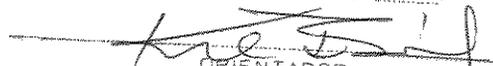


ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Valdisley José Mar-
tinelli E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 04 / 09 / 98.


ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

ESCOAMENTO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS VERTICAIS COM AQUECIMENTO ASSIMÉTRICO

Autor: **Valdisley José Martinelli**

Orientador: **Dr. Kamal Abdel Radi Ismail**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS**

ESCOAMENTO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS VERTICAIS COM AQUECIMENTO ASSIMÉTRICO

Autor: Valdisley José Martinelli

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

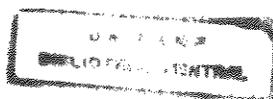
Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1998

S.P.- Brasil



98 23894

UNIDADE	6C
N.º CHAMADA:	
V.	Ex.
T.º	BC/35987
PROC.	395/98
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	05/12/98
N.º CPD	

CM-00119342-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M364e

Martinelli, Valdisley José

Escoamento natural entre placas planas verticais com aquecimento assimétrico. / Valdisley José Martinelli.-- Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Calor - Convecção natural. 2. Fluxo laminar. 3. Calor - Transmissão. 4. Diferenças finitas. I. Ismail, Kamal Abdel Radi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

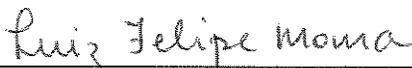
**ESCOAMENTO NATURAL ENTRE PLACAS
PLANAS VERTICAIS COM
AQUECIMENTO ASSIMÉTRICO**

Autor: Valdisley José Martinelli
Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail
UNICAMP - FEM



Prof. Dr. Oscar Saul Hernandez Mendonza
UFU - Uberlândia



Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes Moura
UNICAMP - FEM

Campinas, 04 de setembro de 1998

Dedicatória:

Aos meus pais José Clemente Martinelli e Maria Judith de Oliveira Martinelli

Agradecimentos

Aos meus pais e irmão pelo incentivo e apoio em todos os momentos.

Ao prof. Kamal Abdel Radi Ismail pela orientação e atenção dedicada.

Ao prof. Marcelo Moreira Ganzarolli.

Aos amigos e colegas de pós-graduação por tudo que passamos.

Aos professores, secretárias, técnicos e demais funcionários do DETF.

Índice

1 Introdução	01
2 Revisão da Literatura	04
3 Modelagem Teórica	14
3.1 Introdução	14
3.2 Modelo Matemático	15
3.2.1 Equação da Continuidade	16
3.2.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento	16
3.2.3 Equação da Conservação da Energia	17
3.2.4 Condições Iniciais e de Contorno	18
3.2.4.1 Temperatura Constante (1º caso)	18
3.2.4.2 Fluxo de Calor Constante (2º caso)	18
3.2.5 Equação Auxiliar	19
3.2.5.1 Equação da Continuidade	19
3.2.5.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento	20
3.2.5.3 Equação da Conservação da Energia	22
4 Análise Numérica	25
4.1 Introdução	25
4.2 Discretização das Equações Diferenciais	26
4.2.1 Temperatura Constante (1º caso)	26
4.2.1.1 Eq. Conservação da Quantidade de Movimento	27
4.2.1.2 Eq. Conservação da Conservação de Energia	30
4.2.2 Fluxo de Calor Constante	32

4.2.2.1 Eq. Conservação da Quantidade de Movimento	32
4.2.2.2 Eq. Conservação da Energia	33
4.2.3 Eq. Continuidade	36
4.2.4 Eq. Auxiliares	37
4.2.4.1 Temperatura Constante (1° caso)	38
4.2.4.2 Fluxo de Calor Constante (2° caso)	39
5 Resultados e Discussões	41
5.1 Temperatura Constante (1° caso)	41
5.1.1 Validação dos Resultados	41
5.1.2 Resultados Obtidos	42
5.2 Fluxo de Calor Constante (2° caso)	54
5.2.1 Validação dos Resultados	54
5.2.2 Resultados Obtidos	59
6 Conclusões e Sugestões para futuros trabalhos	68
Referências Bibliográficas	68
Anexo	75
Temperatura Constante (1° caso)	75
Fluxo de Calor Constante (2° caso)	78

Resumo

Martinelli, Valdisley José; *Escoamento Natural entre Placas Planas Verticais com Aquecimento Assimétrico*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998, 80 p., Dissertação de Mestrado.

O objetivo deste trabalho é estudar o desenvolvimento de transferência de calor laminar por convecção natural em canais de placas planas verticais sujeito a aquecimento assimétrico. São analisadas condições de contorno com fluxo de calor uniforme nas paredes das placas e temperatura da parede uniforme. Soluções para escoamento em regime permanente são obtidos para o ar para diferentes fluxos de calor e diferentes temperaturas nas paredes (acima da temperatura do fluido na entrada do canal); bem como para diferentes geometrias do canal (variação da distância entre as placas (b)). As equações foram escritas em diferenças finitas utilizando variáveis primitivas e resolvidas implicitamente, usando discretização central em todos os termos das equações governantes, exceto para o caso de fluxo de calor que foi utilizado diferença unilateral de três níveis nos termos da derivada da temperatura. Os resultados indicam que existe uma distância ótima entre as placas onde ocorre a máxima troca de calor entre as placas e o fluido. Os resultados foram comparados com a literatura, tanto trabalhos numéricos como experimentais.

Palavras chave

- Convecção natural, canais verticais, transferência de calor

Abstract

Martinelli, Valdisley José; *Escoamento Natural entre Placas Planas Verticais com Aquecimento Assimétrico*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998, 80 p., Dissertação de Mestrado.

This work studies the development of laminar free convection in vertical flat parallel plates with asymmetric heating. Thermal boundary conditions of uniform wall heat fluxes and uniform wall temperature are considered. Solutions of the flow on steady state are obtained for air at different wall heat fluxes and wall temperature differences (above the temperature of the fluid at the channel) and also different geometries of the channel (distance between the plates (b)). The equations were written in finite difference using primitive variables and they were solved by implicit escheme all the terms of the governing equations, and by means of a three point derivative formula the terms wall temperature at heat fluxes. The results show there is one optimal distance between the plates to maximize the heat transfer. The results were compared with the literature, both numerical and experimental works.

Key Words:

Free convection, open channels, heat transfer

Lista de figuras

1.1	Canal de placas afastadas	01
1.2	Canal estreito	02
3.1	Geometria física do problema	14
3.2	Volume de controle elementar para aplicação da segunda lei de Newton	19
3.3	Volume de controle elementar para aplicação da primeira lei da Termodinâmica	22
4.1	Malha utilizada para diferenças finitas	26
5.1	Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente para aquecimento simétrico ($T_1=T_2$)	41
5.2	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes condições da placa 2 ($T_2=303.5, 300.75, 298K$)	42
5.3	Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente na região da entrada para três diferentes temperaturas da placa 1	43
5.4	Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1	44
5.5	Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente na região de entrada para três diferentes temperaturas da placa 1	44
5.6	Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1	45
5.7	Velocidade longitudinal em regime permanente na região de entrada para três diferentes temperaturas da placa 1	45

5.8	Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1	46
5.9	Vazão mássica em função do tempo	47
5.10	Vazão mássica em função do tempo	47
5.11	Vazão mássica em função do tempo	48
5.12	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 para região de entrada	49
5.13	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de saída	49
5.14	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de entrada	50
5.15	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de saída	50
5.16	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de entrada	51
5.17	Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas na placa 1 na região de saída	51
5.18	Vazão mássica em função da variação da temperatura da placa 1	52
5.19	Taxa de calor retirado pelo escoamento de ar em função da variação da temperatura da placa 1	52
5.20	Vazão mássica em função da variação da distância entre placas	53
5.21	Taxa de calor médio retirado pelo escoamento de ar em função da variação da distância entre placas	54
5.22	Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para $Ray=17,7$	55
5.23	Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para $Ray=80,5$	55
5.24	Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para $Ray=196$	56

5.25	Varição adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para $Ray=962$	56
5.26	Varição adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para $Ray=2414$	57
5.27	Comparação da variação da temperatura da placa com resultados experimentais	58
5.28	Número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh médio	58
5.29	Velocidade em função da distância entre placas na região de entrada	60
5.30	Velocidade em função da distância entre placas na região de saída	60
5.31	Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de entrada	61
5.32	Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de saída	61
5.33	Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de entrada	62
5.34	Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de saída	62
5.35	Vazão mássica em função do tempo	63
5.36	Vazão mássica em função do tempo	63
5.37	Vazão em função do tempo	64
5.38	Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada	64
5.39	Temperatura em função da distância entre placas na região de saída	65
5.40	Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada	65
5.41	Temperatura em função da distância entre placas na região de saída	66
5.42	Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada	66
5.43	Temperatura em função da distância entre placas na região de saída	67

Nomenclatura

Letras Latinas

A	área do escoamento	[m ²]
A(J), B(J), C(J), D(J)	coeficientes da matriz dinâmica	
A1(J), B1(J), C1(J), D1(J)	coeficientes da matriz térmica	
b	distância entre as placas	[mm]
c _p	calor específico a pressão constante	[J/KgC]
c _v	calor específico a volume constante	[J/KgC]
D _h	diâmetro hidráulico	[m]
E _{vc}	energia total do volume de controle	[J]
f	fator de atrito	
g	aceleração da gravidade	[m/s ²]
Gr	número de Grashof	
h _{e,s}	entalpia no volume de controle	[J/Kg]
k	condutividade do fluido	[W/mC]
L	altura das placas	[m]
$\dot{m}_{e,s}$	vazão mássica no volume de controle	[Kg/s]
P	pressão dentro do canal	[Pa]
P'	diferença de pressão ($\Delta P = P - P_\infty$)	[Pa]
P _∞	pressão hidrostática fora do duto	[Pa]
Pe	perímetro	[m]

Pr	número de Prandtl	
Q	taxa de transferência de calor	[W]
Q_{vc}	taxa de transferência de calor para dentro do volume de controle (equação auxiliar)	[W]
Ray	número de Rayleigh	
Re	número de Reynolds	
RT	razão adimensional de temperaturas	
t	tempo	[s]
T	temperatura do ar dentro do canal	[C]
T_{∞}	temperatura ambiente	[C]
T_p, T_w	temperatura da parede do canal	[C]
u	energia interna	[J]
U	velocidade na direção do escoamento (longitudinal)	[m/s]
V	velocidade transversal	[m/s]
VC	volume de controle	
W	velocidade média do escoamento (equação auxiliar)	[m/s]
w	potência	[W]
X	eixos de coordenadas	
Y	eixos de coordenadas	

Letras Gregas

α	difusividade térmica do fluido	[m/s ²]
ε	critério de convergência	
μ	viscosidade dinâmica	[Kg/m.s]
ρ	densidade do fluido	[Kg/m ³]
ρ_{∞}	densidade do fluido a temperatura T_{∞}	[Kg/m ³]

ϕ	fluxo de calor	[W/m ²]
τ	tensão de cisalhamento	[Pa]
ν	viscosidade cinemática do fluido	[m ² /s]

Subscritos

1	placa esquerda
2	placa direita
∞	temperatura ambiente
e	entrada
s	saída

Capítulo 1

Introdução

Canais formados por placas verticais paralelas podem apresentar basicamente dois tipos de comportamento, um onde o espaçamento das placas é suficiente grande (a altura e a distância entre as placas apresentam a mesma escala; $L \sim b$) e os perfis que caracterizam o fluido comportam-se como fossem uma única placa (Figura.1.1) e o outro tipo, quando as placas estão muito próximas uma da outra, chamados canais estreitos ($L \gg b$), e neste caso, cada placa influencia na outra, fazendo com que o perfis tornem um só, conforme Figura. 1.2.

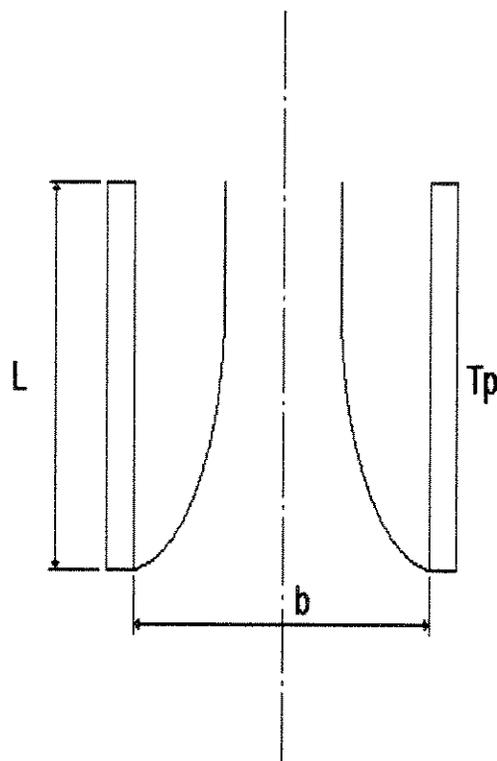


fig 1.1 - Canal de placas afastadas

Este trabalho apresenta um estudo sobre convecção natural em um canal formado por placas planas verticais, analisa o comportamento do fluido (ar) para diferentes configurações do canal. Esta alteração na geometria do canal é realizada pela variação da distância entre as placas, com a distância mínima de 4mm e a máxima de 20mm; sendo que a altura e a profundidade do canal permaneceram constantes e iguais a 1m.

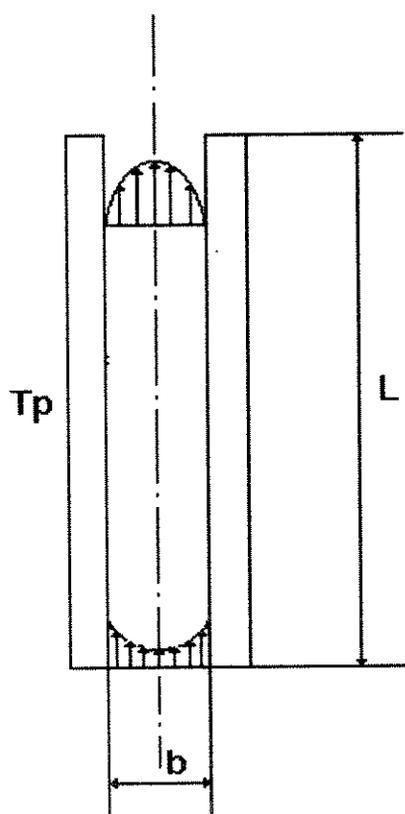


Figura 1.2 - Canal estreito

O escoamento do fluido é considerado laminar e em regime permanente. O fluido entra pela base do canal a temperatura ambiente (24°C) é aquecido pela placa que está sujeito a fluxo de calor constante ou a temperatura da placa constante (logicamente, superior a temperatura ambiente).

Para a solução das equações que governam o fenômeno convectivo foi desenvolvido um algoritmo que faz a simulação do fenômeno físico, aplicando o método de diferenças finitas e

utilizando variáveis primitivas para as equações da continuidade, da conservação da quantidade de movimento e da conservação da energia, que foram resolvidas implicitamente e para tanto, utilizou-se a aproximação por camada limite.

Para cálculo da velocidade transversal utiliza-se a equação da continuidade que é desmembrada em duas partes para poder calcular a velocidade no centro.

Para o cálculo da pressão é necessário a utilização de uma equação auxiliar que é solucionada por um processo iterativo, tanto para a condição de temperatura constante como de fluxo de calor constante na parede.

Para o caso específico de fluxo de calor constante nas paredes do canal é necessário exprimir o fluxo de calor em termos da derivada da temperatura e para isso foi utilizado aproximação por diferença unilateral de três níveis.

A motivação em trabalhar com transferência de calor por convecção natural surge da sua grande aplicabilidade em várias áreas da engenharia, como: em um radiador de vapor de água quente para aquecer uma sala, nas serpentinas de refrigeração, nas linhas de transmissão, nos transformadores elétricos, elementos calefadores, filamento de uma lâmpada incandescente, nas paredes de um edifício, janelas térmicas. As correntes de convecção natural também podem ocorrer na rotação em alta velocidade, na qual os gradientes de temperatura alteram a densidade em presença de forças centrífugas.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

Considerável atenção tem sido dada para convecção natural em canais verticais devido a sua aplicabilidade em vários sistemas de engenharia, que incluem resfriamento de equipamentos, circuitos eletrônicos, operação de energia em sistemas de armazenamento, aquecimento. Na literatura encontramos tanto trabalhos experimentais como numéricos tratando das mais diversas condições, desde aquecimento simétrico a assimétricos e para tanto, empregam-se vários métodos computacionais. Alguns autores utilizaram a aproximação por camada limite e outros resolveram as equações completas de Navier-Stokes. Citamos alguns pesquisadores, tais como:

BODOIA, J. R., OSTERLE, J. F., (1962) trabalharam com convecção natural em canais com placas verticais aquecidas simetricamente a temperatura constante. As placas foram mantidas a temperatura uniforme acima da temperatura ambiente. Consideraram o fluido entrando no canal a temperatura ambiente com perfil de velocidade uniforme. Utilizaram um método numérico de diferenças finitas com malha retangular; e para maior acuidade dos resultados utilizaram maior número de pontos na entrada do canal. Os resultados obtidos foram comparados com valores experimentais e apresentaram boa concordância, exceto para baixos valores de Grashof.

KETTLEBOROUGH, C. F., (1972) realizou um estudo em convecção natural transitório, laminar em canal com placas verticais aquecidas. O interesse particular deste trabalho foi no desenvolvimento do fluxo com os efeitos da região de entrada. Utilizou como condição de fronteira temperaturas constantes. Mostrou no trabalho a influência do número de

Grashof ($Gr = 100$ e $Gr = 10000$) nos perfis obtidos de velocidade e de temperatura bem como a transferência de calor em termos do número de Nusselt. Não utilizou aproximação por camada limite na resolução da equação da quantidade de movimento.

AUNG, W., (1972) trabalhou com perfis completamente desenvolvido para convecção natural laminar em canal de placas planas verticais com aquecimento assimétrico, sendo o fluxo de calor uniforme ou a temperatura de parede uniforme com propriedades constantes.

AUNG, W., FLETCHER, L. S., SERNAS, V., (1972) desenvolveram um trabalho numérico e experimental em convecção natural laminar em regime permanente para canais de placas paralelas, verticais, com aquecimento assimétrico, considerando fluxo de calor e temperatura uniforme na parede. As equações governantes do fenômeno foram resolvidas pelo método de diferenças finitas por um processo de marcha (linha a linha). As soluções foram obtidas para diferentes relações de fluxo e temperaturas. O fluido entra no canal a temperatura ambiente e com perfil uniforme de velocidade. A solução numérica mostrou-se tender assintoticamente para a solução de perfis plenamente desenvolvidos.

CARPENTER, J. R., BRIGGS, D. G., SERNAS, V., (1976) fizeram uma investigação numérica da interação da radiação com convecção natural laminar em canais verticais paralelos com aquecimento assimétrico. O fluido entra no canal pela base a temperatura ambiente e com perfil de velocidade uniforme. Foi utilizado o método de diferenças finitas com esquema implícito para equações da continuidade e conservação da quantidade de movimento e explícito para a equação da energia. A solução das equações foi obtida utilizando a eliminação gaussiana.

PEREIRA, J. T. V. (1977) estudou escoamento através de um duto formado por duas placas planas verticais sujeitas a temperatura constante, com aquecimento simétrico e assimétrico, desde o instante inicial ($t=0$), até atingir o regime permanente. A solução foi obtida através das equações da energia e quantidade de movimento, resolvidas pelo método implícito de direções alternadas e a equação da continuidade resolvida diretamente, e de equações auxiliares resolvidas por um processo iterativo. O perfil de velocidade para a região de entrada foi obtido por aproximação polinomial com correção para a equação da

continuidade. São apresentados curvas para a velocidade na direção longitudinal como na direção transversal, campo de temperatura, diferença de pressão, número de Nusselt e vazão mássica. Os resultados foram comparados com a literatura, apresentando um desvio máximo de 6.7% para a descarga.

AKBARI, H., BORGES, T. R. (1978) trabalharam com convecção natural em regime permanente. Consideraram placas verticais paralelas perfeitamente isoladas na parte externa. Na região de entrada o fluido está a temperatura ambiente com perfil de velocidade uniforme. As equações foram resolvidas implicitamente usando marcha “forward” linha por linha através de técnicas de diferenças finitas. A solução das equações foi obtida utilizando eliminação gaussiana.

SPARROW, E. M., SHAH, S., PRAKASH, C. (1980) fizeram uma análise numérica em diferenças finitas para determinação da transferência de calor em convecção natural com interação da radiação entre placas paralelas verticais. Atenção foi dada aos efeitos da condição de fronteira térmica e a função da radiação no ganho de calor. Como condição de fronteira utilizaram uma placa a temperatura constante e outra adiabática. Fizeram uma comparação entre o canal sem efeito da radiação e outro com efeito. Verificaram que a radiação aumenta o efeito convectivo na faixa de (50-75)% para valores intermediários e altos de número de Grashof, e para baixos número de Grashof a influência é pequena. Analisaram também a perda de radiação para o ambiente através da entrada e saída do canal.

SPARROW, E. M., TAO, W. Q. (1982) trabalharam com dois canais de placas paralelas verticais. O canal possui uma parede intermediária na qual o calor é transmitido de um canal para outro e ambas as paredes externas com temperatura superior ao do ambiente e diferentes entre si. Utilizaram um método de diferenças finitas parabólicas para a discretização do problema.

NAKAMURA, H., ASAKO, Y., NAITOU, T. (1982) realizaram um trabalho em convecção natural entre placas verticais utilizando método da vorticidade. Fizeram a hipótese de fluxo bidimensional com propriedades físicas constantes, exceto para a densidade. Para a

estimativa da temperatura, vorticidade, função corrente e velocidades utilizaram o método implícito de direções alternadas (ADI) com espaçamento uniforme da grade.

WIRTZ, R. A., STUTZMAN, R. J.(1982) realizaram medidas de transferência de calor do ar por convecção natural em um canal de placas verticais sujeito a fluxo de calor uniforme e simétrico. Os dados foram coletados através de medidas diretas das temperaturas com o uso de termopares e de interferômetros de fluxo. Encontraram uma equação que permite o cálculo da variação da temperatura máxima da placa para um determinado fluxo de calor e determinada geometria, predizendo o número de Nusselt local. Os dados experimentais obtidos apresentaram boa concordância com o cálculo de diferenças finitas, apresentando um desvio percentual de $\pm 5\%$ para o número de Nusselt e de $\pm 10\%$ para o número de Rayleigh.

BAR-COHEN, A., ROHSENOW, W. M. (1984) em seus estudos elaboraram relações de transferência de calor para convecção natural em canais verticais, predizendo os valores dos coeficientes de transferência de calor para diferentes condições de contorno e também na otimização do espaçamento (distância) entre as placas de forma de ocorrer a maior taxa de transferência de calor, tanto para aquecimento simétrico como aquecimento assimétrico.

YAN, W. M., LIN, T. F., (1987) estudaram os efeitos de aquecimento discreto em convecção natural em regime permanente para canais verticais paralelos. Atenção foi dada aos efeitos do aquecimento discreto e uniforme quando comparado com aquecimento uniforme. Isolaram uma placa e a outra com aquecimento discretamente distribuídos, onde as regiões aquecidas estavam sujeitas a um fluxo de calor uniforme. O ar entra pela base a temperatura ambiente com perfil de velocidade uniforme. Fizeram a hipótese que as paredes do canal são muito finas podendo-se desprezar o calor por condução. Utilizaram um esquema completamente implícito e a convecção axial foi aproximada por diferenças “upstream” e a convecção transversal e termos de difusão por diferença central.

CHANG, T. S., LIN, T. F., (1989) realizaram uma análise numérica para estudar convecção natural transitória em canal de placas verticais paralelas aquecidas simetricamente. Incluíram na análise os efeitos de entrada e saída. Utilizaram um esquema derivado do

algoritmo SIMPLER para resolver as equações diferenciais obtidas por integração sob volumes de controle definidos no sistema.

CHA, W., LLOYD, J. R., YANG, K. T. (1989) utilizaram um método numérico de diferenças finitas, simulando a transferência de calor por convecção natural entre duas placas paralelas verticais para pequeno tempo de oscilação na temperatura de sua superfície. O tempo médio de transferência de calor adimensional foi comparado com o caso de superfície a temperatura constante sem a oscilação. Analisaram os efeitos da frequência de oscilação, da amplitude e do espaçamento das placas. Concluíram que com a oscilação da temperatura da superfície a taxa de transferência de calor pode ser aumentada significativamente, e este ganho de calor tem um limite superior para o número de Rayleigh.

KIM, S. H., ANAND, N. K., AUNG, W (1990) estudaram o efeito da condução nas paredes sobre o fenômeno de convecção num canal de placas paralelas verticais aquecidas assimetricamente. Foi considerado regime permanente com as propriedades do ar constantes, exceto a densidade (aproximação de Boussinesq). A variação da pressão na direção transversal foi desprezada. O ar entra pela base a temperatura ambiente e velocidade uniforme. Realizaram cálculos para número de Grashof de 10 a 10^4 e relação da altura do canal com a distância entre placas igual a 1 ($L/B=1$). Utilizaram um esquema implícito de diferenças finitas para resolver as equações que foram solucionadas por eliminação de Gauss. Concluíram que a condução na parede influencia o fluxo mássico. Concluíram também que o fluxo mássico aumenta com o aumento da relação t/B (espessura da parede pela distância entre as placas). O aumento do fluxo de massa é maior para aquecimento assimétrico e a condução na parede também afeta o número de Nusselt médio. Os efeitos de condução na parede tem maior significado para fluxo com baixo número de Grashof.

KIM, S. H., ANAND, N. K., AUNG, W (1990) estudaram o efeito da condução em canais com placas paralelas verticais sujeito a um aquecimento assimétrico com temperaturas de parede uniforme. Realizaram cálculos para o número de Grashof entre 10 e 10^6 . Empregaram um esquema implícito de diferenças finitas para resolver as equações. O estudo mostrou que a condução na parede afeta significativamente a transferência de calor para alto número de Grashof, baixas relações de condutividade.

YEH, J. P. , SHAW , H. J., HUANG, M. J.(1990) estudaram convecção natural laminar entre placas paralelas verticais através de um método numérico. As equações da energia para a placa e a equação da camada limite são acopladas e resolvidas pelo emprego de diferenças finitas. Os testes foram realizadas para uma faixa do número de Grashof entre 10^4 a 10^6 , relação de condutividade entre o fluido e a parede de 0, 0.01, 0.02 e relação de altura pela espessura do canal entre 0.5 e 5. Os resultados demonstraram que a condução tem uma influência significativa na taxa de transferência de calor total, particularmente para altos números de Grashof e para alta relação de condutividade fluido-parede. Observaram que quando o comprimento da placa aumenta, a taxa de transferência de calor total aumenta primeiramente e então mantém-se a um valor constante e que o fluxo mássico e o de calor aumentam com o aumento do número de Grashof.

DRAOUI, A , ALLARD, F. (1991) estudaram numericamente a influência da radiação térmica em convecção natural com o fluido como meio participante e contido em uma cavidade fechada. As equações de Navier-Stokes foram resolvidas por um esquema de diferenças finitas integrado sob um volume de controle. Mostraram a influência da radiação nos “problemas de janelas” através da variação do número de Rayleigh na faixa de 10^3 a 10^7 e do número de Planck variando entre 1 a 0.05.

MORAES, J. M., DAGUENET, M. (1991) estudaram escoamento em convecção natural entre duas placas paralelas verticais submetidas a um fluxo de calor constante. As equações foram resolvidas numericamente pelo método SIMPLER. Utilizaram como critério de convergência em cada passo de tempo o valor residual dos fluxos entrando e saindo.

LANGERMAN, M. A. (1993) desenvolveu um método integral para analisar convecção natural em canal com placas verticais planas com grande relação de aspecto (altura por distância entre placas) sujeitos a fluxo de calor uniforme, simétrico e com as propriedades do fluido variando. Fez a hipótese de fluxo completamente desenvolvido. O método desenvolvido é geral e pode ser usado para calcular circulação natural de gases e líquidos.

NOVAK, M. H., NOWAK, E. S. (1993) utilizaram a função corrente e vorticidade para eliminar o termo de pressão da equação de conservação da quantidade de movimento para uma cavidade retangular sujeita em uma das paredes verticais a temperatura constante T_1 e na outra parede temperatura T_2 com a base e o topo com condições adiabáticas. As equações foram resolvidas numericamente por diferenças finitas com as derivadas espaciais aproximadas por diferença central de segunda ordem. Para garantir estabilidade utilizaram o método de direções alternadas para a equação da vorticidade e para equação da energia e função corrente processo iterativo com uso de relaxação. Para os cálculos escolheram uma malha de 152×32 para otimizar a relação entre acuidade requerida e tempo computacional.

TERUMI, I., KATSUO, K., (1995) realizaram um trabalho numérico para investigar o mecanismo de transporte de convecção combinada turbulenta entre duas placas paralelas que foram uniformemente aquecidas. O fluxo oposto foi simulado com modelo turbulento combinado com o campo de velocidade e temperatura para diversos números de Reynolds e Grashof com Prandtl igual a 0.7. Demonstraram por uma série de simulações que existe uma boa correlação com os valores empíricos de transferência de calor. O comportamento característico de transferência de calor foi também analisado através de simulações do mecanismo de transporte. Demostram que o modelo é adequado para prever a transferência de calor em aplicações de engenharia.

AL-NIMR, M. A , EL-SHAARAWI, M. A I., (1995) utilizando o método de função de Green, apresentaram soluções analíticas para convecção natural transitória completamente desenvolvida para um canal vertical e canal formado por duas placas paralelas. Utilizaram diferentes condições de contorno para as duas geometrias. As soluções obtidas podem ser usadas para obtenção de soluções dos casos mais gerais das condições de contorno. São estimados a fluxo volumétrico a temperatura de mistura e o número de Nusselt local.

PRASAD, W., RUHUL, A , M., (1995) realizaram um estudo numérico de convecção natural em canais verticais com duas obstruções retangulares. Quatro geometrias diferentes (localização da obstrução) foram utilizadas para estudar o efeito de parâmetros como o número de Rayleigh (Ra), relação de aspecto (Ar), no número de Nusselt médio. Os resultados incluíram isotermas, função corrente e número de Nusselt. O número de Nusselt para canais

obstruídos foram menores do que aqueles sem obstrução. A máxima redução na transferência de calor encontrada neste estudo foi de aproximadamente 31% e ocorreu para $Ra=5e2$. A mínima redução na transferência de calor foi de aproximadamente 3% e ocorreu para $Ra=10e4$.

LI, H. H., CHUNG, B. T. F., (1996) resolveram numericamente o problema de convecção natural entre placas isotérmicas utilizando as equações completas de Navier-Stokes. A formulação elíptica permite os efeitos do número de Rayleigh (Ra), e relação de aspecto (B/L). Cálculos foram realizados para uma grande faixa do número de Rayleigh e relação de aspecto, e o número de Nusselt é fornecido como função de ambos (Ra e B/L). Para simular o escoamento natural convectivo, a pressão, tanto na entrada como na saída, são relacionadas com a pressão ambiente pela equação de Bernoulli. Os campos de velocidade na entrada como na saída também são resolvidas pelas equações de Navier-Stokes.

BESSAIH, R., KADJA, M., NEMOUCHI, Z., (1996) apresentaram uma simulação numérica de convecção natural turbulenta de três componentes cerâmicos aquecidos e resfriados a ar; que são idênticos e foram montados em uma parede adiabática vertical. É utilizado o modelo turbulento conjugado. Foi utilizado o método de volume de controle para resolver as equações governantes, através de um domínio físico inteiro. O efeito do espaçamento entre os componentes eletrônicos aquecidos e a remoção de calor na entrada em um dos componentes foi investigado. Os resultados do modelo turbulento são comparados com obtidos com modelos laminar com parâmetros similares.

ZAMORA, B., HERNANDEZ, J., (1997) analisaram a influência dos efeitos da variação das propriedades em um fluxo induzido por convecção laminar natural em um canal vertical assimetricamente aquecido. Equações elípticas foram utilizadas para variação da viscosidade, condutividade térmica com a temperatura e determina a densidade da equação de estado. Os resultados numéricos são comparados com modelos alternativos no qual todas propriedades termofísicas são assumidas serem constantes (aproximação de Bousinesq). É encontrado que o efeito da variação das propriedades tem uma forte influência em modelos de recirculação.

MORRONE, B., CAMPO, O (1997) estudaram o problema de otimização da separação das placas (relação de aspecto, b/L) de canais verticais placas paralelas aquecidas simetricamente que são resfriadas pelo escoamento de ar sujeito a convecção natural. As placas são aquecidas simetricamente por um fluxo de calor uniforme. Foi adotado o domínio computacional tipo I (I-Shaped), subdividido em dois subdomínio: o domínio físico entre as placas e o outro referente ao domínio antes da entrada e depois da saída (shaped-I). As equações completas de Navier Stokes e equação da energia foram resolvidas numericamente. Correlações dos valores ótimo do espaçamento das placas como uma função do número de Grashof e do fluxo mássico, bem como os perfis de velocidade e temperatura foram apresentados para o ar.

FEDOROV, A G., VISKANTA, R. (1997) realizaram uma análise para predizer o fluxo induzido e a transferência de calor em um canal de placas planas paralelas verticais aquecidas assimetricamente. O fluxo de ar para dentro do canal é induzido naturalmente, ou seja, através da força de empuxo (diferença de densidade). Para baixos números de Reynolds o modelo de turbulência é utilizado junto com análise de transferência de calor no canal. O modelo é comparado com dados experimentais para efeito de validação do modelo. A distribuição do fluxo de calor local e do número de Nusselt são apresentadas para se obter o entendimento físico do problema e é desenvolvido uma análise de escala para a taxa de fluxo induzido e do coeficiente médio de transferência de calor. Concluíram que o modelo é capaz de predizer a transferência de calor para escoamentos com baixo número de Reynolds, e que a intensidade da turbulência na entrada do canal afeta a localização do fluxo laminar para turbulento bem como para o coeficiente de transferência de calor.

SILVA, E. F., COTTA, R. M. (1998) empregaram a técnica de transformada integral generalizada (GITT) associado a uma solução híbrida numérico-analítica para convecção mista laminar entre placas paralelas verticais sujeitos a temperatura de parede prescrita. As equações da camada limite são escrita pela formulação de função corrente que é adotado na formulação do problema. A presente análise mostra que o método GITT fornece bons resultados para convecção mista dentro das placas paralelas verticais. Esta técnica pode não ser um bom modelo para resolver o presente problema para alto Rayleigh, pois o fluxo pode apresentar problemas de circulação.

ONUR, N., AKTAS, M. K. (1998) realizaram um estudo experimental para avaliar o efeito da inclinação e espaçamento da placa em convecção natural entre placas paralelas, planas, inclinadas com ângulos de 0, 30, 45 graus com respeito a vertical e uma separação das placas na faixa de 2 a 33mm. Para todos os casos a parede aquecida foi mantida isotérmica, sendo a outra placa isolada e sem aquecimento. Os experimentos foram realizados com ar, sendo o número de Prandtl de 0.7. Concluíram que há um aumento ou diminuição na taxa de transferência de calor dependendo a distância das placas para qualquer inclinação das mesmas; mostrando que o número de Nusselt depende principalmente da separação das placas, sendo a influência da inclinação fraca no valor de Nusselt.

Neste trabalho estuda-se o desenvolvimento de transferência de calor laminar por convecção natural em canais de placas planas verticais sujeito a aquecimento assimétrico. São analisadas condições de contorno com fluxo de calor uniforme nas paredes das placas e temperatura da parede uniforme. Soluções para escoamento em regime permanente são obtidos para o ar para diferentes fluxos de calor e diferentes temperaturas nas paredes (acima da temperatura do fluido na entrada do canal); bem como para diferentes geometrias do canal (variação da distância entre as placas (b)). Avalia os efeitos do espaçamento entre as placas, sujeitas a condições de temperatura constante e fluxo de calor constante, sobre o comportamento nos campos de velocidade e temperatura, bem como a influência sobre a vazão mássica. Ratifica que a transferência de calor em canais estreitos ($L \gg b$) para escoamento completamente desenvolvido ocorre por difusão (condução). Analisa os efeitos que a variação da temperatura da placa 1 provoca sobre a vazão mássica e sobre o calor médio retirado pelo escoamento de ar e também a influência que o aumento do espaçamento entre as placas causa sobre a taxa de calor retirado e na vazão mássica. Aplicações práticas de transferência de calor por convecção natural em canais verticais com aquecimento assimétrico surge em várias aplicações da engenharia nas linhas de transmissão, equipamentos de comunicação, nos transformadores elétricos, janelas térmicas.

Capítulo 3

Modelagem Teórica

3.1 - Introdução

A Figura 3.1 representa a geometria física do problema, um canal formado por placas paralelas, (1 e 2) verticais, altura L , largura b .

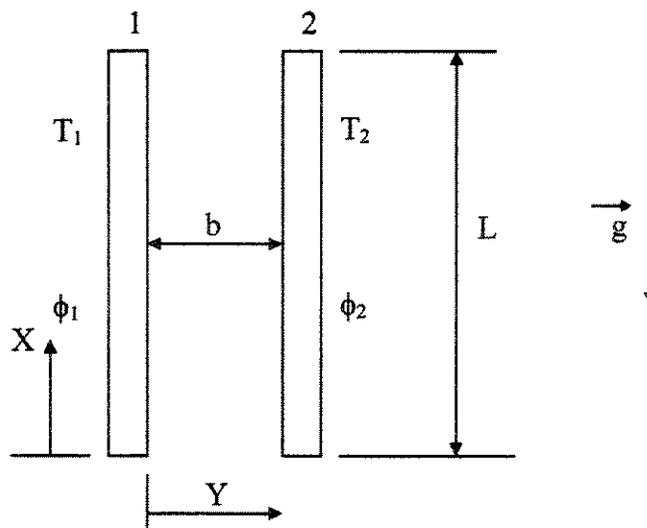


Figura 3.1 - Geometria física do problema

Neste trabalho fizemos a análise de duas condições de fronteira; na primeira as placas estão a temperatura constante e na segunda as placas estão sujeitas a um fluxo de calor constante.

Em qualquer uma destas condições o fluido está inicialmente a temperatura ambiente, e nesta situação não há escoamento de ar. Repentinamente, as placas têm sua temperatura elevada de ΔT em relação a temperatura ambiente (por qualquer uma das condições). Com a elevação da temperatura da placa o calor é transferido para o fluido dentro do canal provocando um gradiente de temperatura neste. O ar próximo a região mais quente tem sua densidade diminuída provocando uma força de empuxo que faz o ar quente fluir para cima dando início ao fenômeno de convecção natural.

3.2 - Modelo Matemático.

A convecção natural pode ser modelada matematicamente através de três equações: equação da continuidade, equação da quantidade de movimento e equação da conservação da energia.

Algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas para facilitar o tratamento, as quais citamos:

- escoamento laminar
- fluxo bidimensional
- dissipação viscosa desprezada devido a velocidade do fluido ser relativamente baixa
- aproximação de Boussinesq; variação da temperatura e pressão são moderadas, de modo que sua influência nas propriedades do fluido são pequenas, por isso elas foram tomadas como constante, exceto a densidade quando aparece no termo de empuxo
- a componente 'Y' na equação da quantidade de movimento é desprezada em relação a componente 'X'
- o termo $\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}$ desprezado por ser muito menor do que $\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$
- desprezado o termo condutivo na direção de 'X' ($\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}$) devido ao gradiente de temperatura na direção 'Y' ($\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}$) ser muito maior

Com estas hipóteses obtemos as seguintes equações simplificadas para o fenômeno convectivo:

3.2.1- equação da continuidade

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.1)$$

3.2.2 - equação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \nu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] - \frac{dP}{\rho dX} - g \quad (3.2)$$

definindo:

$$P' = P - P_{\infty} \quad (3.3)$$

derivando a equação (3.3) em relação a 'X'

$$\frac{dP'}{dX} = \frac{dP}{dX} - \frac{dP_{\infty}}{dX} \quad (3.4)$$

isolando o termo $\frac{dP}{dX}$, obtém-se:

$$\frac{dP}{dX} = \frac{dP'}{dX} + \frac{dP_{\infty}}{dX} \quad (3.5)$$

mas

$$\frac{dP_{\infty}}{dX} = -\rho_{\infty} g \quad (3.6)$$

então:

$$\frac{dP}{dX} = \frac{dP'}{dX} - \rho_{\infty} g \quad (3.7)$$

substituindo a equação (3.7) nos últimos termos da equação (3.2)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dX} - g = -\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dx} + g \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} \quad (3.8)$$

Considerando que a densidade é função apenas da temperatura e o ar sendo gás perfeito, temos:

$$P = \rho RT \quad (3.9)$$

$$\rho_{\infty} = \frac{P}{RT_{\infty}} \quad (3.10)$$

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (3.11)$$

substituindo no último termo da equação (3.8), resulta:

$$g \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} = g \left(\frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty}} \right) \quad (3.12)$$

e agora substituindo também as equações (3.8) e (3.12), que resulta na equação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = v \left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dX} + g \left(\frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty}} \right) \quad (3.13)$$

3.2.3 - equação da conservação da energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (3.14)$$

$$\text{onde: } \alpha = \frac{K}{\rho C} \quad (3.15)$$

3.2.4 - Condições iniciais e de contorno:

3.2.4.1 - Temperatura constante: 1^o caso

$$\begin{array}{ll} \text{condições iniciais} & t=0 \\ U=V=0 & \end{array} \quad (3.16)$$

$$T_1=T_2=T_\infty \quad (3.17)$$

$$\begin{array}{ll} \text{condições de contorno} & t>0 \\ Y=0 \quad T=T_1 & \end{array} \quad (3.18)$$

$$Y=b \quad T=T_2 \quad (3.19)$$

$$X=0 \quad T=T_\infty \quad (3.20)$$

$$X=0 \quad P'(0)=0 \quad (3.21)$$

$$X=L \quad P'(L)=0 \quad (3.22)$$

3.2.4.2 - Fluxo de calor constante: 2^o caso

$$\begin{array}{ll} \text{condições iniciais} & t=0 \\ U=V=0 & \end{array} \quad (3.23)$$

$$T_1=T_2=T_\infty \quad (3.24)$$

$$\begin{array}{ll} \text{condições de contorno} & t>0 \end{array}$$

$$Y=0 \quad \frac{dT}{dY} = -\frac{\phi_1}{k} \quad (3.25)$$

$$Y=b \quad \frac{dT}{dY} = \frac{\phi_2}{k} \quad (3.26)$$

$$X=0 \quad T=T_\infty \quad (3.27)$$

$$X=0 \quad P'(0) = 0 \quad (3.28)$$

$$X=L \quad P'(L) = 0 \quad (3.29)$$

Com as equações resultantes; continuidade (3.1), quantidade de movimento (3.13) e conservação da energia (3.14), tem-se quatro incógnitas (U, V, T, P') e somente 3 equações. É necessário gerar mais uma equação, e para tanto, foi considerado que o campo de pressão (P') pode ser calculado através de um tratamento unidimensional; esta nova equação é chamada de equação auxiliar e é tratada em seguida.

3.2.5 - Equação auxiliar

Para cálculo da pressão dentro do canal foi utilizada uma equação auxiliar unidimensional com velocidade média constante (W) para cada incremento de tempo, da entrada a saída do canal (escoamento na direção X).

Pela Figura 3.2 podemos ver o modelo adotado

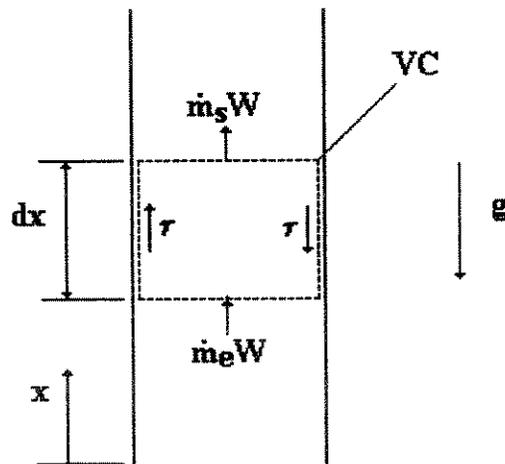


Figura 3.2 - Volume de controle elementar para aplicação da segunda lei de Newton

Aplicando as equações que regem o fenômeno de convecção para escoamento unidimensional, temos:

3.2.5.1 - equação da continuidade

$$\frac{\partial W}{\partial X} = 0 \quad (3.30)$$

3.2.5.2 - equação da quantidade de movimento

Pela 2ª lei de Newton para um volume de controle:

$$d(F_s) + \iiint_{vc} F_c \rho dV = \oiint W (\rho \vec{W} d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} W \rho dV \quad (3.31)$$

sendo:-

$d(F_s)$ forças de superfície atuando sobre o volume de controle elementar

$$d(F_s) = -A \frac{dP}{dX} dX - \tau Pe dX \quad (3.32)$$

onde

A área de escoamento

τ tensão de cisalhamento

Pe perímetro

$$\iiint_{vc} F_c \rho dV = -g \rho A dX \quad (3.33)$$

$$\iiint_{vc} F_c \rho dV = \text{forças de campo atuando sobre o volume de controle}$$

$$\oiint_{sc} W (\rho \vec{W} d\vec{A}) = 0 \quad (3.34)$$

$$\oiint_{sc} W (\rho \vec{W} d\vec{A}) = \text{fluxo líquido da quantidade de movimento para o volume de controle}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} W \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} (W \rho A dX) \quad (3.35)$$

$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} W \rho dV$ = aceleração da massa interna do volume de controle e sendo ρAdX constantes

com o tempo, então:

$$\frac{\partial}{\partial t} (W \rho AdX) = \rho AdX \frac{dW}{dt} \quad (3.36)$$

substituindo (3.32), (3.33), (3.34), (3.36) em (3.31), multiplicando por $\frac{1}{AdX}$ e reordenando, obtém-se:

$$\rho \frac{dW}{dt} = -\rho g - \frac{dP}{dX} - \tau_0 \frac{Pe}{A} \quad (3.37)$$

adotando que a perda de carga num dado instante é igual a perda para escoamento em regime permanente com a mesma velocidade de escoamento no instante considerado, tem-se para regime laminar.

$$\tau = \frac{f}{4} \rho \frac{W^2}{2} \quad (3.38)$$

onde:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.39)$$

Rearranjando as equações (3.38) e (3.39) e colocando o número de Reynolds (Re) em função do diâmetro hidráulico $\left(D_H = \frac{4A}{Pe} \right)$, obtém-se:

$$\rho \frac{\partial W}{\partial t} = -\rho g - \frac{dP}{dX} - 2\mu W \left(\frac{Pe}{A} \right)^2 \quad (3.40)$$

para a geometria do problema, o diâmetro hidráulico é dado por $D_H = 2b$, resulta em:

$$\rho \frac{dW}{dt} = -\rho g - \frac{dP}{dX} - \frac{8\mu W}{b^2} \quad (3.41)$$

Substituindo as equações (3.8) e (3.12) na Equação (3.40) e rearranjando, obtém-se:

$$\frac{dP'}{dX} = \rho g \left(\frac{T - T_\infty}{T_\infty} \right) - \rho \frac{dW}{dt} - \frac{8\mu W}{b^2} \quad (3.42)$$

3.2.5.3 - equação da conservação da energia

Aplicando a 1ª lei da Termodinâmica para um volume de controle, conforme a Figura 3.3

$$Q_{vc} + m_e \left(h_e + \frac{W_e^2}{2} + Z_e g \right) = m_s \left(h_s + \frac{W_s^2}{2} + Z_s g \right) + w_{vc} + \frac{d}{dt} (E_{vc}) \quad (3.43)$$

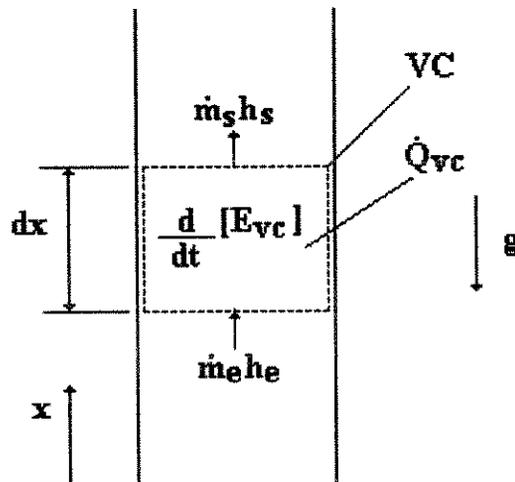


Figura 3.3 - Volume de controle elementar para aplicação da primeira lei da Termodinâmica

Desprezando o trabalho ($w_{vc} = 0$) e as variações das energias potencial e cinética, a 1ª lei fica:

$$Q_{vc} + m_e h_e = m_s h_s + \frac{d}{dt} (E_{vc}) \quad (3.44)$$

onde:

$\frac{d}{dt}(E_{vc})$ = variação da energia total no volume de controle.

$$E_{vc} = u + \frac{mW^2}{2} + mgX \quad (3.45)$$

então, a variação de energia é:

$$\frac{d}{dt}(E_{vc}) = \frac{du}{dt} + mW \frac{dW}{dt} + mg \frac{dX}{dt} \quad (3.46)$$

Pela equação da continuidade tem-se que $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ e colocando em função da velocidade, então:

$$\dot{m} = A\rho W \quad (3.47)$$

Da hipótese de gás perfeito, a entalpia e a energia interna são funções somente da temperatura

$$dh = C_p dT \quad (3.48)$$

$$h_e - h_s = C_p (T_e - T_s) \quad (3.49)$$

$$du = mC_v dT \quad (3.50)$$

e a massa do volume de controle elementar é dada por:

$$m = A\rho dX \quad (3.51)$$

substituindo estes termos na equação (3.44) e reordenando, obtemos:

$$Q_{vc} + A\rho WC_p (T_e - T_s) = A\rho C_v dX \frac{dT}{dt} + A\rho W dX \frac{dW}{dt} + A\rho g dX W \quad (3.52)$$

As equações (3.1), (3.13), (3.14), (3.42), (3.52) são as equações que regem o fenômeno de convecção natural e são utilizadas para solução do problema. A equação auxiliar tem a

finalidade de fornecer a distribuição da diferença de pressão (P') desde a entrada ($X=0$) até a saída do canal ($X=L$).

Capítulo 4

Análise Numérica

4.1 - Introdução

Tratamento numérico consiste basicamente na discretização das equações diferenciais para cálculo das variáveis ponto a ponto em uma malha. A discretização das derivadas é definida pela série de Taylor, relacionando o ponto onde são calculadas as aproximações com seus pontos vizinhos.

As equações foram escritas em diferenças finitas utilizando variáveis primitivas e resolvidas implicitamente linha a linha, com a seguinte notação:

$U(I,J,IT)$ velocidade longitudinal

$V(I,J,IT)$ velocidade transversal

$T(I,J,IT)$ temperatura

P' diferença de pressão

t tempo

com os seguintes significados:

I coordenada em 'X'

J coordenada em 'Y'

$I=1,2,3,\dots,K$

$J=1,2,3,\dots,M$

IT coordenada no tempo, onde:

IT=1 corresponde ao valor médio

IT=2 corresponde ao valor inicial

IT=3 corresponde ao valor final

O valor de IT=1, é calculado através da média aritmética entre os valor inicial (IT=2) e com o valor final (IT=3).

Foi feito um estudo de malha e a malha utilizada foi 31x31, porque para malhas mais refinadas não ocorreram melhoras significativas nos resultados que justificassem tal adoção.

Foi utilizada uma rede em coordenadas cartesianas como pode ser visto na figura abaixo:

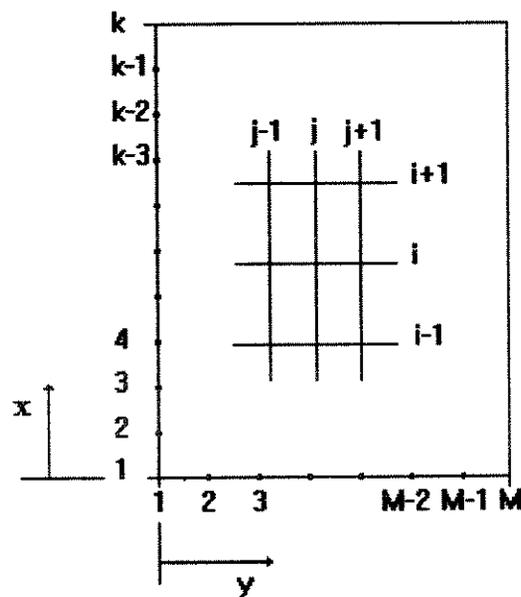


Figura 4.1 - Malha utilizada para diferenças finitas

4.2 - Discretização das equações diferenciais

4.2.1 - Temperatura constante: 1^o caso

É usada discretização central em todos termos das equações governantes, exceção é feita ao termo transitório que é discretizado com o tempo atual em relação ao tempo anterior do processo iterativo

4.2.1.1 - Equação da conservação da quantidade de movimento.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial X} + g \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) + \nu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (4.1)$$

-termo transitório

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U(I,J,3) - U(I,J,2)}{\Delta t} \quad (4.2)$$

-termos de inércia

discretização central

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = U(I,J,1) \left(\frac{U(I+1,J,2) - U(I-1,J,2)}{2\Delta X} \right) \quad (4.3)$$

discretização central

$$V \frac{\partial U}{\partial Y} = V(I,J,1) \left(\frac{U(I,J+1,3) - U(I,J-1,3)}{2\Delta Y} \right) \quad (4.4)$$

-termo viscoso

discretização central

$$v \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = v \left(\frac{U(I, J+1, 3) - 2U(I, J, 3) + U(I, J-1, 3)}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.5)$$

termo fonte

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dX} + g \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{P'(I+1) - P'(I-1)}{2\Delta X} \right) + g \left(\frac{T(I, J, 1)}{T_0} - 1 \right) \quad (4.6)$$

que resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{U(I, J, 3) - U(I, J, 2)}{\Delta t} + U(I, J, 1) \left(\frac{U(I+1, J, 2) - U(I-1, J, 2)}{2\Delta X} \right) + \\ & V(I, J, 1) \left(\frac{U(I, J+1, 3) - U(I, J-1, 3)}{2\Delta Y} \right) = v \left(\frac{U(I, J+1, 3) - 2U(I, J, 3) + U(I, J-1, 3)}{\Delta Y^2} \right) - \\ & \frac{1}{\rho} \left(\frac{P'(I+1) - P'(I-1)}{2\Delta X} \right) + g \left(\frac{T(I, J, 1)}{T_0} - 1 \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Escrevendo de forma mais compacta, tem-se:

$$A(J)U(I, J-1, 3) + B(J)U(I, J, 3) + C(J)U(I, J+1, 3) = D(J) \quad (4.8)$$

onde os coeficientes da equação são:

$$A(J) = - \left(\frac{v}{\Delta Y^2} + \frac{V(I, J, 1)}{2\Delta Y} \right) \quad (4.9)$$

$$B(J) = \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{2v}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.10)$$

$$C(J) = \left(\frac{V(I,J,1)}{2\Delta Y} - \frac{v}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.11)$$

$$D(J) = \frac{U(I,J,2)}{\Delta t} - \frac{U(I,J,1)}{2\Delta X} (U(I+1,J,2) - U(I-1,J,2)) - \frac{1}{2\rho\Delta X} (P'(I+1) - P'(I-1)) + g \left(\frac{T(I,J,1)}{T_0} - 1 \right) \quad (4.12)$$

$$J = 2, 3, 4, \dots, M-1$$

desenvolvendo a expressão em J:

$$J = 2 \quad A(2)U(I,1,3) + B(2)U(I,2,3) + C(2)U(I,3,3) = D(2) \quad (4.13)$$

$$J = 3 \quad A(3)U(I,2,3) + B(3)U(I,3,3) + C(3)U(I,4,3) = D(3) \quad (4.14)$$

$$J = M-2$$

$$A(M-2)U(I, M-3, 3) + B(M-2)U(I, M-2, 3) + C(M-2)U(I, M-1, 3) = D(M-2) \quad (4.15)$$

$$J = M-1$$

$$A(M-1)U(I, M-2, 3) + B(M-1)U(I, M-1, 3) + C(M-1)U(I, M, 3) = D(M-1) \quad (4.16)$$

Condições de contorno:

$$U(I,1,3) = 0 \quad (4.17)$$

$$U(I, M, 3) = 0 \quad (4.18)$$

na forma matricial:

discretização central

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} = \alpha \left(\frac{T(I, J+1, 3) - 2T(I, J, 3) + T(I, J-1, 3)}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.24)$$

que resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{T(I, J, 3) - T(I, J, 2)}{\Delta t} + U(I, J, 1) \left(\frac{T(I+1, J, 2) - T(I-1, J, 2)}{2\Delta X} \right) + \\ & V(I, J, 1) \left(\frac{T(I, J+1, 3) - T(I, J-1, 3)}{2\Delta Y} \right) = \alpha \left(\frac{T(I, J+1, 3) - 2T(I, J, 3) + T(I, J-1, 3)}{\Delta Y^2} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

ou de forma mais compacta, tem-se:

$$A1(J)T(I, J-1, 3) + B1(J)T(I, J, 3) + C1(J)T(I, J+1, 3) = D1(J) \quad (4.26)$$

e os coeficientes da equação são:

$$A1(J) = - \left(\frac{\alpha}{\Delta Y^2} + \frac{V(I, J, 1)}{2\Delta Y} \right) \quad (4.27)$$

$$B1(J) = \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{2\alpha}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.28)$$

$$C1(J) = \left(\frac{V(I, J, 1)}{2\Delta Y} - \frac{\alpha}{\Delta Y^2} \right) \quad (4.29)$$

$$D1(J) = \frac{T(I, J, 2)}{\Delta t} - U(I, J, 1) \left(\frac{T(I+1, J, 2) - T(I-1, J, 2)}{2\Delta X} \right) \quad (4.30)$$

A mesma para o caso de placas com temperatura constante

4.2.2.2 - Equação da conservação da energia

A condição neste caso com placas com fluxo de calor constante em $Y=1$ e $Y=M$ são definidos em termos da derivada da temperatura. Para manter a matriz térmica é necessário exprimir a temperatura da placa 1 $T(I,1,3)$ em termos de $T(I,2,3)$ e $T(I,3,3)$ e a temperatura da placa 2 $T(I,M,3)$ em termos de $T(I,M-1,3)$ e $T(I,M-2,3)$, ou seja:

$$T(I,1,3) = f(T(I,2,3), T(I,3,3)) \quad (4.38)$$

$$T(I,M,3) = f(T(I,M-1,3), T(I,M-2,3)) \quad (4.39)$$

A derivada $\frac{\partial T}{\partial Y}$ pode ser aproximada por diferença unilateral de três níveis em:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{-3T(I,J,3) + 4T(I,J+1,3) - T(I,J+2,3)}{2\Delta Y} \quad (4.40)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=M} = \frac{3T(I,J,3) - 4T(I,J-1,3) + T(I,J-2,3)}{2\Delta Y} \quad (4.41)$$

adotando discretização acima, temos para fluxo de calor constante na placa 1:

$$\phi = -K \frac{\partial T}{\partial Y} \quad (4.42)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=0} = -\frac{\phi}{K} \quad (4.43)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{-3T(I,J,3) + 4T(I,J+1,3) - T(I,J+2,3)}{2\Delta Y} = -\frac{\phi}{K} \quad (4.44)$$

para $J = 1$ e isolando $T(I,1,3)$, obtém-se:

$$T(I,1,3) = \left(\frac{2\Delta Y\phi_1}{K} + 4T(I,2,3) - T(I,3,3) \right) \frac{1}{3} \quad (4.45)$$

que é a temperatura na placa 1; substituindo $T(I,1,3)$ na equação da energia que é dada por

$$A1(J)T(I, J - 1,3) + B1(J)T(I, J,3) + C1(J)T(I, J + 1,3) = D1(J) \quad (4.46)$$

para $j = 2$, temos:

$$A1(2)T(I,1,3) + B1(2)T(I,2,3) + C1(2)T(I,3,3) = D1(2) \quad (4.47)$$

obtém-se:

$$T(I,2,3) \left(\frac{4A1(2)}{3} + B1(2) \right) + T(I,3,3) \left(-\frac{A1(2)}{3} + C1(2) \right) = D1(2) - \frac{2A1(2)\Delta Y\phi}{3K} \quad (4.48)$$

$$B1(2) = \left(\frac{4A1(2)}{3} + B1(2) \right) \quad (4.49)$$

$$C1(2) = \left(-\frac{A1(2)}{3} + C1(2) \right) \quad (4.50)$$

$$D1(2) = D1(2) - \frac{2A1(2)\Delta Y\phi}{3K} \quad (4.51)$$

e para a placa 2, temos:

discretização em três níveis:

4.2.3 - Equação da continuidade

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.59)$$

Após os cálculos da equação da quantidade de movimento (U) e da equação da conservação da energia (T), utilizamos a equação da continuidade para o cálculo da velocidade transversal V, então:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{U(I+1,J,3) - U(I-1,J,3)}{2\Delta X} + \frac{U(I+1,J+1,3) - U(I-1,J+1,3)}{2\Delta X} \right) + \frac{V(I,J+1,3) - V(I,J,3)}{\Delta Y} = 0 \quad (4.60)$$

Para se calcular a velocidade no centro do canal (J_{med}), esta equação foi desmembrada em duas partes, uma antes de J_{med} e outra depois, resultando:

$$V(I,J,3) = V(I,J+1,3) + \frac{\Delta Y}{4\Delta X} (U(I+1,J,3) + U(I+1,J+1,3) - U(I-1,J,3) - U(I-1,J+1,3)) \quad (4.61)$$

$$J = M-1, M-2, \dots, J_{med} + 1$$

e a segunda parte da equação dada por:

$$V(I,J+1,3) = V(I,J,3) - \frac{\Delta Y}{4\Delta X} (U(I+1,J,3) + U(I+1,J+1,3) - U(I-1,J,3) - U(I-1,J+1,3)) \quad (4.62)$$

$$J = 2, 3, \dots, J_{med} - 1$$

Os valores para J_{med} são determinados através dos valores adjacentes, igualmente espaçados através da primeira fórmula de interpolação de Newton

4.2.4 - Equações auxiliares

Para cálculo da pressão P' através de um processo iterativo

$$Q_{vc} + b\rho W_2 C_p (T(I-1,2) - T(I,2)) = b\rho C_v \Delta X \frac{T(I,2) - T(I,1)}{2\Delta t} + b\rho W_2 \Delta X \frac{W_2 - W_1}{2\Delta t} + b\rho g \Delta X W_2 \quad (4.63)$$

O valor de Q_{vc} (calor que entra no volume de controle durante o intervalo de tempo) é calculado a partir dos valores de $T(I, J, 3)$, junto com a equação de Fourier.

$$Q_{vc} = -KA \left(\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} - \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=b} \right) \quad (4.64)$$

onde:

A área lateral do volume de controle para profundidade unitária

$$A = 1.dX$$

$\frac{dT}{dY}$: gradiente de temperatura

colocando na forma de diferenças finitas e utilizando derivadas de 5 pontos, obtém-se:

$$\begin{aligned} Q(I) = & \frac{\Delta t K}{12bdY} \left((25(T(I,1,3) + T(I,M,3)) - 48(T(I,2,3) + T(I,M-1,3))) \right. \\ & + 36(T(I,3,3) + T(I,M-2,3)) - 16(T(I,4,3) + T(I,M-3,3)) + \\ & \left. + 3(T(I,5,3) + T(I,M-4,3)) \right) \quad (4.65) \end{aligned}$$

Com os valores de $Q(I)$ calculados para $I=2, \dots, K-1$ e com uma velocidade média W_2 arbitrada, pode-se calcular os valores da temperatura média $T(I,2)$ para cada X

$$(I = 2, \dots, K - 1)$$

$$T(I,2) = \left(Q_{vc} + \frac{\Delta t C_p}{\Delta X} W_2 T(I-1,2) + C_v T(I-1) - W_2 (W_2 - W_1 + g \Delta t) \right) / \left(C_v + \frac{\Delta t C_p}{\Delta X} W_2 \right) \quad (4.66)$$

Com os valores de $T(I,2)$ permite-se o cálculo de $P'(I)$ para $I = 2, \dots, K$.

$$P'(I) = P'(I-1) + \Delta X \rho g \left(\frac{T(I,2)}{T_0} - 1 \right) - \frac{\Delta X \rho}{\Delta t} (W_2 - W_1) - \frac{8 \mu \Delta X W_2}{b^2} \quad (4.67)$$

As condições de contorno para P' estabelecem que $P'(1) = P'(K) = 0$. Para a hipótese de W_2 ser escolhido corretamente, as condições de contorno para P' serão satisfeitas e $P'(K) = 0$. Caso $P'(K) \neq 0$, um novo valor de W_2 é estimado e o processo é repetido até que as condições de contorno para P' sejam satisfeitas.

O valor de W_2 é estimado de modo a permitir uma convergência mais rápida para o processo iterativo. Fazendo, por exemplo, o primeiro valor para $W_2 = V_1$, conduza a um valor de $P'(K) = P_1 \neq 0$ e que um segundo valor para $W_2 = V_2$ conduza a $P'(K) = P_2 \neq 0$, o novo valor de W_2 será:

$$W_2 = V_2 - (V_2 - V_1) \frac{P_2}{(P_2 - P_1)} \quad (4.68)$$

Com os valores calculados para $P'(I)$, $U(I,J,1)$, $V(I,J,1)$ e $T(I,J,1)$, a etapa é reiniciada. Para cada incremento no tempo o processo é repetido. As condições iniciais e de contorno para cada caso são mostradas abaixo:

4.2.4.1 - Temperatura constante (1º caso)

Condições iniciais

$$U(I,J,IT) = 0 \quad (4.69)$$

$$V(I,J,IT) = 0 \quad (4.70)$$

$$T(I,J,IT) = T_{\infty} \quad (4.71)$$

$$P'(I,J,IT) = 0 \quad (4.72)$$

Condições de contorno

$$U(I,1,IT) = 0 \quad (4.73)$$

$$U(I,M,IT) = 0 \quad (4.74)$$

$$V(I,1,IT) = 0 \quad (4.75)$$

$$V(I,M,IT) = 0 \quad (4.76)$$

$$T(I,1,IT) = T_1 \quad (4.77)$$

$$T(I,M,IT) = T_2 \quad (4.78)$$

$$T(1,J,IT) = T_{\infty} \quad (4.79)$$

$$P'(1,J,IT) = 0 \quad (4.80)$$

$$P'(K,J,IT) = 0 \quad (4.81)$$

4.2.4.2 - Fluxo de calor constante (2º caso)

Condições iniciais

$$U(I,J,IT) = 0 \quad (4.82)$$

$$V(I,J,IT) = 0 \quad (4.83)$$

$$T(I,J,IT) = T_{\infty} \quad (4.84)$$

$$P'(I,J,IT) = 0 \quad (4.85)$$

Condições de contorno

$$U(I,1,IT) = 0 \quad (4.86)$$

$$U(I, M, IT) = 0 \quad (4.87)$$

$$V(I, 1, IT) = 0 \quad (4.88)$$

$$V(I, M, IT) = 0 \quad (4.89)$$

$$T(I, 1, IT) = \left(\frac{2\Delta Y Q_1}{K} + 4T(I, 2, IT) - T(I, 3, IT) \right) \frac{1}{3} \quad (4.90)$$

$$T(I, M, IT) = \left(\frac{2\Delta Y Q_2}{K} + 4T(I, 2, IT) - T(I, 3, IT) \right) \frac{1}{3} \quad (4.91)$$

$$T(1, J, IT) = T_\infty \quad (4.92)$$

$$P'(1, J, IT) = 0 \quad (4.93)$$

$$P'(K, J, IT) = 0 \quad (4.94)$$

sendo :

$I=1,2,3,\dots,K-1,K$

$J=1,2,3,\dots,M-1,M$

$IT=1,2,3$

Capítulo 5

5.1 - Temperatura constante

5.1.1 - Validação dos resultados

Os resultados numéricos obtidos foram comparados com alguns trabalhos disponíveis na literatura, apresentando boa concordância como pode ser visto pela Figuras 5.1, 5.2.

A Figura 5.1 apresenta uma comparação da velocidade longitudinal em regime permanente com aquecimento simétrico ($T_1=T_2$) obtidas por AUNG et al. (1972) e também com o trabalho numérico de PEREIRA (1977).

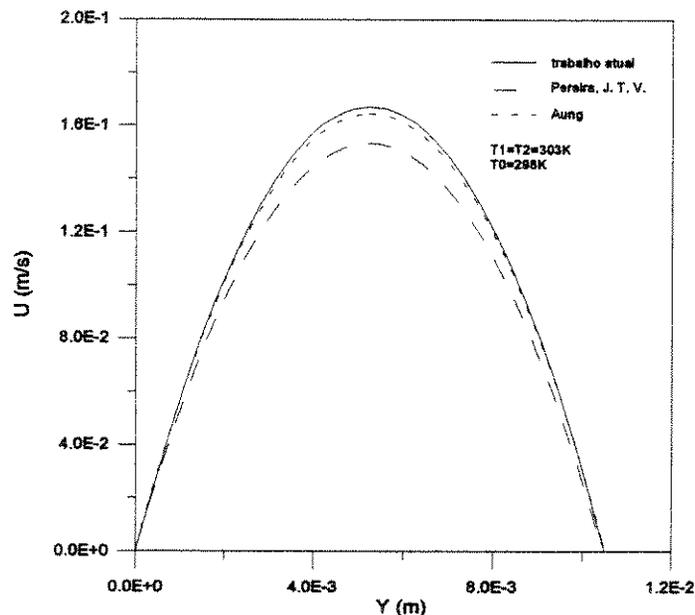


Figura 5.1 - Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente para aquecimento simétrico ($T_1=T_2$)

A Figura 5.2 apresenta uma comparação dos perfis de temperaturas em regime permanente para três diferentes condições da placa 2 ($T_2=303.5; 300.75; 298\text{K}$), tanto aquecimento simétrico ($RT=1$) como assimétricos ($RT=1/2$ e $RT=0$). Onde RT representa a seguinte relação adimensional de temperaturas: $RT=(T_2-T_0)/(T_1-T_0)$.

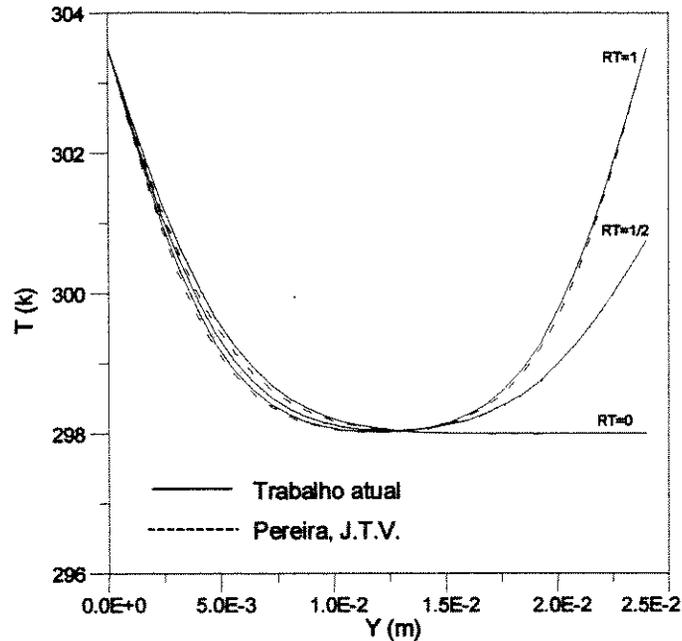


Figura 5.2 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes condições da placa 2 ($T_2=303.5; 300.75; 298\text{ K}$)

5.1.2 - Resultados obtidos

Todos resultados obtidos estão em regime permanente e foram obtidos para aquecimento assimétrico onde foram plotadas curvas de velocidades, temperaturas e vazão mássica para três geometrias diferentes dos canais (distância entre as placas variando de 4, 10 e 20 mm; altura fixa 1m; profundidade das placas de 1m) com três diferentes condições de temperatura ($T_1=50, 70, 90\text{ }^\circ\text{C}$) com a temperatura ambiente mantida constante e igual a $24\text{ }^\circ\text{C}$). As propriedades do fluido foram calculadas pela média da temperatura entre as duas placas com a temperatura do fluido na entrada do canal (temperatura ambiente); $T = \left(\frac{T_1 + T_2}{2} + T_0 \right) \frac{1}{2}$.



Foram analisadas duas regiões dos canais, região de entrada e a região de saída e para todos os casos estudados a temperatura da placa 2 foi mantida constante e igual a temperatura ambiente (24°C). Com estas condições de contorno ocorre uma tendência dos perfis de velocidade em direção da placa com maior temperatura, como consequência do maior aquecimento da placa 1, ocorre a diminuição da densidade do ar e assim cria uma força de empuxo provocando um movimento ascendente do fluido.

As Figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 apresentam o perfil de velocidade longitudinal em função da distância entre as placas e mostram que quanto maior for a temperatura da placa 1 maior é a velocidade do fluido.

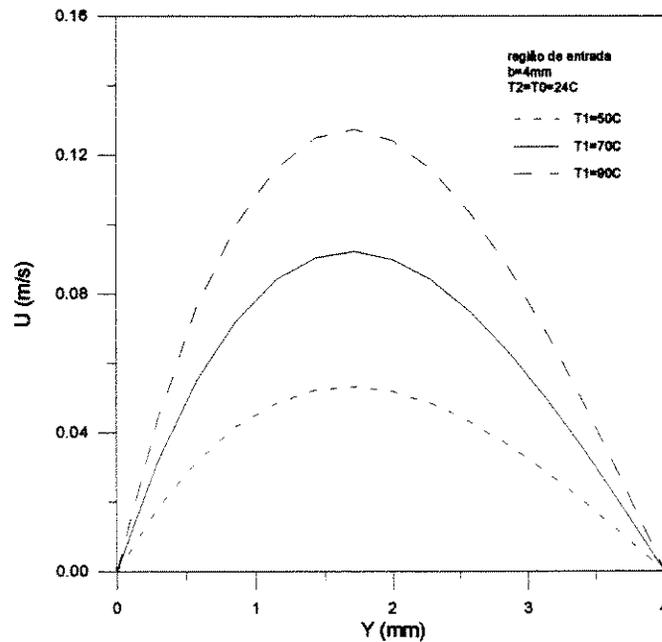


Figura 5.3 - Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente na região de entrada para três diferentes temperaturas da placa 1.

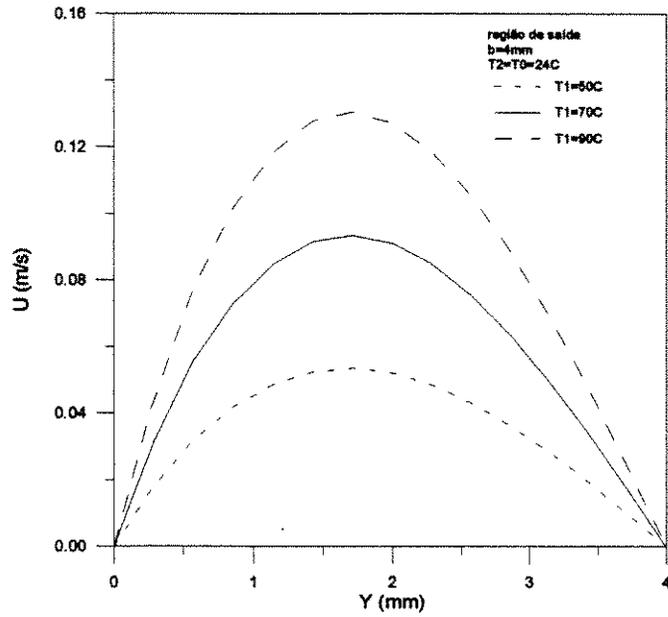


Figura 5.4 - Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1.

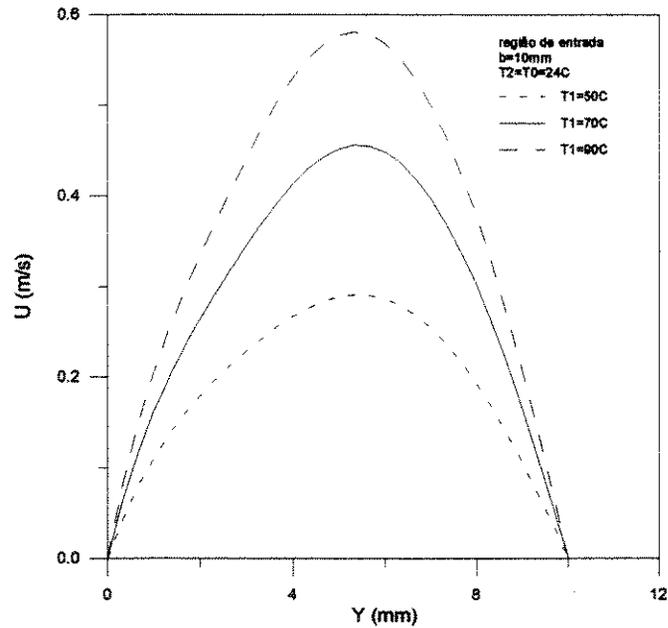


Figura 5.5 - Velocidade longitudinal entre as placas em regime permanente na região de entrada para três diferentes temperaturas da placa 1.

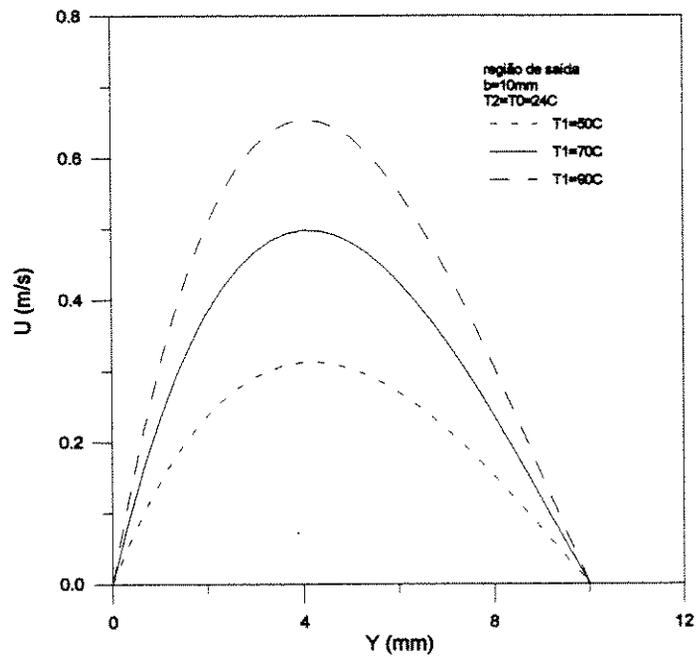


Figura 5.6 - Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1.

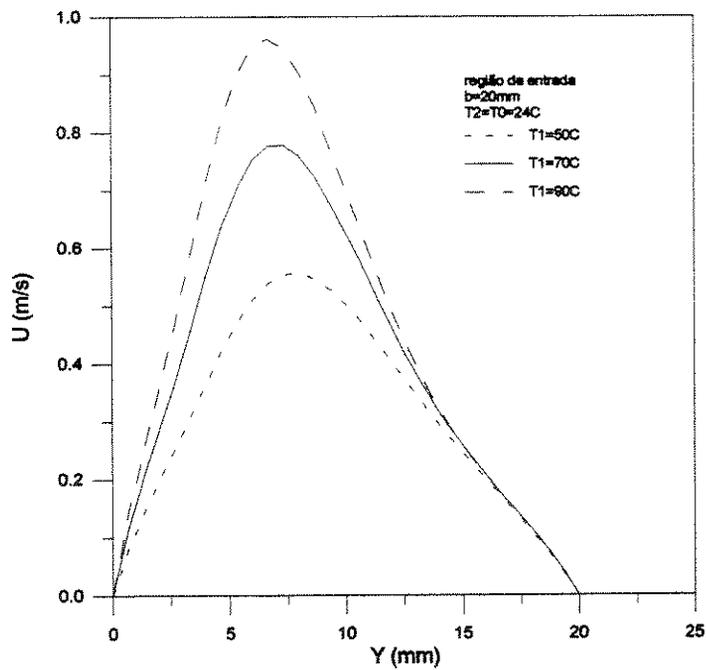


Figura 5.7 - Velocidade longitudinal em regime permanente na região de entrada para três diferentes temperaturas da placa 1.

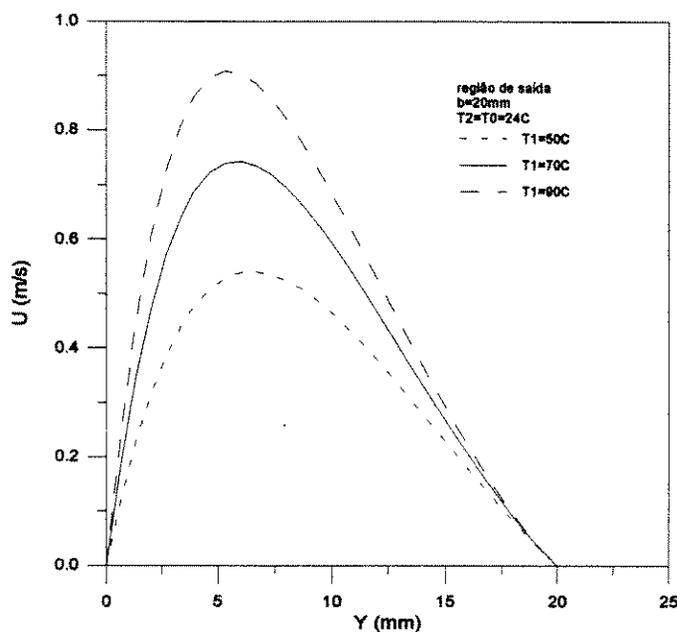


Figura 5.8 - Velocidade longitudinal em regime permanente na região de saída para três diferentes temperaturas da placa 1.

Isto pode ser confirmado pela análise das Figuras 5.9, 5.10, 5.11 que mostram a vazão mássica para diferentes temperaturas da placa 1 e pode-se perceber que a vazão mássica cresce em função do aumento da temperatura. As curvas de vazão mássica em função do tempo, Figuras 5.9, 5.10, mostram fortes oscilações na região do transitório os quais não representam a realidade física do fenômeno, sendo causado por oscilações numéricas. Já a Figura 5.11, apresenta vazão para distância maior (20 mm), mostra um melhor comportamento físico, ou seja, aumento da vazão a medida que o tempo aumenta (região transitória) até atingir uma vazão mássica constante (regime permanente).

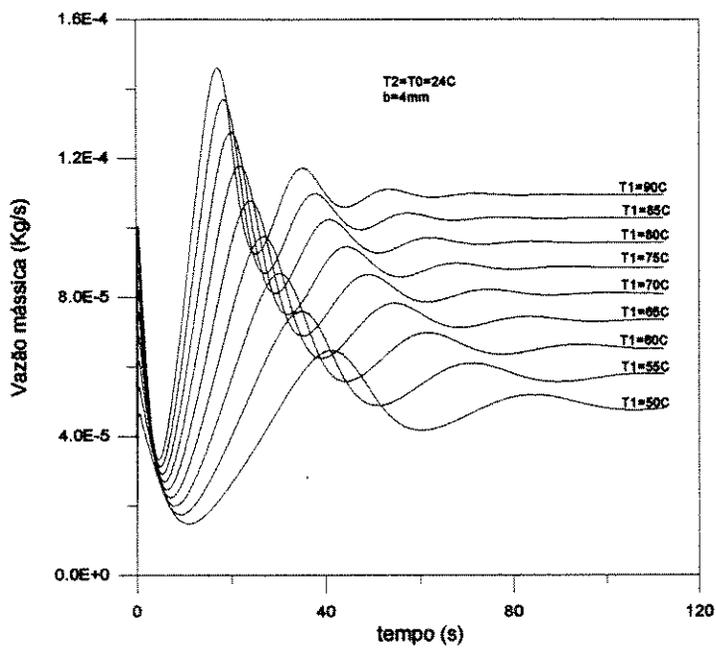


Figura 5.9 - Vazão mássica em função do tempo

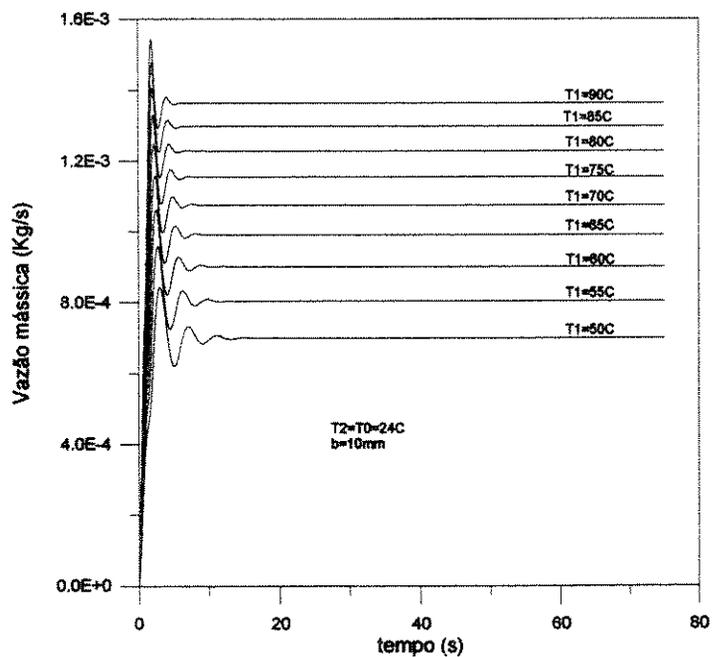


Figura 5.10 - Vazão mássica em função do tempo

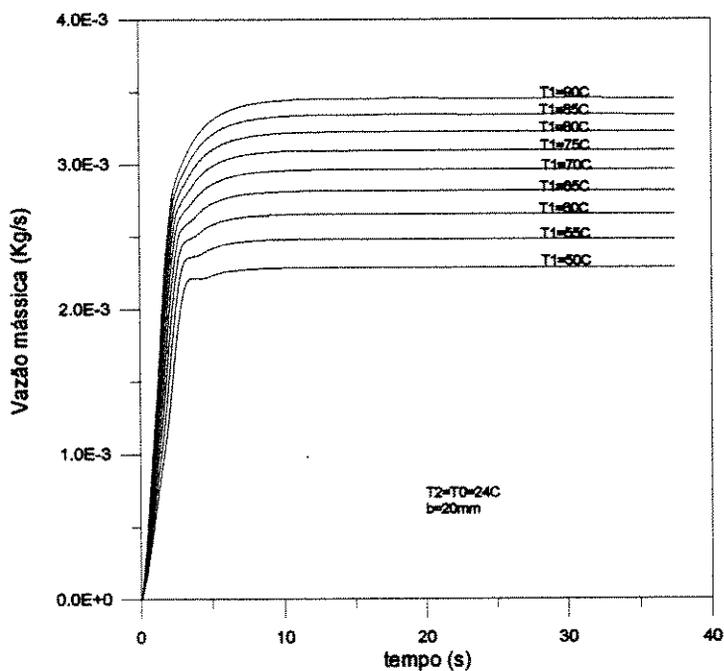


Figura 5.11 - Vazão mássica em função do tempo

Observa-se que os perfis de velocidade para placas com distância de 4 mm (Figura 5.3) não apresentam tendência na direção da placa 1, este comportamento é motivado pelo fato que para placas muito próximas as forças viscosas prevalecem sobre as forças de empuxo, ou seja, a transferência de calor se dá principalmente pela condução térmica, esta conclusão é reforçada pelo perfil de temperatura das Figuras 5.12, 5.13 que apresentam um comportamento linear.

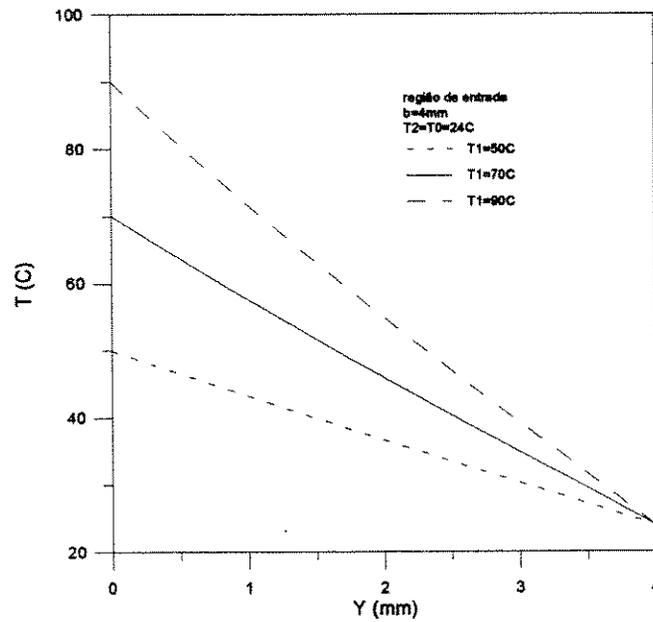


Figura 5.12 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 para região de entrada.

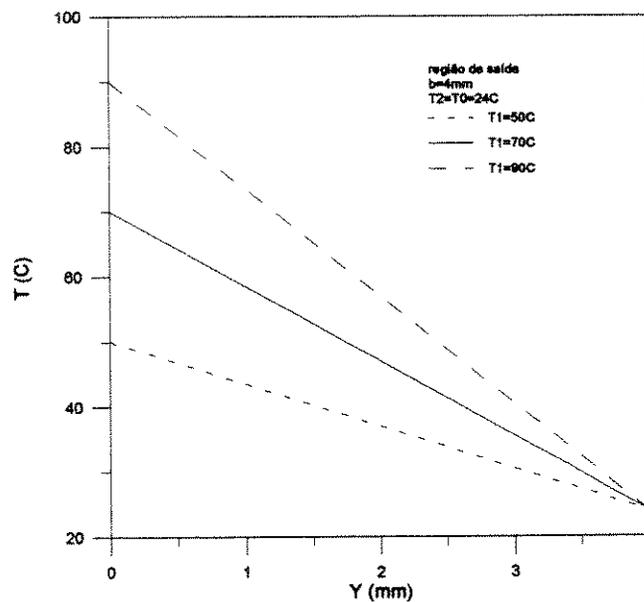


Figura 5.13 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de saída.

A medida que se afastam as placas os perfis deixam de apresentar este comportamento linear, mostrando um maior domínio das forças convectivas sobre as forças condutivas conforme pode ser visto pelas Figuras 5.14, 5.15, 5.16, 5.17.

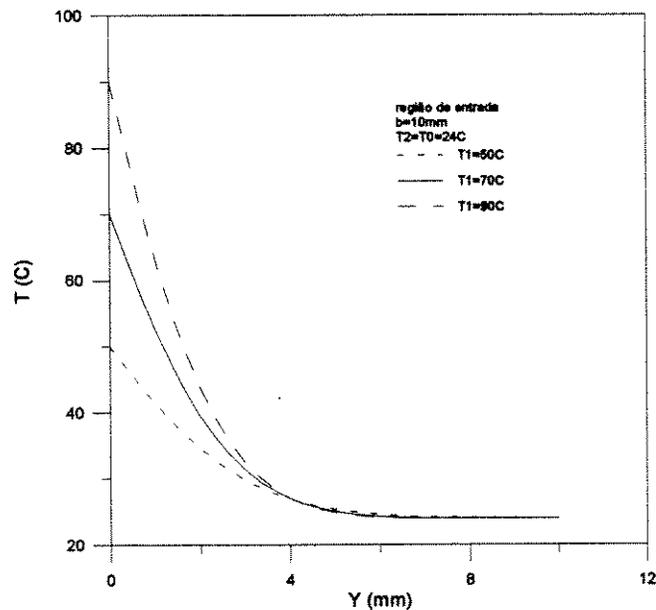


Figura 5.14 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de entrada.

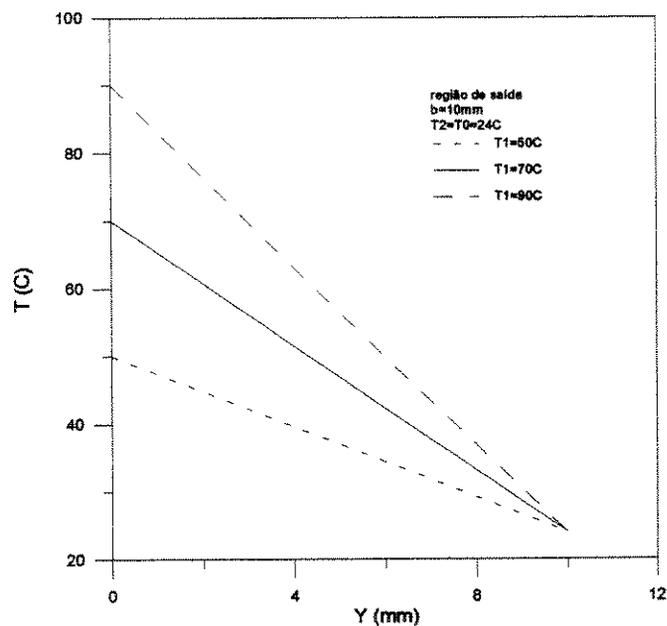


Figura 5.15 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de saída

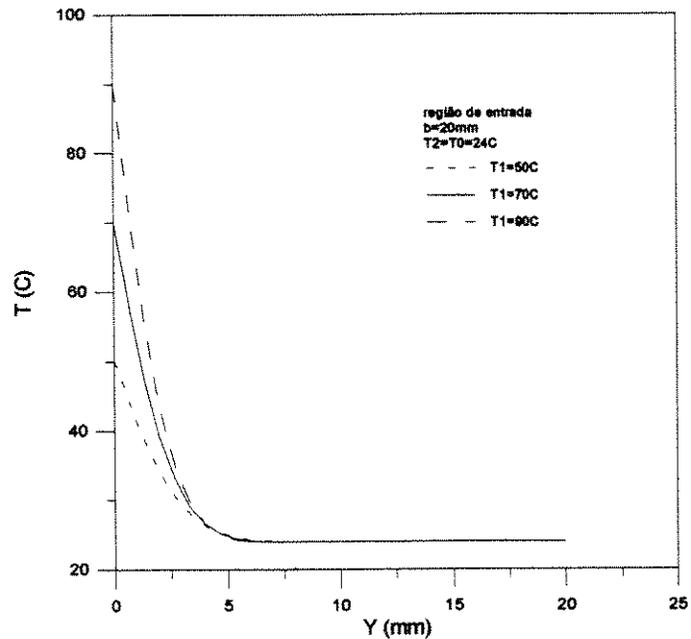


Figura 5.16 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas da placa 1 na região de entrada.

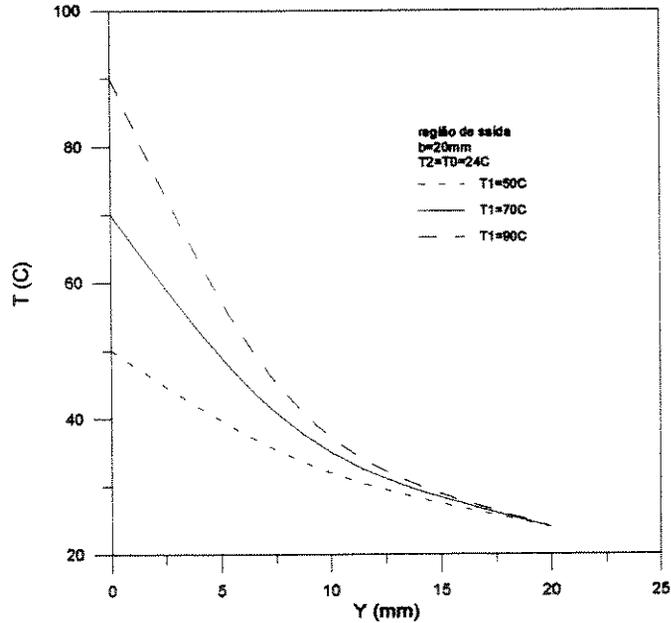


Figura 5.17 - Temperatura entre as placas em regime permanente para três diferentes temperaturas na placa 1 na região de saída.

Foram plotadas curvas da vazão mássica e da taxa de calor retirado pelo escoamento de ar em função da variação da temperatura da placa 1 conforme as Figuras 5.18, 5.19,

respectivamente. O calor médio retirado pelo escoamento de ar foi obtido através da média do calor instantâneo, sendo este calculado pela diferença da temperatura na entrada com a temperatura da saída.

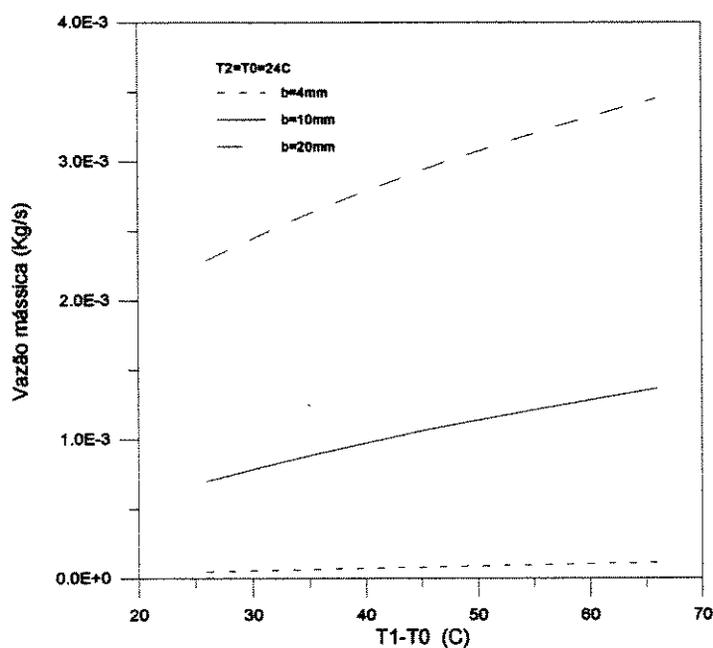


Figura 5.18 - Vazão mássica em função da variação da temperatura da placa 1

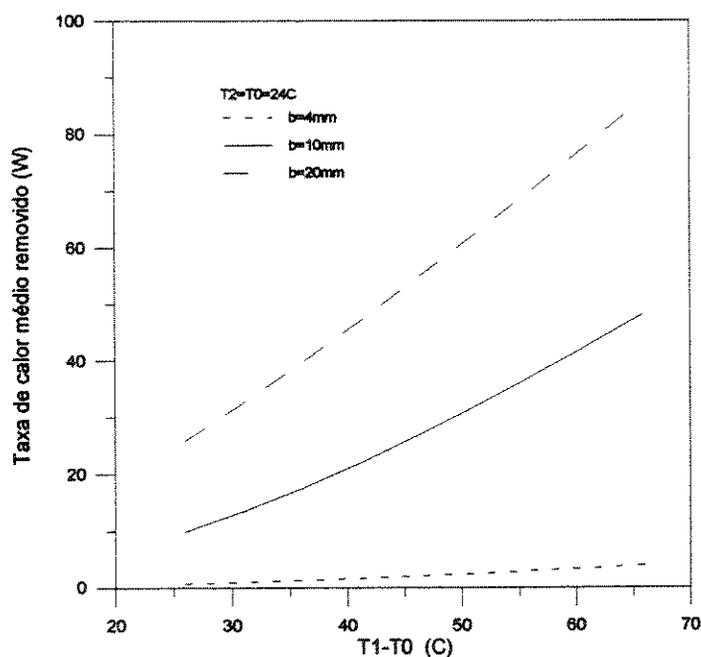


Figura 5.19 - Taxa de calor retirado pelo escoamento de ar em função da variação da temperatura da placa 1

A Figura 5.20 mostra a vazão mássica para várias distâncias entre placas para três diferentes temperaturas da placa 1 ($T_1=110, 90, 70\text{ }^\circ\text{C}$). Como era esperado a placa com temperatura mais elevada fornece mais energia ao fluido. Nota-se, quando as placas estão bem próximas o aumento da distância entre elas induz a um rápido aumento na taxa de vazão mássica. Essa taxa de aumento da vazão mássica não se mantém constante e vai diminuindo a medida que continua a aumentar a distância entre as placas até tender a se estabilizar. Esse comportamento era esperado porque após uma certa distância o fluido próximo a placa 2 (placa “fria” está a temperatura ambiente) deixa de receber calor da placa 1. Esta parte continua a temperatura ambiente e mantém sua densidade, não havendo assim força de empuxo. Então, após esta distância entre as placas a vazão mássica torna-se constante.

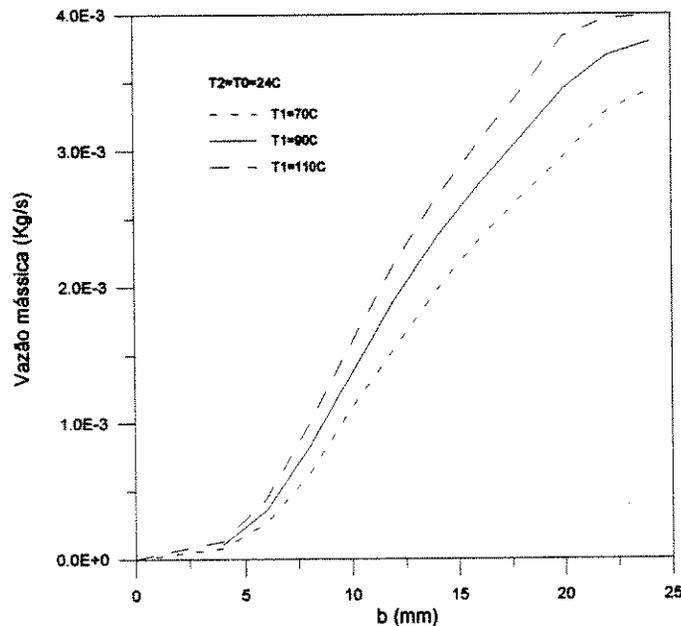


Figura 5.20 - Vazão mássica em função da variação da distância entre placas

A Figura 5.21 mostra o calor médio retirado pelo escoamento de ar para várias distâncias entre as placas para três diferentes temperaturas da placa 1 ($T_1=110, 90, 70\text{ }^\circ\text{C}$). Observa-se, igualmente como na Figura 5.20, que a placa com temperatura mais elevada fornece mais calor ao fluido. Percebe-se que aumentando a distância entre as placas a taxa de calor média aumenta até chegar a uma distância ótima ocorrendo máxima troca de calor. Isso é decorrente ao calor absorvido pelo ar ser função da área no qual escoo o fluido e da temperatura de

mistura na saída do canal; e a medida que afastamos as placas a vazão estabiliza e a temperatura de mistura vai diminuindo.

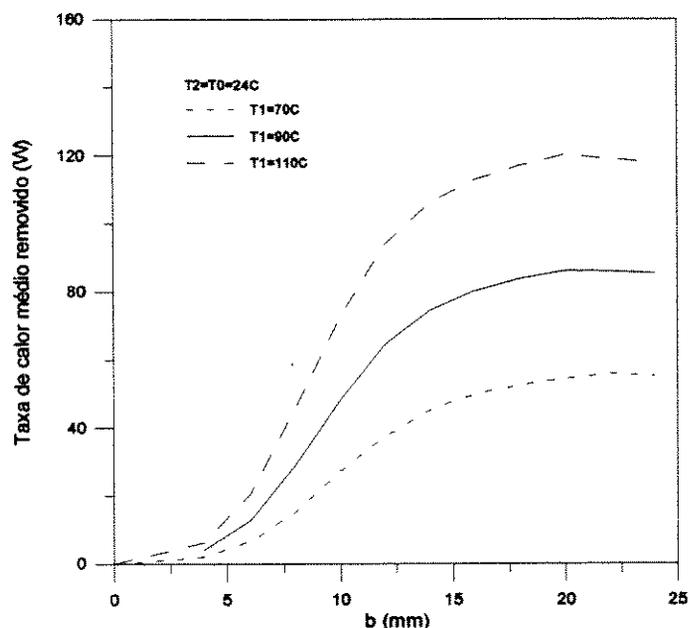


Figura 5.21 - Taxa de calor médio retirado pelo escoamento de ar em função da variação da distância entre placas

5.2 - Fluxo de Calor Constante

5.2.1 - Validação dos resultados

Os resultados numéricos obtidos neste trabalho foram comparados com a literatura para efeito de validação, as Figuras 5.22, 5.23, 5.24, 5.25, apresentam uma comparação com o trabalho experimental de WIRTZ et al. (1982), onde a variação da temperatura adimensional é colocada em função da altura adimensional para diferentes valores do número de Rayleigh.

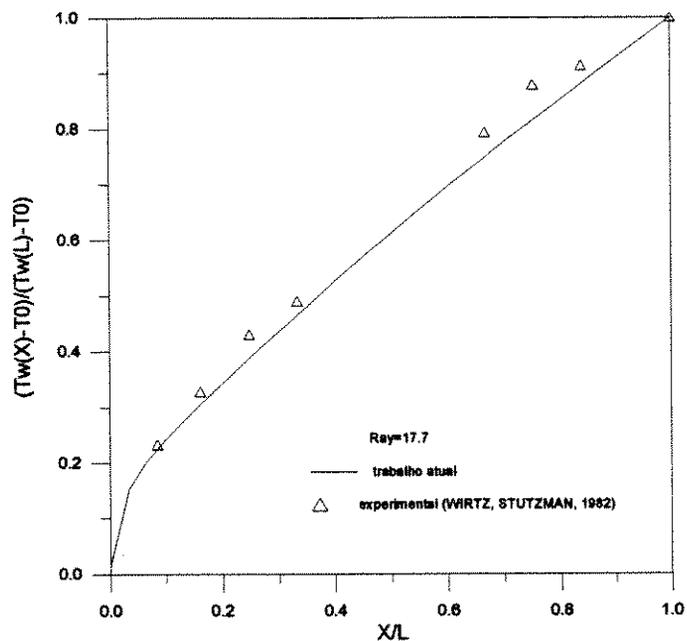


Figura 5.22 - Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para Ray=17,7

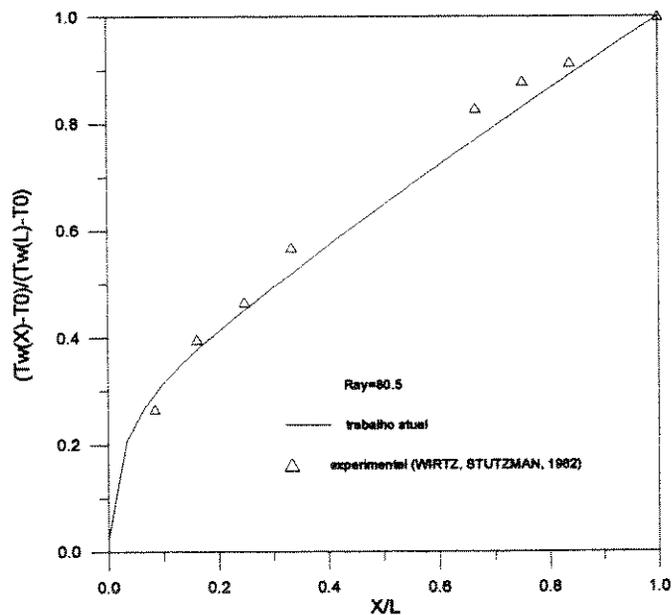


Figura 5.23 - Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para Ray=80,5

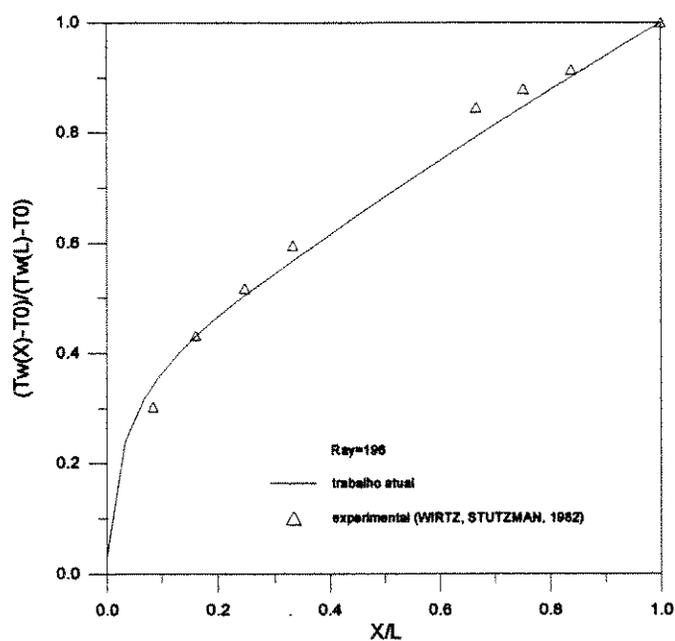


Figura 5.24 - Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para Ray=196

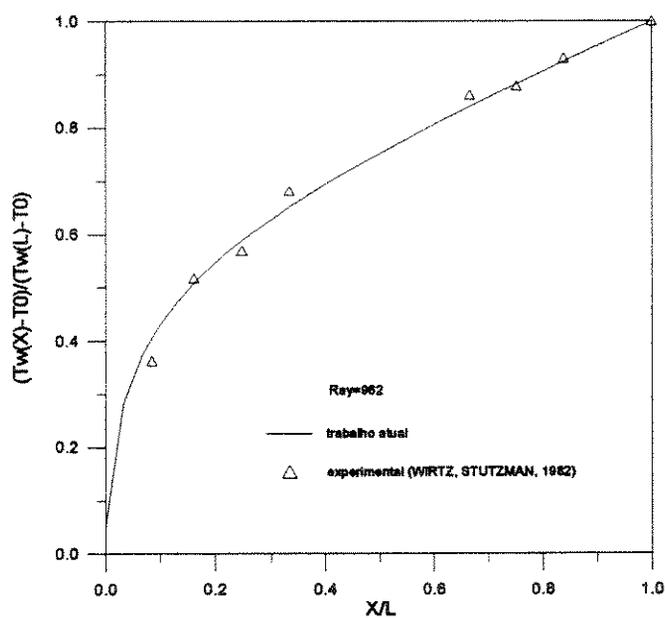


Figura 5.25 - Variação adimensional da temperatura da placa comparada com a literatura para Ray=962

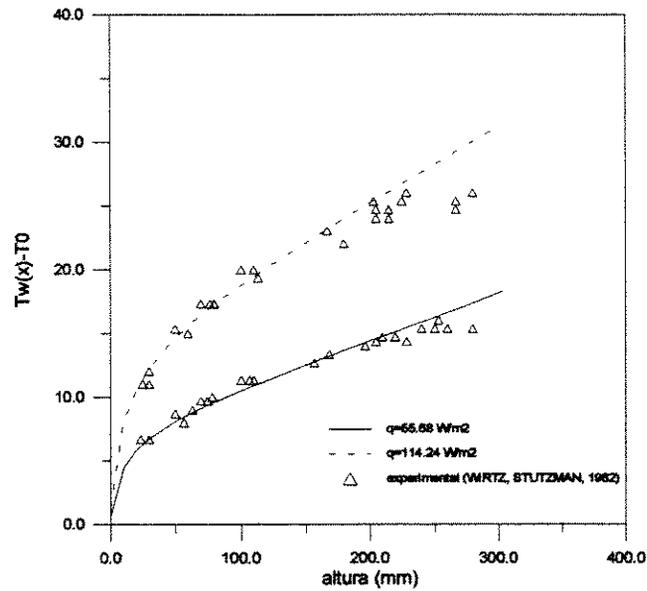


Figura 5.27 - Comparação da variação da temperatura da placa com resultados experimentais

A Figura 5.28 apresenta uma comparação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh médio com os valores obtidos pelo trabalho numérico de AUNG et al. (1972), como pode ser visto, os resultados são bem satisfatórios.

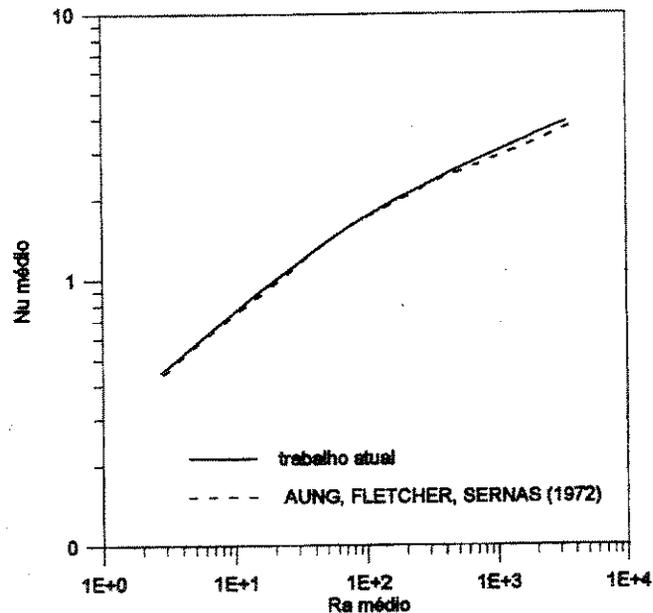


Figura 5.28 - Número de Nusset médio em função do número de Rayleigh médio

5.2.2 - Resultados obtidos

Foi utilizado como critério de convergência para o programa a diferença entre a temperatura da placa 1 com relação ao tempo imediatamente anterior, ou seja, $(T(1,13) - T(1,12)) / T(1,3,3) < \epsilon$, onde ϵ é 10^{-7} . Os resultados apresentados estão todos em regime permanente.

Os resultados foram obtidos para aquecimento assimétrico onde foram plotadas curvas de velocidades, temperaturas e vazão mássica para três geometrias diferentes dos canais (distância entre placas variando de 4, 10 e 20 mm; altura de 1m; profundidade das placas de 1m) para três diferentes condições de fluxo de calor na placa 1 ($\phi=100, 400, 700$ W/m², a placa 2 com fluxo nulo ($\phi=0$), a temperatura ambiente mantida constante e igual a 24 °C). As propriedades do fluido foram calculadas pela média da temperatura entre as duas placas com a temperatura do fluido na entrada do canal (temperatura ambiente); $T = \left(\frac{T1 + T2}{2} + T0 \right) 1/2$.

Foram analisadas duas regiões dos canais, região de entrada e a região de saída e para todos os casos estudados o fluxo de calor na placa 2 foi mantida constante e igual a zero. Com estas condições de contorno ocorre uma tendência dos perfis de velocidade em direção da placa com maior fluxo de calor e conseqüentemente maior temperatura; devido ao maior aquecimento da placa 1 ocorre a diminuição da densidade do ar criando uma força de empuxo que induz um movimento ascendente do fluido.

As Figuras 5.29, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34 apresentam o perfil de velocidade longitudinal em função da distância entre as placas e mostram que quanto maior for o fluxo de calor na placa 1 maior será a velocidade do fluido.

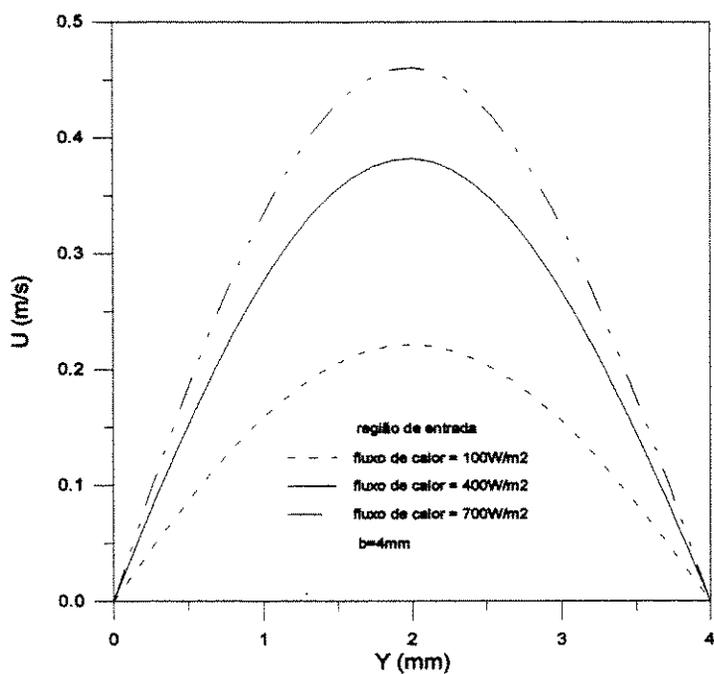


Figura 5.29 - Velocidade em função da distância entre placas na região de entrada

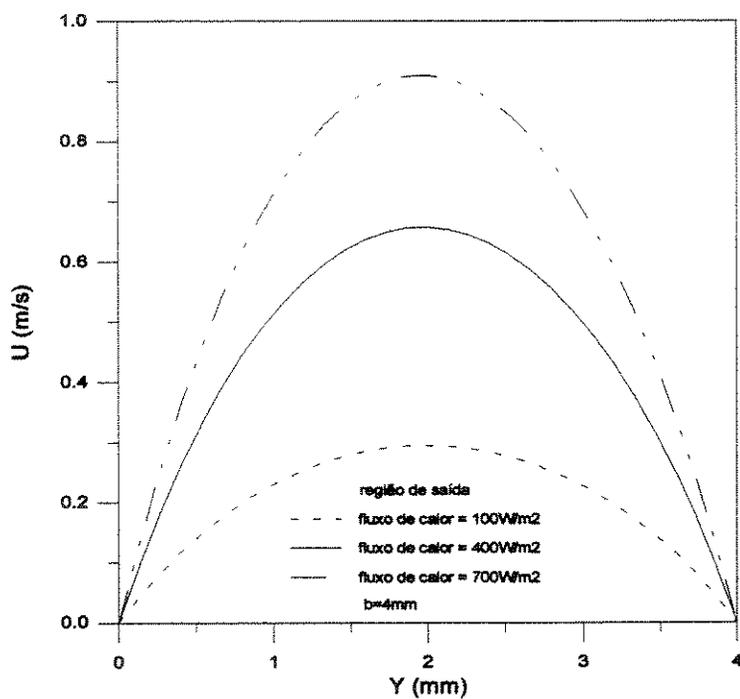


Figura 5.30 - Velocidade em função da distância entre placas na região de saída

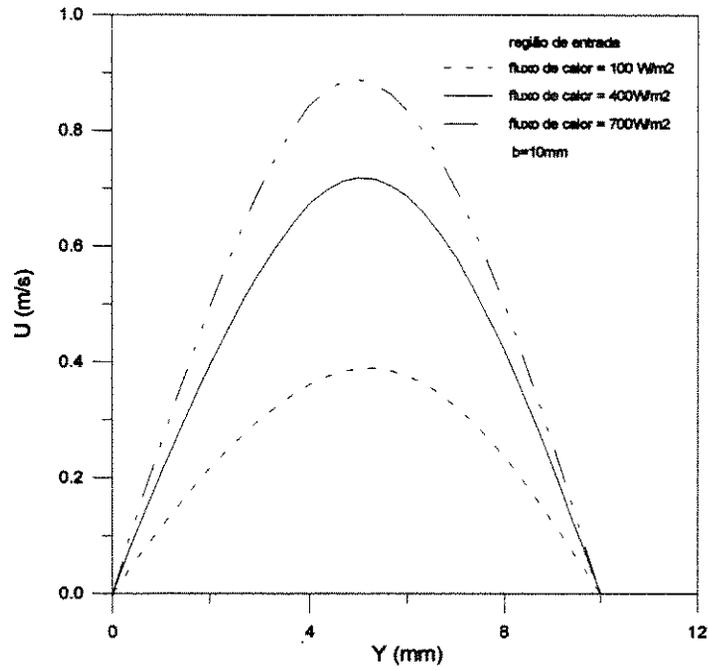


Figura 5.31 - Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de entrada

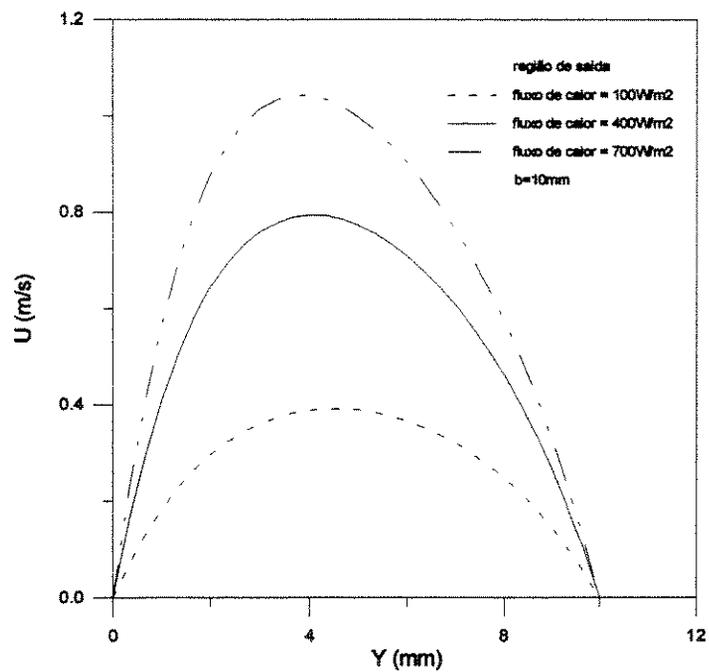


Figura 5.32 - Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de saída

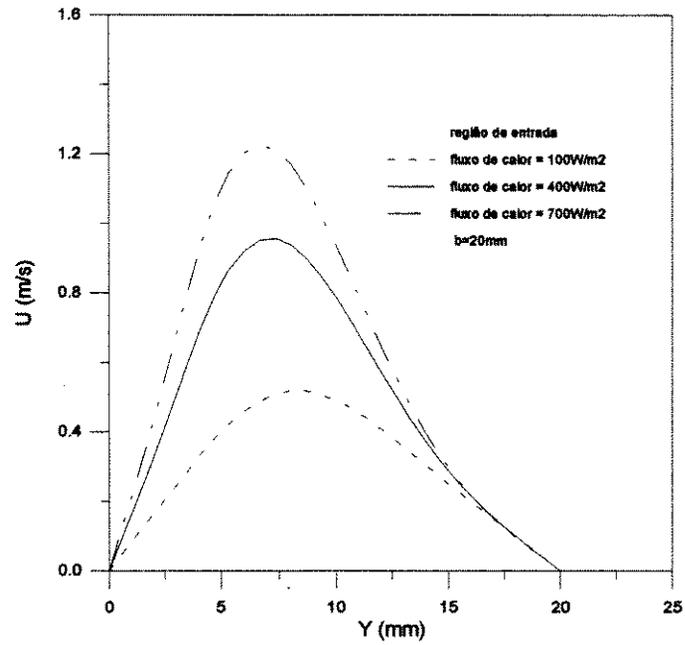


Figura 5.33 - Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de entrada

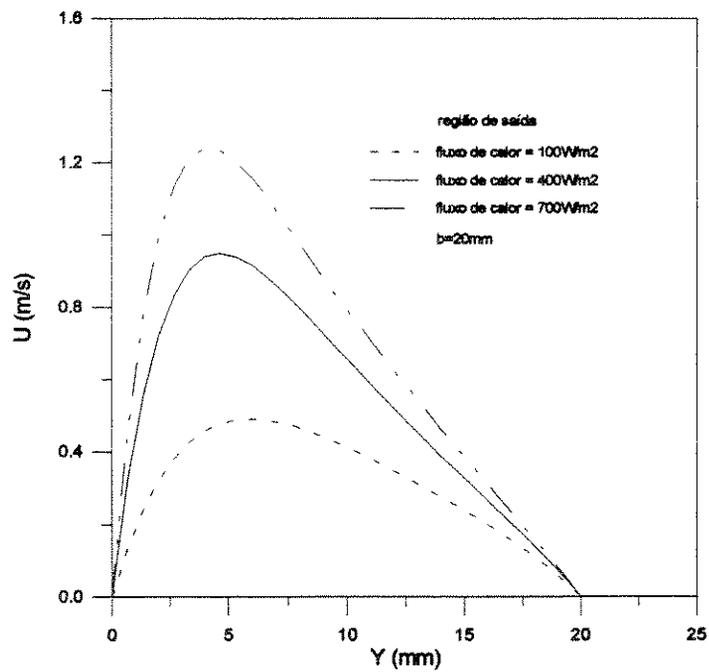


Figura 5.34 - Velocidade longitudinal em função da distância entre placas na região de saída

Isto pode ser confirmado pela análise das Figuras 5.35, 5.36, 5.37 que mostram a vazão mássica para diferentes fluxos calor na placa 1. Essas curvas também mostram oscilações na região do transitório (como ocorrera para temperatura constante) os quais não representam a realidade física do fenômeno, sendo estas causadas por oscilações numéricas.

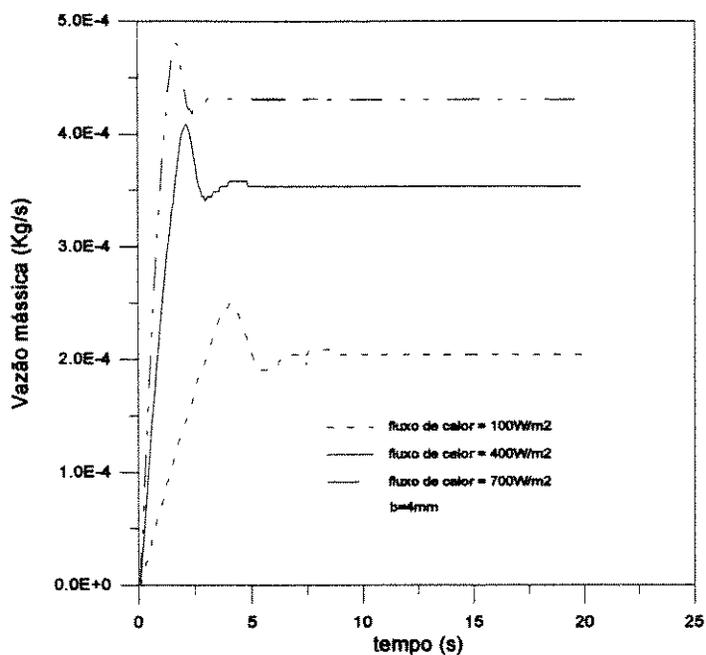


Figura 5.35 - Vazão mássica em função do tempo

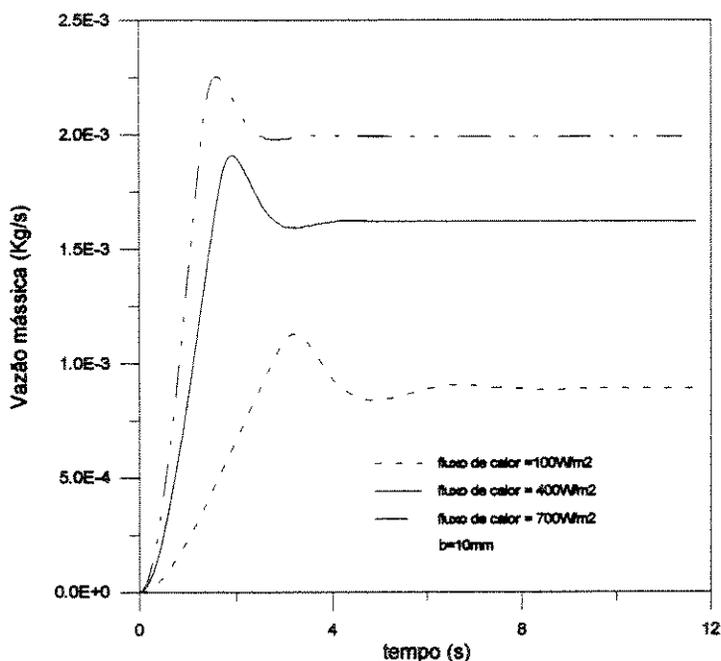


Figura 5.36 - Vazão mássica em função do tempo

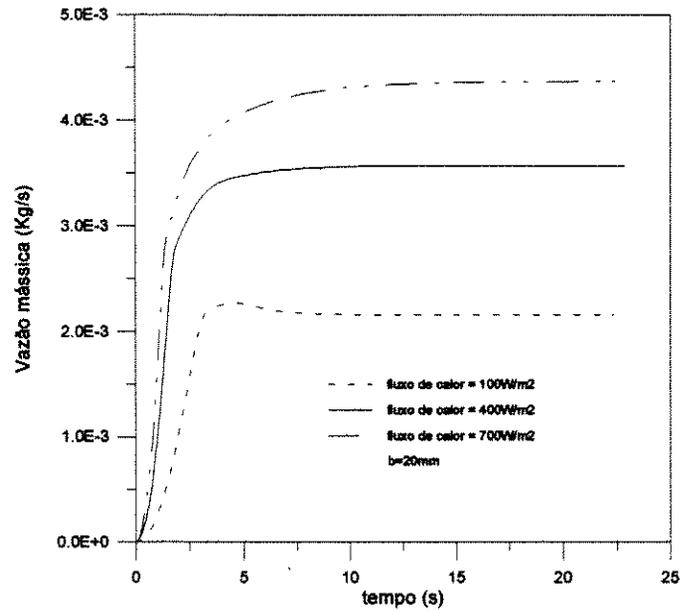


Figura 5.37 - Vazão em função do tempo

Os perfis de temperatura, representadas pelas Figuras 5.38, 5.39, 5.40, 5.41, 5.42 e 5.43, reforçam a idéia, já que um maior fluxo de calor implica em maior temperatura e em densidades menores, ou seja, maiores velocidades no escoamento.

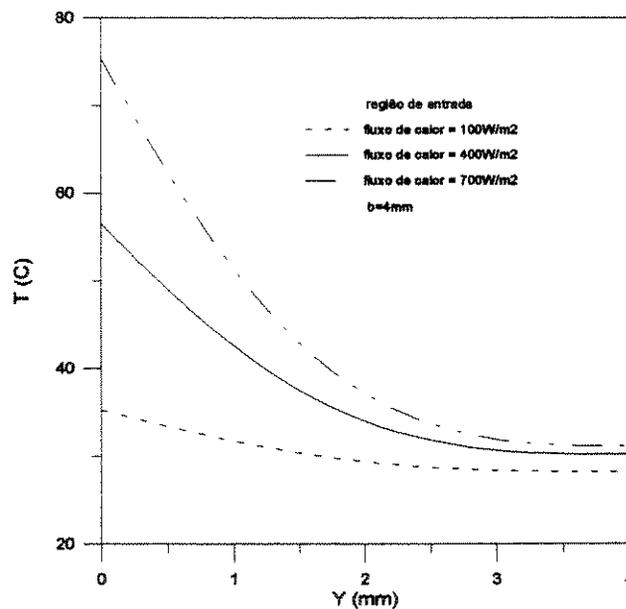


Figura 5.38 - Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada

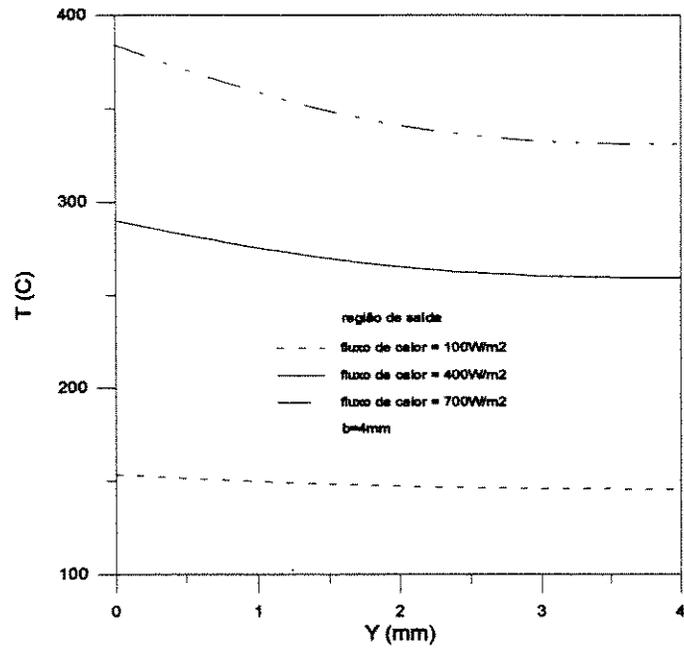


Figura 5.39 - Temperatura em função da distância entre placas na região de saída

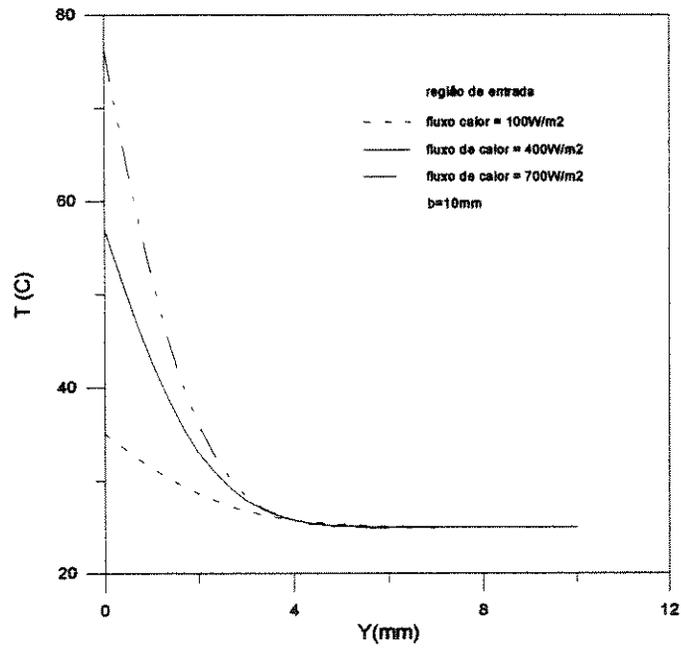


Figura 5.40 - Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada

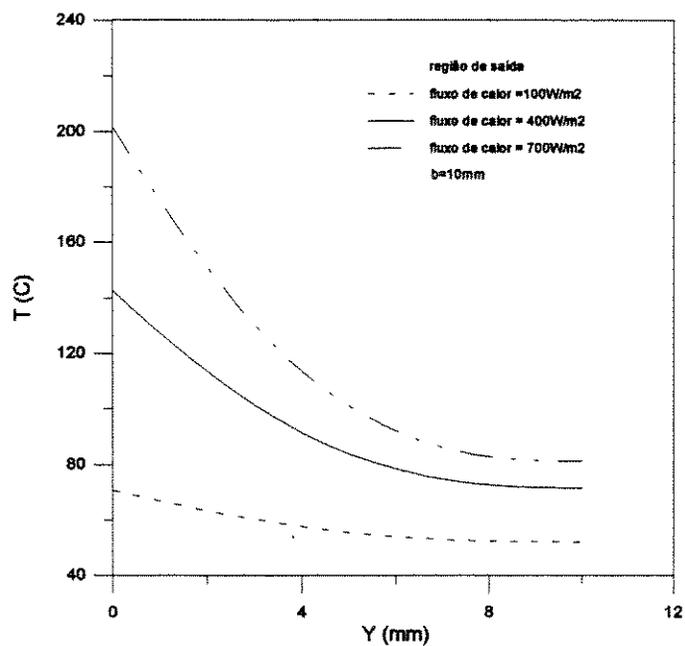


Figura 5.41 - Temperatura em função da distância entre placas na região de saída

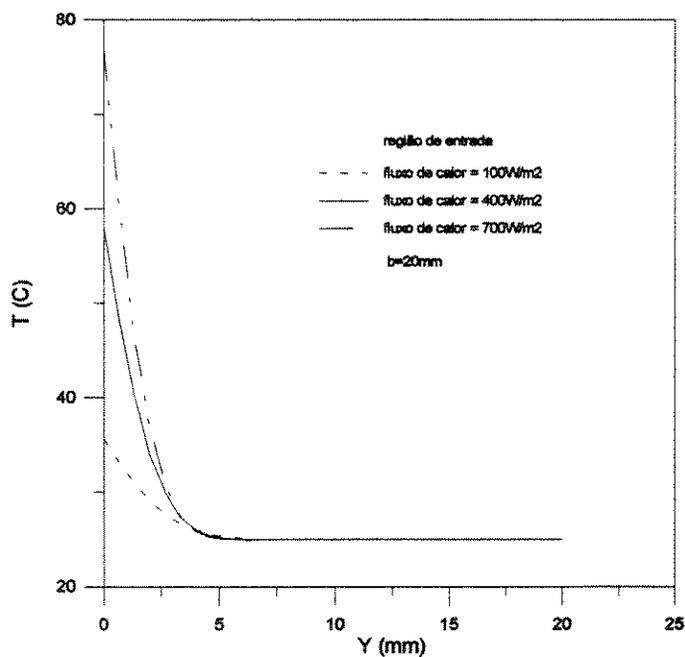


Figura 5.42 - Temperatura em função da distância entre placas na região de entrada

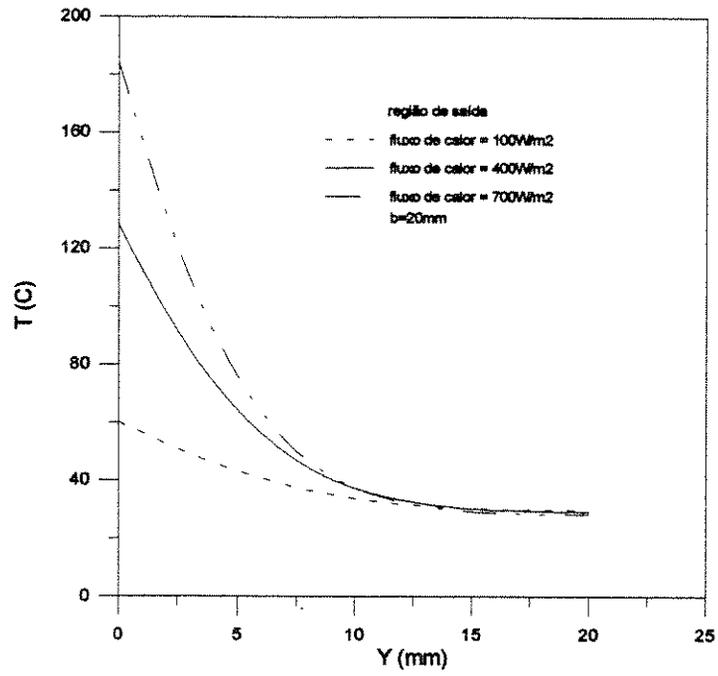


Figura 5.43 - Temperatura em função da distância entre placas na região de saída

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Este trabalho apresenta um estudo sobre escoamento de fluido (ar) através de um canal formado por duas placas planas verticais com aquecimento assimétrico, sujeito a duas condições de contorno: placas com temperatura constante e com fluxo de calor constante em regime permanente.

As equações foram escritas em diferenças finitas utilizando variáveis primitivas e resolvidas implicitamente, usando discretização central em todos os termos das equações governantes; exceto para o caso de fluxo de calor que foi utilizado diferença unilateral de três níveis nos termos da derivada da temperatura.

Este trabalho avalia os efeitos do espaçamento entre as placas, sujeitas a condições de temperatura constante e fluxo de calor constante, sobre o comportamento nos campos de velocidade e temperatura, bem como a influência sobre a vazão mássica. Ratifica que a transferência de calor em canais estreitos ($L \gg b$) para escoamento completamente desenvolvido ocorre por difusão (condução). Analisa os efeitos que a variação da temperatura da placa 1 provoca sobre a vazão mássica e sobre o calor médio retirado pelo escoamento de ar e também a influência que o aumento do espaçamento entre as placas causa sobre a taxa de calor retirado e na vazão mássica.

São apresentados resultados tanto para a região de entrada como da região de saída dos perfis de temperatura, velocidade, vazão mássica para diferentes geometrias do canal (distância entre as placas variando de 4 a 20mm). Observou-se que os perfis de velocidade para placas de 4mm não apresentam a mesma tendência de inclinação na direção da placa com temperatura mais elevada como ocorrera para placas mais afastadas. Este comportamento é motivado porque para canais muito estreitos as forças viscosas prevalecem sobre as forças de empuxo. As curvas de vazão mássica apresentaram grande oscilações na região transitória devida a problemas numéricos. Os resultados indicam que existe uma distância ótima entre as placas onde ocorre a máxima troca de calor entre as placas e o fluido. Os resultados foram comparados com a literatura, tantos trabalhos numéricos como experimentais.

Podia ser realizado um estudo em canais com novas condições de contorno como fluxo de calor variável (radiação solar) e fazendo escoar outro fluido que participe efetivamente da transferência de calor.

Um estudo levando em conta a transferência de calor por condução nas placas no sentido longitudinal o que daria uma melhor precisão aos resultados, podendo analisar os efeitos da variação das espessuras das placas e suas consequências sobre a taxas de calor.

Dar ênfase em procurar determinar exatamente o afastamento ótimo entre as placas de forma a fornecer a melhor troca térmica

Referências bibliográficas

- AKBARI, H., BORGES, T. R., Free Convective Laminar Flow within the Trombe Wall Channel, *Solar Energy*, Vol. 22, pp. 165-174, 1978.
- AL-NIMR, M. A , EL-SHAARAWI, M. A I., Analytical for Transient Laminar Fully Developed Free Convection in Vertical Channels, *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, vol. 30, n4, pp. 241-248, Apr, 1995.
- AUNG, W., Fully Developed Laminar Free Convection between Vertical Plates Heated Asymmetrically, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1577-1580, 1972.
- AUNG, W., FLETCHER, L. S., SERNAS, V., Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates with Asymmetric Heating, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 2293-2308, 1972.
- BAR-COHEN, A, ROHSENOW, W. M., Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates, *Transactions of the ASME*, Vol. 106, pp. 116-123, February, 1984.
- BESSAIH, R., KADJA, M., NEMOUCHI, Z., Turbulent Natural Convection Cooling of Vertically Mounted Electronic Components, *Int. Symposium on Heat Transfer Proceedings of the 1996, 4th Int. Symposium on Heat Transfer*, pp. 7-11, Oct., 1996.
- BODOIA, J. R., OSTERLE, J. F., The Development of Free Convection between Heated Vertical Plates, *J. Heat Transfer*, vol. 84, pp. 40-44, 1962.

- CARPENTER, J. R., BRIGGS, D. G., SERNAS, V., Combined Radiation and Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates with Asymmetric Heating, *Journal Heat Transfer*, February, pp. 95-100, 1976.
- CHA, W., LLOYD, J. R., YANG, K. T., Numerical study of Natural Convection between two Vertical Parallel Plates with one Oscillating Surface Temperature, *ASME, Heat Transfer Division*, Vol. 121, pp. 31-38, 1989.
- CHANG, T. S., LIN, T. F., Transient Buoyancy-Induced Flow Through a Heated, Vertical Channel of Finite Height, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 16, pp. 15-35, 1989.
- DRAOUI, A , ALLARD, F., BEGHEIN, C., Numerical Analysis of Heat Transfer by Natural Convection and Radiation in Participating Fluids Enclosed in Square Cavities, *Numerical Heat Transfer, An International Journal of Computation and Methodology, Part A: Applications*, Vol. 20, n.2, pp. 253-261, Sep 1991.
- FEDOROV, A G., VISKANTA, R., Turbulent Natural Convection Heat Transfer in an Asymmetrically Heated, Vertical Parallel-Plate Channel, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, n16, pp. 3849-3860, 1997.
- KETTLEBOROUGH, C. F., Transient Laminar Free Convection between Heated Vertical Plates Including Entrance Effects, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 883-896, 1972.
- KIM, S. H., ANAND, N. K., AUNG, W., Effect of Wall Conduction on Free Convection between Asymmetrically Heated Vertical Plates: Uniform Wall Heat Flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1013-1023, 1990.
- KIM, S. H., ANAND, N. K., AUNG, W., Effect of Wall Conduction on Free Convection between Asymmetrically Heated Vertical Plates: Uniform Wall Temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1025-1028, 1990.

- LANGERMAN, M. A., A Non-Boussinesq Integral Method for Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates subject to a Uniform Wall Heat Flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.36, No 14, pp. 3429-3435, 1993.
- LI, H. H., CHUNG, B. T. F., New Look at Natural Convection from Isothermal, Vertical Parallel Plates, *ASME – Heat Transfer Division*, part 2, vol. 333, n2, pp. 249-256, Nov. 1996.
- MORAES, J. M. DAGUENET, M., Convecção Natural entre Placas Paralelas Verticais Aquecidas Incluindo Efeitos de Entrada e Saída, XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - São Paulo - dezembro, 1991.
- MORRONE, B., CAMPO, O , Optimum Plate Separation in Vertical Parallel Plate Channels for Natural Convective Flows: Incorporation of Large Spaces at the Channel Extremes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, n5, pp. 993-1000, 1997.
- NAKAMURA, H., ASAKO, Y. NAITOU, T. , Heat Transfer by Free Convection between Two Parallel Flat Plates, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp. 95-106, 1982.
- NAYLOR, D., TARASUK, J. D., Natural Convective Heat Transfer in a Divided Vertical Channel: Part I - *Numerical Study*, *Journal Heat Transfer*, Transactions of the ASME, vol. 115, pp. 377-387, 1993.
- NOVAK, M. H., NOWAK, E. S., Natural Convection Heat Transfer in Slender Window Cavities, *Journal of Heat Transfer*, Transactions of the ASME, vol. 115, pp. 476-479, 1993.
- ONUR, N., AKTAS, M. K., Experimental Study on the Effect of Opposing Wall on Natural Convection along na Inclined Hot Plate Facing Downward, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, n3, pp. 389-397, 1998.

- PEREIRA, J. T. V., *Convecção Natural entre duas Placas Verticais, Isotérmicas, Aquecimento Assimétrico, Regime Transiente, Laminar*, Tese de Mestrado, Unicamp, 1977.
- PRASAD, W., RUHUL, A., M., Effect of Multiple Obstructions on Natural Convection Heat Transfer in Vertical Channels, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, n11, pp. 2039-2046, Jul., 1995.
- SILVA, E. F., COTTA, R. M., Mixed Convection Within Vertical Parallel Plates: Hybrid Solution by Integral Transforms, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 33: pp. 85-106, 1998.
- SPARROW, E. M., SHAH, S., PRAKASH, C., Natural Convection in a Vertical Channel: I. Interacting Convection and Radiation. II. The Vertical Plate with and without Shrouding, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 3, pp. 297-314, 1980.
- SPARROW, E. M., TAO, W. Q., Buoyancy-Driven Fluid Flow and Heat Transfer in a Pair of Interacting Vertical Parallel Channels, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp. 39-58, 1982.
- TERUMI, I., KATSUO, K., Numerical Modeling on Turbulent transport with Combined Forced and Natural Convection between two Vertical Parallel Plates, *Numerical Heat Transfer, part A*, vol. 27, n4, pp. 417-431, 1995.
- YAN, W. M., LIN, T. F., Natural Convection Heat Transfer in Vertical Open Channel Flows with Discrete Heating, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 187-200, 1987.
- YEH, J. P., SHAW, H. J., HUANG, M. J., Analysis of Conjugate Laminar Natural Convection between Finitely Top Heating Vertical Channel Flow, *Warme-und Stoffubtragung*, vol. 25, pp. 321-329, 1990.

WIRTZ, R. A., STUTZMAN, R. J., Experiments on Free Convection between Vertical Plates with Symmetric Heating, *Journal of Heat Transfer*, vol. 104, pp. 501-507, 1982.

ZAMORA, B., HERNANDEZ, J., Influence of Variable Property Effects on Natural Convection Flows in Asymmetrically-heated Vertical Channels, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, n8, pp. 1153-1162, Dec., 1997.

Literatura Adicional

ALEXANDRE, M. E. O., *Algoritmo de Diferenças Finitas com Variáveis Primitivas em Convecção Natural, para Placa Plana Vertical, aplicado à Água e ao Ar com Propriedades Variáveis*, Tese de Mestrado, Unicamp, 1995.

BEJAN, A., *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 1993.

BURMEISTER, L., C., *Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 1983.

DAUGHERTY & FRANZINI, *Fluid Mechanics for Engineering Applications*, McGraw-Hill Book Co Inc

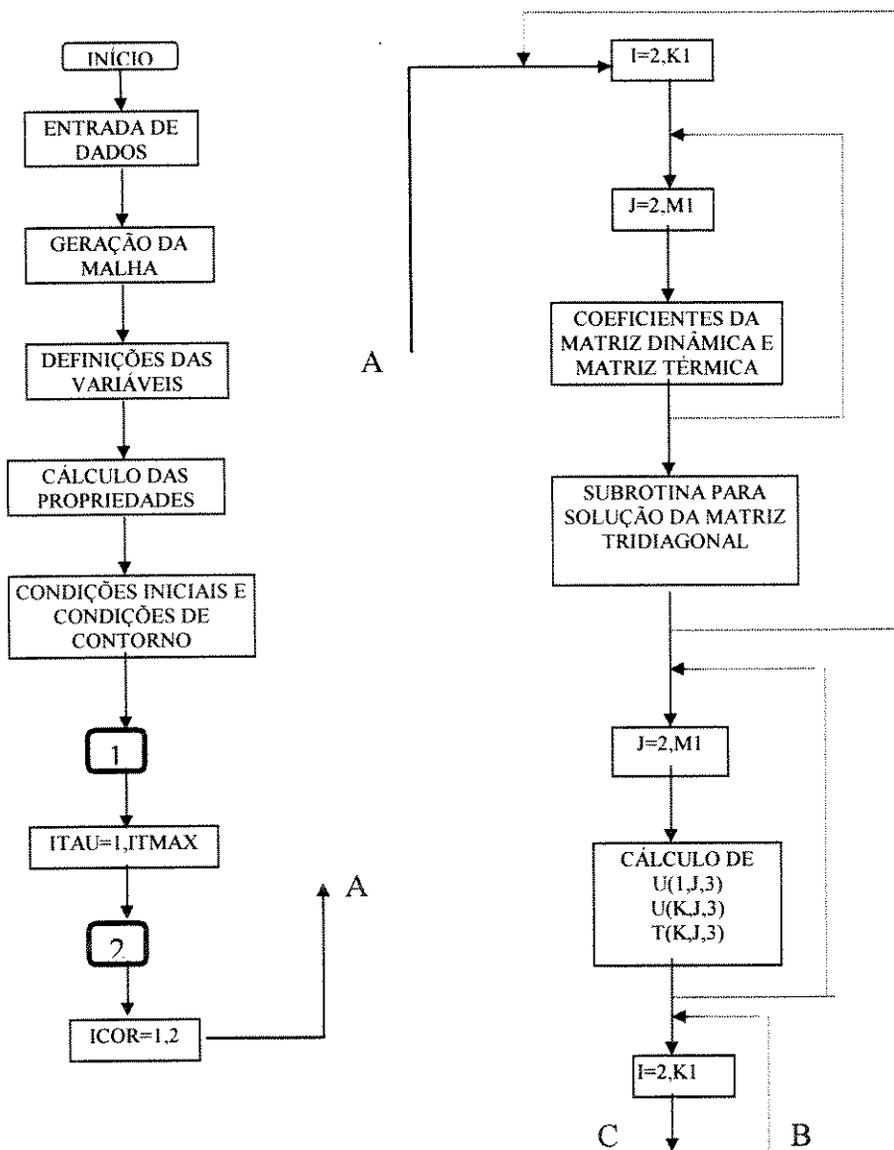
G. J. VAN WILEN & SONTAG, *Fundamentos da Termodinâmica Clássica*, 2ª edição, Editora Edgard Blucher Ltda.

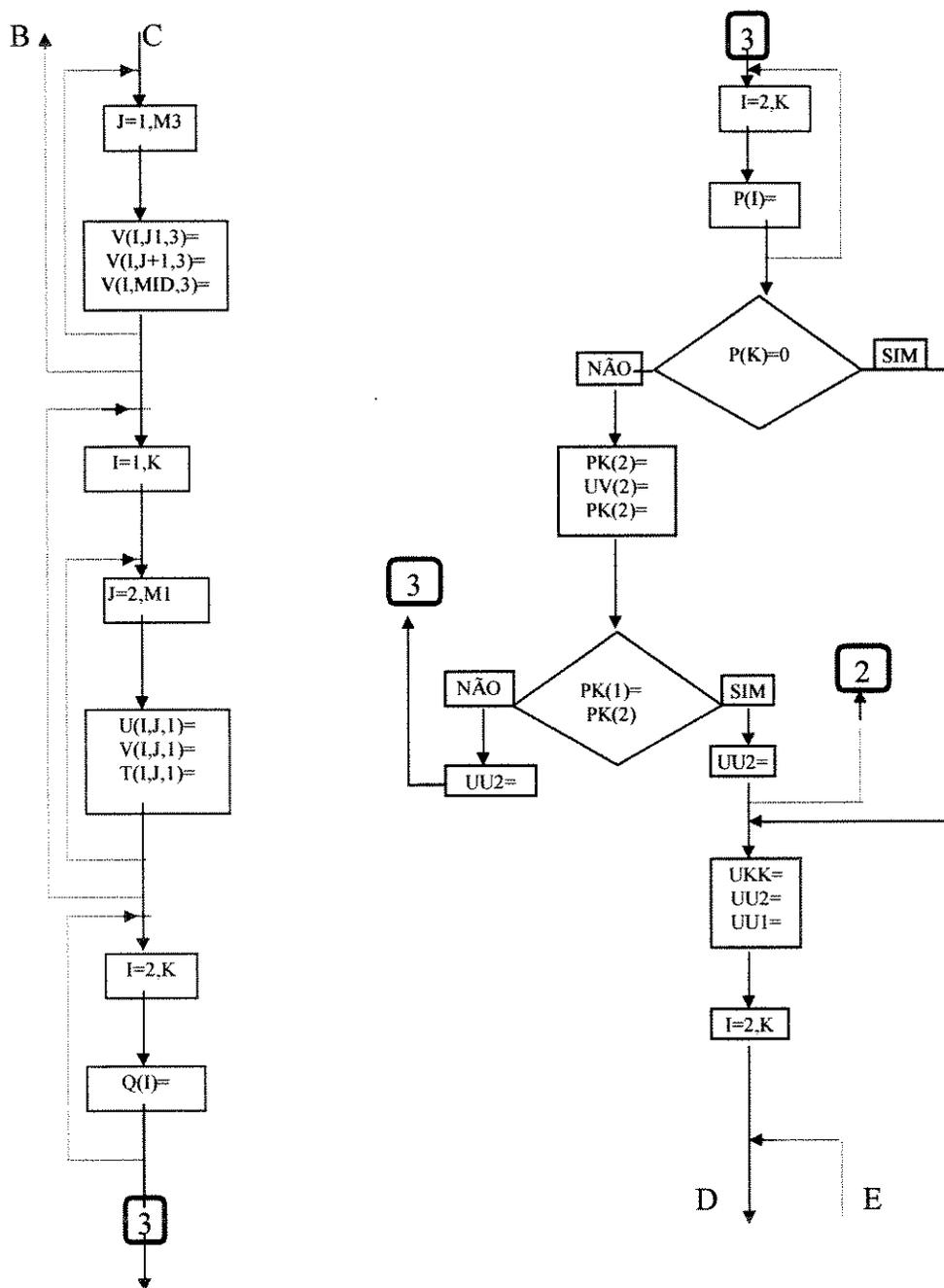
SMITH, G. D., *Numerical solution of partial differential equations*, third edition, Clarendon Press, Oxford, 1985.

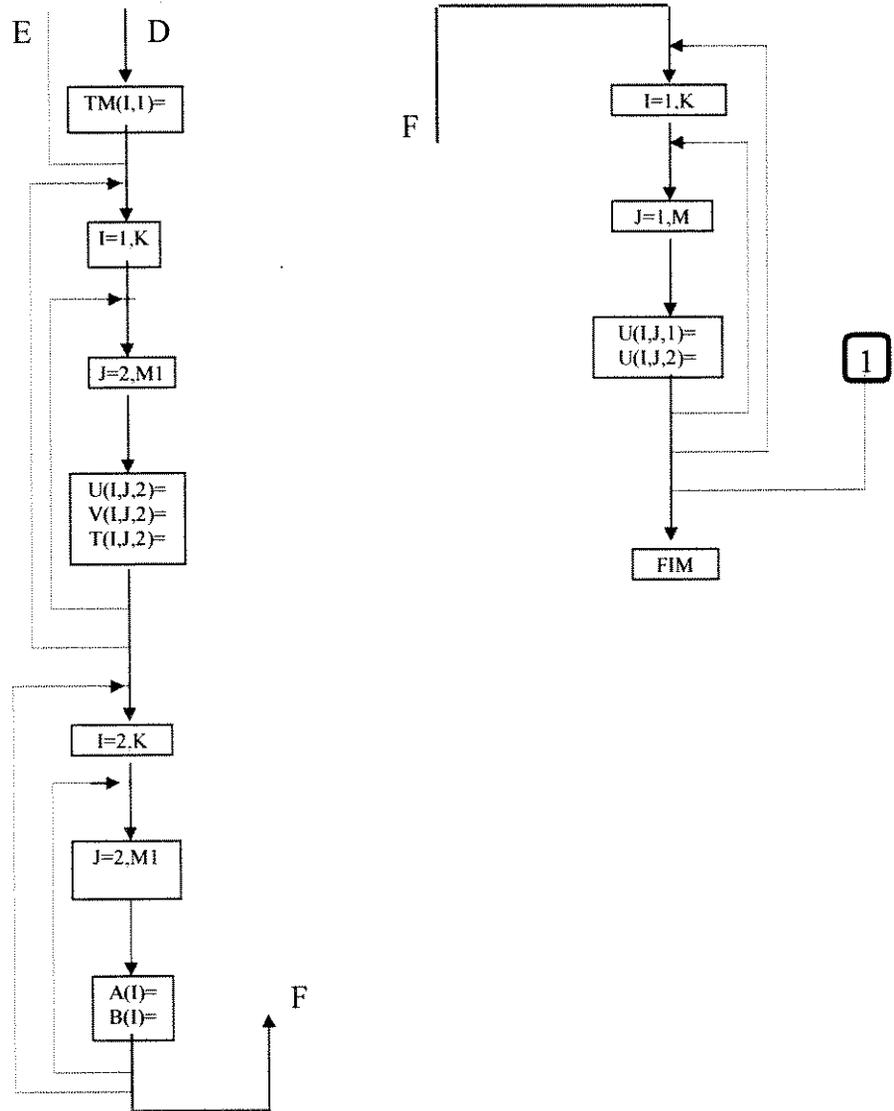
KREYSZIC, E., *Advanced Engineering Mathematics*, sixth edition, John Wiley & Sons, Inc., 1988.

Anexos

1 - Placas com temperatura constante







2 - Fluxo de calor constante

