

TESE DEFENDIDA POR Alberto Nácer
Colmenero E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 12/02/1999

ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Ensaio Acelerados. Coleta e processamento de
dados para estudos de Confiabilidade em casos de
Mecanismo de falha simples**

Autor : **Alberto Nácer Colmenero**
Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**

02/1999

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**Ensaio Acelerados. Coleta e processamento de
dados para estudos de Confiabilidade em casos de
Mecanismo de falha simples**

Autor : **Alberto Nácer Colmenero**

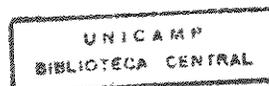
Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Departamento de Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 12 de fevereiro de 1999
S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
V.	Ex
TOMBO BC/	37564
PROC.	229/99
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO RB	11,00
DATA	30/04/99
N.º CPD	

CM-00122923-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

N113r Nácer Colmenero, Alberto
Ensaio acelerados. Coleta e processamento de dados para estudos de confiabilidade em casos de mecanismo de falha simples. / Alberto Nácer Colmenero.--Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Confiabilidade (Engenharia). 2. Testes de sobrevivência acelerados. 3. Engenharia - Métodos estatísticos. I. Dedini, Franco Giuseppe.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ensaio Acelerados. Coleta e processamento de dados para estudos de Confiabilidade em casos de Mecanismo de falha simples

**Autor : Alberto Nácer Colmenero
Orientador: Franco Giuseppe Dedini**



**Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, Presidente
Instituição: FEM / UNICAMP**



**Prof. Dr. João Maurício Rosário
Instituição: FEM / UNICAMP**



**Prof. Dr. Oscar A. Braunbeck
Instituição: FEAGRI / UNICAMP**

Campinas, 12 de fevereiro, 1999

Dedicatória:

À minha querida esposa Milagros e a meus filhos Yinet e Alberto pelo sacrifício da separação, compreensão e apoio.

A meus pais e irmãos

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Ao meus queridos pais pela ajuda para chegar aqui.

Ao meu orientador Dr. Franco Giuseppe Dedini, que me mostrou os caminhos a serem seguidos, e pelo incentivo permanente.

Agradecimento especial à CAPES pelo apoio financeiro

Ao meus amigos cubanos pelo apoio nos momentos difíceis e o convívio do dia a dia.

À professora Katia Lucchesi Cavalca pelo apoio e sugestões.

A todos os professores e colegas do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

•

“ Quanto mais aumenta nosso conhecimento, mais evidente fica nossa ignorância.”

John Kennedy.

Sumário

Resumo	viii
Abstract	ix
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
Nomenclatura	xiv
1. Introdução	1
1.1 Motivação do Trabalho.....	1
1.2 Objetivos do Trabalho.....	3
1.3 Apresentação da Dissertação.....	3
2. Revisão Bibliográfica	5
2.1 Aspectos Históricos.....	5
2.2 Conceitos e Definições.....	6
2.3 Ensaio em Engenharia. Ensaio Acelerado.....	12
2.3.1 Tipos de Aceleração nos Ensaio.....	12
2.3.2 Materiais, Medida de Desempenho e Tipos de Estressamento de aceleração.....	13
2.3.3 Tipos de Ensaio Acelerado.....	14
2.3.3.1 Ensaio de Determinação da Confiabilidade.....	15
2.3.3.2 Ensaio de Verificação da Confiabilidade.....	16

3. Planejamento dos Ensaios	19
3.1 Introdução.....	19
3.2 Tipos de Dados de Confiabilidade de acordo com os critérios de conclusão (Término) dos Ensaios.....	19
3.2.1 Ensaios Completos do Tipo I	20
3.2.2 Ensaios Unicensurados a Direita do Tipo I ou Tipo II.....	20
3.2.3 Ensaios Unicensurados a Esquerda, do Tipo I ou Tipo II.....	21
3.2.4 Ensaios com Censura Múltipla.....	22
3.3 Metodologias e Procedimentos nos Ensaios acelerados.....	22
3.4 Distribuições Estatísticas.....	24
3.4.1 Distribuição de Weibull.....	25
3.4.2 Distribuição de Valor Extremo.....	28
3.4.3 Distribuição Normal.....	30
3.4.4 Distribuição Log-normal	32
3.4.5 Distribuição Binomial	34
3.5 Modelos paramétricos de aceleração com estressamento constante	34
3.6 Considerações de Engenharia.....	39
3.7 Tipos de Planejamentos e suas considerações.....	47
3.7.1 Determinação dos melhores níveis de estresse baixo (X_b) e médio (X_m) do ensaio	51
3.8 Determinação do Número de Amostras no Ensaio.....	52
3.9 Intervalo de Confiança. Significado	55
3.10 Seleção do valor do Nível de Confiança ($1 - \alpha$).....	56
4. Metodologias aplicadas no trabalho para o processamento dos dados provenientes dos ensaios acelerados	58
4.1 Desenvolvimento do Modelo combinado com a Distribuição de vida.....	58
4.1.1 Modelo geral de Correlação	59
4.1.2 Modelo Arrhenius – Log-normal	59
4.1.3 Modelo Arrhenius – Weibull.....	60
4.1.4 Modelo Potência Inversa – Log-normal.....	61
4.1.5 Modelo Potência Inversa – Weibull	61
4.2 Método de Análise Gráfica dos Dados.....	62

4.2.1	Metodologia para obter o Gráfico de Probabilidades com Dados completos	62
4.2.2	Metodologia para obter o Gráfico de Probabilidade com Censura simples ou múltiplas	65
4.2.3	Comprovação da validade do Modelo.....	70
4.2.4	Avaliação da Distribuição de vida.....	71
4.2.5	Avaliação do Parâmetro de Forma da Distribuição.....	72
4.3	Desenvolvimento do Método dos Mínimos Quadrados (M.Q.) para o programa “ENSACE”.....	73
4.3.1	Método dos Mínimos Quadrados para a Distribuição de Weibull com Dados completos e estressamento constante em Ensaios acelerados de vida.....	73
4.3.1.1	Intervalo de Confiança.....	78
4.3.2	Métodos dos Mínimos Quadrados para a Distribuição Log-normal e Normal com Dados completos e estressamento constante em Ensaios acelerados de vida	78
4.4	Desenvolvimento do Método de Máxima Verossimilhança (M.V.) para o programa “ENSACE”.....	80
4.4.1	Método de M.V. para Distribuição de Weibull.....	81
4.4.1.1	Valores Iniciais para o método de Newton-Rapshon.....	88
4.4.2	Método de M.V. para Distribuição Normal (Log-normal).....	88
4.5	Testes Estatísticos para comprovar a validade dos Ensaios acelerados	91
4.5.1	Comprovação da linearidade do Modelo.....	91
4.5.2	Teste de Bartlett para comprovação se o Parâmetro σ da Distribuição Log-normal Permanece constante.....	93
4.5.3	Teste para comprovar se o Parâmetro β da Distribuição Weibull permanece constante	94
4.5.4	Verificação através do cálculo de Resíduos	95
4.6	Metodologia para construção de Intervalos de Confiança a partir do método de M.V.....	96
5.	Programa “ENSACE” para o processamento dos dados procedentes de ensaios acelerados com estressamento constante.....	99
5.1	O programa “ENSACE”.....	99
5.2	Processamento de dados	101
6.	Conclusões e Sugestões para próximos trabalhos	122

6.1	Conclusões.....	122
6.2	Sugestões para próximos trabalhos.....	123
7.	Referências Bibliográficas	125
Anexo I.	Método dos Mínimos Quadrados	132
Anexo II.	Método de Máxima Verossimilhança	135
Anexo III.	Métodos para maximização de equações não lineares	141
Anexo IV.	Tabelas para Planejamento de Ensaios.....	145

Resumo

NÁCER C. Alberto, *Ensaio Acelerados. Coleta e processamento de dados para estudos de Confiabilidade em casos de mecanismo de falha simples*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 152 p. Dissertação (Mestrado)

Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre os aspectos básicos relacionados com os ensaios acelerados utilizados na indústria, são apresentados alguns conceitos fundamentais para o melhor entendimento da temática, as relações estresse x vida e distribuições de vida mais utilizadas. Do estudo realizado, foi escolhida uma metodologia para analisar os ensaios acelerados de vida, diferente à que é empregada em muitas indústrias atualmente, baseada em um tipo de planejamento aleatorizado por níveis. Por último é apresentado um programa para o processamento dos dados provenientes de ensaios acelerados com estresse constante e modo de falha simples, para dados completos, e com censura a direita ou múltipla, utilizando a distribuição de Weibull, Log-normal e Normal, combinadas com os modelos mais utilizados (Arrhenius e Lei da Potência Inversa), o programa permite o processamento dos dados dos ensaios acelerados por dois métodos, Mínimos Quadrados e Máxima Verosimilhança, o primeiro oferece os estimados iniciais para aplicar o método de Máxima Verosimilhança, e assim assegurar a convergência do método de Newton-Raphson para todos os casos. Outras saídas do programa são; gráficos de residuais, de probabilidades vs. tempo, estresse vs. percentuais, etc. No programa são utilizados testes estatísticos para a validação dos ensaios, dando a possibilidade de utilizar diferentes níveis de confiança para calcular os intervalos de confiança dos parâmetros utilizados.

Palavras Chave: Confiabilidade (Engenharia), Testes de sobrevivência acelerados, Engenharia - Métodos estatísticos

Abstract

NÁCER, C. Alberto, *Accelerated tests. Processing and collecting of Data for Reliability studies in cases of simple Failure Mechanism*, Campinas,: Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 1999. 152 pp. Dissertation (MSc)

This work presents a study on the basic aspects related with the accelerated tests used in the industry, some fundamental concepts are presented for the best understanding of the thematic, the relationships stress x life and the more applied life distributions. A methodology was chosen to analyze the accelerated life tests, different from that commonly applied now in a lot of industries, based on a type of random planning by levels. Last a software is presented for the processing of the accelerated tests data with constant stress and simple failure mode, for complete data, and with right or multiple censored tests, using the Weibull, Log-normal and Normal distributions, combined with the most used models (Arrhenius model and the Inverse Power Law), the program allows the processing of the accelerated tests data by two methods, Minimum Square and Maximum Likelihood, the first offers the evaluated initial values to apply the method of Maximum Likelihood, and in this way to assure the convergence of the method of Newton-Raphson for all the cases. Other outputs of the software are; graphs of the residual, probabilities vs. time, stress vs. percentile, etc. In the program, statistical tests are used for the validation of the tests, giving the possibility to use different confidence levels to calculate the confidence intervals of the parameters of interest.

Key-words: Reliability, Accelerated Tests, Statistic Methods

Lista de Figuras

Figura 3.1 Ensaio completo.....	20
Figura 3.2 Ensaio com censura a direita.....	21
Figura 3.3 Ensaio com censura a esquerda.....	22
Figura 3.4 Ensaio com censura múltipla	22
Figura 3.5 Ensaio com estresse constante	24
Figura 3.6 Ensaio com estresse escalonado.....	24
Figura 3.7 Ensaio com estresse cíclico.....	24
Figura 3.8 Ensaio com estresse progressivo.....	24
Figura 3.9 Função de distribuição de falhas.....	26
Figura 3.10 Função densidade de Distribuição	26
Figura 3.11 Função Taxa de falha	26
Figura 3.12 Função de Falhas acumulada	28
Figura 3.13 Função de Distribuição de falhas Normal	31
Figura 3.14 Função densidade de probabilidade Normal	31
Figura 3.15 Função de distribuição de falha log-normal.....	33
Figura 3.16 Função densidade de falha log-normal	33
Figura 3.17 Tempo de falha vs. estressamento	35
Figura 3.18 Função de mortalidade	38
Figura 3.19 Função de mortalidade linearizada	39
Figura 3.20 Significado gráfico do intervalo de confiança	56
Figura 3.21 Relação entre o nível de confiança e o comprimento do intervalo de confiança para um parâmetro desconhecido	57
Figura 4.1. Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull	65
Figura 4.2 Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.4 considerando uma distribuição tipo Weibull	68
Figura 4.3 Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.5 considerando	

uma distribuição tipo Weibull	69
Figura 4.4 Gráfico de percentuais representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull	70
Figura 4.5 Gráfico de residuais calculados pelo método dos M. Q., representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull	71
Figura 4.6 Modelo Potência Inversa com distribuição Weibull	72
Figura 5.1. Organograma do programa “ENSACE”. Menu Entrada de Dados	100
Figura 5.2. Organograma do programa “ENSACE” (continuação). Menu Processamento dos Dados	100
Figura 5.3. Janela principal do programa “Ensace”	101
Figura 5.4.e Figura 5.5. Janelas para seleção do tipo de dado e unidades dos mesmos.....	102
Figura 5.6 e Figura 5.7. Janelas para seleção do modelo, número de níveis do ensaio, quantidade de amostras por níveis e estresse.....	102
Figura 5.8. Janela para entrada dos tempos até a falha e sua classificação.....	103
Figura 5.9. Janela principal da subrotina para selecionar uma base de dados.	104
Figura 5.10 Janela com a base de dados a processar.....	104
Figura 5.11. e Figura 5.12 Janelas para seleção do nível de significância desejada nos cálculos dos limites de confiança para os parâmetros estimados dos modelos	105
Figura 5.13. Janela de resultados por Mínimos Quadrados	106
Figura 5.14. Resultados do teste para comprovar a linearidade do modelo.....	106
Figura 5.15. Gráfico de percentuais para a Distribuição de Weibull –Potência Inversa.....	107
Figura 5.16. Gráfica de Probabilidades de Weibull para a base de dados escolhida	108
Figura 5.17. Resultados do cálculo do <i>Ranking</i> para cada nível de estresse.....	109
Figura 5.18. Resultados do cálculo para cada nível separado.....	109
Figura 5.19. Gráfico de residuais para cada nível separado.....	110
Figura 5.20. Gráfico de Residuais para os dados em conjunto por Mínimos Quadrados	111
Figura 5.21. Resultados do cálculo geral de residuais por Mínimos Quadrados.	112
Figura 5.22. Janela de resultados para ambos métodos.....	112
Figura 5.23. Janela com resultados da Matriz da Variância – Covariância.	113
Figura 5.24. e Figura 5.25. Entrada do nível de estresse para calcular percentuais e estimado dos mesmos por Máxima Verossimilhança	113
Figura 5.26. Gráfico de Percentuais para o Nível de Estresse Selecionado.....	114
Figura 5.27. Gráfico de residuais calculados pelo método de M.V.	114

Figura 5.28. Resultado do cálculo de residuais por M.V.	115
Figura 5.29. Exemplo processado pela distribuição Log – Normal.	116
Figura 5.30. Resultado do teste para comprovar se o desvio padrão é constante	116
Figura 5.31. Resultado do teste para comprovar a linearidade do modelo	116
Figura 5.32. Resultados do método da Máxima Verossimilhança	117
Figura 5.33. Matriz da Variância – Covariância, para distribuição Log – Normal.....	117
Figura 5.34. Percentuais estimados para a distribuição Log - Normal.....	118
Figura 5.35. Gráfico de Percentuais para distribuição Log – Normal e valor de estresse de 20 Kv.	118
Figura 5.36. Gráfico de residuais para níveis por separado	119
Figura 5.37. Gráfico de residuais por Mínimos Quadrados para dados agrupados.....	119
Figura 5.38. Gráfico de residuais por M.V. para dados agrupados.....	120
Figura 5.39. Gráfico de Probabilidades (Log – Normal) para os sete níveis do ensaio	120
Figura 5.40. Gráfico dos Percentuais 1%, 50% e 99%, para distribuição Log – Normal	121

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Materiais, Medida de Performance e variável de estresse utilizado.....	14
Tabela 3.1. Percentuais padrão.....	29
Tabela 4.1. Ensaio completo com 4 níveis com cálculo do <i>Ranking</i> por (4.13).....	64
Tabela 4.2. Dados Resultantes do Ensaio Empregado.....	66
Tabela 4.3. Resultados Obtidos pelo Método da Categoria Mediana.....	66
Tabela 4.4. Exemplo de ensaio com censura a direita com 4 níveis.....	67
Tabela 4.5. Exemplo de ensaio com censura múltipla com 4 níveis.....	68
Tabela IV. 1. Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição (Log) Normal.....	145
Tabela IV. 2: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição Weibull)	149

Nomenclatura

Letras Latinas

- A – constante de posição, parâmetro característico do produto
- B – fator proporcional à energia de ativação
- B – estimador do parâmetro β
- C – variável intermediária
- C_1 – estimador do parâmetro γ_1
- C_0 – estimador do parâmetro γ_0
- d – estimador do parâmetro δ
- DG – derivada de G
- E – energia de ativação
- E(t) – média da distribuição de valor extremo e normal
- exp – função exponencial
- F ou S – falha ou suspensão
- F – valor calculado da distribuição F
- F(t) – função de distribuição de falha
- F^* – estimador da função F(t)
- F^{-1} – matriz de informação de Fisher
- f(t) – função densidade de probabilidade da distribuição de falha
- G – função dependente dos parâmetros do modelo
- h – variável erro
- I_j – incremento do número de ordem
- i,j,k – contadores
- K – constante de Boltzman [°C]
- Ln – logaritmo natural
- Li – Função de máxima verossimilhança
- m – estimador do parâmetro μ

n – número de amostras
 n_s – número de amostras suspensas
 n_a, n_b, n_m – número de amostras no nível alto, baixo e médio
 N_j – número de ordem da falha atual
 n_t – número total de amostras
 P – probabilidade de falha
 P_a, P_p – probabilidade de falha, no nível alto e de projeto
 P_a – porcentagem de falha
 Q – valor calculado do teste por distribuição Chi - Quadrado
 Q_j – quantidade testada
 r – quantidade de falhas
 r_j – categoria mediana ou media
 $R(t)$ – função de confiabilidade
 $R' e R''$ – fatores do plano de Meeker
 t_r – duração do ensaio
 t_s – tempo de censura
 T – temperatura [$^{\circ}\text{C}, ^{\circ}\text{K}$]
 t – variável Tempo
 S – estimador do desvio padrão
 S_{yy} – soma quadrática das Y
 S_{xx} – soma quadrática das X
 S_{xy} – soma combinada das Y e X
 X – variável Estresse
 \bar{X} – valor médio da variável Estresse
 X_0, X_p – estresse de projeto
 X_a – estresse no nível alto
 X_b – estresse no nível baixo
 X_m – estresse no nível médio
 X_{mt}, Y_{mt} – media total de todos os dados
 Y – Função dos tempos até a falha ou de residuais, segundo seja o caso
 Y_p – estimador do ξ
 \bar{Y}, Y_m – valor médio de Y
 Z, Z_p – percentual normal padrão

V e V' – fatores de variância

Sqm, Ste, Srto, Sme, too, Tot, tot, Za, Fto, So1, S1o, t1, Tot1, t3, Tot3, S11, t4, Tot4, S2o, t5 Tot5, So2, t6, Tot6, Zi, t21, tt3, tt2, t2, tt2 – variáveis intermédias utilizadas no capítulo 4 para dedução das equações gerais de cálculo pelo método de M.V.

Letras Gregas

(1- α) – nível de confiança

α_p – parâmetro de escala da distribuição de Weibull, vida característica

α_p^* – estimador do parâmetro de escala da distribuição de Weibull, vida característica

β – parâmetro de forma da distribuição de Weibull

χ^2 – distribuição Chi – quadrada

δ – parâmetro de escala da distribuição de Valor Extremo

ε – variável erro ou valor residual

γ – nível de confiança

γ_0 e γ_1 – parâmetros característicos do modelo estresse x vida

η_p – percentual da distribuição de Valor Extremo

φ - função densidade de probabilidade normal padrão

$\lambda(t)$ – função taxa de falha

μ – média da distribuição normal ou log-normal

μ_p – percentual Padrão

ν – graus de liberdade

π – constante Pi = 3.1416

θ – parâmetro

θ_l – valor inferior do Parâmetro θ

θ_s – valor superior do Parâmetro θ

σ – desvio Padrão

τ – valor calculado para o teste de comprovação do parâmetro de forma da distribuição de Weibull

τ_p – percentual da distribuição de Weibull

ξ – parâmetro de locação da distribuição de Valor Extremo

ζ' e ζ'' – fatores de correção

Φ – função de Falha normal Padrão

∇ – Gradiente

∂ – Derivada parcial

Superescritos

\wedge - indica estimador do parâmetro base

' indica transposta de uma matriz ou vetor

Abreviações

ALT	Accelerated Life Test
ADT	Accelerated Degradation Test
DLT	Design Limits Test
BI	Burn-In
ESP	Environmental Strife – Prototype Test
M.V.	Máxima Verossimilhança
M.Q.	Mínimos Quadrados
MTTF	Tempo médio até falha
RDE	Robust Design Experiment
ST	Screening Test
Var	variância

Siglas

DPM	Departamento de Projeto Mecânico
------------	----------------------------------

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação do Trabalho

O rápido avanço da tecnologia, o desenvolvimento de produtos altamente sofisticados, a intensa competição global, e o incremento da expectativa do cliente, combinaram-se para fazer uma nova pressão nos fabricantes com o objetivo de produzir uma alta qualidade nos produtos. Os clientes desejam comprar produtos que sejam confiáveis e seguros; sistemas, veículos, máquinas equipamentos, etc., deveram cumprir as funções de projeto com alta probabilidade de sucesso, segundo determinadas condições de operação, por um período de tempo especificado. Ao fabricar-se um produto deve-se levar em consideração muitos fatores, pois, para introduzi-lo com êxito no mercado, é preciso que o produto esteja dentro dos padrões de qualidade existentes. Uma das questões relacionadas diretamente com a qualidade é a confiabilidade ou seja o produto deve ser “confiável” para poder conquistar o mercado. Para determinar em que nível ele é “confiável”, torna-se necessário a realização de testes (ensaios) para determinar ou controlar a confiabilidade do produto. Nos ensaios de determinação da confiabilidade, geralmente verifica-se a Lei de distribuição de falhas para o produto dado, valorando-se a correspondência entre os índices reais da confiabilidade dos produtos e os requisitos das condições técnicas. Em ensaios de controle da confiabilidade verifica-se se o produto cumpre com índices quantitativos prefixados de aceitação. Estes ensaios são utilizados em uma ou em várias das seguintes fases das verificações experimentais:

- Concepção ou desenvolvimento do produto.

- Protótipos.
- Pré-série de fabricação.
- Produção normal.
- Utilização real do produto (uso efetivo).

Os testes deveriam ser executados de forma que a informação fosse obtida rapidamente e com um baixo custo econômico, daí a necessidade de utilizar metodologias para realizar os ensaios, que revelem as possíveis falhas dos produtos em condições de uso normal mais rápido, ou seja Ensaio Acelerado.

Os ensaios acelerados de vida, são normalmente ensaios de laboratório com pouca duração e seu objetivo fundamental é provocar um rápido aparecimento das falhas, com condições de estressamento superiores as normais, para determinar com maior rapidez a confiabilidade, sem a necessidade de se esperar um longo período de funcionamento em condições de uso normal, o qual poderia permitir que produtos fracos de confiabilidade saíssem ao mercado, com as correspondentes perdas econômicas para a indústria. O planejamento destes ensaios e o processamento dos dados fornecidos para fazer a extrapolação das condições de uso normal, é uma tarefa complexa que requer um conhecimento profundo dos métodos estatísticos disponíveis para o processamento dos dados, dos mecanismos de falha em condições de uso normal e das metodologias existentes para cada caso.

Na realização destes ensaios é necessário fazer o processamento estatístico dos dados obtidos, aspecto este, que hoje não se concebe sem um processamento computadorizado. Nos itens a seguir pode-se ver como devem ser utilizadas todas estas questões, e apresenta-se um programa desenvolvido especialmente para o processamento dos dados provenientes de ensaios acelerados de vida.

Por último, é preciso entender que, prever ou medir indiretamente a confiabilidade baseado nos ensaios de laboratório, tem um alto potencial de imprecisão, mas é o único caminho a seguir no desenvolvimento de muitos produtos, equipamentos e máquinas.

1.2 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo sobre os ensaios acelerados mais utilizados na indústria para determinar ou confirmar a confiabilidade de um item, e das metodologias atualizadas para a análise dos ensaios acelerados de vida dos produtos e implementar programas de computação em linguagem VISUAL BASIC que permitam o gerenciamento e adequação de dados em alguns destes ensaios. Para se atingir este objetivo, foi necessário fazer um estudo das metodologias existentes para o planejamento dos ensaios, dos modelos de aceleração dos mecanismos de falha mais utilizados, das distribuições estatísticas mais utilizadas (Weibull, Log-normal, Normal), dos métodos para estimar os parâmetros dos modelos e das distribuições, dos métodos de maximização de funções não lineares e por último, da linguagem de programação VISUAL BASIC.

1.3 Apresentação da Dissertação

Este trabalho apresenta, no Capítulo 2, uma Revisão Bibliográfica sobre o tema, abrangendo os materiais aos quais são aplicados ensaios acelerados na engenharia, os tipos de ensaios aplicados a estes materiais e das variáveis de estressamento de aceleração utilizadas nos ensaios.

No capítulo 3 são apresentadas uma classificação dos tipos de ensaios de acordo com os dados utilizados ou critérios de conclusão dos ensaios, as metodologias ou procedimentos mais utilizados nos ensaios e as distribuições mais utilizadas nos mesmos, assim como, os modelos mais empregados.

O Capítulo 4 apresenta em primeiro lugar o desenvolvimento dos modelos para cada distribuição e as metodologias aplicadas no trabalho para o processamento dos dados provenientes dos ensaios acelerados. Aqui foram desenvolvidas as três metodologias utilizadas num programa denominado “Ensace”, elaborado no trabalho para a análise dos dados, ou seja a análise gráfica dos dados, o método dos Mínimos Quadrados e o método de Máxima Verossimilhança desenvolvidos para as distribuições de Weibull, Log-normal e Normal e modelos de Arrhenius e da Potência Inversa , também se apresentam os testes estatísticos para comprovar a validade dos ensaios como outra opção do programa.

No Capítulo 5 apresenta-se o Programa “Ensace” elaborado no trabalho para o processamento de dados, apresentado com exemplos obtidos da literatura consultada, onde se pode ver a utilidade do programa no cálculo dos parâmetros do modelo, da distribuição e os intervalos de confiança para cada parâmetro. Testes estatísticos implementados permitem também comprovar: Se a distribuição estatística é adequada, se o parâmetro que permanece constante na distribuição não muda para os diferentes níveis de estressamento utilizados no ensaio, se o modelo utilizado para relacionar a vida com o estressamento aplicado foi adequado e também oferece informação sobre o cálculo de resíduos para cada distribuição, os gráficos dos mesmos, gráficos de vida vs. estresse aplicado e gráficos de percentuais.

Os Capítulos 6 e 7 respectivamente apresentam as Conclusões e sugestões para próximos trabalhos e a Bibliografia consultada.

Nos Anexos podem ser encontrados os fundamentos dos métodos dos Mínimos Quadrados e Máxima Verossimilhança empregados para estimar os parâmetros da distribuição e dos modelos; o método de Newton-Rapshon modificado para maximização de equações não lineares, utilizados no programa “Ensace”, com o objetivo de obter os estimadores dos parâmetros da distribuição e do modelo que maximiza as equações de Máxima Verossimilhança para cada caso estudado. E finalmente as tabelas para o planejamento dos ensaios.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Aspectos Históricos

Os conceitos de confiabilidade foram inicialmente utilizados com profundidade no período compreendido entre os anos 1930-1940, durante a Segunda Guerra Mundial, na indústria aeronáutica, para conhecer a qualidade entre duas ou mais máquinas, motores, etc. e poder definir a melhor entre estas. Durante a década de 30, a confiabilidade teve um incremento lento, apoiado pelo desenvolvimento da ciência da navegação aérea, considerando-se questões como: O significado da razão de falhas e o valor médio do número de falhas, que aconteciam em aviões. Em 1940, requerimentos da ciência da navegação aérea começaram a ser definidos em termos do número de acidentes por horas de voo. Nesta década aparecem os primeiros trabalhos publicados sobre ensaios em fadiga de materiais apresentados por Miner em 1945 e por Prot em 1948. Também em 1948, Darkin apresentou trabalhos sobre ensaios em isolamentos elétricos .

Durante a década de 1950, começou o desenvolvimento da indústria nuclear e a utilização do conceito de confiabilidade foi mais empregado no projeto de usinas de energia nuclear e seus sistemas de controle, também com o aumento da complexidade dos sistemas eletrônicos, cujas falhas reduziam muito a disponibilidade e aumentavam os custos, foi necessário fazer estudos de confiabilidade para melhorar os mesmos. Nesta época os fundamentos da teoria da confiabilidade foram aparecendo utilizando-se esta técnica em quase todos os trabalhos desenvolvidos, desde missões espaciais, até sistemas computadorizados, softwares complexos, indústrias de processamento químico, etc. Da mesma forma aparecem publicados trabalhos sobre ensaios acelerados em materiais tais como dielétricos, isolamentos elétricos,

como em Whitman e Doigan (1954). Em 1954 aparece o modelo de Coffin para estresse térmica em metais dúcteis. Também, em 1954, aparece o modelo de Weibull para análise de fadiga, de onde surge o modelo de Weibull como distribuição estatística o qual é amplamente utilizado na atualidade pelas facilidades que oferece no ajuste de inúmeros tipos de dados. Sua aplicação é ampla em ensaios normais e acelerados, encontrando-se exemplos da mesma em Harter e Moore (1965), Cohen (1965), Mann (1972), Wingo (1973), Meeker e Nelson (1978), Meeker (1984). etc. Em 1956 Lieblein e Zelen são os primeiros em investigar a fadiga em rolamentos utilizando uma distribuição de Weibull, A partir desse momento, os trabalhos sobre o tema aumentarão de forma considerável. Na década de 1960-1970, a chamada era dos mísseis balísticos e foguetes, desenvolveu-se muito a confiabilidade, sendo criadas as primeiras normas MIL-STD, exigindo estudos sistemáticos de segurança e testes de confiabilidade. Em 1961, o conceito de análise por árvore de falha foi introduzido. Em 1966, o Departamento de Defesa dos EUA adotou os “*Air Force Standards*” e começou a exigir estudos de segurança de sistemas para todos os contratos e em todas as fases do desenvolvimento de sistemas, tomando uma força considerável a realização de ensaios acelerados com o objetivos de obter de uma forma rápida as estimativas de vida de componentes.

Em anos recentes se desenvolveram metodologias para aplicações de ensaios acelerados de forma geral e foram resolvidos muitos problemas estatísticos que existiam nas décadas de 1960 a 1970, Nelson (1982), Lawless (1982), são literaturas obrigatórias de consulta sobre métodos de análise estatística de dados de vida e confiabilidade. Na atualidade, muitas normas estão ficando obsoletas devido aos avanços experimentados nas metodologias de realização e análise de ensaios acelerados.

2.2 Conceitos e Definições

Quando se fala da confiabilidade de um produto, imediatamente surge a noção de como é o desempenho do mesmo, dizer que um produto é confiável, representa uma garantia de bom funcionamento ao longo de sua vida útil, sem ocorrência de quebras ou falhas, porém para as empresas, fabricar produtos confiáveis representa uma garantia de sucesso no mercado, porque implica que a empresa ou as marcas dos produtos por ela fabricados vão alcançar uma reputação no mercado com os conseguintes benefícios econômicos para os fabricantes. Portanto, é preciso definir que significado tem a palavra confiabilidade.

Na literatura consultada existem varias definições de confiabilidade, e atualmente, sua definição está relacionada à definição de qualidade. O melhoramento da confiabilidade é a parte mais importante do melhoramento da qualidade do produto. Existem muitas definições de qualidade do produto, aparentemente a mais acertada é que produtos com baixa confiabilidade não são produtos de alta qualidade. Segundo Condra (1993), “Confiabilidade é qualidade no tempo”

Por outro lado, a confiabilidade como uma medida da qualidade do produto tem sido interpretada de formas diferentes por alguns especialistas. Um dos mais acertados parece ser o conceito aportado por Meeker e Hamada (1995), o qual é apresentado a seguir.

“Confiabilidade é a probabilidade de um ítem de cumprir de forma contínua as funções para a qual foi projetado, para determinadas condições de operação, durante um período de tempo especificado.”

O conceito de confiabilidade de um produto está associado à probabilidade de bom funcionamento do mesmo, por um período de tempo que geralmente deseja-se que seja longo. Quando pergunta-se a alguém sobre a qualidade de um determinado equipamento ou aparelho, geralmente a resposta irá associada a sua durabilidade e qualidade de desempenho, o que estaria diretamente associado à confiabilidade do produto.

Outros conceitos encontrados na literatura são:

Segundo a Norma Brasileira ABNT - NBR - 5462/81 a confiabilidade é: “capacidade de um ítem desempenhar uma função específica, sobre condições e intervalos de tempo pré-determinados”.

Sotskov (1972), define confiabilidade como; “a propriedade de um artigo (peça, componente, elemento, aparato, sistema) de cumprir as funções pré-fixadas, mantendo seus índices de exploração nos limites estabelecidos, para regimes e condições de exploração determinados, durante um intervalo de tempo requerido ou horas de trabalho necessárias”.

Logicamente no primeiro caso a palavra capacidade, não deve estar muito bem empregada, ela é um tanto abstrata, o mais lógico é empregar probabilidade como foi visto anteriormente. A probabilidade, segundo Freitas e Colósimo (1997), define o grau de certeza da capacidade do produto funcionar por um período de tempo predeterminado ou seja é a forma de se medir a confiabilidade.

Portanto, podemos afirmar que: “A confiabilidade é a probabilidade de um item, objeto, componente, sistema, etc., funcionar satisfatoriamente de forma contínua, segundo as diferentes condições de operação para as quais foi projetado, num intervalo de tempo determinado”.

Um aspecto importante na determinação da confiabilidade é o referente à procedência dos dados. Segundo Meeker e Hamada (1995), para se obter com precisão os aspectos relacionados com a confiabilidade do produto é necessário coletar dados de tempo de falhas obtidos de estudos tais como:

- a) Ensaio de vida de Laboratório.
- b) Ensaio de degradação de materiais, equipes e componentes
- c) Projetos experimentais para o melhoramento da confiabilidade
- d) Ensaio de protótipos para conhecer sobre os possíveis mecanismos de falhas
- e) Seguimento cuidadoso das primeiras produções no mercado
- f) Análise de dados de garantia
- g) Seguimento sistemático no tempo dos produtos no mercado.

Neste ponto é necessário definir o conceito de ensaio

Os ensaios segundo Pallerosi(1997) são verificações experimentais relativas à Confiabilidade e Manutenibilidade de um item, componentes ou sistemas, referidos à variável t (tempo, quilômetros, ciclos ou operações, etc.).

Entre as medidas de qualidade, a confiabilidade é uma das mais difíceis de monitorar e controlar, ela pode ser estabelecida diretamente só depois que o produto teve um período grande no mercado. Do mesmo jeito a identificação e retificação da raiz da causa dos problemas de confiabilidade pode ser muito difícil. É por isso que para obter-se uma

estimativa da confiabilidade de um produto, componente, sistema, etc. são realizados ensaios com um número de amostras, extraídas da população total. Estes ensaios podem ser de dois tipos segundo Sotskov (1972):

- a) Ensaios de Conformidade da Confiabilidade
- b) Ensaios de Determinação da Confiabilidade

Pallerosi (1997), definiu estes ensaios da seguinte forma:

Os Ensaios de Conformidade da Confiabilidade correspondem aos testes usados para mostrar, se um valor obtido de confiabilidade de um componente ou sistema satisfaz, ou não às exigências de confiabilidade do projeto, como condição de aceitação do produto.

Os Ensaios de Determinação da Confiabilidade correspondem aos testes usados para determinar a confiabilidade de um componente ou sistema, quando esta não foi fixada com anterioridade ou determinada em base a dados disponíveis.

Estes ensaios podem ser utilizados em uma ou várias fases das verificações experimentais vistas na introdução do capítulo 1 e os mesmos visam principalmente a melhoria das condições de uso, relacionadas à variável tempo (duração). Quando for necessário planejar um destes ensaios, deve-se considerar uma série de passos para garantir o êxito ou a validação dos mesmos, como será visto a seguir.

Normalmente estes ensaios envolvem as seguintes fases de desenvolvimento, Segundo Pallerosi (1997):

- a) Definição dos objetivos a serem atingidos, com a especificação dos requisitos a serem utilizados nos ensaios de conformidade ou qualificação;
- b) Escolha das condições nas quais serão efetuados os ensaios (normais, acelerados, altamente acelerados);
- c) Elaboração das especificações detalhadas dos ensaios, bem como da metodologia adotada (ensaios completos, ensaios censurados tipo I ou Tipo II, etc.);
- d) Execução dos ensaios de laboratório ou de campo;
- e) Avaliação das informações obtidas nos ensaios;

f) Redação dos relatórios dos ensaios de Confiabilidade ou Manutenibilidade.

Para a realização dos ensaios deve-se ter presente também uma série de fatores, os quais são segundo Nelson (1990): Local de realização do ensaio, quantidade disponível de amostras para testar, tempo necessário de prova, etc.

Pallerosi (1997), define também entre outros os seguintes fatores:

- registro histórico do produto (Banco de Dados; se existe ou não);
- tempo necessário para os ensaios, principalmente novos produtos;
- disponibilidade de amostras representativas do produto em quantidades e custos razoáveis;
- custos dos ensaios, os quais podem inviabilizar os objetivos fixados.

Como foi visto acima, os ensaios podem realizar-se em laboratórios (“*Lab-tests*”), ou podem realizar-se no campo (“*Field-test*”) segundo Pallerosi (1997), Freitas e Colosimo(1997), atualmente está generalizada a utilização de ensaios de laboratórios, devido principalmente a:

- menores custos (normalmente com ensaios acelerados);
- melhor verificação dos “extremos normais” de uso do produto;
- maior rapidez na obtenção de melhorias;
- prazo menor para teste de protótipos e lançamentos de novos produtos;
- menos tempo de prova;
- melhor controle das condições ambientais.

A seguir serão apresentadas as definições destes ensaios.

Os ensaios de laboratório, conforme a ABNT - NBR-5462/81 e ABNT - NBR-9320/89, são definidos como “Ensaio de Conformidade da Confiabilidade ou de Determinação da Confiabilidade, feitos nas condições prescritas e controladas, que podem, ou não, simular as condições de campo”.

Os ensaios de laboratório segundo Pallerosi (1997), geralmente são ensaios acelerados, conduzidos de modo a reproduzirem, o melhor possível, os mesmos modos e efeitos das falhas, em tempos mais breves como será visto posteriormente.

Os ensaios de campo são definidos pela ABNT - NBR-5462/81 e a ABNT - NBR-9320/89 como sendo “Ensaio de Conformidade da Confiabilidade ou de Determinação da Confiabilidade, feitos no local de utilização, registrando as condições de operação, ambientais, de medida e manutenção”.

Os dados coletados de ensaio de campo, podem proceder, segundo Freitas e Colosimo (1997), de serviços de assistência técnica autorizados, de amostragem realizados em períodos de funcionamento normal do produto ou seja produtos que já estão no mercado. No caso de produtos novos, ou em fase de desenvolvimento, logicamente não procede este tipo de ensaio e para se obter uma rápida informação sobre os índices de confiabilidade do produto em questão é necessário utilizar outro tipo de ensaio denominado ensaio de vida, que como foi visto anteriormente, é realizado em laboratórios, colocando um determinado número de itens em funcionamento por um certo período de tempo, tentando simular as condições de operação normal do produto. Quando nos ensaios os produtos são submetidos a estressamentos superiores aos utilizados em condições de projeto, ou seja condições mais severas que as de uso normal, com o objetivo de provocar uma rápida aparição das falhas, estes ensaios são denominados ensaios acelerados, sendo na atualidade uma das principais formas de determinar a confiabilidade dos novos produtos. Nestes ensaios utilizam-se níveis de estressamento mais altos da variável que está relacionada diretamente com a vida do produto (por exemplo, pressão, tensão, temperatura, carga, etc, Nelson (1990)). Os dados obtidos por esta via são utilizados para predizer o desempenho dos produtos em condições de uso normal.

A ABNT - NBR-5462/94 [No.2] define como Ensaio Acelerado o “ensaio no qual os níveis das solicitações aplicados são escolhidos de modo a exceder àqueles especificados nas condições de referência, a fim de reduzir o tempo necessário para se observar a reação do item, ou para ampliar esta reação durante um intervalo de tempo. Para ser válido, o ensaio acelerado não deve alterar os modos de falhas básicos e seus mecanismos ou suas prevalências relativas”.

Do anterior pode-se deduzir duas condições básicas no planejamento dos ensaios acelerados, as quais são:

- a) As solicitações aplicadas devem ser maiores que as normais de uso do produto, para assegurar a aparição mais rápida das falhas.
- b) As solicitações não devem alterar os modos, os efeitos, e a criticidade das falhas que aparecem na utilização normal do produto.

É necessário definir também o conceito de estressamento que será empregado no trabalho.

Estressamento: São os valores que tomará a variável que acelera a aparição das falhas dos produtos ou materiais, nos diferentes níveis utilizados na prova, níveis que são superiores aos considerados em condições normais de uso. A variável pode ser temperatura, tensão, tensão elétrica, carga, etc., ou seja são os valores de solicitação aplicados no ensaio.

Outros conceitos relacionas com o tema serão tratados nos item a seguir e no capítulo 3. Referências para os mesmos podem ser encontradas em Lawless(1982), Nelson (1982), Nelson(1990), Freitas e Colosimo (1997).

2.3 Ensaios em Engenharia. Ensaios Acelerados

Em engenharia pode-se encontrar uma grande variedade de ensaios, os quais podem ser classificados em dependência da utilidade ou do mecanismo de falha a avaliar. Os ensaios de materiais que podem ainda ser classificados como destrutivos ou não destrutivos, ensaios de vida, de degradação, etc. O objetivo fundamental deste trabalho é analisar os ensaios acelerados de vida de materiais e produtos, e sobre essa base serão desenvolvidos os tópicos seguintes.

2.3.1 Tipos de Aceleração nos Ensaios

Um teste pode ser considerado acelerado, quando nele são utilizadas condições de prova, que são superiores às condições de uso normal do produto ou material, ou seja são

utilizados níveis de estressamento superiores aos utilizados nas condições de vida normal. Existem duas formas básicas de acelerar a ocorrência das falhas segundo Nelson (1990):

a) Aceleração por alta taxa de uso: Quando os produtos são testados acelerando o tempo de uso dos mesmos.

Aqui pode-se utilizar como exemplo os casos de uma lavadora de roupas, uma geladeira, ou uma cafeteira, etc. os quais não trabalham de forma contínua. Um ensaio acelerado para estes casos poderia ser um trabalho contínuo, durante um período de tempo determinado, e posteriormente extrapolar para o tempo de uso normal. Este tipo de ensaio seria processado como um ensaio normal sem a necessidade de utilizar um modelo de aceleração.

b) Aceleração por altos níveis de estressamento: Quando o produto é submetido a condições de ensaios onde são utilizados níveis de estressamento superiores aos de uso normal, utilizando para isso variáveis de estressamento maiores as normais, podendo ser estas tais como temperatura, tensão, força, vibração, etc., exemplos destes ensaios podem ser encontrados em: Miller e Nelson (1983), Bai et al (1989), Burgaighis (1990), Barton (1991), Moura (1992), Okura (1995), e Freitas e Colosimo (1997).

2.3.2 Materiais, Medida de Desempenho e Tipos de Estressamento de aceleração

Os materiais aos quais se aplicam ensaios acelerados podem ser os mais diversos. Para alguns produtos estão bem definidos quais são os mecanismos de falha que se produzem na utilização dos mesmos e as variáveis de estressamento que se devem utilizar para os ensaios.

Nelson (1990), apresenta uma descrição dos materiais, medida de desempenho e variáveis de estresse de aceleração utilizadas nos ensaios. Na tabela 2.1 são apresentados de forma resumida alguns desses parâmetros.

Tabela 2.1. Materiais, Medida de Desempenho e variável de estresse de aceleração utilizado.

Materiais mais utilizados aos quais se aplicam ensaios	Medida de Desempenho	variável de estresse de aceleração utilizadas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Metais, plásticos, dielétricos, cerâmicos, adesivos, etc. ▪ Alimentos, lubrificantes, Pinturas, Concreto e cimento, etc. ▪ Materiais de construção (madeira, plásticos, vidro, etc.) ▪ Materiais para reatores nucleares ▪ Componentes elétricos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fadiga, fluência , ▪ Início e propagação de trincas ▪ Corrosão ▪ Oxidação ▪ Deslizamento ▪ Desgaste ▪ Propriedades mecânicas ▪ Tempo até a falha ▪ Alongamento, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tensões mecânicas (vibração, impacto, cargas constantes, cargas variáveis) ▪ Pressão ▪ Temperatura ▪ Forma geométrica ▪ Acabamento superficial ▪ Fatores de aceleração químicos: ▪ Umidade ▪ Sal ▪ Ácidos (concentração)

2.3.3 Tipos de Ensaios Acelerados

Os ensaios acelerados podem ser classificados de diferentes formas em dependência dos objetivos e das características dos dados coletados. Nelson (1990), abordou em detalhes aspectos práticos e estatísticos dos ensaios acelerados, no seu livro existem um total de 431 referências sobre ensaios e confiabilidade de forma geral. Meeker e Escobar (1993), fizeram uma pesquisa bibliográfica onde descrevem várias aplicações dos ensaios acelerados. Meeker e Hamada (1995) classificaram os ensaios de confiabilidade em dois tipos fundamentais.

- a) Ensaios de determinação da confiabilidade utilizados para caracterizar componentes e materiais
- b) Ensaios para demonstrar a confiabilidade ou eliminar produtos defeituosos

A seguir apresenta-se uma revisão sobre estes ensaios.

2.3.3.1 Ensaios de Determinação da Confiabilidade

Os ensaios descritos a seguir caracterizam a qualidade do componente e dos materiais, de forma que oferecem informação sobre a taxa de degradação, tipo de distribuição de tempo até falha, do modo de falha conhecido para ocorrências no mercado.

I. ALT (*Accelerated Life Test*) ou Ensaio Acelerado de Vida.

Os produtos são submetidos a condições de teste superiores as de uso normal, para obter uma informação sobre tempo até falha mais rápido que em condições de uso normal do produto. Exemplos destes ensaios aparecem em: Burgaighis (1990), Nelson (1990), Meeker e Escobar (1993), Hirose (1993), Meeker e Hamada (1995) e Freitas e Colosimo (1997).

II. ADT (*Accelerated Degradation Test*) ou Ensaio Acelerado de Degradação.

Quando para o produto a ser testado é impossível obter dados de tempos de falhas, e só é observado um processo de degradação paulatina com o tempo de funcionamento do produto. Nelson (1990), Meeker e Escobar (1993).

III. RDE (*Robust Design Experiment*) Experimento de Projeto Robusto, Condra (1993) e Hamada (1995).

Experimentos conduzidos em projetos de protótipos e subsistemas para obter produtos com alta qualidade e confiabilidade no tempo. Trabalha com múltiplas variáveis, procurando o efeito delas na funcionalidade, na qualidade e confiabilidade do sistema.

IV. ESP (*Environmental Strife Prototype Tests.*) Meeker e Escobar (1993).

Ensaios conduzidos para identificar os modos de falhas de forma rápida e atuar sobre o projeto em caso necessário.

Existem outros tipos de ensaios de confiabilidade que são utilizados para verificar ou demonstrar a confiabilidade final do produto ou usados para eliminar os produtos defeituosos antes de sair ao mercado. Alguns destes são apresentados a seguir:

2.3.3.2 Ensaios de Verificação da Confiabilidade

V. DLT. (*Design Limits Test, Killer Tests*), Teste Limite, Teste do “Elefante”; Nelson (1990).

Neste ensaio o produto a ser testado é submetido a condição muito severa de uso, para um tempo (ou ciclos, quilômetros, etc.) prefixado. Se o produto resistir, ele é aprovado nos testes, e portanto, tem-se maior confiança na utilização do produto. Caso este venha a falhar, deve ser reprojetoado, de maneira a evitar a causa da falha.

VI. BI. (*Burn – In*); Queima Inicial, Nelson (1990).

Este ensaio consiste em testar o equipamento em condições normais de uso ou aceleradas, por um pequeno intervalo de tempo. Esta é uma operação utilizada pela indústria para eliminar os equipamentos sujeitos à mortalidade infantil, ou seja, com parâmetros fracos de qualidade, não eliminados nas inspeções por amostragem. Leemis e Beneke (1990), realizaram uma revisão da literatura sobre este teste e conformam uma estrutura sobre sua utilização. Meeker e Hamada (1995), definem este ensaio como um teste que se utiliza para inspecionar 100% da população do produto e eliminam ou reduzem o número de itens defeituosos que causam mortalidade infantil.

VII. ST (*Screening Test.*). Ensaios de Eliminação de Produtos Defeituosos.

Este ensaio foi desenvolvido como o mais econômico e efetivo meio de eliminar produtos defeituosos de uma população por níveis de testes de sistemas e subsistemas, utilizando complicados níveis de estressamento. Nelson (1990), Meeker e Escobar (1993), apresentam algumas considerações sobre este tipo de ensaio.

No capítulo 3 apresentam-se as metodologias empregadas para o processamento dos Ensaios Acelerados de Vida (ALT) ou seja do primeiro tipo de ensaio dos vistos anteriormente.

Sobre este tipo de ensaio(ALT) se tem apresentado nos últimos anos metodologias para o seu processamento, baseadas em modelos de falhas que identificam os potenciais mecanismos de falhas presentes nas amostras testadas; muitos autores tem trabalhado sobre estas metodologias aportando novas vias e soluções a problemas que se apresentaram na análise e processamento dos dados, exemplos são, Nelson e Hahn (1972) e (1973), Kielpinski

e Nelson (1975), Meeker e Nelson (1975), Nelson (1975), Lawless (1982); Cox e Oakes (1984), Meeker e Escobar (1993); também pode-se dizer que para esse processamento dos ensaios, a literatura reporta a utilização de softwares realizados para tais efeitos, e as dificuldades existentes nos mesmos. Fundamentalmente para lograr a convergência na maximização de funções de máxima verossimilhança, método que é recomendado por Lawless (1982), Nelson (1990) e outros autores para a análise dos dados provenientes dos ensaios acelerados pela vantagem do mesmo com relação a outros métodos ao incluir as suspensões na sua análise, de forma que, podem-se determinar os valores de confiabilidade associados a cada tipo de dado e devido também às propriedades dos estimadores de máxima verossimilhança, que facilitam o cálculo dos intervalos de confiança com uma precisão maior ao ser comparados com outros métodos. Este método pode apresentar problemas de convergência numérica nas rotinas utilizadas para obter os estimadores dos parâmetros envolvidos. Alguns autores abordaram o tema e apresentaram soluções para alguns destes problemas como os casos de Wingo (1973), Jorgensen (1984), Green (1984), que apresentaram soluções para lograr a rápida convergência das funções de máxima verossimilhança. Deve-se ressaltar o meritório trabalho de Thisted (1987) sobre os elementos da computação estatística, no qual foram abordadas as técnicas numéricas utilizadas para dar solução aos diferentes problemas apresentados no tema. Watkins (1994), apresenta uma simplificação do método de máxima verossimilhança para a distribuição de Weibull, combinada com os modelos lineares de Arrhenius e Lei de Potência Inversa. Neste trabalho o autor utiliza duas variáveis unicamente para fazer os cálculos, questão esta que diminui o número de iterações na obtenção dos estimadores de máxima verossimilhança. No seu artigo, recomenda-se utilizar o método de Newton – Rapshon para encontrar os valores que maximizam a função de M.V. e são recomendados valores iniciais para os parâmetros envolvidos que na prática não são satisfatórios quando são processados outros exemplos, os quais conduzem a uma divergência do método de Newton - Rapshon.

Meeker e Escobar (1993) apresentaram uma revisão sobre ensaios acelerados, onde se abordam os aspectos estatísticos básicos e outras questões tais como planejamentos estatísticos dos ensaios e atualidade nos mesmos. Meeker e Hahn (1985) oferecem também os lineamentos gerais que se devem ter em consideração para o planejamento dos ensaios acelerados

Um aspecto importante na hora do planejamento do ensaio é a otimização, ou seleção do melhor plano. Trabalhos sobre esse tema apareceram a partir dos anos 70, como exemplos podem citar-se os trabalhos de Meeker e Nelson (1978), Kielpinski e Nelson (1975) (1976), Miller e Nelson (1983), Bai et all (1989), Barton (1991), Seo e Yum (1991), Sandoh e Fujii (1991), etc. Meeker e Escobar (1995) desenvolveram uma metodologia para realizar o planejamento de ensaios de vida acelerados com dois ou mais fatores experimentais. Khamis et all (1996) apresentaram um plano ótimo de ensaio, para o caso em que são utilizados ensaios de tipo escalonado ou com incremento da carga passo a passo. Por último, Freitas e Colosimo (1997) publicaram um livro da série Ferramentas da Qualidade, onde abordam o tema dos ensaios acelerados de vida, apresentando métodos para fazer a análise destes ensaios, o cálculo do número de amostras a utilizar nos ensaios e metodologias para o planejamento dos mesmos.

Capítulo 3

Planejamento dos Ensaio

3.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se as questões relacionadas com os **Ensaio Acelerado de Vida (ALT)**, ou seja, primeiramente são mostrados os tipos de dados que se podem apresentar ao analisar os ensaios acelerados, em função dos critérios de conclusão dos mesmos e as formas que existem para aplicar o estressamento com as respectivas vantagem e desvantagem de cada um. Posteriormente são apresentadas as distribuições estatísticas mais utilizadas para analisar os dados de tempo de vida procedentes destes ensaios, assim como os modelos mais utilizados para correlacionar o estressamento x vida e as considerações que de forma geral tem que estar presentes na hora de planejar os ensaios acelerados; também se apresentam os tipos de planos existentes na atualidade para realizar os mesmos, levando esta análise à proposta ou recomendação de um plano adequado com o correspondente cálculo do número de amostras necessário para realizar os ensaios. Este cálculo é realizado tendo em conta a precisão desejada na análise e determinação das estimativas dos parâmetros característicos presentes nos cálculos e dos intervalos de confiança para os parâmetros desconhecidos.

3.2 Tipos de Dados de Confiabilidade de acordo com os critérios de conclusão (Término) dos Ensaio

Os dados provenientes dos ensaios acelerados podem ser de dois tipos fundamentais, baseados nos mecanismos utilizados para a definição da duração dos mesmos: Os ensaios podem ser conduzidos até que todos os item falhem ou até um predeterminado tempo de

ensaio (tipo I) ou podem ser conduzidos até que um número de falhas ocorra no ensaio (tipo II). Na continuação apresenta-se uma classificação dos ensaios segundo os tipos de dados que se podem encontrar.

3.2.1 Ensaios Completos do Tipo I

Todos os itens (componentes, sistemas) da amostra são testados até a falha (F), medindo-se os tempos até (entre) falhas (t), de cada item. A quantidade acumulada de falhas (r) ao final do ensaio é igual ao tamanho da amostra (n), ou seja, $r = n$.

A duração total acumulada do ensaio é dada por:

$$t_r = \sum_{i=1}^n t_i \quad (3.1)$$

onde t_i é a duração (tempo, quilômetros, ciclos, etc.) correspondente a cada i -ésima falha, cuja variação é mostrada na fig.3.1. Os itens falhados não são substituídos ou reparados.

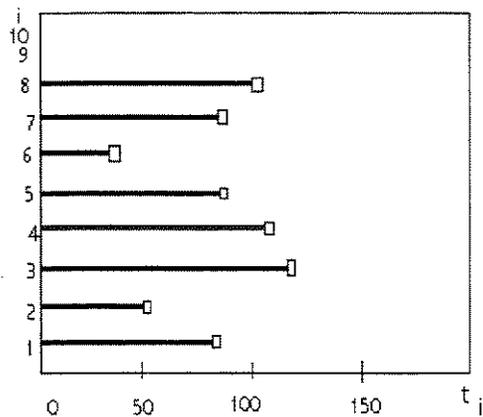


Figura 3.1 Ensaio completo

3.2.2 Ensaios Unicensurados a Direita do Tipo I ou Tipo II

Quando se analisam dados de vida, algumas vezes, encontram-se amostras que não falham no ensaio e seus tempos de falha são conhecidos só depois de um tempo determinado. Esses dados são conhecidos como censurados a direita ou truncados. As unidades ou amostras

que não falham, se denominam como suspensas ou sobreviventes. Este tipo de ensaio pode ocorrer quando:

- a) Suspende-se o teste após um tempo predeterminado, Tipo I. (figura 3.2).
- b) Suspende-se o teste quando se alcançam um número de falhas predeterminado restando amostras que não falharam, Tipo II.

Se todas as unidades censuradas tem um tempo de censura comum e todos os tempos de falhas são anteriores ao tempo de censura, se pode dizer que o ensaio é unicensurado a direita. O ensaio é unicensurado quando todas as unidades iniciam juntas nas condições de prova. Cada dado é unicensurado se o tempo de censura é fixo, sendo o número de falhas nesse tempo fixo, aleatório.

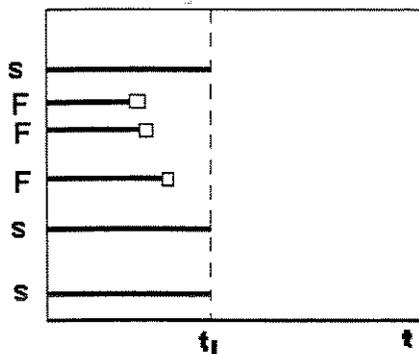


Figura 3.2 Ensaio com censura a direita

3.2.3 Ensaios Unicensurados a Esquerda, do Tipo I ou Tipo II

Similar ao caso anterior, se pode dizer que o ensaio é unicensurado a esquerda se:

O tempo até falha é conhecido antes de certo tempo, a partir do qual serão realizadas as medições; todas as amostras que não continuarem no ensaio a partir desse tempo serão consideradas como suspensões a esquerda. Este caso é pouco freqüente (figura. 3.3).

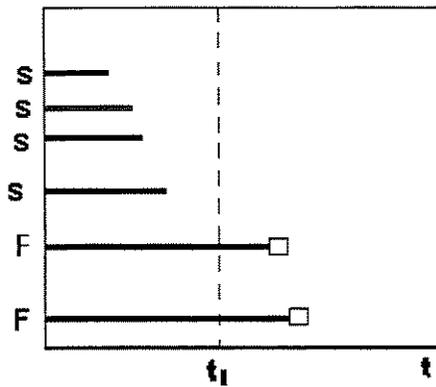


Figura 3.3 Ensaio com censura a esquerda

3.2.4 Ensaios com Censura Múltipla

Muitos dados censurados a direita tem diferentes tempos de censura misturados com os tempos de falha. Neste caso o ensaio é denominado Ensaio com Múltipla Censura. Dados com múltipla censura se podem alcançar quando as unidades vão à prova em tempos diferentes. Podemos encontrar os seguintes casos:

- Algumas unidades ou amostras são retiradas do ensaio sem chegar à falha.
- Algumas unidades são retiradas da prova porque a falha ocorreu por uma causa estranha, por exemplo uma falha no equipamento de prova.

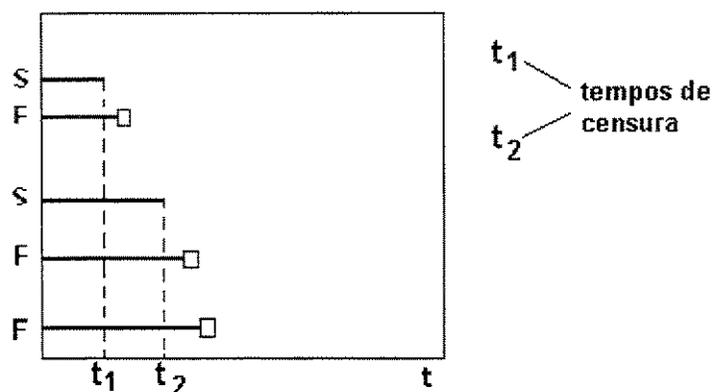


Figura 3.4 Ensaio com censura múltipla

3.3 Metodologias e Procedimentos nos Ensaios acelerados

As metodologias e procedimentos mais utilizados em ensaios acelerados segundo Nelson (1990) e Pallerosi (1997) são:

I- Teste de Estressamento Constante (*Constant-Stress Tests*). (figura 3.5).

Neste teste o estressamento utilizado permanece constante em toda a prova, e os itens são submetidos a estressamento até que todos falham. Este tipo é o mais freqüente, principalmente pela simplicidade dos ensaios e a análise dos resultados, motivo de sua grande aplicação na maioria das normas e procedimentos de ensaios acelerados adotados pelas empresas. Exemplo deste tipo de ensaio poderia ser: Comprovação do isolamento de um motor elétrico para diferentes níveis de temperatura, mantida constante em cada nível de estressamento.

II- Teste de Estressamento Passo a Passo ou Escalonado (*Step-Step-Stress Tests*). (figura 3.6).

Neste tipo de ensaio o estressamento aumenta passo a passo, em forma de patamares (degraus) ao longo da duração do ensaio, aqui considera-se que existe uma relação linear entre a estresse e o tempo até a falha, e se usam dois valores de estressamento extremos, os quais poderiam provocar uma variação no mecanismo de falha. Khamis (1996), propõe uma variante ideal deste método, com 3 níveis de estresse (X_1, X_2, X_3), onde $X_1 < X_2 < X_3$, considerando que a distribuição de vida é uma distribuição exponencial. Dorp (1996), desenvolveu um modelo de Bayes para este ensaio considerando também um distribuição exponencial. Tyoskin e Krivolapov (1996), utilizaram um modelo não-paramétrico para analisar os ensaios com estresse passo a passo.

III- Teste de Estressamento Progressivo (*Progressive Stress Tests*). (figura 3.7).

Neste teste a variável de estressamento é incrementada linearmente com o tempo de teste, Bai (1992), apresenta um exemplo de teste deste tipo denominado "*Simple Ramp - Tests*", com dois diferentes incrementos lineares da variável de estressamento, este é um caso particular de teste de estresse progressivo, utilizando a distribuição de Weibull como modelo estatístico. Lin (1991), apresenta um caso de teste de estresse progressivo analisado por um método não paramétrico, onde a função de transformação de tempo é uma versão da "Lei de Potência Inversa". A principal vantagem deste estressamento é provocar quantidades crescentes de falhas é sua principal desvantagem é que na maioria dos casos não tem correspondência com o estressamento no uso normal do produto.

IV- Teste de Estressamento Cíclico. (figura 3.8).

Neste teste cada amostra (ou item) é submetido a um estressamento com uma dada periodicidade, com valores fixos na duração e nos estresses aplicados, com valores limites inferiores e superiores. Este tipo de teste é processado como se fosse um teste com estressamento constante, sempre que mantenha constante a amplitude do estresse, a frequência e o estresse médio

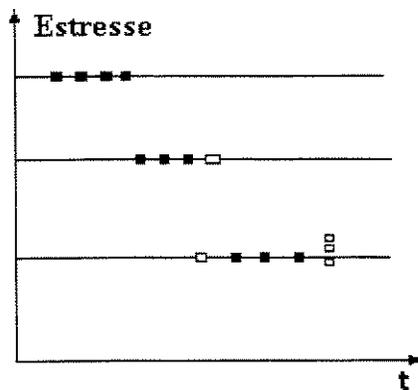


Figura 3.5 Ensaio com estresse constante.

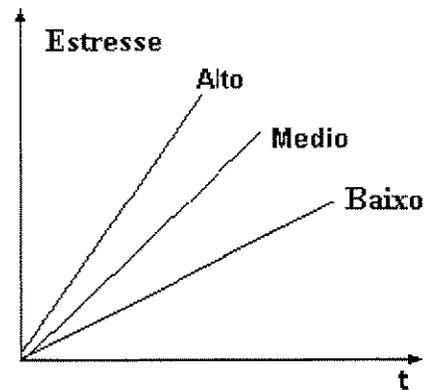


Figura 3.7 Ensaio com estresse progressivo.

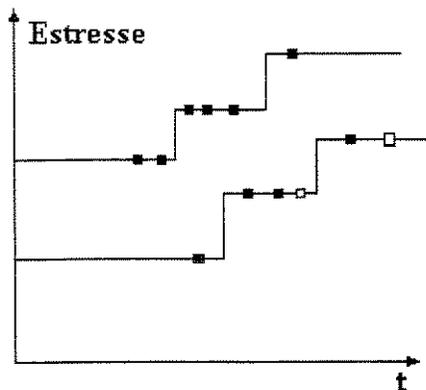


Figura 3.6 Ensaio com estresse escalonado.

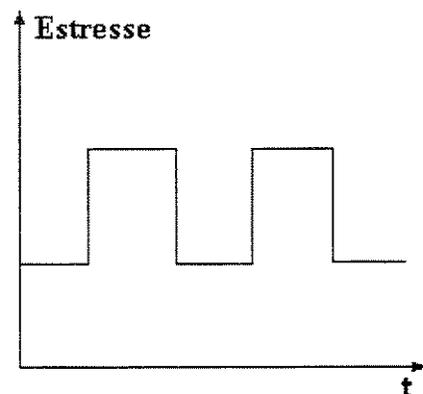


Figura 3.8 Ensaio com estresse cíclico.

3.4 Distribuições Estatísticas

Os dados obtidos a partir dos ensaios acelerados são processados e ajustados a um modelo de distribuição com o objetivo de estimar a taxa de falhas sob condições de uso normal. As distribuições mais usadas conforme Nelson (1990), Rajogopal (1990), Ramakumar (1993), Cavalca (1997) são quatro: Distribuição Exponencial, Weibull, Gamma, Normal e Log-normal.

A seguir serão apresentadas as distribuições a ser utilizadas.

3.4.1 Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull foi proposta inicialmente por W. Weibull em 1954 para tempos de falha devido a fadiga de metais, ela é a mais utilizada para descrever o tempo de vida de produtos; muitos autores generalizam a utilização desta função devido às diversas formas que ela toma; exemplo de utilização pode-se ver em: Sheng et al. (1994), neste trabalho os autores fazem uma proposta de generalização da distribuição de Weibull para selecionar o produto mais confiáveis. Guido (1994), faz uma proposta de uma metodologia para Ensaios acelerados baseado nesta distribuição, e cabe destacar que em algumas ocasiões a distribuição de Weibull não apresenta um ajuste adequado para os dados analisados, sobretudo em exemplos de ensaios por temperatura, nos quais se tem verificado que a distribuição log-normal apresenta melhores resultados. A distribuição de Weibull, segundo Nelson (1990), tem sido utilizada em ensaios acelerados para descrever propriedades de produtos como, tensão (elétrica ou mecânica), alongação, resistência, etc., além de ser usada também em ensaios acelerados para descrever a vida de rolamentos, componentes eletrônicos, cerâmicas, capacitores, dielétricos, etc.

Função de Distribuição de Falhas acumuladas. A fração de falha da população para uma idade t será.

$$F(t) = 1 - \exp \left[- (t / \alpha_p)^\beta \right], \quad t > 0. \quad (3.2)$$

O fator de escala (α_p) e o parâmetro de forma da distribuição (β), são positivos; α_p é denominado como a vida característica da distribuição. β , é adimensional e representa a inclinação da reta quando é determinado através da carta de probabilidades de Weibull. Para muitos produtos e materiais o parâmetro β varia de 0,5 a 5. A figura 3.9 mostra a função de distribuição de falhas para diferentes valores de β .

Função densidade de probabilidades. A função tem a forma seguinte:

$$f(t) = (\beta / \alpha_p)^\beta t^{\beta-1} \exp \left[- (t / \alpha_p)^\beta \right], \quad t > 0. \quad (3.3)$$

A figura 3.10 mostra a função densidade de probabilidades, onde se pode ver que o parâmetro β da distribuição determina a forma da curva, para $\beta = 1$, a distribuição de Weibull se transforma na distribuição exponencial. Segundo o próprio Nelson (1990), existem porém casos, onde se pode verificar que a distribuição de Weibull se ajusta melhor que a distribuição exponencial, normal e log-normal.

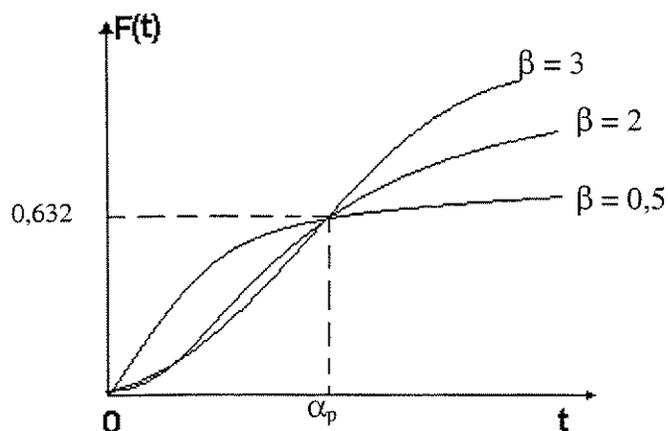


Figura 3.9 Função de distribuição de falhas acumuladas

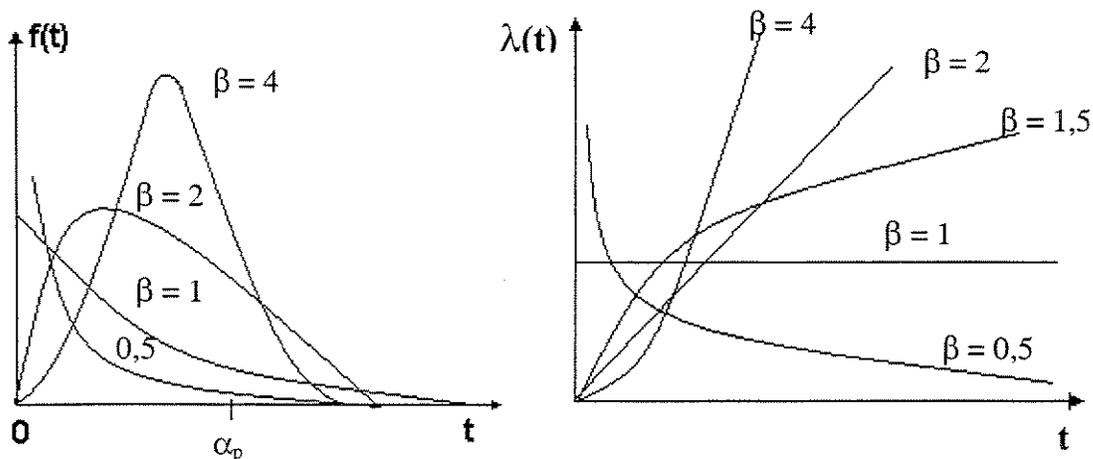


Figura 3.10 Função densidade de probabilidades. **Figura 3.11** Função Taxa de falha.

A função de Confiabilidade de Weibull, $R(t)$ representa a fração de sobrevivência da população para uma idade t :

$$R(t) = \exp \left[- (t / \alpha_p)^\beta \right], \quad t > 0. \quad (3.4)$$

Em muitos casos, é necessário conhecer o tempo para o qual terá falhado uma predeterminada proporção da população, nesse caso esse tempo é denominado percentual; cada distribuição tem uma expressão característica para os percentuais, determinada como a solução de $P = F(\tau_p)$. Na análise de dados de vida geralmente é desejado determinar os percentuais 1% e 10%. O percentual 50% é usualmente denominado como a vida típica, ele representa o tempo para o qual terão falhado o 50% da população.

Percentuais Weibull: O 100%P percentual da distribuição de Weibull é a solução da equação (3.2), ou seja, de: $P = F(\tau_p) = 1 - \exp \left[- (\tau_p / \alpha_p)^\beta \right]$ e é dado por:

$$\tau_p = \alpha_p \left[- \ln (1 - P) \right]^{1/\beta} \quad (3.5)$$

e τ_p representa o tempo para o qual terão falhado uma porcentagem determinada da população, para a distribuição de Weibull, exemplo, 1%, 10%, 50%, 63,2%, etc.

Na maioria dos casos os ensaios acelerados perseguem o objetivo de determinar uns destes percentuais, para estabelecer por exemplo os períodos de garantia adequados para um produto de forma a não causar perdas ou deteriorar a imagem do produto no mercado.

Função Taxa de falha. A função taxa de falha relaciona a função densidade de probabilidade com a função de confiabilidade. Para a distribuição de Weibull será

$$\lambda(t) = (\beta / \alpha_p) (t / \alpha_p)^{\beta-1}, \quad t > 0. \quad (3.6)$$

A figura 3.11 mostra a função taxa de falha, ela é crescente para $\beta > 1$, e decrescente para $\beta < 1$. Para $\beta = 1$ (Distribuição exponencial), a taxa de falha é constante.

3.4.2 Distribuição de Valor Extremo

A distribuição de valor extremo ou também chamada distribuição de Gumbel, tem uma relação direta com a distribuição de Weibull, relação que é aproveitada por muitos autores para realizar os cálculos, quando é assumida uma distribuição de Weibull. O logaritmo natural dos tempos de vida de uma distribuição de Weibull, tem uma distribuição de valor extremo ou seja, se a variável tempo tem uma distribuição de Weibull, então o ln do tempo de vida tem uma distribuição de valor extremo com a seguinte função de distribuição de falhas.

$$F(t) = 1 - \exp \left\{ - \exp \left[\frac{(t - \xi)}{\delta} \right] \right\}, \quad -\infty < t < \infty. \quad (3.7)$$

Onde ξ é denominado parâmetro de locação e pode ter qualquer valor entre $-\infty < t < \infty$. ξ representa o 63,2 percentual. O parâmetro de escala δ é positivo, e determina o espaçamento da distribuição, ξ e δ tem as mesma unidades de t, exemplo, horas, minutos segundos, ciclos, etc. a figura (3.12) representa esta função.

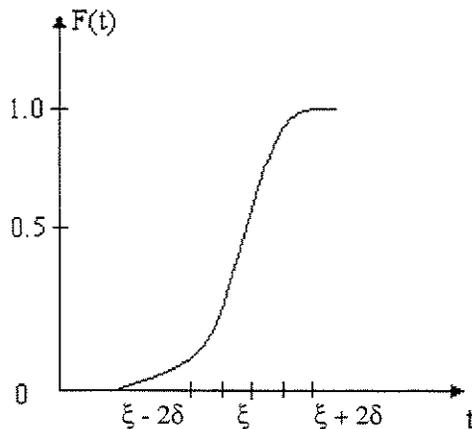


Figura 3.12 Função de Falhas acumuladas.

A função densidade de probabilidades será:

$$f(t) = (1/\delta) \exp \left[\frac{(t - \xi)}{\delta} \right] \exp \left\{ - \exp \left[\frac{(t - \xi)}{\delta} \right] \right\}, \quad -\infty < t < \infty. \quad (3.8)$$

Os percentuais de valor extremo serão dado por:

$$\eta_p = \xi + \delta \mu_p \quad (3.9)$$

onde $\mu_p = \ln[-\ln(1 - P)]$ representa o 100p% percentual de uma distribuição de valor extremo padrão com ($\xi = 0$ e $\delta = 1$). Por exemplo $\eta_{0,63} \approx \xi$, parâmetro de escala, e $\mu_{0,63} \approx 0$. Os percentuais padrão são

Tabela 3.1. Percentuais padrão

100p%:	0,1	1	5	10	50	63,2	90	99
μ_p :	-6,907	-4,600	-2,970	-2,250	-0,367	0	0,834	1,527

A média e o desvio padrão da distribuição de valor extremo serão:

$$E(t) = \xi - 0,5772\delta \quad \text{e} \quad \sigma(t) = 1,283 \delta, \quad \text{onde } 0,5772 \text{ é a constante de Euler e } 1,283 = \frac{\pi}{\sqrt{6}}.$$

A média é o ponto 42,8% da distribuição.

Existe uma relação entre as distribuições Weibull e de Valor Extremo que facilita a análise de dados provenientes da distribuição Weibull. O logaritmo natural de uma variável com distribuição Weibull com parâmetros α_p e β tem uma distribuição de valor extremo com média ξ e desvio padrão σ . Esta relação significa que dados provenientes de uma distribuição Weibull podem ser analisados segundo uma distribuição de valor extremo se trabalha-se com o logaritmo natural dos dados ao invés de seus valores originais.

Para o \ln (vida), os parâmetros de forma e de escala da distribuição de Weibull, (β e α_p), se relacionam por:

$$\xi = \ln(\alpha_p); \quad \text{e} \quad \delta = 1/\beta \quad (3.10)$$

E da mesma forma os parâmetros de Weibull, em função do desvio padrão e da média serão:

$$\beta = 1,283 / \sigma(t) \quad \text{e} \quad \alpha_p = \exp [E(t) + 0,4501\sigma(t)] \quad (3.11)$$

Estas relações são utilizadas no capítulo 4 para fazer os cálculos dos parâmetros do modelo e à distribuição pelo método dos mínimos quadrados.

3.4.3 Distribuição Normal

A distribuição normal ou de Gauss é utilizada para descrever produtos que falham por desgaste, onde a taxa de falha se incrementa continuamente, ela tem sido usada em ensaios acelerados para descrever a vida do filamento das lâmpadas incandescentes e de isolamentos elétricos, também tem sido usada para descrever propriedades de produtos tais como resistência (mecânica ou elétrica), alongação, e resistência ao impacto.

Função de Distribuição Normal acumulada: A fração de falha da população para uma idade (t) será:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t-\mu}{\sigma} \right)^2 \right] dt, \quad -\infty < t < \infty. \quad (3.12)$$

Aqui μ é a média da população e pode ter qualquer valor. σ é o desvio padrão e deve ser positivo. Ambos tem as mesmas unidades de medidas de t , exemplo, horas, meses, ciclos, etc. Na figura 3.13 pode ser visto o gráfico desta função. A função anterior pode ser expressa também em termos da função de distribuição normal padrão acumulada $\Phi(z)$ como:

$$F(t) = \Phi \left[\frac{t-\mu}{\sigma} \right], \quad -\infty < t < \infty. \quad (3.13)$$

onde

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{u^2}{2} \right] du, \quad -\infty < z < \infty. \quad (3.14)$$

$\Phi(z)$ pode ser encontrada em tabelas que aparecem nos livros básicos de estatística, assim como em Nelson (1990).

Função densidade de probabilidade (figura 3.14):

$$f(t) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad -\infty < t < \infty. \quad (3.15)$$

Função densidade de probabilidade Normal Padrão: Corresponde a uma distribuição Normal com $\mu=0$ e $\sigma=1$.

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right], \quad -\infty < z < \infty. \quad (3.16)$$

Uma função densidade de probabilidade Normal pode ser escrita em função da normal padrão da seguinte forma.

$$f(t) = (1/\sigma)\varphi\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right], \quad -\infty < z < \infty. \quad (3.17)$$

Percentual Normal: O 100% percentual é dado por:

$$\eta_p = \mu + z_p\sigma; \quad (3.18)$$

onde $z_p = \Phi^{-1}(P)$ é o 100% percentual da distribuição normal padrão, ou seja z_p satisfaz $P = \Phi(z_p)$, e se pode encontrar tabelado em muitos livros estatísticos. A média (50% percentual) da distribuição normal é $\eta_{.50} = \mu$; e $z_{.50} = 0$.

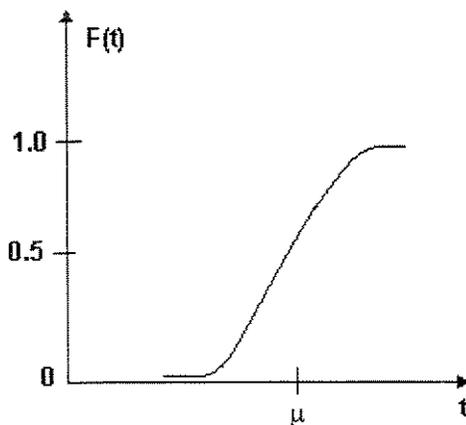


Figura 3.13 Função de Distribuição de falhas Normal.

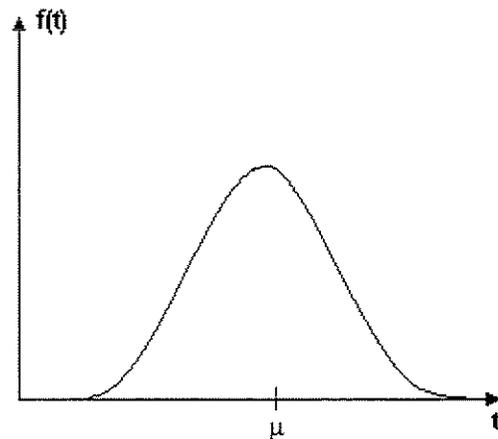


Figura 3.14 Função densidade de probabilidade Normal.

A média normal e o desvio padrão para a distribuição normal são:

$E(t) = \mu$, e $\sigma(t) = \sigma$, os quais são os parâmetros da distribuição.

3.4.4 Distribuição Log-normal

A distribuição log-normal é amplamente usada para analisar dados de vida, exemplos incluem fadiga de metais, isolamentos elétricos, etc. A distribuição log-normal é a que melhor descreve os tempos de vida de componentes semicondutores cujos mecanismos de falha envolvem interações químicas, como as encontradas em processos de corrosão, acúmulo superficial de cargas elétricas, degradação de contatos, etc.

Função densidade de probabilidade:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(t) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad t > 0. \quad (3.19)$$

A figura 3.16 mostra que a função densidade de probabilidade para a distribuição log-normal, tem uma variedade de formas. O parâmetro σ determina a forma da distribuição e o parâmetro μ determina o ponto 50%.

Existe uma relação entre as distribuições log-normal e normal igual que a relação vista anteriormente para a distribuição de Weibull e de valor extremo, e que também facilita a análise de dados provenientes da distribuição log-normal. O logaritmo natural de uma variável com distribuição log-normal com parâmetros μ e σ tem uma distribuição normal com média μ e desvio padrão σ . Esta relação significa que dados provenientes de uma distribuição log-normal podem ser analisados segundo uma distribuição normal se trabalha-se com o logaritmo natural dos dados ao invés de seus valores originais.

Função de distribuição log-normal acumulada: A fração de falha da população para uma idade (t) será:

$$F(t) = \Phi\left[\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right], \quad t > 0. \quad (3.20)$$

$\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada de uma normal padrão, ou seja, de uma normal com média igual a zero e desvio padrão igual a um ($\mu = 0$; $\sigma = 1$) e pode ser encontrada

em tabelas que aparecem nos livros básicos de estatísticas, se podem consultar também Nelson (1990). Para efeito dos cálculos para a distribuição log-normal se substitui t pelo $\ln(t)$.

A figura 3.15 mostra a função de distribuição log-normal, aqui μ é a media do \ln (vida) e pode ter valores de $-\infty$ até ∞ , σ é o desvio padrão do \ln (vida) e deve ser positivo. Os valores de μ e σ são não dimensionais, o \ln (), representa o logaritmo natural; alguns autores, como Nelson(1990) utilizam Log () base 10.

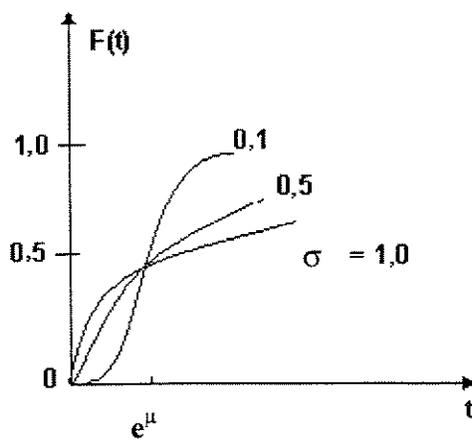


Figura 3.15 Função de distribuição de falha log-normal

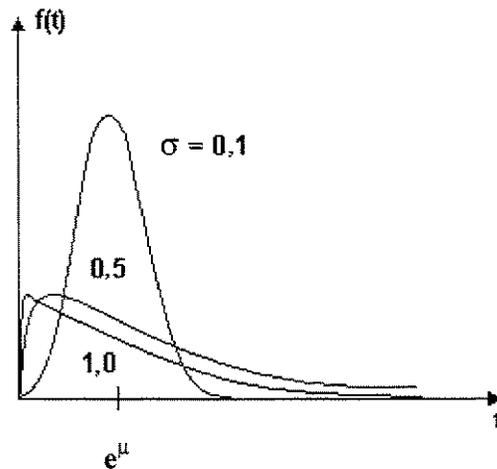


Figura 3.16 Função densidade de falha log-normal

Os cálculos dos percentuais para a distribuição log-normal, serão da seguinte forma:

O 100% percentual, é dado por:

$$\eta_p = \exp [\mu + z_p \sigma] ; \quad (3.21)$$

onde z_p é o 100% percentual normal padrão e se pode encontrar tabelado em Nelson(1990). A media (50% percentual) da distribuição log-normal é $\eta_{.50} = \exp(\mu)$.

Existem outras distribuições como a distribuição Binomial, a distribuição Gamma, etc., as quais são menos utilizadas em ensaios acelerados e portanto será abordada unicamente a distribuição Binomial, por estar incluída no programa “ENSACE”, elaborado neste trabalho.

3.4.5 Distribuição Binomial

Baseado na distribuição Binomial existe um método chamado “Método do Sucesso”; Guido (1994) ou “*The binomial pass - no - pass sampling*”, Lewis (1987).

Os parâmetros para avaliação dos componentes, tanto em ensaios acelerados como em ensaios normais são obtidos mesmo quando não existem falhas (ou então poucas falhas). Correspondem, portanto, a apenas suspensões. Obviamente os testes apresentam um tempo de ensaio mais curto que os usuais, desenvolvidos até a falha dos componentes . Sua aplicação é cada vez mais utilizada , pelas inúmeras vantagens que apresenta. O programa “Ensace” apresenta a opção de utilização desta distribuição e os fundamentos deste método podem ser encontrados na literatura mencionada.

3.5 Modelos paramétricos de aceleração com estressamento constante

Um dos problemas fundamentais no planejamento dos ensaios acelerados é a escolha do modelo adequado para fazer a inferência do comportamento dos tempos de falha do ensaio acelerado sob condições de estressamento (carga, tensões, Temperatura, etc.), superiores às normais para as condições de estressamento normal.

Na literatura uma das formas mais utilizadas, é assumir que as distribuições de vida das amostras são as mesmas independentemente do nível de estresse aplicado e que os parâmetros que mudam na distribuição; mudam de acordo com uma relação *estresse x vida* especificada com parâmetros incógnitos; relação que é derivada do tipo de mecanismo de falha presente nas amostras analisadas. A combinação da distribuição com a relação *estresse x vida* é denominada como modelo paramétrico de aceleração, o qual permite fazer a extrapolação a níveis de estresse de uso normal. As distribuições de vida mais utilizadas são Weibull e Log-normal.

A fig. 3.17 a) apresenta uma relação típica de estressamento x vida para vários níveis de estressamento. Pode-se notar uma certa variabilidade dos resultados para um mesmo nível de estressamento, e também se pode apreciar uma certa tendência a diminuir o tempo até a falha com o aumento do nível de estressamento. Na fig. 3.17 b) se pode apreciar essa mesma relação linearizada, o que é possível fazer em muitos casos aplicando logaritmo. Na fig. 3.17

c) e d) se representou o mesmo modelo considerando a distribuição de probabilidades que seguem os tempos até a falha. Assim pode-se representar os percentuais 10%, 50%, 100% etc. da distribuição para o modelo, os quais representam o tempo para o qual já terão falhado uma percentagem de unidades determinada.

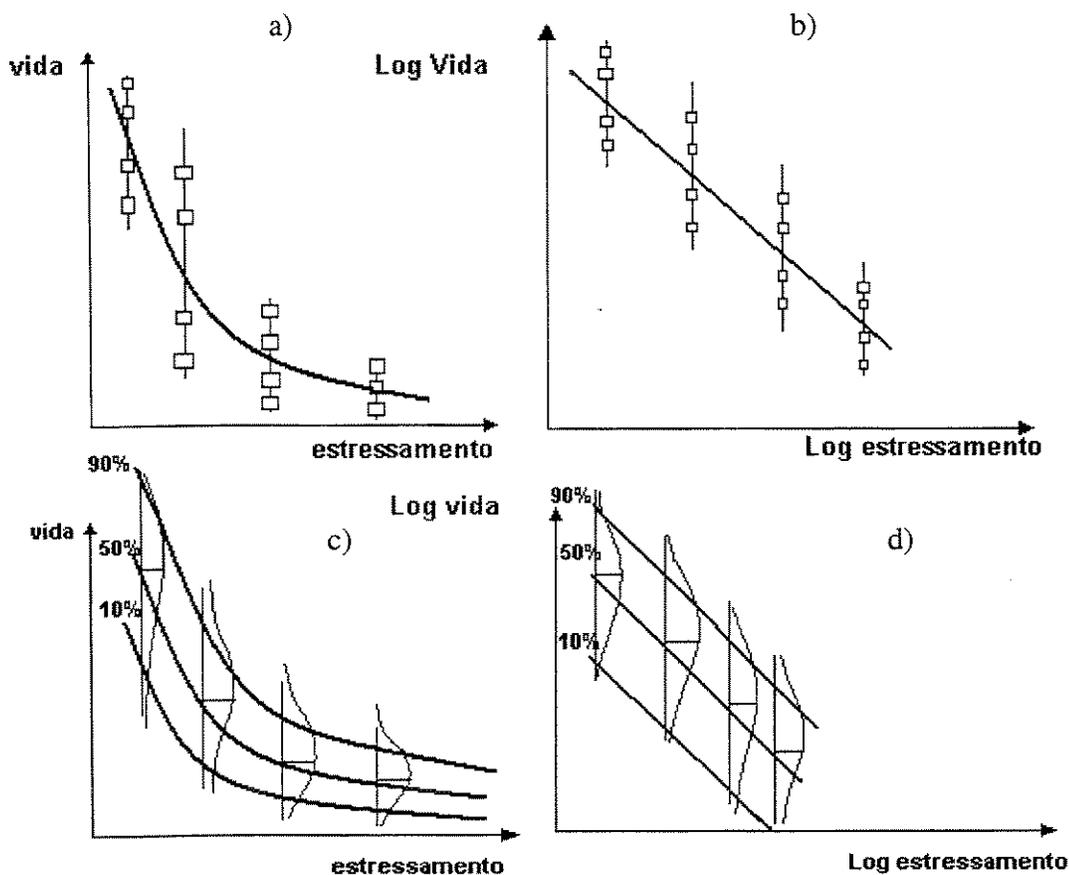


Figura 3.17 Tempo de falha vs. estressamento.

Os modelos paramétricos de aceleração, (SLM (*Stress vs Life model*)), freqüentemente assumidos segundo Nelson (1990), Ramakumar (1993), Hirose (1993), Meeker e Escobar (1993) são:

- I- Relação de Arrhenius
- II- Relação de Eyring
- III- Relação Lei de Potência Inversa (*Inverse Power Law*)

Os modelos I e III são relações básicas muito utilizadas. Muitas outras relações são generalizações destas, sendo que cada uma delas é aplicada a modos de falhas simples

A relação de vida de Arrhenius se utiliza como modelo de vida de produtos cuja vida depende fundamentalmente da temperatura; no trabalho de Moura (1992), pode-se verificar um exemplo de utilização do modelo para calcular o fator de aceleração por temperatura. Neste caso a temperatura ativa o mecanismo de falha de um circuito elétrico. Barton (1991), apresenta também um exemplo deste modelo analisando um caso com dois mecanismos de falhas. O modelo é utilizado para relacionar a duração (vida), nas seguintes aplicações, segundo Nelson (1990):

Dielétricos e isoladores elétrico, (também em Hirose (1993)), semicondutores e componentes do estado sólido, células de baterias, pilhas, transformadores e reguladores de tensão, motores e geradores elétricos, filamentos de lâmpadas incandescentes, grassas e lubrificantes, plásticos e termoplásticos incluindo colas condutoras de eletricidade, rolamentos e mancais de deslizamentos (buchas, etc.), fadiga de metais, (em Little e Jebe (1969)), trincas, fluência (*creep*) e desgaste (abrasão, etc.) resistências elétricas, corrosão química e eletroquímica etc.

Neste modelo relaciona-se a taxa de falha característica (λ_0^*) no ensaio acelerado a uma função do tipo:

$$\lambda_0^* = A \exp\left(\frac{B}{T^*}\right) \quad (3.22)$$

onde A é a constante de posição que depende do mecanismo de falha do produto e das condições de teste;

$B = E / K$ é um Fator proporcional à energia de ativação (E) e a constante de Boltzman ($K=8,6171 \times 10^{-5}$ electron-volts / $^{\circ}\text{C}$); e T^* é a Temperatura ($^{\circ}\text{K}$ - graus Kelvin).

O modelo que relaciona a temperatura do ensaio com o tempo de falha será segundo Nelson (1990).

$$\tau = A \exp [E / (K T)] \quad (3.23)$$

A relação anterior pode ser linearizada para ter o tempo de falha como uma função linear do inverso da temperatura absoluta, o seja $X= 1/T$

$$\text{Log}(\tau) = \gamma_0 + (\gamma_1/T) \quad (3.24)$$

onde $\gamma_1 = (E/K)$ e $\gamma_0 = \ln(A)$

Combinando este modelo com as distribuições estatísticas temos então o modelo para analisar os dados provenientes dos ensaios acelerados de vida.

O modelo da Lei de Potência Inversa é adequado para muitos produtos, ele é utilizado segundo Nelson (1990) nas seguintes aplicações: Dielétricos e isoladores elétricos, onde a variável estresse corresponde à tensão elétrica, rolamentos, lâmpadas incandescentes, fadiga de metais, etc. O fundamento do modelo é segundo o próprio Nelson (1990), o seguinte:

Supondo que a variável estresse é positiva. A relação inversa entre a vida nominal do produto e o estresse será.

$$\tau(X) = A/X^{\gamma_1} \quad (3.25)$$

onde A e γ_1 são parâmetros característicos do produto, geometria, fabricação, método de teste, etc.; X é tensão, tensão elétrica, carga, etc., e X_0 o nível de estresse especificado (padrão). Pode-se encontrar também as formas equivalentes seguintes:

$$\tau(X) = (A/X)^{\gamma_1}, \text{ ou } \tau(X) = A(X_0/X)^{\gamma_1} \quad (3.26)$$

linearizando a primeira forma (equação 3.22) do modelo:

$$\ln(\tau(X)) = \gamma_0 + \gamma_1[-\ln(X)] \quad (3.27)$$

onde $X = -\ln(X)$

No trabalho utilizaram-se os modelos de Arrhenius e da Potência Inversa por ser utilizados na atualidade para representar a relação estresse x vida de uma grande variedade de produtos.

Outra questão importante a ressaltar aqui é a obtenção dos gráficos probabilísticos combinados com as relações estressamento x vida, gráficos estes que oferecem uma informação sobre o ajuste da distribuição e sobre a aparição ou não de mecanismos de falhas diferentes aos de uso normal do produto. Nelson (1990).

Outros tipos de gráficos utilizados são os gráficos da função de mortalidade da Distribuição. Este tipo de gráfico (fig.3.18) mostra as porcentagens acumuladas das amostras que falharam em função do tempo, ou seja, os pontos no gráfico são os tempos de falha para cada nível de estresse. Os gráficos são obtidos usando-se o método do *Ranking mediano ou médio*, Lawless (1982), calculando as porcentagens acumuladas de falhas pelas equações correspondentes, Nelson (1990). Para cada distribuição existe um papel de probabilidades característico, ou seja com uma escala que estará de acordo à distribuição utilizada (Weibull, Log-normal, Normal, exponencial, etc.), Na figura 3.19, está representado o gráfico linearizado, ou seja cada linha reta representa a porcentagem acumulada de falha de uma população como uma função do tempo para um nível de estresse determinado. Estas linhas retas são paralelas para vários níveis de estresse. Os modelos de Arrhenius e Potência Inversa são representados da forma anteriormente explicada em cada gráfico de probabilidades, segundo a distribuição estatística utilizada.

Estes são os gráficos que aparecem como resultado desta aplicação (figuras 3.18 e 3.19).

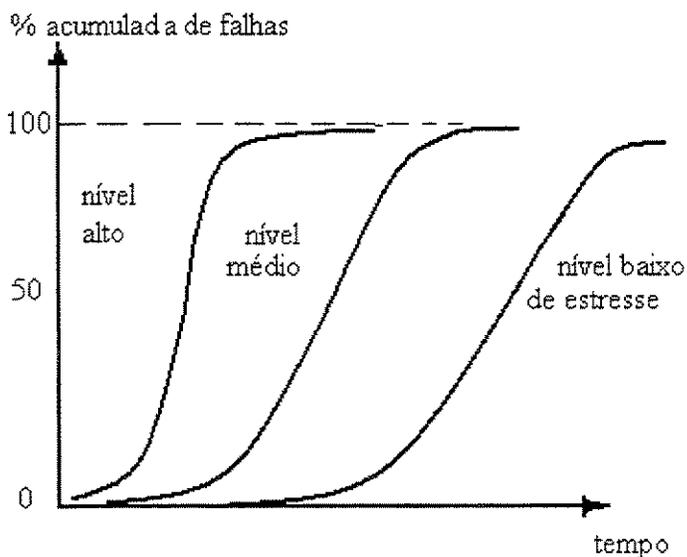


Figura 3.18 Função de mortalidade

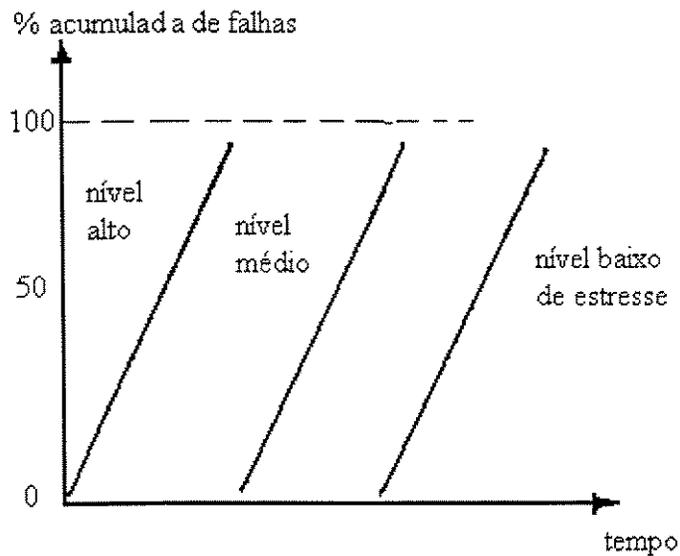


Figura 3.19 Função de mortalidade linearizada

3.6 Considerações de Engenharia

As considerações dos engenheiros e o pessoal de direção das empresas envolvidos no planejamento experimental e na execução das provas tem um grande impacto na validade e precisão da informação proveniente dos ensaios acelerados. É importante ressaltar a estreita colaboração que tem que existir entre o pessoal de direção, projetistas, produtores, engenheiros de provas, e outros.

De forma a fornecer uma estrutura adequada, Guido (1994), estabelece de forma geral as etapas que se devem considerar ao planejar um ensaio acelerado.

A execução de um ensaio acelerado precisa de uma análise dos procedimentos a serem utilizados. Muitas destas considerações são apresentadas a seguir, baseadas nas referências bibliográficas consultadas e nas metodologias utilizadas atualmente.

Sempre deve-se selecionar um nível apropriado de estresse para um ensaio acelerado, baseado em critérios de engenharia seguros e em uma experiência adquirida sob as condições de uso do produto, de tal maneira que não se modifiquem os mecanismos de falhas presentes em condições de uso normal.

Para muitos produtos a Lei de aceleração é conhecida e até mesmo normalizada. Exemplos podem ser encontrados para muitos componentes eletrônicos, para os quais existem normas que definem a Lei de aceleração aplicável. Okura (1995), no seu trabalho emprega uma metodologia, que geralmente é utilizada na indústria de componentes eletrônicos para a qualificação dos mesmos, baseada em normas. Para isso se parte de requisitos preestabelecidos, calculando o fator de aceleração a utilizar, baseado na energia de ativação média, energias que podem ser encontradas tabeladas para cada tipo de componente eletrônico e não para cada mecanismo de falha específico. Esta metodologia não leva em consideração possíveis mudanças na fabricação dos componentes e não considera a possível introdução de mecanismos de falhas diferentes aos de uso normal do produto. Essa mesma metodologia é empregada por outros autores que assumem para todos os casos que as falhas tem uma distribuição de Weibull. Questão que na prática às vezes não dá resultados aceitáveis, por se ajustar melhor a outra distribuição como log-normal, como reportado na literatura consultada, Nelson (1990). No caso de novos produtos seria também incorreta a utilização desta metodologia por não se dispor de dados adequados. As metodologias de avaliação da confiabilidade baseadas em modelos de falhas que identificam os potenciais mecanismos de falhas resolvem estas dificuldades, e são objetivo do presente trabalho.

Segundo Nelson (1990) os fatores a ter em consideração para o planejamento do ensaio são:

- I- Propósito da prova: Os propósitos para a realização dos ensaios acelerados podem ser os seguintes:
 - a) Identificar as falhas de projeto. Podendo ser, eliminar ou reduzir estas através de redundâncias, melhores projetos, componentes, etc.
 - b) Comparações: Escolher entre vários projetos, componentes, fornecedores, tipos de condições de operação, procedimentos de provas.
 - c) Identificar defeitos de fabricação: Pode ser mediante uma melhoria na fabricação do produto, componentes, podendo utilizar os ensaios de tipo *Burn-in*, Estimar a confiabilidade que se alcançaria ao eliminar ou reduzir certos modos de falhas.
 - d) Controle de qualidade: Monitorar a confiabilidade dos produtos e tomar medidas corretivas necessárias, exemplo, quando um novo modo de falha aparece, ou quando a vida ou a integridade do produto sofrem uma degradação,.

- e) Avaliação de outras variáveis: Avaliar em que medida se vê afetada a confiabilidade pelo projeto, fabricação, materiais, operações e outras variáveis, otimizar a confiabilidade respeito a elas, decidir que necessita ser controlado.
- f) Amostragem de aceitação: Avaliar produção ou lote.
- g) Qualificação do projeto e trocas na fabricação, componentes, vendedores, etc.
- h) Medida da Confiabilidade: Decidir se o projeto é liberado para produção ou para comercialização, estimar garantia, custo de serviço, taxa de falha, tempo médio até falha (MTTF), taxa de degradação, etc. , satisfação do cliente. Pode ser também para usar como informação de *Marketing*.
- i) Demonstração da confiabilidade: Mostrar que a confiabilidade do produto supera as especificações do cliente.
- j) Validação do ensaio: Mostrar que o ensaio acelerado é consistente com ele mesmo no tempo, com outros ensaios (incluindo os de laboratório) e dados de campos. Determinar o nível de estresse na prova. Desenvolvimento de novas provas.
- k) Validar o modelo: Determinar se a relação estresse x vida utilizada e a distribuição estatística é adequada. Caso contrario deve-se desenvolver a relação para o tipo de fenômeno que provoca a aparição das falhas, devendo ser combinado com a distribuição de vida que representa a parte probabilística do modelo geral de análise dos dados.
- l) Condições de operação: Desenvolver relações entre confiabilidade (ou degradação) e condições de operação. Escolher condições de operação do projeto.
- m) Política de manutenção: Decidir quando fazer uma inspeção, manutenção, ou substituição, e quanto se economizaria , decidir também volume de armazenamento e fabricação para substituição. As unidades se podem tornar fora de serviço, e provadas sob condições de aceleração quando um problema inesperado acontece em serviço.

A prova pode ter um ou mais destes propósitos, os quais concernem ao Projeto, Fabricação, Controle de Qualidade, Aplicações, *Marketing*, ou Campo de Serviço.

II- Desempenho do produto: O desempenho do produto usualmente é medido em termos de vida ou propriedades físicas. Certas propriedades se degradam com a idade do produto, e cada degradação pode ser acelerada por níveis altos de estresse. Em termos

estatísticos cada variável de desempenho é denominada variável dependente ou variável resposta.

Falha: Em ensaios acelerados de vida, tempo até falha representa o desempenho característico ou variável dependente. A definição do que representará falha no ensaio deverá ser definido antes da realização do mesmo, na definição de falha se deve considerar a classificação da mesma.

Classificação das Falhas: Em dependência dos métodos utilizados para a eliminação dos modos/mecanismos de falha ou reduzir sua probabilidade, é possível classificar as falhas em três categorias Segundo Meeker e Hamada (1995).

- Mortalidade infantil. Aparece geralmente em unidades com defeitos de fabricação, os quais produzem falhas prematuras. Pode-se apresentar nos mais distintos produtos, desde componentes eletrônicos até qualquer outro, geralmente quando eles são novos produtos, ou tecnologia não testada.
- Acidentes e outros choques externos. Alguns produtos falham por causas que não estão relacionadas com a degradação normal do produto, causado por acidentes ou choques externos.
- Degradação inevitável. Alguns produtos sofrem uma degradação paulatina de suas propriedades até alcançar a falha inevitável, exemplo, freios de automóveis, submetidos a fricção e desgaste com o uso, início e propagação de trincas por fadiga em aço; etc.

Nos ensaios acelerados de vida, tempo até falha é o desempenho característico ou variável dependente. Nestes ensaios se podem encontrar falhas de tipo catastróficas as quais ocorrem quando o produto subitamente deixa de funcionar. Exemplo são as falhas experimentadas por lâmpadas incandescentes, e resistências elétricas em geral, para as quais não existe aviso ou reparo.

Outros produtos perdem suas funções degradando pouco a pouco com o tempo e não é claro quando é que chega ao final da vida. Aqui se poderia usar o conceito de falha catastrófica, a qual ocorreria quando, o produto chegasse a um estado de perda de suas funções, dado por um valor especificado, sendo menor a esse valor especificado. Por exemplo quando um motor de combustão interna sofre desgaste dos anéis, poderíamos dizer que ocorre

uma falha catastrófica quando a compressão nos cilindros é menor que um certo limite permissível, para o funcionamento do mesmo causando a parada.

Num motor de retropropulsão por exemplo, pode-se encontrar quatro tipos de falhas diferentes.

- a) Partes críticas falham quando se inicia uma trinca, o que significaria que na prática a trinca é detectável.
- b) Partes menos críticas falham quando a trinca tem uma dimensão determinada.
- c) Outras partes falham quando são removidas de serviço, usualmente como resultado de uma inspeção que mostra que as partes não excedem a definição a) e b). Mais por decisões diretivas ou de marketing são removidas.
- d) Outras partes do motor falham quando existe uma separação das partes (rompimento).

Outra definição de falha pode ser estabelecida pelo próprio cliente, para o qual o produto falha quando o cliente diz que o produto falha. Neste caso o *marketing* e diretivos tomam em consideração estas definições.

Portanto, a definição exata de falha não existe, ela pode variar, cada qual tem sua própria medida. Na prática podem ser utilizadas muitas e analisar os dados separadamente de acordo com cada uma. A definição de falha é, portanto, uma decisão de engenheiros e pessoal de direção das empresas.

Tempo até falha é unicamente uma possível medida para definir o uso ou exposição de um produto. Para alguns produtos são usadas outras medidas. Para rolamentos a medida de uso é o número de revoluções. Para baterias não recarregáveis a medida de uso é a tensão de saída, para automóveis são os quilômetros percorridos, para outros produtos são os ciclos. A escolha da unidade de medida é, portanto, também uma decisão de engenheiros e diretivos.

III- Tipo de amostra na prova: Nos ensaios muitas vezes as amostras não coincidem com os produtos originais, elas podem diferir substancialmente e se assume posteriormente que a vida do produto é maior ou menor que a vida da amostra utilizada. Exemplo disto é a determinação da vida por fadiga na qual são utilizadas amostras normalizadas.

IV- Condições da prova: Muitos ensaios acelerados tentam simular as condições reais de utilização do produto, o ideal seria reproduzir exatamente essas condições, como em muitas ocasiões é impossível, então é necessário controlar as variáveis que podem afetar a simulação das condições reais de trabalho do produto. Existem muitas normas que estabelecem estas condições para determinados produtos, o que é feito com o objetivo de garantir uma maior precisão nos resultados com uma maior aproximação à confiabilidade do produto em condições de uso normal. Para muitos casos, não é possível garantir um ajuste perfeito da simulação das condições normais de uso nas condições de laboratório, devido fundamentalmente a fatores econômicos e tecnológicos, portanto, muitas vezes os engenheiros assumem (baseados na experiência) que, se o produto tem um bom desempenho em condições de ensaios acelerados, ele tenderá a um melhor desempenho em condições de uso normal. Um aspecto importante é definir o quanto a amostra é representativa da população. A amostra deve representar a população para garantir a validade dos resultados dos ensaios o que representa que a amostra deve ser escolhida aleatoriamente da população e deve ser uma quantidade que permita extrapolar os resultados com um nível de confiança adequado. Na prática as amostras muitas vezes são protótipos ou unidades sacadas das primeiras produções feitas em laboratórios.

V- Estresse de aceleração: Na prática para acelerar uma prova, se poderia aumentar por exemplo a temperatura, carga mecânica, tensão elétrica, vibração, umidade, ou a variável que se determine acelerar, também poderia ser uma combinação de variáveis. Deste modo, os estresses de aceleração podem ser:

- Estresses normalizados: Para muitos produtos existe um procedimento de ensaio normalizado e estresses de aceleração normalizadas. Cada método normalizado e estresses normalizados são muitas vezes estabelecidos baseados na experiência, é se podem encontrar documentados em normas.
- Estresses não normalizadas: Para outros produtos para os quais não existem normas, é imprescindível um estudo de engenharia para determinar o nível de estresse adequado a aplicar. Em muitas ocasiões é preciso um trabalho experimental para determinar o estresse adequado. Cada estresse poderia acelerar um modo de falha de interesse.

Também se poderia evitar o surgimento de modos de falhas que não aparecem em condições de uso normal.

- Estressamento combinado ou múltiplas: A combinação de vários estresses é utilizada quando se precisa conhecer a dependência da vida do produto com estresses que operam simultaneamente, requerendo possivelmente modelos mais elaborados como por exemplo o modelo generalizado de Eyring , em outros casos o estresse não pode ultrapassar certos limites e então é utilizada um estresse adicional, também pode ser que um estresse só acelere um modo de falha dos observados em condições normais de uso, precisando outros estresses adicionais.

É importante ter em consideração que para uma maior simplicidade do ensaio e para uma melhor validade dos resultados, é melhor utilizar sempre que seja possível estresse de aceleração simples. Existe pouca experiência na análise de ensaios de produtos com múltiplas estresses, poucos modelos adequados foram sido desenvolvidos para estes casos.

Outra questão importante é reconhecer qual estresse será o que realmente acelera a aparição de falhas do produto em estudo, e em que forma se deve aplicar, se será constante no tempo, se variará ciclicamente, ou será de forma aleatória, se incrementará continuamente ou será por passos. A opção de uma delas dependerá das condições reais de estresse do produto em uso normal. O experimentador deve ter em consideração que os ensaios com estresse constante são preferíveis aos outros tipos de ensaios, e eles são na prática os mais comuns e fáceis de executar, modelar e analisar para estimar a confiabilidade dos produtos.

VI- Níveis de estresse na prova: Os níveis de estresse selecionados não devem ser muito elevados com relação ao nível de estresse de projeto para evitar o aparecimento de mecanismos de falhas que raramente ocorrem na vida normal do produto, o nível máximo deve ser selecionado de acordo com experiência em produtos similares ou devem ser realizados testes previamente para selecionar o mesmo, sendo também de um peso importante na seleção, os conhecimentos de engenharia envolvidos no projeto. A quantidade de níveis nos ensaios não deve ser muito grande devido a questões econômicas, de tempo de realização dos ensaios, a mais quantidade de níveis, maior tempo nos ensaios, as vezes existem também restrições tecnológicas que limitam a quantidade dos mesmos.

VII- Outras variáveis: Na realização dos ensaios acelerados muitas vezes estão envolvidas outras variáveis ou fatores que afetam a vida do produto, existem literaturas que abordam estes aspectos, sobre como planejar um ensaio para pesquisar sobre a influência de cada variável, apresentando os princípios experimentais. Exemplo são Werkema (1996), Montgomery (1991), Button (1997). Um aspecto importante para evitar a influencia destas variáveis é a aleatorização do ensaio, ou seja as amostras devem ser escolhidas de forma aleatória para garantir que o efeito destas variáveis seja mínimo com relação ao efeito da variável de estresse utilizada no teste.

VIII- Modelos a ser utilizados: A análise dos dados provenientes dos ensaios acelerados de vida é realizada através de um modelo. Cada modelo consiste em uma distribuição estatística que descreve a vida do produto no tempo e uma relação entre a vida característica, estresse de aceleração e outras variáveis. Ver item (3.4).

IX- Lugar de realização da prova. Como foi visto no capítulo 2, os ensaios podem ser realizados em campo ou em laboratórios, os ensaios acelerados geralmente são realizados em laboratórios com condições prefixadas em função das condições de uso previstas, as quais devem provocar o aparecimento dos mesmos modos e efeitos das falhas em condições de uso normal.

X- Planejamento do Teste :O planejamento do ensaio inclui a determinação do número de níveis da variável de estresse a utilizar e os valores da variável, existindo outras variáveis, se poderia escolher os valores que elas tenderiam na prova; o tamanho total da amostra para o teste, e o número de amostras em cada nível.

Limitações: Na realização do ensaio podem-se apresentar limitações que afetem vários aspectos da prova, tais como a quantidade de níveis a utilizar no ensaio, número de amostras, etc.

De acordo com este estudo pode-se definir quais são as etapas a considerar para o planejamento dos ensaios como:

- a) Definir o objetivo ou propósito do ensaio

- b) Definir a variável ou variáveis resposta que acelerem as falhas (temperatura, tensão mecânica ou elétrica, etc.) e o modelo que relaciona a vida das amostras com o estresse aplicado, selecionando os pontos sensíveis ao envelhecimento ou às degradações; aqui se pode ter em consideração experiências com produtos similares. Outra questão importante para selecionar o modelo seria a análise dos modos e mecanismos de falhas presentes.
- c) Determinar o tipo de amostra a utilizar (normalizada ou não) e a quantidade de amostras disponíveis para o mesmo.
- d) Determinação do lugar de realização do ensaio e das condições em que serão realizados, assim como as variáveis que devem ser controladas
- e) Determinar a quantidade de níveis a utilizar, definidos por condições práticas e de precisão nos cálculos
- f) Determinar o número necessário de amostras em cada nível do ensaio ou a alocação das mesmas segundo a quantidade disponível
- g) Definir o valor do estresse máximo a utilizar de forma que não introduza mecanismos de falhas não observados em condições de funcionamento normal do produto, assim como os equipamentos para lograrlo.
- h) Calcular os valores do estresse para os níveis intermedios e baixos de forma a minimizar a variancia assintótica dos estimadores dos parâmetros envolvidos nos cálculos.
- i) Realizar o procesamento matemático do ensaio, onde é selecionado o modelo e a distribuição adequada para os dados e analisada a validade dos mesmos, do modelo e distribuição, onde são calculados os parâmetros característicos do modelo e percentuais da distribuição de vida assim como seus respectivos intervalos de confiança. Para este processamento devem ser utilizados softwear elaborados especialmente para procesamento de dados provenientes de ensaios acelerados devido à complexidade dos cálculos. Neste processamento se deve definir se ocorreram mais de um modo de falha nos ensaios, concentrando a análise nos modos mais críticos, para esse análises cada modo de falha deve ser processado por separado.

3.7 Tipos de Planejamentos e suas considerações

Para ter a segurança do não aparecimento de mecanismos de falhas diferentes aos de uso normal é necessário garantir um limite para o nível máximo de estresse aplicado no teste. Este

nível máximo da variável de estressamento, usualmente é escolhido dos critérios básicos de engenharia, da experiência com produtos similares, ou de resultados preliminares de provas. Os níveis de estresse que serão utilizados não devem ser tão altos ao extremo de produzir modos de falhas diferentes aos que apareceriam em condições de utilização normal do produto e os quais tornariam imprecisa a extrapolação. A seleção dos mesmos deve, da mesma forma, ter uma magnitude tal que provoque o aparecimento das falhas, que apareceriam em condições de utilização normal do produto; isto requer que em muitos casos seja preciso uma experimentação prévia ao teste acelerado. Por outro lado a seleção do nível inferior deve ser próximo das condições normais do projeto, para garantir minimizar a extrapolação em estresse e não deve ser tão baixo ao ponto de não observar nenhuma ou poucas falhas ao final do teste nesse nível.

O número de níveis ideal deve ser pequeno, mas diferente de um ou dois, pois mais de dois níveis no ensaio são necessários, caso contrário se tornaria difícil fazer a extrapolação para condições de uso normal do produto com precisão e avaliar o modelo utilizado.

Os ensaios tradicionais têm no máximo três ou quatro níveis de ensaio, com estressamento simples e o mesmo número de amostras por nível. Um número de níveis demasiado grande não é conveniente para os efeitos práticos do ensaio e para os cálculos. Meeker e Hahn (1985) apresentaram planos de compromisso, que são uma proposta intermediária entre os planos tradicionais e os planos ótimos. Estes planos utilizam 3 níveis de estresse; alto, médio e baixo. Neste caso o nível alto continua sendo escolhido das condições práticas e os outros dois são escolhidos com uma proporção 4:2:1, Meeker e Hahn (1995) apresentam tabelas que facilitam a escolha dos mesmos.

Na literatura se podem encontrar três tipos de planejamentos para ensaios de vida de produtos os quais serão apresentados a seguir:

I- Planejamento Tradicional. Este tipo de planejamento emprega 3 (três) ou 4 (quatro) níveis de estresse, com o mesmo número de amostras em cada nível, e valores de estressamento espaçados com igual proporção. Este planejamento na prática requer de 25 a 50% a mais de amostras para obter a mesma precisão que a oferecida pelos planejamentos que serão apresentados a seguir, motivo pelo qual não é recomendado. Esta falta de precisão é motivada pela utilização de um mesmo número de amostras em

cada nível de estressamento, sendo a precisão menor nos níveis baixos, devido a que nesses níveis a ocorrência de falhas é menor comparada com o nível alto, recomendando por tanto a utilização de um número de amostras maior no nível mais baixo.

II. Planejamento Ótimo. São planejamentos que oferecem estimadores mais precisos para as condições de utilização normal do produto, de forma geral utilizam dois níveis de estressamento, com quantidade de amostras diferentes por cada nível. Nestes ensaios o nível mais alto é prefixado e o nível baixo é escolhido a partir deste. Este ensaio tem o inconveniente de que para fazer os cálculos com dois níveis é dificultoso fazer a extrapolação para níveis de uso normal..

III. Planejamento de Compromisso. Meeker e Hahn (1985) apresentaram uma proposta de um tipo de planejamento que constitui uma solução intermediária entre os dois anteriormente apresentados. Este planejamento utiliza 3 (três) níveis de estresse (baixo, médio e alto); no ensaio assume-se que o nível mais alto é determinado das considerações práticas de maneira a não introduzir mecanismos de falha que não sejam os observados em condições de projeto e os níveis médio e baixo são escolhidos de forma a minimizar a variância assintótica do estimador do 100% P percentual de interesse da distribuição do tempo de vida assumida do produto sob teste, nas condições de uso normal. Neste planejamento deve observar-se uma correlação para a alocação das amostras de 4:2:1, para os três níveis utilizados. Para a escolha deste tipo de planejamento Meeker e Hahn (1985), apresentaram tabelas que facilitam a mesma e que se apresentam no Anexos 4, para as distribuições de Weibull e log-normal respectivamente. Este tipo de planejamento é o que será recomendado para fazer os ensaios de vida do produtos ou componentes; portanto, os pontos básicos para este tipo de ensaio são:

- a) Definir três níveis no ensaio; portanto, devem procurar-se as condições para que com a escolha destes três níveis os ensaios possam ser levados a cabo.
- b) Definir o percentual de tempo de vida da distribuição que é de maior interesse para o estudo, sendo geralmente os níveis 0,01%, 0,1%, 1% e 10% os de maior interesse na prática.

- c) Definir o nível mais alto de estressamento de acordo com os requisitos anteriormente expostos, de que não deve afetar os modos básicos de falhas que se observariam na utilização normal do produto.
- d) Escolher o tipo de ensaio de acordo com a duração (censurado, tipo I ou tipo II)
- e) Escolher o nível mais baixo de forma tal que seja o mais próximo possível das condições de projeto e que se esperem observar no mesmo, pelo menos 5% das falhas ($100P\% / 2$) e para o ensaio considerando todos os níveis em conjunto se devem observar uma quantidade total de falha que este em correspondência com o percentual de interesse, ou seja, se o interesse é o 100P% percentual da distribuição do tempo de falha, então, o percentual de falha deve ser de 100%, se o interesse é o 1P% , o percentual de falha deve ser de um 1% no ensaio e de 0,5% no nível mais baixo.
- f) Especificar os valores esperados para a probabilidade de falha do produto durante o tempo de ensaio nas condições de estressamento alto e de projeto.
- g) Definir o tamanho da amostra por condições práticas ou econômicas, ou através de formulas que permitem o cálculo do número de amostras garantindo uma precisão na análise estatística prefixada, recomendando-se uma alocação das mesmas de $4n/7$; $2n/7$; $1n/7$ para os níveis baixo, médio e alto respetivamente Meeker e Hahn (1985), o qual constitui um compromisso que produz uma razoável extrapolação.
- h) Escolher uma distribuição de Weibull ou log-normal para o tempo de falha e um modelo determinado pelo tipo de mecanismo de falha envolvido para a análise dos dados.
- i) Processamento dos dados, verificando a validade do modelo escolhido, da distribuição, e dos resultados obtidos.

Em programas de desenvolvimento o número de amostras é geralmente limitado. Os custos de fabricação e dos ensaios também podem limitar o número de amostras. O ideal, é escolher uma quantidade de amostras em dependência da precisão que é desejada na estimação dos resultados. Teoricamente, um número grande de amostras produziria uma precisão elevada. Na alocação das amostras nos diferentes níveis de estresse deve ter-se em consideração que o maior número deve estar nos níveis mais baixos para garantir que ocorram falhas nos mesmos, devido à menor probabilidade de ocorrência de falhas neles o que garantiria uma maior precisão nos resultados. Alguns autores recomendam que pelo menos devem ocorrer 5% das falhas ($100p\%/2$) no nível mais baixo de estresse.

3.7.1 Determinação dos melhores níveis de estresse baixo (X_b) e médio (X_m) do ensaio

Como em geral o nível alto (X_a) para um ensaio e o nível de projeto são estabelecidos por questões técnicas, passasse a determinar os melhores valores possíveis para o nível médio e baixo para um ensaio.

O nível médio (X_m) do ensaio seria determinado como o ponto médio entre o nível alto (X_a) e o nível baixo (X_b) pela equação seguinte. $X_m = (X_a + X_b)/2$, onde o melhor valor de X_b é escolhido de modo a minimizar a variância assintótica do estimador de máxima verossimilhança (M.V.) do 100P% percentual da distribuição do tempo de falha à estresse de projeto (X_p).

Para determinar o melhor valor de X_b procedesse da seguinte forma:

Determinar os valores iniciais das probabilidades de falha do produto para os níveis alto e de projeto P_a e P_p , estes valores iniciais são valores assumidos (“chutes”), característica que sempre apresentará este tipo de problema. Estes valores podem ser determinados para a distribuição log-normal como segue:

$$P_a = \Phi\left[\frac{\ln(ts) - \mu(X_a)}{\sigma}\right], P_p = \Phi\left[\frac{\ln(ts) - \mu(X_p)}{\sigma}\right], \text{ sendo } ts \text{ o logaritmo do tempo de}$$

censura do teste.

E para a distribuição de Weibull seria, $P_a = 1 - \exp[-(ts / \alpha(X_a))^\beta]$, e $P_p = 1 - \exp[-(ts / \alpha(X_p))^\beta]$. O melhor valor para X_b será; $X_b' = X_p + \zeta'(X_a - X_p)$. Aqui o fator ζ' é uma função de P , P_a e P_p ; e podem ser encontrados no anexo 4 para as distribuições de Weibull e log-normal, encontrando-se entre (0,1).

Exemplo. Deseja-se planejar um teste com três níveis de estresse, onde o nível alto é assumido como 220 °C. Deseja-se determinar o percentual 10%; $P = 0.10$, assumindo uma distribuição de Weibull para os tempos de falha. O estresse de projeto é de 130 °C, e o número de amostras no ensaio $n = 40$. A distribuição das amostras por níveis seria $n_B = 4(40)/7 = 23$; $n_M = 2(40)/7 = 11$ e $n_A = 6$, aproximação para o inteiro próximo.

Assumimos P_a e P_p de forma que $P_a = 0,90$ e $P_p = 0,001$, com estes valores, busca-se o valor de ζ' diretamente das tabelas () e (), para a distribuição de Weibull $\zeta' = 0,609$.

Calculando

$$X_{b'} = 130 + 0,609(220 - 130) = 185 \text{ } ^\circ\text{C}$$

A temperatura de $185 \text{ } ^\circ\text{C}$ pode envolver muita extrapolação em estresse com relação à temperatura de projeto; para estes casos Meeker e Hahn (1985), apresentaram tabelas para ajustar o planejamento anterior, tabelas que aparecem no Anexo 4 e 5, com o nome de Plano Ajustado; O plano ajustado utiliza frações de ζ' denominando o novo parâmetro como ζ'' com frações de 0,90; 0,80; 0,70; 0,60.

Para uma fração de 0.80: $\zeta'' = 0,80$ $\zeta' = 0,4872$

$$X_{b''} = 130 + 0,4872(220 - 130) = 173 \text{ } ^\circ\text{C}$$

e o nível médio seria:

$$X_m = (220 + 173)/2 = 195 \text{ } ^\circ\text{C}$$

3.8 Determinação do Número de Amostras no Ensaio

A determinação do número de amostras necessário para fazer os ensaios será sempre polêmica, assim como a realização dos ensaios e as metodologias empregadas, onde o número de amostras sempre estará restrito por critérios econômicos e práticos. No entanto, é possível determinar um tamanho de amostra que garanta um grau especificado de precisão das estimativas obtidas com base nos dados. Para tais efeitos Meeker e Hahn (1985) apresentaram uma metodologia para se estimar o número total de unidades que devem ser colocadas no ensaio para atingir uma precisão especificada, deixando claro, que a maior precisão desejada, maior será o número de amostras necessárias.

Esta metodologia parte do seguinte:

Supondo-se que se deseja planejar um teste, com um nível de confiança de $100(1-\alpha) \%$ para que o estimador do parâmetro desconhecido μ se encontre com um valor de $\pm h$ unidades. Por exemplo, deseja-se 95% de confiança nos estimados, com um erro de 20%, ou seja com $h = \pm 0,2$, representando este a diferença, (êrro), máxima que é permitida entre a estimativa pontual de μ , (denominada \bar{X}), e o valor verdadeiro do parâmetro que está sendo estimado, (μ). Deste modo h , ($h = \bar{X} - \mu$), mede a proximidade dos limites de confiança do intervalo em relação à estimativa pontual \bar{X} . Resta então a questão de quão grande deveria ser a amostra n para estimar μ com a precisão desejada ?.

É conhecido que a equação que define a probabilidade de que o valor verdadeiro do parâmetro estimado esteja contida num intervalo determinado por um nível de confiança assume a seguinte forma:

$$P\left[\bar{X} - Z(\alpha/2)\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z(\alpha/2)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

para este caso σ é o desvio padrão da distribuição log-normal, ou $1/\beta$ para a distribuição de Weibull, $Z(\alpha/2)$ é o $100\%(\alpha/2)$ percentual da distribuição normal padrão (com média zero e variância 1) e h é o erro especificado para a estimativa do percentual.

Podendo-se escolher n tal que o erro (h) será igual ou menor que $Z(\alpha/2)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ com $100(1 - \alpha)\%$ de confiança ou equivalentemente.

$$n = [Z(\alpha/2)]^2 \frac{\sigma^2}{h^2} \quad (3.28)$$

Este requer um conhecimento de σ^2 . Em muitos experimentos se pode ter uma razoável aproximação para σ^2 , resultado de estudos experimentais.

A expressão para n da acima, mostra que a dimensão da amostra requerida pode incrementar-se com o aumento do nível de confiança $1-\alpha$ e decrescer com o incremento de h . Em alguns casos é requerida uma alta precisão, e como resultado o valor de n seria grande demais, se não é possível utilizar esse valor de n , então se poderia reduzir seu valor diminuindo o nível de confiança ou alternativamente incrementar h .

Para o caso de ensaios acelerados Meeker e Hahn (1985) apresentaram a seguinte equação modificada para a determinação do número total de amostras que deverão ser colocadas no ensaio para estimar o percentual 100P% (η_p) nas condições de projeto, com a precisão especificada, com um erro de $h \times 100\%$ e probabilidade de:

$$n \equiv V \left[\frac{Z(\alpha/2)\sigma}{\ln(re)} \right]^2 \quad (3.29)$$

onde: $re = 1 + h$, sendo $h \times 100\%$ o erro especificado para a estimativa do percentual.

γ é a probabilidade que indica o nível de confiança desejado.

V é a variância assintótica da estimativa do percentual 100P% de interesse a qual pode ser calculada através dos fatores ($V', R'' e R'$) apresentados nas tabelas do Anexo IV para os planos de compromisso e de compromisso ajustado, sendo:

- $V = V'R'$ Plano de Compromisso,
- $V = V'R''R'$ Plano de Compromisso ajustado.

σ é o valor assumido para o desvio padrão da distribuição. O valor de σ deve ser escolhido de forma a garantir o grau de precisão desejado, sendo assumido de forma geral um valor pequeno.

Exemplo. Determinar o número de amostras n , para o caso anterior, onde o percentual de interesse é 10%, com 95% de probabilidade ($\gamma = 0,95$), e o erro para a estimativa do percentual é $\pm 0,10$.

$$n' = V'R' \left[\frac{Z(\alpha/2)\sigma}{\ln(r)} \right]^2 = 120(1,22)[(1,96)(0,25)/\ln(1,1)]^{1/2} = 332 \text{ amostras.}$$

3.9 Intervalo de Confiança. Significado

Como foi visto no item 3.8, para garantir que o ensaio tenha um significado quanto a se os resultados de interesse a estimar (estimação pontual, ou seja o parâmetro de interesse da população é estimado por um único número obtido a partir da amostra), serão ou não representativos da população de onde foi extraída a amostra é necessário calcular o número da amostra para o ensaio assumindo um nível de confiança determinado. Para que a informação fornecida pelo estimador seja considerada suficiente para uma interpretação adequada dos resultados obtidos a partir da amostra é necessário conhecer o erro que se pode estar cometendo ao estimar o parâmetro de interesse. A informação que contém este erro é denominada intervalo de confiança do parâmetro estimado e o mesmo é calculado com um nível de confiança assumido, sendo, esta informação de mais valor ou muito mais informativa que as estimativas pontuais, já que fornecem faixas dos possíveis valores que o parâmetro de interesse pode assumir.

Para construir um intervalo de confiança para um parâmetro determinado θ , devem-se encontrar os valores inferiores e superiores, que definem a faixa dentro da qual se encontra o parâmetro θ , sendo válida a seguinte probabilidade:

$$P(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_s) = 1 - \alpha \quad (3.30)$$

O intervalo resultante $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_s$ (ver figura 3.20) é denominado de $100(1 - \alpha)\%$ de confiança para o parâmetro θ . θ_1 e θ_s são conhecido como limites de confiança inferior e superior, respectivamente, e $1 - \alpha$ é denominada coeficiente de confiança do intervalo e representa a probabilidade de que seja obtido um intervalo correto. Os valores assumidos de $1 - \alpha$, são usualmente 0.95 ou 0.99. Além disto, diz-se que o intervalo de confiança é correto, se ele contém o verdadeiro valor do parâmetro desconhecido θ , caso contrário o estimado de θ estará longe do verdadeiro valor do parâmetro θ . Portanto, o intervalo de confiança quantifica o risco desta ocorrência. Pode-se dizer que quanto menor é o intervalo de confiança, mais precisa é a estimativa obtida para o parâmetro.

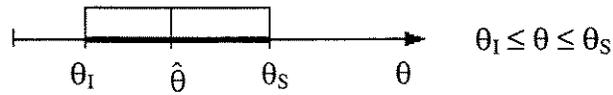


Figura 3.20 Significado gráfico do intervalo de confiança.

No capítulo 4 será definida a metodologia a seguir para calcular os intervalos de confiança dos parâmetros desconhecidos.

3.10 Seleção do valor do Nível de Confiança ($1 - \alpha$)

O coeficiente de Confiança ($1 - \alpha$), como foi visto no item 3.9, representa a probabilidade de obtenção de um intervalo de confiança adequado, ou seja significa que o valor verdadeiro do parâmetro desconhecido, esteja entre seus limites, antes de selecionar a amostra para realizar o ensaio. Após a seleção da amostra, o intervalo de confiança pode estar correto ou não, e não se pode ter certeza de qual possibilidade é verdadeira. É por isso que se o coeficiente de confiança for o suficientemente grande, este garantiria que em $100(1 - \alpha)\%$ das vezes estaria correto. Ao mesmo tempo, um aumento do valor do coeficiente de confiança para um valor fixo do número de amostras (n), implicaria também em um aumento do intervalo de confiança, o qual constitui um aspecto indesejável, porque, de ser muito grande o intervalo de confiança, a informação sobre o parâmetro desconhecido não seria de muito valor, para os efeitos dos resultados conclusivos.

Para a construção de intervalos de confiança, é desejável que o intervalo seja o suficientemente estreito, para que os efeitos dos resultados sejam conclusivos, e da mesma forma que o nível de confiança utilizado seja adequado. Para tanto deve ser escolhido previamente um tamanho da amostra apropriado que garanta um intervalo de confiança com uma amplitude especificado de antemão, e com um nível de confiança também definido previamente. No item 3.8 foi apresentado como calcular o número ideal de amostras para realizar os ensaios.

Na figura 3.21 está representada uma relação hipotética entre os diferentes níveis de confiança e o amplitude do intervalo de confiança para um parâmetro desconhecido qualquer.

Observe-se como o comprimento do intervalo de confiança va aumentando segundo aumenta o nível de confiança selecionado.

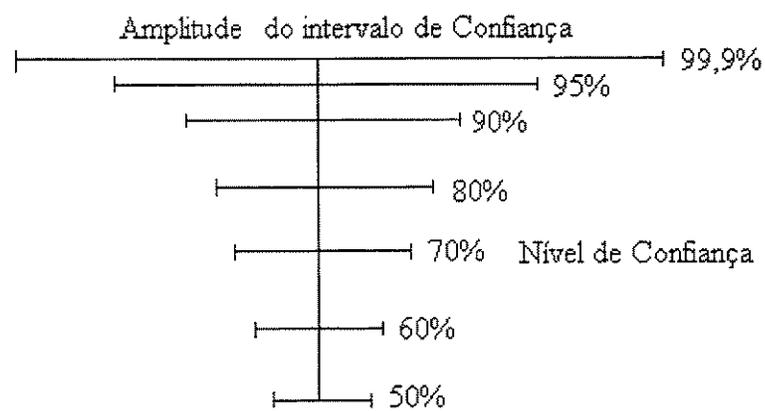


Figura 3.21 Relação entre o nível de confiança e a amplitude do intervalo de confiança para um parâmetro desconhecido.

Capítulo 4

Metodologias aplicadas no trabalho para o processamento dos dados provenientes dos Ensaio acelerados

4.1 Desenvolvimento do Modelo combinado com a Distribuição de vida

Para analisar a relação existente entre duas variáveis; exemplo vida vs. estresse, é necessário utilizar uma função que represente essa relação. Assim em um conjunto de dados de tempos de falhas de componentes, esta função representaria, qual é sua tendência com relação à variável estresse utilizada no ensaio. Nesta seção serão discutidos os modelos de regressão mais apropriados para o estudo deste tipo de situações. Estes modelos de regressão estão formados pela relação determinística entre estresse vs. resposta e pela distribuição de tempo de vida assumida para os dados, a qual constitui a parte probabilística responsável por explicar a variabilidade nos resultados obtidos. No capítulo 3 foram apresentadas as distribuições de vida mais utilizadas para analisar dados procedentes de ensaios acelerados, as mesmas serão combinadas com as relações de Arrhenius e Potência Inversa, relação estresse x resposta que esta determinada pelo fenômeno físico-químico envolvido e que são as mais utilizadas na prática, apresentando formas muito similares.

Apresenta-se a seguir o desenvolvimento destes modelos, os quais são resultado da união entre a distribuição estatística e o modelo estresse x vida. Primeiramente será apresentado o modelo geral a partir do qual são deduzidos os modelos específicos.

4.1.1 Modelo geral de Correlação

A forma geral do modelo supõe que Y tem uma distribuição com parâmetro de locação $\mu(X)$, e parâmetro de escala $\sigma > 0$, que não depende de X (variável de estresse), sendo $\mu(X)$ a relação estresse x resposta .

O modelo para o i -ésimo $t(i,j)$ ao nível $X(j)$, de estressamento será:

$$Y(i,j) = \mu(X(j)) + \sigma e_{ij} \quad (4.1)$$

Sendo e_{ij} independente da variável de estressamento X .

Alguns modelos considerados como os mais aplicados serão descritos a seguir.

4.1.2 Modelo Arrhenius – Log-normal

Este modelo surge da combinação do modelo de Arrhenius visto no capítulo 3, com a distribuição Log-normal, onde se assume o seguinte:

- a) A uma temperatura absoluta T , a vida do produto tem uma distribuição Log-normal. Equivalentemente, o $\ln(\text{vida})$ tem uma distribuição Normal.
- b) O desvio padrão σ , do $\ln(\text{vida})$ é constante em todos os níveis do ensaio, independente da temperatura.
- c) O $\ln(\text{vida})$ média $\tau_{.50}$ é uma função linear do inverso da temperatura absoluta T , ou seja:

$$\text{Ln} [\tau_{.50}(T)] = \gamma_0 + (\gamma_1/T) \quad (4.2)$$

Dentro do programa “ENSACE”, utiliza-se o modelo seguinte em função da média do $\ln(\text{vida})$:

$$\mu(X) = \gamma_0 + \gamma_1 X \quad (4.3)$$

onde $X = 1000/T$

O correspondente percentual do $\ln(\text{vida})$ será:

$$\eta_p(X) = \ln [\tau_p(X)] = \mu(X) + Z_p\sigma \quad (4.4)$$

A média (50% percentual) seria então um caso especial dado por:

$$\eta_{.50}(X) = \mu(X) = \gamma_0 + \gamma_1 X \quad (4.5)$$

4.1.3 Modelo Arrhenius – Weibull

Este modelo é obtido como a combinação do modelo de Arrhenius com a distribuição Weibull, onde se assume o seguinte:

a) A uma temperatura absoluta T , a vida do produto tem uma distribuição Weibull. Equivalentemente, o $\ln(\text{vida})$ tem uma distribuição de valor extremo.

b) O parâmetro de forma, β , é constante em todos os níveis do ensaio, independente da temperatura. Equivalentemente o parâmetro de escala da distribuição de valor extremo será constante e igual a $\delta = 1/\beta$

c) O $\ln(\text{vida})$ característica da distribuição de Weibull (α_p) é uma função linear do inverso da temperatura absoluta T , sendo $X = 1000/T$ ou seja:

$$\xi(x) = \text{Ln} [\alpha_p] = \gamma_0 + \gamma_1 X \quad (4.6)$$

aqui $\xi(x)$ representa o parâmetro de locação da distribuição do valor extremo.

O correspondente percentual do $\ln(\text{vida})$ será:

$\eta_p(X) = \xi(x) + \mu_p \delta$; onde $\mu_p = \ln[-\ln(1-P)]$ o qual constitui o percentual padrão de valor extremo.

$$\tau_p(X) = \exp [\eta_p(X)] \quad (4.7)$$

O 63.2% percentual será um caso especial $\tau_{.632}(T) = \alpha_p(T)$, $\eta_{.632}(X) = \gamma_0 + \gamma_1 X$

4.1.4 Modelo Potência Inversa – Log-normal

Como seu nome indica, seria a combinação do modelo da Potência Inversa com a distribuição Log-normal, onde se assume o seguinte:

- a) A um nível de estresse X , a vida do produto tem uma distribuição Log-normal.
- b) O desvio padrão σ , do $\ln(\text{vida})$ é constante em todos os níveis do ensaio, (independente de X).
- c) O $\ln(\text{vida})$ media $\tau_{.50}$ é uma função de Potência Inversa de X , ou seja:

$$\tau_{.50}(T) = \exp(\gamma_0 / (X^{\gamma_1})) \quad (4.8)$$

O correspondente percentual do $\ln(\text{vida})$ será:

$$\eta_p(X) = \ln[\tau_p(X)] = \mu(X) + Z_p \sigma. \quad (4.9)$$

A media (50% percentual) seria então um caso especial

$$\eta_{.50}(X) = \mu(X) = \gamma_0 + \gamma_1 X \quad (4.10)$$

4.1.5 Modelo Potência Inversa– Weibull

Para este caso seria a combinação do modelo de Potência Inversa com a distribuição Weibull, onde se assume o seguinte:

- a) A um nível de estresse X , a vida do produto tem uma distribuição Weibull.
- b) O parâmetro de forma , β , é constante em todos os níveis do ensaio, (independente da estresse).
- c) O $\ln(\text{vida})$ característica da distribuição de Weibull (α_p) é uma função da Potência Inversa de X ;

$$\alpha_p(X) = \exp(\gamma_0) / X^{\gamma_1} \quad (4.11)$$

O correspondente 100% percentual do ln(vida) de Weibull será:

$$\tau_p(X) = \alpha_p(X) [-\ln(1-P)]^{1/\beta} = \exp(\gamma_0) / X^{\gamma_1} [-\ln(1-P)]^{1/\beta} \quad (4.12)$$

O 63.2% percentual será um caso especial $\tau_{.632}(T) = \alpha_p(T)$, $\eta_{.632}(X) = \gamma_0 + \gamma_1 X$

4.2 Método de Análise Gráfica dos Dados

A análise gráfica dos dados provenientes dos ensaios permite a estimativa da distribuição de vida do produto em relação ao nível de estresse do projeto e a estimativa dos parâmetros do modelo assumido, sua avaliação e a validação dos dados. O ideal para avaliar os dados ou o modelo, seria combinar a análise gráfica com os métodos analíticos como é realizado no programa “ENSACE”.

O método gráfico utiliza um modelo, como os vistos no item 4.1 , e envolve dois tipos de representação dos dados: Um que utiliza um papel de probabilidades para a distribuição de vida assumida (exemplo, Weibull, Log-normal, Normal), e outro que utiliza um gráfico que lineariza a relação assumida (exemplo Arrhenius ou Lei de Potência Inversa). Em seguida apresenta-se a metodologia para a análise gráfica dos dados.

4.2.1 Metodologia para obter o Gráfico de Probabilidades com Dados completos

Considerando o seguinte exemplo tomado do Nelson (1990); na tabela 4.1 tem-se horas até falha de 40 motores experimentados com uma nova classe de isolamentos, os motores foram testados a 190, 220, 240 e 260 °C, em cada nível se selecionaram 10 amostras. O propósito da prova foi estimar a vida média dos isolamentos a uma temperatura de trabalho normal de 180°C.

Os dados de vida para cada nível de carga, são representados da seguinte forma num papel de probabilidades.

Passos a seguir :

- I- Ordenar todos os tempos de menor a maior.
- II- Enumerar as falhas em ordem crescente
- III- Calcular a probabilidade da posição dos pontos no gráfico para as falhas com a categoria r_j pela equação da “Categoria Mediana” (4.13) de Johnson ou “Categoria Média” (4.14) de King.
- IV- Os valores do *Ranking* são representados num gráfico $F(t)$ vs. t , nomeado papel de probabilidades para a distribuição de tempo de vida assumida (exemplo, Log-normal ou Weibull). Se a suposição de que a distribuição assumida é adequada para representar os dados em questão, então o gráfico $F(t)$ vs. t , será aproximadamente uma linha reta.

Os métodos da categoria mediana e média parametrizam os períodos de vida até a falha, para cada item testado, transformando essa informação em probabilidade de falha acumulada, $F(t)$. Pode-se determinar o número de Ordem Rank ou Ranking Mediano das seguintes formas :

- a) - Quando o número da amostras $n \leq 50$

$$r_j = \frac{N_j - 0.3}{n + 0.4} \quad (4.13)$$

- b) - Quando o número da amostra $n > 50$

$$r_j = \frac{N_j}{n + 1} \quad (4.14)$$

onde : N_j é o número de ordem da falha atual

n o número de itens testados

O número de ordem da falha atual, é determinado pela expressão (4.15)

$$N_j = N_{j-1} + I_j \quad (4.15)$$

onde : N_{j-1} é o número de ordem da falha anterior e I_j é o incremento do número de ordem.

$$I_j = \frac{n+1 - N_{j-1}}{n+1 - Q_j} \quad (4.16)$$

onde : Q_j é a quantidade testada anteriormente e j representa em todos os casos o número de ordem das falhas.

Tabela 4.1. Ensaio completo com 4 níveis com cálculo do *Ranking* pela equação (4.13).

Nº de ordem dos Tempos	Tempo até falha (minutos)				Incremento do Nº de Ordem (I_j)	Número de ordem da falha atual N_j	Probabilidade de falha acumulada (F_i)	Quantidade Testada (Q_j)
	190°C	220°C	240°C	260°C				
1	7228	1764	1175	600	1	1	6.73%	0
2	7228	2436	1175	744	1	2	16.34	1
3	7228	2436	1521	744	1	3	25.96	2
4	8448	2436	1569	744	1	4	35.57	3
5	9167	2436	1617	912	1	5	45.19	4
6	9167	2436	1665	1128	1	6	54.80	5
7	9167	3108	1665	1320	1	7	64.42	6
8	9167	3108	1713	1464	1	8	74.00	7
9	10511	3108	1761	1608	1	9	83.65	8
10	10511	3108	1953	1896	1	10	93.26	9

O exemplo anterior foi processado com o programa “ENSACE”, e o resultado pode ser visto na figura a seguir.

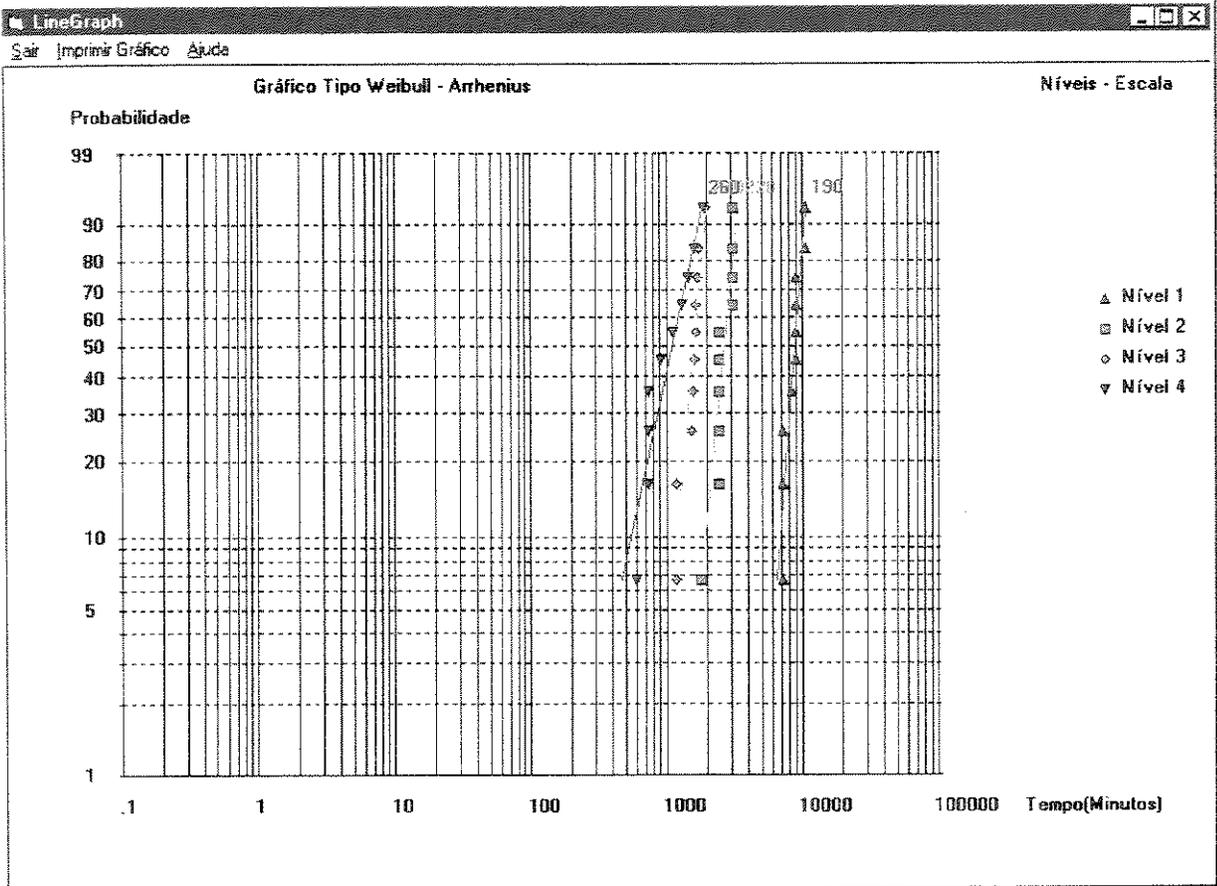


Figura 4.1. Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull.

4.2.2 Metodologia para obter o Gráfico de Probabilidade com Censura simples ou múltipla

Este ensaio se representa da mesma forma que o ensaio completo. No gráfico de probabilidades não são representadas as suspensões, elas só são consideradas para calcular a posição dos pontos no gráfico. Como se pode observar, nas tabelas 4.3 e 4.4, aparece calculada a posição dos pontos no gráfico para cada falha pela expressão do *ranking* mediano (4.13).

Supondo n tempos, onde se tem tempos de censura e tempos de falhas misturados; Cavalca (1997), apresentou um exemplo de como determinar a distribuição de falhas acumuladas para uma amostra de 10 componentes. Os dados resultantes de desta análise podem ser observados nas tabelas 4.2 e 4.3:

Tabela 4.2. Dados Resultantes do Ensaio Empregado.

Falha ou Suspensão (F ou S)	Tempo de Teste (t_i)	Número de Ordem das Falhas (j)	Tempo até Falha (t_j)	Quantidade Testada (Q_j)
S1	17	-	-	0
F1	41	1	41	1
F2	53	2	53	2
F3	69	3	69	3
F4	80	4	80	4
F5	85	5	85	5
F6	93	6	93	6
S2	114	-	-	7
F7	116	7	116	8
F8	132	8	132	9

Por ser o número da amostra $n=10$, ou seja $n \leq 50$, o Rank Mediano (r_j) é determinado empregando a equação (4.13). Para determinar o número de ordem da falha atual (N_j), e o incremento (I_j), são utilizadas as equações (4.15) e (4.16) respectivamente. Os resultados desta análise são apresentados na tabela 4.3

Tabela 4.3. Resultados Obtidos pelo Método da Categoria Mediana

Incremento do Número de Ordem (I_j)	Número de Ordem da Falha Atual (N_j)	Rank Mediano (r_j %)	Falha ou Suspensão (F ou S)
-	-	-	S1
1.1	1.1	7.69	F1
1.1	2.2	18.27	F2
1.1	3.3	28.85	F3
1.1	4.4	39.42	F4
1.1	5.5	50.00	F5
1.1	6.6	60.58	F6
-	-	-	S2
1.467	8.067	74.68	F7
1.467	9.534	88.79	F8

Passos a seguir :

- I- Identificar as suspensões.
- II- Ordenar os tempos em ordem crescente, denominando o menor tempo de falha com 1 e os demais tempos de falha em ordem crescente até o maior tempo, que será n .
- III- Calcular o incremento do número de ordem (I_j) pela equação (4.16) e o número de ordem da falha atual (N_j) pela equação (4.15).

IV- Calcular a probabilidade da posição dos pontos no gráfico para as falhas com a categoria r_j pela equação (4.13) ou (4.14), tendo em consideração que para suspensões intercaladas (múltipla censura) o cálculo do incremento no número de ordem será pela equação (4.18).

V- Os valores do *Ranking* são representados num gráfico $F(t)$ vs. t , nomeado papel de probabilidades para a distribuição de tempo de vida assumida (exemplo, Log-normal ou Weibull). Se a suposição de que a distribuição assumida é adequada para representar os dados em questão, então o gráfico $F(t)$ vs. t , será aproximadamente uma linha reta.

Em seguida os mesmos procedimentos serão aplicados a dois exemplos tomados de Nelson 1990. Na tabela 4.4 tem-se um ensaio com censura a direita com quatro níveis de estresse, no primeiro nível não ocorreram falhas, aspecto este que deve ser evitado pela dificuldade na extrapolação, questões que foram comentadas no capítulo 3 sobre a planificação do ensaio. Aqui aparecem representados os tempos até a falha, sua classificação e os valores do *Ranking* calculados pela metodologia anteriormente explicada.

Tabela 4.4. Exemplo de ensaio com censura a direita com 4 níveis

150 ⁰ C	F_i	170 ⁰ C	F_i	190 ⁰ C	F_i	220 ⁰ C	F_i
Tempo (Min.)	%	Tempo (Min.)	%	Tempo (Min.)	%	Tempo (Min.)	%
8064 s	-	1764	6.73	408	6.73	408	6.73
8064 s	-	2772	16.34	408	16.34	408	16.34
8064 s	-	3444	25.96	1344	25.96	504	25.96
8064 s	-	3542	35.57	1340	35.57	504	35.57
8064 s	-	3780	45.19	1440	45.19	504	45.19
8064 s	-	4860	54.80	1680 s	-	528 s	-
8064 s	-	5196	64.42	1680 s	-	528 s	-
8064 s	-	5448 s	-	1680 s	-	528 s	-
8064 s	-	5448 s	-	1680 s	-	528 s	-
8064 s	-	5448 s	-	1680 s	-	528 s	-

Na tabela 4.5 aparece representado um ensaio com censura múltipla, também com quatro níveis de estressamento (temperatura), onde pode-se observar nos últimos três níveis, a variação que sofre o cálculo do *Ranking*, quando aparecem suspensões intercaladas entre os tempos de falha, essa variação ocorre devido ao cálculo do incremento quando ocorre uma suspensão, o qual provoca um reajuste nos valores do *Ranking* calculado.

Os gráficos relativos a estes exemplos obtidos pelo programa "ENSACE" são mostrados a seguir:

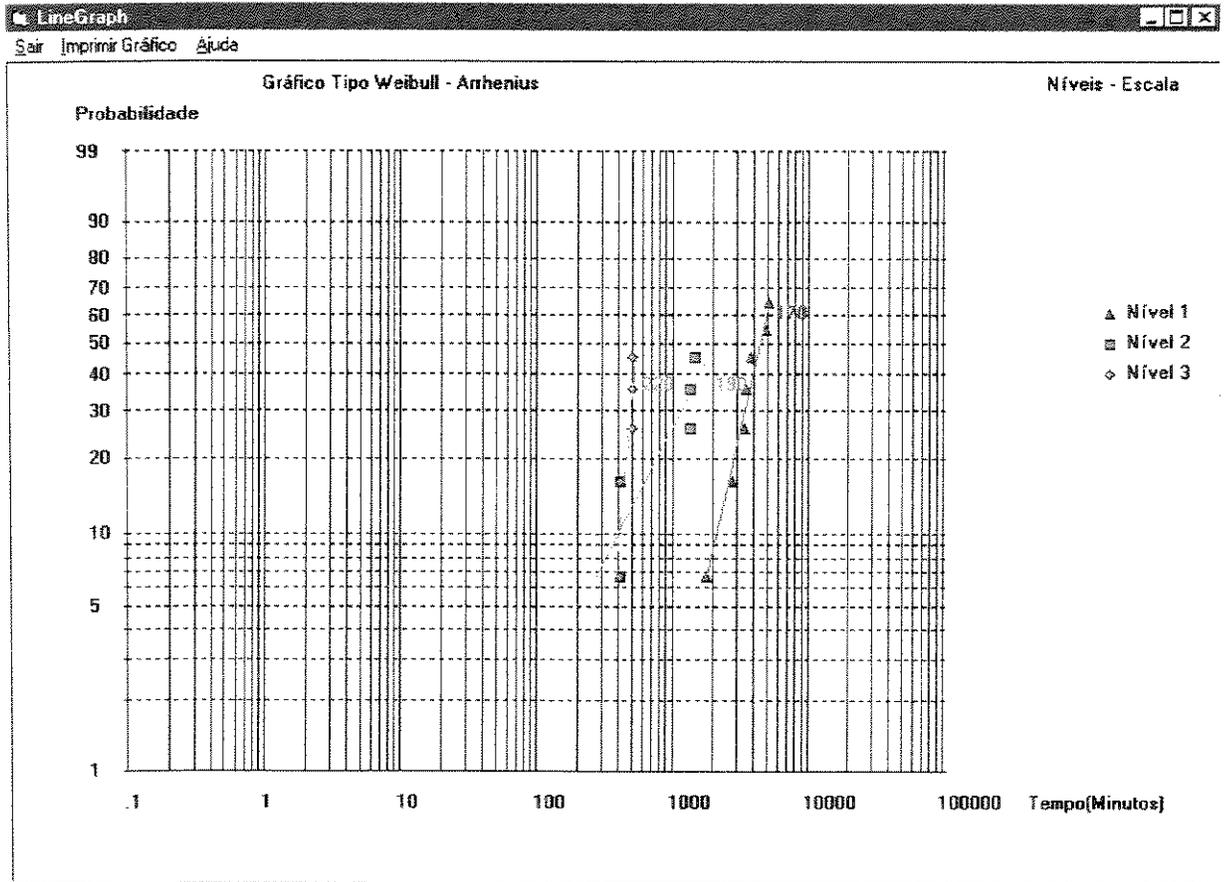


Figura 4.2 Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.4 considerando uma distribuição tipo Weibull.

Tabela 4.5. Exemplo de ensaio com censura múltipla com 4 níveis

190 ⁰ C	Fi	220 ⁰ C	Fi	240 ⁰ C	Fi	260 ⁰ C	Fi
Tempo (Min.)	%						
7228	6.73	1764	6.73	1175	6.73	1128	6.73
7228	16.34	2436	16.34	1521	16.34	1464	16.34
7228	25.96	2436	25.96	1569	25.96	1512	25.96
8448	35.57	2436 s	-	1617	35.57	1608	35.57
9167	45.19	2436	36.95	1665	45.19	1632 s	-
9167	54.80	2436	47.93	1665	54.80	1632 s	-
9167	64.42	3108	58.92	1713	64.42	1632 s	-
9167	74.00	3108	69.91	1761	74.00	1632 s	-
10511	83.65	3108	80.90	1881 s	-	1632 s	-
10511	93.26	3108	91.89	1953	88.46	1896	69.23

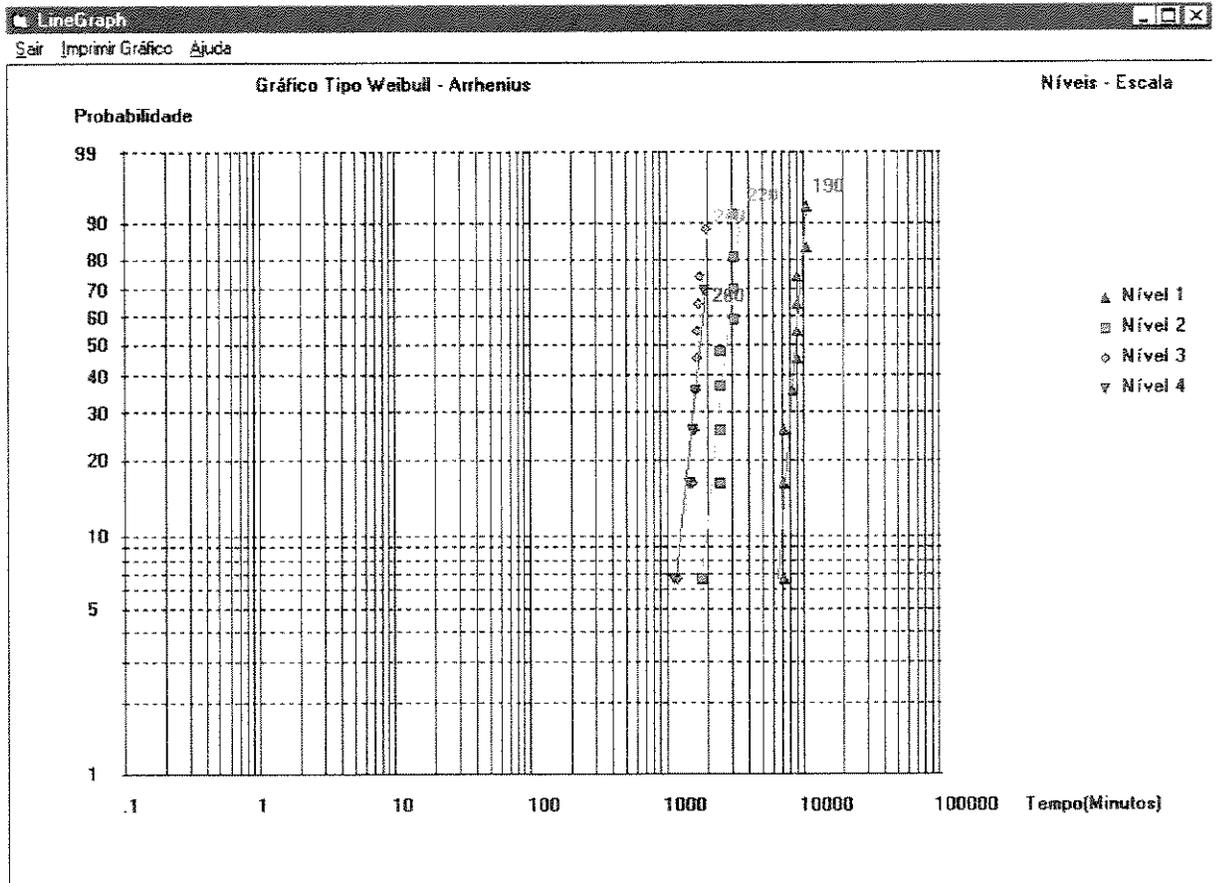


Figura 4.3 Gráfico de probabilidades representado para o exemplo da tabela 4.5 considerando uma distribuição tipo Weibull.

No capítulo 5 será apresentado o programa de computação que permite fazer a análise gráfica dos dados para a distribuição de Weibull, distribuição Log-normal e distribuição Normal combinada com os modelos mais utilizados na prática para casos de modos de falhas simples (Arrhenius e Lei de Potência Inversa).

Para fazer essa avaliação gráfica as seguintes considerações devem ser satisfeitas:

- I- A distribuição de vida assumida é adequada para os dados dos ensaios.
- II- O parâmetro de forma da distribuição de Weibull (β), ou o parâmetro (σ), da distribuição Log-normal e Normal não mudam com a variação dos níveis de estresse, eles permanecem constantes.
- III- A relação estresse - vida assumida (Arrhenius, Potência inversa) é adequada como modelo.

4.2.3 Comprovação da validade do Modelo

Para a comprovação do modelo utilizado de forma gráfica é preciso obter os gráficos dos percentuais de vida para a distribuição utilizada contra níveis de estresse. Para cada nível de estresse será calculado um percentual característico, e ao construir para cada nível estes gráficos para um valor fixo do percentual de uma distribuição de vida (Weibull, Log-normal, etc.) , ao representar num gráfico t_{pj} vs. estresse para cada modelo obtêm-se uma linha reta se o modelo escolhido é adequado, caso contrário apareceram os pontos não alinhados, na figura 4.4 aparece um gráfico de percentuais, no qual foram representados os percentuais 1%, 63,2% e 99% da distribuição de Weibull. Também se pode comprovar a adequação do modelo através de um gráfico de residuais, questão que aparece no item 4.5.4

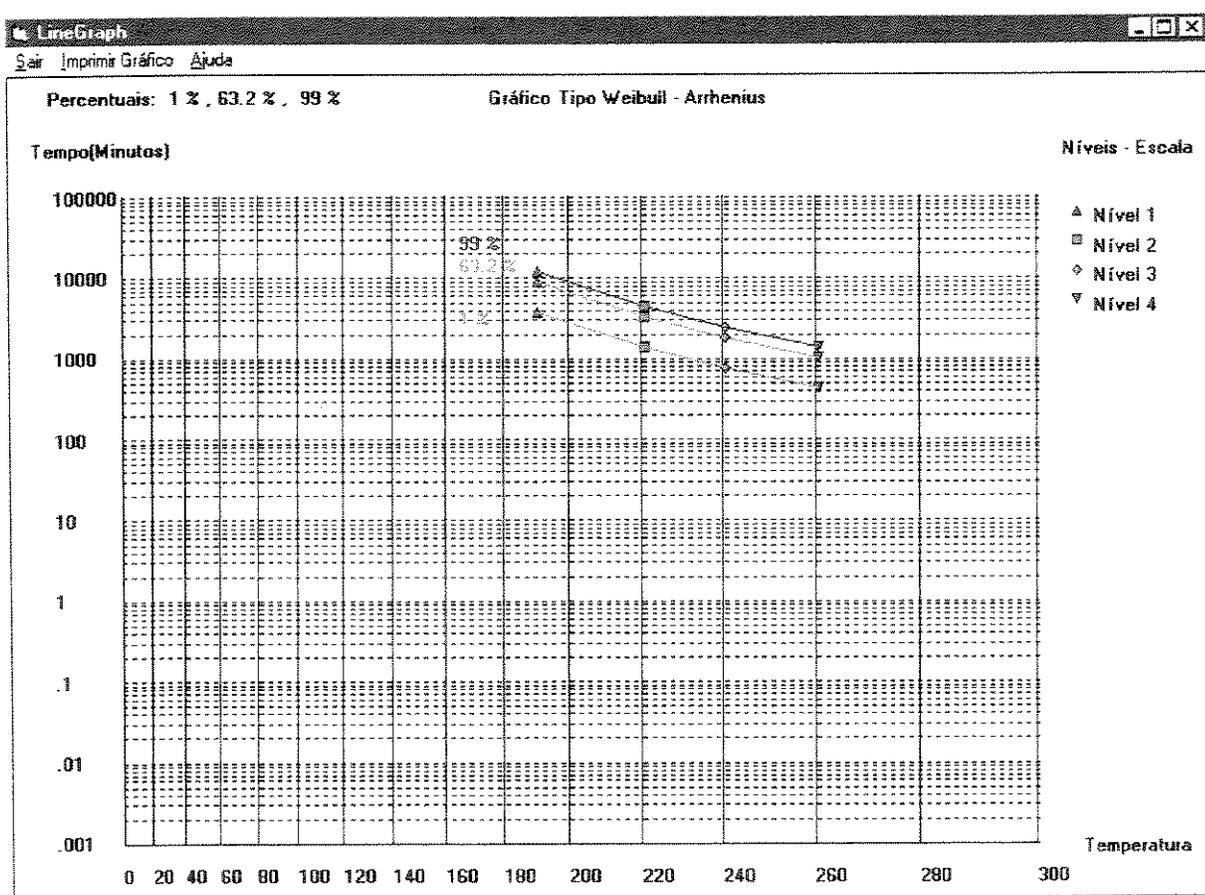


Figura 4.4 Gráfico de percentuais representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull.

Neste gráfico pode existir alguma suspeita de não linearidade, por não seguir uma tendência a uma linha reta. Isto pode ser corroborado no gráfico de residuais, que seguindo a mesma tendência, indica a ocorrência desta situação. É necessário então, recorrer aos testes

estatísticos para verificar se essa tendência é estatisticamente significativa. Estes testes podem ser vistos nos itens finais do presente capítulo.

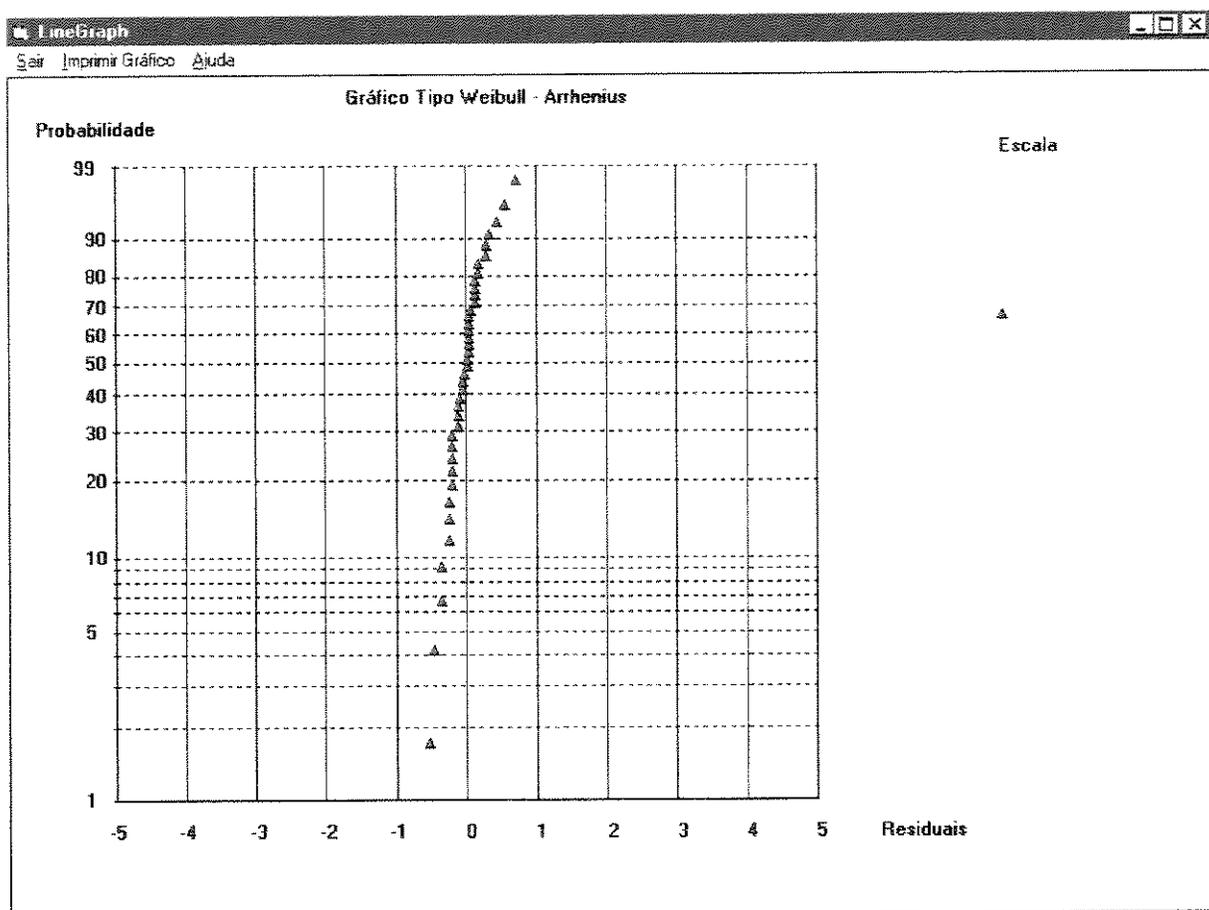


Figura 4.5 Gráfico de residuais calculados pelo método dos M. Q., representado para o exemplo da tabela 4.1 considerando uma distribuição tipo Weibull.

4.2.4 Avaliação da Distribuição de vida

Se a suposição de que a distribuição de Weibull é adequada, os gráficos do $\ln(-\ln F(t, X_j))$ vs. $\ln(t)$ obtidos pela metodologia explicada no item 4.2.1 e 4.2.2 para cada nível de estresse, X_j , $j = 1, 2, \dots, n$; tenderão a seguir uma linha reta. A estimativa de β será então a inclinação da reta. Se for o caso da distribuição Log-normal ou Normal, então os gráficos do $F(t, X_j)$ vs. $\ln(t)$ para a primeira e $F(t, X_j)$ vs. t , para a segunda, para cada nível de estresse, X_j , $j = 1, 2, \dots, n$; tenderão a seguir uma linha reta, e a estimativa do desvio padrão (σ) será a inclinação da reta. Para muitos casos o ajuste dos pontos poderá parecer errático portanto para esses casos é recomendada a utilização do cálculo de residuais, metodologia que

será explicada no item 4.5.5, e como uma opção do programa de computação elaborado. Na fig. 4.6 aparece um exemplo onde foram obtidos os gráficos anteriormente explicados para a distribuição de Weibull e o modelo da Lei de Potência Inversa utilizando o programa “ENSACE”.

4.2.5 Avaliação do Parâmetro de Forma da Distribuição

Para comprovar a suposição de que (β) não muda para os diferentes níveis de estressamento, deve-se calcular as estimativas de sobrevivência para os dados em cada nível, $X_j, j = 1, 2, \dots, n$, os gráficos do $\ln(-\ln F(t, X_j))$ Vs. $\ln(t)$ para os diferentes níveis de estresse, o que deve resultar em linhas aproximadamente paralelas se a suposição for correta (ver fig. 4.1). Para os casos da distribuição Normal e Log-normal o procedimento é o mesmo que o descrito anteriormente.

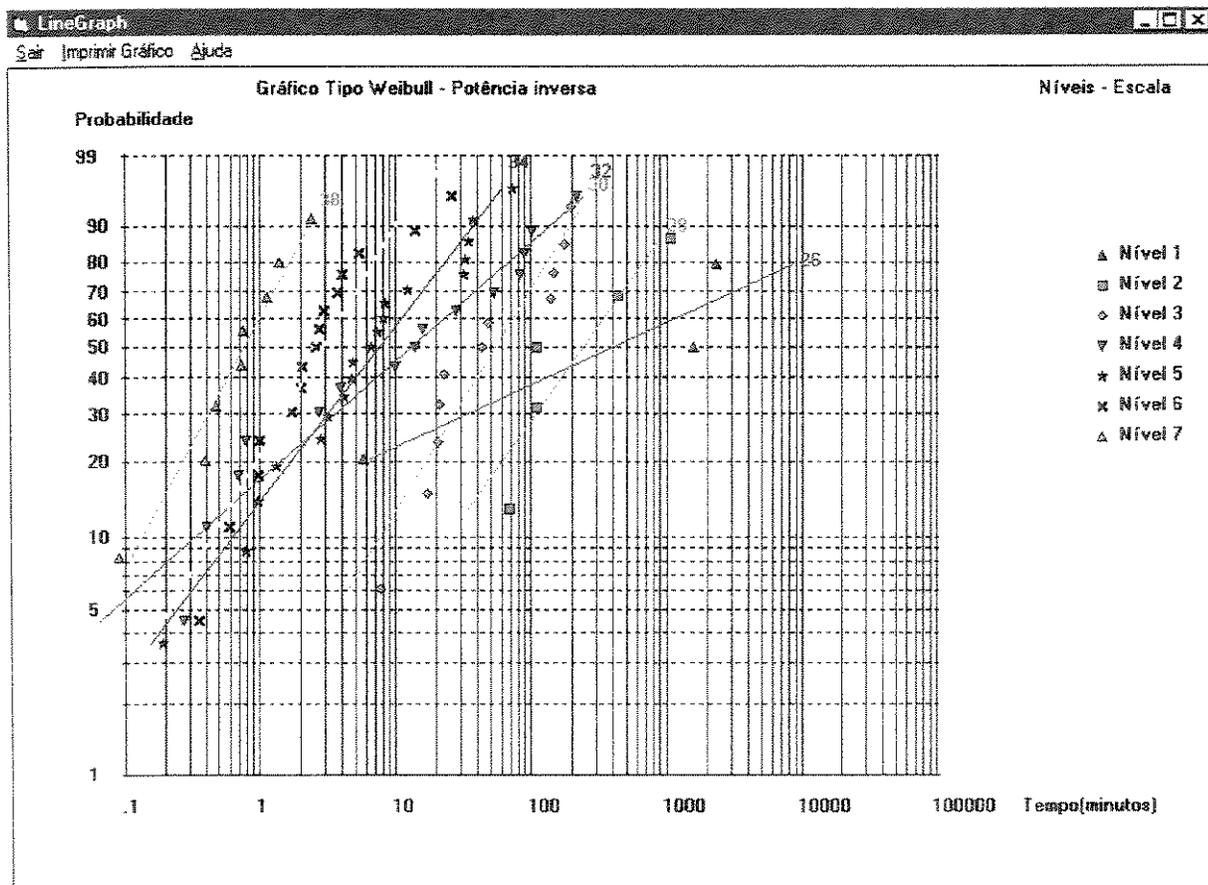


Figura 4.6 Modelo Potência Inversa com distribuição Weibull .

4.3 Desenvolvimento do Método dos Mínimos Quadrados (M.Q.) para o programa “ENSACE”

Apresenta-se a seguir o método dos mínimos quadrados aplicado para estimar os parâmetros da distribuição de Weibull, Normal e Log-normal, os parâmetros dos modelos de Arrhenius e Potência Inversa e calcular os limites de confiança dos parâmetros estimados. O método dos M.Q., como todo método analítico, indica a precisão dos estimados através do desvio padrão e dos intervalos de confiança. Este método é utilizado também como uma estimativa inicial dos parâmetros envolvidos para aplicar o método da máxima verossimilhança o qual para o caso de dados censurados é mais conveniente que o anterior.

4.3.1 Método dos Mínimos Quadrados para a Distribuição de Weibull com Dados completos e estressamento constante em Ensaios acelerados de vida

O método é utilizado para ajustar a distribuição de Weibull, combinado com os modelos de Arrhenius ou Lei de Potência Inversa, estimando os parâmetros do modelo, percentuais, limites de confiança, fração de falha e estressamento de projeto. É preciso dizer que o método não tem a precisão do método de estimação de Máxima Verossimilhança (M.V.), para ensaios censurados, que são mais comuns nos ensaios acelerados, mas é um método muito fácil de aplicar pela sua simplicidade, não requerendo programas de computação sofisticados. É utilizado no trabalho para obter uma estimativa inicial dos parâmetros do modelo e distribuição para ser utilizados posteriormente pelo método de máxima verossimilhança.

Apresenta-se a seguir o método dos M.Q. baseado na teoria apresentada no Anexo 1.

I- Dados necessários:

- a) Número de níveis nos ensaios, (j).
- b) Número total de amostras no ensaio, (nt).
- c) Valores da variável carga por nível $X(j)$, (temperatura, carga, tensão, etc.).
- d) Números de amostras por nível, $(n(i,j))$.
- e) Tempos até falha de cada amostra, $t(i,j)$.

Os tempos até falha por nível se processam pela expressão.

$Y(i,j) = \ln(t(i,j))$ para a distribuição de Weibull.

II- Modelo a utilizar

a) Para o modelo de Arrhenius ($X(j) = 1000/T(j)$), onde $T(j)$ é a temperatura em $^{\circ}\text{C}$.

b) Para o modelo da Lei da Potência Inversa, se toma $X(j) = \ln(t(i,j))$.

O modelo para o i -ésimo $\ln(t(i,j))$ ao nível $X(j)$, de estressamento será:

$$Y(i,j) = \mu(X(j)) + e_{ij} \quad (4.17)$$

Para $i=1, \dots, n_j$ e $j=1, \dots, J$. A variação aleatória o erro e_{ij} do $\ln(t(i,j))$ tem uma distribuição de valor extremo com média zero e um parâmetro de escala desconhecido δ .

A relação linear vida x estressamento será:

$$\mu(X(j)) = \gamma_0 + \gamma_1 X(j) \quad (4.18)$$

onde $\mu(X(j))$ representa a média do \ln dos tempos de vida.

As relações de Arrhenius e Lei de Potência Inversa são casos especiais de (4.18). O valor do parâmetro de locação da distribuição de valor extremo $\xi(X(j))$ é denominado para a média como:

$$\xi(X(j)) = \mu(X(j)) + 0.5772 \delta = \gamma_0 + \gamma_1 X(j) + 0.5772 \delta$$

Sendo este o \ln do parâmetro de escala de Weibull $\alpha_p(X(j))$, e 0.5772 é a constante de Euler.

A variação aleatória de e_{ij} tem o mesmo desvio padrão $\sigma = 1.283 \delta = 1.283 / \beta$, onde β é o parâmetro de forma da distribuição de Weibull. Também e_{ij} se assume como

estatisticamente independente. Essa suposição é utilizada na teoria de regressão pelo método dos mínimos quadrados, Draper e Smith (1981), e para a distribuição de valor extremo assumida em Nelson (1990).

A seguir, será apresentada a estimativa de parâmetros pelo método dos M.Q.:

Primeiramente serão calculadas as médias do ln das observações e desvios padrão para cada nível de estresse.

Para um nível de estresse j tem-se:

$$Y_m(j) = \left(\sum_{i=1}^{n_j} Y(i, j) \right) / n_j \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} S(j) &= \left\{ \left[\sum_{i=1}^{n_j} (Y(i, j) - Y_m(j))^2 \right] / (n_j - 1) \right\}^{-5} \\ &= \left\{ \left[\sum_{i=1}^{n_j} (Y(i, j))^2 - (n_j Y_m(j)^2) \right] / (n_j - 1) \right\}^{-5} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Aqui a somatória corre até as n_j observações ao nível de estresse j ; $X(j)$ tem $v_j = n_j - 1$ graus de liberdade, se $n_j = 1$, $X(j)$ não é calculado. Os cálculos intermédios devem ter seis casas decimais, para assegurar uma precisão aceitável nos resultados finais.

Executa-se a Média total para todos os dados:

$$X_{mt} = \left(\sum_{j=1}^J (n(j)X(j)) \right) / nt \quad (4.21)$$

$$Y_{mt} = \left(\left(\sum_{j=1}^J n(j)Y_m(j) \right) \right) / nt \quad (4.22)$$

Cada um deles representa a soma das amostras dividida pelo número total .

A soma quadrática é dada pelas expressões seguintes e é calculada para as n observações da amostra.

$$S_{yy} = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n_j} (Y(i, j) - Y_{mt})^2 = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n_j} (Y(i, j))^2 - nt(Y_{mt})^2 \quad (4.23)$$

$$S_{xx} = \left(\sum_{j=1}^J (n(j)X(j))^2 \right) - nt(X_m)^2 \quad (4.24)$$

$$S_{xy} = \left(\sum_{j=1}^J n(j)X(j)Y_m(j) \right) - nt(X_m)(Y_{mt}) \quad (4.25)$$

A estimativa dos coeficientes γ_0 e γ_1 será:

$$C_1 = S_{xy} / S_{xx} \quad (4.26)$$

$$C_0 = Y_{mt} - C_1 X_m \quad (4.27)$$

E a estimativa do desvio padrão (σ).

$$S = [(v_1 S_1^2 + \dots + v_j S_j^2) / v]^{.5} \quad (4.28)$$

onde $v = v_1 + \dots + v_j = nt - J$ é o número de graus de liberdade, a estimativa do desvio padrão pela equação (4.28) é baseada no erro puro ou replica.

Outro estimador de (σ) pode ser calculado pela expressão seguinte:

$$S' = [(S_{yy} - C_1 S_{xy}) / (n-2)]^{.5} \quad (4.29)$$

Onde S' é chamado estimador de σ baseado na falta de ajuste (dispersão dos dados) em torno da linha de ajuste. Também é chamado de erro padrão estimado. Ele tem $v = n-2$ graus de liberdade. Qualquer das duas estimativas de σ pode ser usada nos cálculos. Para a análise

dos dados de ensaios acelerados, o estimador S baseado no erro é recomendado; pois tende a sobrestimar σ se a relação média vs. estressamento é não linear.

O estimador do parâmetro de escala de valor extremo δ será:

$$d = (0.7797) S \quad (4.30)$$

O estimador do parâmetro de forma da distribuição Weibull será:

$$B = 1/d = 1.283 / S \quad (4.31)$$

Para um nível de estressamento X_0 , o estimador M.Q. $m(X_0)$ do ln (media) $\mu(X(j)) = \gamma_0 + \gamma_1 X(j)$ será:

$$m(X_0) = C_0 + C_1 X_0 \quad (4.32)$$

O estimador do parâmetro de escala da distribuição será:

$$\alpha_p^*(X_0) = \exp [m(X_0) + 0.5772d] \quad (4.33)$$

O estimador da função de falha será:

$$F^*(t_0, X_0) = 1 - \exp \{- [t_0 / \alpha_p^*(X_0)]^b \} \quad (4.34)$$

Para o nível de estresse X_0 o estimador do 100 th percentual $Y_p(X_0)$ do ln (vida) será:

$$\begin{aligned} Y_p(X_0) &= m(X_0) + [0.5772d + \mu(P)] 0.7797 S \\ &= C_0 + C_1 X_0 + [0.5772d + \mu(P)] 0.7797 S \end{aligned} \quad (4.35)$$

onde $\mu(P) = \ln [-\ln(1-P)]$ é o 100 % percentual do valor extremo padrão.

O estimador do 100 % percentual da distribuição de vida de Weibull será:

$$t_p(X_0) = \exp [Y_p(X_0)] \quad (4.36)$$

4.3.1.1 Intervalo de Confiança

A precisão de um estimador é dada por seu desvio padrão e intervalo de confiança. O limite de confiança aproximado para o $\ln(\text{media})$ é calculado da seguinte forma:

Para o nível de estresse X_0 , $m(X_0) = C_0 + C_1 X_0$ é o estimador para o $\ln(\text{media})$ $\mu(X_0) = \gamma_0 + \gamma_1 X(j)$. A distribuição da amostra é aproximadamente normal quando n é grande e tem uma média igual a o verdadeiro $\mu(X_0)$; então, $m(X_0)$ será um estimador imparcial para $\mu(X_0)$. A precisão de $m(X_0)$ é dado por seu desvio padrão.

$$\sigma(m(X_0)) = \left\{ (1/n) + [(X_0 - X_m)^2 / S_{xx}] \right\}^{1/2} \sigma \quad (4.37)$$

Seu estimador será:

$$S(m(X_0)) = \left\{ (1/n) + [(X_0 - X_m)^2 / S_{xx}] \right\}^{1/2} S \quad (4.38)$$

onde S é um estimador do σ e tem ν graus de liberdade.

A aproximação para o $100\gamma\%$ do intervalo de Confiança para $\mu(X_0)$ tem limite:

$$\text{inferior } \mu_i(X_0) = m(X_0) - t(\gamma, \nu) S(m(X_0)); \quad (4.39)$$

$$\text{superior } \mu_s(X_0) = m(X_0) + t(\gamma, \nu) S(m(X_0)); \quad (4.40)$$

onde $t(\gamma, \nu)$ é o $100\gamma\% = 100(1+\gamma)/2$, t percentual com ν graus de liberdade.

4.3.2 Métodos dos Mínimos Quadrados para a Distribuição Log-normal e Normal com Dados completos e estressamento constante em Ensaio acelerados de vida

O método é utilizado para ajustar a distribuição Log-normal, combinada com os modelos de Arrhenius ou Lei de potência inversa, estimando os parâmetros do modelo,

percentuais, limites de confiança, fração de falha e estressamento de projeto, a metodologia a seguir é a mesma do caso anterior.

Se parte da assunção de que uma amostra aleatória de n itens são testados, até que todos falhem na prova.

I- Dados necessários:

- a) Número de níveis nos ensaios, (j) .
- b) Número total de amostras no ensaio, $(n_t = n_1 + n_2 + \dots + n_j)$.
- c) Valores da variável estressamento por nível $X(j)$, (temperatura, carga, tensão, etc.).
- d) Números de amostras por nível, $(n(i,j))$.
- e) Tempos até falha de cada amostra, $t(i,j)$.

Os tempos até falha por nível se processam por a expressão.

$Y(i,j) = \ln(t(i,j))$ para a distribuição Log-normal

$Y(i,j) = t(i,j)$ para a distribuição Normal.

Para efeitos do trabalho, considera-se que para a distribuição Normal a metodologia é a mesma vista no item 4.3.1, mudando unicamente as considerações anteriores e o cálculo das estimativas de percentuais.

O estimador de percentuais será calculado da seguinte forma:

Para um nível de estressamento X_0 , o estimador para o 100% percentual $\eta_p(X_0) = \exp[\mu(X_0) + Z_p\sigma]$ será:

$$Y_p(X_0) = \exp[m(X_0) + Z_pS] = C_0 + C_1 X_0 + Z_pS; \quad (4.55)$$

Aqui Z_p é o 100p% percentual normal padrão, Se $P = 0.50$, ele estima o ln. da média.

O estimador do percentual Log-normal 100p% será:

$$t_p(X_0) = \exp[Y(X_0)]$$

O estimador da função de falha será então:

$$F(t_0, X_0) = \Phi[(t_0 - m(X_0))/S] = \Phi[(t_0 - C_0 - C_1 X_0)/S] \quad (4.56)$$

Onde $\Phi[]$ é a função de distribuição acumulada normal padrão, a qual aparece tabelada (Nelson 1990).

4.4 Desenvolvimento do Método de Máxima Verossimilhança (M.V.) para o programa “ENSACE”

O método de máxima verossimilhança é um método versátil, é utilizado tanto para dados completos como para dados censurados, é aplicado para diferentes modelos, tipos de dados é tipos de estressamento, também é utilizado para a análise de modos de falhas misturados. O método oferece estimadores e limites de confiança dos parâmetros das distribuições e modelos utilizados.

Desenvolve-se a seguir o método para os casos de estressamento constante e distribuições de Weibull, Log-normal e Normal e ensaios completos o com censura a direita ou com censura múltipla (mistura dos casos anteriores) e modos de falha simples para os modelos de Arrhenius e Lei de Potência Inversa os quais são os mais utilizados.

O método consta dos passos seguintes:

- a) Obter a função de máxima verossimilhança em função dos tipos de dados envolvidos no ensaio (censura a direita, observado, etc.) e dos parâmetros do modelo utilizado
- b) Obter as primeiras derivadas parciais da função com relação a cada coeficiente, com o objetivo de estimar os parâmetros que maximizam a função
- c) Obter as segundas derivadas parciais da função com relação a cada coeficiente (matriz das segundas derivadas parciais da função), e calcular os limites de confiança aproximados para cada coeficiente do modelo e outras quantidades.

Assumindo que para um item i , seu tempo de falha será t_i , e os valores do estressamento para cada nível J são $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ji}$ para $i = 1, 2, \dots, n$. A função de distribuição de falhas será $F(t_i, \theta, X_i)$ onde $X_i = (X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ji})$ é o vetor dos valores de estressamento e $\theta = (\theta_{1i}, \dots, \theta_{ni})$ é o vetor dos parâmetros do modelo. A função densidade de probabilidade $f(t_i, \theta, X_i) = dF(t_i, \theta, X_i)/dt_i$ é assumido que existe e que a função de confiabilidade é, $R(t_i, \theta, X_i) = 1 - F(t_i, \theta, X_i)$.

4.4.1 Método de M.V. para Distribuição de Weibull

O objetivo da utilização do método no caso da distribuição de Weibull é a estimação do parâmetro de forma da distribuição e dos parâmetros do modelo utilizado.

Para dados completos tem-se:

Sabendo que a função densidade da distribuição de Weibull é;

$$f(t) = \beta \frac{t^{\beta-1}}{\alpha_p^\beta} \exp\left[-\frac{t^\beta}{\alpha_p^\beta}\right] \quad (4.61)$$

A função de máxima verosimilhança será:

$$Li = \prod_{j=1}^{ni} f(t) \quad (4.62)$$

$$Li = \prod_{j=1}^{ni} \beta \frac{t^{\beta-1}}{\alpha_p^\beta} \exp\left[-\frac{t^\beta}{\alpha_p^\beta}\right] \quad (4.63)$$

O logaritmo de probabilidades pode ser definido por:

$$\ln(Li) = \ln\left(\prod_{j=1}^{ni} \beta \frac{t^{\beta-1}}{\alpha_p^\beta} \exp\left[-\frac{t^\beta}{\alpha_p^\beta}\right]\right) = \sum_{i=1}^{ni} \ln\left(\beta \frac{t^{\beta-1}}{\alpha_p^\beta} \exp\left[-\frac{t^\beta}{\alpha_p^\beta}\right]\right) \quad (4.64)$$

conhecendo que $\ln(\alpha_p) = \gamma_0 + \gamma_1 X_i$ para a distribuição de Weibull, e por tanto

$$\alpha_p = \exp(\gamma_0 + \gamma_1 X_i) \quad (4.65)$$

onde X_i é uma função do estresse aplicado, e de acordo com os modelos utilizados pode ser:

$X_i = 1000/T$ para o modelo de Arrhenius

$X_i = \ln(X_i)$ para o modelo Lei de Potência Inversa

Substituindo o valor de α na equação (4.66) para introduzir os parâmetros do modelo, obtém-se a seguinte expressão da função de máxima verossimilhança:

$$L(\beta, \gamma_0, \gamma_1) = n \cdot k \log(\beta) - n \cdot k \beta \gamma_0 - n \beta \gamma_1 \sum_{i=1}^k X_i + (\beta - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \log(t_{ij}) - \exp(-\beta \gamma_0) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \exp(-\beta \gamma_1 X_i) (t_{ij})^\beta \quad (4.66)$$

onde: k é o número de níveis na prova; X_i é o fator de estressamento em cada nível; n é o número de amostras em cada nível.

γ_1, γ_0 são os parâmetros do modelo utilizado (Potência Inversa ou Arrhenius)

β é o parâmetro de forma da distribuição de Weibull;

L é o Logaritmo de probabilidades; e t_{ij} o tempo até falha observado para cada amostra ao nível de estresse X_i .

Para o caso de dados censurados a direita a função de máxima verossimilhança será:

$$L_i = \prod_{j=1}^{ns} (1 - F(t)) \quad (4.67)$$

A função de distribuição de Weibull será:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_p}\right)^\beta\right] \quad (4.68)$$

substituindo a equação (4.67) em (4.66) tem-se:

$$L_i = \prod_{j=1}^{ns} \left(1 - \left(1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_p}\right)^\beta\right] \right) \right) \quad (4.69)$$

introduzindo os parâmetros do modelo na equação anterior tem-se:

$$L(\beta, \gamma_0, \gamma_1) = \prod_{j=1}^{ns} \left(\exp\left[-\left(\frac{t}{\exp[\gamma_0 + \gamma_1 X_i]}\right)^\beta\right] \right) \quad (4.70)$$

Aplicando logaritmo tem-se que, para k níveis de estresse:

$$L(\beta, \gamma_0, \gamma_1) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \ln(L_i) \quad (4.71)$$

Do anterior se pode obter uma expressão geral que abarque os tipos de ensaios seguintes:

- Ensaios Completos.
- Ensaios censurados a direita.
- Ensaios com censura múltipla o misturados.

Para qualquer amostra i, com tempo de falha aleatório t_i , valor de carga aplicada X_i , e parâmetros do modelo γ_0, γ_1 , vamos a ter uma função de máxima verossimilhança em função desses parâmetros.

Se a amostra falha a um tempo t_i , sabemos que seu logaritmo natural da probabilidade L_i será o logaritmo natural da função densidade para o tempo t_i , o seja:

$$L_i = \ln(f(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) \quad (4.72)$$

Se a amostra é censurada ao tempo t_i , tal que ela seja censurada a direita e seu tempo de falha é superior a t_i , então o logaritmo natural da distribuição de probabilidade acima de t_i será:

$$L_i = \ln(1 - F(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) = \ln(R(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) \quad (4.73)$$

ou seja, será o logaritmo natural da confiabilidade à idade t_i .

Cada L_i é uma função do tempo t_i , do parâmetro de escala α , é da variável X_i , para k níveis de estresse tem-se:

$$\begin{aligned} \ln(L_i) &= \sum_{i=1}^k \ln(L(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) \\ &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \ln(f(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) \sum_{j=1}^{n_s} \ln(1 - F(t_i, \gamma_0, \gamma_1, X_i)) \end{aligned} \quad (4.74)$$

Nesta equação o primeiro termo corre até n_i , (falhas) e o segundo termo corre até n_s , (suspensões). Se os dados são completos o último termo é eliminado ao ser $n_s = 0$. Assim é possível obter uma expressão geral para a distribuição de Weibull. A função será:

$$L(\beta, \alpha) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \ln\left(\beta \frac{t^{\beta-1}}{\alpha_p^\beta} \exp\left[-\frac{t^\beta}{\alpha_p^\beta}\right]\right) \sum_{j=1}^{n_s} \ln\left(\exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_p}\right)^\beta\right]\right) \quad (4.75)$$

Substituindo o valor de α na equação (4.75) para introduzir o modelo

$$\begin{aligned} L(\beta, \gamma_0, \gamma_1) &= \ln(\beta) \sum_{i=1}^k n_i - \beta \sum_{i=1}^k n_i (\gamma_0 + \gamma_1 X_i) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) - \\ &\sum_{i=1}^k \left[\exp(\gamma_0 + \gamma_1 X_i) \right]^{-\beta} \left[\sum_{j=1}^{n_i} (t_{i,k})^\beta + \sum_{j=1}^{n_s} (t_{j,k})^\beta \right] \end{aligned} \quad (4.76)$$

Os valores de γ_0 , γ_1 , β que maximizam a equação (4.74) são os estimadores dos parâmetros de máxima verossimilhança da função; a equação anterior pode ser simplificada se

é encontrado o valor de γ_0 ou γ_1 que a maximizam. Para isto deriva-se a equação (4.76) com respeito a γ_0 .

$$\frac{\partial \text{Li}(\beta, \gamma_0, \gamma_1)}{\partial \gamma_0} = -\beta \sum_{i=1}^k n_i - \beta \sum_{i=1}^k [\exp(\gamma_0 + \gamma_1 X_i)]^\beta \left[\sum_{j=1}^{n_i} (t_{i,k})^\beta + \sum_{j=1}^{n_s} (t_{j,k})^\beta \right] \quad (4.77)$$

Fazendo algumas transformações elementares em (4.77), obtêm-se o valor de γ_0 que maximiza a função para valores de β e γ_1 fixos será:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^k \ln \left[\exp(-\beta \gamma_1 X_i) \left(\frac{\sum_{j=1}^{n_i} t_{i,k}^\beta + \sum_{j=1}^{n_s} t_{j,k}^\beta}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right] \quad (4.78)$$

Substituindo a equação (4.78) em (4.76), pode-se obter uma função de máxima verossimilhança reduzida, em função de β e γ_1

$$L(\beta, \gamma_1) = \text{Sqm} \cdot \ln(\beta) + \text{Ste} (\beta - 1) - \text{Sn} \cdot \text{Ln}(\text{Srto}) - \beta \cdot \gamma_1 \cdot \text{Sme} \quad (4.79)$$

onde

$$\text{Sqm} = \sum_{i=1}^k n_i ; \text{ onde } k \text{ corre para todos os níveis da prova}$$

$$\text{Sme} = \sum_{i=1}^k n_i \cdot X_i$$

$$\text{Ste} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \ln(t_{ij}) ; \text{ onde } n_i \text{ corre até as falhas}$$

$$\text{Srto} = \text{too} + \text{Tot}$$

$$\text{Onde } \text{too} = \sum_{i=1}^k \exp(z_i) \sum_{j=1}^{n_i} t(i, j)^\beta \text{ e } \text{Tot} = \sum_{i=1}^k \exp(z_i) \sum_{j=1}^{n_s} t(i, j)^\beta$$

sendo $z_a = -\gamma_1 \beta X_i$

Para estimar os valores de β e γ_1 que maximizam a função anterior se deve-se utilizar métodos iterativos, e uma vez estimados os parâmetros anteriores, calcula-se por (4.78) o parâmetro γ_0 . Um possível método a utilizar seria o método de Newton-Raphson para equações não lineares combinado com algum outro método que permita comprovar que os valores estimados correspondem a um máximo global e não a um máximo local da função, portanto primeiramente serão determinadas as primeiras e segundas derivadas parciais da função com respeito a cada um deles para aplicar Newton-Raphson (ver anexo 3 para os fundamentos do método aplicado no programa de computação).

Primeiras derivadas parciais:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \left(\frac{Sq_m}{\beta} \right) + Ste - Sq_m (So1 - \gamma_1 S1o) / Srto - \gamma_1 Sme \quad (4.80)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma_1} = Sq_m \beta (Fto / Srto) - \beta Sme \quad (4.81)$$

$$\text{onde } Fto = \sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^{ni} [X(i) \exp(z_a)] t(i, j)^\beta + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} [X(i) \exp(z_a)] t(i, j)^\beta$$

$$\text{e: } So1 = t1 + Tot1 \quad \text{e} \quad S1o = t3 + Tot3$$

$$\text{Onde } t1 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ni} \exp(z_a) t(i, j)^\beta \ln(t(i, j)) \quad \text{e} \quad t3 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} (X(i) \exp(z_a) t(i, j)^\beta) \quad \text{para as}$$

falhas; para as suspensões tem-se

$$Tot1 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \exp(z_a) t(i, j)^\beta \ln(t(i, j)) \quad \text{e} \quad Tot3 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} (X(i) \exp(z_a) t(i, j)^\beta)$$

Segundas derivadas parciais

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta^2} = -\left(\frac{Sq_m}{\beta^2} \right) - \frac{Sq_m (So2 - 2\gamma_1 S11 + \gamma_1^2 S2o)}{Srto} + \frac{Sq_m (So1 - \gamma_1 S1o)^2}{Srto^2} \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1^2} = \frac{S_{qm}}{\beta^2} \frac{S_{1o}^2}{S_{rto}^2} - \frac{S_{2o}}{S_{rto}} \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1 \partial \beta} = \frac{S_{qm}[\beta.S_{11} + S_{1o} - \gamma_1 \beta.S_{2o}]}{S_{rto}} - \frac{S_{qm} \beta [S_{o1} - \gamma_1.S_{1o}].S_{1o}}{S_{rto}^2} - S_{me} \quad (4.84)$$

Onde $S_{11} = t_4 + Tot_4$; $S_{2o} = t_5 + Tot_5$; e $S_{o2} = t_6 + Tot_6$.

Para as falhas

$$t_4 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X(i) \exp(z_a) t(i, j)^\beta \ln(t(i, j))$$

$$t_5 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X(i)^2 \exp(z_a) t(i, j)^\beta$$

$$t_6 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \exp(z) t(i, j)^\beta [\ln(t(i, j))]^2$$

e para as suspensões

$$Tot_4 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} X(i) \exp(z_a) t(i, j)^\beta \ln(t(i, j))$$

$$Tot_5 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} X(i)^2 \exp(z_a) t(i, j)^\beta$$

$$Tot_6 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \exp(z_a) t(i, j)^\beta [\ln(t(i, j))]^2$$

4.4.1.1 Valores iniciais para o método de Newton-Rapshon

Para que o método de Newton-Rapshon , não tenha problemas de convergência, os valores iniciais dos parâmetros a estimar devem estar próximos da solução, e como muitas vezes não se conhecem os valores reais destes parâmetros, serão utilizados os parâmetros estimados primeiramente pelo método dos mínimos quadrados, que é bem fácil de implementar, e assim obter valores iniciais que estarão bem próximos dos valores reais que satisfazem a equação de máxima verossimilhança. O programa “ENSACE” oferece essa possibilidade, primeiramente processa os dados utilizando o método dos mínimos quadrados, independentemente do tipo de dado e posteriormente dá a possibilidade de fazer os cálculos por máxima verossimilhança, tomando a saída de mínimos quadrados como valores iniciais; o que funciona como um refinamento dos parâmetros estimados.

4.4.2 Método de M.V. para Distribuição Normal (Log-normal)

Desenvolve-se a seguir o modelo para a distribuição Normal, e para o caso da distribuição Log-normal será expresso o modelo em função da relação que existe entre a distribuição Normal e Log-normal ou seja tendo em consideração que o logaritmo natural de uma variável com distribuição Log-normal com parâmetros μ e σ tem uma distribuição Normal com média μ e desvio padrão σ . O que significa que para esse caso se trabalha com o logaritmo natural dos dados e distribuição Normal.

Para distribuição Normal e dados observados ou seja falhas tem-se:

$$L_i = f(Y_i, \theta_{1i}, \dots, \theta_{ni})$$

Onde $f(\cdot)$ é a função densidade da distribuição, e $\theta_{1i}, \dots, \theta_{ni}$ representam os parâmetros a estimar.

$$f(t) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < t < \infty. \quad (4.85)$$

Para distribuição Normal e dados censurados a direita ou seja suspensões a direita tem-se:

$L_i = 1 - F(Y_i, \theta_{i1}, \dots, \theta_{ni})$; onde $F(\)$ é a função de Distribuição de falhas da distribuição, e $\theta_{i1}, \dots, \theta_{ni}$ representam os parâmetros a estimar.

$L_i = 1 - \Phi[(Y_i - \mu(X_i))/\sigma]$; $\Phi_i = \Phi(Z_i)$ é a função de distribuição Normal padrão acumulada; sendo $Y_i = \ln(\text{vida})$ para distribuição Log-normal

A função de máxima verosimilhança será:

$$L_i = [-S_{qm} \cdot \ln(\sigma) - \frac{S_{qm}}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} Z_i^2] + \sum_{j=1}^{n_s} \ln(1 - \Phi_i) \quad (4.86)$$

onde: $S_{qm} = \sum_{i=1}^k n_i$; onde k corre para todos os níveis da prova.

Pode-se desta forma utilizar a equação (4.86) para ensaios completos descartando o último termo da direita da equação e para ensaios com censura a direita se tomariam ambos os termos, os primeiros seriam válidos para falhas e o último para suspensões.

$$Z_i = \frac{[Y_i - \mu(X_i)]}{\sigma}; \text{ como: } \mu(X_i) = \gamma_0 + \gamma_1(X_i) \text{ então: } Z_i = \frac{[Y_i - \gamma_0 - \gamma_1(X_i)]}{\sigma}$$

Como o objetivo é maximizar a função de máxima verosimilhança, apresenta-se a seguir as primeiras e segundas derivadas da função. Derivando a função de máxima verosimilhança com relação a σ, γ_0 , e γ_1 tem-se:

Primeiras derivadas parciais da função.

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} (t_{21} + \text{Tot4}) \quad (4.87)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma_0} = \frac{1}{\sigma} (t_3 + \text{Tot3}) \quad (4.88)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma_1} = \frac{1}{\sigma} (t1 + Tot1) \quad (4.89)$$

$$\text{Onde: } t21 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ni} (z_i^2 - 1); \quad t1 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ni} z_i; \quad t3 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ni} X(i) z_i \text{ para as falhas}$$

$$\text{E: } Tot1 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \frac{t4}{1 - \Phi(z_i)}; \quad Tot3 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \frac{X(i).t4}{1 - \Phi(z_i)}; \quad Tot4 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \frac{z_i.t4}{1 - \Phi(z_i)} \text{ para}$$

suspensões.

$$\text{Onde: } t4 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_i^2}{2}\right) \text{ é a função densidade de probabilidades Normal padrão.}$$

As segundas derivadas parciais da função de máxima verossimilhança serão:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \sigma^2} = -\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial \sigma}\right) + \frac{1}{\sigma^2} (-2(tt3) + tt2) \quad (4.90)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0^2} = \frac{1}{\sigma^2} (-Sqm + Tot5) \quad (4.91)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} (-Sme2 + Tot6) \quad (4.92)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \sigma \partial \gamma_0} = -\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial \gamma_0}\right) + \frac{1}{\sigma^2} (-t1 + t2) \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \sigma \partial \gamma_1} = -\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial \gamma_1}\right) + \frac{1}{\sigma^2} (-t1 + t2) \quad (4.94)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0 \partial \gamma_1} = \frac{1}{\sigma^2} (-Sme + tt21) \quad (4.95)$$

$$\text{Onde: } tt3 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ni} z_i^2; \quad tt2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \left[-\frac{z_i.t4}{1 - \Phi(z_i)} + \frac{z_i^2.t4}{1 - \Phi(z_i)} - \frac{z_i^2.t4^2}{(1 - \Phi(z_i))^2} \right];$$

$$\text{Tot5} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \left[\frac{z_i \cdot t_4}{1 - \Phi(z_i)} - \frac{t_4^2}{(1 - \Phi(z_i))^2} \right]; \quad \text{Sme2} = \sum_{i=1}^k n_i \cdot X_i^2;$$

$$\text{Tot6} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \left[\frac{X_i^2 \cdot z_i \cdot t_4}{1 - \Phi(z_i)} - \frac{X_i^2 \cdot t_4^2}{(1 - \Phi(z_i))^2} \right]; \quad t_2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \left[\frac{z_i^2 \cdot t_4}{1 - \Phi(z_i)} - \frac{z_i \cdot t_4^2}{(1 - \Phi(z_i))^2} \right];$$

$$\text{Sme} = \sum_{i=1}^k n_i \cdot X_i; \quad t_{21} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{ns} \left[\frac{X_i \cdot z_i \cdot t_4}{1 - \Phi(z_i)} - \frac{X_i \cdot t_4^2}{(1 - \Phi(z_i))^2} \right].$$

4.5 Testes Estatísticos para comprovar a validade dos Ensaio acelerados

A metodologia da análise por mínimos quadrados assume o uso de um modelo para o tratamento dos dados. A precisão dos parâmetros estimados do modelo e dos limites de confiança depende de quanto difere a relação assumida da real. Alguns valores estimados e limites de confiança são bastante precisos, ainda quando a relação assumida esteja longe de satisfazer os dados, e em outros casos pode ser bastante sensível a uma imprecisão no modelo.

Para os casos da distribuição Log-normal, Normal ou Weibull pode-se verificar se existe uma diferença estatística significativa quanto à linearidade do modelo assumido (relação entre a média e o estressamento aplicado) como segue.

4.5.1 Comprovação da linearidade do Modelo

A média da amostra pode-se afastar significativamente de uma linha reta pelas seguintes razões fundamentais:

- a verdadeira relação não é uma linha reta.
- a verdadeira relação é uma linha reta, mas outras variáveis ou fatores provocam o afastamento.

Como exemplos tem-se.

- a) Níveis de estresse imprecisos.

- b) Mal funcionamento dos equipamentos de teste;
- c) Amostras de diferentes materiais.
- d) Diferentes condições de prova, variáveis que não foram controladas de modo adequado, influenciam na prova
- e) Erros de leitura de dados.
- f) Efeitos combinados de dois ou mais modos de falhas.

O teste será como segue:

Supondo se tem n amostras distribuídas em j níveis do ensaio, onde $j > 2$

O teste estatístico para a linearidade é calculado por:

$$F = [(n-2)S^{*2} - (n-j)S^2] / [(j-2)S^2]; \quad (4.96)$$

aqui S é o estimado de σ baseado no erro puro, e S^* é o estimado baseado na falta de ajuste.

O teste de linearidade será:

I- Se $F \leq F(1-\alpha; j-2, \nu)$ então não existe uma diferença estatística significativa da não linearidade, com um nível de confiança de $100\% \alpha$.

II- Se $F > F(1-\alpha; j-2, \nu)$ então existe uma diferença estatística significativa da não linearidade, com um nível de confiança de $100\% \alpha$.

Aqui $F(1-\alpha; j-2, \nu)$ é o ponto $1-\alpha$ da distribuição F com $(j-2)$ graus de liberdade no numerador, e $\nu = n - j$ graus de liberdade no denominador.

Este teste é exato para a distribuição Normal e Log-normal; para outras distribuições ele é aproximado.

No caso de existirem evidências da não linearidade se devem analisar os dados e os gráficos para entender o porque da mesma.

4.5.2 Teste de Bartlett para comprovação se o Parâmetro σ da Distribuição Log-normal permanece constante

Na análise dos dados se assume que σ permanece constante em todos os níveis de estresse utilizados no ensaio, ou seja, ele seria independente do estresse aplicado. Se existisse dependência, então os estimados e intervalos de confiança dos percentuais seriam imprecisos. Para o caso dos parâmetros do modelo γ_0 e γ_1 a relação $\mu(X_0)$ geralmente seria suficiente, ainda quando σ dependa da carga ou tensão aplicada. A dependência de σ , com o estresse, poderia ser inerente à características do produto, o que poderia resultar na falha do ensaio, ou poderia ser atuarem modos de falhas diferentes no ensaio, em diferentes níveis de estresse.

O teste de Bartlett para a comprovação de σ baseado no método dos mínimos quadrados será apresentado a seguir:

n_j - número de amostras no nível j .

S_j - Desvio padrão no nível j .

v_j - Graus de liberdade $v_j = n_j - 1$

j - número de níveis no ensaio

O estimado de um σ comum será:

$$S = [(v_1 S_1^2 + \dots + v_j S_j^2) / v]^{1/2} \quad (4.97)$$

onde: $v = v_1 + \dots + v_j$ número de graus de liberdade

$$Q = C \{v \ln(S) - [v_1 \ln(S_1) + \dots + v_j \ln(S_j)]\} \quad (4.98)$$

$$C = 4.605 / \left\{ 1 + \frac{j}{3(j-1)} \left[\frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_j} - \frac{1}{v} \right] \right\} \quad (4.99)$$

onde o nível de confiança (α) aproximado de igualdade de S_j será:

I- $Q \leq \chi^2(1-\alpha; j-1)$, S_j não difere estatisticamente de forma significativa com um nível de 100% α .

II- $Q > \chi^2(1-\alpha; j-1)$, existe diferença significativa, com um nível de 100% α .

Aqui $\chi^2(1-\alpha; j-1)$ é o 100%(1- α) percentual Chi-quadrado com (j-1) graus de liberdade.

Quando se cumpre a condição número II, então é preciso examinar os dados, para determinar como diferem. Se os dados para um nível de estresse apresentarem divergência, pode-se eliminar esse nível e analisar os dados novamente.

Outros testes para comparar σ aparecem em Draper e Smith (1981).

4.5.3 Teste para comprovar se o Parâmetro β da Distribuição Weibull permanece constante

O parâmetro β da distribuição de Weibull pode ter uma dependência com o estresse aplicado, neste caso apareceram mudanças sistemáticas na inclinação da reta de ajuste; ou pode ser que o produto a erros nos ensaios, ou de amostras insuficientes, β seja diferente em alguns níveis, esperando-se uma variação aleatória na inclinação da reta de ajuste para os diferentes níveis; caso seja assim, então o estimado de percentuais não poderia ser feito.

Se a representação dos pontos no gráfico tipo Weibull, mostra que existe uma diferença na inclinação das retas ajustadas, então se deve utilizar o seguinte teste estatístico.

I- Ajustar por separado os dados, para cada nível de carga com dois ou mais tempos de falhas distintos. Obter o j máximo \ln de probabilidades para cada nível pelo método de máxima verossimilhança.

II- Ajustar o modelo com um parâmetro de escala comum, pelo mesmo método.

III- Calcular o teste estatístico da razão de probabilidades por:

$$\tau = 2 (L_1 + \dots + L_j - L_0) \quad (4.100)$$

IV- Se o parâmetro de escala verdadeiro permanece constante, então a distribuição τ será aproximadamente Chi-quadrada com $j-1$ graus de liberdade. A melhor aproximação será para grandes amostras, sendo o mínimo igual a 5.

Se o parâmetro de escala difere, T tenderia a ter valores muito grandes, isto pode ser avaliado por:

- Se $\tau \leq \chi^2(1-\alpha; j-1)$, β não difere estatisticamente de forma significativa com um nível de 100% α .
- Se $\tau > \chi^2(1-\alpha; j-1)$, β difere estatisticamente de forma significativa com um nível de 100% α .

4.5.4 Verificação através do cálculo de Resíduos

Para comprovar a adequação dos dados a uma distribuição assumida, se podem utilizar vários métodos. Um deles é a análise do gráfico de probabilidades descrito anteriormente, onde o gráfico deveria seguir uma linha reta de forma razoável, uma curvatura pronunciada seria indicador da não correspondência dos dados com a distribuição assumida. Outro método que pode ser utilizado será descrito a seguir, Draper e Smith (1981):

O método utiliza a análise de residuais. Para a distribuição Log-normal os residuais serão calculados pela equação.

$$\varepsilon_{i,j} = (Y_{i,j} - \bar{Y}_j)[n_j / (n_j - 1)]^{1/2}, \quad (4.101)$$

onde $Y_{i,j}$ é o ln das observações i , e \bar{Y}_j é a média das n_j ln das observações ao nível j de estresse.

$\varepsilon_{i,j}$ pode ser calculado também pela expressão:

$$\varepsilon_{i,j} = [Y_{i,j} - m(X_j)] \quad (4.102)$$

onde $m(X_j)$ é o estimador do (ln) da média a esse nível ou para o caso de dados agrupados, será o estimador do (ln) da média de todos os dados; $m(X_j) = C_0 + C_1 X_j$, e pode ser obtido dos estimadores de máxima verossimilhança. Este método de verificação através de resíduos pela equação (4.102), pode ser utilizado tanto para a distribuição de Weibull, Normal ou Log-normal, nele, cada residual calculado para tempos de censura, é considerado como censurado, não sendo representado no gráfico. No método, é utilizado um gráfico de probabilidades que dependerá da distribuição utilizada.

Para a distribuição de Weibull e método dos M.Q., os residuais serão calculados pela equação de ajuste do ln dos residuais em torno de uma linha reta. Cada residual do ln das observações i num nível de estressamento X_j será:

$$\varepsilon_{ij} = [Y_{ij} - m(X_j)] / \{ 1 - (1/n) - [(X_j - \bar{X})^2 / S_{xx}] \}^{1/2}; \quad (4.103)$$

onde $m(X_j)$ é o estimador por mínimos quadrados do ln da média a um nível de estressamento X_j .

Estes residuais são representados num gráfico de probabilidades, considerando como uma amostra simples, este gráfico, pode revelar se existe diferença significativa no ajuste à distribuição escolhida. A gráfica deveria ser uma linha reta de forma razoável, uma curvatura pronunciada, poderia indicar uma falta de ajuste com a distribuição (modelo). Também poderia indicar que algumas observações estariam erradas, ou que o ensaio não foi adequadamente planejado ou simplesmente, que a relação vida x estressamento não é adequada.

4.6 Metodologia para a construção dos Intervalos de Confiança a partir do método de M.V.

A seguir será explicado como estimar os intervalos de confiança para as quantidades de interesse a partir dos resultados obtidos pelo programa “ENSACE”, ou seja, com os valores estimados pelo método de máxima verossimilhança; entenda-se por quantidade de interesse os valores de uma função dependente dos parâmetros do modelo dada por $\hat{G} = G(\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_n)$. Parâmetros da distribuição e percentuais são exemplos deste tipo de funções.

O estimado da variância de \hat{G} é calculado da seguinte forma:

Calcular as derivadas parciais de \hat{G} com relação aos coeficientes da função $\partial\hat{G}/\partial\gamma_n$, avaliadas a $\gamma_0 = \hat{\gamma}_0, \gamma_1 = \hat{\gamma}_1, \dots, \gamma_n = \hat{\gamma}_n$; e formar o vetor coluna:

$$D\hat{G} = \begin{bmatrix} \partial\hat{G}/\partial\gamma_n \\ \vdots \\ \partial\hat{G}/\partial\gamma_n \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

O estimador local da variância assintótica de \hat{G} será $\text{Var}(\hat{G})$, segundo o explicado no Anexo 2, para casos multivariados onde estão envolvidos mais de um parâmetro, a equação para obter o estimado de $\text{Var}(\hat{G})$, será:

$$\text{Var}(\hat{G}) = D\hat{G}' F^{-1} D\hat{G} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial\hat{G}}{\partial\gamma_n}\right)^2 \text{Var}(\hat{\gamma}_n) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j>1}^n \frac{\partial\hat{G}}{\partial\gamma_i} \frac{\partial\hat{G}}{\partial\gamma_j} \text{Cov}(\hat{\gamma}_i, \hat{\gamma}_j) \quad (4.105)$$

F^{-1} é o estimador local da matriz da covariância oferecido pelo programa “ENSACE”; e $D\hat{G}'$ é a transposta de $D\hat{G}$ (vetor coluna das derivadas parciais).

Assim tem-se que o estimador do desvio padrão de G será:

$$\sigma(\hat{G}) = [\text{Var}(\hat{G})]^{1/2} \quad (4.106)$$

que é a equação utilizada para calcular os intervalos de confiança aproximados do verdadeiro valor de G .

Um intervalo de $(1-\alpha)100\%$ de confiança para \hat{G} será:

$$\hat{G} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{G})} \quad (4.107)$$

onde $Z_{\alpha/2}$ é o percentual 100 p % da Normal padrão.

Exemplo. Para um modelo Potência Inversa-Weibull, geralmente deseja-se estimar o 100%P percentual ao estresse de projeto X_0 . O modelo será dado por:

$$\hat{Y}_p(X_0) = \ln(\hat{t}_p(X_0)) = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 X_0 + \hat{\delta} \varepsilon_p,$$

Derivando a função com relação a cada parâmetro

$$\partial \hat{Y}_p(X_0) / \partial \gamma_0 = 1; \quad \partial \hat{Y}_p(X_0) / \partial \gamma_1 = X_0; \quad \partial \hat{Y}_p(X_0) / \partial \delta = \varepsilon_p$$

o estimador da variância será:

$$\text{Var}[\hat{Y}_p(X_0)] = [1, X_0, \varepsilon_p] F^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ X_0 \\ \varepsilon_p \end{bmatrix} =$$

$$\text{Var}(\hat{\gamma}_0) + X_0^2 \text{Var}(\hat{\gamma}_1) + \varepsilon_p^2 \text{Var}(\hat{\delta}) + 2X_0 \text{Cov}(\hat{\gamma}_0; \hat{\gamma}_1) + 2\varepsilon_p \text{Cov}(\hat{\gamma}_0; \hat{\delta}) + 2\varepsilon_p X_0 \text{Cov}(\hat{\gamma}_1; \hat{\delta}),$$

sendo $\varepsilon_p = \ln(-\ln(1-P))$ e $\delta = 1/\beta$; sendo $X_0 = -\ln(V)$ para o modelo da Potência Inversa, onde V é a variável estresse.

Os intervalos de confiança para $\hat{Y}_p(X_0)$ serão:

$$\hat{Y}_p(X_0)_{\text{inf}} = \hat{Y}_p(X_0) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{Y}_p(X_0))} \quad \text{e}$$

$$\hat{Y}_p(X_0)_{\text{sup}} = \hat{Y}_p(X_0) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{Y}_p(X_0))}$$

o percentual de Weibull será $\hat{t}_p(X_0) = \exp(\hat{Y}_p(X_0))$, e seus correspondentes limites serão:

$$\hat{t}_p(X_0)_{\text{inf}} = \exp(\hat{Y}_p(X_0)_{\text{inf}}), \quad \text{e} \quad \hat{t}_p(X_0)_{\text{sup}} = \exp(\hat{Y}_p(X_0)_{\text{sup}}).$$

Capítulo 5

Programa “ENSACE” para o processamento dos dados procedentes de ensaios acelerados com estressamento constante

5.1 O programa “ENSACE”

Segundo a teoria explicada nos capítulos precedentes e tendo em consideração a complexidade dos cálculos a partir dos dados dos ensaios acelerados, foi desenvolvido um programa de computação denominado “ENSACE” (Ensaio Acelerado) baseado na metodologia apresentada. O programa, elaborado em linguagem VISUAL BASIC 3.0, permite processar dados provenientes de ensaios acelerados, em ambiente Windows com entrada e saída de dados amigável. Na literatura consultada, Nelson (1990), Freita e Colosimo (1997), foram encontradas várias referências a programas que fazem estes cálculos, cada um com suas particularidades e diferentes níveis de profundidade. No programa atual tentou-se agrupar a maioria dos procedimentos de cálculo existentes atualmente para processar ensaios acelerados, incluindo tanto a parte gráfica, como a parte dos cálculos pelos métodos de Mínimos Quadrados e Máxima Verossimilhança, e incluindo também testes estatísticos que permitem ter uma maior segurança nos resultados conclusivos. Todas essas questões juntas constituem uma poderosa ferramenta para auxiliar o engenheiro a elaborar conclusões tecnicamente adequadas, com confiança sobre os resultados obtidos e com maior rapidez.

Na continuação será apresentado o organograma básico para a elaboração do programa; nele podem ser observadas as possibilidades que apresenta o programa, desde a análise gráfica, incluindo gráficos de probabilidades para cada nível, percentuais, gráficos de

residuais tanto pelo método de Máxima Verossimilhança como por Mínimos Quadrados, até os testes estatísticos explicados no capítulo 4.



Figura 5.1. Fluxo do programa “ENSACE”. Menu Entrada de Dados

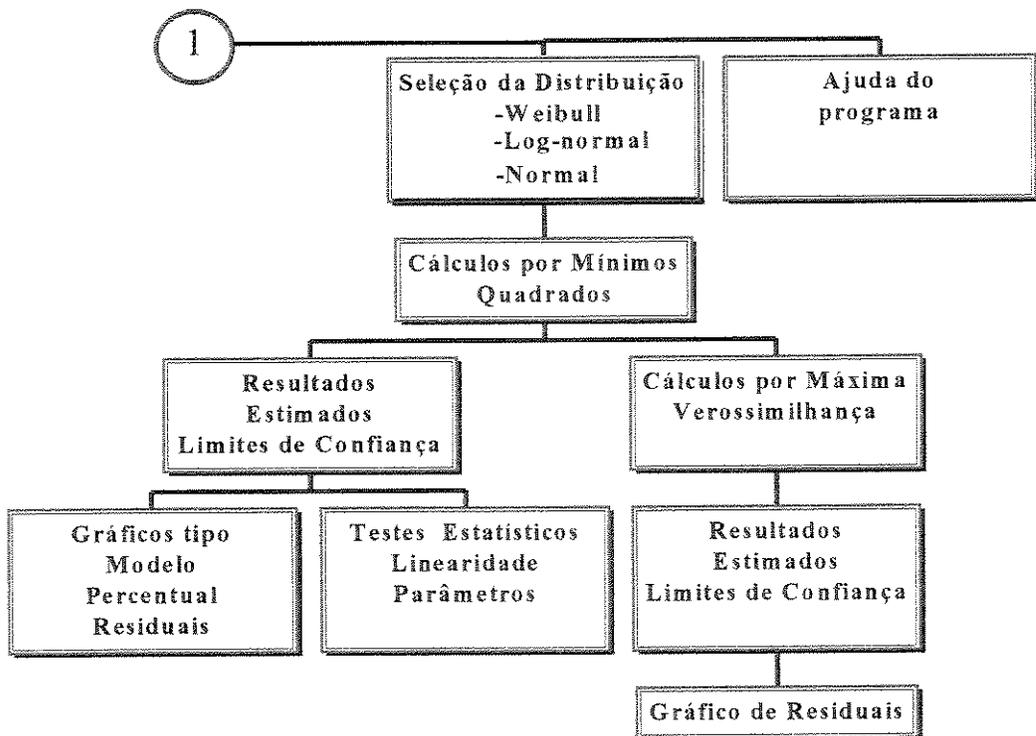


Figura 5.2. Fluxo do programa “ENSACE” (continuação). Menu Processamento dos Dados.

5.2 Processamento de dados

Na continuação do capítulo será explicado através de exemplos como processar os dados provenientes de ensaios acelerados, nos quais foram utilizados três ou mais níveis de estressamento para a realização dos mesmos. O programa permite o processamento dos seguintes tipos de dados (figuras 5.3 e 5.4), os quais foram explicados no capítulo 3:

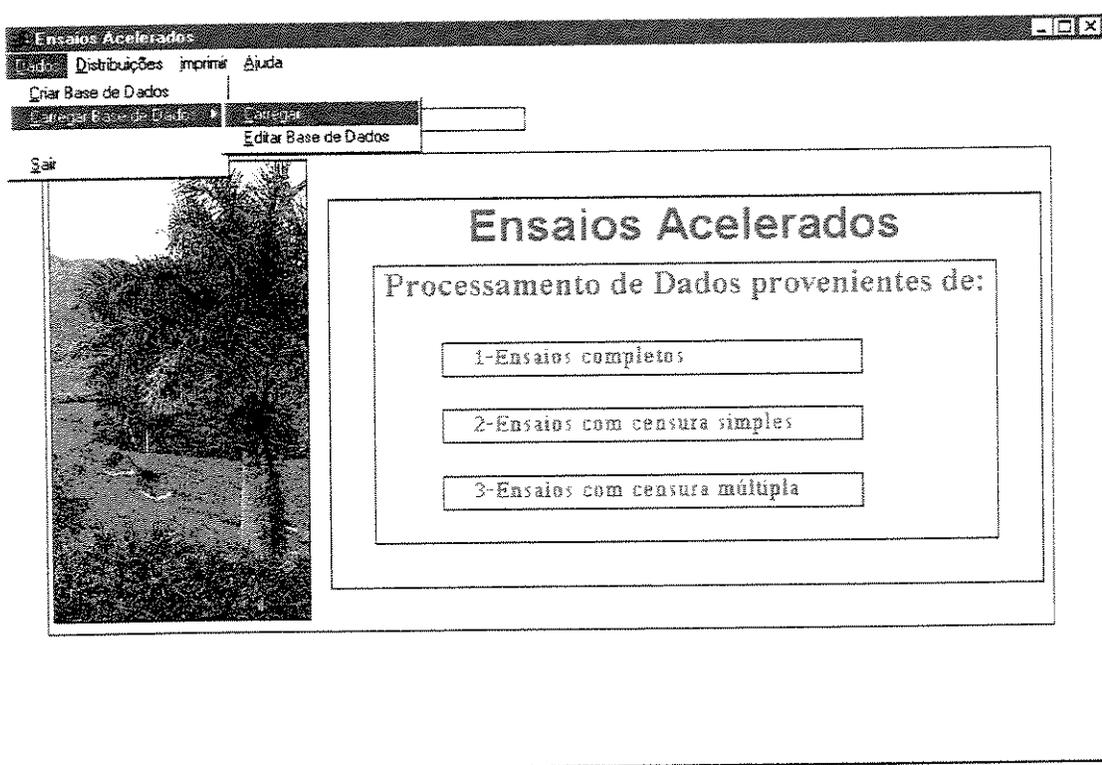


Figura 5.3. Janela principal do programa “Ensace”.

- a) Dados Completos
- b) Dados Censurados a Direita
- c) Dados com Múltipla Censura.

Apresenta as seguintes facilidades para o processamento dos dados.

I- Permite criar uma base de dados, oferecendo a facilidade de salvar como um arquivo de dados, com extensão .DAT, permitindo selecionar o tipo de dados a processar (fig.5.4), as unidades a utilizar (fig.5.5) e o modelo (fig. 5.6),(Arrhenius, Potência Inversa) que será utilizado, para formar essa base de dados deve-se também

classificar os tempos de falha segundo a metodologia que foi apresentada no capítulo 4 (fig.5.8) , ou seja, devem-se classificar as falhas e suspensões se for o caso. Uma vez selecionados estes itens, só resta nomear o arquivo no qual serão armazenados os dados (fig. 5.9).

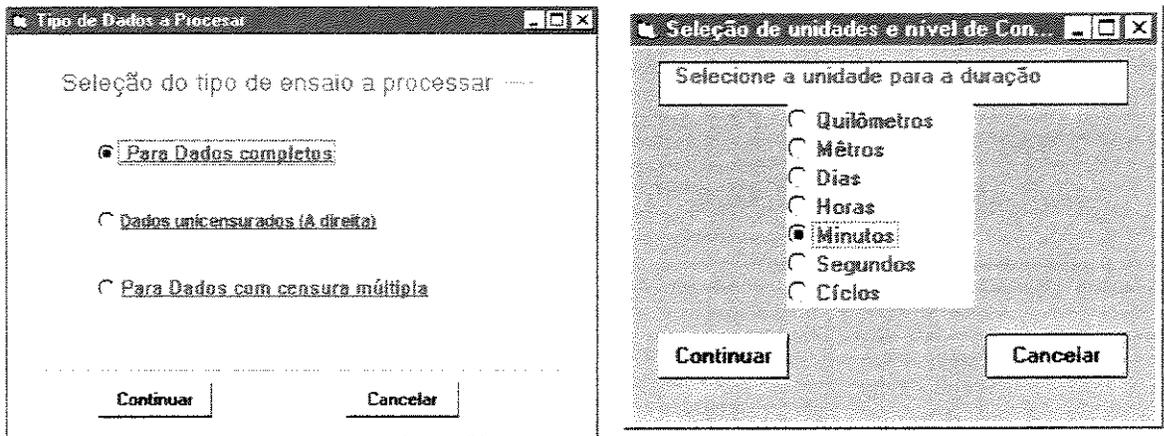


Figura 5.4.e Figura 5.5. Janelas para seleção do tipo de dado e unidades dos mesmos.

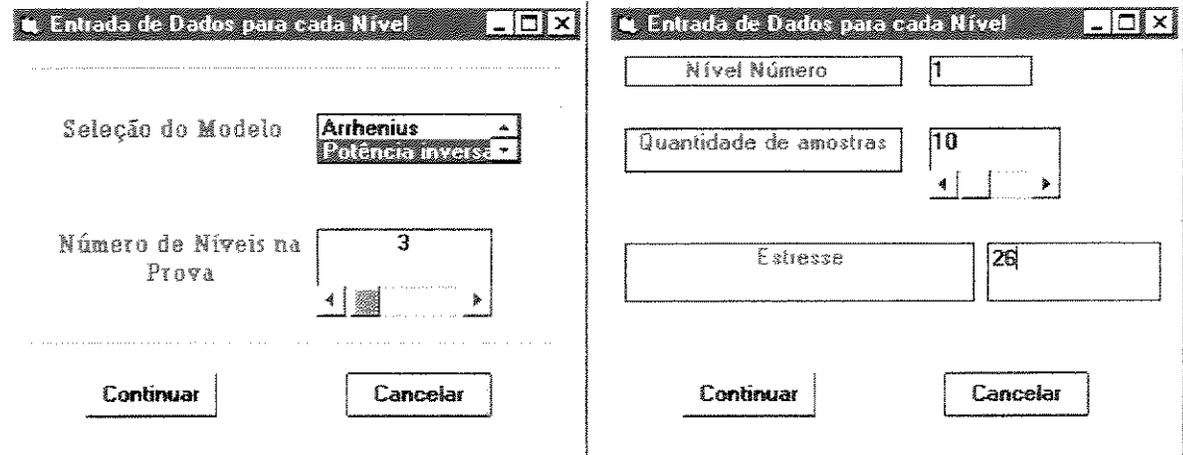


Figura 5.6 e Figura 5.7. Janelas para seleção do modelo, número de níveis do ensaio, quantidade de amostras por níveis e estresse.

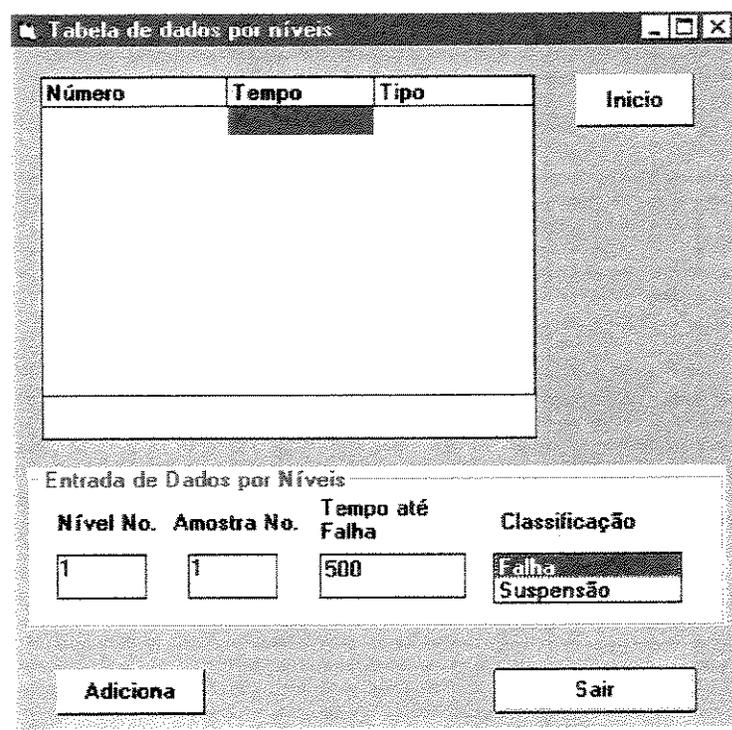


Figura 5.8. Janela para entrada dos tempos até a falha e sua classificação.

II- Permite processar bases de dados já existentes utilizando as distribuições de Weibull, Log-normal ou Normal, o que favorece a comparação para selecionar a que melhor se ajusta a os dados. (Ver fig. 5.2 e 5.4), calculando os estimados e limites de confiança dos parâmetros envolvidos em cada cálculo. Para cada um dos métodos utilizados, existe a combinação do processamento matemático com saídas gráficas que ajudam ao melhor entendimento e definição das decisões sobre a validade dos ensaios realizados.

III- O programa tem incorporado um editor de textos, que permite editar as bases de dados existentes, nas quais seja preciso modificar os dados, ou a informação contida neste tipo de arquivo.

Em seguida será apresentado um exemplo tomado de Nelson (1990), para ser processado pelo programa.

Exemplo: Na figura 5.9 é mostrada a janela de seleção da base de dados nomeada POTIW.DAT, cuja base de dados aparece na figura 5.10, e foram processadas pelo modelo Weibull - Potência Inversa. Os dados referidos são tempos de falhas provenientes de um ensaio acelerado para conhecer a ruptura do isolamento do óleo submetido a uma alta tensão elétrica, ou seja, os tempos que aparecem na fig.5.10 representam minutos até a ruptura do

isolamento das 76 amostras testadas à tensão elétrica de 26 a 38 KV., sendo que estas produzem uma rápida degeneração e conseqüente ruptura do isolamento. Aos níveis da tensão de projeto, os tempos até a ruptura estão próximo dos milhares de anos. Os níveis de estressamento utilizados foram obtidos pelo aumento da tensão elétrica com a geometria do eletrodo mantida constante.

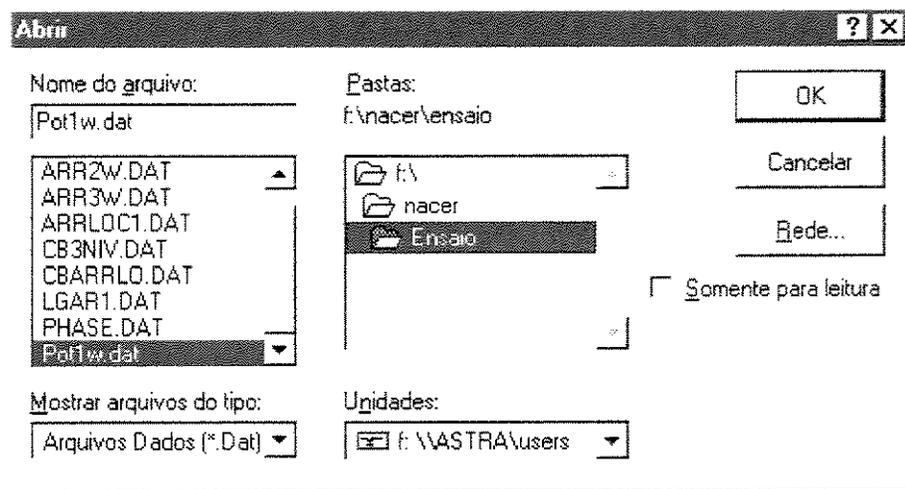


Figura 5.9. Janela principal da subrotina para selecionar uma base de dados.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nfv
Stresse	26	28	30	32	34	36	38	
Nros	T. - C.	T. - C.	T. - C.	T. - C.	T. - C.	T. - C.	T. - C.	T. - C.
1	5.73 - F	68.85 - F	7.74 - F	27 - F	19 - F	35 - F	09 - F	
2	1579.52 - F	108.29 - F	17.05 - F	.4 - F	.78 - F	.59 - F	.39 - F	
3	2323.7 - F	110.29 - F	20.46 - F	.69 - F	.96 - F	.96 - F	.47 - F	
4		426.07 - F	21.02 - F	.79 - F	1.31 - F	.99 - F	.73 - F	
5		1067.6 - F	22.66 - F	2.75 - F	2.78 - F	1.63 - F	.74 - F	
6			43.4 - F	3.91 - F	3.16 - F	1.97 - F	1.13 - F	
7			47.3 - F	9.88 - F	4.15 - F	2.07 - F	1.4 - F	
8			139.07 - F	13.95 - F	4.67 - F	2.58 - F	2.38 - F	
9			144.12 - F	15.93 - F	4.85 - F	2.71 - F		
10			175.88 - F	27.8 - F	6.5 - F	2.9 - F		
11			194.9 - F	53.24 - F	7.35 - F	3.67 - F		
12				82.85 - F	8.01 - F	3.99 - F		
13				89.29 - F	8.27 - F	5.35 - F		
14				100.58 - F	12.06 - F	13.77 - F		
15				215.1 - F	31.75 - F	25.5 - F		
16					32.52 - F			
17					33.91 - F			
18					36.71 - F			
19					72.89 - F			
20								
21								
22								
23								

Figura 5.10 Janela com a base de dados a processar.

Uma vez selecionada a base de dados, escolhe-se a distribuição para o processamento dos dados e o programa solicita ao usuário escolher os níveis de significância com que deseja obter os estimados dos limites de confiança para os parâmetros do modelo e da distribuição e para aplicar os testes estatísticos utilizados. No exemplo serão utilizados níveis de confiança de 95% para todos os casos (figuras 5.11 e 5.12).

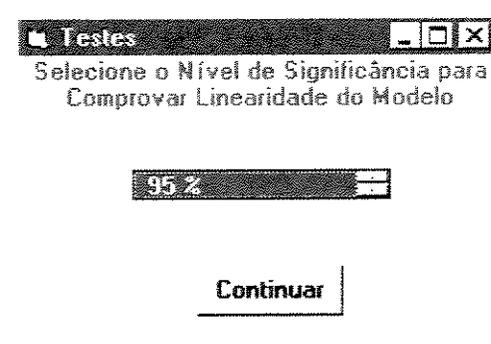
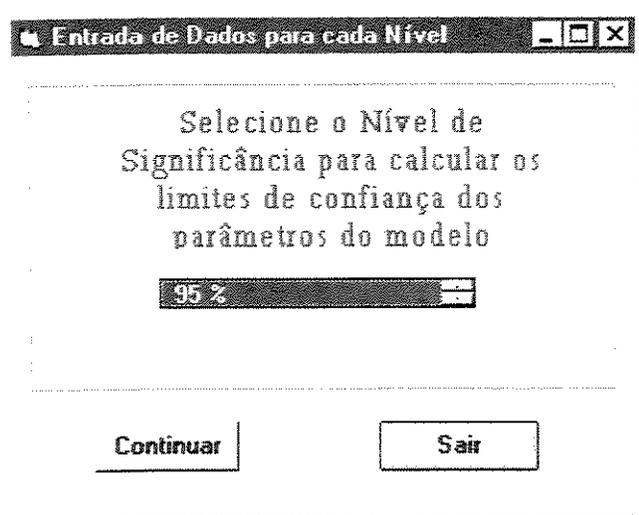


Figura 5.11. e Figura 5.12 Janelas para seleção do nível de significância desejada nos cálculos dos limites de confiança para os parâmetros estimados dos modelos

Desta forma os dados são processados pelo programa, mostrando inicialmente os cálculos pelo método dos mínimos quadrados (fig. 5.13). Aqui se pode verificar que o valor de β calculado por este método é 0.808233, ou seja pode-se dizer que a razão de falha decresce com o tempo e que a distribuição de vida fica perto da distribuição exponencial ($\beta=1$). Além disso pode-se ver que se o desvio padrão é 1.58685, valor utilizado para calcular os estimados dos limites de confiança para os parâmetros do modelo γ_1 e γ_0 , através do método dos mínimos quadrados, não é possível calcular limites de confiança para β . Estes devem ser estimados a partir dos resultados do método de máxima verossimilhança como foi visto no capítulo 4.

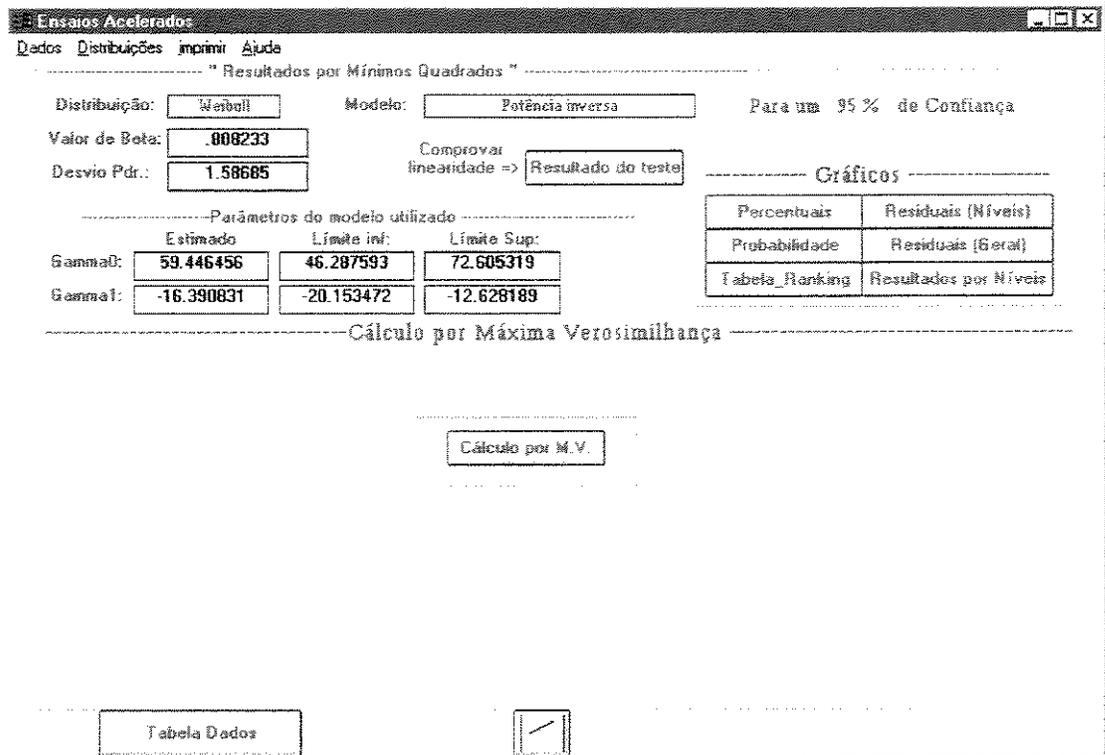


Figura 5.13. Janela de resultados por Mínimos Quadrados.

Em seguida podem ser vistos os resultados do teste estatístico baseado na distribuição F explicado no capítulo 4, para comprovar a linearidade do modelo (relação estresse x vida), como se pode ver na figura 5.14, o valor calculado para F é 0.469, e o valor por tabela $F(0.95,5,69)$ é 2.35, portanto como $0.47 < 2.35$ não existem evidências significativas de não linearidade, e apesar do teste não ser exato para a distribuição de Weibull. E o valor calculado de F é bem pequeno, ainda assim, pode-se verificar pelo gráfico de percentuais (figura 5.15) que esta conclusão é verdadeira.

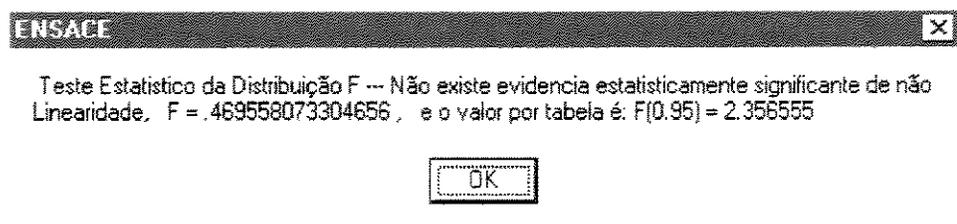


Figura 5.14. Resultados do teste para comprovar a linearidade do modelo.

Na figura 5.15, estão representados os percentuais 1%, 63,2% e 99%, para a distribuição de Weibull, como pode ser observado, a tendência dos percentuais é seguir uma linha reta, portanto isto suporta as conclusões anteriores

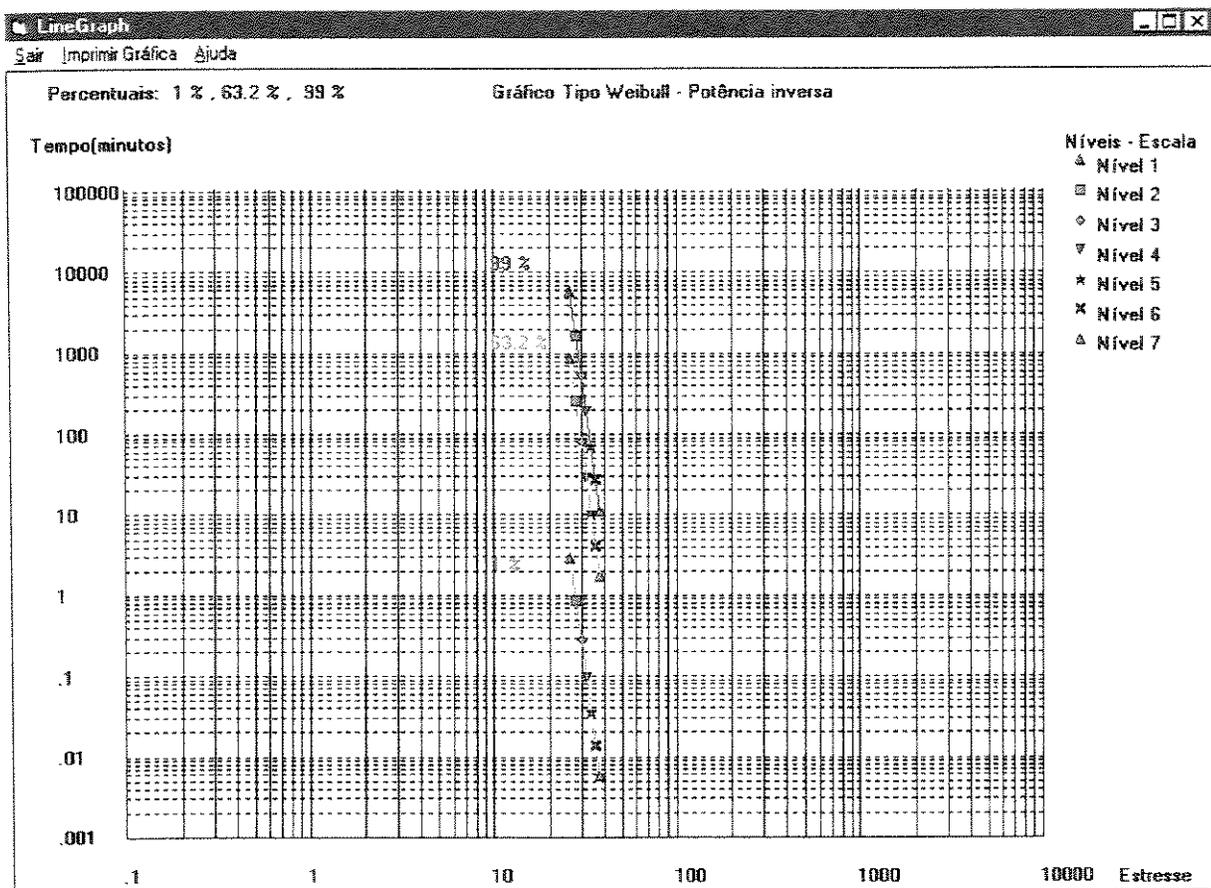


Figura 5.15. Gráfico de percentuais para a Distribuição de Weibull –Potência Inversa.

O gráfico de probabilidades da figura 5.16 é obtido pelo procedimento descrito no capítulo 4, seções 4.2.1 e 4.2.2; cada nível de estresse é representado em separado, obtendo-se o gráfico de percentual de falha vs. tempo, para cada nível, para o modelo analisado (distribuição de Weibull). O parâmetro de forma da distribuição deve ser o mesmo para todos os níveis de estressamento, o que pode ser comparado observando se no gráfico anterior todas as linhas que representam cada nível de estressamento são paralelas. Na figura 5.16 pode ser observada uma variabilidade na inclinação das retas em alguns níveis, de forma que recomenda-se que unicamente uma variabilidade sistemática ou extrema na inclinação seja considerada como uma evidencia de que o parâmetro de forma não seja constante, ou seja que beta seria dependente do estressamento, caso em que se deveria que procurar uma função para descrever a dependência com o estresse. Por outro lado, a quantidade de amostras utilizadas

no teste tem que ser grande para afirmar que existe diferença significativa. Por exemplo a inclinação da reta para (26 Kv.) nível 1, é menor às outras; o número de amostras nesse nível é 3, pelo que não pode ser tomado como referencia por ser uma quantidade muito pequena; no nível (32 Kv.) nível 4, também é observada uma variação na inclinação, com relação aos outros níveis, o qual nesse caso poderia indicar que os dados coletados nesse nível foram falhos. No caso não seja convincente a análise gráfica, pode-se usar um teste estatístico de igualdade do parâmetro de forma β , baseado no cálculo por M.V.; para o exemplo em questão, pode-se afirmar pelos testes que não existe diferença estatisticamente significativa entre os parâmetros de forma estimados.

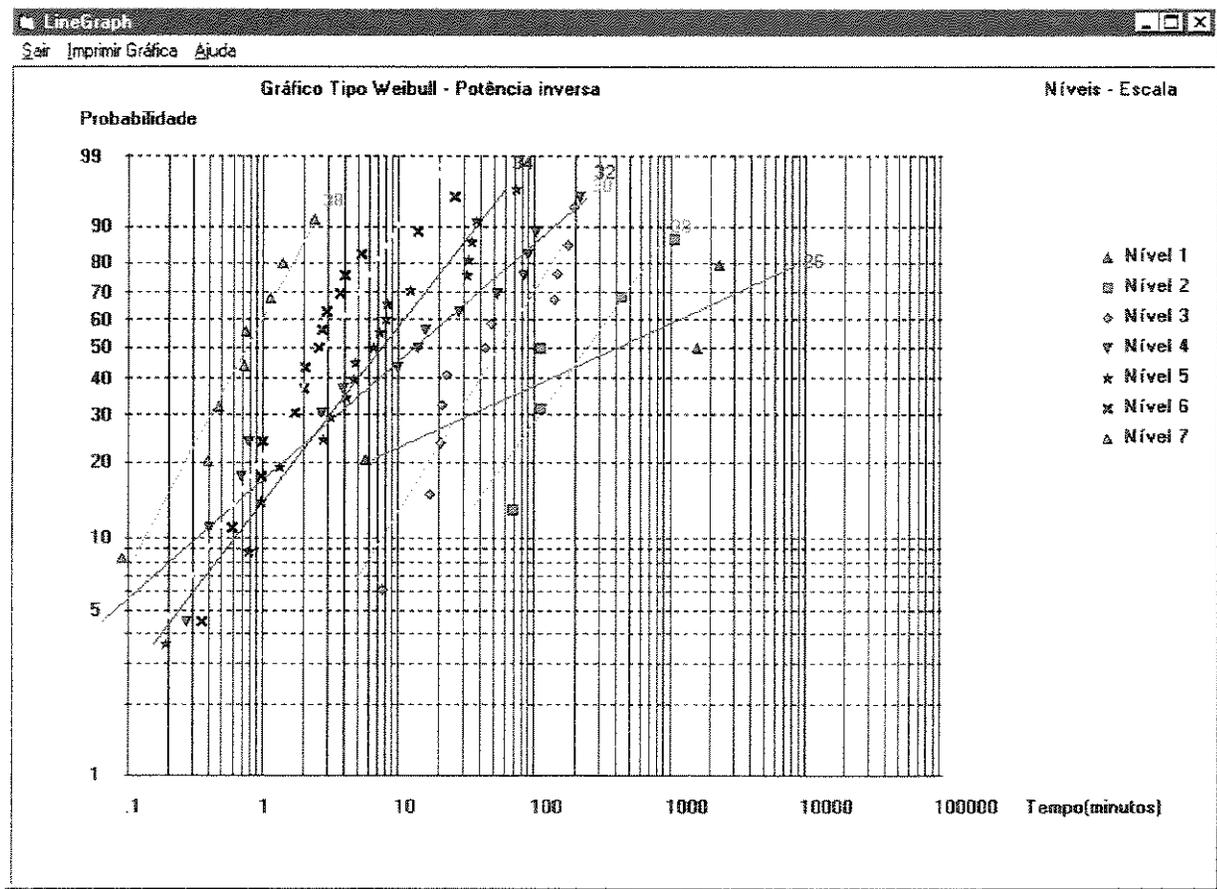


Figura 5.16. Gráfico de Probabilidades de Weibull para a base de dados escolhida

Na fig.5.17 podem ser vistos os resultados do cálculo do *Ranking* para a construção do gráfico da fig.5.16.,os resultados são visualizados pelo programa “ENSACE” utilizando um “Grid”; como se pode ver existe a possibilidade de utilizar barras de rolagem horizontais e verticais para acessar os resultados

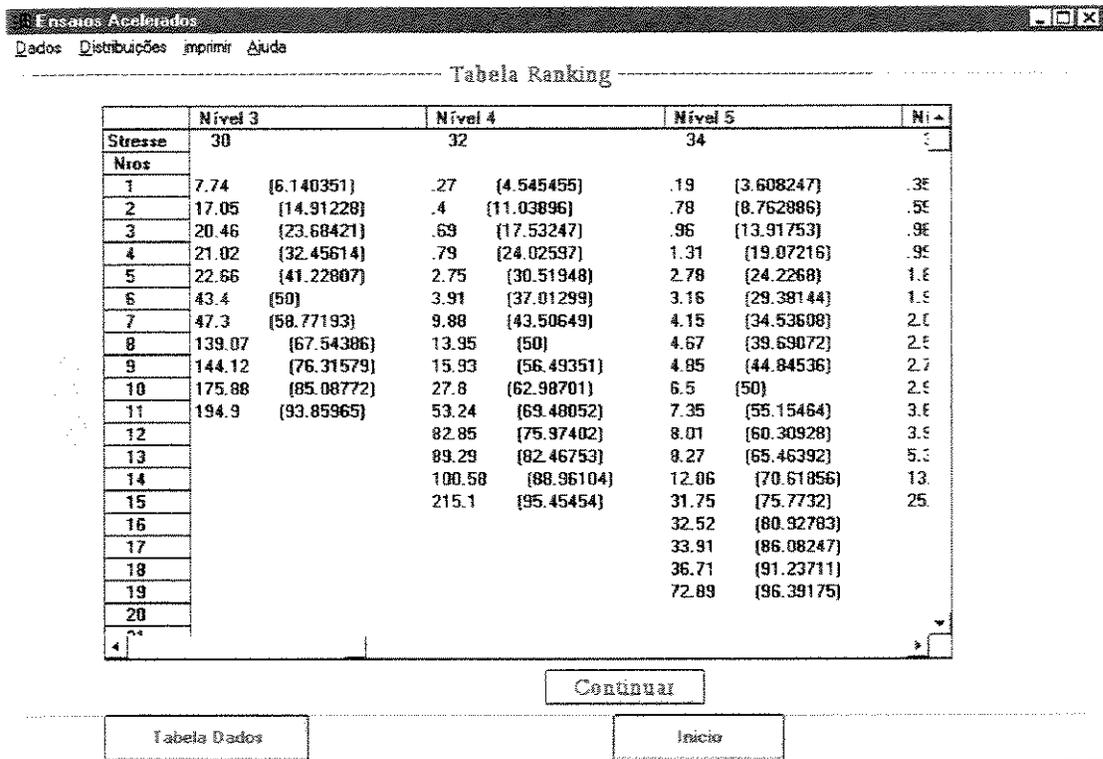


Figura 5.17. Resultados do cálculo do *Ranking* para cada nível de estresse.

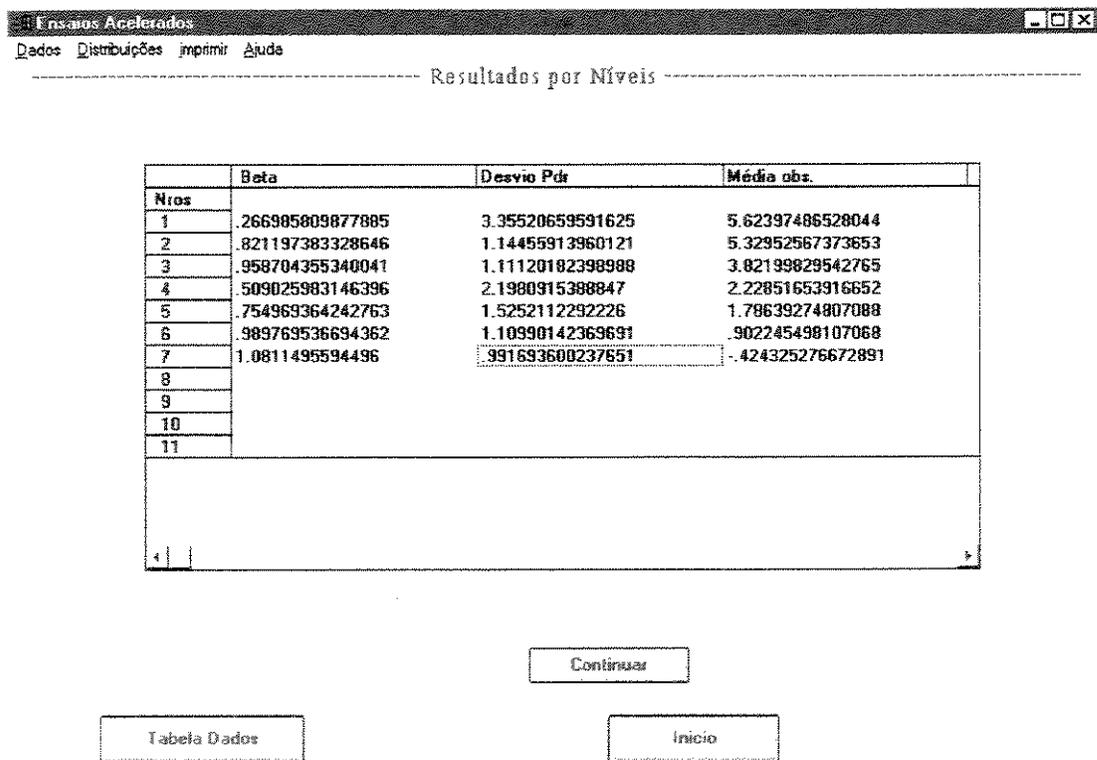


Figura 5.18. Resultados do cálculo para cada nível separado.

Os cálculos também são realizados de forma independente para cada nível pelo método dos mínimos quadrados; na fig.5.18 são apresentados os mesmos para cada nível separado, mostrando os valores de β , σ (desvio padrão) e medias observadas.

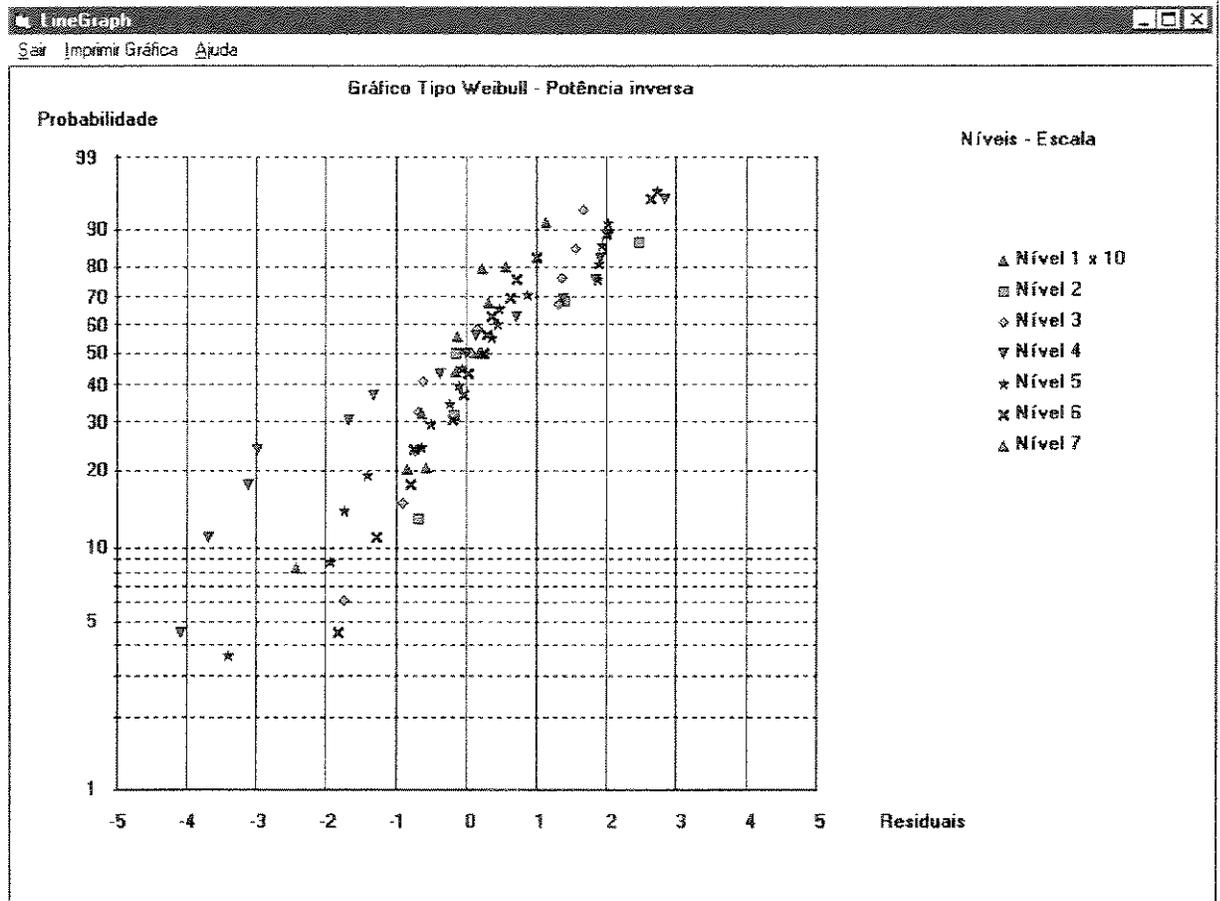


Figura 5.19. Gráfico de resíduos para cada nível por separado.

Para comprovar o ajuste da distribuição o programa realiza o cálculo de resíduos tanto para cada nível separado (fig.5.19), como para todos os dados agrupados (fig.5.20). Na fig.5.19 não pode ser vista a seqüência da representação para cada nível, facilidade que o programa oferece, o qual permite ter uma noção de como ajustam os dados para cada nível por separado; como é conhecido do capítulo 4, o ajuste será melhor na medida que os pontos estejam agrupados segundo uma linha reta.

Na fig.5.20 se pode comprovar que existe um ajuste adequado da distribuição, obtido por M.Q.

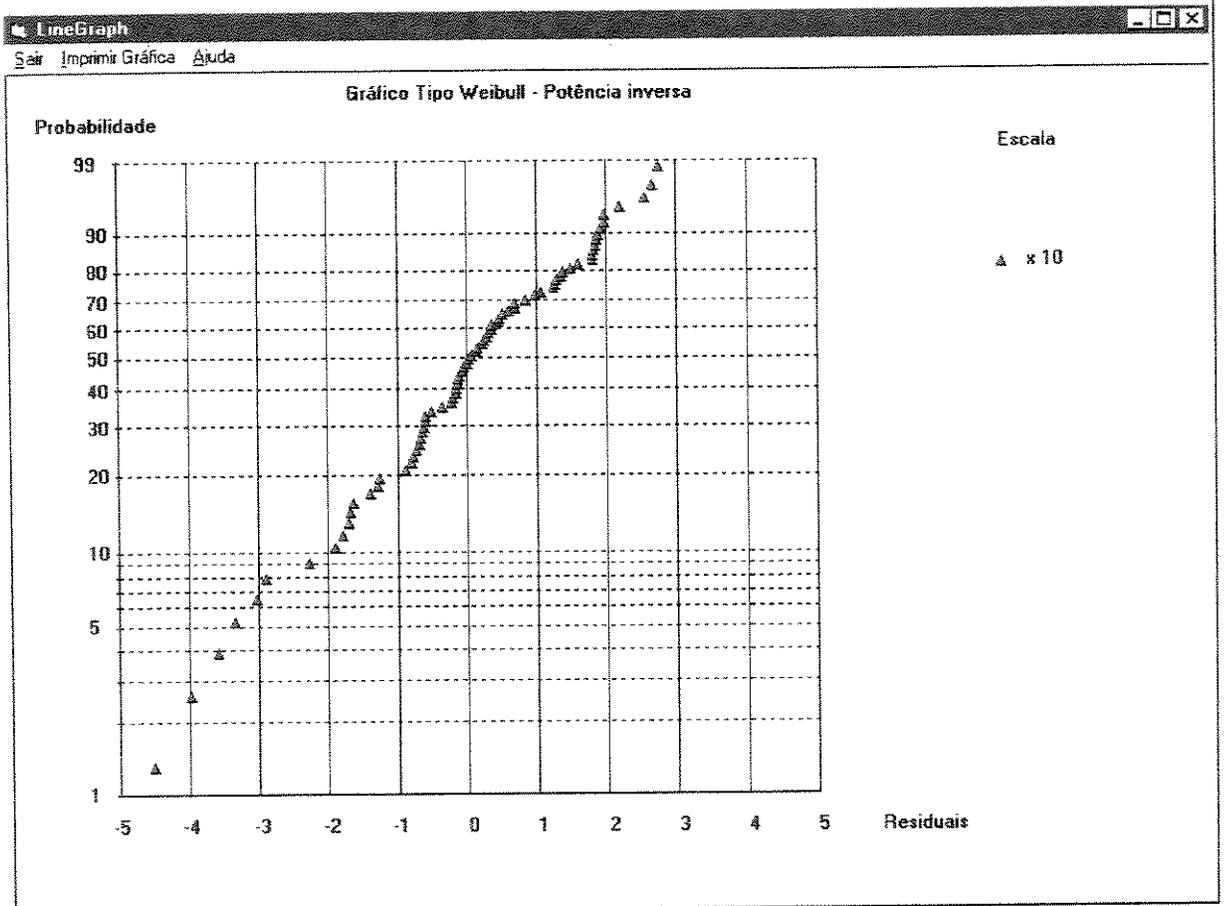


Figura 5.20. Gráfico de Residuais para os dados em conjunto por Mínimos Quadrados.

O cálculo por M.V dos residuais é realizado também pelo programa, sendo mais preciso que o anterior, apresentado na fig.5.27, na qual pode-se observar uma melhor adequação dos dados à distribuição de Weibull utilizada.

Para acessar o cálculo por M.V., tem-se que escolher a opção que aparece na fig.5.13, e imediatamente aparecem os resultados como mostra a fig.5.22, onde aparece o valor estimado da função de M.V., e o valor estimado de β . Para o exemplo $\beta = 0.7766$, com um desvio padrão de 0.0683, aparecem também os resultados da matriz de informação de Fisher ou seja a matriz das segundas derivadas parciais da função de máxima verossimilhança, e os valores estimados dos parâmetros do modelo. Na fig.5.23 pode-se ver a matriz de variância – covariância, a qual é utilizada para obter os valores estimados dos limites de confiança como foi explicado no capítulo 4.

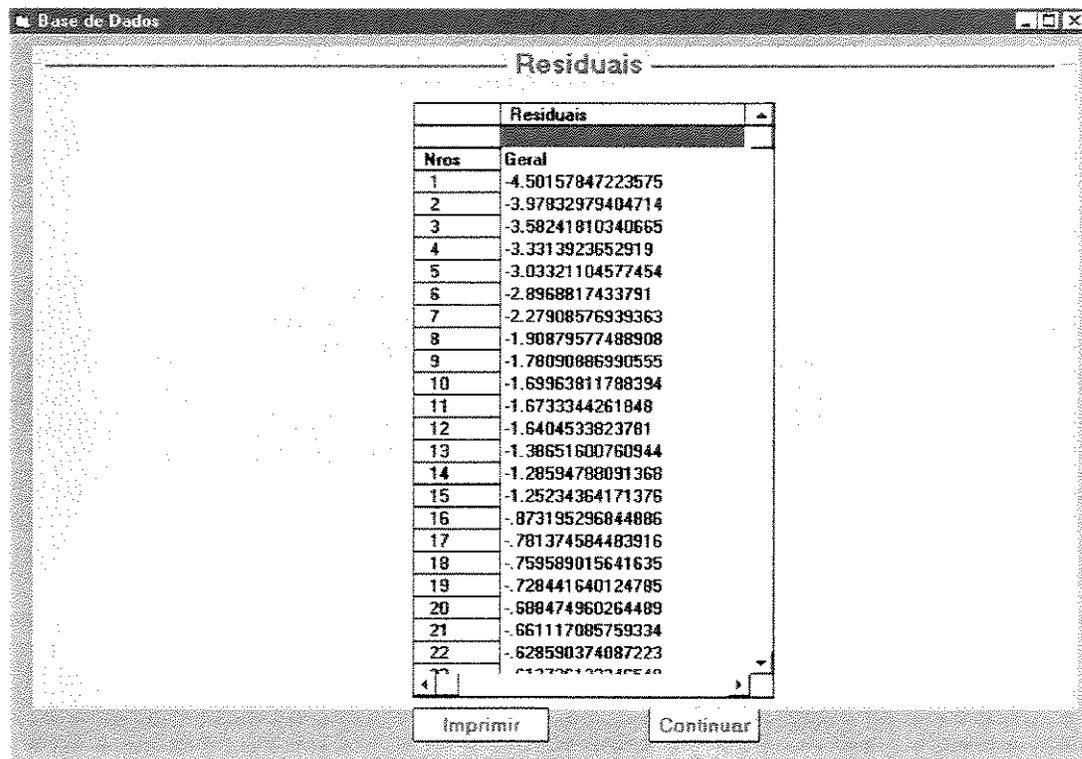


Figura 5.21. Resultados do cálculo geral de residuais por Mínimos Quadrados.

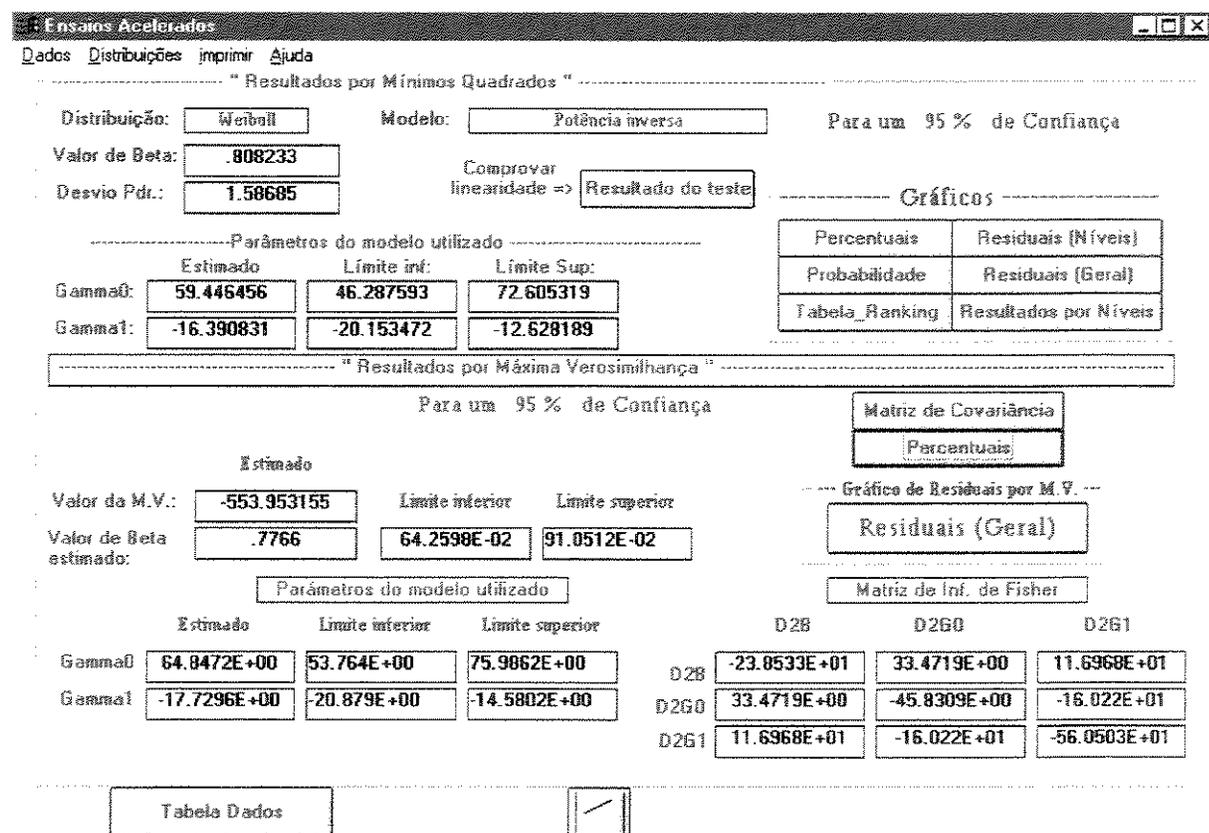


Figura 5.22. Janela de resultados para ambos métodos.

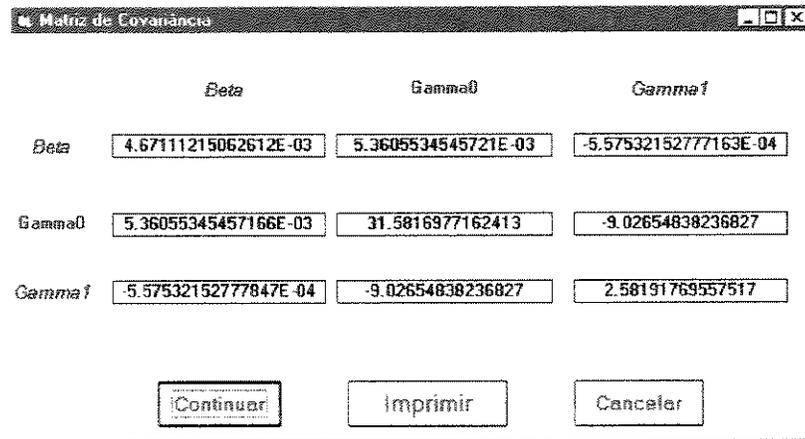


Figura 5.23. Janela com resultados da Matriz da Variância – Covariância.

Como outra opção do programa, tem-se o cálculo dos percentuais para um dado nível de estressamento, podendo-se fazer por exemplo uma regressão para o nível de projeto. Na suposição de que para o exemplo tratado, deseja-se calcular os percentuais para 20 Kv. (5.24), nesse caso utilizando os dados resultantes dos parâmetros estimados por M.V. obtém-se os resultados apresentados na fig.5.25; pode-se ver que para um tempo de 35 minutos terão falhado 0.1% das amostras da população e 99% terá falhado aos 1874796 minutos, estes resultados são muito importantes, e são geralmente os resultados que se espera obter dos ensaios acelerados. Na fig.5.26 apresenta-se um gráfico dos resultados dos percentuais para uma melhor visualização dos mesmos.

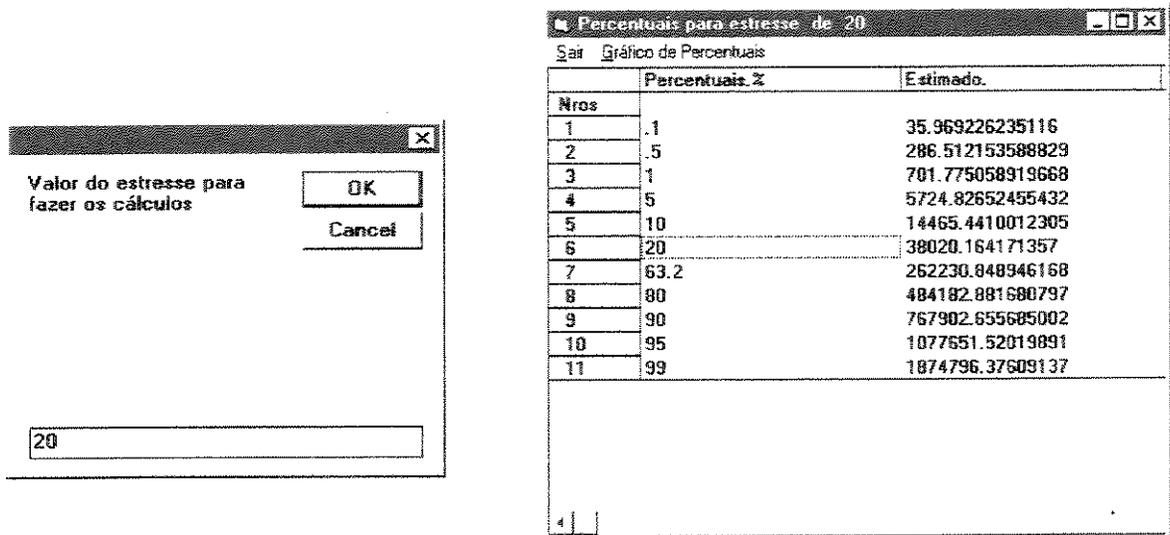


Figura 5.24. e Figura 5.25. Entrada do nível de estresse para calcular percentuais e estimado dos mesmos por Máxima Verossimilhança

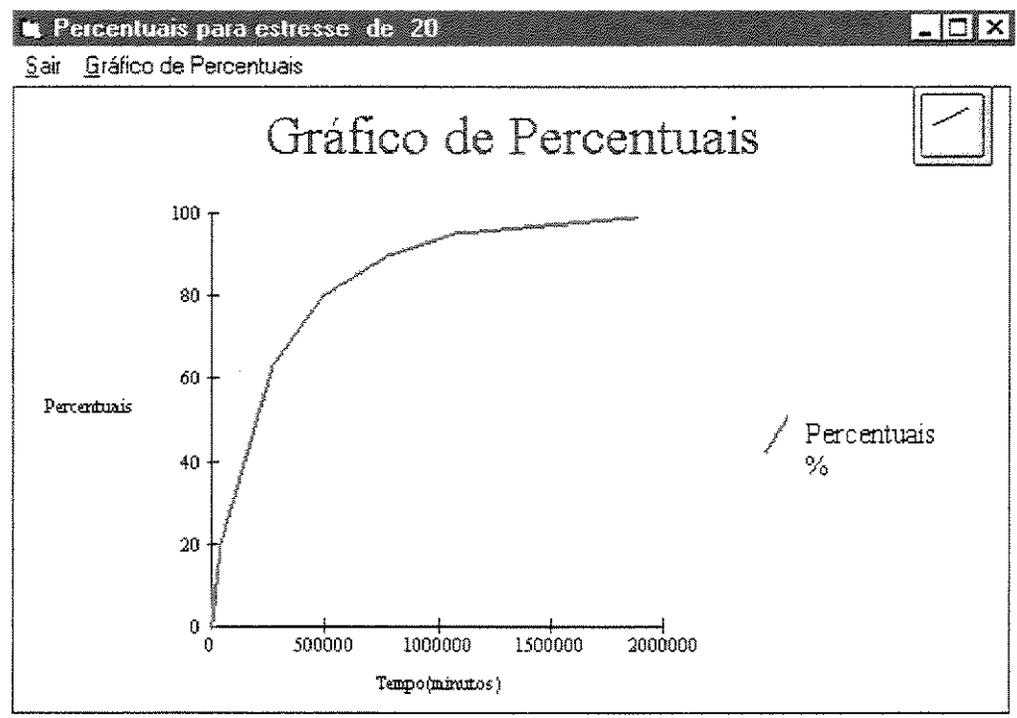


Figura 5.26. Gráfico de Percentuais para o Nível de Estresse Seleccionado.

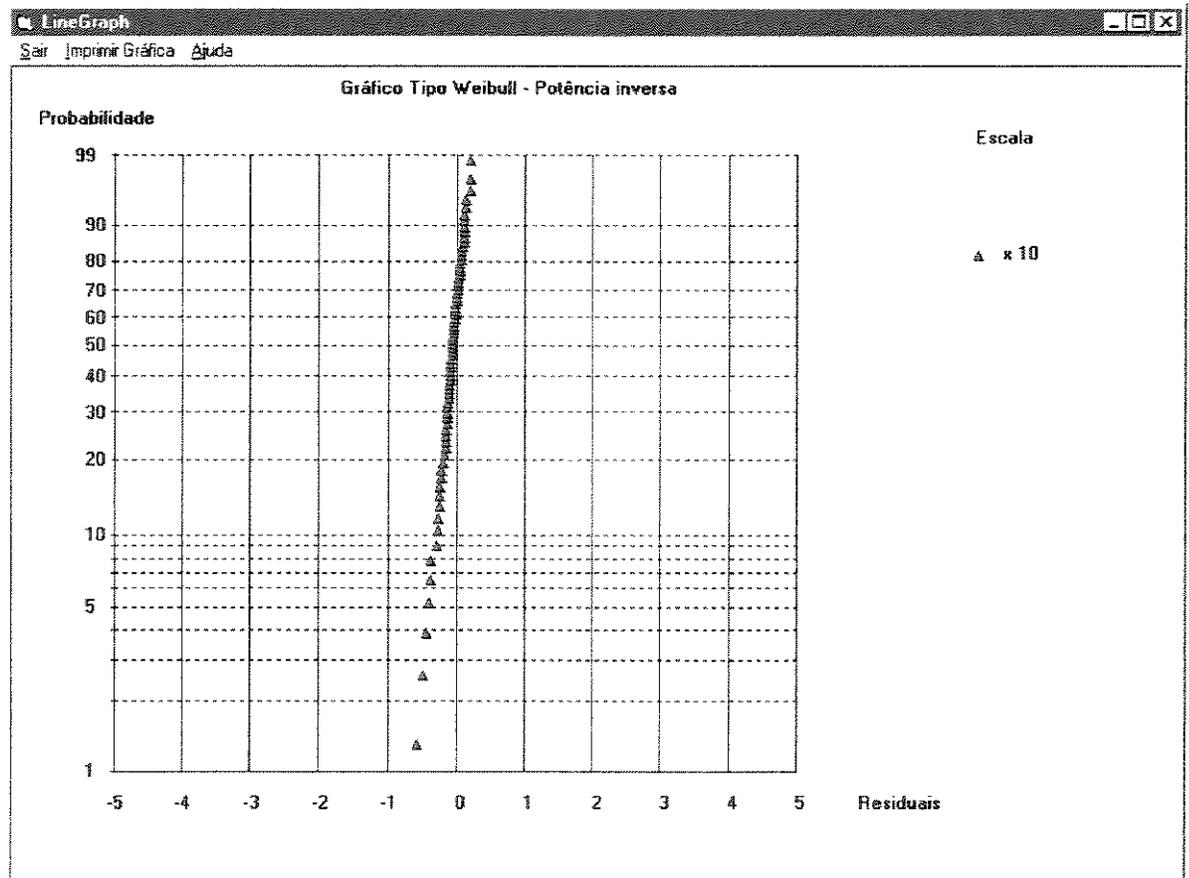


Figura 5.27. Gráfico de residuais calculados pelo método de M.V.

Residuais	
Nros	Residuais
1	-5.59243818694467
2	-4.74486828515118
3	-4.34895659451068
4	-4.01618527060797
5	-3.79974953687858
6	-3.66342023448314
7	-2.82136336354907
8	-2.59358869020515
9	-2.53186821328295
10	-2.40699187348213
11	-2.39157583533674
12	-2.38443102320001
13	-2.07130891292551
14	-2.05248637201771
15	-1.86301060714496
16	-1.73172908394304
17	-1.5773750702835
18	-1.54700874736264
19	-1.51965087285748
20	-1.44353554848789
21	-1.37025598107283
22	-1.33910660555598

Figura 5.28. Resultado do cálculo de residuais por M.V.

Em seguida serão apresentados os cálculos para o exemplo anterior utilizando a distribuição Log-normal; o objetivo é definir se os dados ajustam-se melhor a esta distribuição.

Na fig.5.29 aparecem os resultados dos cálculos para este caso, na mesma seqüência explicada anteriormente, para o caso da distribuição Log-normal. São mostrados os parâmetros estimados do desvio padrão da distribuição σ e dos parâmetros do modelo, assim como os limites de confiança calculados por M.Q. As fig.5.30 e 5.31, mostram os resultados dos testes estatísticos explicados no capítulo 4, observando-se que para o primeiro existe uma evidência estatisticamente significativa de que o desvio padrão não permanece constante para todos os níveis utilizados. O teste de linearidade, também é realizado, mostrando que não há problemas de não linearidade, o qual pode ser comprovado também pela análise gráfica de residuais para dados agrupados nas fig.5.37 e 5.39, os quais se apresentam em uma linha reta, mas não tão exata como para a distribuição de Weibull; pelo que se conclui também que é melhor obter os resultados processando pela distribuição de Weibull como distribuição padrão.

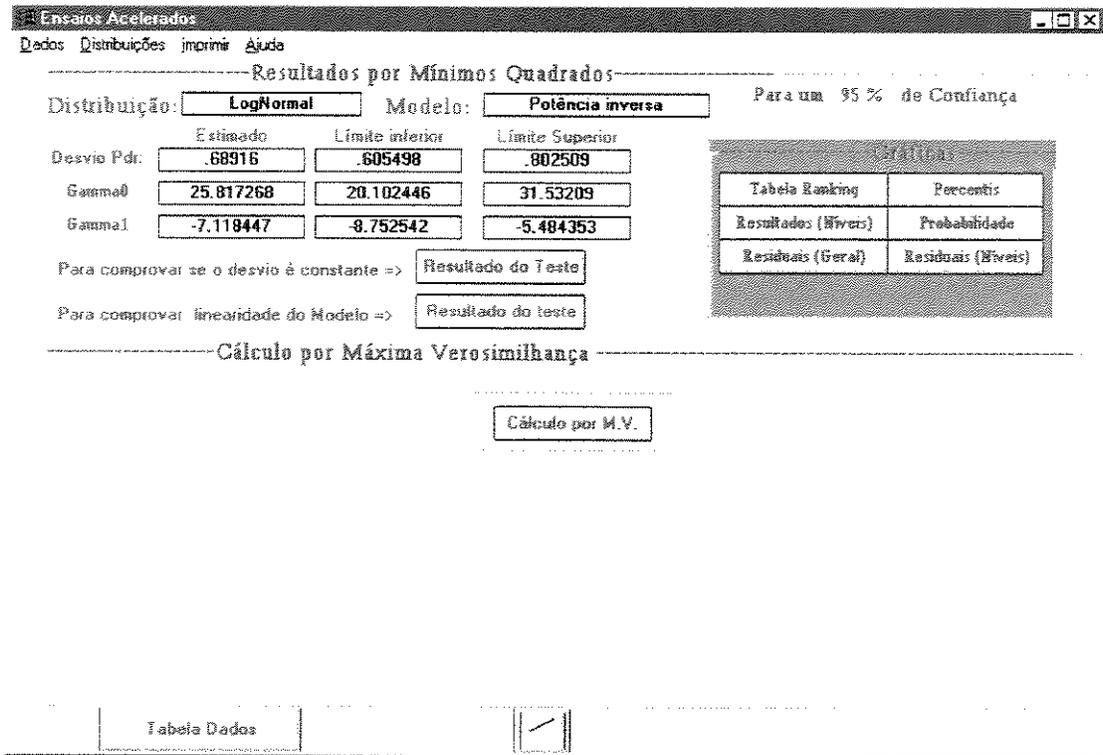


Figura 5.29. Exemplo processado pela distribuição Log-normal.

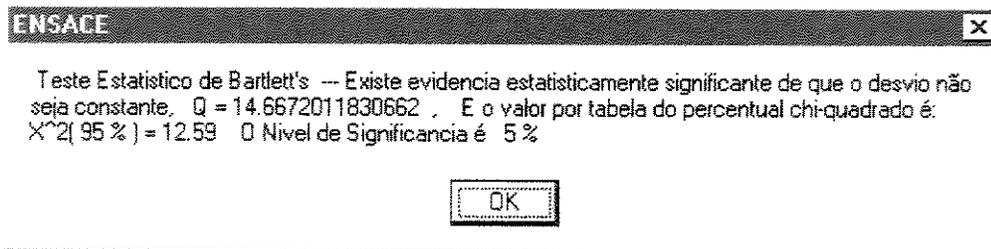


Figura 5.30. Resultado do teste para comprovar se o desvio padrão é constante.

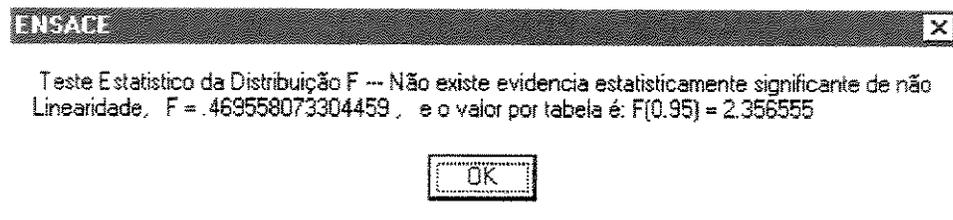


Figura 5.31. Resultado do teste para comprovar a linearidade do modelo.

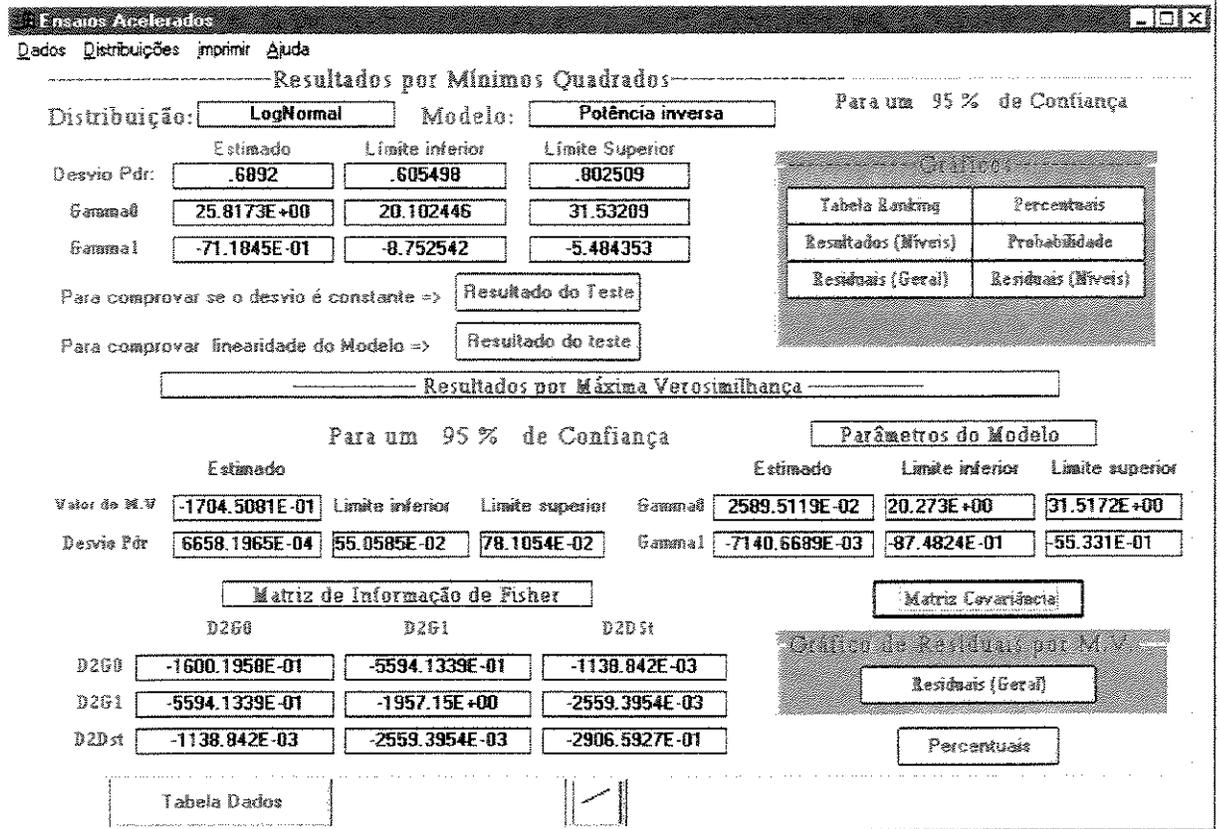


Figura 5.32. Resultados do método da Máxima Verossimilhança

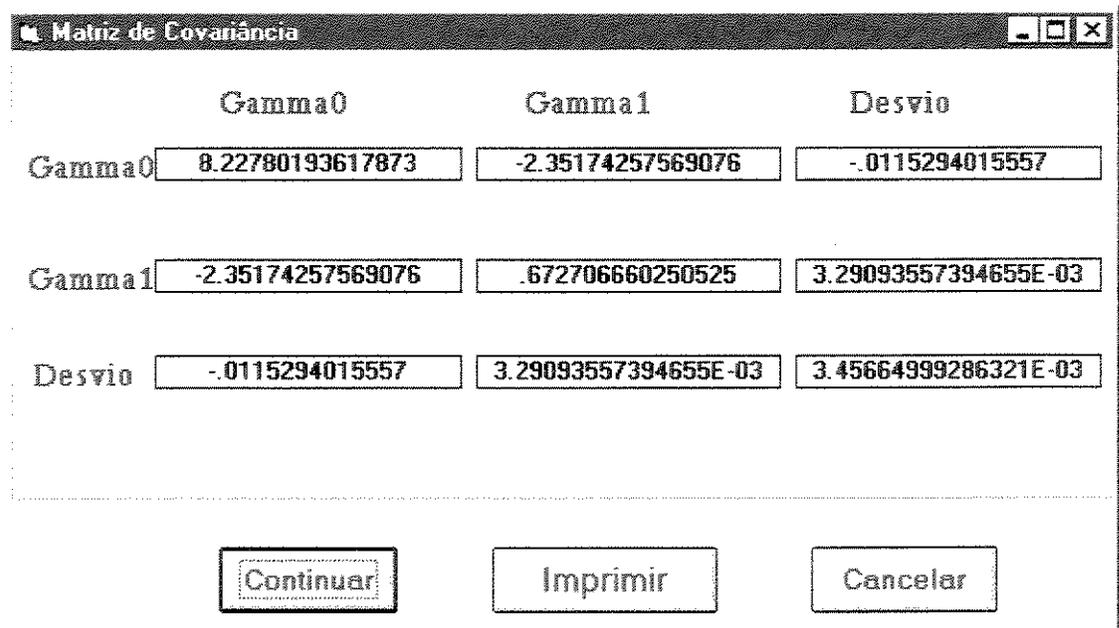


Figura 5.33. Matriz da Variância – Covariância, para distribuição Log-normal.

Percentuais para estresse de 20			
Sair Gráfico de Percentuais			
Nros	Percentuais. %	Estimado.	Limi-Inf
1	.1	876.228342279118	106.5869141
2	.5	1926.85304760699	248.3244116
3	1	2826.85482453504	373.6713597
4	5	8030.20595157075	1126.407173
5	10	14009.3896593297	2015.862152
6	20	27502.9867014026	4057.087526
7	50	100000	15173.64149
8	80	363596.874352924	55279.12689
9	90	713806.971122427	107497.6737
10	95	1245298.0733382	185082.2953
11	99	3537500.37434087	506453.3676

Figura 5.34. Percentuais estimados para a distribuição Log-normal

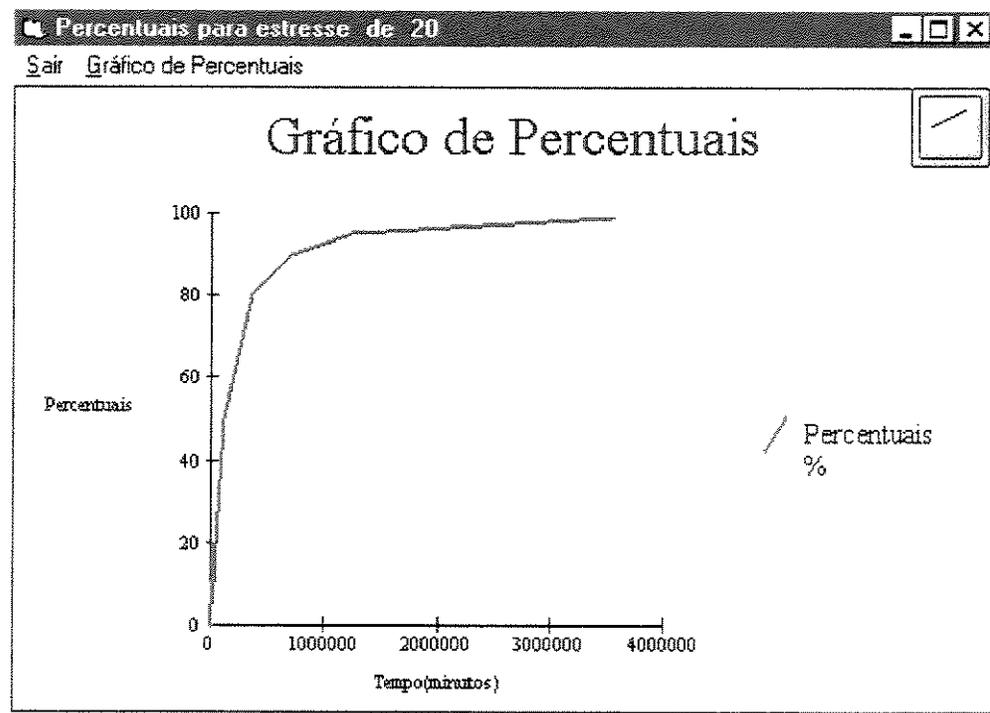


Figura 5.35. Gráfico de Percentuais para distribuição Log-normal e valor de estresse de 20 Kv.

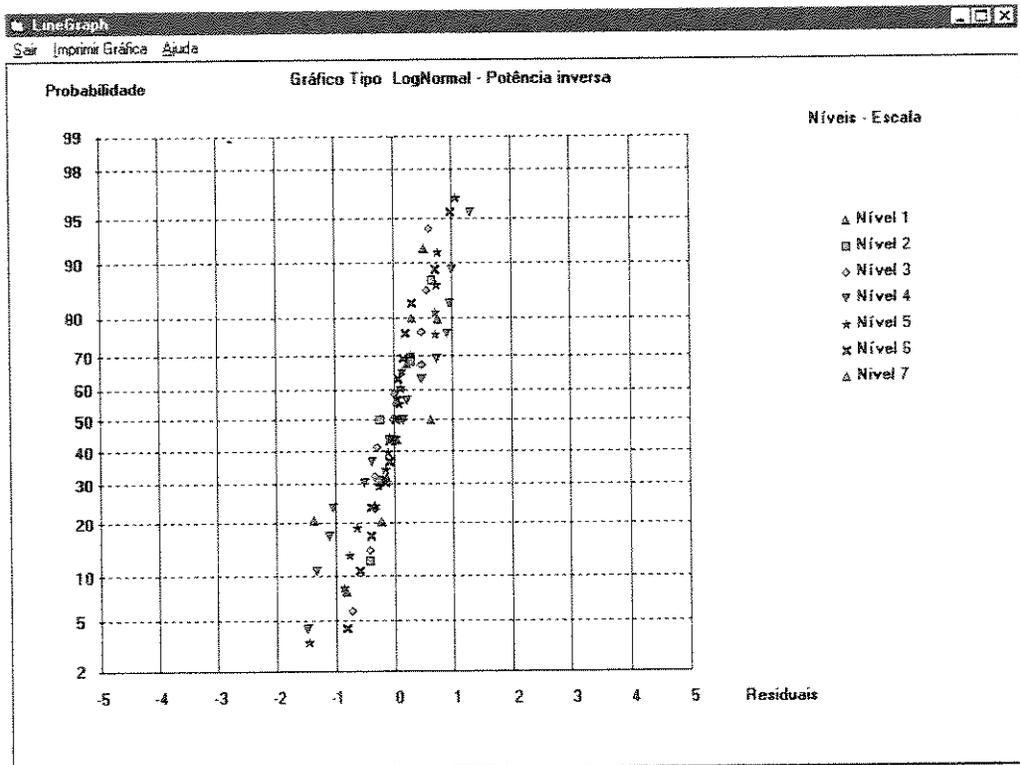


Figura 5.36. Gráfico de residuais para níveis por separado.

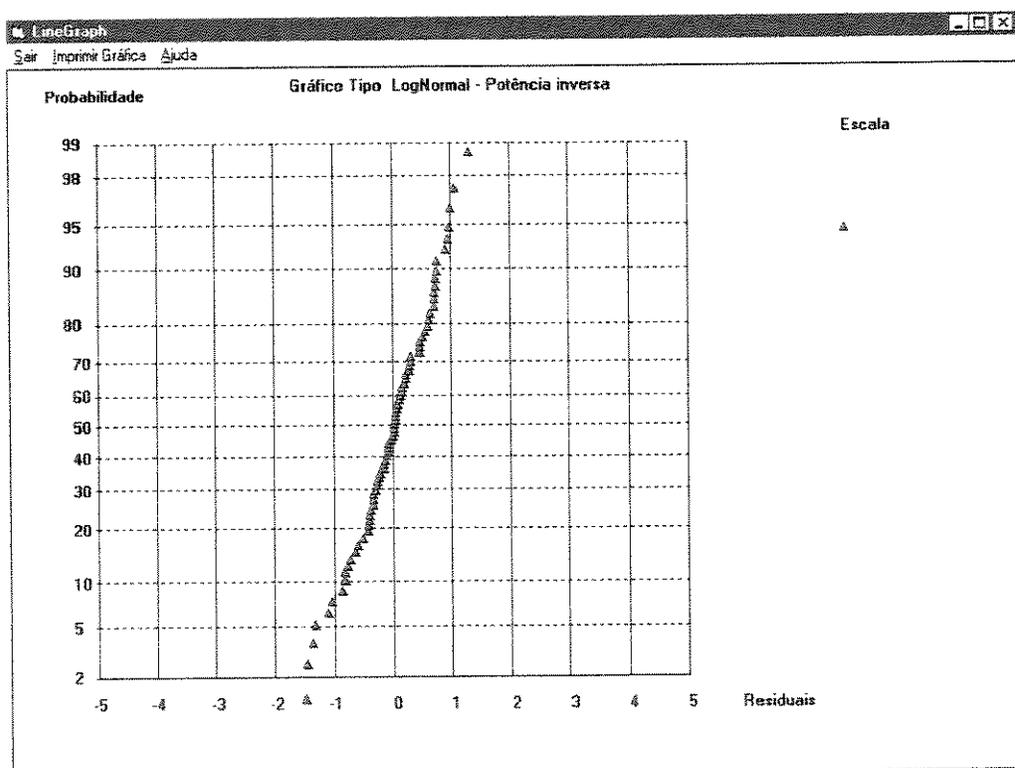


Figura 5.37. Gráfico de residuais por Mínimos Quadrados para dados agrupados

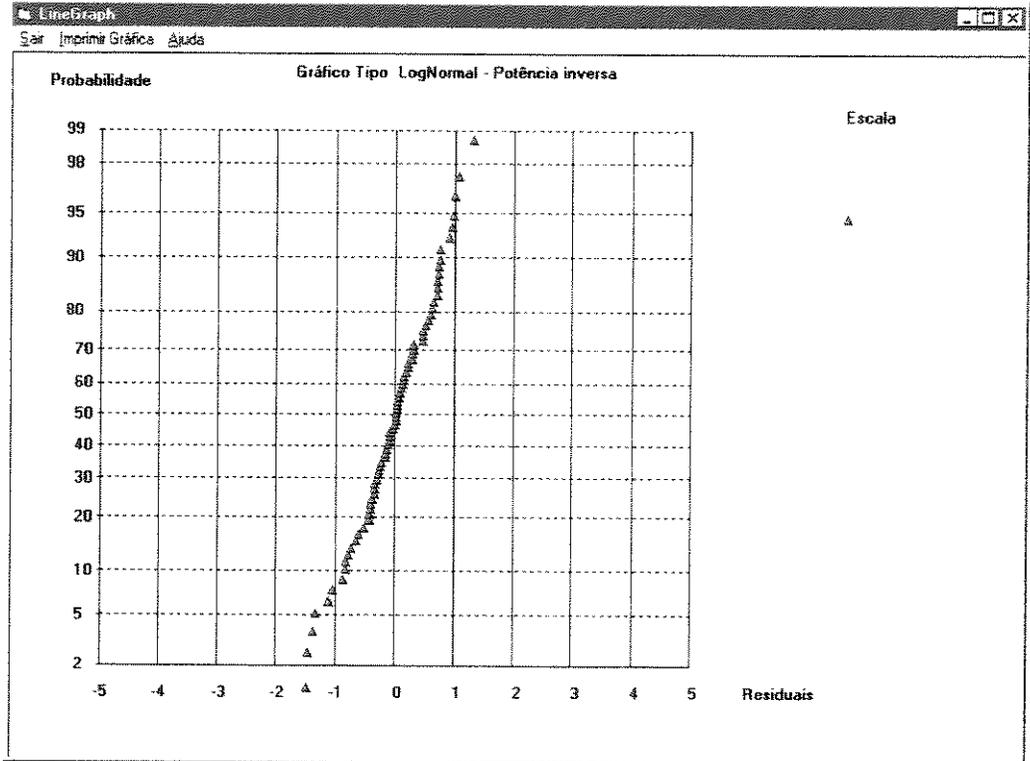


Figura 5.38. Gráfico de resíduos por M.V. para dados agrupados.

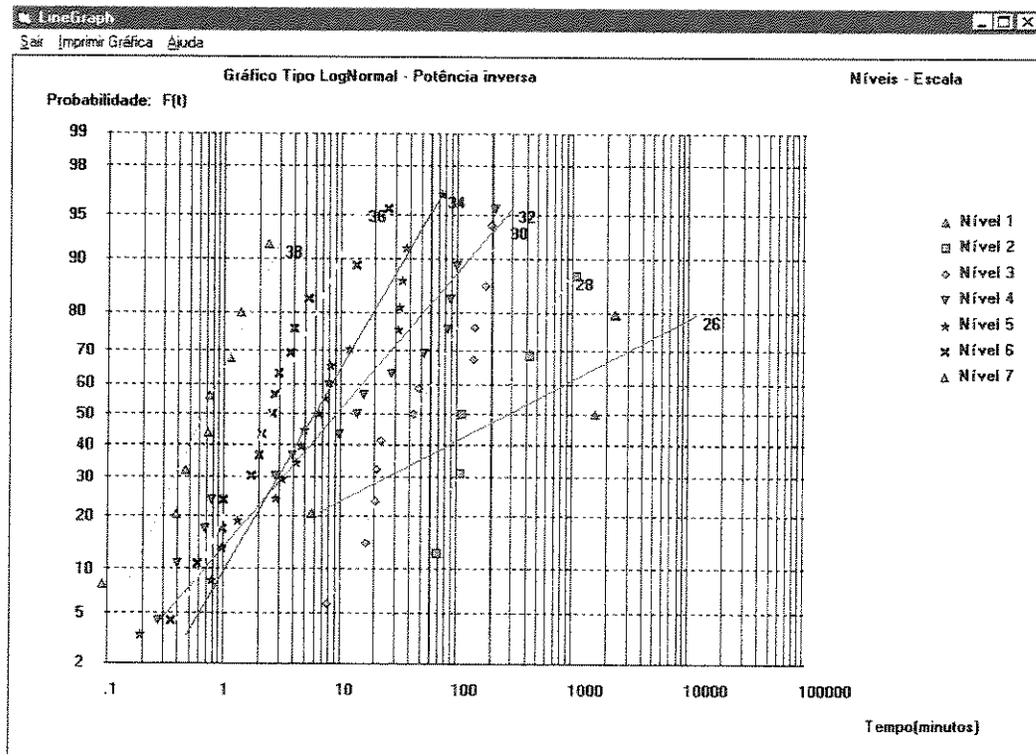


Figura 5.39. Gráfico de Probabilidades (Log-normal) para os sete níveis do ensaio.

Neste gráfico (fig 5.39), igual ao do caso de Weibull se pode comprovar se o parâmetro σ da distribuição Log-normal permanece constante nos níveis de estresse utilizados, aqui vale fazer as mesmas esclareções que foram feitas para a distribuição de Weibull, recomendando-se inclusive a não utilização do nível de 26 Kv. pela quantidade de amostras tão pequena utilizada para o ensaio nesse nível, o qual poderia afetar as conclusões obtidas.

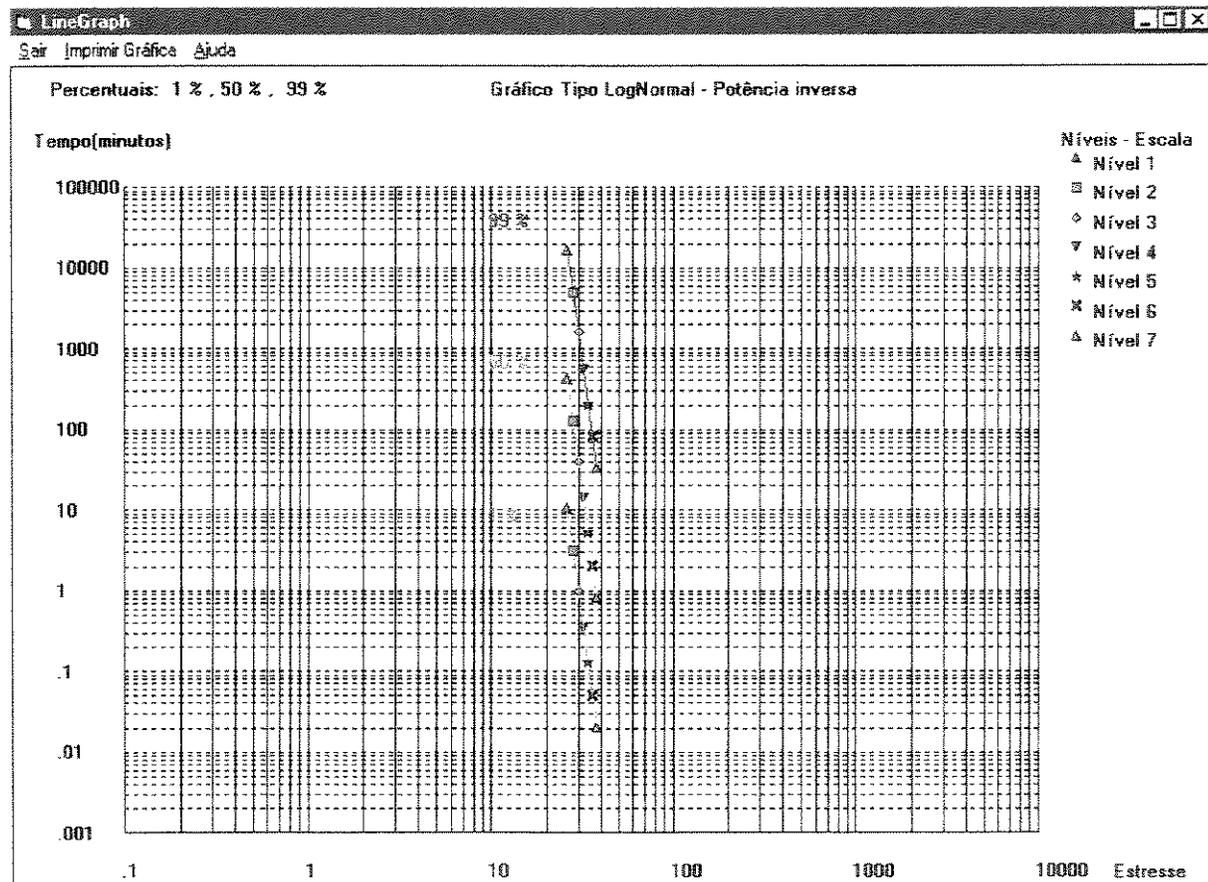


Figura 5.40. Gráfico dos Percentuais 1%, 50% e 99%, para distribuição Log-normal

A figura 5.40 permite corroborar os resultados do teste estatístico sobre a linearidade do modelo, pode observar-se que os percentuais seguem uma linha reta.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para próximos trabalhos

6.1 Conclusões

Do trabalho realizado se podem obter as seguintes conclusões:

- O estudo realizado permite estabelecer que esta metodologia é adequada para o ensino da confiabilidade, no referente aos ensaios acelerados, sendo de utilidade para os engenheiros e profissionais envolvidos com os problemas de projeto, fabricação e melhoramento da qualidade de produtos industriais, já existentes ou de novos produtos.
- A metodologia apresentada baseada em um tipo de planejamento aleatorizado por níveis, onde são utilizados 3 ou mais níveis nos ensaios e onde cada grupo de amostras é submetido a uma condição de estressamento diferente, e superiores às condições normais de uso, é considerada superior às utilizadas atualmente, por utilizar modelos que consideram a relação vida x estressamento característica para o tipo de mecanismo de falha presente, e por considerar as possíveis mudanças nos mecanismos de falhas. Ela é essencial sobretudo, quando não se conhecem dados anteriores dos produtos ou seja para novos produtos, permitindo analisar se existe mudança nos mecanismos de falhas para os diferentes estressamentos utilizados, e portando permitindo a seleção dos níveis adequados de estressamento para obter a informação sobre a vida dos produtos em condições de uso normal.
- O programa apresentado, elaborado segundo a metodologia anterior, permite processar os dados provenientes dos ensaios acelerados de vida, realizados com 3 ou mais níveis,

para as distribuições de Weibull, Log-normal e Normal e os modelos mais utilizados (Arrhenius e Potência Inversa). No programa, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para obter uma estimativa inicial dos parâmetros envolvidos nos cálculos, para posteriormente, ser utilizados nos cálculos das estimativas pelo método de máxima verossimilhança, o qual, permite que o método seja mais rápido nos cálculos das estimativas finais.

- Finalmente, pode-se dizer que a escolha do tema foi acertada pela atualidade e importância para o melhoramento da qualidade dos produtos nas indústrias que desejam competir no mercado.

6.2 Sugestões para próximos trabalhos

Neste ponto pretende-se estabelecer as questões que devem continuar sendo investigadas e desenvolvidas de forma mais profunda para que a metodologia de análise apresentada seja mais completa.

- As metodologias apresentadas para a estimação de parâmetros e cálculos de intervalos de confiança a partir do método de máxima verossimilhança, são pouco conhecidas por engenheiros, e portanto devem ser divulgadas através de estudos de pós-graduação para poder ser aplicadas na indústria.
- Desenvolver a metodologia para outros modelos gerais onde existam outras variáveis, como por exemplo o modelo de Eyring que permite combinar mais de uma variável de influência.
- Desenvolver a metodologia de análise para casos onde se apresentem mais de um mecanismo de falhas nos ensaios de componentes ou sistemas.
- Determinar equações para casos onde o parâmetro característico da distribuição, ou seja que deve permanecer constante (exemplo β , para a distribuição de Weibull e σ para a distribuição normal ou log-normal), tenha uma dependência do estressamento aplicado.
- Desenvolver trabalhos sobre otimização dos planejamentos de ensaios, vinculados com os custos da realização dos mesmos.
- Vincular estes trabalhos com indústrias para que cumpram o objetivo para o qual foram desenvolvidos.

- Com a finalidade de otimizar o programa, deve-se desenvolver equações para calcular os dados das tabelas Chi-Quadrado, T-student, distribuição F e Função de distribuição normal padrão.
- Realizar programas de computação para calcular os parâmetros das distribuições pelo método de máxima verossimilhança em casos de ensaios normais, pelas vantagens do mesmo com relação ao método dos mínimos quadrados.

Capítulo 7

Referências Bibliográficas

- Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR-5462**. Confiabilidade – Terminologia. Rio de Janeiro, 1981. 17 p.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR-5462 [No.2]**. Confiabilidade – Terminologia. Rio de Janeiro, 1994. 25 p.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. **NBR-9320**. Confiabilidade de equipamentos, recomendações gerais – procedimento. Rio de Janeiro, 1986. 34 p.
- Bai, D. S., Chun, Y. R. Cha, M. S. “Time - Censored Ramp Test with Stress Bound for Weibull Life Distribution.”. **IEEE Trans. Reliability** .Vol. 46, No.1, 1997 March, p. 99- 106.
- Bai, D. S., KIM, M. S. Lee, S. H. “Optimum simple step-stress accelerated life tests with censoring”, **IEEE Trans. Reliability**, vol 38, 1989 Dec, p 528-532.
- Bai, D.S., et al. “Optimum Simple Ramp- Tests for the Weibull Distribution and Type- I Censoring. Stress”. **IEEE Transactions on Reliability**, vol. 41, no 3, p. 407 - 413, Sept. 1992.
- Barton, R. R.. “Optimal Accelerated Life- Time Plans that Minimize the Maximum Test-Stress.” **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 40, no 2, p. 166 - 172, June. 1991.

- Burgaighis, M. M. "Properties of the MLE for Parameters of a Weibull Regression Model Under Type I Censoring" **IEEE Transactions on Reliability**, vol. 39, no 1, p. 102 - 105, April. 1990.
- Button, S. T., **Metodologia para o Planejamento Experimental e Análise de Resultados**. Apostila da disciplina IM 317, 1997. 72p.
- Cavalca. K. L., **Confiabilidade de Sistemas**. Apostila da disciplina. IM 461, 1997.
- Chernoff, H. " Optimal accelerated life designs for estimations". **Technometrics**, vol .4, p. 381-408, 1962.
- Cohen, A. C. "Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and censored samples. **Technometrics**, vol .7, Nov. p. 579-588, 1965.
- Condra L.W. **Reliability Improvement with Design of Experiments**, Marcel Dekker. 1993.
- Cox, D. R. e Oakes, D. **Analysis of Survival Data**. Chapman & Hall. 1984. 201p.
- Craig, J. C. **Microsoft Visual Basic versão 3**. McGraw Hill Ltda. 1994, 520p.
- Davis, H. E., et al. **The Testing and Inspection of Engineering Materials**. McGraw-Hill, Inc. U.S.A.,1964, 475p.
- Draper,N.R., e Smith, H. **Applied regression analysis**. (2da. Ed.), New York : John Wiley, 1981, 709p.
- Dorp, R. V. et al. "A Bayes Approach to Step – Stress Accelerated Life Testing" ," **IEEE Transactions on Reliability**, vol. 45, no 3, p. 491 – 497, September. 1996.
- Fletcher, R. **Practical Methods of Optimization** (2da Ed), John Wiley & Sons. 1995, 436p.

- Freitas, M. A. e Colosimo, E. A. **Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados**. Série Ferramentas da Qualidade – Volume 12, Belo Horizonte: Fundação Cristiano Ottoni, 1997. 309 p.
- Green, P. J. “Iteratively Reweighted Least Square for Maximum Likelihood Estimation, and some Robust and Resistant Alternatives.” **J. R. Statist. Soc.** 46 no.2. p.149-192. 1984.
- Goba, F. A., “Bibliography on thermal Aging of Electrical Insulation,” **IEEE Trans. On Electrical Insulation** EI-4, p.31-58. 1969.
- Guido, C. A. Do Prado. **Ensaio Acelerados: Uma Nova Metodologia**. Campinas: FEM, UNICAMP, 1994. Tese (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1994. 63p.
- Hamada, M. “Using Statistically Designed experiments to improve reliability and to achieve robust reliability.” **IEEE Transactions on Reliability**, vol. 44, no 2, p. 206 - 215, June. 1995.
- Harter H. L. e Moore, A. H. “ Maximum likelihood estimation of the parameters of Gamma and Weibull populations from complete and form censored samples”. **Technometrics**, vol .7, Nov. p. 639-643, 1965.
- Hirose, H. “Estimation of Threshold Stress in Accelerated Life- Testing Stress.” **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 42, no 4, p. 650 - 657, Dec. 1993.
- Hogg, R.V., e Ledolter, J. **Applied Statistics for Engineers and Physical Scientists**. Macmillan Publishing Company. 1992. 472p.
- Householder, A. S. **The theory of matrices in numerical analysis**. New York : Blaisdell, 1975. 257p.
- Jorgensen, B. “The Delta Algorithm and GLIM.” **International Statistical Review** vol.52, no3, p. 283-300, 1984.

- Kielpinski, T.J.; e Nelson, W. B. "Optimum censored accelerated life tests for normal and lognormal life distributions," **IEEE Trans. Reliability**, vol R-24, p. 310-320, Dec 1975.
- Khamis, H. I., e Higgins, J. J. "Optimum 3-Step Step-Stress Tests." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 45, no 2, p. 341 - 345, June. 1996.
- Lawless, J.F. **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, New York. Wiley 1982. 580p.
- Leemis, M. L., e Beneke, M. "Burn-in Models and Methods: A Review." **IIE Transactions**, vol. 22, no 2, p. 172 - 180, June. 1990.
- Lewis, E.E. **Introduction to Reliability Engineering** . John Wiley & Sons, New York, 1987.400 p.
- Lin, Z., Fei, H. A. "Nonparametric Approach to Progressive Stress Accelerated Life Testing." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 40, no 2, p. 173 - 176, June. 1991.
- Little, R. E. e Jebe, E. H. " A note on the gain in precision for optimal allocation in regression as applied to extrapolation in S – N fatigue testing. **Technometrics**, vol .11, p.389 – 392, 1969.
- Mann, N. R. " Design of Over – Stress Life – Test Experiments When Failure Times Have a Two – Parameter Weibull Distribution" **Technometrics**, vol .14, p.437 – 451, 1972.
- Meeker, Q. W. "A comparison of accelerated life tests plans for the Weibull and Lognormal distributions and Type I censoring," **Technometrics**, vol .26, May. p. 157-171, 1984.
- Meeker, Q. W., e Escobar, L. A. "A Review of Recent Research and Current Issues in Accelerated Testing." **Int' l Statistical Review**, vol 61, p. 147 – 168. 1993.
- Meeker, Q. W., e Escobar, L. A., " Planning Accelerated Life tests with Two or More Experimental Factors", **Technometrics**, vol .37, No. 4, p. 411 – 427, 1995.

- Meeker, Q. W., e Hamada, M. "Statistical Tools for the Rapid Development & Evaluation of High- Reliability Products." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 44, no 2, p. 187 - 195, June. 1995.
- Meeker, Q. W., e Hahn, G.J. "How to plan and acelerated life test." **The ASCQ Basic References In Quality Control**, Estatistical Techniques vol. 10, 1985.
- Meeker, Q. W., e Nelson, W. "Optimal accelerated life tests for the Weibull and extreme value distributions," **Technometrics**, vol .20, No. 2, May. p. 171-176, 1978.
- Miller, R., e Nelson, W. "Optimun Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing". **IEEE Trans. Reliability**, vol. R-32, No.1, April 1983.
- Montgomery, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 2nd ed, New York : J. Wiley, 1984, 538p.
- Moura. E. C. "A Method to Estimate the Acceleration Factor for Subassemblies." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 41, no 3, p. 396 - 398, Sept. 1992.
- Nelson, W. "Graphical Analysis of Accelerated Life Test Data with the Inverse Power Law Model". **IEEE Transactions On Reliability**, vol.R – 21, no. 1 p. 2 - 11, Feb. 1972
- Nelson, W. " Analysis of accelerated life test data – Least square methods for de inverse power law model". **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 24, p. 103 - 107, jun.. 1975.
- Nelson, W; e Hanh G. J. "Linear estimation of a regression relationship from censored data – part 1. Simple methods and their application." **Technometrics**, vol .14, May. p. 247-269, 1972.
- Nelson, W; e Hanh G. J. " Linear estimation of a regression relationship from censored data – part 2. Best linear unbiased estiamtion and theory." **Technometrics**, vol .15, Feb. p. 133-150, 1973.

Nelson, W. **Applied Life Data Analysis**. 3ª edição, John Wiley and Sons, 1982.634p.

Nelson, W. **Accelerated Testing: Statistical Models, Data Analysis and Test Plans**, John Wiley & Sons.1990. 230 p.

Okura, J. Hozumi. **Metodologia de Qualificação de Componentes Eletrônicos**. FEE, UNICAMP, 1995. Tese (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1995. 176p.

Pallerosi, C. A. **Confiabilidade: Metodologia de Ensaio e Normas**. Campinas. vol. 2. (Inédito). 1997. 279 p.

Rajogopal, A. K. e Teitler, S. "Parameter Compatibility Relations for Testing." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 39, no 1, p. 110 - 113, April. 1990.

Ramakumar, R. **Engineering Reliability Fundamentals and Applications**. Prentice Hall International Editions. 1993. 482 p.

Sandoh, H. e Fujii, S. "Designing na Optimal Life Test with Tipe-I Censoring" **Naval Research Logistics**. Vol. 38, p. 23-31, 1991.

Seo, S. K. e Yum, B. J. "Acelerated Life Test Plans under Intermittent Inspection and Type-I Censoring: The Case of Weibull Failure Distribution" **Naval Research Logistics**. Vol. 38, p. 1-22, 1991.

Sheng , T. T., e Chin, H. H., "Comparison of Type-I & Type-II Accelerated Life Tests for Selecting the Most Reliable Product." **IEEE Transactions On Reliability**, vol. 43, no 3, p. 503 - 510, Sept. 1994.

Shimakura, S. E. **Modelos de Regressão Weibull e Sarkar para Testes Acelerados em Problemas de Riesgos Competitivos**. Campinas: IMECC, UNICAMP,1994 Teses (Mestrado)- 217p.

Sotskov, B. **Fundamentos de la Teoria y del Calculo de Fiabilidad**. Editorial Mir, Moscú.1972. 261 p.

Thisted, R. A. **Elements of Statistical Computing : Numerical Computation** .Chapman and Hall, 1988. 427p.

Thomas, Z. et al. **Visual Basic How-To** .(2da ed.). Axcel Books do Brasil, 1995, 827p.

Tyoskin, O. I. e Krivolapov, S. Y. “ Nonparametric Model for Step – Stress Accelerated Life Testing”. **IEEE Trans. On Reliability**, vol. 45, no 2, p. 346 – 350, June. 1996.

Watkins, A. J. “Review: Likelihood Method For Fitting Weibull Log- Linear Models to Accelerated Life- Test Data.”, **IEEE Trans. Reliability**, vol. 43, No.3 1994 September, p.361- 365.

Watkins, A. J. “On the Analysis of Accelerated Life-Testing Experiments”. **IEEE Trans. Reliability**, vol. 40, No.1 1991 April, p.98- 101.

Werkema, M. C. C. **Como Estabelecer Conclusões com Confiança: Entendendo Inferência Estatística**. Série Ferramentas da Qualidade – Volume 4, Belo Horizonte: Fundação Cristiano Ottoni,1996. 309 p.

Werkema, M. C. C. e Aguiar, S., **Planejamento e Análise de Experimentos: Como Identificar as Diferentes Variáveis Influentes em um Processo**, Série Ferramentas da Qualidade – Volume 8, Belo Horizonte: Fundação Cristiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.1996. 309 p.

Whitman, L. C. e Doigan, P. “Calculation of Life Characteristics of Insulation”. **AIEE Trans.** 73, 193 – 198 1954.

Wingo. D.R. “Solution of the Three – Parameter Weibull Equations by Constrained Modified Quasilinearization (Progressively Censored Samples).” **IEEE Trans. Reliability**, vol. 22, No.2 1973 June, p.96- 102.

Zelem, M. “Factorial Experiments in life testing.” **Technometrics**, vol 1, p. 269-288, 1959 .

Anexo I

Método dos Mínimos Quadrados

Para explicar os fundamentos do método, supondo que é desejado ajustar a curva $Y = h(X; \gamma_0, \gamma_1)$, (figura 1), dependente de dois parâmetros, γ_0 e γ_1 , para n pares de pontos, $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2); \dots; (X_n, Y_n)$. A altura da curva a X_i é $h(X_i, \gamma_0, \gamma_1)$ e a altura dos pontos observados é Y_i . A distancia entre estas alturas é $[Y_i - h(X_i, \gamma_0, \gamma_1)]$ e o quadrado desta distancia, é de alguma forma, uma medida de quanto de errado pode estar o ajuste dos pontos. No método dos mínimos quadrados, os parâmetros γ_0 e γ_1 são seleccionados de forma a minimizar a suma de quadrados das n distancias, de aqui o nome do mesmo, Hogg (1992); assim são encontrados os valores de γ_0 e γ_1 que minimizam a (1.1):

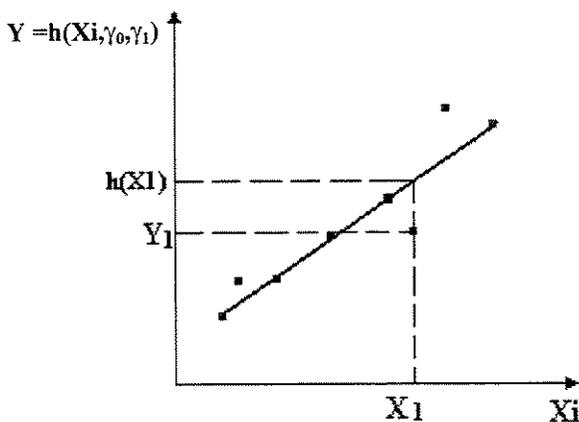


Figura I-1. Gráfico de ajuste.

$$S(\gamma_0, \gamma_1) = \sum_{i=1}^n [Y_i - h(X_i; \gamma_0, \gamma_1)]^2 \quad (I.1)$$

No caso especial, quando $h(X_i, \gamma_0, \gamma_1) = \gamma_0 + \gamma_1 X_i$, então é uma função linear de X , e tem-se que a expressão (I.1) será:

$$S(\gamma_0, \gamma_1) = \sum_{i=1}^n [Y_i - \gamma_0 - \gamma_1 X_i]^2 \quad (\text{I.2})$$

calculando as duas primeiras derivadas parciais e igualando a zero, obtém-se:

$$\frac{\partial S(\gamma_0, \gamma_1)}{\partial \gamma_0} = \sum_{i=1}^n 2(Y_i - \gamma_0 - \gamma_1 X_i)(-1) = 0 \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial S(\gamma_0, \gamma_1)}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n 2(Y_i - \gamma_0 - \gamma_1 X_i)(-X_i) = 0 \quad (\text{I.4})$$

Estas duas equações lineares em γ_0 e γ_1 são equivalentes a:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = n\gamma_0 + \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\gamma_1 = 0 \quad (\text{I.5})$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\gamma_0 + \left(\sum_{i=1}^n X_i^2\right)\gamma_1 = 0 \quad (\text{I.6})$$

Multiplicando a primeira equação por $\sum X_i$, a outra equação por n e combinando estes dois resultados (isto elimina o termo γ_0), e obtém-se a solução, chamada $\hat{\gamma}_1$, para γ_1 .

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i) / n}{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2 / n} \quad (\text{I.7})$$

substituindo este valor na equação seguinte:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = n\gamma_0 + \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\gamma_1 = 0 \quad (I.8)$$

obtém-se a solução para γ_0 , denominado $\hat{\gamma}_0$

$$\hat{\gamma}_0 = \bar{Y} - \frac{\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)/n}{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2/n} (\bar{X}) \quad (I.9)$$

Anexo II

Método de Máxima Verossimilhança

O método de máxima verossimilhança é utilizado com o objetivo de avaliar ou otimizar o ensaio, ele pode ser utilizado para analisar dados provenientes de ensaios completos ou ensaios com censura. Este método pode ser aplicado para muitos modelos, tipos de dados e tipos de estressamentos, também pode ser utilizado para a análise de dados com modos de falhas misturados. O método prevê estimadores e limites de confiança para os parâmetros do modelo, assim como outras quantidades de interesse. A utilização do mesmo é complexa se não são utilizados sofisticados programas de computação para o processamento dos dados. O programa de computação apresentado no presente trabalho, utiliza o método da máxima verossimilhança como uma opção para determinar os parâmetros da distribuição e os parâmetros do modelo (Arrhenius ou Lei de Potência Inversa) utilizado, tanto para ensaios completos como para ensaios com censura a direita ou com censura múltipla.

Fundamentos do método: A teoria do método em princípio é simples, nele adota-se que as estimativas dos parâmetros são os valores que maximizam a probabilidade de ser obtida a amostra observada. Para obter estimadores de máxima verossimilhança é necessário conhecer a distribuição da variável em estudo.

Por exemplo considere-se a determinação dos estimadores de máxima verossimilhança da media (μ) e da variância (σ^2) de uma variável aleatória (X), com distribuição normal com base em uma amostra aleatória de n elementos. Neste caso a probabilidade de obter-se um valor X_i na amostra é dado pela função densidade de probabilidade:

$$f(X_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{II.1})$$

Como as observações são independentes, a densidade de probabilidade de obter-se os valores X_1, X_2, \dots, X_n da amostra será:

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n, \mu, \sigma^2) = f(X_1) \cdot f(X_2) \cdot \dots \cdot f(X_n) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{II.2})$$

Esta é a função de máxima verossimilhança da amostra.

Os estimadores de máxima verossimilhança de μ e σ^2 são os valores que maximizam o valor de $L(X_1, X_2, \dots, X_n, \mu, \sigma^2)$.

Como o logaritmo é uma função monôtonica crescente, os valores de μ e σ^2 que maximizam $L(X_1, X_2, \dots, X_n, \mu, \sigma^2)$ também maximizam a:

$$\ln L(X_1, X_2, \dots, X_n, \mu, \sigma^2) = f(X_1) + f(X_2) + \dots + f(X_n) \quad (\text{II.3})$$

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n, \mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (\text{II.4})$$

para resolver esta equação é preciso obter as derivadas parciais da função com respeito aos parâmetros μ e σ , ou seja, os valores de μ e σ que maximizam a equação (II.4), serão os valores que satisfazem as equações (II.5) e (II.6):

$$\frac{\partial L_i}{\partial \sigma} = 0 \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \mu} = 0 \quad (\text{II.6})$$

a solução para este caso pode ser encontrada de forma explícita, não assim para outros casos, sobretudo, quando se está em presença de dados com suspensões, sendo necessário

utilizar métodos iterativos para encontrar os estimadores dos parâmetros envolvidos na função. Depois de encontrar a solução das equações (II.5) e (II.6), pode-se confirmar que esses valores maximizam a função de máxima verossimilhança. Determinando as segundas derivadas parciais da função e avaliando para os parâmetros estimados, de ser negativa, então serão valores correspondentes a um máximo local.

Matriz de Informação de Fisher

Os valores da matriz de informação de Fisher, são os valores negativos esperados da segunda derivada parcial do Li com relação aos parâmetros da função, essa informação de Fisher serve para obter a variância assintótica dos parâmetros estimados. A variância é utilizada para obter os limites de confiança aproximados dos parâmetros e funções.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \mathbf{L}_i}{\partial \mu^2} & -\frac{\partial^2 \mathbf{L}_i}{\partial \mu \partial \sigma} \\ -\frac{\partial^2 \mathbf{L}_i}{\partial \mu \partial \sigma} & -\frac{\partial^2 \mathbf{L}_i}{\partial \sigma^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Como pode-se observar, a matriz F é uma matriz simétrica de P x P, das derivadas parciais negativas.

Matriz da Variância – Covariância

O inverso da matriz de informação de Fisher é o estimador local da matriz de variância – Covariância

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{var}(\mu) & \text{cov ar}(\mu, \sigma) \\ \text{cov ar}(\mu, \sigma) & \text{var}(\sigma) \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

onde V é o estimador da verdadeira (assintótica) matriz de covariância.

Para determinar os intervalos de confiança aproximados dos valores de μ e σ , se utiliza o erro padrão dos valores de μ e σ estimados, que constitui o desvio padrão da distribuição normal assintótica. Seu estimador será:

$$S(\mu) = \sqrt{\text{var}(\mu)} \text{ e } S(\sigma) = \sqrt{\text{var}(\sigma)} \quad (\text{II.9})$$

Intervalos de Confiança

Utilizando o estimador do desvio padrão, é possível calcular um intervalo de $(1-\alpha)100\%$ de confiança aproximado para os parâmetros estimados como segue,

limite inferior para μ :

$$\mu_i = \mu^* - Z_{\alpha/2} S(\mu) \quad (\text{II.10})$$

limite superior para μ :

$$\mu_s = \mu^* + Z_{\alpha/2} S(\mu) \quad (\text{II.11})$$

onde μ^* e $S(\mu)$ são os valores esperados de μ e σ .

Quando o objetivo é calcular os intervalos de confiança para uma função dos parâmetros $\theta = g(\mu, \sigma)$, procede-se da seguinte forma.

O estimador de máxima verossimilhança para θ é $\hat{\theta} = g(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$, propriedade que tem os estimadores de máxima verossimilhança. Para obter os intervalos de confiança para $\hat{\theta}$, é necessário obter uma estimativa do seu desvio padrão.

O estimador da variância de $\hat{\theta}$ é calculado da seguinte forma:

Calcular as derivadas parciais de $\hat{\theta}$ com relação aos coeficientes da função $\partial \hat{\theta} / \partial \gamma_n$, avaliadas a $\gamma_0 = \hat{\mu}, \gamma_1 = \hat{\sigma}$; e formar o vetor coluna:

$$D\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \partial\hat{\theta}/\partial\gamma_0 \\ \partial\hat{\theta}/\partial\gamma_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

O estimador local da variância assintótica de $\hat{\theta}$ será,

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = D\hat{\theta}' F^{-1} D\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial\gamma_n}\right)^2 \text{Var}(\hat{\gamma}_n) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \frac{\partial\hat{\theta}}{\partial\gamma_i} \frac{\partial\hat{\theta}}{\partial\gamma_j} \text{Cov}(\hat{\gamma}_i, \hat{\gamma}_j) \quad (\text{II.13})$$

Onde F^{-1} é o estimador local da matriz da covariância; $D\hat{\theta}'$ é a transposta de $D\hat{\theta}$ (vetor coluna das derivadas parciais).

Assim tem-se que o estimador do desvio padrão de θ será:

$$S(\hat{\theta}) = [\text{Var}(\hat{\theta})]^{1/2} \quad (\text{II.14})$$

equação utilizada para calcular os intervalos de confiança aproximados do verdadeiro valor de θ .

Um intervalo de $(1-\alpha)100\%$ de confiança para $\hat{\theta}$ será:

$$\hat{\theta} \pm Z_{\alpha/2} S(\hat{\theta}) \quad (\text{II.15})$$

onde $Z_{\alpha/2}$ é o percentual $100p\%$ da distribuição normal padrão

Probabilidades para cada Tipo de Dado

A probabilidade de uma amostra, é a probabilidade do valor observado da variável dependente (usualmente a vida). A variável dependente pode ser observada apresentando um valor exato (falha) ou ser censurada no intervalo. Assim a probabilidade da amostra para cada tipo de dado será como segue:

Para valores de falha observados: Sob a suposição de que a amostra i tem um valor observado Y_i da variável dependente. Então sua probabilidade será:

$$L_i = f(Y_i, \varphi_{1i}, \dots, \varphi_{ni}) \quad (\text{II.16})$$

onde $f()$ é a função densidade de probabilidade da distribuição assumida, e $\varphi_{1i}, \dots, \varphi_{ni}$ são os parâmetros da amostra. L_i é a probabilidade de falha observada a Y_i .

Para Dados Censurados a Direita: Se a amostra i , tem uma variável dependente censurada a direita a Y_i , tal que seu valor é maior que Y_i . Sua probabilidade será então.

$$L_i = 1 - F(Y_i, \varphi_{1i}, \dots, \varphi_{ni}) \quad (\text{II.17})$$

A qual constitui a probabilidade de que a vida da amostra seja maior que Y_i .

Para Dados Censurados a Esquerda: Se a amostra i , tem uma variável dependente censurada a esquerda a Y_i , tal que seu valor é menor que Y_i . Sua probabilidade será então.

$$L_i = F(Y_i, \varphi_{1i}, \dots, \varphi_{ni}) \quad (\text{II.18})$$

A qual constitui a probabilidade de que a vida da amostra seja menor que Y_i .

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

similarmente, f_1, f_2, \dots, f_n , é também um conjunto de vetores n – dimensionais, (vetor função):

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

Então o sistema 1 pode ser escrito como:

$$f(x) = 0; \quad (\text{III.4})$$

para o caso em questão a função $f(x)$ é a função das primeiras derivadas parciais da função de máxima verossimilhança, ou seja $\partial L(\omega; \gamma_0, \gamma_1) / \partial \omega$; $\partial L(\omega; \gamma_0, \gamma_1) / \partial \gamma_1$; $\partial L(\omega; \gamma_0, \gamma_1) / \partial \gamma_0$ (ver capítulo 4); ω representa o parâmetro característico da distribuição utilizada e γ_0, γ_1 , são os parâmetros do modelo. Portanto logo de sucessivas aproximações pode-se resolver o sistema (3.6), encontrando os valores estimados do vetor x como:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ \hat{\gamma}_0 \\ \hat{\gamma}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

os quais serão os valores que satisfazem as equações seguintes:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)}{\partial \omega} = 0 \\ \frac{\partial L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)}{\partial \gamma_0} = 0 \\ \frac{\partial L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)}{\partial \gamma_1} = 0 \end{array} \right\} = \nabla L(\omega; \gamma_0, \gamma_1) \quad (\text{III.6})$$

onde $\nabla L(\omega; \gamma_0, \gamma_1)$ é o gradiente da função de máxima verossimilhança.

Para a primeira aproximação tem-se que:

$$x_1 = (\omega_1, \gamma_{01}, \gamma_{11}) \quad (\text{III.7})$$

as sucessivas aproximações são obtidas como:

$$\{x_i\} = \{x_{i-1}\} + \alpha_f \{d\}_{i-1} \quad (\text{III.8})$$

onde

$$\{d\}_{i-1} = [\nabla^2 L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)_{i-1}]^{-1} \{\nabla L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)\}_{i-1} \quad (\text{III.9})$$

α_f é um valor entre 0 e 1 tal que :

$$L(\omega; \gamma_0, \gamma_1)_i + \alpha_f \{d\}_i > L(\omega, \gamma_0, \gamma_1)_{i-1} \quad (\text{III.10})$$

E $\nabla^2 L(\omega; \gamma_0, \gamma_1)$ é a matriz das segundas derivadas parciais da função de máxima verossimilhança.

$$\nabla^2 L(\omega, \gamma_0, \gamma_1) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \omega^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0 \omega} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1 \omega} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0 \omega} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0 \gamma_1} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1 \omega} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_0 \gamma_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \gamma_1^2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

A matriz das segundas derivadas parciais negativas da função de máxima verossimilhança é denominada Matriz de Informação de Fisher (Anexo II), a qual é utilizada para calcular a matriz da variância-covariância dos estimados de M.V. e os intervalos de confiança dos parâmetros estimados.

A verificação da condição (3.10) é essencial para lograr a convergência da função. Em cada passo é necessário verificar, que os novos valores de x incrementem a função de máxima verossimilhança, se isso não acontece, devem-se procurar novos valores de x , obtendo, ao final da procura, os valores estimados dos parâmetros envolvidos, ou seja, que satisfazem a função de máxima verossimilhança, equivalentemente, para estes valores estimados, a matriz de informação de Fisher deverá ser positiva-definida. Como se pode ver, para aplicar o método é preciso inverter a matriz (3.11), para isso utiliza-se o método de decomposição de Householder, o qual pode ser encontrado em, HouseHolder (1975).

Anexo IV. Tabelas para Planejamento de Ensaios

Tabela IV. 1. Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição (Log) Normal)
Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80

P	Pp	Pa	V'	Alocação 4:2:1 Ótima				Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80				R	
				ζ_b	Pb	ζ_m	Pm	R	ζ''_b	Pb	ζ''_m		Pm
0.0001	0.0001	0.250	61.42	0.448	0.009	0.724	0.065	1.24	0.359	0.004	0.679	0.049	1.05
0.0001	0.0001	0.400	43.53	0.451	0.16	0.725	0.114	1.27	0.361	0.007	0.680	0.087	1.06
0.0001	0.0001	0.600	31.06	0.447	0.026	0.724	0.199	1.29	0.358	0.011	0.679	0.153	1.07
0.0001	0.0001	0.800	23.05	0.437	0.042	0.719	0.329	1.31	0.350	0.017	0.675	0.261	1.08
0.0001	0.0001	0.900	19.54	0.427	0.057	0.714	0.440	1.31	0.342	0.022	0.671	0.358	1.08
0.0001	0.0001	0.990	15.31	0.397	0.094	0.699	0.693	1.27	0.318	0.036	0.659	0.604	1.10
0.0001	0.0001	1.000	13.18	0.351	0.133	0.675	0.904	1.16	0.280	0.051	0.640	0.852	1.10
0.001	0.0001	0.250	63.93	0.455	0.010	0.727	0.066	1.23	0.364	0.005	0.682	0.050	1.05
0.001	0.0001	0.400	44.00	0.455	0.016	0.728	0.116	1.26	0.364	0.007	0.682	0.088	1.06
0.001	0.0001	0.600	30.38	0.450	0.027	0.725	0.200	1.30	0.360	0.011	0.680	0.154	1.07
0.001	0.0001	0.800	21.68	0.439	0.043	0.719	0.330	1.33	0.351	0.017	0.675	0.261	1.08
0.001	0.0001	0.900	17.83	0.428	0.057	0.714	0.441	1.35	0.342	0.022	0.671	0.358	1.08
0.001	0.0001	0.990	13.07	0.398	0.095	0.699	0.694	1.33	0.319	0.037	0.659	0.605	1.10
0.001	0.0001	1.000	10.62	0.354	0.139	0.677	0.906	1.24	0.283	0.054	0.642	0.854	1.11
0.001	0.001	0.250	35.33	0.317	0.010	0.659	0.067	1.24	0.254	0.007	0.627	0.058	1.02
0.001	0.001	0.400	26.81	0.339	0.017	0.669	0.117	1.26	0.271	0.010	0.635	0.099	1.02
0.001	0.001	0.600	20.25	0.350	0.027	0.675	0.202	1.28	0.280	0.016	0.640	0.171	1.03
0.001	0.001	0.800	15.70	0.352	0.044	0.676	0.333	1.30	0.282	0.024	0.641	0.284	1.04
0.001	0.001	0.900	13.59	0.349	0.059	0.674	0.444	1.30	0.279	0.031	0.640	0.384	1.04
0.001	0.001	0.990	10.94	0.330	0.097	0.665	0.696	1.27	0.264	0.049	0.632	0.631	1.06
0.001	0.001	1.000	9.532	0.294	0.139	0.647	0.906	1.18	0.235	0.069	0.618	0.868	1.06

Tabela IV. 1: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição (Log) Normal)(Continuação)

Alocação 4:2:1 Ótima										Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80				
P	Pp	Pa	V'	$\zeta'b$	Pb	$\zeta'm$	Pm	R	$\zeta''b$	Pb	$\zeta''m$	Pm	R	
0.01	0.0001	0.250	76.73	0.480	0.012	0.740	0.071	1.23	0.384	0.005	0.692	0.053	1.05	
0.01	0.0001	0.400	50.70	0.474	0.19	0.737	0.122	1.25	0.379	0.008	0.690	0.092	1.06	
0.01	0.0001	0.600	33.51	0.463	0.030	0.732	0.208	1.27	0.371	0.012	0.685	0.159	1.07	
0.01	0.0001	0.800	22.76	0.448	0.047	0.724	0.338	1.31	0.358	0.019	0.679	0.267	1.08	
0.01	0.0001	0.900	17.99	0.436	0.062	0.718	0.449	1.34	0.349	0.024	0.674	0.364	1.08	
0.01	0.0001	0.990	11.94	0.405	0.102	0.702	0.701	1.38	0.324	0.039	0.662	0.611	1.10	
0.01	0.0001	1.000	8.641	0.362	0.153	0.681	0.911	1.36	0.290	0.059	0.645	0.860	1.12	
0.01	0.001	0.250	41.23	0.340	0.012	0.670	0.071	1.19	0.272	0.007	0.636	0.060	1.02	
0.01	0.001	0.400	29.41	0.354	0.18	0.677	0.121	1.22	0.283	0.011	0.642	0.102	1.03	
0.01	0.001	0.600	20.91	0.360	0.030	0.680	0.207	1.26	0.288	0.017	0.644	0.174	1.03	
0.01	0.001	0.800	15.21	0.359	0.046	0.679	0.337	1.30	0.287	0.025	0.643	0.288	1.04	
0.01	0.001	0.900	12.57	0.354	0.061	0.677	0.448	1.33	0.283	0.032	0.642	0.388	1.05	
0.01	0.001	0.990	9.109	0.335	0.101	0.668	0.701	1.36	0.268	0.051	0.634	0.635	1.06	
0.01	0.001	1.000	7.189	0.302	0.151	0.651	0.911	1.32	0.242	0.075	0.621	0.872	1.07	
0.01	0.01	0.250	13.38	0.055	0.013	0.528	0.073	1.29	0.44	0.012	0.522	0.072	1.00	
0.01	0.01	0.400	11.98	0.128	0.20	0.564	0.124	1.28	0.103	0.017	0.551	0.118	1.00	
0.01	0.01	0.600	10.25	0.179	0.031	0.589	0.210	1.29	0.143	0.025	0.572	0.197	1.01	
0.01	0.01	0.800	8.684	0.210	0.048	0.605	0.341	1.31	0.168	0.036	0.584	0.317	1.01	
0.01	0.01	0.900	7.838	0.222	0.063	0.611	0.451	1.31	0.177	0.046	0.589	0.420	1.01	
0.01	0.01	0.990	6.630	0.228	0.103	0.614	0.702	1.30	0.183	0.070	0.591	0.665	1.02	
0.01	0.01	1.000	5.909	0.214	0.150	0.607	0.910	1.23	0.171	0.098	0.585	0.887	1.03	

Tabela IV. 1: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição (Log) Normal (Continuação))

P	Pp	Pa	V'	Alocação 4:2:1 Ótima					Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80					R
				ζ'_b	Pb	ζ'_m	Pm	R	ζ''_b	Pb	ζ''_m	Pm	R	
0.05	0.0001	0.250	93.37	0.525	0.017	0.800	0.100	1.27	0.420	0.007	0.800	0.100	1.07	
0.05	0.0001	0.400	60.16	0.501	0.24	0.751	0.132	1.26	0.401	0.010	0.703	0.100	1.06	
0.05	0.0001	0.600	38.76	0.484	0.036	0.742	0.220	1.27	0.387	0.015	0.694	0.168	1.07	
0.05	0.0001	0.800	25.61	0.464	0.055	0.732	0.352	1.30	0.372	0.021	0.686	0.277	1.07	
0.05	0.0001	0.900	19.82	0.450	0.071	0.725	0.463	1.32	0.360	0.027	0.680	0.375	1.08	
0.05	0.0001	0.990	12.40	0.416	0.115	0.708	0.713	1.36	0.333	0.044	0.667	0.622	1.10	
0.05	0.0001	1.000	8.207	0.374	0.175	0.687	0.918	1.39	0.299	0.068	0.650	0.867	1.12	
0.05	0.001	0.250	53.55	0.409	0.018	0.749	0.100	1.23	0.327	0.011	0.749	0.100	1.03	
0.05	0.001	0.400	36.45	0.389	0.023	0.695	0.131	1.22	0.311	0.014	0.656	0.109	1.03	
0.05	0.001	0.600	24.77	0.385	0.036	0.693	0.219	1.24	0.308	0.020	0.654	0.183	1.03	
0.05	0.001	0.800	17.20	0.377	0.054	0.689	0.351	1.27	0.302	0.028	0.651	0.298	1.04	
0.05	0.001	0.900	13.74	0.369	0.070	0.685	0.461	1.29	0.295	0.036	0.648	0.398	1.05	
0.05	0.001	0.990	9.137	0.347	0.113	0.674	0.712	1.35	0.278	0.057	0.639	0.645	1.06	
0.05	0.001	1.000	6.441	0.315	0.172	0.658	0.917	1.38	0.252	0.085	0.626	0.880	1.07	
0.05	0.01	0.250	20.06	0.164	0.020	0.632	0.0100	1.16	0.131	0.017	0.632	0.100	1.00	
0.05	0.01	0.400	15.60	0.168	0.024	0.584	0.132	1.16	0.135	0.020	0.567	0.125	1.00	
0.05	0.01	0.600	11.98	0.204	0.036	0.602	0.220	1.21	0.164	0.028	0.582	0.204	1.01	
0.05	0.01	0.800	9.260	0.227	0.054	0.614	0.351	1.26	0.182	0.040	0.591	0.325	1.01	
0.05	0.01	0.900	7.886	0.236	0.070	0.618	0.461	1.29	0.189	0.050	0.594	0.428	1.01	
0.05	0.01	0.990	5.907	0.240	0.113	0.620	0.712	1.36	0.192	0.076	0.596	0.673	1.02	
0.05	0.01	1.000	4.659	0.227	0.171	0.614	0.917	1.38	0.182	0.110	0.591	0.894	1.03	

Tabela IV. 1: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição (Log) Normal (Continuação))

P	Pp	Pa	V'	Alocação 4:2:1 Ótima				Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80					
				ζ' b	Pb	ζ' m	Pm	R	ζ'' b	Pb	ζ'' m	Pm	R
0.1	0.0001	0.250	103.7	0.560	0.022	0.945	0.200	1.13	0.420	0.007	0.945	0.200	1.10
0.1	0.0001	0.400	66.16	0.528	0.029	0.830	0.200	1.28	0.401	0.010	0.830	0.200	1.09
0.1	0.0001	0.600	42.22	0.498	0.041	0.749	0.228	1.28	0.387	0.015	0.724	0.200	1.08
0.1	0.0001	0.800	27.64	0.476	0.061	0.738	0.362	1.29	0.372	0.021	0.690	0.284	1.07
0.1	0.0001	0.900	21.26	0.460	0.078	0.730	0.472	1.31	0.360	0.027	0.684	0.382	1.08
0.1	0.0001	0.990	13.07	0.425	0.125	0.712	0.722	1.35	0.333	0.044	0.670	0.630	1.10
0.1	0.0001	1.000	8.396	0.382	0.190	0.691	0.922	1.38	0.299	0.068	0.653	0.872	1.12
0.1	0.001	0.250	61.64	0.452	0.023	0.931	0.200	1.13	0.361	0.013	0.931	0.200	1.04
0.1	0.001	0.400	41.23	0.429	0.031	0.793	0.200	1.25	0.343	0.017	0.793	0.200	1.04
0.1	0.001	0.600	27.56	0.404	0.041	0.702	0.228	1.24	0.323	0.022	0.673	0.200	1.04
0.1	0.001	0.800	18.85	0.391	0.060	0.696	0.361	1.26	0.313	0.031	0.656	0.305	1.04
0.1	0.001	0.900	14.90	0.381	0.077	0.691	0.472	1.28	0.305	0.039	0.653	0.406	1.05
0.1	0.001	0.990	9.648	0.357	0.124	0.679	0.721	1.33	0.286	0.061	0.643	0.652	1.06
0.1	0.001	1.000	6.530	0.324	0.189	0.662	0.922	1.37	0.259	0.093	0.630	0.884	1.08
0.1	0.01	0.250	25.41	0.223	0.025	0.899	0.0200	1.13	0.178	0.021	0.899	0.200	1.01
0.1	0.01	0.400	18.91	0.238	0.033	0.716	0.200	1.19	0.191	0.027	0.716	0.200	1.01
0.1	0.01	0.600	13.96	0.231	0.042	0.616	0.230	1.18	0.185	0.032	0.593	0.212	1.01
0.1	0.01	0.800	10.43	0.246	0.061	0.623	0.362	1.22	0.197	0.044	0.598	0.333	1.01
0.1	0.01	0.900	8.688	0.251	0.078	0.626	0.472	1.25	0.201	0.055	0.600	0.436	1.02
0.1	0.01	0.990	6.197	0.252	0.124	0.626	0.721	1.32	0.201	0.082	0.601	0.680	1.02
0.1	0.01	1.000	4.598	0.238	0.188	0.619	0.922	1.38	0.190	0.120	0.595	0.898	1.03

Tabela IV 2: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição Weibull)

P	Pp	Pa	V	Alocação 4:2:1 Ótima				Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80				R	
				ζ^b	Pb	ζ^m	Pm	R	ζ^b	Pb	ζ^m		Pm
0.0001	0.0001	0.250	635.0	0.606	0.012	0.803	0.058	1.15	0.485	0.005	0.742	0.036	1.10
0.0001	0.0001	0.400	426.1	0.625	0.021	0.812	0.098	1.16	0.500	0.007	0.750	0.059	1.12
0.0001	0.0001	0.600	287.0	0.638	0.033	0.819	0.161	1.17	0.510	0.010	0.755	0.093	1.13
0.0001	0.0001	0.800	201.3	0.643	0.050	0.822	0.249	1.19	0.515	0.015	0.757	0.142	1.14
0.0001	0.0001	0.900	164.8	0.643	0.062	0.822	0.319	1.21	0.515	0.017	0.757	0.182	1.14
0.0001	0.0001	0.990	121.8	0.640	0.092	0.820	0.487	1.26	0.512	0.024	0.756	0.285	1.12
0.0001	0.0001	1.000	101.3	0.645	0.147	0.823	0.702	1.28	0.516	0.036	0.758	0.440	1.12
0.001	0.0001	0.250	703.5	0.619	0.014	0.809	0.061	1.15	0.495	0.005	0.748	0.038	1.10
0.001	0.0001	0.400	461.1	0.636	0.023	0.818	0.102	1.16	0.509	0.008	0.754	0.061	1.12
0.001	0.0001	0.600	302.0	0.647	0.036	0.823	0.167	1.17	0.517	0.011	0.759	0.096	1.13
0.001	0.0001	0.800	204.2	0.650	0.053	0.825	0.256	1.19	0.520	0.015	0.760	0.146	1.14
0.001	0.0001	0.900	161.9	0.649	0.065	0.824	0.326	1.21	0.519	0.018	0.759	0.186	1.14
0.001	0.0001	0.990	109.8	0.638	0.090	0.819	0.483	1.27	0.510	0.024	0.755	0.283	1.13
0.001	0.0001	1.000	82.68	0.632	0.129	0.816	0.676	1.33	0.506	0.032	0.753	0.421	1.11
0.001	0.001	0.250	300.4	0.459	0.013	0.730	0.0060	1.15	0.367	0.008	0.684	0.047	1.03
0.001	0.001	0.400	214.5	0.497	0.022	0.749	0.101	1.16	0.398	0.012	0.699	0.075	1.05
0.001	0.001	0.600	152.0	0.524	0.035	0.762	0.166	1.17	0.419	0.017	0.710	0.119	1.06
0.001	0.001	0.800	111.0	0.540	0.052	0.770	0.255	1.18	0.432	0.024	0.716	0.179	1.06
0.001	0.001	0.900	92.66	0.544	0.065	0.772	0.326	1.20	0.435	0.029	0.718	0.228	1.07
0.001	0.001	0.990	70.32	0.546	0.095	0.773	0.493	1.24	0.437	0.039	0.718	0.348	1.06
0.001	0.001	1.000	59.24	0.555	0.146	0.777	0.701	1.26	0.444	0.056	0.722	0.517	1.07

Tabela IV 2: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição Weibull) (Continuação)

Alocação 4:2:1 Ótima										Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80						
P	Pp	Pa	V'	ζ' b	Pb	ζ' m	Pm	R	ζ'' b	Pb	ζ'' m	Pm	R			
0.01	0.0001	0.250	879.8	0.654	0.018	0.827	0.070	1.18	0.524	0.006	0.762	0.042	1.10			
0.01	0.0001	0.400	563.1	0.666	0.029	0.833	0.116	1.18	0.533	0.009	0.766	0.067	1.12			
0.01	0.0001	0.600	359.8	0.673	0.045	0.837	0.187	1.19	0.539	0.014	0.769	0.106	1.13			
0.01	0.0001	0.800	236.7	0.674	0.066	0.837	0.283	1.21	0.540	0.018	0.770	0.159	1.15			
0.01	0.0001	0.900	183.4	0.671	0.081	0.836	0.357	1.22	0.537	0.022	0.769	0.202	1.15			
0.01	0.0001	0.990	116.6	0.657	0.110	0.829	0.519	1.27	0.526	0.028	0.763	0.303	1.14			
0.01	0.0001	1.000	79.76	0.642	0.142	0.821	0.695	1.35	0.513	0.035	0.757	0.435	1.12			
0.01	0.001	0.250	372.5	0.496	0.016	0.748	0.067	1.13	0.396	0.009	0.698	0.051	1.04			
0.01	0.001	0.400	253.7	0.526	0.026	0.763	0.110	1.14	0.420	0.014	0.710	0.080	1.05			
0.01	0.001	0.600	171.7	0.547	0.041	0.774	0.178	1.15	0.438	0.020	0.719	0.126	1.06			
0.01	0.001	0.800	118.9	0.559	0.060	0.779	0.271	1.18	0.447	0.027	0.723	0.188	1.07			
0.01	0.001	0.900	95.19	0.560	0.074	0.780	0.343	1.20	0.448	0.032	0.724	0.238	1.07			
0.01	0.001	0.990	64.76	0.552	0.100	0.776	0.502	1.25	0.442	0.041	0.721	0.354	1.07			
0.01	0.001	1.000	47.87	0.545	0.135	0.772	0.685	1.32	0.436	0.052	0.718	0.504	1.06			
0.01	0.01	0.250	89.36	0.148	0.016	0.574	0.0067	1.19	0.118	0.015	0.559	0.063	1.00			
0.01	0.01	0.400	74.62	0.243	0.026	0.621	0.109	1.17	0.194	0.021	0.597	0.100	1.01			
0.01	0.01	0.600	59.51	0.311	0.040	0.655	0.176	1.17	0.249	0.030	0.624	0.155	1.01			
0.01	0.01	0.800	47.26	0.353	0.059	0.677	0.268	1.18	0.283	0.041	0.641	0.229	1.02			
0.01	0.01	0.900	41.09	0.370	0.072	0.685	0.340	1.19	0.296	0.049	0.648	0.288	1.02			
0.01	0.01	0.990	32.86	0.388	0.102	0.694	0.506	1.22	0.310	0.065	0.655	0.427	1.02			
0.01	0.01	1.000	28.36	0.406	0.148	0.703	0.703	1.24	0.325	0.088	0.662	0.602	1.03			

Tabela IV 2: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição Weibull) (Continuação)
 Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80

Alocação 4:2:1 Ótima										Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80				
P	Pp	Pa	V'	$\zeta'b$	Pb	$\zeta'm$	Pm	R'	$\zeta''b$	Pb	$\zeta''m$	Pm	R	
0.05	0.0001	0.250	1043	0.692	0.024	0.874	0.100	1.24	0.554	0.008	0.874	0.100	1.12	
0.05	0.0001	0.400	660	0.693	0.037	0.847	0.129	1.22	0.555	0.011	0.815	0.100	1.13	
0.05	0.0001	0.600	417	0.698	0.057	0.849	0.206	1.22	0.558	0.016	0.779	0.115	1.14	
0.05	0.0001	0.800	271.4	0.698	0.082	0.849	0.311	1.23	0.558	0.022	0.779	0.172	1.15	
0.05	0.0001	0.900	208.7	0.694	0.101	0.847	0.391	1.24	0.555	0.026	0.778	0.219	1.16	
0.05	0.0001	0.990	129.7	0.680	0.138	0.840	0.562	1.29	0.544	0.034	0.772	0.328	1.16	
0.05	0.0001	1.000	85.47	0.662	0.175	0.831	0.736	1.35	0.529	0.042	0.765	0.465	1.14	
0.05	0.001	0.250	478.5	0.569	0.025	0.823	0.100	1.20	0.455	0.013	0.823	0.100	1.05	
0.05	0.001	0.400	316.7	0.571	0.035	0.786	0.126	1.17	0.457	0.017	0.747	0.100	1.06	
0.05	0.001	0.600	208.7	0.586	0.053	0.793	0.200	1.18	0.469	0.024	0.734	0.139	1.07	
0.05	0.001	0.800	140.9	0.592	0.076	0.796	0.301	1.19	0.474	0.033	0.737	0.206	1.08	
0.05	0.001	0.900	110.7	0.592	0.093	0.796	0.378	1.21	0.474	0.038	0.737	0.259	1.08	
0.05	0.001	0.990	71.73	0.581	0.126	0.791	0.545	1.25	0.465	0.049	0.733	0.383	1.08	
0.05	0.001	1.000	49.39	0.566	0.161	0.783	0.720	1.32	0.453	0.061	0.726	0.532	1.07	
0.05	0.01	0.250	130.6	0.286	0.026	0.701	0.0100	1.14	0.229	0.021	0.701	0.100	1.01	
0.05	0.01	0.400	97.93	0.300	0.032	0.650	0.121	1.11	0.240	0.025	0.620	0.108	1.01	
0.05	0.01	0.600	71.95	0.353	0.048	0.676	0.192	1.13	0.282	0.035	0.641	0.166	1.01	
0.05	0.01	0.800	53.23	0.387	0.069	0.693	0.288	1.15	0.309	0.047	0.655	0.243	1.02	
0.05	0.01	0.900	44.14	0.399	0.084	0.700	0.362	1.17	0.319	0.055	0.660	0.304	1.02	
0.05	0.01	0.990	31.60	0.406	0.114	0.703	0.526	1.22	0.325	0.071	0.663	0.441	1.03	
0.05	0.01	1.000	24.04	0.407	0.149	0.704	0.705	1.28	0.326	0.089	0.663	0.603	1.03	

Tabela IV 2: Planos Experimentais de Compromisso de Meeker-Hahn (Assumindo a Distribuição Weibull) (Continuação)

P	Pp	Pa	V'	Alocação 4:2:1 Ótima				Plano Ajustado (Xb Ótimo) 0.80				R	
				$\zeta'b$	Pb	$\zeta'm$	Pm	$\zeta''b$	Pb	$\zeta''m$	Pm		
0.1	0.0001	0.250	1124	0.715	0.029	0.968	0.200	1.14	0.572	0.009	0.968	0.200	1.18
0.1	0.0001	0.400	707.9	0.710	0.042	0.903	0.200	1.25	0.568	0.013	0.903	0.200	1.16
0.1	0.0001	0.600	445.7	0.709	0.062	0.855	0.216	1.24	0.567	0.018	0.845	0.200	1.16
0.1	0.0001	0.800	289.1	0.708	0.091	0.854	0.324	1.25	0.567	0.024	0.796	0.200	1.16
0.1	0.0001	0.900	221.8	0.705	0.0112	0.852	0.407	1.26	0.564	0.028	0.782	0.227	1.17
0.1	0.0001	0.990	137.1	0.691	0.153	0.845	0.583	1.30	0.552	0.037	0.776	0.341	1.17
0.1	0.0001	1.000	89.53	0.672	0.196	0.836	0.757	1.36	0.538	0.046	0.769	0.481	1.15
0.1	0.001	0.250	534	0.603	0.030	0.955	0.200	1.13	0.482	0.015	0.955	0.200	1.07
0.1	0.001	0.400	350.2	0.605	0.043	0.867	0.200	1.22	0.484	0.020	0.867	0.200	1.07
0.1	0.001	0.600	228.8	0.605	0.060	0.803	0.212	1.20	0.484	0.027	0.793	0.200	1.09
0.1	0.001	0.800	153.4	0.610	0.086	0.805	0.317	1.21	0.488	0.036	0.744	0.216	1.08
0.1	0.001	0.900	120.0	0.609	0.106	0.804	0.398	1.22	0.487	0.043	0.744	0.271	1.09
0.1	0.001	0.990	76.78	0.598	0.143	0.799	0.570	1.26	0.478	0.055	0.739	0.399	1.09
0.1	0.001	1.000	51.90	0.581	0.182	0.791	0.744	1.32	0.465	0.067	0.732	0.551	1.08
0.1	0.01	0.250	161.1	0.346	0.032	0.924	0.0200	1.14	0.276	0.025	0.924	0.200	1.01
0.1	0.01	0.400	116.8	0.383	0.044	0.789	0.200	1.18	0.306	0.033	0.789	0.200	1.02
0.1	0.01	0.600	83.42	0.390	0.057	0.695	0.207	1.13	0.312	0.040	0.687	0.200	1.03
0.1	0.01	0.800	60.26	0.417	0.080	0.709	0.307	1.15	0.334	0.053	0.667	0.257	1.02
0.1	0.01	0.900	49.21	0.427	0.097	0.714	0.385	1.16	0.342	0.062	0.671	0.320	1.03
0.1	0.01	0.990	34.04	0.430	0.131	0.715	0.553	1.21	0.344	0.080	0.672	0.461	1.03
0.1	0.01	1.000	24.80	0.426	0.167	0.713	0.727	1.28	0.340	0.097	0.670	0.621	1.03