

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A SEÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Marcelo Luiz
Morandin E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 28.06.1999
Eugênio Spanó Rosa
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**MODELAGEM DE UM FILME LÍQUIDO SOB A
AÇÃO COMBINADA DOS CAMPOS
CENTRÍFUGO E GRAVITACIONAL DE
FORÇAS: HIDROCICLONES.**

Autor : MARCELO LUIZ MORANDIN
Orientador: EUGÊNIO SPANÓ ROSA

30/99

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
V.	Ex
TOMBO BC/	39682
PROC	229/99
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	04-12-99
N.º CPD	

CM-00137480-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M794m Morandin, Marcelo Luiz

Modelagem de um filme líquido sob a ação combinada dos campos centrífugo e gravitacional de forças: hidrociclones. / Marcelo Luiz Morandin.-- Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Eugênio Spanó Rosa
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Hidrociclone. 2. Separação (Tecnologia). 3. Gás - Escoamento. 4. Camada limite. 5. Filmes líquidos. 6. Campos gravitacionais. I. Rosa, Eugênio Spanó. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

**MODELAGEM DE UM FILME LÍQUIDO SOB A
AÇÃO COMBINADA DOS CAMPOS
CENTRÍFUGO E GRAVITACIONAL DE
FORÇAS: HIDROCICLONES**

Autor : MARCELO LUIZ MORANDIN

Orientador: EUGÊNIO SPANÓ ROSA

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Fenômenos de Transporte

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1999
S.P. - Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

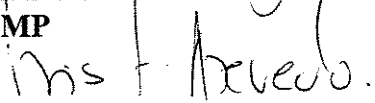
MODELAGEM DE UM FILME LÍQUIDO SOB A
AÇÃO COMBINADA DOS CAMPOS
CENTRÍFUGO E GRAVITACIONAL DE
FORÇAS: HIDROCICLONES

Autor : **MARCELO LUIZ MORANDIN**

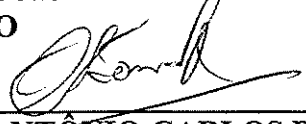
Orientador: **EUGÊNIO SPANÓ ROSA**



Prof. Dr. EUGÊNIO SPANÓ ROSA, Presidente
UNICAMP



Prof. Dr. LUIS FERNANDO A. AZEVEDO
PUC - RIO



Prof. Dr. ANTÔNIO CARLOS BANNWART
UNICAMP

Campinas, 28 de Junho de 1999

Campinas, 28 de junho de 1999.

Dedicatória:

Dedico este trabalho à coragem e determinação daqueles que, um dia, apostaram tudo em seus filhos: diante de todas as dificuldades que vocês, meus queridos e amados pais, Dna. Neuza e Sr. Arnaldo, enfrentaram, no anseio de nos dar uma posição digna nesta vida, se esquecendo em nós, os esforços empenhados na realização deste trabalho se tornam imensamente pequenos.

Meu eterno agradecimento e que Deus os abençoe, sempre!!!

Agradecimentos

Neste momento, gostaria de compartilhar esta vitória com pessoas que tornaram tudo isso possível.

Em primeiro lugar, Deus, nosso Senhor, pela minha vida, saúde, minha família e tantas outras graças que me concedeste.

Aos meus pais que acreditaram neste desafio e, juntamente com meus irmãos, Marcos, Junior e Ricardo, cunhadas, Zanete, Paula e Leila, e sobrinhos, Artur, Gabriela, Vitor e Júlia, todo amor e carinho, necessário como sustentáculo em tudo nesta vida, sempre me dedicaram – apesar de ser o caçula, não se trata de “mimo”!!!

Dna Naná, obrigado por todos os conselhos que me engrandeceram e encorajaram e obrigado também por ter gerado esta pessoa tão doce, carinhosa, meiga, dedicada e amiga que sempre esteve ao meu lado: minha noiva, Keyla.

Mais do que um orientador, um amigo que procura crescer com o crescimento de seus alunos, professor Eugênio, ao qual dedico minha consideração pessoal e admiração profissional. Do mesmo modo, ao professor França, por todo o crédito que me fez crescer na profissão de engenheiro.

Por fim, aos técnicos Alcimar e Edmur e aos amigos da FEM, Rodrigues e Neusa pela paciência e amizade que tornaram o dia a dia mais valioso.

- O maior mal deste mundo é gerado naquelas pessoas que, na posição de inatingíveis na sua perfeição, não sabem analisar e aceitar as fraquezas alheias. É um bom momento para fazer minhas as palavras do grandioso Chaplin:

“... mais do que máquinas, precisamos de homens;

... e lembrando que, como a própria natureza nos ensina, todas as cores são necessárias para formar o arco-íris, todos nós somos um pouquinho importantes!!!

Índice

Capítulo 1

<i>Introdução.....</i>	<i>1</i>
1.1- Motivação: Sistemas de Separação Submarina	1
1.2- Objetivos do Trabalho.....	6

Capítulo 2

<i>Revisão Bibliográfica.....</i>	<i>8</i>
2.1- Hidrociclones (Separadores Centrífugos Gás/Líquido)	9
2.2 - Modelagem do Filme Líquido na Câmara de Expansão	11
2.3 Técnicas de medidas de espessura de filmes líquidos	15

Capítulo 3

<i>Formulação do Problema & Análise Paramétrica.....</i>	<i>18</i>
3.1- Formulação do Problema.....	20
3.1.1- Condições de contorno	23
3.2- Método de Solução	24
3.2.1- Equações Integrais.....	24
3.2.2- Método de Pohlhausen	28

3.3- Equações adimensionais	31
3.3.1- Espessura e velocidade final do filme líquido (δ_f e U_f)	31
3.3.2- Parâmetros de adimensionalização	34
3.3.3- Fator de atrito	36
3.3.3.1- Fator de atrito para regime laminar	36
3.3.3.2- Fator de atrito para regime turbulento	37
3.3.4- Perfis de velocidades axial e tangencial	39
3.3.4.1- Perfil de velocidade laminar	39
3.3.4.2- Perfil de velocidade turbulento	41
3.4- Sumário das Equações de Governo e Procedimento de Solução	44
3.5- Análise Paramétrica	47
3.5.1- Análise Dimensional	47
3.5.2- Determinação dos Grupos Adimensionais	48
3.6- Espessura Crítica de Injeção	56

Capítulo 4

<i>Metodologia e Aparato Experimental.....</i>	<i>63</i>
4.1- Aparato Experimental.....	63
4.2- Metodologia Experimental.....	65
4.3- Determinação da Espessura Média do Filme	67
4.3.1- Técnica das sondas elétricas ou de condutividade.....	67
4.3.2- Técnica de ultra som operando no princípio Pulso-Eco	72
4.4- Determinação da inclinação das linhas de correntes.....	74
4.5- Fluidos de Trabalho.....	76

Capítulo 5

<i>Resultados Experimentais e Comparação com o Modelo</i>	<i>79</i>
5.1 Comparação entre as Técnicas de Medida de Espessura de Filme	79

5.2- Validação do Modelo	82
5.3- Considerações no Escoamento	94
5.3.1- Condições para o desenvolvimento axissimétrico	94
5.3.2- Irregularidades da espessura da interface líquida	97

Capítulo 6

<i>Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos</i>	<i>99</i>
6.1- Mecanismos Hidrodinâmicos.....	101
6.2- Modelagem Desenvolvida.....	101
6.3- Resultados Experimentais.....	102
6.4- Técnicas Experimentais.....	102
6.5- Aplicações para Projetos	103
6.6- Sugestões para Próximos Trabalhos	103

<i>Bibliografia</i>	<i>104</i>
----------------------------------	-------------------

Apêndices

<i>Apêndice A: Análise de Ordem de Grandeza dos Termos das Equações de Movimento.....</i>	<i>109</i>
A.1 - : Equações do Movimento em Coordenadas Cilíndricas.....	110
A.2 – Análise da Equação da continuidade.....	111
A.3 – Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção r.....	112
A.4 – Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção θ.....	113
A.5 – Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção z.....	114

Apêndice B: Programa em Mathematica® para Solução do Sistema de Equações

Integrais116

Apêndice C: Programa em Mathematica® para Tratamento e Interpolação do Dados

Experimentais.....121

Apêndice D: Determinação das Incertezas Experimentais.....129

D.1- Incerteza da Espessura Média Resultante $\Delta\bar{\delta}$ 129

D.2- Incerteza da Inclinação das Linhas de Corrente Média Resultante $\Delta\bar{\phi}$ 130

D.3- Incerteza da Velocidade Axial Média Resultante $\Delta\bar{U}$ 131

D.4- Incerteza da Velocidade Azimutal Média Resultante $\Delta\bar{W}$ 132

Resumo

MORANDIN, Marcelo Luiz, *Modelagem do Escoamento de um Filme Líquido sob a Ação*

Combinada dos Campos Centrífugo e Gravitacional de forças: Hidrociclones; Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 135 p. Dissertação de Mestrado.

O estudo desenvolvido têm como tema central separadores ciclônicos gás-líquido. Mais precisamente, procura-se caracterizar experimentalmente e desenvolver um modelo que possa prever o comportamento do escoamento de líquido que se desenvolve na forma de um filme de espessura reduzida sob a ação combinada dos campos centrífugo e gravitacional de forças, sendo esta uma das principais características dos separadores ciclônicos. Para tal, utiliza-se de duas técnicas experimentais para determinação direta da espessura média do filme de líquido: sonda de condutância e ultra-som. Por meio de visualização o ângulo que o filme faz com a horizontal também é determinado experimentalmente. Uma combinação destas variáveis experimentais permite uma determinação indireta das componentes axial e tangencial da velocidade média local do filme. Um modelo é desenvolvido a partir das equações de camada limite na forma integral tomada em termos médios num sistema cilíndrico de coordenadas e sob a hipótese de escoamento axisimétrico. São realizadas comparações entre as técnicas experimentais empregadas e os dados utilizados para validar o modelo proposto.

Palavras Chave: *hidrociclones, separadores gás-líquido, camada limite, filme líquido, técnicas experimentais, modelagem, campo centrífugo e gravitacional de forças.*

Abstract

MORANDIN, Marcelo Luiz, *Liquid Film Motion Under the Action of Centrifugal and Gravitational Fields: Hydrocyclone*; Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 135 p. Dissertação de Mestrado.

The work is applied to the gas-liquid separator field and focus on the hydrodynamics aspects of the developing liquid film under the action of centrifugal and gravitational force fields. The main objective is to characterize experimentally the liquid film and develop a model capable to predict the average film quantities. Toward this objective two experimental techniques are employed to measure the average film thickness distribution: a conductive probe and ultrasound. Also, using flow visualization the angle of the film with respect to the horizontal is determined. Using these two experimentally variable and the mass flow rate, the axial and tangential local average film velocity is indirectly achieved. The flow model developed is based on the integral form of the boundary layer equations in a cylindrical coordinate system and assuming axis-symmetric flow. A direct comparison between the film thickness experimental techniques is drawn as well as the model validation is conducted against the experimental data.

Key Words: *hydrocyclones, gas liquid separators, boundary layer, liquid film, experimental technique, centrifugal force field, modeling.*

Lista de Figuras

<i>Figura 1.1: Separador ciclônico gás/óleo inicialmente desenvolvido e testado pela Chevron.....</i>	<i>02</i>
<i>Figura 1.2: Motivação do trabalho – “Separador Ciclônico Submarino” mostrando suas principais partes e dimensões. Detalhes da entrada tangencial do fluxo e do ângulo de entrada da hélice.....</i>	<i>05</i>
<i>Figura 2.1: Curva de desenvolvimento dos tipos de separadores mais utilizados nas diversas áreas industriais.</i>	<i>09</i>
<i>Figura 3. 2: Esboço do trajeto helicoidal das linhas de corrente do escoamento sob o efeito dos campos centrífugo e gravitacional de forças.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 3.2: Filme de líquido descendente dentro da câmara de expansão: perfil de velocidades e balanço de forças.</i>	<i>21</i>
<i>Figura 3.3: Comparação entre perfil exponencial 1/7 e a expressão de Spalding calculada para diferentes valores de $Re\delta$; $U(z)$ é a velocidade axial interfacial calculada na posição z.</i>	<i>43</i>
<i>Figura 3.4: Variação das constantes χ, ξ, ψ e ς com o número de Reynolds.....</i>	<i>44</i>

Figura 3.5: Espessura final adimensional do filme em queda livre plotada em função dos números de Reynolds e Froude: casos de escoamentos laminar e turbulento.	50
Figura 3.6: Velocidade final adimensional do filme em queda livre plotada em função dos números de Reynolds e Froude: casos de escoamentos laminar e turbulento.....	51
Figura 3.7: Comportamento da espessura e inclinação do filme ao longo da câmara para o caso de escoamento laminar.	53
Figura 3.8: Comportamento da espessura e inclinação do filme ao longo da câmara para o caso de escoamento turbulento.	54
Figura 3.9: Influência da velocidade tangencial inicial no comportamento do escoamento.....	56
Figura 3.10: Influência da espessura inicial no comportamento do escoamento.....	57
Figura 3.11: Possibilidades hidrodinâmica de ocorrência para espessura do filme: (i) estreitamento e aceleração e (ii) alargamento e desaceleração.....	59
Figura 3.12: Divergência no modelo causada pela situação inicial crítica de escoamento.....	62
Figura 4.1: Esquemática do hidrociclone: detalhes da entrada tangencial e tomadas de medidas distribuídas ao longo da parede de acrílico.....	64
Figura 4.2: Esquema do circuito de teste.....	65
Figura 4.3: Posicionamento físico axial e angular das tomadas de medidas no hidrociclone.....	66
Figura 4.4: Sondas elétricas - a) detalhes construtivos e operacionais b) sinal de resposta característico com seu respectivo sinal normalizado.....	69

Figura 4.5: Distribuição normal dos valores da fração de vazio ao longo da distância radial da parede.....	72
Figura 4.6: Detalhes da técnica de medida- a) sensor emissor/receptor, b) tela gráfica do equipamento de ultra som e c) sinal de saída analógico proporcional ao primeiro pulso encerrado ao longo pela janela de aquisição ao longo do tempo.....	74
Figura 4.7: Detalhes do aparato experimental durante a – (i) medição da espessura de filme com a técnica de sonda elétrica e- (ii) medição da inclinação das linhas de corrente do filme através da linha de algodão inserida no escoamento.....	75
Figura 4.8: Variação da viscosidade da solução “Buffalo-1630”+ Água em função da concentração do agente viscosificante. Soluções analisadas por viscosímetro digital.....	77
Figura 4.9: Variação da viscosidade da solução 70% Buffalo-1630 com a temperatura; destaca-se o ponto nominal de operação a ser mantido pelo sistema de trocador de calor.....	78
Figura 5.1: Detalhes dos volumes de controle avaliados pelos dois tipos de sondas - a) sonda elétrica e b) ultra som - medidas em milímetros.....	81
Figura 5.2: Disposição física das posições angulares de medidas para o ultra som.....	82
Figura 5.3: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 2.30 kg/s.....	88
Figura 5.4: Velocidades axial e azimutal:valores numéricos e experimentais para água - vazão: 2.30 kg/s.....	88
Figura 5.5: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 3.00 kg/s.....	89
Figura 5.6: Velocidades axial e azimutal:valores numéricos e experimentais para água - vazão: 3.00 kg/s.....	89

Figura 5.7: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 3.77 kg/s.....	90
Figura 5.8: Velocidades axial e azimutal:valores numéricos e experimentais para água - vazão: 3.77 kg/s.....	90
Figura 5.9: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 5.48 kg/s.....	91
Figura 5.10: Velocidades axial e azimutal:valores numéricos e experimentais para água - vazão: 5.48 kg/s.....	91
Figura 5.11: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para fluido 45 cP - vazão 2.6 kg/s - caso laminar.....	92
Figura 5.12: Velocidades axial e azimutal:valores numéricos e experimentais para fluido 45 cp - vazão: 2.6 kg/s - caso laminar.....	92
Figura 5.13: Injeção tangencial do jato na câmara de expansão: abertura do jato (a) devido a ação da força centrífuga (b).....	95
Figura 5.14: Esquema qualitativo da trajetória e abertura do jato quando descarregado na câmara de expansão.....	95
Figura 5.15: Fotografia geral do escoamento na câmara de expansão: detalhe da abertura do jato no momento em que é descarregado pelo bocal.....	96
Figura 5.16: Planigrafia do escoamento ao longo da câmara a partir do bocal de injeção: teste para 2.3 kg/s de água.....	98

Lista de Tabelas

<i>Tabela 5.1 - Medidas comparativas da espessura do filme líquido no hidrociclone utilizando as técnicas de ultra som e sonda elétrica.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 5.2 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica: espessura média do filme e ângulo do escoamento para uma vazão de 2.3 kg/s de água.....</i>	<i>83</i>
<i>Tabela 5.3 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica: espessura média do filme e ângulo do escoamento para uma vazão de 3.00 kg/s de água.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 5.4 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica: espessura média do filme e ângulo do escoamento para uma vazão de 3.77 kg/s de água.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 5.5 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica: espessura média do filme e ângulo do escoamento para uma vazão de 5.48 kg/s de água.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 5.6 - Dados experimentais utilizando a técnica de ultra som: espessura média do filme e ângulo do escoamento para uma vazão de 2.6 kg/s de fluido 45 cP.....</i>	<i>85</i>

<i>Tabela 5.7 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais: vazão de 2.3 kg/s de água.....</i>	<i>85</i>
<i>Tabela 5.8 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais: vazão de 3.00 kg/s de água.....</i>	<i>85</i>
<i>Tabela 5.9 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais: vazão de 3.77 kg/s de água.....</i>	<i>86</i>
<i>Tabela 5.10 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais: vazão de 5.48 kg/s de água.....</i>	<i>86</i>
<i>Tabela 5.11 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais: vazão de 2.6 kg/s de fluido 45 cP.....</i>	<i>86</i>
<i>Tabela 5.12 – Dados experimentais utilizando a técnica de ultr-som na linha do bocal espessura média do filme para uma vazão de água de 2.3 kg/s.....</i>	<i>99</i>

Nomenclatura

Letras Latinas

A, B, C, D, E, F – posições angulares de medidas experimentais	[m]
<i>f</i> – fator de atrito para escoamentos em canais	[-]
<i>f</i>(η), <i>h</i>(η) – função para os perfis de velocidades nas direções axial e tangencial ;	
Fr – número de Froude	[-]
g – aceleração da gravidade, = 9.81	[m/s ²]
N - função densidade de fase	[-]
P –pressão do fluido	[N/m ²]
Q – vazão de líquido	[m ³ /s]
r, z – coordenadas direcionais radial e axial, respectivamente, no sistema cilíndrico	[m]
R₀ – raio do hidrociclone, = 68.5×10^{-3}	[m]
Re – número de Reynolds	[-]
T – tempo	[s]
<i>u</i>[*] – velocidade de atrito, = $\sqrt{\tau_w/\rho}$	[m/s]
W e U – componentes de velocidade interfacial nas direções θ e z, respectivamente	[m/s]
v, w, e u – componentes de velocidades nas direções r, θ e z, respectivamente	[m/s]
V – velocidade absoluta do escoamento	[m/s]

V – voltagem	[volt]
y^+ – distância da parede, perpendicular ao fluxo, em termos das variáveis internas do escoamento	[-]

Letras Gregas

α – fração de vazio local ou fração de residência local de fase	[-]
χ, ξ, ψ e ζ – constantes de integração	[-]
δ – espessura do filme líquido	[m]
Δ – intervalo de variação;	
η – coordenada adimensional radial, $= (R_0 - r)/\delta$	[-]
ϕ – ângulo de inclinação das linhas de corrente	[graus]
μ – viscosidade absoluta ou dinâmica do líquido	[N.s/m ²]
ν – viscosidade cinemática do líquido, $= \mu/\rho$	[m ² /s]
θ – coordenada direcional angular no sistema cilíndrico	[graus]
ρ – densidade do fluido	[kg/m ³]
τ – tensão de cisalhamento	[N/m ²]

Subescritos

cr – condição crítica de escoamento;	
D – condições adimensionais;	
$elet$ e ult – valores experimentais referentes à técnica de sonda elétrica e ultra-som, respectivamente;	
f – condição final de queda livre do filme líquido;	

g – fase gás;

$i, 0$ – condições interfacial e inicial, respectivamente;

L – líquido;

Q – fluxo volumétrico;

z, θ – sentidos axial e angular, respectivamente, do hidrociclone;

Superescritos

– - média temporal

Capítulo 1

Introdução

Ciclones são equipamentos empregados na separação das fases que constituem uma determinada mistura em escoamento. A separação resulta da diferença de densidade entre as fases presentes no momento em que o escoamento ganha aceleração centrífuga. Um movimento relativo entre as fases se desenvolve com o constituinte que apresenta menor densidade se deslocando em direção ao centro e para a porção superior do equipamento, onde segue por uma tubulação de descarga. O outro constituinte da mistura desloca-se para a parede e para a porção inferior podendo, a partir daí, ser coletado em uma tubulação de descarga ou adentrar em separadores secundários (helicóides). A denominação hidrociclone é, então, dada para os ciclones nos quais uma das fases da mistura venha a ser um líquido qualquer.

1.1- Motivação: Sistemas de Separação Submarina

Segundo Rietema (1960), os hidrociclones foram introduzidos logo após a Segunda Guerra Mundial como ferramentas de separação de sólidos dispersos em líquidos de menor densidade. Desde então um largo campo de aplicação surgiu para estes equipamentos, juntamente com outras configurações e tipos, acompanhadas por ensaios de caráter quantitativo. A Figura 1.1 ilustra uma concepção de hidrociclone inicialmente proposta pela Chevron (Kouba, G.E., 1995).

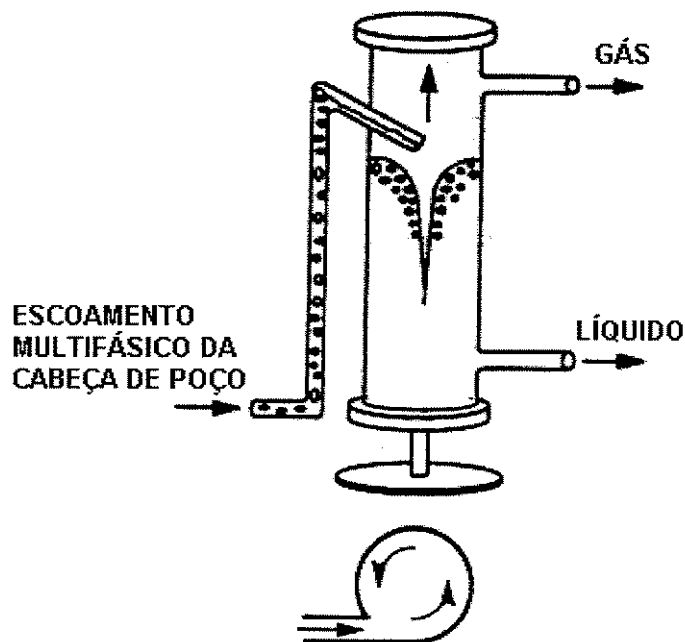


Figura 1.1: Separador ciclônico gás/óleo inicialmente desenvolvido e testado pela Chevron.

Estuda-se, atualmente, as possibilidades e viabilidades de aplicação deste tipo de equipamento na produção de petróleo em poços submersos, “offshore”, onde, devido às altas pressões e temperaturas, se tem altas taxas de gás condensado e dissolvido na fase líquida.

Nestes reservatórios, óleo cru se encontra associado com hidrocarbonetos leves e, geralmente, acompanhados por formação de água. Na cabeça de poço sua vazão é controlada, com considerável perda de carga, através de restrições na linha. Consequentemente, os hidrocarbonetos leves se vaporizam acarretando a formação de espuma e escoamento bifásico de óleo e gás, ocorrência tal que pode vir a prejudicar o escoamento nos longos trechos verticais de linhas produtoras.

A separação das correntes de óleo e gás, quando efetuada próximo aos poços, possibilita a utilização de sistemas convencionais centrífugos de bombeio do óleo, implicando em menores custos na produção.

Os separadores convencionais, por enquanto utilizados, têm como principal desvantagem o fato de necessitarem de um tempo relativamente longo para separação das fases, dada puramente pela ação do campo gravitacional. Além disso, são volumosos e pesados com altos custos construtivos e operacionais. Estas limitações são mais relevantes em operações marítimas, onde custos de plataformas são aumentados devido ao espaço e peso. Os altos custos associados aos separadores convencionais têm motivado a indústria de petróleo a desenvolver a aplicação de tecnologias alternativas de separação.

Poucos estudos se encontram disponíveis, até o momento, a respeito das condições ótimas de projeto e performance de separadores centrífugos gás-líquido aplicados à indústria de petróleo, apesar de existirem várias configurações propostas com diferentes hidrodinâmicas do escoamento. Tal fato, logicamente, é evidenciado por se tratar de uma linha de pesquisa totalmente recente.

Em configurações de “reservatórios-linhas de produção-plataforma” de campos marítimos, os separadores de óleo e gás já são e se tornarão, com maior frequência, equipamentos de fundamental importância para garantir a produção de petróleo. Os Sistemas de Separação Submarina (SSS) vêm a ser um tipo específico de separador de fundo para óleo e gás, utilizando um campo centrífugo de forças. Melhor dizendo, o campo centrífugo de forças gerado pela rotação do fluxo no ciclone juntamente com a grande área interfacial líquido-gás promovem uma separação mais eficiente com um tempo de residência menor do que nos separadores gravitacionais. Apresentam um princípio de funcionamento que os qualificam como uma tecnologia promissora, já sendo usado pela indústria nuclear para separar vapor d’água em circuitos secundários de reatores nucleares, como equipamentos de pequeno porte. Coletores especiais recolhem as correntes separadas e as direcionam para tubulações específicas. A Figura

1.2 mostra um croquis de um tipo específico de separador multifásico, parte do qual será objeto de estudo do presente trabalho, mostrando suas principais partes e dimensões. Basicamente, este equipamento é composto por quatro partes de interesse para estudos de dimensionamento e projeto hidrodinâmico, a saber:

- (i) - *hidrociclone*, também denominado de câmara de expansão;
- (ii) - *helicóide*;
- (iii)- *piscina de líquido*;
- (iv)- *bocal de injeção*.

Construtivamente falando, trata-se de três tubos concêntricamente dispostos. O primeiro, mais interno, é o de saída de líquido separado já recalçado pela bomba; esta por sua vez localizada na base do equipamento. O segundo tubo forma um primeiro anular que constitui a saída do gás separado; o gás tem acesso a este anular por orifícios localizado nas partes superiores e internas da câmara de expansão e nos canais do helicóide. Por fim, o terceiro tubo, formando um segundo anular por onde se dá o escoamento do fluxo descarregado pelo bocal. Inicialmente sem hélice, este anular forma a câmara de expansão ou hidrociclone e, em seguida, ganha o nome de helicóide tendo uma hélice que guia o fluxo à tubulação de saída.

Operacionalmente falando, o fluxo bifásico gás/líquido é acelerado pelo bocal objetivando a segregação das fases, assim como um aumento na área interfacial o que irá proporcionar uma rápida separação destas fases no momento em que o fluxo é descarregado na câmara pela entrada tangencial. O líquido, fase mais densa, passa a descrever uma trajetória helicoidal na forma de um filme líquido orientado por um campo gravitacional e centrífugo de forças. O gás já separado sai livremente pelos orifícios posicionados na parte superior interna da câmara – esquema do hidrociclone.

O escoamento do líquido pelo hidrociclone carrega consigo ainda uma pequena parte de gás aprisionada na forma de “microbolhas” (principalmente se se tratar de líquidos muito

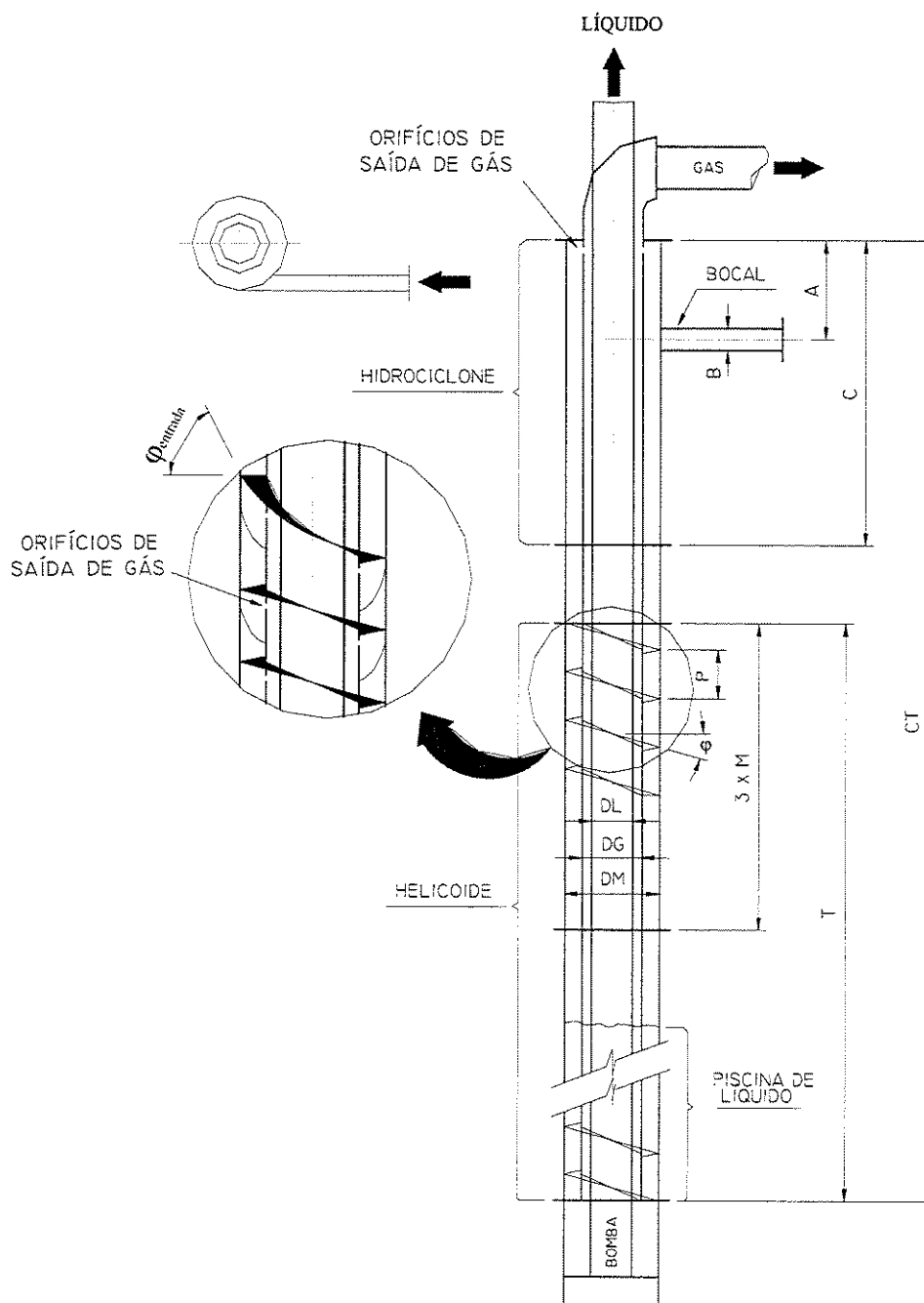


Figura 1.2: Motivação do trabalho – “Separador Ciclônico Submarino” mostrando suas principais partes e dimensões. Detalhes da entrada tangencial do fluxo e do ângulo de entrada da hélice.

viscosos - ≥ 100 cP). Esta parcela restante da separação irá se realizar no helicóide que permite que o tempo de segregação de bolhas seja alcançado. As condições de entrada do fluxo no corpo com hélice devem satisfazer condições específicas de inclinação inicial da hélice - φ_{entrada} . O gás liberado no helicóide segue pelos orifícios já mencionados. Finalmente, o líquido descendente é coletado numa piscina de líquido formada por um nível constante na região baixa do helicóide de onde é succionado e recalcado pela bomba. Estes equipamentos apresentam eficiência de separação de 100%, porém são muito prejudicados pela formação de espuma que, além de aumentar os valores de líquido na corrente de gás separado (LCO), causam um aumento da contra pressão do equipamento devido à perda de carga da espuma fluindo pela tubulação de saída de gás (França et al, 1996).

1.2- Objetivos do Trabalho

O presente trabalho objetiva estudar, através do desenvolvimento de um modelo teórico e técnicas experimentais, os fenômenos que ocorrem na câmara de expansão do equipamento mostrado acima.

A modelagem pretende investigar a influência de algumas variáveis geométricas e dinâmicas no escoamento, tais como, espessura do filme, velocidade de injeção, raio do hidrociclone, viscosidade do fluido, suas velocidades axial e tangencial e, conseqüentemente, o ângulo de inclinação das linhas de corrente ao longo do eixo axial do hidrociclone. O conhecimento da influência destas variáveis é necessário no projeto do separador. Principalmente, o ângulo dos primeiros passos da hélice deve ser tal que evite um choque do fluxo ao entrar na parte helicoidal. No Capítulo 3 será mostrada a formulação do problema baseada na hipótese de camada limite para o filme líquido. As equações da camada limite, juntamente com a equação de conservação da massa, são integradas na espessura do filme a partir da escolha do perfil de velocidades para o filme laminar e turbulento, resultando, assim,

num sistema de equações diferenciais parabólico que é resolvido utilizando-se o software *Mathematica*®.

Para validação do modelo numérico são realizados testes experimentais através do emprego de técnicas de medição aplicadas a escoamentos bifásicos. As condições iniciais exigidas pelo sistema parabólico de equações são tomadas experimentalmente. Duas técnicas são utilizadas nos ensaios experimentais de medida de espessura do filme líquido: sondas elétricas de resistividade e ultrassom; a primeira, uma técnica já muito difundida no âmbito de escoamentos multifásicos, e a última, uma técnica relativamente nova em que aqui se procura o aprimoramento de seus resultados. Uma comparação entre estas duas técnicas e os resultados obtidos da modelagem numérica é, então, realizada com o intuito de validação do modelo e também das técnicas de medidas experimentais.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Os estudos desenvolvidos no presente trabalho têm como tema central os separadores ciclônicos gás-líquido. Mais precisamente, procura-se desenvolver uma formulação que possa prever o comportamento do escoamento de líquido que se desenvolve na forma de um filme de espessura reduzida sob a ação combinada dos campos centrífugos e gravitacional de forças, sendo esta uma característica singular de uma das várias concepções existentes de separadores ciclônicos, como poderá ser observado a seguir. Para tal, utiliza-se as equações de camada limite na forma integral tomada em termos médios num sistema cilíndrico de coordenadas e sob a hipótese de escoamento desenvolvido na direção tangencial. Sendo a espessura do filme líquido e seu ângulo de inclinação variáveis de interesse na modelagem, estas são medidas experimentalmente buscando validar o modelo desenvolvido, através da determinação indireta das componentes axial e tangencial da velocidade do filme. Duas técnicas de medida de espessura de filme são empregadas, sendo seus resultados comparados entre si e com o modelo.

Estando assim definido o contexto do presente trabalho, é apresentada, a seguir, uma revisão da literatura a respeito de separadores gás/líquido, abordando um histórico de utilização pela indústria de petróleo e suas características operacionais, e, também, a respeito do estudo de escoamentos de filmes líquidos, destacando os perfis de velocidades, fator de atrito, estrutura interfacial, assim como as técnicas de medição da espessura do filme.

2.1- Hidrociclones (para Separação Gás/Líquido)

Do ponto de vista de desenvolvimento, os separadores centrífugos gás/líquido constituem uma tecnologia emergente no que tange ao grau de conhecimento das variáveis de influência na performance de separação. Por isso poucas informações estão disponíveis numa revisão bibliográfica sobre o assunto. A Figura 2.1 mostra, esquematicamente, a curva “S” do grau de desenvolvimento das várias tecnologias de separação em função do tempo de desenvolvimento.

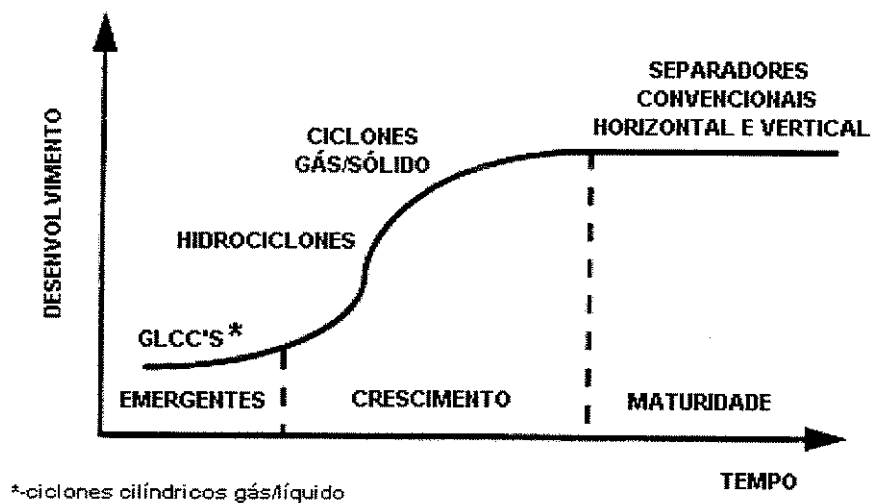


Figura 2.1: Curva de desenvolvimento dos tipos de separadores mais utilizados nas diversas áreas industriais em função do tempo de desenvolvimento.

Como mostrado na figura, separadores convencionais (entende-se gravitacionais) atingiram um grau de desenvolvimento tal que pouco há a ser feito para uma melhoria tecnológica na eficiência dos mesmos. Geralmente, são empregados com o auxílio de técnicas químicas, mecânicas ou eletrostáticas de separação, com o intuito de se diminuir o tempo relativamente elevado de segregação de fases que possuem, mas, mesmo assim, apresentam valores elevados (2 – 20 minutos para a separação gás/óleo). Os ciclones de gás e os hidrociclones usados na purificação de água se encontram na fase de crescimento. Em suma, o tempo de separação destes

últimos se apresenta da ordem de cinco vezes menor, sendo os de configuração com espiral forçada ou helicóide os mais eficientes para líquidos de maior viscosidade, conforme Kolpak (1994) mostrou em seus testes.

Quando comparados com os separadores convencionais os hidrociclones, segundo Nebrensky et al (1980), apresentam vantagens que os tornam adequados à utilização em plataformas “offshore”, tais como:

- menor área de instalação - cerca de 25% menor;
- redução do peso total de equipamentos, da ordem de 70 a 85% ;
- são mais eficientes, com o tempo de separação sendo, aproximadamente cinco vezes menor;
- sua operação é insensível à presença de piche.

As principais razões que levam à necessidade de separação de gás do líquido em instalações de produção de petróleo, segundo Nebrensky et al (1980), são:

- tanques de armazenamento não estão classificados para suportar pressões suficientemente elevadas para manter o gás em solução;
- a eficiência de bombas e compressores pode ser comprometida quando ocorre a presença de uma fase não desejada (gás livre no caso de bombas, líquido no caso de compressores)
- padrões intermitentes de escoamento bifásico podem apresentar problemas de projeto e operacionais com as plantas de produção;
- o gás pode interferir na medição de vazão de óleo, assim como, na sua qualidade;
- a separação de gás aumenta a segurança das linhas, e
- por último, a separação está fortemente associada a benefícios econômicos evidenciados pela possibilidade de se ter equipamentos menos robustos e menos volumosos, fator este primordial quando se trata de instalações de produção submarina – “offshore”.

O objetivo maior no momento, por parte das companhias que apresentam algum interesse no assunto, é o de se investigar as várias configurações de hidrociclones quanto a suas eficiências de separação e seus custos. Testes conduzidos pela British Petroleum (Oranje, 1990) mostram comparações de custo e desempenho entre separadores convencionais e hidrociclones.

A eficiência de separação é avaliada pela taxa de líquido, na forma de gotículas, que é arrastado na corrente superior de gás (LCO - “Liquid Carry Over”) e, por outro lado, pela taxa de gás, na forma de bolhas, que é conduzido junto à corrente inferior de líquido (GCU - “Gas Carry Under”). A eficiência varia, portanto, de acordo com a configuração do equipamento, assim como é também influenciada por outros fatores como formação de espuma durante o processo, padrão de fluxo na entrada do ciclone, velocidade de injeção do fluxo, escoamentos secundários originados na câmara de expansão, remisturas de gás e líquido e velocidades elevadas da fase gás (Oranje, 1989).

2.2 - Modelagem do Filme Líquido na Câmara de Expansão

A modelagem do escoamento que atravessa o hidrociclone (câmara de expansão) em forma de um filme líquido pouco espesso e sob a ação de um campo centrífugo e gravitacional de forças, tem por objetivo levantar informações para o projeto deste tipo de equipamento, tais como, influências da geometria do equipamento, da viscosidade do fluido, da velocidade de injeção da mistura.

As equações de conservação de massa e quantidade de movimento, aplicadas nas direções de interesse, são resolvidas pelo método integral proposto pelo trabalho pioneiro de Von Kármán (1921), que consiste na integração do perfil de velocidade ao longo da espessura do filme. Como exemplo deste procedimento, Rohsenow et al (1956) e Altman (1960) resolveram alguns problemas de condensação, enquanto Dukler (1960) resolveu problemas de filmes em queda

livre. Uma revisão deste método pode ser encontrada em Rosenhead (1963), mostrando que este método é frequentemente utilizado em problemas complexos tais como: turbulência, transferência de calor e combustão.

O escoamento de um filme líquido é um caso especial onde a tensão superficial e a viscosidade são considerados relevantes em sua hidrodinâmica. A maior parte dos estudos experimentais de tais escoamentos têm sido realizados para situações de queda livre em paredes verticais e inclinadas. Assim, conforme Levich (1962), três diferentes regimes de fluxo são observados:

- para o número de Reynolds do filme (Re_δ) que não exceda 20 a 30, ocorre um comportamento característico de domínio das forças viscosas permanecendo a espessura constante ao longo do escoamento;
- para $Re_\delta > 30$ a 50, aparece o chamado regime em ondas, caracterizado pela superposição do movimento de ondas sobre o movimento do filme;
- para $Re_\delta \geq \sim 1500$, ocorre a transição para regime turbulento de escoamento; observa-se uma complexa estrutura interfacial composta por ondas de tamanhos e amplitudes caóticas.

A transição para o regime turbulento é caracterizada pelo crescimento gradual da camada limite turbulenta a partir da parede sólida até a superfície livre, abrangendo, assim, toda a espessura do filme. Sendo assim, a velocidade média característica pode ser expressa em termos da tensão de cisalhamento dada pela relação $\tau \approx f \rho V^2$.

A espessura δ do filme tende a valores limites calculados com o filme em queda livre considerando que a força de cisalhamento na parede τ_w é a única responsável pelo balanço da força gravitacional (Malamatenios et al, 1994). Chun e Park(1995) verificou que a ação da tensão de cisalhamento na interface em um filme líquido em queda livre, com o fluxo de gás dando-se em co-corrente, tende a reduzir a espessura do filme e também diminuir o

comprimento médio de ondas interfaciais. Para certas configurações de hidrociclones, a ação de forças desta natureza pode ser desprezada por ser de segunda ordem.

As equações do movimento são simplificadas substancialmente nos escoamentos de filmes líquidos: devido à espessura do filme ser pequena, todas as derivadas da velocidade ao longo da espessura do filme são grandes comparadas com aquelas ao longo do filme. Em outras palavras, a taxa de variação da velocidade através da espessura do filme é grande quando comparada à variação da velocidade ao longo de seu comprimento. Este fato constitui exatamente a condição de camada limite.

Para um filme em queda livre, assumindo que a tensão de cisalhamento na parede seja a única força responsável em equilibrar o campo gravitacional, ou seja, não há tensão interfacial, a espessura final do filme δ_f fornecida pela equação de Navier-Stokes,

$$\delta_f = \frac{\tau_w}{\rho g} \quad (2.1)$$

é obtida a partir da determinação de uma aproximação para o fator de atrito de Darcy, dado por:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \quad (2.2)$$

Para filmes onde $Re_\delta < 10^5$ a lei de Potência de Blasius para canais (White, 1974) estabelece que:

$$f = 0.24 Re_\delta^{-0.25} \quad (2.3)$$

Logo, a tensão de cisalhamento na parede é dada por:

$$\tau_w = \frac{0.24}{8} \rho V^2 Re_\delta^{-0.25} \quad (2.3)$$

Maron et al (1985), em seus estudos de análise do comportamento de um filme líquido em queda livre, descreve o comportamento caótico das ondas: para o caso de escoamento turbulento de um filme líquido em contato com uma parede, a interface líquida é coberta por uma complexa estrutura formada por grandes e pequenas ondas que se movem sobre um substrato de líquido, cuja espessura é menor do que o filme líquido médio. As tentativas de se calcular a estrutura das ondas (amplitude, forma e velocidade) mostram que as teorias desenvolvidas fornecem informações parciais sobre tais estruturas interfaciais, além de requererem algumas informações a respeito das ondas como dados de entrada. Os perfis de velocidades apresentam-se diferentes em diferentes seções da onda e isto sugere o uso de diferentes estratégias de solução para as equações do movimento para cada posição da onda além de apresentarem forte dependência do número de Reynolds. No substrato, um perfil de velocidade parabólico mostrou bons resultados. Wasden e Dukler (1989), em seus estudos de perfis de velocidades de ondas interfaciais, mostrou haver uma forte região de recirculação localizada nos picos de ondas. As ondas largas, as quais têm uma amplitude de duas a cinco vezes a espessura do substrato, carregam uma grande fração do fluxo total de massa em escoamento, além de influenciarem fortemente na tensão de cisalhamento na parede, mostrando a relevância destas porções nas equações de transporte (Hagiwara et al., 1989).

As tentativas de solução analítica das equações resultantes se mostram sem sucesso. Uma prática muito usada, seguida neste trabalho, é considerar somente a espessura média do filme e as equações são resolvidas em termos médios.

O melhor perfil de velocidade a ser interpolado na espessura média do filme varia com a espessura adimensional δ^+ . Kosky (1970), em seus estudos de escoamentos líquido-vapor, mostrou que a distribuição linear $u^+=y^+$, a qual é normalmente assumida com boa precisão em escoamentos internos em tubos para $y^+<5$, tem bons resultados até $y^+<25$. Para filmes mais espessos, $\delta^+>25$, o perfil expresso pela lei potência $1/7$ de Prandtl, mostrou excelente concordância com os pontos experimentais. No entanto, ambas não satisfazem a condição de contorno de tensão interfacial zero. Já o perfil universal de velocidade logarítmico diverge da

velocidade verdadeira com a aproximação de uma parede sólida, além de apresentar bons resultados somente para $Re_\delta > 15000$, conforme mostrou Mudawwar e El-Masri(1985).

A expressão de Spalding (1961), baseada na lei de parede, é igualmente válida para a região compreendida entre a parede sólida e a região de “overlap” logarítmico, como mostrado por White (1974). Para escoamentos com gradientes de pressão fortemente favorável, esta mesma expressão se ajusta muito bem aos pontos na região “outer layer”. Na verdade, o que ocorre é o desaparecimento da região “outer” de tal forma que o “overlap” logarítmico se estende até $y = \delta$. O mesmo acontece, porém com um pequeno desvio, para situações com gradiente de pressão nulo, ou seja, filme em queda livre ou escoamentos em placa plana.

Segundo Levich (1964), muito próximo à interface nenhum destes perfis é válido uma vez que não apresentam o gradiente normal de velocidades na interface zero, o que era de se esperar para que a tensão de cisalhamento também o seja. Nestas porções do filme líquido, o regime turbulento de velocidades é alterado pelo efeito da tensão superficial do fluido. Em outras palavras, a existência da tensão superficial assegura a estabilidade da superfície e muda a distribuição de velocidade nesta mesma região.

2.3 Técnicas de medidas de espessura de filmes líquidos

Uma revisão bibliográfica abrangente sobre as várias técnicas experimentais de medida de espessura de filmes líquidos pode ser encontrada em Hewitt (1978). Segue, uma revisão das duas técnicas de medida de espessura de filmes líquidos abordadas neste trabalho

A metodologia experimental de validação do modelo a ser desenvolvido no presente trabalho consiste em se medir a espessura do filme e a inclinação das linhas de corrente limite. Dentre muitas técnicas existentes, a mais comumente utilizada e encontrada na literatura são as sondas de resistividade apresentadas por Heringe (1975). Estas sondas medem a função

densidade de fase $N_k(x,t)$ da fase gás, que , quando integrada no tempo t , fornece a fração de vazio média local em x . Portanto, utilizando este tipo de sonda é possível se obter a espessura média do filme descendente, desde que se adote uma premissa para o envelope das ondas. Admitindo-se uma distribuição regular das ondas interfaciais, a espessura média do filme corresponderá a uma fração de vazio igual a 0,5.

As sondas de fio paralelo, por apresentarem um ótimo sinal de resposta no que concerne ao tempo de resposta e à sua precisão, também são muito empregadas. Conforme Wasden e Dukler (1989), esta técnica consiste na intrusão no meio líquido de um par de fios paralelos, não oxidáveis, de diâmetro reduzido (aproximadamente 50 μm) e espaçados não mais do que três milímetros. Alguns autores, como Brown et al. (1978), mostraram haver uma relação linear entre a resistência do meio entre os fios e o filme líquido. O procedimento de calibração consiste em estabelecer vários níveis de fluido, previamente conhecidos através de um micrômetro, cobrindo os fios numa bancada horizontal. Um condicionador de sinal para converter a resistência em sinal de voltagem DC é utilizado. A experiência mostra que este tipo de sensor sofre muito efeito do meio líquido, como a variação de sua temperatura e a deposição de impurezas presentes no escoamento na superfície dos fios e a interferência das paredes do duto no caso de serem de material metálico.

Quando comparadas com a técnica mencionada anteriormente, as sondas elétricas apresentam como principais vantagens o fato de serem de fácil manufatura e de não requererem nenhum tipo de calibração. Um simples tratamento estatístico e de normalização do sinal de resposta fornece o valor médio da espessura do filme líquido. Além disso, as sondas de fio paralelo devem ser calibradas no mesmo local onde serão operadas.

Do que foi dito acima, fica claro que só é possível a prática destas duas técnicas apresentadas em meios líquidos condutores elétricos, sendo este um fator limitante ao emprego de ambas.

Uma técnica utilizando ultra som para medir espessura de filmes foi desenvolvida e testada por Chang (1982). Trata-se de uma técnica de grande potencial em aplicações onde não se tem líquidos condutores. Além disso, devido à sua não intrusividade, é conveniente para uso em escoamentos em alta pressão ou temperatura em tubos de aço, onde as técnicas de princípios de resistividade seriam inapropriadas, se não impossíveis. A medição é realizada com o equipamento operando no princípio de pulso-eco o qual é similar a um sonar. Ou seja, o mesmo sensor que emite o pulso, o recebe. Este mesmo autor verificou não haver nenhum efeito da temperatura do líquido e de gradientes de temperatura no processo de medição por ultra som.

Em virtude desta limitação, com o intuito de se medir filmes líquidos de fluidos pouco condutores em hidrociclones e buscando uma técnica de medição não intrusiva, Rosa et al. (1996) implantaram a técnica de ultra-som operando com um único cabeçote (sensor) em módulo pulso-eco. Embora tenha utilizado em seus testes um cabeçote de dimensões e frequência não muito apropriadas à detectar ondas de pequenos tamanhos, da ordem de um milímetro de largura (segundo Wasden, 1989), os resultados demonstraram a grande eficiência desta técnica.

Em pré-testes de validação da técnica de ultra-som operando com um filme de água, Morandin et al (1997) comparou os resultados com aqueles obtidos pelas sondas elétricas onde se pode observar a dificuldade de se detectar pequenas ondas. Os desvios das medidas das sondas elétricas eram sempre maiores mostrando que estas mapeavam inteiramente a interface em ondas de maneira mais precisa do que a outra técnica, visto que, como mostrado por Karapantsios e Karabelas (1994) em seus estudos de caracterização da interface em ondas em filmes líquidos, o desvio padrão das medidas é um razoável indicador da amplitude média das ondas.

Capítulo 3

Formulação do Problema & Análise Paramétrica

Nesta seção será apresentado o desenvolvimento do modelo para a distribuição do filme de líquido descendente num hidrociclone cilíndrico (ou câmara de expansão) com as características daquele já comentado no capítulo 1. A formulação é desenvolvida em condições de escoamento monofásico, isto é, apenas líquido escoando pelo equipamento.

Em estudos mais básicos, procura-se obter informações a respeito da modelagem dos escoamentos através de ciclones cilíndricos. Segundo Taylor (1949), num escoamento por um cone no qual o fluxo possui uma distribuição tangencial de velocidade dada por vórtice livre, surge um escoamento secundário em direção ao vértice do cone dada por um gradiente de pressão na direção radial r do cone. Este escoamento se dá numa faixa muito pequena - δ , sendo que $\delta/r \ll 1$. Taylor modelou este escoamento utilizando métodos integrais aplicados à camada limite cuja espessura é δ . A solução de Taylor representa bem o escoamento em hidrociclones onde o fluxo líquido se dá na forma de um filme líquido escoando na parede do equipamento sob a ação dos campos centrífugo e gravitacional de forças. Ou seja, o problema em questão.

O fluxo descarregado tangencialmente pelo bocal na câmara de expansão gera um campo centrífugo, imposto pela curvatura da parede da câmara cilíndrica. Em situação normal de escoamento bifásico - *gás/líquido*, neste campo centrífugo ocorre uma rápida segregação de fases instantes após o jato ser descarregado, ou seja, a mais pesada (o líquido) é jogada contra as paredes da câmara, enquanto que a mais leve (o gás) escoam livremente na porção central da mesma. No caso aqui analisado, não se considera qualquer influência do escoamento de gás sobre o de líquido. A fase líquida se comporta como um filme de espessura reduzida, escoando junto à parede da câmara e descrevendo uma trajetória espiral. No separador comentado no capítulo 1, o líquido, após deixar o hidrociclone irá atingir o helicóide - o separador secundário.

O conhecimento da espessura média do filme de líquido descendente, suas componentes de velocidade vertical e tangencial, e, conseqüentemente, a inclinação das linhas de corrente, são os objetivos da modelagem aqui desenvolvida. Eles constituem parâmetros importantes para o projeto destas câmaras e também, como mencionado anteriormente, para o projeto da seção subsequente do separador, o helicóide.

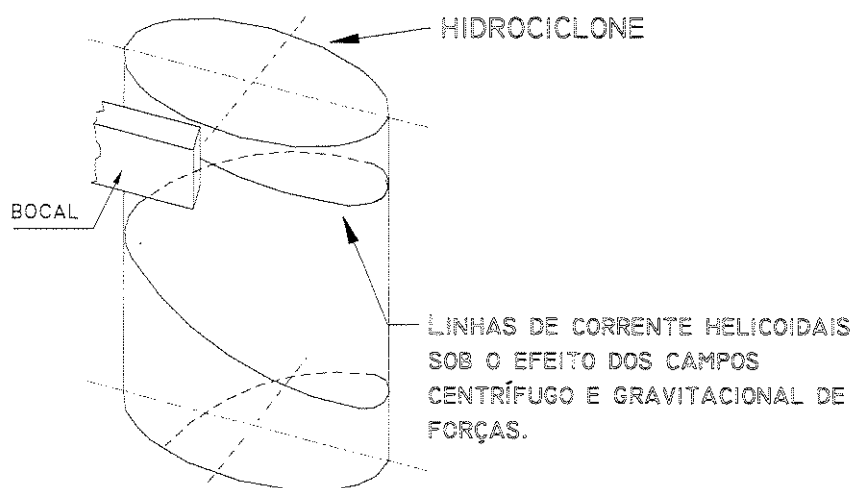


Figura 3. 1: Esboço do trajeto helicoidal das linhas de corrente do escoamento sob o efeito dos campos centrífugo e gravitacional de forças.

3.1- Formulação do Problema

Um sistema de coordenadas cilíndrico é utilizado como a escolha natural imposta pela geometria da câmara. As coordenadas nas direções radial, azimutal e axial são, respectivamente, r , θ e z , sendo considerado como sentido de rotação do fluxo o sentido positivo de θ , conforme observado na Figura 3.2. As componentes de velocidade ao longo das direções r , θ e z são, respectivamente, v , w e u .

O movimento do filme líquido deve-se à ação combinada dos campos gravitacional e centrífugo. A curvatura da câmara de expansão faz com que o líquido descreva um caminho circular, gerando um campo centrífugo. Já o campo gravitacional, agindo ao longo da direção axial da câmara, acelera o filme na direção vertical descendente. A ação combinada destes dois campos faz com que a partícula de líquido descreva uma trajetória espiral descendente.

Um balanço de forças num elemento fluido do filme mostra que a gravidade e o gradiente de pressão aceleram o filme na direção do escoamento, enquanto que a tensão na parede opõe-se ao movimento. A ação resultante destas forças é balanceada pelo fluxo de quantidade de movimento através da superfície do elemento fluido.

A fonte de quantidade de movimento na direção θ é dada pelo bocal que descarrega o fluxo dentro da câmara. A tensão de cisalhamento na direção θ dissipa a quantidade de movimento angular do filme até que sua velocidade rotacional seja completamente anulada.

O comportamento do filme é dominado por um movimento irregular da interface – as ondas interfaciais, onde líquido e gás se alternam numa rápida sucessão, caracterizando um fenômeno intrinsecamente transiente.

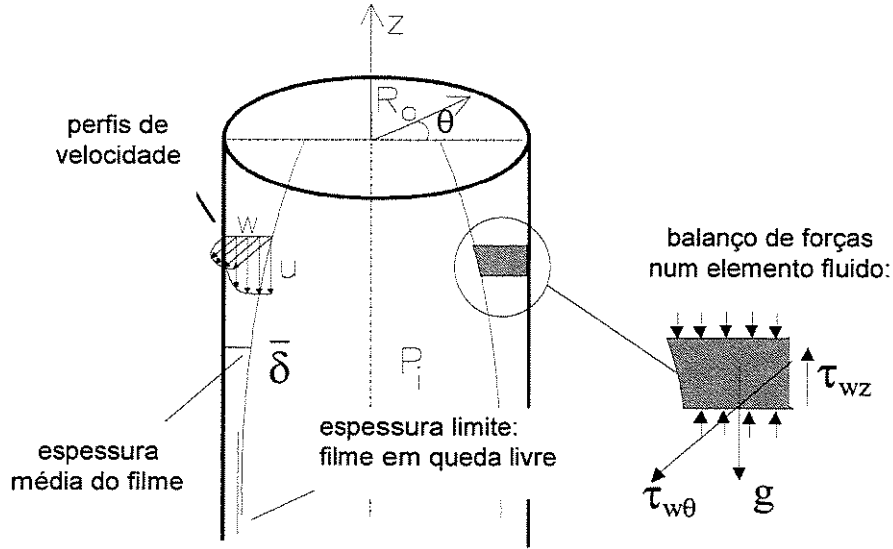


Figura 3.2: Filme de líquido descendente dentro da câmara de expansão: perfil de velocidades e balanço de forças.

Como uma primeira abordagem e hipóteses simplificadoras do problema, aplica-se uma média temporal nos termos das equações de conservação da quantidade de movimento (Levich, 1962), além de se considerar o escoamento axissimétrico, ou seja, existe um total desenvolvimento do escoamento em relação à direção azimutal - θ . Estas considerações permitem que os termos transientes, assim como qualquer termo dependente em θ , sejam eliminados das equações. Baseado nestas hipóteses simplificadoras, as equações de conservação para o filme, apresentadas no Apêndice A, ficam:

equação da continuidade:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

equações da quantidade de movimento:

componente r:

$$v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (3.2)$$

componente θ :

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{vw}{r} + u \frac{\partial w}{\partial z} = v \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rw) \right] + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\} \quad (3.3)$$

componente z :

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - g \quad (3.4)$$

Além disto, considerando que a espessura média do filme, $\bar{\delta}$, é pequena comparada ao raio da câmara, R_0 , então os gradientes de tensão na direção z podem ser desprezados em relação aos gradientes de tensão na direção r (aproximação de camada limite), como é mostrado no Apêndice A através da análise da ordem de grandeza dos termos das Equações anteriores (3.1) a (3.4). Logo, o sistema de equações resultantes, será:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

$$-\frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.6)$$

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} = v \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \quad (3.7)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - v \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - g \quad (3.8)$$

Estas mesmas equações podem ser rescritas na forma conservativa e em termos das tensões cisalhantes, como segue:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

$$-\frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(vw) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r}(\tau_{r\theta}) \right] \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uu) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r}(\tau_{rz}) \right] - g \quad (3.12)$$

As variáveis ρ e g referem-se a densidade do líquido e gravidade e τ_{rz} e $\tau_{r\theta}$ representam as tensões cisalhantes nas direções axial e azimutal, respectivamente.

3.1.1- Condições de contorno

O conjunto de Equações (3.9) a (3.12) revela o acoplamento entre os campos de velocidade e tensão por meio dos balanços de massa e quantidade de movimento. Este sistema apresenta um comportamento parabólico devido as aproximações de camada limite, requerendo as condições de contorno listadas a seguir:

i) Condição inicial - especificação das velocidades em uma dada posição inicial z_0 :

$$v(r, z_0) = v_0(r, z_0) ; w(r, z_0) = w_0(r, z_0) \text{ e } u(r, z_0) = u_0(r, z_0).$$

ii) Não deslizamento na parede: $v(R_0, z) = w(R_0, z) = u(R_0, z) = 0$.

iii) Na interface líquido/gás ($r = R_0 - \delta$):

a) a pressão é constante: $P = P_i$ (pressão dentro da câmara de expansão);

b) não há tensão: $\left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)_{R_0 - \delta} = \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{R_0 - \delta} = 0$;

c) as velocidades são definidas como:

$$c1) u_i = U(z)$$

$$c2) \quad w_i = W(z)$$

$$c3) \quad v_i = -U \frac{\partial \delta}{\partial z}$$

3.2- Método de Solução

A seguir, é apresentado um método de solução para o sistema de equações resultantes. Trata-se de um método integral que consiste em se trabalhar com as equações do sistema na forma integral. Este método torna-se pertinente ao caso em questão, visto que o processo de integração tende a suavizar os erros na resolução numérica fazendo média entre os desvios positivos e negativos das variáveis.

3.2.1- Equações Integrais

Não parece provável que uma solução analítica para o sistema de Equações (3.9) a (3.12) possa ser obtida. Entretanto, a literatura descreve com sucesso aplicações do método integral das equações de quantidade de movimento, introduzido por Kármán e Pohlhausen (Schlichting, 1960). Apesar deste método fornecer resultados aproximados, o seu uso é particularmente encorajador no presente caso, pois a velocidade do filme descendente está na mesma direção do gradiente de pressão. O método desenvolvido baseia-se no trabalho pioneiro de G.I. Taylor (1949) relativo ao escoamento em atomizadores. Para se obter as equações de conservação na sua forma integral, o conjunto de Equações (3.9) a (3.12), é integrado através do filme de líquido que possui uma espessura definida δ .

A pressão do filme líquido pode ser calculada da Equação (3.10). Integrando em r entre os limites $R_0 - \delta(z)$ e uma posição genérica r , vem que:

$$P(r, z) - P_i = \rho \int_{R_0 - \delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \quad (3.13)$$

sendo P_i a pressão na interface.

Da equação da continuidade, Equação (3.9), integrada em r entre os limites $(R_0 - \delta)$ e (R_0) , tem-se:

$$\int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{\partial v}{\partial r} dr + \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{\partial u}{\partial z} dr = 0$$

Aplicando-se a regra de Leibnitz e as condições de contorno, vem:

$$\underbrace{v \Big|_{R_0 - \delta(z)}}_{-V_i} + \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u dr + \underbrace{u \Big|_{R_0 - \delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz}}_{V_i} = 0$$

ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u dr = 0 \quad (3.14)$$

Procedendo-se da mesma forma para a equação da quantidade de movimento na direção θ , Equação (3.11), vem:

$$\int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial r} (vw) dr + \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (uw) dr = \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{r\theta}) \right] dr$$

ou

$$vw \Big|_{R_0 - \delta}^{R_0} + \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (uw) dr = \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{r\theta}) \right] dr$$

Aplicando-se a Regra de Leibnitz e as condições de contorno novamente, termo a termo, tem-se:

$$\begin{aligned}
 * \quad vw|_{R_0-\delta(z)}^{R_0} &= \underbrace{vw|_{R_0}}_{=0} - wu|_{R_0-\delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} = -(uw)|_{R_0-\delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \\
 * \quad \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (uw) dr &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} (uw) dr + (uw)|_{R_0-\delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \\
 * \quad \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{r\theta}) \right] dr &= \frac{1}{\rho} \tau_{r\theta}|_{R_0} = \frac{\tau_{w\theta}}{\rho}
 \end{aligned}$$

onde $\tau_{w\theta}$ é a tensão cisalhante na parede na direção azimutal. Logo, a forma integral da equação (3.11) resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} uw dr = \frac{\tau_{w\theta}}{\rho} \quad (3.15)$$

Finalmente, para a equação da quantidade de movimento na direção z, Equação (3.12), tem-se:

$$\int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial r} (uv) dr + \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (uu) dr = - \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dr + \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{rz}) \right] dr - \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} g dr$$

Aplicando-se a Regra de Leibnitz e as condições de contorno novamente, termo a termo, tem-se:

$$\begin{aligned}
 * \quad \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial r} (uv) dr &= (uv)|_{R_0-\delta(z)}^{R_0} = -u^2|_{R_0-\delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \\
 * \quad \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (uu) dr &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} u dr + u^2|_{R_0-\delta(z)} \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz}
 \end{aligned}$$

$$* \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} dr = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} P dr + P_i \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \right\}$$

Expressando P em termos da pressão na interface, P_i ; Equação (3.13):

$$\begin{aligned} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} dr &= \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \left(P_i + \rho \int_{R_0-\delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \right) dr + P_i \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \right\} \\ &= \frac{1}{\rho} \underbrace{\left\{ \frac{\partial}{\partial z} [P_i \delta(z)] + P_i \frac{d[R_0 - \delta(z)]}{dz} \right\}}_{=0} + \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \left(\int_{R_0-\delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \right) dr \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \int_{R_0-\delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr dr \end{aligned}$$

$$* \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{rz}) \right] dr = \frac{1}{\rho} \tau_{rz} \Big|_{R_0} = \frac{\tau_{wz}}{\rho}$$

onde τ_{wz} é a tensão cisalhante na parede na direção axial.

$$* \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} g dr = g [R_0 - R_0 + \delta(z)] = g \delta(z)$$

De posse destas relações, resulta a forma integral da Equação (3.12):

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} u u dr = - \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \left(\int_{R_0-\delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \right) dr + \frac{\tau_{wz}}{\rho} - g \delta(z) \quad (3.16)$$

As Equações (3.13) a (3.16) são as equações de governo do escoamento na forma integral.

3.2.2- Método de Pohlhausen

Tem-se o seguinte sistema de equações a ser resolvido:

$$P(r, z) - P_i = \rho \int_{R_0 - \delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u dr = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u w dr = \frac{\tau_{w\theta}}{\rho} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u u dr = - \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} \left(\int_{R_0 - \delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \right) dr + \frac{\tau_{wz}}{\rho} - g\delta(z) \quad (3.16)$$

Para aplicar o método integral no sistema de equações acima é necessário arbitrar uma forma para o perfil de velocidades ao longo do filme, ou seja, ao longo de r . Isto é conseguido considerando-se que as componentes de velocidade u e w sejam representadas por um produto de funções de z e η somente, ou seja:

$$u = U(z)f(\eta), \quad w = W(z)h(\eta) \quad (3.17)$$

onde $U(z)$ e $W(z)$ são as velocidades interfaciais axial e tangencial, respectivamente. A variável $\eta = (R_0 - r)/\delta(z)$ varia de 1 a 0 quando $(R_0 - \delta) \leq r \leq R_0$.

Para satisfazer as condições de contorno, também é necessário que:

* *não deslizamento na parede*: com $r = R_0 \rightarrow \eta = 0$:

$$- \begin{cases} f(0) = 0 \\ h(0) = 0 \end{cases};$$

* *na interface líquido/gás: (r = R₀ - δ) → η = 1:*

$$\text{- não há tensão: } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \Rightarrow f'(1) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \Rightarrow h'(1) = 0 \end{cases};$$

$$\text{- as velocidades são definidas: } \begin{cases} u_i = U(z) \Rightarrow f(1) = 1 \\ w_i = W(z) \Rightarrow h(1) = 1 \end{cases}.$$

As variáveis U(z), W(z) e δ(z), que são funções de z somente, irão determinar o comportamento do filme ao longo da direção axial. Substituindo as relações dadas pelas Equações. (3.17) nas Equações. (3.14), (3.15) e (3.16), vem:

Equação (3.14):

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u dr = \frac{\partial}{\partial z} \int_1^0 U f(-\delta) d\eta$$

ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial z} (U\delta) \int_0^1 f d\eta = 0 \quad (3.18)$$

ou ainda:

$$\frac{\delta'}{\delta} + \frac{U'}{U} = 0 \quad \text{ou} \quad U\delta = \text{constante} \quad (3.19)$$

Equação (3.15), termo a termo:

$$\begin{aligned} * \quad \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0 - \delta(z)}^{R_0} u w dr &= \frac{\partial}{\partial z} \int_1^0 U f W h(-\delta) d\eta = \frac{\partial}{\partial z} (U W \delta) \int_0^1 f h d\eta = \\ &= (U W \delta) \left(\underbrace{\frac{U'}{U} + \frac{\delta'}{\delta} + \frac{W'}{W}}_{=0(18)} \right) \int_0^1 f h d\eta = \frac{\tau_{w\theta}}{\rho} \end{aligned}$$

resulta, que:

$$\left(\frac{W'}{W}\right) \int_0^1 f h d\eta = \frac{1}{UW\delta} \frac{\tau_{w\theta}}{\rho} \quad (3.20)$$

Equação (3.16), termo a termo:

$$\begin{aligned} * \quad \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} u u dr &= \frac{\partial}{\partial z} \int_1^0 (Uf)^2 (-\delta) d\eta = \frac{\partial}{\partial z} (U^2 \delta) \int_0^1 f^2 d\eta = \\ &= U^2 \delta \left(2 \frac{U'}{U} + \frac{\delta'}{\delta} \right) \int_0^1 f^2 d\eta = U^2 \delta \left(\frac{U'}{U} \right) \int_0^1 f^2 d\eta \\ * \quad - \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_0-\delta(z)}^{R_0} \left(\int_{R_0-\delta(z)}^r \frac{w^2}{r} dr \right) dr &= - \frac{\partial}{\partial z} \int_1^0 \int_1^\eta \frac{(Wh)^2}{R_0} (-\delta) d\eta (-\delta) d\eta = \\ &= \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial z} (W^2 \delta^2) \int_0^1 \int_1^\eta \frac{h^2}{R_0} d\eta d\eta = 2W^2 \delta^2 \frac{1}{R_0} \left(\frac{W'}{W} + \frac{\delta'}{\delta} \right) \int_0^1 \int_1^\eta h^2 d\eta d\eta \end{aligned}$$

OBS: observe que (r) é aproximado por (R₀) ao se efetuar a integral dupla. Logo, dividindo-se todos os termos por U²δ, resulta em:

$$\left(\frac{U'}{U}\right) \int_0^1 f^2 d\eta = \frac{2}{R_0} \left(\frac{W}{U}\right)^2 \delta \left(\frac{W'}{W} + \frac{\delta'}{\delta}\right) \int_0^1 \int_1^\eta h^2 d\eta d\eta + \frac{1}{U^2 \delta} \frac{\tau_{wz}}{\rho} - \frac{g}{U^2} \quad (3.21)$$

As Equações (3.19), (3.20) e (3.21) integradas a partir dos perfis de velocidades e condições iniciais definidas anteriormente, são rescritas como segue:

$$\frac{\delta'}{\delta} + \frac{U'}{U} = 0 \quad (3.22)$$

$$\left(\frac{W'}{W}\right) \xi = \frac{1}{UW\delta} \frac{\tau_{w\theta}}{\rho} \quad (3.23)$$

$$\left(\frac{U'}{U}\right) \psi = \frac{2}{R_0} \left(\frac{W}{U}\right)^2 \delta \left(\frac{W'}{W} + \frac{\delta'}{\delta}\right) \zeta + \frac{1}{U^2 \delta} \frac{\tau_{wz}}{\rho} - \frac{g}{U^2} \quad (3.24)$$

onde os coeficientes χ , ξ , ψ e ζ são definidos como:

$$\chi = \int_0^1 f d\eta, \quad \xi = \int_0^1 fh d\eta, \quad \psi = \int_0^1 f^2 d\eta \quad \text{e} \quad \zeta = \int_0^1 \int_0^1 h^2 d\eta d\eta \quad (3.25)$$

e dependentes dos perfis de velocidades adotados. Estes coeficientes são unicamente determinados desde que se tenha uma forma para as funções f e h , que definem o perfil de velocidades no filme. Este assunto será abordado mais adiante no item (3.3.4)

3.3- Equações adimensionais

O sistema de Equações (3.22) a (3.24) pode ser reescrito em termos adimensionais. Para isso, a seguir, são definidos alguns parâmetros dimensionais que servirão de escala para as variáveis do modelo. Por meio destas escalas serão definidos os grupos adimensionais.

3.3.1- Espessura e velocidade final do filme líquido (δ_f e U_f)

A escala para a espessura do filme, δ , é tomada como aquela que se observa no limite assintótico do filme em queda livre. Relativo a esta espessura final está associada a velocidade média axial de queda livre do filme, $\bar{U}_f$. Este limite é atingido quando a componente de velocidade θ desaparece e o balanço de quantidade de movimento na direção z , dado pela Equação (3.12), se resume aos termos gravitacional e cisalhante, ou seja:

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\tau_{rz}) \right] = g \quad (3.26)$$

Quando integrada na espessura limite do filme δ_f , sendo τ_w a tensão cisalhante na parede, resulta em:

$$\delta_f = \frac{(\tau_w - \tau_i)}{\rho g} \quad (3.27)$$

onde $\tau_i = 0$. A velocidade final média do filme é dada por:

$$\bar{U}_f = \frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta_f} \quad (3.28)$$

3.3.1.1- Caso Turbulento

Aplicando a Equação (3.27) para o escoamento do filme no hidrociclone, assumindo escoamento turbulento e, sendo a tensão de cisalhamento na parede aproximada pela equação de Blasius para escoamento turbulento em canal, dada por:

$$\tau_w = \frac{0.24}{8} \cdot \rho \bar{V}^2 Re_\delta^{-0.25}, \quad (3.29)$$

sendo V , a velocidade média resultante do elemento fluido na câmara, e Re_δ , o Número de Reynolds do filme, dado por:

$$Re_\delta = \frac{\bar{V} \delta}{\nu} \quad (3.30)$$

Para as condições finais, fazendo: $\begin{cases} \delta = \delta_f \\ \bar{V} = \bar{U}_f \end{cases}$ e

vem que:

$$\delta_f = \frac{\frac{0.24}{8} \cdot \rho \left(\frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta_f} \right)^2 \left[\frac{\left(\frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta_f} \right) \delta_f}{\nu} \right]^{-0.25}}{\rho g}$$

Resolvendo para δ_f , resulta a espessura limite do filme turbulento:

$$\delta_f = \left[\frac{0.24}{8} \left(\frac{Q_L}{2\pi R_0} \right)^{7/4} \frac{\nu^{0.25}}{g} \right]^{1/3} \quad [\text{m}] \quad (3.31)$$

onde δ_f é dado em (m); Q_L é a vazão de líquido em (m³/s), R_0 é o raio da câmara de expansão em (m), ν é a viscosidade cinemática do fluido em (m²/s) e g é a aceleração da gravidade.

3.3.1.2- Caso laminar

Para o caso laminar, sendo a tensão cisalhante dada pela Lei de Newton da viscosidade,

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R_0} \quad (3.32)$$

vem que, para as condições finais:

$$\delta_f = \frac{\tau_w}{\rho g} = \frac{1}{\rho g} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=R_0} = \frac{1}{\rho g} \left(\mu \frac{\partial}{\partial r} [U_f f(\eta)] \right)_{r=R_0} \quad (3.33)$$

A velocidade axial final da interface – U_f , pode ser escrita em termos médios - $\bar{U}_f$. Tem-se que a vazão de líquido é dada por:

$$Q_L = \int_{\text{filme em queda livre}} u dA = \int_{R_0 - \delta_f}^{R_0} U_f f(\eta) 2\pi R_0 dr = 2\pi R_0 \delta_f \bar{U}_f \quad (3.34)$$

Escrevendo em termos da variável η e utilizando a Equação (3.25), vem que

$$Q_L = 2\pi R_0 \delta_f U_f \chi = 2\pi R_0 \delta_f \bar{U}_f \quad (3.35a)$$

Resulta que:

$$U_f = \frac{\bar{U}_f}{\chi} \quad (3.35b)$$

Novamente, em (3.33), escrevendo em termos da variável η e velocidade média de filme em queda livre, tem-se:

$$\delta_f^2 = \frac{\nu}{g} \frac{\bar{U}_f}{\chi} f'(0) \quad (3.35c)$$

Logo, de (3.28), resulta que a espessura final de queda livre laminar será dada por:

$$\delta_f = \left[\frac{1}{\chi} \frac{\nu}{g} \frac{Q_L}{2\pi R_0} f'(0) \right]^{1/3} \quad (3.36)$$

3.3.2- Parâmetros de adimensionalização

O sistema de equações diferenciais ordinárias formado pelas Equações (3.22) a (3.24) pode ser adimensionalizado tomando como base os seguintes parâmetros:

$$r_D = \frac{r}{R_0}, \quad z_D = \frac{z}{R_0}, \quad \delta_D = \frac{\delta}{\delta_f}, \quad W_D = \frac{W}{U_f}, \quad U_D = \frac{U}{U_f},$$

$$\tau_{w\theta} = f_\theta \frac{1}{2} \rho U_f^2 \quad \text{e} \quad \tau_{wz} = f_z \frac{1}{2} \rho U_f^2 \quad (3.37)$$

onde f_i é o fator de atrito de Fanning.

Nota-se que o raio da câmara passa a ser uma escala para as dimensões nas direções r e z . A espessura do filme e as velocidades são proporcionais à espessura limite, δ_f , e à velocidade limite, U_f , respectivamente. Na análise paramétrica, apresentada adiante na seção (3.5), justifica-se o uso destas duas últimas grandezas como escalas. Finalmente, as tensões são escaladas com os fatores de atrito f_θ e f_z definidos pelas Equações (3.37).

São formados a partir destes parâmetros dois grupos adimensionais, definidos como segue:

$$Fr^2 = \frac{U_f^2}{R_0 g} \quad (3.38)$$

$$Re_f = \frac{U_f \delta_f}{\nu} \quad (3.39)$$

Substituindo-se as relações dadas pelas Equações (3.37) a (3.39) nas Equações (3.22) a (3.24), vem:

$$\frac{U_D'}{U_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} = 0 \quad \text{ou} \quad U_D \delta_D = \text{cte} \quad (3.40)$$

$$\frac{W_D'}{W_D} \xi = \frac{1}{U_D W_D \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_\theta}{2} \quad (3.41)$$

$$\frac{U_D'}{U_D} \psi = 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \left(\frac{W_D'}{W_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} \right) \zeta + \frac{1}{U_D^2 \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_z}{2} - \frac{1}{U_D^2 Fr^2} \quad (3.42)$$

O sistema de equações parabólicas definido acima requer, para a sua solução, as seguintes condições iniciais:

$$z_{D_0} = \frac{z_0}{R_0}, \quad \delta_{D_0} = \frac{\delta_0}{\delta_f}, \quad U_{D_0} = \frac{U_0}{U_f} \text{ e } W_{D_0} = \frac{W_0}{U_f} \quad (3.43)$$

3.3.3- Fator de atrito

As grandezas f_θ e f_z , que aparecem nos termos difusivos das Equações. (3.41) e (3.42), respectivamente, dependem do regime do escoamento e estão desenvolvidas abaixo para os casos de escoamento laminar e turbulento.

3.3.3.1- Fator de atrito para regime laminar

Da literatura, tem-se que, para um escoamento laminar, as tensões na parede são relacionadas pela Lei de Newton da viscosidade, como segue:

$$\tau_{w\theta} = \mu \left. \frac{\partial w}{\partial r} \right|_{r=R_0} \quad (3.44)$$

$$\tau_{wz} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R_0} \quad (3.45)$$

Logo, de (3.37), vem que:

$$f_\theta = \frac{\mu \left. \frac{\partial w}{\partial r} \right|_{r=R_0}}{\frac{1}{2} \rho U_f^2} \quad (3.46)$$

$$f_z = \frac{\mu \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R_0}}{\frac{1}{2} \rho U_f^2} \quad (3.47)$$

Fazendo uso das aproximações para os perfis de velocidade nas direções em questão fornecidas pela Equação (3.17), tem-se:

$$f_\theta = \frac{\mu \left. \frac{\partial}{\partial r} (Wh) \right|_{r=R_0}}{\frac{1}{2} \rho U_f^2} = \frac{-\frac{\mu W}{\delta} h'(0)}{\frac{1}{2} \rho U_f^2}$$

que, utilizando os parâmetros de adimensionalização, resulta:

$$f_\theta = -2 \frac{W_D}{\delta_D} \frac{h'(0)}{Re_f} \quad (3.48a)$$

Analogamente, para f_z , resulta:

$$f_z = -2 \frac{U_D}{\delta_D} \frac{f'(0)}{Re_f} \quad (3.48b)$$

A adoção das relações f e h para representar um perfil laminar fica exclusivamente dependente da satisfação das condições de contorno impostas. A derivada primeira destas funções na parede ($f'(0)$ e $h'(0)$) será sempre uma grandeza positiva. Logo, conclui-se que f_θ tem sinal negativo e f_z tem sinal positivo, posto que a velocidade axial adimensional U_D é uma grandeza negativa devido ao referencial adotado.

3.3.3.2- Fator de atrito para regime turbulento

As tensões de cisalhamento na parede ao longo das direções θ e z são determinadas assumindo-se uma tensão resultante na parede $\tau_w = (\tau_{w\theta}^2 + \tau_{wz}^2)^{0.5}$, correspondente a uma velocidade efetiva $V = (U^2 + W^2)^{0.5}$, relativa a τ_w (White, 1974). Além disto, τ_w e V estão relacionadas por meio de um fator de atrito de Blasius para um canal turbulento tal como na Equação (3.29). Logo, pode-se dizer que:

$$\tau_{w\theta} = \tau_w \cos \varphi \quad (3.49a)$$

e

$$\tau_{wz} = \tau_w \sin \varphi \quad (3.49b)$$

onde φ é o ângulo que as linhas de corrente do filme fazem com a horizontal, $\varphi = \arctan(U/W)$, e, também:

$$\sin \varphi = \frac{U}{\sqrt{U^2 + W^2}} \quad (3.50a)$$

$$\cos \varphi = \frac{W}{\sqrt{U^2 + W^2}} \quad (3.50b)$$

Logo, levando em conta as relações dadas pela Equação (3.49) na Equação (3.37) tem-se que:

$$f_\theta = - \frac{\tau_w \cos \varphi}{\frac{1}{2} \rho U_f^2} \quad (3.51a)$$

e

$$f_z = \frac{\tau_w \sin \varphi}{\frac{1}{2} \rho U_f^2} \quad (3.51b)$$

O sinal negativo para f_θ é imposto para obter coerência dos termos da equação da quantidade de movimento na direção azimutal, visto que a tensão de cisalhamento esta direção

foi obtida de uma equação constitutiva. Percebe-se que o primeiro membro da Equação (3.41) é uma grandeza negativa devido à derivada em relação à direção axial da velocidade W .

De (3.29) e (3.51), vem:

$$f_{\theta} = -0.06 \frac{(U^2 + W^2)}{U_f^2} \frac{W}{\sqrt{U^2 + W^2}} \left(\frac{\delta \sqrt{U^2 + W^2}}{\nu} \right)^{-0.25}$$

Em termos das variáveis adimensionais dadas pelas relações (3.37), resulta:

$$f_{\theta} = -0.06 W_D \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \left(\delta_D \text{Re}_f \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \right)^{-0.25} \quad (3.52a)$$

De forma análoga, para f_z , resulta:

$$f_z = 0.06 U_D \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \left(\delta_D \text{Re}_f \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \right)^{-0.25} \quad (3.52b)$$

3.3.4-Perfis de velocidades axial e tangencial

Do que foi dito anteriormente, fica claro que, para a solução do sistema de equações que governam o comportamento do filme líquido, torna-se necessário arbitrar um perfil para as velocidades axial e tangencial que satisfaça as condições de contorno do problema. A escolha de uma relação funcional para representar estes perfis de velocidades ainda é um assunto em aberto. Na literatura há falta de dados experimentais relativos a perfis de velocidade em filmes líquidos. Alguns resultados são apresentados para filmes em regime laminar (Alekseenko, 1984) e uma proposta teórica é feita para filmes em regime turbulento (Malamatenios et al, 1994). Apesar destes esforços, nenhuma das referências traz resultados para filmes com duas componentes de velocidades, como existe no presente caso. Como critério de transição entre regime laminar e turbulento, adota-se um valor de $\text{Re}_{\delta} > 1500$ (Levich, 1964).

3.3.4.1- Perfil de velocidade laminar

Para o caso de escoamento em regime laminar sabe-se que o perfil de velocidade segue uma distribuição parabólica ao longo da espessura do filme. Logo, o perfil parabólico que atende as condições de contorno impostas tem a seguinte forma:

$$f(\eta) = h(\eta) = 2\eta - \eta^2 \quad (3.53)$$

com as seguintes condições de contorno:

* *Não deslizamento na parede:* $\eta = 0$:

$$- \begin{cases} f(0) = 0 \\ h(0) = 0 \end{cases};$$

* *Na interface líquido/gás:* $\eta = 1$:

$$- \text{ não há tensão: } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \Rightarrow f'(1) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \Rightarrow h'(1) = 0 \end{cases};$$

$$- \text{ definição das velocidades: } \begin{cases} u_i = U(z) \Rightarrow f(1) = 1 \\ w_i = W(z) \Rightarrow h(1) = 1 \end{cases}.$$

Substituindo a Equação (3.53) nas relações dadas pela Equação (3.25), resulta nos seguintes valores das constantes para as condições limite (queda livre):

$$\chi = 0.67, \quad \xi = 0.53, \quad \psi = 0.53 \quad \text{e} \quad \zeta = -0.37$$

Uma vez calculados, os valores destas constantes são usados nos cálculos ao longo de toda a trajetória de uma partícula de fluido do filme dentro da câmara, visto que o perfil utilizado não depende de Re_δ .

3.3.4.2- Perfil de velocidade turbulento

Resultados experimentais de modelos de turbulência mostram que são vários os perfis que melhor se ajustam aos pontos dependendo da distância da parede que é caracterizada pela variável adimensional definida como segue:

$$y^+ = \frac{u^*(R_0 - r)}{\nu} \quad \text{onde: } u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (3.54)$$

ou, para a interface:

$$\delta^+ = \frac{u^* \delta}{\nu} \quad \text{sendo: } y^+ \leq \delta^+$$

A variável u^* , por ter dimensões de velocidade, é chamada de velocidade de atrito e sempre aparece em análises de escoamentos turbulentos.

Dependendo do valor que assume, esta distância adimensional delimita várias regiões subsequentes, “inner”, “overlap” e “outer layer”, as quais possuem, cada qual, um melhor perfil de ajuste, sendo estes influenciados pela natureza das tensões dominantes dentro de cada região. Para o caso de escoamentos turbulentos em tubos (escoamentos internos) com gradientes de pressão favorável, a adoção de um perfil potência de velocidade adequado ao número de Reynolds ($1/7$, é o mais usado), apresenta bons resultados no cálculo da conservação da massa, visto que a camada mais interna - “inner”, onde este perfil não tem boa aproximação, é muito

estreita comparada com as camadas “overlap” e “outer layer”, onde este perfil tem boa aproximação. Isto porque a maior parte do escoamento se dá na região central do tubo.

Por outro lado, no caso de escoamentos de filme líquido de pequena espessura pode haver parcela significativa do fluxo escoando pela região mais interna (“inner”). Isto faz com que seja imprescindível a escolha do perfil mais correto possível, considerando a contribuição desta região. Sendo assim, optou-se pela expressão de Spalding (1961), mostrada na Equação (3.55), que apresenta bom ajuste aos pontos experimentais (White, 1974) dentro das regiões inner ($y^+ \leq 35$), overlap ($35 \leq y^+ \leq 350$) e, para o presente caso de gradiente de pressão nulo, outer layer, dispensando o uso dos diferentes perfis para cada região.

$$\eta = \frac{v}{u_* \delta} \left\{ u^+ + e^{-kB} \left[e^{ku^+} - 1 - ku^+ - \frac{(ku^+)^2}{2} - \frac{(ku^+)^3}{6} \right] \right\} \quad (3.55)$$

onde, conforme definido na Seção (3.2.2), $0 \leq \eta \leq 1$, $k=0.4$, $B=5.5$ (Nikuradse, 1930) e,

$u^+ \left(= \frac{u}{u_*} \right)$, é a velocidade adimensional dada em termos das variáveis internas.

A partir da Equação (3.55), conhecendo-se a espessura do filme δ e a velocidade média para o cálculo da velocidade de atrito, é possível plotar o perfil de velocidade desejado. Quando $\eta=1$, ou seja, na interface, obtém-se a velocidade da interface – $U(z)$.

A Figura 3.3 mostra vários perfis calculados para alguns números de Reynolds onde o eixo das ordenadas representa a velocidade adimensionalizada em função da velocidade da interface $\left(\frac{u}{U(z)} \right)$. Observa-se que, para mais altos Re_δ , as curvas tendem ao perfil potência 1/7 na região mais afastada da parede (outer layer); a espessura adimensional δ^+ também aumenta, uma vez que estas duas grandezas são proporcionais à espessura do filme. Os maiores desvios do

perfil 1/7 se dão na região mais próxima da parede onde ocorre um acentuado decaimento da velocidade em decorrência das tensões viscosas.

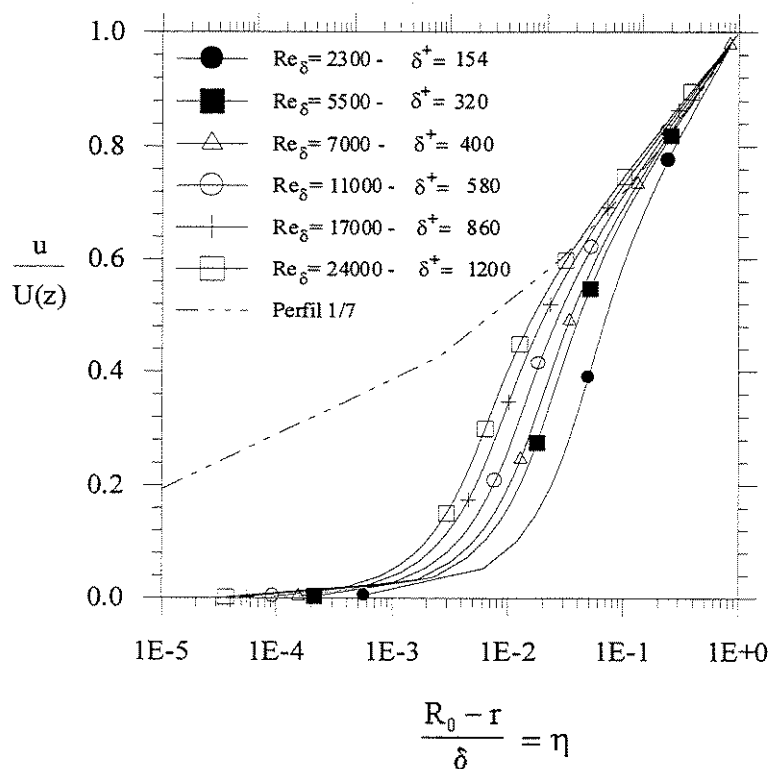


Figura 3.3: Comparação entre perfil exponencial 1/7 e a expressão de Spalding calculada para diferentes valores de Re_δ ; $U(z)$ é a velocidade axial interfacial calculada na posição z .

Os valores das constantes definidas pelas relações da Equação (3.25) deveriam ser calculados para cada ponto do escoamento, já que são funções diretas dos perfis de velocidade que, por sua vez, dependem de Re_δ . No entanto, os valores das constantes χ , ξ , ψ e ζ calculados para as condições de equilíbrio do filme, ou seja, condições de queda livre, são empregados nos cálculos para todo o escoamento ao longo da câmara, visto que, não variam significativamente com Re_δ . Como pode ser notado na Figura 3.4, uma variação mínima ocorre para $Re_\delta < 10000$, após o que, os valores das constantes se mostram inalterados. Os respectivos valores para os quais as constantes tendem assintoticamente são justamente aqueles obtidos pelo uso do perfil potência 1/7.

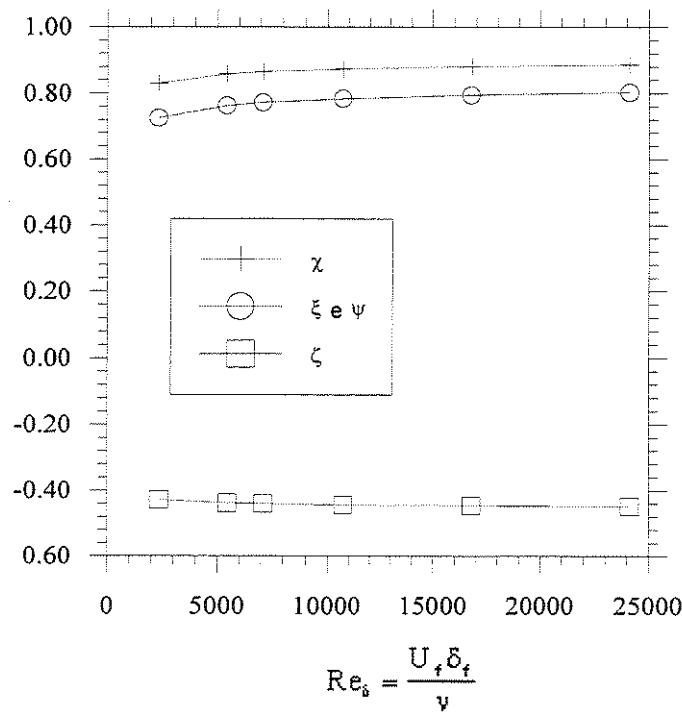


Figura 3.4: Variação das constantes χ , ξ , ψ e ζ com o número de Reynolds.

Cabe ressaltar ainda que, o uso do perfil universal de velocidade não seria tão adequado no presente caso pois trata-se de um perfil que tem boa aproximação na região de overlap logarítmico para $Re_{\delta} \geq 15000$, conforme mostrado por Mudawwar (1986) em seus estudos de escoamento turbulento em filmes em queda livre. Este fato constitui uma peculiar diferença entre escoamentos internos e em filmes líquidos.

3.4- Sumário das Equações de Governo e Procedimento de Solução

Por conveniência é apresentado um sumário com as equações integrais resultantes dos balanços de massa e movimento, assim como as equações que constituem os fatores de atrito e perfis de velocidades.

Reproduzindo, o sistema de equações diferenciais (3.40, 3.41, 3.42), resultantes da modelagem integral dos balanços de massa e quantidade de movimento, que governam o escoamento é:

$$\frac{U_D'}{U_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} = 0 \quad \text{ou} \quad U_D \delta_D = \text{cte} \quad (3.40)$$

$$\frac{W_D'}{W_D} \xi = \frac{1}{U_D W_D \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_\theta}{2} \quad (3.41)$$

$$\frac{U_D'}{U_D} \psi = 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \left(\frac{W_D'}{W_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} \right) \zeta + \frac{1}{U_D^2 \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_z}{2} - \frac{1}{U_D^2 \text{Fr}^2} \quad (3.42)$$

O fator de atrito e o perfil de velocidades adotados é:

para escoamento laminar:

fator de atrito:

$$f_\theta = -2 \frac{W_D}{\delta_D} \frac{h'(0)}{\text{Re}_f} \quad (3.48a)$$

$$f_z = -2 \frac{U_D}{\delta_D} \frac{f'(0)}{\text{Re}_f} \quad (3.48b)$$

sendo:

$$\text{Re}_f = \frac{U_f \delta_f}{\nu}$$

perfil de velocidade:

$$f(\eta) = h(\eta) = 2\eta - \eta^2 \quad (3.53)$$

para escoamento turbulento:

fator de atrito:

$$f_\theta = -0.06 W_D \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \left(\delta_D \text{Re}_f \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \right)^{-0.25} \quad (3.52a)$$

$$f_z = 0.06 U_D \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \left(\delta_D \text{Re}_f \sqrt{U_D^2 + W_D^2} \right)^{-0.25} \quad (3.52b)$$

perfil de velocidade:

$$\eta = \frac{v}{u^* \delta} \left\{ u^+ + e^{-kB} \left[e^{ku^+} - 1 - ku^+ - \frac{(ku^+)^2}{2} - \frac{(ku^+)^3}{6} \right] \right\} \quad (3.55)$$

Isolando o termo $\frac{U_D'}{U_D}$ da equação da continuidade (Equação 3.40) e substituindo na equação da quantidade de movimento na direção z (Equação 3.41), resulta num sistema de duas equações e duas incógnitas (W_D e δ_D).

$$\frac{W_D'}{W_D} \xi - \frac{1}{U_D W_D \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_\theta}{2} = 0$$

$$\frac{\delta_D'}{\delta_D} \psi + 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \left(\frac{W_D'}{W_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} \right) \zeta + \frac{1}{U_D^2 \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_z}{2} - \frac{1}{U_D^2 \text{Fr}^2} = 0$$

Estas duas equações resultantes descrevem as taxas de variações da espessura média do filme e a velocidades tangencial do mesmo ao longo da câmara . Dadas as condições iniciais abaixo, este sistema é resolvido numericamente. A rotina de integração emprega um método Runge-Kutta padrão e foi implementada utilizando o pacote Mathematica[®] (Wolfran, 1991), conforme lista de programação apresentada no Apêndice B.

As condições iniciais são:

$$z_{D_0} = \frac{z_0}{R_0}, \quad \delta_{D_0} = \frac{\delta_0}{\delta_f}, \quad U_{D_0} = \frac{U_0}{U_f} \text{ e } W_{D_0} = \frac{W_0}{U_f}$$

A velocidade axial e o ângulo de inclinação, φ , do filme são calculados a partir dos resultados numéricos, como segue. Da continuidade, vem que:

$$U_D \delta_D = U_{D_0} \delta_{D_0}$$

que, resolvendo para a velocidade adimensional, U_D , resulta:

$$U_D = \frac{U_{D_0} \delta_{D_0}}{\delta_D}$$

E, finalmente:

$$\varphi = \arctan \frac{U_D}{W_D}$$

As condições iniciais para o problema são tomadas experimentalmente. As técnicas experimentais empregadas na medição da espessura e inclinação do filme líquido será o assunto abordado no próximo capítulo.

3.5- Análise Paramétrica

Antes de se proceder com a análise paramétrica do problema por meio dos resultados numéricos, é conveniente que se faça uma análise dimensional das equações que governam o problema.

3.5.1-Análise Dimensional

A análise dimensional objetiva obter as variáveis dependentes do problema em questão em função de grupos adimensionais apropriados. Uma vez que relacionam um certo número de variáveis independentes do problema, estes grupos adimensionais facilitam a análise paramétrica

devido ao agrupamento de vários casos dinamicamente semelhantes possíveis. Obviamente, com isso, ganha-se um maior sentimento físico de como estas variáveis independentes influenciam no escoamento.

Sendo assim, os resultados obtidos através desta análise, após comprovados com dados experimentais gerados, podem ser generalizados para situações cujos testes experimentais em laboratório seriam de difícil realização ou, até mesmo, inconvenientes, tais como, testes com fluidos altamente viscosos ou testes com diferentes variáveis geométricas que requeririam altos custos de montagem de aparatos experimentais.

3.5.2- Determinação dos Grupos Adimensionais

Utilizando a técnica dos parâmetros Pi de Buckingham, onde Q_L , g , R_0 , μ , ρ e δ são as variáveis envolvidas, chega-se a três grupos adimensionais de interesse:

$$\Pi_1 = \frac{\delta}{R_0} \quad (3.56)$$

$$\Pi_2 = \frac{\bar{U}\delta}{\nu} = \frac{Q_L}{2\pi R_0 \nu} = Re_\delta \quad (3.57)$$

$$\Pi_3 = \frac{\bar{U}^2}{gR_0} = \frac{\left(\frac{Q_L}{R_0^2}\right)^2}{gR_0} = Fr_Q^2 \quad (3.58)$$

Tendo em vista estes três grupos adimensionais que juntos garantem a semelhança dinâmica do problema, a espessura e a velocidade final do filme em queda livre, conforme apresentado na seção 3.3.1, rearranjadas, podem ser reescritas como segue:

caso turbulento ($1500 < Re_\delta < 10^5$):

$$\frac{\delta_f}{R_0} = \left[0.03 \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 Fr_Q^2 Re_\delta^{-0.25} \right]^{1/3} \quad (3.59)$$

caso laminar ($Re_\delta < 1500$):

$$\frac{\delta_f}{R_0} = \left[3 \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 Fr_Q^2 Re_\delta^{-1} \right]^{1/3} \quad (3.60)$$

Percebe-se que a espessura final, em ambos os casos, é função dos parâmetros adimensionais Re_δ e Fr_Q^2 . Da conservação da massa, Equação (3.35a), a velocidade média final, escrita em termos relativos ao número de Froude, é dada por:

$$\frac{\bar{U}_f}{Fr_Q \sqrt{gR_0}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\delta_f}{R_0} \right)^{-1} \quad (3.61)$$

A análise paramétrica é conduzida numa faixa de variação dos parâmetros adimensionais - $0.2 \leq Fr_Q^2 \leq 1.2$ e $Re_\delta \leq 10^5$, que representa condições operacionais médias destes equipamentos. Os resultados são mostrados nas Figuras 3.5 e 3.6. A faixa de variação de valores para esses dois grupos adimensionais busca satisfazer os limites impostos pela equação do fator de atrito turbulento de Blasius ($Re_\delta < 10^5$), assim como, pela hipótese de camada limite, ou seja, $\delta_f/R_0 \ll 1$. Pertinente a esta última condição, é importante notar que o valor Fr_Q^2 é limitado por Re_δ , visto que, para baixos valores de Reynolds e elevados valores de Froude perde-se a condição de camada limite (Figura 3.5).

A Figura 3.5 mostra que a espessura final relativa do filme varia inversamente proporcional ao número de Reynolds e diretamente proporcional ao número de Froude. Além disso, percebe-se que, para um dado fluido e uma dada vazão, uma ampliação na escala geométrica do problema, através do aumento do raio da câmara, teria efeito de diminuir

significativamente a espessura relativa do filme, visto que o número de Froude varia com a quinta potência e inversamente proporcional ao raio da câmara. Obviamente, este efeito é dominante quando comparado ao da influência do número de Reynolds que varia inversamente com a primeira potência do raio da câmara tendendo a aumentar a espessura relativa.

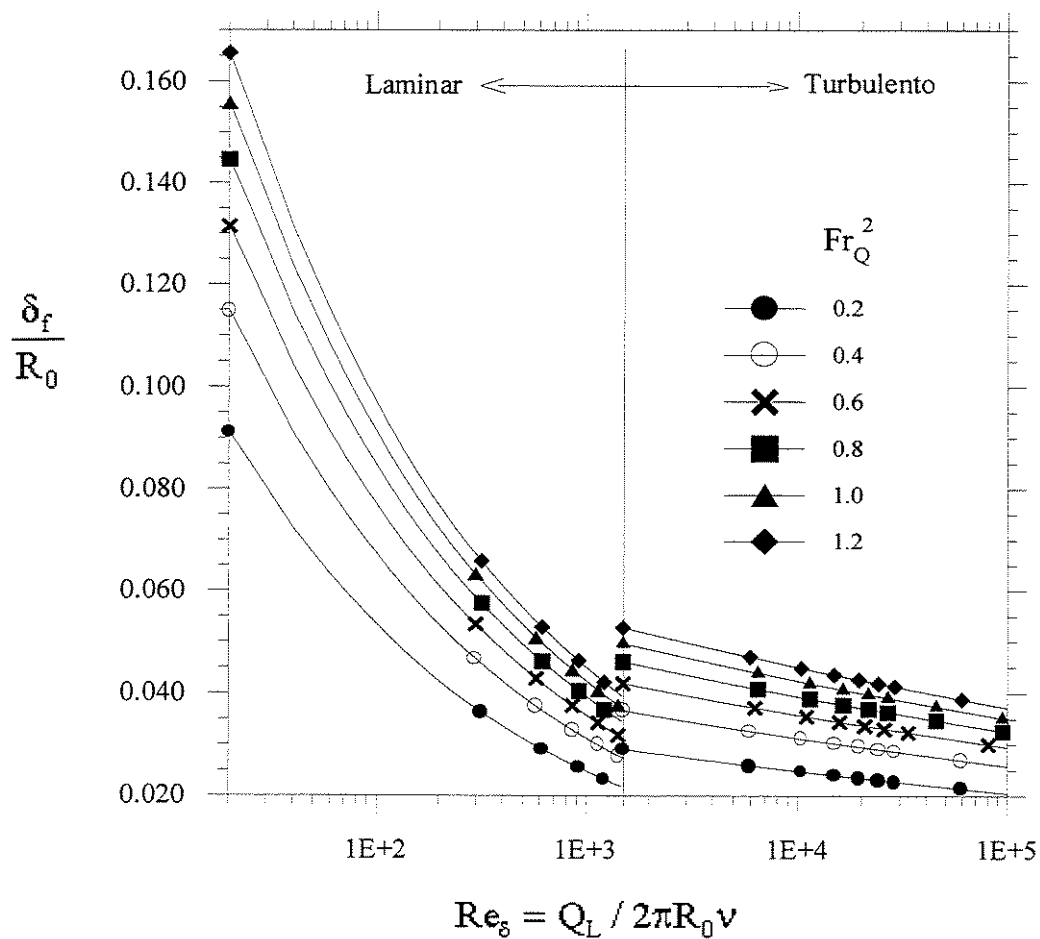


Figura. 3.5: Espessura final adimensional do filme em queda livre plotada em função dos números de Reynolds e Froude: casos de escoamentos laminar e turbulento.

A mesma análise, quando feita para a vazão de líquido, mostra que, mantendo a geometria e o fluido constantes, um aumento na vazão agiria no sentido de aumentar a espessura final relativa devido, novamente, ao aumento do número de Froude que sofre variações com o quadrado desta variável.

As linhas de Froude constante plotadas mostram que, uma vez fixados valores para o raio da câmara e para a vazão que atravessa a mesma, a viscosidade do fluido tende a causar uma pequena variação da espessura relativa do filme para o caso de escoamento turbulento, ocorrendo um limite assintótico relativo a cada valor de Froude quando Reynolds tende a valores elevados, ou seja, para fluidos de trabalho com baixa viscosidade. Para o caso laminar, nota-se maior influência da viscosidade na espessura final, não ocorrendo o limite assintótico das curvas do número de Froude.

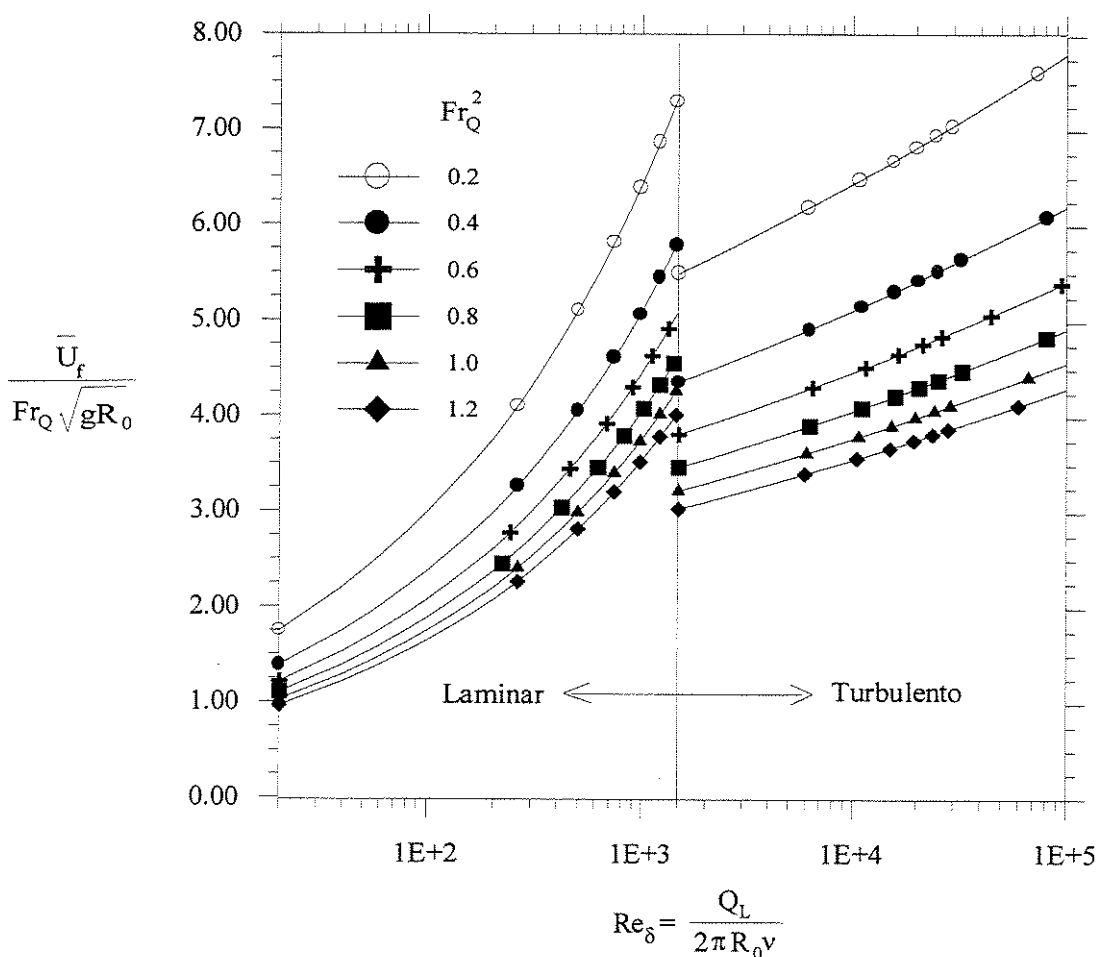


Figura 3.6: Velocidade final adimensional do filme em queda livre plotada em função dos números de Reynolds e Froude: casos de escoamentos laminar e turbulento

A velocidade final adimensional do filme é calculada através da equação da continuidade e, por isso, varia com o inverso da espessura limite, conforme Equação (3.61). Consequentemente, as influências dos parâmetros adimensionais na velocidade terminal do filme são opostas às aquelas anteriormente analisadas para a espessura final, conforme pode ser notado na Figura 3.6.

É importante notar que, devido à geometria cilíndrica do problema, uma vez adotada uma combinação das variáveis Q_L , R_0 , g , ρ e μ , tem-se um único valor para a espessura e a velocidade final do filme em queda livre, δ_f e U_f , respectivamente. Logo, por carregarem tantas informações, estas duas grandezas se qualificam como escalas para a espessura e velocidades axial e tangencial do filme ao longo do campo de escoamento na adimensionalização das equações, conforme mostrado anteriormente na seção 3.3.2, e na análise paramétrica do problema.

A seguir, são apresentados alguns resultados paramétricos para diferentes combinações de Fr_Q^2 e Re_δ . As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam alguns resultados paramétricos para os casos laminar e turbulento, respectivamente, tomados para diferentes Re_δ e Fr_Q^2 . Os casos revelam a evolução, ao longo da câmara, da espessura e do ângulo de inclinação que o filme faz com a horizontal, sendo este definido como:

$$\phi = \arctan \frac{U}{W}$$

As condições iniciais adimensionais para a espessura e velocidade tangencial são de 1.2 e 2.2, respectivamente; ou seja, inicialmente, o filme está 20% acima da espessura de queda livre e sua velocidade tangencial é 2.2 vezes maior do que a velocidade axial limite de queda livre. Note que, as condições de partida para o ângulo de inclinação do filme são diferentes para os casos laminar e turbulento (~ 30 e 24° , respectivamente). Isto deve-se ao fato de as espessuras de queda livre para estes casos serem calculadas por equações distintas (Equações 3.31 e 3.36, respectivamente).

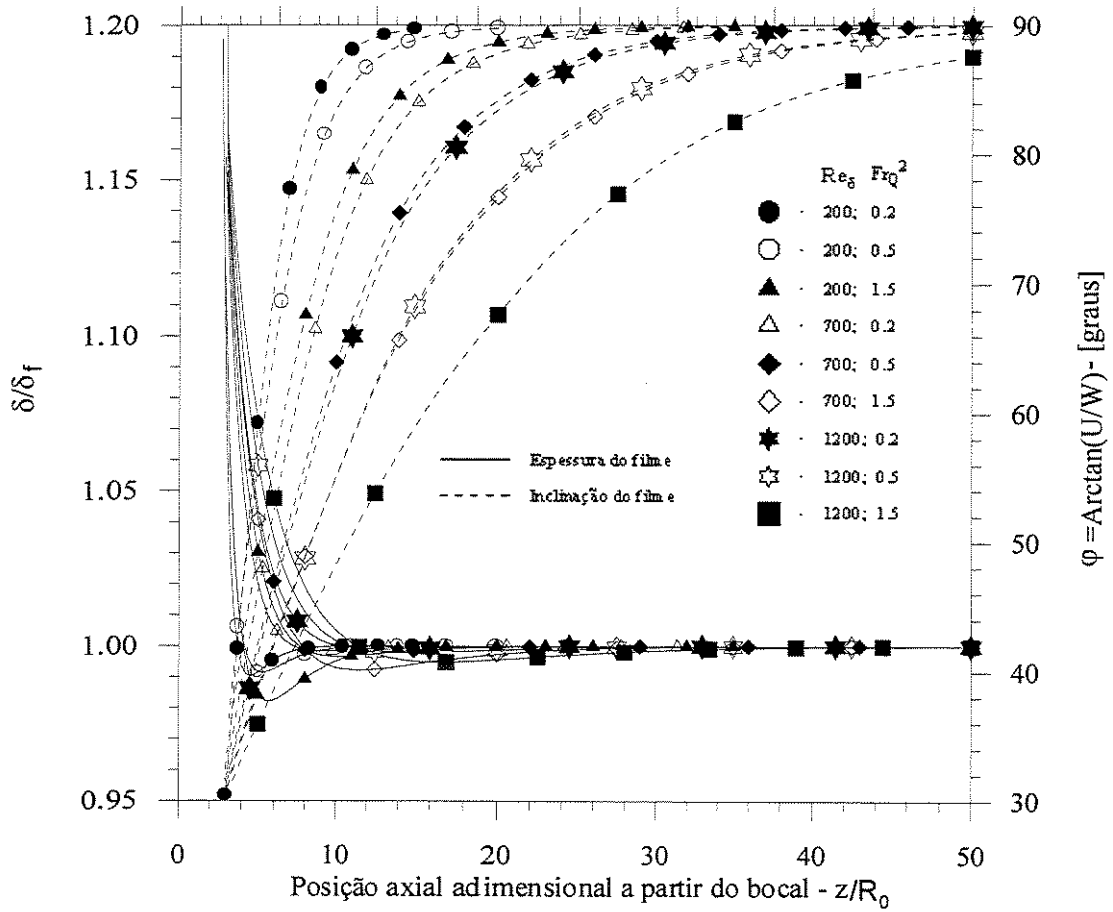


Figura 3.7: Comportamento da espessura e inclinação do filme ao longo da câmara para o caso de escoamento laminar: ($W_0/U_f = 2.2$ e $\delta_0/\delta_f = 1.2$).

Para o caso laminar, Figura 3.7, o filme atinge a espessura de queda livre ($\delta/\delta_f = 1$) a uma distância axial de, aproximadamente, 10 vezes o raio da câmara, e percebe-se que a espessura é pouco influenciada pelos parâmetros adimensionais; ao contrário, o ângulo de inclinação das linhas de corrente apresenta maior variação com estes parâmetros. Já no caso turbulento, como mostra a Figura 3.8, nota-se um efeito contrário, no sentido que os parâmetros adimensionais Re_δ e Fr_Q^2 mais influenciam na espessura do filme do que no ângulo de inclinação.

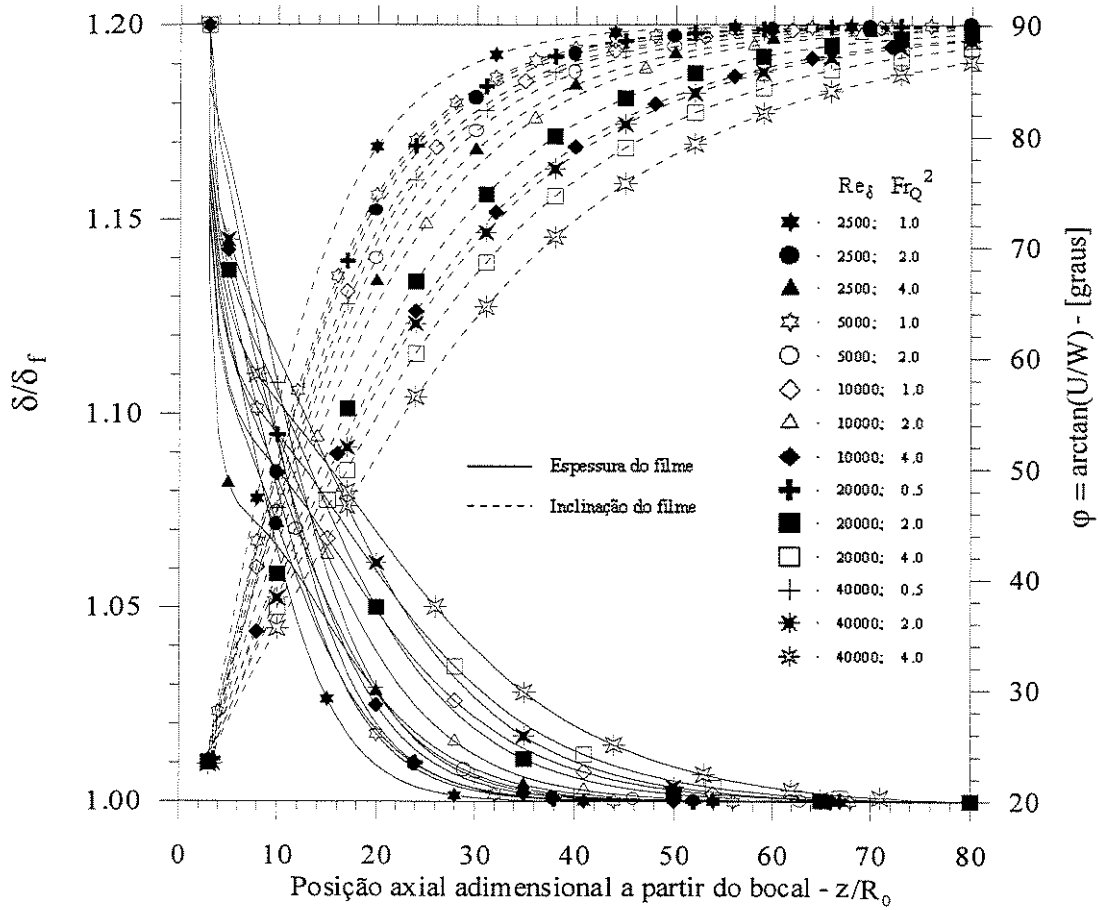


Figura 3.8: Comportamento da espessura e inclinação do filme ao longo da câmara para o caso de escoamento turbulento: ($W_0/U_f = 2.2$ e $\delta_0/\delta_f = 1.2$).

No entanto, em ambos os casos, fica claro que o aumento em qualquer um dos parâmetros Re_δ e Fr_Q^2 age no sentido de manter o campo centrífugo do filme por mais tempo dentro da câmara, devido à menor variação causada na direção do fluxo ao longo do eixo z .

As Figuras 3.9 e 3.10 mostram a influência das condições iniciais no comportamento de um escoamento cujos valores de Re_δ e Fr_Q^2 são 2500 e 2.0, respectivamente. Mantendo a espessura inicial 5% acima da espessura limite e aumentando a velocidade tangencial adimensional, percebe-se que o ângulo inicial (ponto de partida das curvas) diminui e as curvas de variação dos ângulos para cada um desses casos tendem a um limite representado por uma situação de divergência do modelo. Esta situação é aquela representada pelas condições iniciais

para a espessura e velocidade tangencial de 1.05 e 4.5, respectivamente, como mostra a Figura 3.9. Na curva de espessura do filme, nota-se um comportamento interessante nos casos que antecedem a divergência: a partir das condições iniciais, o filme, mesmo possuindo espessura superior a espessura de queda livre, torna-se mais espesso para, em seguida, tender assintoticamente à situação limite. Este fenômeno é justificado pela desaceleração imposta ao filme pela componente de atrito viscoso na equação da quantidade de movimento. Até o instante final em que o filme ganha espessura, os termos fontes que tendem a acelerar o fluxo em z , dados pela gravidade e centrifugação, somados, são menores que este termo de atrito viscoso. Daí o aumento da espessura do filme.

Na Figura 3.10, estes mesmos casos foram rodados, só que agora, variando a espessura inicial e mantendo fixa a velocidade tangencial inicial. O mesmo comportamento descrito para o caso anterior pode ser observado para as curvas de inclinação do filme. A curva de espessura inicial de 0.5 (bola cheia) revela um comportamento da espessura parecido com o caso anterior em que o filme engrossa até níveis mais elevados do que a condição de equilíbrio. Para os casos em que se têm as espessuras iniciais mais distantes da condição de queda livre (triângulo vazio e bola cheia), nota-se uma brusca variação da espessura, sendo que, no primeiro caso, ocorre uma aceleração axial do filme devido a relevância das forças gravitacionais e, no segundo, ocorre uma desaceleração do filme devido a relevância do termos viscosos.

Nota-se que, ambos os casos de divergência (1.05 e 4.5 - Figura 3.9, e 1.6 e 2.2 - Figura 3.10), mostram resultados totalmente incoerentes do ponto de vista físico, onde as espessuras tendem a aumentar infinitamente, passando, até mesmo, dos limites do raio da câmara (veja Figura 3.9), ao passo que os ângulos de inclinação tendem a zero. Estas situações de divergência mostram haver um comprometimento entre a espessura do filme e sua velocidade tangencial revelando a existência de uma espessura crítica de escoamento em função dos termos da equação da quantidade de movimento na direção axial do escoamento. No próximo item será abordado em detalhes este assunto.

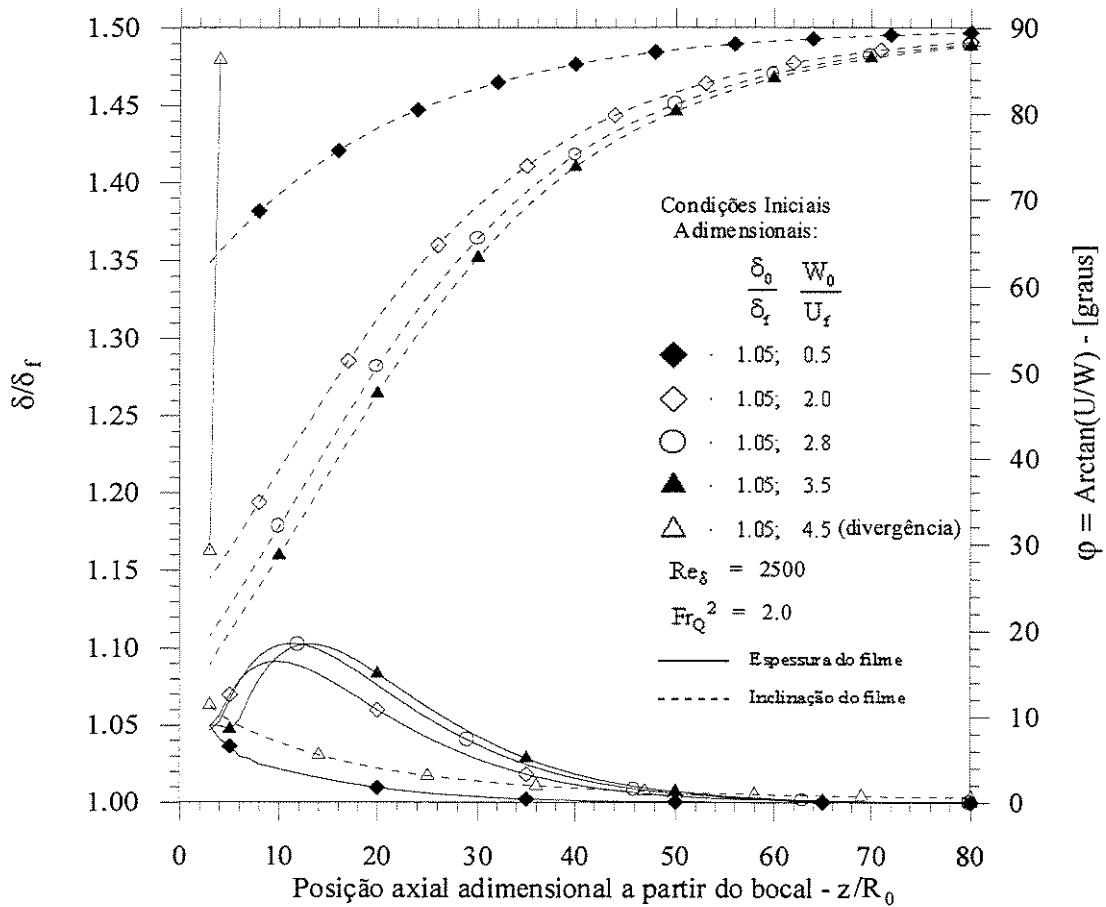


Figura 3.9: Influência da velocidade tangencial inicial no comportamento do escoamento – fixados: $Re_\delta = 2500$ e $Fr_Q^2 = 2.0$.

3.6- Espessura Crítica de Injeção

A ocorrência da divergência do modelo numérico para determinadas condições iniciais, mostrada na seção anterior, impõe uma ressalva física ao problema através do comprometimento existente entre a espessura do filme e seu campo centrífugo. Explica-se: de fato, é correto pensar na existência de um limite crítico de escoamento levando-se em conta que as forças que agem no filme líquido, originadas por três fontes distintas - gravitacionais, centrífugas e viscosas, devem estar em equilíbrio ao longo de todo o escoamento. Na situação inicial, quando se impõe as condições para a espessura e velocidade tangencial e se assume axissimetria, pode-se estar

forçando um desequilíbrio nestes termos, dada a natureza proposta ser fisicamente irreal, resultando, então, na marcha divergente do modelo.

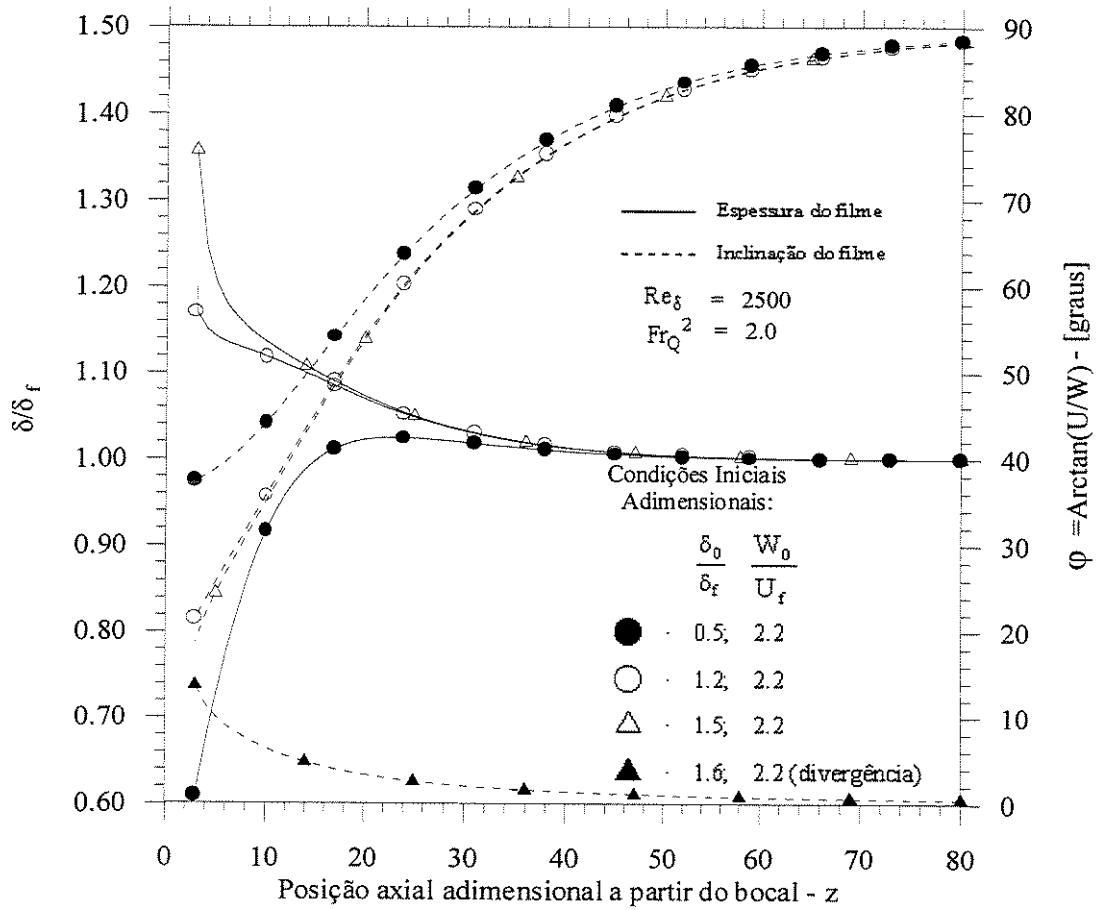


Figura 3.10: Influência da espessura inicial no escoamento – fixados: $Re_\delta = 2500$ e $Fr_Q^2 = 2.0$. Note que o ponto de divergência para a espessura do filme não aparece na escala.

Na tentativa de se obter informações à respeito desta situação crítica, a Equação (3.42) da quantidade de movimento na direção axial deve ser analisada. Utilizando-se da equação da continuidade, Equação (3.40), a Equação (3.42), pode ser reescrita na seguinte forma:

$$-\frac{\delta_D'}{\delta_D} \psi = 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \left(\frac{W_D'}{W_D} + \frac{\delta_D'}{\delta_D} \right) \zeta + \frac{1}{U_D^2 \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_Z}{2} - \frac{1}{U_D^2 Fr^2} \quad (3.62)$$

Pela definição da variável ζ dada pela Equação (3.25), nota-se que esta variável é sempre menor do que zero. A Equação (3.62), acima, mostra que a quantidade de movimento na direção axial tem como termos dissipativos as forças viscosas, segundo termo após a igualdade. Como fonte de quantidade de movimento nesta direção, tem-se as forças gravitacionais, terceiro termo do segundo membro, e a força centrífuga, termo multiplicado por ζ , no segundo membro da equação. Observa-se que o termo centrífugo tem pouca contribuição de quantidade de movimento, pois aparece multiplicado pela relação $\left(\frac{\delta}{R_0}\right)$.

Rearranjando os termos, resulta:

$$\frac{\delta_D'}{\delta_D} \left[\underbrace{-\psi - 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \zeta}_A \right] = \underbrace{2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W_D}{U_D} \right)^2 \delta_D \frac{W_D'}{W_D} \zeta + \frac{1}{U_D^2 \delta_D} \frac{R_0}{\delta_f} \frac{f_z}{2} - \frac{1}{U_D^2 Fr^2}}_B \quad (3.63)$$

É conveniente, neste ponto, proceder a uma análise de validade do modelo desenvolvido através de um estudo de caso. A Figura 3.11, abaixo, mostra duas possibilidades de ocorrência para a espessura do filme, δ , ao longo do escoamento: estreitamento, ou seja, a derivada δ_D' é positiva, já que a espessura e a coordenada z estão diminuindo, e alargamento, quando esta derivada for negativa, já que z diminui. Do que foi dito anteriormente, percebe-se que o termo viscoso representa o único mecanismo de dissipação de quantidade de movimento na direção z . Isto implica em dizer que este termo irá determinar o sinal da derivada δ_D' .

No caso (i), em que o filme sofre redução de sua espessura, o fluxo está sendo acelerado ao longo do sentido negativo do eixo z . Logo, os termos fontes, forças centrífuga e gravitacional, dominam o termo viscoso de dissipação. Matematicamente, o valor de B na Equação (3.63) é negativo. Como consequência, A , necessariamente, deve ser negativo para que a equação seja satisfeita.

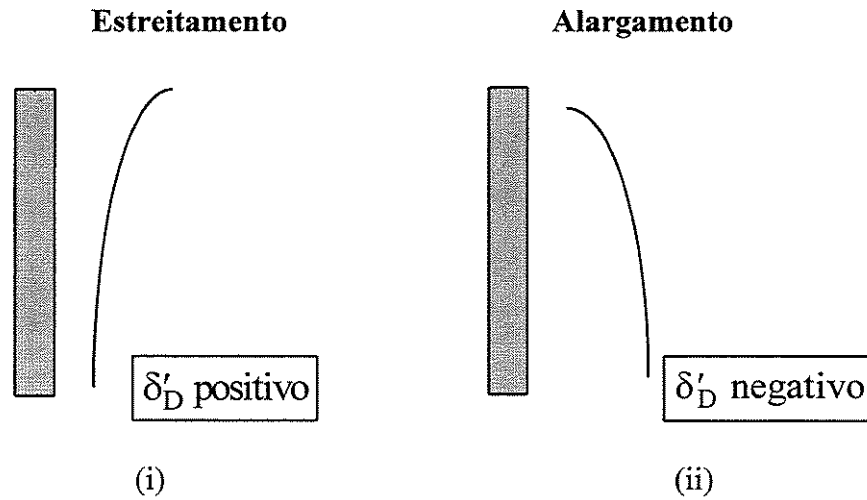


Figura 3.11: Possibilidades hidrodinâmicas de ocorrência para espessura do filme: (i) estreitamento e aceleração e (ii) alargamento e desaceleração.

O caso (ii) representa uma condição em que se tem uma desaceleração vertical do fluxo devido à relevância do termo dissipativo viscoso em comparação com os termos fontes gravitacionais e centrífugos. Trata-se de uma situação transitória de desequilíbrio imposto no momento em que o fluxo é descarregado na câmara. Sendo assim, o filme irá engrossar até o instante em que ocorrer um reequilíbrio das forças. Um estudo de sinal, então, revela que para que a equação seja satisfeita, B é positivo e A deve ser negativo, já que a derivada δ_D' tem sinal negativo. Logo após, quando os termos fontes se tornarem maior do que o termo viscoso, o filme é acelerado até a velocidade final de queda livre conforme situação descrita no caso (i).

É importante notar que, em ambas situações descritas acima, A tem sinal negativo. Para que A tivesse sinal positivo, seria necessário se ter $W_D \gg U_D$ uma vez que $\delta_f/R_0 \ll 1$. Fisicamente, esta situação não é plausível, pois, mesmo no momento da descarga do jato, situação esta mais possível de ser ter tal ocorrência, acontece o fenômeno de abertura do jato que transfere parte da quantidade de movimento total (por ser uma entrada tangencial, esta quantidade de movimento esta toda na direção angular) do jato para a direção axial. Portanto, espera-se que o termo A seja sempre menor do que zero:

$$A < 0$$

Logo, utilizando as relações dadas pela Equação (3.37), pode-se escrever que:

$$A = -\psi - 2 \frac{\delta_f}{R_0} \left(\frac{W}{U} \right)^2 \frac{\delta}{\delta_f} \zeta < 0 \quad (3.64)$$

Resolvendo para δ , sendo $U \left(= \frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta} \right)$ a velocidade axial do filme, resulta:

$$\delta < \left[-\frac{1}{2R_0} \frac{\psi}{\zeta} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{Q_L}{W} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (3.65)$$

A Equação (3.65) mostra que, para uma determinada situação de vazão de líquido escoando pela câmara de raio R_0 com uma dada velocidade tangencial W , existe um limite físico para a espessura do filme, limite este imposto pelo gradiente radial de pressão devido ao campo centrífugo que acelera o fluxo promovendo a redução de sua espessura. Em outras palavras, esta expressão sugere um compromisso entre a espessura e a velocidade tangencial do filme, de tal forma que um aumento da velocidade tangencial tende a diminuir a espessura máxima de escoamento do filme.

Logicamente, esta condição deve também ser satisfeita para as condições iniciais do problema. Daí surge a espessura crítica de injeção, que limita um valor máximo para a espessura inicial de injeção do fluxo, dada por:

$$\delta_{cr} = \left[-\frac{1}{2R_0} \frac{\psi}{\zeta} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{Q_L}{W_0} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (3.66)$$

ou ainda, lembrando que:

$$U = \frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta_{cr}} \quad \text{e} \quad \tan\phi = \frac{U}{W}$$

tem-se:

$$\delta_0 \leq \delta_{cr} = -\frac{R_0}{2} \frac{\psi}{\zeta} (\tan\phi)^2 \quad (3.67)$$

A Equação (3.67) revela que a espessura crítica é função do ângulo de inclinação do escoamento e do raio da câmara, além do perfil de velocidades adotado, tendo este pouca influência. Conclui-se que para uma câmara de raio R_0 , a espessura do escoamento terá seu valor máximo limitado pelo ângulo de inclinação do fluxo. Quando, nas condições iniciais, se aumenta a velocidade tangencial, diminui-se o ângulo de escoamento, já que a velocidade axial é dada pela continuidade em função da espessura proposta. Consequentemente, a espessura crítica diminui até o ponto em que esta se tornar inferior a espessura proposta. Neste instante ocorre o desequilíbrio dos termos da equação da quantidade de movimento axial caracterizando a divergência. A Figura 3.12 ilustra o que foi dito anteriormente tomando-se o caso em que se tem uma câmara de 68.5 mm de raio com vazão de 2.3 kg/s de água e a espessura inicial é mantida em 2.3 mm. Nota-se que a divergência ocorre para uma velocidade tangencial inicial de 12.5 m/s.

A interpretação física para este limite previsto pelas equações pode ser obtida tomando-se como exemplo o fenômeno que ocorre no bocal de injeção no momento em que este descarrega o fluxo na câmara. Sob o efeito do gradiente de pressão radial, o fluxo, inicialmente possuindo espessura equivalente à do bocal, tende a afinar devido ao espalhamento angular que, por sua vez, é evidenciado pela mudança na direção do fluxo- abertura do jato. Logo, deduz-se que a velocidade axial inicial do fluxo é dada pelo campo centrífugo que age como fonte de quantidade de movimento axial. A decomposição vetorial entre as velocidades tangencial e axial

resulta no ângulo de abertura do jato, ao passo que, a espessura e a velocidade axial do jato aberto satisfazem a equação da massa. Logo, percebe-se que existe um comprometimento entre estas variáveis do fluxo (espessura e velocidades tangencial e axial) que deve ser respeitado quando da proposição das condições iniciais.

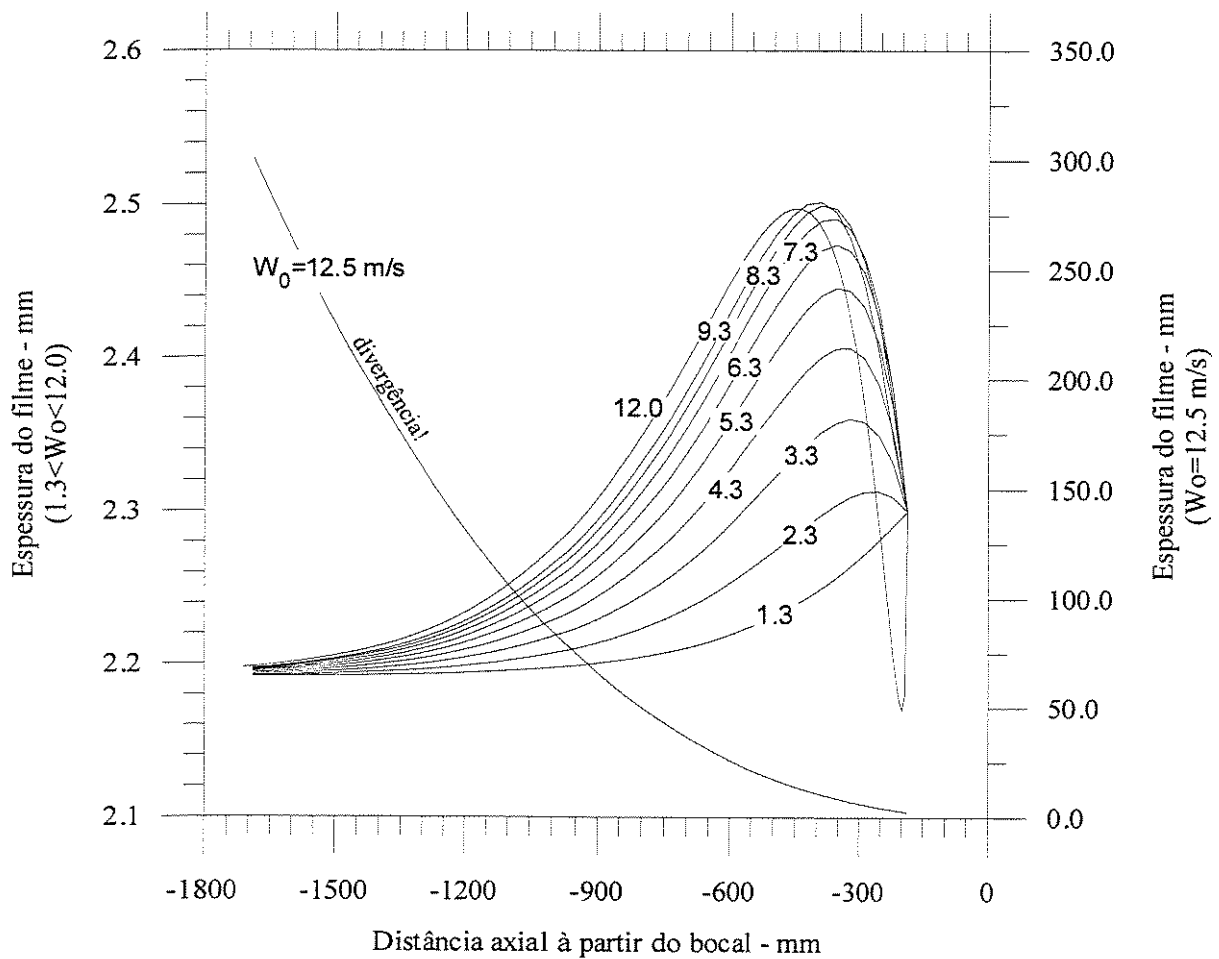


Figura 3.12: Divergência no modelo causada pela situação inicial crítica de escoamento.

Capítulo 4

Metodologia e Aparato Experimental

Neste capítulo serão apresentados o aparato, metodologia e procedimento experimentais empregados na validação do modelo assim como as técnicas de medidas de espessura e inclinação do filme líquido.

4.1- Aparato Experimental

Os ensaios foram realizados utilizando o hidrociclone do modelo do Separador Multifásico de Poço Falso no Laboratório de Pesquisas do Departamento de Energia - FEM.

Trata-se de um tubo acrílico de 137 mm de diâmetro interno com, aproximadamente, 1.0 m de comprimento. A entrada tangencial, composta por um tubo de 1 1/2" de diâmetro nominal com um bocal de 75% de redução de área, localiza-se 30 cm abaixo do tampo superior da câmara. As tomadas de testes que permitem a intrusão de sensores de medidas foram distribuídas em três estágios ao longo do eixo axial, localizadas 185, 327 e 515 mm abaixo do bocal, sendo que, cada um, é composto por três tomadas (A, B e C) igualmente espaçadas na seção transversal, como mostra a Figura 4.1, abaixo.

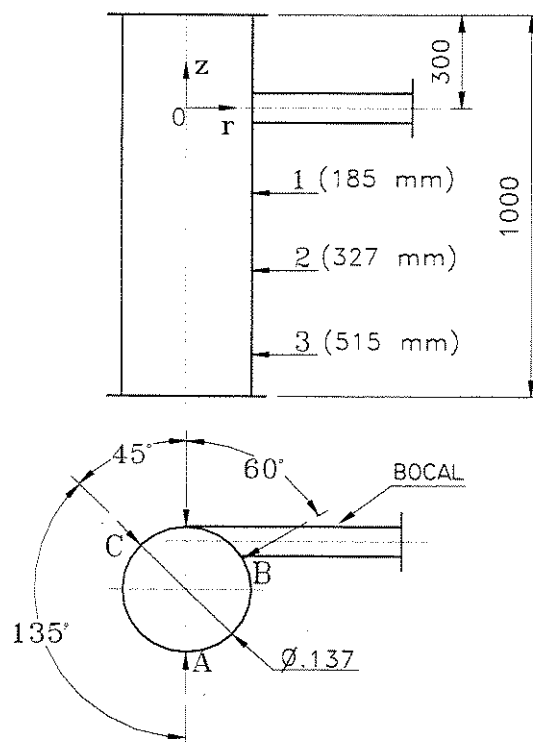


Figura 4.1 – Esquemática do Hidrociclone: detalhes da entrada tangencial e tomadas de medidas distribuídas ao longo da parede de acrílico.

As facilidades da instalação constam desde o armazenamento e movimentação de fluidos até sistema de aquisição, controle, tratamento e apresentação de dados da marca National Instruments, Lab-Windows, utilizando uma placa de conversão A/D modelo AT MIO16-L9 juntamente com um módulo multiplexador/filtro/amplificador modelo SCXI-1300.

A vazão de líquido, monitorada pelo sistema de aquisição através de um medidor do tipo turbina, fabricado pela OMEGA, modelo FTB-100, e suprida por uma bomba centrífuga KSB de 7.5 CV a vazão e altura manométrica de 35 m³/h e 3.0 kgf/cm², respectivamente, é ajustada manualmente através de uma válvula tipo globo. Uma bomba idêntica fica responsável pela operação de drenagem do equipamento. O sistema de controle de nível do separador dá-se por um CLP (Controlador Lógico Programável) que, após receber informações do transdutor de nível (LT), atua na válvula controladora de fluxo, localizada na linha de descarga da bomba. O

reservatório de líquido de 1000 litros faz parte do circuito fechado, podendo ser drenado rapidamente por meio da própria bomba de alimentação por comutações nas válvulas existentes.

Em situações de aumento da temperatura, medida por um sensor tipo termopar localizado junto ao medidor de líquido, pode-se ligar o trocador de calor da linha de alimentação do tipo duplo tubo que opera com água predial. A Figura 4.2 mostra um esquema simplificado do circuito de testes.

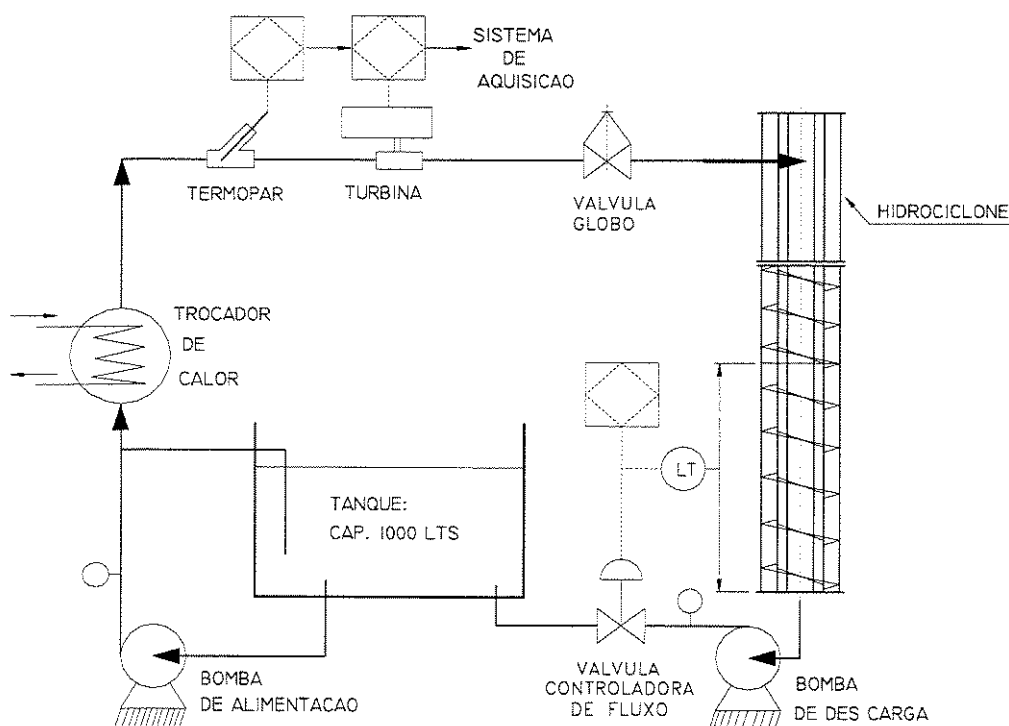


Figura 4.2: Esquema do circuito de testes.

4.2- Metodologia Experimental

A validação do modelo requer o conhecimento da espessura média do filme líquido, $\bar{\delta}$, e o ângulo de inclinação médio das linhas de corrente, $\bar{\varphi}$, ao longo do eixo z do hidrociclone. A priori, uma única tomada por seção transversal era esperada refletir estas grandezas com boa

precisão. Porém, algumas medidas preliminares mostraram que, por motivos a serem relatados no capítulo 6 com maiores detalhes, ocorre uma falta de simetria angular do escoamento. Daí a opção pelo uso de três tomadas para cada um dos três estágios axiais de medidas utilizados. A Figura 4.3 apresenta o arranjo físico de distribuição destas tomadas ao longo de todo o hidrociclone. Logo, tem-se que os valores médios esperados da espessura $\bar{\delta}$ e inclinação $\bar{\varphi}$ são obtidos por meio das leituras em cada estágio, como segue:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{3}(\bar{\delta}_A + \bar{\delta}_B + \bar{\delta}_C) \quad (4.1)$$

e

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{3}(\bar{\varphi}_A + \bar{\varphi}_B + \bar{\varphi}_C) \quad (4.2)$$

onde, os índices A, B e C indicam os respectivos valores nas três tomadas de cada estágio.

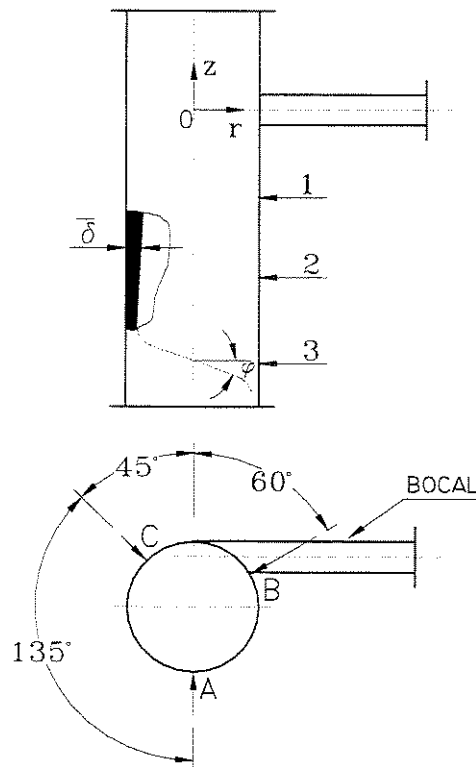


Figura 4.3: Posicionamento físico axial e angular das tomadas de medidas no hidrociclone.

Uma vez obtidas estas duas grandezas, as velocidades axial, $\bar{U}$, e tangencial, $\bar{W}$, médias na seção transversal são calculadas através das Equações (4.3), continuidade, e (4.4), decomposição vetorial, abaixo:

$$\bar{U} = \frac{Q_L}{2\pi R_0 \delta} \quad (4.3)$$

$$\bar{W} = \frac{\bar{U}}{\tan \varphi} \quad (4.4)$$

onde:

$Q_L \equiv$ vazão de líquido - [m³/s];

$R_0 \equiv$ raio do hidrociclone (= 68.5·10⁻³ [m] para o equipamento ensaiado).

Cada uma destas grandezas, apresentas anteriormente, é acompanhada por uma incerteza que garante 95% de confiabilidade à medida, ou seja, $\pm 2\sigma$, sendo, σ , o desvio padrão calculado. No Apêndice D é apresentada a metodologia para o cálculo das incertezas das medidas.

4.3- Determinação da Espessura Média do Filme

Na determinação da espessura média da interface foram empregadas duas técnicas: as sondas elétricas, ou de condutividade, de ponta única e a técnica de ultra som. A seguir, é feita uma descrição de cada uma destas técnicas aplicadas.

4.3.1- Técnica das sondas elétricas ou de condutividade

Esses tipos de sondas, cujo uso já é muito difundido na área de escoamentos multifásicos, são sensores que, uma vez inseridos num escoamento bifásico gás-líquido, sendo este líquido condutor elétrico, tem como sinal de saída a função densidade de fase – $N_k(r,t)$, da fase k que se deseja medir, do gás neste caso.

Para o caso de filmes líquidos, a estrutura da interface é composta por um filme de espessura regular denominado substrato (região onde a probabilidade de ocorrência de gás é nula) sobre o qual desenvolve-se uma estrutura irregular em ondas de comportamento caótico. Logo, líquido e gás se alternam repetidamente na passagem pelo sensor. A Figura 4.4 mostra um esboço da técnica em questão onde pode ser observada a estrutura irregular em ondas, os detalhes construtivos da sonda (4.4-a) e seu sinal de resposta típico (4.4-b).

No instante em que a parte sensitiva do sensor se encontra mergulhada na fase gás, o sinal de resposta da sonda apresenta um determinado valor em voltagem correspondente ao ajuste do condicionador utilizado. No caso contrário em que o sensor está mergulhado no líquido, o sinal cai ao nível zero. Essas condições se referem ao momento em que o circuito condicionador de sinal se encontra aberto e fechado, respectivamente, tomando como polo positivo a haste metálica da sonda que se encontra banhada pelo líquido. Daí o fato desta técnica só ser utilizada para escoamentos cuja a fase líquida venha a ser um fluido condutor.

O fato da sonda ser alimentada com o polo negativo evita que ocorra eletrodeposição dos íons presentes na água na parte sensitiva da mesma, fato este que se agrava quando se trabalha com sondas confeccionadas com fios de cobre.

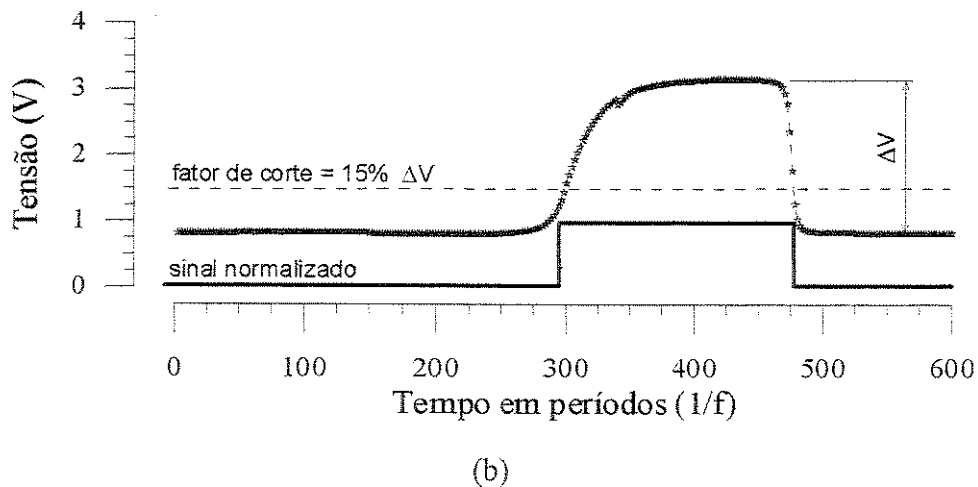
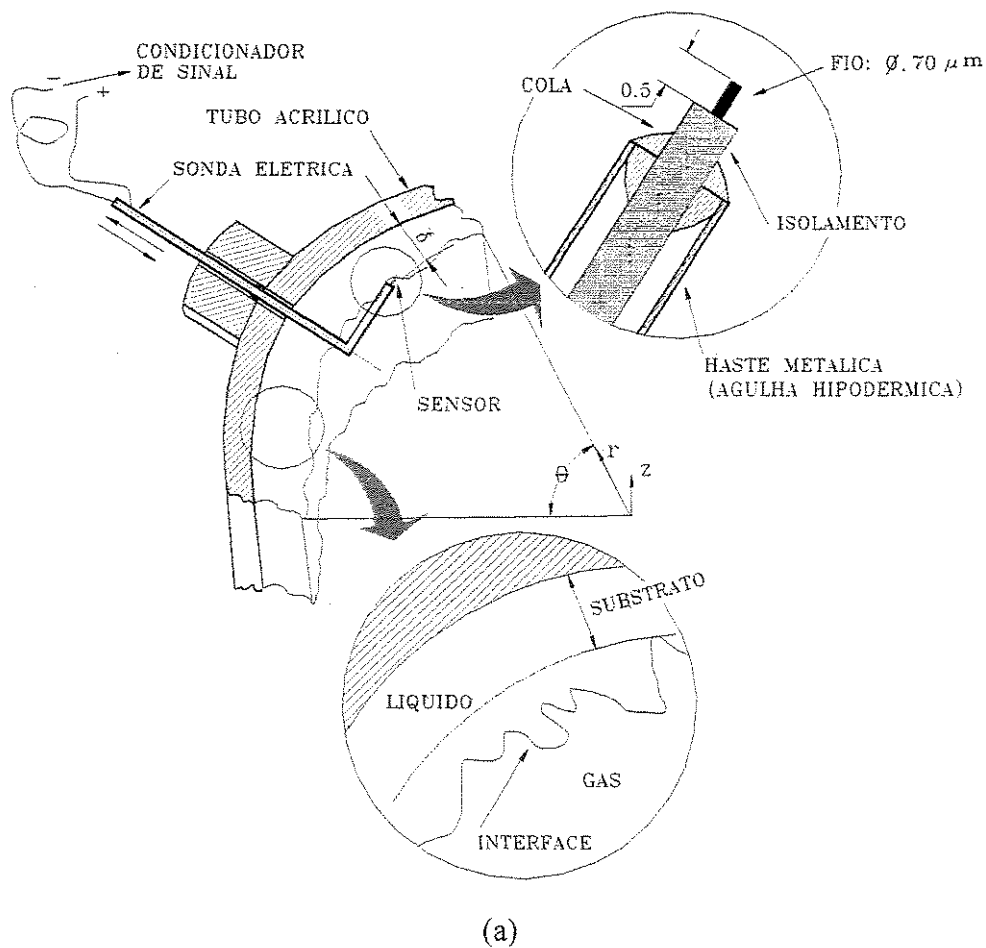


Figura 4.4: Sondas elétricas - a) detalhes construtivos e operacionais
b) sinal de resposta característico com seu respectivo sinal normalizado.

O sinal obtido em voltagem no tempo é digitalizado a uma frequência estabelecida e normalizado pelo sistema de aquisição de dados à uma onda quadrada compreendida entre 0 e 1 volt, criando assim uma função densidade de fase para a fase gasosa . A normalização, que consiste em fazer com que o sinal realmente represente a função densidade de fase, torna-se necessária uma vez que o sinal de voltagem não possui somente valores discretos máximo e mínimo, mas sim, valores escalonados entre esses limites, os quais são ajustados no condicionador de sinal. Isto é evidenciado pelo fato de se tratar de um equipamento eletrônico e, por isso, possuir um tempo de resposta do sistema. O que se faz é adotar um fator de corte do sinal que delimita o que é fase gás, acima deste fator, e o que é fase líquida, abaixo deste fator (Figura 4.4-b). A experiência mostrou que este fator depende das características geométricas da sonda, como por exemplo, o diâmetro do sensor, e de características do escoamento, tais como, propriedades do fluido e tamanho de bolhas ou ondas presentes no escoamento e, também, da qualidade dos componentes eletrônicos do condicionador que representam uma inércia maior ou menor da resposta. Porém, esse valor sempre será menor ou igual a 0.5 (50%) do sinal máximo, sendo delimitado inferiormente pela presença de ruídos presentes no sinal. Isto é justificado e até aceitável fisicamente pois, uma vez que o sinal sofre uma variação, por menor que seja, significa que pelo menos uma massa muito pequena de gás atravessou o sensor da sonda, devendo, portanto, ser computada. O fator de corte utilizado no presente trabalho foi 15 (%). Uma maneira de se investigar este valor é fazer várias médias para uma determinada posição radial da sonda observando a variação da fração de vazio. Quando a variação desta grandeza não for significativa, abaixo de 1%, pode-se considerar este corte como sendo de bom valor.

A fração de vazio (ou fração de residência local - $\alpha[r]$) é estimada através da Equação (4.5), onde é feita uma integração no tempo da função densidade de fase normalizada.

$$\alpha[r] = \frac{1}{\Delta t} \int_t N_g[r, t] dt \quad (4.5)$$

onde: $N_g[r, t] = \begin{cases} 0 & \text{na ocorrência de líquido;} \\ 1 & \text{na ocorrência de gás.} \end{cases}$

A frequência ótima de aquisição, assim como o número de pontos a serem obtidos, dependem do tipo de escoamento. No caso presente, a frequência de aquisição deve ser sempre maior do que a ocorrência das ondas interfaciais e por se tratar de um sinal de natureza aleatória, um maior número de pontos conduz a menores erros estatísticos. Ambos valores podem ser determinados através do mesmo procedimento utilizado na determinação do fator de corte.

O procedimento de medidas da espessura do filme é realizado por estágios com o intuito de evitar perturbações causadas pelos próprios sensores no escoamento em estágios inferiores. Com o uso de três cabeçotes de micrômetros, os sensores A, B e C são deslocados radialmente no espaço anular da câmara do hidrociclone onde são avaliados, em média, treze posições. Os valores então obtidos para as frações de vazio, em cada uma dessas posições radiais, são tratados estatisticamente. Como mostra tipicamente o resultado da Figura 4.5, todos os resultados são geralmente interpolados por uma distribuição normal das grandezas. O gráfico mostra a distribuição de probabilidade cumulativa da fração de vazio radial interpolada aos pontos experimentais. O valor médio do deslocamento radial referente a esta distribuição interpolante, ou seja $\alpha=50\%$, é tomado como sendo a espessura média do filme, acompanhada de seu desvio padrão - σ , sendo que, dentro do intervalo de $\pm 2\sigma$, a confiabilidade deste valor é de 95%. Ambas as grandezas são comparadas, respectivamente, ao valor médio e desvio padrão correspondentes aos dados experimentais com o objetivo de se avaliar a medida. Dependendo dos desvios entre estas grandezas (experimental e interpolante) os dados eram aceitos ou recusados – este procedimento resultou no descarte de alguns pontos mostrados no capítulo seguinte.

No Apêndice C é apresentado o programa de tratamento e interpolação destes dados escrito no Mathematica®.

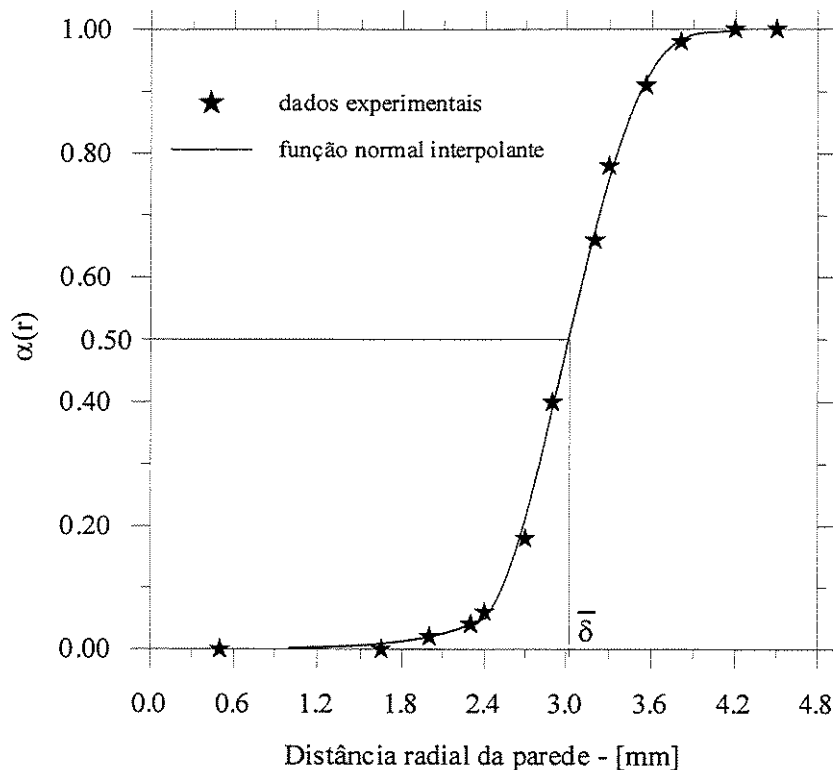


Figura 4.5: Distribuição normal dos valores da fração de vazio ao longo da distância radial da parede.

4.3.2- Técnica de ultra som operando no princípio Pulso-Eco

A técnica de ultra som operando no princípio pulso-eco baseia-se na medição do tempo de trânsito de um pulso sonoro desde sua emissão (pulso) até seu retorno (eco) de volta ao cabeçote. Operando neste princípio, o equipamento de ultra som utiliza um único cabeçote (ou sensor de efeito piezelétrico) como emissor e receptor.

No caso da medição de espessura de filme, o pulso sonoro tem uma primeira reflexão na interface formada pela parede interna do tubo e o filme líquido. Em seguida, o sinal se reflete na interface líquido-gás.

Os consecutivos intervalos de tempo entre a emissão e estas reflexões (todas as que eventualmente ocorrerem) são medidos. Conhecendo-se a velocidade de propagação, V_p , da onda sonora no meio, a qual é determinada através de calibração em becker de diâmetro conhecido inundado pelo fluido de trabalho, a espessura do meio propagante é calculada.

A Figura 4.6 ilustra o processo de medição apresentando a tela gráfica do equipamento de ultra som e seu sinal de resposta durante a medida. Na tela de intensidade do pulso x distância percorrida podem ser observados três picos: o primeiro refere-se ao “bang” (disparo) inicial do sensor, o segundo, já mais atenuado devido às perdas no meio propagante, a primeira reflexão e, um último pico, ainda mais atenuado, caracterizando a segunda reflexão dada na interface líquido-gás. Este último pico, se comporta dinamicamente flutuante na tela dada a estrutura interfacial em ondas. Esse pico é registrado ao longo do tempo por uma janela de aquisição posicionada de forma a registrar sempre este pico dinâmico como sendo o *primeiro pulso* detectado. O equipamento disponibiliza uma saída analógica compreendida entre 0 a 1 Volt cujo sinal é proporcional à profundidade do pico encerrado pela janela de aquisição. O sinal analógico resultante tem forma de onda quadrada e deve ser integrado para que a espessura média do filme líquido seja calculada.

A fim de satisfazer o critério de Nyquist, o sinal foi adquirido a uma frequência 2.5 vezes maior àquela de emissão dos pulsos sonoros (200 Hz no caso do equipamento utilizado nos testes).

Nas medidas realizadas empregou-se um aparelho de ultra som para ensaios não-destrutivos de materiais da marca Panametrics, modelo Epoch II, juntamente com um sensor piezelétrico de 7 mm de diâmetro gerando pulsos de 6 MHz e, aproximadamente, 5° graus de divergência.

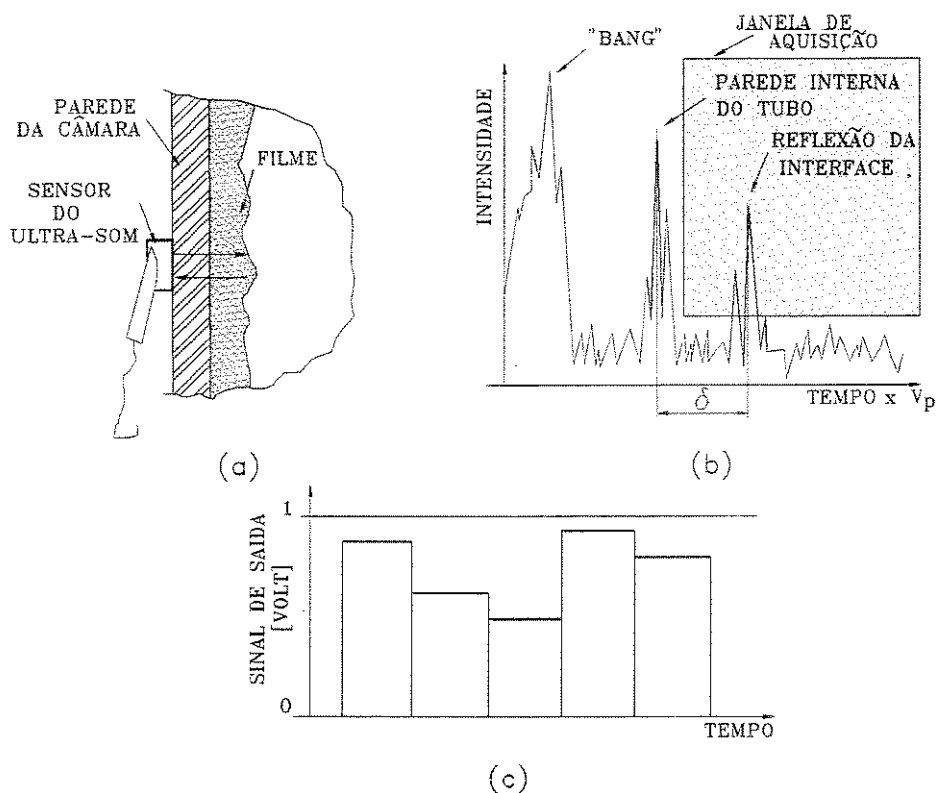


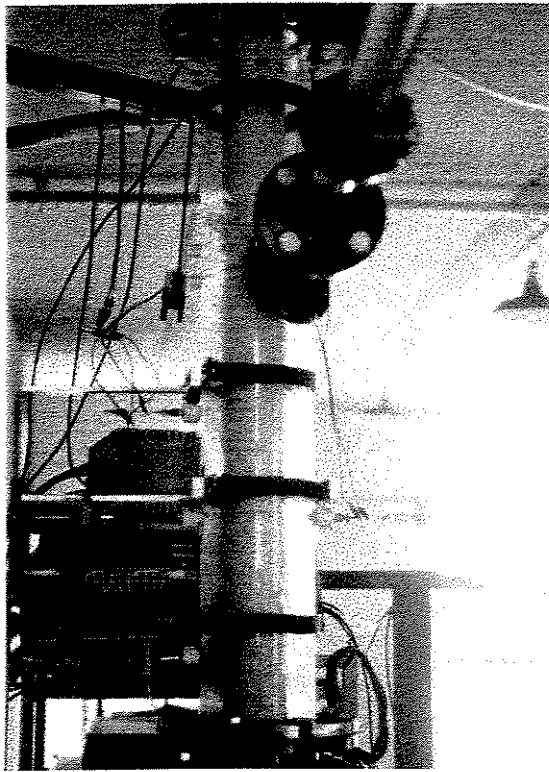
Figura 4.6: Detalhes da técnica de medida- a) sensor emissor/receptor, b) tela gráfica do equipamento de ultra som e c) sinal de saída analógico proporcional ao primeiro pulso encerrado ao longo pela janela de aquisição ao longo do tempo.

Como já dito anteriormente, o presente trabalho tem, dentre outros, o objetivo de avaliar as possibilidades do emprego desta técnica, seus desvios e limites operacionais quando do uso em filmes líquidos. Isto será possível por meio da comparação de seus resultados com aqueles das sondas de resistividade que é o assunto do próximo capítulo.

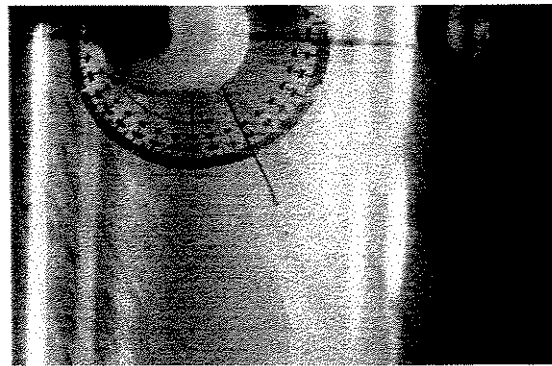
4.4- Determinação da inclinação das linhas de correntes

A inclinação das linhas de corrente limite do filme líquido foi avaliada com a utilização de fios de algodão presos às hastes das sondas e inseridas no fluxo líquido - método TUFFS. As

medidas, portanto, eram tomadas simultaneamente com as medidas da espessura. O escoamento arrasta o fio que se estica paralelamente à direção do fluxo. A leitura dos ângulos é feita por meio de transferidores colocados na parede externa do tubo acrílico. A incerteza das medidas foi adotada como sendo de 5° baseado no erro de paralaxe devido à espessura da parede de acrílico do tubo, no erro de leitura no transferidor assim como, no erro de posicionamento do mesmo.



(i)



(ii)

Figura 4.7: Detalhes do aparato experimental durante a – (i) medição da espessura de filme com a técnica de sonda elétrica e- (ii) medição da inclinação das linhas de corrente do filme através da linha de algodão inserida no escoamento.

A Figura 4.7 acima, mostra duas fotografias da montagem experimental utilizada para a medição do filme. No detalhe da primeira foto, nota-se os três sensores montados

simultaneamente nas posições angulares já mostradas. Na outra foto, é mostrado o cordão de algodão indicando, no transferidor, a direção do escoamento.

4.5- Fluidos de Trabalho

Os dados experimentais foram obtidos para dois fluidos distintos: água e fluido viscosificado. Nos testes com água, os dados foram obtidos para quatro vazões (2.3, 3.00, 3.77 e 5.48 kg/s) utilizando a técnica de sondas elétricas e para três vazões (2.3, 3.00 e 3.77 kg/s) nos testes com ultra som. São justamente estas três situações de vazão que serão usadas para a comparação entre as duas técnicas.

A viscosificação da água é resultante da diluição de um produto derivado da glucose de milho, tecnicamente chamado Buffalo-1630. Trata-se de um produto industrializado pela Refinações de Milho Brasil S/A. A escolha em utilizar tal produto como agente viscosificante tem base no fato de resultar em soluções que não espumam durante a operação, ou seja, durante a passagem pelo circuito de testes. Cabe ressaltar que a presença de espuma no circuito tenderia a comprometer a interpretação dos dados experimentais.

Através de testes laboratoriais com viscosímetro digital da marca HAAKE operando com princípio de cilindros concêntricos (espaço radial de 1,5 mm), foi possível determinar a concentração final para a viscosidade da solução aquosa desejada. Mediu-se, inicialmente, a viscosidade do produto “Buffalo-1630” puro (aproximadamente 36000 cP. @ 25°C) e de soluções preparadas como amostras, cujas concentrações volumétricas em base total de 82, 60, 55 e 50% foram mantidas à temperatura de 25°C. Estes valores foram levados a um software gráfico e assim identificada a curva exponencial de melhor interpolação, como mostra a Figura 4.8. A escolha da concentração ideal para a operação partiu do conhecimento da temperatura de trabalho do fluido que seria possível ser mantida pelo sistema de arrefecimento do circuito de testes. Dados de projeto do trocador de calor casco e tubos presente no circuito, revelaram que

esta temperatura deveria variar entre 35 e 40°C. Consequentemente, por tentativas, chegou-se à solução final de concentração absoluta de 70% (de Buffalo-1630 – base total), cuja curva de variação da viscosidade com a temperatura de trabalho, mostrada na Figura 4.9, preve a

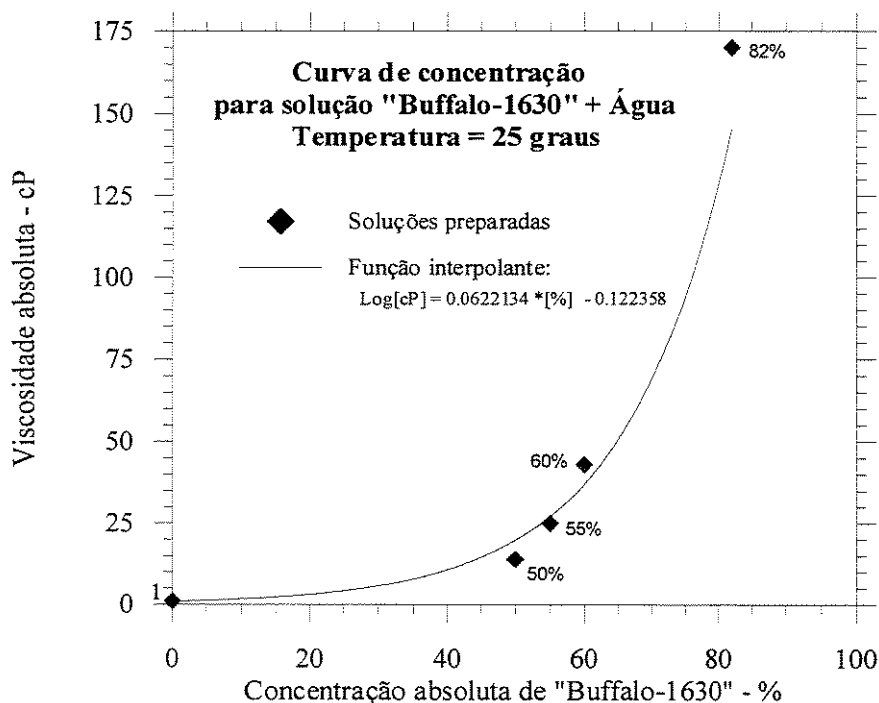


Figura 4.8: Variação da viscosidade da solução "Buffalo-1630" + Água em função da concentração do agente viscosificante.

viscosidade de aproximadamente 45 cP para a solução no ponto nominal de operação. Demais testes de ordem reológica revelaram a massa específica da solução final, 1285 kg/m³, e sua tensão superficial, 65 dina/cm.

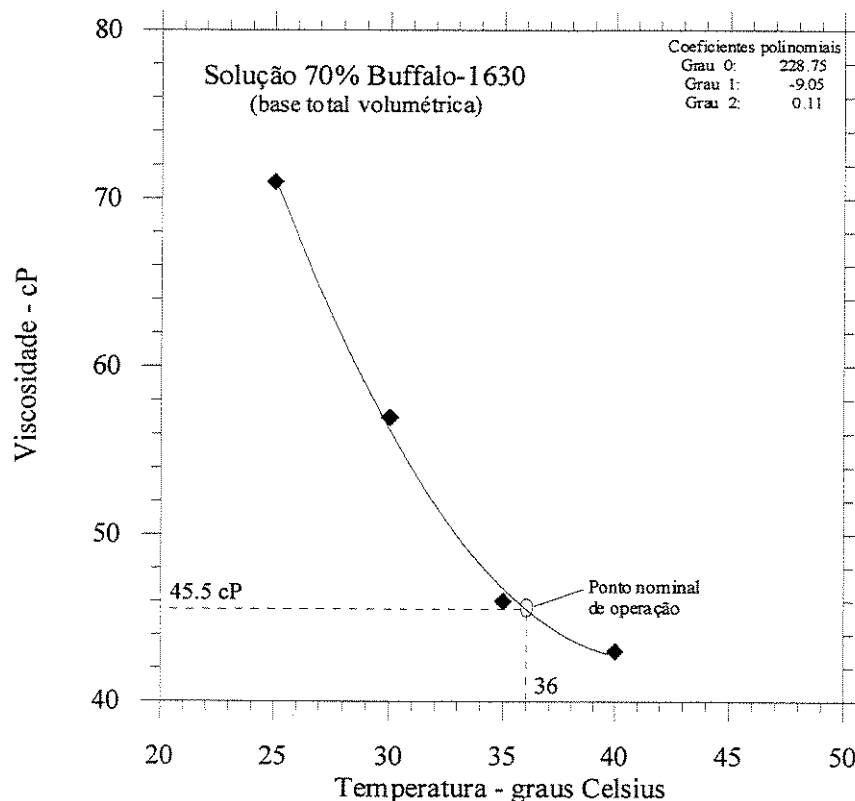


Figura 4.9: Variação da viscosidade da solução 70% Buffalo-1630 com a temperatura; destaca-se o ponto nominal de operação a ser mantido pelo sistema de trocador de calor.

No armazenamento da solução foram tomados cuidados especiais: reservatório de fibrocimento impermeabilizado com resina de base epóxi, locação em ambiente fechado e adição de formol como um agente bactericida na concentração de 0,1% em volume por períodos de 3 semanas.

Os testes com este fluido foram efetuados com uma vazão de líquido, 2.6 kg/s, utilizando a técnica de ultra som, haja visto que trata-se de um fluido de pouca condutividade elétrica, fato este que impossibilitaria o uso da sonda elétrica.

Capítulo 5

Resultados Experimentais e Comparação com o Modelo

Neste capítulo, são apresentados os resultados experimentais obtidos com ambas as técnicas empregadas e, posteriormente, estes resultados são usados para validação do modelo desenvolvido.

Primeiramente, faz-se uma comparação das técnicas de medidas de espessura de filme com o intuito de se avaliar a eficiência da técnica de ultra som em desenvolvimento. Isto é feito para três vazões de água: 2.30, 3.00 e 3.77 kg/s. Após a certificação das técnicas, seus resultados são usados na validação do modelo proposto.

5.1 Comparação entre as Técnicas de Medida de Espessura de Filme

As medições com ambas as técnicas em questão eram tomadas simultaneamente em cada estágio de medida – o posicionamento do sensor do ultra som era tal que pudesse analisar as mesmas porções analisadas pela sonda elétrica. Entre um estágio e outro de medida, tomou-se cuidado suficiente para reproduzir os testes com as mesmas vazões de líquido de modo que a análise pudesse ser procedida. Na Tabela 5.1 são apresentadas as condições de vazões de líquido nas quais os testes foram realizados, e as medidas nos pontos A, B e C tomadas nos estágios 1, 2

e 3 para as técnicas de sonda elétrica e ultra som. Os valores médios em cada estágio também são mostrados e por fim a razão $\bar{\delta}_{\text{elet}}/\bar{\delta}_{\text{ult}}$ entre as duas técnicas. Analisando, ponto a ponto, nota-se que os resultados da espessura de filme medidos com sonda elétrica se mostraram, sistematicamente, superiores àqueles medidos com ultra som - $\bar{\delta}_{\text{elet}}/\bar{\delta}_{\text{ult}} > 1$. Este fato é consequência das dimensões físicas dos dois tipos de sensores. Como mostra a Figura 5.1, as sondas elétricas têm dimensões reduzidas podendo realizar medidas locais. O fio utilizado como eletrodo na confecção destas sondas tem diâmetro de 70 μm sendo que, sua parte exposta ao fluxo, através da retirada do material isolante do fio, era de 0.5 mm, aproximadamente (esta operação era feita utilizando microscópios). Já o sensor do ultra som consegue avaliar a estrutura interfacial em um volume de medida de dimensões substancialmente superiores. O feixe sonoro do sensor empregado possui 7 mm de diâmetro, podendo ter ângulo de espalhamento deste feixe de até 5°. Conclui-se que, numa situação em que se tem uma interface lisa ou, até mesmo, em ondas suaves, as medidas obtidas por estas duas técnicas devem convergir a um valor comum. Por outro lado, se a interface possuir ondas protuberantes, da ordem de grandeza, ou menor, do que o volume de medida do ultra som, estas medidas se afastam, devido à atenuação das medidas do ultra som, na medida em que não detecta picos de ondas.

Esta teoria é sustentada ao se analisar a última coluna da Tabela 5.1, onde são mostradas as relações entre as medidas médias resultantes de cada técnica. Nota-se que, para todas as vazões, os maiores desvios entre os resultados das duas técnicas aparecem nos últimos estágios de medidas, havendo uma tendência de um aumento gradual destes desvios a medida que se se afasta do bocal de injeção (o asterisco aponta uma exceção a esta regra podendo ser justificada por um erro de medida). Fisicamente, isto é uma consequência da diminuição do gradiente de pressão radial, ou pode-se dizer, perda do campo centrífugo, em decorrência da perda de velocidade tangencial. Em outras palavras, as ondas se tornam mais instáveis sob a ação, cada vez mais relevante, do campo gravitacional. Corrobora este fato o aumento dos desvios dos resultados médios de sonda elétrica a cada estágio para todas as vazões ensaiadas, enquanto que, os desvios do ultra som pouco variam. Cabe lembrar que, os desvios padrão das medidas são também indicadores da amplitude das ondas.

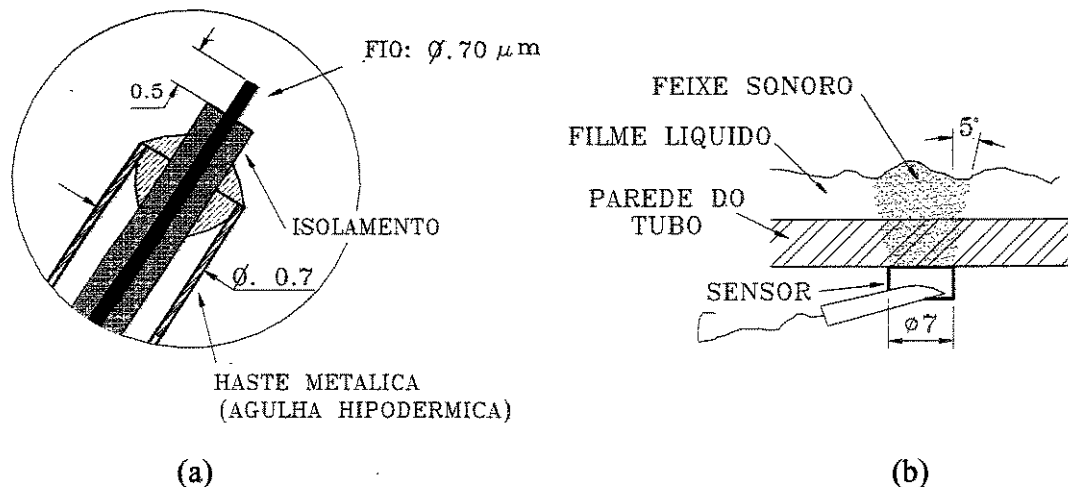


Figura 5.1: Detalhes dos volumes de controle avaliados pelos dois tipos de sondas - a) sonda elétrica e b) ultra som - medidas em milímetros.

Tabela 5.1: Medidas comparativas da espessura do filme líquido no hidrociclone utilizando as técnicas de ultra som e sonda elétrica

Vazão [kg/s]	Estágio	δ_{elet} [mm]			$\bar{\delta}_{elet}$ [mm]	$\delta_{ult}^{(2)}$ [mm]			$\bar{\delta}_{ult}$ [mm]	$\frac{\bar{\delta}_{elet}}{\bar{\delta}_{ult}}$
		A	B	C		A (D)	B (E)	C (F)		
2.30 ⁽¹⁾	1	2.5±0.8	3.0±0.8	2.2±0.6	2.6±0.4	2.3±0.8 2.0±0.6	2.7±0.6 3.0±0.4	1.9±0.4 2.0±0.2	2.3±0.2	1.13
	2	2.3±0.6	2.6±1.0	3.2±0.8	2.7±0.5	2.1±0.4 2.2±0.4	2.2±0.6 2.0±0.4	2.7±0.4 2.9±0.4	2.3±0.2	1.17
	3	2.8±1.0	2.6±1.0	2.8±1.2	2.7±0.6	2.1±0.4 2.5±0.4	2.1±0.6 2.2±0.4	2.0±0.6 2.1±0.4	2.2±0.2	1.23
3.00	1	2.8±0.8	3.5±0.8	2.6±0.6	3.0±0.2	2.3±0.4	3.1±0.4	2.1±0.4	2.5±0.2	1.20*
	2	2.9±0.7	2.6±0.9	3.9±0.9	3.2±0.5	2.4±0.4	2.5±0.5	3.2±0.5	2.7±0.3	1.18
	3	3.8±1.0	3.1±0.8	3.2±1.1	3.4±0.6	3.0±0.5	2.6±0.4	2.5±0.7	2.7±0.3	1.26
3.77	1	2.5±0.7	3.7±0.9	2.8±0.6	3.0±0.4	2.2±0.4	3.8±0.4	2.3±0.4	2.8±0.2	1.07
	2	3.4±0.9	2.7±0.7	4.6±1.0	3.6±0.5	2.8±0.5	2.8±0.5	3.6±0.5	3.1±0.3	1.16
	3	5.2±1.6	3.4±0.8	3.5±1.0	4.0±0.7	4.4±0.7	2.9±0.5	2.9±0.8	3.4±0.4	1.18

OBS.:

(1) - Para a vazão de 2.3 kg/s foram tomados 6 pontos de medidas ao longo da seção transversal utilizando o ultra som, sendo a disposição física das tomadas D, E e F dada pela Figura 5.2. Neste aspecto, observa-se uma das vantagens da técnica de ultra som que, por ser não-intrusiva, dispõe de maior flexibilidade na determinação dos pontos de medição;

(2) - Os valores sublinhados referem-se aos valores máximos registrados; Nota-se que os pontos de maior espessura média tendem a caminhar no sentido angular (de giro) das linhas de corrente de um estágio para outro subsequente (vide figura abaixo) e que estes pontos representam a região das linhas de abertura do jato (ressalto). Este fato foi visualmente observado durante os testes;

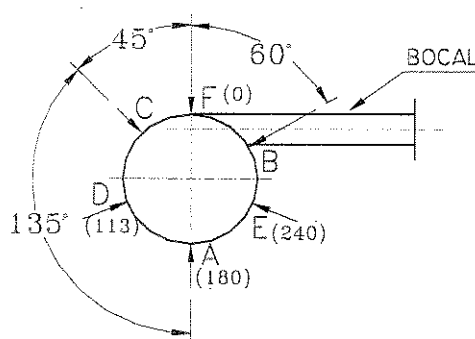


Figura 5.2: Disposição física das posições angulares de medidas para o ultra som

Concernente à impossibilidade do ultra som detectar picos de onda, o uso de lentes acústicas traria ótimos resultados, uma vez que possibilitariam concentrar o feixe sonoro em dimensões da ordem de grandeza da largura das ondas.

5.2- Validação do Modelo

Aproximadamente, 500 pontos experimentais foram necessários para se obter os valores médios da espessura e inclinação do filme, correspondente a cada estágio de medida. Os valores destas variáveis, diretamente medidas durante o experimento, estão apresentados nas Tabelas 5.2

a 5.6 para as diversas vazões de ensaios, ou melhor dizendo, para diferentes condições de Fr_Q^2 . Nas Tabelas 5.7 a 5.11 estão apresentados os valores médios de δ e φ para cada posição axial. Os valores hachurados foram descartados na composição do valor médio por se apresentarem discrepantes no que se refere ao resultado do tratamento estatístico aplicado aos dados experimentais (conforme visto no capítulo 5) e, também, devido à observação do escoamento (este assunto será abordado na seção 5.3 quando serão realizadas algumas considerações do escoamento). Juntamente com estes valores, são também mostrados os valores das velocidades médias U e W, resultantes de um balanço de massa e decomposição vetorial. As incertezas de cada variável estão apresentadas juntamente com os valores médios obtidos. Nas leituras das direções do escoamento, φ , as incertezas foram adotadas $\pm 5^\circ$, sendo resultantes da subjetividade intrínseca da observação visual que este tipo de medida apresenta.

Na Tabela 5.6 são mostrados os resultados obtidos com o fluido viscosificado à 45 cP. Novamente, são apresentados seis pontos de medidas por estágio devido às facilidades que a técnica de ultra som oferece. Nestes testes ocorria aeração do fluido devido à agitação do mesmo pelo bombeio, principalmente. Cerca de 1%, em volume, de gás mantinha-se aprisionada em forma de micro bolhas no líquido. Mesmo nesses níveis reduzidos, esta aeração comprometia o sinal ultra-sônico uma vez que causava sua atenuação e espalhamento. Embora a precisão das medidas esteja diretamente ligada à frequência do sensor utilizado, nestes casos, seria interessante, e até um bom estudo futuro, o uso de um sensor de menor frequência, dado que possuem maior penetração no ar.

*Tabela 5.2 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica:
espessura média do filme e ângulo do escoamento
para uma vazão de 2.3 kg/s de água.*

Estágio Z [mm]	δ [mm]			$\varphi \pm 5^\circ$ [graus]		
	A	B	C	A	B	C
-185	2.5 ± 0.8	3.0 ± 0.8	2.2 ± 0.6	25	29	29
-327	2.3 ± 0.6	2.6 ± 1.0	3.2 ± 0.8	30	32	37
-515	2.8 ± 1.0	2.6 ± 1.0	2.8 ± 1.2	45	46	55

*Tabela 5.3 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica:
espessura média do filme e ângulo do escoamento
para uma vazão de 3.00 kg/s de água.*

Estágio Z [mm]	δ [mm]			$\varphi \pm 5^\circ$ [graus]		
	A	B	C	A	B	C
-185	2.8 ± 0.8	3.5 ± 0.8	2.6 ± 0.6	22	23	25
-327	2.9 ± 0.7	2.6 ± 0.9	3.9 ± 0.9	25	24	32
-515	3.8 ± 1.0	3.1 ± 0.8	3.2 ± 1.1	42	39	42

*Tabela 5.4 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica:
espessura média do filme e ângulo do escoamento
para uma vazão de 3.77 kg/s de água.*

Estágio Z [mm]	δ [mm]			$\varphi \pm 5^\circ$ [graus]		
	A	B	C	A	B	C
-185	2.5 ± 0.7	3.7 ± 0.9	2.8 ± 0.6	20	25	23
-327	3.4 ± 0.9	2.7 ± 0.7	4.6 ± 1.0	25	23	29
-515	5.2 ± 1.6	3.4 ± 0.8	3.5 ± 1.0	36	35	37

*Tabela 5.5 - Dados experimentais utilizando a técnica de sonda elétrica:
espessura média do filme e ângulo do escoamento
para uma vazão de 5.48 kg/s de água.*

Estágio Z [mm]	δ [mm]			$\varphi \pm 5^\circ$ [graus]		
	A	B	C	A	B	C
-185	6.2 ± 2.6	3.9 ± 0.9	3.5 ± 0.7	25	24	25
-327	3.9 ± 0.8	3.4 ± 0.7	4.9 ± 1.0	30	28	29
-515	5.1 ± 0.9	4.3 ± 1.0	4.0 ± 0.8	36	35	35

*Tabela 5.6 - Dados experimentais utilizando a técnica de ultra som:
espessura média do filme e ângulo do escoamento
para uma vazão de 2.6 kg/s de fluido 45 cP.*

Estágio Z [mm]	δ [mm]			$\varphi \pm 5^\circ$ [graus]		
	A	B	C	A	B	C
	D	E	F			
-185	3.2 ± 0.4	3.3 ± 0.4	----	60	50	62
	3.0 ± 0.6	2.9 ± 0.4	3.4 ± 0.4			
-327	3.2 ± 0.3	3.1 ± 0.4	3.5 ± 0.6	72	72	72
	4.0 ± 0.8	3.0 ± 0.3	3.4 ± 0.3			
-515	3.5 ± 0.4	3.1 ± 0.4	3.4 ± 0.4	80	82	81
	3.7 ± 0.8	3.2 ± 0.4	3.2 ± 0.4			

** - valor perdido!!!

*Tabela 5. 7 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento
e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais:
vazão de 2.3 kg/s de água – $Fr_0^2 = 0.37$.*

Z [mm]	$\bar{\delta}$ [mm]	$\bar{\varphi} \pm 3^\circ$ [graus]	$\bar{W}$ [m/s]	$\bar{U}$ [m/s]	Re_δ	$\bar{\delta}/R_0$
-185	2.6 ± 0.4	28	4.0 ± 0.3	2.1 ± 0.3	11800	0.04
-327	2.7 ± 0.5	33	3.1 ± 0.4	2.0 ± 0.4	1000	0.04
-515	2.7 ± 0.6	49	1.8 ± 0.5	2.0 ± 0.5	7300	0.04

*Tabela 5. 8 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento
e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais:
vazão de 3.00 kg/s de água - $Fr_0^2 = 0.63$.*

Z [mm]	$\bar{\delta}$ [mm]	$\bar{\varphi} \pm 3^\circ$ [graus]	$\bar{W}$ [m/s]	$\bar{U}$ [m/s]	Re_δ	$\bar{\delta}/R_0$
-185	2.7 ± 0.5	23	6.6 ± 0.4	2.7 ± 0.4	19000	0.04
-327	2.8 ± 0.5	27	5.0 ± 0.4	2.6 ± 0.4	16000	0.04
-515	3.1 ± 0.6	41	2.6 ± 0.4	2.2 ± 0.4	9500	0.05

*Tabela 5. 9 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais:
vazão de 3.77 kg/s de água – $Fr_Q^2 = 0.96$.*

Z [mm]	$\bar{\delta}$ [mm]	$\bar{\varphi} \pm 3^\circ$ [graus]	$\bar{W}$ [m/s]	$\bar{U}$ [m/s]	Re_δ	$\bar{\delta}/R_0$
-185	2.6±0.5	22	8.4±0.4	3.4±0.4	23600	0.04
-327	3.1±0.6	26	6.0±0.4	2.9±0.4	21000	0.05
-515	3.5±0.7	36	3.5±0.4	2.5±0.4	15000	0.05

*Tabela 5. 10 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais:
vazão de 5.48 kg/s de água – $Fr_Q^2 = 2.1$.*

Z [mm]	$\bar{\delta}$ [mm]	$\bar{\varphi} \pm 3^\circ$ [graus]	$\bar{W}$ [m/s]	$\bar{U}$ [m/s]	Re_δ	$\bar{\delta}/R_0$
-185	3.7±0.6	25	7.8±0.3	3.5±0.3	31600	0.05
-327	4.0±0.5	29	6.6±0.3	3.2±0.3	29300	0.06
-515	4.1±0.7	35	4.6±0.3	3.2±0.3	23000	0.06

*Tabela 5.11 - Valores médios da espessura do filme, ângulo do escoamento e velocidades tangenciais e axiais nas três posições axiais:
vazão de 2.6 kg/s de fluido 45 cP – $Fr_Q^2 = 0.47$.*

Z [mm]	$\bar{\delta}$ [mm]	$\bar{\varphi} \pm 3^\circ$ [graus]	$\bar{W}$ [m/s]	$\bar{U}$ [m/s]	Re_δ	$\bar{\delta}/R_0$
-185	3.2±0.2	57	1.0±0.2	1.5±0.1	145	0.05
-327	3.4±0.2	72	0.5±0.2	1.4±0.1	125	0.05
-515	3.4±0.2	81	0.2±0.4	1.4±0.1	120	0.05

As Tabelas 5.2 a 5.6 mostram uma distribuição não uniforme da espessura do filme ao longo da direção θ . Esta falta de simetria azimutal decresce à medida em que se distancia do bocal, ou seja, à medida em que z cresce. Esta tendência de uniformização deve-se ao gradiente de pressão radial. Entretanto, este comportamento contradiz uma das hipóteses do modelo numérico. A falta de simetria axial se reflete, conseqüentemente, no valor médio de δ para uma dada localização z , assim como na sua incerteza. Observa-se comportamento similar com a variação do ângulo do escoamento. O comportamento não-uniforme ao longo de θ deve-se à existência de um único ponto de injeção de fluido, o bocal. De fato, era de se esperar que, para a coordenada $z = 0$ (no bocal), o filme seja intrinsecamente não-simétrico em θ .

As outras premissas do modelo são prontamente satisfeitas. A razão entre a espessura de filme e raio da câmara de expansão varia entre 0.03 e 0.06, o que garante o emprego da aproximação de camada limite. O número de Reynolds do filme, Re_δ , fica compreendido entre 7300 e 31600, valores acima do Reynolds de transição, 1500, caracterizando um escoamento turbulento, e, somente para caso de escoamento de fluido viscosificado, números de Reynolds da ordem de 150, caracterizando escoamento laminar (veja Tabelas 5.7 a 5.11).

Os dados experimentais das Tabelas 5.2 a 5.6 e os resultados previstos pelo modelo numérico são apresentados nas Figuras 5.3 a 5.12. Elas mostram separadamente os dados experimentais de espessura de filme e ângulo do escoamento e velocidades axiais e tangenciais, conjuntamente com as estimativas numéricas do modelo (linha contínua e tracejada) para cada vazão de teste. Os valores experimentais de espessura de filme e a direção do escoamento do primeiro estágio de medição são utilizados como dados de entrada para o modelo e, portanto, os pontos experimentais e numéricos são coincidentes.

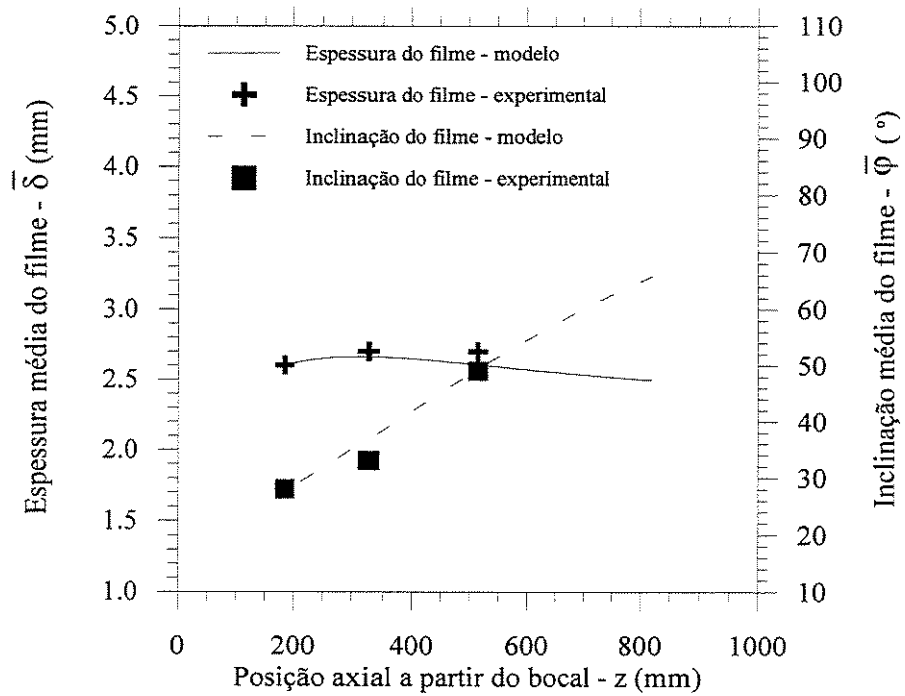


Figura 5.3: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 2.30 kg/s.

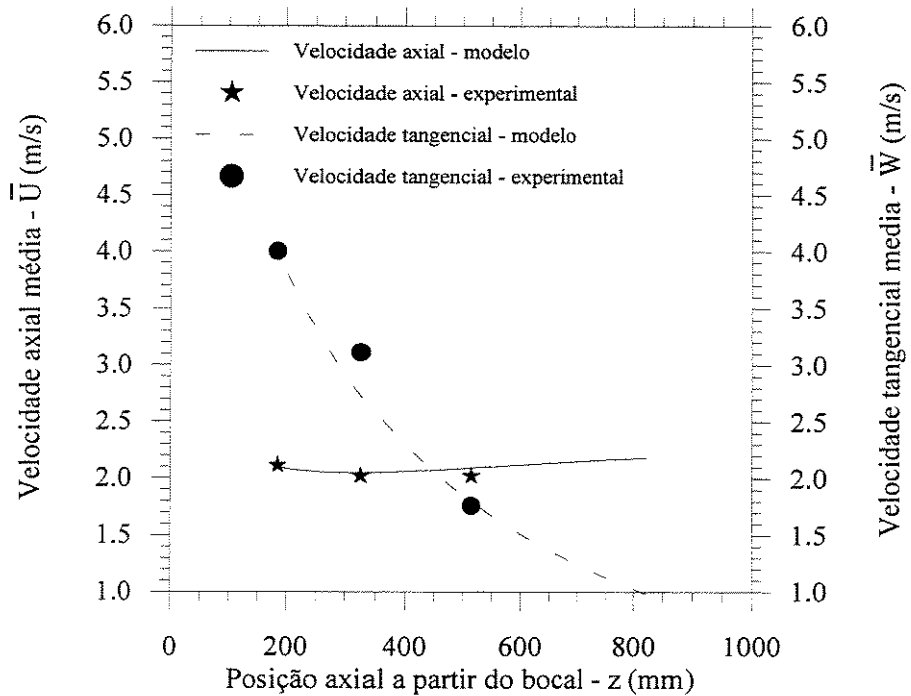


Figura 5.4: Velocidades axial e azimutal: valores numéricos e experimentais para água - vazão: 2.30 kg/s.

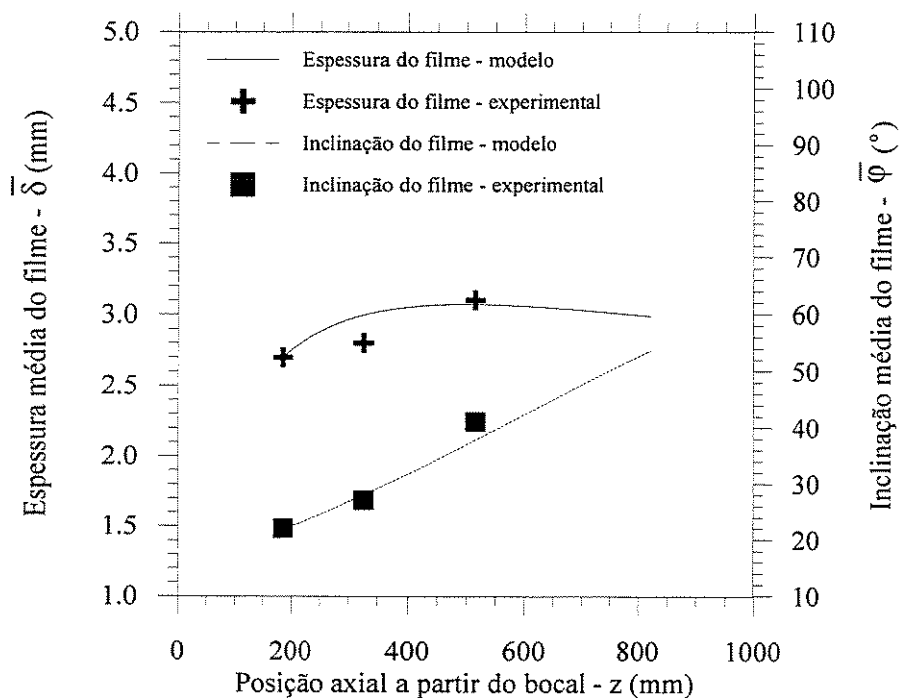


Figura 5.5: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 3.00 kg/s.

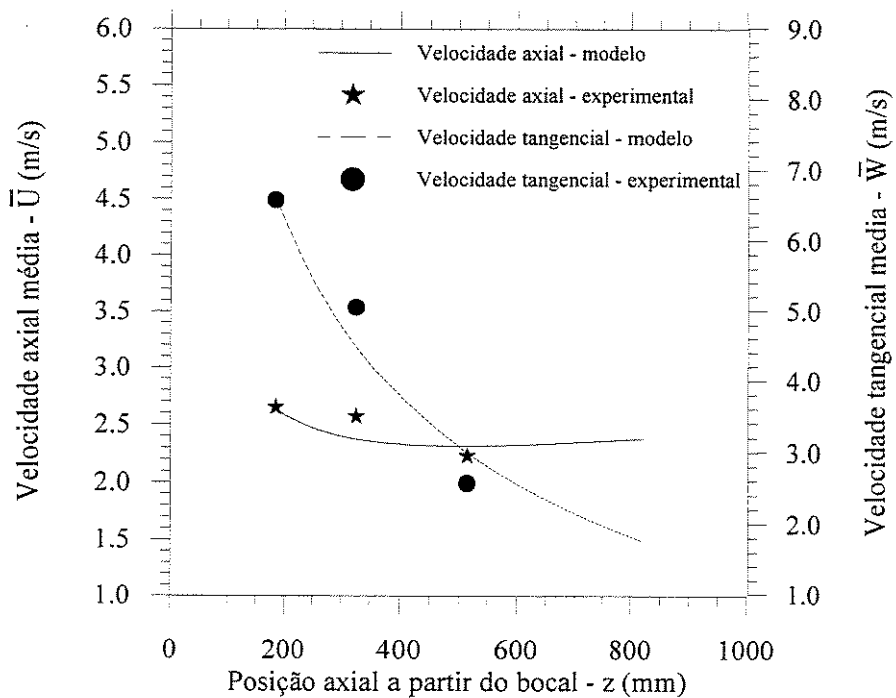


Figura 5.6: Velocidades axial e azimutal: valores numéricos e experimentais para água - vazão: 3.00 kg/s.

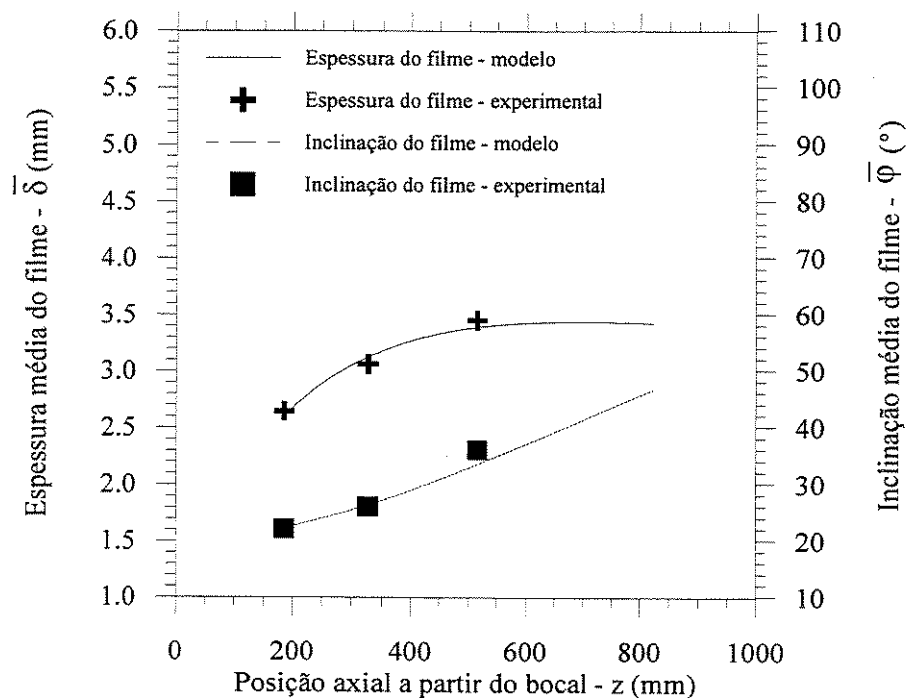


Figura 5.7: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 3.77 kg/s.

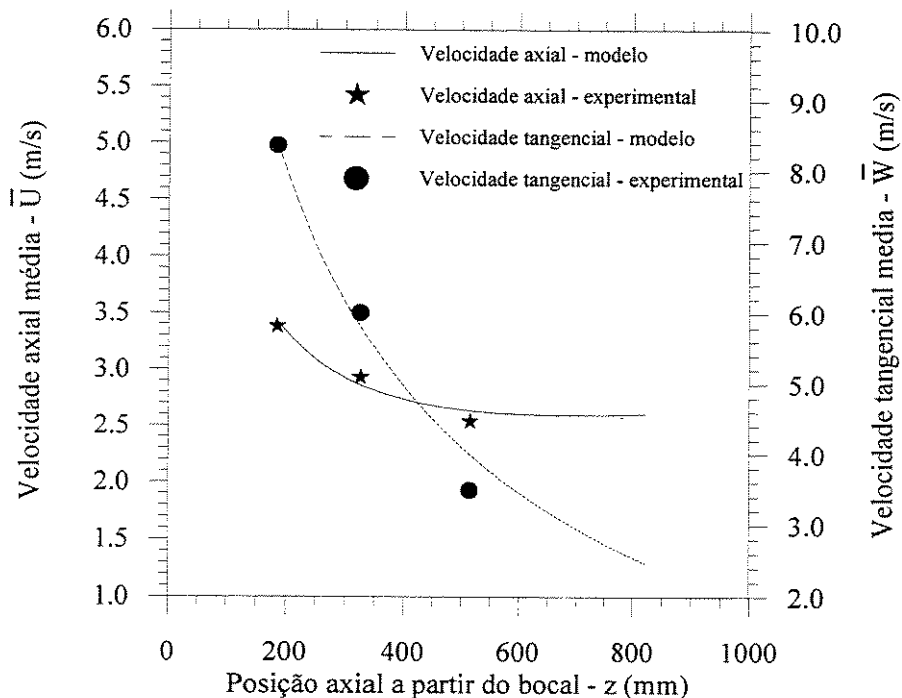


Figura 5.8: Velocidades axial e azimutal: valores numéricos e experimentais para água - vazão: 3.77 kg/s.

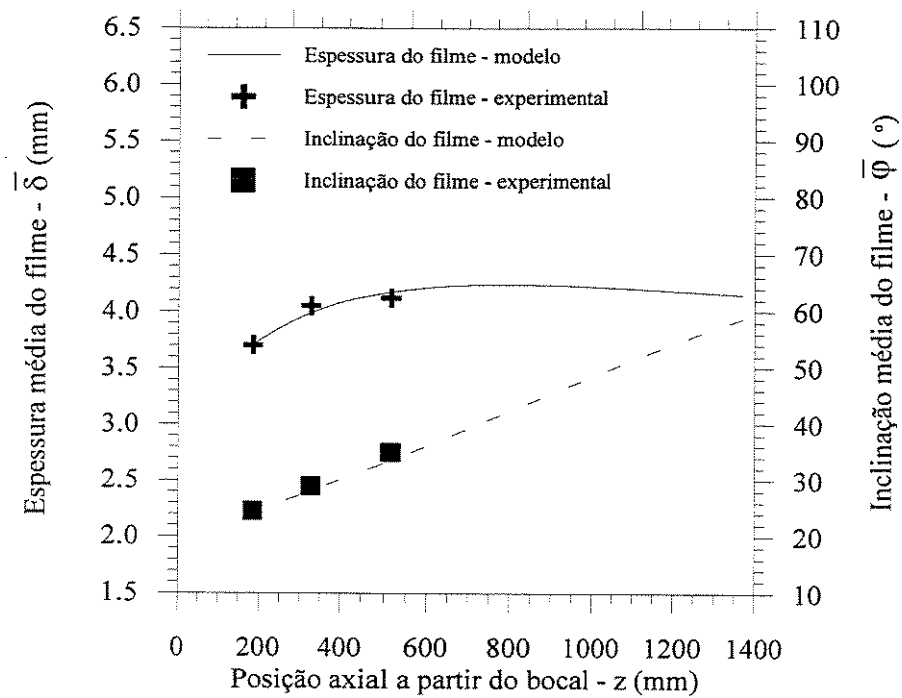


Figura 5.9: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para água - vazão 5.48 kg/s..

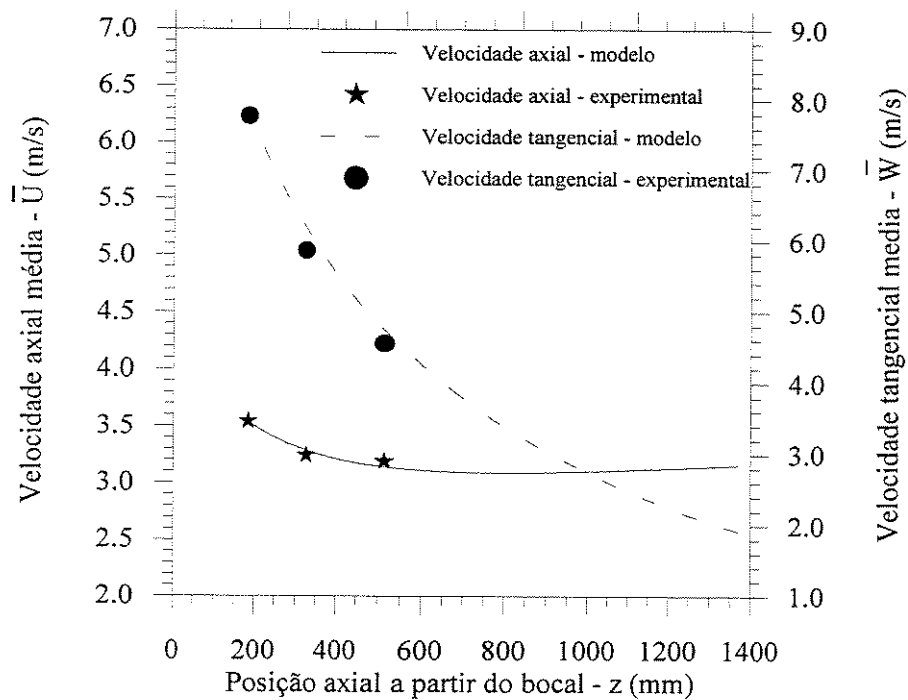


Figura 5.10: Velocidades axial e azimutal: valores numéricos e experimentais para água - vazão: 5.48 kg/s.

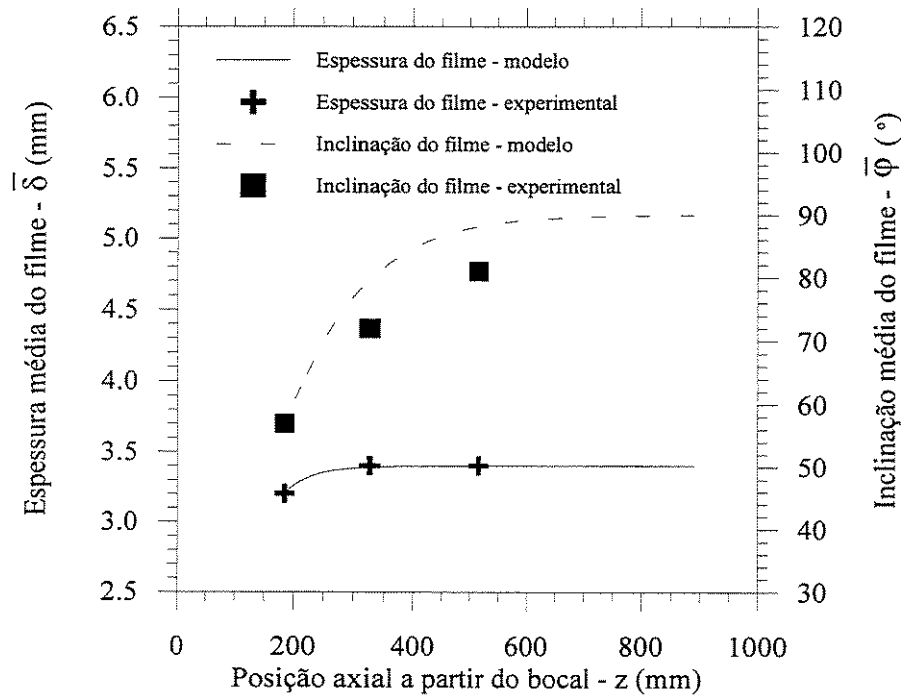


Figura 5.11: Espessura média do filme e ângulo do escoamento: valores numéricos e experimentais para fluido 45 cP - vazão 2.6 kg/s - caso laminar.

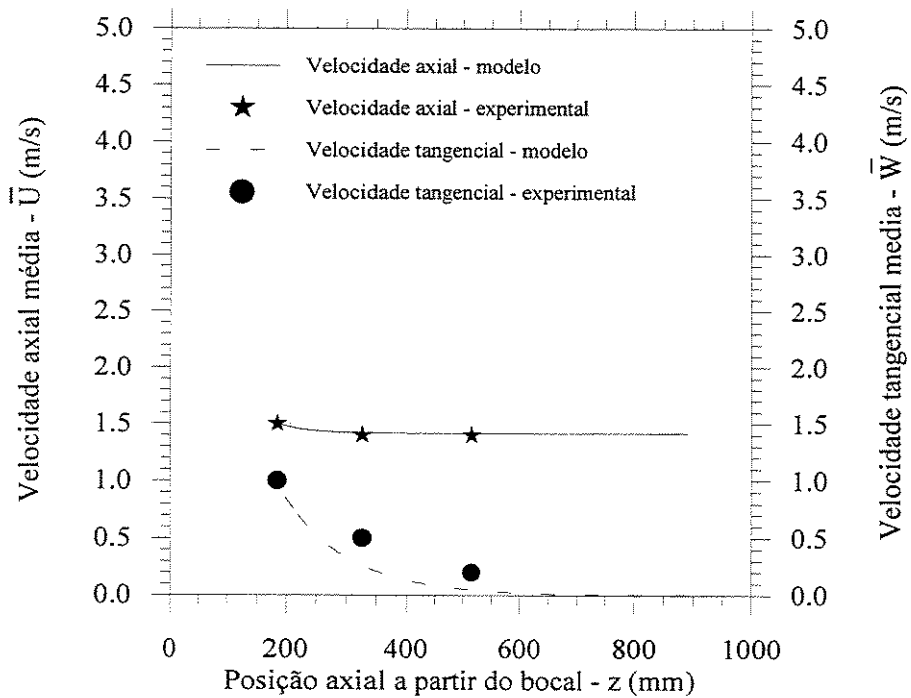


Figura 5.12: Velocidades axial e azimutal: valores numéricos e experimentais para fluido 45 cp - vazão: 2.6 kg/s - caso laminar.

É interessante notar que, na maioria dos casos ensaiados, o filme sofre um aumento de sua espessura ao longo do eixo axial até chegar na espessura de queda livre, sendo que sua velocidade axial diminui no mesmo trecho. Tal comportamento é decorrência do forte gradiente de pressão radial, existente **no momento em que o jato é descarregado** devido ao termo centrífugo ser elevado, que acelera o fluxo na direção axial à níveis superiores às condições de queda livre do filme. Como já dito anteriormente, o jato atua como uma fonte de momento na direção z . Consequentemente, instantes após o jato ser descarregado, os termos viscosos da equação do momento tendem a balancear o escoamento desacelerando o fluxo.

As Figuras 5.11 e 5.12 mostram os resultados para os testes rodados com fluido viscosificado. No que tange à espessura do filme, nota-se boa aproximação entre os dados experimentais e o modelo. Baseado nas conclusões anteriores a respeito do emprego do ultrassom em medidas de filmes ondulados, pode-se dizer que tal aproximação advém do fato de se ter uma interface mais bem comportada com este fluido, se aproximando de uma interface lisa.

Enfocando o comportamento do ângulo do escoamento, observa-se uma concordância entre os valores numéricos e experimentais. A medida que a distância axial aumenta, o ângulo aumenta indicando que a razão U/W também cresce. A razão U/W aumenta pois W decresce, sendo que U é limitado pela velocidade de queda livre do filme. A diminuição de W ocorre pela ação contínua da tensão de cisalhamento na direção θ até que $W \rightarrow 0$ ou $\varphi \rightarrow 90^\circ$.

Os resultados mostram que a velocidade W decresce continuamente à medida que o fluido se afasta do bocal, enquanto que U tende ao valor assintótico dado pela velocidade do filme em queda livre.

No que se refere ao experimento em si, mais medidas de δ ao longo da direção θ deveriam ser realizadas, a fim de que se obtivesse um valor mais representativo de espessura média. É a partir destas medidas que se determinam os valores das velocidades, por meio de um

balanço de massa. Por outro lado, a maior fonte de desvios nas comparações está no fato de se considerar escoamento axissimétrico como premissa original da modelagem, quando de fato ele não o é. Considerar o escoamento não-simétrico aumentaria o grau de complexidade do problema, talvez até impossibilitando a obtenção de uma solução. Apesar destas deficiências, deve-se enfatizar que os resultados numéricos da espessura do filme e velocidades médias permaneceram dentro da faixa de incerteza dos dados experimentais para todos os testes conduzidos em regime laminar e turbulento.

5.3- Considerações no Escoamento

A seguir, são apresentadas algumas considerações experimentais no escoamento baseada em observações visuais durante a tomada de dados.

5.3.1- Condições para o desenvolvimento axissimétrico

As condições de desenvolvimento axissimétrico tomadas como premissas na modelagem matemática não são totalmente observadas ao longo de todo o eixo z do hidrociclone.

No momento em que é lançado, o jato, cuja maior espessura corresponde ao diâmetro do bocal, δ_0 , sofre o efeito da aceleração centrífuga $\vec{c}$ (Figura 5.13b), que o empurra contra a parede da câmara de expansão e causa um gradiente de pressão na direção radial, como mostra a Equação (3.6). Assim, surge um escoamento secundário (Figura 5.13a) no sentido transversal ao escoamento do jato que, em termos de massa, irá causar uma abertura simétrica do mesmo, ou seja, um espalhamento superior e inferior do fluxo, caracterizado pela redução de sua espessura.

Elevados valores para esse parâmetro adimensional, irão garantir que as partículas terão tempo para trocarem quantidade de movimento, já que darão mais voltas dentro da câmara. No instante em que, em determinada seção transversal, o ângulo de inclinação se igualar para todo o campo de velocidades do escoamento na direção angular, pode-se considerar satisfeita a condição de axissimetria.

5.3.2- Irregularidades da espessura da interface líquida

Sabe-se que as irregularidades da interface em um escoamento vertical de filme líquido são consequências da estrutura em ondas originada devido às forças gravitacionais, viscosas e, também, pelos termos de tensão superficial (Mudawwar e El-Masri, 1985). A tentativa de modelagem de filmes se esbarra, portanto, no caráter intrinsecamente transiente conferido por um fenômeno caótico, no que tange ao surgimento e desaparecimento desta ondas, assim como sua amplitude e largura. Contudo, a tentativa de se adotar uma espessura média não parece ser tão absurda quando se adota condições médias temporais.

No presente estudo, mais relevantes que o caráter caótico das ondas interfaciais, e fontes de maiores incertezas, foram as irregularidades na espessura média, como comprovadas anteriormente. As poucas tomadas de medidas que compõem a média em cada seção transversal acabam sendo insuficientes para tal objetivo. Ideal seria um mapeamento perimetral total para se chegar à uma média mais exata. Estas irregularidades na espessura do filme líquido ao longo da seção transversal podem estar presentes mesmo sob condições de escoamento axissimétrico. Basicamente, se originam de duas fontes, a saber:

-interferência das linhas de corrente de inclinações diferentes - a interferência entre as linhas de corrente que ocorre no fenômeno chamado de “overlap”, descrito acima, tem como resultado um aumento da espessura do filme neste ponto formando um ressalto que é sustentado ao longo de todo o campo do escoamento. Durante os testes, para certas vazões, foi possível observar que

estes ressaltos passaram justamente pelos pontos de localização das sondas. Consequentemente, estes pontos foram descartados na composição do valor médio na seção transversal. A Figura 5.16 mostra uma planigrafia da câmara, levantada por meio dos dados obtidos com ultra som, para a situação de vazão de 2.3 kg/s de água (Tabela 5.1 incluindo os pontos tomados na linha do bocal - $z = 0$, mostrados na Tabela 5.12). Percebe-se as irregularidades na espessura e a ocorrência desta faixa de resalto prolongando-se por toda a direção axial do escoamento.

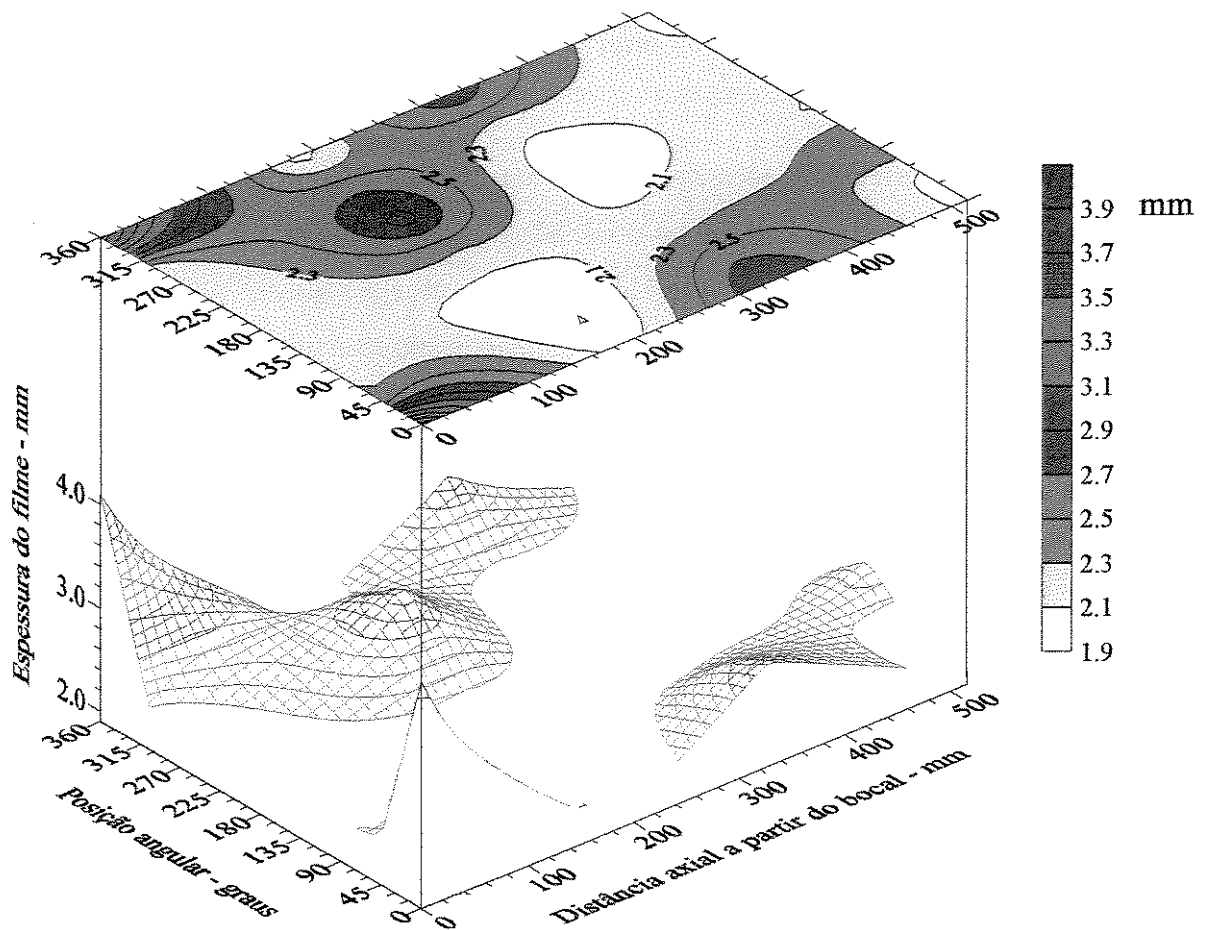


Figura 5.16: Planigrafia do escoamento ao longo da câmara a partir do bocal de injeção: teste para 2.3 kg/s de água.

-subida e posterior descida de filme líquido - o campo centrífugo imposto ao filme assim que este entra no equipamento age como fonte de quantidade de movimento na direção axial.

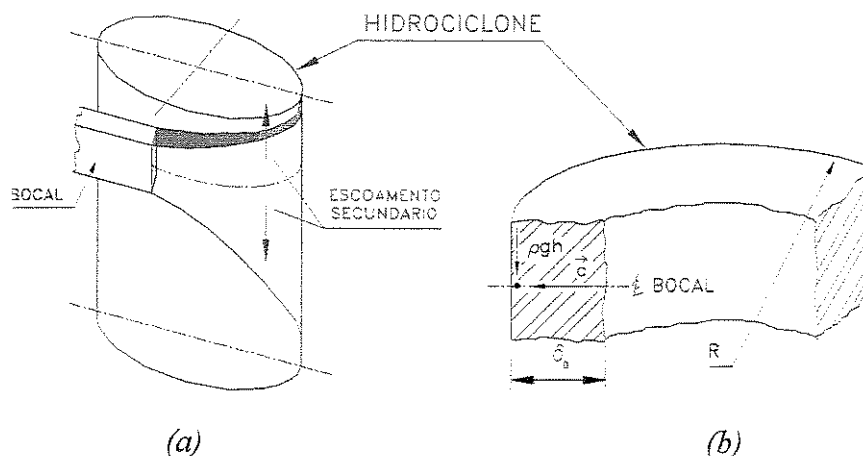


Figura 5.13: Injeção tangencial do jato na câmara de expansão:
abertura do jato (a) devido a ação da força centrífuga (b)

O processo de abertura se estende por um certo comprimento perimétrico L de percurso do jato, ponto este onde se inicia o fenômeno de *overlap*, ou seja, o encontro entre linhas de correntes de inclinações diferentes, como mostra a Figura 5.14. A partir desta interferência, devido à troca de quantidade de movimento que ocorre entre as partículas, observa-se uma reorganização da inclinação das linhas de corrente nesta seção transversal. Consequentemente, a jusante desta seção, observa-se que as linhas tendem à uma mesma inclinação em toda a seção transversal e já não mais ocorre a interferência mencionada.

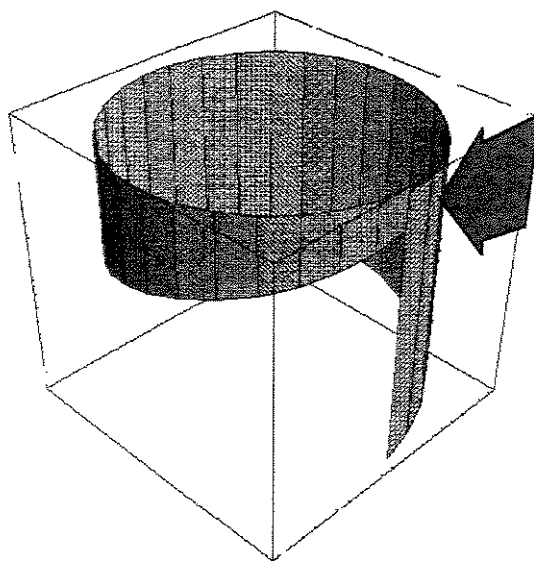


Figura 5.14: Esquema qualitativo da trajetória e abertura do jato
quando descarregado na câmara de expansão.

A injeção do fluxo através de um único bocal tangencial agrava ainda mais o fenômeno descrito acima, já que a tendência ao desenvolvimento do escoamento fica restrita a uma única frente de interferência. A Figura 5.15 mostra uma foto do bocal de injeção onde pode ser nitidamente notado o efeito da abertura do jato e o encontro entre as linhas de corrente.

Assim sendo, fica claro que as condições de desenvolvimento axissimétrico do escoamento, quando se tem as condições ensaiadas, tem muito a depender da relação entre as forças centrífuga e gravitacional que atuam numa determinada partícula sendo descarregada no bocal, que pode ser medido pelo número de Froude no Bocal, dado por:

$$Fr = \frac{W^2}{gR_0} \quad (5.1)$$

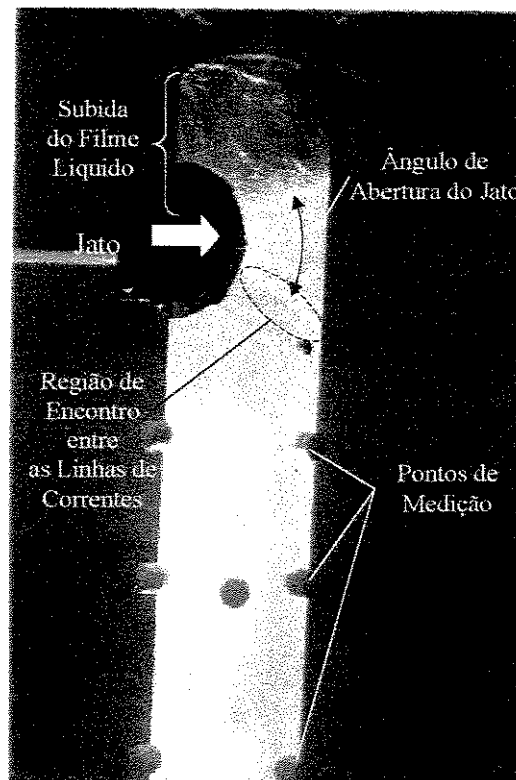


Figura 5.15: Fotografia geral do escoamento na câmara de expansão: detalhe da abertura do jato no momento em que é descarregado pelo bocal.

Tabela 5.12 - Dados experimentais utilizando a técnica de ultra som na linha do bocal: espessura média do filme para uma vazão de água de 2.3 kg/s.

<i>Posição angular - graus</i>	0	45	113	180	240
<i>Espessura do filme - mm</i>	4.09	2.36	2.28	2.36	2.75

Consequentemente, ocorre um escoamento secundário responsável pela abertura do jato fazendo com que parte do fluxo tenha um movimento ascendente na parede da câmara, em nível superior à linha central do jato, para novamente se incorporar no fluxo helicoidal descendente (vide novamente a Figura 5.15). A altura de subida do filme é bem representada por um modelo de escoamento potencial. Porém, está fora do escopo deste trabalho a análise do escoamento que ascende na câmara acima do jato. O ponto de interesse é que o fluxo, uma vez no ponto de maior altura, tende a descer devido à ação da gravidade e, assim, se juntar ao fluxo descendente. Essa união de duas correntes se distribui de forma irregular ao longo da circunferência do hidrociclone, contribuindo com as irregularidades na espessura do filme.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Os comentários acerca das conclusões e recomendações sobre este estudo da distribuição do filme na câmara de expansão serão divididos em cinco aspectos distintos: quanto aos mecanismos hidrodinâmicos no filme, ao modelo desenvolvido, comparação com resultados experimentais, técnicas experimentais e aplicações para projeto.

6.1- Mecanismos Hidrodinâmicos

As forças que governam este tipo de escoamento são de duas naturezas distintas, uma gravitacional e outra centrífuga, atuando de modo ortogonal e simultâneo no filme líquido. O modelo revela uma fonte de quantidade de movimento ao longo da direção axial: o gradiente de pressão devido a taxa de variação da espessura do filme ao longo da direção z . Essa fonte de quantidade de movimento ocorre devido ao movimento tangencial do líquido e produz, sobrepondo-se à força gravitacional, um termo extra de aceleração no filme de líquido.

6.2- Modelagem Desenvolvida

Os resultados experimentais mostraram ser consistentes com a aproximação de camada limite empregada. Apesar do modelo ser baseado em certas hipóteses não totalmente verificadas e alcançadas experimentalmente, ele revela os acoplamentos entre as equações do momento e dá resultados consistentes com a física do problema. A maior deficiência da modelagem desenvolvida refere-se à falta de simetria na direção θ , que o escoamento possui e o modelo não. Além disso, trabalha-se com as médias temporais dos termos da equação. Assim, qualquer fenômeno ondulatório presente está excluído deste modelo, e também fenômenos associados à tensão superficial do líquido devido ao comprimento das ondas na interface.

O desenvolvimento do fluxo à partir da injeção depende, em maior escala, de um número adimensional, número de Froude, relativo ao escoamento no bocal de injeção, o qual relaciona forças dinâmicas com forças gravitacionais. Quanto maior esta grandeza, melhores condições de desenvolvimento axisimétrico terá o filme líquido ao longo do comprimento axial do ciclone.

6.3- Resultados Experimentais

A realização de medidas experimentais em filmes não é uma tarefa de simples execução. A obtenção destes dados experimentais mostrou-se um desafio quando se trabalhava com espessuras de cerca de 2 a 4 mm. O modelo e os dados experimentais exibiram concordância em algumas variáveis. As diferenças absolutas entre os resultados numéricos e experimentais permaneceram em valores menores do que 0.5 mm para espessura de filme; 0.2 m/s para as velocidades U e W e 7 graus para os ângulos ϕ . Estas diferenças mostraram ser difíceis de serem eliminadas com os instrumentos utilizados. Apesar disto, os valores numéricos permaneceram sempre dentro do intervalo de incerteza dos dados experimentais.

6.4- Técnicas Experimentais

A técnica de ultra som revelou grandes vantagens em relação a técnica de sonda elétrica: seu emprego é mais flexível, dado que se trata de uma técnica não intrusiva dispensando qualquer tipo de conexões; não necessita de calibrações, ou mesmo fixações, vantagens que tornam suas aplicações mais simples e rápidas para medidas em qualquer ponto da tubulação e medições em campo. Em contra partida, seu uso se torna limitado em medições de precisão quando se tem uma interface ondulada e um fluido muito aerado. No primeiro caso, a resposta pode ser melhorada mediante o uso de um cabeçote de menor diâmetro, ou, ainda, lentes acústicas, para minimizar o volume de controle avaliado. No caso de fluido aerado o uso de um cabeçote de menor frequência seria aconselhável com a ressalva de uma diminuição da precisão da medida. Apesar dos testes terem sido realizados com um sensor de frequência e diâmetro um tanto quanto inadequados, o máximo desvio obtido em relação às sondas elétricas foi de 12%.

6.5- Aplicações para Projetos

Apesar de estar em um estágio inicial de desenvolvimento, o presente modelo já tem potencial de uso no projeto de separadores gás-líquido. Os presentes dados experimentais servem como uma validação do modelo, mas sua principal característica está no fato da modelagem não depender de nenhum ajuste baseado em dados experimentais. Isto dá uma maior confiabilidade para se aplicá-lo como simulador em condições variadas de vazões, em fluidos com propriedades de transporte diversas (densidade de fluido e viscosidade) e em câmaras de expansão com dimensões distintas, uma vez que, estas variáveis são muito bem relacionadas pelos parâmetros adimensionais Re_s e Fr_Q^2 . Apesar de realizar estimativas aplicáveis a filmes monofásicos, seu uso já traz informação sobre a evolução da espessura do filme e das velocidades axiais e tangenciais. A informação mais imediata que o modelo revela é por meio da espessura de filme: não pode haver bolhas no filme maiores que a sua espessura! Deste modo pode-se estimar o tamanho máximo das bolhas. Além disto, com o campo de velocidade U e W ,

também pode-se obter o tempo de residência de uma partícula de fluido e, desta maneira, estimar a eficiência de separação da câmara de expansão.

6.6- Sugestões para Próximos Trabalhos

Conforme visto, o conhecimento das condições iniciais para o escoamento é um fator importante para a confiabilidade dos resultados do modelo, em vista de o problema ser de natureza parabólica. No presente caso, tais condições foram tomadas experimentalmente o que conferiu a boa concordância observada entre modelo e dados experimentais.

Por outro lado, na necessidade de se projetar um equipamento deste tipo, seria difícil uma aproximação para estas condições iniciais a menos que houvesse uma relação fenomenológica para a abertura do jato descarregado pelo bocal na câmara, uma vez que ficou constatado serem estes valores boa aproximação para as condições de partida do modelo. Desta forma, a modelagem estaria por completo independente de quaisquer dados experimentais.

Logo, fica como sugestão, um estudo da dinâmica de abertura do jato sob o efeito de um campo centrífugo em função da espessura e velocidade iniciais do mesmo, dimensões da câmara, viscosidade do fluido e do número de Fr.

Referências Bibliográficas

ALEKSEENKO, S.V. Wave formation on vertical falling liquid films.

Int. J. of Multiphase Flow. v.11, n. 5, p. 607-627, 1984.

ALTMAN, M. Heat transfer and pressure drop for Refrigerant-22 condensing in

Horizontal tubes. **Chem. Engng. Prog. Symp. Ser.** v.56, n.3, p.151, 1960.

BROWN, R.C. et al. The use of wire probes for the measurements of liquid film thickness

in annular gas-liquid flows. **Can. J. Chem. Eng.** v.56, p. 754, 1978.

CHANG, J.S., ICHIKAWA, Y., IRONS, G.A. Flow regime characterization and liquid film

thickness measurement. In: horizontal gas-liquid flow by an ultrasonic method.

Measurement in Polyphase Flow. Heidrick, T.R. and Patel, B.R., ed., p.7-12, ASME Press, New York, 1982.

CHUN, M.H., PARK, S.J. Effects of turbulence model and interfacial shear on heat transfer in

turbulent falling liquid films. **International Communications In Heat And Mass**

Transfer. New York, v.22, n. 1, p. 1-12, 1995.

DUKLER, A.E. Fluid mechanics and heat transfer in vertical falling-film system.

Chem. Engng. Prog. Symp. Ser. v.56, n.30, p.1, 1960.

FRANÇA, F.A., ROSA, E. S., BANNWART, A.C., MOURA, L.F., ALHANATI, F.J.

Hydrodynamic studies on a cyclonic separator. **Offshore Technology Conference.**
Texas, 1996.

HAGIWARA, Y., ESMAEILZADEH, E., TSUTSUI H., SUZUKI, K. Simultaneous

measurement of liquid film thickness, wall shear stress And gs flow turbulence of
horizontal wavy two-phase flow. **Int. J. Multiphase Flow.** Great Britain, v.15, n. 3, p.
421-431, 1989.

HERRINGE, R.A., DAVIS, M.R. Structural development of gas-liquid mixture flows.

J. Fluid Mech. ?, v.73, part 1, p. 97-123, 1976.

HEWITT, G.F. Measurement of two phase flow parameters. London: Academic Press inc.

Ltda., 1978, 287 p.

KARAPANTSIOS, T.D., KARABELAS, A.J. Longitudinal characteristics of wavy

Falling films. **Int. J. Multiphase Flow.** v.21, n. 1, p. 119-127, 1995.

KOLPAK, M. GLCC level-pressure sensitivity. **Level Control and Turbulent Diffusion.**

Internal Report, ARCO, 1994.

KOSKY, P.G. Thin liquid films under simultaneous shear and gravity forces. **Shorter**

Communications In Int. J. Heat Mass Transfer. v.14, p. 1220-1224, 1970.

KOUBA, G.E. Chevron Petroleum Technology Co., 1995.

LEVICH, V.G. **Physiochemical Hydrodynamics**. New York, Prentice-Hall, p. 669-692
1962.

MALAMATENIOS, C., GIANNAKOGLU, K.C., PAPAILIOU, K.D. A coupled two phase
shear layer/liquid film calculation method. Formulation of the physical problem and
solution algorithm. **Int. J. Multiphase Flow**. Great Britain, v.20, n.3, p. 593-612, 1994.

MARON, D.M., BRAUNER, N., DUKLER, A.E. Interfacial structure of thin falling films:
piecewise modeling of the waves. **PCH PhisicoChemical Hydrodynamics**. Great
Britain, v.6, n. 1/2, p. 87-113, 1985.

MORANDIN, M.L., GONÇALVES, M.A., FRANÇA, F.A., RIBEIRO, G.S., ROSA, E.S.,
Liquid film thickness measurement by ultrasonic transmission technique. In:
CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 14, 1997, Bauru.
Anais... Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1997.

MUDAWWAR, I.A., EL-MASRI, M.A. Momentum and transfer across freely-falling
turbulent liquid films. **Int. J. Multiphase Flow**. v.12, n. 5, p. 771-790, 1985.

NEBRENSKY, N.T., MORGAN, G.E., OSWALD, B.J. Cyclone for gas/oil separation. In:
INTERATIONAL CONFERENCE ON HYDROCICLONES, 1, 1980, Cambridge.
Proceedings... Cambridge: BHRA Fluid Engeneering and Authors, 1980. p. 167-178.

NIKURADSE, J. **Ing.-Arch.** v.1, p. 306-332, 1930.

ORANJE, I.L. Cyclone type separators score high in comparative tests. **Oil & Gas Journal.** , v.88, n.4, p. 54-57, Jan. 1990.

ORANGE, I.L. How good are gas-liquid separators?. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE OFFSHORE MECHANICS AND ARCTIC ENGINEERING**, 1989, **Proceedings of the Eighth International Conference on Offshore Mechanics and Polar Engineering (OMPE)** :The Hague, 1989, p.397-403.

RIETEMA, K. Performance and design of hydrocyclones - I. **Chemical Engineering Science.** London, v.15, n.?, p. 298-302, Jul. 1960.

ROHSENOW, W.M., WEBBER, J.H., LING, A.T. Effect of vapor velocity on laminar and turbulent-film Condensation. **Trans. ASME.** v.78, p. 1637-1643, 1956.

ROSA, E.S., MORANDIN, M.L., DIAS, S.G., FRANÇA, F.A. Liquid film motion under the action of gravitational and centrifugal fields. In: **BRAZILIAN CONGRESS OF ENGINEERING AND THERMAL SCIENCES** , 6, 1996, Florianópolis. *Proceedings...* Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1996. v. 2, p.1127-1131.

ROSENHEAD, L. **Laminar Boundary layers.** Oxford University Press, London, 1963.

SCHLICHTING, H. **Boundary Layer theory.** Ed. 4, McGraw-Hill, New York, 1960.

SPALDING, D.B. A single formula for the law of the wall. **J. Appl. Mech.** V.83, p.455-458, 1961.

TAYLOR, G.L. The bondary layer in the convergence nozzle of a swirl atomizer.

Jounal Mechanical and Applied Mathmatics. ?, v.3, n.4, p. 129-140, Nov. 1949.

WASDEN, F.K., DUKLER, A.E. Insights into the hydrodynamics of free falling films.

AIChE Journal. v.35, n. 2, p. 187-195, 1989.

WHITE, F.M. **Viscous Fluid Flow.** Mcgraw-Hill, New York, p. 463-490, 1974.

WOLFRAN, S. **Mathematica – A system for doing Mathematics by Computer.**

Addison Wesley, 1991.

Apêndice A

ANÁLISE DE ORDEM DE GRANDEZA DOS TERMOS DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

É apresentado a seguir uma análise de ordem de grandeza dos termos das equações de quantidade de movimento para fluido incompressível, mostradas abaixo, partindo das hipóteses de regime permanente, desenvolvimento axissimétrico e, também, da aproximação de camada limite, ou seja, $\delta/R_0 \ll 1$.

Para proceder à esta análise, torna-se necessário assumir dimensões que irão caracterizar o escoamento, tal como segue:

<i>Direção</i>	<i>Grandeza Linear</i>	<i>Velocidade</i>
r	δ	v
θ	R_0	w
z	R_0	u

A.1- Equações do Movimento em Coordenadas Cilíndricas

A.1.1- Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0$$

A.1.2- Equações de Navier-Stokes em termos de gradientes de velocidade:

componente-r:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right\} + \rho g_r$$

componente- θ :

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{v w}{r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r w) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\} + \rho g_\theta$$

componente-z:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \rho g_z$$

OBS.: Onde o vetor velocidade é definido como:

$$\vec{V} = v.\hat{r} + w.\hat{\theta} + u.\hat{z}$$

A.2- Análise da Equação da Continuidade

Partindo-se da equação da continuidade, tem-se:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv)}_{(i)} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial z}}_{(ii)} = 0 \quad (A.1)$$

Analizando a ordem de grandeza termo a termo:

$$(i) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv) \propto \frac{1}{R_0} \frac{vR_0}{\delta} \propto \left[\frac{v}{\delta} \right]$$

$$(ii) \quad \frac{\partial u}{\partial z} \propto \left[\frac{u}{R_0} \right]$$

De volta em (A1):

$$\frac{v}{\delta} + \frac{u}{R_0} = 0 \Rightarrow [v] \propto \left[u \frac{\delta}{R_0} \right] \quad (A.2)$$

A equação da continuidade, após ser derivada em relação à componente radial r , pode ser reescrita como:

$$\nabla \vec{V} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Analisando a ordem de grandeza de seus termos, vem:

$$* \quad \frac{\partial v}{\partial r} \propto u \frac{\partial}{\partial R_0} \frac{1}{\delta} \propto \left[\frac{u}{R_0} \right]$$

$$* \quad \frac{v}{r} \propto u \frac{\delta}{R_0} \frac{1}{R_0} \propto \left[\frac{u\delta}{R_0^2} \right]$$

$$* \quad \frac{\partial u}{\partial z} \propto \left[\frac{u}{R_0} \right]$$

O segundo termo ($\frac{v}{r}$) possui ordem de grandeza menor que os demais. Por isso sua omissão da equação não representará um erro significativo na modelagem hidrodinâmica do escoamento. Logo a equação da continuidade se resumirá em:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (A.3)$$

A.3- Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção r

Analisando termo a termo a equação do movimento na direção r , utilizando as relações anteriores, vem:

$$* \quad v \frac{\partial v}{\partial r} \propto u \frac{\delta}{R_0} \frac{u}{\delta} \propto \left[u^2 \frac{\delta}{R_0^2} \right]$$

$$* \quad \frac{w^2}{r} \propto \left[\frac{w^2}{R_0} \right]$$

$$* \quad u \frac{\partial v}{\partial z} \propto u \frac{\delta}{R_0} \frac{1}{R_0} \propto \left[u^2 \frac{\delta}{R_0^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
* \quad \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right] &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \\
&\propto \left[\frac{u}{R_0 \delta} + \frac{u}{R_0^2} - \frac{u \delta}{R_0^3} \right] \\
\bullet \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} &\propto \frac{u \delta}{R_0^2} \propto \left[\frac{u \delta}{R_0^3} \right]
\end{aligned}$$

Essas relações de ordem de grandeza evidenciam que os termos proporcionais às relações

$\frac{\delta}{R_0^2}, \frac{1}{R_0^2}, \frac{1}{R_0 \delta}$ e $\frac{\delta}{R_0^3}$ possuem dimensão muito menor que os demais termos encontrados.

Conclui-se, portanto, que tais termos pouco influem na dinâmica do escoamento, podendo serem descartados da equação que se reduz a:

$$-\frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{A.4})$$

A.4- Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção θ

Procedendo-se da mesma forma, anteriormente mostrada, para a equação em θ , vem:

$$\begin{aligned}
* \quad v \frac{\partial w}{\partial r} &\propto v \frac{\delta}{R_0} \frac{w}{\delta} \propto \left[v \frac{w}{R_0} \right] \\
* \quad \frac{vw}{r} &\propto v \frac{\delta}{R_0} \frac{w}{R_0} \propto \left[vw \frac{\delta}{R_0^2} \right] \\
* \quad u \frac{\partial w}{\partial z} &\propto \left[\frac{uw}{R_0} \right]
\end{aligned}$$

$$* \quad \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rw) \right] = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \propto \frac{1}{\delta} \left(\frac{w}{R_0} + \frac{w}{\delta} \right) \propto \left[\frac{w}{R_0 \delta} + \frac{w}{\delta^2} \right]$$

$$* \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \propto \left[\frac{w}{R_0^2} \right]$$

Nota-se que os termos proporcionais à $\frac{1}{R_0^2}$ e $\frac{1}{R_0 \delta}$ podem ser negligenciados da equação devido sua ordem de grandeza ser inferior aos demais termos. Então, a equação em θ contendo os termos relevantes ao escoamento será:

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} = v \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \quad (\text{A.5})$$

A.5- Análise da Equação da Quantidade de Movimento na Direção z

Finalmente, para a componente z da equação, tem-se:

$$* \quad v \frac{\partial u}{\partial r} \propto u \frac{\delta}{R_0} \frac{u}{\delta} \propto \left[\frac{u^2}{R_0} \right]$$

$$* \quad u \frac{\partial u}{\partial z} \propto u \frac{u}{R_0} \propto \left[\frac{u^2}{R_0} \right]$$

$$* \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \propto \left[\frac{u}{R_0 \delta} + \frac{u}{\delta^2} \right]$$

$$* \quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \propto \left[\frac{u}{R_0^2} \right]$$

Negligenciando os termos proporcionais à $\frac{1}{R_0\delta}$ e $\frac{1}{R_0^2}$, a equação se resume à:

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + v \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - g \quad (\text{A.6})$$

Apêndice B

PROGRAMA EM *MATHEMATICA*® PARA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES INTEGRAIS

Conforme visto no Capítulo 3 deste trabalho, a solução do problema em questão depende da resolução de um sistema de equações integrais do tipo parabólico. Para isso, é utilizado o pacote Mathematica® que usa o método Range-Kuta para solução a partir das condições iniciais fornecidas. Abaixo, é listado o programa escrito para solução do caso turbulento em termos adimensionais.

Caso Cilíndrico Turbulento - Adimensional

`Remove["Global`"]`

Inicializa constantes dimensionais do caso em estudo:

]

$r0 = 0.0685;$
 $d0 = 0.0026;$
 $w0 = 4;$
 $q = 0.0023;$
 $ni = \frac{1}{10^6};$
 $g = 9.81;$
 $ro = 1000;$

Calcula a espessura final do filme em queda livre, a velocidade vertical final do filme em queda livre, a velocidade vertical inicial, os números adimensionais (Fr e Re) e a espessura crítica de escoamento:

$$\begin{aligned} \text{deltalim}[q, r0] &= N\left[\left(\frac{0.24\left(\frac{q}{2 \cdot r0}\right)^{7/4} ni^{0.25}}{8g}\right)^{1/3}\right]; \\ \text{vzlim} &= N\left[\text{Abs}\left[\frac{q}{(r0^2 - (r0 - \text{deltalim}[q, r0])^2)}\right]\right]; \\ \text{vz0} &= N\left[\frac{q}{(r0^2 - (r0 - d0)^2)}\right]; \\ \text{frquad} &= N\left[\frac{\text{vzlim}^2}{gr0}\right]; \\ \text{ref} &= N\left[\text{Abs}\left[\frac{\text{vzlim} \text{deltalim}[q, r0]}{ni}\right]\right]; \\ \text{tal} &= \frac{0.03 ro \text{vzlim}^2}{\text{ref}^{0.25}}; \\ \text{uatrito} &= \left(\frac{\text{tal}}{ro}\right)^{0.5}; \\ \text{deltamais} &= \frac{\text{deltalim}[q, r0] \text{uatrito}}{ni}; \end{aligned}$$

Define perfis similares de velocidade (SPALDING) e constantes associadas:

$$eqspalding[u_] = \frac{\eta \left(\frac{u}{u_{atrito}} - \text{Exp}[0.455] \left(\text{Exp}\left[\frac{0.4u}{u_{atrito}}\right] - 1 - \frac{0.4u}{u_{atrito}} - \frac{1}{2} \left(\frac{0.4u}{u_{atrito}}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{0.4u}{u_{atrito}}\right)^3 \right) \right)}{u_{atrito} \, \text{deltalim}[q, r0]};$$

LogPlot[eqspalding[u], {u, 0.01, 6}];

tabela = Table[{eqspalding[u], u}, {u, 0.01, 6, 0.1}];

result = Interpolation[tabela];

result1;

tabela1 = Table[{eqspalding[u], $\frac{u}{\text{result1}}$ }, {u, 0.01, 6, 0.1}];

tabela2 = Table[{eqspalding[u], $\frac{u u}{\text{result1} \, \text{result1}}$ }, {u, 0.01, 6, 0.1}];

result1 = Interpolation[tabela1];

result2 = Interpolation[tabela2];

int4 = NIntegrate[result1[x], {x, 0.01, 1}];

int1 = NIntegrate[result2[x], {x, 0.01, 1}];

int3 = NIntegrate[result2[x], {x, 0.01, 1}];

int2 = NIntegrate[$\int_0^1 \left(\int_1^{\eta} \text{result2}[x] \, x \, dx \right) \eta \, d\eta$];

$$d0cr = N\left[\left(-\frac{\text{int1} \left(\frac{q}{r0^2 w0} \right)^2}{(2 \, \text{int2}) \, (4 \, \pi^2)} \right)^{1/3} r0 \right];$$

Equação da continuidade fornece (em termos adimensionais):

$$vz[z_] = \frac{vz0 \, d0}{vzlim(d[z] \, \text{deltalim}[q, r0])};$$

Define os coeficientes dos termos de cisalhamento em função das vel. adimensionais:

$$fteta[z_] = -\text{Abs}\left[\frac{0.06 \, w[z] \, \sqrt{vz[z]^2 + w[z]^2}}{(d[z] \, \text{ref} \, \sqrt{vz[z]^2 + w[z]^2})^{0.25}} \right];$$

$$fz[z_] = \text{Abs}\left[\frac{0.06 \, vz[z] \, \sqrt{vz[z]^2 + w[z]^2}}{(d[z] \, \text{ref} \, \sqrt{vz[z]^2 + w[z]^2})^{0.25}} \right];$$

Define as equações integrais da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \text{equacao1}[z_]&= \frac{\text{int3 } w[z]}{w[z]} = \frac{r0 \text{ feta}[z]}{(vz[z] w[z] d[z]) \text{deltalim}[q, r0] 2}; \\ \text{equacao2}[z_]&= \frac{\text{int1 } vz[z]}{vz[z]} = \frac{\text{int2 } 2 \text{deltalim}[q, r0] \left(\frac{w[z]}{vz[z]} \right)^2 d[z] \left(\frac{w[z]}{w[z]} + \frac{d[z]}{d[z]} \right)}{r0} \\ &= \frac{r0 \text{ fz}[z]}{(vz[z]^2 d[z]) \text{deltalim}[q, r0] 2} = \frac{1}{vz[z]^2 \text{frquad}}; \end{aligned}$$

Resolve numericamente a equação diferencial e separa as respostas:

$$\begin{aligned} \text{resposta} &= \text{NDSolve}[\{\text{equacao1}[z] == 0, \text{equacao2}[z] == 0, w[-2.7] == \frac{w0}{vzlim \text{int4}}, \\ &\quad d[-2.7] == \frac{d0}{\text{deltalim}[q, r0]}\}, \{w[z], d[z]\}, \{z, -2.7, -90\}, \text{MaxSteps} \rightarrow 3000] \\ w1[z_]&= w[z] /. \text{resposta}[[1, 1]]; \\ d1[z_]&= d[z] /. \text{resposta}[[1, 2]]; \\ vz1[z_]&= \frac{vz0 d0}{(\text{int4 } vzlim) (d1[z] \text{deltalim}[q, r0])}; \\ \text{gamal}[z_]&= \frac{180 \text{ArcTan}\left[\frac{\text{Abs}[vz1[z]]}{w1[z]}\right]}{\pi}; \end{aligned}$$

Saída Gráfica:

```
zinicio= -2.7;
zfinal= -50
Plot[{w1[z] vzl原因int4}, {z, zinicio, zfinal}, PlotRange→All, GridLines→Automatic
Plot[d1[z] deltalim[q, r0] 1000, {z, zinicio, zfinal}, PlotRange→All, GridLines→Au
Plot[{vz1[z] vzl原因int4}, {z, zinicio, zfinal}, PlotRange→All, GridLines→Automati
Plot[gama1[z], {z, zinicio, zfinal}, PlotRange→All, GridLines→Automatic, Frame→
Print["espessura limite queda livre (mm) = ", deltalim[q, r0] 1000]
Print["velocidade axial lim queda livre (m/s) = ", vzlim]
Print["velociade axial inicial (m/s) = ", vz0]
Print["froude ao quadrado do filme = ", frquad]
Print["reynolds do filme = ", ref]
Print["tensão cisalhamento = ", tal]
Print["velocidade de atrito = ", uatrito]
Print["deltamais = ", deltamais]
Print["espessura critica = ", d0cr]
Print[" "]
Print["estagio-1 "]
Print["angulo = ", N[gama1[-2.7], 3]]
Print["espessura filme = ", N[d1[-2.7] deltalim[q, r0], 3]]
Print["vel. axial med = ", N[vz1[-2.7] vzl原因int4, 3]]
Print["vel. tangencial med = ", N[w1[-2.7] vzl原因int4, 3]]
Print[" "]
Print["estagio-2 "]
Print["angulo = ", N[gama1[-4.8], 3]]
Print["espessura filme = ", N[d1[-4.8] deltalim[q, r0], 3]]
Print["vel. axial med = ", N[vz1[-4.8] vzl原因int4, 3]]
Print["vel. tangencial med = ", N[w1[-4.8] vzl原因int4, 3]]
Print[" "]
Print["estagio-3 "]
Print["angulo = ", N[gama1[-7.5], 3]]
Print["espessura filme = ", N[d1[-7.5] deltalim[q, r0], 3]]
Print["vel. axial med = ", N[vz1[-7.5] vzl原因int4, 3]]
Print["vel. tangencial med = ", N[w1[-7.5] vzl原因int4, 3]]
Print[" "]
```

Apêndice C

PROGRAMA EM *MATHEMATICA*® PARA TRATAMENTO E INTERPOLAÇÃO NORMAL DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Interpolação Normal

Este programa foi desenvolvido para achar o desvio padrão e o valor médio de um processo experimental partindo de uma aproximação pela função de distribuição normal. Calcula-se o erro médio e toma-se sua derivada em relação à média e ao desvio permitindo a solução para o menor erro médio possível

ENTRADA DE DADOS:

LEITURA E APRESENTAÇÃO DO ARQUIVO DE DADOS:

OS QUATRO PRIMEIROS ELEMENTOS DO ARQUIVO

DE DADOS DEVEM SER NECESSARIAMENTE:

- VAZÃO DE LÍQUIDO [kg/s];
- VAZÃO DE GÁS [g/s];
- ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DAS LINHAS DE
CORRENTE LIMITE;
- TOMADA (1,2 OU 3).

OS DEMAIS ELEMENTOS SÃO AS COORDENADAS DISTÂNCIA

RADIAL [mm] X FRAÇÃO DE VAZIO.

SEGUE ABAIXO UM EXEMPLO DE COMO DEVE SER DIGITADO

O ARQUIVO DE DADOS:

1.78	10	->	VAZAO LIQUIDO	VAZAO GAS
40	1	->	INCLINAÇÃO	TOMADA
1.25	0.01	->	DIST. RADIAL	FRAÇÃO VAZIO
2.30	0.25		"	"
...	...		...	...


```

Remove["Global`*"]
zero = 4.5;
fator = 2.54;
nome2 = "\\p16t33v3.dat";
nome1 = "c:\\arquivos\\dados\\hidroc";

arq = nome1 <> nome2;
arqdados = ReadList[arq, Number]
vazaoliq = arqdados[[1]];
vazaogas = arqdados[[2]];
inclinacao = arqdados[[3]];
tomada = arqdados[[4]];
coord = Partition[Drop[arqdados, 4], 2]

{3.77, 0, 37, 3.2, 3.9, 0, 3.6, 0.003, 3.45, 0.043, 3.3, 0}

{{3.9, 0}, {3.6, 0.003}, {3.45, 0.043}, {3.3, 0.196}, {3

```

DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO DO ARQUIVO E DE SEUS VALORES MÁXIMO E MÍNIMO:

```

n = Length[coord]
coord1 = Table[(zero - coord[[i, 1]]) fator, {i, 1, n}]

12

coord = Table[{coord1[[i]], coord[[i, 2]]}, {i, n}]

xmax = Max[Table[coord[[i, 1]], {i, 1, n}]];
xmin = Min[Table[coord[[i, 1]], {i, 1, n}]];
probmax = Max[Table[coord[[i, 2]], {i, 1, n}]];
probmin = Min[Table[coord[[i, 2]], {i, 1, n}]];

```

**DETERMINAÇÃO DA CURVA DE INTERPOLAÇÃO E DO
DESVIO PADRÃO E VALOR MÉDIO OBTIDOS:**

```
dist = Interpolation[coord] ;  
integral = NIntegrate[dist'[x], {x, xmin, xmax}] ;  
media = NIntegrate[x dist'[x], {x, xmin, xmax}] ;  
desvpadrao =  $\sqrt{\text{NIntegrate}[(x - \text{media})^2 \text{dist}'[x], \{x, \text{xmin}, \text{xmax}\}]}$  ;
```

DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO NORMAL DE AJUSTE:

Observações:

f(x) -> FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE;

g(x) -> FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

CUMULATIVA - FUNÇÃO DE APROXIMAÇÃO;

h(x) -> FUNÇÃO g(x) AVALIADA NOS PONTOS EXPERI-
MENTAIS;

Calculos:

```

const1 =  $\frac{1}{(2 \pi)^{0.5}}$ ;

f[x_] :=  $\frac{\text{const1 Exp}\left[-0.5 \left(\frac{x-x_{\text{medio}}}{\text{sigma}}\right)^2\right]}{\text{sigma}}$ ;

g[x_] = Simplify[ $\int f[x] dx$ ] + 0.5;

h[xmedio_, sigma_] := Table[g[x] /. x -> coord[[i, 1]], {i, n}];
erro := N[Table[(coord[[i, 2]] - h[xmedio, sigma][[i]])^2, {i, n}]];
f1[xmedio_, sigma_] := Plus @@ erro

eq1 := sigma f1[xmedio, sigma];
eq2 := xmedio f1[xmedio, sigma];

```

FINDROOT ENCONTRA A MÉDIA AJUSTADA E O DESVIO

PADRÃO AJUSTADO:

```

media
desvpadrao

3.486604927025481

0.5544470522821463

sol = FindRoot[{eq1 == 0, eq2 == 0}, {xmedio, media}, {sigma, desvpadrao}];
xmedio = sol[[1, 2]];
sigma = sol[[2, 2]];

```

CALCULO DAS VELOCIDADES NAS DIREÇÕES AXIAL (Z) E

ANGULAR (TETA):

$$\begin{aligned} \text{areabocal} &= N \left[\frac{\pi 0.0355^2}{4 \cdot 4} \right]; \\ \text{veljato} &= \frac{\text{vazaoliq}}{1000 \text{ areabocal}}; \\ \text{area} &= N \left[\pi \left(0.0685^2 - \left(0.0685 - \frac{\text{xmedio}}{1000} \right)^2 \right) \right]; \\ \text{velz} &= N \left[\frac{\text{vazaoliq}}{1000 \text{ area}} \right]; \\ \text{velteta} &= N \left[\frac{\text{velz}}{\text{Tan}[\text{inclinacao Degree}]} \right]; \end{aligned}$$

SAÍDA GRÁFICA:

```
graph1 = ListPlot[coord, PlotRange → All, DisplayFunction →  
    Identity, PlotStyle → Thickness[0.2], Frame → True, GridLines →  
    Automatic, Prolog → AbsolutePointSize[7]];  
xvalues = Table[coord[[i, 1]], {i, 1, n}];  
yvalues = dist'[xvalues];  
graph3 = ListPlot[Transpose[Partition[Join[xvalues, yvalues], n]],  
    PlotRange → All, DisplayFunction → Identity, PlotStyle →  
    Thickness[0.2], Frame → True, GridLines → Automatic, Prolog →  
    AbsolutePointSize[7]];  
graph5 = Plot[g[x], {x, xmin, xmax}, DisplayFunction → Identity, Fram  
    True, GridLines → Automatic];  
graph7 = Plot[f[x], {x, xmin, xmax}, DisplayFunction → Identity, Fram  
    True, GridLines → Automatic];  
graph8 = Show[graph3, graph7];  
graph6 = Show[{graph1, graph5}];  
Show[GraphicsArray[{graph6, graph8}], DisplayFunction →  
    $DisplayFunction, DefaultFont → {"Times-Italic", 8}];  
Print["  
"]  
Print["  
"]  
Print["CONDIÇÕES DE TESTE:"]
```

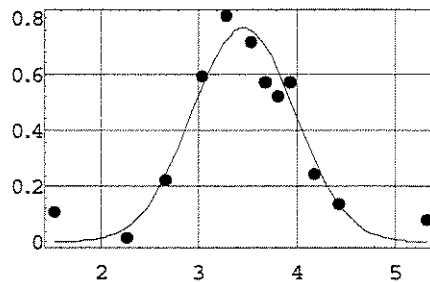
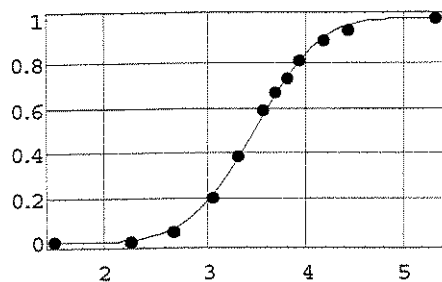
```

Print[" "]
Print[" ESCOAMENTO MONOFÁSICO:  ÁGUA "]
Print[" BOCAL:  25% DE ÁREA LIVRE [m^2]= ", areabocal]
Print[" "]
Print["  VAZÃO DE LÍQUIDO [kg/s] = ", vazaoliq]
Print["  VAZÃO DE GÁS      [g/s]  = ", vazaogas]
Print["  VELOCIDADE DO JATO [m/s]= ", veljato]

Print["  TOMADA DE TESTE          = ", tomada]
Print["  INCLINAÇÃO [graus]         = ", inclinacao]
Print[" "]
Print[" "]
Print[" DADOS DE SAÍDA:           "]
Print[" "]
Print["  INTEGRAL FDP                = ", integral]

Print["  LIM. INF. OCORRÊNCIA (%) = ", probmin100]
Print["  LIM. SUP. OCORRÊNCIA (%) = ", probmax100]
Print["  ESPESSURA MÉDIA [mm]      = ", media]
Print["  DESVIO PADRÃO   [mm]       = ", desvpadrao]
Print[" "]
Print["  MÉDIA AJUSTADA      [mm] = ", xmedio]
Print["  DESVIO PADRÃO AJUS. [mm] = ", sigma]
Print[" "]
Print["  VELOCIDADE AXIAL    [m/s] = ", velz]
Print["  VELOCIDADE ANGULAR [m/s] = ", velteta]
Print[" "]
Print[" "]
Print["  ARQUIVO DE DADOS:           "]
Print["    ", arq]

```



CONDIÇÕES DE TESTE:

ESCOAMENTO MONOFÁSICO: ÁGUA
 BOCAL: 25% DE ÁREA LIVRE [m²] = 0.00024745
 VAZÃO DE LÍQUIDO [kg/s] = 3.77
 VAZÃO DE GÁS [g/s] = 0
 VELOCIDADE DO JATO [m/s] = 15.2354
 TOMADA DE TESTE = 3.2
 INCLINAÇÃO [graus] = 37

DADOS DE SAÍDA:

INTEGRAL FDP = 0.999109
 LIM. INF. OCORRÊNCIA (%) = 0
 LIM. SUP. OCORRÊNCIA (%) = 99.9
 ESPESSURA MÉDIA [mm] = 3.4866
 DESVIO PADRÃO [mm] = 0.554447
 MÉDIA AJUSTADA [mm] = 3.4667
 DESVIO PADRÃO AJUS. [mm] = 0.522177
 VELOCIDADE AXIAL [m/s] = 2.5923
 VELOCIDADE ANGULAR [m/s] = 3.4401

ARQUIVO DE DADOS:

c:\grapher\dados\hidroc\p16t33v3.dat

Apêndice D

DETERMINAÇÃO DAS INCERTEZAS

EXPERIMENTAIS

D.1- Incerteza da Espessura Média Resultante $\Delta\bar{\delta}$:

A espessura média resultante em cada seção de teste é dada por:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{3}(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3)$$

tendo como incerteza:

$$\Delta\bar{\delta} = \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\delta}}{\partial\delta_1}\Delta\delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\delta}}{\partial\delta_2}\Delta\delta_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\delta}}{\partial\delta_3}\Delta\delta_3\right)^2}.$$

Logo:

$$\Delta\bar{\delta} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\Delta\delta_1\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\Delta\delta_2\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\Delta\delta_3\right)^2},$$

ou

$$\Delta\bar{\delta} = \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta\delta_1)^2 + (\Delta\delta_2)^2 + (\Delta\delta_3)^2} ,$$

onde, a incerteza da medida da *i-ésima* tomada de teste, com 95% de confiabilidade (2σ), é dada por:

$$\Delta\delta_i = \pm \sqrt{(2\sigma_i)^2 + E^2}$$

sendo:

$\sigma_i \equiv$ desvio padrão da medida da *i-ésima* tomada de teste, e

$E \equiv$ erro sistemático de posicionamento radial da sonda - assumido = 0.1 mm.

D.2- Incerteza da Inclinação das Linhas de Corrente Média Resultante $\Delta\bar{\varphi}$:

A inclinação média resultante em cada seção de teste é dada por:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{3} (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)$$

tendo como incerteza:

$$\Delta\bar{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\varphi_1} \Delta\varphi_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\varphi_2} \Delta\varphi_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\varphi_3} \Delta\varphi_3 \right)^2}$$

Logo:

$$\Delta\bar{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\Delta\varphi_1\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\Delta\varphi_2\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\Delta\varphi_3\right)^2},$$

ou

$$\Delta\bar{\varphi} = \frac{1}{3}\sqrt{(\Delta\varphi_1)^2 + (\Delta\varphi_2)^2 + (\Delta\varphi_3)^2},$$

onde, a incerteza da medida da *i-ésima* tomada de teste ($\Delta\varphi_i$) foi assumida igual a 5° por imprecisão de leitura. Logo resulta:

$$\Delta\bar{\varphi} = \pm 3^\circ$$

D.3- Incerteza da Velocidade Axial Média Resultante $\Delta\bar{U}$:

Tem-se que:

$$\bar{U} = \frac{Q_1}{\underbrace{\pi \left[R_0^2 - (R_0 - \bar{\delta})^2 \right]}}_f$$

Logo:

$$\frac{\Delta\bar{U}}{\bar{U}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2}$$

onde:

$\frac{\Delta Q}{Q} (= 0.01) \equiv$ erro do medidor de vazão utilizado - *de acordo com o fabricante, erro dos medidores de vazão tipo turbina varia de 1/2 à 1%*;

Considerando a tolerância de fabricação dos tubos de acrílico centrifugados como sendo zero, implica que $\frac{\Delta U}{R_0} = 0$. Logo:

$$\Delta f \equiv \frac{\partial u}{\partial \bar{\delta}} \Delta \bar{\delta}, \quad e$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{2R_0 \Delta \bar{\delta} - 2\bar{\delta} \Delta \bar{\delta}}{2R_0 \bar{\delta} - \bar{\delta}^2}.$$

D.4- Incerteza da Velocidade Azimutal Média Resultante - $\Delta \bar{W}$:

Tem-se que a velocidade azimutal média é calculada como segue:

$$\bar{W} = \frac{\bar{U}}{\underbrace{\tan \bar{\varphi}}_h}.$$

sendo sua incerteza dada por:

$$\frac{\Delta \bar{W}}{\bar{W}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \bar{U}}{\bar{U}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}$$

onde:

$$\Delta h = \frac{\partial h}{\partial \bar{\varphi}} \Delta \bar{\varphi}, \quad \text{e}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{2}{\text{sen}(2\varphi)} \Delta \bar{\varphi},$$

sendo $\Delta \bar{\varphi}$ dado em rad.