

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR ANTONIO CARLOS DE  
ANDRADE E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 22 / 06 / 1999

*Carlos Altemani*  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análise Experimental e Numérica do Escoamento e  
Troca de Calor Turbulentos em um Duto  
Retangular com Aquecimento Assimétrico**

Autor : Antônio Carlos de Andrade  
Orientador: Carlos Alberto Carrasco Altemani

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
ENERGIA**

**Análise Experimental e Numérica do Escoamento e  
Troca de Calor Turbulentos em um Duto  
Retangular com Aquecimento Assimétrico**

Autor : **Antônio Carlos de Andrade**

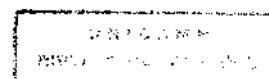
Orientador: **Carlos Alberto Carrasco Altemani**

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 22 de Junho de 1999  
S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
V. Ex.	
T.º DO BC/	39389
PR.º	229/99
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	09/11/99
N.º CPD	

CM-00136847-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

An24a Andrade, Antônio Carlos de  
Análise experimental e numérica do escoamento e troca de calor turbulentos em um duto com aquecimento assimétrico / Antônio Carlos de Andrade.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Carlos Alberto Carrasco Altemani.  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Escoamento turbulento. 2. Turbulência. 3. Calor – Convecção. 4. Camada limite. 5. Ar – Escoamento. I. Altemani, Carlos Alberto Carrasco. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

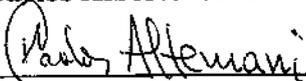
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**ENERGIA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Análise Experimental e Numérica do Escoamento e**  
**Troca de Calor Turbulentos em um Duto**  
**Retangular com Aquecimento Assimétrico**

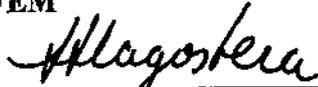
Autor : Antônio Carlos de Andrade

Orientador: Carlos Alberto Carrasco Altemani



---

Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani, Presidente  
UNICAMP - FEM



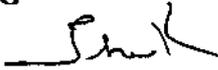
---

Prof. Dr. Jorge Isaias Llagostera Beltrán  
UNICAMP - FEM



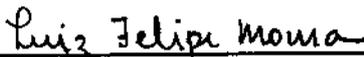
---

Prof. Dr. Márcio Ziviani  
UFMG



---

Prof. Dr. Theo Guenter Kiekbusch  
UNICAMP - FEQ



---

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura  
UNICAMP - FEM

Campinas, 22 de Junho de 1999

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho ao meu pai, Carlos B. Andrade.

## **AGRADECIMENTOS**

Felizmente, encontro em meu caminho tantas pessoas de bom coração, as quais posso agradecer:

A meus filhos, Eduardo e Rafaela. À minha esposa, Ana Cristina, pelo grande apoio e companheirismo, demonstrado principalmente nos momentos mais difíceis. A meus pais e a todos os meus irmãos, pela torcida. Em especial, ao meu irmão, João Carlos, ao qual minha gratidão há muito excede o que as palavras poderiam descrever.

Aos colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da UFMG, particularmente, ao Prof. Geraldo Campolina e ao Prof. Márcio Ziviani, pela amizade e espírito de solidariedade a mim dispensadas, na fase final deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela concessão da bolsa de estudos para o meu Curso de Doutorado, através do Programa Institucional de Capacitação de Docentes - PICD/UFMG.

Ao pessoal técnico administrativo da Faculdade de Engenharia Mecânica e de outros setores da UNICAMP, o meu apreço pelos serviços realizados. E ao meu Orientador, Prof. Alternani, desejo expressar meus agradecimentos e minha mais profunda admiração por sua pessoa e profissionalismo.

*Os resultados mais importantes desse trabalho ficaram gravados no coração de quem o fez e na lembrança daqueles que o ajudaram.*

## Resumo

ANDRADE, Antônio Carlos de, *Determinação Experimental e Numérica do escoamento e Troca de Calor Turbulentos em um Duto Retangular com Aquecimento Assimétrico*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 248p. Tese (Doutorado)

O objetivo principal desse trabalho foi a determinação numérica e experimental do fator de atrito e do número de Nusselt para a região de escoamento completamente desenvolvido de um duto de seção retangular de pequenas dimensões. O canal de escoamento era constituído por uma base aquecida, por uma lateral de material isolante, adjacente à base e com as duas paredes restantes atuando como uma aleta dobrada. A razão de aspecto era igual a 0,675, sendo a base aquecida, um dos lados maiores. Externamente, as paredes eram isoladas, com exceção da lateral correspondente à base aquecida que foi submetida a um influxo uniforme de calor. Ar foi utilizado como fluido de trabalho, com o perfil de velocidades desenvolvido na entrada do duto de testes. Os valores experimentais do fator de atrito e do número de Nusselt foram obtidos e comparados com correlações da literatura, para Números de Reynolds entre 3900 e 22500. O fator de atrito do escoamento completamente desenvolvido foi obtido e comparado para a condição de duto aquecido e não aquecido. As distribuições axiais de Nusselt foram obtidas experimentalmente, ao longo de todo o duto, em função de Reynolds, para a condição de escoamento desenvolvido na entrada, com e sem uma perturbação na entrada do duto de testes. Uma simulação do problema com um modelo algébrico de turbulência, permitiu a comparação dos valores numéricos com os valores experimentais do fator de atrito e do número de Nusselt, para a região completamente

desenvolvida. Os desvios entre os valores experimentais e da simulação foram compatíveis com os valores citados na literatura.

*Palavras chave:* Turbulência, escoamento desenvolvido, comprimento de mistura, duto retangular.

## **Abstract**

ANDRADE, Antônio Carlos de, *Determinação Experimental e Numérica do Escoamento e Troca de Calor Turbulentos em um Duto Retangular com Aquecimento Assimétrico*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 248p. Tese (Doutorado)

The main objective of this work was the numerical and experimental determination of the friction factor and Nusselt number in the developed flow region of a rectangular duct with small dimensions. Three walls were made with conducting material, forming one heated base and a bent fin. The fourth wall, adjacent to the base, was made with insulating material. The heated base was one of the wider sides, giving the channel an aspect ratio equal to 0,675. Externally, the duct was insulated, except the wall corresponding to the base, under uniform heat influx. Air was the working fluid. The friction factor and Nusselt number were obtained experimentally for fully developed flow imposed at the entrance of the duct and compared with literature correlations for Reynolds Numbers in the range between 3900 and 22500. The friction factor in the fully developed hydrodynamic region was obtained and compared for both conditions: unheated and heated channel. The experimental distributions of Nusselt number were obtained experimentally, along the whole duct, as a function of Reynolds number. The fully developed flow was obtained with and without a turbulence source in the entrance of the heated channel. A numerical simulation was carried out at the fully developed region, with an algebraic turbulence model, to compare numerical and experimental values of friction factor and Nusselt number. Deviation between experimental and numerical values, obtained from the simulation, was comparable with those reported in literature.

*Key words:* Turbulence, developed flow, mixture length, rectangular duct.

# Índice

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xxiii
Nomenclatura	xxiv
1. Introdução	29
2.Revisão da Literatura	39
2.1 Desenvolvimento histórico	39
2.2 Modêlos de turbulência	42
2.3 Escoamento e troca de calor turbulentos em dutos retangulares	52
2.3.1 Estudos correlatos	59
2.4 Aspectos específicos do escoamento em dutos	63
2.4.1 Estudo de um duto retangular	74
2.5 Correlações para o escoamento turbulento completamente desenvolvido	81
3.Análise Teórica	86
3.1 Formulação	86
3.2 Solução numérica	98
3.3 Análise do modelo e da simulação numérica	106
4. Análise Experimental	121
4.1 Montagem	121

4.2 Instrumentação	141
4.3 Procedimento de obtenção das medidas experimentais	145
4.4 Procedimento de redução das medidas experimentais	148
4.5 Análise de resultados experimentais preliminares	156
4.6 Análise de incertezas	160
5.Resultados e Discussões	172
5.1 Fatores de atrito	172
5.1.1 Valores experimentais	173
5.1.2 Comparações entre os resultados experimentais, numéricos e da literatura	174
5.2 Números de Nusselt	179
5.2.1 Valores experimentais	179
5.2.2 Comparações entre os resultados experimentais, numéricos e da literatura	179
5.2.3 Efeito da avaliação do número de Prandtl turbulento sobre o número de Nusselt	183
5.2.4 Efeito do fator de atrito experimental nas correlações para o número de Nusselt	187
5.2.5 Apresentação dos números de Nusselt experimentais, usando a Analogia de Reynolds	190
6.Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	192
Apêndices	
1.Fabricação, montagem e verificação dos termopares	196
2. Construção, calibração e cálculo da vazão das placas de orifício	202
3. Análise da base aquecida do duto de testes	209

4. Análise das perdas de calor	216
Referências Bibliográficas	239

## Lista de Figuras

1.1	Esquema do duto proposto para estudo	36
2.1	Limites inferiores para os números de Reynolds críticos de dutos lisos retangulares (Kakaç, S. S. et al, 1987)	54
2.2	Distribuição de velocidade turbulenta em um duto retangular com $\alpha = 2/7$ e $Re = 6.10^5$ (Kakaç, S. S. et al, 1987): (a) – escoamento primário (b) – escoamento secundário	55
2.3	Fatores de fricção (de Fanning) para escoamento totalmente desenvolvido: laminar, de transição e turbulento em duto quadrado, retangular e trapezoidal (Kakaç, S. S. et al, 1987)	56
2.4	Números de Nusselt para escoamento turbulento totalmente desenvolvido com aquecimento simétrico de um duto retangular com as paredes menores adiabáticas e $Pr = 0,7$ (Kakaç, S. S. et al, 1987)	57

2.5	Números de Nusselt para escoamento turbulento totalmente desenvolvido com aquecimento simétrico e assimétrico de um duto retangular com apenas as paredes menores, e ambas, adiabáticas. $Pr=0,7$ e $\alpha^*=0,2$ (Kakaç, S. S. et al, 1987)	58
2.6	Números de Nusselt para escoamento totalmente desenvolvido em um duto quadrado com a condição H4 - influxo axialmente uniforme de calor, considerando a condução de calor através da parede (Kakaç, S. S. et al, 1987)	60
2.7	Velocidade na linha de centro do escoamento turbulento e fator de fricção aparente na região de entrada hidrodinâmica de um duto retangular liso (Kakaç, S. S. et al, 1987)	61
2.8	Números de Nusselt locais do desenvolvimento simultâneo do escoamento turbulento em um duto retangular com $\alpha^* = 1/18$ e $Pr=2,5$ (Kakaç, S. S. et al, 1987)	62
2.9	Montagem para transferência de massa em um tubo (Sparrow, E. M. et al, 1987): (a) escoamento desenvolvido (b) com entrada abrupta	63
2.10	Distribuições do número de Sherwood para valores baixos e altos de Reynolds	64

2.11	Números de Sherwood na região totalmente desenvolvida (Sparrow, E. M. et al, 1987)	65
2.12	Esquema do problema físico estudado por Yan, W. M. et al (1990)	66
2.13	Efeitos da espessura (adimensionalizada) na distribuição do fluxo de calor interfacial para $K=10$ , $Pr=0,7$ , $Re=5000$ e $L=10$ (Yan, W. M. et al, 1990)	66
2.14	Efeitos da razão entre condutibilidades térmicas parede - fluido na distribuição axial do fluxo interfacial de calor (Yan, W. M. et al, 1990)	67
2.15	Determinação de $Nu$ em função de $Re$ para escoamento completamente desenvolvido em um tubo cilíndrico usando duas formas de $Pr_{tu}$ . (Kays, W. M., 1994)	70
2.16	Exemplo de determinação de $Pr_t$ (Kays, W. M., 1994)	70
2.17	Coefficiente de atrito em função de Reynolds para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H. K., 1991)	72
2.18	Número de Nusselt em função de Reynolds para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H. K., 1991)	72

2.19	Velocidade adimensional em função da coordenada adimensional para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H. K., 1991)	73
2.20	Temperatura adimensional em função da coordenada adimensional para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H. K., 1991)	73
2.21	Seção transversal da montagem utilizada por Kadle, D. S. et al (1986)	75
2.22	Nomenclatura básica do duto aletado e domínio de solução (Kadle, D. S. et al, 1986)	75
2.23	Comparação entre fatores de atrito e números de Nusselt e distribuição de temperatura adimensional das aletas (Kadle, D. S. et al, 1986)	76
2.24	Efeito da razão de aspecto e do material na eficiência da aleta e comparação entre resultados analíticos, numéricos e experimentais (Kadle, D. S. et al, 1986)	77
2.25	Valores de Nusselt local ao longo da base aquecida e da aleta (Kadle, D. S. et al, 1986) para razão de aspecto igual a 3,75 e $Re = 5600$ e razão de aspecto igual a 7,5 e $Re = 4970$	78
2.26	Comparação dos resultados experimentais com a	79

correlação de Petukhov-Popov (Kadle, D. S. et al, 1986)

3.1	Esquema do problema físico deste trabalho	87
3.2	Regiões do domínio utilizado na simulação numérica para obtenção dos valores do fator de atrito e de Nusselt na região completamente desenvolvida	100
3.3	A malha do programa de simulação numérica	101
3.4	Teste de refinamento da malha	103
3.5	Perfil de velocidade adimensional na direção x (lado maior do canal)	109
3.6	Perfil de velocidade adimensional na direção y (lado menor do canal)	109
3.7	Perfil da velocidade adimensional, $W^+$ , em função da coordenada adimensional, $x^+$ , obtido a 0,10mm (6 volumes de controle) de distância da parede vizinha	110
3.8	Perfil da velocidade adimensional, $W^+$ , em função da coordenada adimensional, $y^+$ , obtido a 0,10mm de distância (6 volumes de controle) da parede vizinha	110
3.9	Fatores de atrito de correlações e da simulação teórica com o parâmetro $m^*=4$ (equação 3.17)	112
3.10	Perfil de temperatura na direção x (lado maior do canal)	114

3.11	Perfil de temperatura na direção y (lado menor do canal)	115
3.12	Coefficientes convectivos nas paredes do canal	117
3.13	Coefficientes convectivos na parede de acrílico	118
3.14	Números de Nusselt em função de Reynolds e comparação entre valores de correlações da literatura e valores numéricos. Parâmetro da Simulação, $m=4$ e $Pr_w=0,9$	119
4.1	Esquema da montagem	122
4.2	Dimensões da seção transversal do duto de teste	124
4.3	Distribuição axial das tomadas de pressão e temperatura no duto de teste	126
4.4	Teste de funcionamento das tomadas de pressão - escoamento não aquecido e completamente desenvolvido	128
4.5	Duto de testes com as tomadas de pressão e temperatura instaladas	130
4.6	Distribuição axial de temperaturas no duto de testes e temperaturas médias de mistura do ar	131
4.7	Secção transversal do duto de desenvolvimento hidrodinâmico	132
4.8	Vistas em corte do misturador	134

4.9	Junções do duto de teste - casos (a) e (b), respectivamente, sem e com perturbação do escoamento já desenvolvido à entrada do duto de testes	136
4.10	Seção transversal da caixa isolante mostrando o posicionamento do duto de teste	140
4.11	Distribuições axiais de Nusselt, obtidas experimentalmente - caso (a)	157
4.12	Repetições e testes limites para obtenção de Nusselt - caso (a)	157
4.13	Distribuições axiais de Nusselt, obtidas experimentalmente - caso (b)	158
4.14	Repetições e testes limites para obtenção de Nusselt - caso (b)	159
5.1	Fator de atrito em função do número de Reynolds - caso (c1)	175
5.2	Fator de atrito em função do número de Reynolds - caso (c2)	175
5.3	Fator de atrito em função do número de Reynolds - caso(c1) + caso(c2)	176

5.4	Fator de atrito em função do número de Reynolds - caso (a)	176
5.5	Fator de atrito em função do Número de Reynolds - caso (b)	177
5.6	Fator de atrito em função do Número de Reynolds - todos os casos	177
5.7	Incertezas associadas ao fator de atrito em função do Número de Reynolds - caso (a) + caso (b)	178
5.8	Casos (a) e (b) do fator de atrito experimental -incertezas e comparação com a correlação de Techo et al, modificada por Jones (1976)	178
5.9	Caso (I) - Incertezas dos casos (a) e (b)	180
5.10	Caso (I) – Limites de precisão dos casos (a) e (b)	180
5.11	Caso (II) – Análise direta, aplicada aos casos (a) e (b): efeito do fechamento dos balanços térmicos sobre o valor de Nu	181
5.12	Caso (II) – Análise direta, aplicada aos casos (a) e (b): efeito do fechamento dos balanços térmicos e da parede de acrílico sobre o valor de Nu	182
5.13	Números de Nusselt em função de Reynolds e comparação entre valores experimentais e numéricos. Parâmetro da simulação, $m=4$ e número de Prandtl turbulento avaliado pela equação 3.22a	185

5.14	Números de Nusselt em função de Reynolds e comparação entre valores experimentais e numéricos. Parâmetro da simulação, $m=4$ e Número de Prandtl turbulento igual a 0,9	186
5.15	Números de Nusselt em função de Reynolds e comparação entre os valores numéricos e das correlações de Petukov-Popov e Gnielinsk, obtidas com o fator de atrito experimental. Parâmetro da simulação, $m=4$ e $Pr_m=0,9$	188
5.16	Números de nusselt obtidos por simulação numérica considerando o canal aquecido pelas quatro paredes. Comparação com a correlação de Gnielinski original e corrigida pelo fator de atrito. $Pr_m = 0,9$	189
5.17	Correção experimental para a expressão da “analogia de Reynolds”	190
A.1.1	Dispositivo para construção de termopares	198
A.1.2	Saída dos termopares do duto de testes	199
A.1.3	Teste de funcionamento dos termopares instalados no duto de testes, sem escoamento	200
A.1.4	Teste de funcionamento dos termopares com escoamento não aquecido e completamente desenvolvido `a entrada do duto de testes	203

A.2.1	Esquema do dispositivo de medida de vazão	203
A.2.2	Esquema da montagem para a calibração das placas de orifício	205
A.2.3	Curva de calibração da placa de orifício com $\beta=18,8\%$	208
A.3.1	Malha para verificação do comprimento necessário para a eliminação do efeito das ranhuras na distribuição do fluxo de calor	211
A.3.2	Isotermas da base, região entre o canal e as ranhuras, obtidas da simulação numérica	213
A.3.3	Isotermas entre as ranhuras e o canal, obtidas da simulação numérica principal, para uma espessura de 2mm	215
A.4.1	Malha utilizada na obtenção da condutância térmica do isolamento da montagem	218
A.4.2'	Condições de contorno para o cálculo da taxa de calor da junção da parede de acrílico com o canal de escoamento do duto de testes	220
A.4.2"	Malha para a análise da redistribuição axial do fluxo de calor na região entre as ranhuras e a base aquecida do canal	222
A.4.2	O domínio e as condições de contorno para a análise do fluxo de calor axial do duto de testes para o isolamento	223

A.4.3	Fluxo de calor na base do canal de escoamento, resultante da imposição de um gradiente de temperatura constante no mesmo contorno	225
A.4.4	Simulação da queda de temperatura a jusante do duto, (i), e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida, (ii)	227
A.4.5	Simulação da queda de temperatura a montante do duto, (i), e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida, (ii)	229
A.4.6	Simulação da queda de temperatura a montante do duto, (i), e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida duto, (ii)	230
A.4.7	Sensibilidade do fluxo de calor na base do canal de escoamento, (ii), frente a perturbações do gradiente de temperatura imposto no mesmo contorno, (i)	231
A.4.8	Fluxo de calor na base aquecida, (ii), obtido da distribuição de temperatura de um dos testes experimentais, (i)	233
A.4.9	Fluxo de calor no contorno inferior do material isolante, a montante, (i), e a jusante do duto de testes, (ii), para um gradiente de temperatura constante, imposto na base aquecida	234
A.4.10	Taxas de calor: perda radialmente, transferida à parede de acrílico e perda no misturador, em relação à taxa de calor total líquida, cedida ao duto de testes	237

## Lista de Tabelas

3.1	Desvios do fator de atrito da simulação, relativos à correlação de Techo et al modificada por Jones (1976)	111
3.2	Desvios do fator de atrito da correlação de Blasius, relativos à correlação de Techo et al modificada por Jones (1976)	112
3.3	Desvios do fator de atrito da correlação de Petukhov-Popov, relativos à correlação de Techo et al modificada por Jones (1976)	113
4.1	Entrada padrão de dados do programa Jitter aplicado ao fator de atrito	163
4.2	Entrada padrão de dados do programa Jitter aplicado ao Número de Nusselt	166
5.1	Efeito do número de Prandtl turbulento sobre o número de Nusselt	184

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

<b>A</b>	CAP.2	Constante da expressão de Van Driest	[N]
	CAP.3	Área da seção transversal do duto retangular	[m <sup>2</sup> ]
	CAP.3	Constante da correlação (2.20)	[N]
	CAP.3	Constante da expressão de Van Driest nas equações (3.19a,b)	[N]
	CAP.4	Área da seção transversal da aleta	[m <sup>2</sup> ]
<b>B</b>	CAP.3	Base da seção transversal do duto retangular	[m]
	CAP.3	Constante da correlação (2.20)	[N]
	CAP.4	Erro sistemático total da medida de $f$ ou $Nu$	[N]
<b>C</b>	CAP.2	Calor específico	[J/kg.°C]
	CAP.2	Constantes nas equações (2.10), (2.11), (2.12)	[N]
<b>C1</b>	CAP.2	Constante na equação (2.4)	[N]
<b>coord</b>	CAP.3	Variável auxiliar para construção da malha	[m]
<b>D</b>	CAP.3	Fator de amortecimento de Van Driest	[N]
<b>H</b>	CAP.3	Altura da seção transversal do duto retangular	[m]
	CAP.4	Coefficiente convectivo	[W/m <sup>2</sup> .°C]
	CAP.4	Pressão	[mmca]

	CAP.4	Queda de pressão na placa de orifício	[mmca]
<b>I</b>	CAP.4	Corrente elétrica	[A]
<b>k</b>	CAP.2	Energia cinética específica na equação (2.7)	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
	CAP.2	Constante de Von Karman na equação (2.3)	[N]
	CAP.3	Condutibilidade térmica	[W/m.°C]
<b>L</b>	CAP.2	Comprimento de mistura	[m]
	CAP.4	Comprimento	[m]
<b>m</b>	CAP.3	Constante da correlação (2.20)	[N]
	CAP.4	Vazão em massa no canal do duto de testes	[Kg/s]
	CAP.4	Parâmetro da aleta	[N]
<b>N</b>	CAP.4	Código dado a cada teste, em seqüência cronológica	[N]
<b>P</b>	CAP.3	Pressão	[Pa]
	CAP.4	Limite de precisão da medida de f ou Nu	[N]
	CAP.4	Perímetro da superfície aletada	[mbar]
<b>Q</b>	CAP.3	Taxa de calor	[W]
<b>T</b>	CAP.2	Temperatura	[°C]
<b>U</b>	CAP.4	Incerteza total da medida de f ou Nu	[N]
<b>V</b>	CAP.4	Tensão elétrica	[V]
<b>W</b>	CAP.2	Velocidade perpendicular a U e V	[m/s]
<b>x</b>	CAP.3	Coordenada na direção transversal ao escoamento	[m]
<b>y</b>	CAP.2	Coordenada normal à parede	[m]
<b>z</b>	CAP.3	Coordenada na direção principal do escoamento	[m]

### *Números adimensionais*

<b>f</b>	Fator de atrito
<b>Nu</b>	Número de Nusselt
<b>Pr</b>	Número de Prandtl
<b>Re</b>	Número de Reynolds
<b>Sh</b>	Número de Sherwood

### *Letras Gregas*

$\alpha$	Difusividade térmica	[m <sup>2</sup> /s]
	Razão de aspecto da seção retangular na equação (3.24)	[N]
$\delta$	Espessura da camada limite	[m]
$\Delta$	Diferença avançada	[N]
$\varepsilon$	Difusividade térmica turbulenta na equação (3.6)	[m <sup>2</sup> /s]
	Difusividade turbulenta de momentum na equação (3.5)	[m <sup>2</sup> /s]
	Taxa de dissipação da energia cinética específica	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\eta$	Coordenada adimensional na equação (3.18a)	[N]
	Rendimento da superfície aletada	[N]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[Kg/m.s]
$\nu$	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	Massa específica	[Kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Tensão de cisalhamento	[Pa]

### *Superescritos*

'	Flutuação
-	Média temporal
+	Adimensionalidade
·	Taxa (por unidade de tempo)

### *Subscritos*

<b>a</b>	CAP.4	Parede de acrílico
<b>amb</b>	CAP.4	Temperatura ambiente
<b>c</b>	CAP.3	Canal
<b>des</b>	CAP.4	Seção desenvolvida
<b>h</b>	CAP.4	Hidráulico
<b>i</b>	CAP.3	Direção x ou y
	CAP.4	Interno à região desenvolvida do duto de testes
<b>líq</b>	CAP.4	Líquido
<b>m</b>	CAP.3	Média de mistura
	CAP.3	Valores mínimos nas equações (3.18b) e (3.18c)
<b>med</b>	CAP.3	Médio
<b>mist</b>	CAP.4	Misturador
<b>n</b>	CAP.4	Novo valor

<b>p</b>	CAP.3	Parede
	CAP.2	Pressão constante
	CAP.4	Perda
<b>pl</b>	CAP.4	Placa de orifício
<b>ref</b>	CAP.3	Referência
<b>r</b>	CAP.4	Referente à análise de incerteza da variável $R_0$
<b>radial</b>	CAP.4	Perda radial
<b>s</b>	CAP.4	Superfície da parede interna do canal do duto de testes
<b>t</b>	CAP.2	Turbulento
<b>tot</b>	CAP.4	Taxa de calor líquida total cedida ao ar em escoamento
	CAP.4	Taxa de calor total dissipada nas ranhuras
<b>up</b>	CAP.4	Montante da placa de orifício
<b>x</b>	CAP.3	Direção x
<b>y</b>	CAP.3	Direção y
<b>w</b>	CAP.4	Parede

# Capítulo 1

## Introdução

### .Importância da escolha do tema

O aquecimento e o resfriamento de fluidos que escoam no interior de dutos acham-se entre os processos mais importantes de transmissão de calor no campo de engenharia. O projeto e a análise de qualquer tipo de trocador de calor exige o conhecimento do coeficiente de transferência de calor entre a parede do duto e o fluido que escoam em seu interior. Os dutos de coletores solares ou trocadores de calor em geral, constituem alguns equipamentos e dispositivos de interesse prático em Engenharia Mecânica, cujo tamanho dependerá do valor do coeficiente de transferência de calor. Na prática, este coeficiente é obtido do número de Nusselt, usualmente avaliado a partir de correlações semi-empíricas, baseadas em resultados experimentais.

Em muitas aplicações práticas o escoamento é turbulento. O termo "turbulento" denota um movimento que contém flutuações auto-sustentáveis de velocidade além do escoamento principal. Os efeitos causados por essas flutuações, representativas do movimento de mistura dentro do próprio escoamento, são equivalentes ao de um aumento de várias ordens de grandeza da viscosidade do fluido. Este movimento de mistura turbulento não é responsável apenas por mudanças na quantidade de movimento, mas também melhora a transferência de calor e massa nos campos de escoamento associados com distribuições não uniformes de temperatura ou concentração. A mistura é a responsável pela grande resistência produzida pelo escoamento turbulento em dutos, para o arrasto encontrado em navios e aeroplanos e para perdas em turbinas e turbocompressores, por exemplo. Por outro lado, a turbulência permite a obtenção de maiores

aumentos de pressão em difusores ou ao longo de asas de aviões e lâminas de compressores. Se o escoamento fosse laminar e livre de turbulência, asas e lâminas operariam de maneira insatisfatória porque apresentariam regiões de descolamento da camada limite.

Em aplicações mais específicas, tal como o resfriamento de equipamentos eletrônicos, podem ocorrer escoamentos internos. Neste último caso, são frequentes as geometrias de dutos retangulares com aquecimento através de uma única face do duto, tendo o ar atmosférico como o fluido de trabalho mais conveniente, devido a sua disponibilidade e facilidade de uso. Para uma troca de calor adequada, os escoamentos geralmente são turbulentos, embora ocorram para valores do número de Reynolds relativamente baixos, devido a restrições impostas, tanto pela potência de bombeamento quanto pelo ruído associado.

### **.Delimitação do assunto**

Em princípio, a solução numérica das equações de Navier-Stokes, acoplada à equação da continuidade, todas na sua forma completa, ou seja, tridimensional e transiente, pode descrever os escoamentos turbulentos em geral. Entretanto, a solução do sistema requer computadores com altíssima eficiência, consumindo tempo computacional excessivo para a obtenção de resultados que ainda são limitados a valores baixos de Reynolds ou válidos para a descrição das grandes escalas de turbulência. Por isto, em geral, a grande maioria dos métodos de turbulência envolvem um modelamento prévio das equações de conservação mediante a formulação de hipóteses e o modelamento dos fluxos de calor e tensões turbulentas aparentes. Além disso, a quase totalidade desses métodos necessitam também de constantes numéricas de ajustes do modelo. Num escoamento turbulento típico, para altos valores de Reynolds, ocorre o transporte contínuo de energia do escoamento principal para os grandes turbilhões, que por sua vez é transferida para os pequenos turbilhões nos quais é preponderantemente dissipada em uma estreita faixa dentro da camada limite, nas vizinhanças da parede. Este mecanismo é denominado "Cascata de Energia".

A região mais simples de modelar, num escoamento interno, é a região de completo desenvolvimento, que ocorre quando os perfis de velocidade e temperatura não variam mais, axialmente. Esta região tem sido estudada por uma variedade de métodos. McLaughlin, J. (1991)

utilizou a técnica de simulação numérica do escoamento e transferência de calor em larga escala (cálculo dos turbilhões maiores do escoamento, pela solução das equações de Navier-Stokes completa e posterior modelamento para os turbilhões menores). Kim, J. et al (1986) apresentam dados estatísticos experimentais obtidos de canais bidimensionais, a baixos números de Reynolds. Também em duto plano paralelo, Ichimya, K. (1987), apresenta os efeitos de vários elementos de rugosidade em uma parede isolante em relação à sua oposta, aquecida. Baughn, J. et alii (1984), analisaram o transporte turbulento de calor em dutos circulares com o fluxo de calor variando circunferencialmente. Yan, W. et al (1990), analisaram o efeito da espessura e condutividade térmica da parede aquecida de um canal plano bidimensional conjugado com as propriedades do fluido em escoamento.

Na região de entrada de um duto, predominam os termos não lineares da equação do momentum que não podem ser desprezados, complicando bastante o modelamento do escoamento turbulento e a solução das equações resultantes. Como referência, cita-se o trabalho realizado pela analogia entre transferência de massa e momentum, por Sparrow, E. M., et al (1987), que lhes permitiu obter e comparar a região térmica de entrada turbulenta de dois casos com condições de entrada distintas: com o perfil de velocidades já completamente desenvolvido por um duto isotérmico, e com a entrada do duto aquecido simplesmente aberta para a atmosfera.

Estudos básicos sobre a transferência de calor turbulenta e laminar, já foram feitos com relação a alguns casos de assimetria do aquecimento. Inúmeros trabalhos podem ser encontrados em "Handbooks" sobre transferência de calor por convecção, como em Kakaç et al.(1987), que apresenta números de Nusselt obtidos sob condições de contorno térmicas típicas, como por exemplo:

$NU_{H1}$  : número de Nusselt médio para fluxo de calor axialmente uniforme (na direção do escoamento) e temperatura da parede circunferencialmente uniforme (nas seções transversais do escoamento).

$NU_{H2}$  : número de Nusselt médio para fluxo de calor axial e circunferencialmente uniforme na direção do escoamento e temperatura da parede uniforme e ao redor da periferia.

ou

$NU_T$  : número de Nusselt médio para temperatura da parede axial e circunferencialmente uniforme

Nos casos de dutos retangulares lisos, encontram-se, na mesma referência, avaliações dos números de Nusselt para alguns casos de escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos. Citam-se, por exemplo:

.o aquecimento simétrico por paredes opostas, com as paredes menores isoladas e razões de aspecto de 0,1, 0,2, e 1.

.o aquecimento não simétrico por paredes opostas, com as paredes menores isoladas e razão de aspecto 0,2.

.o aquecimento por uma parede (maior), com as paredes restantes isoladas e razão de aspecto 0,2.

.o aquecimento axialmente uniforme, considerando a resistência térmica da parede normal às paredes, para seção quadrada.

Observa-se que não se encontrou na literatura, para esta geometria e tipo de escoamento, o caso de influxo axial uniforme de calor (radialmente simétrico ou não) com uma parede isolada.

O estudo do escoamento turbulento no interior de dutos retangulares simples ainda apresenta-se na literatura como motivo de investigação atual. (Rokni I, et al 1998; Chang, P.Y. et al 1998.). A razão é que este é um dos tipos de escoamento utilizados para teste de modelos de turbulência.

Escoamentos turbulentos em dutos não circulares, comumente encontrados na prática da engenharia, são caracterizados pelo sempre presente escoamento secundário no plano perpendicular à direção da corrente principal. Em geral, o escoamento secundário é causado por

dois mecanismos principais. O movimento secundário ( de Prandtl, de primeiro tipo) induzido pela pressão, existe em dutos circulares curvos e sua magnitude pode ser da ordem de 20 a 30% da velocidade média do escoamento. Ao contrário, o escoamento secundário ( de Prandtl de segundo tipo), encontrado em dutos não circulares retos, é causado pela turbulência e sua ocorrência permanece mesmo na condição de escoamento completamente desenvolvido. (Myong, H. K. et al, 1991)

Este fenômeno particular de escoamento secundário que ocorre nos dutos retangulares tem sido um tópico de interesse para aqueles que estudam escoamentos tridimensionais complexos, porque serve para o teste da validade dos modelos de turbulência existentes.

Para uma visão geral, pode-se citar alguns temas já pesquisados sobre dutos retangulares: Hayase T. et al (1991) pesquisaram um duto retangular com a técnica de simulação direta, pela solução das equações de Navier-Stokes na forma completa, numericamente. Myong, H. K., et al (1991) pesquisaram o desenvolvimento tri-dimensional do escoamento turbulento em um duto quadrado. Fujita, H., et alii (1990), pesquisaram um duto retangular com uma parede rugosa. Hirota, M. et al (1994) estudaram a transferência convectiva de calor em um duto quadrado com uma parede com nervuras perpendiculares ao escoamento principal. Fujita, H. et al (1989) pesquisaram o escoamento secundário que ocorre em direção aos vértices do duto com uma parede rugosa. Myong, H. K. (1991) investigou numericamente o escoamento turbulento e a transferência de calor na região de escoamento totalmente desenvolvido. Sparrow, E. M. et al (1986) analisaram o efeito de uma parede do duto com aquecimento não uniforme no sentido axial ( seções adiabáticas intercaladas com seções de aquecimento uniforme) sobre o escoamento turbulento do duto.

Na ocorrência de restrição da área disponível para aquecimento ou resfriamento de um duto, por exemplo, no caso de aquecimento por apenas uma parede do duto retangular, alguma técnica deve ser utilizada para intensificar a troca convectiva no interior desses dutos visando a redução de material e tamanho. Uma das mais comuns consiste no aumento da área de troca de calor através do uso de superfícies aletadas. Da pesquisa bibliográfica sobre dutos retangulares aletados, uma gama de trabalhos chamou a atenção: o escoamento em dutos retangulares com aletas retas

no seu interior. Num trabalho de Sparrow, E. M. et al. (1978), foi analisado o escoamento laminar em um duto retangular formado por um conjunto de aletas retangulares retas com um modelamento unidimensional para as aletas; Patankar, S. V. et al. (1979), foi resolvido numericamente o problema do escoamento turbulento com troca de calor num tubo isotérmico aletado internamente. Referenciando os dois trabalhos anteriores, Kadle, D. S. et al (1986a) realizaram um estudo numérico e experimental, semelhante ao de Patankar S. V. et al (1979) e aplicado a um escoamento turbulento, porém, usando um modelamento bidimensional para as aletas e utilizando um modelo algébrico de turbulência. No mesmo ano, os autores descrevem em outro artigo (Kadle, D. S. et al,1986b), o efeito do afastamento da parede de contato das extremidades das aletas internas ao duto.

Os modelos algébricos de turbulência são recomendados para geometrias simples cujo padrão do escoamento não apresente complicações adicionais induzidas por fortes gradientes adversos de pressão (Henau, V. et al, 1990), ou paredes permeáveis (Kays, W. M., 1972) ou obstáculos ao escoamento (Webb, B. W. et al, 1985). É sabido também, que tais métodos não são suficientes quando o que se deseja estudar são os escoamentos secundários que ocorrem em vértices (Gorski, J. J. et al, 1984). Porém, quando o objetivo é o cálculo de parâmetros globais, tais como o fator de atrito ou o número de Nusselt, na região de escoamento completamente desenvolvido, a boa precisão e simplicidade dos modelos algébricos de turbulência, (também denominados de ordem zero), são recomendados (Pollard, A. et al, 1989, a, b; Nallasamy, M.,1986). Encaixa-se neste caso, o trabalho de Kadle et al (1986), pois apresentou bons resultados para dutos aletados de geometria retangular com seção de escoamento pequena e razão de aspecto igual a 3,75 e 7.5, (considerando o lado menor como a base aquecida).

Naquele trabalho, utilizou-se o modelo do comprimento de mistura de Prandtl. E como o duto é retangular, levou-se em conta a interação bidimensional das paredes com o escoamento. Para isto, a viscosidade turbulenta foi modelada considerando que o perfil de velocidades é dependente de ambas as coordenadas da seção transversal do duto. Assim, o efeito de amortecimento da turbulência devido a proximidade das paredes foi levado em conta, assumindo um comprimento de mistura bidimensional igual a uma combinação de comprimentos de mistura unidimensionais, na forma da equação 1.1.

$$\left(\frac{1}{L}\right)^m = \left(\frac{1}{L_x}\right)^m + \left(\frac{1}{L_y}\right)^m \quad 1.1$$

O parâmetro “m” é o único parâmetro de ajuste deste modelamento. O melhor valor pesquisado foi igual a 2, entretanto, fica para ser pesquisado, seu valor quando o duto tiver uma razão de aspecto menor do que 1, por exemplo.

Cada comprimento de mistura unidimensional consistiu no produto de um comprimento de mistura do tipo de Nikuradse com o fator de amortecimento de Van Driest). A fórmula do comprimento de mistura de Nikuradse, originalmente desenvolvida para um tubo circular (Schlichting, 1979), foi modificada para uso em coordenadas retangulares (Kadle et al, 1986), enquanto que o fator de Van Driest foi usado na sua forma original (Van Driest, 1956). Assim pôde ser solucionado o campo de velocidades e obtido o valor teórico do fator de atrito em função do número de Reynolds, baseado no diâmetro hidráulico da seção. A equação da energia também foi resolvida para o escoamento desenvolvido. A condutibilidade turbulenta é obtida em função do número de Prandtl turbulento. Assim obtém-se o campo de temperaturas, para a condição de contorno de influxo uniforme de calor por unidade de comprimento, imposto na base do duto. O valor numérico do número de Nusselt, pode então, ser comparado com valores experimentais e de correlações.

As velocidades do campo de escoamento secundário são da ordem de 2 a 3% da velocidade média axial. Apesar do baixo valor, o escoamento secundário transporta fluido com grande quantidade de momentum em direção a cada vértice do duto resultando na distorção do perfil de velocidades axial. (Toshiyuki H. et al, 1991). No entanto, aqui são desprezadas as velocidades secundárias que ocorrem no escoamento turbulento em dutos de geometria retangular porque não afetam significativamente os resultados globais como o fator de atrito e o número de Nusselt (Patankar,S.V., 1991).

## .Objetivo geral e justificativa

O estudo da aplicabilidade do método algébrico utilizado por Kadle, D. S. et al (1986), a dutos retangulares foi escolhido como tema deste trabalho, dentre a variedade de assuntos pesquisados. O objetivo será a determinação numérica e experimental das características do escoamento e troca de calor turbulentos de um duto aletado com seção transversal de dimensões pequenas e com assimetria nas condições de contorno térmicas.

O duto de testes apresentaria as seguintes características: Externamente, três paredes isoladas e uma com aquecimento axialmente uniforme. Este dispositivo poderia ser, por exemplo, o captador de energia constituído por um duto retangular de alumínio inserido em um berço de material isolante, dentro de um coletor solar parabólico. Para minimizar ainda mais as perdas de calor para o berço de material isolante, o duto retangular poderia ser trocado por um perfil "T". Neste caso, o perfil interno e a base atuariam como uma única aleta. Por simetria, metade deste duto pode ser reproduzido pela montagem experimental, como mostrado na figura 1.

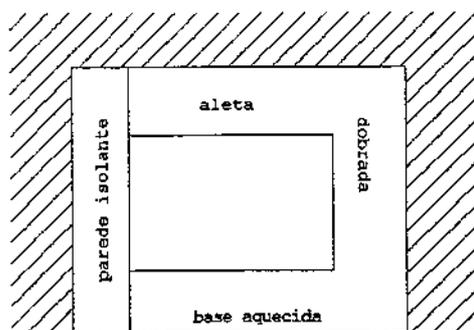


Figura 1.1 Esquema do duto proposto para estudo

A hachura inclinada representa o berço de material isolante. Da usinagem do canal de escoamento do duto, a partir de uma barra metálica de alumínio, resultaram as três paredes condutoras do duto. Para garantir a estanqueidade do escoamento, foi inserida entre o berço de

material isolante e o canal, uma parede de acrílico. Para uma comparação mais fiel entre os resultados da simulação e experimentais assumiu-se na análise teórica que o isolamento era ideal, com exceção da parede de acrílico, cujo valor da condutibilidade térmica real foi mantido.

Além do estudo proposto, uma variedade de estudos posteriores poderão ser realizados por outros métodos de cálculo mais sofisticados:

.a análise do efeito da parede adiabática no escoamento;

.efeitos de rugosidade;

.efeito do empuxo na convecção forçada devido ao aquecimento efetuado pela parede inferior;

.efeitos do Número de Reynolds na estrutura do escoamento, no fator de atrito e outras variáveis médias do escoamento (Wei, T. et al, 1988; Dean, R. B. , 1978); etc.

### **.Objetivos específicos**

As condições experimentais para a realização desta pesquisa são descritas a seguir. Considerando para análise apenas uma das partes simétricas do duto proposto tem-se um canal retangular com apenas uma parede ativa para a troca de calor, sendo as outras isoladas. Uma das paredes representará o berço, de material isolante de modo que, internamente ao canal, duas paredes adjacentes, de material condutor, atuarão como uma aleta dobrada. O comprimento do duto aquecido, equivalente a 106.3 diâmetros hidráulicos, é teoricamente suficiente para o desenvolvimento do perfil de velocidades e térmico (Sparrow, E. M., 1987). Além disso, um duto retangular de acrílico, com as mesmas dimensões internas do canal, e de comprimento aproximadamente igual, será adicionado na região de entrada para facilitar a obtenção de um perfil de velocidades já desenvolvido na entrada do canal aquecido. Este perfil desenvolvido na entrada do canal será, em testes posteriores, perturbado, para análise da consequente resposta no Número de Nusselt.

São mostradas comparações entre os resultados numéricos, experimentais e de correlações, algumas válidas para dutos circulares (pela falta de correlações específicas), outras para dutos retangulares. Para facilitar as comparações com os resultados experimentais, as simulações numéricas serão realizadas com as dimensões reais da montagem e mesmas condições experimentais. Usou-se na solução do problema o método numérico semi-implícito de equações acopladas com a pressão, SIMPLE (Patankar, 1980).

A correlação do fator de atrito escolhida para a comparação com os valores numéricos e experimentais desse trabalho foi extraída de Kakaç et al. (1987), que recomenda uma correlação para duto circular liso, desenvolvida por Techo et al. (1965) e que foi modificada por Jones, O.C. (1976) para aplicação em dutos retangulares.

Não foi encontrada na literatura, uma correlação para o número de Nusselt que fosse aplicável a este caso específico. Assim, foi escolhida a correlação de Gnielinski, desenvolvida para duto circular liso mas que pode ser aplicada ao caso de dutos retangulares. Sua melhor precisão é de  $\pm 9\%$  (Kakaç et al., 1987), para a faixa de  $10^4 < Re < 10^6$ , no caso de dutos retangulares uniformemente aquecidos. Pretende-se também, verificar o efeito de duas avaliações distintas do número de Prandtl turbulento nos valores de Nusselt para o escoamento desenvolvido.

Optou-se pela determinação dos limites de funcionamento da montagem e da precisão dos resultados, deixando o investimento em modelos mais complexos de turbulência para trabalhos posteriores.

## Capítulo 2

### Revisão da Literatura

A bibliografia citada neste histórico tem como objetivo mostrar a evolução do tema de forma selecionada para o leitor: a classificação e descrição sucinta dos métodos e abordagens já empregadas até os dias atuais, ou em desenvolvimento.

#### 2.1 Desenvolvimento histórico

Inicialmente, os métodos desenvolvidos para o cálculo do escoamento turbulento, campos de temperatura e concentração foram baseados em teorias fenomenológicas cujas hipóteses empíricas tinham a finalidade de estabelecer uma relação entre as tensões de Reynolds, produzidas pelo movimento de mistura, e os valores médios das componentes de velocidade para a obtenção de um sistema de equações determinado. Reynolds, Boussinesq, Prandtl, Von Kármán, Nikuradse e Van Driest, são alguns dos nomes de eminentes pesquisadores que contribuíram para o desenvolvimento inicial dos modelos de turbulência.

Boussinesq, em 1877, sugeriu que as tensões de cisalhamento turbulentas fossem relacionadas com a taxa de deformação média do escoamento, em cada ponto, por meio de uma quantidade escalar denominada "viscosidade turbilhonar aparente". Pode-se demonstrar que essa expressão sugerida por Boussinesq apresenta incorreções. Apesar disso, a utilidade da equação tem sido validada pelos resultados obtidos de modelos.

Em 1895, Reynolds descreveu um procedimento, conhecido como "decomposição de Reynolds", que permitia obter as equações de conservação para quantidades médias no tempo, a

partir da separação dos parâmetros do escoamento em duas parcelas que consistiam de um valor médio no tempo e da flutuação instantânea desse valor.

Em 1925, Prandtl introduziu o conceito de comprimento de mistura. Referindo-se ao caso mais simples de escoamento paralelo a uma parede, Prandtl conseguiu relacionar a média temporal da tensão de Reynolds  $u'v'$  com o comprimento de mistura.

O conceito de comprimento de mistura mantém, de certa forma, analogia com o conceito do livre caminho médio da teoria cinética dos gases. A principal diferença é que na teoria cinética trata-se com o movimento microscópico de moléculas, e na teoria de Prandtl, com quantidades macroscópicas de fluido. Apesar disso, a teoria do comprimento de mistura de Prandtl é dimensionalmente correta e muito realista fisicamente, tendo sido aplicada com sucesso no estudo do movimento turbulento ao longo de paredes (tubos, canais, placas, camadas limites) e também para os escoamentos denominados jatos livres. (Schlichting, H., 1979)

Apesar dessa teoria não ser tratada como fundamentalmente rigorosa, vários pesquisadores chegaram ao mesmo resultado (viscosidade turbulenta igual ao produto entre a massa específica do fluido, o gradiente da velocidade do escoamento e o quadrado do comprimento de mistura). Von Kármán, em 1930, usou um conceito de similaridade local e Taylor, em 1932, usou uma analogia do transporte de vorticidade. Outros estudos teóricos, efetuados por Betz, em 1931, Hamel, em 1943, Spalding, em 1961, e Kleinstein, em 1967, usaram o mesmo conceito do comprimento de mistura. (White, F. M., 1974).

O perfil de velocidades turbulento é conceitualmente dividido em três regiões: a sub-camada viscosa, onde predominam as tensões viscosas, a camada externa onde predominam as tensões turbulentas e a camada tampão onde as tensões viscosas e turbulentas são da mesma ordem de grandeza. A formulação matemática dessa idéia, para as camadas interna e externa do perfil de velocidades turbulento, deve-se a Prandtl e Karman, respectivamente.

Prandtl deduziu, para a camada interna, que a velocidade média devia depender da tensão de cisalhamento na parede, das propriedades físicas do fluido e da distância normal a parede. Daí, originaram-se os conceitos de velocidade de deslizamento e coordenada da parede.

Para a camada externa, Karman deduziu que a parede tendia a agir meramente como uma fonte de retardamento do perfil, reduzindo a velocidade local abaixo do valor da velocidade da corrente livre, de maneira independente da viscosidade, mas dependente da tensão de cisalhamento na parede e da distância normal a parede a partir da qual este efeito se difunde. O resultado foi a conhecida lei de defeito da velocidade.

Para a região intermediária, pôde-se especificar simplesmente que as duas funções se encontravam suavemente sobre alguma região finita entre as camadas interna e externa do perfil de velocidades.

Nikuradse, em 1932, calculou a variação do comprimento de mistura em função do raio de um duto circular considerando a variação linear da distribuição da tensão de cisalhamento, o perfil de velocidades medido e a hipótese de Prandtl que relacionava a tensão de cisalhamento com o comprimento de mistura. A expressão resultante foi um polinômio de quarto grau para o comprimento de mistura em função da posição radial, que se mostrou independente do número de Reynolds para valores maiores do que 100.000. Nikuradse também verificou experimentalmente que a expressão era válida para tubos rugosos.

Esta expressão, originalmente desenvolvida para duto circular, também foi adaptada por Kaddle et al (1986) para o cálculo da viscosidade turbulenta em dutos retangulares com razão de aspecto finita.

Spalding, em 1961, e Kleinstein, em 1967, acharam uma fórmula precisa para a coordenada da parede em função da velocidade turbulenta adimensionalizada pela velocidade de deslizamento. A fórmula, que serve tanto para a região interna quanto para a região intermediária, logarítmica, foi obtida a partir de uma análise de ordem de grandeza e comportamento assintótico dos termos da equação do momentum, próximo à parede, na sub-camada viscosa.

Nesse meio tempo surgiram várias outras fórmulas empíricas que ainda são usadas na literatura. Dentre as expressões criadas para a viscosidade turbulenta, pode-se citar a de Rotta (1950), Reichart (1951), Deissler (1954), Van Driest (1956) e Mellor (1968). As fórmulas de

Deissler, Van Driest e Mellor continuam sendo usadas na literatura e a de Van Driest, em particular, tem sido mais popular (White,F.M.,1974.), sendo usada, por exemplo, em cálculos na região próxima a parede, por métodos computacionais desenvolvidos por Patankar e Spalding (1967) e Cebeci e Smith (1970).

Para o estudo de modelamentos da turbulência, pode-se citar, Launder, B. E., et al (1973,1988,1981), Lumley, J. L., (1983), Plechter, R. H., (1988), Rodi, W. T. (1993), dentre os artigos dos pesquisadores mais atuantes nesta área

## **2.2 Modêlos de turbulência**

Modelos de turbulência que fecham as equações de Reynolds podem ser divididos em duas categorias, dependendo se usam ou não a hipótese de Boussinesq (o conceito de viscosidade turbulenta, derivado por analogia com a Teoria Cinética dos Gases). Os modelos que usam a hipótese são referenciados como modelos da viscosidade turbulenta. Muitos modelos correntemente empregados em cálculo de engenharia são deste tipo. Os modelos das tensões de Reynolds fecham as equações de turbulência sem a hipótese de Boussinesq.

Referências são feitas também, classificando-se a ordem do modelamento em três níveis. Um modelamento de primeira ordem avalia as tensões de Reynolds através de funções da velocidade média e geometria apenas. Um modelamento de segunda ordem emprega a solução modelada de equações diferenciais parciais de uma ou mais características da turbulência. A terceira categoria dos modelos de turbulência inclui todos aqueles que não são baseados inteiramente nas equações tratadas pelas médias de Reynolds.

Existe outra classificação quanto ao número de equações diferenciais parciais extras que devem ser resolvidas para suprir os parâmetros de modelamento. O número vai de zero, com os modelos de equações algébricas mais simples, até doze, para os modelos das tensões de Reynolds mais complexos.

Um dos modelos de segunda ordem mais populares na atualidade é o "k-ε", no qual resolve-se uma equação diferencial para a energia cinética, k, e outra para a energia dissipada do escoamento turbulento, ε. Outra abordagem promissora conhecida como "Large-Eddy Simulation", ou, "Simulação dos Grandes Turbilhões", também cai nesta categoria. Nessa abordagem, tenta-se resolver o movimento das grandes escalas de turbulência resolvendo um conjunto "filtrado" das equações governantes dessa escala de turbulência, na forma tridimensional e transiente. Posteriormente, um modelamento é efetuado para aproximar os efeitos das escalas de turbulência contidos nas sub-malhas.

### **.Modelos a zero equação ou, algébricos**

Modelos algébricos de turbulência, invariavelmente utilizam a Hipótese de Boussinesq, que, por analogia com a teoria cinética dos gases, define uma viscosidade turbulenta. Um dos modelos de mais sucesso desse tipo foi sugerido por Prandtl em 1920:

$$\mu_T = \rho L^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (2.1)$$

onde L é o comprimento de mistura que representa a distância transversal sobre a qual as partículas mantêm sua quantidade de movimento original, sendo da ordem do livre caminho médio para a colisão ou mistura de glóbulos de fluido. O produto  $L|\partial u/\partial y|$  pode ser pensado como uma velocidade característica de turbulência, u é a componente da velocidade na direção primária do escoamento e y sua coordenada transversal ao escoamento.

Para finas camadas de cisalhamento tridimensionais, a fórmula de Prandtl pode ser usada na forma

$$\mu_T = \rho L^2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.2)$$

Esta fórmula trata a viscosidade turbulenta como um escalar e dá o comportamento qualitativo correto, especialmente perto da parede. Existem evidências experimentais crescentes que na região da camada externa a viscosidade turbulenta deve ser tratada como um tensor (depende da direção e taxas de deformação) para melhorar a concordância com os resultados experimentais. Para escoamentos em cantos ou em outras geometrias onde uma simples direção transversa não é claramente definida, a fórmula de Prandtl deve ser modificada (Patankar, S.V., Ivanovic, M, Sparrow, E.M.,1979).

A avaliação do comprimento de mistura varia com o tipo de escoamento em consideração. Para escoamento ao longo de uma parede sólida, por exemplo, bons resultados tem sido obtidos, tanto em escoamentos internos quanto externos, avaliando-se  $L$  de acordo com

$$L_i = ky(1 - e^{-y^+ / A^+}) \quad (2.3)$$

nas regiões internas próximas as paredes sólidas. E quando  $L_i$  exceder o valor de  $L_0$ , prevalece o ultimo, dado por,

$$L_0 = C1\delta \quad (2.4)$$

A constante  $C1$  é normalmente igual a 0,089,  $\delta$  é a espessura da camada limite hidrodinâmica e  $k$  é a conhecida constante de Von Karman, com o valor usual de 0,41.  $A^+$  é a contante do fator de amortecimento de Van Driest, comumente igual a 26, é utilizada para escoamentos sem fortes gradientes de pressão, sob paredes impermeáveis. O lado direito entre parênteses, da equação 2.3 denomina-se fator de amortecimento. Estudado amplamente para inclusão dos efeitos da rugosidade da superfície, (Krogstad, P., 1990), do efeito do amortecimento devido às flutuações normais (Miner, E. W., et alii, 1991, Koslowski, W., 1990), da transpiração (Kays, W. M., 1972.), etc. Numerosas variações da função exponencial da equação (2.3) tem sido utilizadas para levar em consideração os efeitos na variação de propriedades, gradientes de pressão, injeção ou sucção e rugosidade da superfície. Uma discussão dessas modificações pode ser encontrada em Cebecci et al (1974).

A expressão entre parênteses na equação (2.3) é a mais comumente usada para interligar a região totalmente turbulenta, onde  $L$  é proporcional a  $y$ , com a da subcamada viscosa até a parede, onde  $L \rightarrow 0$ .

A equação (2.3), para  $L_i$ , é a responsável pela reprodução da lei da parede, na região interna do escoamento turbulento. A equação para  $L_0$  reproduz a região externa, do tipo onda, posterior à região logarítmica. Como exemplo ilustrativo, pode-se citar, no caso do escoamento incompressível com propriedades constantes, em uma placa plana, que essa região externa ocorre a partir dos valores da coordenada da parede,  $y^+$ , maiores do que 350, em Reynolds igual a 5000, com  $u^+$  (velocidade do escoamento dividida pela velocidade de deslizamento) aproximadamente igual a 19. Uma variável importante é a tensão de cisalhamento na parede, que aparece na definição da coordenada adimensional, na direção  $x$  ou  $y$ , dada pelas equações 2.5 e 2.6. Shah, D. A., et al (1986) e SaeTRAN, L. R., (1986) apresentam métodos de cálculo para esta variável.

$$x^+ = \frac{x_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (2.5)$$

$$y^+ = \frac{y_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (2.6)$$

O modelamento do fluxo de calor turbulento,  $\overline{\rho C_p v' T'}$ , é geralmente manipulado em modelos algébricos, por uma forma da analogia de Reynolds que baseia-se na similaridade entre o transporte de calor e momentum. A analogia de Reynolds aplica-se a condutibilidade turbulenta aparente na forma assumida por Boussinesq,

$$\overline{\rho C_p v' T'} = -k_T \partial T / \partial y \quad (2.7)$$

No escoamento turbulento, este transporte adicional de calor é causado pelo movimento turbulento. Experimentos confirmam que a razão de difusividades para o transporte turbulento de

calor e momentum, chamado de número de Prandtl turbulento,  $Pr_T = \mu_T C_p / k_T$ , é uma função bem comportada através do escoamento. Muitos modelos algébricos de turbulência fazem bem em deixar o número de Prandtl turbulento como um valor constante e próximo de 1; mais comumente,  $Pr_T = 0,9$ .

Experimentos indicam que para escoamentos de cisalhamento na parede,  $Pr_T$  varia entre 0,6 e 0,7 para a região externa da camada limite e assume o valor 1,5 perto da parede, apesar de que as evidências ainda não são conclusivas. Várias distribuições de Prandtl turbulento tem sido propostas. Dentre elas, citam-se a de Kays, W. M. (1972), e Cebeci, T e Smith, A. M. (1974) e Reynolds, A. J. (1975).

Usando o número de Prandtl turbulento, o fluxo de calor turbulento aparente pode ser relacionado com a viscosidade turbulenta e as variáveis do escoamento médio, na forma,

$$-\rho C_p \overline{v'T'} = \frac{C_p \mu_T}{Pr_T} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.8)$$

e o fechamento do modelo está terminado. Em resumo, esta forma mais simples de modelamento tem empregado 4 constantes ajustáveis e empíricas:  $k$ ,  $A^+$ ,  $C1$  e  $Pr_T$ .

Modelos algébricos tem boa performance para escoamentos viscosos simples, mas necessitam ser modificados para predizer com exatidão escoamentos com padrões complicados. Deve-se ressaltar que escoamentos compressíveis também não representam uma dificuldade em geral, pois a estrutura do escoamento turbulento parece permanecer essencialmente a mesma para números de Mach no mínimo até 5.

As equações de turbulência podem ser discretizadas de várias formas. Dentre elas, citam-se: o método de volumes finitos (Institut pour la Promotion des Sciences de L'Ingénieur, 1985) e o método de elementos finitos (Gokhman, 1988), aplicáveis a vários fluidos e sob diferentes tipos de escoamentos: incompressível (Ferziger, J. H., 1987), transiente, bidimensional (Kwon, O. K., Pletcher, R. H., et al 1988.), etc.

### **.Modelos a meia equação**

Um modelo a meia equação é definido como aquele no qual permite-se que o valor do parâmetro do modelo (comprimento de mistura ou a viscosidade turbulenta) varie na direção primária do escoamento. A forma de variação é determinada por uma equação diferencial ordinária, ODE. Essa equação geralmente resulta da hipótese de variação unidimensional do parâmetro do modelo. Modelos desse tipo tem sido mais refinados para permitir a inclusão dos efeitos devido a rugosidade, transpiração, gradientes de pressão, para a predição da transição, e a determinação de padrões qualitativos da relaminarização. Muitos casos de testes reportados sobre modelos desse tipo tem envolvido mais escoamentos externos do que em canais.

### **.Modelos a uma equação**

O inconveniente óbvio dos modelos algébricos para a viscosidade é que tanto a viscosidade quanto a condutibilidade térmica, ambas turbulentas, resultam em zero, sempre que  $\partial u / \partial y = 0$ . E a derivada nula realmente ocorre em várias situações tais como, no centro de tubos, em regiões perto da mistura de um jato da parede com a corrente principal e em escoamentos em regiões anulares ou entre placas planas paralelas onde uma parede é aquecida e a outra resfriada. Medidas e o próprio senso comum nos indicam que a viscosidade e a condutibilidade térmica turbulentas não são nulas nesses casos. Apesar disso, essa deficiência dos modelos algébricos não é sempre crucial, porque as tensões de Reynolds e os fluxos de calor são frequentemente pequenos nesses casos em que a derivada da velocidade é nula.

Kolmogorov sugeriu, em 1940, que a velocidade característica de turbulência fosse proporcional a raiz quadrada da energia cinética de turbulência,

$$\bar{k} = \frac{1}{2} \sqrt{u_i' u_i'} \quad (2.9)$$

cuja interpretação física é simples além de poder ser obtida com facilidade. Mantidos  $\rho$  e  $L$  da equação (2.1), a relação para a viscosidade turbulenta, segundo Kolmogorov, apresenta-se da seguinte forma

$$\mu_T = C_k \rho L [\bar{k}]^{1/2} \quad (2.10)$$

Uma equação diferencial parcial de transporte pode ser desenvolvida para  $\bar{k}$  a partir das equações de Navier-Stokes para permitir o cálculo da equação (2.9).

A equação, na forma modelada, apresenta a taxa de aumento convectivo da energia cinética como uma soma de três termos: a sua taxa de geração, difusão e dissipação. Esta equação de transporte modelada é então adicionada ao sistema de equações diferenciais parciais a ser resolvido. O comprimento de mistura,  $L$ , necessita ser especificado algebricamente.

A equação de transporte de  $\bar{k}$  é válida somente para o regime de escoamento totalmente turbulento, isto é, fora da região afetada por amortecimentos provocados pela proximidade com paredes. Em coordenadas da parede,  $y^+$ , isto significa valores típicos maiores do que 30. Condições de contorno para a equação, nessa região limite, são frequentemente supridas pelo uso de funções de parede.

Outra forma de tratar as condições de contorno para a equação de  $\bar{k}$ , é fazer uso da informação experimental que, perto da parede a convecção e difusão são desprezíveis, estabelecendo um balanço apenas entre os termos de geração e dissipação.

Entretanto, só em poucos casos, a performance de muitos modelos a uma equação tem sido melhor do que a dos modelos algébricos (tanto para escoamentos compressíveis quanto incompressíveis).

## **.Modelos a uma e meia e duas equações**

Nos modelos a uma equação, o parâmetro: comprimento de mistura, é geralmente avaliado por uma expressão algébrica dependente apenas das condições locais do escoamento. É razoável esperar que o comprimento de escala nos modelos de turbulência devam também depender da história do escoamento a montante e não apenas das condições locais. Uma equação de transporte para a variação de  $L$ , adicionada ao sistema, na forma de uma ODE, resulta no modelo denominado: a uma e meia equação.

Entretanto, se uma equação diferencial parcial é obtida para  $L$ , o modelo passa a ser denominado: modelo a duas equações. Um dos modelos a duas equações mais frequentemente usado é o modelo  $k$ - $\varepsilon$ , proposto inicialmente por Harlow e Nakayama, em 1968, e muito aprimorado desde então, até os dias atuais. Dentre os vários exemplos de aplicação ou aprimoramento do modelo  $k$ - $\varepsilon$ , citam-se: Mansour, N. N. et al(1988), Nagano, Y. et al (1988), Tairov, I. P. (1988), Hwang, Y. et al (1990), Myong, H. K., et al (1990), Takemitsu, N. (1990), Speziale, C. G. et al (1992).

O parâmetro  $\varepsilon$  é uma taxa de dissipação de energia turbulenta se relaciona com outro parâmetro do modelo, a energia cinética média, através da relação

$$\varepsilon = C_D [\bar{k}]^{3/2} / L \quad (2.11)$$

E a viscosidade turbulenta por sua vez, é relacionada com a taxa de dissipação, na forma,

$$\mu_T = C_\mu \rho L [\bar{k}]^{1/2} = C_\mu \rho [\bar{k}]^2 / \varepsilon \quad (2.12)$$

Por esse modelo, resolve-se a equação modelada da energia cinética, com a dissipação na forma,  $\rho\varepsilon$ . Resolve-se também uma equação parabólica de transporte para  $\varepsilon$  que fecha o sistema de equações.

Para o escoamento incompressível de camada limite bidimensional, a equação da dissipação, na forma final modelada, apresenta uma taxa de aumento da dissipação da energia igual à soma dos termos de geração, difusão, e inclusive da sua própria dissipação,  $\varepsilon$ .

Este modelo também necessita de seis constantes, mas a diferença entre este e o modelo algébrico é que tais constantes são menos susceptíveis a alterações, permanecendo válidas em uma variedade de situações nas quais o modelo a duas equações pode ser aplicado.

A equação de transporte para a taxa de dissipação de energia do escoamento também não abrange a subcamada laminar. Condições de contorno para esta região interna também devem ser fornecidas naqueles mesmos limites da região interna (subcamada viscosa) onde se impõem as condições para a energia cinética. Um estudo sobre o balanço de energia cinética turbulenta próxima à parede pode ser encontrado em Krishnamoorthy, L. V., et al (1987).

Muitas aplicações do modelo k- $\varepsilon$  tem feito uso de funções de parede para tratar a região próxima ao contorno sólido (Sinai, Y. L. (1987), Launder, B. E. et al (1989), Sommer, T. P. et al (1992), So, R. C. M. et al (1991)).

Alternativamente, outros termos tem sido adicionados às equações de  $\bar{k}$  e  $\varepsilon$  com a finalidade de estender sua faixa de aplicação a subcamada viscosa. A subcamada viscosa é referida com frequência como a região de baixo número de Reynolds de turbulência,

$$\frac{\bar{k}^{1/2} L}{\nu} \quad (2.13)$$

O modelamento na região interna é crucial para escoamentos turbulentos complexos contendo regiões de separação e fortes variações de propriedades, por exemplo. A incerteza do modelamento na região interna parece limitar a faixa de aplicabilidade de quase todos os modelos, inclusive o k- $\varepsilon$ . Os modelos k- $\varepsilon$  que tem sido modificados para poderem ser aplicados desde a região interna até a região completamente turbulenta. Estes são conhecidos como modelos k- $\varepsilon$  para baixos números de Reynolds. Os modelos mais comuns usam a mesma formulação para Prandtl turbulento utilizada nos modelos algébricos. Pode-se escolher também,

ao invés da taxa de dissipação viscosa,  $\epsilon$ , ou da energia cinética outras variáveis, como ocorre com os modelos k-L (L = comprimento de mistura), (Speziale, C. G. , 1986), ou k- $\tau$  ( $\tau$  - tensão de cisalhamento), Thangam, S. et al, 1991).

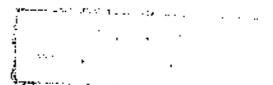
### **.Modelos das tensões de Reynolds**

Os modelos das tensões de Reynolds, às vezes denominados modelos das equações de tensão, são aqueles que não assumem que as tensões de cisalhamento turbulentas são proporcionais à taxa de deformação média, ou seja, para um escoamento incompressível bidimensional,

$$-\overline{u'v'} \neq T\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \quad (2.14)$$

Estes modelos tem sido usados mais como ferramenta de pesquisa da turbulência do que propriamente para resolver problemas de engenharia. As equações exatas de transporte podem ser deduzidas das tensões de Reynolds, entretanto, essas equações contém termos que devem ser modelados. E o modelamento requer a solução de no mínimo, três equações diferenciais parciais. Além disso, para um escoamento no qual as tensões normais são importantes, cinco equações adicionais são usualmente requeridas (Launder, B. E., et al (1974), Shima, N. A, (1986), Mansour, N. N., et al (1987), Speziale, C. G., et al (1991)).

Este tipo de modelamento ainda levará algum tempo sendo testado e refinado até que chegue ao ponto de tornar-se lugar comum nos cálculos de engenharia, se a sua complexidade permitir.



### 2.3 Escoamento e troca de calor turbulentos em dutos retangulares.

#### .O diâmetro hidráulico

As características dos escoamentos turbulentos e trocas de calor em dutos retangulares não tem sido extensivamente estudadas como no caso de dutos circulares. As informações disponíveis indicam que os resultados para dutos circulares podem ser adotados, com precisão suficiente para dutos retangulares apenas com a utilização do diâmetro hidráulico,  $D_h$ , onde

$$D_h = 4ab/[a+b] = 4b/[1+\alpha^*]; \quad (2.15)$$

$$\alpha^* = 2b/2a; \quad (2.16)$$

e  $2b$  e  $2a$ , são os comprimentos dos dois lados do duto retangular, com  $2a > 2b$ .

Resultados para  $\alpha^*$  entre os limites  $0 < \alpha^* \leq 1$  são apresentados a seguir.

#### .Transição do escoamento laminar para turbulento

O limite inferior do Número de Reynolds para dutos retangulares tem sido estabelecido por diversos estudos experimentais. Como mostra a figura 2.1, extraída de Kakaç et al, (1987), a configuração de entrada exerce uma considerável influência no valor do número de Reynolds crítico.

Na figura 2.1, inclui-se o valor de  $\alpha^* = 0$ , correspondente ao caso de dutos planos formados por placas planas paralelas.

## **.Escoamento hidrodinâmico totalmente desenvolvido**

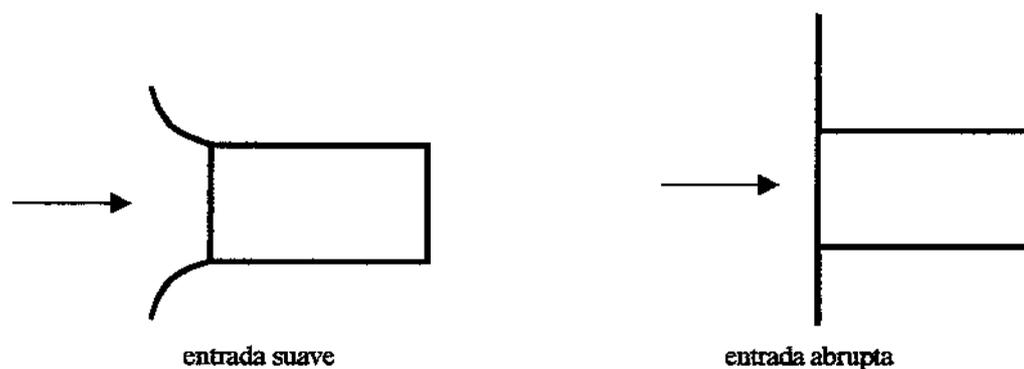
O escoamento totalmente desenvolvido em dutos retos não circulares (seção retangular, triangular, trapezoidal, etc), apresenta escoamentos secundários, contidos na seção transversal do duto. É citado em Kakaç, S. S. et al, (1987) que os escoamentos secundários totalmente desenvolvidos, analogamente ao escoamento principal, dependem apenas das coordenadas da seção transversal do duto. São aproximadamente da ordem de 1% da velocidade média axial, mas distorcem consideravelmente o perfil de velocidades axial e aumentam o coeficiente de fricção em aproximadamente 10%. Esta afirmativa genérica, sem maiores detalhes, conflita com a frase do final da seção 1.2 da Introdução, extraída de Patankar, S. V. (1991).

## **.O escoamento fluido**

Nikuradse foi o primeiro investigador a detectar experimentalmente, a distorção no perfil de velocidades axial do escoamento completamente desenvolvido em dutos de seção retangular e triangular. Prandtl explicou esta distorção em termos do escoamento secundário.

Posteriormente, em outro estudo experimental, Nikuradse obteve evidências fotográficas da existência do escoamento secundário em dutos não circulares, injetando um fluido leitoso no campo de escoamento e traçando as linhas de intensidade constante. Medidas mais precisas da estrutura do escoamento turbulento foram reiniciadas 30 anos após por vários pesquisadores. Em anos recentes, a utilidade de vários modelos de turbulência tem sido testada, na predição destes escoamentos secundários.

No caso (a) da figura 2.2, mostram-se linhas de velocidade constante com deslocamento para os vértices, indicando concentração maior das linhas de velocidades axiais constantes nos cantos. Esta distorção deve-se aos escoamentos secundários, que movem o fluido ao longo do bissetor do ângulo de cada vértice da seção e então para fora, em ambas as direções.



$\alpha^*$	$Re_{crit}$	$\alpha^*$	$Re_{crit}$
0	3400	0	3100
0,1	4400	0,01	2920
0,2	7000	0,2	2500
0,333	6000	0,2555	2400
1,0	4300	0,3425	2360
		1,0	2200

Figura 2.1 Limites inferiores para os números de Reynolds críticos de dutos lisos retangulares (Kakaç S. S. et al, 1987).

A figura 2.3 mostra valores do fator de atrito em função do número de Reynolds, utilizando o  $D_h$  para os dutos de seção diferente da circular. Para o escoamento turbulento ( $Re > 2000$ ) as curvas foram calculadas da fórmula de Blasius, derivada para duto circular. Verifica-se que, para escoamento laminar em dutos de seção não circular, o valor numérico de  $(f_{fanning})(Re) = 16$  não ocorre.

### **.A transferência de calor**

Em termos práticos, a obtenção do número de Nusselt da região completamente desenvolvida em dutos retangulares é suficientemente precisa se for utilizado o diâmetro hidráulico na definição dos números de Reynolds e Nusselt.

Foram encontrados vários estudos numéricos que predizem o valor do número de Nusselt para a região completamente desenvolvida com a utilização de uma variedade de modelos de turbulência, inclusive o desenvolvido por Patankar et al (1984), um modelo de comprimento de mistura que despreza os efeitos do escoamento secundário.

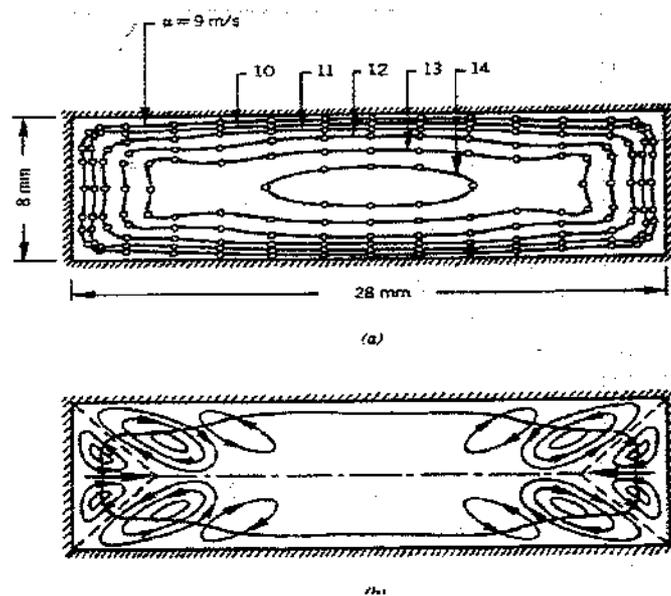


Figura 2.2 Distribuição de velocidade turbulenta em um duto retangular com  $\alpha=2/7$  e  $Re = 6.10^5$  secundário (Kakaç, S. S. et al, 1987): (a) – escoamento primário, (b) – escoamento secundário

A figura 2.4 mostra números de Nusselt experimentais, para três valores da razão de aspecto  $\alpha^*$ , com a condição de contorno denominada HI (temperatura circunferencialmente uniforme e fluxo de calor uniforme e axialmente constante). Comparam-se os resultados experimentais com predições analíticas obtidas com duto circular e placa plana.

A predição para placa plana está 5 a 10% mais elevada do que as predições para o duto circular. Verifica-se também que, para a condição de contorno adotada, os valores de Nusselt são bem insensíveis aos valores de  $\alpha^*$ .

A notação da figura 2.5 necessita de maiores explicações. A parede maior, é mais fortemente aquecida por um influxo uniforme de calor,  $q_{w1}$ . Esta parede é denotada pelo índice “1”.

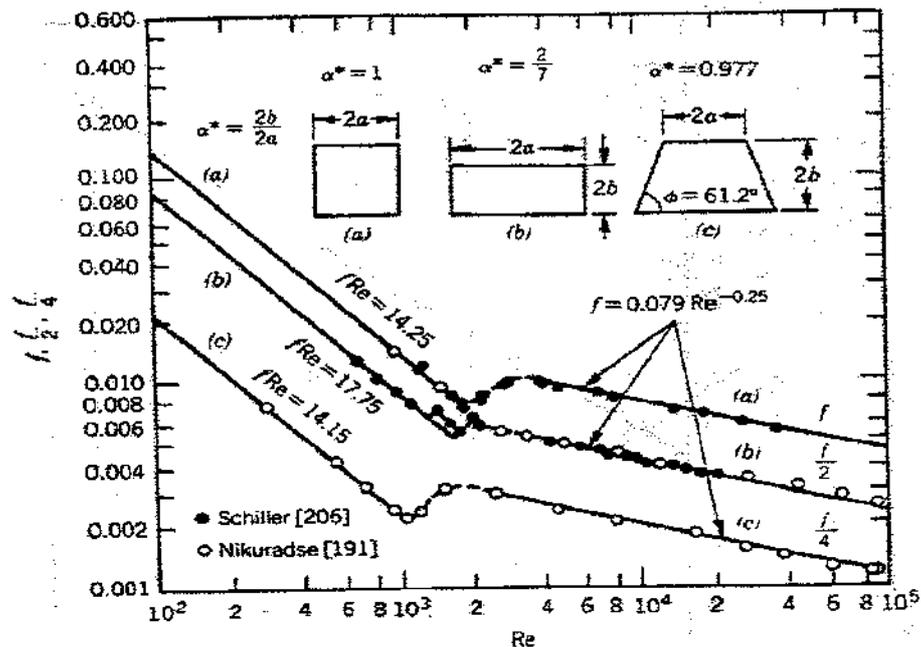


Figura 2.3 Fatores de fricção (de Fanning ) para escoamento totalmente desenvolvido: laminar, de transição e turbulento em duto quadrado, retangular e trapezoidal (Kakaç, S. S. et al, 1987).

Analogamente, a parede “2” é menos aquecida, com um influxo de calor,  $q_{w2}$ . Os Números de Nusselt, de ambas as paredes são denominados, respectivamente por  $Nu_1$  e  $Nu_2$ . No caso de aquecimento simétrico,  $Nu_0 = Nu_1 = Nu_2$ . Nota-se que os valores de Nusselt, para os casos de aquecimento assimétrico mostrados pela figura, situam-se entre  $\pm 20\%$  dos valores obtido para o caso de aquecimento simétrico. Inclui-se, na figura, a correlação de Gnielinski ( $0,5 < Pr < 2000$ ), válida para aquecimento uniforme nas quatro paredes (condição de contorno H1)

Deissler e Taylor desenvolveram uma solução analítica para um duto quadrado com a condição H4- influxo axiamente uniforme de calor, considerando a condução de calor ao longo da circunferência da parede, finita. Os resultados teóricos são apresentados na figura 2.6 para quatro valores do parâmetro de condução da parede,  $K = k.s/[k_w, \delta_w]$ , onde

$k$  é a condutibilidade térmica do fluido;  
 $s$ , a distância entre um dos vértices e a metade do comprimento da parede;  
 $k_w$ , a condutibilidade térmica da parede, e,  
 $\delta_w$ , a espessura da parede.

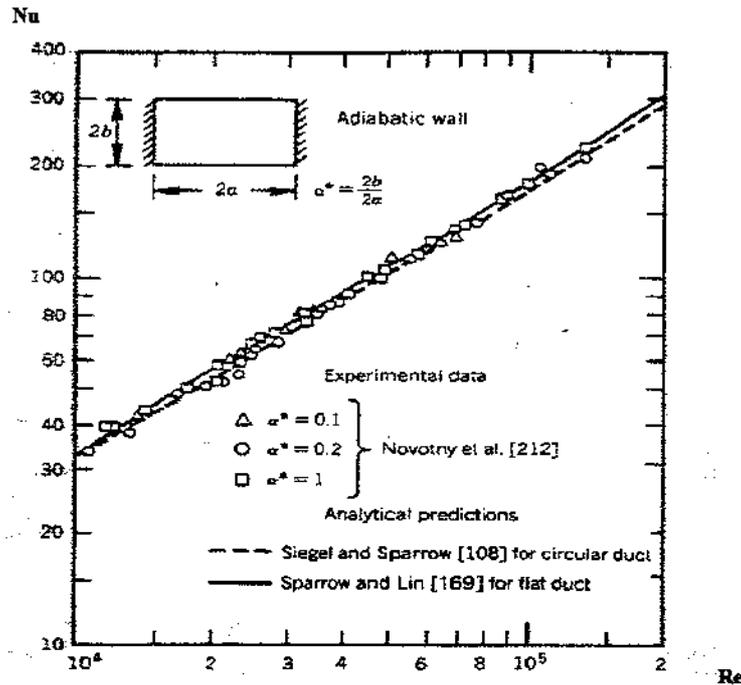


Figura 2.4 Números de Nusselt para escoamento turbulento totalmente desenvolvido com aquecimento simétrico de um duto retangular com as paredes menores adiabáticas e  $Pr = 0,7$  (Kakaç et al, 1987).

O valor de  $K = 0$  corresponde a temperatura uniforme da parede ao longo de seu perímetro, o que leva à condição H1 - temperatura circunferencialmente uniforme e fluxo de calor uniforme e axialmente constante. Comparando os resultados com  $K=0$  e a correlação de Gnielinski para duto circular, verifica-se que, para

$$0,73 \leq Pr \leq 300 \text{ e } 10^4 \leq Re \leq 10^6,$$

os resultados para duto quadrado, são 6% menores do que aqueles preditos pela correlação de Gnielinski. Também verifica-se que, para

$$0,5 \leq Pr \leq 100 \text{ e } 10^4 \leq Re \leq 10^6,$$

os números de Nusselt obtidos para canal plano ( $\alpha^* = 0$ ) estão dentro de  $-8\%$  e  $+9\%$  daqueles preditos pela correlação de Gnielinski. Assim é razoável supor que para  $0 \leq \alpha^* \leq 1$  e aquecimento nas quatro paredes, o número de Nusselt poderá ser determinado pela correlação de Gnielinski com erro de  $\pm 9\%$ .

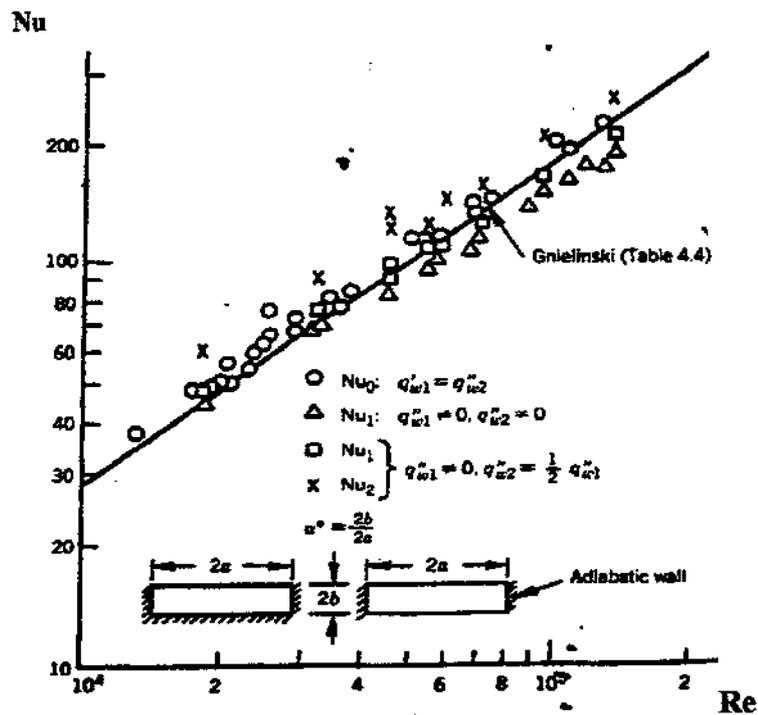


Figura 2.5 Números de Nusselt para escoamento turbulento totalmente desenvolvido com aquecimento simétrico e assimétrico de um duto retangular com as paredes menores, e ambas, adiabáticas.  $Pr = 0,7$  e  $\alpha^* = 0,2$  (Kakaç, S. S. et al, 1987).

uniforme, da correlação de Gnielinski. No caso de fluido com  $Pr=2,5$  e para  $10^4 \leq Re \leq 4,5 \cdot 10^4$ , obtém-se resultados 19% menores do que aqueles preditos pela correlação. Conclui-se, da mesma maneira que, para  $0,7 \leq Pr \leq 2,5$  e  $10^4 \leq Re \leq 10^5$ , os números de Nusselt obtidos com aquecimento em uma parede longa, pode ser estimado dentro de +20%, pela correlação para duto circular. Espera-se que seja válido para  $0 \leq \alpha^* \leq 1$ , apesar desta conclusão final ter sido inferida dos resultados com  $\alpha^* = 0,06$  e  $\alpha^* = 0,2$ .

### **2.3.1 Estudos correlatos.**

#### **.A região de entrada**

Para a região de entrada contínua, mostrada na figura 2.1, verifica-se que o escoamento pode permanecer laminar para valores do número de Reynolds consideravelmente maiores do que 2200. Neste caso, o comprimento de entrada para o desenvolvimento hidrodinâmico também é maior do que no caso da entrada abrupta para os valores de  $\alpha^* = 0,1, 0,2$  e 1.

#### **.O desenvolvimento hidrodinâmico**

A variação axial da velocidade e o fator de fricção de Fanning aparente, na região de entrada de um duto retangular, são mostrados na figura 2.7. O pico local da velocidade na linha de centro do duto ocorre na junção das quatro camadas limites do escoamento turbulento e aparentemente é devido a algum tipo de interação entre as camadas de cisalhamento. O deslocamento dos picos com a diminuição do número de Reynolds é observado em outros estudos numéricos e experimentais. A diminuição inicial do fator de atrito aparente também é atribuído a algum tipo de interação entre as camadas de cisalhamento. Este efeito é observado experimentalmente em dutos retangulares com baixos valores de  $\alpha^*$ .

#### **.O desenvolvimento térmico**

Até 1987, não havia resultados analíticos ou experimentais para a região em desenvolvimento de dutos retangulares. Entretanto, os resultados para dutos circulares tem sido utilizados com o valor do diâmetro hidráulico no lugar do diâmetro original. Ao se usar resultados

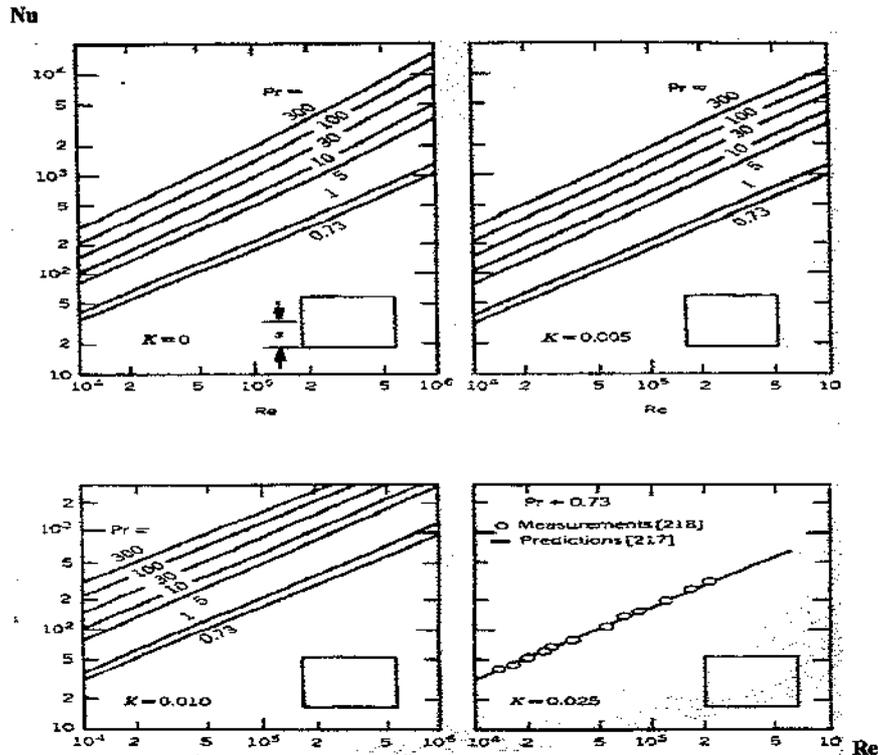


Figura 2.6 Numeros de Nusselt para escoamento totalmente desenvolvido em um duto quadrado com a condição H4 (influxo axiamente uniforme de calor, considerando a condução de calor ao longo da circunferência da parede, finita) (Kakaç et al, 1987).

Considerando o aquecimento apenas por duas paredes longas, os números de Nusselt obtidos para  $Pr=0,7$  e  $10^4 \leq Re \leq 10^5$ , encontram-se 10% maiores do que aqueles com aquecimento uniforme, obtido da correlação de Gnielinski. O aquecimento simétrico por duas paredes longas também demonstrou ser muito pouco sensível ao valor de  $\alpha^*$ .

Para um escoamento do tipo pistão, para fluido com  $Pr=2,5$  e  $10^4 \leq Re \leq 4,5 \cdot 10^4$ , os números de Nusselt são 10% menores do que aqueles preditos pela correlação de Gnielinski. Assim, pode-se concluir que para  $0,7 \leq Pr \leq 2,5$  e  $10^4 \leq Re \leq 10^5$ , os números de Nusselt obtidos com igual aquecimento em duas paredes longas, para  $0 \leq \alpha^* \leq 1$ , pode ser determinado pela equação de Gnielinski com precisão de  $\pm 10\%$ .

No caso de aquecimento por apenas uma parede longa,  $Pr=0,7$  e  $10^4 \leq Re \leq 10^5$ , os números de Nusselt estão 20% menores do que aqueles obtidos no caso de aquecimento

de dutos circulares em dutos retangulares deve-se lembrar que, por causa dos escoamentos secundários, ocorre a formação de pontos quentes nas regiões dos vértices, sendo portanto, uma aproximação. Os resultados obtidos para dutos planos ( $\alpha^* = 0$ ) também podem ser utilizados para boas estimativas em dutos retangulares com valores pequenos de  $\alpha^*$ .

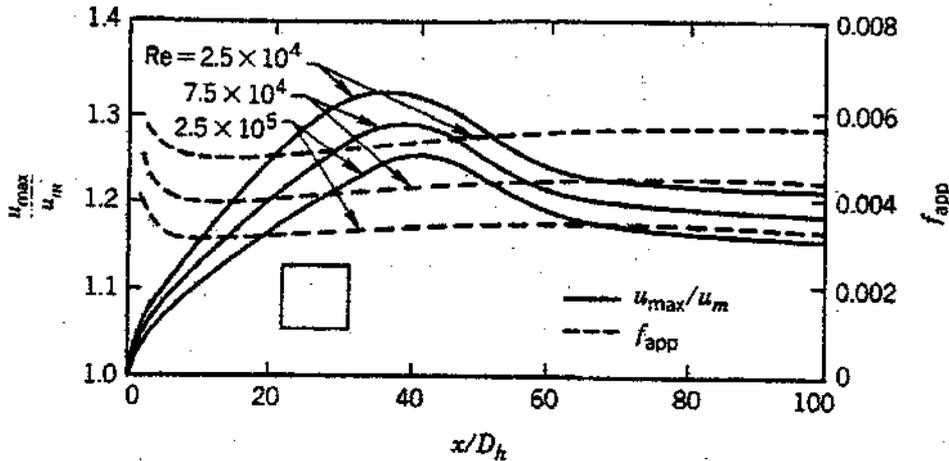


Figura 2.7 Velocidade na linha de centro do escoamento turbulento e fator de fricção aparente na região de entrada hidrodinâmica de um duto retangular liso (Kakaç, S. S. et al, 1987).

### .Desenvolvimento hidrodinâmico e térmico simultâneos

Sparrow et al (1982), reportam números de Nusselt obtidos da analogia com transferência de massa e calor para um fluido com  $Pr=2,5$  escoando turbulentamente na região de entrada de um duto retangular com  $\alpha^* = 1/18$ . Os resultados são mostrados na figura 2.8, para aquecimento simétrico e assimétrico. No caso do aquecimento simétrico das duas paredes longas, considerou-se as paredes isotérmicas (condição de contorno do tipo T) enquanto as duas menores permaneciam adiabáticas.

A entrada do duto era abrupta, como na figura 2.1. Para esta configuração de entrada verificou-se que separação do escoamento e recuperação ocorriam muito perto do duto. Esta característica do escoamento fluido modelava a distribuição local do coeficiente de transferência de calor na região de entrada.

A figura 2.8 mostra a variação do número de Nusselt local com o comprimento do duto para quatro valores do número de Reynolds. O baixo valor de Nu na entrada, seu rápido crescimento e diminuição não havia sido reportado na literatura antes. A informação que havia era de um valor alto de Nu na entrada, diminuindo monotonicamente para o valor de escoamento completamente desenvolvido.

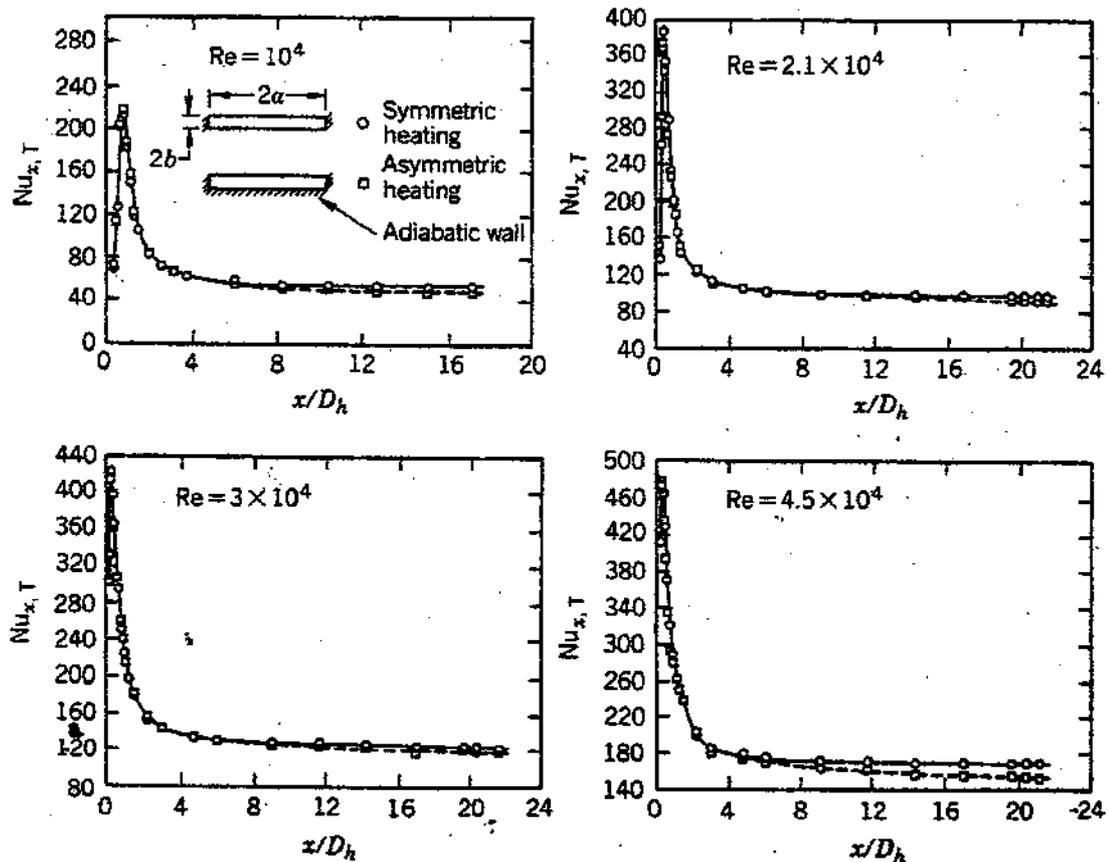


Figura 2.8 Números de Nusselt locais para desenvolvimento simultâneo do escoamento turbulento em um duto retangular com  $\alpha^* = 1/18$  e  $Pr=2,5$  (Kakaç, S. S. et al, 1987).

Para o valor de  $Pr=2,5$ , a distância térmica de entrada para aquecimento simétrico permaneceu na faixa  $5 \leq [L_{t\acute{e}rm}/D_h] \leq 7$ , enquanto que, para aquecimento assimétrico achou-se  $10 \leq [L_{t\acute{e}rm}/D_h] \leq 13$ .

## 2.4 Aspectos específicos do escoamento em dutos

### .a região de entrada

Em outro artigo desenvolvido por Sparrow et al (1987), estudou-se a região térmica de entrada para escoamento turbulento em um duto circular, experimentalmente. A montagem é mostrada na figura 2.9.

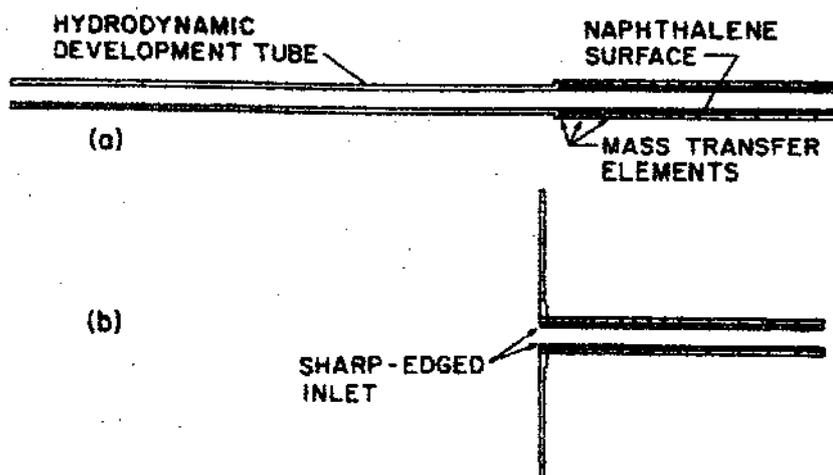


Figura 2.9 Montagem para transferência de massa em um tubo (Sparrow, E. M. et al, 1987):  
(a) escoamento desenvolvido hidrodinamicamente, (b) com entrada abrupta

Deste trabalho, é importante ressaltar os resultados mostrados na figura 2.10, que os valores de  $Sh$  obtidos com a entrada abrupta foram inicialmente inferiores aos obtidos com o tubo para o desenvolvimento prévio do escoamento. Nota-se, também, que em ambos os casos, os efeitos de entrada deixam de ser significativos em aproximadamente  $20Dh$ .

Outro fato que merece atenção é que, na região totalmente desenvolvida, a condição de entrada não tem efeito, como mostrado na figura 2.11.

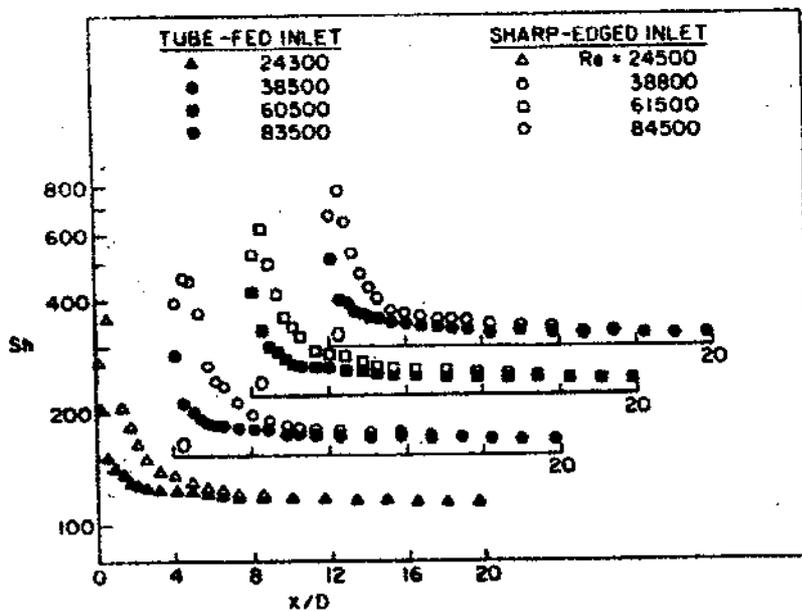
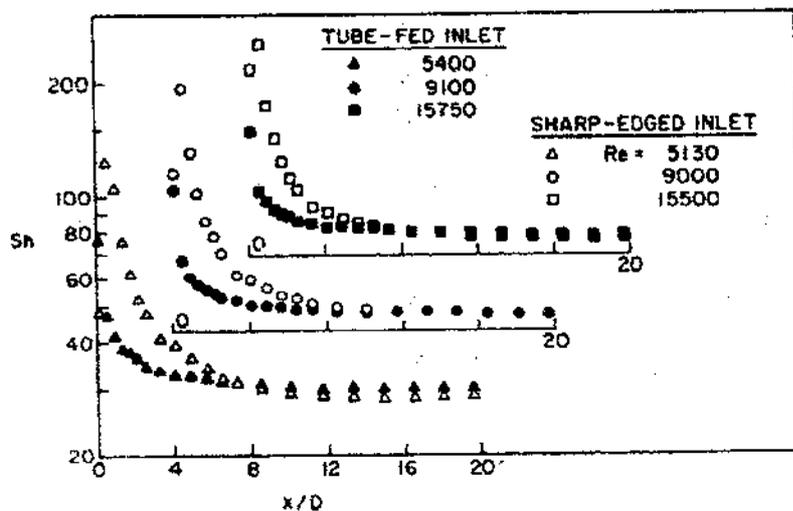


Figura 2.10 Distribuições do número de Sherwood para valores baixos e altos de Re (Sparrow, E. M. et al, 1987).

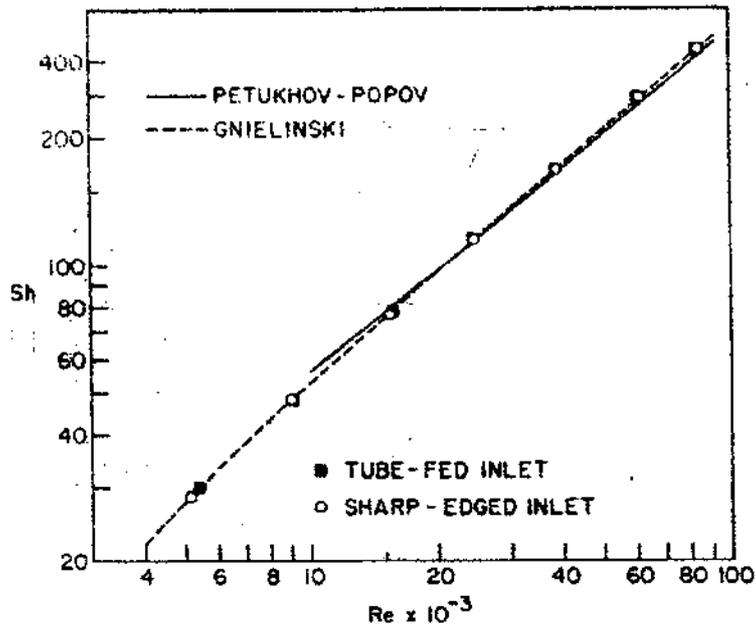


Figura 2.11 Números de Sherwood na região totalmente desenvolvida (Sparrow, E. M. et al, 1987).

#### **A distribuição axial do fluxo de calor na interface parede-fluido**

Yan, W.M. et al (1990) analisaram numericamente, a influência da espessura da parede, razão entre condutividades parede-fluido e número de Prandtl conjugado ao influxo uniforme de calor às paredes de um canal plano ( $\alpha^* = 0$ ). Particular atenção foi dada ao efeito da condução na parede sobre a convecção forçada que ocorre no canal. A definição do problema físico é ilustrada na figura 2.12.

Neste problema, a condução de calor no sentido axial, no escoamento, foi desprezada com a justificativa que o número de Peclet,  $Pe$  é maior do que 100. O escoamento já se encontra desenvolvido onde a transferência de calor ocorre. As propriedades termofísicas são constantes.

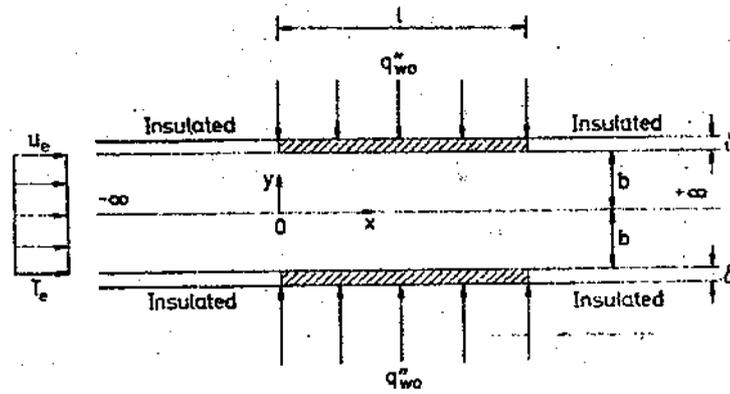


Figura 2.12 Esquema do problema físico estudado por Yan, W. M. et al (1990).

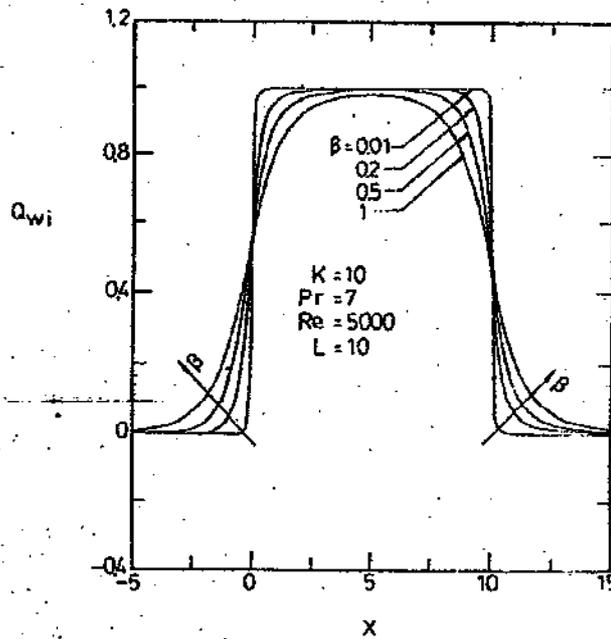


Figura 2.13 Efeitos da espessura (adimensionalizada) na distribuição do fluxo de calor interfacial para  $K=10$ ,  $Pr=0,7$ ,  $Re=5000$  e  $L=10$  (Yan,W.M et al, 1990).

Na figura 2.13, mostra-se a variação do fluxo de calor na interface parede-fluido, em função do comprimento do duto, incluindo-se os efeitos no isolamento anterior e posterior ao duto. O parâmetro,  $K$  é a razão entre condutividades parede/fluido, a letra  $\beta$  é a razão entre a espessura da parede e a meia largura ( vertical) do canal.

As conclusões mais importantes, são relacionadas abaixo, com o auxílio da figura 2.14:

os efeitos da condução na parede sobre a convecção forçada turbulenta são importantes, especialmente para os sistemas com razão de condutibilidades e espessura de parede elevadas. A condução axial deve ser investigada nestes casos.

a extensão do pré-aquecimento e pós-aquecimento da corrente fluida aumenta com o aumento de  $K$  e  $\beta$ .

a influência o número de Prandtl na distribuição axial do fluxo de calor interfacial é muito pequena.

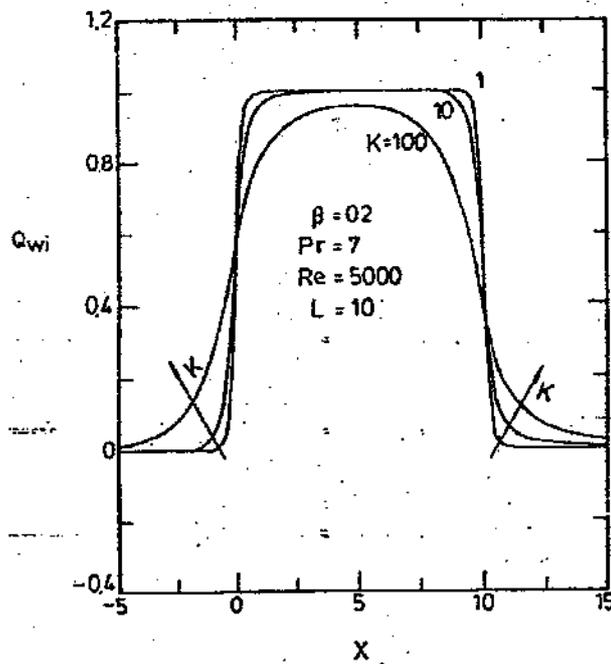


Figura 2.14 Efeitos da razão entre condutibilidades térmicas parede-fluido na distribuição axial do fluxo de calor interfacial de calor (Yan, W.M et al, 1990).

## **.Características do escoamento e troca de calor turbulentos em dutos retangulares planos**

Dean, R. B. (1978) estudou a dependência do coeficiente de atrito, da velocidade na linha de centro e de outros parâmetros médios do escoamento em canais planos ( $\alpha \rightarrow 0$ ). Da análise de vários resultados experimentais ele apresenta uma correlação otimizada para o coeficiente de atrito na forma:

$$C_f = 0,073 \cdot Re^{-1/4} \quad (2.17)$$

e também apresenta

$$U_0/U_{méd} = 1,28 \cdot Re^{-0,0116} \quad (2.18)$$

como sendo a melhor relação entre a velocidade máxima ( na linha de centro do canal) e o valor médio.

Os valores otimizados das constantes:

$$A = 2,12$$

$$K = 0,41, \text{ da lei log}$$

$$\Pi = 0,14 \text{ do parâmetro da função de esteira de Coles}$$

são obtidos e mostrados serem independentes de Re.

## **.O número de Prandtl turbulento**

Kays, W. M. (1994) resume, em seu artigo "Turbulent Prandtl Number – Where are we?", todos os dados disponíveis sobre números de Prandtl turbulentos para camadas limites bi-dimensionais e para escoamento totalmente desenvolvido em duto circular ou placa plana. Disto tudo ele extraiu as conclusões possíveis sobre o assunto, até aquela data:

.na região logarítmica,  $Pr_t$  ( número de Prandtl turbulento) é primariamente uma função de  $Pe_t$  (número de Peclet turbulento =  $[\epsilon_m/\nu]Pr$ ). Para baixos valores de  $Pe_t$ ,  $Pr_t$  aproxima-se de um valor constante próximo de 0,85. Para valores menores,  $Pr_t$  aumenta indefinidamente. Para gases,  $Pe_t$  é suficientemente grande de forma que  $Pr_t$  tende a ser próximo de uma constante na região logarítmica.

.na região de esteira de uma camada limite turbulenta, e na linha de centro para escoamento totalmente desenvolvido e turbulento em dutos,  $Pr_t$  tende a valores próximos de 0,5 – 0,7 para números de Prandtl moderados e altos.

.a determinação do número de,  $Pr_t$  na região logarítmica é suficientemente preciso para a determinação de taxas de calor na parede.

.não é conclusivo, porém dados experimentais parecem indicar que gradientes adversos de pressão para escoamentos de ar, possam diminuir  $Pr_t$  e vice-versa.

.transpiração aparentemente tem pouco efeito em  $Pr_t$ , e a rugosidade da superfície, pouco ou nenhum efeito.

A forma de determinação experimental de  $Pr_t$  também chamou a atenção. A figura 2.16 ilustra a técnica.  $Pr_t$  será a razão entre as constantes que acompanham a função logarítmo das curvas de  $U^+$  e  $T^+$  em função de  $Y^+$ , onde

$$T^+ = [T - T_w] / [U \tau_w \rho C / q_w] \quad (2.19)$$

A figura 2.15 ilustra a determinação do número de Nusselt em função do número de Reynolds para escoamento completamente desenvolvido em um duto de seção circular. Observa-se que o valor de Nusselt depende da forma como foi avaliado o número de Prandtl turbulento.

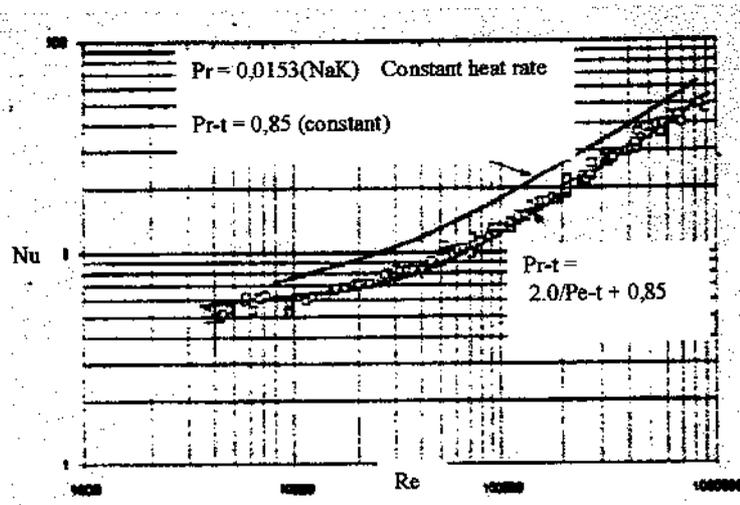


Figura 2.15 Determinação de Nu em função de Re para escoamento completamente desenvolvido em um tubo cilíndrico usando duas formas de  $Pr_{tu}$  (Kays, W.M., 1994).

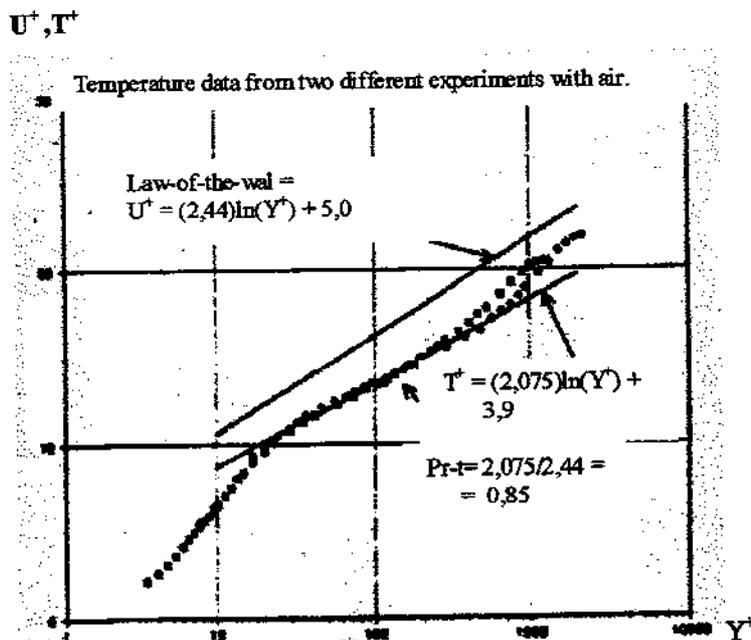


Figura 2.16 Exemplo de determinação de  $Pr_{tu}$  (Kays, W.M., 1994).

## **.Resultados de um modelo k-ε**

Myong, H.K. (1991), desenvolveu um modelo k-ε anisotrópico para baixos números de Reynolds, no qual a condição de não deslizamento é utilizada diretamente, em vez da utilização mais comum de funções de parede para fechamento do modelo. O problema abrange o escoamento turbulento, tridimensional e completamente desenvolvido em um duto retangular de paredes lisas com influxo uniforme de calor sob temperatura perimetral constante.

Com este excelente trabalho, Myong pode obter os perfis de temperatura e velocidade constantes na seção, estudar variações locais do fluxo de calor e da tensão de cisalhamento na parede (em perfeito acordo com os dados experimentais disponíveis) e, além de outros, avalia sistematicamente algumas funções de parede.

No campo da transferência de calor ele concluiu que:

.o uso de  $Pr_t = 0,9$  resulta em uma concordância muito boa com os resultados experimentais e que o valor de  $Pr_t = 1,0$  também é aceitável.

.a tendência do escoamento secundário em diminuir as variações do fluxo de calor na parede em torno do perímetro do duto é mais pronunciada para altos valores de  $Re$ .

.a usual lei logarítmica da parede não é válida sobre alguma extensão em torno da região dos vértices do duto.

.o escoamento turbulento próximo aos vértices não pode ser predito com precisão ainda, mesmo com este modelo k-ε.

.pouco distante da região dos vértices do duto, a lei logarítmica (válida para escoamentos bidimensionais) mantém validade prática.

As figuras 2.17 a 2.20 ilustram alguns dos resultados obtidos com a sua simulação.

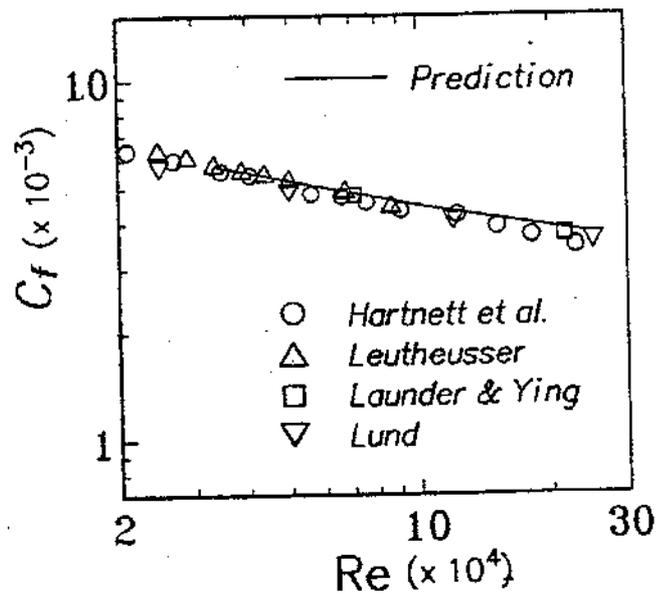


Figura 2.17 Coeficiente de atrito em função de Reynolds para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H.K, 1991).

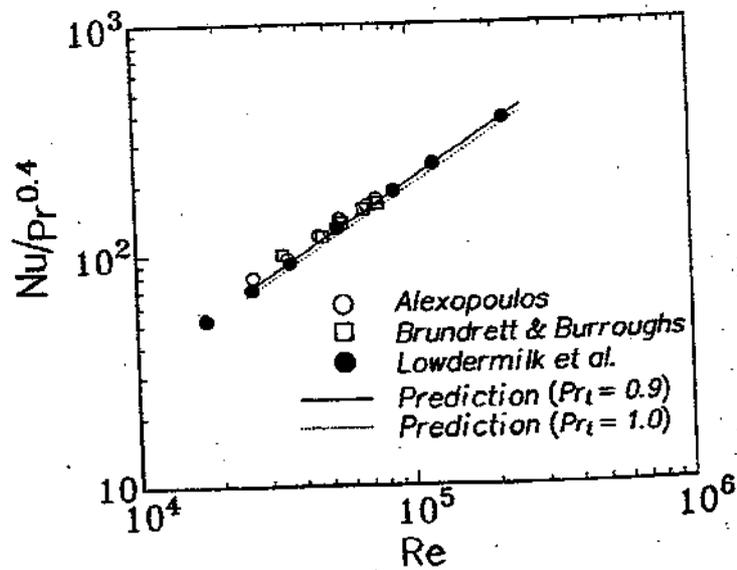


Figura 2.18 Número de Nusselt em função de Reynolds para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H.K, 1991).

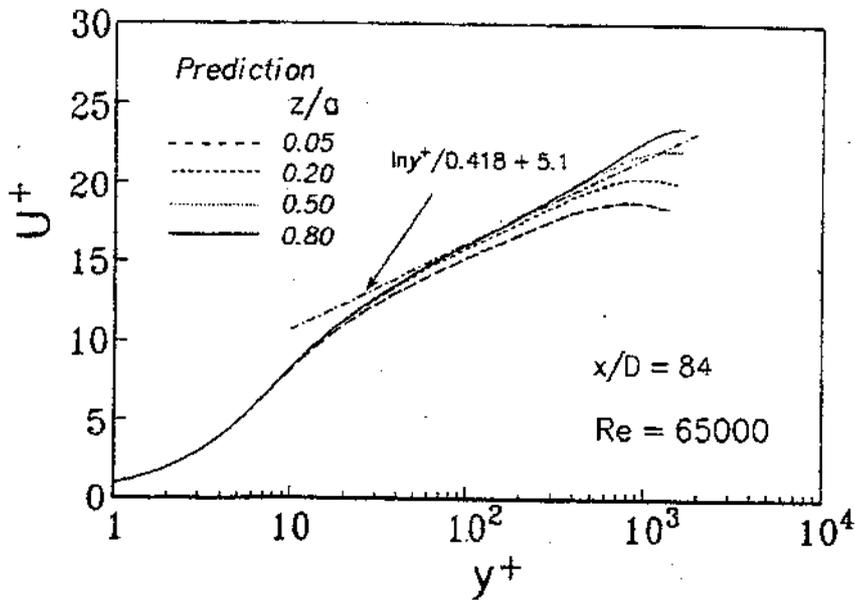


Figura 2.19 Velocidade adimensional em função da coordenada adimensional para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular (Myong, H.K, 1991).

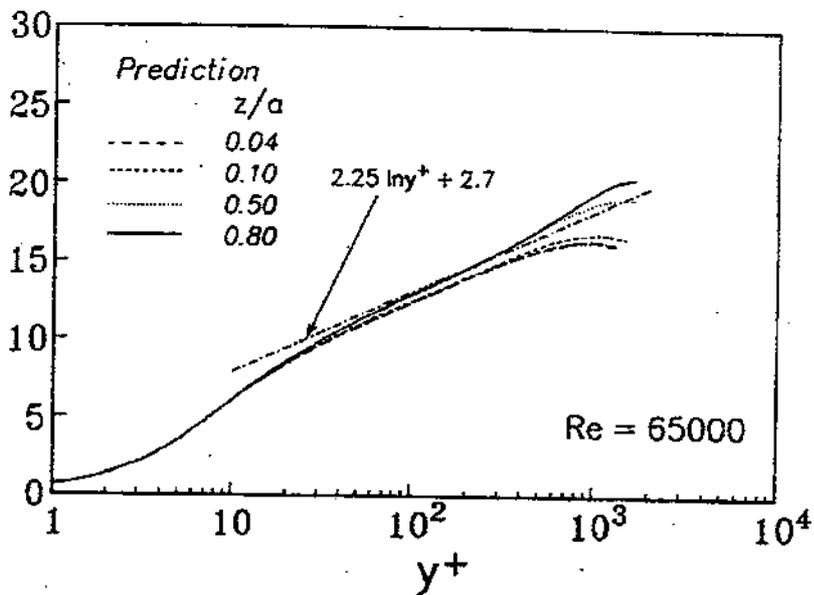


Figura 2.20 Temperatura adimensional em função da coordenada adimensional para o escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um duto retangular, por Myong, H. K. (1991)

#### 2.4.1 Estudo de um duto retangular

Os resultados descritos a seguir foram extraídos do artigo de Kadle et al (1986).

Os autores utilizaram uma montagem, vista na figura 2.21, em sua seção transversal, para analisar as características e o desempenho do duto aletado em termos do fator de atrito e do número de Nusselt. A análise limitou-se à região completamente desenvolvida.

O duto tinha como dimensões ( mostradas na figura 2.22):

$$W = 5,08\text{mm}$$

$$t = 2,54\text{mm}$$

$$H = 38,10\text{mm} \text{ (e alterado para novo ensaio, para } 19,05\text{mm)}$$

A espessura da base era de 12,7mm, a espessura do isolamento (styrofoam), de 6,35mm e o comprimento da seção de testes, de 508mm. Assim, ensaiou-se o duto com duas razões de aspecto: 7,5 e 3,75.

Inicialmente, os autores discutem os resultados pertinentes ao valor médio do fator de atrito e de Nu na seção desenvolvida para ambas as razões de aspecto. O valor adotado para o parâmetro, “m”, ajustou o modelo aos resultados experimentais.

O domínio de cálculo considerava, por simetria, meia seção do escoamento fluido e meia espessura de uma aleta, conforme mostrado na figura 2.22

Observa-se, na figura 2.23, que o fator de atrito do modelo é comparado com o obtido da expressão de Prandtl, para dutos lisos circulares. Mas não é mostrada comparação com o resultado experimental do duto retangular. Assim, não se pode afirmar qual resultado é o melhor.

Ainda na figura 2.23, os resultados do modelo são comparados com os valores experimentais do número de Nusselt médio. O modelo prediz valores maiores de Nu, para

determinado  $Re$ , quanto maior for o parâmetro “ $m$ ”. Os valores teóricos foram inferiores aos experimentais, para razão de aspecto igual a 3,75. O inverso ocorreu para a razão igual a 7,5.

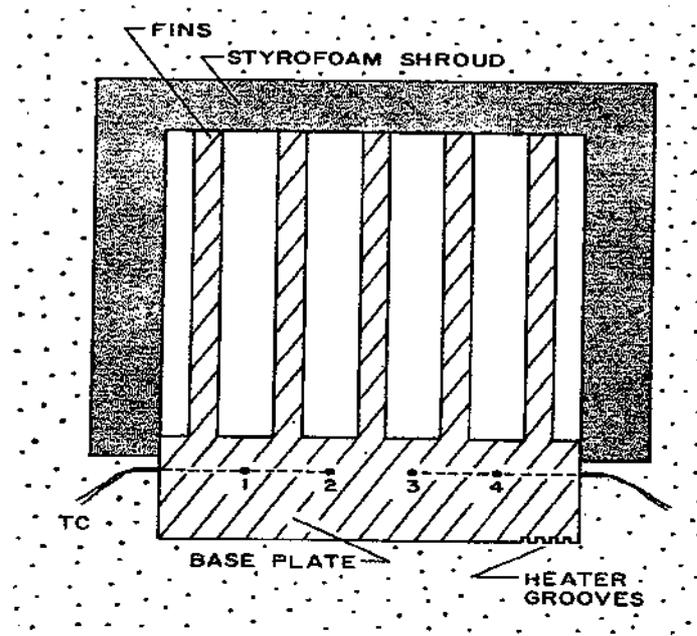


Figura 2.9 Seção transversal da montagem utilizada por Kadle et al (1986).

Na figura 2.24, mostram-se perfis teóricos da temperatura ao longo da altura da aleta para ambas as razões de aspecto e alguns valores de  $Re$ . Os resultados são previsíveis.

Na figura 2.12, efetuam-se algumas comparações para ambas as razões de aspecto. Os pontos circulares denotam o cálculo da eficiência da aleta obtida do modelamento unidimensional, comumente encontrado em livros textos sobre transferência de calor. Neste caso, assume-se um valor médio para o coeficiente convectivo, que predomina sobre toda a extensão da aleta. Este valor foi obtido dos dados experimentais. Nota-se a surpreendente coincidência entre os valores obtidos desta forma e da forma mais precisa, pelo modelo numérico do trabalho, no caso em que a razão de aspecto é da ordem de 3,75 e o material é alumínio.

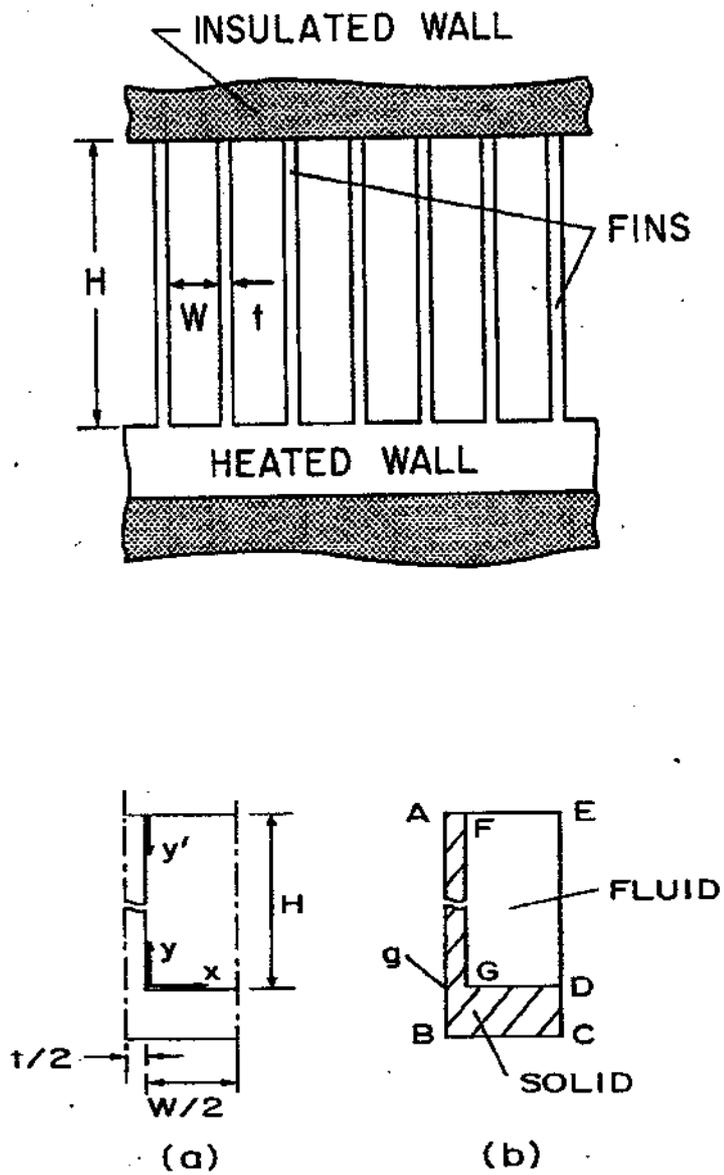


Figura 2.22 Nomenclatura básica do duto aletado e domínio de solução (Kadle, D. S. et al, 1986).

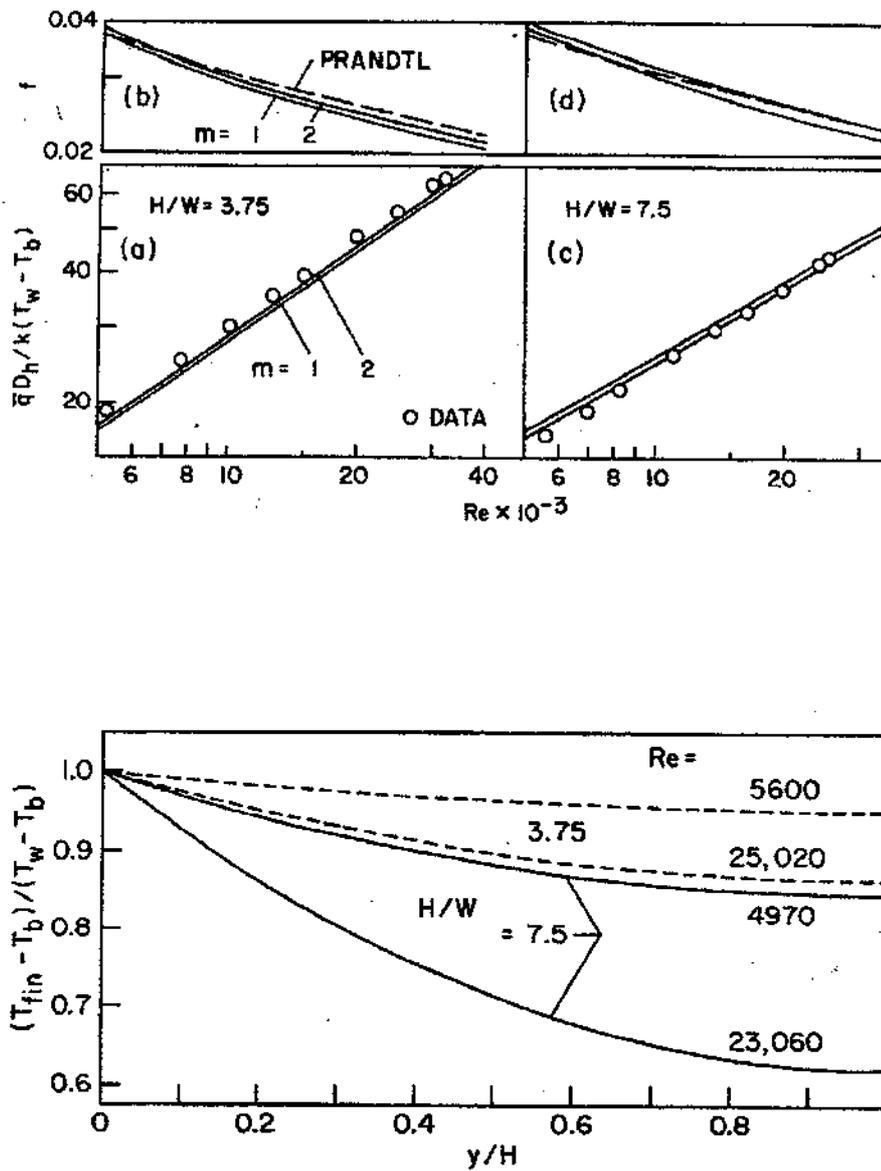


Figura 2.23 Comparação entre fatores de atrito e números de Nusselt e distribuição de temperatura adimensional das aletas (Kadle, D. S. et al, 1986).

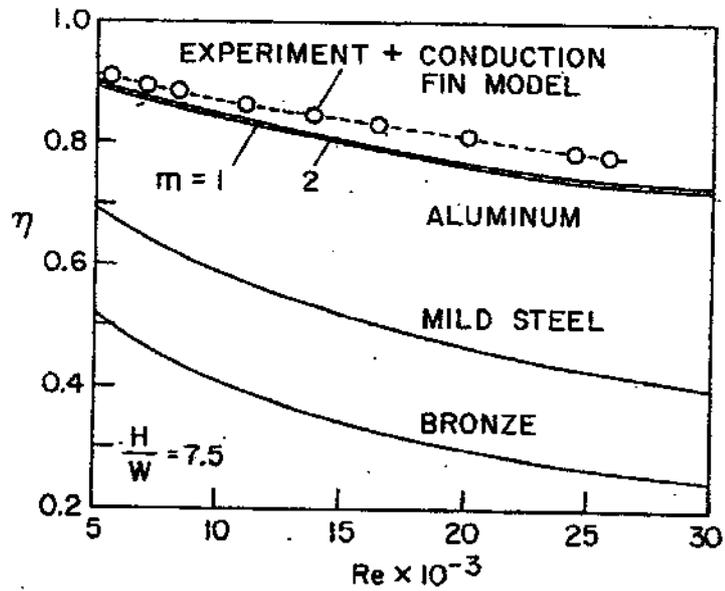
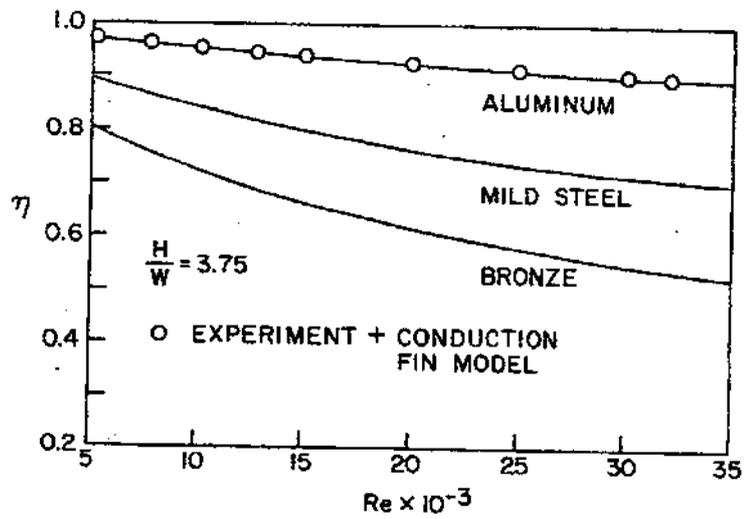


Figura 2.24 Efeito da razão de aspecto e do material na eficiência da aleta e comparação entre resultados analíticos, numéricos e experimentais (Kadle, D. S. et al, 1986).

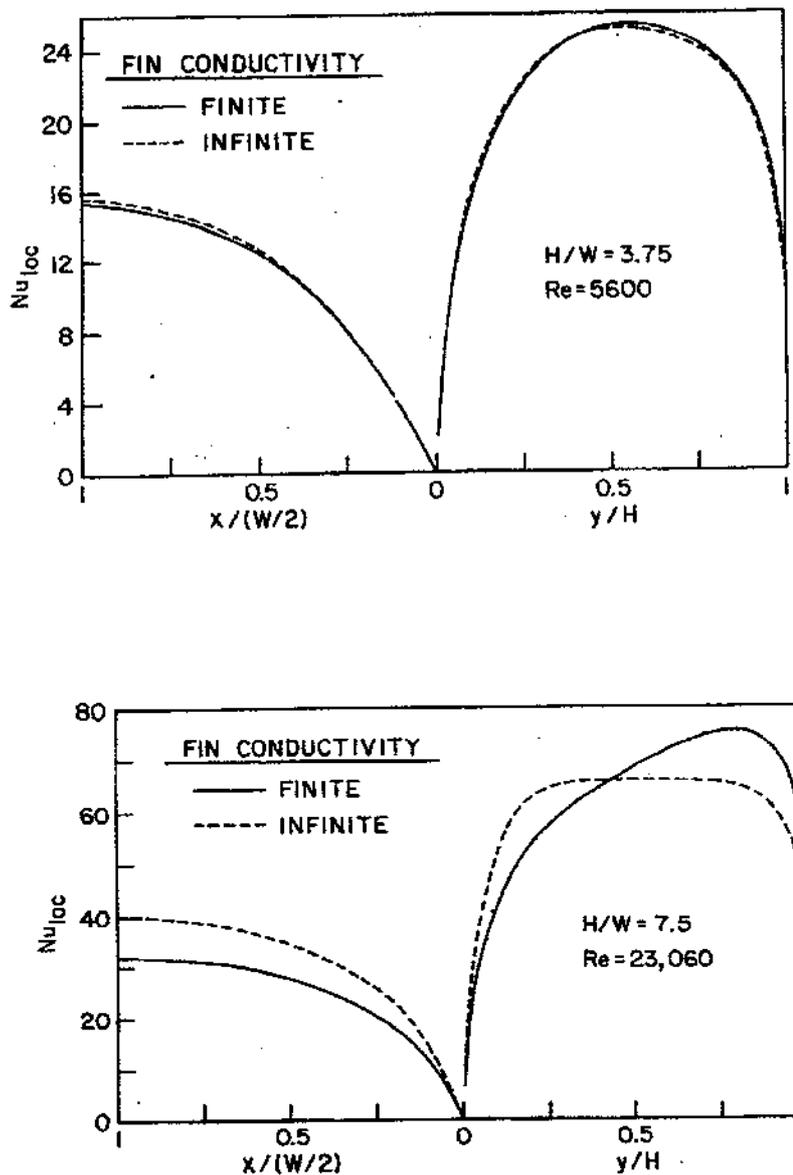


Figura 2.25 Valores de  $Nu_{loc}$  ao longo da base aquecida e da aleta para razão de aspecto igual a 3,75 e  $Re = 5600$  e razão de aspecto igual a 7,5 e  $Re = 4970$  (Kadle, D. S. et al, 1986).

O modelo numérico permite investigar como varia  $Nu$  ao longo das paredes do canal. Na figura 2.25, avaliou-se também o efeito da condutividade térmica. As linhas contínuas correspondem ao metal alumínio, as linhas tracejadas correspondem a um material de condutibilidade térmica infinita. A variação entre ambas é significativamente pequena, apesar de que o alumínio é praticamente o segundo material conhecido com elevada condutibilidade térmica.

Na figura 2.26, são comparados os valores de Nu experimentais, obtidos para as duas razões de aspecto, com a correlação de Petukhov-Popov que, apesar de desenvolvida para duto circular apresenta boa precisão.

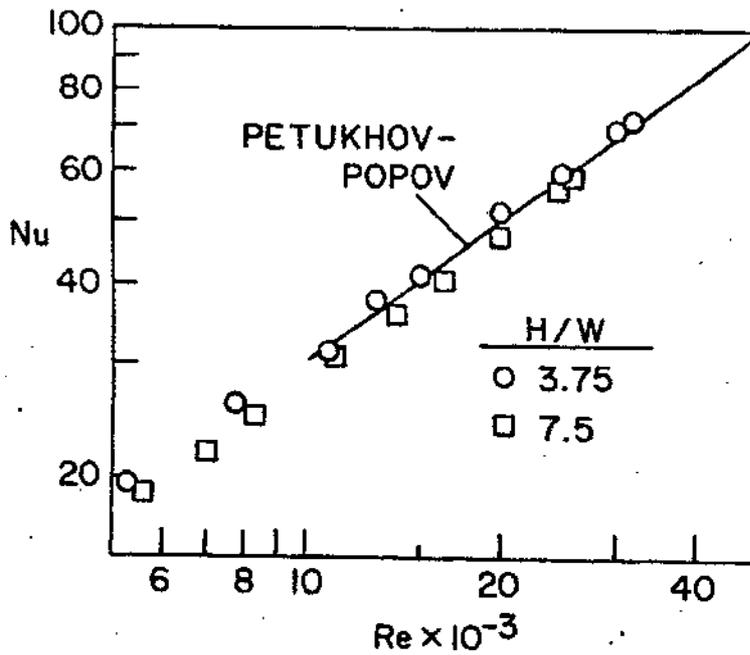


Figura 2.26 Comparação dos resultados experimentais com a correlação de Petukhov-Popov. (Kadle, D. S. et al, 1986).

## 2.5 Correlações para o escoamento turbulento completamente desenvolvido

Kakaç et al (1987) recomenda uma correlação que foi desenvolvida originalmente por Techo et al (1965) para duto circular liso e modificada por Jones O.C. (1976) para uso específico em dutos retangulares também lisos. A expressão para duto liso e circular é dada por

$$f_c = A + \frac{B}{Re^{1/m}} \quad (2.20)$$

com Reynolds em função do diâmetro hidráulico. Para o escoamento turbulento, as constantes, A, B e m tem os seguintes valores:

$$A = 0.00128 \quad (2.21)$$

$$B = 0.1143 \quad (2.22)$$

$$m = 3.2154 \quad (2.23)$$

para a faixa de Reynolds:  $4000 < Re < 10^7$ . Com o valor de  $f_c$ , utiliza-se a equação

$$f = (1.0875 - 0.1125 \cdot \alpha) \cdot f_c \quad (2.24)$$

para a obtenção do fator de atrito para o duto retangular. Nesta equação,  $\alpha$  é a razão de aspecto, dada pela razão entre os lados da seção, cujo valor deve estar entre 0 e 1. A correlação também vale para a região de transição,  $2300 < Re < 4000$  se forem usados os coeficientes:

$$A = 0.0054 \quad (2.21a)$$

$$B = 2.3 \cdot 10^{-8} \quad (2.22a)$$

$$m = -2/3 \quad (2.23a)$$

Os valores preditos por esta correlação apresentam um desvio total de  $\pm 5\%$  em relação a valores experimentais.

Petukhov-Popov desenvolveu uma correlação para o número de Nusselt (in: Holman, J. P., 1983), que é válida para escoamento turbulento e desenvolvido em tubos lisos, na faixa de Reynolds:  $10^4 < Re_d < 5.10^6$ . Esta correlação necessita de uma estimativa para o fator de atrito. A expressão recomendada para o cálculo de  $f$ , é dada por:

$$f = \frac{1}{[1.82 \log_{10} (Re_d) - 1.64]^2} \quad (2.25)$$

Neste caso, é interessante comparar os números de Nusselt obtidos da expressão de Petukhov-Popov, a partir da equação 2.25 e a partir dos valores de  $f$  obtidos experimentalmente da montagem.

Outra correlação muito conhecida e apresentada em quase todos os livros texto de Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor, também válida para tubos lisos na faixa de  $10^4 < Re_d < 5.10^5$ , é a equação desenvolvida por Blasius em 1913,

$$f = 0.3164(Re_d)^{-1/4} \quad (2.26)$$

Estas correlações foram as escolhidas para comparação com os valores do fator de atrito obtidos numérica e experimentalmente, neste trabalho.

Não foi encontrada na literatura, uma correlação aplicável especificamente para este duto por causa da assimetria das condições de contorno térmicas propostas. As correlações utilizadas na comparação com os resultados numéricos são apresentadas a seguir.

A correlação de Gnielinski, desenvolvida para duto circular liso, válida para  $2300 < Re_d < 5.10^6$  e  $0.5 < Pr < 2000$ , tem a forma

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re} - 1000)\text{Pr}}{1 + 12.7(\text{Pr}^{2/3} - 1)(f/8)^{1/2}} \quad (2.27)$$

Apesar de desenvolvida para duto circular liso, Kakaç, S. S. et al (1987) recomendam a correlação acima para estimativas do número de Nusselt em dutos retangulares, usando o fator de atrito calculado pela equação (2.24). No entanto, a precisão torna-se menor, quanto maior for a assimetria nas condições de aquecimento.

Para aquecimento uniforme nas quatro paredes, a precisão é de  $\pm 9\%$ , na faixa de

$$10^4 < \text{Re}_d < 10^6 \text{ para } 0.5 < \text{Pr} < 100$$

Para aquecimento igual em duas paredes longas, a precisão é de  $\pm 10\%$ , na faixa de

$$10^4 < \text{Re}_d < 10^6 \text{ para } 0.5 < \text{Pr} < 10$$

Para aquecimento em uma única parede longa, valores aproximados de Nusselt podem ser até 20% maiores do que os valores experimentais na faixa de

$$10^4 < \text{Re}_d < 10^6 \text{ para } 0.5 < \text{Pr} < 10$$

Como a seção de teste apresenta transferência de calor por 3 das 4 paredes, espera-se que a precisão máxima, obtida com o uso desta correlação, esteja também em torno de  $\pm 9\%$ .

Anteriormente a Gnielinski, Petukhov (Petukhov, B. S., 1970) desenvolveu um expressão para escoamento plenamente desenvolvido em tubos lisos aplicável às seguintes faixas

$$\begin{aligned}
&0.5 < Pr < 200 \quad \text{para precisão de 6\%} \\
&200 < Pr < 2000 \quad \text{para precisão de 10\%} \\
&10^4 < Re_d < 5 \cdot 10^6 \\
&0 < \mu_m / \mu_p < 40
\end{aligned}$$

A equação é parecida com a de Gnielinski, embora limitada a  $Re_d > 4000$

$$Nu = \frac{(f/8) Re Pr}{1.07 + 12.7(Pr^{2/3} - 1)(f/8)^{1/2}} \left( \frac{\mu_p}{\mu_m} \right)^n \quad (2.28)$$

O valor de  $n$  depende dos valores de  $T_p$  e  $T_m$ .

Para  $T_p > T_m$ ,  $n = 0,11$  ; para  $T_p < T_m$ ,  $n = 0,25$ . E para fluxo de calor constante ou para gases,  $n = 0$ .

Todas as propriedades são avaliadas na temperatura de filme,  $T_f = (T_p + T_m)/2$ , exceto  $\mu_p$  e  $\mu_m$ , avaliados respectivamente à temperatura da parede e da temperatura média de mistura do escoamento. O coeficiente de atrito pode ser obtido do diagrama de Moody ou da equação 3.24 para tubos lisos.

Outra correlação escolhida como base de comparação, embora também somente válida para tubos lisos é a conhecida equação de Dittus-Boelter (Dittus, F. W. et al, 1930).

$$Nu_d = 0.023 Re_d^{0.8} Pr^n \quad (2.29)$$

na qual,  $n = 0.4$  para aquecimento e  $n = 0.3$  para resfriamento do fluido em escoamento.

Observa-se que a correlação de Petukhov-Popov e de Gnielinski são dependentes do fator de atrito. Isto permite a introdução do fator de atrito obtido experimentalmente nestas equações para a obtenção do número de Nusselt. A vantagem desse procedimento é que, se os valores de

Nusselt, obtidos dessa forma forem mais precisos, existe a possibilidade de uma montagem ser instrumentada apenas para a obtenção do fator de atrito e, via correlação, obter-se o número de Nusselt correspondente de forma mais confiável.

## **Capítulo 3**

### **Análise Teórica**

#### **3.1 Formulação**

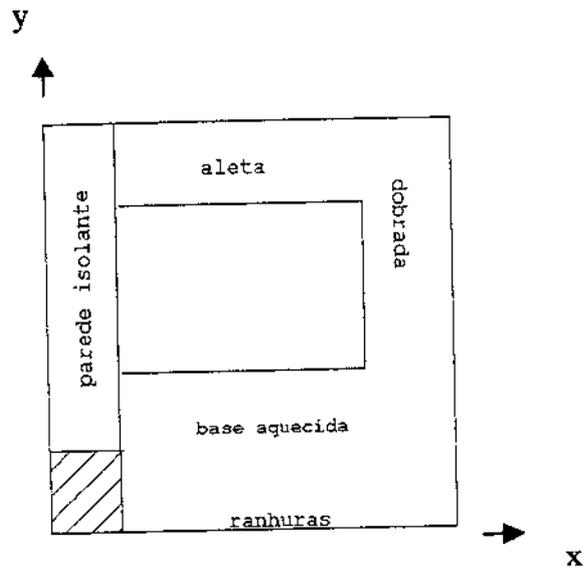
Neste capítulo, são detalhados o modelamento e o programa de simulação numérica que permite obter os valores do fator de atrito e do número de Nusselt na região de escoamento completamente desenvolvido. Este programa é referenciado no texto como simulação principal.

A definição da espessura da base aquecida do duto de testes, a ser utilizada na simulação principal; a avaliação da perda de calor radial e axial da montagem; o efeito da parede de material isolante na determinação do número de Nusselt, foram avaliadas numericamente. Estas simulações secundárias não são referenciadas neste capítulo e sim, nos capítulos seguintes, na medida em que se tornam necessárias. A maior parte das análises destas simulações encontram-se concentradas nos Apêndices 3 e 4.

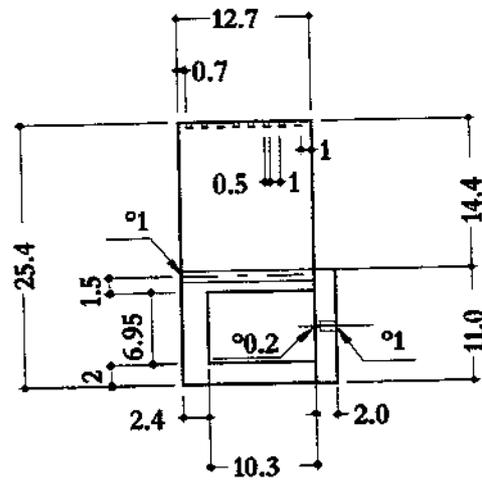
#### **.O problema físico**

O problema analisado consiste em um duto retangular, isolado externamente em três faces e que recebe calor pela base. Uma das paredes é de material isolante e duas paredes atuam como uma aleta dobrada, conforme mostra o esquema (a), da figura 3.1. A figura intermediária, (b), mostra as dimensões reais do duto de teste utilizado. Na parte inferior, mostra-se o duto de testes completo, com as tomadas de pressão e temperatura instaladas, (c).

(a)



(b)



(c)

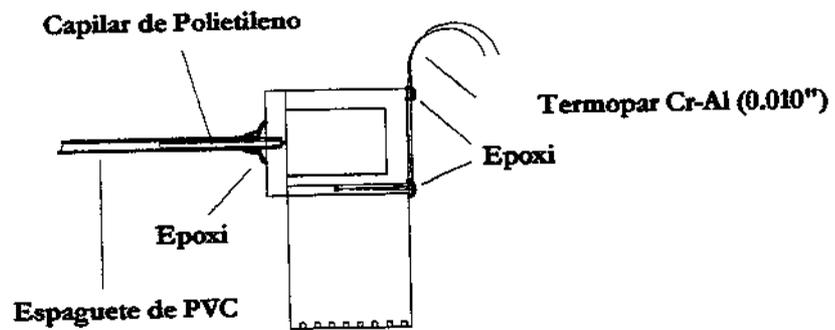


Figura 3.1 Esquema do problema fisico deste trabalho

O desenho (b) encontra-se invertido em relação à posição de ensaio do duto de teste, mostrada pelos outros dois desenhos. O sentido principal do escoamento ocorre perpendicular e para dentro do plano do desenho.

As ranhuras, em evidência nas figuras (b) e (c), alojam um fio de resistência que serve para aquecer o duto de teste, colocado dentro de uma caixa de material isolante.

A grande espessura da parede entre as ranhuras e o canal de escoamento tem dupla finalidade eliminar o efeito discreto do aquecimento e permitir que em alguma seção paralela às ranhuras, ocorra um influxo de calor mais uniforme possível.

A seção com esta última característica citada, será escolhida como sendo o plano de aquecimento do desenho (a), correspondente às ranhuras de (b) ou (c), que determinará a espessura desta região para efeito da simulação principal.

Dentro do canal existe um escoamento turbulento de ar sendo aquecido. Considera-se que o comprimento do canal seja suficiente para o desenvolvimento do perfil de velocidades e de temperaturas.

A coordenada  $x$ , refere-se ao lado maior do canal de escoamento, a coordenada  $y$ , ao lado menor. Sua origem, na simulação principal, corresponde à intersecção do canto inferior esquerdo do desenho (a).

A região hachurada, foi considerada um material de condutibilidade térmica nula enquanto que o influxo de calor, na simulação numérica, foi representado por uma fonte de calor volumetricamente uniforme, imposta na região das ranhuras.

Todos os contornos externos à figura (a) foram considerados adiabáticos. Na montagem, o duto de testes foi completamente embutido em uma caixa de material isolante.

Na visualização resultados associados a uma das paredes internas do canal (coeficientes convectivos, etc), a definição de um sistema de eixos torna-se irrelevante.

### **.As idealizações físicas**

O duto recebe um influxo de calor uniforme ao longo da base. As três faces externas do duto são perfeitamente isoladas. O escoamento de ar é incompressível e com propriedades constantes. Não há resistências térmicas de contato entre a parede de material isolante e as paredes do duto. O regime de escoamento é turbulento e em regime permanente.

São desprezadas as velocidades secundárias que ocorrem no escoamento turbulento em dutos de geometria retangular porque não afetam significativamente os resultados globais como o fator de atrito e o número de Nusselt (extraído de Patankar,S.V.,1991).

### **.As equações gerais**

As equações gerais, na forma diferencial, denominadas: equação da continuidade, de Navier-Stokes e da energia, na forma tridimensional e transiente, são válidas para a descrição dos escoamentos turbulentos. Entretanto, a complexidade das flutuações aleatórias torna difícil qualquer tratamento matemático dessas equações. Soluções numéricas de problemas desse porte são limitadas e o custo computacional é muito alto. A prática mais comumente usada a fim de contornar esta dificuldade consiste em reescrever as equações gerais para os valores médios do escoamento turbulento, separando as quantidades de turbulência em valores médios e flutuantes e modelando o escoamento turbulento. Esta é a abordagem utilizada aqui.

### **.A equação da continuidade**

Para o escoamento turbulento, incompressível e unidimensional, em regime permanente, com propriedades constantes, a equação da continuidade reduz-se a:

$$\frac{d\bar{w}}{dz} = 0 \quad (3.1)$$

para os valores médios no tempo da velocidade axial no interior do duto. Desconsideradas as componentes secundárias de velocidade na seção transversal do duto.

Para o campo flutuante, obtém-se

$$\frac{dw'}{dz} = 0 \quad (3.2)$$

### . O balanço de momentum

A equação do momentum foi estabelecida para o escoamento desenvolvido, considerando a velocidade axial,  $w$ , uma função de  $(x,y)$ .

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dz} + \nu \left[ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right] - \left[ \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial y} \right] \quad (3.3)$$

Todas as variações em  $z$ , exceto da pressão, foram consideradas nulas porque o escoamento no duto foi considerado desenvolvido. Assumiu-se um valor uniforme da pressão,  $P(z)$ , em cada seção  $(xy)$  do escoamento desenvolvido. A pressão diminui de modo linear na direção do escoamento, quando este já está desenvolvido. Assim, a equação diferencial resultante torna-se parcial apenas em  $x$  e  $y$ .

### .A equação da energia

Obteve-se a equação da energia, para um campo de temperatura bidimensional,  $T(x,y)$ , sob as mesmas hipóteses gerais, implícitas na equação do momentum. A equação resulta em

$$\bar{w} \frac{d\bar{T}}{dz} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right] - \left[ \frac{\partial(\bar{u}'\bar{T}')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'\bar{T}')}{\partial y} \right] \quad (3.4)$$

A dependência da temperatura com a direção axial, que aparece no único termo convectivo da equação diferencial, à esquerda da equação 3.4, é eliminada por meio de um balanço de energia, sob a consideração adicional de influxo de calor axialmente uniforme. Este termo torna-se constante e independente de  $T(x,y)$  e a equação diferencial, parcial em relação a  $x$  e  $y$  somente.

### .O modelamento das equações gerais

A equação do momentum e da energia apresentam termos que necessitam ser modelados para que a solução possa ser obtida apenas em termos dos perfis médios, no tempo, de velocidade e de temperatura turbulentos.

A equação da continuidade permanece inalterada, porém, a equação do momentum (3.3) é reescrita em termos de uma difusividade de momentum,  $\epsilon_m$

$$\bar{0} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{p}}{dz} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\nu + \epsilon_m) \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\nu + \epsilon_m) \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right] \quad (3.5)$$

e a equação da energia (3.4), em termos de uma difusividade térmica,  $\epsilon_h$ .

$$\bar{w} \frac{d\bar{T}}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\alpha + \epsilon_h) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\alpha + \epsilon_h) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] \quad (3.6)$$

As difusividades substituem, respectivamente, os termos

$$-\overline{u'w'} = \varepsilon_m \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \quad (3.7)$$

$$-\overline{v'w'} = \varepsilon_m \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \quad (3.8)$$

$$-\overline{u'T'} = \varepsilon_h \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$-\overline{v'T'} = \varepsilon_h \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad (3.10)$$

A equação 3.5 também pode ser escrita em termos de uma viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ . Multiplicando ambos os lados pela massa específica e isolando o gradiente de pressão, obtém-se,

$$\frac{d\bar{P}}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{W}}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{W}}{\partial y}] \quad (3.11)$$

Esta é a forma final da equação do momentum, que será usada na obtenção do perfil de velocidades.

Para a obtenção da forma final da equação da energia, torna-se necessário um balanço adicional de energia para o lado esquerdo da equação 3.6. Antes, porém, toda a equação será multiplicada por  $\rho c_p$ , de forma que a difusividade turbulenta passa a ser expressa em termos da condutibilidade térmica turbulenta,  $k_t$

$$\rho C_{pw} \frac{d\bar{T}}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] \quad (3.12)$$

No escoamento desenvolvido, ocorre

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{dT_b}{dz} \quad (3.13)$$

onde  $T_b$  indica a temperatura média de mistura do escoamento. A distribuição de temperatura varia axialmente por causa do influxo uniforme de calor,  $Q'$ , por unidade de comprimento, imposto na base do duto. Quantitativamente, essa variação é dada por

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{Q'}{\rho C_{pw_{med}} A_c} \quad (3.14)$$

na qual  $(\rho \cdot w_{med} \cdot A_c)$  é a vazão em massa de ar na seção transversal do canal,  $A_c$ ; sendo,  $C_p$ , o calor específico do fluido.

Substituindo 3.14 em 3.12, obtém-se a forma final da equação da energia, dada por

$$\frac{Q'}{A_c} \frac{\bar{w}}{w_{med}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] \quad (3.15)$$

### **.O fechamento do modelo turbulência**

A equação da continuidade, do momentum e da energia, respectivamente na forma das equações 3.1, 3.11 e 3.15, correspondem às equações gerais, modeladas para o problema em questão. O sistema constitui um modelo de turbulência, denominado algébrico ou de ordem zero

porque a viscosidade e condutibilidade térmica turbulentas, serão dadas na forma de expressões algébricas para a solução do sistema.

### **.A viscosidade turbulenta**

A forma adotada para o cálculo da viscosidade turbulenta é análoga a utilizada por Kadle & Sparrow (1986).

Para levar em conta a interação das paredes do duto com o escoamento, a viscosidade turbulenta é modelada na forma,

$$\mu_T = \rho L^2 \sqrt{\left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right)^2\right]} \quad (3.16)$$

Observa-se que, na hipótese de uma das derivadas ser desprezível, essa expressão reduz-se à forma unidimensional, utilizada por exemplo, para o escoamento desenvolvido que ocorre no interior de dutos circulares.

Como o perfil de velocidades é dependente de ambas as coordenadas da seção transversal retangular, assumiu-se que o comprimento de mistura  $L$ , pode ser obtido de uma combinação de comprimentos de mistura unidimensionais, na forma,

$$\left(\frac{1}{L}\right)^m = \left(\frac{1}{L_x}\right)^m + \left(\frac{1}{L_y}\right)^m \quad (3.17)$$

Nesta equação,  $L_x$  é o comprimento de mistura, na direção  $x$  ( lado maior do canal) calculado a partir da parede mais próxima do duto, em um dos quadrantes determinado pela posição do ponto do escoamento, na seção de escoamento.  $L_y$  é calculado de forma análoga.

O expoente  $m$  foi o único parâmetro ajustado no modelamento. Kadle & Sparrow (1986), pesquisaram numericamente, o valor de  $m$  para dois dutos de seção retangular com razões de aspecto iguais a 7.5 e 3.75 e determinaram que o valor que melhor se ajustava aos

seus resultados experimentais , variado entre 1 e 3, seria 2. Nesse trabalho, o duto tem razão de aspecto igual a 0.675, determinada sempre pela posição relativa à base aquecida. Assim, torna-se necessário verificar, para este caso, o valor de m que melhor ajusta os resultados da simulação em relação aos resultados experimentais.

A equação 3.17 simula, de certa forma, o comportamento físico esperado do comprimento de mistura. Verifica-se que, quanto mais próximo de uma parede estiver um ponto do escoamento, maior será o efeito daquela parede no comprimento de mistura para determinado ponto. Já em pontos próximos aos vértices, o efeito da camada amortecedora de uma parede começa a afetar o comportamento do comprimento de mistura calculado para a outra parede. Neste caso, a contribuição dos comprimentos de mistura individuais na composição de L, será da mesma ordem, porém muito pequena, o que minimiza o erro cometido pelo uso de comprimentos de mistura, obtidos de modelos unidimensionais, próximos aos vértices e das paredes vizinhas.

Para o cálculo de L<sub>x</sub> e L<sub>y</sub>, foi utilizada a fórmula do comprimento de mistura de Nikuradse, multiplicada pelo fator de amortecimento de Van Driest, D<sub>i</sub>, (o último termo à direita da equação 3.18a). A expressão de Nikuradse, fornece o valor do comprimento de mistura em função da distância normal à parede considerada. Sua validade se estende de pontos próximos da parede (onde L é proporcional à distância da mesma), até a região de turbulência completa, na linha de simetria do canal.

Originalmente desenvolvida para tubo circular (Schlichting, H. 1979), a fórmula de Nikuradse foi modificada para uso em coordenadas retangulares (Kadle, D. S., 1986), na forma

$$\frac{L_i}{L_{ref}} = 0.14 - 0.08(1 - \eta^2) - 0.061(1 - \eta^4).D_i \quad (3.18a)$$

onde

( i ) representa a direção considerada, (x ou y);

$L_{ref}$ , corresponde a meia largura do canal, medida na direção considerada, ( $i$ );

$\eta$  é a menor distância de cada ponto do escoamento ( $x_m$  ou  $y_m$ , perpendicular a determinada parede), dividida pelo valor de  $L_{ref}$  correspondente;

$D$  representa o fator de amortecimento de Van Driest para a direção considerada, que multiplica a expressão de Nikuradse.

Da parede, em que  $x_m = 0$  (ou  $y_m = 0$ ), até valores pequenos dessa coordenada, o fator de amortecimento serve para estabelecer a ligação entre a forma linear e a forma logarítmica do perfil de velocidades, que caracteriza a região de transição da camada viscosa até a camada amortecedora. Para valores de  $x_m$  (ou  $y_m$ ) ainda próximos da parede ou maiores, o fator de Van Driest tende à unidade, recuperando-se a proporcionalidade de  $L$  com a distância da parede, da expressão de Nikuradse. Para exemplificar o uso da equação 3.18, seja  $B$ , a base do canal que é aquecida diretamente,  $H$ , a altura do canal, e  $(x_m, y_m)$  as coordenadas para o cálculo de  $L_x$  e  $L_y$ , em determinado quadrante, assim:

$$\text{Se } i = x, \quad L_{ref} = B/2, \text{ e } \eta = \frac{x_m}{B/2} \quad (3.18b)$$

$$\text{Se } i = y, \quad L_{ref} = H/2, \text{ e } \eta = \frac{y_m}{H/2} \quad (3.18c)$$

O efeito do amortecimento do escoamento devido à proximidade das paredes é levado em conta, multiplicando cada comprimento de mistura pelo fator de amortecimento de Van Driest. O fator é usado na forma original (Driest, V., 1956), aplicado às coordenadas  $x$  e  $y$  respectivamente.

$$Dx = 1 - e^{(-x^+/A^+)} \quad (3.19a)$$

$$Dy = 1 - e^{(-y^+/A^+)} \quad (3.19b)$$

$A^+ = 26$ , é o valor da constante mais comumente encontrado, válida no caso de paredes planas impermeáveis e gradiente de pressão nulo (ou de baixa intensidade). E  $x^+$  e  $y^+$  são as coordenadas de parede, definidas por

$$x^+ = \frac{x_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (3.20a)$$

$$y^+ = \frac{y_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (3.20b)$$

sendo  $\tau_w$  igual à tensão de cisalhamento calculada na parede onde a origem de  $x_m$  (ou  $y_m$ ) a intercepta.

As condições de contorno para a velocidade axial correspondem a  $w = 0$ , especificadas em toda a linha externa do domínio mostrado na figura 3.1, no início desse capítulo.

### **.A condutibilidade térmica turbulenta**

A condutibilidade turbulenta é dada em função da viscosidade dinâmica e do número de Prandtl turbulento.

$$k_T = \frac{(cp \cdot \mu_T)}{Pr_T} \quad (3.21)$$

O valor mais largamente usado para Prandtl turbulento nos escoamentos internos é 0.9, constante. Alternativamente, será utilizada uma expressão para avaliação do número de Prandtl turbulento, calculada ponto a ponto no domínio (Kays W.M. et al, 1980), dada por

$$\text{Pr}_T = \frac{1}{\frac{1}{2\text{Pr}_{T\infty}} + C \text{Pe}_T \left(\frac{1}{\text{Pr}_{T\infty}}\right)^{1/2} - (C \text{Pe}_T)^2 \left[1 - e^{-\frac{1}{C \text{Pe}_T (1/\text{Pr}_{T\infty})^{1/2}}}\right]} \quad (3.22a)$$

onde

$$\text{Pe}_T = \left(\frac{v_T}{v}\right) \text{Pr}_T \quad (3.22b)$$

$$\text{Pr}_{T\infty} = 0.86 \quad (3.22c)$$

$$C = 0.2 \quad (3.32d)$$

Nas equações acima,  $\text{Pe}_T$  é um número de Peclet turbulento. O valor de  $\text{Pr}_{T\infty}$  (um número de Prandtl de referência) e de  $C$  (uma constante), são experimentais. A possível melhoria no modelamento, causada por este cálculo, no número de Nusselt, será analisada no capítulo 5.

Quanto às condições de contorno térmicas, todo o domínio (que incluía a parede de material isolante da figura 3.1), foi considerado adiabático, a menos da base, na qual foi imposta um influxo de calor axial, uniforme.

Nas interfaces parede-fluido, os fluxos de calor foram computados de acordo com a média harmônica, procedimento padrão do método dos volumes de controle, quando se trata de discontinuidade de alguma propriedade (tal como, a condutibilidade térmica ou a viscosidade dinâmica) entre volumes de controle adjacentes.

### 3.2 Solução numérica

Os campos de velocidades e de temperaturas de todas as simulações teóricas foi obtido pelo método dos volumes de controle (Patankar, 1978).

O programa da principal simulação numérica resolve o perfil de velocidades e de temperaturas do problema proposto, usando o modelo algébrico de turbulência descrito anteriormente neste capítulo.

Optou-se por uma simulação com resultados dimensionais. Os arquivos com os dados de entrada para a simulação teórica foram supridos pelo programa de redução dos dados experimentais a partir das variáveis medidas. Assim, o fator de atrito e o número de Nusselt, obtidos do modelo de turbulência, foram calculados para os mesmos valores experimentais dos números de Reynolds.

### **.Solução do campo de velocidades**

Foi atribuído valor infinito à viscosidade para zerar a velocidade nas regiões sólidas do domínio, identificadas na figura 3.1 (o que, em termos numéricos, significa um valor da ordem de  $10^{20}$ ).

Para os volumes de controle adjacentes às paredes internas do canal, atribuiu-se o valor da viscosidade dinâmica do ar. Nos demais volumes de controle internos ao canal somou-se o valor da viscosidade turbulenta.

O campo de velocidades foi resolvido a partir de uma distribuição inicial de velocidades. Do campo de velocidades, pode-se obter o valor da velocidade média e o fator de atrito pode ser calculado e comparado com os valores experimentais e de correlações, em função do número de Reynolds. Algumas correlações foram utilizadas para fins de comparação entre si.

### **.Solução do campo de temperaturas**

O domínio de cálculo, analogamente ao problema da velocidade, engloba regiões distintas: as paredes de alumínio, a parede isolante (que será de acrílico) e a região de escoamento de ar. Para a solução numérica do problema térmico, foi atribuída a cada região o valor da condutibilidade térmica respectiva. Nos volumes de controle internos ao canal, situados

adjacentes às paredes, atribuiu-se o valor da condutibilidade térmica do ar, e nos demais volumes de controle internos ao canal somou-se o valor da condutibilidade turbulenta. O campo de temperaturas foi resolvido a partir de uma distribuição inicial dada. Do campo de temperaturas pode-se obter o valor calculado da temperatura média de mistura, dentre outros, e o número de Nusselt médio, na seção, pode ser obtido e comparado com os valores experimentais e de correlações, em função do número de Reynolds.

### .Detalhes construtivos da malha

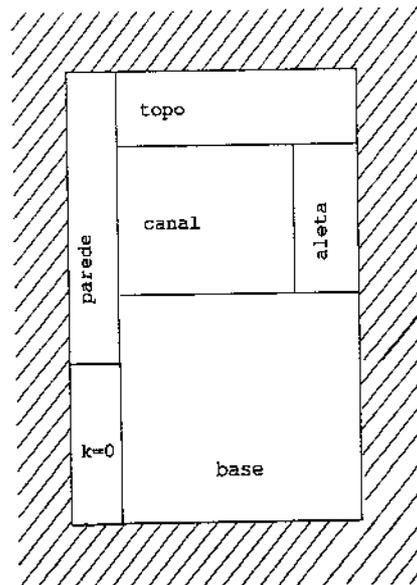


Figura 3.2 Regiões do domínio utilizado na simulação teórica para obtenção dos valores do fator de atrito e de Nusselt na região completamente desenvolvida.

A primeira etapa do programa consiste na criação de uma malha não uniforme, decrescente no sentido das interfaces canal-fluido. A malha foi construída por regiões, que se encontram indicadas na figura 3.2 As dimensões dessas regiões determinaram o tamanho total do domínio e

a razão de aspecto do duto. A simulação teórica, foi realizada exclusivamente com as dimensões da montagem experimental: da base igual a 16,05mm, a espessura da parede e do topo igual a 2mm e o canal, com 6.95mm de altura por 10.3mm de base. Foram alocados 6 volumes de controle para a espessura (menor dimensão) da aleta, da parede e do topo. O canal foi preenchido com (100x100) volumes de controle. No total, foram utilizados 114 volumes de controle em x (100+6+6 +2 nos contornos) e 128 volumes de controle em y (100+6+20 na base aquecida + 2 nos contornos). Estes foram os dados de entrada utilizados para a construção desta malha.

A malha resultante é mostrada na figura 3.3, na qual foram utilizados todos os volumes de controle no canal para ilustrar o aspecto final da malha, mesmo saturando o gráfico. Os pontos na figura 3.3, representam as posições das intersecções das linhas que formam as interfaces dos volumes de controle.

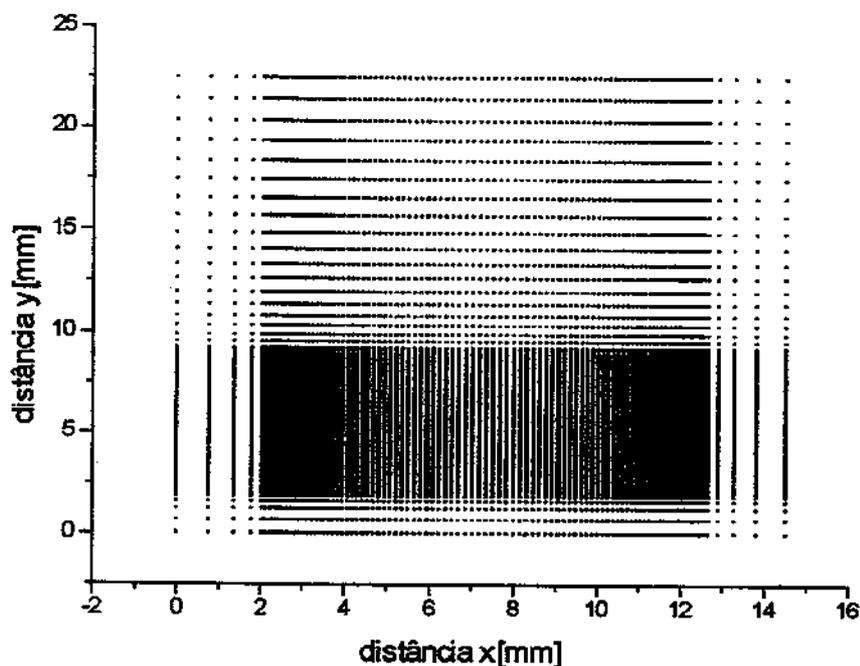


Figura 3.3 A malha do programa de simulação

O programa lê os dados de entrada, cria os parâmetros de referência de cada região, indicados na figura 3.2, testa se o número de volumes de controle do canal é par (condição necessária para que uma das linhas da malha passe pela linha de simetria do escoamento em x e em y), e a partir daí, constrói a malha em cada região, usando uma relação do tipo

$$\text{coord} = x_{\text{mín}} (1+i^{\text{base}}) \quad (3.30)$$

A base é obtida em função do número total de volumes de controle e da espessura de cada região. Na equação 3.29, “i” assume valores inteiros que variam: de 0, até o número total de volumes de controle da região, menos um. Esta espessura mínima dos volumes de controle na região do escoamento fluido, foi mantida igual a 0,001mm, para acomodar o número total de pontos dentro do canal, distribuídos de maneira não uniforme. Este valor pequeno (pertencente à região em que a tensão de cisalhamento no fluido é constante) foi necessário para a convergência da solução numérica. O valor de  $x_{\text{mín}}$  corresponde ao comprimento de um volume de controle se a malha fosse considerada uniforme. Este valor de referência da equação 3.30 ainda foi dividido por um fator de compressão ( 10 para a malha do canal e 5 para a região das paredes), mantido o número de pontos desejados. Esta alteração em  $x_{\text{mín}}$  se reflete no cálculo da base, de modo que os pontos próximos às paredes ( do lado do canal de escoamento ou no interior da parte sólida) são mais agrupados.

O processo de refinamento da malha é mostrado na figura 3.4. Simulações mostraram que seis volumes de controle para as regiões sólidas seriam suficientes devido a alta condutibilidade térmica, a pouca espessura das paredes e a condição de contorno adiabática, imposta às paredes de alumínio, que contribuem para a minimização dos gradientes de temperatura. Na base espessa, aquecida, foram utilizados 20 volumes de controle para cobrir toda a sua extensão. Os pontos mostrados na figura 3.4, foram obtidos com o refinamento da malha apenas na região do canal de escoamento, onde ocorrem os gradientes mais elevados. O desvio do valor de Nusselt para a malha (100x100), relativo ao valor para a malha (90x90) foi de -0.3%.

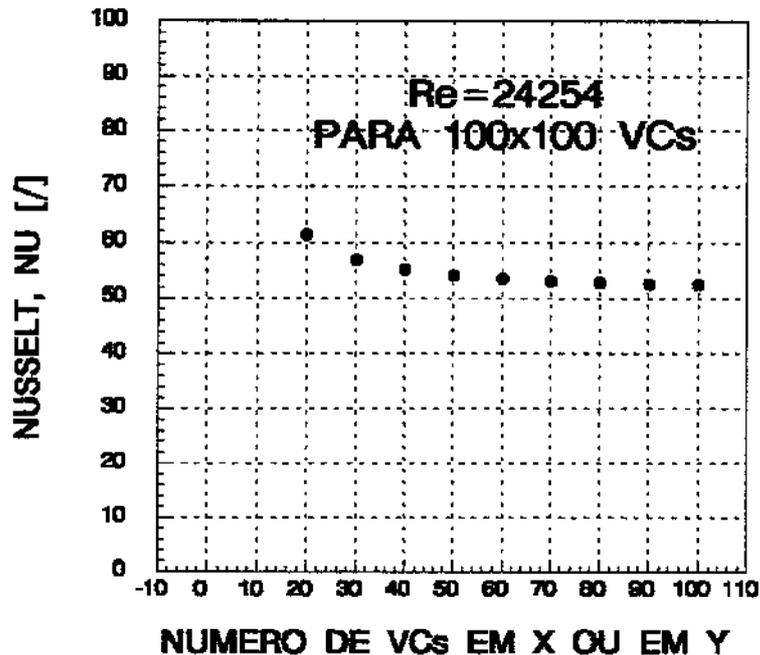


Figura 3.4 Teste de refinamento da malha

**.Dados de entrada, detalhes e critérios para a convergência do programa da simulação principal**

Os valores experimentais gerados pelo programa de redução de dados foram obtidos de uma seção da região desenvolvida e utilizados como entrada para a simulação. Esta relação é dada a seguir:

.a pressão atmosférica; (medida)

.a pressão interna do canal, medida em relação a pressão atmosférica, para a obtenção precisa do valor da massa específica do ar no interior do canal, assumindo comportamento de gás ideal; (medida)

.a queda de pressão do escoamento, convertida em gradiente, (tendo por base a distância de 50mm entre as tomadas de pressão); (medida)

.a temperatura da base, (medida a 1mm da base aquecida da seção de escoamento do canal);  
(medida)

.a temperatura média de mistura do fluido; (calculada para a mesma seção transversal)

.a taxa de calor líquida efetivamente retirada pelo ar; (calculada)

.os valores de Reynolds, Nusselt e do fator de atrito, para posterior comparação com os resultados da simulação.

Três critérios de convergência foram adotados para o campo de velocidades:

.a diferença entre o valor da velocidade na iteração atual e anterior, dividida pelo valor da velocidade na iteração atual, para todos os pontos;

.a mesma diferença, dividida pelo valor máximo da velocidade (velocidade na linha de centro do canal), para todos os pontos;

.a diferença entre o valor da velocidade média da iteração atual e anterior, dividida pelo valor da velocidade média, na iteração atual.

O processo iterativo era interrompido quando estes desvios relativos tornavam-se menores do que 0.00001.

Os mesmos critérios foram aplicados para o campo de temperaturas com a modificação para o valor máximo adotado no segundo critério que foi a temperatura média de mistura. O valor de convergência utilizado neste caso foi igual a 0,00005. Utilizou-se precisão simples nos cálculos.

O programa apresenta certas facilidades. Uma delas é que, após o ajuste da malha, as soluções do campo de velocidades e de temperatura são armazenadas e utilizadas como condição de partida do método, para simulações posteriores, economizando iterações.

Assim, resolveu-se o campo de velocidades com a utilização da mesma malha (definida para todo o domínio da figura 3.2 para facilitar a obtenção subsequente do perfil de temperaturas, que, ao contrário do que ocorre com o perfil de velocidades, é assimétrico na região de escoamento fluido e não nulo em todo o domínio.

A solução iterativa para o campo de velocidades depende dos gradientes de velocidade que ocorrem em toda a região fluida. Esses gradientes foram calculados com diferenças finitas de primeira ordem, considerando a simetria do perfil no canal. Por isso, no quadrante inferior esquerdo usou-se diferenças atrasadas em  $x$  e em  $y$ . No quadrante superior direito, diferenças avançadas em  $x$  e  $y$ . No quadrante inferior direito, diferenças avançadas em  $x$  e atrasadas em  $y$ . E no quadrante superior esquerdo, diferenças atrasadas em  $x$  e avançadas em  $y$ . Assumindo a condição de não deslizamento nas paredes, o gradiente de velocidade dos volumes de controle adjacentes as paredes do canal foi simplesmente obtido, dividindo-se a velocidade de cada ponto pela sua distância à parede (meia espessura do volume de controle).

Tanto o fator de atrito quanto o número de Reynolds foram calculados na temperatura de película (média aritmética) porque foram obtidos com o duto aquecido. Neste caso, o uso alternativo da temperatura média de mistura mostrou um efeito desprezível, inferior a 0,4%. Em Kreith, F. (1977), pode-se estimar teoricamente, a diferença entre o fator de atrito obtido para escoamento isotérmico e com aquecimento. No caso deste trabalho, a diferença foi inferior a 3%.

Uma das formas utilizadas para certificar a exatidão do método numérico de cálculo, consistiu na comparação do valor calculado da taxa de calor cedida pelas paredes do canal para o ar, dentro do domínio, com a taxa de calor cedida no contorno da base aquecida.

O número de iterações para convergência do campo de velocidades, assumindo um valor inicial uniforme, foi da ordem de 500. E para o campo de temperaturas, da ordem de 400.

Vários gráficos e cálculos suplementares foram efetuados para auxiliar na análise dos resultados do programa:

.A troca de calor com o escoamento nas interfaces parede-fluido, inclusive da parede isolante, foram analisadas em termos dos valores do coeficiente convectivo e do número de Nusselt.

.Apesar do rendimento da aleta ser elevado (maior do que 98%), a possibilidade das temperaturas nas áreas de contato do duto de alumínio com a parede de acrílico (na base e no topo da superfície aletada) serem diferentes foi considerada.

.Perfis de velocidades e de temperaturas foram obtidos em determinadas seções para facilitar a interpretação do efeito das condições de contorno e das distintas regiões do domínio.

Os valores de  $x^+$  e  $y^+$ , relacionados com a escolha da espessura dos volumes de controle e adjacentes as paredes do canal, foram sempre monitorados e ajustados. Deve-se garantir que estes pontos estejam dentro da sub-camada laminar para que se obtenha a convergência do método numérico. Normalmente, o valor 5 determina a região de transição entre a sub-camada laminar e a camada amortecedora. Na simulação, os valores de  $x^+$  e  $y^+$  próximo às paredes foi bem inferior ao valor limite pela necessidade de acomodamento do grande número de pontos da malha no canal. As coordenadas adimensionais  $x^+$  e  $y^+$ , assumiram valores de ordem inferior a 0,1, nos volumes de controle adjacentes às paredes do canal, e da ordem de 100 a 900, no centro do canal, dependendo do número de Reynolds.

### **3.3 Análise do modelo e da simulação numérica**

**.Comportamento do modelo de turbulência nas regiões próximas às paredes do canal do duto de testes.**

O modelo de turbulência adotado utiliza comprimentos de mistura unidimensionais na composição de um valor único do comprimento de mistura a ser utilizado em cada ponto da seção do canal de escoamento. É esperado, então, que a solução do campo de velocidades reproduza o comportamento típico da velocidade adimensional em função da coordenada adimensional, pelo menos nas linhas de simetria do canal. Da mesma forma, deve ocorrer um desvio deste

comportamento em pontos próximos às paredes. Os quatro gráficos mostrados a seguir ilustram estes fatos.

Os valores das coordenadas adimensionais  $x^+$  e  $y^+$ , dadas pelas equações 3.24a e 3.24b, reescritas abaixo, são parâmetros importantes para a convergência do modelo numérico e diretamente relacionados com a escolha da espessura dos volumes de controle adjacentes às paredes do canal.

$$x^+ = \frac{x_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (3.24a)$$

$$y^+ = \frac{y_m (\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \quad (3.24b)$$

Seus valores limites (para o primeiro volume de controle interno ao canal adjacente à parede) mantiveram-se entre 0,2 e 0,90. A tensão de cisalhamento na parede foi calculada a partir da lei de Newton da viscosidade, considerando o gradiente de velocidade, constante na interface parede-canal. O gradiente de velocidade foi obtido apenas com a velocidade do primeiro ponto adjacente à seção de escoamento e a sua distância à parede. A velocidade adimensional é definida como a razão entre a velocidade em um ponto do escoamento e a velocidade de deslizamento,  $(\tau_w/\rho)^{1/2}$ . Esta última, calculada na parede mais próxima, num ponto determinado pela perpendicular ao ponto considerado no escoamento.

Os valores de  $x^+$ , no centro do canal foram da ordem de 900, para Reynolds igual a 23986 e da ordem de 180 para Reynolds igual a 3794. Os valores, da figura 3.5 apresentam-se maiores do que os da figura 3.6 porque a meia largura do canal na direção  $y$ , que entra na definição da coordenada adimensional,  $y^+$ , é menor do que na direção ortogonal.

A região logarítmica praticamente predomina sobre toda a extensão do canal e os resultados tendem a coincidir com a distribuição universal de velocidades, a menos de uma pequena diferença do valor constante da curva logarítmica. Para os valores de Reynolds menores, a tendência à superposição dos valores numéricos com a curva de Von Karman é melhorada.

Em pontos próximos da parede vizinha, as funções utilizadas para a velocidade adimensional não apresentam o comportamento tradicional, tanto na região viscosa como na região logarítmica. Este efeito é mostrado nas figuras figura 3.7 e figura 3.8.

Para números de Reynolds equivalentes, verifica-se que os valores de  $x^+$  e  $y^+$ , avaliados próximos às paredes vizinhas, apresentam valores menores do que os obtidos nas linhas de simetria do canal. A proximidade da parede vizinha também diminui os valores da velocidade adimensional, por isto, a curva para o valor mais baixo de Reynolds é ainda menor do que as demais.

Os comprimentos de mistura unidimensionais não apresentam o comportamento assintótico da Lei logarítmica porque estão sob a forte influência da sub-camada viscosa da outra parede ( $x^+$  ou  $y^+$ , muito menor do que 30). Se, por um lado esta limitação do modelo teórico existe, por outro lado, ela é minimizada, pois o valor do comprimento de mistura ( com a sua incerteza inerente) também diminui com a proximidade da parede. Com base neste modelo nada se pode afirmar quanto ao efeito da recirculação que ocorre nos vértices sobre o valor de  $f$  ou  $Nu$ , pois não é prevista. Em princípio, o fator de atrito está mais ligado à tensão de cisalhamento, na parede, do que ao desenvolvimento tridimensional de todo o perfil de velocidades.

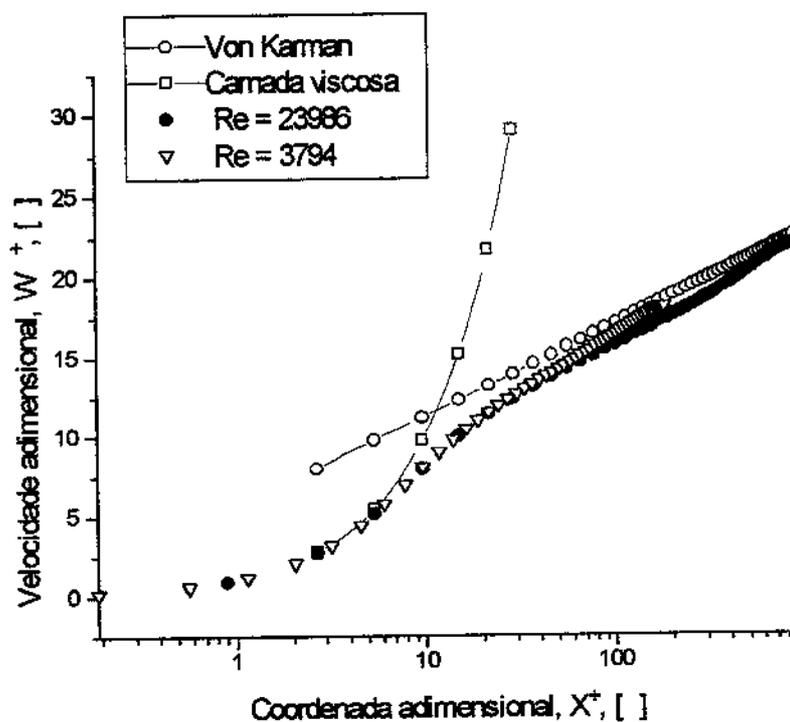


Figura 3.5 Perfil de velocidade adimensional na direção x (lado maior do canal)

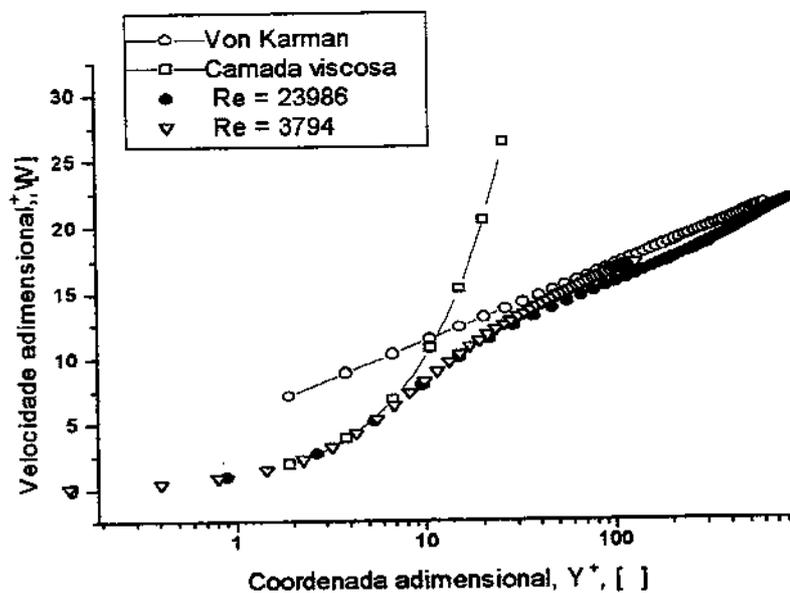


Figura 3.6 Perfil de velocidade adimensional na direção y (lado menor do canal)

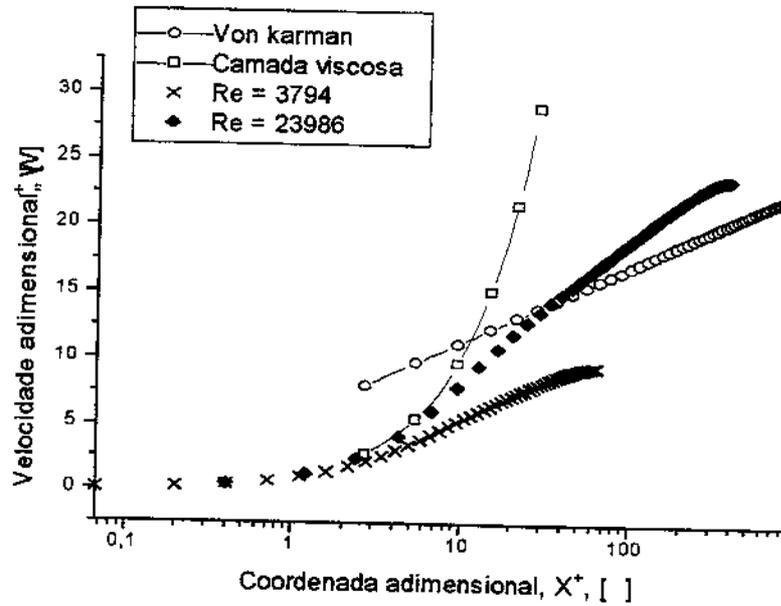


Figura 3.7 Perfil da velocidade adimensional,  $W^+$ , em função da coordenada adimensional,  $x^+$ , obtido a 0,10mm (6 volumes de controle) de distância da parede vizinha.

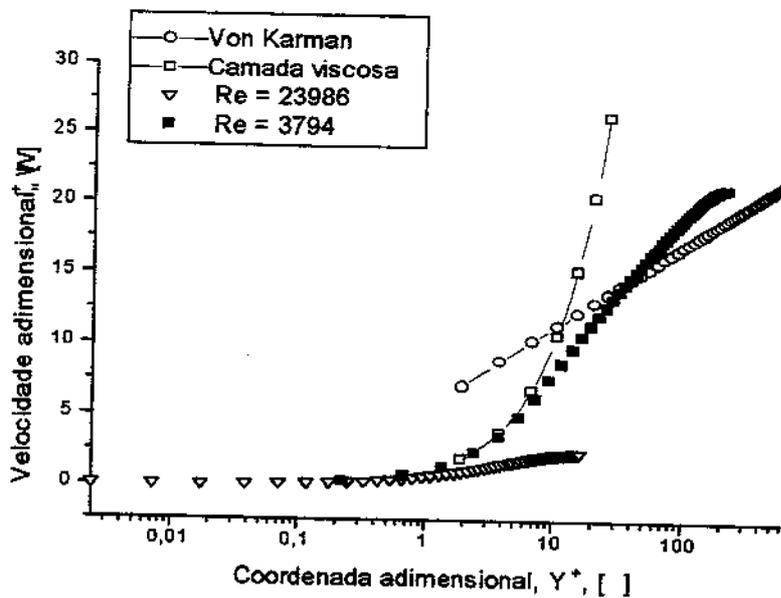


Figura 3.8 Perfil da velocidade adimensional,  $W^+$ , em função da coordenada adimensional,  $y^+$ , obtido a 0,10mm (6 volumes de controle) de distância da parede vizinha.

### .Comparação dos resultados da simulação com valores da literatura

Os resultados da simulação numérica e das demais correlações são comparados com a correlação de Techo et al modificada, por ser específica para duto retangular e válida para toda a faixa pesquisada de Re. Esta comparação é mostrada gráficamente, na figura 3.9

A primeira observação é que os valores do fator de atrito,  $f$ , da simulação teórica, situaram-se abaixo dos valores previstos por todas as correlações, alternando-se a situação, para valores decrescentes de Reynolds, Re, coincidentemente, também a partir de 7000.

---

Tabela 3.1 Desvios do fator de atrito da simulação, relativos à correlação de Techo et al modificada por Jones, O. C. (1976)

---

Reynolds = 3791	desvio = -2,3 %
13324	-3,6 %
23945	-3,9%

---

Deve-se lembrar que todas as correlações, exceto a de Techo et al, modificada para dutos retangulares, não são válidas para toda a faixa de Reynolds obtida experimentalmente.

O fato importante da tabela 3.1 é que o maior desvio foi da ordem de -4%, apresentando-se dentro da faixa citada por Kakaç, S.S. et al (1987), de +-5%. Isto mostra que a simulação reproduziu os resultados desejados do fator de atrito, para este duto, com uma precisão não inferior à citada na literatura.

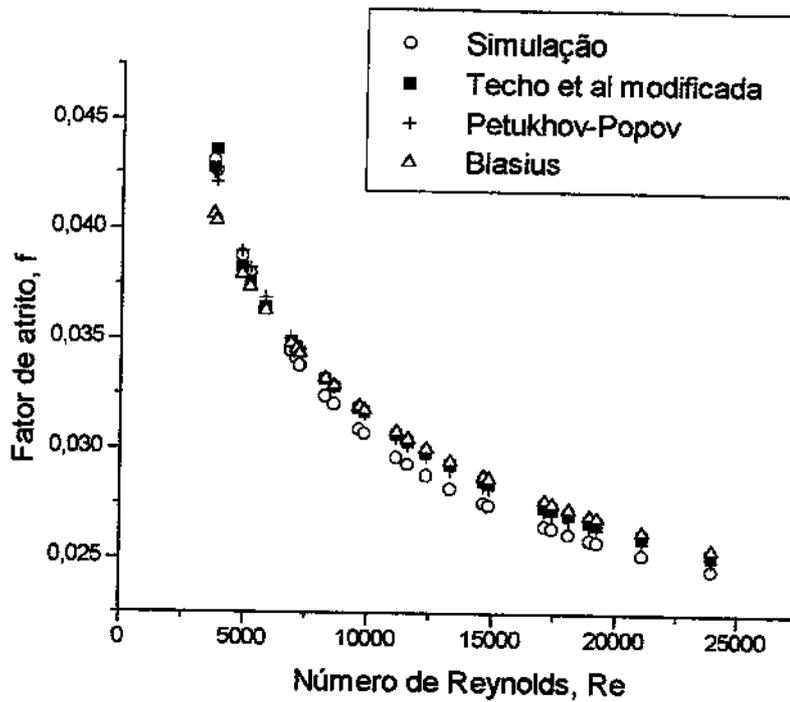


Figura 3.9 Fatores de atrito de correlações e da simulação teórica com o parâmetro “m”=4 da equação 3.17

A correlação de Blasius apresentou o mesmo comportamento das demais correlações. Originalmente desenvolvida apenas para tubos lisos e válida para valores de Reynolds entre 3000 e 10000, a concordância é considerada muito boa, considerando a simplicidade da equação. Os desvios apresentados foram os seguintes:

Tabela 3.2 Desvios do fator de atrito da correlação de Blasius, relativos à correlação de Techo et al, modificada por Jones, O. C. (1976)

Reynolds =	3791	desvio =	- 7,5 %
	13324		0,52 %
	23945		0,59 %

Tanto esta correlação quanto a seguinte, de Petukhov-Popov, também apresentam uma inversão de sinal, no desvio para Re entre 3791 e 13324.

A correlação de Petukhov-Popov, (desenvolvida para tubos lisos e válida para Reynolds maior do que 10000,) não apresentou comportamento diferente das demais. Os desvios apresentados por esta correlação foram:

Tabela 3.3 Desvio do fator de atrito da correlação de Petukhov-Popov, relativos à correlação de Techo et al, modificada.

Reynolds = 3791	desvio =	-3,4 %
13324		-0,85 %
23945		1,3 %

Neste caso, a inversão de sinal no desvio ocorreu para Re maior do que 13324.

### **Análise do campo de temperatura**

São mostrados, nesta seção, os perfis de temperatura obtidos numericamente com o modelo de turbulência escolhido. A visualização destes campos em regiões específicas do domínio de cálculo, auxiliam no entendimento do problema e na interpretação dos resultados. A ocorrência do comportamento físico esperado, reforça a prova do correto funcionamento do modelo e dos programas de computador.

A figura 3.10 mostra um perfil de temperatura, na linha de simetria horizontal do canal de escoamento (vide desenho acima e à esquerda da figura 3.10). O perfil foi adimensionalizado pela temperatura média de mistura, que representa a distribuição de temperatura na linha de centro do canal, paralela ao plano das ranhuras de aquecimento, ou da base aquecida. A abscissa da figura representa a porcentagem da largura total do duto de testes, considerando a parede de alumínio, o canal e a parede de acrílico. A curva abrange três regiões do domínio. Da esquerda para a direita, tem-se: as temperaturas de uma seção da parede de alumínio funcionando como aleta; as temperaturas do canal e, por último, da parede de acrílico. A assimetria do perfil é forte por causa da parede de acrílico. A curva mostra que esta parede está numa temperatura acima da

temperatura média de mistura. E a inclinação da curva na interface dessa parede com o canal indica que a parede está aquecendo o escoamento, naquela região. Este é o comportamento esperado, pois as perdas do duto de testes já foram deduzidas da taxa de calor total para esta simulação e, conseqüentemente, todos os contornos do domínio foram considerados adiabáticos.

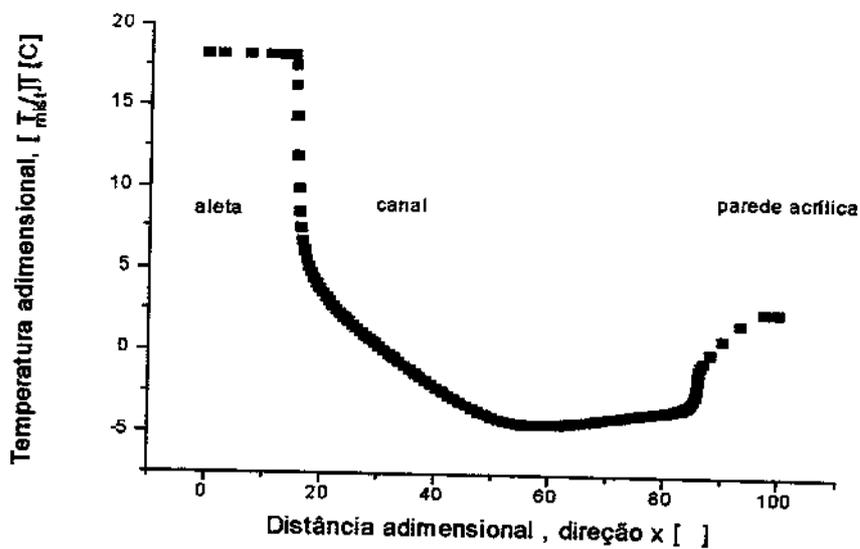
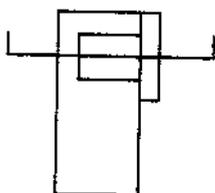


Figura 3.10 Perfil de temperatura na seção x (lado maior do canal)

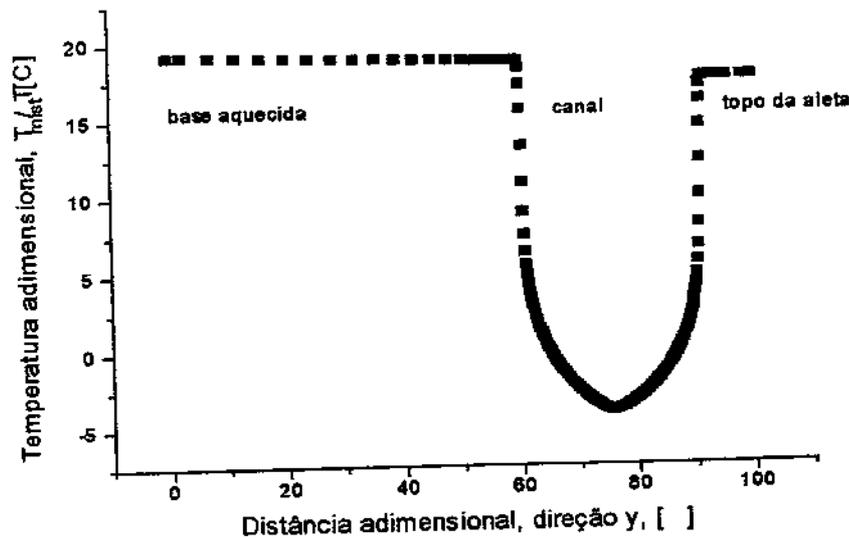


Figura 5.11.b Perfil de temperatura na seção y (lado menor do canal)

A figura 3.11, analogamente à figura 3.10, apresenta um perfil de temperatura que passa pelo centro do canal e é paralelo à direção y do domínio. O perfil mostrado atravessa toda a espessura da base aquecida, passa pelo escoamento fluido, na linha de centro, e atravessa toda a espessura da aleta (após a dobra). Nota-se a queda pequena de temperatura desde o início da base aquecida, até a seção de início da segunda parede funcionando como aleta. A pequena diferença entre as temperaturas da base aquecida e do topo da aleta (vide identificação na figura), deve-se à

alta condutividade do alumínio e a relativamente grande espessura das paredes, que tornam a resistência térmica ao escoamento do fluxo de calor ao longo das mesmas muito baixa.

### **.Coeficientes convectivos nas paredes do canal de escoamento**

A figura 3.12 mostra a distribuição dos coeficientes convectivos, avaliados nas paredes metálicas com o escoamento no canal: base aquecida, aleta e o topo da aleta (parede oposta à base). O fluxo de calor que ocorre na parede de acrílico, em contato com o fluido do canal, também será mostrado e analisado na figura seguinte, figura 3.13. Apenas as paredes condutoras devem ser consideradas na composição de um Nusselt médio para o duto para comparação com os valores das correlações em função do número de Reynolds. O formato das curvas diferem muito pouco da figura 3.12, para os valores diversos experimentais de Reynolds.

A distribuição do fluxo de calor ( e do número de Nusselt) da base e do topo são semelhantes. Verifica-se também, um acentuado aumento do fluxo de calor da base e do topo, em uma pequena extensão próxima aos vértices daquelas paredes com a parede de acrílico.

Os fluxos de calor (e os números de Nusselt) calculados para o topo resultam ligeiramente superiores ao da base. O que determina este aumento é o fato da distribuição de temperatura do topo apresentar valores ligeiramente inferiores aos da base. Estas temperaturas, subtraídas da temperatura média de mistura, entram na composição do coeficiente convectivo que, por sua vez, é utilizado na obtenção do número de Nusselt. A diferença de temperatura menor se reflete em valores maiores dos fluxos de calor (e dos números de Nusselt) para o topo.

Verifica-se também que o coeficiente convectivo tende a zero nos vértices do canal. Fato bem diferente da hipótese de valor uniforme utilizada nos modelos de condução de calor unidimensionais para aletas. Este comportamento também é reproduzido no trabalho de Kadle, D. S. et al (1986).

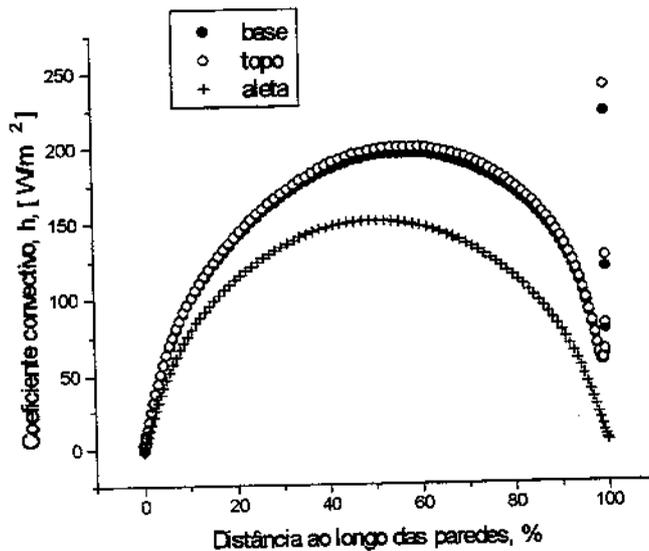


Figura 3.12 Coeficientes convectivos nas paredes do canal

#### **.Coeficientes convectivos nas paredes condutoras**

O aumento do coeficiente convectivo próximo ao vértice entre uma parede condutora e outra isolante ocorre porque a baixa condutividade térmica da parede isolante em contato com a parede de alumínio aumenta a resistência térmica em direção à parede de acrílico, desviando o fluxo de calor para o ar. Por isso o coeficiente convectivo na parede condutora não tende a zero próximo ao vértice com a parede isolante.

#### **.Coeficientes convectivos na parede de acrílico**

A análise a seguir, mostra o uso inadequado da definição do coeficiente convectivo local na descrição da troca de calor convectiva entre a parede de acrílico e o canal.

Convencionando como positivo o sentido do fluxo de calor para o ar em escoamento no canal, observa-se que no acrílico, o fluxo de calor é inicialmente negativo próximo aos vértices. No vértice do canal de contato térmico com a parede de acrílico há a formação de um ponto muito mais quente do que nos demais vértices devido a presença do material isolante. Isto faz

com que, bem próximo do vértice, a parede de acrílico receba calor do ar. Nota-se também, o baixo fluxo de calor ao longo de toda a parede de acrílico, se comparado com aqueles das paredes de alumínio, na figura anterior.

Existem taxas de calor que atravessam a área de contato entre a parede de acrílico e o duto aquecido. A superfície aletada apresentou rendimentos sempre próximos de 100%, basicamente devido a grande espessura das paredes e alta condutibilidade térmica do material. Por isso, as temperaturas da base aquecida e da parede oposta, ambas em contato com a parede de acrílico, apresentaram diferenças de temperatura muito pequenas, da ordem de  $0,3^{\circ}\text{C}$ . Como as áreas de contato eram iguais, a diferença entre as taxas de calor trocadas nas extremidades da parede de acrílico também foram pequenas. Em termos de fluxo de calor, esta diferença é da ordem de  $0,02\text{W}$ , e seu desvio relativo (ao menor fluxo de calor) da ordem de  $5,7\%$  para número de Reynolds alto (em torno de 22500).

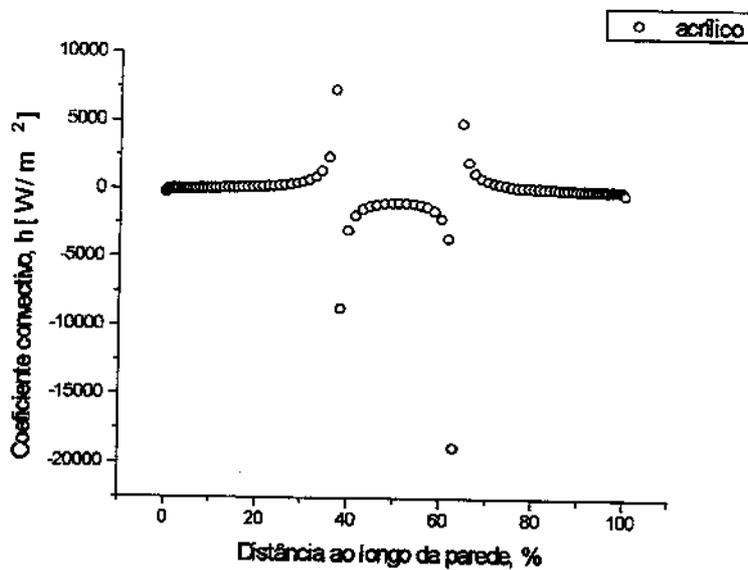


Figura 3.13 Coeficientes convectivos da parede de acrílico

A figura 3.13 mostra o perfil do coeficiente convectivo (local), determinado na parede de acrílico. Este cálculo, apesar de não ter utilidade prática, auxiliou na etapa de entendimento da

situação física. Os pontos de inversão são claros. Próximo aos vértices, a parede é aquecida pelo escoamento. Próximo ao centro, a temperatura da parede é maior do que a temperatura média de mistura (isto não significa que a parede aquece o escoamento). Existem dois pontos em que a diferença de temperatura utilizada na definição local de  $h$  torna-se nula. Esta anomalia foi a causa de vários erros de execução do programa numérico, até a sua identificação.

### .Comparação entre Números de Nusselt da simulação e de correlações

Na figura 3.14, os valores de Nusselt em função de Reynolds, resultantes da simulação, são comparados com algumas correlações extraídas da literatura. Os valores da simulação também situaram-se ligeiramente abaixo de todos os valores preditos. Pode-se comparar estes resultados com o da figura 2.26, que mostra resultados experimentais obtidos com modelamento similar, comparados com a correlação de Petukhov-Popov. O resultado da comparação não é equivalente devido ao efeito da parede isolante.

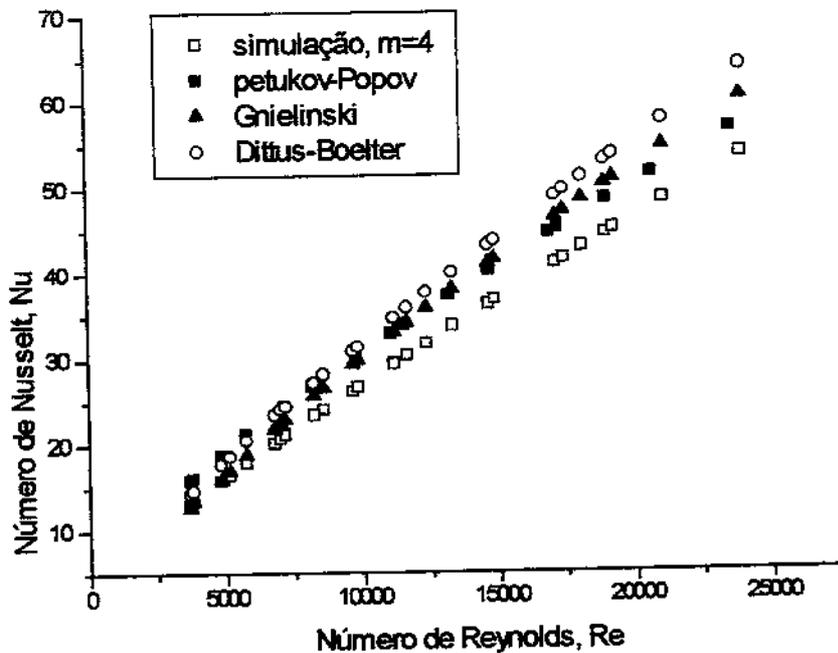


Figura 3.14 Números de Nusselt em função de Reynolds – comparação entre valores de correlações da literatura e valores numéricos. Parâmetro da simulação,  $m=4$  e  $Pr_{m} = 0,9$

A correlação de Gnielinski vale para Reynolds a partir de 3200, mas também foi originalmente desenvolvida para duto circular uniformemente aquecido. Kakaç et al (1987) recomenda a aplicação desta a dutos retangulares com aquecimento uniforme nas quatro paredes para uma precisão de  $\pm 9\%$ ; a precisão é de  $\pm 10\%$  para aquecimento igual em duas paredes longas, e para uma parede longa, obtém-se resultados aproximados que podem estar  $\pm 20\%$  distantes dos valores experimentais. Comparando os resultados experimentais deste trabalho com a correlação de Gnielinski, o desvio é de 11,3%, pouco acima do recomendado por Kakaç et al(1987).

A correlação de Dittus-Boelter, apesar de mais antiga, fornece um desvio máximo de 18% na faixa considerada, que é um valor ainda aceitável, em se tratando de estimativas no campo da transferência convectiva de calor, e considerando ainda a diferente geometria e a assimetria no aquecimento do duto.

A curva de Nusselt, obtida da simulação, é aproximadamente paralela à correlação de Petukhov-Popov para Reynolds maior do que  $10^4$ . Para Reynolds maiores do que 100000, esta correlação foi a que mais se aproximou dos resultados da simulação com desvios da ordem de 6%.

## **Capítulo 4**

### **Análise Experimental**

#### **4.1 Montagem**

O esquema, na figura 4.1, mostra uma vista geral da montagem utilizada na obtenção dos resultados experimentais. Sempre que possível, foram usados dutos e conexões de PVC, pela facilidade de montagem, intercambialidade e baixo peso.

O ar constitui o fluido de trabalho, que escoar em circuito aberto pela montagem. Foi utilizado o sistema de compressão de ar das instalações do prédio, simbolicamente representado por C, na figura . A regulagem da vazão foi feita pela válvula de esfera, V1. A válvula de agulha, V2, instalada logo após V1 permitiu um ajuste mais fino da vazão.

Dois sistemas de segurança foram instalados. O primeiro, para limitar a pressão máxima do escoamento, representado pela válvula V3. Se, por acidente, a válvula V1 for aberta aumentando a pressão além do limite estabelecido pelos manômetros, a válvula de segurança levantará um contrapeso, estabelecendo uma vazão de fuga que, por sua vez, aliviará o excesso de pressão na montagem. o segundo sistema de segurança foi instalado para interromper o aquecimento, no caso de uma eventual falha no sistema de alimentação de ar. Caso a pressão do ar se reduza a alguns milímetros de água, o circuito que liga a fonte de potência, F, é interrompido.

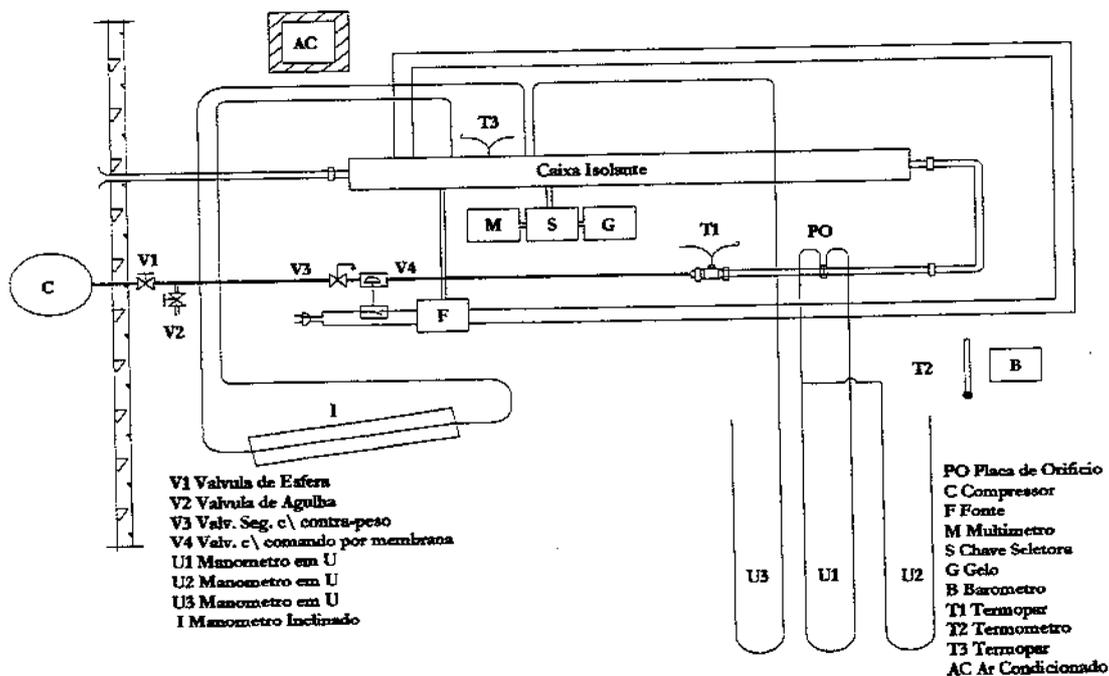


Figura 4.1 Esquema da montagem

A vazão de ar foi medida por meio de placas de orifício calibradas. Uniões de PVC facilitaram a substituição de uma placa por outra, em função da vazão desejada. Foram utilizadas duas placas. A instrumentação da placa de orifício envolveu a tomada de temperatura, T1, e as duas tomadas de pressão, U1 e U2.

A temperatura do ar de admissão na montagem é medida em T1, por um termopar, ligado a uma chave seletora. Este valor é utilizado para o cálculo da vazão, em conjunto com as leituras das pressões relativas da placa de orifício, dadas por U1 e U2, e da leitura da pressão barométrica.

Após a placa de orifício, o ar é escoado para um duto de desenvolvimento hidrodinâmico, pelo duto de testes e por um dispositivo misturador, todos contidos em uma caixa fechada. A caixa, composta por isolantes térmicos, tem a finalidade de minimizar as perdas de calor do duto de testes para o ambiente. O ar, então, é finalmente descarregado para a atmosfera.

A parte principal da montagem é composta por uma caixa de material isolante, contendo: um duto para o desenvolvimento hidrodinâmico, o duto de teste e um misturador. A descrição detalhada desses componentes e da sua instrumentação é feita nas próximas seções.

### **.O circuito de ar**

Usou-se um compressor de ar com capacidade nominal de  $0,0142\text{m}^3/\text{s}$  (30pcm) a  $0,709\text{MPa}$  ( $7\text{kgf}/\text{cm}^2$ ) operando com uma pressão de descarga igual a  $0,608\text{MPa}$  ( $6\text{kgf}/\text{cm}^2$ ). A linha de ar serve praticamente vários laboratórios antes de chegar ao local de testes. Por isso, as medições foram realizadas preferencialmente fora do expediente normal para evitar as oscilações de pressão causadas pelo consumo simultâneo de ar em outros pontos da linha.

Apesar da possibilidade de regulagem da pressão de operação da linha, não foi possível eliminar pequenas oscilações na pressão ( e, conseqüentemente, na vazão), pela própria característica transiente do sistema de compressão de ar. A válvula reguladora de pressão do ar comprimido foi ajustada para uma pressão de saída de  $0,491\text{MPa}$  ( $5\text{kgf}/\text{cm}^2$ ). A válvula V1, cuja abertura estabelece a vazão da montagem, teve que ser manuseada com cuidado para evitar sobrepressões na montagem. A válvula V4 tem a finalidade de fechar o circuito que liga a fonte de potência ao sistema de aquecimento.

### **.O duto de teste**

O duto de teste foi construído a partir de uma barra de alumínio de  $25,4\text{mm} \times 12,7\text{mm}$  (1" X 1/2") de seção. O canal de escoamento e as 8 ranhuras, mostradas na figura 4.5, foram usinadas em uma fresadora. O comprimento do duto foi limitado a 860mm, em função do deslocamento máximo da mesa da máquina. Esse comprimento equivalia a 103.6 diâmetros hidráulicos.



fio ao duto, cobrindo o lado ranhurado com epoxi condutora de calor. Posteriormente, verificou-se a inexistência de curto circuito entre a resistência e o duto da seção de testes. A resistência total do fio, medida a temperatura ambiente, foi de  $37,6\Omega$ .

A baixa condutividade térmica, a transparência, o baixo peso, o acabamento polido e a disponibilidade comercial levaram a escolha do acrílico como o material da parede isolante do duto. Essa parede tinha 2mm de espessura, o comprimento do duto (860mm) e a largura de 11mm. Nela foi feita uma furação, por meio de uma fresadora, para a instalação das tomadas de pressão estática. O furo da tomada de pressão estática era de 0,2mm, correspondente a 2,88% da largura do canal. A parede de acrílico foi escolhida para a instalação das tomadas de pressão porque se a furação fosse feita na parede metálica do canal, a má usinabilidade do alumínio aliada à fragilidade da broca, de 0,2mm, poderia comprometer todo o trabalho de usinagem anterior.

Para facilitar mais, a furação foi iniciada no acrílico com broca de 1mm, deixando apenas 0,5mm de espessura da placa a ser atravessada pela broca menor. A furação inicial de 1mm, auxiliou na centragem da broca menor. A placa de acrílico normalmente vem com um plástico protetor de ambos os lados para evitar riscos em sua superfície. Este plástico só foi retirado após a furação, porque evitou deformações produzidas pelos resíduos deixados pela broca.

Terminada a operação na fresadora, a placa foi mantida de topo sobre o canal do duto de alumínio e as linhas de contato externas entre a parede de alumínio e a placa de acrílico receberam um cordão fino de cola de silicone, porém suficiente para resistir às pressões de operação. A espessura da parede de acrílico e a área de contato com o alumínio foram as menores possíveis afim de minimizar a troca de calor que ocorre nessas interfaces. A figura 4.5 mostra, em corte, a parede de acrílico, já colada de topo sobre o canal retangular e o furo para a tomada de pressão estática.

Um tubo capilar, com 10mm de comprimento e 1mm de diâmetro externo foi introduzido na furação de 1mm e colado com epoxi. Um espaguete de polietileno foi usado para a transmissão da pressão. O espaguete foi encaixado por fora do tubo capilar e colado com epoxi. A outra extremidade ficou disponível para a conexão a um medidor de pressão.

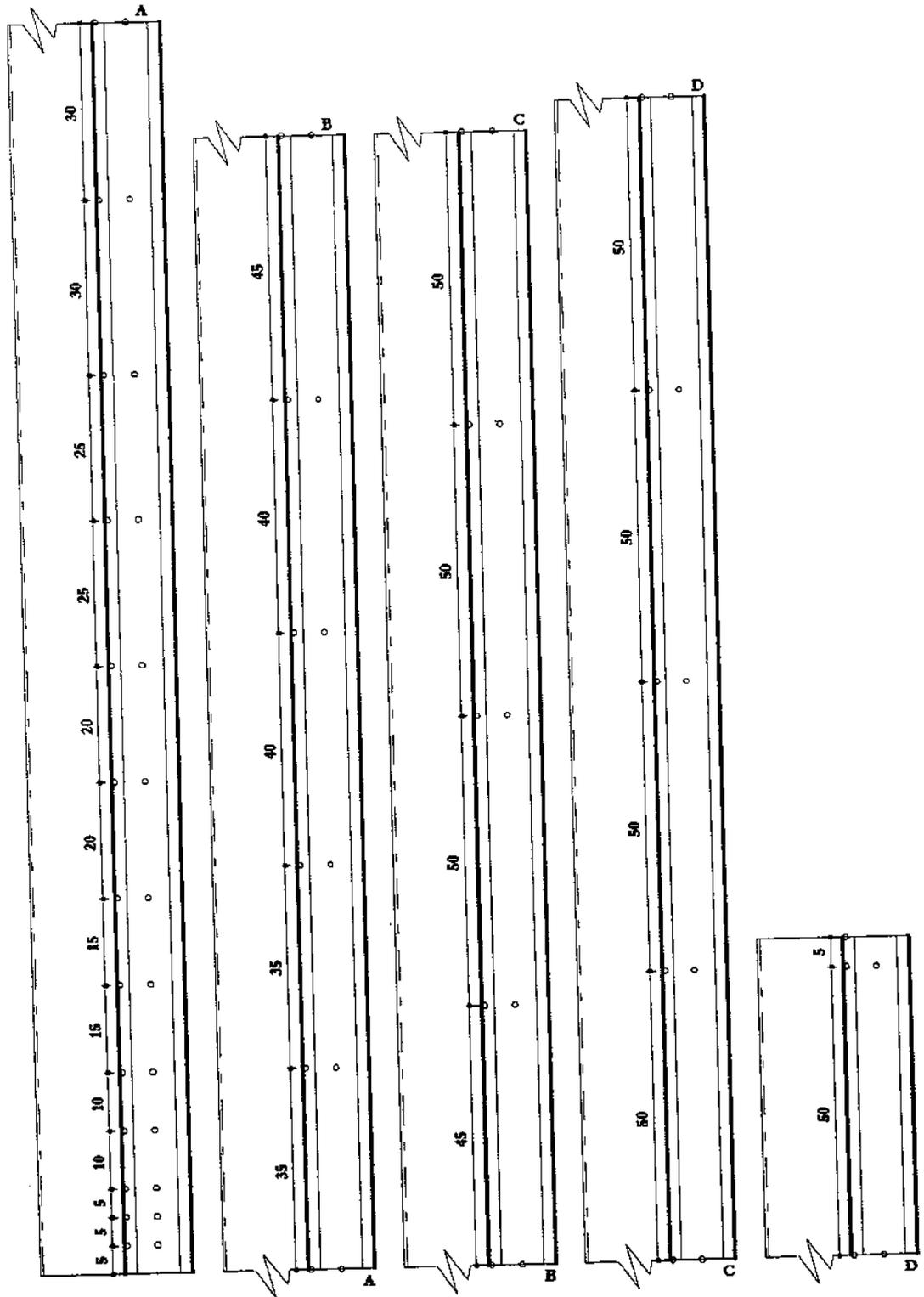


Figura 4.3 Distribuição axial das tomadas de pressão e temperatura no duto de teste.

Algumas tomadas de pressão foram refeitas porque alguns tubos capilares obstruíram, total ou parcialmente, o furo de 0,2mm durante a sua introdução na parede de acrílico. Na maioria dos casos, isto só podia ser detectado após a montagem de todas as tomadas, mediante a análise do perfil de pressão obtido de um escoamento qualquer.

Os furos para as tomadas de pressão e temperatura foram feitos nas mesmas seções transversais do duto de teste. Ambas as furações estão indicadas na figura 4.6. A primeira seção de medidas ficou a 5mm do início do duto. Mais duas foram feitas, equiespaçadas 5mm a partir da primeira. Da mesma forma, foram feitas mais duas, equiespaçadas, 10mm; depois, a 15; 20; 25; 30; 35; 40 e 45mm. A seguir foram feitas mais oito tomadas, igualmente espaçadas 50mm, de modo que a última seção de medidas ficou posicionada a 5mm do fim do duto.

#### **.As tomadas de pressão**

Ao todo, foram instaladas 32 tomadas de pressão, sendo 27 no duto de teste, nas mesmas seções das tomadas de temperatura, indicadas na figura 4.3. As 5 restantes foram instaladas próximas a entrada da seção de testes, na seção de desenvolvimento hidrodinâmico, equidistantes 50mm entre si. Nos testes iniciais, verificou-se o funcionamento das tomadas de pressão e o comportamento da distribuição da pressão na junção de entrada. Um resultado típico é mostrado na figura 4.4, onde os primeiros cinco pontos indicam as pressões medidas no duto de desenvolvimento.

Todas as extremidades dos tubos de Polietileno das tomadas de pressão do duto de teste foram dispostas enfileirados em uma barra de acrílico (de 6mm x 20mm x 450mm) e identificadas por uma numeração crescente, de 1 a 32. Assim, qualquer tomada de pressão podia ser facilmente localizada. Pequenos tubos de metal, colados perpendicularmente à barra com epoxi, permitiram a ligação individual dos tubos de Polietileno a um medidor diferencial de pressão, enquanto as demais permaneciam obstruídas por pequenas hastes cilíndricas de PVC de 3mm de diâmetro.

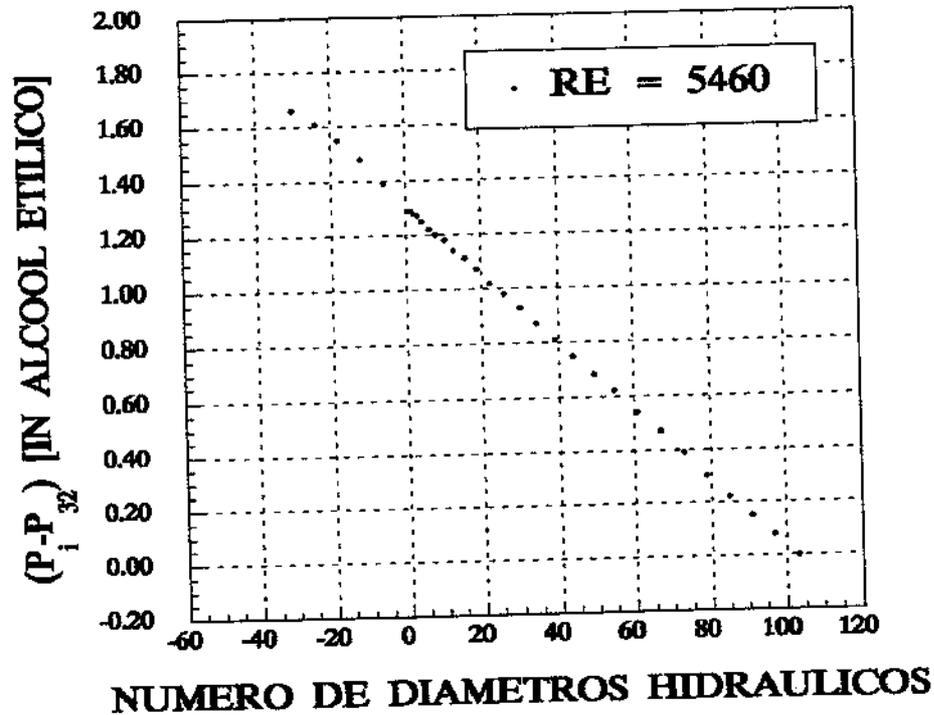


Figura 4.4 Distribuição axial das tomadas de pressão - escoamento não aquecido e completamente desenvolvido

Para os testes definitivos, entretanto, mediu-se apenas a pressão em quatro pontos vizinhos, equidistantes 50mm, próximos ao final do duto de teste, para a obtenção de 3 valores do gradiente de pressão estática do escoamento na região hidrodinamicamente desenvolvida. O local coincidiu, posteriormente com o da região termicamente desenvolvida. A penúltima tomada de pressão, localizada a 55mm da extremidade do duto de teste, a jusante do escoamento, foi utilizada como o valor de referência do medidor diferencial na obtenção desses valores.

A tomada de pressão, a 0,410m (60%) do fim do duto aquecido, foi permanentemente conectada a um Manômetro em U de água para a obtenção da pressão interna do escoamento relativa à pressão atmosférica.

Foi feita uma verificação contra vazamentos em todas as tomadas de pressão, superfícies unidas por cola e conexões da montagem. Inicialmente, foram inspecionadas, colocando-se bolhas de sabão em todas as junções unidas por cola. Na verificação, usou-se um valor alto de vazão de ar, dentro do limite previsto para o funcionamento da montagem. Depois, repetiu-se o

teste de vazamento, visualizando contra um fundo preto, um filete de fumaça gerado por um barbante grosso em combustão. Nenhum vazamento do ar escoando no interior do duto foi detectada por estas inspeções.

#### **.As tomadas de temperatura**

Um termômetro de precisão de 0,2°C foi utilizado para a medida da temperatura ambiente.

As medidas de temperatura que foram essenciais ao trabalho são descritas a seguir:

Identificação	quantidade	localização
1	1	na tampa superior da caixa de isopor
2	1	a montante da placa de orificio
3	1	no duto de desenvolvimento, a montante do duto de testes para medir a temperatura do ar de entrada
6 a 32	27	na parede interna do duto de testes
33-36	4	no interior do misturador, para medir a temperatura de saída do ar
38	1	no gelo - a temperatura de referência
40	1	na parede externa do misturador

As indicações dos 4 termopares restantes serviram apenas para uma visualização do comportamento da montagem e não foram utilizados diretamente no trabalho. São eles:

Identificação	quantidade	localização
4	1	no duto de desenvolvimento, a 100mm do duto de testes para verificar pré aquecimento do ar
5	1	no duto de desenvolvimento, a 50mm do duto de testes para verificar pré aquecimento do ar
37	1	paralelo ao termopar 31 para verificar o grau de uniformidade lateral do aquecimento do duto de testes

1 na peça de acrílico da junção de saída do duto de testes para estimar perda de calor axial

Do total, apenas 3 termopares, se encontravam fora da caixa de isopor que alojava as seções de desenvolvimento hidrodinâmico, a seção de testes e o misturador: o termopar de referência, no gelo; o de medida da temperatura do escoamento de ar a montante da placa de orifício; e o que foi instalado na tampa superior da caixa isolante, para verificar a temperatura da superfície externa do isopor. Este último foi posicionado a aproximadamente 3/4 do comprimento do duto de teste.

Os 27 termopares ( de 6 a 32) foram instalados nas seções transversais correspondentes às tomadas de pressão, no duto de testes.

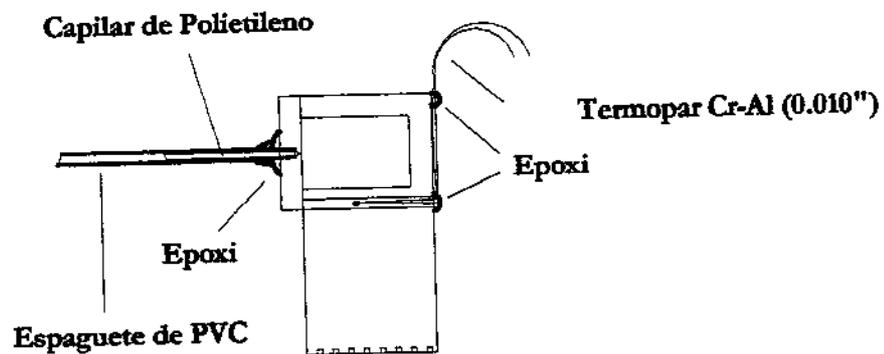


Figura 4.5 Duto de testes com as tomadas de pressão e temperatura instaladas

Com a instalação das tomadas de pressão e temperatura, o duto de testes adquiriu o seguinte aspecto, mostrado na figura 4.5

#### **.Análise das medidas de temperatura**

Com as temperaturas de entrada e saída do ar e aquelas medidas ao longo do interior do duto de alumínio foi possível obter uma indicação qualitativa de que o escoamento estava completamente desenvolvido. Com as duas temperaturas médias de mistura, na entrada e na saída

do duto, obteve-se uma reta cuja inclinação deveria coincidir com a de algum trecho da distribuição axial da temperatura do duto. Este paralelismo indicava a presença do escoamento completamente desenvolvido, caracterizado pelo valor constante do Número de Nusselt que deveria aparecer ao longo daquele trecho, após a redução analítica dos dados experimentais. Este procedimento foi utilizado na fase de testes da montagem e na fase de obtenção dos resultados definitivos.

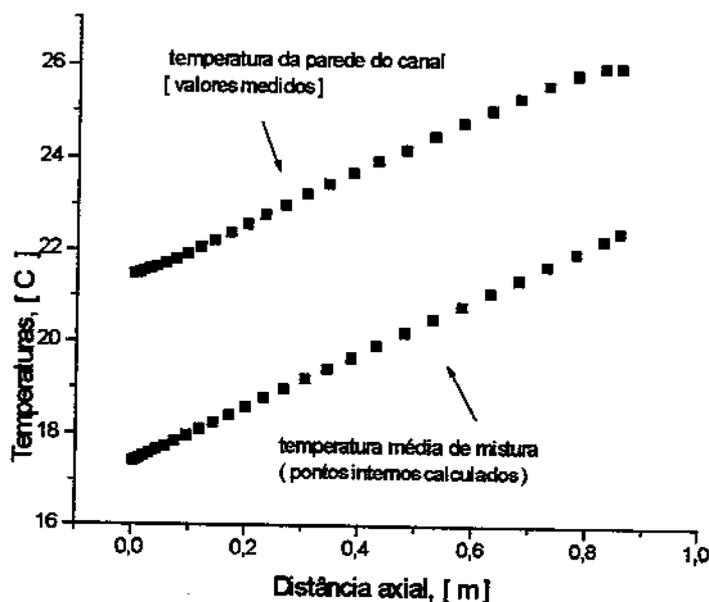


Figura 4.6 Distribuição axial de temperaturas no duto de testes e temperaturas médias de mistura do ar.

O comportamento do perfil axial de temperaturas nas extremidades do duto aquecido também forneceu algumas informações qualitativas sobre a montagem e o ensaio realizado. Na entrada, um aumento não linear da temperatura, na direção do escoamento, indicava um aumento do número de Nusselt por causa do resfriamento mais pronunciado das paredes do canal. Em direção à saída, as perdas de calor, da extremidade do duto para o isolamento térmico, causavam sempre um decréscimo desta distribuição e um conseqüente aumento do número de Nusselt. Esta

perda para o ambiente era a mais difícil de ser minimizada porque o duto se encontrava mais aquecido naquela extremidade. Um caso típico das distribuições de temperaturas obtidas é mostrado na figura 4.6

#### **.A seção de desenvolvimento do perfil de velocidades.**

Um duto retangular, em acrílico, com a mesma seção de escoamento do duto de teste, foi usado para o desenvolvimento do perfil de velocidades do escoamento de ar, a montante da seção de testes.

O duto une a tubulação de entrada, de PVC de 25,4mm (1") ao duto de teste e seu comprimento equivale a aproximadamente 132 diâmetros hidráulicos do canal do duto de teste.

O duto foi feito com quatro peças de acrílico de 1100mm de comprimento por 2mm de espessura, sendo duas com 12mm de largura e duas com 9mm. As quatro peças foram montadas, com auxílio de fita adesiva, em torno de prismas de durepoxi, usinados com as dimensões internas do canal. A figura 4.4 mostra uma vista da seção transversal desse duto. Alguns pontos foram fixados com cola à base de cianoacrilato e as linhas de junção entre as placas receberam

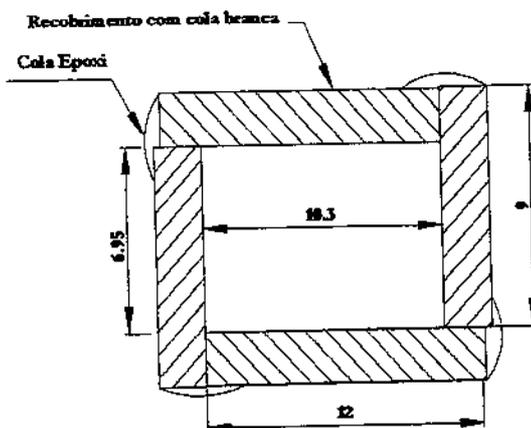


Figura 4.7 Seção transversal do duto de desenvolvimento hidrodinâmico

## **.O misturador**

O misturador tem a finalidade eliminar os gradientes de temperatura do escoamento de ar induzidos pelo aquecimento assimétrico. A figura 4.8 mostra o misturador em duas vistas em corte. Ele foi construído a partir de placas de acrílico de 2mm de espessura e colado com epoxi.

O princípio de funcionamento é simples. O escoamento é forçado a desviar-se 90 graus passando pelos furos de 6mm, e retornando a direção original da mesma maneira.

Dois termopares foram instalados na entrada com a finalidade de detectar a existência de gradiente de temperatura no escoamento de ar naquela seção. Outros dois foram instalados na seção de saída para verificar a eficiência da mistura, realizada pelo dispositivo.

Os termopares foram instalados através dos furos de 1mm sendo inseridos, cada um, por uma parede até quase tocar a parede oposta. A média aritmética dos termopares de saída foi considerada a temperatura média de mistura. Um termopar foi instalado na parede externa do misturador para permitir uma estimativa da perda de calor para o isolamento. A diferença de temperatura do escoamento, equivalente a esta perda de calor, foi adicionada a temperatura média de mistura medida na saída do misturador para corrigir o seu valor para a saída do duto de testes (ou, entrada do misturador).

A área de cada conjunto de 6 furos do misturador foi equivalente a 2,37 vezes a área de escoamento do canal do duto de teste para evitar o aumento do nível da pressão a montante da linha, produzido pela resistência ao escoamento devido ao pequeno diâmetro dos furos. Procurou-se construir o misturador com pequenas dimensões, compatíveis com as do duto de teste, para minimizar também as perdas de calor.

## **.As junções de entrada e saída.**

O duto de testes foi unido, na entrada, com o duto de desenvolvimento, e na saída, com o misturador por meio de junções de acrílico. Estas junções, mostradas na figura 4.9, merecem



o alumínio foram chanfradas, de 2mm, para 1mm de espessura de parede. Cada segmento teve que ser alinhado com o canal do duto de alumínio durante o processo de colagem. Para isto, utilizou-se um prisma de massa epoxi, usinado com as dimensões do canal. O prisma foi inserido numa extremidade do canal até a metade de seu comprimento. Na metade exposta foi inserido um segmento até encostar no duto de alumínio. O chanfro recebeu um cordão fino de cola de silicone, porém suficiente para garantir a fixação de cada peça.

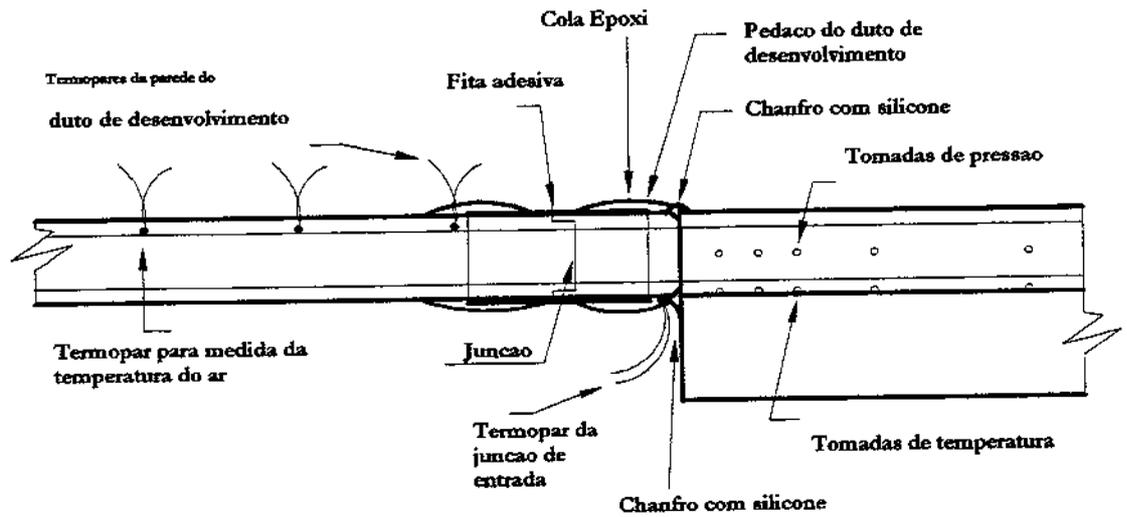
Os valores das temperaturas médias de mistura, na entrada e na saída do duto de testes permitem constatar previamente se o escoamento encontra-se completamente desenvolvido, pela inspeção do paralelismo entre a reta que une estas duas temperaturas com a reta formada pelas temperaturas da parede do duto de testes. Para a obtenção dessa temperatura na saída, o misturador foi o recurso utilizado.

Diante da necessidade de confirmação de que a temperatura de entrada do ar no duto de testes foi obtida com precisão e para comprovar que o comprimento de duto foi suficiente para se obter o desenvolvimento hidrodinâmico e térmico completo, optou-se pelo teste de dois tipos de junções que provocaram efeitos distintos no escoamento:

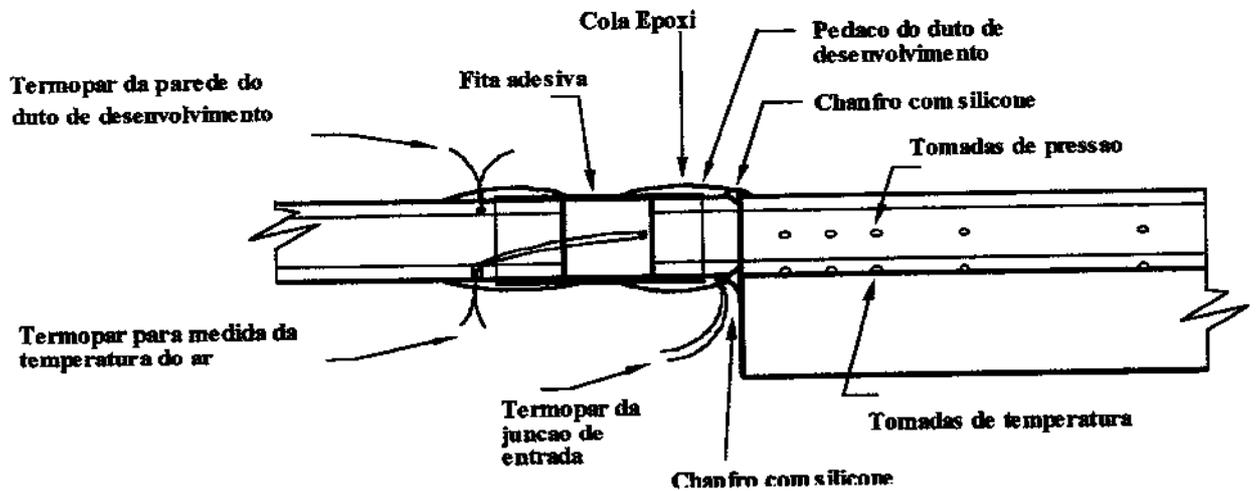
Caso (a)- um escoamento desenvolvido na entrada

Caso (b)- um escoamento perturbado na entrada

A figura 4.9 mostra os dois tipos de junção descritos a seguir. A primeira, indicada por (a), na figura, privilegia o estabelecimento de um perfil de velocidades perfeitamente desenvolvido na entrada do duto de testes. A junção, por encaixe, foi recoberta com fita adesiva fina e suas extremidades em contato com o acrílico, recobertas com epoxi. Também foram inseridos termopares faceando a parede interna do duto de desenvolvimento, a 50mm, 100mm e 150mm do duto de testes para verificar a existência de gradiente axial de temperatura. A temperatura média de entrada do ar foi considerada igual a do termopar mais próximo do duto de testes, embutido na parede de acrílico. Assim, a junção de entrada foi feita com o menor contato físico e a menor discontinuidade possível entre os dutos de acrílico de modo a não perturbar o escoamento. O risco do uso deste tipo de junção é que os termopares estão medindo,



Caso (a) - sem perturbação na entrada



Caso (b) - com perturbação na entrada

Figura 4.9 Junções do duto de teste - caso (a) e (b), respectivamente, sem e com perturbação do escoamento já desenvolvido à entrada do duto de testes

efetivamente, a temperatura da parede, que pode ser, em princípio, diferente em poucos décimos de grau Celsius da temperatura média de mistura do ar, embora o suficiente para comprometer a precisão do processo de redução de dados. O uso da junção mostrada em (a) deve fornecer uma variação axial do número de Nusselt de acordo com o previsto na literatura e, posteriormente, verificou-se que a junção (a) seria suficientemente adequada para a obtenção dos resultados previstos.

O segundo tipo de junção, indicado por (b), na figura, privilegia a precisão na medida da temperatura de entrada do ar, embora perturbando fortemente, e de uma maneira não convencional, o perfil de velocidades à entrada do duto de testes. O canal de desenvolvimento foi alinhado com o pequeno segmento, colado na entrada da seção de testes, mantendo-se entre eles uma distância aproximada de 8mm. Menos de duas voltas de fita adesiva "Tartan" (usada em caixas de papelão), de 50mm de largura, uniu ambas as partes. A fita em contato com os dutos foi recoberta com uma camada de cola epoxi para evitar vazamentos devido a própria pressão do escoamento. Dessa forma, a junção foi estabelecida com pelo menos 5mm de fita separando as duas partes, evitando totalmente o contato térmico entre as peças de acrílico. A junção efetuada apenas por fita adesiva, serviu para interromper qualquer fluxo de calor do duto aquecido para o duto de desenvolvimento pela inexistência do contato físico entre ambos. Neste caso, o termopar que mede a temperatura média do ar na entrada foi instalado através da parede do duto de desenvolvimento e posicionado no centro do canal de escoamento e no vão proporcionado pela fita, entre os dutos de acrílico.

A junção do caso (b) deve perturbar significativamente o comportamento da distribuição axial do número de Nusselt próximo a montante do duto de testes, mas permitirá a verificação e comparação do comprimento de entrada necessário para o desenvolvimento completo do escoamento (hidrodinâmico e térmico). Na outra extremidade, a união do segmento do duto com o misturador seguiu procedimento análogo.

#### **.A caixa isolante**

A caixa tem dimensões externas de 2210mm de comprimento por 200mm de altura por 240mm de largura e foi construída com os seguintes materiais: placas de isopor de 50mm,

bolinhas de isopor de 2mm, poliuretano expandido e sílica em pó. A figura 4.10 mostra uma vista da sua seção transversal.

Todas as paredes da caixa são de isopor de 50mm. A tampa superior não foi colada para facilitar eventuais inspeções. As paredes laterais menores (as faces de entrada e saída da caixa), de 160mm X 120mm, e mais quatro suportes internos, também de isopor e com as mesmas dimensões, serviram para manter o paralelismo entre as paredes laterais maiores. Esses suportes também serviram para fixar a tubulação de PVC de entrada e de saída da caixa, e para posicionar, internamente, o canal de desenvolvimento do perfil de velocidades.

A tubulação de PVC de entrada de ar foi inserida na caixa, através da face de entrada e do primeiro suporte interno, distante 40mm da face. A furação nessas duas peças é mostrada na figura 4.10. A tubulação de PVC de saída de ar, foi introduzida na face oposta da caixa de modo análogo. Ambas foram centradas em relação à área transversal do canal de escoamento do duto de teste.

O canal de desenvolvimento, de acrílico, conecta a tubulação de PVC de entrada de ar ao duto de testes. Para guiar esse canal e mantê-lo na posição correta, foi feito um rasgo retangular em dois suportes de isopor, distantes entre si 340mm, estando o último deles, posicionado pouco além da metade do comprimento do canal de desenvolvimento. Esse rasgo é mostrado na figura 4.10. O espaço entre essas duas placas, foi preenchido com bolinhas de isopor de 2mm de diâmetro.

Ranhuradas foram feitas nas duas paredes laterais maiores da caixa isolante, para permitir a saída de tubos das tomadas de pressão e dos fios termopares. Foram instaladas 32 tomadas de pressão e 40 tomadas de temperatura na montagem como um todo.

A sequência de instalação dos dutos na caixa foi a seguinte: primeiro, o misturador foi conectado ao duto de teste, fora da caixa, formando uma peça única. A seguir, o canal de desenvolvimento, devidamente apoiado dentro da caixa pelas ranhuras, foi conectado à tubulação de entrada, de PVC. Após, a seção de teste foi conectada ao canal de desenvolvimento e, por fim, o misturador foi conectado à tubulação de saída.

## **.O isolamento interno**

Os testes iniciais ( classificados como caso (a) na seção 4.1.5.1) foram realizados com o isolamento interno à caixa isolante constituído por bolinhas de isopor de 3mm aproximadamente. O isolamento utilizado no caso (b) necessita de maiores detalhamentos, dados a seguir.

O espaço vazio entre os dutos e a parede da caixa de isopor foi preenchido com poliuretano, expandido no local. O poliuretano foi preparado com quantidades iguais de poliol (o endurecedor) e de isocianato (a resina) e deixado expandir dentro de sacos plásticos, previamente posicionados no fundo da caixa de isopor. Durante a expansão, o duto de teste foi mantido no lugar com pressão manual, contra dois blocos de isopor, usados como apoio e retirados posteriormente. Vê-se, na figura 4.10, o posicionamento dos blocos. Durante a expansão , o poliuretano preencheu a maioria dos espaços vazios, moldando-se aos contornos do fundo da caixa, dos dutos e das tomadas de pressão e temperatura já instaladas. O poliuretano foi mais cuidadosamente expandido embaixo das junções de entrada e saída da seção de teste, onde as perdas de calor são mais problemáticas. Nestes locais, há uma peça única de poliuretano.

Nas frestas remanescentes entre as camadas de poliuretano do interior da caixa, e para completar o isolamento térmico interno, foi adicionada sílica gel (pó), por intermédio de vibrações induzidas na mesa que suporta a caixa de isopor.

Por ser muito mais prejudicial à saúde, a sílica gel foi substituída sempre que possível pelo poliuretano e só foi usada quando absolutamente necessária. Ressalta-se porém, que o poliuretano, isolante para aplicações em refrigeração, pode ser utilizado alternativamente porque os testes envolviam baixas temperaturas Além disso, os dois materiais tem praticamente a mesma condutividade térmica. As heterogeneidades do isolamento produzidas pela presença do plástico e interfaces internas, e a constituição sólida do poliuretano em contraste com a da sílica em pó foram desprezadas no modelamento do isolamento térmico em virtude da maior quantidade de poliuretano em relação aos outros materiais.

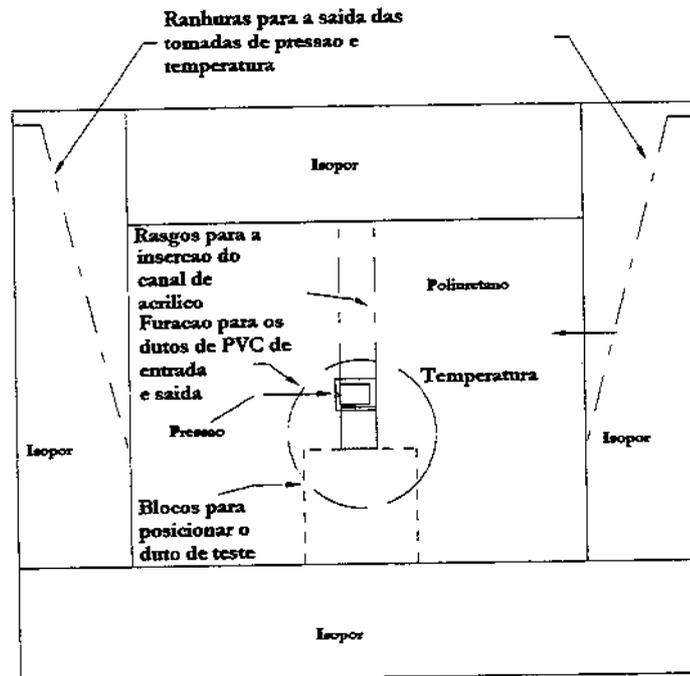


Figura 4.10 Seção transversal da caixa isolante com uma vista da posição do duto de teste.

O uso de sacos e filmes plásticos evitou a aderência do poliuretano em qualquer parte da montagem durante a expansão, permitindo eventuais modificações ou inspeções.

#### **.As junções da tubulação de PVC**

A tubulação de PVC, com dimensão nominal de 25,4mm (1"), fixada pela face de entrada da caixa de isopor, foi reduzida, na extremidade, para 12,7mm (1/2"). Na redução, foi conectado um niple, contendo internamente, um pedaço do canal de desenvolvimento colado com massa epoxi. Um pedaço de mangueira de silicone de 12,7mm, suficientemente espessa, conectou este pedaço ao canal de desenvolvimento retangular, de acrílico. Para garantir a estanqueidade da união, as pontas unidas pela mangueira de silicone, foram recobertas anteriormente com massa epoxi, para suavizar o contorno retangular. A união flexível permitiu pequenos deslocamentos da outra extremidade do canal de desenvolvimento, na hora de uni-lo com a seção de teste.

A junção do misturador com a tubulação de PVC é bem semelhante ao caso anterior. Um bico plástico de 12,7mm (1/2"), com anilhas, foi conectado na tubulação de saída, de PVC, por meio de reduções. As arestas da saída do misturador foram arredondadas com um recobrimento de massa epoxi para ser unida com a tubulação de saída de PVC, com um pedaço de mangueira de silicone, também de 12,7mm. Para minimizar perdas de calor do misturador para o duto de saída, a mangueira de silicone foi seccionada e novamente unida por fita adesiva "TARTAN".

## **4.2 Instrumentação**

Aqui são descritos os equipamentos usados e alguns dos procedimentos de fabricação e de instalação dos dispositivos de medida.

### **.Termopares**

Foram utilizados fios de termopar Cromel-Alumel, marca Omega Engineering (EUA), com recobrimento de teflon. A tabela utilizada para a conversão de mV para temperatura corresponde à original do fabricante. Os termopares foram construídos com fios de 0,127mm de diâmetro (0,005"). O procedimento de fabricação e aferição dos termopares estão descritos no Apêndice 1.

### **.Circuito Elétrico dos Termopares**

Uma chave seletora de 40 canais, Omega Engineering (EUA), permitiu a seleção do termopar a ser lido por um multímetro HP, modelo 3468A com resoluções de leitura de 0,1 $\mu$ V dc. A chave seletora foi embutida em uma caixa de material isolante e o interior foi preenchido com algodão para eliminar correntes convectivas nos contatos. Os fios termopares foram recobertos por espaguete de PVC e conectados a chave seletora. A conexão da chave com o multímetro foi feita por fios de cobre de 1mm de diâmetro, revestidos com verniz e recobertos com espaguete de PVC.

A leitura da tensão termoelétrica do termopar de referência foi feita em separado, assim como a leitura de todos os demais termopares. O valor de referência foi utilizado, posteriormente, no programa de redução dos dados experimentais para a obtenção da temperatura

dos pontos de medida. A temperatura de referência foi de 0°C, obtida de uma mistura de gelo picado e água em volumes iguais. Na hora de medir as temperaturas em regime permanente, esta mistura era renovada e as leituras não eram iniciadas enquanto o sinal do termopar de referência não estabilizasse.

### **.Manômetros**

Um Manômetro em U de água, com 1,5m de coluna foi usado, em conjunto com a leitura de um barômetro, para a obtenção do valor absoluto da pressão interna de uma seção do duto de teste. Este valor permitiu o cálculo da massa específica do ar, na região de escoamento termicamente desenvolvido, cujo valor foi usado na redução dos dados experimentais.

Dois Manômetros em U, de 1,5m de coluna de água, foram instalados nas tomadas de pressão da placa de orifício. Um deles mediu a queda de pressão através do orifício da placa. O outro mediu a pressão a montante da placa em relação a pressão atmosférica.

Um Manômetro da marca MERIAM, modelo HDHE 35 WM, inclinado, com 152,4mm (6") de coluna de álcool etílico e com menor divisão de 0,254mm (0,01"), foi utilizado para a medida da queda de pressão ao longo do duto de teste. Todas estas medidas permitiram o cálculo do fator de atrito experimental.

### **.Barômetro e Termômetro**

As condições ambientes foram registradas por um Barômetro digital marca SODIMEX, modelo BAR-02, com menor divisão de escala de 1mbar e por um Termômetro de mercúrio marca INCOTERM, modelo ASTM36 com escala de -0,2 a 68°C e menor divisão de 0,2°C. Uma leitura do Barômetro digital foi comparada com a de um Barômetro do CEPAGRI, Centro de Ensino e Pesquisa em Agricultura, da UNICAMP, e o desvio relativo percentual entre ambas foi desprezível, menor do que 0,1%.

### **.Fonte de potência**

Para o aquecimento do duto de testes, foi utilizada uma fonte HP, modelo 6296A, de corrente contínua, com fundo de escala 70V e 4A e menores divisões respectivamente iguais a 2V e 0,2. A fonte operava na faixa de 0 a 60V e 0 a 3A. Para maior precisão, o mesmo multímetro utilizado com os termopares foi também utilizado nas medidas de tensão e corrente para a obtenção da potência elétrica total dissipada. Devido a abertura momentânea do circuito de aquecimento, necessária para a medida da corrente elétrica, esta era a última a ser feita em cada teste.

A figura 4.1, no início desse capítulo, mostra o esquema da parte elétrica da montagem. Entre a ligação da fonte à rede, havia a válvula de segurança, V4, mostrada na mesma figura. A válvula de membrana tinha a função de interromper o circuito, na eventual interrupção do escoamento de ar.

Os fios de ligação da fonte à resistência de aquecimento do duto de teste eram de cobre de 1mm de diâmetro, isolados eletricamente com verniz e recobertos com espaguete de PVC. A ligação dos fios de cobre com a resistência foi feita por um conector do tipo "Syndal" de pequenas dimensões.

### **.Placa de orifício**

Foi construído um dispositivo para a instalação de placas de orifício na tubulação de admissão de ar da montagem. O dispositivo, de PVC, com diâmetro nominal de 25,4mm(1"), era composto por dois tubos de 1m de comprimento e três uniões. Uma placa de orifício era alojada em uma das uniões conectada aos dois tubos. As outras duas uniões se encontravam nas extremidades dos tubos para permitir a inserção desse dispositivo na linha de ar da montagem.

Foram construídas duas placas de orifício com razão entre o diâmetro do furo e do tubo,  $\beta$ , igual a 0,308 e 0,189, para a medida da vazão na faixa dos experimentos, com números de Reynolds entre 3900 e 23000.

Apesar da possibilidade de intercambialidade das placas em apenas um dispositivo, foram feitos dois, um para cada placa, para minimizar a chance de uma eventual descalibração.

Os detalhes de construção do dispositivo e das placas de orifício encontram-se no Apêndice 2.

### 4.3 Procedimento de obtenção das medidas experimentais

Foram realizados 8 testes (mais uma confirmação para o de valor mais alto de Reynolds), com o perfil hidrodinâmico desenvolvido à entrada do duto, no caso (a), e 19 testes (mais 5 repetições, para valores baixos, médios e altos de Reynolds) com o perfil perturbado pelo termopar à entrada do duto de testes, no caso(b).

Os testes foram realizados sempre em dias cujas condições climáticas eram estáveis e para valores de vazões não sequenciais para evitar desvios sistemáticos dos instrumentos de medida (Coleman, H.W. et al, 1989). Evitou-se também, a obtenção das medidas durante o amanhecer ou anoitecer, porque a variação da temperatura de entrada do ar no duto de testes causava uma variação muito mais lenta na distribuição de temperatura do isolamento, perturbando o estabelecimento do regime permanente.

Para o início do aquecimento da montagem fazia-se, inicialmente, a checagem dos níveis dos manômetros e da quantidade de gelo para o termopar de referência. Então, eram ajustados o escoamento de ar e a potência elétrica para os valores pretendidos de vazão e fluxo de calor. Ajustes finos na potência elétrica eram feitos posteriormente, visando manter a diferença de temperatura entre o duto e o ar em escoamento sempre em torno de 50C, na região completamente desenvolvida. Essa diferença de temperatura era mantida pequena para minimizar a perda de calor entre o duto e o isolamento.

A temperatura máxima da montagem, que ocorria próximo ao final do duto de testes aquecido, foi escolhida para monitoramento a intervalos regulares, durante todo o tempo de obtenção do regime permanente. Aguardava-se em torno de 40 minutos para checar se o processo de estabilização dessa temperatura ocorria normalmente.

O tempo para se atingir o regime permanente era tanto maior quanto menor o valor de Reynolds. Este tempo foi determinado experimentalmente pela obtenção de perfis de temperatura do duto, obtidos a cada hora subsequente de funcionamento da montagem. Para um valor alto do número de Reynolds, a distribuição de temperatura do duto se estabilizava após uma hora de

funcionamento da montagem. Entretanto, para valores baixos de Reynolds, a taxa de calor retirada pelo ar, no canal, era pequena e a perda de calor para o isolamento, comparativamente maior; e o tempo necessário para eliminação do transiente térmico devido ao aquecimento da montagem também era maior. Para Reynolds em torno de  $10^4$ , 4 horas eram mais que suficientes (mínimo de 2 horas), e para Reynolds em torno de 4000, 8 horas. Em geral, entretanto, os testes a baixos números de Reynolds foram efetuados em intervalos de tempo muito superiores, de 12 horas.

Antes de se obter os dados definitivos do experimento, o gelo era trocado e aguardava-se até que o sinal do termopar que media sua temperatura se estabilizasse novamente. O nível do manômetro inclinado (usado na obtenção do gradiente de pressão do escoamento) era verificado e corrigido mediante adição de álcool no reservatório. Normalmente, a variação era de um traço da escala (0,01 polegada de álcool) devido a evaporação do fluido manométrico, ocorrida após 8 horas de funcionamento contínuo.

As primeiras medidas efetuadas eram da temperatura ambiente, da pressão atmosférica, da voltagem, limites superior e inferior das colunas de água dos manômetros que mediam respectivamente, a queda de pressão na placa de orifício, a sua pressão a montante e a pressão interna do duto aquecido. Com exceção dos testes efetuados para Reynolds abaixo de 4000 (um testes e outro para confirmação), a queda de pressão através da placa de orifício foi sempre superior a 100mm de coluna d'água.

A obtenção dos valores experimentais foi feita manualmente, mas o procedimento foi otimizado de forma que num tempo de aproximadamente 8 minutos eram obtidas todas as leituras. Desse total, aproximadamente 4 minutos eram gastos na obtenção das temperaturas.

O procedimento de leitura dos sinais dos termopares era iniciado e finalizado com a medida da temperatura da sala, registrada por um termômetro de mercúrio. Imediatamente após esta sequência de medidas, a temperatura de referência (do gelo), e algumas temperaturas do duto eram verificadas. Caso ocorresse uma variação de alguns microvolts, em relação aos valores anteriores, todo o perfil de temperaturas era registrado novamente, após algum tempo, por até quatro vezes.

A pressão interna era obtida a 405mm (60%) do final do duto e seu valor extrapolado para a seção escolhida de escoamento completamente desenvolvido, a 280mm (41%) do final do duto. Esse valor era extrapolado por meio do gradiente de pressão, obtido a partir de quatro medidas da queda de pressão do escoamento relativas ao penúltimo ponto, a 105mm (17%) do fim do duto. As distâncias entre cada ponto e o ponto de referência eram iguais a 350, 300, 250 e 200mm, respectivamente.

O valor do gradiente de pressão era calculado após o término do teste, dividindo-se os valores das quedas de pressão pelas distâncias correspondentes e efetuando, após a análise dos quatro resultados, uma média aritmética desses valores.

Verificou-se também, a existência de um transiente dinâmico, causado pelo processo de compressão do ar. Esse transiente não chegava a afetar a distribuição de temperatura do duto por ser de curta duração, mas era de natureza cíclica e afetava os níveis de pressão interna e a vazão. Por isso evitou-se obter medidas de pressão durante esses transientes, principalmente para testes realizados com Reynolds menores do que 4000, onde a queda de pressão do manômetro inclinado, usado na obtenção do gradiente de pressão, era de ordem de 0,2 polegadas de álcool (sendo igual a 20 vezes a menor divisão de escala, 0.01").

A pressão a montante da placa de orifício era a maior e a mais sensível às oscilações de pressão da linha de alimentação. Mas, observando as variações ocorridas durante as medidas dessa pressão, verificou-se que eram proporcionais a altura da coluna de fluido manométrico, e não ultrapassaram o limite de 2%, obtido na condição de vazão máxima

### **.Medidas Efetuadas**

Em cada teste foram medidas as seguintes variáveis:

- a. A pressão barométrica (mbar) e a temperatura ambiente (°C).

- b. A queda de pressão na placa de orifício (mmca) e sua pressão manométrica a montante (mmca).
- c. O gradiente de pressão do escoamento (em polegadas de álcool etílico). Ele foi obtido de medidas de pressão manométrica em quatro das tomadas de pressão instaladas na região totalmente desenvolvida, em intervalos iguais e consecutivos de 50mm de comprimento.
- d. As 40 temperaturas fornecidas pelos termopares. Os valores da tensão termoeétrica fornecida dos termopares (mV) foram convertidos para temperatura, em Graus Celsius. Para isso foi usada uma interpolação linear dos valores da tabela fornecida pelo fabricante dos fios (Omega Engineering, EUA) dentro do intervalo de 1 °C
- e. A tensão (V) e a corrente (I) para a resistência de aquecimento do duto de teste.

#### 4.4 Procedimento de redução das medidas experimentais

O fator de atrito e o número de Nusselt foram obtidos das medidas experimentais na região termicamente desenvolvida. Foram desenvolvidos programas fonte em FORTRAN para a redução desses dados, cuja sequência de cálculos é comentada nesta seção.

##### .Cálculo da vazão mássica de ar

A vazão mássica de ar nos testes experimentais foi medida através de uma placa de orifício. O valor da vazão mássica de ar foi utilizado no cálculo do número de Reynolds definido para a seção retangular

$$Re = \frac{4 \dot{m}}{\mu P w} \quad (4.1)$$

onde  $P_w$  indica o perímetro interno do canal do duto de teste. A viscosidade dinâmica,  $\mu$ , do ar, foi calculada na temperatura do escoamento através da fórmula de Sutherland (Fox & McDonald, 1978).

#### **.Cálculo da potência elétrica dissipada no duto de teste**

A potência elétrica total, dissipada pelo fio de resistência utilizado no aquecimento da seção de teste, foi calculada pelo produto das medidas de tensão (Volt) e de corrente (Ampère) através dessa resistência. As extremidades do fio de resistência ficaram com um comprimento total de 10cm fora das ranhuras da seção de teste. Desta forma, a potência elétrica total dissipada pela resistência efetivamente inserida no duto de teste foi obtida através de um fator multiplicativo que representa a fração do comprimento total do fio de resistência dentro das ranhuras:

$$\dot{Q} = 0,986.V.I \quad (4.2)$$

#### **.Cálculo da potência absorvida pelo ar**

A potência elétrica dissipada ao fluido em cada volume de controle considerado do duto de teste foi decomposta em duas parcelas: aquela absorvida por convecção pelo escoamento de ar e a parcela restante, denominada perdas de calor:

$$\dot{Q}\left(\frac{\Delta x}{L}\right) = \dot{Q}_c + \dot{Q}_p \quad (4.3)$$

onde o lado esquerdo representa a potência elétrica dissipada em cada volume de controle de comprimento  $\Delta x$ , determinado pela distância entre termopares vizinhos na seção de testes.

#### **.Identificação e estimativa de perdas térmicas**

A transferência de energia que ocorre das áreas de contato do duto de testes aquecido para as extremidades da parede de acrílico que fecha uma das laterais do canal de escoamento foi

analisada. Na realidade esta quantidade de energia reflui para o interior do canal, não constituindo uma perda de energia do ar em escoamento interno, porém, este valor é descontado no cálculo do Número de Nusselt, que deve ser obtido para as demais paredes de alumínio, onde tem significado físico. Essa subtração de energia pode apenas ser estimada sendo considerada por isto, como mais uma fonte de incerteza no cálculo do Número de Nusselt.

As perdas de calor provenientes do duto de testes para o ambiente podem ser analisadas como ocorrendo por caminhos distintos: radialmente, por condução através da camada isolante; e axialmente, através das faces menores do duto de alumínio e das suas conexões de entrada e de saída ( de acrílico); bem como através dos fios termopares e tomadas de pressão da seção de teste.

As perdas axiais, que predominam nas extremidades do duto de testes, foi analisada com sucesso por meio de um modelamento bidimensional, demonstrando nenhum efeito no cálculo do número de Nusselt, na região desenvolvida. O modelamento e os resultados dessa análise são apresentados no capítulo seguinte.

De todas as perdas de calor, a radial foi a perda mais significativa, sendo a única considerada diretamente no cálculo da equação (4.3).

Esta perda foi calculada em cada volume de controle do duto, através de uma condutância radial efetiva (Kreith, F., 1977), indicada por S, na forma

$$\dot{Q} = (S)(\Delta x)(T_s - T_p) \quad (4.4)$$

onde  $T_p$  indica a temperatura da parede da caixa de isopor, medida na tampa superior por um termopar. Assumiu-se uma variação linear da temperatura sobre superfície externa da caixa. A temperatura média de cada volume de controle do duto de teste, dada pela média aritmética das temperaturas adjacentes que delimitavam seu comprimento (medidas axialmente na parede de alumínio) é designada por  $T_s$ .

A equação da condução de calor, bidimensional, em regime permanente, foi aplicada a uma seção transversal da caixa de isolante térmico, incluindo o duto de teste, para a obtenção do valor de S. A rigor, o fator de forma é um número associado à geometria de problemas bidimensionais, submetidos a uma diferença de temperatura em faces específicas, tendo as demais, adiabáticas. Além disso, o material deve apresentar condutibilidade térmica constante. Neste trabalho, o domínio de cálculo envolvia o isolamento interno (poliuretano e sílica) e as paredes da caixa isolante (de isopor), por isto, definiu-se a equação 4.4. Detalhes do problema, que também foi resolvido pelo método dos volumes de controle, são mostrados no Apêndice 4.

Estimativas feitas por Altemani, C.A. (1980) em uma montagem semelhante, para um duto de seção triangular, demonstram a magnitude desprezível das perdas de energia que ocorrem externamente à caixa isolante: na fonte de potência elétrica e nos fios de cobre que a une à montagem, em comparação às demais.

As perdas de calor por condução através dos tubos de polietileno das tomadas de pressão para o exterior da caixa isolante não foram estimadas pelo fato da sua condutividade térmica ser muito baixa.

#### **.A distribuição da temperatura de mistura do escoamento no duto de teste**

Foi assumida uma variação linear da temperatura média de mistura do escoamento, tendo como pontos extremos, as temperaturas medidas de entrada e saída do duto de testes. A equação da energia para regime permanente e propriedades constantes, foi aplicada ao escoamento de ar, na forma integral entre estes pontos, com a suposição de que a taxa de calor líquida sendo adicionada ao ar é uniforme obtendo-se,

$$\dot{Q}_{liq} = \dot{m} \cdot C_p \cdot (T_{bs} - T_{be}) \quad (4.5)$$

Na equação acima,  $T_{bs}$  e  $T_{be}$  indicam as temperaturas de mistura de saída e entrada do ar no volume de controle considerado e  $C_p$  é o calor específico do ar a pressão constante. O valor de  $C_p$  foi avaliado na média aritmética entre as temperatura de mistura de entrada e saída.

A diferença entre o valor de  $Q_{liq}$ , da equação (4.5), e o valor de  $Q_c$ , da equação (4.3) dividida pela vazão em massa e pelo calor específico do escoamento de ar resulta em uma diferença de temperatura que pode ser usada como uma indicação da incerteza global do experimento. Estes valores permitiram avaliar de uma forma adicional, a incerteza dos Números de Nusselt obtidos experimentalmente, cuja análise é detalhada na seção 4.6.

#### **.Cálculo do coeficiente convectivo médio, $\underline{h}$**

A seção do duto de teste possui a superfície ativa de troca de calor composta por uma base e uma superfície que foi considerada como uma aleta dobrada. Devido a instrumentação utilizada no duto de testes, apenas um valor médio do coeficiente convectivo,  $\underline{h}$  pode ser calculado para a superfície ativa da seção de teste ( a base e a aleta dobrada).

O projeto e construção do duto de testes foram efetuados visando a obtenção, em cada seção transversal, de uma temperatura uniforme na superfície da base aquecida do canal em contato com o escoamento de ar. (Parede do canal de escoamento mais próxima e paralela às ranhuras do duto.)

Utilizou-se o método da falsa posição para a obtenção de  $\underline{h}$ . O processo iterativo de cálculo foi necessário pela impossibilidade de tornar explícita o valor de  $\underline{h}$  na equação da transferência de calor da superfície aletada.

A taxa de calor transferida para a parede de acrílico e que volta para o escoamento não foi descontada da taxa de calor líquida total porque o valor desta parcela constitui uma estimativa, sendo porisso, tratada como incerteza. A sequência de cálculos é explicada nas duas seções seguintes.

### **.Cálculo do rendimento da aleta $\eta$ e do coeficiente convectivo médio $\underline{h}$**

Optou-se pelo uso do modelo unidimensional de condução para uma aleta retangular com a extremidade isolada, cuja justificativa é dada no parágrafo seguinte.

A variação circunferencial de  $\underline{h}$ , foi substituída por um valor médio para a seção. Esta simplificação, implícita na utilização de um modelo unidimensional para o rendimento da aleta pode ser utilizada. Sua justificativa encontra-se em Kaddle, D. S. et al (1986), que pesquisaram o comportamento de  $\underline{h}$  em um duto retangular com várias aletas retangulares retas. Os pesquisadores verificaram que apesar do valor de  $h$  tender a zero nos vértices, a utilização do modelo de condução unidimensional de calor forneceu resultados médios equivalentes àqueles de sua simulação numérica.

As simulações deste trabalho também indicaram rendimentos da superfície aletada iguais a 98% ou maiores.

A expressão utilizada para o rendimento da aleta é dada por

$$\eta = \frac{\text{Tanh}(m \cdot L_f)}{m \cdot L_f} \quad (4.6)$$

onde  $L_f$  é o comprimento total da aleta dobrada, neste caso, metade do perímetro total do canal de escoamento e "m" é o parâmetro da aleta, definido por

$$m = \sqrt{(h \cdot P / k \cdot A)} \quad (4.7)$$

Nesta expressão,

$h$  representa o coeficiente convectivo médio,  
 $P$  indica o perímetro da aleta,  
 $k$  é a condutibilidade térmica do material da aleta e  
 $A$  é a área da sua seção transversal.

A aplicação do balanço de energia ao duto de teste para a obtenção da equação da aleta resulta em

$$m = \sqrt{(h / k \cdot t)} \quad (4.8)$$

porque a área de condução de calor na parede do duto é igual a  $\Delta x \cdot t$ , onde  $\Delta x$  é o comprimento do volume de controle considerado e  $t$  é a espessura da aleta, enquanto que o perímetro da aleta, que é definido na superfície de troca de calor, corresponde a  $\Delta x$ . Consequentemente, a razão  $(P/A)$ , da equação (4.7), resulta no inverso de  $t$  na equação (4.8).

O valor de  $h$ , em cada volume de controle de comprimento  $\Delta x$  (não uniforme) do duto de teste foi obtido da seguinte expressão para a taxa de calor na superfície aletada,

$$Q_{h_1} - h\{(B+\eta L_f)\Delta x(T_s - T_b)\} = 0 \quad (4.9)$$

onde  $B$  indica a largura da base (10,3mm) da seção aquecida do duto retangular e  $T_b$ , a temperatura média de mistura do volume de controle considerado.

O método da falsa posição permitiu determinar o valor do coeficiente convectivo que satisfaz a condição expressa por (4.9). As equações (4.8) e (4.6) também foram necessárias neste processo iterativo. Para iniciar o método da falsa posição torna-se necessário obter duas estimativas iniciais de  $h$ , à esquerda e à direita do valor que satisfaz a condição dada por (4.9). Primeiro obteve-se o valor de  $h_{(\eta=1)}$  em cada volume de controle do duto, a partir da equação (4.9), calculada com rendimento unitário. Com este valor de referência, obteve-se a primeira aproximação,  $h = 40\%(h_{(\eta=1)})$  e a Segunda, para  $h = 140\%(h_{(\eta=1)})$ . Estes valores, substituídos nas equações (4.8) e (4.6) forneceram, por sua vez, outra aproximação para o valor do rendimento

que foi introduzido novamente na equação (4.9) gerando novo resto. O processo teve início com uma nova estimativa de  $h$ , dada em função desses dois valores velhos de  $h$  e dos restos respectivos da equação (4.9). O processo terminou quando o desvio entre o valor novo e velho de  $h$  foi menor do que 0.0001. Desta forma obteve-se a distribuição discreta de  $\bar{h}$  médio em cada volume de controle ao longo do duto de teste.

### **.Cálculo do fator de atrito**

O fator de atrito foi obtido para o escoamento desenvolvido na condição de duto isotérmico e também para o escoamento com fluxo de calor, na região completamente desenvolvida. Os valores de  $f$  são necessários para uma análise completa do número de Nusselt. Avaliou-se experimentalmente, o efeito da taxa de calor sobre a vazão bem como sobre o gradiente de pressão mediante a comparação dessas duas medidas com o duto isotérmico (sem aquecimento) e após a estabilização do regime permanente, com aquecimento. O efeito do aquecimento sobre as propriedades e, conseqüentemente sobre a vazão e seu gradiente de pressão foram considerados desprezíveis. Assim, foram usados os valores de  $f$  obtidos com o duto aquecido.

Em ambos os casos, o fator de atrito foi calculado pela equação (4.11), na qual o gradiente de pressão foi obtido experimentalmente, a partir de quatro valores da pressão, uniformemente espaçadas 50mm entre si.

$$f = 2 \cdot \left( - \frac{dp}{dx} \right) \cdot D_h / ( \rho \cdot V^2 ) \quad (4.11)$$

onde,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico da seção do canal. O valor de  $\rho$  foi calculado a partir da pressão interna, medida, e da temperatura média de mistura do ar, na seção considerada, assumindo o comportamento de gás ideal.

## **.Cálculo dos Números de Reynolds e de Nusselt**

A condição de completo desenvolvimento é atingida, para a condição de contorno térmica desse problema, quando o número de Nusselt torna-se constante, independentemente da posição axial. A escolha da melhor seção para esse valor do Número de Nusselt foi feita após a redução dos dados e a visualização do gráfico dessa distribuição em função da distância axial do duto. O diâmetro hidráulico foi usado no cálculo de ambos os números adimensionais.

### **4.5 Análise de resultados experimentais preliminares**

#### **.Distribuições axiais dos números de Nusselt obtidos experimentalmente**

As figuras 4.11 a 4.14. mostram algumas distribuições dos números de Nusselt dos casos(a) e (b), respectivamente. Vê-se que os valores de Nusselt, para escoamento totalmente desenvolvido, situaram-se entre 12 e 50, respectivamente para Reynolds entre 4.000 e 22.000.

Nas proximidades da saída do duto aquecido, ocorreu, sem exceção, um aumento no número de Nusselt devido a diminuição do gradiente de temperatura da parede aquecida. Usando como referência a taxa de calor total líquida recebida pelo ar, verifica-se que as perdas de calor na extremidade de saída são proporcionalmente maiores, quanto menor o valor de Reynolds. Estas perdas contribuem para a queda da temperatura interna da parede do duto naquela extremidade. Com isto, a diferença de temperatura entre a parede e o fluido diminui, causando o aumento verificado do número de Nusselt.

No trabalho de Kadle & Sparrow ocorreu um aumento muito mais pronunciado do número de Nusselt na extremidade de entrada, devido ao resfriamento da parede do duto pelo escoamento de ar.

Neste trabalho, não ocorreu este aumento em grande parte, devido a diferenças na geometria:

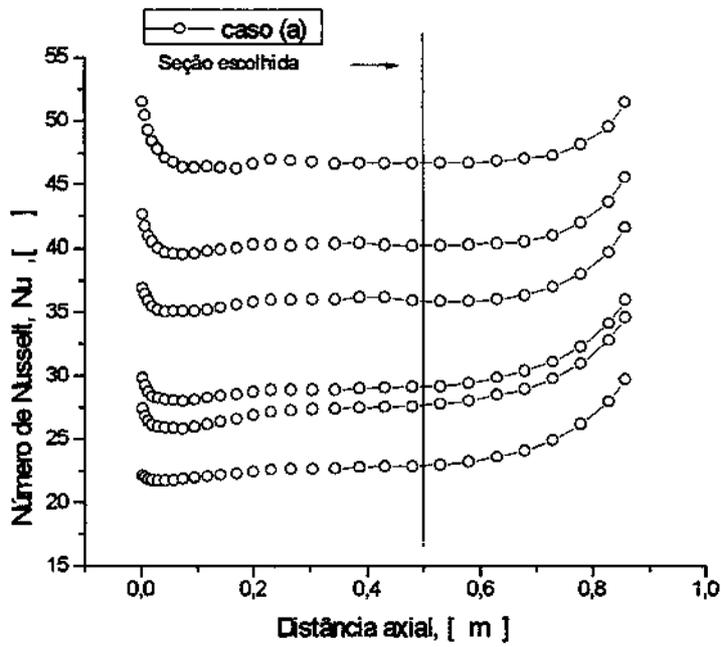


Figura.4.11 Distribuições axiais de Nusselt, obtidas experimentalmente – caso (a)

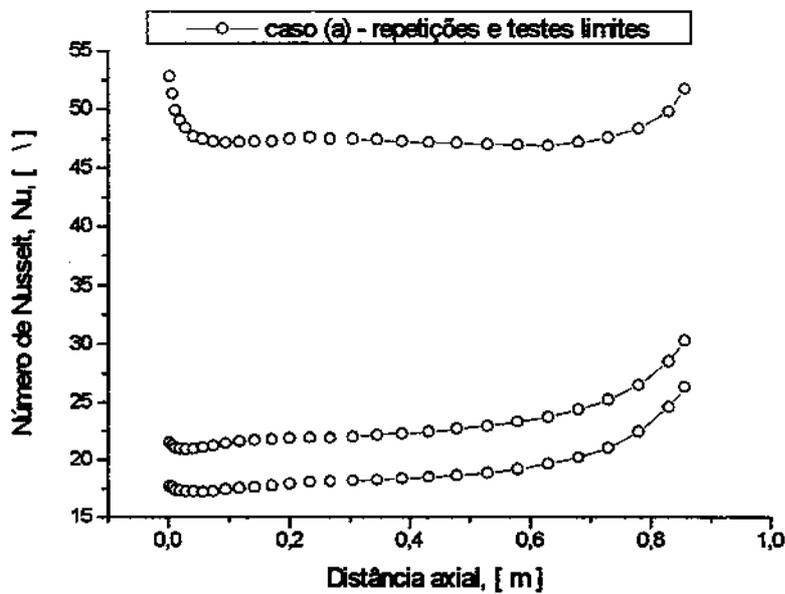


Figura 4.12 – Repetições e testes limites para obtenção de Nusselt – caso (a)

Nos testes do caso (b), todas as curvas apresentaram um comportamento anômalo na região próxima à direção de entrada do duto. As curvas tenderam a mostrar uma inversão na inclinação, de positiva para negativa em torno de 7 diâmetros hidráulicos por causa da perturbação do escoamento desenvolvido pelo termopar inserido no meio da seção de entrada do canal de escoamento. Verifica-se que após 10 diâmetros hidráulicos, estes efeitos típicos de entrada desaparecem.

Para distribuições de Nusselt da ordem de 20, uma pequena inclinação positiva, tendeu a se estabelecer por todo o duto. Nestes casos, os efeitos de ambas as extremidades perturbaram significativamente o completo desenvolvimento do escoamento.

Em quase todos os perfis de temperatura do caso (b), a distribuição de temperatura medida, da parede, entre 0 e 10 diâmetros hidráulicos, apresentou uma inclinação menor do que ao longo do restante do duto.

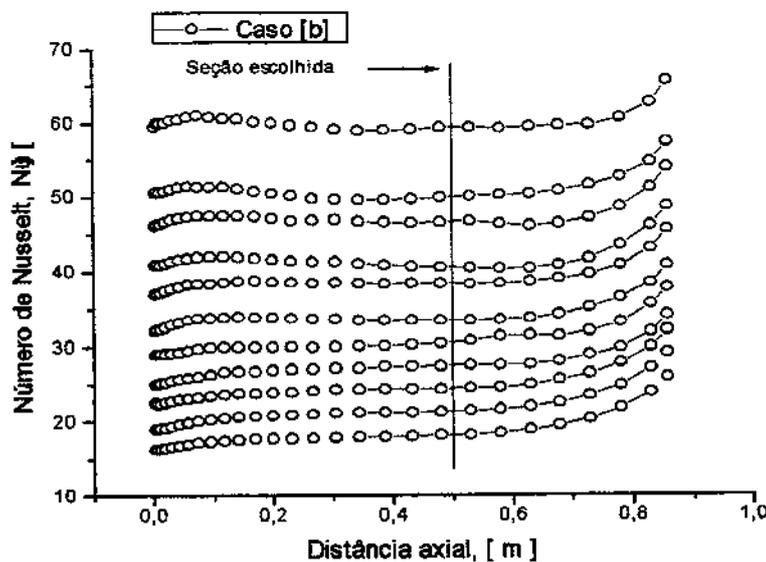


Figura.4.13 Distribuições axiais de Nusselt, obtidas experimentalmente – caso(b)

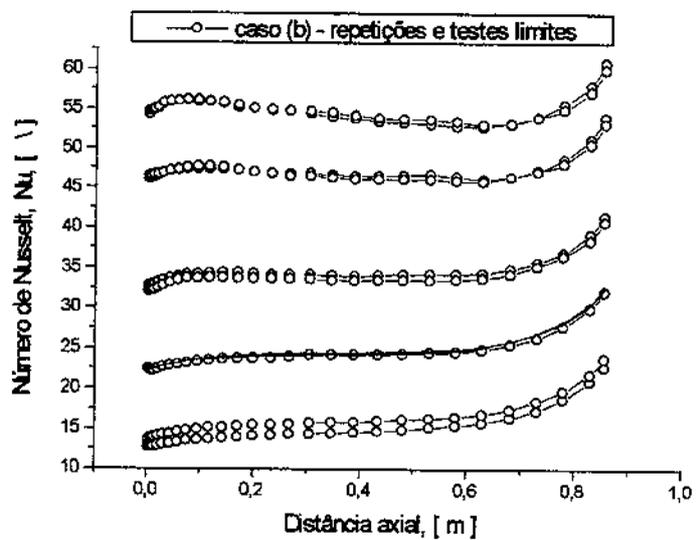


Figura 4.14 – Repetições e testes limites para obtenção de Nusselt – caso (b)

## 4.6 Análise de Incertezas

Nas sub-seções seguintes, encontram-se as justificativas sobre a escolha dos limites (de precisão e dos erros sistemáticos) que compõem a incerteza de cada valor experimental do fator de atrito e do número de Nusselt.

A análise das incertezas dos resultados experimentais foi obtida por meio de uma técnica de perturbação. O fluxograma correspondente é denominado "JITTER", (perturbação) mostrado no fluxograma seguinte. Coleman, H.W. et al (1989) utilizam este algoritmo, em que o programa de redução de dados é tratado como uma subrotina que é sucessivamente repetida, de tal modo que as derivadas parciais necessárias na análise das incertezas, são calculadas com aproximações por diferenças finitas.

A maior vantagem do uso do programa JITTER é que a sua estrutura é fixa, necessitando apenas da adaptação adequada do programa de redução de dados a ela. O fluxograma do JITTER é mostrado na figura 4.10, onde R é o resultado experimental. As análises foram feitas separadamente para o fator de atrito e para o número de Nusselt. Assim, R foi identificado com o valor de  $f$  e depois como  $Nu$ , na obtenção da incerteza de cada valor experimental.

Como mostra a figura, os dados de entrada requeridos são os valores das variáveis  $X_i$ ; as estimativas dos limites de precisão,  $P_{xi}$ ; os valores bias,  $B_{xi}$ . Também é necessário estipular a quantidade de cada variável a ser perturbada na aproximação por diferenças finitas das derivadas parciais,  $\Delta x_i$ .

O limite de precisão está relacionado com o desvio da medida em relação ao valor mais provável, fornecido pelo equipamento de medição. O erro bias refere-se ao desvio do valor medido em relação ao valor verdadeiro da grandeza.

O programa de redução de dados, PRD, é usado  $k+1$  vezes para a obtenção do resultado  $R_0$  e de um resultado perturbado,  $R(x_i+\Delta x_i)$ , para cada variável. As derivadas parciais são computadas para a obtenção dos resultados das equações de propagação dos limites de precisão,

Fluxograma esquemático do procedimento do programa JITTER

Para  $i=1$  até  $k$ , entre com  $X_i$ ,  $\Delta X_i$ ,  $P_{xi}$ ,  $B_{xi}$

↓

Usando o programa de redução de dados como uma subrotina, calcular

$$R_0 = R(X_1, \dots, X_i, \dots, X_k)$$

e para  $i=1$  até  $k$

$$R(X_i + \Delta X_i) = R(X_1, \dots, (X_i + \Delta X_i), \dots, X_k)$$

$$\partial R / \partial X_i = (R(X_i + \Delta X_i) - R_0) / \Delta X_i$$

$$(P_i)^2 = [(\partial R / \partial X_i) (P_{xi})]^2$$

$$(B_i)^2 = [(\partial R / \partial X_i) (B_{xi})]^2$$

↓

Calcular

$$P_r = [\sum (P_i)^2]^{1/2}$$

$$B_r = [\sum (B_i)^2]^{1/2}$$

$$U_r = [\sum (U_i)^2]^{1/2}$$

Fazer  $(V_{\text{máx}}) = \text{MÁX}[(B_i)^2, (U_i)^2]$  e calcular os valores percentuais  $P_{r\%}$ ,  $B_{r\%}$  e  $U_{r\%}$

↓

Resumo dos resultados

$$R_0 = xx \quad [\text{unidades}]$$

$$U_{r\%} = yy \quad [\%]$$

$$B_{r\%} = zz \quad [\%]$$

$$P_{r\%} = ww \quad [\%]$$

$P_r$ , e bias,  $B_r$ , da variável de interesse,  $R$ . Depois dessa etapa, os valores de  $P_r$ ,  $B_r$  e  $U_r$  são calculados e adimensionalizados em relação ao maior valor deles.

O formato de saída na figura 4.10 apresenta o valor absoluto do resultado  $R_0$  e, em valores absolutos e percentuais a incerteza da medida,  $U_r$ , o limite de precisão,  $P_r$  e o limite bias,  $B_r$ .

Uma segunda parte da saída dos resultados, consiste na contribuição individual de  $Pr$  e  $Br$ , em termos percentuais, variando entre 0 e 100%. Dessa forma, será possível verificar rapidamente as variáveis que mais fortemente influenciam na incerteza da variável de interesse. Os resultados da análise de incerteza serão apresentados no próximo capítulo em conjunto com os resultados experimentais.

### **.Análise das incertezas das medidas que afetam o fator de atrito**

Foram consideradas seis variáveis no cálculo das incertezas do fator de atrito.

Quatro delas, medidas diretamente:

- .a pressão manométrica a montante da placa;
- .a queda de pressão através da placa;
- .a pressão no interior do duto de testes;
- .a pressão atmosférica.

E duas, derivadas das medidas experimentais:

- .o gradiente de pressão do escoamento.
- .o coeficiente de calibração da placa de orifício.

A incerteza dessa última variável foi obtida pela diferença entre duas calibrações independentes e tratada como um erro sistemático.

Essas seis variáveis correspondem às variáveis " $x_i(i)$ ", mostradas no fluxograma. " $R_0$ " ( $R$  zero), é o nome da variável de interesse a ser perturbada, no caso, o fator de atrito e depois o número de Nusselt.

Os valores especificados na tabela 4.1, constituem uma condição padrão mínima dos dados de entrada do programa de perturbação. Durante a execução do programa de perturbação alguns valores foram alterados em função das condições específicas de cada teste. Estas condições são

fornecidas pelo programa de redução de dados, ao ser executado em conjunto com o programa JITTER. Estas alterações são explicadas a seguir.

Tabela 4.1 Entrada padrão de dados do programa Jitter aplicado ao fator de atrito

variável	unidade	precisão	erro sistemático
$h_{up}$	[mm]	1.0	1.0
$h_p$	[mm]	1.0	1.0
$h_i$	[mm]	1.0	1.0
$dP/dx$	[pol/mm]	0.00005	0.00005
$P_{atm}$	[mBar]	1.0	1.0
$C_{placa}$	[/]	0.0	0.0049

Ocorreram oscilações cíclicas nas colunas dos manômetros em “U”, devido aos transientes de recarga do ar comprimido. A precisão de cada leitura foi proporcional à pressão medida e igual a 2% da coluna de água, para o maior valor de pressão, do manômetro instalado a montante da placa de orifício. Este manômetro foi escolhido porque media as pressões mais altas e, por isto, era o mais sensível às oscilações de pressão da linha. Esta porcentagem foi obtida para valores elevados de pressão, exatamente onde os erros devido às leituras dos manômetros são menos significativos. À medida que as colunas manométricas diminuem esta porcentagem torna-se superestimada porque o efeito cíclico de compressão de ar desaparece devido ao baixo consumo de ar. Assim, adotou-se como limite de precisão para as pressões manométricas, o valor de 1% da coluna. Assim, o limite de precisão padrão, de 1mm de coluna de água, mostrada na tabela 4.1, é alterado durante o programa, para um valor proporcional à pressão medida.

O erro sistemático, de 1mmca, permanece inalterado. Este valor engloba principalmente, os efeitos de paralaxe, deformação da escala ( do papel milimetrado) e de tensão superficial nas leituras. Torna-se significativo para pressões menores do que 100 mm de coluna de água, que só ocorreram em três testes para números de Reynolds baixos, próximos da transição. Mesmo nestes

casos, as colunas foram medidas cuidadosamente com um paquímetro. Por estes motivos, o erro foi considerado e mantido desta ordem.

No manômetro inclinado, o limite de precisão devido ao transiente no fornecimento de ar, chegava a variar  $\pm 0,05$  in de álcool para uma diferença de pressão de 5 in, em vazões altas, devido à recarga do compressor (1% do valor da coluna medida). Como as medidas de pressão sempre foram realizadas fora deste transiente, e num tempo inferior ao mesmo, considerou-se que, mesmo as maiores diferenças, também estão superestimadas. Na realidade, o gradiente de pressão de cada teste foi a média de 4 valores de quedas de pressão associadas a comprimentos proporcionais do duto. Estes valores apresentaram variação na quinta casa decimal. Por isso, o limite de precisão da leitura foi considerado igual a metade desta variação, observada nos valores calculados do gradiente, ou seja: 0,00005. Para uma queda de pressão em 50mm de duto, (distância mínima utilizada no cálculo do gradiente de pressão) esta variação equivale exatamente a meia divisão de escala do manômetro inclinado, ou seja, 0,005 [in álcool].

A leitura do mesmo manômetro inclinado se alterava com a evaporação do fluido manométrico (álcool etílico), caracterizando um tipo de erro sistemático. Após 8 horas de funcionamento contínuo da montagem, este erro correspondia a 1 traço da escala, equivalente a 0,01 in. Este valor era obtido pela verificação do “zero”, desconectando-se o manômetro da montagem. Neste caso, o erro sistemático para o gradiente de pressão deveria ser igual a 0,0005, equivalente a uma variação de 0,005in (meio traço de escala) em 50mm de duto. Entretanto, detectado este problema, o procedimento experimental foi alterado de modo que, no início da tomada de dados, o “zero” do manômetro era novamente restaurado pela adição de fluido manométrico. Mesmo assim, a favor da segurança, o erro foi considerado existente, porém reduzido à metade, o qual em termos de gradiente, correspondeu a 0,00005 polegadas de álcool por milímetro linear do duto. (Valor estimado igual ao do limite de precisão da medida.)

As leituras do barômetro digital permaneceram quase invariáveis ao longo de todos os experimentos. O barômetro não foi calibrado, mas verificado contra duas leituras da pressão barométrica obtidas por meios independentes ( da estação meteorológica mais próxima e pela temperatura de ebulição de água pura, no laboratório). Assim, adotou-se para o limite de precisão do barômetro o valor padrão da Tabela 4.1, igual a 1 mbar (uma divisão de escala.) O erro

sistemático foi alterado para um valor igual a 0,1% da leitura, que também corresponde a 1mbar, aproximadamente.

O coeficiente de calibração da placa de orifício tem um erro sistemático “fossilizado” (limite de precisão do procedimento de calibração, tratado como erro sistemático, neste caso). O erro é igual a diferença entre valores médios do coeficiente, obtidos de duas calibrações independentes da placa de orifício. Isto representa um valor de 0,005 (aproximadamente, 1% do valor do coeficiente de calibração para as duas placas utilizadas).

Valores dos números de Reynolds, menores do que 4000, foram obtidos com colunas de água menores do que 100mm. Números de Reynolds abaixo destes valores apresentaram comportamentos diferentes para o fator de atrito, cuja análise encontram-se fora do escopo deste estudo, apesar da diferença entre os valores de  $f$ , para mesmos números de Reynolds, ainda manter-se dentro dos limites de incerteza das medidas.

Devido às pequenas dimensões do duto, o escoamento começaria a apresentar efeitos de compressibilidade ( $Mach > 0.2$ ) a partir de  $Reynolds > 32000$ . Entretanto, o valor máximo de Reynolds, obtido experimentalmente, ficou em torno de 22000, por segurança, devido às limitações de resistência mecânica da montagem. As incertezas associadas aos valores do fator de atrito obtido experimentalmente em função de números de Reynolds na faixa citada constituem o resultado final dessa análise, que é mostrada a seguir. Além disto, são feitas comparações destes resultados com valores numéricos e da literatura.

#### **.Análise das Incertezas das medidas que afetam o número de Nusselt**

.V e I, respectivamente, a tensão e a corrente elétrica aplicadas ao fio de resistência para aquecimento do duto.

. $\Delta T$ , a diferença de temperatura utilizada no cálculo do coeficiente convectivo para compor o número de Nusselt.

O arquivo de dados de entrada contendo o nome, unidade, limite de precisão, e erro sistemático de cada variável citada é mostrada na tabela 4.2. Estes correspondem a valores padrão, analogamente ao caso do fator de atrito. As variáveis usadas na análise de incertezas do fator de atrito,  $H_{up}$  e  $H_{pl}$  por exemplo, produziram alterações na quarta casa decimal dos valores de Nusselt, porisso estas variáveis foram desconsideradas nesta análise.

Tabela 4.2 Entrada de dados padrão do programa Jitter aplicado ao número de Nusselt

variável	símbolo	precisão	êro sistemático
V	[V]	0.0001	0.001
I	[A]	0.001	0.01
$\Delta T$	[C]	0.3	0.5
Nu	[/]		

Os valores de tensão, V e corrente, I, foram obtidos de um mesmo instrumento de medida (multímetro,) que apesar de não ter sido calibrado, era um equipamento novo, de precisão e apresentava-se em excelente estado. A menor unidade de escala do aparelho era de 0,0001V e 0,001A. A favor da segurança, os erros sistemáticos foram assumidos iguais a 0,001V e 0,01A. Quanto aos limites de precisão, estes foram mantidos iguais aos valores da precisão do aparelho.

O limite de precisão dos termopares foi inicialmente assumido igual a 0,3°C e o erro sistemático, igual a 0,5°C. A sensibilidade dos valores de Nusselt a estas variáveis foi da ordem de uma unidade.

#### **.Erro máximo assumido para o valor de $\Delta T$**

Os limites de incerteza para  $\Delta T$ , utilizados no "Jitter", não foram quantificados por um método estatísticos direto, por exemplo). Então, para verificar se estes limites foram bem estabelecidos foi realizada, além desta análise, outra, de forma mais direta. Ambas as abordagens são descritas a seguir.

### (I) Análise com o uso do “Jitter”

A incerteza total de  $\Delta T$  em Nusselt, foi considerada simétrica em relação ao valor nominal. O limite de precisão de  $0,3^{\circ}\text{C}$  e o erro sistemático, igual a  $0,5^{\circ}\text{C}$ , mostrados na tabela 4.2 compõem a incerteza de  $\Delta T$ . O efeito da transferência de calor da parede de acrílico para o ar, bem como do fechamento dos balanços térmicos estão implicitamente contemplados pela escolha destes limites para  $\Delta T$ .

Em todos os casos, (incluindo o fator de atrito) foram desprezados os limites de incerteza das propriedades térmicas, como a condutibilidade térmica do ar e do alumínio, e de medidas lineares como o comprimento e o diâmetro hidráulico do canal.

### (II) Análise direta, sem o uso do “JITTER”,

As idealizações implícitas no modelamento das perdas e decorrentes da precisão de todas as medidas efetuadas (incluindo o efeitos da instalação dos termopares em suas próprias medidas) refletem-se na avaliação da taxa de calor líquida total recebida pelo escoamento. A diferença entre duas avaliações independentes para esta mesma variável, é considerada uma forma conservativa de se avaliar a imprecisão máxima das medidas de temperatura efetuadas com os termopares.

As avaliações da taxa de calor líquida podem ser obtidas dos dados experimentais de duas maneiras:

.com um balanço de energia no escoamento, em função das temperaturas médias de mistura a montante e a jusante do duto aquecido.

.pela diferença entre a taxa de calor total imposta, menos todas as demais perdas de energia.

A diferença entre as avaliações, dividida pela vazão em massa e pelo calor específico do escoamento resulta dimensionalmente na grandeza temperatura. O valor numérico foi considerado como uma incerteza simétrica para  $\Delta T$ , denominada  $\delta T1$ .

A taxa de calor que recircula pela parede de acrílico e volta para o canal de escoamento representa uma parcela da taxa de calor líquida que não contribui na composição do número de Nusselt. Na impossibilidade de quantificá-la com precisão esta taxa de calor foi tratada como uma fonte de incerteza. No programa de redução de dados, o valor de Nu foi obtido sem a correção deste efeito. A sua consideração tenderá a diminuir o valor nominal de Nu.

Assim, a taxa de calor perdida para a parede de acrílico também foi convertida em um  $\delta T$  equivalente, denominada,  $\delta T2$ . A porcentagem deste valor, em relação ao valor original  $\Delta T=(T_s-T_b)$  usado no cálculo de Nu, representa uma incerteza não simétrica cujo efeito é a diminuição do valor nominal de Nu.

Para  $\Delta T$  mantido sempre em torno de  $5^\circ\text{C}$ , as incertezas  $\delta T1$  e  $\delta T2$  resultaram em valores da ordem de grandeza de  $\pm 0,25^\circ\text{C}$ , o que representa uma variação percentual de  $\pm 5\%$  em Nu.

Antes da comparação entre a análise de incerteza feita com o algoritmo "Jitter" e a análise direta, serão explicados os cálculos efetuados na análise direta.

Com respeito ao fechamento dos balanços térmicos para todo o duto, sua incerteza equivalente,  $\delta T1$  pode assumir valores positivos, negativos ou nulos. É obtida de

$$\delta T1 = (Q_{líq} - Q_{ar}) / mC_p \quad (4.12)$$

onde

$$Q_{líq} = (Q_{tot} - Q_r) \quad (4.13)$$

$$Q_{ar} = (T_{ms} - T_{me}) mC_p \quad (4.14)$$

e

$Q_{líq}$  é a taxa de calor líquida recebida pelo escoamento de ar;

$Q_{tot}$  é a taxa de calor adicionada nas ranhuras do duto de testes;

$Q_r$  é a perda de calor radial, considerada como a única perda significativa;

$Q_{ar}$  é a taxa de calor recebida pelo escoamento de ar;

$T_{ms}$  é a temperatura média de mistura na saída do canal de escoamento;

$T_{me}$  é a temperatura média de mistura na entrada do canal de escoamento;

$m$  é a vazão em massa do ar no canal;

$C_p$  é o calor específico.

O valor de Nu será corrigido pelo desvio percentual:

$$\Delta T1/(\Delta T1+\delta T1) \quad (4.15)$$

onde

$$\Delta T1 = T_{bs} - T_{be} \quad (4.16)$$

e a incerteza estimada diretamente será igual ao valor original de Nu subtraído do valor corrigido.

Considerando agora, a perda de calor para a parede de acrílico representada por  $\delta T2$ , e sempre positiva, teremos:

$$\delta T2 = Q_{acr}/mC_p \quad (4.17)$$

onde

$Q_{acr}$  é a taxa de calor recirculante na parede de acrílico.

Os efeitos somados do fechamento do balanço térmico mais a perda pela parede de acrílico resulta em

$$\Delta T1/(\Delta T1+\delta T1+\delta T2) \quad (4.18)$$

Estes cálculos foram efetuados para cada teste, e o valor resultante foi considerado como uma estimativa da incerteza máxima atribuída para  $\Delta T$ , no cálculo de Nusselt. Os resultados destas análises são mostrados nos gráficos da seção seguinte.

#### **.Avaliação da incerteza na taxa calor líquida para o cálculo do coeficiente convectivo**

Observa-se que parte do calor líquido que seria transferido para o escoamento de ar é transmitido do alumínio do duto de testes para a parede de acrílico, retornando posteriormente ao escoamento. Isto não afeta o cálculo da temperatura média de mistura, mas afeta o cálculo do valor de  $h$ . Por isso esta parcela da taxa de calor deve ser avaliada. A avaliação foi obtida numericamente pela aplicação do método dos volumes de controle ao volume de controle indicado na figura 4.9.

As variáveis usadas no programa numérico foram:

- a temperatura média de mistura,
- a temperatura média da base do canal ( fornecida pelos termopares inseridos no duto de teste),
- o valor convergido de  $h$
- o calor líquido total e
- o comprimento de cada volume de controle considerado.

O programa da simulação principal fornecia estes valores para esta simulação, tratada como uma subrotina. A subrotina, por sua vez, calculava e devolvia ao programa principal a taxa de calor transmitida para a parede de acrílico pela base e pelo topo da superfície aletada, dada por  $\dot{Q}_a$ .

Este valor permitiria a correção da taxa de calor líquida da equação (4.9), a ser usada no cálculo de  $h$ , se o valor do coeficiente convectivo na parede de acrílico, interna ao escoamento, fosse conhecida. Observa-se que o cálculo da perda para a parede de acrílico necessitou de um

valor de  $h$  como condição de contorno. Entretanto, o único valor disponível era aquele representativo das paredes de alumínio do duto, que é uma boa estimativa apenas para o máximo valor que poderia ocorrer na parede de acrílico. No caso então, não haveria meios de determiná-la. Se este valor pudesse ser conhecido, a taxa de calor corrigida seria dada pela expressão

$$\dot{Q}_n = \dot{Q}_{líq} - \dot{Q}_a \quad (4.10)$$

onde

$\dot{Q}_{líq}$  representaria a taxa de calor líquida sem correção, proveniente das paredes metálicas do canal para o ar,  $\dot{Q}_a$  representaria a parcela de  $\dot{Q}_{líq}$  que foi transferida para o escoamento de ar através da parede de acrílico.

Assim, esta taxa de calor líquida corrigida,  $\dot{Q}_n$  não serve para substituir o valor de  $\dot{Q}_{líq}$  na equação (4.9) visando uma correção direta do número de Nusselt mas sim, para a estimativa de uma incerteza positiva adicional para o número de Nusselt.

## Capítulo 5

### Resultados e Discussão

#### 5.1 Fatores de atrito

Foram obtidos os valores do fator de atrito e do número de Nusselt para duas situações distintas da entrada do duto aquecido:

- .caso (a), de escoamento turbulento completamente desenvolvido;
- .caso (b), com uma perturbação do escoamento já desenvolvido, na entrada do duto aquecido.

Especificamente para o fator de atrito, ainda há um caso (c), a considerar, que corresponde a valores obtidos para escoamento isotérmico (sem aquecimento) com o escoamento turbulento completamente desenvolvido na entrada do duto.

Além disto, este caso ainda pode ser sub-dividido em dois grupos:

- .caso (c1) de dados obtidos com a placa de orifício menor ( $\beta = 18,85\%$ )
- .caso (c2) de dados obtidos com a placa de orifício maior ( $\beta = 30,77\%$ )

Todos os casos são mostrados separadamente, para uma análise detalhada, e em conjunto, para uma comparação global.

### 5.1.1 Valores experimentais

A figura 5.1 mostra os valores do fator de atrito obtidos para escoamento isotérmico com a placa de orifício de razão de aspecto menor; e a figura 5.1b, para a razão de aspecto maior.

Na figura 5.2, o ponto mais à esquerda apresenta-se com um erro grosseiro não identificado. Este ponto foi incluído para ilustrar a margem provável de um erro desta natureza, considerando que o ponto é uma repetição de seu vizinho imediato. A variação de  $f$  com  $Re$ , nesta região é forte, por isto o desvio percentual é da ordem de 6% do valor mais provável.

A figura 5.3 mostra simultaneamente, os valores do fator de atrito obtidos para os dois casos anteriores, (c1) e (c2), ou seja, para escoamento desenvolvido isotérmico com a utilização de ambas as placas de orifício. Esta figura serve para atestar que a mudança de placa de orifício não alterou a continuidade discreta das curvas e que o desvio identificado no início da curva da figura 5.2, caso (c2) caracteriza realmente um tipo de erro grosseiro cuja origem não foi identificada.

A figura 5.4 mostra os valores do fator de atrito obtidos para escoamento com influxo uniforme de calor no duto. Ambas as placas de orifício são utilizadas nas respectivas faixas de calibração. Este caso refere-se ao da entrada com escoamento completamente desenvolvido, caso(a). Da mesma forma, o penúltimo ponto à direita ( $Re$  em torno de 18000) apresenta-se com algum erro grosseiro não identificado.

A figura 5.5 mostra os valores do fator de atrito obtidos para escoamento com influxo uniforme de calor no duto, também com ambas as placas de orifício sendo utilizadas nas respectivas faixas de calibração. Este caso refere-se ao escoamento desenvolvido que é perturbado na entrada, caso(b).

A figura 5.6 mostra todos os casos em conjunto. Os "x" representam os testes isotérmicos efetuados com o escoamento totalmente desenvolvido na entrada (casos (c1+c2)). Os triângulos representam os testes com influxo de calor e escoamento desenvolvido na entrada (caso (a)). Os

círculos representam os testes com influxo de calor e escoamento perturbado na entrada (caso (b)). Aqui, o desvio identificado no fim da curva da figura 5.4 não parece tão significativo.

Pelos resultados, verifica-se que os casos (c1+c2), obtidos isotermicamente, e o caso (b), obtido com a perturbação do perfil de velocidades na entrada e sob aquecimento, são quase coincidentes, em toda a faixa de Números de Reynolds dos experimentos. A relativa coincidência das curvas nos casos (c1+c2) e (b), obtidos em condições diferentes permite desconsiderar o efeito de entrada ocorrido no caso(a), face aos demais, na interpretação dos resultados. Para  $Re$  maior do que  $10^4$ , todos os casos tenderam aos valores preditos pela correlação de Techo et al, modificada por Jones (1976), que é tomada como padrão, referenciada pela literatura e específica para duto retangular.

A figura 5.7 mostra valores do fator de atrito e incertezas associadas, para os casos (a) e (b), obtidos com influxo de calor uniforme. Os pontos superiores são pertencentes ao caso (a). Pode-se verificar que as incertezas deste caso são as maiores e incluem os valores do caso (b). Para valores de número de Reynolds superiores a 20000, as incertezas de ambos os casos tornaram-se menos significativas. Nota-se que os limites de incerteza dos casos (a) e (b) nem sempre se superpõem ou abrangem um ao outro.

### **5.1.2 Comparações entre os resultados experimentais, numéricos e da literatura**

Das comparações anteriores, pode-se afirmar que os fatores de atrito obtidos na região completamente desenvolvida, não apresentaram diferenças significativas, independentemente das condições de entrada impostas ou da existência ou não de transferência de calor, para  $Re$  maior do que  $10^4$ . Com os dados disponíveis não foi possível identificar o motivo para os altos limites de incerteza e o desvio apresentado pelo caso(a) em relação às outras curvas, para a faixa de  $Re$ , maior do que  $10^4$ .

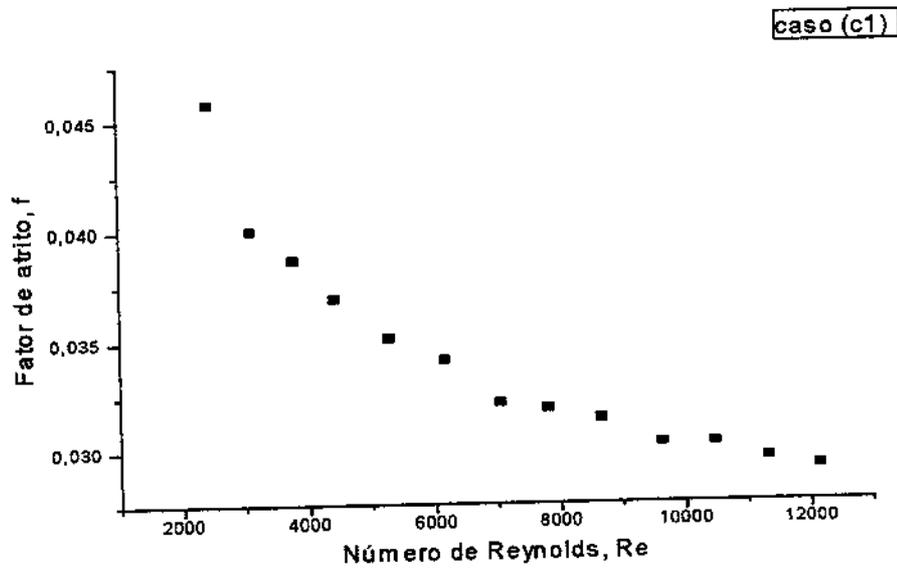


Figura 5.1 Fator de atrito em função do número de Reynolds – caso (c1)

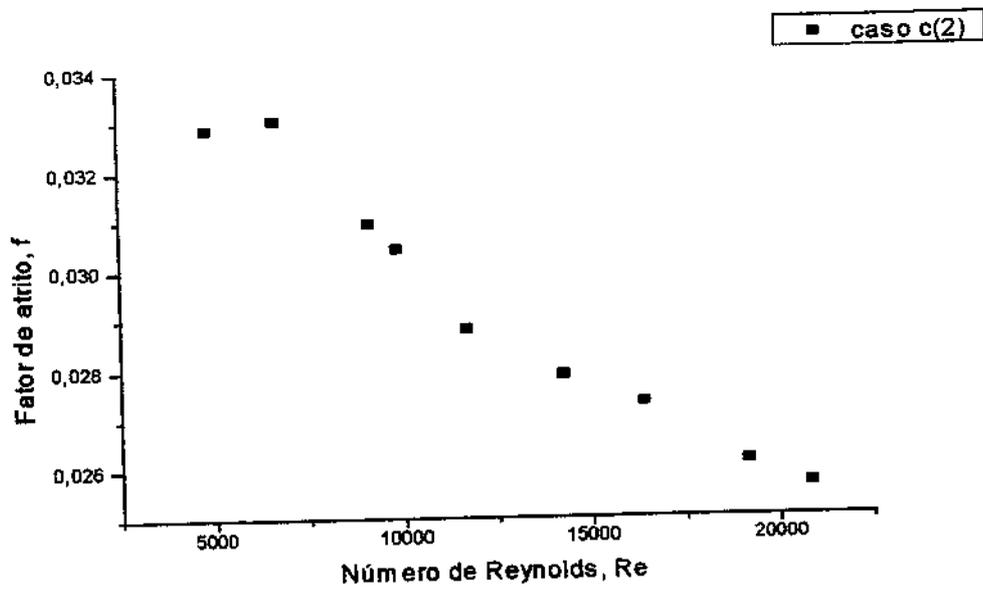


Figura 5.2 Fator de atrito em função do número de Reynolds – caso (c2)

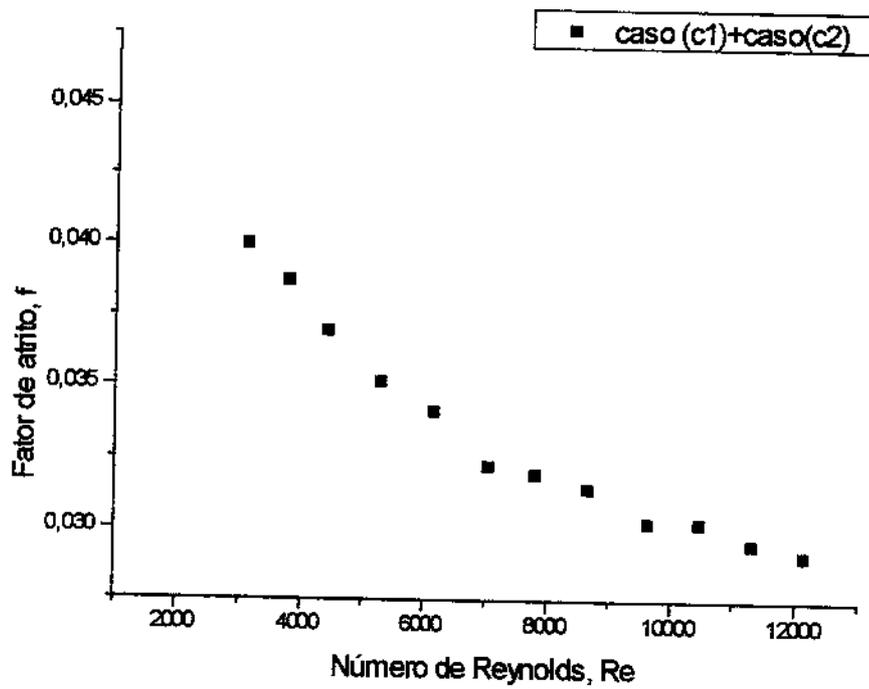


Figura 5.3 Fator de atrito em função do número de Reynolds – caso (c1) + caso (c2)

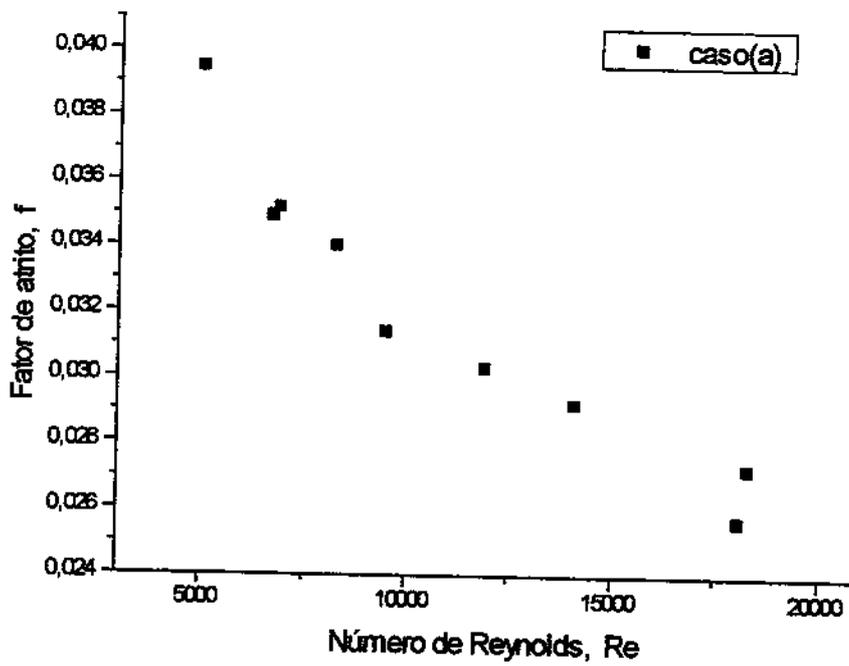


Figura 5.4 Fator de atrito em função do número de Reynolds – caso (a)

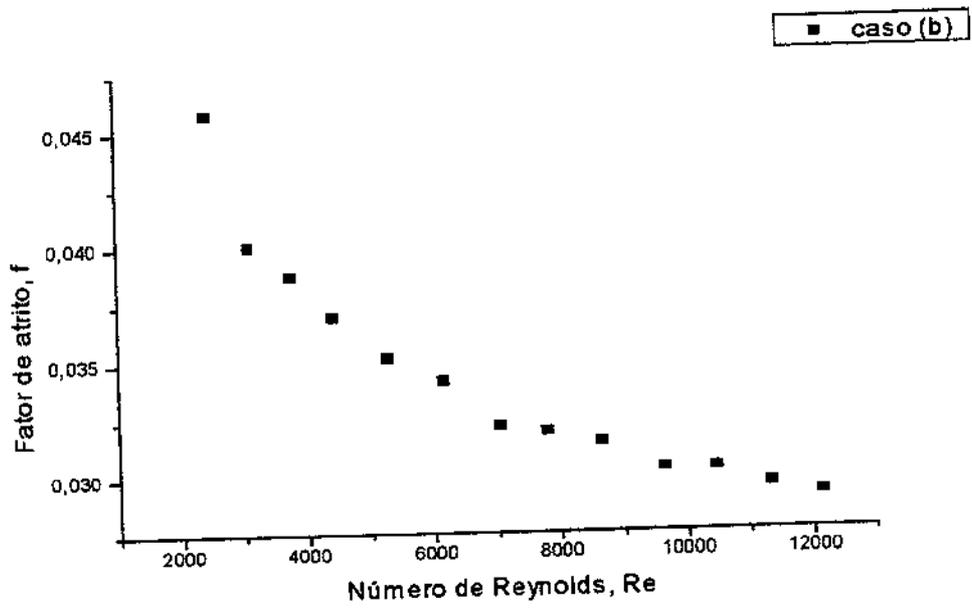


Figura 5.5 Fator de atrito em função do número de Reynolds – caso (b)

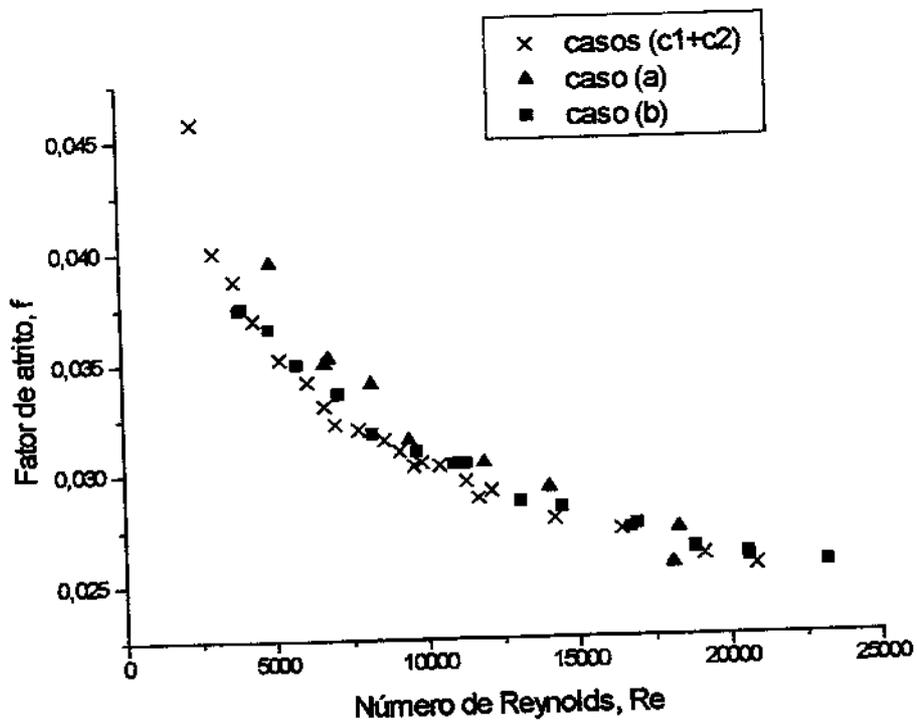


Figura 5.6 Fator de atrito em função do número de Reynolds – todos os casos

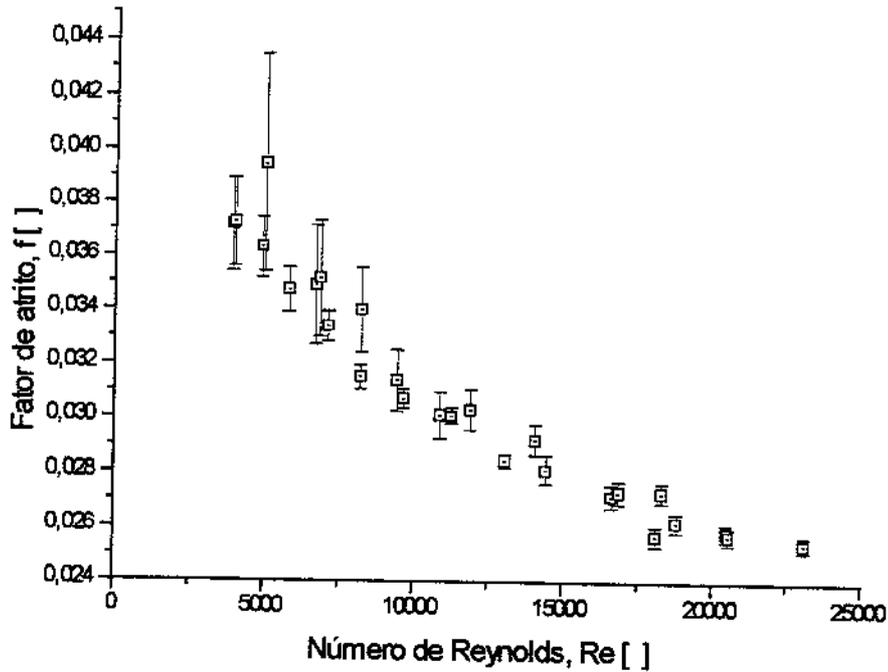


Figura 5.7 Incertezas associadas ao fator de atrito em função do Número de Reynolds – caso (a) + caso (b)

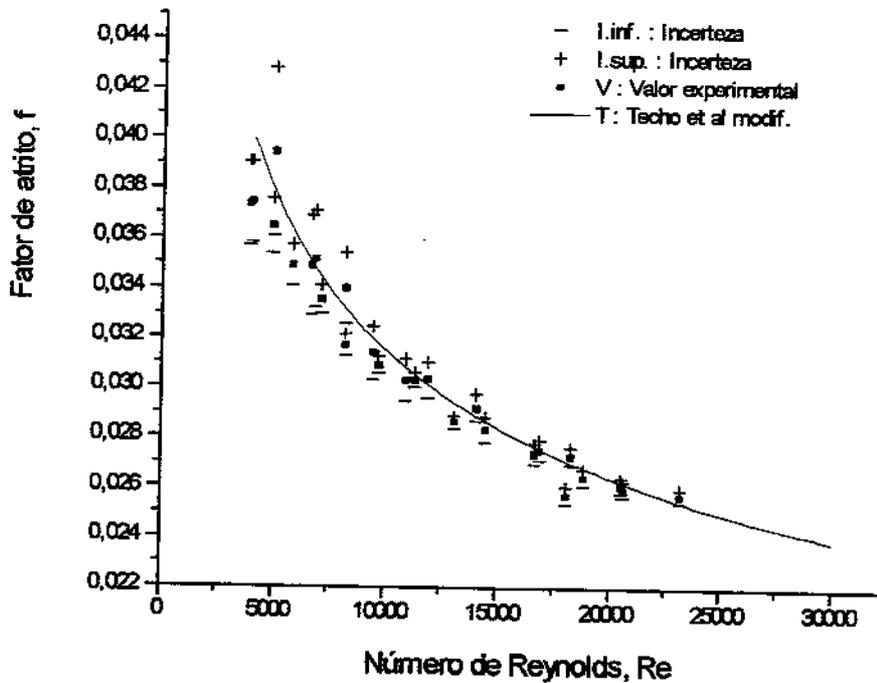


Figura 5.8 Casos (a) e (b) do fator de atrito experimental: incertezas e comparação com a correlação de Techo et al., modificada por Jones (1976).

## 5.2 Números de Nusselt

### 5.2.1 Valores experimentais

Compara-se, na figura 5.8, os resultados experimentais do fator de atrito com a correlação de Techo et al, modificada por Jones (1976). A correlação de Techo et al modificada é específica para duto retangular, e válida para todos os valores do número de Reynolds obtidos neste trabalho. Os resultados experimentais para o fator de atrito apresentam boa concordância com a correlação, pelo menos a partir de  $Re=10000$ . Pode-se afirmar que as medidas efetuadas a partir deste valor de  $Re$ , são confiáveis. Observa-se, na figura 5.8, que para Reynolds menores do que 7000, a correlação localiza-se a meia distância entre os valores nominais do caso (a) e no limite superior da incerteza do caso(b). Nesta faixa de  $Re$ , considerando apenas os desvios dos pontos experimentais, relativos aos valores da correlação, não se pode afirmar que o caso (b) seja melhor do que o caso (a). Por isto, os dados do caso (a), para  $Re < 10^4$  foram mantidos.

Os desvios percentuais dos valores da correlação, relativos aos valores experimentais, são da ordem de: -1,3% para  $Re = 13200$  e -4,5% para  $Re=23500$ .

### 5.2.2 Comparações entre os resultados experimentais, numéricos e da literatura

Os resultados do caso (I), obtidos com o uso do programa "Jitter", são mostrados na figura 5.9.

O erro sistemático e o limite de precisão, compõem os limites de incerteza superior e inferior de cada ponto experimental mostrado junto com seu valor nominal, na figura 5.9. As duas parcelas, em valores percentuais de  $Nu$ , mostram a importância relativa destes dois limites na incerteza da variável em questão.

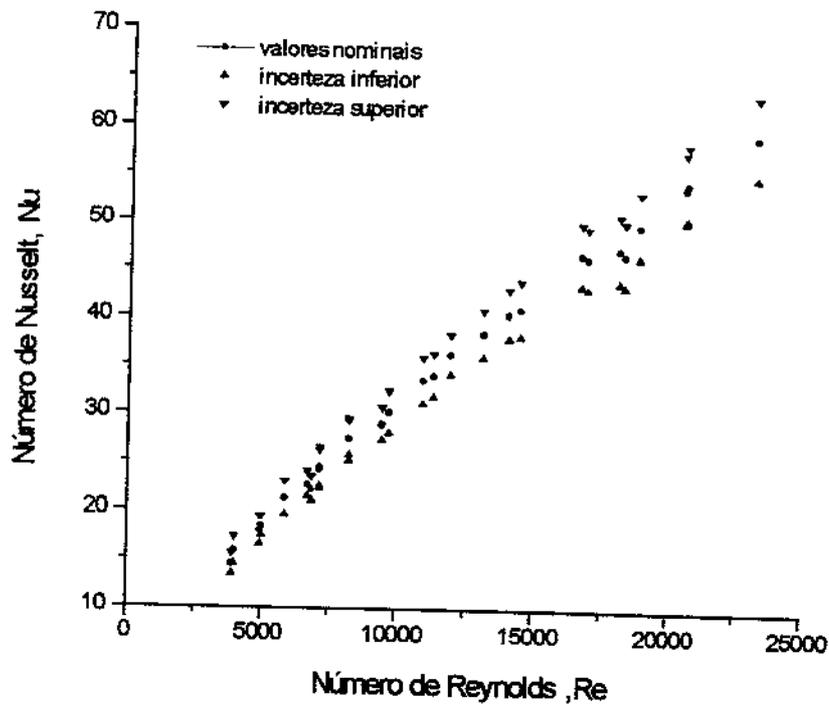


Figura 5.9. CASO (I) - Incertezas dos casos (a) e (b)

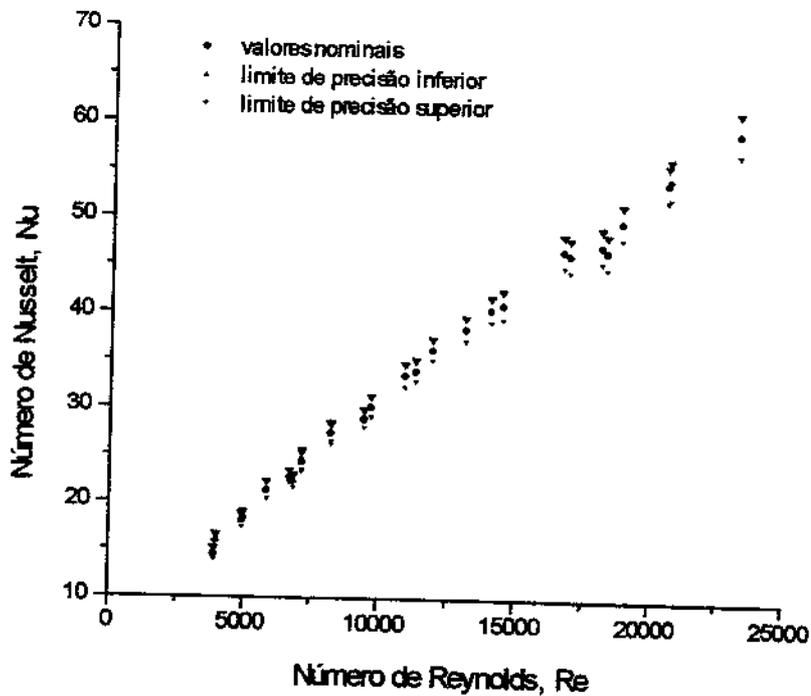


Figura 5.10 CASO (I) - Limites de precisão dos casos (a) e (b)

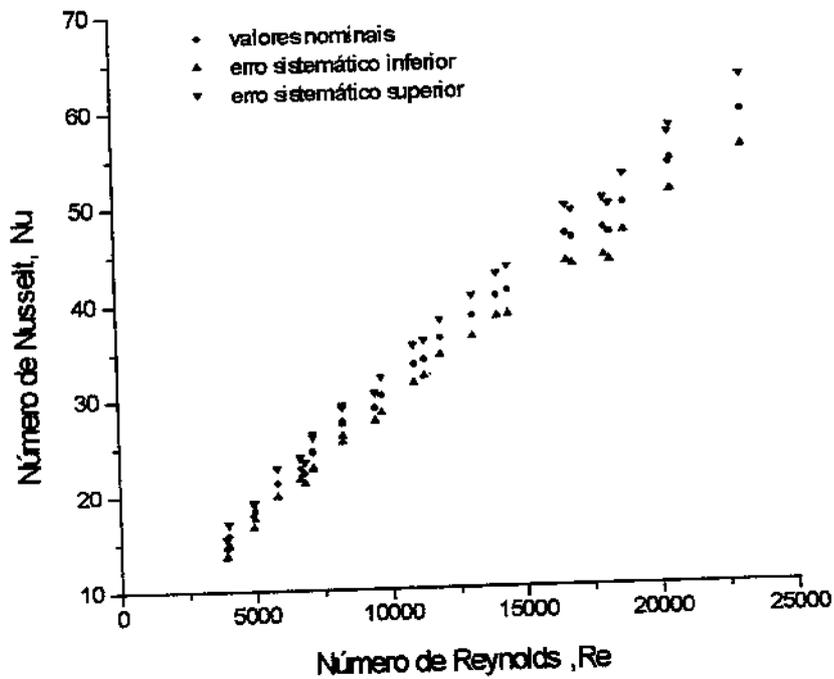


Figura 5.10. CASO (I) - Limites de precisão dos casos (a) e (b) - Os erros sistemáticos

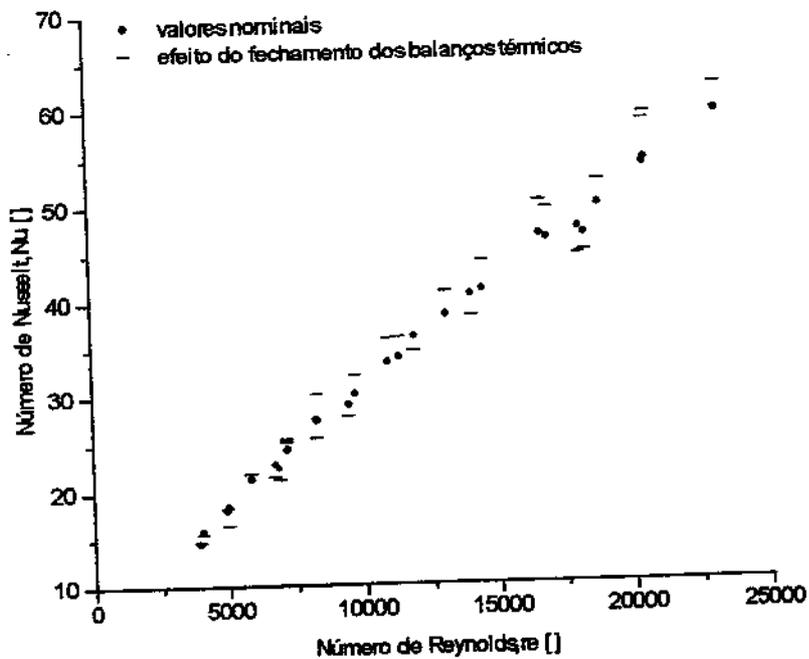


Figura 5.11. CASO (II) - Análise direta aplicada aos casos (a) e (b). Efeito do fechamento dos balanços térmicos sobre o valor original de Nu.

Com esta técnica de perturbação, é possível identificar também qual o limite de precisão ou erro sistemático de cada medida experimental que mais contribuiu para o aumento da incerteza da variável. Assim pode-se obter a influência de cada medida sobre a variável, em função do número de Reynolds. Em média, obteve-se como limite de precisão, 11%, limite para os erros sistemáticos de 6% e para a incerteza, 13% constantes com Re. O erro sistemático de  $\Delta T$  foi o valor que mais contribuiu para a incerteza do número de Nusselt. As figuras 5.10, mostram os limites de precisão e os limites para os erros sistemáticos.

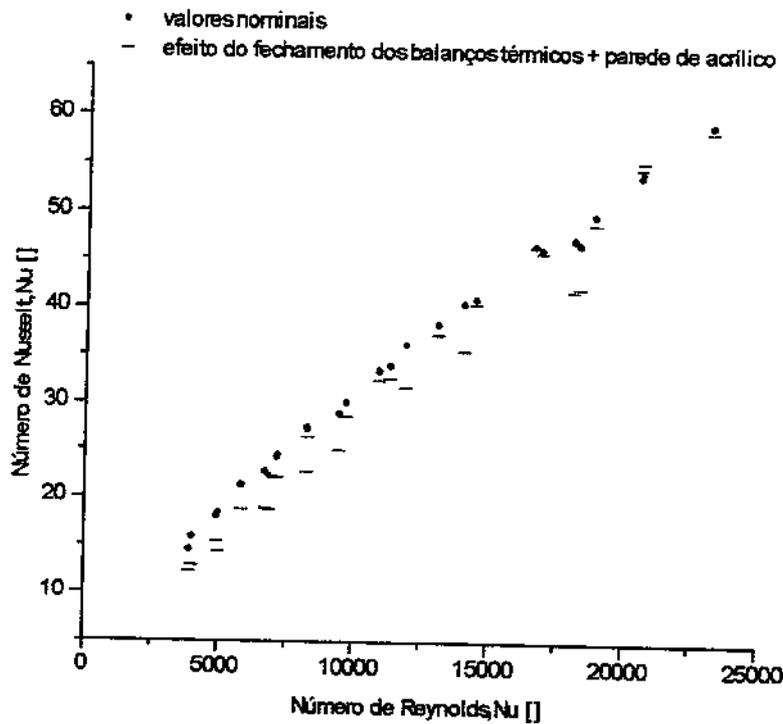


Figura 5.12 CASO (II) - Análise direta aplicada aos casos (a ) e (b). Efeito do fechamento dos balanços térmicos e da parede de acrílico sobre o valor de Nu.

O efeito simultâneo do fechamento dos balanços térmicos e da perda de calor pela parede de acrílico no número de Nusselt pode ser visto na figura 5.12 e comparado com os resultados da figura 5.9, do caso(I). Verifica-se que os limites inferiores de incerteza são compatíveis em ambos os casos.

Da figura 5.12 verifica-se que o fechamento dos balanços térmicos apresentou desvios aleatoriamente simétricos para a faixa de Re.

### 5.2.3 Efeito da avaliação do número de Prandtl turbulento sobre o número de Nusselt

Duas avaliações diferentes do número de Prandtl turbulento foram utilizadas nas simulações. Os valores de Nusselt da simulação foram obtidos usando para o número de Prandtl turbulento,  $Pr_{tm}=0,9$ . Alternativamente, obteve-se  $Pr_{tm}$  em função do número de Peclet, calculado ponto a ponto no campo de escoamento, por meio da eq.3.22.a.

Conforme citado no capítulo 3, a equação 3.22a, extraída de Kays, W.M. (1994), e reescrita abaixo, baseia-se em dados experimentais.

$$Pr_T = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{T\infty}} + C Pe_T \left(\frac{1}{Pr_{T\infty}}\right)^{1/2} - (C Pe_T)^2 \left[1 - e^{\left(\frac{-1}{C Pe_T (1/Pr_{T\infty})^{1/2}}\right)}\right]} \quad (3.22a)$$

onde

$$Pe_T = \left(\frac{v_T}{v}\right) Pr_T \quad (3.22b)$$

$$Pr_{T\infty} = 0.86 \quad (3.22c)$$

$$C = 0.2 \quad (3.32d)$$

Os valores resultantes para o número de Nusselt podem ser resumidos na tabela 5.1.

A variação de  $Nu_{sim}$  com  $Pr_{tu}$  manteve-se em torno de 5% , para mesmos valores de  $Re$  e "m". Observa-se que o valor constante de  $Pr_{tu} = 0,9$ , aproximou melhor os resultados da simulação dos valores experimentais. (Para "m"=4.) A figura 2.15 mostra comportamento semelhante, em que o valor de  $Pr_{tu} = 0,9$  fornece valores maiores para  $Nu$

Valores de $Re$ e $Nu$ experimentais		Números de Nusselt obtidos da simulação numérica, $Nu_{sim}$			
		m=4		m=2	
		$Pr_{tu} = cte$	$Pr_{tu} = função$	$Pr_{tu} = cte$	$Pr_{tu} = função$
$Re$	$Nu_{exp}$	$Nu_{sim}$	$Nu_{sim}$	$Nu_{sim}$	$Nu_{sim}$
23202	59,03	56,81	53,20	55,07	51,86
5843	21,27	19,43	17,81	18,81	17,27

Deve-se observar que valores de "m" maiores do que 5 resultaram em erros internos de máquina durante o processamento numérico. Além disso, um valor elevado do expoente "m" indicaria um efeito muito pequeno do comprimento de mistura em uma direção, o que não é realista, considerando que a razão de aspecto do duto é mais próxima de 1 do que 0. Por outro lado, o valor de "m" igual a 1 foi insuficiente, neste caso.

Da tabela 5.1, verifica-se também o comportamento de  $Nu$  em função do parâmetro "m" . Valores maiores de m resultaram em valores mais próximos de  $Nu$  da simulação em relação aos valores experimentais para toda a faixa de  $Re$ . A figura 2.23 mostra o mesmo comportamento. Além disto, verifica-se que, com a diminuição da razão de aspecto, o ajuste do modelo teórico aos dados experimentais fica mais difícil. Por isto foi necessário utilizar o valor de "m"=4 neste caso.

### .Comparações entre os resultados experimentais, numéricos e da literatura

A comparação entre os valores de Nusselt experimentais e da simulação são analisados com o auxílio da figura 5.14, que mostra estas curvas em função do número de Reynolds.

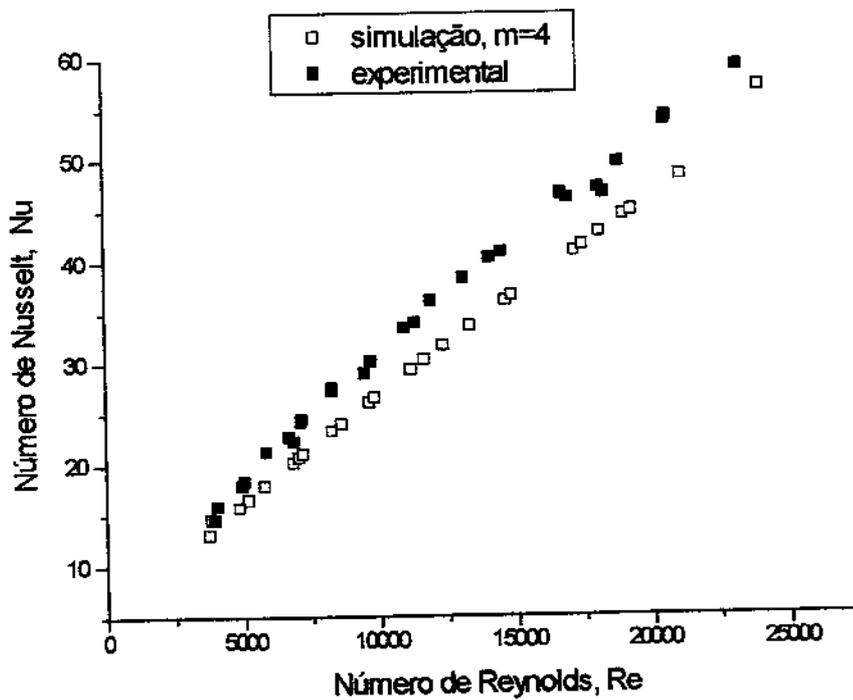


Figura 5.13 Números de Nusselt em função de Reynolds – comparação entre valores experimentais e numéricos. Parâmetro da simulação,  $m=4$ . Número de Prandtl avaliado pela equação 3.22a.

Comparando a figura 5.13 com a figura 5.14, nota-se que a simulação apresenta uma concordância melhor com os valores experimentais quando se utiliza o valor constante de Prandtl turbulento. A simulação prediz valores mais baixos do que os experimentais em toda a faixa de Reynolds obtida. Os valores experimentais tornam-se mais próximos da simulação, embora o

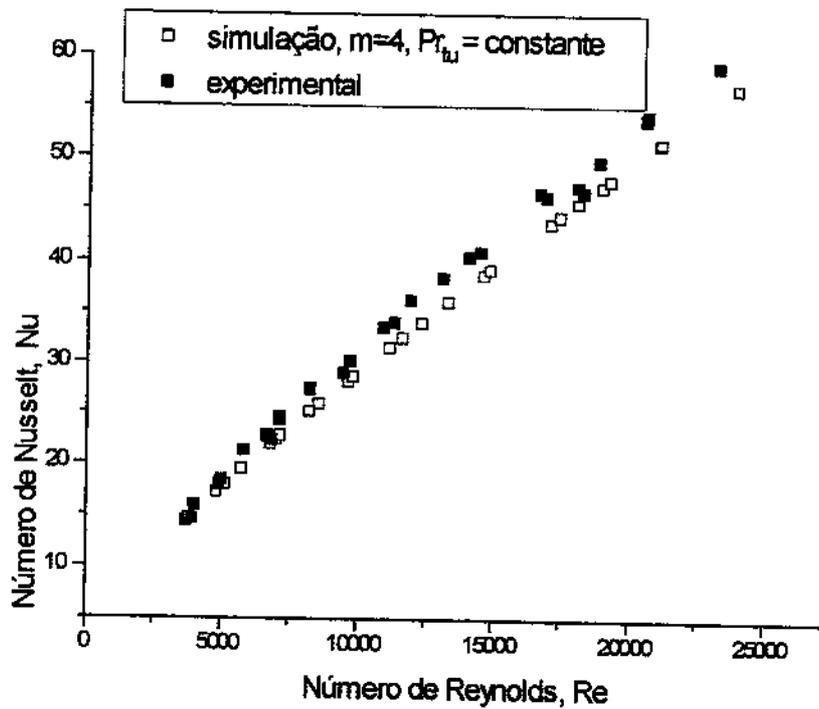


Figura 5.14 Números de Nusselt em função de Reynolds – comparação entre valores experimentais e numéricos. Parâmetro da simulação,  $m=4$ . Número de Prandtl turbulento igual a 0,9.

O desvio relativo aumenta com a diminuição do número de Reynolds. Apesar disto, a figura 5.14 mostra resultados tão bons quanto os da figura 2.23.

Para Reynolds igual a 23202, o desvio relativo entre o valor da simulação e o valor experimental de Nusselt foi de  $-3,76\%$ . Quando se utiliza  $Pr_{tu}$  da equação 3.22a, o desvio aumenta para  $-9,88\%$ .

Para Reynolds igual a 5843, o desvio relativo foi de  $-8,65\%$ , com  $Pr_{tu}$  constante, e  $(-16,26)\%$ , com o uso da equação 3.22a.

Portanto, considerando  $m=4$  e  $Pr_{tu} = 0,9$ , o desvio relativo observado ficou entre  $(-3,76)\%$  e  $(-8,65)\%$ , para toda a faixa de Reynolds analisada.

Estes resultados encontram-se dentro do limite da precisão indicado por Kakaç, que recomenda a correlação de Gnielinski (válida para duto circular liso, em toda a faixa de Reynolds estudada) aplicada a duto retangular com  $\pm 9\%$  de erro, para as quatro paredes aquecidas e com  $\pm 10\%$  de erro quando apenas duas paredes são aquecidas.

#### **5.2.4. Efeito do fator de atrito experimental nas correlações para o número de Nusselt**

A correlação de Gnielinski foi plotada na figura 3.14 com o fator de atrito recomendado (eq3.24). Na figura 5.15, a correlação de Gnielinski e a de Petukhov-Popov foram calculadas com o fator de atrito experimental. Estes resultados permitem verificar se o uso do fator de atrito experimental nas correlações aumenta a precisão dos resultados para os números de Nusselt. Esta verificação é interessante pela possibilidade da obtenção teórica de Nusselt. A única instrumentação necessária seria para a obtenção do fator de atrito. A substituição do fator de atrito na correlação diminuiu o desvio dos dados em apenas 1%.

A figura 5.16 mostra valores de Nu em função de Re, da região completamente desenvolvida. Os pontos foram obtidos de uma simulação em que se considera a parede de acrílico tendo condutividade térmica igual a do alumínio. A figura 5.8 restabelece a base de comparação com os resultados da figura 2.14, em que se utilizou a correlação de Petukhov-Popov. Estes pontos, são comparados com valores da correlação de Gnielinski, calculada a partir da expressão recomendada para o fator de atrito e também a partir dos valores de  $f$ , obtidos experimentalmente. Verifica-se a concordância com os valores da simulação. Disto, pode-se inferir que apenas as condições de contorno térmicas impostas na equação da energia são insuficientes para que o modelo de turbulência considere efetivamente o efeito da parede de acrílico na transferência de calor para o ar em escoamento. Isto deve-se ao fato da definição do número de Nusselt turbulento partir da viscosidade turbulenta, definida ponto a ponto, o que torna a condutividade térmica turbulenta muito dependente da viscosidade turbulenta, a qual, por sua vez, é calculada independentemente do problema térmico.

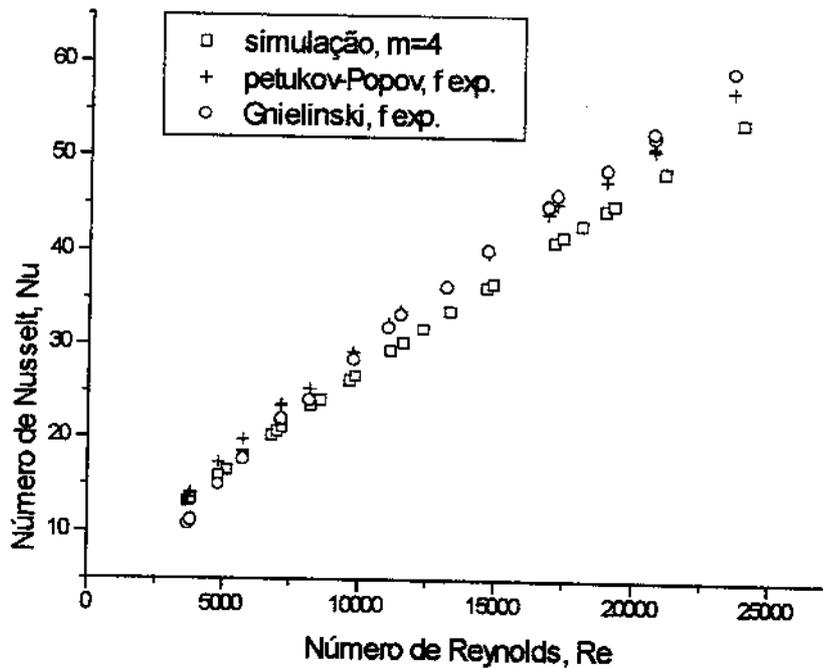


Figura 5.15 Números de Nusselt em função de Reynolds e comparação entre os valores numéricos e das correlações de Petukhov-Popov e Gnielinski, obtidas com o fator de atrito experimental. Parâmetro da simulação,  $m=4$  e  $Pr_m = 0,9$

Verifica-se que a correlação de Petukhov-Popov acompanha melhor o comportamento teórico de Nusselt obtido com a simulação, apesar de apresentar-se paralela e sempre acima da curva teórica. Para números elevados de Reynolds, os valores de Nusselt são maiores do que os previstos pela simulação. Apenas a baixos Reynolds, a correlação calculada com o fator de atrito experimental fornece resultados mais exatos, mas, de maneira geral, não se recomenda a substituição.

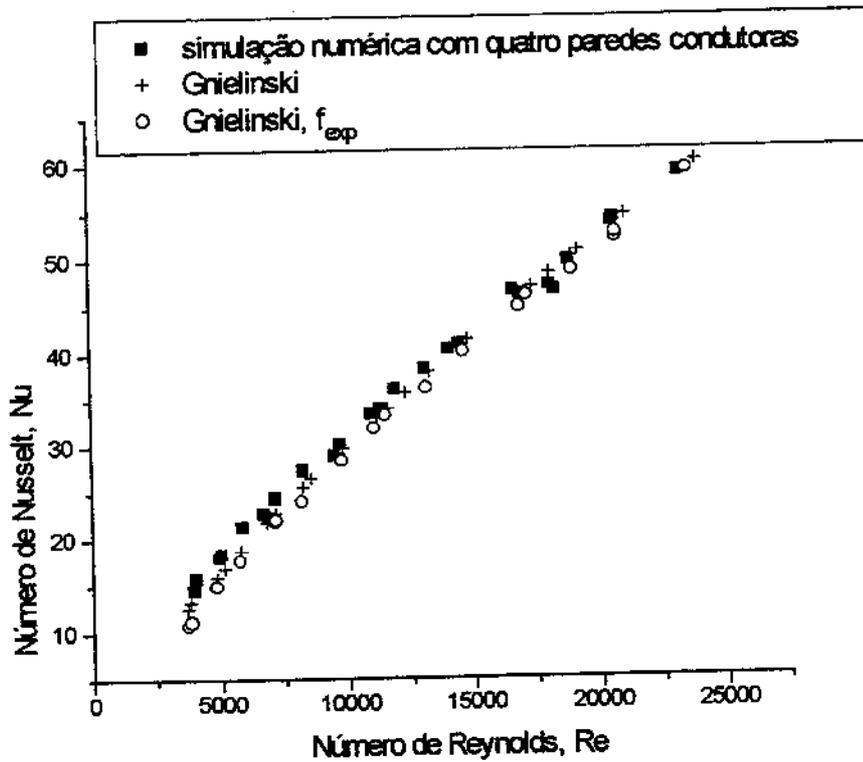


Figura 5.16 Números de Nusselt obtidos por simulação numérica considerando o canal aquecido pelas quatro paredes. Comparação com a correlação de Gnielinski original e corrigida pelo fator de atrito.  $Pr_{lm} = 0,9$ .

No caso da correlação de Gnielinski, seus valores se cruzam com a curva teórica em Reynolds em torno de 7500, com valores maiores do que os da simulação com o aumento de Reynolds. O cálculo alternativo melhora as estimativas para os números de Nusselt em torno de 1%. Para Reynolds igual a 3793 o desvio da correlação em relação ao valor da simulação é de 2,5%. A mesma, calculada com o fator de atrito da simulação fornece um desvio de 1,1%.

Para Reynolds igual a 23576 obtém-se um desvio de 11,3% usando o fator de atrito recomendado para a correlação e 10,2% usando o valor da simulação.

### 5.2.5 Apresentação dos números de Nusselt experimentais, usando a Analogia de Reynolds

A figura 5.17 mostra ( por analogia entre a transferência de momentum e calor), a relação entre o número de Stanton e o fator de atrito, ambos obtidos com os dados experimentais da montagem.

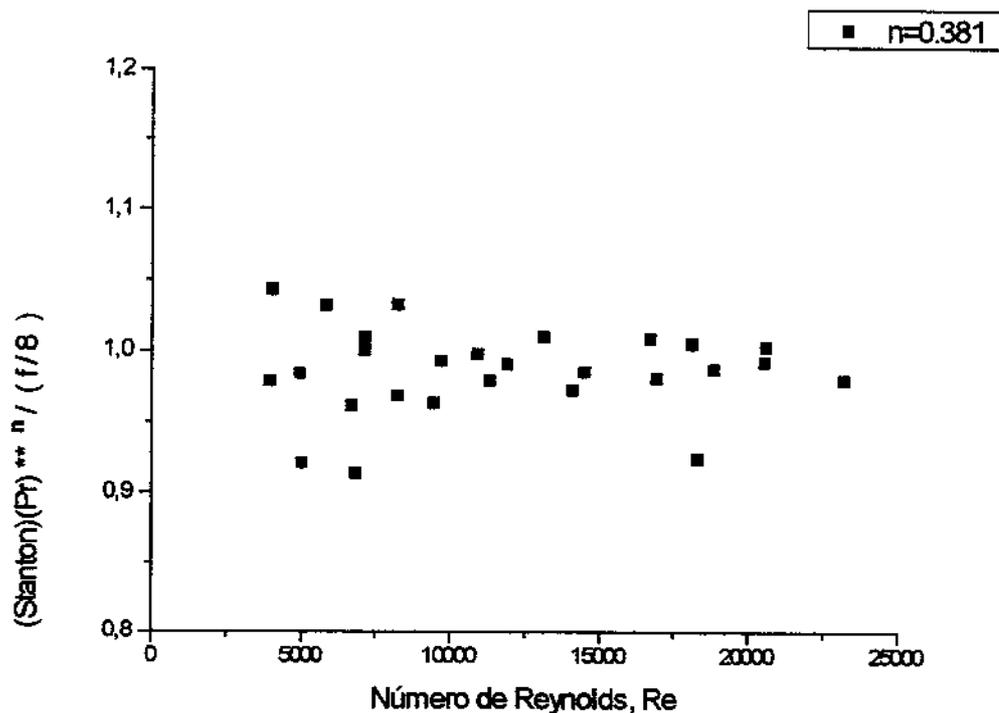


Figura 5.17 Correção experimental para a expressão da “analogia de Reynolds”

As expressões obtidas a partir de analogias mais avançadas são muito complicadas e a avaliação do número de Nusselt, sob dadas condições de escoamento e contornos térmicos requer, geralmente, uma integração numérica. Por essa razão, é mais conveniente, para finalidades térmicas, usar equações semi-empíricas ou gráficos. Para fluidos que tem números de Prandtl no intervalo de 0,5 a 100, Colburn (1933) recomenda, com base em dados experimentais, que o número de Stanton seja multiplicado por  $Pr^{2/3}$ , de forma que a analogia de Reynolds, sem correção,

$$\text{Stanton} = f/8,$$

passa a apresentar-se na forma:

$$\text{Stanton} * \text{Pr}^{**n} = f/8$$

Como o expoente "n", ao qual o número de Prandtl é elevado, provém de dados experimentais, calculou-se o valor do expoente que satisfaz a igualdade entre os pontos experimentais na expressão de analogia. O valor médio,  $n=0,381$ , é mostrado na figura 5.17 Existe uma diferença (significativa) entre o valor  $2/3$  e este valor, obtido para a montagem mas, para visualização, este valor não afeta espalhamento dos dados (entre 0,9 e 1,05 quando obtidos com o valor  $2/3$ ).

## Capítulo 6

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 6.1 Sobre a montagem

Foram obtidos valores do fator de atrito e de Nusselt na posição correspondente a 50 diâmetros hidráulicos do duto, com números de Reynolds aproximadamente entre 4000 e 23000. Após a análise de incertezas, recomenda-se a utilização da montagem na faixa de

$$9718 < Re < 23202$$

para obtenção de valores de

$$0.0309 \pm 2.10^{-4} < f < 0.0257 \pm 3.10^{-4}$$

e de

$$3927 < Re < 23202$$

para obtenção de valores de

$$14.51 \pm 1.1 < Nu < 59.17 \pm 4.3$$

Para  $Re < 10^4$ , não se recomenda a obtenção do fator de atrito por estar próximo da região de transição. Mesmo assim, neste caso tem-se

$$3927 < Re < 9718$$

para obtenção de valores de

$$0.0374 \pm 1.7 \cdot 10^{-4} < f < 0.309 \pm 2.10^{-4}$$

A região de completo desenvolvimento foi afetada para os valores de  $Re$  fora da faixa recomendada. Para o limite superior, o comprimento do duto tornou-se insuficiente, no caso da perturbação induzida na seção de entrada. Para o limite inferior, ocorreu uma inclinação positiva do perfil de  $Nu$  no sentido do escoamento, cuja causa não foi possível de ser determinada.

Para  $Re < 10^4$  houve a tendência dos resultados experimentais para o fator de atrito serem menores do que os valores previstos pela correlação. Houve a exceção de um caso não justificado, em que ocorreu o contrário. Entretanto, os limites de incerteza de todos os casos abrangeram os valores determinados pela correlação específica para duto retangular.

## 6.2 Sobre o modelo

O parâmetro "m" do modelo, foi investigado para a razão de aspecto do duto e comparado com valores da literatura. O melhor valor encontrado foi igual a quatro. O ajuste dos resultados desta simulação confirmou a tendência apresentada pelos dados da literatura (na variação de "m" com a razão de aspecto).

Os valores de  $f$ , da simulação numérica, apresentaram-se menores mas dentro dos limites recomendados pela correlação para duto retangular.

Os valores de  $Nu$ , da simulação, foram compatíveis com os valores das correlações escolhidas, apesar de nenhuma delas contemplar de forma específica, as condições de contorno impostas experimentalmente. O modelo apresenta resultados muito melhores no caso de paredes isotérmicas.

### **6.3 Sobre os resultados experimentais**

#### **.Efeito da recirculação**

Os valores de  $f$ , obtidos para duto circular, pela correlação de Petukhov-Popov, apresentaram desvios pequenos em relação aos valores experimentais. Para  $Re=10^4$ , o desvio foi igual a 2%. Para  $Re=23000$ , o desvio foi de -3%.

#### **.Os efeitos de entrada**

A perturbação na entrada inverteu o efeito de aumento da distribuição axial de  $Nu$  na extremidade, comumente reportado na literatura.

#### **.Os valores de Nusselt**

Este trabalho confirma a utilidade da correlação de Gnielinski, que não é específica para este caso mas que, mesmo assim, pode ser utilizada dentro dos limites recomendados. Os valores experimentais de  $Nu$  apresentaram-se dentro destes limites. Observa-se ainda que esta correlação, calculada com os valores de  $f$  experimentais aproxima-se melhor dos resultados experimentais do que a correlação de Petukhov-Popov avaliada da mesma forma. Entretanto, o efeito no sentido de melhorar a precisão do cálculo de  $Nu$  é muito pequeno.

#### **.O efeito de duas avaliações do número de Prandtl turbulento**

No modelo utilizado, a condutibilidade térmica turbulenta é função da viscosidade e do número de  $Pr$ , ambos turbulentos. Foi avaliado o efeito de  $Nu$ , em função de  $Re$ , utilizando dois valores de  $Pr_t$ : uma constante e uma função do número de Peclet turbulento, calculado ponto a ponto na seção de escoamento. O valor constante reproduziu melhor os efeitos experimentais. O desvio entre as curvas de  $Nu$  estimadas pelas duas maneiras, foi similar ao observado em casos extraídos da literatura.

### **6.3 Sugestões para trabalhos futura**

#### **.Melhorias no modelo atual**

.Obter uma correlação que inclua o efeito da razão de aspecto, para a determinação de  $Nu$  para este caso específico, de uma parede isolante.

.Estudar o efeito da parede isolada na transferência de calor em termos da condutibilidade térmica turbulenta e do número de Prandtl turbulento.

#### **.Estudo da transferência de calor no duto**

.Implantar um modelo mais sofisticado de turbulência e modificá-lo para o estudo da transferência de calor no duto com a parede isolante. Sugere-se como ponto de partida, o modelo desenvolvido por Myong, H. K. (1991) que contempla a região de desenvolvimento do escoamento, inclusive.

## **Apêndice 1**

### **Fabricação, Montagem e Verificação dos Termopares**

#### **.Fabricação**

Os termopares foram feitos todos de uma vez, com um procedimento uniforme. A primeira etapa foi o corte dos fios Cromel e Alumel no menor tamanho possível. O recobrimento de teflon foi retirado de 1cm de ambas as pontas sendo depois raspadas com estilete. Este procedimento simples efetivamente elimina qualquer camada de óxido ou de substâncias estranhas dos fios. luvas de borracha foram usadas para evitar a contaminação das extremidades expostas durante o manuseio. As pontas da futura junção de cada termopar foram torcidas cinco vezes e as extremidades excedentes, cortadas. Dessa forma, todas as junções ficaram prontas para a etapa final. As junções foram fundidas por meio de uma descarga elétrica produzida em atmosfera inerte de Argônio no dispositivo mostrado na figura A.1.1

O recipiente, mostrado na figura, é de teflon e permanece tampado quando não está em uso. A tampa é encaixada com graxa de silicone para evitar a contaminação de vapores de mercúrio para o ar ambiente do laboratório. A garra de um dos fios de saída de um autotransformador de 3KVA permanece fixada na lâmina de Inox do recipiente, em contato com o Mercúrio.

A fusão dos fios é feita sob uma vazão baixa de Argônio que escoo pelo tubo de cobre, mostrado na figura, o suficiente para isolar o termopar do ar atmosférico. Então, a outra garra

contendo a ponta do termopar é inserida vertical e vagarosamente em direção ao Mercúrio, até fechar o circuito.

A voltagem do autotransformador, entre 7 e 12V, foi estabelecida por tentativas e também pela inspeção visual da junção. Correntes produzidas por voltagens baixas não eram suficientes para fundir um fio termopar no outro, e correntes altas alteravam a junção, o que era percebido pela coloração azulada.

Após a soldagem, uma camada fina de verniz foi passada nos fios descobertos até o recobrimento de teflon para evitar qualquer contato elétrico entre os fios antes da junção ou do termopar com o duto de teste.

### **.Montagem e verificação**

As leituras das tensões termoelétricas dos termopares foram efetuadas com resolução de 1 microvolt. As leituras dos termopares foram comparadas contra a de um termômetro de mercúrio calibrado cuja menor divisão de escala era de 0,2 grau Celsius. Os resultados dessas comparações permitiram avaliar uma incerteza de medida da mesma ordem.

Os 27 termopares inseridos nos furos de 1mm do duto de teste, foram envoltos em pasta térmica (à base de óxidos de prata, do tipo usado em contatores elétricos) para assegurar o contato térmico com o duto. O correto funcionamento foi julgado suficiente pela comparação da leitura de cada termopar em relação aos demais.

A saída dos fios de cada furo foi vedada com cola epoxi. A cola também eliminou qualquer possibilidade de vazão de fuga do ar por esses furos. Isto poderia ocorrer porque os furos foram passantes e o lado oposto ao da introdução do termopar estava tampado pela parede de acrílico apenas por contato.

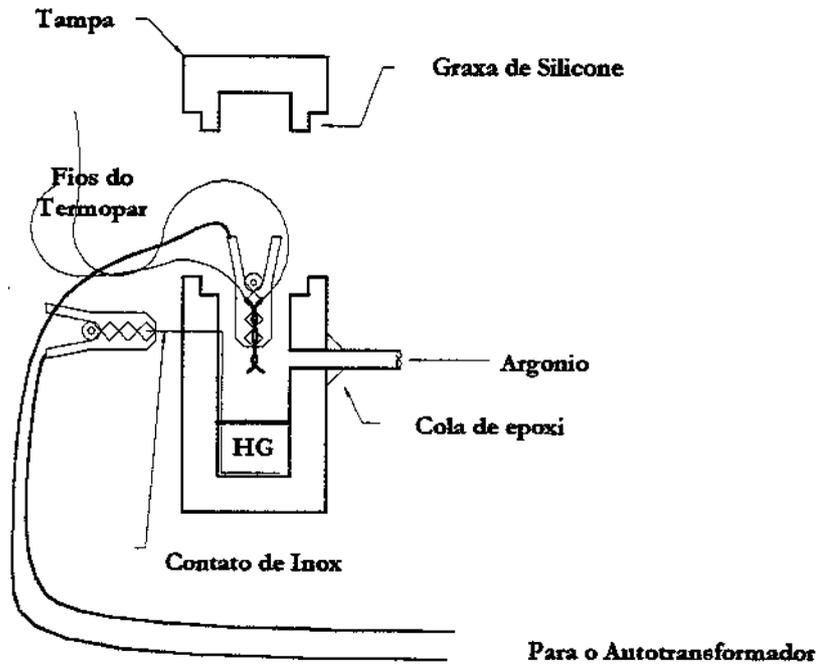


Figura A.1.1 Dispositivo para construção de termopares

Para minimizar a perda de calor da junção do termopar cada fio saiu paralelo a parede do duto e foi fixado no vértice do duto por um ponto de cola epoxi, conforme mostrado na figura A.4.1.2

A temperatura de cada segmento de acrílico, a montante e a jusante do duto foi obtida por meio de um termopar colado de topo com epoxi na linha de união entre cada segmento de acrílico e o duto de alumínio.

O termopar na tampa da caixa de isopor, o termopar da parede externa do misturador e o termopar na parede a jusante do duto de desenvolvimento também foram colados de topo com epoxi.

O termopar que serviu para medir a temperatura de referência, foi introduzido por um tubo de vidro que estava colado na tampa da caixa de isopor que continha o gelo. A ponta inferior do tubo de vidro foi tampada com cola epoxi e preenchida com 1cm de coluna de mercúrio.

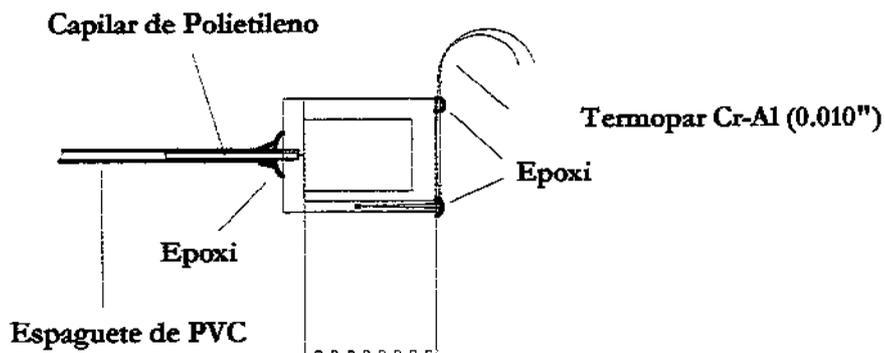


Figura A.1.2 Saída dos termopares do duto de teste

A outra ponta do tubo de vidro, fora da caixa, recebeu um pingo de cola epoxi para vedar aquela extremidade e fixar o termopar mantendo sua junção imersa no mercúrio.

#### **.Verificação do funcionamento dos termopares**

Após a construção dos termopares, a leitura da temperatura ambiente foi obtida de cada termopar e comparada com a leitura de um termômetro cuja menor divisão era de  $0,2^{\circ}\text{C}$ . As medidas obtidas se encontraram dentro da faixa de precisão do termômetro.

Após a instalação na montagem, o funcionamento foi verificado por meio da realização de testes isotérmicos e testes com aquecimento do duto, em regime permanente. O teste isotérmico foi realizado com vazão nula, média e alta. Com vazão nula, obteve-se uma distribuição uniforme de temperatura e desvios máximos da ordem de  $0,2^{\circ}\text{C}$ . A figura A.1.3 mostra um destes testes.

No teste isotérmico, com vazão média e alta, o desvio de temperatura foi da ordem de  $0,5^{\circ}\text{C}$ . Este caso é mostrado na figura A.1.4, cujos terminais de dois termopares foram trocados de posição na chave seletora para verificação dos contatos da chave. Todos os testes dos

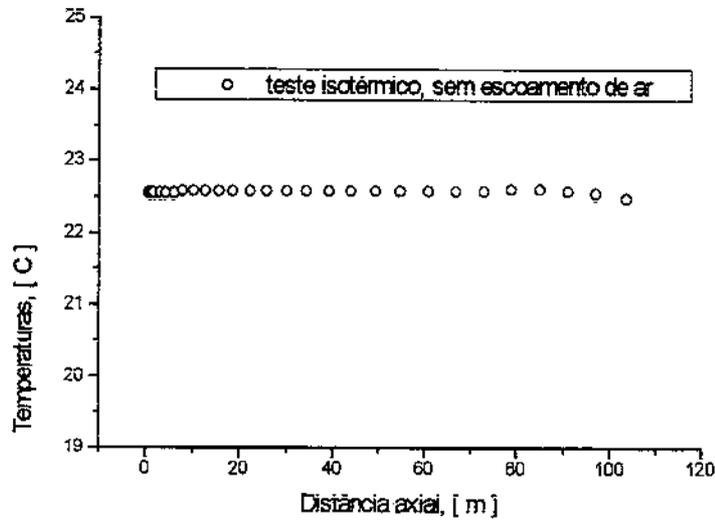


Figura A.1.3 Teste de funcionamento dos termopares instalados no duto de testes, sem escoamento

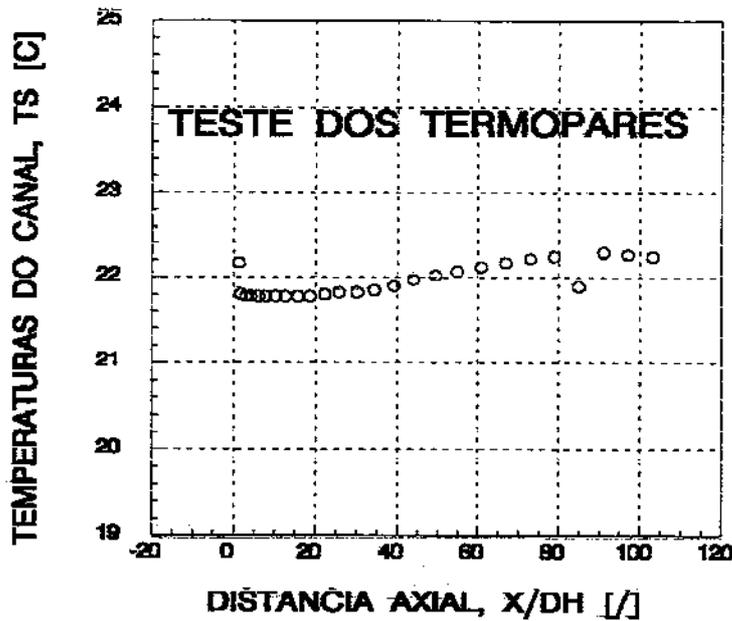


Figura A.1.4 Teste de funcionamento dos termopares instalados no duto de testes, sob escoamento não aquecido.

termopares, realizados com escoamento de ar e sem a introdução de potência elétrica apresentaram aproximadamente o mesmo padrão da figura abaixo. O aumento de temperatura em direção à jusante do escoamento também ocorreu com a inversão da posição do duto. A inversão do sentido do escoamento no duto não alterou a distribuição de temperaturas da curva da figura A.1.4, que, além disto, mostrou-se contínua. Pode-se concluir que este aumento de temperatura não corresponde a erros de leitura, mas sim, ao efeito do atrito viscoso, responsável pela queda de pressão do escoamento, aquecimento do fluido e conseqüente troca de calor para a montagem e seu exterior. Uma estimativa confirmou esta hipótese. Este fenômeno pode ter sido a causa da perturbação dos perfis de temperatura obtidos a baixos valores de  $Re$ . Neste caso, não teria havido um abaixamento do perfil na entrada e sim um aumento do perfil ao longo de todo o duto, em direção a saída.

Nos testes definitivos, realizados com adição de calor e em regime permanente, obteve-se perfis praticamente lineares de temperatura na região prevista o escoamento completamente desenvolvido. O calor gerado pela dissipação viscosa ainda ocorre, mas desta vez, como uma pequena fração do calor total.

Atribui-se a dificuldade de se obter perfis desenvolvidos para os valores mais altos de  $Re$ , ao comprimento do duto, considerado insuficiente.

## **Apêndice 2**

### **Construção, calibração e cálculo da vazão das placas de orifício**

#### **.Construção**

As placas de aço foram usinadas e polidas. Posteriormente, as dimensões dos orifícios foram checadas com paquímetro. Foram utilizadas uniões de PVC para alojar as placas. Para isso, o diâmetro dos batentes internos de cada união foi aumentado para permitir que os tubos, inseridos por meio de rosca, alcançassem as faces internas da placa de orifício, quando alojada no seu interior. As extremidades dos tubos também tiveram que ser faceadas e rebaixadas no diâmetro. O diâmetro dos batentes, no interior de cada união (que alojaria a placa), foi alargado até permitir um ajuste deslizante com o diâmetro usinado das extremidades dos tubos. A figura A.2.1 mostra esquematicamente os detalhes de construção desse dispositivo.

Foi feita uma furação de 3mm na união que alojaria a placa de orifício para posicionar as tomadas de pressão estática a 1 diâmetro de duto (26mm), a montante da placa e a 1/2 diâmetro (13mm), a jusante. Para permitir a saída das tomadas de pressão foi inserido em cada furo, até a raiz da rosca interna da união, um tubo de latão de 3,2mm (1/8") de diâmetro e 30mm de comprimento. Tubos de plástico, a eles inseridos permitiram a ligação com os manômetros. Foi inserido um pedaço de tubo de silicone na extremidade do tubo de plástico para atuar como uma abraçadeira e garantir a vedação da junção.

A seguir, as extremidades rosqueadas de cada par de tubos foram introduzidas com cola epoxi em ambos os lados da união usinada até atingirem, com uma leve pressão, as faces da placa de orifício, previamente posicionada no seu interior. A cola foi usada no lugar de fita Teflon para garantir a estanqueidade e rigidez da união. Após a colagem dos tubos, a união foi separada para receber a furação final para as tomadas de pressão.

Uma furação de 1mm, centrada pela furação anterior, concluiu as tomadas de pressão, a montante e a jusante da placa. Eventuais rebarbas dessa furação foram inspecionadas e eliminadas da parede interna dos tubos e a broca de 1mm foi novamente passada pela sua furação para verificar se os tubos de latão não a obstruíam.

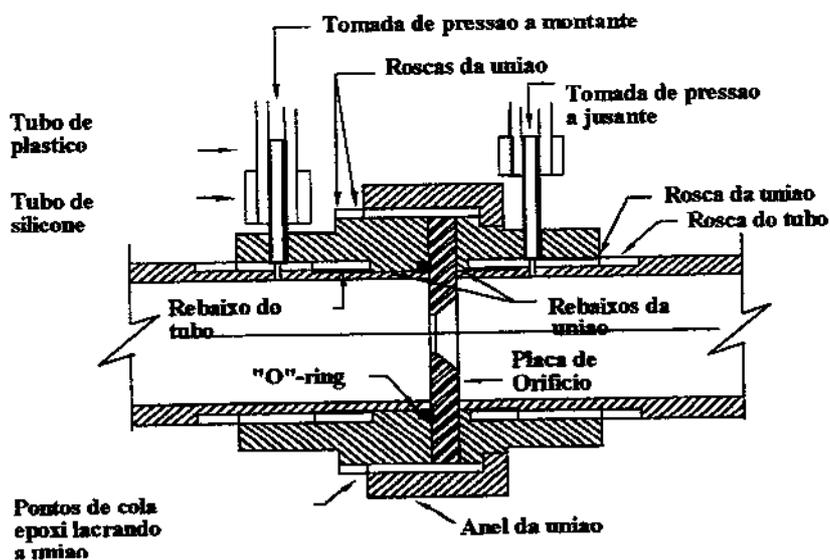


Figura A.2.1 Esquema do dispositivo de medida de vazão

O diâmetro externo da placa foi feito coincidente com o diâmetro interno da rosca do anel da união. Isto permite uma boa centragem da placa em relação ao diâmetro do tubo, sem operações adicionais de usinagem nas peças de PVC da união.

Para garantir a estanqueidade, foi adicionada cola de PVC na face de contato entre a placa e o lado da união, a jusante do escoamento. O outro lado foi simplesmente rosqueado pelo anel da união. Para evitar deslocamentos internos, o lado exposto da rosca do anel da união foi lacrado em alguns pontos com cola epoxi.

### **.Calibração**

As placas utilizadas na montagem foram calibradas com o auxílio de um laminarizador de escoamento marca MERIAM (Cleveland, Ohio), modelo 50MW20-2. As condições padrão de calibração desse instrumento são 21°C (70°F) e 1,01 bar (29,92 in HG). A curva da vazão em função da pressão diferencial do laminarizador ( CFM X in água) também é fornecida pelo fabricante, juntamente com fatores de correção que cobrem uma variação da pressão absoluta na entrada do laminarizador de 0,91 a 1,05bar (27 a 31 in HG), e da temperatura de entrada de 10 a 65,5°C (50 a 150°F). O uso desses fatores de correção na faixa indicada garantem uma precisão de 1 a 2% para o escoamento de ar. Este laminarizador permite medir, nas condições padrão, até 0.0189m<sup>3</sup>/s (40cfm) a 0,203mca (8 in água) de pressão diferencial.

Foi desenvolvido um programa FORTRAN para o cálculo do coeficiente de calibração das placas utilizadas na montagem. O programa foi dimensionado para o processamento de, no máximo, 17 pontos experimentais por placa. As variáveis de entrada do programa serão descritas com o auxílio da figura A.2.2

As condições ambientes foram indicadas pela pressão barométrica, PB, e pela temperatura ambiente, TA.

A temperatura na entrada do laminador foi considerada igual a T1, que corresponde a temperatura do ar a montante da placa de orifício, medida por um termopar do tipo Cromel-Alumel.

Cada conjunto das variáveis de entrada, descritas a seguir, corresponde a determinada vazão na placa de orifício: U1, a pressão de entrada na placa de orifício, em [mmca], U3, a pressão de entrada do laminarizador, em [mmca], UP, a queda de pressão através da placa de orifício, em [mmca] e, UL, a queda de pressão através do laminarizador, lida em um manômetro inclinado com escala em [in álcool etílico].

Após a leitura dessas variáveis, o programa executa os seguintes passos:

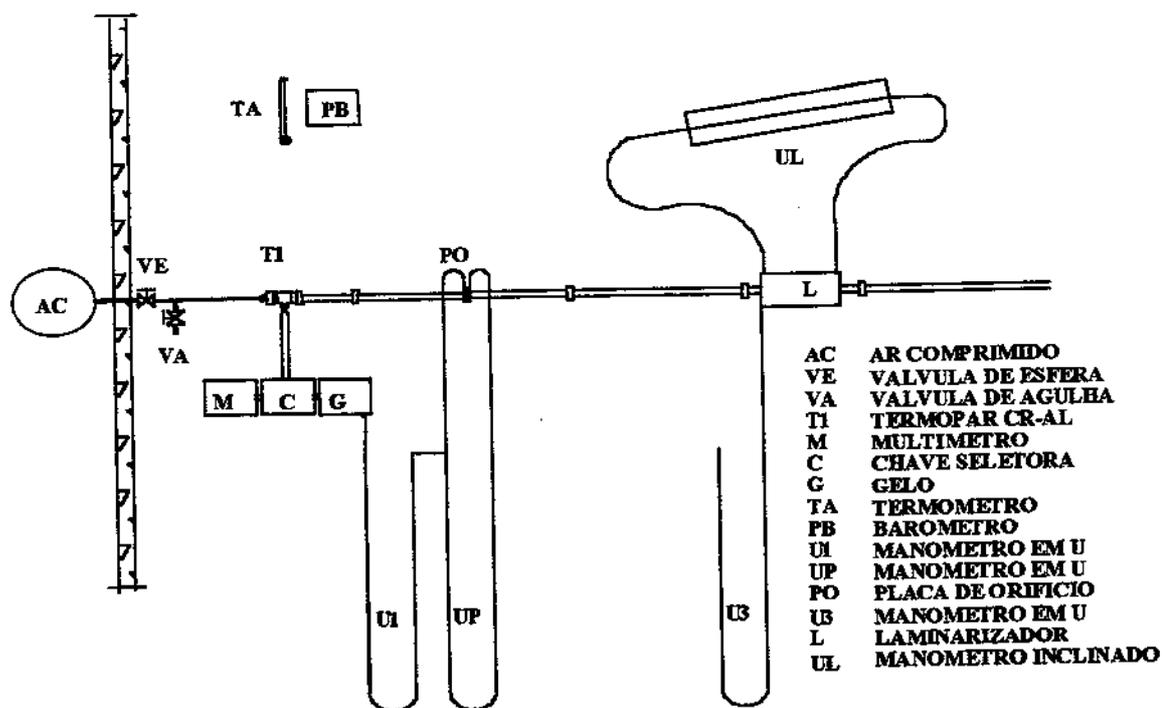


Figura A.2.2 Esquema da montagem para a calibração das placas de orifício

Com o valor de UL, obtém-se da curva (CFM X in água) do laminarizador, um valor para a vazão, mas que não corresponderá às condições padrão se o escoamento de ar também não estiver naquelas condições de pressão e temperatura específicas da obtenção da curva de calibração do laminarizador.

A vazão real foi obtida corrigindo o valor extraído do gráfico pelos fatores de correção de pressão e temperatura para trazer o escoamento às condições padrão, ainda na forma de vazão em volume. A vazão em massa foi então obtida pela multiplicação da vazão em volume pela massa específica nas condições padrão.

Outra alternativa seria obter a vazão em volume da curva de calibração do laminarizador e multiplicar por um fator de correção (dado pelo fabricante,) da viscosidade em função da temperatura do escoamento de ar. Neste caso, a vazão em massa real seria o produto da massa específica do ar, na temperatura do escoamento, pela vazão em volume corrigida. Entretanto, optou-se pelo primeiro procedimento.

Tendo a vazão real, o coeficiente de calibração da placa de orifício, C, pode ser calculado por meio da expressão (A.2.1).

$$\dot{m} = (C)(Y)(A)\sqrt{(2)(\rho)(\Delta P)} \quad (\text{A.2.1})$$

C representa a razão entre a vazão real,  $\dot{m}$ , e a teórica, deduzida para placas de orifício e representada entre parênteses, no lado direito da equação.

Os fatores entre parênteses tem o seguinte significado:

Y é uma correção para a compressibilidade do ar a montante da placa (/)

A é a área do orifício da placa (m<sup>2</sup>)

ρ é a densidade do ar (Kg/m<sup>3</sup>)

ΔP é a queda de pressão através da placa (Pa)

E o valor de Y é calculado pela expressão

$$Y = \frac{1 - (0,41 + 0,35\beta^4)(\Delta P)}{(\gamma)(P_{up})} \quad (A.2.2)$$

na qual

$\beta$  é a razão entre o diâmetro do orifício e o do duto

$\Delta P$  é a queda de pressão através da placa

$\gamma$  é o coeficiente politrópico do ar

$P_{up}$  é a pressão a montante ("upstream") da placa

O programa é finalizado com a criação dos arquivos de saída para a geração de gráficos com o coeficiente C na ordenada e o número de Reynolds do orifício da placa na abscissa. Um destes gráficos é mostrado na figura A.2.3, para que se verifique a qualidade da calibração.

#### **.Cálculo da vazão no programa de redução de dados**

A expressão (A.2.1), quando usada no cálculo da vazão, no programa de redução de dados, é uma função do coeficiente, C, que por sua vez, é obtido experimentalmente em função do número de Reynolds do orifício da placa. Dessa forma, a expressão (A.2.1) é uma função implícita da vazão.

O valor de C tende a tornar-se constante para Reynolds elevados, mas varia cada vez mais pronunciadamente à medida que o número de Reynolds se aproxima do valor de transição entre os regimes laminar e turbulento. Isto limitaria a utilização de um valor constante para C, conhecido a priori, para evitar um processo iterativo no cálculo da vazão.

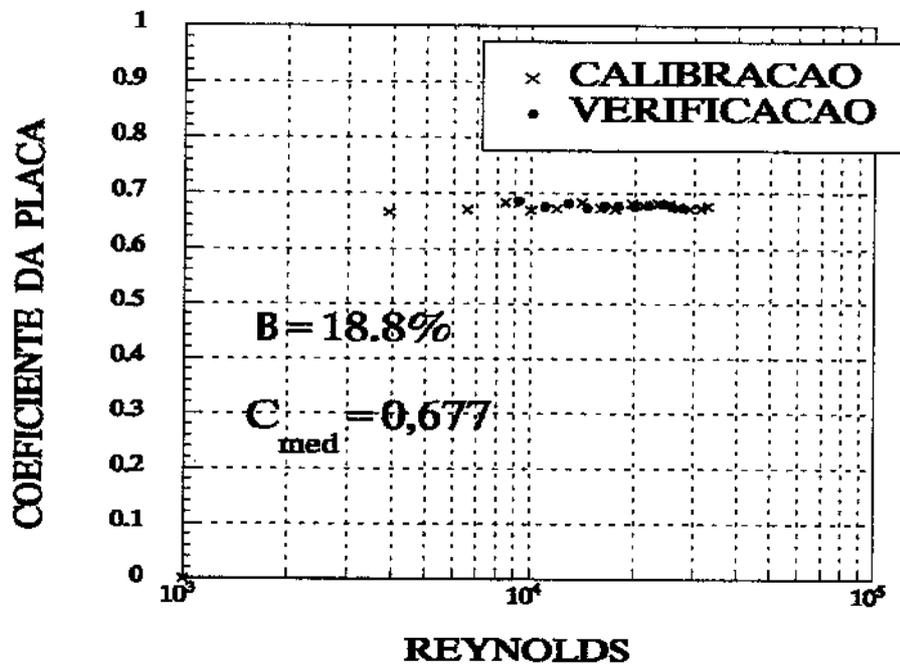


Figura A.2.3 Curva de calibração da placa de orifício com  $\beta = 18,8\%$

No entanto, pode-se escrever o valor de C na forma

$$C = a \cdot Re^{-b} \quad (A.2.3)$$

sendo a e b, constantes positivas. Introduzindo (A.2.2) e (A.2.3) em (A.2.1) e isolando o número de Reynolds do orifício, obtém-se a forma seguinte

$$Re = \left\{ \frac{a(Y)(D_0) \sqrt{2\rho\Delta P}}{\mu} \right\}^{1/(1+b)} \quad (A.2.4)$$

sendo,  $D_0$  o diâmetro do orifício e  $\mu$  a viscosidade dinâmica do ar. Com este valor de Reynolds, o valor de C pode ser calculado na equação (A.2.3) e introduzido na equação (A.2.1) para a obtenção, por método direto, da vazão em massa.

## **Apêndice 3**

### **Análise da base aquecida do duto de testes**

Na montagem experimental, a região do duto entre as ranhuras e a primeira parede interna do canal de escoamento(paralela às ranhuras) apresentava 16,05mm de espessura. Este comprimento foi superdimensionado na montagem, para eliminar o efeito discreto do aquecimento através das ranhuras. No programa de simulação principal (que determina os valores teóricos do fator de atrito e do número de Nusselt), esta espessura foi truncada em 13,5mm. valor coincidente com o término da parede de acrílico que compunha a quarta parede do canal, colada externamente ao duto de alumínio. Isto foi feito para satisfazer a condição de que o fluxo de calor admitido no contorno que contém as ranhuras fosse axialmente uniforme tanto na simulação quanto no experimento real. Os cálculos definitivos foram efetuados então para uma espessura truncada em 13,5mm

A distribuição do fluxo de calor na região entre as ranhuras e o canal de escoamento foi analisada em separado, em outro programa. O domínio de cálculo continha 27 volumes de controle internos para a direção  $x$ , distribuídos de acordo com a figura A.3.1. A distância, em  $x$ , da base do canal até a aleta foi ligeiramente modificada, de 10,3 para 10,5, para que a linha da malha, tangente a sétima ranhura, à direita da figura, coincidissem com a interface da aleta, na parte superior do domínio. Fez-se isso para simplificar a construção da malha. Manteve-se uniforme o padrão de (0,5mm X 0,5mm) da malha nas ranhuras e, ao mesmo tempo, a espessura da aleta foi mantida com seu valor original, de 2,2mm. Na direção  $y$ , foram usados um total de 23 pontos, distribuídos ao longo dos 16,05mm. A temperatura da base do canal, que foi obtida experimentalmente a 1,5mm da interface da base com o canal, na metade da largura da base (direção  $x$ ), corresponde, na malha, ao ponto de coordenadas (12,19). O valor da temperatura calculada nesse ponto( indicado por uma cruz vermelha na figura .3.5) pode ser comparada com o valor medido.

Os contornos laterais são considerados adiabáticos. Para reduzir o tempo de convergência do método numérico, o contorno inferior também foi considerado isolado, e nas ranhuras foram introduzidas fontes de calor dissipando uma taxa de calor volumétrica total equivalente à taxa de calor líquida obtida da redução dos dados experimentais. Este procedimento é apenas um artifício que não altera o efeito da condição de contorno real, de fluxo de calor imposto naquele contorno. Todos os dados de entrada necessários foram extraídos de um dos testes com elevado número de Reynolds (igual a 24254), para visualizar o efeito mais ampliado da redistribuição do fluxo de calor, devido às resistências térmicas condutivas e convectivas na base aquecida do canal.

Na parede superior, existem dois tipos de condição de contorno. Na região da aleta, a transferência de calor é por condução e na interface da base com o canal, calor é retirado por convecção. A taxa de transferência convectiva foi definida por um coeficiente convectivo médio, obtido da redução dos dados experimentais. O fluxo de calor condutivo foi extraído do programa de redução de dados experimentais, de uma expressão teórica que fornece o fluxo de calor na base de uma aleta retangular (comprimento da aleta dobrada) com a extremidade oposta isolada. As duas condições, impostas neste contorno, garantem o balanço de energia para regime permanente e a consequente convergência do método porque a distribuição de temperatura, naquele contorno, é ajustada em função dos valores especificados para o fluxo de calor condutivo bem como da temperatura média de mistura e do coeficiente convectivo.

Adotou-se um valor médio e experimental, para o coeficiente convectivo e não seus valores ponto a ponto, da simulação teórica principal porque, a malha e a dimensão total na direção  $x$  desta simulação e da simulação principal não coincidem, o que complicaria a sua adaptação a este problema. Se a mesma malha da simulação principal fosse utilizada neste caso, a inserção das ranhuras na malha, bem como a atribuição das fontes de calor dentro delas seria problemático. Uma função de  $x$  para o coeficiente convectivo também poderia ter sido usada no contorno superior, de forma que o perfil interpolado pudesse ser reproduzido ao longo da base do canal, independentemente da malha utilizada, mas, por simplicidade, optou-se pela utilização dos resultados experimentais na especificação destas condições de contorno.

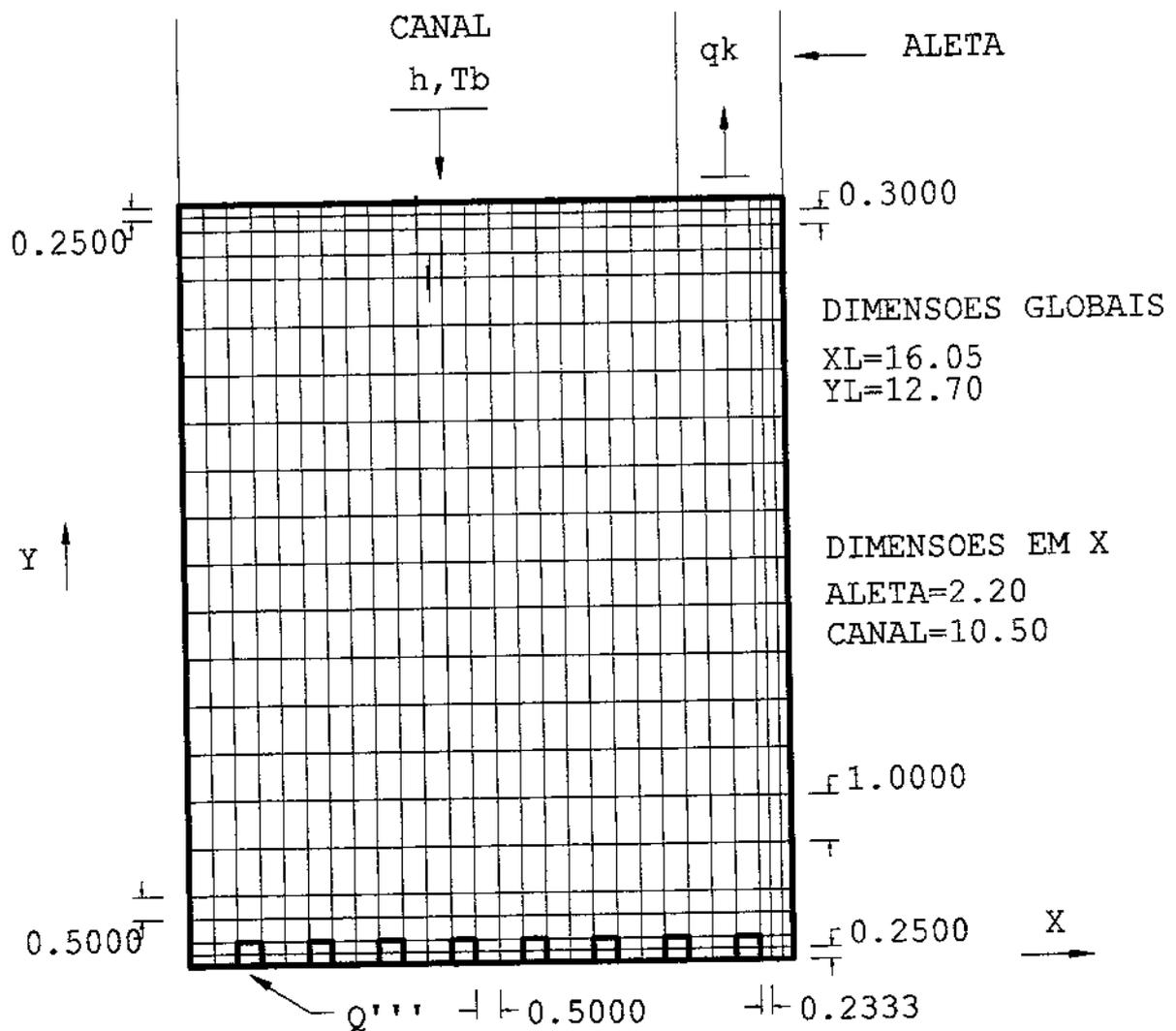


Figura A.3.1 Malha para verificação do comprimento necessário para eliminação do efeito das ranhuras na distribuição do fluxo de calor.

Os critérios de convergência para a simulação da base foram os mesmos adotados para a solução do perfil de temperaturas da simulação numérica principal. A malha adotada foi suficiente para reproduzir o efeito das ranhuras e concluir sobre o mesmo.

O efeito do truncamento do domínio da simulação principal na redistribuição do fluxo de calor na base aquecida do canal (composta pela base da aleta e uma superfície convectiva), foi apenas verificado, comparando-se a razão entre o fluxo condutivo e convectivo teórico e derivado dos resultados experimentais.

### **.Análise da condução de calor das ranhuras para a base aquecida do canal**

A condição de influxo uniforme de calor, imposta em um dos lados menores do duto de testes, deve ser reproduzida tanto no problema real, quanto na simulação do problema físico. No projeto da montagem experimental foi estabelecida uma distância grande entre o topo das ranhuras e a interface base-canal, de 16,05mm. Isto eliminou o efeito das ranhuras na uniformidade do aquecimento. Entretanto, o fluxo de calor na base aquecida (parede do canal de escoamento mais próxima das ranhuras) não se apresenta uniforme pela presença da parede vizinha que funciona como aleta. Para a simulação principal, foi preciso escolher a seção na qual o fluxo de calor entre estes dois extremos, fosse o mais uniforme possível. Para isto o comportamento desta região espessa foi simulado numericamente, em separado, por outro programa. O domínio e as condições de contorno são mostradas na figura A.3.1. A transferência de calor na área de contato da parede de acrílico com o duto aquecido foi desprezada, nesta simulação. As discontinuidades apresentadas pelas isotermas na lateral direita da figura A.3.2, próximo a base da aleta, e na região do vértice entre a base aquecida e a aleta decorrem apenas do processo de geração das isotermas, que não foi refinado. Independente deste detalhe, o tamanho da malha foi suficiente para a análise dos resultados pretendidos.

Da figura A.3.2, verifica-se que o fluxo de calor na região das ranhuras é rapidamente uniformizado, As isotermas apresentam-se quase paralelas ao contorno inferior, após 1,8mm de distância deste, permanecendo assim até a distância de 3mm, onde os efeitos da outra extremidade (aleta e canal) começam a se fazer sentir. Assim, considera-se que a distância ideal para a simulação principal do duto de testes, na qual pode-se considerar um influxo uniforme de calor, deve ser aproximadamente igual a 13mm.

Parte do influxo de calor imposto nas ranhuras do duto de testes se redistribui na seção que contém a base da aleta dobrada e uma das paredes do canal de escoamento. O fluxo de calor para a aleta dobrada foi estimado igual a 4,2 vezes o valor transferido diretamente para o ar pela parede do canal aquecida. Isto deve-se à diferença entre as resistências térmicas condutiva e convectiva naquela seção. O fluxo de calor na base da aleta dobrada foi obtido da teoria

unidimensional de aletas retas retangulares com extremidade isolada durante o processo de redução de dados experimentais.

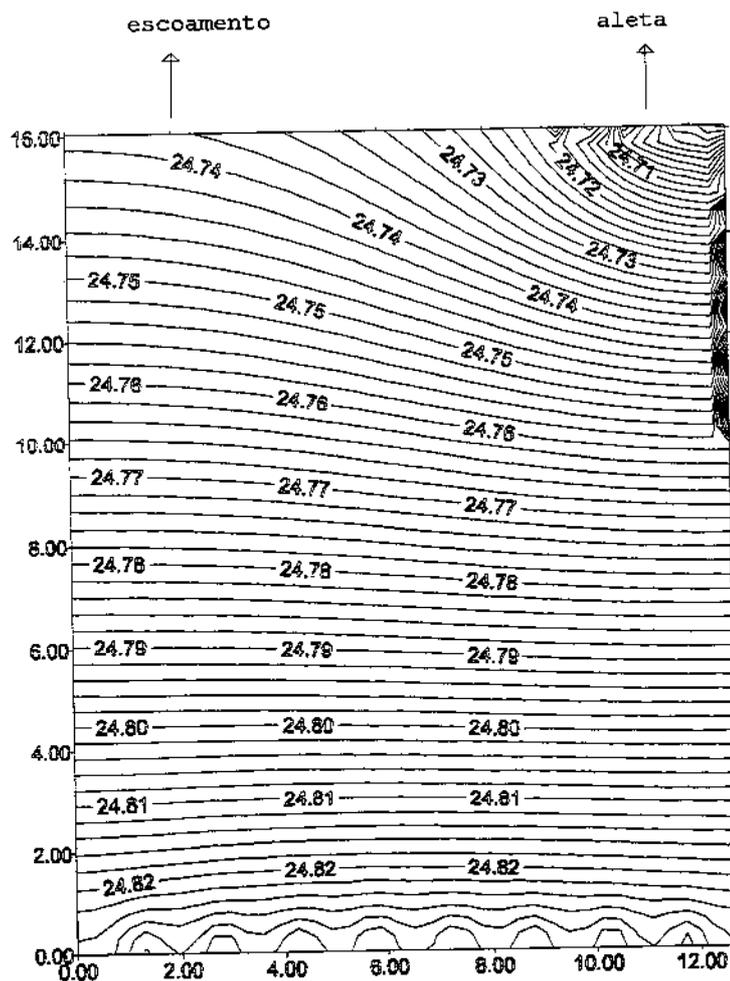


Figura A.3.2 Isotermas da base, região entre o canal e as ranhuras, obtidas da simulação numérica.

A temperatura da base, obtida experimentalmente a 1,5mm da interface da base com o canal, corresponde ao ponto da malha de coordenadas (12,19) do domínio de cálculo apresentado na figura A.3.1. A adoção de um coeficiente convectivo uniforme, nesta simulação, não induziu a

erros significativos em termos de temperatura. O valor medido em um dos testes foi de 24,76°C, enquanto que a temperatura calculada no ponto correspondente foi de 24.73 °C.

### **.Efeito da distância entre as ranhuras e a parede aquecida no número de Nusselt**

Verificou-se que a não uniformidade do fluxo de calor devido ao aquecimento nas ranhuras era eliminada à distância de 2mm. Determinou-se também, que a 3mm das ranhuras (ou 13,05mm de distância do canal de escoamento), o influxo de calor era o mais uniforme possível. Esta foi a distância ótima usada no programa da simulação principal.

Para simular a utilização de um duto de alumínio disponível comercialmente. Foram feitas simulações com os dados dos testes da montagem alterando a dimensão da região espessa para 2mm, em vez dos 13,05mm. Os resultados foram úteis porque verificou-se que o uso desta distância ainda fornece resultados globais para o fatores de atrito e o números de Nusselt, dentro da faixa de precisão fornecida pelas correlações disponíveis na literatura e ainda muito próximos dos resultados experimentais.

A figura A.3.2 mostra as isotermas obtidas na simulação para aquele domínio. Já, a figura A.3.3 mostra as isotermas do domínio correspondente, utilizado na simulação principal. Neste caso, usando 2mm de comprimento para a região entre as ranhuras e o canal. Como a distância e as condições de contorno da simulação principal não são iguais as da simulação da base espessa, a distribuição das isotermas de ambas as figuras não poderia ser semelhante. As diferenças entre as condições de contorno são explicadas a seguir.

Os volumes de controle adjacentes ao contorno inferior da figura A.3.3 contém fontes de calor enquanto o próprio contorno é mantido adiabático para simular a região das ranhuras. Por isso as isotermas são quase perpendiculares, contribuindo mais para a diferenciação entre as duas figuras.

Na simulação da parte espessa do duto, (no caso da A.3.2) usou-se um valor uniforme para o coeficiente convectivo. Isto contribuiu para que as linhas de temperatura constante fossem menos inclinadas do que as obtidas da simulação principal. Em ambas as figuras, as isotermas

mostram que o fluxo de calor segue preferencialmente em direção a aleta do que diretamente em direção ao canal de escoamento. Porém, isto ocorre mais pronunciadamente na simulação principal porque o coeficiente convectivo utilizado neste caso, tende a zero nos vértices da base com a aleta e da base com a parede de acrílico (o contorno direito da figura). Assim, próximo aos vértices da base aquecida com a aleta e com o contorno esquerdo, este domínio tem uma resistência convectiva maior do que o outro, o que se traduz também, num ligeiro aumento do nível de temperatura de  $0,16^{\circ}\text{C}$ , em comparação com a temperatura medida na base do canal de escoamento.

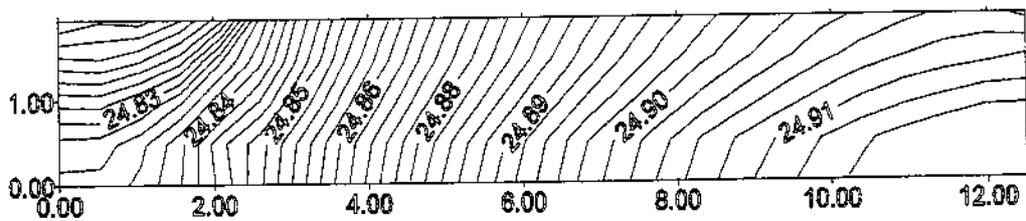


Figura A.3.3 Isotermas entre as ranhuras e o canal, obtidas da simulação numérica principal, para uma espessura de 2mm.

## **Apêndice 4**

### **Análise das perdas de calor**

Neste Apêndice são analisados vários aspectos do trabalho, relacionados com as perdas de calor e com taxas de calor que não configuram perda, mas desvios da situação ideal postulada no modelamento do problema físico. Serão vistos os seguintes assuntos:

**A.4.1 Análise da caixa isolante** - cálculo da condutância térmica radial da caixa isolante.

**A.4.2 Análise da parede de acrílico** -cálculo da taxa de calor imposta pelo contato da parede de acrílico com o duto aquecido, e que retorna para o escoamento dentro do canal do duto de testes.

**A.4.3 Análise da condução axial** -análise da condução axial ao longo da base aquecida espessa do duto de testes:

.sensibilidade do fluxo de calor axial às variações no gradiente de temperatura, ambos avaliados na interface parede-fluido;

.efeito da redistribuição do fluxo de calor, das ranhuras para a interface com o canal;

.o fluxo de calor axial no isolamento adjacente às extremidades do duto de testes

**A.4.4 Limite estabelecido para as perdas de calor**

#### A.4.1 Cálculo da condutância térmica radial do isolamento

Devido a simetria, apenas a metade da caixa de isopor foi utilizada na solução do problema. O domínio abrangia metade das paredes de isopor, do recheio de poliuretano e da espessura do duto. A malha utilizada na discretização é mostrada na figura A4.3.1 com as distâncias, dispostas na abscissa e na ordenada, dadas em metros. Não foram consideradas a existência das tomadas de pressão e temperatura, e as dimensões do duto de teste foram aproximadas de 25,4mm X 6,35mm (6,35mm corresponde a meia espessura do duto) para 25mm X 6mm. A parede de acrílico, que formava a parede isolante do canal, colada sobreposta ao duto, bem como a resistência e as ranhuras na parte inferior também foram desconsideradas. A temperatura do duto foi assumida uniforme.

Foram usados 17 pontos na direção horizontal e 18 pontos na direção vertical e as condições de contorno desse problema foram dadas por:

a. Fluxo de calor nulo na parede esquerda, correspondente a linha de simetria da montagem.

Esta condição, foi expressa em termos da temperatura, por,  $dT/dx = 0$

b. Temperatura especificada por um valor uniforme nas outras três paredes,  $T = T_p$

Para os volumes de controle internos, foi atribuído o valor de  $T_p$ , com exceção da região ocupada pelo duto de teste, que foi inicializado com um valor diferente de temperatura,  $T_s$ , sendo  $T_s > T_p$ .

A temperatura dos volumes de controle que constituem a seção do duto de teste foi mantida constante e igual ao valor inicial por meio de um artifício do método numérico que consistia em alocar aos volumes de controle daquele sub-domínio, um termo fonte linearizado e com coeficientes elevados de modo que a equação da energia se reduziria ao próprio termo fonte,

$$S_c + S_p T_s \approx 0$$

(A4.1a)

com

$$Sc=10^{20}Ts \quad (A4.1b)$$

$$Sp=-10^{20} \quad (A4.1c)$$

de modo que a solução para estes domínios resulta

$$Ts = -Sc \setminus Sp = Ts \text{ desejado} \quad (A4.1d)$$

cuja solução é o valor de  $T_s$  arbitrado ao duto.

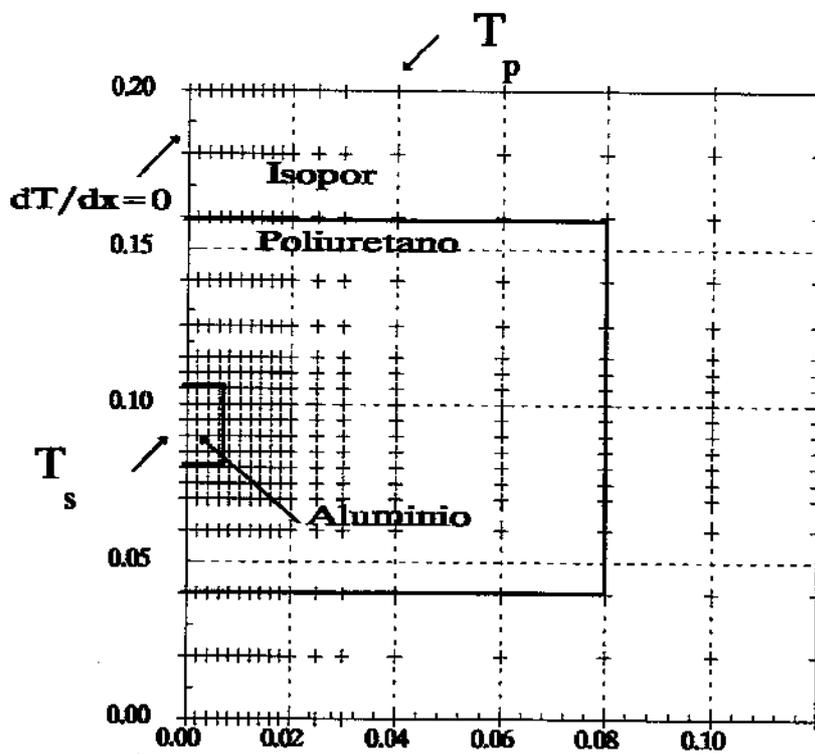


Figura A.4.1 Malha utilizada na obtenção da condutância térmica do isolamento da montagem

Foram arbitradas, para a temperatura da parede, 20°C e para a temperatura do duto, 40°C e após a convergência do método iterativo de solução, procedeu-se ao cálculo da condutância, definida por:

$$S = 2 \sum \dot{Q} / (T_s - T_p) \quad (\text{A.4.2})$$

onde

S é a condutância radial do isolamento, na qual se encontra incluído o valor da condutibilidade térmica.

$\sum \dot{Q}$  é a soma da taxa de calor transferida para o ambiente, pela superfície externa das três paredes do isolamento que constituíam a metade da seção transversal da montagem.

$(T_s - T_p)$  é uma diferença de temperatura arbitrária entre o duto de teste e a superfície do isolamento em contato com o ar.

#### **A.4.2 Análise da parede de acrílico**

##### **.Estimativa da taxa de calor transmitida pelas paredes do duto à parede de acrílico**

A taxa de calor que a parede de acrílico recebeu através de suas áreas de contato com o duto de teste foi estimada numericamente, usando o método dos volumes de controle.

As variáveis de entrada foram:  $T_{jb}$ , a temperatura média da junção da parede de acrílico com a base do duto;  $T_{jt}$ , a temperatura média da junção da parede de acrílico com o topo da aleta;  $T_b$ , a temperatura média de mistura para o volume de controle considerado do duto;  $h$ , o valor do coeficiente convectivo e  $\Delta x$ , o comprimento do volume de controle considerado.

$T_{jt}$  foi obtida do modelamento analítico unidimensional, para o caso de aleta isolada no topo.

O domínio de cálculo foi a parede de acrílico, mostrada em corte na figura A.4.2. Ela foi submetida às seguintes condições de contorno:

a. Três faces isoladas termicamente, impostas por  $\partial T/\partial n = 0$ , onde  $\underline{n}$  indica a direção normal a cada face.

b. A face voltada para o canal de escoamento foi submetida a dois tipos de condição de contorno.

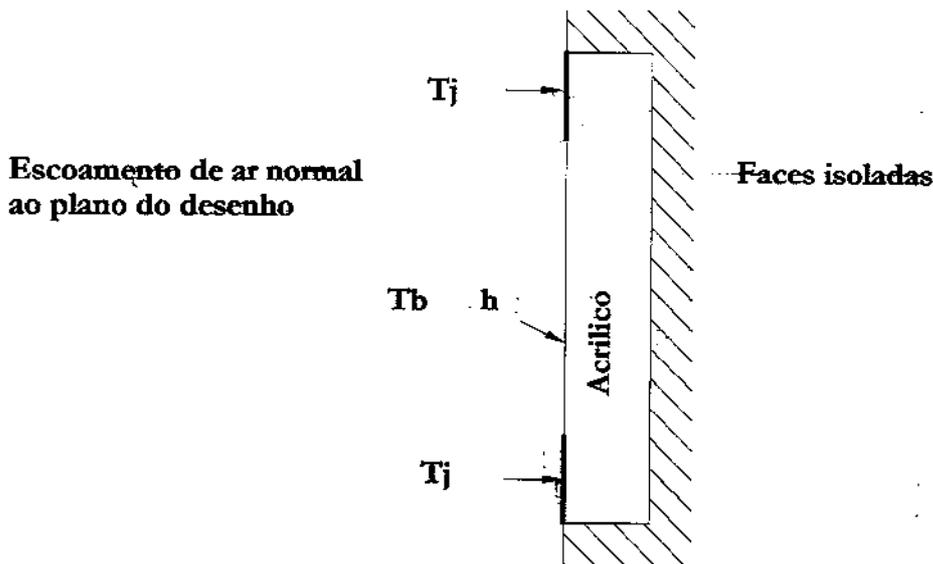


Figura A.4.2' Condições de contorno para o cálculo da taxa de calor da junção da parede de acrílico com o canal de escoamento do duto de teste.

Nas áreas de contato da parede de acrílico com o duto, impôs-se temperatura especificada. Seu valor correspondeu a média aritmética das temperaturas medidas pelos termopares da parede do duto e que delimitavam o volume de controle considerado. Na área em contato com o escoamento de ar, impôs-se o valor do coeficiente convectivo, obtido do programa de redução de dados. A malha utilizada foi regular, com cada face do volume de controle igual a 1mm. As

dimensões da placa correspondem a 2mm X 11mm. A face exposta ao ar, submetida à condição de contorno convectiva foi arredondada, de 6,95mm, correspondente a largura média do canal, para 7mm. Foram usados, 2 volumes de controle na junção da parede com o duto e 7 na interface de contato com o escoamento de ar. Como as outras três superfícies são isoladas, a taxa de calor que entra por condução pela área de contato com o duto deve ser exatamente igual à taxa de calor que sai por convecção para o escoamento de ar, no regime permanente. Este valor foi multiplicado pelo comprimento do volume de controle para a obtenção da taxa de calor total que passou pela parede de acrílico ao longo daquela distância considerada. Não se refinou mais a malha na região de contato do alumínio com o acrílico porque a diferença obtida com 1 e 2 volumes de controle naquela região foi pequena. E também pelo fato de se tratar de uma estimativa de incerteza com a utilização de um valor máximo suposto para a condição de contorno, h.

#### **A.4.3 Análise da condução axial**

##### **.O fluxo de calor axial das extremidades do duto de testes, perdido para o isolamento.**

Estes efeitos de extremidades são importantes porque limitam a extensão da região completamente desenvolvida do escoamento. As perdas de calor que ocorrem nas extremidades do duto de testes são tridimensionais. Além disso, a geometria na qual ocorre esta perda é ainda mais complicada pela presença do duto de desenvolvimento, na entrada, e do misturador, na saída. A elevada condutibilidade térmica do alumínio e a área relativamente grande, da seção transversal entre o canal e as ranhuras, facilitam a condução de calor axial provocada por variações mínimas do gradiente de temperatura nas três direções. Além disso, o pequeno tamanho da montagem, as imperfeições do isolamento em contato com a mesma e a heterogeneidade dos materiais utilizados nas junções dificultam a obtenção de medidas experimentais que quantifiquem, com precisão, este tipo de perdas. As mesmas razões inviabilizam um modelamento numérico tridimensional, mais sofisticado, porque o uso de quaisquer idealizações da situação real poderiam comprometer a precisão dos resultados.

Entretanto, apenas com um modelamento bidimensional foi possível demonstrar a extensão e a sensibilidade desses efeitos. Que eles estão restritos às extremidades e que não afetam o valor

do número de Nusselt calculado na região completamente desenvolvida, dispensando a necessidade dessa correção no procedimento de redução de dados. O domínio para esta simulação foi constituída por 3 sub-regiões extraídas de uma seção longitudinal da montagem. O comprimento do duto, de 860mm, acrescido de mais 100mm de isolante térmico em ambas as extremidades. A altura do domínio corresponde à base espessa do duto de testes.

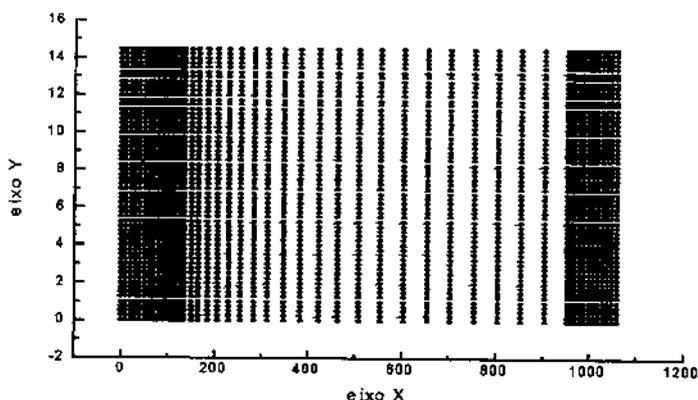


Figura A.4.2" Malha para a análise da redistribuição axial do fluxo de calor na região entre as ranhuras e a base aquecida do canal.

A malha utilizada apresentou (60X60) pontos. Na direção y, a malha foi uniforme. Na direção x, apresentou padrões distintos, dependendo da sub-região. Nas pontas de material isolante, a malha foi formada a partir das extremidades até 90mm de sua extensão, por volumes de controle de comprimento igual a 10mm, seguido por mais um de 5mm e os restantes, de 1mm, até completar os 100mm, na interface de contato com o alumínio. No duto, a malha apresentou a mesma distribuição de volumes de controle utilizadas no processo de redução de dados. Os limites destes volumes de controle, continham os pontos de medida de temperatura, com exceção do primeiro e do último volume de controle, que eram limitados por um ponto de medida e a extremidade respectiva do duto. A temperatura média de cada volume de controle foi considerada como a média entre as duas temperaturas medidas vizinhas. Nos volumes de controle das extremidades do duto de alumínio, assumiu-se que a única temperatura medida, em uma de suas faces, prevaleceu sobre aqueles domínios.

A malha da região intermediária (a base espessa de alumínio), não foi refinada para permitir a utilização do perfil de temperatura obtido experimentalmente, como condição de contorno na parte inferior. O valor do fluxo de calor obtido experimentalmente foi imposto na parte superior. A parte inferior do isolamento foi assumida isotérmica, assinalada, respectivamente, com a mesma temperatura medida de cada extremidade do duto. Os contornos restantes do isolamento foram considerados adiabáticos, assumindo a condição de meio semi-infinito. Estas foram as condições de contorno no alumínio. Assim, o fluxo de calor imposto pode se redistribuir axialmente, em todo o domínio, em função do gradiente de temperatura, imposto na região inferior. Pode-se avaliar também, a sensibilidade na resposta do fluxo de calor, no contorno inferior do alumínio, em função de pequenas variações impostas no gradiente de temperatura. Desta forma, as perdas de calor axiais, na região de contato das extremidades do duto de testes com o isolamento, também puderam ser estimadas.

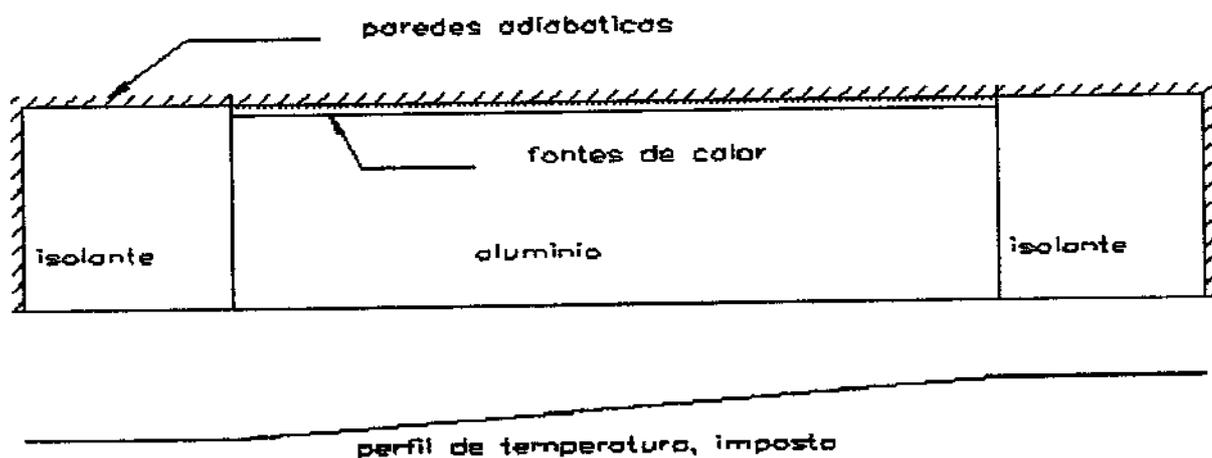


Figura A.4.2 O domínio e as condições de contorno para a análise do fluxo de calor axial do duto de testes para o isolamento.

#### **Análise da condução de calor axial**

Uma das etapas da redução dos dados experimentais é o cálculo da taxa de calor líquida absorvida pelo escoamento de ar. O valor é dado pela taxa de calor que é liberada nas ranhuras em cada trecho de comprimento  $\Delta x$  do duto de testes, menos a perda de calor radial respectiva, para o meio exterior. Este procedimento supões que existe um gradiente único de temperatura

constante, ao longo do comprimento do duto, que faz com que o fluxo de calor nesta direção seja o mesmo em qualquer seção transversal do duto (desconsiderando os efeitos restritos às extremidades). Neste caso, a taxa de calor líquida, avaliada no plano das ranhuras, torna-se igual a que ocorre na base aquecida do canal. Entretanto, esta é uma hipótese sujeita a verificação porque, em princípio, não se pode afirmar que o gradiente de temperatura axial seja uniforme em todas as seções transversais. A simulação da condução axial na região entre as ranhuras e a base aquecida permite obter várias informações que são apresentadas a seguir.

### **.Sensibilidade do fluxo de calor às perturbações impostas no perfil de temperatura da parede aquecida do canal**

A distribuição axial do fluxo de calor no duto de testes é determinada pelo gradiente de temperatura que ocorre em cada ponto da seção transversal entre as ranhuras e a primeira parede do canal paralela às ranhuras. O modelo permite obter o fluxo de calor na base do canal de escoamento, em função do gradiente de temperatura imposto no mesmo contorno, é idealizado porque considera, longitudinalmente, apenas parte da seção transversal do duto. O domínio de cálculo é mostrado na figura A.4.2 e inclui, em ambas as extremidades do duto de testes, mais 10cm de material isolante. A inclusão do isolamento permite estimar a taxa de calor que é perdida axialmente pelas extremidades do duto aquecido e a extensão do isolamento perturbada por esta transferência de calor.

A utilização dos perfis de temperatura obtidos experimentalmente, mostrou de imediato, uma grande sensibilidade na resposta do fluxo de calor acarretando dificuldades na interpretação dos resultados. Por isso foram utilizados de perfis de temperatura teóricos para que o problema físico pudesse ser melhor entendido, inicialmente através destas simulações. A figura A.4.3 mostra, duas curvas referentes ao duto aquecido. O isolamento térmico adjacente às suas extremidades, foi considerado na simulação mas não é mostrado nos gráficos abaixo pois será analisado posteriormente. Existem dois fluxos de calor na figura A.4.3 Um, de valor uniforme, imposto no contorno superior (região de aquecimento do duto pelas ranhuras), o outro fluxo e a variável de saída da simulação, referente ao contorno inferior do domínio (região da base aquecida do canal).

A sequência linear de pontos, na figura A.4.3, representa o influxo de calor uniforme, que é imposto nas ranhuras. A condição de contorno imposta na base aquecida (contorno inferior do domínio da figura A.4.2) foi uma distribuição de temperatura linear com gradiente positivo. Com esta distribuição de temperatura, obteve-se como resultado da simulação, a outra curva da figura A.4.3, que representa o fluxo de calor no contorno correspondente à base aquecida do canal.

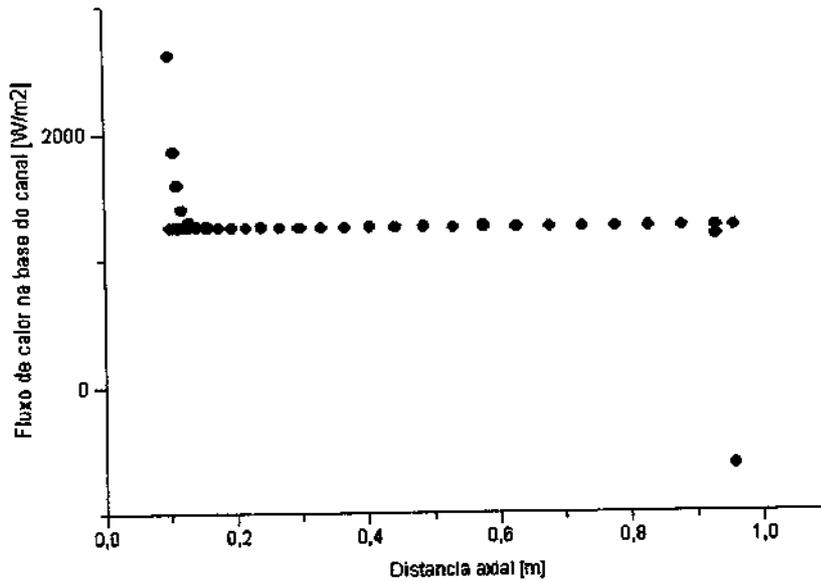


Figura A.4.3 Fluxo de calor na base do canal de escoamento, resultante da imposição de um gradiente de temperatura constante no mesmo contorno.

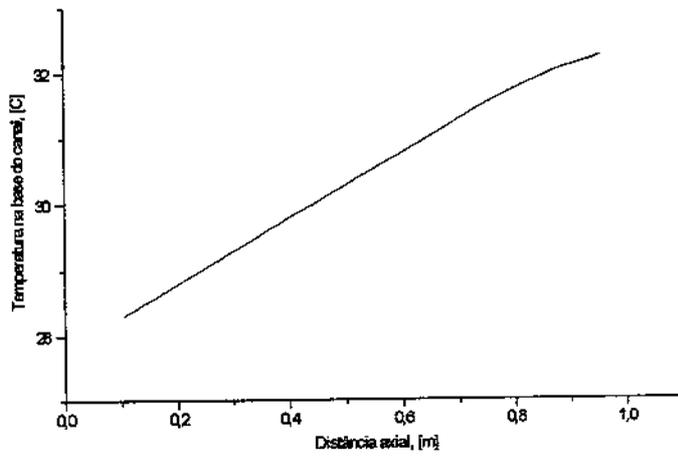
Verifica-se a ocorrência de um influxo de calor positivo na intersecção da extremidade do duto com o isolante térmico. O contrário ocorre na intersecção a jusante. Este resultado era previsível pois, o primeiro volume de controle do duto de testes recebe calor pelas ranhuras e pelo volume de controle a sua direita. Este fluxo de calor deve sair, preferencialmente pela base, resultando no aumento mostrado na figura 5.12. O último volume de controle do duto de testes recebe calor das ranhuras e cede calor ao volume de controle à sua esquerda, além de perder calor para o isolamento, à direita. Assim, à medida que se aproxima do fim do duto de testes, o fluxo de calor na base aquecida vai se tornando cada vez mais negativo. Os efeitos do contato das extremidades do duto com o material isolante foram eliminados, no material isolante, em uma distância muito inferior aos 10cm de comprimento atribuídos ao mesmo, nesta simulação específica.

Lembrando sempre que estes resultados referem-se ao caso ideal de um gradiente de temperatura absolutamente constante, na prática, a distribuição de temperatura medida ao longo da base aquecida, apresentou quedas maiores no sentido de ambas as extremidades, sendo mais acentuada a montante do que a jusante do duto. No caso (b), em que o escoamento de ar era perturbado na entrada do duto de testes, a temperatura apresentou um comportamento inverso ao do caso (a), na entrada. Ou seja, uma tendência de aumento no sentido a montante do duto. Este efeitos da variação do gradiente de temperatura sobre o fluxo de calor na base aquecida nas extremidades do duto foram simulados separadamente. A explicação é dada a seguir.

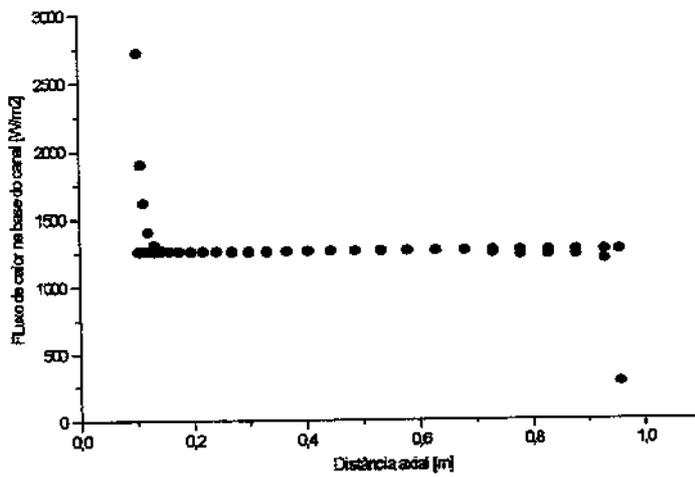
Para ambas as condições de entrada do escoamento, o caso(a) e o caso(b), a distribuição real de temperatura a jusante do duto apresentou sempre o mesmo comportamento, qual seja, de uma queda mais acentuada na extremidade. Para a simulação, impôs-se uma distribuição linear de temperaturas ao longo do duto, exceto na extremidade final, cuja distribuição parabólica simula o comportamento real do perfil de temperatura a jusante do duto de testes. Como resultado, mostra-se na figura A.4.4(i) e (ii), que o fluxo de calor tornou-se mais negativo a jusante e a perturbação se estendeu por um comprimento de duto equivalente ao da perturbação no perfil de temperaturas.

Quanto à análise dos efeitos de entrada, no caso (a), a perturbação da temperatura na base aquecida foi simulada por um perfil cúbico e descendente em direção à entrada do duto de testes, como mostrado na figura A.4.5(i).

O efeito no fluxo de calor é mostrado na figura A.4.5(ii) Valores pronunciadamente maiores do que a média até os 5cm iniciais do duto; e valores um pouco inferiores ao valor médio uniforme, por mais 5cm, decorrentes do gradiente mais pronunciado nos 5cm iniciais. Deve-se ter



(i)



(ii)

Figura A.4.4 Simulação da queda de temperatura a jusante do duto(i) e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida(ii)

em mente que este comportamento ocorre apenas ao nível da base aquecida e que, no interior da região espessa, o gradiente de temperatura deve assumir variações menores.

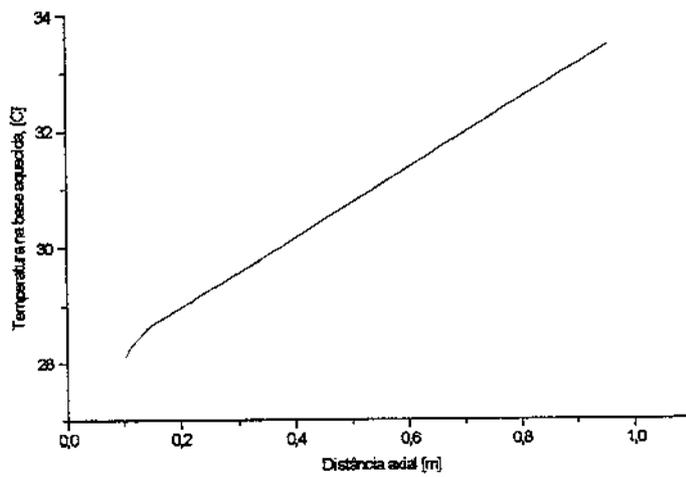
No caso (b), a perturbação do escoamento na entrada produziu um resfriamento da parede menor do que no caso anterior, resultando em um perfil de temperatura similar ao da figura A.4.6(i)

Conforme mostrado na figura A.4.6.(ii), o fluxo de calor da interface parede-ar, na entrada do duto, apresenta valores inicialmente próximos de zero (por causa da diminuição do gradiente de temperatura naqueles pontos). Após isto, ocorre um ligeiro aumento, acima do valor médio, para depois tender ao valor médio, quando o gradiente de temperatura na base torna-se constante. Este efeito também se estende por um comprimento equivalente ao da perturbação no perfil de temperatura.

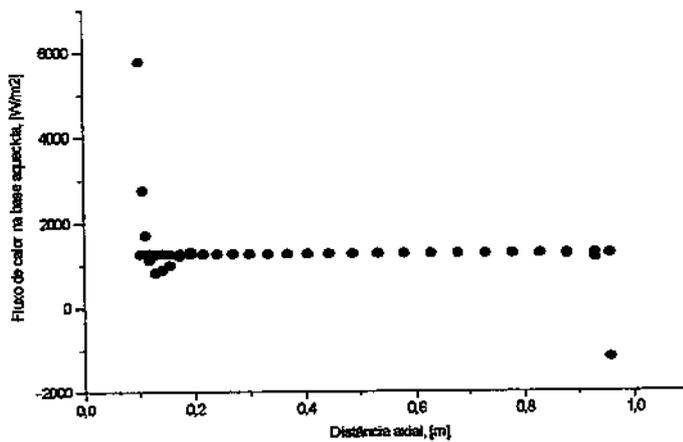
A sensibilidade do fluxo de calor a perturbações do gradiente de temperatura é mostrada a seguir.

A figura A.4.7(i) mostra as variações impostas na distribuição de temperatura, de  $0,01^{\circ}\text{C}$ ,  $(-0,05^{\circ}\text{C})$  e  $0,1^{\circ}\text{C}$ , e a figura A.4.7(ii), mostra a resposta do fluxo de calor, respectivamente igual a  $-3,2\%$ ,  $8,9\%$  e  $-17,3\%$ , do fluxo de calor adicionado uniformemente.

Verifica-se, na FIG5.16.b, que diferenças positivas no gradiente de temperatura provocam efeitos contrários no fluxo de calor, que por sua vez, é antecedido e precedido por flutuações. Observa-se que algumas destas variações, impostas nos perfis de temperatura, estão muito abaixo da precisão dos termopares, o que mostra a dificuldade de se obter estimativas precisas com este tipo de problema.

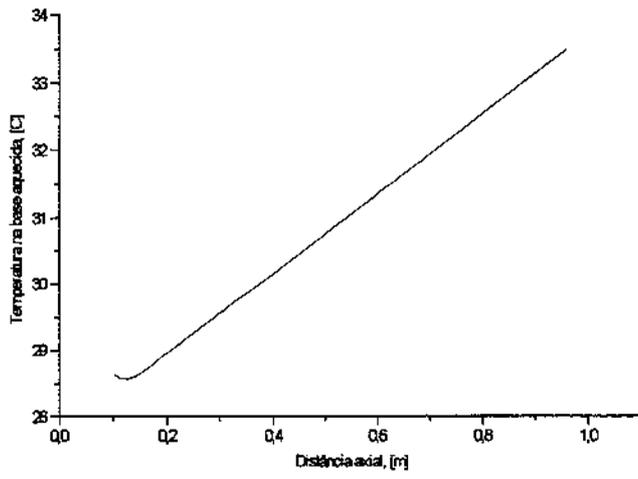


(i)

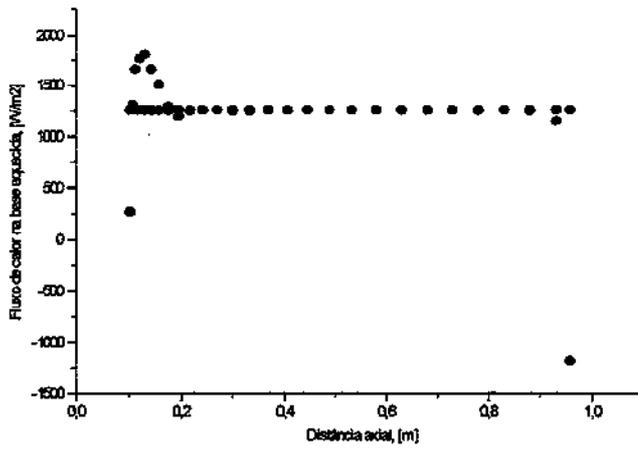


(ii)

Figura A.4.5 Simulação da queda de temperatura a montante do duto(i) e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida(ii)

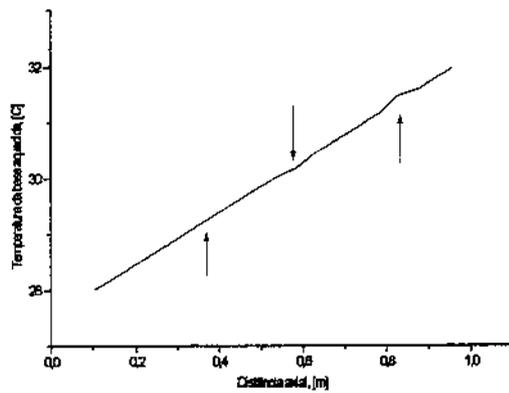


(i)

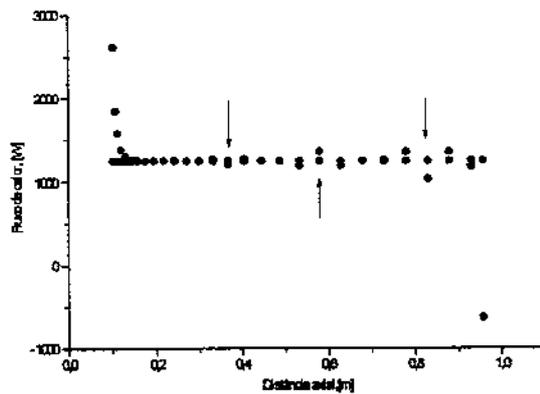


(ii)

Figura A.4.6 Simulação do aumento de temperatura a montante do duto(i) e seu efeito no fluxo de calor na base aquecida(ii)



(i)



(ii)

Figura A.4.7 Sensibilidade do fluxo de calor na base do canal de escoamento(ii), frente a perturbações do gradiente de temperatura imposto no mesmo contorno(i).

## **.Efeito da redistribuição do fluxo axial de calor nos valores experimentais do número de Nusselt**

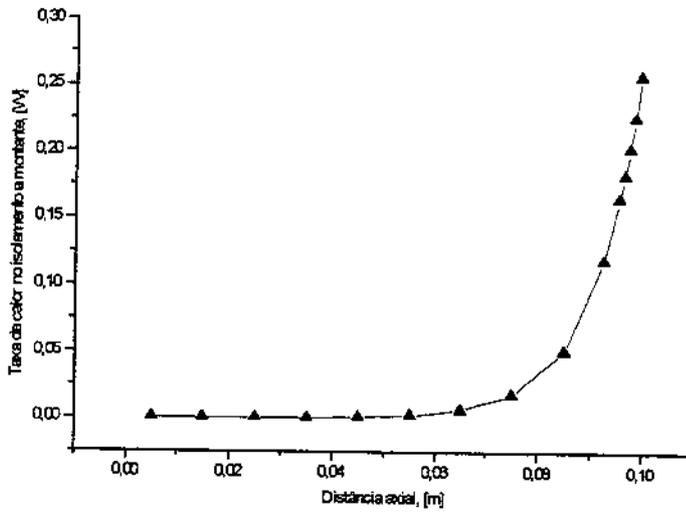
As análises anteriores mostraram, separadamente, os efeitos que a distribuição de temperatura produz sobre o fluxo de calor na interface parede-escoamento da base aquecida diretamente pelas ranhuras.

A figura A.4.8(i) mostra uma das distribuições de temperatura obtida experimentalmente da parede do canal de escoamento. A figura A.4.8(ii) mostra a distribuição axial do fluxo de calor resultante da imposição destes valores de temperatura. A sensibilidade do fluxo de calor a variações mínimas (quase imperceptíveis, na figura A.4.8.(i)) na continuidade do perfil de temperatura mostra a dificuldade inerente ao cálculo ou medida experimental das perdas axiais que ocorrem nas extremidades do duto. A simulação, apesar de idealizada, mostra que o fluxo de calor entre 30 e 70cm de comprimento do duto tende ao valor uniformemente adicionado. Estes resultados indicam, a grosso modo, que as perdas e demais efeitos que possam ocorrer nas extremidades não terão influência sobre o cálculo do número de Nusselt para o escoamento completamente desenvolvido nesta região. Deve-se citar que o primeiro ponto da figura, no início do duto, foi excluído por ser um valor muito alto (da ordem de  $2500 \text{ W/m}^2$ ).

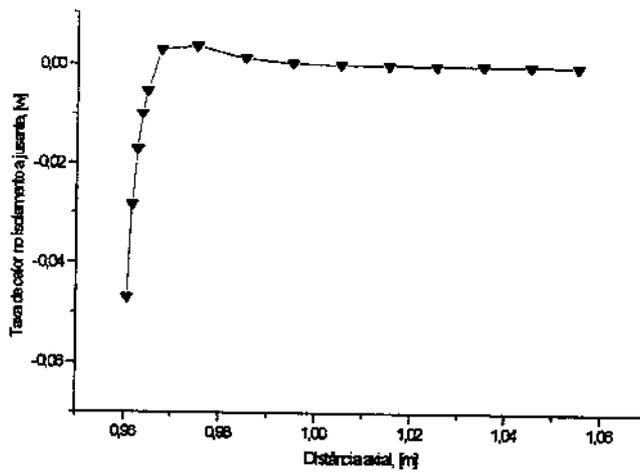
## **.Perdas de calor axiais das extremidades do duto de testes e seu efeito sobre o valor experimental do número de Nusselt na região completamente desenvolvida**

As figuras figura A.4.9(i) e (ii) mostram a distribuição do fluxo de calor no material isolante, adjacente à base aquecida do duto de testes. A primeira refere-se ao isolamento em contato com a entrada do duto. Verifica-se que 50mm de comprimento são suficientes para eliminar qualquer fluxo de calor proveniente do duto de testes (assumiu-se um gradiente de temperatura axialmente uniforme). No isolamento a jusante do duto, a simulação mostra que região afetada é menor ainda, cerca de 5mm são suficientes para eliminar o fluxo de calor. Em ambos os casos, o fluxo de calor perdido para o isolamento, na linha de continuidade com a base aquecida, foi pequeno. Entretanto, deve-se lembrar que nesta simulação idealizada, os materiais isolantes apresentam temperatura uniforme na base, que foi a única aproximação possível a ser feita, com os dados experimentais disponíveis. Com as condições de contorno disponíveis, esta





(i) a montante do duto de testes



(ii) a jusante do duto de testes

Figura A.4.9 Fluxo de calor no contorno inferior do material isolante a montante e jusante do duto de testes para um gradiente de temperatura constante, imposto na base aquecida.

simulação subestimou a perda de calor axial a jusante do duto. Na realidade, a extensão dos seus efeitos se fazem sentir a menos de 150mm do fim do duto aquecido, fato detectado experimentalmente pela diminuição do gradiente de temperatura da base aquecida (vide Fig.4.6).

#### **A.4.4 Limite estabelecido para as perdas de calor**

O critério para aceitação ou recusa de cada teste foi a obtenção de números de Nusselt axialmente uniformes, pelo menos na faixa de comprimento entre 50 e 70 diâmetros hidráulicos do duto. Este foi o critério que determinou os valores mínimos e máximos dos números de Reynolds dos experimentos. Testes com números de Reynolds a partir de 10000, reproduziram bem a região do escoamento desenvolvido hidrodinamicamente. Testes com números de Reynolds entre 10000 e 20000 reproduziram bem a região completamente desenvolvida, com números de Nusselt axialmente uniformes ao longo de boa parte do comprimento do duto. Alguns testes, com números de Reynolds acima e abaixo deste intervalo, também foram incluídos para mostrar os limites aceitáveis de funcionamento da montagem.

No limite superior de Reynolds, as perdas de calor são proporcionalmente menores do que a taxa de calor total, mas os efeitos dinâmicos de entrada podem retardar a formação da região de escoamento completamente desenvolvido. Neste caso, a região completamente desenvolvida reduziu-se a uma pequena faixa em torno de 70 diâmetros hidráulicos.

No limite inferior, o efeito das perdas de calor sobre o desenvolvimento térmico é proporcionalmente maior, o que diminuindo a extensão da região de escoamento completamente desenvolvido, medida a partir da jusante do duto aquecido. Neste caso, a distribuição axial dos números de nusselt apresentou-se como uma linha reta porém, com uma pequena inclinação positiva. Testes limites deste tipo, serviram para estabelecer o limite aceitável para as perdas de calor do duto de forma a garantir a confiabilidade dos resultados.

Existem três perdas efetivas de calor, identificadas no duto: a perda de calor radial; a taxa de calor perdida pelo escoamento no misturador; e as perdas de calor axiais que ocorrem nas extremidades do duto. Existe também, uma taxa de calor que é recebida pela parede de acrílico,

proveniente do contato com o duto de alumínio, mas que retorna ao escoamento de ar, não configurando perda propriamente dita.

A perda de calor radial total do duto de testes representou menos de 8% da taxa de calor líquida adicionada ao escoamento de ar, para todos os testes selecionados. A perda no misturador foi estimada para que se pudesse extrapolar a temperatura média de mistura do misturador para a saída do duto de testes. Esta perda também foi, em média, inferior a 8%. O modelamento da perda axial é difícil e os dados experimentais disponíveis não permitiram sua estimativa com a precisão desejada. No entanto, considerações feitas anteriormente, mostraram que o seu efeito é praticamente nulo na região completamente desenvolvida. Assim, o limite adotado para as perdas de calor do duto de testes foi 10% da taxa de calor líquida adicionada ao escoamento de ar (valor equivalente a estimativa máxima das perdas radiais).

A figura A.4.10 mostra o comportamento das taxas de calor citadas, em função do número de Reynolds. Os valores são apresentados em porcentagens da taxa de calor líquida total cedida ao ar. As três curvas referem-se a quantidades totais, calculadas para o duto aquecido como um todo: a taxa perdida radial e uniformemente através do isolamento, a taxa que retorna pelo acrílico ao escoamento de ar e a taxa perdida no misturador.

A taxa de calor transferida para a parede de acrílico não tem o aspecto linear. Apresenta um decaimento assintótico com o aumento de Reynolds. A taxa de calor perdida no misturador também apresenta um comportamento assintótico com a diminuição de Reynolds. Assume-se que o misturador (e os termopares que saem dele) foram aquecidos indiretamente pelo material isolante à sua volta devido ao calor que sai da extremidade do duto de testes. Assim, a leitura do termopar da parede do misturador, utilizado na estimativa dessa perda, provavelmente foi afetado de modo aleatório, tanto para valores mais baixos quanto para valores mais altos do número de Reynolds. Estes desvios são mostrados pelas pequenas discontinuidades na curva da perda de calor do misturador, na figura A.4.10.

Observa-se que as menores perdas radiais ocorreram para Reynolds mais elevados. Com efeito, o menor valor foi de 1,4% de perda para o isolamento. Para o mesmo teste, a perda ocorrida no misturador, no entanto, foi a maior de todas. Atribui-se este aumento à vazão elevada,

que aumenta o processo convectivo nas paredes do misturador. Isto, por sua vez, melhora a transferência de calor para o isolamento, cuja temperatura é menor tanto quanto for menor o valor de  $Re$ .

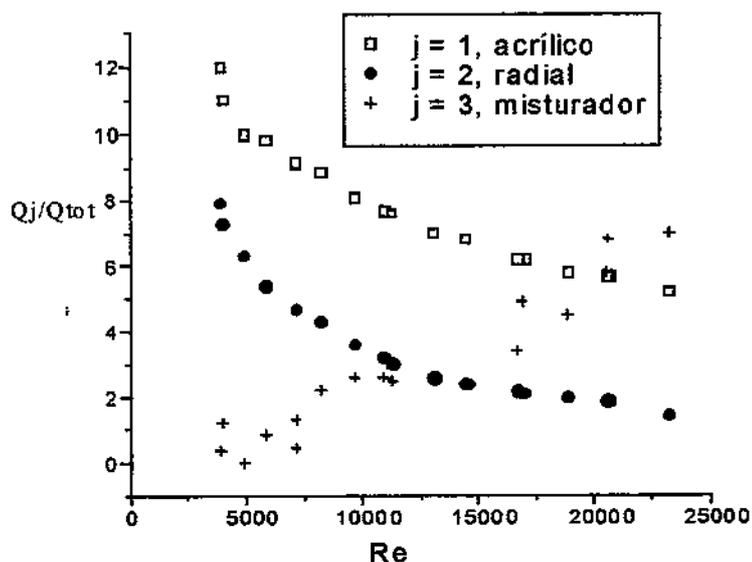


Figura A.4.10 Taxas de calor perdidas radialmente, transferida à parede de acrílico e perdida no misturador, em relação à taxa de calor total líquida cedida ao duto de testes.

A taxa de calor recebida pela parede de acrílico ao longo do seu contato com o duto de alumínio, não influencia o cálculo da temperatura média de mistura mas deve ser levada em conta no cálculo de Nusselt, cujo valor é significativo para as paredes condutoras, de metal. O menor valor para esta taxa foi igual a 5,2%, ocorrida para o teste com maior número de Reynolds. Apesar de mínima, é quase 4 vezes maior do que a perda radial.

Da taxa de calor total, para o teste com o menor número de Reynolds, 7,8% das perdas foram radiais, 12% foi transferida à parede de acrílico e aproximadamente 7% da energia térmica do ar foi perdida no misturador. A estimativa da perda do misturador neste caso limite, apesar de

alta, não é tão crítica, porque ocorre relativamente desvinculada do duto aquecido por causa da junção isoladora.

## Referências Bibliográficas

ALTEMANI, C. A. C. *Turbulent Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics for Air Flow in an Unsymmetrically Heated Triangular Duct*. Minnesota: University of Minnesota, 1980. 173p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculty of the Graduate School of the University of Minnesota - 1980.

BAUGHN, J. W., HOFFMAN, M. A., LAUNDER, B. E., TAKAHASHI, R. K. Turbulent Heat Transport in Circular Ducts with Circunferentially Varying Heat Flux. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.106, p.64-70, fevereiro, 1984.

CHANG, P. Y., CHOU, F. C., TUNG, C. W. Heat Transfer Mechanism for Newtonian and non-Newtonian Fluids in 2:1 Rectangular Ducts. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.41, p.3841-3856, fevereiro, 1998.

COLEMAN, H. W., GLEN STEELE Jr., W. *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*. 1.ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1989, 204p.

COLEMAN, H. W., HOSNI, M. H., TAYLOR, R. P. Uncertainty Analysis and the Design and Debugging of Experimental Systems. *Heat Transfer Division, Convective Heat Transfer and Transport Process - ASME*, p.27-34, 1991.

- DEAN, R. B. Reynolds Number Dependence of Skin Friction and Other Bulk Flow Variables in Two-Dimensional Rectangular Duct Flow. *Journal of Fluids Engineering.* ,v.100, p.215-223, 1978.
- FERZIGER, J. H. Simulation of Incompressible Turbulent Flows- Review. *Journal of Computational Physics.* ,v.69, n.1, p.1-48, março, 1987.
- FOX, R. W., McDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos.* São Paulo: Ed.Guanabara Dois, 1981, 562p.
- FUJITA, H., HIROTA, M., YOKOSAWA, H., HASEGAWA, M., GOTOH, I. Fully Developed Turbulent Flows through Rectangular Ducts with One Roughened Wall. *JSME International Journal.*, Series II, v.33, n.4, p.692-701, 1990.
- OFUJITA, H., YOKOSAWA, H., HIROTA, M. Secondary Flow of the Second Kind in Rectangular Ducts with One Rough Wall. *Experimental Thermal and Fluid Science.*, New York, v.2, p.72-80, 1989. (0894-1777/89).
- GOKHMAN, A. Applicability of Finite-Element Analysis Technique to turbulent flows at High Reynolds Number. *Numerical Heat Transfer.*, v.13, p.337-351, 1988.
- GORSKI, J. J., GOVINDAN, T. R., LAKSHMINARAYANA, B. Computation of Three-Dimensional Turbulent Shear Flows in Corners. *AIAA Journal.*, v.23, n.5, p.685-691, junho, 1984.
- HAYASE, T., SUEMATSU, Y. Direct Numerical Simulation of turbulent Flow in a Square Pipe. *FLUCOME '91 - ASME.*, p.99-106 .

- HENAU, V., RAITHBY, G. D., THOMPSON, B. E. Prediction of Flows with Strong Curvature and Pressure Gradient Using the  $k$ - $\epsilon$  Turbulence Model. *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME.* , v.112, p.40-47, março, 1990 .
- HINZE, J. O. *TURBULENCE*; An Introduction to its Mechanism and Theory.1.ed. New York: McGraw Hill, 1959, 586p.
- HIROTA, M., FUJITA, H., YOKOSAWA, H. Experimental Study on Convective Heat Transfer for Turbulent Flow in a Square Duct with a Ribbed Rough Wall (Characteristics of Mean Temperature Field). *29th National Heat Transfer Conference - Transactions of the ASME.*, v.116, p.332-340 , maio, 1994.
- HOLMAN, J. P. *Experimental Methods for Engineers.* 1.ed. New York: Mc Graw Hill, 1966, 412p.
- HOLMAN, J. P. *Transferência de Calor.* 1.ed. São Paulo: Ed. McGraw Hill, 1983, 639p.
- HWANG, Y. H., LIOU, T. M. Expressions for  $k$  and  $\epsilon$  Near Walls. *AIAA Journal.* , p.477-479, março, 1990.
- ICHIMYIA, K. Effects of Several Roughness Elements on an Insulated Wall for Heat Transfer from the Opposite Smooth Heated Surface in a Parallel Plate Duct. *ASME-JSME Joint Thermal Engineering Conference - Transactions of the ASME.*, v.109, p.68-73, fevereiro, 1987.
- INSTITUT POUR LA PROMOTION DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR. Les Methodes de Volumes Finis. *Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble.*, Paris, p.1-24 , outubro, 1985.
- KADLE, D. S., SPARROW, E. M. Numerical and Experimental Study of Turbulent Heat Transfer and Fluid Flow in Longitudinal Fin Arrays. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.108, p.16-23, fevereiro, 1986.

- KAKAÇ, S., SHAH, R. K., AUNG, W. *Handbook of Single-phase Convective Heat Transfer*. 1.ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1987, ISBN 0-471-81702-3.
- KAYS, W. M., Heat Transfer to the Transpired Turbulent Boundary Layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, v. 15, p.1023-1044, 1972.
- KAYS, W. M. Turbulent Prandtl Number - Where Are We?. *National Heat Transfer Conference Transactions of the ASME.*, v.116, p.284-295, maio, 1994.
- KIM, J., MOIN, P., MOSER, R. Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number. *Journal of Fluid Mechanics.*, fevereiro, 1986.
- KLINE, S. J., McKLINTOCK, F. A., Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments. *Mechanical Engineering.*, v.75, p.3-8, janeiro, 1953.
- KOSLOWSKI, W. On Damping of the Normal Component of Fluctuations in the wall Region of Turbulent Flow. *Journal of Applied Mechanics - Transactions of the ASME.*, v.58, p.572-578, junho, 1990.
- KREITH, F. *Princípios da Transmissão de Calor*. 3.ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1983, 550p.
- OKRISHNAMOORTHY, L. V., ANTONIA, R. A. Turbulent Kinetic Energy Budget in the Near-Wall Region. *AIAA Journal.* ,v.26, n.3, p.300-302, julho, 1987.
- KROGSTAD, PER-ÅGE. Modification of the Van Driest Damping Function to Include the Effects of Surface Roughness. *AIAA Journal.*, v.29, n.6, p.888-894, março, 1990.

- KWON, O. K., PLETCHER, R. H., DELANEY, R. A. Solution Procedure for Unstead Two-Dimensional Boundary Layers. *Journal of Fluids Engineering.* ,v.110, p.69-75, março, 1988.
- LAUNDER, B. E. A Generalized Algebraic Stress Transport Hypothesis. *AIAA Journal.* , v.20, n.3 p.436-437 , agosto, 1981.
- LAUNDER, B. E. On the Computation of convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.110, p.1112-1128, novembro, 1988.
- LAUNDER, B. E., REECE, G. J., RODI, W. Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure. *Journal of Fluid Mechanics.*, Great Britain, v.68, parte 3, p.537-566, fevereiro, 1974.
- LAUNDER, B. E., SHIMA, N. Second-Moment Closure for the Near-Wall Sublayer Development and Application. *AIAA Journal.*, v.27, n.10 , p.1319-1325, outubro, 1989.
- LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B. The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.*,v.3, p.269-289, agosto, 1973.
- LUMLEY, J. L. Turbulence Modeling. *Journal of Applied Mechanics.*,v.50, p.1097-1103, março, 1983.
- MANSOUR, N. N., KIM, J., MOIN, P. Near Wall  $k-\epsilon$  Turbulence Modeling. *AIAA Journal.*,v.27, n.8, p.1068-1073, julho, 1988.
- MANSOUR, N. N., KIM, J., MOIN, P. Reynolds-Stress and Dissipation-Rate Budgets in a Turbulent Channel Flow. *Journal of Fluid Mechanics.*, Great Britain, v.194 , p.15-44, junho, 1987.

- McLAUGHLIN, J. Large-Scale Computer Simulation of Fully Developed Turbulent Channel Flow with Heat Transfer. *International Journal for Numerical Methods in Fluids.*, v.13 , p.999-1028, 1991.
- MERIAM INSTRUMENTS. *Installation & Operation Instructions*; Meriam LFE- Laminar Flow Elements. Cleveland- Ohio, 12p. (Mimeogr.). File n<sub>o</sub>. 501.440-5.
- MINER, E. W., SWEAN, T. F., HANDLER, R. A., LEIGHTON, R. I. Examination of Wall Damping for the  $k - \epsilon$  Turbulence Model Using Direct Simulations of Turbulent Channel Flow. *International Journal for Numerical Methos in Fluids.*, New York, p.609-624, maio, 1991.
- MYONG, H. K., NOBUHIDE, K. A New Approach to the Improvement of  $k-\epsilon$  Turbulence Model for Wall-Bounded Shear Flows. *JSME International Journal. Series II*, v.33, n.1, p.63-72, 1990.
- MYONG, H. K. Numerical Investigation of Fully Developed Turbulent Fluid Flow and Heat Transfer in a Square Duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, New York, v.12 , n.4 p.344-352 , dezembro, 1991.
- MYONG, H. K., KOBAYASHI, T. Prediction of Three-Dimensional Developing Turbulent Flow in a Square Duct with an Anisotropic Low-Reynolds-Number  $k-\epsilon$  model. *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME.*, v.113, p.608-615, dezembro, 1991.
- NAGANO, Y., KIM, C. A Two Equation Model for Heat Transport in Wall Turbulent Shear Flows. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.110, p.583-589, agosto, 1988.
- NALLASAMY, M. Turbulence Models and Their Applications to the Prediction of Internal Flows: A Review. *Computer and Fluids.*, Great Britain, v.15, n.2, p.151-194, maio, 1986.

PATANKAR, S. V., ACHARIA, S. *Development of turbulence model for rectangular passages.*  
Trans. CSME, v.8, p.146-149, 1984.

PATANKAR, S. V., IVANOVIC, M., SPARROW, E. M. Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer in Internally Finned Tubes and Annuli. *Journal of Heat Transfer.*, v.101, p.29-37, 1979.

PATANKAR, S. V. *Computational of Conduction and Duct Flow Heat Transfer.* 1.ed. New York: Hemisphere Publ. Corp., 1980. 196p.

PETUKHOV, B. S. *Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties.* "Advances in Heat Transfer," (J.P.Hartnett e T.F. Irvine, eds.), Academic Press, New York, p.504,564, 1970.

PLETCHER, R. H. Progress in Turbulent Forced Convection. *Journal of Heat Transfer.*, v.110, p.1129-1144, novembro, 1988.

POLLARD, A., MARTINUZZI, R. Comparative Study of Turbulence Models in Predicting Turbulent Pipe Flow Part I: Algebraic Stress and k- $\epsilon$  Models. *AIAA Journal.*, v.2, n.12, p.1714-1721, janeiro, 1989a.

POLLARD, A., MARTINUZZI, R. Comparative Study of Turbulence Models in Predicting Turbulent Pipe Flow Part II: Reynolds Stress and k- $\epsilon$  Models. *AIAA Journal.*, v.27, n.1, p.29-36, janeiro, 1989b.

REYNOLDS, A. J. The Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, Great Britain, v.18, p.1055-1069, 1975.

RODI, W. Turbulence Models and their application in Hydraulics – A State-of-the-Art review. *International Association for Hydraulic Research - Monograph Series*, p.106p, 1993.

- ROKNI, M., OLSSON, C., SUNDÉN, B. Numerical and Experimental Investigation of Turbulent Flow in a Rectangular Duct. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v.28, p.225-242, 1998.
- SHIMA, N. A Reynolds-Stress Model for Near-Wall and Low-Reynolds-Number Regions. *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, v.110, p.38-44, março, 1986.
- SHAH, D. A., ANTONIA, R. A. Scaling of Wall Shear Stress Fluctuations in a Turbulent Duct Flow. *AIAA Journal*, v.25, n.1, p.22-29, fevereiro, 1986.
- SAETRAN, L. R. Comparison of Five Methods for Determination of the Wall Shear Stress. *AIAA Journal*, v.25, n.11, p.1524-1527, novembro, 1986.
- SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory*. 7.ed. New York: McGraw Hill, 1979, 814p.
- Secretaria de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. *ROTEIRO PARA APRESENTAÇÃO DE TESES NA FEM*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, 1999, 28p. (Mimeogr.).
- SINAI, Y. L. A Wall Function for the Temperature Variance in Turbulent Flow Adjacent to a Diabatic Wall. *Journal of Heat Transfer*, v.109, p.861-865, novembro, 1987.
- SISSON, L. E., PITTS, D.R. *Fenômenos de Transporte*. 1.ed. Rio de Janeiro: Ed. Guanabara, 1988, 765p.
- SO, R. C. M., LAI, Y. G., ZHANG, H. S. Second-Order Near-Wall Turbulence Closures: A Review. *AIAA Journal*, v.29, n.11, p.1819-1835, novembro, 1991.

- SOMMER, T.P., SO, R. M. C., LAL, Y. G. A Near Wall Two-Equation Model for Turbulent Heat Fluxes. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, Great Britain, v.35, n.12, p.3375-3387, janeiro, 1992.
- SPARROW, E.M., CUR, N. *Turbulent Heat Transfer in a Symmetrically or Assymmetrically Heated Flat Rectangular Duct with Flow Separation at Inlet. J.Heat Transfer*, v.104, p.82-89, 1982.
- SPARROW, E. M., OHADI, M. M. Comparison of Turbulent Thermal Entrance Region for Pipe Flows with Developed Velocity and Velocity Developing from a Sharp-Edge Inlet. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.109, p.1028-1030, novembro, 1987.
- SPARROW, E. M., KADLE, D. S. Effect of Tip-to-Shroud Clearance on Turbulent Heat Transfer From a Shrouded, Longitudinal Fin Array. *Journal of Heat Transfer – Transactions of the ASME.*, v.108, p.519-524, agosto, 1986.
- SPARROW, E. M., RAMSEY, J. W., ALTEMANI, C. A. C. Experiments on in-line Pin Fin Arrays and Performance Comparisons with Staggered Arrays. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME.*, v.102, p.44-50, fevereiro, 1980.
- SPARROW, E. M., ALTEMANI, C. A. C. On Attaining Isothermal Convectively Cooled Surfaces with Rear-Side discrete Groove-Embedded Heaters. *Numerical Heat Transfer. (Technical Note).*, v.2, p.129-136, 1979.
- SPARROW, E. M., GARCIA, A., CHUCK, W. Turbulent Duct Flow with Streamwise Nonuniform Heating at the duct Wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer.*, Great Britain, v.30, n.1, p.175-185, maio, 1986.
- SPEZIALE, C. G. Analytical Methods for the development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence. *Annual Reviews in Fluid Mechanics.*, n.23, p.107-157, 1991.

- SPEZIALE, C. G., ABID, R., ANDERSON, E. C. Critical Evaluation of Two-Equation Models for Near-Wall Turbulence. *AIAA Journal*, v.30, n.2, p.324-331, fevereiro, 1992.
- SPEZIALE, C. G. On Nonlinear k-L and k- $\epsilon$  Models of Turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Great Britain, v.178, p.459-475, outubro, 1986.
- TAIROV, I. P. Method for Calculating a Developed Flow in a Plane Channel (k- $\epsilon$  Model). *Heat Transfer - Soviet Research*, v.20, n.2, p.192-198, março-abril, 1988.
- TAKEMITSU, N. An Analytical Study of the Standard k- $\epsilon$  model. *Journal of Fluids Engineering Transactions of the ASME*, v.112, p.192-198, junho, 1990.
- TAYLOR, R. P., COLEMAN, H. W., HODGE, B. K. Prediction of Heat Transfer in Turbulent Flow Over Rough Surfaces. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME*, v.111, p.568-572, março, 1987.
- THANGAM, S., ABID, R., SPEZIALE, C. G. Application of a New k- $\tau$  Model to Near Wall Turbulent Flows. *AIAA Journal - Technical Notes*, v.30, n.2, p.552-554, março, 1991.
- WEBB, B. W., RAMADHYANI, S. Conjugate Heat Transfer in a Channel with Staggered Ribs. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Great Britain, v.28, n.9, p.1679-1687, fevereiro, 1985.
- WEI, T., WILLMARTH, W. W. Reynolds Number Effects on the Structure of Turbulent Channel Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Great Britain, julho, 1988.
- WHITE, F.M. Viscous Fluid Flow. 1.ed. New York: Mc Graw Hill, 1974, 724p.
- YAN, W. M., FIN, T. F., LEE, T. L. Steady Conjugate Heat Transfer in turbulent Channel Flows. *Wärme-und Stoffübertragung*, v.25, p.215-220, março, 1990.