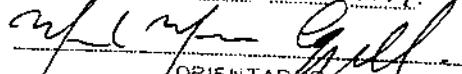


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Admilson Teixeira  
Franco E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 08/07/1999



ORIENTADOR  
Prof. MARCELO MOREIRA GANZAROLLI  
Matri. 06482-7  
FEM - UNICAMP

**CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE  
ABERTA PARA UM CANAL**

Autor: Admilson Teixeira Franco

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

20/99

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

**TESE DE DOUTORADO**

**CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE  
ABERTA PARA UM CANAL**

**Autor: Admilson Teixeira Franco**

**Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli**

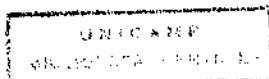
**Curso: Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Térmica e Fluidos**

Tese de Doutorado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1999

S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	
V.	R.
TÍPICO	39 347
N.º	229199
DATA	29.10.99
N.º CPD	

CM-00136594-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F848c

Franco, Admilson Teixeira

Conveção natural em uma cavidade aberta para um  
canal / Admilson Teixeira Franco.--Campinas, SP: [s.n.],  
1999.

Orientador: Marcelo Moreira Ganzarolli.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Calor – Conveção natural. 2. Calor - Transmissão.
3. Navier-Stokes, Equações de. I. Ganzarolli, Marcelo  
Moreira. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

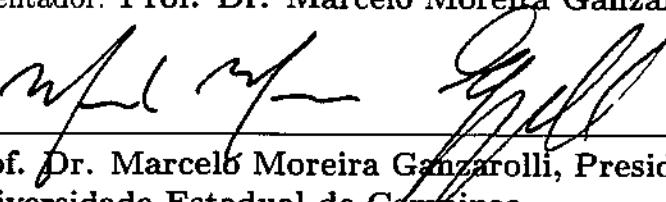
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

TESE DE DOUTORADO

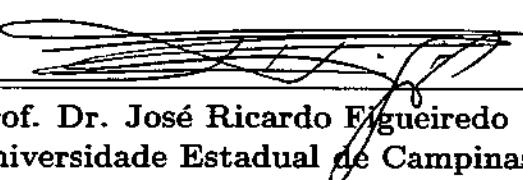
CONVEÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE  
ABERTA PARA UM CANAL

Autor: Admilson Teixeira Franco

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

  
Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli, Presidente  
Universidade Estadual de Campinas

  
Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani  
Universidade Estadual de Campinas

  
Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo  
Universidade Estadual de Campinas

  
Prof. Dr. Jurandir Itizo Yanagihara  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

  
Prof. Dr. Edson Luiz Zaparoli  
Instituto Tecnológico da Aeronáutica

Campinas, 08 de Julho de 1999

# Agradecimentos

Ao meu Deus pelo constante auxílio e guia em todos os momentos da minha vida.

À minha esposa Aldrei Mara, da qual sempre recebi todo o incentivo e ao meu filho Adner Augusto, pelas muitas alegrias e felicidades que trouxe as nossas vidas.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli, pela dedicação e profissionalismo na condução deste trabalho.

Também deixo meus reconhecimentos ao Prof. Dr. Gilmar Mompean Munhoz da Cruz, ao Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo, com o qual sempre tive a oportunidade de realizar frutíferas discussões e ao Prof. Dr. Paulo César Oliveira, pelos comentários e sugestões importantes para este trabalho.

*Lembra-te do teu Criador nos dias da tua mocidade,  
antes que venham os maus dias, e cheguem  
os anos dos quais venhas a dizer:  
Não tenho neles contentamento.*

*(Ecles. 12:1)*

# Resumo

Neste trabalho estuda-se a influência de uma parede formando um canal vertical quando é posicionada frontalmente a uma cavidade aberta. São consideradas duas condições de contorno para a parede posicionada em frente à cavidade: parede isotérmica à temperatura ambiente e parede adiabática. As paredes horizontais da cavidade aberta são adiabáticas e a parede vertical é mantida aquecida. A razão de aspecto da cavidade aberta,  $B = L/H$ , assume os valores 0,5, 1,0, 3,0 e 6,0, onde  $L$  é a largura e  $H$  a altura da cavidade. A faixa do número de Rayleigh estudada é de  $10^3$  a  $10^7$  e o número de Prandtl foi fixado como 1,0. É feita a análise da influência da razão de aspecto da cavidade e das condições de contorno da parede frontal sobre o valor do número de Nusselt médio, bem como o padrão de escoamento atingido em regime permanente. Para a solução numérica do problema, é empregado o método dos Volumes Finitos para a discretização espacial e o método SOLA para a discretização temporal. O esquema Power-Law é usado na aproximação dos termos convectivos e difusivos. Verifica-se que existem duas regiões distintas no domínio  $Ra \times b/H$ , onde  $b/H$  é a distância adimensional entre as paredes do canal vertical: o escoamento no canal e o escoamento na cavidade. Quando o escoamento no canal está presente, o efeito da condição de contorno da parede frontal sobre o valor do número de Nusselt médio é pequeno. Para o caso do escoamento restrito à cavidade, a condição de contorno da parede frontal passa a ser importante. O aumento da razão de aspecto  $B$  para um mesmo número de Rayleigh, sendo  $\text{Rayleigh} < 10^4$ , faz com que a convecção se torne cada vez menos importante, assim como a aproximação da parede junto à entrada da cavidade. O método de análise de escala, quando possível, é utilizado na tentativa de melhor explicar os resultados.

# Abstract

In this work the problem of natural convection in a rectangular open cavity with and without the presence of a shrouding wall has been analysed. One vertical wall is heated and the horizontal walls are adiabatic. The other vertical wall is open to the ambient or a fluid reservoir. That is the opening. A shrouding wall is placed in front of this open wall forming a vertical open channel. Two different boundary conditions are analysed for the shrouding wall: isothermal or adiabatic. The aspect ratio effect  $B = L/H$  of the open cavity has been defined such as 0.5, 1.0, 3.0 e 6.0, where  $L$  is the width and  $H$  is the cavity height. The Rayleigh number ranged from  $10^3$  to  $10^7$  and the Prandtl number was mantained at 1.0. The influence of the aspect ratio of the cavity and the boundary conditions of the shrouding wall on the Nusselt number is analysed, and the flow pattern under steady state conditions is determined. The numerical solution of the Navier-Stokes equations have been obtained using the Finite Volume Method for the spatial discretization, and the SOLA method for the time discretization. The Power-Law scheme was used to obtain the convective and diffusive terms of the Navier-Stokes and Energy equations. There are two distincts regions in the  $Ra \times b/H$  domain, where  $b/H$  is the dimensionless distance between the vertical walls of the channel: the channel flow and the cavity flow. When the flow is present in the channel, the effect of the boundary condition on the shrouding wall on the average Nusselt number is small. For the flow restricted into the cavity, the boundary condition on the shrouding wall becomes important. When the aspect ratio  $B$  increases and the Rayleigh number is little than  $10^4$ , the convection becomes less important. The same occurs when the shrouding wall is too close from the opening. The scale analysis method is used to clarify the results when possible.

# Conteúdo

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução . . . . .	1
1.2 Revisão da Literatura . . . . .	2
1.2.1 Convecção Natural em Cavidades Abertas . . . . .	2
1.2.2 Convecção Mista em uma Cavidade Aberta Para um Canal . . . . .	8
1.3 Presente Trabalho . . . . .	8
<b>2 EQUAÇÕES GOVERNANTES</b>	<b>10</b>
2.1 Equações Locais Instantâneas . . . . .	10
2.1.1 Equação de Conservação da Massa . . . . .	11
2.1.2 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento . . . . .	11
2.1.3 Equação da Energia . . . . .	12
2.2 Adimensionalização das Equações Governantes . . . . .	13
2.3 Geometria e Condições de Contorno . . . . .	14
<b>3 TRATAMENTO NUMÉRICO</b>	<b>16</b>
3.1 Discretização Espacial . . . . .	16
3.1.1 Integração da Equação Global . . . . .	17
3.1.2 Método dos Volumes Finitos(MVF) . . . . .	18
3.1.3 Localização das Variáveis e Malha Deslocada . . . . .	19
3.1.4 Equações de Conservação Para um Escalar . . . . .	20
3.1.5 Equação Global Discretizada . . . . .	21
3.1.6 Equações de Transporte Discretizadas . . . . .	21

3.2	Discretização Temporal . . . . .	23
3.2.1	Método Semi-Implícito SOLA . . . . .	23
3.2.2	Discretização do Termo Transitório . . . . .	24
3.3	Matriz de Pressão . . . . .	25
3.3.1	Resolução da Matriz de Pressão . . . . .	26
3.4	Estabilidade Numérica . . . . .	27
3.5	Esquema Convectivo . . . . .	28
3.6	Diagrama de Blocos do Método SOLA . . . . .	29
<b>4</b>	<b>VALIDAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>31</b>
4.1	Convecção Natural em Cavidade Quadrada	
	Fechada Aquecida Lateralmente . . . . .	32
4.1.1	Equações Adimensionais e Malha . . . . .	33
4.1.2	Geometria e Condições de Contorno . . . . .	33
4.1.3	Número de Nusselt Local, Médio e Função-Corrente . . . . .	35
4.1.4	Resultados Para Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada Aquecida Lateralmente . . . . .	36
4.2	Cavidade Aberta com Parede Vertical	
	Aquecida Uniformemente e $B = 1,0$ . . . . .	39
4.2.1	Adimensionalização das Equações Governantes e Malha . . . . .	39
4.2.2	Condições de Contorno . . . . .	40
4.2.3	Definição do Número de Nusselt Médio, da Função -Corrente e do Vazão Volumétrica . . . . .	42
4.2.4	Resultados Para a Cavidade Aberta . . . . .	43
4.3	Cavidade Achata Aberta com Parede Vertical Aquecida Uniformemente $B=7,0$ e $Pr=7,0$ . . . . .	48
4.3.1	Resultados para a Cavidade Achata . . . . .	48
4.4	Conclusões . . . . .	54
<b>5</b>	<b>CONDIÇÕES DE CONTORNO - CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA COM <math>B=1,0</math></b>	<b>55</b>

5.1	Condições de Contorno para a Cavidade Aberta para um Canal . . . . .	56
5.1.1	Geometria e Condições de Contorno . . . . .	56
5.1.2	Discussão das Condições de Contorno na Entrada e Saída do Canal .	57
5.1.3	Casos com solução periódica . . . . .	63
5.2	Convecção Natural Em Uma Cavidade Aberta	
	Com $B=1,0$ . . . . .	67
5.3	Geometria e Condições de Contorno . . . . .	67
5.4	Parede frontal à temperatura ambiente e $B =1,0$ . . . . .	68
5.5	Parede frontal adiabática e $B =1,0$ . . . . .	74
5.6	Conclusão . . . . .	82
<b>6</b>	<b>CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA COM <math>B=0,50, 3,0</math> e <math>6,0</math></b>	<b>84</b>
6.1	Parede frontal à temperatura ambiente e $B =0,5, 3,0$ e $6,0$ . . . . .	84
6.2	Parede frontal adiabática e $B =0,5, 3,0$ e $6,0$ . . . . .	94
6.3	Conclusão . . . . .	104
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	<b>106</b>
7.1	Conclusões . . . . .	106
7.2	Sugestões . . . . .	108
<b>A</b>		<b>115</b>

# Listas de Figuras

2.1	Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para o canal	15
3.1	Volume de controle	18
3.2	Região bidimensional dividida em volumes de controle	19
3.3	Malha deslocada. Volumes secundários para os componentes $u$ e $v$ da velocidade	20
3.4	Tratamento do termo de pressão	22
3.5	Malha unidimensional para esquema Power-Law	28
3.6	Diagrama de blocos do método SOLA	30
4.1	Geometria e condições de contorno para cavidade retangular - Malha $40 \times 40$ para cavidade quadrada	34
4.2	Isotermas e linhas de corrente para a cavidade aquecida lateralmente	37
4.3	Efeito do refinamento da malha sobre o valor do $\overline{Nu}_{1/2}$ e $Ra = 10^6$	38
4.4	Comparação dos resultados obtidos para o valor do $\overline{Nu}_0$ e $Ra = 10^3 - 10^8$	38
4.5	Geometria e condições de contorno para cavidade retangular	40
4.6	Malha para a cavidade quadrada e o plenum	41
4.7	Isotermas e linhas de corrente para a-) limite de condução b-) regime de camada limite	44
4.8	Transição do limite de condução dominante para o regime de camada limite	45
4.9	Variação do valor de $\overline{Nu}$ em função do número de $Ra$	47
4.10	Variação de $U_m$ , $V_c$ e $\dot{m}$ com o número de $Ra$	47
4.11	Perfil do componente U da velocidade na saída da cavidade	49
4.12	Perfil de temperatura na saída da cavidade	50
4.13	Isotermas e linhas de corrente para a cavidade achatada, $B = 7,0$ e $Pr = 7,0$	51

4.14 Perfil do componente U da velocidade e da temperatura na saída da cavidade, $B = 7,0$ e $Pr = 7,0$ . . . . .	53
4.15 Perfil do componente U da velocidade na entrada da cavidade, $B = 7$ e $Pr = 7,0$	53
4.16 Perfil de temperatura na saída da cavidade, $B = 7,0$ e $Pr = 7,0$ . . . . .	54
5.1 Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para o canal	56
5.2 Isotermas e linhas de corrente - $Ra = 10^4$ e CC0 . . . . .	58
5.3 Isotermas e linhas de corrente - $Ra = 10^4$ e CC1 . . . . .	59
5.4 Malha para discretização da condição de contorno CC1 . . . . .	60
5.5 Isotermas e linhas de corrente - $Ra = 10^4$ e CC2 . . . . .	62
5.6 Perfil do componente V na entrada do canal - $Ra = 10^4$ . . . . .	63
5.7 Geometria para o meio volume de controle na entrada do canal . . . . .	64
5.8 Valor do número de $\overline{Nu}$ para $Ra = 10^7$ e CC1 . . . . .	65
5.9 Vazão volumétrica $\dot{m}$ induzida para a cavidade a $Ra = 10^7$ e CC1 . . . . .	65
5.10 Componentes $U$ e $V$ máximos da velocidade para $Ra = 10^7$ e CC1 . . . . .	66
5.11 Temperatura máxima na entrada da cavidade para $Ra = 10^7$ e CC1 . . . . .	66
5.12 Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para um canal . . . . .	68
5.13 Curvas de convergência para os números de $\overline{Nu}$ , $Nu_{max}$ e $Nu_{min}$ - $Ra = 10^6$ e $b/H = 1,0$ - parede isotérmica . . . . .	69
5.14 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ - parede isotérmica . . . . .	70
5.15 Vazão volumétrica $\dot{M}$ no canal em função do número de $Ra$ - parede isotérmica	71
5.16 Isotermas para parede isotérmica a-) limite de condução e b-) regime de camada limite . . . . .	72
5.17 Variação do número de $\overline{Nu}$ em função do número de $Ra$ - parede isotérmica	73
5.18 Efeito do número de $Ra$ no $\dot{m}$ - parede isotérmica . . . . .	74
5.19 Isotermas e linhas de corrente ( $ \Delta\Psi =2,500$ ) para $Ra = 10^6$ . . . . .	75
5.20 Curvas de convergência para o número de $\overline{Nu}$ , $Nu_{max}$ e $Nu_{min}$ - $Ra = 10^6$ e $b/H = 1,0$ - parede adiabática . . . . .	75
5.21 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ - parede adiabática . . . . .	77
5.22 Vazão volumétrica $\dot{M}$ no canal em função do número de $Ra$ - parede adiabática	78

5.23 Domínio $Ra \times b/H$ . . . . .	78
5.24 Isotermas e linhas de corrente para $b/H = 0,2$ - parede adiabática . . . . .	79
5.25 Variação do número de $\overline{Nu}$ em função do número de $Ra$ - parede adiabática	81
5.26 Efeito do número de $Ra$ no $\dot{m}$ - parede adiabática . . . . .	82
6.1 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=0,5$ - parede isotérmica . .	86
6.2 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=3,0$ - parede isotérmica . .	87
6.3 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=6,0$ - parede isotérmica . .	88
6.4 Vazão volumétrica $\dot{M}$ entrando no canal em função do número de $Ra$ - parede isotérmica . . . . .	89
6.5 Isotermas próximas do limite de condução e $Ra = 10^3$ - parede isotérmica . .	90
6.6 Isotermas para o regime de camada limite e $Ra = 10^6$ - parede isotérmica . .	91
6.7 Variação do número de $\overline{Nu}$ em função do número de $Ra$ - parede isotérmica	92
6.8 Efeito da razão de aspecto $B$ no valor do número de $\overline{Nu}$ - parede isotérmica	93
6.9 Efeito do número de $Ra$ na vazão $\dot{m}$ - parede isotérmica . . . . .	93
6.10 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=0,5$ - parede adiabática . .	95
6.11 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=3,0$ - parede adiabática . .	96
6.12 Isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $B=6,0$ - parede adiabática . .	97
6.13 Vazão volumétrica $\dot{M}$ entrando no canal em função do número de $Ra$ - parede adiabática . . . . .	99
6.14 Isotermas próximas do limite de condução e $Ra = 10^3$ - parede adiabática . .	100
6.15 Isotermas e linhas de corrente ( $ \Delta\Psi =0,400$ ) para $Ra = 10^6$ - $B = 3,0$ e $b/H = 0,2$ . . . . .	100
6.16 Isotermas para o regime de camada limite e $Ra = 10^6$ - parede adiabática . .	101
6.17 Variação do número de $\overline{Nu}$ em função do número de $Ra$ - parede adiabática	102
6.18 Efeito da variação da razão de aspecto $B$ no valor do número de $\overline{Nu}$ - parede adiabática . . . . .	102
6.19 Desvio percentual entre a aproximação do valor de $\overline{Nu}$ através da Equação (6.2) e numericamente - $Ra = 10^3$ - parede adiabática . . . . .	103
6.20 Efeito do número de $Ra$ na vazão $\dot{m}$ - parede adiabática . . . . .	103

# Listas de Tabelas

3.1	Expressões para Equação (3.1) . . . . .	17
4.1	Efeito do refinamento da malha para $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,71$ . . . . .	36
4.2	Parâmetros característicos obtidos para $Ra = 10^3 - 10^8$ . . . . .	38
4.3	Comparação do valor do $\overline{Nu}$ e da vazão $\dot{m}$ com Chan e Tien(1985b) . . . . .	43
4.4	Comparação de $\overline{Nu}$ e $\dot{m}$ com Chan e Tien(1985a) . . . . .	52
5.1	Efeito do tipo de condição de contorno nas fronteiras do canal vertical para $Ra = 10^4$ . . . . .	62

# Nomenclatura

## Letras Latinas

$A$	área transversal do canal vertical [Equação (5.18)]
$A$	termo das Equações (3.23) a (3.26)
$\mathbf{A}$	matriz de rigidez [Equação (3.35)]
$a$	coeficiente da matriz pressão [Equação (3.28)]
$a_f$	área da face do volume de controle normal ao fluxo
$B$	razão de aspecto da cavidade $L/H$
$b$	distância entre as paredes do canal
$b_O$	lado direito da matriz pressão [Equação (3.34)]
$c_p$	calor específico à pressão constante
$DP$	desvio percentual [Equação (4.1)]
$E$	ponto vizinho a $P$ na direção horizontal sentido leste
$e$	face leste do volume de controle principal
$FLUXO(\phi_O)$	fluxo convectivo mais o difusivo para o volume de controle principal [Equação (3.11)]
$g$	aceleração da gravidade
$\mathbf{G}$	matriz triangular inferior
$Gr$	número de Grashof
$H$	altura da cavidade
$h$	entalpia
$J_{i\phi}$	fluxo convectivo mais difusivo da variável $\phi$

$L$	largura da cavidade
$\dot{M}$	vazão volumétrica entrando pela base do canal
$\dot{m}$	vazão volumétrica entrando na cavidade [Equação (4.26)]
$N$	ponto vizinho a $P$ na direção vertical sentido norte
$n$	face norte do volume de controle principal
$Nu$	número de Nusselt local [Equação (4.10)]
$\overline{Nu}$	número de Nusselt médio [Equação (4.23)]
$\overline{Nu}_0$	número de Nusselt médio avaliado em $X = 0$ [Equação (4.11)]
$\overline{Nu}_{1/2}$	número de Nusselt médio avaliado em $X = 1/2$ [Equação (4.12)]
$O$	ponto centrado no volume de controle principal
$p$	pressão dimensional
$p_m$	pressão dimensional devido ao movimento do fluido [Equação (2.6)]
$p_h$	pressão dimensional hidrostática
$P$	pressão adimensional [Equações (2.18) e (4.7)]
$P$	ponto de referência do volume de controle
$Pe$	número de Peclet [Equação (3.40)]
$Pr$	número de Prandtl [Equação (4.9)]
$Q$	calor global transferido [Equação (5.25)]
$q'_{1/2}$	taxa de transferência de calor total através do plano médio da cavidade [Equação (4.12)]
$q''_m$	fluxo de calor médio saindo da parede [Equação (4.11)]
$q'''$	geração volumétrica de calor [Equação (2.12)]
$Ra$	número de Rayleigh [Equações (4.8) e (4.21)]
$RA$	razão de aspecto da cavidade aberta, $B = L/H$
$Re$	número de Reynolds
$Ri$	número de Richardson, $Ri = Gr/Re^2$
$S$	ponto vizinho a $P$ na direção vertical sentido sul
$s$	face sul do volume de controle principal
$S_\phi$	termo fonte [Equação (3.1)]
$T$	temperatura adimensional [Equações (2.17) e (4.6)]

$T^o$	temperatura dimensional
$t$	tempo dimensional
$U$	componente horizontal adimensional da velocidade [Equações (2.15) e (4.4)]
$U_m$	máximo componente horizontal da velocidade na abertura da cavidade
$u$	componente horizontal dimensional da velocidade
$V$	componente vertical adimensional da velocidade
$V_c$	máximo componente vertical da velocidade a meia altura da cavidade e próximo da parede aquecida
$V_{ent}$	velocidade do fluido entrando no canal [Equação (5.1)]
$v$	componente vertical da velocidade dimensional
$x$	coordenada espacial horizontal dimensional
$X$	coordenada espacial horizontal adimensional [Equações (2.14) e (4.3)]
$y$	coordenada espacial vertical dimensional
$Y$	coordenada espacial vertical adimensional [Equações (2.14) e (4.3)]
$W$	ponto vizinho a $P$ na direção horizontal sentido oeste
$w$	face oeste do volume de controle principal
$Z$	altura da parede frontal [Figura 2.1]

## Letras Gregas

$\alpha$	ângulo entre o vetor gravidade e a inclinação da cavidade
$\alpha$	difusividade térmica
$\beta$	coeficiente de expansão térmica
$\Delta$	valor infinitesimal
$\delta$	espaçamento mínimo da malha
$\rho$	densidade
$\Gamma$	coeficiente de difusão
$\lambda$	coeficiente de difusão [Tabela (3.1)]
$\mu$	viscosidade dinâmica
$\nabla$	operador nabla
$\nu$	viscosidade cinemática

$\Psi$	função-corrente adimensional [Equações (4.14), (4.15) e (4.25 )]
$\Phi$	função dissipação viscosa [Equação (2.12)]
$\phi$	variável escalar ou vetorial dada pela Tabela (3.1)
$\phi$	valores adimensionais de $U, V, T$ e $Nu$ [Equação (4.2)]
$\tau$	tempo adimensional [Equações (2.16) ou (4.5)]
$\tau$	tensor deformação [Equação (2.3)]
$\vartheta$	volume de controle [Figura (3.1)]

## Superescritos

$( \ )^n$	instante de tempo atual
$( \ )^{n+1}$	tempo futuro
$( \ )^\circ$	valor dimensional
$( \ )^T$	matriz transposta

## Subscritos

$( \ )_c$	valor máximo a meia altura da cavidade e próximo da parede aquecida
$( \ )_h$	frio
$( \ )_{cal}$	valor fornecido pelo código de cálculo
$( \ )_e$	face este do volume de controle
$( \ )_{ent}$	valor na entrada do canal
$( \ )_h$	hidrodinâmico
$( \ )_h$	quente
$( \ )_i$	componente na direção $x$
$( \ )_m$	valor máximo na abertura da cavidade
$( \ )_{max}$	valor máximo
$( \ )_{min}$	valor mínimo
$( \ )_n$	face norte do volume de controle
$( \ )_o$	avaliado na temperatura de referência
$( \ )_{ref}$	valor de referência

$( \ )_s$	face sul do volume de controle
$( \ )_{sai}$	valor na saída do canal ou cavidade
$( \ )_t$	térmico
$( \ )_w$	face oeste do volume de controle
$( \ )_\infty$	avaliado à temperatura ambiente

## Abreviaturas

MVF                  Método dos Volumes Finitos

## Siglas

LDA	Laser Doppler Anemometry
LDV	Laser Doppler Velocimetry
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SOLA	Solution Algorithm

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Introdução

O fenômeno de transferência de calor por convecção, especificamente o de convecção natural, encontra uma ampla faixa de aplicações. Alguns exemplos são: meteorologia, geofísica, sistemas de energia solar, resfriamento de componentes eletrônicos, sistemas de reator nuclear, processamento de materiais, conservação e armazenamento de energia, indústrias químicas, metalúrgicas, alimentos, etc.

Principalmente a partir da década de 80, as pesquisas intensificaram-se, devido ao crescimento da capacidade de processamento dos computadores e ao desenvolvimento e aprimoramento de métodos numéricos, propiciando o aistraamento da simulação numérica de escoamentos com transferência de calor.

Atualmente, a necessidade de otimização de sistemas para resfriamento de gabinetes e placas de circuito impresso, na indústria eletrônica, tem motivado o estudo de cavidades e canais com as mais diversas condições de contorno.

A literatura mostra uma imensa quantidade de trabalhos sobre transferência de calor em canais e cavidades, notadamente em cavidades fechadas.

Uma revisão detalhada da literatura mostra que, em pouquíssimas situações, houve uma tentativa de estudar-se o problema conjunto de transferência de calor de uma cavidade com uma face aberta para um canal. Essa geometria, bastante comum em gabinetes eletrônicos, sistemas de ventilação de ambientes e controle de incêndio, coletores de energia solar, etc,

será o objeto de estudo dessa tese. Essa geometria é mostrada na Figura 2.1.

Será realizado neste trabalho um estudo da influência de uma parede posicionada frontalmente à saída de uma cavidade. Essa parede frontal será considerada adiabática ou isotérmica. Um estudo da razão de aspecto da cavidade, para valores distintos do número de  $Ra$ , permite conhecer o seu comportamento em relação à transferência de calor, acompanhado da avaliação de outras variáveis características do problema.

## 1.2 Revisão da Literatura

O objetivo desta seção não é revisar todos os trabalhos publicados e relacionados ao problema proposto nesta tese, mas apenas os artigos considerados relevantes e que fizeram uma notável contribuição à compreensão do fenômeno de convecção natural em cavidades abertas. Serão revisados sucintamente trabalhos numéricos e experimentais.

### 1.2.1 Convecção Natural em Cavidades Abertas

Lé Quéré *et al.* (1981) fizeram um estudo da transferência de calor em uma cavidade bidimensional cujo escoamento é provocado por gradientes de temperatura entre o fluido refrigerante e as paredes aquecidas da cavidade. O método numérico utilizado foi o SIMPLE (Patankar, 1980) e o esquema QUICK (Leonardo, 1979) no tratamento dos termos convectivos. Não foi utilizada a aproximação de Boussinesq. As propriedades físicas do fluido foram variáveis com a temperatura. Obteve-se como resultado que o escoamento no interior da cavidade é localmente dominante e não foi encontrada solução em regime permanente para  $Gr \geq 10^6$  utilizando-se este método. A sucessiva formação de regiões aquecidas (*hot spots*) próximo à parede horizontal inferior aquecida é a responsável por essa situação instável. Eles estudaram também o efeito da inclinação da cavidade em relação à direção da gravidade ( $\alpha = 20^\circ$  e  $\alpha = 45^\circ$ ), encontrando que as perdas térmicas diminuem com o aumento de  $\alpha$  devido a estratificação do escoamento e a diminuição das instabilidades.

Penot (1982) realizou um estudo de convecção livre dentro de uma cavidade aberta isotérmica. Estudou o efeito do número de  $Gr$  e a inclinação da cavidade em relação ao vetor gravidade. Não foi encontrada solução em regime permanente para  $Gr \geq 10^5$  e quando

a abertura da cavidade está voltada para cima. Utilizou o método de Vorticidade Função-Corrente e a aproximação de Boussinesq, com o domínio computacional estendido, devido a dificuldade de se especificar condições de contorno adequadas na entrada da cavidade. Utilizou um esquema a montante de segunda ordem para a aproximação dos termos convectivos. Devido ao uso de um esquema temporal, foi possível mostrar dois tipos de instabilidade. Uma é térmica em natureza e ocorre quando  $Gr > 10^5$  em uma cavidade vertical. A outra é de origem hidrodinâmica e ocorre quando a face da cavidade é voltada para cima. Todas as soluções tendem para regime permanente quando a cavidade é voltada para baixo. Concluiu que o escoamento em cavidades abertas é muito complexo.

Chen *et al.* (1983) visualizaram o escoamento em uma cavidade aquecida aberta. Mediram a distribuição média de temperatura em vários locais da cavidade quadrada, com  $Gr \approx 6 \times 10^6$  e  $\alpha = 0^\circ$ , observando que as linhas de corrente do escoamento tornam-se instáveis ao longo da parede inferior. Para  $\alpha = 0^\circ$ , a camada limite separa-se fortemente da parede inferior na entrada da cavidade, voltando a aderir aproximadamente na metade da parede. O ponto de adesão oscila erraticamente sobre esse local. O efeito do aumento do ângulo  $\alpha$  é amortecer as flutuações turbulentas geradas pelas instabilidades na parede inferior.

Hess (1984) obteve resultados experimentais utilizando um corante para visualizar o campo de escoamento na abertura de uma cavidade e a técnica LDV para medir os perfis de velocidade. A cavidade aberta possui a parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas. O fluido de trabalho foi a água e os números de Rayleigh investigados foram na faixa de  $3 \times 10^{10}$  e  $2 \times 10^{11}$ , investigando a região de transição para turbulência. O efeito de uma restrição na abertura da cavidade em 50% também foi estudado, mostrando que nessa situação o escoamento possui características tridimensionais. A camada limite toma 90% da parede vertical, somente desaparecendo no topo próximo à parede horizontal superior.

Chan e Tien (1985a) realizaram provavelmente o mais completo trabalho numérico em uma cavidade aberta com a parede vertical aquecida e as duas horizontais adiabáticas. Os resultados foram obtidos para  $Ra = 10^3 - 10^9$ , número de Prandtl unitário e assumindo propriedades constantes do fluido, menos no termo de empuxo devido a utilização da aproximação de Boussinesq. Uma zona de recirculação foi encontrada para altos  $Ra (> 10^6)$

sobre a parede horizontal inferior da cavidade, provocada pelo fluido contornando a quina da cavidade (canto inferior esquerdo). Ocorre estratificação térmica do escoamento próximo à parede horizontal superior, o qual leva a formação de uma pluma sobre essa parede. Na abertura por onde sai o fluido quente e entra o fluido frio, as condições de contorno não podem ser prescritas de uma maneira direta. A região imediatamente fora da abertura é também de interesse. É necessário incluir essa região através da extensão do domínio computacional para fora da abertura. A transferência de calor e o escoamento próximo a parede aquecida, aproximam-se do caso de conveção natural em placa plana vertical para altos valores de  $Ra$ . Encontraram que a configuração do escoamento próximo da abertura é muito complexo.

Chan e Tien (1985b) investigaram numericamente uma cavidade aberta retangular, com a razão de aspecto  $B = L/H = 7,0$ . Foram comparados dois métodos de tratamento do domínio. Em um foi utilizado o domínio estendido e em outro as condições de contorno foram especificadas na abertura da cavidade. O segundo método, proposto com o intuito de diminuir a extensão do domínio computacional, mostrou-se razoável em predizer os parâmetros de transferência de calor e o padrão global do escoamento, principalmente para altos valores de  $Ra$ . Essa simplificação não permite calcular a separação do fluido entrando na cavidade para  $Ra \geq 10^6$ . Foram obtidos resultados para a cavidade achatada na faixa de  $Ra = 10^3 - 10^6$ , mostrando boa aproximação com resultados experimentais.

Humphrey e To (1986) utilizaram o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  para baixo Reynolds para estudar convecção natural e mista em uma cavidade isotérmica fortemente aquecida. O escoamento e a transferência de calor são comandados pela cavidade aquecida. Para conveção livre, o modelo  $k-\varepsilon$  subestima os valores da energia cinética turbulenta e o coeficiente de difusividade turbinhonar para uma cavidade com  $\alpha = 0^\circ$ . O número de  $\overline{Nu}$  correlaciona bem com  $Gr_b^{1/3}$ , onde  $b$  é a altura da cavidade nesse caso.

Chan e Tien (1986) realizaram um dos primeiros estudos experimentais de conveção natural em cavidade aberta usando a técnica LDA. A cavidade achatada em questão tem razão  $H/L = 0,143$ , cujas paredes horizontais são adiabáticas e a parede vertical oposta a abertura é mantida aquecida. O experimento foi realizado com água para  $Ra$  na faixa  $10^6 - 10^7$ . O escoamento deixando a cavidade é impulsionado pela parede aquecida, enquanto o fluido frio entrando na cavidade é afetado pelas condições externas impostas, gerando uma

interação extremamente complexa na abertura da cavidade.

Abib e Jaluria (1988) fizeram um estudo numérico tratando do escoamento induzido pelo empuxo, o qual é provocado por uma fonte de calor localizada na parede oposta à abertura da cavidade. As paredes horizontais são adiabáticas. O método de solução utilizado foi o da Vorticidade Função-Corrente e a formulação numérica das condições de contorno para a abertura é discutida. O efeito do tamanho da abertura é verificado. Quando o tamanho da fonte de calor é igual a altura da cavidade, o problema é análogo aos discutidos anteriormente. Para altos valores de  $Ra$ , foi encontrado que o fluido penetra muito mais no interior da cavidade que para o caso de baixo  $Ra$  e há formação de escoamento de camada limite adjacente à fonte de calor. Fora da camada limite, a região é termicamente estratificada, sendo a estratificação acentuada pelo aumento do  $Ra$ . A variação do tamanho da fonte de calor não afeta significativamente o escoamento de camada limite.

Miyamoto *et al.* (1989) estudaram numericamente a convecção natural em uma cavidade aquecida aberta ou parcialmente aberta para vários ângulos de inclinação. O valor de  $\overline{Nu}$  para essa cavidade é aproximadamente metade do da cavidade com a parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas. Em compensação, o escoamento volumétrico induzido pelo empuxo para dentro da cavidade é duas vezes maior. A contribuição da parede traseira para o processo de transferência de calor ocorre somente a partir de  $Ra > 10^3$ , quando se inicia a formação da camada limite adjacente à parede. Essa situação ocorre para a cavidade completamente aberta e ângulo de inclinação zero. Para a cavidade aberta parcialmente obstruída e ângulo de inclinação zero, o valor de  $\overline{Nu}$  tende ao da cavidade sem obstrução quando o  $Ra$  aumenta. É feita uma discussão sobre o efeito da inclinação da cavidade em relação ao vetor gravidade.

Hasnaoui *et al.* (1990) trataram do problema de transferência de calor por convecção natural entre um conjunto (*array*) horizontal de cavidades abertas com parede inferior aquecida, as verticais adiabáticas e uma parede fria delimitando o canal. Uma conclusão extremamente interessante do problema é que dependendo dos parâmetros governantes do problema, à medida que o  $Ra$  aumenta, a solução passa por um regime periódico e após para o caótico. Também é discutida e mostrada uma multiplicidade de soluções para o mesmo problema, determinada pelas condições iniciais.

Papanicolaou e Jaluria (1992) mostraram que uma cavidade com as paredes condutivas sofrendo convecção forçada com ar e com um componente localizado dissipando potência pode transitar de um estado de regime permanente para um regime periódico. Essa transição ocorre quando o valor do número de Richardson,  $Ri = Gr/Re^2$ , ultrapassa um certo valor crítico. O aumento do número de  $Re$  produz um amortecimento nas oscilações, induzindo que as instabilidades são de origem térmica e não do escoamento. Essas instabilidades térmicas observadas ocorrem devido as pequenas porções de fluido no centro da cavidade sofrerem um aquecimento e resfriamento periódico, devido ao movimento circulatório provocado pela variação da densidade .

Angirasa *et al* (1992) investigaram o mesmo problema estudado por Chan e Tien (1985a e 1985b), já apresentados anteriormente. O problema da cavidade aberta com a parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas foi resolvido pelo método da Vorticidade Função-Corrente, e o domínio computacional confinado à cavidade. Uma discussão foi feita sobre a especificação das condições de contorno da vorticidade e da função-corrente na abertura da cavidade. Como a temperatura é especificada na entrada da cavidade, é necessário certo cuidado na interpretação dos resultados, principalmente para baixos valores do número de Rayleigh.

Showole e Tarasuk (1993) realizaram um estudo numérico e experimental do fenômeno de convecção natural em uma cavidade isotérmica com a face aberta voltada para cima. Foi verificado o efeito da razão de aspecto da cavidade, do número de  $Ra$  e do ângulo de inclinação da cavidade em relação a horizontal,  $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ . A interferometria a laser foi utilizada para obtenção das isotermas. O aumento do número de  $Ra$  e de  $\alpha$  provocaram intensificação da transferência de calor, causada pelo aumento das forças de empuxo. São fornecidas correlações numéricas para o  $\overline{Nu}$  em função do ângulo de inclinação  $\alpha$  da cavidade. Foi encontrado comportamento oscilatório do escoamento na abertura da cavidade para toda faixa de  $Ra$  considerada,  $Ra = 10^3 - 5 \times 10^5$ , e que a amplitude das oscilações aumenta com  $Ra$ , tornando o escoamento mais instável. O escoamento na cavidade inclinada também é muito instável.

Son *et al.* (1994) estudaram escoamento laminar e turbulento com transferência de calor de uma parede vertical aquecida em uma cavidade parcialmente aberta para  $Ra = 10^4 - 10^{12}$

e  $Pr = 0,71$ . O método de solução empregado foi o SIMPLE (Patankar, 1980) e os termos convectivos são obtidos com o esquema Upwind. A aproximação de Boussinesq é empregada no termo de empuxo e o modelo k- $\varepsilon$  é utilizado, com as condições de contorno dadas por Henkes e Hoogendoorn (1989). O domínio computacional restringe-se a cavidade. Esse é um dos primeiros trabalhos a tentar determinar numericamente os efeitos da turbulência na transferência de calor e na configuração do escoamento.

Mohamad (1995) obteve uma solução em regime laminar de uma cavidade aquecida na base e a face aberta voltada para cima, enquanto as paredes verticais são mantidas adiabáticas, para  $Ra = 10^3 - 10^7$ , ângulos de inclinação da cavidade de  $\alpha = 10^\circ$  a  $90^\circ$  e de razão de aspecto 0,5, 1,0 e 2,0 para  $Pr = 0,7$ . Foi encontrado que, enquanto o  $Nu$  local é bastante sensível à inclinação da cavidade, o valor do  $\overline{Nu}$  varia muito pouco. O escoamento, como esperado, é instável para altos  $Ra$  e para pequenas inclinações da cavidade.

Angirasa *et al.* (1995) estudaram uma cavidade isotérmica com uma das faces verticais aberta para o meio externo, usando o método da Vorticidade Função-Corrente, com a aproximação de Boussinesq. Na solução foi utilizado o esquema Upwind para tratamento dos termos convectivos e malha regular. Devido a instabilidade provocada pelo aquecimento da parede horizontal inferior, não foi encontrada solução em regime permanente para altos valores de  $Gr$ . Pelo fato do domínio computacional estar restrito à cavidade, valem as mesmas observações feitas em Angirasa *et al.* (1992). Soluções em regime permanente foram encontradas para  $Gr \leq 10^6$ . Apesar de ocorrer a formação de pluma térmica na parede horizontal inferior para  $Gr = 10^5$ , durante o regime transitório, a camada limite em crescimento na parede vertical, onde as velocidades são mais altas, provoca a dissipação dessa pluma. A formação de pluma térmica na parede inferior é intensificada com o aumento do  $Gr$ . Para  $Gr \geq 10^7$ , as instabilidades geradas na parede inferior pela formação intermitente de pluma e sua posterior incorporação pela camada limite da parede vertical, faz com que não seja mais possível estabelecer um regime permanente. Essas instabilidades ocorrem de maneira periódica. O escoamento no interior da cavidade é dominado pela camada limite gerada na parede vertical.

### 1.2.2 Convecção Mista em uma Cavidade Aberta Para um Canal

O trabalho de Humphrey e Jacobs (1981), muito provavelmente, é o único que trata do problema da cavidade aberta para um canal e resfriada por convecção mista, com geometria semelhante à estudada nesta tese. Os autores estudaram a influência da cavidade no processo de transferência de calor, a direção do escoamento forçado e a forma do perfil da velocidade na entrada do canal. O fluido de trabalho é o ar com  $Re = 300$  e  $Gr = 4500$ . O ângulo  $\alpha$  de inclinação com a gravidade foi variado de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $-45^\circ$ . Uma das principais conclusões desse trabalho é que a transferência de calor aumenta quando o escoamento forçado e as forças de empuxo têm direções opostas. Se os escoamentos são alinhados, a transferência de calor diminui. Notar que, devido à investigação limitada a apenas  $Re = 300$  e  $Gr = 4500$ , as conclusões não podem ser extrapoladas para outras magnitudes desses parâmetros.

## 1.3 Presente Trabalho

O objetivo deste trabalho é o estudo da influência de uma parede formando um canal vertical quando posicionada frontalmente a uma cavidade aberta. A cavidade tem as duas paredes horizontais adiabáticas e a parede vertical mantida a temperatura constante. A parede frontal é feita isotérmica ou adiabática. Sua distância à entrada da cavidade,  $b/H$ , é examinada para valores iguais a 1,0, 0,5 e 0,2, onde  $b$  é a distância entre as paredes verticais do canal e  $H$  a altura da cavidade. A razão de aspecto,  $B = L/H$  é feita igual a 0,5, 1,0, 3,0 e 6,0, onde  $L$  é o comprimento da cavidade. Essa geometria é mostrada na Figura 2.1. O número de Prandtl será aproximadamente o do ar,  $Pr = 1,0$ , e a faixa do número de Rayleigh estudada será  $10^3 - 10^7$ .

Foi desenvolvido um programa em FORTRAN 77, utilizando o método dos Volumes Finitos (MVF) de Patankar (1980) para a discretização espacial das equações e o método SOLA de Hirt *et al.* (1975) para a discretização temporal. O esquema numéricico para a aproximação dos termos convectivos e difusivos foi o Power-Law, criado por Patankar (1980).

O código de cálculo foi desenvolvido em coordenadas cartesianas, bidimensional, com a hipótese de fluido newtoniano, incompressível e em regime laminar.

No Capítulo 2 são deduzidas as equações governantes do problema, baseadas em um

balanço diferencial em um volume de controle infinitesimal. As equações são: conservação da massa, quantidade de movimento nas direções x e y e conservação da energia. A aproximação de Boussinesq é utilizada para modelamento do termo de empuxo.

A discretização das equações de transporte no espaço e no tempo são apresentadas no Capítulo 3, assim como o esquema convectivo Power-Law.

A validação do código de cálculo é mostrada no Capítulo 4. São resolvidos problemas cujos resultados numéricos são disponíveis na literatura, e feita a comparação com os resultados obtidos com o código.

São resolvidos os problemas de:

- Convecção natural em uma cavidade fechada aquecida lateralmente Davis(1983), Hortmann *et al.*(1990) e Lé Quéré(1991).
- Conveção natural em uma cavidade aberta com parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas ( $B = 1,0$  e  $Pr = 1,0$ ). As referências são: Chan e Tien(1985a) e Chan e Tien(1985b).
- Convecção natural em uma cavidade aberta achatada com parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas ( $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$ ), resolvida por Chan e Tien(1985b).

No Capítulo 5, o problema de conveção natural em uma cavidade aberta para um canal, com uma parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas, é resolvido para uma razão de aspecto  $B = 1,0$ . As condições de contorno da parede vertical, posicionada em frente à cavidade, são de parede adiabática ou isotérmica.

No Capítulo 6, é feito um estudo da razão de aspecto da cavidade, com  $B = 0,5, 3,0$  e  $6,0$ , no processo de transferência de calor da parede aquecida da cavidade. O efeito da condição de contorno na parede frontal à abertura da cavidade e na abertura do canal é também analisado. São mostrados resultados de isotermas, linhas de corrente, perfis dos componentes da velocidade e tabelas com parâmetros característicos do problema, como:  $\overline{Nu}$ ,  $\overline{Nu}_{max}$  e  $\dot{m}$ .

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões sobre os resultados obtidos e sugestões para aprimoramento futuro do trabalho.

# Capítulo 2

## EQUAÇÕES GOVERNANTES

### 2.1 Equações Locais Instantâneas

As equações locais instantâneas são deduzidas a partir dos princípios fundamentais de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, através de um balanço em um volume de controle diferencial.

Na simplificação das equações governantes, as seguintes hipóteses serão admitidas:

1. Escoamento laminar;
2. Bidimensional;
3. Fluido newtoniano;
4. Escoamento incompressível, ou seja, a densidade  $\rho$  é admitida constante, exceto para o termo de empuxo, para o qual supõe-se a validade da aproximação de Boussinesq;
5. Propriedades físicas constantes ( $k, \rho, \mu, c_p$ );
6. Dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
7. A gravidade atua somente na direção vertical para baixo;
8. Ausência de termo fonte na equação da energia.

As equações podem ser escritas na forma diferencial como:

### 2.1.1 Equação de Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido e  $U_i$  o componente a velocidade do fluido na direção  $i$ .

Com as hipóteses acima, a equação pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

onde  $x$  e  $y$  são os eixos coordenados na direção horizontal e vertical, respectivamente, e  $u$  e  $v$  os respectivos componentes da velocidade nestas direções.

### 2.1.2 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho (U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.3)$$

Onde o índice repetido indica somatória para os 3 eixos coordenados. Com as hipóteses feitas e lembrando que:  $\tau_{ij} = \mu [\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}]$  obtemos:

A-) Equação da Quantidade de Movimento na direção  $x$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p_m}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

B-) Equação da Quantidade de Movimento na direção  $y$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho}{\rho_o} g \quad (2.5)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática ( $\nu = \mu/\rho_o$ ) e  $\rho_o$  é a densidade do fluido. Todas as propriedades físicas são avaliadas à temperatura de referência  $T_o^\circ$ .

Na Equação (2.5), a pressão local estática pode ser decomposta em dois termos (Jaluria e Torrance, 1986): um devido à pressão hidrostática local no fluido  $p_h$  e o outro devido ao movimento do fluido  $p_m$ . Desse modo:

$$p = p_m + p_h \quad (2.6)$$

Juntando o termo de pressão e a força de campo gravitacional da Equação (2.5), obtemos:

$$-\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right] = -\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{dp_m}{dy} + \frac{dp_h}{dy} + \rho g \right] \quad (2.7)$$

A pressão hidrostática é calculada como:

$$\frac{dp_h}{dy} = -\rho_o g \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) na equação (2.7), temos:

$$-\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right] = -\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{dp_m}{dy} - g(\rho - \rho_o) \right] \quad (2.9)$$

onde  $g(\rho - \rho_o)$  é a força de empuxo. Este termo é estimado empregando-se a extensivamente utilizada aproximação de Boussinesq, a qual admite uma dependência linear da densidade com a temperatura, e despreza as variações da densidade na equação da conservação da massa (Jaluria e Torrance, 1986). A aproximação é válida para muitas aplicações onde as diferenças de temperatura não são muito grandes e é discutida amplamente em Gray e Giorgini (1976). A aproximação de Boussinesq é escrita como (Arpaci e Larsen, 1984):

$$(\rho - \rho_o) = \rho_o \beta (T^\circ - T_o^\circ) \quad (2.10)$$

onde  $\beta = -1/\rho (\partial \rho / \partial T)_p$  é o coeficiente de expansão térmica admitido constante. Considerando as hipóteses feitas, o valor de  $\beta$  pode ser calculado como:  $\beta = \frac{1}{T_o^\circ}$ , onde  $T_o^\circ$  deve estar em graus Kelvin.

A equação (2.5) pode ser reescrita com o auxílio das equações (2.9) e (2.10) como:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u v}{\partial x} + \frac{\partial v v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p_m}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta (T^\circ - T_o^\circ) \quad (2.11)$$

### 2.1.3 Equação da Energia

A equação da energia em termos de temperatura pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho c_p T^\circ}{\partial t} + \frac{\partial (\rho c_p U_j T^\circ)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T^\circ}{\partial x_j} \right) + \beta T^\circ \frac{D p}{D t} + \mu \Phi + q''' \quad (2.12)$$

onde  $\Phi$  é a função dissipação viscosa.

A equação pode ser reescrita considerando as hipóteses feitas na seção 2.1 como:

$$\frac{\partial T^o}{\partial t} + \frac{\partial u T^o}{\partial x} + \frac{\partial v T^o}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T^o}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^o}{\partial y^2} \right) \quad (2.13)$$

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica do fluido ( $\alpha = k/\rho_o c_p$ ).

As equações (2.2), (2.4), (2.11) e (2.13) constituem o conjunto completo das equações governantes. O sistema de equações é fechado, isto é, o número de variáveis é igual ao número de equações e pode ser resolvido com as condições de contorno adequadas.

Para o caso de convecção forçada, o campo de velocidades é independente do campo de temperaturas. O mesmo não ocorre para o caso de convecção mista e natural onde a temperatura auxilia ou é a responsável pelo movimento do fluido. Nesse caso, o sistema de equações é acoplado e precisa ser resolvido simultaneamente (Galpin e Raithby, 1986).

## 2.2 Adimensionalização das Equações Governantes

As Equações (2.2), (2.4), (2.11) e (2.13), são adimensionalizadas com os parâmetros utilizados por Chan Tien(1985b), para a geometria mostrada na Figura 2.1, a qual será o objeto de investigação desse trabalho.

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (2.14)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha} \quad (2.15)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2} \quad (2.16)$$

$$T = \frac{T^o - T_\infty^o}{(T_h^o - T_\infty^o)} \quad (2.17)$$

onde  $T^o$  é o valor da temperatura dimensional nesse caso.

$$P = \frac{(p - p_\infty)H^2}{\rho \alpha^2} \quad (2.18)$$

As Equações governantes na forma adimensional podem ser reescritas como:

a-) Conservação da Massa

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.19)$$

b-) Quantidade de Movimento

direção  $x$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(U^2)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.20)$$

direção  $y$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(V^2)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra.Pr.T \quad (2.21)$$

onde os número de  $Pr$  e  $Ra$  são definidos nas Equações (4.9) e (4.21), respectivamente.

c-) Energia

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) . \quad (2.22)$$

## 2.3 Geometria e Condições de Contorno

A Figura 2.1 apresenta a geometria do problema a ser resolvido neste trabalho.

As condições de contorno na forma adimensional para as fronteiras mostradas na Figura 2.1 são:

- (1) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (2) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (3) parede impermeável isotérmica:  $U = V = 0$  e  $T = 1$
- (4) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (5) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (6) discutidas no Capítulo 5

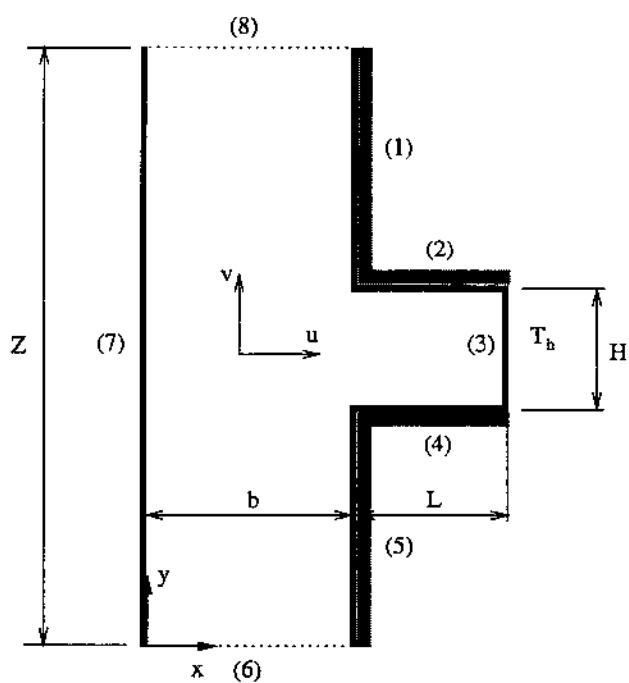


Figura 2.1: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para o canal

- (7) parede frontal impermeável adiabática ou isotérmica:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$  ou  $T = 0$
- (8) discutidas no Capítulo 5

# Capítulo 3

## TRATAMENTO NUMÉRICO

Neste capítulo é realizado o tratamento numérico das equações diferenciais de transporte que governam o escoamento, ou seja, equação da conservação da massa (Equação (2.2)), equações da quantidade de movimento nas direções  $x$  e  $y$  (Equações (2.4) e (2.11), respectivamente) e equação da energia (Equação (2.13)). O método dos Volumes Finitos (MVF) (Patankar,1980) é utilizado para a discretização espacial das equações de transporte. A estrutura da malha deslocada (Patankar,1980) é utilizada, isto é, as grandezas escalares como pressão e temperatura são tratadas no centro dos volumes de controle, enquanto as grandezas vetoriais, no caso as velocidades, são tratadas nas faces. O método semi-implícito SOLA (Hirt *et al.*,1975) é utilizado para a discretização temporal das equações. O método SOLA é semelhante ao de Harlow e Welch (1965), apenas que a pressão é calculada de maneira implícita, enquanto no Harlow e Welch (1965) a pressão é explícita.

### 3.1 Discretização Espacial

A discretização no espaço consiste em estabelecer uma malha na qual o espaço contínuo é substituído por um número finito de pontos nos quais a variável  $\phi$  é avaliada. Quanto maior o número de pontos utilizados melhor é a aproximação obtida pelo fato de estarmos aproximando a malha de um espaço contínuo. A discretização no espaço das variáveis dependentes transforma a equação diferencial em um sistema algébrico de equações. A discretização pode ser resumida como a transformação das equações diferenciais ou integrais em equações

algébricas envolvendo o valor das variáveis nos pontos da malha.

### 3.1.1 Integração da Equação Global

As equações de transporte na forma mais geral, podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U_i \phi) = \nabla \cdot J_{i\phi} + S_\phi \quad (3.1)$$

onde cada termo possui o seguinte significado:

$\partial \rho\phi / \partial t \rightarrow$  taxa de variação da propriedade física conservada associada à variável intensiva  $\phi$  dentro do volume de controle

$\nabla \cdot (\rho U_i \phi) \rightarrow$  transporte convectivo da propriedade física conservada associada à variável intensiva  $\phi$

$\nabla \cdot J_{i\phi} \rightarrow$  transporte difusivo da propriedade física conservada associada à variável intensiva  $\phi$

$\rho S_\phi \rightarrow$  termo fonte o qual contém todos os termos que não se acomodam nos anteriores

Na Tabela 3.1 são encontradas as expressões que assume cada termo acima para as diferentes equações locais instantâneas no sistema de coordenadas cartesianas.

Equação	$\phi$	$J_{i\phi}$	$S_\phi$
Continuidade	1	0	0
Mom. direção $x$	$u$	$\mu \nabla u$	$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x}$
Mom. direção $y$	$v$	$\mu \nabla v$	$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y}$
Entalpia	$h$	$\lambda \nabla T^\circ$	$\rho S_h$

Tabela 3.1: Expressões para Equação (3.1)

A Equação (3.1) é integrada num volume de controle  $\vartheta$ , de fronteiras fixas, resultando em:

$$\int_{\vartheta} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\vartheta + \int_{\vartheta} \nabla \cdot (\rho U \phi - J_\phi)_i d\vartheta = \int_{\vartheta} S_\phi d\vartheta \quad (3.2)$$

Utilizaremos agora o teorema de Gauss para transformar a integral de volume do segundo termo do lado esquerdo da Equação (3.2) em integral de superfície.

Para um vetor  $\vec{a}$  qualquer esse teorema pode ser escrito como:

$$\int_{\vartheta} \nabla \cdot \vec{a} d\vartheta = \int_s \vec{a} \cdot \vec{n} ds \quad (3.3)$$

onde  $\vec{n}$  é o vetor unitário normal a superfície  $s$ , dirigido para fora (Figura 3.1).

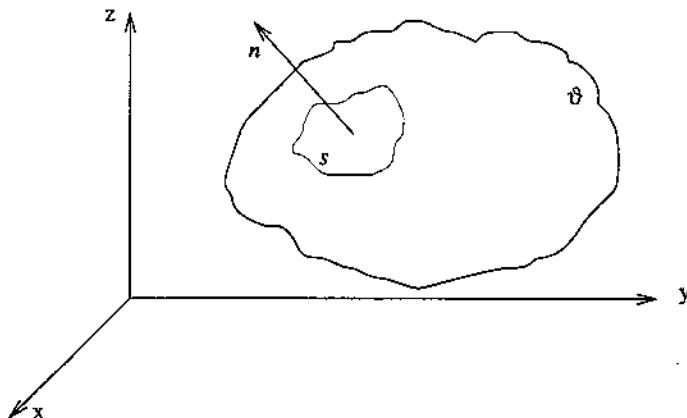


Figura 3.1: Volume de controle

Permutando também a derivada da variável  $\phi$  com a integral no primeiro termo do lado esquerdo, que é possível devido ao fato da forma do volume  $\vartheta$  não depender do tempo, resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{\vartheta} \rho \phi \right] d\vartheta + \int_s (\rho U \phi - J_\phi)_i \cdot \vec{n} ds = \int_{\vartheta} S_\phi d\vartheta \quad (3.4)$$

A Equação (3.4) representa o balanço da grandeza  $\phi$  sobre o volume de controle  $\vartheta$ .

### 3.1.2 Método dos Volumes Finitos(MVF)

O método dos Volumes Finitos (Patankar,1980), inicia-se com a divisão do domínio de cálculo em um número finito de volumes de controle não sobrepostos. Cada volume de

controle possui em seu interior um único ponto da malha, chamado ponto nodal, como mostra a Figura 3.2 para o domínio coberto com uma malha regular.

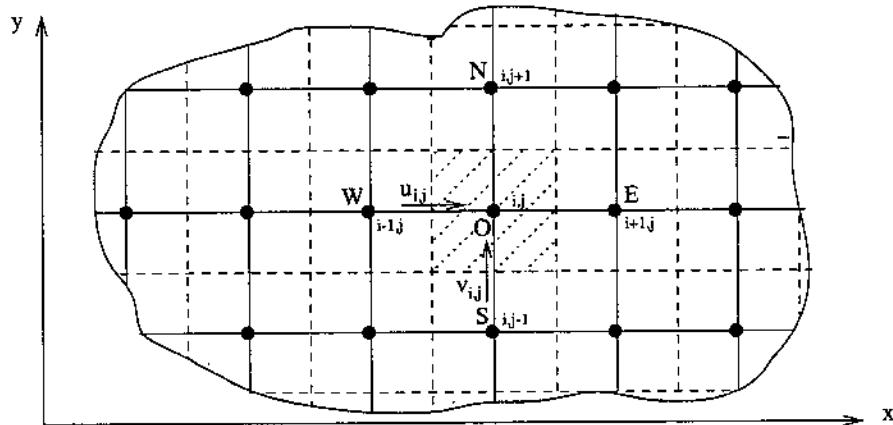


Figura 3.2: Região bidimensional dividida em volumes de controle

A integração da equação diferencial, como feito na seção anterior, é feita sobre cada volume de controle, assumindo-se um perfil para expressar a variação de  $\phi$  entre os pontos da malha e avaliar a integral. A vantagem é que as variáveis transportadas são sempre conservadas sobre qualquer número de volumes de controle e, deste modo, sobre todo o domínio de cálculo. O método garante a conservação das quantidades como massa, quantidade de movimento e energia, local e globalmente.

### 3.1.3 Localização das Variáveis e Malha Deslocada

A Figura 3.3 representa um volume de controle principal onde  $O$  é o centro do volume principal e os pontos cardinais  $E, W, S$  e  $N$  são os centros dos volumes de controle circunvizinhos. As linhas tracejadas indicam as faces dos volumes de controle.

A malha deslocada (*staggered grid*) é utilizado de modo a manter-se o realismo físico do problema (Patankar, 1980). As grandezas escalares como pressão e temperatura são tratadas no centro dos volumes de controle, enquanto as grandezas vetoriais, no caso, os componentes da velocidade, são tratadas nas faces dos volumes de controle. Este procedimento propicia uma melhor estimativa dos fluxos convectivos. Os volumes de controle secundários utilizados para os componentes  $u$  e  $v$  da velocidade são ilustrados na Figura 3.3.

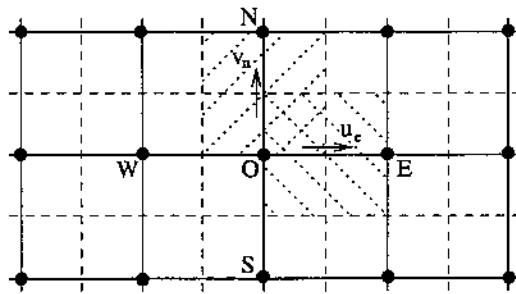


Figura 3.3: Malha deslocada. Volumes secundários para os componentes  $u$  e  $v$  da velocidade

### 3.1.4 Equações de Conservação Para um Escalar

As integrais de volume e de superfície da Equação (3.4) são aproximadas admitindo-se um perfil para a variável  $\phi$ . Diferentes perfis para  $\phi$  podem ser admitidos para aproximar os termos da equação diferencial. Um perfil linear contínuo por partes será utilizado para as aproximações.

A integral de volume do lado esquerdo da Equação (3.4) e a do lado direito, podem ser escritas como:

a-) Termo transitório:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{\vartheta} \rho \phi d\vartheta \right] \cong \vartheta_O \frac{\partial \rho \phi_O}{\partial t} \quad (3.5)$$

b-) Termo fonte:

$$\int_{\vartheta} S_{\phi} d\vartheta \cong \vartheta_O S_{\phi} \quad (3.6)$$

onde o índice  $O$  refere-se ao volume de controle cujo ponto nodal é  $O$ .

As integrais de superfície da Equação (3.4) serão aproximadas utilizando-se o tratamento abaixo descrito.

Os termos difusivos e convectivos são aproximados por um somatório algébrico nas faces do volume de controle.

c-) Termo difusivo:

$$\int_s \vec{J}_{\phi} \cdot \vec{n} ds \cong \sum_{i=1}^4 (a_f \vec{J}_{\phi} \cdot \vec{n})_i \quad (3.7)$$

onde  $a_f$  é a área da face normal ao fluxo e  $i$  o índice que representa as faces  $e, w, n$  e  $s$ . O termo difusivo escrito para as quatro faces é

$$\int_s \vec{J}_\phi \cdot \vec{n} ds \cong (a_f J_\phi)_e - (a_f J_\phi)_w + (a_f J_\phi)_n - (a_f J_\phi)_s \quad (3.8)$$

O fluxo difusivo  $J_\phi$  envolve uma estimativa do gradiente médio de  $\phi$  na face do volume de controle e é obtido através de uma interpolação linear.

d-) Termo convectivo:

$$\int_s (\rho \vec{U}_i \phi) ds \cong \sum_{i=1}^4 (a_f \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n})_i \quad (3.9)$$

O termo convectivo escrito para as quatro faces é,

$$\int_s (\rho \vec{U}_i \phi) ds \cong (a_f \rho \phi U)_e - (a_f \rho \phi U)_w + (a_f \rho \phi U)_n - (a_f \rho \phi U)_s \quad (3.10)$$

onde  $U_i$  representa o valor médio da velocidade sobre a face  $i$  do volume de controle.

Os fluxos convectivos e difusivos são agora reunidos em uma só variável.

$$FLUXO(\phi_O) = \sum_{i=1}^4 [(a_f \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n})_i + (a_f \vec{J}_\phi \cdot \vec{n})_i] \quad (3.11)$$

### 3.1.5 Equação Global Discretizada

A Equação (3.1) pode agora ser escrita na forma discretizada com o auxílio das equações (3.5) a (3.9) como:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho \phi_O}{\partial t} + \sum_{i=1}^4 [(a_f \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n})_i + (a_f \vec{J}_\phi \cdot \vec{n})_i] = \vartheta_O \rho S_\phi \quad (3.12)$$

### 3.1.6 Equações de Transporte Discretizadas

Com a Equação (3.12) e as expressões devidas para  $\phi$ ,  $J_\phi$  e  $S_\phi$  obtidas da Tabela 3.1, as equações de transporte discretizadas podem ser obtidas.

#### Equação da Continuidade Discretizada

Da Tabela 3.1 obtemos:  $\phi=1$ , figura  $\vec{J}_\phi=0$  e  $S_\phi=0$ , que substituídos na Equação (3.12) resulta em:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^4 (a_f \rho \vec{U} \cdot \vec{n})_i = 0 \quad (3.13)$$

Para fluido incompressível,  $\partial\rho/\partial t = 0$ . Escrevendo a equação para o volume de controle  $O$  da Figura 3.3, obtemos:

$$(ua_f)_e - (ua_f)_w + (va_f)_n - (va_f)_s = 0 \quad (3.14)$$

onde  $u$  e  $v$  representam o valor médio dos componentes da velocidade sobre a face do volume de controle, nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

### Equação da Quantidade de Movimento Discretizada

A força de pressão é discretizada da seguinte maneira (ver Figura 3.4):

$$-\int_s p\vec{n}ds \cong (a_{f_w}p_W - a_{f_o}p_O) \quad (3.15)$$

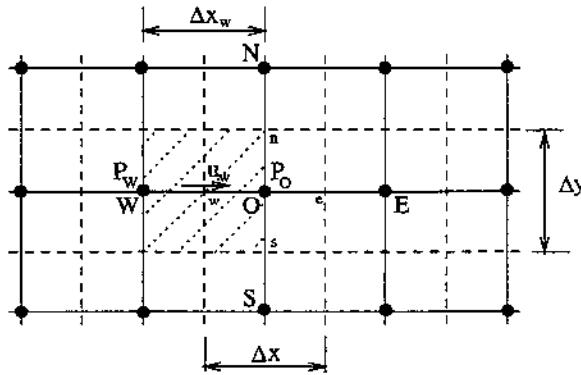


Figura 3.4: Tratamento do termo de pressão

As expressões para as outras faces são obtidas analogamente.

A-) Equação da Quantidade de Movimento na direção  $x$ :

Da Tabela 3.1 obtemos:  $\phi = u$ ,  $\vec{J}_\phi = \mu \nabla u$  e  $S_\phi = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x}$ . Substituindo estes valores na Equação (3.12) e tratando o termo de pressão como visto acima, obtemos:

a-) componente  $u_w$ :

$$\vartheta_w \frac{\partial \rho u_w}{\partial t} + FLUXO(u_w) = (a_{f_w}p_W - a_{f_o}p_O) \quad (3.16)$$

b-) componente  $u_e$ :

$$\vartheta_e \frac{\partial \rho u_e}{\partial t} + FLUXO(u_e) = (a_{f_o}p_O - a_{f_e}p_E) \quad (3.17)$$

B-) Equação da Quantidade de Movimento na direção  $y$ :

Da Tabela 3.1 obtemos:  $\phi = v$ ,  $\vec{J}_\phi = \mu \nabla v$  e  $S_\phi = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y}$ . Procedendo analogamente obtemos:

c-) componente  $v_s$ :

$$\vartheta_s \frac{\partial \rho v_s}{\partial t} + FLUXO(v_s) = (a_{f_s} p_S - a_{f_o} p_O) - \rho g \vartheta_s \quad (3.18)$$

d-) componente  $v_n$ :

$$\vartheta_n \frac{\partial \rho v_n}{\partial t} + FLUXO(v_n) = (a_{f_o} p_O - f_n p_N) - \rho g \vartheta_n \quad (3.19)$$

### Equação da Energia Discretizada

Da Tabela 3.1 obtemos:  $\phi = h$ ,  $\vec{J}_\phi = \lambda \nabla T^\circ$  e  $S_\phi = \rho S_h = 0$ . A equação da energia na forma de temperatura é obtida lembrando que para gases ideais, sólidos e líquidos  $c_p \nabla T^\circ = \nabla h$  e se  $c_p$  é constante  $h = c_p T^\circ$  e  $\lambda = k$ . Com o auxílio da Equação (3.12) obtemos:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho T_O^\circ}{\partial t} + FLUXO(T_O^\circ) = 0 \quad (3.20)$$

## 3.2 Discretização Temporal

A discretização das derivadas no tempo leva a um sistema de equações algébricas para as variáveis em um dado passo de tempo, em função das variáveis do passo de tempo anterior.

### 3.2.1 Método Semi-Implícito SOLA

A solução do problema hidrodinâmico consiste na obtenção de um campo de velocidade e de pressão que satisfaça as equações de Navier-Stokes e da conservação da massa. A principal dificuldade é o tratamento da variável pressão, pois não existe uma equação específica para ela. O objetivo do método SOLA é formular uma solução para esta dificuldade sobre o campo de pressão.

O método SOLA (Hirt *et al.*, 1975), consiste basicamente em extrair os fluxos de massa das equações da quantidade de movimento, Equações (3.23) a (3.26) e transportá-los para a

equação da continuidade, Equação (3.22), obtendo-se uma equação linear para cada nó da malha em cujo lado esquerdo esta a pressão e do lado direito todas as grandezas explícitas. O sistema de equações resultante é decomposto uma só vez (ver seção 3.4.1) e o campo de pressão determinado a cada passo de tempo. As novas velocidades são obtidas das equações dos fluxos de massa, Equações (3.23) a (3.26) satisfazendo a equação da conservação da massa, (Equação (3.22)).

O método SOLA é chamado método semi-implícito devido as características da discretização temporal, que será apresentada a seguir.

### 3.2.2 Discretização do Termo Transitório

A discretização do termo transitório é feita calculando-se a derivada da variável  $\phi$  como a diferença entre dois tempos consecutivos defasados de um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} = \frac{\rho\phi^{n+1} - \rho\phi^n}{\Delta t} \quad (3.21)$$

onde  $n$  representa o tempo  $t$  e  $(n + 1)$  o tempo  $(t + \Delta t)$

A-) Equação da continuidade:

A Equação da conservação da massa (3.14) é integrada no tempo na forma totalmente implícita e resulta em:

$$(u^{n+1}a_f)_e - (u^{n+1}a_f)_w + (v^{n+1}a_f)_n - (v^{n+1}a_f)_s = 0 \quad (3.22)$$

B-) Equação da Quantidade de Movimento:

As Equações da quantidade de movimento (3.16) a (3.19) são integradas no tempo na forma semi-implícita, isto é, implícita para a pressão e explícita para a velocidade.

a-) componente  $u_w$ :

$$u_w^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho\vartheta_w} (a_{f_w}p_W - a_{f_o}p_O)^{n+1} + A_w^n \quad (3.23)$$

$$A_w = -\frac{\Delta t}{\rho\vartheta_w} FLUXO(u_w) + u_w$$

b-) componente  $u_e$ :

$$u_e^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho\vartheta_e} (a_{f_o}p_O - a_{f_e}p_E)^{n+1} + A_e^n \quad (3.24)$$

$$A_e = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_e} FLUXO(u_e) + u_e$$

c-) componente  $v_s$ :

$$v_s^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \vartheta_s} (a_{f_s} p_S - a_{f_o} p_O)^{n+1} + A_s^n \quad (3.25)$$

$$A_s = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_s} FLUXO(v_s) + v_s - \Delta t.g$$

d-) componente  $v_n$ :

$$v_n^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \vartheta_n} (a_{f_o} p_O - a_{f_n} p_N)^{n+1} + A_n^n \quad (3.26)$$

$$A_n = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_n} FLUXO(v_n) + v_n - \Delta t.g$$

C-) Equação da energia:

A integração no tempo das equações escalares é feita na forma explícita.

$$T_O^{\circ n+1} = -\frac{\Delta t}{\vartheta_O} FLUXO(T_O^{\circ n}) \quad (3.27)$$

### 3.3 Matriz de Pressão

Substituindo os fluxos de massa da equação da quantidade de movimento, Equações (3.23) a (3.26) na equação da continuidade, Equação (3.22), para o volume de controle  $O$  tem-se:

$$a_O P_O - a_E P_E - a_W P_W - a_N P_N - a_S P_S = b_O \quad (3.28)$$

onde  $P$  é a pressão ( $P = p/\rho$ ) e os  $a$ 's são coeficientes que dependem somente dos parâmetros geométricos da malha e são da seguinte forma:

$$a_E = \frac{a_{f_e} a_{f_e}}{\vartheta_e} \quad (3.29)$$

$$a_W = \frac{a_{f_w} a_{f_w}}{\vartheta_w} \quad (3.30)$$

$$a_N = \frac{a_{f_n} a_{f_n}}{\vartheta_n} \quad (3.31)$$

$$a_S = \frac{a_{f_s} a_{f_s}}{\vartheta_s} \quad (3.32)$$

$$a_O = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.33)$$

o termo  $b_O$ , no lado direito, depende do campo de velocidade no tempo anterior e do passo de tempo de cálculo. É expresso por:

$$b_O = \frac{1}{\Delta t} [(a_f A)_w - (a_f A)_e + (a_f A)_s - (a_f A)_n] \quad (3.34)$$

onde os valores de  $A_w$ ,  $A_e$ ,  $A_s$  e  $A_n$  são dados nas Equações (3.23) a (3.26), respectivamente.

Dessa maneira obtém-se uma equação linear igual a Equação (3.28) para cada nó do domínio de cálculo. O sistema de equações resultante é bem condicionado pois é diagonalmente dominante. A matriz gerada é calculada de uma só vez, pois depende apenas de parâmetros geométricos da malha, enquanto o vetor  $b_O$  tem que ser calculado a cada passo de tempo por depender do campo de velocidades anterior.

### 3.3.1 Resolução da Matriz de Pressão

A matriz de coeficientes formada pelo sistema linear de equações possui a característica de ser de banda, simétrica e definida positiva. Pode ser utilizado para a solução um método iterativo como o do gradiente conjugado (Golub e Loan, 1985) ou um método direto como o de Cholesky (Golub e Loan, 1985). O método direto de Cholesky será adotado (Evans, 1980).

A matriz de pressão pode ser escrita como:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{B} \quad (3.35)$$

A matriz de rigidez  $\mathbf{A}$  é decomposta uma só vez pois seus elementos dependem somente de grandezas geométricas da malha que são independentes do tempo.

O método de Cholesky calcula uma matriz triangular inferior  $\mathbf{G}$  de modo que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^T \quad (3.36)$$

onde  $\mathbf{G}^T$  é a matriz transposta de  $\mathbf{G}$ .  $\mathbf{G}$  é uma matriz triangular inferior com elementos da diagonal estritamente positivos.

A cada passo de tempo, o lado direito do sistema de equações é computado e é realizada a seguinte operação :

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}, \text{ ou seja, } \mathbf{X} = \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad (3.37)$$

Obtemos desse modo o vetor  $\mathbf{X}$ . O próximo passo é a determinação do campo de pressão que é feito como:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{G}^T)^{-1} \cdot \mathbf{X} \quad (3.38)$$

onde  $\mathbf{X}$  é substituído pela Equação (3.36) e  $\mathbf{P}$  representa o campo de pressão  $P_{ij}$ .

### 3.4 Estabilidade Numérica

A estabilidade numérica do método é obtida através da limitação do passo de tempo de cálculo  $\Delta t$ . Os termos convectivos e difusivos da equação da quantidade de movimento são estimados de maneira explícita, o que leva a uma restrição do passo de tempo máximo admissível. O passo de tempo é estimado utilizando-se o método matricial (Hirsch,1988).

O máximo passo de tempo admissível para o escoamento hidrodinâmico ( $\Delta t_h$ ) é calculado como (Jaluria e Torrance,1986) e (Villand,1986):

$$\Delta t_h \leq \frac{1}{2\nu\left(\frac{1}{\Delta x_{min}^2} + \frac{1}{\Delta y_{min}^2}\right) + \frac{|u_{max}|}{\Delta x_{min}} + \frac{|v_{max}|}{\Delta y_{min}}} \quad (3.39)$$

onde os índices *max* e *min* referem-se, respectivamente, aos valores máximos e mínimos das grandezas no domínio de cálculo.

Uma condição similar, com  $\nu$  substituído por  $\alpha$ , leva à condição de estabilidade para a equação da energia:

$$\Delta t_t \leq \frac{1}{2\alpha(\frac{1}{\Delta x_{min}^2} + \frac{1}{\Delta y_{min}^2}) + \frac{|u_{max}|}{\Delta x_{min}} + \frac{|v_{max}|}{\Delta y_{min}}} \quad (3.40)$$

Para o número de  $Pr = 1$ , as Equações (3.38) e (3.39) fornecem as mesmas restrições aos passos de tempo ( $\Delta t_h = \Delta t_t$ ).

O valor do  $\Delta t$  usado na iteração é o menor entre o fornecido pela Equação (3.38) e (3.39). Notar que o valor de  $\Delta t$  é válido para um meio homogêneo e para situações onde não ocorram instabilidades físicas no problema. Caso contrário, seu valor deverá ser reduzido.

### 3.5 Esquema Convectivo

A discretização do termos convectivos é uma das principais dificuldades na solução das equações de transporte, principalmente para a representação das instabilidades físicas de um escoamento. A dificuldade é obter um esquema que produza resultados acurados através de uma convergência estável e exija pouco esforço computacional.

Nesse trabalho optou-se por usar o esquema convectivo Power-Law, desenvolvido por Patankar (1980). Esse esquema é derivado do esquema exponencial, o qual é localmente exato para um problema unidimensional sem a presença de termo fonte. O esquema Power-Law aproxima a função exponencial através de uma exponenciação de quinto grau.

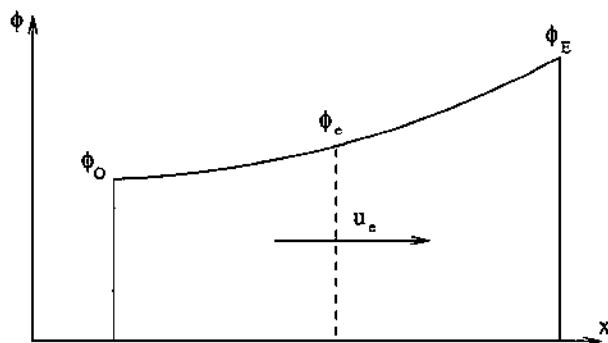


Figura 3.5: Malha unidimensional para esquema Power-Law

O valor do fluxo convectivo mais difusivo da variável  $\phi_e$  na face  $e$  da Figura 3.5, pode ser calculado como:

$$J_e = \Delta y \left[ \rho u_e \phi_e + \parallel [0, (1 - 0, 1 |Pe_e|)^5] \parallel \Gamma \left( \frac{\phi_E - \phi_O}{\Delta x} \right) \right] \quad (3.41)$$

onde  $u_e = (u_E + u_O)/2$  e  $Pe_e = \rho u_e \Delta x / \Gamma$ . O símbolo  $\parallel \parallel$  significa o maior entre os valores e

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_O & \text{se } u_e > 0 \\ \phi_E & \text{se } u_e < 0 \end{cases}$$

O presente esquema é bastante difundido na literatura, por apresentar boa acuidade comparado a esquemas de ordem mais elevada, e ser um esquema simples computacionalmente. Como o problema a ser tratado necessita de muitos pontos na solução adequada da camada-limite, seria interessante dispor de um esquema que fornecesse maior precisão sem necessitar de um número elevado de pontos. Segundo Hortmann *et al.* (1990), enquanto o número de iterações requerida para convergência aumenta linearmente, o tempo computacional aumenta quadraticamente.

Especial atenção deve ser dada no cálculo do termo elevado a quinta potência. Obteve-se uma redução de 50% no tempo de solução de um mesmo problema, calculando-se o termo como

```
PEC = 1.0D0 - 0.1D0*ABS(Pe)
```

```
PEC2 = PEC*PEC
```

```
PEC5 = PEC2*PEC2*PEC
```

```
PL = DMAX1(0.D0, PEC5)
```

e não calculando diretamente

```
PL = DMAX1(0.D0, (1.0 - 0.1*ABS(Pe))**5.)
```

### 3.6 Diagrama de Blocos do Método SOLA

Apresentamos abaixo um algoritmo simplificado do método SOLA. Uma listagem com as principais rotinas do programa é dada no Apêndice A.

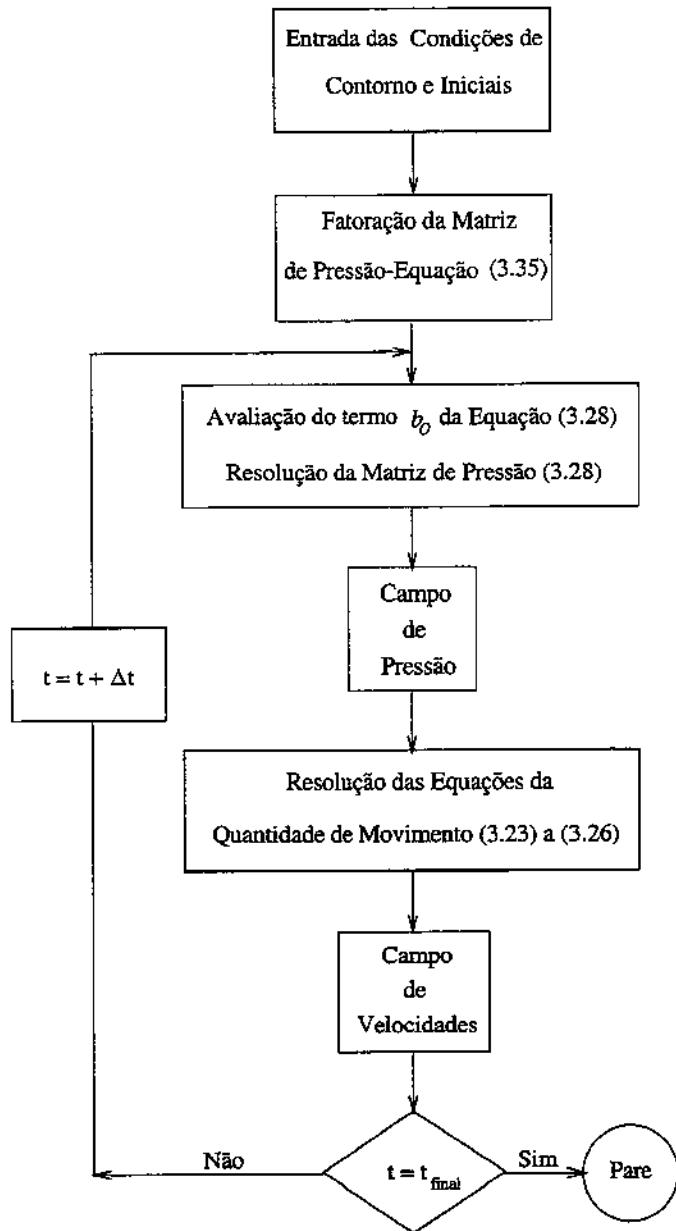


Figura 3.6: Diagrama de blocos do método SOLA

# Capítulo 4

## VALIDAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos para alguns problemas clássicos da literatura utilizando o código de cálculo desenvolvido. Os resultados obtidos serão comparados com soluções numéricas disponíveis na literatura. O objetivo é validar o código de cálculo para resolver diferentes tipos de problemas de convecção natural.

As configurações escolhidas são amplamente discutidas na literatura e intensivamente utilizadas para validação de códigos de cálculo e métodos numéricos.

Os problemas tratados são:

- Convecção natural em uma cavidade quadrada fechada, com uma diferença de temperatura entre as paredes verticais e as horizontais adiabáticas, (Davis,1983) e (Lé Quéré,1991).
- Convecção natural em uma cavidade quadrada aberta ( $B = 1,0$  e  $Pr = 1,0$ ) para um meio semi-infinito, com as paredes horizontais adiabáticas e a vertical mantida a uma temperatura constante, (Chan e Tien,1985a).
- Convecção natural em uma cavidade achataada aberta ( $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$ ) para um meio semi-infinito, com as paredes horizontais adiabáticas e a vertical mantida a uma temperatura constante, (Chan e Tien,1985b).

Os erros percentuais entre as soluções obtidas e os valores experimentais, analíticos ou numéricos obtidos na literatura são calculados da seguinte maneira:

$$DP = \left| \frac{\phi_{ref} - \phi_{cal}}{\phi_{ref}} \right| 100\% \quad (4.1)$$

onde

$DP \rightarrow$  desvio percentual

$\phi_{ref} \rightarrow$  valor da variável obtida na literatura ou analiticamente

$\phi_{cal} \rightarrow$  valor da variável obtida com o programa

O critério de convergência utilizado em todos os problemas, foi a variação relativa em cada ponto nodal:

$$\max \left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right| < 10^{-5} \quad (4.2)$$

onde  $\phi = U, V, T$  e  $Nu$ .

## 4.1 Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada Aquecida Lateralmente

Escoamento provocado por empuxo no interior de uma cavidade fechada, com as paredes verticais a diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas, é um caso teste para se validar e testar códigos computacionais e esquemas convectivos, devido a complexidade do escoamento gerado (Davis, 1983), apresentando regiões de recirculação para altos valores do número de Rayleigh.

Os resultados obtidos são comparados com as soluções de referência de Davis (1983), Hortmann *et al.* (1990) e Lé Queré (1991).

O valor do número de Prandtl será o do ar ( $Pr = 0,71$ ) e a faixa de  $Ra$  estudada será de  $10^3 - 10^8$ .

### 4.1.1 Equações Adimensionais e Malha

As Equações (2.2), (2.4), (2.11) e (2.13), são adimensionalizadas utilizando-se a altura  $H$  da cavidade como comprimento de escala. As variáveis adimensionais são (Lage e Bejan,1991):

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (4.3)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{(\alpha/H)(Ra.Pr)^{1/2}} \quad (4.4)$$

$$\tau = \frac{\alpha(Ra.Pr)^{1/2}}{H^2} \quad (4.5)$$

$$T = \frac{T^\circ - (T_h^\circ - T_c^\circ)/2}{(T_h^\circ - T_c^\circ)} \quad (4.6)$$

$$P = \left( \frac{H^2}{\rho\alpha^2} \right) \left( \frac{p + \rho gy}{Ra.Pr} \right) \quad (4.7)$$

Os números de  $Ra$  e de  $Pr$  são definidos como:

$$Ra = \frac{g\beta H^3(T_h^\circ - T_c^\circ)}{\alpha\nu} \quad (4.8)$$

$$Pr = \frac{\alpha}{\nu} \quad (4.9)$$

Na distribuição dos pontos no interior da cavidade, é utilizada uma função seno hiperbólico nas direções  $x$  e  $y$ . Isso permite uma concentração dos pontos nas regiões próximas às paredes e uma solução adequada dos altos gradientes de temperatura e velocidade. Uma malha  $40 \times 40$  é apresentada na Figura 4.1.

### 4.1.2 Geometria e Condições de Contorno

A geometria e as condições de contorno para a cavidade mostrada na Figura 4.1 são:

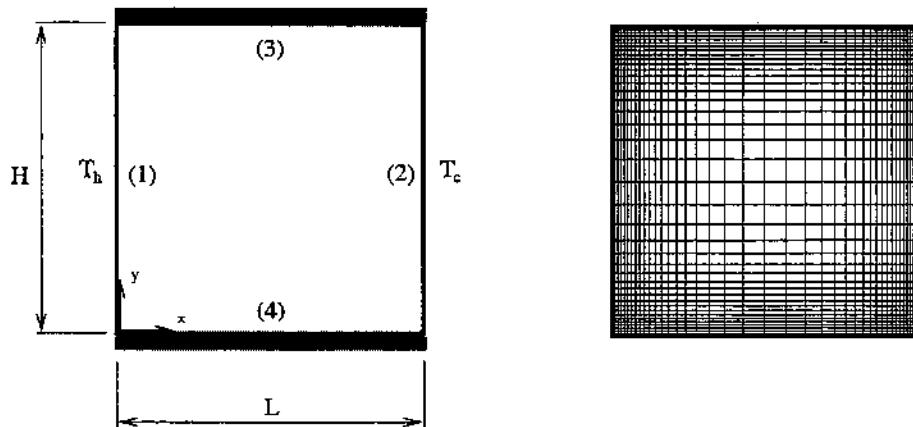


Figura 4.1: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular - Malha  $40 \times 40$  para cavidade quadrada

- (1) parede lateral esquerda:  $u = 0$  (parede impermeável),  $v = 0$  (não deslizamento) e  $T^\circ = T_h^\circ$  (temperatura especificada)
- (2) parede lateral direita:  $u = 0$  (parede impermeável),  $v = 0$  (não deslizamento) e  $T^\circ = T_c^\circ$  (temperatura especificada)
- (3) parede horizontal superior:  $u = 0$  (não deslizamento),  $v = 0$  (parede impermeável) e  $\partial T^\circ / \partial y = 0$  (parede adiabática)
- (4) parede horizontal inferior:  $u = 0$  (não deslizamento),  $v = 0$  (parede impermeável) e  $\partial T^\circ / \partial y = 0$  (parede adiabática)

Usando as variáveis adimensionais da seção anterior, podemos reescrever as condições de contorno como:

- (1) parede lateral esquerda:  $U = 0$ ,  $V = 0$  e  $T = +0,5$
- (2) parede lateral direita:  $U = 0$ ,  $V = 0$  e  $T = -0,5$
- (3) parede horizontal superior:  $U = 0$ ,  $V = 0$  e  $\partial T / \partial Y = 0$  (parede adiabática)
- (4) parede horizontal inferior:  $U = 0$ ,  $V = 0$  e  $\partial T / \partial Y = 0$  (parede adiabática)

A condição inicial utilizada em todos os casos, é imposta como:

- $U = V = T = 0$  para  $\tau = 0$

#### 4.1.3 Número de Nusselt Local, Médio e Função-Corrente

Do ponto de vista térmico, uma das mais relevantes características a serem determinadas é a taxa de transferência de calor através das paredes da cavidade.

Usando as variáveis adimensionais da seção 4.2.2, o número de Nusselt local ( $Nu_0$  em  $X = 0$  e  $Nu_1$  em  $X = 1$ ) podem ser definidos como:

$$Nu = \frac{q''H}{k(T_h^\circ - T_c^\circ)} = - \left( \frac{\partial T}{\partial X} \right) \quad (4.10)$$

O valor do número de Nusselt médio pode ser calculado como:

$$\overline{Nu}_0 = \frac{q_m''H}{k(T_h^\circ - T_c^\circ)} = - \int_0^1 \left( \frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (4.11)$$

onde  $q_m''$  é o fluxo de calor médio saindo da parede.

No plano médio da cavidade ( $X = 1/2$ ), é definido um número de Nusselt que leva em consideração o fluxo convectivo mais o difusivo:

$$\overline{Nu}_{1/2} = \frac{q'_{1/2}H}{k(T_h^\circ - T_c^\circ)} = - \int_0^1 \left[ (Ra \cdot Pr)^{1/2} UT - \frac{\partial T}{\partial X} \right]_{X=1/2} dY \quad (4.12)$$

onde  $q'_{1/2}$  exprime a taxa de transferência de calor total através do plano médio da cavidade:

$$q'_{1/2} = \int_0^H \left[ \rho c_p u [T^\circ - (T_h^\circ + T_c^\circ)/2] - k \frac{\partial T^\circ}{\partial x} \right]_{x=L/2} dy \quad (4.13)$$

A função-corrente, na forma adimensional, é definida como:

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad (4.14)$$

$$V = - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4.15)$$

#### 4.1.4 Resultados Para Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada Aquecida Lateralmente

Na Figura 4.2 para os números de  $Ra = 10^4$  e  $10^6$ , respectivamente, são mostradas as isotermas e linhas de corrente, para o escoamento de ar no interior da cavidade fechada. Esse valores do número de  $Ra$  serão usados nos capítulos posteriores para comparação. Para  $Ra = 10^4$ , Figura 4.2a, percebe-se que as isotermas são suavemente deformadas pela convecção do fluido e o escoamento possui uma única célula de recirculação. O valor de  $\Psi_{max}$  é 5,051 para esse caso, como mostrado na Tabela 4.2.

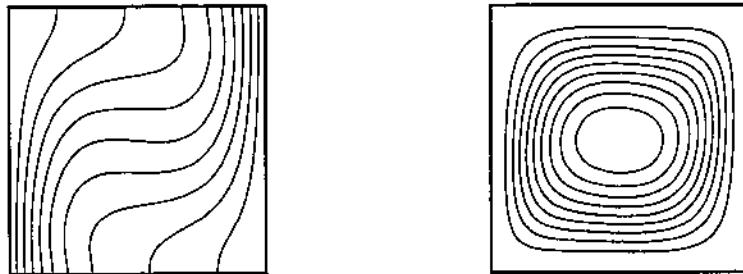
Para o número de  $Ra = 10^6$ , Figura 4.2b, o regime de camada limite já está estabelecido, aumentando os gradientes de temperatura e velocidade próximo às paredes verticais. Aparecem agora 3 células no interior da célula principal. O valor de  $\Psi_{max}$  é 16,90, e o número de  $\overline{Nu}_0$  é 4 vezes maior que para  $Ra = 10^4$ . Esses valores são mostrados na Tabela 4.2.

A Tabela 4.1 apresenta o efeito do refinamento da malha e uma comparação entre os valores de  $\overline{Nu}$ ,  $Nu_{max}$  e  $Nu_{min}$  obtidos com os fornecidos por Lé Queré (1991). Observa-se ótima concordância nos resultados, considerando que Lé Queré (1991) usa uma formulação baseada no método espectral, com polinômios de alta ordem, o que faz sua solução bastante confiável.

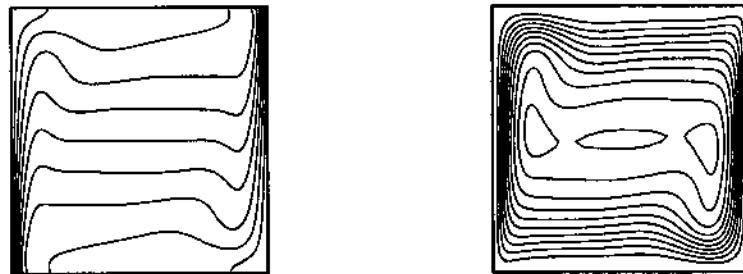
Tabela 4.1: Efeito do refinamento da malha para  $Ra = 10^6$  e  $Pr = 0,71$

malha	$\overline{Nu}_0$	$\overline{Nu}_{1/2}$	$Nu_{max}$	$Nu_{min}$	$ \Psi _{max}$
$10 \times 10$	9,835	9,835	19,74	1,746	18,37
$20 \times 20$	9,033	9,033	19,63	1,257	17,80
$40 \times 40$	8,852	8,852	18,14	1,079	17,23
$80 \times 80$	8,825	8,825	17,58	1,019	17,05
$120 \times 120$	8,823	8,823	17,59	0,9953	16,90
Lé Queré(1991)	8,825	8,825	17,54	0,9795	16,81

A Figura 4.3 mostra uma comparação com os resultados apresentados por Hortmann *et al.* (1990). O valor de  $\delta x$  é o espaçamento mínimo para as malha  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ,  $40 \times 40$



a-)  $Ra = 10^4$  e  $|\Delta\Psi|=0,5085$



b-)  $Ra = 10^6$  e  $|\Delta\Psi|=1,788$

Figura 4.2: Isotermas e linhas de corrente para a cavidade aquecida lateralmente

e  $80 \times 80$ . Eles utilizam o MVF e o esquema central para os termos convectivos. Observa-se que o método SOLA possui uma convergência de ordem mais elevada, apresentando maior acuidade. Isso está relacionado com o fato do refinamento da malha ser feito sempre usando a mesma função distribuição, e é discutido em Llagostera e Figueiredo (1998).

Alguns parâmetros relevantes do problema como:  $\bar{Nu}_0$ ,  $\bar{Nu}_{1/2}$ ,  $Nu_{max}$ ,  $Nu_{min}$  e  $\Psi_{max}$ , são mostrados na Tabela 4.2, para  $Ra = 10^3 - 10^8$ .

A Figura 4.4 mostra uma excelente concordância com os resultados do valor do  $\bar{Nu}$  obtidos na literatura, para  $Ra = 10^3 - 10^8$  e  $Pr = 0,71$ .

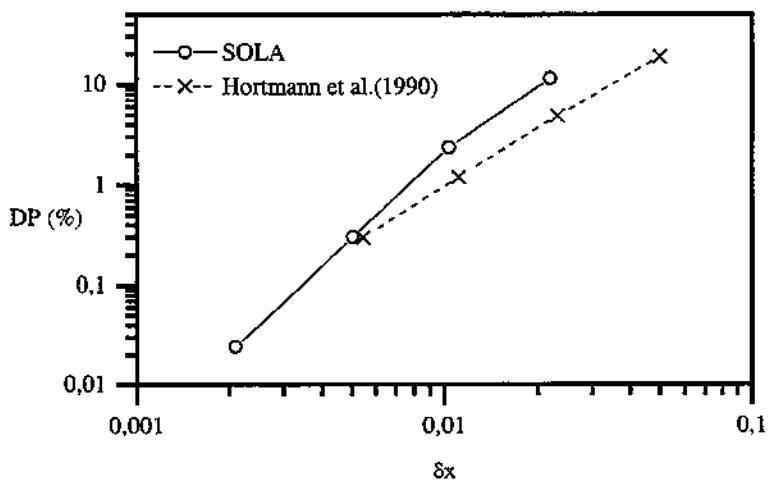


Figura 4.3: Efeito do refinamento da malha sobre o valor do  $\overline{Nu}_{1/2}$  e  $Ra = 10^6$

Tabela 4.2: Parâmetros característicos obtidos para  $Ra = 10^3 - 10^8$

$Ra$	malha	$\overline{Nu}_0$	$\overline{Nu}_{1/2}$	$Nu_{max}$	$Nu_{min}$	$\Psi_{max}$
$10^3$	$80 \times 80$	1,117	1,117	1,504	0,6923	1,173
$10^4$	$80 \times 80$	2,244	2,244	3,534	0,5865	5,051
$10^5$	$80 \times 80$	4,521	4,521	7,731	0,7359	9,636
$10^6$	$120 \times 120$	8,823	8,823	17,59	0,9953	16,90
$10^7$	$120 \times 120$	16,48	16,48	39,58	1,443	30,85
$10^8$	$120 \times 120$	30,21	30,21	90,65	2,160	55,66

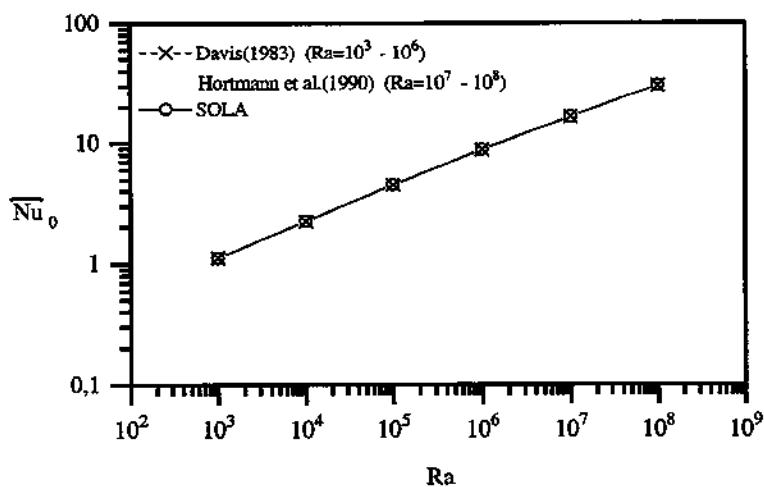


Figura 4.4: Comparação dos resultados obtidos para o valor do  $\overline{Nu}_0$  e  $Ra = 10^3 - 10^8$

## 4.2 Cavidade Aberta com Parede Vertical

### Aquecida Uniformemente e $B = 1,0$

Será mostrada abaixo a solução do escoamento com transferência de calor, gerado pela parede vertical aquecida de uma cavidade aberta para o meio. Essa configuração possui inúmeras aplicações práticas, apesar de representar um modelo simplificado.

O número de Prandtl será aproximadamente o do ar,  $Pr = 1,0$ . A razão de aspecto da cavidade será fixado em  $B = L/H = 1,0$ . O valor de  $B$  é definido como a razão entre o comprimento e a altura da cavidade aberta,  $B = L/H$ , como mostrado na Figura 4.5.

#### 4.2.1 Adimensionalização das Equações Governantes e Malha

As Equações (2.2), (2.4), (2.11) e (2.13), são adimensionalizadas com os mesmos parâmetros utilizados por Chan e Tien(1985b):

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (4.16)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha} \quad (4.17)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2} \quad (4.18)$$

$$T = \frac{T^\circ - T_\infty^\circ}{(T_h^\circ - T_\infty^\circ)} \quad (4.19)$$

onde  $T^\circ$  é o valor da temperatura dimensional nesse caso.

$$P = \frac{(p - p_\infty)H^2}{\rho \alpha^2} \quad (4.20)$$

Na definição do número de  $Ra$ , apenas muda a diferença de temperatura ( $T_h^\circ - T_\infty^\circ$ ):

$$Ra = \frac{g \beta H^3 (T_h^\circ - T_\infty^\circ)}{\alpha \nu} \quad (4.21)$$

onde

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{\rho - \rho_\infty}{T^\circ - T_\infty^\circ} \quad (4.22)$$

A distribuição dos pontos nodais no interior da cavidade é feita através de uma função seno hiperbólico, nas direções horizontal e vertical. A malha é bastante refinada próximo às paredes e na entrada da cavidade, como mostrado na Figura 4.6. Na região externa à cavidade, a malha é decrescente em progressão geométrica com o aumento de  $x$ , na região de largura  $b$ ; decrescente da entrada da cavidade em  $y = 0$  até o início da abertura e crescente após o final da abertura.

Ressalta-se que na geometria mostrada na Figura 4.5, a malha é distribuída somente na região onde ocorre escoamento de ar. Isso é possível devido à modificações introduzidas na montagem da matriz coeficiente e na varredura do domínio, não sendo utilizada a técnica de volumes de controle bloqueados ou sólidos.

#### 4.2.2 Condições de Contorno

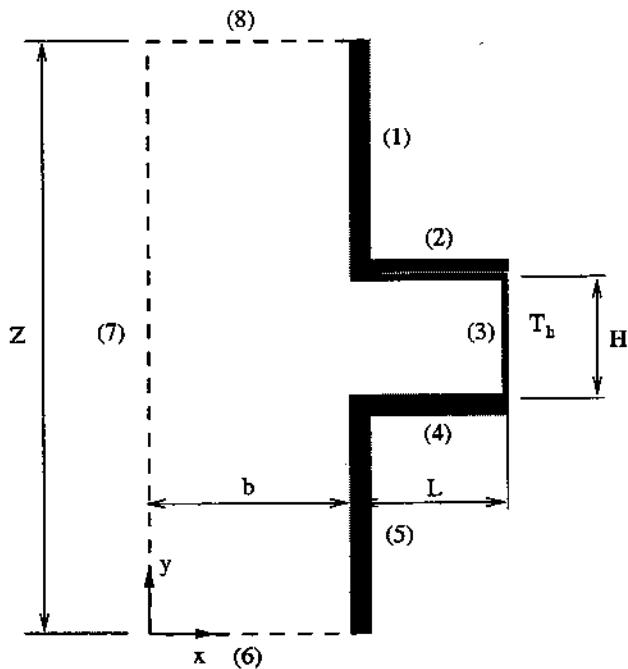


Figura 4.5: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular

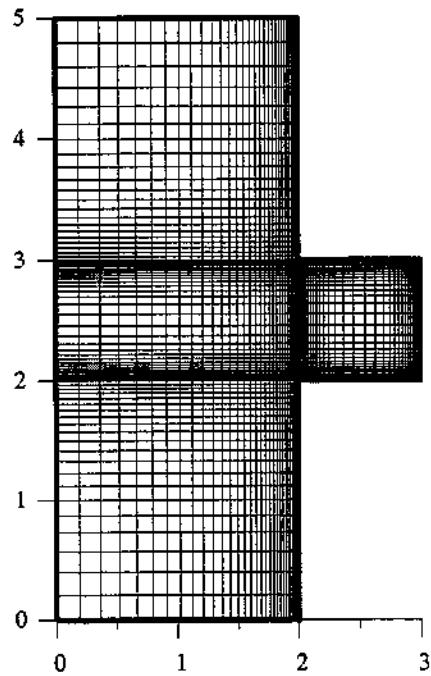


Figura 4.6: Malha para a cavidade quadrada e o plenum

As condições de contorno para as fronteiras mostradas na Figura 4.5, utilizando as variáveis adimensionais mostradas acima, são:

- (1) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (2) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (3) parede impermeável isotérmica:  $U = V = 0$  e  $T = 1$
- (4) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (5) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (6) fronteira aberta inferior:  $(\partial U / \partial Y) = V = T_{ent} = 0$
- (7) fronteira aberta à esquerda:  $U = V = (\partial T / \partial X)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$
- (8) fronteira aberta superior:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

As equações adimensionais governantes são as mesmas mostradas nas Equações (2.19) a (2.22).

As condições de contorno para esse problema podem ser especificadas diretamente na entrada da cavidade, como feito por Chan e Tien (1985b), ou utilizando um plenum, estendendo-se o domínio computacional para a região externa à cavidade. Nesse último caso, as condições de contorno são especificadas nas fronteiras do plenum. A vantagem do primeiro caso consiste na restrição do domínio computacional, mas dificulta a imposição da condição de contorno para a velocidade e temperatura na entrada da cavidade, por serem esses valores desconhecidos.

Optou-se nesse problema pela utilização do plenum, mostrado na Figura 4.5, o qual será utilizado na continuidade do trabalho, quando então a fronteira (7) será substituída por uma parede sólida formando um canal vertical.

#### 4.2.3 Definição do Número de Nusselt Médio, da Função -Corrente e do Vazão Volumétrica

O número de Nusselt médio,  $\overline{Nu}$  é definido como:

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \left( \frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0} dY = \overline{Nu}(Ra, Pr, B) \quad (4.23)$$

O valor do número de Nusselt médio na entrada da cavidade, baseado no fluxo convectivo mais difusivo, é dado por:

$$\overline{Nu} = - \int_0^1 \left[ \frac{\partial T}{\partial X} - UT \right]_{X=b/H} dY \quad (4.24)$$

A função-corrente, na forma adimensional, é definida como:

$$\Psi(X, Y) = - \int_{X_o}^X V(X, Y) dX + \Psi(X_o, Y_o) \quad (4.25)$$

onde o valor de  $\Psi(X_o, Y_o)$  vale zero nas paredes sólidas.

A vazão volumétrica entrando na cavidade pela abertura é calculada como:

$$\dot{m} = \int_{Entr-Cav} U_{ent} dY \quad (4.26)$$

$$U_{ent} = U_{X=b/H} \quad se \quad U_{X=b/H} > 0$$

$$U_{ent} = 0 \quad se \quad U_{X=b/H} \leq 0$$

#### 4.2.4 Resultados Para a Cavidade Aberta

Nas Figuras 4.7a, 4.8a, 4.7b e 4.8b, nota-se o efeito do número de  $Ra$  sobre a configuração do escoamento. Somente é mostrada a região próxima à entrada da cavidade. O intervalo entre as isotermas é sempre  $\Delta T = 0,1$ .

Na Figura 4.7, as isotermas e as linhas de corrente são apresentadas para os dois modos limites de transferência de calor: condução dominante e regime de camada limite.

Na Figura 4.8, percebe-se o surgimento da camada limite quando  $Ra$  vai de  $10^4$  para  $10^5$ , provocando a compressão das isotermas para a parede vertical aquecida e o aumento da velocidade adjacente a parede. Em dois terços da parte inferior da entrada ocorre influxo de massa para a cavidade, e no espaço restante, o fluido sai na forma de um jato e sobe próximo à parede vertical externa.

A Tabela 4.3 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos com o programa e os de Chan e Tien(1985b). Observa-se excelente concordância para toda a faixa de  $Ra$  estudada, sendo que o maior desvio ocorre para o  $\overline{Nu}$  a  $Ra = 10^9$ , sendo o  $DP = 4,5\%$ .

Tabela 4.3: Comparaçāo do valor do  $\overline{Nu}$  e da vazāo  $\dot{m}$  com Chan e Tien(1985b)

Ra	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^9$
$\overline{Nu}$	1,056	3,394	7,700	15,03	28,57	56,36	100,3
$\overline{Nu}_{ref}$	1,07	3,41	7,69	15,0	28,6	56,8	105,0
$\dot{m}$	1,929	7,882	21,56	47,61	98,53	193,4	380,7
$\dot{m}_{ref}$	1,95	8,02	21,1	47,3	96,0	190	377

Interessante notar que vários autores fazem uma comparação com a literatura somente com referência ao  $\overline{Nu}$ , e não com outros parâmetros característicos como a massa induzida pelo empuxo para dentro da cavidade,  $\dot{m}$ , a qual é mais sensível às condições de contorno que o valor do  $\overline{Nu}$ . Isso pode ser justificado pelo fato de o valor da vazāo volumétrica  $\dot{m}$

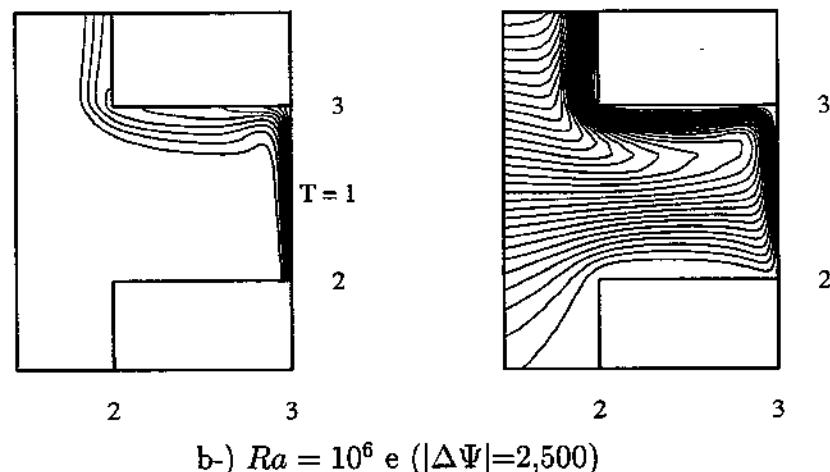
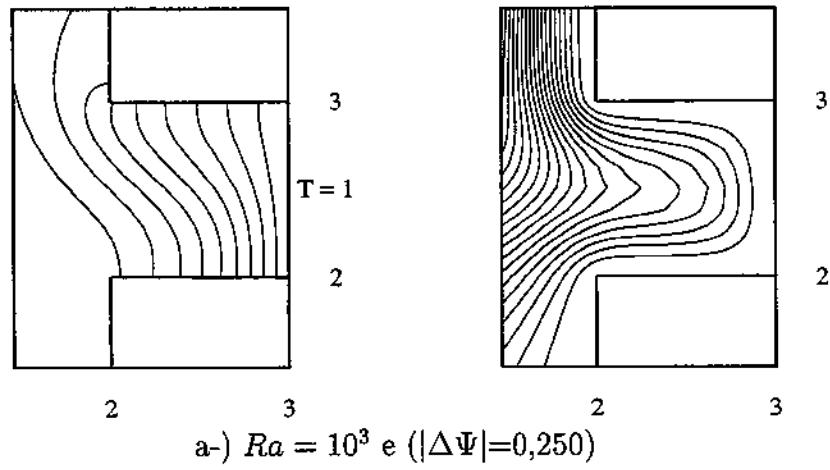


Figura 4.7: Isotermas e linhas de corrente para a-) limite de condução b-) regime de camada limite

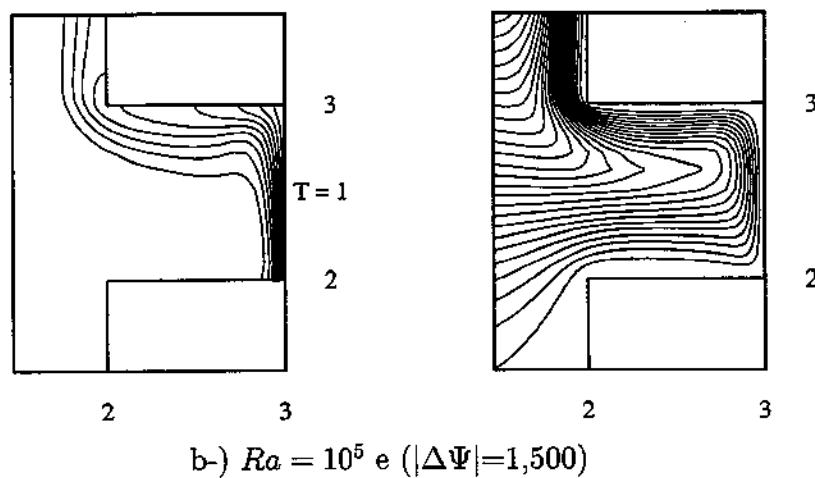
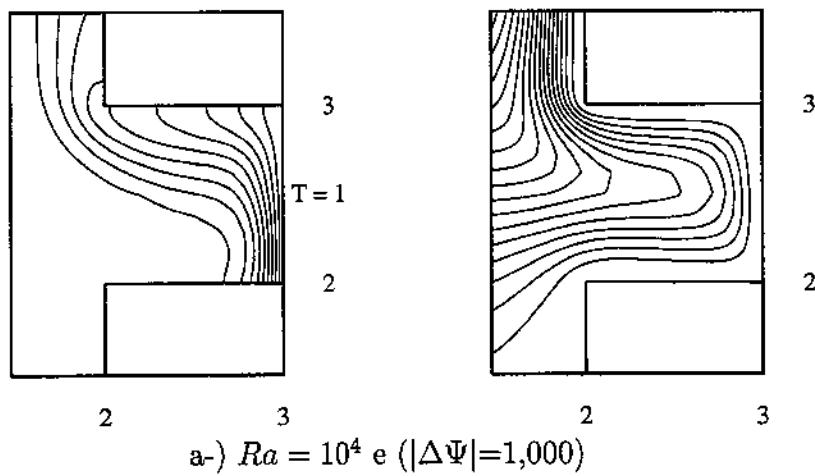


Figura 4.8: Transição do limite de condução dominante para o regime de camada limite

depender mais do nível de refinamento da malha que o valor do  $\overline{Nu}$ .

A malha utilizada foi a mesma de Chan e Tien (1985b), ou seja,  $41 \times 52$ , sendo  $20 \times 20$  pontos dentro da cavidade.

A Figura 4.9 mostra uma comparação dos resultados de  $\overline{Nu}$  com os de uma placa plana vertical de Bejan(1993). À medida que o número de  $Ra$  aumenta, o  $\overline{Nu}$  tende ao mesmo valor que para uma placa plana vertical aquecida.

Na Figura 4.10, percebe-se o efeito do número de  $Ra$  nos valores  $U_m$ ,  $V_c$  e  $\dot{m}$ . Para valores de  $Ra \geq 10^6$ , os valores de  $U_m$ ,  $V_c$  e  $\dot{m}$  tendem a uma inclinação constante em função do número de  $Ra$ .

Na Figura 4.11, o perfil do componente horizontal  $U$  da velocidade na saída da cavidade é mostrado para  $Ra = 10^3, 10^5$  e  $10^7$ . Existe uma boa concordância com os resultados de Chan e Tien (1985a). Para  $Ra = 10^3$ , a entrada da cavidade é dividida igualmente entre o fluido entrando e saindo. À medida que o número de  $Ra$  aumenta, a porção ocupada pelo fluido entrando tende a ser cada vez maior, provocando um jato do fluido deixando a cavidade na parte superior.

Os perfis de temperatura para esses mesmos valores de  $Ra$ , são mostrados na Figura 4.12. Para  $Ra = 10^3$ , como a velocidade é baixa na entrada da cavidade, o fluido que entra já está aquecido. Para  $Ra \geq 10^5$ , toda a parcela de fluido entrando na cavidade está na temperatura  $T_o$ , pois as isotermas estão comprimidas contra a parede e somente o fluido deixando a cavidade está aquecido.

A condição de contorno na fronteira aberta inferior (6), Figura 4.5, foi testada com  $V = 0$  ou  $\partial V / \partial Y = 0$ . Com  $V = 0$ , a solução torna-se mais estável para altos valores de  $Ra$ . Os valores de  $\overline{Nu}$ ,  $\dot{m}$  e o padrão do escoamento são praticamente os mesmos, como também observado por Chan e Tien (1985a).

Outra variação importante no problema são as dimensões do plenum. O ideal é que ele seja o menor possível sem que as condições de contorno especificadas nas suas fronteiras afetem o resultado por estarem muito próximas da entrada da cavidade. Para um plenum de dimensões  $4 \times 7$ , nas direções  $X$  e  $Y$ , respectivamente, com  $Ra = 10^5$ , os valores de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{m}$  são 7,680 e 21,11, respectivamente. Comparados com os valores da Tabela 4.3, a qual é para um plenum  $2 \times 5$ , os resultados são muito próximos, cerca 0,26 e 2,1% de desvio percentual,

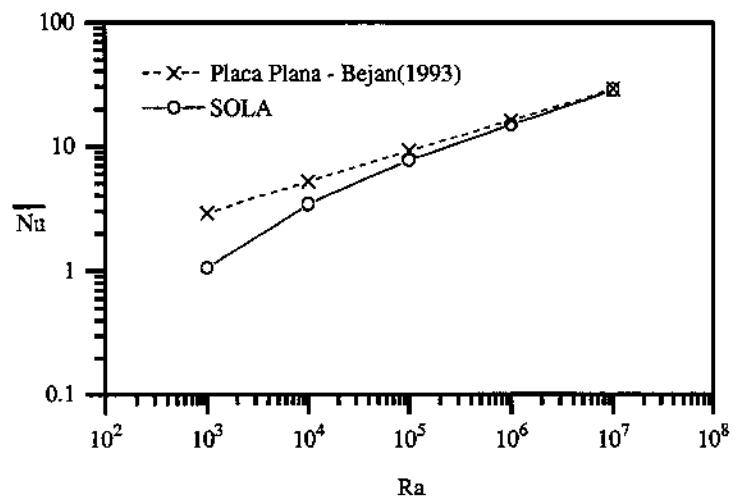


Figura 4.9: Variação do valor de  $\overline{Nu}$  em função do número de  $Ra$

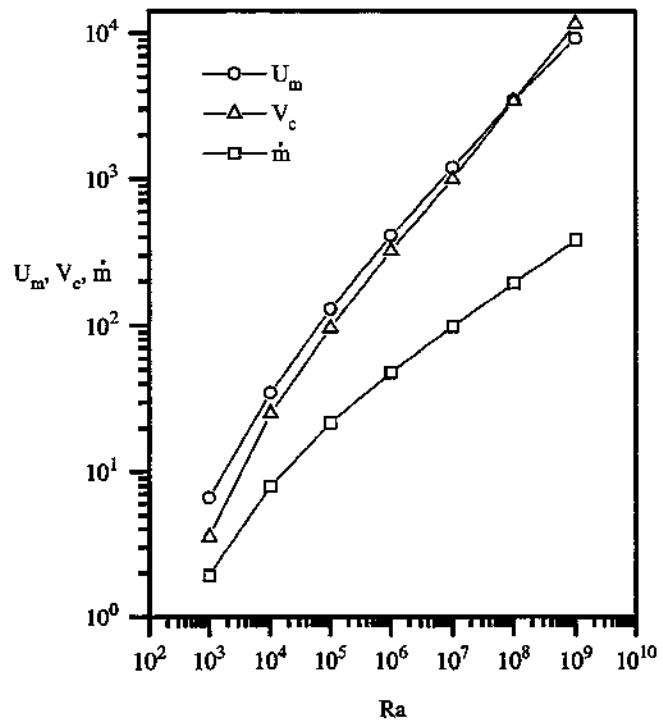


Figura 4.10: Variação de  $U_m$ ,  $V_c$  e  $\dot{m}$  com o número de  $Ra$

respectivamente.

## 4.3 Cavidade Achatada Aberta com Parede

### Vertical Aquecida Uniformemente $B=7,0$ e $Pr=7,0$

Nesta seção é resolvido o mesmo problema anterior, mas com a razão de aspecto  $B = L/H = 7,0$  e o número de Prandtl igual a 7,0, valor aproximado para a água.

Os resultados obtidos são comparados com o trabalho de Chan e Tien (1985b). Eles modificam a malha aumentando o número de pontos na direção  $x$  de 21 para 96 pontos, em relação à cavidade quadrada.

A formulação é a mesma usada para a cavidade aberta quadrada descrita na seção anterior. A malha no interior da cavidade é alterada, na direção  $x$ , de 21 para 81 pontos.

#### 4.3.1 Resultados para a Cavidade Achatada

Na Figura de 4.13, são mostradas as isotermas e linhas de corrente, para  $Ra = 10^4$  e  $10^6$ . Para  $Ra = 10^4$ , Figura 4.13a, a forma das isotermas mostra que a condução é dominante. As isotermas são levemente distorcidas pelo campo de velocidade, mostrando que, apesar da pouca intensidade, o fenômeno convectivo está presente. Isso não impede que o valor de  $\overline{Nu}$  seja muito baixo. As isotermas na Figura 4.13a, são simétricas ao longo da cavidade na vertical. Para  $Ra = 10^6$ , Figura 4.13b, a camada limite surge adjacente a parede vertical, fazendo com que o valor de  $\overline{Nu}$  salte de 0,5826 a  $Ra = 10^4$  para 16,28 a  $Ra = 10^6$ . A camada limite se torna bastante delgada, necessitando de uma grande concentração de pontos na região próxima à parede vertical aquecida, de modo a propiciar uma solução adequada dos gradientes de temperatura e velocidade. Também ocorre o aumento da intensidade do jato na entrada da cavidade.

Na Tabela 4.4 é mostrada a comparação entre o valor de  $\overline{Nu}$  e a vazão  $\dot{m}$ , com a referência de Chan e Tien(1985a). Para  $\overline{Nu}$ , seu valor simplesmente aumenta uma ordem de grandeza de  $Ra = 10^4$  para  $Ra = 10^5$ . O mesmo ocorre com o  $\dot{m}$ . Isso ocorre devido ao surgimento da camada limite, aumentando-se o transporte de energia via convecção térmica.

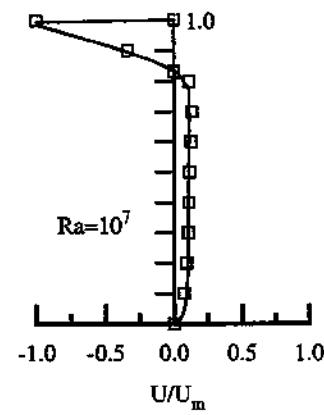
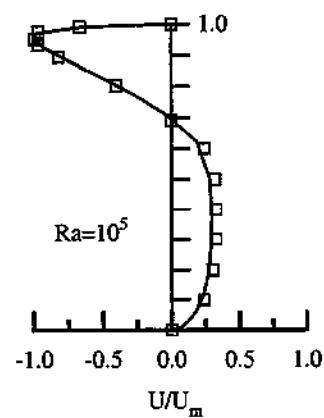
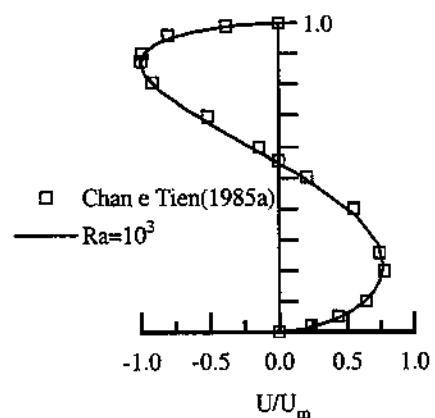


Figura 4.11: Perfil do componente  $U$  da velocidade na saída da cavidade

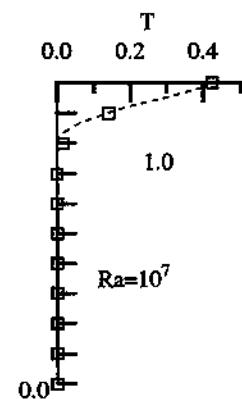
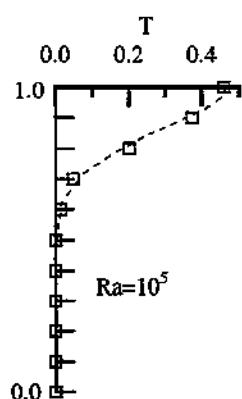
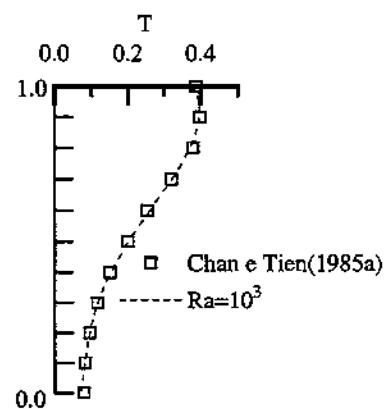
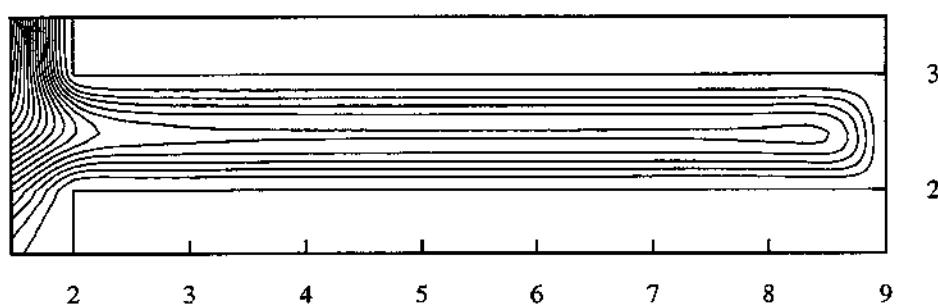
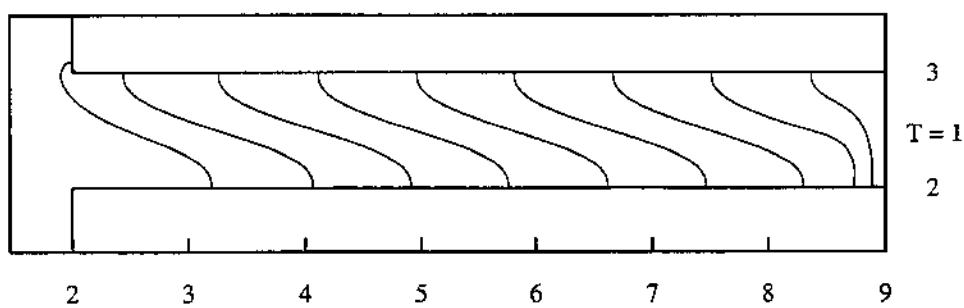
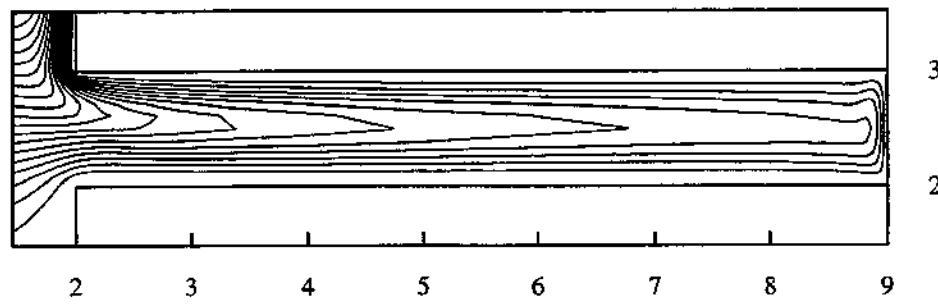
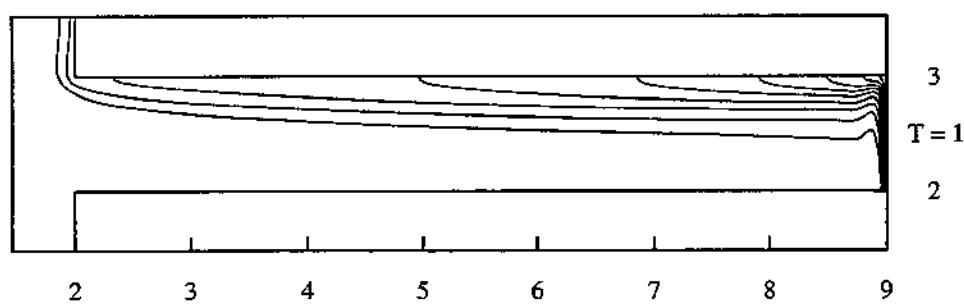


Figura 4.12: Perfil de temperatura na saída da cavidade



a-)  $Ra = 10^4$  e  $|\Delta\Psi|=0,600$



b-)  $Ra = 10^6$  e  $|\Delta\Psi|=9,000$

Figura 4.13: Isotermas e linhas de corrente para a cavidade achataada,  $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$

Tabela 4.4: Comparação de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{m}$  com Chan e Tien(1985a)

$Ra$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
$\overline{Nu}$	0,5826	5,164	16,28
$\overline{Nu}_{ref}$	0,616	5,30	15,25
$\dot{m}$	4,418	28,02	93,89
$\dot{m}_{ref}$	5,65	30,8	93,4

As pequenas diferenças nos resultados são devido ao fato que, por economia de tempo e esforço computacional, Chan e Tien(1985a) especificaram os valores das condições de contorno na entrada da cavidade. Observando-se a entrada da cavidade na Figura 4.13, percebe-se que impor  $T_{ent} = 0$  para o fluindo entrando ou  $(\partial T / \partial X)_{sai} = 0$  para o fluido saindo da cavidade, como faz Chan e Tien (1985b), não é a solução mais adequada, principalmente para baixos valores de  $Ra$ .

Os perfis de velocidade e temperatura para o fluido na entrada da cavidade achatada, são mostrados na Figura 4.14. Percebe-se que, com o aumento do número de  $Ra$ , intensifica-se o jato de ar próximo da parede superior. Para  $Ra = 10^4$ , o processo de transferência de calor é predominantemente condutivo, sendo a conveção dominante para  $Ra \geq 10^5$ .

Nas Figuras 4.15 e 4.16, é feita uma comparação entre os resultados numéricos de Chan e Tien(1985b) e dos resultados experimentais de Chan e Tien(1983) com os resultados obtidos com o programa SOLA para  $Ra = 10^6$ . Observa-se excelente concordância entre os resultados numéricos.

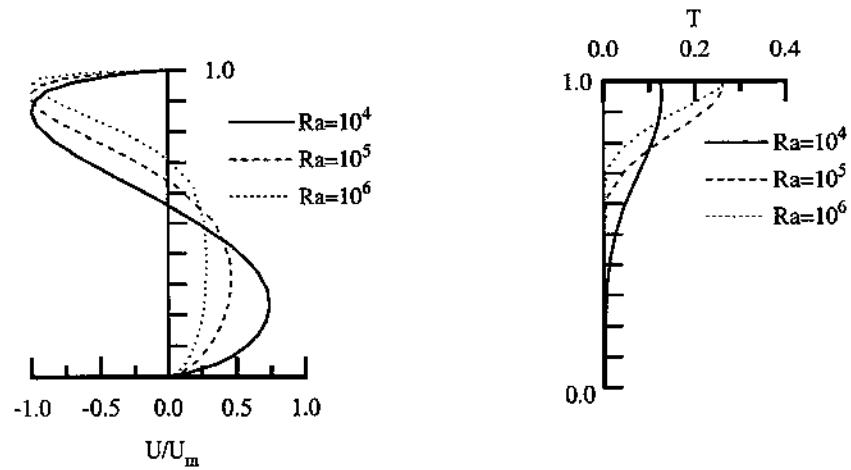


Figura 4.14: Perfil do componente  $U$  da velocidade e da temperatura na saída da cavidade,  $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$

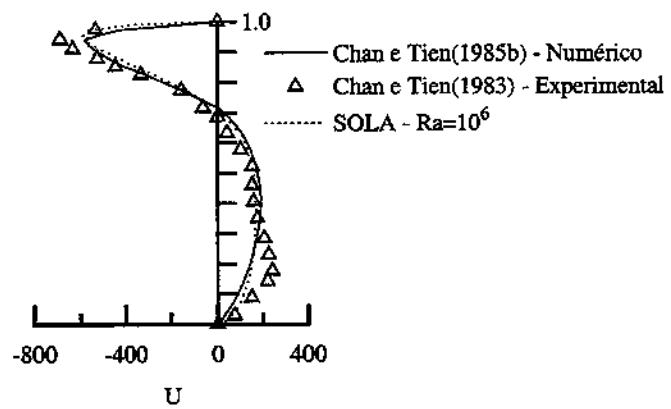


Figura 4.15: Perfil do componente  $U$  da velocidade na entrada da cavidade,  $B = 7$  e  $Pr = 7,0$

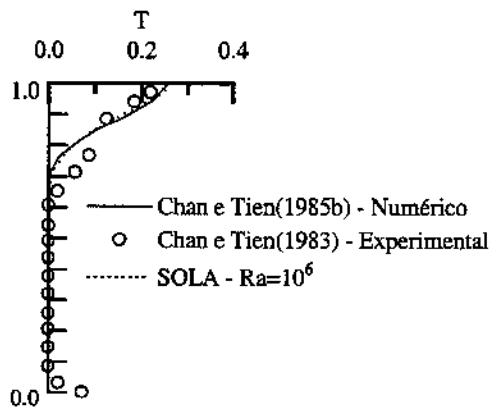


Figura 4.16: Perfil de temperatura na saída da cavidade,  $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$

## 4.4 Conclusões

Os resultados obtidos com o programa SOLA sempre se mostraram, nos casos estudados, em excelente acordo com os dados disponíveis na literatura, para os problemas de conveção natural resolvidos. Podemos, dessa forma, considerá-lo apto a ser aplicado em problemas com diferentes geometrias e condições de contorno.

## Capítulo 5

# CONDIÇÕES DE CONTORNO - CONVEÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA COM $B=1,0$

Neste capítulo será estudado o efeito da condição de contorno isotérmica ou adiabática na parede frontal, no processo de transferência de calor da parede vertical aquecida da cavidade quadrada, ou seja,  $B=1,0$ .

Os parâmetros adimensionais são os mesmos utilizados na seção 4.2. A malha é semelhante a mostrada na Figura 4.6, apenas que no canal, a malha é gerada em progressão geométrica na direção  $x$ , simétrica em relação ao centro do canal e refinada nas paredes sólidas. As definições de Nusselt médio, da função-corrente e da vazão volumétrica são as mesmas apresentadas no Capítulo 4.

Será realizado um estudo do efeito de diferentes condições de contorno impostas na entrada e na saída do canal vertical, mostrado na Figura 5.1.

## 5.1 Condições de Contorno para a Cavidade Aberta para um Canal

Nesta seção será feita uma discussão do efeito do tipo das condições de contorno na entrada e na saída do canal vertical testadas neste trabalho. O objetivo é a determinação do efeito das condições de contorno no valor do número de  $\overline{Nu}$  e na configuração do escoamento. Na Figura 5.1 são apresentadas as condições de contorno e a geometria do canal e cavidade.

### 5.1.1 Geometria e Condições de Contorno

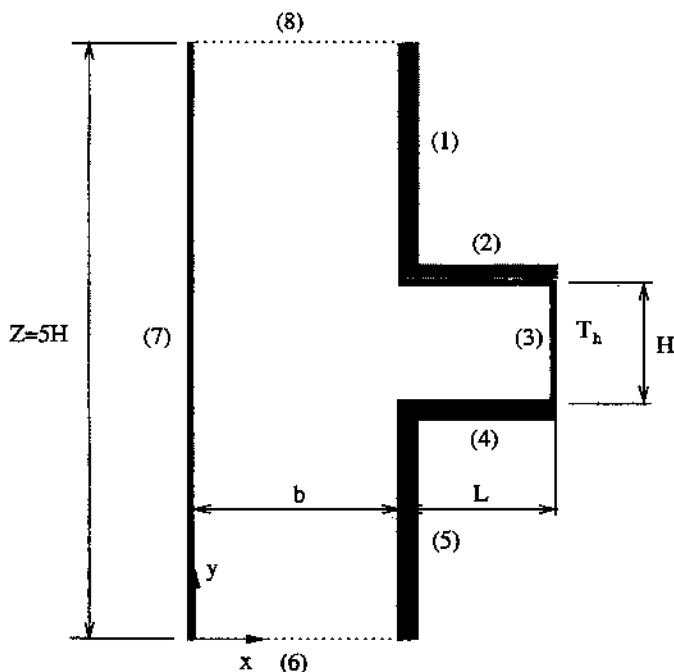


Figura 5.1: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para o canal

As condições de contorno para as fronteiras mostradas na Figura 5.1 são:

- (1) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (2) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (3) parede impermeável isotérmica:  $U = V = 0$  e  $T = 1$

- (4) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (5) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (6) discutido a seguir
- (7) parede frontal impermeável isotérmica:  $U = V = 0$  e  $T = 0$
- (8) discutido a seguir

Também será estudado futuramente o caso com a parede frontal adiabática, condição de contorno (7).

### 5.1.2 Discussão das Condições de Contorno na Entrada e Saída do Canal

Para as fronteiras (6) e (8), as quais são, respectivamente, a entrada e a saída do canal vertical mostrado na Figura 5.1, foram testadas diferentes condições de contorno para o componente vertical da velocidade. Como em qualquer problema as condições de contorno são determinantes na solução, uma discussão do modo como foram tratadas as mencionadas fronteiras será feita abaixo.

Para esses testes, foi escolhida uma geometria com  $B = 1,0$ ,  $b/H = 1,0$  e parede frontal isotérmica. O número de  $Ra$  foi fixado em  $10^4$  e a malha utilizada foi de  $93 \times 62$ , sendo  $31 \times 31$  pontos dentro da cavidade.

#### I-) Gradiente de Velocidade Especificado na Entrada e Saída do Canal - (CC0)

As condições de contorno para esse caso, especificadas na entrada e saída do canal vertical, são:

- (6) entrada do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$
- (8) saída do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

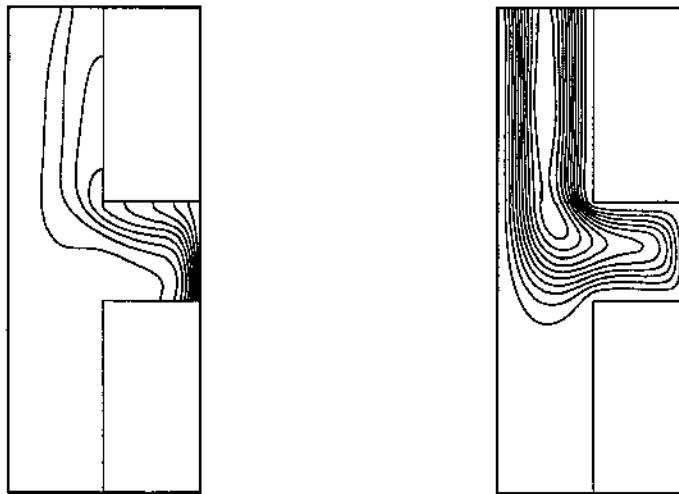


Figura 5.2: Isotermas e linhas de corrente -  $Ra = 10^4$  e CC0

A Figura 5.2 mostra as formas das isotermas e das linhas de corrente. Observa-se nesse caso que o escoamento entra somente pela parte superior do canal e desce adjacente à parede frontal isotérmica. O fluido penetra na cavidade e sai pela abertura na forma de um jato.

Mesmo quando a parede frontal aproxima-se da entrada da cavidade, ou seja,  $b/H$  diminui, a configuração mostrada do escoamento se mantém.

## II-) Perfil Especificado na Entrada e Gradiente de Velocidade na Saída do Canal - (CC1)

Nesse caso, as condições de contorno na entrada e saída do canal vertical são da forma

- (6) entrada do canal:  $(\partial U / \partial Y) = 0$ ,  $V = V_{ent}$  e  $T_{ent} = 0$
- (8) saída do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

O valor de  $V_{ent}$  é calculado em cada iteração como

$$V_{ent} = \frac{\text{Vazão volumétrica deixando o canal em (8)}}{\text{Área do canal}} \quad (5.1)$$

Esse valor é imposto na entrada do canal. Isso implica em um perfil uniforme de velocidade na entrada do canal vertical. Na Figura 5.3 nota-se que, ao longo do canal a velocidade próxima às paredes verticais diminui e no centro ela aumenta.

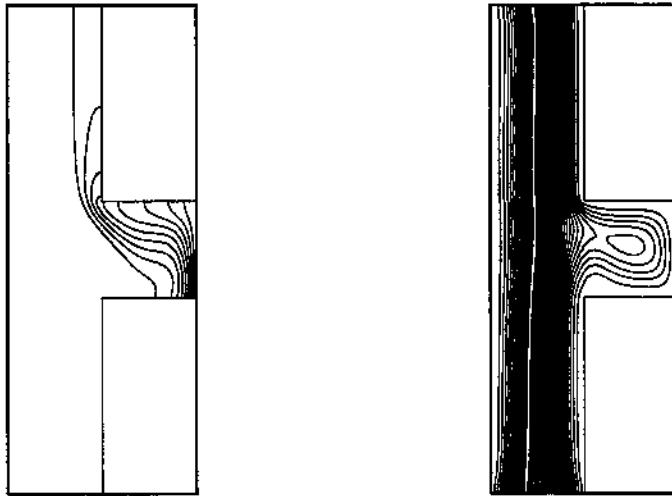


Figura 5.3: Isotermas e linhas de corrente -  $Ra = 10^4$  e CC1

### III-) Equação da Conservação da Massa na Entrada e Saída do Canal - (CC2)

As condições de contorno na entrada e saída do canal vertical são, nesse caso

- (6) entrada do canal:  $(\partial U / \partial Y) = 0$ ,  $(\partial V / \partial Y) = -(\partial U / \partial X)$ ,  $(\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$
- (8) saída do canal:  $(\partial U / \partial Y) = 0$ ,  $(\partial V / \partial Y) = -(\partial U / \partial X)$ ,  $(\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

A discretização da condição de contorno usando a equação da conservação da massa, é mostrada abaixo. Para maiores detalhes ver Roache (1985). A malha utilizada na discretização é mostrada na Figura 5.4.

Para um escoamento plenamente desenvolvido, na direção  $y$ , pode-se escrever

$$\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i,j} = 0 \implies u_{i,j} = u_{i,j-1} \quad (5.2)$$

Isto também significa que:  $u_{i,j} = u_{i,j-1} = u_{i,j-1/2}$ , pois senão a derivada não seria nula em  $y$ .

A Equação (5.2) implica que

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} \quad (5.3)$$

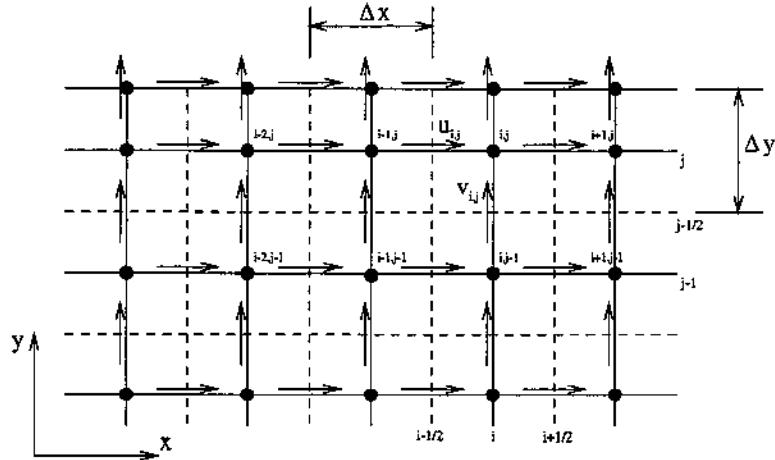


Figura 5.4: Malha para discretização da condição de contorno CC1

Vamos considerar as seguintes diferenças centrais

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} \quad (5.4)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1} = \frac{u_{i+1,j-1} - u_{i,j-1}}{\Delta x} \quad (5.5)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} = \frac{u_{i+1,j-1/2} - u_{i,j-1/2}}{\Delta x} \quad (5.6)$$

Portanto, podemos concluir que

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j-1} = u_{i+1,j-1/2} \quad (5.7)$$

e, expressando novamente o resultado obtido da Equação (5.2)

$$u_{i,j} = u_{i,j-1} = u_{i,j-1/2} \quad (5.8)$$

Aplicar a equação da continuidade em  $(i, j - 1/2)$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} = 0 \quad (5.9)$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1/2} = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1} \quad (5.10)$$

Então temos:

$$\left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} = - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1} \quad (5.11)$$

Vamos aproximar as derivadas por diferenças centrais

$$\left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j-1/2} = \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{2.(\Delta y/2)} = \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} \quad (5.12)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j-1} = \frac{u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j-1}}{2.\Delta x} \quad (5.13)$$

Substituindo as Equações (5.12) e (5.13) em (5.11), temos

$$\frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} = - \frac{u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j-1}}{2.\Delta x} \quad (5.14)$$

Resultando em

$$v_{i,j} = v_{i,j-1} + \frac{\Delta y}{2.\Delta x} (u_{i-1,j-1} - u_{i+1,j-1}) \quad (5.15)$$

Os resultados com essa condição de contorno são mostrados na Figura 5.5. Utilizando-se ambas as condições CC1 e CC2, as formas das isotermas e linhas de corrente são muito parecidas. O que muda significativamente é a forma do perfil do componente  $v$  da velocidade na entrada do canal, mostrado na Figura 5.6. O perfil usando CC2 mostra-se fisicamente mais realístico, sendo aproximadamente parabólico na entrada e levemente deslocado em direção à entrada da cavidade.

Na Tabela 5.1 é feita uma comparação de alguns parâmetros característicos do problema, para as diferentes condições de contorno.

Observa-se que mesmo o  $\dot{m}$  sendo 30% maior para CC0, o valor do  $\overline{Nu}_0$  apresenta uma diferença de apenas 6%. Isso explica o fato dos valores de  $V_c$  serem muito parecidos em todos os casos.

#### IV-) Pressão Especificada na Entrada e Gradiente de Velocidade Especificado na Saída do Canal - CC3

As condições de contorno especificadas na entrada e saída do canal são

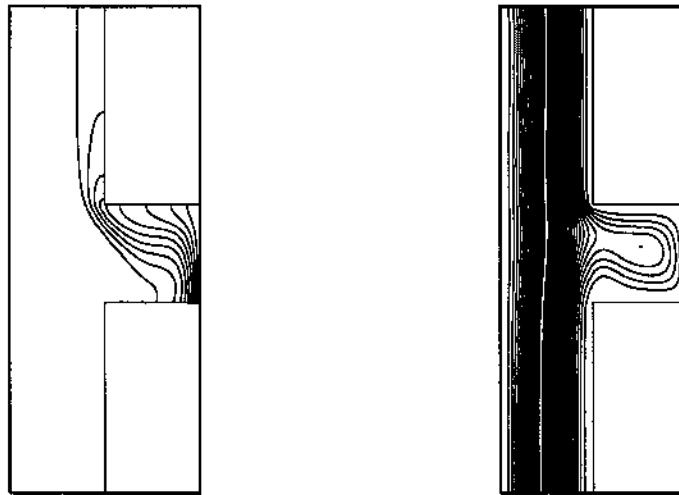


Figura 5.5: Isotermas e linhas de corrente -  $Ra = 10^4$  e CC2

Tabela 5.1: Efeito do tipo de condição de contorno nas fronteiras do canal vertical para  $Ra = 10^4$

Tipo de CC	$\overline{Nu}_0$	$\overline{Nu}_{max}$	$Nu_{min}$	$\dot{m}$	$T_{max}$	$V_c$
CC0	3,212	4,775	0,8765	8,303	0,5057	24,60
CC1	3,043	4,668	0,8022	6,343	0,4821	24,00
CC2	3,023	4,637	0,7949	6,262	0,4749	23,90

- (6) entrada do canal:  $(\partial U / \partial Y) = 0$ ,  $V = V_i$ ,  $(\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$ ,  $P = P_i$
- (8) saída do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

Essa condição de contorno implica em se escrever uma equação da quantidade de movimento na direção  $y$ , para o meio volume de controle achurado mostrado na Figura 5.7. Essa técnica é discutida em Marcondes e Maliska (1991). Aplicando a Equação (3.25) para a entrada do canal temos

$$v_s^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \Delta y_s} (P_P - P_i)^{n+1} + A_s^n \quad (5.16)$$

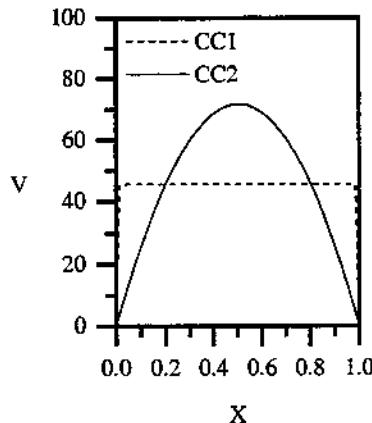


Figura 5.6: Perfil do componente  $V$  na entrada do canal -  $Ra = 10^4$

$$A_s = -\frac{\Delta t}{\rho \Delta x_P \Delta y_s} FLUXO(v_s) + v_s - \Delta t \cdot g$$

Como até a entrada do canal os efeitos viscosos são muito pequenos, aplica-se a equação de Bernoulli na determinação da pressão.

$$P_i^{n+1} = -\frac{1}{2} \overline{V_i^n}^2 \quad (5.17)$$

onde o valor de  $\overline{V_i}$  é calculado como

$$\overline{V_i}^2 = \frac{\sum V_i \cdot \Delta x_P}{A_{canal}} \quad (5.18)$$

A diferença de pressão ( $P_P - P_i$ ) =  $\Delta P_i$  é utilizada no cálculo dos novos componentes da velocidade vertical na entrada do canal no tempo ( $n + 1$ ), Equação (5.16).

Essa maneira de determinar a condição de contorno na entrada do canal não produziu bons resultados. A convergência do programa mostra-se bastante difícil, devido às inúmeras oscilações durante o processo.

### 5.1.3 Casos com solução periódica

Para a cavidade aberta sem a presença da parede frontal apresentada no Capítulo 4, obteve-se solução em regime permanente para todos os casos estudados, ou seja,  $Ra \leq 10^9$ . No caso da presença da parede frontal, em várias situações não foi possível atingir o regime

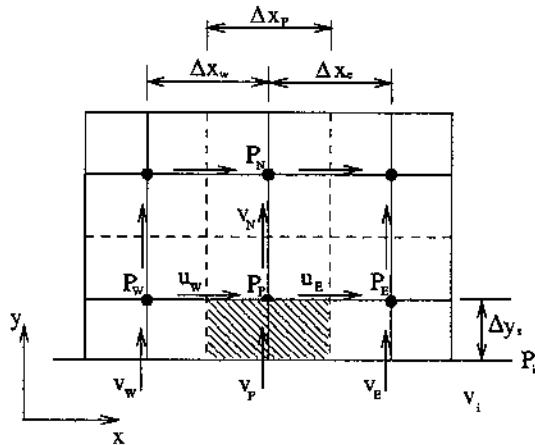


Figura 5.7: Geometria para o meio volume de controle na entrada do canal

permanente, quando  $Ra \geq 10^7$ . Para  $Ra = 10^7$ , obteve-se uma solução transitória com período e amplitude bem definida. Para  $Ra = 10^8$ , nas situações em que para o valor de  $Ra = 10^7$  já surgiu o comportamento oscilatório da solução, os gráficos das grandezas como  $\overline{Nu}$  e  $\dot{m}$  mostram um comportamento caótico das curvas, talvez indicando que o modelo laminar não é mais adequado, devido ao início do regime turbulento do escoamento.

Nas figuras abaixo será mostrado o comportamento oscilatório para  $Ra = 10^7$ ,  $B = 1,0$  e  $b/H = 0,5$  e com a parede frontal isotérmica a  $T = 0$ . O tempo adimensional de término do processamento foi  $\tau = 0,10$  e o resultado apresentado é considerado independente da malha. As malhas testadas foram:  $113 \times 72$  ( $51 \times 41$ ),  $123 \times 92$  ( $61 \times 61$ ) e  $123 \times 152$  ( $61 \times 121$ ), onde os números em parênteses indicam as linhas e colunas dentro da cavidade.

Na Figura 5.8 é mostrado o valor do número de  $\overline{Nu}$  em função do tempo. Para  $\tau \cong 0,018$ , iniciam-se as oscilações e a partir de  $\tau \cong 0,03$  inicia-se o regime periódico como comportamento característico da curva.

Nas Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 são mostrados a vazão volumétrica  $\dot{m}$ , os componentes máximos da velocidade e a temperatura máxima na entrada, respectivamente. Em todos os casos o padrão oscilatório começa a se formar em  $\tau \cong 0,02$  e repete-se a partir de  $\tau \geq 0,03$ .

É importante observar que, para certificar-se que essas oscilações são físicas, seria necessário um método implícito e de segunda ordem no tempo, garantindo-se um comportamento incondicionalmente estável do processo de convergência. O método SOLA, como

mostrado no Capítulo 3, é um método semi-implícito. As oscilações podem ser também em parte, função das condições de contorno na entrada e saída do canal. Para a certificação seria necessário a realização de um teste experimental em laboratório.

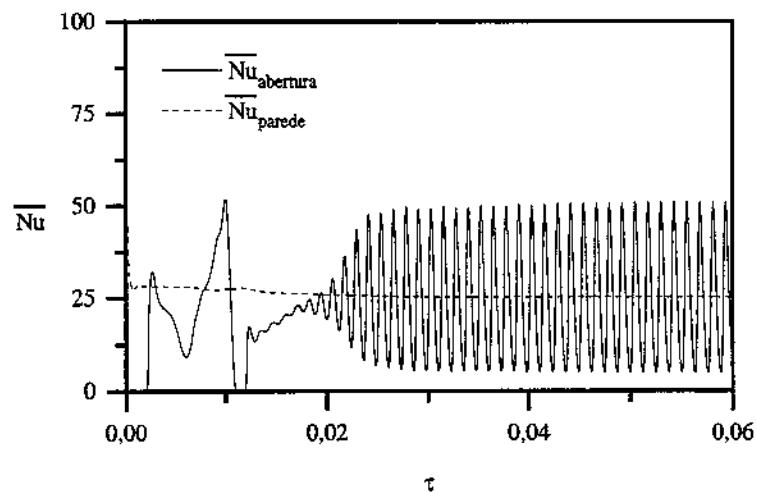


Figura 5.8: Valor do número de  $\bar{Nu}$  para  $Ra = 10^7$  e CC1

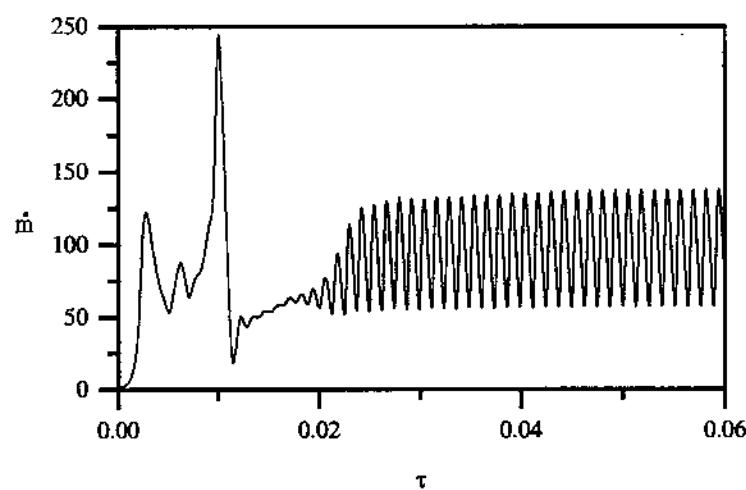


Figura 5.9: Vazão volumétrica  $\dot{m}$  induzida para a cavidade a  $Ra = 10^7$  e CC1

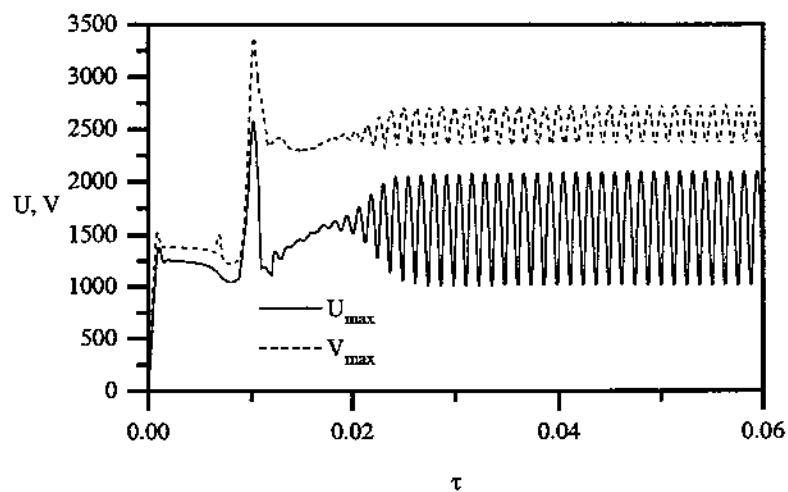


Figura 5.10: Componentes  $U$  e  $V$  máximos da velocidade para  $Ra = 10^7$  e CC1

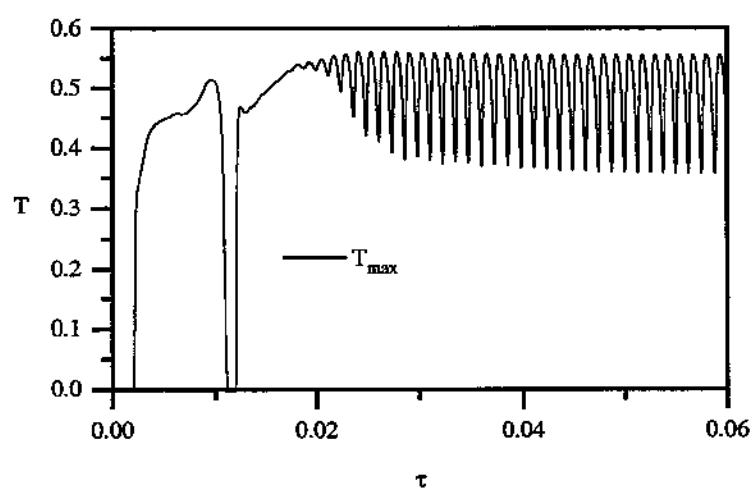


Figura 5.11: Temperatura máxima na entrada da cavidade para  $Ra = 10^7$  e CC1

## 5.2 Convecção Natural Em Uma Cavidade Aberta Com $B=1,0$

Nessa secção será feito o estudo do problema de convecção natural em uma cavidade com  $B = 1,0$ . As distâncias entre as paredes verticais do canal investigadas serão  $b/H = 1,0$ ,  $0,5$  e  $0,2$ .

Como visto na seção anterior, apesar do perfil de velocidade parabólico na entrada do canal provavelmente ser mais realístico, a forma do perfil não provoca grandes diferenças na comparação dos parâmetros característicos e na configuração do escoamento. Devido a esse fato, o tipo de condição de contorno CC1 será adotada.

## 5.3 Geometria e Condições de Contorno

As condições de contorno adimensionais para a cavidade e canal mostradas na Figura 5.12 são:

- (1) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (2) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (3) parede impermeável isotérmica:  $U = V = 0$  e  $T = 1$
- (4) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial Y = 0$
- (5) parede impermeável adiabática:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$
- (6) entrada do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = 0$ ,  $V = V_{ent}$ ,  $T_{ent} = 0$
- (7) parede frontal impermeável adiabática ou isotérmica:  $U = V = \partial T / \partial X = 0$  ou  $T = 0$
- (8) saída do canal:  $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$  ou  $T_{ent} = 0$

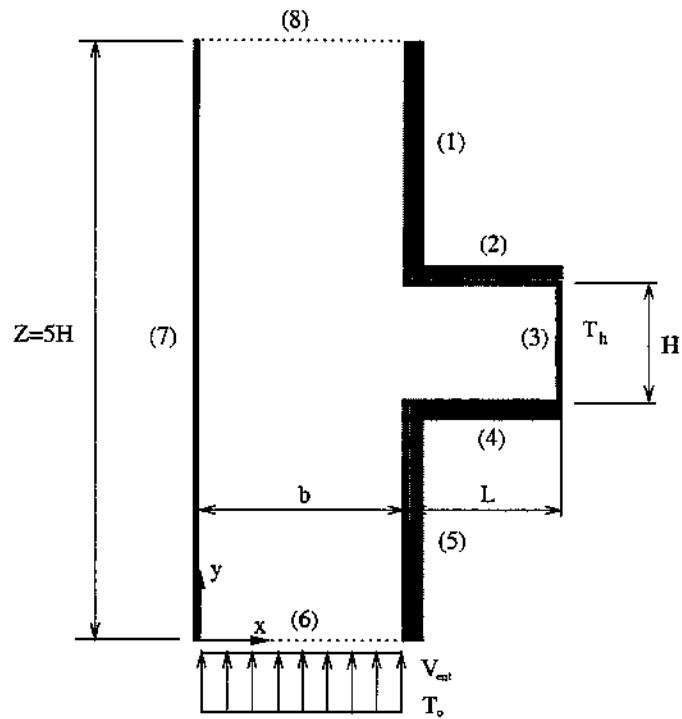


Figura 5.12: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular aberta para um canal

## 5.4 Parede frontal à temperatura ambiente e $B = 1,0$

Para a solução do problema, cuidado especial foi tomado em observar as curvas de convergência de todas as variáveis, de modo a garantir-se que o regime permanente foi atingido.

Na Figura 5.13, pode-se observar a evolução no tempo dos números de  $\overline{Nu}$ ,  $Nu_{max}$  e  $Nu_{min}$ . Para o tempo adimensional  $\tau \geq 0,06$ , não ocorre mais alteração na inclinação das curvas, indicando que o regime permanente foi atingido.

Na Figura 5.14 são mostradas as isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$ . Em todas as figuras será apresentada somente a região próxima à entrada da cavidade. Para  $Ra = 10^4$ , quando a parede frontal aproxima-se da entrada da cavidade aberta, a circulação dentro da cavidade assemelha-se à da cavidade fechada com as paredes verticais a diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas. O mesmo ocorre com a distribuição de tempe-

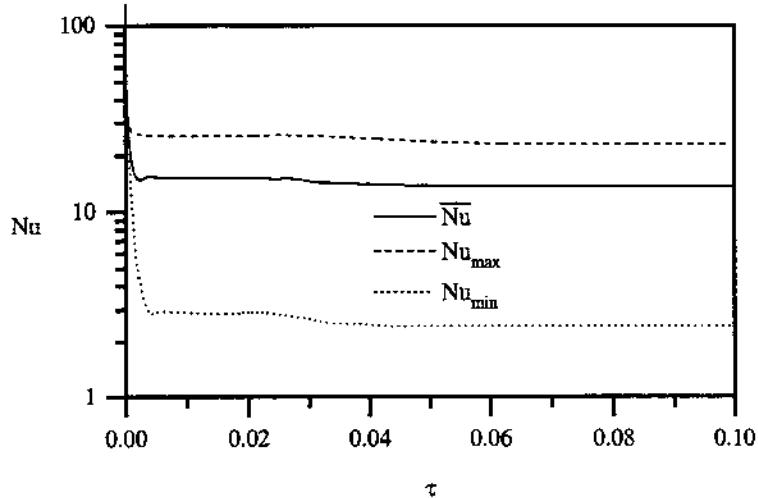
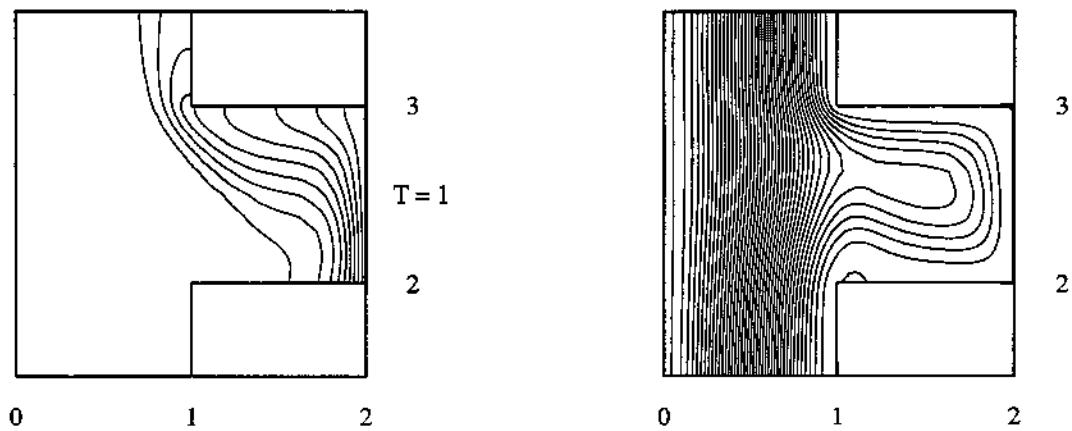


Figura 5.13: Curvas de convergência para os números de  $\overline{Nu}$ ,  $Nu_{max}$  e  $Nu_{min}$  -  $Ra = 10^6$  e  $b/H = 1,0$  - parede isotérmica

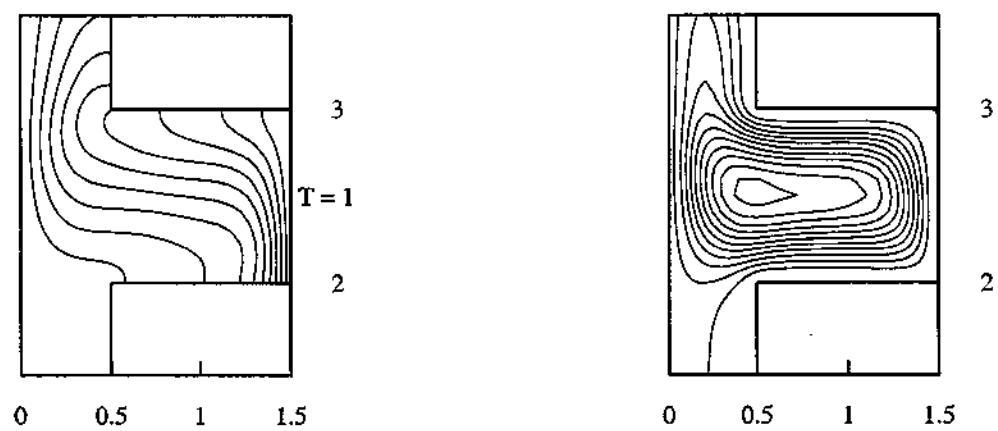
ratura. Na Figura 5.15 é mostrada a vazão volumétrica adimensional  $\dot{M}$  induzida para o canal, na posição  $Y = 0$ . Para  $Ra = 10^4$  e  $b/H = 0,2$ , o valor de  $\dot{M}$  tende a zero e a circulação torna-se praticamente restrita à cavidade quadrada. Isto pode ser observado analisando-se as Figuras 5.14a, b e c, para  $b/H = 1,0$ ,  $0,5$  e  $0,2$ , respectivamente. Na Figura 5.15 pode-se notar que, quando a distância  $b/H$  diminui, o escoamento no canal ocorre somente para altos valores do número de  $Ra$ . Para  $b/H = 0,2$ , por exemplo, o escoamento no canal só ocorre para  $Ra > 10^5$ .

Convecção natural laminar é normalmente limitada por dois extremos: o limite de condução pura e o regime de camada limite. Uma configuração com clara predominância da condução pode ser vista na Figura 5.16a, para  $Ra = 10^3$  e  $b/H = 0,5$  e  $0,2$ , respectivamente, e o regime de camada limite na Figuras 5.16b, para  $Ra = 10^6$  e  $b/H = 1,0$  e  $0,5$ , respectivamente. Para a situação de condução dominante, a temperatura varia de forma quase linear, para  $Ra = 10^3$  e  $b/H = 0,5$  e  $0,2$ . Por outro lado, quando o número de Rayleigh aumenta, o fluido frio entrando na cavidade comprime as isotermais para a parede aquecida e, devido aos altos gradientes de temperatura próximos a parede, a estrutura típica de camada limite faz-se presente.

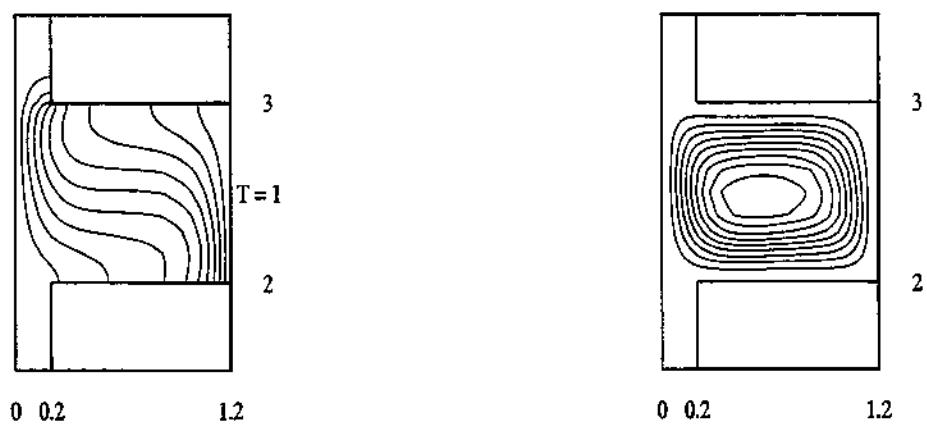
O efeito do número de  $Ra$  no valor do  $\overline{Nu}$  é mostrado na Figura 5.17. Aumentando-se a distância  $b/H$ , o número de Nusselt aproxima-se da fronteira superior, representada pela



a-)  $b/H=1,0$  e  $|\Delta\Psi|=1,000$



b-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,500$



c-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,500$

Figura 5.14: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  - parede isotérmica

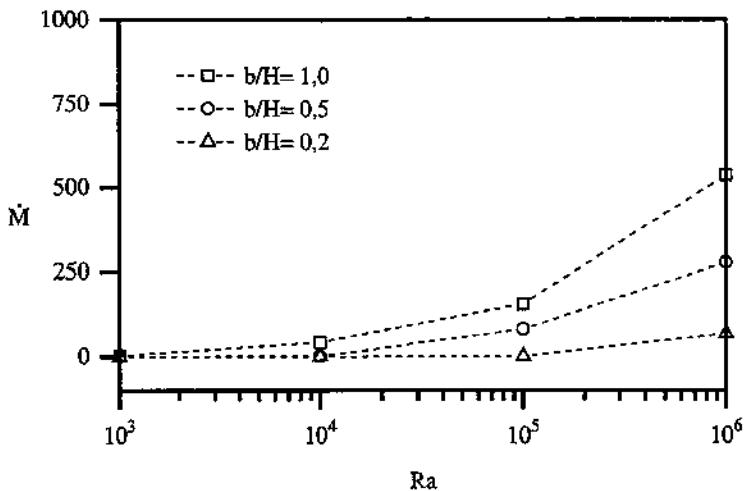


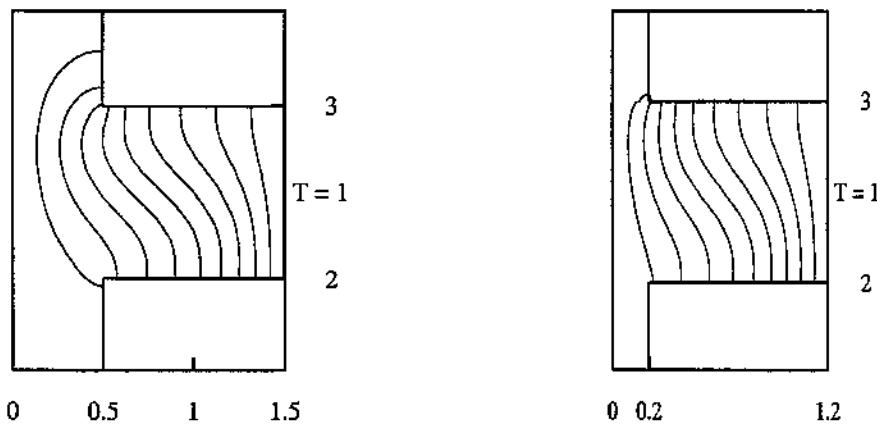
Figura 5.15: Vazão volumétrica  $\dot{M}$  no canal em função do número de  $Ra$  - parede isotérmica

linha cheia, correspondendo à cavidade aberta sem a parede frontal. Pode ser notado que, para  $b/H = 1,0$ , o número de Nusselt é muito próximo ao da cavidade aberta sem a parede frontal.

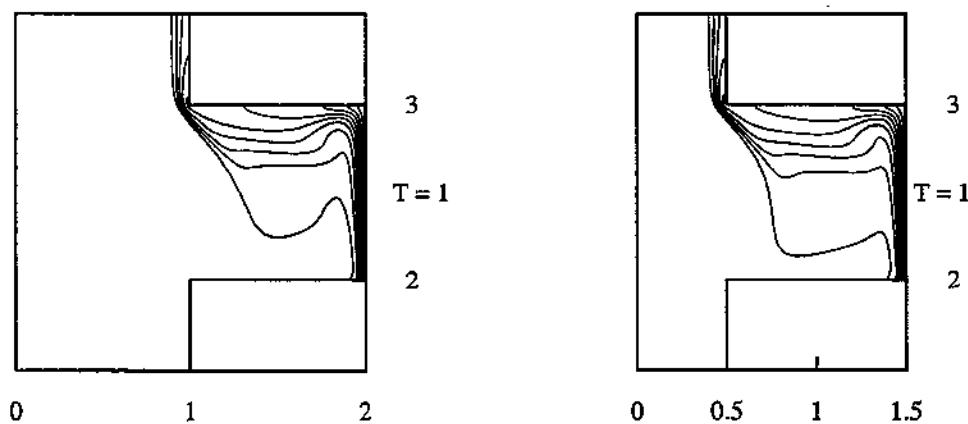
Para valores intermediários do número de Rayleigh,  $Ra = 10^4 - 10^5$ , o número de Nusselt diminui quando a parede aproxima-se da cavidade aberta. Para valores extremos do número de Rayleigh,  $Ra = 10^3$  e  $10^{6-7}$ , deve-se analisar de uma maneira diferente. Os altos valores correspondem ao regime de camada limite, sendo regido aproximadamente por escalas similares às de conveção natural em placas planas verticais em um meio infinito, expressas pela lei de potência:

$$Nu \propto Ra^{1/4} \quad (5.19)$$

como ilustrado na Figura 5.17. Para altos valores do número de Rayleigh, o número de Nusselt para a cavidade aberta aproxima-se de seu valor para uma parede vertical em um meio semi-infinito, como verificado por Chan e Tien (1985a). Para baixos valores do número de Rayleigh,  $Ra = 10^3$ , a transferência de calor é dominada por condução e o número de Nusselt é muito próximo ao de condução pura, o qual é, para uma cavidade quadrada



a-)  $Ra = 10^3$  e  $b/H = 0,5$  ( $|\Delta\Psi| = 0,100$ ) e  $0,2$  ( $|\Delta\Psi| = 0,100$ )



b-)  $Ra = 10^6$  e  $b/H = 1,0$  ( $|\Delta\Psi| = 7,500$ ) e  $0,5$  ( $|\Delta\Psi| = 7,500$ )

Figura 5.16: Isotermas para parede isotérmica    a-) limite de condução e    b-) regime de camada limite

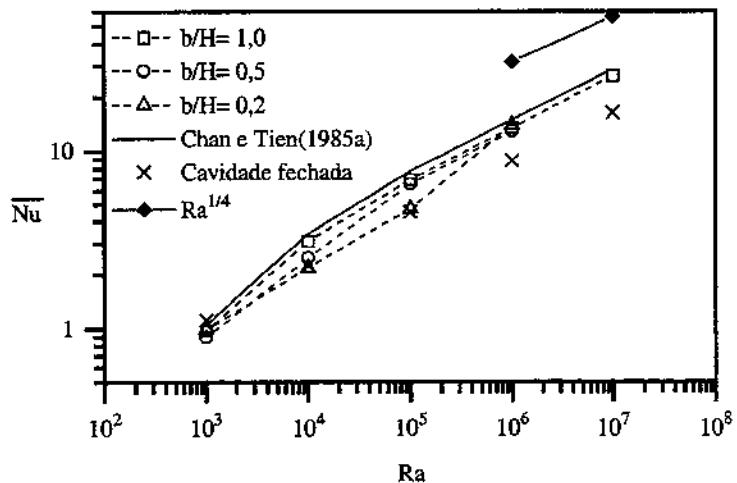


Figura 5.17: Variação do número de  $\overline{Nu}$  em função do número de  $Ra$  - parede isotérmica

$$Nu \cong \text{constante} \cong \mathcal{O}(1) \quad (5.20)$$

A Figura 5.17 também mostra que, para  $b/H=0,2$  e  $Ra = 10^4 - 10^5$ , o número de Nusselt é praticamente o mesmo quando comparado ao da cavidade fechada, uma vez que o escoamento no canal é insignificante (ver Figura 5.15) e o escoamento ocorre apenas no interior da cavidade aberta. Quando o número de Rayleigh aumenta, o escoamento no canal estabelece-se e o número de Nusselt aumenta quando comparado ao da cavidade fechada.

Outro parâmetro interessante a ser analisado é a vazão volumétrica  $\dot{m}$  induzida pela parede aquecida para dentro da cavidade. Na Figura 5.18 é mostrado o efeito do número de Rayleigh no valor da vazão  $\dot{m}$ . Verifica-se que o valor da vazão  $\dot{m}$  induzida para a cavidade, tende para o mesmo valor para altos valores de  $Ra$ , independente da distância  $b/H$ . Isto significa que o escoamento é comandado pela camada limite adjacente a parede vertical da cavidade. O valor da vazão  $\dot{m}$ , induzida na ausência da parede frontal, mostrada nos resultados de Chan e Tien (1985a), não é superada pelo valor induzido em qualquer configuração .

Para  $Ra < 10^4$ , o modo de transferência de calor por condução torna-se predominante, fazendo com que o efeito da distância  $b/H$  seja mais pronunciado. Quanto menor o valor de  $b/H$ , menor a vazão  $\dot{m}$  induzida. Isso ocorre pois o fluido vai se confinando à cavidade à medida que  $b/H$  diminui, deixando de existir escoamento no canal, em uma situação semelhante

a mostrada na Figura 5.14 para  $Ra = 10^4$ .

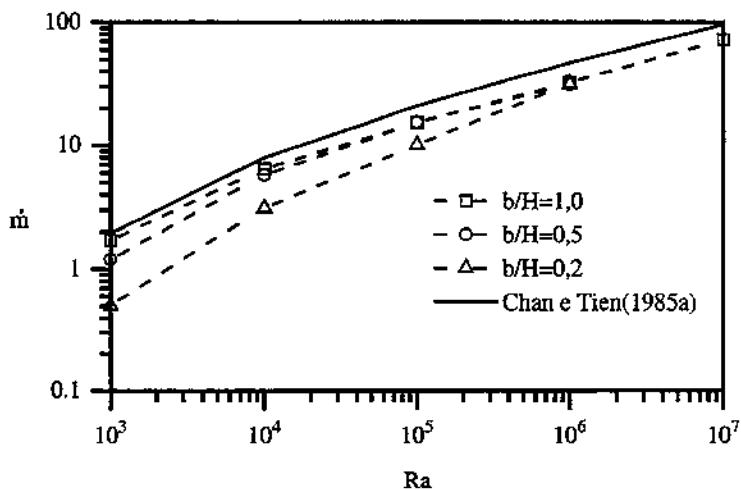


Figura 5.18: Efeito do número de  $Ra$  no  $\bar{m}$  - parede isotérmica

Na Figura 5.19 é mostrado um canal vertical prolongado. São mostradas as isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^6$ ,  $Z/H = 9$  e  $b/H = 0,2$ . Nesse caso não ocorre entrada de fluido pela parte inferior do canal, apenas a formação de uma pluma na região superior, formada pelo fluido aquecido deixando a cavidade. O valor do  $\overline{Nu}$  para esse caso é 10,66. Para o problema da cavidade fechada aquecida lateralmente, o valor do  $\overline{Nu}$  para  $Ra = 10^6$  é 8,823, como mostrado na Tabela 4.2. Portanto, para a situação mostrada na Figura 5.19, o  $\overline{Nu}$  é 17,2% maior que para a cavidade totalmente fechada ( $b/H \rightarrow 0$ ). O fluido presente na pluma, quando na descendente e em contato com a parede isotérmica a  $T = 0$  é resfriado, reentrando na cavidade a uma temperatura mais baixa comparada ao de um fluido recirculando no interior da cavidade fechada.

## 5.5 Parede frontal adiabática e $B = 1,0$

Na Figura 5.20, pode-se observar a evolução no tempo do valor do número de  $\overline{Nu}$ ,  $Nu_{max}$  e  $Nu_{min}$ . Os resultados são muito semelhantes aos mostrados na Figura 5.13, mostrando que o valor do Nusselt não é afetado pela condição de contorno da parede frontal para esses valores do número de  $Ra$  e  $b/H$ .

Quando a parede frontal é mantida adiabática e a distância  $b/H$  torna-se pequena, o

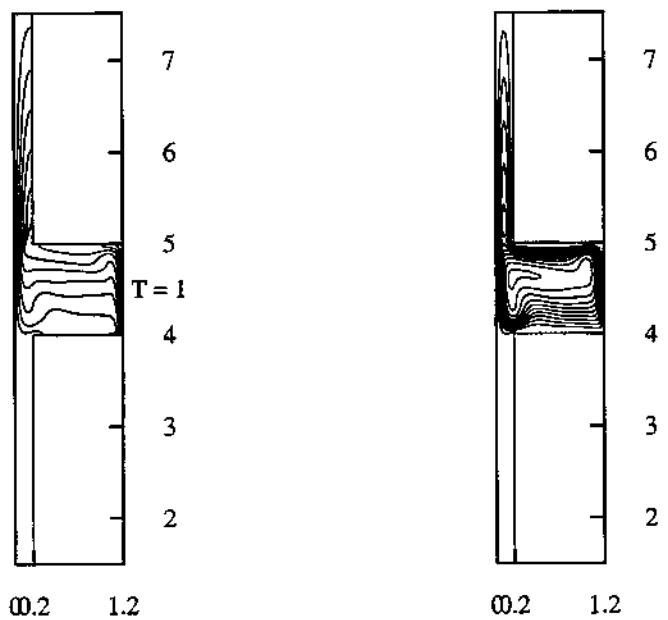


Figura 5.19: Isotermas e linhas de corrente ( $|\Delta\Psi|=2,500$ ) para  $Ra = 10^6$

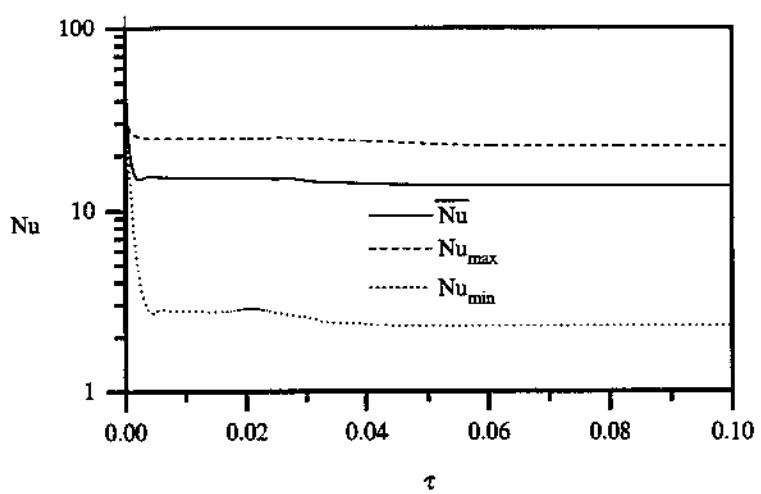


Figura 5.20: Curvas de convergência para o número de  $\overline{Nu}$ ,  $Nu_{max}$  e  $Nu_{min}$  -  $Ra = 10^6$  e  $b/H = 1,0$  - parede adiabática

comportamento das isotermas é distinto daquele observado para a parede frontal isotérmica a  $T_o$ . O modo de condução é dominante, como mostrado na Figura 5.21, para  $Ra = 10^4$  e  $b/H = 0, 2, 0,5$ , respectivamente. Somente surge escoamento no canal quando  $b/H=1,0$ . Neste caso, este limite faz um papel semelhante ao representado pela cavidade fechada para a parede frontal a  $T_o$ . A semelhança torna-se mais clara pela observação da vazão volumétrica, ilustrada na Figura 5.22. Comparando esta figura com a Figura 5.15 (parede a  $T_o$ ), o comportamento similar pode ser notado e ele sugere a existência de um número de Rayleigh crítico, para o qual o fluido escoa através do canal formado pela parede frontal.

Encontrar um critério para essa transição é difícil, assim vamos utilizar a análise de escala para interpretação do fenômeno. Da equação da quantidade de movimento, o balanço entre forças viscosas e empuxo no canal é

$$\mu \frac{v}{b^2} \cong \rho g \beta \Delta T^\circ \quad (5.21)$$

ou, introduzindo o número de Rayleigh baseado na altura  $H$  da cavidade

$$v \cong Ra \left( \frac{b}{H} \right)^2 \frac{\alpha}{H} \quad (5.22)$$

Para baixas velocidades,  $v \cong 1$  através do canal

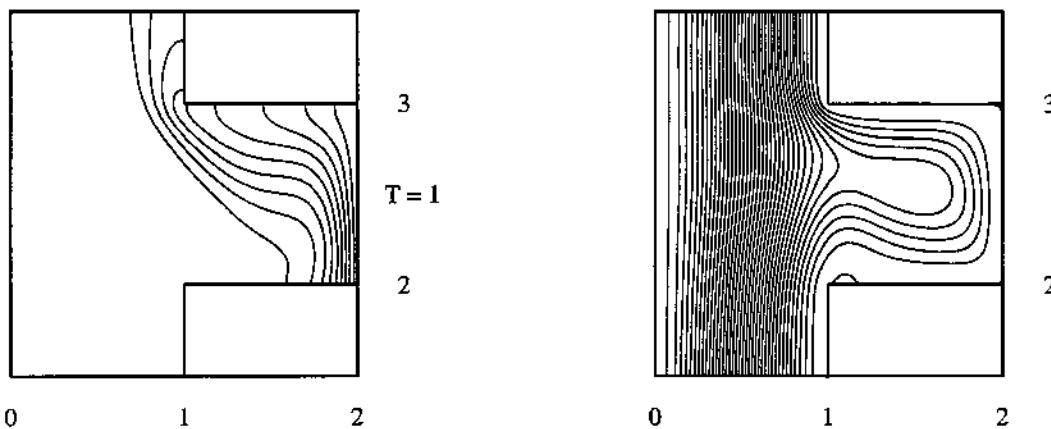
$$Ra \left( \frac{b}{H} \right)^2 \cong \left( \frac{\alpha}{H} \right)^{-1} \quad (5.23)$$

O valor de  $(\alpha/H)$  depende do fluido e de uma dimensão característica do problema considerado. A partir dos resultados numéricos obtidos, verificou-se que a igualdade

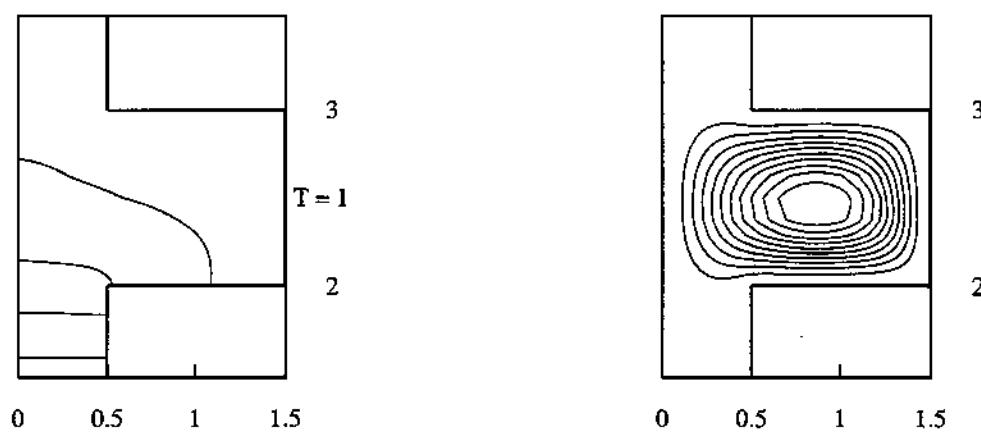
$$Ra \left( \frac{b}{H} \right)^2 \cong 10^4 \quad (5.24)$$

divide, em termos de ordem de grandeza, o domínio  $Ra \times b/H$  em duas regiões caracterizadas por: existência de um escoamento significativo no canal ( $v >> 1$ ) e ausência de escoamento através do canal ( $v << 1$ ), sendo o escoamento restrito à cavidade quadrada.

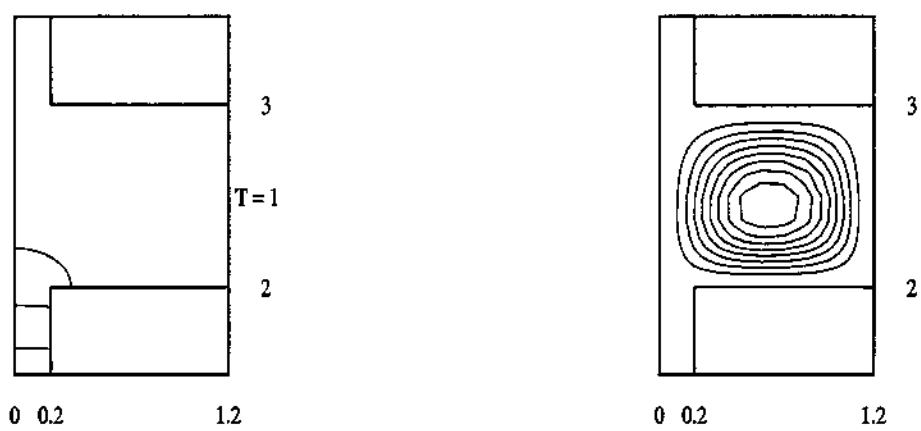
O domínio  $Ra \times b/H$  é representado na Figura 5.23 e pode ser dividido em duas regiões: escoamento na cavidade e o escoamento no canal. A linha pontilhada ilustra a Equação



a-)  $b/H=1,0$  e  $|\Delta\Psi|=1,000$



b-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,150$



c-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,100$

Figura 5.21: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  - parede adiabática

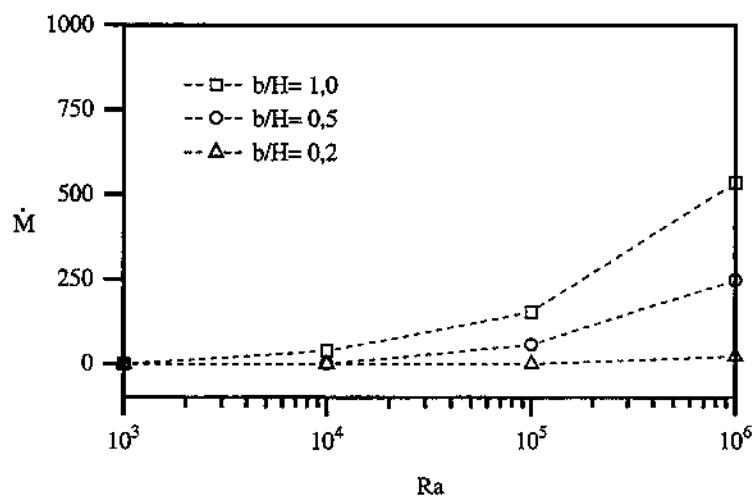


Figura 5.22: Vazão volumétrica  $\dot{M}$  no canal em função do número de  $Ra$  - parede adiabática (5.24) e as regiões acima e abaixo correspondem aos casos onde ( $v \gg 1$ ) e ( $v \ll 1$ ), respectivamente.

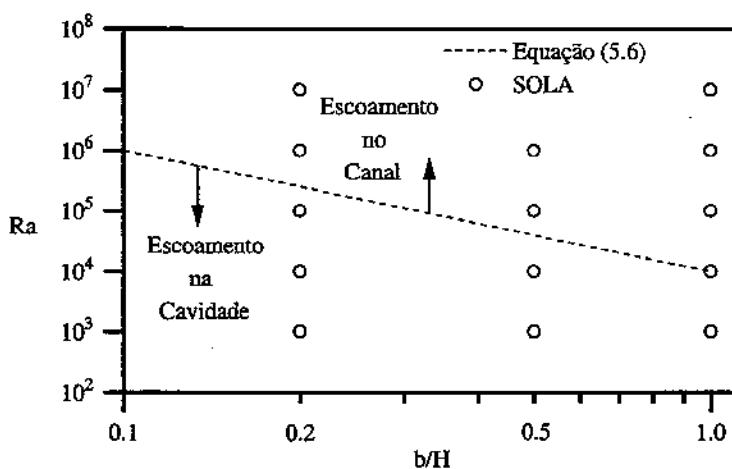
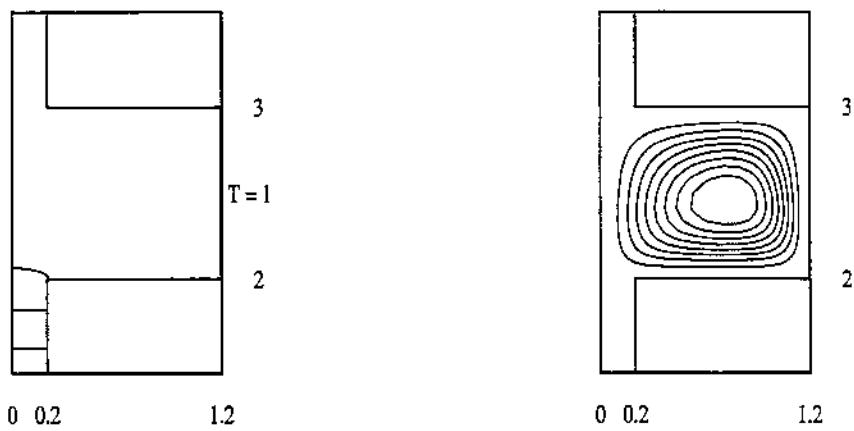


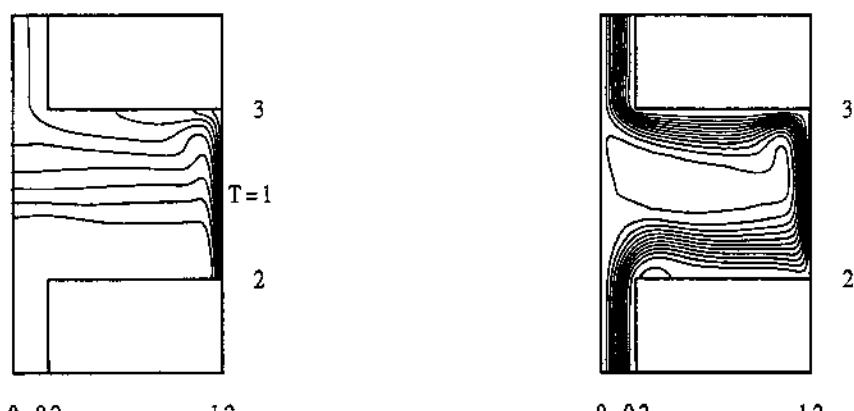
Figura 5.23: Domínio  $Ra \times b/H$

A região de escoamento na cavidade corresponde, para a parede frontal isotérmica, ao caso da cavidade fechada com diferentes temperaturas nas paredes verticais e as horizontais adiabáticas. Por outro lado, para a parede frontal adiabática, corresponde ao limite de condução, até para valores moderados do número de Rayleigh.

O escoamento no canal é caracterizado por um comportamento similar das isotermas e linhas de corrente, para valores moderados do número de Rayleigh, independente da condição



a-)  $Ra = 10^5$  e ( $|\Delta\Psi| = 0,300$ )



b-)  $Ra = 10^6$  e ( $|\Delta\Psi| = 7,500$ )

Figura 5.24: Isotermas e linhas de corrente para  $b/H = 0,2$  - parede adiabática

de contorno na parede frontal.

A Figura 5.24 mostra a transição do escoamento restrito à cavidade para o escoamento no canal, para  $b/H = 0,2$  e  $Ra = 10^{5-6}$ , quando o mecanismo de transferência de calor muda de condução dominante para o modo de convecção natural. O modo de convecção natural é muito similar àquele apresentado para uma parede frontal isotérmica a  $T_o$ . Comparando as Figuras 5.14a e 5.21a, para  $Ra = 10^4$  e  $b/H = 1,0$ , pode-se notar que as isotermas e linhas de corrente são muito similares independente da condição de contorno da parede frontal.

A variação do número de Nusselt como uma função do número de Rayleigh é ilustrado na Figura 5.25. Quando o escoamento no canal está presente e a convecção natural é dominante, a transferência de calor, como no caso da parede frontal isotérmica, tem como limite superior a cavidade aberta sem parede frontal. Nesta região, os valores do número de Nusselt são pouco sensíveis à condição de contorno da parede frontal. Para altos valores do número de Rayleigh, o número de Nusselt obedece a mesma lei de potência expressa na Equação (5.20).

Para o limite de condução, o número de Nusselt mantém-se constante e o campo de temperatura exibe uma estratificação térmica estável, ao longo do canal formado pela parede frontal. Esta estratificação é principalmente localizada na região da entrada ( $Y = 0$ ) até a metade da altura do canal ( $Y = 5L/2$ ), desde que a região superior mantém-se aquecida devido à condição de contorno que despreza a difusão térmica na saída do canal. O calor global transferido  $Q$  é da ordem de

$$Q \cong kb \frac{\Delta T^\circ}{(5H/2)} \quad (5.25)$$

e o número de Nusselt torna-se

$$\overline{Nu} \cong \frac{2}{5} \left( \frac{b}{H} \right) \quad (5.26)$$

A Equação (5.26) estima o valor constante do número de Nusselt como função da distância  $b/H$ , para o limite de condução, com surpreendente precisão. Este resultado, entretanto, deve ser analisado com cuidado e alguma precaução é apropriada na aplicação dessa equação. A condição de contorno para o fluido deixando o canal satisfaz a condição

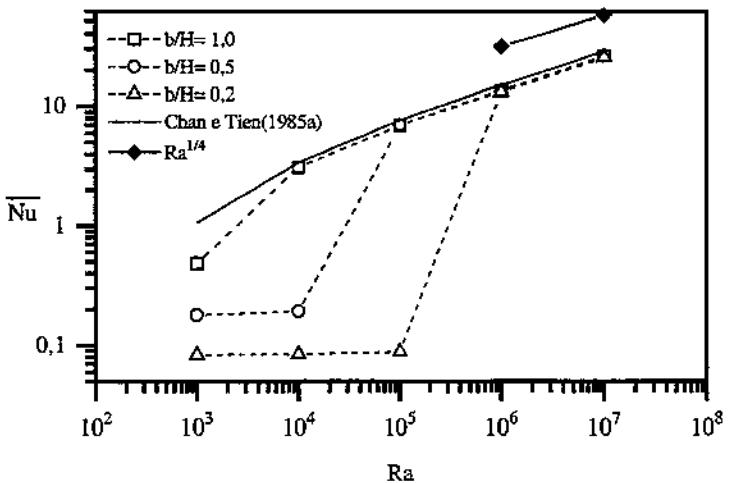


Figura 5.25: Variação do número de  $\overline{Nu}$  em função do número de  $Ra$  - parede adiabática

a montante, assumindo convecção dominante. Essa hipótese não é verdadeira para baixas velocidades e modo de condução pura.

O aparecimento da camada limite, com o consequente surgimento de escoamento no canal, faz com que o número de  $\overline{Nu}$  de um salto, partindo de valores muito baixos do caso de condução dominante para um escoamento predominantemente convectivo. Esse salto está intimamente relacionado à distância  $b/H$ . As distâncias entre as paredes do canal e seus respectivos intervalos do número de Rayleigh onde ocorrem os saltos são:  $b/H=1,0$  e  $Ra = 10^{3-4}$ ,  $b/H=0,5$  e  $Ra = 10^{4-5}$  e  $b/H=0,2$  e  $Ra = 10^{5-6}$ .

A vazão volumétrica  $\dot{m}$  induzida para dentro da cavidade é mostrada em função do número de  $Ra$  na Figura 5.26. Observa-se que o comportamento do  $\dot{m}$  é semelhante ao da curva para a situação da cavidade sem a parede frontal para  $b/H=1,0$  e para  $b/H=0,5$  e  $Ra > 10^5$ . Observa-se que as curvas não ultrapassam em nenhum momento os valores de Chan e Tien (1985a) para a cavidade sem a parede frontal. Para  $Ra = 10^3$ , os valores da vazão volumétrica  $\dot{m}$  induzida para a cavidade são baixas e proporcionais a distância  $b/H$ . Pode-se observar também saltos na vazão  $\dot{m}$  nos moldes discutidos no parágrafo anterior sobre a Figura 5.25.

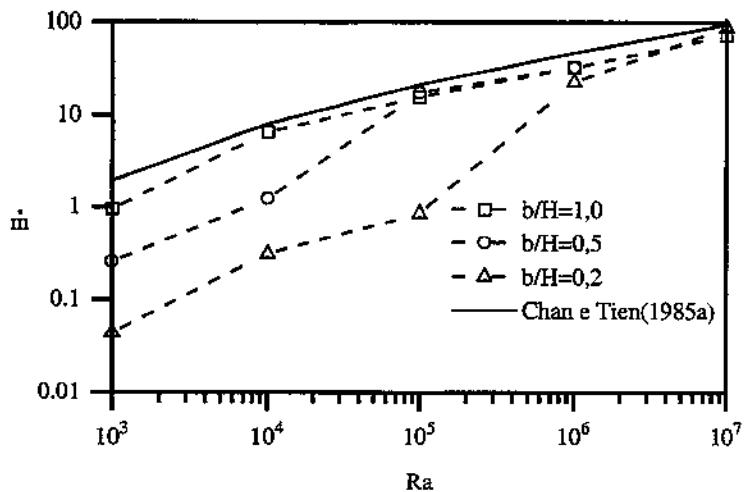


Figura 5.26: Efeito do número de  $Ra$  no  $\dot{m}$  - parede adiabática

## 5.6 Conclusão

Os tipos de condições de contorno CC1 e CC2 para a entrada do canal vertical produziram resultados semelhantes para o número de  $Ra = 10^4$  em relação a parâmetros característicos do problema, como:  $\overline{Nu}_0$ ,  $\overline{Nu}_{max}$ ,  $Nu_{min}$ ,  $\dot{m}$ ,  $T_{max}$  e  $V_c$ . A grande diferença consiste na forma do perfil do componente vertical da velocidade. Para o tipo de condição de contorno CC1 tem-se um perfil uniforme e para o tipo CC2 um perfil aproximadamente parabólico.

Fisicamente o perfil parabólico parece ser mais realístico, mas considerando as pequenas diferenças na comparação dos parâmetros característicos e na configuração do escoamento, o tipo de condição de contorno CC1 foi adotada. A condição de contorno CC1 tem a vantagem de ser numericamente mais fácil de ser implementada.

O fenômeno de convecção natural em uma cavidade quadrada aberta foi estudado numericamente. A influência de uma parede frontal, formando um canal aberto vertical, foi analisada para duas diferentes condições de contorno: parede frontal à temperatura ambiente ou adiabática.

A vazão volumétrica  $\dot{M}$  induzida para dentro do canal, tem o mesmo comportamento tanto para a parede frontal isotérmica quanto para a adiabática, Figuras 5.15 e 5.22, respectivamente. A única restrição ocorre para  $b/H = 0,2$  e a parede frontal adiabática, quando o

escoamento no canal aparece somente para  $Ra > 10^5$ .

Duas regiões foram identificadas no domínio  $Ra \times b/H$ , através da Equação (5.24): o escoamento no canal e o escoamento na cavidade, mostradas na Figura 5.23. Quando o escoamento no canal está presente, o número de Nusselt exibe fraca dependência da condição da contorno da parede frontal. Entretanto, quando o escoamento é restrito à cavidade quadrada, a transferência de calor depende da condição de contorno da parede frontal. Para a parede frontal isotérmica, a transferência de calor assemelha-se à cavidade fechada com as paredes a diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas; para a parede adiabática, a transferência de calor é regida pelo mecanismo de condução .

Quando a distância  $b/H$  aumenta, a cavidade aproxima-se da cavidade aberta sem a parede frontal, independente da condição de contorno na parede frontal. Para a parede frontal isotérmica, isso pode ser visto nas Figuras 5.17 e 5.18, as quais mostram os gráficos  $\overline{Nu} \times Ra$  e  $\dot{m} \times Ra$ , respectivamente. Para a parede frontal adiabática, essa afirmação é válida após o aparecimento do escoamento no canal e pode ser observada nas Figuras 5.25 e 5.26, nos gráficos  $\overline{Nu} \times Ra$  e  $\dot{m} \times Ra$ , respectivamente.

Constatou-se a existência de um salto nos valores de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{m}$ , Figuras 5.25 e 5.26, respectivamente, quando no caso da parede frontal isotérmica, ocorre o aparecimento do escoamento no canal. Essa transição súbita provoca variações no  $\overline{Nu}$  e  $\dot{m}$  quando a transferência de calor deixa de ser dominada pela condução e passa a predominar o transporte convectivo.

# Capítulo 6

## CONVEÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA COM $B=0,50, 3,0$ e $6,0$

Neste capítulo será estudada a influência da razão de aspecto  $B = L/H$  no processo de transferência de calor para a cavidade discutida no Capítulo 5. A geometria é a mesma mostrada na Figura 5.12. As razões de aspecto a serem estudadas serão:  $B = L/H=0,5, 3,0$  e  $6,0$ . A distância adimensional  $b/H$  entre a parede frontal e a entrada da cavidade será feita igual a 0,5 e 0,2. Não será estudado o caso de  $b/H=1,0$  pois além de não serem muito significativas as diferenças dos resultados da situação de  $b/H = 0,5$ , a limitação do número de variáveis do problema faz-se necessária de maneira a racionalizar o número de resultados.

### 6.1 Parede frontal à temperatura ambiente e $B = 0,5, 3,0$ e $6,0$

Nesta seção será investigada o efeito da parede frontal isotérmica, da razão de aspecto  $B$  e da distância  $b/H$ , no processo de transferência de calor da parede vertical aquecida no interior da cavidade.

Nas figuras a seguir serão mostradas as isotermas e linhas de corrente. As isotermas

são igualmente espaçadas com  $\Delta T=0,1$  e o intervalo entre as linhas de corrente é  $|\Delta\Psi|$ , cujo valor é mostrado em cada figura.

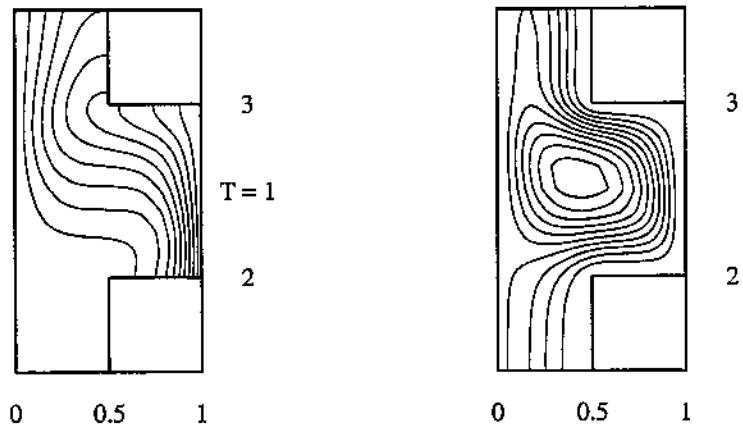
Na sequência de Figuras 6.1, 6.2 e 6.3, nota-se o efeito da variação da razão de aspecto  $B = 0,5, 3,0$  e  $6,0$ , respectivamente, nas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$ . Também em cada figura é mostrado o efeito da distância entre as paredes do canal para  $b/H=0,5$  e  $0,2$ . Na Figura 6.1, verifica-se que a diminuição de  $b/H$  de  $0,5$  para  $0,2$ , provoca um deslocamento das isotermas próximas à entrada da cavidade em direção ao seu interior, restringindo o escoamento à cavidade. Nas Figuras 6.2 e 6.3, observa-se comportamento semelhante.

O efeito da razão de aspecto  $B$ , para o caso de  $b/H=0,5$ , Figuras 6.1a, 6.2a e 6.3a, mostra que, quando  $B$  aumenta e, portanto, a parede vertical aquecida fica mais distante da entrada da cavidade, as isotermas próximas a entrada deslocam-se em direção ao interior da cavidade e se distribuem ao longo da mesma, provocando uma diminuição do gradiente próximo à parede vertical aquecida. Esse efeito da distribuição das isotermas é mais intenso para  $b/H=0,2$ , como mostrado nas Figuras 6.1b, 6.2b e 6.3b. Quando  $b/H=0,2$  e  $B=3,0$  e  $6,0$ , Figuras 6.2b e 6.3b, respectivamente, a forma das isotermas e linhas de corrente assemelham-se ao caso da cavidade fechada com um gradiente horizontal de temperaturas.

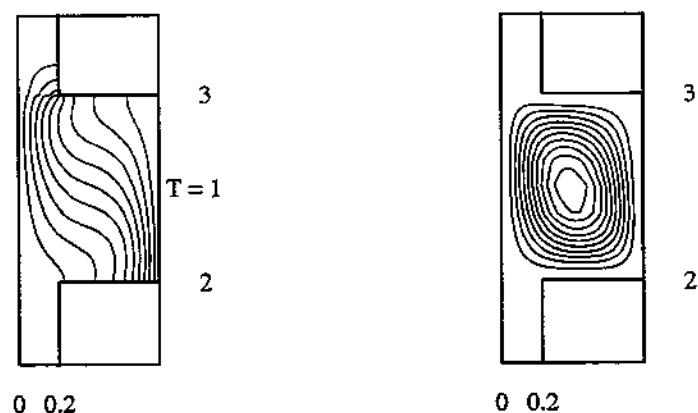
Na Figura 6.4 é mostrado o valor da vazão volumétrica  $\dot{M}$  induzida pela parede aquecida da cavidade, para dentro do canal, em  $Y = 0$ . Observa-se que para  $Ra \leq 10^4$ , não há praticamente escoamento no canal. Para a distância  $b/H=0,5$ , o valor de  $\dot{M}$  passa a ser significativo quando  $Ra > 10^4$  e para  $b/H=0,2$  somente para  $Ra > 10^5$ .

Para um escoamento em regime laminar, existem dois limites bem definidos: o de condução pura e o regime de camada limite. Na Figura 6.5, é mostrado o limite aproximado de condução para  $Ra = 10^3$ , e na Figura 6.6 o regime de camada limite para  $Ra = 10^6$ . Somente as isotermas são apresentadas.

Na Figura 6.5a é mostrado o efeito da diminuição de  $b/H$ , ou seja, quando a parede isotérmica se aproxima da entrada da cavidade. Passando-se de  $b/H=0,5$  para  $0,2$ , provoca-se o deslocamento das isotermas para dentro da cavidade. O aumento da razão de aspecto também provoca o mesmo efeito. O caso de  $Ra = 10^3$  e  $B = 6,0$  não é mostrado, mas as isotermas são praticamente verticais, sendo quase desprezível o efeito convectivo. Na Figura

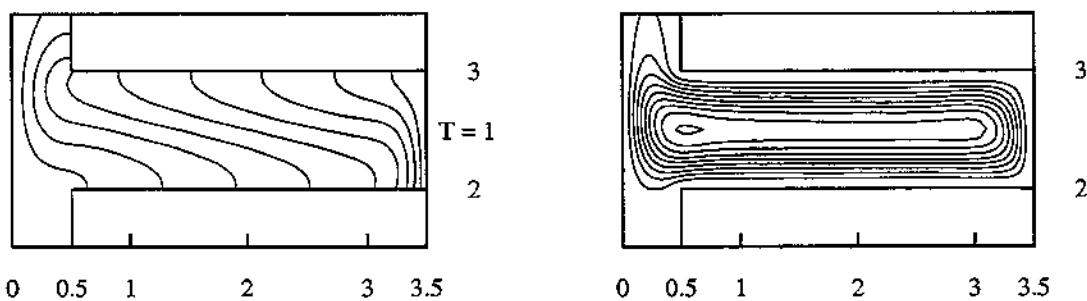


a-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,600$

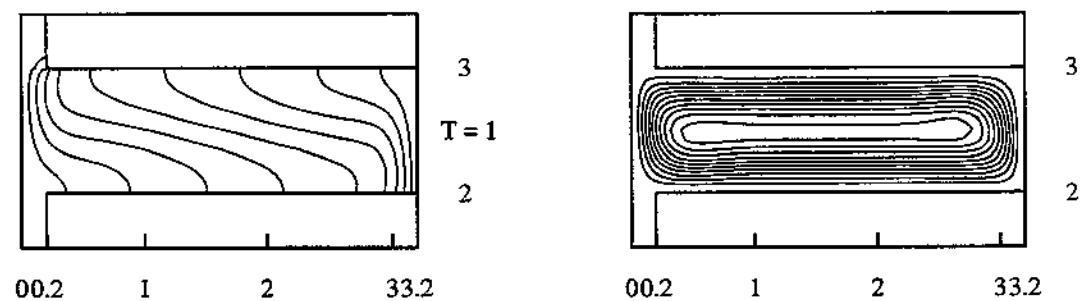


b-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,400$

Figura 6.1: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=0,5$  - parede isotérmica

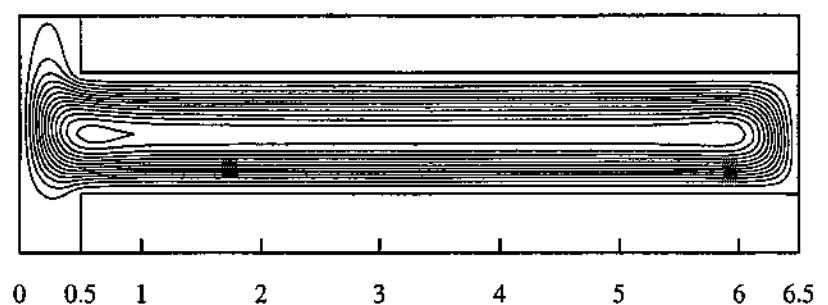
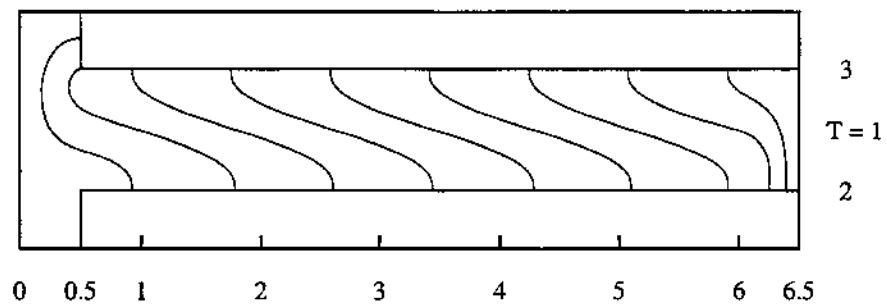


a-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,500$

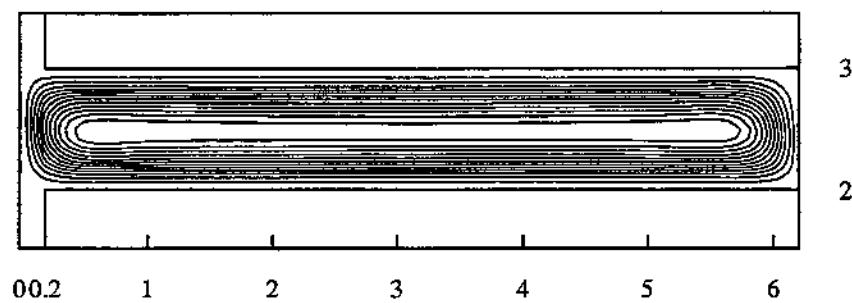
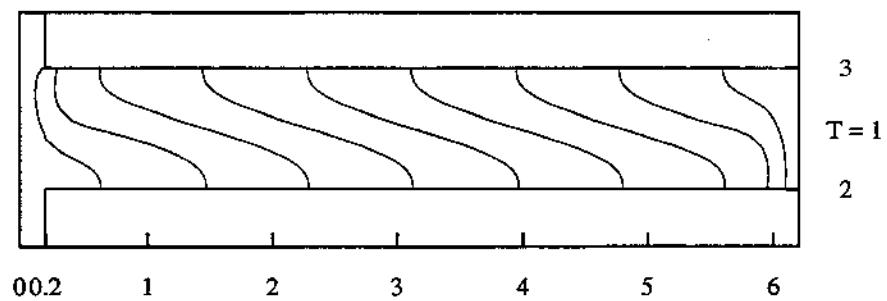


b-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,400$

Figura 6.2: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=3,0$  - parede isotérmica



a-)  $b/H = 0,5$  e  $|\Delta\Psi| = 0,250$



b-)  $b/H = 0,2$  e  $|\Delta\Psi| = 0,250$

Figura 6.3: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=6,0$  - parede isotérmica

6.5b vê-se que a região na entrada da cavidade está a uma temperatura próxima à do fluido frio,  $T = 0$ . Considerando que o processo difusivo seja dominante, ou seja,  $Ra \leq 10^3$ , o valor do  $\overline{Nu}$  pode ser estimado por

$$\overline{Nu} \cong \frac{h \cdot H}{k} \cong \frac{H}{L} = (B)^{-1} \quad (6.1)$$

onde  $h$  pode ser determinado a partir do calor global transferido  $Q = h \cdot H \cdot \Delta T^\circ$

$$Q \cong k \cdot H \cdot \frac{\Delta T^\circ}{L}$$

onde  $h \cong k/L$ . Pela Equação (6.1), os valores de  $\overline{Nu}$  são 2,000, 0,333 e 0,167 para  $B = 0,5$ , 3,0 e 6,0, respectivamente. Na Figura 6.7 pode-se observar a boa concordância desses valores com os resultados numéricos.

No outro limite, que é o de regime de camada limite, mostrado na Figura 6.6, as isotermas são comprimidas para a parede aquecida, pelo fluido frio entrando na cavidade. Para as três razões de aspecto  $B$  mostradas nas Figuras 6.6a, 6.6b e 6.6c, uma estrutura típica de camada limite está presente na região adjacente à parede vertical.

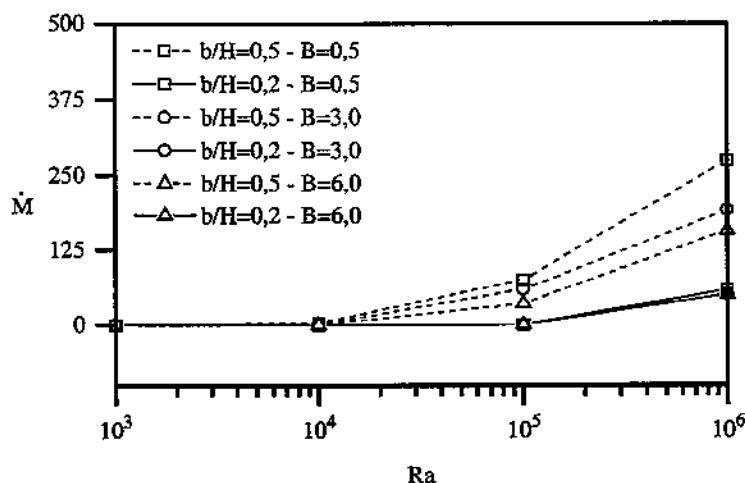
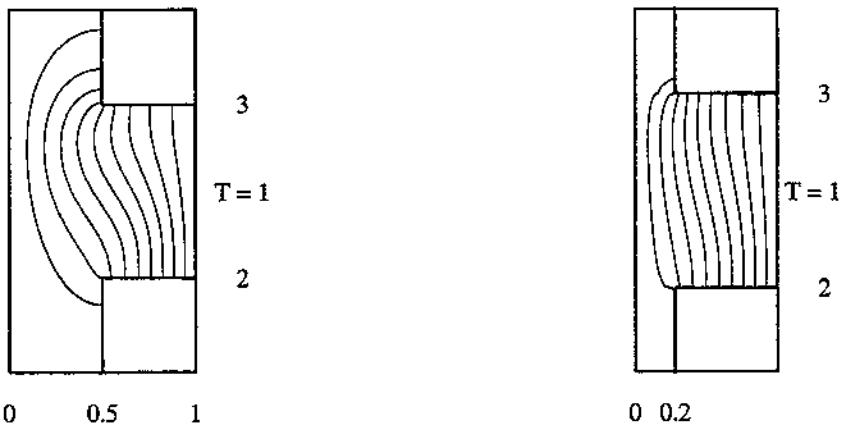
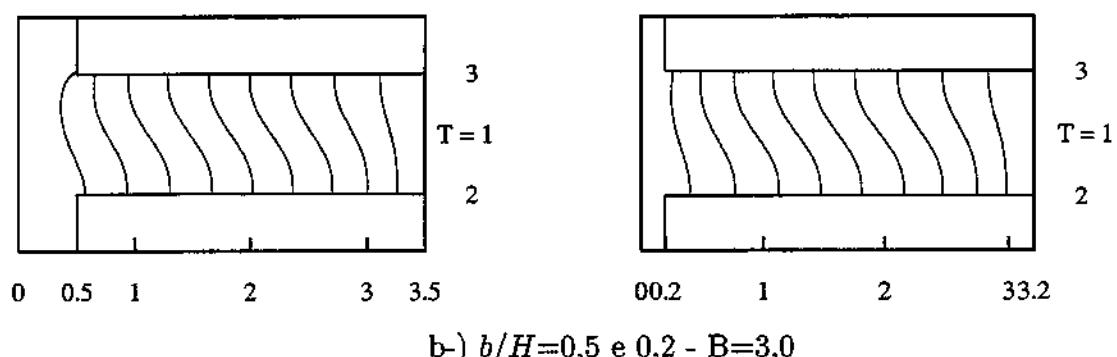


Figura 6.4: Vazão volumétrica  $M$  entrando no canal em função do número de  $Ra$  - parede isotérmica

O efeito do número de  $Ra$  no valor do  $\overline{Nu}$  da parede vertical aquecida da cavidade, é mostrado na Figura 6.7, em função de  $B$  e  $b/H$ . A lei de potência expressa pela Equação (5.2) para uma camada limite vertical em uma placa plana, é colocada para referência. Observa-se

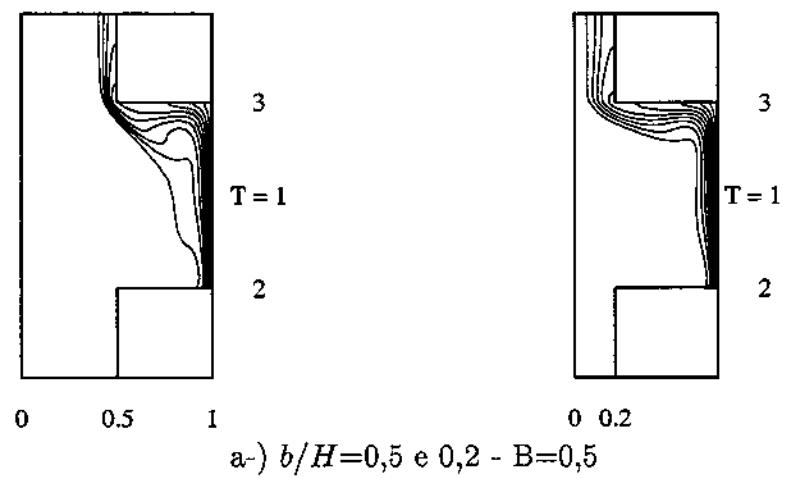


a-)  $b/H=0,5$  e  $0,2$  -  $B=0,5$

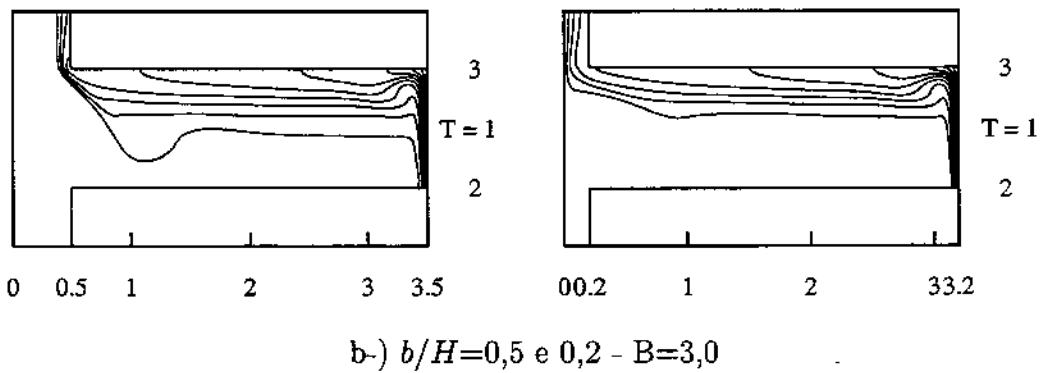


b-)  $b/H=0,5$  e  $0,2$  -  $B=3,0$

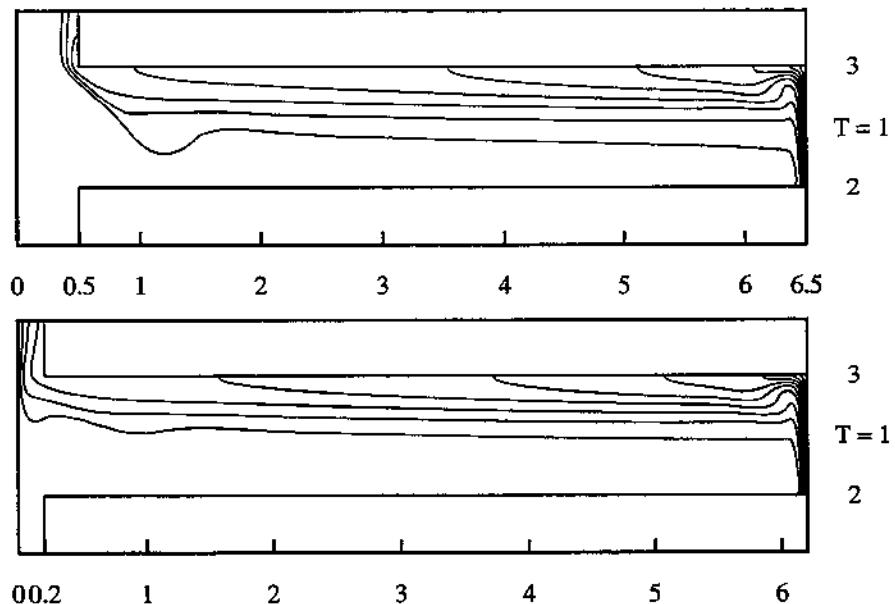
Figura 6.5: Isotermas próximas do limite de condução e  $Ra = 10^3$  - parede isotérmica



a-)  $b/H = 0,5$  e  $0,2$  -  $B = 0,5$



b-)  $b/H = 0,5$  e  $0,2$  -  $B = 3,0$



c-)  $b/H = 0,5$  e  $0,2$  -  $B = 6,0$

Figura 6.6: Isotermas para o regime de camada limite e  $Ra = 10^6$  - parede isotérmica

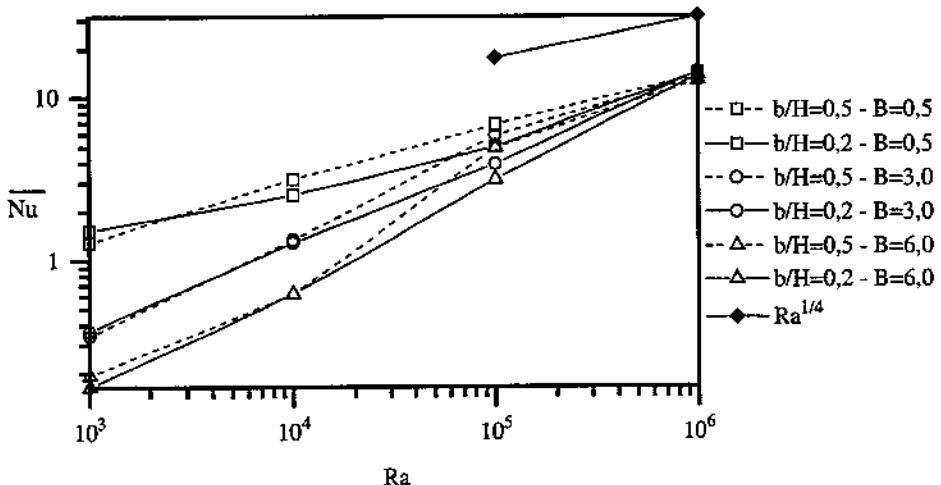


Figura 6.7: Variação do número de  $\bar{Nu}$  em função do número de  $Ra$  - parede isotérmica

que para  $Ra = 10^6$ , todos os casos tendem a assumir a inclinação dada pela Equação (5.2). O valor de  $\bar{Nu}$  para  $B = 0,5$  e  $b/H=0,5$  praticamente segue a mesma lei de potência para toda a faixa de  $Ra$  apresentada.

A Figura 6.8 mostra o efeito da variação da razão de aspecto  $B$  no valor do  $\bar{Nu}$ . Quanto menor o número de  $Ra$ , maior a importância da razão de aspecto  $B$  no valor do  $\bar{Nu}$ . Quando a inclinação da curva é semelhante a dada pela Equação (6.1),  $\bar{Nu} \cong (B)^{-1}$ , isto significa que o processo difusivo de transferência de calor é predominante. Para o número de  $Ra = 10^6$ , o número de Nusselt é praticamente independente da razão de aspecto  $B$ .

O efeito do número de  $Ra$  no valor da vazão  $\dot{m}$  pode ser visto na Figura 6.9. Os resultados de Chan e Tien (1985a) foram colocados para comparação e mostram a vazão  $\dot{m}$  induzida para dentro da cavidade sem a presença da parede vertical, para  $B = 1,0$ . Interessante notar que para  $b/H = 0,5$ , quando o valor de  $Ra$  é igual a  $5 \times 10^4$ , ocorre uma mudança na inclinação das curvas da vazão  $\dot{m}$  induzida para a cavidade. Esse valor coincide com o aparecimento da camada limite na parede vertical aquecida da cavidade. Esse fato também foi observado no estudo da cavidade aberta sem a parede frontal por Franco e Ganzarolli (1999).

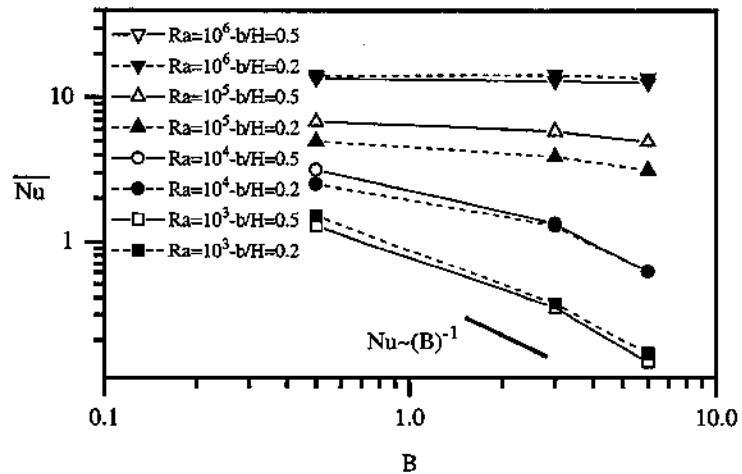


Figura 6.8: Efeito da razão de aspecto  $B$  no valor do número de  $\overline{Nu}$  - parede isotérmica

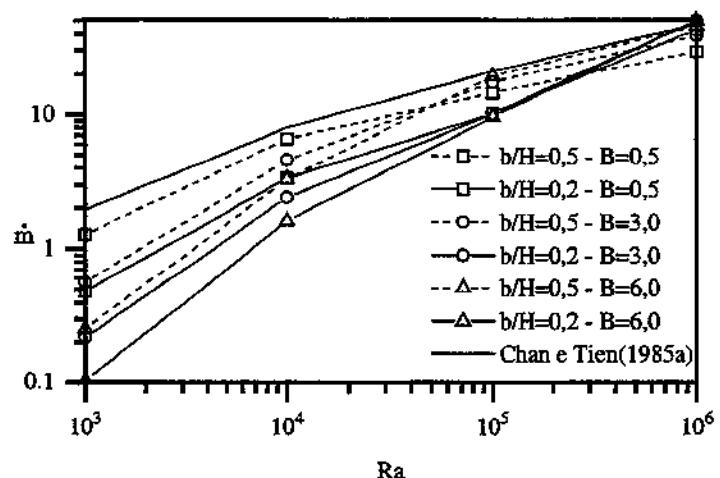


Figura 6.9: Efeito do número de  $Ra$  na vazão  $\dot{m}$  - parede isotérmica

## 6.2 Parede frontal adiabática e $B = 0,5, 3,0$ e $6,0$

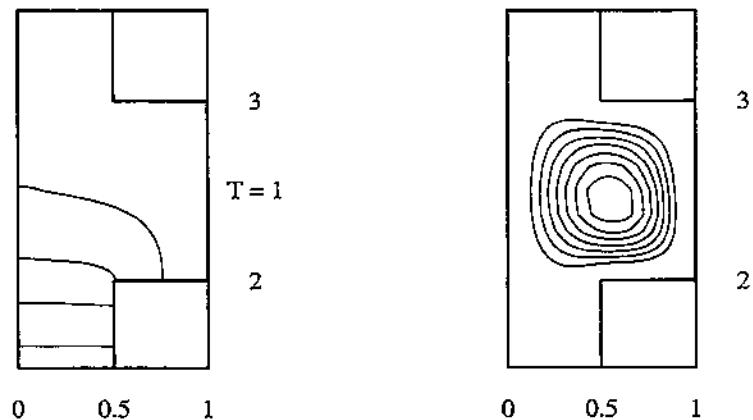
Nesta seção será estudado o efeito de uma parede frontal adiabática no processo de transferência de calor da parede vertical aquecida da cavidade.

O efeito da presença de uma parede frontal adiabática, para  $Ra = 10^4$ , é mostrado nas Figuras 6.10, 6.11 e 6.12, para  $B = 0,5, 3,0$  e  $6,0$ , respectivamente. Nessas figuras é possível também notar-se o efeito da distância  $b/H$ .

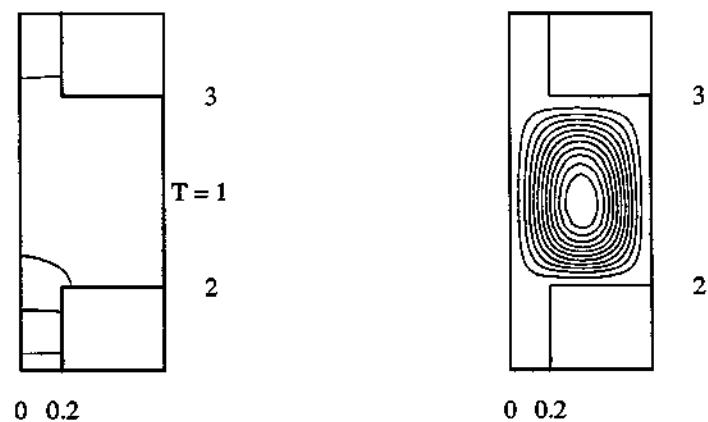
Para todos os resultados mostrados nessa seção, quando o número de  $Ra$  é baixo, ou seja,  $Ra \leq 10^4$ , a parede frontal adiabática faz com que a troca de calor só ocorra feita pela entrada do canal, onde o ar frio está presente. Na Figura 5.12, é mostrada que na saída do canal, seção (8), é imposta difusão nula para o escoamento deixando o canal,  $(\partial T / \partial Y)_{sai} = 0$ . Essa condição de contorno não é válida para uma situação de transporte difusivo predominante. Portanto, o fluido pode trocar calor somente com a entrada do canal. A Equação (5.8) permite mostrar que o valor é exatamente o calculado numericamente, quando a estratificação for somente na porção inferior do canal. Em todas as Figuras para  $Ra \leq 10^4$ , as isotermas irão aparecer mostrando uma estratificação do fluido na porção inferior do canal e algumas isotermas quase verticais no interior da cavidade. Lembrando que só estaremos mostrando a região próxima à entrada da cavidade.

Na Figura 6.10, observa-se que o mecanismo predominante de transferência de calor é a difusão. O mesmo ocorre nas Figuras 6.11 e 6.12. A aproximação da parede adiabática provoca a elevação da temperatura no interior da cavidade.

A Figura 6.13 permite notar que o escoamento no canal somente tem início para  $Ra > 10^4$ , sendo praticamente nulo para valores de  $Ra \leq 10^4$ . Para a distância  $b/H = 0,2$ , mesmo para  $Ra = 10^6$ , o valor da vazão  $\dot{M}$  ainda é pequeno. Isto mostra que a aproximação da parede adiabática restringe o escoamento à cavidade, mantendo-se essa situação até mesmo

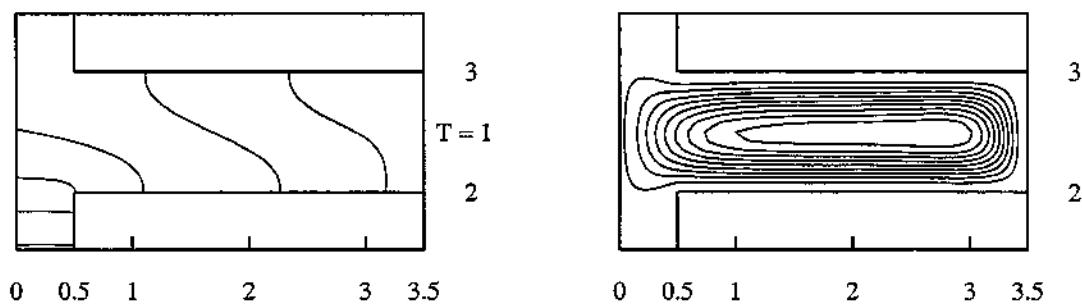


a-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,150$

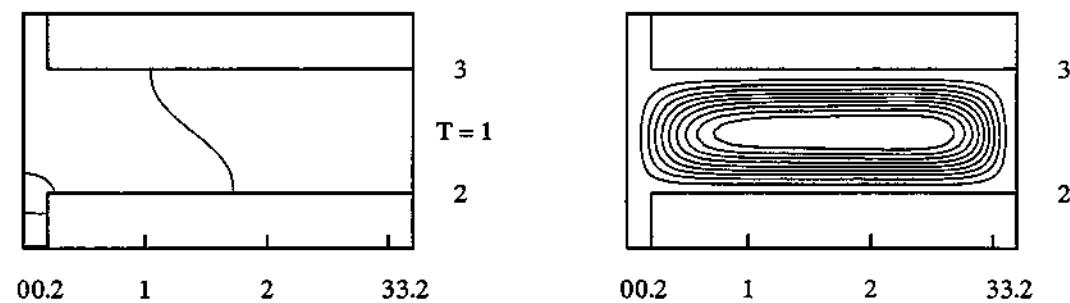


b-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,040$

Figura 6.10: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=0,5$  - parede adiabática

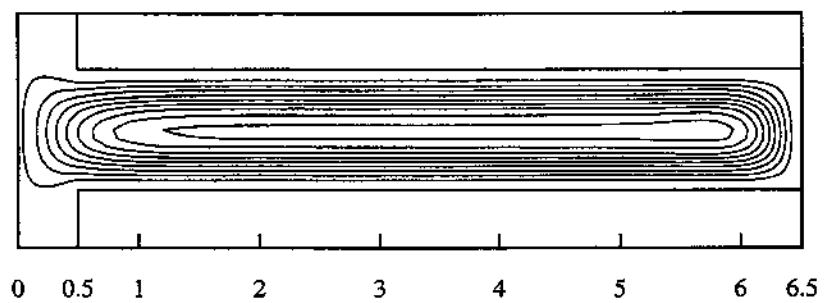
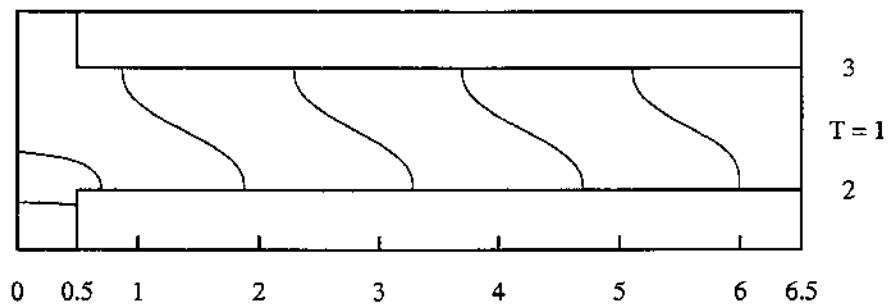


a-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,220$

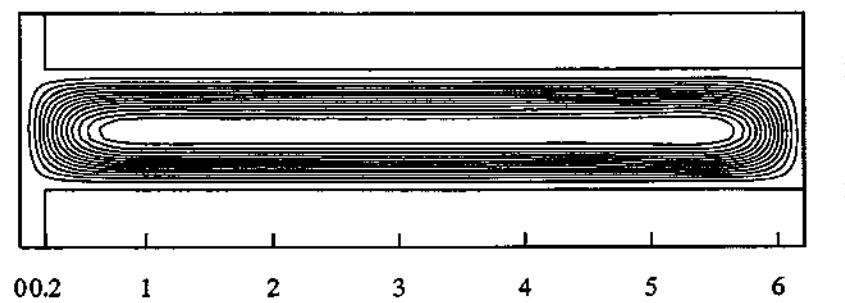
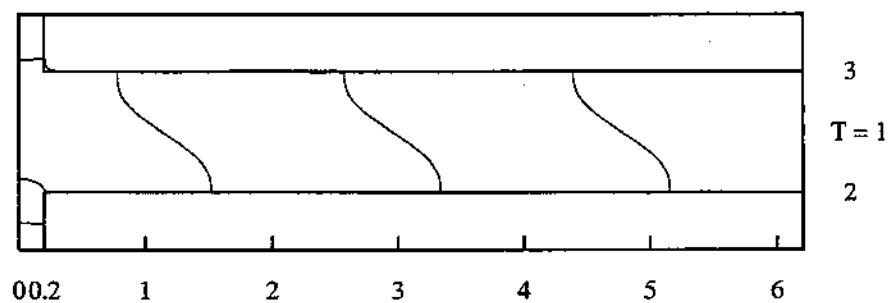


b-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,120$

Figura 6.11: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=3,0$  - parede adiabática



a-)  $b/H=0,5$  e  $|\Delta\Psi|=0,200$



b-)  $b/H=0,2$  e  $|\Delta\Psi|=0,100$

Figura 6.12: Isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^4$  e  $B=6,0$  - parede adiabática

para moderados valores de  $Ra$ .

Na Figura 6.14 é mostrada uma situação para  $Ra = 10^3$  onde o transporte difusivo de calor é predominante. As isotermas mostram um aumento da região de alta temperatura no interior da cavidade, quando  $b/H$  vai de 0,5 para 0,2. Como a condição de contorno na saída do canal despreza a difusão térmica de calor, a parte superior mantém-se aquecida e a parte inferior estratificada termicamente, pois a condição de contorno especificada na entrada do canal é  $T_{ent} = 0$ . Na porção inferior do canal, vamos admitir uma resistência até a linha de centro da cavidade,  $R_2 \cong \frac{5H}{2kb}$ . Da linha de centro do canal até a parede aquecida da cavidade, uma resistência  $R_1 \cong \frac{L}{kH}$ . O valor do  $\overline{Nu}$  é dado então por

$$\overline{Nu} \cong \frac{h \cdot H}{k} \cong \frac{1}{\left(\frac{L}{H}\right) + \frac{5}{2}\left(\frac{H}{b}\right)} \quad (6.2)$$

O valor de  $h$  é obtido através do calor global transferido  $Q$ .

$$Q \cong k \cdot H \cdot \frac{\Delta T^\circ}{L + \frac{5 \cdot H^2}{2b}} \quad (6.3)$$

onde  $h = \frac{k}{L + \frac{5 \cdot H^2}{2b}}$ . A Equação (6.2) propicia uma boa aproximação para o valor de  $\overline{Nu}$  no caso de  $Ra = 10^3$ , como pode ser visto na Figura 6.19.

O regime de camada limite é mostrado na Figura 6.16. Para  $b/H = 0,5$ , as formas das isotermas são parecidas para  $B = 3,0$  e  $6,0$ . A diminuição de  $b/H = 0,5$  para  $0,2$  faz com que a parede passe a interferir de maneira efetiva no processo de transferência de calor. Para  $b/H = 0,5$ , os resultados são semelhantes aos obtidos para a parede frontal isotérmica, Figura 6.6. Tomando como base o escoamento mostrado na Figura 6.15, na Figura 6.16b é mostrado o surgimento da camada limite, fruto do aumento do número de  $Ra$  de  $10^5$  para  $10^6$ .

O efeito do número de  $Ra$  no valor do  $\overline{Nu}$  pode ser visto na Figura 6.17. Como já mencionado anteriormente, para a distância  $b/H = 0,5$ , a camada limite aparece para  $Ra \geq 10^5$  e a partir desse valor de  $Ra$  o  $\overline{Nu}$  segue a lei de potência  $Ra^{1/4}$ . Para o caso de  $b/H = 0,2$ , apenas para o valor de  $Ra \geq 10^6$  aparece o regime de camada limite. O valor de  $\overline{Nu}$  é extremamente baixo para todas as situações em que  $Ra < 10^4$ . Como já discutido no Capítulo 5 para a parede adiabática, novamente temos a mudança abrupta no valor do  $\overline{Nu}$ . No caso de  $b/H = 0,5$  e para todas as razões de aspecto  $B$ , o fluido sai de um

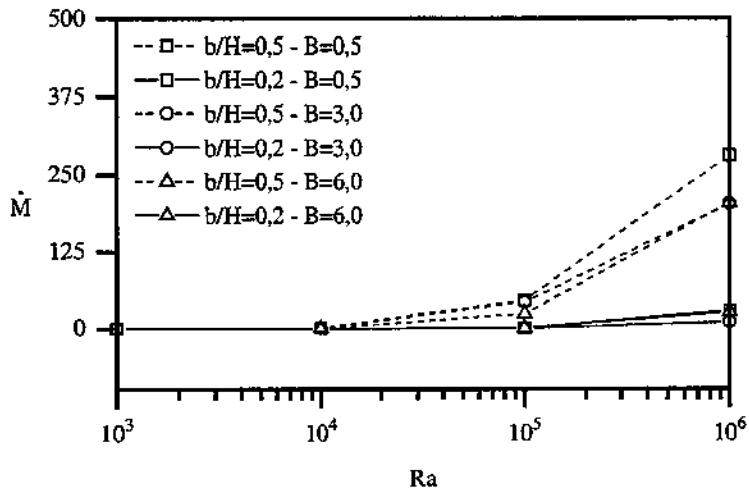


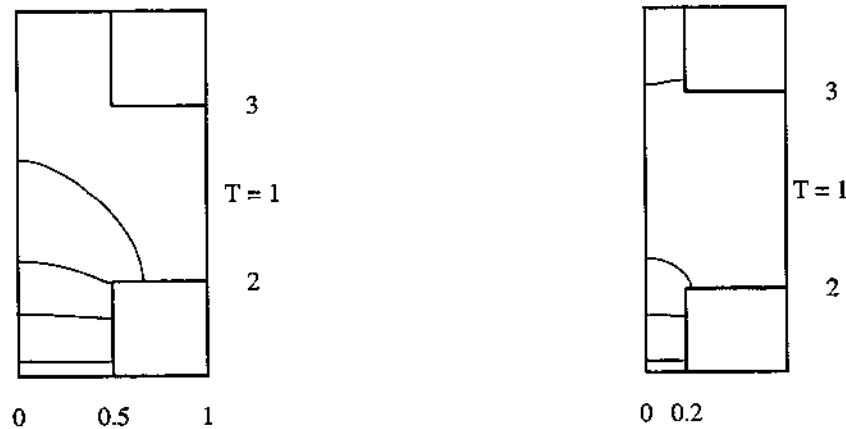
Figura 6.13: Vazão volumétrica  $\dot{M}$  entrando no canal em função do número de  $Ra$  - parede adiabática

processo predominantemente condutivo para um predominantemente convectivo no intervalo de  $Ra = 10^4-5$ . Para o caso de  $b/H=0,2$ , a avaliação é um pouco mais complexa, pois tratar-se de uma situação limite, mas pode-se perceber que no intervalo  $Ra = 10^5-6$  temos bem definido um salto, caracterizado pelo abrupto aumento na inclinação da curva

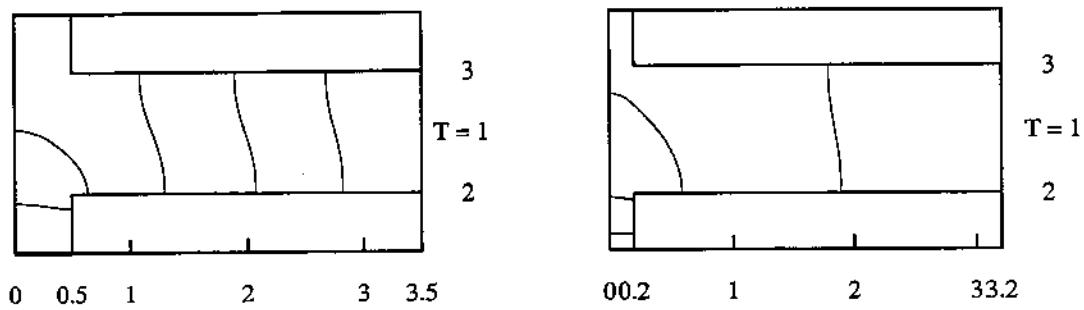
A Figura 6.18 mostra o efeito da variação da razão de aspecto  $B$  no valor do número de  $\overline{Nu}$ . Para o caso de  $b/H = 0,5$ , vê-se que para  $Ra \geq 10^5$  ocorre a formação da camada limite na parede vertical aquecida dentro da cavidade, sendo o valor de  $\overline{Nu}$  praticamente independente de  $B$ . Para o caso de  $b/H = 0,2$ , os valores de  $\overline{Nu}$  para  $B = 6,0$  são maiores que para o caso de  $B = 0,5$  e  $3,0$ . Notar que essa situação é a limite em termos de dimensões da cavidade e da validade da condição de contorno que despreza a difusão na saída do canal. Portanto, esses resultados devem ser analisados com cuidado, principalmente para a situação de  $B = 6,0$ .

A Equação (6.2) aproxima muito bem o valor de  $\overline{Nu}$  para o caso de  $b/H = 0,5$ . As maiores diferenças ocorrem para  $B = 0,5$  e  $B = 6,0$ . Isso é mostrado na Figura 6.19.

O efeito do número de  $Ra$  na vazão volumétrica  $\dot{m}$  é mostrado na Figura 6.20. Observa-se que o comportamento das curvas para  $b/H=0,5$  são muito semelhantes, sendo mesmo coincidentes em alguns intervalos. O mesmo ocorre para  $b/H=0,2$ . O valor da vazão  $\dot{m}$  induzida pela parede aquecida para dentro da cavidade é sempre maior para  $b/H = 0,5$ .



a-)  $b/H=0,5$  e  $0,2$  -  $B=0,5$



b-)  $b/H=0,5$  e  $0,2$  -  $B=3,0$

Figura 6.14: Isotermas próximas do limite de condução e  $Ra = 10^3$  - parede adiabática

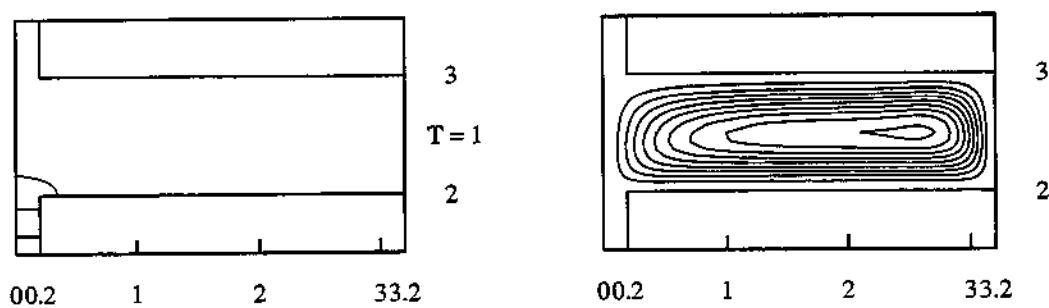


Figura 6.15: Isotermas e linhas de corrente ( $|\Delta\Psi|=0,400$ ) para  $Ra = 10^5$  -  $B = 3,0$  e  $b/H = 0,2$

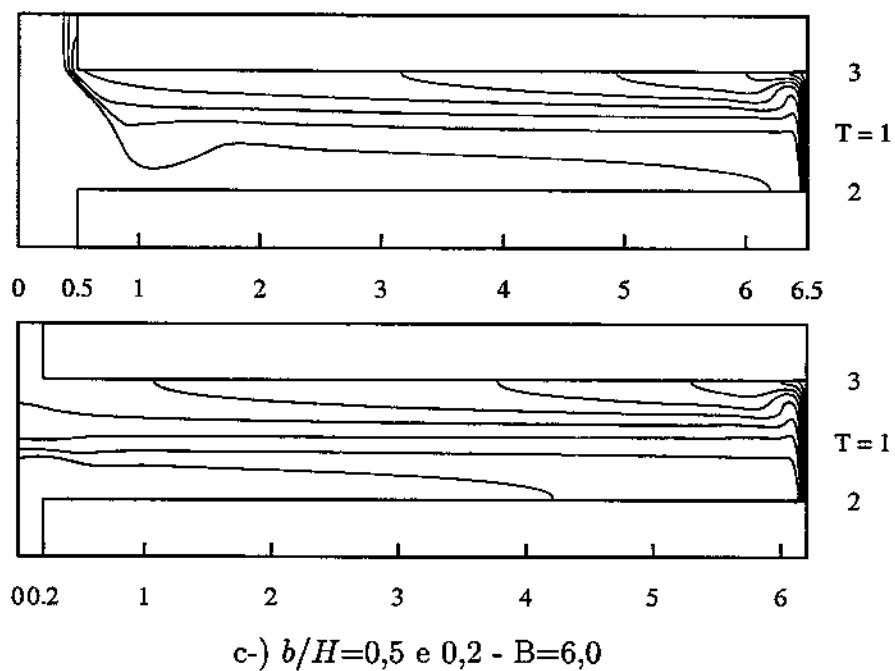
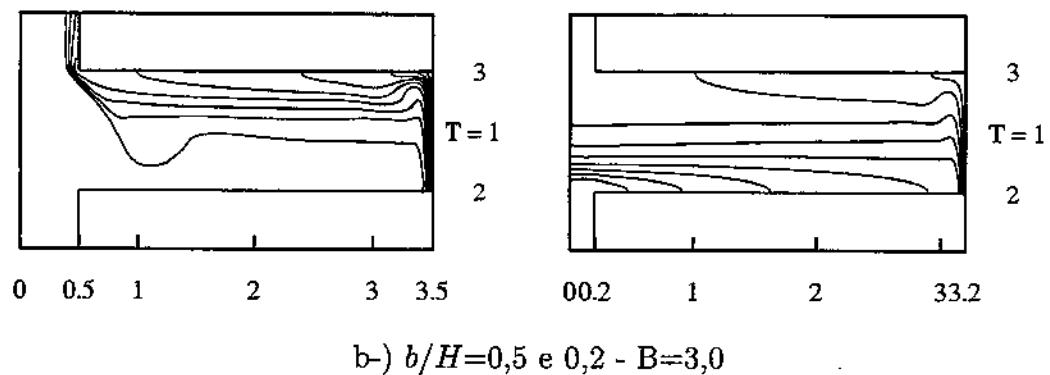
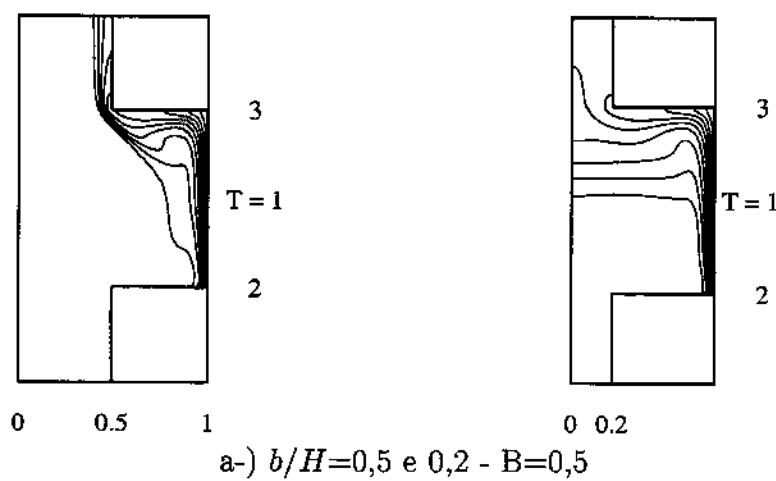


Figura 6.16: Isotermas para o regime de camada limite e  $Ra = 10^6$  - parede adiabática

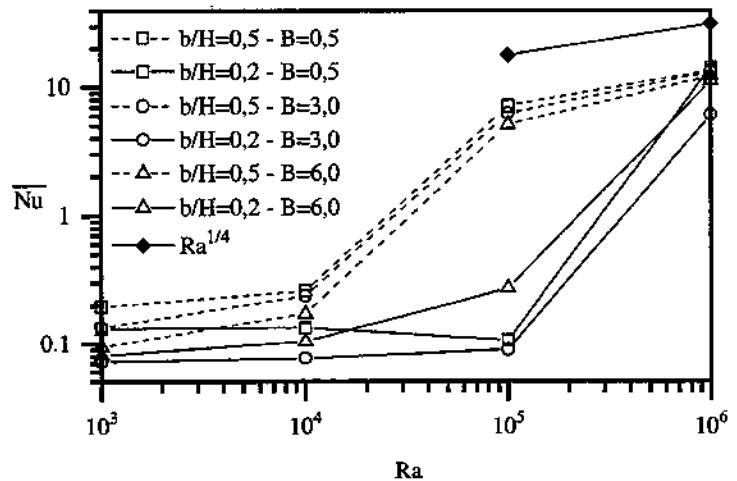


Figura 6.17: Variação do número de  $\bar{Nu}$  em função do número de  $Ra$  - parede adiabática

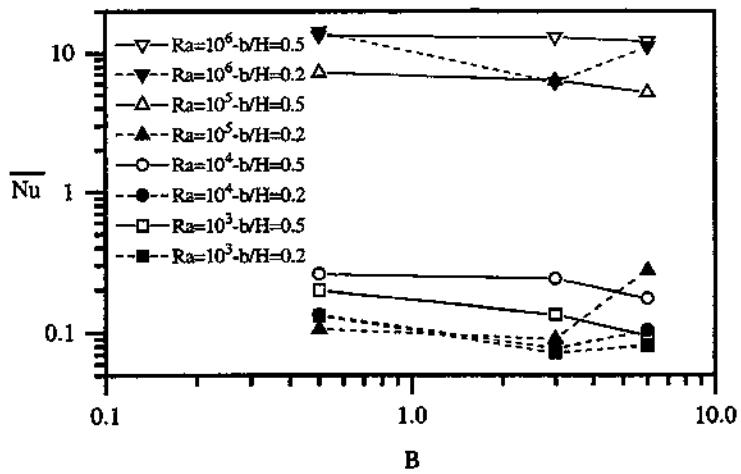


Figura 6.18: Efeito da variação da razão de aspecto  $B$  no valor do número de  $\bar{Nu}$  - parede adiabática

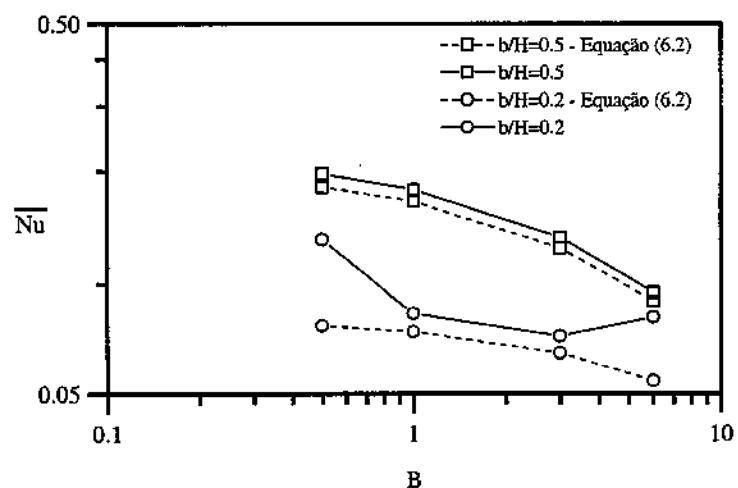


Figura 6.19: Desvio percentual entre a aproximação do valor de  $\bar{Nu}$  através da Equação (6.2) e numericamente -  $Ra = 10^3$  - parede adiabática

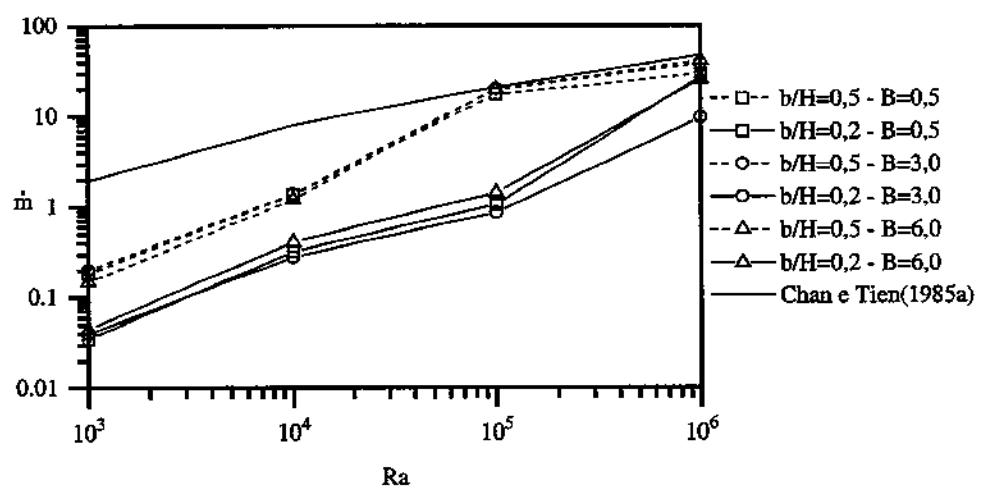


Figura 6.20: Efeito do número de  $Ra$  na vazão  $\dot{m}$  - parede adiabática

## 6.3 Conclusão

Nesse capítulo estudou-se o efeito da razão de aspecto  $B = L/H = 0,5, 3,0$  e  $6,0$  e  $b/H = 0,5$  e  $0,2$ , no processo de transferência de calor de uma cavidade retangular (alta para  $B = 0,5$  e achataada para  $B = 3,0$  e  $6,0$ ) e aberta para um canal.

Os gráficos da vazão volumétrica  $\dot{M}$  induzida para o canal pela parede vertical aquecida da cavidade, têm um comportamento semelhante para todos os valores da razão  $B$ . O aparecimento do escoamento no canal, mostrado nas Figuras 6.4 e 6.13, respectivamente para a parede frontal isotérmica e adiabática, é praticamente independente da condição de contorno da parede frontal. Para  $b/H = 0,5$  o escoamento no canal aparece para  $Ra \cong 10^4$  e para  $b/H = 0,2$  quando  $Ra \cong 10^5$ .

Análogo ao problema discutido no Capítulo 5 com  $B = 1,0$ , o domínio  $Ra \times b/H$  continua sendo dividido pela Equação (5.6) em: escoamento no canal e escoamento na cavidade. Sendo a Equação (5.6) independente da razão de aspecto  $B$  da cavidade, implica dessa forma que a distância  $b/H$  é mais importante.

Da mesma forma, a condição de contorno da parede frontal afeta significativamente o processo de transferência de calor quando o escoamento no canal não está presente.

O aumento de  $B$  para um mesmo  $Ra$ , sendo  $Ra \leq 10^4$ , faz com que a convecção se torne cada vez menos importante, assim como a aproximação da parede frontal junto à entrada da cavidade.

Na Figura 6.17, caso de uma parede frontal adiabática, observou-se um salto no valor do número de  $\overline{Nu}$  em função do número de Rayleigh. Para o caso de  $b/H=0,5$ , essa variação abrupta ocorre, para todas as razões de aspecto da cavidade, no intervalo  $Ra = 10^{4-5}$ . Para  $b/H = 0,2$ , o intervalo do número de Rayleigh onde ocorre o salto é  $Ra = 10^{5-6}$ . Também para o valor da vazão  $\dot{m}$  ocorre o salto para os mesmos valores de  $b/H$  e número de Rayleigh.

Constatou-se que a curva da vazão  $\dot{m}$ , no caso da parede frontal isotérmica e  $b/H=0,5$ , sofre uma modificação na sua inclinação no intervalo  $Ra = 10^4-5$ . Para  $Ra = 10^4$ , por ordem as razões de aspecto que mais induzem fluido para dentro da cavidade são:  $B = 0,5, 3,0$  e  $6,0$ . Para  $Ra = 10^5$ , essa sequência é:  $B = 6,0, 3,0$  e  $0,5$ .

# Capítulo 7

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 7.1 Conclusões

Neste trabalho estudou-se a influência de uma parede formando um canal vertical quando posicionada frontalmente a um cavidade aberta. Para a parede frontal são investigadas duas condições de contorno: isotérmica ou adiabática. A cavidade aberta tem a parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas. Os principais parâmetros geométricos estudados foram a razão de aspecto da cavidade,  $B = L/H$ , feita igual a 0,5, 1,0, 3,0 e 6,0 e o espaçamento adimensional entre as paredes do canal,  $b/H$ , feito igual a 1,0, 0,5 e 0,2. A faixa do número de Rayleigh estudada foi  $10^3 - 10^7$  e o número de Prandtl foi fixado como 1,0.

Foi desenvolvido para a solução do escoamento, um código de cálculo baseado no Método dos Volumes Finitos para a discretização espacial e no Método SOLA para a discretização temporal e o acoplamento da equação da conservação da massa e os termos de pressão das equações de Navier-Stokes. Utilizou-se para o cálculo dos termos convectivos e difusivos o esquema Power-Law.

Os problemas tratados foram:

1. Convecção natural em uma cavidade quadrada fechada, com uma diferença de temperatura entre as paredes verticais e as horizontais adiabáticas, (Davis,1983) e (Lé Quéré,1991). O número de Prandtl utilizado foi 0,71.

2. Convecção natural em uma cavidade quadrada aberta ( $B = 1,0$  e  $Pr = 1,0$ ) para um meio semi-infinito, com as paredes horizontais adiabáticas e a vertical mantida a uma temperatura constante, (Chan e Tien,1985a).
3. Convecção natural em uma cavidade achatada aberta ( $B = 7,0$  e  $Pr = 7,0$ ) para um meio semi-infinito, com as paredes horizontais adiabáticas e a vertical mantida a uma temperatura constante, (Chan e Tien,1985b).
4. Convecção natural em uma cavidade quadrada aberta ( $B = 1,0$ ), com a parede vertical aquecida e tendo uma parede frontal, isotérmica ou adiabática, posicionada em frente da abertura. A razão de abertura do canal é feita igual a  $b/H = 1,0, 0,5$  e  $0,2$ .
5. Convecção natural em uma cavidade retangular aberta ( $B = 0,5, 3,0$  e  $6,0$ ), com a parede vertical aquecida e tendo uma parede frontal, isotérmica ou adiabática, posicionada em frente da abertura. A razão de abertura do canal é feita igual a  $b/H = 0,5$  e  $0,2$ .

Os problemas 1, 2 e 3 foram utilizados para a validação do código de cálculo e para fornecer subsídios para a solução e compreensão dos problemas dos capítulos subsequentes. A comparação dos resultados obtidos com os da literatura disponível sempre evidenciou ótima concordância.

Foi feito um estudo do efeito de diferentes tipos de condições de contorno na entrada e saída do canal vertical para  $Ra = 10^4$ . Apesar das diferenças serem pequenas para parâmetros característicos do problema, como:  $\overline{Nu}_0$ ,  $\overline{Nu}_{max}$ ,  $Nu_{min}$ ,  $\dot{m}$ ,  $T_{max}$  e  $V_c$ , para as diferentes condições de contorno, a forma do perfil do componente vertical da velocidade na entrada pode ser bastante diferente. Para o tipo de condição de contorno CC1 tem-se um perfil uniforme e para o tipo CC2 um perfil aproximadamente parabólico.

Para várias combinações de  $B$  e  $b/H$  e para o número de  $Ra = 10^7$ , não foi possível obter o regime permanente e sim uma solução transitória.

Para  $B = 0,5, 1,0, 3,0$  e  $6,0$ , a influência de uma parede frontal, formando um canal aberto vertical, foi analisada para duas diferentes condições de contorno: parede frontal à temperatura ambiente ou adiabática. Essas duas condições de contorno para a parede frontal

foram escolhidas por serem os dois extremos possíveis: uma parede altamente condutiva ou uma parede isolante térmica.

Duas regiões foram identificadas no domínio  $Ra \times b/H$ : o escoamento no canal e o escoamento na cavidade. Quando o escoamento no canal está presente, o número de Nusselt exibe fraca dependência da condição da contorno da parede frontal. Entretanto, quando o escoamento é restrito à cavidade quadrada, a transferência de calor depende da condição de contorno da parede frontal, ou seja, a condição de contorno da parede frontal afeta muito o processo de transferência de calor quando o escoamento no canal não está presente. Para a parede frontal isotérmica, a transferência de calor assemelha-se à cavidade fechada com as paredes à diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas; para a parede adiabática, a transferência de calor é regida pelo mecanismo de condução pura.

O domínio  $Ra \times b/H$  pode sempre ser dividido pela Equação (5.6) em: escoamento no canal e escoamento na cavidade, praticamente independente da razão de aspecto  $B$  da cavidade. Sendo a Equação (5.6) dependente apenas do parâmetro  $b/H$ , o qual é o espaçamento adimensional entre as paredes do canal vertical, esse valor assume um papel mais importante que  $B$ .

Quando a razão  $b/H$  aumenta, a cavidade aproxima-se da cavidade aberta sem a parede frontal, independente da condição de contorno na parede frontal.

O aumento da razão  $B$  para um mesmo  $Ra$ , sendo  $Ra \leq 10^4$ , faz com que a convecção se torne cada vez menos importante, assim como a aproximação da parede frontal junto à entrada da cavidade.

## 7.2 Sugestões

As sugestões para futuros trabalhos são:

- Realização de um teste experimental em laboratório, de modo a determinar o padrão de comportamento do escoamento em função das condições de contorno.
- Um aprofundamento do estudo das condições de contorno na entrada e saída do canal.
- Um estudo de diferentes condições de contorno para as paredes sólidas da cavidade.

Por exemplo, especificar um fluxo de calor constante ou variável para a toda a parede vertical ou de maneira discreta. Adicionar elementos discretos no interior da cavidade dissipando potência térmica. Verificar o efeito de um meio poroso no interior da cavidade. Aquecer todas as paredes da cavidade ou somente a superior ou inferior.

- Otimizar do código de cálculo, expandi-lo para tratamento de outras geometrias e para problemas tridimensionais.
- Aplicar o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  com opção de utilização da função-parede ou do modelo para baixo número de  $Re$ . O efeito da turbulência sobre a configuração do escoamento e no valor do  $\bar{Nu}$  seria de muito interesse.
- Determinar a importância da radiação térmica no processo de transferência de calor.
- Refinar os valores do número de  $Ra$  no intervalo onde ocorre o salto no número de Nusselt médio, no caso da parede adiabática.

# Referências Bibliográficas

- Abib, A. H. e Jaluria, Y., Numerical Simulation of the Buoyancy-Induced Flow in a Partially Open Enclosure, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, p. 235-254, 1988.
- Angirasa, D., Eggels, J. E. M. e Niewstadt, F. T. M., Numerical Simulation of Transient Natural Convection from a Isothermal Cavity Open on a Side, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 28, Parte A, p. 755-768, 1995.
- Angirasa, D., Pourquié, M. J. B. M. e Niewstadt, F. T. M., Numerical Study of Transient and Steady Laminar Buoyancy-Driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 22, Parte A, p. 223-239, 1992.
- Arpaci, V. S., Larsen, P. S., *Convection Heat Transfer*, Prentice-Hall, USA, 1984.
- Bejan, A., *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, 2<sup>a</sup> edição , USA, 1994.
- Bejan, A., *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, USA, 1993.
- Burmeister, L. C., *Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons, USA, 1983.
- Chan, Y. L. e Tien, C. L., Laminar Natural Convectiopn in a Shallow Open Cavities, *21st ASME-AIChe National Heat Transfer Conference - Natural Convection in Enclosures*, HTD, Vol. 26, p. 77-82, 1983.
- Chan, Y. L. e Tien, C. L., A Numerical Study of Two-Dimensional Natural Convection in a Square Open Cavities, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, p. 65-80, 1985a.
- Chan, Y. L. e Tien, C. L., A Numerical Study of Two-Dimensional Laminar Natural Convection in a Shallow Open Cavities, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol.

28, nº 3, p. 603-612, 1985b.

Chan, Y. L. e Tien, C. L., Laminar Natural Convection in a Shallow Open Cavities, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 108, p. 305-309, 1986.

Chen, K. S., Humphrey, J. A. C. e Miller, L., Note on the Pulsating Nature of Thermally-Driven Open Cavity Flow, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 26, nº 7, p. 1090-1093, 1983.

Churchill, S. W. e Chu, H. H. S., Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, p. 1323-1329, 1975.

Davis, G. V., Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, p. 249-264, 1983.

Davis, G. V. e Jones, I. P., Natural Convection in a Square Cavity: A Comparison Exercise, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, p. 227-248, 1983.

Evans, D. J., Numerical Methods for Incompressible Flow Studies in Two Dimensions, *Recent Advances in Numerical Methods in Fluids*, Vol. 1, p.203-244, 1980.

Evren-Selamet, E., Arpacı, V. S. e Borgnakke, C., Simulation of Laminar Buoyancy-Driven Flows in an Enclosure, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 22, p. 401-420, 1992.

Franco, A. T., *Aplicação do Método Volumes Finitos-SOLA para Cavidade Recirculante com Transferência de Calor*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Energia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 138 p., 1993 (Dissertação de Mestrado).

Franco, A. T. e Ganzarolli, Study of the Aspect Ratio Effect in a Thermally-Driven Open Cavity, *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, a ser publicado*, 1999.

Galpin, P. F. e Raithby, G. D., Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow: Treatment of the Temperature-Velocity Coupling, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10, p. 105-129, 1986.

Ghia, U., Ghia, K. N. e Shin, C. T., High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, p. 387-411, 1982.

Golub, G. H. e Loan, C. F. V., *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press, 4<sup>a</sup> edição , USA, 1985.

Gray, D. D. e Giorgini, A., The Validity of the Boussinesq Aproximation for Liquids and Gases, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, p. 545-551, 1976.

Harlow, F. H. e Welch, J. E., Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, *Physics of Fluids*, Vol. 8, p. 2182-2189, 1965.

Hasnaoui, M., Bilgen, E. e Vasseur, P., Natural Convection Above an Array of Open Cavities Heated from Below, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 18, nº 4, p. 463-482, 1990.

Henkes, R. A. e Hoogendoorn, C. J., Comparision of Turbulence Models for the Natural Convection Boundary Layer Along a Heated Vertical Plate, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, nº 1, p. 157-169, 1989.

Hess, C. F. e Henze, R. H., Experimental Investigation of Natural Convection Losses from Open Cavities, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, p. 333-338, 1984.

Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Vol. 1: *Fundamentals of Numerical Discretization*, John Wiley & Sons, 1989.

Hirt, C. W., Nichols, B.D. and Romero, N.C., SOLA- Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flow, *Los Alamos Laboratory*, Report LA-5852, 1975.

- Hortmann, M., Peric, M. e Scheuerer, G., Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection: Bench Mark Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 11, p. 189-207, 1990.
- Humphrey, J. A. C. e Jacobs, E. W., Free-Forced Laminar Flow Convective Heat Transfer from a Square Cavity in a Channel With Variable Inclination, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, nº 10, p. 1589-1597, 1981.
- Humphrey, J. A. C. e To, W. M., Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow-II. Free and Mixed Convection in a Heated Cavity, *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, nº 4, p. 593-610, 1986.
- Jaluria, Y., Torrance, K. E., *Computational Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1986.
- Lage, J. L. e Bejan, A., The Ra-Pr Domain of Laminar Natural Convection in an Enclosure Heated from the Side, *Numerical Heat Transfer*, Parte A, p. 21-41, 1991.
- Llagostera, J. e Figueiredo, J. R., Mixed Convection in Flow Past a Porous Cavity: Application of the UNIFAES Discretization Scheme, *ASME Heat Transfer Division*, Vol. 1, p. 299-308, 1998.
- Leonard, B. P., A Stable Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, p. 59-88, 1979.
- Lé Quéré, P., Accurate Solutions to the Square Thermally Driven Cavity at High Rayleigh Number, *Computer Fluids*, Vol. 20, nº 1, p. 29-41, 1991.
- Lé Quéré, P., Humphrey, J. A. C. e Sherman, F. S., Numerical Calculation of Thermally Driven Two-Dimensional Unsteady Laminar Flow in Cavities of Rectangular Cross Section, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, p.249-283, 1981.
- Marcondes, F. e Maliska, C. R., Convecção Natural Elíptica em Canais de Forma Arbitrária, *XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, p. 5-8, São Paulo - SP, 1991.

Miyamoto, M., Kuehn, T. H., Goldstein, R. J. E Katoh, Y., Two-Dimensional Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Fully or Partially Open Square Cavity, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 15, p.411-430, 1989.

Moallemi, M. K. e Jang, K. S., Prandtl Number Effects on Laminar Mixed Convection Heat Transfer in a Lid-Driven Cavity, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 35, nº 8, p. 1881-1892, 1992.

Mohamad, A. A., Natural Convection in Open Cavities and Slots, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 27, Parte A, p. 705-716, 1989.

Mohamad, A. A. e Viskanta, R., Stability of Lid-Driven Shallow Cavity Heated from Below, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 32, nº 11, p. 2155-2166, 1989.

Ostrach, S., Natural Convection in Enclosures, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, p.1175-1190, 1988.

Papanicolaou, E. e Jaluria, Y., Transition to a Periodic Regime in Mixed Convection in a Square Cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 239, p. 489-509, 1992.

Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1980.

Penot, F., Numerical Calculation of Two-Dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, p. 421-437, 1982.

Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, USA, 1985.

Son, B. S., Kim, K. S. e Lee, J. H., Numerical Unsteady Simulation of Buoyancy Induced Turbulent Flow in a Partially Open Enclosure, *Heat Transfer Conference*, Vol. 7, 1994.

Torrance, K. E., Davis, R., Eike, K., Gill, P., Gutman, D., Hsui, A., Lyons, S. e Zien,H., Cavity Flows Driven by Buoyancy and Shear, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 51, Parte 2, p. 221-231, 1972.

Villand, M., TRIO-VF- Note de Presentation de la Version Octobre 86, *Centre d'Etudes Nucleaires de Genoble*, França, 1986.

# Apêndice A

Segue para memória uma listagem com as principais rotinas do programa 'SOLA.for' e do arquivo de entrada 'dados.dat', usados na obtenção dos resultados apresentados neste trabalho. O diagrama de blocos do programa SOLA pode ser visto na Figura 3.6.

```

C----DESENVOLVIMENTO E APLICACAO DO METODO DE VOLUMES FINITOS-
C---SOLA PARA SOLUCAO DE CONVECCAO NATURAL, MISTA E FORCADA
C---(ESCOAMENTO EM REGIME LAMINAR OU TURBULENTO)
C----AUTOR: ADMILSON T. FRANCO      DATA: 06/03/98
C----PROGRAMA PRINCIPAL (SOLA.POR)
C----OBS. NA ESTACAO, OS NUMEROS DE UNIDADES '0', '5' E '6' SAO RESERVADOS
C----  

C---- PROGRAM 'SOLA_MOD'  

C---- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)  

C---- PARAMETER (NX = 125, NY = 125)  

C---- REAL*4 DTIME, ARRAY(2), CFU  

C---- INTEGER*2 TMPHOUR, TMPMINUTE, TMPSECOND, TMPHUND  

C---- LOGICAL*2 LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI  

C---- LOGICAL*2 LK_E_TRAJ, LK_E_LAM_BREMHORST, LK_E_NAGANO_1994,  

C---- !PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM  

C---- CHARACTER*20 ARQ, ARQU, ARQV, ARQM, ARQE, ARQISOL,  

C---- !ARQU_ENT, ARQU_SAI, ARQC  

C---- COMMON/MOD_TURB/ LK_E_TRAJ, LK_E_LAM_BREMHORST, LK_E_NAGANO_1994  

C---- COMMON/ARQ_IN_OUT/ ARQU_ENT, ARQU_SAI  

C---- COMMON/ARQS/ ARQ, ARQU, ARQV, ARQM, ARQE, ARQISOL, ARQC  

C---- COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C  

C---- COMMON/DIM_CAV/ XLA, XLD, YLA, YLD, YLC  

C---- COMMON/LC_CAV/ NLA, NLD, NLC, NCA, NCB, NCC  

C---- COMMON/ADIMENS/ Ra, Cr, Re, Pr, Pe, Ri  

C---- COMMON/PROPR/ VL, RHO, ALPHA, BETA, G  

C---- COMMON/VETOR8/ DELT, TT, CRIT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT  

C---- COMMON/VECTOR9/ EX, BY, EX_3, EX_1_2_4, BY_1, BY_2_3, BY_4  

C---- COMMON/VECTOR11/ RX3, RY3, EX_3_1, EX_3_2, BY_3_1, BY_3_2  

C---- COMMON/VECTOR12/ NP_RX3, NP_RY3  

C---- COMMON/CON_INIC/ Uo, Uinic, Vo, Vinic, To, Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic  

C---- COMMON/MALHA/ K, MALHAX, MALHAY  

C---- COMMON/NESQ/ NESQ  

C---- COMMON/LOG_LAW/ CK, CB  

C---- COMMON/PRINTUT/ NPRINT, ITER_PARAD  

C---- COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM  

C---- COMMON/CONVECCAO/ NCONV  

C---- COMMON/PARAM/ XM, YM  

C---- COMMON/PROGRAM/LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI  

C---- COMMON/CTEE_TURB/Cm1, C1E, C2E, C3E, SIGT, SIGK, SIGE, Prt  

C---- COMMON/RESIDUO/ RESID  

C---- NAMELIST/PROGRAM/ LPROG_adim, LPROG_tela, LARQINCI, PRESS_FIX,  

C---- !CAV_PLENUM  

C---- NAMELIST/TURB_MODEL/ LPROG_turb, LK_E_TRAJ, LK_E_LAM_BREMHORST,  

C---- !LK_E_NAGANO_1994  

C---- NAMELIST/NADIMEN/ Re, Pr, Gr  

C---- NAMELIST/PROPRIED/ RHO, VL, ALPHA  

C---- NAMELIST/PRINTUT_MAX/ NPRINT, ITER_PARAD  

C---- NAMELIST/CARACMESH/ MALHAX, MALHAY, NC, NL, XL, YL, XL_C,  

C---- ! EX, BY, XM, YM  

C---- NAMELIST/DIM_CAV_PLENUM/ XLA, XLD, YLA, YLD, YLC  

C---- NAMELIST/LINH_COL_CAV_PLENUM/ NLA, NLD, NLC, NCA, NCB, NCC  

C---- NAMELIST/RAZAO_EXPANSAO/ EX_3, EX_1_2_4, BY_1, BY_2_3, BY_4  

C---- NAMELIST/MALHA_CAVID_PGNS/ RX3, RY3, EX_3_1, EX_3_2, BY_3_1, BY_3_2,  

C---- !NP_RX3, NP_RY3  

C---- NAMELIST/ESQCONVEC/ NESQ  

C---- NAMELIST/CONVECCAO/ NCONV  

C---- NAMELIST/CRITCONV/ CRIT_CONV  

C---- NAMELIST/FAT_RELAX/ FAT  

C---- NAMELIST/CONDCOND/ Uo, Uinic, Vo, Vinic, To, Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic  

C---- NAMELIST/ARQOUT/ ARQ, ARQU, ARQV, ARQM, ARQE, ARQISOL, ARQC  

C---- NAMELIST/ARQINCI/ ARQU_ENT  

C---- CONSTANTES DO MODELO DE TURBULENCIA  

C---- DATA Cm1/0.09D0/, C1E/1.44D0/, C2E/1.92D0/, SIGT/0.9D0/,  

C---- !SIGK/1.0D0/, SIGE/1.3D0/, Prt/1.0D0/  

C---- CONSTANTES DE COLES E HIRST (1968)  

C---- DATA CK/0.41D0/, CB/5.0D0/  

C---- DELT INICIAL, GRAVIDADE E RESIDUO  

C---- DATA DELT/1.0D-5/, G/9.81D0/, RESID/1.0D-6/  

C---- LEITURA DOS DADOS DO ARQUIVO (dados10.dat)  

C---- OPEN(UNIT=2,FILE='dados.dat',STATUS='OLD')  

C---- READ(2,PROGRAMA)  

C---- READ(2,TURB_MODEL)  

C---- READ(2,NADIMEN)  

C---- READ(2,PROPRIED)  

C---- READ(2,PRINTUT_MAX)  

C---- READ(2,CARACMESH)  

C---- READ(2,DIM_CAV_PLENUM)  

C---- READ(2,LINH_COL_CAV_PLENUM)  

C---- READ(2,RAZAO_EXPANSAO)  

C---- READ(2,MALHA_CAVID_PGNS)  

C---- READ(2,ESQCONVEC)  

C---- READ(2,CONVECCAO)  

C---- READ(2,CRITCONV)  

C---- READ(2,FAT_RELAX)  

C---- READ(2,CONDCOND)  

C---- READ(2,ARQOUT)  

C---- READ(2,ARQINCI)  

C---- ARQUIVO DE SAIDA DOS DADOS PRINCIPAIS  

C---- OPEN(UNIT=1,FILE=ARQ,STATUS='UNKNOWN')  

C---- INICIO DA CONTAGEM DO TEMPO DE CPU  

C---- CPU = DTIME(ARRAY)  

C---- CALL GETTIME(TMPHOUR,TMPMINUTE,TMPSECOND,TMPHUND)  

C---- CFU_inic =60.*TMPHOUR+TMPMINUTE + TMPSECOND/60.+TMPHUND/(100.*60)  

C----  

C---- CALL PARAMETROS  

C---- CALL LINH_COL_FIM  

C---- CALL MESH

```

```

CALL PRESSAO
CALL CHOLESKY
CALL SOLVE
C-----
C---FINAL DA CONTAGEM DO TEMPO DE CPU
CPU = DTIME(ARRAY)/60.
C   CALL GETTIME(TMPHOUR,TMPMINUTE,TMPSECOND,TMPHUND)
C   CPU_fin = 60.*TMPHOUR + TMPMINUTE + TMPSECOND/60.+TMPHUND/(100.*60)
C   CPU = DABS(CPU_fin - CPU_init)

WRITE(1,30) CPU
30 FORMAT(1,' **** CPUTIME **',P10.4,1X,' min',/)

CLOSE(UNIT=1)
CLOSE(UNIT=2)

STOP
END

C-----
SUBROUTINE PARAMETROS
C-----
C---SUBROTINA QUE CALCULA OS PARAMETROS CARACTERISTICOS QU UTILIZA OS
C---VALORES FORNECIDOS
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
LOGICAL2 LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI,
PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/ADIMENS/ RA, Gc, Re, Pr, Pe, Ri
COMMON/PROPR/ VL, RHO, ALPHA, BETA, G
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI
COMMON/CONVECCAO/NCONV
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t

C---SE PROG_adim = .TRUE., X = x/L E Y = y/L
C---x./C_time*(dphi/dt)+udiv(phi) = (C_diff_h ou t)*(d2phi/dx2+d2phi/dy2) + S_phi

IF(LPROG_adim) THEN ! PARAMETROS ADIMENSIONAIS
  Ra = Gr*Pr
  Pe = Re*Pr
  XL = XL/XL_c
  YL = YL/XL_c
  IF(NCONV.EQ.1) THEN !HIDRODYNAMIC
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = 1./Re
    C_diff_t = -1.0D0
  ENDIF
  IF(NCONV.EQ.2) THEN !FORCED CONVECTION(CALCULAR OS PARAMETROS)
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = 1.0D0
    C_diff_t = 1.0D0
  ENDIF
  Pe = 1.0
  ENDIF
  IF(NCONV.EQ.3) THEN !MIXED CONVECTION
    C_time = Pe
    C_diff_h = 1./Re
    C_diff_t = 1./Pe
    Ri = Gr/Re**2.
    Th = 1.0
    Tc = 0.0
  ENDIF
  IF(NCONV.EQ.4) THEN
    CONVECCAO NATURAL ( LAGE E BEJAN )
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = 1./DSQRT(Ra/Pr)
    C_diff_t = 1./DSQRT(Ra*Pr)
    Th = 0.5D0
    Tc = -0.5D0
  ENDIF
  CONVECCAO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA ( CHAN E TIEN )
  IF(CAV_PLENUM) THEN
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = Pr
    C_diff_t = 1.0
    Pe = 1.0D0
  ENDIF
ENDIF
ELSE ! PARAMETROS DIMENSIONAIS
C---O VALOR DO NUMERO DE Re DEPENDE DE UM COMPRIMENTO CARACTERISTICO XL_c
  Re = Uo*XL_c/VL
  Pr = VL/ALPHA
  ALPHA = VL/Pr
  Ra = Gr*Pr
  IF(NCONV.EQ.1) THEN !HIDRODYNAMIC
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = VL
    C_diff_t = -1.0D10
  ENDIF
  IF(NCONV.EQ.3) THEN !HIDRODYNAMIC
    Pe = Re*Pr
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = VL
    C_diff_t = -1.0D10
  ENDIF
  IF(NCONV.EQ.4) THEN !NATURAL CONVECTION
    C_time = 1.0D0
    C_diff_h = VL
    C_diff_t = ALPHA
  ENDIF
ENDIF
RETURN
END

```

```

C-----  

C----- SUBROUTINE MESH  

C-----  

C---SUBROTINA PARA CRIACAO DA MALHA  

C-----  

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
REAL*8 XVC_PIX(NX,NY), YVC_PUX(NX,NY)
LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/DIM_CAV/ XLa, XLb, YLa, YLb, YLC
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLC, NCa, NCB, NCC
COMMON/VECTOR/ XM, YM
COMMON/VECTOR9/ Ex, Ey, Ex_3, Ex_1_2_4, Ey_1, Ey_2_3, Ey_4
COMMON/VECTOR11/ RX3, RY3, Ex_3_1, Ex_3_2, Ey_3_1, Ey_3_2
COMMON/VECTOR12/ NP_RX3, NP_RY3
COMMON/VECTOR/ PPF(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/MALHA/ K, MALHAX, MALHAY

IF(CAV_PLENUM) THEN ! *****
C---MALHA NA DIRECAO (x)

C BLOCO 3
C   CALL MPGS(XLB,NCB,XVC,Ex_3,NLB,NCB,1)
C   CALL MPFS(XLB,NCB,XVC,XM,NLB,NCB,1)
CCC   CALL MPG_M(XLB,NCB,XVC,Ex_3_1,Ex_3_2,NLB,NCB,1,RX3,NP_RX3)

      DO J = 2, NLb + 1
        DO I = 2, NCB + 1
          XVC_AUX(I+NCA,J+NLA) = XLa + XVC(I,J)
        END DO
      END DO

      DO J = NLa + NLb + 1, NLa + 2, -1
        DO I = NCA + 2, NC + 1
          XVC(I,J) = XVC_AUX(I,J)
        END DO
      END DO

C---BLOCOS 1, 2 E 4
CALL MPGS(XLa,NCA,XVC,Ex_1_2_4,NL,NCA,1) ! CANAL
CCC   CALL MPG_C(XLa,NCA,XVC,Ex_1_2_4,NL,NCA,1) ! PLENUM

C---MALHA NA DIRECAO (y)

C BLOCO 1
CALL MPG_C(YLC,NLC,YVC,Ey_1,NLC,NCC,2)
DO J = 2, NLC + 1
  DO I = 2, NEC + 1
    YVC_AUX(I,J+NLa+NLb) = YLa + YLb + YVC(I,J)
  END DO
END DO

  DO J = NLa + NLb + 2, NL + 1
    DO I = 2, NCC + 1
      YVC(I,J) = YVC_AUX(I,J)
    END DO
  END DO

C---BLOCO 2
CALL MPGS(YLB,NLB,YVC,Ey_2_3,NLB,NCA,2)
CALL MPFS(YLB,NLB,YVC,YM,NLB,NCA,2)
CCC   CALL MPG_M(YLB,NLB,YVC,Ey_3_1,Ey_3_2,NLB,NCA,2,RY3,NP_RY3)

  DO J = NLB + 1, 2, -1
    DO I = 2, NCA + 1
      YVC_AUX(I,J+NLA) = YLa + YVC(I,J)
    END DO
  END DO

  DO J = NLB + NLa + 1, NLa + 2, -1
    DO I = 2, NCA + 1
      YVC(I,J) = YVC_AUX(I,J)
    END DO
  END DO

C---BLOCO 3
DO J = 2, NLB + 1
  DO I = 2, NCB + 1
    YVC(I+NCA,J+NLA) = YVC(NCA+1,J+NLA)
  END DO
END DO

C---BLOCO 4
CALL MPG_C(YLa,NLA,YVC,Ey_4,NLA,NCA,2)

ELSE ! *****

C---MALHA NA DIRECAO (x)
IF(MALHAX.EQ.1) CALL MPAR(XL,NC,XVC,1)
IF(MALHAX.EQ.2) CALL MPG_C(XL,NC,XVC,Ex,NL,NC,1)
IF(MALHAX.EQ.3) CALL MPGS(XL,NC,XVC,Ex,NL,NC,1)
IF(MALHAX.EQ.4) CALL MPFS(XL,NC,XVC,XM,NL,NC,1)
C---MALHA NA DIRECAO (y)
IF(MALHAY.EQ.1) CALL MPAR(YL,NL,YVC,2)
IF(MALHAY.EQ.2) CALL MPG_C(YL,NL,YVC,Ey,NL,NC,2)
IF(MALHAY.EQ.3) CALL MPGS(YL,NL,YVC,Ey,NL,NC,2)
IF(MALHAY.EQ.4) CALL MPFS(YL,NL,YVC,XM,NL,NC,2)
ENDIF ! *****

CALL VOLUMES_CONTROLE

```

```

C 30 FORMAT(1X,50(F8.5,1X))
      RETURN
      END

C-----SUBROUTINE MPAR(X,N,VC,Ncy)
C---CRIA MALHA REGULAR
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      REAL*8 VC(NX,NY)
      COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
      COMMON/KS/      K1, K2, NCF(125), NLF(125)

      A1 = X/N
      DO J = 2, NL + 1
        DO I = 2, NCF(J) - 1
          IF(Ncy.EQ.1) THEN
            IJ = I
          ELSE
            IJ = J
          ENDIF
          XX = A1*(IJ - 1)
          VC(I,J) = XX
        END DO
      END DO

      RETURN
      END

C-----SUBROUTINE MPGC(X,N,VC,E,NLy,NCx,Ncy)
C---CRIA MALHA EM P.G. COM E(RAZAO) CONSTANTE
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      REAL*8 VC(NX,NY)

      A1 = X*(E - 1.0D0)/(E**N - 1.0D0)
      DO J = 2, NLy + 1
        DO I = 2, NCx + i
          IF(Ncy.EQ.1) THEN
            IJ = I
          ELSE
            IJ = J
          ENDIF
          XX = A1*(E**(IJ-1) - 1.0D0)/(E - 1.0D0)
          VC(I,J) = XX
        END DO
      END DO

      RETURN
      END

C-----SUBROUTINE MPGC_N(X,N,VC,E1,E2,NLy,NCx,Ncy,NP_RXY)
C---CRIA MALHA EM P.G. COM E(RAZAO) CONSTANTE
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      REAL*8 VC(NX,NY)

      XLL = RXY*X
      XLLC = X - XLL
      A1 = XLL*(E1 - 1.0D0)/(E1**NP_RXY - 1.0D0)
      A2 = XLLC*(E2 - 1.0D0)/(E2**(N-NP_RXY) - 1.0D0)
      XX1 = 0.0D0
      XX2 = 0.0D0
      DO J = 2, NLy + 1
        IF(Ncy.EQ.1) XX1 = 0.0D0
        DO I = 2, NCx + 1
          IF(Ncy.EQ.1) THEN
            IJ = I
          ELSE
            IJ = J
          ENDIF
          IF(XC1.LT.XLL) THEN
            XX1 = A1*(E1**(IJ-1) - 1.0D0)/(E1 - 1.0D0)
            VC(I,J) = XX1
          ELSE
            XX2 = A2*(E2**((IJ-1-NP_RXY) - 1.0D0)/(E2 - 1.0D0)
            VC(I,J) = XLL + XX2
          ENDIF
        END DO
      END DO

      RETURN
      END

C-----SUBROUTINE MPGS(X,N,VC,E,NLy,NCx,Ncy)
C---CRIA MALHA EM P.G. SIMETRICA
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      REAL*8 VC(NX,NY)

      XCOL = N/2.0D0
      XCOLI = IDNINT(XCOL)

```

```

IF(XCOL.EQ.XCOLI) THEN
  LCOL = IENINT(XCOL)
ELSE
  LCOL = IENINT(XCOL-1)
ENDIF
A1 = (X/2.0D0)*(E - 1.0D0)/(E**XCOL - 1.0D0)

IF(Nbx.EQ.1) VC(N+1,2) = X      ! XL
IF(Nby.EQ.2) VC(2,N+1) = X      ! YL

J = 2
DO I = 2, LCOL + 1
  II = I
  LX = N + 2 - I
  LY = J
  IF(Nmy.EQ.2) THEN
    J = 1
    II = 2
    LX = 2
    LY = N + 2 - I
  ENDIF
  XX = A1*(E**(I-1) - 1.0D0)/(E - 1.0D0)
  VC(II,J) = XX
  VC(LX,LY) = X - XX
END DO

DO J = 2, NLy + 1
  DO I = 2, NCx + 1
    IF(Nmy.EQ.1) THEN
      VC(I,J) = VC(I,2)
    ELSE
      VC(I,J) = VC(2,J)
    ENDIF
  END DO
END DO

RETURN
END

C-----SUBROUTINE MFPS(X,N,VC,XYM,NLy,NCx,Nby)
C---CRIA MALHA SIMETRICA ATRAVES DE UMA FUNCAO SINH(X)
C---IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
REAL*8 VC(NX,NY)

A1 = X/N
C---MALHA NA DIRECAO (i)
DO J = 2, NLy + 1
  DO I = 2, NCx + 1
    IF(Nby.EQ.1) THEN
      IJ = I
    ELSE
      IJ = J
    ENDIF
    XX = A1*(IJ-1)
    C_1 = X/2.
    C_2 = X/2.
    C = (XX - C_1)/(C_1/(SINH(C_2*XYM)))
    EPSX = LOG(C + SQRT(C*C + 1.))/XYM + C_1
    VC(I,J) = EPSX
  END DO
END DO

RETURN
END

C-----SUBROUTINE COND_INIT
C---CONDICAO INICIAL PARA OS COMPONENTES (U) E (V) DA VELOCIDADE,
C---PRESSAO (P), TEMPERATURA (T), ENERGIA CINETICA DE TURBULENCIA (K)
C---E DISSIPACAO DA ENERGIA CINETICA DE TURBULENCIA (E)
C---IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NW = 15000)
LOGICAL*2 LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
CHARACTER*20 ARQU_ENT, ARQU_SAI
COMMON/ARQ_IN_OUT/ ARQU_ENT, ARQU_SAI
COMMON/DIMENS/  XL, YL, NL, NC, NL_C
COMMON/ITER/    ITER, ITERT, ITER_WRITE
COMMON/KS/       K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/VETOR1/   U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/CON_INIC/ U0,Unic,V0,Vinic,T0, Timic, Th, TC,Xkinic, Einic
COMMON/VETOR5/   DELT,TT,CRIT_CONV, DIFT, DIFT, DIFE, PAT
COMMON/PROGRAM/ LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/CONVECCAO/NCNV
COMMON/VETOR4/   B(NB), P(0:NX,0:NY), P22

ITER = 0
ITERT = 0
TT = 0.0D0
IF(LARQINCI) THEN
  OPEN(UNIT=12,FILE=ARQU_ENT,STATUS='UNKNOWN')
C---CONDICAO INICIAL PARA (U)
  DO J = NL + 2, 1, -1
    IF(LARQINCI) THEN
      READ(12,*) (U(I,J),I = 2, NCF(J))
    ELSE
      DO I = 2, NCF(J)

```

```

        U(I,J) = Uinic + U_PP_EXP(PPY(I,J)/YL) + U_POISE(PPY(I,J))
    END DO
    END IF
    END DO
C---CONDICAO INICIAL PARA (V)
DO J = NL + 2, 2, -1
    IF(LARQINCI) THEN
        READ(12,*1) (V(I,J),I = 1, NC + 2)
    ELSE
        DO I = 1, NCF(J)
            V(I,J) = Vinic
        END DO
    ENDIF
END DO
C---CONDICAO INICIAL PARA (T)
IF(NC0RV.NE.1) THEN
    DO J = NL + 2, 1, -1
        IF(LARQINCI) THEN
            READ(12,*1) (T(I,J),I = 1, NCF(J))
        ELSE
            DO I = 1, NCF(J)
                T(I,J) = Tinic
            END DO
        ENDIF
    END DO
ENDIF
C---CONDICAO INICIAL PARA (X)
IF(LPROG_turb) THEN
    DO J = NL + 2, 1, -1
        IF(LARQINCI) THEN
            READ(12,*1) (XK(I,J),I = 1, NCF(J))
        ELSE
            DO I = 1, NCF(J)
                XK(I,J) = Xkinic
            END DO
        ENDIF
    END DO
C---CONDICAO INICIAL PARA (E)
DO J = NL + 2, 1, -1
    IF(LARQINCI) THEN
        READ(12,*1) (E(I,J),I = 1, NCF(J))
    ELSE
        DO I = 1, NCF(J)
            E(I,J) = Einic
        END DO
    ENDIF
END DO
ENDIF
READ(12,*) ITER, ITERT, TT, DELT, ITER_WRITE
ENDIF

RETURN
END

C-----
SUBROUTINE BALAN_MASSA
C-----
C---CONDICOES DE CONTORNO EM VELOCIDADE COM TRATAMENTO DE 1 ORDEM NAS
C---FRONTEIRAS
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-N,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
LOGICAL*2  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM,
LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_rela, LARQINCI
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/VETOR/  U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR/  PPX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/R_MASS/ R_MASS
COMMON/MASS_IN_CH/ XMASS_out_ch, Vin_canal
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_rela, LARQINCI
COMMON/KS/      K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/QIN/     Q_in, Q_in_inf, Q_in_sup, Q_in_left, Q_in_right
COMMON/QOUT/    Q_out, Q_out_inf, Q_out_sup, Q_out_left, Q_out_right
C---O CAMPO INICIAL DE VELOCIDADES DEVE GARANTIR QUE A MASSA QUE ENTRA
C---NO DOMINIO E A MESMA QUE ESTA SAINDO (VALIDA PARA A SITUACAO DE
C---RECEME PERMANENTE).
C---DETERMINA A RAZAO ENTRE A MASSA QUE ENTRA E A QUE SAI DO DOMINIO NO
C---ESCORREMENTO ENTRE PLACAS PLANAS E CAMADA LIMITE.
C---A CONSERVACAO DA MASSA IMPLICA QUE R_MASS = MASS_in/MASS_out = 1.0
C---Muito cuidado com a malha, para certas relacoes, xm, ym e razao de
C---expansao Ex-y, a continuidade explode.

Q_in_left = 0.0D0
Q_out_left = 0.0D0
C---FACE ESQUERDA DA CAVIDADE
I = 2
DO J = 2, NL + 1
    IF(U(I,J).GT.0.0D0) Q_in_left = Q_in_left + YVC(I,J)*U(I,J)
    IF(U(I,J).LT.0.0D0) Q_out_left = Q_out_left - YVC(I,J)*U(I,J)
END DO

Q_in_right = 0.0D0
Q_out_right = 0.0D0
C---FACE DIREITA DA CAVIDADE
DO J = 2, NL + 1
    I = NCF(J)
    IF(U(I,J).GT.0.0D0) Q_out_right = Q_out_right + YVC(I-1,J)*U(I,J)
    IF(U(I,J).LT.0.0D0) Q_in_right = Q_in_right - YVC(I-1,J)*U(I,J)
END DO

IF(CAV_PLENUM) THEN

```

```

C---VELOCIDADE MEDIA NA FACE INFERIOR (entrando)
Q_in_inf = 0.0D0
J = 2
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(V(I,J).GT.0.0D0) Q_in_inf = Q_in_inf + V(I,J)*XVC(I,J)
END DO

C---VELOCIDADE MEDIA NA FACE SUPERIOR (entrando)
Q_in_sup = 0.0D0
J = NL + 2
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(V(I,J).LT.0.0D0) Q_in_sup = Q_in_sup - V(I,J)*XVC(I,J-1)
END DO

C---VELOCIDADE MEDIA NA FACE INFERIOR (saindo)
Q_out_inf = 0.0D0
J = 2
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(V(I,J).LT.0.0D0) Q_out_inf = Q_out_inf - V(I,J)*XVC(I,J)
END DO

C---VELOCIDADE MEDIA NA FACE SUPERIOR (saindo)
Q_out_sup = 0.0D0
J = NL + 2
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(V(I,J).GT.0.0D0) Q_out_sup = Q_out_sup + V(I,J)*XVC(I,J-1)
END DO
ENDIF

Q_in = Q_in_inf + Q_in_sup + Q_in_left + Q_in_right
Q_out = Q_out_inf + Q_out_sup + Q_out_left + Q_out_right

XMASS_out_ch = Q_out_sup           !! CANAL COM Vin_canal NA ENTRADA
XMASS_out_ch = Q_in               !! CANAL COM P NA ENTRADA
c
IF(Q_out.GT.0.0D0) THEN
  R_MASS = Q_in/Q_out
ELSE
  R_MASS = 1.0D0
ENDIF

c
write(*,*) '
c
WRITE(*,12) Q_in_inf, Q_in_sup, Q_out_inf, Q_out_sup
c
WRITE(*,13) Q_in_left, Q_in_right, Q_out_left, Q_out_right
IF(LPROG_tela) WRITE(*,14) Q_in, Q_out, R_MASS

12 FORMAT(5X,'Q_in_inf =',D12.6,1X,'Q_in_sup =',D12.6,1X,
  :'Q_out_inf =',D12.6,1X,'Q_out_sup =',D12.6)
13 FORMAT(5X,'Q_in_left =',D12.6,1X,'Q_in_right =',D12.6,1X,
  :'Q_out_left =',D12.6,1X,'Q_out_right =',D12.6)
14 FORMAT(5X,'Q_in =',D12.6,3X,'Q_out =',D12.6,3X,'R_MASS =',D12.6)

      RETURN
END

C-----
SUBROUTINE CCONTVEL
C-----CONDICOES DE CONTORNO EM VELOCIDADE COM TRATAMENTO DE 1 ORDEN NAS
FRONTEIRAS
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
LOGICAL*2  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM,
LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/DIM_CAV/ XLA, XLB, YLA, YLB, YLC
COMMON/LC_CAV/ NLA, NLB, NLC, NCA, NCC, NCC
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XE(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ PFX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/ITER/   ITER, ITERT, ITER_WRITE
COMMON/KS/     K1, K2, NLF(125)
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI
COMMON/R_MASS/  R_MASS
COMMON/MASS_IN_CH/ XMASS_out_ch, Vin_canal
COMMON/OUT/   Q_in, Q_in_inf, Q_in_sup, Q_in_left, Q_in_right
COMMON/OUT/   Q_out, Q_out_inf, Q_out_sup, Q_out_left, Q_out_right

C---PARA O CANAL, E ESTIMADO O VALOR DA COMPONENTE V DA VELOCIDADE NA
C---ENTRADA DA SEGUNDE FORMA: Vo=M/Xla, ONDE "M" E O FLUXO VOLUMETRICO
C---CALCULADO NA SAIDA DO CANAL (M = XMASS_out_ch * Q = V.A)
  Vin_canal = XMASS_out_ch/Xla
  IF(LPROG_tela) WRITE(*,*) ' Vin_canal = ', Vin_canal

C---CONDICAO DE CONTORNO NA FACE INFERIOR (PAREDE)
C---VELOCIDADE U
  J = 1
  DO I = 1, NCF(J)
    U(I,J) = U(I,J-1) : 0.0D0  !! PLENUM
  END DO
C---VELOCIDADE V
  J = 2
C***   DO I = 1, NCF(J)
  DO I = 2, NCF(J) - 1
    IF(V(I,J).GT.0.0D0) THEN
      V(I,J) = V(I,J-1)           !! PLENUM
      V(I,J) = Vin_canal         !! CANAL COM Vin_canal NA ENTRADA
    ENDIF
    IF(ITER.GT.10000) then
      RG1 = YVC(I,J)/(2.*XVC(I,J))
      V(I,J) = RG1*(U(I-1,J)-U(I+1,J)) + V(I,J+1)
    ELSE
      V(I,J) = Vin_canal
    ENDIF
  END DO

```

```

      ENDIF
      V(I,J) = V(I,J)      !! CANAL COM P ESPECIFICADO NA ENTRADA
      V(I,J) = V(I,J+1)    ! V(I,J) : Vin_canal : V(I,J+1)*R_MASS : vo
      ELSE
      V(I,J) = V(I,J)*R_MASS      !! CANAL COM P ESPECIFICADO NA ENTRADA
      ENDIF
      END DO
C---CONDICAO DE CONTOURNO NA FACE LATERAL ESQUERDA
C---VELOCIDADE U
      DO J = 1, NL + 2
      I = 2
      U(I,J) = 0.0D0      ! R_MASS*U(I+1,J)
      IF(PPY(I,J).LE.YLL)
      U(I,J) = U(I+1,J)*R_MASS      !! PLenum
      U(I,J) = 0.0D0      !! CANAL
      ! U : U_PP_EXP(PPY(I,J)/YL)      !U_POISE(PPY(I,J))
      END DO
C---VELOCIDADE V
      DO J = 1, NL + 2
      I = 1
      V(I,J) = 0.0D0      ! V(I+1,J) : G.0D0
      IF(PPY(I,J).LE.YLL)
      V(I,J) = V(I+1,J)      !! PLenum
      V(I,J) = 0.0D0      !! CANAL
      END DO
C---CONDICAO DE CONTOURNO NA FACE LATERAL DIREITA
C---VELOCIDADE U
      DO J = 1, NL + 2
      I = NCF(J)
      U(I,J) = 0.0D0      !! PLenum : U(I-1,J)
      IF(PPY(I,J).LE.YLL) U(I,J) = U(I-1,J)      !!*****NEW MODIF
      IF(U(I,J).LT.0.0D0) U(I,J) = R_MASS*U(I,J)
      END DO
C---VELOCIDADE V
      DO J = 1, NL + 2
      I = NCF(J)
      V(I,J) = 0.0D0      !! PLenum : V(I-1,J)
      IF(PPY(I,J).LE.YLL) V(I,J) = V(I-1,J)      !!*****NEW MODIF
      END DO
C---CONDICAO DE CONTOURNO NA FACE SUPERIOR (PAREDE)
C---VELOCIDADE U
      J = NL + 2
      DO I = 1, NCF(J)
      U(I,J) = U(I,J-1)      ! 0.0D0      !! PLenum      : U(I,J-1)
      END DO
C---VELOCIDADE V
      J = NL + 2
      DO I = 2, NCF(J)-1
      IF(V(I,J-1).GT.0.0D0) THEN
      V(I,J) = V(I,J-1)*R_MASS      !! PLenum
      V(I,J) = V(I,J-1)      !! CANAL COM Vin_canal NR ENTRADA
      if(ITER.GT.10000) V(I,J) = V(I,J-1)*R_MASS      !! CANAL COM P ESPECIFICADO NA
      ELSE
      V(I,J) = V(I,J-1)      !! CANAL COM P ESPECIFICADO NA ENTRADA
      ENDIF
      if(ITER.GT.10000) then
      RGI = YVC(I,J-1)/(2.*XVC(I,J-1))
      V(I,J) = RGI*(U(I-1,J-1)-U(I+1,J-1)) + V(I,J-1)
      else
      V(I,J) = V(I,J-1)
      endif
      END DO
      IF(CAV_PLENUM) THEN
C---FACE INFERIOR DA CAVIDADE REENTRANTE
C---VELOCIDADE U
      J = NLA + 1
      DO I = NCa + 2, NC + 1
      U(I,J) = 0.0D0
      END DO
C---VELOCIDADE V
      J = NLA + 2
      DO I = NCa + 2, NC + 1
      V(I,J) = 0.0D0
      END DO
C---FACE SUPERIOR DA CAVIDADE REENTRANTE
C---VELOCIDADE U
      J = NLa + Nlb + 2
      DO I = NCb + 2, NC + 1
      U(I,J) = 0.0D0
      END DO
C---VELOCIDADE V
      J = NLa + Nlb + 2
      DO I = NCb + 2, NC + 1
      V(I,J) = 0.0D0
      END DO
      ENDIF
      RETURN
      END

C-----SUBROUTINE OCCTEMP
C-----CONDICOES DE CONTOURNO PARA TEMPERATURA COM TRATAMENTO DE 1 ORDEN
C----NAS FRONTEIRAS (SEM DISSIPACAO VISCOSA)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)

```

```

LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLC, NCA, NCB, NCC
COMMON/CON_INIC/ Uo, Uinic, Wo, Winic, To, Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ PX(NX,NY), PY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM

C---CONDICAO DE CONTORNO NA FACE INFERIOR
J = 1
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(CAV_PLENUM) THEN
    IF(V(I,J+1).GT.0.0D0) THEN
      T(I,J) = To
    ELSE
      T(I,J) = T(I,J+1)
    ENDIF
  ELSE
    T(I,J) = T(I,J+1) ! To : Th
  ENDIF
END DO

C---CONDICAO DE CONTORNO NA FACE LATERAL ESQUERDA
I = 1
DO J = 2, NL + 1
  IF(CAV_PLENUM) THEN
    IF(U(I+1,J).GT.0.0D0) THEN
      T(I,J) = To ! T(I+1,J) ! TO !*****TEMPERATURA
    ELSE
      T(I,J) = T(I+1,J)
    ENDIF
  ELSE
    T(I,J) = T(I+1,J)
  ENDIF
  T(I,J) = To ! T(I+1,J)
END DO

C---CONDICAO DE CONTORNO NA FACE LATERAL DIREITA
DO J = 2, NL + 1
  I = NCF(J)
  IF(CAV_PLENUM) THEN
    IF(J.LE.(NLa+1).OR.J.GE.(NLa+NLb+2)) THEN
      T(I,J) = T(I-1,J)
    ELSE
      T(I,J) = Th ! Tc ! T(I-1,J) ! Th
    ENDIF
  ELSE
    T(I,J) = Th
  ENDIF
END DO

C---CONDICAO DE CONTORNO PARA A LATERAL DIREITA DA CAV. ABERTA
IF(CAV_PLENUM) THEN
  DO J = NLa+1, NLa+NLb+2
    I = NC + 2
    T(I,J) = Th ! T(I-1,J) ! Th ! Tc !*****
  END DO
ENDIF

C---CONDICAO DE CONTORNO NA FACE SUPERIOR
J = NL + 2
DO I = 2, NCF(J) - 1
  IF(CAV_PLENUM) THEN
    IF(V(I,J).LT.0.0D0) THEN
      T(I,J) = To
    ELSE
      T(I,J) = T(I,J-1)
    ENDIF
  ELSE
    T(I,J) = T(I,J-1)
  ENDIF
END DO

IF(CAV_PLENUM) THEN
C---TEMPERATURA NA FACE INFERIOR DA CAVIDADE REENTRANTE
  J = NLb + 1
  DO I = NCa + 2, NC + 1
    T(I,J) = T(I,J+1) ! Th ! T(I,J+1) ! 0.0D0 !*****
  END DO
C---TEMPERATURA NA FACE SUPERIOR DA CAVIDADE REENTRANTE
  J = NLa + NLb + 2
  DO I = NCa + 2, NC + 1
    T(I,J) = T(I,J-1) ! 0.0D0
  END DO
ENDIF

RETURN
END

C-----
SUBROUTINE PRESSAO
C-----
C---SUBROTINA PARA CRIAR A MATRIZ PRESSAO
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA= 1800000, NK = 15000)
LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLC, NCA, NCB, NCC
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAK(NK)
COMMON/MALHA/ K, MALHAX, MALHAY
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
DATA PRESS_FALSE / .FALSE. /

```

```

C---DOMINIO RETANGULAR
  IF(CAV_PLUNUM) THEN
    K = NL*NCA + NC6*NLB
    K1 = NL2*NCA
    K2 = K1 + NC*NLB
  ELSE
    K = NL*NC
  ENDIF

C---CRIACAO DO VETOR KDIAG(I)
  KDIAG(1) = 1
  DO I = 2, K
    IF(I.LE.NC) THEN
      KDIAG(I) = KDIAG(I-1) + I
    ELSE
      KDIAG(I) = KDIAG(I-1) + (NC + 1)
    ENDIF
  END DO

  DO I = 1, KDIAG(K)
    A(I) = 0.0D0
  END DO

C---CRIACAO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ PRESSAO
  M = 0
*****C----PARA O PONTO INFERIOR ESQUERDO (PONTO 2,2)
  CALL PONTO_INF_ESQ(M,2,2)
*****C----PARA OS PONTOS NA FRONTEIRA INFERIOR
  J = 2
  DO I = 3, NCF(J) - 2
    CALL PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
  END DO
*****C----PARA O PONTO NO CANTO INFERIOR DIREITO
  J = 2
  I = NCF(J) - 1
  CALL PONTO_INF_DIR(M,I,J)
*****C----PARA OS PONTOS INTERNOS
  DO J = 3, NL
    DO I = 2, NCF(J) - 1
      CALL PONTOS_INTERNOS(M,I,J)
    END DO
  END DO
*****C----PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR ESQUERDO
  I = 2
  J = NL + 1
  CALL PONTO_SUP_ESQ(M,I,J)
*****C----PARA OS PONTOS NA FRONTEIRA SUPERIOR
  J = NL + 1
  DO I = 3, NCF(J) - 2
    CALL PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
  END DO
*****C----PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR DIREITO (M = K )
  J = NL + 1
  I = NCF(J) - 1
  CALL PONTO_SUP_DIR(M,I,J)
*****C----IA = - 1
  DO I = 1, K
    IF(I.GT.NC) THEN
      IA = NC
    ELSE
      IA = IA + 1
    ENDIF
    WRITE(1,10) I, KDIAG(I), (A(J), J = KDIAG(I)-IA, KDIAG(I))
  END DO
  10 FORMAT(2X,I3,2X,I5,3X,50(F6.3,1X))
  C  WRITE(1,*)
C---PARA O PONTO INFERIOR ESQUERDO (PONTO 2,2). O VALOR DA PRESSAO E
C---ESPECIFICADO, P(2,2) = 0.0D0, NA SUBROTINA SPABAC SE PRESS_FIX=.TRUE.
C---PARA TORNAZ A MATRIZ DO SISTEMA DE EQUACOES PARA A PRESSAO ESTRITAMENTE
C---DEFINIDA POSITIVA, DIMINUI-SE UMA EQUACAO DO SISTEMA (PONTO 2,2)
  C  IF(PRESS_FIX) THEN
  C    K = K - 1
  C    IA = - 1
  C    DO I = 1, K
  C      IF(I.GT.NC) THEN
  C        IA = NC
  C      ELSE
  C        IA = IA + 1
  C      ENDIF
  C      NKDIAG = KDIAG(I+1) - KDIAG(I)
  C      DO J = KDIAG(I)-IA, KDIAG(I)
  C        A(J)=A(J+NKDIAG)
  C      END DO
  C      WRITE(1,10) I, KDIAG(I), (A(J),J = KDIAG(I)-IA, KDIAG(I))
  C    END DO
  C  ENDIF
  RETURN
END

C-----SUBROUTINE PONTO_INF_ESQ(M,I,J)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)

```

```

M = M + 1
A(KDIAG(M)) = AE(I,J) + AN(I,J)
RETURN
END

C-----SUBROUTINE PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
M = M + 1
A(KDIAG(M)-1) = - AW(I,J)
A(KDIAG(M)) = AW(I,J) + AE(I,J)
RETURN
END

C-----SUBROUTINE PONTO_INF_DIR(M,I,J)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
M = M + 1
A(KDIAG(M)-1) = - AW(I,J)
A(KDIAG(M)) = AW(I,J) + AE(I,J)
RETURN
END

C-----SUBROUTINE PONTOS_INTERNOS(M,I,J)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
LOGICAL*2  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLB, NLC, NCA, NCB, NCC
COMMON/KS/   K1, K2, NCF(125), NLF(125)
M = M + 1
IF(CAV_PLENUM) THEN
C---PONTOS NA FACE INFERIOR DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.GE.(K1+NC+1).AND.M.LT.K1+NC) THEN
  M = M - 1
  CALL PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
  GOTO 10
ENDIF

C---PONTO INFERIOR DIREITO DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.EQ.(K1+NC)) THEN
  M = M - 1
  CALL PONTO_INF_DIR(M,I,J)
  GOTO 10
ENDIF

C---PONTOS NA FACE SUPERIOR DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.GE.(K2-NC+1).AND.M.LT.K2) THEN
  M = M - 1
  CALL PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
  GOTO 10
ENDIF

C---PONTO SUPERIOR DIREITO DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.EQ.K2) THEN
  M = M - 1
  CALL PONTO_SUP_DIR(M,I,J)
  GOTO 10
ENDIF
ENDIF

IF(I.EQ.2) THEN
  A_w = 0.0D0
  ELSE
    A_w = AW(I,J)
  ENDIF
IF(I.EQ.(NCF(J)-1)) THEN
  A_e = 0.0D0
  ELSE
    A_e = AE(I,J)
  ENDIF

IF(CAV_PLENUM) THEN
  IF(M.LE.(K1+NC).OR.M.GE.(K2+NC+1)) THEN
    A(KDIAG(M)-NC) = - AS(I,J)
  ELSE
    A(KDIAG(M)-NC) = - AS(I,J)
  ENDIF
  ELSE
    A(KDIAG(M)-NC) = - AS(I,J)
  ENDIF

  A(KDIAG(M)-1) = - A_w
  A(KDIAG(M)) = A_e + A_w + AS(I,J) + AN(I,J)
10 RETURN
END

C-----SUBROUTINE PONTO_SUP_ESQ(M,I,J)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
COMMON/KS/   K1, K2, NCF(125), NLF(125)
M = M + 1

```

```

      A(KDIAG(M)-(NCF(J)-2)) = - AS(I,J)
      A(KDIAG(M)) = AE(I,J) + AS(I,J)
      RETURN
      END

C----- SUBROUTINE PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 1800000, NK = 15000)
      COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
      COMMON/KS/      K1, K2, NCF(125), NLF(125)
      M = M + 1
      A(KDIAG(M)-(NCF(J)-2)) = - AS(I,J)
      A(KDIAG(M)-1) = - AW(I,J)
      A(KDIAG(M)) = AE(I,J) + AW(I,J) + AS(I,J)
      RETURN
      END

C----- SUBROUTINE PONTOS_SUP_DIR(M,I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 1800000, NK = 15000)
      COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
      COMMON/KS/      K1, K2, NCF(125), NLF(125)
      M = M + 1
      A(KDIAG(M)-(NCF(J)-2)) = - AS(I,J)
      A(KDIAG(M)-1) = - AW(I,J)
      A(KDIAG(M)) = AW(I,J) + AS(I,J)
      RETURN
      END

C----- REAL*8 FUNCTION AE(I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      COMMON/VOLUM/  XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/  PEX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      AE = YVC(I,J)/XVCU(I+1,J)
      RETURN
      END

C----- REAL*8 FUNCTION AN(I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      COMMON/VOLUM/  XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/  PEX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      AN = YVC(I,J)/XVCU(I,J)
      RETURN
      END

C----- REAL*8 FUNCTION AS(I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      COMMON/VOLUM/  XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/  PEX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      AS = XVC(I,J)/YVCV(I,J)
      RETURN
      END

C----- REAL*8 FUNCTION AN(I,J)
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      COMMON/VOLUM/  XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/  PEX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      AN = XVC(I,J)/YVCV(I,J+1)
      RETURN
      END

C----- SUBROUTINE CHOLESKY
C----- REALIZA A DECOMPOSICAO DE CHOLESKY DO VETOR A
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NA = 1800000, NK = 15000)
      COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
      COMMON/MATRIX/  K, MAHAX, MRLBY
      A(1)= DSQRT(A(1))
      DO 30 I = 2, K
         KI = KDIAG(I) - I
         L = KDIAG(I-1) - KI + 1
         DO 20 J = L,I
            X = A(KI+J)
            KJ = KDIAG(J) - J
            IF(J.EQ.I) GOTO 20
            LBAR = KDIAG(J-1) - KJ + 1
            LBAR = MAX0(L,LBAR)
            IF(LBAR.EQ.J) GOTO 20
            M = J - I
            DO 10 K = LBAR, M
               X = X - A(KI+KK)*A(KJ+KK)
10          A(KI+J) = X/A(KJ+J)
20          A(KI+I)= DSQRT(DABS(X))
      END

```

```

RETURN
END

C-----SUBROUTINE SOLVE
C-----REALIZA O PROCESSO ITERATIVO
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
LOGICAL*2 LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
LOGICAL*2 LK_E_TRAJ, LK_E_LAM_BREMHORST, LK_E_NAGANO_1994,
PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
CHARACTER*20 ARO, ARQ, AROV, ARQK, ARQE, ARQISOL, ARQC
COMMON/AROS/ ARO, ARQ, AROV, ARQK, ARQE, ARQISOL, ARQC
COMMON/MOD1_TURB/ LK_E_TRAJ, LK_E_LAM_BREMHORST, LK_E_NAGANO_1994
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/LC_CAV/ NLx, NLy, NLc, NCA, NCB, NCC
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ DELT, TT, CRIT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT
COMMON/VETOR3/ DIFVU, DIFVV
COMMON/PRINTUT/NPRINT, ITER_PARAD
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/LTRE/ IMAXT, JMAXT, IMAXK, JMAXK, IMAXE, JMAXE
COMMON/XYMAX/ XUMAX, YUMAX, XVMAX, YVMAX
COMMON/LMAX/ IMAXU, JMAXU, IMAXV, JMAXV
COMMON/VEL_MAX/ V_max, V_max
COMMON/VAL_MAX/ U_max_in, T_max_in
COMMON/ITER/ ITER, ITER_T, ITER_WRITE
COMMON/WIGGLE/ NWIGGLES
COMMON/XYNu/ XYNumin, XYNmax, XYNmed
COMMON/XYNu_open/ XYNumin_open
COMMON/DIEN/ DIFNmed, DIFENERG
COMMON/CONVECCAO/NCONV
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/LINK_COL/ MNL_INIC, MNL_FIN
COMMON/R_MASS/ R_MASS
COMMON/CTQUICK/ CQ
C---A CONSTANTE CQ PODE SER IGUAL A 1/8 -> QUICK(2.ord) OU 1/6 -> LDS(3.ord)
DATA CQ/0.125D0/
NWIGGLES = 0
ITER = 0

C---ARQUIVO DE SAIDA COM OS DADOS DO PROCESSO DE CONVERGENCIA
IF(LARQINCI) THEN
  OPEN(UNIT=100,FILE=ARQC,STATUS='OLD',FILEOPT='EOF')
ELSE
  OPEN(UNIT=100,FILE=ARQC,STATUS='UNKNOWN')
  WRITE(100,97)
  ITER_WRITE = 1
ENDIF
CALL COND_INIT
R_MASS = 1.0D0
CALL COONIVEL
IF(NCONV.NE.1) CALL CCONTEMP
IF(NCONV.EQ.3.OR.NCONV.EQ.4) CALL ENERGIA
DIFV = 1.0D-3
DIFK = 1.0D-8
DIFE = 1.0D-8
IF(NCONV.EQ.1.OR.NCONV.EQ.2) DIFT = 1.0D-8

C---PARA O MODELO K_E TRADICIONAL, AS EQUACOES DE K_E EPSILON NAO
C---SAO RESOLVIDAS PARA OS PONTOS ADJACENTES A PAREDE SOLIDA
IF(LK_E_TRAJ) THEN
  MNL_INIC = 3
  MNL_FIN = NL
ELSE
  MNL_INIC = 2
  MNL_FIN = NL + 1
ENDIF

C---CONDICAO DE CONVERGENCIA
DO WHILE (DIFV.GT.CRIT_CONV.OR.DIFT.GT.CRIT_CONV.OR.
!DIFK.GT.CRIT_CONV.OR.DIFE.GT.CRIT_CONV)

ITER = ITER + 1
TT = TT + DELT
IF(LPROG_turb) THEN
  CALL CCONE_E
  CALL VIS_TURB
  CALL TENSOR_REL
ENDIF
R_MASS = 1.0D0
CALL COONIVEL
CALL CCONE_VEL_V1_ENT_CANAL !: PRESSAO ESPECIF. NA ENTRADA
                             !! DESATIVAR PARA O CASO DE VIN_CANAL
CALL BALAN_MASSA
CALL COONIVEL
CALL FLUX_CONV_DIF_VEL
CALL LADODIR
CALL SEPARAC
CALL NEWVEL
CALL CONVERG
CALL COONIVEL
IF(NCONV.EQ.3.OR.NCONV.EQ.4) CALL ENERGIA
IF(LPROG_turb) THEN
  CALL CCONE_E
  CALL VIS_TURB
C---PARA O PONTO NODAL ADJACENTE A PAREDE, NAO SE DEVE CALCULAR K_EPSILON
C---QUANDO O MODELO FOR HIGH-REYNOLDS, ISTO E FEITO PELA FUNCAO PAREDE
CALL KAPA

```

```

C      CALL EPSILON
C      ENDIF
C      CALL DELTIME
C-----
C      IF(LEROG_tela) THEN
C          DO I = 1, 100000, NPRINT
C              IF(ITER.EQ.I) THEN
C                  WRITE(*,8) ITER,U(IMAXU,JMAXU),V(IMAXV,JMAXV),T(IMAXT,JMAXT),
C                  XX(IMAXV,JMAXV), E(IMAXI,JMAXI)
C                  WRITE(*,9) DIFVU, DIFVV, DIFT, DIFK, DIFE
C              ENDIF
C          END DO
C      ENDIF

C      IF(NCONCV.EQ.3.OR.NCONV.EQ.4) THEN
C          IF(DIFV.LT.CRIT_CONV.AND.DIFT.LT.CRIT_CONV) CALL NUSSLT
C          IF(DIFNUmed.GT.1.0D-3.OR.DIFENERG.GT.1.0D-3) DIFT = 1000.
C      ENDIF
C      WRITE(100,99) ITER, XYNumed
C 99 FORMAT(5X,15,1X,4(E12.5,2X))
C      IF(ITER.LT.20) DIFV = 1000.
C      R_MASS = 1.0D0
C      CALL BALAN_MASSA
C      CALL CCONTVEL

C      if(ITER.eq.1) call output(0)
C      if(ITER.eq.2) call output(0)
C      if(ITER.eq.3) call output(0)
C      if(ITER.eq.5) call output(0)
C      if(ITER.eq.10) call output(0)
C      if(ITER.eq.20000) call output(0)
C      if(ITER.eq.50000) call output(0)
C      if(ITER.eq.99999) call output(0)
C      if(ITER.eq.150000) call output(0)
C      if(ITER.eq.200000) call output(0)
C      if(ITER.eq.300000) call output(0)

CALL NUSSLT
CALL BALAN_MASSA
XMASS_in_cav = XMASS_CAV(NCa+2,NLc+2,NLb+1)

IF(ITER_WRITE.EQ.ITER) THEN
    WRITE(100,98) ITER, TT, XYNumed, XYNumed_open, XYNumin,
    : XYNmax, XMASS_in_cav, U_max, XUMAX, YUMAX,
    : V_max, XVMAX, YVMAX, U_max_in, T_max_in
    : XX(IMAXV,JMAXV), E(IMAXT,JMAXT)
    ITER_WRITE = ITER_WRITE + NPRINT
ENDIF

IF(ITER.EQ.1000) CALL OUTPUT(0)
C---NAO CHAMAR A ROTINA CCONTVEL ANTES DE CALCULAR O BALANCO DE MASSA
C---DIFERENCA RELATIVA DA CONSERV. DA MASSA NAS FRONTEIRAS

CRIT_MASS = DABS(1.0D - R_MASS)
IF(CAV_PLENUM) THEN
    IF(LEROG_tela) WRITE(*,20) DIFNUmed, CRIT_MASS, R_MASS
    WRITE(100,*) ITER, DIFV, DIFT, R_MASS, DIFNUmed
    IF((DIFV.LT.CRIT_CONV).AND.(DIFT.LT.CRIT_CONV).AND.
        : (DIFNUmed.LT.1.0D-5).AND.(CRIT_MASS.LT.1.0D-5)).
        : OR.ITER.EQ.NPARADA) THEN
        CALL LINHORR
        CALL OUTPUT(1)
        RETURN
    ELSE
        DIFV = 1000.
    ENDIF
ENDIF

if(ITER.eq.1ber_parad) then
    call linhcorr
    call output(1)
    return
endif
C-----
END DO
*****+
IF(NCONV.EQ.2) THEN
    CALL ENERGIA
    CALL NUSSLT
    CALL OUTPUT(1)
ENDIF

8 FORMAT(I10,5X,5(1X,1PD11.4))
9 FORMAT(3X,'DIF(U,V,T,k,E)''',5(1X,1PD11.4))
10 FORMAT(1X,1B_5(1X,'(',1Z2,'.',1Z2,')',1D10.4),1X,4(1D10.4,1X))
20 FORMAT(5X,'DIFNUmed_wall ''',1PD12.5,3X,'CRIT_MASS ''',1PD12.5,3X,
    : ''R_MASS ''',1PD12.5)
97 FORMAT(' ',1X,'ITERACAO',3X,'TEMPO',4X,'Nm_medic',2X,
    : 'Nm_medic_open',2X,
    : 'Nu_max',6X,'Nu_max',4X,'XMASS_in_cav',3X,'U_max',6X,
    : 'X_max',3X,'Y_max',5X,'V_max',6X,'U_max',3X,'Y_max',
    : '5X,'U_max_in',4X,'T_max_in')
98 FORMAT(1X,I7,2X,1PE16.4,1X,6(1PE11.5,1X),2(1PE9.3,1X),
    : 1PE11.5,1X,2(1PE9.3,1X),2(1PE12.5,1X))

RETURN
END

C-----
C---SUBROTINAS QUE CALCULAM OS FLUXOS DE MASSA AW E Ae
C---NAS INTERFACES DOS VOLUMES DE CONTROLE
C-----
SUBROUTINE FLUX_CONV_DIF_VEL

```

```

C-----  

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)  

PARAMETER (ND = 125, NY = 125)  

LOGICAL*2 LPROC_adim,LPROC_turb,LPROC_tela,LARQINCI,PRESS_FIX,  

PRESS_FALSE, CAV_PLENUM  

COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c  

COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLC, NCa, NCB, NCC  

COMMON/ADIMENS/ Ra, Gr, Re, Pr, Pe, Ri  

COMMON/PROPR/ VL, RHO, ALPHA, BETA, G  

COMMON/GC_INIC/Uo,Uinic,Vo,Vinic,Tc,Tkinic,Einic  

COMMON/VOLUM/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VG(NX,NY)  

COMMON/VETOR/ PEX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)  

COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)  

COMMON/VETOR3/ AV(NX,NY), AS(NX,NY)  

COMMON/VETOR4/ DELT,TT,CRTT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT  

COMMON/NESQ/ NESQ  

COMMON/CONVECCAO/NCONV  

COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM  

COMMON/RAZAO/ RX(NX), RY(NY), RAX(NX), RAY(NY)  

COMMON/CTEADM/ C_time, C_diff_h, C_diff_r  

COMMON/PROGRAM/LPROC_adim,LPROC_turb,LPROC_tela,LARQINCI  

COMMON/FLUXOS/ CONWU, CONVsV, DIFFWU, DIFFSV  

COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)  

COMMON/IJ/ I, J  

DO J = 2, NL + 1  

DO I = 3, NCF(J) - 1  

    FLUXO CONVECTIVO + DIFUSIVO (u)  

    IF (NESQ.EQ.1) THEN  

        CALL POWER_LAW_U  

    ELSEIF (NESQ.EQ.2) THEN  

        CALL UPWINDU  

        CALL DIFU  

    ENDIF  

    ENDDO  

C---FLUXO TOTAL ( PJ_w )  

    PJ_w = C_time*(CONWU - DIFFWU)  

    Aw(I,J) = -DELT/(XVCU(I,J)*YVC(I,J))*PJ_w + U(I,J)  

    END DO  

END DO  

C-----  

Ts = 0.0D0  

DO J = 3, NL + 1  

DO I = 2, NCF(J) - 1  

    FLUXO CONVECTIVO + DIFUSIVO (v)  

    IF (NESQ.EQ.1) THEN  

        IF (CAV_PLENUM) THEN  

            IF (J.EQ.(NLa+2).AND.(I.GE.NCa+2)) THEN  

                GOTO 11  

            ELSE  

                CALL POWER_LAW_V  

            ENDIF  

            ELSE  

                CALL POWER_LAW_V  

            ENDIF  

        ELSEIF (NESQ.EQ.2) THEN  

            IF (CAV_PLENUM) THEN  

                IF (J.EQ.(NLb+2).AND.(I.GE.NCa+2)) GOTO 11  

            ENDIF  

            CALL UPWINDV  

            CALL DIFV  

        ENDIF  

    ENDIF  

C---FLUXO TOTAL ( PJ_s )  

    PJ_s = C_time*(CONVsV - DIFFSV)  

    IF (NCONV.EQ.3.OR.NCONV.EQ.4) TS = XINTERP(T(I,J),T(I,J-1),RY(J))  

C---TERMO FONTE (sv)  

    IF (NCONV.EQ.1) THEN  

        IF (LPROC_adim) THEN  

            SV = C_time*DELT*G  

        ELSE  

            SV = -DELT*G  

        ENDIF  

    ENDIF  

    IF (NCONV.EQ.2) SV = 0.0D0  

    IF (NCONV.EQ.3) SV = C_time*DELT*Ra*Gr/(Re*Re)  

    IF (NCONV.EQ.4) THEN  

        IF (LPROC_adim) THEN  

            IF (CAV_PLENUM) THEN  

                SV = C_time*DELT*Ra*Pr*TS ! (CHAN E TIEN)  

            ELSE  

                SV = C_time*DELT*TS ! (LAGE E BEZAN)  

            ENDIF  

        ELSE  

            SV = C_time*DELT*G*(Ts - To)/(273. + To)  

            SV = C_time*DELT*(Ts-To)/(Th-Tc)*VL*VL*Gr/(YL*YL*YL)
        ENDIF  

    ENDIF  

    AS(I,J) = -DELT/(YVCV(I,J)*XVC(I,J))*PJ_s + V(I,J) + SV  

11 END DO  

END DO  

RETURN  

END  

C-----  

SUBROUTINE POWER_LAW_U  

C-----  

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)  

PARAMETER (NX = 125, NY = 125)

```

```

COMMON/VOLUM/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPy(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), Xk(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/RAZAO/ RX(NX), RY(NY), RAX(NX), RAY(NY)
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/FLUXOS/ CONVWU, CONVsV, DIFFWU, DIFFSV
COMMON/IJ/ I, J

UwO = 0.5D0*(U(I,J) + U(I+1,J))
PewO = UwO*YVC(I,J)/C_diff_h
PHIW0 = UPW1UX(U(I,J),U(I+1,J),UwO)
CONVwO = UI_Uj_T(PHIW0,UwO)
DIFFwOL = -(U(I+1,J) - U(I,J))/XVC(I,J)
XJwW = YVC(I,J)*(CONVwO + PL(PewO)*DIFFwOL*C_diff_h)

UwW = 0.5D0*(U(I-1,J) + U(I,J))
PewW = UwW*XVC(I-1,J)/C_diff_h
PHIWW = UPW1UX(U(I-1,J),U(I,J),UwW)
CONVwW = UI_Uj_T(PHIWW,UwW)
DIFFwNL = -(U(I,J) - U(I-1,J))/XVC(I-1,J)
XJwW = YVC(I,J)*(CONVwW + PL(PewW)*DIFFwNL*C_diff_h)

VwN = XINTERP(V(I,J+1),V(I-1,J+1),RX(I))
PewN = VwN*YVCV(I,J+1)/C_diff_h
PHIwN = UPW1UV(U(I,J),U(I,J+1),VwN)
CONVwN = UI_Uj_T(PHIwN,VwN)
DIFFwNL = -(U(I,J+1) - U(I,J))/YVCV(I,J+1)
XJwN = XVCU(I,J)*(CONVwN + PL(PewN)*DIFFwNL*C_diff_h)

VwS = XINTERP(V(I,J),V(I-1,J),RX(I))
PewS = VwS*YCV(I,J)/C_diff_h
PHIwS = UPW1UV(U(I,J-1),U(I,J),VwS)
CONVwS = UI_Uj_T(PHIwS,VwS)
DIFFwSL = -(U(I,J) - U(I,J-1))/YCV(I,J)
XJwS = XVCU(I,J)*(CONVwS + PL(PewS)*DIFFwSL*C_diff_h)

CONVwU = XJwO - XJwW + XJwN - XJwS
DIFFwU = 0.0D0
RETURN
END

C-----SUBROUTINE POWER_LAW_V
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
COMMON/VOLUM/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPy(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), Xk(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/RAZAO/ RX(NX), RY(NY), RAX(NX), RAY(NY)
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/FLUXOS/ CONVwU, CONVsV, DIFFwU, DIFFSV
COMMON/IJ/ I, J

VsO = 0.5D0*(V(I,J+1) + V(I,J))
PesO = VsO*YVC(I,J)/C_diff_h
PHIS0 = UPW1VY(V(I,J),V(I,J+1),VsO)
CONVsO = UI_Uj_T(PHIS0,VsO)
DIFFsOL = -(V(I,J+1) - V(I,J))/YVC(I,J)
XJso = XVC(I,J)*(CONVsO + PL(PesO)*DIFFsOL*C_diff_h)

VsS = 0.5D0*(V(I,J-1) + V(I,J))
PesS = VsS*YVC(I,J-1)/C_diff_h
PHISs = UPW1VY(V(I,J-1),V(I,J),VsS)
CONVsS = UI_Uj_T(PHISs,VsS)
DIFFsSL = -(V(I,J) - V(I,J-1))/YVC(I,J-1)
XJss = XVC(I,J)*(CONVsS + PL(PesS)*DIFFsSL*C_diff_h)

UsW = XINTERP(U(I,J),U(I,J-1),RY(J))
PesW = UsW*XVCU(I,J)/C_diff_h
PHISW = UPW1VX(V(I-1,J),V(I,J),UsW)
CONVwW = UI_Uj_T(PHISW,UsW)
DIFFwNL = -(V(I,J) - V(I-1,J))/XVCU(I,J)
XJwW = YVCV(I,J)*(CONVwW + PL(PesW)*DIFFwNL*C_diff_h)

UsE = XINTERP(U(I+1,J),U(I+1,J-1),RY(J))
PesE = UsE*XVCU(I-1,J)/C_diff_h
PHISE = UPW1VX(V(I,J),V(I+1,J),UsE)
CONVE = UI_Uj_T(PHISE,UsE)
DIFFSEL = -(V(I+1,J) - V(I,J))/XVCU(I+1,J)
XJse = YVCV(I,J)*(CONVE + PL(PesE)*DIFFSEL*C_diff_h)

CONVsV = XJso - XJss + XJse - XJwW
DIFFsv = 0.0D0
RETURN
END

C-----REAL*8 FUNCTION PL(Pe)
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

ABSPe = DBLBS(Pe)
PEC = 1.0D0 - 0.1D0*ABSPe
PEC2 = PEC*PEC
PEC5 = PEC2*PEC2*PEC
PL = IMAX1(0.0D0, (1.0 - 0.1*ABSPe)**5.)
PL = IMAX1(0.0D0, PEC5)
RETURN
END

C-----SUBROUTINE LADODIR

```

```

C-----
C---CALCULA O LADO DIREITO DA MATRIZ PRESSAO
C-----
C-- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-- LOGICAL*2  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/KS/   K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/VETOR/  DELT, TT, CRIT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT
COMMON/CTREADIN/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/DC/ DC

M = 0
DC = 1.0D0/(DELT*C_time)

IF(PRESS_FIX.EQV.PRESS_FALSE)  THEN
C*****
C---PARA O PONTO INFERIOR ESQUERDO (2,2)
CALL LD_PONTO_INF_ESQ(M,2,2)
ENDIF

C***** IF PRESS_FIX=.TRUE., O VALOR DA PRESSAO E ESPECIFICADO F(2,2) = 0.0D0.
C---NAO SENDO NECESSARIO GERAR O LADO DIREITO DESTA EQUACAO
C*****
C---PARA OS PONTOS NA FACE INFERIOR
J = 2
DO I = 3, NCF(J) - 2
    CALL LD_PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
END DO

C-----PARA O PONTO NO CANTO INFERIOR DIREITO
J = 2
I = NCF(J) - 1
CALL LD_PONTO_INF_DIR(M,I,J)
C-----PARA OS PONTOS INTERNOS
DO J = 3, NL
    DO I = 2, NCF(J) - 1
        CALL LD_PONTOS_INTERNOS(M,I,J)
    END DO
END DO

C---PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR ESQUERDO
I = 2
J = NL + 1
CALL LD_PONTO_SUP_ESQ(M,I,J)

C---PARA OS PONTOS NA FRONTEIRA LIVRE SUPERIOR
J = NL + 1
DO I = 3, NCF(J) - 2
    CALL LD_PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
END DO

C-----PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR DIREITO
J = NL + 1
I = NCF(J) - 1
CALL LD_PONTO_SUP_DIR(M,I,J)

C----- WRITE(1,*)      '
C----- WRITE(1,*)      *** VALORES DE B(I) - LADO DIREITO ***
C----- DO I = 1, K
C-----     WRITE(1,10) I, B(I)
C----- END DO
C----- 10 FORMAT(10X,'B(1,I)=',D12.5)
C----- WRITE(1,*)

RETURN
END

C----- SUBROUTINE LD_PONTO_INF_ESQ(M,I,J)
C-----
C-- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-- PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
C-- PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/  PPX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(U(I,J)-Aw(I+1,J)) + XVC(I,J)*
           (V(I,J)-As(I,J+1)))
RETURN
END

C----- SUBROUTINE LD_PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
C-----
C-- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-- PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
C-- PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/  PPX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(Aw(I,J)-Aw(I+1,J)) + XVC(I,J)*
           (V(I,J)-As(I,J+1)))
RETURN
END

C----- SUBROUTINE LD_PONTO_INF_DIR(M,I,J)
C-----

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPF(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(Aw(I,J)-U(I+1,J)) + XVC(I,J)*
(V(I,J)-As(I,J+1)))
!
RETURN
END
C-----
SUBROUTINE LD_PONTOS_INTERNOS(M,I,J)
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/ PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/NL_CAV/ NLA, NLD, NLC, NCA, NCB, NCC
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPF(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC

M = M + 1
IF(CAV_PLENUM) THEN
C---PONTOS NA FACE INFERIOR DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.GE.(K1+NCa+1).AND.M.LT.(K1+NC)) THEN
M = M - 1
CALL LD_PONTOS_FRONT_INF(M,I,J)
GOTO 10
ENDIF

C---PONTO INFERIOR DIREITO DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.EQ.(K1+NC)) THEN
M = M - 1
CALL LD_PONTO_INF_DIR(M,I,J)
GOTO 10
ENDIF

C---PONTOS NA FACE SUPERIOR DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.GE.(K2-NCb+1).AND.M.LT.K2) THEN
M = M - 1
CALL LD_PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
GOTO 10
ENDIF

C---PONTO SUPERIOR DIREITO DA CAVIDADE ABERTA
IF(M.EQ.K2) THEN
M = M - 1
CALL LD_PONTO_SUP_DIR(M,I,J)
GOTO 10
ENDIF
ENDIF

IF(I.EQ.2) Aw(I,J) = U(I,J)
IF(I.EQ.(NCF(J)-1)) Aw(I+1,J) = U(I+1,J)

B(M) = DC*(YVC(I,J)*(Aw(I,J)-Aw(I+1,J)) + XVC(I,J)*
(As(I,J)-As(I,J+1)))

7 FORMAT(2X,'ANTES ','Aw(I,J)=',D12.5,1X,'Aw(I+1,J)=',D12.5,1X,
! 'As(I,J)=',D12.5,1X,'As(I,J+1)=',D12.5)
8 FORMAT(2X,'DEPOIS ','Aw(I,J)=',D12.5,1X,'Aw(I+1,J)=',D12.5,1X,
! 'As(I,J)=',D12.5,1X,'As(I,J+1)=',D12.5)
9 FORMAT(2X,'DC=',F10.5,1X,'YVC(I,J)=',D12.5,1X,'XVC(I,J)=',D12.5,
! 4X,'B=',I2,'=',D12.5)
10 RETURN
END
C-----
SUBROUTINE LD_PONTO_SUP_ESQ(M,I,J)
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPF(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR2/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(U(I,J)-Aw(I+1,J)) + XVC(I,J)*
(As(I,J)-V(I,J+1)))
!
RETURN
END
C-----
SUBROUTINE LD_PONTOS_FRONT_SUP(M,I,J)
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPF(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/ DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(Aw(I,J)-Aw(I+1,J)) + XVC(I,J)*

```

```

!      (AS(I,J)-V(I,J+1)))
!
!      RETURN
!      END
C----- SUBROUTINE LD_PONTO_SUP_DIR(M,I,J)
C----- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/VETOR/  PFX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/DC/     DC
M = M + 1
B(M) = DC*(YVC(I,J)*(Aw(I,J)-U(I+1,J)) + XVC(I,J)*
           (As(I,J)-V(I,J+1)))
!
!      RETURN
!      END
C----- SUBROUTINE SPABAC
C-----SUBROTINA QUE CALCULA O VALOR DA PRESSAO (P = p/RHO)
C----- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NA = 1800000, NB = 15000, NK = 15000)
LOGICAL*2    PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/VETOR2/ A(NA), KDIAG(NK)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/MALHA/ K, MALHAX, MALHAY
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/KS/     KL, K2, NCF(125), NLF(125)

B(1) = B(1)/A(1)
DO 1 I = 2, K
  KI = KDIAG(I) - I
  L = KDIAG(I-1) - KI + 1
  X = B(I)
  IF(L.EQ.I) GOTO 1
  M = I - 1
  DO 2 J = L, M
    X = X - A(KI+J)*B(J)
  1  B(I) = X/R(KI+I)
    DO 3 IT = 2, K
      I = K + 2 - IT
      KI = KDIAG(I) - I
      X = B(I)/A(KI+I)
      B(I) = X
      L = KDIAG(I-1) - KI + 1
      IF(L.EQ.I) GOTO 3
      M = I - 1
      DO 4 Klm = L, M
        B(Klm) = B(Klm) - X*A(KI+Klm)
  3  CONTINUE
  B(1) = B(1)/A(1)

  P22 = B(1)
  M = 0
  DO 5 J = 2, NL + 1
    DO 6 I = 2, NCF(J) - 1
      M = M + 1
  5  ---PRESSAO ESPECIFICADA NO PONTO (2,2) => P(2,2) = B(1)
      F(I,J) = B(M) - B(1)
    END DO
  ENDDO

  RETURN
END

C----- SUBROUTINE NEWEL
C-----SUBROTINA QUE CALCULA OS NOVOS VALORES DAS VELOCIDADES U e V NO TEMPO
C---t = t0 + DELT
C----- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
PARAMETER (NB = 15000)
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/VOLUM/  XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
COMMON/VETOR3/ Aw(NX,NY), As(NX,NY)
COMMON/VETOR4/ B(NB), P(0:NX,0:NY), P22
COMMON/VER_NEW/ UNEW(NX,NY), VNEW(NX,NY), XKNEW(NL,NY), ENEW(NL,NY)
COMMON/VETOR5/  DELT, TT, CRIT_CCRV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, PAT
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_n, C_diff_t
COMMON/KS/     KL, K2, NCF(125), NLF(125)
C---NOVAS VELOCIDADES U(I,J)
DO 1 J = 2, NL + 1
  DO 2 I = 3, NCF(J) - 1
    UNEW(I,J) = C_time*(DELT/XVCU(I,J))*(P(I-1,J)-P(I,J)) + Aw(I,J)
  2  END DO
  END DO
C---NOVAS VELOCIDADES V(I,J)
DO 3 J = 2, NL + 1
  DO 4 I = 2, NCF(J) - 1
    VNEW(I,J) = C_time*(DELT/YVCV(I,J))*(P(I,J-1)-P(I,J)) + As(I,J)
  4  END DO
  END DO
  RETURN
END

```

```

C--- SUBROUTINE CONVERG
C-----
C---TESTA A CONVERGENCIA DAS VELOCIDADES
C-----

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
      COMMON/PRESS/
     PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
      COMMON/DIMENS/
     XL, YL, NL, NC, XL_C
      COMMON/LC_CAV/
     NLA, NLB, NLC, NCa, NCb, NCc
      COMMON/VETORI/
     U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
      COMMON/VETORI/
     PX(NX,NY), PY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      COMMON/VET_NEW/
     UNEW(NX,NY), VNEW(NX,NY), XKNEW(NX,NY), ENEW(NX,NY)
      COMMON/ITER/
     ITER, ITERT, ITER_WRITE
      COMMON/VETOR/
     DIFVU,DIFVV
      COMMON/VETOR/
     DELT,TT,CRT_CNV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, PAT
      COMMON/VEL_MAX/
     U_max, V_max
      COMMON/VAL_MAX/
     U_max_in, T_max_in
      COMMON/XMAX/
     XMAX, YMAX, XMAXV, YMAXV
      COMMON/LMAX/
     IMAXU, JMAXU, IMAXV, JMAXV
      COMMON/WIGGLE/
     NWIGGLES
      COMMON/KS/
     K1, K2, NCF(125), NLF(125)
      DIFVU = 0.D0
      DIFVV = 0.D0
      DIFVU1 = 0.D0
      DIFVV1 = 0.D0

C---CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE U(I,J)

      DO J = 2, NL + 1
        DO I = 3, NCF(J) - 1
          DUDT = DABS(UNEW(I,J) - U(I,J))
          AUXDIFVU1 = DUDT/DELT
          AUXDIFVU = DUDT/DABS(U(I,J) + 1.D-10)
          IF(DIFVU.LT.AUXDIFVU) THEN
            DIFVU = AUXDIFVU
            IMAXU = I
            JMAXU = J
          ENDIF
          IF(DIFVU1.LT.AUXDIFVU1) DIFVU1 = AUXDIFVU1
          U(I,J) = UNEW(I,J)
        END DO
      END DO

      IF(ITER.GT.100.AND.DABS(U(IMAXU,JMAXU)).LT.1.0D-3) DIFVU = 1.0D-6

C---CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE V(I,J)

      DO J = 3, NL + 1
        DO I = 2, NCF(J) - 1
          DUDT = DABS(VNEW(I,J) - V(I,J))
          AUXDIFVV1 = DUDT/DELT
          AUXDIFVV = DUDT/DABS(V(I,J) + 1.D-10)
          IF(CAV_PLENUM) THEN
            IF(I.EQ.(NLA+2).AND.I.GE.(NCa+2)) GOTO 12
          ENDIF
          IF(DIFVV.LT.AUXDIFVV) THEN
            DIFVV = AUXDIFVV
            IMAXV = I
            JMAXV = J
          ENDIF
          IF(DIFVV1.LT.AUXDIFVV1) DIFVV1 = AUXDIFVV1
          V(I,J) = VNEW(I,J)
        END DO
      END DO

      IF(ITER.GT.100.AND.DABS(V(IMAXV,JMAXV)).LT.1.0D-3) DIFVV = 1.0D-6

      AUX = IMAX1(DIFVU,DIFVV)
      AUX1 = IMAX1(DIFVU1,DIFVV1)
      WRITE(*,*) ' DIFU= ',AUX1
      IF(AUX.GT.DIFV) THEN
        WRITE(*,*) ' ***WIGGLES***'
        WRITE(1,*) ' ITER, AUX
      NWIGGLES = NWIGGLES + 1
      ENDIF
      DIFV = AUX

C---ENCONTRA A MAIOR VELOCIDADE U

      U_max = -1000.0
      DO J = 2, NL + 1
        DO I = 3, NCF(J) - 1
          IF(U_max.LT.DABS(U(I,J))) THEN
            U_max = DABS(U(I,J))
            XMAX = PX(I,J)
            YMAX = PY(I,J)
          ENDIF
        END DO
      END DO

C---ENCONTRA A MAIOR VELOCIDADE V

      V_max = -1000.0
      DO J = 3, NL + 1
        DO I = 2, NCF(J) - 1
          IF(V_max.LT.DABS(V(I,J))) THEN
            V_max = DABS(V(I,J))
            XMAXV = PX(I,J)
            YMAXV = PY(I,J)
          ENDIF
        END DO
      END DO

```

```

END DO

C----MAXIMA TEMPERATURA NA ENTRADA DA CAVIDADE
C
U_max_in = 0.0D0
DO J = NLa + NLb + 3, NLa + 2, -1
  II = NCa + 2
  IF(DABS(U(I,J)) .GT. DABS(U_max_in)) U_max_in = U(I,J)
END DO

RETURN
END

C---- SUBROUTINE DELTIME
C----CALCULA O INTERVALO DE TEMPO "DELT" MAXIMO PERMITIDO PELO CRITERIO
C--DE ESTABILIDADE
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
LOGICAL LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/PROPR/ VL, RHO, ALPHA, BETA, G
COMMON/VETOR8/ DELT, TT, CRIT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT
COMMON/VETOR9/ DELTD, DELTDT, DELTIC
COMMON/VEL_MAX/ U_max, V_max
COMMON/CONVECCAO/NCNT
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/VISC_TURB/VT(NX,NY), VTF(NX,NY), VTg(NX,NY)
COMMON/CTES_TURB/chi, C1E, C2E, C3E, SIGT, SIGK, SIGE, Prt
COMMON/DELTAT/ DX2DY2, DX2_DY2, DXYD, DX, DY
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/RESIDUO/ RESID
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)

C---CALCULO DO DELT DIFUSIVO DA HIDRODINAMICA(DELTD_h) E PARA A TERMICA
C---(DELT_h) SE (NCNT.NE.1)
C_diff_1am = IMAX1( C_diff_h, C_diff_t)

DELT_h = DX2DY2/(2.*C_diff_1am*DX2_DY2)

C---CALCULO DO DELT DIFUSIVO PARA A ENERGIA CINETICA(DELTD_k) E PARA A
C---TAXA DE DISSIPACAO DA ENERGIA CINETICA(DELTD_E)
DELT_h_turb = 1000.
IF(LPROG_turb) THEN
  DO J = 2, NL + 1
    DO I = 2, NCF(J) - 1
      C_diff_h_turb = (VL + VT(I,J))
      C_diff_t_turb = -1000.
      IF(NCNT.NE.1) C_diff_t_turb = VL + VT(I,J)/Prt
      C_diff_k = (VL + VT(I,J))/SIGK
      C_diff_E = (VL + VT(I,J)/SIGE)
      V_eff_max = IMAX1(C_diff_h_turb,C_diff_t_turb,C_diff_k,
                          C_diff_E,-DELT_h_turb)
      DELTAUX = DX2DY2/(2.*V_eff_max*DX2_DY2)
      DELTD_h_turb = DMIN1(DETAUX,DELT_h_turb)
    END DO
  END DO
ENDIF

C---CALCULO DO MENOR DELTD
DELT_h = DMINI(DELT_h,DELT_h_turb)

C---CALCULO DO DELTC PARA A HIDRODINAMICA E O MESMO PARA A TERMICA
DELTc = 0.25*DXYD/(C_time*(DABS(U_max)*DX+DABS(V_max)*DX)+RESID)

C---CALCULO DO NOVO PASSO DE TEMPO --> DMINI (DELTd,DELTc)
DELT = FAT*DMINI(DELTd,DELTc)

RETURN
END

C---- SUBROUTINE ENERGIA
C----SUBROTINA QUE RESOLVE A EQUACAO DA ENERGIA (SEM CONSIDERAR A DISSIPACAO
C---VISCOSEA)
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_C
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), X(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/VETOR8/ DELT, TT, CRIT_CONV, DIFV, DIFT, DIFK, DIFE, FAT
COMMON/VETOR10/ TNEW(NX,NY)
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLc, NCa, NCb, NCc
COMMON/IPTKE/ IMAX1, JMAX1, IMAXK, JMAXK, IMAXE, JMAXE
COMMON/TEMP/ ERROT, ERROT1, TEMPOT
COMMON/VAL_MAX/ U_max_in, T_max_in
COMMON/ITER/ ITER, ITERT, ITER_WRITE
COMMON/CONVECCAO/NCNT
COMMON/RESIDUO/ RESID
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)

DIFT = 1000.0

C---CRITERIO DE PARADA PARA CONVECCAO FORCADA
C
DO WHILE (DIFT.GE.CRIT_CONV)

  TEMPOT = TEMPOT + DELT
  ITERT = ITERT + 1

  CALL FLUX_CCNV_DIF_T

```

```

C---DIFERENCA DAS TEMPERATURAS EM CADA VOLUME DE CONTROLE
DIFT = 0.000
DIFT1 = 0.000
DO J = 2, NL + 1
  DO I = 2, NCF(J) - 1
    DIFT = DABS(TNEW(I,J) - T(I,J))
    AUXDIFT1 = DIFT/DELT
    AUXDIFT = DIFT/DABS(T(I,J) + RESID)
    IF(DIFT.LT.AUXDIFT) THEN
      DIFT = AUXDIFT
      IMAXT = I
      JMAXT = J
    ENDIF
    IF(DIFT1.LT.AUXDIFT1) DIFT1 = AUXDIFT1
    T(I,J) = TNEW(I,J)
  IF(ITER.GT.100.AND.DABS(T(IMAXT,JMAXT)).LT.1.0D-6) DIFT = 1.0D-6
  END DO
END DO

C-----
C---MAXIMA TEMPERATURA NA ENTRADA DA CAVIDADE
C-----
T_max_in = 0.000
DO J = NLa + NLb + 3, NLc - 2, -1
  II = NCa + 2
  IF(T(I,J).GT.T_max_in) T_max_in = T(I,J)
END DO

C-----
C---SUBROTINA COM AS CONDIÇOES DE CONTORNO PARA A TEMPERATURA
C-----
CALL CCNTTEMP

ERROT = DIFT
IF(NCONV.EQ.3.OR.NCONV.EQ.4) DIFT = 1.0D-8
END DO
DIFT = ERROT
C*****+
C 30 FORMAT(5X,5D1X,F8.4)
C 40 FORMAT(/)

RETURN
END

C-----
C-----SUBROUTINE FLUX_CONV_DIFT
C-----CALCULA OS FLUXOS DE ENERGIA NAS FACES DO VOLUME DE CONTROLE
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)

LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/PRESS/  PRESS_PIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLc, NCa, NCb, NCc
COMMON/VETOR/ PFX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETORI/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XX(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/NESQ/ NESQ
COMMON/CGR_INIC/Uo,Vinic,Vo,Vinic,To,Tinic,Th,Tc,Xkinic,Einic
COMMON/VETOR8/ DELT, TT ,CRIT_CCONV, DIFT, DIFTk, DIFE, FAT
COMMON/VETOR10/ INEW(NX,NY)
COMMON/CTRADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/FLUXOST/ CONVT, DIFT
COMMON/KS/ K1, K2, NCF(125), NLF(125)
COMMON/           I, J

DO J = 2, NL + 1
  DO I = 2, NCF(J) - 1
    IF(CAV_PLENUM) THEN
      C---TRATAMENTO DA TEMPERATURA NO PONTO (NCa+2,NLa+1)
      IF(I.EQ.NCa+1.AND.J.EQ.NLa+1) T(I+1,J) = T(I,J)
      IF(I.EQ.NCa+2.AND.J.EQ.NLa+2) T(I,J-1) = T(I,J) : Th : T(I,J) : CANAL : PLENUM
      C---TRATAMENTO DA TEMPERATURA NO PONTO (NCa+2,NLa+NLb+2)
      IF(I.EQ.NCa+1.AND.J.EQ.NLa+NLb+2) T(I+1,J) = T(I,J)
      IF(I.EQ.NCa+2.AND.J.EQ.NLa+NLb+1) T(I,J+1) = T(I,J)
    ENDIF

    C---FLUXO CONVECTIVO + DIFUSIVO (T)
    IF(NESQ.EQ.1) THEN
      CALL POWER_LAW_T
    ELSEIF(NESQ.EQ.2) THEN
      CALL UPWINDT
      CALL DIFFTEMP
    ENDIF

    C---FLUXO TOTAL( FJ_T )
    FJ_T = C_time*(CONVT - DIFT)
    TNEW(I,J) = -DELT/(XVC(I,J)*YVC(I,J))*FJ_T + T(I,J)

    END DO
  END DO

  RETURN
END

C-----
C-----SUBROUTINE POWER_LAW_T
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c

```

```

COMMON/VOLUM/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
COMMON/VETOR/ PPX(NX,NY), PPY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VETOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XK(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/CTEADIM/ C_time, C_diff_h, C_diff_t
COMMON/FLUXOS/ CONVT, DIFT
COMMON/KS/ K1, K2, NCP(125), NLF(125)
COMMON I, J

Ue = U(I+1,J)
Pee = Ue*XVCU(I+1,J)/C_diff_t
IF(I.NE.(NCP(J)-1)) THEN
  PHie = UPWLTX(T(I,J),T(I+1,J),Ue)
  CONVe = UI_Uj_T(PHie,Ue)
ELSE
  CONVe = T(I+1,J)*Ue
ENDIF
  DIFFeL = -(T(I+1,J)-T(I,J))/XVCU(I+1,J)
XJe = YVC(I,J)*(CONVe + PL(Pee)*DIFFeL*C_diff_t)

Uw = U(I,J)
Pew = Uw*XVCU(I,J)/C_diff_t
IF(I.NE.2) THEN
  PHIw = UPWLTX(T(I-1,J),T(I,J),Uw)
  CONWw = UI_Uj_T(PHIw,Uw)
ELSE
  CONWw = T(I-1,J)*Uw
ENDIF
  DIFFwL = -(T(I,J)-T(I-1,J))/XVCU(I,J)
XJw = YVC(I,J)*(CONWw + PL(Pew)*DIFFwL*C_diff_t)

Vn = V(I,J+1)
Pen = Vn*YVCV(I,J+1)/C_diff_t
IF(I.NE.(NL+1)) THEN
  PHin = UPWLTX(T(I,J),T(I,J+1),Vn)
  CONVn = UI_Uj_T(PHin,Vn)
ELSE
  CONVn = T(I,J+1)*Vn
ENDIF
  DIFFnL = -(T(I,J+1)-T(I,J))/YVCV(I,J+1)
XJn = XVC(I,J)*(CONVn + PL(Pen)*DIFFnL*C_diff_t)

Vs = V(I,J)
Pes = Vs*YVCV(I,J)/C_diff_t
IF(J.NE.2) THEN
  PHis = UPWLTX(T(I,J-1),T(I,J),Vs)
  CONVs = UI_Uj_T(PHis,Vs)
ELSE
  CONVs = T(I,J-1)*Vs
ENDIF
  DIFFsL = -(T(I,J)-T(I,J-1))/YVCV(I,J)
XJs = XVC(I,J)*(CONVs + PL(Pes)*DIFFsL*C_diff_t)

CONVT = XJe - XJw + XJn - XJs
DIFT = 0.00
RETURN
END

C-----SUBROUTINE NUSSELT
C-----CALCULA O NUMERO DE Nu LOCAL(MAXIMO E MINIMO) E MEDIO EM
C---X=0 E X=1
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
LOGICAL*2 PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/LC_CAV/ NLa, NLb, NLc, NCA, NCB, NCC
COMMON/PRESS/  PRESS_FIX, PRESS_FALSE, CAV_PLENUM
C Nedis --> PAREDE ESQUERDA OU DIREITA, INFERIOR OU SUPERIOR
C Nxy --> PAREDE VERTICAL --> 1
C      PAREDE HORIZONTAL --> 2
IF(CAV_PLENUM) THEN
C---PAREDE VERTICAL
  CALL Nu(NC+1,NC+1,NLa+2,NLa+NLb+1,1,2)    ! X = XL, Nedis = 2
C  CALL Nu_vert(NC+1,NC+1,NLa+2,NLa+NLb+1,1,2)

C---PAREDE HORIZONTAL
C  CALL Nu(NCa+2,NC+1,NLa+1,NLa+1,2,1)       ! Y = YLa, Nedis = 1 !!!!!!
C---ABERTURA DA CAVIDADE
  CALL Nu_open(NCa+2,NC+2,NLa+2,NLa+NLb+1,1,2) ! X = XL, Nedis = 2
  ELSE
C---PAREDE VERTICAL
  CALL Nu(1,1,2,NL+1,1,1)          ! X = 0, Nedis = 1
  CALL Nu(1,1,2,NL+1,1,2)          ! X = 1, Nedis = 2
C---PAREDE HORIZONTAL
C  CALL Nu(2,NC+1,1,1,2,1)          ! Y = 0, Nedis = 1
C  CALL Nu(2,NC+1,1,1,2,2)          ! Y = 1, Nedis = 2
  ENDIF
  RETURN
END

C-----SUBROUTINE Nu(I_inic,I_final,J_inic,J_final,Nxy,Nedis)
C-----CALCULA O NUMERO DE Nu LOCAL(MAXIMO E MINIMO) E MEDIO EM X=0
C-----IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
LOGICAL LPROG_adim, LPROG_turb, LPROG_tela, LARQINCI
COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
COMMON/CON_INIC/Uo, Vinic,Vc,Vinic,T0,Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic
COMMON/VOLUM/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VDL_VC(NX,NY)
COMMON/VEFOR/ PFX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
COMMON/VEFOR1/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), Xk(NX,NY), E(NX,NY)
COMMON/XYNu/ XYNumin, XYNumax, XYNumed
COMMON/DIFNu/ DIFNuMed, DIFENERG
COMMON/POSXYn/ Xmax, Xmin
COMMON/PROGRAM/LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI

C IF(NNy.EQ.1) WRITE(1,*)
C   ' VALOR DE Nu_med NA PAREDE VERTICAL'
C IF(NNy.EQ.1) WRITE(1,*)
C   ' VALOR DE Nu_med NA PAREDE HORIZONTAL'
C WRITE(1,60)
C WRITE(1,*)
C   ' NUMERO DE NUSSELT EM X=0 (DERIVADA A JUSANTE)'
C---CALCULA O VALOR DO XYNu LOCAL (XYNumax, XYNumin)
C
C XYNumax = -1.0E10
C XYNumin = 1.0E10
DO J = J_final, J_inic, -1
  DO I = I_final, I_inic, -1
    IF(NNy.EQ.1) THEN
      D_xy = XVCU(I+1,J)
      II = I + 1
      JJ = J
    ENDIF
    IF(NNy.EQ.2) THEN
      D_xy = YVCV(I,J+1)
      II = I
      JJ = J + 1
    ENDIF
    IF(LPROG_adim) THEN
      XYNu = DABS((T(II,J) - T(II,JJ))/D_xy)
    ELSE
      XYNu = DABS(XL*(T(I,J) - T(I+1,J))/((Th - Tc)*D_xy))
    ENDIF
    WRITE(1,20) PPy(I,J)/YL, XYNu
    IF(NNy.EQ.1) PP_xy = PPy(I,J)
    IF(NNy.EQ.2) PP_xy = PFX(I,J+1)
    WRITE(1,20) PPy(I,J)/YL, XYNu
    IF(XYNu.LT.XYNumin) THEN
      XYNumin = XYNu
      Xymin = PP_xy
    ENDIF
    IF(XYNu.GT.XYNumax) THEN
      XYNumax = XYNu
      XYmax = PP_xy
    ENDIF
  END DO
END DO
WRITE(1,30) XYmax, DABS(XYNumax)
C WRITE(1,40) Xymin, DABS(XYNumin)

II = 1
JJ = 1
AUXXYNumed = XYNumed
C---CALCULO DO VALOR DO Nu MEDIO
XYNumed = 0.0D0
DO J = J_final, J_inic, -1
  DO I = I_final, I_inic, -1
    IF(NNy.EQ.1) THEN
      D_xy = XVCU(I+1,J)
      IF(Medis.EQ.2) II = II - 1
      A_f = XVC(I+II,J)
    ENDIF
    IF(NNy.EQ.2) THEN
      D_xy = YVCV(I,J+1)
      IF(Medis.EQ.2) JJ = JJ - 1
      A_f = XVC(I,J+JJ)
    ENDIF
    IF(LPROG_adim) THEN
      IF(NNy.EQ.1) THEN
        XYNumed = XYNumed + (T(I,J) - T(I+1,J))*A_f/D_xy
      ELSE
        XYNumed = XYNumed + (T(I,J) - T(I,J+1))*A_f/D_xy
      ENDIF
    ELSE
      XYNumed = XYNumed + XL*(T(I,J) - T(I+1,J))*A_f/
        (XL*(Th - Tc)*D_xy)
    ENDIF
  END DO
END DO
XYNumed = DABS(XYNumed)
C WRITE(1,50) XYNumed

C---CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA O NUMERO DE NUSSELT MEDIO
DIFNuMed=DABS((DABS(XYNumed)-DABS(AUXXYNumed))/(XYNumed + 1.0D-12))
C WRITE(*,12) DIFNuMed

C---VERIFICACAO SE O NUSSELT DA PAREDE FRIA JA E O MESMO DA
C---PAREDE QUENTE
C
C DIFENERG = DABS(1. - (DABS(XYNumed1/(XYNumed0 + 1.D-12))))
C
C IF(LPROG_tela) WRJTB(1,70) DIFNuMed0, DIFENERG

C 12 FORMAT(25X,'DIFNuMed =',F20.14)
C 20 FORMAT(5X,'Y0 =',F10.6,3X,'XYNu0 =',F10.6)
C 21 FORMAT(5X,'Y1 =',F10.6,3X,'Nu1 =',F10.6)
C 30 FORMAT(5X,'Xmax =',F10.6,3X,'XYNumax =',F10.6)
C 31 FORMAT(5X,'Ymax1 =',F10.6,3X,'Numax1 =',F10.6)
C 40 FORMAT(5X,'Ymin0 =',F10.6,3X,'XYNumin0 =',F10.6)
C 41 FORMAT(5X,'Ymin1 =',F10.6,3X,'Numin1 =',F10.6)
C 50 FORMAT(5X,'Numed0 =',F10.6)

```

```

51 FORMAT(//,5X,'Numed_wall_2 ',1PD12.5)
C 51 FORMAT(//,5X,'Numedi=',F10.6,/ )
C 60 FORMAT(//)
C 70 FORMAT(5x,'DIFNumed0 =',D14.8,5X,'DIFENERG =',D14.8)

      RETURN
      END

C----- SUBROUTINE Nu_open(I_inic,I_final,J_inic,J_final,Nxy,Nedis)
C---CALCULA O NUMERO DE Nu LOCAL(MAXIMO E MINIMO) E MEDIO EM X=0
C----- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      LOGICAL*2 LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI
      COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
      COMMON/CON_INIC/Uo, Uinic, Vo, Vinic, To, Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic
      COMMON/VOLUME/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/ PFX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      COMMON/VETORI/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XX(NX,NY), E(NX,NY)
      COMMON/XYNu/ XYNumin, XYNmax, XYNumed
      COMMON/XYNu/_open/ XYNumed_open
      COMMON/DIFNU/_open/ DIFNumed_open, DIFENERG
      COMMON/RAZAO/ RX(NX), RY(NY), RAX(NX), RAY(NY)
      COMMON/LC_CAV/ NLA, NLB, NLC, NCA, NCB, NCC
      COMMON/PROGRAM/ LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI

      AUXXYNumed_open = XYNumed_open
C---CALCULO DO VALOR DO Nu MEDIO
      XYNumed_open = 0.0D0
      DO J = J_final, J_inic, -1
        DO I = I_final, I_inic, -1
          D_xy = XVCU(NCa+2,J)
          A_f = YVC(NCa+2,J)

          IF(LPROG_adim) THEN
            XYNumed_open = XYNumed_open + ((T(I,J) - T(I-1,J))/D_xy
          !       - U(I,J)*XINTERP(T(I,J),T(I-1,J),RX(I)))*A_f
          !     ELSE
          !       XYNumed_open = XYNumed_open + (T(I,J) - T(I,J+1))*A_f/D_xy
          !     ENDIF
          !   ELSE
          !     XYNumed_open = XYNumed_open + XL*(T(I,J) - T(I-1,J))*A_f/
          !                   (YL*(Th - Tc)*D_xy)
          !   ENDIF
        END DO
      END DO
      XYNumed_open = DABS(XYNumed_open)

C---CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA O NUMERO DE NUSSELT MEDIO
      DIFNumed_open=DABS((DABS(XYNumed_open)-DABS(AUXXYNumed_open))/(
      ! (XYNumed_open + 1.0D-12))
      C  WRITE(*,50) XYNumed_open
      C  WRITE(*,12) DIFNumed_open

C---VERIFICACAO SE O NUSSELT DA PAREDE FRIA JA E O MESMO DA
C---PAREDE QUENTE
      DIF_Nu = DABS(1. - (DABS(XYNumed/(XYNumed_open + 1.D-12))))
      IF(LPROG_tela) WRITE(*,70) DIFNumed_open, DIF_Nu

      12 FORMAT(5X,'DIFNumed_open =',1PD12.6,3X,)
      20 FORMAT(5X,'Y0= ',F10.6,3X,'XYNu= ',F10.6)
      21 FORMAT(5X,'Y1= ',F10.6,3X,'Nu1= ',F10.6)
      20 FORMAT(//,5X,'Ymax =',F10.6,3X,'YNumax =',F10.6)
      31 FORMAT(//,5X,'Ymax1 =',F10.6,3X,'Numax1 =',F10.6)
      40 FORMAT(//,5X,'Ymin =',F10.6,3X,'XNumin0 =',F10.6)
      41 FORMAT(//,5X,'Ymin1 =',F10.6,3X,'Numini1 =',F10.6)
      50 FORMAT(//,5X,'Numed_open =',1PD12.5)
      51 FORMAT(//,5X,'Numedi',F10.6,/ )
      60 FORMAT(//)
      70 FORMAT(3X,'DIFNumed_open =',1PD12.6,5X,'DIF_Nu =',1PD12.5)

      RETURN
      END

C----- SUBROUTINE Nu_vert(I_inic,I_final,J_inic,J_final,Nxy,Nedis)
C---CALCULA O NUMERO DE Nu LOCAL(MAXIMO E MINIMO) E MEDIO EM X=0
C----- IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NX = 125, NY = 125)
      LOGICAL*2 LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI
      COMMON/DIMENS/ XL, YL, NL, NC, XL_c
      COMMON/CON_INIC/Uo, Uinic, Vo, Vinic, To, Tinic, Th, Tc, Xkinic, Einic
      COMMON/VOLUME/ XVCU(NX,NY), YVCV(NX,NY), VOL_VC(NX,NY)
      COMMON/VETOR/ PFX(NX,NY), PFY(NX,NY), XVC(NX,NY), YVC(NX,NY)
      COMMON/VETORI/ U(NX,NY), V(NX,NY), T(NX,NY), XX(NX,NY), E(NX,NY)
      COMMON/XYNu/ XYNumin, XYNmax, XYNumed
      COMMON/XYNu/_open/ XYNumed_open
      COMMON/DIFNU/_open/ DIFNumed_open, DIFENERG
      COMMON/RAZAO/ RX(NX), RY(NY), RAX(NX), RAY(NY)
      COMMON/LC_CAV/ NLA, NLB, NLC, NCA, NCB, NCC
      COMMON/PROGRAM/ LPROG_adim,LPROG_turb,LPROG_tela,LARQINCI

      AUXXYNumed_open = XYNumed_open
C---CALCULO DO VALOR DO Nu MEDIO
      XYNumed_open = 0.0D0
      DO J = J_final, J_inic, -1
        DO I = I_final, I_inic, -1

```

```

D_XY = XVCU(I,J)
A_E = XVC(I,J)

IF(LPROC_adim) THEN
  XYNumed_open = XYNumed_open + ((T(I,J) - T(I-1,J))/D_XY
  ! - U(I,J)*XINTERP(T(I,J),T(I-1,J),R(X(I)))*A_E
!
! ELSE
!   XYNumed_open = XYNumed_open + (T(I,J) - T(I,J+1))*A_E/D_XY
!
! ELSE
!   XYNumed_open = XYNumed_open + XL*(T(I,J) - T(I-1,J))*A_E/
!   (YL*(Th - Tc)*D_XY)
!
! ENDIF
END DO
END DO
XYNumed_open = DABS(XYNumed_open)

C---CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA O NUMERO DE NUSSELT MEDIO

DIFNu = DABS((DABS(XYNumed_open)-DABS(AUXXYNumed_open))/
!(XYNumed_open + 1.0D-12))
C   WRITE(*,50) XYNumed_open
C   WRITE(*,12) DIFNu

C---VERIFICACAO SE O NUSSELT DA PAREDE FRIA JA E O MESMO DA
C---PAREDE QUENTE

DIF_Nu = DABS(1. - (DABS(XYNumed/(XYNumed_open + 1.D-12))))
IF(LPROC_tela) WRITE(*,70) XYNumed_open

12 FORMAT(5X,'DIFNu = ',1PD12.6,3X,)
20 FORMAT(5X,'X0= ',F10.6,3X,'XNu0= ',F10.6)
21 FORMAT(5X,'Y1= ',F10.6,3X,'Nu1= ',F10.6)
30 FORMAT(5X,'Ymax = ',F10.6,3X,'XNuimax = ',F10.6)
31 FORMAT(5X,'Ymax1 = ',F10.6,3X,'XNuimax1 = ',F10.6)
40 FORMAT(5X,'Ymin0 = ',F10.6,3X,'XNuimin0 = ',F10.6)
41 FORMAT(5X,'Ymin1 = ',F10.6,3X,'XNuimin1 = ',F10.6)
50 FORMAT(5X,'Numed_open = ',1PD12.5)
51 FORMAT(5X,'Numedi= ',F10.6,/)
60 FORMAT(//)
70 FORMAT(1X,'Nu_max_vert = ',1PD12.5)

RETURN
END

C-----

&PROGRAMA
LPROC_adim = .TRUE.
LPROC_tela = .TRUE.
LARQINCI = .FALSE.

PRESS_FIX = .FALSE.
CAV_PLENUM = .TRUE.
&END

&TURB_MODEL
LPROG_turb = .FALSE.
LK_E_TRAD = .FALSE.
LK_E_LAM_BREMHORST = .TRUE.
LK_E_NAGANO_1994 = .FALSE.
&END

ANADIMEN
Re = 100.000
Pr = 1.00000
Gr = 1.00E4
&END

&PROPIED
RHO = 1.19D0
VL = 1.5267D-5
ALPHA = 2.15D-5
&END

&PRINTUVT_MAX
NPRINT = 100
ITER_PARAD = 20000
&END

&CARACHESH
MAXMAX = 1
MAXMAXy = 1
NC = 62
NL = 93
XL = 2.0000D0
YL = 5.0000D0
XL_C = 1.00D0
EX = 1.000001D0
EY = 1.000001D0
XM = 4.6000D0
YM = 4.6000D0
&END

&DIM_CAV_PLENUM
Xla = 1.00D0
Xlb = 1.00D0
Yla = 2.00D0
Ylb = 1.00D0
Ylc = 2.00D0
&END

&LINH_COL_CAV_PLENUM
NLa = 31

```

```

NLb = 31
NLc = 31
NCa = 31
NCb = 31
NCC = 31
&END

&GRAZAO_EXPANSAO
Ex_3 = 1.080000
Ex_1_2_4 = 1.010000
Ey_1 = 1.050000
Ey_2_3 = 1.080000
Ey_4 = 0.943000
&END

&MALHA_CAVID_PGNS
RX3 = 0.890000
RY3 = 0.770000
Ex_3_1 = 1.020000
Ex_3_2 = 0.860000
Ey_3_1 = 1.020000
Ey_3_2 = 0.850000
NP_RX3 = 16
NP_RY3 = 16
&END

&ESQCONVEC
NESQ = 1
&END

&CONVECCAO
NCONV = 4
&END

&CRITCONV
CRIT_CONV = 1.00E-7
&END

&FAT_RELAX
FAT = 1.00D0
&END

&CONDICCONT
U0 = 0.0D0
Uinic = 0.0D0
V0 = 0.0D0
Vinic = 0.0D0
T0 = 0.0D0
Tinic = 0.0D0
Th = 1.0D0
Tc = 0.0D0
Xkinic = 0.10D0
E1dic = 0.10D0
&END

&ARQOUT
ARQ = 'r4_9362B1to10CC5.dat'
ARQU = 'u.dat'
ARQV = 'v.dat'
ARQK = 'k.dat'
ARQE = 'e.dat'
ARQISOL = '14_9362B1to10CC5.dat'
ARQC = 'c4_9362B1to10CC5.dat'
&END

&ARQINCI
ARQG_ENT = 'input.dat'
&END

```