

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR LISA BEATRIZ  
BLANCO E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 23/02/99

  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

# **ESTUDO DA ELEVAÇÃO DE ÓLEOS PESADOS ATRAVÉS DE BCP UTILIZANDO-SE O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Autora: **Lisa Beatriz Blanco**  
Orientador: **Paulo Roberto Ribeiro**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

**ESTUDO DA ELEVAÇÃO DE ÓLEOS  
PESADOS ATRAVÉS DE BCP  
UTILIZANDO-SE O MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS**

Autora: **Lisa Beatriz Blanco**

Orientador: **Paulo Roberto Ribeiro**

Curso: Engenharia de Petróleo

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 1999  
S.P. - Brasil



5916467

|          |                                     |
|----------|-------------------------------------|
| UNIDADE  | BC                                  |
| N.º C/DA |                                     |
| V.º      | EL                                  |
| TOM.º    | BC/ 38.631                          |
| PAV.º    | 229/99                              |
| G        | <input type="checkbox"/>            |
| D        | <input checked="" type="checkbox"/> |
| PREÇO    | R\$ 11,00                           |
| DATA     | 01/09/99                            |
| N.º CPU  |                                     |

CM-00125836-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B598e      Blanco, Lisa Beatriz  
Estudo da elevação de óleos pesados através de BCP  
utilizando-se o método de elementos finitos. / Lisa  
Beatriz Blanco.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Paulo Roberto Ribeiro  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Escoamento. 2. Petróleo. 3. Método dos  
elementos finitos. 4. Reologia. 5. Viscosidade. I.  
Ribeiro, Paulo Roberto. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III.  
Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**ESTUDO DA ELEVAÇÃO DE ÓLEOS  
PESADOS ATRAVÉS DE BCP  
UTILIZANDO-SE O MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS**

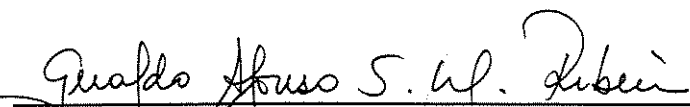
**Autora: Lisa Beatriz Blanco**

**Orientador: Paulo Roberto Ribeiro**

**Banca Examinadora:**



**Prof. Dr. Paulo Roberto Ribeiro**  
**[DEP/FEM/UNICAMP]**



**Dr. Geraldo Afonso Spinelli Martins Ribeiro**  
**[CENPES/PETROBRAS]**



**Prof. Dr. Sérgio Nascimento Bordalo**  
**[DEP/FEM/UNICAMP]**

Campinas, 23 de Fevereiro de 1999

## **Dedicatória:**

Aos meus pais, Hugo e Norma (*in memorium*)

e que atinjam através de mim seus sonhos de estudante

## **Agradecimentos**

Expresso meu sincero agradecimento a diversas pessoas, que graças a sua ajuda foi possível concluir este trabalho:

A meu pai, por acreditar em mi e dar força desde longe

Ao professor Paulo Roberto Ribeiro pela sugestão do tema e por sua constante colaboração e interesse por este trabalho

À Capes pela bolsa de estudos fornecida

À Petrobrás, pelos óleos fornecidos para os testes realizados neste trabalho

Ao Walter, que me acompanhou e ajudou durante o transcurso dos estudos

À Eliana, por viabilizar a oportunidade de vir à UNICAMP

Ao Pompeo, que me auxiliou no laboratório e sempre se interessou por meu trabalho

A toda a gente deste precioso país, graças às quais não senti muita saudade da minha terra.

*“É apenas com o coração que se pode ver direito,  
o essencial é invisível aos olhos.”*

*Antoine de Saint-Exupéry*

## Resumo

BLANCO, Lisa Beatriz, *Estudo da Elevação de Óleos Pesados Através de BCP Utilizando-se o Método de Elementos Finitos*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 175 p. Dissertação (Mestrado)

O trabalho trata da investigação dos diferentes métodos de elevação de óleos pesados, enfatizando-se o sistema de Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP). A caracterização reológica de três óleos ultra-viscosos de campos petrolíferos brasileiros foi realizada, considerando-se o comportamento dinâmico das amostras, bem como o efeito da temperatura nos ensaios. A simulação do escoamento laminar, isotérmico, em regime permanente, do óleo com comportamento não-Newtoniano, através do anular concêntrico formado entre o revestimento de produção e a coluna de hastes de acionamento da bomba, foi realizada através do Método de Elementos Finitos. Foi utilizado um modelo bidimensional para representação do escoamento axi-rotacional, com formulação mista de velocidade-pressão e Método de Newton com um esquema incremental de carregamento. Os resultados mostraram que as perdas de carga no espaço anular são significativas no dimensionamento do sistema BCP, sendo o conhecimento das propriedades reológicas do material de fundamental importância nesse tipo de análise.

### *Palavras-Chave*

Anular, Reologia, Elementos Finitos, Elevação, Óleo Pesado, BCP, Cavidades Progressivas

## **Abstract**

BLANCO, Lisa Beatriz, *Study of Heavy Oil Lifting with PCP Using the Finite Elements Method*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 175 p. Dissertation (M.Sc)

This work is about the investigation of different methods of heavy oil lifting, with emphasis in the Progressive Cavity Pumping system (PCP). The rheological characterization of three ultra-viscous oils of Brazilian's fields was accomplished, considering the dynamic behavior of the samples, as well as the effect of the temperature in the tests. The simulation of the steady, laminar and isothermal flow, of oil with non-Newtonian behavior, through the concentric annulus formed between the production tubing and the rod string which drives the pump, was accomplished by applying the Finite Element Method. A bidimensional model was used for the representation of the axi-rotational flow, with mixed formulation of velocity-pressure and the Newton's Method with an incremental loading scheme. The results showed that the pressure drop in the annular space is significant in the PCP system design, and the knowledge of the rheological properties of the material is of fundamental importance in this type of analysis.

### **Key words**

Annular, Rheology, Finite Elements, Lifting, Heavy Oil, PCP, Progressive Cavities

# Índice

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| Lista de Figuras.....                                     | x   |
| Lista de Tabelas.....                                     | xv  |
| Nomenclatura.....                                         | xvi |
| 1 Introdução .....                                        | 1   |
| 1.1 Apresentação do Problema .....                        | 1   |
| 1.2 Motivação do Trabalho .....                           | 2   |
| 1.3 Objetivos do Trabalho .....                           | 3   |
| 1.4 Formato da Dissertação .....                          | 3   |
| 2 Elevação de Óleos Pesados .....                         | 4   |
| 2.1 Produção de Óleo Pesado .....                         | 4   |
| 2.2 Métodos de Elevação Artificial .....                  | 6   |
| 2.3 Alteração das Propriedades Reológicas do Fluido ..... | 22  |
| 2.4 Síntese .....                                         | 31  |
| 2.5 Escoamento no Sistema BCP .....                       | 31  |
| 3 Caracterização Reológica .....                          | 34  |
| 3.1 Descrição do Aparato Experimental .....               | 35  |
| 3.2 Ensaio Reológicos Básicos .....                       | 39  |

|                                                                                                         |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3 Ensaaios Dinâmicos .....                                                                            | 44  |
| 3.4 Resultados .....                                                                                    | 47  |
| 3.5 Equações Reológicas .....                                                                           | 51  |
| 4. Modelagem Matemática .....                                                                           | 52  |
| 4.1 Introdução .....                                                                                    | 52  |
| 4.2 Formulação .....                                                                                    | 59  |
| 4.2 Modelagem Numérica .....                                                                            | 69  |
| 5 Resultados .....                                                                                      | 89  |
| 5.1 Casos com Solução Analítica .....                                                                   | 89  |
| 5.2 Desenvolvimento do Escoamento .....                                                                 | 95  |
| 5.3 Influência dos Parâmetros no Fluxo .....                                                            | 98  |
| 5.4 Comparações com Dados Experimentais .....                                                           | 110 |
| 5.5 Previsões .....                                                                                     | 115 |
| 6 Conclusões e Recomendações .....                                                                      | 120 |
| 6.1 Conclusões .....                                                                                    | 120 |
| 6.2 Recomendações .....                                                                                 | 122 |
| Referências Bibliográficas.....                                                                         | 123 |
| Anexo I Formulação Analítica para o Escoamento de Fluidos Newtonianos através de tubos e anulares ..... | 131 |
| Anexo II Caracterização Reológica .....                                                                 | 137 |
| Anexo III Solução Analítica do Escoamento Helicoidal Plenamente Desenvolvido .....                      | 161 |
| Apêndice A Integração Numérica.....                                                                     | 168 |

## Lista de Figuras

|                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1.1: Relação entre viscosidade e grau API                                                                                                      | 5  |
| 2.2.1: <i>Gas Lift</i> intermitente                                                                                                              | 8  |
| 2.2.2: Bombeio Mecânico                                                                                                                          | 9  |
| 2.2.3: Bomba Centrífuga Submersa                                                                                                                 | 11 |
| 2.2.4: Bomba de Cavidades Progressivas                                                                                                           | 12 |
| 2.2.5: Relação de Produção entre a BCP e o bombeio Mecânico convencional para três tipos de óleo pesado                                          | 15 |
| 2.2.6: Bomba Hidráulica: O sistema hidráulico converte a alta pressão do Fluido Motriz em movimento reciprocante, necessário para operar a bomba | 16 |
| 2.2.7: Circulação inversa e direta no bombeio Hidráulico à Jato                                                                                  | 17 |
| 2.2.8: Esquema de operação da <i>Hydraulic Gas Pump</i>                                                                                          | 18 |
| 2.2.9: Âncora de gás em poço inclinado                                                                                                           | 21 |
| 2.3.1: Emulsão Óleo em Água                                                                                                                      | 25 |
| 2.3.2: Emulsão Água em Óleo                                                                                                                      | 25 |
| 2.3.3: Configuração da Emulsificação no fundo do poço                                                                                            | 26 |
| 2.3.4: Viscosidade vs. Temperatura para diferentes emulsões óleo - água.                                                                         | 28 |
| 2.3.5: Distribuição de velocidade ao longo do raio da tubulação                                                                                  | 29 |
| 2.3.6: Gradientes de queda de Pressão para diferentes relações óleo/água dependendo da vazão de água                                             | 30 |

|                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.3.7: Redução de queda de Pressão em tubulação lubrificada por água                                                                                 | 30 |
| 2.5.1: Disposição do sistema de bombeio BCP                                                                                                          | 33 |
| 3.1.1: Fluxo em sistema de cilindros coaxiais                                                                                                        | 35 |
| 3.1.2: Sensor tipo <i>Couette</i>                                                                                                                    | 36 |
| 3.1.3: Esquema do Modelo <i>standard</i>                                                                                                             | 39 |
| 3.2.1: Faixa de utilização do sistema ZA30                                                                                                           | 41 |
| 3.2.2: Viscosidades em função da temperatura                                                                                                         | 42 |
| 3.2.3: Faixa de utilização do sistema ZA15                                                                                                           | 43 |
| 3.4.1: Comparação esquemática das medições nos diferentes reómetros respeito ao real                                                                 | 48 |
| 4.1.1 : Vórtices de <i>Taylor</i>                                                                                                                    | 54 |
| 4.1.2: Representação esquemática dos diferentes regímenes de fluxo no anular                                                                         | 54 |
| 4.2.1: Representação Esquemática do domínio de fluxo e do sistema de coordenadas cilíndricas                                                         | 59 |
| 4.2.2: Representação Esquemática das tensões cisalhantes                                                                                             | 61 |
| 4.2.3: Perfil de velocidade axial                                                                                                                    | 65 |
| 4.2.4: Perfil de velocidade angular                                                                                                                  | 65 |
| 4.2.5: Perfil de taxa de deformação axial                                                                                                            | 65 |
| 4.2.6: Perfil de taxa de deformação angular                                                                                                          | 65 |
| 4.2.7: Perfil de taxa de deformação resultante                                                                                                       | 66 |
| 4.2.8: Deslocamento de partículas a diferentes raios (amarelo: $r^*=0,1$ ; vermelho: $r^*=0,5$ e azul: $r^*=0,9$ ) durante o mesmo tempo a 300 rpm   | 67 |
| 4.2.9: Deslocamento de partículas a diferentes raios (amarelo: $r^*=0,1$ ; vermelho: $r^*=0,5$ e azul: $r^*=0,9$ ) durante o mesmo tempo a 47.75 rpm | 67 |
| 4.3.1: Domínio de fluxo                                                                                                                              | 70 |
| 4.3.2: Transformação elemento mestre (coordenadas naturais) elemento original                                                                        | 72 |
| 4.3.3: Elemento de trabalho                                                                                                                          | 77 |
| 4.3.4: Método de <i>Gauss</i>                                                                                                                        | 79 |
| 4.3.5: Integração <i>Gauss</i> 3x3                                                                                                                   | 81 |

|                                                                                                                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.6: Representação esquemática do método de <i>Newton-Raphson</i> e do carregamento incremental                                                                                                             | 85  |
| 4.3.7: Método de Elementos Finitos                                                                                                                                                                            | 88  |
| 5.1.1: Perfil de velocidade axial em tubulação                                                                                                                                                                | 90  |
| 5.1.2: Malha de tubulação para validação                                                                                                                                                                      | 91  |
| 5.1.3: Perfil de velocidade axial em anular                                                                                                                                                                   | 92  |
| 5.1.4: Malha de Anular para validação                                                                                                                                                                         | 93  |
| 5.1.5: Perfil de velocidade tangencial em fluxo helicoidal                                                                                                                                                    | 94  |
| 5.2.1: Desenvolvimento tubo, Perfil de velocidade axial, $Q = 259,2 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido <i>Newtoniano</i> $\mu = 80 \text{ Pa.s}$                                                                  | 96  |
| 5.2.2: Desenvolvimento anular, Perfil de velocidade axial, $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido <i>Newtoniano</i> , $\mu = 80 \text{ Pa.s}$                                                             | 96  |
| 5.2.3: Influência da viscosidade (o índice de consistência $k$ ) no desenvolvimento anular, perfil de velocidade axial, $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido <i>Newtoniano</i> , $\mu = 1 \text{ Pa.s}$ | 97  |
| 5.2.4: Desenvolvimento do perfil de velocidade tangencial, $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido <i>Newtoniano</i> , $\mu = 80 \text{ Pa.s}$                                                             | 98  |
| 5.3.1: Malha de tubulação                                                                                                                                                                                     | 100 |
| 5.3.2: Perfis de velocidade para distintos índices de comportamento                                                                                                                                           | 101 |
| 5.3.3: Gradiente pressão por atrito para diferentes índices de comportamento, caso tubulação                                                                                                                  | 101 |
| 5.3.4: Gradiente de pressão por atrito segundo índice de consistência, caso tubulação                                                                                                                         | 102 |
| 5.3.5: Gradiente de pressão por atrito segundo densidade, caso tubulação                                                                                                                                      | 103 |
| 5.3.6: Perfis de velocidade para distintas vazões para fluido <i>Newtoniano</i> em anular                                                                                                                     | 103 |
| 5.3.7: Gradiente de pressão por atrito segundo vazão, caso tubulação                                                                                                                                          | 104 |
| 5.3.8: Malha de anular                                                                                                                                                                                        | 105 |
| 5.3.9: Queda de pressão por atrito para diferentes índices de comportamento, caso anular                                                                                                                      | 105 |
| 5.3.10: Gradiente de pressão por atrito segundo índice de consistência, caso anular axial                                                                                                                     | 106 |
| 5.3.11: Gradiente de pressão por atrito segundo vazão, caso anular axial                                                                                                                                      | 106 |

|                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.3.12: Perfil de velocidade tangencial                                                                                       | 107 |
| 5.3.13: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido pseudo-plástico de $n=0,7$ | 108 |
| 5.3.14: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido <i>Newtoniano</i>          | 108 |
| 5.3.15: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido dilatante $n=1,4$          | 109 |
| 5.3.16: Influência do índice de comportamento do fluido na queda de pressão por atrito para $k = 1 \text{ Pa.s}^n$            | 109 |
| 5.4.1: Representação esquemática da zona de trabalho                                                                          | 111 |
| 5.4.2: Malha do sistema experimental                                                                                          | 111 |
| 5.4.3: Comparação com dados experimentais sem luva                                                                            | 113 |
| 5.4.4: Comparação com dados experimentais com luva                                                                            | 114 |
| 5.4.5: Luva utilizada nos experimentos de Faria                                                                               | 115 |
| 5.5.1: Esquema de análise de perda de carga                                                                                   | 116 |
| 5.5.2: Comparação de Simulação com solução analítica aproximada                                                               | 119 |

## Lista de Tabelas

|                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.2.1: Faixa de dimensões da Bomba de Cavidades Progressivas                                | 14  |
| 2.5.1: Carta de diâmetros sistema coluna - haste - luva                                     | 30  |
| 3.4.1: Comparação de faixas de taxa de deformação das medições nos reômetros ZA15 e ZA30    | 47  |
| 3.4.2: Comportamento reológico do óleo Faisão                                               | 48  |
| 3.4.3: Comportamento reológico do óleo Mainá II                                             | 49  |
| 3.4.4: Comportamento reológico do óleo Curió                                                | 50  |
| 4.3.1: Raízes dos polinômios de <i>Legendre</i> e pesos correspondentes para duas dimensões | 80  |
| 5.1.1: Dados da simulação do fluxo em tubulação cilíndrica                                  | 86  |
| 5.1.2: Dados da simulação do fluxo anular axial                                             | 87  |
| 5.1.3: Dados da simulação do fluxo anular helicoidal                                        | 89  |
| 5.3.1: Dados da simulação do fluxo em tubulação                                             | 95  |
| 5.3.2: Dados da simulação do fluxo anular axial                                             | 99  |
| 5.3.3: Dados da simulação do fluxo anular helicoidal                                        | 102 |
| 5.4.1: Dados experimentais e de simulação do fluxo anular helicoidal                        | 105 |
| 5.4.2: Desenvolvimento e Convergência                                                       | 112 |
| 5.4.3: Comparação de gradientes de Pressão por atrito experimentais                         | 115 |
| 5.5.1: Perdas de carga Óleo Curió                                                           | 118 |
| 5.5.2: Perdas de carga Óleo Faisão                                                          | 118 |
| 5.5.3: Perdas de carga Óleo Mainá II                                                        | 118 |

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

|          |                                                                             |                 |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| A        | área do escoamento                                                          | $\text{m}^2$    |
| b        | <i>gap</i>                                                                  | m               |
| $C_{ij}$ | integração da equação i com a variável j na matriz de transporte convectivo |                 |
| D        | diâmetro                                                                    | m               |
| $D_a$    | diâmetro externo do reômetro                                                | m               |
| $D_h$    | diâmetro hidráulico                                                         | m               |
| $D_i$    | diâmetro interno do reômetro                                                | m               |
| F        | força                                                                       | N               |
| f        | frequência                                                                  | 1/s             |
| $f$      | fator de forma                                                              | $\text{m}^{-3}$ |
| $f_i$    | força na direção i                                                          | N               |
| G        | função matricial genérica                                                   |                 |
| $G^*$    | módulo complexo                                                             | Pa              |
| $G'$     | módulo de armazenamento                                                     | Pa              |
| $G''$    | módulo de perda                                                             | Pa              |
| g        | aceleração da gravidade                                                     | $\text{m/s}^2$  |
| H, h     | profundidade, altura                                                        | m               |
| I        | matriz singular                                                             |                 |
| J        | <i>Jacobiano</i>                                                            |                 |
| $K_{ij}$ | integração da equação i com a variável j na matriz de transporte viscoso    |                 |

|                                 |                                                                          |                   |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| k                               | índice de consistência                                                   | Pa.s <sup>n</sup> |
| L                               | comprimento na direção axial                                             | m                 |
| M                               | fator de forma da taxa de deformação (reômetro)                          | s <sup>-1</sup>   |
| N                               | vetor de função de forma                                                 |                   |
| n                               | índice de comportamento                                                  |                   |
| P                               | pressão                                                                  | Pa                |
| Q                               | vazão                                                                    | m <sup>3</sup> /s |
| Q <sub>i</sub>                  | integração da equação i com a variável P na matriz de transporte viscoso |                   |
| R, r                            | raio                                                                     | m                 |
| R <sub>a</sub>                  | raio externo do reômetro                                                 | m                 |
| Re                              | <i>Reynolds</i>                                                          |                   |
| R <sub>e</sub> , r <sub>e</sub> | raio externo                                                             | m                 |
| R <sub>i</sub> , r <sub>i</sub> | raio interno                                                             | m                 |
| S                               | sinal do indicador                                                       |                   |
| S <sup>2</sup>                  | coeficiente de determinação                                              |                   |
| T                               | torque                                                                   | N.m               |
| T <sub>a</sub>                  | número de <i>Taylor</i>                                                  |                   |
| T <sub>i</sub>                  | integral de contorno da equação i                                        |                   |
| T <sub>e</sub>                  | transformador de coordenadas                                             |                   |
| U                               | vetor de variáveis                                                       |                   |
| u <sub>i</sub>                  | variável velocidade na direção i                                         | m/s               |
| u <sub>i</sub> <sup>*</sup>     | velocidade na direção i considerada como constante                       | m/s               |
| V, v                            | velocidade                                                               | m/s               |
| v <sub>i</sub>                  | velocidade na direção i                                                  | m/s               |
| W                               | função ponderadora                                                       |                   |
| x                               | fração                                                                   |                   |
| z                               | coordenada axial                                                         | m                 |

## Letras Gregas

|                     |                                            |                   |
|---------------------|--------------------------------------------|-------------------|
| $\Delta P$          | diferença de pressão                       | Pa                |
| $\Gamma$            | contorno do domínio                        |                   |
| $\Omega$            | domínio volumétrico                        |                   |
| $\Phi$              | concentração de óleo (emulsão)             | kg/m <sup>3</sup> |
| $\alpha$            | ângulo                                     | rad               |
| $\delta$            | ângulo de defasagem                        | rad               |
| $\varepsilon$       | erro                                       |                   |
| $\gamma$            | deformação                                 |                   |
| $\dot{\gamma}, D$   | taxa de deformação                         | 1/s               |
| $\dot{\gamma}_{ij}$ | taxa de deformação no plano i na direção j | 1/s               |
| $\dot{\gamma}_w$    | taxa de deformação na parede               | 1/s               |
| $\eta$              | coordenada natural                         |                   |
| $\eta$              | viscosidade instantânea                    | Pa.s              |
| $\eta^*$            | viscosidade complexa                       | Pa.s              |
| $\eta'$             | viscosidade dinâmica                       | Pa.s              |
| $\lambda$           | tempo de relaxação                         | s                 |
| $\mu$               | viscosidade                                | Pa.s              |
| $\mu_a$             | viscosidade aparente                       | Pa.s <sup>n</sup> |
| $\theta$            | coordenada angular                         | rad               |
| $\rho$              | densidade                                  | kg/m <sup>3</sup> |
| $\sigma_i$          | tensão normal na direção i                 | Pa                |
| $\tau, T$           | tensão cisalhante                          | Pa                |
| $\tau_{ij}$         | tensão cisalhante no plano i na direção j  | Pa                |
| $\omega$            | velocidade angular                         | 1/s (rpm)         |
| $\xi$               | coordenada natural                         |                   |

## Superscritos

|   |                                                |
|---|------------------------------------------------|
| P | baseada na função de forma da variável pressão |
| " | polegadas                                      |
| - | valor médio                                    |
| T | transposta                                     |
| u | pertencente à unidade haste - luva             |
| * | adimensional                                   |
| k | pertencente à k-ésima iteração                 |

## Subscritos

|          |                                    |
|----------|------------------------------------|
| G        | segundo <i>Galerkin</i>            |
| k        | pertencente à k-ésima iteração     |
| luv      | da luva                            |
| r        | na coordenada radial               |
| TD       | totalmente desenvolvido            |
| z        | na coordenada axial                |
| 0        | inicial ou central                 |
| $\theta$ | na coordenada angular (tangencial) |

## Abreviaturas

|     |                                                            |
|-----|------------------------------------------------------------|
| atm | pressão de uma atmosfera                                   |
| ft  | pés                                                        |
| HP  | <i>Horse Power</i> (cabalos de força)                      |
| lbf | libra força                                                |
| psi | <i>pound per square inch</i> (libra por polegada quadrada) |
| ppm | partes por milhão                                          |
| rad | radianos                                                   |
| rpm | revoluções por minuto                                      |
| sim | simétrico                                                  |

## Siglas

°API grau API (*American Petroleum Institute*)

BCP Bomba de Cavidades Progressivas

BCS Bomba Centrífuga Submersa

BHJ Bombeio Hidráulico a Jato

DHE *Down Hole Emulsification* (Emulsificação no fundo do poço)

GOR *Gas-Oil Relation* (razão gás-óleo)

HGP *Hydraulic Gas Pump* (Bombeio Hidráulico a Gás)

OIP *Oil in Place* (Oleo em reserva)

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Apresentação do Problema

Durante a crise mundial de energia (1973) muitas refinarias foram modificadas para processar óleos pesados de baixa qualidade (Visser, 1989) que não tinham demanda no passado, mas que correspondem a 50% das reservas mundiais de óleo. Essa mudança influenciou o mercado do óleo pesado e seu preço (Moritis, 1995), aproximando-o ao do óleo leve, o que provocou uma expansão na produção de óleo pesado e betume e trouxe inovações nas tecnologias de *cold production*, mecanismo de espumas, melhoras em métodos térmicos, poços horizontais, etc. Isto voltou a produção de óleo pesado economicamente atrativa.

Estima-se que as reservas mundiais são de 3 trilhões de barris de óleo pesado e betume já descoberto e não explorado, dos quais 1,2 trilhões de barris estão na Venezuela e outros 1,3 trilhões de barris no Canadá. Especialistas acreditam que o óleo pesado passará a ser a principal fonte fóssil de energia a partir do ano 2025.

O principal desafio no processo de desenvolvimento dum campo de óleo pesado é a sua recuperação. Na produção de óleo pesado existem inconvenientes adicionais tais como a produção de areias e as altas pressões que deve vencer o sistema de elevação artificial. Além da pressão da coluna hidrostática existem grandes perdas de carga por atrito no escoamento, devido às altas viscosidades.

Foram desenvolvidos e adaptados diferentes métodos de elevação artificial para o caso do óleo pesado. O *Gas Lift* não é uma alternativa econômica pela usual não disponibilidade de gás; melhor opção é o Bombeio Hidráulico a Jato. O Bombeio Mecânico apresenta baixa eficiência e curta vida útil do equipamento. A Bomba Centrífuga Submersa, com certos requerimentos adicionais de proteção à abrasão é uma boa alternativa. A Bomba de Cavidades Progressivas tem atributos ideais para a elevação de óleos pesados, viscosos, abrasivos e em regimes multifásicos.

## 1.2 Motivação do Trabalho

O sistema de Bomba de Cavidades Progressivas (BCP) é um método cada vez mais utilizado para a elevação de óleos pesados, devido a sua versatilidade para manusear óleos viscosos com impurezas abrasivas como areia, não sofrendo danos por presença de gás, aromáticos, bióxido de carbono ou enxofre, e apresentando alta eficiência (alta parcela da potência consumida é utilizada para a efetiva elevação do óleo) com baixos custos de instalação e manutenção.

A BCP pode trabalhar com fluidos abrasivos, entretanto tem-se algum desgaste no elastômero, embora menor que o desgaste que sofrem outros tipos de bombas. A BCP também apresenta certas limitações com respeito à temperatura.

O sistema BCP, devido à haste de bombeio, não é recomendável para poços desviados. Por esta razão, junto com a grande potência que se precisa nos poços marítimos, não é um método utilizado em campos marítimos. De toda forma, a BCP é uma excelente opção para poços em terra. A Bomba de Cavidades Progressivas tem certas vantagens operacionais e de manutenção, como a taxa de produção regulável e fácil intervenção no poço.

Reiterando o dito, a BCP tem alta eficiência, então, grande parcela da energia total consumida corresponde à elevação. Desta energia necessária para vencer a pressão hidrostática e as perdas no escoamento ao longo do espaço anular, a segunda parcela é a de maior peso. É preciso um melhor conhecimento do escoamento helicoidal no anular e as perdas de carga que

implica, para se conseguir melhores prognósticos no campo e obter guias para aperfeiçoamentos no dimensionamento destas bombas.

### **1.3 Objetivos do Trabalho**

O primeiro objetivo deste trabalho é, como uma abordagem ao problema, centralizar-se na análise da recuperação do óleo pesado, isto é, tanto os problemas acrescentados que apresenta como os métodos de elevação artificial disponíveis.

O segundo objetivo é a caracterização reológica de óleos considerados pesados.

O terceiro objetivo é a modelagem matemática, tanto analítica como numérica, do escoamento anular no sistema BCP para a previsão do campo de velocidades e perdas de carga. O método numérico utilizado é o Método de Elementos Finitos, para o qual a forma irregular do domínio não é uma limitação. O domínio do fluxo é não regular porque as hastes que formam o transmissor de rotação estão unidas entre si por luvas que tiram espaço da seção anular de fluxo.

### **1.4 Formato da Dissertação**

Esta dissertação está formada por quatro partes. No Capítulo 2 é apresentada a pesquisa bibliográfica feita sobre a recuperação de óleos pesados, peculiaridades e métodos de elevação artificial. No Capítulo 3 são apresentados os resultados da caracterização reológica de óleos pesados. O quarto capítulo trata da pesquisa bibliográfica sobre os fluxos em anulares, a modelagem matemática, analítica e numérica, do escoamento helicoidal e na ultima parte, Capítulo 5, são apresentados os resultados da aplicação do modelo numérico.

## Capítulo 2

### Elevação de Óleos Pesados

Neste capítulo são apresentados os métodos convencionais de elevação de óleos pesados, descrevendo-se sucintamente os seguintes métodos: *Gas Lift*, Bombeio Mecânico, Bombeio Centrífugo Submerso (BCS), Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP) e Bomba Hidráulica à Jato (BHJ). Na atualidade, os métodos de uso mais generalizados vêm sendo o bombeio mecânico em poços terrestres, e a BCS (e *Gas Lift* no Brasil) em poços marítimos. Neste capítulo são apresentados, também, os problemas encontrados em poços marítimos, tais como a baixa temperatura do oceano que atrapalha o escoamento devido ao aumento da viscosidade e os desafios em poços desviados como são as interferências de gás e a produção de areia. Outros aspectos que são destacados, além dos métodos de elevação artificial, são os recursos disponíveis para melhorar o comportamento reológico do óleo (diminuindo a viscosidade), tais como a adição de diluentes e a emulsificação. Também descreve-se um método de elevação em estagio de pesquisa, a *Hidraulic Gas Pump* (HGP) e o *Core Flow* (padrão de fluxo bifásico).

#### 2.1 Produção do Óleo Pesado

Seja um poço de qualquer tipo de óleo; se não é um poço surgente, ou seja, se o reservatório não tem suficiente energia, na forma de pressão, para vencer a pressão de superfície e a pressão hidrostática, mais as perdas de carga no escoamento, o óleo não fluirá. Então, é preciso usar um método de elevação artificial para bombear o óleo. A elevação artificial envolve métodos que

transmitem energia ao fundo do poço para suprir a energia natural no empuxo dos líquidos à superfície. Os métodos de elevação artificial também são utilizados quando a vazão fornecida pelo poço surgente não é suficiente para que seja economicamente rentável, logo estes métodos são utilizados para aumentar a vazão de produção.

No caso de reservatórios de óleo pesado, a necessidade de um método artificial de elevação é quase inevitável, já que existem altas pressões de coluna hidrostática e altas perdas de carga por fricção devido à alta viscosidade do óleo. Os reservatórios de óleos pesados são tipicamente estreitos e pouco consolidados (o que implica em produção de areia), com profundidades de 300 a 600 metros atingindo produções de 1 a 70 m<sup>3</sup>/d.

Definem-se óleos pesados como aqueles que possuem densidades menores que 20° API, ou mais estritamente, menores que 16 °API, e com viscosidades maiores de 400 cP a 37,8°C (Visser, 1989). Os betumens são óleos com viscosidades maiores que 10.000 cP nas condições de reservatório abrangendo aqueles produzidos na mineração. Uma relação típica entre o peso específico (°API) e a viscosidade pode ser observada na Figura 2.1.1.

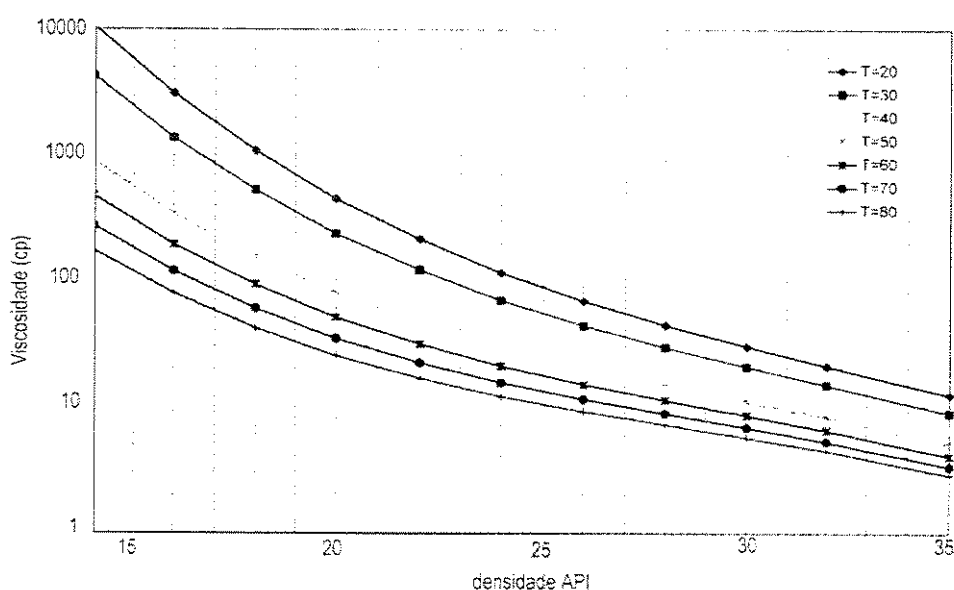


Figura 2.1. 1: Relação entre viscosidade e grau API

O grau API, utilizados na indústria do petróleo, é uma medida de densidade relativa (à água) que está expressada pela equação 2.1

$$^{\circ}\text{API} = \frac{141,5}{\rho_r} - 131,5 \quad 2.1$$

## 2.2 Métodos de Elevação Artificial

A seleção do método de elevação mais apropriado depende das características do reservatório e do sistema de perfuração e completação. Também é necessário levar em conta os requisitos de produção e a localização do campo (terrestre ou marítimo). Outros aspectos importantes envolvem a eficiência da operação, os custos de energia, serviços, instalação e operação. Cada método de elevação artificial tem suas vantagens e desvantagens técnicas, que devem ser avaliadas para cada caso específico, à luz de considerações econômicas. A seleção de qualquer método de elevação requer uma análise econômica.

Alguns dos parâmetros relevantes na seleção do sistema de elevação artificial são (Clegg *et al*, 1993):

Considerações sobre o projeto do sistema

- Custo do investimento
- Falhas no equipamento de fundo
- Eficiência (Potência)
- Flexibilidade
- Custo de operação
- Vida útil
- Facilidade de instalação e movimentação
- Outros

Considerações sobre a operação

- Limitação de tamanho associada ao revestimento de produção

- Limitações de profundidade
- Capacidade de recalque
- Nível de ruído
- Área de trabalho (campo ou região urbana)
- Flexibilidade de fonte de potência

Considerações sobre a capacidade do sistema

- Corrosão
- Poços desviados
- Fluxo bifásico
- Aplicação marítima
- Parafinação
- Poços delgados
- Presença de sólidos
- Temperatura
- Viscosidade
- Vazão
- Pressão do reservatório
- Índice de produtividade

Nas próximas subseções são descritos os métodos convencionais, destacando-se suas vantagens e limitações na elevação de óleos pesados:

1. *Gas lift*
2. Bombeio Mecânico com Hastes (BMH) (*Sucker Rod Pumping*)
3. Bombeio Centrífugo Submerso (BCS)
4. Bomba de Cavidades Progressivas (BCP)
5. Bombeio Hidráulico à Jato (BHJ)

### 2.2.1 *Gas Lift*

No sistema de *Gas Lift* a energia é transmitida ao fundo do poço na forma de gás comprimido. O gás é injetado desde o anular à tubulação de produção através de válvulas, onde a pressão do gás diminui e este expande-se.

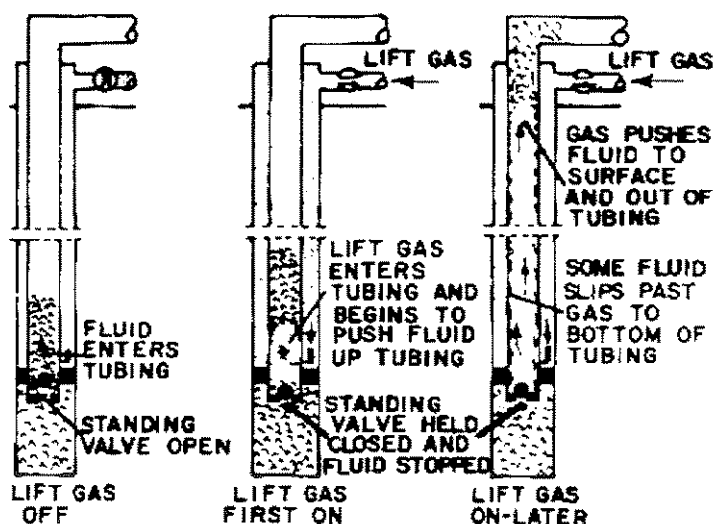


Figura 2.2. 1: *Gas lift* intermitente ; o método consiste injetar gás pelo anular, elevando o fluido por um tempo, e então parando a injeção de gás por outro tempo (Skinner, 1982).

Existem dois métodos de aplicação do *Gas Lift*: (Skinner, 1982).o primeiro é chamado *Gas Lift* contínuo, no qual o gás é injetado na tubulação o tempo todo e o principal papel é diminuir a pressão hidrostática da coluna; o segundo é o *Gas Lift* intermitente, apresentado na Figura 2.2.1, onde o gás é injetado por um período de tempo empurrando o líquido, preenchendo-se a tubulação e depois se parando a injeção enquanto o fluido do reservatório preenche a tubulação. Outras variantes do método são o *Gas Lift* com Pistão, que é um *Gas Lift* intermitente com pistão para diminuir o *fallback* e o *Pig Lift* desenvolvido no Brasil. O *Gas Lift* contínuo é utilizado quando a pressão do reservatório ainda é alta, como um assistente do fluxo natural do poço "areando" a coluna de fluido para diminuir a pressão hidrostática. O sistema contínuo tem restrições de profundidade, devido à necessidade de exagerada compressão do gás, o que inutiliza as válvulas. Com o *Gas Lift* com Pistão existem limitações de coluna hidrostática mais restritivas, já que são necessárias pressões de compressão do gás maiores. Além disso, este sistema não opera com grandes vazões. O sistema de *Gas Lift* tem os atributos de grande flexibilidade de

operação, não existindo limitações de temperatura e fornecendo grandes vazões. O *Gas Lift* é um dos métodos mais baratos (baixos custos de investimento e operação) embora seja um dos mais ineficientes em quanto ao uso de energia (5 - 30% de eficiência).

O *Gas Lift* não é indicado para o manuseio de óleos muito viscosos (Clegg *et al*, 1993). Para o caso de reservatório de óleo pesado sem capa de gás é um sistema não econômico e ineficiente em tubulações horizontais. Além disso, é pouco factível pela pouca disponibilidade de gás no campo, já que os óleos pesados costumam ter baixa GOR (relação gás-óleo). Entretanto é um método conveniente quando o reservatório tem capa de gás.

### 2.2.2 Bombeio Mecânico com Hastes

Falando sucintamente, o bombeio mecânico consiste de um motor na superfície que eleva e abaixa a coluna de hastes, a qual opera uma bomba de fundo de deslocamento positivo (Skinner, 1982), com arranjo de válvula de passeio e válvula de pé como é apresentado na Figura 2.2.2.

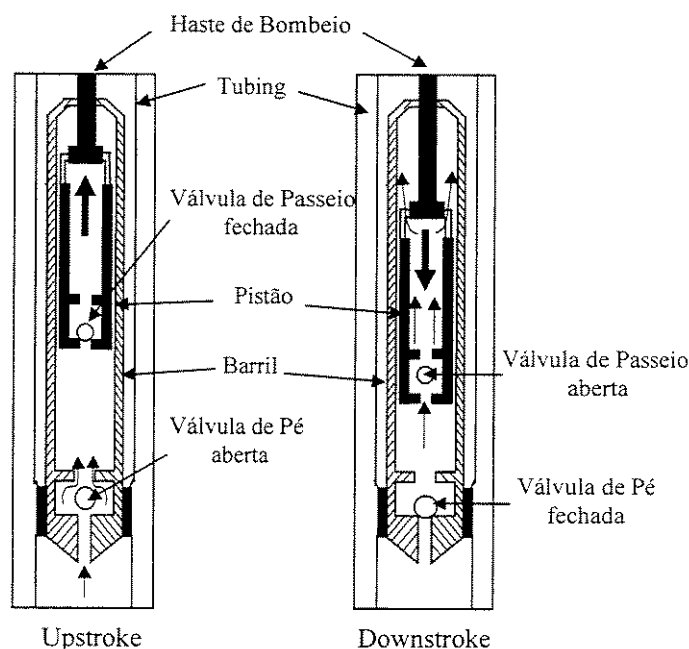


Figura 2.2.2: Bombeio Mecânico com Hastes

O Bombeio Mecânico com Hastes é o método mais utilizado na produção de óleo pesado de campos terrestres. É um sistema que pode utilizar-se em quase qualquer poço. É o método mais tradicional, e por isso existem mais pesquisas, mais variedades de projetos e mais testes desenvolvidos que para qualquer outro sistema de elevação artificial. Pode ser instalado até 4500 metros de profundidade e fornece grandes vazões. É um sistema sem limitações de temperatura, apresenta boa flexibilidade de operação e de baixo custo de investimento e operacional. Suas desvantagens são sua baixa eficiência, maior ainda na presença de gás (dissolvido ou não) e problemas com a presença de areia. Ainda assim, para o óleo pesado, a tendência é substituir-se o BMH já que apresenta muitos problemas: curta vida útil do equipamento, alto consumo de energia, unidades de bombeio sobrecarregadas, altas tensões nas hastes (devido à alta viscosidade) causando freqüentes falhas, interferência de gás, baixa eficiência, entre outros (Bortolin, 1994; Gonzales, Reyna, 1994).

### **2.2.3 Bombeio Centrífugo Submerso**

Componentes do sistema de Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) são:

- Sistema elétrico de superfície (gerador, transformador, etc.)
- Cabo elétrico até motor do fundo da coluna de produção
- Motor elétrico submerso
- Bomba centrífuga com vários estágios de bombeio.

Segundo as experiências no campo Boscám e Orinoco da Venezuela (Bortolin, 1994; Gonzales, Reyna, 1994), em poços que produziam óleo de 6-16° API e viscosidades de 140 – 21.000 cP com bombeio mecânico, passou-se a utilizar bombas BCS (Figura 2.2.3) de 148 a 210 estágios centrífugos. As bombas foram capazes de produzir vazões máximas próximas das teóricas, sem necessidade de injeção de diluentes e/ou surfactantes. A produção aumentou, apresentando-se uma eficiência mecânica de 79% nos campos Boscám e 37,7% nos campos do Orinoco.

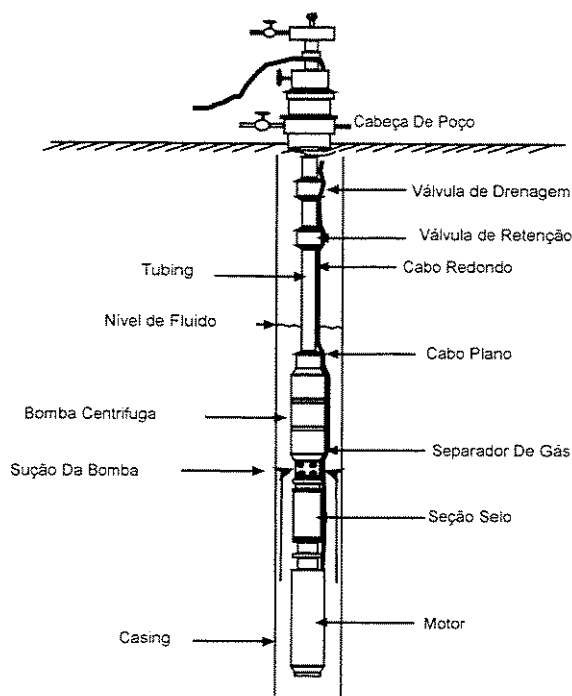


Figura 2.2. 3: Bomba Centrífuga Submersa

Também é uma boa opção, segundo as experiências na bacia de Campos (Mendonça, 1997), em poços marítimos inclinados, a 2000 m sob o nível do mar, onde a energia fornecida pela BCS no fundo do poço permite que a produção escoe 13,5 Km pelas tubulações no fundo do mar até a plataforma. Esta instalação tem operado por dois anos sem falhas.

Os requisitos básicos da bomba estão associados à resistência à abrasão de areia e a altas temperaturas, já que no fundo do poço a temperatura aumenta segundo o gradiente geotérmico. O funcionamento da BCS incorre em alta geração de calor; que contribui para a redução da viscosidade. Uma desvantagem da BCS é a cavitação, que acontece quando o óleo tem gás.

Levando-se em conta o investimento e o consumo de energia da BCS, esta resulta mais econômica que o bombeio mecânico, em custo por barril (Bortolin, 1994; Gonzales, Reyna, 1994). Desta forma, campos formalmente considerados marginais são candidatos a receber a BCS.

### 2.2.4 Bomba de Cavidades Progressivas

A Bomba de Cavidades Progressivas (BCP) tem bons atributos para a elevação de óleos pesados, pois seu projeto funcional facilita o manuseio de fluidos viscosos, abrasivos e multifásicos, com baixo custo de investimento e operação.

Fisicamente (Briceño, 1993), a BCP consta de dois componentes, o rotor e o estator (Figura 2.2.4). O simples rotor helicoidal gira excentricamente dentro do estator moldado com elastômero sintético formando uma dupla-hélice interna de passo duplo (Saveth, Klein, 1989). Como o rotor gira excentricamente no estator, forma-se uma série de cavidades separadas por  $180^\circ$  que avançam da sucção à descarga da bomba. Enquanto uma cavidade está diminuindo, outra está aumentando à mesma velocidade (proporcional à velocidade de rotação do rotor) resultando num fluxo constante não pulsante. A seção de fluxo permanece constante.

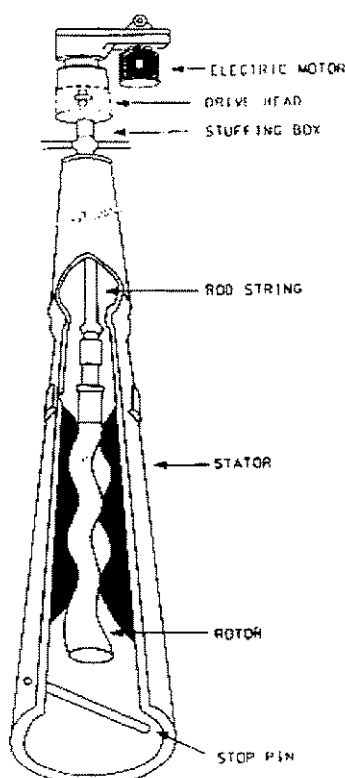


Figura 2.2. 4: Esquema de uma Bomba de Cavidades Progressivas (Briceño, 1993)

A capacidade de pressão da bomba está baseada no número de estágios (cavidades). Ao aumentar-se o número de estágios a capacidade da bomba aumenta, permitindo-se o bombeio a maiores profundidades.

Os fatores determinantes da capacidade de recalque da bomba são:

- Número de cavidades (*seals*)
- Viscosidade do fluido
- Espaço entre o rotor e o estator.

Note que a capacidade é independente da velocidade de rotação.

O estator consiste em um tubo de aço com um elastômero que reveste seu interior. O rotor é de aço com acabamento superficial em cromo. Este conjunto de rotor cromado e elastômero aumenta a resistência à abrasão (poços com produção de areia e fluidos com características abrasivas assim como aqueles com alto índice de enxofres). Os sólidos tendem a se embutir no elastômero (enquanto este é deformado temporariamente) em vez de corroê-lo como aconteceria com outro material. Este é o caso típico na produção de óleos pesados onde a areia da formação é freqüentemente movimentada com o óleo. Existem vários materiais elastômeros que permitem manusear uma ampla gama de características de fluidos no sistema BCP, assim como diferentes faixas de taxa de aromáticos, de gás sulfídrico ( $H_2S$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ) e de temperaturas. A tarefa é achar o tipo de elastômetro adequado para cada óleo. Encontram-se em desenvolvimento elastômeros para ambientes de alta temperatura (como para *gas lift* ou injeção de vapor), nos quais ocorre o inchamento causando a prisão do rotor.

O comprimento da bomba oscila entre 4 e 30 ft (1,22 - 13,15 m), e a BCP pode operar com fluxo bifásico e ser aplicado em poços inclinados.

O funcionamento da BCP pode ser regulado à taxa de produção do poço, simplesmente trocando-se polias ou com variadores de velocidade de rotação mecânicos, eletromagnéticos, ou mudança na aceleração de motores à explosão (catálogo Geremia, 1996). Não são necessárias grandes pressões de coluna de fluido de fundo de poço, estas são bem menores que as requeridas para o bombeio mecânico.

Comparando-se com o bombeio mecânico há uma redução de consumo de energia de 70% e uma redução de 73% no tempo de paradas, porém há um acréscimo na produção de 16% (Briceño, 1993).

A faixa de dimensões dos sistemas de bombeio por cavidades progressivas são apresentados na Tabela 2.2.1.

Tabela 2.2. 1: Faixa de dimensões da Bomba de Cavidades Progressivas

|     | Comprimento<br>do rotor [m] | Diâmetro<br>do rotor<br>[m] | Diâmetro da<br>circunferência<br>desenvolvida pelo rotor<br>[m] | Comprimento<br>do estator [m] | Diâmetro do<br>estator<br>(nominal) [in] |
|-----|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------|
| Máx | 1,088                       | 0,02                        | 0,024                                                           | 0,81                          | 2 3/8                                    |
| Mín | 5,738                       | 0,05                        | 0,065                                                           | 5,075                         | 4                                        |

Estas bombas desenvolvem potências de até 52 kW (38HP) e vencem pressões de até  $195.10^5$  Pa (2800 psi).

Existem dois grandes grupos de bombas: BCP tubulares e BCP insertáveis. Com o sistema insertável, o trabalho de poço não requer grandes estruturas, simplesmente com uma sonda de pequeno porte ou guincho substitui-se a bomba, não precisando retirar a coluna do poço. As bombas insertáveis são menores, para vazões de até  $80 \text{ m}^3/\text{d}$ , pressões de até  $170.10^5$  Pa (2400 psi), desenvolvendo potências de até 11 kW (15 HP).

Vantagens da Bomba de Cavidades Progressivas:

- Alta eficiência mecânica: 50 - 60 %
- Aplicação para fluidos
  - altamente viscosos
  - com grandes concentrações de areia
  - com altas proporções de gás livre

- Baixas taxas de deformação interna que evitam as emulsificações por agitação
- Sem válvulas ou partes moveis que danem ou desgastem
- Baixo investimento, custos de operação e manutenção
- Simples instalação e operação
- Baixo ruído do equipamento de superfície
- Atrativo para desenvolvimentos marginais

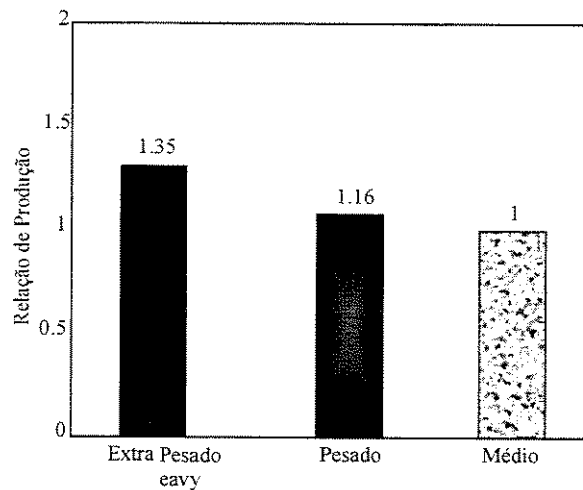


Figura 2.2. 5: Relação de Produção entre a BCP e o bombeio mecânico convencional para três tipos de óleos pesados (Briceño, 1993)

#### Desvantagens:

- Limitação de capacidade de bombeio, máximo  $500 \text{ m}^3/\text{d}$  (Dunn *et al*, 1995)
- Limitação de capacidade de elevação, máxima 2000 m
- Limitação de temperaturas (sensibilidade do elastômero), máxima  $350^\circ\text{C}$ . O uso da BCP é incompatível com a injeção de gás.
- Incompatibilidade do elastômero com alguns fluidos (exemplo: alta concentração de enxofres, aromáticos, etc)
- O estator pode ser danificado com bombeio a seco
- Falta de experiência com sua utilização

Na Figura 2.2.5 é apresentada a relação de produção em relação ao bombeio mecânico

(Briceño, 1993). Esses óleos têm viscosidades entre 100 e 60000 cP, com 9 a 22 °API.

### 2.2.5 Bombeio Hidráulico à Jato

O BHJ ou *Jet Pump* é um tipo de bomba hidráulica (Skinner, 1982). No bombeio hidráulico convencional, o sistema é instalado no fundo da coluna de produção de acordo com a Figura 2.2.6. Líquido a alta pressão (fluido motriz) é bombeado desde a superfície para acionar a bomba hidráulica. A alta pressão do fluido motriz se converte em movimento alternativo necessário para operar a bomba. A bomba trabalha identicamente à do bombeio mecânico (sistema de válvula de passeio e válvula de pé), mas o êmbolo é movimentado pela entrada do fluido motriz.

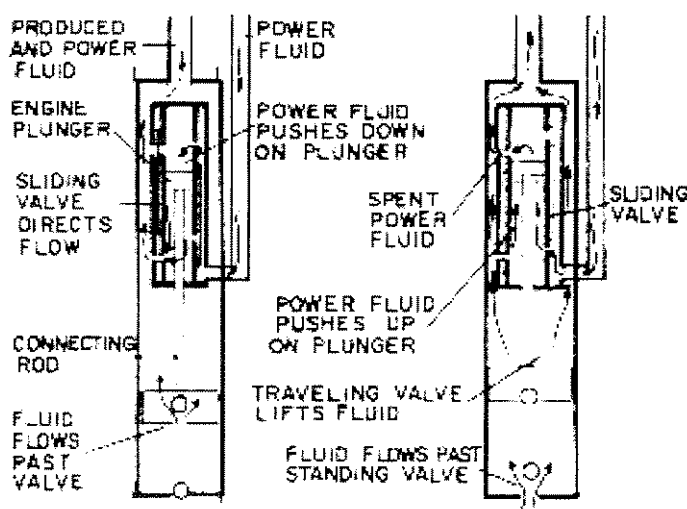


Figura 2.2. 6: Bomba Hidráulica; O sistema hidráulico converte a alta pressão do fluido motriz em movimento alternado, necessário para operar a bomba (Skinner, 1982)

No BHJ (de Guetto *et al*, 1994), o fluido à baixa pressão do reservatório é bombeado misturado com o fluido a alta pressão vindo da superfície. O fluido motriz é um hidrocarboneto de baixo peso específico que é forçado a escoar através de um pequeno bocal para um *venturi* (difusor) como pode ser observado na Figura 2.2.7. A circulação do fluido pode ser direta (fluido motriz desce pelo anular) ou inversa (fluido motriz desce pela coluna).

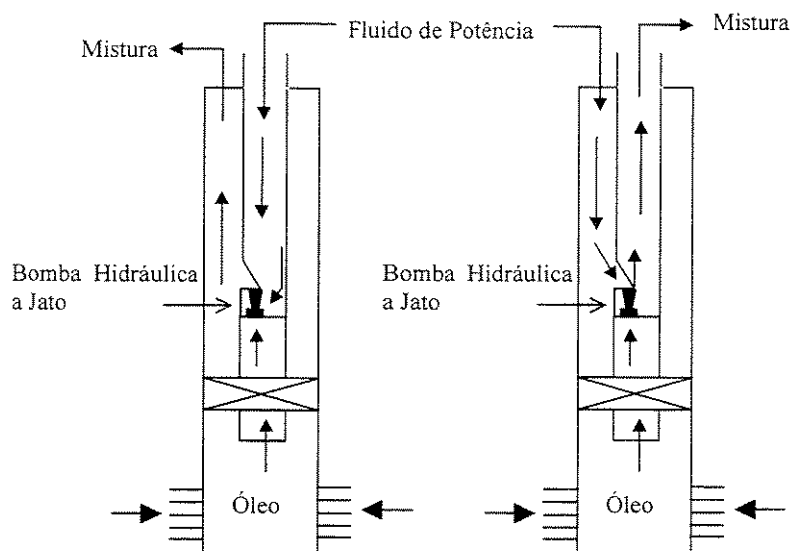


Figura 2.2. 7: Circulação inversa e direta no bombeio Hidráulico à Jato

As vantagens da utilização da *Jet Pump* na elevação do óleo pesado podem ser listadas:

- 1- Redução da densidade na tubulação de produção e assim sua pressão hidrostática;
- 2- Diminuição das perdas por fricção devido à redução da viscosidade, que ocorre devido à boa mistura instantânea dos fluidos;
- 3- A bomba fornece calor ao fundo do poço, contribuindo para a diminuição da viscosidade.

Uma desvantagem é o custo do fluido motriz.

Segundo as experiências realizadas na Itália, em campos de óleo com peso específico entre 9 e 15 °API e com alto corte de água, chegou-se à conclusão de que é um método mais econômico que a BCS e o bombeio mecânico, embora deva-se ainda testar óleos consideravelmente mais viscosos.

O BHJ foi testado no Brasil em alguns campos, aumentando-se a produção de 20 m<sup>3</sup>/dia (poço surgente) para 200 m<sup>3</sup>/dia.

O fluido de potência consistindo em água mais dispersante foi testado em campo obtendo-

se bons resultados (Giuggioli, de Guetto, 1995).

Com o BHJ são reduzidos os custos de intervenção no poço porque essas são realizadas facilmente através de cabos, ao contrario da BCS ou do bombeio mecânico.

### 2.2.6 Hydraulic Gas Pump (método em estágio de pesquisa)

É um sistema de bombeio em estágio de concepção (Amadi, 1993). Espera-se que seja útil para óleos pesados de poços profundos, com gás, areia e a altas temperaturas. No ciclo de operação (ver Figura 2.2.8), onde o gás à pressão da superfície desce pela linha 2 e a linha 3 é a linha hidráulica de controle das válvulas da bomba, distinguem-se três passos:

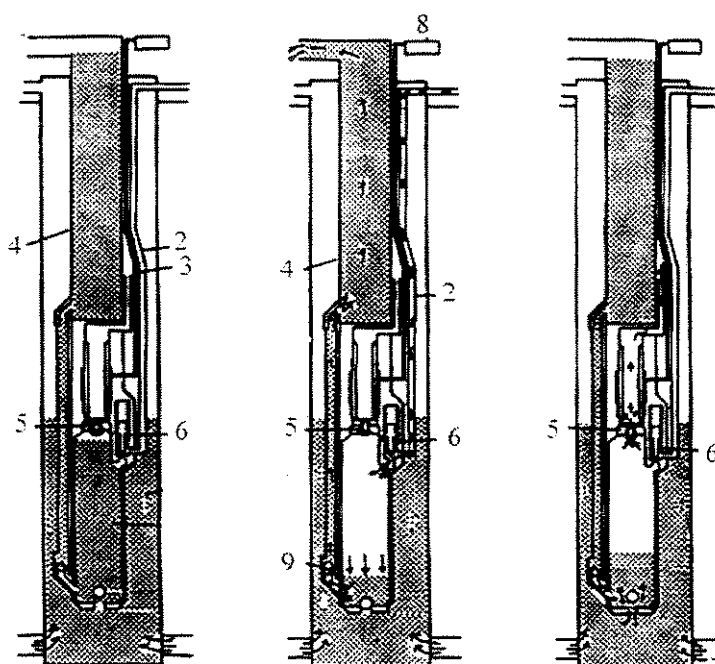


Figura 2.2. 8: Esquema de operação da *Hydraulic Gas Pump* (Amadi, 1993)

1. A válvula 5 esta aberta e a 6 fechada. O líquido do reservatório enche a câmara
2. Fecha-se a válvula 5, injeta-se um volume de gás a pressão pela linha 2 que abre a válvula 6, o gás é injetado ciclicamente. O gás empurra o líquido que abre a válvula 9 e assim é

produzido o óleo através da tubulação de produção

3. O controlador abre a válvula 5 e a válvula 6 é fechada. O gás pressurizado deixa a câmara e sai pelo anular. O líquido começa a encher a câmara e o ciclo se repete.

A vantagem dessa bomba seria que se pode projetá-la para operar com grande faixa de vazões e que o gás não se mistura com o óleo.

### **2.2.7 Peculiaridades associadas às operações marítimas**

Nos campos marítimos de óleo pesado existem desafios adicionais, tais como:

- Elevação artificial em poços altamente desviados
- Tratamento do óleo no espaço confinado de uma plataforma ou navio
- Transporte do óleo por tubulações através do meio ambiente frio do oceano
- Sistemas de início e restauração após de uma parada

A chave para uma produção bem sucedida, além da elevação artificial, é reduzir a viscosidade do óleo através de:

- Adição de calor
- Adição de diluentes
- Emulsificação

No caso marítimo tem sido utilizado o BCS, que é um método mais convencional. Suas vantagens são ser aplicável em poços direcionais (preferíveis em campos marítimos) e grande vazão de produção (necessária para que um campo marítimo seja economicamente viável). O bombeio mecânico é quase impraticável em campos marítimos pela alta ocorrência de falhas e a necessidade de ter equipes de perfuração para os trabalhos de poço. Também têm sido utilizados o BHJ e *Gas Lift*, sendo o último o mais empregado nos campos marítimos do Brasil.

Em todos os casos existe o mesmo problema: no momento de iniciar o escoamento ou reiniciá-lo após de um trabalho de poço: a cabeça de poço está fria comparando-se com a temperatura da formação, uma vez que o óleo perde calor e se esfria, dificultando-se o

escoamento durante sua elevação. Na China (Yang *et al*, 1993), é utilizada uma combinação de isolamento e aquecimento das linhas coletoras de campos marítimos (*riser*) de óleo pesado, já que a preocupação é como proceder na restauração (reinício do escoamento) das linhas após um trabalho que tenha desligado o sistema de aquecimento.

### 2.2.8 Poços desviados

A produção através de poços inclinados ou horizontais tem importantes vantagens, principalmente os maiores fatores de recuperação obtidos em relação a poços verticais (Lievaart *et al*, 1995).

Todavia os poços desviados apresentam novos problemas que são motivo de pesquisa, principalmente os que têm relação com produção de gás devido ao efeito separador natural que ocorre no poço horizontal. O gás tende a separar-se ao longo do poço horizontal, fluindo sob um padrão estratificado suave ou de ondas, porém quando entra na seção inclinada (ou vertical) o padrão muda para fluxo intermitente (*slug flow*).

Outro problema que ocorre em poços desviados é o entupimento provocado pela deposição de areia na tubulação.

#### Interferências de gás em poços desviados:

A presença de gás tem efeitos determinantes no desenvolvimento das bombas de fundo, já que a produção decresce drasticamente, e o equipamento pode ser danificado (Rondy *et al*, 1993). Os problemas do gás nos bombeios submersos variam entre pequenas interferências cíclicas até o total bloqueio do fluxo pelo gás, com as subseqüentes perdas de produção, sobre-aquecimento e dano do equipamento. Em geral, as bombas são projetadas para trabalhar com fluidos homogêneos e não podem manusear variações de fluxo de gás e líquido (já que as condições de operação são imprevistas).

Em poços altamente desviados ocorre a formação do fluxo *slug*, que acontece segundo as condições do reservatório (com capa de gás) e quanto mais depletado ele esteja e, principalmente,

o efeito estratificador natural do poço horizontal.

As soluções potenciais podem ser citadas como se segue, junto com seus eventuais problemas:

- instalar a bomba na parte horizontal do poço, antes da seção de *slug*. Porém esta solução pode ter problemas segundo a forma do poço com possibilidade de avaria da bomba se houver produção de areia;

- instalar separador de gás rotativo (mas só quando se tem baixa fração de gás). Contudo existem dificuldades para manusear o fluxo *slug*;

- sistema de ventilação de tubo/gás imerso, entretanto neste caso tem-se altas perdas de carga;

- âncora de gás, onde o gás produzido simultaneamente com o líquido flui pelo anular, desviando-se da bomba que está protegida por uma âncora de gás (Figura 2.2.9).

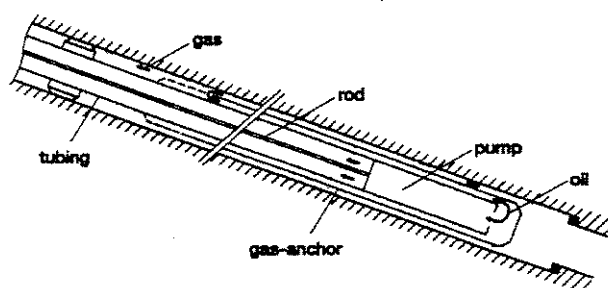


Figura 2.2. 9: Âncora de gás em poço inclinado (Rondy *et al*, 1993)

### Produção de areia

Nas operações com óleo pesado e betume, é comum haver produção de areia, podendo-se controlá-la limitando-se a vazão de produção. A produção de areia é mais importante no começo da produção de um poço ( $> 30\%$ ), se estabilizando a 3% ou menos (Dunn *et al*, 1995). Para manter-se a produção de areia estável logo do início é necessária a utilização de bombas que operem com altas concentrações de areia numa forma de óleo espumoso (óleo + água + areia + gás) por várias semanas, e que operem com essas quantidades diminuída ao longo de meses (Dussealt *et al*, 1995).

Produzir com areia tem importantes vantagens:

- A produção de areia só pode ser reduzida-se o poço é operado a vazões baixas de óleo. Contudo, esta pequena vazão é economicamente não rentável, mais ainda em reservatórios estreitos não consolidados e com baixa pressão do fundo (a maioria dos poços de óleo pesado e betume tem influxos relativamente baixos, então, para maximizar as vazões se opera o poço com baixa pressão de fundo).
- Para produzir óleo pesado com areia em poços verticais ou horizontais precisa-se de menor diâmetro para manter velocidades aceitáveis, para transportá-la.
- Sem produção de areia recupera-se entre 0 – 3% do OIP, mas com areia (em concentrações de 0,75 - 3%) recupera-se 5 - 12% do OIP.

Todavia a areia é altamente erosiva e acelera o desgaste dos equipamentos, aumentando o torque nas hastes de bombeio e a demanda de potência, causando restrições ao fluxo por sua acumulação na entrada da bomba, nas cavidades ou na tubulação. Deposições de areia são comuns em poços direcionais e horizontais. A habilidade do fluido para transportar a areia depende da sua viscosidade e da sua velocidade média. A solução é instalar a bomba bem por sobre o nível de areia no fundo do poço, para que a areia se deposite num coletor e não entre na bomba.

### **2.3 Alteração das Propriedades Reológicas do Fluido**

Adicionados aos métodos de elevação artificial, podem-se utilizar tratamentos do óleo com o objetivo de reduzir sua viscosidade. Nesta seção são descritos brevemente os métodos de injeção de vapor e adição de diluentes e, mais extensamente, a emulsificação. Ainda que exista abundante literatura respeito à injeção de vapor, este tema não é aprofundado no presente trabalho por exceder nossos objetivos, que se limitam ao poço produtor. Com referencia à adição de diluentes, é pouca a literatura encontrada, isto pode dever-se principalmente a que este método está caindo em desuso, em favor da emulsificação, sobre a qual se tem encontrado abundante bibliografia.

### 2.3.1 Injeção de vapor

Uma forma de recuperar óleo pesado é através da injeção de vapor em um poço injetor. É um método que trabalha ao nível do reservatório, no escoamento dos fluidos no meio poroso, e não é um fornecimento de energia no fundo do poço. A força motriz é a pressão natural do reservatório. O fornecimento de calor diminui a viscosidade para o escoamento dos fluidos no meio poroso e na tubulação de produção. (He *et al*, 1995).

A injeção de vapor é feita por ciclos ou por fluxo de vapor contínuo (*steamflooding*). He (1995) fez uma análise com simulação e chegou-se à conclusão de que o método tem restrições ao nível da formação produtora, assim como que as viscosidades tem que ser menores que 10000 cP.

### 2.3.2 Adição de Diluentes de Hidrocarbonetos Leves

O objetivo desse tratamento é diminuir a viscosidade do líquido na tubulação misturando-o com hidrocarbonetos de menor viscosidade e densidade (Browne *et al*, 1996). Assim consegue-se:

- 1-reduzir problemas de quebra de hastes no bombeio mecânico
- 2-aumentar a velocidade de movimento da coluna de hastes de bombeio
- 3-aumentar a eficiência das bombas centrífugas porque decresce o torque aumentando a velocidade de rotação

Esta técnica está caindo em desuso pelo seu alto custo.

### 2.3.3 Emulsificação

A maioria dos óleos pesados produzidos são na forma de emulsão, mas de água em óleo. A tecnologia de emulsificação (Browne *et al*, 1996) no fundo do poço (DHE) reduz a viscosidade. Viscosidades de 10000 a 500000 cP podem reduzir-se a 200 cP mediante a formação de emulsões contínuas de óleo em água.

Segundo testes de laboratório (Chen, Lijie, 1995), adicionando-se água ao óleo, em diferentes quantidades e agitando conseguem-se emulsões de água em óleo. Mas adicionando emulsionador (surfactante) com concentrações de entre 1 a 4% consegue-se emulsão de óleo em água. Os surfactantes são produtos comerciais sob patente, que podem ser classificados como:

- surfactantes iônicos (aniônicos)
- surfactantes não iônicos
- surfactantes com cáustica (NaOH)

A emulsão de interesse (óleo em água) tem comportamento reológico de Potência Pseudoplástico. O expoente  $n$  decresce com o acréscimo da porcentagem de óleo:

$$\ln \mu_a = b \cdot e^{a\Phi} \quad (2.2)$$

Onde  $\Phi$ : concentração da fase interna (óleo)

$\mu_a$ : viscosidade aparente

$a, b$ : constantes

Quando se procura formar a emulsão podem acontecer diferentes tipos de misturas (Zhang *et al*, 1991):

1. Emulsão óleo em água (Figura 2.3.1)
2. Gotas de óleo rodeadas de filme de água contínua (dispersão). É mais viscoso que a emulsão, mais menos que o óleo puro. Existem produtos químicos com função de dispersantes que permitem uma redução da viscosidade de 400% (Giuggioli, de Guetto, 1995)
3. Emulsão viscosa de água em óleo (Figura 2.3.2)

Nem todo poço é bom candidato para a emulsificação, é necessário que exista potencial de influxo. São poços habilitados aqueles com:

- alto força motriz,
- alta carga de coluna hidrostática,
- alto torque no sistema BCP,
- altas quedas de pressão na tubulação,
- altos níveis de fluido (altura do fluido no fundo),

- problemas de falhas no bombeio mecânico (grandes tensões nas hastes de bombeio) e
- baixa eficiência no bombeio.

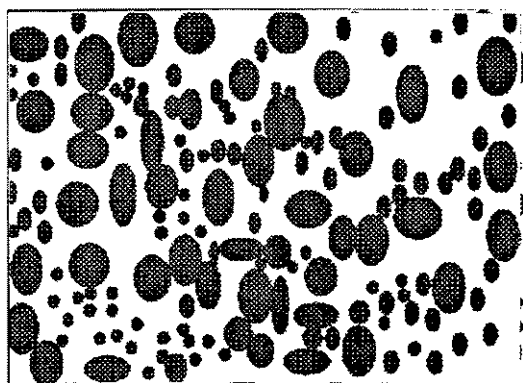


Figura 2.3. 1: Emulsão Óleo em Água

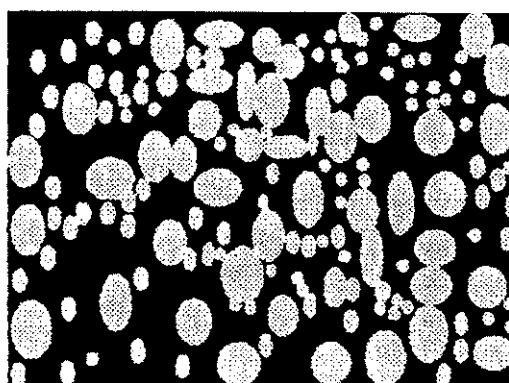


Figura 2.3. 2: Emulsão Água em Óleo

Não são bons candidatos aqueles que têm:

- grandes cortes de água,
- muita areia (> 5%) e
- baixo força motriz.

#### *Aplicação:*

Os surfactantes químicos são premisturados num tanque com água a distintas concentrações (100-500 ppm), dependendo dos requerimentos do poço, antes de serem injetados.

A água não tem requerimentos especiais, somente que seja suficientemente limpa para não entupir válvulas e filtros, geralmente é utilizada a água do reservatório produzida.

Pode-se usar um mesmo tanque para mais de um poço, com uma bomba que manda a mistura ao *manifold*, e em seguida aos poços. O método mais comum de injeção da mistura química é com uma pequena bomba rotativa em sistema contínuo. Em sistema *batch* (por bateladas) são injetados de 1 a 2 m<sup>3</sup> uma vez ao dia. Devido ao tratamento de choque, é mais fácil

causar deposição de areia no poço, já que a areia é molhável pela água. Para evitar essa deposição, mistura-se com a água química óleo em relações 1:1, 2:1 ou 3:1 constituindo assim uma emulsão prévia na superfície, mitigando o choque, resultando um efeito mais prolongado do *batch* e prevenindo a invasão de areia.

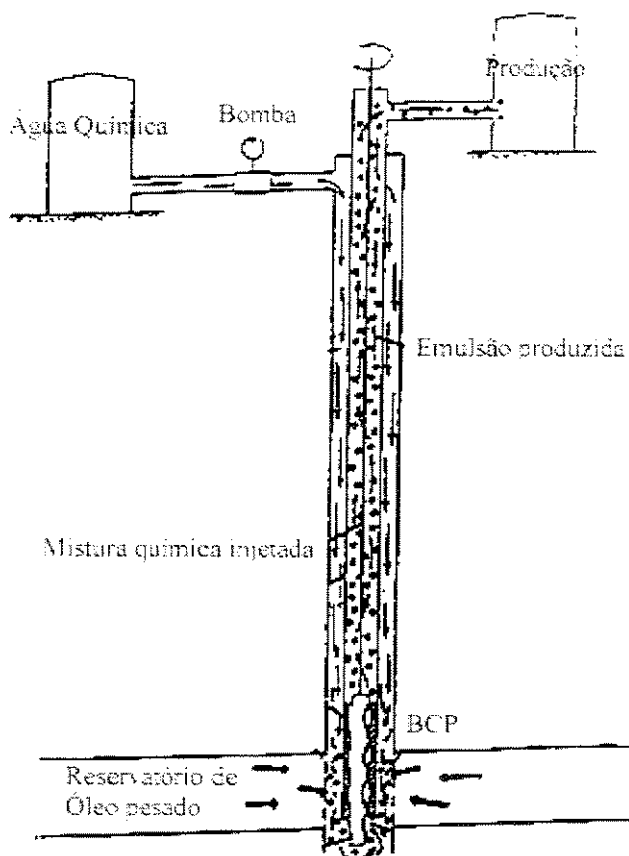


Figura 2.3. 3: Configuração da Emulsificação no fundo do poço (Browne *et al*, 1996)

A mistura é injetada pelo anular (Figura 2.3.3) ou através de tubos de pequeno diâmetro que acabam na bomba de fundo. Existe outro sistema onde a água e os produtos químicos são bombeados separadamente.

O maior problema no uso da DHE é o controle de areia, o que é comum em qualquer sistema de elevação de óleos pesados.

Zhang *et al* (1991) fizeram estudos de laboratório para determinar o melhor surfactante

para um óleo particular de 13,5 °API e viscosidade de 10.000 cP a 50°C. Para este óleo, feitas emulsões com diferentes concentrações e surfactantes, mediram-se, para as diferentes emulsões, seus comportamentos reológicos e as quedas de pressão. Conclusões que se tiraram de estas análises de laboratório foram:

- redução da viscosidade em mais de 3 ordens de magnitude;
- a viscosidade da emulsão é mais sensível à temperatura, maior é a redução obtida quanto menor é a temperatura; e
- Se a fração de óleo é menor que 0,8, a viscosidade dele tem pouco efeito na viscosidade da emulsão.

Segundo os testes de campo feitos por Chen e Lijie (1995) na China, onde o mecanismo é por injeção de vapor, injetou-se água no poço para obter emulsão com 40% de água que resultou estável, verificando-se que:

- melhorou a produção total de líquidos,
- melhorou a produção de óleo,
- diminuiu a carga nas hastes no bombeio mecânico e
- prolongou o tempo de produção na fase fria do ciclo de injeção de vapor.

Desta forma, chegaram-se às seguintes conclusões:

- A emulsão estável é obtida pela ajuda do movimento da coluna de hastes
- Uma boa porcentagem de água é 40%, pois com menos de 30% não se forma emulsão e a altas porcentagens a produção de óleo é baixa.
- O comportamento das diferentes emulsões depende do óleo particular: suas propriedades implicam que diferentes propriedades da emulsão
- A temperatura da água ativa tem influência insignificante na formação da emulsão

Segundo testes de campo (Zhang *et al*, 1991) onde a água é injetada na cabeça de poço para facilitar o escoamento nas linhas de superfície, obteve-se redução de perdas entre 40% e 80% com emulsões com 20 a 40% de água.

Segundo experiências no Canadá (Browne *et al*, 1996), de injeção de água química no poço, conseguiu-se aumentar a produção em 55%. A Figura 2.3.5 mostra como a emulsificação diminui

a viscosidade na sua dependência com a temperatura.

### Reversibilidade

A emulsão tem que ser reversível (Mc Claflin *et al*, 1984) com um tratamento térmico de superfície. Além disso recorre-se a desemulsionantes para melhorar os resultados. Por isso é importante procurar-se surfactantes que não impliquem problemas na desidratação de superfície logo após sua elevação.

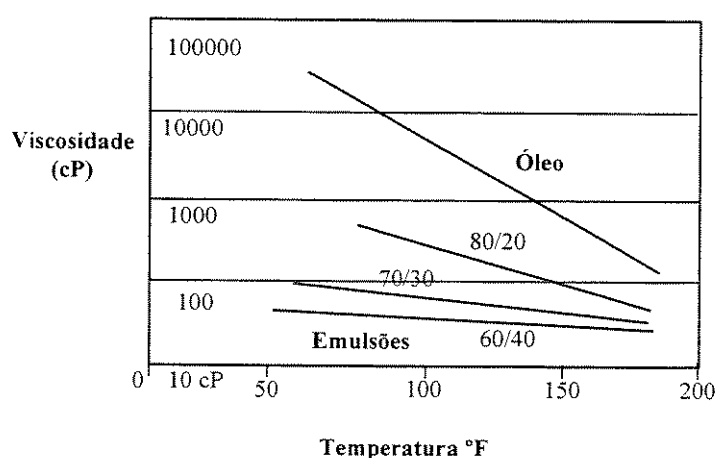


Figura 2.3. 4: Viscosidade vs. Temperatura para diferentes emulsões óleo - água (Browne *et al*, 1996)

### Emulsão estável

Na Venezuela (Abraham, 1997) existem campos de betume (8-10°API). Na história da sua exploração foram feitas varias tentativas para melhorar seu escoamento. No nível de reservatório, foi injetado querosene para otimizar o escoamento no meio poroso e nas tubulações; o resultado não foi satisfatório pela dificuldade de separação na superfície. Também se tentou emulsioná-lo no fundo do poço, mas resultou um igual problema. Nas linhas de superfície existia o problema de solidificação do betume. Tentou-se adicionar óleo leve, mas resultou muito caro pela tarefa posterior de separá-lo para sua reutilização. O sistema utilizou com aquecimento antes do transporte, até que em 1980 se conseguiu a solução: emulsionar o betume com água ativa para seu transporte. O betume emulsionado continua sendo um bom combustível para plantas de potência, não precisando de desidratação. Esta emulsão é conhecida como Orimulsión.

No poço, no começo, produzia-se com calor e a produção era transportada até a superfície

com bombas mecânicas. Hoje um diluente é injetado nos poços produtores para reduzir a densidade e o betume é elevado por Bomba Centrífuga Submersa (BCS). Na planta na superfície remove-se o gás associado, a água e o diluente e se emulsiona com 70% óleo, 30% água mais surfactantes.

### 2.3.4 Core Flow (método em estágio de pesquisa)

No Canadá tem-se empregado *Core Flow* para transportar betume na superfície, com 30% de água, 60 % de betume e 10% de sólidos.

Na Hungria (Bobok *et al*, 1996) existem campos de óleo altamente viscoso, Newtoniano, com densidades próximas à da água. O óleo produzido tem propriedades reológicas muito adversas com grandes perdas de carga no transporte (teoricamente). Mas o óleo forma com a água do reservatório uma emulsão estável, com alto conteúdo de água e comportamento pseudoplástico. É possível que se forme *Core Flow* porque a queda de pressão na tubulação de produção é menor que o esperado, não correspondente à viscosidade do óleo. Para reduzir a potência de bombeio e custos, idealizou-se um modelo com lubrificação de água.

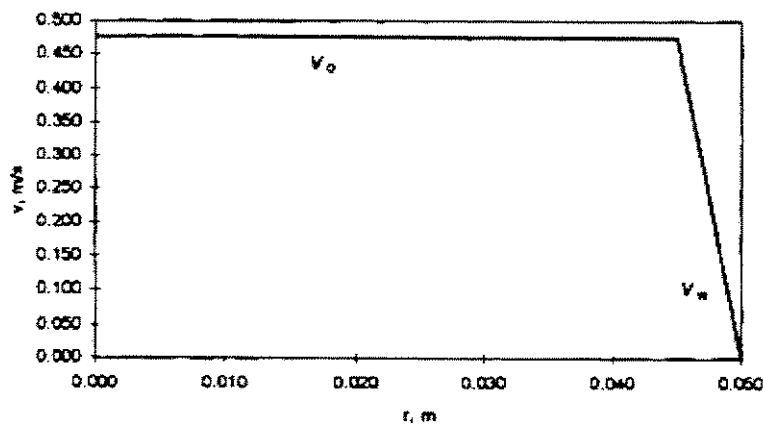


Figura 2.3. 5: Distribuição de velocidade ao longo do raio da tubulação (Bobok *et al*, 1996)

No *Core Flow* o óleo altamente viscoso forma um núcleo cilíndrico que está rodeado e lubrificado por um anular de água. É um núcleo plástico de óleo, que flui quasi sem deformação,

transportado pelo anular de água. Com o *Core Flow* as perdas de carga dependem somente das variáveis do fluxo de água. Os autores propuseram um modelo para escoamento *Core Flow* horizontal, laminar, *newtoniano* e incompressível.

As Figuras 2.3.5, 2.3.6 e 2.3.7 (Bobok *et al*, 1996) mostram o perfil de velocidades, o gradiente de pressão e a relação de perdas de carga óleo e óleo com *Core Flow*.

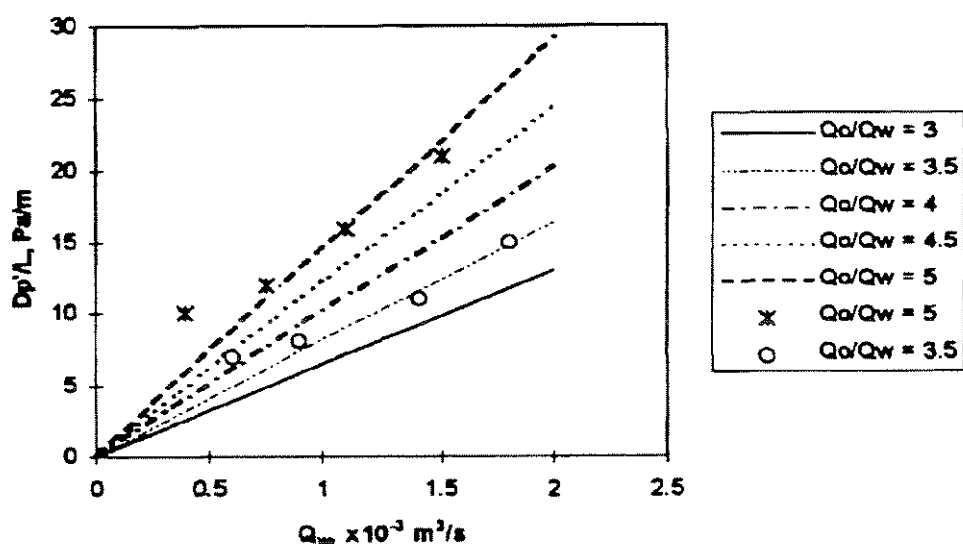


Figura 2.3. 6: Gradientes de queda de Pressão para diferentes relações óleo/água dependendo da vazão de água (Bobok *et al*, 1996)

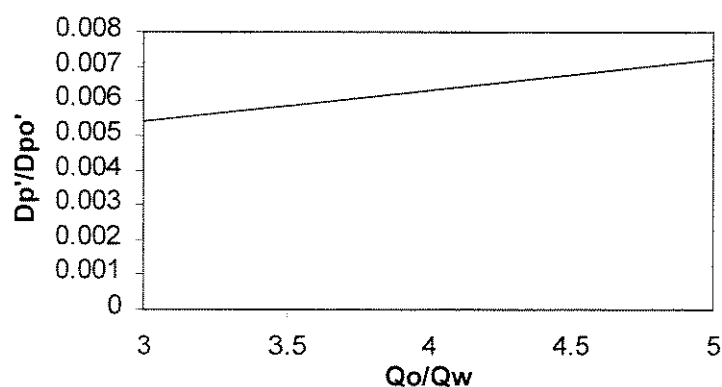


Figura 2.3. 7: Redução de queda de Pressão em tubulação lubrificada por água (Bobok *et al*, 1996)

## 2.4 Síntese

1. A BCS é o sistema de bombeio mais versátil e seguro para fluxo monofásico
2. O bombeio mecânico não é aplicável para poços marítimos
3. A BCP tem bom desenvolvimento em poços não muito profundos, mas fornece baixas vazões de produção.
4. Tanto a BCS, a BCP, o *Gas Lift* e a BHJ mostram-se mais efetivas que o bombeio mecânico
5. A *Hydraulic Gas Pump* só conceituada, gera expectativas.

É importante além do método de elevação, utilizar diluentes ou surfactantes que mudem as características reológicas do óleo para ter uma melhor performance dos métodos de elevação

6. No caso de poços marítimos, é importante utilizar, além de um método de elevação, um método para mudar as características reológicas do fluido, frente as baixas temperaturas.
7. Nos poços desviados, os inconvenientes no escoamento do óleo pesado se multiplicam
8. A produção com areia muitas vezes é a melhor alternativa para a recuperação do óleo de reservatórios pouco consolidados
9. A elevação por *Core Flow* está em fase de pesquisa

## 2.5 Escoamento no Sistema BCP

O sistema de BCP é um método cada vez mais utilizado para poços em campos de óleo pesado, devido às vantagens citadas na subseção 2.2.4. Além disso, é um sistema de bombeamento que está em pleno desenvolvimento, conseguindo-se ano após ano melhores qualidades (poços cada vez mais profundos e a mais altas temperaturas de operação).

Na utilização da BCP, uma parcela significativa da energia total consumida corresponde às perdas hidrodinâmicas ao longo do espaço anular. É necessário um melhor conhecimento do

escoamento no anular para obter-se melhores determinações das perdas hidrodinâmicas e assim conseguir melhores previsões e também aperfeiçoamentos no dimensionamento destas bombas.

A rotação é fornecida à bomba de fundo desde um motor de superfície, elétrico ou de combustão interna, através de uma coluna de hastes alojada dentro da coluna de produção. O óleo escoar desde a descarga da bomba até a superfície pelo anular formado. A coluna de hastes, que fornece o torque à bomba, gira fornecendo ao fluido um movimento helicoidal.

A haste de bombeio está formada por hastes de 25 ft (7,62 m) de comprimento, conectadas entre si por luvas, que são cilindros regulares de comprimento 4" (10,16 cm). As luvas podem ser tipo *slim* ou tipo *fullsize*, a diferença é que as últimas têm diâmetro maior.

Tabela 2.5. 1: Carta de diâmetros sistema coluna - haste - luva

| Coluna de produção |      | Haste de bombeio |      | Luva <i>Slim</i> |      | Luva <i>Fullsize</i> |      |
|--------------------|------|------------------|------|------------------|------|----------------------|------|
| in                 | mm   | in               | mm   | in               | mm   | in                   | mm   |
| 2 3/8              | 60,3 | 5/8              | 15,9 | 1 1/4            | 31,8 | 1 1/2                | 38,1 |
| 2 7/8              | 73   | 5/8              | 15,9 | 1 1/4            | 31,8 | 1 1/2                | 38,1 |
|                    |      | 3/4              | 19,1 | 1 1/2            | 38,1 | 1 5/8                | 41,3 |
|                    |      | 7/8              | 22,2 | 1 5/8            | 41,3 | 1 13/16              | 46,0 |
|                    |      | 1                | 25,4 | 2                | 50,8 | 2 3/16               | 55,6 |
| 3 1/2              | 88,9 | 7/8              | 22,2 | 1 5/8            | 41,3 | 1 13/16              | 46,0 |
|                    |      | 1                | 25,4 | 2                | 50,8 | 2 3/16               | 55,6 |

As relações entre diâmetros nominais da coluna, haste e luva são apresentadas na Tabela 2.5.1 (Faria, 1995). O sistema mais utilizado é a coluna de 2 7/8" (60,3 mm), a haste de 7/8" (22,2 mm) e a luva *slim*.

Este trabalho está dedicado à modelagem numérica do fluxo helicoidal do óleo no anular formado entre a coluna de produção e a haste de bombeio. A necessidade de um modelo numérico está dada pela característica não *newtoniana* do fluido que se pretende estudar e,

principalmente, pelo domínio de fluxo não regular que é apresentado na Figura 2.5.1, o que impossibilita qualquer tentativa de solução analítica.

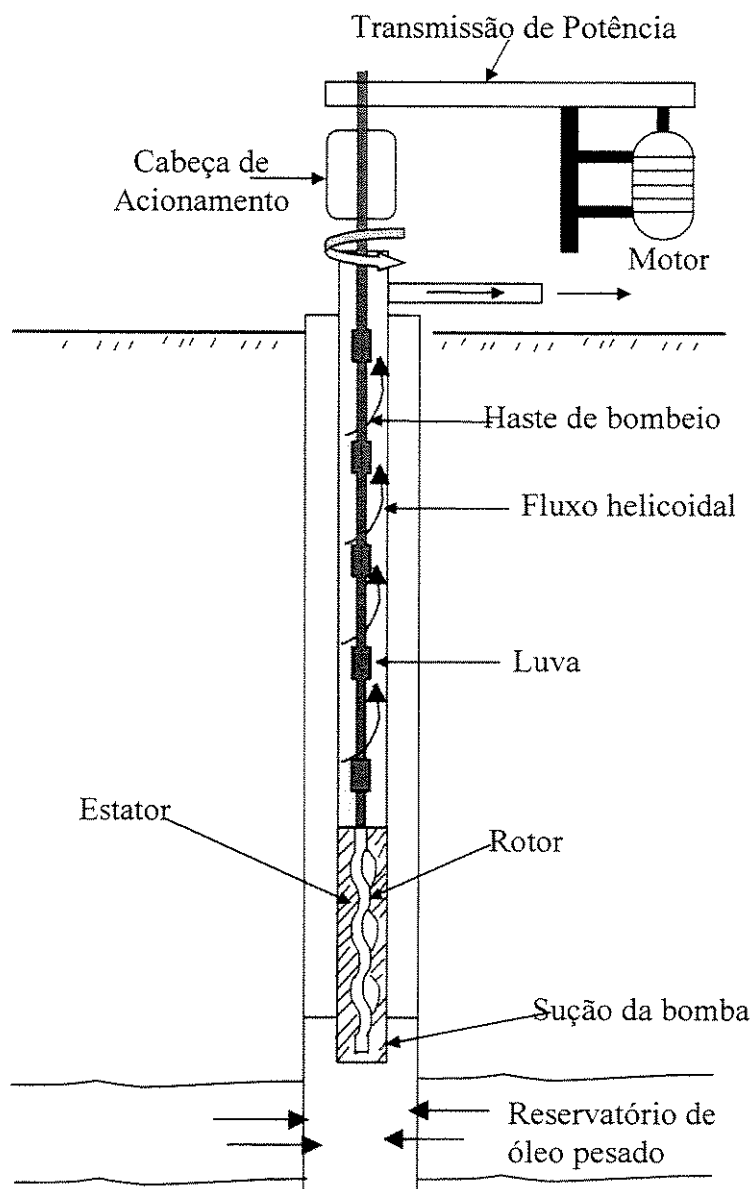


Figura 2.5. 1: Disposição do sistema de bombeio BCP

## Capítulo 3

### Caracterização Reológica

O propósito deste capítulo é conhecer o comportamento reológico dos óleos pesados, caracterizando-se, experimentalmente, amostras de óleo pesado de campos petrolíferos brasileiros, fornecidas pela Petróleo Brasileiro (Petrobras).

A caracterização experimental consistiu na realização de distintos ensaios de reometria, fazendo-se varreduras de:

- a Taxa de Deformação
- b Temperatura
- c Deformação

Com os ensaios (a) se obtiveram as curvas que permitem deduzir o comportamento reológico (tensão cisalhante em função da taxa de deformação). Além disso, se fizeram os ensaios a diferentes temperaturas (b) para também se determinar o efeito da temperatura no comportamento reológico e na viscosidade e para confirmar os dados tirados a baixas temperaturas, ou seja, a altas viscosidades. Também se fizeram ensaios de comportamento dinâmico (c) para determinar que tão influente é a componente elástica na resposta à deformação.

### 3.1 Descrição do Aparato Experimental

Foi utilizado um reômetro com sensores de cilindros coaxiais: HAAKE Rotovisco RV20, Measuring System CV20, Sensor System ZA30 e ZA15. Neste sistema, a amostra líquida preenche o anular entre os dois cilindros e é exposta à deformação. O cilindro externo rota a uma velocidade definida, obrigando à amostra líquida do anular a fluir. A resistência do líquido a ser deformado transmite um torque (dependente da viscosidade) ao cilindro interno, embora o cilindro interno fica estacionário. Este sistema de cilindros assegura o fluxo laminar que permite seu tratamento matemático. O perfil de velocidades é apresentado na Figura 3.1.1.

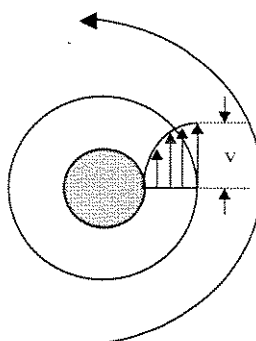


Figura 3.1. 1: Fluxo em sistema de cilindros coaxiais

- Escolha do sensor:

Dos tipos de reômetros mais utilizados (Manual 1), pode-se mencionar o sistema de cone-placa, que também é um reômetro rotacional. Este sistema é ideal quando a limpeza é o problema ou quando a amostra tem que ser pequena (por seu valor comercial, por exemplo). Mas tem limitações que descartam seu uso para óleos viscosos, e é que a amostra tem que ser homogênea, não pode apresentar dispersão de partículas pelo pequeno espaço entre o cone e o prato. O sistema de viscosímetro capilar de força de gravidade não permite trabalhar com fluidos muito viscosos ( $> 5000$  cp), e no viscosímetro capilar de sistema de pressão variável são precisos grandes volumes de amostra (1 - 5 Kg), tornando-o pouco prático.

As vantagens do sistema de cilindros coaxiais são:

- Existem modelos para baixas deformações
- Bom controle da temperatura da amostra
- Pode-se trabalhar com amostras que apresentam partículas, já que o anular é de espessura constante (diferente do sistema cone-placa)

O sensor utilizado é sensor do tipo *Couette*, representado na Figura 3.1.2.

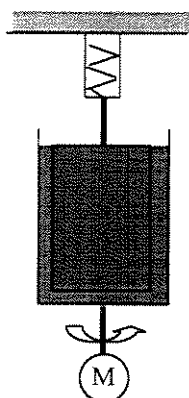


Figura 3.1. 2: Sensor tipo *Couette*

Características de sensores tipo *Couette* (Manual 2)

- utiliza volumes de amostra entre 0.1 e 5 cm<sup>3</sup>
- faixa de temperatura: 5 - 95 °C
- faixa de tensão cisalhante: 0,02 a 2500 Pa
- faixa de taxa de deformação: 0,06 a 1000 s<sup>-1</sup>
- faixa de viscosidades: 0,5 a 100000 cp

### 3.1.1 Equacionamento

A associação entre o torque e a rotação medidos pelo aparato, com a tensão cisalhante e a taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ) atuantes na amostra é feita através do equacionamento do escoamento através de um anular pequeno:

### 1. Taxa de Deformação (Shear Rate)

$$\dot{\gamma} = 2\omega \frac{Re^2}{Re^2 - Ri^2} \quad (3.1.1)$$

Onde:  $\dot{\gamma}$  : taxa de deformação ( $s^{-1}$ )

$$\omega : \text{velocidade de rotação (s}^{-1}\text{)} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} \quad \text{com n: (rpm)}$$

Ra, Ri: rádios externo e interno respectivamente

Substituindo-se  $\omega$  na equação 3.1.1

$$\dot{\gamma} = \underbrace{\frac{\pi}{15} \left( \frac{Re^2}{Re^2 - Ri^2} \right)}_M n \quad \Rightarrow \quad \dot{\gamma} = M \cdot n \quad (3.1.2)$$

### 2. Tensão cisalhante (Stress)

$$\tau_i = \frac{T}{2\pi h Ri^2} \quad (3.1.3)$$

Com:

$\tau_i$  : tensão cisalhante na parede interna

T: torque medido no cilindro interno

h: altura do espaço anular

Chamando  $\frac{1}{2\pi h Ri^2}$  como um fator de forma  $f$  fica:

$$\tau_i = f \cdot T \quad (3.1.4)$$

No instrumento, o torque se observa segundo a senha do indicador S.

$$\tau_i = f \cdot \frac{T}{S} S \quad (3.1. 5)$$

Com  $T/S = a$ , uma constante (pela relação linear existente entre eles)

$$\tau_i = f \cdot a \cdot S = A \cdot S \quad (3.1. 6)$$

### 3. *Viscosidade*

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{A \cdot S}{M \cdot n} \quad (3.1. 7)$$

Onde  $\eta$  : viscosidade (Pa.s)

$\tau$  : tensão cisalhante (Pa)

A: fator de forma da tensão cisalhante (Pa)

S: sinal do indicador

M: fator de forma da taxa de deformação ( $s^{-1}$ )

Chamando  $G = \frac{A}{M}$ , sendo uma constante do instrumento, a viscosidade se mede segundo a velocidade de rotação e a sinal do indicador:

$$\eta = \frac{G \cdot S}{n} \quad (3.1. 8)$$

#### 3.1.2 Efeitos de bordas

O tratamento matemático dos dados do reômetro requer que o torque seja criado somente pela resistência da amostra líquida que está sendo deformada no espaço anular (Manual 1). Todavia existe também superfície no fundo e no topo do cilindro que podem contribuir com o

torque, já que estão em contato com a amostra fora do espaço anular que está sendo deformada, constituindo-se erro de torque no equacionamento. Para corrigir esse problema, a geometria dos cilindros escolhida é o modelo *standard* (representado na Figura 3.1.3), onde ar é tapeado no fundo, eliminando a contribuição de torque normal da amostra na superfície inferior do cilindro interno. O espaço no topo do cilindro permite que o excesso de líquido se verta, então, ao girar por sobre o anular existe só ar.

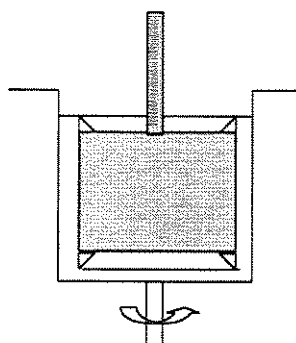


Figura 3.1. 3: Esquema do modelo *Standard*

### 3.2 Ensaios Reológicos Básicos

A caracterização reológica de três óleos ultra-viscosos de campos petrolíferos brasileiros foi realizada, que aqui são chamados com nomes fictícios: Faisão, Mainá (duas amostras) e Curió.

Com o objetivo de se conhecer o comportamento reológico de cada um dos óleos, foram realizados os ensaios no reômetro para tirar suas curvas reológicas e sua expressão matemática correspondente. Os ensaios foram realizados a diferentes temperaturas para determinar sua dependência.

Cada sistema sensor está modelado para prover uma faixa específica de taxa de deformação e tensão cisalhante, estabelece-se, então, uma determinada faixa de viscosidades possíveis de medir (Figuras 3.2.1, 3.2.3). A faixa de taxas de deformação de interesse no momento de caracterizar os óleos é aquela que se apresenta no campo. No Anexo I são apresentados cálculos

detalhados das taxas de deformação máximas de fluidos *Newtonianos* presentes nas dimensões *standard* de condutos de campo.

### 3.2.1 Sistema de sensores ZA30

O sistema sensor ZA30 tem cilindro interno segundo o modelo *standard* e está modelado, especialmente, para ensaios com altas taxas de deformação (Manual 2).

Faixas:

- $\dot{\gamma}$  : 0,3 - 300 s<sup>-1</sup>
- $\tau$  : 0,3 - 300 Pa
- $\eta$  : 1 - 1000000 cp

Suas dimensões são:

- Di: 27,83 mm
- L: 26,9 mm
- Da: 30 mm
- Ra/Ri: 1,078
- Espaço Anular (Ra-Ri): 1,085 mm
- Volume: 5 cm<sup>3</sup>
- $\left. \begin{matrix} A : 3 \\ M : 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \tau = 3 \cdot S \\ \dot{\gamma} = 3 \cdot n \end{cases}$

Faixa de viscosidades:

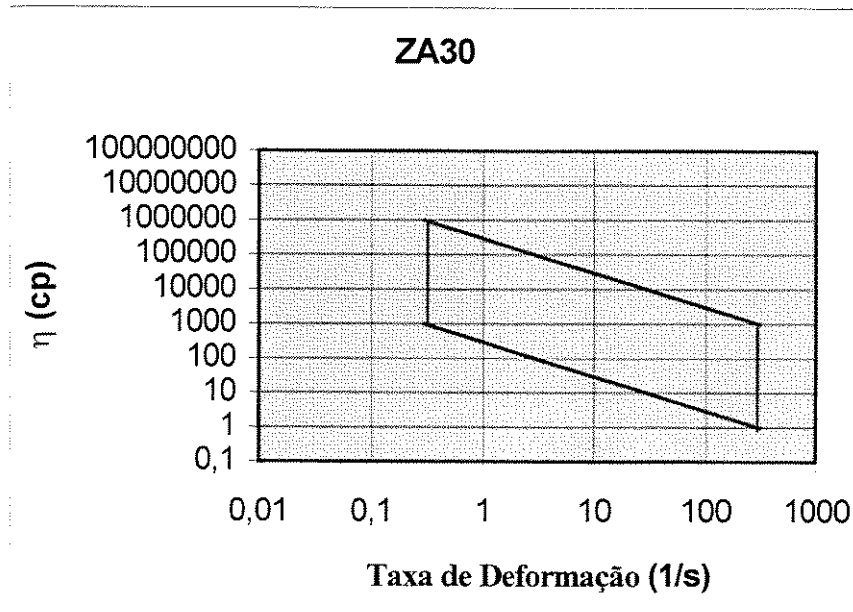


Figura 3.2. 1: Faixa de utilização do sistema ZA30

Como se vê na Figura 3.2.1, para os casos onde a viscosidade é maior, a faixa de taxas de deformação e seus valores são menores, por exemplo, para  $\eta=100000$  cP,  $\dot{\gamma}$ : 0,3 - 3 s<sup>-1</sup>. O sistema ZA15 permite melhorar este problema: para  $\eta=100000$  cP,  $\dot{\gamma}$ : 0,3 - 30 s<sup>-1</sup>. Inicialmente foram feitas medidas a 25°C, mas devido à alta viscosidade do óleo a essa temperatura, restringiu-se demasiado a faixa de taxas de deformação.

Então, a idéia foi fazer as medições a diferentes temperaturas, constituindo-se uma varredura de temperatura. Para os óleos viscosos é de se esperar uma cinética de *Arrhenius*, com dependência exponencial da viscosidade com a temperatura. Assim foi que se fizeram as varreduras de temperatura, para obter a regressão que confirmasse a dependência exponencial e o valor de viscosidade no primeiro ponto, a 25°C, que é o suspeito de afastar-se da correlação por utilizar uma muito pequena faixa de taxas de deformação. No Anexo II são apresentados os resultados destas caracterizações reológicas.

Os dados das viscosidades nas diferentes temperaturas permitem concluir que as três viscosidades têm dependência exponencial com a temperatura e que os valores de viscosidades a 25°C estão próximos aos valores previstos segundo a cinética de *Arrhenius*.

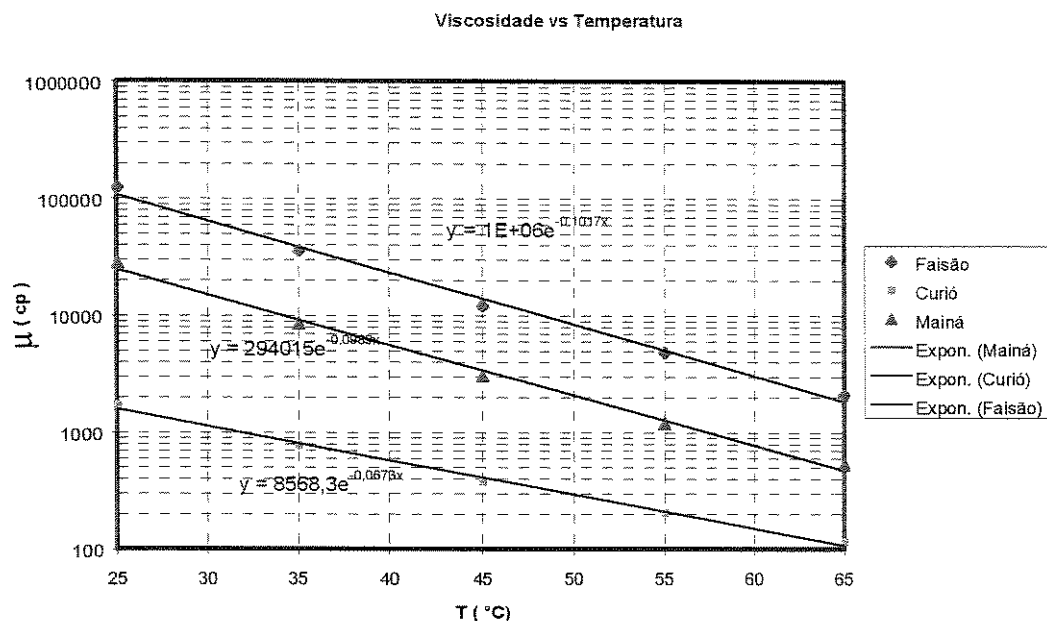


Figura 3.2. 2: Viscosidades em função da temperatura

Faisão:  $\mu = 1000000 \cdot e^{-0,1017 \cdot T}$

Mainá:  $\mu = 294015 \cdot e^{-0,0989 \cdot T}$

Curio:  $\mu = 8568,3 \cdot e^{-0,0673 \cdot T}$

### 3.2.2 Sistema de sensores ZA15

O sistema sensor ZA15 tem cilindro interno segundo o modelo *standard* e está modelado para ensaios com taxas de deformação mais altas que as obtidas pelo ZA30 (Manual 2).

Faixas:

- $\dot{\gamma} : 0,3 - 300 \text{ s}^{-1}$
- $\tau : 3 - 3000 \text{ Pa}$
- $\eta : 10 - 100000000 \text{ cp}$

Suas dimensões são:

- Di: 13,91 mm
- L: 10,8 mm
- Da: 15 mm
- Ra/Ri: 1,078
- Espaço Anular (Ra-Ri): 0,545 mm
- Volume:  $0,6 \text{ cm}^3$
- $\left. \begin{matrix} A : 30 \\ M : 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \tau = 30 \cdot S \\ \dot{\gamma} = 3 \cdot n \end{cases}$

Faixa de viscosidades:

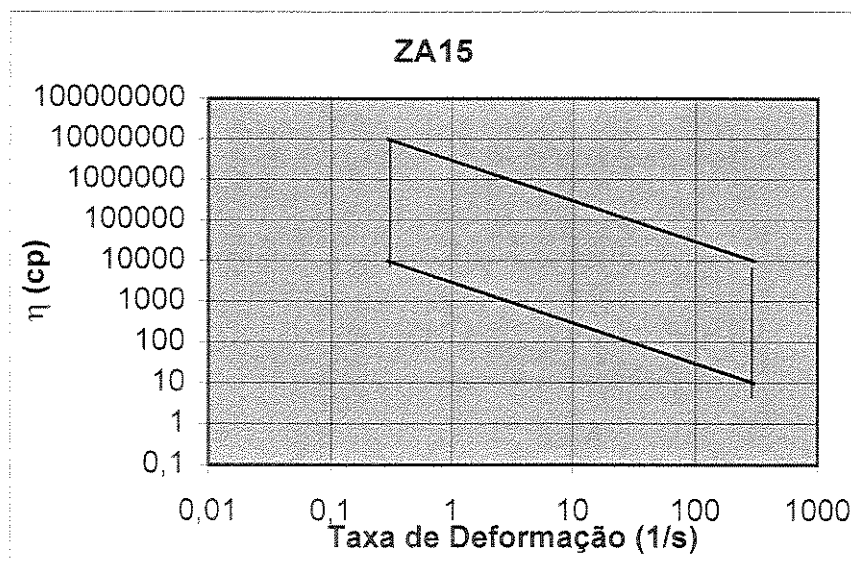


Figura 3.2. 3: Faixa de utilização do sistema ZA15

Com este sistema sensor foram feitos os ensaios reológicos a 25°C para os óleos Faisão, Curió e Mainá II (segunda amostra). No Anexo II são apresentadas as curvas obtidas com o sistema sensor ZA15.

### 3.3 Ensaios Dinâmicos

Após os ensaios de viscosidade se fizeram ensaios dinâmicos para constatar que tão importante é a componente elástica na resposta à deformação. A realização dos ensaios dinâmicos tem o objetivo básico de se avaliar e comparar o comportamento viscoso e elástico da amostra. Nos materiais elásticos a tensão é proporcional à deformação:

$$\tau = C \cdot \gamma \quad (3.3. 1)$$

E nos materiais puramente viscosos *Newtonianos* a tensão é proporcional à taxa de deformação:

$$\tau = C \cdot \dot{\gamma} \quad (3.3. 2)$$

Na maior parte dos materiais estão presentes os dois efeitos, são chamados então materiais viscoelásticos.

Os ensaios foram realizados no mesmo reômetro, com o Sistema de medição CV100 e o sistema sensor ZA30, mas nesse caso o cilindro externo oscila com frequência e amplitude variáveis (Manual 1).

O sistema sensor tipo *Couette* pode fazer seu cilindro externo girar com uma velocidade oscilatória, por exemplo, onde a velocidade varia senoidalmente com o tempo, com a média em 0, fornecendo uma deformação harmônica no tempo com certa frequência e amplitude. No cilindro interno se mede a saída harmônica na forma de tensão cisalhante, tendo a mesma frequência, mas

com amplitude diferente e defasada em relação à entrada. Essa defasagem depende da componente viscosa na resposta.

O tratamento matemático dos dados permite determinar o Módulo de Armazenamento  $G'$  – medida da energia da deformação armazenada elasticamente – e o módulo de Perda  $G''$  – medida da energia da deformação irreversivelmente perdida como resultado do fluxo viscoso (Whorlow, 1980).

A excitação é dada por uma deformação imposta:

$$\gamma = \gamma_0 \cos \omega t \quad (3.3.3)$$

E a resposta na tensão cisalhante é dada por:

$$\tau = \tau_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (3.3.4)$$

Onde  $\delta$  é o ângulo de fase.

Essa tensão cisalhante é possível dividi-la segundo:

$$\tau = \tau_0 \cos \delta \cos \omega t - \tau_0 \sin \delta \sin \omega t \quad (3.3.5)$$

Ou

$$\tau = \gamma_0 (G' \cos \omega t + G'' \sin \omega t) \quad (3.3.6)$$

Com

$$G' = \frac{\tau_0 \cos \delta}{\gamma_0} = G^* \cos \delta \quad (3.3.7)$$

$$G'' = \frac{\tau_0 \sin \delta}{\gamma_0} = G^* \sin \delta \quad (3.3.8)$$

Sendo  $G^*$  o módulo complexo:

$$G^* = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \quad (3.3.9)$$

Também define-se a viscosidade complexa  $\eta^*$ :

$$\eta^* = \frac{G^*}{\omega} \quad \text{com} \quad \omega = 2\pi f \quad (3.3.10)$$

Onde

$$\begin{aligned} \eta' &= \eta^* \sin \sigma \quad (\text{viscosidade dinâmica}) \\ \eta'' &= \eta^* \cos \sigma \end{aligned}$$

E o fator de perda:

$$\tan \delta = \frac{G'}{G''} \quad (4.3.1)$$

O ângulo de fase  $\delta$  vale 0 quando o material é puramente elástico e vale 90° quando o material é puramente viscoso.

Como primeiro passo se fizeram ensaios de varredura de deformação, a frequência constante, para determinação da região viscoelástica linear, onde vale a análise da equação 3.3.6.

A varredura de deformações é a baixos valores de deformação para assegurar que a componente elástica da resposta seja perceptível nos gráficos. Uma vez identificado o intervalo de deformações onde o módulo de resposta elástica é constante, procede-se à varredura de frequência, a essa deformação ( $\gamma_0$ ), monitorando-se os módulos armazenamento e perda, assim como a viscosidade complexa e o ângulo de fase.

A partir dos resultados obtidos nas varreduras, que podem ser observados no Anexo II, verifica-se que a componente elástica é da ordem do 1% da componente viscosa, assegurando-se assim o comportamento viscoso de esses óleos.

### 3.4 Resultados

Foram feitos os ensaios (para 25°C) com dois tipos de sensores, obtendo-se diferentes resultados. Estas diferenças devem-se, principalmente, aos diferentes intervalos de taxas de deformação a que ficam submetidos os fluidos no reômetro. Recorrendo-se à análise de taxas de deformação no campo para fluido *Newtoniano* (Anexo I) a faixa de interesse é:  $\dot{\gamma} : 10 - 100 \text{ s}^{-1}$ .

Para 25°C, foram conseguidos as seguintes faixas de taxa de deformação para os sensores:

Tabela 3.4. 1: Comparação de faixas de taxa de deformação das medições nos reômetros ZA15 e ZA30

|          | ZA15  | ZA30  |
|----------|-------|-------|
| Faisão   | 0-20  | 0-2   |
| Mainá II | 0-170 | 0-10  |
| Curió    | 0-200 | 0-150 |

O número de pontos que mede o reômetro com os quais plota as curvas é o mesmo em todos os casos: 40 pontos.

Assim é que, por exemplo, ZA30 para Faisão descreve bem o comportamento a muito baixas taxas de deformação, mas não é de interesse, porque não dá bons resultados na extrapolação para taxas de deformação maiores. Por outro lado, no ensaio do óleo Curió com ZA15 existe uma menor densidade de pontos no intervalo de interesse (porque abrange até taxas de  $200 \text{ s}^{-1}$ ), logo é preferível a medição com o ZA30. Um exemplo esquemático é apresentado na figura 3.4.1

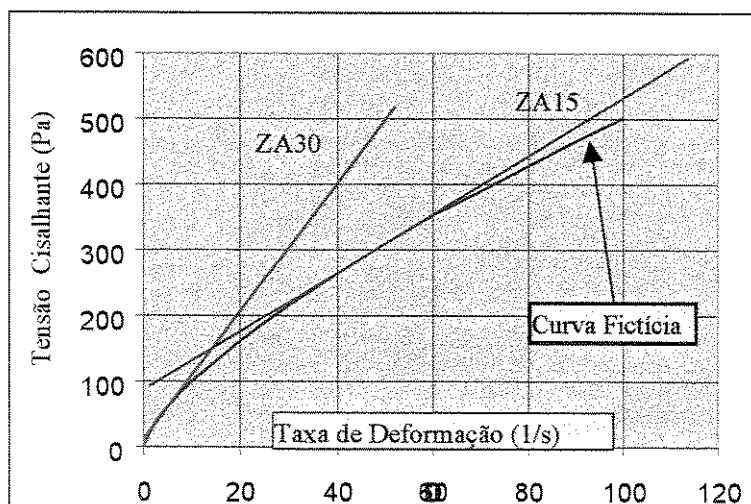


Figura 3.4. 1: Comparação esquemática das medições nos diferentes reômetros respeito ao real

Baseando-se nos aspetos mencionados, foram consideradas as seguintes medições a 25°C:

- Faisão: ZA15
- Mainá II ZA15
- Curió ZA30

### Faisão

Os erros das duas melhores aproximações são:

Tabela 3.4. 2: Comportamento reológico do óleo Faisão

|                                                   |                                          |                |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------|
| <i>Bingham</i>                                    | $\tau_0 = 66,41 \text{ Pa}$              |                |
| $\tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}$         | $\eta = 133,5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ | $S^2 = 0,9984$ |
| <i>Newtoniano</i> $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$ | $\mu = 139,9 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  | $S^2 = 0,9972$ |

A diferença é ínfima, pois considerando-se que o óleo fosse realmente *Bingham* e aproximássemos por *Newtoniano*, os erros que se cometeriam nas avaliações das tensões cisalhantes (nos dois extremos) seriam:

$$\dot{\gamma} = 10 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Bingham} & \tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma} = 1401,41 \\ \text{Newton} & \tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = 1399 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 0,17\%$$

$$\dot{\gamma} = 100 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Bingham} & \tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma} = 13416,41 \\ \text{Newton} & \tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = 13990 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 4,27\%$$

Desta forma, adota-se o modelo *Newtoniano* para esse óleo, por se tratar de um modelo mais simples (um parâmetro).

## Mainá II

Os erros das duas melhores aproximações são:

Tabela 3.4. 3: Comportamento reológico do óleo Mainá II

|                                                                     |                                                                                        |                |
|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <i>Herschel-Buckley</i><br>$\tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n$ | $\tau_0 = 2,405 \text{ Pa}$<br>$k = 21,02 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$<br>$n = 0,9626$ | $S^2 = 0,9994$ |
| Potência $\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n$                            | $k = 27,08 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$<br>$n = 0,9051$                                | $S^2 = 0,9982$ |

Novamente, a diferença é ínfima, pois considerando-se que o óleo fosse realmente modelado segundo *Herschel-Buckley* e aproximássemos a Potência, os erros que se cometeriam nas avaliações das tensões cisalhantes (nos dois extremos) seriam:

$$\dot{\gamma} = 10 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{H - Buckley} & \tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n = 195,26 \\ \text{Potência} & \tau = k \cdot \dot{\gamma}^n = 217,64 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 11,46\%$$

$$\dot{\gamma} = 10 \quad \left\{ \begin{array}{ll} H - \text{Buckley} & \tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n = 1771,83 \\ \text{Potência} & \tau = k \cdot \dot{\gamma}^n = 1749,24 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 1,27\%$$

Desta forma, adota-se o modelo de potência para esse óleo, pela sua simplicidade (dois parâmetros).

## Curió

Os erros das duas melhores aproximações são apresentados na Tabela 3.4.4.

Tabela 3.4. 4: Comportamento reológico do óleo Curió

|                                                   |                                          |                |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------|
| <i>Bingham</i>                                    | $\tau_0 = 0,1511 \text{ Pa}$             |                |
| $\tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}$         | $\eta = 1,728 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ | $S^2 = 0,9996$ |
| <i>Newtoniano</i> $\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$ | $\mu = 139,9 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  | $S^2 = 0,9992$ |

A diferença é ínfima, pois considerando-se que o óleo fosse realmente *Bingham* e aproximássemos por *Newtoniano*, os erros que se cometeriam nas avaliações das tensões cisalhantes (nos dois extremos) seriam:

$$\dot{\gamma} = 10 \quad \left\{ \begin{array}{ll} Bingham & \tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma} = 17,4311 \\ Newton & \tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = 17,3 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 0,75\%$$

$$\dot{\gamma} = 100 \quad \left\{ \begin{array}{ll} Bingham & \tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma} = 172,9511 \\ Newton & \tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = 173 \end{array} \right\} \quad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 0,03\%$$

Desta forma, adota-se o modelo *Newtoniano* para esse óleo, por se tratar de um modelo mais simples (um parâmetro).

### 3.5 Equações Reológicas

A 25°C e 1 atm de pressão os comportamentos reológicos dos óleos analisados são representados pelas equações 3.5.1, 3.5.2, 3.5.3 e 3.5.4.

$$\textbf{Faisão} \quad \tau = 139,1 \cdot \dot{\gamma} \quad (3.5. 1)$$

$$\textbf{Mainá} \quad \tau = 28,3 \cdot \dot{\gamma} \quad (3.5. 2)$$

$$\textbf{Mainá II} \quad \tau = 27,08 \cdot \dot{\gamma}^{0,9051} \quad (3.5. 3)$$

$$\textbf{Curió} \quad \tau = 1,813 \cdot \dot{\gamma} \quad (3.5. 4)$$

## **Capítulo 4**

### **Modelagem Matemática**

#### **4.1 Introdução**

É preciso pesquisar a literatura dedicada aos fluxos anulares, já que é um importante ponto deste trabalho entender o fluxo ascendente helicoidal durante a operação da Bomba de Cavidades Progressivas. Nesta seção é apresentado primeiramente o estado da arte em relação ao conhecimento do fluxo helicoidal e sua modelagem, posteriormente se analisa sua estabilidade.

##### **4.1.1 Escoamentos Anulares**

Neste trabalho nos concentraremos no escoamento em anulares concêntricos. Inicialmente pesquisaram-se aspectos do fluxo totalmente desenvolvido, onde este é descrito pela velocidade tangencial e axial, com a queda de pressão como dado conhecido e constante. Na segunda parte se tomam em conta efeitos de entrada, estão presentes todas as componentes da velocidade, o gradiente de pressão varia na direção axial e existe gradiente também na direção radial.

##### **Escoamento totalmente desenvolvido**

Segundo a Tese de Doutorado de Ribeiro (1994) e de Laruccia (1995), Rivlin (1956) introduziu as equações governamentais do fluxo helicoidal estacionário,

laminar e totalmente desenvolvido, caracterizando o tensor de tensões para fluido visco-elástico incompressível, obtendo os componentes do tensor de tensões total, na sua formulação diferencial.

Posteriormente Coleman e Noll (1959) fizeram a mesma análise para um fluido genérico, obtendo a expressão para o tensor de tensões em função da função viscosidade e da primeira e segunda diferenças da tensão normal. Os autores concluíram que o campo de velocidades num fluxo helicoidal totalmente desenvolvido pode ser obtido conhecendo-se somente a função viscosidade.

Frederickson (1958) obteve uma solução para o fluxo combinado axial e tangencial de fluido não *Newtoniano* inelástico e posteriormente (Frederickson, 1960) generalizou as suas equações para solucionar o problema completo proposto por Rivlin para um fluido visco-elástico. No trabalho, usou-se a representação do tensor de tensões de Rivlin para obter as expressões integrais para as velocidades e a vazão em termos da viscosidade aparente.

Savins e Wallick (1966) desenvolveram um esquema numérico para computar o fluxo helicoidal estacionário de fluidos não *Newtonianos* (fluidos de potência), com limites superior e inferior para a função viscosidade e com valores de taxas de deformação positivos. Verificaram a relação entre a vazão, o gradiente de pressão, a velocidade angular e o torque para fluidos com comportamento da viscosidade dependente da taxa de deformação.

Dierckes e Showalter (1966), Rea e Showalter (1967) e Walker e Al-Rawi (1970) comprovaram experimentalmente o trabalho de Coleman e Noll para fluido de potência.

Dierckes e Showalter usaram o mesmo modelo que Coleman e Noll para descrever o fluxo helicoidal de fluidos de potência e compararam com dados experimentais obtidos com um sistema para fluxo helicoidal, medindo as quedas de pressão e a vazão para uma solução de poliisobuteno, obtendo boa concordância com as predições.

Posteriormente Rea e Showalter usaram o mesmo montagem experimental, dotado adicionalmente de capacidade de visualização do perfil de velocidade, obtendo boa concordância com as predições do modelo e verificaram a irrelevância das forças elásticas nestes fluxos.

Walker e Al-Rawi utilizaram o modelo de Coleman e Noll para prever a queda de pressão para quatro misturas de bentonita em água reportando erros de entre 1% e 45%.

Xisheng e Yinghu (1986) resolveram a equação de *Stokes* para fluido de potência achando boa concordância com dados experimentais nos perfis de velocidade de cinco soluções aquosas de poliacrilamida e Chin (1990) achou a solução para o fluxo helicoidal de fluidos de potência utilizando a hipótese de anulo estreito.

Luo e Peden (1989) desenvolveram expressões adimensionais para as variáveis viscosidade aparente, velocidades axial e tangencial e vazão em função de três parâmetros: relação de raios, índice de comportamento e relação de taxas de deformação. Num segundo trabalho Luo e Peden (1989) derivaram uma expressão adimensional para a queda de pressão, concluindo que o aumento da velocidade de rotação reduz a perda de carga para fluido pseudoplástico.

Pilehvari (1989) desenvolveu um código em elementos finitos em uma dimensão para resolver o escoamento helicoidal totalmente desenvolvido de fluidos de potência, para o caso do escoamento durante a perfuração. Aplicou o modelo para prever o efeito da rotação, do índice de comportamento e a queda de pressão no perfil de velocidades, na vazão, na viscosidade aparente e no torque. Suas predições de vazão concordam com os valores experimentais obtidos por Dierckes e Showalter.

Pereira (1991) desenvolveu um modelo similar em elementos finitos unidimensional estendendo a solução de Bird (Bird *et al*, 1987) para fluidos de potência com outros índices além de  $1/3$ , e solucionou o sistema não linear com um esquema de *Newton-Raphson*.

## **Escoamento em desenvolvimento**

Nesta seção é revisto o desenvolvimento do fluxo helicoidal, ou seja, aqueles casos que levam em conta efeitos de contorno e entrada.

Astill (1964) estudou instabilidades do fluxo helicoidal: a turbulência e os vórtices de *Taylor*. Monitorou o desenvolvimento do fluxo de ar através de um anular concêntrico com o cilindro interno girante para caracterizar como ocorriam as instabilidades. Conduziu a sua experimentação à determinação da posição axial onde os vórtices de *Taylor* acontecem e quando se inicia a turbulência, assim como também as influências dos números de *Reynolds* e *Taylor* na estabilidade do fluxo. Desenvolveu também (Astill *et al*, 1968) um método para predição do crescimento da largura da lâmina de borde e do perfil da velocidade tangencial. A estabilidade do fluxo depende da largura da lâmina, que vale 0 à entrada do anular, aumentando quando o fluxo está totalmente desenvolvido. O deslocamento da largura da lâmina de borde foi computada a partir dum balanço de massa na direção tangencial. Foi utilizado o deslocamento da largura da lâmina devido à dificuldade de medi-la experimentalmente para altos números de *Reynolds*. A largura da lâmina é um critério para a aparição dos vórtices de *Taylor*.

Martin e Payne (1972) solucionaram o desenvolvimento do fluxo helicoidal dum fluido *Newtoniano* usando diferenças finitas *upwind* para avaliar o crescimento do perfil da velocidade tangencial. Obtiveram boa concordância com os dados experimentais de Astill (1968) para altos números de *Reynolds*.

Coney e El-Shaarawi (1974) fizeram trabalho análogo usando uma simplificação das equações de *Navier-Stokes* e linearizando o esquema de diferenças finitas. Como resultado pode-se citar que constatarem a influência dos números de *Reynolds* e *Taylor* nos perfis de velocidade radial, axial e tangencial, como assim também a distribuição da pressão ao longo do espaço anular.

Kang (1985) desenvolveu um modelo de elementos finitos em duas dimensões em coordenadas cilíndricas. Solucionou as equações de *Navier-Stokes* para fluido *Newtoniano* e comparou os seus resultados com dados experimentais e com a solução de Coney e El-Shaarawi.

Ribeiro (1994) solucionou o sistema de equações de conservação para fluido de potência mediante elementos finitos em duas dimensões para sistemas anulares concêntricos e em três dimensões para sistemas anulares excêntricos, obtendo boa concordância com dados experimentais.

Laruccia (1995) modelou o fluxo no espaço anular excêntrico para fluido *Herschel-Bulkey* (Bingham-potência) mediante diferenças finitas, assumindo anular estreito, fazendo uma adaptação dos modelos de Rivlin (1956) e Frederickson (1960).

#### 4.1.2 Instabilidade do fluxo helicoidal

A principal peculiaridade que se pode citar em relação à estabilidade do fluxo helicoidal são os vórtices de *Taylor*. Os vórtices de *Taylor* formam-se no fluxo helicoidal devido à rotação do cilindro interno, com a aparição de um gradiente de pressão na direção radial, quando este atinge uma velocidade de rotação crítica.

Taylor (1923) foi quem primeiramente estudou a transição do fluxo puramente laminar ao fluxo com vórtices recirculantes, envolvendo fluxo na direção radial e axial.

Wornski e Jastracbski (1990) investigaram a estabilidade do fluxo helicoidal laminar de fluidos pseudoplásticos. Solucionaram o problema por elementos finitos, assumindo vórtices de *Taylor*. Concluíram que a reologia do fluido pseudoplástico tem uma considerável influência desestabilizante no fluxo helicoidal (para números de *Reynolds* menores que 30). Para números de *Reynolds* maiores esta instabilidade desaparece.

Lockett *et al* (1992) estudaram o efeito da reologia não *newtoniana* inelástica na aparição dos vórtices de *Taylor* em anulares concêntricos e excêntricos, numa ampla faixa de condições, mediante técnicas numéricas de diferenças finitas e elementos finitos. Resolveram as equações governantes para as variáveis primitivas. Os resultados sugerem que para fluido pseudoplástico, o range de valores de velocidade para aos quais existem os vórtices é maior. Em fluidos *Bingham*

plásticos (*Herschel-Bulkey*) a presença da tensão residual (*Yield Stress*) provoca um aumento na estabilidade.

O número adimensional de *Taylor* (equação 4.1.1) descreve a característica “instável” do fluxo tangencial. A velocidade de rotação crítica se traduz ao número de *Taylor* crítico.

$$Ta = \frac{\rho^2 w^2 R_i (R - R_i)^3}{\mu^2} \quad (4.1.1)$$

Quando o fluxo é turbulento a instabilidade acontece ao atingir o número de *Reynolds* crítico.

$$Re = \frac{2\rho\bar{V}_z(R - R_i)}{\mu} \quad (4.1.2)$$

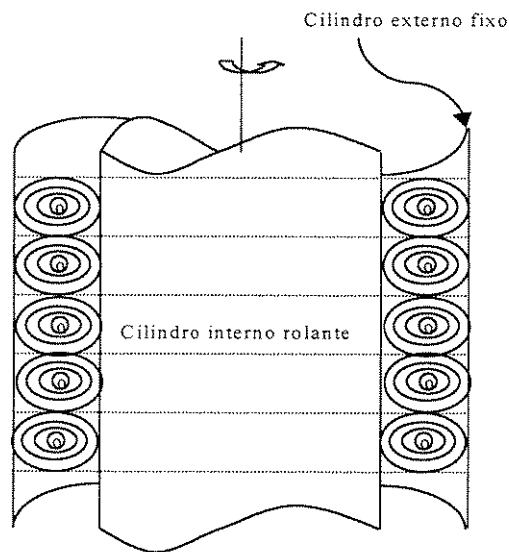


Figura 4.1. 1: Vórtices de *Taylor*

A instabilidade turbulenta é essencialmente aleatória, enquanto a instabilidade por rotação gera os vórtices de *Taylor* bem definidos que, no caso de fluxo axial laminar, se movem como unidades independentes a baixa velocidade de rotação (Figura 4.1.1), e tem forma helicoidal a altas velocidades de rotação (Pilehvari, 1989)

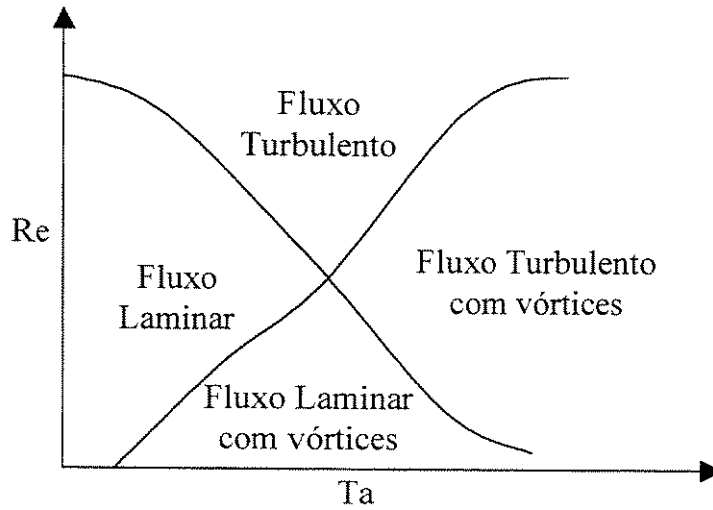


Figura 4.1. 2: Representação esquemática dos diferentes regimes de fluxo no anular

No caso de fluxo helicoidal existem quatro regimes de fluxo (Kaye e Elgar, 1958) segundo as velocidades axial e tangencial, como se vê na Figura 4.1.2.

O critério para a determinação do número de *Taylor* crítico foi sugerido por Astill (1968) tendo em conta a largura da lâmina de borda, na sua expressão adimensional dada pela equação 4.1.3:

$$\delta_g^* = \frac{1}{wR_i(R - R_i)} \int_{R_g}^R v_g dr \quad (4.1. 3)$$

Com o que se obtém o valor do número de *Taylor* crítico:

$$Ta : \frac{\rho^2 w^2 R_i (R - R_i)^3 \delta_g^{*3}}{\mu^2} < 576 \quad (4.1. 4)$$

## 4.2 Formulação

### 4.2.1 Equações Governantes

Como um problema de fluxo, o escoamento helicoidal (representado na Figura 4.2.1) é bem descrito pelas equações de conservação de massa e quantidade de movimento (ver, por exemplo Bird *et al*, 1960), sempre que o estudo se limite ao caso de escoamento laminar.

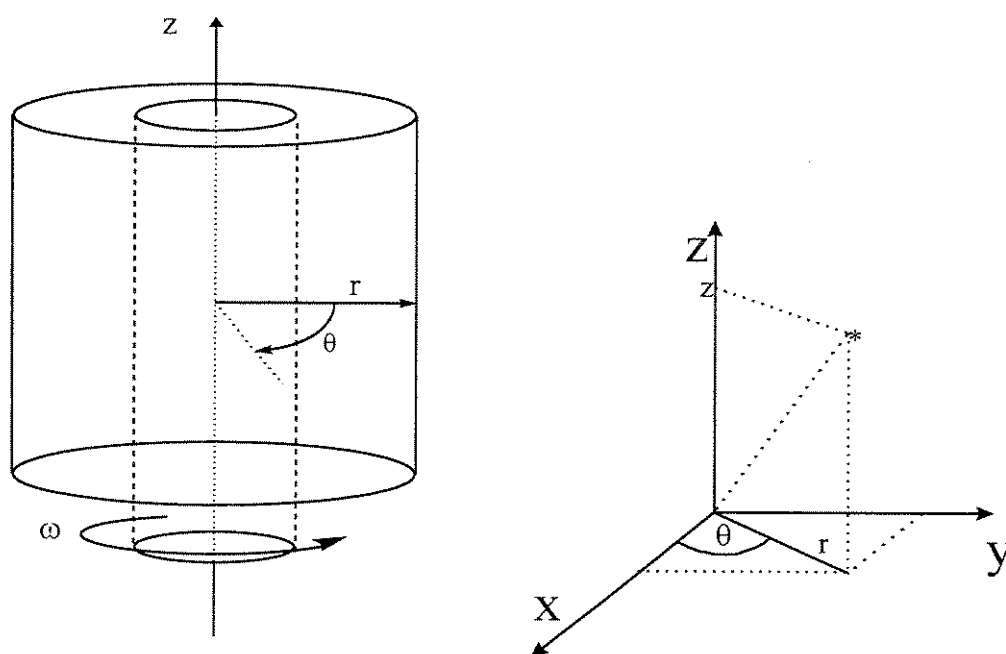


Figura 4.2. 1: Representação Esquemática do domínio de fluxo e do sistema de coordenadas cilíndrica

A solução do problema se obterá ao resolver estas equações simultaneamente. Neste trabalho, o sistema de equações é resolvido em termos das variáveis **Velocidade** e **Pressão** (não se utiliza o método de função corrente, de vorticidade nem função potencial) como o apresenta Chin (1992).

As hipóteses sob as quais se estudará o escoamento são:

1. Regime de escoamento laminar, que permite a utilização das equações de conservação de quantidade de movimento
2. O fluido é incompressível
3. Fluxo estável, livre de transientes
4. Sistema anular concêntrico, o que significa simetria angular e com isso que as variáveis não mudam na direção tangencial
5. Propriedades reológicas: fluido de Potência
6. Sistema isotérmico

Conservação da Massa:

|                             |   |                                       |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|
| Taxa de<br>acúmulo de massa | = | Fluxo líquido<br>de entrada-<br>saída |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt} = -(\bar{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{V}))} \quad (4.2.1)$$

Conservação da Quantidade de Movimento:

|                                                                                                                |   |                                                                                                      |   |                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------|
| Taxa de acúmulo de<br>momento x unidade de<br>volume devido<br>variação no tempo mais<br>transporte convectivo | = | Taxa de fluxo de<br>momento por<br>transferência viscosa<br><br>+<br>Gradiente de<br>Pressão (fluxo) | + | Forças<br>externas<br>X unidade<br>de volume |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------|

$$\frac{D(\rho V)}{Dt} = (\bar{\nabla} \cdot \sigma) + F \quad (4.2.2)$$

Sob a hipótese 2 as derivadas da densidade se anulam e sob a hipótese 3 a derivada substantiva se simplifica a:

$$\frac{D(\ )}{Dt} = \mathbf{V} \cdot \bar{\nabla}(\ ) \quad (4.2.3)$$

E assim as equações se reduzem a:

Conservação da Massa:

$$\bar{\nabla} \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (4.2.4)$$

Conservação da Quantidade de Movimento:

$$\rho \cdot \mathbf{V} \cdot \bar{\nabla} \mathbf{V} = (\bar{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{F} \quad (4.2.5)$$

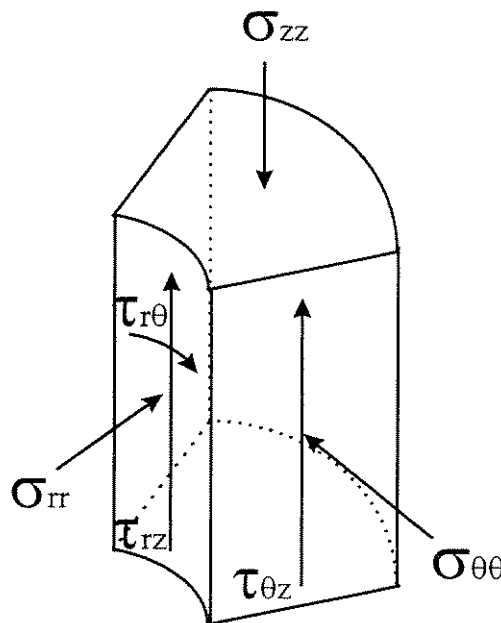


Figura 4.2. 2: Representação Esquemática das tensões cisalhantes

Em coordenadas cilíndricas podemos escrever os vetores:

**Vetor velocidade**

$$V = (\bar{v}_r, \bar{v}_\theta, \bar{v}_z)$$

**Vetor força**

$$F = (f_r, f_\theta, f_z)$$

**E o Tensor das Tensões**

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Uma representação das tensões numa porção do domínio é mostrada na Figura 4.2.2.

Desenvolvendo os balanços de massa e momento para cada uma das dimensões e levando em conta a hipótese 4 é obtido o seguinte equacionamento, na sua forma expandida:

Massa:

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (4.2. 6)$$

**r:**

$$\rho \cdot \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + f_r \quad (4.2. 7)$$

**$\theta$ :**

$$\rho \cdot \left( v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + f_\theta \quad (4.2. 8)$$

**z:**

$$\rho \cdot \left( v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z \quad (4.2. 9)$$

### 4.2.2 Equação Constitutiva

Sendo representado o fluido de Potência (Hipótese 5) como fluido *Newtoniano* (equação. 4.2.11) generalizado, resulta a viscosidade função da taxa de deformação através da função viscosidade (equação. 4.2.12).

A lei reológica corresponde à do Fluido de Potência:

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (4.2. 10)$$

Embora este comportamento é representado através da lei reológica de fluido Newtoniano:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (4.2. 11)$$

Onde a viscosidade aparente (equação 4.2.12) é função da taxa de deformação através do invariante  $\bar{\gamma}$  (Equação 4.2.13).

$$\mu = k \cdot \bar{\gamma}^{n-1} \quad (4.2. 12)$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \dot{\gamma}_{ij}^2 \right)} \quad (4.2. 13)$$

A taxa de deformação, na sua expressão tensorial é:

$$\dot{\gamma} = \bar{\nabla} V + (\bar{\nabla} V)^T \quad (4.2. 14)$$

Que na forma expandida em coordenadas cilíndricas, e sob a hipótese 4 resulta:

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} & r \frac{\partial (v_\theta / r)}{\partial r} & \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ & 2 \frac{v_r}{r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \\ sim & & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.2.15)$$

Pode-se agora, expandindo a equação 4.2.13, desenvolver a taxa de deformação resultante para o cálculo da viscosidade aparente:

$$\bar{\gamma} = \left[ 4 \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( r \frac{\partial (v_\theta / r)}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + 4 \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 + 4 \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.2.16)$$

Para solucionar o sistema de equações diferenciais acopladas (equações. 4.2.6, 4.2.7, 4.2.8, 4.2.9), é necessário especificar condições de contorno, que serão de dois tipos:

- Aquelas nas quais se especifica uma variável, que são condições de contorno essenciais (exemplo: especificar  $V$  num contorno do domínio)
- Aquelas nas quais se especifica uma derivada de variável, que são condições de contorno naturais (exemplo: especificar  $\tau$  num contorno do domínio)

### 4.2.3 Escoamento Helicoidal Plenamente Desenvolvido

No Anexo III é apresentado o desenvolvimento para a solução analítica das equações de conservação (equações. 4.2.6, 4.2.7, 4.2.8, 4.2.9), no caso do fluxo totalmente desenvolvido de fluido *Newtoniano*. Conseguem-se as expressões matemáticas, adimensionalizadas, dos perfis de velocidades (axial e tangencial) e de taxas de deformação. Também é obtida a expressão da trajetória de uma partícula fluida.

#### Exemplo de Aplicação

Baseando-se nas equações obtidas no Anexo III, é apresentada aqui a solução de um caso particular onde:

**Dados do fluido:**

- $\mu = 0,1861 \cdot 10^{-4} \text{ lbf.s/in}^2 = 0,128 \text{ Kg/ms} = 128 \text{ cp}$
- fluido *Newtoniano*

**Dados geométricos:**

- $r_i = 2,5 \text{ in} = 0,0635 \text{ m}$
- $r_e = 5 \text{ in} = 0,127 \text{ m}$
- $(P_0 - P_L)/L = 0,0039 \text{ Psi/ft} = 89,3756 \text{ Pa/m}$
- $\omega = 300 \text{ rpm} = 31,4159 \text{ rad/s}$

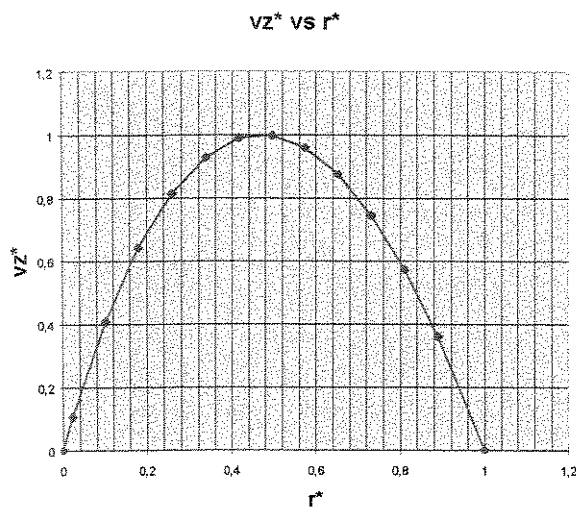


Figura 4.2. 3: Perfil de velocidade axial

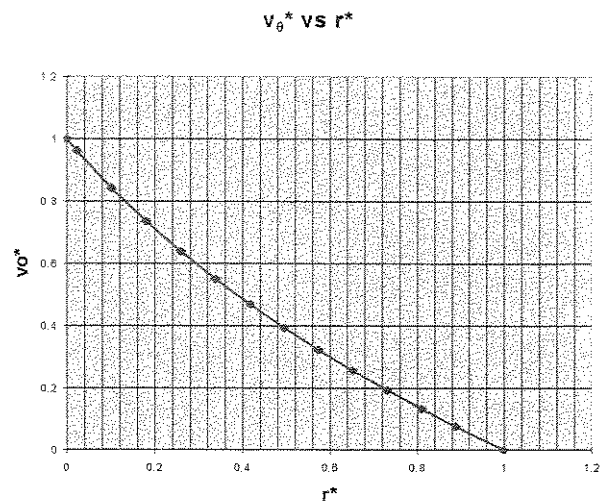


Figura 4.2. 4: Perfil de velocidade angular

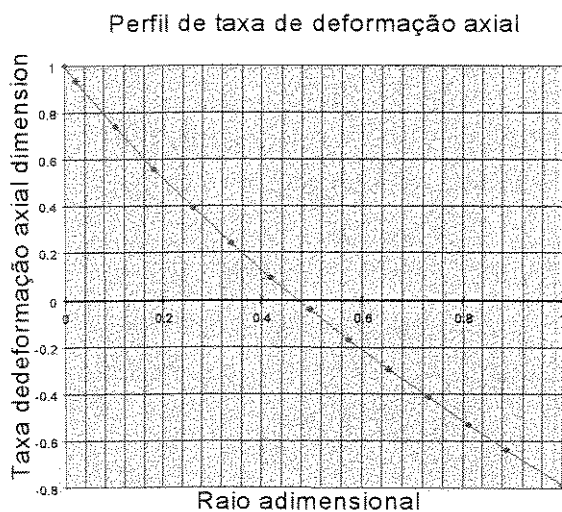


Figura 4.2. 5: Perfil de taxa de def. axial

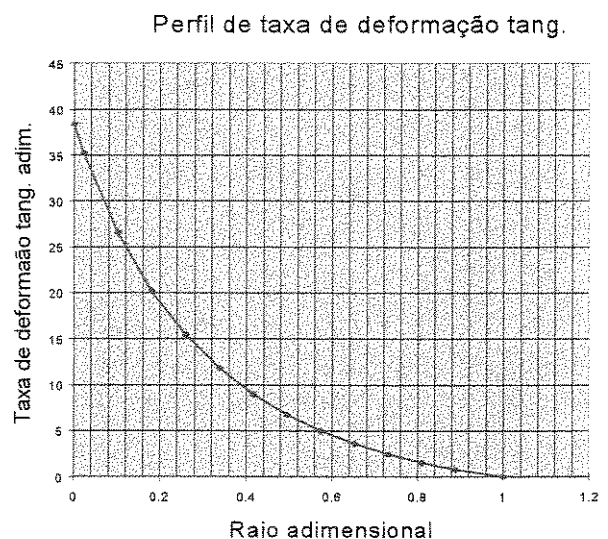


Figura 4.2. 6: Perfil de taxa de def. angular

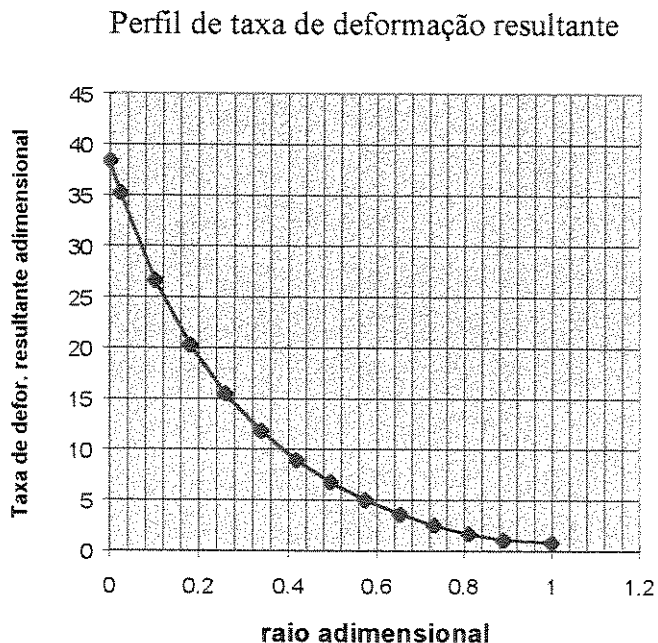


Figura 4.2. 7: Perfil de taxa de deformação resultante

Observação: Verifica-se na Figura 4.2.7 o comentado no Anexo I: a máxima taxa de deformação acontece no raio interno.

#### *Esquematização do deslocamento da partícula fluida*

Foi analisada a trajetória de partículas aos seguintes raios adimensionais:

$$r_1^* = 0,1$$

$$r_2^* = 0,5$$

$$r_3^* = 0,9$$

Com duas diferentes velocidades de rotação:

$$\omega_A = 300 \text{ rpm} = 31,4159 \text{ rad/s}$$

$$\omega_B = 47,75 \text{ rpm} = 5 \text{ rad/s}$$

Foi feita a montagem dos vetores de posicionamento para um intervalo de tempo de 10 segundos (MatLab), a visualização dos resultados dos casos as duas velocidades de rotação é

apresentada nas Figuras 4.2.8 e 4.2.9

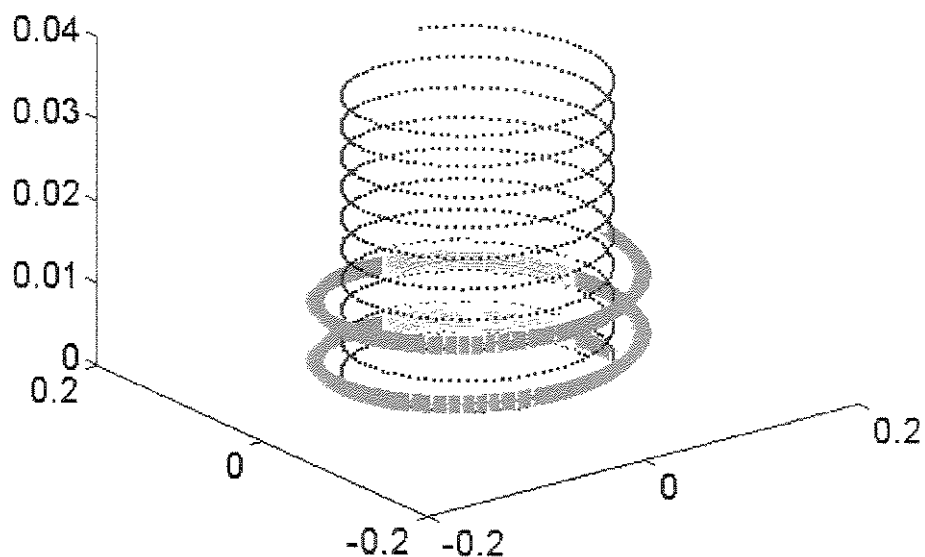


Figura 4.2. 8: Deslocamento de partículas a diferentes raios (amarelo:  $r^*=0,1$ ; vermelho:  $r^*=0,5$  e azul:  $r^*=0,9$ ) durante o mesmo tempo a 300 rpm

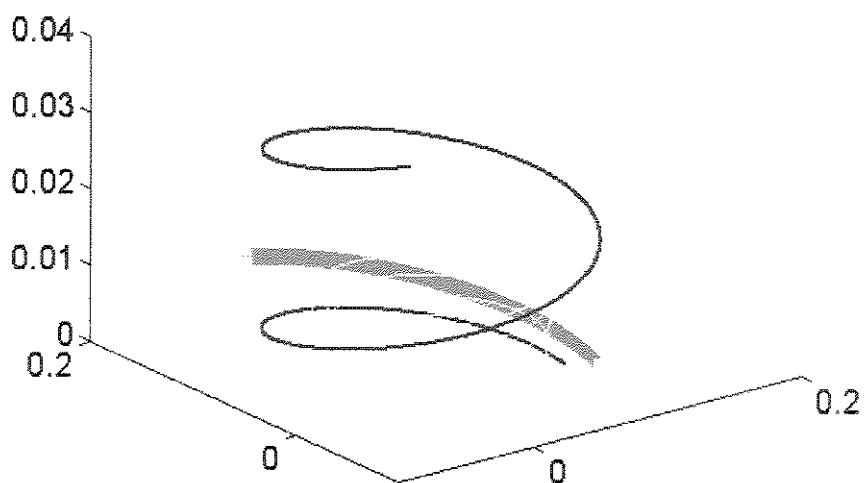


Figura 4.2. 9: Deslocamento de partículas a diferentes raios (amarelo:  $r^*=0,1$ ; vermelho:  $r^*=0,5$  e azul:  $r^*=0,9$ ) durante o mesmo tempo a 47,75 rpm

#### 4.2.4 Considerações em relação à estabilidade

O objetivo nesta sub-seção é verificar, com dados de campo, importantes hipóteses relacionadas à estabilidade do fluxo que se farão na modelagem tanto analítica como numérica: as de fluxo laminar e sem vórtices. Estas questões foram apresentadas na subseção 4.1.2 (Estabilidade do Escoamento).

O regime de escoamento reflita-se no número de *Reynold* (equação 4.2.17) e a presença ou não de vórtices pelo número de *Taylor* (equação 4.2.18).

$$Re = \frac{2\rho\bar{v}_z b}{\mu} \quad (4.2. 17)$$

$$Ta = \frac{\rho^2 v_{\theta i} b^3}{\mu^2 R_i} \quad (4.2. 18)$$

Para fluxo laminar e sem vórtices:

$$Ta < 576$$

$$Re < 2000$$

Escrevendo estes números adimensionais (equação 4.2.17 e 4.2.18) em função dos raios, da vazão e da velocidade de rotação da haste (substituindo  $\bar{v}_z$ ,  $b$  e  $v_{\theta i}$ ):

$$Re = \frac{2\rho Q}{\mu\pi(R + R_i)} \quad (4.2. 19)$$

$$Ta = \frac{\rho^2 \omega^2 R_i (R - R_i)^3}{\mu^2} \quad (4.2. 20)$$

Usando-se condições típicas de campo:

$$Q = 1-500 \text{ m}^3/\text{d} : 1,157.10^{-5} - 5,79.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s},$$

$$\rho < 21^\circ \text{ API} \Rightarrow \rho > 927,87 \text{ kg/m}^3,$$

$$\mu > 1000 \text{ cp} : 1 \text{ Pa}\cdot\text{s} \text{ (fluido viscoso)},$$

$$w = 100 - 500 \text{ rpm}: 10,47 - 52,36 \text{ s}^{-1},$$

$$D \text{ (mais utilizado)} = 2 \frac{7}{8}": D_i = 0,062 \text{ m} \Rightarrow R = 0,031 \text{ m},$$

$$\text{Maior } D = 3 \frac{1}{2}": D_i = 0,0779 \text{ m} \Rightarrow R = 0,03896 \text{ m},$$

$$D_i \text{ (mais utilizado)} = 7/8": 0,02222 \text{ m} \Rightarrow R_i = 0,01111 \text{ m},$$

$$D_{\text{luva}} \text{ (mais utilizado)} = 1 \frac{5}{8}": 0,041275 \text{ m} \Rightarrow R_i = 0,02065 \text{ m},$$

$$D_{\text{luva}} \text{ que dá maior gap} = 1 \frac{5}{8}": 0,041275 \text{ m} \Rightarrow R_i = 0,02065 \text{ m};$$

Tem-se o caso mais desfavorável:

$$\rho_{\text{máx}} = 1000 \text{ kg/m}^3;$$

$$\mu_{\text{mín}} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s};$$

$$w_{\text{máx}} = 52,36 \text{ s}^{-1};$$

$$b_{\text{máx}} = R_{(\text{maior})} - R_{i(\text{maior gap})} = 0,0183225 \text{ m};$$

$$Q_{\text{máx}} = 5,79 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Pare esses valores:  $Ta = 348$  e  $Re = 62$ , o que implica um escoamento laminar sem a presença de vórtices.

## 4.3 Modelagem Numérica

### 4.3.1 Representação por Elementos Finitos

A solução do sistema de equações (equações 4.2.6, 4.2.7, 4.2.8, 4.2.9) é obtida aplicando-se o método de elementos finitos.

Como consequência da hipótese 4, o domínio do fluxo é o plano  $rz$  representado na Figura 4.3.1.

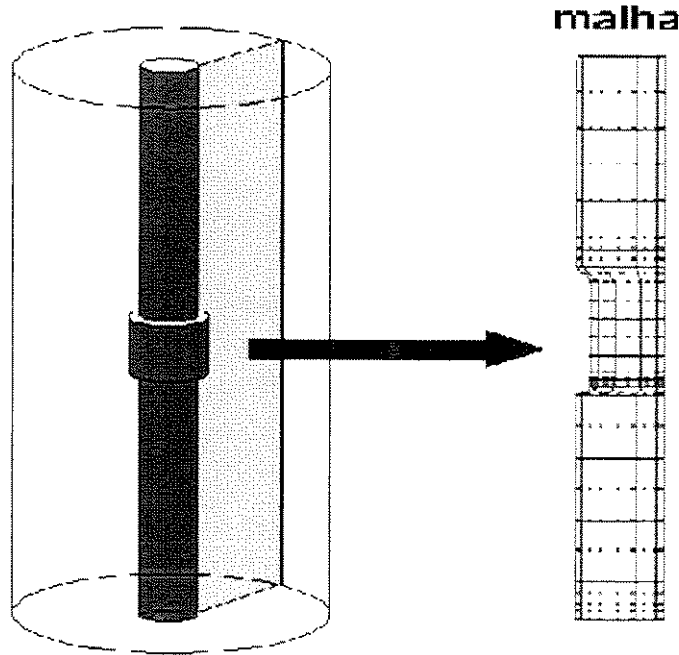


Figura 4.3. 1: Domínio de fluxo

Este domínio se divide num número finito de elementos, quadriláteros no presente trabalho, em cada um dos quais se aproxima a solução por funções interpoladoras.

Para a dedução do equacionamento a ser aplicado, utilizou-se o Método de Resíduos Ponderados, na sua formulação fraca, aplicando-se o Método de *Galerkin* para obter as funções ponderadoras. Partindo-se das formulações de conservação tensoriais (equação. 4.2.4 e 4.2.5) é aplicada a ponderação, mediante o produto interno com a função ponderadora para obter a formulação do resíduo ponderado. As integrais são avaliadas no domínio de fluxo  $\Omega$ .

*Massa*

$$\int_{\Omega} (\bar{\nabla} \cdot V) \cdot w^P d\Omega = 0 \quad (4.3.1)$$

*Quantidade de movimento*

$$\int_{\Omega} (\rho \cdot \bar{V} \cdot \nabla V) \cdot w d\Omega = \int_{\Omega} (\bar{\nabla} \cdot \tau) \cdot w d\Omega + \int_{\Omega} (F) \cdot w d\Omega \quad (4.3.2)$$

Seguindo com a adaptação das equações para o método de elementos finitos, estas devem ser linearizadas. Desta forma é necessário um método iterativo, que vá melhorando a aproximação. Utiliza-se o método de *Newton-Raphson*.

Para a formulação para elementos finitos, se analisa primeiro a equação de fluxo *Stokes* (Szabó e Babuška, 1991), isto é o lado direito da equação 4.3.2, que corresponde ao fluxo viscoso.

Escolheu-se apresentar o desenvolvimento do método na direção  $\mathbf{r}$ , sendo para as demais componentes procedimento análogo. A viscosidade é um dado em cada iteração, sendo ajustada em cada nova iteração.

As tensões cisalhantes são substituídas no fluxo viscoso:

$$\int_{\Omega} \left( \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial r} \right) \cdot w d\Omega + \int_{\Omega} \rho f_r \cdot w d\Omega \quad (4.3.3)$$

No primeiro termo da formulação 4.3.3 se aplica o teorema da divergência para abaixar a ordem da derivação:

$$\int_{\Omega} \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \cdot w d\Omega = \int_{\Gamma} \mu \frac{\partial v_r}{\partial r} w d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} d\Omega, \quad (4.3.4)$$

Onde  $\Gamma$  é o contorno do domínio de fluxo  $\Omega$ .

Procedimento análogo se faz com o terceiro e quarto termos.

As funções de interpolação ou de forma (e por sua vez as funções ponderadoras, porque se utiliza o método de *Galerkin*) são representadas da seguinte forma, que corresponde à formulação mista:

$$U = |N| \cdot \{U\} \quad (4.3.5)$$

$$P = |N^P| \cdot \{P\} \quad (4.3.6)$$

Onde  $|N|$  e  $|N^P|$  são os vetores das funções de forma e  $\{U\}$  e  $\{P\}$  os vetores das variáveis nodais.

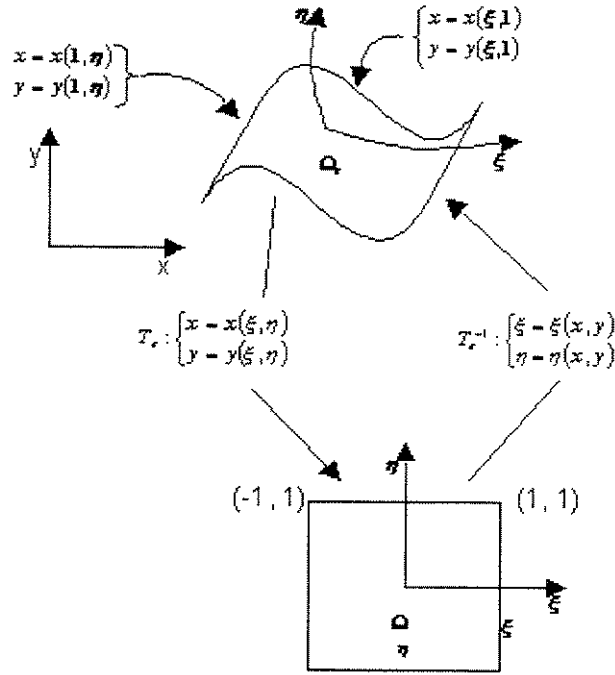


Figura 4.3. 2: Transformação elemento mestre (coordenadas naturais) - elemento original

Substituindo na equação de conservação de momento na coordenada  $\mathbf{r}$  (equação 4.3.3) as funções de forma e ponderadoras, aplicando o teorema da divergência e transformando em coordenadas naturais (Figura 4.3.2) a equação 4.3.3 fica:

$$\begin{aligned} & \left[ \int_{\Omega} \mu \left( \frac{\partial N^T}{\partial \xi} \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \frac{N^T |N|}{r^2} + \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) d\Omega \right] \cdot \{u_r\} \\ & + \left[ \int_{\Omega} \mu \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| d\Omega \right] \cdot \{u_z\} - \left[ \int_{\Omega} N^T \left| \frac{\partial N^P}{\partial \xi} \right| d\Omega \right] \cdot \{P\} = \\ & = \int_{\Omega} \rho f_r \cdot N^T d\Omega + \int_{\Gamma} N^T T_r d\Gamma \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

Onde

$$T_r = \mu \left( \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) \delta \mathbf{u}_r + \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| \delta \mathbf{u}_z \right) \quad (4.3.8)$$

Onde  $\delta$  é a diferença entre os valores da variável no contorno.

O mesmo foi feito para as demais equações: conservação de quantidade de movimento nas direções  $\theta$  e  $z$  e equação de continuidade (lado esquerdo das equações 4.2.6, 4.2.8, 4.2.9), sendo obtido o seguinte sistema de equações, que corresponde ao fluxo de *Stokes*:

$$\begin{bmatrix} K & 0 & K_{13} & -Q_1 \\ 0 & K & 0 & 0 \\ K_{13}^* & 0 & K_{33} & -Q_3 \\ Q_1^* & 0 & Q_3^* & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_r \\ \mathbf{u}_\theta \\ \mathbf{u}_z \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (4.3.9)$$

Agora é analisado o transporte convectivo, o seja, o termo da esquerda da equação 4.3.2 que se adiciona ao transporte viscoso. Se segue com o desenvolvimento da equação para a dimensão  $\mathbf{r}$ , sendo o desenvolvimento para as outras equações análogo.

$$\int_{\Omega} \rho \left( v_r^* \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{v}_r - \frac{v_\theta^* v_\theta}{r} + v_z^* \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}_r \right) \cdot \mathbf{w} d\Omega \quad (4.3.10)$$

Como se trata de uma formulação não linear, se recorre à ferramenta da iteração, sendo utilizadas as velocidades já obtidas na iteração anterior  $v_r^*, v_\theta^*, v_z^*$ , não se comportando como variáveis.

Agora se substituem as variáveis e as ponderações pelas funções de forma:

$$\left[ \int_{\Omega} \rho N^T \left( |N| \mathbf{u}_r \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + |N| \mathbf{u}_z \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) d\Omega \right] \bullet \{\mathbf{u}_r\} - \left[ \int_{\Omega} \frac{\rho}{r} N^T |N| \mathbf{u}_\theta |N| d\Omega \right] \bullet \{\mathbf{u}_\theta\} \quad (4.3.11)$$

É seguido deste modo o mesmo procedimento para os demais balanços: o lado direito das equações 4.2.6, 4.2.8 e 4.2.9. sendo obtida a matriz de transporte convectivo, análoga à 4.3.9 de transporte viscoso.

Somadas estas duas matrizes se tem-se a matriz elementar e o sistema de equações elementar.

$$\left( \begin{bmatrix} C & -C_{12} & 0 & 0 \\ C_{12} & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 & K_{13} & -Q_1 \\ 0 & K & 0 & 0 \\ K_{13} & 0 & K_{33} & -Q_3 \\ Q_1^* & 0 & Q_3^* & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.3.12)$$

As componentes são:

$$C = \int_{\Omega} \rho N^T \left( |N| u_r \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + |N| u_z \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) d\Omega$$

$$C_{12} = \int_{\Omega} \frac{\rho}{r} N^T |N| u_\theta |N| d\Omega \quad (4.3.14)$$

$$K = \int_{\Omega} \mu \left( \frac{\partial N^T}{\partial \xi} \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \frac{N^T |N|}{r^2} + \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) d\Omega \quad (4.3.15)$$

$$K_{13} = \int_{\Omega} \mu \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| d\Omega \quad (4.3.16)$$

$$K_{33} = \int_{\Omega} \mu \left( \frac{\partial N^T}{\partial \xi} \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) d\Omega$$

$$Q_1 = \int_{\Omega} N^T \left| \frac{\partial N^p}{\partial \xi} \right| d\Omega \quad (4.3.18)$$

$$Q_1^* = \int_{\Omega} N^{pT} \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \frac{|N|}{r} \right) d\Omega$$

$$Q_3 = \int_{\Omega} N^T \left| \frac{\partial N^p}{\partial \eta} \right| d\Omega \quad (4.3.20)$$

$$F_i = \int_{\Omega} \rho f_i N^T d\Omega + \int_{\Gamma} N^T T_i d\Gamma$$

$$Q_3^* = \int_{\Omega} N^{pT} \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| d\Omega \quad (4.3.22)$$

Com

- $T_r$  = equação 4.3.8 e

$$\bullet \quad T_\theta = \mu \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| - \frac{|N|}{r} + \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) \delta u_r \quad (4.3.23) \quad \bullet \quad T_z = \mu \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \delta u_r + \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right) \delta u_z \right) \quad (4.3.24)$$

Que correspondem ao carregamento das condições de contorno.

Observação: as  $f_i$  são as forças existentes exceto as forças de pressão hidrodinâmica. No caso apresentado nesta tese se trabalha com a hipótese de que não existem outras forças além da pressão hidrodinâmica, com o qual as termos  $f_i$  são nulos.

Estas integrais se avaliam numericamente mediante a quadratura de *Gauss* de terceira ordem.

A viscosidade escrita após a ponderação é:

$$\mu = k \left( 4 \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| u_r \right)^2 + 2 \left( \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| - \frac{|N|}{r} \right) u_\theta \right)^2 + 2 \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_r + \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| u_z \right)^2 + 4 \left( \frac{|N|}{r} u_r \right)^2 + 2 \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_\theta \right)^2 + 4 \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_z \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.25)$$

Onde os dados de velocidades são os obtidos na iteração anterior.

### 4.3.2 Escolha do Elemento

Foi utilizada uma formulação mista: *Lagrangiana* quadrática para aproximar o campo de velocidades e linear para o da pressão, segundo o recomendado por Zienkiewicz e Taylor (1994).

Para a análise, pode-se simplificar a matriz elementar (equação 4.3.12) a uma forma mais compacta onde distinguimos entre os valores de variáveis nodais da velocidade (U) e da pressão (P), como é apresentada na equação 4.3.26.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{n \times n} & \mathbf{C}_{n \times m} \\ \mathbf{C}^T_{m \times n} & \mathbf{0}_{m \times m} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_{n \times 1} \\ \mathbf{P}_{m \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{m \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.3.26)$$

A equação da conservação da massa, ponderada pela função interpoladora da pressão, é considerada como uma restrição tipo *Lagrange* às equações de *Navier-Stokes*, impondo a condição de incompressibilidade.

Isolando-se da primeira equação a variável  $\mathbf{U}$ :

$$\mathbf{A}_{n \times n} \cdot \mathbf{U}_{n \times 1} + \mathbf{C}_{n \times m} \cdot \mathbf{P}_{m \times 1} = \mathbf{F}_1_{n \times 1} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{U}_{n \times 1} = \mathbf{A}^{-1}_{n \times n} \left( \mathbf{F}_1_{n \times 1} - \mathbf{C}_{n \times m} \cdot \mathbf{P}_{m \times 1} \right) \quad (4.3.27)$$

E substituindo na segunda:

$$\mathbf{C}^T_{m \times n} \cdot \mathbf{U}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1} \quad \Rightarrow \quad \left( \mathbf{C}^T_{m \times n} \cdot \mathbf{A}^{-1}_{n \times n} \cdot \mathbf{C}_{n \times m} \right) \cdot \mathbf{P}_{m \times 1} = \mathbf{C}^T_{m \times n} \cdot \mathbf{A}^{-1}_{n \times n} \cdot \mathbf{F}_1_{n \times 1} \quad (4.3.28)$$

Observa-se, na expressão entre parêntesis, que a matriz  $\mathbf{A}$  será não singular (invertível) somente se a ordem  $n \geq m$ . Com isto fica confirmada a necessidade de que a ordem da função interpoladora da velocidade deve ser, no mínimo, igual à ordem da função interpoladora da pressão (Cook, 1974).

O *Patch Test* (Zienkiewicz e Taylor, 1994) avalia diferentes elementos, tanto individualmente como na malha, na sua convergência e no erro de discretização. Dos elementos quadriláteros com aproximação contínua da pressão (nós coincidentes com os nós de aproximação da velocidade), os que passam o teste são somente os conjuntos de 8/4 (elemento *Serendipity* para velocidade e linear para pressão) e 9/4 (elemento *Lagrangiano* para a velocidade e linear para a pressão).

Foi escolhido o elemento *Lagrangiano* devido a considerações em relação à convergência em coordenadas naturais. Os elementos de nove nós representam melhor polinômios cartesianos,

quando distorcidos linearmente, e então são preferíveis.

No trabalho de Zienkiewicz e Taylor (1994) é apresentado um exemplo de malha distorcida, no qual pode-se notar que o elemento *Lagrangiano* funciona melhor comparado ao *Serendypity*.

As equações 4.3.5 e 4.3.6, do elemento *Lagrangiano* para a velocidade e linear para a pressão, são apresentadas nas equações 4.3.29 e 4.3.30.

$$U = |N| \cdot \{V\} : \begin{cases} u_r = \sum_{i=1}^9 N_i \cdot u_{ri} = |N| \cdot \{u_r\} \\ u_\theta = \sum_{i=1}^9 N_i \cdot u_{\theta i} = |N| \cdot \{u_\theta\} \\ u_z = \sum_{i=1}^9 N_i \cdot u_{zi} = |N| \cdot \{u_z\} \end{cases} \quad (4.3.29)$$

$$P = |N^P| \cdot \{P\} : \begin{cases} P = \sum_{i=1}^4 N_i^P \cdot P_i = |N^P| \cdot \{P\} \end{cases} \quad (4.3.30)$$

Na Figura 4.3.3 é representado este elemento.

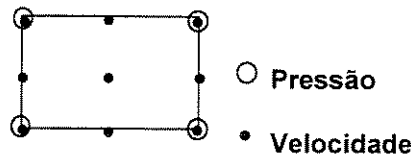


Figura 4.3. 3: Elemento de trabalho

As matrizes das funções de forma estão dadas nas equações 4.3.31 e 4.3.32 que estão em termos das coordenadas naturais  $(\xi, \eta)$ . Estas coordenadas se transformam as cilíndricas reais mediante transformação isoparamétrica (Becker *et al*, 1981).

$$N^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - \eta) \\ \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - \eta) \\ \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 + \eta) \\ \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 + \eta) \\ \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(\eta^2 - \eta) \\ \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(1 - \eta^2) \\ \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(\eta^2 + \eta) \\ \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(1 - \eta^2) \\ \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \end{bmatrix}$$

$$N^{pT} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{bmatrix}$$

(4.3. 31)

(4.3. 32)

### 4.3.3 Aspectos Numéricos e Computacionais

- *Galerkin*

Nos casos em que os termos convectivos são importantes (fluxo convectivo:  $\rho \cdot V \cdot \nabla V$ ), altos valores de número de *Reynolds*, não é aconselhável utilizar a aproximação de *Galerkin*, (Zienkiewicz e Taylor, 1994) devido a que o fluxo altamente convectivo gera oscilações nas velocidades, ainda que se tenha atingido a solução totalmente desenvolvida. Nestes casos se recomenda a aplicação da aproximação de *Petrov-Galerkin*, na qual a função ponderadora para os termos inerciais é:

$$w = w_G + \frac{\alpha}{\|u\|} u_i \frac{\partial w_G}{\partial x_i} \quad (4.3. 33)$$

Onde  $\alpha$  é um parâmetro que depende do número de *Reynolds* do elemento,  $\|u\|$  é a norma da variável e  $w_G$  é a função ponderadora de *Galerkin*. Com esta função se eliminam as oscilações.

A expressão de *Petrov-Galerkin* contém a variável, pelo qual deve-se que ajustar em cada iteração.

Mas, nos casos de campo nos quais este trabalho pretende ser aplicado, tem-se baixos números de *Reynolds*, com maior contribuição do fluxo viscoso. Nestes casos o método de *Galerkin* é bem comportado; adicionando-se a vantagem de não necessitar de iteração, de forma que foi o escolhido.

### • Integração Numérica

Com a quadratura de *Gauss* atinge-se melhores aproximações que com a quadratura de *Newton-Cote* (método dos trapézios e método de *Simpson*) para igual número de pontos de integração. No Apêndice A é apresentado um estudo dos diferentes métodos de integração numérica. No método de *Gauss* os pontos de integração são determinados segundo as raízes do polinômio de *Legendre*, de forma tal que se igualam as áreas consideradas a mais com as áreas consideradas a menos, como é representado na Figura 4.3.4, para uma função unidimensional.

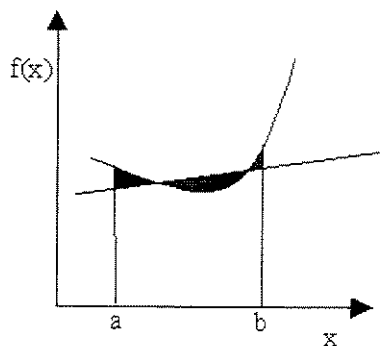


Figura 4.3. 4: Método de *Gauss*

Se  $n$  é a ordem da quadratura de *Gauss* considerada, então a integração numérica fornecerá soluções exatas para integrandos polinomiais de ordem máxima  $2n-1$ . Para polinômios de maior ordem o erro será:

$$E = \frac{2^{2n+1} (n!)^4}{(2n+1) [(2n)!]^3} f^{(2n)}(\xi) \quad (4.3.34)$$

A quadratura de *Gauss* em duas dimensões é formulada segundo a equação 4.3.36

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) dy d\xi \cong \int_{-1}^1 \left[ \sum_{i=0}^n w_i f(\xi, \eta_i) \right] d\xi = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n w_i w_j f(\xi_j, \eta_i) \quad (4.3.35)$$

Onde os pontos de integração e os pesos, para diferentes quadraturas, são apresentados na Tabela 4.3.1.

Tabela 4.3. 1: Raízes dos polinômios de *Legendre* e pesos correspondentes para duas dimensões

| n   | $(\xi_j, \eta_l)$                                                                                                                                                          | $w_i w_j$    |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1×1 | (0,0)                                                                                                                                                                      | 4            |
| 2×2 | $\begin{pmatrix} -1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$       | 1            |
| 3×3 | $a = -\sqrt{0.6} \quad b = \sqrt{0.6} \quad c = 0$<br>(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)                                                                                           | 25/81        |
|     | (a,c), (c,b), (b,c), (c,a)                                                                                                                                                 | 40/81        |
|     | (0,0)                                                                                                                                                                      | 64/81        |
| 4×4 | $a = -\sqrt{15 - \sqrt{120}/35} \quad b = \sqrt{15 - \sqrt{120}/35}$<br>$c = -\sqrt{15 + \sqrt{120}/35} \quad d = \sqrt{15 + \sqrt{120}/35}$<br>(a,a), (a,b), (b,a), (b,b) | 0,4252933031 |
|     | (a,c), (a,d), (b,c), (b,d)                                                                                                                                                 | 0,2268518518 |
|     | (c,a), (d,a), (c,b), (d,b)                                                                                                                                                 |              |
|     | (c,c), (c,d), (d,c), (d,d)                                                                                                                                                 | 0,1210029933 |

### Ordem da Integração

Como a integração numérica é uma aproximação da integração exata, introduz-se um erro adicional nos cálculos. Desta forma, à princípio este erro deve ser reduzido ao máximo. No entanto o custo computacional da integração numérica pode chegar a ser muito significativo.

Assim, como resultado procura por uma solução de “compromisso”, escolheu-se trabalhar com quadratura de *Gauss* de  $3 \times 3$ , onde os pontos de integração são apresentados na Figura 4.3.5.

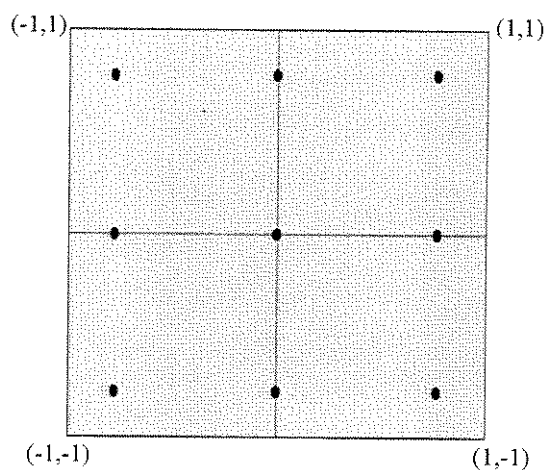


Figura 4.3. 5: Integração *Gauss*  $3 \times 3$

- **Técnica de Solução - Método de *Newton – Raphson***

Foi escolhido o método iterativo de *Newton-Raphson* porque tem importantes vantagens como a sua simplicidade e a sua alta velocidade de convergência para problemas não lineares. É o único método que possui segunda ordem de convergência.

O sistema a solucionar, a equação 4.3.12 tem a forma apresentada na equação 4.3.36.

$$G(U) = F \quad (4.3. 36)$$

Que expandimos na equação 4.3.38 em série de *Taylor* ao redor de uma solução inicial  $U_0$  utilizando a aproximação do *Jacobiano* (equação 4.3.37).

$$J^0 = \left. \frac{\partial G}{\partial U} \right|_{U_0} \approx \frac{G(U) - G(U_0)}{U - U_0} \quad (4.3.37)$$

$$\Rightarrow G(U) = G(U_0) + J^0 \cdot \Delta U \quad (4.3.38)$$

Substituindo a equação 4.3.38 na equação 4.3.36:

$$J^0 \Delta U = F - G(U_0) \quad (4.3.39)$$

Então, a fórmula de recorrência para o processo iterativo está dada pela equação 4.3.40:

$$\boxed{J^k \Delta U = F - G(U_k)} \quad (4.3.40)$$

Onde  $\Delta U = U_{k+1} - U_k$

A apresentação matricial da equação 4.3.40 toma a seguinte forma (Ribeiro, 1994):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_r}{\partial u_r} & \frac{\partial G_r}{\partial u_g} & \frac{\partial G_r}{\partial u_z} & \frac{\partial G_r}{\partial P} \\ \frac{\partial G_g}{\partial u_r} & \frac{\partial G_g}{\partial u_g} & \frac{\partial G_g}{\partial u_z} & \frac{\partial G_g}{\partial P} \\ \frac{\partial G_z}{\partial u_r} & \frac{\partial G_z}{\partial u_g} & \frac{\partial G_z}{\partial u_z} & \frac{\partial G_z}{\partial P} \\ \frac{\partial G_P}{\partial u_r} & \frac{\partial G_P}{\partial u_g} & \frac{\partial G_P}{\partial u_z} & \frac{\partial G_P}{\partial P} \end{bmatrix}^{(k)} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta u_r \\ \Delta u_g \\ \Delta u_z \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_r \\ F_g \\ F_z \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_r \\ G_g \\ G_z \\ G_P \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.3.41)$$

Com

$$G_r(U) = (C + K)u_r - C_{12}u_\theta + K_{13}u_z - Q_1P \quad (4.3.42)$$

$$G_\theta(U) = (C + K)u_\theta + C_{12}u_r \quad (4.3.43)$$

$$G_z(U) = (C + K_{33})u_z + K_{13}^*u_r - Q_3P \quad (4.3.44)$$

$$G_p(U) = Q_1^*u_r + Q_3^*u_z \quad (4.3.45)$$

As derivadas destas funções são obtidas segundo suas definições, mas vale esclarecer que ao derivar as componentes  $K$ ,  $K_{13}$  e  $K_{33}$  em relação às velocidades o único que depende destas é a viscosidade. Então:

$$\frac{\partial \mu}{\partial u_i} = \frac{\partial \mu}{\partial \bar{\gamma}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial u_i} \quad (4.3.46)$$

$$\text{Com} \quad \frac{\partial \mu}{\partial \bar{\gamma}} = k(n-1)\bar{\gamma}^{n-2} \quad (4.3.47)$$

$$\text{e} \quad \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial u_r} = \frac{1}{4} \left( 2 \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| u_r \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_r + \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| u_z \right) \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| + 2 \frac{|N|}{r} u_r \frac{|N|}{r} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.3.48)$$

$$\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial u_\theta} = \frac{1}{4} \left( \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| - \frac{|N|}{r} \right) u_\theta \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| - \frac{|N|}{r} \right) + \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_\theta \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.3.49)$$

$$\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial u_z} = \frac{1}{4} \left( \left( \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_r + \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| u_z \right) \left| \frac{\partial N}{\partial \xi} \right| + 2 \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| u_z \left| \frac{\partial N}{\partial \eta} \right| \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.3.50)$$

As condições de contorno naturais estão impostas na matriz  $F_i$ , através das integrais de contorno:

$$F_i = \int_{\Gamma} N^T T_i d\Gamma \quad (4.3. 51)$$

A convergência acontece se o valor da solução inicial está dentro do raio de convergência. Para assegurar a convergência, segundo o valor inicial, se faz um esquema de carregamento incremental.

O método de carregamento incremental consiste em, ao invés de carregar as condições de contorno totais antes de fazer um único ciclo de iterações, carregando-as por incrementos parciais do seu valor, e chegando, em cada ciclo, à configuração de equilíbrio para esse carregamento. Desta forma, incrementa-se novamente o carregamento para um novo trem de iterações e assim por diante.

A equação 4.3.36 é solucionada com o método de *Newton-Raphson* para um incremento  $F_A = x_A \cdot F$ , onde  $x_A$  é uma fração, e se acha a configuração das variáveis,  $U_A$ , para esse carregamento.

$$G(U_A) = F_A \quad (4.3. 52)$$

Logo se carrega um novo incremento, que corresponde à  $F_B$ , e precisa-se achar o incremento nas variáveis ( $\Delta U_1$ ) tal que  $U_B = U_A + \Delta U_1$  mediante a iteração. São feitos os incrementos e o sistema é solucionado até atingir 100% das condições de contorno.

$$F(U_B) = F_A + J^A \Delta U_1 \quad (4.3. 53)$$

Na Figura 4.3.6 é apresentado um esquema do método de *Newton-Raphson* com carregamento incremental.

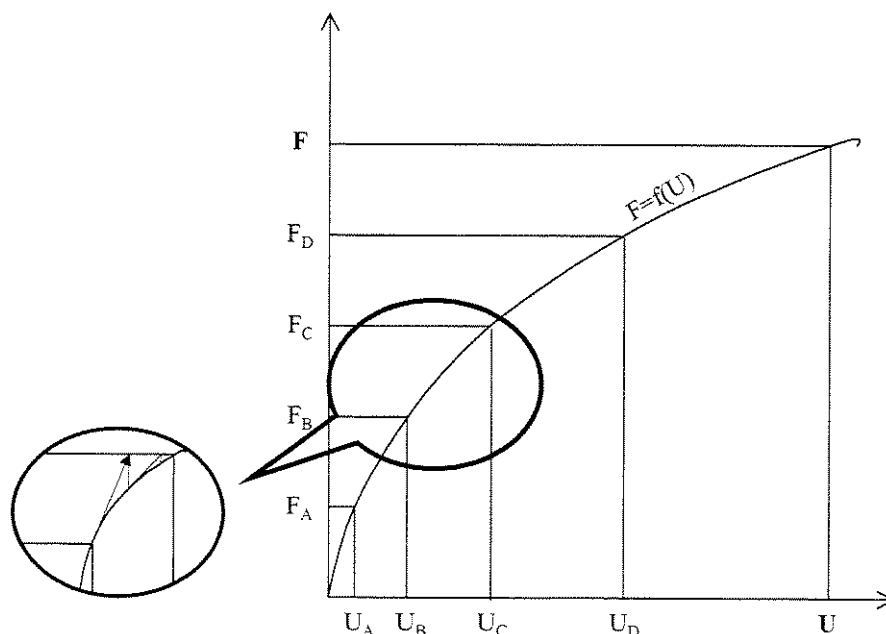


Figura 4.3. 6: Representação esquemática do método de *Newton-Raphson* e do carregamento incremental

- **Técnica de Solução - *Frontal Solver***

Para economizar memória nos cálculos matriciais para a resolução do sistema de equações lineares, o programa utiliza o *Frontal Solver*. A técnica *frontal* desenvolvida por Irons (1970) é mais efetiva que os algoritmos *standards* de matriz de banda, quando os elementos (por exemplo: 2D) têm nós além dos vértices. Esta técnica implica menor demanda de memória, já que vai usando como variáveis ativas somente as dos elementos que estão sendo montados.

A rotina *Frontal* começa com a montagem da matriz elementar do primeiro elemento, onde se procura o melhor pivô (Hood, 1976). A escolha do pivô é crítica devido à matriz não simétrica. Os nós do elemento que não são compartilhados com outros elementos fornecem coeficientes à matriz global que não serão alterados na montagem dos outros elementos. Por esta razão pode-se eliminar as variáveis definidas nesse nó mediante eliminação *Gaussiana*, e assim diminuir a ordem da matriz.

Logo se monta a matriz do elemento 2. Tanto os coeficientes dos nós que pertencem exclusivamente ao elemento 2 como aqueles compartilhados com o elemento 1 podem-se eliminar de igual maneira. E assim segue o processo, até concluída a montagem das matrizes de todos os elementos. Segue depois a rotina de substituição retrógrada.

- **Convergência e erros**

O erro na aproximação por elementos finitos é uma função  $\varepsilon$ , definida como a diferença entre a solução exata e a aproximada:

$$\varepsilon(\Omega) = V(\Omega) - U(\Omega) \quad (4.3. 54)$$

O erro verdadeiro somente poderá ser calculado se a solução exata  $V(\Omega)$  é conhecida (Becker *et al*, 1981). Soluções numéricas do escoamento de fluidos *Newtonianos* são comparadas com as soluções exatas no Capítulo 5.

Caso se desconheça a solução exata, é possível construir estimativas do erro utilizando a norma, para avaliar a influência do tamanho do elemento (**h**) e do grau da função interpoladora (**p**). Existem então refinamentos de malha tipo **h** (menor **h**, menor  $\varepsilon$ ) e de tipo **p** (maior **p**, menor  $\varepsilon$ ).

As normas são de três tipos (Zenkiewicz, Taylor, 1994):

- Norma de Energia

$$\|\varepsilon\|_E = \left( \int_{\Omega} \varepsilon \cdot G(\varepsilon) d\Omega \right)^{1/2} \leq \text{tol} \quad (4.3. 55)$$

A norma de energia depende da forma do problema e exige que o erro seja bem comportado em relação ao sistema.

- Norma média quadrada

$$\|\varepsilon\|_L = \left( \int_{\Omega} \varepsilon^2 d\Omega \right)^{1/2} \leq \text{tol} \quad (4.3.56)$$

- Norma infinita

$$\|\varepsilon\|_{\infty} = \max_{\Omega} |\varepsilon(\Omega)| \leq \text{tol} \quad (4.3.57)$$

A norma infinita é a mais severa.

Qualquer das normas acima pode ser avaliada sobre o domínio completo, sobre subdomínios ou sobre o domínio de cada elemento, sendo o erro total expresso pela equação 4.3.58.

$$\|\varepsilon\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N \|\varepsilon\|_i^2} \quad (4.3.58)$$

Onde  $i$  se refere ao domínio  $\Omega_i$  de cada elemento  $i$ .

No presente trabalho, mediante a norma infinita, se avalia o erro no processo iterativo:

$$\varepsilon = U_{j+1}^k - U_j^k \quad (4.3.59)$$

Onde  $U$  é o vetor das variáveis nodais, no carregamento  $k$ , sendo  $j$  a  $j$ -ésima iteração e  $j+1$  a iteração seguinte. Como critério de convergência se exige que este erro seja menor que  $10^{-4}$ .

#### 4.3.4 Comentários sobre o Programa

A parte computacional do método de elementos finitos consiste em três grandes porções: o pre-processador, o processador e o pós-processador.

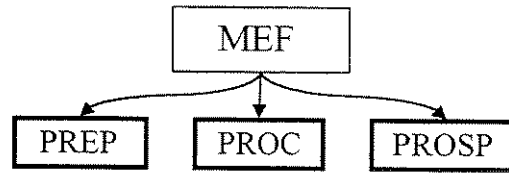


Figura 4.3. 7: Método de Elementos Finitos

- A entrada de dados, numa forma automatizada como um gerador de malha, foi conseguido mediante um programa desenvolvido em linguagem FORTRAN. Este código fornece os dados que serão lidos pelo pre-processador, para geometrias tubulares ou anulares, com e sem luvas, com e sem refinamento na coordenada  $r$ , e com ou sem refinamento na coordenada  $z$ . Trata-se de elementos isoparamétricos mistos, de nove nós para a variável velocidade (*Lagrangiano*) e quatro para a variável pressão. O programa também fornece os dados que serão os parâmetros de controle, as propriedades do fluido e as condições de contorno.

- O pre-processador e o processador formam parte de um programa que foi desenvolvido vinculado aos trabalhos de Ribeiro (Ribeiro, 1994; Ribeiro, Podio, 1994), utilizando o método de elementos finitos com integração numérica de quadratura *Gaussiana* de terceira ordem, o método de *Newton Raphson* para as iterações e o *Frontal Solver* para economizar memória nos cálculos matriciais.

- O pós-processador foi desenvolvido com linguagem MatLab e apresenta as curvas de perfis de velocidade axial, tangencial e radial para diferentes alturas  $z$ , como também a curva de queda de pressão ao longo do comprimento.

## Capítulo 5

### Resultados

#### 5.1 Casos com Solução Analítica

O primeiro passo na validação do modelo é a comparação dos resultados do modelo numérico com os resultados teóricos fornecidos pela solução analítica, naqueles casos onde ela é possível. Estes casos são os de fluxo totalmente desenvolvido de fluídos *Newtonianos*, sujeitos às hipóteses explicitadas no capítulo 4.

Foram feitas validações em relação ao fluxo axial em tubulações e em anulares, e em relação ao fluxo helicoidal. Os sistemas de condução do fluido seguem as dimensões típicas do campo: tubulação de 2 7/8" (73 mm) - que se utiliza no caso de Bomba Centrífuga Submersa - e anular de 2 7/8" de diâmetro externo e 7/8" (22,2 mm) de diâmetro interno (caso mais usual no sistema de Bomba de Cavidades Progressivas).

#### *Considerações em relação à malha:*

A malha se enriqueceu utilizando um refinamento adaptado: os maiores gradientes das variáveis se esperam aconteçam na direção radial, perto das paredes, e na direção axial, quando começa o desenvolvimento do fluxo. Nestes lugares se refinou a malha para que as funções interpoladoras forneçam uma melhor aproximação.

### 5.1.1 fluxo em tubulação cilíndrica

Tabela 5.1.1: Dados da simulação do fluxo em tubulação cilíndrica

|                        |                             |                                  |
|------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| Propriedades do fluido | viscosidade                 | 1 Pa s (1000 cP)                 |
|                        | Densidade                   | 1000 kg/m <sup>3</sup> (10 °API) |
| Sistema                | Raio                        | 0,031 m (2 7/8")                 |
|                        | Comprimento axial           | 0,03 m                           |
|                        | Vazão                       | 259,2 m <sup>3</sup> /d          |
| Malha                  | 6 x 18 com refinamento em z |                                  |

O resultado analítico da velocidade axial é uma função que depende somente da dimensão radial, como se expressa na equação 5.1.1

$$v_z = \frac{2Q}{\pi R^4} (R^2 - r^2) \quad (5.1.1)$$

Que fornece o perfil representado na Figura 5.1.1 junto com os pontos obtidos na simulação.

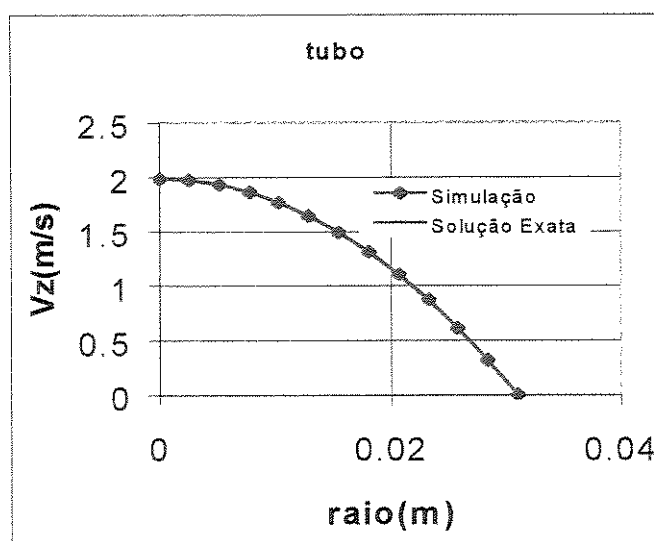


Figura 5.1. 1: Perfil de velocidade axial em tubulação

No fluxo totalmente desenvolvido na tubulação não existem outras componentes da velocidade.

A malha utilizada para a resolução numérica é apresentada na Figura 5.1.2

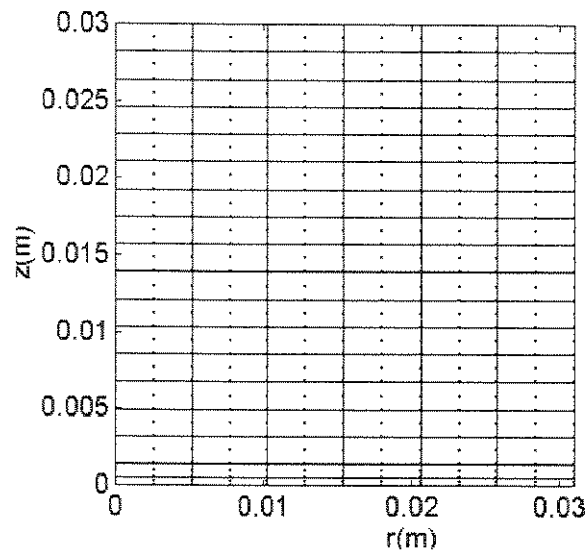


Figura 5.1. 2: Malha de tubulação para validação

O gradiente de pressão por atrito, na solução analítica, é proporcional à vazão imposta:

$$\frac{\Delta P}{z} = \frac{8Q}{\pi R^4} \mu = 8272,08 Pa / m \quad (5.1. 2)$$

E o resultado numérico forneceu o valor de **8272,9** Pa/m, o que significa um erro de 0,01 %.

### 5.1.2 Fluxo anular axial

O resultado analítico da velocidade axial é também somente função do raio, como mostra a equação 5.1.3.

$$v_z = \frac{2Q}{\pi(R_e^2 - R_i^2)} \cdot \frac{\left( R_e^2 - r^2 + (R_e^2 - R_i^2) \frac{\ln(r/R_e)}{\ln(R_e/R_i)} \right)}{\left( (R_e^2 - R_i^2) \left( 1 - \frac{1}{\ln(R_e/R_i)} \right) + 2R_i^2 \right)}$$

(5.1. 3)

Tabela 5.1.2: Dados da simulação do fluxo anular axial

|                        |                                 |                                  |
|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Propriedades do fluido | viscosidade                     | 1 Pa s (1000 cP)                 |
|                        | Densidade                       | 1000 kg/m <sup>3</sup> (10 °API) |
| Sistema                | Raio Externo                    | 0,031 m (2 7/8")                 |
|                        | Raio Interno                    | 0,011 m (7/8")                   |
|                        | Comprimento axial               | 0,03 m                           |
|                        | Vazão                           | 259,2 m <sup>3</sup> /d          |
| Malha                  | 6 x 18 com refinamento em r e z |                                  |

E o perfil está representado na Figura 5.1.3 junto com os pontos da solução numérica.

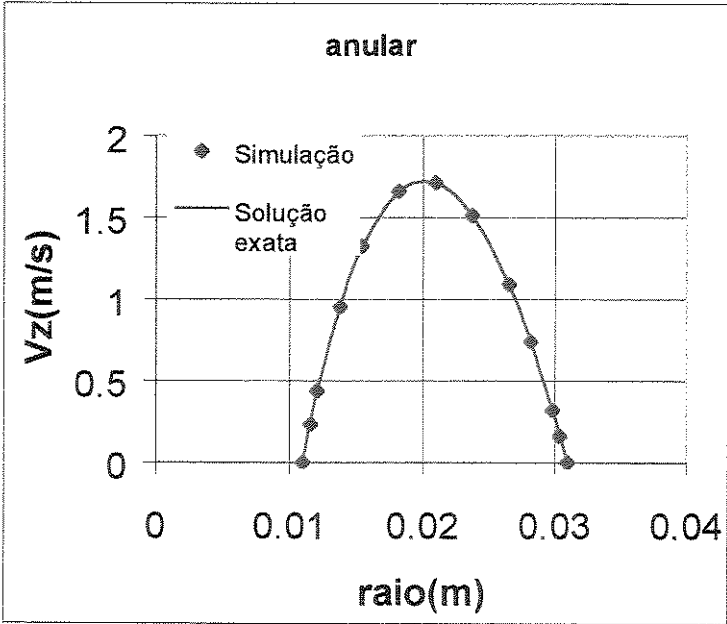


Figura 5.1. 3: Perfil de velocidade axial em anular

Na Figura 5.1.4 é apresentada a malha utilizada para a solução numérica.

O gradiente de pressão por atrito é proporcional à vazão imposta:

$$\frac{\Delta P}{z} = \frac{8Q}{\pi(R_o^2 - R_i^2)} \left( \frac{1}{(R_o^2 - R_i^2) \left( 1 - \frac{1}{\ln(R_o/R_i)} \right) + 2R_i^2} \right) \mu = 33526,986 \text{ Pa/m} \quad (5.1.4)$$

O gradiente de pressão por atrito obtido na simulação numérica é de **33527,86** Pa/m, representando um erro relativo de 0,0026 %.

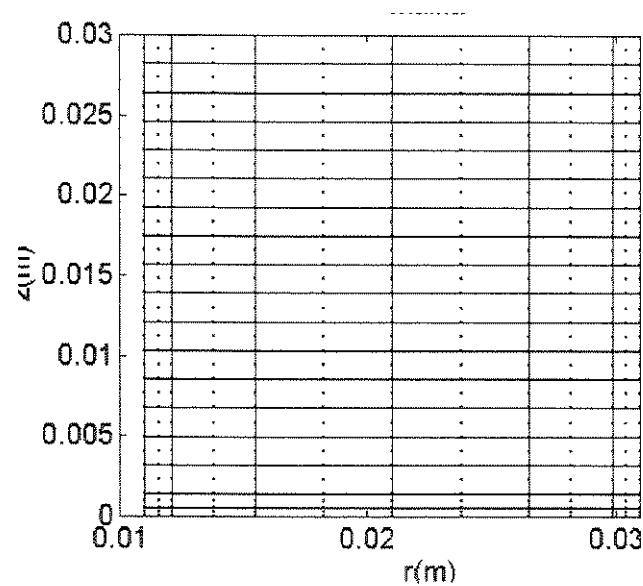


Figura 5.1. 4: Malha de Anular para validação

### 5.1.3 Fluxo anular helicoidal

A malha utilizada é a mesma apresentada na Figura 5.1.4

Tanto a solução analítica como a numérica, não apresentam diferenças nas perdas de pressão por atrito e velocidade axial em relação aos resultados do fluxo anular axial. Isto se deve

a que estamos trabalhando com fluido *Newtoniano* para o qual as equações de conservação são desacopladas.

Tabela 5.1.3: Dados da simulação do fluxo anular helicoidal

|                        |                                     |                                  |
|------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| Propriedades do fluido | viscosidade                         | 1 Pa s (1000 cP)                 |
|                        | Densidade                           | 1000 kg/m <sup>3</sup> (10 °API) |
| Sistema                | Raio Externo                        | 0,031 m (2 7/8")                 |
|                        | Raio Interno                        | 0,011 m (7/8")                   |
|                        | Comprimento axial                   | 0,03 m                           |
|                        | Vazão                               | 259,2 m <sup>3</sup> /d          |
|                        | Rotação                             | 200 rpm                          |
| Malha                  | 6 x 18 com refinamento em $r$ e $z$ |                                  |

Na Figura 5.1.5 é apresentada a concordância da velocidade tangencial calculada numérica e analiticamente (ver Anexo III).

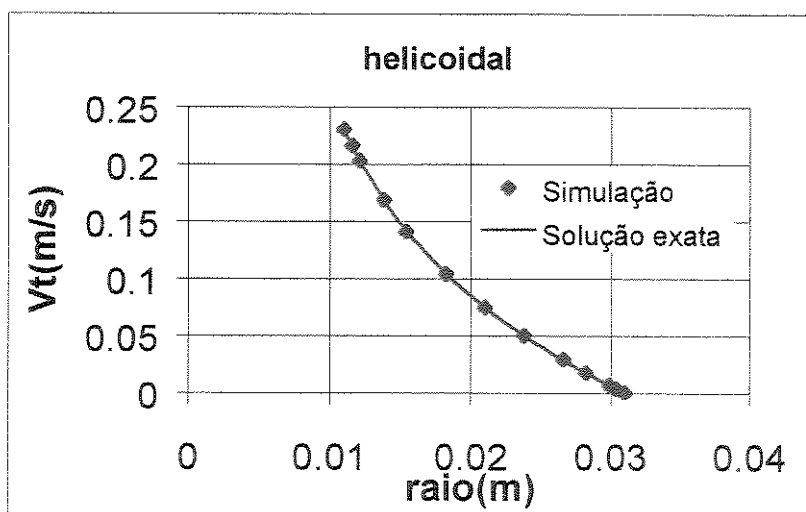


Figura 5.1. 5: Perfil de velocidade tangencial em fluxo helicoidal

## 5.2 Desenvolvimento do Escoamento

Um dos objetivos deste trabalho é estudar como acontece o desenvolvimento do fluxo partindo de um perfil de velocidades plano, e também obter parâmetros que sirvam para prever o comprimento na direção axial que o fluxo necessita até atingir o estado totalmente desenvolvido partindo deste perfil de velocidade plano.

Observou-se, mediante simulações, que os parâmetros (tanto de propriedades do fluido como do sistema) influem nos resultados do desenvolvimento segundo o grau de perturbação que estes implicam. Esta análise de sensibilidade é baseado no número de *Reynolds*:

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D_h}{\mu} \quad (5.2. 1)$$

Onde o diâmetro hidráulico é igual ao diâmetro da tubulação e a  $2*b$  (*gap*) no anular.

Neste trabalho, simulando o caso dos óleos pesados, utilizam-se densidades de entre 800 e 1100 kg/m<sup>3</sup>, o que significa pouca influência na variação do *Reynolds* e do comprimento de desenvolvimento; isto também foi verificado nas simulações. As variações no índice de comportamento (*n*) também têm influência desprezível nos resultados.

As variações dos diâmetros nos casos de campo também são poucas, então, pouca a sua influência no *Reynolds* e no comprimento necessário para o desenvolvimento, a não ser pela sua contribuição ao valor da velocidade média.

O que influi fortemente no desenvolvimento do escoamento são as velocidades médias e as viscosidades.

O critério utilizado para avaliar o desenvolvimento são os perfis de velocidade, de modo que a diferença entre o perfil de velocidades calculado a uma dada posição axial e o calculado para a posição axial imediatamente superior seja menor que 0,1%. Nos gráficos está representado

também o perfil teórico.

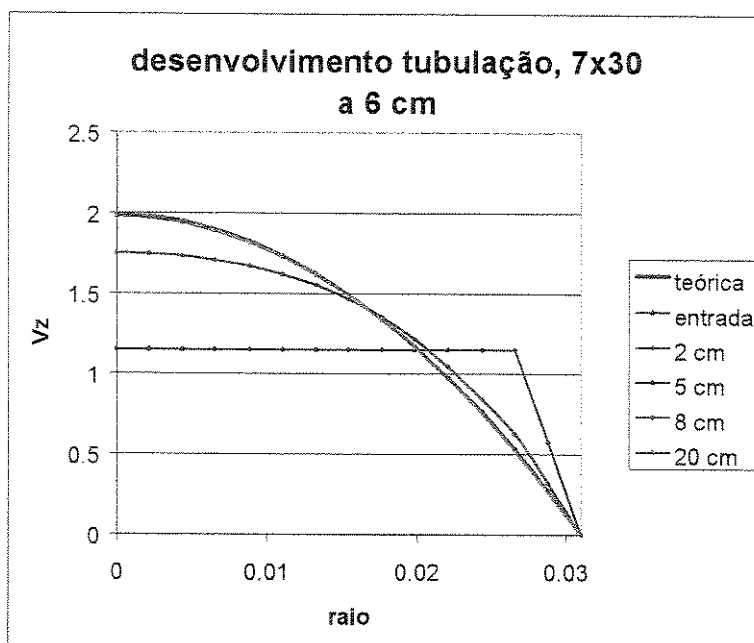


Figura 5.2. 1: Desenvolvimento tubo, Perfil de velocidade axial,  $Q = 259,2 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido *Newtoniano*  $\mu = 80 \text{ Pa.s}$

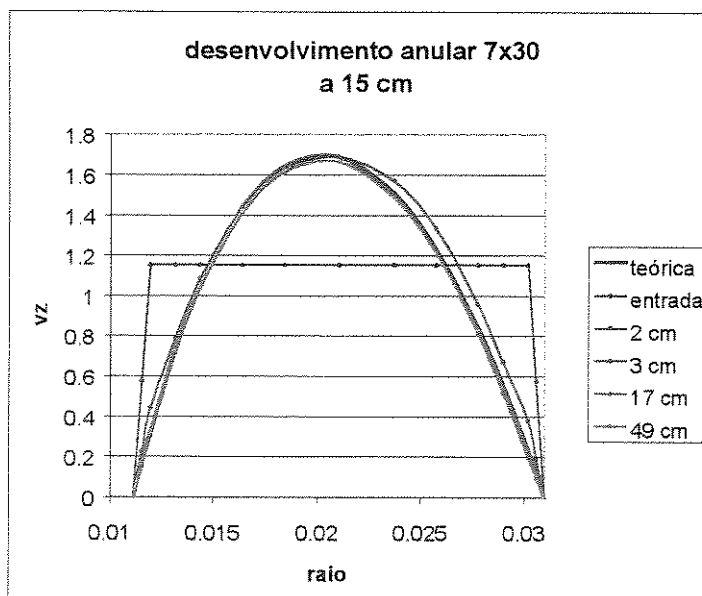


Figura 5.2. 2: Desenvolvimento anular, Perfil de velocidade axial,  $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido *Newtoniano*  $\mu = 80 \text{ Pa.s}$

Um exemplo da influência da velocidade média é apresentado nas Figuras 5.2.1 e 5.2.2 onde para igual fluido com vazões similares, mas com diferentes velocidades médias devido à distinta seção de fluxo (anular e tubo) se observou que o desenvolvimento é atingido a 6 cm na tubulação e a 15 cm no anular.

Também vemos, comparando as Figuras 5.2.2 e 5.2.3, a influência da viscosidade. Trata-se de iguais anulares, densidades e vazões. Quanto maior a viscosidade, menor o comprimento necessário ao desenvolvimento do escoamento. Este comprimento é de 15 cm para fluido de viscosidade de 80.000 cP e de mais de 60 cm para viscosidade de 1000 cP.

O valor de convergência das velocidades axiais nas simulações difere do valor teórico para o escoamento desenvolvido com erros de até 1.48%. Este erro deve-se principalmente a arredondamentos numéricos.

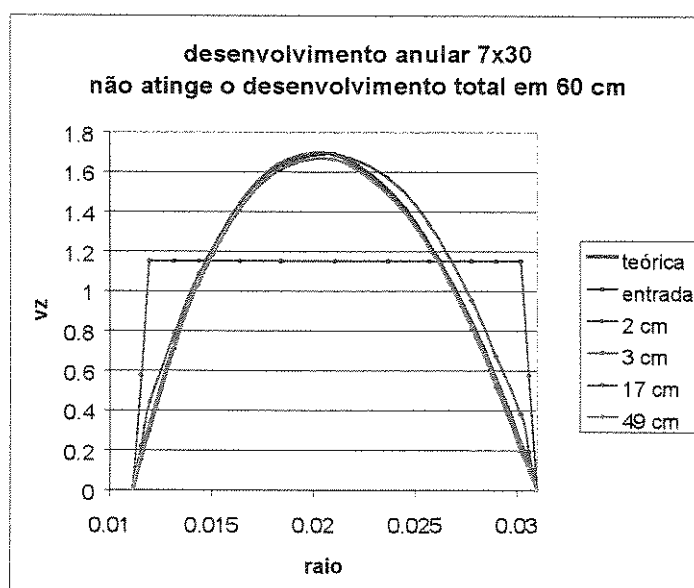


Figura 5.2. 3: Influência da viscosidade (o índice de consistência  $k$ ) no desenvolvimento anular, perfil de velocidade axial,  $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido *Newtoniano*  $\mu = 1 \text{ Pa.s}$

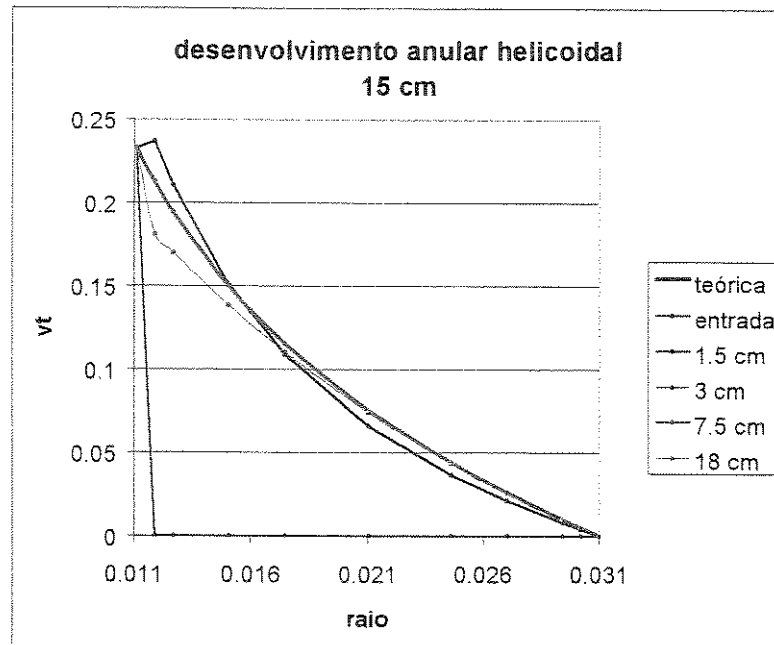


Figura 5.2. 4: Desenvolvimento do perfil de velocidade tangencial,  $Q = 254,97 \text{ m}^3/\text{d}$ , fluido *Newtoniano*  $\mu = 80 \text{ Pa.s}$

Na Figura 5.2.4 é apresentado um exemplo de convergência no perfil de velocidade tangencial. Foi verificado que o perfil de velocidade tangencial totalmente desenvolvido é atingido conjuntamente (a igual posição axial) ao perfil de velocidade axial. Isto é de esperar, já que o perfil não desenvolvido, na direção axial, por exemplo, significa fluxo não desenvolvido nas outras dimensões. Se a velocidade axial varia ao longo da direção  $z$  significa que existe massa movimentando-se nas outras direções que com velocidades que também vão variando na direção  $z$  como consequência direta da continuidade.

### 5.3 Influência dos Parâmetros no Fluxo

Nesta seção se analisa o comportamento do fluxo perante modificações nas propriedades do fluido e configurações do sistema e a sua influência na queda de pressão por atrito. Também se pesquisa o desenvolvimento do fluxo, já que se utiliza uma frente de velocidade axial e tangencial chata que significa um certo comprimento na direção axial até atingir o fluxo

totalmente desenvolvido. Os resultados que são tirados em relação às influências dos parâmetros nas perdas de carga consideram todo o comprimento do conduto.

As simulações se limitam aos casos nos quais as vazões, velocidades de rotação e dimensões correspondem aos casos de campo. As dimensões do sistema seguem o usual nos meios de elevação artificial da Bomba Centrífuga Submersa e na Bomba de Cavidades Progressivas.

As propriedades do fluido conservam as características de interesse neste trabalho: óleo pesado. Isto implica altas densidades e altas viscosidades. São utilizados índices de comportamento ( $n$ ) que vão desde fluidos pseudoplásticos ( $n < 1$ ), passando por fluidos *Newtonianos* ( $n = 1$ ) até fluidos dilatantes ( $n > 1$ ).

### 5.3.1 Fluxo axial em tubulação

Na Tabela 5.3.1 são apresentados os dados de entrada das simulações para tubulação e na Figura 5.3.1 é apresentada a malha utilizada para este caso.

- Índice de comportamento  $n$

O objetivo aqui é ver a influência do índice de comportamento no perfil de velocidade e na queda de pressão por atrito.

Tabela 5.3.1: Dados da simulação do fluxo em tubulação

|                        |                                     |                                                   |
|------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Propriedades do fluido | Índice de consistência              | 1, 50, 80, 120, 150 Pa s <sup>n</sup>             |
|                        | Índices de comportamento            | 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4            |
|                        | Densidade                           | 850, 900, 980, 1100 kg/m <sup>3</sup>             |
| Sistema                | Raio                                | 0,031 m (2 7/8")                                  |
|                        | Comprimento axial                   | 1 m                                               |
|                        | Vazão                               | 100, 300, 500, 700, 854.6, 1000 m <sup>3</sup> /d |
| Malha                  | 6 x 18 com refinamento em $r$ e $z$ |                                                   |

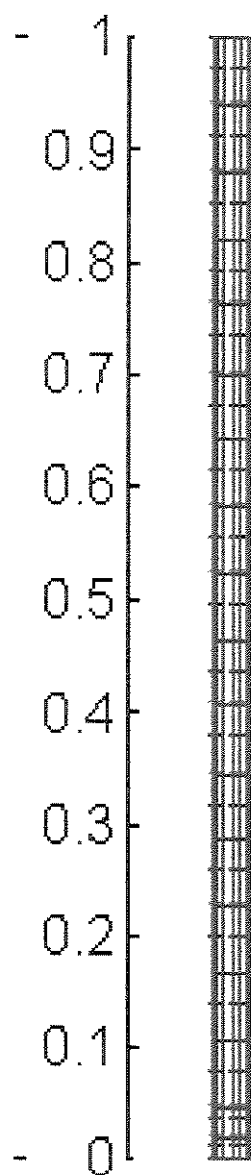


Figura 5.3. 1: Malha de tubulação

A Figura 5.3.2 apresenta os perfis de velocidade para os distintos índices de comportamento e a Figura 5.3.3 apresenta a sua influência na queda de pressão por atrito.

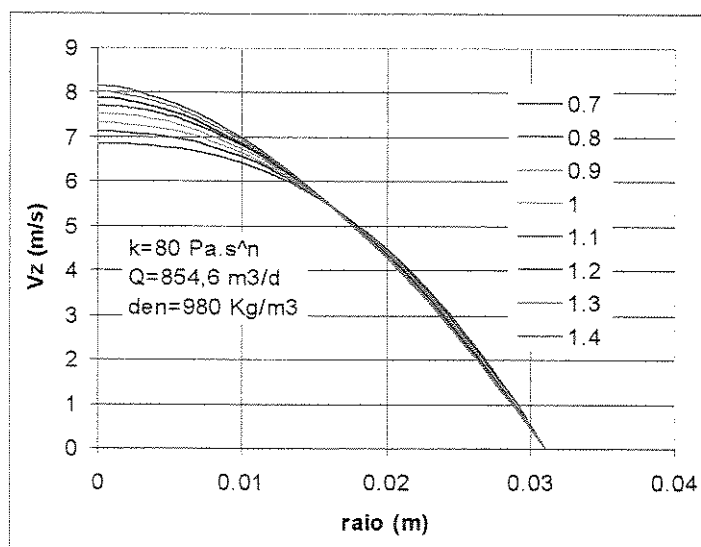


Figura 5.3. 2: Perfis de velocidade para distintos índices de comportamento

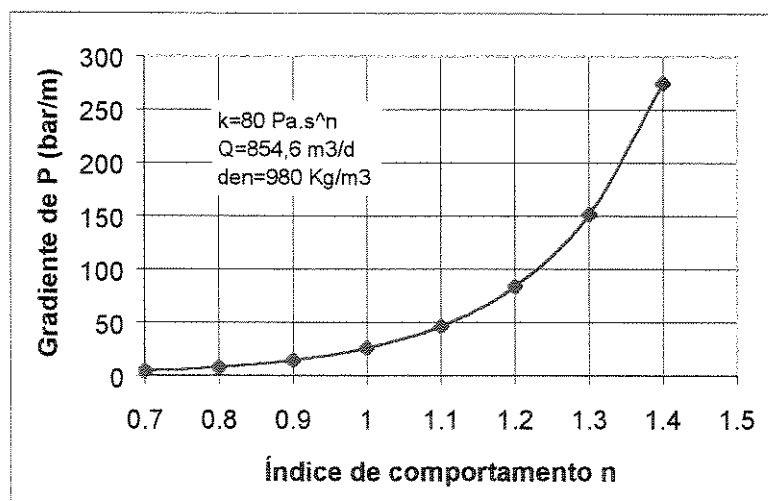


Figura 5.3. 3: Gradiente pressão por atrito para diferentes índices de comportamento, caso tubulação

Em todos os casos a frente é achatada e se observou que o índice de comportamento influencia pouco no desenvolvimento do fluido. Isto se deve a que o grau de perturbação (número de *Reynolds*) é inversamente proporcional à viscosidade. A viscosidade aparente está expressa na equação 4.2.12, e, para os casos de óleo viscoso, a contribuição significativa está dada pelo índice

$k$  mais que pelo índice  $n$  ao que está elevada a taxa de deformação. Nestes casos o perfil de velocidades fica totalmente desenvolvido à altura de 23 cm, o que significa após de 11 elementos na direção axial.

Verifica-se que os fluidos pseudoplásticos implicam um perfil mais achatado e perdas de carga menores.

- Índice de consistência  $k$

O índice de consistência ( $k$ ) não influencia no perfil de velocidades, mas, como é de se esperar, tem uma relação direta com o gradiente de pressão por atrito, como se observa na Figura 5.3.4.

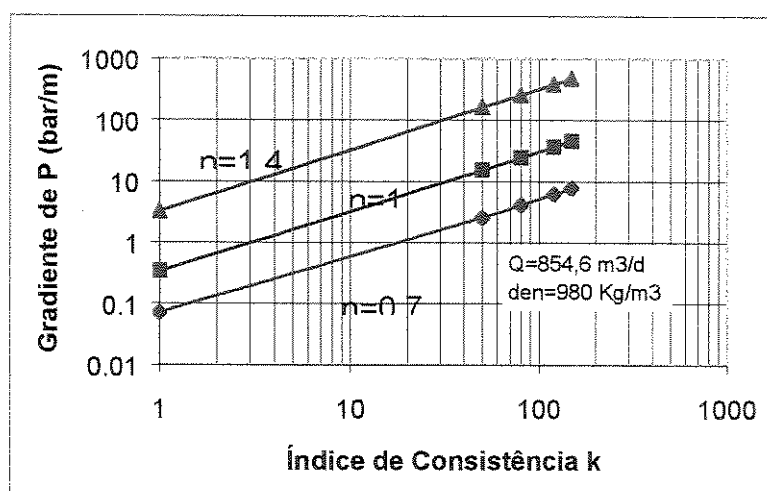


Figura 5.3. 4: Gradiente de pressão por atrito segundo índice de consistência, caso tubulação

O índice de consistência afeta em forma inversa ao desenvolvimento do fluido, pela razão explicada anteriormente. Para índice de  $1 \text{ Pa.s}^n$  o fluxo não se desenvolve num metro e para índices de  $150 \text{ Pa.s}^n$  se desenvolve após 13 cm.

- Densidade

A densidade não influencia no perfil de velocidades nem no gradiente de pressão por atrito, seja o fluido *Newtoniano* ou não, como é apresentado na Figura 5.3.5.

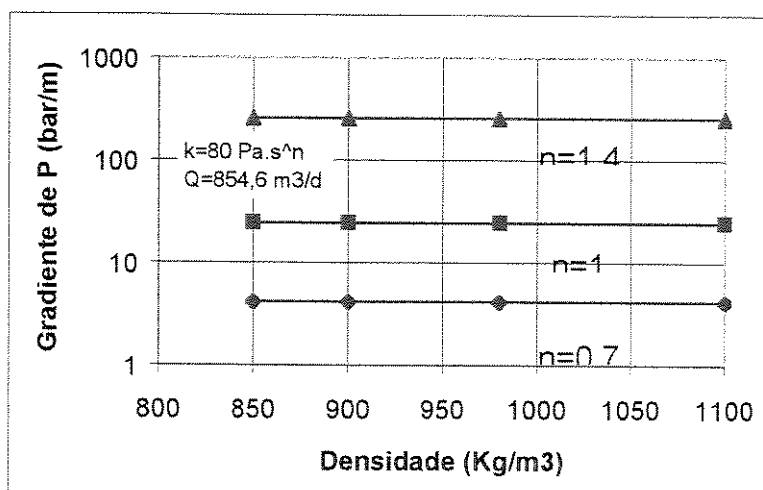


Figura 5.3. 5: Gradiente de pressão por atrito segundo densidade, caso tubulação

#### • Vazão

O efeito da vazão no perfil de velocidades é o esperado para qualquer sistema: influencia diretamente nas grandezas das velocidades, mas respeitando a forma do perfil, que depende do sistema (tubulação, anular ou helicoidal) e do índice de comportamento ( $n$ ). Um exemplo se pode ver na Figura 5.3.6 para fluxo de fluido *Newtoniano* em anular.

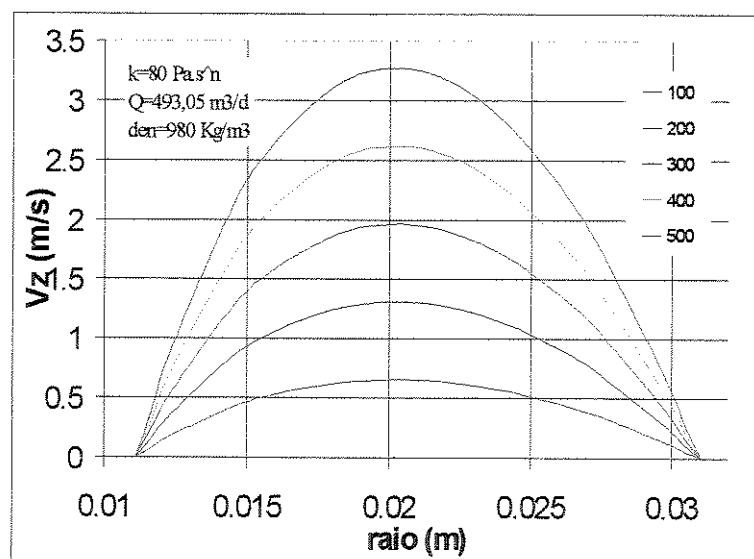


Figura 5.3. 6: Perfis de velocidade para distintas vazões para fluido *Newtoniano* em anular

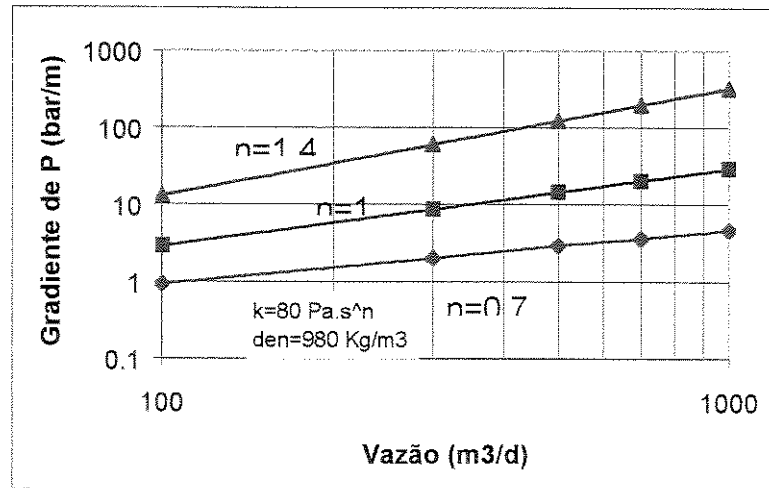


Figura 5.3. 7: Gradiente de pressão por atrito segundo vazão, caso tubulação

A vazão influencia diretamente no desenvolvimento do fluxo, abrangendo desde 13cm para uma vazão de 100 m³/d até 73 cm para 1000 m³/d (com  $k=80 \text{ Pa.s}^n$ ).

Também é previsível a influência da vazão no gradiente de pressão por atrito. Uma representação se mostra na Figura 5.3.7.

### 5.3.2 Fluxo anular axial

Tabela 5.3.2: Dados da simulação do fluxo anular axial

|                        |                                               |                                        |
|------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------|
| Propriedades do fluido | Índice de consistência                        | 1, 50, 80, 120, 150 Pa s <sup>n</sup>  |
|                        | Índices de comportamento                      | 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 |
|                        | Densidade                                     | 850, 900, 980, 1100 kg/m³              |
| Sistema                | Raio Externo                                  | 0,031 m (2 7/8")                       |
|                        | Raio Interno                                  | 0,01111 m (7/8")                       |
|                        | Comprimento axial                             | 0,6 m                                  |
|                        | Vazão (m³/d)                                  | 100, 200, 300, 400, 493.05, 500        |
| Malha                  | 7 x 30 com refinamento em <i>r</i> e <i>z</i> |                                        |

Na Figura 5.3.8 é apresentada a malha utilizada para este caso.

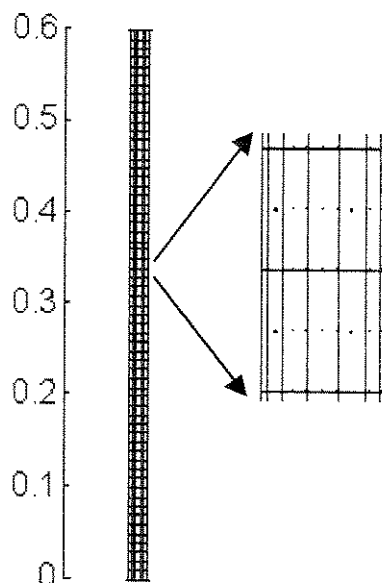


Figura 5.3. 8: Malha de anular

- Índice de comportamento  $n$

A Figura 5.3.9 apresenta a influência do índice de comportamento na queda de pressão por atrito. Iguais resultados ao caso da tubulação se tiram em relação aos perfis de velocidade e quedas de pressão por atrito.

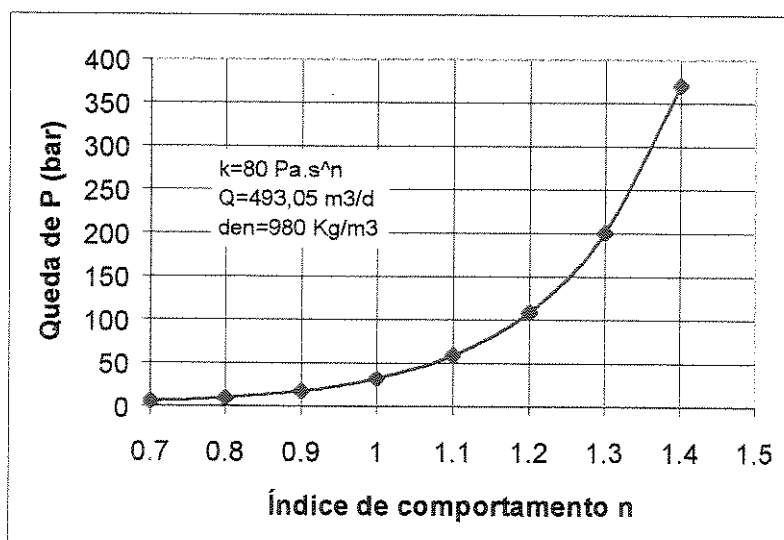


Figura 5.3. 9: Queda de pressão por atrito para diferentes índices de comportamento, caso anular

Comparando com o caso do desenvolvimento do escoamento na tubulação, o índice de comportamento no caso de anular tem maior influência, mas segue sendo desprezível.

- Índice de consistência  $k$

Verificamos aqui a influência do índice de consistência no gradiente de pressão por atrito (Figura 5.3.10) como também no desenvolvimento do fluxo. Em relação a isto último, os comprimentos axiais resultantes nesta varredura de índices de consistência vão desde 10 cm ( $k=100$ ) até 36 cm ( $n=0,7$ ,  $k=1$ ).

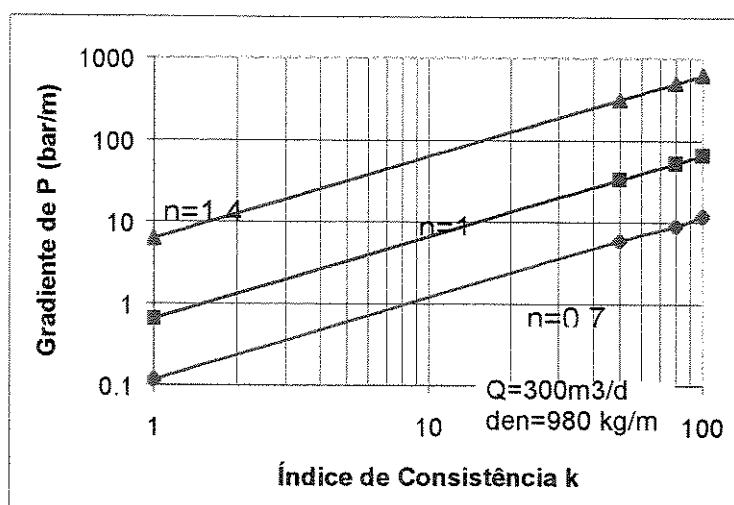


Figura 5.3. 10: Gradiente de pressão por atrito segundo índice de consistência, caso anular axial

- Vazão

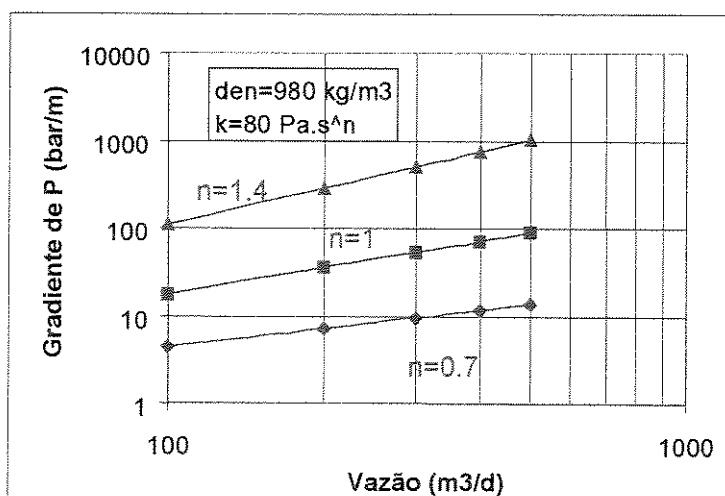


Figura 5.3. 11: Gradiente de pressão por atrito segundo vazão, caso anular axial

- Densidade

Ao igual que o caso da tubulação, tanto para fluido pseudoplástico, *Newtoniano* e dilatante, a densidade não influencia no perfil de velocidades nem no gradiente de pressão por atrito.

### 5.3.3 Fluxo helicoidal

Tabela 5.3.3: Dados da simulação do fluxo anular helicoidal

|                        |                          |                                    |
|------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Propriedades do fluido | Índice de consistência   | 1, 80 Pa s <sup>n</sup>            |
|                        | Índices de comportamento | 0.7, 1.0, 1.4                      |
|                        | Densidade                | 980 kg/m <sup>3</sup> (12,88 °API) |
| Sistema                | Vazão                    | 100, 500 m <sup>3</sup> /d         |
|                        | Rotação                  | 100, 200, 300, 400, 500 rpm        |

Neste caso, com a mesma malha usada para representar o fluxo anular axial (Figura 5.3.8), foi pesquisado o comportamento do escoamento frente à rotação, já que os efeitos dos demais parâmetros já foram analisados. Foram encontradas diferenças no perfil de velocidades axial e tangenciais e na perda de carga segundo seja um fluido *Newtoniano*, pseudo-plástico ou dilatante.

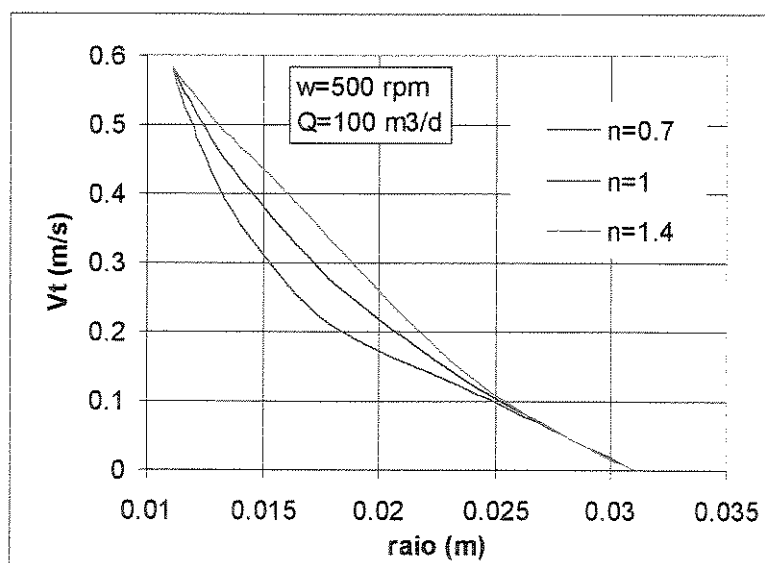


Figura 5.3. 12: Perfil de velocidade tangencial

A Figura 5.3.12 mostra o perfil de velocidade tangencial onde a forma das curvas é similar às obtidas para outros conjuntos de velocidades axiais e de rotação.

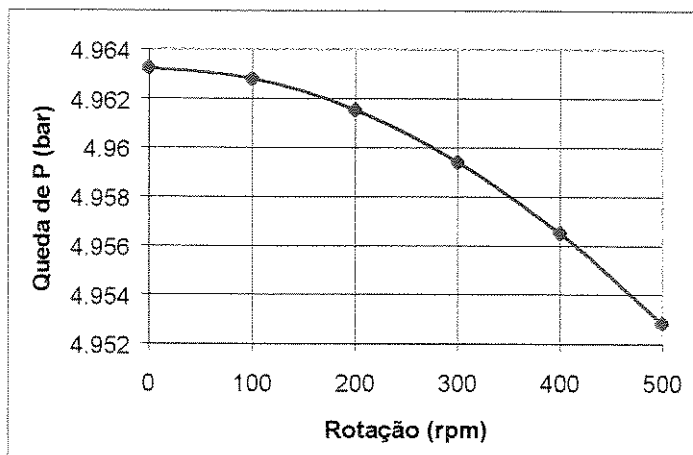


Figura 5.3. 13: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido pseudoplástico de  $n=0,7$

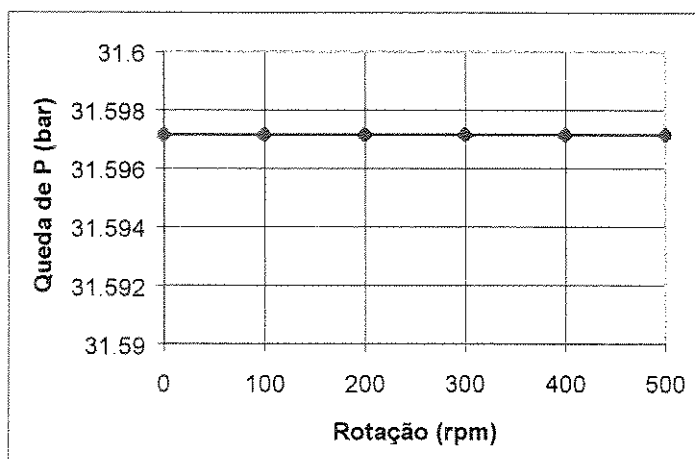


Figura 5.3. 14: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido *Newtoniano*

Foi observado que a velocidade de rotação não influencia a perda de carga para fluido *Newtoniano* (Figura 5.3.14); que reduz a perda de carga para fluido pseudoplástico (Figura 5.3.13) e a aumenta para fluido dilatante (Figura 5.3.15). O caso apresentado corresponde à vazão

de 493,05 m<sup>3</sup>/d e 500 rpm de rotação. Este comportamento se observa para outros conjuntos de velocidades axial e tangencial. No entanto, as reduções e aumentos observados são muito pequenos, basicamente desprezíveis.

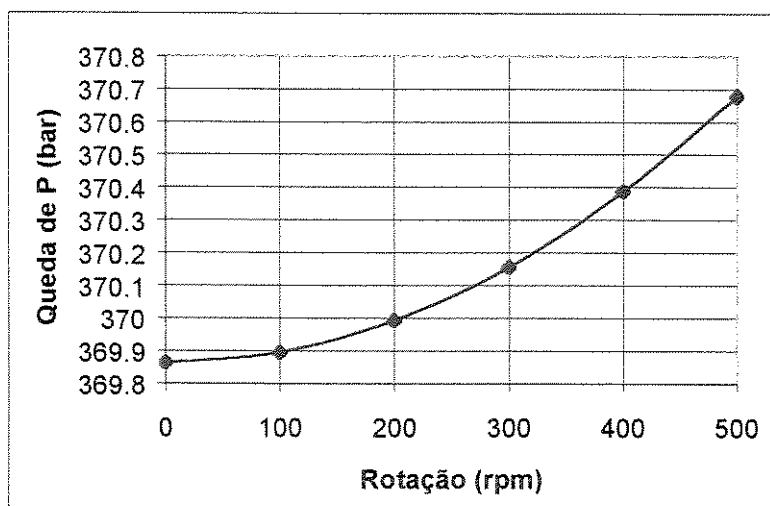


Figura 5.3. 15: Influência da velocidade de rotação na queda de pressão por atrito no escoamento de fluido dilatante  $n=1,4$

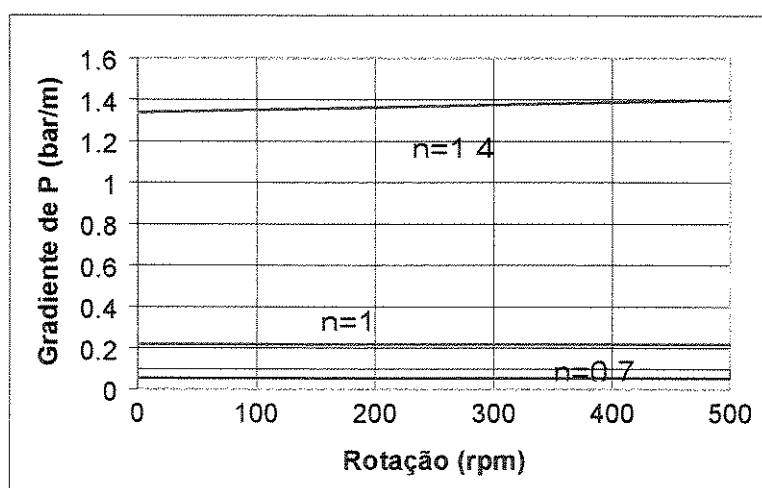


Figura 5.3. 16: Influência do índice de comportamento do fluido na queda de pressão por atrito para  $k=1 \text{ Pa.s}^n$

Para os sistemas de fluxo helicoidal usuais no campo, tendo em conta a relação de raios, as

vazões, as velocidades de rotação e a consideração de fluxo viscoso, pode-se notar que a influência da velocidade de rotação nas perdas de carga é desprezível. Isto é apresentado na Figura 5.3.16 para fluido de índice de consistência de 1 Pa.s<sup>n</sup>.

O desenvolvimento do fluxo helicoidal acontece entre os 5 e 13 cm para índice de consistência de 80 Pa.s<sup>n</sup> (segundo a velocidade de rotação e o índice de comportamento) e entre 15 e 53 cm para 1 Pa.s<sup>n</sup>.

#### 5.4 Comparação com Dados Experimentais

A perturbação que acontece pela presença das luvas não é possível de ser validada por solução analítica. Procedeu-se, então, à comparação com dados experimentais. Foram obtidos dados do trabalho de Faria (1995), embora tenham-se somente dados de queda de pressão por atrito.

Tabela 5.4.1: Dados experimentais e de simulação do fluxo anular helicoidal

|                        |                                               |                                                                   |
|------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Propriedades do fluido | Viscosidade                                   | 0,1 Pa s (100 cP)                                                 |
|                        | Correlação de viscosidade (cP) com T em °C    | $\mu = 0,326 \cdot 10^{-2} T^3 - 0,1535 T^2 - 4,3732 T + 262,433$ |
|                        | Densidade                                     | 875 Kg/m <sup>3</sup>                                             |
|                        |                                               |                                                                   |
| Sistema                | Raio Externo                                  | 0,016215 m                                                        |
|                        | Raio Interno                                  | 0,006 m                                                           |
|                        | Raio da luva                                  | 0,011 m                                                           |
|                        | Comprimento axial                             | 0,8 m                                                             |
|                        | Comprimento da luva                           | 0,15 m (0,135 m)                                                  |
|                        | Vazão                                         | 1,1087712 m <sup>3</sup> /d                                       |
|                        |                                               | 14,99759712 m <sup>3</sup> /d                                     |
|                        |                                               | 35,3039904 m <sup>3</sup> /d                                      |
|                        |                                               | 49,079952 m <sup>3</sup> /d                                       |
|                        | Rotação                                       | 450 rpm                                                           |
| Malha                  | 6 x 50 com refinamento em <i>r</i> e <i>z</i> |                                                                   |

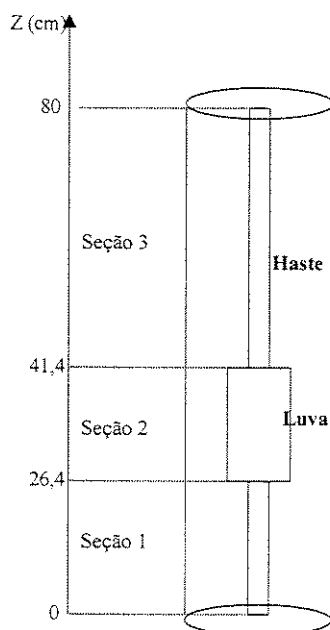


Figura 5.4. 1: Representação esquemática da zona de trabalho

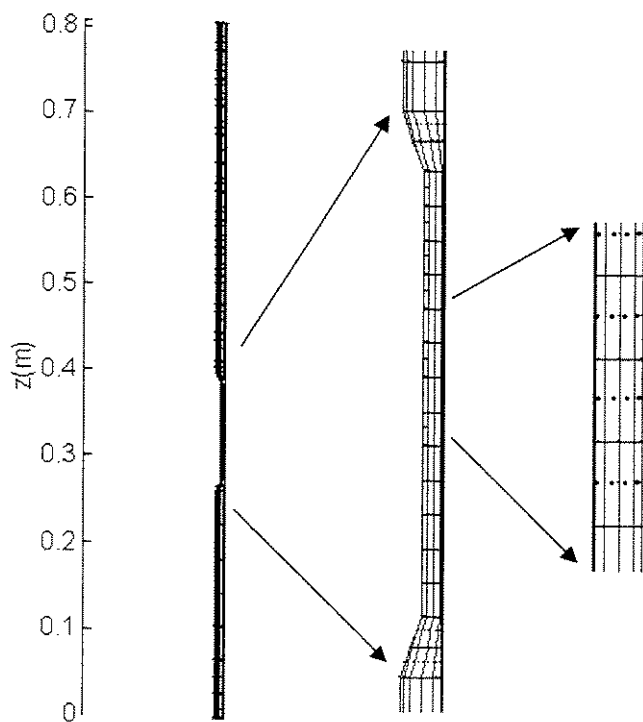


Figura 5.4. 2: Malha do sistema experimental

Na Figura 5.4.1 é apresentado um esquema da zona de medição no aparato experimental, no qual o escoamento entra totalmente desenvolvido. Na Figura 5.4.2 é apresentada a malha utilizada para simular este sistema.

Foi avaliado, primeiramente, o comprimento necessário para obter o escoamento totalmente desenvolvido (no anular sem luva) para quatro vazões diferentes. Na Tabela 5.4.2 são apresentados estes comprimentos, junto com a discrepância em relação ao valor teórico dos perfis de velocidade axial.

Tabela 5.4. 2: Desenvolvimento e Convergência

|   | Vazão ( $\text{m}^3/\text{d}$ ) | Desenvolvimento | Erro Relativo de convergência |
|---|---------------------------------|-----------------|-------------------------------|
| A | 1,1087712                       | 5,60 cm         | 1,44%                         |
| B | 14,9975971                      | 12,80 cm        | 1,44%                         |
| C | 35,3039904                      | 38,40 cm        | 1,44%                         |
| D | 49,0799520                      | 47,20 cm        | 1,44%                         |

Os erros se devem aos arredondamentos, são erros numéricos.

Também se compararam com dados experimentais as perdas de carga no escoamento em anular simples, sem luva, tendo escoamento totalmente desenvolvido. Este caso tem solução teórica. Os resultados são apresentados graficamente na Figura 5.4.3.

Então foi avaliado, com a frente de entrada totalmente desenvolvida, o desenvolvimento devido à luva e as perdas de carga ao longo do sistema com luva, de acordo com a Figura 5.4.2.

Após a perturbação devido ao início da luva, o escoamento recupera seu perfil totalmente desenvolvido a 2,72 cm do começo desta para a vazão A e a 3,55 cm para a vazão B. Na terceira seção, a perturbação devida à mudança de área de fluxo no fim da luva é estabilizada aos 3,67 cm do final da luva para o caso A e 7,79 cm para o caso B.

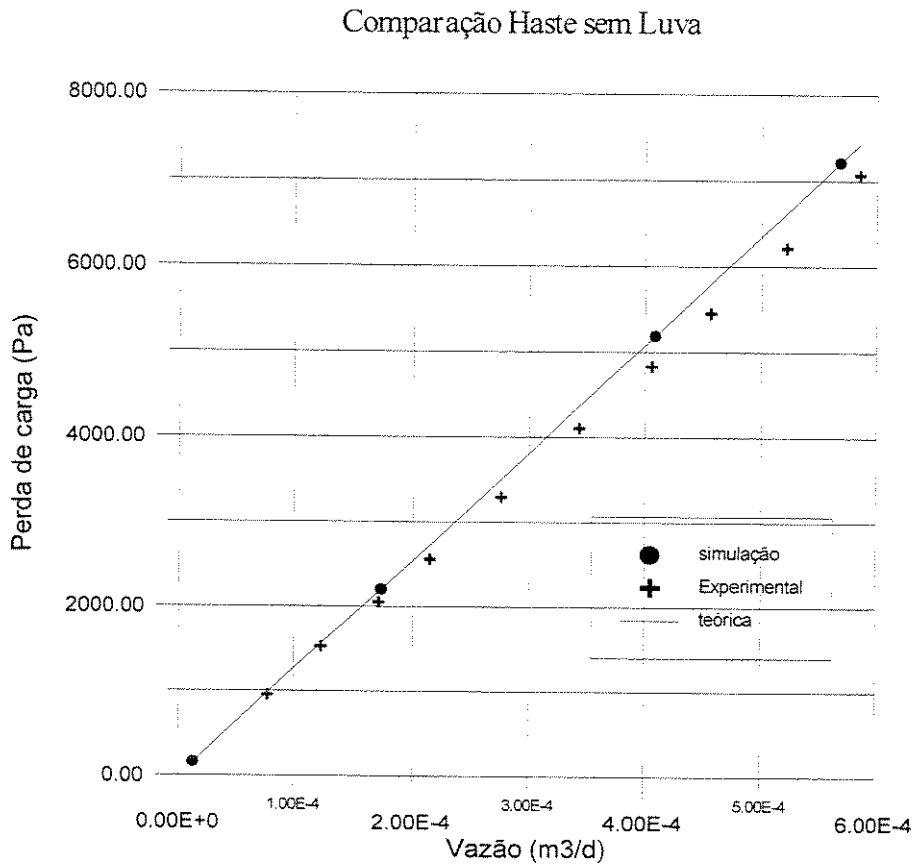


Figura 5.4. 3: Comparação com dados experimentais sem luva

Nos casos C e D o fluxo só atinge regime desenvolvido após o fim da luva, na terceira seção.

A alteração do perfil de entrada, devido a presença da luva, começa aproximadamente entre 4 e 7 cm antes, de acordo com a vazão.

A Tabela 5.4.3 mostra os gradientes de pressão por atrito reportados no trabalho de Faria, os gradientes de pressão obtidos das simulações e os erros relativos aos dados experimentais.

Na Figura 5.4.4 são apresentadas estas comparações junto com os valores esperados segundo a solução analítica (Equação 5.1.4), isto é, considerando o fluxo totalmente desenvolvido em três seções com diferentes espaços anulares.

Tabela 5.4. 3: Comparação de gradientes de Pressão por atrito experimentais

| Vazão                            | A        | B        | C        | D         |
|----------------------------------|----------|----------|----------|-----------|
| $\Delta P/L$ Experimental (Pa/m) | 331,975  | 3922,45  | 9421,475 | 13245,925 |
| $\Delta P/L$ simulação (Pa/m)    | 363,2958 | 4920,329 | 11616,00 | 16186,857 |
| Erro relat. Exper.               | 9,43%    | 25,44%   | 23,29%   | 22,20%    |

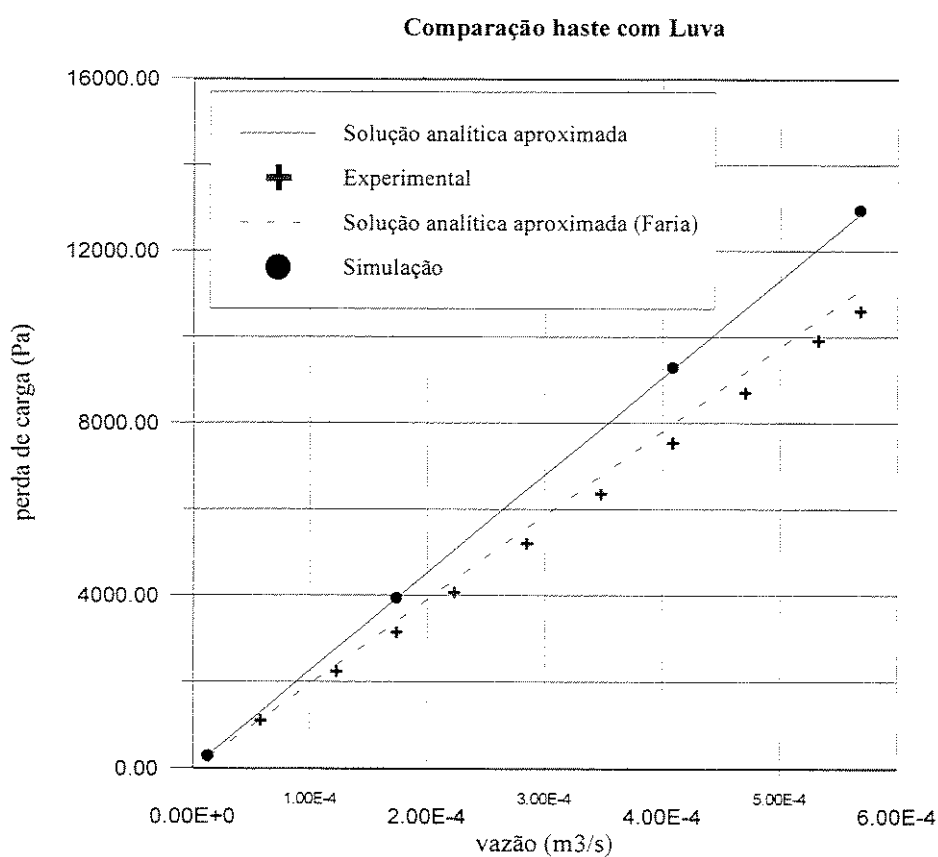


Figura 5.4. 4: Comparação com dados experimentais com luva

Como pode-se observar, as perdas de carga das simulações são maiores que as experimentais. Uma possível causa desta diferença é a redução da viscosidade, que pode ter sido menor nos experimentos já que depende da temperatura. A linha que indica as perdas esperadas

por Faria sugere que se trabalhou com outra viscosidade, que corresponde à aquela com 3°C a mais.

Chegou-se à conclusão que a forma das luvas influencia fortemente as perdas de carga. Numa primeira aproximação simulou-se luvas de 15 cm de comprimento, com mudança de seção abrupta. Nessas simulações foram obtidas discrepâncias da ordem de 45% dos valores experimentais. Então, dentre as possíveis causas, pensou-se na forma das luvas. Na Figura 5.4.5 é apresentada a luva. Não somente seu comprimento era menor (13,5 cm), mas também a mudança da seção de fluxo era suave.



Figura 5.4. 5: Luva utilizada nos experimentos de Faria

## 5.5 Previsões

É interessante fazer, com os óleos caracterizados (Capítulo 3), algumas previsões sobre a perda de carga do escoamento helicoidal usando-se o sistema de elevação por Bomba de Cavidades Progressivas.

Como foi apresentado no Capítulo 2, a haste de bombeio no sistema BCP está constituída por hastes unitárias de 7,62 m unidas entre si por luvas de 10,16 cm de comprimento. A idéia é calcular a perda de carga na seção de fluxo perturbado da luva e a perda de carga nas regiões desenvolvidas das hastes. Então, a perda de carga total se pode calcular fazendo repetições das perdas de carga na região não desenvolvida (luva) e da região totalmente desenvolvida (haste). A Figura 5.5.1 mostra como foi desenvolvida a análise das perdas da carga, onde os comprimentos para os cálculos de perdas de carga são de 7,02 m para o escoamento totalmente desenvolvido e de 0,7016 m para a região da luva assim distribuídos: 10,16 cm de luva, 10 cm antes e 50 cm depois. A perda total por fricção em cada unidade de haste – luva é:

$$\Delta P^u = \Delta P_{luv} + \Delta P_{TD} \quad (5.5.1)$$

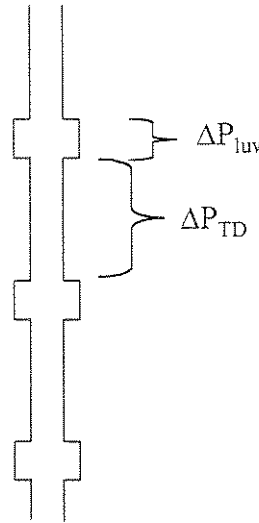


Figura 5.5. 1: Esquema de análise de perda de carga

A perda de carga total por atrito será o valor da perda de carga “unitária” vezes o número de unidades haste – luva (N), que se calcula como:  $N=H/7,7216$ , onde H é a profundidade da bomba e o denominador é o comprimento da unidade.

O gradiente de pressão por atrito, na zona de fluxo totalmente desenvolvido, se calcula analiticamente para os casos de fluidos *Newtonianos* e por simulação numérica para o fluido não *Newtoniano*.

Também é interessante calcular a pressão total a vencer, o que inclui a pressão da coluna hidrostática, podendo assim comparar as magnitudes.

Das possíveis combinações de velocidade axial e tangencial, são apresentadas três vazões e quatro velocidades de rotação. Para os fluidos *Newtonianos* somente é interessante ver os resultados a diferentes vazões, já que a rotação não influencia nas perdas de carga.

A viscosidade a utilizar não corresponderia à viscosidade a 25°C, já que em todos os poços

existe um gradiente geotérmico. Foi escolhida uma temperatura de 37°C como média. Utilizando-se as correlações obtidas para a dependência da viscosidade com a temperatura do Capítulo 3, as viscosidades médias dos óleos caracterizados são:

|          |                  |
|----------|------------------|
| Faisão   | 19.082,19 cp     |
| Mainá II | 7.571,04 eq. cp. |
| Curió    | 710,33 cp        |

As densidades utilizadas são: 972,5 kg/m<sup>3</sup> para o óleo Faisão, 989,51 kg/m<sup>3</sup> para o óleo Mainá e 946,49 kg/m<sup>3</sup> para o óleo Curió.

Foi observada a instabilidade do escoamento devido à luva, que começa em média uns 2,5 cm antes (sem muita variação nos diferentes casos), fica totalmente desenvolvido no comprimento da luva às vazões de 100 e 300 m<sup>3</sup>/d e depois estabiliza na terceira seção em, como máximo, 10 cm após o fim da luva.

Nas Tabelas 5.5.1, 5.5.2 e 5.5.3 são apresentadas as perdas de carga por “unidade” haste – luva, a pressão total a vencer (inclui pressão hidrostática) para uma profundidade de 1000 m (129,5 unidades) e a porcentagem que representam as perdas de carga por atrito da pressão total.

Além de verificar com os dados das perdas de carga do óleo Mainá II que a influência da rotação é desprezível, pode-se concluir também o seguinte:

- As perdas por atrito são efetivamente as responsáveis pela alta energia a vencer, tornando em alguns casos a contribuição da pressão hidrostática desprezível.
- A ferramenta numérica não parece ser necessária para analisar as perdas de carga do fluido *Newtoniano* viscoso para o caso de anular com ou sem luvas. Isto se pode observar comparando as soluções analíticas esperadas para os óleos Faisão, Curió (Figura 5.5.2) e o experimental utilizado por Faria (Figura 5.4.3). Isto se deve aos curtos comprimentos onde acontece o desenvolvimento.

Tabela 5.5. 1: Perdas de carga Óleo Curió

| Q                     | $\Delta P^u$ (bar) | $\Delta P^t$ (bar) | $\%(\Delta P_{\text{atrito}}/\Delta P^t)$ |
|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------|
| 100 m <sup>3</sup> /d | 0,7667             | 192,04468          | 51,70                                     |
| 300 m <sup>3</sup> /d | 2.30262            | 390,6133           | 76,27                                     |
| 500 m <sup>3</sup> /d | 3,84277            | 590,4219           | 84,29                                     |

Tabela 5.5. 2: Perdas de carga Óleo Faisão

| Q                     | $\Delta P^u$ (bar) | $\Delta P^t$ (bar) | $\%(\Delta P_{\text{atrito}}/\Delta P^t)$ |
|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------|
| 100 m <sup>3</sup> /d | 20.58880           | 2761,69475         | 96,55                                     |
| 300 m <sup>3</sup> /d | 61,76678           | 8094,52606         | 98,82                                     |
| 500 m <sup>3</sup> /d | 102,94598          | 13332,20779        | 99,28                                     |

Tabela 5.5. 3: Perdas de carga Óleo Mainá

|                       |                                           | W=0 rpm    | W=100 rpm  | W=300 rpm  | W=500 rpm  |
|-----------------------|-------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|
| 100 m <sup>3</sup> /d | $\Delta P^u$ (bar)                        | 5,57742    | 5,26019    | 5,23862    | 5,20564    |
|                       | $\Delta P^t$ (bar)                        | 819,28631  | 778,20307  | 775,40922  | 771,13798  |
|                       | $\%(\Delta P_{\text{atrito}}/\Delta P^t)$ | 88,16%     | 87,54 %    | 87,49 %    | 87,42 %    |
| 300 m <sup>3</sup> /d | $\Delta P^u$ (bar)                        | 15,0774    | 14,22714   | 14,21973   | 14,20509   |
|                       | $\Delta P^t$ (bar)                        | 2049,59838 | 1939,48411 | 1938,52373 | 1936,62827 |
|                       | $\%(\Delta P_{\text{atrito}}/\Delta P^t)$ | 95,27 %    | 95,00 %    | 95,00 %    | 94,99 %    |
| 500 m <sup>3</sup> /d | $\Delta P^u$ (bar)                        | 23,9449    | 22,59742   | 22,58952   | 22,58130   |
|                       | $\Delta P^t$ (bar)                        | 3198       | 3023,49198 | 3022,46877 | 3021,40422 |
|                       | $\%(\Delta P_{\text{atrito}}/\Delta P^t)$ | 96,97 %    | 96,79 %    | 96,79 %    | 96,79 %    |

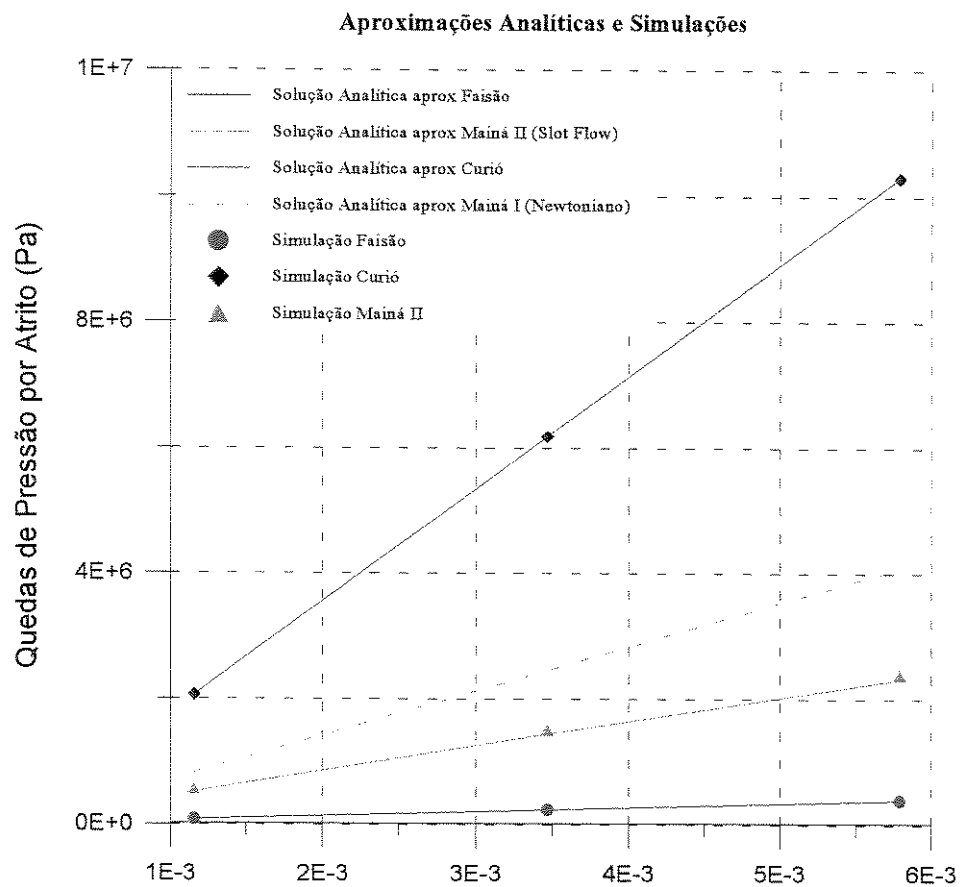


Figura 5.5. 2: Comparação de Simulação com solução analítica aproximada

## Capítulo 6

### Conclusões e Sugestões

#### 6.1 Conclusões

O método de elevação artificial por Bomba de Cavidades Progressivas é uma boa opção para poços terrestres. Esta limitação se deve à relativamente pouca capacidade de bombeio, o que torna difícil sua aplicação nos campos marítimos profundos.

Três dos quatro óleos caracterizados têm características *newtonianas* e esta é uma qualidade comum dos óleos pesados. Também têm, na sua conduta reológica, comportamentos puramente viscosos, sendo a componente elástica desprezível.

Dentro do estudo do fluxo ascendente dos óleos pesados, podem-se citar varias conclusões:

- O comprimento necessário para o desenvolvimento do fluxo, seja em tubo ou anular concêntrico, depende principalmente da velocidade axial media (como área sobre seção de fluxo) e da viscosidade (ou índice de consistência  $k$ ). Os outros parâmetros do fluido (densidade, índice de comportamento  $n$ ) e do sistema (velocidade de rotação) praticamente não influenciam na magnitude da perturbação do fluxo.

- Se comprovou a importante influência da viscosidade (ou índice de consistência  $k$ ), do índice de comportamento  $n$  e das vazões no gradiente de pressão. As perdas de cargas

pouco dependem da densidade; já seja para fluxo em tubo, anular axial ou com rotação; e da velocidade de rotação. É importante levar em conta que estas conclusões restringem-se aos casos de campo.

- É interessante um dos resultados a que se chegou, que se refere às diferentes respostas das reologias à velocidade de rotação. Nos fluidos *newtonianos* este parâmetro não afeta as perdas de carga, nos pseudoplásticos ( $n < 1$ ) reduz as perdas de carga e nos dilatantes aumenta-as, embora este efeito não é significativo.

- A perturbação do fluxo devido à presença das luvas nos escoamentos anulares concêntricos parece ter pouca influência nas perdas de carga. Pelo menos, nas dimensões do campo, a perturbação do fluxo pelas luvas não implica diferenças nas perdas de carga em relação ao fluxo totalmente desenvolvido.

- No escoamento ascendente do óleo no anular do sistema de Bomba de Cavidades Progressivas, as perdas por atrito são efetivamente as responsáveis pela alta energia a vencer, ficando em alguns casos a contribuição da pressão hidrostática desprezível.

- A ferramenta numérica não parece ser necessária para analisar as perdas de carga do fluido viscoso para o caso de anular concêntrico com ou sem luvas.

Dentro dos aspectos numéricos pode-se destacar:

- A utilização da norma infinita assegura uma boa convergência, resultando os erros das simulações principalmente devido arredondamentos.

- O programa de elementos finitos apresenta sempre boa convergência, às três ou quatro iterações por ciclo. Isto se deve principalmente à utilização do esquema de carregamento incremental, que facilita a convergência do processo iterativo. Divergências acontecem quando o índice de comportamento ( $n$ ) é menor a 0,7.

- O programa foi rodado em computadores PC. A vantagem de não necessitar de estações de trabalho potentes foi possibilitada pela rotina *Frontal Solver*, que economiza memória. O tempo de PC oscilou entre 7 e 30 minutos segundo o caso.

## 6.2 Recomendações

A ferramenta numérica que utiliza o método de elementos finitos pode ser expandida a geometrias mais complexas como anular excêntrico, para fluxos bifásicos e que tenham em conta os efeitos térmicos.

Seria interessante, na caracterização reológica de crus, pesquisar o efeito do tempo, se este altera ou não as propriedades reológicas.

Além da questão do modelo, as altas parcelas da pressão total a vencer que correspondem a perdas de carga por atrito sugerem a adição de outros fluidos para melhorar o escoamento. Embora este outro fluido tenha maior ou semelhante densidade, como o caso da água, tem a vantagem de possuir muita menor viscosidade. O aumento na pressão da coluna hidrostática seria desprezível e a diminuição nas perdas de carga por atrito muito proveitosas. É interessante então pesquisar com profundidade o comportamento das emulsões, e de métodos em estágio de pesquisa como o *Core Flow*.

## Referências Bibliográficas

- ABRAHAM, K. S. Venezuela belts on heavy crude for long term. *Word Oil*, p. 121-125, January 1997
- AMADI, M. Production of Heavy Oil with a Hydraulic Gas Pump. *Heavy Crude and Tar Sands - Fueling for a Clear and Safe Environment*, p. 121-126, 1993
- ASTILL, K. N. Study of Developing Flow Between Concentric Cylinders with the Inner Cylinder Rotating. *J. Heat Transfer Trans. ASME*, p. 383-392, Aug. 1964
- ASTILL, K. N., GARNET, J. T.; MARTIN, B. W. The Developing Tangential Velocity Profile for Axial Flow in an Annulus with a Rotating Inner Cylinder. *Proc. R. Soc. London, Series A* 1968 ,307, p. 55-69
- BECKER, E. B., CAREY, G. F., ODEN, J. T. *Finite Elements An Introduction Volume 1*. Texas Institute for Computational Mechanics, The University of Tulsa at Austin, Prentice-Hall Inc., New jersey US, 1981, 259 p.
- BIRD, R. B., ARMSTRONG R. X.; HASSAGER O. *Dynamics of Polymeric Liquids*. J.W.& S., 2da ed., V1: Fluid mechanics, New York City, 1987, 649 p.
- BIRD, R. B., STEQART, W. E., LIGHTFOOD, E. N. *Transport Phenomena*. 1960, 780 p.
- BOBOK, E.; MAGYARI, D.; UDVARI, G. Heavy Oil Transport through Lubricated Pipeline.

SPE 36841, 1996 SPE EUROPEAN PET. CONF., Milan, October 1996, p. 239-243

BORTOLIN, L. L. Experience whit Electrical Submergible Pumps in Heavy Crude Oil (Boscan Field ). Maraven S.A., SPE 26986, III LACPEC, Bs. As. 1994, p.775-783

BRICEÑO, W. J. Experience in the Bolivar coast fields with progressive cavity pump. Maraven S.A. Heavy Crude and Tar Sands -Fueling for a Clear and Safe Environment, II LACPEC, Caracas, 1993, 7 p.

BROWNE, G., HASS, G., SELL ,R. Downhole Emulsification: Viscosity Reduction Increases Production. Petroferm Inc. *The Journal of Canadian Petroleum Technology* , Vol. 35, N°4, Apr. 1996, p. 25-31

CHEN, S., LIJIE, Y. Study on Technology of Mixing Active Walter in Shanjiassi Heavy Oil to Reduce Viscosity. Shengli Oilfield Administration, SPE 30258, INT. HEAVY OIL SYM., Alberta, 1995, p. 175-182

CHIN, W.C. *Borehole Flow Modeling in Horizontal, Deviated and Vertical Wells*. Gulf Publishing Co., Houston, TX, 1992, 214 p.

CLEGG, J. D., BUCARAM S. M., HELN N. W. Recommendations and Comparisons for Selecting Artificial-Lift Methods. SPE, *Journal of Petroleum Technology*, Dec. 1993, p. 1128-1131, p. 1163-1167

COLEMAN, B. D., NOLL, W. Helical Flow of General Fluids. *J. Applied Phys.* 30, No 10, 1959, p. 1508-1512

CONEY J. E. R, EL-SHAARAWI, M. A. I. A contribution to the Numerical Solution of Developing Laminar Flow in the Entrance Region of Concentric Annuli with Rotating Inner Walls., *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, Dec. 1974, p. 333-340

- CONNOR, J. J., BREBBIA, C. A. Finite Element Techniques for Fluid Flow, Newnes-Butterworths, England, 1976, 310 p.
- COOK, R. D. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis, (A treatment of the Finite Element Method as used for the Analysis of Displacement, Strain and Stress)*. J. Wiley & Sons, Inc, 1974, 402 p.
- DIERKES, A. C., SHOWALTER, W. R. Helical Flow of Non-Newtonian Polyisobutylene Solution. *I. & E.C. Fundamentals* 5, No 2, May. 1966, p. 263-271
- DUNN, L., MATTHEWS, C., ZAHACY T. Progressing Cavity Pumping System Applications in Heavy Oil Production. Centre for Frontier Engineering Research, SPE 30271, 1995 INT. HEAVY OIL SYM., Alberta, 1995, 10 p.
- DUSSEAUT, M., GEILIKMAN, M., ROGGENSACK, W. Practical Requirements for Sand Production Implementation in Heavy Oil Applications. U of Waterloo, Centre for Frontier Engineering Research, SPE 30250, 1995 INT. HEAVY OIL SYM., Alberta, 1995, P. 103-112
- FARIA, Rogerio Costa. *Estudo Experimental do Gradiente de Pressão em Tubulações Anulares Concêntricas e Excêntricas com e sem Rotação*. Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1995. 102 p. tese (Mestrado)
- FREDERICKSON, A. G.; BIRD, R.B. Non-Newtonian Flow in Annuli, *Ind. Chem. Eng.*, 50, 1958, p. 347-352
- FREDERICKSON, A. G. Helical Flow of an Annular Mass of Viscoelastic Fluid, *Chem. Eng. Sci.* 11, 1960, p. 252-259
- GHETTO G., RIVA, M.; GIUNTA, P. Jet Pump Testing in Italian Heavy Oils. AGIP SpA e Edison Gas, SPE 27595, EUR. PROD. OP. CONF. & EXH., Aberdeen, U. K., 1994, p. 69-

- GIUGGIOLI, A., GHETTO G. Innovate Technologies Improve The Profitability Of Offshore Heavy Oil Marginal Fields. AGIP S.p.A., SPE 30014, INT. MEET. PET. ENG., Beijing, China, 1995, p. 615-628
- GONZALEZ, R., M. REINA Producing Extra Heavy Oil from the Orinoco Belt by Electrical Submersible Pumping System- A pilot test. Corpoven S.A., SPE 26987, III LACPEC, Bs. As. 1994, p.785-799
- HE, Z., ZHANG, R., PU, H. Y., REN, X. The Feasible Conditions Study of Steamflooding for Heavy Oil Reservoirs in China After Cyclic Steam Injection. RIPED of CNPC, SPE 30303, 1995 INT. HEAVY OIL SYM., Alberta, 1995, p. 569-584
- HOOD, P. Frontal Solution Program for unsymmetric Matrices. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1976, Vol. 10, p. 379-399
- IRONS, B. A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1970, Vol. 2, p. 5-32
- KANG, J. M. Numerical Analysis of Flow Behavior in the Annulus. Out. 1985 SPE 15144, 17 p.
- KAYE, J., ELGAR, E. C. Models of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder. *Trans., ASME*, 1958, p. 753-765
- KREYSZIG, E. *Advanced Engineering Mathematics*, 7ma ed., J. Wiley & Sons, Inc. Singapoure, 1993, 1400 p.
- LARUCCIA, Moacyr Bartholomeu *Numerical Modeling of Non-Newtonian fluids in Annular Space and its application to Drilling operations.*, Heriost - Watt University, Edinburgh, 1994, 228 p., P.H. thesis

- LIEVAART, L., AL HINAI, K., AL KHABORI, K., VAN WUNNIK, J., MASSON, D., AL KINDY, I., MUL, P. Technology Leading the Way to Mukhaizna Heavy Oil Development. Petroleum Development Oman, SPE 30242, 1995 INT. HEAVY OIL SYM., Alberta, 1995, P. 31-40
- LOCKETT, T. J., RICHARDSON, S. M, WORRAKER, W. J. The Stability of Inelastic Non-Newtonian Fluids in Couette Flow Between Concentric Cylinders A Finite-Element Study. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, V. 43, No. 2+3, 1992, p. 165-177
- LOCKETT, T. J., RICHARDSON, S. M WORRAKER, W. J. Numerical Analysis of Mud Flow and the Implication of Rotation Effects for Chippings Transport. *I. Mech. E.*, Jul. 1992
- LUO, Y., PEDEN, J. M. Laminar Annular Helical Flow of Power-Law Fluids, Part I: Various profiles and Axial Flow Rates., SPE 20304, Dec. 1989, 23 p.
- LUO, Y.; PEDEN, J. M. Reduction of the Annular Friction Pressure Drop Caused by Drillpipe Rotation, SPE 20305, Dec. 1989, 18 p.
- Manual 1. SCHRAMM, G. Introduction to Practical Viscometry. Haake-Circulators Viscometer Material Testing, Germany, 1981, 116 p.
- Manual 2. Instruction Manual Rotovisco RV20, Sensor System CV20. Haake-Circulators Viscometer Material Testing, Germany, 1981, 54 p.
- MARTIN, B. W., PAYNE, A. Tangential Flow development for Laminar Axial Flow in an Annulus with a Rotating Inner Cylinder. *Proc. R. Soc. London*, Series A, 328, 1972, p. 123-141
- MCCLAFLIN, G., CLARK R., SIFFERMAN T. The Replacement of Hydrocarbon Diluent Whit Surfactant and Water for Production of Heavy, Viscous Crude Oil. Conoco Inc., SPE

- 10094, *Journal of Petroleum Technology*, Oct. 1982, p. 2258-2264
- MENDONÇA, J. Electrical-Submersible-Pump Deepwater Installation. *Journal of Petroleum Technology*, Aug. 1997, p. 811-812
- MORITIS, G. Heavy Oil expansions gather momentum worldwide. *Oil & Gas Journal* (Aug. 1995), p. 31-38
- PEREIRA, Jésus Jorge *Estudo do Escoamento Helicoidal em Anulares Visando a Detecção de Kicks em Poços Delgados*. Universidade Estadual de Campinas, S. P., Brazil, 1991, 100 p., tese (mestrado)
- PILEHVARI, A. *Modeling of Laminar Helical Flow of a Power Law Fluid using the Finite Element Method*. University of Tulsa, EU, 1989, P.H. thesis
- REA, D. R., SHOWALTER, W. R. Velocity Profiles of Non-Newtonian Fluid in Helical Flow. *Trans. Soc. Rheology*, V. 11, No1, 1967, p. 125-143
- RIBEIRO, Paulo Roberto. *Finite Element Modeling of annular Flow with applications to Slim Hole Drilling Hydraulic*. University of Texas at Austin, 1994, 158 p, P.H. thesis
- RIBEIRO, P. R., PODIO, A. L. The Effect of Rotational Speed and Eccentricity on Annular Flows with Application to Slim Hole Drilling Hydraulics, SPE 26958, III LACPEC, Bs. As. 1994, p.669-677
- RIVLIN, R. S. Solution of Some Problems in Exact Theory of Visco-Elasticity. *J. Rational Mech. Anal.* 5, No 1, 1956, 179-188
- RONDY, P., CHOLET, H., FEFERER, I. Optimization of Heavy Oil and Gas Pumping in Horizontal Wells. Inst. Français du Pétrole, U. of Miskolc, SPE 26555, 1993, p. 417-427

- SAVETH, K., KLEIN, S. The Progressing Cavity Pump: Principle and Capabilities. SPE 18873, Robbins & Myers Inc., SPE PROD. OP. SYM., Oklahoma, 1989, p. 429-434
- SAVINS, J.G., WALLICK, G.C. Viscosity Profiles, Discharge Rates, pressures, and Torques for a Rheologically Complex Fluid in an Helical Flow. *A. IchE J.* 12, No 2, 1966, p. 357-363
- SKINNER, D. R. *Introduction to Petroleum Production*, Vol. 2, Gulf Publishing Co., Houston, Texas, 1982, 234 p.
- SZABÓ, B., BABUŠKA, I. *Finite Element Analysis*. Ed. J. Wiley & Sons., Inc., U.S., 1991, 368 p.
- VISSER, R. C. Offshore Production of Heavy Oil. SPE 16606, *Journal of Petroleum Technology*, Jan. 1989, p. 67-70
- WALKER, R. E., AL-RAWI, O. Helical Flow of Bentonite Slurries. SPE 3108, 1970<sup>a</sup> MEET. OF THE SPE, Houston, Texas, 1970, p. 1184-1191
- WHORLOW, R. I. *Rheological Techniques*. Ed. Ellis Horwood Id., Great Britain, 1980, 447 p.
- WRONSKI, S.; JASTRZEBSKI, M.: "The Stability of the Helical Flow of Pseudoplastic Liquids in a Narrow Annulus Gap with a Rotating Inner Cylinder", *Rheologica Acta*, V. 29, 1990, p. 442-452
- WRONSKI, S., JASTRZEBSKI, M. Experimental Investigation of the Stability Limit of the Helical Flow of Pseudoplastic Liquid. *Rheologica Acta*, V. 29, 1990, p. 453-461
- XISHENG L., YINGHU, Z. An Analysis of Properties of Laminar Flow of Power-Law Fluids in Annular Space. SPE 14870, INT. MEET. PET. ENG., Beijing, China, Mar. 1986, p. 635-544

YANG, X., CHEN, D, ZHANG, P., CAI, Y., LI, X. Study on shutdown and restart of heavy crude pipeline. *Heavy Crude and Tar Sands -Fueling for a Clear and Safe Environment*, 1993, p. 573-578

ZHANG, D., CHEN, YAN, D., YANG, X., SHEN, C. Pipelining of Heavy Crude Oil as Oil-in-Water Emulsions. U. of Petroleum, Petroleum Administration, SPE 21733, PROD. OP. SYM., Oklahoma, 1991, p. 911-918

ZEINKIEWICZ, C. O., TAYLOR, R. L. *The Finite Element Method, V1: Basic Formulation and Linear Problems.*, 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, U. K., 1994, 807 p.

ZEINKIEWICZ, C .O., TAYLOR, R. L. *The Finite Element Method, V2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-Linearity.* 3th Edition, McGraw-Hill, Malta, 1991, 807 p.

## Anexo I

### Formulação Analítica para o Escoamento de Fluidos *Newtonianos* através de tubos e anulares

De forma a se verificar a faixa de taxas de deformação a ser utilizada nos ensaios, foi feito o equacionamento do escoamento plenamente desenvolvido de um fluido *Newtoniano* através de um tubo e de um anular.

#### I.1 Fluxo axial em um tubo

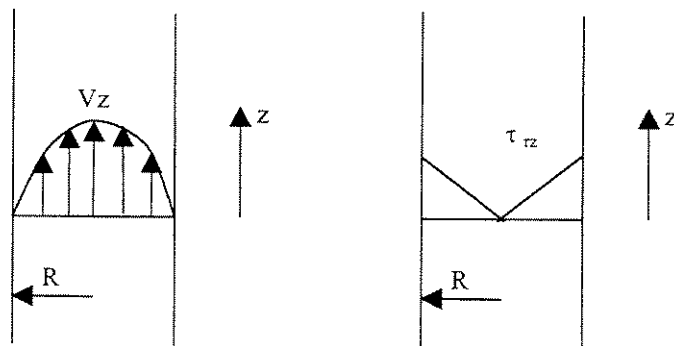


Figura I. 1: Esquematização da velocidade axial e da taxa de deformação ao longo do raio.

Taxa de Deformação na parede:

$$\dot{\gamma}_w = \frac{8\bar{v}}{D} = \frac{32Q}{\pi D^3} \quad (\text{I. 1})$$

Onde:  $\dot{\gamma}_w$ : taxa de deformação na parede

$\bar{v}$ : velocidade média do escoamento

$D$ : diâmetro da tubulação

$Q$ : vazão

## I.2 Fluxo Axial em Anular

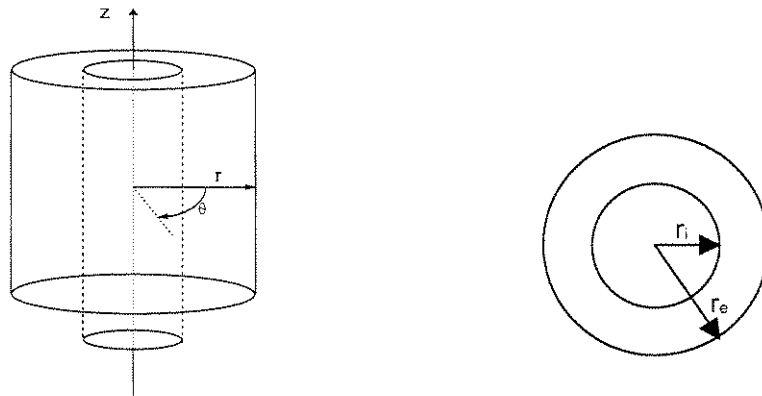


Figura I. 2: Representação esquemática das coordenadas cilíndricas

A taxa de deformação é dada por:

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ 2r - \frac{1}{r} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)} \right] \quad (\text{I. 2})$$

Sendo

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_{rz} = \dot{\gamma}_{zr} \quad (\text{I. 3})$$

Como a velocidade axial é função do gradiente de pressão:

$$v_z(r) = \frac{\Delta P}{4\mu L} (r_e^2 - r^2) \quad (\text{I. 4})$$

E o dado conhecido acostuma ser a vazão, como velocidade média vezes área:

$$Q = \pi (r_e^2 - r_i^2) \bar{v} \quad (\text{I. 5})$$

Onde a velocidade média do escoamento é dada por:

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} v_z r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} r dr d\theta} = \frac{\Delta P}{L} \frac{1}{6\mu} \left( \frac{(r_e^4 - r_i^4)}{(r_e^2 - r_i^2)} - \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)} \right) \quad (\text{I. 6})$$

Substituindo a equação I.6 em I.5, temos:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{8\mu Q}{\pi (r_e^2 - r_i^2) (r_e^2 + r_i^2) \ln(r_e/r_i) - (r_e^2 - r_i^2)} \quad (\text{I. 7})$$

Substituindo a equação I.7 em I.1, temos:

$$\dot{\gamma} = \frac{2Q}{\pi r} \left( \frac{2r^2 \ln(r_e/r_i)}{(r_e^2 - r_i^2)} - 1 \right) \frac{1}{(r_e^2 + r_i^2) \ln(r_e/r_i) - (r_e^2 - r_i^2)} \quad (\text{I. 8})$$

A taxa de deformação máxima é na parede interna, já que a função expressada pela equação I.2 é sempre crescente com o aumento do raio, sendo de valor negativo na parede interna e positivo na externa. Resulta ser que o valor absoluto da taxa de deformação na parede interna sempre é maior que o da parede externa.

### I.3 Fluxo Helicoidal em um Anular

Para o fluxo helicoidal de um fluido *Newtoniano* o Tensor de taxa de deformação é:

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma}_{r\theta} & \dot{\gamma}_{rz} \\ \dot{\gamma}_{r\theta} & 0 & 0 \\ \dot{\gamma}_{rz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I. 9})$$

Desta forma, a taxa de deformação resultante em cada ponto  $\mathbf{r}$  está dada por:

$$\dot{\gamma}(\mathbf{r}) = \sqrt{(\dot{\gamma}_{r\theta}(\mathbf{r}))^2 + (\dot{\gamma}_{rz}(\mathbf{r}))^2} \quad (\text{I. 10})$$

Com  $\dot{\gamma}_{rz}$  explicitado na equação I.8 e  $\dot{\gamma}_{r\theta}$  dado por:

$$\dot{\gamma}_{r\theta}(\mathbf{r}) = 2\omega \cdot r_i \frac{\left( \frac{r_e}{r^2} - \frac{1}{r_e} \right)}{\left( \frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i}{r_e} \right)} \quad (\text{I. 11})$$

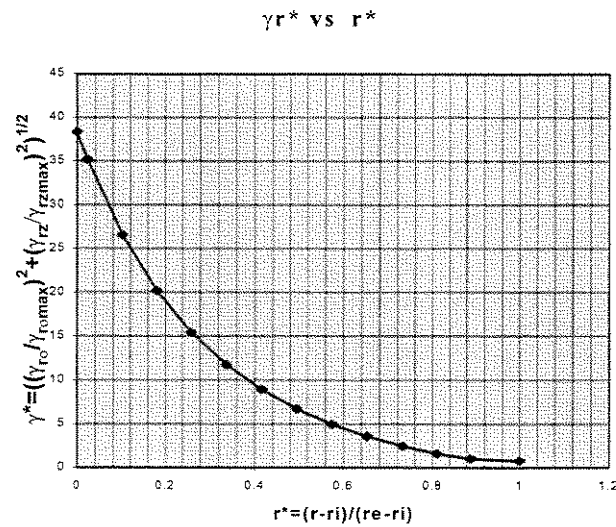


Figura I. 3: Perfil de taxa de deformação global adimensionalizada

A máxima taxa de deformação, que acontece na parede do cilindro interno (equação I.12), tanto para a componente axial (seção anterior) como para a componente tangencial (segundo a equação I.11) é dada por:

$$\dot{\gamma}(r_i) = 2 \sqrt{\omega^2 + \left( \frac{Q}{\pi r_i} \left( \frac{2r_i^2 \ln(r_e/r_i)}{(r_e^2 - r_i^2)} - 1 \right) \frac{1}{(r_e^2 + r_i^2) \ln(r_e/r_i) - (r_e^2 - r_i^2)} \right)^2} \quad (\text{I. 12})$$

Na Figura I.3 é representado um caso como exemplo da dependência da taxa de deformação resultante (adimensionalizada) respeito ao raio adimensionalizado.

#### I.4 Taxas de deformação típicas em situações de campo

Os valores das taxas de deformação são de interesse no momento de caracterizar o óleo, pois tem que se procurar taxas de deformação nos ensaios centrando-se no intervalo dos valores utilizados no campo. Os valores de campo considerados na análise foram baseados no trabalho de Faria (1995).

Tubo:

$$D = 2^{7/8}'' = 0,062$$

Anular:

$$D_e = 2^{7/8}'' = 0,062 \text{ m}$$

$$D_i = 7/8'' = 0,022 \text{ m}$$

$$\text{Faixa de vazão: } 1 - 300 \text{ m}^3/\text{h} = 1,157 \cdot 10^{-5} - 3,472 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Faixa de velocidade de rotação: } 100 - 400 \text{ rpm} = 10,47 - 41,89 \text{ rad/s}$$

Os valores na Tabela I.1 são típicos para taxas de deformação em tubos em situações de campo; Os valores na Tabela I.2 são das taxas de deformação resultantes (medidas em  $\text{s}^{-1}$ ) a diferentes vazões e diferentes velocidades de rotação no caso de fluxo helicoidal, na parede do cilindro interno, onde ocorrem seus valores máximos.

Tabela I.1: Taxas de deformação máximas em tubo

| Q(m <sup>3</sup> /h) |         |          |          |          |         |          |          |          |  |
|----------------------|---------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|--|
| 50                   | 75      | 100      | 125      | 150      | 175     | 200      | 250      | 300      |  |
| 3,091657             | 4,63749 | 6,183314 | 7,729143 | 9,274971 | 10,8208 | 12,36663 | 15,45829 | 18,54994 |  |

Tabela I.2: Taxas de deformação máximas em anular

| w(rpm) | Q(m <sup>3</sup> /h) |          |          |         |          |          |          |          |          |
|--------|----------------------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
|        | 50                   | 75       | 100      | 125     | 150      | 175      | 200      | 250      | 300      |
| 0      | 10,50612             | 15,75918 | 21,01224 | 26,2653 | 31,51836 | 36,77142 | 42,02448 | 52,53059 | 63,03671 |
| 100    | 23,42781             | 26,20754 | 29,66476 | 33,5909 | 37,84033 | 42,31573 | 46,95253 | 56,55039 | 66,42372 |
| 200    | 43,17769             | 44,74691 | 46,85561 | 49,4348 | 52,41509 | 55,73214 | 59,32951 | 67,18183 | 75,68066 |
| 300    | 63,69247             | 64,76654 | 66,24097 | 68,0898 | 70,28342 | 72,79072 | 75,58048 | 81,88905 | 88,99427 |
| 400    | 84,41633             | 85,22963 | 86,35538 | 87,7816 | 89,49382 | 91,47609 | 93,71123 | 98,86962 | 104,8302 |

## Anexo II

### Caraterização Reológica

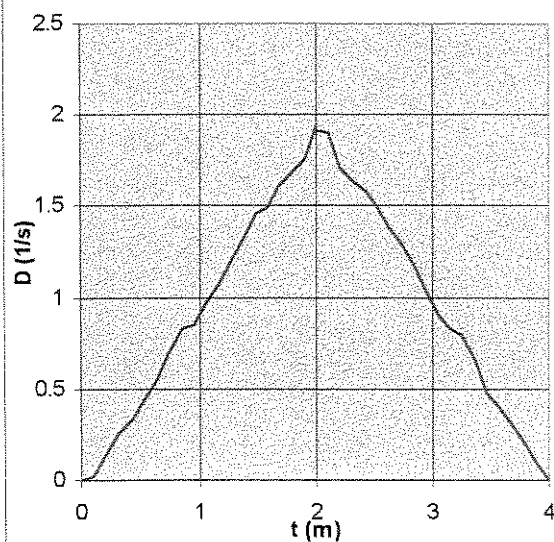
#### II.1 Varredura de Taxas de Deformação

Procedimento:

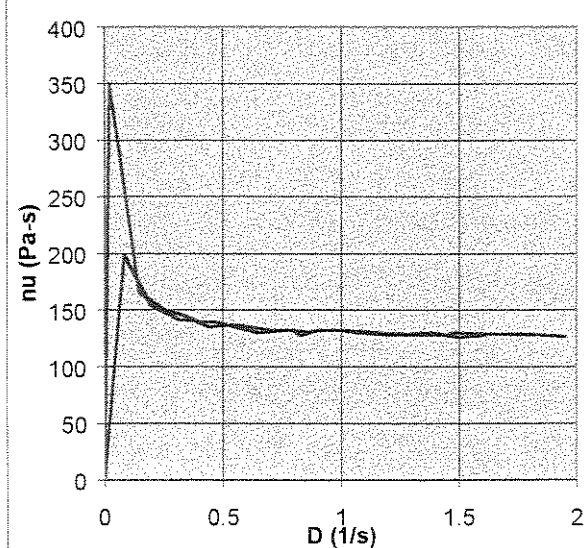
Nos ensaios aumenta-se a velocidade angular de 0,1% - 0,1 rpm - até o máximo possível de 100% - 100rpm – (ou menos, segundo o caso), que corresponde a uma faixa de taxas de deformação de 0,3 a 300 s<sup>-1</sup>. Após atingir-se o valor máximo da taxa de deformação, ocorre a desaceleração até zero, gerando-se gráficos triangulares conforme as figuras que seguem. O sistema vai plotando  $\tau = f(t)$  e vai calculando  $\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$  (viscosidade aparente) ao longo do tempo ( $\eta = f(t)$ ). Se o comportamento reológico é *Newtoniano*, o resultado é uma linha horizontal ( $\eta = \text{cte.}$ ). Finalmente, plota-se a curva reológica:  $\tau(t) = \eta(t) \cdot \dot{\gamma}(t)$ .

##### II.1.1 Varredura de Taxas de deformação e Temperatura com o Sistema ZA30

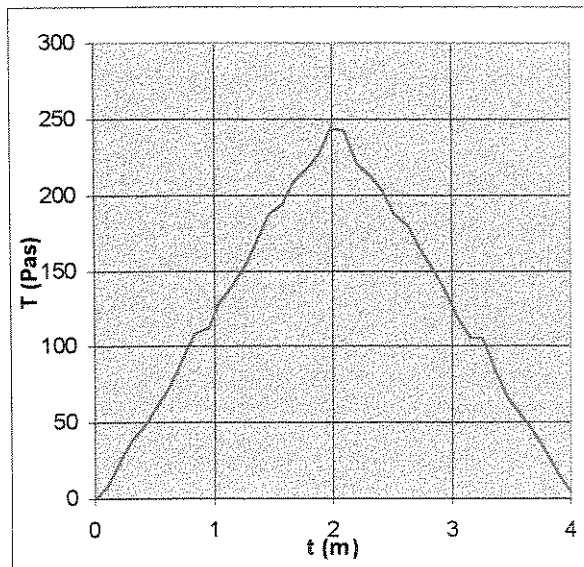
A seguir são apresentados os resultados dos ensaios no reômetro ZA30 para os diferentes óleos, com as respectivas equações constitutivas.



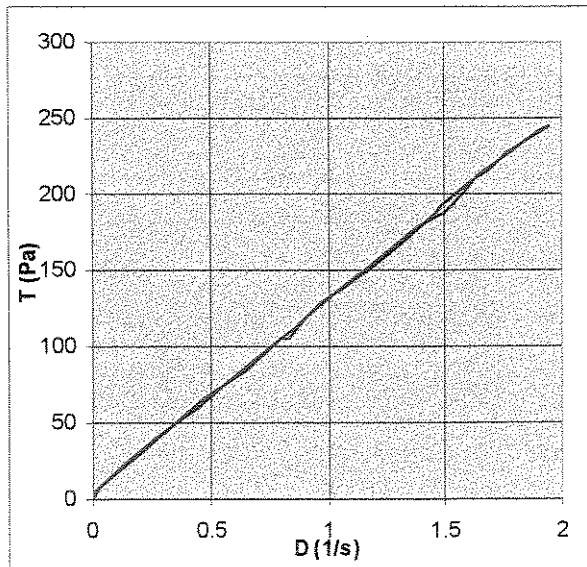
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo  
Comentário: as oscilações devem-se a problemas no *input* do aparato



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

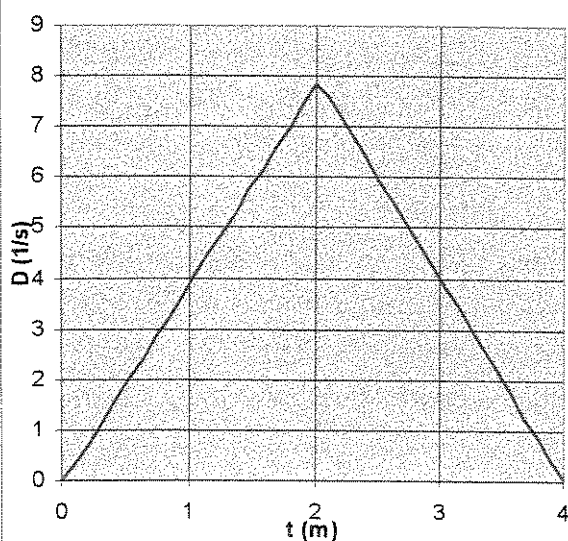
Faísão 25°C

Fluido *Newtoniano*

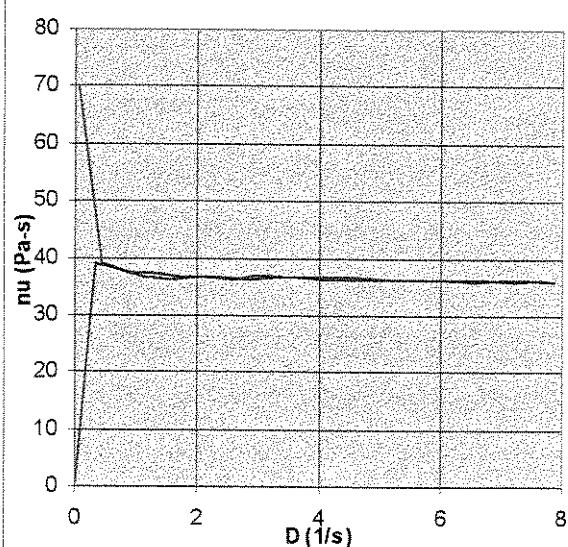
$$\tau = 124,3\dot{\gamma}$$

$$\mu = 124300 \text{ cp}$$

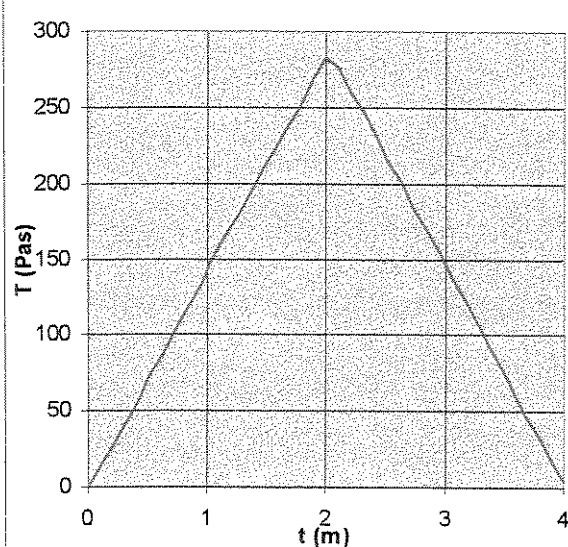
Figura II.1: Faísão 25°C



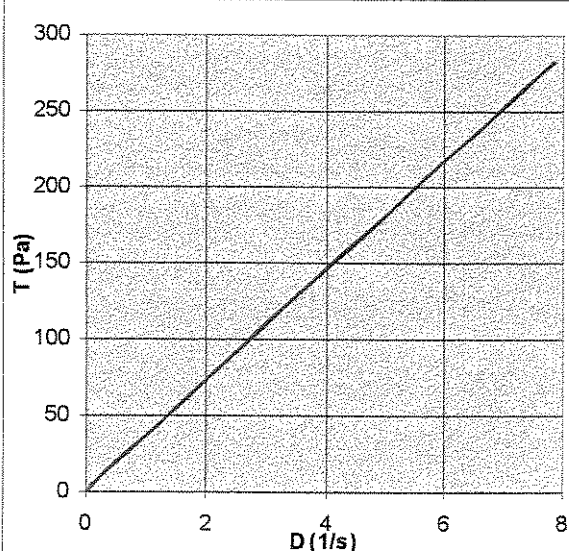
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

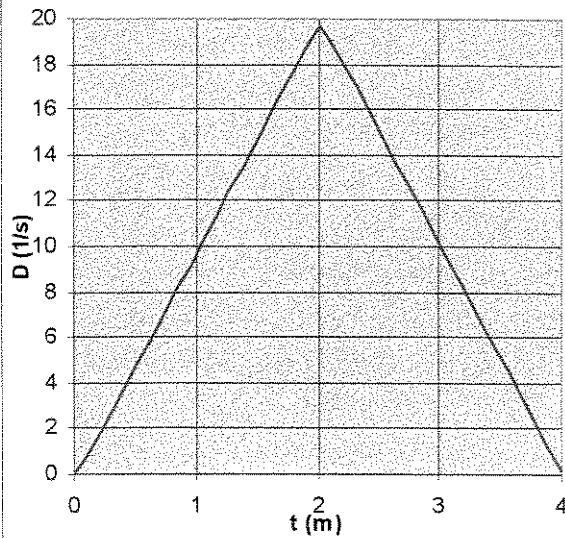
Faisão 35°C

Fluido *Newtoniano*

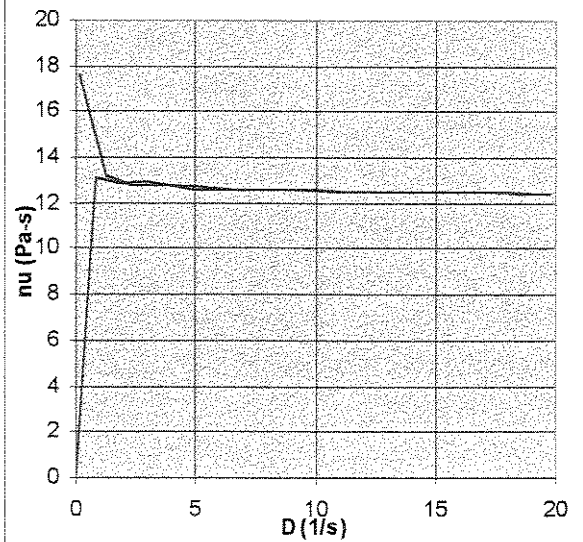
$$\tau = 35,99\dot{\gamma}$$

$$\mu = 35990 \text{ cp}$$

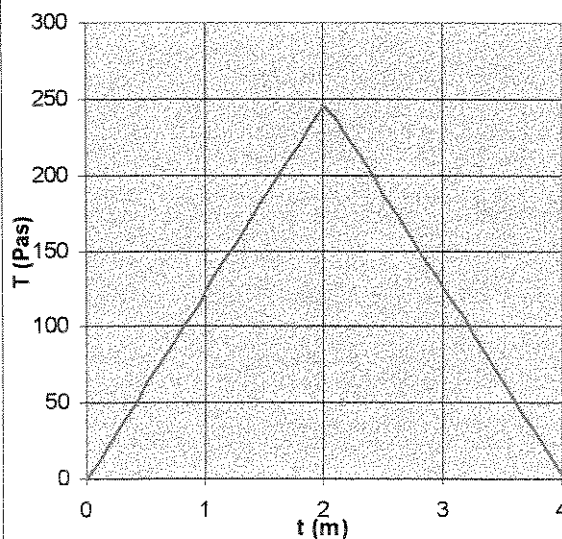
Figura II.2: Faisão 35°C



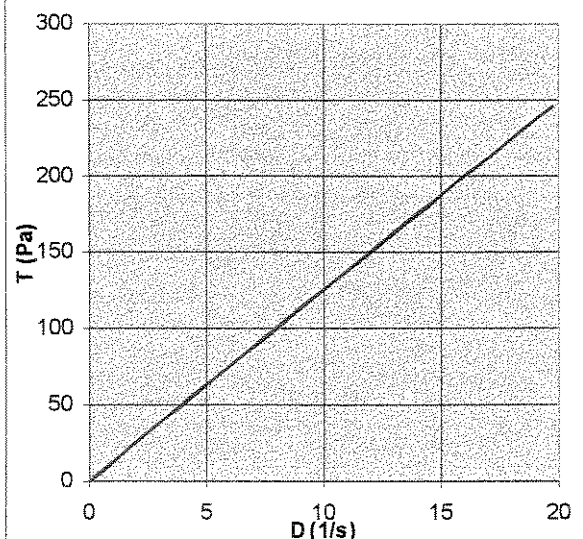
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

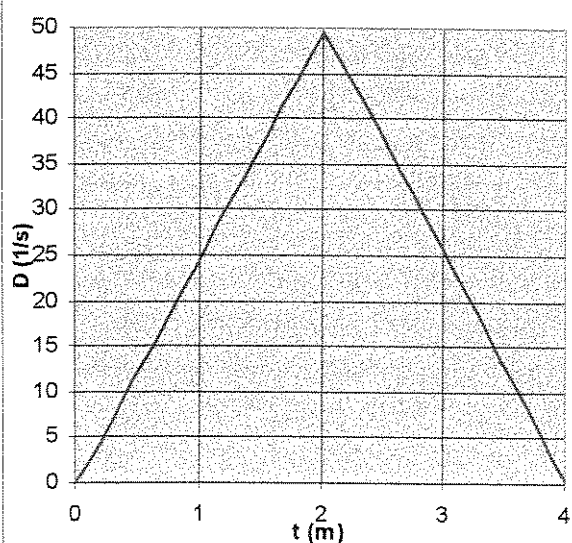
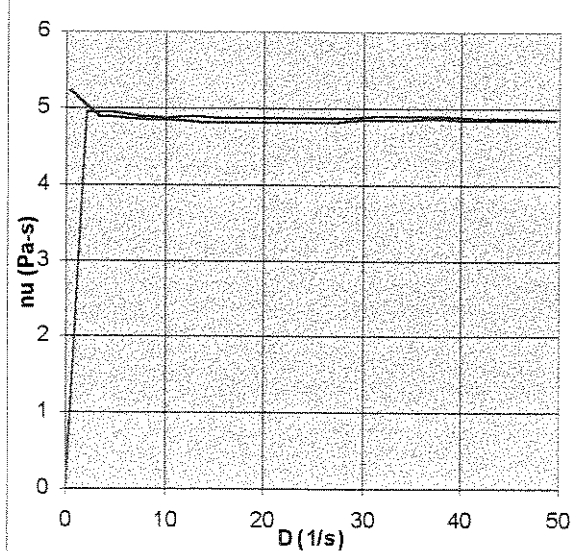
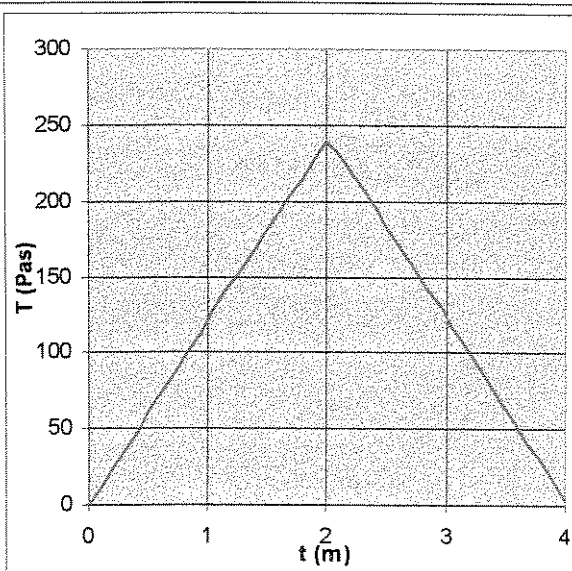
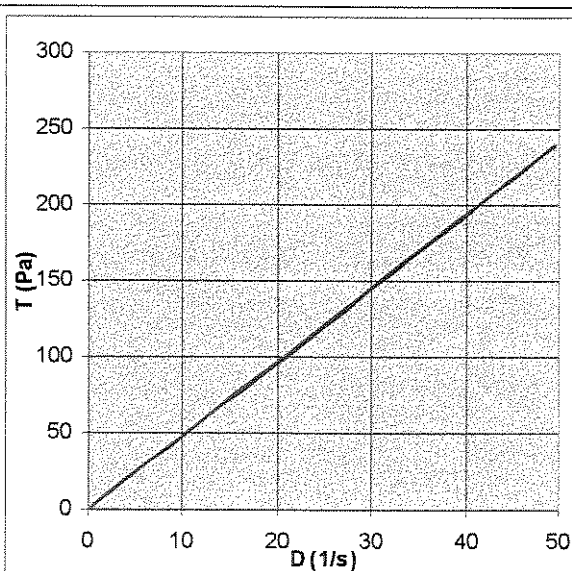
Faisão 45°C

Fluido *Newtoniano*

$$\tau = 12,41\dot{\gamma}$$

$$\mu = 12410 \text{ cp}$$

Figura II.3: Faisão 45°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

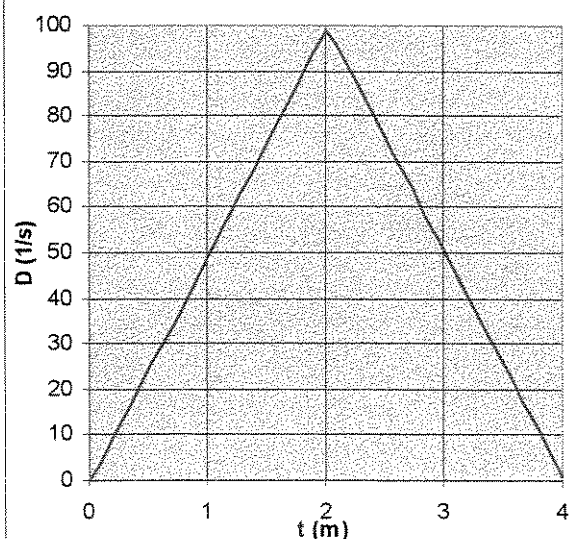
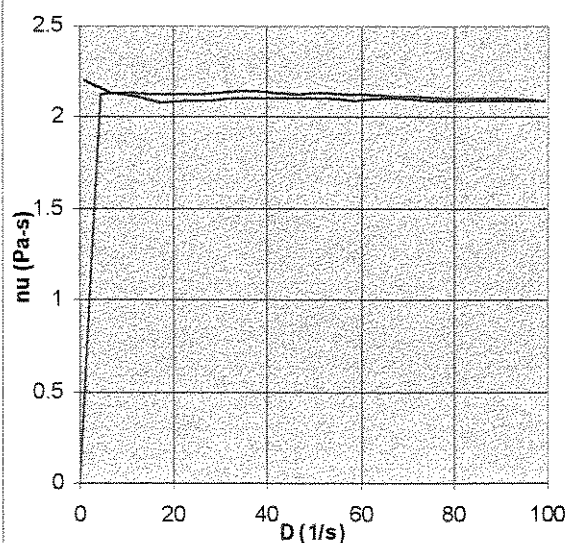
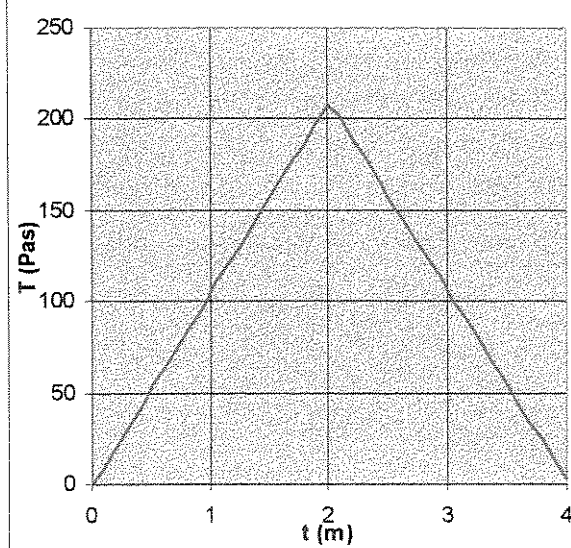
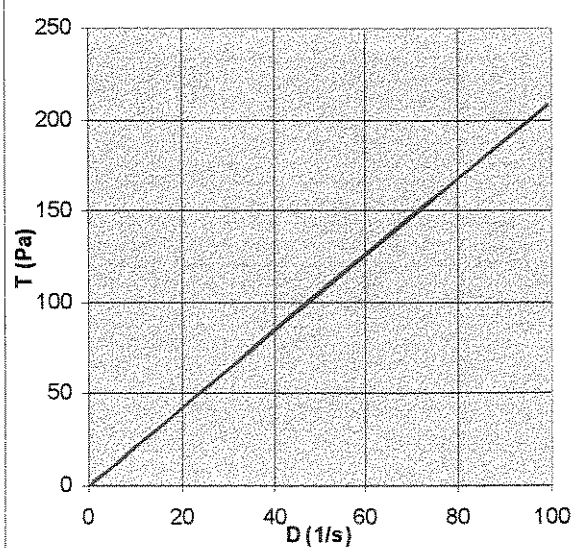
Faisão 55°C

Fluido *Newtoniano*

$$\tau = 4,849\dot{\gamma}$$

$$\mu = 4849 \text{ cp}$$

Figura II.4: Faisão 55°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

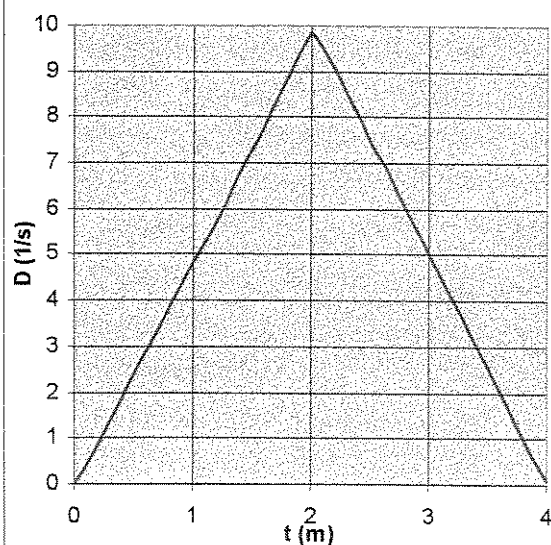
Faisão 65°C

Fluido *Newtoniano*

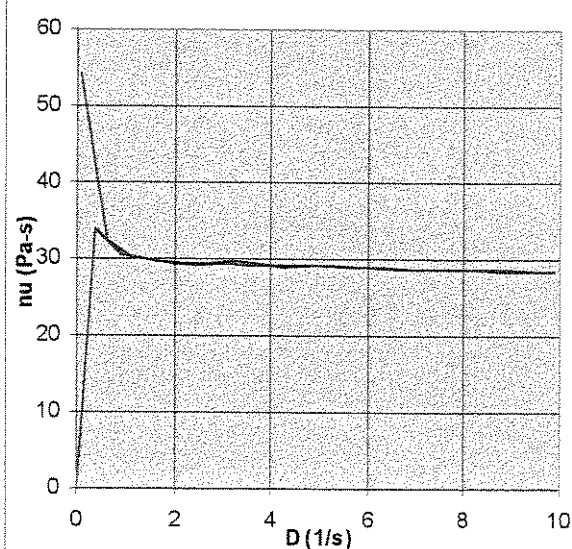
$$\tau = 2,097\dot{\gamma}$$

$$\mu = 2097 \text{ cp}$$

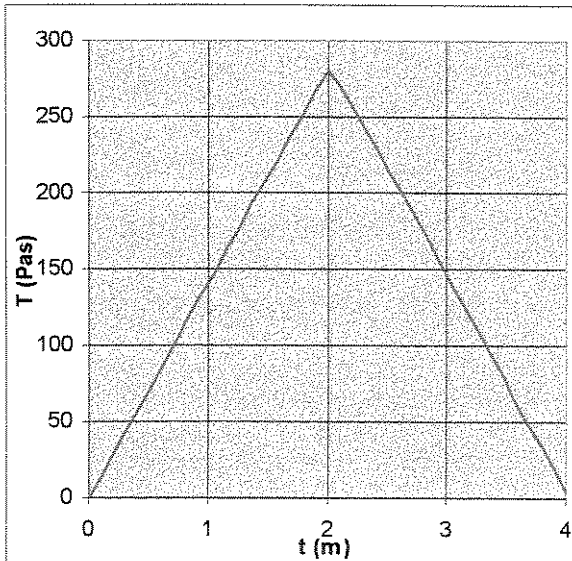
Figura II.5: Faisão 65°C



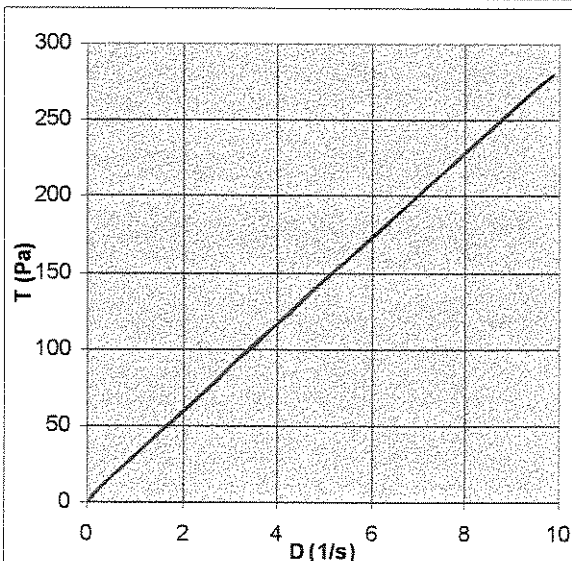
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

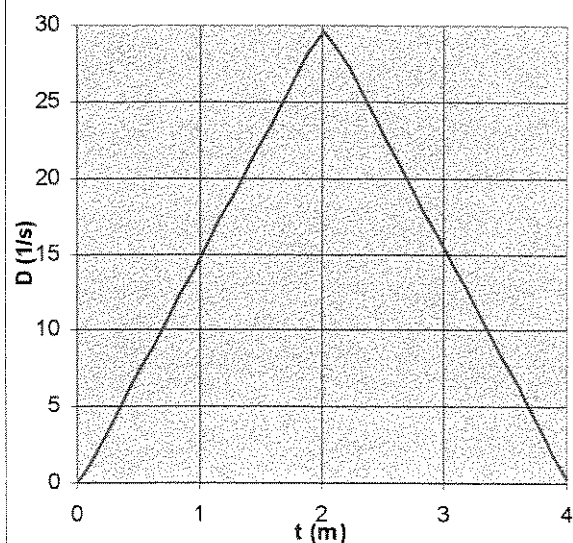
Mainá 25°C

Fluido *Newtoniano*

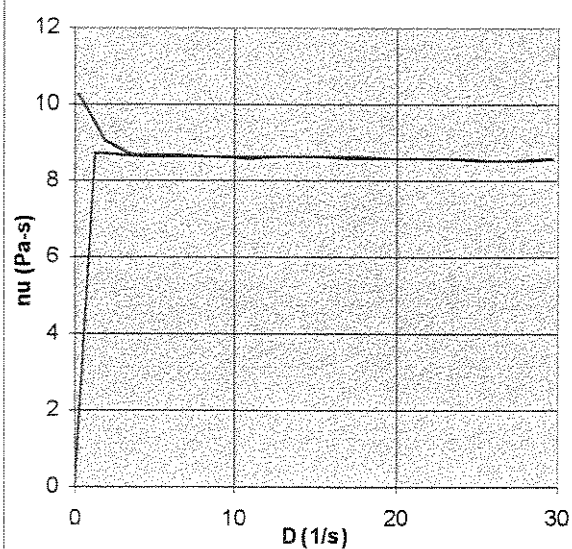
$$\tau = 28,3\dot{\gamma}$$

$$\mu = 28300 \text{ cp}$$

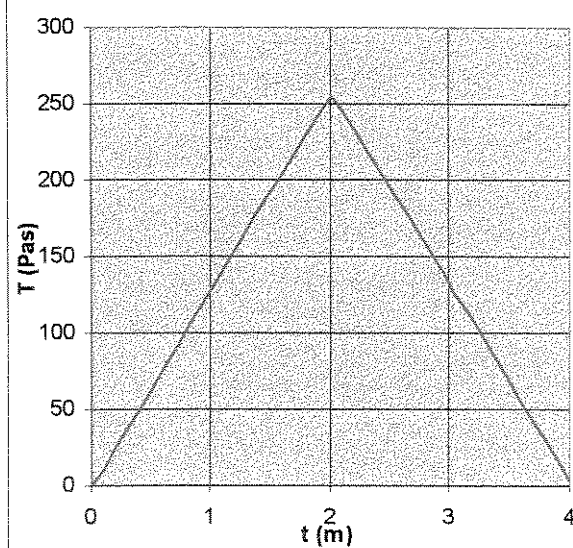
Figura II.6: Mainá 25°C



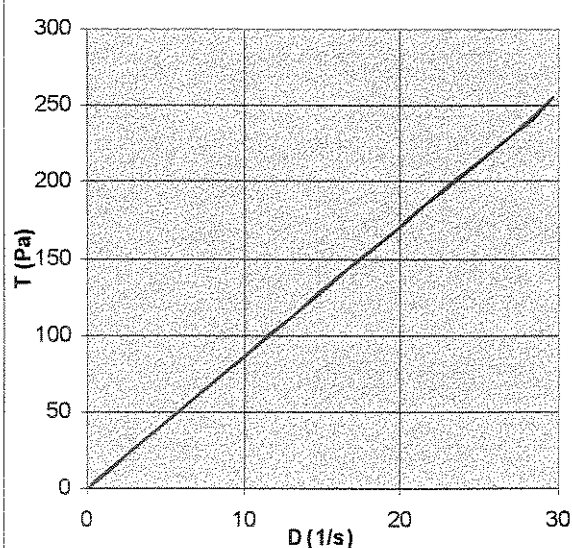
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

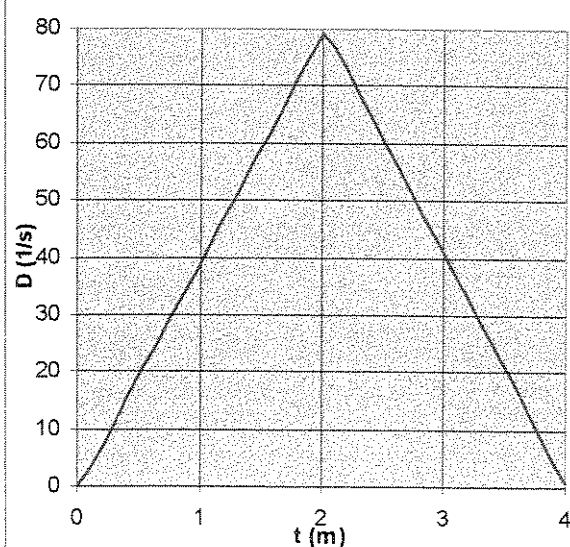
Mainá 35°C

Fluido *Newtoniano*

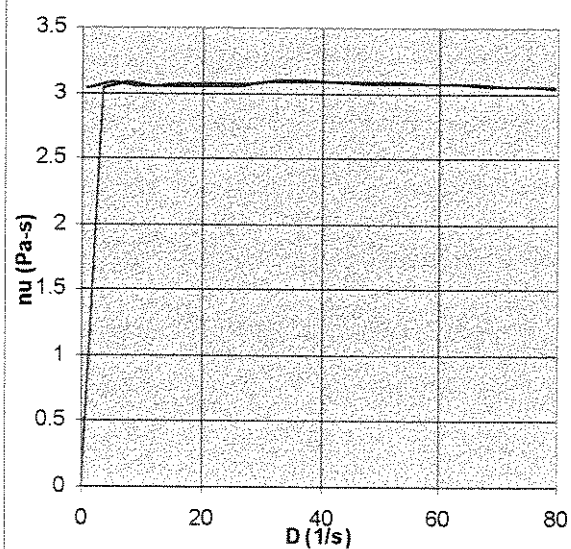
$$\tau = 8,545\dot{\gamma}$$

$$\mu = 8545 \text{ cp}$$

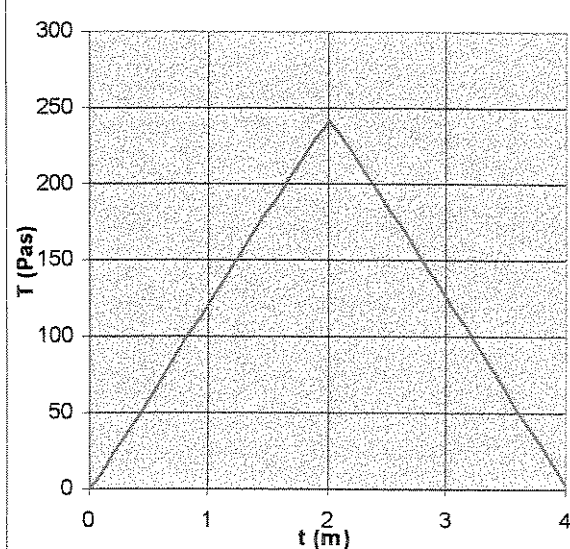
Figura II.7: Mainá 35°C



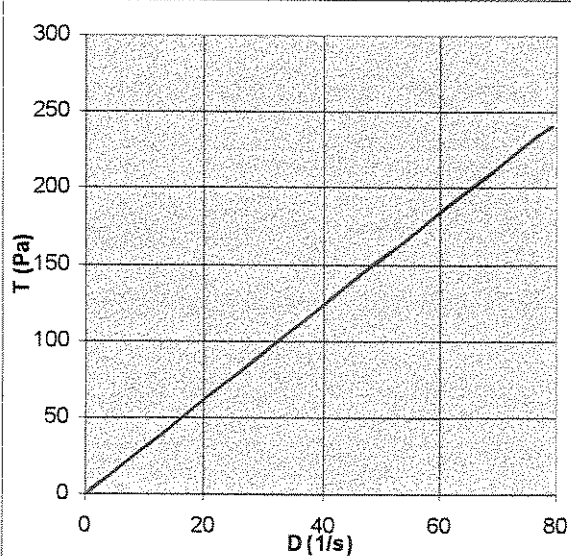
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

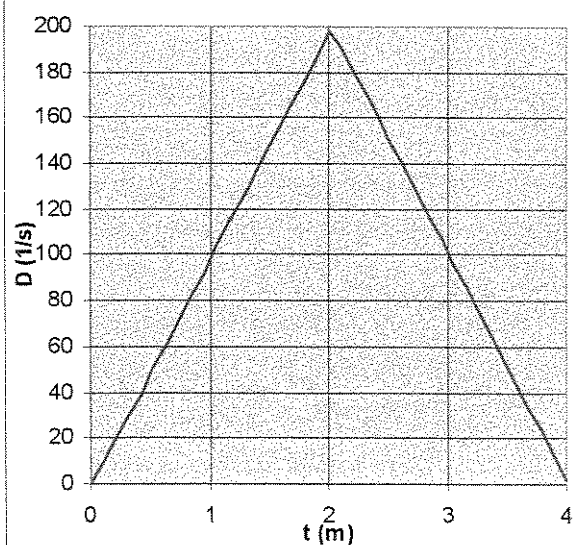
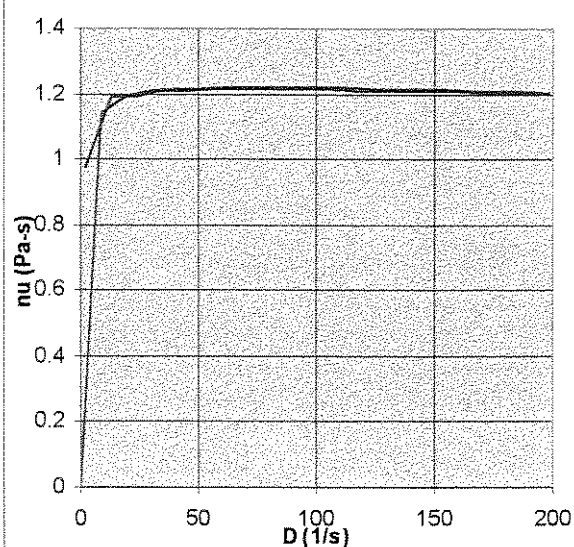
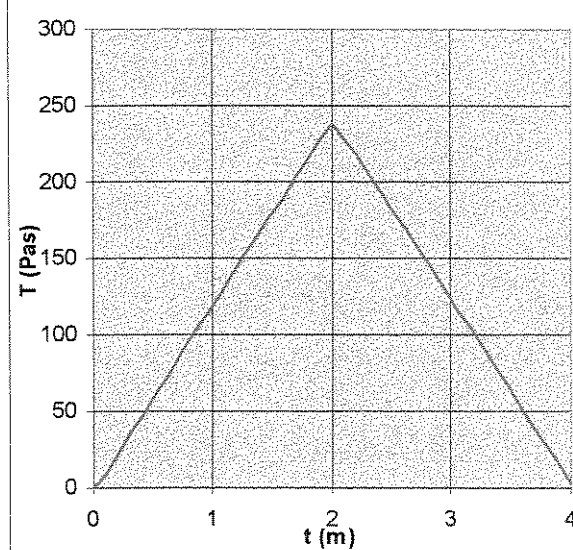
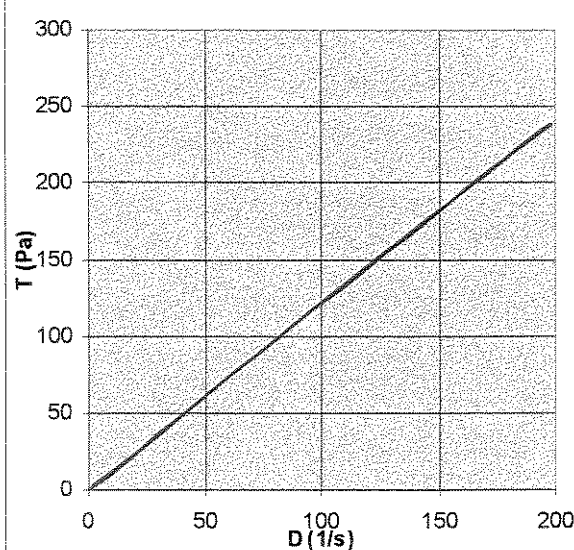
Mainá 45°C

Fluido *Newtoniano*

$$\tau = 3,056 \dot{\gamma}$$

$$\mu = 3056 \text{ cp}$$

Figura II.8: Mainá 45°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

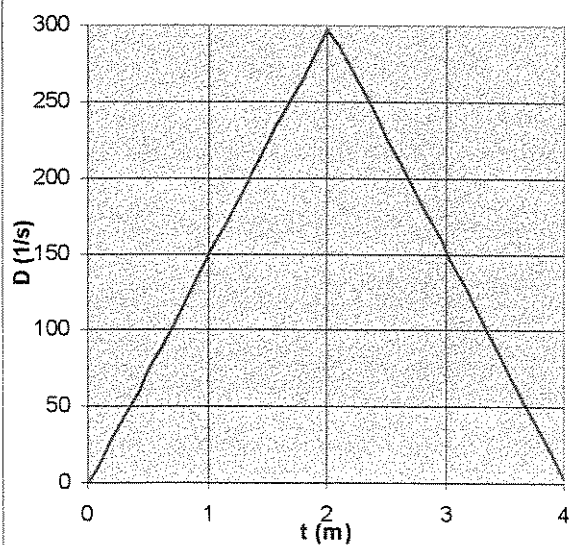
Mainá 55°C

Fluido Newtoniano

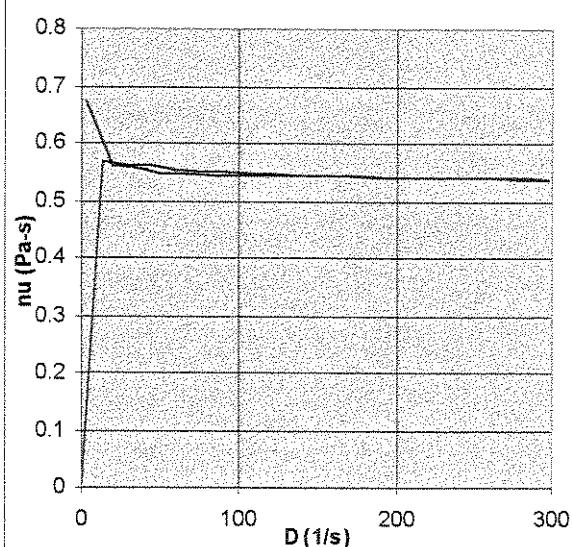
$$\tau = 1,207\dot{\gamma}$$

$$\mu = 1207 \text{ cp}$$

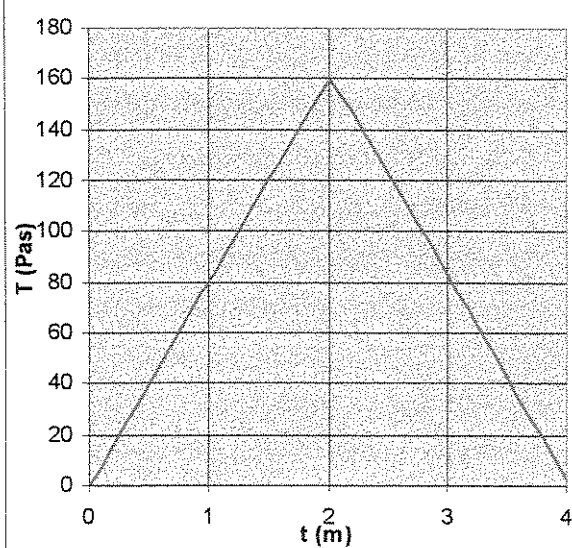
Figura II.9: Mainá 55°C



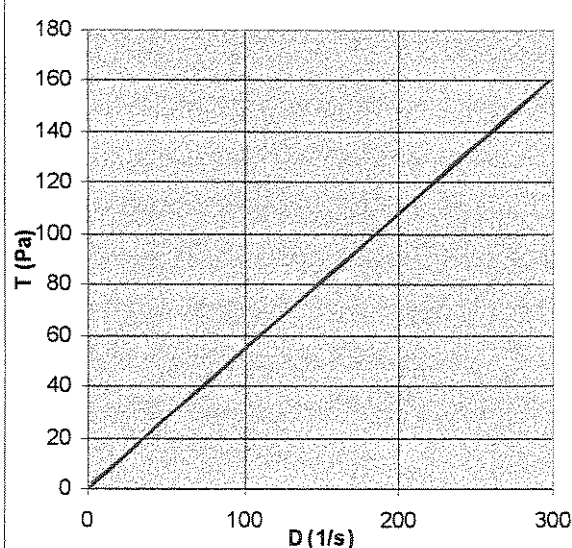
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

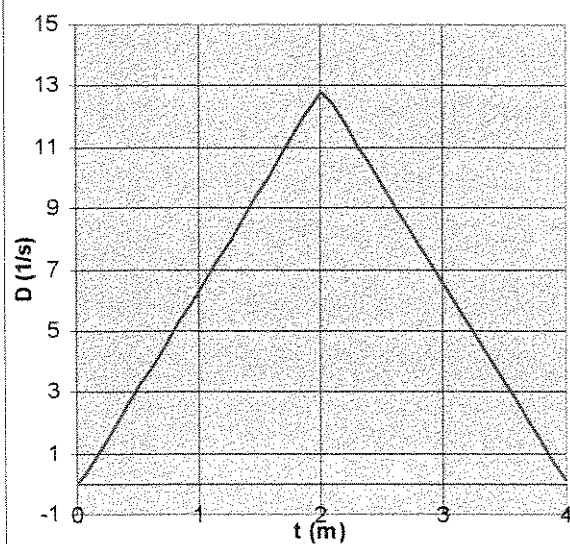
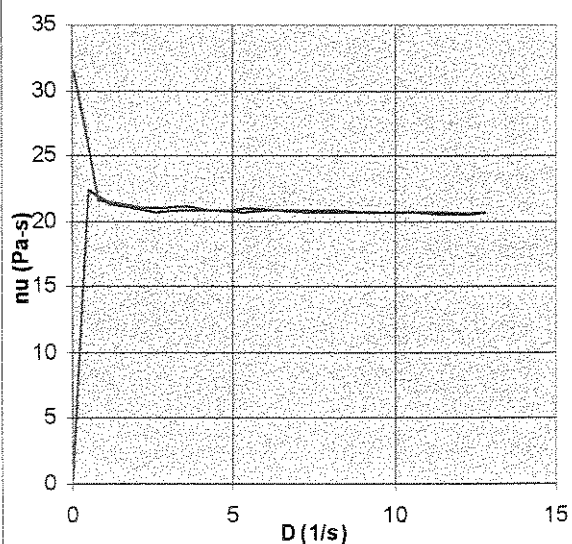
Mainá 65°C

Fluido *Newtoniano*

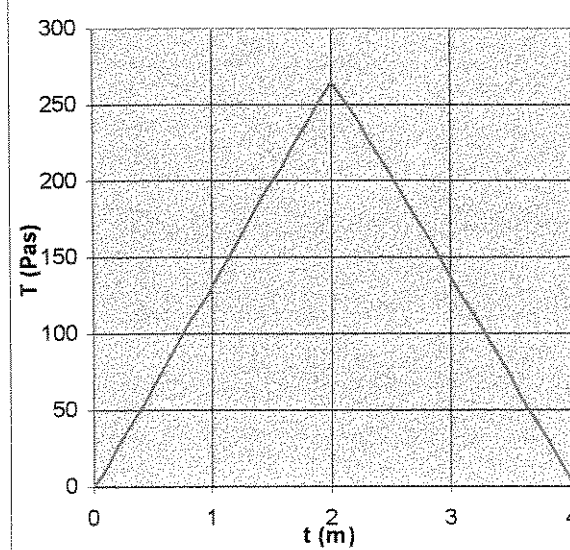
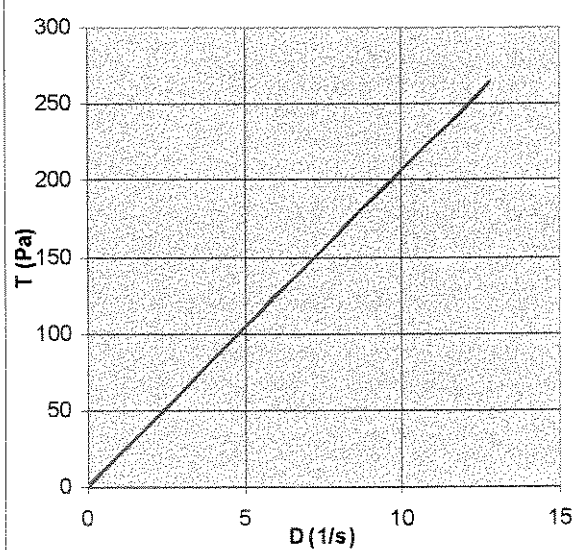
$$\tau = 0,5367 \dot{\gamma}$$

$$\mu = 536.7 \text{ cp}$$

Figura II.10: Mainá 65°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo

$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
A volta ascendente deve-se a que a tensão não acerou ao final, para a taxa de deformação nula

Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

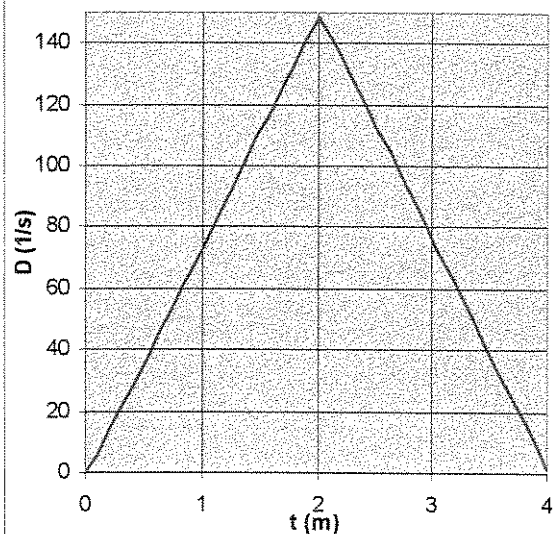
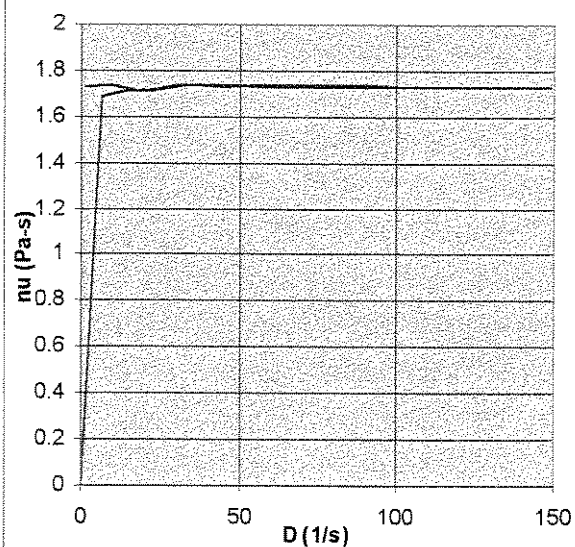
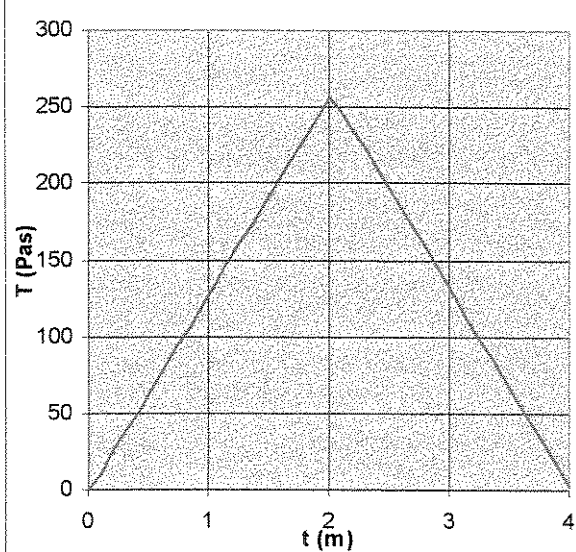
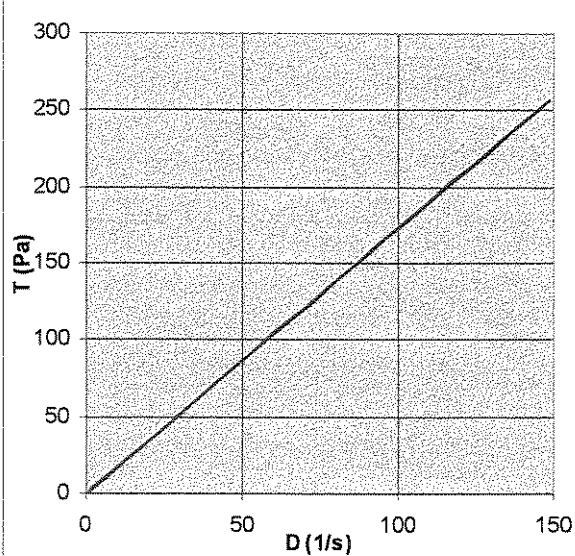
Mainá II 25°C

Fluido *Newtoniano*

$$\tau = 20,58\dot{\gamma}$$

$$\mu = 20580 \text{ cp}$$

Figura II.11: Mainá II 25°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

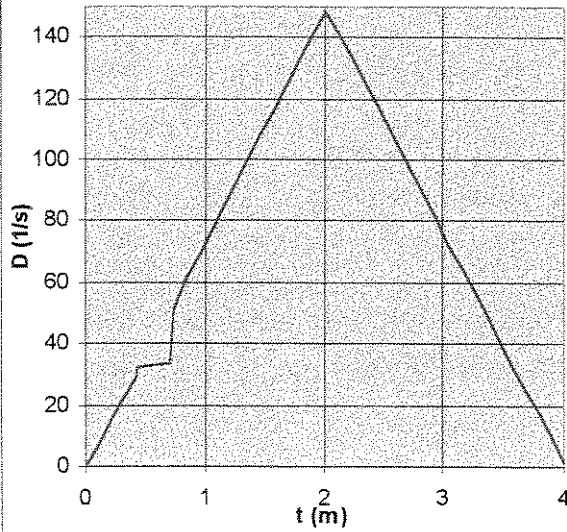
Curió 25°C

Fluido *Newtoniano*

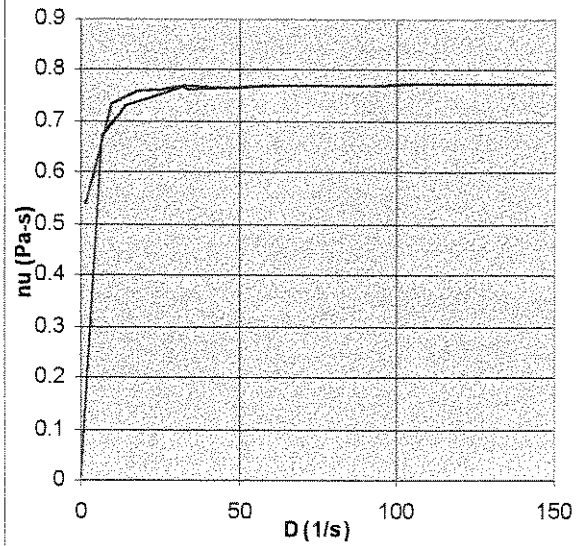
$$\tau = 1,728\dot{\gamma}$$

$$\mu = 1728 \text{ cp}$$

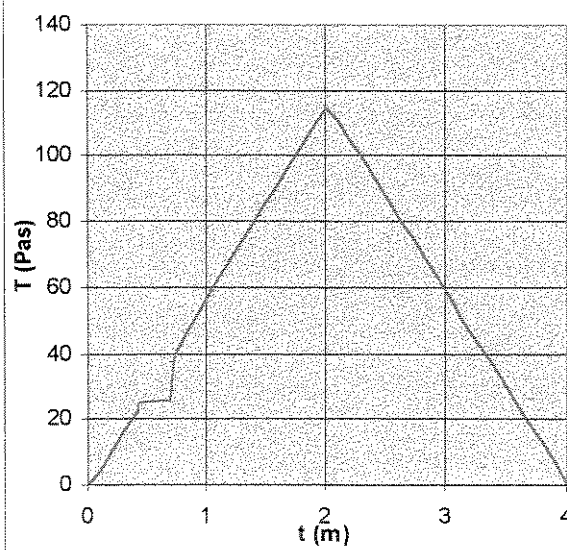
Figura II.12: Curió 25°C



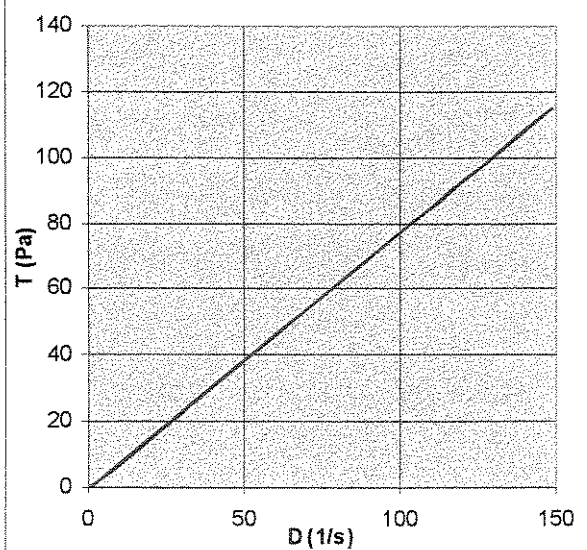
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo  
A descontinuidade é devida a um erro de manuseio do aparato, mas não teve consequências nas medições



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

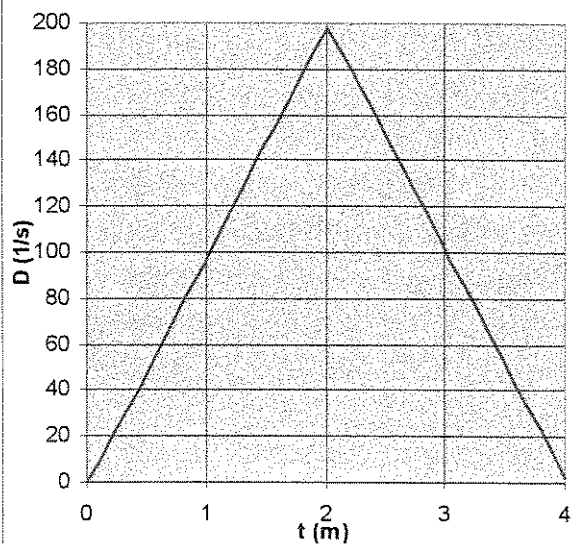
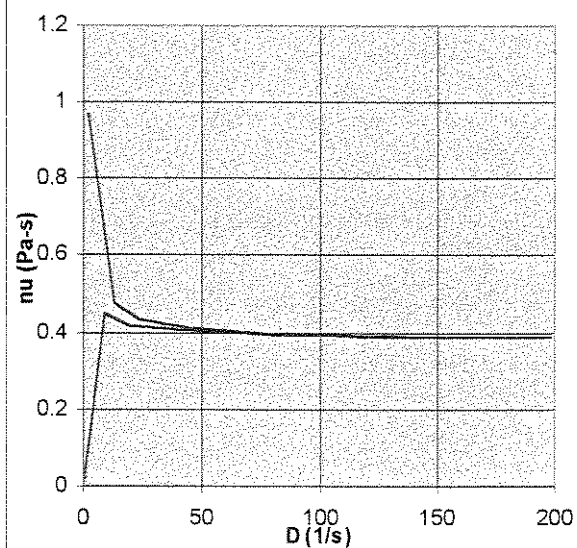
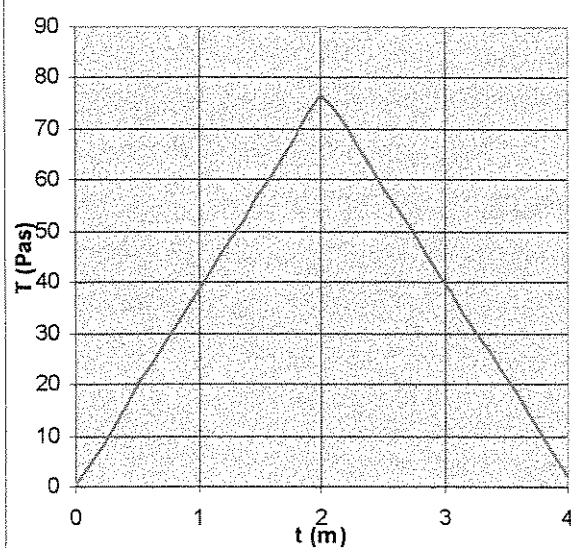
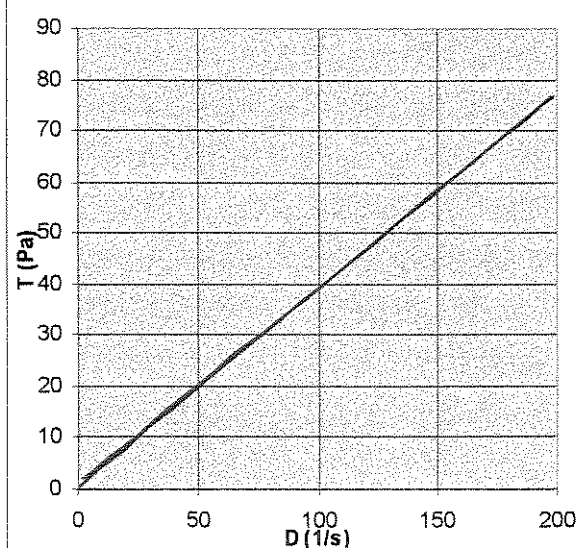
Curió 35°C

Fluido *Newtoniano*

$$\tau = 0,7769\dot{\gamma}$$

$$\mu = 776,9 \text{ cp}$$

Figura II.13: Curió 35°C

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

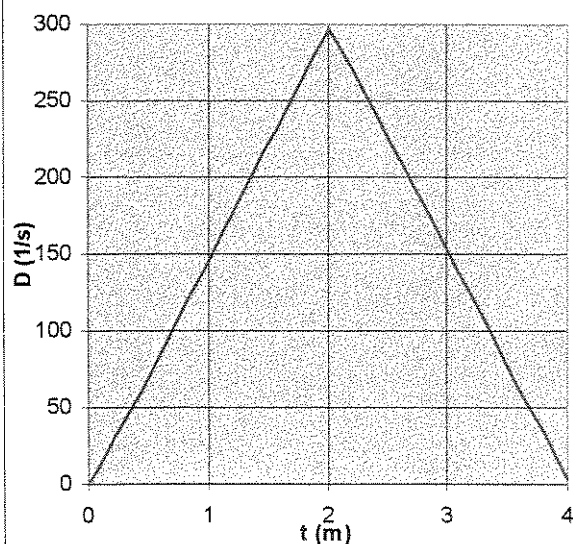
Curió 45°C

Fluido *Newtoniano*

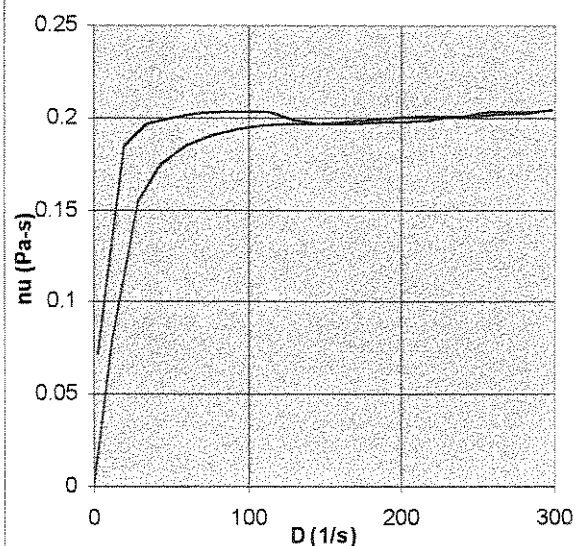
$$\tau = 0,3819\dot{\gamma}$$

$$\mu = 381,9 \text{ cp}$$

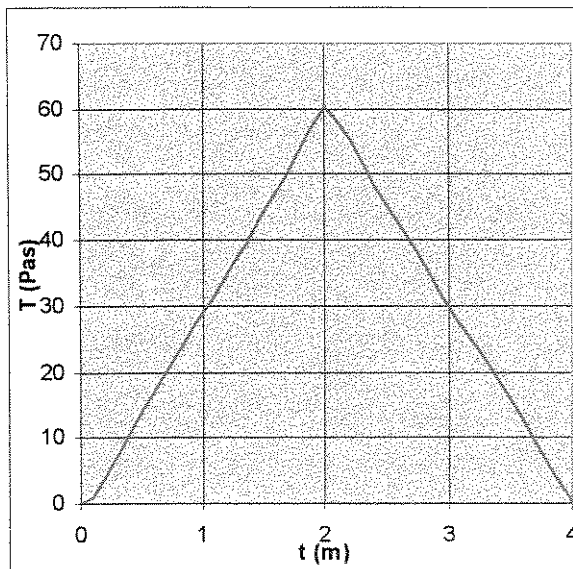
Figura II.14: Curió 45°C



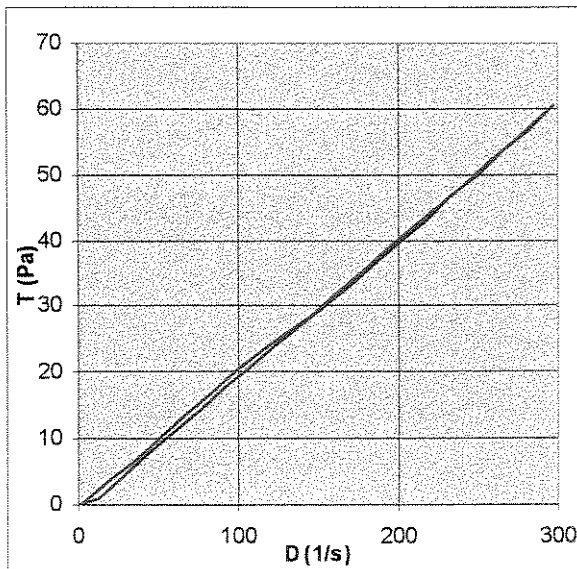
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
Esta forma particular pode ser devido a que não se registrou resposta de tensão nos primeiros momentos



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

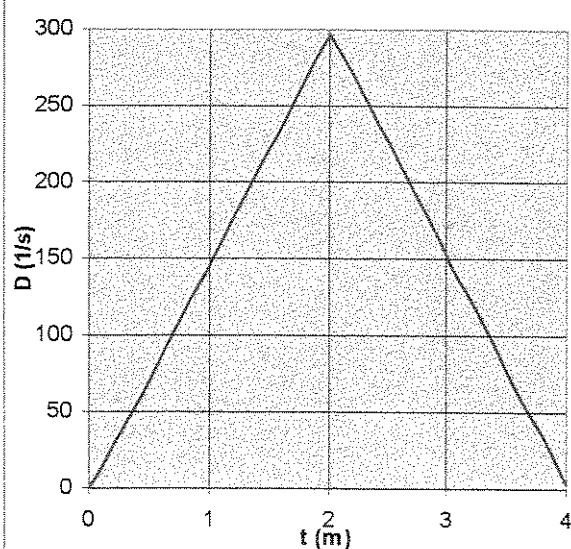
Curió 55°C

Fluido *Newtoniano*

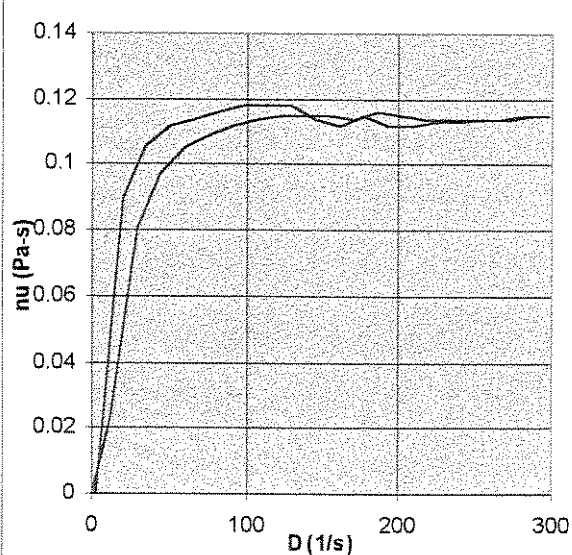
$$\tau = 0,2049 \dot{\gamma}$$

$$\mu = 204,9 \text{ cp}$$

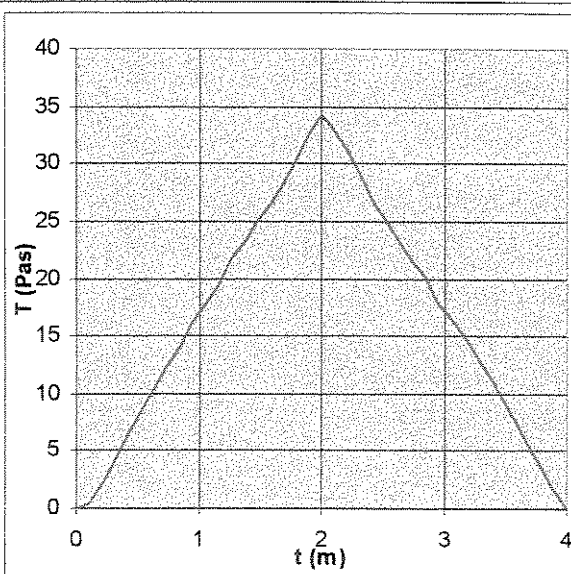
Figura II.15: Curió 55°C



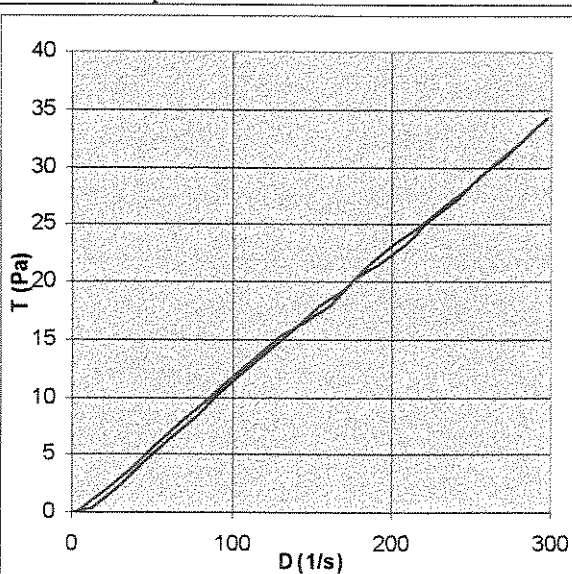
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau / \dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$   
Esta forma particular pode ser devido a que não se registrou resposta de tensão nos primeiros momentos



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

Curió 65°C

Fluido *Newtoniano*

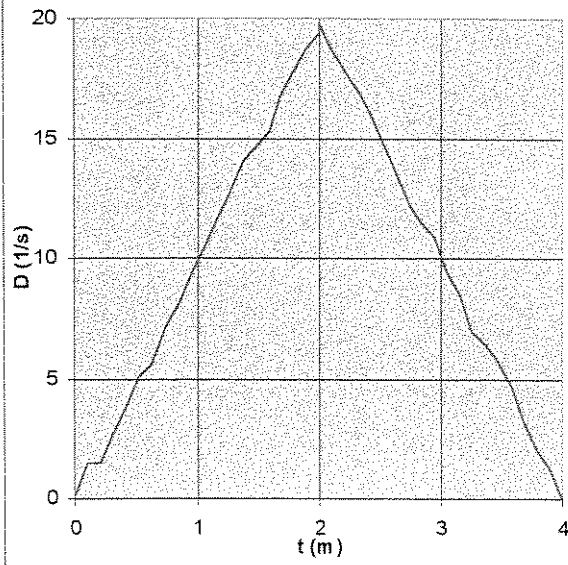
$$\tau = 0,1162 \dot{\gamma}$$

$$\mu = 116,2 \text{ cp}$$

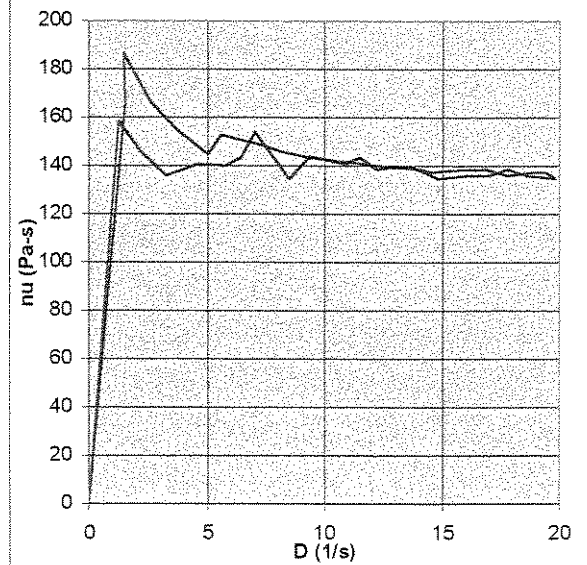
Figura II.16: Curió 65°C

### **II.1.2 Varredura de Taxas de deformação a 25° com o Sistema ZA30**

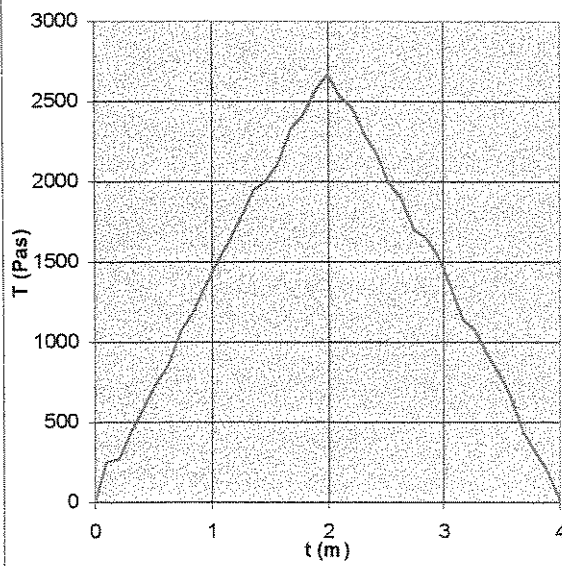
A seguir são apresentados os resultados dos ensaios no reômetro ZA15 para os diferentes óleos, com a segunda amostra do óleo Mainá. Também apresentam-se as duas melhores aproximações das equações constitutivas respectivas.



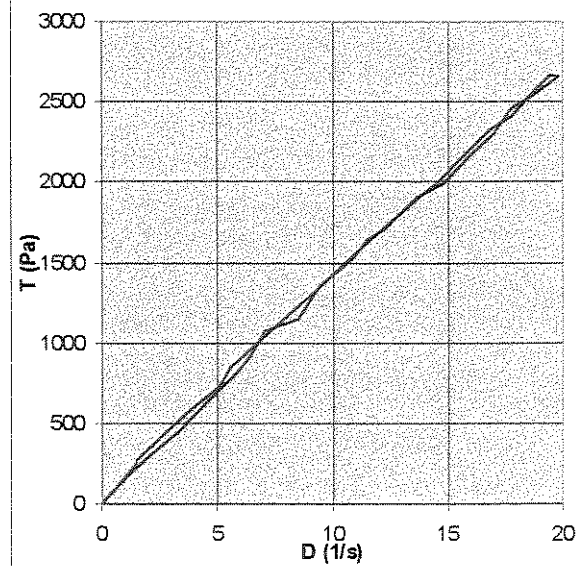
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

ZA15 Faisão 25°C

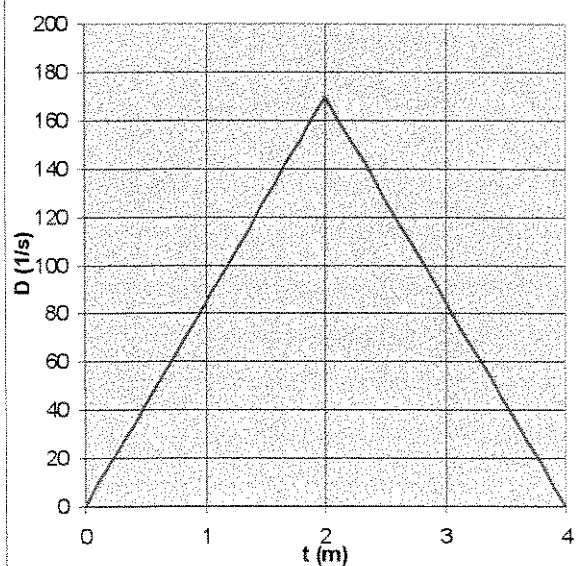
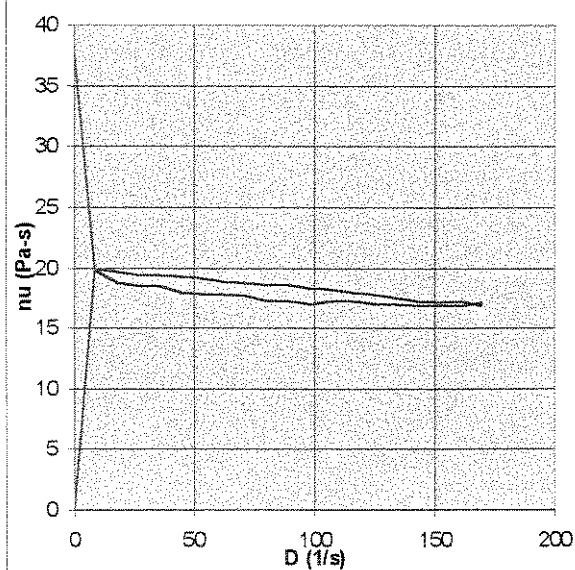
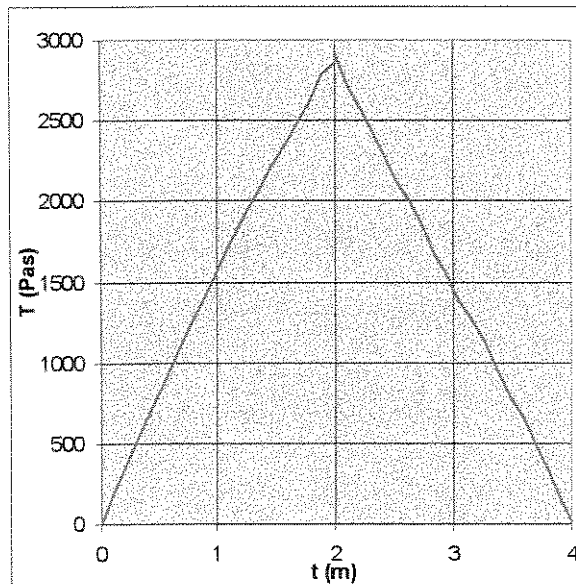
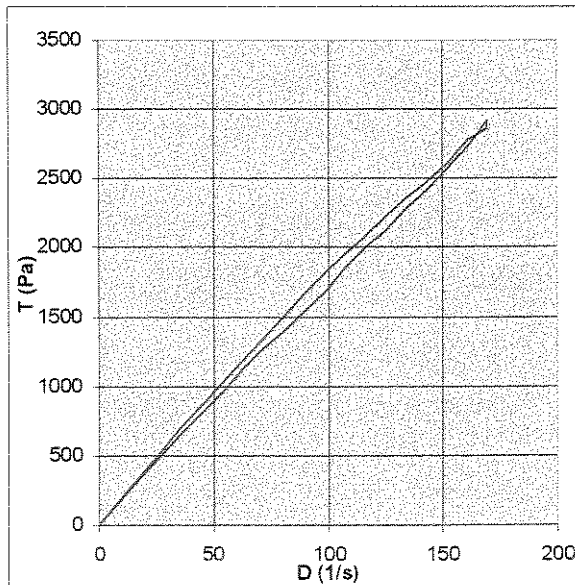
Fluido *Newtoniano*:  $\tau = 139,9\dot{\gamma}$

$\mu = 139900$  cp

Fluido *Bingham*:  $\tau = 66,41 + 133,5\dot{\gamma}$

$\eta = 133500$  cp

Figura II.17: Faisão 25°C segundo ensaio

Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo $\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$ Resposta Tensão  $\tau$  no tempo

Curva reologica

## ZA15 Mainá II 25°C

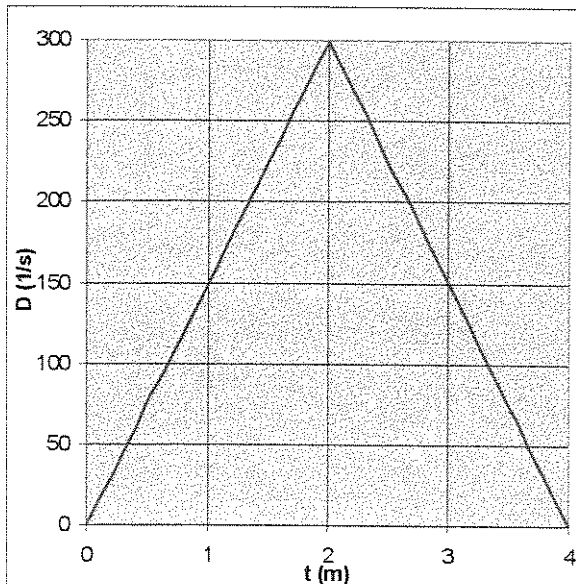
Fluido *Power Law*:  $\tau = 27,08 \dot{\gamma}^{0,9051}$

$$n = 0,9051$$

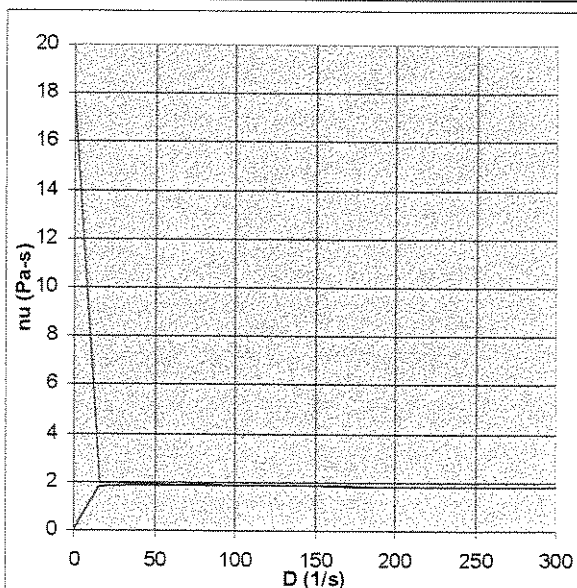
Fluido *Herschel-Bulkley*:  $\tau = 2,405 + 21,02 \dot{\gamma}^{0,9626}$

$$n = 0,9626$$

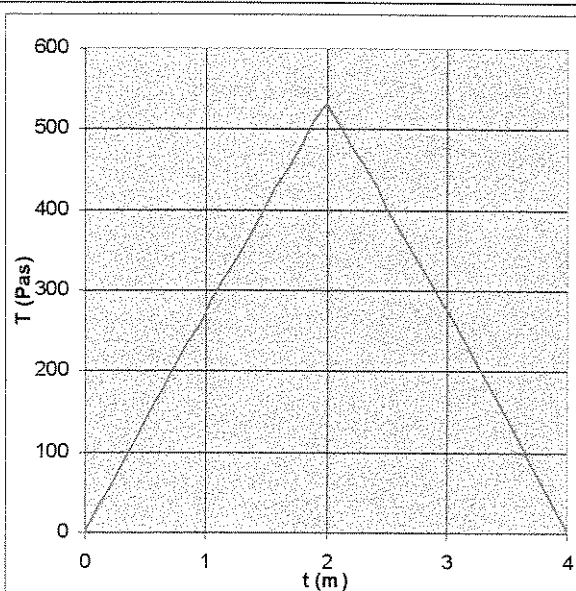
Figura II.18: Mainá II 25°C segundo ensaio



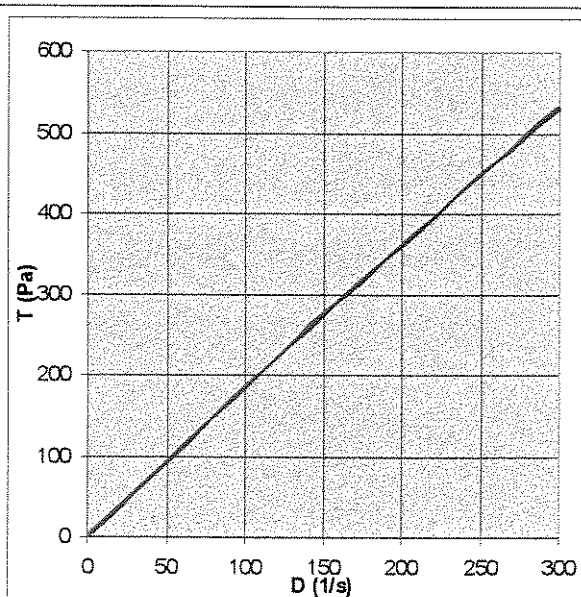
Taxa de Deformação  $\dot{\gamma}$  imposta no tempo



$\eta = \tau/\dot{\gamma}$  segundo a Taxa de deformação  $\dot{\gamma}$



Resposta Tensão  $\tau$  no tempo



Curva reologica

**ZA15 Curió 25°C**

Fluido *Newtoniano*:  $\tau = 1,813\dot{\gamma}$

Fluido *Bingham*:  $\tau = 6,633 + 1,77\dot{\gamma}$

$\mu = 1813$  cp

$\eta = 1770$  cp

Figura II.19: Curió 25°C segundo ensaio

## II.2 Ensaios Dinâmicos

### Faisão

#### Varredura de deformação

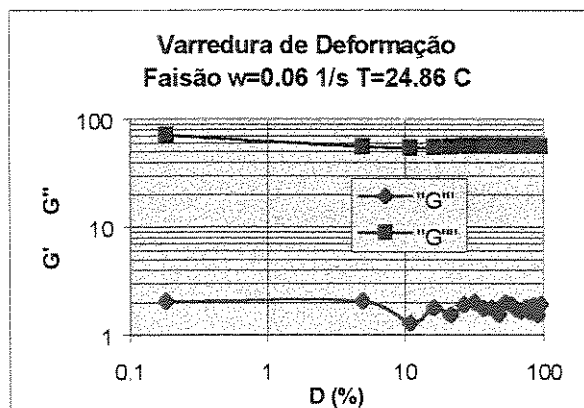


Figura II.20: Módulos na Varredura de Deformação do óleo Faisão

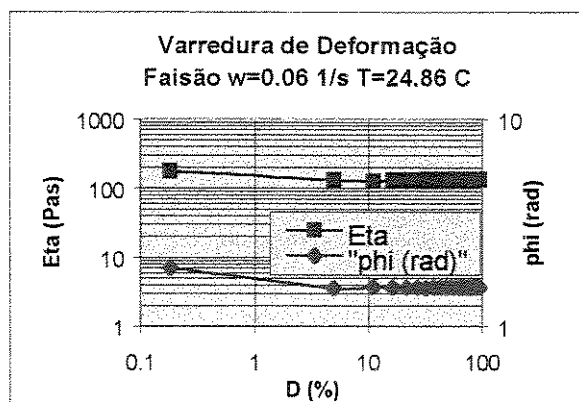


Figura II.21: Ângulos na Varredura de Deformação do óleo Faisão

Intervalo de módulo elástico linear

$$\gamma = 30\%$$

#### Varredura de frequência

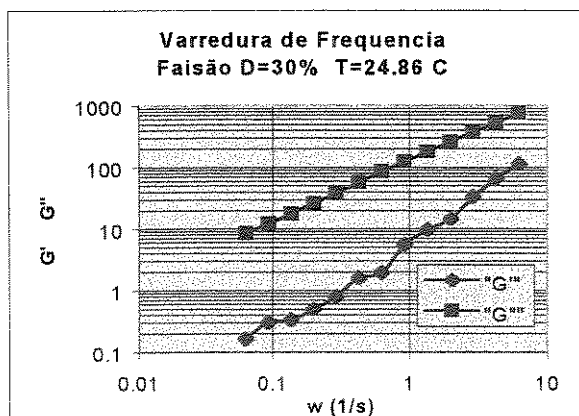


Figura II.22: Módulos na Varredura de Frequência do óleo Faisão

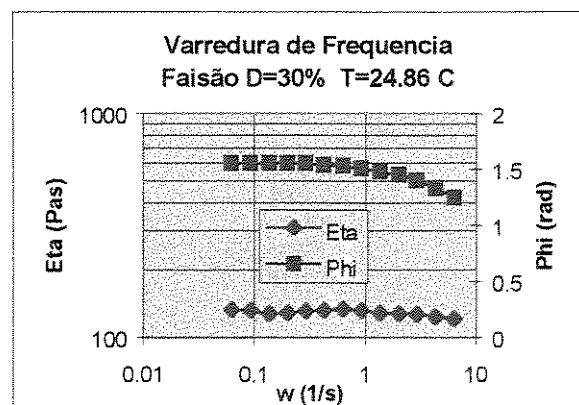


Figura II.23: Ângulo na Varredura de Frequência do óleo Faisão

Fator de Perda:  $G''/G' \approx 100$

$$\delta \approx 90^\circ$$

Observação: Nos gráficos,  $\eta$  significa viscosidade  $\eta$  e  $\phi$  significa ângulo de fase  $\delta$

## Mainá

## Varredura de deformação

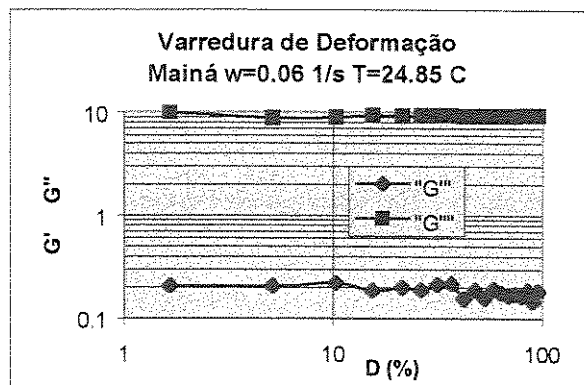


Figura II.24: Módulos na Varredura de Deformação do óleo Mainá

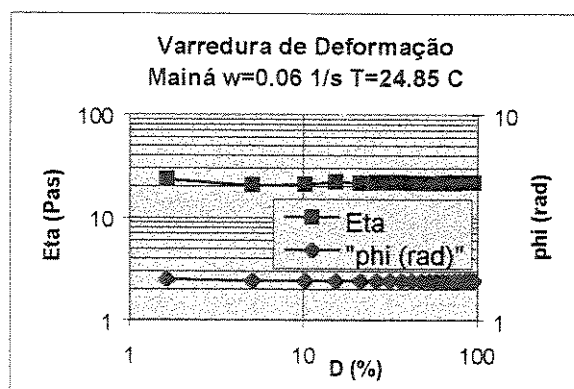


Figura II.25: Ângulos na Varredura de Deformação do óleo Mainá

Intervalo de módulo elástico linear  
 $\gamma = 30\%$

## Varredura de frequência

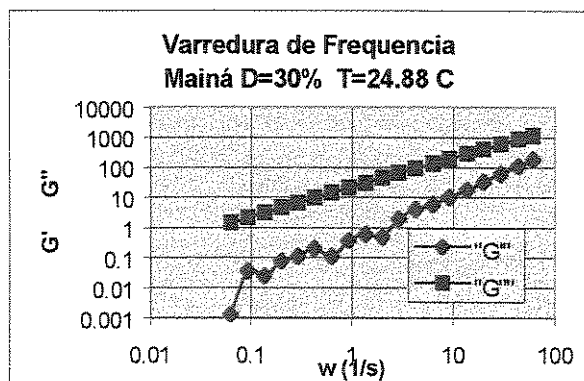


Figura II.26: Módulos na Varredura de Frequência do óleo Mainá

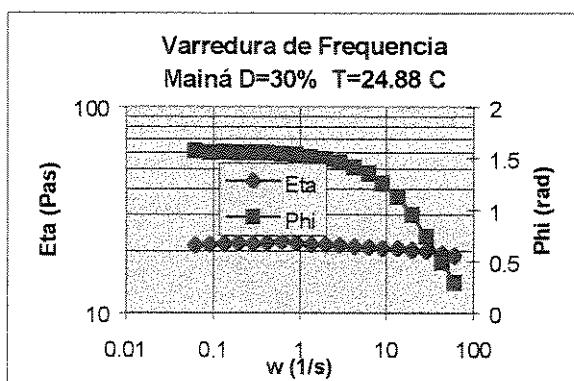


Figura II.27: Ângulos na Varredura de Frequência do óleo Mainá

Fator de perda:  $G''/G' \approx 100$

$\delta \approx 90^\circ$

## Curió

### Varredura de deformação

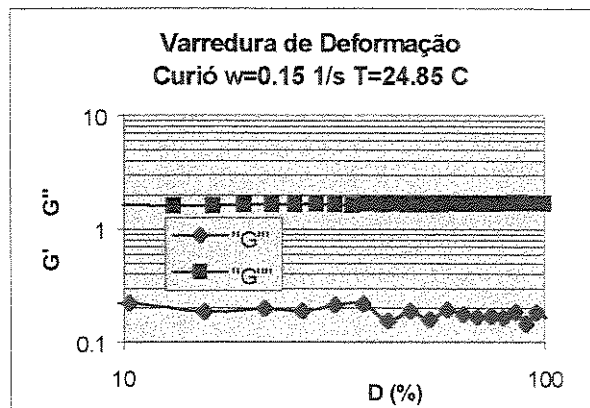


Figura II.28: Módulos na Varredura de deformação do óleo Curió

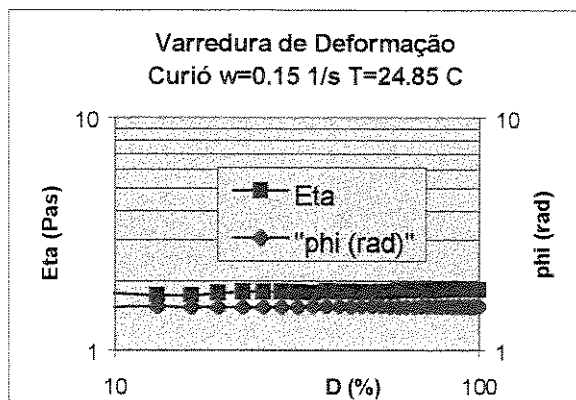


Figura II.29: Ângulos na Varredura de deformação do óleo Curió

Intervalo de módulo elástico linear

$$\gamma = 20\%$$

### Varredura de frequência

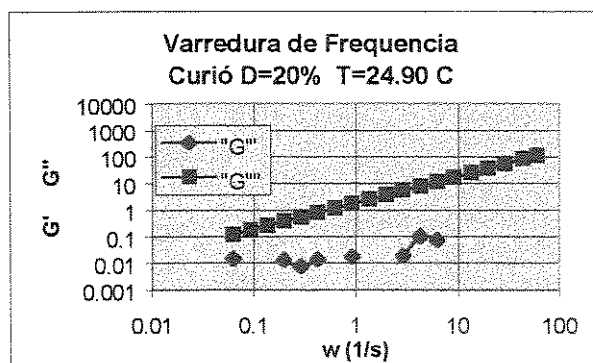


Figura II.30: Módulos na Varredura de frequência do óleo Curió

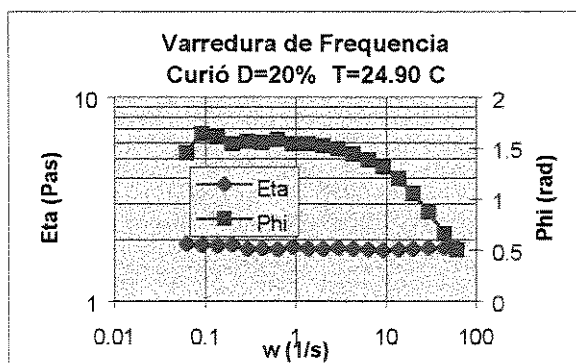


Figura II.31: Ângulos na Varredura de frequência do óleo Curió

Fator de Perda:  $G''/G' \approx 100$

$$\delta \approx 90^\circ$$

## Anexo III

### Solução Analítica do Escoamento Helicoidal Plenamente Desenvolvido

Sob a hipótese de fluxo totalmente desenvolvido em espaço anular constante:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = v_r = 0 \quad (\text{III. 1})$$

O tensor de tensões se reduz a:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & 0 & 0 \\ \tau_{zr} & 0 & 0 \end{bmatrix} + P \cdot I \quad (\text{III. 2})$$

Onde, para analisar este caso, vai separar-se a parte da tensão cisalhante pelo fluxo do fluido das forças normais de pressão.

As equações de Conservação de Quantidade de Movimento (4.2.7, 4.2.8 e 4.2.9, Capítulo 4) se simplificam as equações III.3, III.4 e III.5:

**r:**

$$\rho \left( -\frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + f_r \quad (\text{III. 3})$$

**$\theta$ :**

$$0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + f_\theta \quad (\text{III. 4})$$

**z:**

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z \quad (\text{III. 5})$$

### Fluido Newtoniano

As taxas de deformação para o fluido *Newtoniano* estão dadas na Tabela III.1

Tabela III.1: Taxas de deformação de fluido *Newtoniano*

| Taxas de Deformação                                                                                                                                                                    | Hipóteses                                                                         | Simplificação                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\dot{\gamma}_{rr} = \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)$                                                                                                                   | $v_r = 0$                                                                         | $\dot{\gamma}_{rr} = 0$                                                                    |
| $\dot{\gamma}_{\theta\theta} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right)$                                                                   | $v_r = 0$<br>$\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0$                      | $\dot{\gamma}_{\theta\theta} = 0$                                                          |
| $\dot{\gamma}_{zz} = \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)$                                                                                                                   | $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$                                             | $\dot{\gamma}_{zz} = 0$                                                                    |
| $\dot{\gamma}_{r\theta} = \dot{\gamma}_{\theta r} = \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)$ | $v_r = 0$                                                                         | $\dot{\gamma}_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right)$ |
| $\dot{\gamma}_{rz} = \dot{\gamma}_{zr} = \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$                                                             | $v_r = 0$                                                                         | $\dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial v_z}{\partial r}$                                      |
| $\dot{\gamma}_{\theta z} = \dot{\gamma}_{z\theta} = \left( \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right)$                        | $\frac{\partial v_\theta}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial \theta} = 0$ | $\dot{\gamma}_{\theta z} = 0$                                                              |

Substituindo as expressões das taxas de deformação nas equações de Conservação da Quantidade de Movimento:

**r:**

$$\rho \left( -\frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + f_r \quad (\text{III. 6})$$

$\theta$ :

$$0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \right) + f_\theta \quad (\text{III. 7})$$

 $z$ :

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + f_z \quad (\text{III. 8})$$

### Análise das forças externas (Chin, 1990)

A força externa que se tem em conta para neste análise teórica de perdas por atrito é só a força de corpo devido ao peso do fluido:

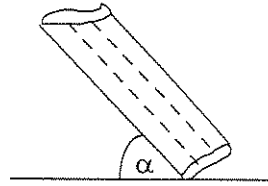


Figura III. 1: Análise de forças

$$f_r = -\rho \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \quad (\text{III. 9})$$

$$f_\theta = -\rho \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta \quad (\text{III. 10})$$

$$f_z = -\rho \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (\text{III. 11})$$

Mas nas equações de conservação participa a pressão como tensão responsável pelo fluxo (pressão hidrodinâmica), que para este caso de fluido *Newtoniano* totalmente desenvolvido se pode dividir nas suas componentes, segundo a equação III.12:

$$P = P(r, \theta, z) = P(z) + P^*(r) - z\rho g \cdot \sin \alpha - r\rho g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \quad (\text{III. 12})$$

Então:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P^*(r)}{\partial r} - \rho \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \quad (\text{III. 13})$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = -r \cdot \rho \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta \quad (\text{III. 14})$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P(z)}{\partial z} - \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (\text{III. 15})$$

Substituindo cada fi e dP/di nas equações de conservação temos:

$$\mathbf{r:} \quad \boxed{\rho \frac{v_{\theta}^2}{r} = \frac{\partial P^*(r)}{\partial r}} \quad (\text{III. 16})$$

$$\theta: \quad \boxed{\frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} - \frac{v_{\theta}}{r^2} = 0} \quad (\text{III. 17})$$

$$\mathbf{z:} \quad \boxed{\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta z}} \quad (\text{III. 18})$$

Estas equações mostram o desacoplamento das velocidades nas diferentes dimensões. Isto acontece porque se trata de fluido *Newtoniano* em uma geometria concêntrica.

### Distribuição de Velocidades - Solução das Equações Diferenciais

#### • Velocidade Tangencial $v_{\theta}$ (equação III.17):

Condições de Contorno:

em  $r = r_i$   $\Rightarrow v_\theta = \omega \cdot r_i$   
 (raio interno) onde  $\omega$  é a velocidade angular de rotação

$$v_\theta(r) = \omega \cdot r_i \frac{\left(\frac{r_e}{r} - \frac{r}{r_e}\right)}{\left(\frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i}{r_e}\right)} \quad (\text{III. 19})$$

• **Velocidade Axial  $v_z$**  (equação III.18):

Condições de Contorno:

em  $r = r_i$   $\Rightarrow v_z(r_i) = 0$

(raio interno)

em  $r = r_e$   $\Rightarrow v_z(r_e) = 0$

(raio externo) não deslizamento nas paredes

$$v_z(r) = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ r_e^2 - r^2 + (r_e^2 - r_i^2) \frac{\ln(r/r_e)}{\ln(r_e/r_i)} \right] \quad (\text{III. 20})$$

**Taxas de Deformação**

Operando as derivadas das expressões para as taxas de deformação:

•  $\dot{\gamma}_{r\theta}$

$$\dot{\gamma}_{r\theta}(r) = 2\omega \cdot r_i \frac{\left(\frac{r_e}{r^2} - \frac{1}{r_e}\right)}{\left(\frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i}{r_e}\right)} \quad (\text{III. 21})$$

•  $\dot{\gamma}_{rz}$

$$\dot{\gamma}_{rz}(r) = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ 2r - \frac{1}{r} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)} \right] \quad (\text{III. 22})$$

•  $\dot{\gamma}_r$

$$\dot{\gamma}_r(r) = \sqrt{(\dot{\gamma}_{r\theta}(r))^2 + (\dot{\gamma}_{rz}(r))^2} \quad (\text{III. 23})$$

## Adimensionalização

- Raio adimensional:

$$r^* = \frac{r - r_i}{r_e - r_i} \quad (\text{III. 24})$$

- Velocidade Axial adimensional:

$$v_z^*(r) = \frac{v_z(r)}{v_{z_{max}}} \quad (\text{III. 25})$$

Onde a velocidade axial máxima,  $v_{z_{max}}$ , é dada por:

$$v_{z_{max}} = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ r_e^2 - r^2 - \frac{1}{2} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)} \left( 1 - \ln \left( \frac{1}{r_e^2} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)} \right) \right) \right] \quad (\text{III. 26})$$

E ocorre em um raio:

$$r_{z_{max}} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{\ln(r_e/r_i)}} \quad (\text{III. 27})$$

- Velocidade angular adimensional:

$$v_\theta^*(r) = \frac{v_\theta(r)}{v_{\theta_{max}}} \quad (\text{III. 28})$$

Onde a velocidade angular máxima  $v_{\theta_{max}} = \omega \cdot r_i$  ocorre no raio interno.

- Taxa de Deformação adimensional  $\dot{\gamma}_{r\theta}^*$

$$\dot{\gamma}_{r\theta}^* = \frac{\dot{\gamma}_{r\theta}}{\dot{\gamma}_{r_{max}}} \quad (\text{III. 29})$$

- Taxa de Deformação adimensional  $\dot{\gamma}_{rz}^*$

$$\boxed{\dot{\gamma}_{rz}^* = \frac{\dot{\gamma}_{rz}}{\dot{\gamma}_{r_{max}}}} \quad (\text{III. 30})$$

Onde  $\dot{\gamma}_{rz_{max}} = \dot{\gamma}_{rz}(r_i)$

### Trajetória de uma partícula de fluido

Por integração das equações das velocidades:

**Coordenada  $\theta$ :**

$$\int_0^\theta r d\theta = \omega \cdot \frac{r_i \left( \frac{r_e}{r} - \frac{r}{r_e} \right)}{r \left( \frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i}{r_e} \right)} \cdot \int_0^t dt \quad (\text{III. 31})$$

$$\boxed{\theta = \omega \cdot \frac{r_i \left( \frac{r_e}{r} - \frac{r}{r_e} \right)}{r \left( \frac{r_e}{r_i} - \frac{r_i}{r_e} \right)} \cdot t} \quad (\text{III. 32})$$

**Coordenada  $z$ :**

$$\int_0^z dz = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ r_e^2 - r^2 + (r_e^2 - r_i^2) \frac{\ln(r/r_e)}{\ln(r_e/r_i)} \right] \cdot \int_0^t dt \quad (\text{III. 33})$$

$$z = \frac{\Delta P}{4\mu L} \left[ r_e^2 - r^2 + (r_e^2 - r_i^2) \frac{\ln(r/r_e)}{\ln(r_e/r_i)} \right] \cdot t \quad (\text{III. 34})$$

## Apêndice A

### Integração Numérica

Este apêndice está baseado no texto de Kreyszig (1993).

#### Fórmula de Newton - Côtes

Deseja-se integrar numericamente:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^n w_i f(x_i) \quad (\text{A. 1})$$

Os pontos de integração estão igualmente espaçados no domínio. O intervalo entre  $a$  e  $b$  é dividido em  $n$  subintervalos de comprimento  $h$

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (\text{A. 2})$$

O método utiliza um polinômio interpolador, o Polinômio de *Lagrange*, onde os pesos  $w_i$  são:

$$w_i \int_a^b l_i(x) = \int_a^b \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_{n-1})(x-x_n)}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_{n-1})(x_i-x_n)} \quad (\text{A. 3})$$

De acordo com a ordem do polinômio interpolador, existem diferentes graus de precisão na integração. Os métodos mais usados são a integração dos Trapézios (  $n=1$ ) e a integração de *Simpson*

### A.1 Método dos trapézios

O polinômio de interpolação é de grau 1, precisando então de dois pontos.

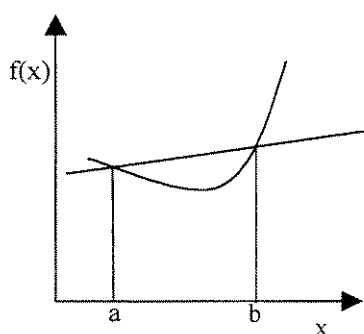


Figura A.1 Método dos trapézios

Os pesos, aplicando a fórmula de *Lagrange* para  $n=1$  resultam:

$$w_0 = w_1 = \frac{h}{2} \quad (\text{A. 4})$$

E a aproximação da integração resulta:

$$\int_{a=x_0}^{b=x_1} f(x)dx \approx \sum_{i=0}^1 w_i f(x_i) = \frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_1)) \quad (\text{A. 5})$$

Se o intervalo é dividido em  $N$  subintervalos iguais, cada subintervalo contribuirá em forma repetida:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx =$$

$$= \frac{h}{2} [f(x_0) + 2(f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1})) + f(x_n)] \quad (\text{A. 6})$$

Erro: Seja a solução exata, para um subintervalo:

$$I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (\text{A. 7})$$

Seja o resultado do método dos trapézios:

$$A_i = \frac{h}{2} (f(x_{i-1}) + f(x_i)) \quad (\text{A. 8})$$

O erro é:

$$\boxed{E_i = A_i - I_i} \quad (\text{A. 9})$$

Expandindo a função  $f(x_{i-1})$  em série de *Taylor* para fazê-la em função de  $f(x_i)$ ; e  $F(x_{i-1})$  em função de  $F(x_i)$ ,  $I_i$  e  $A_i$  podem ser expressas da seguinte forma:

$$A_i = hf(x_i) - h^2 f'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f''(x_i) - \dots \quad (\text{A. 10})$$

$$I_i = hf(x_i) - \frac{h^2}{2!} f'(x_i) + \frac{h^3}{3!} f''(x_i) + \dots \quad (\text{A. 11})$$

$$\Rightarrow E_i = \frac{h^3}{3!} f''(x_i) + \dots \quad (\text{A. 12})$$

Seja  $|f''(x)| \leq M$  em todo o intervalo de  $(a,b)$ , então o erro será menor que esse máximo:

$$E_i \leq \frac{h^3}{12} M \quad (\text{A. 13})$$

E para  $n$  trapézios:

$$E_T \leq n \frac{h^3}{12} M \quad \boxed{E_T \leq (b-a) \frac{h^2}{12} M} \quad (\text{A. 14})$$

Pelo método dos trapézios a integração numérica será exata quando  $M=0$ , ou seja  $M = f''(x) = 0$ , que aconteceu quando a função seja linear ou constante:  $f(x) = ax + b$

## A.2 Método de Simpson

O polinômio de interpolação é de grau 2, precisando então de três pontos.

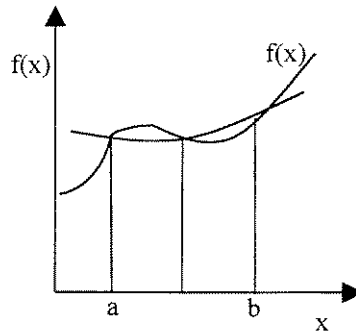


Figura A.2: Método de *Simpson*

Aplicando-se o polinômio de *Lagrange* ( $n=2$ ), os pesos resultam:

$$w_0 = w_2 = \frac{h}{3} \quad w_1 = \frac{4}{3}h \quad (\text{A. 15})$$

A integração numérica aproximada para um intervalo é:

$$\int_{a=x_0}^{b=x_2} f(x) dx \approx \sum_{i=0}^2 w_i f(x_i) = \frac{h}{3} (f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)) \quad (\text{A. 16})$$

Se o intervalo de integração é dividido em  $n$  subintervalos ( $n$  par):

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \dots + \int_{x_{n-2}}^{x_n} f(x)dx = \frac{h}{3} \left[ \frac{f(x_0) + 4(f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}))}{2(f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{n-2})) + f(x_n)} \right] \quad (\text{A. 17})$$

Erro: Seja a solução exata, para um subintervalo:

$$I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+2}} f(x)dx = F(x_{i+2}) - F(x_i) \quad (\text{A. 18})$$

Seja o resultado do método de *Simpson*:

$$A_i = \frac{h}{3} (f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)) \quad (\text{A. 19})$$

E o erro expresso segundo a equação A.9

Expandindo em série de *Taylor* em forma análoga à seção anterior as funções  $f(x_{i-1})$  e  $f(x_{i+1})$  em função de  $f(x)$ ; e  $F(x_{i-1})$  e  $F(x_{i+1})$  em função de  $F(x)$ , a área, a integral e o erro ficam:

$$A_i = 2hf(x_i) + 2\frac{h^3}{3!} f''(x_i) + 2\frac{h^5}{34!} f^{IV}(x_i) + \dots \quad (\text{A. 20})$$

$$I_i = 2hf(x_i) + 2\frac{h^3}{3!} f''(x_i) + 2\frac{h^5}{5!} f^{IV}(x_i) + \dots \quad (\text{A. 21})$$

$$\Rightarrow E_i = \frac{h^3}{90} f^{IV}(x_i) + \dots \quad (\text{A. 22})$$

Seja  $|f''(x)| \leq M$  em todo o intervalo de (a,b), então  $E_i \leq \frac{h^5}{90} M$  e para n subintervalos (n/2 parábolas):

$$E_T \leq \frac{n h^5}{2 \cdot 90} M \quad \boxed{E_T \leq (b-a) \frac{h^4}{180} M} \quad (\text{A. 23})$$

Pelo método de *Simpson* a integração numérica será exata quando  $M=0$ , ou seja  $M = f^{IV}(x) = 0$ , que aconteceu quando a função seja de terceira ordem ou menor:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

### A.3 Método de Gauss

Com o método de *Gauss* (na Figura A.3 de 2<sup>da</sup> quadratura), se equilibram as duas áreas, a abrangida e a não abrangida pela aproximação de *Gauss*. Assim é possível obter soluções exatas para polinômios a interpolar de maior ordem.

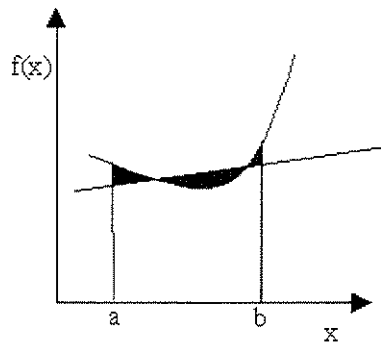


Figura A.3: Método de Gauss

Com o objetivo de simplificar a análise, se trocam os limites de integração de (a,b) para (-1,1). Isto se obtém mediante uma mudança de variável ( de  $\hat{x}$  para  $x$  ):

$$\hat{x} = \frac{1}{2}(b-a)x + \frac{1}{2}(b+a) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2\hat{x} - (b+a)}{b-a} \quad (\text{A. 24})$$

$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx \quad \text{com} \quad f(x) = \frac{1}{2}(b-a) \cdot f\left(\frac{1}{2}(b-a)x + \frac{1}{2}(b+a)\right) \quad (\text{A. 25})$$

Pelo método de *Gauss* pode-se integrar com diferentes quadraturas ( $n$ , ordem de integração) segundo o número de pontos que se avaliam ( $n$ ) no intervalo. Os pontos de análise não são arbitrários, mas correspondem às raízes do polinômio de *Legendre* de grau  $n$ ,  $P_n$ .

$$I = \int_a^b f(\hat{x}) d\hat{x} \cong \int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=0}^n w_i f(x_i) \quad (\text{A. 26})$$

Tabela A.1: Raízes do Polinômio de *Legendre* e seus pesos

| n | $P_n(x)$                         | $x_i$                                                                              | $w_i$                        |
|---|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 1 | $x$                              | 0                                                                                  | 2                            |
| 2 | $\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$          | $-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$                                     | 1                            |
| 3 | $\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$         | $-\sqrt{0.6} \quad 0 \quad \sqrt{0.6}$                                             | 5/9<br>8/9                   |
| 4 | $\frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 - 3)$ | $\pm \sqrt{\frac{15 - \sqrt{120}}{35}}$<br>$\pm \sqrt{\frac{15 + \sqrt{120}}{35}}$ | 0.6521451549<br>0.3478548451 |

Erro:

O método de *Gauss* fornece soluções exatas para polinômios a integrar de ordem  $\leq 2n - 1$

Assim:

|          |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|
| <b>n</b> | 1 | 2 | 3 | 4 |
| <b>m</b> | 1 | 3 | 5 | 7 |

O erro aparece quando o polinômio a integrar seja de ordem  $2n$ , então, sua derivada  $(2n)$  seja não nula.

A fórmula do erro no método de *Gauss* é:

$$E = \frac{2^{2n+1} (n!)^4}{(2n+1) [(2n)!]^3} f^{(2n)}(\xi) \quad (\text{A. 27})$$

**Gauss Duas Dimensões**

$$\int_{-1}^1 f(x, y) dy dx \cong \int_{-1}^1 \left[ \sum_{i=0}^n w_i f(x, y_i) \right] dx = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n w_i w_j f(x_j, y_i) \quad (\text{A. 28})$$

Tabela A.2: Raízes do Polinômio de *Legendre* Duas Dimensões e seus pesos

| n | $(x_j, y_l)$                                                                                                                                                               | $w_i w_j$    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1 | (0,0)                                                                                                                                                                      | 4            |
| 2 | $(-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}), (-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$<br>$(1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}), (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$                                                           | 1            |
| 3 | $a = -\sqrt{0.6} \quad b = \sqrt{0.6} \quad c = 0$<br>(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)                                                                                           | 25/81        |
|   | (a,c), (c,b), (b,c), (c,b)                                                                                                                                                 | 40/81        |
|   | (0,0)                                                                                                                                                                      | 64/81        |
| 4 | $a = -\sqrt{15 - \sqrt{120}/35} \quad b = \sqrt{15 - \sqrt{120}/35}$<br>$c = -\sqrt{15 + \sqrt{120}/35} \quad d = \sqrt{15 + \sqrt{120}/35}$<br>(a,a), (a,b), (b,a), (b,b) | 0.4252933031 |
|   | (a,c), (a,d), (b,c), (b,d)<br>(c,a), (d,a), (c,b), (d,b)                                                                                                                   | 0.2268518518 |
|   | (c,c), (c,d), (d,c), (d,d)                                                                                                                                                 | 0.1210029933 |

Tabela A.3 Exemplo de precisão das diferentes quadraturas para diferentes funções, intervalo: -1,1

| F    | $x \cdot y$ | $x^2 \cdot y^2$ | $x^4 + y^4$ | $x^6 \cdot y^6$ | $x^8 + y^8$ | $x^2/(2-y)^2$ | $(x^8 + 1)/(x^2 + 1)$ |
|------|-------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|---------------|-----------------------|
| real | 0           | 0.4444          | 1.6         | 0.0816          | 0.8888      | 0.4444        | 3.4906585             |
| n=1  | 0           | 0               | 0           | 0               | 0           | 0             | 4                     |
| n=2  | 0           | 0.4444          | 0.8889      | 0.0055          | 0.0988      | 0.4298        | 3.0370                |
| n=3  | 0           | 0.4444          | 1.6000      | 0.0576          | 0.5760      | 0.4429        | 3.3467                |
| n=4  | -0.1328     | 0.4444          | 1.6000      | 0.0816          | 0.8424      | 0.4273        | 3.3793                |