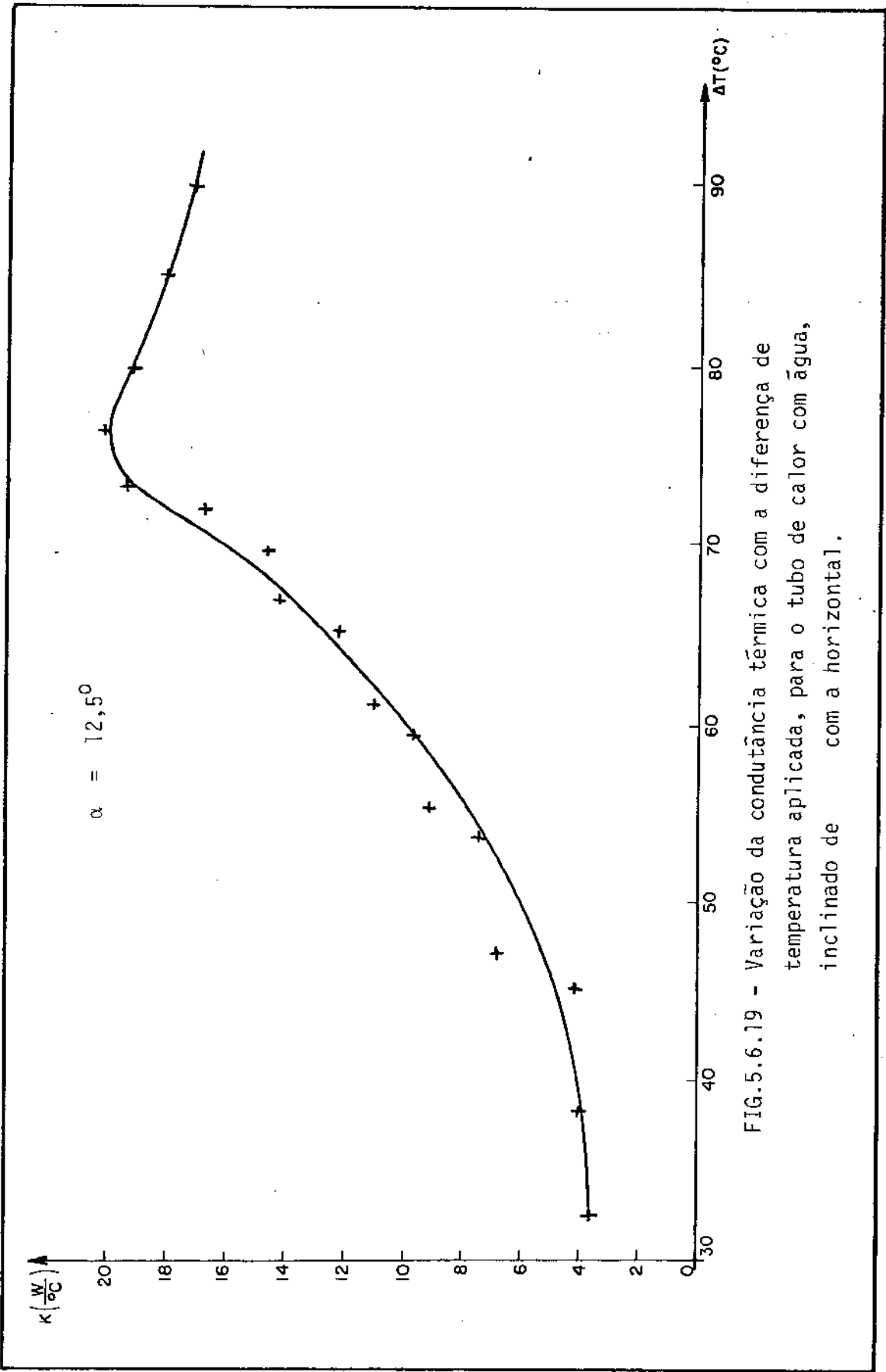


FIG.5.6.18 - Variação da condutância térmica com a diferença de temperatura aplicada, para o tubo de calor com água, inclinado de $9,8^\circ$ com a horizontal.



5.6.2 Comentários e conclusões

Os resultados experimentais obtidos, foram aparentemente surpreendentes, tanto nas potências térmicas transmitidas, quanto nas condutâncias térmicas equivalentes obtidas.

Foi feito inicialmente uma análise de como a potência transferida varia com a diferença de temperatura, para cada inclinação, alguns desses gráficos são mostrados nas figuras 5.6.1 a 5.6.5, pode-se notar, interpretando esses gráficos que as potências térmicas que deveriam ser sempre crescentes com a inclinação não o são. Foi feito então uma análise, a qual é mostrada nos gráficos 5.6.6 a 5.6.9, de como a potência transferida, varia com a inclinação, mantendo-se constante a temperatura da fonte quente (T_B), nota-se então claramente que em determinados ângulos a potência transferida passa por um mínimo.

Mantendo a temperatura da fonte quente constante, mas variando a transferência de energia, variamos a temperatura da parte fria do tubo de calor, portanto uma informação importante é como varia a potência com a inclinação, para uma determinada diferença de temperatura, o que é feito nas figuras 5.6.10 a 5.6.12, em cujos gráficos, podemos observar praticamente os mesmos mínimos.

Para ilustrar o fenômeno de uma maneira bem clara, foi feita a figura 5.6.13 a qual mostra, para

as inclinações 7º e 9,8º, como varia a potência transferida com a temperatura, pode ser notado que, para qualquer temperatura, a potência transferida na inclinação de 7º é maior do que a transferida na inclinação de 9,8º.

Através da análise dos gráficos anteriores, podemos obter a localização dos primeiros máximos, a figura 5.6.14, mostra tal localização em função da temperatura da parte quente do tubo de calor. Deste gráfico é possível obter uma equação aproximada dos primeiros máximos a qual é dada por:

$$\alpha_{\max} = 8,5 - 8,3 \times 10^{-3} [T - 80]$$

onde $[\alpha]$ graus

$[T]$ °C

Devemos notar que existe uma razoável incerteza na determinação dos máximos plotados na figura 5.6.14, e o mais razoável é uma análise por faixas de inclinação, como é feito na figura 5.6.15, na qual distinguimos diversas faixas:

$0^\circ < \alpha < 7,8^\circ$ É uma faixa aceitável de inclinação, na qual quanto maior a

inclinação, maior a potência máxima de transferência.

$7,8^\circ < \alpha < 8,5^\circ$ É uma faixa, na qual, para pequenos ângulos a potência máxima transferida atinge um máximo, é portanto o ângulo ótimo para pequenas inclinações.

$8,5^\circ < \alpha < 14^\circ$ É uma faixa, na qual a potência máxima transmitida é menor do que a transmitida na faixa de α ótimo, embora as inclinações sejam maiores, deve portanto ser evitada.

$14^\circ < \alpha < 15^\circ$ É uma faixa de potências máximas transmitida crescentes e poderá ser utilizada se o projeto do sistema permitir, pois conseguiremos potências máximas transferidas maiores do que os casos anteriores.

Utilizando o modelo de perda de carga descrito no capítulo III, computamos os valores teóricos da potência máxima transmitida, os quais são comparados com os respectivos valores experimentais na tabela 5.6.1.

TABELA 5.6.1

Comparação entre as potências máximas teóricas e experimentais transferidas

Inclinação graus	$\dot{Q}_{\max}^{\text{teórico}}$ (W)	$\dot{Q}_{\max}^{\text{Experim.}}$ (W)	Desvio Per- centual
0	330	326 ± 20	-
6	872	885 ± 20	-
7,5	1030	1670 ± 20	38%
9,8	1239	1167 ± 20	6,0%
12,5	1466	1545 ± 20	5,7%
15,1	1705	1953 ± 20	13,0%

Podemos notar pela tabela acima que em quase todos os valores, há uma boa concordância teórica - experimental, exceto para as inclinações em torno de 7,5 graus, paralelamente os gráficos anteriores também caracterizam que todas as curvas atingem um máximo não previsto teoricamente no entorno de 8 graus.

Uma análise aprofundada exigiria uma vari

idade de experiências muito mais ampla do que a que foi realizada, o que não é nosso objetivo.

Nós concluímos, que as experiências demonstram uma variação acentuada da resistência térmica no ângulo $\alpha_{\max}$, a qual pode estar ocorrendo devido a uma variação da espessura do filme de fluido de trabalho agregado, a estrutura porosa, que numa inclinação específica, pode estar criando condições especiais de transmissão de calor através da película, provocando uma complexa variação da resistência térmica, inclusive podendo ocorrer uma taxa de troca de calor variável ao longo do evaporador. Tal resistência térmica dependeria fortemente da película e portanto da inclinação.

Quanto as condutâncias térmicas obtidas, as quais deveriam a princípio serem constantes tanto com a inclinação, quanto com a temperatura, não o são, e apresentam as variações mostradas nas figuras 5.6.16 a 5.6.19. Podemos observar que no caso da inclinação de $12,5^\circ$, a condutância térmica atinge uma variação de $4\text{W}/^\circ\text{C}$ a $20\text{W}/^\circ\text{C}$ isto é, uma relação de 1 para 5, significando um aumento de 400%. O motivo para esta ocorrência está na variação da resistência térmica da estrutura porosa embebida no fluido de trabalho, tal resistência, como vimos no item 5.5, é calculada nos projetos como uma composição simples dos dois materiais, mas na realidade o que ocorre é um fenômeno análogo ao descrito em 5.5.

Analisando os resultados obtidos em 5.5 e

5.6 podemos concluir que:

- A condutividade térmica depende fortemente da temperatura, podendo ter regimes radicalmente diferentes a cada temperatura.

- A condutividade térmica depende fortemente da inclinação, a qual influi no perfil da película, influenciando no regime de troca de calor.

- A taxa máxima de calor trocado depende da temperatura, pois as grandezas físicas envolvidas em seu cálculo variam com a temperatura.

- A taxa máxima de calor trocado depende da inclinação devido a componente gravitacional da pressão e devido a variação da condutividade térmica, a qual pode influir na taxa de injeção.

Concluindo, podemos afirmar que é bastante vantajoso trabalhar com o tubo de calor inclinado, pois permite uma maior capacidade máxima de troca de calor e uma maior condutância térmica equivalente, de nossa experiência sugerimos:

- O tubo de calor deve trabalhar com a maior inclinação possível, e se ele for trabalhar com pequenas inclinações, o aparecimento de um α máximo deve ser considerado.

- O tubo de calor deve funcionar o mais próximo possível de seu esgotamento, pois isto poderá permitir uma condutância térmica acentuadamente maior.

5.7 VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DO FLUÍDO DE TRABALHO NA PERFORMANCE DO TUBO DE CALOR.

5.7.1 Experiência

Uma consideração importante para o funcionamento do tubo de calor é a quantidade do fluido de trabalho selado em seu interior. A bibliografia recomenda que coloquemos uma quantidade de fluido de trabalho que seja suficiente para preencher o espaço vazio dentro do material poroso com líquido, e o espaço interior do tubo com vapor

$$m = \rho_v V_t + \rho_L \varepsilon V_e$$

Porém diversas indagações podem ser feitas:

- Esta quantidade de fluido de trabalho é realmente ótima?
- Qual a influência de um pequeno excesso de fluido de trabalho?
- Qual a influência de um pequeno decréscimo do fluido de trabalho?
- Seria esta quantidade independente da temperatura?

Com o objetivo de verificarmos a influência da quantidade do fluido de trabalho na performance do tubo de calor, foi feita uma experiência, bastante trabalhosa, pois envolve sucessivas montagens e desmontagens' do sistema. Nesta experiência, enchíamos o tubo de calor, com determinada quantidade do fluido de trabalho, e o operávamos em diversos níveis de temperatura, a seguir, reabríamos, evacuávamos e reenchíamos o tubo de calor com nova quantidade de fluido de trabalho e continuávamos a operação.

Os resultados obtidos podem ser sintetizados nas figuras 5.7.1 e 5.7.2.

5.7.2 Conclusões

A quantidade de fluido de trabalho, prevista pela bibliografia é de 42,9 ml, dos resultados obtidos podemos observar:

- Dentro dos desvios experimentais, realmente a quantidade ótima de fluido de trabalho é a prevista teoricamente.

- A quantidade ótima de fluido de trabalho praticamente não depende da temperatura.

- Pequenas variações na quantidade de fluido de trabalho podem acarretar grandes mudanças na performance do tubo de calor.

- Para um desvio em torno de 10% da quantidade ótima, podemos notar, que o aumento do líquido, o qual provoca um excedente de vapor funcionando como um gás não condensável, produz um decréscimo de até 55% na taxa de troca de calor, enquanto que a insuficiência do líquido, a qual provoca o esgotamento da estrutura porosa, produz um decréscimo de até 25%. Torna-se evidente portanto que, neste caso, é preferível errar por insuficiência, do que por excesso de fluído de trabalho.

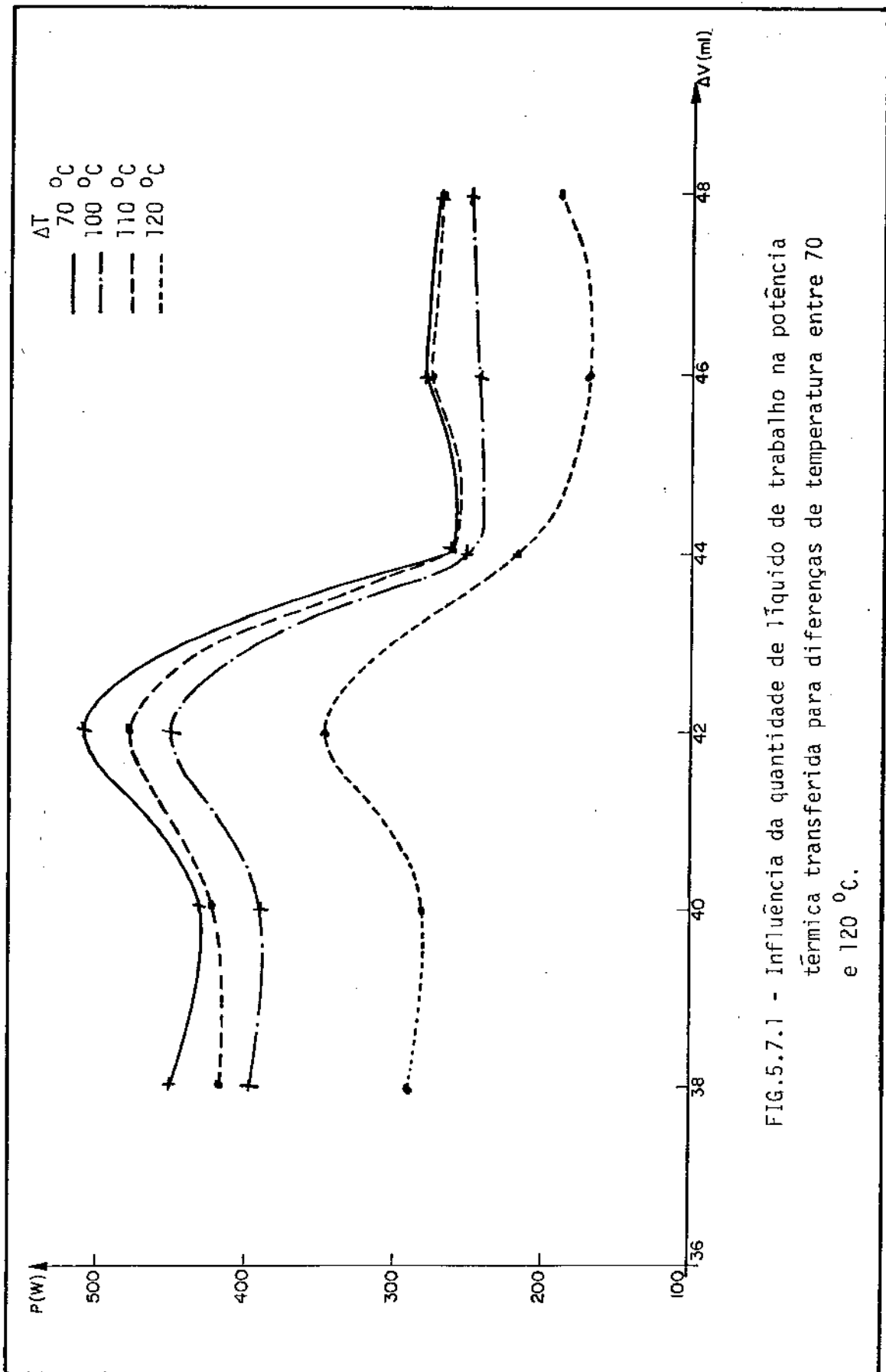


FIG.5.7.1 - Influência da quantidade de líquido de trabalho na potência térmica transferida para diferenças de temperatura entre 70 e 120 $^{\circ}\text{C}$.

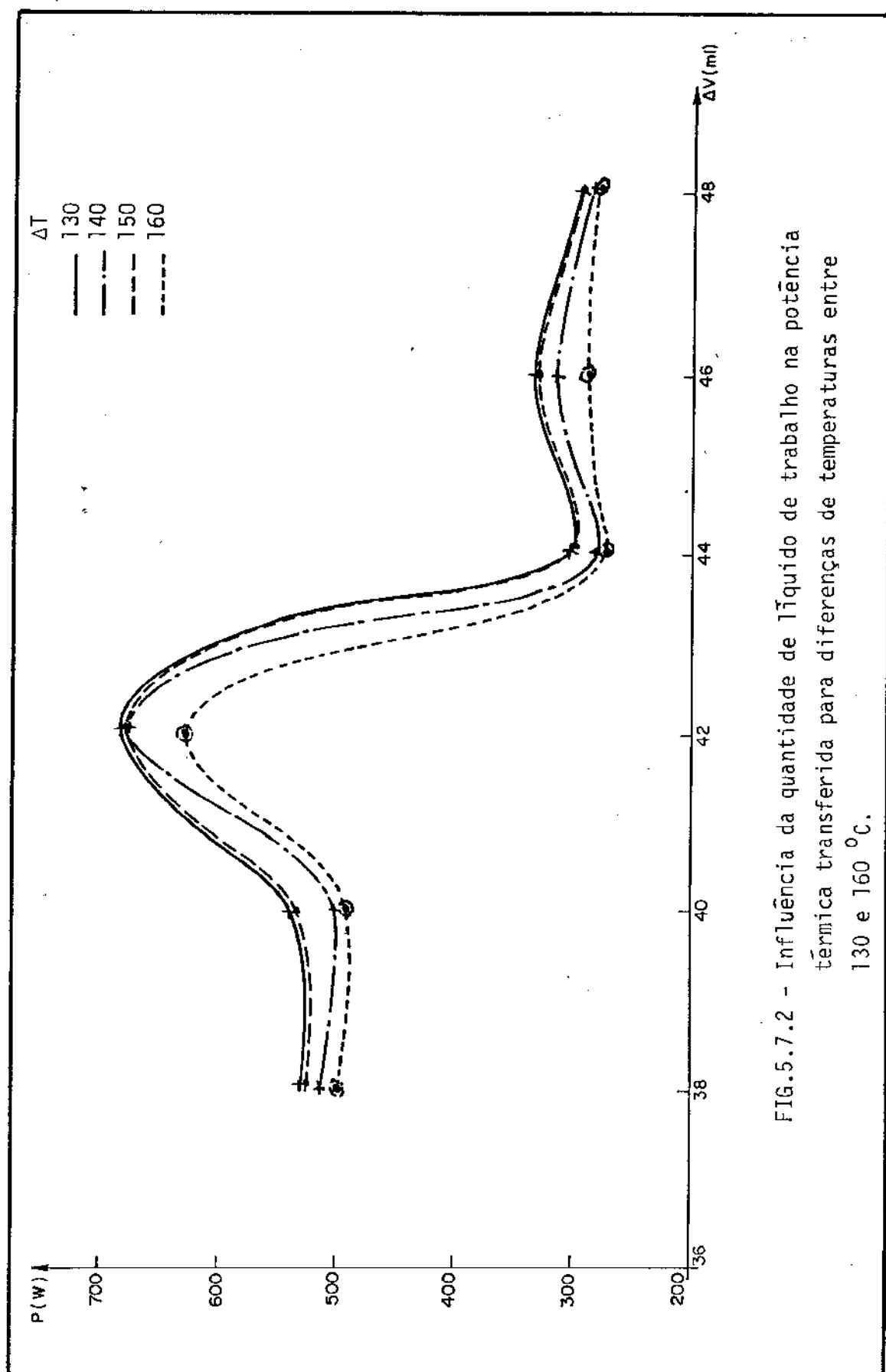


FIG.5.7.2 - Influência da quantidade de líquido de trabalho na potência térmica transferida para diferenças de temperaturas entre 130 e 160 °C.

APENDICE A

PROGRAMAS DE COMPUTAÇÃO

A.1 Programa FLOW.1

```

DIMENSION J(40,11),P(40),A1(40,11),A1(40,11),C1(40,11)
DIMENSION R(11),L(40,11),A(11,11),T(11)
DIMENSION C(11),V(40,11),UR(11),UR(40,11),AU(11)
DIMENSION A2(11),L3(11),B(11),US(40),UMA(40)
DIMENSION VP(10)
NUS=15
DO 7 I=1,NUS
  VP(I)=-1.
2  VP(1+I*UP)=1.0
C  HALF(25,3)
3  FORMAT(6X,'REL',13X,'RE',9X,'JC',6X,'VPC',13X,'P',13X,'PT')
  VPC=0.016/2.30
C  DO 124 IP=1,100
C  XI=0.0004/2.30
  VPC=VPC+XI
  DZ=1.0/29.0
C  XM E A RELACAO R/Z
  XM=1.0/19.0
C  XM=0.05
  UP=(1./(2.*XM))*VPC
  DR=0.1
  RL=1100.0*UP
C  Q E A RELACAO ENTRE AS VELOCIDADES
  Q=VPC/UP
  TOL=0.001
  DR2=0.05*DR
C  CALCULO DOS ELEMENTOS QUE COMPONEM OS ELEMENTOS MATRICIAIS
DO 5 I=1,10
5  V(1,I)=0.0
  P(1)=0.0
  JC=0
10  JC=JC+1
DO 11 I=1,10
  U(1,I)=VPC/UP
11  UR(1,I)=1.0
  US(1)=VPC/UP
  QUR2=0.0002
DO 400 J=1,NUS2
  U(J,11)=0.

```

```

D=X4/DZ
R(1)=0.0
R(11)=1.0
DO 13 K=2,10
R(K)=(K-1)*DR
E(J,K)=(U(J,K)*U(J,K)+F(J))*X4/DZ
A1(J,K)=1./(PE*R(K)*DR)-(V(J,K)*J/(2.*DR))-2./(DR2*RE)
B1(J,K)=4./(DR2*RE)+U(J,K)*X4/DZ
13 C1(J,K)=4*V(J,K)/(2.*DR)-2./(DR2*RE)-1./(RE*R(K)*DR)
C CALCULO DOS A(I,J)
A(1,1)=X4*U(J,1)/JZ+8./(DR2*RE)
A(1,2)=-3./(DR2*RE)
DO 15 I=1,9
A(I+1,1)=A1(J,I+1)
15 A(I+1,I+1)=B1(J,I+1)
DO 18 I=1,8
18 A(I+1,I+2)=C1(J,I+1)
DO 20 I=1,7
DO 20 L=I+3,10
20 A(I+1,L)=0.0
DO 40 I=1,8
DO 40 L=1,I
40 A(I+2,L)=0.0
A(11,1)=R(2)*1./4.
A(11,2)=3.*R(2)/4.
DO 50 I=3,10
50 A(11,I)=R(I)
A(1,11)=0
DO 70 I=2,10
70 A(I,11)=0
A(11,11)=0.0
C CALCULO DOS C(I)
C(1)=(U(J,1)*U(J,1)+F(J))*X4/DZ
DO 80 I=2,10
80 C(I)=L(J,I)
C CALCULO DE C(11)
TF=0.0
DO 90 I=3,10
90 T(I)=R(I)*U(J,I)
TF=TF+T(I)
100 C(11)=TF+3.*R(2)*U(J,2)/4.+U(J,1)*R(2)/4.-(DZ/DR)*VP(J+1)*Q/X4
C FINAL DO CALCULO DA MATRIZ
CALL CBA(A,C,B)
P(J+1)=R(11)
P(J+1)=P(J+1)*((DR**2)*((2*X4)**2)/VFC**2)
DO 106 L=1,10
106 U(J+1,L)=B(L)
U(J+1,11)=0.0
DO 190 I=1,11
190 AU(I)=U(J+1,I)*R(I)
CALL USF(DR,AU,UA,11)
UA(11)=2*UA(11)
C UA(1) E O VALOR MEDIO DE U NA SECCAO I

```

```

      US(J+1)=UM(11)
      DO 210 I=1,11
C      UM(J+1,I) E U O NORMALIZADO NO PONTO J+1,I
210      UM(J+1,I)=U(J+1,I)/UM(11)
C      CALCULO DO V(J+1,I)
      V(J+1,1)=0.0
      V(J+1,2)=(U(J,2)+U(J,1)-U(J+1,2)-U(J+1,1))*DR*X4/(4.*Q*DZ)
      DO 250 I=2,9
      A11=DR*X4/(2.*Q2*Q)
      A2(I)=-A11*R(I)*(U(J+1,I)-U(J,I))
      A3(I)=-A11*R(I+1)*(U(J+1,I+1)-U(J,I+1))
250      V(J+1,I+1)=(A2(I)+A3(I)+R(I)*V(J+1,I))/R(I+1)
      V(J+1,11)=VP(J+1)
      J1=J+1
400      CONTINUE
      CALL USF(DZ,US,P,Q,NUM2)
C      USF E U O MEDIO DE TODA O TUBO
      USF=USF*(NUM2)
      UPF=USF*UP
      DAUX=ABS(UPF-UP)
      IF((DAUX).LE.(TOL))GO TO 421
      RE=RE*UPF/UP
      Q=Q*UP/UPF
      UP=UPF
      GO TO 10
421      CONTINUE
      RER=(RE/2)*VPC/UP
      PT=16.0/REX
      P(NUM2)=-P(NUM2)
      TYPE 423,RE,RE,UC,VPC,P(NUM2),PT
C      WRITE(26,423)RE,RE,UC,VPC,P(NUM2),PT
423      FORMAT(1X,E14.7,2X,E14.7,13,2X,E14.7,2X,E14.7,1X,E14.7)
424      CONTINUE
      WRITE(24,425)VPC,USF
425      FORMAT(3X,3X,'VPC=',E14.7,3X,'USF=',E14.7)
      WRITE(24,430)RE,RE,UC,X,Q,UP
430      FORMAT(3X,'RE=',E14.7,3X,'RE=',E14.7,3X,'X=',E14.7,3X,
1. 'Q=',E14.7,3X,'UP=',E14.7//)
      WRITE(24,435)((J,I,UM(J,I),J,I,V(J,I),I=1,11),J=1,NUM2)
435      FORMAT(3X,'UM(',I2,',',I2,')=',E14.7,3X,'V(',I2,',',I2,')=',E14.7)
      WRITE(24,450)
450      FORMAT(//3X,'VALORES DAS PRESSOES')
      WRITE(24,500)(I,P(I),I=1,NUM2)
500      FORMAT(3X,'P(',I2,')=',E14.7)
      WRITE(24,510)
510      FORMAT(//3X,'VALORES DE U MEDIO')
      WRITE(24,520)(I,US(I),I=1,NUM2)
520      FORMAT(3X,'US(',I2,')=',E14.7)
      STOP
      END

```

A.2 Programa REB

```

DIMENSION R(30),A(30),C1(30),C2(30),C3(30),C4(30)
DIMENSION C5(30),A4(30),A3(30),A2(30),A1(30),D(30,30)
DIMENSION A1(30),A2(30),B(30)
DIMENSION OA(20,20),TA(20),E(20)
DIMENSION U(30,30),V(30,30),X(30),DL(30),DELT(3)
DIMENSION F(30,3),T(30,3)
DIMENSION D1UX(30,30),D2UX(30,30),D1UR(30,30),D2UR(30,30)
DIMENSION F1(30,30),FFI(30),P(30)
L=30
JC=1
X4=20.0
DELT(1)=-1.0
DELT(2)=1.0
DR=1.0/(L-2)
DO 130 I=1,1
AE=0.01*IR
TOL=0.01
DO 102 K=1,2
T(1,K)=0.0
T(2,K)=0.0
I(K,L)=1.0
T(K-1,K)=1.0
A(I)=0.0
A(L-1)=0.0
A(L)=0.0
B(1)=0.0
B(2)=0.0
B(3)=0.0
B(L)=1.0
B(L-1)=1.0
DO 10 I=2,L-2
10  A(I)=0.0
DO 20 I=4,L-2
20  B(I)=1.0
DO 30 I=1,L
30  X(I)=(I-1)*DR
CONTINUE
XC1=0.0
XC2=0.0
C
CALCULO DOS PARAMETROS UTILIZADOS
DO 40 I=2,K-2
A4(I)=R(I)/(R2*(DR**4))
A3(I)=-(2/RE+B(I)*DELT(K))/(DR**3)
A2(I)=(A(1)*DELT(K)+3*B(I)*DELT(K)/R(I)+3/(R(I)*RE))/(DR**2)
B2=R(I)**2
A1(I)=-(A(I)*DELT(K)/R(I)+3*B(I)*DELT(K)/R2+3/(R2*RE))/DR
C1(I)=A4(I)
C2(I)=A3(I)-4*A4(I)
C3(I)=6*A4(I)-3*A3(I)+A2(I)
C4(I)=-4*A4(I)+3*A3(I)-2*A2(I)+A1(I)
40  C5(I)=A4(I)-A3(I)+A2(I)-A1(I)
C
CALCULO DOS ELEMENTOS MATRICIAIS

```

```

      DO 50 I=4, N-2
50    D(I,1)=C3(I-2)
      DO 55 I=4, N-3
      D(I,I+1)=C2(I-2)
55    D(I+1,1)=C4(I-1)
      DO 60 I=4, N-4
      D(I,1+2)=C1(I-2)
60    D(I+2,1)=C5(I)
      E(N-4)=-C1(N-4)+C2(N-4))
      E(N-5)=-C1(N-5)
      DO 62 I=1, N-5
      DO 62 J=1, N-5
62    DA(I+1,J+1)=D(I+3,J+3)
      DA(1,1)=-3.0
      DA(1,2)=1.0
      DA(2,1)=C4(2)
      DA(3,1)=C5(3)
      CALL CDA(DA,N,TX)
      DO 65 I=1, N-4
65    T(I+2,K)=TX(I)
      DO 70 I=2, N-1
      F(I,K)=0.0
      F(N-1,K)=0.0
      F(N,K)=0.0
70    F(I,K)=(F(I+1,K)-T(I,K))/DR
      DO 80 I=1, N
      M1(I)=T(I,K)-B(I)
      M2(I)=F(I,K)-G(I)
      XC1=XC1+M1(I)
80    XC2=XC2+M2(I)

      XC1=ABS(XC1)
      XC2=ABS(XC2)
      IF((XC1.LT.TOL).AND.(XC2.LT.TOL)) GO TO 100
85    CONTINUE
      DO 90 I=1, N
      A(I)=F(I,K)
90    B(I)=T(I,K)
      JC=JC+1
      GO TO 35
100   CONTINUE
102   CONTINUE
      DO 105 I=1, 30
105    X(I)=((I-1)/29.0)*XN
      DXF=A(2)-X(1)
      DO 107 I=1, 15
      DX(I)=1.0
107    DX(I+15)=-1.0
      DO 110 I=1, 15
      K=1
      DO 110 J=2, I-1
      U(I,J)=A(I)*F(J,K)/R(J)
110    V(I,J)=-T(I,K)*A(I)/R(J)
      DO 112 I=10, 30

```

```

      K=2
      DO 112 J=2,N-1
      U(I,J)=(X(15)-X(I-15))*F(J,K)/R(J)
112  V(I,J)=-(T(J,K)*DX(I))/R(J)
      DO 113 I=1,N
      U(1,I)=U(1,2)
113  V(1,I)=0.0
      DO 115 I=1,28
      DO 115 J=1,N-3
      D2UX(I,J)=(U(I+2,J)-2*U(I+1,J)+U(I,J))/(DXF**2)
      D1UX(I,J)=(U(I+1,J)-U(I,J))/DXF
      D1UR(I,J)=(U(I,J+1)-U(I,J))/DF
115  D2UR(I,J)=(U(I,J+2)-2*U(I,J+1)+U(I,J))/(DF**2)
      DO 116 I=1,28
      DO 116 J=2,N-3
116  FI(I,J)=(D2UX(I,J)+D2UF(I,J)+D1UR(I,J)/P(J))/RE
      * -U(I,J)*D1UX(I,J)-V(I,J)*D1UR(I,J)
      DO 121 J=2,N-3
      DO 117 I=1,28
117  FFI(I)=FI(I,J)
      CALL GSF(DXF,FFI,P,28)
      DO 120 I=1,28
120  P(I)=1*P(I)/(X**2)
      WRITE(23,119)P,P(28)
119  FORMAT(3X,'P(',13,')=',E14.7)
121  CONTINUE
      WRITE(23,118)JC,XC1,XC2
118  FORMAT(5X,'JC=',13,4X,'XC1=',E14.7,4X,'XC2=',E14.7//)
      WRITE(23,125)RE
125  FORMAT(/3X,'RE=',E14.7/)
      WRITE(23,128)((I,J,U(I,J),I,J,V(I,J),I=1,30,3),I=1,30,3)
128  FORMAT(3X,'U(',13,13,')=',E14.7,3X,'V(',13,13,')=',E14.7)
130  CONTINUE
      END

```

A.3 Subrotina QSF

SUBROUTINE QSF

PURPOSE

TO COMPUTE THE VECTOR OF INTEGRAL VALUES FOR A GIVEN
EQLIDISTANT TABLE OF FUNCTION VALUES.

USAGE

CALL QSF (H,Y,Z,NDIM)

DESCRIPTION OF PARAMETERS

H - THE INCREMENT OF ARGUMENT VALUES.

Y - THE INPUT VECTOR OF FUNCTION VALUES.

Z - THE RESULTING VECTOR OF INTEGRAL VALUES. Z MAY BE
IDENTICAL WITH Y.

NDIM - THE DIMENSION OF VECTORS Y AND Z.

REMARKS

NO ACTION IN CASE NDIM LESS THAN 3.

SUBROUTINES AND FUNCTION SUBPROGRAMS REQUIRED

NONE

METHOD

BEGINNING WITH $Z(1)=0$, EVALUATION OF VECTOR Z IS DONE BY
MEANS OF SIMPSONS RULE TOGETHER WITH NEWTONS 3/8 RULE OR A
COMBINATION OF THESE TWO RULES. TRUNCATION ERROR IS OF
ORDER H^5 (I.E. FOURTH ORDER METHOD). ONLY IN CASE $NDIM=3$
TRUNCATION ERROR OF $Z(2)$ IS OF ORDER H^4 .

FOR REFERENCE, SEE

(1) F.B.HILDEBRAND, INTRODUCTION TO NUMERICAL ANALYSIS,
MCGRAW-HILL, NEW YORK/TORONTO/LONDON, 1956, PP.71-76.

(2) R.ZURMUEHL, PRAKTISCHE MATHEMATIK FÜR INGENIEURE UND
PHYSIKER, SPRINGER, BERLIN/GOETTINGEN/HEIDELBERG, 1963,
PP.214-221.

SUBROUTINE QSF(H,Y,Z,NDIM)

DIMENSION Y(1),Z(1)

HT=.3333333*H

IF(NDIM-5)7,8,1

NDIM IS GREATER THAN 5. PREPARATIONS OF INTEGRATION LOOP

1 SUM1=Y(2)+Y(2)

SUM1=SUM1+SUM1

SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))

AUX1=Y(4)+Y(4)

AUX1=AUX1+AUX1

AUX1=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))

AUX2=HT*(Y(1)+3.875*(Y(2)+Y(5))+2.625*(Y(3)+Y(4))+Y(6))

SUM2=Y(5)+Y(5)

SUM2=SUM2+SUM2

SUM2=AUX2-HT*(Y(4)+SUM2+Y(6))

```

Z(1)=0.
AUX=Y(3)+Y(3)
AUX=AUX+AUX
Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX+Y(4))
Z(3)=SUM1
Z(4)=SUM2
IF(NDIM-6)5,5,2
C
C   INTEGRATION LOP
2 DO 4 I=7,NDIM,2
  SUM1=AUX1
  SUM2=AUX2
  AUX1=Y(I-1)+Y(I-1)
  AUX1=AUX1+AUX1
  AUX1=SUM1+HT*(Y(I-2)+AUX1+Y(I))
  Z(I-2)=SUM1
  IF(I-NDIM)3,6,6
3  AUX2=Y(I)+Y(I)
  AUX2=AUX2+AUX2
  AUX2=SUM2+HT*(Y(I-1)+AUX2+Y(I+1))
4  Z(I-1)=SUM2
5  Z(NDIM-1)=AUX1
  Z(NDIM)=AUX2
  RETURN
6  Z(NDIM-1)=SUM2
  Z(NDIM)=AUX1
  RETURN
C   END OF INTEGRATION LOOP
C
7 IF(NDIM-3)12,11,8
C
C   NDIM IS EQUAL TO 4 OR 5
8 SUM2=1.125*HT*(Y(1)+Y(2)+Y(2)+Y(2)+Y(3)+Y(3)+Y(3)+Y(4))
  SUM1=Y(2)+Y(2)
  SUM1=SUM1+SUM1
  SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
  Z(1)=0.
  AUX1=Y(3)+Y(3)
  AUX1=AUX1+AUX1
  Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX1+Y(4))
  IF(NDIM-5)10,9,9
9  AUX1=Y(4)+Y(4)
  AUX1=AUX1+AUX1
  Z(5)=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
10 Z(3)=SUM1
  Z(4)=SUM2
  RETURN
C
C   NDIM IS EQUAL TO 3
11 SUM1=HT*(1.25*Y(1)+Y(2)+Y(2)-.25*Y(3))
  SUM2=Y(2)+Y(2)
  SUM2=SUM2+SUM2
  Z(3)=HT*(Y(1)+SUM2+Y(3))
  Z(1)=0.
  Z(2)=SUM1
12 RETURN
END

```

A.4 Subrotina CBA

```

      SUBROUTINE CBA(AA,C,B)
C*****
C
C      RESOLUCAO DE SISTEMAS LINEARES PELO METODO DE
C      BANACHIEWICZ - CROUT
C
C*****
      DIMENSION AAM(12,12),GM(12,12),CM(12)
      DIMENSION C(12),AA(12,12),G(12,12),H(12,12),CC(12),B(12)
      NP=12
C*****
C      MODIFICACAO NECESSARIA SE A(1,1) FOR 0
C
C*****
      IF(AA(1,1))410,400,410
400    I=1
401    I=I+1
      IF(AA(I,I))403,402,403
402    GO TO 401
403    DO 405 J=1,NP
      AAM(I,J)=AA(I,J)
      AA(I,J)=AA(1,J)
405    AA(1,J)=AAM(I,J)
410    CONTINUE
C*****
C
C      FIM DA 1 MODIFICACAO
C
C*****
      NM=NP-1
      IF(NP-2)550,505,505
505    DO 510 I=1,NP
510    G(I,1)=AA(I,1)
      H(1,2)=AA(1,2)/C(1,1)
      IF(NP-2)550,530,515
515    DO 520 M=2,NM
      DO 525 I=M,NP
      G(I,M)=AA(I,M)
      MM=M-1
      DO 525 J=1,MM
525    G(I,M)=G(I,M)-G(I,J)*H(J,M)
C*****
C
C      MODIFICACAO PARA EVITAR DIVISAO POR ZERO
C
C*****
      IF(G(M,M))110,100,110
90    IF(K-NP)100,201,201
100    K=M+1
      IF(G(K,M))105,90,105
105    DO 140 I=1,M
      GM(M,I)=G(M,I)
      G(M,I)=G(K,I)

```

```

140   G(K,I)=GM(M,I)
      DO 150 L=1,NP
        AAM(M,L)=AA(M,L)
        AA(M,L)=AA(K,L)
150   AA(K,L)=AAM(M,L)
      CM(M)=C(M)
      C(M)=C(K)
      C(K)=CM(M)
      GO TO 110
201   WRITE(6,203)
203   FORMAT(' SISTEMA INDETERMINADO')
110   CONTINUE
C*****
C
C                                     FIM DA MODIFICACAO
C
C*****
      H(1,M+1)=AA(1,M+1)/G(1,1)
      DO 520 I=2,M
        H(I,M+1)=AA(I,M+1)/G(I,I)
        II=I-1
      DO 520 J=1,II
520   H(I,M+1)=H(I,M+1)-G(I,J)*H(J,M+1)/G(I,I)
530   G(NP,NP)=AA(NP,NP)
      DO 535 J=1,NM
535   G(NP,NP)=G(NP,NP)-G(NP,J)*H(J,NP)
C*****
C
C   CALCULO DAS INCOGNITAS
C
C*****
      CC(1)=C(1)/G(1,1)
      DO 540 I=2,NP
        CC(I)=C(I)/G(I,I)
        II=I-1
      DO 540 J=1,II
540   CC(I)=CC(I)-G(I,J)*CC(J)/G(I,I)
      B(NP)=CC(NP)
      DO 545 I=1,NM
        L=NP-I
        M=NP-I+1
        B(L)=CC(L)
      DO 545 J=M,NP
545   B(L)=B(L)-H(L,J)*B(J)
      GO TO 555
550   B(1)=C(1)/AA(1,1)
555   CONTINUE
      RETURN
      END

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. Dunn, P.D., Reay, D.A., Heat Pipes
Pergamon Press, 2a. Ed. 1978
02. Chi, S.W., Heat pipe theory and practice
A Sourcebook - Mac Graw-Hill. 1976
03. Tien, C.L., Sun, K.H., Minimum meniscus radius of heat
pipe wicking materials. Int. J.
Heat Mass transfer, vol. 14, pp 1853-1855, 1971
04. Levitan, M.M., PEREL'MAN, T.L., On the theory of heat
pipes, Heat transfer - Soviet Research, vol 5, nº 4
July - August 1973
05. Bankston, C.A., Smith, H.J., Vapor flow in cylindrical
heat pipes, Journal of heat transfer, pp 371-375,
Aug 1973
06. Busse, C.A., Pressure drop in the vapor phase of long
heat pipes, presented at thermionic conversion
Specialists conference, Palo Alto, Calif. 1968
07. Levy, E.K., Chou, S.F., The Sonic limit in sodium
heat pipes, Journal of heat transfer pp 218-223
may 1973.
08. Gradshteyn, I.S., RYZHIK, I.M. Table of Integral ,
Series, and Products. Academic Press New York and
London, 1965. pg 317
09. Abramowitz, M. Stegun, I.A., Handbook of Mathematical
functions. New York, Dover 1965

10. Yuan, S.W., Finkelstein, A.B., Laminar flow with injection and suction through a porous wall, proceedings of the heat transfer and fluid mechanics Institute, Los Angeles, Calif. 1955.
11. Weissberg, H.L., Laminar Flow in the Entrance Region of a Porous Pipe, Physics of Fluids, vol. 2, n° 5, Sept. 1959
12. Bundy, R.D. and Weissberg, H.L., Experimental Study of Fully Developed Laminar Flow in a Porous Pipe With Wall Injection, Physics of Fluids, vol. 13, n° 10, Oct. 1970.
13. Dev. Sarma, B.K., Flow in a Horizontal Circular Cylinder Bounded by a Porous Medium.
14. Scheidegger, A.E., The Physics of flow through porous media. Thir Edition, university of Toronto press pg 73.
15. Hildebrand, F.B., Introduction to Numerical Analysis. Mac Graw-Hill Book Company, Inc. 1956 pg 258.
16. Berman, A.S. Laminar Flow in channels with Porous Walls, Journal of Applied Physics, vol. 24 n° 9, sept. 1953.
17. Lee, Y., Bedrossian, A., The Characteristics of Heat Exchangers Using Heat Pipes or Thermosyphons, Int. J. Heat Mass Transfer. vol 21 pp 221-229.
18. Terrill, R.M., Shrestha, G.M., Laminar Flow Through a Channel with Uniformly Porous Walls of Different

- Permeability. Appl. Sci Res. Section A. vol 15, 1966
19. Bejan, A., Tien, C.L., Natural Convection in a horizontal Porous Medium Subjected to an End to End Temperature Difference., Journal of Heat Transfer vol 100 pp 191 - 198 may 1978.
 20. Chisholm, D., Heat Pipes With Header and Artery Systems, Int. J. Heat Mass Transfer vol 21 pp 1.207 -1.212, 1978.
 21. Wageman, W.E., Guevara, F.A., Fluid Flow through a Porous Channel, The Physics of Fluids, vol 3 nº 6 nov-Dec. 1960
 22. Ismail, K.A.R., Murcia, N., Banwart, A.C.
Otimização e Operação de tubo de calor a temperatura Média, COBEM 79, vol. A, pp 197-206
 23. Ismail, K.A.R., Banwart, A.C., Murcia, N.
Coletor Solar plano de placa porosa, COBEM-79, vol. A, pp 65-75.
 24. Strawbridge, D.R., Hooper, G.T.J., Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations for Axisymmetric Flows. Journal Mechanical Engineering Science vol. 10 nº 5, 1968.
 25. Galowin, L.S., Fletcher, L.S., De Santis, M.J., Investigation of Laminar Flow in a Porous Tube. AIAA 8 th Termophysics conference, Palm Springs, California, July 16-18, 1973, AIAA, paper nº 73.

26. Edwards, D.K., Marcus , B.D., Heat and Mass Transfer in the Vicinity of the Vapor - Gas Front in a Gas-Loaded Heat Pipe. Journal of Heat Transfer pp 155 - 162 May 1972
27. Somogyi D., Yen, H.H. An Approximate Analysis of the Diffusing Flow in a Self-controlled Heat Pipe. Journal of Heat Transfer pp 93-100 Feb 1973
28. Heinrich, J.C., Huyakorn, P.S., Zienkiewicz, O.C., An upwind Finite Element Scheme for two Dimensional Convective Transporte Equation. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering vol 11 pp 131-143, 1977.
29. Holman, J.P. Experimental Methods for Engineer. Mac Graw-Hill Kogakusha, Ltd. pg 196.
30. Schlichting, Hermann, Boundary-layer theory New Iork, Mc Graw-Hill, 1968, pag 78
31. Sun, K.H. Tien, C.L., Thermal Perfomance Characteristics of Heat Pipes, Int. J. Heat Mass Transfer vol. 18 pp. 363-380, 1975.
32. Tien, C.L., Rohani, A.R., Analysis of the effects of vapor pressure drop on Heat pipe Perfomance. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 17 pp 61-67, 1974
33. Chisholm, D. The Heat Pipes, London, Mills & Boon 1971, pag.
34. Filbronz, comunicação privada.
35. Perry, R.H. and Chilton, C.H. - Chemical Engineers Handbook. Fifth Edition; N.Y. Mac Graw-Hill Book Co.

1973, pg.

36. Philips, E.C., Hindermon, J.D. Determination of capillary properties useful in heat pipe design.
A.S.M.E. - A.I.ch.E. Heat Transfer conf. Minneapolis,
Minnesota, August 1967.
37. Hornbeck, R.W., Rouleau, W.T. e Osterle, F. Laminar Entry Problem in Porous tube, The Physics of Fluids, vol. 6, nº 11, Nov. 1963.