

da tese defendida por John Freddy
Pinilla Cortes e aprovada
pela comissão julgadora em 25 / 05 / 1997

ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
como Requisito Parcial para a Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

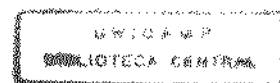
L.M.

FENÔMENO DE MARÉ EM RESERVATÓRIOS

Autor : John Freddy Pinilla Cortes auto

Orientador: Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan

1997
Junho/97 → am



97.1.1.1.1.1

UNIDADE	FEMISAE
N.º CHAMADA	T/UNICAMP
	C 818 f
V.	32356
TIPO DO DOC.	32356
PREÇO	291/97
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	29/11/97
N.º CPD	Q100103510

Pinilla Cortes, John Freddy

Fenômenos de mare em reservatórios

T/UNICAMP/C818f

(32356/98)

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C 818 f
P655f

CORTES, John Freddy Pinilla
Pinilla Cortes, John Freddy
Fenômeno de maré em reservatórios / John Freddy
Pinilla Cortes.—Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Osvair Vidal Trevisan.
**Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.**

1. Reservatórios subterrâneos. 2. Ondas oceânicas. 3.
Engenharia de reservatório de óleo. 4. Rochas -
Deformação. I. Trevisan, Osvair Vidal. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica.
III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

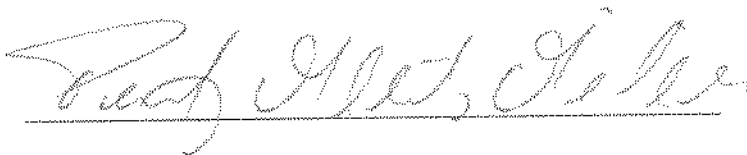
A dissertação “Fenômeno de Maré em Reservatórios”, elaborada por John Freddy Pinilla Cortes e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 25 de Maio de 1997

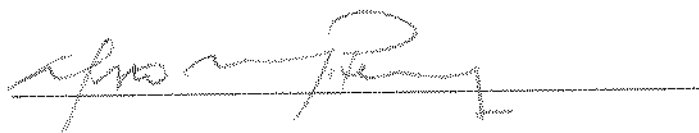
Banca Examinadora:



Osvair Vidal Trevisan, *Ph.D.*



Paulo Roberto Ribeiro, *Ph.D.*



Álvaro Marcello Marco Peres, *Ph.D.*

Este trabalho é dedicado a meus pais Júlio e Bertha,
a minha esposa Ailda e a meus irmãos.

Agradecimentos

Ao Professor Osvalir Trevisan pela valiosa orientação e suporte durante a realização deste trabalho.

Aos professores e pesquisadores do Departamento de Engenharia de Petróleo e de órgãos externos que aportaram sugestões durante a realização desta pesquisa.

Ao Petróleo Brasileiro, Petrobrás, que gentilmente forneceu dados técnicos utilizados na avaliação dos resultados.

A CAPES pelo suporte financeiro que possibilitou a conclusão desta etapa da minha vida profissional.

Aos funcionários do DEP, pelo apoio oportuno durante o tempo do mestrado.

Àquele que é fonte de vida e de sabedoria.

Resumo

CORTES, John Freddy Pinilla. *Fenômeno de Maré em Reservatórios*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. 103 p. Dissertação (Mestrado).

Este trabalho modela o efeito da maré oceânica em reservatórios, acoplando as equações de escoamento em meio poroso deformável com as teorias geomecânicas. Como resultado do acoplamento, destaca-se a importância de se conceituar corretamente a compressibilidade sob as várias configurações possíveis de carregamento. Inicialmente são considerados os modelos básicos de reservatório infinito, fechado e realimentado. Mostra-se como é possível obter uma superposição de efeitos na solução dos modelos básicos através de uma transformação simples na variável da solução. Posteriormente, as variáveis do problema são adimensionalizadas e são considerados os efeitos de poço, conforme enfoque dado na análise de testes. A solução para um reservatório infinito com efeitos de maré é obtida no espaço de Laplace e então invertida numericamente usando o método de Crump. Os resultados são incorporados nas curvas típicas convencionais e validados com testes simulados e reais. Finalmente, são propostas práticas alternativas para serem integradas ao estudo de testes que sofrem influência da maré.

Palavras Chave

- Reservatórios Subterrâneos, Ondas Oceânicas, Engenharia de Reservatório de Óleo, Rochas - Deformação

Abstract

CORTES, John Freddy Pinilla. *Tidal Phenomena in Reservoirs*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. 103 p. Dissertação (Mestrado).

This work models the oceanic tidal effect on reservoirs by coupling geomechanic principles with equations for fluid flow in a deformable porous media. The coupling revealed the importance of establishing properly the system compressibility under the various possible configurations of the loading system. The basic models for infinite reservoir, constant outer-pressure reservoir and closed reservoir were considered. It was verified that it was possible to apply the superposition of effects on the solution for the basic models by carrying a simple transformation on the solution variable. The problem was treated by in the context of test analysis, concerning dimensionaless form of variables and the inclusion of well effects. The solution for the infinite reservoir including tidal effects was obtained in the Laplace space and was inverted numerically by using Crump's routine. The results were incorporated to conventional type curves, and were validated by comparison with real and simulated pressure test data. Finally, alternate practices were suggested to integrate the well test analysis in reservoirs affected by the tidal effect.

Key Words

- Subterranean Reservoirs, Ocean Tides, Oil Reservoir Engineering, Rocks - Strain

Índice

AGRADECIMENTOS.....	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE.....	vii
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS.....	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	1
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	4
2. DESCRIÇÃO DO FENÔMENO DE MARÉ.....	6
2.1. O FENÔMENO DE MARÉ	6
2.2. EFEITO DE MARÉ NO GLOBO TERRESTRE.....	8
2.3. EFEITO TOTAL DA MARÉ SOBRE ROCHAS NO SUBSOLO	9
2.3.1. <i>Dilatação devido a maré de terra</i>	10
2.3.2. <i>Efeito da dilatação barométrica no volume poroso</i>	11
2.3.3. <i>Maré oceânica e sua influência em rochas porosas do subsolo</i>	11
2.3.3.1. Maré oceânica	11
2.3.3.2. Resposta do leito do mar às variações de maré.....	12
2.3.3.3. As flutuações da maré oceânica no reservatório	13
2.4. O EFEITO DE MARÉ NA INTERPRETAÇÃO DE TESTES DE PRESSÃO EM RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS ..	15
3. BASE TEÓRICA DO SISTEMA ROCHA-FLUIDO	18
3.1. TEORIA DA COMPRESSIBILIDADE DE ROCHAS POROSAS.....	18
3.1.1. <i>Definição da nomenclatura escolhida</i>	19
3.1.2. <i>Relações entre compressibilidades</i>	21
3.2. CONCEITO DE ESFORÇO EFETIVO	23
3.3. EQUAÇÃO DE FLUXO PARA UM MEIO POROSO DEFORMÁVEL	25
3.4. TEORIA DA POROELASTICIDADE LINEAR.....	28
4. MODELAGEM DO PROBLEMA.....	34

4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	34
4.2. FUNÇÃO DE MARÉ PARA O MODELO.....	36
4.3. CASO 1- CARREGAMENTO UNIAXIAL.....	37
4.4. CASO 2 - CARREGAMENTO UNIAXIAL SIMPLIFICADO.....	38
4.5. CASO 3 - CARREGAMENTO COM DESLOCAMENTO RADIAL.....	39
4.6. TRATAMENTO GENERALIZADO.....	41
4.7. MODELOS BÁSICOS INCLUINDO O EFEITO DE MARÉ.....	42
4.8. INCLUSÃO DE UMA NOVA VARIÁVEL QUE SIMPLIFICA O PROBLEMA.....	45
4.8.1. <i>Condições iniciais e de contorno.</i>	45
4.8.2. <i>Solução geral.</i>	47
4.9. TRATAMENTO DO PROBLEMA NA ANÁLISE DE TESTES DE PRESSÃO.....	49
4.9.1. <i>Efeitos de película e de estocagem</i>	49
4.9.2. <i>Adimensionalização de variáveis</i>	51
4.9.3. <i>Sistema adimensionalizado</i>	52
4.9.4. <i>Sistema no espaço de Laplace</i>	52
4.9.5. <i>Solução do sistema para reservatório infinito</i>	53
4.10. INVERSÃO NUMÉRICA DA SOLUÇÃO.....	55
5. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E APLICAÇÕES	58
5.1. INTERPRETAÇÃO DE TESTES DE POÇOS	58
5.2. CURVAS TÍPICAS INCLUINDO O EFEITO DE MARÉ.....	59
5.3. ANÁLISE DO TESTE A INCLUINDO EFEITO DE MARÉ.....	62
5.3.1. <i>Dados do teste do Exemplo A</i>	63
5.4. ASPECTOS IMPORTANTES NA ANÁLISES DE TESTES AFETADOS PELO EFEITO DE MARÉ	70
5.4.1. <i>Exemplo B - Caso simulado</i>	70
5.4.1.1. <i>A prática da filtragem do efeito de maré</i>	72
5.4.1.2. <i>Aplicação da função integral em testes com efeito de maré</i>	74
5.4.2. <i>Exemplo C</i>	75
5.4.3. <i>Indicações para o projeto e análises de testes influenciados pelo efeito de maré</i>	77
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	80
NOMENCLATURA.....	82
BIBLIOGRAFIA.....	86
APÊNDICE A FATORES ASTRONÔMICOS DE MARÉ	90
APÊNDICE B EQUIVALÊNCIA DE NOMENCLATURAS NA TEORIA POROELÁSTICA ...	92
APÊNDICE C DERIVAÇÃO DA EQUAÇÃO ACOPLADA (3.58).....	95

APÊNDICE D OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO GOVERNANTE DO CASO 3 (DESLOCAMENTO RADIAL).....96

APÊNDICE E OBTENÇÃO DA EFICIÊNCIA DE MARÉ PARA CARREGAMENTO HIDROSTÁTICO E UNIAXIAL SIMPLIFICADO.....100

Lista de Figuras

Figura 2.1: Principais fatores astronômicos que afetam a maré	7
Figura 2.2: Descrição dos mecanismos de maré atuando sobre um corpo poroso no subsolo.....	9
Figura 2.3: Movimento harmônico de um componente de maré	12
Figura 2.4: Exemplo de interferência de maré na análise de testes de pressão.....	17
Figura 3.1: Modelo poroso escolhido.....	21
Figura 3.2: Argumento da superposição usado na derivação das relações entre compressibilidades.....	22
Figura 3.3: Esquema da nomenclatura adotada para esforços	29
Figura 4.1: Modelo para adotado para o problema.....	37
Figura 4.2: Comportamento da pressão de poro com tempo	43
Figura 4.3: Comparação dos métodos de Stehfest e Crump na inversão de soluções oscilatórias	56
Figura 4.4: Inversão da solução de pressão adimensional com efeito de maré pelo método de Crump...	57
Figura 5.1: Curvas típicas do método da derivada da pressão.....	59
Figura 5.2: Curvas típicas incluindo efeito de maré para um grupo $\omega_D, \varphi_D, \epsilon \tau_{D1}$	61
Figura 5.3: Curvas típicas com efeito de maré variando ω_D	61
Figura 5.4: Comparação de curva típica com função de maré simples e com função de maré complexa....	63
Figura 5.5: Gráfico de diagnóstico do Exemplo A	66
Figura 5.6: Algoritmo para suavizar a derivada.....	67
Figura 5.7: Gráfico de diagnóstico do Exemplo A, suavizado na derivada.	68
Figura 5.8: Ajuste do Exemplo A com as curvas teóricas incluindo o efeito de maré	69
Figura 5.9: Função de maré simulada.....	71
Figura 5.10: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B	72
Figura 5.11: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B com filtro de maré.....	73
Figura 5.12: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B com a função integral.....	75
Figura 5.13: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C	76
Figura 5.14: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C com filtro de Maré	76
Figura 5.15: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C com a função integral.....	77
Figura 5.16: Proposta para o desenho de testes potencialmente influenciados pelo efeito de maré.....	78

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Principais componentes de maré.....	7
Tabela 2.2: Diferentes expressões para eficiência de maré oceânica.....	14
Tabela 4.1: Compressibilidades do sistema para os casos considerados	42
Tabela 4.2: Expressões para o fator de eficiência de maré.....	47
Tabela 5.1: Parâmetros do reservatório do Exemplo A.....	64
Tabela 5.2: Períodos do teste de pressão do Exemplo A	64
Tabela 5.3: Dados da segunda estática do exemplo A	65
Tabela 5.4: Resultados do ajuste do Exemplo A incluindo o efeito de maré.....	69
Tabela 5.5: Função de maré simulada.....	71

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação do Trabalho

A observação de interferências atribuídas ao efeito de maré¹ em testes de reservatórios localizados no subsolo marinho, vem sendo cada vez mais freqüente, devido à utilização de registradores digitais de alta resolução, ao uso de métodos de análise de testes muito sensíveis às variações de pressão, (como por exemplo, os métodos de Bourdet *et al.*^[1]), e ao aumento das atividades de exploração de petróleo no mar.

O estudo das alterações de pressão causadas pelo efeito de maré, vem abrindo um vasto campo para pesquisa dentro da engenharia de reservatórios. Algumas aplicações práticas têm sido apresentadas por vários autores, porém, o desenvolvimento teórico sobre o fenômeno, aplicado nas ciências do petróleo, não foi incorporado ainda à caracterização convencional de reservatórios, como procedimento padronizado para utilização.

Assim sendo, é de grande utilidade a abordagem do fenômeno à luz da engenharia de reservatórios, conforme o tratamento dado na análise de testes, onde é enfocando o problema de um reservatório produzindo através de um poço, e sendo afetado simultaneamente pelas variações na pressão de sobrecarga originadas pelas flutuações da maré.

Para proceder ao estudo é necessário fazer uma revisão dos conceitos básicos da geomecânica, dos princípios que regem as ondas de maré e o escoamento de fluidos no meio poroso. O estudo proposto tem como objetivo final acoplar estes fenômenos e estabelecer parâmetros claros, de como e sob que circunstâncias os resultados de um teste de pressão são afetados pelo efeito de maré, e as suas implicações na fase de interpretação e caracterização do reservatório.

¹ Maré: deslocamentos harmônicos das partículas de um corpo celeste, causadas por variações no seu campo gravitacional (neste trabalho o termo não é necessariamente relativo ao mar).

1.2. Revisão Bibliográfica

As primeiras observações de efeitos oscilatórios em acumulações de fluidos em corpos porosos, atribuídas a flutuações do campo gravitacional, datam do final do século^[1] (1880). Durante os anos subseqüentes e até a década de quarenta, autores como Grablovitz^[2], Yuong^[3], Robinson^[4] e Theis^[5], se ocuparam em discutir e demonstrar que efetivamente as flutuações do campo gravitacional repercutiam na estrutura de meios porosos no subsolo, baseados em medições em minas e em poços de água.

Estudando os efeitos elásticos em aquíferos, Jacob^[6], em 1940, derivou equações para descrever os efeitos de sobrecarga devido às mudanças de maré de terra² e maré barométrica³, e mostrou que algumas propriedades hidráulicas dos aquíferos podem ser medidas utilizando estes fenômenos. Teve que se esperar, porém, até o estabelecimento da teoria da poroelasticidade linear, enunciada pela primeira vez por Biot^[7] em 1941, para que as relações matemáticas, vinculando o efeito de flutuações gravitacionais ao meio poroso, fossem melhor postas, uma vez que a teoria da poroelasticidade consegue estender os conceitos de elasticidade convencional a processos de carregamento de sólidos porosos.

Em 1956 Melchior^[8], apresenta o primeiro trabalho relacionando as forças geradoras do fenômeno de maré com as variações no volume poroso em acumulações subterrâneas, através de cálculos teóricos e métodos de análise harmônica, o autor demonstra como formações porosas respondem à dilatação produzida pela maré de terra.

Posteriormente em 1967, Bredehoeft^[9] desenvolveu uma teoria para explicar a relação entre o efeito gravitacional e flutuações de nível em poços de água, assumindo variações no volume total⁴ da rocha equivalentes às variações no volume poroso da mesma (grãos da rocha incompressíveis). O autor conclui que o coeficiente específico de estocagem⁵ das formações pode ser determinado através de medições das flutuações de volume, conhecendo-se o coeficiente de Poisson da rocha em estudo.

Comparando parâmetros de rochas derivados da proposta de Bredehoeft^[9] com resultados obtidos a partir de métodos convencionais, Marine^[10] (1975), concluiu que o

²Variações no volume da rocha, devidas ao efeito "direto" das flutuações periódicas do campo gravitacional nas formações porosas.

³Variações no volume da rocha, devidas as flutuações na pressão atmosférica, tendo a mesma origem que as variações de terra.

⁴Também conhecido na literatura, como volume "Bulk".

⁵ Coeficiente de estocagem específico: quantidade de fluido estocado ou liberado por unidade de volume por variação unitária do nível piezométrico.

método de Bredehoeft^[9] fornece uma descrição qualitativa de parâmetros de aquíferos, porém a exatidão do resultado é influenciada pela dificuldade de isolar os efeitos da maré de terra dos efeitos da maré barométrica. Posteriormente Hanson^[11], baseado em resultados de medições, sugeriu relações entre o fenômeno gravitacional e a compressibilidade da formação.

Em 1983, Van der Kamp e Gale^[12], utilizando o estudo de Nur e Byerlee^[13] sobre as leis do esforço efetivo, apresentaram uma teoria acoplando os efeitos de maré barométrica e de terra, às equações de escoamento em meios porosos compressíveis, se concentrando em propor equações para o fluxo vertical induzido pelos fenômenos referidos.

Os estudos do efeito de maré até aqui expostos foram desenvolvidos exclusivamente no ramo da hidrogeologia, com exceção do trabalho de Ardity e Ramey^[14] que, em 1978, apresentaram equações para um modelo monofásico de poço-reservatório fechado. A principal contribuição deste trabalho, foi o estabelecimento do conceito de frequência crítica, acima da qual o fenômeno de maré de terra influencia o modelo em estudo. A expressão para esta frequência crítica, envolve a constante difusiva do sistema, e o volume do poço.

Todos os trabalhos anteriores se baseiam em observações em poços em terra, portanto afetados unicamente pelas flutuações barométricas e de terra, e consideram que as alterações induzidas na rocha se encontram em fase com as forças geradoras. Em 1975, Khurana^[15], publicou o primeiro trabalho que relaciona variações na pressão de poro⁶ em reservatórios petrolíferos com as flutuações periódicas da maré oceânica. Registros de testes de crescimento de pressão e testes de pulsos, serviram para chamar a atenção de erros de interpretação devidos a interferências do fenômeno de maré oceânica em reservatórios altamente permeáveis. Estimou-se, porém, que o efeito só poderia ser sentido em reservatórios rasos, hidraulicamente conectados com o fundo marinho, excluindo praticamente os reservatórios profundos.

Em 1986, Hemala e Benalves^[16] fizeram uma compilação do proposto no campo da hidrogeologia referente ao fenômeno e baseados nas variações de pressão observadas num teste no campo de Jabiru (mar de Timor), perceberam que, as flutuações de pressão devidas a maré oceânica apresentam maior amplitude (da ordem de 70 vezes), que as flutuações geradas pelos efeitos barométrico e de terra. Para verificar possíveis aplicações na caracterização de reservatórios, os autores utilizaram um simulador convencional para estudar 4 diferentes

⁶ Pressão de poro: refere-se a pressão interna do fluido contido nos poros da rocha.

modelos, os resultados, ainda que inconclusivos, fizeram notar que o fenômeno aplicado ao campo da engenharia de petróleo, era de fácil medição, com curto período de observação (menor de 15 hr), de interpretação direta, e que poderia entre outras coisas, ser usado para obtenção de compressibilidades “in-situ” do reservatório, para melhorar a interpretação de testes afetados pelo fenômeno e para ajudar na determinação de contatos gás-óleo-água na vizinhança dos poços testados.

Uma aplicação efetiva do fenômeno, foi o método proposto em 1990 por Wanell e Morrison^[17] para medir a permeabilidade vertical no Campo de Morecambe Sul (Mar do Norte), onde, a determinação da permeabilidade vertical era importante para o desenvolvimento do campo. Na sequência, Dean *et al*^[18], propuseram um método para monitorar a compactação e as mudanças na compressibilidade durante a vida produtiva de reservatórios sensíveis as flutuações de maré.

Recentemente, Aase *et al*^[20], publicaram um dos últimos trabalhos relacionados à influência do fenômeno, apresentando uma forma de filtrar as oscilações de pressão devidas ao efeito de maré. Baseados em medições de pressão no solo marinho durante o período do teste, utilizaram uma técnica de tentativa e erro no cálculo do fator de eficiência de transmissão do esforço. Uma vez obtida a eficiência correta, esta era subtraída da resposta do teste a fim de obter os dados de pressão livres do efeito de maré.

1.3. Organização da dissertação

No primeiro capítulo são apresentadas a motivação do trabalho e a revisão bibliográfica da dissertação. No segundo capítulo, se apresentam os conceitos básicos da teoria das ondas de maré, uma breve descrição do efeito de maré em formações porosas saturadas, e a influência do fenômeno na interpretação de testes de pressão em reservatórios petrolíferos.

No terceiro capítulo, trata-se do embasamento teórico necessário para descrever os processos acoplados de difusão e deformação em meios porosos, abordando três itens importantes para a modelagem do problema: a teoria da compressibilidade das rochas, a teoria da poroelasticidade linear e as equações de escoamento num meio poroso deformável. Especial ênfase é colocada na uniformização de conceitos e nomenclaturas usadas, de forma que o desenvolvimento da pesquisa tenha base em conceitos bem definidos.

O quarto capítulo compreende a modelagem do problema. O sistema acoplado da geomecânica com as equações de fluxo e a função de maré é modelado para um sistema de coordenadas cilíndricas, resultando na equação governante do problema em estudo. Na

seqüência, são considerados os modelos de reservatório, infinito, realimentado ou selado, produzindo com vazão ou pressão constante, e incluindo o efeito de maré. Utilizando uma variável nova, é apresentada a solução dos modelos básicos mencionados. Posteriormente são incluídos os efeitos de poço e o problema é adimensionalizado seguindo a abordagem da análise de testes de pressão. A solução para um reservatório infinito é então apresentada no espaço de Laplace.

Para se obter a inversão numérica são implementadas as rotinas de Stehfest^[20] e de Crump^[21], do qual é deduzido que o segundo método fornece resultados mais confiáveis para problemas do tipo oscilatório. Os resultados obtidos com a rotina de Crump^[21], são apresentados para diferentes valores adimensionais.

O quinto capítulo apresenta o ajuste de dados de um teste real (Exemplo A^[22]) influenciado por efeito de maré com curvas de diagnóstico incluindo a solução obtida no capítulo anterior. Baseado no Exemplo A, é simulado um teste de longa duração (Exemplo B) a análise usando a prática de filtrar o efeito de maré, é comparada com o diagnóstico utilizando a função integral^{[23][27]}. Do anterior se verifica que quando o objetivo é atenuar os efeitos de maré, o método da função integral é uma prática mais eficiente e confiável que a filtração. Como parte final deste capítulo, são apresentadas algumas propostas para a análise de testes influenciados pelo fenômeno de maré.

O sexto capítulo apresenta as conclusões e recomendações derivadas do desenvolvimento do trabalho.

2. DESCRIÇÃO DO FENÔMENO DE MARÉ

2.1. O fenômeno de maré

Entende-se por maré os deslocamentos das partículas que compõem um corpo celeste, causado pela atração gravitacional dos corpos vizinhos.

Quando um corpo celeste permanece dentro da influência gravitacional de um ou mais corpos, serão exercidas forças de maré sobre todas as partículas do mesmo. Estas forças são o resultado da interação da força centrífuga, criada pela revolução do corpo celeste ao redor do centro de massa comum do sistema do qual faz parte, com a força de atração gravitacional de suas vizinhanças.

A Terra faz parte de um tal sistema, e por tanto todas as suas partículas estão sujeitas às forças de maré. Pela natureza dos movimentos relativos da Lua e do Sol com respeito a Terra, estas forças apresentam períodos principalmente diurnos e semidiurnos, porém existe uma grande quantidade de outros períodos maiores (Apêndice A).

Os movimentos mais importantes que governam os pulsos de maré sobre a Terra são:

- Revolução da Lua numa órbita elíptica ao redor da Terra num período de 29,5 dias (ciclo sinódico ou lunação).
- Revolução da Terra numa órbita elíptica ao redor do Sol num período de 365,25 dias.
- Rotação da Terra no seu próprio eixo num período de 24 horas (um dia lunar).

Caso estes movimentos estivessem no mesmo plano do Equador da Terra, a predição das ondas de maré seria grandemente simplificada, porém o eixo da Terra na realidade faz um ângulo de $66,5^\circ$ com o plano da órbita ao redor do Sol conhecido como Eclíptico, ao mesmo tempo que o plano da órbita da Lua se inclina $5^\circ 9'$ com respeito ao Eclíptico, tornando mais complexo o estudo do fenômeno.

A Lua se move ao redor da Terra numa órbita elíptica. A intensidade da atração varia de um valor mínimo no ponto de maior distância entre a Terra e a Lua denominado apogeu, a um

valor de intensidade máxima na posição mais próxima, conhecido como perigeu, (Figura 2.1). Este ciclo é completado em 27.5 dias (revolução sideral lunar).

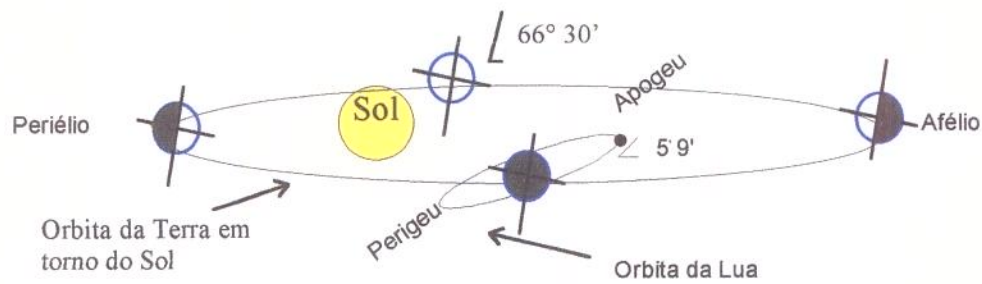


Figura 2.1: Principais fatores astronômicos que afetam a maré

De maneira similar, a intensidade da atração exercida pelo Sol sobre a Terra, será menor no afélio ou ponto da órbita da Terra mais distante do Sol (mês de Julho), e maior no periélio (mês de Janeiro).

Nas ciências astronômicas, cada constituinte da maré está acompanhado por um sub-índice que indica o período do mesmo (1 para diurno, 2 para semidiurno etc..) A Tabela 2.1, apresenta os principais componentes da maré.

Tabela 2.1: Principais componentes de maré

Símbolo do Componente	Nome	Período (hr.)
M ₂	Lunar Principal	12,421
N ₂	Maior lunar Eclíptico de M ₂	12,658
L ₂	Menor lunar Eclíptico de M ₂	12,000
S ₂	Solar Principal	12,191
O ₁	Lunar Principal	25,819
M ₁	Lunar Eclíptico de mK ₁	24,883
S ₁	Solar Eclíptico	24,000
mK ₁	Lunar	23,935
Mf	Quinzenal Lunar	327,869
Mm	Lunar Mensal	661,764
Sa	Solar Anual	8780,0487

Se todas as partículas que compõem a Terra experimentassem a mesma atração dos corpos celestes vizinhos, não haveria forças causando movimentos “relativos” entre as partículas. No entanto, as partículas são atraídas de uma forma diferenciada devido a diferença de densidade, ocasionando movimentos relativos entre elas. Isto será o assunto do próximo item.

2.2. Efeito de maré no globo terrestre

A Terra está composta de uma capa atmosférica gasosa, uma fina capa de água irregularmente distribuída entre continentes, e uma massa esférica de rocha, de maneira que é de se esperar que existam flutuações na atmosfera, nos oceanos e na crosta terrestre, devidos às variações no campo gravitacional sobre a Terra.

Ainda que tais flutuações sejam originadas das mesmas variações gravitacionais do sistema Sol-Lua-Terra, as suas magnitudes apresentam-se bastante diferentes para cada fase, sendo que as flutuações da crosta da terra e da atmosfera são de magnitude pequena, muito menores que as variações oceânicas.

As flutuações da atmosfera são manifestadas pelas mudanças na pressão barométrica num ponto específico. A amplitude aparente é da ordem de 1 milibar ($1,4 \times 10^{-2}$ psi, 100 Pa). No entanto grande parte desta oscilação é causada pelo aquecimento e resfriamento diurno da atmosfera e não pelas flutuações gravitacionais. A amplitude efetiva das flutuações atmosféricas devido à gravidade é da ordem de 0,03 milibar ($4,35 \times 10^{-4}$ psi, 3 Pa). Por causa da pequena magnitude, a variação na pressão é facilmente encoberta por perturbações atmosféricas maiores, comuns sobretudo em zonas de latitudes médias.

As flutuações na crosta terrestre apresentam dilatações da ordem de $1 \times 10^{-8} \%$ (em fração volumétrica). Este tipo de variação consegue ser medido indiretamente através de um registro preciso da flutuação do nível de fluido em poços não surgentes localizados em terra.

O estudo da variação volumétrica, devido ao fenômeno gravitacional na crosta da terra requer muita minúcia, pois a resposta deve ser filtrada do efeito geral das flutuações atmosféricas, cuja magnitude é similar, das flutuações oceânicas quando o poço sob o qual se efetuam as medições estiver próximo do mar, e das variações de vazão em poços vizinhos que fazem parte do mesmo aquífero.

Em contraste, as flutuações oceânicas, e a suas incursões contra litorais e dentro de rios, apresentam uma amplitude apreciável quando comparadas a amplitudes das marés da crosta e barométrica. Em alguns casos tem se registrado amplitudes de 15 m, de maneira que o registro da maré oceânica se torna mais simples do que a medição da maré de crosta e barométrica.

2.3. Efeito total da maré sobre rochas no subsolo

Tanto as flutuações atmosféricas, como as flutuações de terra e oceânicas, ocasionam variações de volume em rochas porosas subterrâneas que contém fluidos. O sistema rocha - fluido responde a tais esforços, num processo que acopla deformações na estrutura sólida da rocha e variações na pressão do fluido confinado dentro dela.

Ainda que as flutuações cíclicas na dilatação volumétrica tenham origem nas mesmas flutuações do campo gravitacional, existem três mecanismos diferentes que podem atuar simultaneamente sobre a rocha no subsolo. São eles: a dilatação devida à maré de terra (Δ_E), a dilatação induzida pela variação da pressão atmosférica (Δ_B), e a dilatação induzida pela maré oceânica (Δ_O), (Figura 2.21).

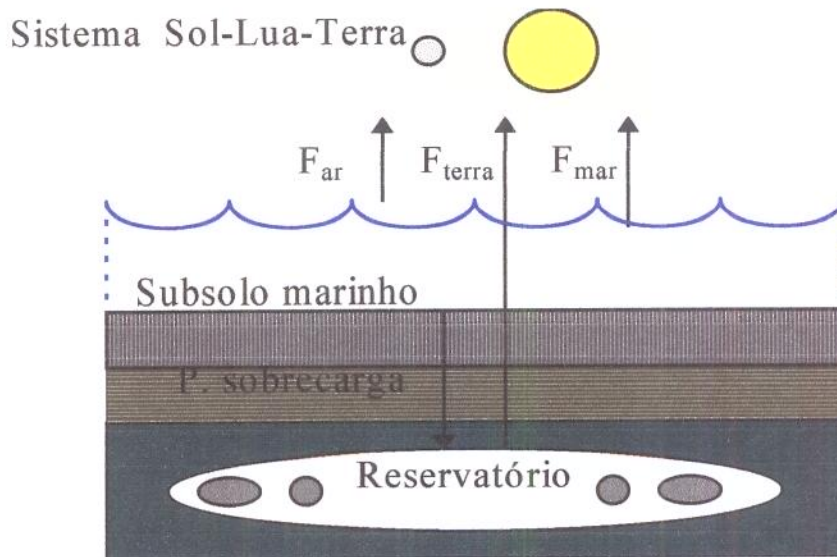


Figura 2.2: Descrição dos mecanismos de maré atuando sobre um corpo poroso no subsolo

A dilatação total do meio poroso (Δ_T), é então a soma de três efeitos independentes;

$$\Delta_T = \Delta_E + \Delta_B + \Delta_O \quad (2.1)$$

Ainda que os três mecanismos sejam gerados pelo mesmo fenômeno, cada um deles apresenta diferente amplitude, frequência fase. A complexidade do fenômeno é agravada pela natureza intrincada do potencial gerador de tais flutuações, o efeito resultante nos poros das formações subterrâneas é uma intrincada flutuação periódica de pressão com muitos componentes harmônicos.

2.3.1. Dilatação devido a maré de terra

O campo de força gravitacional exercido diretamente sobre a crosta terrestre ocasiona contração e expansão da rocha. A amplitude da dilatação causa diferenças no nível de fluido em poços de até 0,1 m.

Segundo a proposta de Bredehoeft^[9], a dilatação total (Δ_E) devida ao efeito de maré de terra num corpo poroso saturado, é a soma da dilatação da estrutura sólida (Δ_s) mais a dilatação do fluido nos poros (Δ_f), correspondendo a seguinte expressão:

$$\Delta_E = -\phi \left(1 / K_b + 1 / K_f \right) \Delta P_p \quad (2.2)$$

K_b e K_f são módulos de compressão da estrutura sólida e do fluido e ΔP_p é a variação na pressão de poro.

Baseado no potencial de perturbação luni-solar, Bredehoeft^[9] apresentou a seguinte expressão para a dilatação de terra:

$$\Delta_E = \frac{1-2\nu}{1-\nu} (2\tilde{h} - 6\tilde{l}) \frac{w_2}{a \cdot g} \quad (2.3)$$

Onde:

ν : coeficiente de Poisson.

$\tilde{h}$ e $\tilde{l}$: números de Love na superfície da terra, (0,07 e 0,6 respetivamente).

a : raio da terra, ($6,371 \times 10^6$ m).

g : constante gravitacional, ($9,78 \text{ m/s}^2$).

w_2 : potencial de perturbação lunar/solar, m/s^2 .

O potencial de perturbação lunar/solar, é obtido da teoria do equilíbrio^[24], pela equação:

$$w_2 = g K_m b f(\theta) \cos[\beta(\gamma, t)]$$

K_m é coeficiente geral lunar (0,537 m); b é um fator de amplitude tabelado para vários componentes de gravitação; $f(\theta)$ é a latitude (em °, ', ") e $\cos[\beta(\gamma, t)]$ é a fase que depende da

longitude (γ), e do tempo médio de Greenwich para cada componente de gravitação. Bredehoeft^[9] recomenda usar só os componentes M_2 , S_2 , N_2 , K_1 , responsáveis por 95 % do valor do potencial total.

As equações anteriores, permitem obter valores para porosidade da zona ao redor de um poço onde o fenômeno é sentido, a partir da medição das flutuações do nível de fluido no poço.

2.3.2. Efeito da dilatação barométrica no volume poroso

As variações da pressão barométrica exercem um efeito direto sobre o nível de poços abertos para a atmosfera, e um efeito indireto através da transmissão da variação na pressão de sobrecarga do reservatório, sendo este último desprezível quanto a sua magnitude.

A eficiência de transmissão do efeito é calculada pela seguinte equação, apresentada por Bredehoeft^[9]:

$$H = \varphi \, g \, \frac{d P_B}{d h} \quad (2.4)$$

Sendo H a eficiência de transmissão do efeito barométrico, P_B a pressão barométrica, ρ a densidade do fluido poroso e h a variação no nível do poço testado.

2.3.3. Maré oceânica e sua influência em rochas porosas do subsolo

2.3.3.1. Maré oceânica

A teoria do equilíbrio prediz o comportamento da maré oceânica sobre condições ideais, isto é, um envelope de água cobrindo inteiramente a Terra. Contudo, sob circunstâncias reais, as flutuações de maré oceânica são obrigadas a seguir circuitos hidráulicos que afetam a magnitude das ondulações, como por exemplo, em zonas litorâneas, estuários, canais.

Na previsão de maré oceânica são usados métodos matemáticos de análise de harmônicos, os quais visam relacionar todas as observações de maré as suas causas astronômicas, baseados nas seguintes hipóteses:

- O trem da curva de maré observado é o somatório de um número de ondulações simples e quase-independentes, com períodos e fases diferentes, cada um correspondendo a um ciclo de uma perturbação gravitacional sobre o mar.

- A curva que descreve cada onda constituinte é o resultado de um movimento harmônico, e pode ser descrito como uma oscilação sobre o nível médio de maré⁷.

- A ordenada vertical de cada componente acima do nível médio de maré, responde a uma relação cosenoidal dos movimentos de um ponto girando sobre este nível como mostrado na Figura 2.3.

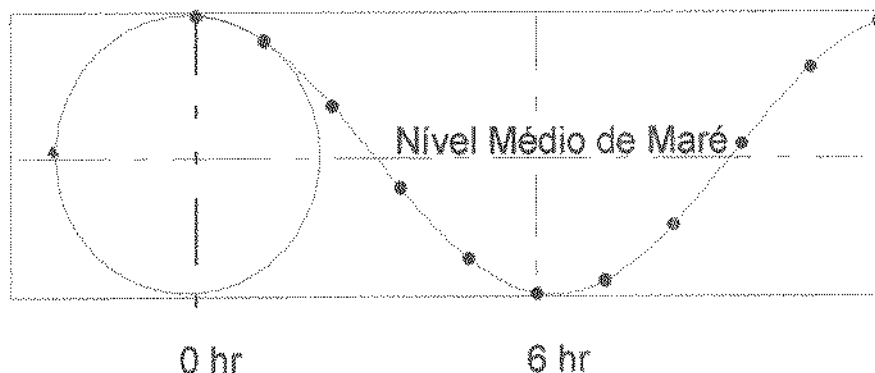


Figura 2.3: Movimento harmônico de um componente de maré

- A velocidade angular por hora é o quociente de dividir 360° pelo ciclo astronômico relevante (Exemplo $360^\circ/12.42 = 28.98^\circ/\text{hr}$).

- Uma vez obtida a correspondência entre os vários constituintes da maré e suas causas astronômicas, podem ser efetuadas previsões de maré a partir das posições relativas entre o Sol a Lua e a Terra.

2.3.3.2. Resposta do leito do mar às variações de maré

O leito do mar pode ser considerado como uma estrutura elástica, porosa e saturada de água, cuja superfície externa pode ser ou não drenante. O problema pode ser simplificado se a escala de tempo das flutuações cíclicas são muito diferentes (muito menores ou muito maiores) da escala de tempo do processo de consolidação-difusão, o qual depende da frequência e comprimento da onda de carregamento, e da constante difusiva.

Verruijt^[25], relaciona as escalas de tempo da onda de carregamento com o tempo do processo de consolidação-difusão, mediante o fator adimensional θ definido como:

⁷ Nível principal de maré: altura média de águas altas e águas baixas registradas num período longo.

$$\theta = \frac{\omega}{\beta} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 \quad (2.5)$$

Onde:

ω : frequência da onda de carregamento.

L : comprimento da onda.

β : coeficiente de consolidação-difusão, definido como:

$$\beta = \frac{k}{\mu} \frac{3(1-\nu)}{C_{bc}(1+\nu)} = \frac{k}{\mu C_{bc}}$$

Para o caso de superfície externa drenada, dependendo da magnitude de θ , tem-se o seguinte comportamento:

- Quando θ é pequeno, seja porque o comprimento da onda é curto ou porque as flutuações são lentas, a consolidação ocorre praticamente de forma simultânea ao carregamento, sem gerar excesso na pressão de poro.

- Quando θ é grande, seja porque o comprimento da onda é longo ou porque as flutuações são rápidas, não haverá tempo para a drenagem por compressão e o material se comporta como elástico com um módulo de compressão modificado.

Para o caso da superfície externa não drenada, tem-se:

- Para θ pequenos, as variações de pressão de poro são atenuadas com a profundidade sem nenhuma defasagem. As deformações não se anulam completamente, porém a pressão de poro é desacoplada da deformação.

- Para θ grandes, a resposta da pressão de poro apresenta uma componente defasada do carregamento que se atenua rapidamente com a profundidade e uma componente em fase com o carregamento.

2.3.3.3. As flutuações da maré oceânica no reservatório

Mudanças na altura do nível do mar, causam variações periódicas na pressão de sobrecarga atuando acima dos reservatórios. Assume-se que o mecanismo de transmissão deste tipo de variação de esforço, seja governado pelos mesmos princípios que regem a transmissão de ondas sísmicas. Ressalta-se que a transmissão de esforços de maré oceânica através de camadas litostáticas grossas, não foi ainda estudado.

Parte do esforço que chega ao reservatório é absorvido pelo esqueleto sólido da rocha e parte é transmitido ao fluido presente no espaço poroso. Este processo resulta em mudanças volumétricas do sistema poroso e em variações na pressão de poro, que dependem das compressibilidades da matriz e dos fluidos que preenchem os poros.

A variação na pressão de poro, devida ao efeito de maré oceânica, apresenta ordem de magnitude muito maior (da ordem de 70 vezes) do que a causada pelos efeitos de maré de terra e maré barométrica, tendo-se registrado em reservatórios flutuações de pressão de até 5 psi (35kPa)^[17] induzidas pela maré oceânica.

Existem na literatura várias expressões para representar a eficiência com a qual são transmitidas as variações de maré até a pressão de poro do reservatório. Todas elas assumem condições não drenadas e estão baseadas no coeficiente de indução de pressão de poro de Skempton (**B**)^[26]. A seguir são tabeladas algumas destas expressões, onde ET é eficiência de maré definida como a pressão de poro induzida sobre a variação do esforço exercido pela maré oceânica:

Tabela 2.2: Diferentes expressões para eficiência de maré oceânica

Referência	Equação	Condições
Hemala e Benalves ^[16] Aase, Jelmert, Vik ^[19]	$ET = \frac{C_b}{\phi(C_p + C_f)}$	Carregamento hidrostático. Compressibilidade dos grãos desprezível.
Wannell-Morrison ^[17]	$ET = \frac{\phi \cdot C_f}{(C_p + \phi \alpha C_f)}$	Carregamento hidrostático. Compressibilidade dos grãos desprezível.
Dean-Hardy-Eltvik ^[18]	$ET = \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \frac{C_{bc}}{(C_{bc} + \phi \cdot C_f)}$	Carregamento Uniaxial. Compressibilidade dos grãos desprezível.

Onde:

C_b : Compressibilidade da matriz da rocha (condições de contorno indefinidas).

C_p : Compressibilidade do volume poroso (condições de contorno indefinidas).

C_{bc} : Compressibilidade do esqueleto sólido da rocha a pressão de poro constante.

C_f : Compressibilidade do fluido nos poros.

α : Coeficiente de esforço efetivo

No campo prático da engenharia de petróleo, aproveitando a magnitude da pressão induzida no reservatório pela maré oceânica e devido à disponibilidade de registros de maré, tem-se apresentado propostas de métodos para, entre outras coisas, predizer contatos de fluidos com diferente compressibilidade na vizinhança de poços e para estimar a permeabilidade vertical, valendo-se da zona de transição de pressão criada em formações com fluidos de compressibilidades diferentes.

2.4. O efeito de maré na interpretação de testes de pressão em reservatórios petrolíferos.

A utilização de registradores de alta resolução, para coletar respostas de pressão em reservatórios petrolíferos, tem sido um avanço tecnológico natural associado à técnica de caracterização de reservatórios. A alta definição, porém, faz com que perturbações de pressão antes despercebidas, venham a aparecer nas medições. Este é o caso das pequenas flutuações periódicas induzidas pelo efeito de maré.

O efeito de maré oceânica pode ser interpretado desprezando-se os efeitos das marés de terra e barométrica, devido a diferença na magnitude da pressão de poro induzida em um reservatório no subsolo marinho.

Para que as perturbações de marés oceânicas sejam sentidas em testes, além da condição lógica da localização do reservatório embaixo do leito marinho, são necessárias certas condições específicas:

- A matriz sólida da rocha porosa deve possuir alta compressibilidade de maneira que a variação no esforço externo não seja suportada completamente pela matriz da rocha, e parte desta variação consiga ser transmitida ao fluido nos poros.
- O espaço poroso deve apresentar preferencialmente alta saturação de líquido, pois esta fase é mais sensível a mudanças de pressão do que a fase gasosa.
- O reservatório deve também caracterizar-se por altas transmissibilidades ao escoamento dos fluidos presentes, devido a que o regime estável onde perturbações de pressão são mais visíveis é atingido rapidamente neste tipo de reservatórios .

Do ponto de vista das condições de realização do teste, o tempo de duração do teste deverá ser da ordem da menor frequência dos principais componentes da maré no local (Tabela 2.1) para que as variações de maré sejam percebidas.

Pela magnitude da frequência dominante, o fenômeno de maré costuma ser percebido nos tempos denominados longos para um teste de pressão, de maneira que o cálculo dos parâmetros obtidos do comportamento nos tempos iniciais não é afetado.

Métodos de análise que realçam o comportamento das variações da pressão com o tempo tem sido incorporados à análise de testes convencional. Exemplos são os métodos de Bourdet *et al*^[1], e de Onur *et al*^[27]. A utilização destas técnicas em condições favoráveis ao aparecimento do efeito de maré conseguem evidenciar em maior grau as flutuações periódicas da pressão, sobretudo em tempos longos, onde a pressão tende a se estabilizar. Esta situação pode acarretar interpretações equivocadas das condições de contorno do reservatório, derivadas da análise do período final do teste. A seguir apresenta-se um exemplo típico que pode induzir a uma interpretação errônea:

Suponha-se que os dados de um teste de crescimento de pressão, são plotados em coordenadas semi-logarítmicas (Figura 2.4), e que a inclinação da reta apresenta um valor de 0,45 psi por ciclo (3,2 kPa/ciclo). Se no mesmo gráfico é superposta uma onda senoidal de 0,1 psi (0,7kPa), a inclinação a curva de crescimento de pressão nos primeiros 50 minutos (3.000 s) não será significativamente afetada pela superposição. Porém, entre 160 e 300 minutos (9.600-1.800 s), parte da curva resultante apresentará o dobro da inclinação, e como consequência poder-se-ia inferir erroneamente a existência de uma barreira ao fluxo⁸ encontrada aos 115 minutos (6.900 s) do fechamento. Muitas outras falsas interpretações seriam plausíveis, dependendo da posição e magnitude da onda senoidal no momento do fechamento para o registro do crescimento da pressão.

Em testes de pulsação, o efeito de maré pode causar grandes dificuldades na interpretação dos resultados do teste, sobretudo quando as respostas de pressão são muito pequenas. A situação fica tão mais comprometida quanto mais próximos forem os valores dos períodos dos pulsos aos valores de múltiplos do período de maré.

⁸ A influência de uma barreira ao fluxo num reservatório ideal eleva ao dobro a inclinação da pressão num gráfico semi-logarítmico (P_p vs t).

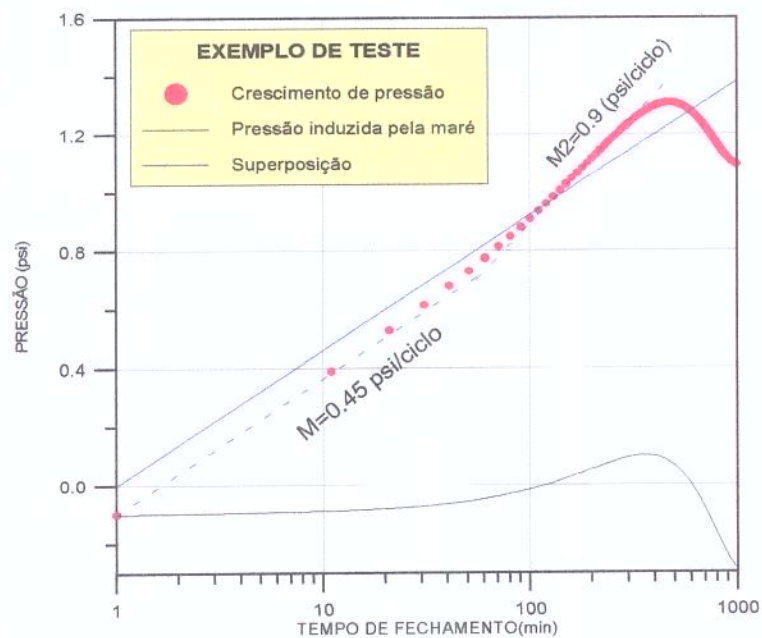


Figura 2.4: Exemplo de interferência de maré na análise de testes de pressão

3. BASE TEÓRICA DO SISTEMA ROCHA-FLUIDO

3.1. Teoria da compressibilidade de rochas porosas

Tanto no campo da hidrogeologia quanto nas ciências do petróleo, corpos porosos saturados de fluidos conformam o principal sistema em estudo. Ainda que o tratamento matemático de um modo geral seja similar, existe entre as duas ciências, e mesmo dentro de cada uma delas, uma grande diversidade nas definições e nomenclaturas utilizadas no tratamento dado ao conceito de compressibilidade da rocha preenchida por fluidos.

Como pode ser verificado na etapa de revisão bibliográfica desta pesquisa, a falta de padronização referente ao tema, resulta algumas vezes em confusões e tratamentos ambíguos, na definição de processos físicos envolvendo o conceito de compressibilidade de um corpo poroso.

Um passo importante neste sentido foi dado por Geertsma^[28], que observando a dificuldade na obtenção em laboratório das constantes definidas por Biot^[7], definiu as três diferentes compressibilidades básicas a seguir:

- Compressibilidade de matriz (c_r): variação em fração no volume do material sólido que compõe a rocha pela variação unitária da pressão.
- Compressibilidade Total (c_b): variação em fração do volume total da rocha pela variação unitária da pressão.
- Compressibilidade de poros (c_p): variação em fração do volume poroso pela variação unitária da pressão.

É de se notar que as duas últimas definições não especificam condições de contorno consideradas, isto é, se a pressão de poro varia enquanto o esforço externo permanece constante ou se a pressão de poro permanece constante enquanto o esforço externo varia.

Ainda que as relações derivadas por Geertsma^[28] baseadas nas definições anteriores consigam tratar de uma maneira mais prática os conceitos de compressibilidades das rochas, a nomenclatura ainda se permite o uso indevido em algumas ocasiões.

Neste sentido, encontrou-se que a nomenclatura e o tratamento dado por Zimmerman^[29], consegue compilar e atualizar de uma forma clara a teoria da compressibilidade. O autor convencionou conceitos e derivações usados tanto no ramo da hidrogeologia quanto no ramo da engenharia de petróleo, de maneira que no desenvolvimento subsequente deste trabalho, será esta a nomenclatura adotada.

3.1.1. Definição da nomenclatura escolhida

O enfoque a seguir descreve a resposta de um material poroso, explicitando as contribuições da estrutura sólida, dos grãos que compõem a estrutura e dos poros no sistema, por este motivo, o tratamento é doravante denominado como enfoque micromecânico.

Inicialmente é adotada a convenção que a pressão em processos compressivos é positiva e os esforços que as provocam são negativos, e considera-se a hipótese que os processos em questão são isotérmicos.

Ressalta-se também que, neste enfoque, o estado de tensão responde a processos do tipo hidrostático⁹ tanto para o “esforço interno” exercido pelo fluido sobre a matriz (pressão de poro), quanto para o “esforço externo” (pressão de confinamento) exercido sobre a rocha pelos corpos envolta dela. De maneira que o termo “pressão de confinamento” é equivalente a um esforço uniforme de compressão com sinal negativo ($P_c = -\sigma_m$).

Assumindo um estado de tensão do tipo hidrostático, num meio poroso existem dois tipos de volumes independentes, sendo estes o volume poroso (V_p) e o volume total (V_b), e dois tipos de “esforços” atuantes, a pressão de poro (P_p) e a pressão de confinamento (P_c). Quatro compressibilidades diferentes podem ser associadas à rocha. Cada uma destas compressibilidades associa uma variação de volume determinado (V_p ou V_b) a uma variação de pressão específica (P_p ou P_c).

⁹ Esforços uniformemente repartidos sobre toda a superfície de atuação. Este tipo de processo é o único que os fluidos mantêm, por isto a denominação “hidrostático”, porém pode ser aplicado a sólidos.

Representam-se as quatro compressibilidades com valores positivos, associados a dois subíndices. O primeiro indica o volume e o segundo indica a pressão que varia no processo associado.

$$C_{bc} = -\frac{1}{V_b^i} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P_c} \right)_{P_p} \quad \text{Compressibilidade Bulk Efetiva} \quad (3.1)$$

Útil em cálculos tectônicos de grande escala e em estudos de propagação de ondas

$$C_{bp} = -\frac{1}{V_b^i} \left(\frac{\partial V_b}{\partial P_p} \right)_{P_c} \quad \text{Compressibilidade Pseudo-Bulk (Fatt)} \quad (3.2)$$

Reflete a influência da pressão de poro no volume total (Bulk), útil no cálculo de subsidência.

$$C_{pc} = -\frac{1}{V_b^i} \left(\frac{\partial V_p}{\partial P_c} \right)_{P_p} \quad \text{Coeficiente de compactação (Hall)} \quad (3.3)$$

Expressa o efeito da variação da pressão de confinamento no volume poroso. Útil em testes de laboratório.

$$C_{bc} = -\frac{1}{V_b^i} \left(\frac{\partial V_p}{\partial P_p} \right)_{P_c} \quad \text{Compressibilidade da Formação} \quad (3.4)$$

Usada na engenharia de reservatórios, reflete a variação no volume poroso que é causada pela variação de Pressão de poro.

Considerando um processo de compressão com drenagem, os incrementos de volume poroso e volume total podem ser expressados em função das compressibilidades acima, definidas como:

$$dV_b = -C_{bc} \cdot dP_c + C_{bp} \cdot dP_p \quad (3.5)$$

$$dV_p = -C_{pc} \cdot dP_c + C_{pp} \cdot dP_p \quad (3.6)$$

Em arenitos, as quatro compressibilidades definidas decrescem com o aumento do estado de tensão e tendem a se estabilizar em pressões de confinamento na faixa entre 6.000 a 12.000 psi (41,4-82,8 mPa). Este comportamento não-linear deve ser considerado em processos que envolvem variações não infinitesimais no estado de tensão. Cabe destacar que muitas vezes não é prático obter em laboratório medidas para as quatro compressibilidades na faixa de pressão desejada, porém é possível usar as correlações definidas a seguir, para obter estes valores.

3.1.2. Relações entre compressibilidades

A maioria das deformações que ocorrem como consequência da saída de fluido em aquíferos ou em reservatórios de petróleo são elásticas, de maneira que, conforme a teoria elástica convencional, os componentes não lineares nas relações esforço-deformação podem ser desprezados. Isto é válido para arenitos consolidados nos quais as deformações volumétricas variam uma porcentagem mínima dentro da faixa do comportamento elástico.

A fim de estabelecer relações entre as compressibilidades definidas, aproxima-se a rocha porosa por um modelo sólido contendo espaços vazios discretos de diversas formas e tamanhos, cuja matriz é composta por um material isotrópico, homogêneo e elástico (Figura 3.1). Assume-se que a matriz conforma uma estrutura totalmente conectada envolvendo os espaços vazios.

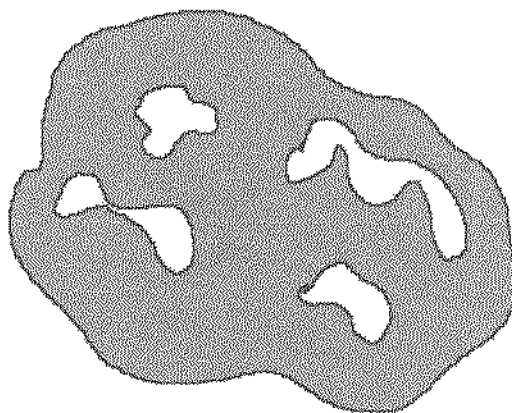


Figura 3.1: Modelo poroso escolhido

Para o modelo definido, as quatro compressibilidades não são parâmetros independentes e se encontram vinculadas através da teoria da elasticidade. Unicamente duas condições de contorno são necessárias para derivar estas relações, a consideração de uma pressão atuando uniformemente sobre a superfície externa do corpo poroso (dP_e) e uma pressão hidrostática atuando nos poros do modelo (dP_p). Este sistema de esforços é denotado por: $\{dP_e, dP_p\}$.

Um fato relevante para a análise é o de que uma variação no sistema de esforços de igual magnitude, tanto na pressão interna quanto na pressão externa ($dP = dP_e = dP_p$), resulta num incremento uniforme (dP) no estado de tensão da matriz (Geertsma^[28]), que traz como consequência uma dilatação uniforme, isotrópica, representada por $de_r = -C_r \cdot dP$, sendo C_r a compressibilidade do material sólido da rocha. É importante observar que o estado de esforço e deformação dentro da matriz é exatamente o mesmo observado se os espaços vazios fossem

hipoteticamente preenchidos com o mesmo material da matriz, mantendo-se as mesmas condições de contorno.

A variação no sistema de esforços através da pressão de confinamento $\{dP, 0\}$, ocasiona uma mudança no volume total $dV_b = -C_{bc} \cdot V_b^i \cdot dP$. De maneira similar, a variação da pressão de poro cria uma mudança de volume total igual a: $dV_b = C_{bp} \cdot V_b^i \cdot dP$. Como as variações volumétricas são infinitesimais, é válido considerar as compressibilidades constantes na faixa P a $P+dP$ e aplicar o princípio de superposição, para representar a variação de volume total devido a $\{0, dP\}$ (Figura 3.2), assim:

$$dV_b(0, dP) = dV_b(dP, dP) - dV_b(dP, 0) \quad (3.7)$$

$$C_{bp} \cdot V_b^i \cdot dP = -C_r \cdot V_b^i \cdot dP - (-C_{bc} \cdot V_b^i \cdot dP) = (C_{bc} - C_r) \cdot V_b^i \cdot dP \quad (3.8)$$

$$\text{Logo: } C_{bp} = C_{bc} - C_r \quad (3.9)$$

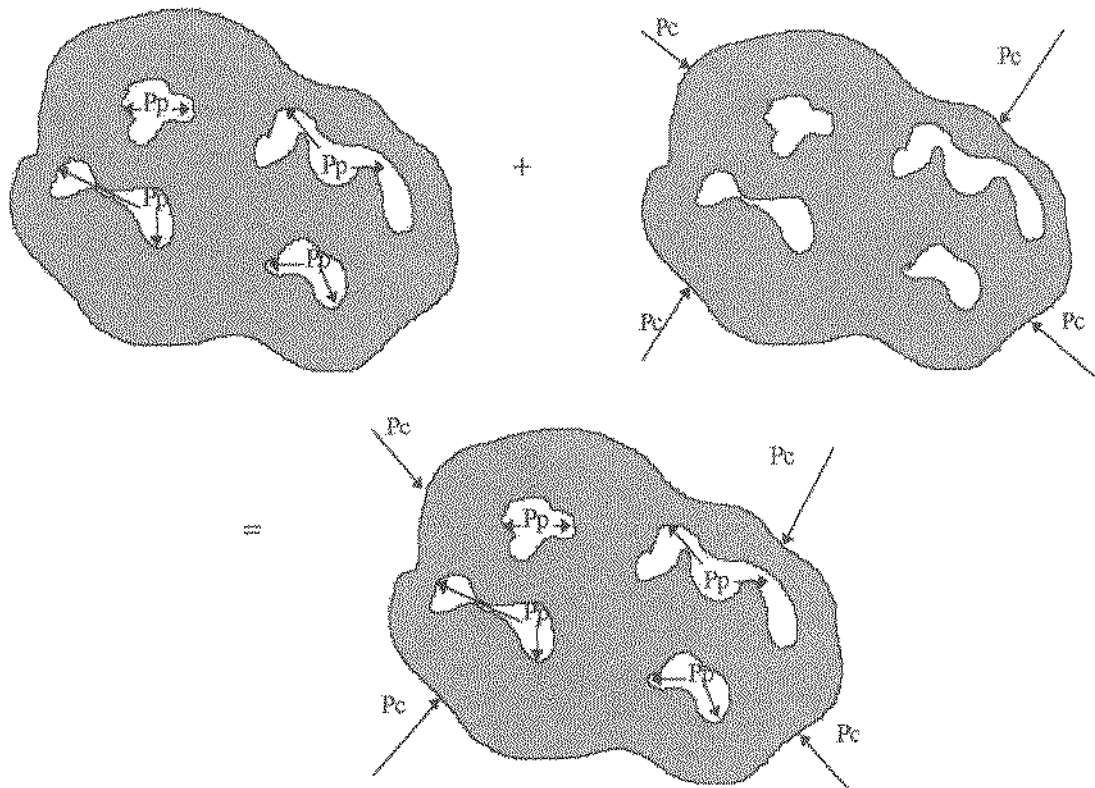


Figura 3.2: Argumento da superposição usado na derivação das relações entre compressibilidades

De maneira similar, a variação de volume poroso devido ao sistema de esforços $\{dP, dP\}$ é representada por $dV_p = -C_r \cdot V_p^i \cdot dP$. Usando-se o princípio de superposição, temos:

$$dV_p(0,dP) = dV_p(dP,dP) - dV_p(dP,0) \quad (3.10)$$

$$C_{pp} \cdot V_p^i \cdot dP = -C_r \cdot V_p^i \cdot dP - (-C_{pc} \cdot V_p^i \cdot dP) = (C_{pc} - C_r) V_p^i \cdot dP \quad (3.11)$$

$$\text{Logo: } C_{pp} = C_{pc} - C_r \quad (3.12)$$

Para relacionar o volume total com o volume poroso, é aplicado o teorema recíproco da elasticidade que afirma que num corpo elástico submetido a duas forças (F_1, F_2), o trabalho efetuado por F_1 atuando sobre o deslocamento causado por F_2 é igual ao trabalho efetuado por F_2 atuando sobre o deslocamento devido a F_1 (Sokolnikoff^[29]), do qual resulta^[30]:

$$C_{bp} = \phi^i \cdot C_{pc} \quad (3.13)$$

As equações (3.9), (3.12) e (3.13), fornecem relações entre as quatro compressibilidades, sendo a porosidade inicial (ϕ^i) e a compressibilidade da matriz (C_r) os únicos parâmetros diferentes envolvidos. Logo, pode-se expressar três das quatro compressibilidades em termos de uma delas (de preferência C_{bc} , que é a compressibilidade fundamental, análoga à compressibilidade do material não poroso).

$$C_{bp} = C_{bc} - C_r \quad (3.14)$$

$$C_{pc} = (C_{bc} - C_r) / \phi^i \quad (3.15)$$

$$C_{pp} = [C_{bc} - (1 + \phi^i)C_r] / \phi^i \quad (3.16)$$

Observar que a expressão: $C_b = (1 - \phi^i) C_r + \phi^i \cdot C_p$, usada por certos autores não é correta, pois a média ponderada da matriz e dos poros não tem respaldo na análise elástica, além de não distinguir os efeitos das condições de contorno. A validação das relações anteriores a partir de testes de laboratório é relatada por Zimmerman^[30], trabalhando com amostras dos arenitos Bandera, Berea e Boise.

3.2. Conceito de Esforço Efetivo

A motivação para o estabelecimento do conceito de esforço efetivo, é baseada na observação que a pressão de poro tem o mesmo efeito sobre o volume da rocha que tem a pressão de confinamento.

A idéia é que no lugar de tratar uma propriedade da rocha, como por exemplo o volume poroso, como uma função de duas variáveis (P_e, P_p), ela pode ser expressa como função de uma variável só (o esforço efetivo σ'_m), onde :

$$\sigma'_m = \eta \cdot P_p - P_e \quad \text{ou} \quad \sigma'_m = \sigma_m + \eta \cdot P_p \quad (3.17)$$

Normalmente este conceito tem sido usado de maneira simplificada e imprecisa, assumindo que todas as propriedades da rocha podem ser expressas como função de $\sigma'_m = \sigma_m + \eta.P_p$, esquecendo que para cada processo de deformação mecânica (compressão do volume poroso, compressão do volume total, propagação de ondas etc...), existe um coeficiente de esforço efetivo específico η .

No processo de deformação de volume total e deformação de volume poroso da rocha, estão associados dois coeficientes diferentes de esforço efetivo, a saber:

$$de_b(P_c, P_p) = -C_{bc}(\sigma_m + m_b.P_p) [d\sigma_m + \alpha_b.dP_p] \quad (3.18)$$

$$de_p(P_c, P_p) = -C_{pc}(\sigma_m + m_p.P_p) [d\sigma_m + \alpha_p.dP_p] \quad (3.19)$$

m expressa a maneira como a compressibilidade muda com a pressão¹⁰ e α reflete a quantidade relativa de deformação adicional causada por incrementos de σ_m e P_p . Da comparação das equações (3.18) e (3.19) com as equações (3.5) e (3.6), resulta:

$$\alpha_b = C_{bp} / C_{bc} \quad (3.20)$$

$$\alpha_p = C_{pp} / C_{pc} \quad (3.21)$$

Substituindo as expressões (3.14) e (3.16) em (3.20) e (3.21):

$$\alpha_b = 1 - C_r / C_{bc} \quad (3.22)$$

$$\alpha_p = 1 - \phi C_r / (C_{bc} - C_r) \quad (3.23)$$

Sendo que, C_r e C_{bc} são positivos e $C_{bc} \geq C_r$. Então se verifica que α_b e $\alpha_p \leq 1$. Pela inspeção de (3.18) e (3.19), observa-se que V_b e V_p são mais sensíveis às variações em P_c do que às mudanças em P_p (P_p sempre multiplicado por um valor menor que 1).

Hashin-Shtrikman^[31] definiram limites teóricos para α_b e α_p , em termos do módulo de Poisson (ν), baseados no estudo das razões entre C_{bc}/C_r e C_{bp}/C_r . De forma que as faixas de valores possíveis para α_b e α_p são:

$$\frac{3(1-\nu)\phi}{2(1-2\nu) + (1+\nu)\phi} \leq \alpha_b \leq 1 \quad (3.24)$$

$$\frac{(1+\nu) + 2(1-2\nu)\phi}{3(1-\nu)} \leq \alpha_p \leq 1 \quad (3.25)$$

¹⁰Os parenteses () nas equações 3.18 e 3.19 indicam "função de".

Visando auxiliar o leitor na tarefa de relacionar a nomenclatura aqui usada com as nomenclaturas baseadas nos trabalhos de Biot e Geertsma, criou-se o Apêndice B com as equivalências mais importantes.

3.3. Equação de fluxo para um meio poroso deformável

Para o estabelecimento da equação de fluxo considera-se um meio poroso deformável, homogêneo, isotrópico e isotérmico, contendo no seu interior um fluido monofásico. Os três princípios básicos usados são o princípio da conservação da massa, a lei de Darcy e a equação de estado.

Balanço de massa:

$$\nabla \cdot (\phi v) + \frac{\partial (\phi \rho)}{\partial t} = 0 \quad (\text{na fase fluida}) \quad (3.26)$$

$$\nabla \cdot [(1 - \phi)v_s] + \frac{\partial [(1 - \phi)\rho_s]}{\partial t} = 0 \quad (\text{na fase sólida}) \quad (3.27)$$

A lei de Darcy:

$$\phi(v - v_s) = -(\kappa/\mu)\nabla P_p \quad (3.28)$$

A equação de estado da compressibilidade isotérmica do fluido:

$$c_r = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_p} \quad (3.29)$$

Considera-se que a fase sólida é composta de grãos de rocha mais poros isolados não conectados que possuem fluido imóvel.

As velocidades v e v_s são valores médios relativos a um sistema coordenado fixo, em que $\phi.v$ é a velocidade de Darcy e $(1 - \phi).v_s$ é a velocidade da fase sólida. Neste desenvolvimento os efeitos gravitacionais são desprezados. Devido a hipótese de processo isotérmico, consideram-se a densidade e a viscosidade de fluido como funções unicamente da pressão. Assim sendo, a densidade pode ser expressa como $\rho = \rho_o \text{Exp}[c(P_p - P_{po})]$, onde, P_{po} e ρ_o são a densidade e a pressão de referência, respectivamente.

Explicitando o produto $\phi.v$ da equação (3.28) e substituindo em (3.26):

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} + \mathbf{v}_s \cdot \nabla(\phi \rho) + \phi \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_s \quad (3.30)$$

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \frac{d(\phi \rho)}{dt} + \phi \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_s \quad (3.31)$$

Onde $d(.) / dt$ é a derivada substancial com respeito ao sólido que se movimenta, definida como:

$$\frac{d(.)}{dt} = \frac{\partial(.)}{\partial t} + \mathbf{v}_s \cdot \nabla(.) \quad (3.32)$$

No caso particular da equação (3.31) a derivada substancial é a variação do produto $\rho \cdot \phi$, para um observador que se move à velocidade da fase sólida. A equação (3.32) acopla a derivada substancial, do ponto de vista Lagrangiano (acompanha o histórico da partícula desde o instante inicial), a uma descrição Euleriana, isto é, do ponto de vista de um observador estático. Deve-se observar que ao desconsiderar a deformação no meio poroso, a derivada substancial se equivale a derivada parcial.

Expandindo a derivada substancial expressa em (3.32) tem-se:

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \phi \rho \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{v}_s \right) \quad (3.33)$$

Expandindo o primeiro termo da equação de balanço de massa (3.27), e aplicando a equação (3.32), temos:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = - \frac{1}{(1 - \phi)\rho_s} \frac{d[(1 - \phi)\rho_s]}{dt} \quad (3.34)$$

Da suposição de massa sólida constante (sem reação química) e sabendo que $\phi = V_p / V_b$ e $V_b = V_p + V_r$ pode-se expressar a equação (3.34) como:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_s = \frac{1}{V_b} \frac{dV_b}{dt} = de_b \quad (3.35)$$

Logo, o divergente da velocidade do sólido reflete a variação do volume total ("bulk"). Assumir que a velocidade da fase sólida é zero, implica em assumir que não existe variação do volume total.

Aplicando a relação $d\phi/\phi = dV_p/V_p - dV_b/V_b$ e substituindo a equação (3.35) na equação (3.33), tem-se:

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \rho \phi \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{V_p} \frac{dV_p}{dt} \right) \quad (3.36)$$

Ou em termos do incremento na deformação porosa e_p :

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \rho \phi \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{de_p}{dt} \right) \quad (3.37)$$

As equações (3.36) e (3.37) são fundamentais neste estudo. O lado direito representa a variação da densidade do fluido e a variação do volume poroso com o tempo.

Nesta parte do desenvolvimento chega-se a um ponto importante no processo de acoplar a teoria poroelástica. Da interpretação que se dá à variação do volume poroso devido às diferentes condições de contorno, chega-se a equações governantes e compressibilidades totais diferentes. Assim sendo, a avaliação da variação do volume poroso é chave no acoplamento da teoria de fluxo de fluidos com a geomecânica.

O termo de variação da densidade do fluido dp/ρ está relacionado com a compressibilidade do fluido por meio das seguintes expressões:

$$c_f \nabla P = \frac{1}{\rho} \nabla \rho \quad c_f \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad c_f \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (3.38)$$

Substituindo (3.6) em (3.37):

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = C_f \rho \phi \frac{\partial P_p}{\partial t} + \rho \phi \left(C_{pp} \frac{\partial P_p}{\partial t} + C_{pc} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \right) \quad (3.39)$$

Usando as equivalências (3.38), a equação (3.39) pode ser expressa em termos da pressão como:

$$\frac{\kappa C_f}{\mu} (\nabla P_p)^2 + \nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \phi (C_f + C_{pp}) \frac{\partial P_p}{\partial t} + \phi C_{pc} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad (3.40)$$

O termo $C_f + C_{pp}$ é muito utilizado na análise de reservatórios, conhecido como compressibilidade total da formação e representado por C_t . As condições, nas quais este termo

foi definido, representam a variação volumétrica total do reservatório como resultado da produção do fluido interno mantendo-se os esforços externos constantes.

Tendo em vista que a inclusão da variação dos esforços externos acarreta a consideração de novas compressibilidades, o termo $C_f + C_{pp}$ será denominado doravante como C_u . Considerando esta nomenclatura e usando (3.13) para expressar C_{pe} em termos de C_{bp} , na equação (3.40), tem-se:

$$\frac{\kappa C_f}{\mu} (\nabla P_p)^2 + \nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \phi C_u \frac{\partial P_p}{\partial t} + C_{bp} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad (3.41)$$

Assumindo que o primeiro termo da esquerda ($\kappa C_f / \mu (\nabla P_p)^2$) é muito menor que o segundo termo ($\nabla \cdot (\kappa / \mu \nabla P_p)$)¹¹, tem-se:

$$\nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \phi C_u \frac{\partial P_p}{\partial t} + C_{bp} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \quad (3.42)$$

A equação (3.42) pode ser expressada em termos de deformação total (e_b), utilizando as relações entre compressibilidades e fator α_b , e a deformação total expressados no item 3.2:

$$\nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \left(\phi C_u - C_{bc} \cdot \alpha_b^2 \right) \frac{\partial P_p}{\partial t} + \alpha_b \frac{\partial e_b}{\partial t} \quad (3.43)$$

Até este estágio do desenvolvimento do capítulo, tratou-se os esforços normais externos como sendo uniformemente distribuídos em todas as direções, porém, dado que o assunto objetivo deste estudo não obedece necessariamente esta condição, é indispensável a abordagem da teoria da poroelasticidade que abrange qualquer estado de esforço.

3.4. Teoria da Poroelasticidade Linear

A teoria poroelástica linear é uma extensão da teoria elástica para corpos porosos saturados. As equações que governam os movimentos acoplados do fluido poroso e do esqueleto sólido, são mais complicadas que as que governam os processos elásticos convencionais, pois incluem uma variável adicional.

A poroelasticidade linear assume que o meio poroso em estudo é perfeitamente elástico no tocante a reversibilidade, linearidade e comportamento mecânico não retardado, e que os processos acontecem sob condições isotérmicas e em deformações pequenas.

¹¹Válido para fluxo em rochas com altas saturações de líquido nos poros.

A aplicação da teoria da poroelasticidade ao fenômeno de maré em formações porosas é perfeitamente possível, tendo presente que a variação volumétrica da rocha nestes processos apresenta magnitude muito pequena. De outro lado, a pressão litostática em rochas “in-situ” geralmente assume valores de tensões abaixo da faixa de deformações irreversíveis.

A teoria da poroelasticidade adequa o conceito de esforço efetivo num meio poroso, aos princípios da elasticidade aplicados para qualquer estado de esforço. Devido a importância do conceito de esforço efetivo, a seguir é feita a generalização para o caso de esforços externos não necessariamente hidrostáticos.

$$\sigma_{ij}^e = \sigma_{ij} + \alpha_b \cdot P_p \cdot \delta_{ij} \quad (3.44)$$

Na nomenclatura seguida para os componentes dos esforços e deformações, o primeiro índice denota a direção de tensão do componente e o segundo índice indica a direção do vetor normal ao plano sobre o qual o esforço está atuando (Fig. 3.3).

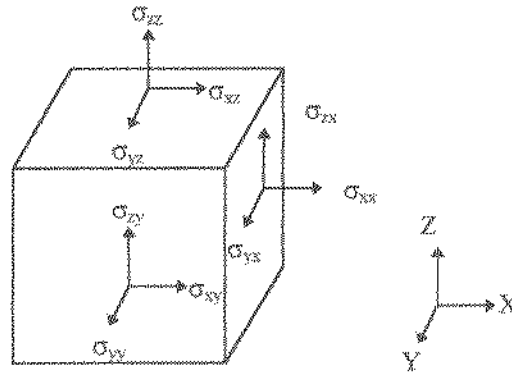


Figura 3.3: Esquema da nomenclatura adotada para esforços

O estado de tensão atuando num elemento diferencial de volume é representado pelo tensor tensão total Γ :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.45a)$$

Esta matriz pode ser decomposta em duas sub-tensores, uma hidrostática Γ^I e outra de desvio Γ^D :

$$\Gamma^I = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \quad \Gamma^D = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (3.45b)$$

Onde:

$\Gamma^I = \sigma_m \cdot I$, sendo I a matriz identidade e σ_m o esforço normal médio definido por:

$$\sigma_m = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) / 3 \quad (3.45c)$$

De maneira análoga, o conjunto de componentes de deformação é agrupado no tensor de deformações volumétricas E , definida como:

$$E = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.46a)$$

Os componentes e_{ij} com $i = j$ medem os alongamentos na direção dos eixos, e os componentes e_{ij} com $i \neq j$ medem a deformação angular. Cada termo do tensor está relacionado com o vetor deslocamento $u(u_i, u_j, u_k)$ pela seguinte relação:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.46b)$$

A deformação pode ser classificada como hidrostática para e_{ij} ($i=j$), indicando dilatação pura e deformação de desvio para e_{ij} ($i \neq j$), refletindo a distorção angular. O traço da matriz E é idêntico à deformação volumétrica total (e_b).

$$e_b = (e_{ii} + e_{jj} + e_{kk}) \quad (3.47)$$

Considerando que as deformações são pequenas, e são funções lineares dos esforços, pode-se efetuar um desacoplamento parcial utilizando a decomposição em hidrostática e desvio. A parte hidrostática da deformação está relacionada unicamente com a parte hidrostática do esforço e a parte de desvio é afetada unicamente por tensões cisalhantes. De tal forma que os esforços cisalhantes não alteram o volume da rocha, e os esforços hidrostáticos não causam distorção angular.

O esforço total tem que satisfazer as condições de equilíbrio. Desprezando-se os efeitos de inércia e as forças de campo, o equilíbrio de esforços é obedecido quando:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (3.48)$$

As relações entre esforços, deformações e pressão de poro, são derivadas da teoria da elasticidade incluindo o conceito de esforço efetivo. Resultando em:

$$e_{ii} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{ii} - \nu (\sigma_{jj} + \sigma_{kk}) \right] + \frac{\alpha_b}{3K_{bc}} P_p \quad (3.49a)$$

$$e_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2G} \quad (i \neq j) \quad (3.49b)$$

E, G, ν , são os módulos de Young, de rigidez e de Poisson, para a estrutura sólida da rocha sob as condições drenadas relacionados a seguir:

$$G = E / [2(1 + \nu)] \quad (3.50)$$

K_{bc} é o módulo total sob condições drenadas, relacionado com C_{bc} por $K_{bc} = 1/C_{bc}$ (Apêndice B). α_b é o parâmetro poroelástico de Biot ou coeficiente de tensão efetivo, anteriormente definido. As equações (3.49) confirmam que, nas condições assumidas, a pressão só afeta a deformação normal e que a deformação de cisalhamento é função dos esforços perpendiculares e independente da pressão do fluido.

Resolvendo (3.49a) e (3.49b)^{[26][33]} para os esforços, chega-se a:

$$\sigma_{ij} = 2.G.e_{ij} + (\lambda.e_b - \alpha_b P_p)\delta_{ij} \quad (3.51)$$

λ é a constante de Lamé definida como:

$$\lambda = \frac{3\nu K_{bc}}{1 + \nu} = K_{bc} - \frac{2}{3}G = \frac{2\nu G}{1 - 2\nu} \quad (3.52)$$

Somando as três equações que resultam de (3.51) e usando (3.52), tem-se:

$$e_b = \frac{\sigma_m + \alpha_b P_p}{\lambda + \left(\frac{2}{3}\right)G} = \frac{\sigma_m + \alpha_b P_p}{K_{bc}} \quad (3.53)$$

É importante notar que a equação (3.53), deduzida de relações entre esforço efetivo e deformações, é equivalente às equações, (3.5) e (3.18), deduzidas da análise micromecânica sobre compressibilidades.

A velocidade de deslocamento do sólido e a deformação volumétrica e_b estão relacionadas com o vetor de deslocamento do sólido (u) por:

$$v_s = \partial u / \partial t ; \quad e_b = \nabla \bullet u \quad (3.54)$$

A velocidade do sólido está relacionada com a deformação volumétrica pela expressão:

$$\nabla \bullet v_s = \frac{de_b}{dt} = \frac{1}{V_b} \frac{dV_b}{dt} ; \quad de_b = dV_b/V_b \quad (3.55)$$

Substituindo a equação (3.51) na equação (3.48) e aplicando a equação (3.46b) se obtém a equação governante que relaciona as variáveis de esforço (σ_{ij}), pressão de poro (P_p), deslocamentos (u_i) e deformação total (e_b).

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ G \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \right\} = \frac{\partial (\alpha p - \lambda e_b)}{\partial x_i} \quad (3.56)$$

Considerando λ e G constantes, (3.56) se reduz a:

$$G \nabla^2 u_i + (G + \lambda) \frac{\partial e_b}{\partial x_i} = \left(\alpha \frac{\partial P_p}{\partial x_i} \right) \quad (3.57)$$

Diferenciando (3.57) para cada um dos três eixos coordenados, e somando o resultado das três equações resultantes conforme o Apêndice C, se tem:

$$(2G + \lambda) \nabla^2 e_b = \alpha \nabla^2 P_p \quad (3.58)$$

O termo $(2G + \lambda)$ é um módulo relacionado com C_{bc} da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\lambda + 2G} = \frac{1}{2G} \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} = \frac{c_{bc}}{3} \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \equiv c_{bc} \quad (3.59)$$

A integração de (3.58) resulta em:

$$(\lambda + 2G) e_b = P_p + f \quad (3.60)$$

Onde f , é uma função das variáveis espaciais e do tempo, que obedece a relação $\nabla^2 f = 0$, para qualquer valor de tempo. A determinação da função f depende das condições específicas do problema.

A equação (3.58) pode ser expressa em termos de esforço normal médio (σ_m) e do coeficiente de Poisson. Usando as equações (3.18) e (3.59) em (3.58), obtém-se:

$$\frac{3(1 - \nu)}{2(2\nu - 1)} \nabla^2 \sigma_m = \alpha \nabla^2 P_p \quad (3.61)$$

As equações (3.43) e (3.58) formam o sistema acoplado, em termos das variáveis deformação volumétrica (e_b) e pressão de poro (P_p), para um meio poroso deformável sendo

drenado e simultaneamente afetado por esforços externos variáveis. Este é o sistema base para resolver o problema da influência de fenômeno de maré em testes de pressão em reservatórios de petróleo.

Acoplamento análogo resulta nas equações (3.42) e (3.61), em termos das variáveis de pressão de poro (P_p) e esforço normal médio (σ_m).

Foram, assim, apresentadas nos Capítulos 2 e 3 as ferramentas teóricas fundamentais para a modelagem do efeito de maré em reservatórios no subsolo marinho, o qual será assunto do próximo capítulo.

4. MODELAGEM DO PROBLEMA

4.1. Considerações iniciais

Inicialmente considere-se um modelo de reservatório com geometria cilíndrica, simétrico na direção angular. Assim sendo, as equações derivadas no Capítulo 3 serão expressa no sistema de coordenadas cilíndricas.

As equações que relacionam os deslocamentos e as deformações em coordenadas cilíndricas, derivadas de (3.46), são:

$$\begin{aligned}
 e_{b_{rr}} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} & e_{b_{\theta z}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) \\
 e_{b_{\theta\theta}} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} & e_{b_{zr}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\
 e_{b_{zz}} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} & e_{b_{r\theta}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

As equações relacionando esforços, deformações e tensões, derivadas de (3.51), são:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr} &= 2G.e_{b_{rr}} + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{\theta z} &= 2G.e_{b_{\theta z}} \\
 \sigma_{\theta\theta} &= 2G.e_{b_{\theta\theta}} + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{zr} &= 2G.e_{b_{zr}} \\
 \sigma_{zz} &= 2G.e_{b_{zz}} + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{r\theta} &= 2G.e_{b_{r\theta}}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Observar que o somatório de esforços normais, usando o conceito de esforço efetivo ($\sigma'_m = 3[\sigma'_{rr} + \sigma'_{\theta\theta} + \sigma'_{zz}]$, $\sigma'_m = \sigma_m + \alpha_b P_p$), resulta na equação (3.53) ou nas suas equivalentes (3.5) e (3.18).

As equações de equilíbrio de esforços (3.47) em coordenadas cilíndricas são:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad \sigma_{\theta z} = \sigma_{z\theta}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta \theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{\theta r}}{r} &= 0 & \sigma_{zr} &= \sigma_{rz} \\
\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} &= 0 & \sigma_{r\theta} &= \sigma_{\theta r}
\end{aligned} \quad (4.3)$$

Da axi-simetria na variável θ , tem-se:

$$u_{\theta} = 0, \quad \partial u_r / \partial \theta = 0, \quad \partial u_z / \partial \theta = 0, \quad \partial P_p / \partial \theta = 0 \quad (4.4)$$

Aplicando (4.4), as equações (4.1) se reduzem a:

$$\begin{aligned}
e_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} & e_{\theta z} &= 0 \\
e_{\theta \theta} &= \frac{u_r}{r} & e_{zr} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\
e_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} & e_{r\theta} &= 0
\end{aligned} \quad (4.5)$$

Substituindo (4.5) em (4.2) tem-se:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= 2G.(\partial u_r / \partial r) + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{\theta z} &= 0 \\
\sigma_{\theta \theta} &= 2G.(u_r / r) + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{zr} &= G(u_z / r + \partial u_r / \partial z) \\
\sigma_{zz} &= 2G.(\partial u_z / \partial z) + \lambda.e_b - \alpha_b P_p & \sigma_{r\theta} &= 0
\end{aligned} \quad (4.6)$$

A deformação volumétrica total e_b expressa em (3.47) fica:

$$e_b = \partial u_r / \partial r + u_r / r + \partial u_z / \partial z \quad (4.7)$$

De forma que as equações do equilíbrio de esforços(4.3), se reduzem a:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta \theta}}{r} &= 0 & \sigma_{\theta z} &= \sigma_{z\theta} \\
\frac{\partial \sigma_{\theta \theta}}{\partial \theta} &= 0 & \sigma_{zr} &= \sigma_{rz} \\
\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} &= 0 & \sigma_{r\theta} &= \sigma_{\theta r}
\end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2. Função de maré para o modelo

As variáveis da amplitude e da fase são melhores representadas por números complexos. Por esta razão, o carregamento do solo marinho é normalmente representado pela função f_M a seguir:

$$f_M = \varphi \cdot \text{Exp}(i\omega t) \text{Cos}(\lambda r) \quad (4.9)$$

A variação espacial expressa no fator $\text{Cos}(\lambda r)$ pode ser considerada como o termo dominante de uma expansão de Fourier de um tipo de carregamento mais genérico^[25].

A fim de representar a função de carregamento causadora das perturbações de pressão de poro em reservatórios “offshore”, considera-se que os principais responsáveis pelo fenômeno são os componentes de maré diurnos e semidiurnos e que os carregamentos no leito marinho devido a maré ou a outros fatores com períodos menores são desprezíveis.

A suposição anterior é devido ao fato de 95% do potencial de maré corresponder aos componentes M_2 , S_2 , N_2 , K_1 , O_1 ^[9], e que, de outro lado, os testes de pressão de poro em reservatórios no subsolo do mar não tem registrado componentes com períodos menores de 12 hr. Assim, os esforços no problema apresentarão magnitude de frequências com limite inferior de 0,5236 (rad/hr). As maiores frequências aqui consideradas são da ordem de 0,4599 (rad/hr) (frequência do componente M_f), uma vez que o tempo dos registros de pressão convencionais não ultrapassam o período de M_f e que a contribuição de componentes de maré com períodos maiores ser desprezível para o problema em estudo.

A distribuição espacial da carga no problema será aproximada por um carregamento uniforme, isto porque as dimensões de longitude da onda para os componentes considerados são da ordem de $1E6$ m enquanto o raio do reservatório é da ordem de $1E3$ m. Nestes casos, $\text{Cos}(\lambda r) \cong 1$, e a equação (4.9) fica:

$$f_M = \varphi \cdot \text{Exp}(i\omega t) \quad (4.10a)$$

Considerando o solo do mar como um plano sem relevos, paralelo ao plano horizontal que limita o reservatório, conforme a nomenclatura adotada anteriormente, temos:

$$f_M = -\sigma_{zz} = \varphi \cdot \text{Exp}(i\omega t) \quad (4.10b)$$

O modelo do problema até aqui definido pode ser representado pela Figura 4.1

O estágio final do equacionamento do problema da influência do fenômeno de maré oceânica num meio poroso sendo drenado, é o da consideração quanto ao comportamento dos esforços e os deslocamentos no reservatório.

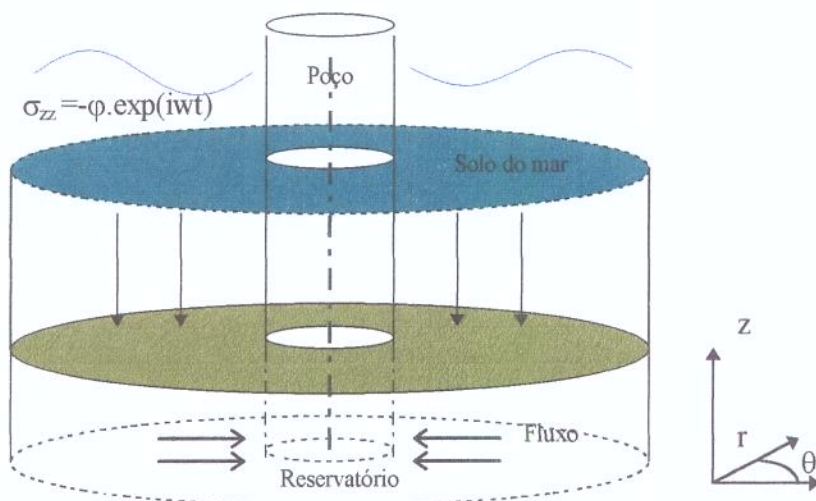


Figura 4.1: Modelo para adotado para o problema

4.3. Caso 1- Carregamento Uniaxial

A compactação do reservatório acontece unicamente na direção vertical, isto é, corresponde ao mecanismo de compressão uniaxial, fazendo que o deslocamento radial se anule e consequentemente as deformações volumétricas totais no plano horizontal sejam iguais a zero. Assim,

$$u_r = 0 \quad e_{b\theta\theta} = e_{brr} = 0 \quad e_{bzz} = e_b \quad (4.11)$$

Usando as equações (3.44), (4.2) e (4.11), a deformação volumétrica resulta em:

$$e_b = \frac{\sigma'_{zz}}{(\lambda + 2G)} = \frac{\sigma_{zz} + \alpha \cdot P_p}{(\lambda + 2G)} \quad (4.12)$$

Substituindo as equações (3.44) e (4.12) em (4.2), obtém-se:

$$\sigma'_{\theta\theta} = \sigma'_{rr} = \lambda \cdot e_b = \frac{\lambda \sigma'_{zz}}{(\lambda + 2G)} \quad (4.13)$$

Usando as equações (3.44), (3.45), (4.13), e (3.51), obtém-se uma expressão para o esforço médio efetivo em termos do esforço vertical efetivo.

$$\sigma'_m = \frac{\sigma'_{zz}}{(\lambda + 2G)C_{bc}} = \sigma'_{zz} \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \quad (4.14)$$

Em termos do esforço vertical e pressão de poro, substituindo em (3.17) com $\eta=\alpha$ em (4.14):

$$\sigma_m = \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \sigma_{zz} + \frac{2}{3} \frac{(2\nu - 1)}{(1 - \nu)} \alpha \cdot P_p \quad (4.15a)$$

$$\sigma_m = \frac{2}{3} \frac{(2\nu - 1)}{(1 - \nu)} \alpha \cdot P_p - \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} f_M \quad (4.15b)$$

Substituindo (4.15) e (4.11) em (3.42), assumindo simetria para a pressão de poro em θ e Z , meio poroso homogêneo e isotrópico, e expressando o gradiente em coordenadas cilíndricas, tem-se a equação governante para o Caso 1:

$$\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial^2 P_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) = \left(\phi C_{tt} + \frac{2(2\nu - 1)}{3(1 - \nu)} \alpha^2 C_{bc} \right) \frac{\partial P_p}{\partial t} - \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \alpha C_{bc} \frac{\partial f_M}{\partial t} \quad (4.16)$$

4.4. Caso 2 - Carregamento uniaxial simplificado

Uma grande simplificação é obtida, se na equação de fluxo para meio poroso deformável (3.42) fosse introduzida uma expressão para a pressão de confinamento independente da pressão de poro. No trabalho de Dean *et al*^[18], é introduzida uma equação relacionando pressão de confinamento com esforço vertical para o caso uniaxial ($e_{b\theta\theta} = e_{brr} = 0$), que é:

$$\sigma_m = -P_c = \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \sigma_{zz} = - \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} f_M \quad (4.17)$$

Substituindo esta equação em (3.42), e com as mesmas suposições de simetria, isotropia e homogeneidade, resulta:

$$\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial^2 P_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) = \phi C_{tt} \frac{\partial P_p}{\partial t} - \alpha C_{bc} \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \frac{\partial f_M}{\partial t} \quad (4.18)$$

Este procedimento seria totalmente desacoplado da teoria da poroelasticidade, pois a equação (4.17) não é mais do que o caso uniaxial para um corpo não poroso, isto é, o da equação (4.15) sem considerar o conceito de esforço efetivo. Este caso é “exatamente” a soma da equação da difusividade para um meio não deformável com a expressão de esforço vertical independente de pressão de poro.

A aproximação anterior só é válida nos casos em que o termo $2(2\nu-1)\alpha^2 C_{bc}/3(1-\nu)$ seja muito menor que o termo $\phi(C_f+C_{pp})$, isto se aplica a formações altamente consolidadas com fluidos muito compressíveis.

Ainda que este procedimento seja em princípio uma aproximação grosseira, ele é o intrinsecamente usado em métodos que filtram o efeito de maré^[19].

Nos métodos convencionais para filtrar o efeito de maré, as oscilações de pressão no fundo marinho são grafadas junto à resposta de pressão do teste do reservatório que está sendo drenado. Após colocar em fase as ondas de pressão do mar e do reservatório, são aplicadas várias eficiências de transmissão das flutuações, e a curva de eficiência de maré é descontada da pressão do teste. A curva que suavizar melhor os dados reais (P_p vs. t) é escolhida como a da eficiência correta. De maneira que a curva de pressões filtrada é:

$$P_{p(f)} = P_{p(t)} - ET_{tc} \times P_{(maré)} \quad (4.19)$$

Sendo:

ET_{tc} : eficiência de transmissão das flutuações de maré no reservatório, encontrada por tentativa e erro.

$P_{(maré)}$: pressão no fundo do mar como função das flutuações de maré.

$P_{p(t)}$: pressão de poro do reservatório registrada no teste.

$P_{p(f)}$: pressão de poro do reservatório filtrada dos efeitos de maré.

4.5. Caso 3 - Carregamento com deslocamento radial

Esta análise corresponde ao acoplamento mais completo, onde assume-se que a deformação no reservatório acontece sob o plano completo de esforços. Os esforços de torção são nulos, só existindo esforços de deslocamento linear:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = 0 \quad i \neq j \quad (4.20)$$

Este enfoque é mais abrangente pois não anula os deslocamentos e as deformações radiais, este caso seria aplicável a um reservatório limitado por duas camadas de rochas pouco rígidas permitindo certo deslizamento entre os limites confinantes e o reservatório.

Aplicando (4.20) na equação de equilíbrio (4.8), tem-se:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (4.21)$$

Substituindo as expressões para σ_r e $\sigma_{\theta\theta}$ de (4.6) em (4.21):

$$2G \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda \frac{\partial e_b}{\partial r} - \alpha \frac{\partial P_p}{\partial r} = 0 \quad (4.22)$$

Integrando em r:

$$2G \int \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) dr + \lambda \int \frac{\partial e_b}{\partial r} dr - \alpha \int \frac{\partial P_p}{\partial r} dr = 0 \quad (4.23)$$

$$2G \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda e_b - \alpha P_p = F(t) \quad (4.24)$$

Onde F em geral é uma função que depende das variáveis espaciais z e θ e do tempo, porém da simetria em z e θ adotada, F neste caso é função exclusiva do tempo.

Substituindo (4.7) em (4.6), se tem:

$$2G \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda e_b - \alpha P_p = 2[(\lambda + G)e_b - \alpha P_p] - \sigma_{zz} \quad (4.25)$$

De outra parte comparando (4.24) e (4.25), verifica-se que:

$$F(t) = 2[(\lambda + G)e_b - \alpha P_p] - \sigma_{zz} \quad (4.26)$$

Logo:

$$(\lambda + G)e_b = \alpha P_p + 1/2[F(t) + \sigma_{zz}] \quad (4.27)$$

De outra parte, de (4.6):

$$\sigma_r = \sigma'_r - \alpha P_p = 2G \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \lambda e_b - \alpha P_p \quad (4.28)$$

Explicitando o termo $2G(\partial u_r/\partial r + u_r/r)$ de (4.24) e usando (4.27) se tem:

$$\frac{2G}{r} \frac{\partial}{\partial r} (u_r \cdot r) = G e_b + \frac{1}{2} [F(t) - \sigma_{zz}] \quad (4.29)$$

Substituindo (4.29) em (4.28):

$$\sigma_{rr} = F(t) - 2G.u_r / r \quad (4.30)$$

As equações (3.43), (4.27), (4.29) e (4.30), formam o sistema acoplado para o Caso 3, para as variáveis: P_p , e_b , u_r , σ_{rr} . A determinação da função solução do sistema $F(t)$, virá do estabelecimento das condições do problema.

O objetivo deste item, é estabelecer a equação governante da pressão de poro para o Caso 3. Da observação do sistema acoplado, nota-se que para obter a equação (3.43) em termos de pressão de poro e função de maré, pode-se utilizar a equação (4.27), em (3.43), não obstante a função $F(t)$ ainda é desconhecida e para sua determinação é preciso analisar o sistema acoplado completo (condições iniciais e de contorno).

Tendo em vista que no próximo item o tratamento do problema será generalizado para os três casos, deixa-se a determinação da função $F(t)$ e a solução deste caso específico para verificação no Apêndice D, onde são estabelecidas condições para um reservatório infinito, produzindo com vazão constante, considerando que a parede do poço é rígida e que a tensão radial no infinito se anula.

O Apêndice D entrega a equação a seguir em termos de pressão de poro e função de maré para este caso:

$$\frac{d^2 P_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP_p}{dr} = \frac{\mu}{\kappa} \left(\phi C_{il} - C_{bc} \alpha^2 \frac{(1-2\nu)}{3} \right) \frac{\partial P_p}{\partial t} - \frac{\mu}{\kappa} \frac{2(1+\nu)}{3(3+\gamma_{AD})} \alpha C_{bc} \frac{\partial f_M}{\partial t} \quad (4.31a)$$

Onde o novo termo γ_{AD} corresponde a uma razão adimensional de compressibilidades definida como:

$$\gamma_{AD} = \frac{(1-2\nu)(\phi C_{il} - C_{bc} \alpha^2)}{[\phi C_{il} - C_{bc} \alpha^2 (1-2\nu) / 3]} \quad (4.31b)$$

4.6. Tratamento generalizado

As equações governantes acopladas (4.16), (4.18) e (4.31), que resultaram dos três casos considerados, apresentam uma equação de difusividade somada a um termo fonte resultante do acoplamento. Os coeficientes, porém diferem, como consequência das suposições específicas para cada caso.

Os resultados anteriores apresentam uma equação governante semelhante a de outros problemas de carregamento de meios porosos, como é o caso da consolidação de solos^{[7] [32] [33] [34]}, dos fenômenos de maré barométrica^{[6] [35]} e de terra^[14]. A diferença final reside basicamente nos coeficientes que acompanham a derivada da pressão de poro com o tempo e a derivada da deformação volumétrica com o tempo ou a derivada de esforços com o tempo, segundo as variáveis escolhidas para o acoplamento.

Em termos gerais, as (4.16),(4.18) e (4.31) podem ser representadas pela seguinte equação típica:

$$\frac{d^2 P_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP_p}{dr} = \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial P_p}{\partial t} - \frac{1}{\eta_2} \frac{\partial f_M}{\partial t} \quad \text{Onde} \quad \frac{1}{\eta_1} = \frac{\phi \mu C_{s1}}{\kappa} \quad \frac{1}{\eta_2} = \frac{\phi \mu C_{s2}}{\kappa} \tag{4.32}$$

Sendo C_{s1} e C_{s2} as compressibilidades específicas para cada caso considerado segundo consta na tabela abaixo:

Tabela 4.1: Compressibilidades do sistema para os casos considerados

CASO	ϕC_{s1}	C_{s2}
1	$\left(\phi C_{fl} - \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \cdot \alpha^2 C_{bc} \right)$	$\frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \alpha C_{bc}$
2	ϕC_{fl}	$\frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \alpha C_{bc}$
3	$\left(\phi C_{fl} - \alpha^2 C_{bc} \frac{(1-2\nu)}{3} \right)$	$\frac{2(1+\nu)}{3(3+\gamma_{ad})} \alpha C_{bc}$

4.7. Modelos básicos incluindo o efeito de maré

A seguir serão analisados seis modelos básicos de fluxo em meios porosos, isto é, os casos de reservatório infinito, reservatório selado e reservatório realimentado, produzindo com pressão constante ou com vazão constante sob carregamento harmônico das flutuações da maré.

Para incluir a defasagem que existe entre a causa e o efeito do fenômeno de maré no reservatório, será introduzida a nova variável de tempo τ com origem no zero da função de maré. O tempo de transmissão do esforço desde o leito do mar até o reservatório será denominado τ_1 , e o tempo do início do escoamento no reservatório ($t=0$) será denominado τ_0 .

Com esta nomenclatura a atuação da função de maré no reservatório (Figura 4.2) é:

$$f_{M(\tau)} = \varphi \exp[i\omega(\tau - \tau_1)] = \varphi \exp[i\omega(t + \tau_0 - \tau_1)] \quad (4.33)$$

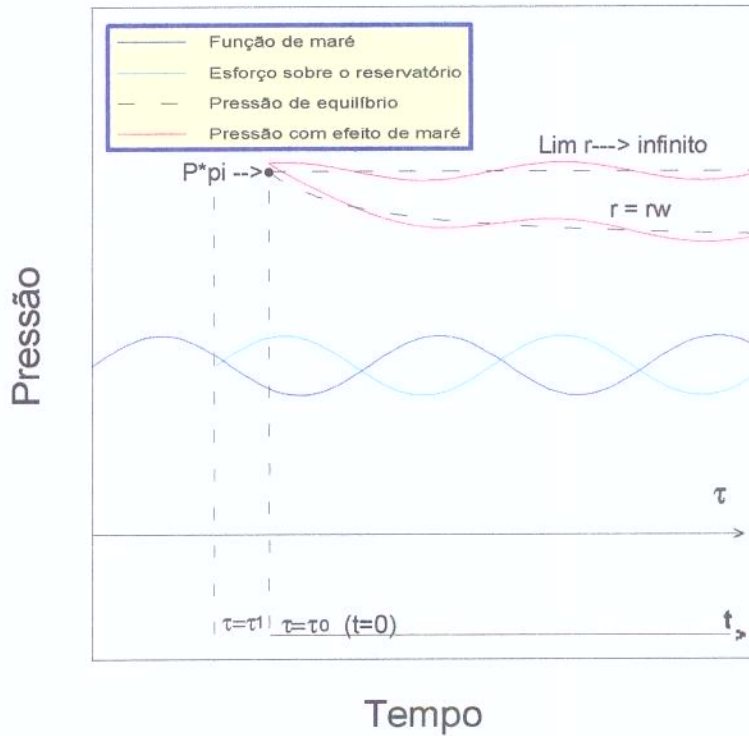


Figura 4.2: Comportamento da pressão de poro com tempo

As hipóteses de carregamento espacial uniforme e homogeneidade fazem com que o esforço normal seja distribuído uniformemente sobre a base do reservatório. Em condição sem drenagem, os esforços periódicos alternam efeitos de compressão e descompressão no fluido poroso, fazendo a pressão de poro oscilar sobre o valor da pressão de equilíbrio (P_{pi}^*). A frequência da oscilação da pressão de poro corresponderá à frequência da onda de maré, e a amplitude dependerá do fator de eficiência de maré.

A condição no início da produção (Figura 4.2) é:

$$P_p = P_{pi}^* + ET \cdot f_{M(\tau=\tau_0)} \quad \tau=\tau_0, t=0 \quad (4.34)$$

De outro lado, após da abertura do poço para produção, num ponto distante do reservatório, onde a perturbação da pressão devida ao fluxo não foi ainda sentida, o mecanismo de pressão induzida sob condições não drenadas está de novo presente. O comportamento da pressão de poro neste ponto, será semelhante ao comportamento da pressão anterior ao início da produção, isto é:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P_p = P_{pi}^* + ET \cdot f_{M(\tau)} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.35)$$

Para a situação de manutenção de pressão no limite externo, a equação (4.34) também é válida no limite finito do reservatório. Logo, a condição de contorno externa neste caso será:

$$P_{p(r=re)} = P_{pi}^* + ET \cdot f_{M(\tau)} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.36)$$

A condição de contorno externa, correspondente ao caso selado, permanece inalterada. Isto é:

$$\left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{r=re} = 0 \quad (4.37)$$

Um reservatório produzindo com vazão constante (q) corresponderá à condição de contorno interna:

$$\left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{r=rw} = \frac{qB\mu}{2\pi kh} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.38)$$

Sendo, h a altura do reservatório e B o fator volumétrico do fluido.

Impor uma pressão constante no fundo do poço é tecnicamente inviável num reservatório com variações periódicas na pressão de poro, no entanto, neste caso é razoável conseguir que a pressão no fundo do poço oscile dentro de uma pressão de referência definida.

A condição de contorno interna, com a pressão de referência definida como P_{wf}^* pode ser escrita como:

$$P_{p(rw)} = P_{wf}^* + ET \cdot f_{M(\tau)} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.39)$$

A combinação das equações (4.34 a 4.39) resulta nos seis casos básicos do fluxo num meio poroso. O item a seguir propõe o uso de uma transformação de variáveis, visando generalizar o tratamento do fenômeno.

4.8. Inclusão de uma nova variável que simplifica o problema

Com base na mesma motivação que inspirou o conceito de “esforço efetivo”, procura-se agora encontrar uma expressão que englobe numa variável única, a pressão de poro solução da equação (4.32) e a função de maré responsável pela variação na pressão de sobrecarga sobre o reservatório, para simplificar a solução do problema e generalizar o tratamento das soluções para pressão de poro, de um reservatório produzindo sob a influência do efeito de maré.

Expressando a equação (4.32) como:

$$\frac{\partial P_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_p}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{\eta_1} P_p - \frac{1}{\eta_2} f_{M(\tau)} \right] \quad (4.40)$$

A observação da equação (4.40) sugere que seja proposta a seguinte transformação:

$$P = P_p - \beta \cdot f_{M(\tau)} \quad \text{Onde: } \beta = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{C_{x2}}{C_{x1}} \quad (4.41)$$

4.8.1. Condições iniciais e de contorno.

Depois do estabelecimento da transformação (4.41), são montados os sistemas básicos, usados no estudo de fluxo de fluidos no meio poroso, agora com o efeito de maré incluso na transformação.

O Laplaciano da nova variável é:

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p - \nabla^2 f_{M(\tau)} \quad (4.42a)$$

Pelas razões argumentadas no item 4.2, f_M é função única do tempo, então:

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p \quad (4.42b)$$

A derivada temporal da variável transformada é: (4.43)

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{\partial P_p}{\partial \tau} - \beta \frac{df_{M(\tau)}}{d\tau}$$

A equação governante transformada fica:

$$\frac{\partial P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (4.44)$$

A condição inicial é:

$$P = P_{p(\tau=\tau_0)} - \beta \cdot f_{M(\tau=\tau_0)} \quad \text{ou} \quad P = P_{pi}^* + f_{M(\tau=\tau_0)} (ET - \beta) \quad (4.45)$$

A condição interna:

$$\left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{rw} = \frac{qB\mu}{2\pi kh} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0, \text{ para vazão constante no poço} \quad (4.46)$$

$$P = P_{wf}^* + (ET - \beta) f_{M(\tau)} \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0, \text{ para pressão de referência no poço} \quad (4.47)$$

A condição externa:

Para reservatório infinito:

$$P_{(r \rightarrow \infty)} = P_{p(r \rightarrow \infty)} - \beta \cdot f_{M(t)} \text{ ou } P = P_{pi}^* + f_{M(t)} (ET - \beta) \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.48)$$

Para reservatório selado:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)_{re} = 0 \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (4.49)$$

Para reservatório realimentado:

$$P_{(r=re)} = P_{p(r=re)} - \beta \cdot f_{M(\tau)} \quad P_{(r=re)} = P_{pi}^* + f_{M(\tau)} (ET - \beta) \quad t \geq 0 \quad (4.50)$$

As equações, (4.44 a 4.50) no espaço de Laplace ficam:

A equação governante:

$$\frac{d^2 \bar{P}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{P}}{dr} - w\bar{P} = -H \quad \text{onde: } w = \frac{z}{\eta_l}, \text{ e } H = \frac{P_{pi}^* + (ET - \beta) f_{M(\tau=0)}}{\eta_l} \quad (4.51)$$

A condição interna:

$$\left(r \frac{d\bar{P}}{dr} \right)_{rw} = \frac{2\pi kh}{qB\mu} \cdot \frac{1}{z} \quad \text{para vazão constante no poço} \quad (4.52)$$

$$\bar{P} = \frac{P_{wf}}{z} + (ET - \beta) \bar{f}_{M(z)} \quad \text{para pressão constante no poço} \quad (4.53)$$

A condição externa:

$$\bar{P} = \frac{P_{pi}^*}{z} + [ET - \beta] \bar{f}_{M(z)} \quad \text{para reservatório infinito} \quad (4.54)$$

$$\left(\frac{d\bar{P}}{dr} \right)_{re} = 0 \quad \text{para reservatório selado} \quad (4.55)$$

$$\bar{P}_{(r=re)} = \frac{P_{pi}^*}{z} + (ET - \beta) \quad \text{para reservatório realimentado} \quad (4.56)$$

4.8.2. Solução geral

A expressão em (4.51) corresponde a uma equação diferencial ordinária não homogênea, cuja homogênea é uma equação diferencial ordinária de Bessel modificada, logo a solução completa de (4.51) é:

$$\bar{P} = A. I_0(r, \sqrt{w}) + B. K_0(r, \sqrt{w}) + \frac{H}{w} \quad (4.57)$$

Considerando a condição de contorno externa para o caso infinito, tem-se:

$$\frac{P^*_{pi}}{z} + [ET - \beta] \bar{f}_{M(z)} = A. I_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + B. K_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + \frac{P^*_{pi}}{z} + [ET - \beta] \frac{f_{M(z=0)}}{z} \quad (4.58)$$

Para a equação (4.58) ser satisfeita, o coeficiente A deve ser necessariamente zero, pois o termo do lado esquerdo é finito. De outro lado, como $f_{M(z=0)} = 0$ e $\bar{f}_{M(z)} \neq 0$, deduz-se que:

$$ET = \beta = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{C_{x2}}{C_{x1}} \quad (4.59)$$

A partir do equacionamento do problema, encontrou-se uma expressão geral para o fator de eficiência do efeito de maré, a qual depende das hipóteses feitas sobre o comportamento dos esforços e as deformações. A tabela 4.2 mostra as expressões de eficiência de maré para as considerações de carregamento assumidas nos itens 4.3 a 4.5 (Casos 1,2,3).

Tabela 4.2: Expressões para o fator de eficiência de maré

CASO	EFICIÊNCIA DE MARÉ (ET)
1	$\frac{(1+\nu)\alpha C_{bc}}{3(1-\nu)\phi(C_r + C_{pp}) - 2(1-2\nu)\alpha^2 C_{bc}}$
2	$\frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\alpha C_{bc}}{\phi(C_r + C_{pp})}$
3	$\frac{2(1+\nu)}{(3+\gamma_{ad})} \frac{\alpha C_{bc}}{[3\phi(C_r + C_{pp}) - \alpha^2 C_{bc}(1-2\nu)]}$

A validade da expressão geral encontrada para eficiência de maré (4.59) é verificada aplicando o mesmo procedimento a tipos de carregamento cujas expressões de maré são

conhecidas. No Apêndice E é considerado o caso de um carregamento de natureza hidrostática e um caso de compressão uniaxial, considerado por Dean *et al*^[18]. Em ambos os casos se encontram as expressões de eficiência de maré correspondentes:

Para carregamento hidrostático:

$$ET = C_{bp} / \phi (C_{pp} + C_r) \quad (4.60)$$

ou em termos da nomenclatura usada por Hemala e Benalves^[16] (Tabela 2.1).

$$ET = C_e / \phi (C_p + C_n) \quad (4.61)$$

Que é a expressão para eficiência de maré, deduzida pelos autores acima referidos.

Para o carregamento uniaxial desacoplado usado por Dean *et al*^[18],

$$ET = (1 + \nu) C_{bc} / 3(1 - \nu) (\phi C_r + C_{bc}) \quad (4.62)$$

Esta ultima expressão corresponde àquela deduzida no Caso 2, desprezando a compressibilidade da matriz da rocha (como assumido por Dean *et al*^[18]), isto é, $C_r \cong 0$. Logo, da equação (3.22) temos que $\alpha = 1$ e das equações (3.12) e (3.13) $C_{bc} = \phi C_{pp}$ obtemos:

Continuando a análise dos sistemas transformados contemplados nas equações (4.44) a 4.50), verifica-se que as equações correspondem às mesmas equações de fluxo dos sistemas convencionais para um meio não deformável, com diferenças unicamente na variável dependente principal. Desta maneira se comprova a utilidade da transformação sugerida para o problema de fluxo influenciado pelo efeito de maré, concluindo das equações (4.41) que:

$$P_p = P + ET \cdot f_{M(t)} \quad (4.63)$$

Onde a solução da variável transformada P (incluindo o fenômeno de maré) apresenta o mesmo tipo de solução que apresentaria a variável P_p , considerando esforço externo constante.

Logo, a solução da variável pressão de poro num reservatório que está sendo drenado e simultaneamente afetado pelo efeito de maré, corresponde a soma de duas funções $P_1 = P$ e $P_2 = ET \cdot f_{M(t)}$, as quais obedecem a:

$$\nabla^2 P_1 = \frac{\phi \mu C_{ix}}{k} \frac{\partial P_1}{\partial \tau} \quad \nabla^2 P_2 = 0 \quad (4.64)$$

Sendo P_1 solução de uma equação de difusão clássica, porém com compressibilidade do sistema C_{ix} diferente da compressibilidade convencional C_{il} e dependente das condições assumidas, e sendo P_2 a pressão induzida pelo efeito de maré.

A natureza aditiva da solução obtida em (4.63), está de acordo com o tipo de solução geral acoplada para meios deformáveis obtido por Chen *et al*^[33], onde o caso de um reservatório produzindo sob a influência do fenômeno de maré é um caso particular.

Antes de finalizar este item cabe ressaltar as seguintes observações:

- O desacoplamento entre a pressão de poro e o efeito de maré, apresentado pela solução, é resultado da consideração da homogeneidade, da geometria simétrica do modelo e da suposição de esforços de maré uniformes ao longo do reservatório e variando somente no tempo.

- As compressibilidades envolvidas nas respostas de pressão são diferentes da compressibilidade total normalmente usada na engenharia de reservatórios, tanto por ocasião da interpretação incompleta do termo convencional, quanto pela nova condição de carregamento harmônico no tempo.

- A solução convencional e a solução para a variável transformada possuem a mesma forma, porém diferem na compressibilidade que representa o sistema. Por isso, somar a solução convencional com a função de maré multiplicada pela eficiência de maré ET, não produz a resposta correta.

4.9. Tratamento do problema na análise de testes de pressão

A seguir o problema de um reservatório produzindo sob o efeito de maré será focado conforme o tratamento dado na análise de testes de pressão. Com este propósito, são

introduzidos os conceitos de efeito de película e de estocagem e são comentados os efeitos da maré sobre eles.

4.9.1. Efeitos de película e de estocagem

O efeito de película é um conceito puramente matemático, com a finalidade de simular a situação causada pelo dano de formação na vizinhança da parede do poço devido

principalmente a: redução da permeabilidade, aumento da viscosidade do óleo e a fatores mecânicos. A queda adicional de pressão devida ao dano de formação é representada pelo fator adimensional s , definido como:

$$s = \frac{2\pi kh}{qB\mu} (P_{pw}^* - P_{pw}) = \frac{2\pi kh}{qB\mu} \Delta P_{skin} \quad (4.65)$$

Onde P_{pw}^* é a pressão ideal na vizinhança do poço e P_{pw} a pressão real da zona alterada.

O fenômeno de película é definido em regime permanente e não é afetado pelo efeito de maré. A pressão na vizinhança do poço, usando a definição (4.65) e a lei de Darcy, fica então:

$$P_{pw}(\tau) = [P_p(\tau, r)]_{r=r_w} - \Delta P_{skin} = [P(\tau, r)]_{r=r_w} - s[r (\partial P / \partial r)]_{r=r_w} \quad (4.66)$$

Entende-se como estocagem a contribuição na vazão inicial em superfície, devida à descompressão do fluido armazenado no poço acima da formação produtora. Num poço influenciado por forças de maré.

$$q_a B = \frac{dV_d}{d\tau} \quad (4.67)$$

$q_a B$: vazão adicional em superfície

dV_d : variação de volume por descompressão

Na análise convencional a queda de pressão de fundo (ΔP_{wd}) associada à produção por descompressão é definida como:

$$\Delta P_{wd} = P_{pi} - P_{pw} = \frac{qB\tau}{C_f V_w} = \frac{qB\tau}{C} \quad (4.68)$$

V_w é o volume do poço em comunicação com o reservatório e C é o coeficiente de estocagem igual a $C_f \times V_w$.

A parcela da vazão em superfície devida a descompressão é:

$$\frac{dV_d}{d\tau} = q_a B = -C \frac{dP_{pw}}{d\tau} \quad (4.69)$$

Notar que, tanto o efeito direto da maré oceânica no fluido na câmara de estocagem quanto o efeito indireto da variação da pressão de sobrecarga devida a maré, estão inclusos no termo $dP_{pw}/d\tau$,

A vazão proveniente do reservatório é determinada pela lei de Darcy:

$$q_{res} = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (4.70)$$

A vazão total na superfície será a soma da vazão adicional na superfície (4.70) com a vazão proveniente do reservatório (4.71):

$$q_B = \frac{2\pi\kappa h}{\mu} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) - C \frac{dP_{pw}}{d\tau} \quad (4.71)$$

A equação (4.71) é a expressão que representa a condição interna do problema incluindo a efeito de maré.

4.9.2. Adimensionalização de variáveis

As variáveis de tempo, distância radial, serão adimensionalizadas conservando a forma convencional, a seguir:

$$\tau_D = \frac{k\tau}{\phi\mu C_{ix} r_w^2} \quad r_D = \frac{r}{r_w} \quad (4.72)$$

A fim de adimensionalizar a condição interna (4.71), define-se estocagem adimensional e vazão adimensional devido a maré como:

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h C_{ix} r_w^2} \quad q_{MD} = \frac{(\pi r_w^2) h_o \omega}{q_B} \quad (4.73)$$

A forma usada para adimensionalizar a pressão conserva o padrão convencional, tanto para trabalhar diretamente com a pressão transformada (P) como para trabalhar com a pressão de poro (P_p), isto é:

$$P_D = \frac{2\pi kh}{q_B \mu} [P_i - P_p(\tau, r)] \quad P_{DT} = \frac{2\pi kh}{q_B \mu} [P_i - P(\tau, r)] \quad (4.74)$$

A função de maré de (4.10) pode ser adimensionalizada conservando o mesmo padrão da adimensionalização para pressão. Os termos de frequência e amplitude de onda estão relacionados com as definições de tempo e pressão adimensional de (4.72) e (4.74):

$$\omega_D = \frac{\phi\mu C_{ix} r_w^2 \omega}{k} \quad \varphi_D = \frac{\phi}{q_B \mu / 2\pi kh} \quad (4.75)$$

$$f_{MD} = \frac{2\pi kh}{q_B \mu} [f_M(\tau_0) - f_M(\tau)] = \varphi_D [\exp(i\omega_D(\tau_{D0} - \tau_{Dl})) - \exp(i\omega_D(\tau_D - \tau_{Dl}))] \quad (4.76)$$

A seguir considera-se o modelo básico de um reservatório circular infinito, com vazão constante produzindo sob o efeito de maré, considerando os efeitos de estocagem e película, utilizando a pressão de poro como variável solução.

4.9.3. Sistema adimensionalizado

A equação governante (4.32) adimensionalizada fica:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial \tau_D} - ET \frac{\partial f_{DM}(\tau_D)}{\partial \tau_D} \quad (4.77a)$$

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial \tau_D} + ET \cdot i\omega_D \varphi_D \exp[i\omega_D(\tau_D - \tau_{D1})] \quad (4.77b)$$

Com as condições internas:

$$P_{wD(\tau_D)} = P_{D(L,\tau_D)} - S \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (4.78)$$

$$C_D \frac{\partial P_{wD}}{\partial r_D} - \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (4.79)$$

A condição inicial permanece:

$$P_{D(\tau_D \rightarrow \tau_{D0})} = 0 \quad (4.81)$$

E a condição de contorno externa:

$$\lim_{\tau_D \rightarrow \infty} P_D = ET \cdot f_{D(\tau_D)} = ET \cdot \varphi_D \left\{ \exp[i\omega_D(\tau_{D0} - \tau_{D1})] - \exp[i\omega_D(\tau_D - \tau_{D1})] \right\} \quad (4.82)$$

4.9.4. Sistema no espaço de Laplace

Uma vez montado o sistema adimensionalizado, leva-se ao espaço de Laplace para sua solução.

A equação governante, fica:

$$\frac{d^2 \bar{P}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} = z\bar{P}_D - ET \cdot z \cdot \bar{f}_{MD} \quad (4.83)$$

Observar que:

$$z\bar{f}_{MD} = -i\omega_D \frac{\varphi_D [\exp(z i \omega_D \tau_{D1})]}{(z - i\omega_D)} \quad (4.84)$$

Condições internas:

$$C_D \cdot z \cdot \bar{P}_{wD} - \left(r_D \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} \right)_{r_D=1} = \frac{1}{z} \quad (4.85)$$

$$\bar{P}_{wD(z)} = \bar{P}_{D(1,z)} - S \left(r_D \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} \right)_{r_D=1} \quad (4.86)$$

Condição de contorno externa.

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} \bar{P}_{D(z)} = ET \cdot \bar{f}_{MD(r)} \quad (4.87)$$

4.9.5. Solução do sistema para reservatório infinito

A equação (4.83) é uma equação diferencial ordinária de Bessel modificada, cuja solução é:

$$\bar{P}_D = A \cdot I_0(\sqrt{z, r}) + B \cdot K_0(\sqrt{z, r}) + ET \cdot \bar{f}_{MD(z)} \quad (4.88)$$

Da substituição da condição de contorno externa (4.87) em (4.88), resulta:

$$ET \cdot \bar{f}_{MD} = A \cdot I_0(\sqrt{z, r}) + B \cdot K_0(\sqrt{z, r}) + ET \cdot \bar{f}_{MD} \quad (4.89)$$

Pela inspeção da equação (4.89), se deduz que, $A=0$. Assim, a solução geral da equação (4.83) para $\bar{P}$ é:

$$\bar{P}_D = B \cdot K_0(\sqrt{z, r}) + ET \cdot \bar{f}_{MD} \quad (4.90)$$

Substituindo a condição de contorno interna (4.86) na equação (4.85), tem-se:

$$C_D \cdot z \cdot \bar{P}_{D(1,z)} - \left[1 + S \cdot C_D \cdot z \right] \left(r_D \frac{d\bar{P}_D}{dr_D} \right)_{r_D=1} = \frac{1}{z} \quad (4.91)$$

Explicitando a constante B, após substituir a solução $\bar{P}$ de (4.88) em (4.91), obtém-se:

$$B = \frac{1/z - C_D \cdot z \cdot ET \cdot \bar{f}_{MD}}{C_D z^2 \left[K_0(\sqrt{z}) \sqrt{z} K_1(\sqrt{z}) \right] + \sqrt{z} K_1(\sqrt{z})} \quad (4.91)$$

A substituição da constante B em (4.90) resulta em:

$$\bar{P}_{D(r),z} = \frac{K_0(z, r_D) + \left[\sqrt{z} K_{1(\sqrt{z}, t)} (z \cdot S \cdot C_D + 1) \right] z \cdot ET \cdot \bar{f}_{MD}}{C_D z^2 \left[K_0(\sqrt{z}) + S \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})} \right] + z \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})}} \quad (4.92)$$

De (4.91), observa-se que a função de maré está inclusa na constante B, portanto num problema considerando efeitos de poço, a aplicação direta da transformação (4.63) na solução não é a solução exata e sim uma solução aproximada, pois durante a estocagem o termo $z \cdot C_D \cdot ET \cdot \bar{f}_{MD}$ de (4.91) pode ser eventualmente desprezado.

Substituindo (4.92) e sua derivada com $r_D=1$ em (4.86), obtém-se a solução para a pressão adimensional no poço, considerando: efeitos de película, estocagem, e pressão induzida pela maré.

$$\bar{P}_{wD(1,z)} = \frac{K_0(\sqrt{z}) + \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})} \left[S + z \cdot ET \cdot \bar{f}_{MD(z)} \right]}{C_D z^2 \left[K_0(\sqrt{z}) + S \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})} \right] + z \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})}} \quad (4.93)$$

A influência da frequência adimensional ω_D , pode ser analisada substituindo (4.84) em (4.93).

$$\bar{P}_{wD(1,z)} = \frac{K_0(\sqrt{z}) + \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})} \left\{ S - \frac{ET \varphi_D i \omega_D \exp(i z \omega_D \tau_{DI})}{(z - i \omega_D)} \right\}}{C_D z^2 \left[K_0(\sqrt{z}) + S \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})} \right] + z \sqrt{z} K_{1(\sqrt{z})}} \quad (4.94)$$

É notório que a influência do efeito de maré na solução (4.94) é proporcional à frequência adimensional ω_D . Quanto maior for ω_D , maior será a perturbação na pressão adimensional.

Da equação (4.76), verifica-se que a constante de difusão $\eta_1 = \phi \mu C_{tx} / k$ têm relação direta com a frequência adimensional (ω_D), sendo a permeabilidade (k), e a compressibilidade (C_{tx}) os termos mais sensíveis a variação e portanto os que ditam a atividade do fenômeno de maré num reservatório sendo drenado.

4.10. Inversão numérica da solução

Inverter analiticamente soluções no espaço de Laplace, como a expressa em (4.94), costuma ser uma tarefa árdua e muitas vezes desencorajante. No entanto, tem sido desenvolvidos alguns métodos numéricos a fim de facilitar a tarefa da inversão de expressões no campo de Laplace. Os profissionais de escoamento em poços tem normalmente se aproveitado deste recurso, utilizando entre outras as rotinas de Stehfest^[20], Davies e Martin^[36], Crump^[21].

Neste trabalho foram testadas as rotinas de Stehfest^[20] e Crump^[21], para a inversão numérica da solução obtida em (4.94). A rotina de Stehfest^[20] é mais comumente usada devido à ser de implementação simples e requerer pouco tempo de máquina. Por este motivo foi inicialmente utilizada na inversão da solução (4.94).

A rotina de Stehfest^[20] apresenta um parâmetro N (número par), do qual depende a eficiência do método. O valor ótimo de N é encontrado por tentativa e erro e depende da expressão que se pretende inverter. Problemas convencionais de análises de testes apresentam valores ótimos de N na faixa entre 8 e 12.

Após a implementação da rotina de Stehfest^[20], foi notado que as respostas oscilatórias de (4.94) eram rapidamente amortecidas, ao contrário das respostas reais observadas em testes influenciados pelo efeito de maré. Suspeitando da eficiência do método de inversão em expressões oscilatórias, esta rotina foi testada com as funções seno e cosseno, cuja transformadas são conhecidas.

Foram testados todos os valores possíveis para a constante, encontrando-se em $N=14$ o valor que melhor representava a resposta exata para a função cosseno. No entanto, para todos os valores testados persistia o amortecimento prematuro da resposta, mesmo utilizando passos de tempo pequenos. Verifica-se que a rotina de Stehfest^[20] não é eficiente na tarefa de inverter expressões oscilatórias do espaço de Laplace para o espaço real. A Figura (4.3) expressa claramente esta deficiência.

A seguir testou-se a rotina de Crump^[21] na inversão da solução obtida em (4.94). Este método está fundamentado em três aspectos básicos: a representação da função de tempo em séries de Fourier, a aplicação do método de integração dos trapézios na inversão da integral de Laplace e o uso do algoritmo Épsilon para a aceleração de series de convergência lenta.

A implementação deste método é mais complicada comparativamente ao método anterior, pois se faz necessário incluir subrotinas para avaliar as funções modificadas de

Bessel com argumentos complexos da constante de Laplace (z). Com tal objetivo foi incluído o algoritmo 484 da ACM¹² na rotina de Crump^[21].

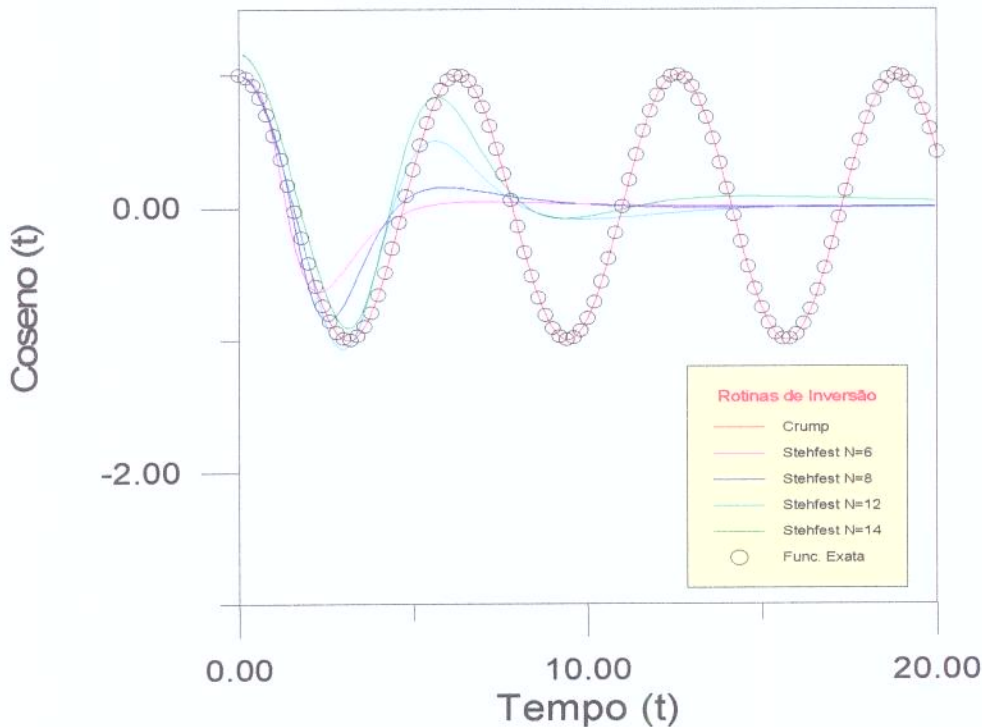


Figura 4.3: Comparação dos métodos de Stehfest e Crump na inversão de soluções oscilatórias

Usando o mesmo procedimento para verificação da eficiência do método na inversão de expressões oscilatórias, tomou-se a função coseno como função de teste, usando os mesmos lapsos utilizados na rotina de Stehfest^[20].

Os resultados entregues pela rotina de Crump^[21] reproduziram com exatidão as oscilações periódicas da pressão. A Figura 4.3 compara os resultados dos dois métodos usando a função coseno como gabarito.

Com base nos resultados anteriores, prosseguiu-se na implementação do método de Crump^[21] esperando com isto obter resultado confiável na inversão da equação(4.94), uma vez que esta solução é de natureza oscilatória, devido influência do fenômeno de maré.

A Figura 4.4 mostra, a título de exemplo, resultados de pressão adimensional (4.94) invertida com a rotina de Crump^[21], usando vários valores adimensionais de estocagem, fator de película e frequência.

¹² ACM: Association for Computing Machinery

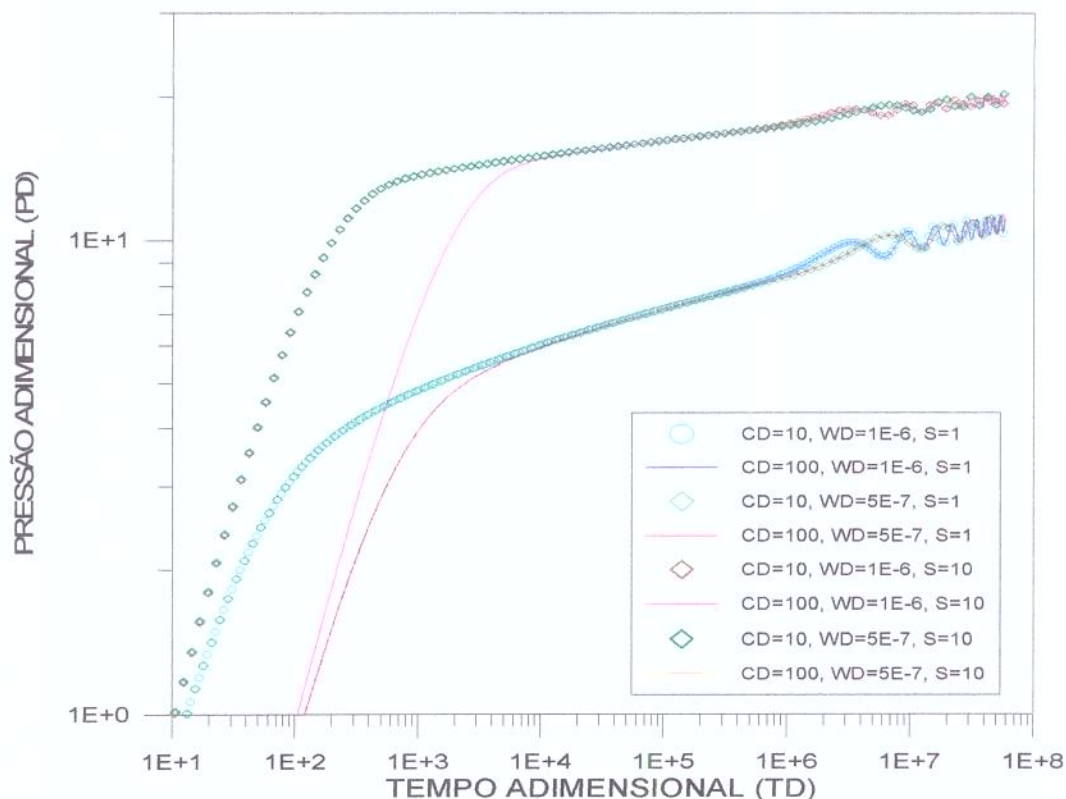


Figura 4.4: Inversão da solução de pressão adimensional com efeito de maré pelo método de Crump

Os valores usados no exemplo da Figura 4.4 para estocagem, fator de película e frequência foram derivados de combinações de valores reais típicos e portanto estão dentro de faixas adimensionais práticas.

É importante notar que a estocagem é um efeito transiente, cuja duração real varia na ordem de segundos a minutos, enquanto o período dos principais componentes da função de maré são da ordem de 12 horas, como consta na Tabela 2.1.

A diferença na magnitude do tempo de estocagem e do período da função de maré é refletida nas mesmas variáveis adimensionalizadas. Por este motivo, a influência do efeito de maré durante a estocagem é imperceptível, como é claro no exemplo da Figura 4.4.

O capítulo final deste trabalho consistirá na aplicação dos resultados obtidos e na previsão do comportamento de reservatórios influenciados pelo efeito de maré.

5. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E APLICAÇÕES

5.1. Interpretação de testes de poços

A interpretação do registro de pressão de um poço é uma das principais fontes de informação do comportamento dinâmico de um reservatório.

As técnicas de avaliação de reservatórios tem estabelecido os procedimentos de interpretação, cumprindo seqüencialmente os estágios de diagnóstico global dos regimes de fluxo, análises por curvas padrões e análises especializadas para cada tipo de fluxo observado, e finalmente a verificação dos resultados com outras fontes de informação.

A etapa de diagnóstico é fundamentada em curvas típicas adimensionais, originadas das soluções das equações de fluxo sob condições iniciais e de contorno. Por conveniência da técnica, estas curvas típicas são apresentados em formato logarítmico.

A análise por curvas típicas consiste em encontrar uma curva teórica que se ajuste o melhor possível à resposta real do reservatório, durante o teste de pressão. Este ajuste pode ser obtido graficamente pela superposição dos dados reais com a curva típica ou através de técnicas de ajustagem automática.

Os métodos atuais de análise por curvas típicas são baseados na derivada da variação da pressão com o tempo, no lugar da variação absoluta da pressão com o tempo (Figura 5.1). Esta grandeza, devido à sua maior sensibilidade face a pequenas variações de pressão, permite uma melhor interpretação do modelo associado ao comportamento do reservatório.

A utilização da etapa de diagnóstico possibilita a identificação de diversos regimes de fluxo que ocorrem sucessivamente durante o teste e permite o cálculo de parâmetros de poço e de reservatório, que poderão ser comparados com os resultados posteriores da análise especializada.

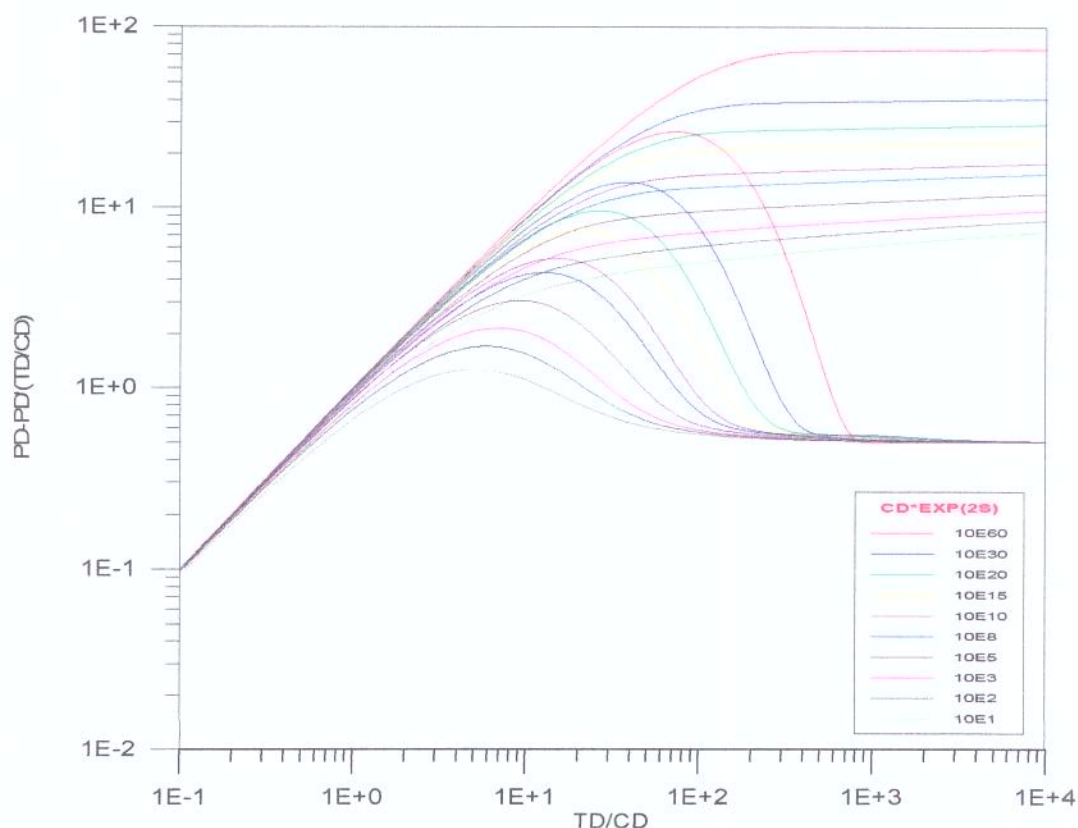


Figura 5.1: Curvas típicas do método da derivada da pressão

A etapa de análise especializada consiste basicamente na identificação de comportamentos lineares em trechos dos dados registrados. Isto é baseado no fato que os regimes de fluxo básicos (radial, linear, bilinear, esférico) se ajustam a linhas retas quando plotados em formatos específicos para cada regime.

Dos parâmetros da reta de ajuste encontrados neste estágio, são obtidos dados da transmissibilidade, característicos de cada regime identificado e a pressão de equilíbrio inicial.

Após a execução das etapas de diagnóstico e análise especializada, é verificada a veracidade dos resultados obtidos fazendo uma comparação dos resultados das duas etapas com resultados de testes anteriores e dados de geologia disponíveis para o reservatório em estudo.

5.2. Curvas típicas incluindo o efeito de maré

Existem vários métodos propostos para a análise de testes de pressão como os métodos de Bourdet *et al*^[11], Blasingame *et al*^[23] e Onur *et al*^[27]. Ainda que os dois últimos métodos

sejam mais recentes, o método de curvas típicas de Bourdet *et al*^[1] é o de maior uso na avaliação de reservatórios.

As curvas típicas geradas por Bourdet *et al*^[1], são normalizadas em relação à estocagem adimensional (C_D), e plotadas em termos de P_D contra t_D/C_D e a derivada logarítmica da pressão $P_D'(t_D/C_D)$ contra t_D/C_D e identificadas através do grupo $C_D \cdot \exp(2s)$, para incluir o efeito de película (Figura 5.1).

A consideração do efeito de maré na modelagem do problema proposto no Capítulo 4, gera o aparecimento de novas variáveis adimensionais da frequência (ω_D), amplitude (ρ_D), e defasagem (τ_{D1}) na solução do problema, acarretando com isto a inclusão destas variáveis nas curvas típicas em questão.

As novas variáveis da frequência e da amplitude adimensional são dependentes dos parâmetros do reservatório e das características da função de maré, principalmente da permeabilidade do reservatório, que pode variar em até três ciclos logarítmicos.

A frequência adimensional está relacionada com o tempo adimensional por:

$$\omega_D = \omega \frac{t}{t_D} \quad (5.1)$$

Esta dependência faz com que o ajuste de dados reais com as curvas típicas incluindo efeito de maré seja único e simultâneo, reduzindo por tanto o grau de incerteza do ajuste.

Visando honrar o método convencional, as novas variáveis adimensionais ω_D , ρ_D , e τ_{D1} são incluídas no formato das curvas típicas de Bourdet^[1] conforme as Figuras 5.2 e 5.3, visto que gerar curvas normalizadas *simultaneamente* incluindo estocagem adimensional e as variáveis ω_D , ρ_D , e τ_{D1} torna-se impraticável, pelo número de graus de liberdade envolvidos.

A característica crescente das oscilações da pressão na curva da derivada deve-se ao fato de estar plotando-se a derivada logarítmica da pressão $d(P_D)/d(t_D/C_D) = P_D'(t_D/C_D)$. Neste formato, a derivada logarítmica em curvas sem efeito de maré é constante (0,5) para tempos longos, porém a inclusão da função de maré implica em multiplicar a derivada daquela função pelo tempo adimensional crescente, criando a forma ascendente da curva.

O anterior é facilmente entendido, usando a solução aproximada de um modelo infinito com efeito de maré para tempos longos, conforme a Equação (5.2).

$$P_D = 0,5 \left[\ln \left(\frac{t_D}{C_D} \right) + 0,80907 + \ln [C_D \exp(2s)] \right] + ET \cdot f_{MD}(t_D) \quad (5.2)$$

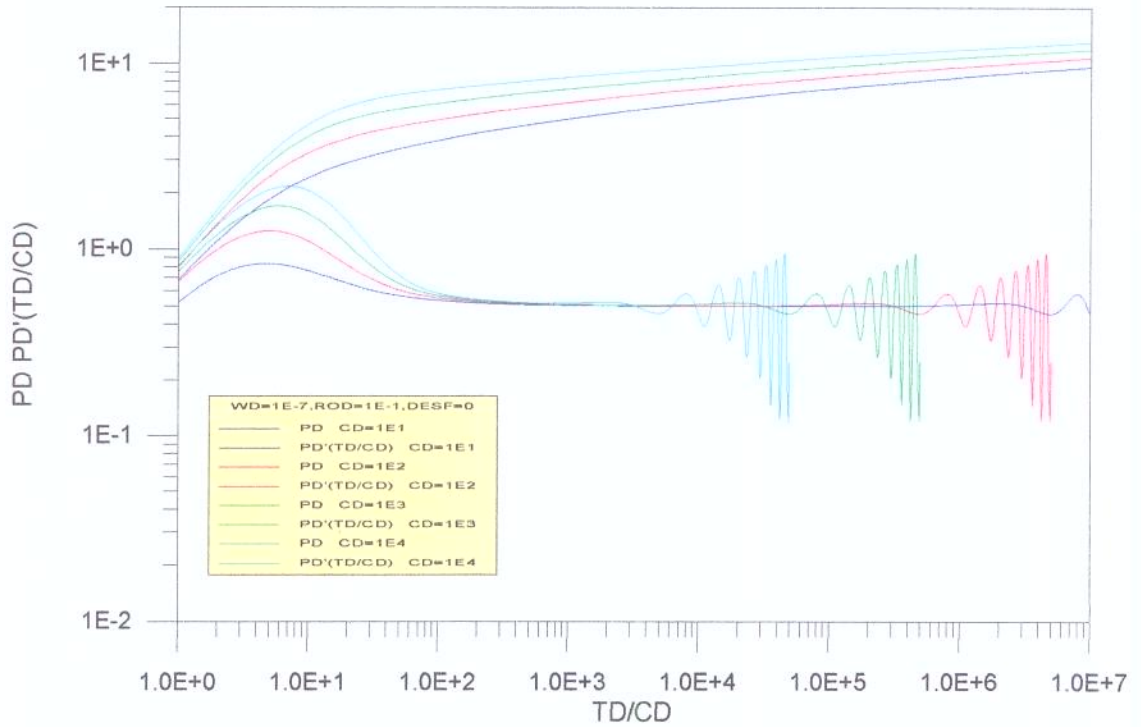


Figura 5.2: Curvas típicas incluindo efeito de maré para um grupo ω_D, φ_D , e τ_{D1}

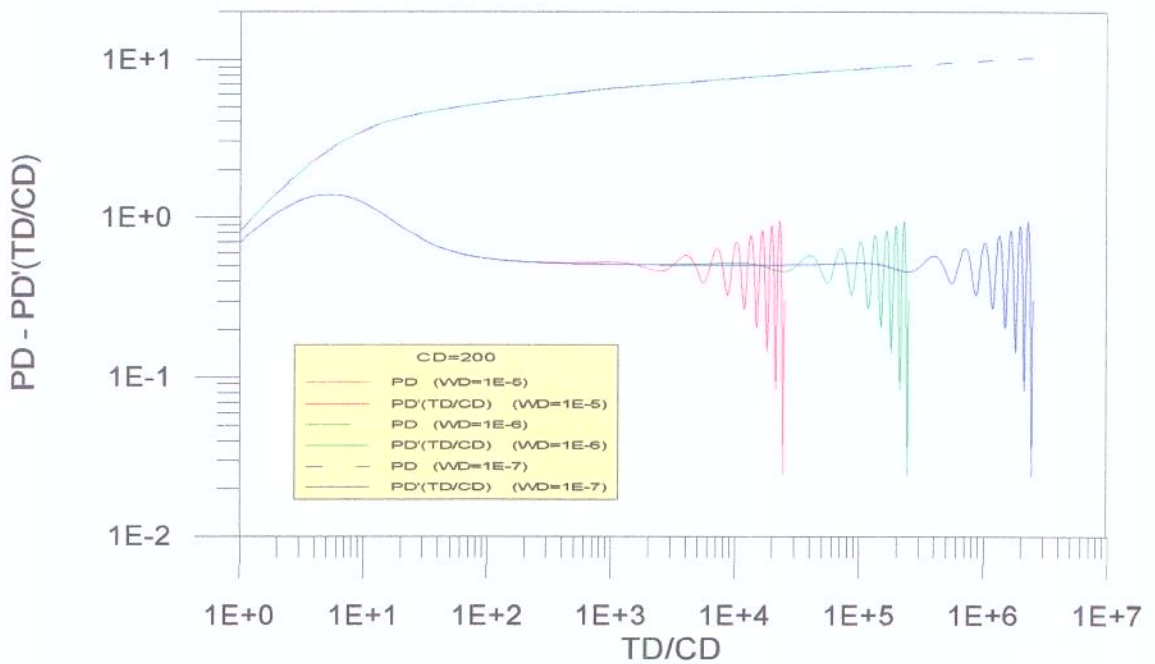


Figura 5.3: Curvas típicas com efeito de maré variando ω_D

A derivada logarítmica de (5.2) é:

$$\left[\frac{t_D}{C_D} \right] \frac{dP_D}{d \left[\frac{t_D}{C_D} \right]} = 0,5 + t_D \cdot \frac{df_{MD}}{dt_D} = 0,5 - t_D ET \varphi_D i \omega_D \exp \left[i \omega_D (t_D + \tau_{D0} - \tau_{D1}) \right] \quad (5.3)$$

Esta forma ascendente da derivada dificulta a análise, sobretudo em testes cuja duração possibilita o aparecimento de vários ciclos de maré. Isto é verificado com exemplos de testes longos na parte final deste item.

Com o propósito de verificar o acordo entre a solução teórica do Capítulo 4 e o comportamento real de um reservatório sob o efeito de maré, serão utilizados os registros de pressão do Teste A, reportados no trabalho de Clark e Van Golf-Racht^[22] o qual é claramente afetado pelo fenômeno de maré e que doravante será denominado Exemplo A.

A metodologia de análises seguirá o método convencional comentado no item anterior.

5.3. Análise do teste A incluindo efeito de maré

O Exemplo A foi escolhido em razão de que o comportamento do reservatório testado foi considerado como de reservatório infinito^[22], sendo este um modelo de fácil implementação para a inclusão do efeito de maré.

Existe porém o inconveniente do desconhecimento dos dados relativos à maré no momento do teste, pelo que se faz necessário estimar uma função de maré teórica com amplitude de maré dentro de padrões para o local onde o teste foi efetuado (Mar do Norte).

A duração do teste no Exemplo A (um ciclo e meio de maré), permite que a consideração teórica de uma função de maré simples (componente único M_2) não comprometa a validação *qualitativa* que se pretende efetuar, dado que a complexidade da função de maré não tem impacto nas *primeiras* oscilações da curva típica, como ilustrado nas curvas típicas da Figura 5.4 .

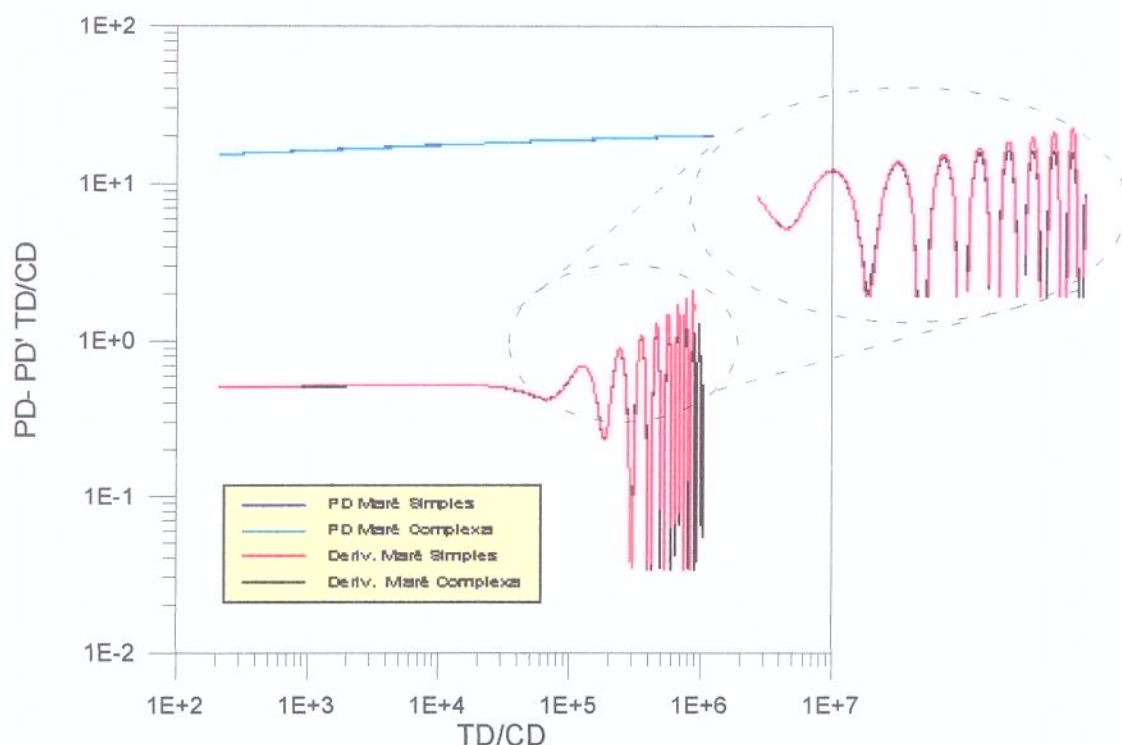


Figura 5.4: Comparação de curva típica com função de maré simples e com função de maré complexa

5.3.1. Dados do teste do Exemplo A

Os parâmetros conhecidos do reservatório são mostrados na Tabela 5.1. As seqüências dos períodos de fluxo e estática estão reportados na Tabela 5.2.

As curvas típicas são deduzidas de equações de fluxo para condições de vazão constante no poço. No entanto as vazões de produção geralmente são bastante instáveis para analisar os dados nestes períodos. Consequentemente, a análise do comportamento do reservatório se concentra nos períodos de estática, onde a vazão na superfície está bem definida, isto é, com vazão zero.

Para que a análise convencional seja aplicável a períodos de estática, os dados de pressão devem ser adequados de maneira que incluam a influência dos períodos de fluxo anteriores ao fechamento do poço. Para isto se faz necessária a inclusão dos conceitos de tempo equivalente e de superposição de vazões, amplamente conhecidos no âmbito da análise de testes.

Tabela 5.1: Parâmetros do reservatório do Exemplo A

PARÂMETRO	SÍMBOLO	SISTEMA INTERNACIONAL	UNIDADES DE CAMPO
Fator Volumétrico	B	$1,49(\text{m}^3_{\text{res}}/\text{m}^3_{\text{sup}})$	1,49 (bbl/Stb)
Viscosidade	μ	4,45E-3(Pa.s)	0,445 (cp)
Saturação de água	S_w	0,18 (%)	0,18 (%)
Compressibilidade total ¹³	C_{tx}	2,390E-3 (MPa ⁻¹)	16.8E-6 (psi ⁻¹)
Porosidade	ϕ	0,23 (%)	0,23 (%)
Raio do poço	r_w	0,155 (m)	0,51 (pés)
Espessura da formação	h	10,058 (m)	33 (pés)

Tabela 5.2: Períodos do teste de pressão do Exemplo A

PERÍODO	DURAÇÃO (hr)	VAZÃO (bbl/d))
1º Fluxo	0,067	4320
1º Estática	1,000	0
2º Fluxo	0,333	5000
2ºFluxo	11,667	3000
2º Estática	18,383	0

¹³ Assumida como representativa do sistema para o carregamento periodico da função de maré (uniaxial).

Como validação do modelo de reservatório infinito com efeitos de maré, serão usados os dados de pressão da segunda estática conforme reportados por Clark e Van Golf-Racht^[22], os quais constam na Tabela 5.3.

Os valores da derivada logarítmica dos dados da Tabela 5.3 foram calculados considerando a função superposição, a fim de restituir a forma linear da pressão no fluxo radial e a assíntota horizontal característica deste fluxo na curva da derivada logarítmica no gráfico de diagnóstico.

Os dados então são plotados em coordenadas logarítmicas na Figura 5.5, usando como ordenada o intervalo de tempo e como abcissa tanto a variação de pressão como a derivada logarítmica desta variação, já considerando o efeito das vazões dos períodos antecedentes.

Tabela 5.3: Dados da segunda estática do exemplo A

DELTA DE TEMPO (hr)	DELTA DE PRESSÃO (psi)	DELTA DE TEMPO (hr)	DELTA DE PRESSÃO (psi)
8,33328E-04	4,52	7,62444E+00	47,96
2,22222E-03	13,23	8,33556E+00	48,01
3,61110E-03	17,72	9,04667E+00	48,05
5,00000E-03	26,69	9,75778E+00	48,13
6,38889E-03	37,73	1,04689E+01	48,19
7,77780E-03	38,71	1,11800E+01	48,24
1,33333E-02	39,95	1,18911E+01	48,30
2,44444E-02	40,92	1,26022E+01	48,36
6,88889E-02	42,30	1,33133E+01	48,42
1,57778E-01	43,36	1,40244E+01	48,44
5,13333E-01	44,93	1,43786E+01	48,45
1,22444E+00	46,12	1,44244E+01	48,48
1,93556E+00	46,70	1,44717E+01	48,48
2,64667E+00	47,06	1,45606E+01	48,46
3,35778E+00	47,31	1,45717E+01	48,48
4,06889E+00	47,51	1,52925E+01	48,47
4,78000E+00	47,64	1,60036E+01	48,49
5,49111E+00	47,75	1,74253E+01	48,48
6,20222E+00	47,80	1,83369E+01	48,48
6,91333E+00	47,88		

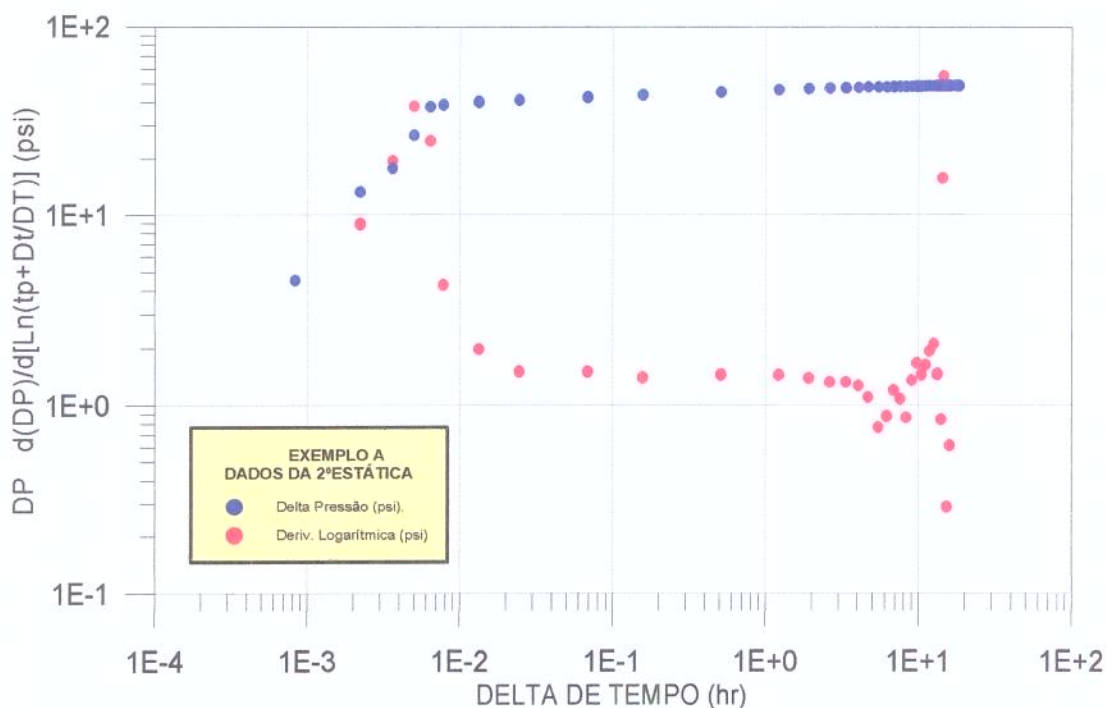


Figura 5.5: Gráfico de diagnóstico do Exemplo A

Um dos principais problemas inerentes à análise baseada na variação da derivada da pressão com o tempo é que esta grandeza não pode ser diretamente medida e deve ser extraída de medidas discretas da evolução da pressão. Neste processo, ruídos indesejáveis que podem comprometer a análise costumam ser observados.

A fim de preservar a resposta do reservatório e suprimir ruídos espúrios, tem sido propostos alguns algoritmos para obtenção da derivada de dados discretizados, porém a aplicação indevida destes algoritmos nos dados de pressão pode resultar na filtração de respostas do reservatório.

Na figura 5.5, o grupo da derivada da pressão do Teste A é calculado sem nenhum algoritmo de filtração e, pelas razões acima comentadas, trazem inerentes alguns ruídos indesejáveis que precisam ser filtrados criteriosamente. Com este propósito, os dados de pressão do Exemplo A são tratados pelo algoritmo descrito por Bourdet *et al*^[1], o qual é basicamente uma média ponderada das inclinações que precedem e antecedem um ponto específico.

A Figura 5.6 é a representação gráfica de como este algoritmo funciona, o parâmetro de suavização L faz as vezes de uma janela de atenuação das perturbações.

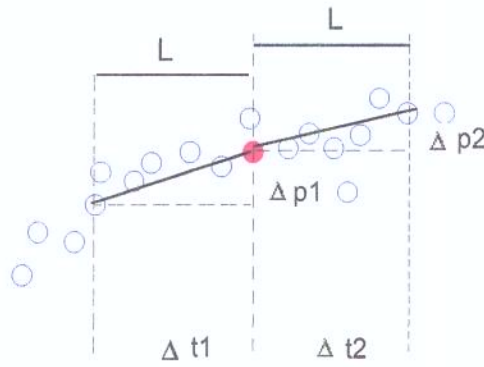


Figura 5.6: Algoritmo para suavizar a derivada

A expressão matemática para o algoritmo de suavização referido é:

$$\Delta P' = \frac{\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t_1} \Delta t_2 + \frac{\Delta P_2}{\Delta t_2} \Delta t_1 \right)}{(\Delta t_1 + \Delta t_2)} \quad (5.4)$$

Na escolha do valor de L deve-se procurar o menor valor que forneça uma curva da derivada logarítmica satisfatória. As técnicas de análise convencional recomendam valores limites de 0,5, porém dependendo do caso a aplicação de valores acima de $L > 0,3$ pode significar a descaracterização da resposta do teste.

A aplicação de valores de $L = 0,1$ e $L = 0,13$ nos dados do Exemplo A (Figura 5.7), ressaltam um comportamento tipicamente senoidal nos tempos finais do teste, atribuído aos efeitos de maré oceânica sobre o reservatório.

Neste exemplo particular, a aplicação de valores acima de $L = 0,3$ elimina a forma senoidal, descaracterizando as flutuações de maré na resposta da pressão do reservatório. Considera-se que o valor de $L = 0,1$ cumpre com a função de filtrar as perturbações de pressão diferentes das induzidas pelo efeito de maré, e portanto esta resposta será considerada como típica do reservatório testado.

Na sequência, procura-se encontrar a curva teórica (derivada da solução obtida em 4.10) que melhor se ajusta à resposta real da curva da Figura 5.7. Para isto é necessário gerar curvas teóricas usando o formato padrão incluindo o efeito de maré, tendo como ordenada o grupo tempo adimensional/estocagem adimensional (t_D/C_D) e como abcissa a pressão adimensional (P_D) e o grupo derivada logarítmica da pressão e ($P_D'(t_D/C_D)$), como foi mostrado nas Figuras 5.2 e 5.3.

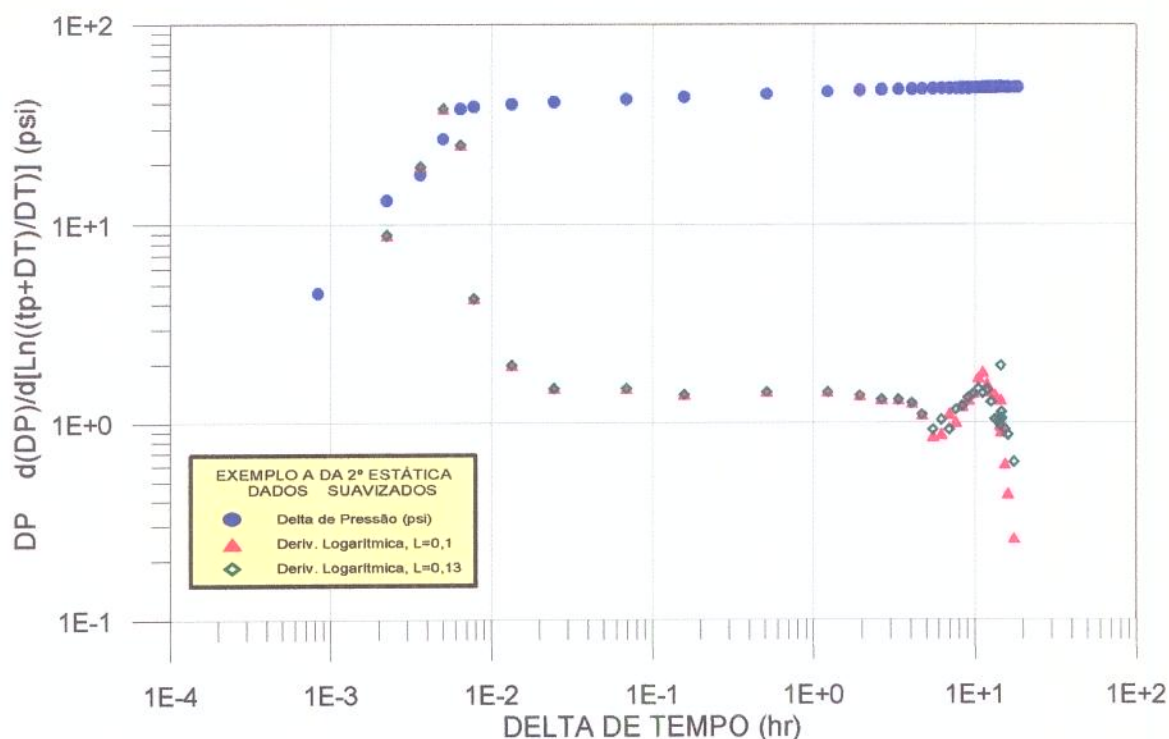


Figura 5.7: Gráfico de diagnóstico do Exemplo A, suavizado na derivada.

A partir dos parâmetros do reservatório do Exemplo A, são calculadas frequências adimensionais limites variando em função da permeabilidade usando a equação (4.76), o mesmo é feito com a amplitude adimensional definida na equação (4.96) a qual é função de parâmetros do reservatório, da vazão de produção e da amplitude da onda de maré.

O comportamento da maré durante o teste não é fornecido por Clark e Van Golf-Racht^[22], por esta razão este dado deve ser assumido. Baseando em dados publicados para o local do teste^[24], estimou-se a função de maré de um componente dominante M_2 com amplitude média de maré de 2 m, e frequência (ω) igual a $0,5058 \text{ s}^{-1}$.

Neste exemplo, o ajuste entre a curva real (Figura 5.7) e as curvas teóricas mostradas nas Figuras 5.2 e 5.3, foi efetuado manualmente pelo método de superposição gráfica. O resultado final do ajuste mostrado na Figura 5.8 é efetuado com os pares de grupos relacionados na Tabela 5.4.

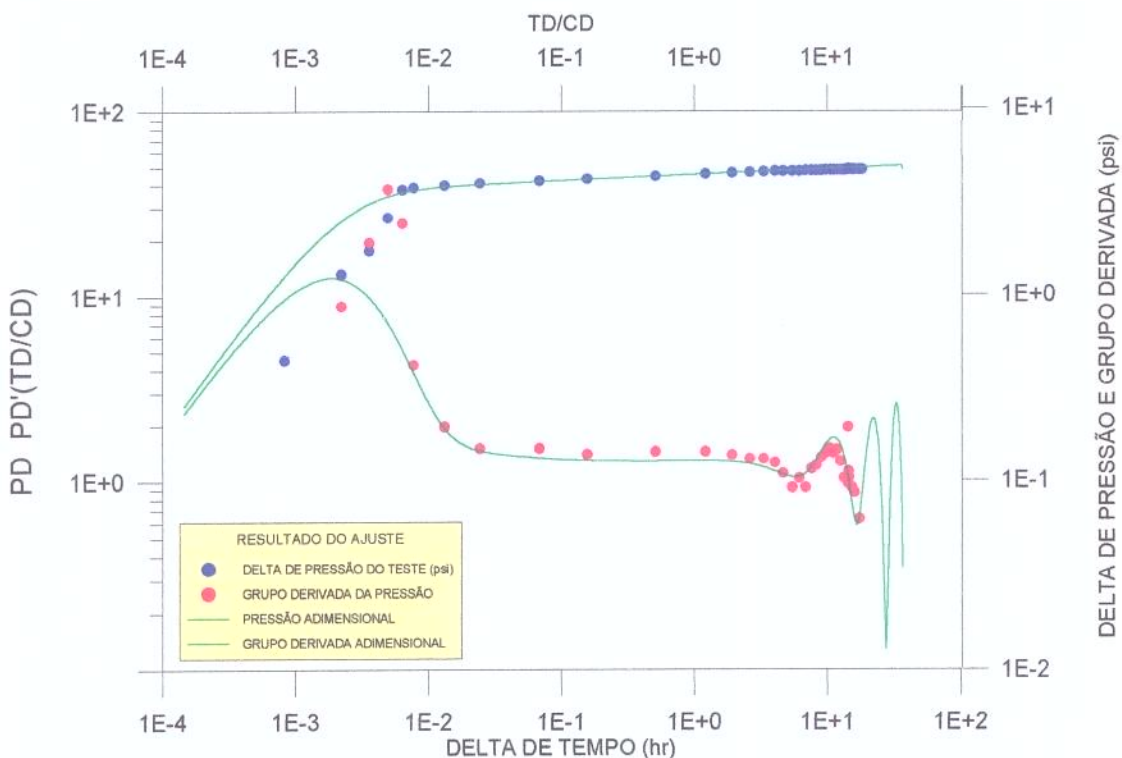


Figura 5.8: Ajuste do Exemplo A com as curvas teóricas incluindo o efeito de maré

Tabela 5.4: Resultados do ajuste do Exemplo A incluindo o efeito de maré

GRANDEZA REAL	GRANDEZA ADIMENSIONAL	RAZÃO (ADM/REAL)
ΔP_p	P_D	0,366
φ	φ_D	6,022-2
Δt	t_D/C_D	1,0E4 (hr)
ω	ω_D	1,8E6
C	C_D	2,7E4

Os valores do ajuste concordam com os obtidos por Clark e Van Golf-Racht^[22], observando que o uso das curvas típicas incluindo o efeito de maré apresenta duas vantagens principais: a primeira é que não é necessário aplicar altos fatores de suavização que

dependendo do caso podem remover características do reservatório, e a segunda é que a inclusão do efeito de maré aumenta a veracidade do ajuste, pois diminui o grau de liberdade.

5.4. Aspectos importantes na análises de testes afetados pelo efeito de maré

O aparecimento do efeito de maré em reservatórios complexos, especialmente durante a etapa de diagnóstico, pode facilmente induzir a erros de interpretação ou simplesmente impossibilitar o diagnóstico, como no caso dos testes efetuados pela Petróleo Brasileiro Petrobrás em reservatórios “offshore”, os quais serão referidos no final deste item.

Com o objetivo de propor roteiros que auxiliem no tratamento dos testes que apresentam efeito de maré, é simulado a seguir um teste baseado no Exemplo A. Esta simulação é usada para explicar o comportamento confuso observado em curvas de diagnóstico de média e de longa duração e são propostas técnicas de tratamento para aplicar na análise de testes sujeitos ao efeito de maré.

5.4.1. Exemplo B - Caso simulado

O modelo simulado no Exemplo B corresponde à solução para reservatório homogêneo e infinito. Os parâmetros de reservatório serão os mesmos fornecidos na Tabela 5.1. Adicionalmente são fornecidos os seguintes parâmetros:

- Compressibilidade do óleo $C_o=16.25E-6 \text{ (psi)}^{-1} \text{ (2,3496E-9 (Pa)}^{-1})$
- Compressibilidade da água $C_w=3.5E-6 \text{ (psi)}^{-1} \text{ (5,0763E-10 (Pa)}^{-1})$
- Coeficiente poroelástico $\alpha_b=1 \text{ (} C_o, C_w \gg C_r \text{)}$
- Coeficiente de Poisson $\nu=0.2$

Considerando neste exemplo que o carregamento pode ser aproximado ao tipo uniaxial, sob as hipóteses do Caso 1 (item 4.3) aplica-se a equação (4.59) e a expressão de eficiência de maré correspondente da Tabela 4.1, obtendo-se o fator $ET=0,169$.

Até o segundo fluxo, o projeto do Teste B corresponde aos períodos da Tabela 5.2. A segunda estática, porém, foi simulada com uma duração de 340 horas a fim de verificar a resposta de testes de longa duração quando influenciados pelo efeito de maré.

Os dados simulados foram tratados conforme é devido no período de estática, isto é, considerando efeitos de fluxos anteriores.

A função de maré considerada corresponde a uma onda contendo seis dos principais componentes harmônicos comentados no Capítulo 1, cada um apresentando características próprias. Os dados da função de maré simulada da Tabela 5.5 são apresentados em forma gráfica na Figura 5.9.

Tabela 5.5: Função de maré simulada

COMPONENTE	PERÍODO (hr)	FREQÜÊNCIA (rad/hr)	DEFASAGEM (°)	AMPLITUDE (pés)
M ₂	12,422	0,50579	50	1,0
S ₂	12,00	0,52359	234	3,0
N ₂	12,658	0,49637	50	1,0
K ₁	23,375	0,26251	100	0,5
O ₁	25,819	0,243351	130	0,5
M _m	661,767	0,009491	20	0,5

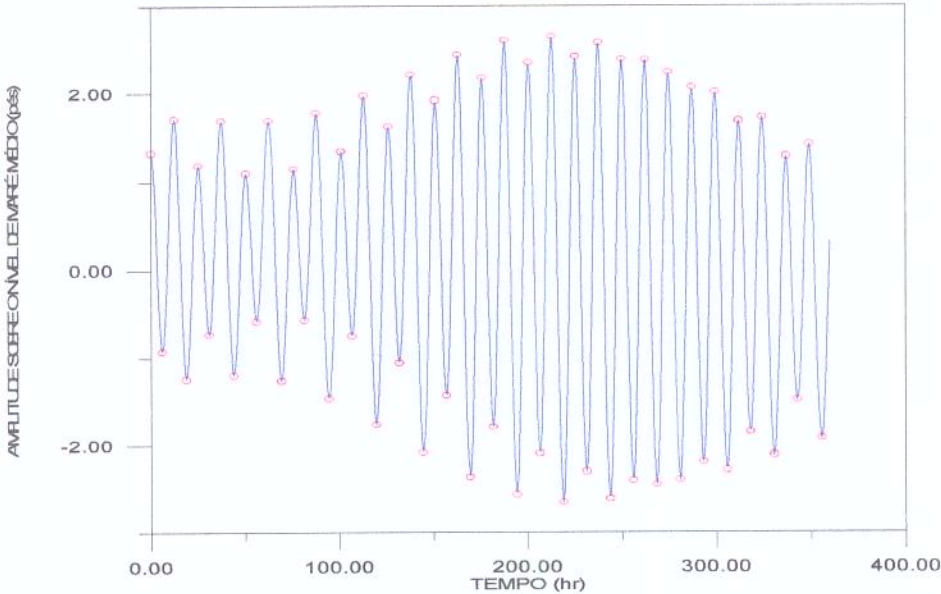


Figura 5.9: Função de maré simulada

O gráfico de diagnóstico do teste simulado é apresentado na Figura 5.10. Observa-se que a prática de suavizar a derivada é desnecessária neste exemplo por se tratar de dados simulados (sem ruídos externos). De ora em diante, a fim de verificar posteriormente a técnica de filtração do efeito de maré, será utilizado o programa de análises de testes *Pansystem* nos resultados do Exemplo B.

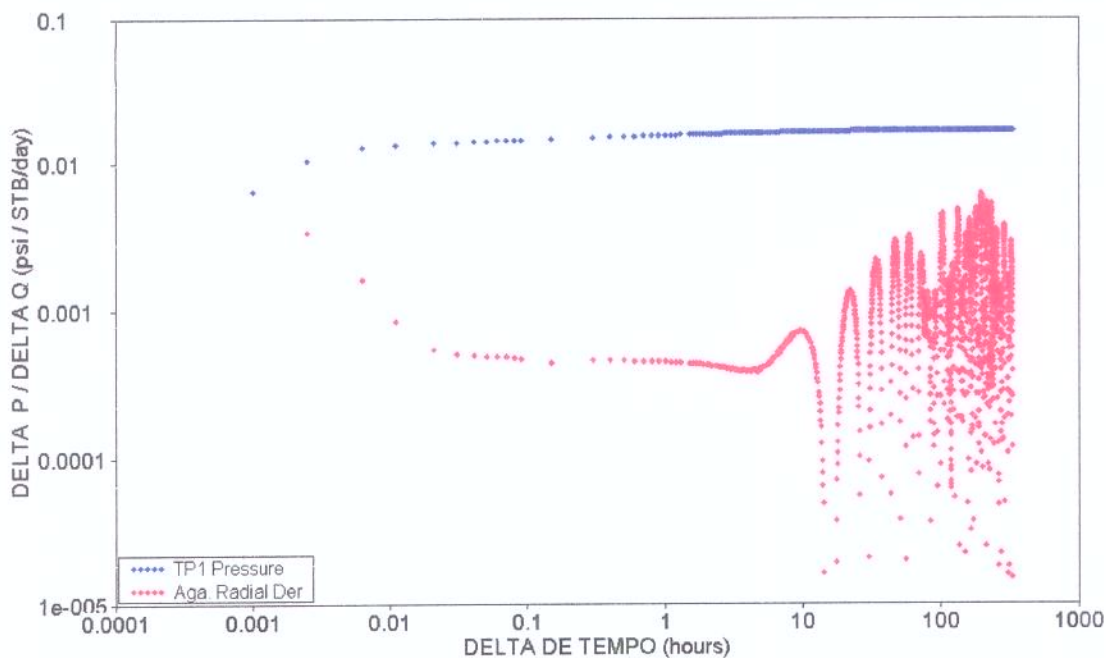


Figura 5.10: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B

5.4.1.1.A prática da filtração do efeito de maré

Na análise convencional as flutuações de pressão devidas à maré são consideradas como perturbações indesejáveis a serem removidas da resposta do teste. Dentro desta linha de pensamento, os programas especializados de análises de testes incorporam a opção de filtração do efeito de maré. Esta técnica será usada no Exemplo B para mostrar as dificuldades do método e as desvantagens da sua aplicação na fase de diagnóstico.

A técnica de filtração consiste na superposição da pressão do teste com a onda de maré. As duas curvas superpostas são então colocadas em fase, na sequência é aplicado por tentativa e erro um fator de eficiência de maré na curva de pressão, isto, até que as ondulações da pressão induzida pela maré sejam minimizadas satisfatoriamente.

Neste exemplo o fator de eficiência de maré que obteve o melhor resultado (tentativa e erro) foi $ET=0,16994$, o erro relativo entre a eficiência de maré encontrada usando o recurso de filtração do *Pansystem* e a eficiência derivada da tabela 4.1, é de 0,55 %. Contudo, os dados que resultam da filtração não conseguem atenuar as flutuações na curva da derivada (Figura 5.11) que tem maior grau de sensibilidade que a curva de pressão sobre a qual se faz a filtração.

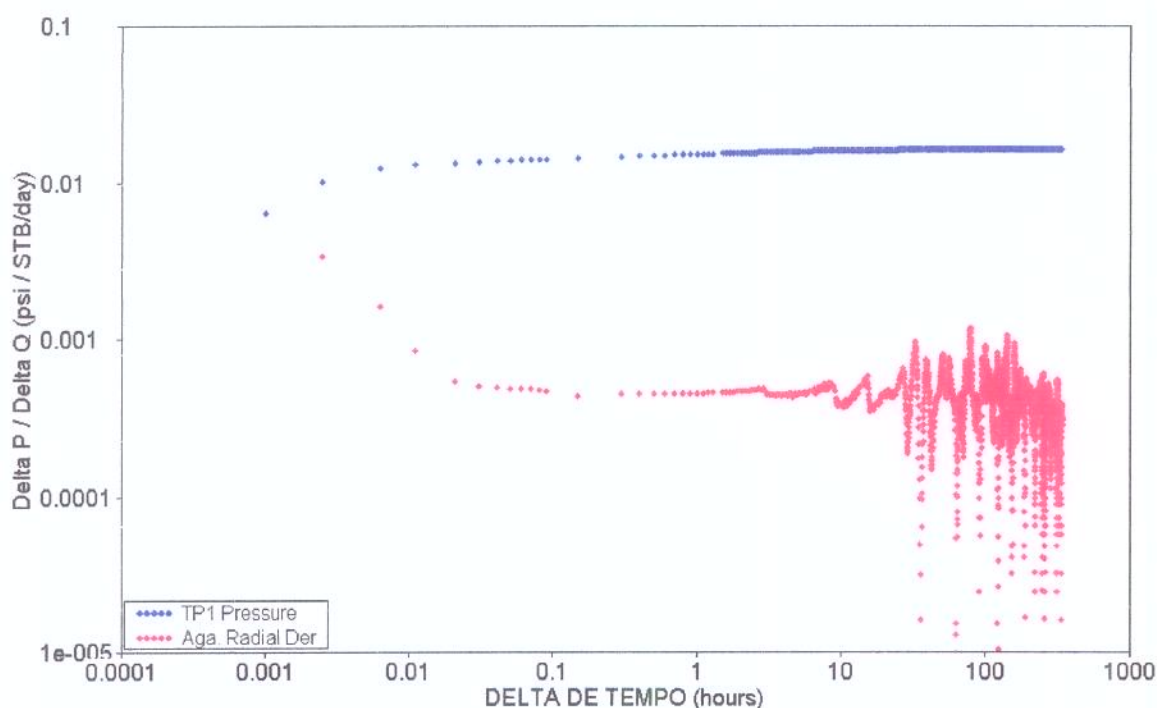


Figura 5.11: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B com filtro de maré

Em casos reais a tarefa de filtração é ainda mais difícil de ser atingida com sucesso, devido ao agravante que na maioria das vezes a curva de maré usada é uma previsão baseada em tabelas de maré e não representa exatamente a onda de maré no momento do teste.

Do exposto, verifica-se que aplicar filtros de maré em testes de pressão resulta numa prática dispendiosa e ineficiente no objetivo de atenuar as flutuações devidas a maré.

Diante da ineficiência no uso de filtros de maré, encontrou-se que o uso do método da função integral proposto por Blasingame *et al*^[23] e otimizado por Onur *et al*^[27], apresenta visíveis vantagens, na pretensão de atenuar o efeito de maré sem comprometer a análise do teste.

5.4.1.2. Aplicação da função integral em testes com efeito de maré

A função integral da pressão e a função integral da derivada da pressão são definidas como:

$$\frac{I(P_D)}{t_D} = \frac{1}{t_D} \int_0^{t_D} P_D(\tau) d\tau \quad (5.5)$$

$$\frac{I(P'_D)}{t_D} = \frac{1}{t_D} \int_0^{t_D} P'_D(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

As equações (5.5) e (5.6) não são mais do que médias sobre o intervalo $[0, t_D]$. Isto faz com que as funções integrais possuam a mesma natureza das funções P_D e $P'_D(t_D/C_D)$, apresentando comportamentos similares na curvatura do gráfico de diagnóstico.

As funções reais equivalentes com as expressões adimensionais definidas são :

$$\frac{I(\Delta P_p)}{t} = \frac{1}{t} \int_0^t \Delta P(\tau) d\tau \quad (5.7)$$

$$\frac{I(\Delta P'_p)}{t} = \frac{1}{t} \int_0^t \Delta P'_p(\tau) d\tau \quad (5.8)$$

Para compatibilizar a aplicação do método em dados de crescimento de pressão (período de estática), as expressões (5.7) e (5.8) são obtidas em relação ao tempo equivalente, isto é, considerando efeitos dos fluxos anteriores.

A avaliação da integral nos dados do Exemplo B foi realizada usando-se a regra do trapézio para integração numérica. O resultado da aplicação do método é apresentado na Figura 5.12.

É evidente a melhora apresentada no gráfico de diagnóstico usando a função integral. A curva da derivada da pressão nos tempos finais apresenta-se constante, refletindo claramente o comportamento típico de reservatório infinito.

Pela natureza cumulativa da função integral, nos tempos finais onde o efeito de maré é percebido, os formatos típicos das curvas se equivalem com os formatos derivados do método de Bourdet^[1], de maneira que os padrões de fluxo podem ser inferidos diretamente.

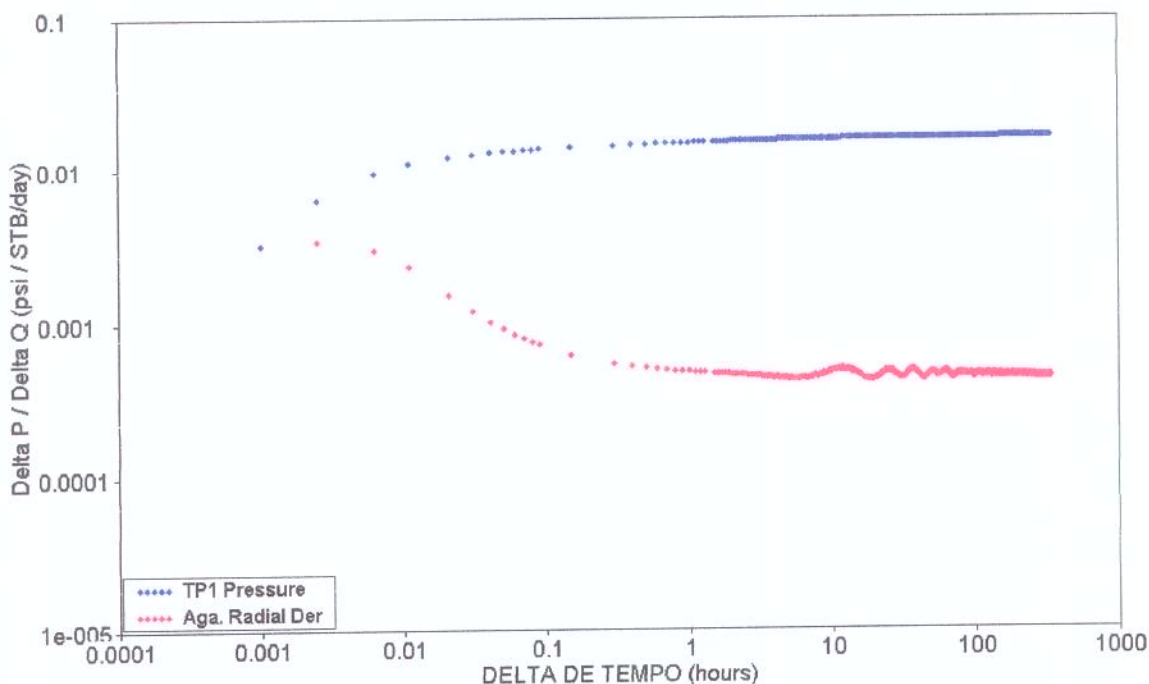


Figura 5.12: Gráfico de diagnóstico do Exemplo B com a função integral

5.4.2.Exemplo C

Para verificar a capacidade do método, será aplicado a um teste efetuado pela Petróleo Brasileira Petrobrás¹⁴, num campo “offshore”, o qual será denominado Exemplo C.

Os dados do Exemplo C correspondem a um teste de avaliação que registrou na segunda estática dados de crescimento de pressão durante 450 horas. O teste foi grandemente influenciado pelo efeito de maré, e pelo período de registro, se apresenta como uma fonte valiosíssima para o estudo do fenômeno.

O Exemplo C confirma as dificuldades reais de interpretação^[38] em testes de pressão afetados pelo fenômeno de maré.

O mesmo procedimento usado no Exemplo B (simulado) é aplicado à segunda estática do Exemplo C. Inicialmente é construído o gráfico de diagnóstico sem filtro de maré (Figura 5.13). Na sequência, os dados são tratados pelo filtro de maré (Figura 5.14) e finalmente é usada a função integral (Figura 5.15). Para efeitos comparativos, o fator de suavização da derivada aplicado nos três casos é igual a 0,005 ($L=0,005$).

¹⁴ Divulgado com autorização da Petróleo Brasileiro, Petrobrás

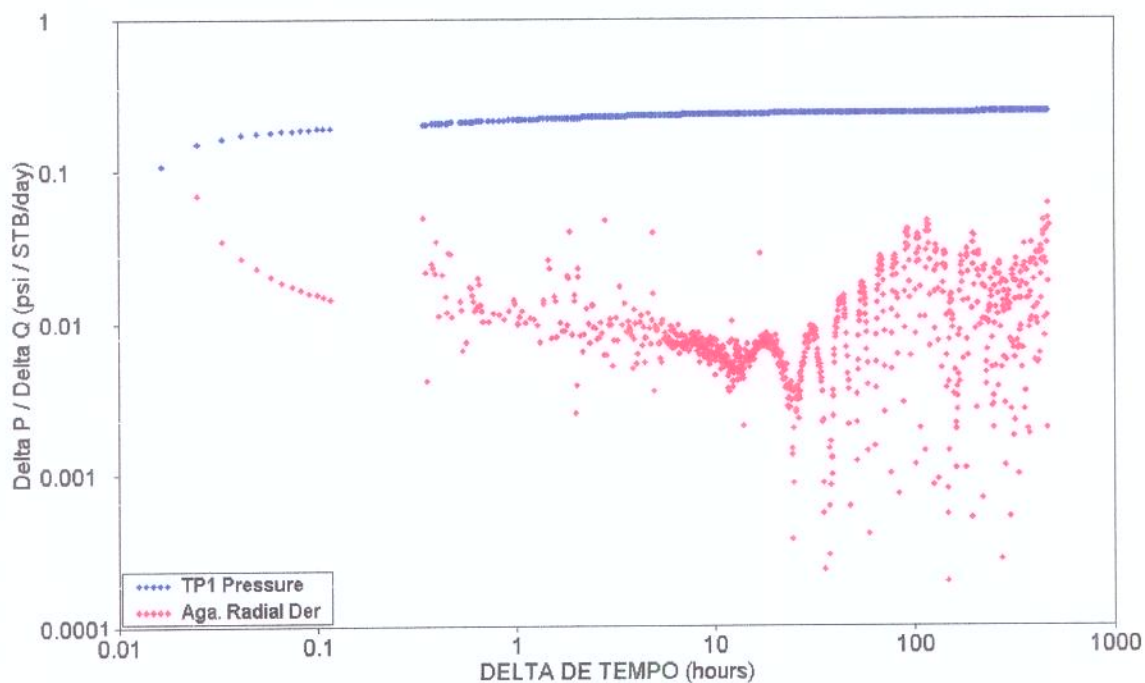


Figura 5.13: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C

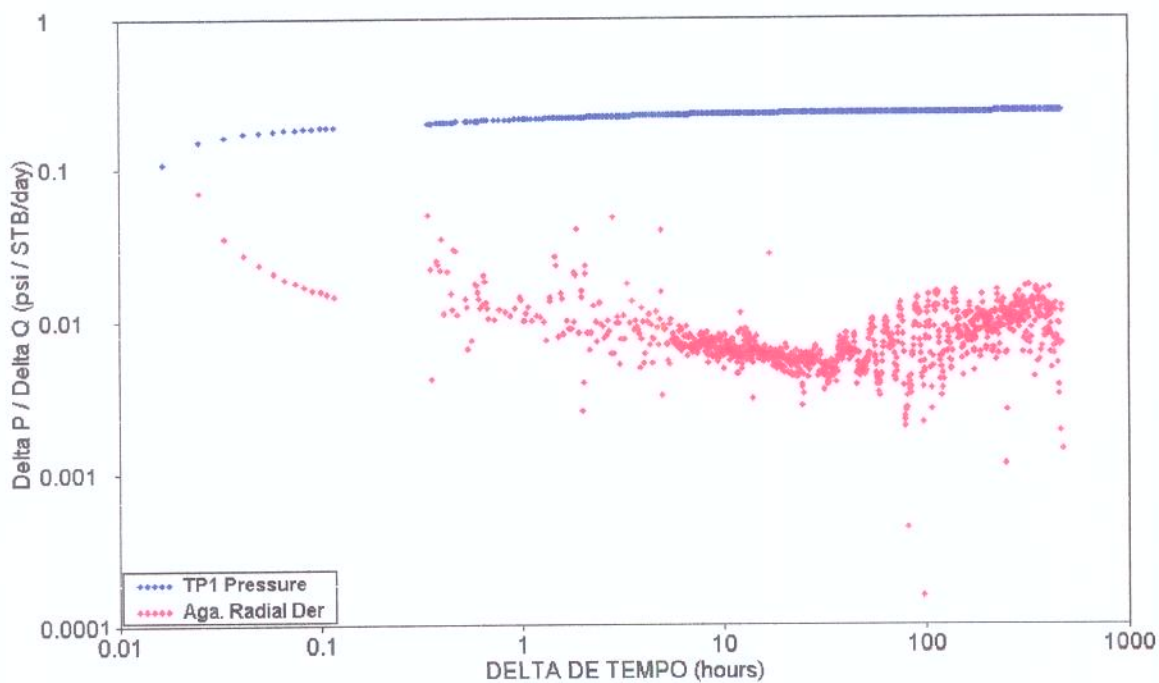


Figura 5.14: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C com filtro de Maré

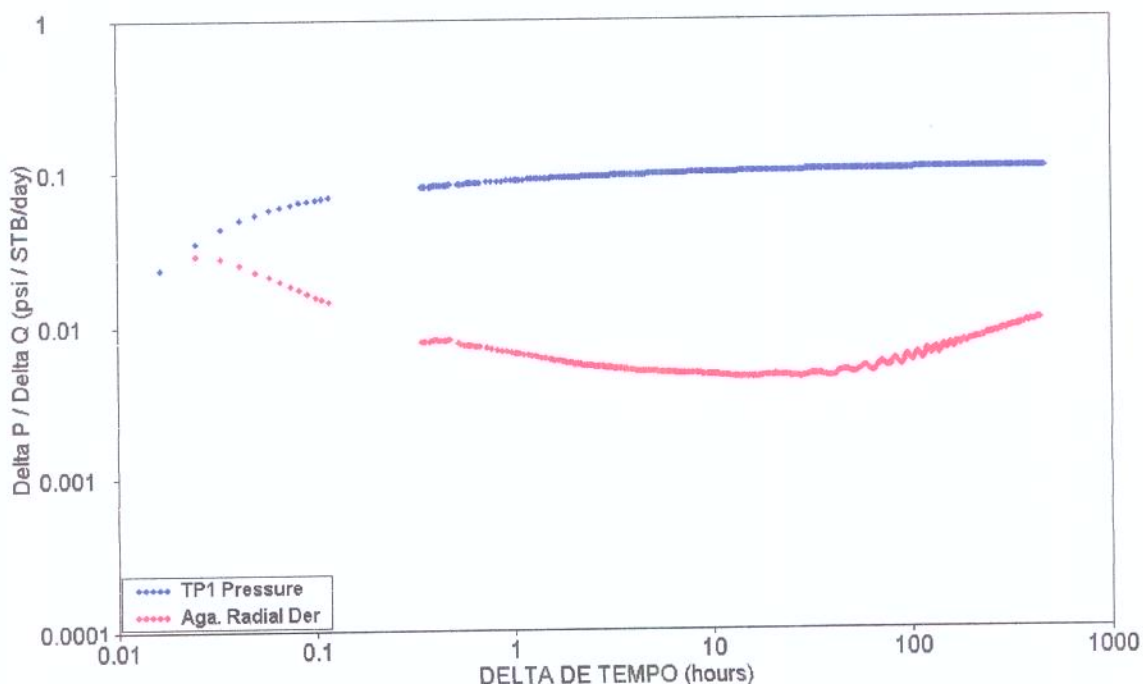


Figura 5.15: Gráfico de diagnóstico do Exemplo C com a função integral

Para este exemplo, os fatores de suavização da derivada (L) acima de 0,01 diminuem progressivamente a inclinação da curva da derivada nos tempos finais, induzindo a erros de interpretação do modelo que representa o reservatório.

Da comparação das Figuras 5.14 e 5.15, verifica-se que o método da função integral apresenta um grau de eficiência superior ao método de filtração do efeito de maré, com as vantagens de menor tempo de trabalho e maior segurança, pois dispensa o uso de fatores de suavização, cuja aplicação envolve riscos para a interpretação do teste.

5.4.3. Indicações para o projeto e análises de testes influenciados pelo efeito de maré

Como parte final deste trabalho são apresentadas a seguir, propostas para o projeto de testes que podem ser influenciados pelo efeito de maré, e sugestões a serem aplicadas durante a análise do teste sob o efeito estudado.

- Os períodos de fluxo a serem utilizados na análise devem no possível ser separados por múltiplos ímpares de 6 horas, para que as flutuações devidas à maré atuem *sempre* em sentidos opostos (defasagem de $90^\circ \times i$, sendo i = um número ímpar).

Posteriormente, os gráficos de diagnóstico dos períodos analisados devem ser sobrepostos em *tempo equivalente* e traçada uma reta nos pontos de intercessão da derivada. Neste caso, inclinação da reta corresponderá à inclinação correta do padrão de fluxo.

A título de verificação, este procedimento é aplicado a um teste efetuado pela Petróleo Brasileiro, Petrobrás¹⁵, num poço “offshore” e aqui referenciado como Exemplo D (Figura 5.16).

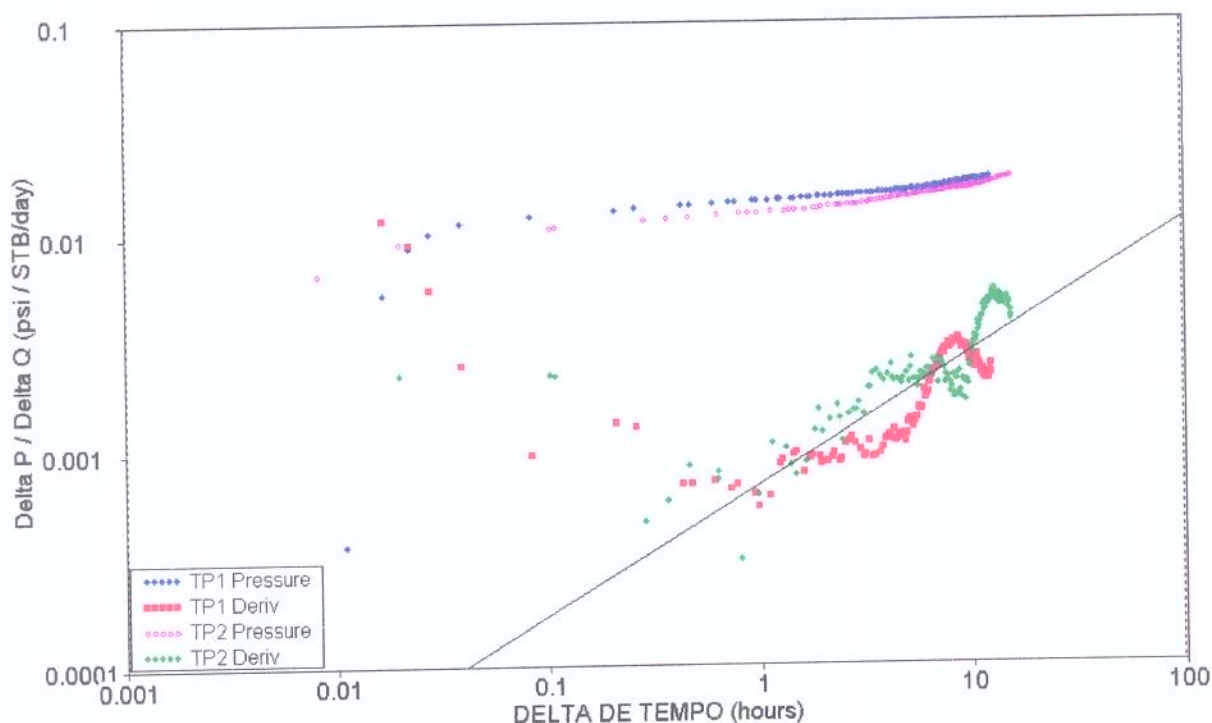


Figura 5.16: Proposta para o desenho de testes potencialmente influenciados pelo efeito de maré

- Na ausência de programas que incluam curvas típicas da função integral, recomenda-se aplicar o seguinte procedimento a dados de testes longos que são influenciados pelo efeito de maré:

- Integrar numericamente os dados do teste. A simples implementação da regra do trapézio é suficiente para este objetivo.

- Alimentar o programa convencional disponível (com curvas típicas de Bourdet^[1]) com os dados integrados.

- Efetuar o diagnóstico visual dos regimes de fluxo.

- A fim de ter idéia da magnitude da permeabilidade e dos efeitos de fronteira, é válido ajustar *exclusivamente* os dados dos tempos finais as curvas típicas do programa. É importante

¹⁵ Divulgado com autorização da Petróleo Brasileiro, Petrobrás.

ressaltar que os parâmetros de poço não podem ser ajustados usando este procedimento, pois o método da função integral é equivalente ao método de Bourdet^[1], unicamente nos tempos finais.

- Uma vez identificados os regimes de fluxo, podem ser usado as opções de análise especializado do programa convencional, para determinação de permeabilidade e pressão extrapolada dos regimes acontecidos nos tempos finais do teste.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A seguir apresentam-se as principais conclusões derivadas desta pesquisa:

- A modelagem do fenômeno de maré resulta, numa equação de difusividade acrescida de um termo que contém a variável a ser acoplada (deformação ou esforço). Como resultado do acoplamento o termo convencional de compressibilidade total do sistema é modificado e varia de acordo com as hipóteses relativas ao comportamento do esforço externo sobre o meio poroso.

- O fator de eficiência de maré está implícito na equação governante e corresponde a razão dos coeficientes das derivadas temporais das variáveis pressão de poro e esforço externo. A partir da formulação do problema, é possível obter explicitamente a expressão de eficiência de maré para cada tipo de carregamento considerado.

- Não considerando efeitos de poço, a solução do problema é a solução convencional com uma compressibilidade total “modificada”, somada a função de maré multiplicada pelo fator de eficiência de maré. Quando efeitos de poço são considerados, a aplicação da superposição anterior é uma aproximação, que, pela natureza do fenômeno pode ser aplicada sem comprometer a validade dos resultados.

- O método de Crump é mais eficiente e seguro que o método de Stehfest para inverter expressões de tipo oscilatório do espaço de Laplace para o espaço real.

- A inclusão da função de maré na análise de testes, melhora o grau de unicidade quando do ajuste de curvas típicas com dados reais durante a etapa de diagnóstico, e permite a verificação da permeabilidade obtida pelo método convencional.

- A forma ascendente da curva da derivada em testes influenciados pelo efeito de maré, deve-se ao fato de estar plotando-se a derivada logarítmica da pressão $d(P_D)/d(t_D/C_D) = P_D'(t_D/C_D)$ contra tempo adimensional, o qual implica em multiplicar a derivada da função de maré pelo tempo adimensional crescente.

- A filtração do efeito de maré é uma prática dispendiosa e pouco eficiente, sobre tudo quando aplicada em testes de longa duração. A função integral é uma ferramenta eficiente na

tarefa de atenuar o efeito da maré, sendo superior à técnica de filtração, com as vantagens adicionais de demandar menor tempo de trabalho e oferecer maior segurança, pois dispensa o uso de fatores de suavização, cuja aplicação envolve riscos na interpretação de testes.

Baseados nos resultados obtidos na abordagem do fenômeno de maré, são feitas as seguintes recomendações:

- Considera-se que tratar o efeito de maré como carregamento uniaxial periódico (conforme abordado no Caso 1), é intermediária entre um tratamento muito simplificado, que descaracteriza a solução (Caso 2), e um tratamento muito elaborado cujas constantes são de difícil obtenção na prática (Caso 3). Avalia-se que modelar o efeito de maré a partir das considerações do Caso 1 seja uma prática expedita e prudente.

- Durante a obtenção de parâmetros de reservatório na análise de testes, deve-se ter sempre presente que compressibilidade “total” do sistema é diferente da expressão normalmente usada na análise convencional.

- A fim de obter resultados com maior acuidade, recomenda-se alternar o uso de curvas típicas incluindo o efeito de maré com o método da função integral. A utilização de filtros de maré é desaconselhável, dado o alto índice da razão custo-benefício.

- Quanto possível, é recomendável separar os períodos do teste por múltiplos de 18 horas. Na análise posterior procurar sobrepor em *tempo equivalente* os gráficos de diagnóstico e traçar uma reta na intercessão da derivada: a inclinação da reta será a inclinação correta do padrão de fluxo.

- Estudar a transmissão das variações de esforço desde o subsolo marinho até o reservatório. Recomenda-se o uso de modelos numéricos para avaliar reservatórios com geometria e parâmetros complexos.

Nomenclatura

a	Raio da terra ($6,371 \times 10^6$ m)
B	Fator volumétrico do fluido
B	Coefficiente Skempton (indução de pressão de poro sem drenagem)
C	Coefficiente de estocagem
C_b	Compressibilidade da matriz da rocha (condições de contorno indefinidas)
C_p	Compressibilidade do volume poroso (condições de contorno indefinidas)
C_r	Compressibilidade dos grãos da rocha
C_{bo}	Compressibilidade da estrutura da rocha a pressão de confinamento constante
C_{bp}	Compressibilidade da estrutura da rocha a pressão de poro constante
C_{bc}^*	Compressibilidade da estrutura da rocha a pressão de poro constante, para carregamento uniaxial, desprezando efeitos de pressão de poro
C_f	Compressibilidade do fluido nos poros
C_{pc}	Compressibilidade dos poros da rocha a pressão de poro constante
C_{pp}	Compressibilidade dos poros da rocha a pressão de confinamento constante
C_{ti}	Compressibilidades total do sistema com esforços externos constantes
C_{x1}	Compressibilidades total do sistema com referência na pressão de poro
C_{x2}	Compressibilidades total do sistema com referência na função de maré
e_b	Deformação volumétrica
e_p	Deformação porosa
E	Módulo de Young
$\mathbb{E}$	Matriz de deformação volumétrica
ET	Eficiência de maré oceânica
f_M	Função de maré
f	Função harmônica ($\nabla^2 f = 0$)
g	Constante gravitacional ($9,78 \text{ m/s}^2$).
G	Módulo de cisalhamento
h	Espessura do reservatório

h	Altura do nível de poço
$\tilde{h}$	Número de Love na superfície da terra (0,07)
H	Eficiência de transmissão do efeito de maré barométrica
$I(*)$	Integral de *
k	Permeabilidade.
K_b	Módulo de compressão total "Bulk"
K_f	Módulo de compressão do fluido
K_m	Coefficiente geral lunar (0,537 m)
L	Comprimento da onda
L	Fator de suavização da derivada da pressão
$\tilde{I}$	Número de Love na superfície da terra (0,6)
m	Coefficiente de esforço efetivo relativo a compressibilidade
N	Valor de convergência de Stehfest
P	Variável transformada incluindo pressão de poro e função de maré
P_B	Pressão barométrica
P_p	Pressão de poro
P_{pi}^*	Pressão do reservatório sob condições de equilíbrio estático
P_c	Pressão de confinamento
q	Vazão
r_w	Raio do poço
s	Fator de Película ("skin")
S_w	Saturação de água
t	Tempo
u	Deslocamento da fase sólida
v	Velocidade do Fluido
v_s	Velocidade da fase sólida
V_p	Volume poroso
V_b	Volume total "bulk"
V_w	Volume do poço em comunicação com o reservatório

w_2	Potencial de perturbação lunar/solar
Z	Constante de Laplace

LETRAS GREGAS

α	Coeficiente de esforço efetivo
β	Coeficiente de consolidação
δ_{ij}	Delta de Kronecker ($\delta_{ij}=1$ para $i=j$ e $\delta_{ij}=0$ para $i \neq j$)
Δ_E	Dilatação do volume da rocha devida a maré de terra
Δ_B	Dilatação do volume da rocha induzida pela variação da pressão atmosférica
Δ_O	Dilatação do volume da rocha induzida pela maré oceânica
Δ_T	Dilatação total do volume da rocha devida aos efeitos de maré
ϕ	Porosidade
γ_{AD}	Razão adimensional de compressibilidades obtida no Caso 3
Γ	Matriz de esforço
η	Coeficiente de esforço efetivo em termos gerais
η_1	Coeficiente difusivo referente a variação da pressão de poro com o tempo
η_2	Coeficiente difusivo referente a variação da função de maré com o tempo
φ	Amplitude da onda de maré
λ	Constante de Lamé
λ	Parâmetro espacial de onda de maré ($\lambda=2\pi/L$)
μ	Viscosidade do fluido
ν	Módulo de Poisson
θ	Fator adimensional do carregamento do solo marinho
ρ	Densidade do fluido
σ	Esforço
τ	Variável tempo com origem no zero da função de maré
ω	Frequência da onda de maré

∇	Gradiente
$\nabla \bullet$	Divergente

SUBSCRITOS

b	Total (“bulk”)
c	Confinamento
D	Adimensional
f	Fluido
ij	Relativo aos eixos de referência
m	Médio
p	Poros
s	Sólido
t	Total
o	Referência
x,y,z	Relativo aos eixos cartesianos
x,r,θ	Relativo aos eixos cilíndricos
w	Poço

SOBRESCRITOS

I	Isotrópico
D	Desviatório
-	Variável no espaço de Laplace
'	Relativo a esforço efetivo
'	Derivada com o tempo

Bibliografia

- [1] Bourdet, D. P.; Whittle, T. M. ; Douglas, A. A.; Pirard, Y. M.: "A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis", Worl Oil, May/1983.
- [2] Grablovitz, G.: "Sul Fenomeno di Marea Observato Nelle Miniere di Dun in Bohemia", Bull. Soc. Adriatica Sci. Naturaly Trieste, 6, 34, 1880
- [3] Young, A.: "Tidal Phenomena at Inland Boreholes Near Craddock", Transsactions Royal Society of South Africa, 31, 1913.
- [4] Robinson, T. W.: "Earth-Tides Shown by Fluctuations of Water-Levels in Wells in New Mexico and Iowa", Transactions American Geophysical Union, 20, 1939.
- [5] Theis, C. V.: "Earth Tides as Shown by Fluctuations of Water Level in artesian wells in New Mexico", International Union Geodesy and Geophysics, Washintong, D.C. (U.S. Geological Survey Open- File Report), 10, 1939.
- [6] Jacob, C. E.: "On the Flow of Water in an Elastic Artesian Aquifer", Transactions American Geophysical Union, part 2, 1940.
- [7] Biot, M. A.: "General Teory of Three-Dimensional Consolidation", Journal of Applied Physics, 12, October/1941.
- [8] Melchior, P.: "Die Gezeiten in underirdishen Flüssigkeitennn", Erdoel Kohle Erdgas Petrochem., 13, 1960.
- [9] Bredehoef, J. D.: "Response of Well Aquifer System to Earth Tides", Journal of Goephysical Research, 72(12), June/1967.
- [10] Marine, I. W.: "Water Level Fluccctuations Due to Earth Tides in Well Pumping from Slightly Fractured Crystalline Rock", Water Resources Research, Vol 11, N°1, February/1975.
- [11] Hanson, J. M.; Owen, L. B.: "Fracture Orientation Analysis by the Solid Earth Tidal Strain Method", SPE 11070, September/1982.

[12] Van Der Kamp, G.; Gale, J. E.: "Theory of Earth Tide and Barometric Effects In Porous Formations with Compressible Grains", Water Resources Research, Vol 19, N°2, April/1975

[13] Nur, A.; Byerlee, J. D.: "An Exact Effective Stress Law for Elastic deformation of Rock with Fluid", Journal of Geophysical Research, 76(262), September/1971.

[14] Arditty, P. C.; Ramey Jr, H. J.; Nur, A.: "Response of a Closed Well-Reservoir System to Stress Induced by Earth Tides", SPE 7484, October/1978.

[15] Khurana, A. K.: "Influence of Tidal Fenomenon on Interpretation of Pressure Build Up and Pulse Test", APEA Journal, 16, Part I, 1976.

[16] Hemala, M. L.; Benalves, C.: "Tidal Effect in Petroleum Well Testing", SPE 14607, October /1986.

[17] Wanell, M. J.; Morrison, S. J.: "Vertical Permeability Measurement in Reservoir Using Tidal Pressure Changes", SPE 20532, September/1990.

[18] Dean, A.; Hardy, R.; Eltvik, P.: "A New Method to Monitor Compactation and Compressibility Changes in Offsshore Chalk Reservoir by Measuring Formation Pressure Variations Caused by the Sea Tide", SPE 23142, September/1991.

[19] Aase, E. B.; Jelmer, T. A.; Vik, S. A.: "Tide Effects Removed from Well tests", Oil & Gas Journal, May/1995.

[20] Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transform", Communications of Association for Computing Machinery, Vol 13, N° 1, January/1970.

[21] Crump, K. S.: "Numerical Inversion of Laplace Transform Using a Fourier Series Aproximation", Journal of Association for Computing Machinery, Vol 23, N°1, January/1976.

[22] Clark, D. G.; Van Golf-Racht, T. D.: "Pressure Derivative Approach to Transient Test Analysis: A High Permeability North Sea Reservoir Example", SPE 12959, November/1895.

[23] Blasingame, T. A.; Johnston, J. L.; Lee, W. J.: "Type Curve Analysis Using the Pressure Integral Method", SPE 18799, April/1989.

[24] Macmillan, D. H.: "Tides", CR Books Limited, London, 1966

[25] Verruijt, A.: "Approximations of Cyclic Pore Pressures Cause by Sea Waves in a Poroelastic Half-Plane." In Soils Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Chap 3, G. N. Pande (ed.), Wiley, New York, 1982.

[26] Detournay, E.; Cheng, A. H-D.: "Fundamentals of Poroelasticity", Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects, Vol. 2, Chap.5, J.A.Hudson (ed.), Pergamon Press, Oxford, 1993.

[27] Onur, M.; Peres, A. M. M.; Reynolds, A. C: "New Pressure Functions for Well Test Analysis", SPE 19819, October/1989.

[28] Geerstma, J.: "The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks", Trans. AIME, 210, 1957

[29] Sokolnikoff, I. S.: "Mathematical Theory of Elasticity", 2nd ed. McGraw- Hill, New York, 1956.

[30] Zimmerman, R. W.: "Compressibility of Sandstones", Elsevier Science Publishers, 1991.

[31] Hashin, Z.; Shtrikman, S.: "Note on a Variational Approach to The Theory of Composite Elastic Materials" Journal of the Franklin Institute, 271(4), 1961.

[32] Verruijt, A.: "Elastic Storage in Aquifers", Flow Through Porous Media, R. J. M. De Wiest (ed), Academic, San Diego, California, 1969.

[33] Chen, H. Y.; Teufel, L. W.; Lee, R. L.: "Coupled Fluid Flow and Geomechanics in Reservoir Study - 1. Theory and Governing Equations", SPE 30752, October/1995.

[34] Rice, J. R.; Cleary, M. P.: "Some Basic Stress Diffusion Solution for Fluid-Saturated Elastic Porous Media with Compressible Constituents", Reviews of Geophysics and Space Physics, 14(2), 1976.

[35] Van Der Kamp, G.; Gale, J. E.: "Theory of Earth Tide and Barometric Effects in Porous Formations with Compressible Grains", Water Resources Research, Vol.19, Nº2, April/1983.

[36] Davies, B.; Martin, B.: "Numerical Inversion of The Laplace Transform: A Survey and Comparitions of Methods", Journal of Computing Physiscs, 33, 1979

[37] Tinoco, F. L.: "Influência dos Efeitos de Marés em Análise de Teste: Exemplos de Campo", I Seminário de Reservas e Reservatórios, Petrobrás, Setembro/1996.

Apêndice A

Fatores Astronômicos de Maré

EFEITO DE MARE	CICLO ASTRONÔMICO RELACIONADO	PERÍODO	CAUSA
Semi-diurno	Intervalo entre o trânsito alto e baixo da Lua. Dominantemente lunar.	12,4 horas	Rotação da Terra e força de tração do Sol e a Lua resultantes, causando águas altas em ambos os lados da Terra.
Diurno	Intervalo entre sucessivos trânsitos altos e baixos da Lua e o Sol.	24,8 horas	Declinação do Sol e a Lua e rotação da Terra.
Quinzenal	Média revolução da órbita da Lua.	14,76 dias	Oposição ou conjunção entre o sol e a Lua (Lua cheia e Lua nova).
Mensal	De perigeu a perigeu.	27,5 dias	Variação das forças de tração devido as mudanças na distância da Lua.
Semi-anual	Semi-revolução da terra na órbita do Sol, dando um ciclo na declinação do Sol.	182,62 dias	Movimento orbital da Terra.
Anual	Variação da distância do Sol.	365,24 dias	Movimento da Terra na órbita elíptica.

EFEITO DE MARÉ	CICLO ASTRONÔMICO RELACIONADO	PERÍODO	CAUSA
Período longo	Rotação do eixo da órbita da Lua.	8,8 anos	Gravitacional.
Ciclo nodal	Revolução ou regressão dos nodos da Lua.	18,61 anos	Ciclo soli-lunar relacionando planos orbitais.
Ciclo Metónico	Ciclo Metónico de recorrência de fases lunares	19 anos	Ciclo soli-lunar relacionando período senoidal.
Ciclo de Saros	Recorrência de eclipses, coincidência da linha dos centros da Terra, da Lua e do Sol.	18,03 anos	Ciclo soli-lunar.
Ciclo ziguezague perigeu/periélio	Recorrência de posições com o Sol no periélio e com a Lua no perigeu.	1.600 anos	Ciclos orbitais, harmônicos anomalísticos e ciclos nodais

Apêndice B

Equivalência de Nomenclaturas na Teoria Poroelástica

• EQUIVALÊNCIA ENTRE A NOMENCLATURA DO ENFOQUE CONTÍNUO DA TEORIA DA POROELASTICIDADE E DO ENFOQUE MICROMECAÂNICO.

$$\alpha_b = \frac{C_{bc} - C_f}{C_{bc}} = \frac{C_{bp}}{C_{bc}} = \phi \frac{e_p}{e_b}$$

$$\lambda = \frac{3\nu}{(1+\nu)C_{bc}} = \frac{2\nu G}{(1-2\nu)} = K_{bc} - \frac{2G}{3}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\alpha'_b = \frac{\alpha}{\lambda + G} = \frac{2}{3} C_{bp}(1+\nu)$$

$$B = \frac{(C_{pp} + C_f)}{(C_{pp} + C_f)} = \frac{C_{pc}}{C_{il}} = \frac{K_u - K}{\alpha K_u}$$

$$K = \frac{(C_{il} - \alpha C_{pc})K_u}{C_{il}} = \left[1 - \frac{\alpha C_{pc}}{C_{il}} \right] K_u$$

$$C_{bc} = \frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} C_{bc} = \frac{1}{\lambda + 2G} = \frac{1}{2G} \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)}$$

$$C_{bc}^v = \frac{1}{\lambda + G} = \frac{2}{3}(1+\nu)C_{bc} = \frac{(1-2\nu)}{G}$$

$$C_{bc}^{ss} = \frac{1}{\lambda + \frac{2}{3}G} = C_{bc}$$

• EQUIVALÊNCIA ENTRE A NOMENCLATURA DE BIOT (1941) E A NOMENCLATURA DE ZIMMERMAN.

$$B = \frac{R'}{H'}$$

$$\alpha_b = \frac{K_b}{H'}$$

$$K_b = \frac{R' \cdot K_{bu}}{Q'}$$

• EQUIVALÊNCIA ENTRE A NOMENCLATURA DE BIOT (1955) E A NOMENCLATURA DE ZIMMERMAN.

$$R = \frac{(\phi B K_{bu})^2}{(K_{bu} - K_b)} = \frac{\phi^2 (K_{bu} - K_b)}{\alpha_b^2}$$

$$Q = \phi B K_{bu} \left(1 - \frac{\phi B K_{bu}}{K_{bu} - K_b} \right) = \frac{\phi (\alpha - \phi) (K_{bu} - K_b)}{\alpha_b^2}$$

$$B = \frac{Q + R}{\phi \left[\frac{(\phi + R)^2}{R} + K_b \right]} = \frac{\alpha M}{K_b + \alpha_b^2 M}$$

$$K_{bu} = \frac{(Q + R)^2}{R} + K_b = K_b + \alpha_b^2 M$$

$$\alpha_b = \frac{\phi (Q + R)}{R}$$

$$M = \frac{R}{\phi^2}$$

• EQUIVALÊNCIA ENTRE A NOMENCLATURA DE BIOT (1957) E A NOMENCLATURA DE ZIMMERMAN.

$$\kappa' = \frac{1}{K_b} = C_{bc}$$

$$\delta = \frac{1}{K_s}$$

$$\gamma = \phi \left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s^*} \right)$$

• NOMENCLATURA DO APÊNDICE B (termos não incluídos na nomenclatura oficial deste trabalho)

C_{bc}^{**} : Compressibilidade da estrutura da rocha a pressão de poro constante, para carregamento biaxial(desprezando efeitos de pressão de poro).

C_{bc}^{***} : Compressibilidade da estrutura da rocha a pressão de poro constante, para carregamento triaxial(desprezando efeitos de pressão de poro).

$1/H'$: Variação de compressibilidade do solo por variação de pressão de poro.

K_{bu} : Módulo de compressão sem drenagem.

K_s^*, K_s^{**} : Módulos da fase sólida considerando anisotropia da fase.

M : Módulo de Biot- Willis equivalente a Q' .

$1/Q'$: Variação de volume poroso por variação de pressão de poro a volume total "Bulk" constante.

Q : Módulo de Biot equivalente a Q' introduzindo o conceito de esforço parcial do fluido.

$1/R'$: Variação de volume de líquido por variação de pressão de poro.

R : Módulo de Biot equivalente a R' introduzindo o conceito de esforço parcial do fluido.

κ^* : Compressibilidade drenada.

δ : Compressibilidade sem drenagem.

γ : Coeficiente de conteúdo de fluido.

Apêndice C

Derivação da Equação Acoplada (3.58)

Da equação de equilíbrio e das relações entre deslocamento e deformação se obtém:

$$G \nabla^2 u_i + (G + \lambda) \frac{\partial e_b}{\partial x_i} = \left(\alpha \frac{\partial P_p}{\partial x_i} \right) \quad (C1)$$

Explicitando (C1) para cada componente vetorial:

$$G \nabla^2 u_x + (G + \lambda) \frac{\partial e_b}{\partial x} = \left(\alpha \frac{\partial P_p}{\partial x} \right) \quad (C2)$$

$$G \nabla^2 u_y + (G + \lambda) \frac{\partial e_b}{\partial y} = \left(\alpha \frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \quad (C3)$$

$$G \nabla^2 u_z + (G + \lambda) \frac{\partial e_b}{\partial z} = \left(\alpha \frac{\partial P_p}{\partial z} \right) \quad (C4)$$

Diferenciando (C2) a (C4) respeito a cada eixo coordenado:

$$G \frac{\partial}{\partial x} [\nabla^2 u_x] + (G + \lambda) \frac{\partial^2 e_b}{\partial x^2} = \left(\alpha \frac{\partial^2 P_p}{\partial x^2} \right) \quad (C5)$$

$$G \frac{\partial}{\partial y} [\nabla^2 u_y] + (G + \lambda) \frac{\partial^2 e_b}{\partial y^2} = \left(\alpha \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2} \right) \quad (C6)$$

$$G \frac{\partial}{\partial z} [\nabla^2 u_z] + (G + \lambda) \frac{\partial^2 e_b}{\partial z^2} = \left(\alpha \frac{\partial^2 P_p}{\partial z^2} \right) \quad (C7)$$

Sendo as diferenciais em (C5) a (C7) exatas, se tem:

$$G \nabla^2 (\nabla \cdot \bar{u}) + (G + \lambda) \nabla^2 e_b = \left(\alpha \nabla^2 P_p \right) \quad (C8)$$

Substituindo $e_b = \nabla \cdot \bar{u}$ em (C8):

$$G \nabla^2 e_b + (G + \lambda) \nabla^2 e_b = \alpha \nabla^2 P_p \quad (C9)$$

Finalmente:

$$(2G + \lambda) \nabla^2 e_b = \alpha \nabla^2 P_p \quad (C9)$$

Apêndice D

Obtenção da Equação Governante do Caso 3 (deslocamento radial)

• Sistema Acoplado

$$\frac{\kappa}{\mu} \nabla^2 P_p = \left(\phi c_{it} - C_{bc} \cdot \alpha_b^2 \right) \frac{\partial P_p}{\partial t} + \alpha_b \frac{\partial e_b}{\partial t} \quad (D1)$$

$$(\lambda + G)e_b = \alpha P_p + 1/2[F(t) + \sigma_{zz}] \quad (D2)$$

$$\frac{2G}{r} \frac{\partial}{\partial r} (u_r, r) = G e_b + \frac{1}{2} (F(t) - \sigma_{zz}) \quad (D3)$$

$$\sigma_{rr} = F(t) - 2G \cdot u_r / r \quad (D4)$$

Condições iniciais considerando que: P_p é incremento de pressão e e_b é variação volumétrica:

$$P_{p(t=0)} = 0 \quad e_{b(t=0)} = 0 \quad (D5)$$

Condições de contorno interno, vazão constante e parede do poço rígida

$$\left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{r=r_w} = \frac{qB\mu}{2\pi kh} \quad u_r|_{r=r_w} = 0 \quad (D6)$$

Condições de contorno externo (no infinito), pressão induzida em condições não drenadas e esforço radial nulo.

$$P_{p(r \rightarrow \infty)} = -ET \cdot \sigma_{zz} = ET \cdot F_{M(t)} = ET \cdot \phi \exp(i\omega t) \quad \sigma_{rr(r \rightarrow \infty)} = 0 \quad (D7)$$

Sistema no espaço de Laplace.

Chamando $C_{ul} = \phi(C_r + C_{pp}) - C_{bc}\alpha^2$, tem-se:

$$\frac{d^2 \bar{P}_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{P}_p}{dr} = \frac{\mu C_{ul}}{k} z \bar{P}_p + \frac{\alpha \mu}{k} z \bar{e}_b \quad (D8)$$

$$(\lambda + G)\bar{e}_b = \alpha \bar{P}_p + \frac{1}{2} [\bar{F} + \bar{\sigma}_{zz}] \quad \text{onde: } \bar{F}, \bar{\sigma}_{zz} \text{ são constantes no espaço de Laplace} \quad (D9)$$

$$\frac{2G}{r} \frac{d}{dr} (\bar{u}_r, r) = G \bar{e}_b + \frac{1}{2} (\bar{F} - \bar{\sigma}_{zz}) \quad (D10)$$

$$\bar{\sigma}_{rr} = \bar{F} - \frac{2G\bar{u}_r}{r} \quad (D11)$$

$$\text{Condições de contorno interno} \quad (D12)$$

$$\left(r \frac{d\bar{P}_p}{dr} \right)_{r=r_0} = \frac{qB\mu}{2\pi kh} \quad \bar{u}_r|_{r=r_0} = 0$$

$$\text{Condições de contorno externo} \quad (D13)$$

$$\bar{P}_{p(r \rightarrow \infty)} = -ET \cdot \bar{\sigma}_{zz} = ET \cdot \bar{F}_{M(z)} = \frac{\phi ET}{(z - i\omega)} \quad \bar{\sigma}_{rr(r \rightarrow \infty)} = 0$$

Solução do sistema:

$$\text{Chamando: } \frac{\alpha}{(\lambda + G)} = \alpha' \quad (D14)$$

Substituindo (D9) em (D8) e chamando:

$$\frac{d^2 \bar{P}_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{P}_p}{dr} = \frac{\mu(C_{dl} + \alpha\alpha')}{k} z \bar{P}_p + \frac{z\alpha'\mu}{2k} [\bar{F} + \bar{\sigma}_{zz}] \quad (D15)$$

$$\text{Chamando: } Z_1^2 = \frac{\mu z [C_{dl} + \alpha\alpha']}{k} \text{ e } Z_2 = \frac{\mu\alpha' z}{2k} \quad (D16)$$

A solução de (D15) é:

$$\bar{P}_p = A I_{0(Z_1, r)} + D K_{0(Z_1, r)} - \frac{Z_2}{Z_1^2} [\bar{F} + \bar{\sigma}_{zz}] \quad \text{onde A e D são constantes} \quad (D17)$$

$$\text{Onde: } \frac{Z_2}{Z_1^2} = \frac{\alpha'}{2[C_{dl} + \alpha\alpha']} \quad (D18)$$

Substituindo (D17) em (D9):

$$\bar{\epsilon}_b = \alpha' \left\{ \left[A I_{0(Z_1, r)} + D K_{0(Z_1, r)} \right] + [\bar{F} + \bar{\sigma}_{zz}] \left[\frac{1}{2\alpha} - \frac{Z_2}{Z_1^2} \right] \right\} \quad (D19)$$

Substituindo (D19) em (D10):

$$\begin{aligned} \frac{d(\bar{u}_r, r)}{dr} &= \frac{\alpha' r}{2} \left[A I_{0(Z_1, r)} + D K_{0(Z_1, r)} \right] + \\ &\frac{r}{4} \left\{ \bar{F} \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{dl} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' + \frac{1}{G} \right\} + \bar{\sigma}_{zz} \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{dl} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' - \frac{1}{G} \right\} \end{aligned} \quad (D20)$$

Integrando (D20) respeito a r , se tem:

$$r \cdot \bar{u}_r = \frac{\alpha'}{2} A \int_0^r r' I_{0(Z_1, r')} dr' + \frac{\alpha'}{2} D \int_0^r r' K_{0(Z_1, r')} dr' + \quad (D21)$$

$$\left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' + \frac{1}{G} \right\} \frac{\bar{F}}{4} \int_0^r r' dr' + \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' - \frac{1}{G} \right\} \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{4} \int_0^r r' dr' \quad (D22)$$

$$u_r = \frac{\alpha'}{2} \frac{A I_{0(Z_1, r')}}{Z_1} - \frac{\alpha'}{2} \frac{D K_{0(Z_1, r')}}{Z_1} + \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' + \frac{1}{G} \right\} \frac{\bar{F}}{8} r$$

$$\left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' - \frac{1}{G} \right\} \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{8} r + \frac{E}{r}$$

Onde, E é constante de integração.

Substituindo (D22) em (D11): (D23)

$$\bar{\sigma}_r = \bar{F} - \frac{G}{Z_1} [\alpha' A I_{0(Z_1, r)} - \alpha' D K_{0(Z_1, r)}] - \frac{\bar{F}G}{4} \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' + \frac{1}{G} \right\} -$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{zz}G}{4} \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' - \frac{1}{G} \right\} - \frac{2GE}{r^2}$$

Aplicando a condição externa (D13) na solução (D17):

$$-ET\bar{\sigma}_{zz} = A I_{0(Z_1, \infty)} + D K_{0(Z_1, \infty)} - \frac{\alpha'(\bar{F} + \bar{\sigma}_{zz})}{2(C_{III} + \alpha\alpha')} \quad (D24)$$

$$\text{Para (D24) ser cumprida: } A=0, \text{ e } ET = \left(\frac{\bar{F}}{\bar{\sigma}_{zz}} + 1 \right) \left[\frac{\alpha'}{2(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \quad (D25)$$

Com $A=0$, (D23) fica:

$$\bar{\sigma}_r = \bar{F} + \frac{G}{Z_1} \alpha' D K_{0(Z_1, r)} - \frac{\bar{F}G}{4} \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' + \frac{1}{G} \right\} -$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{zz}G}{4} \left\{ \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{III} + \alpha\alpha')} \right] \alpha' - \frac{1}{G} \right\} - \frac{2GE}{r^2} \quad (D26)$$

Aplicando a condição de contorno externa $\bar{\sigma}_{rr(r \rightarrow \infty)} = 0$, tem-se:

$$\bar{F} = \frac{\left\{ \frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{th} + \alpha\alpha')} \right\} G\alpha' - 1}{\left\{ 3 - \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha'}{(C_{th} + \alpha\alpha')} \right] G\alpha' \right\}} \bar{\sigma}_{zz} \quad (D27)$$

Substituindo (D25) em (D19):

$$\bar{e}_b = \alpha' \bar{P}_p + \frac{\alpha'}{\alpha} \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{[3 + \gamma_{AD}]} \quad \text{Onde: } \gamma_{AD} = \frac{(1-2\nu)[\phi(C_f + C_{pp}) - C_{bc}\alpha^2]}{[\phi(C_f + C_{pp}) - C_{bc}\alpha^2(1-2\nu)/3]} \quad (D28)$$

Aplicando a inversão de (D26):

$$e_b = \alpha' P_p + \frac{\alpha'}{\alpha} \frac{\sigma_{zz}}{[3 + \gamma_{AD}]} \quad (D29)$$

Substituindo (D27) em (D1), se obtém a equação governante para o Caso 3:

$$\frac{\kappa}{\mu} (\nabla^2 P_p) = \left[\phi(C_{pp} + C_f) - C_{bc} \cdot \alpha_b^2 \frac{(1-2\nu)}{3} \right] \frac{\partial P_p}{\partial t} + \frac{2(1+\nu)\alpha_b C_{ba}}{3(\gamma_{AD} + 3)} \frac{\partial \bar{\sigma}_{zz}}{\partial t} \quad (D30)$$

Observa-se que as constantes D e E podem ser derivadas da substituição das condições internas, porém a derivação do sistema completo não é o objetivo deste anexo.

Apêndice E

Obtenção da Eficiência de Maré para Carregamento Hidrostático e Uniaxial Simplificado

•Carregamento hidrostático

Equação governante geral usando (3.41)e (3.13):

$$\frac{\kappa C_f}{\mu} (\nabla P_p)^2 + \nabla \cdot \left(\frac{\kappa}{\mu} \nabla P_p \right) = \phi (C_f + C_{pp}) \frac{\partial P_p}{\partial \tau} + \phi C_{pc} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \tau} \quad (E1)$$

Transformação proposta:

$$P = P_p + \beta \cdot \sigma_m \quad \text{Onde: } \beta = \frac{C_{pc}}{C_f + C_{pp}} \quad (E2)$$

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p + \beta \nabla^2 \sigma_m \quad (E3a)$$

Como σ_m é função única do tempo, então:

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p \quad (E3b)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{\partial P_p}{\partial \tau} + \beta \frac{d\sigma_m}{d\tau} \quad (E4)$$

Equação governante transformada:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu (C_f + C_{pp})}{k} \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (E5)$$

Condição inicial:

$$P = P_{pi}^* + \sigma_{m(\tau=\tau_0)} (\beta - ET) \quad (E6)$$

Condição externa para reservatório infinito:

$$P = P_{pi}^* + \sigma_m (\beta - ET) \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (E7)$$

No espaço de Laplace:

A equação governante:

$$\frac{d^2 \bar{P}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{P}}{dr} - w\bar{P} = -H \quad (E8)$$

onde:

$$w = z \frac{\phi \mu (C_f + C_{pp})}{k} \quad \text{e} \quad H = \frac{P_{pi}^* + (\beta - ET) \sigma_{m(\tau=\tau_0)}}{k / \phi \mu (C_f + C_{pp})}$$

Condição externa para reservatório infinito:

$$\bar{P} = \frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \bar{\sigma}_{m(z)} \quad (E9)$$

A solução geral

$$\bar{P} = A. I_0(r, \sqrt{w}) + B. K_0(r, \sqrt{w}) + \frac{H}{w} \quad (E10)$$

Aplicando a condição de contorno externa:

$$\frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \bar{\sigma}_{m(z)} = A. I_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + B. K_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + \frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \frac{\bar{\sigma}_{m(\tau=\tau_0)}}{z} \quad (E11)$$

Para (E11) ser satisfeita, A deve ser necessariamente zero, pois a o lado esquerdo é finito, de outro lado como $\sigma_{m(\tau=\tau_0)} = 0$ e $\bar{\sigma}_{m(z)} \neq 0$ se deduz que:

$$ET = \beta = \frac{C_{pc}}{C_f + C_{pp}} = \frac{C_{bp}}{\phi(C_f + C_{pp})} = \frac{C_{pp} + C_f}{C_f + C_{pp}} = \mathbf{B} \text{ (Fator de Skempton)} \quad (E12)$$

• Carregamento uniaxial simplificado

Da Equação governante geral usando (4.18) e (3.13) e (3.20):

$$\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial^2 P_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) = \phi (C_f + C_{pp}) \frac{\partial P_p}{\partial \tau} + \phi C_{pc} \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \tau} \quad (E13)$$

Transformação proposta:

$$P = P_p + \beta \cdot \sigma_{zz} \quad \text{Onde: } \beta = \frac{(1 + \nu)}{3(1 - \nu)} \frac{C_{pc}}{(C_f + C_{pp})} \quad (E14)$$

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p + \beta \nabla^2 \sigma_{zz} \quad (E15a)$$

Como σ_{zz} é função única do tempo, então:

$$\nabla^2 P = \nabla^2 P_p \quad (E15b)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{\partial P_p}{\partial \tau} + \beta \frac{d\sigma_{zz}}{d\tau} \quad (E16)$$

Equação governante transformada:

$$\frac{\partial P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu (C_f + C_{pp})}{k} \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (E17)$$

Condição inicial:

$$P = P_{pi}^* + \sigma_{zz(\tau=\tau_0)} (\beta - ET) \quad (E18)$$

Condição externa para reservatório infinito:

$$P = P_{pi}^* + \sigma_{zz} (\beta - ET) \quad \tau \geq \tau_0, t \geq 0 \quad (E19)$$

No espaço de Laplace:

A equação governante:

$$\frac{d^2 \bar{P}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{P}}{dr} - w \bar{P} = -H \quad (E20)$$

onde:

$$w = z \frac{\phi \mu (C_f + C_{pp})}{k} \quad \text{e} \quad H = \frac{P_{pi}^* + (\beta - ET) \sigma_{zz(\tau=\tau_0)}}{k / \phi \mu (C_f + C_{pp})}$$

Condição externa para reservatório infinito:

$$\bar{P} = \frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \bar{\sigma}_{zz(z)} \quad (E21)$$

A solução geral

$$\bar{P} = A. I_0(r, \sqrt{w}) + B. K_0(r, \sqrt{w}) + \frac{H}{w} \quad (E22)$$

Aplicando a condição de contorno externa:

$$\frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \bar{\sigma}_{zz(z)} = A. I_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + B. K_0(r_{\rightarrow \infty}, \sqrt{w}) + \frac{P_{pi}^*}{z} + [\beta - ET] \frac{\bar{\sigma}_{zz(z=\tau_0)}}{z} \quad (E23)$$

Para (E23) ser satisfeita, A deve ser necessariamente zero, pois a o lado esquerdo é finito, de outro lado como $\sigma_{zz(\tau=\tau_0)} = 0$ e $\bar{\sigma}_{zz(z)} \neq 0$ se deduz que:

$$ET = \beta = \frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \frac{C_{pc}}{(C_r + C_{pp})} = \frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \frac{C_{bc}}{(\phi C_r + C_{bc})} \quad (E24)$$

Desprezando a compressibilidade dos grãos da rocha $C_r=0$, conforme assumido por Dean *et al*^[18] e aplicando as relações entre compressibilidades se obtém:

$$ET = \frac{(1+\nu)}{3(1-\nu)} \frac{C_{bc}}{(\phi C_r + C_{bc})} \quad \text{expressão deduzida por Dean *et al*^[18]} \quad (E25)$$