

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Rodrigo Nicoletti
É APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 28 / 01 / 1999

Ilmar Ferreira Santos
ORIENTADOR FERREIRA SANTOS
Matric. 81768-9
FEM - UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados Híbridos - Teoria e Experimento

Autor: Rodrigo Nicoletti

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos

N544e

37344/BC

03/99

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados Híbridos - Teoria e Experimento

Autor: Rodrigo Nicoletti

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1999

S.P. - Brasil



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
V.	
TOMBO HC/	37344
PROC.	229/99
PRELO	R\$ 11,00
DATA	23/04/99
N.º CPD	

CM-00122440-7

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

N544e Nicoletti, Rodrigo
Efeitos térmicos em mancais segmentados híbridos;
teoria e experimento / Rodrigo Nicoletti.--Campinas,
SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Ilmar Ferreira Santos
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Mancais. 2. Análise térmica. 3. Hidrodinâmica. 4.
Modelo matemático - Lubrificação. 5. Diferenças
finitas. I. Santos, Ilmar Ferreira. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

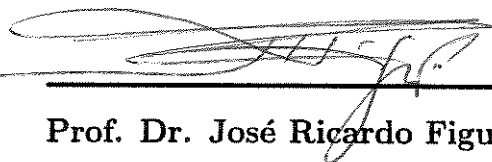
Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados Híbridos - Teoria e Experimento

Autor: Rodrigo Nicoletti

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos



Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos, Presidente
DPM/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo
DE/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Francisco Emílio Baccaro Nigro
IPT - São Paulo

Campinas, 28 de janeiro de 1999

*Dedico este trabalho a meus pais, pelo amor, apoio
e incentivo sem os quais eu não teria chegado até
aqui.*

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. **Ilmar Ferreira Santos** pela confiança, amizade e orientação neste trabalho, além do contínuo incentivo à pesquisa teórico-experimental e do exemplo de dedicação ao ensino e à pesquisa. Também pelo grande apoio dado quando problemas apareciam e pelas cervejinhas no Bar da Coxinha ...

Ao Dr. **Francisco Carlos Krzyzanowski**, meu tio e padrinho, pelo incentivo e exemplo humano de dedicação à pesquisa científica.

Ao Prof. Dr. **José Ricardo Figueiredo** pelos conselhos e importantes dicas nas áreas teórica e numérica deste trabalho.

Ao Prof. Dr. **Mauro Jorge Atalla** pela amizade, conselhos e fundamental ajuda na área computacional.

Ao Prof. Dr. **Kamal Abdel Radi Ismail** pela confiança e colaboração como Coordenador da CPG/FEM.

Ao Prof. Dr. **Marco Lúcio Bittencourt** pela amizade e descontração no ambiente de trabalho.

Aos professores do DPM pelo apoio e cooperação.

Aos amigos **Fábio Hildebrand Russo** e **Alexandre Scalabrin**, que me acompanham desde o primeiro dia nesta universidade, pela grande amizade e mútuo incentivo, e também, é claro, pelos churrascos, festas, futebol ...

Aos amigos **Padovese**, **Maurício**, **Thunder**, **Sabine**, **Cristina**, **Cláudio**, **Alberto**, **Colla**, **Ferretti**, **Patrícia** e todo o pessoal do DPM, pelo excelente ambiente de trabalho e companheirismo, e naturalmente pelos churrascos, festas, futebol ...

Aos técnicos **Gastão Bosco Rodrigues**, **Eli Paulino de Souza**, **Rosangelo W. A. Ferreira** e demais funcionários da oficina e laboratório, pela amizade e ajuda na construção da bancada de testes.

À **FAPESP** pelo indispensável apoio financeiro.

*"Os caminhos que conduzem o homem ao saber
são tão maravilhosos quanto o próprio saber."*

Johannes Kepler
1571 - 1630
astrônomo alemão

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	4
1.2	Revisão Bibliográfica	6
1.2.1	Análise Isotérmica de Mancais Segmentados Ativos	7
1.2.2	Análise Térmica de Mancais Segmentados	11
1.2.3	Conclusão	24
2	Modelo Matemático	25
2.1	Equação de Reynolds	25
2.1.1	Equação de Reynolds para Modelo Tridimensional	30
2.1.2	Equação de Reynolds para Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$	33
2.1.3	Equação de Reynolds para Caso Isoviscoso	34
2.1.4	Velocidade de Injeção	35
2.2	Equação da Energia	38
2.2.1	Equação da Energia para o Modelo Tridimensional	43
2.2.2	Equação da Energia para o Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$	44
2.3	Região de Mistura	45
2.3.1	Mistura Ideal Total entre Fluxos	47
2.3.2	Mistura Ideal Pontual entre Fluxos	51
3	Implementação Numérica do Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$	58
3.1	Equação de Reynolds Modificada Discretizada	58
3.2	Equação da Energia Discretizada	66
3.3	Algoritmo Computacional	72
4	Resultados Teóricos	75
4.1	Mistura Total e Mistura Pontual	75
4.2	Sapatas de 5 e 15 Orifícios	77
4.3	Posicionamento do Rotor no Mocal	85

5	Aparato Experimental	90
5.1	Especificação dos Transdutores (Termopares)	90
5.2	Posicionamento e Fixação dos Termopares na Bancada de Testes	92
6	Comparação Teórico-Experimental	99
6.1	Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais Apresentados na Literatura	99
6.2	Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais Obtidos com a Bancada de Testes	103
7	Conclusões e Perspectivas Futuras	109
7.1	Perspectivas Futuras	111
	Referências Bibliográficas	112
A	Resumo das Hipóteses Adotadas	120
A.1	Caso Tridimensional	121
A.2	Caso Bidimensional	122
B	Dados Geométricos do Mancal	123
B.1	Resultados Teóricos	123
B.2	Mancal de Ha e Kim [26]	124
B.3	Bancada de Testes	125
C	Propriedades do Lubrificante	126
C.1	Determinação do Tipo de Lubrificante	126
C.2	Características do Lubrificante	128
D	Análise de Convergência da Solução Numérica	130

Lista de Figuras

1.1	Proposta de Da Vinci para reduzir atrito entre componentes mecânicos móveis e estáticos (Diegues [10]).	2
1.2	Mancais segmentados ativos.	4
2.1	Cinemática de escoamento do fluido na folga radial do mancal - Sistema de referência auxiliar $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$	28
2.2	Balanco de forças sobre um volume infinitesimal de fluido - Escoamento em duto fechado.	36
2.3	Volume de controle sobre o fluido da região de mistura - Balanco de energia.	46
2.4	Abordagem de mistura ideal total entre fluxos (temperatura de entrada uniforme).	48
2.5	Abordagem de mistura ideal pontual entre fluxos (temperatura de entrada não uniforme) - Caso tridimensional.	53
2.6	Malha de discretização no plano $\bar{x}\bar{z}$ - Caso tridimensional.	53
2.7	Abordagem de mistura ideal pontual entre fluxos (temperatura de entrada não uniforme) - Caso bidimensional.	55
2.8	Malha de discretização na direção $\bar{z}$ (plano $\bar{x}\bar{z}$) - Caso bidimensional.	55
3.1	Malha de discretização no plano $\bar{y}\bar{z}$ na superfície da sapata - Solução da equação de Reynolds.	63
3.2	Fluxograma da implementação computacional do modelo matemático do mancal segmentado com lubrificação híbrida (modelo bidimensional).	73
4.1	Distribuição de temperaturas nas sapatas do mancal híbrido - Análise do modelo da região de mistura.	76
4.2	Temperatura média nas sapatas do mancal híbrido - Análise do modelo da região de mistura.	78
4.3	Disposição geométrica dos orifícios na superfície das sapatas: 5 e 15 orifícios.	79
4.4	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,0 MPa.	80
4.5	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,2 MPa.	80
4.6	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.	81
4.7	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,4 MPa.	81

4.8	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,5 MPa.	82
4.9	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,6 MPa.	82
4.10	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 1,0 MPa.	83
4.11	Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 2,0 MPa.	83
4.12	Influência da pressão hidrodinâmica na injeção radial de óleo - Sapata com 5 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.	86
4.13	Influência da pressão hidrodinâmica na injeção radial de óleo - Sapata com 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.	87
4.14	Modelo esquemático do mancal sujeito a diferença de pressão de injeção entre as sapatas 2 e 4 e carregamento sobre o rotor.	88
4.15	Razão de excentricidade do rotor em função da diferença de pressão aplicada entre as sapatas 2 e 4 (sapatas solicitadas) - Comparação entre os casos híbrido com 5 e 15 orifícios e o caso de lubrificação convencional. . .	89
5.1	Modelo esquemático de termopares.	91
5.2	Esquema de montagem dos termopares nas sapatas.	93
5.3	Mancal segmentado aberto, montado com sapatas de 5 orifícios (não instrumentado).	94
5.4	Montagem das sapatas instrumentadas na bancada de testes.	94
5.5	Retirada dos terminais dos termopares de dentro do mancal.	95
5.6	Detalhes internos de montagem do mancal - Sistema de injeção e retorno do óleo.	96
5.7	Vista geral da bancada de testes e sistema de aquisição e controle de sinais - 1) Sistema rotor/mancal segmentado. 2) PC com placa de aquisição e controle de sinais elétricos. 3) Termômetro digital. 4) Amplificador de sinais para as servoválvulas. 5) motor elétrico. 6) Controlador de velocidade do motor.	97
5.8	Bancada de testes - 1) Motor elétrico. 2) Mancal segmentado híbrido. 3) Dutos de injeção. 4) Servoválvulas.	97
5.9	Sistema de aquisição de dados - 1) Conexão da placa de aquisição, com 8 canais de entrada e 2 canais de saída. 2) Amplificador de sinais para as servoválvulas. 3) Termômetro digital de 10 canais. 4) PC com placa de aquisição e controle de sinais elétricos.	98
6.1	Modelo esquemático do mancal de Ha e Kim sujeito a diferença de pressão de injeção entre as sapatas e direção do carregamento sobre o rotor. . . .	100
6.2	Distribuição de temperaturas média sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental - $N = 30 \text{ Hz}$	102
6.3	Distribuição de pressões e temperaturas sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental considerando pressão de entrada não nula - $N = 30 \text{ Hz}$, $F_y = 0 \text{ kN}$ - Pressão de entrada de 60 kPa. .	102

6.4	Distribuição de pressões e temperaturas sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental considerando pressão de entrada não nula - $N = 30 \text{ Hz}$, $F_y = 5 \text{ kN}$ - Pressão de entrada de 80 kPa .	103
6.5	Comparação entre resultados numéricos e dados experimentais para o mancal operando passivamente (sistema de injeção desligado) - Temperaturas na linha dos orifícios.	105
6.6	Comparação entre resultados numéricos e dados experimentais para o mancal operando com o sistema de injeção acionado - Temperaturas na linha dos orifícios.	107
C.1	Modelo esquemático do experimento usado na determinação do óleo do circuito hidráulico.	126
C.2	Comparação entre a viscosidade medida do óleo do circuito hidráulico e os dados de quatro diferentes lubrificantes (Sartorius GmbH).	128
C.3	Viscosidade dinâmica do lubrificante (ISO VG68) em função de temperatura.	129
D.1	Variação do volume da distribuição de pressões e da pressão máxima em função do refinamento da discretização e do tipo de sapata.	132
D.2	Variação do volume da distribuição de temperaturas e da temperatura máxima em função do refinamento da discretização e do tipo de sapata. . .	132
D.3	Tempo de processamento em função do número de pontos da malha.	133

Lista de Tabelas

4.1	Condição de operação na análise do modelo da região de mistura.	75
4.2	Condições de operação na análise de sapatas com 5 e 15 orifícios.	78
4.3	Condições de operação na análise de sapatas com 5 e 15 orifícios - Influência da pressão hidrodinâmica.	85
4.4	Condições de operação na análise da aplicação de diferenças de pressão de injeção entre as sapatas.	88
5.1	Características dos diversos tipos de termopares (Omega [56]).	92
5.2	Equipamento adquirido para a medição experimental das temperaturas no mancal segmentado com injeção radial via múltiplos orifícios.	92
6.1	Razão de excentricidade resultante de lubrificação convencional (Ha e Kim [26]) e híbrida - Mancal carregado ($F_y = 5\text{ kN}$, $N = 30\text{ Hz}$).	101
6.2	Forças hidrodinâmicas sobre cada sapata, resultantes de lubrificação convencional (Ha e Kim [26]) e híbrida - Mancal carregado ($F_y = 5\text{ kN}$, $N = 30\text{ Hz}$).	101
6.3	Temperatura média do óleo sobre as sapatas solicitadas (sapatas 2 e 3) - $F_y = 5\text{ kN}$	101
6.4	Condições de operação na comparação teórico-experimental com sistema de injeção desligado.	104
6.5	Condições de operação na comparação teórico-experimental com sistema de injeção operando.	106
B.1	Propriedades geométricas e dados de operação do mancal utilizados na obtenção dos resultados teóricos.	123
B.2	Propriedades geométricas e dados de operação do mancal de Ha e Kim [26].	124
B.3	Propriedades geométricas e dados de operação do mancal híbrido construído (bancada de testes).	125
C.1	Dados do experimento para a determinação do tipo de óleo do circuito hidráulico.	127
C.2	Dados coletados durante o experimento e viscosidades calculadas para o óleo do circuito hidráulico.	127
C.3	Propriedades do fluido lubrificante ISO VG68 (Beitz e Küttner [1]).	128

D.1 Malhas de discretização adotadas na análise de convergência da solução numérica do Método das Diferenças Finitas. 131

D.2 Dados de simulação adotados na análise de convergência. 131

Nomenclatura

Letras Latinas :

a	área de vazão do fluido [m^2]
$\mathbf{b}$	vetor resíduo (equação de Reynolds discretizada)
c	calor específico do fluido incompressível [$J/kg.K$]
d_0	diâmetro do orifício i [m]
$\mathbf{d}$	vetor resíduo (equação da energia discretizada)
e	energia interna específica do fluido [J/kg]
f_p	fator de pré-carga
$\mathbf{f}$	vetor força de corpo atuante no fluido [N]
g	aceleração da gravidade [m/s^2]
h	folga radial [m]
h_0	folga radial de montagem [m]
h_f	coeficiente de transferência de calor [$W/m^2.K$]
k_s	condutividade térmica da sapata [$W/m.K$]
k_t	condutividade térmica do fluido [$W/m.K$]
l_0	comprimento do orifício i [m]
m	massa [kg]
ns	número de sapatas do mancal
p	pressão do fluido [N/m^2]
$\mathbf{p}$	vetor pressão do fluido nos pontos da malha da discretização [N/m^2]
q	energia interna do fluido que entra ou sai do volume de controle [J]
s	direção genérica
t	tempo [s]
$\mathbf{t}$	vetor temperatura do fluido nos pontos da malha de discretização [K]
v	velocidade do fluido [m/s]
v_x	velocidade do fluido na direção $\bar{x}$ [m/s]
v_y	velocidade do fluido na direção $\bar{y}$ [m/s]
v_z	velocidade do fluido na direção $\bar{z}$ [m/s]
$\mathbf{x}_0$	vetor posição inicial do rotor e das sapatas
x, y, z	sistema de coordenadas cartesiano (referencial inercial) [m]
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	sistema de coordenadas cartesiano (referencial auxiliar) [m]
x, r, θ	sistema de coordenadas cilíndrico
y_i, z_i	coordenadas do centro do orifício i no referencial auxiliar [m]
A	área total de vazão do fluido [m^2]
$\mathbf{A}$	matriz dos coeficientes de diferenças (equação de Reynolds)
$\mathcal{A}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)

B	largura da sapata $[m]$
Bi	número de Biot
$\mathcal{B}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)
C	folga radial com sapata concêntrica $[m]$
C_p	calor específico a pressão constante $[J/kg.K]$
C_v	calor específico a volume constante $[J/kg.K]$
$\mathbf{C}$	matriz dos coeficientes de diferenças (equação da energia)
$\mathcal{C}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)
D	diâmetro do mancal $[m]$
D_t	diâmetro do duto $[m]$
$\mathcal{D}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)
$\mathcal{E}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)
F_j	força hidrodinâmica sobre a sapata j $[N]$
F_x, F_y	carregamento sobre o rotor nas direções x e y $[N]$
$F_{0.4}$	funções auxiliares
$\mathcal{F}_j$	função de forma da velocidade de injeção da sapata j $[m^2]$
$G_{1.5}$	funções auxiliares
$\mathcal{G}_j$	função de posicionamento dos orifícios da sapata j
H_t	coluna de óleo (altura) $[m]$
$\mathcal{H}$	coeficiente da equação de diferenças (Reynolds)
I	número total de pontos da malha na direção $\bar{x}$
I_s	momento de inércia de massa da sapata $[kg.m^2]$
J	número total de pontos da malha na direção $\bar{y}$
K	número total de pontos da malha na direção $\bar{z}$
L	comprimento da sapata $[m]$
L_t	comprimento do duto $[m]$
$\mathcal{L}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
$\mathcal{M}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
N	freqüência de rotação do rotor $[Hz]$
Nu	número de Nusselt
$\mathcal{N}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
$O(\cdot)$	ordem do erro de truncamento
$\mathcal{O}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
Pe	número de Peclet
Pr	número de Prandtl
$\mathcal{P}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
Q	vazão volumétrica $[m^3/s]$
$\mathcal{Q}$	coeficiente da equação de diferenças (energia)
R	raio do rotor $[m]$
Re	número de Reynolds
$\mathcal{R}$	componente da matriz $\mathbf{C}$
R_s	raio da sapata $[m]$
$\mathcal{S}$	componente da matriz $\mathbf{C}$
T	temperatura do fluido $[K]$
T_0	distribuição inicial de temperatura do fluido $[K]$
T^*	temperatura de referência do óleo $[^{\circ}C]$
U	velocidade linear da superfície do rotor $[m/s]$
U_1, U_2	condições de contorno da equação de Reynolds generalizada $[m/s]$

$\mathcal{U}$	componente da matriz $\mathbf{C}$
$\bar{V}$	velocidade média do fluido $[m/s]$
V_1, V_2	condições de contorno da equação de Reynolds generalizada $[m/s]$
V_p	volume da distribuição de pressão $[Pa.m^2]$
V_t	volume da distribuição de temperatura $[^{\circ}C.m^2]$
$\mathbf{V}$	vetor velocidade do fluido $[m/s]$
$\mathcal{V}$	componente da matriz $\mathbf{C}$
W	espessura da sapata $[m]$
W_1, W_2	condições de contorno da equação de Reynolds generalizada $[m/s]$
$\mathcal{W}$	componente da matriz $\mathbf{C}$
X_R, Y_R	posição do rotor em relação ao referencial inercial $[m]$

Letras Gregas :

α_0	ângulo de abertura da sapata $[rad]$
α_j	ângulo de posicionamento da sapata j $[rad]$
β	coeficiente de ajuste da curva de viscosidade em função da temperatura
γ	parâmetro genérico
δ	ângulo de pivoteamento da sapata $[rad]$
$\delta(\cdot)$	erro de medição
ϵ	razão de excentricidade do rotor
λ	coeficiente de viscosidade volumétrico (" <i>bulk viscosity coefficient</i> ") $[N.s/m^2]$
μ	viscosidade dinâmica do fluido $[N.s/m^2]$
μ_0	distribuição inicial de viscosidade do fluido $[N.s/m^2]$
μ^*	viscosidade de referência do óleo $[N.s/m^2]$
ν	volume específico do fluido $[m^3/kg]$
π	número pi (3,14159...)
ρ	densidade do fluido $[kg/m^3]$
$\tau_{\eta\zeta}$	tensão de cisalhamento do fluido no plano η na direção ζ $[N/m^2]$
Δ	espaçamento entre dois pontos da malha de discretização $[m]$
Ω	velocidade angular do rotor $[rad/s]$

Símbolos :

∇	operador gradiente
$\tilde{h}$	entalpia específica do fluido $[W/kg]$

Superescritos :

$\cdot$	taxa de variação no tempo
$+$	ponto à frente na malha de discretização
$-$	ponto atrás na malha de discretização

Subescritos :

<i>amb</i>	ambiente
<i>e</i>	entrada da sapata
<i>i, j, k</i>	índice dos pontos da malha de discretização nas direções $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$
<i>inj</i>	injeção de óleo
<i>ι</i>	orifício
<i>j</i>	sapata
<i>r</i>	reposição (lubrificação convencional)
<i>R</i>	rotor
<i>s</i>	saída da sapata

Abreviações :

<i>MDF</i>	Método das Diferenças Finitas
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>MP</i>	mistura pontual
<i>MT</i>	mistura total
<i>MVF</i>	Método dos Volumes Finitos

Resumo

NICOLETTI, Rodrigo, *Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados Híbridos - Teoria e Experimento*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 150p. Dissertação (Mestrado)

Este trabalho apresenta um estudo dos efeitos térmicos presentes em um novo conceito de mancal segmentado híbrido: mancais lubrificados via múltiplos orifícios localizados nas sapatas, cujo objetivo é o controle ativo dos movimentos do rotor. Para tanto, propõe-se um modelo matemático para o escoamento do lubrificante que considera tanto a lubrificação hidrodinâmica como a injeção radial de óleo através dos orifícios. Com isto, deduzem-se as equações de Reynolds e da energia para o problema em estudo, admitindo-se que o escoamento é laminar, incompressível e isolado (adiabático). Resolvendo-se numericamente estas equações, através da aplicação do Método das Diferenças Finitas, apresentam-se as distribuições de pressões e temperaturas do lubrificante no plano da superfície das sapatas, para diferentes condições de operação do mancal. Descreve-se, também, uma bancada de testes e apresentam-se comparações onde os resultados numéricos mostram boa concordância com dados experimentais obtidos a partir da bancada de testes e da literatura. A aplicação deste tipo de lubrificação híbrida permite reduzir a temperatura média do óleo ao longo das sapatas ao se injetar óleo frio através dos orifícios. Este resfriamento, porém, é localizado e limita-se à jusante dos orifícios, devido ao escoamento ser preponderantemente unidirecional. Orifícios localizados próximos às bordas das sapatas mostraram-se os mais efetivos na injeção de óleo, pois estas são as áreas de menor pressão hidrodinâmica sobre as sapatas. A escolha dos valores de pressão de injeção do óleo deve ser adequada para cada condição de operação do mancal, caso contrário pode não se conseguir o resfriamento desejado do escoamento.

Palavras Chave

- Máquinas Rotativas, Lubrificação Híbrida, Mancal Segmentado, Termo-Hidrodinâmica, Método das Diferenças Finitas

Abstract

NICOLETTI, Rodrigo, *Thermal Effects in Tilting-Pad Hybrid Bearings - Theory and Experiment*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 150p. Dissertação (Mestrado)

This investigation describes the thermal effects in tilting-pad hybrid bearings using multiple orifice lubrication in the pads. A mathematical model of the lubricant flow is presented, and it considers not only the hydrodynamic lubrication but also the radial oil injection through the orifices. The Reynolds and the energy equations are deduced by considering a laminar, incompressible and adiabatic flow in the bearing. Oil pressure and temperature distributions are obtained on the surface plane of pads under various operational conditions. A test rig is also described and good agreement is achieved between numerical and experimental results from the rig and from the literature. A sensitive reduction of mean temperatures over pads is detected when cooled oil is injected through the orifices. However, this flow cooling is restricted to areas forward the orifices due to the strong unidirectional nature of the flow. In addition, the oil injection is more easily ensured by the orifices located near pad edges (low pressure areas of pads). In order to have the expected cooling effects, the injection pressures must be carefully chosen according to each operational condition.

Key Words

- Rotating Machines, Hybrid Lubrication, Tilting-Pad Journal Bearing, Thermohydrodynamics, Finite Difference Method

Zusammenfassung

NICOLETTI, Rodrigo, *Wärmewirkungen in hybriden Kippsegmentlagern - Theorie und Experiment*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999. 150p. Dissertação (Mestrado)

Das Ziel dieser Forschungsarbeit ist die theoretische und experimentelle Untersuchung der Wärmewirkungen in Kippsegmentlagern, die sowohl hydrodynamische als auch mit Hilfe von auf der Segmentoberfläche konstruierten Bohrungen geschmiert werden. Ein mathematisches Modell für den Ölfilm wird beschrieben, wobei nicht nur die hydrodynamisch Schmierung sondern auch die radiale Öleinspritzung betrachtet werden. Eine laminare, inkompressible und isolierte Strömung im Lagerspalt wird vorausgesetzt. Die Reynolds- und Energie Gleichungen werden gleichzeitig gelöst, damit Druck- und Temperaturverteilungen über die Segmentoberfläche für verschiedene Betriebsbedingungen des Gleitlagers ermittelt werden können. Ein Prüfstand, wobei die experimentelle Untersuchung durchgeführt wird, wird präsentiert. Gute Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen wird erreicht. Eine deutliche Verminderung der Temperaturen über der Segmentoberfläche wird festgestellt, wenn kühles Öl durch die Bohrungen eingespritzt wird. Wegen der überwiegenden Strömung in tangentialer Richtung ist diese Abkühlungseffekt nur in begrenzter Fläche des Segments zu sehen, nämlich direkt nach der Bohrungen, wenn man die Richtung der überwiegenden tangentialen Strömung betrachtet. Die Öleinspritzung wird besser gesichert, wenn die Bohrungen neben Segmentkanten konstruiert werden. Die Einspritzdrucke sollen für jede Betriebsbedingung mit Vorsicht auswählen werden, damit sowohl Abkühlungseffekt als auch Regelung der Rotorauslenkungen realisiert werden können.

Schlüsselwörter

- Rotierende Maschinen. Hybride Schmierung, Kippsegmentlagerung, Thermohydrodynamik, Finite-Differenzenmethode

Capítulo 1

Introdução

Durante o longo desenvolvimento das ciências mecânicas através dos séculos, o homem sempre se defrontou com desafios que, a partir do momento em que foram transpostos, impulsionaram-no para novas áreas do conhecimento. Dentre estes desafios encontra-se a interação entre corpos estáticos e corpos em movimento.

Desde os primórdios da história da humanidade tem-se conhecimento da utilização de eixos, roldanas, alavancas, roscas, enfim elementos que apresentam movimento giratório em torno de um ponto fixo, para os mais variados fins. Porém, devido à simplicidade dos mecanismos em que estes elementos estavam inseridos, muito pouco se fez pela melhoria da região de contato entre o elemento girante e o elemento estático. A solução construtiva desta região limitava-se ao contato direto madeira-madeira, metal-metal ou metal-madeira – materiais que eram usualmente utilizados na construção destes elementos – sem qualquer artifício para a diminuição do atrito existente entre as partes ou para a procura de um aumento de eficiência do sistema (Usher [87]).

Na medida em que os mecanismos criados pelo homem tornaram-se mais sofisticados, surgiu uma necessidade crescente de se estudar a região de contato entre as partes girante e estática. A baixa eficiência destas regiões, que funcionavam como dissipadores da energia mecânica em energia térmica devido principalmente ao atrito, passou a interferir na eficiência global do sistema mecânico. Na tentativa de se amenizar estes efeitos, o homem descobre empiricamente o uso de fluidos viscosos – sebos, óleos vegetais e animais, ou até mesmo água – na interface entre as partes, porém com limitado sucesso. Os primeiros estudos de que se tem notícia, na direção de se diminuir as perdas de energia por atrito nesta região de contato, surgiram durante o Renascimento (século XVI) com o inventor italiano Leonardo da Vinci (1452-1519). Da Vinci idealizou a utilização de esferas, posicionadas na interface entre as partes (Figura 1.1), de princípio bastante similar aos mancais de rolamentos atualmente utilizados (Usher [87]). Assim, com a iniciativa de Da Vinci e o desenvolvimento de seus sucessores, surge uma nova área do conhecimento

que no século XX passou a ser denominada de *Tribologia*.

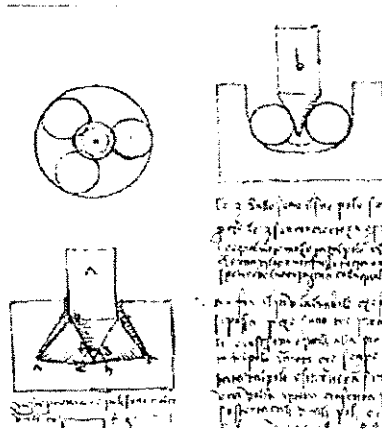


Figura 1.1: Proposta de Da Vinci para reduzir atrito entre componentes mecânicos móveis e estáticos (Diegues [10]).

A palavra tribologia vem do grego (*tribos*: ação de esfregar, atrito; *logos*: estudo, ciência) e significa o estudo do atrito ou a ciência que estuda o atrito (Ferreira [16]). Sua área de estudo está relacionada com a geração de atrito em componentes de máquinas por movimento relativo entre as partes, envolvendo desde o desenvolvimento de lubrificantes até o aprimoramento dos tipos de mancais existentes. Entende-se por *mancal* todo e qualquer tipo de mecanismo que tem por objetivo a fixação da parte rotativa da máquina à sua carcaça, sem contudo inibir o movimento relativo de rotação entre a parte girante (parte rotativa) e a parte estática (carcaça). O estudo cada vez mais aprofundado das características dos lubrificantes, e a procura de novos destes compostos, visa justamente a melhoria da eficiência de trabalho destes tipos de mecanismo. Assim, ao se considerar que a grande maioria dos equipamentos mecânicos modernos possuem partes móveis e/ou rotativas, e que estas partes influenciam significativamente o desempenho destes equipamentos, nota-se a relevância desta área do conhecimento – a tribologia.

Dentre os tipos de mancais existentes, os *mancais hidrodinâmicos* pertencem à classe dos mancais cujo acoplamento entre parte girante e estática se faz através de uma fina película de óleo. Utilizados para os mais variados fins, desde pequenos motores até turbogeneradores de grande porte, estes mancais funcionam pelo equilíbrio entre as forças de carregamento, que são transferidas ao mancal pela parte girante, e as forças hidrodinâmicas, que surgem devido à formação de uma distribuição de pressões no filme de óleo. A formação de uma distribuição de pressões no filme de óleo trata-se de um fenômeno bastante conhecido na área de Mecânica dos Fluidos, e ocorre sempre que se tem a presença de um fluido viscoso na interface entre dois corpos com movimento relativo entre si (Lang e Steinhilper [42], Pinkus [59]).

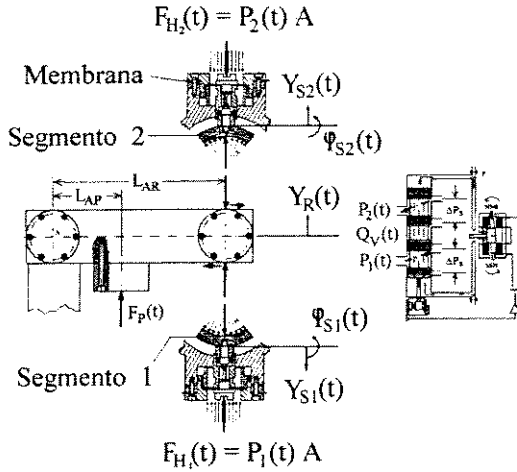
As equações diferenciais que descrevem o comportamento das forças presentes em mancais hidrodinâmicos são geralmente não lineares. Entretanto, estas podem ser li-

nearizadas para determinadas condições de operação da máquina. O resultado desta linearização é a representação dos elementos de força por elementos de mola e de amortecedor teóricos, com suas respectivas constantes de rigidez e amortecimento. Assim, estes coeficientes podem ser usados como parâmetros de influência do mancal sobre o comportamento dinâmico da máquina, e esta influência pode ser benéfica caso o projetista consiga utilizá-la a favor de uma melhoria de desempenho da máquina. A possibilidade de se ajustar ou modificar as características dos mancais, quantificadas pela sua rigidez e pelo seu amortecimento teóricos, de acordo com as diferentes condições de operação da máquina é de extrema utilidade para que se atinja esta melhoria no desempenho dinâmico do equipamento. Isto pode ser obtido com o projeto e o desenvolvimento de *mancais hidrodinâmicos ativos e inteligentes* (Unicamp [86], Santos [69]).

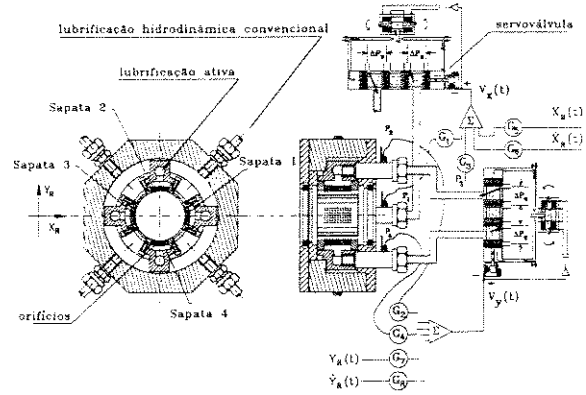
Dentre os mancais hidrodinâmicos existentes, os *mancais segmentados* de sapatas móveis são os que apresentam as melhores características dinâmicas no que diz respeito à estabilidade da parte rotativa. No entanto, estas características dependem fortemente da rotação da máquina, cujo aumento faz com que se tenha uma diminuição da reserva de amortecimento, conduzindo os sistemas rotativos a sérios problemas de instabilidade e vibrações auto-excitadas. Estes problemas são ainda mais marcantes em outros tipo de mancais hidrodinâmicos, como por exemplo os mancais hidrodinâmicos cilíndricos.

Trabalhos publicados no início da década de 90 mostram a utilização de sistemas hidráulicos de controle em mancais segmentados, com o intuito de aumentar a reserva de amortecimento em determinadas condições de operação críticas (Santos [66]). A injeção de óleo em câmaras localizadas na parte posterior das sapatas faz com que estas sapatas se movimentem em direção à parte girante, reduzindo-se assim a espessura local do filme de óleo e obtendo-se, como consequência, um aumento do nível de amortecimento do mancal. Portanto, aproveitando-se a forma construtiva destes mancais, procurou-se o aumento da faixa de rotação estável e a redução das amplitudes de vibração adotando-se uma malha de controle realimentada com sinais de posição do sistema rotativo e de pressão do filme de óleo (Figura 1.2(a)).

Um outro mancal segmentado foi desenvolvido no Departamento de Projeto Mecânico da Universidade Estadual de Campinas com o intuito de superar algumas limitações apresentadas pelo mancal segmentado com sapatas móveis descrito acima. Trata-se de um novo conceito na criação de mancais hidrodinâmicos inteligentes e será a base de estudo deste trabalho. Este mancal é composto por quatro segmentos móveis cujas superfícies apresentam orifícios igualmente espaçados, que nada mais são do que dutos radiais que se comunicam com um pequeno reservatório presente no interior dos segmentos. Estes reservatórios, por sua vez, são conectados a servoválvulas. Portanto, através destes orifícios pode-se injetar óleo diretamente na folga radial do mancal a uma pressão controlada pela servoválvula. A este procedimento dá-se o nome de *lubrificação ativa*. A lubrificação ativa tem por objetivo modificar a distribuição de pressões hidrodinâmicas do mancal.



(a) Mancal segmentado ativo com câmaras hidráulicas e membrana elástica na parte posterior das sapatas (Santos [66])



(b) Mancal segmentado ativo com injeção radial de óleo via orifícios usinados nas sapatas (Santos e Russo [72])

Figura 1.2: Mancais segmentados ativos.

modificando-se assim a força hidrodinâmica resultante sobre a parte girante. Uma vez que uma força qualquer, por exemplo o desbalanceamento, atue sobre o rotor (parte girante) tentando deslocá-lo para uma determinada direção, a injeção de óleo na folga radial será responsável pela mudança da distribuição de pressões hidrodinâmicas, criando uma força resultante em direção contrária à da força excitante, equilibrando o sistema. Com os sinais provenientes de sensores de pressão e posição, pode-se realimentar a malha do sistema de controle, a qual alimentará as servoválvulas, no sentido de se aprimorar a resposta dinâmica da máquina (Figura 1.2(b)).

Nota-se, portanto, que a criação de novos tipos de mancais, envolvendo sistemas ativos e inteligentes que superem as limitações dos mancais conhecidos, tem recebido especial atenção nos últimos anos. Trata-se de um dos recentes desafios que os pesquisadores enfrentam na área de Tribologia.

1.1 Objetivos

Além de se atingir um melhor embasamento teórico sobre mancais hidrodinâmicos segmentados ativos e inteligentes, tem-se como objetivos fundamentais a serem alcançados com a utilização deste tipo de mancal inteligente com injeção radial de óleo:

- a redução de vibrações e ruídos em máquinas rotativas, através do aumento da reserva de amortecimento do filme de óleo;
- a redução de amplitudes de vibração de rotores passando pela velocidade crítica, através da modificação da rigidez do filme de óleo, e a conseqüente alteração da própria velocidade crítica;
- o aumento da faixa útil de rotação das máquinas rotativas, através do aumento da estabilidade;
- o aumento da capacidade de carga em baixas rotações, ou mesmo em rotação nula, através da injeção de óleo direta entre as partes girante e estática;
- a redução do torque de acionamento, através da redução do atrito entre as partes girante e estática, pela lubrificação direta antes do acionamento da máquina rotativa;
- a compensação dos efeitos térmicos, através da injeção direta do fluido lubrificante na folga radial a uma temperatura mais baixa.

Os efeitos térmicos presentes durante o funcionamento de mancais hidrodinâmicos alteram profundamente as características viscosas do fluido lubrificante de trabalho. Uma análise teórica que considere a viscosidade e a distribuição de temperaturas constantes ao longo de todo o mancal (análise isoviscosa e isotérmica) pode não apresentar resultados acurados na predição do comportamento dinâmico da máquina. A alteração da temperatura de um fluido altera significativamente a sua viscosidade, alterando-se por conseqüência a distribuição de pressões resultante do filme de óleo. Tem-se, portanto, uma mudança das forças hidrodinâmicas e dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal, o que altera o comportamento dinâmico da máquina.

Uma vantagem que se apresenta na utilização deste novo tipo de mancal é a possibilidade de se compensar os efeitos térmicos pela injeção direta do fluido lubrificante na folga radial a uma temperatura mais baixa que a do fluido escoante. O fluido escoante, proveniente da lubrificação hidrodinâmica, apresenta uma temperatura mais alta pois carrega consigo a energia térmica decorrente das perdas por atrito viscoso na folga radial do mancal. Portanto, intui-se que o mancal apresente temperaturas mais baixas, o que dependerá não só das temperaturas de entrada, mas também das respectivas vazões de óleo provenientes da lubrificação passiva (tradicional) e ativa. Um tipo de análise que objetive o estudo destes efeitos também não pode se basear em uma teoria isotérmica e isoviscosa.

Assim, o *objetivo deste trabalho de mestrado* é a investigação dos efeitos térmicos sobre as propriedades deste novo conceito de mancal hidrodinâmico com injeção radial de

óleo via múltiplo orifícios. De posse das características do fluido lubrificante, e resolvendo-se a equação da energia simultaneamente com a equação de Reynolds modificada, pode-se determinar a distribuição de temperaturas no filme de óleo. Com isto, viabiliza-se a predição das temperaturas de operação, a sua influência nos demais parâmetros de interesse do mancal, bem como a análise das hipóteses adotadas ao longo de toda a modelagem matemática do sistema mecânico.

Uma análise experimental em bancada de testes será responsável pela validação dos resultados teóricos obtidos. Tal análise servirá de base para a explicação de eventuais discrepâncias entre teoria e experimento, de onde propostas de melhoria do modelo matemático serão obtidas com o intuito de se desenvolver um modelo mais realista do mancal.

1.2 Revisão Bibliográfica

O projeto de uma máquina envolve uma análise criteriosa de todos os seus componentes. Isto é importante, pelo fato da necessidade de se ter total domínio sobre os parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico do equipamento. O conhecimento da maneira como os parâmetros de projeto influenciam o comportamento da máquina faz com que o projetista tenha mais flexibilidade nos momentos de tomada de decisão. O projetista fica em uma situação confortável para efetuar eventuais mudanças de projeto quando tem pleno conhecimento das conseqüências destas mudanças. Assim, a análise dos componentes de uma máquina é de fundamental importância para que, do projeto, resulte um equipamento mais confiável, eficiente e seguro.

Máquinas rotativas de grande porte, como turbinas, turbogeradores e compressores, por exemplo, têm como requisito básico uma alta eficiência de trabalho com um mínimo gasto de energia. Como se tratam de equipamentos de custo elevado, estes devem ainda apresentar alta confiabilidade de seus componentes, visando o aumento da vida útil da máquina. Portanto, o estudo dos componentes de máquinas rotativas visa o contínuo aperfeiçoamento deste tipo de equipamento, para que se tenha cada vez mais máquinas de alto desempenho.

Os mancais de máquinas rotativas, como componentes que são destes equipamentos, formam um universo riquíssimo tanto para o estudo, como para o projeto de máquinas mais eficientes. Como se trata da interface entre a parte girante e a parte estática, os mancais influenciam de modo significativo o comportamento dinâmico do equipamento. Em conseqüência, muitos parâmetros de projeto, como a capacidade de carga, as velocidades críticas e o torque de acionamento, dependem fortemente das características do mancal utilizado na máquina. Considerando-se que, dentre a gama existente, os mancais mais

superfície das sapatas e a assumem como a temperatura do rotor (Brockwell e Dmochowski [5], Ha et al. [27] e Dmochowski et al. [11]). Porém, cada uma dessas análises chega a resultados próximos, mas abaixo dos valores experimentais, ao contrário do que ocorre na análise adiabática, e são resultados obtidos no estudo de problemas diversos. Portanto, cabe ao pesquisador o estudo da melhor hipótese de avaliação da temperatura do mancal, e se for o caso, de avaliação da temperatura do rotor também, conforme o seu próprio problema.

Região de Mistura

Uma região de extrema importância para a análise térmica de mancais hidrodinâmicos segmentados é o espaço existente entre duas de suas sapatas. Esta região é relevante, pois é nela onde o lubrificante do mancal, aquecido, entra em contato com o suprimento de lubrificante, mais frio. Por esta razão, esta região também é conhecida como *região de mistura*. A importância deste fato está na determinação da temperatura a que o óleo entra na sapata seguinte à região de mistura, pois a distribuição de temperaturas na entrada da sapata é condição de contorno para a solução da equação da energia. McCallion et al. [50], por exemplo, obtiveram temperaturas teóricas abaixo das temperaturas experimentais na região de entrada do óleo, pois não consideraram em seu modelo a influência do óleo quente, presente na folga radial, sobre o óleo frio que entrava no mancal. Portanto, o estudo desta região e as hipóteses de seu mecanismo de funcionamento têm profunda consequência nos resultados teóricos finais.

Um estudo bastante aprofundado sobre esta região, e também sobre o fenômeno de cavitação, foi apresentado por Heshmat e Pinkus [30], sendo de grande valia para a compreensão do comportamento do fluido nestas regiões entre as sapatas do mancal. A região de mistura apresenta uma espessura muito maior do que a folga radial do mancal (espaço entre a sapata e o rotor). Assim, grande parte do fluido frio de reposição que ali se encontra não contribui para a troca de calor com o fluido quente, pois tem pouco efeito sobre as vazões que saem ou que entram nas sapatas. Considerando-se que, pelo princípio da aderência, o fluido quente que sai da sapata e entra na região de mistura continua acompanhando o rotor, pode-se considerar que a região de mistura efetiva do óleo quente com o óleo frio resume-se às proximidades do rotor. Mais precisamente, a região de mistura efetiva tem dimensão da mesma ordem da espessura do filme de óleo (Heshmat e Pinkus [30]). Assim, não é necessária a análise de toda a região de mistura, o que seria bastante complexo, mas apenas a análise da região próxima ao rotor.

A primeira hipótese que surge para a determinação da temperatura de entrada das sapatas é a de que esta temperatura tem o mesmo valor que a temperatura do suprimento de óleo. Trata-se de uma estimativa bastante grosseira, pois ao se aceitá-la, admite-se que todo o calor gerado no mancal é removido pelo óleo presente na região de mistura.

Uma forma simples, mas um pouco mais coerente, de se estimar a temperatura de entrada da sapata é pela média aritmética entre a temperatura do óleo quente e a temperatura do suprimento de óleo, mais frio. Porém, tal análise tem o inconveniente de desprezar os efeitos convectivos dos fluxos de óleo na temperatura final (Heshmat e Pinkus [30]). Portanto, uma maneira mais racional de se estimar a temperatura resultante da mistura é pela média ponderada das temperaturas pelas respectivas vazões. Uma análise deste tipo, na verdade, efetua um balanço de energia na região de mistura, onde se considera que há conservação de energia do fluido. Este tipo de estimativa é bastante utilizado na literatura, pois possibilita muitas variações. Muitas vezes, um fator de correção é inserido no cálculo da média ponderada com o objetivo de se considerar eventuais perdas térmicas durante a mistura, ou considerar que nem todo o óleo quente entra em contato com o óleo frio (Tanaka [79]).

Outras maneiras de se estimar a temperatura de entrada do lubrificante nas sapatas não são facilmente encontradas na literatura, tendo-se em vista que a aplicação de um balanço de energia na região de mistura é intuitivamente plausível. Entretanto, cabe lembrar que na possibilidade de troca de calor do óleo com o rotor, os resultados da temperatura do óleo de entrada serão fortemente afetados pela temperatura do rotor (Ettles [15]). Uma análise alternativa foi apresentada por Vohr [90], que faz um balanço de energia global sobre todo o mancal, e procura a distribuição de temperaturas de entrada nas sapatas que satisfaça a conservação de energia global. Trata-se de uma análise mais completa do sistema, porém mais laboriosa, para a obtenção dos resultados, pois há a necessidade de se calcular as taxas de transferência de calor entre o mancal e o ambiente, entre as muitas possibilidades de isto ocorrer (perda de calor pelo fluxo axial do óleo, perda de calor pelo rotor, perda de calor pelas sapatas, troca de calor entre os fluxos de óleo, etc.). Com isto, ganha-se na generalização do modelo matemático, mas perde-se em complexidade do sistema de equações a ser resolvido e em tempo computacional.

Cavitação (Desaeração)

Um fenômeno importante na análise termo-hidrodinâmica é a *cavitação* (desaeração) do lubrificante. A cavitação em mancais ocorre quando a pressão hidrodinâmica cai, a tal ponto de expandir as minúsculas bolhas de ar presentes no fluido. A aglutinação destas bolhas faz com que se tenha uma "ruptura" do filme de óleo. Com isto, o filme de óleo deixa de ser contínuo e passa a ser formado por filetes de óleo e de ar. Este fenômeno geralmente ocorre quando se tem uma rápida expansão do fluido após passar pela região de menor folga radial, e estas condições aparecem em mancais com alto fator de pré-carga sob alto carregamento (Lang e Steinhilper [42]). O interessante trabalho de Heshmat e Pinkus [30] descreve a física do fenômeno de maneira bastante detalhada, e mostra uma foto de um mancal cilíndrico, feito em acrílico transparente, onde se pode visualizar a

região de cavitação.

Em termos de modelagem teórica, a abordagem mais simples deste fenômeno, e mais difundida na literatura, é a imposição de pressão ambiente nas regiões do mancal onde o fluido cavitava. Porém, um dos primeiros trabalhos a tentar incorporar o fenômeno à solução numérica da equação de Reynolds foi feito por Elrod [14]. Elrod propõe um algoritmo computacional capaz de determinar a pressão do óleo para toda a área do mancal, inclusive nas regiões cavitantes, cujos resultados mostraram-se razoavelmente bons em comparação a dados experimentais.

Boncompain et al. [2] analisam a região de cavitação como um escoamento bifásico, onde filetes de óleo e vapor de óleo escoam paralelamente. Com isto, adotam coeficientes de troca de calor distintos para estes filetes e resolvem a equação da energia como se o escoamento fosse homogêneo. Seus resultados de pressão do óleo estão próximos dos dados experimentais, principalmente ao se considerar as deformações térmicas das paredes do mancal. Posteriormente, muitas contribuições no estudo dos efeitos térmicos surgiram incluindo um tratamento mais cuidadoso da região de cavitação (Mitsui [52]), sendo o trabalho de Vijayaraghavan [88] uma boa fonte de referências na área.

Assim, um modelo teórico cujos resultados não são condizentes com a realidade pode estar negligenciando efeitos relevantes no escoamento do lubrificante, como é o caso da cavitação.

Deformação Elástica e Análise Dinâmica

Muitos autores têm se preocupado em inserir à análise térmica os efeitos de deformação elástica das sapatas. Uma análise deste tipo envolve toda uma modelagem matemática da sapata, necessitando-se de maior esforço computacional. Entretanto, uma conclusão importante destes trabalhos é que as deformações elásticas das sapatas apresentam uma influência significativa sobre os coeficientes de rigidez e amortecimento e sobre os efeitos térmicos do mancal somente em casos de um carregamento muito alto sobre o rotor (Ettles [15]). A comparação entre os resultados obtidos pela teoria térmica e pela teoria termo-elástica com dados experimentais mostra que a teoria termo-elástica pode ser mais realista do que a teoria apenas térmica, tanto em termos de pressão, como em termos das temperaturas sobre a sapata (Fillon et al. [18]).

De um modo geral, estudos mostram que as deformações térmicas tendem a aumentar a capacidade de carga do mancal, enquanto deformações elásticas locais na sapata apresentam um efeito oposto (Yang e Rodkiewicz [93]). Os deslocamentos, resultantes de uma deformação elástica, devem ser considerados para se determinar com maior precisão a folga radial existente entre o rotor e a sapata. Comparações teórico-experimentais ilus-

tram uma determinação mais realista de valores de temperatura sobre as sapatas pelo modelo elasto-hidrodinâmico, principalmente nas extremidades das sapatas onde o efeito da deformação sobre a variação da folga radial é mais marcante (Bouchole et al. [3]).

Quando se considera o rotor sujeito a movimentos vibratórios (desbalanço), os resultados encontrados pela análise elástica aliada à análise térmica mostram um aumento da órbita do rotor. Este aumento tem como consequência a diminuição da folga radial local, o que acarreta um aumento dos níveis de pressão e maior dissipação viscosa, ou seja, aumento da temperatura do mancal (Gadangi e Palazzolo [23]). Porém, este efeito depende profundamente da frequência de desbalanço. Estudos mostram que, quanto maior a frequência de excitação do rotor, menor é a flutuação da temperatura do mancal. Em casos de frequência muito alta, devido à inércia térmica, a temperatura do óleo não tem tempo suficiente para sentir as mudanças da folga radial. O processo de condução térmica torna-se muito lento em relação à velocidade das mudanças de condições de operação, o que faz com que a variação da temperatura do mancal, no tempo, seja amortecida (Yang e Rodkiewicz [94]). Dependendo das condições de operação do mancal, a variação de temperatura do lubrificante em função do carregamento dinâmico pode não exceder 1 °C, embora estes gradientes possam levar o rotor a significativas tensões térmicas (Gomiciaga e Keogh [25]).

O tempo necessário para as temperaturas em todo o mancal atingirem o regime permanente é relativamente grande, devido à grande inércia térmica da carcaça e do rotor, chegando a 600 segundos em alguns estudos. Apesar de muitos trabalhos considerarem que as temperaturas do lubrificante atingem o regime permanente em poucos segundos, análises experimentais indicam que estas temperaturas acompanham a variação das temperaturas dos demais componentes do mancal, pois dependem destas temperaturas (Kucinshi e Fillon [41]). Assim, é de se esperar que as temperaturas de regime do lubrificante sejam também atingidas depois de longo período de tempo. Interessantes resultados teóricos podem ser observados no trabalho de Monmousseau et al. [54], onde as distribuições de temperatura do óleo e da sapata são ilustradas para diferentes instantes de tempo, durante a partida ("*start-up*") de um mancal segmentado sem carregamento.

Variação das Propriedades do Lubrificante

A análise termo-hidrodinâmica de um mancal envolve a decisão do tipo de abordagem a ser aplicada ao filme de óleo. Dentre os tipos de abordagens, a mais polêmica é a consideração, ou não, de variações de temperatura na direção radial do fluido. Ao contrário de outras hipóteses, como a de gradiente de temperatura nulo na direção axial (Dowson e March [13]), esta hipótese ainda é origem de controvérsias. A tendência mais forte, atualmente, é pela consideração da existência de gradientes de temperatura na direção radial, tendo em vista que se trata de uma abordagem mais completa do sistema.

Análises experimentais mostram que existe uma diferença entre as temperaturas do rotor e da sapata. Considerando-se que o filme de óleo é extremamente delgado, tem-se gradientes bastante altos de temperatura nesta direção. Estudos teóricos indicam ainda que esta hipótese deve ser considerada, principalmente se a condutividade térmica do óleo for muito menor do que 1 W/kg.K (Rajalingham et al. [63]). Entretanto, muitos autores preferem desprezar estes efeitos na direção radial, pois argumentam que a melhoria dos resultados pela adoção desta hipótese não compensa o esforço necessário para a resolução da equação da energia (Vohr [90]). Além disso, resultados experimentais mostram que, para determinadas condições de carregamento, tem-se um gradiente muito pequeno de temperatura, na direção radial, nas sapatas menos solicitadas (Ha et al. [27]).

Análises sobre a viscosidade e a condutividade térmica do lubrificante também são encontradas na literatura, onde a influência destes parâmetros no desempenho de mancais é estudada. Por exemplo, a forte dependência da viscosidade em relação à temperatura é fato já bastante conhecido e difundido. Quanto mais suave for a relação viscosidade-temperatura, maiores serão a capacidade de carga, a potência dissipada e os níveis de temperatura do mancal (Rajalingham e Prabhu [61], Vijayaraghavan e Brewe [89]). Porém, a viscosidade varia também em função de outros parâmetros, embora de forma não tão pronunciada. Estudos indicam que o efeito da pressão na viscosidade causa mudanças no desempenho de mancais apenas para altos níveis de carregamento. De modo geral, do ponto de vista de desempenho de mancais, desprezar os efeitos da pressão na viscosidade equivale a adotar uma taxa de variação da viscosidade em relação à temperatura aproximadamente 20 % menor do que a real (Vijayaraghavan e Brewe [89]). Quanto à condutividade térmica do lubrificante, o seu aumento melhora o desempenho de mancais. Um lubrificante com maior condutividade térmica dissipa mais rapidamente o calor gerado por fricção, o que diminui as temperaturas desenvolvidas e aumenta a capacidade de carga do mancal (Rajalingham et al. [62]).

Aparato Experimental

Nas últimas duas décadas bons trabalhos experimentais surgiram concentrados no estudo dos efeitos térmicos de mancais deslizantes (hidrodinâmicos). Por consequência, os mais diferentes aparatos experimentais e arranjos de instrumentação foram apresentados para a medição dos parâmetros de interesse em mancais (temperatura, pressão, excentricidade). Porém, a instrumentação é basicamente posicionada ou no rotor, ou na carcaça, pois não é possível se instalar transdutores na folga radial para medir as propriedades do lubrificante. Não há transdutores suficientemente pequenos no atual estágio tecnológico que caibam na folga radial sem que haja interferência no escoamento do óleo. Desta forma, por mais instrumentado que seja o mancal, os dados experimentais obtidos somente poderão fornecer informações sobre o interior do filme de óleo de forma indireta (Cheremisinoff e

Cheremisinoff [7]).

Entre os transdutores de pressão de rápida resposta existentes, destacam-se os piezoelétricos, os de capacitância variável, os de resistência variável, os de relutância variável e os transformadores de variação linear (Cheremisinoff e Cheremisinoff [7]). Considerando-se que em mancais tem-se espaço reduzido, e devido ao menor custo e facilidade de instalação e manuseio dos *transdutores piezoelétricos*, estes sensores são os mais difundidos para a aplicação experimental em mancais deslizantes.

Um exemplo da aplicação de sensores piezoelétricos foi apresentada por Tonnesen e Hansen [83], ao estudar as características de um mancal cilíndrico a partir de uma bancada de testes. Neste trabalho optou-se por medir a pressão do filme de óleo a partir de transdutores instalados no rotor. Desta forma, a distribuição de pressões do óleo é medida no plano meridiano do mancal a cada revolução do eixo e os sinais do transdutor são transmitidos para escovas nas extremidades do eixo, de onde poderão ser armazenados. Outros exemplos de aplicação de transdutores de pressão piezoelétricos podem ser vistos nos trabalhos de Hopf e Schüller [31], Tanigushi et al. [80] e Ha et al. [27], sendo que em Ha et al. foi possível detectar o efeito de "*pressure build-up*" nos resultados apresentados. Os detalhes de instalação de um transdutor de pressão no rotor de um mancal segmentado de quatro sapatas pode ser visto no trabalho de Ha e Kim [26].

O erro nas medições da pressão depende profundamente do tamanho, formato, regularidade do duto de tomada de pressão e da rugosidade superficial do mancal. Caso seja de interesse medir transientes, o erro nas medições passa a depender também da dinâmica de resposta do sistema transdutor-transmissão, e portanto as incertezas podem ser ainda maiores (Cheremisinoff e Cheremisinoff [7]).

Tonnesen e Hansen [83], assim como Ha e Kim [26], Hopf e Schüller [31] e Tanigushi et al. [80], também acoplam ao rotor sensores de deslocamento. Outros autores instalam estes sensores na carcaça, como Brockwell e Kleinbub [6], Ha et al. [27], Monmousseau e Fillon [53] e Mitsui [52]. A medição dos deslocamentos do rotor durante a operação da máquina é de extrema importância para o monitoramento dos níveis de vibração. Além disso, através destes deslocamentos pode-se estimar a folga radial existente entre o rotor e o mancal, e assim determinar o posicionamento do rotor em relação ao mancal para cada condição de operação da máquina. Os sensores que melhor se aplicam para a medição da posição de corpos em rotação são os *sensores capacitivos* e os *sensores indutivos*. Estes sensores são aconselhados pois não necessitam entrar em contato direto com a superfície do rotor para se efetuar as medições (Dally et al. [8]).

No trabalho de Tonnesen e Hansen [83], por exemplo, a posição do rotor de sua bancada é medida com sensores tanto capacitivos quanto indutivos. Os sensores capacitivos são instalados em ambos lados da carcaça do mancal, de forma a se ter quatro sensores:

dois na direção horizontal e dois na direção vertical. Através da combinação dos sinais obtidos pelos sensores capacitivos nos planos horizontal e vertical, pode-se determinar a atitude do rotor no interior do mancal, ou seja, a sua posição de equilíbrio. Os sensores indutivos são instalados no interior do rotor e fornecem a cada revolução o valor da folga radial. Diversos autores também adotam este procedimento de instalação dos sensores em dois planos ortogonais, sendo algo bastante difundido na literatura (Brockwell e Kleinbub [6], Bouchole et al. [3], Makino et al. [47], Fillon et al. [18]).

A sensibilidade dos sensores capacitivos pode ser aumentada ao se reduzir a área do sensor, entretanto deve-se tomar cuidado pois a faixa de aplicação linear deste é proporcional à metade do diâmetro. Os efeitos de temperatura nos dados do sensor indutivo são pequenos, tendo-se em vista que as suas espiras internas têm por função contrabalançar estes efeitos. Entretanto, um pequeno erro pode ser introduzido nas medições em função da dilatação do material da superfície a ser medida (Dally et al. [8]).

A maneira mais barata, e também mais utilizada, para se medir as temperaturas do filme de óleo de um mancal deslizante é através do uso de *termopares*. Os tipos de termopares mais utilizados na medição de temperaturas em mancais são aqueles formados por juntas de cobre-constantan (De Choudhury e Barth [9], Read e Flack [65], Mitsui [52], Brockwell e Kleinbub [6], Ha et al. [27], Ha e Kim [26]), ferro-constantan (Tonnesen e Hansen [83], Fillon et al. [18], Kucinshi e Fillon [41]) e cromel-alumel (Tanigushi et al. [80], Fillon et al. [18], Makino et al. [47], Kucinshi e Fillon [41]), estando suas precisões ao redor de 1 °C, o que depende muito da instalação.

Fillon et al. [18] realizam medições de temperatura em mancais segmentados de quatro sapatas de forma bastante abrangente, pois descrevem a instalação de termopares nas sapatas (superfície, interior e parte posterior), na superfície do rotor, no suprimento e retorno de óleo e na carcaça do mancal, totalizando 40 termopares em sua bancada de testes. Mitsui [52] obtém resultados em uma bancada de testes com 144 termopares distribuídos. Diversos trabalhos descrevem o posicionamento dos termopares na superfície das sapatas do mancal, e fica evidente o maior interesse na medição das temperaturas das sapatas mais solicitadas pela maior concentração de termopares nestas (Brockwell e Kleinbub [6], Fillon et al. [18]).

O posicionamento de termopares na superfície das sapatas tem por objetivo avaliar o comportamento térmico na interface lubrificante-sapata. Da mesma forma, termopares posicionados na superfície do rotor permitem a determinação das temperaturas na interface rotor-lubrificante (Tonnesen e Hansen [83], Ha e Kim [26], Kucinshi e Fillon [41]). Desta forma, a adoção de termopares tanto nas sapatas como no rotor permite se ter uma estimativa dos gradientes de temperatura no interior da folga radial. De Choudhury e Barth [9], por sua vez, investigam os efeitos térmicos de um mancal de cinco sapatas através da análise das temperaturas no retorno do lubrificante, e concluem que as tem-

peraturas do filme de óleo são mais sensíveis às mudanças de carregamento e velocidade de rotação do que as temperaturas do óleo de retorno. Assim, para efeito de controle e monitoramento de uma máquina, é preferível obter as temperaturas do filme de óleo ao invés das temperaturas de retorno.

Um interessante trabalho de análise transiente das temperaturas de um mancal cilíndrico foi feito por Kucinshi e Fillon [41]. Diferentes condições de operação foram medidas, dando-se maior ênfase à partida da máquina (*"start-up"*), onde pode-se observar a variação das temperaturas do mancal até se atingir a condição de regime. Seus resultados também mostram uma comparação entre juntas de termopares de diferentes diâmetros. Quanto maior é a junta, maior é a inércia térmica e portanto maior será a defasagem entre valores de temperatura reais e medidos. Resultados experimentais transientes também podem ser observados no trabalho de Monmousseau et al. [54].

Uma bancada de testes bastante completa é apresentada no trabalho de Read e Flack [65]. Os autores instalam transdutores de pressão, deslocamento e temperatura tanto no rotor quanto na carcaça, possibilitando uma análise mais completa e abrangente do comportamento do mancal. Além disso, descreve-se também a montagem dos transdutores, além dos demais aparelhos instalados na bancada (torquímetro, rotâmetro, filtros e analisadores digitais). Assim, trata-se de uma boa referência para o projeto de uma bancada de testes de mancais deslizantes.

1.2.3 Conclusão

A análise termo-hidrodinâmica de mancais segmentados é uma área do conhecimento que vem ganhando força ao longo dos anos, devido ao seu parâmetro de estudo (temperatura) ser fator de forte influência sobre as características do mancal. Porém, há muito ainda o que fazer, seja na implementação de modelos matemáticos mais realistas, seja pela análise do comportamento dinâmico do mancal em função da temperatura. A gama de trabalhos envolvendo o estudo termo-hidrodinâmico de mancais é bastante grande e as suas abordagens bastante vastas. Nesta revisão foram descritos somente alguns dos enfoques mais importantes e de interesse no estudo dos efeitos térmicos em mancais. Outros enfoques, como a adoção de fluidos não-Newtonianos (Ju e Weng [36]) e a consideração da rugosidade superficial do mancal (Hashimoto [29], Ramesh et al. [64]), entre outros, não foram analisados por estarem um tanto fora do escopo deste trabalho.

utilizados em máquinas rotativas de grande porte são os hidrodinâmicos segmentados, várias áreas do conhecimento são envolvidas no estudo das características destes mancais (Mecânica dos Sólidos, Mecânica dos Fluidos, Reologia).

Dentre as possibilidades de estudo dos mancais hidrodinâmicos segmentados, destacam-se as análises dos coeficientes de rigidez e amortecimento por efeitos hidrodinâmicos, as análises térmicas e as análises elásto-hidrodinâmicas, envolvendo-se toda uma modelagem matemática do mancal em função de sua geometria. A partir desta modelagem, estudos podem ser feitos no sentido de se analisar as condições de contorno adotadas, como a presença de cavitação, a consideração de temperatura de mistura na entrada das sapatas, rugosidade superficial, tipo de escoamento presente no mancal, além da análise dos métodos numéricos de resolução das equações do problema, seja pela discretização do sistema contínuo ou pela aproximação das respostas por polinômios interpoladores. Assim, a partir dos resultados obtidos nestas análises, pode-se projetar mancais cujas características influenciem de maneira positiva o comportamento dinâmico de máquinas rotativas. O conhecimento da influência que os mancais exercem sobre o equipamento, a partir de suas características, é o que torna possível a idealização de mancais inteligentes, cujo único objetivo é aproveitar esta influência para o aprimoramento do desempenho da máquina.

1.2.1 Análise Isotérmica de Mancais Segmentados Ativos

Em uma primeira análise, a consideração de uma distribuição uniforme de temperaturas ao longo de todo o mancal pode parecer apropriada. Muitos trabalhos, cujos objetivos são a investigação das características dinâmicas de mancais hidrodinâmicos, consideram em seus modelos matemáticos hipóteses isoviscosas, ignorando-se assim os efeitos térmicos ali presentes. Porém, a comparação entre os resultados teóricos e os experimentais pode nem sempre ser condizente. Um estudo deste tipo, que considera apenas os efeitos de distribuição de pressões do filme de óleo, é conhecido como uma *análise isotérmica* do mancal.

O princípio hidrodinâmico começou a ser melhor compreendido no final do século XIX, a partir das descobertas feitas pelo russo Nicolai Petrov (1836-1920). Petrov basicamente propôs a natureza hidrodinâmica da fricção em mancais ao estabelecer que: a propriedade mais importante do fluido em fricção não era a densidade, como se acreditava na época, mas sim a viscosidade; a natureza da fricção em mancais não era resultado da interação entre dois sólidos, mas sim da dissipação viscosa do fluido contido entre os dois sólidos (Pinkus [59]). Na mesma época, o inglês Beauchamp Tower (1845-1904) descobriu a capacidade de carga de fluidos em fricção de maneira curiosamente acidental. Tower, ao invés de lubrificar seu mancal apenas através de um banho de óleo, decidiu fazê-lo

também através de um furo na carcaça. Para sua surpresa, não só o óleo que deveria entrar no mancal era ejetado pelo furo, como também a rolha que usou para tentar conter tal vazamento. Com isto, Tower deduziu que não só havia óleo na interface entre os sólidos, mas também que este óleo estava pressurizado (Pinkus [59]). Tower foi o primeiro autor a determinar experimentalmente o perfil de pressão do lubrificante de um mancal. A base teórica, necessária para consolidar os conceitos empíricos descobertos por Petrov e Tower, foi finalmente descrita por Osborne Reynolds (1842-1912) que formulou a equação diferencial básica do fenômeno hidrodinâmico, a qual recebe seu nome. Um interessante histórico das descobertas obtidas nesta área desde o século XIX pode ser encontrado no trabalho de revisão de Pinkus [59], elaborado em comemoração ao centenário da dedução da equação de Reynolds.

A análise hidrodinâmica de mancais segmentados envolve a solução da equação de Reynolds aplicada a cada sub-sistema rotor-óleo-sapata. Como a equação de Reynolds descreve o comportamento do fluido neste sub-sistema, a partir de sua solução, tem-se como informação a velocidade e a pressão de cada partícula de fluido. Com base nisto, as forças hidrodinâmicas presentes no mancal podem ser equacionadas.

Porém, considerando-se que a equação de Reynolds não possui solução analítica conhecida, sua utilização na modelagem teórica de mancais hidrodinâmicos só passou a ser efetiva a partir do momento em que a solução numérica de equações elípticas foi consolidada (Peaceman e Rachford [57]). Desta forma, os resultados obtidos antes do desenvolvimento de métodos numéricos baseavam-se em expressões empíricas, muitas vezes pouco precisas. Um exemplo disto é o trabalho de Boyd e Raimondi [4], onde uma comparação teórica entre mancais segmentados e mancais cilíndricos é feita e as vantagens dinâmicas de mancais segmentados (desacoplamento entre as direções ortogonais) não são detectadas em detrimento de um melhor desempenho dos mancais cilíndricos sob carregamentos estáticos.

Um dos primeiros autores a resolver a equação de Reynolds com o intuito de calcular teoricamente os coeficientes de rigidez e amortecimento de mancais hidrodinâmicos segmentados foi Lund [44]. Seus resultados mostram o crescimento do nível de rigidez do mancal com o aumento da velocidade de rotação da máquina. Porém, o aumento da rotação causa um efeito inverso sobre o nível de amortecimento, reduzindo-o, o que influi fortemente para o aumento da amplitude de vibração do rotor, quando sujeito a desbalanceo.

Estes efeitos foram comprovados experimentalmente por Malcher [48] e Klumpp [40], através de uma bancada de testes de turbinas bastante complexa, de onde se concluiu que os mancais segmentados apresentam uma reserva de estabilidade muito maior que a dos outros tipos de mancal hidrodinâmico. Apesar da comprovação qualitativa dos resultados teóricos, grandes desvios quantitativos entre os valores teóricos e os experimentais foram

relatados, principalmente para os coeficientes de amortecimento. Estes desvios podem ter sido causados pela adoção de hipóteses insuficientes, ou mesmo pela exclusão de algum fenômeno na análise teórica, como por exemplo os efeitos térmicos do mancal, que neste caso não foram considerados.

Uma das propriedades de mancais hidrodinâmicos segmentados é o desacoplamento entre as duas direções ortogonais. Este desacoplamento permite que os movimentos vertical e horizontal do rotor, em um dado sistema de referência, sejam independentes, ou seja, não influenciam um ao outro, o que não ocorre com outros tipos de mancal. Tal fato tem como justificativa a capacidade de rotação das sapatas, que têm liberdade para se ajustar às mais diferentes condições de operação de carregamento do mancal (Someya [74]). Por este fato, acreditava-se que mancais segmentados eram incondicionalmente estáveis. Porém, estudos sobre instabilidades e vibrações auto-excitadas em mancais segmentados surgiram a partir de 1988, confrontando esta afirmação. Lie et al. [43] e Flack e Zuck [20] apresentam em seus respectivos trabalhos resultados tanto teóricos como experimentais destas instabilidades. Estas análises são praticamente unânimes ao se afirmar que há grande probabilidade do sistema apresentar instabilidade quando se tem grandes folgas radiais e grandes carregamentos sobre o rotor. Estas condições de operação do mancal são propícias ao aparecimento de instabilidades em consequência, principalmente, da queda do nível de amortecimento.

A grande utilização de mancais segmentados em aplicações industriais se dá pelo fato destes apresentarem excelentes características de estabilidade e de reserva de amortecimento, além da facilidade de montagem, desmontagem e troca de sapatas danificadas, principalmente em sistemas de grande porte, como turbinas Francis, utilizadas em usinas hidrelétricas. O fato destes mancais poderem apresentar instabilidades, em certas condições de operação, fez com que se pensasse em uma forma de garantir o aumento das reservas de amortecimento e, conseqüentemente, da faixa de estabilidade destes mancais. Uma proposta para atingir este objetivo foi a utilização de técnicas de controle.

As primeiras idéias teóricas da aplicação de técnicas de controle em mancais segmentados são apresentadas por Ulbrich e Althaus [85], onde se propõe a utilização de atuadores piezoelétricos, localizados na parte posterior das sapatas do mancal, os quais são realimentados com sinais de deslocamento do rotor e pressão do filme de óleo. O objetivo deste sistema é a modificação dos coeficientes dinâmicos do mancal pela alteração da folga radial existente entre o rotor e as sapatas, consistindo em uma das primeiras tentativas da criação de mancais segmentados ativos.

Outro exemplo da aplicação de técnicas de controle em mancais segmentados foi apresentado por Santos [66]. O princípio de atuação sobre a dinâmica do mancal é o mesmo (alteração da folga radial), porém, utilizando-se câmaras hidráulicas ligadas a servoválvulas, ao invés de atuadores piezoelétricos. Os resultados teórico-experimentais

deste tipo de mancal segmentado ilustram um significativo aumento dos níveis de amortecimento, contribuindo para a redução das amplitudes de movimento do rotor. A modelagem matemática adotada, baseada na solução da equação de Reynolds por polinômios de Tschebyscheff (Springer [75, 76]), resultou em valores bastante coerentes em relação aos coeficientes de rigidez e amortecimento experimentais, porém com algumas discrepâncias em relação aos coeficientes de amortecimento em altas frequências. Isto se deve, entretanto, ao comportamento não-linear dos coeficientes dinâmicos do mancal, pois, na região próxima à ressonância do sistema, os deslocamentos do rotor, devidos a desbalanço, são relativamente grandes.

Um fator limitante da utilização de mancais com sistema de controle por câmaras hidráulicas é o fato de este ser um sistema mecânico relativamente complexo, dependente das características de seus componentes. Para velocidades de rotação muito altas, observa-se que o nível de amortecimento do sistema se reduz muito. Porém, o sistema de controle não consegue mais compensar estes efeitos, o que leva o sistema a apresentar vibrações auto-excitadas (Santos e Nicoletti [70]). Devido à alta pressão necessária nas câmaras hidráulicas, chega-se ao limite de resistência e de deformação de seus componentes (Santos [67]).

Uma idéia alternativa sobre a forma de melhorar o comportamento dinâmico de máquinas rotativas surge com a possibilidade da injeção de óleo na folga radial. Uma primeira idealização de um sistema deste tipo foi apresentada por Tanaka [79]. Tanaka instalou um bocal de injeção na região de suprimento de óleo (região entre sapatas). Através da injeção de óleo pressurizado pelo bocal diretamente sobre o rotor ("*spot lubrication*"), tem-se uma redução significativa da temperatura de trabalho do mancal. Porém, em relação a uma melhoria das características dinâmicas do mancal, este tipo de solução contribui muito pouco, servindo apenas a seu propósito, que é o de reduzir as temperaturas de operação do mancal.

Para que um sistema de injeção de óleo tenha efeito sobre as características dinâmicas do mancal, esta injeção deve alterar o perfil de distribuição de pressão sobre as sapatas. Assim, a injeção deve ser feita na região entre as sapatas e o rotor. As primeiras idéias neste sentido foram apresentadas por Santos [68], onde o autor idealiza orifícios nas sapatas por onde o óleo pressurizado poderia ser injetado na folga radial. Resultados teóricos mostram o efetivo aumento da capacidade de carga de mancais deste tipo quando se tem a atuação da injeção de óleo pelas sapatas (Santos e Russo [71]). Entretanto, uma eventual falha de um sistema deste tipo teria efeito oposto. O mancal perderia capacidade de carga pela fuga de lubrificante pelos orifícios de injeção, quando o sistema de injeção falhasse. Isto implica, portanto, que o sistema de controle deve ser bastante confiável e robusto.

Apesar desta desvantagem, as vantagens que se vislumbram pela utilização de um mancal com injeção de óleo são ainda maiores. Espera-se, com o uso deste mecanismo, a

redução do torque de partida e ainda a redução das temperaturas de operação do mancal. Tratando-se de um conceito relativamente novo, poucos estudos foram feitos neste sentido, tornando-se assim uma área bastante interessante para pesquisa.

1.2.2 Análise Térmica de Mancais Segmentados

O mancal hidrodinâmico é baseado no princípio da formação de uma distribuição de pressões na interface entre a parte girante (rotor) e a parte estática (carcaça), devido ao movimento relativo e à presença de um fluido viscoso entre estas partes (Lang e Steinhilper [42]). Para que isto ocorra, a folga radial deve ser bastante reduzida. Durante operação, o rotor de uma máquina rotativa está sujeito a grandes esforços externos, ou decorrentes de desbalanceamento, que tendem a pressioná-lo contra as paredes do mancal. Considerando-se que, nestas condições, tem-se uma espessura ainda mais reduzida do filme de óleo, além de altas pressões de origem hidrodinâmica e gradientes de velocidade com efeito cisalhante no fluido, as dissipações térmicas por efeitos viscosos são significativas (Pinkus [59]).

Sabendo-se que a viscosidade do óleo lubrificante depende profundamente da temperatura, é importante que se incluam os efeitos térmicos na análise de mancais hidrodinâmicos. A viscosidade do óleo é fator preponderante na formação das forças hidrodinâmicas, e a sua modificação durante a operação do mancal tem conseqüências sobre o comportamento dinâmico do mancal (Dowson e March [13], Smith e Tichy [73]). O mancal pode se comportar como isotérmico apenas em condições de baixa rotação e em regime permanente, porém com o aumento da rotação, os efeitos térmicos não podem ser desprezados (Knight e Barrett [39]).

O equacionamento dos efeitos térmicos se faz pela solução da equação da energia simultaneamente com a solução da equação de Reynolds, aplicadas na modelagem matemática do mancal. Uma análise deste tipo é chamada de *análise termo-hidrodinâmica* do mancal. Historicamente, as primeiras análises termo-hidrodinâmicas de mancais foram formuladas a partir da década de 40, porém com hipóteses bastante simples. Successivamente, modelos matemáticos mais elaborados surgiram, resultando-se em modelos teóricos mais realistas. O trabalho de revisão de Khonsari [37] relaciona mais de sessenta referências relativas a esta evolução, porém exclusivamente para mancais hidrodinâmicos não segmentados. Khonsari também aborda os avanços na área experimental, técnicas de solução das equações e a aplicação de fluidos não-Newtonianos, chegando à conclusão de que muitos problemas ainda não estão devidamente esclarecidos. Dentre estes destacam-se a mistura do óleo na região de suprimento, o papel da viscosidade na estabilidade do mancal e as análises térmicas de mancais operando com fluidos não-Newtonianos. Outro interessante trabalho de revisão foi feito por Swanson e Kirk [78], o qual relata a pesquisa experimental das características estáticas e/ou dinâmicas em mancais hidrodinâmicos de

geometria fixa. Swanson e Kirk listam mais de cem trabalhos indicando o tipo e tamanho do mancal estudado, além dos parâmetros analisados. Trata-se de uma boa fonte de dados experimentais para a validação de modelos teóricos, além de poder fornecer informações sobre a construção e montagem de bancadas de teste.

Uma das primeiras análises termo-hidrodinâmicas envolvendo a resolução das equações de Reynolds e da energia foi feita por Hunter e Zienkiewicz [33]. Os autores estudaram a interface entre uma sapata estacionária e um plano em movimento, adotando o Método das Diferenças Finitas na resolução numérica das equações (modelo bidimensional). Hunter e Zienkiewicz comparam os valores de pressão obtidos para dois casos distintos: modelo adiabático (fluido não troca calor com partes sólidas) e modelo isotérmico (partes sólidas permanecem a uma temperatura constante), e concluem que a influência da variação da temperatura e viscosidade através da folga radial pode ser desprezada. Trabalhos mais recentes, porém, indicam o contrário, sendo que tanto as temperaturas do rotor como as das sapatas e a distribuição de pressões dependem da variação de temperatura na folga radial (Rajalingham e Prabhu [61], Rajalingham et al. [63]).

Após Dowson [12] deduzir a equação de Reynolds generalizada no início da década de 60, inúmeros trabalhos surgiram considerando as mais variadas hipóteses e apresentando modelos cada vez mais completos (Jones e Martin [35], Pinkus [58], Fillon e Khonsari [19]). Com o avanço do desenvolvimento de métodos numéricos, aliado ao aumento da velocidade de processamento dos computadores, a obtenção das soluções das equações diferenciais do problema se tornou cada vez mais rápida, porém não menos trabalhosa.

Métodos Analíticos e Numéricos

Modelos tridimensionais do fluido no interior de mancais requerem um alto gasto computacional em virtude não só da complexidade das equações diferenciais envolvidas, mas também do tamanho das malhas de discretização necessárias aos métodos numéricos de resolução (Thompson [81]). No caso de uma análise conjunta do fluido e das partes sólidas dos mancais (rotor e carcaça) tem-se uma complexidade ainda maior do problema. Desta forma, estudos em mancais aplicando modelos complexos são poucos e somente a partir da década de 80 passaram a ser mais difundidos.

Um dos primeiros modelos teóricos do filme de óleo foi apresentado por Tipei e Nica [82]. Seus resultados da distribuição de temperaturas ao longo de um mancal cilíndrico estão razoavelmente próximos de dados experimentais, embora as equações diferenciais sejam resolvidas aplicando-se aproximações analíticas e desprezando-se a variação da temperatura na direção axial do mancal.

Lund e Hansen [45] propõem uma aproximação do perfil de temperatura na folga

radial através de polinômios de quarta ordem, enquanto a variação da temperatura na direção circunferencial do mancal é expressa em termos de série de Fourier. Neste trabalho, trocas de calor do fluido com o rotor e carcaça também são considerados. Apesar do modelo apresentado envolver ainda um balanço de energia na carcaça, discrepâncias entre resultados teóricos e experimentais ocorreram, tanto em relação à distribuição de temperaturas como em relação à excentricidade do rotor (Lund e Tønnesen [46]).

O uso de métodos numéricos, como forma de se obter a solução das equações de Reynolds e da energia, facilitou o trabalho dos pesquisadores, sendo o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) os mais utilizados na literatura (Huebner [32]). Gethin [24] compara a eficiência destes dois métodos em um modelo tridimensional de um mancal cilíndrico, chegando à conclusão de que ambos métodos são eficientes para se abordar o problema, embora o MEF apresente a vantagem de incorporar com facilidade uma análise elástica das partes sólidas do mancal. Um exemplo bastante completo da aplicação do MEF na análise termo-hidrodinâmica da mancais pode ser visto no trabalho de Tucker e Keogh [84]. Os autores descrevem um modelo tridimensional não só do fluido escoante, mas também do rotor e das paredes de um mancal cilíndrico. Desta forma, distribuições de temperatura são mostradas ao longo da folga radial, ao longo do eixo e também no interior das paredes do mancal, onde as trocas de calor são consideradas.

Resultados teóricos condizentes também são encontrados com a utilização do Método dos Volumes Finitos (Han e Paranjpe [28]). Muitos autores aconselham o uso deste método para a resolução de equações que governam o comportamento de fluidos devido à sua maior proximidade com a física do problema. O Método dos Volumes Finitos (MVF), assim como o Método dos Elementos Finitos (MEF), baseia-se na aplicação de volumes de controle ao domínio, ao contrário dos demais métodos (como o MDF) que se baseiam em pontos de discretização (Maliska [49]).

Métodos alternativos de análise do filme de óleo também são encontrados na literatura. Wang e Seireg [91], por exemplo, propõem um modelo do escoamento do lubrificante composto por três regiões distintas: duas zonas de escoamento laminar próximas às partes sólidas, e uma zona de cisalhamento central, onde a expansão do fluido é considerada (densidade não é constante). Com isto, deve-se resolver três equações da energia (uma para cada zona de fluido) e não apenas uma equação como na análise convencional. Apesar da teoria e dos resultados publicados serem consistentes, tem-se um gasto computacional relativamente maior. Fu e Parkins [22], com o intuito de obter a solução da equação de Reynolds, apresentam a utilização de uma série de Fourier para descrever a distribuição de pressões do lubrificante em um mancal de cinco sapatas. Desta forma, segundo os autores, tem-se um método bastante rápido e direto, ao contrário dos métodos numéricos convencionais (MDF, MEF e MVF) que exigem processos iterativos e grande memória de armazenamento computacional. Entretanto, a comparação dos resultados teóricos com dados experimentais da literatura mostrou algumas discrepâncias, as quais os autores re-

lacionam ao fato dos termos de segunda ordem da série de Fourier terem sido desprezados.

Como se constata, muitos são os métodos de solução das equações diferenciais que regem o problema, cabendo ao pesquisador a escolha do método que melhor se aplica ao seu caso de estudo.

Regime de Escoamento e "Pressure Build-up"

Um fator de importância, na análise teórica de mancais hidrodinâmicos, é o tipo de escoamento que o fluido desenvolve no interior do mancal. A consideração de que o lubrificante escoar ou em regime laminar, ou em regime turbulento, gera resultados distintos nas análises teóricas. Seus efeitos podem ser facilmente observados nas análises experimentais, pois afetam significativamente a distribuição de temperatura no mancal (Hopf e Schüler [31]).

Hopf e Shüler apresentam interessantes resultados experimentais sobre o aumento de temperatura do óleo na transição entre o escoamento turbulento, predominante na entrada das sapatas, e o escoamento laminar que ocorre na região de menor folga radial. Um aumento da velocidade de rotação do rotor faz com que se tenha, mesmo na região de menor folga radial, um escoamento turbulento, o que resulta na queda das temperaturas do mancal.

Analisando-se a temperatura do óleo sobre o rotor, o aumento da velocidade de rotação da máquina não faz com que a temperatura do rotor cresça monotonicamente. A temperatura depende do tipo de escoamento presente no interior do mancal, sendo assim uma função do número de Reynolds. Desta forma, com o aumento da velocidade de rotação, e conseqüente aumento do número de Reynolds, tem-se um aumento da temperatura do rotor na fase laminar, uma pequena queda de temperatura na fase de transição e um novo aumento da temperatura na fase turbulenta (Tanigushi et al. [80] e Mikula [51]). Isto ocorre pois, na zona de transição, tem-se uma distribuição uniforme do calor gerado pela dissipação viscosa através do fluido. Além disso, a dissipação térmica por convecção é muito maior do que a dissipação por condução para o rotor. Assim, como resultado, tem-se uma queda da temperatura do rotor nesta faixa de velocidades. No entanto, quando um regime turbulento passa a ser preponderante, tem-se uma dissipação viscosa muito maior, o que faz com que a temperatura do rotor volte a crescer com o aumento da velocidade de rotação (Ha e Kim [26]). Desta forma, a zona de transição entre os regimes de escoamento laminar e turbulento pode ser facilmente distinguida pela análise da temperatura da superfície do rotor. Considerando-se que o comportamento da temperatura do rotor é bastante distinto conforme o tipo de escoamento desenvolvido no mancal, é importante se ter consciência das faixas de velocidades em que o modelo matemático é válido, caso se adote neste modelo a teoria de escoamento laminar ou a

teoria de escoamento turbulento.

Em termos de modelagem teórica, Suganami e Szeri [77] procuram desenvolver um modelo válido tanto para escoamento laminar como para escoamento turbulento em mancais cilíndricos. Dados teóricos obtidos mostram-se bastante próximos dos dados experimentais, principalmente quando se considerou o rotor adiabático nas altas velocidades (regime turbulento). Isto se deve ao fato de, em altas velocidades, apenas a superfície do rotor sofrer variações cíclicas de temperatura, e com isso a quantidade de calor transferida para o eixo pode ser desprezada em relação à quantidade de calor gerado por dissipação viscosa do fluido (Suganami e Szeri [77]). Em velocidades baixas (regime laminar), a hipótese de rotor adiabático não é condizente com dados experimentais, pois tem-se maior fluxo de calor para o rotor. Nestas condições costuma-se adotar como condição de contorno uma temperatura constante para o rotor.

Um outro modelo teórico envolvendo os regimes laminar e turbulento foi apresentado por Tanigushi et al. [80] para um mancal segmentado de quatro sapatas. Como se trata de um modelo tridimensional, distribuições de temperatura do fluido e das sapatas são apresentadas com boa proximidade aos valores experimentais. Entretanto, discrepâncias entre valores de pressão teóricos e experimentais indicam, segundo os autores, que as sapatas sofrem deformações elásticas, o que não foi incluído no modelo. Na verdade, esta discrepância nos valores de pressão se deve ao fenômeno de "*pressure build-up*" (pressão não nula na entrada das sapatas), o qual foi incluído no modelo turbulento bidimensional de Ha et al. [27] com razoável sucesso.

Ao se resolver a equação de Reynolds, a condição de pressão nula em todo o contorno da sapata é bastante encontrada na literatura. Porém, resultados experimentais indicam que a pressão na entrada das sapatas de mancais segmentados apresenta valores acima de zero, o que na literatura é um fenômeno conhecido por "*pressure build-up*". Vários autores alegam que o fenômeno ocorre pela inércia do lubrificante ao entrar na sapata, e pela presença de recirculação nesta região (Ha e Kim [26]). A influência da pressão de entrada nas temperaturas do lubrificante e das sapatas pode ser desprezada em mancais de sapatas fixas (não pivotadas). Porém, em mancais com sapatas pivotadas, as temperaturas são significativamente influenciadas pela pressão de entrada das sapatas (Kim & Rodkiewicz [38]). A pressão de entrada aumenta a inclinação das sapatas, aumentando a folga radial na entrada destas. Isto faz com que seja necessário uma maior vazão de óleo para preencher a maior folga radial da entrada, o que contribui para a queda das temperaturas. Portanto, o efeito de pressão de entrada nas sapatas não só altera a distribuição de pressões, como também afeta as temperaturas do mancal, diminuindo-as (Ha et al. [27]). Este fenômeno tende a aparecer nas sapatas mais solicitadas, e amplifica-se com o aumento da velocidade de rotação e com a diminuição da folga radial. O conhecimento deste efeito pode ser de grande valia no momento de se comparar os valores teóricos com os experimentais, no que diz respeito ao desempenho de mancais segmentados.

Resultados experimentais de mancais operando em altas velocidades (regime turbulento) podem ser encontrados em vários trabalhos na literatura. Makino et al. [47] destacam-se por apresentar uma comparação de desempenho entre um mancal segmentado de quatro sapatas e um mancal bilobado, onde os fenômenos de transição entre escoamentos laminar e turbulento podem ser observados e os coeficientes dinâmicos dos mancais operando nestas condições são calculados. Como referência, tem-se também os trabalhos de Ha e Kim [26] e Bouchoule et al. [3], os quais analisam experimentalmente o comportamento térmico de mancais operando em altas velocidades.

Desta forma, um modelo teórico que considere em seus resultados tanto efeitos laminares como turbulentos pode apresentar melhor acuidade nos seus resultados, para uma ampla faixa de velocidades de rotação.

Condições de Contorno

As condições de contorno adotadas na análise teórica de mancais hidrodinâmicos têm grande influência nos resultados a serem obtidos. Tais condições estão relacionadas com as formas como a energia térmica flui pelo mancal. Uma análise adiabática, por exemplo, considera que não há troca de calor entre o fluido e as partes sólidas (rotor e carcaça), sendo que o principal meio de dissipação desta energia se faz pela circulação e renovação do óleo. Este tipo de análise, entretanto, tende a superestimar os valores de temperatura do mancal, resultando em informações não realísticas, principalmente em mancais hidrodinâmicos não segmentados (Pinkus e Bupara [60], Han e Paranjpe [28]). Uma alternativa, para este caso, seria a possibilidade de troca de calor do fluido com alguma parte do mancal.

A hipótese de troca de calor do fluido com o rotor permite que se tenha mais de um caminho para a dissipação da energia térmica. Maior concordância entre resultados teóricos e experimentais pode ser encontrada pela utilização de uma análise deste tipo, chegando-se a valores de temperatura menores do que os obtidos pela análise adiabática (McCallion et al. [50], Tanigushi et al. [80]). Este tipo de análise se faz, usualmente, pela adoção de uma distribuição uniforme de temperaturas ao longo do rotor, o que é coerente, já que resultados experimentais indicam que o rotor pode ser considerado um componente isotérmico, em mancais segmentados operando em regime permanente (Dowson e March [13]).

A maneira como os valores para esta temperatura do rotor é determinada, é bastante variada na literatura. Alguns autores consideram, na análise teórica, uma temperatura do rotor de igual valor à temperatura do óleo na entrada das sapatas (Han e Paranjpe [28]). Outros autores preferem efetuar um cálculo do balanço de energia global para se estimar a temperatura do rotor (Vohr [90]). Outros, ainda, efetuam uma média das temperaturas da

superfície das sapatas e a assumem como a temperatura do rotor (Brockwell e Dmochowski [5], Ha et al. [27] e Dmochowski et al. [11]). Porém, cada uma dessas análises chega a resultados próximos, mas abaixo dos valores experimentais, ao contrário do que ocorre na análise adiabática, e são resultados obtidos no estudo de problemas diversos. Portanto, cabe ao pesquisador o estudo da melhor hipótese de avaliação da temperatura do mancal, e se for o caso, de avaliação da temperatura do rotor também, conforme o seu próprio problema.

Região de Mistura

Uma região de extrema importância para a análise térmica de mancais hidrodinâmicos segmentados é o espaço existente entre duas de suas sapatas. Esta região é relevante, pois é nela onde o lubrificante do mancal, aquecido, entra em contato com o suprimento de lubrificante, mais frio. Por esta razão, esta região também é conhecida como *região de mistura*. A importância deste fato está na determinação da temperatura a que o óleo entra na sapata seguinte à região de mistura, pois a distribuição de temperaturas na entrada da sapata é condição de contorno para a solução da equação da energia. McCallion et al. [50], por exemplo, obtiveram temperaturas teóricas abaixo das temperaturas experimentais na região de entrada do óleo, pois não consideraram em seu modelo a influência do óleo quente, presente na folga radial, sobre o óleo frio que entrava no mancal. Portanto, o estudo desta região e as hipóteses de seu mecanismo de funcionamento têm profunda consequência nos resultados teóricos finais.

Um estudo bastante aprofundado sobre esta região, e também sobre o fenômeno de cavitação, foi apresentado por Heshmat e Pinkus [30], sendo de grande valia para a compreensão do comportamento do fluido nestas regiões entre as sapatas do mancal. A região de mistura apresenta uma espessura muito maior do que a folga radial do mancal (espaço entre a sapata e o rotor). Assim, grande parte do fluido frio de reposição que ali se encontra não contribui para a troca de calor com o fluido quente, pois tem pouco efeito sobre as vazões que saem ou que entram nas sapatas. Considerando-se que, pelo princípio da aderência, o fluido quente que sai da sapata e entra na região de mistura continua acompanhando o rotor, pode-se considerar que a região de mistura efetiva do óleo quente com o óleo frio resume-se às proximidades do rotor. Mais precisamente, a região de mistura efetiva tem dimensão da mesma ordem da espessura do filme de óleo (Heshmat e Pinkus [30]). Assim, não é necessária a análise de toda a região de mistura, o que seria bastante complexo, mas apenas a análise da região próxima ao rotor.

A primeira hipótese que surge para a determinação da temperatura de entrada das sapatas é a de que esta temperatura tem o mesmo valor que a temperatura do suprimento de óleo. Trata-se de uma estimativa bastante grosseira, pois ao se aceitá-la, admite-se que todo o calor gerado no mancal é removido pelo óleo presente na região de mistura.

Uma forma simples, mas um pouco mais coerente, de se estimar a temperatura de entrada da sapata é pela média aritmética entre a temperatura do óleo quente e a temperatura do suprimento de óleo, mais frio. Porém, tal análise tem o inconveniente de desprezar os efeitos convectivos dos fluxos de óleo na temperatura final (Heshmat e Pinkus [30]). Portanto, uma maneira mais racional de se estimar a temperatura resultante da mistura é pela média ponderada das temperaturas pelas respectivas vazões. Uma análise deste tipo, na verdade, efetua um balanço de energia na região de mistura, onde se considera que há conservação de energia do fluido. Este tipo de estimativa é bastante utilizado na literatura, pois possibilita muitas variações. Muitas vezes, um fator de correção é inserido no cálculo da média ponderada com o objetivo de se considerar eventuais perdas térmicas durante a mistura, ou considerar que nem todo o óleo quente entra em contato com o óleo frio (Tanaka [79]).

Outras maneiras de se estimar a temperatura de entrada do lubrificante nas sapatas não são facilmente encontradas na literatura, tendo-se em vista que a aplicação de um balanço de energia na região de mistura é intuitivamente plausível. Entretanto, cabe lembrar que na possibilidade de troca de calor do óleo com o rotor, os resultados da temperatura do óleo de entrada serão fortemente afetados pela temperatura do rotor (Ettles [15]). Uma análise alternativa foi apresentada por Vohr [90], que faz um balanço de energia global sobre todo o mancal, e procura a distribuição de temperaturas de entrada nas sapatas que satisfaça a conservação de energia global. Trata-se de uma análise mais completa do sistema, porém mais laboriosa, para a obtenção dos resultados, pois há a necessidade de se calcular as taxas de transferência de calor entre o mancal e o ambiente, entre as muitas possibilidades de isto ocorrer (perda de calor pelo fluxo axial do óleo, perda de calor pelo rotor, perda de calor pelas sapatas, troca de calor entre os fluxos de óleo, etc.). Com isto, ganha-se na generalização do modelo matemático, mas perde-se em complexidade do sistema de equações a ser resolvido e em tempo computacional.

Cavitação (Desaeração)

Um fenômeno importante na análise termo-hidrodinâmica é a *cavitação* (desaeração) do lubrificante. A cavitação em mancais ocorre quando a pressão hidrodinâmica cai, a tal ponto de expandir as minúsculas bolhas de ar presentes no fluido. A aglutinação destas bolhas faz com que se tenha uma "ruptura" do filme de óleo. Com isto, o filme de óleo deixa de ser contínuo e passa a ser formado por filetes de óleo e de ar. Este fenômeno geralmente ocorre quando se tem uma rápida expansão do fluido após passar pela região de menor folga radial, e estas condições aparecem em mancais com alto fator de pré-carga sob alto carregamento (Lang e Steinhilper [42]). O interessante trabalho de Heshmat e Pinkus [30] descreve a física do fenômeno de maneira bastante detalhada, e mostra uma foto de um mancal cilíndrico, feito em acrílico transparente, onde se pode visualizar a

região de cavitação.

Em termos de modelagem teórica, a abordagem mais simples deste fenômeno, e mais difundida na literatura, é a imposição de pressão ambiente nas regiões do mancal onde o fluido cavitava. Porém, um dos primeiros trabalhos a tentar incorporar o fenômeno à solução numérica da equação de Reynolds foi feito por Elrod [14]. Elrod propõe um algoritmo computacional capaz de determinar a pressão do óleo para toda a área do mancal, inclusive nas regiões cavitantes, cujos resultados mostraram-se razoavelmente bons em comparação a dados experimentais.

Boncompain et al. [2] analisam a região de cavitação como um escoamento bifásico, onde filetes de óleo e vapor de óleo escoam paralelamente. Com isto, adotam coeficientes de troca de calor distintos para estes filetes e resolvem a equação da energia como se o escoamento fosse homogêneo. Seus resultados de pressão do óleo estão próximos dos dados experimentais, principalmente ao se considerar as deformações térmicas das paredes do mancal. Posteriormente, muitas contribuições no estudo dos efeitos térmicos surgiram incluindo um tratamento mais cuidadoso da região de cavitação (Mitsui [52]), sendo o trabalho de Vijayaraghavan [88] uma boa fonte de referências na área.

Assim, um modelo teórico cujos resultados não são condizentes com a realidade pode estar negligenciando efeitos relevantes no escoamento do lubrificante, como é o caso da cavitação.

Deformação Elástica e Análise Dinâmica

Muitos autores têm se preocupado em inserir à análise térmica os efeitos de deformação elástica das sapatas. Uma análise deste tipo envolve toda uma modelagem matemática da sapata, necessitando-se de maior esforço computacional. Entretanto, uma conclusão importante destes trabalhos é que as deformações elásticas das sapatas apresentam uma influência significativa sobre os coeficientes de rigidez e amortecimento e sobre os efeitos térmicos do mancal somente em casos de um carregamento muito alto sobre o rotor (Ettles [15]). A comparação entre os resultados obtidos pela teoria térmica e pela teoria termo-elástica com dados experimentais mostra que a teoria termo-elástica pode ser mais realista do que a teoria apenas térmica, tanto em termos de pressão, como em termos das temperaturas sobre a sapata (Fillon et al. [18]).

De um modo geral, estudos mostram que as deformações térmicas tendem a aumentar a capacidade de carga do mancal, enquanto deformações elásticas locais na sapata apresentam um efeito oposto (Yang e Rodkiewicz [93]). Os deslocamentos, resultantes de uma deformação elástica, devem ser considerados para se determinar com maior precisão a folga radial existente entre o rotor e a sapata. Comparações teórico-experimentais ilus-

tram uma determinação mais realista de valores de temperatura sobre as sapatas pelo modelo elasto-hidrodinâmico, principalmente nas extremidades das sapatas onde o efeito da deformação sobre a variação da folga radial é mais marcante (Boucholle et al. [3]).

Quando se considera o rotor sujeito a movimentos vibratórios (desbalanço), os resultados encontrados pela análise elástica aliada à análise térmica mostram um aumento da órbita do rotor. Este aumento tem como consequência a diminuição da folga radial local, o que acarreta um aumento dos níveis de pressão e maior dissipação viscosa, ou seja, aumento da temperatura do mancal (Gadangi e Palazzolo [23]). Porém, este efeito depende profundamente da frequência de desbalanço. Estudos mostram que, quanto maior a frequência de excitação do rotor, menor é a flutuação da temperatura do mancal. Em casos de frequência muito alta, devido à inércia térmica, a temperatura do óleo não tem tempo suficiente para sentir as mudanças da folga radial. O processo de condução térmica torna-se muito lento em relação à velocidade das mudanças de condições de operação, o que faz com que a variação da temperatura do mancal, no tempo, seja amortecida (Yang e Rodkiewicz [94]). Dependendo das condições de operação do mancal, a variação de temperatura do lubrificante em função do carregamento dinâmico pode não exceder 1 °C, embora estes gradientes possam levar o rotor a significativas tensões térmicas (Gomiciaga e Keogh [25]).

O tempo necessário para as temperaturas em todo o mancal atingirem o regime permanente é relativamente grande, devido à grande inércia térmica da carcaça e do rotor, chegando a 600 segundos em alguns estudos. Apesar de muitos trabalhos considerarem que as temperaturas do lubrificante atingem o regime permanente em poucos segundos, análises experimentais indicam que estas temperaturas acompanham a variação das temperaturas dos demais componentes do mancal, pois dependem destas temperaturas (Kucinski e Fillon [41]). Assim, é de se esperar que as temperaturas de regime do lubrificante sejam também atingidas depois de longo período de tempo. Interessantes resultados teóricos podem ser observados no trabalho de Monmousseau et al. [54], onde as distribuições de temperatura do óleo e da sapata são ilustradas para diferentes instantes de tempo, durante a partida (*"start-up"*) de um mancal segmentado sem carregamento.

Variação das Propriedades do Lubrificante

A análise termo-hidrodinâmica de um mancal envolve a decisão do tipo de abordagem a ser aplicada ao filme de óleo. Dentre os tipos de abordagens, a mais polêmica é a consideração, ou não, de variações de temperatura na direção radial do fluido. Ao contrário de outras hipóteses, como a de gradiente de temperatura nulo na direção axial (Dowson e March [13]), esta hipótese ainda é origem de controvérsias. A tendência mais forte, atualmente, é pela consideração da existência de gradientes de temperatura na direção radial, tendo em vista que se trata de uma abordagem mais completa do sistema.

Análises experimentais mostram que existe uma diferença entre as temperaturas do rotor e da sapata. Considerando-se que o filme de óleo é extremamente delgado, tem-se gradientes bastante altos de temperatura nesta direção. Estudos teóricos indicam ainda que esta hipótese deve ser considerada, principalmente se a condutividade térmica do óleo for muito menor do que 1 W/kg.K (Rajalingham et al. [63]). Entretanto, muitos autores preferem desprezar estes efeitos na direção radial, pois argumentam que a melhoria dos resultados pela adoção desta hipótese não compensa o esforço necessário para a resolução da equação da energia (Vohr [90]). Além disso, resultados experimentais mostram que, para determinadas condições de carregamento, tem-se um gradiente muito pequeno de temperatura, na direção radial, nas sapatas menos solicitadas (Ha et al. [27]).

Análises sobre a viscosidade e a condutividade térmica do lubrificante também são encontradas na literatura, onde a influência destes parâmetros no desempenho de mancais é estudada. Por exemplo, a forte dependência da viscosidade em relação à temperatura é fato já bastante conhecido e difundido. Quanto mais suave for a relação viscosidade-temperatura, maiores serão a capacidade de carga, a potência dissipada e os níveis de temperatura do mancal (Rajalingham e Prabhu [61], Vijayaraghavan e Brewe [89]). Porém, a viscosidade varia também em função de outros parâmetros, embora de forma não tão pronunciada. Estudos indicam que o efeito da pressão na viscosidade causa mudanças no desempenho de mancais apenas para altos níveis de carregamento. De modo geral, do ponto de vista de desempenho de mancais, desprezar os efeitos da pressão na viscosidade equivale a adotar uma taxa de variação da viscosidade em relação à temperatura aproximadamente 20 % menor do que a real (Vijayaraghavan e Brewe [89]). Quanto à condutividade térmica do lubrificante, o seu aumento melhora o desempenho de mancais. Um lubrificante com maior condutividade térmica dissipa mais rapidamente o calor gerado por fricção, o que diminui as temperaturas desenvolvidas e aumenta a capacidade de carga do mancal (Rajalingham et al. [62]).

Aparato Experimental

Nas últimas duas décadas bons trabalhos experimentais surgiram concentrados no estudo dos efeitos térmicos de mancais deslizantes (hidrodinâmicos). Por consequência, os mais diferentes aparatos experimentais e arranjos de instrumentação foram apresentados para a medição dos parâmetros de interesse em mancais (temperatura, pressão, excentricidade). Porém, a instrumentação é basicamente posicionada ou no rotor, ou na carcaça, pois não é possível se instalar transdutores na folga radial para medir as propriedades do lubrificante. Não há transdutores suficientemente pequenos no atual estágio tecnológico que caibam na folga radial sem que haja interferência no escoamento do óleo. Desta forma, por mais instrumentado que seja o mancal, os dados experimentais obtidos somente poderão fornecer informações sobre o interior do filme de óleo de forma indireta (Cheremisinoff e

Cheremisinoff [7]).

Entre os transdutores de pressão de rápida resposta existentes, destacam-se os piezoelétricos, os de capacitância variável, os de resistência variável, os de relutância variável e os transformadores de variação linear (Cheremisinoff e Cheremisinoff [7]). Considerando-se que em mancais tem-se espaço reduzido, e devido ao menor custo e facilidade de instalação e manuseio dos *transdutores piezoelétricos*, estes sensores são os mais difundidos para a aplicação experimental em mancais deslizantes.

Um exemplo da aplicação de sensores piezoelétricos foi apresentada por Tonnesen e Hansen [83], ao estudar as características de um mancal cilíndrico a partir de uma bancada de testes. Neste trabalho optou-se por medir a pressão do filme de óleo a partir de transdutores instalados no rotor. Desta forma, a distribuição de pressões do óleo é medida no plano meridiano do mancal a cada revolução do eixo e os sinais do transdutor são transmitidos para escovas nas extremidades do eixo, de onde poderão ser armazenados. Outros exemplos de aplicação de transdutores de pressão piezoelétricos podem ser vistos nos trabalhos de Hopf e Schüller [31], Tanigushi et al. [80] e Ha et al. [27], sendo que em Ha et al. foi possível detectar o efeito de "*pressure build-up*" nos resultados apresentados. Os detalhes de instalação de um transdutor de pressão no rotor de um mancal segmentado de quatro sapatas pode ser visto no trabalho de Ha e Kim [26].

O erro nas medições da pressão depende profundamente do tamanho, formato, regularidade do duto de tomada de pressão e da rugosidade superficial do mancal. Caso seja de interesse medir transientes, o erro nas medições passa a depender também da dinâmica de resposta do sistema transdutor-transmissão, e portanto as incertezas podem ser ainda maiores (Cheremisinoff e Cheremisinoff [7]).

Tonnesen e Hansen [83], assim como Ha e Kim [26], Hopf e Schüller [31] e Tanigushi et al. [80], também acoplam ao rotor sensores de deslocamento. Outros autores instalam estes sensores na carcaça, como Brockwell e Kleinbub [6], Ha et al. [27], Monmousseau e Fillon [53] e Mitsui [52]. A medição dos deslocamentos do rotor durante a operação da máquina é de extrema importância para o monitoramento dos níveis de vibração. Além disso, através destes deslocamentos pode-se estimar a folga radial existente entre o rotor e o mancal, e assim determinar o posicionamento do rotor em relação ao mancal para cada condição de operação da máquina. Os sensores que melhor se aplicam para a medição da posição de corpos em rotação são os *sensores capacitivos* e os *sensores indutivos*. Estes sensores são aconselhados pois não necessitam entrar em contato direto com a superfície do rotor para se efetuar as medições (Dally et al. [8]).

No trabalho de Tonnesen e Hansen [83], por exemplo, a posição do rotor de sua bancada é medida com sensores tanto capacitivos quanto indutivos. Os sensores capacitivos são instalados em ambos lados da carcaça do mancal, de forma a se ter quatro sensores:

dois na direção horizontal e dois na direção vertical. Através da combinação dos sinais obtidos pelos sensores capacitivos nos planos horizontal e vertical, pode-se determinar a atitude do rotor no interior do mancal, ou seja, a sua posição de equilíbrio. Os sensores indutivos são instalados no interior do rotor e fornecem a cada revolução o valor da folga radial. Diversos autores também adotam este procedimento de instalação dos sensores em dois planos ortogonais, sendo algo bastante difundido na literatura (Brockwell e Kleinbub [6], Bouchole et al. [3], Makino et al. [47], Fillon et al. [18]).

A sensibilidade dos sensores capacitivos pode ser aumentada ao se reduzir a área do sensor, entretanto deve-se tomar cuidado pois a faixa de aplicação linear deste é proporcional à metade do diâmetro. Os efeitos de temperatura nos dados do sensor indutivo são pequenos, tendo-se em vista que as suas espiras internas têm por função contrabalançar estes efeitos. Entretanto, um pequeno erro pode ser introduzido nas medições em função da dilatação do material da superfície a ser medida (Dally et al. [8]).

A maneira mais barata, e também mais utilizada, para se medir as temperaturas do filme de óleo de um mancal deslizante é através do uso de *termopares*. Os tipos de termopares mais utilizados na medição de temperaturas em mancais são aqueles formados por juntas de cobre-constantan (De Choudhury e Barth [9], Read e Flack [65], Mitsui [52], Brockwell e Kleinbub [6], Ha et al. [27], Ha e Kim [26]), ferro-constantan (Tonnesen e Hansen [83], Fillon et al. [18], Kucinshi e Fillon [41]) e cromel-alumel (Tanigushi et al. [80], Fillon et al. [18], Makino et al. [47], Kucinshi e Fillon [41]), estando suas precisões ao redor de 1 °C, o que depende muito da instalação.

Fillon et al. [18] realizam medições de temperatura em mancais segmentados de quatro sapatas de forma bastante abrangente, pois descrevem a instalação de termopares nas sapatas (superfície, interior e parte posterior), na superfície do rotor, no suprimento e retorno de óleo e na carcaça do mancal, totalizando 40 termopares em sua bancada de testes. Mitsui [52] obtém resultados em uma bancada de testes com 144 termopares distribuídos. Diversos trabalhos descrevem o posicionamento dos termopares na superfície das sapatas do mancal, e fica evidente o maior interesse na medição das temperaturas das sapatas mais solicitadas pela maior concentração de termopares nestas (Brockwell e Kleinbub [6], Fillon et al. [18]).

O posicionamento de termopares na superfície das sapatas tem por objetivo avaliar o comportamento térmico na interface lubrificante-sapata. Da mesma forma, termopares posicionados na superfície do rotor permitem a determinação das temperaturas na interface rotor-lubrificante (Tonnesen e Hansen [83], Ha e Kim [26], Kucinshi e Fillon [41]). Desta forma, a adoção de termopares tanto nas sapatas como no rotor permite se ter uma estimativa dos gradientes de temperatura no interior da folga radial. De Choudhury e Barth [9], por sua vez, investigam os efeitos térmicos de um mancal de cinco sapatas através da análise das temperaturas no retorno do lubrificante, e concluem que as tem-

peraturas do filme de óleo são mais sensíveis às mudanças de carregamento e velocidade de rotação do que as temperaturas do óleo de retorno. Assim, para efeito de controle e monitoramento de uma máquina, é preferível obter as temperaturas do filme de óleo ao invés das temperaturas de retorno.

Um interessante trabalho de análise transiente das temperaturas de um mancal cilíndrico foi feito por Kucinshi e Fillon [41]. Diferentes condições de operação foram medidas, dando-se maior ênfase à partida da máquina (*"start-up"*), onde pode-se observar a variação das temperaturas do mancal até se atingir a condição de regime. Seus resultados também mostram uma comparação entre juntas de termopares de diferentes diâmetros. Quanto maior é a junta, maior é a inércia térmica e portanto maior será a defasagem entre valores de temperatura reais e medidos. Resultados experimentais transientes também podem ser observados no trabalho de Monmousseau et al. [54].

Uma bancada de testes bastante completa é apresentada no trabalho de Read e Flack [65]. Os autores instalam transdutores de pressão, deslocamento e temperatura tanto no rotor quanto na carcaça, possibilitando uma análise mais completa e abrangente do comportamento do mancal. Além disso, descreve-se também a montagem dos transdutores, além dos demais aparelhos instalados na bancada (torquímetro, rotâmetro, filtros e analisadores digitais). Assim, trata-se de uma boa referência para o projeto de uma bancada de testes de mancais deslizantes.

1.2.3 Conclusão

A análise termo-hidrodinâmica de mancais segmentados é uma área do conhecimento que vem ganhando força ao longo dos anos, devido ao seu parâmetro de estudo (temperatura) ser fator de forte influência sobre as características do mancal. Porém, há muito ainda o que fazer, seja na implementação de modelos matemáticos mais realistas, seja pela análise do comportamento dinâmico do mancal em função da temperatura. A gama de trabalhos envolvendo o estudo termo-hidrodinâmico de mancais é bastante grande e as suas abordagens bastante vastas. Nesta revisão foram descritos somente alguns dos enfoques mais importantes e de interesse no estudo dos efeitos térmicos em mancais. Outros enfoques, como a adoção de fluidos não-Newtonianos (Ju e Weng [36]) e a consideração da rugosidade superficial do mancal (Hashimoto [29], Ramesh et al. [64]), entre outros, não foram analisados por estarem um tanto fora do escopo deste trabalho.

Capítulo 2

Modelo Matemático

A distribuição de temperaturas no interior do filme de óleo de um mancal segmentado depende de muitos fatores, dentre os quais destacam-se a viscosidade do fluido, a distribuição de pressões presente, as eventuais trocas de calor do óleo com as partes estáticas e a mistura do óleo presente no mancal com o óleo de reposição. Assim, deve-se escolher cuidadosa e criteriosamente as hipóteses do modelo matemático a ser adotado na determinação teórica dos valores de temperatura do mancal. Tendo-se isto em mente, neste capítulo serão apresentados o modelo matemático do mancal em estudo e suas respectivas hipóteses para a determinação da distribuição de temperaturas no filme de óleo. Um resumo das hipóteses adotadas pode ser visto no Apêndice A.

2.1 Equação de Reynolds

Para se determinar a temperatura do fluido presente no interior do mancal segmentado com injeção radial via orifícios nas sapatas, deve-se resolver a equação da energia aplicada ao problema. Entretanto, esta equação diferencial envolve termos de pressão que devem ser determinados a priori. Assim, faz-se necessário determinar inicialmente a distribuição de pressões do filme de óleo presente entre a sapata e o rotor, o que pode ser obtido resolvendo-se a equação de Reynolds. Esta equação resulta da simplificação das equações de Navier-Stokes.

Ao se efetuar um balanço de forças em um volume infinitesimal de fluido, aplicando-se a segunda lei de Newton (conservação do momento linear), chega-se às *equações de Navier-Stokes* em sua forma conservativa (Wendt [92]). Adotando-se um sistema de referência (x, y, z) ao domínio de estudo, pode-se escrever estas equações, para cada direção

ortogonal, da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_x \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_y \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_z \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.3)$$

onde ρ é a densidade do fluido, $\mathbf{V}$ é o vetor velocidade da partícula de fluido, cujas componentes nas três direções ortogonais são v_x , v_y e v_z , p é a pressão da partícula de fluido, f_x , f_y e f_z são as componentes da força de corpo atuante sobre a partícula de fluido, por unidade de massa, τ_{xx} , τ_{yy} e τ_{zz} são as tensões normais atuantes no volume infinitesimal de fluido, τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} e τ_{zy} são as tensões cisalhantes atuantes sobre o volume infinitesimal de fluido.

No século XVII, Isaac Newton (1642-1727) estabeleceu que as tensões cisalhantes em um fluido são proporcionais à taxa de variação da deformação do volume infinitesimal de fluido, ou seja, proporcional ao gradiente de velocidade. Os fluidos que apresentam esta propriedade passaram a ser chamados desde então de *fluidos Newtonianos*. Em 1845, George Gabriel Stokes (1819-1903) obteve as expressões desta proporcionalidade para fluidos Newtonianos (Wendt [92]), dadas por:

$$\tau_{xx} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$\tau_{yy} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (2.5)$$

$$\tau_{zz} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (2.6)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \quad (2.9)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica pontual do fluido; λ é o chamado coeficiente de viscosidade volumétrico ("bulk viscosity coefficient") (Wendt [92]) e é responsável pelo acoplamento da deformação do elemento de fluido em uma direção com as demais deformações do elemento em outras direções (equivalente ao coeficiente de Poisson na Mecânica dos Sólidos). Uma hipótese bastante difundida na literatura é a de se supor $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, porém ainda hoje não se tem completa certeza sobre a acuidade desta hipótese (Wendt [92]).

Assim, considerando-se que o fluido em estudo é um fluido Newtoniano e inserindo-se as expressões das tensões (equações (2.4) a (2.9)), com a suposição $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, nas equações (2.1) a (2.3) chega-se às *equações completas de Navier-Stokes*, dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_x \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{V} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] + \rho f_x \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_y \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{V} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] + \rho f_y \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_z \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{V} \right) + \rho f_z \end{aligned} \quad (2.12)$$

Estas equações, como se pode ver, são bastante complexas, pois tratam-se de equações gerais, aplicáveis a qualquer tipo de escoamento e de fluido Newtoniano. A partir do momento em que se define um problema, tem-se hipóteses simplificadoras que tornam estas equações mais fáceis para manipulação. Estas hipóteses podem ser resultantes, dentre outras coisas, da geometria do volume de controle onde está inserido o fluido, do tipo de escoamento presente neste volume de controle e do perfil de velocidades desenvolvido pelo fluido no interior do volume de controle.

O mancal segmentado a ser modelado neste trabalho, como descrito anteriormente, apresenta orifícios radiais para a injeção de óleo na folga radial através de suas sapatas. Admitindo-se um escoamento laminar e adotando-se um sistema de referência auxiliar $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ fixo em uma das sapatas, pode-se estabelecer a cinemática de escoamento do fluido no interior do mancal (vide Figura 2.1).

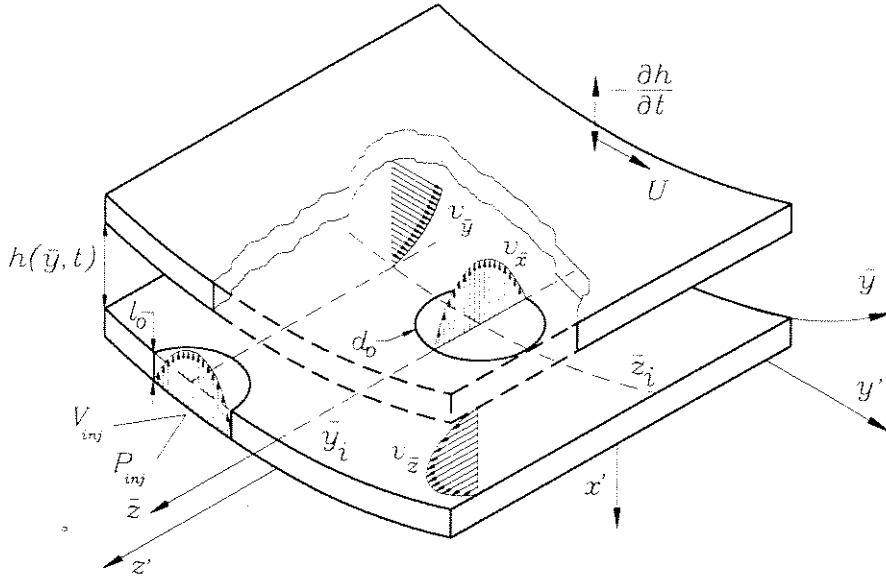


Figura 2.1: Cinemática de escoamento do fluido na folga radial do mancal - Sistema de referência auxiliar $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

A Figura 2.1 mostra um modelo esquemático da região sapata-óleo-rotor, sendo a superfície superior o rotor e a superfície inferior a sapata. Estas superfícies distanciam-se entre si por um valor h , que representa o valor da folga radial. Admitindo-se que o mancal encontra-se alinhado axialmente, pode-se dizer que a folga radial h varia unicamente na direção $\bar{y}$ ao longo da sapata ($\frac{\partial h}{\partial \bar{z}} = 0$), além de ser também função do tempo devido aos deslocamentos do rotor ($h = h(\bar{y}, t)$).

A direção $\bar{x}$ coincide com a direção radial e, portanto, o perfil de velocidades v_x relaciona-se com a velocidade do fluido de injeção. Como o fluido de injeção percorre um duto (orifício) até atingir a superfície da sapata (Figura 2.1), é de se esperar que este perfil seja parabolóide. Porém, considera-se que os gradientes de v_x nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$ possam ser desprezados em comparação aos gradientes na direção $\bar{x}$. Assim, tem-se:

$$\frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \Rightarrow v_x \approx v_x(\bar{x}) \quad (2.13)$$

Da mesma forma, os gradientes de v_y e v_z nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$ são considerados desprezíveis em relação aos gradientes na direção $\bar{x}$.

$$\frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \Rightarrow v_y \approx v_y(\bar{x}) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \Rightarrow v_z \approx v_z(\bar{x}) \quad (2.15)$$

Considerando-se a hipótese de aderência do fluido às superfícies, o perfil de velocidade v_y apresenta velocidade nula no contato do fluido com a sapata e uma velocidade idêntica à velocidade superficial do rotor (U) no contato do fluido com o rotor, como se vê na Figura 2.1. Da mesma forma, para o perfil de velocidades v_z tem-se velocidades nulas nos pontos de contato do fluido com o rotor e com a sapata.

Considerando-se que o raio de curvatura do mancal é grande quando comparado com a espessura do filme de óleo e que a espessura do filme de óleo é bastante delgada, admite-se que o gradiente de pressão na direção radial é nulo. Além disso, admite-se que os termos de inércia e de forças de corpo são pequenos quando comparados com os termos de pressão e de efeitos viscosos. Assim, outras simplificações são dadas por:

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow p = p(\bar{y}, \bar{z})$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_x \mathbf{V}) \\ \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_y \mathbf{V}) \\ \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_z \mathbf{V}) \\ \rho f_x \approx \rho f_y \approx \rho f_z \end{array} \right\} \ll \text{termos de pressão e efeitos viscosos}$$

Assim, aplicando-se estas hipóteses simplificadoras referentes ao problema em estudo às equações completas de Navier-Stokes (equações (2.10) a (2.12)) chega-se às *equações de Navier-Stokes simplificadas*. Estas equações, que deixaram de ser gerais e podem ser aplicadas apenas ao caso em estudo, resultaram nas seguintes expressões:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\mu \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \right] = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\mu \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \right] \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\mu \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \right] \quad (2.18)$$

As equações de Navier-Stokes, também conhecidas como equações de conservação da quantidade de movimento, têm a propriedade de relacionar as pressões do fluido com seus perfis de velocidade em cada direção de escoamento. Assim, sabendo-se o ambiente em que o fluido está contido, com condições de contorno bem definidas, pode-se determinar os perfis de velocidade do fluido. Portanto, ao se aplicar as equações de Navier-Stokes para a determinação dos perfis de velocidade deve-se estabelecer com bastante segurança as condições de contorno referentes ao problema em estudo.

Através das considerações sobre o escoamento do fluido na folga radial do mancal

(vide Figura 2.1), pode-se estabelecer as condições de contorno para as equações de Navier-Stokes simplificadas, em função do sistema de referência adotado, da seguinte forma:

$$\left. \begin{aligned} v_x(-h) &= \frac{\partial h}{\partial t} \\ v_x(0) &= V_{inj} \\ v_y(-h) &= U \\ v_y(0) &= 0 \\ v_z(-h) &= 0 \\ v_z(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ condições de contorno} \quad (2.19)$$

onde V_{inj} é a velocidade de injeção de óleo através dos orifícios do mancal, cujo perfil é parabolóide; $\frac{\partial h}{\partial t}$ é a taxa de variação da folga radial no tempo; e U é a velocidade relativa de deslizamento do rotor sobre a sapata.

Com estas condições de contorno, pode-se finalmente integrar as equações de Navier-Stokes e se determinar as expressões para os perfis de velocidade do fluido nas três direções de escoamento.

2.1.1 Equação de Reynolds para Modelo Tridimensional

Um modelo tridimensional do filme de óleo significa que se deseja a determinação das temperaturas em todos os pontos do domínio de estudo. Assim, tem-se uma distribuição de temperaturas que é função das três direções ortogonais, ou seja, $T = T(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$. Entretanto, como a viscosidade de um fluido depende profundamente de sua temperatura, deve-se considerar, por consequência, que a viscosidade também varia em todas as direções do espaço de estudo. Desta forma, tem-se:

$$\mu = \mu(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

Em virtude deste fato, ao se tentar integrar as equações de Navier-Stokes simplificadas (equações (2.16) a (2.18)) para se determinar os perfis de velocidade do fluido, nota-se que não se trata de uma tarefa tão trivial.

Um interessante estudo feito por Dowson [12] apresenta a solução deste problema de forma generalizada, ou seja, uma solução geral para quaisquer que sejam as condições de contorno do problema. Ao integrar as mesmas equações aqui descritas (equações (2.16) a (2.18)) no intervalo $[-h, 0]$, os resultados de Dowson permitem expressar os perfis de velocidade da seguinte forma:

$$v_x = U_1 + \left(\frac{U_2 - U_1}{F_0} \right) \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \quad (2.20)$$

$$v_y = V_1 + \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx + \left(\frac{V_2 - V_1}{F_0} - \frac{F_1}{F_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right) \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \quad (2.21)$$

$$v_z = W_1 + \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx + \left(\frac{W_2 - W_1}{F_0} - \frac{F_1}{F_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right) \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \quad (2.22)$$

onde $U_1 = v_x(-h)$, $U_2 = v_x(0)$, $V_1 = v_y(-h)$, $V_2 = v_y(0)$, $W_1 = v_z(-h)$, $W_2 = v_z(0)$, que nada mais são do que as condições de contorno. Os termos F_0 e F_1 são dados por:

$$F_0 = \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} d\bar{x}$$

$$F_1 = \int_{-h}^0 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x}$$

Tomando-se as condições de contorno (expressão (2.19)), determinadas para o caso em estudo, e aplicando-as às equações (2.20) a (2.22), chega-se finalmente às expressões dos perfis de velocidades do fluido no interior do mancal para o modelo tridimensional. Assim, tem-se:

$$v_x = \left(1 - \frac{1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) V_{inj} \quad (2.23)$$

$$v_y = \left(\int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx - \frac{F_1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \left(1 - \frac{1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) U \quad (2.24)$$

$$v_z = \left(\int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx - \frac{F_1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \quad (2.25)$$

Para se obter a equação de Reynolds, deve-se inserir estas expressões dos perfis de velocidade na *equação da continuidade* e integrá-la. A equação da continuidade nada mais é do que um balanço de massa no interior do volume infinitesimal de fluido, de modo que o fluxo de massa que cruza a superfície de contorno do volume deve ser igual à variação de massa no interior deste (Wendt [92]). Em termos matemáticos, a equação da continuidade na sua forma conservativa pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Considerando-se que o fluido a ser utilizado no problema em estudo (óleo) é considerado incompressível, pode-se admitir $\rho = \text{constante}$. Desta forma, a equação da continuidade torna-se o divergente das velocidades ($\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$).

Em seu trabalho, Dowson [12] aplicou as expressões generalizadas dos perfis de velocidade (equações (2.20) a (2.22)) à equação da continuidade e integrou-a na folga radial (intervalo $[-h, 0]$), de tal forma a obter uma *equação de Reynolds generalizada*, ou seja, uma equação de Reynolds válida para quaisquer que sejam as condições de contorno do problema. Aplicando-se esta equação para o intervalo $[-h, 0]$, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[(G_1 + G_4) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[(G_1 + G_4) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right] &= h \left(\frac{\partial(\rho V_2)}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(\rho W_2)}{\partial \bar{z}} \right) - \\ &\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[\frac{(V_2 - V_1)(G_2 + G_5)}{F_0} + V_1 G_3 \right] - \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{(W_2 - W_1)(G_2 + G_5)}{F_0} + W_1 G_3 \right] + \\ &\int_{-h}^0 \frac{\partial \rho}{\partial t} d\bar{x} + (\rho U_2) - (\rho U_1) \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned} G_1 &= \int_{-h}^0 \left[\bar{x} \frac{\partial \rho}{\partial \bar{x}} \left(\int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx - \frac{F_1}{F_0} \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) \right] d\bar{x} \\ G_2 &= \int_{-h}^0 \left[\bar{x} \frac{\partial \rho}{\partial \bar{x}} \left(\int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \right) \right] d\bar{x} \\ G_3 &= \int_{-h}^0 \bar{x} \frac{\partial \rho}{\partial \bar{x}} d\bar{x} \\ G_4 &= \int_{-h}^0 \frac{\rho}{\mu} (\bar{x}^2 - \frac{F_1}{F_0} \bar{x}) d\bar{x} \\ G_5 &= \int_{-h}^0 \rho \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x} \end{aligned}$$

Considerando-se que o fluido é incompressível ($\rho = \text{constante}$), os termos envolvendo a derivada da densidade tornam-se nulos ($G_1 = G_2 = G_3 = 0$). Desta forma, a equação de Reynolds generalizada é simplificada. Aplicando-se as condições de contorno do problema em estudo (expressão (2.19)) à equação (2.26), chega-se à equação de Reynolds de interesse para o caso tridimensional, da forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[\rho \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} (\bar{x}^2 - \frac{F_1}{F_0} \bar{x}) d\bar{x} \cdot \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\rho \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} (\bar{x}^2 - \frac{F_1}{F_0} \bar{x}) d\bar{x} \cdot \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right] &= \\ &-\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\rho \frac{U}{F_0} \int_{-h}^0 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x} \right) + \rho \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Efetuada-se as derivadas parciais presentes nesta equação e reescrevendo-se esta equação, chega-se à *equação de Reynolds para o caso tridimensional* dada por:

$$F_2 \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial F_2}{\partial \bar{y}} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + F_2 \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial F_2}{\partial \bar{z}} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = \left[-\frac{1}{F_0} \frac{\partial F_1}{\partial \bar{y}} + \frac{F_1}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{y}} \right] U - \frac{\partial h}{\partial t} + V_{inj} \quad (2.27)$$

onde:

$$F_0 = \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} d\bar{x}$$

$$F_1 = \int_{-h}^0 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x}$$

$$F_2 = \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} \left(\bar{x}^2 - \frac{F_1}{F_0} \bar{x} \right) d\bar{x}$$

Cabe lembrar que para mancal alinhado e regime permanente as derivadas de h na direção $\bar{z}$ e no tempo são nulas.

Assim, para se determinar a distribuição de pressões do fluido no interior do mancal deve-se resolver a equação de Reynolds (expressão (2.27)). Para tanto, métodos numéricos são bastante utilizados na literatura, sendo o Método das Diferenças Finitas o qual se pretende adotar para a solução das equações diferenciais neste trabalho.

2.1.2 Equação de Reynolds para Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$

Muitos autores consideram a espessura do filme de óleo delgada o suficiente para que se possa desprezar os gradientes de temperatura na direção radial (direção $\bar{x}$). Assim, uma forma alternativa para a análise das propriedades do filme de óleo (pressão e temperatura) é através de um modelo bidimensional, onde se consideram relevantes apenas os gradientes presentes na superfície da sapata. Por este modelo, todos os planos do fluido paralelos ao plano da superfície da sapata apresentam uma mesma distribuição das propriedades. Para o caso da distribuição de pressões nada muda, tendo-se em vista que por hipótese: $p = p(\bar{y}, \bar{z})$. Porém, no caso da distribuição de temperaturas, que no item anterior era considerada existente em todo o espaço do domínio de estudo, tem-se uma variação apenas no plano da sapata, desprezando-se as variações na direção radial do mancal. Assim, admite-se no caso bidimensional que: $T = T(\bar{y}, \bar{z})$. Portanto, por consequência desta hipótese, a viscosidade do fluido passa a ser também uma função bidimensional:

$$\mu = \mu(\bar{y}, \bar{z})$$

Observando-se as expressões dos perfis de velocidade para o caso tridimensional (equações (2.23) a (2.25)) nota-se a presença de integrais na direção $\bar{x}$. Considerando-se que no caso bidimensional a viscosidade não é mais função de $\bar{x}$, estes termos podem ser simplificados. Assim, resolvendo-se estas integrais, os perfis de velocidade para o caso

bidimensional passam a ser expressos por:

$$v_x = \left(1 + \frac{\bar{x}}{h}\right) V_{inj} - \frac{\bar{x}}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$v_y = \frac{1}{2\mu} (\bar{x}^2 + h\bar{x}) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - \frac{U}{h} \bar{x} \quad (2.29)$$

$$v_z = \frac{1}{2\mu} (\bar{x}^2 + h\bar{x}) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \quad (2.30)$$

Novamente, ao se observar a equação de Reynolds (expressão (2.27)) nota-se a presença de integrais em $\bar{x}$. Com a hipótese bidimensional ($\mu = \mu(\bar{y}, \bar{z})$), pode-se resolver estas integrais e se determinar a *equação de Reynolds para o caso bidimensional* (plano $\bar{y}\bar{z}$), que passa a ser mais simplificada e pode ser reescrita da forma:

$$\left(\frac{h^2}{4\mu} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} - \frac{h^3}{12\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{y}^2} + \left(\frac{h^2}{4\mu} \frac{\partial h}{\partial \bar{z}} - \frac{h^3}{12\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} + \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{z}^2} = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial h}{\partial t} + V_{inj} \quad (2.31)$$

Como se vê, trata-se de uma equação mais simples do que a do caso tridimensional, porém a obtenção de sua solução ainda depende da adoção de um método numérico. Para o caso de regime permanente e mancal alinhado, as derivadas de h em relação ao tempo e à direção $\bar{z}$ são nulas.

2.1.3 Equação de Reynolds para Caso Isoviscoso

Um último modelo matemático que pode ser adotado na determinação das propriedades do fluido presente no interior de mancais, é a chamada *análise isoviscosa*. Tal tipo de análise considera que a viscosidade do fluido não varia em qualquer direção do sistema de coordenadas, permanecendo constante em todo o domínio do problema. Assim:

$$\mu = cte$$

Este tipo de análise é problemático em virtude da forte dependência da viscosidade em relação à temperatura, que é justamente o caso dos fluidos normalmente utilizados em mancais (óleos minerais ou sintéticos). A consideração de viscosidade constante por todo o espaço do problema implica, por consequência, que a temperatura também permanece constante por todo o espaço. Assim, esta abordagem é mais indicada quando se deseja

determinar apenas as características de pressão do fluido, já que a determinação de uma distribuição de temperaturas em um espaço onde a viscosidade permanece constante é pouco realista fisicamente. Desta forma, não só se trata de uma análise isoviscosa como implica em uma *análise isotérmica*.

Considerando-se que a literatura envolvendo especificamente o mancal segmentado ativo em estudo (Santos e Russo [71]) faz uma abordagem isoviscosa e isotérmica, os resultados a que se chegarem neste item serão úteis para se verificar se a análise até aqui descrita está correta.

Tomando-se as expressões dos perfis de velocidade do fluido para o caso bidimensional (equações (2.28) a (2.30)), nota-se que a adoção de uma viscosidade constante não altera estas expressões. Assim, os perfis de velocidade para o caso isoviscoso e isotérmico são iguais aos do caso bidimensional, com a única diferença de que a propriedade μ não é mais uma função do espaço, mas sim um escalar. Tomando-se a equação (2.31), que é a equação de Reynolds para o caso bidimensional, nota-se a presença de várias derivadas parciais da função viscosidade μ . Porém, como no caso isoviscoso a viscosidade não é mais uma função do espaço, e sim uma constante, estas derivadas tornam-se nulas. Assim, tem-se:

$$\left(\frac{h^2}{4\mu} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{y}^2} + \left(\frac{h^2}{4\mu} \frac{\partial h}{\partial \bar{z}} \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} + \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{z}^2} = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial h}{\partial t} + V_{inj} \quad (2.32)$$

Ao se observar a equação acima, nota-se que os termos do lado esquerdo apresentam derivadas que pela Regra da Cadeia podem ser reescritos. Assim, rearranjando-se a equação (2.32), determina-se a *equação de Reynolds modificada*, aplicada por Santos e Russo [71] na análise isotérmica de um mancal segmentado com injeção radial de óleo, dada por:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} - 12 \frac{\partial h}{\partial t} + 12V_{inj} \quad (2.33)$$

Assim, a simplificação das equações encontradas em toda a análise descrita até aqui permitiu chegar às equações utilizadas na literatura, o que mostra a coerência da análise adotada.

2.1.4 Velocidade de Injeção

Uma das condições de contorno adotadas ao longo de toda a análise aqui descrita é a da existência de um perfil de velocidades V_{inj} na direção $\bar{x}$, na região dos orifícios da sapata (equação (2.19)). Este nada mais é do que o perfil de velocidades do fluxo de óleo injetado

na folga radial do mancal pelo sistema de *lubrificação ativa*. Portanto, sabendo-se que se trata de um escoamento de fluido incompressível por um duto circular (orifício), pode-se determinar uma expressão para o parâmetro V_{inj} .

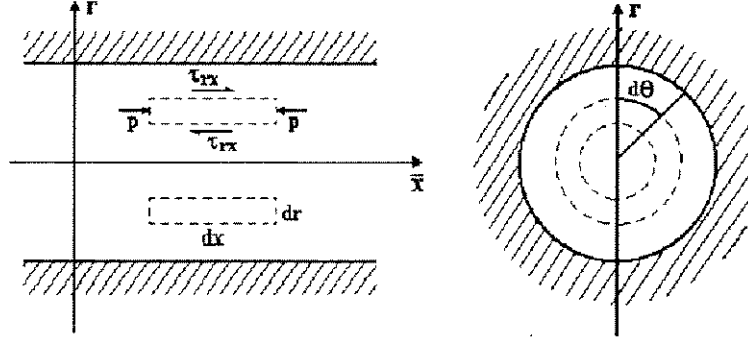


Figura 2.2: Balanço de forças sobre um volume infinitesimal de fluido - Escoamento em duto fechado.

Adotando-se um sistema de referência cilíndrico no duto de injeção e aplicando-se um balanço de forças sobre um volume diferencial de fluido (Figura 2.2), tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tau_{rx}) \quad (2.34)$$

onde τ_{rx} é a tensão de cisalhamento e p é a pressão atuante sobre o volume diferencial de fluido.

Considerando-se que o fluido em questão comporta-se como um *fluido Newtoniano*, tem-se:

$$\tau_{rx} = \mu \frac{dv}{dr}$$

onde μ é a viscosidade e v é a velocidade do fluido no interior do duto.

Aplicando-se esta expressão da tensão cisalhante à equação (2.34), e integrando-a, chega-se à expressão:

$$v(r) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} \left(\frac{r^2}{4} + C_1 \ln(r) + C_2 \right) \quad (2.35)$$

cujas condições de contorno permitem deduzir que:

$$r = 0 \Rightarrow v(0) \neq \text{inf} \Rightarrow C_1 = 0$$

$$r = \frac{d_0}{2} \Rightarrow v\left(\frac{d_0}{2}\right) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{d_0^2}{16}$$

Assim, aplicando-se à expressão (2.35) as constantes de integração encontradas, tem-se:

$$v(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} \left(r^2 - \frac{d_0^2}{4} \right)$$

onde d_0 é o diâmetro do duto.

Como se vê, esta expressão depende da variação de pressão ao longo de todo o duto ($\frac{\partial p}{\partial \bar{x}}$). Entretanto, o duto em questão tem uma dimensão pequena, pois trata-se da distância entre a superfície da sapata e o pequeno reservatório existente em seu interior. Assim, pode-se linearizar esta expressão de forma a se depender apenas das pressões nas extremidades do duto, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}} \approx \frac{\Delta p}{\Delta \bar{x}} = \frac{(P_{inj} - p)}{l_0} \quad (2.36)$$

onde p é a pressão pontual na superfície da sapata na região do orifício, P_{inj} é a pressão existente no reservatório de óleo da sapata e representa a pressão de injeção de óleo na folga radial, e l_0 é a distância entre a superfície e o reservatório de óleo no interior da sapata.

Ao se adotar a linearização (2.36), também se admite que a pressão sobre a secção transversal do orifício é constante, ou seja, na área transversal do orifício: $p = cte$. Desta forma, o perfil de velocidades torna-se:

$$v(r) = \frac{(P_{inj} - p)}{4\mu l_0} \left(r^2 - \frac{d_0^2}{4} \right) \quad (2.37)$$

Analisando-se a expressão encontrada, percebe-se que o perfil de velocidades do óleo injetado na folga radial é parabólico. Mais precisamente, trata-se de um perfil parabolóide, pois o duto é circular. Entretanto, a expressão (2.37) está em coordenadas cilíndricas, o que complicaria a sua utilização conjuntamente com as equações de Reynolds, pois estas estão descritas em coordenadas cartesianas. Assim, transformando-se a expressão (2.37) para coordenadas cartesianas, chega-se à expressão do *perfil de velocidades de injeção* da seguinte forma:

$$V_{inj} = \begin{cases} 0 & \text{(fora da área do orifício)} \\ -\frac{1}{4\mu l_0} (P_{inj} - p) \left[\frac{d_0^2}{4} - (\bar{y} - y_i)^2 - (\bar{z} - z_i)^2 \right] & \text{(área do orifício)} \end{cases}$$

onde (y_i, z_i) são as coordenadas do orifício no sistema de referência $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ adotado.

Uma forma alternativa de se escrever o perfil de velocidades de injeção V_{inj} é através

da utilização de uma função auxiliar $\mathcal{F}_j$. Assim, o perfil de velocidades de injeção pode ser escrito da seguinte maneira:

$$V_{inj} = -\frac{1}{4\mu l_0}(P_{inj} - p) \cdot \mathcal{F}_j(\bar{y}, \bar{z}) \quad (2.38)$$

$$\mathcal{F}_j = \begin{cases} \frac{d_0^2}{4} - (\bar{y} - y_i)^2 - (\bar{z} - z_i)^2, & \text{se } (\bar{y} - y_i)^2 + (\bar{z} - z_i)^2 \leq \frac{d_0^2}{4} \\ 0, & \text{se } (\bar{y} - y_i)^2 + (\bar{z} - z_i)^2 \geq \frac{d_0^2}{4} \end{cases} \quad (2.39)$$

Portanto, chegou-se à expressão do perfil de velocidades do óleo, que está sendo injetado na folga radial através dos orifícios presentes nas sapatas, a qual é condição de contorno do problema em estudo.

2.2 Equação da Energia

Nas seções anteriores, a equação de Reynolds foi determinada para cada abordagem admissível do problema (tridimensional, bidimensional, isoviscoso). Entretanto, a equação de Reynolds apenas relaciona a dinâmica do fluido com as pressões decorrentes desta dinâmica, não envolvendo qualquer efeito termodinâmico. Para se determinar as temperaturas decorrentes da dinâmica do fluido no problema, deve-se levar em conta ainda uma equação que relacione esta dinâmica com os efeitos de transferência de calor, a qual costuma-se denominar *equação da energia*. Esta equação, por envolver não só efeitos térmicos mas também efeitos de pressão, permite determinar a distribuição de temperaturas do fluido nas condições do problema, mas exige que sua solução esteja acompanhada da solução da equação de Reynolds (distribuição de pressões). Assim, a determinação da distribuição de temperaturas do fluido no problema envolve a solução simultânea das equações de Reynolds e da energia.

A equação da energia envolve o princípio físico da *conservação da energia*, ou seja, em um sistema fechado a energia transferida ao sistema deve se conservar (Moran e Shapiro [55]). Efetuando-se um balanço de energia em um sistema contendo uma partícula fluido em movimento, pode-se estabelecer que:

$$\underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Taxa de variação da} \\ \text{energia no interior do} \\ \text{sistema} \end{array} \right]}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Fluxo líquido de} \\ \text{calor para o} \\ \text{sistema} \end{array} \right]}_{\mathbf{B}} + \underbrace{\left[\begin{array}{c} \text{Trabalho exercido por forças} \\ \text{de corpo e de superfície} \\ \text{sobre o sistema} \end{array} \right]}_{\mathbf{C}}$$

A taxa de variação da energia no interior do sistema contendo o fluido (primeiro termo da expressão acima) pode ser expressa como uma derivada da energia total interna do fluido por unidade de massa. Esta energia total pode ser definida como a soma da

energia interna do fluido (e) com sua energia cinética ($\bar{V}^2/2$). Utiliza-se aqui a derivada substantiva, pois a análise está sendo efetuada sobre um sistema em movimento. Assim, tem-se:

$$\underline{\mathbf{A}} = \rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{\bar{V}^2}{2} \right) d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}$$

O segundo termo da expressão envolve toda a troca de calor do sistema com o seu exterior. Logo, trata-se da soma dos fluxos de calor, por unidade de volume, trocados entre o sistema e o meio por fenômeno de condução. Portanto, pode-se escrever:

$$\underline{\mathbf{B}} = \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) \right] d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}$$

onde k_t é o coeficiente de condutividade térmica do fluido, T é a temperatura do fluido contido no sistema.

O terceiro termo da expressão envolve o trabalho efetuado por forças de corpo e de superfície sobre o sistema. Como forças de corpo, entendem-se os campos gravitacional e magnético, e outras eventuais forças que possam influenciar a partícula de fluido no sistema. Dentre as forças de superfície, podem ser incluídos os efeitos de pressão sobre o elemento, além dos efeitos viscosos do fluido, pois ambos efeitos atuam sobre a fronteira do sistema em estudo. Assim, reunindo as expressões de todos estes efeitos, o terceiro termo da expressão do balanço de energia pode ser escrito como (Wendt [92]):

$$\underline{\mathbf{C}} = \left[- \left(\frac{\partial(v_x p)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_y p)}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_z p)}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\partial(v_x \tau_{xx})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_x \tau_{yx})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_x \tau_{zx})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial(v_y \tau_{xy})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_y \tau_{yy})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_y \tau_{zy})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial(v_z \tau_{xz})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_z \tau_{yz})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_z \tau_{zz})}{\partial \bar{z}} \right] d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z} + \rho(\mathbf{f} \cdot \mathbf{V})d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}$$

onde p é a pressão da partícula de fluido no sistema, v_x , v_y e v_z são as componentes de velocidade do fluido ($\mathbf{V}$) em relação ao sistema de coordenadas adotado, $\mathbf{f}$ é a representação das forças de corpo atuantes sobre o sistema, τ_{xx} , τ_{yy} , τ_{zz} , τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} e τ_{zy} são as tensões de cisalhamento atuantes na fronteira do sistema.

Desta forma, reunindo-se as expressões encontradas, chega-se à equação da energia em sua forma *não conservativa* envolvendo termos de energia total ($e + \bar{V}^2/2$). Assim, tem-se:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{\bar{V}^2}{2} \right) &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) - \\
&\left(\frac{\partial(v_x p)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_y p)}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_z p)}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\partial(v_x \tau_{xx})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_x \tau_{yx})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_x \tau_{zx})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial(v_y \tau_{xy})}{\partial \bar{x}} + \\
&\frac{\partial(v_y \tau_{yy})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_y \tau_{zy})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial(v_z \tau_{xz})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(v_z \tau_{yz})}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial(v_z \tau_{zz})}{\partial \bar{z}} + \rho(\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}) \quad (2.40)
\end{aligned}$$

Porém, é bastante comum expressar esta equação apenas em termos da energia interna (e). Sabendo-se que a velocidade do termo de energia cinética pode ser escrita em função das componentes de velocidade ($\bar{V}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$), e que a derivada total de um parâmetro qualquer γ é definida como:

$$\frac{D\gamma}{Dt} \equiv \frac{\partial \gamma}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \gamma \quad (2.41)$$

pode-se encontrar a derivada total do termo de energia cinética, da forma:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) &= -v_x \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} - v_y \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - v_z \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} + v_x \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial \bar{z}} \right) + \\
v_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial \bar{z}} \right) &+ v_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial \bar{z}} \right) + \rho(v_x f_x + v_y f_y + v_z f_z) \quad (2.42)
\end{aligned}$$

Subtraindo-se a expressão (2.42) da expressão (2.40), lembrando-se de que o termo de trabalho das forças de corpo pode ser escrito como: $\rho(\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}) = \rho(v_x f_x + v_y f_y + v_z f_z)$, chega-se à equação da energia em sua forma não conservativa, em termos da energia interna do fluido, da forma:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{De}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) - \\
p \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right) &+ \tau_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \tau_{yx} \frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} + \tau_{zx} \frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} + \\
\tau_{xy} \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} + \tau_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} + \tau_{zy} \frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} &+ \tau_{xz} \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} + \tau_{yz} \frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} + \tau_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \quad (2.43)
\end{aligned}$$

Tomando-se as definições de entalpia e calor específico (Moran e Shapiro [55]), tem-se:

$$h = e + p \cdot \nu \quad (2.44)$$

$$C_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p=cte} \quad (2.45)$$

onde h é a entalpia específica e ν é o volume específico do fluido contido no sistema.

Desta forma, considerando-se que o fluido é incompressível, de (2.44) e (2.45) tem-se:

$$C_p = \frac{\partial}{\partial T}(e + p\nu) = \frac{\partial e}{\partial T} \equiv C_v \quad (2.46)$$

Assim, para o caso de fluido incompressível, os calores específicos a pressão (C_p) e a volume constantes (C_v) são iguais. Inserindo-se a expressão (2.46) na regra da cadeia, derivando-se a energia interna (e) em função de um parâmetro genérico γ , tem-se:

$$\frac{\partial e}{\partial \gamma} = \frac{\partial e}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \gamma} = c \frac{\partial T}{\partial \gamma} \quad (2.47)$$

onde $c = C_p = C_v$ é o calor específico do fluido incompressível, considerado constante no tempo e espaço neste trabalho.

Ao se efetuar a derivada total do termo de energia interna (e), utilizando-se a equação (2.41), tem-se:

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\partial e}{\partial t} + v_x \frac{\partial e}{\partial \bar{x}} + v_y \frac{\partial e}{\partial \bar{y}} + v_z \frac{\partial e}{\partial \bar{z}} \quad (2.48)$$

Desta forma, pode-se concluir através das expressões (2.47) e (2.48) que a derivada total do termo de energia interna tem a seguinte forma:

$$\frac{De}{Dt} = c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + v_y \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + v_z \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) \quad (2.49)$$

Além disso, supondo-se que o fluido de trabalho do problema em questão comporta-se como um *fluido Newtoniano*, as expressões (2.4) a (2.9) podem ser inseridas na equação da energia. Desta forma, ao se inserir tais equações e a expressão (2.49) na equação (2.43), tem-se:

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + v_y \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + v_z \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) + \\ &\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) - p \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right) + \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \mu \left[2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \right. \end{aligned}$$

$$2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} \right)^2 \quad (2.50)$$

Porém, como já foi discutido no item 2.1, pode-se admitir que: $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$. Assim, rearranjando-se a expressão (2.50), chega-se à *equação da energia para um fluido Newtoniano*, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + v_y \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + v_z \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) - p \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right) &+ \mu \left\{ \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \right. \\ \left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} \right)^2 &+ 2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} \frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \right) + \\ \left. + \frac{4}{3} \left[\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} - \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \right) \right] \right\} \quad (2.51) \end{aligned}$$

A expressão acima é relativamente complexa, pois se trata de uma equação bastante geral, aplicável a qualquer tipo de escoamento. Porém, ao se aplicar esta equação a um determinado problema, hipóteses simplificadoras surgem, o que permite a obtenção de uma expressão de mais fácil manipulação. Para o caso do problema em questão, pode-se simplificar a equação (2.51) através das hipóteses admitidas para a dinâmica do fluido no interior do mancal em estudo, descritas pelas expressões (2.13) a (2.15). Admitindo-se estas hipóteses, chega-se à equação da energia aplicada ao problema, na forma:

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + v_y \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + v_z \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right) &= k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2} + k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} + \\ k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2} - p \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} + \frac{4}{3} \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \right)^2 &+ \mu \left[\left(\frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \right)^2 \right] \quad (2.52) \end{aligned}$$

onde o coeficiente de condutividade térmica (k_t) foi considerado constante por todo o domínio do problema.

Portanto, a equação (2.52) é a *equação da energia* a ser aplicada ao problema em estudo e de onde será possível se obter, através de sua solução, a distribuição das temperaturas do óleo na folga radial do mancal.

2.2.1 Equação da Energia para o Modelo Tridimensional

Ao se adotar uma análise tridimensional, considera-se que a temperatura do fluido no interior da folga radial varia nas três direções ortogonais do espaço ($T = T(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$). Porém, como a viscosidade de um fluido depende profundamente de sua temperatura, deve-se considerar por consequência que a viscosidade também varia em todas as direções do espaço. Portanto:

$$\mu = \mu(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

Em virtude deste fato, os perfis de velocidade do fluido, resultantes da solução das equações de Navier-Stokes, possuem termos dependentes de integrais da viscosidade na direção $\bar{x}$, como já foi descrito no item 2.1 observando-se as equações (2.23) a (2.25). Assim, inserindo-se os perfis de velocidade do fluido para o caso tridimensional na equação da energia (2.52) chega-se à *equação da energia para o caso tridimensional*, na forma:

$$\begin{aligned} & \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \left[\left(1 - \frac{F_3}{F_0}\right) \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{F_3}{F_0} V_{inj} \right] \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + \rho c \left[\left(F_4 + \frac{F_1}{F_0} F_3\right) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \left(1 - \frac{F_3}{F_0}\right) U \right] \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + \\ & \rho c \left(F_4 + \frac{F_1}{F_0} F_3\right) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} = k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2} + k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} + k_t \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2} - p \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t}\right) \left(\frac{1}{F_0} \frac{\partial F_3}{\partial \bar{x}} - \right. \\ & \left. \frac{F_3}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{x}}\right) + \frac{4}{3} \mu \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t}\right)^2 \left(\frac{1}{F_0} \frac{\partial F_3}{\partial \bar{x}} - \frac{F_3}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{x}}\right)^2 + \mu \left\{ \left[\left(\frac{\partial F_4}{\partial \bar{x}} - \frac{F_3}{F_0} \frac{\partial F_1}{\partial \bar{x}} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{F_1}{F_0} \frac{\partial F_3}{\partial \bar{x}} + \frac{F_1 F_3}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{x}}\right) \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - \left(\frac{1}{F_0} \frac{\partial F_3}{\partial \bar{x}} - \frac{F_3}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{x}}\right) U \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial F_4}{\partial \bar{x}} - \frac{F_3}{F_0} \frac{\partial F_1}{\partial \bar{x}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{F_1}{F_0} \frac{\partial F_3}{\partial \bar{x}} + \frac{F_1 F_3}{F_0^2} \frac{\partial F_0}{\partial \bar{x}}\right) \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right]^2 \left. \right\} \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde:

$$F_0 = \int_{-h}^0 \frac{1}{\mu} d\bar{x} \quad F_1 = \int_{-h}^0 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x} \quad F_3 = \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu} dx \quad F_4 = \int_{-h}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu} dx$$

A partir da solução da equação (2.53) obtém-se a distribuição das temperaturas do filme de óleo. Entretanto, nota-se nesta equação a presença de termos envolvendo a pressão, o que vem confirmar a necessidade de uma solução simultânea desta equação com a equação de Reynolds para o caso tridimensional (equação (2.27)). A solução simultânea destas equações envolve a utilização de métodos numéricos já que soluções analíticas não são conhecidas. Cabe ressaltar que, para o caso de regime permanente, as derivadas de h e da temperatura em relação ao tempo são nulas ($\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} = 0$).

2.2.2 Equação da Energia para o Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$

Ao se considerar a hipótese de distribuição de temperaturas apenas no plano $\bar{y}\bar{z}$, como já foi discutido no item 2.1, pela necessidade de uma maior simplificação das equações ou mesmo por se acreditar desprezíveis alguns dos fenômenos presentes no escoamento, tem-se o fato de a viscosidade do fluido depender apenas das direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$:

$$T = T(\bar{y}, \bar{z}) \Rightarrow \mu = \mu(\bar{y}, \bar{z})$$

Assim, a solução das equações de Navier-Stokes resulta em expressões mais simplificadas para os perfis de velocidade do fluido (equações (2.28) a (2.30)). Aplicando-se estas expressões dos perfis de velocidade à equação da energia aplicada ao problema (equação (2.52)), e integrando-a no intervalo $[-h, 0]$ para expressá-la em função da folga radial $h(\bar{y})$, tem-se:

$$\begin{aligned} -\rho ch \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c V_{inj} (T_{inj} - T) - \left[\frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - \frac{\rho ch U}{2} \right] \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} - \frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} = \\ k_t \left. \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right|_i + k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} + k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2} - p \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \frac{4\mu}{3h} \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 + \\ \mu \frac{U^2}{h} + \frac{h^3}{12\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

O termo $\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right|_i$ refere-se ao fenômeno de condução térmica no interior do orifício. Considerando-se que o duto é relativamente curto, pode-se linearizar este termo da seguinte forma:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right|_i \approx \frac{T_{inj} - T}{l_0} \cdot \mathcal{G}_j$$

onde T_{inj} é a temperatura do óleo injetado, l_0 é o comprimento do duto de injeção e $\mathcal{G}_j$ é uma função de posicionamento dos orifícios sobre as sapatas, dada por:

$$\mathcal{G}_j(\bar{y}, \bar{z}) = \begin{cases} 1, & \text{se } (\bar{y} - y_i)^2 + (\bar{z} - z_i)^2 \leq \frac{d_0^2}{4} \\ 0, & \text{se } (\bar{y} - y_i)^2 + (\bar{z} - z_i)^2 \geq \frac{d_0^2}{4} \end{cases}$$

Assim, rearranjando-se a expressão (2.54), chega-se à *equação da energia para o caso bidimensional* (plano $\bar{y}\bar{z}$) do problema em estudo, na forma:

$$\begin{aligned}
 & -\rho ch \frac{\partial T}{\partial t} + k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} + k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2} + \left(\frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - \frac{\rho c U h}{2} \right) \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + \frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} + \\
 & \left(\frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j + \rho c V_{inj} \right) T = \left(\frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j + \rho c V_{inj} \right) T_{inj} + p \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \\
 & \frac{4\mu}{3h} \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \frac{\mu}{h} - \frac{h^3}{12\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \quad (2.55)
 \end{aligned}$$

Observando-se esta equação, nota-se a presença de termos de pressão, o que indica a necessidade de se obter a solução da equação de Reynolds previamente. Assim, através da solução da equação (2.55) conjuntamente com a solução da equação de Reynolds para o caso bidimensional (equação (2.31)), é possível se determinar a distribuição de temperaturas do filme de óleo no plano $\bar{y}\bar{z}$ (plano da sapata).

2.3 Região de Mistura

A região de mistura (região entre sapatas onde há a mistura entre o fluido de reposição da lubrificação hidrodinâmica com o fluido presente na folga radial) é uma região de extrema importância para a análise térmica do mancal, pois trata-se de uma condição de contorno da equação da energia para a obtenção da distribuição de temperaturas. Como já foi dito anteriormente, a região de mistura influi na temperatura do fluido na entrada da sapata, e isto, por consequência, afeta a distribuição de temperaturas sobre a sapata. Assim, devem-se estabelecer hipóteses para esta região a fim de se ter uma melhor estimativa da temperatura de entrada do fluido nas sapatas, pois esta estimativa será condição de contorno para a determinação da distribuição de temperaturas do filme de óleo.

No Capítulo 1, ilustraram-se as inúmeras maneiras de se modelar a região de mistura, desde a simples adoção da temperatura de saída de uma sapata como a temperatura de entrada da próxima sapata, até a aplicação de um balanço de energia por todo o mancal para se estimar a correta temperatura de entrada do fluido nas sapatas. A fim de se ter um modelo mais simples e que, ao mesmo tempo, seja plausível fisicamente, optou-se por se aplicar neste trabalho um balanço de energia sobre o volume de fluido presente na região de mistura, definido como o volume presente entre as sapatas e o rotor (Figura 2.3), sem levar em conta a influência da temperatura do rotor. Este balanço de energia, como se verá a seguir, será definido como uma média das temperaturas ponderada pelas respectivas vazões de fluido. Espera-se com este tipo de análise uma boa estimativa das

temperaturas de entrada do fluido nas sapatas, porém cabe lembrar que os resultados reais da temperatura de entrada serão afetados pela temperatura do rotor.

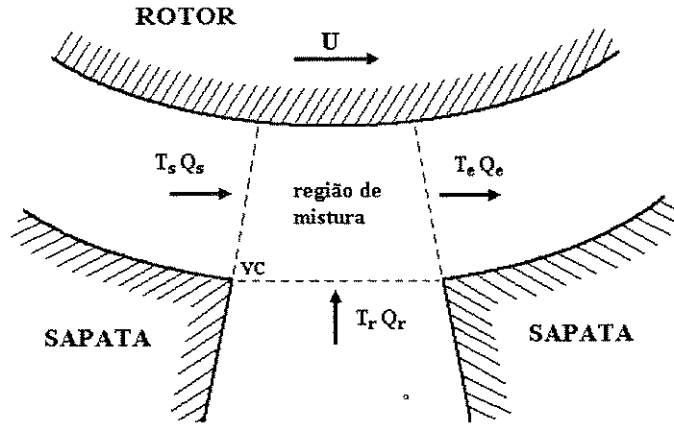


Figura 2.3: Volume de controle sobre o fluido da região de mistura - Balanço de energia.

Aplicando-se um balanço de energia sobre o volume de controle na região de mistura, tem-se:

$$\dot{q}_e = \dot{q}_s + \dot{q}_r \quad (2.56)$$

onde $\dot{q}_s$ e $\dot{q}_r$ são as energias internas do fluido que sai da sapata e do fluido de reposição, respectivamente, que atravessam as fronteiras do volume de controle, e $\dot{q}_e$ é a energia interna resultante do fluido que entra na próxima sapata, que sai do volume de controle. Esta equação nada mais é do que a aplicação do princípio da *conservação da energia* na região de mistura.

A energia interna do fluido que atravessa as fronteiras do volume de controle pode ser reescrita da seguinte forma (Incropera e DeWitt [34]):

$$\dot{q} = \dot{m}cT = \rho QcT \quad (2.57)$$

onde ρ é a densidade do fluido (considerada constante neste estudo), c é o calor específico do fluido incompressível, T é a temperatura e Q é a vazão volumétrica de fluido que atravessa a fronteira do volume de controle.

Assim, aplicando-se (2.57) em (2.56), tem-se:

$$\rho c Q_e T_e = \rho c Q_s T_s + \rho c Q_r T_r \quad (2.58)$$

Pelo princípio da conservação de massa, tem-se:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s + \dot{m}_r \Rightarrow \rho Q_e = \rho(Q_s + Q_r) \quad (2.59)$$

Portanto, inserindo-se a expressão (2.59) e considerando-se que a densidade e a capacidade térmica do fluido permanecem constantes, pode-se reescrever a expressão (2.58) da forma:

$$T_e = \frac{T_s Q_s + T_r Q_r}{Q_s + Q_r} \quad (2.60)$$

ou seja, a temperatura de entrada é estimada por uma média ponderada das temperaturas de saída e de reposição pelas respectivas vazões.

Desta forma, determinou-se uma expressão para a estimativa das temperaturas de entrada do fluido nas sapatas. Porém, a vazão volumétrica de um fluido está relacionada com a velocidade do fluido na área por onde está passando, ou seja:

$$Q = \int_A v \, dA$$

A estimativa da temperatura de entrada (condição de contorno da equação da energia) permite a adoção de diferentes abordagens para a estimativa das temperaturas de entrada. Como a vazão volumétrica depende da área por onde o fluido passa, e este é um fator de ponderação na média das temperaturas, pode-se adotar abordagens que dependem das áreas a serem consideradas na análise. Desta forma, duas abordagens serão analisadas na estimativa das temperaturas de entrada: uma mistura ideal total entre os fluxos e uma mistura ideal pontual entre os fluxos.

2.3.1 Mistura Ideal Total entre Fluxos

Ao se considerar que todo o fluido presente na folga radial (Q_s) entra em contato com todo o fluido de reposição (Q_r), tem-se a hipótese de uma mistura ideal na região de mistura. Se, além disso, a média ponderada envolver a quantidade de fluido que passa pela área total da fronteira (Figura 2.4), ou seja, integra-se a velocidade do fluido por toda a área da fronteira, tem-se uma *mistura ideal total*. Desta forma, a temperatura de entrada estimada resulta em um valor global válido para toda a fronteira na entrada da próxima sapata. Este tipo de abordagem, portanto, resulta em uma *temperatura de entrada uniforme* por toda a fronteira na entrada da próxima sapata. Este tipo de análise avalia de maneira global a quantidade de energia presente em cada fluxo da região de mistura, e é por isso que se tem como resultado um valor global de temperatura de entrada para a próxima sapata.

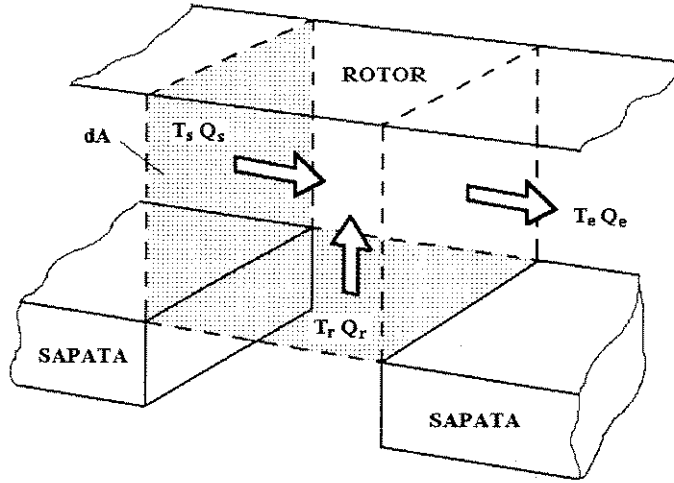


Figura 2.4: Abordagem de mistura ideal total entre fluxos (temperatura de entrada uniforme).

A seguir serão determinadas as expressões para a estimativa das temperaturas de entrada das sapatas para os casos tri e bidimensional.

Caso Tridimensional

Se a análise a ser adotada para a determinação da distribuição de temperaturas é tridimensional, a temperatura, a viscosidade do fluido, a folga radial e a derivada da pressão na direção $\bar{y}$ na saída das sapatas têm a seguinte forma:

$$\begin{aligned} T_s &= T\left(\bar{x}, +\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \\ \mu_s &= \mu\left(\bar{x}, +\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \\ h_s &= h\left(+\frac{L}{2}\right) \\ \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|_s &= \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|\left(+\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

onde o subscrito s representa o parâmetro na saída da sapata e $+\frac{L}{2}$ é a posição da saída (extremidade) da sapata na direção $\bar{y}$ (L é o comprimento total da sapata).

Aplicando-se esta notação à expressão da velocidade do fluido na direção $\bar{y}$ para o caso tridimensional (equação (2.24)), tem-se:

$$v_{y_s} = \left(\int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu_s} dx + \frac{F_{1s}}{F_{0s}} \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx \right) \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_s + \left(1 - \frac{1}{F_{0s}} \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx \right) U \quad (2.62)$$

onde as funções F_{0_s} e F_{1_s} são dadas por:

$$F_{0_s} = \int_{-h_s}^0 \frac{1}{\mu_s} d\bar{x}$$

$$F_{1_s} = \int_{-h_s}^0 \frac{\bar{x}}{\mu_s} d\bar{x}$$

Integrando-se a expressão (2.62) ao longo de toda a área da saída da sapata, determina-se a vazão volumétrica de fluido presente na folga radial, da forma:

$$Q_s = \int_A v_{y_s} dA \Rightarrow Q_s = \int_0^B \int_{-h_s}^0 v_{y_s} d\bar{x} d\bar{z}$$

onde B é a largura total da sapata. Assim, pelas expressões apresentadas em (2.61), tem-se:

$$\begin{aligned} Q_s = \int_0^B \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_s \int_{-h_s}^0 \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} + \int_0^B \frac{F_{1_s}}{F_{0_s}} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_s \int_{-h_s}^0 \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} + \\ + UBh_s - U \int_0^B \frac{1}{F_{0_s}} \int_{-h_s}^0 \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} \end{aligned}$$

Esta expressão representa a vazão volumétrica de fluido que sai da sapata. Para se calcular o valor do termo $T_s Q_s$, tem-se:

$$T_s Q_s = \int_A T_s v_{y_s} dA \Rightarrow T_s Q_s = \int_0^B \int_{-h_s}^0 T_s v_{y_s} d\bar{x} d\bar{z}$$

Desta forma, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} T_s Q_s = \int_0^B \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_s \int_{-h_s}^0 T_s \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{x}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} + \int_0^B \frac{F_{1_s}}{F_{0_s}} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_s \int_{-h_s}^0 T_s \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} + \\ + U \int_0^B \int_{-h_s}^0 T_s d\bar{x} d\bar{z} - U \int_0^B \frac{1}{F_{0_s}} \int_{-h_s}^0 T_s \int_{-h_s}^{\bar{x}} \frac{1}{\mu_s} dx d\bar{x} d\bar{z} \end{aligned}$$

Portanto, a temperatura de entrada do fluido nas sapatas, para o caso tridimensional e de mistura ideal total, pode ser estimada da forma:

$$T_e = T\left(\bar{x}, -\frac{L}{2}, \bar{z}\right) = \frac{T_s Q_s + T_r Q_r}{Q_s + Q_r} \quad (2.63)$$

onde o subscrito e representa a entrada da sapata e $-\frac{L}{2}$ é a posição de entrada (extremidade) da sapata na direção $\bar{y}$. Os termos T_r e Q_r (temperatura e vazão do óleo de

reposição) são termos conhecidos, já que se tratam de parâmetros operacionais do mancal, e portanto não precisam ser calculados.

O valor encontrado para a temperatura de entrada, através do uso da expressão (2.63), será empregado como condição de contorno para o cálculo da distribuição de temperaturas da próxima sapata (caso tridimensional). Como se trata de um valor global, admite-se que todos os pontos do contorno na entrada da sapata apresentam este valor, e com isto resolve-se a equação da energia, que para o caso tridimensional é a equação (2.53).

Caso Bidimensional

Se a análise a ser adotada para a determinação da distribuição de temperaturas é bidimensional, considera-se que a temperatura, a viscosidade do fluido, a folga radial e a derivada da pressão na direção $\bar{y}$ na saída das sapatas têm a seguinte forma:

$$\begin{aligned} T_s &= T\left(+\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \\ \mu_s &= \mu\left(+\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \\ h_s &= h\left(+\frac{L}{2}\right) \\ \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|_s &= \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|\left(+\frac{L}{2}, \bar{z}\right) \end{aligned}$$

Aplicando-se esta notação à expressão da velocidade do fluido na direção $\bar{y}$ para o caso bidimensional (equação (2.29)), tem-se:

$$v_{y_s} = \frac{1}{2\mu_s} \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|_s \left(\bar{x}^2 + h_s \bar{x}\right) - \frac{U}{h_s} \bar{x}$$

Integrando-se esta expressão ao longo de toda a área da saída da sapata, chega-se à expressão para o cálculo da vazão volumétrica de fluido que sai da sapata. Assim, tem-se:

$$Q_s = \frac{BUh_s}{2} - \frac{h_s^3}{12} \int_0^B \frac{1}{\mu_s} \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|_s d\bar{z}$$

Calculando-se o termo $T_s Q_s$ da forma:

$$T_s Q_s = \int_A T_s v_{y_s} dA \Rightarrow T_s Q_s = \int_0^B \int_{-h_s}^0 T_s v_{y_s} d\bar{x} d\bar{z}$$

tem-se:

$$T_s Q_s = \frac{Uh_s}{2} \int_0^B T_s d\bar{z} - \frac{h_s^3}{12} \int_0^B \frac{T_s}{\mu_s} \left.\frac{\partial p}{\partial \bar{y}}\right|_s d\bar{z}$$

Portanto, a temperatura de entrada do fluido nas sapatas, para o caso bidimensional e de mistura ideal total, pode ser estimada da forma:

$$T_e = T\left(-\frac{L}{2}, \bar{z}\right) = \frac{T_s Q_s + T_r Q_r}{Q_s + Q_r} \quad (2.64)$$

onde o subscrito e representa a entrada da sapata e $-\frac{L}{2}$ é a posição de entrada (extremidade) da sapata na direção $\bar{y}$. Os termos T_r e Q_r (temperatura e vazão do óleo de reposição) são termos conhecidos e não precisam ser calculados.

O valor encontrado para a temperatura de entrada, através do uso da expressão (2.64), será empregado como condição de contorno para o cálculo da distribuição de temperaturas da próxima sapata (caso bidimensional). Como se trata de um valor global, admite-se que todos os pontos do contorno na entrada da sapata apresentam este valor, e com isto resolve-se a equação da energia, que para o caso bidimensional é a equação (2.55).

2.3.2 Mistura Ideal Pontual entre Fluxos

A temperatura do fluido na saída da sapata não apresenta uma uniformidade, ou seja, pontos distintos do fluido ao longo da saída da sapata apresentam temperaturas diferentes na direção $\bar{z}$. Ao se adotar a abordagem de mistura ideal total, este gradiente de temperaturas é considerado através de um valor médio (T_s), resultante da sua integração por toda a área da saída da sapata. Assim, é um valor médio de temperatura que será levado em conta na estimativa da temperatura de entrada, a qual assumirá também um valor médio. Porém, o gradiente de temperatura existente na saída da sapata na direção $\bar{z}$ pode ser considerado na determinação da temperatura de entrada, e isto é feito quando a abordagem adotada é a de *mistura ideal pontual*.

A diferença entre a mistura ideal pontual e a mistura ideal total está na maneira como é utilizada a equação (2.60) para a estimativa do valor da temperatura de entrada. Enquanto a abordagem por mistura ideal total requer a aplicação desta equação uma única vez, já que esta envolve uma integral por toda a área da fronteira, a abordagem por mistura ideal pontual requer que se aplique a equação da estimativa para diversos pontos da fronteira, tantas vezes quanto for necessário. Assim, ao contrário da mistura ideal total onde se obtém uma temperatura de entrada média, a hipótese de mistura ideal pontual permite obter uma estimativa da temperatura de entrada para cada ponto da fronteira do fluido na entrada da próxima sapata, ou seja, obtém-se uma estimativa para a temperatura de entrada que *não é uniforme* ao longo da direção $\bar{z}$. Em outras palavras, a hipótese de mistura ideal pontual entre os fluxos da região de mistura envolve um balanço de energia entre uma partícula de fluido na saída da sapata, uma partícula de

fluido de reposição e a respectiva partícula de fluido que entra na próxima sapata. Tem-se, portanto, uma ponderação ponto a ponto das temperaturas pelas respectivas vazões, vazões estas que serão calculadas em uma área em torno de cada partícula (Figuras 2.5 e 2.7).

Este tipo de análise pontual mostra-se de fácil aplicação quando métodos numéricos são empregados para a solução das equações envolvidas (Reynolds e energia). Isto se deve ao fato dos métodos numéricos geralmente utilizados (Elementos Finitos e Diferenças Finitas) trabalharem com a discretização do domínio de estudo: não se trabalha com todos os infinitos pontos do domínio, mas sim com a aplicação de uma malha que define um número finito de pontos onde a solução das equações será válida. Assim, pode-se utilizar os mesmos pontos definidos pela malha de discretização, utilizada para resolver as equações diferenciais, para se estimar pontualmente as temperaturas de entrada da próxima sapata (aplicação da abordagem de mistura ideal pontual).

Portanto, com a idéia de se utilizar a mesma malha de discretização para se estimar as temperaturas de entrada, as equações de estimativa da abordagem de *mistura ideal pontual* para os casos bidimensional e tridimensional serão apresentadas a seguir.

Caso Tridimensional

Para o caso tridimensional, tem-se uma discretização do espaço nas três direções ortogonais. Desta forma, os parâmetros de interesse (temperatura, viscosidade, folga radial e pressão), em um determinado ponto de discretização, têm a seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{i,j,k} = T(\bar{x}_{i,j,k}, \bar{y}_{i,j,k}, \bar{z}_{i,j,k}) \\ \mu_{i,j,k} = \mu(\bar{x}_{i,j,k}, \bar{y}_{i,j,k}, \bar{z}_{i,j,k}) \\ h_j = h(\bar{y}_{i,j,k}) \\ \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} = \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k}(\bar{y}_{i,j,k}, \bar{z}_{i,j,k}) \end{array} \right.$$

onde os índices i , j e k identificam o ponto de discretização e $(\bar{x}_{i,j,k}, \bar{y}_{i,j,k}, \bar{z}_{i,j,k})$ são as coordenadas deste ponto, como pode ser visto na malha da Figura 2.6.

A expressão do perfil de velocidades na direção $\bar{y}$ para o caso tridimensional é dada pela equação (2.24). Aplicando-se esta equação a um determinado ponto de discretização, tem-se:

$$v_{y_{i,j,k}} = \left(\int_{-h}^{\bar{x}_{i,j,k}} \frac{x}{\mu} dx + \frac{F_{1,i,j,k}}{F_{0,i,j,k}} \int_{-h}^{\bar{x}_{i,j,k}} \frac{1}{\mu} dx \right) \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} + \left(1 - \frac{1}{F_{0,i,j,k}} \int_{-h}^{\bar{x}_{i,j,k}} \frac{1}{\mu} dx \right) U \quad (2.65)$$

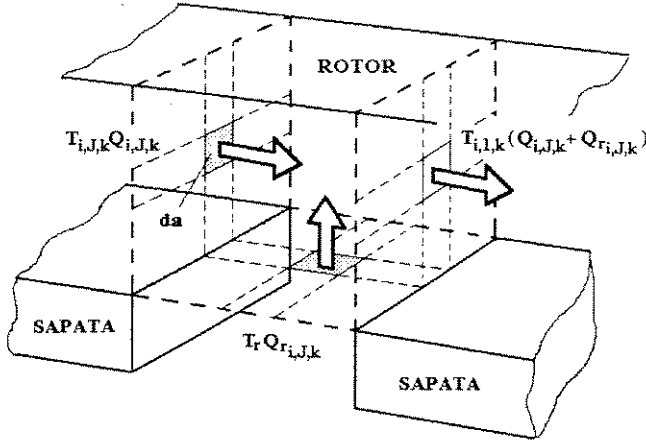


Figura 2.5: Abordagem de mistura ideal pontual entre fluxos (temperatura de entrada não uniforme) - Caso tridimensional.

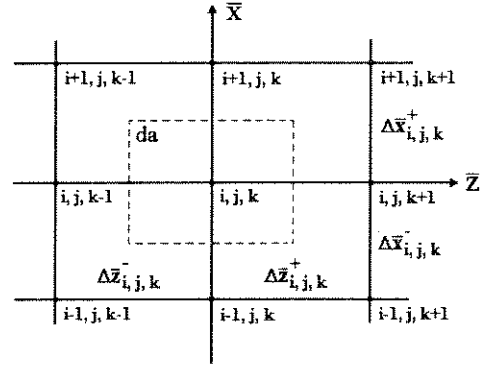


Figura 2.6: Malha de discretização no plano $\bar{x}\bar{z}$ - Caso tridimensional.

onde as funções $F_{0,i,j,k}$ e $F_{1,i,j,k}$ têm a forma:

$$F_{0,i,j,k} = \int_{-h_j}^0 \frac{1}{\mu} d\bar{x}$$

$$F_{1,i,j,k} = \int_{-h_j}^0 \frac{\bar{x}}{\mu} d\bar{x}$$

Integrando-se esta expressão na área em torno do ponto de interesse (Figura 2.6), pode-se calcular a vazão de fluido que passa através desta área, da forma:

$$Q_{i,j,k} = \int_a v_{y_{i,j,k}} da \Rightarrow Q_{i,j,k} = \int_{\frac{1}{2}(\bar{z}_{i,j,k} + \bar{z}_{i,j,k+1})}^{\frac{1}{2}(\bar{z}_{i,j,k} + \bar{z}_{i,j,k-1})} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_{i,j,k} + \bar{x}_{i+1,j,k})}^{\frac{1}{2}(\bar{x}_{i,j,k} + \bar{x}_{i-1,j,k})} v_{y_{i,j,k}} d\bar{x} d\bar{z} \quad (2.66)$$

Para se calcular o termo $T_{i,j,k}Q_{i,j,k}$, também se integra a velocidade pontual ($v_{y_{i,j,k}}$) na área em torno do ponto de interesse, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} T_{i,j,k}Q_{i,j,k} &= \int_a T_{i,j,k} v_{y_{i,j,k}} da \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{i,j,k}Q_{i,j,k} &= \int_{\frac{1}{2}(\bar{z}_{i,j,k} + \bar{z}_{i,j,k+1})}^{\frac{1}{2}(\bar{z}_{i,j,k} + \bar{z}_{i,j,k-1})} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_{i,j,k} + \bar{x}_{i+1,j,k})}^{\frac{1}{2}(\bar{x}_{i,j,k} + \bar{x}_{i-1,j,k})} T_{i,j,k} v_{y_{i,j,k}} d\bar{x} d\bar{z} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Assim, determinaram-se expressões para o cálculo da vazão, e do termo de temperatura ponderado pela vazão, do fluido que sai da sapata. Ressalta-se, aqui, que as equações (2.66) e (2.67) devem ser aplicadas aos pontos do plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$).

O primeiro ponto de discretização do domínio nas três direções recebe os índices $(1, 1, 1)$, e o último ponto de discretização do domínio nas três direções recebe os índices (I, J, K) . Os índices I , J e K representam fisicamente o número máximo de pontos de discretização nas direções $\bar{x}$, $\bar{y}$ e $\bar{z}$, respectivamente. Desta forma, um ponto no plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de entrada da sapata ($\bar{y} = -\frac{L}{2}$) tem índices $(i, 1, k)$, e um ponto no plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$) tem índices (i, J, k) . Assim, pode-se reescrever a expressão (2.60) para a estimativa da temperatura de entrada, da seguinte forma:

$$T_e = T_{i,1,k} = \frac{T_{i,J,k}Q_{i,J,k} + T_r Q_{r,i,J,k}}{Q_{i,J,k} + Q_{r,i,J,k}}$$

onde se pode perceber que esta expressão deve ser aplicada a cada ponto de discretização do plano $\bar{x}\bar{z}$.

A temperatura do fluido de reposição (T_r) é um parâmetro conhecido, pois se trata de um parâmetro operacional, assim como a vazão de reposição (Q_r). Porém, a vazão de reposição Q_r é a vazão total inserida no mancal para repor a lubrificação hidrodinâmica, enquanto a vazão $Q_{i,J,k}$ é a vazão de óleo que passa apenas na área em torno do ponto de discretização que está sendo analisado no momento. Assim, deve-se adequar a vazão de reposição para se ter uma ponderação correta ao se efetuar a média das temperaturas, e isto deve ser feito em função das áreas envolvidas. Para tanto, calcula-se o termo $Q_{r,i,J,k}$, cuja expressão leva em conta a relação entre a área total (A) da fronteira e a área em torno do ponto de interesse ($a_{i,J,k}$). Desta forma, tem-se:

$$Q_{r,i,J,k} = \frac{a_{i,J,k}}{A} \cdot Q_r \Rightarrow Q_{r,i,J,k} = \frac{\left(\frac{\Delta \bar{x}_{i,J,k}^+ + \Delta \bar{x}_{i,J,k}^-}{2}\right) \left(\frac{\Delta \bar{z}_{i,J,k}^+ + \Delta \bar{z}_{i,J,k}^-}{2}\right)}{h_J B} \cdot Q_r$$

onde h_J representa a folga radial na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$). Assim, o valor correto da vazão de reposição a ser aplicado na estimativa das temperaturas de entrada é dado pela expressão a seguir:

$$Q_{r,i,J,k} = \frac{Q_r}{4h_J B} \left(\Delta \bar{x}_{i,J,k}^+ + \Delta \bar{x}_{i,J,k}^- \right) \left(\Delta \bar{z}_{i,J,k}^+ + \Delta \bar{z}_{i,J,k}^- \right)$$

onde:

$$\begin{cases} \Delta \bar{x}_{i,j,k}^+ = \bar{x}_{i+1,j,k} - \bar{x}_{i,j,k} \\ \Delta \bar{x}_{i,j,k}^- = \bar{x}_{i,j,k} - \bar{x}_{i-1,j,k} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \bar{z}_{i,j,k}^+ = \bar{z}_{i,j,k+1} - \bar{z}_{i,j,k} \\ \Delta \bar{z}_{i,j,k}^- = \bar{z}_{i,j,k} - \bar{z}_{i,j,k-1} \end{cases}$$

Portanto, determinaram-se as expressões a serem utilizadas na estimativa das temperaturas de entrada das sapatas, para o caso tridimensional, pela abordagem de mistura ideal pontual entre os fluxos.

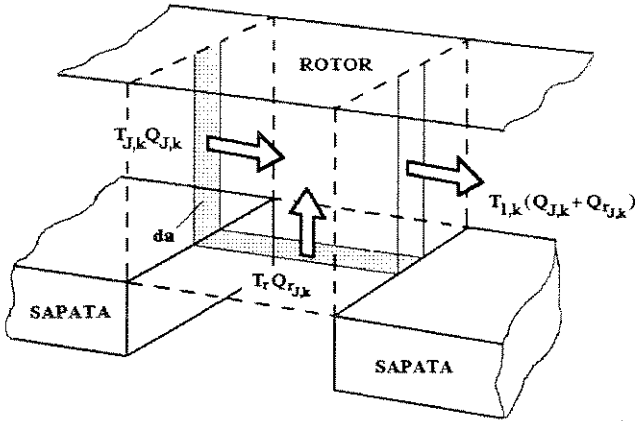


Figura 2.7: Abordagem de mistura ideal pontual entre fluxos (temperatura de entrada não uniforme) - Caso bidimensional.

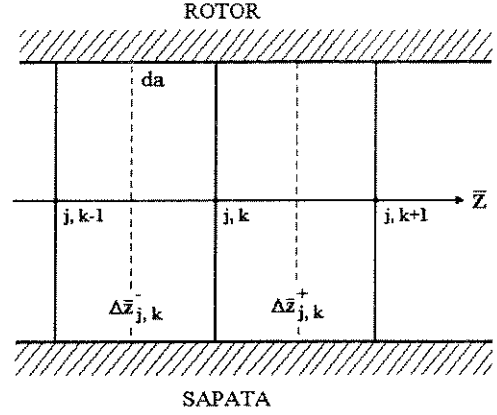


Figura 2.8: Malha de discretização na direção $\bar{z}$ (plano $\bar{x}\bar{z}$) - Caso bidimensional.

Caso Bidimensional

Para o caso bidimensional, tem-se uma discretização do espaço no plano $\bar{y}\bar{z}$, que é o plano paralelo à superfície das sapatas. Desta forma, os parâmetros de interesse (temperatura, viscosidade, folga radial e pressão), em um determinado ponto de discretização, têm a seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{j,k} = T(\bar{y}_{j,k}, \bar{z}_{j,k}) \\ \mu_{j,k} = \mu(\bar{y}_{j,k}, \bar{z}_{j,k}) \\ h_j = h(\bar{y}_{j,k}) \\ \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} = \frac{\partial p}{\partial \bar{y}}(\bar{y}_{j,k}, \bar{z}_{j,k}) \end{array} \right.$$

onde os índices j e k identificam o ponto de discretização e $(\bar{y}_{j,k}, \bar{z}_{j,k})$ são as coordenadas deste ponto.

A expressão do perfil de velocidades na direção $\bar{y}$ para o caso bidimensional é dada pela equação (2.29). Aplicando-se esta equação a um determinado ponto de discretização, tem-se:

$$v_{y,j,k} = \frac{1}{2\mu_{j,k}} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} \left(\bar{x}^2 + h_j \bar{x} \right) - \frac{U}{h_j} \bar{x}$$

Integrando-se esta expressão na área em torno do ponto de interesse (Figura 2.8), pode-se calcular a vazão de fluido que passa através desta área, da forma:

$$Q_{j,k} = \int_a v_{y,j,k} da \Rightarrow Q_{j,k} = \int_{-h_j}^0 \int_{\frac{1}{2}(\bar{z}_{j,k} + \bar{z}_{j,k-1})}^{\frac{1}{2}(\bar{z}_{j,k} + \bar{z}_{j,k+1})} v_{y,j,k} d\bar{z} d\bar{x}$$

o que resulta na expressão:

$$Q_{j,k} = \left[\frac{1}{4} U h_j - \frac{h_j^3}{24 \mu_{j,k}} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} \right] (\Delta \bar{z}_{j,k}^+ + \Delta \bar{z}_{j,k}^-) \quad (2.68)$$

onde:

$$\begin{cases} \Delta \bar{z}_{j,k}^+ = \bar{z}_{j,k+1} - \bar{z}_{j,k} \\ \Delta \bar{z}_{j,k}^- = \bar{z}_{j,k} - \bar{z}_{j,k-1} \end{cases}$$

Para se calcular o termo $T_{j,k} Q_{j,k}$, também se integra a velocidade pontual ($v_{y_{j,k}}$) na área em torno do ponto de interesse, da seguinte forma:

$$T_{j,k} Q_{j,k} = \int_a T_{j,k} v_{y_{j,k}} da \Rightarrow T_{j,k} Q_{j,k} = \int_{-h_j}^0 \int_{\frac{1}{2}(\bar{z}_{j,k} + \bar{z}_{j,k-1})}^{\frac{1}{2}(\bar{z}_{j,k} + \bar{z}_{j,k+1})} T_{j,k} v_{y_{j,k}} d\bar{z} d\bar{x}$$

o que resulta na expressão:

$$T_{j,k} Q_{j,k} = \left[\frac{T_{j,k}}{4} U h_j - \frac{h_j^3 T_{j,k}}{24 \mu_{j,k}} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} \right] (\Delta \bar{z}_{j,k}^+ + \Delta \bar{z}_{j,k}^-) \quad (2.69)$$

Assim, determinaram-se expressões para o cálculo da vazão, e do termo de temperatura ponderado pela vazão, do fluido que sai da sapata. Ressalta-se aqui, que as equações (2.68) e (2.69) devem ser aplicadas aos pontos do plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$).

O primeiro ponto de discretização do domínio nas duas direções recebe os índices (1, 1), e o último ponto de discretização do domínio nas duas direções recebe os índices (J, K). Os índices J e K representam fisicamente o número máximo de pontos de discretização nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$, respectivamente. Desta forma, um ponto no plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de entrada da sapata ($\bar{y} = -\frac{L}{2}$) tem índices (1, k), e um ponto no plano $\bar{x}\bar{z}$ na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$) tem índices (J, k). Assim, pode-se reescrever a expressão (2.60) para a estimativa da temperatura de entrada, da seguinte forma:

$$T_e = T_{1,k} = \frac{T_{J,k} Q_{J,k} + T_r Q_{r,J,k}}{Q_{J,k} + Q_{r,J,k}}$$

onde se pode perceber que esta expressão deve ser aplicada a cada ponto de discretização do plano $\bar{x}\bar{z}$.

A temperatura do fluido de reposição (T_r) é um parâmetro conhecido pois se trata de um parâmetro operacional, assim como a vazão de reposição (Q_r). Como no caso

tridimensional, a vazão de reposição (Q_r) deve ser adequada para se ter uma ponderação que respeite a relação entre as áreas envolvidas. Assim, pode-se calcular um valor para a vazão de reposição, mais adequado à ponderação na estimativa das temperaturas de entrada, da mesma forma como no caso tridimensional:

$$Q_{r_{J,k}} = \frac{a_{J,k}}{A} \cdot Q_r \Rightarrow Q_{r_{J,k}} = \frac{\left(\frac{\Delta \bar{z}_{J,k}^+ + \Delta \bar{z}_{J,k}^+}{2} \right) h_J}{h_J B} \cdot Q_r$$

onde h_J representa a folga radial na extremidade de saída da sapata ($\bar{y} = +\frac{L}{2}$). Assim, o valor correto da vazão de reposição a ser aplicado na estimativa das temperaturas de entrada é dado pela expressão:

$$Q_{r_{J,k}} = \frac{Q_r}{2B} (\Delta \bar{z}_{J,k}^+ + \Delta \bar{z}_{J,k}^+)$$

Portanto, determinaram-se as expressões a serem utilizadas na estimativa das temperaturas de entrada das sapatas, para o caso bidimensional, pela abordagem de mistura ideal pontual entre os fluxos.

Capítulo 3

Implementação Numérica do Modelo Bidimensional - Plano $\bar{y}\bar{z}$

A aplicação do modelo matemático proposto para o fluido lubrificante no interior do mancal requer a solução de equações diferenciais parciais elípticas. Porém, a solução analítica deste tipo de equação diferencial muitas vezes é de difícil obtenção, quando não são simplesmente desconhecidas (Maliska [49]). Desta forma, uma análise numérica do problema deve ser adotada. O método escolhido para a solução das equações do problema em estudo é o Método das Diferenças Finitas. Neste trabalho serão estudados os efeitos térmicos presentes em mancais segmentados com injeção radial de óleo via orifícios nas sapatas, baseando-se no modelo bidimensional (plano $\bar{y}\bar{z}$) do lubrificante, descrito no Capítulo 2.

3.1 Equação de Reynolds Modificada Discretizada

A determinação da distribuição de pressões sobre as sapatas do mancal está diretamente ligada à solução da equação de Reynolds. No caso de mancais segmentados híbridos com lubrificação radial (mancal em estudo), a equação de Reynolds sofre algumas modificações, resultando na *equação de Reynolds modificada considerando variações viscosas*, que para o modelo bidimensional é a equação (2.31). Esta equação deve considerar as variações viscosas, pois a variação da temperatura do óleo também se reflete em uma variação da viscosidade, não podendo, portanto, ser ignorada.

Para se obter a solução da equação de Reynolds (equação (2.31)), *aproximações centrais* do Método das Diferenças Finitas (MDF) serão adotadas para as derivadas ali presentes. As aproximações das derivadas pelo MDF baseiam-se na expansão em série de Taylor das derivadas da equação de interesse (Maliska [49]). As aproximações centrais para as derivadas, entre as muitas possibilidades de aproximação por este método, são

bastante difundidas na literatura e preferencialmente usadas pelas suas maiores acuidades nos resultados numéricos obtidos. Tais aproximações, para um determinado ponto (m, n) da malha de discretização de um domínio qualquer, são dadas por:

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right|_{m,n} \approx \frac{\gamma_{m+1,n} - \gamma_{m-1,n}}{2\Delta s} + O(\Delta s)^2 \quad (3.1)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \gamma}{\partial s^2} \right|_{m,n} \approx \frac{\gamma_{m+1,n} - 2\gamma_{m,n} + \gamma_{m-1,n}}{(\Delta s)^2} + O(\Delta s)^2 \quad (3.2)$$

onde γ é a função de interesse (qualquer), s é a direção do gradiente, (m, n) representam os índices dos pontos de discretização do domínio, Δs é o espaçamento entre os pontos de discretização na direção s e $O(\Delta s)$ é a ordem do erro de truncamento da série de Taylor. As expressões acima exigem a adoção de uma malha de discretização regular do domínio em estudo, ou seja, uma malha com pontos igualmente espaçados.

Assim, adotando-se uma malha de discretização no plano $\bar{y}\bar{z}$ do sistema de referência auxiliar fixo à sapata (modelo bidimensional, plano da superfície da sapata), composto por J pontos na direção $\bar{y}$ e K pontos na direção $\bar{z}$, e aplicando-se as expressões (3.1) e (3.2) às derivadas da equação de Reynolds (expressão (2.31)), tem-se:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} \approx \frac{p_{j+1,k} - p_{j-1,k}}{2\Delta \bar{y}} \quad (3.3)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right|_{j,k} \approx \frac{p_{j,k+1} - p_{j,k-1}}{2\Delta \bar{z}} \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{y}^2} \right|_{j,k} \approx \frac{p_{j+1,k} - 2p_{j,k} + p_{j-1,k}}{(\Delta \bar{y})^2} \quad (3.5)$$

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{z}^2} \right|_{j,k} \approx \frac{p_{j,k+1} - 2p_{j,k} + p_{j,k-1}}{(\Delta \bar{z})^2} \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} \approx \frac{\mu_{j+1,k} - \mu_{j-1,k}}{2\Delta \bar{y}} \quad (3.7)$$

$$\left. \frac{\partial \mu}{\partial \bar{z}} \right|_{j,k} \approx \frac{\mu_{j,k+1} - \mu_{j,k-1}}{2\Delta \bar{z}} \quad (3.8)$$

Sabendo-se que a função folga radial $h = h(\bar{y})$, descrita por Santos e Russo [71], é

dada por:

$$h(\bar{y}) = Rs - R - [y_R + \alpha_j(Rs + W)] \operatorname{sen} \left(\frac{\bar{y}}{Rs} \right) - [x_R - h_0 - R + Rs] \cos \left(\frac{\bar{y}}{Rs} \right)$$

tem-se que:

$$\frac{\partial h}{\partial \bar{y}} = \left(\frac{1}{Rs} \right) \left\{ -[y_R + \alpha_j(Rs + W)] \cos \left(\frac{\bar{y}}{Rs} \right) + [x_R - h_0 - R + Rs] \operatorname{sen} \left(\frac{\bar{y}}{Rs} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial h}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (\text{mancal alinhado})$$

onde Rs é o raio interno da sapata, R é o raio do rotor, x_R, y_R são as posições do rotor no sistema de referência inercial, α_j é a posição angular da sapata i , W é a espessura da sapata e h_0 é a folga radial inicial de montagem adotada. Assim, discretizando-se estas expressões, chega-se a:

$$h_j = Rs - R - [y_R + \alpha_j(Rs + W)] \operatorname{sen} \left(\frac{\bar{y}_j}{Rs} \right) - [x_R - h_0 - R + Rs] \cos \left(\frac{\bar{y}_j}{Rs} \right) \quad (3.9)$$

$$\left. \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} \right|_j = \left(\frac{1}{Rs} \right) \left\{ -[y_R + \alpha_j(Rs + W)] \cos \left(\frac{\bar{y}_j}{Rs} \right) + [x_R - h_0 - R + Rs] \operatorname{sen} \left(\frac{\bar{y}_j}{Rs} \right) \right\} \quad (3.10)$$

O termo V_{inj} refere-se à função velocidade de injeção radial, descrita pelas equações (2.38) e (2.39). Sua discretização resulta em:

$$V_{inj}|_{j,k} = -\frac{1}{4\mu_{inj}l_0} (P_{inj} - p_{j,k}) \cdot \mathcal{F}_j|_{j,k} \quad (3.11)$$

Considerando-se que as análises serão feitas com o mancal operando em regime permanente, o termo $\frac{\partial h}{\partial t}$ é nulo. Desta forma, pode-se rescrever a equação de Reynolds (equação (2.31)) na sua forma discretizada, através das expressões (3.3) a (3.8) e (3.9) a (3.11), para um determinado ponto (j, k) da malha adotada no domínio de interesse. A expressão resultante é a chamada *equação de diferenças* da equação de Reynolds, dada por:

$$\mathcal{A}_{j,k} \cdot p_{j,k} + \mathcal{B}_{j,k} \cdot p_{j+1,k} + \mathcal{C}_{j,k} \cdot p_{j-1,k} + \mathcal{D}_{j,k} \cdot p_{j,k+1} + \mathcal{E}_{j,k} \cdot p_{j,k-1} = \mathcal{H}_{j,k} \quad (3.12)$$

onde:

$$\mathcal{A}_{j,k} = -2 \frac{h_j^3}{\mu_{j,k}} \left(\frac{1}{\Delta \bar{y}^2} + \frac{1}{\Delta \bar{z}^2} \right) - \frac{3}{\mu_{inj} l_0} \cdot \mathcal{F}_j|_{j,k}$$

$$\mathcal{B}_{j,k} = \frac{3h_j^2}{2\mu_{j,k}\Delta \bar{y}} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} \Big|_j - \frac{h_j^3}{2\mu_{j,k}^2\Delta \bar{y}} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} + \frac{h_j^3}{\mu_{j,k}\Delta \bar{y}^2}$$

$$\mathcal{C}_{j,k} = -\frac{3h_j^2}{2\mu_{j,k}\Delta \bar{y}} \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} \Big|_j + \frac{h_j^3}{2\mu_{j,k}^2\Delta \bar{y}} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} + \frac{h_j^3}{\mu_{j,k}\Delta \bar{y}^2}$$

$$\mathcal{D}_{j,k} = -\frac{h_j^3}{2\mu_{j,k}^2\Delta \bar{z}} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} + \frac{h_j^3}{\mu_{j,k}\Delta \bar{z}^2}$$

$$\mathcal{E}_{j,k} = \frac{h_j^3}{2\mu_{j,k}^2\Delta \bar{z}} \frac{\partial \mu}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} + \frac{h_j^3}{\mu_{j,k}\Delta \bar{z}^2}$$

$$\mathcal{H}_{j,k} = 6U \frac{\partial h}{\partial \bar{y}} \Big|_j - \frac{3P_{inj}}{\mu_{inj} l_0} \cdot \mathcal{F}_j|_{j,k}$$

As condições de contorno a serem adotadas para a solução da equação de Reynolds são condições clássicas, comumente usadas na literatura: considera-se pressão ambiente em todos os pontos da borda da sapata, e eventuais regiões de cavitação ($p < 0$) são consideradas também como regiões a pressão ambiente. Assim, tem-se:

$$\left. \begin{array}{ll} -\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, & \bar{z} = 0 \\ -\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, & \bar{z} = B \\ \bar{y} = -\frac{L}{2}, & 0 \leq \bar{z} \leq B \\ \bar{y} = +\frac{L}{2}, & 0 \leq \bar{z} \leq B \\ & p < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow p = p_{amb} = 0 \quad (3.13)$$

A equação (3.12) nada mais é do que uma representação aproximada da equação de Reynolds para um determinado ponto na superfície da sapata. Assim, aplicando-se esta expressão a todos os $J \times K$ pontos da malha de discretização sobre a sapata (vide Figura 3.1(a)) e adotando-se as condições de contorno descritas (expressão (3.13)), monta-se um sistema de equações de $(J - 2) \times (K - 2)$ equações com $(J - 2) \times (K - 2)$ incógnitas, da forma:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (3.14)$$

onde $\mathbf{A}$ é a matriz dos coeficientes de diferenças oriundos das equações de diferenças em todos os pontos da malha e $\mathbf{p}$ é o vetor de pressão em todos os pontos da malha.

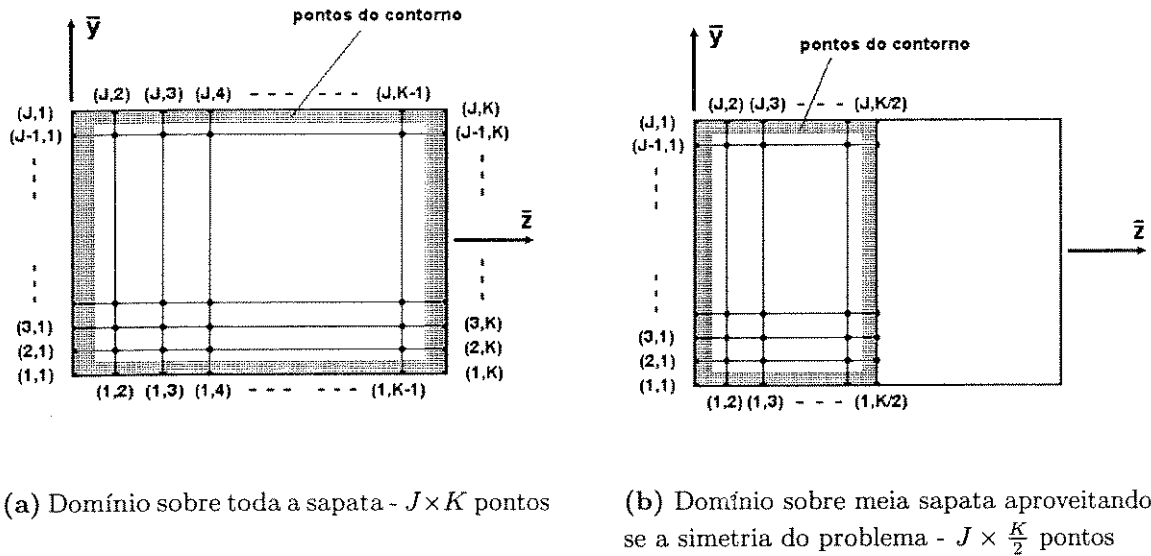


Figura 3.1: Malha de discretização no plano $\bar{y}\bar{z}$ na superfície da sapata - Solução da equação de Reynolds.

e o vetor $\mathbf{p}$ tem a forma:

$$\mathbf{p} = \left\{ \begin{array}{cccc|cccc} p_{2,2} & p_{3,2} & \cdots & p_{J-2,2} & p_{J-1,2} & p_{2,3} & p_{3,3} & \cdots & p_{J-2,3} & p_{J-1,3} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & p_{2,K-2} & p_{3,K-2} & \cdots & p_{J-2,K-2} & p_{J-1,K-2} & p_{2,K-1} & p_{3,K-1} & \cdots & p_{J-2,K-1} & p_{J-1,K-1} \end{array} \right\}^T$$

Portanto, a distribuição de pressões sobre a sapata pode ser obtida resolvendo-se o sistema de equações (3.14). Considerando-se que se trata de um sistema de equações de grande número de incógnitas (por exemplo, se $J = 60$ e $K = 50$ tem-se uma matriz $\mathbf{A}$ de ordem 2784×2784), métodos de solução de sistemas de equações para matrizes esparsas podem, e devem, ser utilizados. Devido à baixa densidade da matriz $\mathbf{A}$ (apenas 5 elementos não nulos por linha), pode-se reduzir consideravelmente o tempo computacional necessário para a obtenção dos resultados utilizando-se métodos deste tipo (Maliska [49]).

Outra maneira de se reduzir o tempo computacional é aproveitar a simetria do problema na direção $\bar{y}$ (direção do fluxo de óleo sobre a sapata). Como se trata de um problema simétrico (mancal alinhado - $\frac{\partial h}{\partial \bar{z}} = 0$), basta calcular a distribuição de pressões sobre metade da sapata, extrapolando-se os resultados para a outra metade. Com isto, tem-se uma malha de discretização composta por $J \times \frac{K}{2}$ pontos (vide Figura 3.1(b)), o que reduz sensivelmente a ordem da matriz $\mathbf{A}$ (por exemplo, se $J = 60$ e $K = 25$ tem-se uma matriz $\mathbf{A}$ de ordem 1392×1392). Considerando-se que os resultados obtidos são extrapolados para a outra metade da sapata, o nível de discretização do domínio sobre a sapata continua o mesmo ($J \times K$ pontos).

Para se aplicar este artifício, deve-se adotar condições de contorno ligeiramente diferentes das descritas pela expressão (3.13). Na verdade, os pontos existentes na linha de simetria da sapata passam a apresentar como condição de contorno: $\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = 0$. Assim, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, \quad \bar{z} = 0 \\ \bar{y} = -\frac{L}{2}, \quad 0 \leq \bar{z} \leq \frac{B}{2} \\ \bar{y} = +\frac{L}{2}, \quad 0 \leq \bar{z} \leq \frac{B}{2} \\ p < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow p = p_{amb} = 0$$

$$-\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, \quad \bar{z} = \frac{B}{2} \quad \left. \right\} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = 0$$

Com estas condições de contorno, a matriz **A** modifica-se, passando a ter a forma a seguir.

$A_{2,2}$ $C_{3,2}$	$B_{2,2}$ $A_{3,2}$	$B_{3,2}$	$D_{2,2}$ $D_{3,2}$	$D_{J-2,2}$ $D_{J-1,2}$	$D_{J-1,2}$
$\epsilon_{2,3}$	$A_{J-2,2}$ $C_{J-1,2}$	$B_{J-2,2}$ $A_{J-1,2}$	$A_{2,3}$ $C_{3,3}$	$B_{2,3}$ $A_{3,3}$	$B_{3,3}$
$\epsilon_{3,3}$	$\epsilon_{J-2,3}$	$\epsilon_{J-1,3}$	$C_{J-2,3}$ $A_{J-1,3}$	$A_{J-2,3}$ $B_{J-2,3}$	$B_{J-1,3}$ $A_{J-1,3}$

A =

$\epsilon_{2,\frac{K}{2}}$ $\epsilon_{3,\frac{K}{2}}$	$\epsilon_{J-2,\frac{K}{2}}$ $\epsilon_{J-1,\frac{K}{2}}$	$\epsilon_{J-2,\frac{K}{2}} + D_{J-2,\frac{K}{2}}$ $\epsilon_{J-1,\frac{K}{2}} + D_{J-1,\frac{K}{2}}$	$A_{2,\frac{K}{2}}$ $C_{3,\frac{K}{2}}$	$B_{2,\frac{K}{2}}$ $A_{3,\frac{K}{2}}$	$B_{3,\frac{K}{2}}$	$A_{J-2,\frac{K}{2}}$ $C_{J-1,\frac{K}{2}}$	$B_{J-2,\frac{K}{2}}$ $A_{J-1,\frac{K}{2}}$
$D_{2,\frac{K}{2}-1}$	$D_{3,\frac{K}{2}-1}$	$D_{J-2,\frac{K}{2}-1}$	$D_{J-1,\frac{K}{2}-1}$				

O vetor $\mathbf{b}$ passa a ter o seguinte formato:

$$\mathbf{b} = \left\{ \begin{array}{cccc|cccc|cccc} \mathcal{H}_{2,2} & \mathcal{H}_{3,2} & \cdots & \mathcal{H}_{J-2,2} & \mathcal{H}_{J-1,2} & \mathcal{H}_{2,3} & \mathcal{H}_{3,3} & \cdots & \mathcal{H}_{J-2,3} & \mathcal{H}_{J-1,3} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \mathcal{H}_{2,\frac{K}{2}-1} & \mathcal{H}_{3,\frac{K}{2}-1} & \cdots & \mathcal{H}_{J-2,\frac{K}{2}-1} & \mathcal{H}_{J-1,\frac{K}{2}-1} & \mathcal{H}_{2,\frac{K}{2}} & \mathcal{H}_{3,\frac{K}{2}} & \cdots & \mathcal{H}_{J-2,\frac{K}{2}} & \mathcal{H}_{J-1,\frac{K}{2}} \end{array} \right\}^T$$

e o vetor $\mathbf{p}$ passa a ser escrito como:

$$\mathbf{p} = \left\{ \begin{array}{cccc|cccc|cccc} p_{2,2} & p_{3,2} & \cdots & p_{J-2,2} & p_{J-1,2} & p_{2,3} & p_{3,3} & \cdots & p_{J-2,3} & p_{J-1,3} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & p_{2,\frac{K}{2}-1} & p_{3,\frac{K}{2}-1} & \cdots & p_{J-2,\frac{K}{2}-1} & p_{J-1,\frac{K}{2}-1} & p_{2,\frac{K}{2}} & p_{3,\frac{K}{2}} & \cdots & p_{J-2,\frac{K}{2}} & p_{J-1,\frac{K}{2}} \end{array} \right\}^T$$

O sistema de equações a ser resolvido continua o exposto pela equação (3.14), porém a ordem deste sistema se reduz a pouco menos da metade da ordem original. Este é o sistema de equações adotado ao longo deste trabalho para se encontrar a solução da equação de Reynolds (equação (2.31)) no plano $\bar{y}\bar{z}$, e conseqüentemente a distribuição de pressões sobre as sapatas do mancal.

3.2 Equação da Energia Discretizada

A determinação da distribuição de temperaturas sobre as sapatas do mancal está relacionada com a solução da equação da energia. Esta equação, que para o modelo bidimensional é dada pela expressão (2.55), está reescrita abaixo:

$$\begin{aligned} -\rho ch \frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} + k_t h \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2}}_{\text{termos difusivos}} + \underbrace{\left(\frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} - \frac{\rho c U h}{2} \right) \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} + \frac{\rho ch^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \frac{\partial T}{\partial \bar{z}}}_{\text{termos convectivos}} + \\ \left(\frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j + \rho c V_{inj} \right) T = \left(\frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j + \rho c V_{inj} \right) T_{inj} + p \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \\ \frac{4\mu}{3h} \left(V_{inj} - \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - U^2 \frac{\mu}{h} - \frac{h^3}{12\mu} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

O método escolhido para a obtenção da solução da equação da energia acima também é o Método das Diferenças Finitas (MDF). Porém, ao contrário da discretização aplicada à equação de Reynolds, aproximações centrais do MDF não poderão ser aplicadas a todos os termos da equação da energia para o caso em estudo. Nas primeiras implementações numéricas deste modelo, aproximações centrais nos termos convectivos desta equação (derivadas de primeira ordem) foram adotadas. Isto fez com que a matriz resultante

tivesse fraca preponderância diagonal (termos da diagonal principal muito menores do que os das demais bandas da matriz), o que originou resultados imprecisos e um tipo de instabilidade numérica denominada de "wiggles" na literatura (Wendt [92]).

Calculando-se o número de Peclet do escoamento no interior do mancal, adotando-se uma frequência de rotação de 50 Hz (demais dados obtidos na Tabela B.1 do Apêndice B), tem-se:

$$Pe = \frac{\rho U h_0 c}{k_t} = 17820$$

Observa-se que o número de Peclet do escoamento é alto. Portanto, o escoamento é preponderantemente convectivo, já que o número de Peclet reflete a importância do transporte convectivo em relação ao transporte difusivo. Sendo assim, com aproximações centrais nos termos convectivos, os termos da diagonal principal da matriz passam a ser compostos apenas por coeficientes oriundos dos termos difusivos da equação da energia ($k_t h$). Como o escoamento é preponderantemente convectivo (termos difusivos menores que termos convectivos), as demais bandas da matriz apresentam valores muito superiores aos da diagonal principal, pois são compostas por termos convectivos e também difusivos. A matriz passa a ter fraca preponderância diagonal e isto resulta em problemas de instabilidade numérica. Assim, outro tipo de aproximação do MDF deve ser utilizado para as derivadas de primeira ordem da equação da energia para o caso em estudo. O uso de aproximações centrais nos termos convectivos da equação da energia não é apropriado para escoamentos com número de Peclet alto (Figueiredo [17]).

As aproximações mais utilizadas na literatura para os termos convectivos da equação da energia são as *aproximações à montante do escoamento*. Tais aproximações, embora apresentem uma menor acuidade (maior erro de truncamento da série de Taylor), permitem que os termos da diagonal principal da matriz contenham contribuições tanto de termos difusivos como de termos convectivos, resultando em maiores valores. Estas aproximações, para um determinado ponto (m, n) da malha de discretização de um domínio qualquer, são dadas por:

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right|_{m,n} \approx \frac{\gamma_{m,n} - \gamma_{m-1,n}}{\Delta s} + O(\Delta s) \quad (3.15)$$

Nota-se que a ordem do erro de truncamento, que para aproximações centrais era quadrático, agora é linear ($O(\Delta s)$), o que evidencia a menor acuidade deste tipo de aproximação. Deve-se escolher cuidadosamente, portanto, o nível de discretização (número de pontos da malha) a ser adotado para se conseguir bons resultados na solução da equação da energia.

Assim, adotando-se uma malha de discretização no plano $\bar{y}\bar{z}$ do sistema de referência auxiliar fixo à sapata (plano da superfície da sapata), composto por J pontos na direção $\bar{y}$ e K pontos na direção $\bar{z}$, pode-se aplicar a expressão (3.2) - aproximações centrais - nos termos de derivada de segunda ordem (termos difusivos) e a expressão (3.15) - aproximações à montante - nos termos de derivada de primeira ordem (termos convectivos). Entretanto, cabe ressaltar que a expressão (3.15) é uma aproximação *à montante do escoamento*, ou seja, deve-se verificar o sentido do escoamento em cada ponto da malha de discretização para se aplicar esta expressão de forma correta. Isto é feito calculando-se a velocidade de cada ponto nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$ (modelo bidimensional), através dos perfis de velocidade do escoamento no interior do mancal, dados pelas expressões (2.29) e (2.30).

Assim, considerando-se o referencial auxiliar adotado, existem quatro possibilidades de escoamento: $(v_y > 0, v_z > 0)$, $(v_y > 0, v_z < 0)$, $(v_y < 0, v_z > 0)$ e $(v_y < 0, v_z < 0)$. Para cada uma destas possibilidades tem-se uma diferente aplicação da expressão (3.15) como aproximação das derivadas de primeira ordem da equação da energia, como pode ser visto a seguir.

$$\boxed{v_y > 0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} \approx \frac{T_{j,k} - T_{j-1,k}}{\Delta \bar{y}}$$

$$\boxed{v_z > 0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right|_{j,k} \approx \frac{T_{j,k} - T_{j,k-1}}{\Delta \bar{z}}$$

$$\boxed{v_y < 0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} \approx \frac{T_{j+1,k} - T_{j,k}}{\Delta \bar{y}}$$

$$\boxed{v_z < 0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right|_{j,k} \approx \frac{T_{j,k+1} - T_{j,k}}{\Delta \bar{z}}$$

Considerando-se que se trata de uma análise do mancal operando em regime permanente, tem-se também que:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

As discretizações das funções h e $\frac{\partial h}{\partial \bar{y}}$ serão as mesmas adotadas para a solução da equação de Reynolds (equações (3.9) e (3.10)). Os gradientes de pressão presentes na equação da energia, assim como a função velocidade de injeção (V_{inj}), podem ser calculados numericamente a partir das distribuições de pressão, já obtidas previamente resolvendo-se a equação de Reynolds (metodologia mostrada no item anterior).

Desta forma, pode-se escrever a equação da energia em sua forma discretizada para um determinado ponto (j, k) da malha adotada. A expressão resultante é chamada de *equação de diferenças* da equação da energia, a qual, para os quatro casos de escoamento possíveis na superfície da sapata, tem a seguinte forma:

$$v_y > 0, v_z > 0$$

$$\begin{aligned} & [-2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) + \mathcal{N}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k}] \cdot T_{j,k} + \mathcal{L}_{j,k} \cdot T_{j+1,k} + (\mathcal{L}_{j,k} - \mathcal{N}_{j,k}) \cdot T_{j-1,k} + \\ & + \mathcal{M}_{j,k} \cdot T_{j,k+1} + (\mathcal{M}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k}) \cdot T_{j,k-1} = \mathcal{Q}_{j,k} \end{aligned}$$

$$v_y > 0, v_z < 0$$

$$\begin{aligned} & [-2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) + \mathcal{N}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k}] \cdot T_{j,k} + \mathcal{L}_{j,k} \cdot T_{j+1,k} + (\mathcal{L}_{j,k} - \mathcal{N}_{j,k}) \cdot T_{j-1,k} + \\ & + (\mathcal{M}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k}) \cdot T_{j,k+1} + \mathcal{M}_{j,k} \cdot T_{j,k-1} = \mathcal{Q}_{j,k} \end{aligned}$$

$$v_y < 0, v_z > 0$$

$$\begin{aligned} & [-2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) - \mathcal{N}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k}] \cdot T_{j,k} + (\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{N}_{j,k}) \cdot T_{j+1,k} + \mathcal{L}_{j,k} \cdot T_{j-1,k} + \\ & + \mathcal{M}_{j,k} \cdot T_{j,k+1} + (\mathcal{M}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k}) \cdot T_{j,k-1} = \mathcal{Q}_{j,k} \end{aligned}$$

$$v_y < 0, v_z < 0$$

$$\begin{aligned} & [-2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) - \mathcal{N}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k}] \cdot T_{j,k} + (\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{N}_{j,k}) \cdot T_{j+1,k} + \mathcal{L}_{j,k} \cdot T_{j-1,k} + \\ & + (\mathcal{M}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k}) \cdot T_{j,k+1} + \mathcal{M}_{j,k} \cdot T_{j,k-1} = \mathcal{Q}_{j,k} \end{aligned}$$

onde:

$$\mathcal{L}_{j,k} = \frac{k_t h_j}{\Delta \bar{y}^2}$$

$$\mathcal{M}_{j,k} = \frac{k_t h_j}{\Delta \bar{z}^2}$$

$$\mathcal{N}_{j,k} = \frac{\rho c h_j^3}{12 \mu_{j,k} \Delta \bar{y}} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \right|_{j,k} - \frac{\rho c U h_j}{2 \Delta \bar{y}}$$

$$\mathcal{O}_{j,k} = \frac{\rho c h_j^3}{12 \mu_{j,k} \Delta \bar{z}} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \right|_{j,k}$$

$$\mathcal{P}_{j,k} = \frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j|_{j,k} + \rho c V_{inj}|_{j,k}$$

$$\mathcal{Q}_{j,k} = \left(\frac{k_t}{l_0} \mathcal{G}_j|_{j,k} + \rho c V_{inj}|_{j,k} \right) T_{inj} + p_{j,k} V_{inj}|_{j,k} - \frac{4}{3} \frac{\mu_{j,k}}{h_j} \left(V_{inj}|_{j,k} \right)^2 -$$

$$- U^2 \frac{\mu_{j,k}}{h_j} - \frac{h_j^3}{12\mu_{j,k}} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \Big|_{j,k} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \Big|_{j,k} \right)^2 \right]$$

Assim, a cada ponto da malha de discretização o sentido do fluxo de lubrificante é verificado e uma das quatro equações de diferenças é aplicada. Com isto, monta-se o sistema de equações, a partir do qual as temperaturas sobre as sapatas do mancal serão obtidas.

Como condições de contorno para a solução da equação da energia, considera-se que o mancal é adiabático, e portanto os gradientes de temperatura no contorno são nulos. Além disso, na entrada da sapata, admite-se uma distribuição de temperaturas (T_e) oriunda da mistura entre o óleo escoante e o óleo de reposição, na região entre as sapatas. Esta distribuição de temperaturas dependerá da hipótese adotada para a região de mistura (*pontual* ou *total*). Desta forma, as condições de contorno para a equação da energia podem ser resumidas, para uma análise em meia sapata, da seguinte forma:

$$\text{condições de contorno} \quad \left\{ \begin{array}{ll} -\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, & \bar{z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} = 0 \\ -\frac{L}{2} \leq \bar{y} \leq +\frac{L}{2}, & \bar{z} = \frac{B}{2} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} = 0 \\ \bar{y} = +\frac{L}{2}, & 0 \leq \bar{z} \leq \frac{B}{2} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} = 0 \\ \bar{y} = -\frac{L}{2}, & 0 \leq \bar{z} \leq \frac{B}{2} \Rightarrow T = T_e \end{array} \right.$$

O sistema de equações a ser resolvido pode ser escrito como:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{d} \quad (3.16)$$

onde $\mathbf{C}$ é a matriz dos coeficientes de diferenças oriundos das equações de diferenças em todos os pontos da malha e $\mathbf{t}$ é o vetor de temperatura em todos os pontos da malha.

A matriz $\mathbf{C}$ apresenta estrutura similar à da matriz $\mathbf{A}$, sendo esparsa e pentadiagonal. Sua estrutura considerando as condições de contorno está mostrada a seguir.

$\begin{bmatrix} \mathcal{R}_{2,1} & S_{2,1} & & & \\ \mathcal{U}_{3,1} & \mathcal{R}_{3,1} & S_{3,1} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & \mathcal{U}_{J-1,1} & \mathcal{R}_{J-1,1} & S_{J-1,1} & \\ & & \mathcal{U}_{J,1} + S_{J,1} & \mathcal{R}_{J,1} & \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \mathcal{V}_{2,1} + W_{2,1} & & & & \\ & \mathcal{V}_{3,1} + W_{3,1} & & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \mathcal{V}_{J-1,1} + W_{J-1,1} & \\ & & & & \mathcal{V}_{J,1} + W_{J,1} \end{bmatrix}$	$\dots$
$\begin{bmatrix} W_{2,2} & W_{3,2} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & W_{J-1,2} & & \\ & & & W_{J,2} & \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \mathcal{R}_{2,2} & S_{2,2} & & & \\ \mathcal{U}_{3,2} & \mathcal{R}_{3,2} & S_{3,2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mathcal{U}_{J-1,2} & \mathcal{R}_{J-1,2} & S_{J-1,2} \\ & & & \mathcal{U}_{J,2} + S_{J,2} & \mathcal{R}_{J,2} \end{bmatrix}$	$\dots$
$C =$		
$\dots$		
$\dots$		
$\dots$	$\begin{bmatrix} \mathcal{V}_{2, \frac{K}{2}-1} & & & & \\ & \mathcal{V}_{3, \frac{K}{2}-1} & & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \mathcal{V}_{J-1, \frac{K}{2}-1} & \\ & & & & \mathcal{V}_{J, \frac{K}{2}-1} \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} W_{2, \frac{K}{2}} + \mathcal{V}_{2, \frac{K}{2}} & & & & \\ & W_{3, \frac{K}{2}} + \mathcal{V}_{3, \frac{K}{2}} & & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & W_{J-1, \frac{K}{2}} + \mathcal{V}_{J-1, \frac{K}{2}} & \\ & & & & W_{J, \frac{K}{2}} + \mathcal{V}_{J, \frac{K}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \mathcal{R}_{2, \frac{K}{2}} & S_{2, \frac{K}{2}} & & & \\ \mathcal{U}_{3, \frac{K}{2}} & \mathcal{R}_{3, \frac{K}{2}} & S_{3, \frac{K}{2}} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mathcal{U}_{J-1, \frac{K}{2}} & \mathcal{R}_{J-1, \frac{K}{2}} & S_{J-1, \frac{K}{2}} \\ & & & \mathcal{U}_{J, \frac{K}{2}} + S_{J, \frac{K}{2}} & \mathcal{R}_{J, \frac{K}{2}} \end{bmatrix}$	

onde:

$$v_y > 0, v_z > 0$$

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{j,k} &= -2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) + \mathcal{N}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k} \\ \mathcal{S}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} \\ \mathcal{U}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} - \mathcal{N}_{j,k} \\ \mathcal{V}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} \\ \mathcal{W}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k}\end{aligned}$$

$$v_y < 0, v_z > 0$$

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{j,k} &= -2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) - \mathcal{N}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k} \\ \mathcal{S}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{N}_{j,k} \\ \mathcal{U}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} \\ \mathcal{V}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} \\ \mathcal{W}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k}\end{aligned}$$

$$v_y > 0, v_z < 0$$

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{j,k} &= -2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) + \mathcal{N}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k} \\ \mathcal{S}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} \\ \mathcal{U}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} - \mathcal{N}_{j,k} \\ \mathcal{V}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} \\ \mathcal{W}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k}\end{aligned}$$

$$v_y < 0, v_z < 0$$

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{j,k} &= -2(\mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{M}_{j,k}) - \mathcal{N}_{j,k} - \mathcal{O}_{j,k} + \mathcal{P}_{j,k} \\ \mathcal{S}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} + \mathcal{N}_{j,k} \\ \mathcal{U}_{j,k} &= \mathcal{L}_{j,k} \\ \mathcal{V}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k} + \mathcal{O}_{j,k} \\ \mathcal{W}_{j,k} &= \mathcal{M}_{j,k}\end{aligned}$$

O vetor $\mathbf{d}$, considerando as condições de contorno, é dado por:

$$\mathbf{d} = \left\{ \begin{array}{cccccc} \mathcal{Q}_{2,1} - \mathcal{U}_{2,1} \cdot T_{e1} & \mathcal{Q}_{3,1} & \cdots & \mathcal{Q}_{J-1,1} & \mathcal{Q}_{J,1} & | & \mathcal{Q}_{2,2} - \mathcal{U}_{2,2} \cdot T_{e2} & \mathcal{Q}_{3,2} & \cdots & \mathcal{Q}_{J-1,2} & \mathcal{Q}_{J,2} & | & \cdots & \cdots \\ \cdots & | & \mathcal{Q}_{2,\frac{K}{2}-1} - \mathcal{U}_{2,\frac{K}{2}-1} \cdot T_{e\frac{K}{2}-1} & \mathcal{Q}_{3,\frac{K}{2}-1} & \cdots & \mathcal{Q}_{J-1,\frac{K}{2}-1} & \mathcal{Q}_{J,\frac{K}{2}-1} & | & \mathcal{Q}_{2,\frac{K}{2}} - \mathcal{U}_{2,\frac{K}{2}} \cdot T_{e\frac{K}{2}} & \mathcal{Q}_{3,\frac{K}{2}} & \cdots & \mathcal{Q}_{J-1,\frac{K}{2}} & \mathcal{Q}_{J,\frac{K}{2}} & \}^T$$

e o vetor $\mathbf{t}$ é dado por:

$$\mathbf{t} = \left\{ \begin{array}{cccccc} T_{2,1} & T_{3,1} & \cdots & T_{J-1,1} & T_{J,1} & | & T_{2,2} & T_{3,2} & \cdots & T_{J-1,2} & T_{J,2} & | & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & | & T_{2,\frac{K}{2}-1} & T_{3,\frac{K}{2}-1} & \cdots & T_{J-1,\frac{K}{2}-1} & T_{J,\frac{K}{2}-1} & | & T_{2,\frac{K}{2}} & T_{3,\frac{K}{2}} & \cdots & T_{J-1,\frac{K}{2}} & T_{J,\frac{K}{2}} & \}^T$$

Adotando-se uma abordagem em meia sapata para se reduzir o tempo computacional, analogamente ao que foi descrito no item anterior (Figura 3.1(b)), o sistema de equações (3.16) é o que será resolvido para se determinar as distribuições de temperatura sobre as sapatas do mancal. Com isto, obtém-se a solução da equação da energia (equação (2.55)).

3.3 Algoritmo Computacional

Um fluxograma do programa computacional implementado para a simulação do mancal segmentado com lubrificação híbrida pode ser visualizado na Figura 3.2.

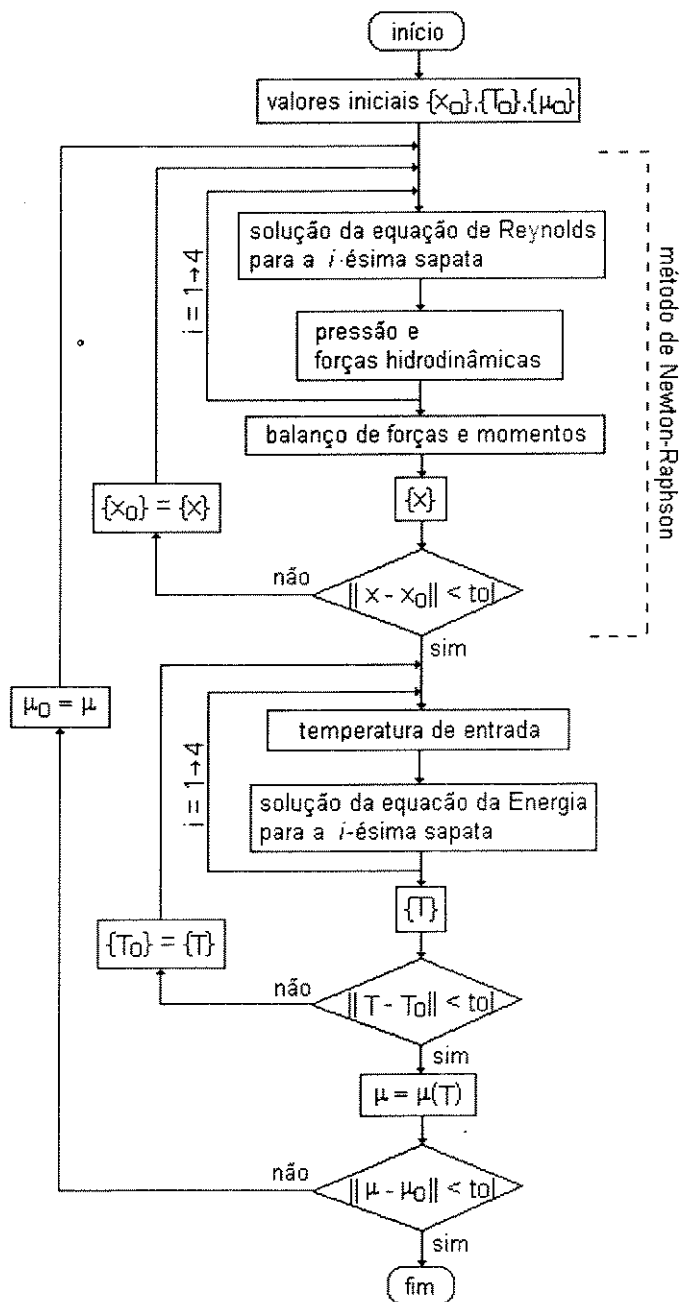


Figura 3.2: Fluxograma da implementação computacional do modelo matemático do mancal segmentado com lubrificação híbrida (modelo bidimensional).

Uma malha de discretização uniforme é criada sobre a metade da sapata a ser analisada. Tal malha é composta, neste estudo, por 62 pontos na direção tangencial ($\bar{y}$) e 51 pontos na direção axial ($\bar{z}$), havendo pontos sobre a linha de simetria da sapata (linha central). Extrapolando-se a malha para a metade não analisada da sapata, totalizam-se ao todo 62 pontos na direção $\bar{y}$ e 101 pontos na direção $\bar{z}$ (linha de simetria é contada apenas uma vez). Este nível de discretização do domínio mostra-se bastante apropriado, já que a sua modificação para um número maior de pontos mostrou alterações pouco relevantes nos resultados (vide Apêndice D).

O método de Newton-Raphson é empregado para determinar a posição de equilíbrio do sistema, ou seja, para encontrar as posições do rotor e das sapatas que correspondem a uma determinada condição de operação. Inicialmente, admite-se uma posição inicial ($\mathbf{x}_0$) e resolve-se a equação de Reynolds modificada considerando variações viscosas (equação (2.31)) para cada uma das sapatas. Com as respectivas distribuições de pressão, pode-se obter, por integração numérica, as forças atuantes em cada sapata. Assim, um equilíbrio de forças é efetuado, a partir do qual se obtém a nova posição de equilíbrio do rotor e das sapatas. Cabe ressaltar que a matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson é avaliada numericamente, aplicando-se pequenas perturbações na posição de equilíbrio e analisando-se as variações de força hidrodinâmica e momentos nas sapatas resultantes (Santos e Russo [72]).

Após os cálculos da posição de equilíbrio convergirem dentro de uma determinada tolerância ($1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ para a posição do rotor e $1 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ para as posições angulares das sapatas), efetuam-se os cálculos das temperaturas. Assumindo-se distribuições de temperatura (T_0) e viscosidade (μ_0) iniciais, resolve-se a equação da energia (equação (2.55)), fazendo-se uso da condição de mistura na entrada das sapatas (mistura pontual ou mistura total). Após o cálculo das temperaturas nas quatro sapatas, comparam-se estas com as temperaturas iniciais. A partir do momento em que as temperaturas calculadas convergirem (adota-se uma tolerância de $0,1^\circ\text{C}$), calcula-se a nova distribuição de viscosidades sobre as sapatas em função das propriedades do lubrificante (vide Apêndice C.2).

Com a nova distribuição de viscosidades, calculam-se novamente a posição de equilíbrio do sistema e as temperaturas do mancal. No momento em que a distribuição de viscosidades sobre as sapatas não mais variar (tolerância adotada de $1 \cdot 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$), admite-se que se encontrou tanto o equilíbrio dinâmico, como o equilíbrio térmico.

Capítulo 4

Resultados Teóricos

Os resultados numéricos mostrados neste capítulo baseiam-se na aplicação do modelo bidimensional do lubrificante (plano $\bar{y}\bar{z}$), descrito no Capítulo 2, e sua implementação conforme algoritmo computacional descrito no Capítulo 3. Uma análise de convergência do método numérico adotado nas simulações computacionais pode ser vista no Apêndice D; as características geométricas do mancal, utilizadas na simulação numérica e cujos resultados são mostrados a seguir, podem ser vistas na Tabela B.1 do Apêndice B; e as condições de operação do mancal adotadas serão descritas em cada tipo de análise.

4.1 Mistura Total e Mistura Pontual

A fim de se investigar a influência do modelo da região de mistura na distribuição de temperaturas do óleo sobre as sapatas, os modelos de mistura total e mistura pontual serão comparados para uma mesma condição de operação do mancal. Como condição de operação, adotou-se um mancal híbrido com velocidade de rotação do rotor constante, carregamento nulo sobre o rotor e aplicou-se uma pressão de injeção de 0,3 MPa em uma das sapatas, permanecendo as demais sapatas com pressão de injeção nula. Um resumo da condição de operação desta análise pode ser vista na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Condição de operação na análise do modelo da região de mistura.

Carregamento sobre o rotor	F_x, F_y	(N)	0,0
Frequência de rotação do rotor	N	(Hz)	50,0
Pressão de injeção nas sapatas	P_{inj1}	(MPa)	0,0
	P_{inj2}	(MPa)	0,3
	P_{inj3}	(MPa)	0,0
	P_{inj4}	(MPa)	0,0

A Figura 4.1 ilustra as distribuições de temperatura oriundas da aplicação dos mo-

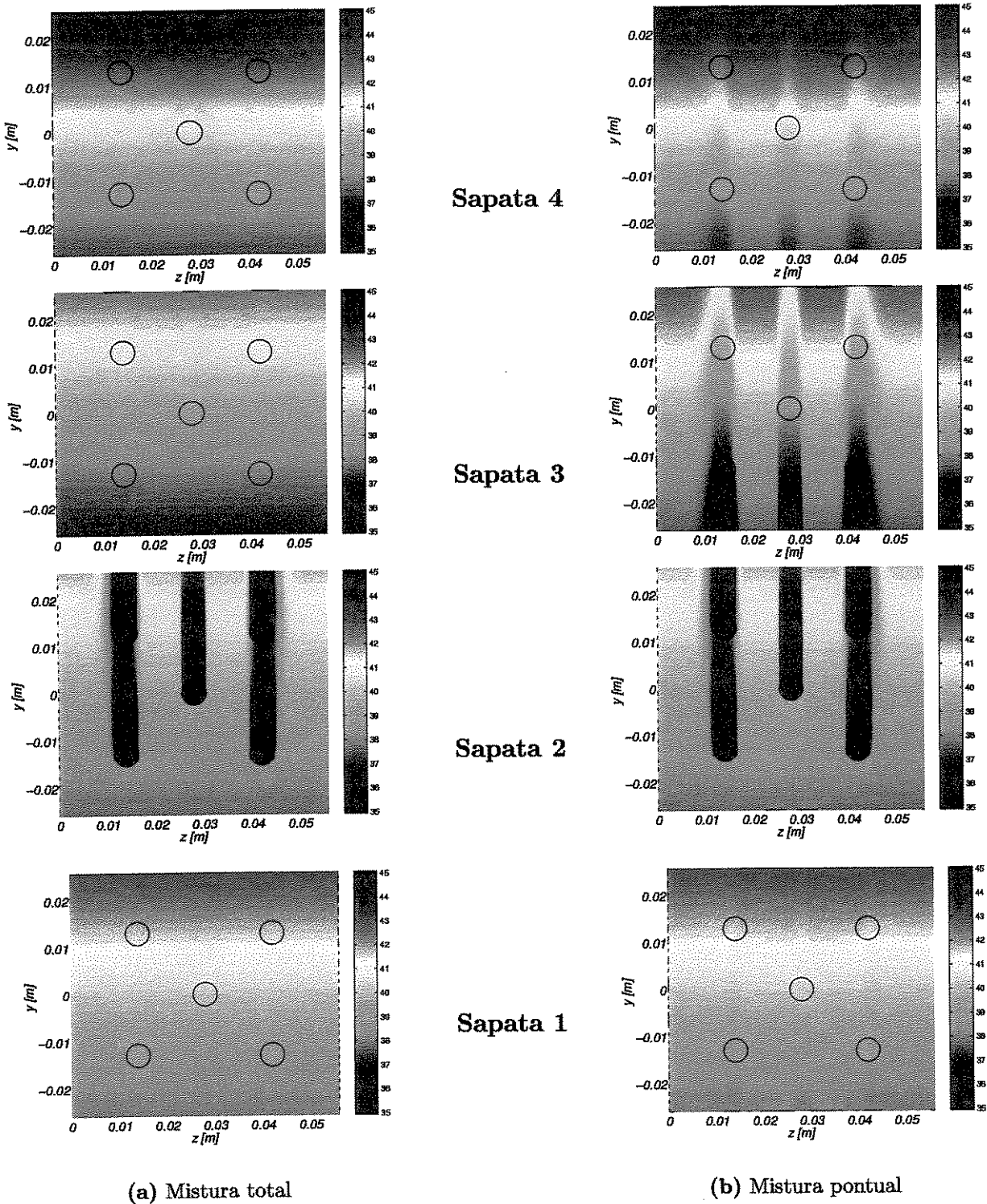


Figura 4.1: Distribuição de temperaturas nas sapatas do mancal híbrido - Análise do modelo da região de mistura.

delos de mistura total e mistura pontual na região entre sapatas (região de mistura). Aplicando-se uma pressão de injeção de $0,3 \text{ MPa}$ na sapata 2, tem-se a entrada de óleo frio através dos orifícios ali presentes. Devido ao escoamento ser preponderantemente unidirecional (componentes de velocidade do fluido na direção $\bar{y}$ são maiores do que na direção $\bar{z}$), tem-se um resfriamento localizado do lubrificante, limitado à região à jusante dos orifícios. Nas demais sapatas não há a entrada de óleo frio, mas sim a saída de óleo quente através dos orifícios, em virtude da aplicação de pressões de injeção nulas.

O modelo de mistura total da região de mistura considera um balanço de energia global entre os fluxos de lubrificante da sapata anterior e do suprimento de óleo, a fim de se determinar a temperatura do óleo que entra na sapata seguinte. Como este balanço é feito de maneira global, determina-se como temperatura de entrada da próxima sapata um valor médio. Assim, os gradientes de temperatura na direção $\bar{z}$ na saída da sapata anterior são atenuados. Isto pode ser visualizado na Figura 4.1(a), onde as correntes de óleo frio injetado da sapata 2 não são observadas na sapata 3, pois sua influência se faz através de um valor médio ao longo da direção $\bar{z}$.

Tomando-se o modelo de mistura pontual (Figura 4.1(b)), cujo balanço de energia se faz entre os pontos das malhas de duas sapatas e o suprimento de óleo, observa-se que os gradientes de temperatura na direção $\bar{z}$ de uma sapata não são atenuados na entrada da sapata seguinte. Pela Figura 4.1(b), as correntes de óleo frio da sapata 2 podem ser ainda visualizadas na sapata 3, chegando até à sapata 4, e o aquecimento destas correntes ao longo do mancal também pode ser notado. Considerando-se que a área mais importante da região de mistura fica próxima ao rotor e limita-se a uma distância da ordem da folga radial (Heshmat e Pinkus [30]), devido ao princípio de aderência do fluido ao rotor, intui-se que o modelo de mistura pontual representa de forma mais realista a natureza do problema, já que as informações dos fluxos de óleo não se perdem entre uma sapata e outra.

Observando-se as temperaturas médias na direção $\bar{z}$ ao longo das sapatas (Figura 4.2), nota-se que não há grande diferença entre os resultados obtidos com o modelo total e o modelo pontual. Assim, a principal diferença entre os dois modelos da região de mistura se encontra nas distribuições de temperatura do óleo na superfície das sapatas.

4.2 Sapatas de 5 e 15 Orifícios

O objetivo desta análise é a investigação dos resultados obtidos com a utilização de sapatas de 5 e 15 orifícios em mancais híbridos. As configurações inicialmente propostas durante o projeto do mancal podem ser vistas na Figura 4.3. Como condições de operação do mancal, nesta análise, adotou-se uma velocidade de rotação do rotor constante, carregamento nulo

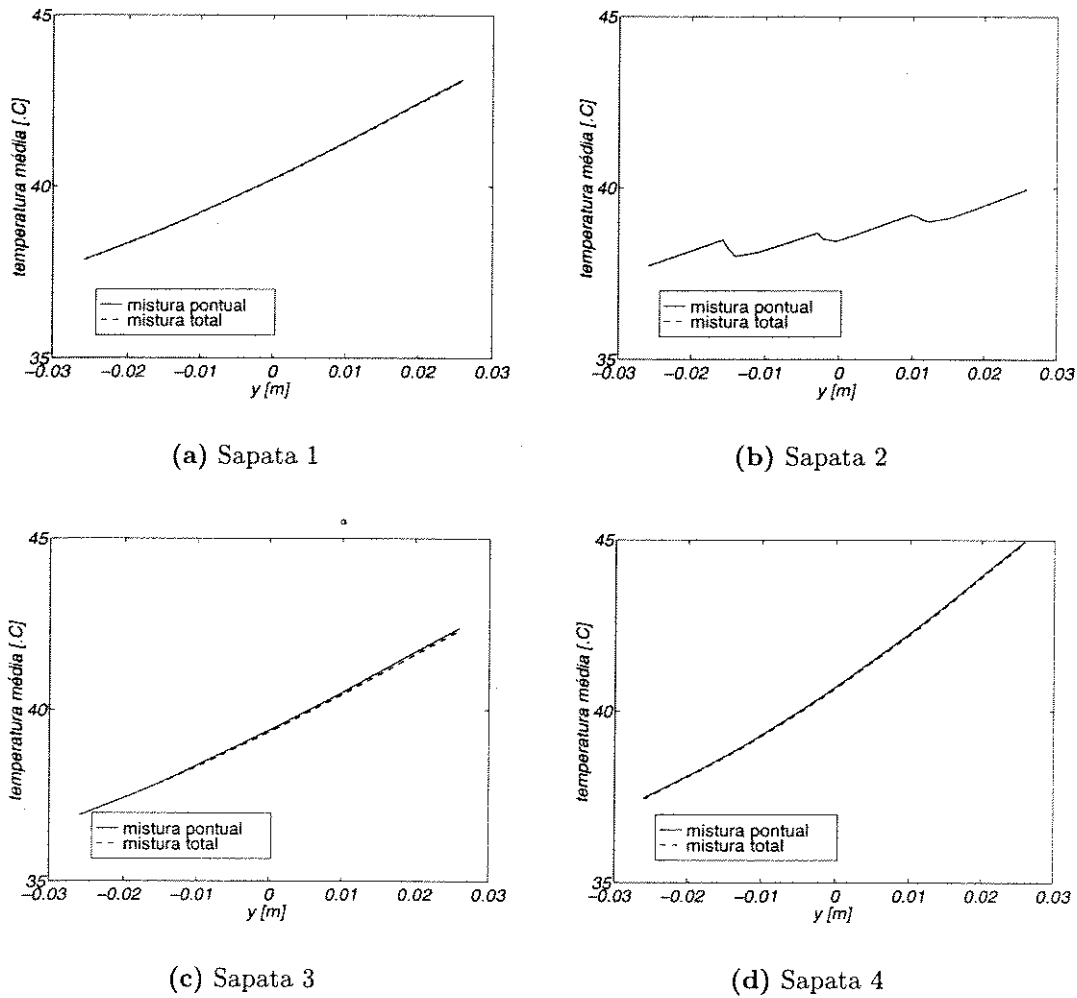


Figura 4.2: Temperatura média nas sapatas do mancal híbrido - Análise do modelo da região de mistura.

sobre o rotor, e aumentou-se gradativamente a pressão de injeção em todas as sapatas. Um resumo das condições de operação do mancal nesta análise pode ser visto na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Condições de operação na análise de sapatas com 5 e 15 orifícios.

Carregamento sobre o rotor	F_x, F_y	(N)	0,0
Frequência de rotação do rotor	N	(Hz)	50,0
Pressão de injeção nas sapatas	$P_{inj1} = P_{inj2} = P_{inj3} = P_{inj4}$	(MPa)	0,0 / 0,2 / 0,3 / 0,4 0,5 / 0,6 / 1,0 / 2,0

De maneira a se manter constante a área total de orifícios entre os dois arranjos, os diâmetros adotados dos orifícios foram: $d_0 = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ para a sapata com 5, e $d_0 = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ para a sapata com 15 orifícios. Considerando-se que o rotor permanece centrado no mancal, pois não há carregamento, e que as pressões de injeção aplicadas a todas as sapatas são iguais, as distribuições de temperatura e pressão em todas as sapatas

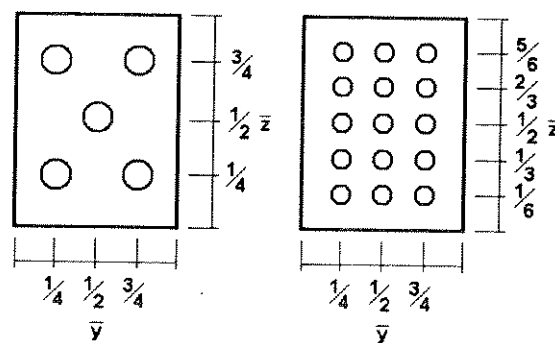


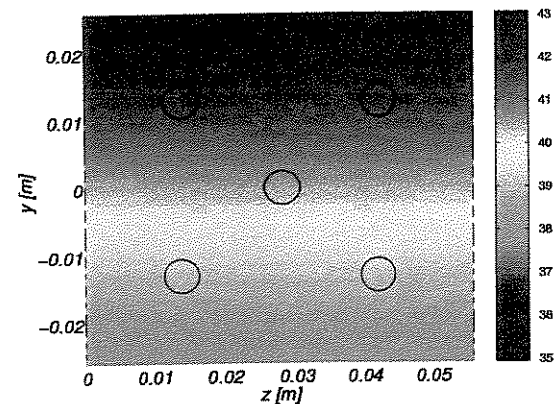
Figura 4.3: Disposição geométrica dos orifícios na superfície das sapatas: 5 e 15 orifícios.

serão bastante similares. Desta forma, os resultados ilustrados a seguir serão apresentados apenas para uma das sapatas do mancal, em cada condição de operação analisada, já que as demais sapatas apresentam resultados parecidos.

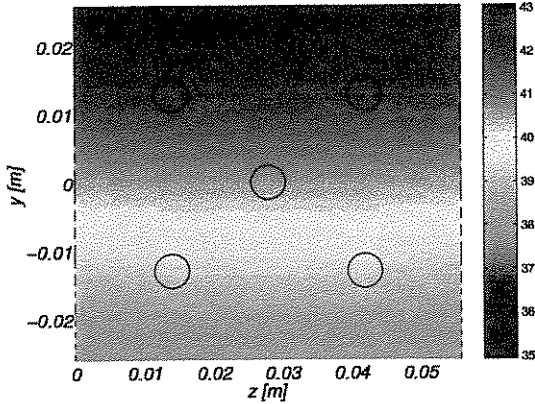
A Figura 4.4 ilustra o caso da aplicação de uma pressão de injeção nula nas sapatas do mancal. Como seria de se esperar, não há a entrada de óleo frio através dos orifícios do mancal, tanto na sapata com 5 como na de 15 orifícios. Na realidade, o que ocorre é a saída de óleo quente através dos orifícios, causada pela pressão hidrodinâmica existente na folga radial. Devido à dissipação viscosa na folga radial, observa-se o gradativo aquecimento do óleo na direção $\bar{y}$, chegando a uma temperatura máxima na saída da sapata. Em termos de temperatura média sobre a sapata (Figura 4.4(c)), não se nota qualquer diferença entre os resultados obtidos com o mancal híbrido (com 5 ou 15 orifícios) e os resultados obtidos com um mancal segmentado convencional (sem orifícios nas sapatas) na mesma condição de operação.

Ao se aumentar a pressão de injeção para $0,2 \text{ MPa}$ (Figura 4.5), ainda não se percebe a entrada de óleo frio através dos orifícios das sapatas. Isto se deve ao fato da pressão de injeção adotada ainda não ser suficiente para vencer a pressão hidrodinâmica existente na folga radial nesta condição de operação. Assim, não se tem a entrada de óleo frio, mas sim a saída de óleo quente através dos orifícios, levando o mancal híbrido a um comportamento térmico similar ao de um mancal convencional (Figura 4.5(c)).

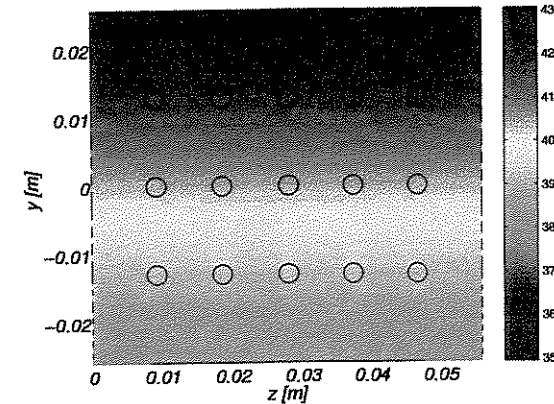
Com a aplicação de uma pressão de injeção de $0,3 \text{ MPa}$ (Figura 4.6(a) e 4.6(b)), já se observa a entrada de óleo frio através de alguns dos orifícios das sapatas, porém não através de todos eles. Analisando-se os resultados para pressões mais altas (Figuras 4.7, 4.8 e 4.9), nota-se que cada vez mais orifícios passam a injetar óleo frio na folga radial, sendo os orifícios centrais os últimos a apresentarem tal fato. Isto ocorre, pois a pressão hidrodinâmica apresenta maiores valores na região central da sapata. Como a pressão de injeção deve vencer a pressão hidrodinâmica para que haja a entrada de óleo frio, é natural que os orifícios em regiões centrais das sapatas necessitem de maiores pressões de



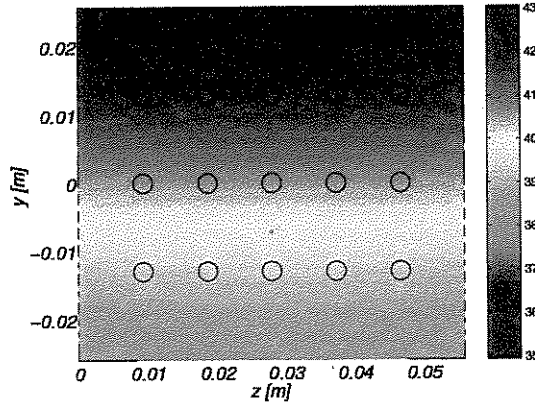
(a) 5 orifícios



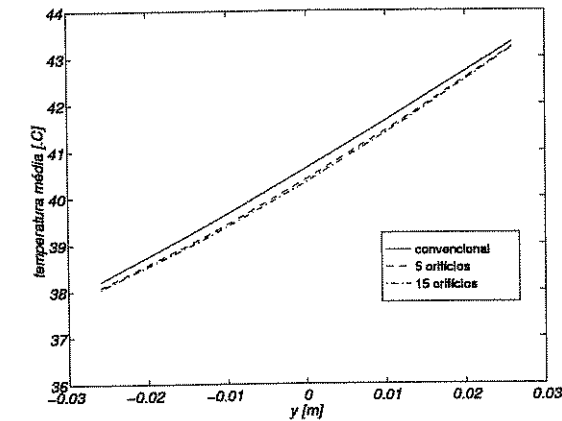
(a) 5 orifícios



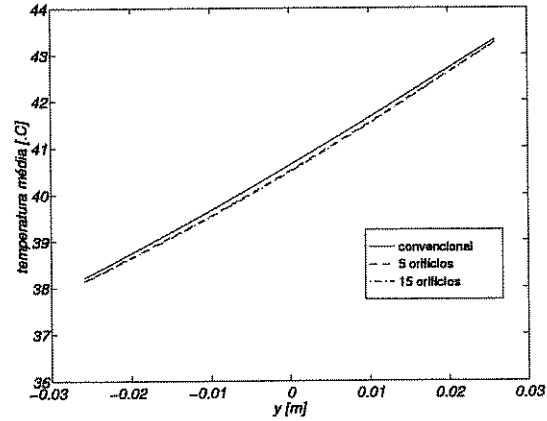
(b) 15 orifícios



(b) 15 orifícios



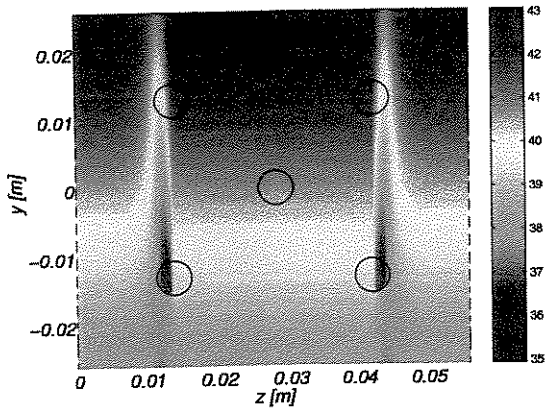
(c) Temperatura média



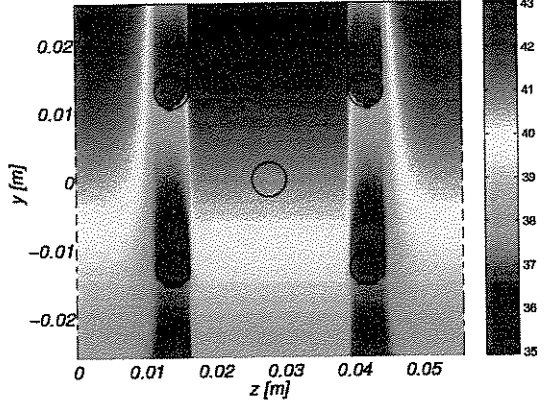
(c) Temperatura média

Figura 4.4: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,0 MPa.

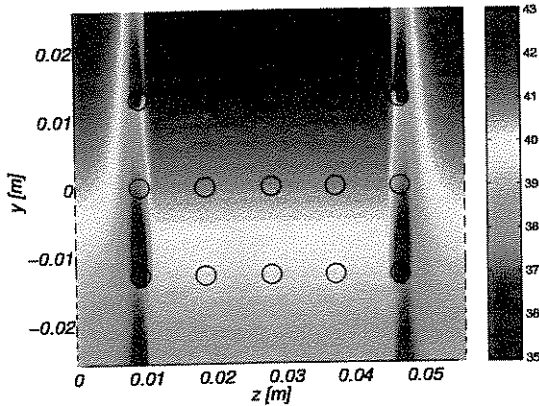
Figura 4.5: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,2 MPa.



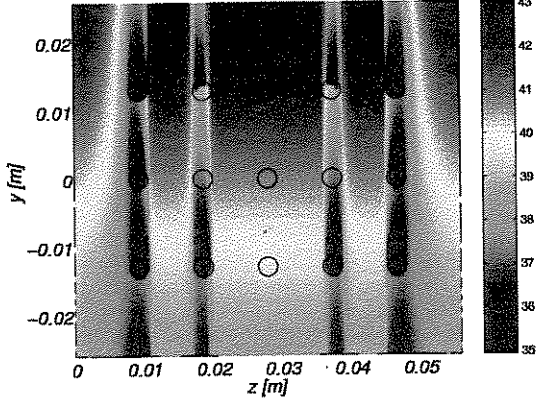
(a) 5 orifícios



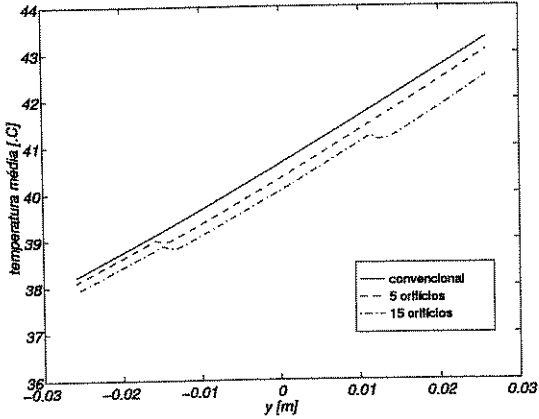
(a) 5 orifícios



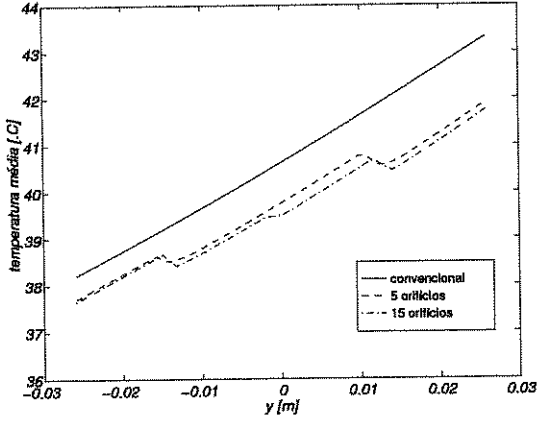
(b) 15 orifícios



(b) 15 orifícios



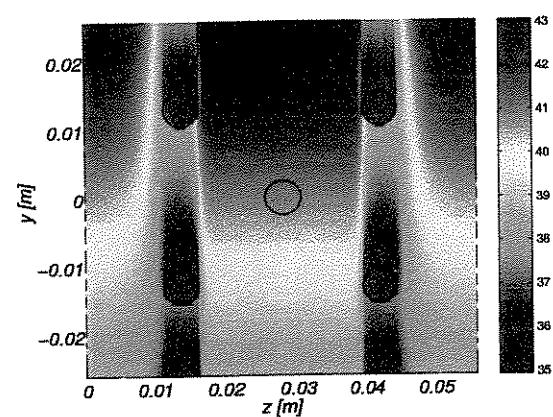
(c) Temperatura média



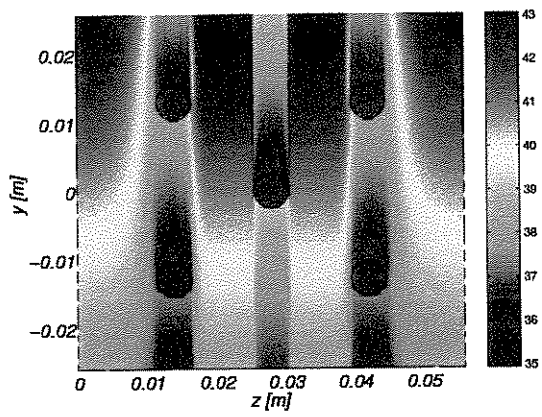
(c) Temperatura média

Figura 4.6: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.

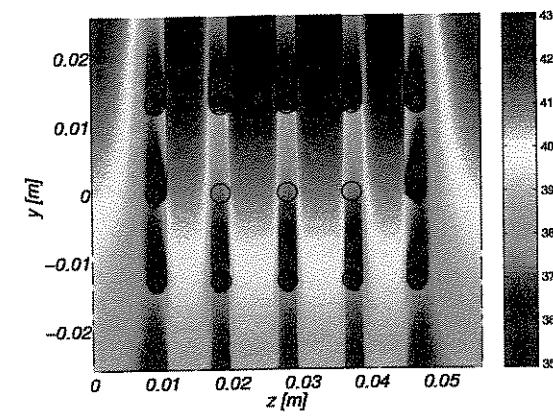
Figura 4.7: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,4 MPa.



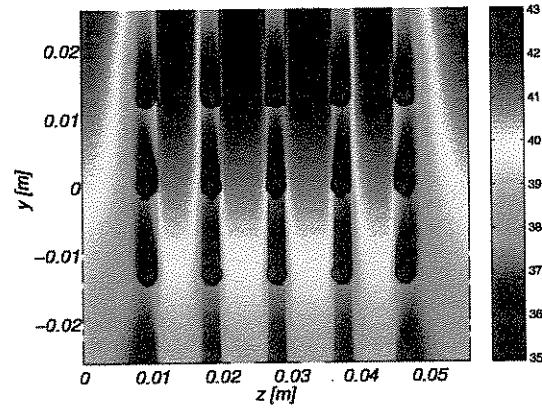
(a) 5 orifícios



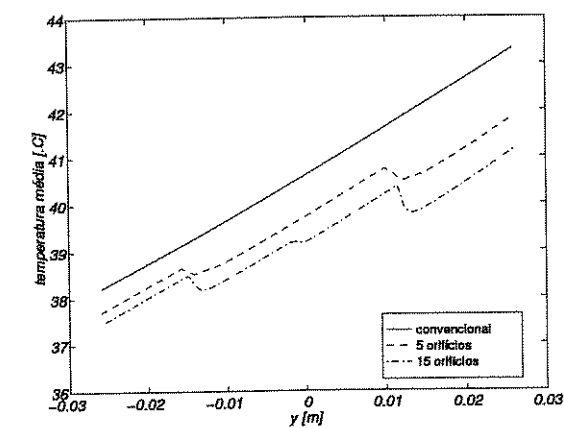
(a) 5 orifícios



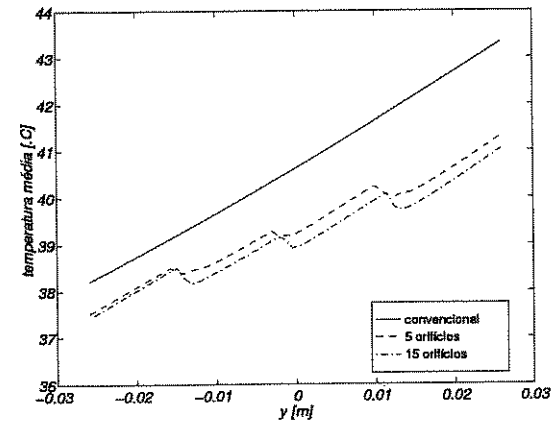
(b) 15 orifícios



(b) 15 orifícios



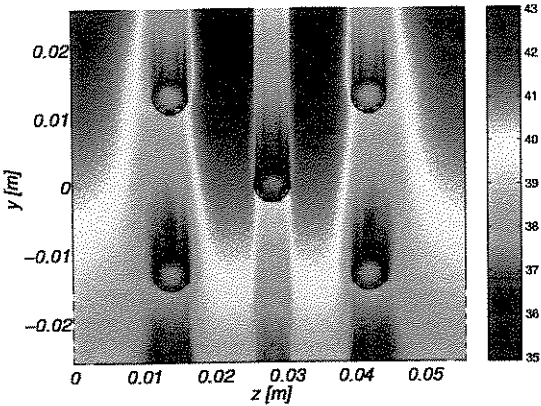
(c) Temperatura média



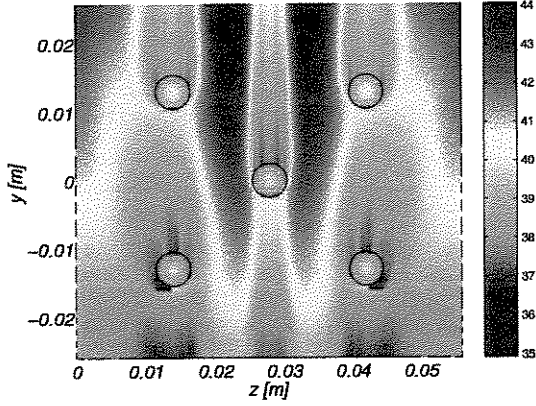
(c) Temperatura média

Figura 4.8: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,5 MPa.

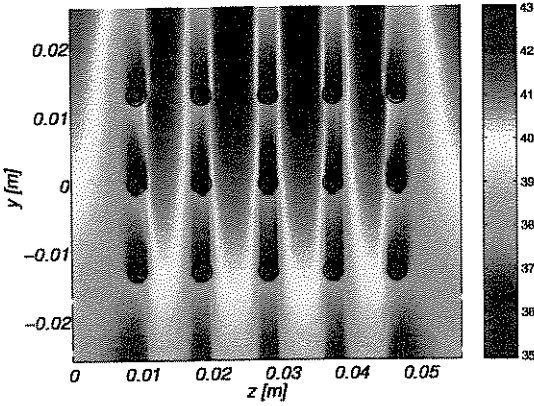
Figura 4.9: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,6 MPa.



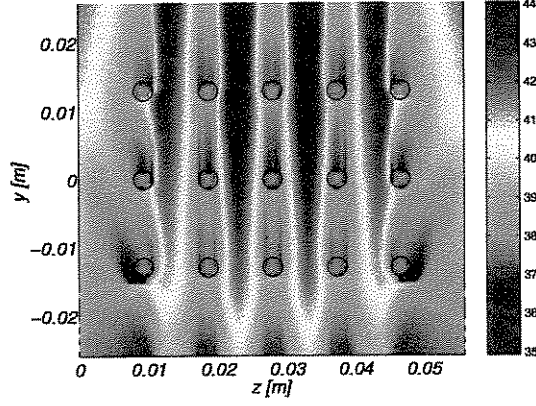
(a) 5 orifícios



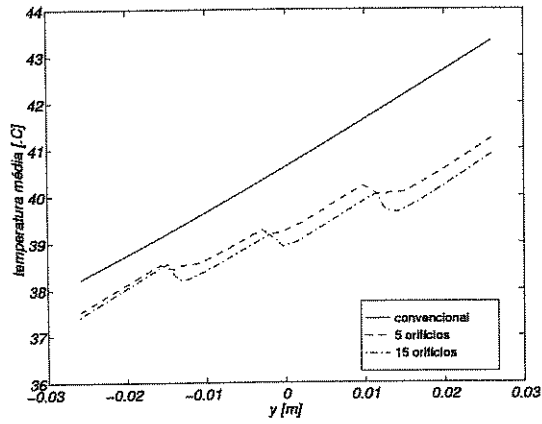
(a) 5 orifícios



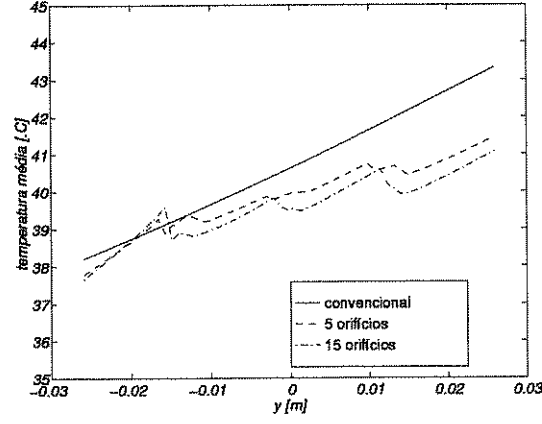
(b) 15 orifícios



(b) 15 orifícios



(c) Temperatura média



(c) Temperatura média

Figura 4.10: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 1,0 MPa.

Figura 4.11: Resultados com sapatas de 5 e 15 orifícios - Pressão de injeção de 2,0 MPa.

injeção para que se tornem efetivos. Assim, do ponto de vista térmico, é mais vantajoso posicionar os orifícios próximos das bordas das sapatas, pois estas são regiões de menor pressão hidrodinâmica e se necessita de menores pressões de injeção para se garantir a entrada de óleo frio na folga radial pelos orifícios.

Analisando-se a Figura 4.9, onde já se tem a injeção por todos os orifícios, nota-se que a entrada de óleo frio resulta em uma queda da temperatura média do lubrificante, em relação ao caso de lubrificação convencional (Figura 4.9(c)). Porém, como o resfriamento é localizado e limitado à jusante dos orifícios, ainda se tem valores de temperatura máxima próximos das obtidas em mancais convencionais nas regiões entre duas correntes frias de óleo (Figuras 4.9(a) e 4.9(b)). Desta forma, faz-se necessário um melhor estudo do posicionamento dos orifícios sobre a sapata para que o resfriamento do lubrificante tenha uma abrangência maior sobre esta superfície.

Comparando-se os arranjos de 5 e 15 orifícios, nota-se uma pequena vantagem das sapatas com 15, pela presença de um número maior de orifícios em regiões de menor pressão hidrodinâmica da sapata. Observando-se as Figuras 4.8(c), 4.9(c), 4.10(c) e 4.11(c), para todos estes casos as temperaturas médias obtidas com sapatas de 15 orifícios foram inferiores às obtidas com sapatas de 5 orifícios, embora a área de orifícios seja a mesma.

As Figuras 4.10 e 4.11 mostram os resultados para pressões de injeção relativamente altas nas condições de operação adotadas. Observando-se as temperaturas médias (Figuras 4.10(c) e 4.11(c)), nota-se que o resfriamento do óleo já não é tão efetivo quanto nos casos anteriores. O que ocorre, e pode ser observado nas Figuras 4.10(a), 4.10(b), 4.11(a) e 4.11(b), é o aquecimento do óleo frio no interior dos orifícios em função do aumento da pressão de injeção. Isto se deve à existência do termo $p \cdot V_{inj}$ na equação da energia (equação (2.55)). A utilização de altas pressões de injeção, aliada ao fato de, quanto maior a pressão de injeção, maior é a velocidade de injeção (V_{inj}), faz com que este termo da equação da energia torne-se relevante, ocasionando o aumento da temperatura do óleo nas regiões dos orifícios. Este aumento da temperatura do óleo injetado influi de forma decisiva nas temperaturas do lubrificante nas demais regiões da superfície da sapata.

Desta forma, nota-se que a escolha da pressão de injeção a ser utilizada no sistema de controle deve ser cuidadosa, caso seja de interesse o resfriamento do lubrificante no interior do mancal. De um lado, a pressão de injeção deve ser suficientemente alta para vencer as pressões hidrodinâmicas existentes sobre as sapatas. Porém, por outro lado, estas pressões de injeção não devem ser excessivamente altas, já que se tem um efeito contrário ao desejado (aquecimento do óleo lubrificante). A utilização de uma pressão de injeção adequada mostra que este tipo de mancal híbrido (com injeção radial de óleo) pode ser eficiente no que diz respeito ao resfriamento do óleo lubrificante. Entretanto, cabe lembrar que o principal objetivo da injeção de óleo através de orifícios radiais nas sapatas é o de controlar os movimentos do rotor, sendo o resfriamento do lubrificante

apenas uma vantagem deste tipo de lubrificação.

De forma a melhor ilustrar a influência da pressão hidrodinâmica sobre a injeção de óleo através dos orifícios, adotou-se o mesmo mancal híbrido, porém mantendo-se a pressão de injeção em todas as sapatas constante e variando-se a rotação do rotor (vide Tabela 4.3).

Tabela 4.3: Condições de operação na análise de sapatas com 5 e 15 orifícios - Influência da pressão hidrodinâmica.

Carregamento sobre o rotor	F_x, F_y	(N)	0,0
Frequência de rotação do rotor	N	(Hz)	20,0 / 30,0 / 60,0
Pressão de injeção nas sapatas	$P_{inj1} = P_{inj2} = P_{inj3} = P_{inj4}$	(MPa)	0,3

Observando-se a Figura 4.12, nota-se o gradativo aumento da pressão hidrodinâmica com o aumento da velocidade de rotação do rotor (Figuras 4.12(a), 4.12(c) e 4.12(e)). Com isto, a pressão hidrodinâmica se sobrepõe à pressão de injeção, que permaneceu inalterada, impedindo que haja a entrada de óleo frio inicialmente nos orifícios centrais (Figura 4.12(d)), e posteriormente em todos os orifícios (Figura 4.12(f)). O mesmo ocorre com a sapata de 15 orifícios (Figura 4.13), porém para uma rotação de 60 Hz ainda se percebe uma certa quantidade de óleo frio entrando na folga radial (Figura 4.13(f)). Fica evidente, portanto, a vantagem de se ter orifícios posicionados em regiões de menor pressão hidrodinâmica nas sapatas.

4.3 Posicionamento do Rotor no Mancal

A aplicação de pressões de injeção nas sapatas altera a distribuição de pressão do óleo na folga radial, como visto nas Figuras 4.12 e 4.13. Ao se aplicar pressões de injeção diferentes em sapatas diametralmente opostas, pode-se criar diferenças de pressão entre estas sapatas de tal forma a se formar uma força resultante sobre o rotor, o que faria com que este se deslocasse no interior do mancal. O objetivo desta análise é a investigação dos efeitos resultantes da aplicação de diferenças de pressão de injeção no mancal híbrido em estudo.

A aplicação de uma diferença de pressão entre as sapatas respeita o princípio operacional das servoválvulas, as quais são usadas como elementos de controle e reposicionamento do rotor. Para tanto, uma diferença de pressão de injeção (ΔP_{inj}) será aplicada entre as sapatas 2 e 4 do mancal, mantendo-se a pressão de injeção nas sapatas 1 e 3 com mesmo valor da pressão da sapata 4, ao mesmo tempo em que um carregamento de 400 N é aplicado ao rotor (Figura 4.14). As condições de operação podem ser vistas na Tabela 4.4.

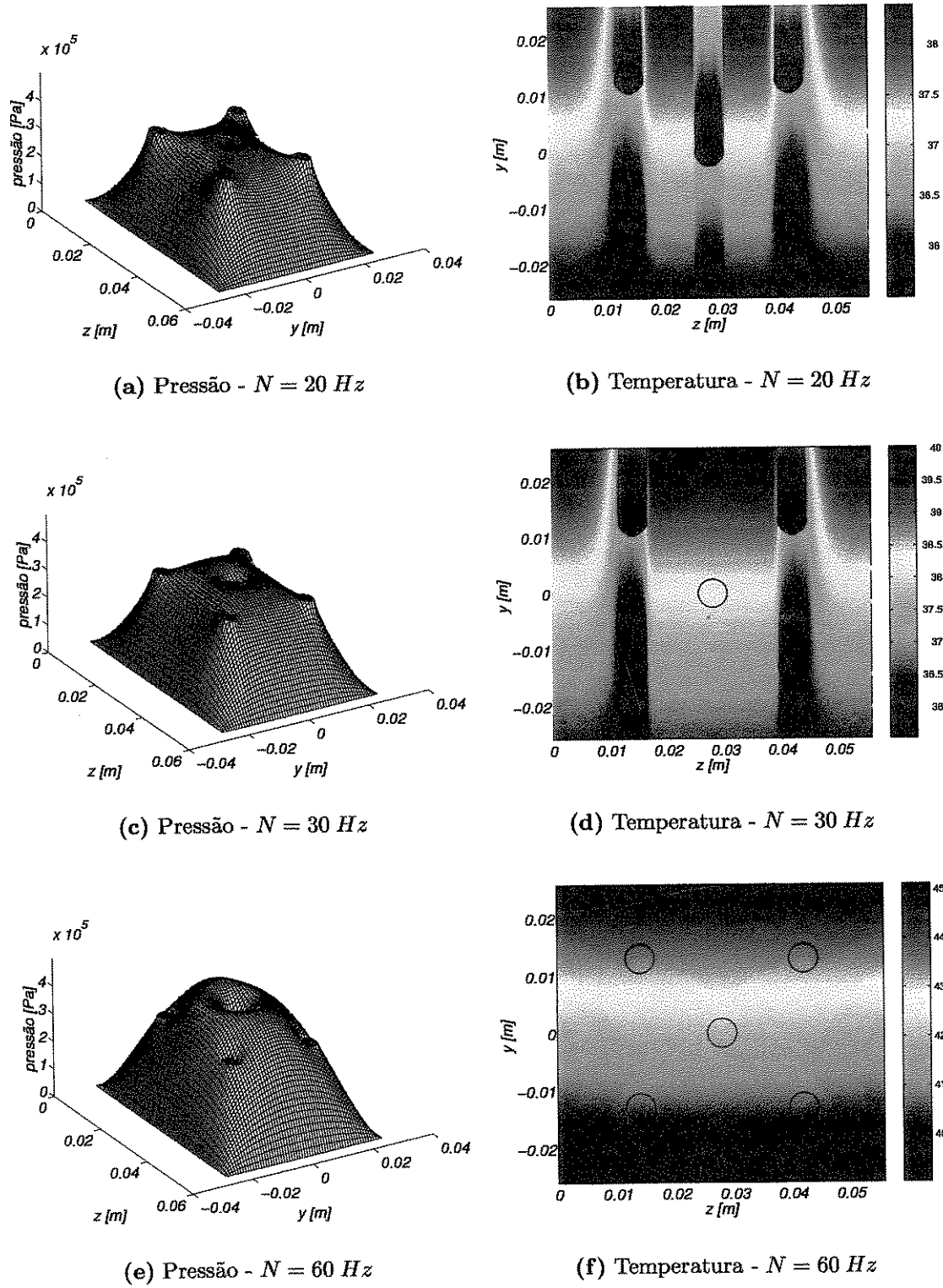


Figura 4.12: Influência da pressão hidrodinâmica na injeção radial de óleo - Sapata com 5 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.

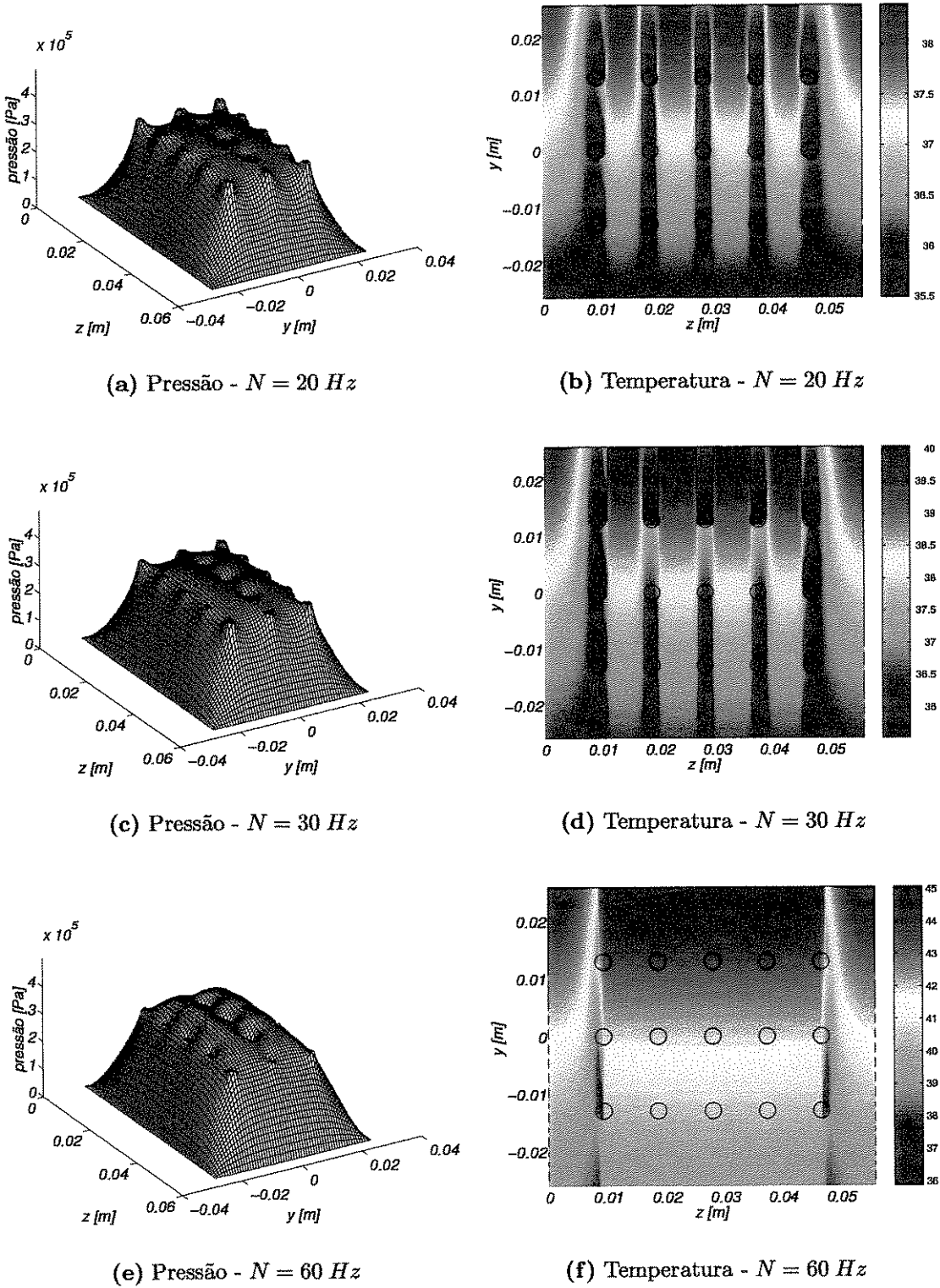


Figura 4.13: Influência da pressão hidrodinâmica na injeção radial de óleo - Sapata com 15 orifícios - Pressão de injeção de 0,3 MPa.

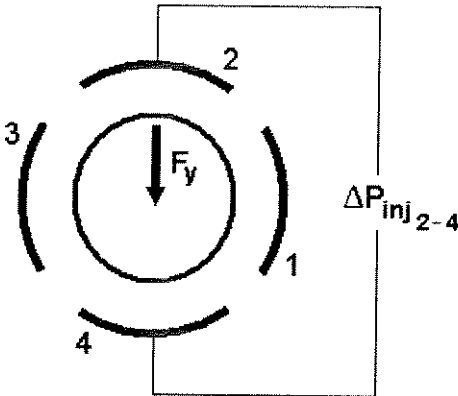


Figura 4.14: Modelo esquemático do mancal sujeito a diferença de pressão de injeção entre as sapatas 2 e 4 e carregamento sobre o rotor.

Tabela 4.4: Condições de operação na análise da aplicação de diferenças de pressão de injeção entre as sapatas.

Carregamento sobre o rotor	F_x	(N)	0,0					
	F_y	(N)	400,0					
Frequência de rotação do rotor	N	(Hz)	50,0					
Diferença de pressão de injeção	ΔP_{inj2-4}	(MPa)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40
Pressão de injeção nas sapatas	P_{inj1}	(MPa)	0,25	0,25	0,30	0,30	0,35	0,40
	P_{inj2}	(MPa)	0,15	0,10	0,10	0,05	0,05	0,00
	P_{inj3}	(MPa)	0,25	0,25	0,30	0,30	0,35	0,40
	P_{inj4}	(MPa)	0,25	0,25	0,30	0,30	0,35	0,40

A Figura 4.15 mostra a variação da razão de excentricidade ($\epsilon = Y_R/h_0$ - razão entre o deslocamento vertical do rotor e a folga radial de montagem) como função dos casos mostrados na Tabela 4.4, para os dois tipos de sapatas em estudo (5 e 15 orifícios) e o caso convencional.

Com o aumento da diferença de pressão de injeção entre as sapatas, aumentando-se a pressão de injeção na sapata solicitada (sapata 4), tem-se o reposicionamento do rotor de volta ao centro do mancal (Figura 4.15). A redução da pressão de injeção na sapata 2 faz com que a pressão hidrodinâmica prevaleça. Assim, ocorre o retorno de óleo quente através dos orifícios da sapata 2, o que acarreta uma perda de carga localizada nesta sapata. Conforme se aumenta a pressão de injeção na sapata 4, tem-se um aumento da capacidade de carga nesta sapata. Desta forma, a combinação destes efeitos reposiciona o rotor de volta ao centro do mancal, ou mesmo pode causar uma nova excentricidade caso a diferença de pressão seja excessiva (casos de 0,3 MPa para sapatas com 15 orifícios e 0,4 MPa para sapatas com 5 orifícios - Figura 4.15).

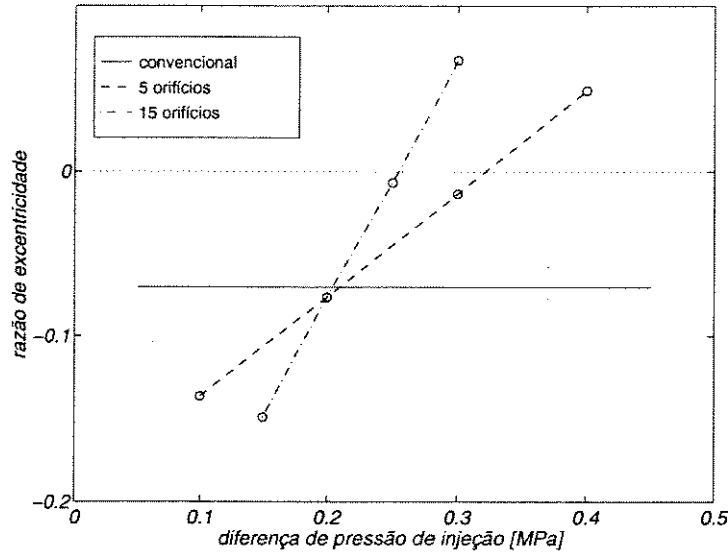


Figura 4.15: Razão de excentricidade do rotor em função da diferença de pressão aplicada entre as sapatas 2 e 4 (sapatas solicitadas) - Comparação entre os casos híbrido com 5 e 15 orifícios e o caso de lubrificação convencional.

Entretanto, o uso de uma diferença de pressão insuficiente pode resultar em uma pior performance do mancal híbrido com relação ao mancal convencional, do ponto de vista da capacidade de carga. Isto pode ser visto na Figura 4.15, onde foram obtidas maiores excentricidades com sapatas de 5 e 15 orifícios do que com a lubrificação convencional, usando-se diferenças de pressão abaixo de $0,2 \text{ MPa}$. Uma melhora significativa do posicionamento do rotor pode ser obtida usando-se uma diferença de pressão adequada.

Como se vê, é possível controlar o posicionamento do rotor utilizando-se uma lubrificação via múltiplos orifícios nas sapatas, desde que as pressões de injeção envolvidas sejam adequadas para a condição de operação da máquina.

O uso de sapatas com o arranjo de 15 orifícios mostrou-se mais eficaz do que o arranjo de 5 orifícios, no que diz respeito à centralização do rotor. Uma menor diferença de pressão se faz necessária para centralizar o rotor utilizando-se o arranjo de 15 orifícios, em comparação ao arranjo de 5 orifícios, nas condições de operação adotadas.

Capítulo 5

Aparato Experimental

A verificação experimental de um modelo matemático é parte importante do trabalho na área científica. Considerando-se que o modelo matemático tenta representar a realidade, somente a partir da realidade das medições experimentais se pode conferir a acuidade de um modelo em estudo ou modelo proposto. Neste capítulo, a definição dos tipos de transdutores a serem utilizados e da sua fixação em bancada de teste será efetuada, para se obter a verificação experimental do modelo termo-hidrodinâmico proposto neste trabalho. A localização e o modo de fixação dos transdutores em bancada de testes também serão descritos.

5.1 Especificação dos Transdutores (Termopares)

Este trabalho visa o estudo dos efeitos térmicos em mancais segmentados com injeção radial via múltiplos orifícios. Assim, o parâmetro de investigação em questão é a *temperatura*. Portanto, a análise experimental deste trabalho baseia-se na medição da temperatura do óleo escoante no interior do mancal, a fim de se comparar tais dados com os valores numéricos encontrados com a teoria.

Existem inúmeros transdutores de temperatura disponíveis no mercado, porém os mais indicados para a medição da temperatura no interior de mancais são os *termopares*, devido à sua praticidade. Os termopares são bastante compactos, ideais para o uso em espaços reduzidos; possuem princípio operacional simples; são confiáveis quanto à acuidade dos valores medidos (limites de erro pequenos) e também são os transdutores de temperatura mais baratos (Dally et al. [8]).

O princípio de operação do termopar consiste no contato de dois materiais metálicos distintos, imersos no meio em que se quer medir a temperatura. Este contato, chamado de *junta do termopar*, é feito pela soldagem dos dois materiais. Quando a junta do

termopar é sujeita a uma determinada temperatura T , devido a efeitos termoelétricos característicos dos materiais utilizados na junta, uma diferença de potencial elétrico e_{AB} se forma (Figura 5.1(a)). Conectando-se duas juntas, pode-se determinar a diferença de temperatura entre as juntas, medindo-se o potencial gerado V . Se uma das juntas é mantida a uma temperatura conhecida T_{ref} , o que a torna uma *junta de referência*, a temperatura T medida pela outra junta do termopar é facilmente determinada. Um esquema da utilização de um circuito de duas juntas pode ser visto na Figura 5.1(b).

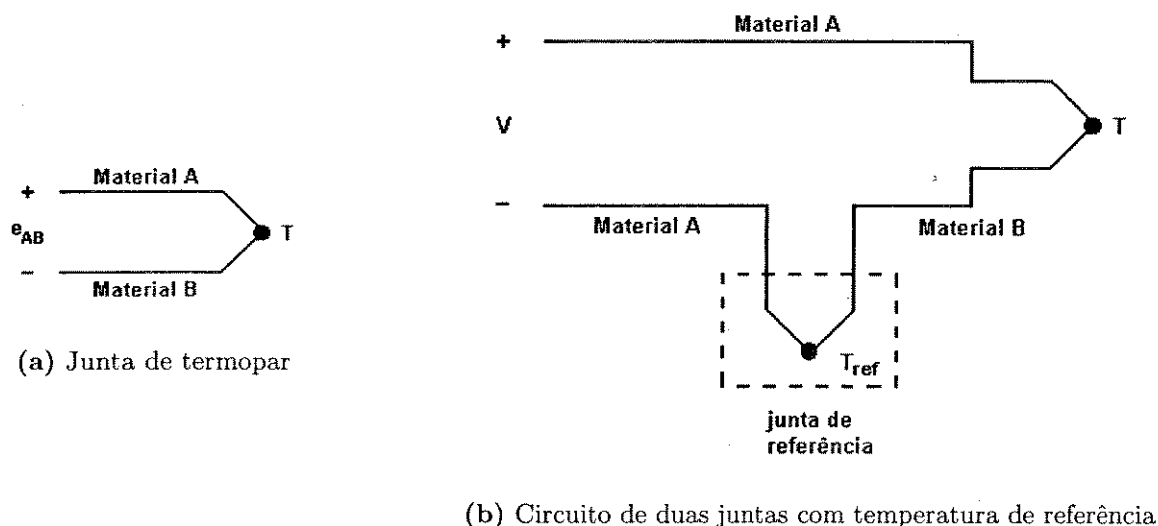


Figura 5.1: Modelo esquemático de termopares.

A medição da temperatura através de termopares, portanto, resume-se na medição da voltagem encontrada entre os terminais do termopar, e na posterior conversão desta voltagem em unidade de temperatura, conforme o tipo do termopar utilizado. Geralmente, esta conversão é feita eletronicamente através de dispositivos de leitura nos quais o termopar é conectado. Tais dispositivos de leitura, ou *termômetros digitais*, por fazerem eletronicamente a conversão de voltagem em temperatura, também apresentam uma junta interna de referência. Desta forma, pode-se trabalhar com apenas uma junta de termopares conectados ao aparelho, sem a necessidade de se utilizar outra junta imersa em meio conhecido. Os diversos tipos de termopares existentes podem ser vistos na Tabela 5.1.

Analisando-se a Tabela 5.1, conclui-se que todos os tipos de termopares teoricamente podem ser utilizados na medição de temperaturas em mancais. Porém, considerando-se que em mancais as temperaturas raramente ultrapassam os 150°C , não se faz necessária a utilização de termopares muito sofisticados, ficando o critério de seleção baseado no custo entre um termopar e outro. Desta forma, os tipos de termopares mais usados na medição de temperaturas em mancais, e a literatura mostra isto, são os formados por uma junção cobre-constantan (tipo T), os formados por uma junção ferro-constantan (J) e os formados por uma junção cromel-alumel (tipo K). Um exemplo de aplicação de

Tabela 5.1: Características dos diversos tipos de termopares (Omega [56]).

código ANSI	material (+)	material (-)	faixa de temperatura [°C]	faixa de voltagem [mV]	limite de erro
T	Cobre	Constantan	-185 a 400	-5,3 a 20,8	0,4 %
J	Ferro	Constantan	-185 a 870	-7,5 a 50,0	0,4 %
K	Cromel	Alumel	-185 a 1260	-5,5 a 51,0	0,4 %
E	Cromel	Constantan	0 a 980	0,0 a 75,1	0,4 %
N	Nicrosil	Nisil	-270 a 1300	-4,3 a 47,5	0,4 %
S	Platina 10% Rhodio	Platina	0 a 1535	0 a 15,9	0,1 %
R	Platina 13% Rhodio	Platina	0 a 1590	0 a 18,6	0,1 %
B	Platina 30% Rhodio	Platina	38 a 1800	0 a 13,5	-
D	Tungstênio	Tungstênio			
	3% Rhenio	25% Rhenio	10 a 2200	0 a 29,5	-
C	Tungstênio	Tungstênio			
	5% Rhenio	26% Rhenio	0 a 2760	0 a 38,4	-
G	Tungstênio	Tungstênio			
		26% Rhenio	16 a 2800	0 a 43,2	-

termopares em mancais deslizantes, dentre muitos, pode ser encontrado no trabalho de Tonnesen e Hansen [83], onde a distribuição de temperaturas é medida através de um termopar tipo J instalado no eixo de um mancal cilíndrico. Outros exemplos podem ser vistos em Heshmat e Pinkus [30], Hopf e Schüler [31], Fillon et al. [18] e Ha e Kim [26], onde termopares tipo T são fixados nas sapatas de mancais segmentados (vide revisão bibliográfica).

Neste trabalho, o tipo de termopar escolhido é o tipo T. A lista dos equipamentos adquiridos junto à IOPE Instrumentos de Precisão Ltda. pode ser vista na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Equipamento adquirido para a medição experimental das temperaturas no mancal segmentado com injeção radial via múltiplos orifícios.

descrição do equipamento	quantidade
Termômetro digital de bancada, com 4 1/2 dígitos, chave seletora de 10 pontos de medição, escala de -233 a 400°C, calibração tipo T	1
Termopar tipo T (cobre-constantan), já soldado, bitola 24 AWG, comprimento 4 m	20

5.2 Posicionamento e Fixação dos Termopares na Bancada de Testes

Um dos problemas encontrados na montagem do aparato experimental é a forma de fixação dos termopares no interior do mancal. O objetivo principal deste estudo é a

medição da temperatura do óleo que escoar na folga radial (entre a sapata e o rotor), e as modificações térmicas causadas pela injeção de óleo frio através de orifícios nas sapatas. Assim, o termopar deve estar em contato com o fluido escoante, ou o mais próximo possível deste. Como a folga radial tem dimensão bastante inferior ao diâmetro de uma junta de termopar, a inserção deste no escoamento não é viável. Desta forma, a solução construtiva encontrada resulta na fixação dos termopares no interior das sapatas, o mais próximo possível da superfície destas. Na literatura, costuma-se adotar uma distância de $0,5\text{ mm}$ entre a junta do termopar e a superfície da sapata. Para isto, fura-se a sapata onde o termopar vai ser inserido, e a fixação do termopar à sapata pode ser feita através de uma pasta epoxi de alta condutividade térmica, através de um anel de cobre inserido no furo com ajuste forçado, ou mesmo através de adesivos tipo "bond".

Neste estudo, a maneira escolhida para a fixação dos termopares à sapata foi a da aplicação de um adesivo, pois trata-se de uma solução bastante barata e de bons resultados (Figura 5.2(a)). O posicionamento dos termopares nas sapatas com 5 orifícios pode ser visto na Figura 5.2(b), sendo que todas as demais sapatas serão instrumentadas de igual forma.

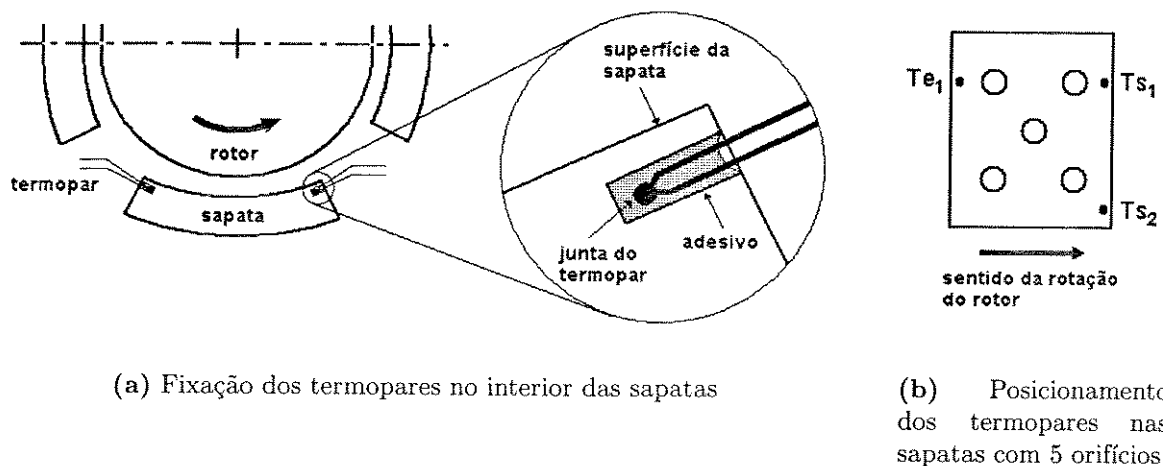


Figura 5.2: Esquema de montagem dos termopares nas sapatas.

Devido à falta de espaço disponível no interior do mancal e à dificuldade de se retirar os terminais dos termopares de dentro deste sem que haja vazamento de fluido, poucos termopares poderão ser montados em cada sapata. Optou-se por medir a temperatura de entrada (Te_1) e a de saída (Ts_1) do óleo na linha de orifícios (Figura 5.2(b)), pois assim, pode-se verificar se tanto o modelo teórico do escoamento como as hipóteses da região de mistura (entre sapatas) estão coerentes. Além disso, a temperatura de saída (Ts_2) também é medida em uma região da sapata fora da linha de orifícios, de modo a se conferir a temperatura de saída do óleo que não sofre a influência da injeção radial e compará-la com a que sofre influência desta injeção. Desta forma, pode-se ter uma melhor avaliação do modelo teórico apresentado ao se comparar os resultados experimentais com

os teóricos.

A Figura 5.3 mostra o interior do mancal segmentado com as sapatas instaladas ainda sem instrumentação. A Figura 5.4(a) ilustra o mancal montado com sapatas de 5 orifícios instrumentadas, onde se pode ver os terminais dos termopares na região entre as sapatas (vide detalhe na Figura 5.4(b)).

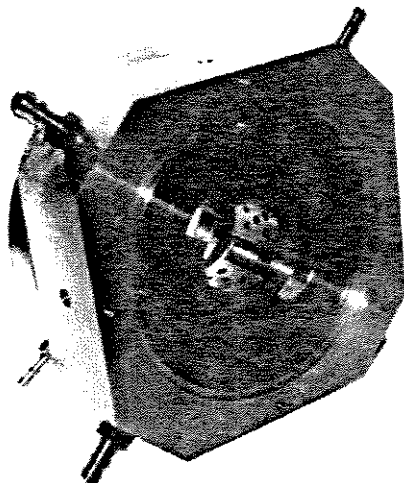
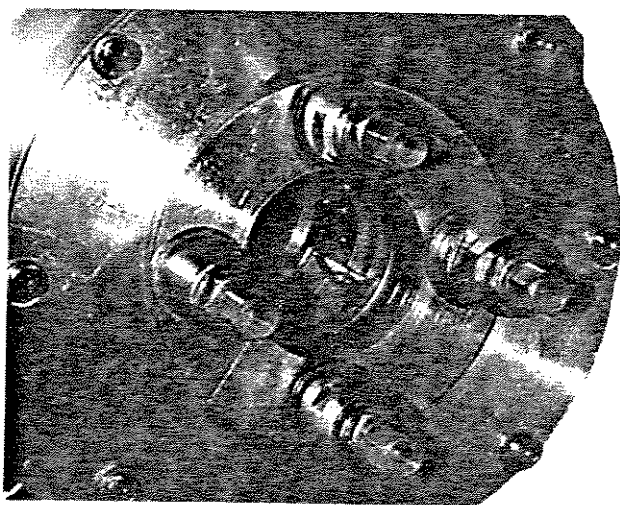


Figura 5.3: Mancal segmentado aberto, montado com sapatas de 5 orifícios (não instrumentado).



(a) Sapatas de 5 orifícios com termopares montadas no mancal

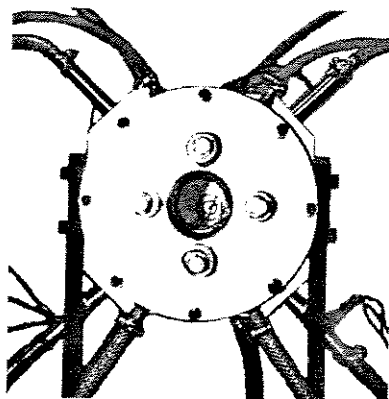


(b) Detalhe da montagem dos termopares nas sapatas

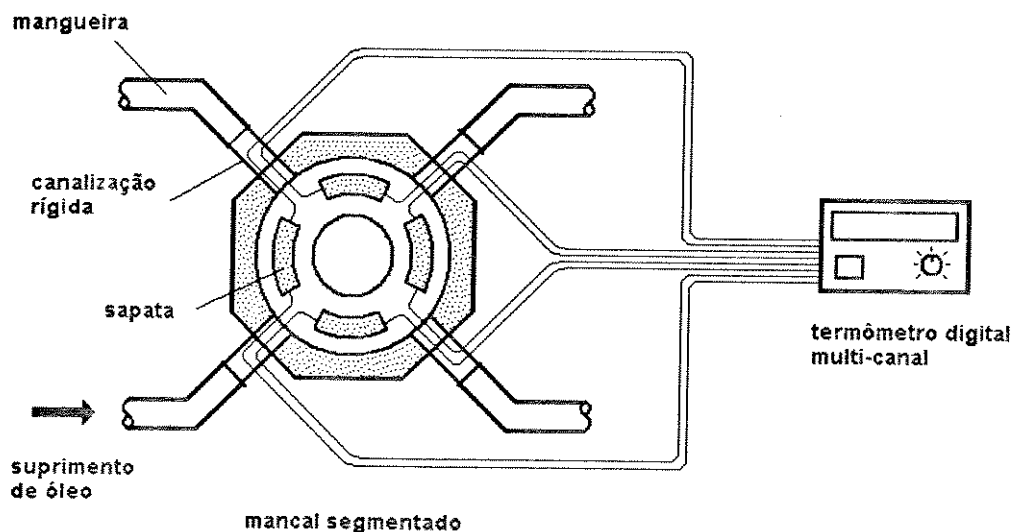
Figura 5.4: Montagem das sapatas instrumentadas na bancada de testes.

Outro problema encontrado na montagem do instrumental da bancada foi a retirada dos terminais dos termopares de dentro do mancal. Devido ao pouco espaço disponível no interior do mancal (Figura 5.3), não há muitas alternativas para a retirada dos terminais.

Para isto, optou-se por retirá-los através do duto de suprimento de óleo existente entre as sapatas (vide Figura 5.5). Uma pequena canalização rígida é acoplada entre o mancal e a mangueira de suprimento de óleo, e através de um pequeno furo nesta canalização os terminais são retirados. Este pequeno furo deve ser cuidadosamente vedado para que não haja fuga do óleo de suprimento através deste (utilizou-se resina epoxi). Os terminais dos termopares são conectados ao termômetro digital, o qual permite a medição da temperatura de cada ponto do mancal independentemente, através dos seus vários canais de aquisição.



(a) Bancada de testes



(b) Modelo esquemático

Figura 5.5: Retirada dos terminais dos termopares de dentro do mancal.

Os detalhes internos de montagem do mancal, o sistema de injeção e a maneira como o óleo é recolhido para o reservatório podem ser vistos na Figura 5.6. Uma visão geral da bancada de testes instrumentada é mostrada na Figura 5.7, onde se observa a bancada

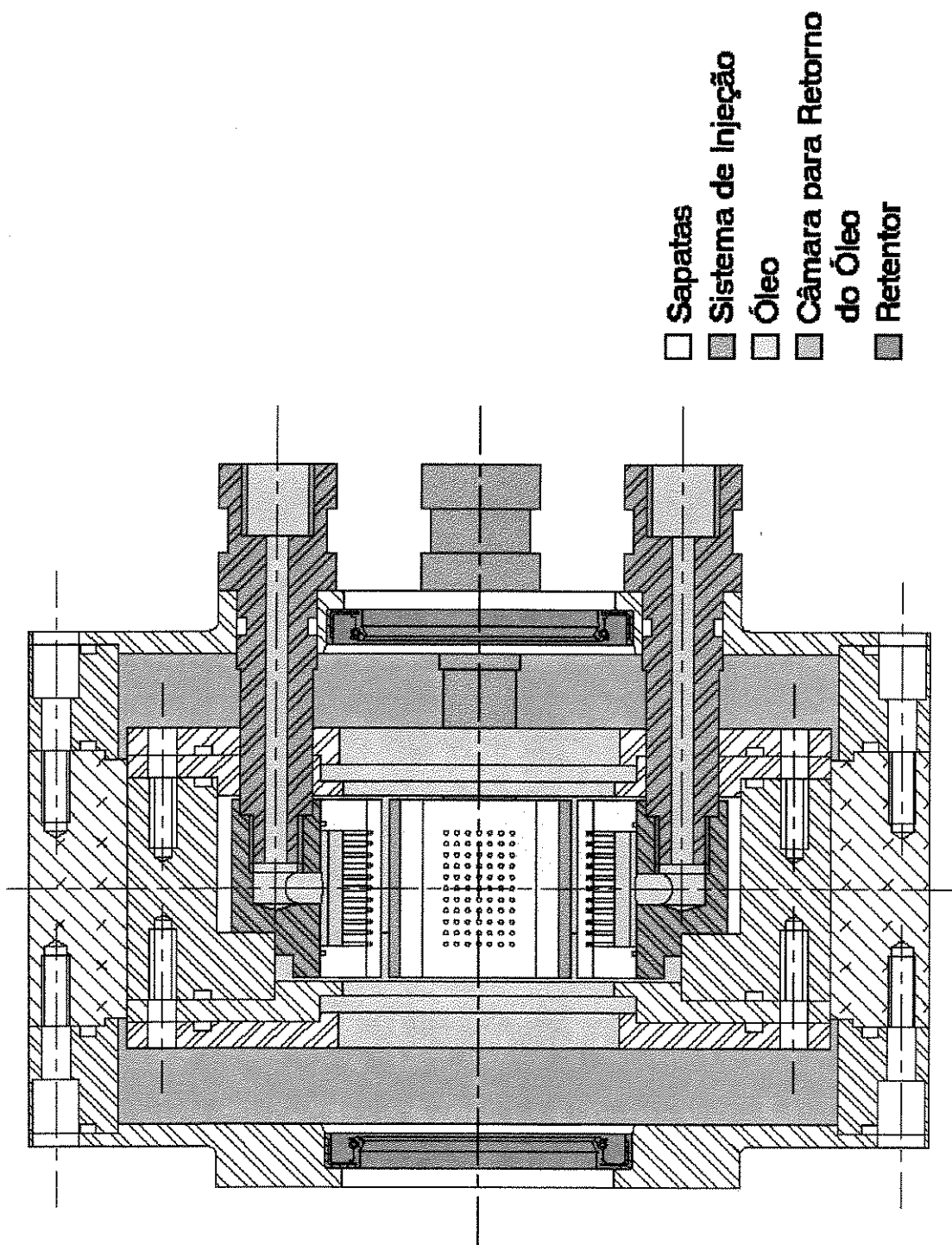


Figura 5.6: Detalhes internos de montagem do mancal - Sistema de injeção e retorno do óleo.

de testes (1, 5 e 6) e o sistema de aquisição de dados (2, 3 e 4). A bancada de testes do mancal segmentado ativo em estudo é composta por um motor elétrico trifásico de rotação controlável (Figura 5.8 - 1) que impulsiona o rotor, o mancal em si (Figura 5.8 - 2) e o sistema de injeção de óleo, o qual é controlado pelas servoválvulas (Figura 5.8 - 4) e suprido por um sistema hidráulico não mostrado nestas figuras.

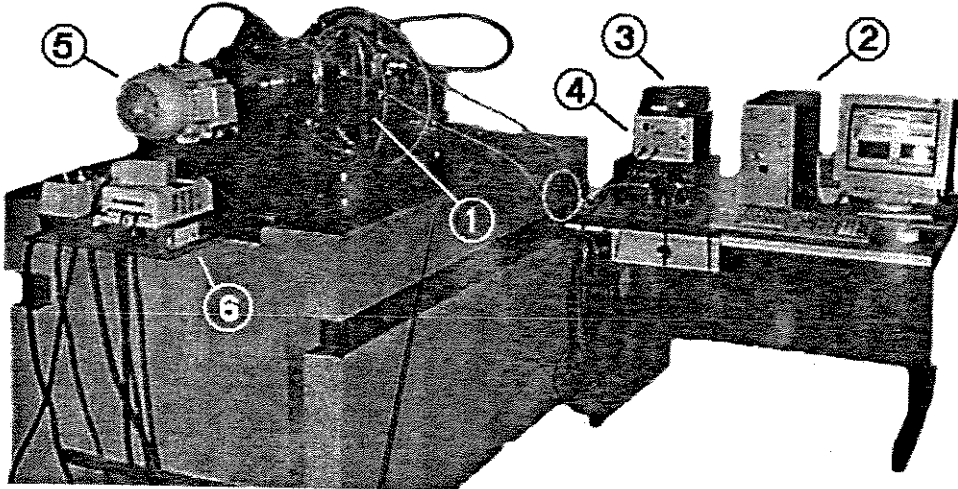


Figura 5.7: Vista geral da bancada de testes e sistema de aquisição e controle de sinais - 1) Sistema rotor/mancal segmentado. 2) PC com placa de aquisição e controle de sinais elétricos. 3) Termômetro digital. 4) Amplificador de sinais para as servoválvulas. 5) motor elétrico. 6) Controlador de velocidade do motor.

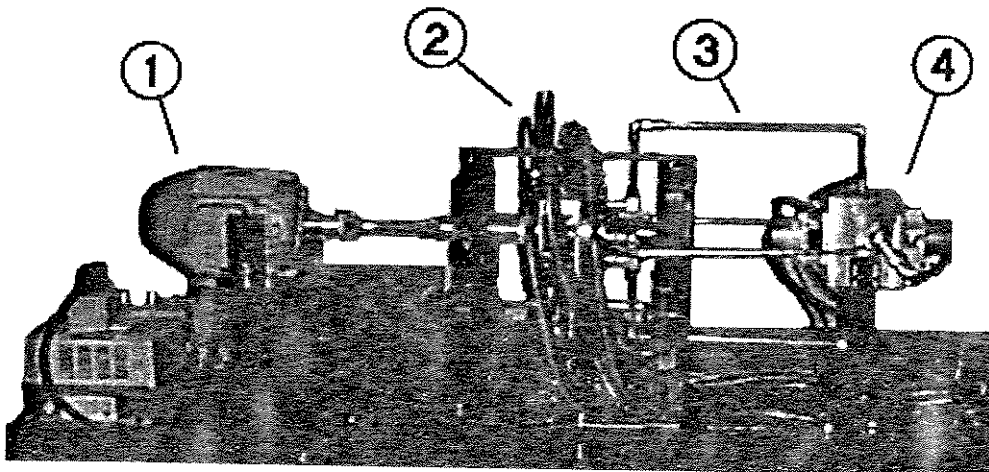


Figura 5.8: Bancada de testes - 1) Motor elétrico. 2) Mancal segmentado híbrido. 3) Dutos de injeção. 4) Servoválvulas.

A Figura 5.9 mostra o sistema de aquisição de dados, composto por um termômetro digital de dez canais (3), o sistema de comando das servoválvulas (2) e um micro-computador (4), responsável pela aquisição, processamento e envio dos sinais de controle ao comando das servoválvulas.

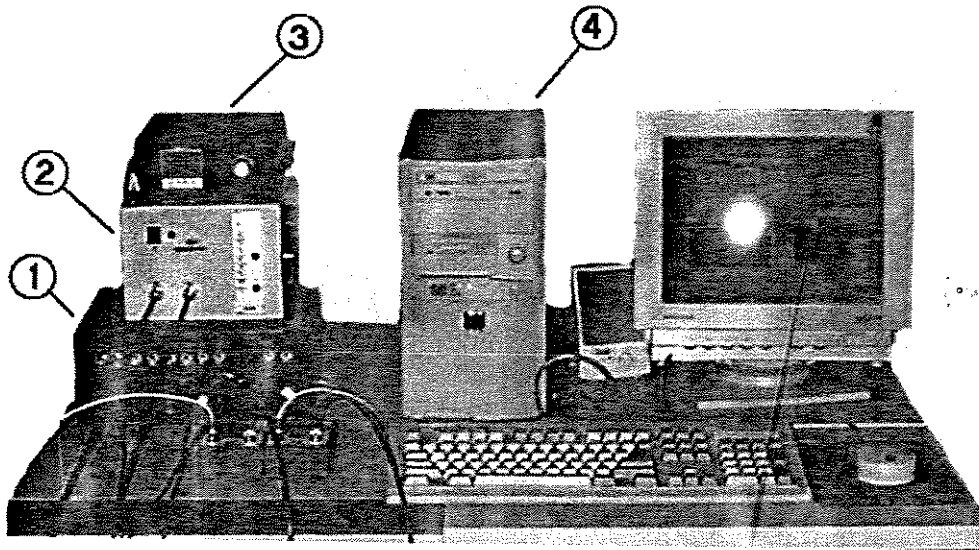


Figura 5.9: Sistema de aquisição de dados - 1) Conexão da placa de aquisição, com 8 canais de entrada e 2 canais de saída. 2) Amplificador de sinais para as servoválvulas. 3) Termômetro digital de 10 canais. 4) PC com placa de aquisição e controle de sinais elétricos.

Assim, com este aparato experimental são feitas as medições de temperatura do óleo escoante no interior do mancal segmentado híbrido.

Capítulo 6

Comparação Teórico-Experimental

A validação de um modelo teórico depende da comparação entre os valores previstos pelo mesmo e os resultados experimentais obtidos para um mesmo problema em estudo. Com isto, pode-se fazer uma melhor avaliação das hipóteses adotadas durante o desenvolvimento do modelo teórico: se as hipóteses foram acertadas ou não. Assim, neste capítulo serão apresentadas comparações entre os resultados obtidos com o modelo proposto para o filme de óleo do mancal híbrido em estudo e resultados experimentais obtidos tanto na literatura quanto em bancada de testes.

6.1 Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais Apresentados na Literatura

De modo a se estudar a influência da lubrificação híbrida via múltiplos orifícios no desempenho de grandes mancais segmentados, optou-se por adotar as características do mancal estudado por Ha e Kim [26]. Os resultados numéricos, obtidos nestas condições de operação aplicando-se o modelo descrito nos Capítulos 2 e 3, serão comparados com os resultados experimentais também publicados por Ha e Kim [26].

Ha e Kim apresentam em seu trabalho resultados de distribuição de pressões e distribuição de temperaturas na superfície das sapatas de um mancal convencional (sem orifícios), variando-se o carregamento sobre o rotor de 0 a 20 kN . Assim, descreveu-se o mancal através do modelo teórico proposto, para os casos de carregamento de 0 e 5 kN . Com isto, comparando-se os dados experimentais com os resultados teóricos calculados, foi possível se ter uma idéia de quão próximo da realidade está o modelo.

Além disso, a fim de se estudar a influência de um sistema de lubrificação via múltiplos orifícios sobre a distribuição de pressões e temperatura do mancal estudado

por Ha e Kim, simulou-se numericamente este mancal utilizando-se os dois tipos de sapatas descritos no Capítulo 4. Devido às proporções deste mancal, os diâmetros dos orifícios foram ligeiramente alterados: $d_0 = 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ para arranjo de 5 orifícios e $d_0 = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ para arranjo de 15 orifícios, mantendo-se a área total de orifícios também constante e a disposição geométrica conforme a Figura 4.3. As características do mancal estudado por Ha e Kim [26] são mostradas na Tabela B.2 do Apêndice B.

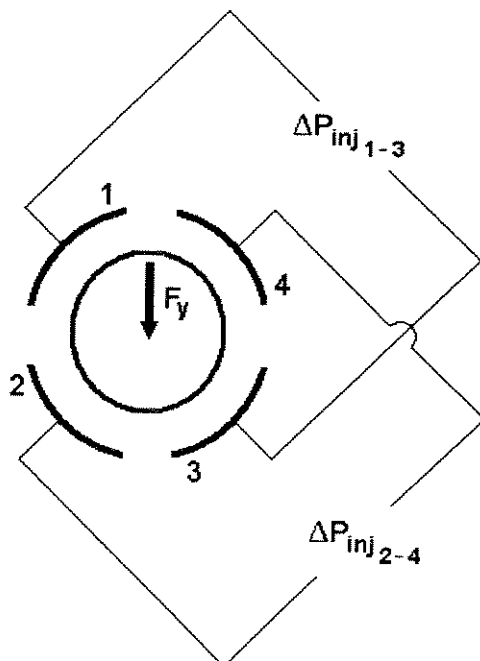


Figura 6.1: Modelo esquemático do mancal de Ha e Kim sujeito a diferença de pressão de injeção entre as sapatas e direção do carregamento sobre o rotor.

Os resultados apresentados na Tabela 6.1 ilustram que é possível se controlar a posição do rotor aplicando-se diferentes pressões de injeção nas sapatas, no caso de uma lubrificação híbrida no mancal de Ha e Kim (ver razão de excentricidade ϵ), quando um carregamento de 5 kN é aplicado sobre o rotor na direção entre as sapatas 2 e 3 (Figura 6.1). Além disso, verifica-se a necessidade da aplicação de uma menor diferença de pressão de injeção para se centralizar o rotor utilizando-se sapatas com 15 orifícios. Isto se deve à presença de orifícios em áreas da superfície da sapata de menor pressão hidrodinâmica. Assim, com a injeção de óleo pressurizado através destes orifícios, consegue-se aumentar as forças hidrodinâmicas atuantes sobre a sapata, no caso de lubrificação híbrida (vide Tabela 6.2). Tem-se, desta forma, maiores forças hidrodinâmicas com o uso de sapatas de 15 orifícios, ao mesmo tempo que se utilizam menores pressões de injeção em cada sapata.

A Figura 6.2 mostra uma comparação numérico-experimental das temperaturas médias do óleo sobre as sapatas, na direção tangencial ($\bar{y}$). Uma redução das temperaturas do óleo é obtida utilizando-se a lubrificação híbrida com sapatas de 5 e 15 orifícios,

Tabela 6.1: Razão de excentricidade resultante de lubrificação convencional (Ha e Kim [26]) e híbrida - Mancal carregado ($F_y = 5\text{ kN}$, $N = 30\text{ Hz}$).

		convencional	5 orifícios	15 orifícios
P_{inj1}	(MPa)	–	0,10	0,10
P_{inj2}	(MPa)	–	0,40	0,32
P_{inj3}	(MPa)	–	0,40	0,32
P_{inj4}	(MPa)	–	0,10	0,10
ΔP_{inj}	(MPa)	–	0,30	0,22
ϵ		-0,50	-0,01	-0,02

Tabela 6.2: Forças hidrodinâmicas sobre cada sapata, resultantes de lubrificação convencional (Ha e Kim [26]) e híbrida - Mancal carregado ($F_y = 5\text{ kN}$, $N = 30\text{ Hz}$).

		convencional	5 orifícios	15 orifícios
F_1	(kN)	0,0	1,180	1,481
F_2	(kN)	3,535	4,718	5,018
F_3	(kN)	3,535	4,715	5,017
F_4	(kN)	0,0	1,182	1,481

aplicando-se as pressões de injeção descritas na Tabela 6.2. Entretanto, não se pode observar diferenças relevantes na distribuição de temperaturas do óleo ao se comparar os dois arranjos de sapatas adotados no sistema híbrido (vide Tabela 6.3). Isto se deve ao fato da área total de orifícios ser mantida constante entre os dois arranjos. Assim, para ambos casos de lubrificação híbrida, a mesma quantidade de óleo frio é injetado na folga radial, chegando-se a efeitos térmicos semelhantes (Figuras 6.2(a) e 6.2(b)).

Tabela 6.3: Temperatura média do óleo sobre as sapatas solicitadas (sapatas 2 e 3) - $F_y = 5\text{ kN}$.

		convencional	5 orifícios	15 orifícios
T_2	(°C)	42,00	40,74	40,78
T_3	(°C)	42,01	40,77	40,77

Observando-se a Figura 6.2, nota-se que os resultados teóricos e experimentais para o caso de lubrificação convencional estão razoavelmente próximos quantitativamente, para o caso de carregamento nulo (erro máximo da ordem de 1 °C na região da saída das sapatas - Figura 6.2(a)). Porém, maiores discrepâncias são encontradas para o caso do mancal carregado (Figura 6.2(b)), estando o maior erro ao redor de 3 °C na região da saída das sapatas solicitadas.

Qualitativamente, os resultados teóricos não estão bons, já que o gradiente de temperatura na direção $\bar{y}$ nos dados de Ha e Kim é maior do que o obtido com a teoria descrita neste trabalho. Este maior gradiente de temperatura pode ser causado por uma maior inclinação das sapatas no interior do mancal em relação à dos resultados teóricos. Considerando-se que Ha e Kim [26] notificam em suas análises o aparecimento de pressões

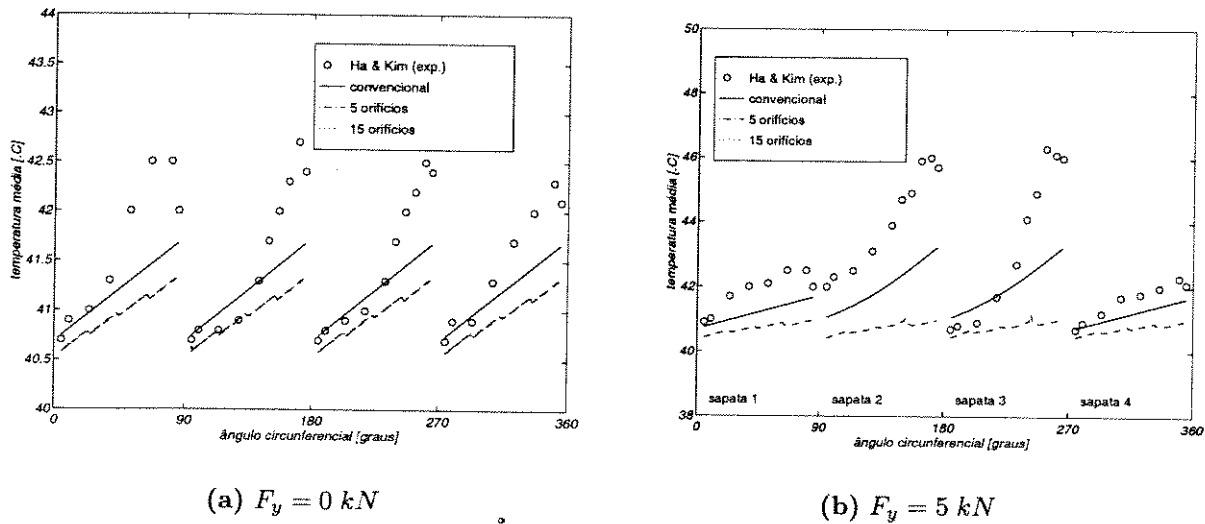


Figura 6.2: Distribuição de temperaturas média sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental - $N = 30 \text{ Hz}$.

não nulas na entrada das sapatas ("*build-up pressure*"), pode-se intuir que estas pressões causem um momento na sapata, levando-a a apresentar uma maior inclinação.

Adotando-se como condição de contorno da equação de Reynolds uma distribuição de pressão constante na entrada das sapatas, a fim de se simular o efeito de "*build-up pressure*" descrito por Ha e Kim, obtiveram-se os resultados mostrados nas Figuras 6.3 e 6.4 para os dois casos de carregamento em estudo, nas mesmas condições de operação do mancal.

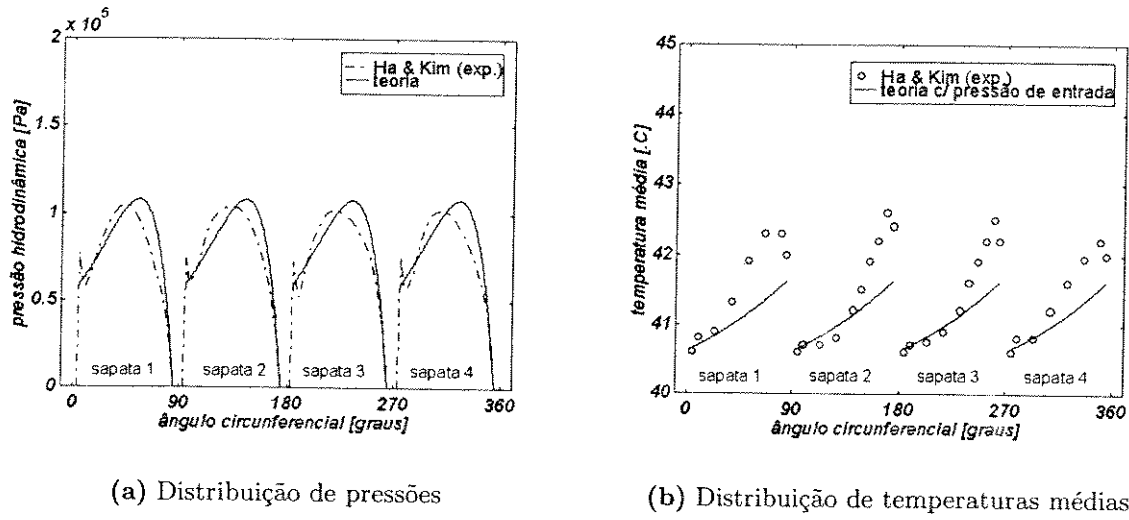


Figura 6.3: Distribuição de pressões e temperaturas sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental considerando pressão de entrada não nula - $N = 30 \text{ Hz}$, $F_y = 0 \text{ kN}$ - Pressão de entrada de 60 kPa .

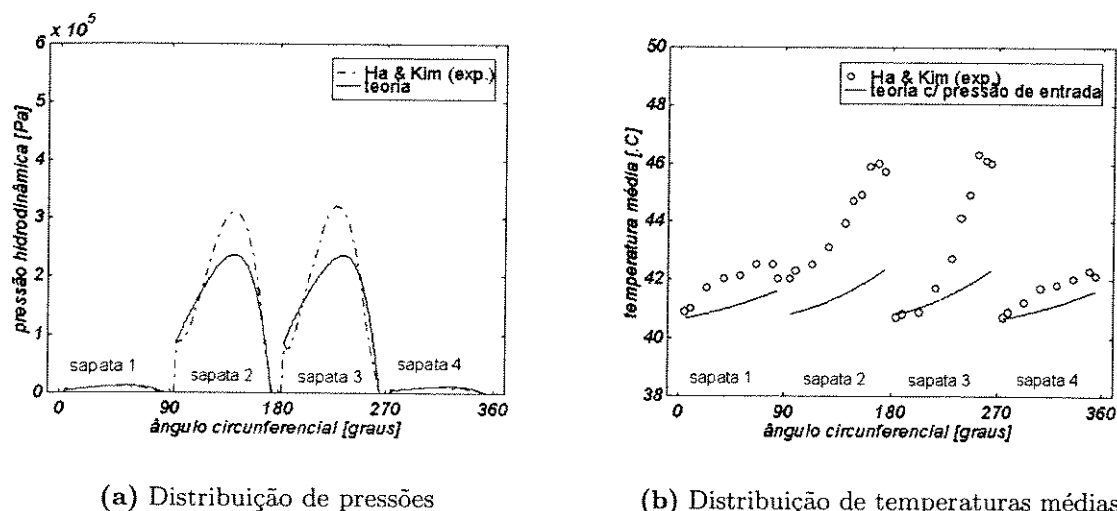


Figura 6.4: Distribuição de pressões e temperaturas sobre as sapatas do mancal de Ha e Kim - Comparação numérico-experimental considerando pressão de entrada não nula - $N = 30 \text{ Hz}$, $F_y = 5 \text{ kN}$ - Pressão de entrada de 80 kPa .

Como se pode ver nas Figuras 6.3(b) e 6.4(b), mesmo com a aplicação de uma pressão de entrada não nula nas sapatas, os valores de temperatura teóricos pouco variaram em relação ao caso anterior. O momento aplicado à sapata pela pressão de entrada foi compensado pelo momento resultante do deslocamento da região de pressão máxima na direção da outra extremidade da sapata (Figuras 6.3(a) e 6.4(a)). Desta forma, não ocorreu um aumento significativo da inclinação da sapata a tal ponto de se ter modificações nas distribuições de temperaturas.

Sendo assim, o modelo teórico proposto não apresentou resultados satisfatórios em relação aos dados experimentais obtidos por Ha e Kim, principalmente no que se refere ao comportamento qualitativo dos dados. A aplicação de pressões de entrada não nulas (fenômeno detectado nos dados experimentais) não foi suficiente para que o modelo apresentasse melhores resultados.

6.2 Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais Obtidos com a Bancada de Testes

Utilizando-se a bancada de testes descrita no Capítulo 5, foi possível se obter resultados experimentais de temperatura do filme de óleo na aplicação da lubrificação híbrida em estudo.

Na primeira análise efetuada, mediu-se a temperatura do filme de óleo por meio do equipamento descrito no Capítulo 5, com o mancal sem carregamento externo e o sistema

Tabela 6.4: Condições de operação na comparação teórico-experimental com sistema de injeção desligado.

Carregamento sobre o rotor	F_x, F_y	(N)	0,0
Frequência de rotação do rotor ^a	N	(Hz)	10,5 / 20,3 / 30,2 / 40,5 / 50,1 / 60,1
Temperatura do óleo no reservatório ^b	T_r	(°C)	43,3 / 42,8 / 44,0 / 45,1 / 47,8 / 48,5
Pressão de suprimento de óleo ^c	P_r	(MPa)	0,1 / 0,1 / 0,1 / 0,1 / 0,1 / 0,1
Pressão de injeção nas sapatas	P_{inj}	(MPa)	0,0 (sistema desligado)

^aMedidas obtidas através do controlador de velocidade do motor.
^bMedidas obtidas através de termopar instalado no reservatório.
^cMedidas obtidas através de manômetro instalado na tubulação da lubrificação convencional.

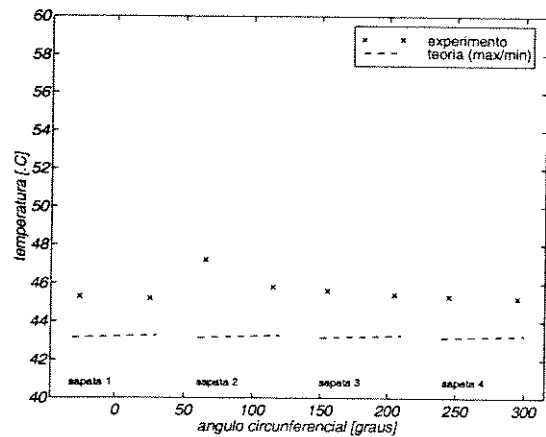
de injeção de óleo desligado, para diferentes frequências de rotação do rotor. As condições adotadas nesta primeira análise podem ser vistas na Tabela 6.4. Para se assegurar de que o sistema estivesse próximo da condição de equilíbrio térmico (regime permanente), os valores de temperatura foram monitorados até que não se verificassem variações superiores a 0,3 °C entre duas leituras consecutivas e, somente após isto, os dados foram coletados.

De maneira a se comparar os dados experimentais de temperatura com resultados numéricos, simulou-se computacionalmente o mancal nas condições de operação descritas na Tabela 6.4, adotando-se os parâmetros geométricos da bancada de testes mostrado na Tabela B.3 do Apêndice B. Ao se observar a Tabela B.3, nota-se que alguns dos parâmetros possuem tolerâncias, como o raio do rotor e o raio das sapatas. Como se trata de parâmetros que definem a folga radial, considerou-se nas simulações as folgas radiais máxima e mínima resultantes destas tolerâncias adotadas. Assim, são apresentados os resultados numéricos tanto para o caso de folga radial mínima como o para o caso de folga radial máxima. Além disso, como a vazão de óleo em cada sapata não é conhecida, mas sim a pressão em que o óleo é suprido ao mancal, utilizou-se a expressão empírica (6.1), descrita por Someya [74], para se obter uma estimativa desta vazão de óleo e, com isto, conseguiu-se efetuar a simulação numérica.

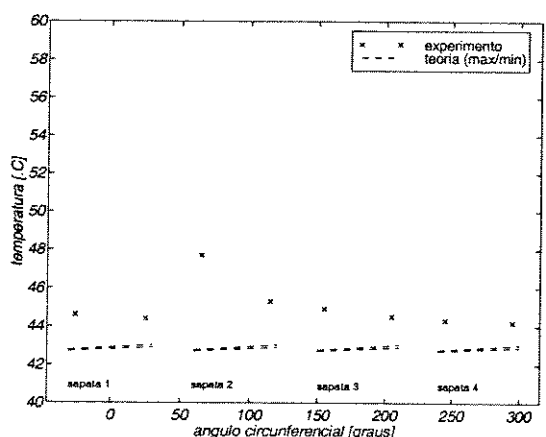
$$Q_r = \frac{8h_0^3 P_r}{\mu} \cdot 0,2 \tag{6.1}$$

A Figura 6.5 mostra os resultados obtidos teorica e experimentalmente para a análise em questão. Os dados experimentais são referentes aos pontos de medição T_e e T_{s1} (vide Figura 5.2(b)) na linha de orifícios (sapata de 5 orifícios), enquanto os resultados teóricos são referentes às temperaturas obtidas nesta mesma posição, ao longo da sapata.

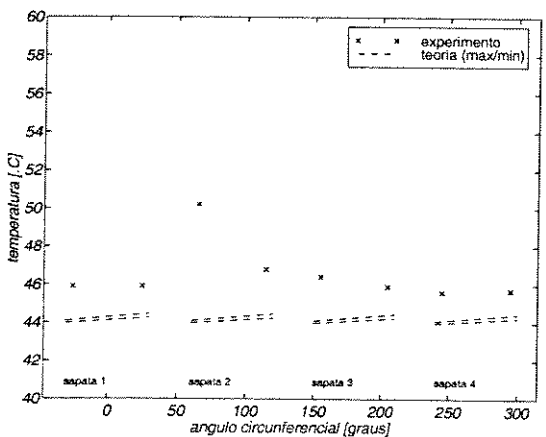
Observando-se a Figura 6.5, nota-se que os resultados experimentais apresentam valores de temperatura superiores aos resultados numéricos, entre 1 e 2 °C. Além disso, nota-se pouca variação entre os valores de temperatura experimentais ao longo de todo o mancal. Este fato é mais marcante, e será melhor entendido, na segunda análise apre-



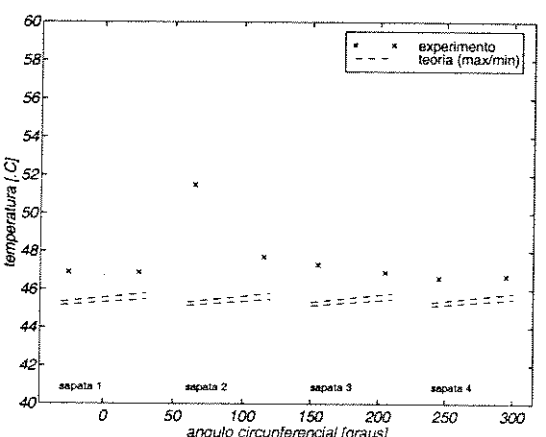
(a) $N = 10,5 \text{ Hz}$



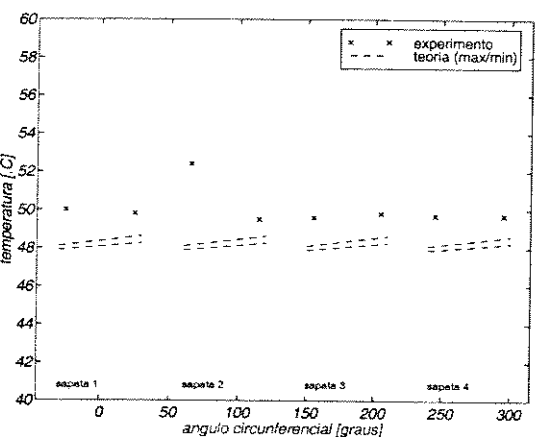
(b) $N = 20,3 \text{ Hz}$



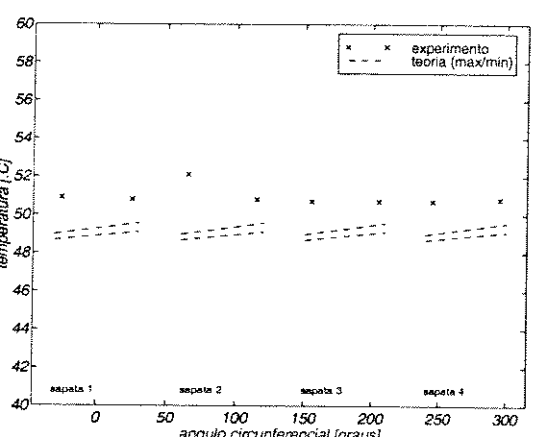
(c) $N = 30,2 \text{ Hz}$



(d) $N = 40,5 \text{ Hz}$



(e) $N = 50,1 \text{ Hz}$



(f) $N = 60,1 \text{ Hz}$

Figura 6.5: Comparação entre resultados numéricos e dados experimentais para o mancal operando passivamente (sistema de injeção desligado) - Temperaturas na linha dos orifícios.

sentada a seguir. Quanto aos valores de temperatura excessivamente altos na entrada da sapata 2, suspeita-se que estes sejam resultado de uma restrição dos movimentos desta sapata ou mesmo de um mal funcionamento do respectivo termopar.

Na segunda análise efetuada, mediu-se a temperatura do filme de óleo com o mancal operando com o sistema híbrido acionado, sem carregamento externo, para diferentes frequências de rotação do rotor. Neste caso, injetou-se óleo através do orifícios de uma das sapatas (sapata 2), mantendo-se as demais sapatas com pressão de injeção nula. As condições adotadas nesta segunda análise podem ser vistas na Tabela 6.5.

Tabela 6.5: Condições de operação na comparação teórico-experimental com sistema de injeção operando.

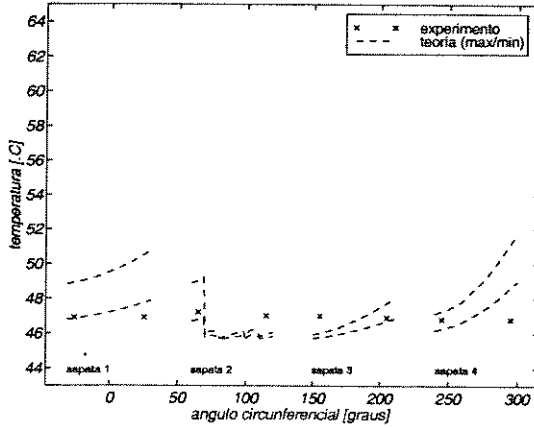
Carregamento sobre o rotor	F_x, F_y	(N)	0,0
Frequência de rotação do rotor ^a	N	(Hz)	40,1 / 49,9 / 60,5 / 70,0
Temperatura do óleo no reservatório ^b	T_r	(°C)	45,7 / 45,4 / 46,0 / 47,3
Pressão de suprimento de óleo ^c	P_r	(MPa)	0,18 / 0,18 / 0,18 / 0,18
Pressão de injeção nas sapatas ^d	P_{inj1}	(MPa)	0,0
	P_{inj2}	(MPa)	0,4
	P_{inj3}	(MPa)	0,0
	P_{inj4}	(MPa)	0,0

^aMedidas obtidas através do controlador de velocidade do motor.
^bMedidas obtidas através de termopar instalado no reservatório.
^cMedidas obtidas através de manômetro instalado na tubulação da lubrificação convencional.
^dMedidas obtidas através de manômetros acoplados à tubulação do sistema de injeção.

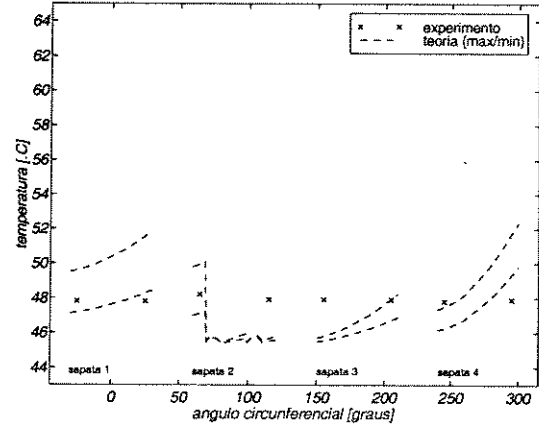
Da mesma forma que na análise anterior, para se assegurar de que o sistema estivesse próximo da condição de equilíbrio térmico, os valores de temperatura foram monitorados até que não houvesse alterações superiores a 0,3 °C entre duas leituras consecutivas. Após isto, os dados foram coletados. Da mesma forma, simulou-se o mancal com a geometria da bancada de testes (Tabela B.3 do Apêndice B), estimando-se a vazão de óleo suprido a cada sapata pela expressão (6.1). Assim, são apresentados resultados numéricos tanto para folga radial máxima como para a folga radial mínima.

A Figura 6.6 ilustra os resultados obtidos teórica e experimentalmente para esta segunda análise, com o sistema de injeção acionado. Igualmente à análise anterior, os dados experimentais são referentes aos pontos de medição T_e e T_{s1} , na linha de orifícios da sapata de 5 orifícios, enquanto os resultados numéricos são referentes às temperaturas obtidas nesta mesma posição, ao longo da sapata.

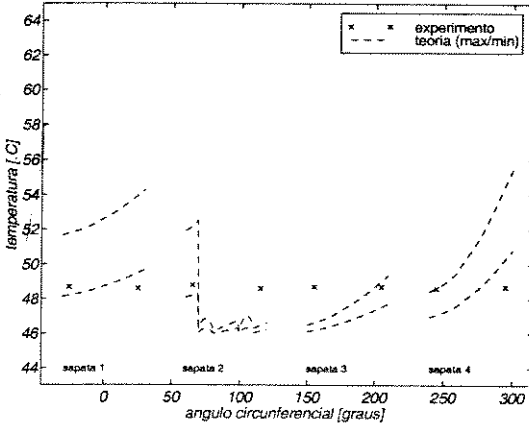
Observando-se os resultados apresentados na Figura 6.6, nota-se que os resultados numéricos estão bastante próximos dos dados experimentais de maneira quantitativa, porém são resultados muito ruins qualitativamente. O esperado resfriamento na sapata 2 (sapata com efetiva injeção de óleo através dos orifícios) não é observado. Como se vê na Figura 6.6, a temperatura experimental na saída da sapata 2 difere pouco da respectiva



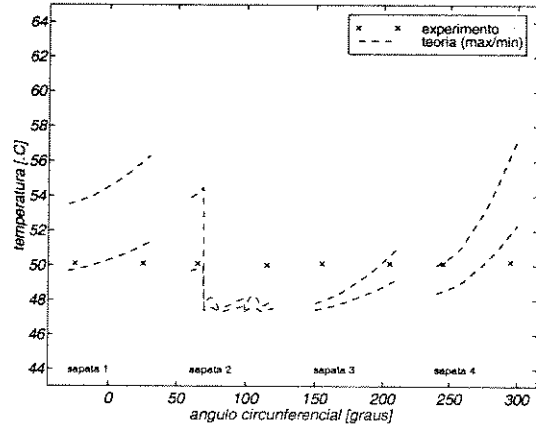
(a) $N = 40,1 \text{ Hz}$



(b) $N = 49,9 \text{ Hz}$



(c) $N = 60,5 \text{ Hz}$



(d) $N = 70,0 \text{ Hz}$

Figura 6.6: Comparação entre resultados numéricos e dados experimentais para o mancal operando com o sistema de injeção acionado - Temperaturas na linha dos orifícios.

temperatura de entrada.

A pequena diferença encontrada entre os valores experimentais de temperatura nos pontos de medição, ao longo de todo o mancal nas duas análises apresentadas (Figuras 6.5 e 6.6) pode ser creditada à maneira como os termopares foram instalados (posicionados a 0,5 mm da superfície da sapata). Devido ao pouco espaço disponível, as juntas dos termopares não puderam ficar expostas ao escoamento na folga radial, mas sim fixadas no interior da sapata. Com isto, os valores ali medidos são referentes às temperaturas no interior da sapata, a 0,5 mm de sua superfície.

Estimando-se o valor do número de Biot para o caso em questão, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} Bi &= \frac{h_f l_0}{k_s} \\ h_f &= \frac{Nu k_t}{L} \\ Nu &= 0,332 Re^{1/2} Pr^{1/3} \\ Re &= \frac{\rho U h_0}{\mu} \\ Pr &= \frac{c \mu}{k_t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Bi = 0,332 \frac{(\rho U h_0)^{1/2} c^{1/3} k_t^{2/3} l_0}{\mu^{1/6} k_s L} \approx 0,01$$

onde a condutividade térmica da sapata, cujo material é bronze, tem valor igual a 26 W/m.K, a frequência de rotação adotada é de 50 Hz e os demais parâmetros podem ser obtidos na Tabela B.3 do Apêndice B.

Percebe-se que o valor do número de Biot para o caso em questão é bastante baixo ($Bi \ll 1$). Isto significa que a resistência à condução no interior da sapata é muito menor do que a resistência à convecção através da camada limite do escoamento (Incropera e DeWitt [34]). Desta forma, no interior da sapata tem-se uma distribuição de temperaturas aproximadamente uniforme, cujo valor não é necessariamente igual aos valores de temperatura do escoamento. Isto explica, portanto, a pouca variação dos valores de temperatura medidos ao longo do mancal e as diferenças encontradas entre valores teóricos e experimentais. Ao contrário do que se esperava, a fixação dos termopares no interior das sapatas não permite uma análise correta dos valores de temperatura do lubrificante na bancada de testes apresentada.

Sendo assim, o modelo teórico proposto não apresentou bons resultados em relação aos dados experimentais obtidos na bancada de testes devido principalmente à fixação dos termopares em local pouco apropriado e à consequente medição de valores de temperatura que não correspondem aos valores de temperatura do escoamento. Os termopares deveriam necessariamente estar expostos ao escoamento para se obter melhores resultados experimentais.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas Futuras

O desenvolvimento de mancais hidrodinâmicos ativos, para o controle dos movimentos do rotor e aumento da reserva de estabilidade de máquinas rotativas, tem se mostrado nos últimos anos uma área de grande interesse para os projetistas e pesquisadores, os quais almejam o aumento de desempenho destas máquinas (Capítulo 1). Com base nisto, um novo conceito de mancal segmentado foi desenvolvido na Universidade Estadual de Campinas, onde o controle dos movimentos do rotor e aumento do nível de amortecimento é feito através da injeção de óleo diretamente na folga radial, através de orifícios usinados na superfície das sapatas. Neste contexto, este trabalho investiga os efeitos térmicos presentes no escoamento de lubrificante no interior de um mancal segmentado operando de forma híbrida, com a injeção de lubrificante frio através dos orifícios usinados nas sapatas. Para tanto, um modelo matemático é proposto (Capítulo 2) e a sua implementação computacional é descrita (Capítulo 3). Os resultados teóricos encontrados (Capítulo 4) levam às seguintes conclusões:

- A entrada de óleo frio através dos orifícios das sapatas resulta em um resfriamento localizado à jusante da linha de orifícios, devido ao escoamento na folga radial ser fortemente unidirecional. Nas regiões intermediárias da sapata, onde não ocorre resfriamento, as temperaturas encontradas são as mesmas das do caso convencional (sem orifícios);
- A escolha da pressão de injeção deve ser cuidadosa para que haja uma efetiva entrada de óleo frio através dos orifícios. As pressões hidrodinâmicas existentes na folga radial devem ser vencidas pela pressão de injeção, caso contrário, não haverá a entrada de óleo frio, mas sim a saída de lubrificante quente da folga radial pelos orifícios. A falha do sistema de injeção, ou o uso de uma pressão de injeção insuficiente, resulta em distribuições de temperaturas similares às obtidas com a lubrificação convencional. Neste caso, não se tem vantagem no uso da lubrificação híbrida do ponto de vista térmico. Entretanto, quando o sistema de injeção trabalha

com sucesso, observa-se uma redução significativa das temperaturas médias do óleo na direção da rotação do rotor. É interessante ressaltar que, para uma mesma área de orifícios, efeitos de resfriamento semelhantes são observados qualquer que seja o número ou a localização dos orifícios na sapata, se ocorrer a entrada de óleo frio através de todos os orifícios ali presentes;

- A posição dos orifícios é fator importante para os efeitos térmicos resultantes sobre a sapata. Do ponto de vista do resfriamento do óleo escoante, a usinagem de orifícios perto das extremidades das sapatas mostra-se mais eficiente, pois ali as pressões hidrodinâmicas são mais baixas e a entrada de óleo frio é mais facilmente assegurada;
- A utilização de uma mesma pressão de injeção em todas as sapatas não mostra uma mesma eficiência quando comparada à adoção de uma diferença de pressões de injeção entre as sapatas, principalmente se esta eficiência for definida em relação ao reposicionamento do rotor no centro do mancal. Na realidade, a aplicação de uma diferença de pressões de injeção entre as sapatas posicionadas na direção do carregamento apresenta melhores resultados. Tanto é verdade que, aplicando-se diferenças de pressão, pode-se conseguir uma excentricidade do rotor no sentido oposto ao do carregamento, evidenciando-se assim a excessiva pressão de injeção adotada para suportar o carregamento imposto;
- Considerando-se o controle dos movimentos do rotor, o uso de sapatas com arranjo de 15 orifícios mostrou-se mais eficiente do que o arranjo de 5 orifícios. Necessitou-se de menores pressões de injeção para se reposicionar o rotor ao centro do mancal, com o arranjo de 15 orifícios, para um mesmo carregamento externo sobre o rotor;
- A hipótese de mistura pontual na região de mistura mostrou-se como uma hipótese mais realista do que a hipótese de mistura total. Isto se deve a que, na hipótese pontual, as influências de uma sapata sobre o lubrificante na sapata subsequente são mais marcantes, ao contrário da hipótese total, onde esta influência se dá através de uma temperatura média.

Uma bancada de testes é apresentada (Capítulo 5), onde a especificação, escolha do posicionamento e o modo de fixação dos transdutores são descritos. Com isto, comparações entre resultados numéricos e dados experimentais obtidos na bancada de testes e na literatura são feitas (Capítulo 6), cujos resultados levam às seguintes conclusões:

- A comparação dos resultados numéricos, obtidos com a teoria descrita neste trabalho, com resultados experimentais apresentados por Ha e Kim [26] mostrou que o modelo desenvolvido se afasta qualitativamente da realidade no caso de lubrificação convencional para máquinas de grande porte. Mesmo a adoção de pressões de entrada não nulas nas sapatas (fenômeno detectado por Ha e Kim experimentalmente) não levou à obtenção de resultados numéricos mais coerentes. Entretanto,

foi possível observar a redução das temperaturas do mancal com a utilização de lubrificação híbrida, além da centragem do rotor devido ao aumento das forças hidrodinâmicas sobre as sapatas com o sistema híbrido;

- O modelo teórico proposto não apresentou bons resultados em relação aos dados experimentais obtidos na bancada de testes devido principalmente à fixação dos termopares em local pouco apropriado e à consequente medição de valores de temperatura que não correspondem aos valores de temperatura do escoamento. O baixo número de Biot encontrado no problema ($Bi \ll 1$) levou à conclusão de que os termopares deveriam necessariamente estar expostos ao escoamento para se obter melhores resultados experimentais, ao contrário de estarem posicionados no interior das sapatas. Isto explica, portanto, a pouca variação entre os valores experimentais obtidos na bancada de testes, tanto para o caso de sistema de injeção desligado como para o caso de sistema de injeção acionado, e a grande diferença qualitativa entre os dados numéricos e experimentais.

Assim, tem-se neste trabalho uma descrição dos efeitos térmicos que podem ocorrer com a utilização de um sistema de lubrificação híbrida via múltiplos orifícios nas sapatas. Ressalta-se aqui, que o principal objetivo deste sistema de lubrificação é o controle dos movimentos do rotor e o aumento da reserva de estabilidade da máquina rotativa, sendo seus efeitos de resfriamento do óleo escoante na folga radial uma de suas vantagens secundárias.

7.1 Perspectivas Futuras

Como sugestões de continuidade deste trabalho, apresentam-se a seguir alguns tópicos ainda não abordados, mas de relevância no estudo dos efeitos térmico em mancais segmentados híbridos via múltiplos orifícios:

- A implementação de um modelo tridimensional do lubrificante na folga radial, resolvendo-se as equações de Navier-Stokes, possibilitaria a consideração de troca de calor entre o escoamento e as partes sólidas do mancal de uma maneira mais completa. Com isto, melhores resultados poderiam ser obtidos em relação aos dados experimentais. Além disso, através de uma *formulação mista* (Maliska [49]), a influência da injeção de óleo sobre o escoamento poderia ser melhor investigada e uma verificação da presença de recirculação no escoamento poderia ser efetuada;
- Os arranjos de orifícios utilizados neste estudo mostraram-se de uma eficiência limitada, considerando-se que o resfriamento obtido restringe-se às linhas dos orifícios. Assim, grandes gradientes de temperatura foram detectados nas saídas das sapatas,

o que poderia causar a fadiga térmica do material das sapatas a longo prazo. Assim, a otimização de posicionamento e forma dos orifícios na superfície das sapatas poderia atenuar estes gradientes de temperatura, além de obter um melhor resfriamento do escoamento ao longo da superfície da sapata. Em consequência disto, um estudo de reposicionamento do rotor ao centro do mancal poderia ser feito, com o intuito de se encontrar a geometria ótima dos orifícios na sapata para que se tenha bons resultados térmicos e dinâmicos da máquina;

- A análise dos coeficientes dinâmicos deste novo conceito de mancal, considerando as variações de viscosidade do lubrificante devido aos efeitos térmicos, ainda não foi devidamente investigada. Uma comparação entre os coeficientes obtidos com o modelo isotérmico e o modelo termo-hidrodinâmico poderia ser de utilidade ao se investigar a verdadeira influência dos efeitos térmicos nas características dinâmicas do sistema rotor-mancal.

Observando-se a literatura (Capítulo 1), notam-se infinitas possibilidades de investigação nesta área: aplicação de fluidos não-Newtonianos, consideração de rugosidade superficial, efeitos elásticos das partes sólidas, análise transiente e dinâmica, escoamento em regime turbulento, etc, cabendo assim ao pesquisador a escolha do nível de complexidade de seu estudo e a aplicação em mancais segmentados híbridos como o em questão.

Referências Bibliográficas

- [1] BEITZ, W., KÜTTNER, K.H. *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*. Berlin: Springer-Verlag, 14.ed, 1981. 1492p.
- [2] BONCOMPAIN, R., FILLON, M., FRENE, J. Analysis of thermal effects in hydrodynamic bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.108, p.219-224, 1986.
- [3] BOUCHOULE, C., FILLON, M., NICOLAS, D., BARRESI, F. Experimental study of thermal effects in tiltin-pad journal bearings at high operating speeds. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.118, p.532-538, 1996.
- [4] BOYD, J., RAIMONDI, A.A. An analysis of the pivoted-pad journal bearings. *Transactions of ASME*, p.380-386, 1953.
- [5] BROCKWELL, K., DMOCHOWSKI, W. Thermal effects in the tilting pad journal bearing. *Journal of Physics - Part D: Applied Physics*, v.25, p.384-392, 1992.
- [6] BROCKWELL, K.R., KLEINBUB, D. Measurements of the steady state operating characteristics of the five shoe tilting pad journal bearing. *STLE Tribology Trans.*, v.32, n.2, p.267-275, 1989.
- [7] CHEREMISINOFF, N.P., CHEREMISINOFF, P.N. *Flow measurements for engineers and scientists*. New York: Marcel Dekker Inc., 1988. 392p.
- [8] DALLY, J.W., RILEY, W.F., McCONNELL, K.G. *Instrumentation for engineering measurements*. New York: John Wiley & Sons, 1993. 584p.
- [9] DE CHOUDHURY, P., BARTH, E.W. A comparison of film temperatures and oil discharge temperature for a tilting-pad journal bearing. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.103, p.115-119, 1981.
- [10] DIEGUES, F. Leonardo autopeças. *Super Interessante*, Ed. Abril, n.5, p.26-27, 1997.
- [11] DMOCHOWSKI, W., BROCKWELL, K., DeCAMILLO, S., MIKULA, A. A study of the thermal characteristics of the leading edge groove and conventional tilting pad journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.115, p.219-226, 1993.
- [12] DOWSON, D. A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication. *Int. Journal of Mechanical Science*, v.4, p.159-170, 1962.

- [13] DOWSON, D., MARCH, C. A thermohydrodynamic analysis of journal bearings. *Proc. of IMechE*, v.181, n.3, p.117-126, 1966.
- [14] ELROD, H.G. A cavitation algorithm. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.103, p.350-354, 1981.
- [15] ETTLES, C.M.McC. The analysis and performance of pivoted pad journal bearings considering thermal and elastic effects. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.102, p.182-192, 1980.
- [16] FERREIRA, A.B.H. *Novo dicionário da língua portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1975. 1520p.
- [17] FIGUEIREDO, J.R. Performance of five-point differencing schemes for two-dimensional fluid transport equations. *Journal of Computational Physics*, v.101, n.2, p.256-264, 1992.
- [18] FILLON, M., BLIGOUD, J.C., FRÊNE, J. Experimental study of tilting-pad journal bearings; Comparison with theoretical thermoelastohydrodynamic results. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.114, p.579-588, 1992.
- [19] FILLON, M., KHONSARI, M. Thermohydrodynamic design charts for tilting-pad journal bearings. *ASME Journal of Tribology*, v.118, p.232-238, 1996.
- [20] FLACK, R.D., ZUCK, C.J. Experiments on the stability of two flexible rotor in tilting pad journal bearing. *Tribology Transactions*, v.31, n.2, p.251-257, 1988.
- [21] FOX, R.W., McDONALD, A.T. *Introduction to fluid mechanics*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1994. 780p.
- [22] FU, W.B., PARKINS, D.W. Mathematical analysis of the performance of a tilting-pad journal bearing under static load. *Journal of Physics - Part D: Appl. Physics*, v.25, p.108-115, 1992.
- [23] GADANGI, R.K., PALAZZOLO, A.B. Transient analysis of tilt pad journal bearings including effects of pad flexibility and fluid film temperature. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.117, p.302-307, 1995.
- [24] GETHIN, D.T. A finite element approach for analysing thermohydrodynamic lubrication in journal bearings. *Tribology International*, v.21, n.2, p.67-75, 1988.
- [25] GOMICIAGA, R., KEOGH, P.S. Orbit induced journal temperature variation in hydrodynamic bearings. *Trans. ASME*, Pre-Print 98-TRIB-50, 1998.
- [26] HA, H.C., KIM, K.W. Experimental investigation on thermohydrodynamic performance of large tilting pad journal bearing including the inlet pressure effect. *JSME Int. J.: Series C*, v.388, n.1, p.160-166, 1995.

- [27] HA, H.C., KIM, K.W., KIM, H.J. Inlet pressure effects on the thermohydrodynamic performance of a large tilting pad journal bearing. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.117, p.160-165, 1995.
- [28] HAN, T., PARANJPE, R.S. A finite volume analysis of the thermohydrodynamic performance of finite journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.112, p.557-566, 1990.
- [29] HASHIMOTO, H. Thermohydrodynamic analysis of high-speed journal bearings with surface roughness. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.118, p.698-701, 1996.
- [30] HESHMAT, H., PINKUS, O. Mixing inlet temperatures in hydrodynamic bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.108, p.231-248, 1986.
- [31] HOPF, G., SCHÜLER, D. Investigations on large turbine bearings working under transitional conditions between laminar and turbulent flow. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.111, n.4, p.628-634, 1989.
- [32] HUEBNER, K.H. Application of finite element methods to thermohydrodynamic lubrication. *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, v.8, p.139-165, 1974.
- [33] HUNTER, W.B., ZIENKIEWICZ, O.C. Effect of temperature variations across the lubricant films in the theory of hydrodynamic lubrication. *Journal Mech. Eng. Sci.*, v.2, p.52-58, 1960.
- [34] INCROPERA, F.P., DeWITT, D.P. *Introduction to heat transfer*. New York: John Wiley & Sons, 2.ed, 1990. 650p.
- [35] JONES, G.J., MARTIN, F.A. Geometry effects in tilting pad journal bearings. *ASLE Trans.*, v.22, p.227-244, 1979.
- [36] JU, S.M., WENG, C.I. Thermohydrodynamic analysis of finite-width journal bearings with non-Newtonian lubricants. *Wear*, v.171, p.41-47, 1994.
- [37] KHONSARI, M.M. A review of thermal effects in hydrodynamic bearings; Part II: Journal bearings. *ASLE Transactions*, v.30, n.1, p.26-33, 1986.
- [38] KIM, K.W., RODKIEWICZ, C.M. On the thermal effects in the design of tilting-pad bearings subjected to inlet pressure build-up. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.113, p.526-532, 1991.
- [39] KNIGHT, J.D., BARRETT, L.E. Analysis of tilting pad journal bearings with heat transfer effects. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.110, p.128-133, 1988.
- [40] KLUMPP, R. *Ein Beitrag zur Theorie von Kippsegmentlagern*. Karlsruhe: Universidade de Karlsruhe, 1975. 120p. Tese (Doutorado).

- [41] KUCINSHI, B., FILLON, M. An experimental study of transient thermal effects in a plain journal bearing. *Trans. ASME*, Pre-Print 98-TRIB-16, 1998.
- [42] LANG, O.R., STEINHILPER, W. *Gleitlager*. Berlin: Springer-Verlag, 1978. 414p. (Konstruktionsbücher, 31)
- [43] LIE, Y., YOU-BAI, Z.J., DAMOU, Q. Experiments on the destabilizing factors in tilting pad journal bearings. *Tribology International*, v.22, n.5, p.329-334, 1989.
- [44] LUND, J.W. Spring and damping for the tilting pad journal bearings. *ASLE Transactions*, v.7, n.4, p.342-352, 1964.
- [45] LUND, J.W., HANSEN, P.K. An approximate analysis of the temperature conditions in a journal bearing. Part I: theory. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.106, p.228-236, 1984.
- [46] LUND, J.W., TONNESEN, J. An approximate analysis of the temperature conditions in a journal bearing. Part II: application. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.106, p.237-245, 1984.
- [47] MAKINO, T., MOROHOSHI, S., TANIGUSHI, S. Thermohydrodynamic performance of high-speed journal bearings. *Proceedings of IMechE - Part J: J. of Engineering Technology*, v.120, p.179-187, 1996.
- [48] MALCHER, L. *Die Federung und Dämpfungseigenschaften von Gleitlagern für Turbomaschinen*; Experimentelle Untersuchungen von MGF und Kippsegmentlagern. Karlsruhe: Universidade de Karlsruhe, 1975. 120p. (Tese, Doutorado em Engenharia Mecânica).
- [49] MALISKA, C.R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995. 424p.
- [50] McCALLION, H., YOUSIF, F., LLOYD, T. The analysis of thermal effects in a full journal bearing. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, p.578-587, 1970.
- [51] MIKULA, A.M. Evaluating tilting-pad thrust bearing operating temperatures. *ASLE Trans.*, v.29, n.2, p.173-178, 1985.
- [52] MITSUI, J. A study of thermohydrodynamic lubrication in a circular journal bearing. *Tribology International*, v.20, n.6, p.332-341, 1987.
- [53] MONMOUSSEAU, P., FILLON, M. Frequency effects on the TEHD behavior of a tilting-pad journal bearing under dynamic loading. *Trans. ASME*, Pre-Print 98-TRIB-20, 1998.
- [54] MONMOUSSEAU, P., FILLON, M., FRENE, J. Transient thermoelastohydrodynamic study of tilting-pad journal bearings; Comparison between experimental data and theoretical results. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.119, p.401-407, 1997.

- [55] MORAN, M.J., SHAPIRO, H.N. *Fundamentals of engineering thermodynamics*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1988. 707p.
- [56] OMEGA, ENGINEERING INC. *Omega complete temperature measurement handbook and encyclopedia*. Stamford: Omega Engineering Inc., v. 29, 1996. 1500p.
- [57] PEACEMAN, D.W., RACHFORD, Jr., H.H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. *J. Soc. Industr. Appl. Math.*, v.3, n.1, p.28-41, 1955.
- [58] PINKUS, O. Optimization of tilting-pad journal bearings including turbulence and thermal effects. *Israel Journal of Technology*, v.22, p.142-154, 1984.
- [59] _____. The Reynolds centennial: A brief history of the theory of hydrodynamic lubrication. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.109, p.2-20, 1987.
- [60] PINKUS, O., BUPARA, S.S. Adiabatic solutions for finite journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.101, p.492-496, 1979.
- [61] RAJALINGHAM, C., PRABHU, B.S. The influence of variation of viscosity with temperature on the steady state characteristics of journal bearings - simplified analysis. *Tribology International*, v.20, n.5, p.261-266, 1987.
- [62] RAJALINGHAM, C., PRABHU, B.S., BHAT, R.B., XISTRIS, G.D. Influence of thermal conductivity of lubricant on the THD characteristics of a plain journal bearing. *ASME - Rotating Machinery and Vehicle Dynamics*, DE v.25, p.163-167, 1991.
- [63] _____. Influence of thermal conduction across the fluid on the THD characteristics of a plain journal bearing. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.116, p.397-399, 1994.
- [64] RAMESH, J., MAJUMDAR, B.C., RAO, N.S. Thermohydrodynamic analysis of submerged oil journal bearings considering surface roughness effects. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.119, p.100-106, 1997.
- [65] READ, L.J., FLACK, R.D. Temperature, pressure and film thickness measurements for an offset half bearing. *Wear*, v.117, p.197-210, 1987.
- [66] SANTOS, I.F. *Aktive Kippsegmentlagerung; Theorie und Experiment*. Dusseldorf: VDI-Verlag, 1993. 112p. (Schwingungstechnik, 189).
- [67] _____. Modificação das características dinâmicas de mancais hidrodinâmicas através de sistemas de controle hidráulico. In: III CONGRESSO NORTE-NORDESTE DE ENGENHARIA MECÂNICA, 1994, Belém. *Anais...* Belém: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1994. p.380-383.
- [68] _____. Design and evaluation of two types of active tilting pad journal bearing. In: IUTAM SYMPOSIUM ON ACTIVE CONTROL OF VIBRATION, 1994, Bath. *Proceedings..* Bath: IUTAM, 1994, p.79-87.

- [69] _____. *Dinâmica e controle de máquinas rotativas utilizando mancais hidrodinâmicos ativos e inteligentes*. FAPESP 95/3964-0, 1995. Relatório Técnico.
- [70] SANTOS, I.F., NICOLETTI, R. Self-excited vibrations in active hydrodynamic bearings. *RBCM J. of the Brazilian Soc. of Mech. Eng.*, v.3, p.263-272, 1996.
- [71] SANTOS, I.F., RUSSO, F.H. Modelagem de mancais hidrodinâmicos segmentados com injeção eletrônica. In: XIII CONGRESSO BRASILEIRO E II CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 1995, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1995.
- [72] _____. Tilting-pad journal bearings with electronic radial injection. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.120, p.583-594, 1998.
- [73] SMITH, R.N., TICHY, J.A. An analytical solution for the thermal characteristics of journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.103, p.443-452, 1981.
- [74] SOMEYA, T. *Journal bearing data book*. New York: Springer Verlag, 1989. 230p.
- [75] SPRINGER, H. Zur Berechnung hydrodynamischer Lager mit Hilfe von Tschebyscheff-Polynomen. *Forsch. Ing.-Wes*, v.44, n.4, p.126-134, 1978.
- [76] _____. Dynamische Eigenschaften von Gleitlagern mit beweglichen Segmenten. *VDI-Berichte*, n.381, p.177-184, 1980.
- [77] SUGANAMI, T., SZERI, A.Z. A thermohydrodynamic analysis of journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.101, p.21-27, 1979.
- [78] SWANSON, E.E., KIRK, R.G. Survey of experimental data for fixed geometry hydrodynamic journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.119, p.704-710, 1997.
- [79] TANAKA, M. Thermohydrodynamic performance of a tilting pad journal bearing with spot lubrication. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.113, p.615-619, 1991.
- [80] TANIGUSHI, S., MAKINO, T., TAKESHITA, K., ICHIMURA, T. A thermohydrodynamic analysis of large tilting-pad journal bearing in laminar and turbulent flow regimes with mixing. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.112, p.542-548, 1990.
- [81] THOMPSON, J.F. Grid generation techniques in computational fluid dynamics. *AIAA Journal*, v.22, n.11, p.1505-1523, 1984.
- [82] TIPEI, N., NICA, A. On the field of temperatures in lubricating films. *Trans. ASME - Journal of Lubricating Technology*, p.483-492, 1967.

- [83] TONNESEN, J., HANSEN, P.K. Some experiment on the steady state characteristics of a cylindrical fluid-film bearing considering thermal effects. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*. v.103, p.107-114, 1981.
- [84] TUCKER, P.G., KEOGH, P.S. A generalized computational fluid dynamics approach for journal bearing performance prediction. *Proc. IMechE - Part D: J. of Eng. Tribology*, v.209, p.99-108, 1995.
- [85] ULBRICH, H., ALTHAUS, J. Actuator design for rotor control. In: 12TH BIENNIAL ASME CONFERENCE ON VIBRATION AND NOISE, 1989, Montreal. *Proceedings...* Montreal: American Society of Mechanical Engineering, 1989, p.12-22.
- [86] UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Campinas, SP, Ilmar F. Santos, *Mancal segmentado com filme de óleo ativo*. SEDAI 18566, INPI 9403084-7. 14 setembro 1994.
- [87] USHER, A.P. *Uma história das invenções mecânicas*. Campinas: Papirus, 1993. 560p.
- [88] VIJAYARAGHAVAN, D. An efficient numerical procedure for thermohydrodynamic analysis of cavitating bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.118, p.555-563, 1996.
- [89] VIJAYARAGHAVAN, D., BREWE, D.E. Effect of rate of viscosity variation on the performance of journal bearings. *Trans. ASME - Journal of Tribology*. v.120, p.1-7, 1998.
- [90] VOHR, J.H. Prediction of the operating temperature of thrust bearings. *Trans. ASME - Journal of Lubrication Technology*, v.103, p.97-106, 1981.
- [91] WANG, N.Z., SEIREG, A.A. Thermohydrodynamic lubrication analysis incorporating thermal expansion across the film. *Trans. ASME - Journal of Tribology*, v.116, p.681-689, 1994.
- [92] WENDT, J.F. *Computational fluid dynamics*. New York: Springer-Verlag, 1992. 288p.
- [93] YANG, P., RODKIEWICZ, C.M. The effects of temperature, elasticity and fore-region pressure build-up on the performance of centrally pivoted linear pad bearings. *Tribology International*, v.27, n.5, p.331-341, 1994.
- [94] _____. Time-dependent TEHL solution to centrally supported tilting pad bearings subjected to harmonic vibration. *Tribology International*, v.29, n.5, p.433-443, 1996.

Apêndice A

Resumo das Hipóteses Adotadas

A seguir é apresentado um resumo das hipóteses adotadas ao longo de toda a dedução matemática das equações diferenciais que regem o problema em questão:

- raio de curvatura da sapata é grande quando comparado com a espessura do filme de óleo;
- escoamento laminar;
- fluido é considerado com comportamento Newtoniano;
- fluido incompressível e variação de temperatura é pequena para que haja alteração significativa da densidade:

$$\rho = \text{constante}$$

- variação da temperatura é pequena para que haja alteração significativa do calor específico do fluido:

$$c = \text{constante}$$

- condutividade térmica do fluido não varia com a temperatura:

$$k_t = \text{constante}$$

- termos de inércia e de força de corpo são pequenos quando comparados com termos de pressão e de viscosidade:

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} \approx \rho \frac{Dv_y}{Dt} \approx \rho \frac{Dv_z}{Dt} \ll \text{termos de pressão e viscosidade}$$

$$\rho f_x \approx \rho f_y \approx \rho f_z \ll \text{termos de pressão e viscosidade}$$

- não há variação de pressão na direção $\bar{x}$:

$$\begin{cases} p = p(\bar{y}, \bar{z}) \\ \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} = 0 \end{cases}$$

- gradientes de velocidade em $\bar{y}$ e $\bar{z}$ são pequenos em comparação aos gradientes de velocidade em $\bar{x}$:

$$\begin{cases} v_x \approx v_x(\bar{x}) \\ \frac{\partial v_x}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_x}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_x}{\partial \bar{x}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y \approx v_y(\bar{x}) \\ \frac{\partial v_y}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_y}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_y}{\partial \bar{x}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_z \approx v_z(\bar{x}) \\ \frac{\partial v_z}{\partial \bar{y}} \approx \frac{\partial v_z}{\partial \bar{z}} \ll \frac{\partial v_z}{\partial \bar{x}} \end{cases}$$

- função folga radial não varia na direção $\bar{z}$ (mancal alinhado):

$$h = h(\bar{y}, t)$$

- condições de contorno para as equações de Navier-Stokes:

$$\begin{cases} v_x(-h) = \frac{\partial h}{\partial t} \\ v_x(0) = V_{inj} \end{cases} \quad \begin{cases} v_y(-h) = U \\ v_y(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v_z(-h) = 0 \\ v_z(0) = 0 \end{cases}$$

- contato entre o fluxo que sai da sapata e o fluxo de reposição é ideal na região de mistura;

A.1 Caso Tridimensional

- temperatura varia em todas as direções:

$$T = T(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

- viscosidade varia em todas as direções:

$$\mu = \mu(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

A.2 Caso Bidimensional

- temperatura varia nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$:

$$\begin{cases} T = T(\bar{y}, \bar{z}) \\ \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} = 0 \end{cases}$$

- viscosidade varia nas direções $\bar{y}$ e $\bar{z}$:

$$\mu = \mu(\bar{y}, \bar{z})$$

Apêndice B

Dados Geométricos do Mancal

B.1 Resultados Teóricos

Tabela B.1: Propriedades geométricas e dados de operação do mancal utilizados na obtenção dos resultados teóricos.

Número de sapatas	ns		4
Raio do rotor	R	(10^{-3} m)	49,4
Largura da sapata	B	(10^{-3} m)	56,0
Folga radial com sapata concêntrica	C	(10^{-3} m)	0,140
Folga radial de montagem	h_0	(10^{-3} m)	0,110
Fator de pré-carga	f_p		0,21
Espessura da sapata	W	(10^{-3} m)	17,5
Ângulo de abertura da sapata	α_0	$(^\circ)$	60
Pivoteamento das sapatas	δ/α_0		0,5
Posição angular das sapatas no mancal	α_j	$(^\circ)$	0 - 90 - 180 - 270
Comprimento dos orifícios	l_0	(10^{-3} m)	5,0
Temperatura do óleo	T_{inj}, T_r	$(^\circ C)$	35,0
Vazão do óleo de reposição	Q_r	$(10^{-3} \text{ m}^3/s)$	0,04
Viscosidade do óleo a $40^\circ C$	μ^*	$(Pa.s)$	0,06
Densidade do óleo a $40^\circ C$	ρ	(kg/m^3)	840
Coefficiente termoviscoso	β	(K^{-1})	0,045
Condutividade térmica do óleo	k_t	$(W/m.K)$	0,14
Calor específico do óleo (óleo ISO VG68)	c	$(J/kg.K)$	1800

B.2 Mancal de Ha e Kim [26]

Tabela B.2: Propriedades geométricas e dados de operação do mancal de Ha e Kim [26].

Número de sapatas	ns		4
Raio do rotor	R	(10^{-3} m)	150,46
Largura da sapata	B	(10^{-3} m)	149,5
Folga radial com sapata concêntrica	C	(10^{-3} m)	0,458
Folga radial de montagem	h_0	(10^{-3} m)	0,458
Fator de pré-carga	f_p		0,0
Espessura da sapata	W	(10^{-3} m)	48,0
Ângulo de abertura da sapata	α_0	$(^\circ)$	80
Pivoteamento das sapatas	δ/α_0		0,5
Posição angular das sapatas no mancal	α_j	$(^\circ)$	135 - 225 - 315 - 45
Temperatura do óleo	T_{inj}, T_r	$(^\circ C)$	40,0
Vazão do óleo de reposição	Q_r	$(10^{-3} \text{ m}^3/s)$	0,5
Viscosidade do óleo a $40^\circ C$	μ^*	$(Pa.s)$	0,0277
Densidade do óleo a $40^\circ C$	ρ	(kg/m^3)	845
Coeficiente termoviscoso	β	(K^{-1})	0,034
Condutividade térmica do óleo	k_t	$(W/m.K)$	0,13
Calor específico do óleo (óleo ISO VG32)	c	$(J/kg.K)$	1966

B.3 Bancada de Testes

Tabela B.3: Propriedades geométricas e dados de operação do mancal híbrido construído (bancada de testes).

Número de sapatas	ns		4
Raio do rotor	R	(10^{-3} m)	$24,88 \pm 0,01$
Largura da sapata	B	(10^{-3} m)	40,25
Raio da sapata (nominal)	Rs	(10^{-3} m)	$25,05 \pm 0,01$
Fator de pré-carga	f_p		0,0
Espessura da sapata	W	(10^{-3} m)	19,5
Ângulo de abertura da sapata	α_0	$(^\circ)$	60
Pivoteamento das sapatas	δ/α_0		0,5
Posição angular das sapatas no mancal	α_j	$(^\circ)$	0 - 90 - 180 - 270
Comprimento dos orifícios	l_0	(10^{-3} m)	5,0
Viscosidade do óleo a $40^\circ C$	μ^*	$(Pa.s)$	0,06
Densidade do óleo a $40^\circ C$	ρ	(kg/m^3)	840
Coefficiente termoviscoso	β	(K^{-1})	0,045
Condutividade térmica do óleo	k_t	$(W/m.K)$	0,14
Calor específico do óleo (óleo ISO VG68)	c	$(J/kg.K)$	1800

Apêndice C

Propriedades do Lubrificante

C.1 Determinação do Tipo de Lubrificante

O reservatório do circuito hidráulico da bancada de testes já continha inicialmente uma certa quantidade de óleo, porém de características desconhecidas. Assim, com o objetivo de se determinar que tipo de óleo o circuito hidráulico continha, propôs-se o experimento visto na Figura C.1.

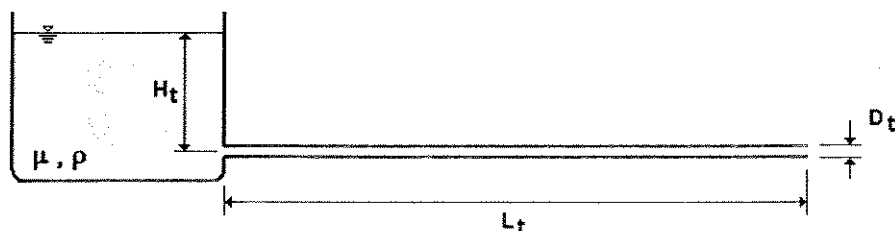


Figura C.1: Modelo esquemático do experimento usado na determinação do óleo do circuito hidráulico.

Um tubo longo e delgado, de comprimento L_t e diâmetro D_t , é acoplado a um pequeno reservatório, onde parte do óleo em análise é depositado. A coluna de óleo que se forma, de altura H_t , faz com que este escoe através do duto a uma certa vazão. O óleo que sai pelo duto é recolhido e mede-se sua massa (Δm) para um determinado período de tempo Δt . Com isto, é possível se determinar a viscosidade do óleo através da expressão C.1.

$$\mu = \frac{\pi \rho^2 g D_t^4 H_t \Delta t}{128 L_t \Delta m} \quad (\text{C.1})$$

Esta expressão é obtida resolvendo-se a equação de Navier-Stokes em um duto circular, considerando-se um escoamento laminar, incompressível e completamente desen-

volvido (Fox e McDonald [21]). Como a altura H_t deve permanecer constante para que a expressão (C.1) seja válida, os intervalos de tempo adotados não devem ser longos. A altura H_t não se altera substancialmente com a saída de fluido pelo duto ao se adotar pequenos intervalos de tempo nas medições, ou mesmo ao se utilizar reservatórios de grande diâmetro.

O erro no cálculo da viscosidade do óleo é dado pela expressão (C.2).

$$\delta\mu = \left| \frac{\partial\mu}{\partial\rho}\delta(\rho) \right| + \left| \frac{\partial\mu}{\partial D_t}\delta(D_t) \right| + \left| \frac{\partial\mu}{\partial H_t}\delta(H_t) \right| + \left| \frac{\partial\mu}{\partial L_t}\delta(L_t) \right| + \left| \frac{\partial\mu}{\partial t}\delta(\Delta t) \right| + \left| \frac{\partial\mu}{\partial m}\delta(\Delta m) \right| \tag{C.2}$$

onde $\delta(\gamma)$ é o erro de medição da propriedade γ .

Assim, os parâmetros medidos em cada amostragem são a coluna de óleo inicial (H_t), o intervalo de tempo (Δt), a massa de óleo que escoou (Δm) e a temperatura ambiente (T_{amb}). Quatro medições foram feitas, sendo que os dados deste experimento estão contidos na Tabela C.1 e os dados coletados e as viscosidades resultantes (calculadas) estão mostrados na Tabela C.2.

Tabela C.1: Dados do experimento para a determinação do tipo de óleo do circuito hidráulico.

Densidade do óleo ^a	ρ	(kg/m^3)	840 ± 40
Aceleração da gravidade	g	(m/s^2)	9,81
Diâmetro do duto	D_t	(m)	$0,005 \pm 0,0001$
Comprimento do duto	L_t	(m)	$0,83 \pm 0,005$

^aA densidade foi determinada pesando-se uma amostra de óleo de volume conhecido.

Tabela C.2: Dados coletados durante o experimento e viscosidades calculadas para o óleo do circuito hidráulico.

amostra	tempo $\Delta t \pm 0,5 \text{ s}$	massa $\Delta m \pm 0,0005 \text{ kg}$	coluna de óleo $H_t \pm 0,001 \text{ m}$	temperatura $T_{amb} \pm 0,1 \text{ }^\circ C$	viscosidade $\mu \pm \delta(\mu) \text{ N.s/m}^2$
1	600	0,061	0,097	23,0	0,12 $\pm$ 0,02
2	600	0,048	0,094	23,3	0,15 $\pm$ 0,03
3	600	0,053	0,053	23,6	0,13 $\pm$ 0,03
4	600	0,052	0,052	24,0	0,13 $\pm$ 0,03

Para se determinar o tipo do óleo a partir das viscosidades calculadas, foram considerados os dados publicados pela empresa Sartorius GmbH (Alemanha), no volume "Sartorius MGF - Bearings Catalog 1991", para diversos tipos de lubrificante. Comparando-se os resultados obtidos no experimento com os dados publicados, conclui-se que o óleo presente no reservatório do circuito hidráulico da bancada de testes tem viscosidade entre as

dos óleos ISO VG68 e ISO VG46, nas condições de temperatura do experimento (Figura C.2), com maior proximidade para o óleo ISO VG68.

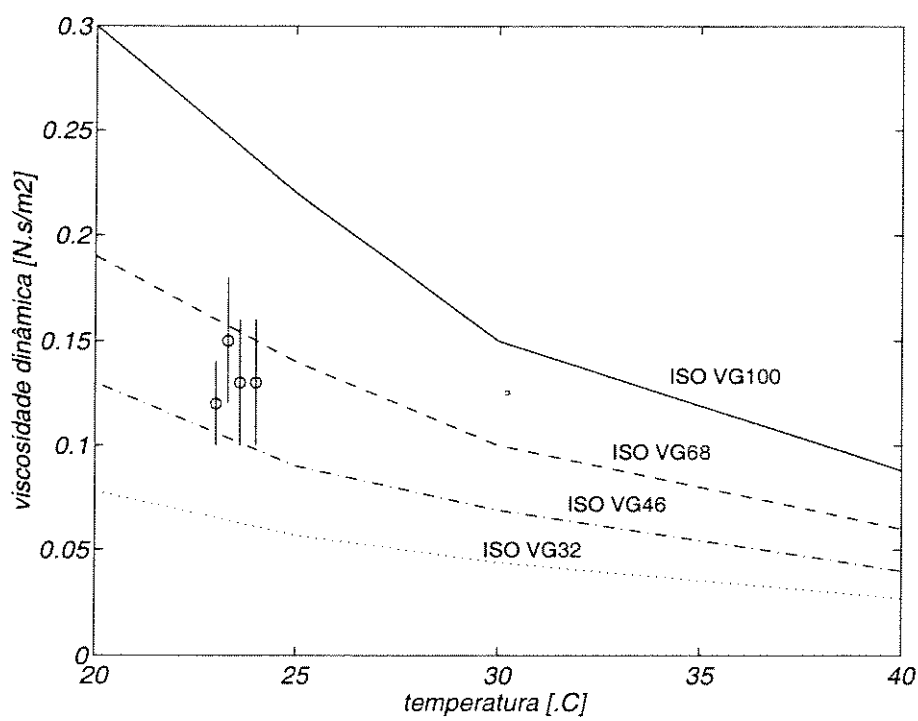


Figura C.2: Comparação entre a viscosidade medida do óleo do circuito hidráulico e os dados de quatro diferentes lubrificantes (Sartorius GmbH).

C.2 Características do Lubrificante

O óleo a ser considerado nas simulações do mancal segmentado com lubrificação híbrida é o ISO VG68, cujas características relevantes para o estudo podem ser vistas na tabela a seguir.

Tabela C.3: Propriedades do fluido lubrificante ISO VG68 (Beitz e Küttner [1]).

Densidade	ρ	(kg/m³)	840
Coefficiente de condutividade térmica	k_t	(W/m.K)	0,14
Calor específico	c	(J/kg.K)	1800

A relação entre temperatura e viscosidade do óleo foi obtida através dos diagramas contidos no relatório técnico "Sartorius MGF - Bearings Catalog 1991" publicado pela

empresa Sartorius GmbH - Alemanha. Uma maneira bastante difundida na literatura de se expressar esta relação é através de uma função exponencial, da forma:

$$\mu = \mu^* \cdot e^{\beta(T^*-T)}$$

onde μ^* é uma viscosidade de referência do óleo a uma determinada temperatura T^* , e β é um coeficiente de ajuste. Para o óleo em questão, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} \mu^* = 0,06 \text{ N.s/m}^2 \\ \beta = 0,045 \\ T^* = 40^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\mu = 0,06 \cdot e^{0,045(40-T)}}$$

onde T deve ser dado em graus centígrados ($^\circ\text{C}$). A função viscosidade descrita acima pode ser vista da Figura C.3 em comparação aos dados publicados.

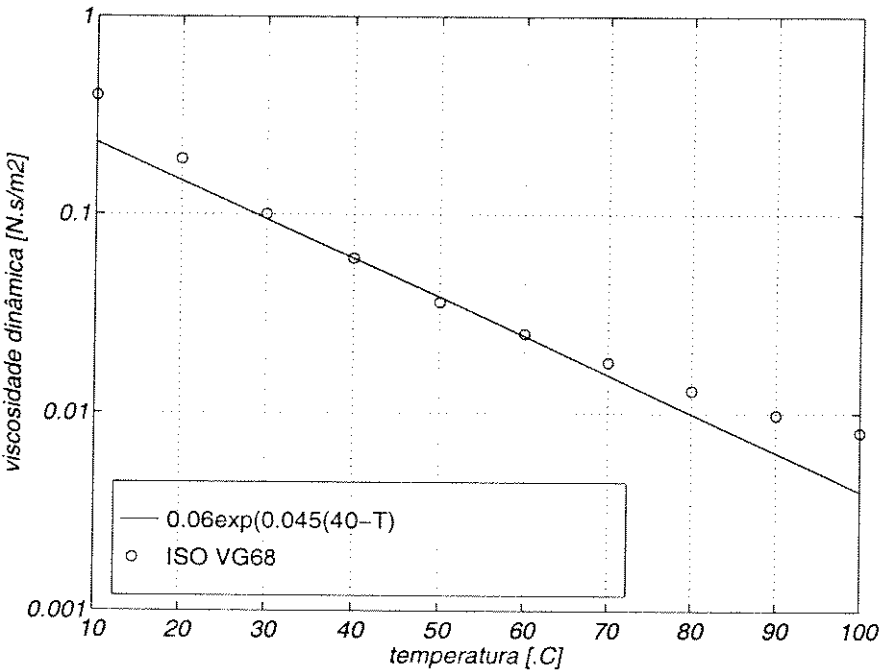


Figura C.3: Viscosidade dinâmica do lubrificante (ISO VG68) em função de temperatura.

Como se pode ver na Figura C.3, a dependência da viscosidade do óleo em relação à temperatura não é rigorosamente exponencial (ISO VG68). Desta forma, a expressão exponencial utilizada aproxima de forma adequada este comportamento do óleo para uma faixa restrita de temperatura, que neste caso fica entre 30 e 60 $^\circ\text{C}$ (adequada para o caso em estudo). Caso a condição de operação do mancal seja tal que a faixa de temperatura do óleo se altere, deve-se encontrar outros valores para os parâmetros μ^* , T^* e β da função exponencial para melhor se representar o comportamento do óleo.

Apêndice D

Análise de Convergência da Solução Numérica

A solução numérica de uma equação diferencial, encontrada por um método como o de Diferenças Finitas, pode nem sempre coincidir com a solução exata destas equações. Como a solução exata de certas equações diferenciais não é trivial, ou mesmo não são possíveis de serem deduzidas (como é a do caso em estudo), deve-se garantir que a solução numérica encontrada esteja o mais próxima possível da solução numérica exata (solução exata do sistema de equações oriundo do método adotado). Para tanto, deve-se escolher parâmetros do método adotado de tal forma que se encontre uma solução próxima da solução numérica exata (Maliska [49]).

A análise mostrada a seguir tem por objetivo verificar se a solução numérica encontrada pelo Método de Diferenças Finitas aplicado às equações de Reynolds modificada e da energia, está próxima da solução numérica exata. Para tanto, variou-se a malha de discretização no plano $\bar{y}\bar{z}$ desde 10×10 até 100×100 e observou-se a variação dos seguintes parâmetros: *pressão máxima* e *volume da distribuição de pressões* para a equação de Reynolds, e *temperatura máxima* e *volume da distribuição de temperaturas* para a equação da energia. Trata-se de uma análise de convergência da solução numérica para se verificar se esta tende para a solução numérica exata do método, em função do nível de discretização do domínio. O volume das distribuições de pressões e temperaturas é obtido integrando-se tais funções na área da sapata (plano $\bar{y}\bar{z}$), da seguinte forma:

$$V_p = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^B p(\bar{y}, \bar{z}) d\bar{y}d\bar{z}$$

$$V_t = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^B T(\bar{y}, \bar{z}) d\bar{y}d\bar{z}$$

No Capítulo 3 explicou-se que, devido à simetria do problema, o domínio é dividido

em duas partes e discretizado apenas em uma metade. Assim, a Tabela D.1 ilustra as malhas aplicadas à metade do domínio e o número total de pontos sobre toda a superfície da sapata (domínio de solução das equações de Reynolds e energia) utilizados nesta análise de convergência das soluções numéricas.

Tabela D.1: Malhas de discretização adotadas na análise de convergência da solução numérica do Método das Diferenças Finitas.

pontos em $\bar{y}$ e $\bar{z}$ (meia sapata)	total de pontos em $\bar{y}$ e $\bar{z}$ (sapata inteira)
10 × 10	12 × 21
20 × 20	22 × 41
30 × 30	32 × 61
40 × 40	42 × 81
60 × 50	62 × 101
80 × 80	82 × 161
100 × 100	102 × 201

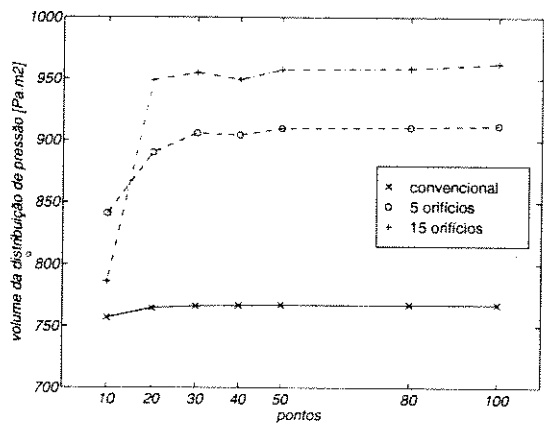
Os resultados mostrados a seguir são resultantes da aplicação do Método das Diferenças Finitas para se obter a solução das equações de Reynolds modificada e da energia, no domínio de apenas uma sapata, nas condições de operação mostradas na Tabela D.2.

Tabela D.2: Dados de simulação adotados na análise de convergência.

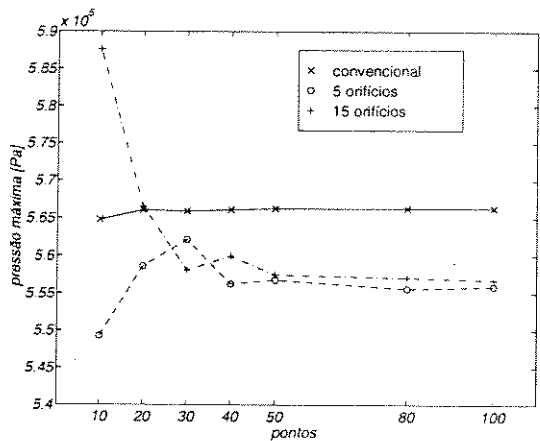
Frequência de rotação do rotor	N	(Hz)	50,0
Fator de pré-carga	f_p	-	0,21
Pressão de injeção do óleo	P_{inj}	(MPa)	0,5
Temperatura de injeção do óleo	T_{inj}	(°C)	35,0
Posição do rotor em x	X_R	(m)	0,0
Posição do rotor em y	Y_R	(m)	0,0
Ângulo da sapata	α_j	(rad)	0,0005

As equações de Reynolds e da energia foram resolvidas para três casos distintos: sapata convencional, sapata com 5 orifícios e sapata com 15 orifícios. Os resultados desta análise estão mostrados nas Figuras D.1 e D.2.

Observando-se as Figuras D.1 e D.2, nota-se a convergência dos parâmetros para os seus respectivos valores, correspondentes a uma solução numérica exata do sistema de equações do método adotado. A malha de discretização escolhida e adotada em todas as análises numéricas mostradas nesta dissertação, foi a de 60 × 50 pontos (meia sapata). A partir das Figuras D.1 e D.2, vê-se que este nível de discretização apresenta resultados bastante próximos da solução numérica exata, ao se comparar esta malha com malhas mais refinadas (por exemplo, 80 × 80 ou 100 × 100). Além disso, o custo computacional resultante da utilização desta malha não é tão alto quanto ao das malhas mais refinadas (vide Figura D.3). Desta forma, a malha de discretização utilizada nas análises numéricas

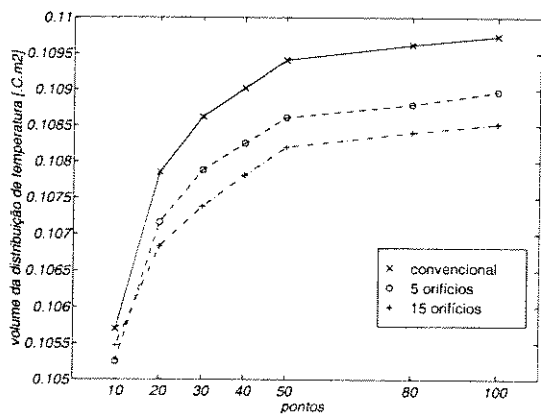


(a) Volume da distribuição de pressões

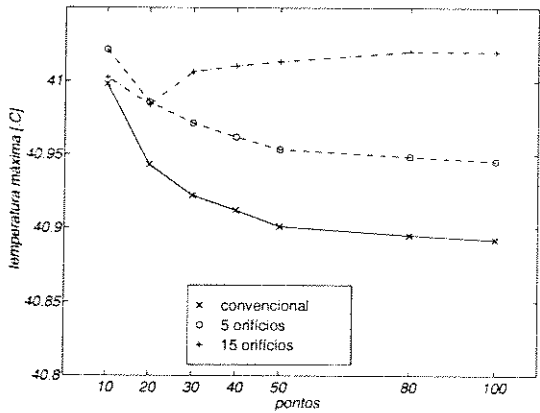


(b) Pressão máxima

Figura D.1: Variação do volume da distribuição de pressões e da pressão máxima em função do refinamento da discretização e do tipo de sapata.



(a) Volume da distribuição de temperaturas



(b) Temperatura máxima

Figura D.2: Variação do volume da distribuição de temperaturas e da temperatura máxima em função do refinamento da discretização e do tipo de sapata.

descritas nesta dissertação mostra-se adequada para se obter a solução aproximada das equações de Reynolds modificada e da energia.

Os tempos de processamento mostrados na Figura D.3 foram obtidos utilizando-se um processador Pentium 200 MHz, com 128 Mb de memória RAM.

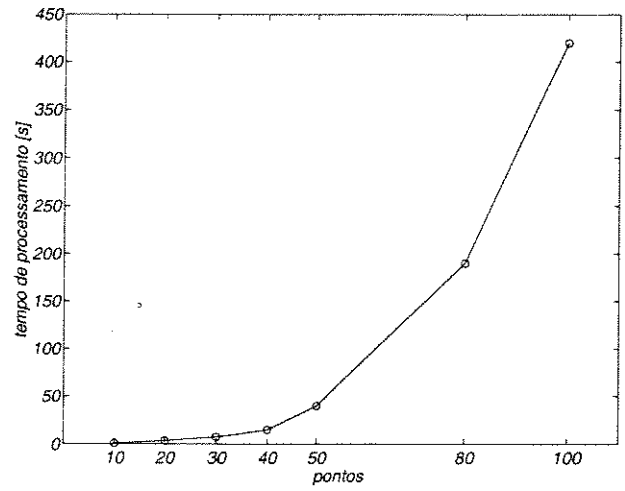


Figura D.3: Tempo de processamento em função do número de pontos da malha.