UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENERGIA

Estudo comparativo de malhas e esquemas de discretização para as equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis

Autor: **Kéteri Poliane Moraes de Oliveira**
Orientador: **Dr. José Ricardo Figueiredo**

90/2009

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

Estudo comparativo de malhas e esquemas de discretização para as equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis

Autor: **Kéteri Poliane Moraes de Oliveira**
Orientador: **Dr. José Ricardo Figueiredo**

Curso: **Engenharia Mecânica**
Área de Concentração: **Térmica e Fluídos**

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título **de Doutor em Engenharia Mecânica.**

Campinas, 2009.
SP – Brasil.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

	Oliveira, Kéteri Poliane Moraes de
OL4e	Estudo comparativo de malhas e esquemas de discretização para as equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis. / Kéteri Poliane Moraes de Oliveira. --Campinas, SP: [s.n.], 2009.
	Orientador: José Ricardo Figueiredo.
	Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.
	1. Navier-Stokes, Equações de. 2. Método dos volumes finitos. 3. Métodos numéricos. 4. Dinâmica dos fluidos. 5. Escoamento. I. Figueiredo, José Ricardo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Comparative study of meshes and discretization schemes for the incompressible Navier-Stokes equations.
Palavras-chave em Inglês: Equations, Navier-Stokes, Finite volumes methods, Numerical methods, Fluid dynamics, Flow
Área de concentração: Térmica e Fluidos
Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Carlos Alberto Carrasco Altemani , Jorge Isaias Llagostera Beltran, João Batista Campos Silva, Edson Luiz Zaparoli
Data da defesa: 30/07/2009
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENERGIA

Tese de Doutorado

Estudo comparativo de malhas e esquemas de discretização para as equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis

Autora: **Kéteri Poliane Moraes de Oliveira**
Orientador: **José Ricardo Figueiredo**

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo , Presidente
Unicamp

Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani
Unicamp

Prof. Dr. Jorge Isaias Llagostera Beltran
Unicamp

Prof. Dr. João Batista Campos Silva
Unesp

Prof. Dr. Edson Luiz Zaparoli
Ita

Campinas, 30 de julho de 2009

DEDICATÓRIA

Aos meus pais pelo apoio.

Aos meus irmãos Hugo e Heitor.

Às minhas amigas Edlene, Rosiane, Patrícia Makiyama, Amélia, Leide, Patrícia e Vanessa Davanço que sempre me apoiaram.

AGRADECIMENTOS

À todos que contribuíram direta ou indiretamente para que eu concluísse este trabalho:

À UNICAMP e à Faculdade de Engenharia Mecânica.
Ào Cnpq pelo apoio financeiro.
Ao Prof. Figueiredo; pela sua orientação, dedicação e paciência.
Aos colegas de trabalho, Patrícia, Paulo, Thiago, Luiz... pelo companheirismo e toda ajuda prestada.
À seção de pós graduação, Denise e Juliana.
À minha família.

Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos.

Friedrich Nietzsche

Resumo

OLIVEIRA, Kéteri Poliane Moraes, *Estudo comparativo de malhas e esquemas de discretização para as equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis,* 2009. 237 p.
Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas

Este trabalho apresenta uma comparação das precisões das soluções numéricas entre as malhas fundamentais (deslocada tipo MAC, semi-deslocada, co-localizada nos vértices e co-localizada nos centros) para equações de Navier-Stokes em escoamentos incompressíveis com variáveis primitivas em regime permanente. Emprega-se os esquemas central, exponencial e UNIFAES (Unified Finite Approaches Exponential-type Scheme) para discretização dos termos advectivos e difusivos das equações de Navier-Stokes. As equações de quantidade de movimento são integradas explicitamente após a solução de uma equação de Poisson para o campo de pressão. Foram resolvidos os problemas bidimensionais da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, da cavidade hidrodinâmica quadrada na forma regularizada sem descontinuidade na velocidade da tampa e do degrau. É empregada a metodologia da extrapolação de Richardson para estimar a solução correta nos casos que não possuem solução de referência precisa; para baixos números de Reynolds, os resultados extrapolados no caso do problema da cavidade com velocidade da tampa uniforme coincidem satisfatoriamente com os valores de referência encontrados na literatura. Para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, a malha deslocada (MAC) e a malha co-localizada nos centros apresentam os melhores resultados, seguidas da malha co-localizada nos vértices e por ultimo a malha semi-deslocada, cuja acuidade é afetada pelas descontinuidades nos cantos. De fato, para o problema da cavidade hidrodinâmica quadrada na forma regularizada a malha semi-deslocada apresenta freqüentemente os melhores resultados; em seguida a malha deslocada (MAC) e a malha co-localizada nos centros apresentam resultados comparáveis, e a malha co-localizada nos vértices mostra os piores resultados. Para o degrau foi empregada apenas a malha semi-deslocada. Em geral, o esquema UNIFAES provou-se estável mesmo para os valores mais altos do número de Reynolds e mais acurado que os esquemas central e exponencial.

Palavras chaves:

Malha deslocada MAC, malha semi-deslocada, malhas co-localizadas, UNIFAES, escoamentos incompressíveis.

Abstract

OLIVEIRA, Kéteri Poliane Moraes, *Comparative study of meshs and discretization schemes for the for the incompressible Navier-Stokes equations*, 2009. 237 p.
Thesis (PhD in Mechanical Engineering): Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, Campinas.

This work presents a comparison of the accuracy of the numerical solutions of the fundamental meshes (MAC staggered mesh, semi-staggered mesh, vertex-centered mesh, cell-centered mesh) for the incompressible Navier-Stokes equations in primitive variables. It employs the central differencing, the exponential scheme and UNIFAES (Unified Finite Approaches Exponential-type Scheme) for discretization of the advective and diffusive terms of Navier-Stokes equations. The momentum equations are explicitly integrated after the solution of a Poisson pressure equation. The 2D uniform velocity driven lid cavity, the 2D lid-driven cavity in the regularized form without corner discontinuities, and the backward facing step test problems are employed. Richardson extrapolation is employed to estimate the correct solution in cases which have no precise reference solution, for low Reynolds numbers, the extrapolated results of the uniform lid velocity cavity problem coincide well with the reference values found in literature. For the 2D uniform lid velocity driven cavity test problem, the MAC staggered and the cell-centered collocated meshes show the best results, followed by the vertex-centered mesh and at last the semi-staggered mesh, whose accuracy is affected by the corner discontinuities. Indeed, for the 2D lid-driven cavity in the regularized form test problem, the semi-staggered mesh often presents the best results, and then the MAC staggered mesh and the cell-centered collocated mesh presents comparable results, and the vertex-centered mesh shows the worst results. For the step test problem only the semi-staggered mesh was employed. In general, the UNIFAES proved to be stable even at higher values of Reynolds number; and more accurate than the central differencing and then exponential.

Keywords:

MAC staggered mesh, semi-staggered mesh, collocated mesh, UNIFAES, incompressible flow.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

NOMENCLATURA

Símbolos latinos

a	coeficientes de influencia das equações do momento discretizadas.
A	transporte advectivo-viscoso das componentes do momento u e v.
C	constantes.
D	dilatação, divergente de velocidade.
f	funcional real de uma solução numérica.
g	aceleração gravitacional, m/s^2.
L_c	comprimento característico, m.
m	termo de ordem mais baixa em analises de séries de Taylor.
P	pressão física, bar, mais carga hidrostática $\rho g z$, normalizada por $\mu V_c / L_c$
J	fluxos viscosos e advectivos combinados através do contorno da célula.
K	termo fonte da equação geradora Eq. (25).
p	número de Peclet celular (Re.u. Δx, etc.)
Re	número de Reynolds, $\mathrm{Re} = \rho V_c L_c / \mu$.
R	razão entre os intervalos de espaço. Eq. 48.
S	termo fonte da equação do transporte.
t	coordenada do tempo, normalizada por $\mathrm{Re}\, L_c / V_c$.
u	componente de velocidade na direção x normalizada por V_c.
v	componente de velocidade na direção y normalizada por V_c.
V_c	velocidade característica, m/s.
x	coordenada cartesiana, normalizada por L_c.
y	coordenada cartesiana, normalizada por L_c.
z	coordenada vertical, m.

Símbolos gregos

$\varepsilon_{\Delta x, ref}$	erro quadrático da malha Δx relativo a referência.
ϕ	variável genérica para u ou v.
π	função real para o número de Peclet celular p.
Π	coeficientes de influência no esquema de Allen e Sauthwell.

υ	volume do volume de controle elementar.
ψ	termo de correção para as equações do momentum discretizadas.
χ	função real para o número de Peclet celular p.
ρ	densidade, kg/m^3.
μ	viscosidade dinâmica Ns/m^2.

Subscritos

E	relativo ao nó E vizinho.
e	relativo a face leste da célula.
i,j	relativo ao nó (i,j).
N	relativo ao nó N vizinho.
n	relativo à face norte da célula.
P	relativo ao nó central P.
ref	relativo ao valor de referência.
S	relativo ao nó S vizinho.
s	relativo à face sul da célula.
u	relativo a componente na direção x.
v	relativo à componente na direção y.
W	relativo ao nó W vizinho
w	relativo à face oeste da célula.
Δx	relativo a solução numérica no refinamento finito Δx.

Sobrescritos

+	relativo ao lado positivo.
-	relativo ao lado negativo.
n	relativo ao instante de tempo.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Há vários métodos para calcular escoamentos newtonianos incompressíveis em regimes permanente e transiente. O conjunto de equações governantes inclui as equações de Navier-Stokes, e equação da continuidade.

Há várias possibilidades para solução nos casos de escoamentos incompressíveis. Estas incluem variáveis primitivas, vorticidade-função corrente, e vorticidade-velocidade. Este trabalho usa a formulação de variáveis primitivas, que oferece menores complicações no caso tridimensional. A dificuldade desta formulação é a especificação das condições de contorno para a pressão.

Os métodos mais comuns usados para resolver equações em regime transiente lidam com uma equação de Poisson para a pressão e com as equações do momento para o cálculo da velocidade. O método MAC (Harlow e Welsh, 1965), que inclusive foi empregado neste trabalho, foi inicialmente concebido para resolver problemas com superfícies livres, mas pode ser aplicado a qualquer escoamento de fluido incompressível. Um método análogo foi feito por Willian (1969) para problemas tridimensionais, no qual a equação de Poisson em diferenças finitas foi resolvida usando técnicas de expansão trigonométrica.

Outro método é o da projeção, que em casos onde os esquemas explícitos são usados, é idêntico ao método MAC (no caso da malha deslocada). A única diferença entre esses dois métodos é a maneira como a equação de Poisson é escrita.

A discretização das equações de Navier-Stokes incompressíveis requer consideração particular uma vez que a derivada no tempo da densidade não mais aparece. Por isso os métodos transientes adequados para as equações compressíveis não podem ser aplicadas sem adaptação, (Hirsch ,1990).

Outro método é o da compressibilidade artificial, introduzido por Chorin (1967). Para escoamentos estacionários, uma estrutura similar às equações compressíveis pode ser recuperada adicionando à equação da continuidade um termo de compressibilidade sob a forma de derivada da pressão no tempo. Quando o regime permanente é alcançado, este termo desaparece. Para problemas transientes, esta abordagem consiste em resolver as equações do momento transientes em conexão com a equação de Poisson para pressão obtida adaptando o divergente das equações do momento e expressando a condição do campo de velocidade de divergência livre. Este método também pode ser aplicado para problemas com escoamentos estacionários e é referido como método de correção da pressão (Hirsch ,1990).

São observadas insuficiências quando os métodos clássicos de diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos são empregados para a discretização das equações do transporte advectivo e difusivo, incluindo as equações de Navier-Stokes. Os esquemas de diferenças centrais em volumes finitos e diferenças finitas de segunda ordem e o esquema Galerkin em elementos finitos apresentam boa acurácia para baixo a moderado números de Peclet, Reynolds ou Rayleigh, mas para valores maiores eles mostram ou soluções espacialmente oscilantes (ondulações) ou instabilidade numérica, dependendo do método de solução linear ou não linear das equações. Contrariamente, os esquemas upwind em diferenças finitas e volumes finitos e o esquema de Petrov-Galerkin em elementos Finitos são geralmente estáveis e produzem soluções limitadas, mas a sua precisão de primeira ordem implica em uma convergência espacial muito lenta.

Com as crescentes capacidades computacionais, que permite maiores refinamentos na malha, aumentou progressivamente os valores dos parâmetros em que os clássicos esquemas de segunda ordem são estáveis, mas não eliminou a existência do limites. Conseqüentemente, houve extensa busca de esquemas alternativos, que incluiu esquemas upwind de alta ordem como o quadrático a montante (QUICK), e esquemas *Operator Compact Implicit* (OCI) bem como metodologias de estabilização, tais como viscosidade artificial e diminuição de variação total.(TDV)

Entre essas alternativas, a atenção centra-se aqui em uma classe de esquemas cujas funções interpolantes são obtidas como soluções exatas de uma equação linear que se aproxima de alguma maneira à equação de interesse. Esses esquemas poderiam ser expressivamente chamados de localmente analíticos por sua concepção, mas esse nome já tinha sido adotado por um esquema específico da classe, o Esquema de Diferenciação Localmente Analítico (Locally Analytic Differencing Scheme, LOADS). Podem também ser chamados de esquema tipo exponencial, uma vez que a função exponencial invariavelmente aparece em suas curvas de interpolação e em seus coeficientes de influência; neste caso, os esquemas exponencial em elementos finitos e volumes finitos são referidos como esquemas exponenciais simples. (Figueiredo e Oliveira, 2009).

O presente trabalho apresenta uma comparação das estruturas de malhas dos tipos deslocada tipo MAC, semi-deslocada, co-localizada nos vértices e co-localizada nos centros com os esquemas de discretização diferenças centrais, exponencial e UNIFAES (Unified Finite Approaches Exponential-type Scheme) para o caso das equações de Navier-Stokes com escoamento incompressível em variáveis primitivas. Para a comparação foram utilizados os testes da cavidade hidrodinâmica quadrada bidimensional tradicional, cavidade regularizada e do degrau. Para os problemas da cavidade com a velocidade da tampa uniforme e da cavidade regularizada foi utilizado um programa desenvolvido previamente por J. R. Figueiredo (comunicação pessoal) na linguagem de programação Pascal incorporada ao ambiente Delphi. E as modificações necessárias para o problema do degrau foram implementadas neste mesmo programa pela presente autora. Foram testados vários refinamentos de malha e vários números de Reynolds.

A metodologia da extrapolação de Richardson foi empregada nos três problemas testes para estimar os resultados espacialmente convergidos. Essa metodologia é mostrada com detalhes no Apêndice. Para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, a extrapolação de Richardson foi validada ao levar a estimativas dentro de um nível satisfatório de precisão em comparação com a referência. Para o problema da cavidade regularizada e o problema do degrau, onde não há referências, foi empregada para estimar a solução correta.

Para a cavidade com a velocidade da tampa uniforme, as malhas deslocada MAC e co-localizada nos centros tiveram os melhores resultados, seguida da malha co-localizada nos vértices e por último a semi-deslocada, que apresentou resultado de primeira ordem.

Para a cavidade regularizada, a malha semi-deslocada fica de segunda ordem com erros comparáveis às malhas deslocada e co-localizada nos centros. A co-localizada nos vértices continua relativamente inacurada.

Para o problema do degrau, foi possível resolver a equação da pressão não diagonalmente dominante da malha semi-deslocada por método iterativo empregando um fator de sub-relaxação adequado. Com o número de Reynolds a partir de 600 pode-se perceber uma diferença crescente entre os resultados numéricos deste trabalho (com UNIFAES e central) e os resultados experimentais de Armaly *et al.* (1983). Essa diferença pode ser atribuída aos efeitos tridimensionais citados por Armaly *et al.*(1983).

O esquema UNIFAES provou-se estável e acurado para os valores mais altos do número de Reynolds. Superior ao esquema central e, mais ainda, ao exponencial.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo faz-se uma revisão bibliográfica sobre soluções numéricas das equações de Navier-Stokes, as quais se constituem em modelo matemático de problemas de escoamentos de fluidos viscosos. Por serem equações fortemente não lineares, em casos gerais, com condições de contorno arbitrárias, não é possível ainda a obtenção de soluções analíticas fechadas. Então, para se resolver tais equações lança-se mão de técnicas ou métodos numéricos, tais como os métodos de diferenças finitas, elementos finitos ou de volumes finitos, como os métodos mais tradicionais. Aqui será dada mais ênfase ao método de solução de volumes finitos, por ser este o método que será empregado no trabalho, entretanto, algumas soluções por outros métodos, particularmente diferenças finitas, também serão comentadas.

A seguir apresentam-se comentários de alguns dos trabalhos consultados, na etapa de revisão bibliográfica. Não se trata de uma revisão completa, pois existem milhares de trabalhos sobre o tema. Foram abordados os trabalhos mais relevantes para o desenvolvimento do presente trabalho. Uma revisão para os métodos de discretização pode ser encontrada no trabalho Figueiredo e Oliveira, 2009a.

Há vários métodos para calcular escoamentos newtonianos incompressíveis em regime permanente e transiente. O conjunto de equações governantes inclui as equações de Navier-Stokes e equação da continuidade. O programa é formulado em termos das variáveis primitivas, velocidade e a pressão. No entanto, um escoamento geral pode também ser descrito e calculado em termos de variáveis secundárias, como a vorticidade e a função corrente no caso bidimensional, e a vorticidade e o vetor potencial no caso tridimensional.

Para o cálculo de escoamento em regime permanente há dois métodos distintos mas um pouco relacionados. O primeiro método procede resolvendo as equações usando métodos iterativos. O segundo calcula a solução de um problema de escoamento transiente fictício que é governado por um conjunto modificado de equações diferenciais de uma dada condição inicial até o regime permanente. A solução do problema modificado no regime permanente satisfaz as equações diferenciais originais do escoamento newtoniano incompressível bidimensional permanente. Em regime transiente o procedimento combina certas características do método direto, método iterativo, e certas características do método modificado para escoamento permanente. O algoritmo envolve cálculo da evolução do campo de vorticidade, enquanto obtém a evolução simultânea do campo de velocidade com base na função corrente.(Pozrikidis, 1997)

Harlow e Welch (1965) descreveram uma técnica para a investigação numérica de escoamento transitório de fluido incompressível, o contorno é parcialmente livre e parcialmente confinado. As equações de Navier-Stokes completas são aproximadas na forma de diferenças finitas, e a solução é feita pelo avanço de passo de tempo finito. As variáveis dependentes empregadas são as primárias, componentes de velocidade e pressão. É também usado um conjunto de partículas marcadoras que se movem com o fluido. A técnica é chamada de método de *marker and cell* (MAC). São apresentados alguns exemplos de aplicações deste método. Todos os efeitos não lineares são completamente inclusos, e o aspecto transiente pode ser calculado para quantos passos de tempo desejados.

Chorin (1967) introduziu um método numérico para resolver problemas de escoamento viscoso incompressível. Este método usa a velocidade e a pressão como variáveis, e é igualmente aplicável a problemas bidimensionais e tridimensionais. O princípio do método consiste na introdução de uma compressibilidade artificial δ nas equações de movimento, de tal forma que os resultados finais não dependem de δ. É apresentada uma aplicação para problemas de convecção térmica. Com esse trabalho, Chorin concluiu que este método está sujeito a instabilidades.

Fortin e Peyret (1971) apresentaram três métodos para a solução numérica das equações de Navier-Stokes para fluido incompressível. O primeiro método é baseado em uma perturbação na equação do divergente. Os outros dois métodos usam um operador de projeção para aquela equação. O escoamento em regime permanente em uma cavidade quadrada é calculado sucessivamente com os três esquemas e são comparadas as qualidades de cada um deles. Finalmente é calculado o escoamento em uma cavidade retangular e o escoamento devido a uma injeção de fluido dentro de um duto cilíndrico.

Medidas de um escoamento recirculante, laminar, bidimensional sobre o degrau foram feitas usando um anemômetro laser direcionalmente-sensitivo. Neste trabalho, Denham e Patrick (1974) apresentaram medidas típicas do perfil de velocidade em várias quantidades as quais caracterizam o escoamento na região de recirculação, incluindo taxas de escoamento de massa recirculante, que são mostradas graficamente. Comparações com os resultados de outros trabalhos experimentais e teóricos de escoamentos similares são feitos onde possível.

Hirt *et al.* (1974) apresentaram uma nova técnica numérica com muitas vantagens para a obtenção de soluções para uma ampla variedade de problemas de dinâmica de fluido multidimensional dependente do tempo. O método utiliza uma malha de diferenças finitas com vértices que podem ser movidos com o fluido (Lagrangiana), ou ser mantida fixa (Euleriano), ou ser movida por qualquer outra forma prescrita, como na técnica Euleriana-Lagrangeana Arbitrária (ALE). Além disso, emprega-se uma formulação implícita semelhante à técnica Euleriana de fluido-Contínuo Implícita (ICE), tornando-o aplicável para escoamentos em todas as velocidades.

Ghia *et al* (1982) usaram a formulação da vorticidade-função corrente das equações de Navier-Stokes bidimensional com fluido incompressível para estudar a eficácia do método multimalha implícito fortemente acoplado (CSI-MG), na determinação de solução de escoamentos com altos números de Reynolds com malhas refinadas. O escoamento conduzido em uma cavidade quadrada é utilizado como problema modelo. As soluções são obtidas para configurações com números de Reynolds tão altos como 10000 e malhas constituídas de 257 x 257 pontos. Devido ao aparecimento de um ou mais vórtices secundários no campo de escoamento, o refinamento de malha uniforme foi preferido à utilização de uma malha unidimensional agrupando transformações de coordenadas. Produziram soluções consideradas referências para o problema clássico da cavidade hidrodinâmica.

Schreiber e Keller (1983) apresentaram técnicas numéricas eficazes de precisão de alta ordem para resolver problemas de escoamento incompressível viscoso no avião, e são utilizados na obtenção de soluções precisas para a cavidade hidrodinâmica. A solução é obtida com números de Reynolds 10.000 com uma malha de 180 x 180. Os métodos numéricos combinam um eficiente *solver* de sistema linear, um método de como Newton adaptativo para sistemas não-linear, e um procedimento de continuação para o seguinte ramo de soluções ao longo de um intervalo de números de Reynolds.

Rhie e Chow (1983) apresentam um método numérico de volumes finitos para a solução das equações de Navier-Stokes em regime permanente bidimensional incompressível, em coordenadas curvilíneas gerais. Este método foi aplicado em escoamentos turbulentos com e sem separação de borda rasteira, utilizando o modelo $k-\varepsilon$ para turbulência. São geradas as coordenadas ajustadas ao domínio para os cálculos. Em vez de malha deslocada, um sistema de malhas co-localizadas é empregado para o cálculo, e uma técnica específica é desenvolvida para suprimir as oscilações de pressão das malhas co-localizadas, técnica que foi amplamente empregada posteriormente, particularmente no presente trabalho. Os resultados dos cálculos são comparados com os dados experimentais disponíveis.

Armaly *et al.* (1983) relatam medições de Laser-Doppler de distribuição de velocidade e de comprimento de reatamento à jusante de um degrau montado em um canal bidimensional. Os resultados são apresentados para escoamentos de ar laminar, transição e turbulento em um intervalo de número Reynolds, $70 < \text{Re} < 8000$. Os resultados experimentais mostram que os diferentes regimes de escoamentos são caracterizados por variações típicas do comprimento de separação, variando com número de Reynolds. As medições de laser-Doppler indicaram não apenas o aparecimento da zona de recirculação primária esperada, mas também mostram outras regiões de recirculação a jusante do degrau e em ambos os lados da seção teste do canal. Estas regiões de separação adicionais não haviam sido previamente relatadas na literatura.

Embora a alta razão de aspecto da secção teste (1:36) procurasse assegurar que o escoamento fosse totalmente desenvolvido e bidimensional, os experimentos mostraram que o escoamento jusante do degrau só permaneceu bidimensional em baixos e altos números de Reynolds; nos valores médios o escoamento foi fortemente afetado pelos efeitos tridimensionais.

O estudo também incluiu previsões numéricas de escoamentos no degrau. Foram resolvidas as equações diferenciais em regime permanentes bidimensionais para a conservação de massa e momentum. Os resultados são divulgados e são comparados com os experimentos para os números de Reynolds nos quais o escoamento manteve a sua bi-dimensionalidade.

Kim e Moin (1984) apresentaram um método numérico para o cálculo tridimensional para escoamentos incompressíveis transiente. O método é baseado em um esquema de passo fracionário, ou tempo de separação, em conjunção com a técnica de fatorização aproximada. É mostrado que o uso de certas condições de contorno para o campo de velocidade intermediário pode levar a soluções numéricas inconsistentes. As condições de contornos adequadas para o campo de velocidade médio são derivadas e testadas. Soluções numéricas para escoamentos dentro de uma cavidade hidrodinâmica e sobre o degrau são apresentados e comparados com dados experimentais e outros resultados numéricos.

Miller e Schmidt (1988) conduziram um estudo detalhado do método de interpolação da pressão-ponderada (PWIM) usando uma malha não deslocada proposta por Rhie e Chow (1983). A sua implementação é descrita no algoritmo SIMPLEC, a fim de obter resultados independentes do fator de relaxação. Comparações dos resultados para dois casos teste, um escoamento em uma cavidade movida a cisalhamento e o outro um escoamento laminar de contração, foram feitas utilizando as malhas deslocada e não deslocada. Foram usados ambos os esquemas diferenciais QUICK e híbrido. O esquema diferencial QUICK com uma malha não deslocada produziu resultados concordando com os dados numéricos e experimentais da literatura. Verificou-se ainda que em regiões de gradientes de pressão variando muito rapidamente, PWIM pode prever velocidades fisicamente não realistas.

Peric *et al.* (1988), apresentam uma comparação detalhada dos dois métodos de solução para volumes finitos para escoamentos incompressíveis bidimensionais, um com malha deslocada e outra com malha numérica co-localizada. O método deslocado é bem conhecido e bem estabelecido, e foi utilizado como um padrão de referência para a abordagem relativamente nova. Três casos testes são considerados, empregando malhas retilíneas ortogonais: escoamento na cavidade com tampa deslizante, degrau, e o escoamento através de um tubo com contração súbita. Os resultados dos cálculos demonstram que a taxa de convergência, a dependência dos parâmetros de sub-relaxação, o esforço computacional, e precisão são quase idênticas para ambos os métodos de solução. O método co-localizado converge mais rápido em alguns casos, e tem vantagens quando extensões como técnicas multimalha e malhas não-ortogonais são consideradas.

Acharya e Moukalled (1989), estenderam método semi-implícito para equações ligadas de pressão algoritmo (SIMPLE) de Rhie e Chow (1983) para problemas de escoamentos em malhas curvilíneas não deslocada, e formularam um algoritmo SIMPLER (SIMPLE-revisado) em malhas curvilíneas não deslocadas. Além disso, formularam um novo algoritmo, SIMPLEM (SIMPLE-modificado). O desempenho desses três algoritmos é analisado através de dois problemas teste (escoamento dirigido em uma cavidade e escoamento em uma expansão súbita). A forma integral da equação da continuidade não é satisfeita na formulação SIMPLE. Na formulação SIMPLER, os resíduos da equação do momento não diminuem para valores baixos aceitáveis. O algoritmo SIMPLEM mostra um bom comportamento de convergência, superior a ambos os algoritmos SIMPLE e

SIMPLER. Com base nestas comparações, o algoritmo SIMPLEM é recomendado para uso em malhas curvilíneas não deslocadas.

Karki *et al*. (1989) investigaram a utilização de um método multimalha com um esquema de discretização melhorado para a solução das equações de escoamento de fluido. O esquema *flux-spline* foi empregado para equações de transporte na convecção-difusão. O algoritmo é baseado na solução acoplada das equações da continuidade e do momentum em conjunto com um método multimalha. Dois problemas testes foram considerados para avaliar o desempenho do procedimento de solução. O esquema *flux-spline* calcula as soluções sem precisar de malha excessivamente fina. O algoritmo de solução mostrou-se robusto e rapidamente convergente.

Segundo Sotiropoulos e Abdallah (1990), o uso de uma malha computacional não-deslocada para soluções numéricas de equações de escoamentos incompressíveis tem muitas vantagens sobre o uso de uma malha deslocada. Uma desvantagem, no entanto, é inerente às aproximações de diferenças finitas das equações governantes em malhas não deslocadas. Nas soluções de variáveis primitivas, a penalidade é que a equação da continuidade discreta não converge para a precisão do computador. Ao invés, converge para uma solução que inclui um termo fonte extra, que é proporcional à derivada de quarta ordem da pressão, ao incremento de tempo, e ao quadrado do espaçamento da malha. Foi desenvolvida uma aproximação que minimiza o erro na equação da continuidade discreta. Os resultados numéricos obtidos para o problema da cavidade dirigida confirmam os desenvolvimentos analíticos apresentados pelos autores.

Shen (1991) realizou uma simulação numérica de escoamento incompressível transiente na cavidade regularizada usando uma aproximação de Chebyshev-Tau para variáveis de espaço. A alta precisão dos métodos espectrais e a distribuição condensada dos pontos Chebyshev-co-localização perto do contorno permitem obter resultados confiáveis para altos números de Reynolds com um número moderado de modos. Verifica-se que o escoamento converge para um estado estacionário para números de Reynolds (Re) até 10.000; para números de Reynolds superiores a um valor crítico $10.000 < Re1 \leq 10.500$ e menor que um outro valor crítico $15000 < Re2 \leq 16000$, o escoamento se torna periódico no tempo, o que indica uma bifurcação de Hopf; o escoamento perde periodicidade de tempo para $Re \geq Re2$.

Em Schumack *et al.* (1991), as equações de Stokes são resolvidas usando métodos espectrais com malhas deslocadas e não deslocadas. São apresentadas inúmeras maneiras de evitar o problema do modo de pressões espúrias, incluindo novas técnicas utilizando o método pseudo-espectral e um método de resolução de forma fraca das equações governantes (uma variação no método "elemento espectral" desenvolvido por Patera). Os métodos pseudo-espectrais utilizando malhas não deslocadas são mais simples de implementar e têm precisão comparável, ou melhor, do que formulações de malhas deslocadas. Três casos teste são apresentados: uma formulação com uma solução exata, uma formulação com condições de contorno homogêneas, e o problema da cavidade hidrodinâmica.

Melaaen (1992) apresentou dois métodos de discretização das equações de conservação tridimensionais em volumes finitos quando se utiliza coordenadas curvilíneas não ortogonais, e ambas coordenadas necessárias e transformações de velocidade são dadas pelo cálculo tensorial. Um dos métodos baseia-se no arranjo da malha não deslocada e usa componentes de velocidade cartesianas como variáveis dependentes nas equações do momentum. A interpolação de Rhie e Chow (1983) é utilizada para obter um bom acoplamento entre a pressão e a velocidade. No outro método, um arranjo da malha deslocada juntamente com as projeções de velocidade covariantes físicas é usado em um sistema de coordenadas fixo localmente. Ambos os métodos são baseados no algoritmo SIMPLE.

Melaaen (1992) comparou dois métodos de volumes finitos para calcular escoamentos dentro de geometrias complexas discretizadas por coordenadas não ortogonais curvilíneas, ambos utilizando o algoritmo SIMPLE. Um método é baseado em uma malha deslocada com projeções de velocidade covariantes como variáveis dependentes nas equações do momentum, e o outro método é baseado em uma malha não deslocada com as componentes de velocidade cartesianas. A comparação indica que os dois métodos produzem resultados com precisão similar após o mesmo número de iterações. O método não deslocado parece tratar melhor malhas altamente distorcidas melhor do que o método deslocado, enquanto que o método deslocado alcança uma solução independente da malha mais rapidamente para escoamento com altos gradientes pressão. No entanto, devido ao arranjo da malha não deslocada ser mais simples, ter o tamanho do programa de computador, a memória e o tempo de cálculo reduzidos, este método é recomendado para o uso de coordenadas não ortogonais curvilíneas.

O artigo de Choi *et al.* (1994) apresenta uma comparação detalhada dos dois métodos de cálculo de volumes finitos para escoamentos incompressíveis em geometrias complexas, um baseado no método da malha deslocada de Maliska e Raithby (1984) (*apud* Choi et.al. ,1994) e o outro baseado no método da malha não-deslocada de Rhie e Chow (1983). Os resultados desses experimentos numéricos mostram que o método baseado na malha deslocada geralmente atinge a solução independente da malha anteriormente. No entanto, ambos os esquemas resultam aproximadamente nas mesmas soluções convergidas quando as malhas numéricas são refinadas devidamente.

Deng *et al.* (1994) discutiram o cálculo do escoamento viscoso tridimensional incompressível. Foi considerado apenas métodos de volumes finitos. Um método consistente fisicamente é apresentado para a reconstrução dos fluxos de velocidades o qual surge das equações discretas do balanço do momentum e da massa CPI (Consistent Physical Interpolation). Este método de fechamento para fluxos permite o uso de uma malha co-localizada nos centros. O método é validado em vários problemas padrões, que incluem escoamento laminar em regime permanente em uma geometria cartesiana bidimensional (cavidade com a tampa deslizante bidimensional) ou malha curvilínea (problema de cilindro circular com Re = 40), e predições de escoamento turbulento transiente tridimensional em uma malha curvilínea (esteira de vórtices após um quadrado com Re = 22.000).

Segundo Hansen e Kelmanson (1994), o problema da cavidade hidrodinâmica, um renomado problema padrão computacional da dinâmica de fluido incompressível, é fisicamente irrealista na medida em que as singularidades de fronteira (onde a tampa se movendo encontra uma parede estacionária) implicam na necessidade de uma força infinita para conduzir o escoamento: o que decorre da análise de I G Taylor do chamado problema *scraper* (raspador). Usando uma formulação de equação integral de contorno (BIE) e empregando uma função de Green adequada, investigaram, na aproximação de Stokes, o efeito da introdução de pequenas "fugas" para substituir as singularidades, tornando assim o problema fisicamente realizável. Observa-se que, quando a espessura do vazamento tende a zero, existe um excelente acordo entre resultados e os resultados de Taylor, justificando assim a utilização das condições de contorno aparentemente irrealizável no problema da cavidade hidrodinâmica.

Lilek e Peric (1995) apresentaram um método de solução em volumes finitos para as equações de Navier-Stokes bidimensionais e equação da energia com discretização de quarta ordem em malhas cartesianas. O método utiliza arranjo variável colocalizado e o acoplamento de velocidade-pressão tipo SIMPLE. As integrais de superfície (convecção e difusão através de fluxos da face do volume controle) são aproximadas pela regra de Simpson e interpolação polinomial, e as integrais de volume (termos fonte) são aproximadas por ajuste de um polinômio de quarta ordem através de nove pontos e integrando-se analiticamente. Aplicações para a solução de um transporte de escalar em um campo de velocidade conhecido e para escoamentos nas cavidades movida por empuxo e com a tampa deslizante mostram precisão superior às dos esquemas de primeira e segunda ordem. A abordagem pode ser facilmente estendida para volumes de controle de forma arbitrária e malhas não estruturadas.

Jessee e Fiveland (1996) atentam para implementar e estender algumas das características mais promissoras de alguns trabalhos prévios, com o objetivo de desenvolver a precisão, a eficiência e a robustez de algoritmos para a solução das equações de Navier-Stokes incompressível em regime permanente, discretizadas usando uma célula co-localizada nos vértices pelo método de volumes finitos. Foram usadas malhas quadrilaterais e hexaédricas para representar geometrias bi e tridimensionais respectivamente. As variáveis dependentes incluem as componentes cartesianas de velocidade e pressão. Fluxos advectivos são calculados utilizando esquemas de alta resolução com um procedimento de correção postergada para manter um estêncil compacto. Este tratamento leva a soluções não-oscilatórias limitadas, mantendo baixa difusão numérica. As equações de massa e de momentum são resolvidas com método da projeção em uma malha não deslocada. O acoplamento dos campos de velocidade e pressão é atingido usando o esquema de interpolação de Rhie e Chow (1983) modificado para fornecer soluções independentes do passo de tempo ou dos fatores de relaxação. Um algoritmo de resolução multi-malha algébrico é utilizado para a solução das equações implícitas linearizadas. Foram analisados e apresentados alguns de casos testes. Os casos de referência padrão incluem a cavidade com a tampa deslizante, o escoamento através de uma expansão gradual e o escoamento laminar em um duto curvo tridimensional. Estas predições são comparadas com os resultados de outros pesquisadores e com cálculos de um algoritmo de volume de controle estruturado, centrado na célula. A sensibilidade dos resultados para o esquema de discretização de advecção é investigada pela aplicação de um número de limitadores de fluxos de alta ordem: os esquemas MINMOD, MUSCL, OSHER, CLAM e SMART. Como esperado, os estudos indicam que os esquemas de alta ordem largamente suavizam os efeitos de difusão dos esquemas de primeira ordem, mas também não revelaram qualquer superioridade clara entre os próprios esquemas de alta ordem no que diz respeito à precisão. É discutido o efeito do procedimento de correção postergada sobre a convergência global.

Guerrero e Cotta (1996) obtiveram resultados padrões para escoamentos no degrau através da técnica da transformada da integral generalizada (GITT). Esta aproximação analítica-numérica híbrida é empregada para as equações de Navier-Stokes incompressível bidimensional em regime permanente em termos de função corrente apenas. Resultados numéricos com controle de precisão global automático são produzidos para valores diferentes de números de Reynolds. Comparações críticas com resultados experimentais relatados anteriormente são realizadas com excelente acordo. Além disso, algumas diferentes abordagens puramente numéricas são validadas, a partir de um levantamento da literatura recente.

Barragy e Carey (1997) apresentaram resultados de um conjunto de cálculos detalhados feitos para o problema da cavidade hidrodinâmica bidimensional em regime permanente. Foi utilizado um esquema de elementos finitos tipo-*p* para formulação vorticidade função corrente, totalmente acoplado, das equações de Navier-Stokes. São usadas as malhas para resolver características do escoamento e minimizar o impacto das singularidades dos cantos. A continuação do incremento no número de Reynolds permite soluções para ser computada para Re = 12.500. Uma característica importante do trabalho é que novos vórtices de canto terciário e quaternário são observadas no campo de escoamentos. As comparações são feitas com outras soluções na literatura.

Botella (1997) apresentou um método de projeção acurado no tempo de terceira ordem para aproximar as equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis. A fim de calcular a pressão não poluída por modos espúrios, foram comparadas duas discretizações espaciais de colocação de Chebyshev, onde a pressão é aproximada pelos polinômios de ordem mais baixa do que para a velocidade. É utilizada apenas uma colocação de malha, e nenhuma condição de contorno para pressão é necessária. O problema de Navier-Stokes é reduzido à solução sucessiva de problemas de Helmholtz para a velocidade e problemas de pseudo-Poisson para a pressão. Estes problemas são resolvidos por métodos diretos. A precisão espacial espectral, e precisão no tempo de terceira ordem, tanto para a velocidade quanto para a pressão, são checados usando uma solução exata. As propriedades da estabilidade são discutidas considerando o escoamento da cavidade regularizado em vários números de Reynolds.

Botella e Peyret (1998) apresentaram soluções altamente precisas para o escoamento na cavidade com a tampa deslizante, calculadas por um método de colocação de Chebyshev. A precisão da solução é obtida utilizando um método de filtragem da descontinuidade por meio de uma expansão assintótica da solução das equações de Navier-Stokes, na proximidade dos cantos, onde a velocidade é descontínua. A comparação crítica com experimentos numéricos antigos confirma alta precisão do método, e são apresentados resultados extensivos para o escoamento em números de Reynolds Re = 1000.

Dormy (1999) propôs um esquema novo para o tratamento da pressão nos cálculos de escoamento incompressível utilizando um arranjo de malha colocalizada. Para evitar oscilações associadas com o estêncil esparso (não compacto), Dormy introduziu um equivalente de quarta ordem compacto deste estêncil e estuda suas vantagens sobre o procedimento de segunda ordem clássico.

Croce *et al.* (2000) apresentaram um algoritmo baseado na pressão para escoamentos incompressíveis. O algoritmo emprega uma discretização em volumes finitos em coordenadas curvilíneas gerais em uma malha não deslocada. Esta aproximação é derivada de um algoritmo de elementos finitos, e é estendida ao contexto volumes finitos/diferenças finitas. O algoritmo pode ser classificado como um método seqüencial como o SIMPLE, e é validado em dois casos teste clássico: a cavidade com a tampa deslizante e problemas de cavidade aquecida diferencialmente. Bons resultados, sem qualquer pressão "tabuleiro de xadrez" são alcançados para números de Reynolds ($\mathrm{Re} = 10^4$) e números de Rayleigh ($Ra = 10^8$), respectivamente.

Kim e Choi (2000) apresentaram um novo método de passo fracionado com precisão no tempo de segunda ordem para resolver as equações de Navier-Stokes incompressíveis e transientes em malhas não estruturadas híbridas. O método da malha não deslocada, originalmente desenvolvido por Rhie e Chow (1983) para regime permanente e estendido por Zang *et al.* (1994) para regime transiente em malhas estruturadas, é empregado neste estudo para satisfazer a conservação de massa em malhas não estruturadas híbridas. A pressão e as componentes de velocidade cartesianas são definidas no centro de cada célula, enquanto as velocidades normais às faces são definidas nos pontos médios da face da célula correspondente. Um esquema de segunda-ordem totalmente implícito é utilizado para a integração no tempo e as equações não lineares resultantes são linearizadas sem perder a precisão do tempo global. Tanto as equações de momentum como a de Poisson são integradas pelo método de volumes finitos e as variáveis de escoamento na face da célula são obtidas através de um esquema de interpolação independente da forma da célula. Este método numérico é aplicado para quatro diferentes problemas padrões e prova ser preciso e eficiente.

Suga *et al*. (2001) avaliou o modelo $k-\varepsilon-A_2$ de equações cúbicas propostos por Craft *et al* (1997) (*apud* Suga *et al*., 2001) em escoamentos turbulentos em três dimensões pertinentes para aplicações de engenharia, especialmente na indústria automobilística. Para os cálculos de escoamentos industriais complexos, um esquema numérico foi desenvolvido utilizando o método de malha não estruturada co-localizada nos vértices. Este esquema trata de uma mistura de células computacionais tetraédricas, piramidais, prismáticas e hexaedrais com alta precisão. Os escoamentos industriais escolhidos são em motor de combustão interna, escoamentos portas-cilindro e escoamentos ao redor de corpo bojudo aerodinâmico. O desempenho do modelo em escoamentos de duto com curva em U e um escoamento em torno de um obstáculo cúbico também é examinado. Estes escoamentos fundamentais incluem características essenciais do escoamento industrial realmente focado. O modelo é geralmente satisfatório. No entanto, o desempenho em 3-D de escoamento de esteira com separação a jusante de um corpo bojudo sugere que o modelo necessita de melhorias.

Shen *et al.* (2003) desenvolveram um esquema SIMPLEC modificado para cálculo de escoamentos com malhas colocalizadas. É demonstrado que o esquema SIMPLEC padrão é inconsistente quando aplicado a malhas colocalizadas. Por isso, para cálculos em regime permanente, a solução calculada depende do parâmetro de sub-relaxação de velocidade, considerando a solução de cálculos transitórios para pequenos passos de tempo são poluídos por ondulações não físicas. Um esquema revisado é proposto que estende a capacidade do método SIMPLEC para fazer face às malhas colocalizadas em uma forma consistente e geral. A eficiência do novo esquema é demonstrada pelo cálculo de escoamento através de um cilindro circular e um aerofólio.

Nonino (2003) apresentou uma técnica simples para estabilização da pressão, consistindo na filtragem das oscilações espúrias da pressão por um nivelamento parcial realizado no início de cada passo de tempo. Usa o método de fatorização para calcular o esquema do passo fracionado, é também mostrado que a técnica proposta implica a introdução implícita de um termo de estabilização na equação da pressão e de outro termo na equação do momentum, que produz um efeito difusivo moderado.

Woodfield, Suzuki e Nakabe (2003) apresentaram uma formulação de volume de controle hexaédrico não estruturado tridimensional centrado nos vértices, e aplicada a um número de casos testes padrão e não padrão envolvendo escoamento incompressível e transferência de calor em baixos números de Reynolds. Toda a formulação numérica, incluindo os termos difusivos, é obtida através de um quadro de coordenadas cartesianas fixo de referência e uma estrutura baseada no contorno, tornando essa abordagem simples de acompanhar e executar. O método funciona muito bem para todos os casos considerados.

Perron (2004) propôs um novo método para resolver as equações de Navier-Stokes para escoamentos viscosos e incompressíveis e transporte de uma quantidade escalar. Este método é baseado em um esquema de passo de tempo fracionário e no método de volumes finitos em malhas não estruturadas. As equações governantes são discretizadas usando o arranjo co-localizado nos centros. As variáveis de solução são armazenadas nos circuncentros das células. São fornecidos resultados teóricos e propriedades numéricas do esquema. Estimativas de escoamentos para a cavidade com tampa deslizante, escoamentos em torno de um cilindro e transporte de calor em um cilindro são realizados para validar o método.

Feria e Rojas (2004) apresentaram um método de diferenças finitas para a solução das equações de Navier-Stokes tridimensionais transitórias para fluido incompressível em escoamentos abertos, onde as condições de contorno de Dirichlet para a pressão são dadas em parte do contorno. As equações em variáveis primitivas $(\vec{v}, p)$ são resolvidas usando o método da projeção em uma malha não deslocada com precisão de segunda ordem no espaço e no tempo. Nas fronteiras de entrada e saída a pressão é obtida a partir do seu valor dado no contorno dessas superfícies utilizando uma equação de Poisson para a pressão na forma bidimensional, o que impõe a condição de incompressibilidade $\nabla \cdot v = 0$. A pressão obtida nessas superfícies é usada como condições de contorno de Dirichlet para equação de Poisson tridimensional dentro do domínio. O requisito solenoidal impõe algumas restrições sobre a escolha das superfícies abertas. No entanto, essas restrições são geralmente encontradas na maioria dos escoamentos de interesse determinado por uma diferença de pressão (ou uma força de corpo), para a qual o método numérico em questão é essencialmente destinado. Para verificar a precisão do método, é aplicado para vários exemplos incluindo o escoamento no degrau e o escoamento dirigido de pressão tridimensional em um tubo circular.

Segundo Guy e Fogelson (2005), os métodos da projeção são uma classe popular de métodos para a resolução das equações de Navier-Stokes incompressível. Se uma malha co-localizada nos centros é escolhida, a fim de se utilizar métodos de alta resolução para os termos advectivos, representar a projeção exatamente é problemático. Uma boa alternativa é usar uma projeção aproximada, em que a velocidade é obrigada a ter divergente nulo discreto apenas aproximado. A estabilidade da malha co-localizada nos centros com projeção aproximada é altamente sensível ao método utilizado para atualizar a pressão e calcular o gradiente de pressão. Isso é demonstrado por meio da análise de um problema modelo e a realização de simulações numéricas das equações de Navier-Stokes.

Segundo Kwak *et al.* (2005), ao longo dos últimos 30 anos, métodos numéricos e ferramentas de simulação para escoamentos incompressíveis têm avançado como um subconjunto da disciplina dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Embora escoamentos incompressíveis sejam encontrados em muitas áreas de engenharia, simulações de escoamento compressível têm sido o principal motivador para desenvolvimento de algoritmos e ferramentas computacionais. Isto é provavelmente devido a requisitos rigorosos para predizer o desempenho aerodinâmico característicos dos veículos de vôo, enquanto dispositivos de escoamentos envolvendo escoamento incompressível ou de baixa velocidade poderia ser razoavelmente bem concebida sem o recurso das simulações numéricas precisas. Como dispositivos de escoamentos são obrigados a serem mais sofisticados e altamente eficientes, ferramentas de CFD tornam-se cada vez mais importante na engenharia de fluidos para escoamentos incompressíveis e de baixa velocidade. O trabalho em questão analisa alguns dos sucessos tornados possíveis por avanços em tecnologias computacionais durante o mesmo período, e discute alguns dos atuais desafios que se colocam no cálculo de escoamentos incompressíveis.

Qu *et al.* (2005) conduziram uma implementação do algoritmo CLEAR em um sistema de malha co-localizado. Foi feita uma discussão sobre o método interoperação do momentum (MIM) para analisar a condição para obter uma única solução convergida que fosse independente do fator de relaxação para escoamento em regime permanente. Seis exemplos numéricos de malhas não deslocadas de escoamento de fluido convectivo-forçados e convecção natural são fornecidos para comparar o desempenho da convergência entre CLEAR e SIMPLER. O método extensão do domínio, amplamente utilizado em malhas deslocadas para lidar com domínios levemente irregulares, é ainda mais refinado para satisfazer a exigência de malhas co-localizadas. Notou-se que em uma malha co-localizada o algoritmo CLEAR pode também reforçar a taxa de convergência, baseado no número de iterações e tempo de CPU consumido, comparado com o algoritmo SIMPLER com similar robustez.

Darbandi e Bostandoost (2005) abordam um grande desafio no tratamento numérico de problemas de escoamento de fluidos incompressíveis é a de suprimir o desacoplamento dos campos de velocidade e pressão. O desafio levou a pesquisa a sugerir e implementar diversas estratégias de acoplamento. Este trabalho apresenta uma nova estratégia que acopla devidamente pressão e velocidade em um arranjo de malha colocalizada. Um fator de suavização é incorporado na expressão de velocidade célula-face, a fim de produzir um amplo intervalo de magnitudes de velocidade. O fator de suavização proporciona uma transição suave de um campo de pressão ziguezague irreal para uma distribuição física aceitável. A formulação estendida é então examinada em um domínio com uma fonte e um vertedouro que representam as descontinuidades da velocidade ou da pressão no domínio. As descontinuidades podem, por sua vez, levar a solução não física se o acoplamento velocidade-pressão for fraco ou inadequado. A investigação mostra que a nova formulação estendida fornece uma abordagem robusta para a solução do problema do desacoplamento.

Guermond (2006) abordada neste trabalho uma série de questões numéricas relacionadas à análise e implementação de métodos de passo fracionário para escoamentos incompressíveis. Esses métodos são freqüentemente referidos na literatura como métodos da projeção, e podem ser classificados em três categorias, métodos de correção de pressão, métodos de correção de velocidade, e os métodos de separação consistentes. Para cada classe de esquemas, resultados de convergência teórica e numérica disponíveis na literatura são revisados e questões abertas são discutidas. Os resultados essenciais são resumidos em uma tabela, que poderia servir como uma referência útil para analistas numéricos e profissionais.

Chénier *et al*. (2006) apresentaram resultados numéricos utilizando um novo esquema de Volumes Finitos em malhas não estruturadas para equações de Navier-Stokes com fluido incompressível. As incógnitas discretas são as componentes da velocidade, da pressão e da temperatura, co-localizadas no centro do volume de controle. O esquema é estabilizado utilizando um método original levando a redistribuições locais de massa fluida, que produz simultaneamente o controle da energia cinética e da convergência do esquema. Diferentes comparações com a literatura (2-D e 3-D- cavidade com tampa deslizante, degrau, cavidade aquecida diferencialmente) permitem avaliar as propriedades numéricas do esquema.

Tsui e Pan (2006) apresentaram um método de correção de pressão para resolver escoamentos viscosos incompressíveis. O desenvolvimento deste método tem como objetivo lidar com as malhas não estruturadas, que são feitas de volumes controle com topologia arbitrária. Para aumentar a robustez do método, todas as variáveis são colocalizadas no centro da célula. O teorema da divergência de Gauss é empregado para discretização, e formas vetoriais são utilizadas em toda a formulação. Desta forma, o método é igualmente aplicável a problemas bi e tridimensionais. Uma abordagem super-relaxada é adotada para a aproximação do fluxo difusivo cruzado para lidar com malhas "inclinadas". Pode ser visto que esta abordagem é equivalente a algumas outras aproximações disponíveis na literatura. No entanto, tal abordagem é mais adequada para cálculos tridimensionais sem causar complicações. Essa abordagem super- relaxada também é empregada na equação de correção da pressão derivada da exigência de condição de continuidade. A maioria dos métodos vigentes simplesmente ignora o termo de derivadas cruzadas da equação da correção-pressão, o que não só causa instabilidade, mas também abranda o ritmo da taxa de convergência se a malha está "inclinada". Este termo de derivadas cruzadas é levado em conta nos cálculos em questão usando um procedimento de correções sucessivas. A aplicação da metodologia para escoamentos na cavidade com a tampa deslizante e difusores mostra que não mais que dois passos correção da pressão são suficientes para obter uma convergência rápida e estável. O método também é aplicado a escoamento tridimensional em um tanque misturado por pás.

Salas (2006) discute as práticas correntes em estudos de convergência de malhas, particularmente no campo de aerodinâmicos externos. São apresentadas as condições necessárias para estabelecer corretamente a convergência da malha. Um modelo teórico e um exemplo numérico são utilizados para demonstrar estas idéias. É mostrado que taxa de convergência anomalamente alta ou baixa pode ser apresentada por outros algoritmos bem-comportados devido a uma utilização imprópria das taxas de refinamento da malha em direções diferentes.

Erturk e Gökçöl (2006) apresentam uma nova formulação compacta de quarta ordem para as equações de Navier-Stokes incompressíveis bidimensionais em regime permanente. A formulação se encontra na mesma forma das equações de Navier-Stokes tal que qualquer método numérico que resolve as equações de Navier-Stokes pode facilmente ser aplicado para esta formulação compacta de quarta ordem. Em particular, neste trabalho, a formulação é resolvida com um método numérico eficaz que requer a solução de sistemas tridiagonais usando uma malha de 601 x 601. Usando esta formulação, o escoamento incompressível 2-D em regime permanente em uma cavidade hidrodinâmica é resolvido até para números de Reynolds com Re = 20000, e precisão espacial de quarta-ordem. Soluções detalhadas são apresentadas.

Bruneau e Saad (2006) realizaram simulações numéricas de escoamento na cavidade com a tampa deslizante bidimensional para uma vasta gama de números de Reynolds. São fornecidos resultados padrões acurados de soluções em regime permanente, bem como para soluções periódicas em torno do número de Reynolds crítico. São dadas numerosas comparações com os resultados disponíveis na literatura. A primeira bifurcação de Hopf está localizada em um estudo do problema linearizado.

Cubero e Fueyo (2007) propuseram uma versão melhorada da abordagem de interpolação do momentum para cálculo das velocidades na face das células em malhas não deslocadas. O procedimento é desenvolvido para escoamentos transientes e tem em conta a inclusão da relaxação. No que diz respeito à integração no tempo, são analisados os esquemas Moulton-Adams, Euler de primeira ordem e Euler de segunda ordem. O procedimento proposto resulta em uma expressão compacta e fácil de implementar, que proporciona o desempenho desejável: oscilações espúrias de pressão são evitadas, soluções convergidas em regime permanentes são independentes do coeficiente de relaxação e tamanho do passo de tempo, e a precisão da discretização não é negativamente afetada.

Neste trabalho, Tu e Aliabadi (2007) relataram o desenvolvimento de um *solver* hibrido implícito das equações de Navier-Stokes incompressíveis. A metodologia é baseada na correção da pressão pelo método da projeção. Uma abordagem de passo fracionário é utilizada para obter um campo velocidade intermediário para resolver as equações de momentum originais com malhas co-localizada nos centros utilizando o método de volumes finitos. A equação de Poisson derivada da aproximação do passo fracionário é resolvida pelo método de elementos finitos Galerkin baseado nos nós para uma variável auxiliar. As variáveis auxiliares estão intimamente relacionadas com a pressão real e são usadas para atualizar os campos de velocidade e de pressão. Armazenaram-se as componentes de velocidade nos centros da célula e a variável auxiliar nos vértices da célula, fazendo este *solver* um esquema de malha deslocada. Exemplos numéricos demonstram o desempenho do esquema híbrido resultante, tais como a taxa de convergência temporal correta para ambas as velocidade e pressão, ausência de camada limite não física de pressão, boa convergência em simulações de regimes permanentes e capacidade de precisão exata de número de Strouhal, arrasto e sustentação no escoamento em torno de um cilindro circular.

Neste artigo, Qu *et al.* (2007) propuseram um algoritmo numérico melhorado chamado SIMPLERM para cálculos de escoamentos de fluidos incompressíveis no sistema de malhas curvilíneas não ortogonais e não deslocadas. No algoritmo proposto, as velocidades contravariantes são escolhidas como as velocidades nas faces das células e as componentes cartesianas como as variáveis primárias. O fator de sub-relaxação de velocidade é incorporado na interpolação do momentum, e é adotado um tratamento especial para evitar a dependência da solução da velocidade ao fator de sub-relaxação. Além disso, uma diferença de pressão $1-\delta$ é introduzida na determinação da velocidade contravariante interfacial. Comparado com outros métodos de implementação existentes da família SIMPLE em malhas não ortogonais e não deslocadas, o algoritmo SIMPLERM pode garantir o acoplamento entre a velocidade e a pressão, independência em relação à sub-relaxação da solução, e satisfação das leis de conservação, alem de possuir robustez suficiente.

Segundo Darwish, Sraj e Moukalled (2007), este artigo trata da formulação, implementação, e teste de um algoritmo de velocidade-pressão totalmente acoplado para a solução de problemas de escoamento laminar incompressível. O forte acoplamento velocidade-pressão é desenvolvido dentro do contexto de uma malha estruturada co-localizada, e os sistemas de equações envolvendo a velocidade e a pressão são resolvidos simultaneamente. As equações do momentum e da pressão são derivadas de uma forma semelhante ao algoritmo SIMPLE segregado, produzindo um conjunto de equações diagonalmente dominante. Um *solver* multimalha algébrico é usado para acelerar a solução do sistema estendido de equações. O desempenho do algoritmo acoplado recém-desenvolvido é avaliado resolvendo três problemas testes mostrando os efeitos do tamanho da malha, inclinação da malha, grandes gradientes de pressão, e grandes termos fonte no comportamento da convergência. Os resultados são apresentados na forma de gráficos do histórico da convergência e tabelas com valores do número máximo de iterações necessárias, o tempo total de CPU, e tempo da CPU por volume de controle. Este último indicador de comportamento mostra-se praticamente independente do tamanho da malha.

Segundo Jin *et al.* (2008), a inconsistência da segunda hipótese dos algoritmos como o SIMPLE é analisada e remediada – é proposta a Técnica Atualização Consistente (algoritmo CUT)-para a velocidade e a pressão. No algoritmo CUT, em cada nível iterativo, a condição de conservação da massa é satisfeita implicitamente ao passo que a equação do momentum é satisfeita explicitamente. Uma equação explícita modificada para a velocidade- é sugerida, e um coeficiente ajustável introduzido. Quatro problemas de transferência de calor e escoamento bidimensional são resolvidos numericamente, ambos pelo algoritmo CUT e SIMPLER nas mesmas outras condições. As comparações de tempo de CPU foram feitas e verificou-se que para os quatro exemplos estudados, a CUT pode, pelo menos, reduzir o tempo de CPU por 15-63% com muito mais robustez.

Sun *et al.* (2008) propôs um procedimento de solução segregado eficiente para escoamento de fluido incompressível e problemas de transferência de calor. O novo algoritmo é chamado IDEAL (Algoritmo Eficiente Iterativo Duplo Interno para Equações Ligadas). No novo algoritmo existem processos duplamente iterativos internos para a equação da pressão, que quase ultrapassa completamente duas aproximações no algoritmo SIMPLE. Assim, o acoplamento entre a velocidade e a pressão é totalmente garantido, aumentando significativamente a taxa de convergência e estabilidade do processo de iteração. A formulação matemática e o procedimento de solução do algoritmo IDEAL são descritos neste artigo. Na parte II, exemplos de aplicações são fornecidos para mostrar as características e viabilidade do novo algoritmo.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

A seguir serão apresentadas as equações governantes para escoamento incompressível isotérmico com viscosidade constante em geometria cartesiana bidimensional. A equação da continuidade reduz-se ao divergente do campo de velocidade nulo:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

As equações do momentum bidimensionais na forma conservativa são:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho u^2\right)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v u)}{\partial y}=\rho g_x-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\rho v^2\right)}{\partial y}=\rho g_y-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \tag{3}$$

As equações acima serão adimensionalizadas como se segue. As coordenadas espaciais x e y são adimensionalizadas com base num comprimento característico L_c, as componentes de velocidade u e v por uma velocidade característica V_c, e o tempo t por $\mathrm{Re}\, L_c / V_c$, onde o número de Reynolds é definido como $\mathrm{Re}=\rho V_c L_c / \mu$:

Por simplicidade as notações das variáveis na forma dimensional foram mantidas para a forma adimensional. A nova pressão P' é a soma da pressão física P e da carga hidrostática $\rho\, g\, z$, adimensionalizada pelo fator $\mu V_c \;/ L_c$, isto é:

$$P' = \frac{P + \rho\, g\, z}{\mu V_c} L_c \tag{4}$$

As equações de Navier-Stokes se tornam:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A_u - \frac{\partial P}{\partial x} \tag{5}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A_v - \frac{\partial P}{\partial y} \tag{6}$$

onde A_u e A_v representam os fluxos líquidos viscosos e advectivos combinados dos componentes do momento em x e y respectivamente, na forma conservativa:

$$A_u = \mathrm{Re}\frac{\partial\left(u^2\right)}{\partial x} + \mathrm{Re}\frac{\partial\left(vu\right)}{\partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{7}$$

$$A_v = \mathrm{Re}\frac{\partial\left(v^2\right)}{\partial y} + \mathrm{Re}\frac{\partial\left(uv\right)}{\partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \tag{8}$$

3.1) Estruturas de malhas e equações diferenciais

A Figura 1 apresenta as estruturadas de malhas e os respectivos volumes de controle de continuidade. A linha sólida representa os locais associados aos índices inteiros na notação abaixo:

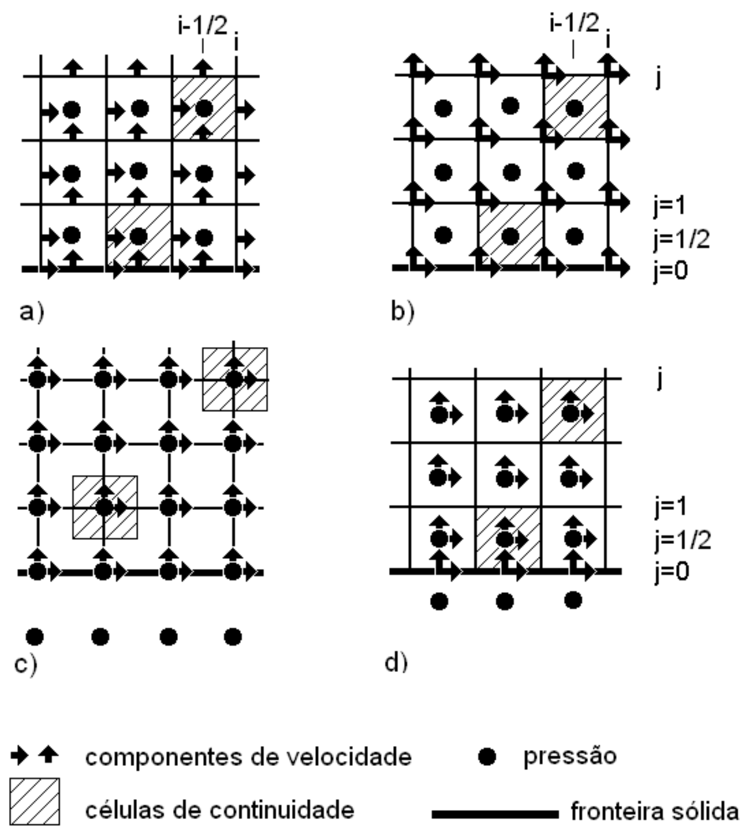


Figura 1 – Estruturas de malhas para a solução do problema de Navier-Stokes em variáveis primitivas: a) deslocada tipo MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

Na malha deslocada MAC, Fig. 1, a pressão é localizada no centro do volume de controle e cada componente de velocidade nas faces dos volumes. Um dos componentes de momentum vizinho à fronteira sólida é necessariamente irregular. A fim de preencher inteiramente o domínio com volumes de controle, a componente do momento paralela à fronteira sólida deve ser irregularmente espaçada, e a componente de momento normal pode ser regularmente espaçada.

A integração explícita no tempo empregada por Harlow e Welsh (1965) para estrutura de malha deslocada MAC será brevemente relembrada, e estendida para outras malhas. Nesta malha, a continuidade é expressa como:

$$D^n_{i-1/2,\,j-1/2} = \frac{u^n_{i,\,j-1/2} - u^n_{i-1,\,j-1/2}}{\Delta x} + \frac{v^n_{i-1/2,\,j} - v^n_{i-1/2,\,j-1}}{\Delta y} = 0 \tag{9}$$

e similarmente para o instante n+1.

As equações de conservação de momentum são discretizadas explicitamente no tempo como:

$$\frac{u^{n+1}_{i,\,j-1/2} - u^n_{i,\,j-1/2}}{\Delta t} = {A_u}^n_{i,\,j-1/2} - \frac{P^n_{i+1/2,\,j-1/2} - P^n_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta x} \tag{10}$$

$$\frac{v^{n+1}_{i-1/2,\,j} - v^n_{i-1/2,\,j}}{\Delta t} = {A_v}^n_{i-1/2,\,j} - \frac{P^n_{i-1/2,\,j+1/2} - P^n_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta y} \tag{11}$$

A equação da pressão é obtida a partir das equações acima discretizadas, como se segue: aplica-se a Eq. (10) para os nós $(i,\, j-1/2)$ e $(i-1,\, j-1/2)$, subtrai-se a última da primeira e divide-se por Δx; aplica-se a Eq. (11) para os nós $(i-1/2,\, j)$ e $(i-1/2,\, j-1)$, subtrai-se a segunda da primeira e divide-se por Δy; soma-se ambos os resultados e rearranja-se para obter:

$$\begin{aligned} &\frac{P^n_{i+1/2,\,j-1/2} - 2P^n_{i-1/2,\,j-1/2} + P^n_{i-3/2,\,j-1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{P^n_{i-1/2,\,j+1/2} - 2P^n_{i-1/2,\,j-1/2} + P^n_{i-1/2,\,j-3/2}}{(\Delta y)^2} = \\ &\frac{{A_u}^n_{i,\,j-1/2} - {A_u}^n_{i-1,\,j-1/2}}{\Delta x} + \frac{{A_v}^n_{i-1/2,\,j} - {A_v}^n_{i-1/2,\,j-1}}{\Delta y} - \frac{D^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2} - D^n_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta t} \end{aligned} \tag{12}$$

A equação da pressão para o volume de controle adjacente a uma parede sólida, por exemplo ao redor do nó (i-1/2,1/2), é fechada simplesmente retendo os valores prescritos no contorno $v^{n}_{i-1/2,0}$ e $v^{n+1}_{i-1/2,0}$ nos termos de dilatação, ao invés de aplicar a Eq. (11) para o nó da fronteira. Ao se fazer isto, todos os nós de pressão serão internos ao domínio e nenhuma condição explícita de pressão no contorno será necessária.

Cada iteração começa pela solução da Eq. (12) para obter o campo de pressão no instante n, então se usa as Eqs. (10) e (11) para calcular explicitamente as velocidades no instante $n+1$. Na solução da Eq. (12), o termo de dilatação $D^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2}$ é igualado à zero para satisfazer a equação de continuidade. Entretanto, por causa da precisão aritmética limitada ou por causa de iterações insuficientes na solução Eq. (12), existe um termo de dilatação residual $-D^{n}_{i-1/2,\,j-1/2}\big/\Delta t$, que é calculado de acordo com a Eq. (9), ficando como um termo fonte na Eq. (12) que continuamente reduz o próprio resíduo da dilatação. No resultado convergido, tal termo fonte tende a anular-se, não introduzindo nenhum problema de consistência no método.

Na malha semi-deslocada, Fig. 1-b), a pressão é localizada no centro do volume de controle e ambas componentes de velocidade são co-localizadas em seus vértices. Preencher completamente um domínio retangular com volumes de controle contínuos automaticamente garante malhas regularmente espaçadas para ambas componentes de momentum. O divergente da velocidade é:

$$D^{n}_{i-1/2,\,j-1/2} = \frac{u^{n}_{i,\,j} + u^{n}_{i,\,j-1} - u^{n}_{i-1,\,j} - u^{n}_{i-1,\,j-1}}{2\,\Delta x} + \frac{v^{n}_{i,\,j} + v^{n}_{i-1,\,j} - v^{n}_{i,\,j-1} - v^{n}_{i-1,\,j-1}}{2\,\Delta y} = 0 \qquad (13)$$

As equações de conservação de momento são discretizadas explicitamente no tempo na forma:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1}-u_{i,j}^{n}}{\Delta t}=A_{u\ i,j}^{\ n}-\frac{P_{i+1/2,\,j-1/2}^{n}+P_{i+1/2,\,j+1/2}^{n}-P_{i-1/2,\,j-1/2}^{n}-P_{i-1/2,\,j+1/2}^{n}}{2\Delta x} \tag{14}$$

$$\frac{v_{i,j}^{n+1}-v_{i,j}^{n}}{\Delta t}=A_{v\ i,j}^{\ n}-\frac{P_{i+1/2,\,j+1/2}^{n}+P_{i-1/2,\,j+1/2}^{n}-P_{i+1/2,\,j-1/2}^{n}-P_{i-1/2,\,j-1/2}^{n}}{2\Delta y} \tag{15}$$

Tomando o divergente numérico da equação vetorial dado pelas Equações (14)-(15) por analogia com o divergente da velocidade na Eq. (13), a equação Poisson de pressão resultante é:

$$\begin{aligned}
&-\left(\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}\right)P_{i-1/2,\,j-1/2}^{n}+\\
&\left(\frac{0.25}{(\Delta x)^2}+\frac{0.25}{(\Delta y)^2}\right)\left(P_{i-3/2,\,j+1/2}^{n}+P_{i+1/2,\,j-3/2}^{n}+P_{i+1/2,\,j+1/2}^{n}+P_{i-3/2,\,j-3/2}^{n}\right)+\\
&+\left(\frac{0.5}{(\Delta x)^2}-\frac{0.5}{(\Delta y)^2}\right)\left(P_{i+1/2,\,j-1/2}^{n}+P_{i-3/2,\,j-1/2}^{n}-P_{i-1/2,\,j+1/2}^{n}-P_{i-1/2,\,j-3/2}^{n}\right)=\\
&=\frac{A_{u\ i,j}^{\ n}+A_{u\ i,j-1}^{\ n}-A_{u\ i-1,j}^{\ n}-A_{u\ i-1,j-1}^{\ n}}{2\,\Delta x}+\frac{A_{v\ i,j}^{\ n}+A_{v\ i-1,j}^{\ n}-A_{v\ i,j-1}^{\ n}-A_{v\ i-1,j-1}^{\ n}}{2\,\Delta y}-\\
&\frac{D_{i-1/2,\,j-1/2}^{n+1}-D_{i-1/2,\,j-1/2}^{n}}{\Delta t}
\end{aligned} \tag{16}$$

Como anteriormente, $D_{i-1/2,\,j-1/2}^{n+1}$ é igualado a zero e $D_{i-1/2,\,j-1/2}^{n}$ é calculado como a Eq. (13). A equação da pressão (16) geralmente não é diagonalmente dominante, exceto no caso $\Delta x=\Delta y$, no qual os coeficientes de influência dos nós $\left(i-1/2\pm1\,,\ j-1/2\right)$ e $\left(i-1/2\,,\ j-1/2\pm1\right)$ desaparecem de modo que o nó central $\left(i-1/2\,,\ j-1/2\right)$ torna-se dependente dos nós $\left(i-1/2\pm1\,,\ j-1/2\pm1\right)$ e $\left(i-1/2\pm1\,,\ j-1/2\mp1\right)$.

Analogamente à malha MAC, o sistema de equações de pressão é fechado usando a velocidade imposta nas fronteiras na vizinhança dos volumes de controle. Portanto, todos os nós de pressão são internos ao domínio e não é necessária nenhuma condição de contorno de pressão explicita.

A seguir tem-se um exemplo da equação discretizada na parede sólida da face de baixo.

$$\frac{D^{n+1}_{i-1/2,j-1/2}-D^{n}_{i-1/2,j-1/2}}{\Delta t}=(\frac{u^{n+1}_{i,1}+u^{n+1}_{i,0}-u^{n+1}_{i-1,1}-u^{n+1}_{i-1,0}}{2\Delta x}+\frac{v^{n+1}_{i,1}+v^{n+1}_{i-1,1}-v^{n+1}_{i,0}-v^{n+1}_{i-1,0}}{2\Delta y}-\frac{u^{n}_{i,1}+u^{n}_{i,0}-u^{n}_{i-1,1}-u^{n}_{i-1,0}}{2\Delta x}-\frac{v^{n}_{i,1}+v^{n}_{i-1,1}-v^{n}_{i,0}-v^{n}_{i-1,0}}{2\Delta y})/\Delta t \tag{17}$$

Para os nós internos têm-se as Equações (18) e (19). Para o ponto (i,1), por exemplo,

$$\frac{u^{n+1}_{i,1}-u^{n}_{i,1}}{\Delta t}=A_{u\ i,1}^{\ n}-\frac{P^{n}_{i+1/2,1/2}+P^{n}_{i+1/2,3/2}-P^{n}_{i-1/2,1/2}-P^{n}_{i-1/2,3/2}}{\Delta x} \tag{18}$$

$$\frac{v^{n+1}_{i,1}-v^{n}_{i,1}}{\Delta t}=A_{v\ i,1}^{\ n}-\frac{P^{n}_{i+1/2,3/2}+P^{n}_{i-1/2,3/2}-P^{n}_{i+1/2,1/2}-P^{n}_{i-1/2,1/2}}{\Delta y} \tag{19}$$

E analogamente para o ponto (i-1,1). Soma-se cada termo gerando a Equação (20):

$$\begin{aligned}&-\left(\frac{0,25}{(\Delta x)^2}-\frac{0,25}{(\Delta y)^2}\right)\left(P^{n}_{i+1/2,1/2}-P^{n}_{i-3/2,1/2}\right)-\left(\frac{0,25}{(\Delta x)^2}+\frac{0,25}{(\Delta y)^2}\right)\left(P^{n}_{i+1/2,3/2}-P^{n}_{i-3/2,3/2}\right)+\\&\left(\frac{0,5}{(\Delta x)^2}+\frac{0,5}{(\Delta y)^2}\right)P^{n}_{i-1/2,1/2}+\left(\frac{0,5}{(\Delta x)^2}-\frac{0,5}{(\Delta y)^2}\right)P^{n}_{i-1/2,3/2}=\\&-\frac{0,5}{\Delta x}\left(\frac{u^{n+1}_{i,o}-u^{n}_{i,0}}{\Delta t}-\frac{u^{n+1}_{i-1,o}-u^{n}_{i-1,0}}{\Delta t}\right)+\frac{0,5}{\Delta y}\left(\frac{v^{n+1}_{i,o}-v^{n}_{i,0}}{\Delta t}-\frac{v^{n+1}_{i-1,o}-v^{n}_{i-1,0}}{\Delta t}\right)\\&-\frac{A_{v\ i,j}^{\ n}-A_{v\ i-1,j}^{\ n}}{2\Delta y}-\frac{A_{u\ i,j}^{\ n}-A_{u\ i-1,j}^{\ n}}{2\Delta x}-\frac{D^{n+1}_{i-1/2,j-1/2}-D^{n}_{i-1/2,j-1/2}}{\Delta t}\end{aligned} \tag{20}$$

onde os dois primeiros termos depois do sinal de igual são nulos, assim como $D^{n+1}_{i-1/2,j-1/2}$.

Para os nós das fronteiras, onde a velocidade u não varia, tal como (i,0), têm-se as equações (21) e (22).

$$\frac{u_{i,0}^{n+1} - u_{i,0}^{n}}{\Delta t} = 0 \tag{21}$$

$$\frac{v_{i,0}^{n+1} - v_{i,0}^{n}}{\Delta t} = 0 \tag{22}$$

E analogamente para o ponto (i-1,0).

As malhas co-localizadas nos centros das células e nos vértices são mostradas nas figuras 1-c) e 1-d) respectivamente. (Venkatakhrishnan, 1996) discute as implicações desta escolha entre as malhas co-localizadas com células triangulares em problemas bidimensionais, e células tetraédricas em problemas tridimensionais, nos quais o número de células é muito maior do que no número de vértices. Contrariamente, na malha estruturada, o número de células e vértices tendem a igualar-se. As relações entre os nós internos são idênticas para ambas as opções, a qual difere somente com relação aos nós perto dos contornos, como se segue. A malha co-localizada nos vértices permite que as componentes da velocidade perto dos contornos sejam regularmente espaçadas, mas a continuidade não pode ser imposta nas metades de célula adjacentes às fronteiras sólidas. A malha co-localizada no centro permite que o domínio seja totalmente preenchido com volumes de controle de continuidade, mas seus nós de velocidade são espaçados irregularmente perto dos contornos.

Para malha co-localizada nos centros (Fig. 1-d), a equação da continuidade é:

$$D_{i,j}^{n} = \frac{u_{i+1/2,\,j-1/2}^{n} - u_{i-3/2,\,j-1/2}^{n}}{2\,\Delta x} + \frac{v_{i-1/2,\,j+1/2}^{n} - v_{i-1/2,\,j-3/2}^{n}}{2\,\Delta y} = 0 \tag{23}$$

As equações de conservação de momentum discretizadas são:

$$\frac{u^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2} - u^{n}_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta t} = A_{u\ \ i-1/2,\,j-1/2}^{\ \ n} - \frac{P^{n}_{i+1/2,\,j-1/2} - P^{n}_{i-3/2,\,j-1/2}}{2\Delta x} \tag{24}$$

$$\frac{v^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2} - v^{n}_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta t} = A_{v\ \ i-1/2,\,j-1/2}^{\ \ n} - \frac{P^{n}_{i-1/2,\,j+1/2} - P^{n}_{i-1/2,\,j-3/2}}{2\Delta y} \tag{25}$$

Tomando o divergente numérico da equação do vetor (24)-(25) por analogia com o divergente da velocidade na Eq. (23), a equação Poisson de pressão resultante é:

$$\begin{aligned}&\frac{P^{n}_{i+3/2,\,j-1/2} - 2P^{n}_{i-1/2,\,j-1/2} + P^{n}_{i-5/2,\,j-1/2}}{4\left(\Delta x\right)^{2}} + \frac{P^{n}_{i-1/2,\,j+3/2} - 2P^{n}_{i-1/2,\,j-1/2} + P^{n}_{i-1/2,\,j-5/2}}{4\left(\Delta y\right)^{2}} = \\ &\frac{A_{u\ \ i+1/2,\,j-1/2} - A_{u\ \ i-3/2,\,j-1/2}}{2\ \Delta x} + \frac{A_{v\ \ i-1/2,\,j+1/2} - A_{v\ \ i-1/2,\,j-3/2}}{2\ \Delta y} - \frac{D^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2} - D^{n}_{i-1/2,\,j-1/2}}{\Delta t}\end{aligned} \tag{26}$$

onde novamente $D^{n+1}_{i-1/2,\,j-1/2}$ é zerado e $D^{n}_{i-1/2,\,j-1/2}$ é calculado como (23).

O caso colocalizado nos vértices (Fig. 1-c) pode ser considerado pela substituição dos índices $i-1/2$ e $j-1/2$ das equações (23) a (26) por i e j respectivamente, e assim por diante para os outros índices, como mostrado a seguir:

$$D^{n}_{i,\,j} = \frac{u^{n}_{i+1,\,j} - u^{n}_{i-1,\,j}}{2\ \Delta x} + \frac{v^{n}_{i,\,j+1} - v^{n}_{i,\,j-1}}{2\ \Delta y} \tag{27}$$

As equações de conservação de momentum discretizadas são:

$$\frac{u^{n+1}_{i,\,j} - u^{n}_{i,\,j}}{\Delta t} = A_{u\ \ i,\,j}^{\ \ n} - \frac{P^{n}_{i+1,\,j} - P^{n}_{i-1,\,j}}{2\Delta x} \tag{28}$$

$$\frac{v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^{n}}{\Delta t} = A_{v\ i,j}^{\ n} - \frac{P_{i,j+1}^{n} - P_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \tag{29}$$

Tomando o divergente numérico da equação do vetor (28)-(29) por analogia com o divergente da velocidade na Eq. (27), a equação Poisson de pressão resultante é:

$$\begin{aligned} &\frac{P_{i+2,j}^{n} - 2P_{i,j}^{n} + P_{i-2,j}^{n}}{4(\Delta x)^2} + \frac{P_{i,j+2}^{n} - 2P_{i,j}^{n} + P_{i,j-2}^{n}}{4(\Delta y)^2} = \\ &= \frac{A_{u\ i+1,j} - A_{u\ i-1,j}}{2\ \Delta x} + \frac{A_{v\ i,j+1} - A_{v\ i,j-1}}{2\ \Delta y} - \frac{D_{i,j}^{n+1} - D_{i,j}^{n}}{\Delta t} \end{aligned} \tag{30}$$

Para o fechamento do sistema de equações em ambas as malhas co-localizadas, devido ao duplo intervalo de diferenciação, os nós de pressão fantasmas são incluídos no sistema de equações de pressão, como indicado na Figs. 1-c) e 1-d), de modo que duas linhas de valores de pressão na região do contorno requerem tratamento especial. É necessário empregar a velocidade de contorno especificada em vez da respectiva equação do momentum, mas o fechamento exige também uma condição de contorno explícita para a pressão. No caso de uma parede horizontal, por exemplo, uma condição de contorno consistente é obtida das equações (6) e (8) como:

$$\left.\frac{\partial P}{\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right|_{y=0} \tag{31}$$

Há muitas maneiras de determinar a derivada segunda da velocidade, de acordo com o número de nós internos empregados no polinômio de interpolação para v, e conforme a equação da continuidade (1) seja usada ou não para fixar a derivada primeira de tal polinômio em y = 0. Maiores informações estão nos trabalhos de Figueiredo e Oliveira (2009b). No presente trabalho, a menos que haja especificação ao contrário, esta relação da continuidade é usada junto com dois nós internos para fornecer uma representação formalmente de segunda ordem da derivada segunda. Em todos os casos, a derivada da pressão normal ao contorno é usada para relacionar os nós de pressão fantasma aos nós internos simétricos pela derivada central.

Esta consideração é suficiente para a malha co-localizada nos centros, mas não para os nós de pressão nos contornos da malha co-localizada nos vértices. Neste caso, o fechamento de segunda ordem do sistema de equações para a pressão é realizado pela discretização da equação de Poisson contínua para a pressão e sua aplicação para os nós de pressão do contorno:

$$\frac{P_{i+1,0}^{n}-2P_{i,0}^{n}+P_{i-1,0}^{n}}{(\Delta x)^{2}}+\frac{P_{i,1}^{n}-2P_{i,0j}^{n}+P_{i,-1}^{n}}{(\Delta y)^{2}}=2\left(\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{y=0}\right)^{2} \tag{32}$$

junto com a Eq. (31). O termo não homogêneo da Eq. (32) é normalmente nulo nos contornos, exceto na tampa da forma regularizada do problema da cavidade, onde pode ser facilmente calculado.

A Figura 2 retrata o estêncil numérico para a pressão de três estruturas de malhas no caso $\Delta x = \Delta y$.

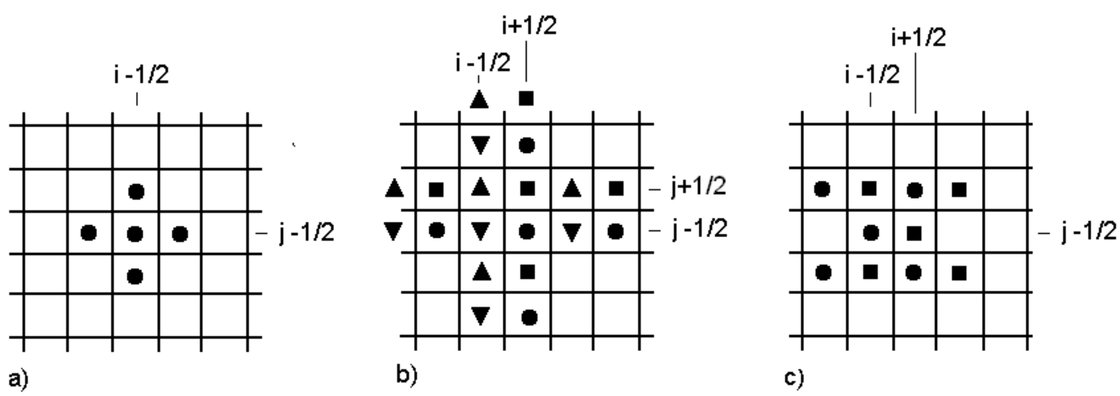


Figura 2 - Estêncil numérico para a equação de Poisson para a pressão na malha quadrada. a) deslocada do tipo MAC, b) co-localizada nos centros, c) semi-deslocada.

Na malha deslocada MAC (caso a) o nó $(i-1/2\,,\,j-1/2)$ é dependente exclusivamente de seus vizinhos imediatos $(i-1/2\pm 1\,,\,j-1/2)$ e $(i-1/2\,,\,j-1/2\pm 1)$, os quais são analogamente ligados aos seus vizinhos imediatos etc., formando assim um único campo de pressão, fortemente acoplado.

Na malha co-localizada nos centros (caso b), o estêncil centrado no nó $(i-1/2\,,\ j-1/2)$ é dependente dos nós distantes $(i-1/2\pm 2\,,\ j-1/2)$ e $(i-1/2\,,\ j-1/2\pm 2)$. Os estênceis centrados nos nós $(i-1/2\,,\ j-1/2)$, $(i-1/2\,,\ j+1/2)$, $(i+1/2\,,\ j-1/2)$ e $(i+1/2\,,\ j+1/2)$ não têm nenhuma relação direta entre si, de modo que são formadas quatro redes desacopladas de nós de pressão. O caso colocalizado nos vértices é análogo, com um deslocamento de $+1/2$ em ambos índices i e j.

Na malha quadrada semi-deslocada (caso c), o nó $(i-1/2\,,\ j-1/2)$ é dependente dos nós diagonais $(i-1/2\pm 1\,,\ j-1/2\pm 1)$, e é desacoplado do estêncil centrado no nó $(i+1/2\,,\ j-1/2)$.

O desacoplamento entre as células vizinhas nas malhas co-localizada e semi-deslocada permite formar um campo de pressão com oscilações não realistas. Tais campos de pressão não realistas estão possivelmente por trás da concepção de que a pressão em uma simulação com fluxo incompressível é apenas uma restrição Lagrangiana que impõe a continuidade, sendo não necessariamente relacionada à pressão física. Esta consideração é possivelmente a razão para usar condições de contorno alternativas como, por exemplo, a forma homogênea da Eq. (31) (Sani *et al.*, 2006).

A interpolação de momentum devida a Rhie e Chow (1983) imita a malha deslocada dentro da estrutura co-localizada. Por exemplo, a componente de momentum ${A_u}^n_{i,\,j-1/2}$ que seria exigida pela malha MAC é aproximada em uma malha co-localizada nos centros por $0.5({A_u}^n_{i-1/2,\,j-1/2}+{A_u}^n_{i+1/2,\,j-1/2})$. A mesma abordagem é aplicada ao resíduo do divergente de velocidade. Este procedimento gera uma equação Poisson de pressão cujos lados direito e esquerdo coincidem respectivamente com o lado esquerdo da Eq. (12) e o lado direito da Eq. (26). Condições de contorno explicitas para a pressão já não são necessárias.

Para a malha semi-deslocada, analogamente, a componente de momentum $A_{u\ i,j-1/2}^{\ n}$ da malha MAC pode ser aproximada como $0.5(A_{u\ i,j}^{\ n} + A_{u\ i,j-1}^{\ n})$. A equação de Poisson combina o lado esquerdo da Eq. (12) com o lado direito da Eq. (16). Esta malha continua não exigindo nenhuma condição de contorno.

Para a malha co-localizada nos vértices a aproximação de Rhie e Chow (1983) não é igualmente simples porque os nós de pressão são deslocados por metade do espaçamento em ambas direções com relação à malha MAC. Também, as condições de contorno de pressão explicitas ainda são necessárias para lidar com os nós de pressão nos contornos. Para este caso, em vez do procedimento de Rhie e Chow (1983), o campo de pressão oscilatório é suavizado no presente trabalho simplesmente assumindo no centro da célula o valor da média aritmética entre os valores da pressão dos quatro vértices. Tanto a interpolação de Rhie e Chow (1983) como a media simples são usadas como pós processamento, exclusivamente para obtenção de um campo de pressão aceitável fisicamente, sem perturbar o campo de velocidade numericamente solenoidal.

3.2) Esquemas de discretização UNIFAES para Volumes Finitos

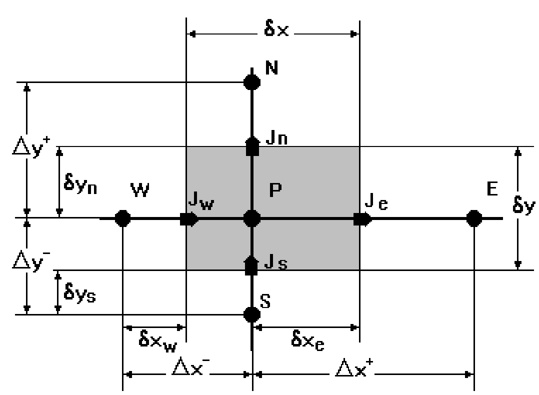


Figura 3 - Volume de controle com a notação usada.

A seguir apresenta-se resumidamente os esquemas de discretização central, exponencial e UNIFAES. Detalhes algébricos da derivação deste último esquema encontram-se em Figueiredo (1997) e Figueiredo e Llagostera (1999). As equações de transporte da quantidade de movimento Eq. (5, 6, 7 e 8) podem ser escritas de forma genérica:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + A_\phi = S \tag{33}$$

onde A_ϕ é dado pela equação (34)

$$A_\phi = \mathrm{Re}\frac{\partial\,(u\,\phi)}{\partial\,x} + \mathrm{Re}\frac{\partial\,(v\phi)}{\partial\,y} - \frac{\partial^2\phi}{\partial\,x^2} - \frac{\partial^2\phi}{\partial\,y^2} \tag{34}$$

A Figura 3 reproduz um volume de controle retangular com a notação usual de Volumes Finitos, mostrando os fluxos viscoso-advectivos localizados na intersecção das coordenadas e as faces da célula.

O fluxo líquido combinado é integrado no volume da célula v e é transformado, com o recurso do teorema da divergência, na integral do fluxo viscoso-advectivo $\vec{J}$ na superfície da célula. Esta integral é numericamente aproximada pelo somatório dos fluxos J_e, J_n etc. multiplicados pela respectiva área da face da célula:

$$\iiint_\upsilon A_\phi d\upsilon = \iint_s \vec{J}\,.\,d\vec{s} \cong J_e\,.\,\delta y - J_w\,.\,\delta y + J_n\,.\,\delta x - J_s\,.\,\delta x \tag{35}$$

onde se assume comprimento unitário na direção perpendicular ao plano, e onde

$$J_e = \mathrm{Re}\,u_e\,\phi_e - \left.\frac{d\phi}{dx}\right|_e \tag{36}$$

e similarmente para outros fluxos.

Cada esquema de Volumes Finitos é caracterizado pela curva interpolante usada para fixar ϕ_e e $\partial\phi/\partial x|_e$ para calcular o fluxo J_e. Para o esquema central, por exemplo, usa-se interpolação linear, resultando:

$$J_e = \mathrm{Re}\, u_e \frac{\left(\Delta x^+ - \delta x_e\right)\phi_E + \delta x_e\, \phi_P}{\Delta x^+} - \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x^+} \tag{37}$$

A maioria dos esquemas de tipo exponencial usa como curva interpolante a solução exata da equação unidimensional:

$$\mathrm{Re}\, u_e \frac{d\phi}{dx} - \frac{d^2\phi}{dx^2} = K_e \tag{38}$$

A Equação geradora (38) aproxima os termos advectivo e difusivo dados na Eq. (36) assumindo a velocidade u_e localmente como constante e localizada na face e da célula, assim como o termo não homogêneo K_e, o qual representa todos os termos da equação original de momento, Eqs. (2 e 3), que não estão inclusos explicitamente na Equação geradora (38), isto é, os fluxos advectivos e difusivos cruzados, termos transientes, gradiente de pressão e outros eventuais termos fonte. A solução geral da Eq. (38) é:

$$\phi = C_1 + C_2 \exp(\mathrm{Re}\, u_e\, x) + \frac{K_e}{\mathrm{Re}\, u_e} x \tag{39}$$

Os vários esquemas exponenciais para Volumes Finitos diferem uns dos outros na determinação de K_e. De fato, o esquema exponencial simples (Spalding, 1972b; Raithby e Torrance, 1974; Patankar, 1980) assume K nulo, perdendo muito da similaridade entre as equações geradora e original. Assumindo que este possa ser calculado de alguma forma, as constantes C_1 e C_2 são determinadas por ajuste da curva (39) aos nós P e E. Os valores de

ϕ_e e $\partial\phi/\partial x|_e$ são então calculados e substituídos na Eq. (36) para determinar o fluxo J_e. Repetindo o procedimento para os outros fluxos e substituindo na Eq. (35) obtêm-se:

$$\iint_{\upsilon} A_{\phi} d\upsilon \cong a_E(\phi_E - \phi_P) + a_W(\phi_W - \phi_P) + a_N(\phi_N - \phi_P) + a_s(\phi_S - \phi_{PS}) - \psi \tag{40}$$

onde

$$a_{E/W} = \pi\,(\pm p_{e/w})\frac{\delta y}{\Delta x^{\pm}} \tag{41}$$

$$a_{N/S} = \pi\,(\pm p_{n/s})\frac{\delta y}{\Delta x^{\pm}} \tag{42}$$

$$p_{e/w} \quad = \quad \mathrm{Re}\; u_{e/w}\,\Delta x^{\pm} \tag{43}$$

$$p_{n/s} \quad = \quad \mathrm{Re}\; v_{n/s}\,\Delta y^{\pm} \tag{44}$$

$$\pi(p) = \frac{p}{\exp(p) - 1} \tag{45}$$

$$\psi = \left[K_e \Delta x^{+} \chi\,(p_e) - K_w \Delta x^{-} \chi\,(p_w)\right]\delta y + \left[K_n \Delta y^{+} \chi\,(p_n) - K_s \Delta y^{-} \chi\,(p_s)\right]\delta x \tag{46}$$

$$\chi(p) = \frac{\pi(p) - 1}{p} + R \tag{47}$$

$$R = \frac{\delta x_{e/w}}{\Delta x^{\pm}} \quad or \quad \frac{\delta y_{n/s}}{\Delta y^{\pm}} \tag{48}$$

A determinação do termo não homogêneo K da equação geradora não é trivial no contexto de Volumes Finitos. Como já dito, o esquema exponencial simples (Spalding, 1972b; Raithby e Torrance, 1974; Patankar, 1980) assume K nulo, perdendo muito da similaridade entre as equações geradora e original. Desta forma, para o esquema exponencial simples, o termo ψ anula-se e a função χ é irrelevante.

O esquema central também pode ser descrito pelo mesmo conjunto reduzido de equações (38) a (42) fazendo $\pi(p) = 1 - p/2$.

O primeiro esquema de Volume Finito tipo exponencial a incluir o termo K foi o Esquema de Diferenciação Localmente Analítico (Locally Analytic Differencing Scheme), LOADS (Wong e Raithby, 1979; Prakash, 1984), no qual K_e é calculado por comparação da equação geradora (35) com as equações originais (7 e 8), isto é, através de estimativas dos fluxos cruzados, termos fontes e transitórios. Procedimentos análogos são empregados no algoritmo SIMPLEN por Thiart (1990) e nos esquemas WUDS-E e FIC por Ulson de Souza (*apud* Maliska, 1995).

O segundo esquema para Volumes Finitos que incluiu o termo K foi o esquema Flux-Spline (Varejão, 1979; Karki *et al.*,1989), o qual calcula K por meio de um procedimento iterativo que tende a tornar os perfis de fluxo contínuos através de todo o campo.

O terceiro esquema para equações gerais não-homogêneas foi chamado Esquema Tipo Exponencial por Abordagens Finitas Unificadas (Unified Finite Approaches Exponential-type Scheme), UNIFAES, porque a informação sobre K requerida pelo tratamento de Volumes Finitos é provida pelo procedimento de Diferenças Finitas de Allen que leva ao esquema Allen e Southwell (1955).

Este primeiro esquema exponencial calcula o análogo dos fluxos advectivo e difusivo líquidos na forma não conservativa empregando a curva interpolante obtida como solução exata para a equação geral análoga à Eq. (38), mas centrada no ponto P:

$$\mathrm{Re}\, u_p \frac{d\phi}{dx} - \frac{d^2\phi}{dx^2} = K_p \tag{49}$$

A curva interpolante resultante é análoga a Eq. (39), trocando o índice e por P.

$$\phi \;=\; C_1 \;+\; C_2 \exp(\mathrm{Re}\; u_p \;\; x) + \frac{K_p}{\mathrm{Re}\; u_p} x \tag{50}$$

Pelo ajuste da curva para os nós P, W e E, obtém-se as constantes de integração C_1, C_2 e particularmente K_p, que coincide com o análogo dos fluxos líquidos advectivo e difusivo na forma não conservativa. Generalizando o esquema de Allen e Southwell (1955) para malhas espaçadas irregularmente obtêm-se:

$$K_P \;=\; \left(\phi_P - \phi_E\right)\Pi^+ + \left(\phi_P - \phi_W\right)\Pi^- \tag{51}$$

onde $\Pi^\pm$ foi posto por Llagostera e Figueiredo, (2000) em uma forma plenamente adequada para uso do esquema Power Law ou outra função de aproximação de $\pi\left(\pm \mathrm{Re}\, u_p \Delta x\right)$, Eq. (45)

$$\Pi^\pm = \frac{\mathrm{Re}\, u_P \;\pi\left(\pm \mathrm{Re}\, u_P\; \Delta x^\pm\right)}{\Delta x^\pm \left[\pi\left(-\mathrm{Re}\, u_P \Delta x^-\right) - \pi\left(\mathrm{Re}\, u_P \Delta x^+\right)\right]} \tag{52}$$

Na malha uniforme, a Eq. (52) reduz-se ao esquema Allen e Southwell (1955) original:

$$\Pi^\pm = \frac{\pi\left(\pm \mathrm{Re}\, u_P\, \Delta x\right)}{\Delta x^2} \tag{53}$$

No UNIFAES, o termo fonte $K_e^{i,j}$, por exemplo, é encontrado por interpolação linear da generalização acima das estimativas de K_p de Allen e Southwell (1955), nos nós (i, j) e $(i+1, j)$. Embora o esquema de Allen e Southwell (1955) seja não conservativo, seu uso no UNIFAES garante a conservação numérica porque $K_e^{i,j} = K_w^{i+1,j}$, de modo que $J_e^{i,j} = J_w^{i+1,j}$. Nos contornos das células vizinhas das fronteiras do domínio, K é extrapolado linearmente dos nós internos mais próximos.

Assim, o cálculo de K no UNIFAES é mais simples que o do LOADS. No caso bidimensional, o custo computacional de K no esquema UNIFAES coincide com aquele dos fluxos cruzados no LOADS, mas este também requer informação sobre os gradientes de pressão ou outros termos fontes. Nos problemas transientes e tridimensionais, o cálculo de K no LOADS é sobrecarregado com mais cargas desnecessárias para UNIFAES. Este esquema também é mais simples do que o complicado processo iterativo do esquema Flux-Spline.

Com programação cuidadosa, UNIFAES requer duas computações da função exponencial por iteração por nó por número de dimensões enquanto o exponencial simples requer uma. Incluindo outras operações, o cálculo dos termos difusivos e advectivos do momento no UNIFAES é também cerca de duas vezes mais pesado do que o exponencial simples ou do que o esquema Power-law. Além do mais, o número de exponenciais a serem calculadas no UNIFAES poderia ser reduzido à metade se as funções $\pi(p)$ nas faces das células fossem calculadas por interpolação dos valores nos nós ao invés de aplicar as funções para os argumentos p interpolados. Entretanto, neste presente cálculo, a função exponencial é aplicada sem aproximações.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1) Resultados para a cavidade com a velocidade da tampa uniforme.

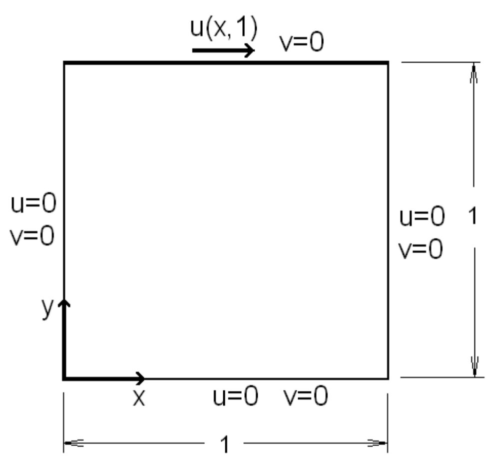


Figura 1 – Esboço do escoamento na cavidade com parâmetros normalizados.

A Figura 4 esboça do domínio [0 , 1] X [0 , 1] onde o escoamento na cavidade é definido. Todos os contornos são impermeáveis e as paredes são sólidas e aderentes; os contornos $x = 0$, $x = 1$, e $y = 0$ estão parados, e o contorno $y = 1$ move-se tangencialmente com velocidade uniforme:

$$u(x,1) = 1 \tag{54}$$

A equação de Poisson da pressão é resolvida iterativamente com 100 varreduras de Gauss-Siedel por iteração. Para as malhas maiores e com número de Reynolds mais altos, o número de varreduras foi diminuído para 20 durante um período intermediário. O nível do resíduo de dilatação final é aproximadamente 10^{-12}. O passo de tempo foi fixado, em cada caso, de acordo com um procedimento heurístico habitual, como o mínimo entre o limite convectivo $\Delta t = \Delta x/(Pe)$ obtido da condição de CFL (Courant, Friedrichs and Lewy, 1928) (Anderson *et al,* 1984) e o limite difusivo $\Delta t = (\Delta x)^2/2$, multiplicado por um fator de segurança $F = 0.8$. O critério de parada foi que o resíduo quadrático médio, rms., da equação do momentum deveria ser menor que 10^{-5}; testes reduzindo tal tolerância para 10^{-6} modificaram os resultados no sétimo digito, indicando precisão suficiente para os presentes propósitos.

O Erro global $\varepsilon_{\Delta x \to 0,\, ref}$ do resultado extrapolado com respeito à referência é definido pelo valor da média quadrática das diferenças entre cada valor extremo e o valor de referência correspondente:

$$\varepsilon_{\Delta x \to 0,\, ref} = \left[\frac{\left(u_{\min,\, \Delta x \to 0} - u_{\min,\, ref}\right)^2 + \left(v_{\max,\, \Delta x \to 0} - v_{\max,\, ref}\right)^2 + \left(v_{\min,\, \Delta x \to 0} - v_{\min,\, ref}\right)^2}{3} \right]^{1/2} \tag{55}$$

Para a obtenção dos resultados foi usado um programa desenvolvido previamente por Figueiredo na linguagem computacional Pascal, através do Delphi. O método computacional seguiu a estrutura explícita do método de Harlow e Welch (1965)

As Figuras (5) até (20) apresentam os perfis das componentes de velocidade e pressão ao longo das linhas centrais no problema de escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme para Re = 100, 1000 e 7500, com os quatro tipos de malhas, usando os três esquemas. São também mostrados os resultados de Ghia *et al.* (1982). Em todos os casos, o esquema UNIFAES teve os melhores resultados, seguido pelo esquema central e este pelo esquema exponencial.

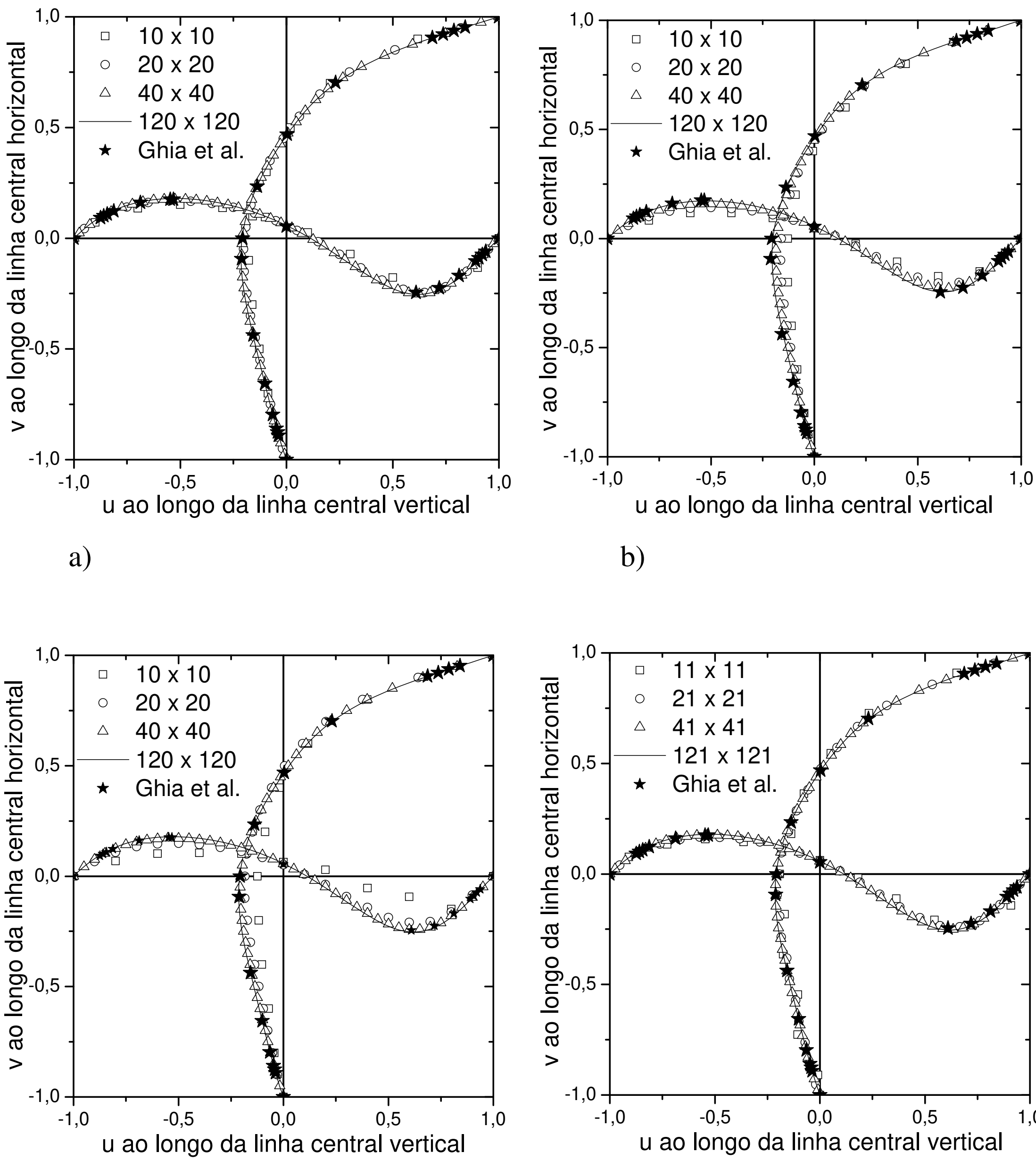
Para os perfis das componentes de velocidade usando os três esquemas com Re = 100 Figs. (5, 7 e 9), mesmo as malhas menos refinadas apresentaram resultados visualmente coincidentes com as mais refinadas. Os perfis de pressão (Figs. 6, 8 e 10), apresentaram uma convergência espacial mais lenta que os perfis de velocidade.

Nos perfis de velocidade com Re = 1000, Fig. (11, 13 e 15), nota-se que as malhas deslocada MAC e co-localizada nos centros tem os melhores resultados. Por outro lado, a malha semi-deslocada tem resultados inferiores às outras malhas.

Para os perfis de pressão usando o esquema central com Re = 1000, Fig. (12), a única malha que apresentou uma convergência espacial não usual foi a malha co-localizada nos vértices. Para o esquema exponencial, Fig. (14), todas as malhas mostram resultados com acuidade inferior aos outros esquemas. Para o UNIFAES, Fig. (16), tanto a malha deslocada MAC como a co-localizada nos centros apresentaram os melhores resultados, seguidas pela malha co-localizada nos vértices e, finalmente, pela semi-deslocada que apresentou os piores resultados.

Para Re = 7500 o esquema central não convergiu, sendo então mostrados apenas os gráficos dos esquemas exponencial e UNIFAES. Os perfis de velocidade com o esquema exponencial, Fig. (17), para todas as malhas, são muito parecidos e muito longe dos resultados da referência. Para o UNIFAES, Fig. (19) novamente, a malha deslocada MAC e a malha co-localizada nos centros apresentaram os melhores resultados, que são visualmente coincidentes com as mais refinadas a partir do refinamento 80x80 e 81x81. Novamente, a malha semi-deslocada apresentou resultados inferiores às outras malhas.

Para este valor mais alto do número de Reynolds, os perfis de pressão usando o UNIFAES, Fig. (20), apresentaram resultados melhores que o esquema exponencial, Fig. (18).



a) b) c) d)

Figura 2 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100 usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

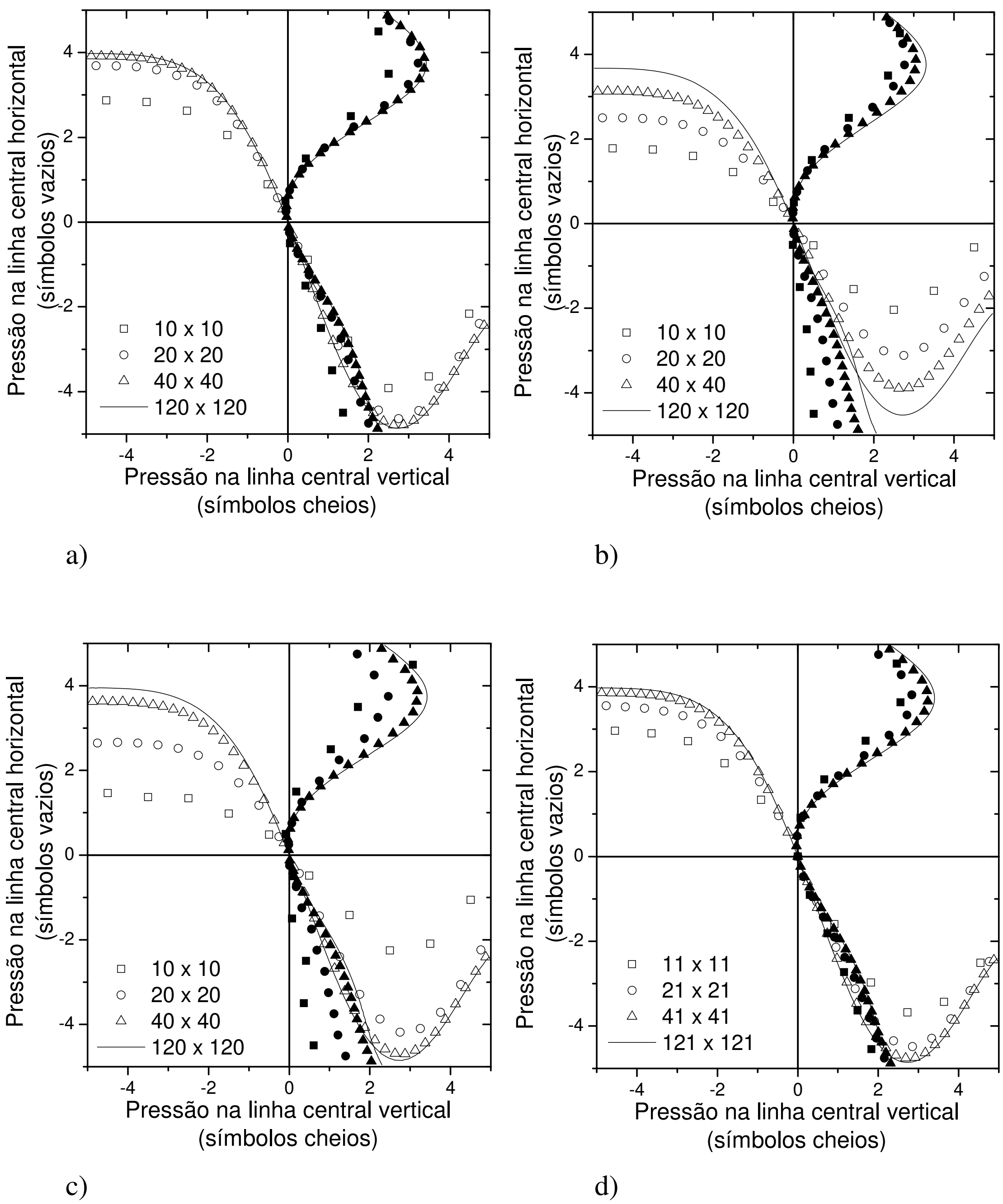


Figura 3 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

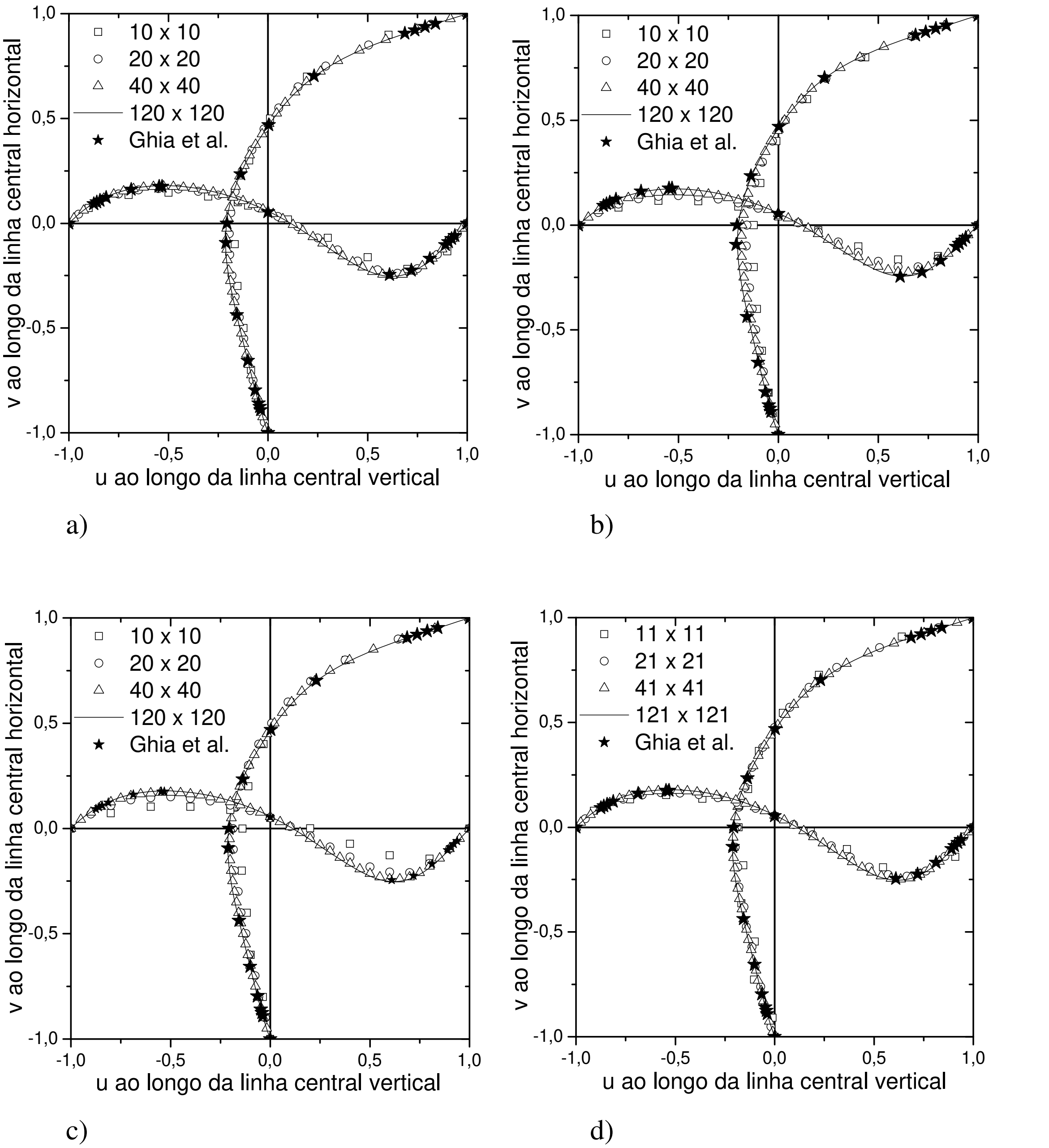


Figura 4 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

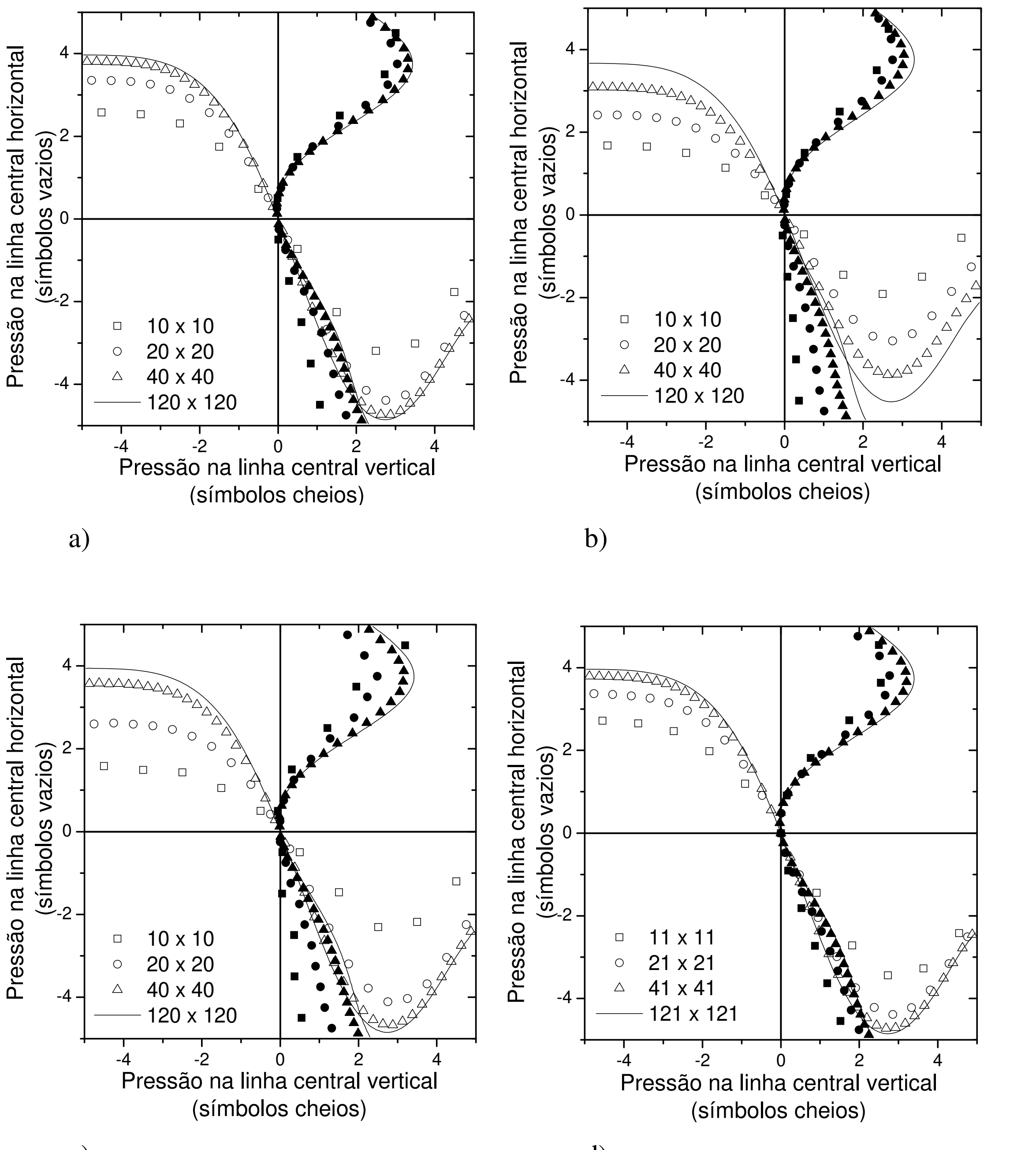


Figura 5 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

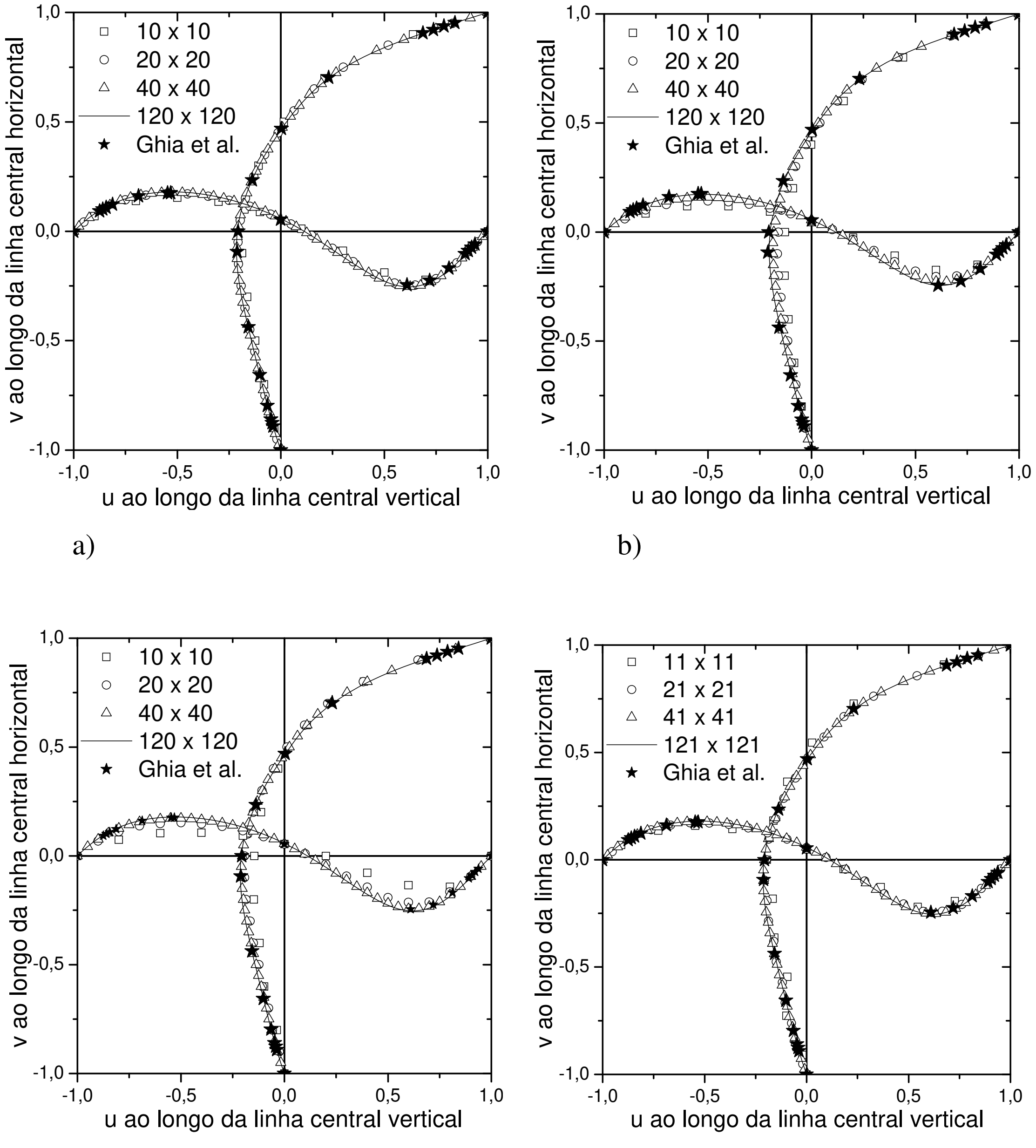


Figura 6 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

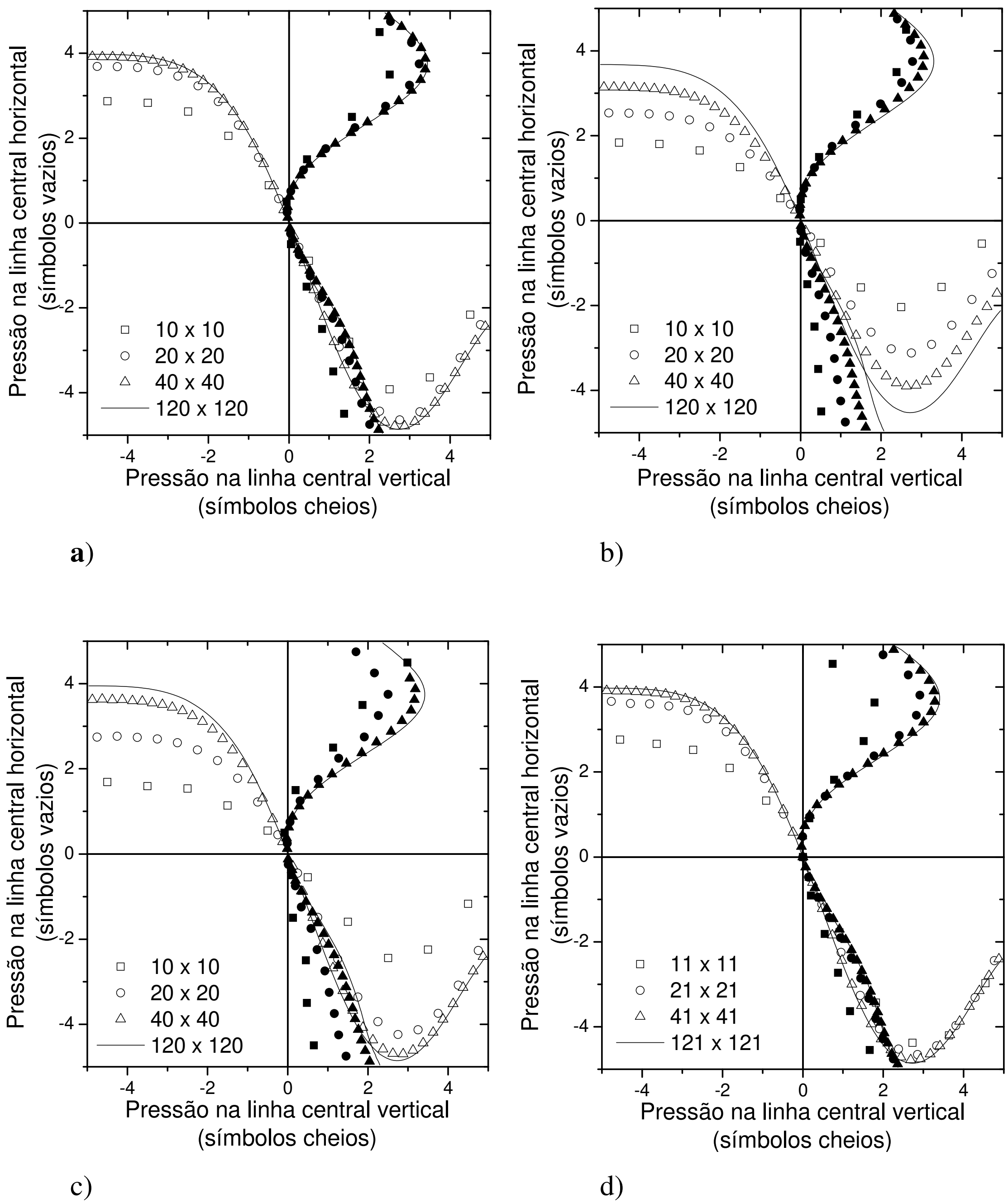


Figura 7 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=100, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

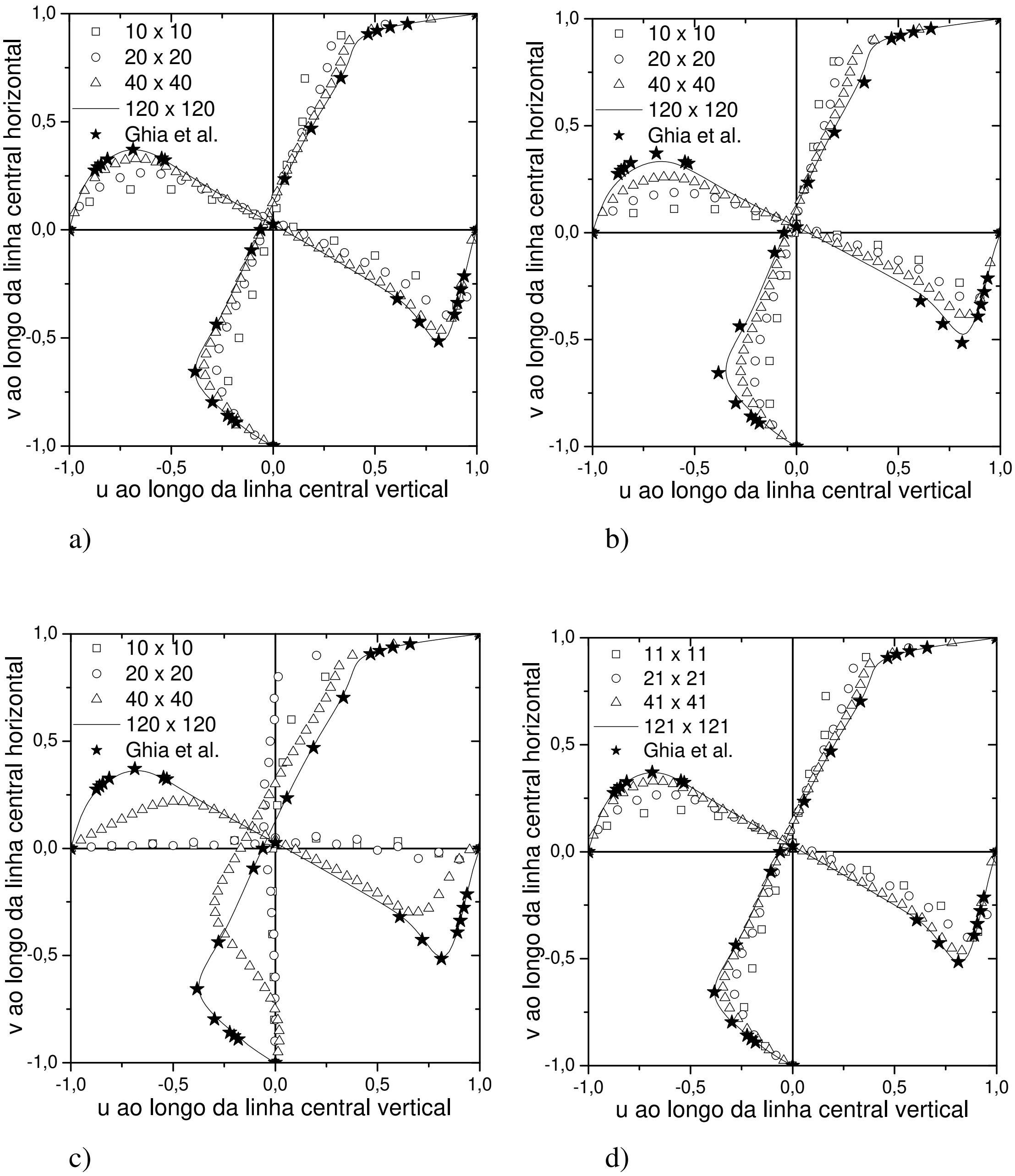


Figura 8 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

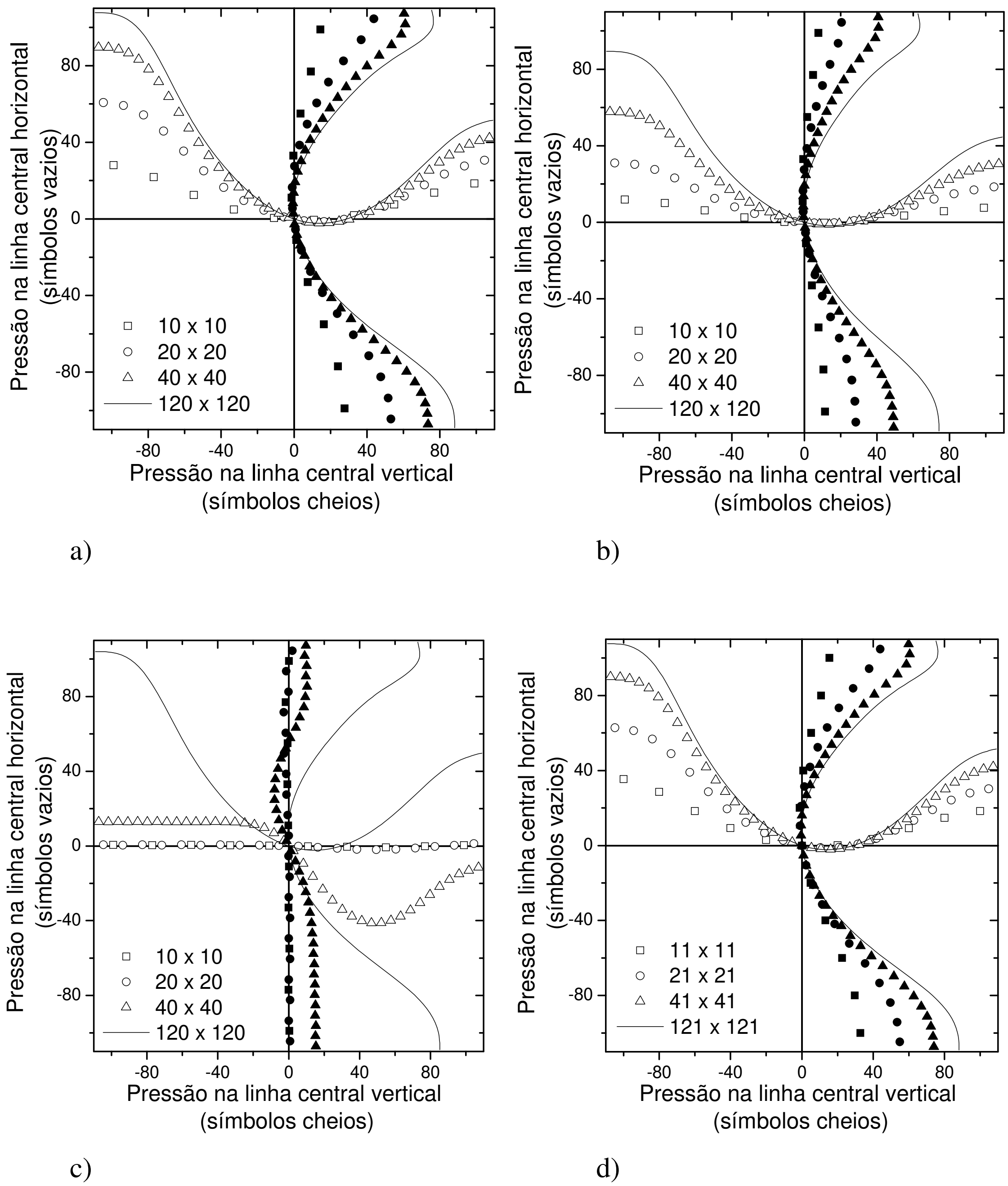


Figura 9 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

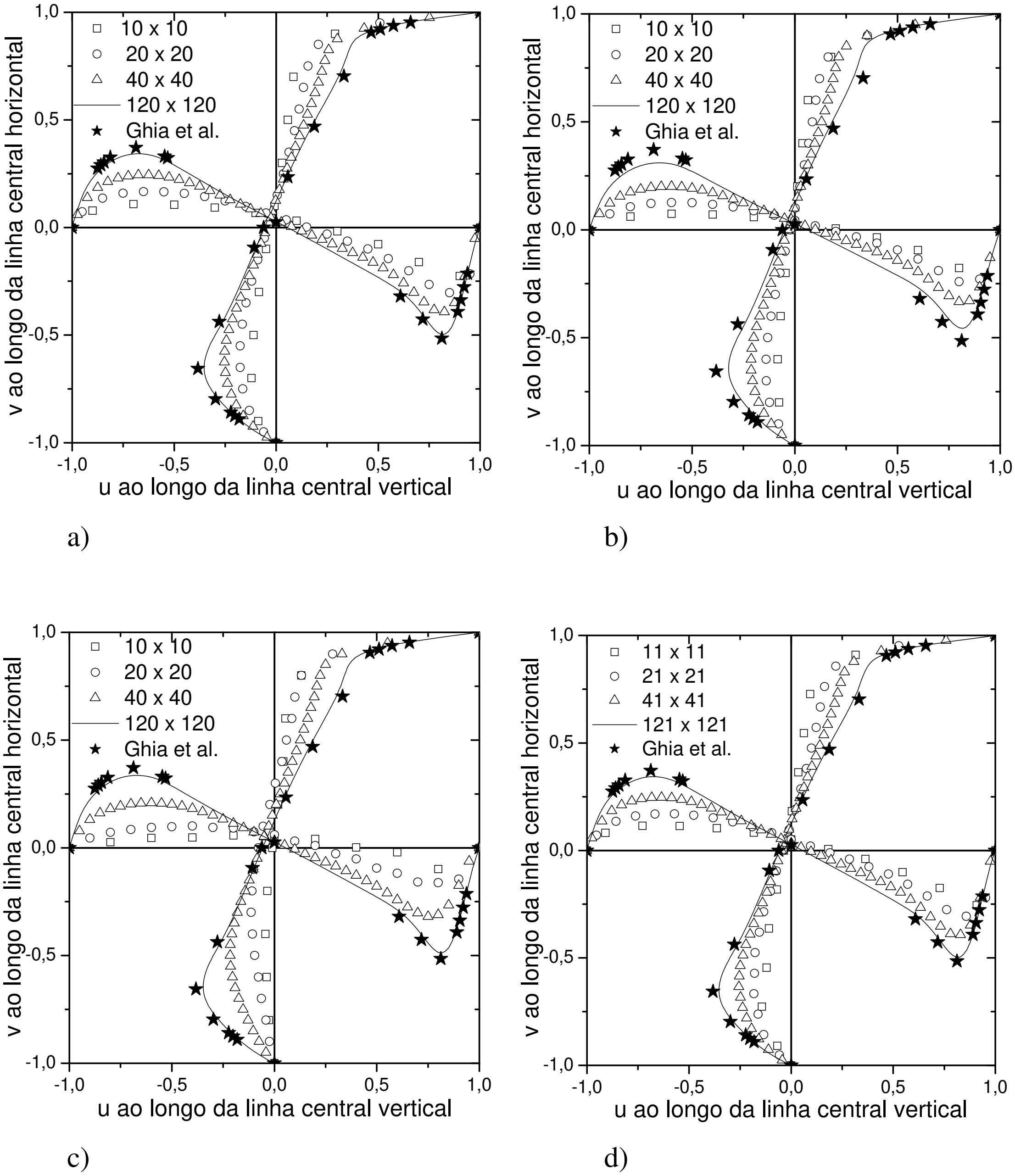


Figura 10 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

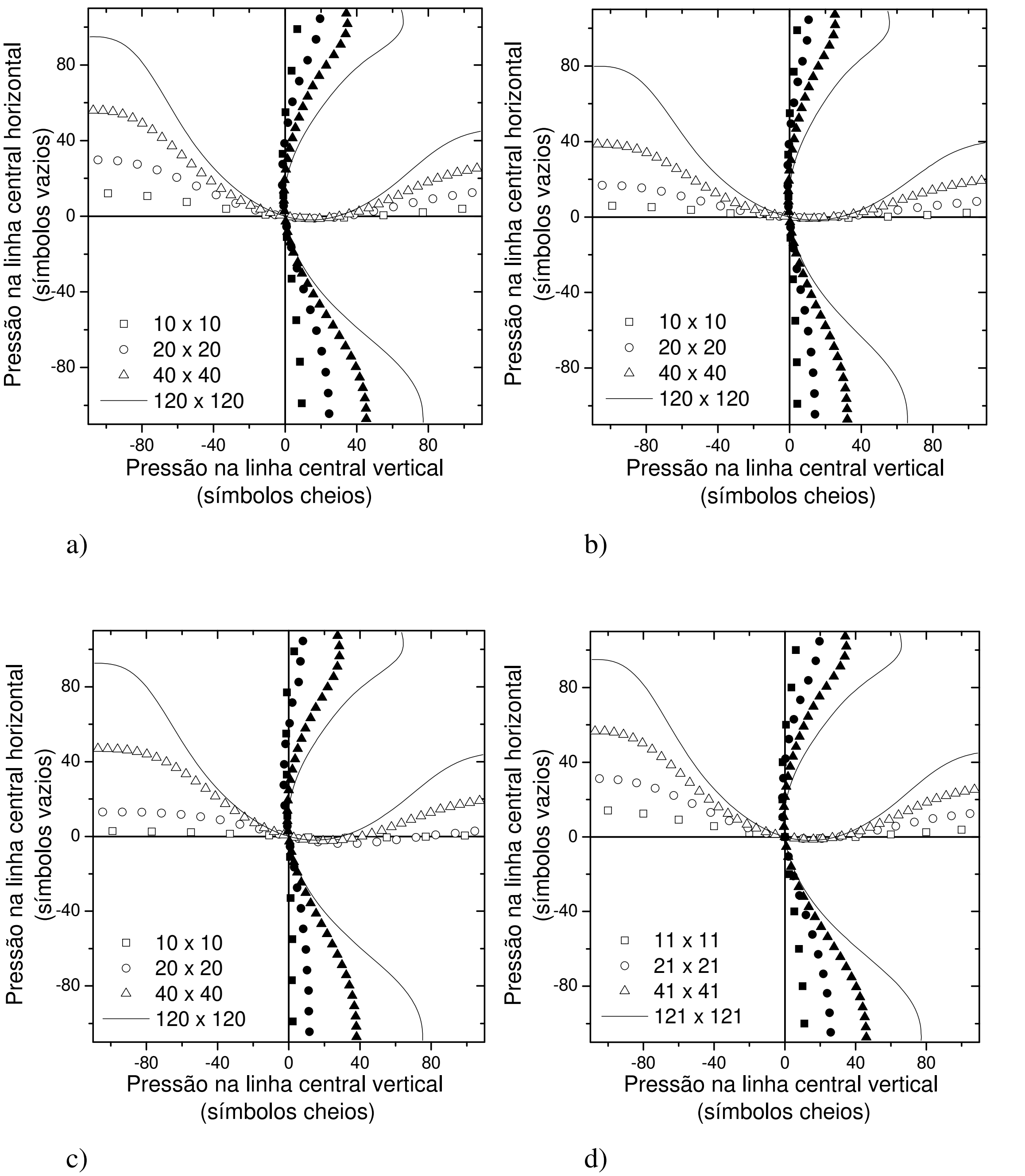


Figura 11 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

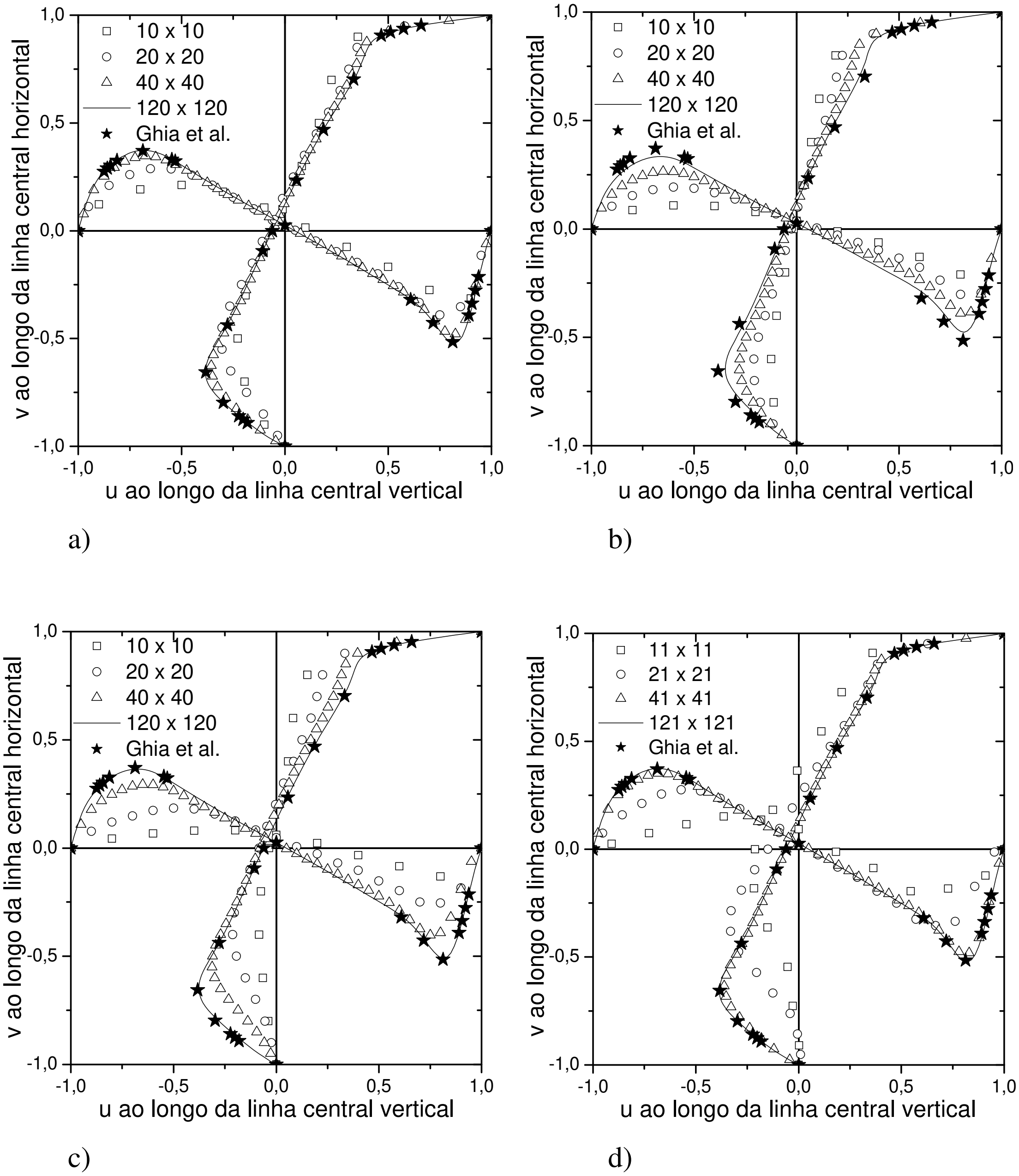


Figura 12 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

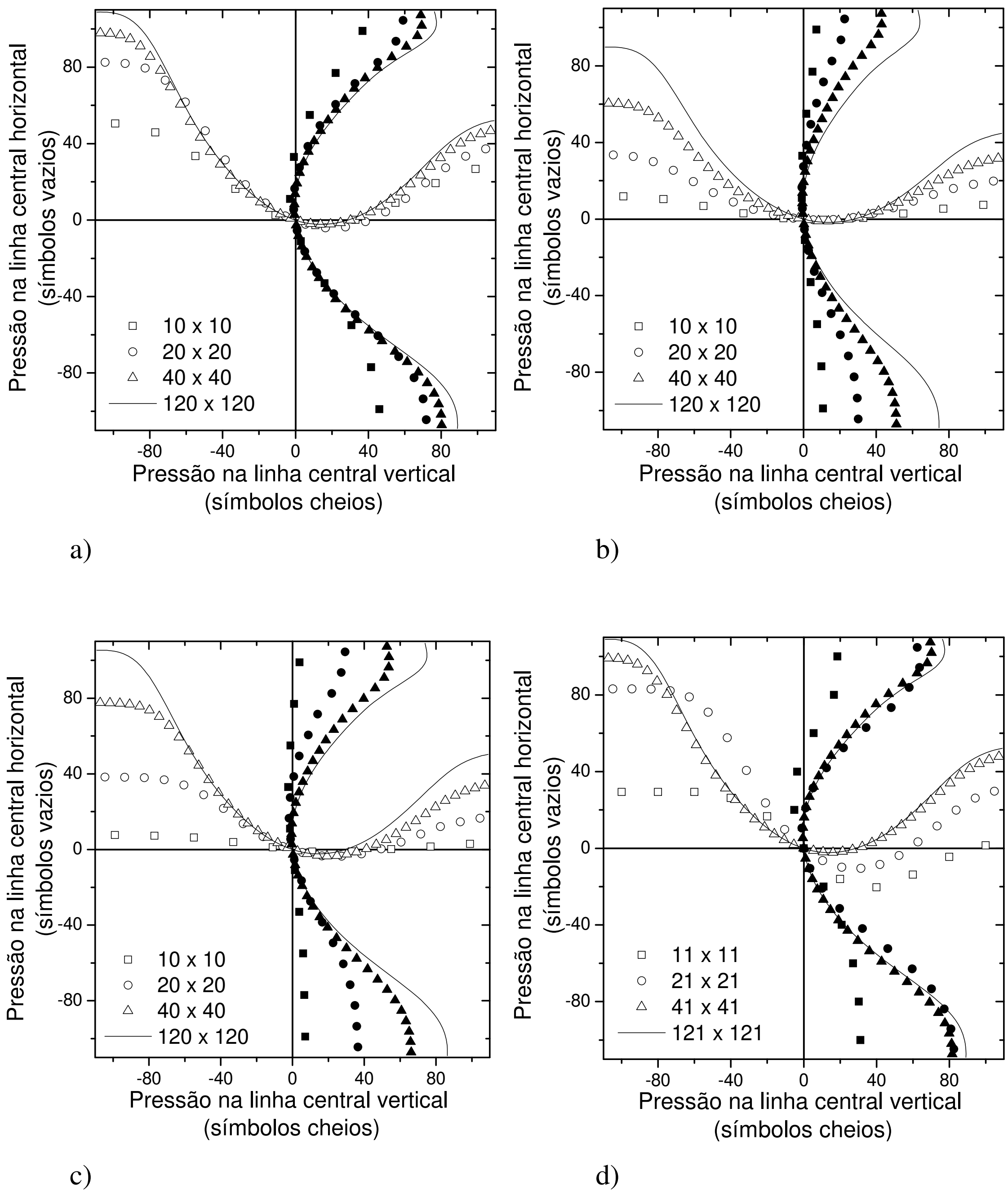


Figura 13 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=1000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

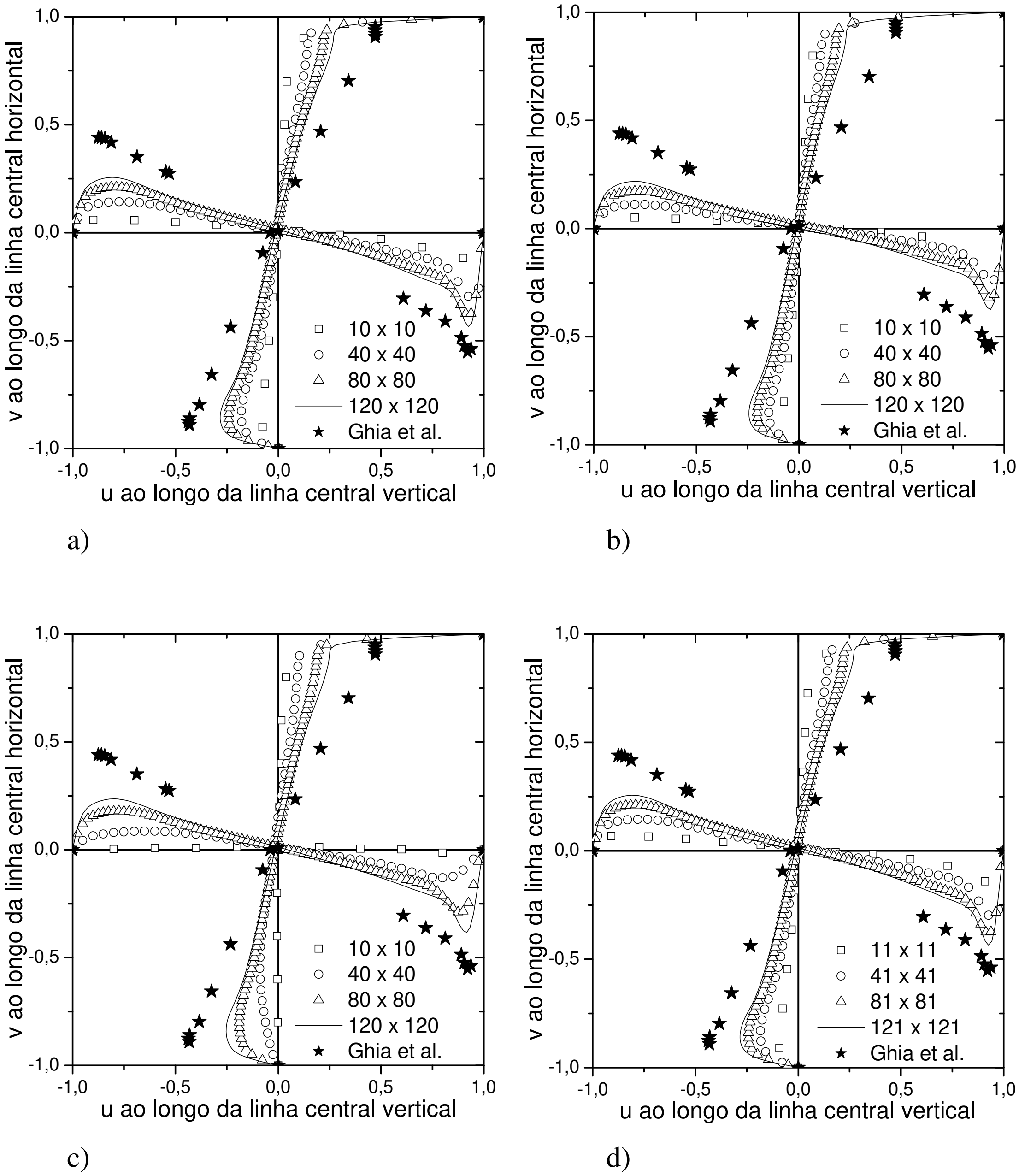
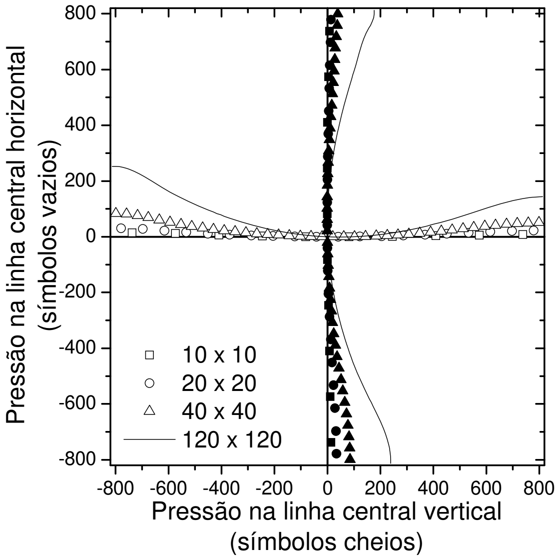
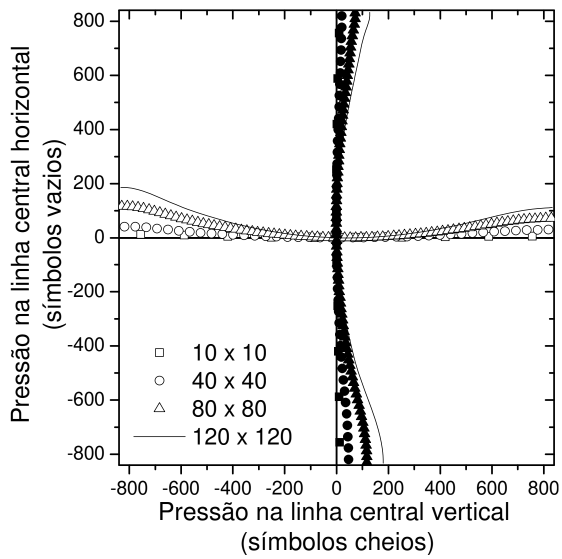


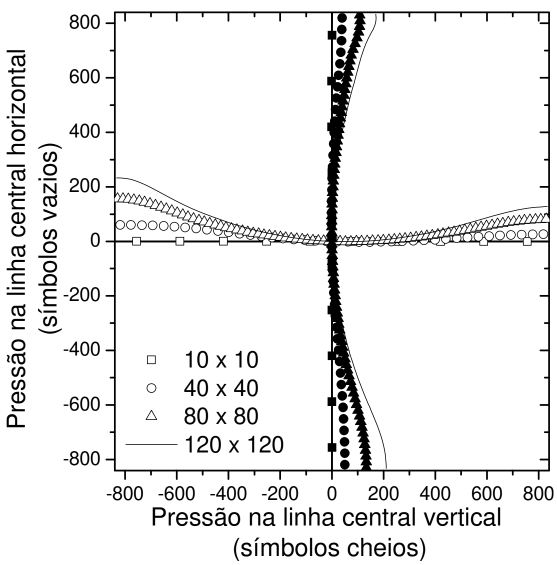
Figura 14 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=7500, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.



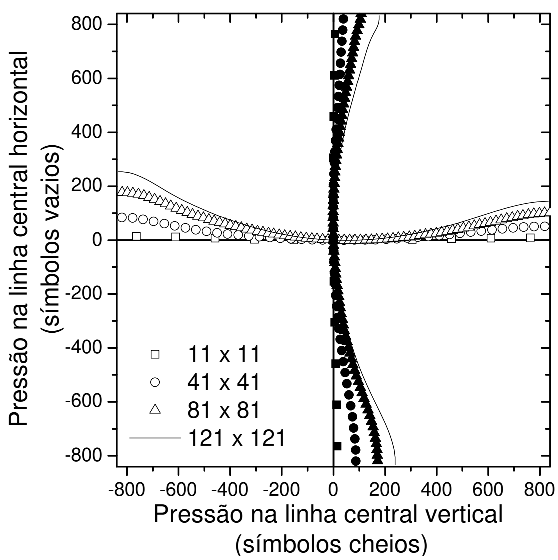
a)



b)



c)



d)

Figura 15 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=7500, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

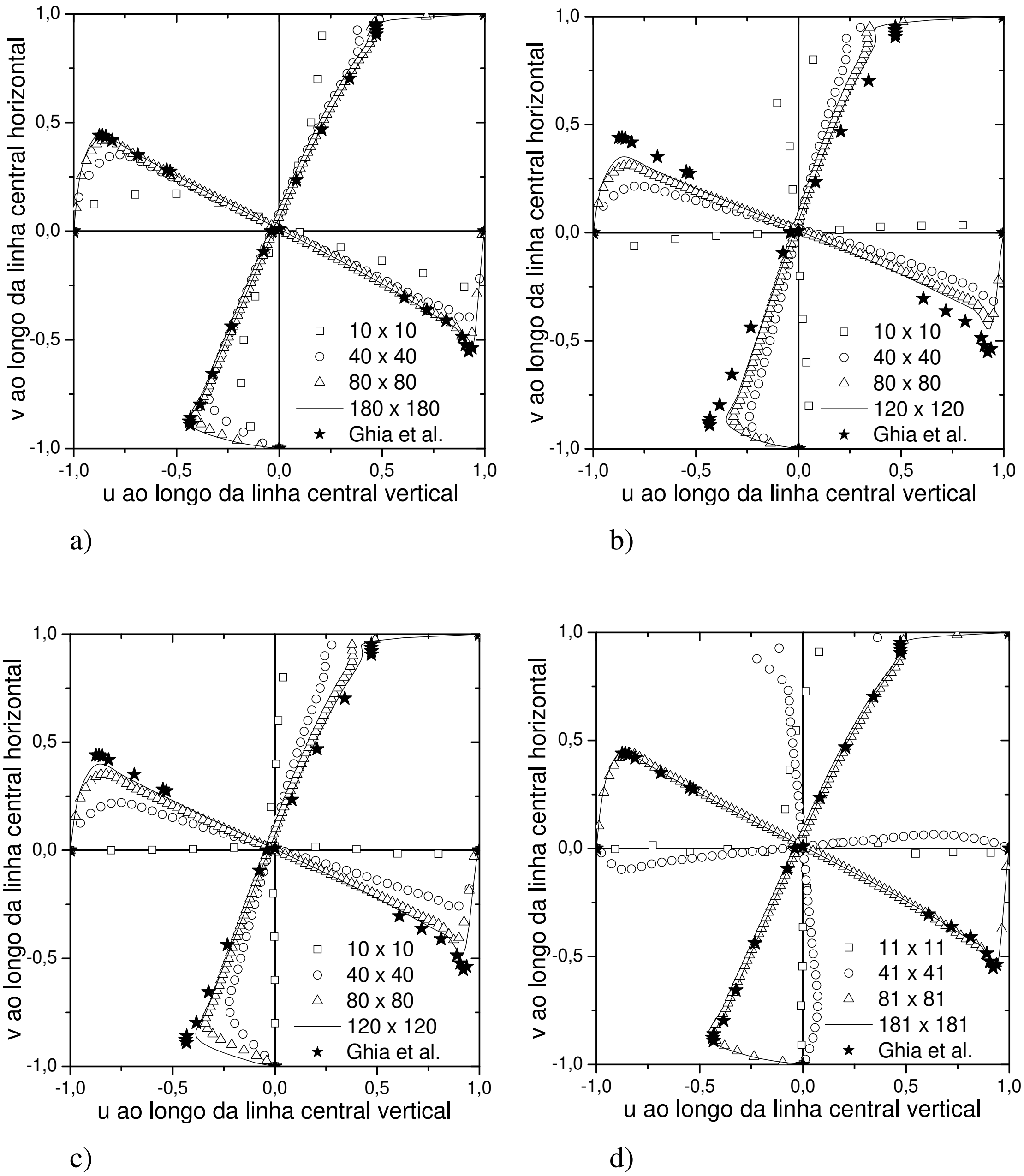


Figura 16 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=7500, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

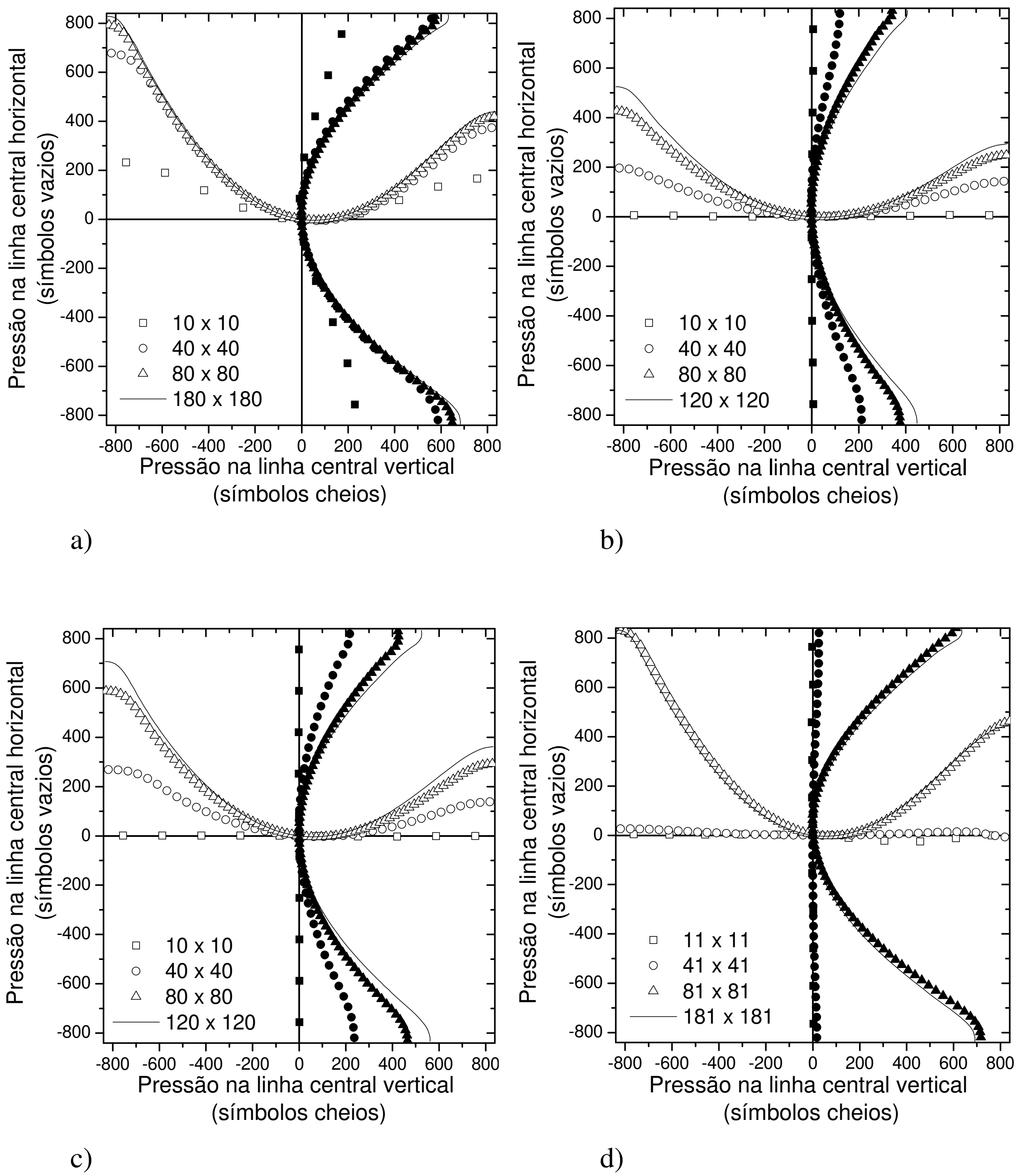


Figura 17 – Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade com a velocidade da tampa uniforme com Re=7500, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

A seguir serão mostrados resultados das extrapolações de Richardson referentes aos valores de pico das componentes de velocidade ao longo das linhas centrais bem como diferença máxima de pressão ao longo da linha central horizontal. Os detalhes do processo de extrapolação são descritos minuciosamente nas páginas iniciais do apêndice, que é completado com as tabelas representando os resultados numéricos mais relevantes.

Adiante, tem-se três tabelas com as extrapolações para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade *u* e *v* através das linhas centrais vertical e horizontal respectivamente, e a diferença máxima de pressão ao longo da linha central horizontal, para o escoamento da cavidade com a velocidade da tampa uniforme para Re = 100, 1000 e 7500. A pressão foi representada apenas nas linhas centrais horizontais pelo fato desta curva ter um comportamento suficientemente regular para todos os casos; nota-se claramente o ponto de máximo e de mínimo em posições correspondentes nos vários casos, o que não ocorre com a linha central vertical. Os valores dos pontos extremos contínuos das componentes de velocidade e pressão nas Tabelas 1 e 2 foram comparados aos valores de Botella e Peyret (1998) e na Tabela 3 aos valores de Ghia *et al.* (1982).

Na Tabela 1, Re = 100, as extrapolações diferem pouco entre si e da referência, apenas no quinto dígito. Pode-se perceber que os esquemas central e UNIFAES têm melhores resultados que o esquema exponencial. E a malha deslocada MAC tem os melhores resultados, seguida pela co-localizada nos vértices, esta pela malha co-localizada nos centros e por último a malha semi-deslocada.

Na Tabela 2, Re = 1000, as extrapolações diferem no quarto dígito. Nota-se que o esquema central tem as melhores extrapolações, seguido do UNIFAES e exponencial. E a malha deslocada MAC tem os melhores resultados, seguida pela malha co-localizada nos centros, esta pela co-localizada nos vértices e por último a malha semi-deslocada.

Na Tabela 3, Re = 7500, foram comparados apenas os esquemas exponencial e UNIFAES. Até agora os refinamentos das malhas foram apresentados apenas até 120x120, a Tabela 3 apresenta resultados para refinamentos 180x180 para as malhas que vinham apresentando as melhores extrapolações, a deslocada MAC e a co-localizada nos centros. As extrapolações desta tabela diferem no terceiro dígito. Pode-se perceber que o UNIFAES foi melhor que o esquema exponencial.

O esquema exponencial não teve um bom desempenho para os mais altos números de Reynolds, e o central obteve bons resultados para baixos Reynolds porém não convergiu para Re = 7500. O UNIFAES teve bons resultados em todos os números de Reynolds. E a malha deslocada MAC tem os melhores resultados.

Tabela 1 – Resultados extrapolados para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade u e v através das linhas centrais vertical e horizontal e diferença de pressão máxima ao longo da linha central horizontal para o escoamento da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, usando os quatro tipos de malhas com os três esquema de discretização para Re= 100.

Esquema	Malha	Extrapolatções				
		Mínimo de u	Máximo de v	Mínimo de v	Erro rms.	Diferença de p
Central	Deslocada MAC	-,21405	,17958	-,25382	,00001	8,860
	Col. nos centros	-,21408	,17962	-,25388	,00006	8,858
	Col. nos vértices	-,21399	,17957	-,25382	,00003	8,861
	Semi-deslocada	-,21408	,17957	-,25381	,00002	8,854
Exponencial	Deslocada MAC	-,21404	,17958	-,25382	,00001	8,859
	Col. nos centros	-,21407	,17962	-,25387	,00005	8,858
	Col. nos vértices	-,21398	,17955	-,25380	,00004	8,860
	Semi-deslocada	-,21422	,17966	-,25393	,00014	8,861
UNIFAES	Deslocada MAC	-,21402	,17955	-,25379	,00002	8,858
	Col. nos centros	-,21406	,17959	-,25385	,00003	8,856
	Col. nos vértices	-,21399	,17956	-,25381	,00003	8,860
	Semi-deslocada	-,21419	,17957	-,25380	,00009	8,853
Botella e Peyret		-,2140424	,1795728	-,2538030	,0000000	

Tabela 2 – Resultados extrapolados para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade u e v através das linhas centrais vertical e horizontal e diferença de pressão máxima ao longo da linha central horizontal para o escoamento da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, usando os quatro tipos de malhas com os três esquema de discretização para Re= 1,000.

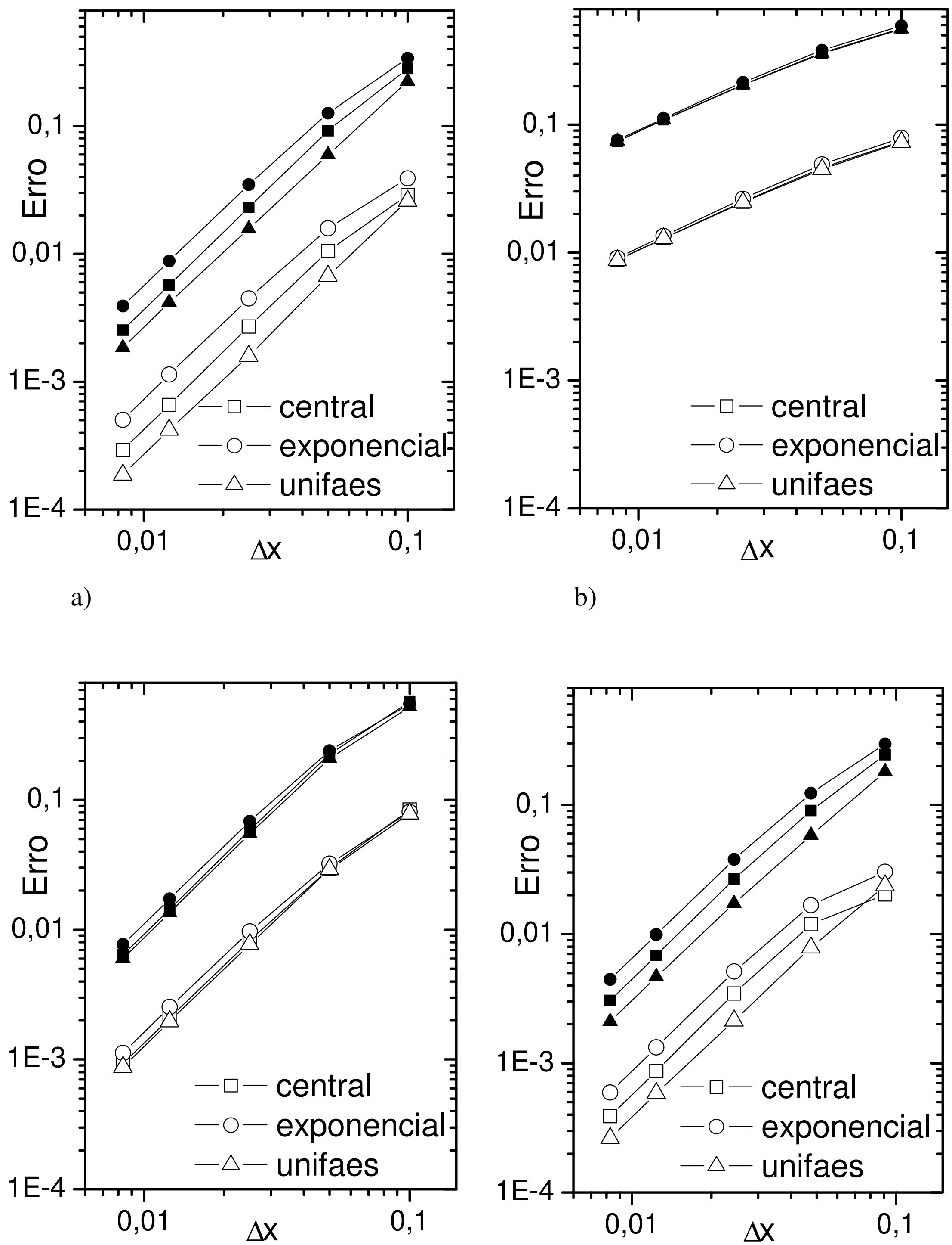
Esquema	Malha	Extrapolações				
		Mínimo de u	Máximo de v	Mínimo de v	Erro rms.	Diferença de p
Central	Deslocada MAC	-,3882	,3766	-,5271	,0003	112,7
	Col. nos centros	-,3884	,3765	-,5269	,0003	112,6
	Col. nos vértices	-,3883	,3768	-,5280	,0005	112,8
	Semi-deslocada	-,3902	,3778	-,5285	,0013	112,9
Exponencial	Deslocada MAC	-,3754	,3649	-,5184	,0115	106,5
	Col. nos centros	-,3759	,3651	-,5180	,0113	106,6
	Col. nos vértices	-,3744	,3635	-,5177	,0125	105,6
	Semi-deslocada	-,4049	,3926	-,5392	,0148	118,0
UNIFAES	Deslocada MAC	-,3884	,3768	-,5277	,0003	112,8
	Col. nos centros	-,3882	,3767	-,5277	,0004	112,7
	Col. nos vértices	-,3875	,3759	-,5266	,0009	112,3
	Semi-deslocada	-,3890	,3768	-,5245	,0015	112,4
Botella e Peyret		-,3885698	,3769447	-,527077	,0000000	

Tabela 3 - Resultados extrapolados para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade u e v através das linhas centrais vertical e horizontal e diferença de pressão máxima ao longo da linha central horizontal para o escoamento da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, Re=7,500, usando os quatro tipos de malhas com os esquemas de discretização Exponencial e UNIFAES.

Esquema	Malha	Extrapolações			
		Mínimo de u	Máximo de v	Mínimo de v	Diferença de p
Exponencial (até 121x121)	Deslocada MAC	-,316	,291	-,478	315,6
	Col. nos centros	-,316	,292	-,479	317,1
	Col. nos vértices	-,304	,281	-,458	321,1
	Semi-deslocada	-,360	,345	-,535	267,3
UNIFAES (até 121x121)	Deslocada MAC	-,448	,454	-,568	834,5
	Col. nos centros	-,444	,451	-,564	828,5
	Col. nos vértices	-,425	,436	-,551	806,6
	Semi-deslocada	-,438	,437	-,611	629,5
UNIFAES (até 181x181)	Deslocada MAC	-,451	,454	-,575	842,6
	Col. nos centros	-,449	,453	-,574	839,0
Referência Ghia et al.		-,43590	,44030	-,55216	

A seguir, da Fig. (21) à (23) têm-se os gráficos de erros comparando cada esquema, e da Fig. (24) à (26) tem-se os mesmos resultados apresentados agora em gráficos de erros comparando as malhas. De acordo com as Figs. (21) a (23) é possível ver claramente que o UNIFAES tem os menores erros com relação aos outros esquemas, seguido do central e por último o exponencial.

Os erros da pressão são visualmente muito mais significativos que os erros de velocidade em cada caso, e os erros normalizados são numericamente maiores. Entretanto, comparando as várias malhas, há uma correspondência nítida entre os erros de pressão e os de velocidade: quanto maior o erro da velocidade, maior é o erro da pressão. E as ordens de convergência são idênticas.



c) d)

Figura 18 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme para Re=100 empregando os esquemas de diferenças centrais, exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

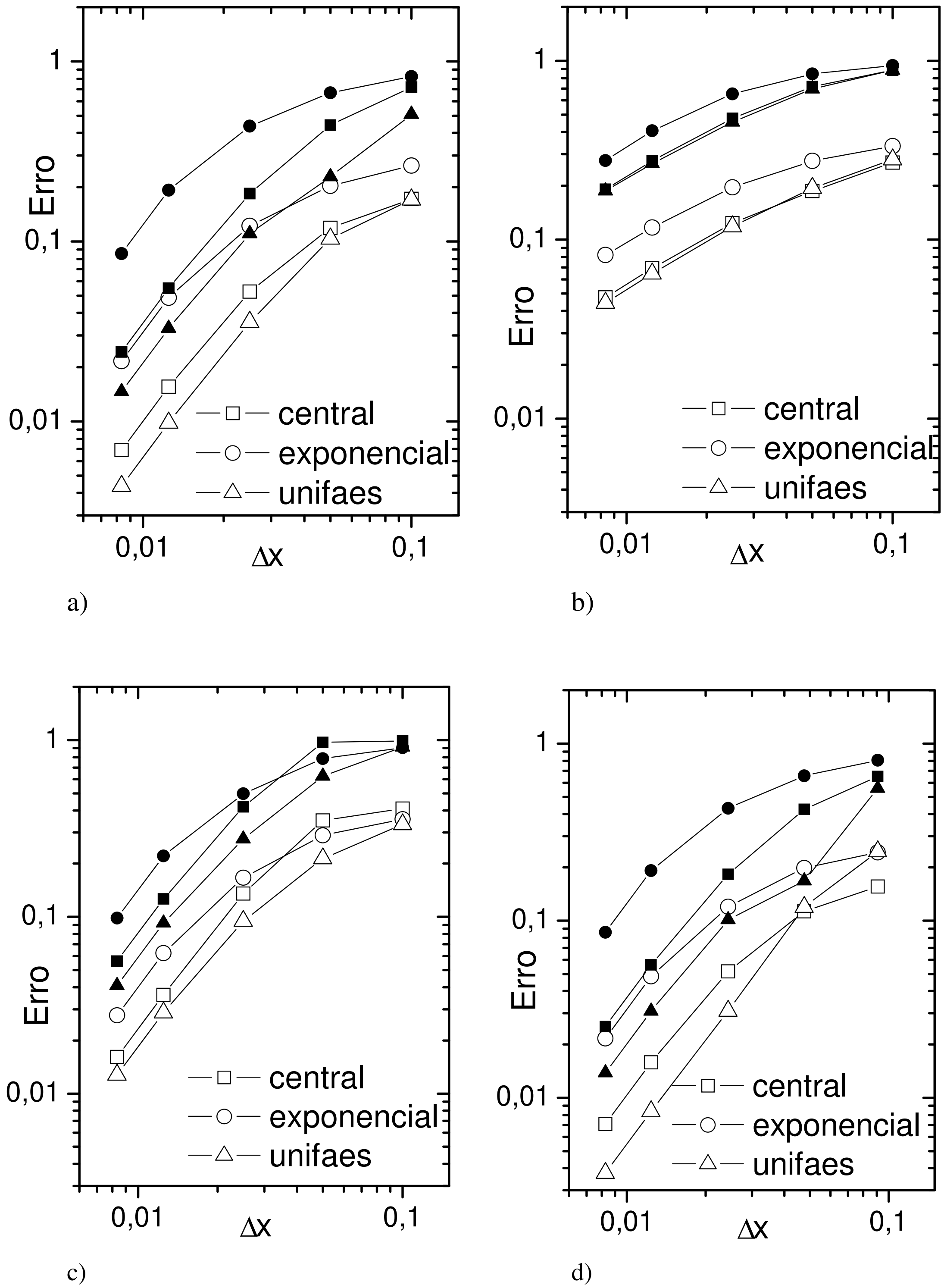


Figura 19 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme para Re=1000 empregando os esquemas de diferenças centrais, exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

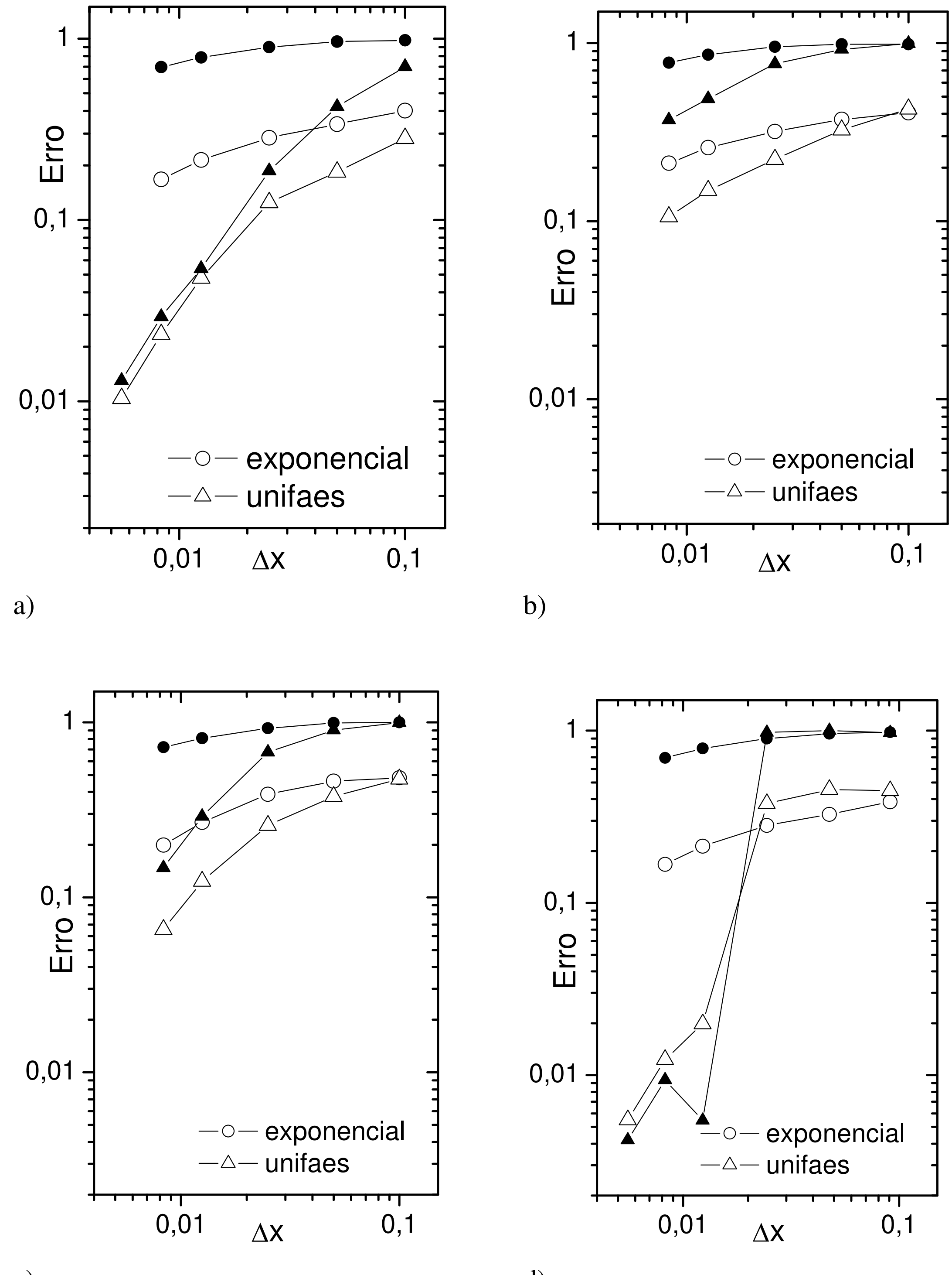


Figura 20 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme para Re=7500 empregando os esquemas de diferenças centrais, exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

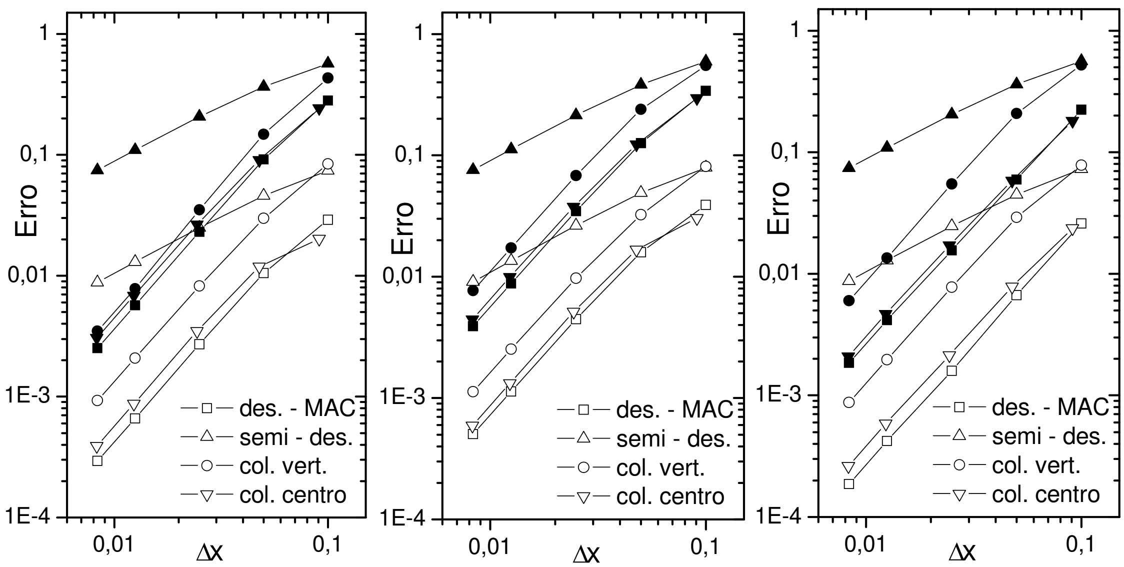


Figura 21 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas central (esquerda), exponencial (centro) e UNIFAES (direita) respectivamente com Re=100.

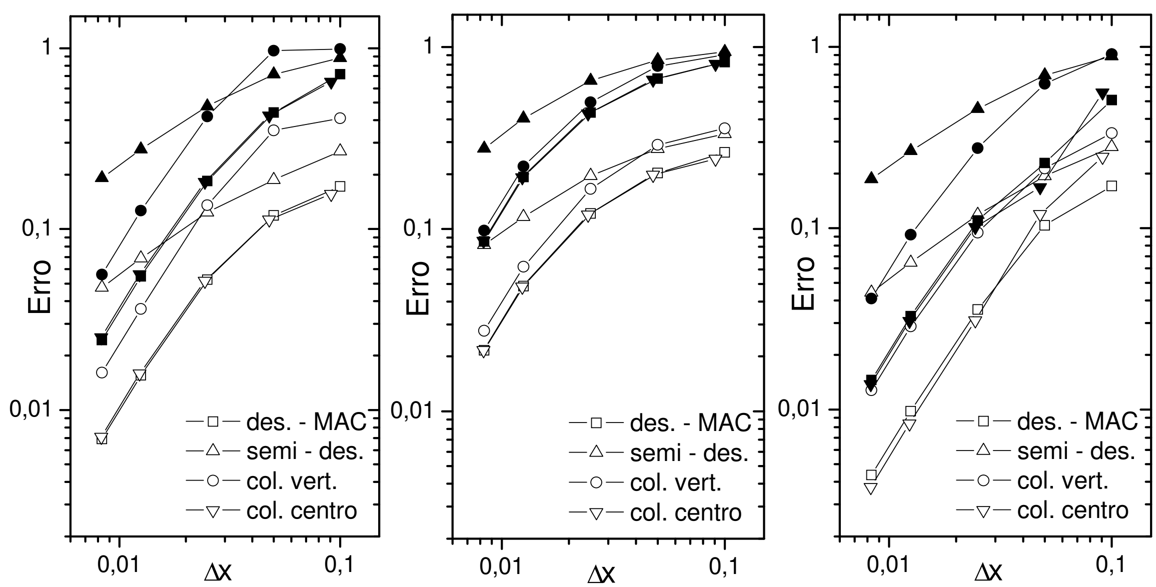


Figura 22 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas central (esquerda), exponencial (centro) e UNIFAES (direita) respectivamente com Re=1000.

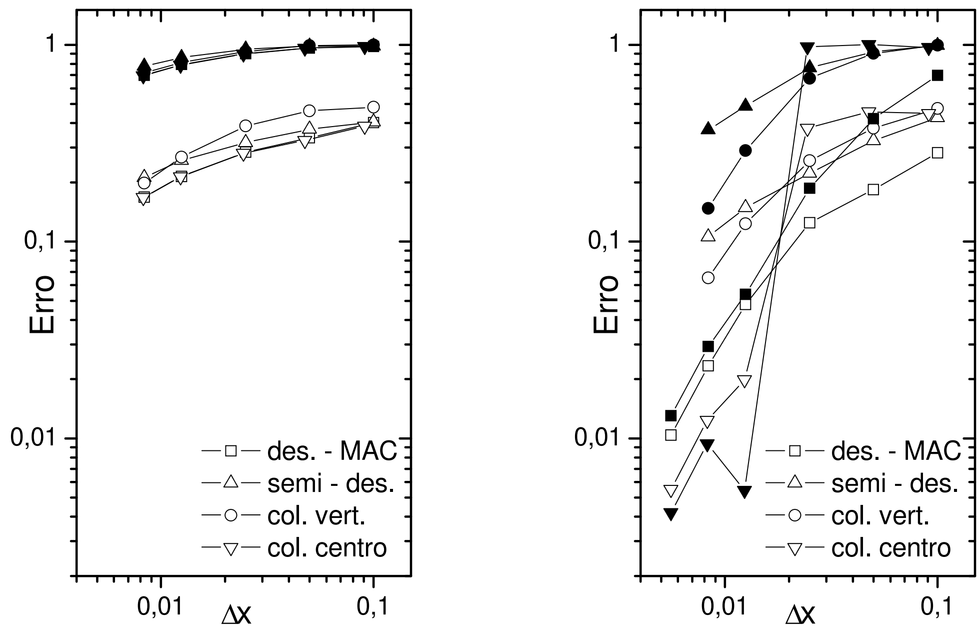


Figura 23 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas exponencial (esquerda) e UNIFAES (direita) respectivamente com Re=7500.

4.2) Resultados para a cavidade regularizada

A razão para a convergência linear da malha semi-deslocada, conflitando com as aproximações de segunda ordem nas quais é baseada, parece ser devida à maneira pela qual esta malha é afetada pela descontinuidade dos perfis de velocidade nos cantos onde a tampa toca a parede fixa.

Considerando o caso $\Delta x = \Delta y$, a equação da continuidade para a malha MAC (Eq. 9) na célula mais perto do canto esquerdo resume-se a $u_{1,J-1/2} = v_{1/2,J-1}$, a qual admite resultados limitados, realísticos. A Eq. (23) para a malha co-localizada no centro é $u_{1/2,J-1/2} + u_{3/2,J-1/2} = v_{1/2,J-1/2} + v_{1/2,J-3/2}$ e a Eq. (27) para a malha co-localizada nos vértices é $u_{2,J-1} = v_{1,J-2}$, também admitindo resultados limitados.

A malha semi-deslocada é a única em que a ambigüidade do valor da velocidade nos pontos de canto se coloca como problema. De acordo com a interpretação de volume de controle para a equação da continuidade da malha semi-deslocada, Eq. (13), a velocidade no ponto singular deveria ser zero, gerando $1+u_{1,J-1}=v_{1,J-1}$, o que produz $u_{1,J-1}<0$ ou $v_{1,J-1}>1$, resultados não realísticos que também fazem a estabilidade deteriorar. Nos cálculos prévios, a velocidade no ponto singular foi assumida 1, então a equação da continuidade dá $u_{1,J-1}=v_{1,J-1}$, o que admite valores limitados e realistas para as componentes de velocidades locais mas introduz um fluxo volumétrico artificial igual a $0.5\Delta x$ na parede vertical desta célula. Um fluxo simétrico deixa a célula no outro canto, e um erro equivalente aparece no fluxo e, portanto, na componente de velocidade média horizontal em toda a linha vertical que passa pelo domínio, explicando então o erro de primeira ordem da malha semi-deslocada no problema da cavidade tradicional.

Evitando tais descontinuidades, a seção presente considera a assim chamada forma regularizada do problema da cavidade dirigida, a qual substitui a velocidade da tampa uniforme para o seguinte perfil, que tem velocidade zero e derivada de velocidade zero nos cantos, impondo assim a continuidade do campo de velocidade e conservação da massa em tais pontos:

$$u(x,1)=16x^2(1-x)^2 \tag{56}$$

As Figuras (27) até a (42) apresentam os perfis das componentes de velocidade e pressão ao longo das linhas centrais no problema de escoamento na cavidade regularizada para Re = 100, 1000 e 10000 com os quatro tipos de malhas usando os três esquemas.

Para os perfis das componentes de velocidade usando os três esquemas com Re = 100 Figs. (27), (29) e (31), mesmo as malhas menos refinadas apresentaram resultados visualmente coincidentes com as mais refinadas. Para os perfis de pressão (Figs. 28, 30 e 32), os resultados apresentaram uma convergência espacial mais lenta, coincidindo a partir do refinamento 40x40.

Nos perfis de velocidade e pressão usando os três esquemas com Re=1000, Figs. (33) a (38), nota-se que a malha semi-deslocada apresenta claramente uma convergência espacial mais rápida que as demais, seguida das malhas deslocada MAC e co-localizada nos centros, e por último a co-localizada nos vértices.

Para Re=10000 o esquema central não convergiu, sendo então mostrados apenas os gráficos dos esquemas exponencial e UNIFAES. Nos perfis de velocidade e pressão para o esquema exponencial, Fig. (39), a malha semi-deslocada apresentou uma convergência espacial mais rápida que as demais malhas, seguida das malhas deslocada MAC e co-localizada nos centros e por último a co-localizada nos vértices. Para o UNIFAES, Fig. (41), o refinamento 10x10 na malha semi-deslocada não convergiu, e para os outros refinamentos de malhas que convergiram o resíduo de dilatação ficou em torno de 10^{-5}. A malha deslocada MAC apresentou os melhores resultados, que são visualmente coincidentes com as mais refinadas a partir do refinamento 80x80, seguida logo depois pela malha co-localizada nos centros, da malha semi-deslocada e por último da malha co-localizada nos vértices.

Pode-se perceber também que a convergência dos resultados de velocidade e de pressão para a malha a semi-deslocada ocorre em sentido contrário às outras malhas, isto é, o erro desta malha tem sentido oposto ao das demais.

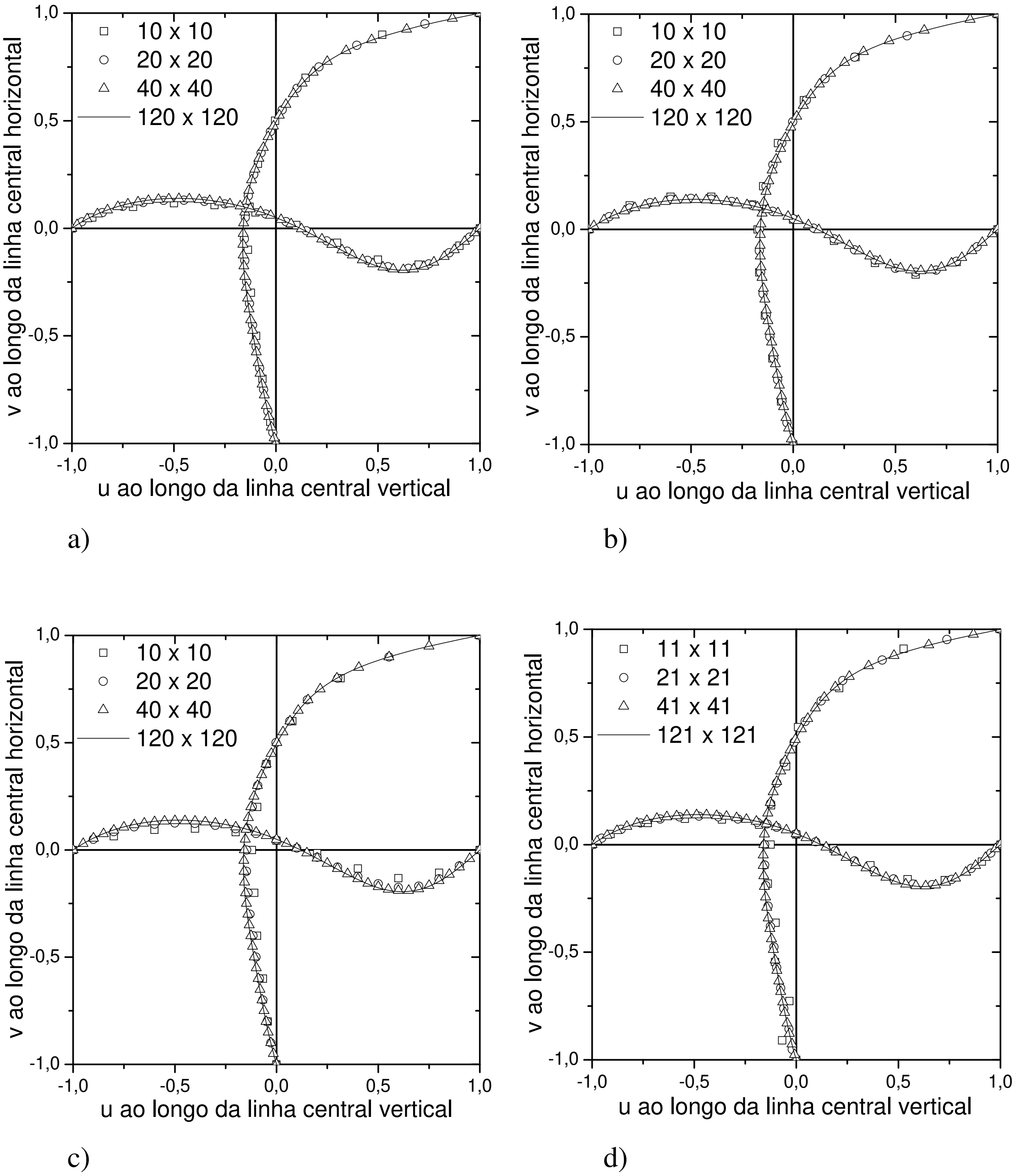


Figura 24 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re= 100, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

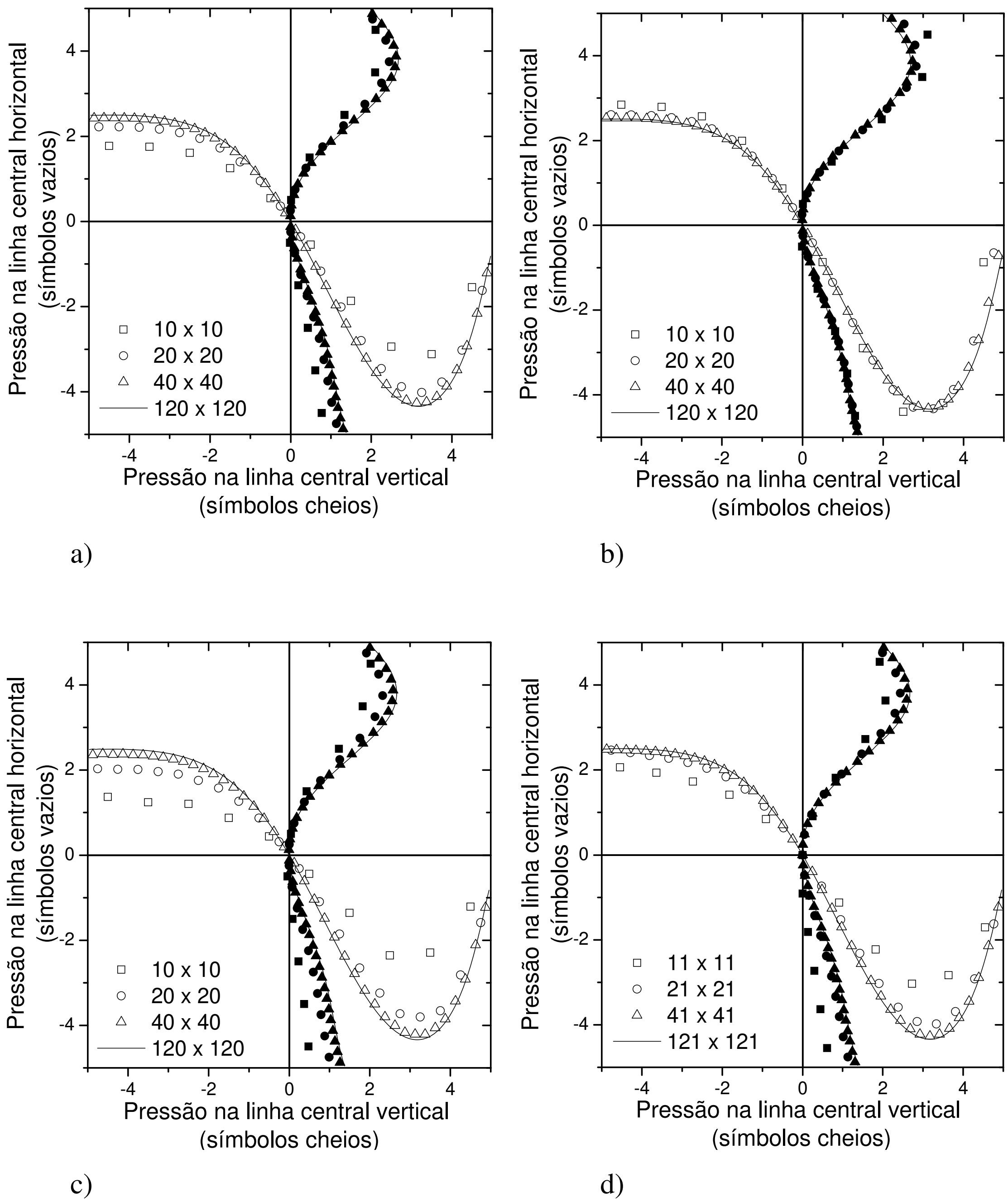


Figura 25 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=100, usando esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

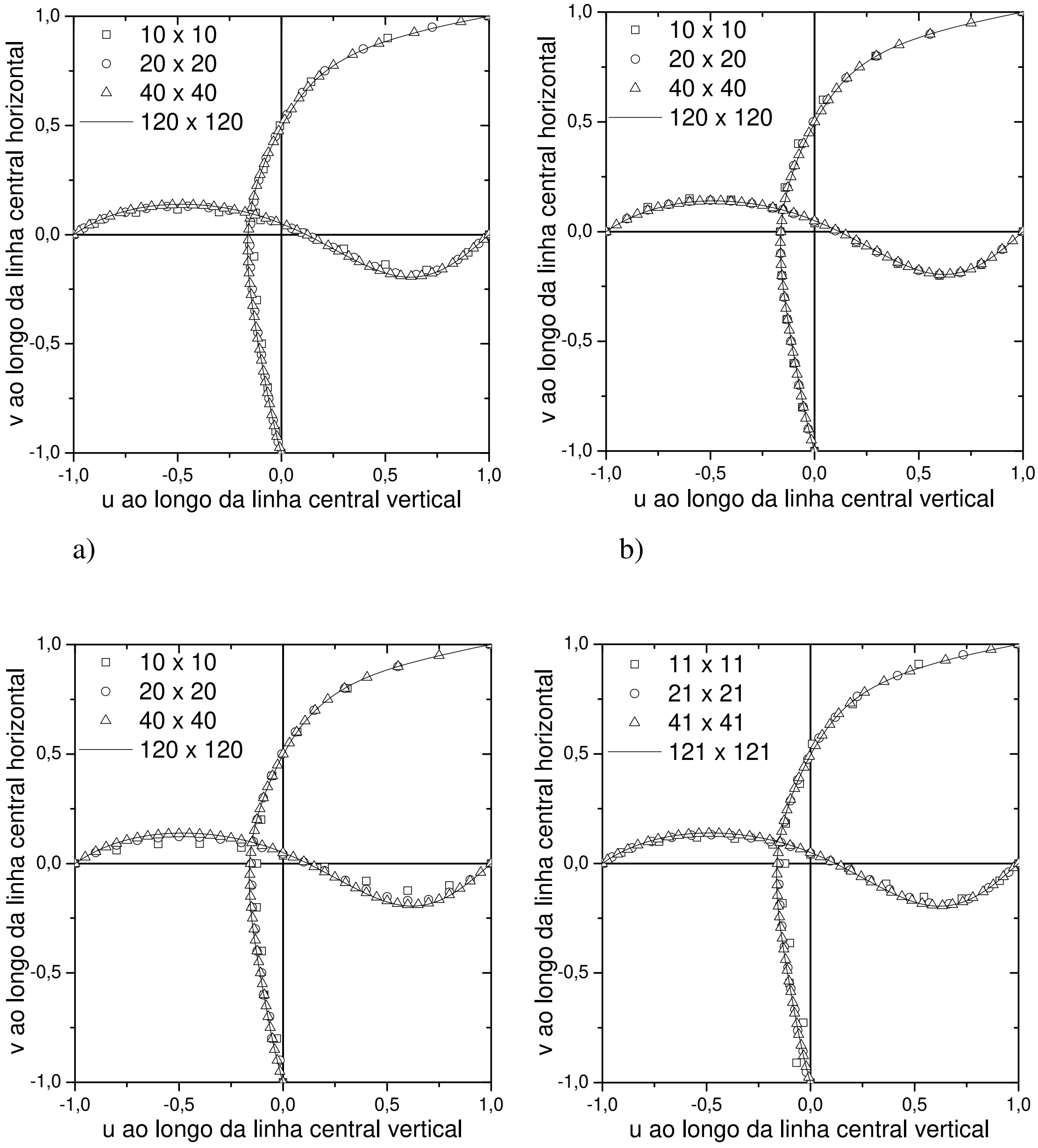


Figura 26 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=100, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

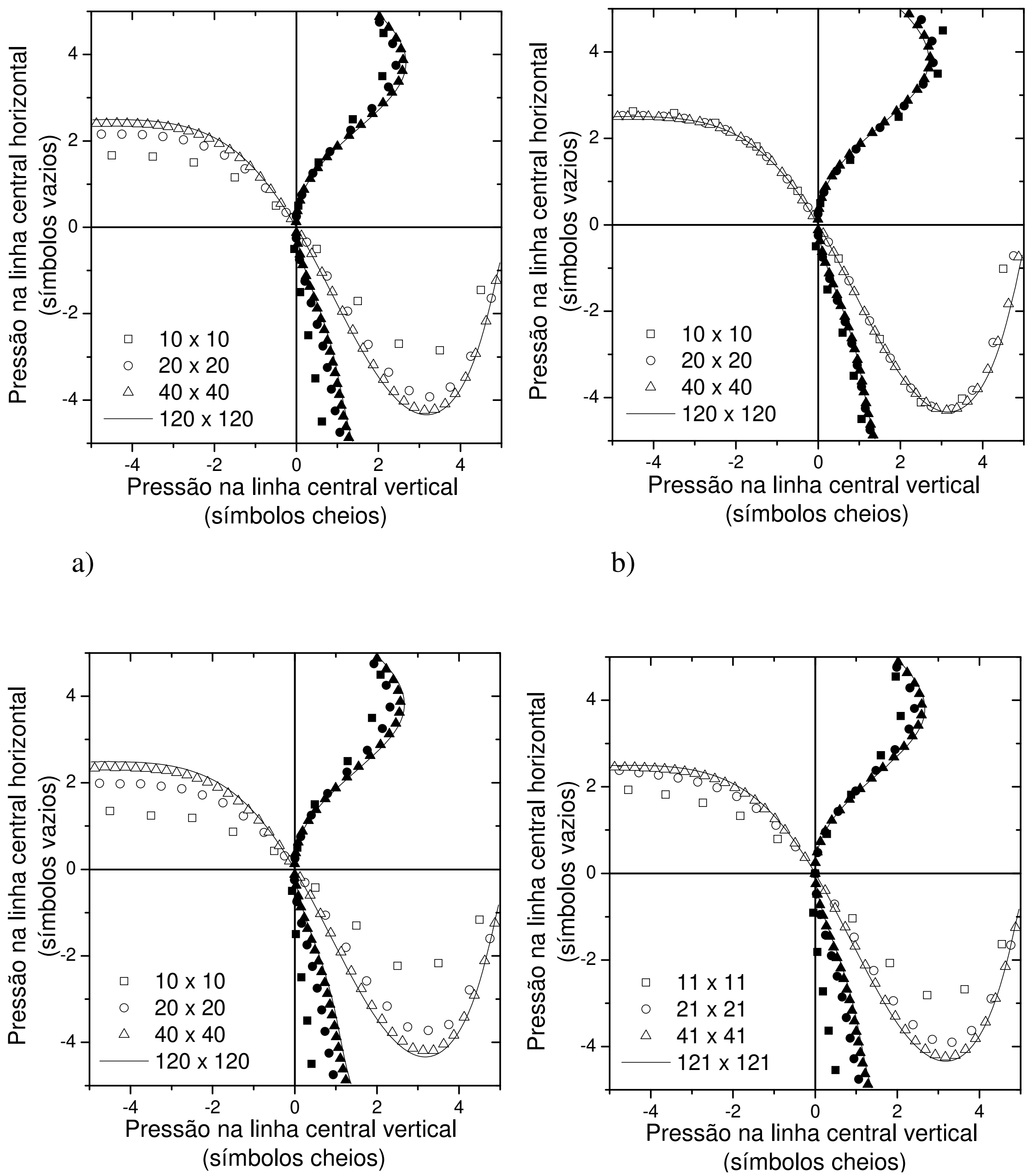


Figura 27 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=100, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

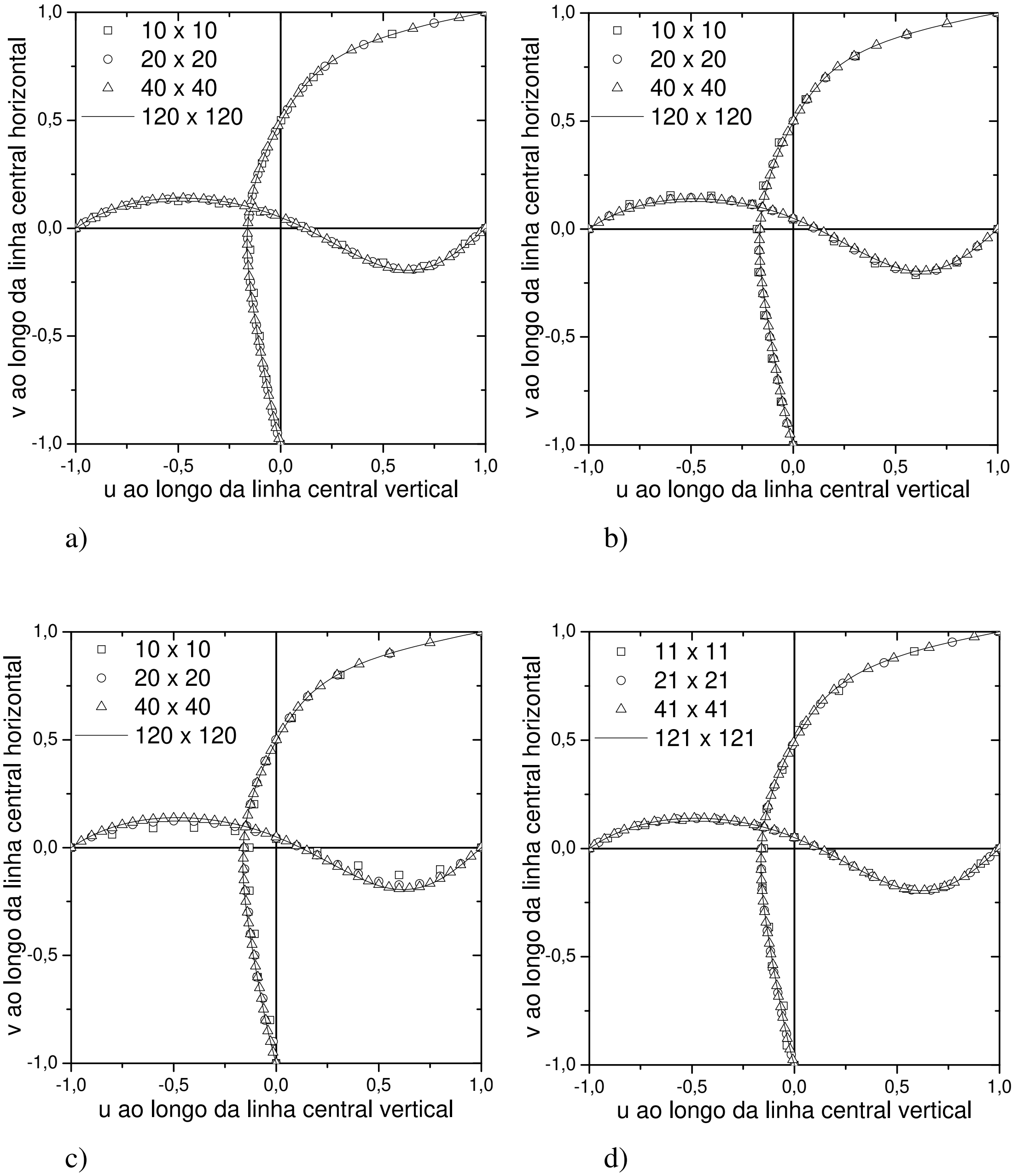


Figura 28 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=100, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

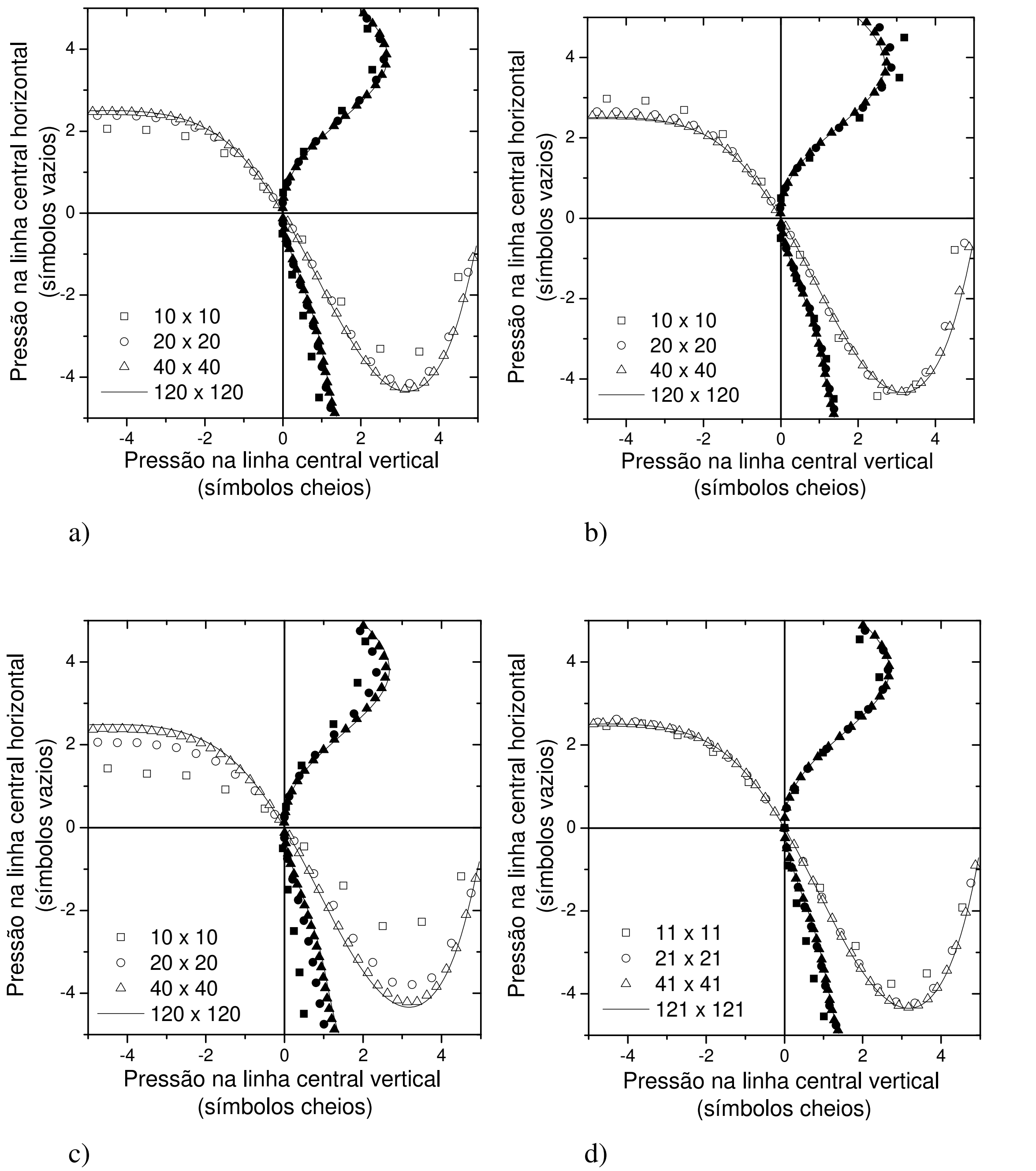


Figura 29 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=100, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) colocalizada nos vértices, d) colocalizada nos centros.

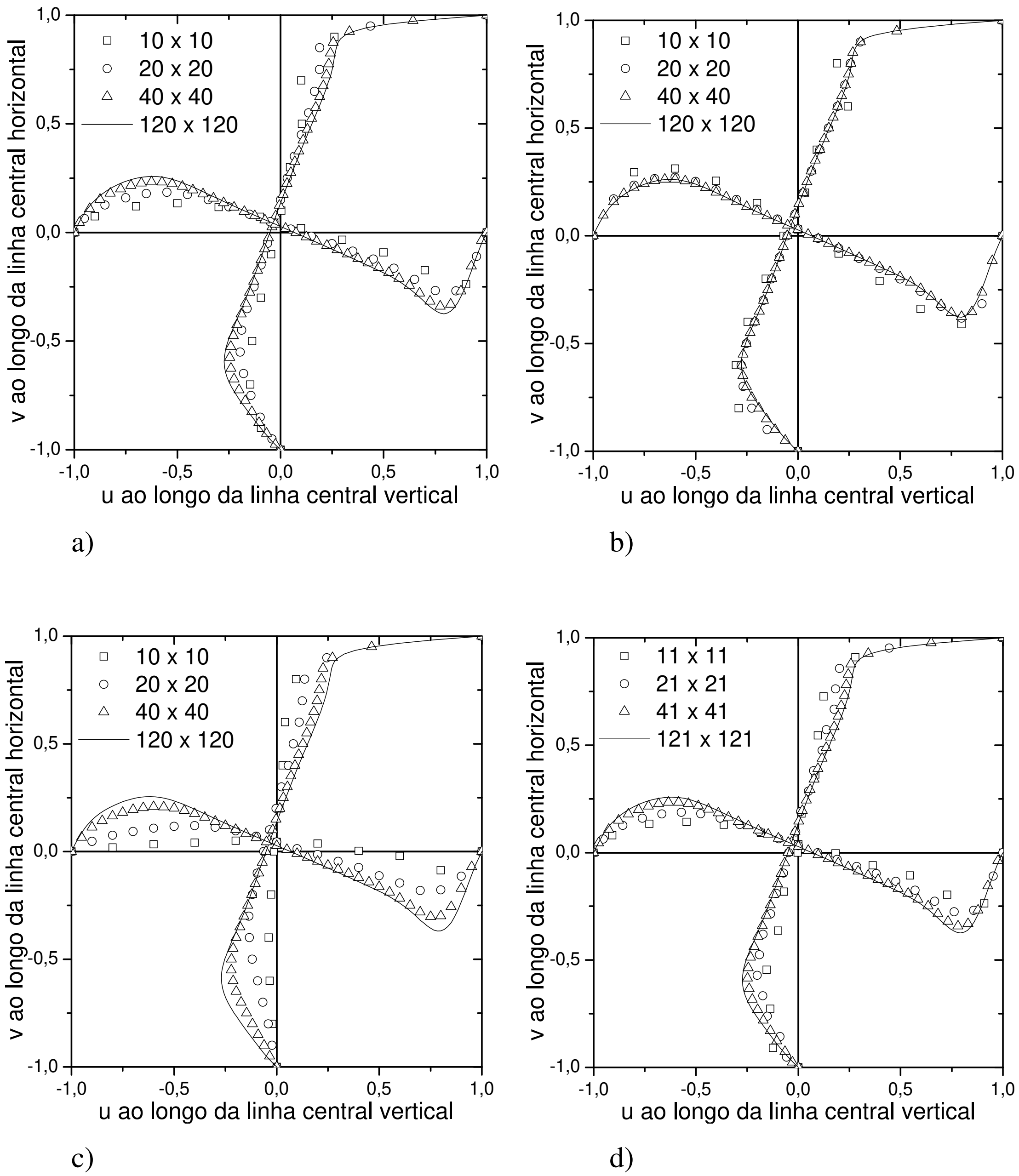


Figura 30 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

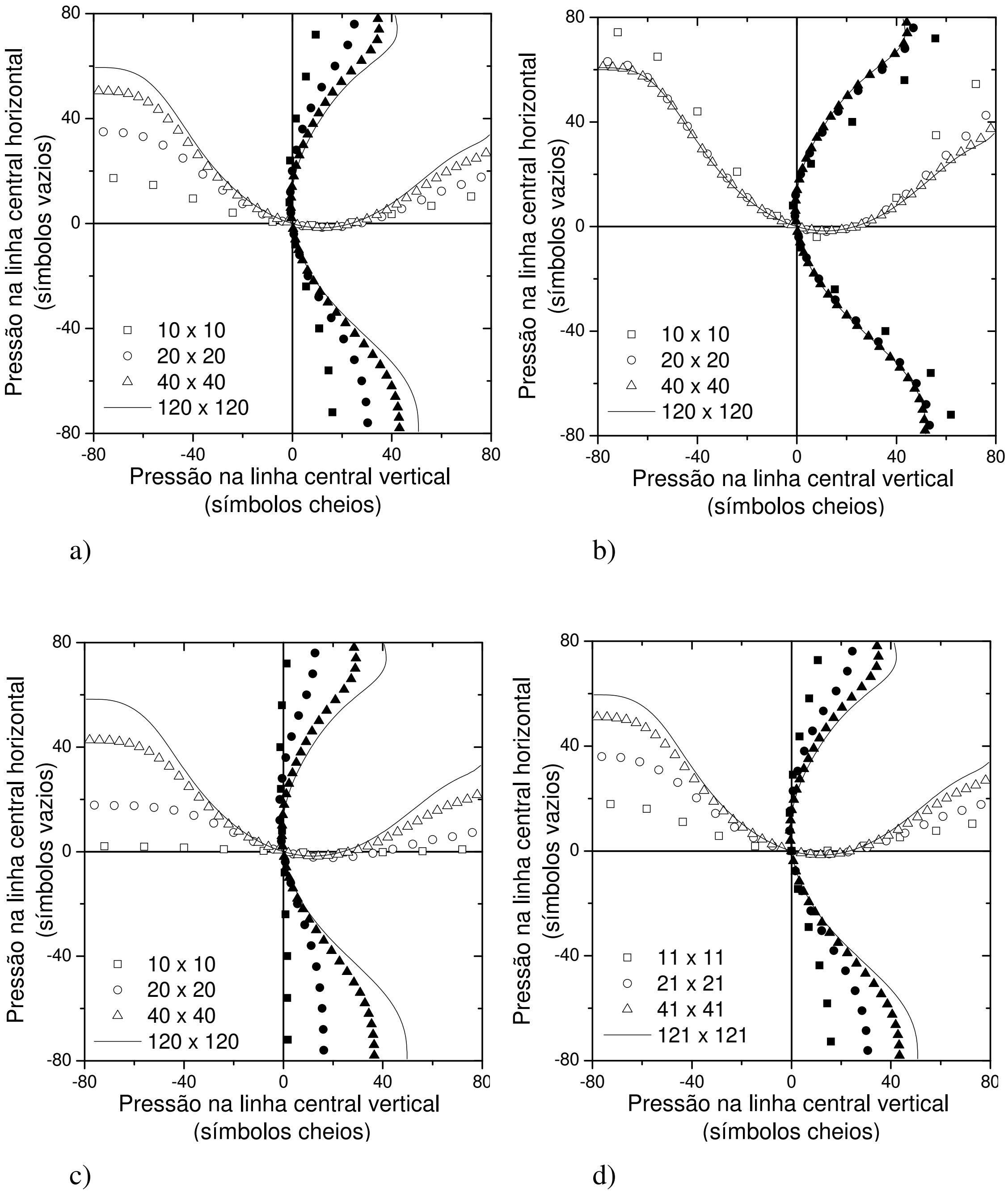


Figura 31 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o esquema central com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

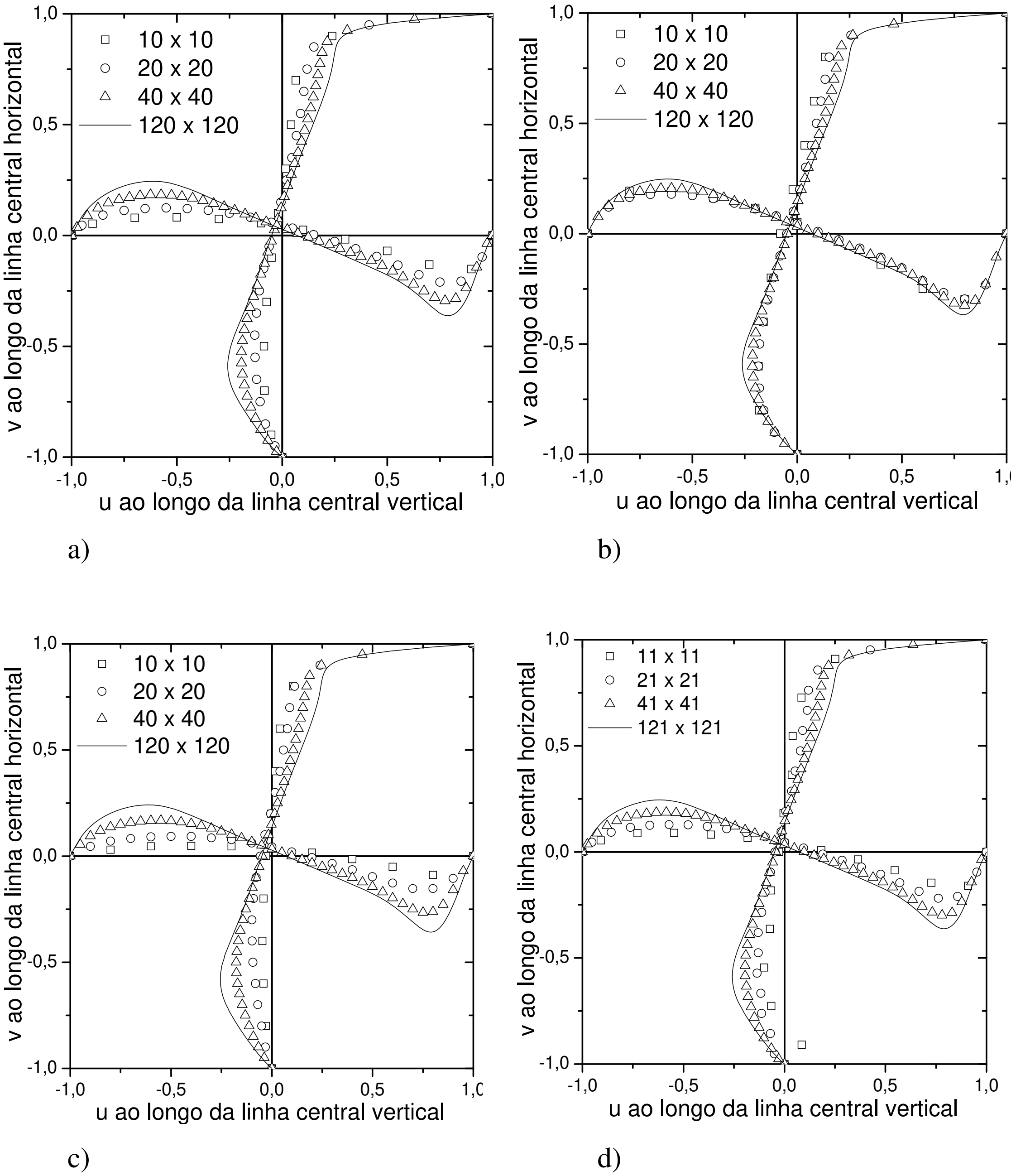


Figura 32 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

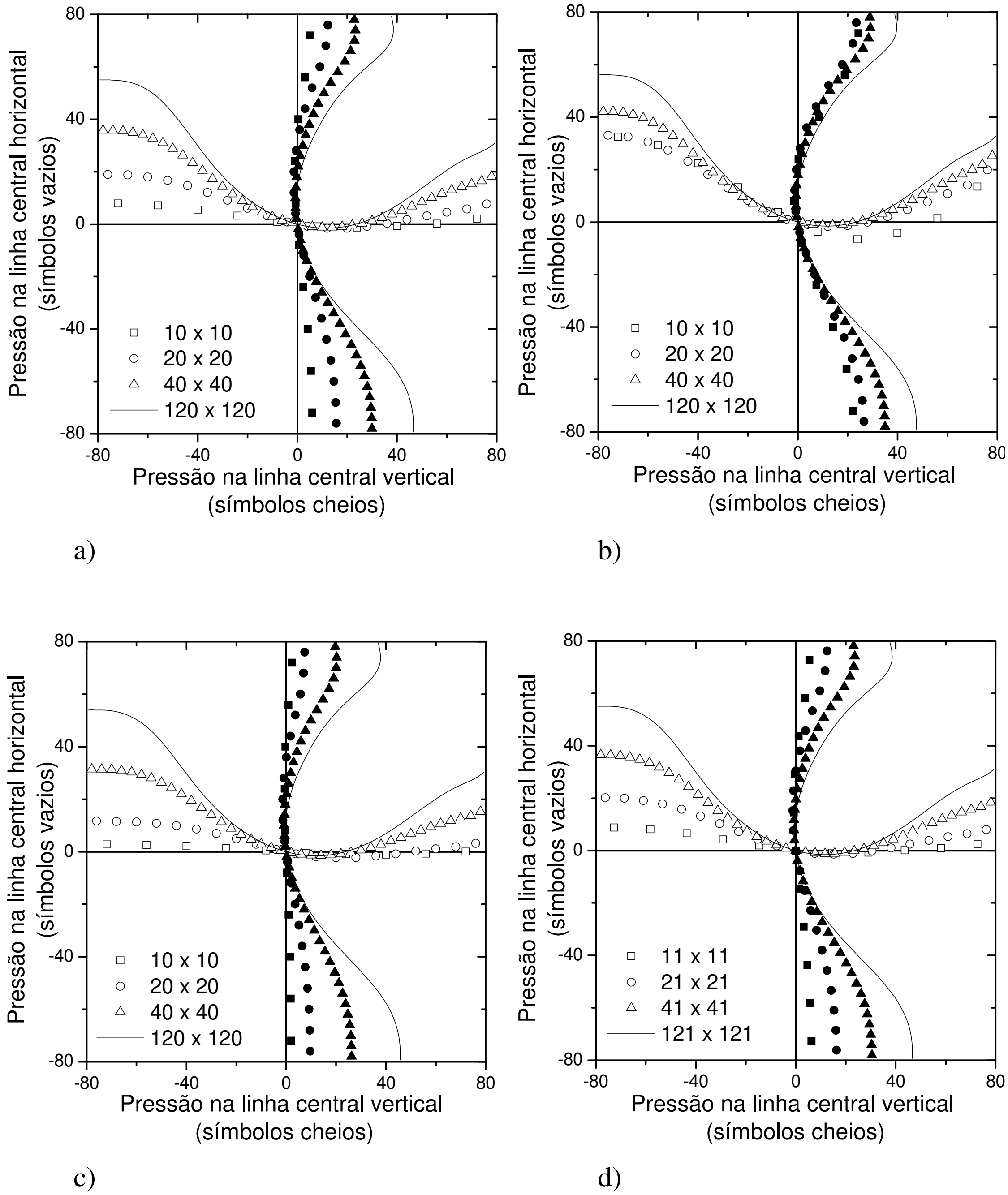


Figura 33 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

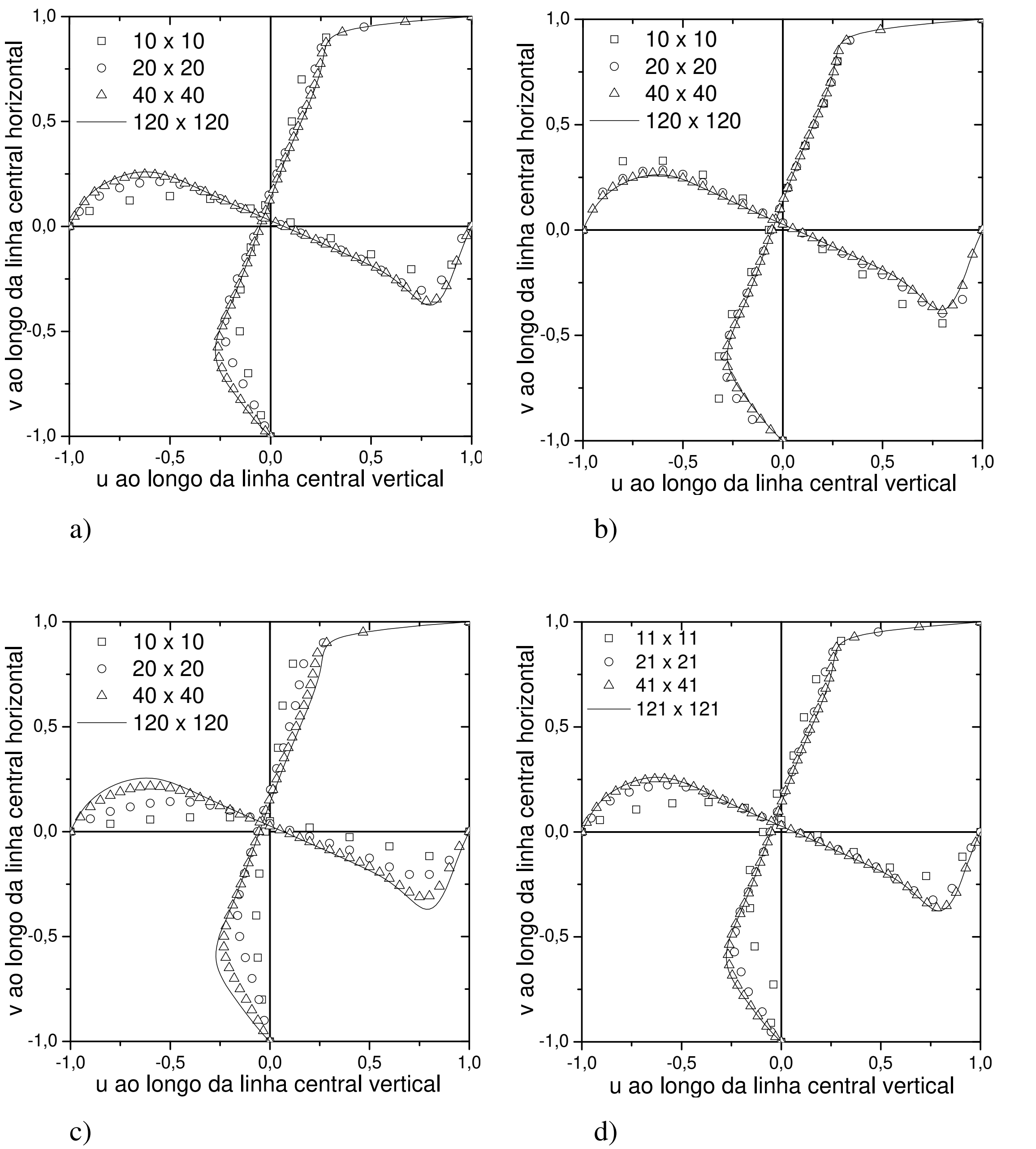


Figura 34 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

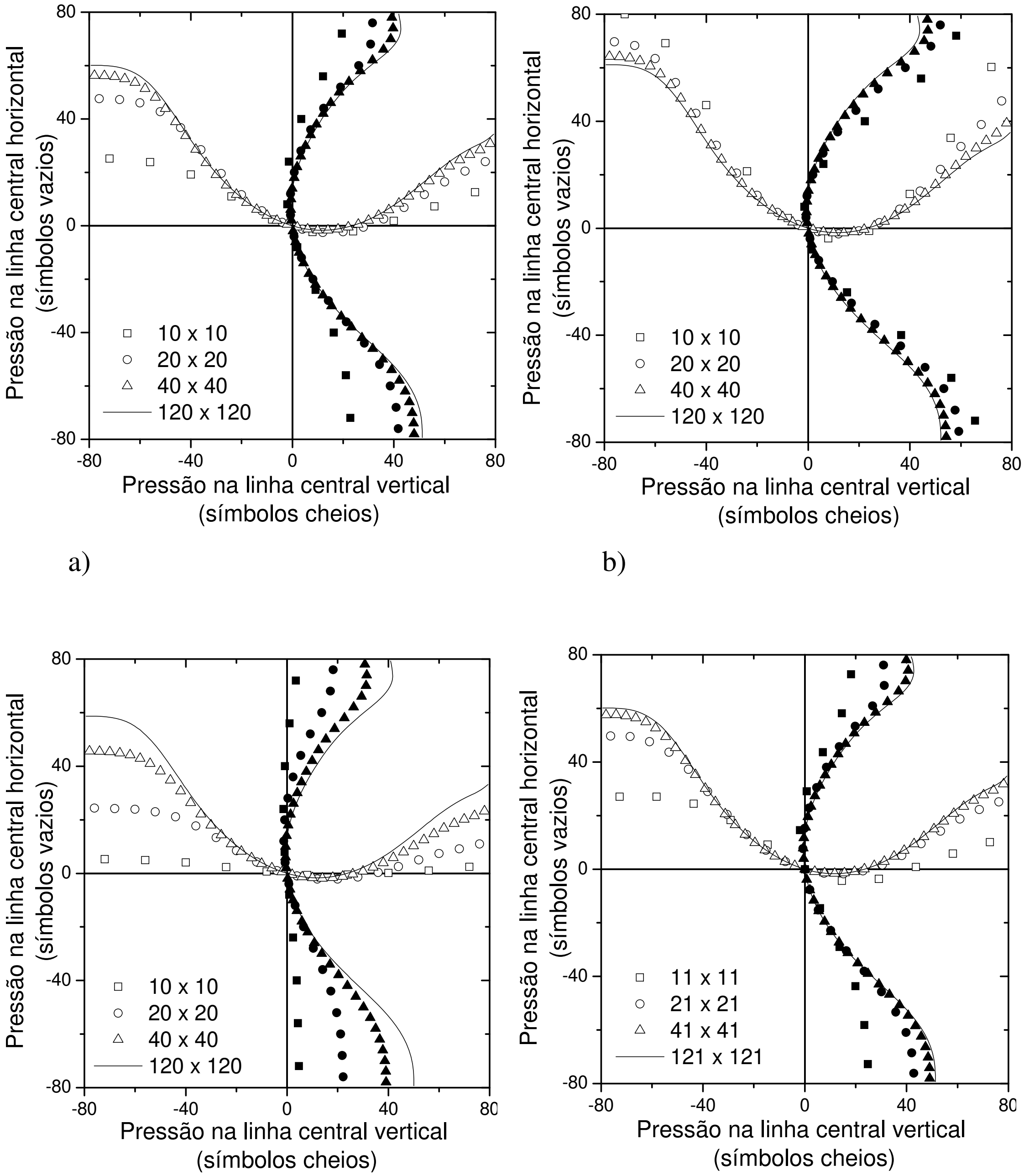


Figura 35 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=1000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

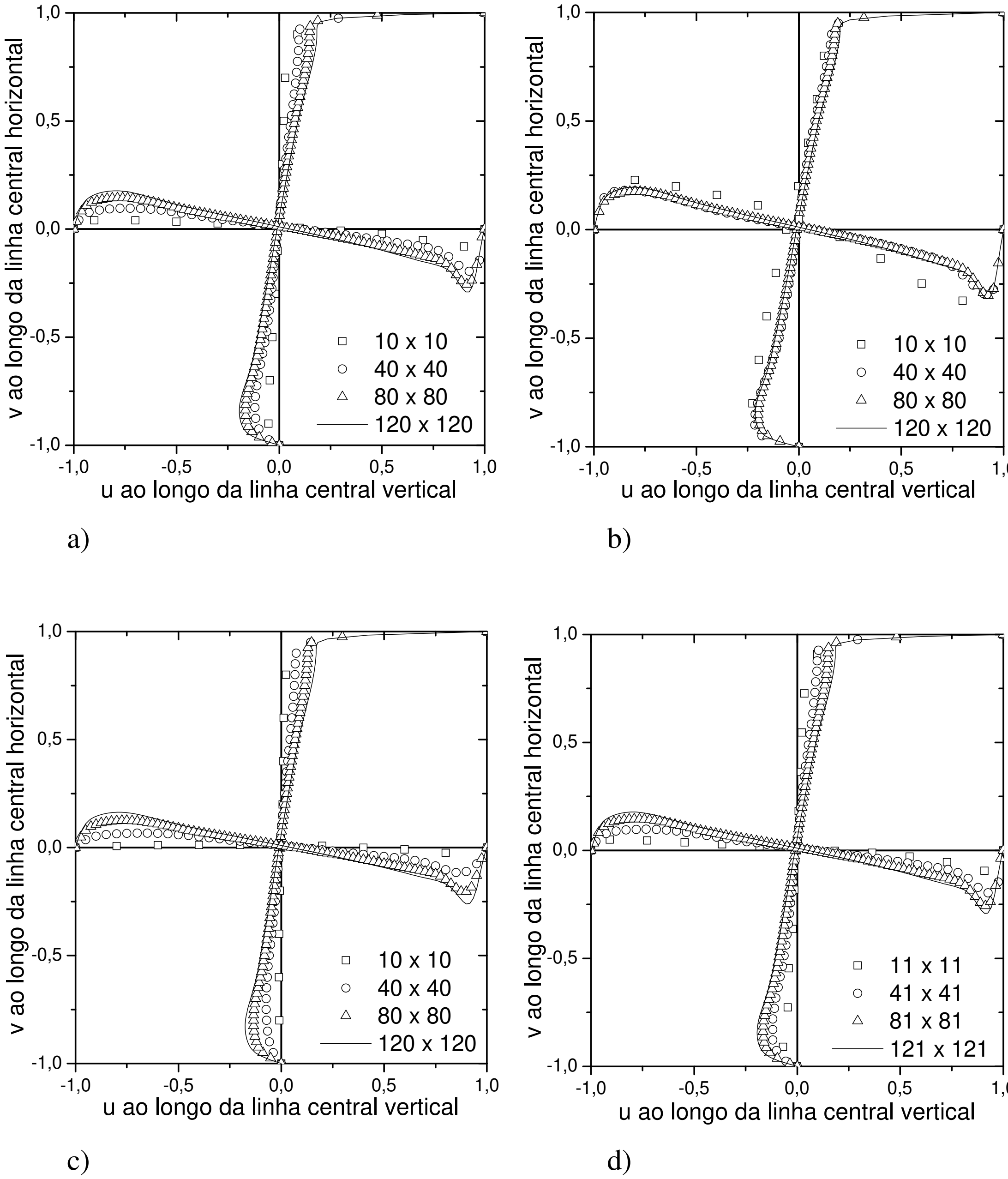


Figura 36 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=10000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

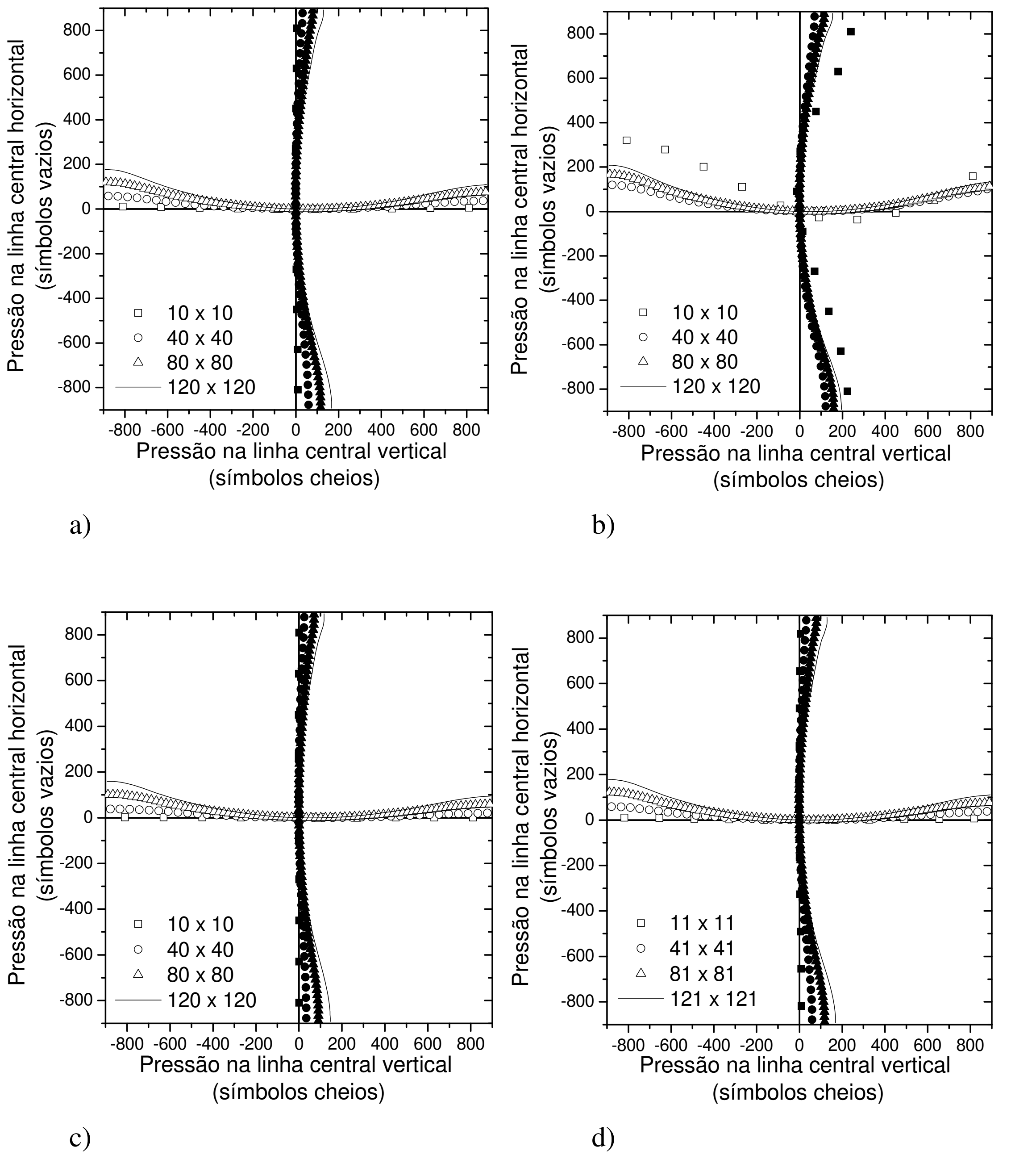


Figura 37 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=10000, usando o esquema exponencial com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

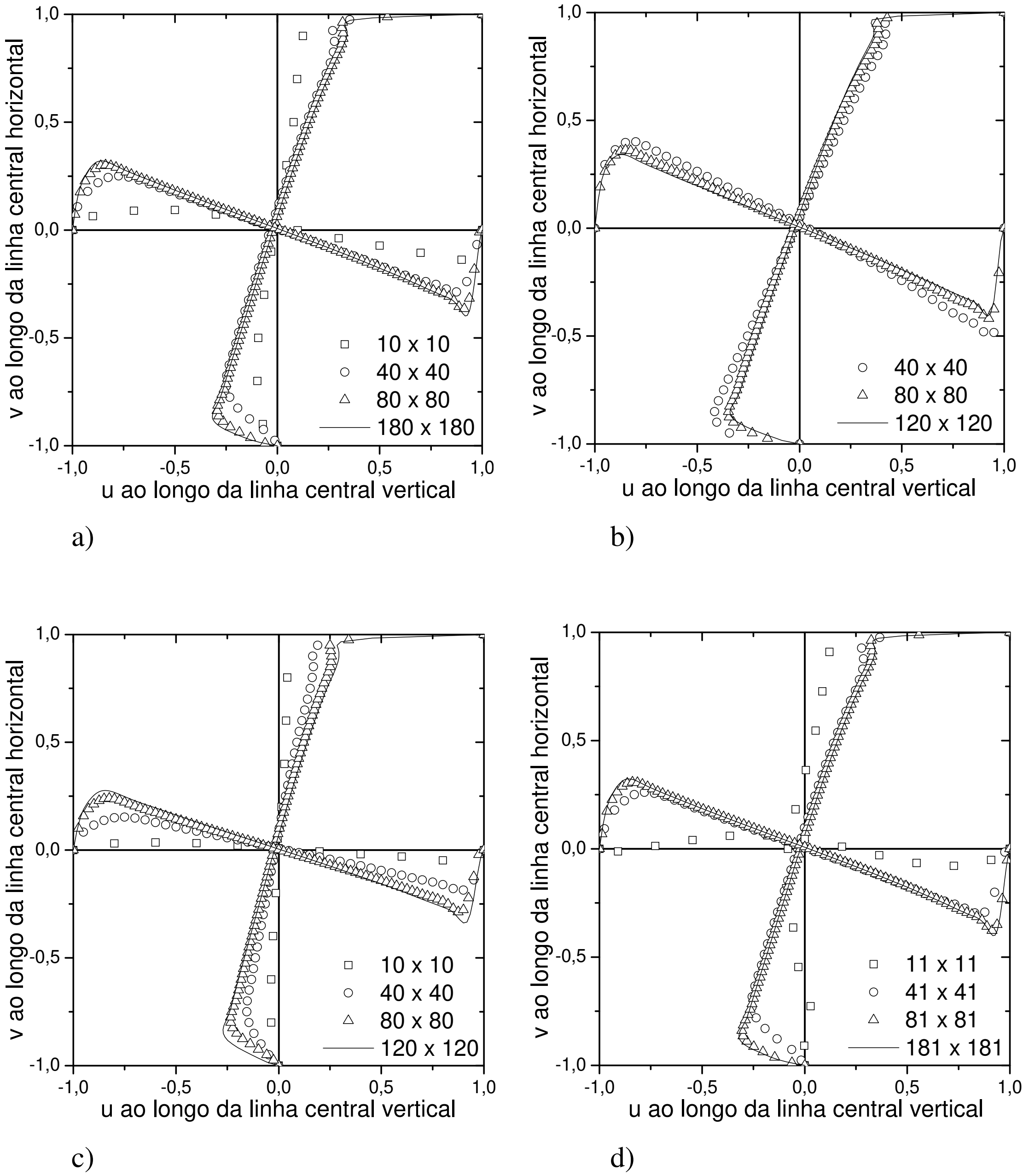


Figura 38 - Componentes de velocidades ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=10000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

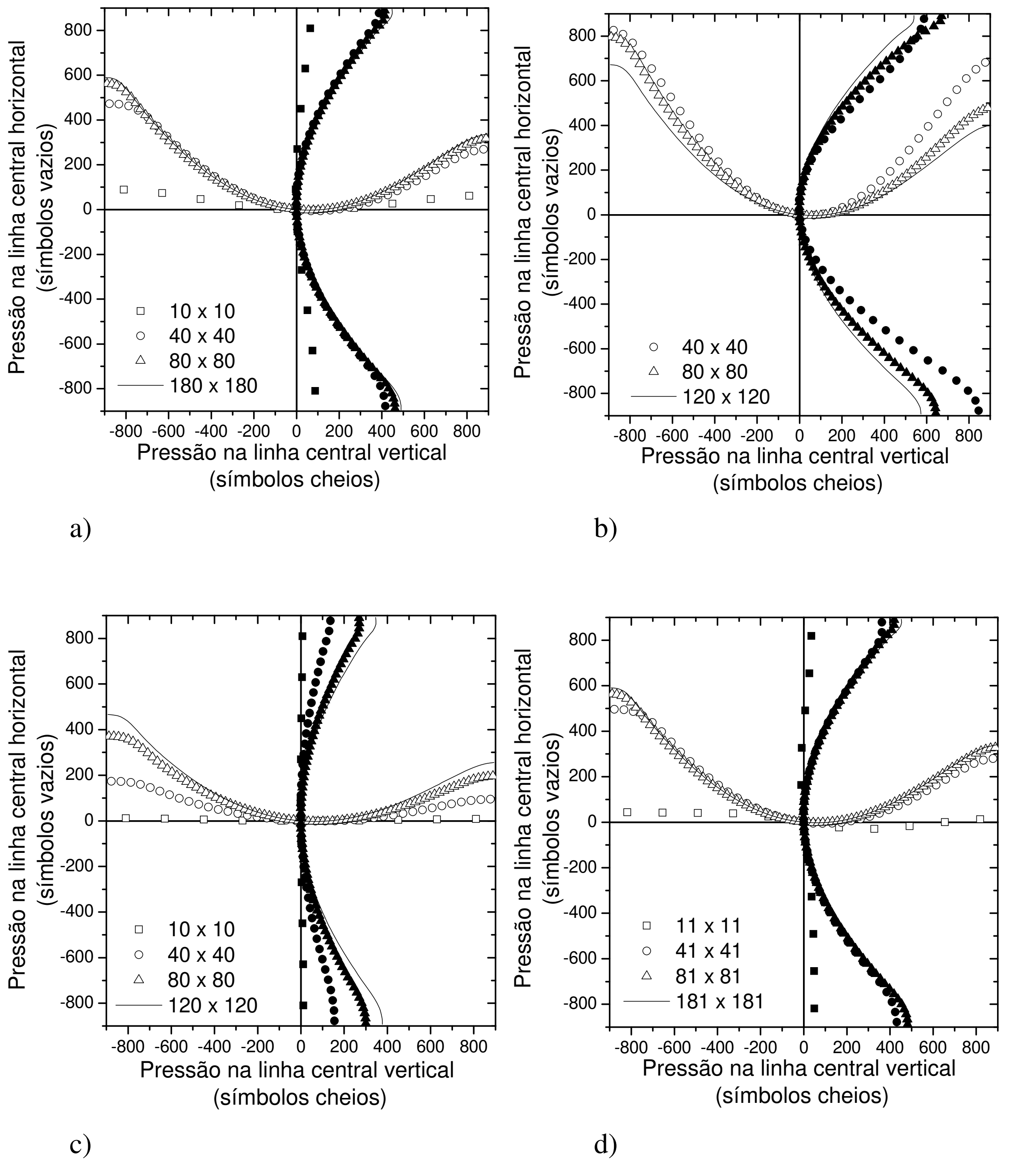


Figura 39 - Pressão ao longo das linhas centrais para o escoamento na cavidade regularizada com Re=10000, usando o UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

A seguir tem-se a Tabela 4 com as extrapolações para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade *u* e *v* através das linhas centrais vertical e horizontal e da diferença de pressão máxima ao longo da linha central horizontal para o escoamento da cavidade regularizada para Re = 100, 1000 e 10000.

Na Tabela 4, as extrapolações com Re = 100 diferem pouco entre si. Para o mínimo de *u* com os três esquema, as extrapolações diferem entre si apenas no quinto dígito. Para o máximo de *v* todas as extrapolações são coincidentes, e para o mínimo de *v* as extrapolações diferem entre si apenas no quinto dígito.

Para Re = 1.000 apresentam-se apenas as extrapolações para os esquemas central e UNIFAES pois, como se viu no caso do problema da cavidade em sua forma tradicional, as extrapolações com o esquema exponencial não são confiáveis. Para os três pontos extremos os resultados diferem entre si apenas no quarto dígito.

Para Re = 10.000 apresenta-se apenas as extrapolações para o UNIFAES com os dois refinamentos de malha, 121x121 e 181x181. Para o refinamento até 121x121 os resultados dos três pontos extremos diferem entre si já no segundo dígito para a malha co-localizada nos vértices e no terceiro digito para as demais malhas. Para o refinamento até 181x181 no mínimo de *u* e máximo de *v* os resultados coincidem entre si, e para o mínimo de *v* os resultados diferem entre si apenas no terceiro dígito. Como já dito antes, o esquema exponencial tem uma baixa acuidade para altos números de Reynolds. O UNIFAES mostrou-se muito superior ao exponencial.

Tabela 4 - Resultados extrapolados para os pontos extremos contínuos das componentes de velocidade e diferença de pressão através das linhas centrais para o escoamento da cavidade regularizada usando os quatro tipos de malhas com os três esquemas.

Números de Reynolds	Esquema	Malha	Extrapolações			
			Mínimo de u	Máximo de v	Mínimo de v	Diferença de p
100	Central	Deslocada MAC	-,16337	,13929	-,19535	6,858
		Col. nos centros	-,16337	,13929	-,19535	6,856
		Col. nos vértices	-,16342	,13929	-,19534	6,855
		Semi-deslocada	-,16337	,13929	-,19534	6,846
	Exponencial	Deslocada MAC	-,16336	,13929	-,19535	6,858
		Col. nos centros	-,16337	,13929	-,19535	6,856
		Col. nos vértices	-,16342	,13929	-,19533	6,855
		Semi-deslocada	-,16337	,13929	-,19534	6,846
	UNIFAES	Deslocada MAC	-,16336	,13929	-,19534	6,857
		Col. nos centros	-,16337	,13929	-,19534	6,856
		Col. nos vértices	-,16342	,13929	-,19534	6,859
		Semi-deslocada	-,16337	,13929	-,19534	6,846
1.000	Central	Deslocada MAC	-,2768	,2618	-,3786	62,45
		Col. nos centros	-,2767	,2617	-,3785	62,44
		Col. nos vértices	-,2766	,2615	-,3782	62,35
		Semi-deslocada	-,2767	,2618	-,3785	62,44
	UNIFAES	Deslocada MAC	-,2765	,2615	-,3781	62,34
		Col. nos centros	-,2763	,2614	-,3778	62,28
		Col. nos vértices	-,2766	,2616	-,3783	62,36
		Semi-deslocada	-,2768	,2618	-,3786	62,44
10.000	UNIFAES (até 121x121)	Deslocada MAC	-,323	,326	-,406	600,2
		Col. nos centros	-,325	,325	-,408	614,8
		Col. nos vértices	-,301	,306	-,381	544,6
		Semi-deslocada	-,334	,325	-,399	574,8
	UNIFAES up to 181x181)	Deslocada MAC	-,323	,325	-,407	597,1
		Col. nos centros	-,323	,325	-,406	597,9

A seguir, da Fig. (43) à (45) têm-se os gráficos de erros para Re = 100, 1000 e 10000 comparando os esquemas e, da Fig. (46) à (48) têm-se os gráficos de erros mostrando os mesmos resultados, mas apresentados de forma a favorecer a comparação das malhas.

O esquema UNIFAES apresentou os melhores resultados para todos os números Reynolds testados, exceto na malha semi-deslocada com Re = 100 e 1000. Mesmo nessa malha em que o UNIFAES não foi o melhor ele manteve aproximadamente o mesmo nível de erro que apresentou nas outras malhas; os esquemas exponencial e central é que tiveram resultados excepcionalmente acurados nestes casos. Esses resultados excepcionalmente acurados dos esquemas central e exponencial se deve ao cancelamento parcial entre os erros dos esquemas, que são desaceleradores, e os erros da malha semi-deslocada, que são aceleradores, dando a impressão de que o UNIFAES é inferior aos outros dois esquemas.

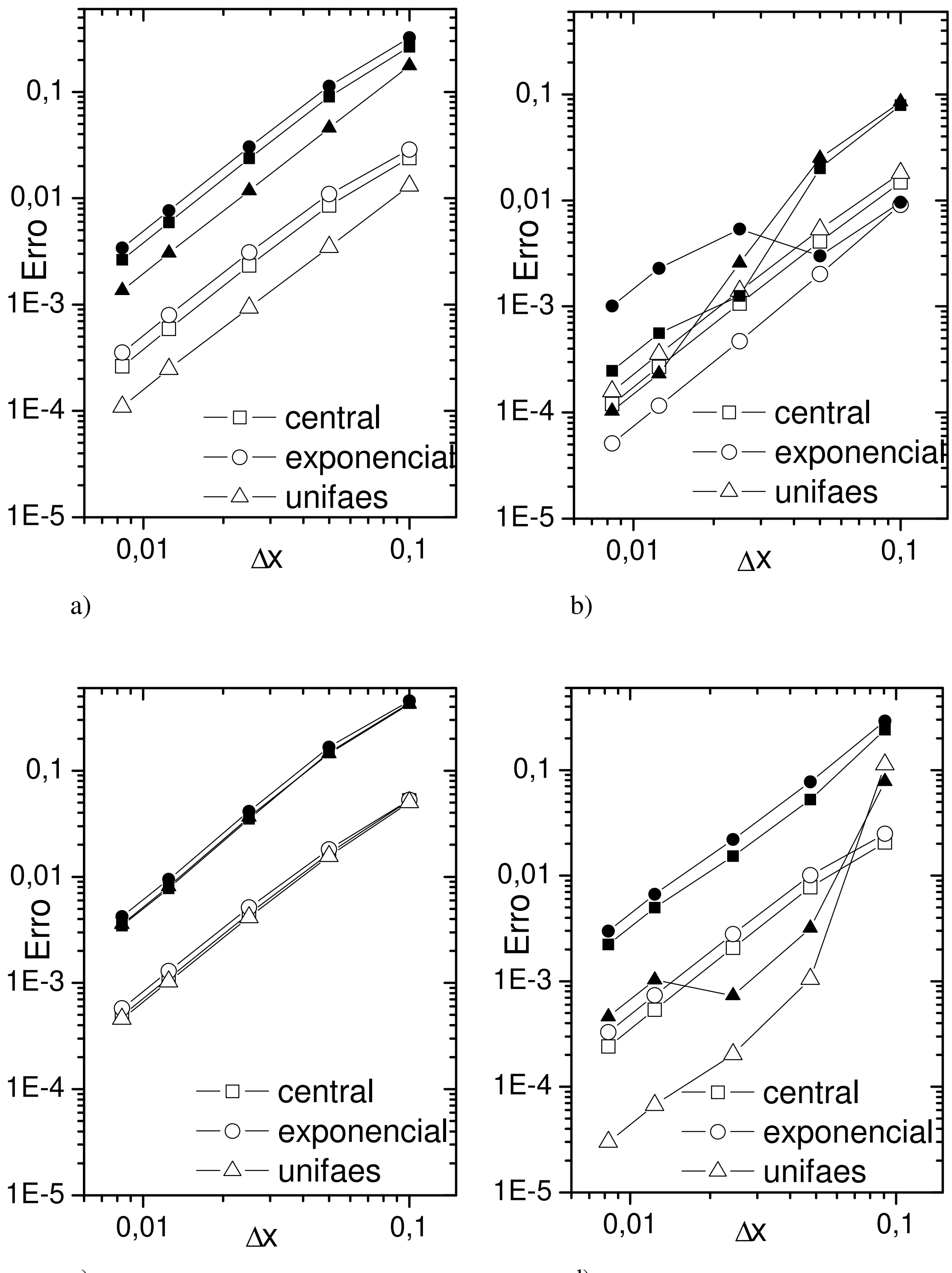


Figura 40 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade regularizada para Re=100 empregando os esquemas de diferenças centrais, exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi-deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

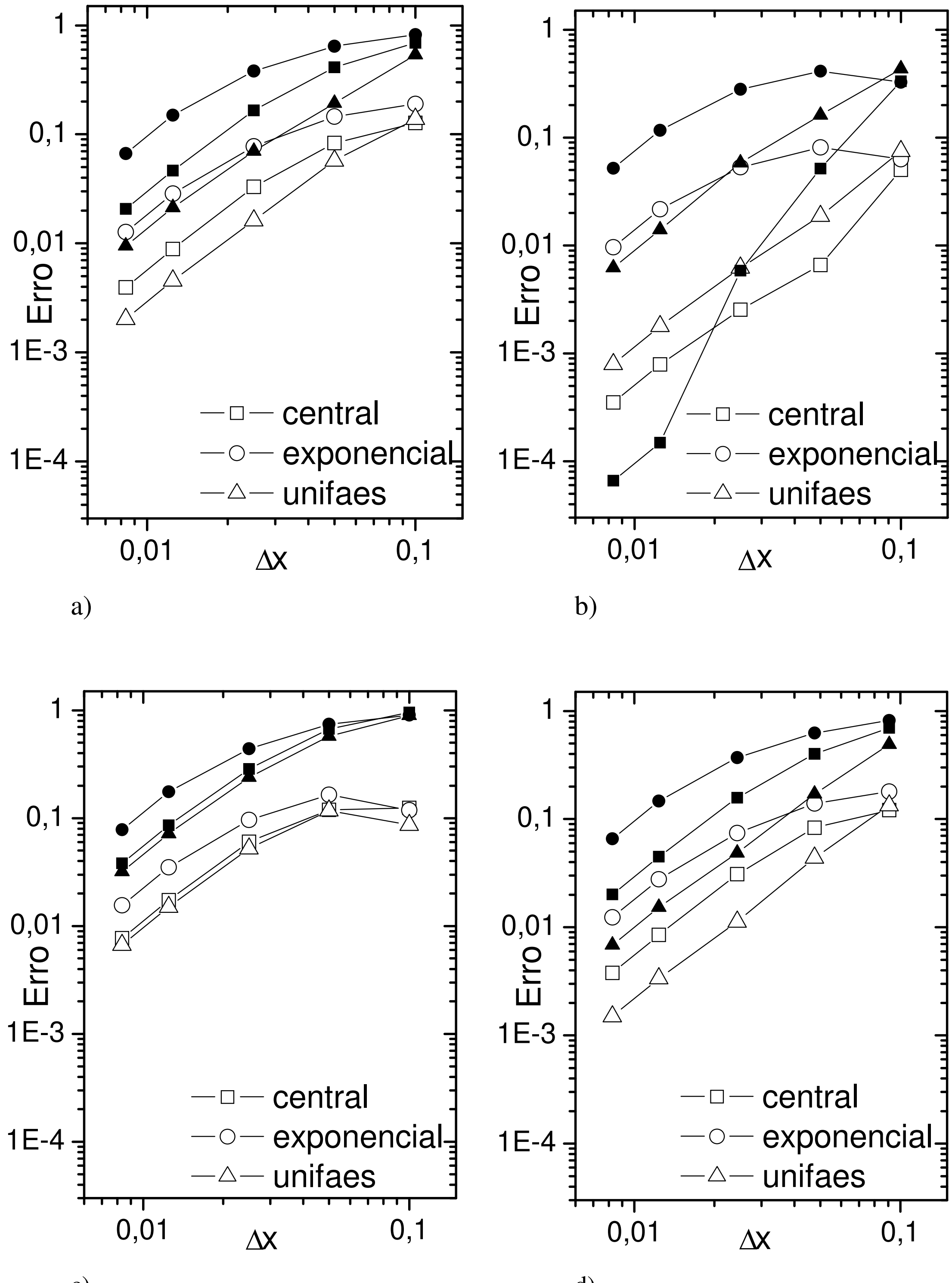
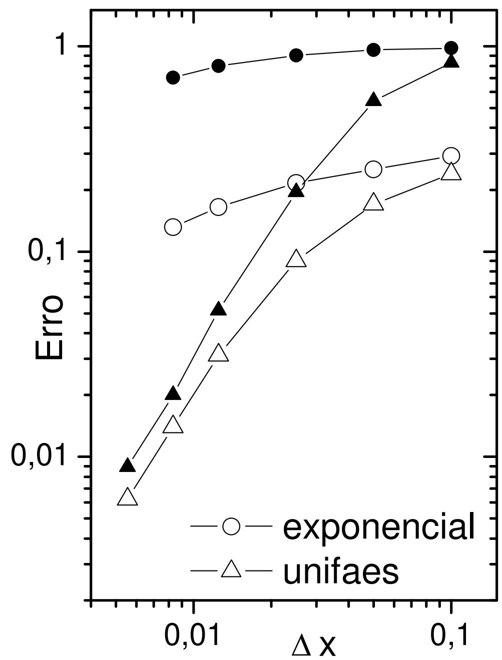
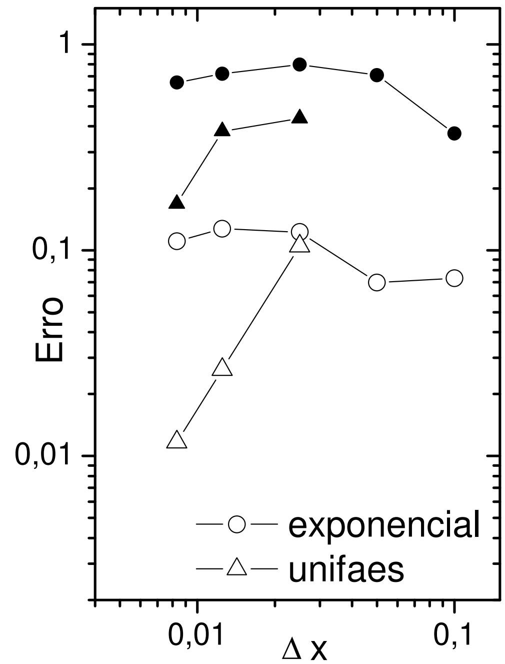


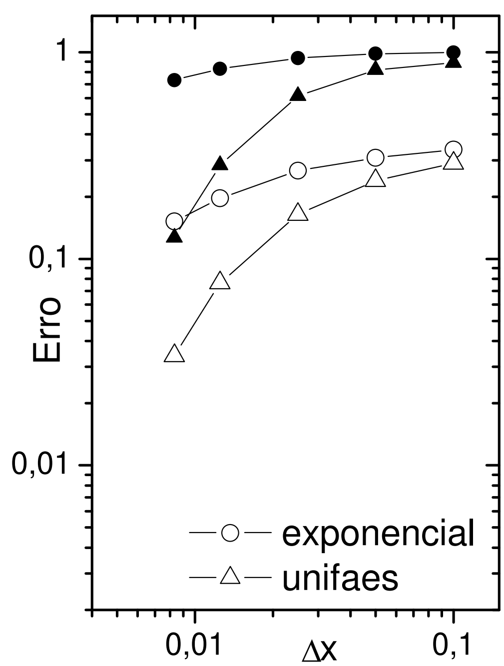
Figura 41 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade regularizada para Re=1000 empregando os esquemas de diferenças centrais, exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi- deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.



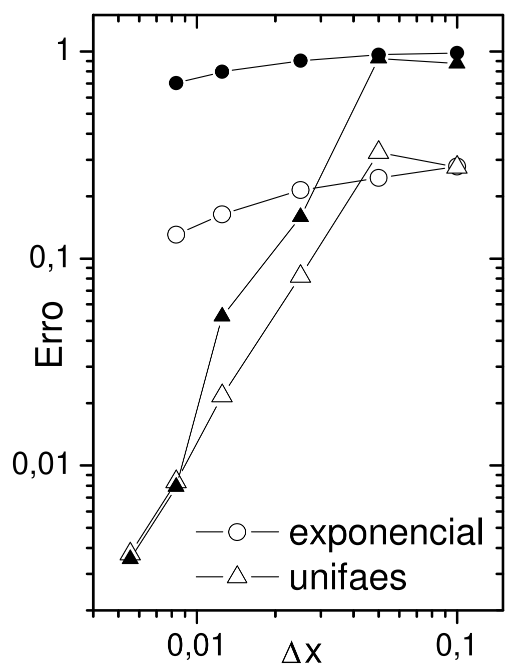
a)



b)



c)



d)

Figura 42 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para o problema da cavidade regularizada para Re=10000 empregando os esquemas exponencial simples e UNIFAES com as malhas: a) deslocada MAC, b) semi- deslocada, c) co-localizada nos vértices, d) co-localizada nos centros.

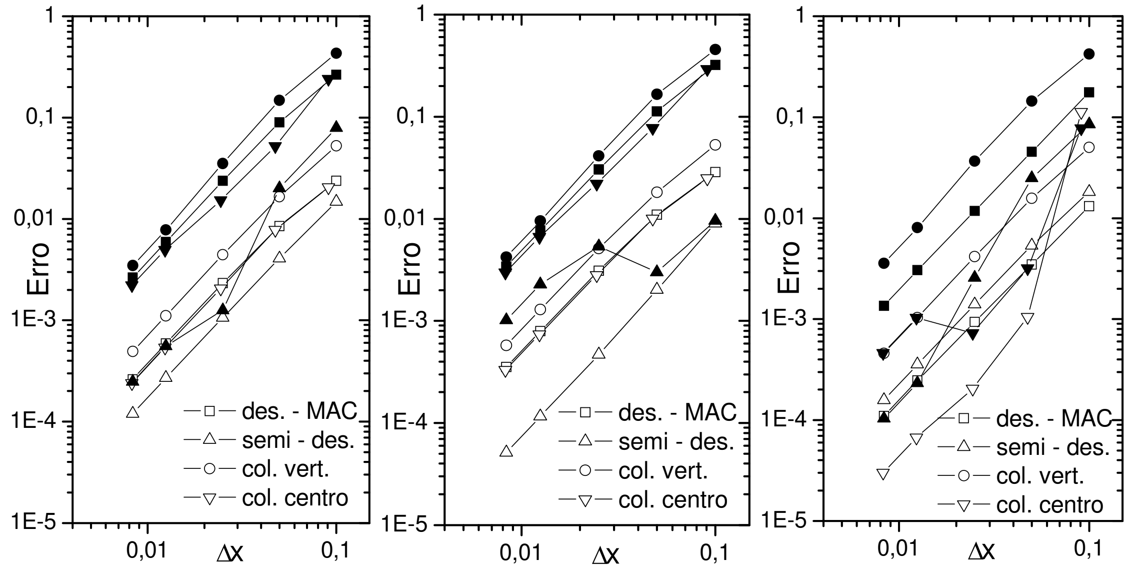


Figura 43 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas central (esquerda), exponencial (centro) e UNIFAES (direita) respectivamente com Re=100.

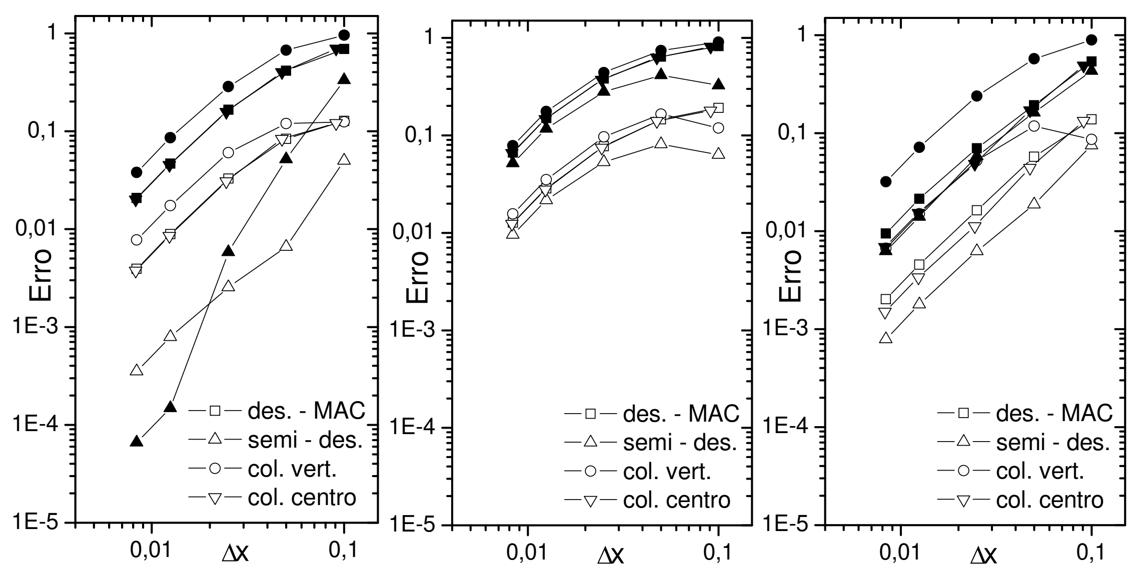
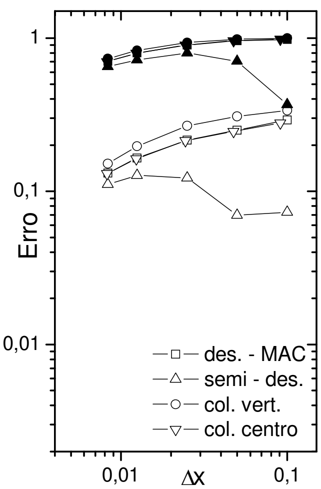


Figura 44 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas central (esquerda), exponencial (centro) e UNIFAES (direita) respectivamente com Re=1000.



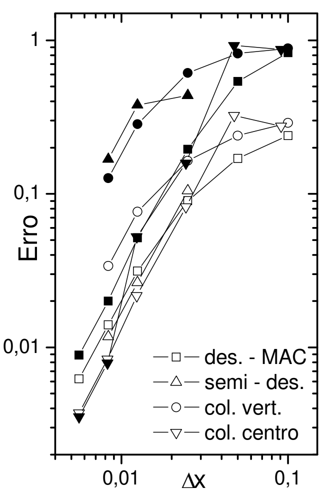


Figura 45 - Evolução dos erros de rms. dos pontos extremos da velocidade (símbolos vazios) e diferença de pressão (símbolos cheios) contra o refinamento da malha para os esquemas exponencial (esquerda) e UNIFAES (direita) com Re=10000.

4.3) Resultados para o degrau

Este capítulo mostra os resultados para o escoamento em um degrau, sendo empregada apenas a malha semi-deslocada.

A escolha do domínio foi baseada no trabalho de Armaly *et al.* (1983), que é um trabalho muito citado na literatura como referência, que tem as dimensões $h = 5,2mm$ e $S = 4,9mm$:

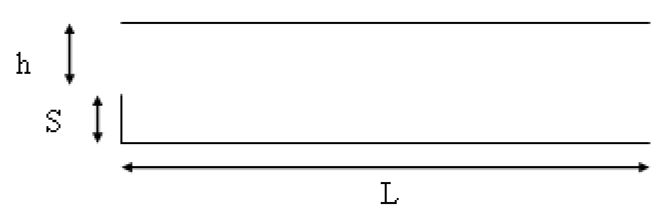


Figura 46 – Esboço do degrau com as dimensões do trabalho de Armaly *et al.* (1983).

Para manter as mesmas proporções deste trabalho, foi escolhida a altura do degrau de maneira que se pudesse dividir em partes inteiras iguais e com aproximadamente a mesma taxa de expansão, isto é, $5.2/10.1 \cong 17/33$. Para explicar melhor toma-se a diferença entre 5,2 e 4,9, isto é, 0,3. Se dividirmos a altura do domínio por este valor teremos aproximadamente 33 unidades. A partir dessa consideração escolheu-se os refinamentos de malha na direção vertical, usando 33 espaçamentos e seus múltiplos 66, 99, etc.

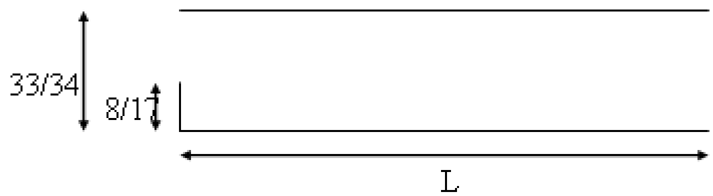


Figura 47 – Esboço do escoamento no degrau com suas dimensões.

A geometria tem as dimensões $[0\,,L]x[0\,,33/34]$. Utilizaram-se dois comprimentos para L: $L=10$ para a faixa de Reynolds de 100 a 700 e $L=15$ para Reynolds de 800 a 1200. O critério para a definição do comprimento do domínio baseou-se na comparação do efeito de diferentes comprimentos sobre o tamanho da bolha. Conforme mostrado na Tabela 5.

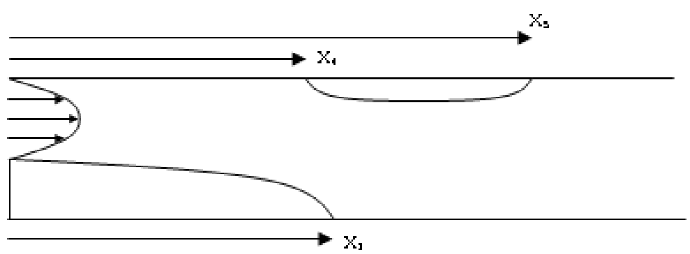


Figura 48 – Esboço dos comprimentos $X_1, X_4\ e\ X_5$.

Foram realizados vários testes, com várias malhas mantendo o tamanho das células e aumentando o domínio. Através destes testes, pôde-se perceber que, para a primeira bolha até Reynolds 800 uma modificação no comprimento do canal de 10 para 20 não interferia nos comprimentos de $X_1, X_4\ e\ X_5$, ou seja, o perfil já se mostrava desenvolvido. Por causa da segunda bolha foi preciso aumentar o comprimento do canal a partir de Reynolds 800 para cerca de 15. Esses resultados estão exibidos na tabela abaixo:

Tabela 5 - Resultados dos comprimentos das bolhas.

Malha semi-deslocada				
Reynolds	Comprimento do canal	Comprimento das bolhas		
		X_1 / S	X_4 / S	X_5 / S
100	10,0(33x33)	3,23878	--------	--------
	20,0(66x33)	3,23878	--------	--------
500	10,0 (66x66)	9,53269	8,38653	13,02188
	20,0 (132x66)	9,53272	8,38654	13,02188
800	15,15 (50x33)	12,07873	10,19506	19,80813
	20,0(67x33)	12,07872	10,19506	19,80813
1200	15,15 (150x99)	13,83799	11,00957	28,52413
	20,0(198x99)	13,83799	11,00957	28,45258

Para a obtenção dos resultados com o problema do degrau foi modificado o programa desenvolvido previamente por Figueiredo, com implementação para a nova geometria. A implementação consistiu em: 1 - na mudança do domínio e nas condições iniciais e de contornos, e 2 – na correção do Método de Gauss Siedel pelo fato que a malha não é mais quadrada, deixando de ser diagonalmente dominante. Foi usado o fator de sub-relaxação (SOR) para a equação da pressão dado por:

$$w = \frac{\left| \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right|}{\left| \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right| + \left| \frac{2}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta y^2} \right|} \tag{57}$$

donde $w \cong 1/3$ quando $\Delta x \gg \Delta y$.

O numerador da Eq. (57) é a soma dos termos da diagonal da matriz e o denominador é a soma dos termos das linhas da matriz. Usa-se essa Eq. para compensar a falta da diagonalidade dominante. Se a malha fosse quadrada $\Delta x = \Delta y$ então $w = 1$

A definição do número de Reynolds, conforme Armaly *et al*. (1983) é dada por:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \tag{58}$$

onde V é dois terços da medida máxima da velocidade de entrada, o qual corresponde no caso laminar à velocidade média de entrada, D é o diâmetro hidráulico da entrada (pequena) e corresponde a duas vezes a sua altura, $D = 2h$, e ν é a viscosidade cinemática.

Todos os contornos são impermeáveis e as paredes são sólidas. Para a velocidade, nas paredes e na entrada do canal foi usada a condição de contorno de Dirichlet. As paredes $x = 0$ e $0 \le y \le 8/17$, $0 \le x \le L$ e $y = 0$, $0 \le x \le L$ e $y = 33/34$ estão paradas. Na entrada o perfil foi assumido desenvolvido com a velocidade adimensionalizada como mostra a Eq. (59).

Em $x = 0$ e $8/17 \le y \le 33/34$

$$u = -6\left(4y^2 - \frac{98}{17}y + \frac{528}{289}\right) \qquad \text{e} \qquad v = 0 \tag{59}$$

Condição de contorno de Neumann homogênea é assumida na saída do canal, $x = L$ e $0 \le y \le 33/34$. O sistema de equações de pressão foi fechado empregando os valores de velocidade da fronteira, mesmo na saída, em que os valores de velocidade variam ao longo do processo iterativo. A equação de Poisson da pressão é resolvida iterativamente com 200 varreduras de Gauss-Siedel. No pós processamento foi usada a interpolação de Rhie e Chow (1983) para eliminar as oscilações no campo de pressão. Nesse pós processamento, os valores de velocidade são adotados na entrada e nas paredes sólidas e pressão nula é assumida na saída.

Como condição inicial foi imposta à velocidade de entrada em todo o domínio, Eq. (59) para todos os valores de x, satisfazendo a continuidade.

Da Figura (52) a (70) apresentam as linhas de corrente e gráficos de pressão para vários números de Reynolds. As figuras mostram-se coerentes com a literatura.

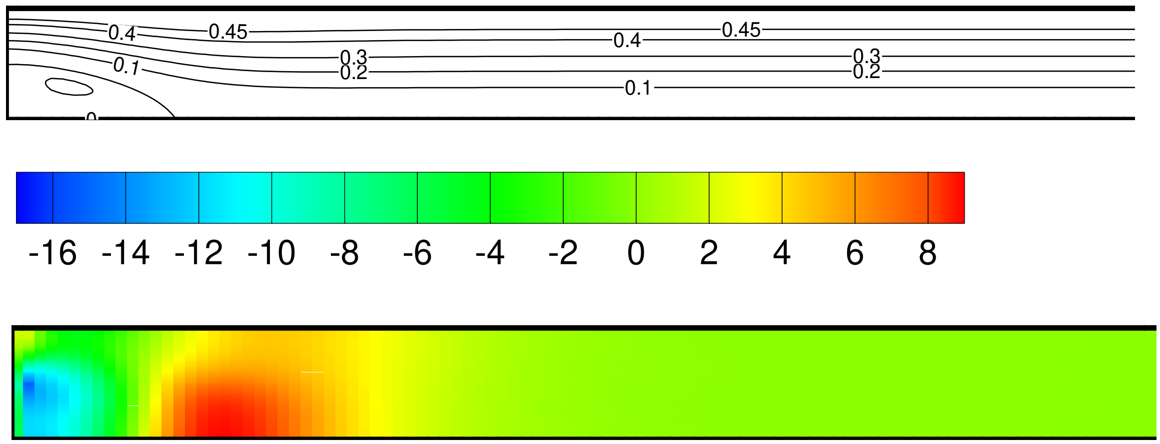


Figura 49 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=100 com o esquema central.

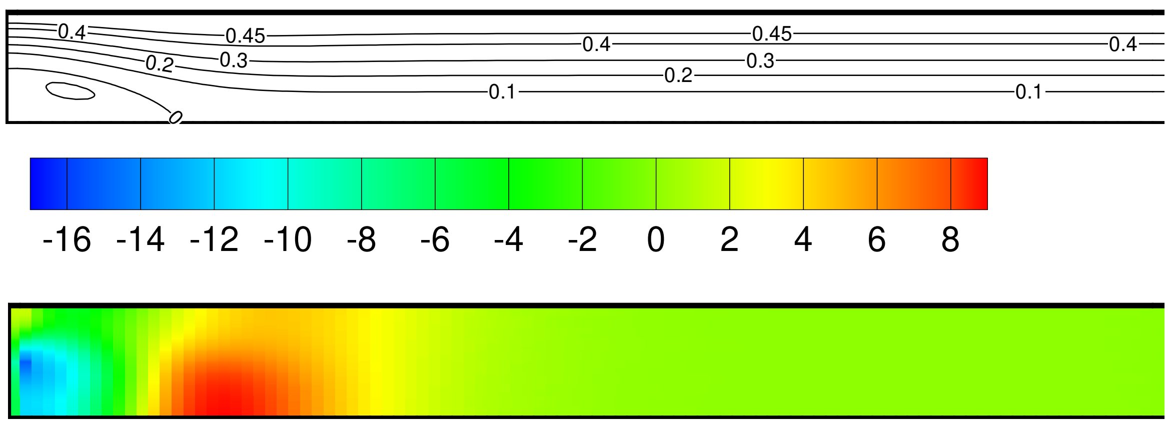


Figura 50 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=100 com o UNIFAES.

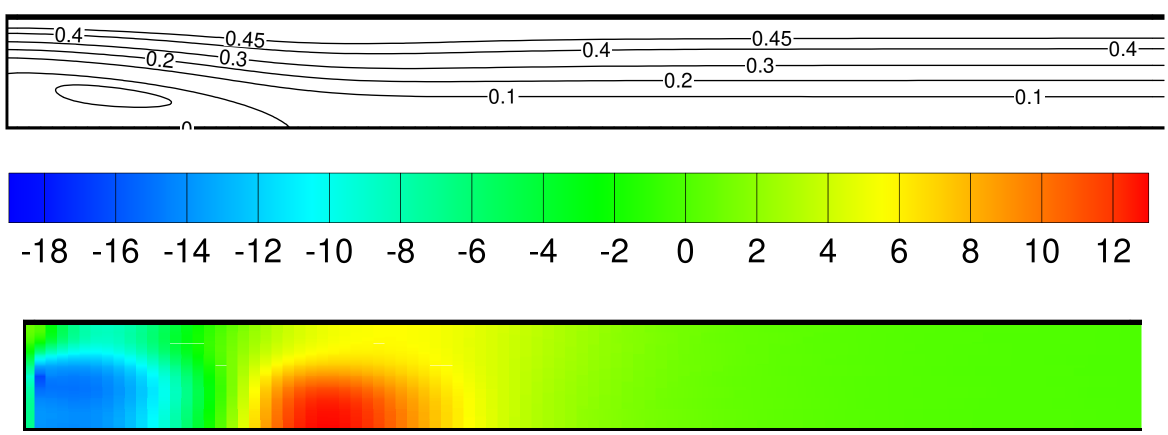


Figura 51 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=200 com o esquema central.

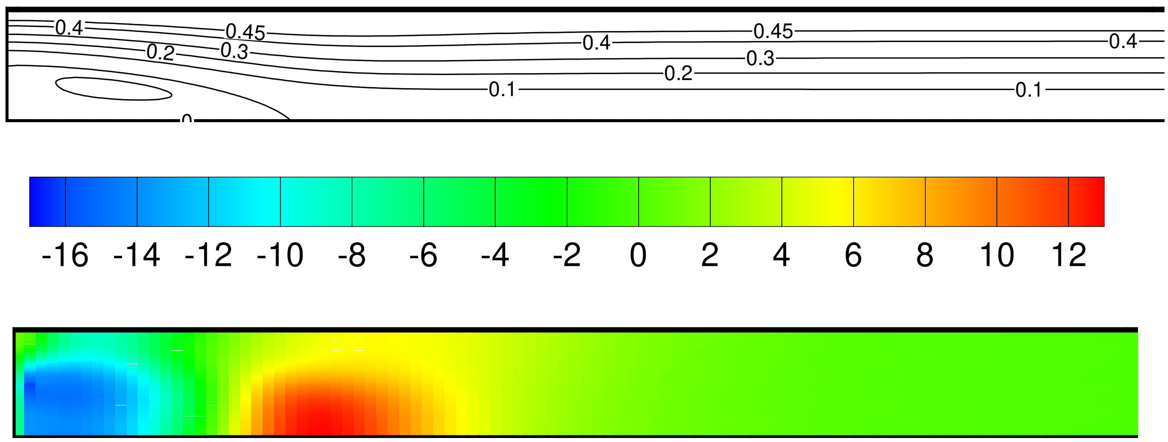


Figura 52 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=200 com o UNIFAES.

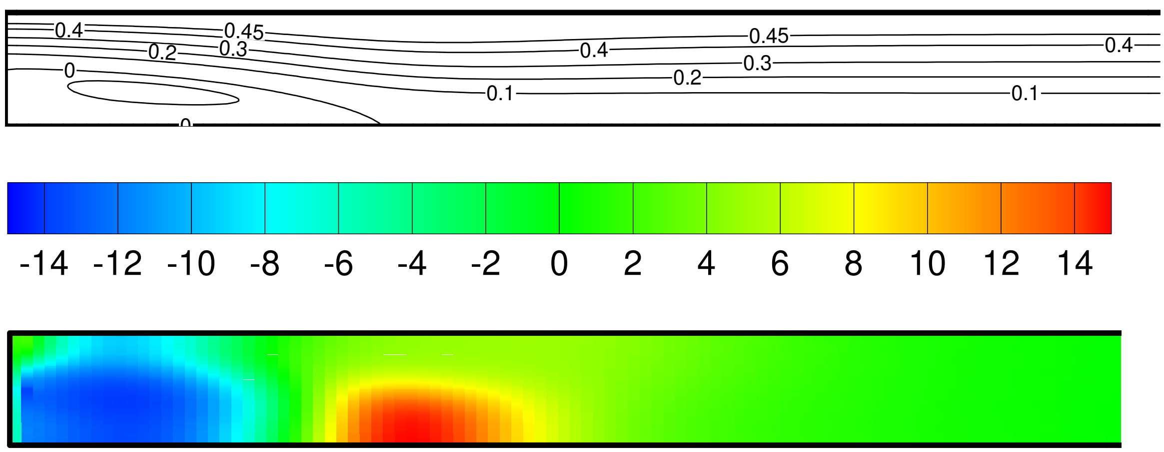


Figura 53 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=300 com o esquema central.

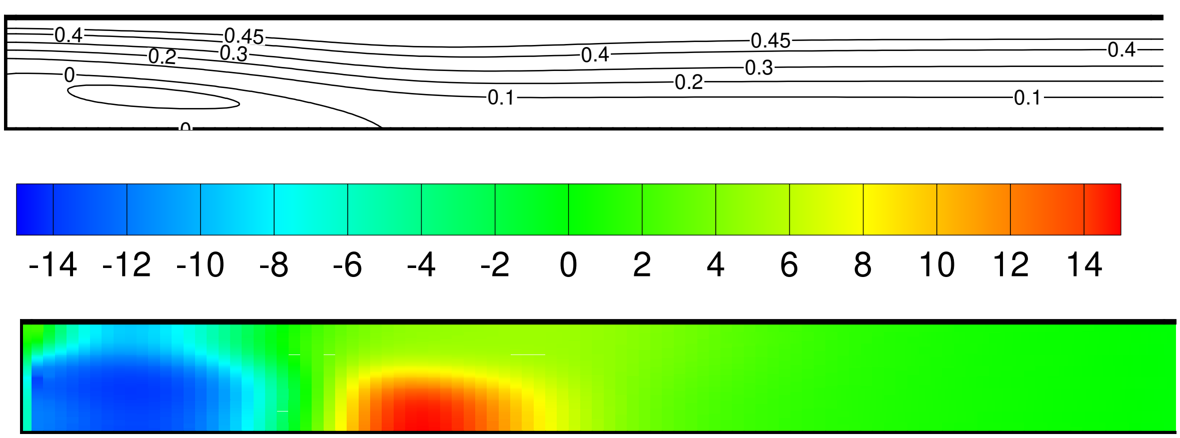


Figura 54 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para R = 300 com o UNIFAES.

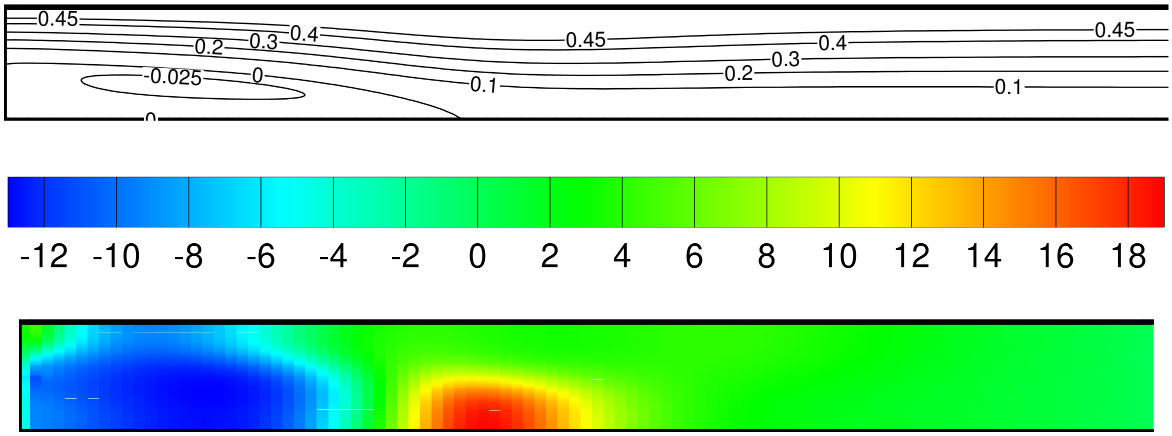


Figura 55 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 400 com o esquema central.

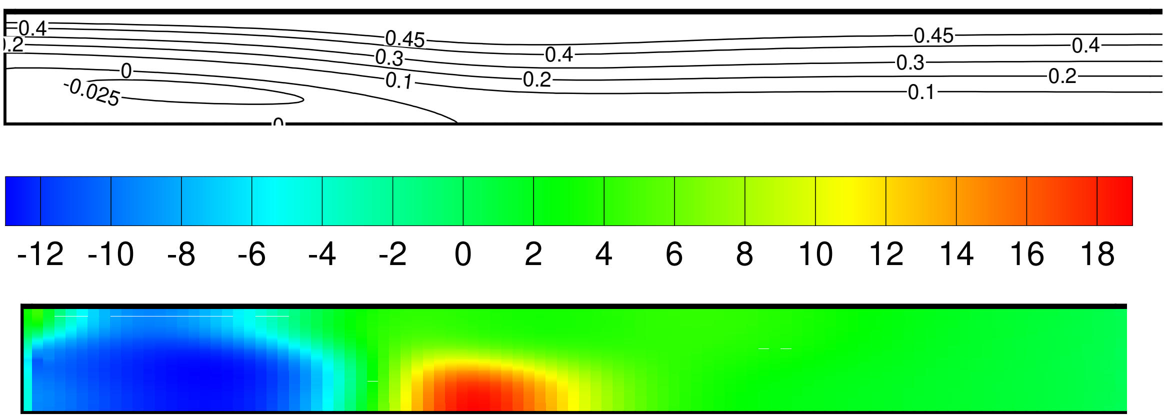


Figura 56 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 400 com o UNIFAES.

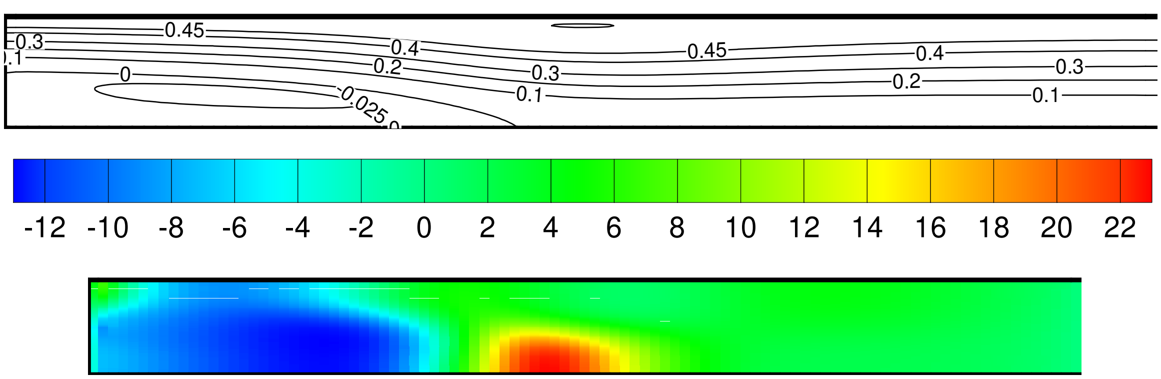


Figura 57 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 500 com o esquema central.

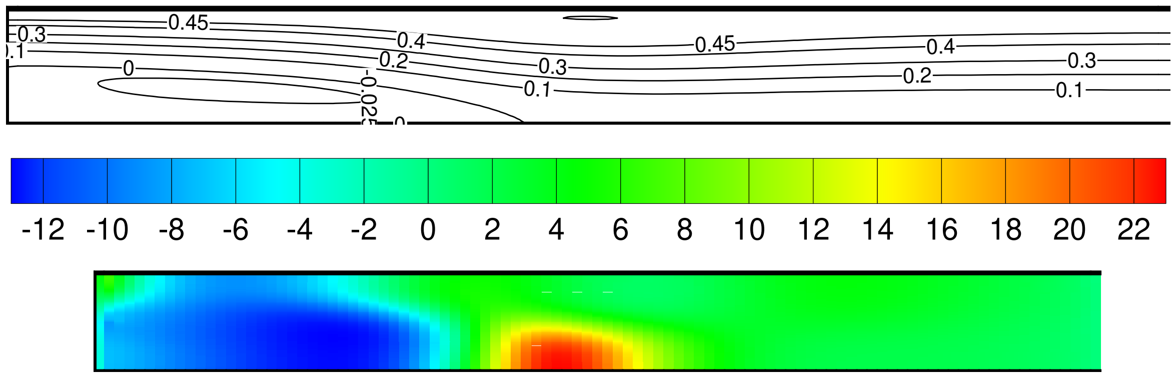


Figura 58 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 500 com o UNIFAES.

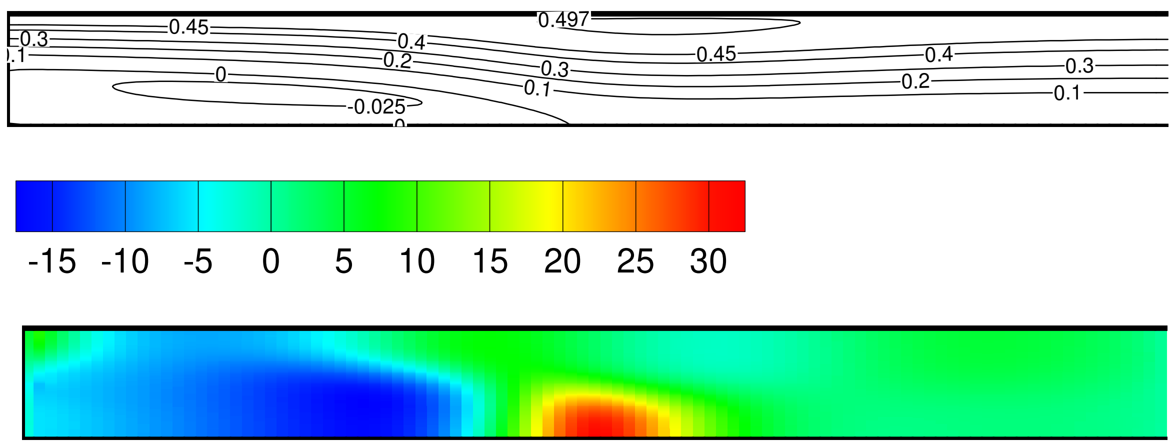


Figura 59 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 600 com o esquema central.

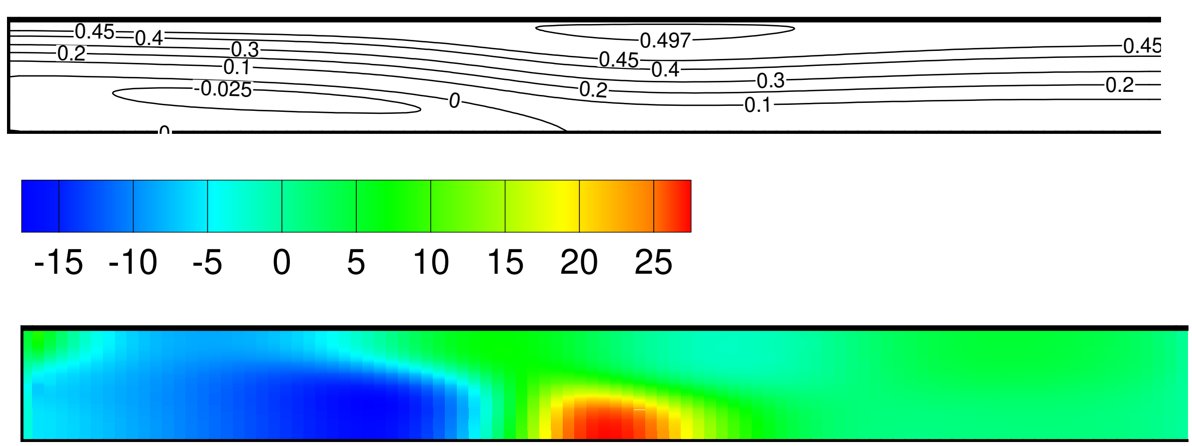


Figura 60 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 600 com o UNIFAES

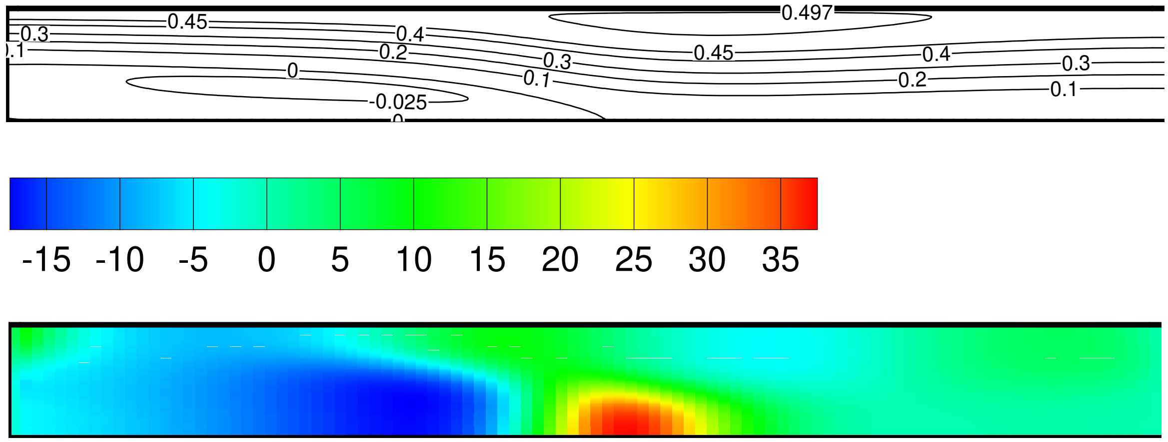


Figura 61 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 700 com o esquema central.

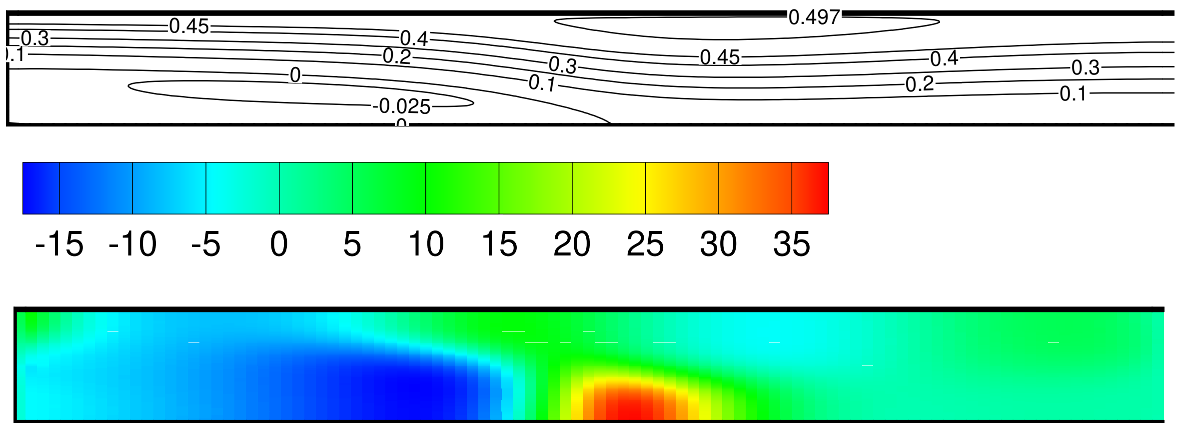


Figura 62 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 700 com o UNIFAES.

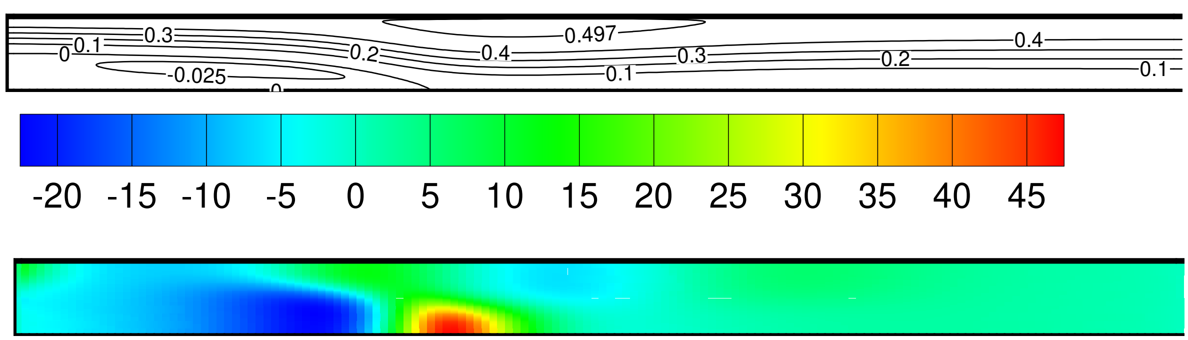


Figura 63 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=800 com o esquema central.

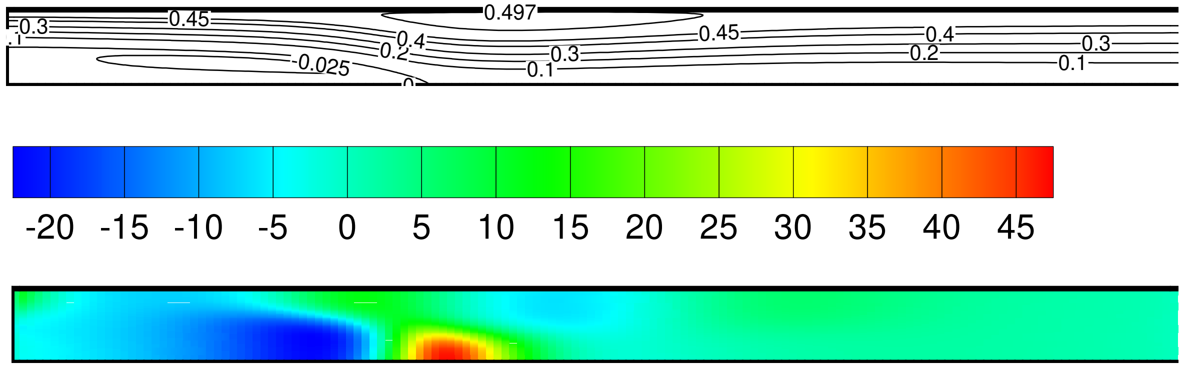


Figura 64 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=800 com o UNIFAES.

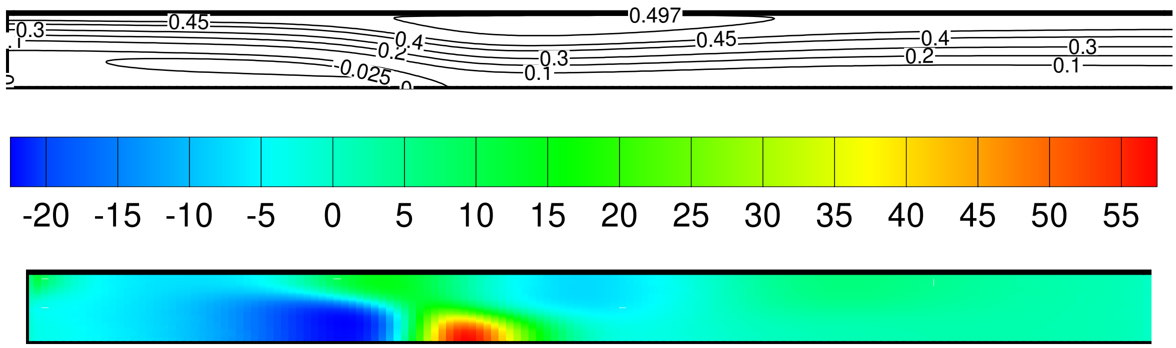


Figura 65 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 900 com o UNIFAES.

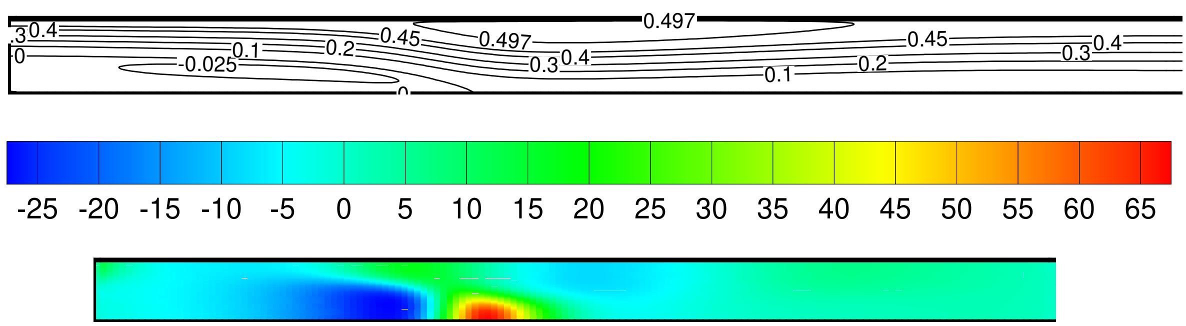


Figura 66 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 1000 com o UNIFAES.

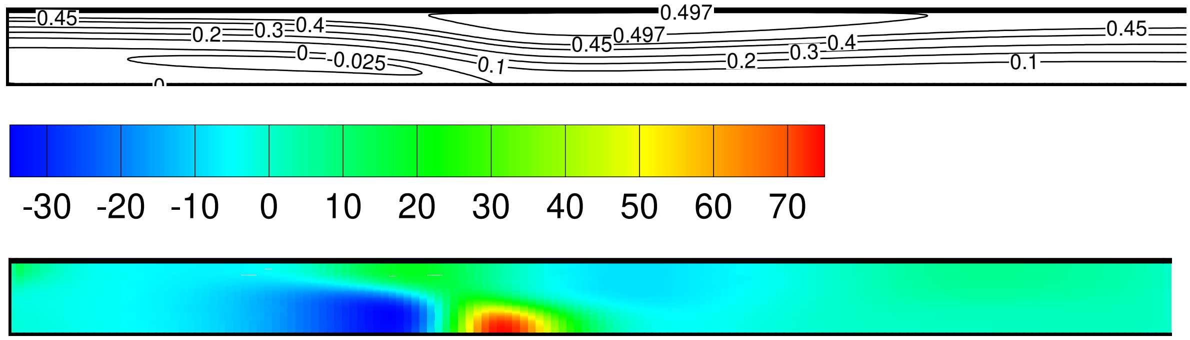


Figura 67 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re = 1100 com o UNIFAES.

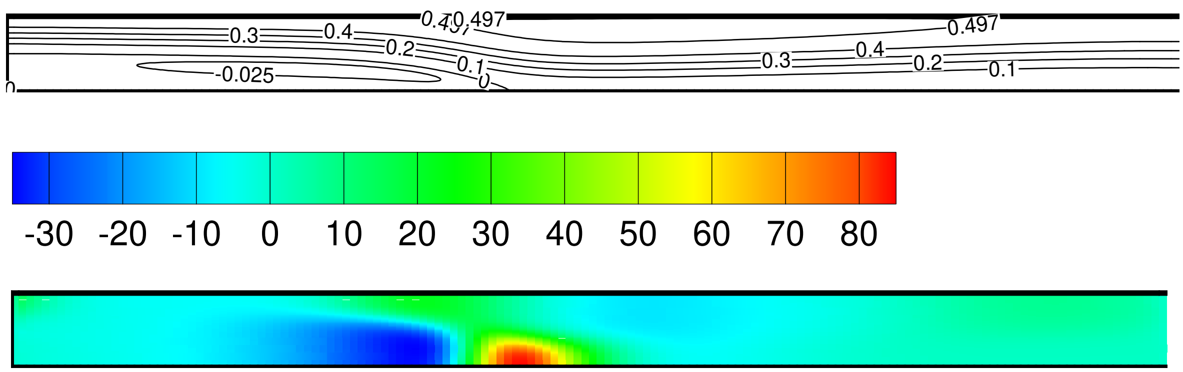


Figura 68 - Função de corrente (acima) e pressão (abaixo) para Re=1200 com o UNIFAES.

A Figura (72) mostra resultados experimentais de Armaly *et al*. (1983) e resultados numéricos do presente trabalho para os comprimentos de X_1, X_4 e X_5.

Conforme mostrado nestas figuras, a partir de Reynolds igual 600, é possível ver uma diferença crescente entre os resultados experimentais de Armaly *et al.* (1983) e presentes resultados numéricos, devido ao fato de que o escoamento se torna tridimensional.

Os resultados numéricos do presente trabalho mostraram-se mais próximos aos resultados experimentais de Almaly *et al*. (1983) do que os resultados numéricos destes mesmos autores. Embora Armaly *et al.* (1983) tenha justificado a discrepância de seus resultados pelo efeito da tridimensionalidade do escoamento, verifica-se que seus resultados apresentam erros numéricos expressivos devido à escolha do esquema usado.

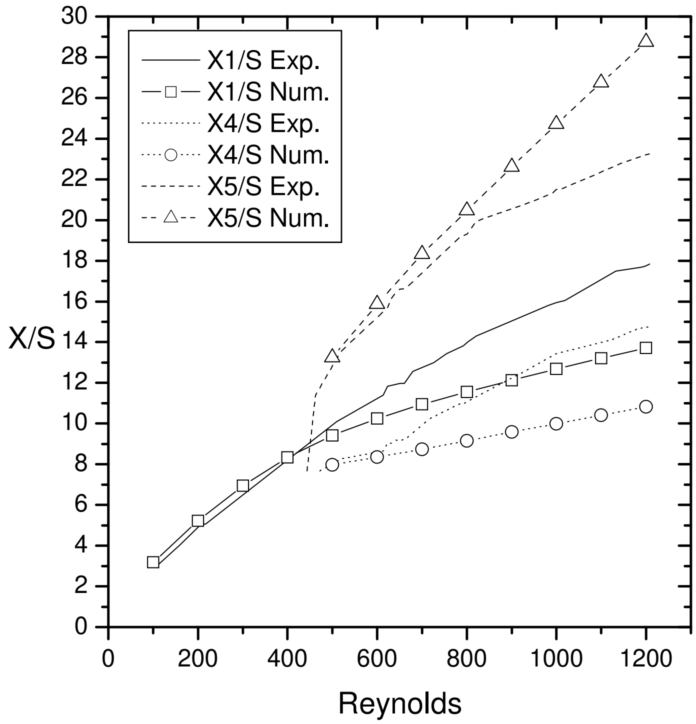


Figura 69 - Evolução dos comprimentos das bolhas com o número de Reynolds.- Resultados experimentais de Armaly *et al.* (1983) e presentes resultados numéricos.

Para uma melhor análise dos resultados tem-se a Tabela VI que mostra os resultados extrapolados dos dados dos comprimentos $X_1, X_4\ e\ X_5$, seguindo a notação usada por Armaly *et al.* (1983). Foram empregadas malhas com refinamentos 33x33, 66x66 e 99x99 até Re = 700 e 50x33, 99x66 e 150x99 a partir de Re = 800. Foi feita uma interpolação linear a partir dos resultados de Armaly *et al.* (1983). A última coluna da Tabela VI apresenta o erro dos três dados da bolha do resultado com respeito à própria extrapolação. Os resultados do esquema central não estão extrapolados a partir de Reynolds 500.

Para X_1, até onde pode comparar os esquemas, os erros do UNIFAES foram menores na maioria dos números de Reynolds (uma maior faixa de Reynolds).

Tabela 6 – Resultados extrapolados para os valores de X_1, X_4 e X_5 utilizando a malha semi-deslocada com os esquemas central, exponencial e UNIFAES.

Esquema	Reynolds	Extrapolações			
		Central	Exponencial	Unifaes	Armaly
Comprimento de X_1 / S	100	3,1899		3,1887	2,7294
	200	5,2352		5,2273	4,898
	300	6,9462		6,9351	6,4877
	400	8,3512	7,98486	8,3354	8,2123
	500	9,45795		9,4203	9,9373
	600	10,3131	8,85557	10,2498	11,2345
	700	11,021		10,938	12,7535
	800	11,6591	8,61297	11,5586	13,972
	900			12,1367	15,0412
	1000		8,35515	12,6882	15,94
	1100			13,2154	17,0791
	1200		8,09606	13,7207	17,75
Comprimento de X_4 / S	500	8,14		7,9725	8,028
	600	8,5053	7,12698	8,345	8,5954
	700	8,9146		8,7304	9,9268
	800	9,5252	6,66646	9,1504	11,082
	900			9,582	12,2283
	1000		6,25673	9,997	13,43
	1100			10,4066	13,9844
	1200		5,86402	10,8195	14,74
Comprimento de X_5 / S	500	13,165		13,2472	12,82
	600	15,798	13,62071	15,8715	15,2265
	700	18,245		18,3265	17,3993
	800	20,3914	15,05855	20,462	19,31
	900			22,6128	20,5593
	1000		15,11512	24,71	21,5
	1100			26,745	22,3676
	1200		14,4871	28,754	23,2

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para a cavidade com a velocidade da tampa uniforme, as malhas deslocada MAC e co-localizada nos centros tiveram os melhores resultados, seguida da malha co-localizada nos vértices e por ultimo a semi-deslocada, que apresentou resultado de primeira ordem devido à sua especial sensibilidade à descontinuidade dos cantos onde a placa em movimento encontra paredes estacionárias. O esquema UNIFAES mostrou-se em todos os casos o melhor, seguido pelo central, quando convergente, e por último o exponencial.

Para a cavidade regularizada, que elimina a descontinuidade acima referida, a malha semi-deslocada fica de segunda ordem com erros comparáveis aos das malhas deslocada e co-localizada nos centros. A co-localizada nos vértices continua relativamente inacurada. O esquema UNIFAES geralmente manteve-se o melhor, exceto em certos casos da malha semi-deslocada em que foi superado por outros por razões muito tópicas relativas a cancelamento de erros.

No caso da cavidade regularizada, para número de Reynolds igual a 100, a malha co-localizada nos centros mostrou um melhor resultado que as demais. A pouco conhecida malha semi-deslocada apresenta os melhores resultados para números de Reynolds iguais a 1000 e 10000, em seguida a malha deslocada MAC e a malha co-localizada nos centros apresentam resultados comparáveis, e a malha co-localizada nos vértices mostra os piores resultados sempre.

Os perfis de pressão apresentam erros sempre mais pronunciados que os perfis de velocidade. Entretanto, verificou-se uma plena correspondência entre os erros de velocidade e de pressão, que aumentam ou diminuem paralelamente de uma malha para outra ou de um esquema para outro.

Para o problema do degrau, foi possível resolver a equação da pressão não diagonalmente dominante da malha semi-deslocada por método iterativo empregando um fator de sub-relaxação adequado. Os resultados com o esquema central, quando convergente, ficaram muito próximos dos resultados com o esquema UNIFAES. Os resultados com o esquema exponencial ficaram distantes dos obtidos com estes outros esquemas e dos resultados experimentais com números de Reynolds a partir de 400.

Com o Reynolds a partir de 600 pode-se perceber uma diferença crescente entre os resultados numéricos deste trabalho (com UNIFAES e central) e os resultados experimentais de Armaly *et al*. (1983), essa diferença pode ser atribuída aos efeitos tridimensionais citados por Armaly *et al*. (1983).

Sugestões para trabalhos futuros seriam, primeiro, testar outras malhas com o problema do degrau e utilizar a metodologia aqui aplicada para estudar o efeito da perda da conservatividade de massa pelo uso do método de interpolação do momentum (de Rhie-Chow, 1983) durante o processamento. Num segundo momento, cabe implementar esse algoritmo para geometrias tridimensionais.

CAPÍTULO 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHARYA, S. e MOUKALLED, F. H. Improvements to incompressible flow calculation on a nonstaggered curvilinear grid. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.15, n.2, p.131-152, 1989.

ALLEN, D. N. D. G. Suggested Approach to finite-difference. 1962.

ALLEN, D. N. D. G. e SOUTHWELL, R. V. Relaxation methods applied to determine the motion, in two dimensions, of a viscous flow past a fixed cylinder. **Quart. J. Mech and Applied Math**, v.8, p.129-145, 1955.

ANDERSON, D. A.; TANNEHILL, J. C. e PLETCHER, R. H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**. 1984.

ARMALY, B. F.; DURST, F.; PEREIRA, J. C. F. e SCHÖNUNG, B. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v.127, p.473-496, 1983.

BARRAGY, E. e CAREY, G. F. Stream function-vorticity driven cavity solution using p finite elements. **Computers & fluids**, v.26, n.5, p.453-468, 1997.

BOTELLA, O. On the solution of the Navier-Stokes equations using Chebyshev projection schemes with third-order accuracy in time. **Computers & fluids**, v.26, n.2, p.107-116, 1997.

BOTELLA, O. e PEYRET, R. Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow. **Computers & fluids**, v.27, n.4, p.421-433, 1998.

BRUNEAU, C. H. e SAAD, M. The 2D lid-driven cavity problem revisited. **Computers & fluids**, v.35, n.3, p.326-348, 2006.

CHÉNIER, E.; EYMARD, R. e TOUAZI, O. Numerical results using a colocated finite-volume scheme on unstructured grids for incompressible fluid flows. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.49, n.3, p.259-276, 2006.

CHIU, P. H.; SHEU, T. W. H. e LIN, R. K. Development of a dispersion relation-preserving upwinding scheme for incompressible Navier-Stokes equations on nonstaggered grids. **Numerical heat transfer. Part B, fundamentals**, v.48, n.6, p.543-569, 2005.

CHOI, S. K.; NAM, H. Y. e CHO, M. Systematic comparison of finite-volume calculation methods with staggered and nonstaggered grid arrangements. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.25, n.2, p. 205 - 221, 1994.

CHOI, S. K.; NAM, H. Y. e CHO, M. Use of staggered and nonstaggered grid arrangements for incompressible flow calculations on nonorthogonal grids. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.25, n.2, p.193-204, 1993.

CHORIN, A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. **Journal of Computational Physics**, v.2, p.12-26, 1967.

CROCE, G.; COMINI, G. e SHYY, W. Incompressible flow and heat transfer computations using a continuous pressure equation and nonstaggered grids. **Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals**, v.38, n.3, p.291-307, 2000.

CUBERO, A. e FUEYO, N. A compact momentum interpolation procedure for unsteady flows and relaxation. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.52, n.6, p.507 - 529, 2007.

DARBANDI, M. e BOSTANDOOST, S. M. A new formulation toward unifying the velocity role in collocated variable arrangement. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.47, n.4, p.361-382, 2005.

DARWISH, M.; SRAJ, I. e MOUKALLED, F. A coupled incompressible flow solver on structured grids. **Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals**, v.52, n.4, p.353-371, 2007.

DENG, G. B.; PIQUET, J.; QUEUTEY, P. e VISONNEAU, M. Incompressible flow calculations with a consistent physical interpolation finite volume approach. **Computers & fluids**, v.23, n.8, p.1029-1047, 1994.

DORMY, E. An accurate compact treatment of pressure for colocated variables. **Journal of Computational Physics**, v.151, n.2, p.676-683, 1999.

ERTURK, E. e GÖKÇÖL, C. Fourth-order compact formulation of navier-stokes equations and driven cavity flow at high reynolds numbers. **International journal for numerical methods in fluids**, v.50, n.4, p.421-436, 2006.

FERIA, R. F. e ROJAS, E. S. An explicit projection method for solving incompressible flows driven by a pressure difference. **Computers & fluids**, v.33, p.463-483, 2004.

FIGUEIREDO, J. R. A Unified Finite-Volume Finite-Differencing Exponential-Type Convective-Diffusive Fluid Transport Equations. **J. Braz. Society Mech. Sci.**, v.9, n.3, p.371-391, 1997.

FIGUEIREDO, J. R. e OLIVEIRA, K. P. M. Comparative study of UNIFAES and other finite-volume schemes for the discretization of advective and viscous fluxes in incompressible Navier-Stokes equations, using various mesh structures. **Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals**, v.55, n.5, p.379 - 405, 2009a.

FIGUEIREDO, J. R. e OLIVEIRA, K. P. M. Comparative study of the accuracy of the fundamental mesh structures for the numerical solution of incompressible Navier-Stokes equations in the two-dimensional cavity problem. **Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals**, v.55, n.5, p.406-434, 2009b.

FORTIN, M. e PEYRET, R. Résolution numérique des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. **Journal de Mécanique**, v.10, n.3, p.357-390, 1971.

GHIA, U.; GHIA, N. K. e SHIN, C. T. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. **Journal of Computational Physics**, v.48, p.387-411, 1982.

GUERMOND, J. L.; MINEV, P. e SHEN, J. An overview of projection methods for incompressible flows. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v.195, n.44-47, p.6011-6045, 2006.

GUERRERO, J. S. P. e COTTA, R. M. Benchmark integral transform results for flow over a backward-facing step. **Computers and Fluids**, v.25, n.5, p.527-540, 1996.

GUY, R. D. e FOGELSON, A. L. Stability of approximate projection methods on cell-centered grids. **Journal of Computational Physics**, v.203, n.2, p.517-538, 2005.

HANSEN, E. B. e KELMANSON, M. A. An integral equation justification of the boundary conditions of the driven-cavity problem. **Computers & fluids**, v.23, n.1, p.225-240, 1994.

HARLOW, F. H. e WELCH, J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. **The physics of fluids**, v.8, n.12, p.2182-2189, 1965.

HIRSCH, C. Numerical computation of internal and external flows. Nova York: 1990.

HIRT, C. W.; AMSDEN, A. A. e COOK, J. L. An arbitrary lagrangian-eulerian computing method for all flow speed. **Journal of Computational Physics**, v.14, n.2, p.227-253, 1974.

JESSEE, J. P. e FIVELAND, W. A. a cell vertex algorithm for the incompressible navier-stokes equations on non-orthogonal grids. **International journal for numerical methods in fluids**, v.23, n.3, p.271-293, 1996.

JIN, W. W.; TAO, W. Q.; HE, Y. L. e LI, Y. Z. Analysis of inconsistency of SIMPLE-like algorithms and an entirely consistent update technique—the CUT algorithm. **Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals**, v.53, n.4, p.289 - 312, 2008.

KARKI, K. C.; VANKA, S. P. e MONGIA, H. C. Fluid flow calculations using a multigrid method and a improved discretization scheme. **numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals**, v.16, n.2, p.143 - 159, 1989.

KIM, D. e CHOI, H. A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids. **Journal of Computational Physics**, v.162, n.2, p.441-428, 2000.

KIM, J. e MOIN, P. Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations. **Journal of Computational Physics**, v.59, n.2, p.308-323, 1985.

KWAK, D.; KIRIS, C. e KIM, C. S. Computational challenges of viscous incompressible flows. **Computers & fluids**, v.34, n.3, p.283-299, 2005.

LILEK, Z. e PERIC, M. A fourth-order finite volume method with colocated variable arrangement. **Computers & fluids**, v.24, n.3, p.239-252, 1995.

LLAGOSTERA, J. e FIGUEIREDO, J. R. Numerical study on mixed convection in a horizontal flow past a square porous cavity using UNIFAES scheme. **J. Braz. Soc. Mech. Sci.**, v.22, n.4, p.583-597, 2000.

MALISKA, C. R. Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. 2 edição.ed. Rio de Janeiro: 2004.

MELAAEN, M. C. Calculation fluid flows with staggered and non staggered curvilinear nonorthogonal grids - a comparison. **Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals**, v.21, n.1, p.21-39, 1992a.

MELAAEN, M. C. Calculation of fluid flows with staggered and nonstaggered curvilinear nonorthogonal grids - the theory. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.21, n.1, p.1-19, 1992b.

MILLER, T. F. e SCHMIDT, F. W. Use of a pressure-weighted interpolation method for the solution of the incompressible Navier-Stokes equations on a nonstaggered grid system. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, v.14, n.2, p.213 - 233, 1988.

NONINO, C. A simple pressure stabilization for a simple-like equal-order FEM algorithm. **Numerical heat transfer. Part B, fundamentals**, v.44, n.1, p.61-81, 2003.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**: Computational methods in mechanics and thermal science. Minnesota: 1980.

PERIC, M.; KESSLER, R. e SCHEUERER, G. Comparison of finite-volume numerical methods with staggered and colocated grids. **Computers & fluids**, v.16, n.4, p.389-403, 1988.

PERRON, S.; BOIVIN, S. e HÉRARD, J. M. A finite volume method to solve the 3D Navier–Stokes equations on unstructured collocated meshes. **Computers & fluids**, v.33, n.10, p.1305-1333, 2004.

PEYRET, R. e TAYLOR, T. D. **Computational Methods for fluid flow**. Nova York: 1983.

POZRIKIDIS, C. Introduction to theoretical and computational fluid dynamics. Nova York: 1997.

PRAKASH, C. Application of the locally analytic differencing scheme to some test problems for convection-diffusion equation. **Numerical Heat Transfer**, v.7, p.165-182, 1984.

QU, Z. G.; TAO, W. Q. e HE, Y. L. An improved numerical scheme for the simpler method on nonorthogonal curvilinear coordinates: simplerm. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.51, n.1, p.43-66, 2007.

QU, Z. G.; TAO, W. Q. e HE, Y. L. Implementation of CLEAR algorithm on collocated grid system and application examples. **Numerical heat transfer. Part B, fundamentals**, v.46, p.65-96, 2005.

RAITHBY, G. D. e TORRANCE, K. E. Upstream-weighted differencing schemes and their application to elliptic problems involving fluid flow. **Computers and Fluids**, v.2, p.191-206, 1970.

RHIE, C. M. e CHOW, W. L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. **AIAA Journal**, v.21, n.11, p.1525-1532, 1983.

ROACHE, P. J. **Computational fluid dynamics**. Albuquerque: Patrick J. Roache, 1972.

SALAS, M. D. Some observations on grid convergence. **Computers & fluids**, v.35, n.7, p.688-692, 2006.

SCHREIBER, R. e KELLER, H. B. Driven cavity flows by efficient numerical techniques. **Journal of Computational Physics**, v.49, p.310-333, 1983.

SCHUMACK, M. R.; SCHULTZ, W. W. e BOYD, J. P. Spectral method solution of the Stokes equations on nonstaggered grids. **Journal of Computational Physics**, v.94, n.1, p.30-58, 1991.

SHEN, J. Hopf bifurcation of the unsteady regularized driven cavity flow. **Journal of Computational Physics**, v.95, n.1, p.228-245, 1991.

SHEN, W. Z.; MICHELSEN, J. A.; SORENSEN, N. N. e SORENSEN, J. N. An improved SIMPLEC method on collocated grids for steady and unsteady flow computations. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.43, p.221-239, 2003.

SHEU, T. W. H. e LIN, R. K. An incompressible Navier-Stokes model implemented on nonstaggered grids. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.44, n.3, p.227-294, 2003.

SOTIROPOULOS, F. e ABDALLAH, S. The discrete continuity in primitive variable solutions of incompressible flow. **Journal of Computational Physics**, v.95, p.212-227, 1990.

SPALDING, D. B. A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivates. **Int. J. Numer. Meth. Eng.**, v.4, p.551-559, 1972a.

SPALDING, D. B. A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. **Int. J. Numer. Meth. Eng.**, v.4, p.551-559, 1972b.

SUGA, K.; NAGAOKA, M.; HORINOUCHI, N.; ABE, K. e KONDO, Y. Application of a three-equation cubic eddy viscosity model to 3-D turbulent flows by the unstructured grid method. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.22, n.3, p.259-271, 2001.

SUN, D. L.; QU, Z. G.; HE, Y. L. e TAO, W. Q. An efficient segregated algorithm for incompressible fluid flow and heat transfer problems—IDEAL (Inner Doubly Iterative Efficient Algorithm for Linked Equations) Part I: mathematical formulation and solution procedure. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.53, n.1, p.1-17, 2008.

THIART, G. D. Improved finite-difference scheme for the solution of convection-diffusion problems with the SIMPLEN algorithm. **Numerical Heat Transfer, part B**, v.18, p.81-95, 1990.

TSUI, Y. Y. e PAN, Y. F. A pressure-correction method for incompressible flows using unstructured meshes. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.49, n.1, p.43-65, 2006.

TU, S. e ALIABADI, S. Development of a hybrid finite volume/element solver for incompressible flows. **iInternational journal for numerical methods in fluids**, v.55, n.2, p.177-203, 2007.

VAREJÃO, L. M. C. **Flux-Spline Method for Heat and Momentum Transfer**. Minneapolis, 1979. Ph.D. Thesis. University of Minnesota.

VENKATAKRISHNAN, V. Perspective on unstructured grid flow solvers. **AIAA Journal**, v.34, p.533-547, 1996.

WONG, H. H. e RAITHBY, G. D. Improved finite-difference methods based on a critical evaluation of the approximation errors. **Numerical Heat Transfer Part B**, v.2, p.139-163, 1979.

WOODFIELD, P. L.; K., S. e K., N. Performance of a three-dimensional, pressure-based, unstructured finite-volume method for low-Reynolds-number incompressible flow and wall heat transfer rate prediction. **Numerical Heat Transfer, Part B**, v.43, p.403-423, 2003.

APÊNDICES

A.1 Extrapolação de Richardson

A extrapolação de Richardson é uma ferramenta clássica na análise numérica, incluindo simulações de escoamentos de fluido, como exemplificado pelos trabalhos de Schreiber e Keller (1983) e Deng *et al*. (1994), onde a utilização da extrapolação de Richardson é explícita, e talvez mais expressivamente pelo trabalho de Perot (1993), onde a extrapolação é apenas implícita na determinação do erro de uma solução transiente por meio de um "valor limitante" a partir de soluções obtidas com vários incrementos de tempo. No entanto, o desempenho desta extrapolação no campo da dinâmica dos fluidos computacional foi recentemente questionado. Shyy *et al.* (2002) concluíram que, para o escoamento clássico da cavidade com a tampa deslizante com números de Reynolds 100 e 1.000, em que o campo de escoamento é suave, essa técnica de extrapolação pode moderadamente melhorar a convergência, mas escoamento turbulento no degrau com número de Reynolds 1.000.000, que tem altos gradientes perto da parede, a técnica, na forma empregada pelos autores, poderia até mesmo piorar a precisão. Em nenhum caso os seus resultados incentivariam o uso da extrapolação de Richardson como referência. Nesta circunstância, a precisão dos métodos de extrapolação deve ser discutida.

O uso da extrapolação de Richardson é muito simplificado se a malha é refinada proporcionalmente em todas as direções, de modo que a relação de aspecto da malha é mantida constante com o refinamento. (Salas, 2006). Este é o caso do presente trabalho.

A validade da extrapolação de Richardson depende, em primeiro lugar, da qualidade dos dados em que se baseia, ou seja, na convergência do algoritmo em cada nível de refinamento para a solução verdadeira das respectivas equações discretas. Por conseguinte, os efeitos dos processos iterativos incompletos, erros de precisão da maquina, fatores de relaxação, pseudo-compressibilidade, intervalos de tempo ou pseudo-tempo etc., devem ser desprezíveis.

Considerando que essas condições sejam asseguradas e assumindo que as soluções numéricas estejam na faixa assintótica de convergência, ou seja, aquela em que o erro do esquema passa a ser dominado pelo termo de ordem mais baixa da análise da série de Taylor do esquema, uma funcional calculada $f_{\Delta x}$ deve aproximadamente obedecer a relação:

$$f_{\Delta x} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x)^m \tag{A.1}$$

onde $f_{\Delta x \to 0}$ é o valor da funcional no limite da malha indefinidamente refinada.

Assumindo o expoente m conhecido, $f_{\Delta x \to 0}$ pode ser determinando dos resultados numéricos obtidos com dois níveis de refinamentos distintos.

As soluções disponíveis podem não estar na faixa assintótica de convergência, particularmente em problemas com gradientes íngremes, quando o nível do refinamento não é suficiente para atingir a taxa assintótica. Além disso, o expoente m pode não corresponder à ordem formal de precisão devido a descontinuidades nas condições de contorno ou discretizações com diferentes ordens de precisão nas fronteiras, as quais podem deteriorar a convergência global. Nestes casos, é habitual evitar assumir qualquer ordem de erro a priori, utilizando três níveis de refinamento de malha para a determinação das incógnitas m, C e $f_{\Delta x \to 0}$ da Eq. (A.1), o que geralmente conduz a valores não inteiros de m. Este sistema de equações é não-linear, uma solução explícita é encontrada se o número de intervalos em cada direção aumenta geometricamente, de outra forma a solução é necessariamente iterativa.

Uma alternativa para estes casos é empregar não somente um, mas os dois termos de ordem mais baixa do erro, isto é:

$$f_{\Delta x} - f_{\Delta x \to 0} = C_1 \left(\Delta x\right)^m + C_2 \left(\Delta x\right)^{m+1} \tag{A.2}$$

Assumindo m conhecido, há ainda três incógnitas, C_1, C_2 e $f_{\Delta x \to 0}$, então esta forma de extrapolação exige também três níveis de refinamento de malha para a obtenção do resultado extrapolado $f_{\Delta x \to 0}$, neste caso, resolvendo um sistema linear de equações

Foi desenvolvido um aplicativo em *Visual Basic*® para efetuar os cálculos dos diversos tipos de extrapolação, baseadas nas Eqs. (A.1) e (A.2) com m conhecido. Para o caso da Eq. (A.1) com m desconhecido, empregou-se um *solver* iterativo nos casos em que a variação do número de intervalos não varia geometricamente.

A.2 Tabelas dos resultados extrapolados e erros para o problema da cavidade com a velocidade da tampa uniforme.

A seguir são apresentadas as tabelas com as extrapolações e erros das componentes de velocidade e pressão para os problemas da cavidade com a velocidade da tampa uniforme, cavidade regularizada e degrau.

Nas tabelas subseqüentes que mostram os picos de velocidades, a primeira coluna mostra os vários níveis de refinamentos da malha, a segunda coluna mostra os pontos de mínimos ou máximos aproximados de cada perfil, a coluna seguinte mostra as extrapolações, a quarta coluna mostra o erro com base na própria extrapolação e a ultima coluna mostra o erro quadrático. Em geral, usou-se a extrapolação de Richardson de segunda ordem., mas em alguns casos foram empregadas extrapolações de primeira ordem.

O “Erro em MAC” nas tabelas subseqüentes significa que a extrapolação obtida com a malha deslocada MAC com o esquema UNIFAES foi tomada como referência ao invés da própria extrapolação. Os erros das tabelas de pressão foram normalizados pela diferença entre o máximo e o mínimo de pressão na linha central horizontal da malha deslocada MAC.

Exemplo: Exemplificando com os dados menos refinados da Tabela A4 com as componentes de velocidade em U (repetida abaixo), tem-se.

Tabela A 1 – Extrapolação de Richardson de segunda ordem.

Malha	Mínimos	Extrapolação 2
10x10	-0,17733	
20x20	-0,20171	-0,20983
40x40	-0,21085	-0,21390
80x80	-0,21326	-0,21406
120x120	-0,21370	-0,21405

$$n_1 = 10\,(malha\,10x10)$$
$$n_2 = 20\,(malha\,20x20)$$
$$L = 1\,(comprimento\ da\ cavidade)$$
$$\Delta x_1 = \frac{L}{n_1} = \frac{1}{10} = 0,1$$
$$\Delta x_2 = \frac{L}{n_2} = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$f_{\Delta x_1} = -0,17733$$
$$f_{\Delta x_2} = -0,20171$$

Utilizando a equação (A.1) tem-se o sistema:

$$\begin{cases} f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x_1)^2 \\ f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x_2)^2 \end{cases} \qquad \text{(A.3)}$$

Subtraindo a segunda equação acima da primeira tem-se:

$$f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2} = C\left((\Delta x_1)^2 - (\Delta x_2)^2\right) \qquad \text{(A.4)}$$

Donde:

$$C = \left(f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2} \right) \Big/ \left(\left(\Delta x_1 \right)^2 - \left(\Delta x_2 \right)^2 \right) = \frac{-0,17733 - \left(-0,20171 \right)}{0,01 - 2,5 \times 10^{-3}} = 3,250667$$

Portanto:

$$f_{\Delta x \to 0} = f_{\Delta x_1} - C(\Delta x_1)^2 = -0,17733 - 3,250667 \times 0,01 = -0,20983 \tag{A.5}$$

E analogamente para os outros refinamentos de malha.

Na Tabela A10 há testes usando a extrapolação de Richardson com m incógnita e com extrapolação de primeira ordem incluindo o termo de erro de segunda ordem.

Para o caso de m incógnita, faz-se o procedimento para as 3 primeiras malhas (10x10, 20x20 e 40x40), depois para (20x20, 40x40 e 80x80). A extrapolação a partir das malhas (40x40, 80x80 e 120x120), que não formam uma progressão geométrica, precisa de um procedimento numérico iterativo. A seguir tem-se um exemplo:

Tabela A 2 – Extrapolação de Richardson com *m* desconhecido.

Malha	Mínimos	Extrapolação 2
10x10	-0,13187	
20x20	-0,16278	
40x40	-0,18624	-0,26012
80x80	-0,19970	-0,21782
120x120	-0,20439	-0,21470

$n_1 = 10\ (malha\ 10x10)$

$n_2 = 20\ (malha\ 20x20)$

$n_3 = 40\ (malha\ 40x40)$

$L = 1\ (comprimento\ da\ cavidade)$

$$\Delta x_1 = \frac{L}{n_1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\Delta x_2 = \frac{L}{n_2} = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$\Delta x_3 = \frac{L}{n_3} = \frac{1}{40} = 0,025$$

$f_{\Delta x_1} = -0,13187$

$f_{\Delta x_2} = -0,16278$

$f_{\Delta x_3} = -0,18624$

Utilizando a equação (A.1) tem-se o sistema:

$$\begin{cases} f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x_1)^m \\ f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x_2)^m \\ f_{\Delta x_3} - f_{\Delta x \to 0} = C\,(\Delta x_3)^m \end{cases} \tag{A.6}$$

Subtraindo a primeira equação da segunda e a segunda da terceira tem-se:

$$\begin{cases} f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2} = C\left(\Delta x_1^m - \Delta x_2^m\right) \\ f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x 3} = C\left(\Delta x_2^m - \Delta x_3^m\right) \end{cases} \tag{A.7}$$

Dividindo a primeira equação pela segunda tem-se:

$$\alpha = \frac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}}{f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x_3}} = \frac{\Delta x_1^m - \Delta x_2^m}{\Delta x_2^m - \Delta x_3^m} \tag{A.8}$$

Como os refinamentos de malhas (10 x 10, 20 x 20 e 40 x 40) formam uma progressão geométrica, então:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_3} = C \Rightarrow \Delta x_2 = C\Delta x_1,\ \Delta x_3 = C\Delta x_2$$

Donde:

$$\alpha = \frac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}}{f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x_3}} = \frac{\Delta x_1^m \cancel{\left(1 - C^m\right)}}{\Delta x_2^m \cancel{\left(1 - C^m\right)}} = \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}\right)^m$$

De forma que o expoente *m* pode ser expresso explicitamente:

$$m = \frac{\ln \dfrac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}}{f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x_3}}}{\ln \dfrac{\Delta x_1}{\Delta x_2}} = \frac{\ln \dfrac{-0,13187 + 0,16278}{-0,16278 + 0,18624}}{\ln \dfrac{0,1}{0,05}} = 0,39787 \tag{A.9}$$

Resultando:

$$C = \left(f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}\right) \Big/ \left(\left(\Delta x_1\right)^m - \left(\Delta x_2\right)^m\right) = \frac{-0,13187 - \left(-0,16278\right)}{0,1^{0,397869} - 0,05^{0,397869}} = 0,32056$$

e:

$$f_{\Delta x \to 0} = f_{\Delta x_1} - C(\Delta x_1)^m = -0,13187 - 0,32056 \times 0,1^{0,397869} = -0,26012 \tag{A.10}$$

E analogamente para (20x20, 40x40 e 80x80).

Para as malhas (40x40, 80x80 e 120x120), que não formam uma progressão geométrica, faz-se da seguinte maneira:

$n_3 = 40 \; (malha \; 40x40)$
$n_4 = 80 \; (malha \; 80x80)$
$n_5 = 120 \; (malha \; 120x120)$
$L = 1 \; (comprimento \; da \; cavidade)$

$$\Delta x_3 = \frac{L}{n_1} = \frac{1}{40} = 0,025$$

$$\Delta x_4 = \frac{L}{n_2} = \frac{1}{80} = 0,0125$$

$$\Delta x_5 = \frac{L}{n_3} = \frac{1}{120}$$

$f_{\Delta x_3} = -0,18624$

$f_{\Delta x_4} = -0,19970$

$f_{\Delta x_3} = -0,20439$

$$\alpha = \frac{f_{\Delta x_3} - f_{\Delta x_4}}{f_{\Delta x_4} - f_{\Delta x_5}} = \frac{-0,18624 + 0,19970}{-0,19970 + 0,20439} = \frac{0,01346}{0,00469} = 2,86994$$

A partir da Eq. (A.8) obtém-se a equação:

$$\Delta x_1^m - \Delta x_2^m = \alpha \Delta x_2^m - \alpha \Delta x_3^m \Rightarrow \Delta x_1^m - (1+\alpha)\Delta x_2^m + \alpha \Delta x_3^m = 0 \qquad \text{(A.11)}$$

Resolvendo numericamente esta equação não linear obtém-se:

$m = 0,92283$

Donde:

$$C = \left(f_{\Delta x_3} - f_{\Delta x_4} \right) \Big/ \left((\Delta x_3)^m - (\Delta x_4)^m \right) = \frac{-0,18624 - (-0,19970)}{0,025^{0,92283} - 0,0125^{0,92283}} = 0,85713$$

Finalmente:

$$f_{\Delta x \to 0} = f_{\Delta x_3} - C(\Delta x_3)^m = -0,18624 - 0,85713 \times 0,025^{0,92283} = -0,21473 \quad \text{(A.12)}$$

No caso de extrapolação de primeira ordem com erro de segunda ordem, considera-se a Eq. (A.2), e faz-se da maneira aqui exemplificada pelas malhas menos refinadas:

Tabela A 3 – Extrapolação de Richardson de primeira ordem com erro de segunda.

Malha	Mínimos	Extrapolação 2
10x10	-0,13187	
20x20	-0,16278	
40x40	-0,18624	-0,21504
80x80	-0,19970	-0,21432
120x120	-0,20439	-0,21408

$n_1 = 10\ (malha\ 10x10)$

$n_2 = 20\ (malha\ 20x20)$

$n_3 = 40\ (malha\ 40x40)$

$L = 1\ (comprimento\ da\ cavidade)$

$$\Delta x_1 = \frac{L}{n_1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\Delta x_2 = \frac{L}{n_2} = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$\Delta x_3 = \frac{L}{n_3} = \frac{1}{40} = 0,025$$

$$f_{\Delta x_1} = -0,13187$$

$$f_{\Delta x_2} = -0,16278$$

$$f_{\Delta x_3} = -0,18624$$

Utilizando a equação (A.2) tem-se o sistema:

$$\begin{cases} f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x \to 0} = C_1\ (\Delta x_1) + C_2\ (\Delta x_1)^2 \\ f_{\Delta x_2} - f_{\Delta x \to 0} = C_1\ (\Delta x_2) + C_2\ (\Delta x_2)^2 \\ f_{\Delta x_3} - f_{\Delta x \to 0} = C_1\ (\Delta x_3) + C_2\ (\Delta x_3)^2 \end{cases} \qquad \text{(A.13)}$$

Subtraindo a primeira equação acima da segunda e a primeira da terceira tem-se:

$$\begin{cases} f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2} = C_1\left(\Delta x_1 - \Delta x_2\right) + C_2\left(\left(\Delta x_1\right)^2 - \left(\Delta x_2\right)^2\right) \\ f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x 3} = C_1\left(\Delta x_1 - \Delta x_3\right) + C_2\left(\left(\Delta x_1\right)^2 - \left(\Delta x_3\right)^2\right) \end{cases} \qquad \text{(A.14)}$$

Resolvendo-se:

$$C_1 = \frac{\dfrac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}}{\Delta x_1^2 - \Delta x_2^2} - \dfrac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_3}}{\Delta x_1^2 - \Delta x_3^2}}{\dfrac{1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} - \dfrac{1}{\Delta x_1 + \Delta x_3}} = 1,2586 \qquad C_2 = \frac{\dfrac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_2}}{\Delta x_1 - \Delta x_2} - \dfrac{f_{\Delta x_1} - f_{\Delta x_3}}{\Delta x_1 - \Delta x_3}}{\Delta x_2 - \Delta x_3} = -4,2693$$

Finalmente:

$$f_{\Delta x \to 0} = f_{\Delta x_1} - C_1(\Delta x_1) - C_2(\Delta x_2)^2 = 0,21504 \qquad \text{(A.15)}$$

E analogamente para os outros refinamentos de malha.

Tabela A 4 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,17733		0,03670	0,02901
20x20	-0,20171	-0,20983	0,01234	0,01052
40x40	-0,21085	-0,21390	0,00320	0,00270
80x80	-0,21326	-0,21406	0,00079	0,00066
120x120	-0,21370	-0,21405	0,00035	0,00029
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,15089		0,02870	
20x20	0,16907	0,17513	0,01051	
40x40	0,17694	0,17956	0,00265	
80x80	0,17895	0,17962	0,00063	
120x120	0,17930	0,17958	0,00028	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,23503		0,01880	
20x20	-0,24551	-0,24900	0,00831	
40x40	-0,25167	-0,25372	0,00216	
80x80	-0,25329	-0,25384	0,00053	
120x120	-0,25359	-0,25382	0,00024	

Tabela A 5 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	2,86213	-3,50256	6,36469		2,49490	0,28161
20x20	3,53627	-4,51047	8,04674	8,60742	0,81286	0,09175
40x40	3,87087	-4,78473	8,65560	8,85855	0,20400	0,02303
80x80	3,95939	-4,84994	8,80933	8,86058	0,05026	0,00567
120x120	3,97524	-4,86202	8,83726	8,85960	0,02234	0,00252

Tabela A 6 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,16697		0,04710	0,03895
20x20	-0,19545	-0,20494	0,01859	0,01587
40x40	-0,20871	-0,21313	0,00533	0,00448
80x80	-0,21268	-0,21400	0,00137	0,00114
120x120	-0,21343	-0,21404	0,00061	0,00050
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,14649		0,03310	
20x20	0,16610	0,17264	0,01348	
40x40	0,17589	0,17916	0,00369	
80x80	0,17867	0,17959	0,00091	
120x120	0,17917	0,17958	0,00041	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,21857		0,03520	
20x20	-0,23872	-0,24543	0,01510	
40x40	-0,24956	-0,25318	0,00426	
80x80	-0,25274	-0,25380	0,00108	
120x120	-0,25334	-0,25382	0,00048	

Tabela A 7 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	2,59674	-3,25835	5,85509		3,00411	0,33908
20x20	3,35061	-4,39328	7,74389	8,37350	1,11531	0,12589
40x40	3,80349	-4,74794	8,55143	8,82061	0,30777	0,03474
80x80	3,94081	-4,84035	8,78117	8,85774	0,07803	0,00881
120x120	3,96682	-4,85770	8,82452	8,85920	0,03468	0,00391

Tabela A 8 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,18692		0,02710	0,02599
20x20	-0,20620	-0,21262	0,00783	0,00670
40x40	-0,21199	-0,21393	0,00203	0,00159
80x80	-0,21349	-0,21399	0,00054	0,00042
120x120	-0,21379	-0,21402	0,00024	0,00019
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,15303		0,02650	
20x20	0,17329	0,18005	0,00626	
40x40	0,17809	0,17969	0,00146	
80x80	0,17916	0,17952	0,00039	
120x120	0,17938	0,17955	0,00017	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,22954		0,02430	
20x20	-0,24793	-0,25406	0,00586	
40x40	-0,25264	-0,25421	0,00116	
80x80	-0,25348	-0,25376	0,00031	
120x120	-0,25365	-0,25379	0,00014	

Tabela A 9 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	2,89285	-3,98195	6,87480		1,98327	0,22386
20x20	3,69361	-4,63718	8,33079	8,81611	0,52728	0,05952
40x40	3,91762	-4,80182	8,71944	8,84899	0,13863	0,01565
80x80	3,96843	-4,85279	8,82122	8,85515	0,03685	0,00416
120x120	3,97856	-4,86313	8,84169	8,85807	0,01638	0,00185

Tabela A 10 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 100.

Componente U						
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Extrapolação *m*	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,13187				-0,08222	0,06475
20x20	-0,16278	-0,17308			-0,05131	0,03954
40x40	-0,18624	-0,19406	-0,21504	-0,26012	-0,02785	0,12583
80x80	-0,19970	-0,20419	-0,21432	-0,21782	-0,01438	0,12411
120x120	-0,20439	-0,20815	-0,21408	-0,21472	-0,00969	0,12375
Componente V						
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Extrapolação *m*	Erro 1 e 2	
10x10	0,11913				0,06046	
20x20	0,14166	0,14918			0,03792	
40x40	0,15867	0,16433	0,17949	0,21109	0,02092	
80x80	0,16871	0,17206	0,17978	0,18317	0,01088	
120x120	0,17224	0,17507	0,17959	0,18090	0,00734	
Componente V						
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Extrapolação *m*	Erro 1 e 2	
10x10	-0,17577				-0,07804	
20x20	-0,20657	-0,21684			-0,04724	
40x40	-0,22810	-0,23527	-0,25371	-0,27810	-0,02572	
80x80	-0,24032	-0,24439	-0,25352	-0,25631	-0,01349	
120x120	-0,24468	-0,24816	-0,25381	-0,25340	-0,00914	

Tabela A 11 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1	Extrapolação 1 e 2
10X10	1,79496	-2,03627	3,83123			
20X20	2,50215	-3,12030	5,62245	6,21952	7,41366	
40X40	3,12865	-3,90289	7,03154	7,50124	8,44064	8,78297
80X80	3,52822	-4,36210	7,89032	8,17658	8,74910	8,85193
120X120	3,67421	-4,52577	8,19998	8,44771	8,81930	8,85440

Tabela A 8 - Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizada em MAC
10X10	5,02836	0,56756
20X20	3,23715	0,36538
40X40	1,82805	0,20634
80X80	0,96927	0,10940
120X120	0,65961	0,07445

Tabela A 12 – Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial Re = 100.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,12684			-0,08738	0,07905
20x20	-0,15944	-0,17030		-0,05478	0,04900
40x40	-0,18476	-0,19320	-0,21610	-0,02946	0,02638
80x80	-0,19922	-0,20404	-0,21488	-0,01500	0,01352
120x120	-0,20416	-0,20811	-0,21422	-0,01006	0,00909
Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	
10x10	0,11870			0,06096	
20x20	0,14019	0,14735		0,03947	
40x40	0,15797	0,16389	0,18044	0,02169	
80x80	0,16848	0,17198	0,18008	0,01118	
120x120	0,17213	0,17505	0,17966	0,00753	
Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	
10x10	-0,16793			-0,08600	
20x20	-0,20250	-0,21403		-0,05142	
40x40	-0,22654	-0,23455	-0,25508	-0,02738	
80x80	-0,23984	-0,24428	-0,25400	-0,01408	
120x120	-0,24445	-0,24814	-0,25393	-0,00947	

Tabela A 13 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1	Extrapolação 1 e 2
10X10	1,69418	-1,91445	3,60863			
20X20	2,41917	-3,05385	5,47303	6,09450	7,33743	
40X40	3,08726	-3,87693	6,96419	7,46124	8,45535	8,82799
80X80	3,51390	-4,35407	7,86797	8,16922	8,77174	8,87720
120X120	3,66716	-4,52195	8,18911	8,44603	8,83141	8,86124

Tabela A 10 – Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizada em MAC
10X10	5,25097	0,59269
20X20	3,38657	0,38225
40X40	1,89541	0,21394
80X80	0,99163	0,11193
120X120	0,67049	0,07568

Tabela A 14 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,13148			-0,08257	0,07296
20x20	-0,16404	-0,17489		-0,05002	0,04488
40x40	-0,18669	-0,19424	-0,21359	-0,02736	0,02466
80x80	-0,19984	-0,20422	-0,21419	-0,01422	0,01289
120x120	-0,20446	-0,20815	-0,21419	-0,00960	0,00872
Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	
10x10	0,12230			0,05727	
20x20	0,14252	0,14925		0,03706	
40x40	0,15895	0,16443	0,17961	0,02062	
80x80	0,16879	0,17207	0,17972	0,01078	
120x120	0,17228	0,17507	0,17957	0,00729	
Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1e 2	Erro 1 e 2	
10x10	-0,17718			-0,07662	
20x20	-0,20723	-0,21725		-0,04656	
40x40	-0,22831	-0,23533	-0,25341	-0,02549	
80x80	-0,24038	-0,24441	-0,25349	-0,01341	
120x120	-0,24471	-0,24816	-0,25380	-0,00909	

Tabela A 15 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1	Extrapolação 1 e 2
10x10	1,85192	-2,03830	3,89021			
20x20	2,53593	-3,12508	5,66101	6,25127	7,43180	
40x40	3,14162	-3,90542	7,04704	7,50905	8,43307	8,76682
80x80	3,53235	-4,36298	7,89533	8,17810	8,74363	8,84715
120x120	3,67620	-4,52621	8,20241	8,44807	8,81656	8,85303

Tabela A 12 – Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizada em MAC
10X10	4,96939	0,56090
20X20	3,19859	0,36103
40X40	1,81256	0,20459
80X80	0,96426	0,10884
120X120	0,65719	0,07418

Tabela A 16 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,14292		0,07108	0,08421
20x20	-0,19122	-0,20732	0,02277	0,02977
40x40	-0,20765	-0,21313	0,00634	0,00824
80x80	-0,21224	-0,21377	0,00175	0,00209
120x120	-0,21321	-0,21399	0,00078	0,00093
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,10205		0,07750	
20x20	0,15100	0,16732	0,02860	
40x40	0,17176	0,17867	0,00781	
80x80	0,17766	0,17963	0,00190	
120x120	0,17872	0,17957	0,00085	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,15275		-0,10107	
20x20	-0,21742	-0,23898	-0,03640	
40x40	-0,24370	-0,25246	-0,01010	
80x80	-0,25129	-0,25382	-0,00253	
120x120	-0,25270	-0,25382	-0,00112	

Tabela A 17 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	1,51696	-2,30984	3,82680		5,03376	0,56817
20x20	2,66424	-4,20201	6,86625	7,87941	1,99430	0,22510
40x40	3,63236	-4,70878	8,34114	8,83277	0,51941	0,05863
80x80	3,90378	-4,82961	8,73339	8,86414	0,12716	0,01435
120x120	3,95165	-4,85239	8,80404	8,86055	0,05652	0,00638

Tabela A 18 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,14459		0,06940	0,08079
20x20	-0,18740	-0,20167	0,02660	0,03236
40x40	-0,20575	-0,21187	0,00823	0,00971
80x80	-0,21167	-0,21365	0,00231	0,00253
120x120	-0,21296	-0,21398	0,00102	0,00113
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,10703		0,07250	
20x20	0,14986	0,16414	0,02970	
40x40	0,17092	0,17794	0,00863	
80x80	0,17739	0,17955	0,00216	
120x120	0,17859	0,17955	0,00096	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,15630		0,09751	
20x20	-0,21439	-0,23376	0,03941	
40x40	-0,24195	-0,25113	0,01185	
80x80	-0,25076	-0,25369	0,00304	
120x120	-0,25245	-0,25380	0,00135	

Tabela A 19 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	1,62427	-2,37469	3,99895		4,86086	0,54865
20x20	2,61721	-4,12889	6,74610	7,66181	2,11371	0,23858
40x40	3,57918	-4,67655	8,25573	8,75893	0,60408	0,06818
80x80	3,88628	-4,82023	8,70651	8,85677	0,15330	0,01730
120x120	3,94347	-4,84821	8,79168	8,85981	0,06813	0,00769

Tabela A 20 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,15029		0,06370	0,07833
20x20	-0,19382	-0,20834	0,02020	0,02921
40x40	-0,20836	-0,21320	0,00564	0,00775
80x80	-0,21241	-0,21376	0,00158	0,00197
120x120	-0,21329	-0,21399	0,00070	0,00088
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,10748		0,07210	
20x20	0,15276	0,16785	0,02680	
40x40	0,17220	0,17868	0,00736	
80x80	0,17777	0,17962	0,00180	
120x120	0,17876	0,17956	0,00080	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,15815		0,09570	
20x20	-0,21593	-0,23519	0,03790	
40x40	-0,24410	-0,25350	0,00971	
80x80	-0,25138	-0,25381	0,00243	
120x120	-0,25273	-0,25381	0,00108	

Tabela A 21 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
10x10	1,74223	-2,49551	4,23774		4,62256	0,52176
20x20	2,76637	-4,25101	7,01738	7,94392	1,84292	0,20801
40x40	3,65720	-4,71677	8,37397	8,82616	0,48633	0,05489
80x80	3,90938	-4,83136	8,74074	8,86300	0,11955	0,01349
120x120	3,95406	-4,85310	8,80716	8,86029	0,05314	0,00600

Tabela A 22 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,19276		-0,02130	0,02022
21x21	-0,20345	-0,20749	-0,01060	0,01191
41x41	-0,21045	-0,21294	-0,00363	0,00347
81x81	-0,21320	-0,21414	-0,00088	0,00087
121x121	-0,21369	-0,21408	-0,00040	0,00039
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,15772		0,02190	
21x21	0,16735	0,17099	0,01230	
41x41	0,17611	0,17923	0,00351	
81x81	0,17871	0,17960	0,00092	
121x121	0,17921	0,17962	0,00041	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,23681		-0,01710	
21x21	-0,24116	-0,24281	-0,01270	
41x41	-0,25062	-0,25398	-0,00326	
81x81	-0,25307	-0,25392	-0,00081	
121x121	-0,25352	-0,25388	-0,00036	

Tabela A 23 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
11x11	2,99161	-3,70756	6,69917		2,15897	0,24369
21x21	3,57025	-4,48689	8,05714	8,57063	0,80099	0,09041
41x41	3,85760	-4,76529	8,62289	8,82411	0,23524	0,02655
81x81	3,95383	-4,84369	8,79751	8,85767	0,06062	0,00684
121x121	3,97222	-4,85875	8,83097	8,85814	0,02717	0,00307

Tabela A 24 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,18280		-0,03130	0,03036
21x21	-0,19772	-0,20336	-0,01640	0,01673
41x41	-0,20846	-0,21228	-0,00561	0,00514
81x81	-0,21263	-0,21407	-0,00144	0,00133
121x121	-0,21343	-0,21407	-0,00064	0,00059
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,15305		0,02660	
21x21	0,16471	0,16912	0,01490	
41x41	0,17511	0,17881	0,00451	
81x81	0,17843	0,17958	0,00119	
121x121	0,17909	0,17962	0,00053	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,22099		-0,03290	
21x21	-0,23516	-0,24052	-0,01870	
41x41	-0,24862	-0,25341	-0,00525	
81x81	-0,25253	-0,25387	-0,00134	
121x121	-0,25327	-0,25387	-0,00060	

Tabela A 25 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
11x11	2,75101	-3,48792	6,23893		2,61904	0,29562
21x21	3,38110	-4,38569	7,76680	8,34453	1,09117	0,12316
41x41	3,79146	-4,73151	8,52298	8,79191	0,33499	0,03781
81x81	3,93570	-4,83437	8,77007	8,85518	0,08790	0,00992
121x121	3,96407	-4,85451	8,81858	8,85797	0,03939	0,00445

Tabela A 26 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,19449		-0,01960	0,02378
21x21	-0,20602	-0,21037	-0,00804	0,00785
41x41	-0,21138	-0,21329	-0,00268	0,00214
81x81	-0,21342	-0,21412	-0,00065	0,00059
121x121	-0,21377	-0,21406	-0,00029	0,00026
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,15786		0,02170	
21x21	0,17331	0,17915	0,00628	
41x41	0,17774	0,17931	0,00185	
81x81	0,17899	0,17942	0,00060	
121x121	0,17932	0,17959	0,00027	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,22485		-0,02900	
21x21	-0,24485	-0,25242	-0,00900	
41x41	-0,25207	-0,25464	-0,00178	
81x81	-0,25334	-0,25378	-0,00051	
121x121	-0,25362	-0,25385	-0,00023	

Tabela A 27 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizada por MAC
11x11	2,81394	-4,44320	7,25715		1,59918	0,18050
21x21	3,68458	-4,65652	8,34110	8,75097	0,51522	0,05815
41x41	3,91945	-4,78444	8,70390	8,83293	0,15242	0,01720
81x81	3,96809	-4,84673	8,81482	8,85303	0,04150	0,00468
121x121	3,97770	-4,86003	8,83773	8,85632	0,01860	0,00210

Tabela A 28 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,22035		0,16783	0,17209
20x20	-0,27772	-0,29684	0,11046	0,11893
40x40	-0,33836	-0,35857	0,04982	0,05255
80x80	-0,37393	-0,38578	0,01425	0,01555
120x120	-0,38185	-0,38818	0,00634	0,00691
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,19414		0,18243	
20x20	0,26442	0,28784	0,11216	
40x40	0,32912	0,35069	0,04745	
80x80	0,36295	0,37422	0,01363	
120x120	0,37052	0,37657	0,00606	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,36156		0,16553	
20x20	-0,39422	-0,40511	0,13287	
40x40	-0,46750	-0,49192	0,05959	
80x80	-0,50874	-0,52248	0,01835	
120x120	-0,51893	-0,52708	0,00815	

Tabela A 29 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	31,17666	-0,51955	31,69620		80,99812	0,71874
20X20	61,49908	-1,44925	62,94833	73,36570	49,74600	0,44142
40X40	89,75142	-2,18669	91,93811	101,60137	20,75622	0,18418
80X80	104,30045	-2,22295	106,52340	111,38516	6,17093	0,05476
120X120	107,71183	-2,23986	109,95169	112,69432	2,74263	0,02434

Tabela A 30 Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,12187		0,25350	0,26332
20x20	-0,17753	-0,19608	0,19785	0,20306
40x40	-0,25338	-0,27867	0,12199	0,12166
80x80	-0,32533	-0,34931	0,05005	0,04862
120x120	-0,35313	-0,37538	0,02224	0,02161
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,11140		0,25349	
20x20	0,16708	0,18564	0,19781	
40x40	0,24485	0,27077	0,12004	
80x80	0,31583	0,33949	0,04906	
120x120	0,34309	0,36489	0,02180	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,23648		0,28194	
20x20	-0,30529	-0,32822	0,21313	
40x40	-0,39550	-0,42557	0,12292	
80x80	-0,47171	-0,49711	0,04671	
120x120	-0,49766	-0,51842	0,02076	

Tabela A 31 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	12,80349	-0,99248	13,79597		92,73838	0,82292
20X20	30,06317	-1,14025	31,20343	37,00591	75,33093	0,66845
40X40	55,94081	-1,42295	57,36377	66,08388	49,17059	0,43632
80X80	83,05818	-1,75930	84,81747	93,96871	21,71688	0,19271
120X120	94,93153	-1,95088	96,88241	106,53435	9,65195	0,08565

Tabela A 32 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,22883		0,15959	0,17065
20x20	-0,31000	-0,33705	0,07842	0,10341
40x40	-0,35654	-0,37206	0,03187	0,03560
80x80	-0,37984	-0,38760	0,00857	0,00980
120x120	-0,38460	-0,38841	0,00381	0,00436
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,21291		0,16389	
20x20	0,29096	0,31697	0,08584	
40x40	0,34691	0,36557	0,02989	
80x80	0,36873	0,37600	0,00807	
120x120	0,37321	0,37680	0,00359	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,34046		0,18718	
20x20	-0,39140	-0,40838	0,13625	
40x40	-0,48415	-0,51506	0,04350	
80x80	-0,51541	-0,52583	0,01223	
120x120	-0,52221	-0,52765	0,00544	

Tabela A 33 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	52,84307	-2,74991	55,59299		57,15987	0,50721
20X20	82,76043	-4,22402	86,98445	97,44827	25,76841	0,22866
40X40	97,98616	-2,34017	100,32633	104,77362	12,42653	0,11027
80X80	106,81379	-2,24447	109,05826	111,96890	3,69460	0,03278
120X120	108,86504	-2,24577	111,11081	112,75285	1,64204	0,01457

Tabela A 34 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,13555		-0,25464	0,26933
20x20	-0,20627		-0,18392	0,18732
40x40	-0,27333	-0,36151	-0,11687	0,12375
80x80	-0,32606	-0,39159	-0,06414	0,06897
120x120	-0,34617	-0,39019	-0,04402	0,04756
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	0,11336		0,26446	
20x20	0,18774		0,19007	
40x40	0,25974	0,35495	0,11807	
80x80	0,31264	0,37680	0,06518	
120x120	0,33300	0,37782	0,04482	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	-0,24068		-0,28781	
20x20	-0,34058		-0,18791	
40x40	-0,39307	-0,44724	-0,13543	
80x80	-0,45162	-0,53170	-0,07688	
120x120	-0,47520	-0,52849	-0,05329	

Tabela A 35 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação de 2	Extrapolação de 1	Extrapolação de 1 e 2
10X10	12,76050	-0,29563	13,05613			
20X20	31,41015	-0,42142	31,83157	38,09004	50,60700	
40X40	57,86834	-1,04176	58,91009	67,93627	85,98862	97,78250
80X80	80,10862	-1,55896	81,66758	89,25341	104,42507	110,57055
120X120	89,36231	-1,77160	91,13391	98,70696	110,06655	112,88730

Tabela A 32 – Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	99,63819	0,88415
20X20	80,86276	0,71754
40X40	53,78423	0,47726
80X80	31,02674	0,27532
120X120	21,56042	0,19132

Tabela A 36 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,08378		-0,32109	0,33286
20x20	-0,14066		-0,26420	0,27551
40x40	-0,21304	-0,31469	-0,19183	0,19585
80x80	-0,28831	-0,38966	-0,11655	0,11683
120x120	-0,32258	-0,40487	-0,08229	0,08209
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	0,07405		0,31854	
20x20	0,12650		0,26609	
40x40	0,20065	0,30673	0,19194	
80x80	0,27637	0,37786	0,11622	
120x120	0,31061	0,39259	0,08198	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	-0,18164		-0,35752	
20x20	-0,24403		-0,29514	
40x40	-0,33561	-0,46745	-0,20356	
80x80	-0,42146	-0,53402	-0,11770	
120x120	-0,45716	-0,53916	-0,08201	

Tabela A 37 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1	Extrapolação 1 e 2
10X10	6,20078	-0,54227	6,74305			
20X20	16,94467	-0,39870	17,34337	20,87681	27,94369	
40X40	38,51207	-0,74184	39,25391	46,55742	61,16445	72,23804
80X80	65,73503	-1,28662	67,02165	76,27757	94,78939	105,99771
120X120	79,86519	-1,57551	81,44070	92,97594	110,27880	118,02350

Tabela A 34 – Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	105,95128	0,94017
20X20	95,35096	0,84610
40X40	73,44041	0,65168
80X80	45,67267	0,40528
120X120	31,25362	0,27733

Tabela A 38 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	Erro rms
10x10	-0,12392		-0,26509	0,28021
20x20	-0,20935		-0,17967	0,19398
40x40	-0,27944	-0,36778	-0,10958	0,11829
80x80	-0,32849	-0,38687	-0,06053	0,06457
120x120	-0,34739	-0,38902	-0,04163	0,04426
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	0,11030		0,26653	
20x20	0,19333		0,18351	
40x40	0,26550	0,35813	0,11133	
80x80	0,31485	0,37302	0,06199	
120x120	0,33410	0,37684	0,04273	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 1 e 2	Erro 1 e 2	
10x10	-0,21750		-0,30699	
20x20	-0,30785		-0,21664	
40x40	-0,39193	-0,50193	-0,13257	
80x80	-0,45377	-0,52881	-0,07073	
120x120	-0,47636	-0,52449	-0,04814	

Tabela A 39 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1	Extrapolação 1 e 2
10X10	12,57273	-0,39495	12,96768			
20X20	33,78481	-0,49228	34,27710	41,38023	55,58651	
40X40	60,40092	-1,11147	61,51239	70,59082	88,74768	99,80140
80X80	81,10625	-1,58088	82,68713	89,74538	103,86187	108,89994
120X120	89,87091	-1,78199	91,65290	98,82551	109,58443	112,44571

Tabela A 36 – Continuação.

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	99,72665	0,88493
20X20	78,41723	0,69584
40X40	51,18194	0,45417
80X80	30,00719	0,26627
120X120	21,04143	0,18671

Tabela A 40 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,01496		-0,37337	0,40938
20x20	-0,08490	-0,10821	-0,30344	0,35100
40x40	-0,28669	-0,35396	-0,10164	0,13561
80x80	-0,35770	-0,38137	-0,03063	0,03625
120x120	-0,37472	-0,38834	-0,01362	0,01611
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,03536		0,34147	
20x20	0,07202	0,08425	0,30480	
40x40	0,25399	0,31465	0,12284	
80x80	0,34561	0,37615	0,03122	
120x120	0,36295	0,37683	0,01388	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,03120		-0,49675	
20x20	-0,09827	-0,12062	-0,42969	
40x40	-0,35548	-0,44122	-0,17247	
80x80	-0,48292	-0,52540	-0,04503	
120x120	-0,50794	-0,52796	-0,02001	

Tabela A 41 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	0,53614	-0,76164	1,29778		111,52049	0,98958
20X20	0,96636	-2,73822	3,70458	4,50685	109,11368	0,96823
40X40	53,67234	-11,92295	65,59529	86,22552	47,22298	0,41904
80X80	96,19647	-2,38783	98,58430	109,58063	14,23397	0,12631
120X120	104,20838	-2,28368	106,49206	112,81827	6,32621	0,05614

Tabela A 42 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,04554		-0,32886	0,35742
20x20	-0,11738	-0,14132	-0,25702	0,28943
40x40	-0,22073	-0,25518	-0,15367	0,16635
80x80	-0,31352	-0,34445	-0,06088	0,06227
120x120	-0,34734	-0,37440	-0,02706	0,02768
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,05245		0,31102	
20x20	0,10555	0,12325	0,25792	
40x40	0,21128	0,24652	0,15219	
80x80	0,30417	0,33513	0,05930	
120x120	0,33711	0,36347	0,02636	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,09535		-0,42234	
20x20	-0,17312	-0,19904	-0,34457	
40x40	-0,32733	-0,37873	-0,19036	
80x80	-0,45128	-0,49260	-0,06641	
120x120	-0,48817	-0,51769	-0,02952	

Tabela A 43 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	2,80603	-0,80521	3,61124		101,99376	0,90505
20X20	13,46208	-3,75782	17,21990	21,75612	88,38510	0,78429
40X40	47,14581	-2,42661	49,57242	60,35659	56,03258	0,49721
80X80	78,82895	-1,85346	80,68241	91,05241	24,92259	0,22115
120X120	92,54576	-1,98254	94,52829	105,60500	11,07671	0,09829

Tabela A 44 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,08407		-0,30342	0,33371
20x20	-0,21246	-0,25526	-0,17503	0,21366
40x40	-0,31473	-0,34883	-0,07275	0,09464
80x80	-0,36373	-0,38006	-0,02375	0,02871
120x120	-0,37693	-0,38748	-0,01056	0,01276
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,08109		0,29482	
20x20	0,18357	0,21773	0,19234	
40x40	0,29370	0,33041	0,08221	
80x80	0,35146	0,37071	0,02445	
120x120	0,36504	0,37591	0,01087	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,13272		-0,39383	
20x20	-0,26326	-0,30677	-0,26329	
40x40	-0,40481	-0,45199	-0,12174	
80x80	-0,49035	-0,51886	-0,03620	
120x120	-0,51046	-0,52655	-0,01609	

Tabela A 45 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	8,20649	-1,32624	9,53273		102,73224	0,91160
20X20	38,42486	-3,51356	41,93842	52,74032	70,32655	0,62405
40X40	77,66970	-3,55194	81,22163	94,31604	31,04334	0,27546
80X80	99,54198	-2,34714	101,88912	108,77829	10,37584	0,09207
120X120	105,36943	-2,28405	107,65348	112,26497	4,61149	0,04092

Tabela A 46 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,24099		-0,14737	0,15596
21x21	-0,28530	-0,30206	-0,10305	0,11263
41x41	-0,34090	-0,36068	-0,04745	0,05166
81x81	-0,37364	-0,38491	-0,01472	0,01588
121x121	-0,38176	-0,38835	-0,00659	0,00711
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,19568		0,18078	
21x21	0,26804	0,29540	0,10842	
41x41	0,32952	0,35138	0,04694	
81x81	0,36260	0,37400	0,01385	
121x121	0,37025	0,37646	0,00621	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,39064		-0,13627	
21x21	-0,40169	-0,40587	-0,12522	
41x41	-0,46730	-0,49063	-0,05961	
81x81	-0,50826	-0,52237	-0,01865	
121x121	-0,51855	-0,52691	-0,00836	

Tabela A 47 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	38,76315	-0,31208	39,07522		73,57251	0,65285
21X21	63,56747	-1,24521	64,81268	74,54465	47,83506	0,42447
41X41	89,99877	-2,08873	92,08750	101,78766	20,56024	0,18244
81X81	104,11474	-2,18971	106,30446	111,20173	6,34328	0,05629
121X121	107,58115	-2,22400	109,80515	112,64773	2,84258	0,02522

Tabela A 48 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,14698		-0,22894	0,24267
21x21	-0,18410	-0,19814	-0,19182	0,19832
41x41	-0,25621	-0,28185	-0,11971	0,11989
81x81	-0,32583	-0,34981	-0,05009	0,04832
121x121	-0,35347	-0,37592	-0,02245	0,02165
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,11765		0,24743	
21x21	0,17041	0,19036	0,19466	
41x41	0,24644	0,27348	0,11864	
81x81	0,31629	0,34035	0,04878	
121x121	0,34321	0,36507	0,02186	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,26694		-0,25106	
21x21	-0,30991	-0,32615	-0,20809	
41x41	-0,39670	-0,42756	-0,12131	
81x81	-0,47201	-0,49795	-0,04600	
121x121	-0,49739	-0,51800	-0,02061	

Tabela A 49 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	14,93353	-0,76952	15,70306		90,91441	0,80673
21X21	31,45387	-0,96068	32,41454	38,73357	74,20292	0,65844
41X41	56,62963	-1,37719	58,00681	67,10858	48,61065	0,43135
81X81	83,24602	-1,74006	84,98607	94,27954	21,63139	0,19195
121X121	94,98331	-1,94059	96,92390	106,61747	9,69357	0,08602

Tabela A 50 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,22347		-0,16473	0,24632
21x21	-0,33498	-0,37714	-0,05322	0,11936
41x41	-0,36212	-0,37177	-0,02608	0,03097
81x81	-0,38130	-0,38790	-0,00690	0,00836
121x121	-0,38511	-0,38820	-0,00309	0,00375
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,15217		0,22455	
21x21	0,27608	0,32294	0,10063	
41x41	0,35122	0,37794	0,02549	
81x81	0,36994	0,37638	0,00678	
121x121	0,37368	0,37671	0,00304	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,20453		-0,32320	
21x21	-0,35516	-0,41212	-0,17257	
41x41	-0,48839	-0,53577	-0,03934	
81x81	-0,51696	-0,52680	-0,01078	
121x121	-0,52290	-0,52773	-0,00483	

Tabela A 51 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	29,38043	-20,43371	49,81414		62,93276	0,55844
21X21	83,17926	-10,63994	93,81920	110,45861	18,92770	0,16796
41X41	99,14058	-2,20028	101,34086	104,01590	11,40603	0,10121
81X81	107,08029	-2,19880	109,27910	112,01356	3,46780	0,03077
121X121	108,96901	-2,22388	111,19289	112,74690	1,55401	0,01379

Tabela A 52 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,08235			-0,36615	0,28823
20x20	-0,13279	-0,14961		-0,31571	0,23911
40x40	-0,17950	-0,19508	-0,20157	-0,26900	0,19423
80x80	-0,24157	-0,26226	-0,27186	-0,20693	0,13652
120x120	-0,28267	-0,31554	-0,32887	-0,16583	0,10118
Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação2 e 3	Erro em MAC	
10x10	0,06622			0,38746	
20x20	0,10389	0,11644		0,34980	
40x40	0,14318	0,15628	0,16197	0,31050	
80x80	0,21096	0,23355	0,24459	0,24272	
120x120	0,25567	0,29144	0,30592	0,19801	
Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação2 e 3	Erro em MAC	
10x10	-0,12180			-0,44617	
20x20	-0,22260	-0,25620		-0,34537	
40x40	-0,29625	-0,32080	-0,33003	-0,27171	
80x80	-0,37946	-0,40720	-0,41955	-0,18850	
120x120	-0,43442	-0,47838	-0,49618	-0,13355	

Tabela A 53 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	16,11530	-0,20942	16,32472		299,31805	0,35866
20X20	31,67836	-0,11403	31,79240	36,94829	283,85037	0,34013
40X40	84,33096	-0,22988	84,56084	102,15032	231,08192	0,27690
80X80	174,98153	-0,64415	175,62569	205,98063	140,01708	0,16778
120X120	252,46770	-0,94525	253,41295	315,64277	62,22981	0,07457

Tabela A 54 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,18735			-0,26320	0,28249
20x20	-0,27647	-0,30617		-0,17409	0,18387
40x40	-0,34477	-0,36754	-0,37630	-0,10578	0,12479
80x80	-0,40722	-0,42803	-0,43667	-0,04333	0,04786
120x120	-0,43015	-0,44850	-0,45362	-0,02040	0,02336
180x180	-0,44148	-0,45055	-0,45141	-0,00907	0,01038
Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação2 e 3	Erro 2	
10x10	0,17593			0,27824	
20x20	0,26963	0,30086		0,18454	
40x40	0,35152	0,37882	0,38996	0,10265	
80x80	0,42005	0,44289	0,45204	0,03412	
120x120	0,43873	0,45368	0,45638	0,01543	
180x180	0,44731	0,45417	0,45437	0,00686	
Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação2 e 3	Erro 2	
10x10	-0,27039			0,30449	
20x20	-0,38236	-0,41969		-0,19252	
40x40	-0,41680	-0,42828	-0,42951	-0,15808	
80x80	-0,51300	-0,54506	-0,56175	-0,06188	
120x120	-0,54354	-0,56796	-0,57369	-0,03135	
180x180	-0,56095	-0,57488	-0,57780	-0,01393	

Tabela A 55 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	252,97383	-5,61927	258,59310		583,96459	0,69974
20X20	486,92092	-4,25280	491,17372	568,70060	351,38397	0,42105
40X40	681,03405	-5,90933	686,94338	752,19993	155,61431	0,18647
80X80	793,50919	-4,01247	797,52166	834,38109	45,03603	0,05396
120X120	814,44604	-3,64398	818,09002	834,54471	24,46767	0,02932
180x180	828,13381	-3,54936	831,68317	842,55769	10,87452	0,01303

Tabela A 56 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3
10X10	-0,07750				
20X20	-0,10841	-0,11871		-0,13932	
40X40	-0,14689	-0,15971	-0,20071	-0,18536	-0,16557
80X80	-0,20296	-0,22166	-0,28360	-0,25904	-0,23050
120X120	-0,24416	-0,27711	-0,36029	-0,32654	-0,29097

Malha	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,37100	0,40573
20X20	-0,34009	0,37215
40X40	-0,30161	0,31798
80X80	-0,24554	0,25817
120X120	-0,20434	0,21155

Componente V						
Malha	Máximos	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC
10X10	0,05578					0,39791
20X20	0,07297	0,07870		0,09017		0,38071
40X40	0,11202	0,12503	0,17136	0,15106	0,13165	0,34167
80X80	0,17274	0,19298	0,26093	0,23346	0,20269	0,28094
120X120	0,21787	0,25398	0,34549	0,30815	0,26923	0,23581

Componente V						
Malha	Mínimos	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC
10X10	-0,12314					-0,44483
20X20	-0,17440	-0,19149		-0,22566		-0,39357
40X40	-0,25872	-0,28683	-0,38218	-0,34305	-0,30045	-0,30924
80X80	-0,32152	-0,34245	-0,39807	-0,38432	-0,35040	-0,24644
120X120	-0,37589	-0,41939	-0,53479	-0,48463	-0,43862	-0,19207

Tabela A 57 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3
10X10	13,48554	-0,23357	13,71912				
20X20	14,14161	0,04286	14,09875	14,22529		14,47837	
40X40	41,63351	-0,04990	41,68342	50,87831	87,53132	69,26809	56,11445
80X80	116,16713	-0,25687	116,42400	141,33753	231,79677	191,16459	154,26028
120X120	185,72144	-0,52258	186,24402	242,10003	393,24381	325,88406	267,29066

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	820,82559	0,98356
20X20	820,44596	0,98311
40X40	792,86129	0,95005
80X80	718,12071	0,86049
120X120	648,30070	0,77683

Tabela A 58 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3
10X10	-0,10964				
20X20	-0,15295	-0,16738		-0,19625	
40X40	-0,23823	-0,26666	-0,36595	-0,32352	-0,28085
80X80	-0,31619	-0,34217	-0,41768	-0,39414	-0,35296
120X120	-0,35192	-0,38051	-0,43803	-0,42340	-0,39010

Malha	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,33886	0,42557
20X20	-0,29555	0,32538
40X40	-0,21027	0,22240
80X80	-0,13231	0,14846
120X120	-0,09658	0,10566

Componente V						
Malha	Máximos	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC
10X10	0,03827					0,41542
20X20	0,13443	0,16648		0,23059		0,31925
40X40	0,21689	0,24438	0,32228	0,29936	0,25551	0,23679
80X80	0,31300	0,34504	0,44569	0,40911	0,35942	0,14068
120X120	0,35123	0,38182	0,43698	0,42769	0,39101	0,10245

Componente V						
Malha	Mínimos	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC
10X10	-0,06206					-0,50590
20X20	-0,20972	-0,25894		-0,35738		-0,35824
40X40	-0,34863	-0,39493	-0,53092	-0,48753	-0,41436	-0,21934
80X80	-0,39819	-0,41471	-0,43450	-0,44776	-0,41754	-0,16977
120X120	-0,45105	-0,49334	-0,61128	-0,55677	-0,51300	-0,11691

Tabela A 59 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação. 2	Extrapolação 1 e 2	Extrapolação 1	Extrapolação 2 e 3
10X10	6,51389	-0,47319	6,98708				
20X20	66,02947	-0,26670	66,29616	86,06586		125,60525	
40X40	197,74755	-0,36750	198,11505	242,05468	398,04351	329,93394	264,33880
80X80	427,17147	-1,49985	428,67131	505,52340	768,99213	659,22757	543,16179
120X120	524,54345	-1,94038	526,48383	604,73385	753,54953	722,10887	629,53646

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	827,55763	0,99163
20X20	768,24855	0,92056
40X40	636,42966	0,76261
80X80	405,87340	0,48634
120X120	308,06090	0,36914

Tabela A 60 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,00633			-0,44217	0,48201
20X20	-0,03017	-0,03812		-0,41833	0,46074
40X40	-0,09056	-0,11069	-0,12105	-0,35794	0,38703
80X80	-0,19068	-0,22406	-0,24026	-0,25782	0,26820
120X120	-0,25384	-0,30436	-0,32443	-0,19466	0,19863

Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	0,01301			0,44067	
20X20	0,02639	0,03084		0,42730	
40X40	0,08777	0,10824	0,11929	0,36591	
80X80	0,18040	0,21127	0,22599	0,27329	
120X120	0,23634	0,28110	0,29856	0,21734	

Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,01362			-0,55434	
20X20	-0,03950	-0,04813		-0,52846	
40X40	-0,13512	-0,16699	-0,18397	-0,43285	
80X80	-0,29477	-0,34798	-0,37384	-0,27320	
120X120	-0,38568	-0,45842	-0,48602	-0,18228	

Tabela A 61- Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3
10X10	0,67782	-0,54167	1,21949		
20X20	3,30497	-3,85204	7,15701	9,13619	
40X40	60,28325	-2,11850	62,40175	80,81666	91,05673
80X80	156,03230	-1,00282	157,03512	188,57957	203,97428
120X120	232,40084	-1,06683	233,46767	294,61372	321,12226

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	833,32522	0,99854
20X20	827,38770	0,99142
40X40	772,14296	0,92523
80X80	677,50959	0,81183
120X120	601,07700	0,72025

Tabela A 62 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,02321			-0,42529	0,47382
20X20	-0,10964	-0,13846		-0,33886	0,37694
40X40	-0,21974	-0,25643	-0,27329	-0,22876	0,25728
80X80	-0,34009	-0,38021	-0,39789	-0,10841	0,12333
120X120	-0,38703	-0,42458	-0,43567	-0,06147	0,06543

Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	0,01709			0,43659	
20X20	0,10513	0,13448		0,34855	
40X40	0,21849	0,25627	0,27367	0,23520	
80X80	0,35196	0,39645	0,41648	0,10172	
120X120	0,39877	0,43622	0,44616	0,05491	

Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,01840			-0,54957	
20X20	-0,13214	-0,17005		-0,43583	
40X40	-0,26643	-0,31120	-0,33136	-0,30153	
80X80	-0,41457	-0,46395	-0,48577	-0,15340	
120X120	-0,49018	-0,55066	-0,57234	-0,07779	

Tabela A 63 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3
10X10	1,03124	-2,90934	3,94058		
20X20	79,57357	-1,32134	80,89491	106,54636	
40X40	269,18654	-3,16748	272,35402	336,17373	368,97764
80X80	587,66285	-4,70708	592,36993	699,04190	750,88022
120X120	707,79256	-3,62408	711,41664	806,65401	833,55704

Malha	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	830,60413	0,99528
20X20	753,64980	0,90307
40X40	562,19069	0,67365
80X80	242,17478	0,29019
120X120	123,12810	0,14754

Tabela A 64 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
10X10	-0,09778			-0,35072	0,385548925
20X20	-0,14160	-0,15818		-0,30690	0,326702313
40X40	-0,18371	-0,19869	-0,20368	-0,26479	0,281356522
80X80	-0,24222	-0,26237	-0,27086	-0,20628	0,213221841
120X120	-0,28322	-0,31652	-0,32960	-0,16528	0,167321781

Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	
10X10	0,07516			0,37852	
20X20	0,10857	0,12120		0,34511	
40X40	0,14561	0,15878	0,16342	0,30807	
80X80	0,21202	0,23489	0,24504	0,24167	
120X120	0,25637	0,29238	0,30628	0,19731	

Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	
10X10	-0,14410			-0,42386	
20X20	-0,24099	-0,27762		-0,32698	
40X40	-0,29878	-0,31933	-0,32443	-0,26919	
80X80	-0,37972	-0,40761	-0,41937	-0,18824	
120X120	-0,43477	-0,47947	-0,49684	-0,13319	

Tabela A 65 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
11X11	16,12486	-0,00065	16,12551		301,02578	818,41920	0,98068
21X21	32,32302	-0,01519	32,33821	38,46864	284,81308	802,20650	0,96125
41X41	85,30550	-0,16446	85,46996	104,36601	231,68133	749,07475	0,89758
81X81	176,41971	-0,61872	177,03843	208,58076	140,11286	657,50628	0,78786
121X121	253,43689	-0,92630	254,36320	317,15129	62,78809	580,18150	0,69521

Tabela A 66 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 7500.

Componente U					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	Erro rms
11X11	-0,08832			0,36070	0,447107231
21X21	-0,10286	-0,10836		-0,34616	0,455710526
41X41	-0,22452	-0,26779	-0,28755	-0,22450	0,376484405
81X81	-0,43852	-0,51224	-0,54483	-0,01050	0,019844705
121X121	-0,44132	-0,44359	-0,42698	-0,00770	0,012330526
181x181	-0,44558	-0,44902		-0,00344	0,005510553

Componente V					
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	
11X11	0,03816			0,41490	
21X21	0,01501	0,00626		0,43805	
41X41	0,06533	0,08322	0,09278	0,38773	
81X81	0,44224	0,57208	0,63728	0,01081	
121X121	0,44686	0,45061	0,42122	0,00620	
181x181	0,45029	0,45306		0,00277	

Componente V					
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Extrapolação 2 e 3	Erro em MAC	
11X11	-0,02825			0,54540	
21X21	-0,01571	-0,01097		-0,55795	
41X41	-0,09986	-0,12979	-0,14453	-0,47380	
81X81	-0,54276	-0,69533	-0,77075	-0,03089	
121X121	-0,55472	-0,56444	-0,53277	-0,01893	
181x181	-0,56520	-0,57366		-0,00846	

Tabela A 67 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 7500.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	3,87305	-26,07361	29,94665		809,00922	0,96940
21X21	0,83794	-2,58261	3,42055	-6,60964	835,53532	1,00119
41X41	25,87562	-0,04230	25,91792	33,91900	813,03796	0,97423
81X81	830,96360	-3,44228	834,40588	1112,90348	4,54999	0,00545
121X121	827,63096	-3,49392	831,12488	828,46069	7,83099	0,00938
181X181	831,96474	-3,49144	835,45617	838,95587	3,49970	0,00419

A.3 Tabelas dos resultados extrapolados e erros para o problema da cavidade regularizada.

Tabela A 68 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,13691		-0,02646	0,02379
20x20	-0,15448	-0,16034	-0,00888	0,00852
40x40	-0,16096	-0,16312	-0,00241	0,00233
80x80	-0,16276	-0,16336	-0,00061	0,00059
120x120	-0,16310	-0,16337	-0,00027	0,00026
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação	Erro	
10x10	0,11665		0,02263	
20x20	0,13099	0,13576	0,00830	
40x40	0,13701	0,13902	0,00228	
80x80	0,13871	0,13928	0,00058	
120x120	0,13903	0,13929	0,00026	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação	Erro	
10x10	-0,17330		-0,02205	
20x20	-0,18698	-0,19153	-0,00838	
40x40	-0,19306	-0,19508	-0,00229	
80x80	-0,19476	-0,19533	-0,00059	
120x120	-0,1950884	-0,19535	-2,62E-04	

Tabela A 69 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	1,78451	-3,25678	5,04129		1,81656	0,26489
20X20	2,22239	-4,01951	6,24190	6,64211	0,61595	0,08982
40X40	2,42673	-4,26844	6,69517	6,84625	0,16269	0,02372
80X80	2,48566	-4,33146	6,81712	6,85778	0,04073	0,00594
120X120	2,49688	-4,34287	6,83975	6,85786	0,01810	0,00264

Tabela A 70 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,13166		-0,03171	0,02866
20x20	-0,15167	-0,15834	-0,01169	0,01096
40x40	-0,16005	-0,16285	-0,00331	0,00310
80x80	-0,16252	-0,16334	-0,00085	0,00080
120x120	-0,16299	-0,16336	-0,00038	0,00035
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,11495		0,02434	
20x20	0,12980	0,13475	0,00948	
40x40	0,13660	0,13887	0,00269	
80x80	0,13860	0,13926	0,00069	
120x120	0,13898	0,13929	0,00031	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,16592		-0,02943	
20x20	-0,18379	-0,18974	-0,01156	
40x40	-0,19208	-0,19484	-0,00327	
80x80	-0,19450	-0,19531	-0,00084	
120x120	-0,19497	-0,19535	-0,00038	

Tabela A 71 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	1,67456	-2,97452	4,64908		2,20871	0,32207
20X20	2,15763	-3,92799	6,08562	6,56447	0,77217	0,11260
40X40	2,40449	-4,24477	6,64926	6,83714	0,20853	0,03041
80X80	2,47961	-4,32560	6,80521	6,85720	0,05258	0,00767
120X120	2,49415	-4,34027	6,83442	6,85779	0,02337	0,00341

Tabela A 72 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,14832		-0,01505	0,01309
20x20	-0,15956	-0,16331	-0,00380	0,00347
40x40	-0,16237	-0,16330	-0,00100	0,00094
80x80	-0,16311	-0,16336	-0,00025	0,00025
120x120	-0,16325	-0,16336	-0,00011	0,00011
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,12639		0,01289	
20x20	0,13593	0,13911	0,00336	
40x40	0,13846	0,13930	0,00083	
80x80	0,13908	0,13929	0,00021	
120x120	0,13920	0,13929	0,00009	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,18434		-0,01100	
20x20	-0,19213	-0,19473	-0,00321	
40x40	-0,19437	-0,19512	-0,00097	
80x80	-0,19507	-0,19530	-0,00028	
120x120	-0,19522	-0,19534	-0,00012	

Tabela A 73 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	2,07186	-3,57999	5,65184		1,20560	0,17580
20X20	2,38254	-4,16265	6,54519	6,84297	0,31225	0,04553
40X40	2,47327	-4,30342	6,77669	6,85386	0,08074	0,01177
80X80	2,49734	-4,33917	6,83651	6,85644	0,02093	0,00305
120X120	2,50203	-4,34611	6,84814	6,85744	0,00930	0,00136

Tabela A 74 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,17523		0,01186	0,01477
20x20	-0,16641	-0,16346	0,00303	0,00408
40x40	-0,16419	-0,16345	0,00082	0,00106
80x80	-0,16357	-0,16336	0,00020	0,00027
120x120	-0,16346	-0,16337	0,00009	0,00012
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação	Erro	
10x10	0,15649		-0,01720	
20x20	0,14400	0,13984	-0,00471	
40x40	0,14050	0,13933	-0,00121	
80x80	0,13959	0,13929	-0,00030	
120x120	0,13943	0,13929	-0,00013	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação	Erro	
10x10	-0,21011		0,01477	
20x20	-0,19966	-0,19617	0,00431	
40x40	-0,19646	-0,19539	0,00112	
80x80	-0,19564	-0,19537	0,00030	
120x120	-0,19547	-0,19534	0,00013	

Tabela A 75 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10x10	2,86632	-4,52237	7,38869		-0,54283	-0,53084	-0,07741
20x20	2,60844	-4,37493	6,98337	6,84827	-0,13751	-0,12552	-0,01830
40x40	2,53006	-4,32449	6,85455	6,81161	-0,00861	0,00339	0,00049
80x80	2,51080	-4,33125	6,84205	6,83788	0,00383	0,01582	0,00231
120x120	2,50745	-4,33671	6,84416	6,84586	0,00170	0,01370	0,00200

Tabela A 76 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,16566		0,00229	0,00904
20x20	-0,16314	-0,16231	-0,00022	0,00202
40x40	-0,16326	-0,16329	-0,00011	0,00047
80x80	-0,16333	-0,16335	-0,00004	0,00012
120x120	-0,16335	-0,16337	-0,00002	0,00005
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,15374		-0,01445	
20x20	0,14266	0,13897	-0,00337	
40x40	0,14008	0,13922	-0,00079	
80x80	0,13948	0,13928	-0,00019	
120x120	0,13938	0,13929	-0,00009	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,20091		0,00557	
20x20	-0,19624	-0,19468	0,00090	
40x40	-0,19547	-0,19522	0,00013	
80x80	-0,19538	-0,19535	0,00004	
120x120	-0,19536	-0,19534	0,00002	

Tabela A 77 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10x10	2,64956	-4,26212	6,91168		-0,05382	-0,00785
20x20	2,52873	-4,29646	6,82520	6,79637	0,03266	0,00476
40x40	2,50674	-4,30230	6,80904	6,80366	0,04881	0,00712
80x80	2,50468	-4,32547	6,83015	6,83719	0,02770	0,00404
120x120	2,50471	-4,33413	6,83884	6,84578	0,01902	0,00277

Tabela A 78 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,17925		0,01588	0,01815
20x20	-0,16788	-0,16409	0,00451	0,00534
40x40	-0,16460	-0,16350	0,00123	0,00140
80x80	-0,16367	-0,16337	0,00030	0,00036
120x120	-0,16351	-0,16337	0,00013	0,00016
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,16021		-0,02092	
20x20	0,14517	0,14016	-0,00588	
40x40	0,14081	0,13936	-0,00152	
80x80	0,13967	0,13929	-0,00038	
120x120	0,13946	0,13929	-0,00017	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,21262		0,01728	
20x20	-0,20088	-0,19697	0,00554	
40x40	-0,19679	-0,19543	0,00145	
80x80	-0,19572	-0,19536	0,00038	
120x120	-0,19551	-0,19534	0,00017	

Tabela A 79 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10x10	2,90285	-4,52503	7,42788		-0,57003	-0,08312
20x20	2,65416	-4,36289	7,01704	6,88010	-0,15919	-0,02321
40x40	2,54194	-4,32154	6,86348	6,81229	-0,00562	-0,00082
80x80	2,51377	-4,33050	6,84427	6,83786	0,01359	0,00198
120x120	2,50878	-4,33637	6,84515	6,84586	0,01270	0,00185

Tabela A 80 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,13046		-0,03291	0,05255
20x20	-0,15470	-0,16278	-0,00867	0,01661
40x40	-0,16143	-0,16367	-0,00194	0,00446
80x80	-0,16292	-0,16341	-0,00045	0,00111
120x120	-0,16320	-0,16342	-0,00017	0,00049
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,09088		0,04841	
20x20	0,12320	0,13397	0,01609	
40x40	0,13479	0,13866	0,00450	
80x80	0,13816	0,13928	0,00113	
120x120	0,13879	0,13929	0,00050	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,12564		-0,06971	
20x20	-0,17314	-0,18897	-0,02221	
40x40	-0,18939	-0,19480	-0,00597	
80x80	-0,19387	-0,19536	-0,00148	
120x120	-0,19469	-0,19534	-0,00066	

Tabela A 81 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10x10	1,43232	-2,45976	3,89208		2,96311	0,43208
20x20	2,03665	-3,80537	5,84202	6,49199	1,01318	0,14774
40x40	2,37999	-4,23408	6,61407	6,87142	0,24112	0,03516
80x80	2,47606	-4,32559	6,80165	6,86417	0,05354	0,00781
120x120	2,49168	-4,33971	6,83139	6,85519	0,02380	0,00347

Tabela A 82 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 100

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,12919		-0,03418	0,05297
20x20	-0,15249	-0,16025	-0,01089	0,01819
40x40	-0,16057	-0,16326	-0,00280	0,00512
80x80	-0,16268	-0,16338	-0,00069	0,00129
120x120	-0,16309	-0,16342	-0,00028	0,00057
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,09178		0,04751	
20x20	0,12257	0,13283	0,01672	
40x40	0,13442	0,13838	0,00487	
80x80	0,13805	0,13926	0,00124	
120x120	0,13874	0,13929	0,00055	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,12469		-0,07066	
20x20	-0,17098	-0,18640	-0,02437	
40x40	-0,18849	-0,19433	-0,00686	
80x80	-0,19362	-0,19533	-0,00173	
120x120	-0,19457	-0,19533	-0,00078	

Tabela A 83 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10x10	1,40268	-2,32517	3,72784		3,12715	0,45600
20x20	1,98873	-3,72906	5,71779	6,38110	1,13721	0,16583
40x40	2,35980	-4,21192	6,57172	6,85636	0,28328	0,04131
80x80	2,47011	-4,31980	6,78991	6,86264	0,06509	0,00949
120x120	2,48896	-4,33711	6,82607	6,85499	0,02893	0,00422

Tabela A 84 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 100

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,13328		-0,03009	0,05027
20x20	-0,15598	-0,16354	-0,00739	0,01565
40x40	-0,16183	-0,16379	-0,00154	0,00416
80x80	-0,16302	-0,16341	-0,00035	0,00103
120x120	-0,16324	-0,16342	-0,00013	0,00046
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,09366		0,04563	
20x20	0,12419	0,13436	0,01510	
40x40	0,13509	0,13872	0,00420	
80x80	0,13824	0,13929	0,00105	
120x120	0,13882	0,13929	0,00047	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,12759		-0,06776	
20x20	-0,17408	-0,18958	-0,02127	
40x40	-0,18969	-0,19490	-0,00566	
80x80	-0,19395	-0,19537	-0,00140	
120x120	-0,19472	-0,19534	-0,00063	

Tabela A 85 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10x10	1,48805	-2,46704	3,95510		2,90391	0,42344
20x20	2,07211	-3,79730	5,86940	6,50750	0,98961	0,14430
40x40	2,39110	-4,21688	6,60798	6,85418	0,25103	0,03660
80x80	2,47905	-4,32481	6,80386	6,86915	0,05515	0,00804
120x120	2,49511	-4,33939	6,83450	6,85901	0,02451	0,00357

Tabela A 86 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11X11	-0,14044		-0,02293	0,02055
21X21	-0,15445	-0,15975	-0,00892	0,00778
41X41	-0,16109	-0,16345	-0,00228	0,00207
81X81	-0,16278	-0,16336	-0,00059	0,00054
121X121	-0,16311	-0,16337	-0,00027	0,00024
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação	Erro	
11X11	0,12137		0,01792	
21X21	0,13195	0,13595	0,00734	
41X41	0,13724	0,13913	0,00205	
81X81	0,13876	0,13928	0,00053	
121X121	0,13905	0,13929	0,00024	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação	Erro	
11X11	-0,17486		-0,02049	
21X21	-0,18843	-0,19356	-0,00692	
41X41	-0,19351	-0,19531	-0,00185	
81X81	-0,19487	-0,19534	-0,00048	
121X121	-0,19513	-0,19535	-0,00022	

Tabela A 87 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	2,12521	-3,07841	5,20362		1,65220	0,24092
21X21	2,50029	-3,99696	6,49725	6,98640	0,35857	0,05229
41X41	2,48331	-4,26771	6,75102	6,84127	0,10480	0,01528
81X81	2,49054	-4,33127	6,82181	6,84619	0,03401	0,00496
121X121	2,49792	-4,34266	6,84058	6,85582	0,01524	0,00222

Tabela A 88 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 100

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11X11	-0,13578		-0,02759	0,02494
21X21	-0,15182	-0,15788	-0,01155	0,01005
41X41	-0,16022	-0,16321	-0,00315	0,00280
81X81	-0,16254	-0,16334	-0,00083	0,00074
121X121	-0,16300	-0,16337	-0,00037	0,00033
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11X11	0,11959		0,01970	
21X21	0,13083	0,13508	0,00846	
41X41	0,13685	0,13899	0,00244	
81X81	0,13865	0,13927	0,00064	
121X121	0,13900	0,13929	0,00029	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11X11	-0,16858		-0,02677	
21X21	-0,18544	-0,19181	-0,00991	
41X41	-0,19257	-0,19510	-0,00278	
81X81	-0,19462	-0,19532	-0,00073	
121X121	-0,19502	-0,19535	-0,00033	

Tabela A 89 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	1,98626	-2,86874	4,85500		2,00079	0,29175
21X21	2,40599	-3,91927	6,32526	6,88120	0,53053	0,07736
41X41	2,45953	-4,24530	6,70483	6,83983	0,15095	0,02201
81X81	2,48462	-4,32556	6,81018	6,84647	0,04561	0,00665
121X121	2,49524	-4,34011	6,83535	6,85579	0,02044	0,00298

Tabela A 90 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 100.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11X11	-0,15767		-0,00570	0,11287
21X21	-0,16169	-0,16321	-0,00168	0,00105
41X41	-0,16302	-0,16349	-0,00035	0,00020
81X81	-0,16326	-0,16334	-0,00011	0,00007
121X121	-0,16332	-0,16337	-0,00005	0,00003
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11X11	0,13392		0,00537	
21X21	0,13866	0,14045	0,00063	
41X41	0,13929	0,13951	0,00000	
81X81	0,13929	0,13929	0,00000	
121X121	0,13929	0,13929	0,00000	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11X11	-0,19302		-0,19534	
21X21	-0,19567	-0,19668	0,00034	
41X41	-0,19534	-0,19522	0,00000	
81X81	-0,19530	-0,19528	-0,00004	
121X121	-0,19532	-0,19534	-0,00002	

Tabela A 91 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros MAC e o UNIFAES para Re = 100.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	2,51655	-3,80741	6,32396		0,53159	0,07752
21X21	2,61805	-4,25935	6,87740	7,08667	0,02185	0,00319
41X41	2,52439	-4,32616	6,85055	6,84100	0,00500	0,00073
81X81	2,50466	-4,34383	6,84849	6,84779	0,00706	0,00103
121X121	2,50448	-4,34791	6,85239	6,85555	0,00316	0,00046

Tabela A 92 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,15026		-0,12651	0,12702
20x20	-0,19566	-0,21079	-0,08111	0,08321
40x40	-0,24578	-0,26249	-0,03098	0,03291
80x80	-0,26834	-0,27585	-0,00843	0,00886
120x120	-0,27302	-0,27677	-0,00375	0,00394
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,13488		0,12688	
20x20	0,18471	0,20132	0,07705	
40x40	0,23249	0,24842	0,02926	
80x80	0,25376	0,26084	0,00800	
120x120	0,25820	0,26176	0,00356	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,25087		-0,12768	
20x20	-0,28769	-0,29997	-0,09086	
40x40	-0,34071	-0,35838	-0,03785	
80x80	-0,36853	-0,37781	-0,01002	
120x120	-0,37410	-0,37856	-0,00445	

Tabela A 93 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	18,64701	-0,57433	19,22134		43,22635	0,69220
20X20	35,15011	-1,48791	36,63802	42,44358	25,80967	0,41330
40X40	50,50232	-1,59720	52,09952	57,25335	10,34817	0,16571
80X80	57,89693	-1,64014	59,53707	62,01625	2,91062	0,04661
120X120	59,50084	-1,65324	61,15408	62,44769	1,29361	0,02072

Tabela A 94 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,08654		-0,18509	0,19058
20x20	-0,12961	-0,14396	-0,14202	0,14577
40x40	-0,19291	-0,21401	-0,07871	0,07724
80x80	-0,24173	-0,25801	-0,02989	0,02856
120x120	-0,25834	-0,27162	-0,01329	0,01269
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,08249		0,17474	
20x20	0,12433	0,13828	0,13290	
40x40	0,18378	0,20359	0,07345	
80x80	0,22952	0,24477	0,02771	
120x120	0,24491	0,25723	0,01232	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,16445		-0,21016	
20x20	-0,21362	-0,23001	-0,16099	
40x40	-0,29518	-0,32237	-0,07942	
80x80	-0,34659	-0,36372	-0,02802	
120x120	-0,36215	-0,37461	-0,01245	

Tabela A 95 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	8,22786	-1,33332	9,56117		51,17016	0,81941
20X20	19,02724	-1,66287	20,69011	24,39976	40,04122	0,64120
40X40	35,73609	-1,24562	36,98171	42,41224	23,74963	0,38031
80X80	49,94052	-1,43403	51,37455	56,17216	9,35678	0,14983
120X120	55,03537	-1,53739	56,57276	60,73133	4,15857	0,06659

Tabela A 96 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,15610		-0,12036	0,13846
20x20	-0,22889	-0,25315	-0,04757	0,05734
40x40	-0,26192	-0,27293	-0,01454	0,01627
80x80	-0,27230	-0,27576	-0,00416	0,00454
120x120	-0,27461	-0,27646	-0,00185	0,00202
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,14413		0,11737	
20x20	0,21359	0,23674	0,04791	
40x40	0,24829	0,25985	0,01321	
80x80	0,25773	0,26088	0,00377	
120x120	0,25982	0,26149	0,00167	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,20709		-0,17102	
20x20	-0,30527	-0,33799	-0,07285	
40x40	-0,35792	-0,37547	-0,02020	
80x80	-0,37261	-0,37751	-0,00551	
120x120	-0,37567	-0,37812	-0,00245	

Tabela A 97 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	25,80885	-2,86939	28,67824		33,65945	0,53900
20X20	47,70738	-2,60328	50,31066	57,52147	12,02703	0,19259
40X40	56,24415	-1,70262	57,94678	60,49215	4,39091	0,07031
80X80	59,33192	-1,67323	61,00514	62,02460	1,33255	0,02134
120X120	60,07613	-1,66932	61,74545	62,33769	0,59224	0,00948

Tabela A 98 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,30598		0,02923	0,05005
20x20	-0,27702	-0,26737	0,00027	0,00660
40x40	-0,27323	-0,27197	-0,00352	0,00255
80x80	-0,27555	-0,27632	-0,00120	0,00079
120x120	-0,27622	-0,27675	-0,00053	0,00035
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,31444		-0,05266	
20x20	0,27259	0,25865	-0,01081	
40x40	0,26290	0,25966	-0,00111	
80x80	0,26188	0,26154	-0,00010	
120x120	0,26183	0,26178	-0,00004	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,44084		0,06235	
20x20	-0,38218	-0,36263	0,00369	
40x40	-0,37608	-0,37404	-0,00242	
80x80	-0,37785	-0,37844	-0,00064	
120x120	-0,37821	-0,37849	-0,00028	

Tabela A 99 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	78,96449	-4,18661	83,15110		-20,71423	-0,33171
20X20	63,72507	-1,93597	65,66105	59,83103	-3,22417	-0,05163
40X40	61,06220	-1,73879	62,80099	61,84764	-0,36411	-0,00583
80X80	60,75433	-1,67326	62,42759	62,30313	0,00928	0,00015
120X120	60,76829	-1,66446	62,43275	62,43688	0,00412	0,00007

Tabela A 100 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,18607		-0,08586	0,06325
20x20	-0,18437	-0,18380	-0,08756	0,08096
40x40	-0,21374	-0,22353	-0,05819	0,05316
80x80	-0,24799	-0,25941	-0,02394	0,02161
120x120	-0,26129	-0,27193	-0,01064	0,00961
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,21763		0,04004	
20x20	0,17983	0,16723	0,07784	
40x40	0,20564	0,21424	0,05204	
80x80	0,23646	0,24674	0,02121	
120x120	0,24825	0,25767	0,00943	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,31976		-0,05500	
20x20	-0,29770	-0,29034	-0,07707	
40x40	-0,32596	-0,33537	-0,04881	
80x80	-0,35531	-0,36510	-0,01946	
120x120	-0,36612	-0,37477	-0,00865	

Tabela A 101 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	34,06545	-6,56037	40,62582		20,31160	0,32526
20X20	33,35381	-1,72576	35,07957	33,23082	25,85785	0,41407
40X40	42,11760	-1,32295	43,44055	46,22755	17,49687	0,28018
80X80	52,18988	-1,46205	53,65193	57,05573	7,28549	0,11667
120X120	56,15192	-1,54751	57,69943	60,93742	3,23800	0,05185

Tabela A 102 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,32729		0,05048	0,07513
20x20	-0,29067	-0,27847	0,01387	0,01874
40x40	-0,28139	-0,27830	0,00458	0,00623
80x80	-0,27800	-0,27687	0,00119	0,00178
120x120	-0,27734	-0,27681	0,00053	0,00079
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,33633		-0,07450	
20x20	0,28582	0,26898	-0,02399	
40x40	0,27035	0,26519	-0,00852	
80x80	0,26410	0,26202	-0,00227	
120x120	0,26284	0,26183	-0,00101	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,47258		0,09399	
20x20	-0,39549	-0,36979	0,01689	
40x40	-0,38338	-0,37935	0,00479	
80x80	-0,38031	-0,37929	0,00172	
120x120	-0,37936	-0,37859	0,00076	

Tabela A 103 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	85,41822	-4,10719	89,52541		-27,08112	-0,43366
20X20	70,37935	-2,15513	72,53449	66,87085	-10,09020	-0,16158
40X40	64,23811	-1,83642	66,07453	63,92121	-3,63024	-0,05813
80X80	61,62417	-1,69401	63,31818	62,39940	-0,87389	-0,01399
120X120	61,15914	-1,67354	62,83269	62,44429	-0,38840	-0,00622

Tabela A 104 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,40643		0,12985	0,12470
20x20	-0,16052	-0,07855	-0,11605	0,11923
40x40	-0,22542	-0,24706	-0,05115	0,06032
80x80	-0,26146	-0,27347	-0,01512	0,01738
120x120	-0,26986	-0,27658	-0,00672	0,00773
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,36582		-0,10427	
20x20	0,16157	0,09349	0,09998	
40x40	0,20838	0,22399	0,05316	
80x80	0,24636	0,25902	0,01519	
120x120	0,25480	0,26155	0,00675	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,51575		0,13753	
20x20	-0,23971	-0,14770	-0,13851	
40x40	-0,30424	-0,32574	-0,07398	
80x80	-0,35707	-0,37468	-0,02115	
120x120	-0,36882	-0,37822	-0,00940	

Tabela A 105 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	2,21952	-0,38085	2,60036		59,74711	0,95675
20X20	17,99622	-2,28329	20,27951	26,17255	42,06797	0,67365
40X40	42,67820	-1,80253	44,48074	52,54781	17,86673	0,28611
80X80	55,32357	-1,67967	57,00324	61,17741	5,34423	0,08558
120X120	58,30263	-1,66963	59,97226	62,34747	2,37521	0,03804

Tabela A 106 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,17061		-0,10018	0,11874
20x20	-0,11076	-0,09081	-0,16004	0,16513
40x40	-0,17687	-0,19890	-0,09393	0,09618
80x80	-0,23633	-0,25615	-0,03447	0,03514
120x120	-0,25548	-0,27080	-0,01532	0,01562
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,12009		0,13652	
20x20	0,11152	0,10866	0,14509	
40x40	0,16923	0,18847	0,08738	
80x80	0,22348	0,24156	0,03313	
120x120	0,24188	0,25661	0,01472	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,25720		-0,11672	
20x20	-0,18645	-0,16287	-0,18747	
40x40	-0,26766	-0,29472	-0,10626	
80x80	-0,33625	-0,35912	-0,03767	
120x120	-0,35718	-0,37392	-0,01674	

Tabela A 107 Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices com o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	2,83371	-1,10525	3,93896		56,50285	0,90480
20X20	11,74064	-2,31900	14,05964	17,43320	46,38217	0,74274
40X40	31,38728	-1,47248	32,85976	39,12647	27,58205	0,44168
80X80	47,99175	-1,47394	49,46570	55,00101	10,97611	0,17576
120X120	54,00969	-1,55384	55,56354	60,44181	4,87827	0,07812

Tabela A 108 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,21906		-0,05756	0,08622
20x20	-0,16859	-0,15177	-0,10803	0,11778
40x40	-0,23114	-0,25199	-0,04548	0,05249
80x80	-0,26397	-0,27491	-0,01266	0,01506
120x120	-0,27100	-0,27662	-0,00563	0,00669
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,17406		0,08753	
20x20	0,16161	0,15745	0,09999	
40x40	0,21695	0,23540	0,04464	
80x80	0,24859	0,25914	0,01300	
120x120	0,25582	0,26159	0,00578	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,27187		-0,10644	
20x20	-0,23706	-0,22546	-0,14124	
40x40	-0,31347	-0,33894	-0,06484	
80x80	-0,35957	-0,37494	-0,01874	
120x120	-0,36998	-0,37831	-0,00833	

Tabela A 109 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	5,72722	-0,75236	6,47958		55,88392	0,89489
20X20	24,35575	-2,24348	26,59923	33,30578	35,76427	0,57271
40X40	45,51209	-1,92040	47,43249	54,37691	14,93101	0,23910
80X80	56,17564	-1,70209	57,87772	61,35947	4,48578	0,07183
120X120	58,69080	-1,67902	60,36982	62,36350	1,99368	0,03193

Tabela A 110 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,15713		-0,11957	0,12087
21x21	-0,20178	-0,21666	-0,07492	0,08347
41x41	-0,24785	-0,26321	-0,02885	0,03091
81x81	-0,26865	-0,27559	-0,00805	0,00849
121x121	-0,27312	-0,27670	-0,00358	0,00377
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,14310		0,11862	
21x21	0,18757	0,20240	0,07414	
41x41	0,23395	0,24940	0,02777	
81x81	0,25398	0,26066	0,00773	
121x121	0,25828	0,26172	0,00344	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,25413		-0,12435	
21x21	-0,27952	-0,28798	-0,09896	
41x41	-0,34295	-0,36410	-0,03552	
81x81	-0,36890	-0,37755	-0,00958	
121x121	-0,37422	-0,37848	-0,00426	

Tabela A 111 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema central para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	18,75007	-0,19489	18,94496		43,49306	0,69647
21X21	36,13659	-1,22466	37,36126	44,32492	25,07676	0,40156
41X41	51,10039	-1,52225	52,62264	58,05028	9,81538	0,15718
81X81	58,01154	-1,61973	59,63128	62,04552	2,80675	0,04495
121X121	59,53640	-1,64385	61,18025	62,43802	1,25777	0,02014

Tabela A 112 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,10065		-0,17092	0,17978
21x21	-0,13583	-0,14755	-0,13574	0,13965
41x41	-0,19554	-0,21544	-0,07603	0,07447
81x81	-0,24248	-0,25813	-0,02909	0,02777
121x121	-0,25864	-0,27157	-0,01293	0,01234
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,08970		0,16748	
21x21	0,12862	0,14160	0,12856	
41x41	0,18600	0,20513	0,07118	
81x81	0,23015	0,24487	0,02703	
121x121	0,24517	0,25718	0,01201	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,17527		-0,19924	
21x21	-0,22103	-0,23628	-0,15348	
41x41	-0,29843	-0,32422	-0,07609	
81x81	-0,34736	-0,36367	-0,02715	
121x121	-0,36244	-0,37451	-0,01207	

Tabela A 113 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	9,10323	-0,91876	10,02199		50,75001	0,81268
21X21	20,26281	-1,38185	21,64466	26,03949	39,12734	0,62656
41X41	36,46850	-1,18744	37,65594	43,35027	23,11606	0,37017
81X81	50,17127	-1,41954	51,59081	56,39092	9,18119	0,14702
121X121	55,12747	-1,53021	56,65768	60,77200	4,11432	0,06588

Tabela A 114 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 1000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,16506		-0,11123	0,13352
21x21	-0,23700	-0,26099	-0,03928	0,04410
41x41	-0,26643	-0,27624	-0,00986	0,01125
81x81	-0,27324	-0,27551	-0,00305	0,00338
121x121	-0,27493	-0,27629	-0,00136	0,00150
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,14358		0,11780	
21x21	0,22357	0,25023	0,03781	
41x41	0,25244	0,26206	0,00894	
81x81	0,25871	0,26080	0,00267	
121x121	0,26019	0,26138	0,00119	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,21280		-0,16504	
21x21	-0,32433	-0,36151	-0,05351	
41x41	-0,36360	-0,37669	-0,01424	
81x81	-0,37363	-0,37697	-0,00422	
121x121	-0,37597	-0,37784	-0,00187	

Tabela A 115 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 1000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	27,10098	-4,69603	31,79701		30,48244	0,48813
21X21	49,78772	-1,81575	51,60347	59,09279	10,67598	0,17096
41X41	57,63454	-1,60661	59,24115	61,95746	3,03830	0,04865
81X81	59,66649	-1,65664	61,32313	62,04030	0,95632	0,01531
121X121	60,18812	-1,66278	61,85090	62,27945	0,42855	0,00686

Tabela A 116 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,05628		-0,26676	0,19096
20x20	-0,08879	-0,09963	-0,23426	0,14818
40x40	-0,11745	-0,12701	-0,20559	0,11192
80x80	-0,16363	-0,17902	-0,15942	0,06048
120x120	-0,19406	-0,21840	-0,12899	0,02688
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,04111		0,28513	
20x20	0,06726	0,07598	0,25898	
40x40	0,09613	0,10575	0,23012	
80x80	0,14436	0,16044	0,18188	
120x120	0,17730	0,20365	0,14894	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,08380		-0,32225	
20x20	-0,14735	-0,16854	-0,25869	
40x40	-0,19609	-0,21233	-0,20996	
80x80	-0,25514	-0,27482	-0,15090	
120x120	-0,29223	-0,32190	-0,11381	

Tabela A 117 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC e o esquema exponencial para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	11,67457	-0,20178	11,87635		588,32454	0,98021
20X20	23,96967	-0,09092	24,06060	28,12201	576,14030	0,95991
40X40	58,85633	-0,20062	59,05694	70,72239	541,14395	0,90160
80X80	119,75431	-0,44097	120,19527	140,57472	480,00562	0,79974
120X120	176,94860	-0,67064	177,61924	223,55841	422,58170	0,70407

Tabela A 118 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha deslocada MAC e o UNIFAES para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,09945		-0,22378	0,23933
20x20	-0,17302	-0,19754	-0,15021	0,17003
40x40	-0,25048	-0,27630	-0,07275	0,09025
80x80	-0,29355	-0,30790	-0,02968	0,03133
120x120	-0,30994	-0,32305	-0,01329	0,01400
180x180	-0,31732	-0,32323	-0,00591	0,00622
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,09386		0,23135	
20x20	0,17012	0,19555	0,15508	
40x40	0,25130	0,27836	0,07390	
80x80	0,30183	0,31868	0,02337	
120x120	0,31539	0,32624	0,00981	
180x180	0,32085	0,32521	0,00436	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,14560		-0,26123	
20x20	-0,20655	-0,22686	-0,20028	
40x40	-0,28987	-0,31764	-0,11696	
80x80	-0,36787	-0,39387	-0,03896	
120x120	-0,38908	-0,40604	-0,01776	
180x180	-0,39894	-0,40683	-0,00789	

Tabela A 119 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha deslocada MAC com o UNIFAES para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	96,61108	-2,43895	99,05002		498,02385	0,82976
20X20	269,35475	-3,51057	272,86532	330,80375	324,20855	0,54017
40X40	473,88599	-6,09282	479,97882	549,01665	117,09506	0,19509
80X80	563,18171	-2,88895	566,07066	594,76794	31,00322	0,05165
120X120	582,40385	-2,62805	585,03190	600,20090	12,04197	0,02006
180X180	589,19713	-2,52476	591,72189	597,07387	5,35199	0,00892

Tabela A 120 - - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,24421		-0,07883	0,07308
20x20	-0,26635	-0,27373	-0,05669	0,06973
40x40	-0,21802	-0,20191	-0,10502	0,12235
80x80	-0,19820	-0,19159	-0,12485	0,12723
120x120	-0,21313	-0,22507	-0,10992	0,11081
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,24711		0,07913	
20x20	0,23654	0,23301	0,08970	
40x40	0,18007	0,16125	0,14617	
80x80	0,17595	0,17458	0,15029	
120x120	0,19529	0,21076	0,13095	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,34650		-0,05955	
20x20	-0,34837	-0,34899	-0,05768	
40x40	-0,29418	-0,27612	-0,11186	
80x80	-0,30410	-0,30741	-0,10194	
120x120	-0,31882	-0,33060	-0,08722	

Tabela A 121 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o esquema exponencial para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	340,87051	-38,10604	378,97655		221,22434	0,36858
20X20	174,19111	-1,49029	175,68140	107,91635	424,51950	0,70730
40X40	120,44238	-0,43382	120,87620	102,60779	479,32470	0,79861
80X80	166,72553	-0,65387	167,37940	182,88047	432,82150	0,72113
120X120	208,30704	-0,81806	209,12509	242,52165	391,07580	0,65157

Tabela A 122 - - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10				
20x20				
40x40	-0,4149714		0,080783	0,10478286
80x80	-0,347205	-0,3246162	0,013017	0,02638142
120x120	-0,3399734	-0,3341881	0,005785	0,01172508
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10				
20x20				
40x40	0,4016565		-0,07702	
80x80	0,3629043	0,3499869	-0,03827	
120x120	0,3416455	0,32463847	-0,01701	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10				
20x20				
40x40	-0,5425382		0,143111	
80x80	-0,4207402	-0,38014087	0,021313	
120x120	-0,4088999	-0,39942767	0,009472	

Tabela A 123 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha semi-deslocada e o UNIFAES para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10						
20X20						
40X40	834,29736	-3,09504	837,39241		-262,60871	-0,43753
80X80	797,87866	-4,17585	802,05451	790,27521	-227,27081	-0,37866
120X120	672,66003	-3,13292	675,79295	574,78370	-101,00920	-0,16829

Tabela A 124 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	Erro rms
10x10	-0,01084		-0,31221	0,33689
20x20	-0,03486	-0,04287	-0,28818	0,30849
40x40	-0,07300	-0,08572	-0,25004	0,26700
80x80	-0,13436	-0,15481	-0,18869	0,19674
120x120	-0,17547	-0,20836	-0,14758	0,15176
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	0,01263		0,31361	
20x20	0,03083	0,03689	0,29542	
40x40	0,06687	0,07889	0,25937	
80x80	0,12452	0,14374	0,20172	
120x120	0,16365	0,19495	0,16259	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro em MAC	
10x10	-0,02570		-0,38034	
20x20	-0,06667	-0,08033	-0,33937	
40x40	-0,11610	-0,13258	-0,28994	
80x80	-0,20647	-0,23659	-0,19957	
120x120	-0,26155	-0,30562	-0,14449	

Tabela A 125 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o esquema exponencial para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
10X10	1,63854	-0,18736	1,82589		598,37500	0,99696
20X20	10,73979	-0,15559	10,89538	13,91854	589,30552	0,98185
40X40	38,23868	-0,38379	38,62246	47,86482	561,57843	0,93565
80X80	101,26736	-0,55159	101,81895	122,88445	498,38194	0,83036
120X120	159,24889	-0,72723	159,97612	206,50186	440,22480	0,73346

Tabela A 126 - - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha para co-localizada nos vértices e o UNIFAES Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
10x10	-0,03784		-0,26192	0,28996
20x20	-0,08157	-0,09615	-0,21819	0,23953
40x40	-0,15542	-0,18003	-0,14435	0,16420
80x80	-0,23433	-0,26064	-0,06543	0,07638
120x120	-0,27068	-0,29976	-0,02908	0,03394
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	0,03502		0,27110	
20x20	0,07740	0,09153	0,22872	
40x40	0,15322	0,17849	0,15290	
80x80	0,24033	0,26937	0,06579	
120x120	0,27688	0,30612	0,02924	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
10x10	-0,04954		-0,33187	
20x20	-0,11271	-0,13376	-0,26871	
40x40	-0,18993	-0,21567	-0,19148	
80x80	-0,28712	-0,31952	-0,09429	
120x120	-0,33951	-0,38141	-0,04191	

Tabela A 127 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos vértices e o UNIFAES para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
10X10	12,15445	-0,21917	12,37362		532,22131	0,88674
20X20	51,59193	-0,38166	51,97359	65,17358	492,62134	0,82076
40X40	174,42907	-1,64051	176,06957	217,43490	368,52535	0,61400
80X80	370,86533	-3,02165	373,88698	439,82611	170,70795	0,28442
120X120	466,27695	-2,44778	468,72473	544,59493	75,87020	0,12641

Tabela A 128 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,07101		-0,14748	0,17814
21x21	-0,09151	-0,09835	-0,12698	0,14291
41x41	-0,11825	-0,12717	-0,10024	0,11081
81x81	-0,16513	-0,18076	-0,05336	0,05962
121x121	-0,19478	-0,21849	-0,02371	0,02650
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,05465		0,14959	
21x21	0,07203	0,07782	0,13222	
41x41	0,09823	0,10697	0,10601	
81x81	0,14542	0,16115	0,05882	
121x121	0,17810	0,20425	0,02614	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,09652		-0,22599	
21x21	-0,15618	-0,17607	-0,16634	
41x41	-0,19782	-0,21169	-0,12470	
81x81	-0,25653	-0,27610	-0,06599	
121x121	-0,29319	-0,32252	-0,02933	

Tabela A 129 - Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o esquema exponencial para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro em MAC	Normalizado em MAC
11X11	10,75181	-0,00240	10,75420		589,44670	0,98208
21X21	22,76215	-0,00918	22,77133	27,31530	577,42957	0,96206
41X41	58,99380	-0,15497	59,14877	72,08623	541,05213	0,90145
81X81	121,49484	-0,42420	121,91904	143,54134	478,28186	0,79687
121X121	178,10456	-0,65548	178,76004	224,91522	421,44090	0,70217

Tabela A 130 - Picos de velocidades contínuos aproximados usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 10000.

Componente U				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	Erro rms
11x11	-0,09239		-0,23043	0,27591
21x21	-0,07288	-0,06638	-0,24994	0,32454
41x41	-0,25753	-0,32319	-0,06530	0,08218
81x81	-0,30509	-0,32147	-0,01773	0,02175
121x121	-0,31610	-0,32504	-0,00672	0,00837
181x181	-0,31982	-0,32282	-0,00300	0,00374
Componente V				
Malha	Máximos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	0,06407		0,26116	
21x21	0,01376	-0,00301	0,31147	
41x41	0,26108	0,34904	0,06415	
81x81	0,30839	0,32468	0,01684	
121x121	0,31990	0,32925	0,00533	
181x181	0,32285	0,32523	0,00238	
Componente V				
Malha	Mínimos	Extrapolação 2	Erro 2	
11x11	-0,07906		-0,32721	
21x21	-0,01069	0,01517	-0,39559	
41x41	-0,29727	-0,39919	-0,10901	
81x81	-0,37764	-0,40532	-0,02864	
121x121	-0,39460	-0,40837	-0,01168	
181x181	-0,40106	-0,40628	-0,00522	

Tabela A 131 – Pressão ao longo da linha horizontal usando a malha co-localizada nos centros e o UNIFAES para Re = 10000.

Malha	Máximos	Mínimos	Diferença	Extrapolação 2	Erro 2	Normalizado em MAC
11X11	44,39044	-29,17391	73,56435		524,30225	0,87354
21X21	0,96862	-42,04953	43,01816	31,46788	554,84844	0,92444
41X41	496,66262	-5,86669	502,52931	665,95223	95,33728	0,15884
81X81	563,87201	-2,51628	566,38829	588,38561	31,47831	0,05245
121X121	590,54974	-2,56896	593,11870	614,82393	4,74790	0,00791
181x181	593,22792	-2,51682	595,74475	597,86660	2,12185	0,00354

A.4 Tabelas dos resultados extrapolados e erros para o problema do degrau.

Os resultados extrapolados para os problemas do degrau empregou somente a malha semi-deslocada.

Tabela A 132 – Comprimento de X_1 utilizando a malha semi-deslocada.

Comprimento de X_1/S							
Reynolds	malha	central	Extrap. central	Exponencial	UNIFAES	Extrap. UNIFAES	Armaly
100	33x33				3,23878		2,7294
	66x66	3,17365			3,20004		
	99x99	3,18271	3,18996		3,19094	3,18366	
200	33x33				5,28303		4,898
	66x66	5,20082			5,23596	5,22027	
	99x99	5,21995	5,23525		5,23116	5,22732	
300	33x33				7,02665		6,4877
	66x66	6,91408			6,95631	6,93286	
	99x99	6,93194	6,94623		6,94457	6,93518	
400	33x33				8,53712		8,2123
	66x66	8,34402		7,98486	8,39293	8,34487	
	99x99	8,34803	8,35124		8,36097	8,33540	
500	33x33				9,76006		9,9373
	66x66				9,53269	9,45690	
	99x99	9,45795			9,47025	9,42030	
600	33x33				10,69765		11,2345
	66x66			8,85557	10,40984	10,31390	
	99x99	10,31313			10,32094	10,24982	
700	33x33				11,43244		12,7535
	66x66				11,12596	11,02380	

	99x99	11,02107			11,02151	10,93795	
800	50x33				12,07873		13,972
	99x66	11,69960		8,61297	11,76792	11,66432	
	150x99	11,65909			11,65168	11,55869	
900	50x33						15,0412
	99x66				12,36416		
	150x99				12,23782	12,13670	
1000	50x33						15,94
	99x66			8,35515	12,92869		
	150x99				12,79512	12,68820	
1100	50x33						17,0791
	99x66				13,46657		
	150x99				13,32705	13,21540	
1200	50x33				13,98445		17,75
	99x66			8,09606	13,83796		
	150x99				13,83799	13,72070	

Tabela A 133 – Comprimento de X_4 utilizando a malha semi-deslocada.

Comprimento de X_4/S						
Reynolds	malha	central	Exponencial	UNIFAES	Extrap.	Armaly
500	33x33			9,28801		8,02800
	66x66			8,38654	8,08605	
	99x99	8,14005		8,15657	7,97259	
600	33x33			9,48551		8,59540
	66x66		7,12698	8,73611	8,48631	
	99x99	8,50536		8,51878	8,34491	
700	33x33			9,81725		9,92680
	66x66			9,14224	8,91724	
	99x99	8,91458		8,91348	8,73046	
800	50x33			10,19506		11,08200
	99x66		6,66646	9,55892	9,34687	
	150x99	9,52519		9,33201	9,15048	
900	50x33					12,22830
	99x66			9,97498		
	150x99			9,75666	9,58199	
1000	50x33					13,43000
	99x66		6,25673	10,41264		
	150x99			10,18171	9,99696	
1100	50x33					13,98440
	99x66			10,83762		
	150x99			10,59817	10,40660	
1200	99x66		5,86402	11,24711		14,74000
	150x99			11,00957	10,81955	
	198x99			11,00957		

Tabela A 134 – Comprimento de X_5 utilizando a malha semi-deslocada.

Comprimento de X_5/S						
Reynolds	malha	central	Exponencial	UNIFAES	Extrap. UNIFAES	Armaly
500	33x33			12,47334		12,82000
	66x66			13,02189	13,20473	
	99x99	13,16498		13,14710	13,24726	
600	33x33			15,31145		15,22650
	66x66		13,62071	15,68452	15,80888	
	99x99	15,79798		15,78844	15,87157	
700	33x33			17,77591		17,39930
	66x66			18,14299	18,26535	
	99x99	18,24495		18,24495	18,32652	
800	50x33			19,80814		19,31000
	99x66		15,05855	20,25482	20,40371	
	150x99	20,39141		20,36995	20,46205	
900	50x33					20,55930
	99x66			22,34762		
	150x99			22,49495	22,61281	
1000	50x33					21,50000
	99x66		15,11512	24,36237		
	150x99			24,55550	24,71000	
1100	50x33					22,36760
	99x66			26,29419		
	150x99			26,54461	26,74495	
1200	99x66		14,48710	28,23674		23,20000
	150x99			28,52413	28,75404	
	198x99			28,45258		