

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Modelagem dos Acoplamentos Mecânicos nos
Sistemas Horizontais
Rotor-Acoplamento-Mancal**

**Autor: Abdón Tapia Tadeo
Orientadora: Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini**

01/03

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Modelagem dos Acoplamentos Mecânicos nos Sistemas Horizontais Rotor-Acoplamento-Mancal

Autor: Abdón Tapia Tadeo

Orientadora: Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

**Campinas, 2003
S.P. - Brasil**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

TESE DE DOUTORADO

Modelagem dos Acoplamentos Mecânicos nos Sistemas Horizontais Rotor-Acoplamento-Mancal

Autor: Abdón Tapia Tadeo

Orientadora: Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

**Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
UNICAMP-Universidade Estadual de Campinas**

**Prof. Dr. Robson Pederiva
UNICAMP-Universidade Estadual de Campinas**

**Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
UNICAMP-Universidade Estadual de Campinas**

**Prof. Dr. Paulo Sérgio Varoto
USP-Escola de Engenharia de São Carlos**

**Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte
UFU-Universidade Federal de Uberlândia**

Campinas, 14 de fevereiro de 2003

Dedicatória:

Dedico este trabalho a meu Pai e minha Mãe que, com seus exemplos de trabalho e dedicação pelo bem estar de seus filhos e filhas conseguiram inculcar-me, que o respeito, a responsabilidade e, sobretudo, a honestidade e o trabalho são coisas que devem fazer parte da vida de todas as pessoas. Também dedico este trabalho a meu irmão Javier, minhas irmãs (Yuni, Fidelity, Edith, Susana, Martha), sobrinhos e sobrinhas, que sempre estiveram me apoiando e incentivando apesar da distância.

Agradecimentos:

Este trabalho não poderia ser concluído sem a ajuda de diversas pessoas, que de uma forma direta ou indireta me incentivaram e apoiaram durante o desenvolvimento da tese. Ficam aqui todos os meus agradecimentos.

A todos de minha família que em momentos difíceis souberam me apoiar e confortar.

A UNICAMP, CNPq, Vulcan do Brasil pelo suporte financeiro e de infra-estrutura, que fizeram possível a realização deste trabalho.

À professora Katia Lucchesi pelo apoio e a orientação durante o doutoramento.

À Denise Helena, por sempre ter-me dado o apoio necessário nos momentos difíceis, durante minha estadia neste país.

À colônia Peruana e de estrangeiros latinos dentro da UNICAMP, em especial aos amigos/as mais próximos, que de uma forma ou outra sempre souberam me incentivar em todo momento.

Aos Professores Franco Dedini, Robson Pederiva, Milton Dias Junior pela ajuda e suporte dispensado durante o trabalho.

Aos professores Renato Pavanello, José Maria e em especial ao Professor José R. F. Arruda pelo apoio e suporte dispensados, possibilitando assim a conclusão deste trabalho.

Aos funcionários Ferreira, Mauro, Maurício, Gastão, Eli pelo suporte prestados na bancada.

A todos os funcionários do SIFEM, pela disposição e suporte.

Aos alunos de iniciação científica Renato, Luiz Alberto e da pós-graduação a Zilda Silveira que contribuíram de forma direta ou não para a finalização deste trabalho.

A todos os meus amigos do DPM e DMC pela companhia e apoio nos momentos difíceis.

“As dificuldades são as melhores escolas da vida.”

Anônimo.

Resumo

TAPIA, Abdón Tadeo, *Modelagem dos Acoplamentos Mecânicos nos Sistemas Horizontais Rotor-Acoplamento-Mancal*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003. 250p. Tese (Doutorado).

Atualmente, os modelos através do método de elementos finitos tornaram-se ferramentas imprescindíveis no estudo das vibrações flexionais de sistemas mecânicos, pois permitem analisar as vibrações flexionais, em situações estáveis e críticas através de simulações. Algumas dessas situações não poderiam ser conduzidas em sistemas reais, devido a diferentes limitações práticas. Modelos de acoplamentos são pouco conhecidos e pouco estudados até o momento. No presente trabalho, foi desenvolvido o modelo através do *MEF* do **sistema rotor-acoplamento-manca**, considerando-se as modelagens simplificadas dos acoplamentos existentes na literatura. Nas simulações teóricas, mostrou-se que, dependendo do modelo considerado, o comportamento dinâmico dos sistemas será diferente, tanto no valor das frequências naturais, quanto nas amplitudes de vibração. Na implementação experimental, utilizamos 2 acoplamentos comerciais do tipo flexíveis flexionalmente e rígidos torcionalmente (Vulkan Tormin L-3R, Vulkan Tormin L-1NZ). Foram estimadas as *FRFs*(devido ao desbalanceamento residual e a uma excitação aleatória externa “*Shaker*”) experimentais dos sistemas. Finalmente, ajustou-se as curvas experimentais, utilizando os modelos implementados através do método de Mínimos Quadrados Amortecido Não Linear. Dos resultados obtidos, pode-se concluir que os melhores modelos dos acoplamentos, para os casos analisados, são aqueles que os representam através de parâmetros de rigidez e amortecimento (2^o Nelson e Crandall, 2^o Kramer). Afirmação que precisa ser corroborada, utilizando outros tipos de acoplamentos e com modelos que, ajustem as curvas experimentais, e cujos parâmetros estimados reflitam as características físicas, tanto dos componentes quanto das condições de operação dos mesmos.

Palavras Chave

Acoplamento e Rotores Flexíveis, Vibrações Flexionais, Elementos Finitos, Ajuste de Modelos.

Abstract

TAPIA, Abdón Tadeo, *Modeling of Mechanical Couplings in Rotor-Coupling-Bearing Horizontal Systems*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003. 250p. Tese (Doutorado).

Modeling by Finite Element Method has become an essential tool for bending vibration studies in mechanical systems, provided it allows the analysis of bending vibrations in operational conditions which can be dynamically stable and critical through the application of numerical simulation. Some of these operational conditions could not be carried out in real systems or even in a laboratory model, due to several and different practical constraints. Coupling models are less known and fairly studied by now. In the work presented here, a model was developed using the Finite Element Method to the Rotor-Coupling-Bearing System, considering simplified models proposed in the literature. Theoretical simulations showed that, depending on the coupling model adopted in the equations of motion, the dynamical behavior of the system will be quite different, as in the natural frequency value, as in the vibrational amplitude magnitudes. In the experimental tests development, two commercial couplings were used, which are significantly flexible in bending but with high torsional stiffness (Vulkan Tormin L-3R, Vulkan Tormin L-1NZ). The experimental *FRFs* were evaluated to systems (due to the residual unbalance and due to an external random excitation force-“*Shaker*”). Finally, experimental curves were fitted, applying the Non-linear Damped Minimum Square Method. From obtained results, it is possible to predict that the best coupling models, in the analyzed cases, are those models that represent the coupling through its stiffness and damping parameters (2nd Nelson and Crandall, 2nd Kramer). The previous conclusion can be confirmed by using other kinds of couplings and models that fitting experimental curves and their estimated parameters actually represent the physical characteristics as of components as of their operational conditions.

Key-words

Couplings and Flexible Rotors, Bending Vibrations, Finite Element Method, Model Fitting.

Índice

ÍNDICE	i
LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABELAS.....	ix
NOMENCLATURA.....	x
CAPITULO 1.....	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Descrição do Trabalho.....	5
CAPITULO 2.....	7
REVISÃO DA LITERATURA.....	7
CAPITULO 3.....	13
ACOPLAMENTOS MECÂNICOS	13
3.1 História dos Acoplamentos Mecânicos.....	14
3.2 Classificação dos Acoplamentos Mecânicos.....	16
3.3 Acoplamentos Rígidos.....	18
3.4 Acoplamentos Flexíveis	19
3.5 Critérios de Seleção dos Acoplamentos.....	21
3.6 Vibrações Induzidas por Acoplamentos Mecânicos.....	23
3.7 Forças e Momentos devido ao Desalinhamento.....	26
CAPITULO 4.....	30
MODELAMENTO MATEMÁTICO DO SISTEMA MECÂNICO	30
4.1 Definições dos Sistemas Referenciais.....	31
4.2 Modelagem do Disco.....	32
4.3 Modelagem do Eixo	34
4.3.1 Energia Cinética do Eixo	35
4.3.2 Energia Potencial do Eixo	40
4.4 Modelagem dos Mancais.....	44
4.4.1 Modelagem dos Mancais Hidrodinâmicos	45
4.5 Modelagem dos Acoplamentos	51

4.5.1 Modelos de Acoplamentos segundo Krämer.....	52
4.5.2 Modelos de Acoplamentos segundo Nelson e Crandall.....	55
4.6 Forças de Excitação.....	58
4.6.1 Forças de Desbalanceamento.....	58
4.6.2 Forças e Momentos devido ao Desalinhamento.....	59
4.7 Processo da Montagem das Matrizes Globais do Sistema.....	60
4.7.1 Restrições Geométricas.....	64
4.8 Solução do Sistema de Equações.....	65
4.8.1 Análise de Vibração Livre.....	65
4.8.2 Análise de Vibração Forçada.....	68
4.8.2.1 Resposta Estática.....	69
4.8.2.2 Resposta ao Desbalanceamento.....	69
4.8.2.3 Resposta a uma Força Assíncrona.....	69
4.8.2.4 Resposta a uma Força Harmônica.....	70
4.9 Programa computacional.....	71
4.9.1 Exemplo de Aplicação 1.....	71
4.9.2 Exemplo de Aplicação 2.....	74
CAPITULO 5.....	79
ANÁLISE MODAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS.....	79
5.1 Hipóteses Básicas para a Análise Modal.....	80
5.2 Sistemas Estacionários de Múltiplos Graus de Liberdade.....	81
5.2.1 Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade (<i>MGL</i>) não Amortecido.....	81
5.2.2 Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade (<i>MGL</i>) Amortecidos.....	85
5.3 Sistemas Rotativos de Múltiplos Graus de Liberdade.....	90
5.3.1 Exemplo de Aplicação.....	95
5.4 Representação das Funções de Transferência.....	98
5.5 Problemas na Análise Modal em Sistemas Rotativos.....	99
5.6 Métodos de Excitação em Sistemas Rotativos.....	101
5.7 Medição da Resposta em Sistemas Rotativos.....	105
CAPITULO 6.....	108
AJUSTE DE PARÂMETROS.....	108
6.1 Modelos Usados na Identificação.....	110
6.2 Principais Estimadores.....	112
6.2.1 Estimador de Máximo a Posteriori (<i>MAP</i>).....	113
6.2.2 Estimador de Máxima Verossimilhança (<i>ML</i>).....	115
6.2.3 Estimador de Mínimos Quadrados (<i>MQ</i>).....	115
6.3 Unicidade e Critérios de Identificabilidade.....	117
6.4 Estimativa de Erros nos Parâmetros Ajustados.....	118
6.5 Matriz de Sensibilidade.....	118
6.6 Influência do Ruído nos Erros de Estimação.....	120
6.7 Função Objetivo para Ajuste de Curvas não lineares no domínio da Frequência (<i>FRF</i>).....	121
6.8 Influência do Valor Inicial na Estimação de Parâmetros.....	123
6.9 Algoritmo de Mínimos Quadrados.....	123
6.10 Simulações de Estimação de Parâmetros.....	126
6.10.1 Resposta ao Desbalanceamento.....	127

6.10.2 Função de Transferência.....	132
CAPITULO 7.....	136
ANÁLISES EXPERIMENTAIS	136
7.1 Configuração da Bancada Experimental.....	137
7.1.1 Fundação de Concreto e a Base Metálica.....	138
7.1.2 Mancais Hidrodinâmicos.....	140
7.1.3 Montagem do Motor Elétrico de Acionamento.....	142
7.1.4 Eixos e Massas	143
7.1.5 Acoplamento entre o Motor e o Sistema Rotor-Acoplamento-Mancal.....	151
7.1.6 Sinal do Disparo (“trigger”).....	153
7.2 Montagem dos Sensores nos Componentes do Sistema.....	154
7.2.1 Sensores nos Mancais Hidrodinâmicos.....	154
7.2.2 Sensores nas Massas ou Discos Rígidos	155
7.2.3 Sensores nos Acoplamentos Flexíveis (Vulkan: Tormin L-3R, Tormin L-1NZ) ...	156
7.2.4 Sensores no Dispositivo de Excitação Aleatória.....	157
7.3 Resultados Experimentais do Sistema Rotor-Acoplamento-Mancal.....	158
7.3.1 Resposta ao Desbalanceamento Residual.....	158
7.3.1.1 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4).....	159
7.3.1.2 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3).....	161
7.3.2 Resposta à Excitação Aleatória	162
7.3.2.1 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4).....	164
7.3.2.2 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3).....	167
7.4 Resultados dos Ajustes das <i>FRFs</i> Experimentais.....	171
7.4.1 Ajuste das <i>FRDs</i> devido ao Desbalanceamento Residual.....	171
7.4.1.1 Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4).....	172
7.4.1.2 Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)	174
7.4.2 Ajuste das <i>FRFs</i> à Excitação Aleatória	176
7.4.2.1 Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4).....	177
7.4.2.2 Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)	182
CAPITULO 8.....	186
CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	186
8.1 Resultados e Conclusões	186
8.2 Sugestões para Próximos Trabalhos.....	189
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	191
ANEXO 1.....	198
MATRIZES DE ORDEM REDUZIDA PARA O 1^o MODELO DE ACOPLAMENTO DE KRAMER	198
ANEXO II.....	201
PROGRAMAS: PROGRA-M1.MDP, EST-PARAM.MDP.....	201
PROGRA-M1.mdp (programa de Elementos Finitos do sistema Rotor-Acoplamento-Mancal)	201
Fluxograma do programa PROGRA-M1.mdp.....	202

EST-PARAM.mdp (programa de Estimação de Parâmetros através do método de Mínimos Quadrados Ponderado Não Linear).....	203
Fluxograma do programa EST-PARAM.mdp.....	204
ANEXO III.....	205
EQUIPAMENTOS, SENSORES, CARTAS DE CALIBRAÇÃO.....	205
ANEXO IV.....	209
FOLHAS DE TESTE E PROGRAMAS DE AQUISIÇÃO EM <i>LABVIEW 5.0</i>.....	209
Para <i>FRDs</i> devido ao Desbalanceamento Residual.....	210
Para <i>FRFs</i> devido a uma Excitação Aleatória (Função de Transferência).....	215
APÊNDICE A.....	220
DESENHOS DOS ACOPLAMENTOS FLEXÍVEIS.....	220
A.1 Acoplamento Flexível : Acoplamento 1 (Fabricado na FEM-DPM).....	220
A.2 Acoplamento Flexível : VULKAN TORMIN L-3R (Vulkan do Brasil).....	223
A.3 Acoplamento Flexível : VULKAN TORMIN L-1NZ (Vulkan do Brasil).....	224
A.4 Dispositivo de Excitação Aleatória (Fabricado na FEM-DPM).....	225
APÊNDICE B.....	227
INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE SINAIS.....	227

Lista de Figuras

Figura 1.1: Montagem da bancada experimental do sistema rotor-acoplamento-mancal.....	3
Figura 1.2: Metodologia da estimação de parâmetros.....	4
Figura 3.1: Tipos de desalinhamento entre rotores acoplados	14
Figura 3.2: Classificação geral dos acoplamentos mecânicos.....	17
Figura 3.3: Padrões dos espectros de vibração dos acoplamentos sujeitos ao desalinhamento.	25
Figura 3.4: Forças e momentos de reação nos acoplamentos devido ao desalinhamento.....	27
Figura 4.1: Esquema básico do sistema mecânico.	30
Figura 4.2: Sistemas de referência móvel e fixo ou inercial.	32
Figura 4.3: Representação dos discos (disco rígido).....	33
Figura 4.4: Representação do elemento de eixo de seção constante	35
Figura 4.5: Coordenadas do centro geométrico C , e um ponto arbitrário B no eixo.....	40
Figura 4.6: Mancal Hidrodinâmico	45
Figura 4.7: Montagem e o Modelo físico dos mancais hidrodinâmicos.....	46
Figura 4.8: Divisão do filme de óleo em grades nas direções x e y	48
Figura 4.9: Coeficientes de rigidez e amortecimento adimensionais de mancais hidrodinâmicos.	51
Figura 4.10: Esquema dos eixos e do acoplamento.....	52
Figura 4.11: Esquema dos eixos acoplados com a restrição imposta (1 ^o modelo de Kramer).....	53
Figura 4.12: Segundo modelo físico do acoplamento por Kramer.....	54
Figura 4.13: Primeiro modelo de acoplamento por Nelson e Crandall.	55
Figura 4.14: Segundo modelo físico do acoplamento por Nelson e Crandall.....	57
Figura 4.15: Modelo do desbalanceamento mecânico.	58
Figura 4.16: Arranjo das matrizes globais do sistema mecânico.	63
Figura 4.17: Esquema do rotor do exemplo de aplicação 1.	71
Figura 4.18: Modelo Físico do sistema mecânico da Figura 4.17.....	72
Figura 4.19: Diagrama de Campbell do sistema mecânico da Figura 4.17.....	73
Figura 4.20: Resposta ao desbalanceamento do sistema mecânico da Figura 4.17.	73
Figura 4.21: Sistema mecânico a ser simulado [Dimensões geométricas em m].....	74
Figura 4.22: (a) primeiro par de frequências naturais do sistema; (b) segundo par de frequências natural do sistema.	75
Figura 4.23: (a) terceiro par de frequências naturais do sistema; (b) quarto par frequências naturais do sistema.	76
Figura 4.24: (a) na direção Z na posição do Disco1; (b) na direção X na posição do Disco1.	76
Figura 4.25: (a) na direção Z na posição do Disco1; (b) na direção X na posição do Disco1.	77
Figura 5.1: Sistemas mecânico com baixo amortecimento.	82

Figura 5.2: Esquema básico do sistema mecânico estudado	91
Figura 5.3: Sistema mecânico rotor-acoplamento-mancal [Dimensões geométricas em m].	95
Figura 5.4: Modelos Físicos do sistema da Figura 5.3 para excitação aleatória.	97
Figura 5.5: Freqüências Naturais (1ª Precessão direta e 1ª Precessão retrógrada) dos modelos da Figura 5.4.....	97
Figura 5.6: Funções de transferência $H_{9,9}(\omega)$ para cada um dos 5 modelos.	98
Figura 5.7: Funções de transferência $H_{18,10}(\omega)$ para cada um dos 5 modelos.	98
Figura 6.1: Hipótese sobre o ruído aditivo	110
Figura 6.2: Modelo de erro na entrada ou excitação	110
Figura 6.3: Modelo de erro na saída ou resposta.....	111
Figura 6.4: Função objetivo para os Mínimos Quadrados e para a Máxima Correlação em escala linear e logarítmica.	123
Figura 6.5: Sistema mecânico Rotor-Acoplamento-Mancal [Dimensões geométricas em m]. ...	126
Figura 6.6: Modelos Físicos do sistema da Figura 6.5.....	128
Figura 6.7: Curvas de translação ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 1gdl. ...	130
Figura 6.8: Curvas de translação ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 4gdl. ...	130
Figura 6.9: Curvas dos graus de flexão ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 4gdl.	131
Figura 6.10: Modelos Físicos do sistema da Figura 6.2 para excitação aleatória.....	132
Figura 6.11: Curvas das funções de transferência dos graus de liberdade (gdl: 13:X, 14:Z) ajustadas, para os 5 modelos do sistema em 2000rpm.	134
Figura 6.12: Curvas das funções de transferência dos graus de liberdade (gdl: 17:X, 18:Z), ajustadas para os 5 modelos do sistema em 2000rpm.	135
Figura 7.1: Configuração da bancada de Teste Experimental.....	137
Figura 7.2: Fundação Flexível excitada verticalmente, respostas medidas nas direções horizontal e vertical.	138
Figura 7.3: Funções de transferência (inertância) e de coerência em freqüência da fundação flexível excitada verticalmente.....	139
Figura 7.4: Fundação Rígida excitada verticalmente, respostas medidas nas direções horizontal e vertical.	139
Figura 7.5: Funções de transferência (inertância) e de coerência em freqüência da fundação rígida excitada verticalmente.	140
Figura 7.6: Montagem e distribuição dos mancais hidrodinâmicos na fundação rígida.	141
Figura 7.7: Funções de transferência(inertância) e de coerência em freqüência da caixa dos mancais.	142
Figura 7.8: Montagem do motor elétrico de acionamento e os resultados da análise modal.....	142
Figura 7.9: Eixo1: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição <i>MEF</i>	143
Figura 7.10: Funções de transferência (inertância) e de coerência em freqüência da análise modal do Eixo1 na condição livre-livre.	144
Figura 7.11: Resultado do processo de estimação de parâmetros do Eixo1.....	145
Figura 7.12: Sistema Eixo1-Disco1: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição por <i>MEF</i>	145
Figura 7.13: Funções de transferência (inertância) e de coerência em freqüência da análise modal do sistema Eixo1-Disco1, na condição livre-livre.....	146
Figura 7.14: Resultado do processo de estimação da densidade específica do Disco1.....	146

Figura 7.15: Eixo2: descrição geométrica, montagem livre-livre(análise modal), descrição por <i>MEF</i>	147
Figura 7.16: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do Eixo2, na condição livre-livre.	148
Figura 7.17: Resultado do processo de estimação dos parâmetros do Eixo2.....	148
Figura 7.18: Sistema Eixo2-Massa2: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição por <i>MEF</i>	149
Figura 7.19: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do sistema Eixo2-Disco2, na condição livre-livre.....	149
Figura 7.20: Resultado do processo de estimação da densidade específica do Disco2.....	150
Figura 7.21: Análise modal do Acoplamento1 (livre-livre), descrição por <i>MEF</i>	151
Figura 7.22: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do sistema da Figura 7.21, na condição livre-livre.....	152
Figura 7.23: Resultado do processo de estimação dos parâmetros do Acoplamento1.....	153
Figura 7.24: Disco do sinal de rotação e do “trigger”.....	154
Figura 7.25: Montagem dos sensores nos mancais hidrodinâmicos do sistema.....	155
Figura 7.26: Montagem dos sensores nas massas ou discos do sistema	156
Figura 7.27: Montagem dos sensores nos acoplamentos (Vulkan: Tormin L-3 R, Tormin L-1 NZ) do sistema.	157
Figura 7.28: Montagem do dispositivo de excitação aleatória na direção horizontal e vertical. .	157
Figura 7.29: Montagem do sistema Rotor-Acoplamento-Mancal experimental.....	158
Figura 7.30: Montagem para estimar a função de resposta ao desbalanceamento residual.	159
Figura 7.31: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nos 4 mancais. .	160
Figura 7.32: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nas 2 massas. .	160
Figura 7.33: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais no Acoplamento Vulkan Tormin L-3R.	161
Figura 7.34: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nos 4 mancais hidrodinâmicos.	161
Figura 7.35: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nas 2 massas ..	162
Figura 7.36: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais no Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ.	162
Figura 7.37: Montagem para estimar a <i>FRF</i> devido à uma excitação aleatória.	163
Figura 7.38: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 4, com excitação na direção <i>X</i>	165
Figura 7.39: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-3 R do sistema 4, com excitação na direção <i>X</i>	166
Figura 7.40: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 4, com excitação na direção <i>Z</i>	166
Figura 7.41: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-3 R do sistema 4, com excitação na direção <i>Z</i>	167
Figura 7.42: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 3, com excitação na direção <i>X</i>	168
Figura 7.43: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ do sistema 3, com excitação na direção <i>X</i>	169
Figura 7.44: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 3, com excitação na direção <i>Z</i>	170

Figura 7.45: <i>FRFs</i> experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ do sistema 3, com excitação na direção Z.	170
Figura 7. 46: Montagem do Sistema 4 para <i>FRDs</i> devido ao desbalanceamento residual.....	172
Figura 7.47: Modelo Físico por <i>MEF</i> do sistema 4 para a <i>FRD</i> devido ao desbalanceamento residual.	172
Figura 7.48: Resultados do processo de ajuste do sistema 4 (<i>FRDs</i> nos mancais).....	173
Figura 7.49: Resultados do processo de ajuste do sistema 4(<i>FRDs</i> no Acoplamento Vulkan Tormin L-3R).	174
Figura 7.50: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (<i>FRDs</i> nos mancais).....	175
Figura 7.51: Resultados do ajuste do sistema 3 (<i>FRDs</i> no Acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ)	176
Figura 7.52: Montagem do Sistema 4 para <i>FRFs</i> (função de transferência) devido à excitação aleatória.	177
Figura 7.53: Modelo Físico por <i>MEF</i> do sistema 4 para <i>FRF</i> (função de transferência).....	178
Figura 7.54: Resultados do processo de ajuste do sistema 4 (funções de transferência)	179
Figura 7.55: Resultado do ajuste das funções de transferência do sistema 4 em diferentes rotações.....	180
Figura 7.56: Parâmetros de rigidez normalizados, estimados no ajuste da Figura 7.55.....	181
Figura 7.57: Parâmetros de amortecimento normalizados, estimados no ajuste da Figura 7.55..	182
Figura 7.58: Montagem do Sistema 3 para <i>FRFs</i> (função de transferência) devido à excitação aleatória.	182
Figura 7.59: Modelo Físico por <i>MEF</i> do Sistema 3 para <i>FRF</i> (função de transferência).....	183
Figura 7.60: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (funções de transferência - X)	183
Figura 7.61: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (funções de transferência - Z).....	184

Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.	72
Tabela 4.2: As 10 primeiras Frequências Naturais do sistema para 25000 rpm.....	73
Tabela 4.3: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.	75
Tabela 5.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.	96
Tabela 6.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.	127
Tabela 6.2: Resultado do ajuste de curvas para 3 modelos do sistema, considerando a <i>FRF</i> em 1gdl e em 4gdl.....	129
Tabela 6.3: Resultado do ajuste de curvas para os 2 modelos do sistema considerando a <i>FRF</i> em 1gdl e em 4gdl.....	130
Tabela 6.4: Resultado do ajuste de 3 modelos do sistema usando as funções de transferência para 4gdl.	133
Tabela 6.5: Resultado do ajuste de 2 modelos do sistema usando as funções de transferência para 4gdl.	134
Tabela 7.1: Parâmetros estimados para o Eixo1.....	144
Tabela 7.2: Parâmetro estimado para o Disco1	147
Tabela 7. 3: Parâmetros estimados para o Eixo2.....	148
Tabela 7.4: Parâmetro estimado para o Disco2	150
Tabela 7.5: Valores Médios dos parâmetros estimados	151
Tabela 7.6: Parâmetros estimados para o Acoplamento1.....	153
Tabela 7.7: Parâmetros do Acoplamento1 e do Acoplamento Vulkan Tormin L-3R.....	173
Tabela 7.8: Resultado do ajuste do sistema 4.....	174
Tabela 7.9: Parâmetros do Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ.....	174
Tabela 7.10: Resultado do ajuste do sistema 3.....	176
Tabela 7.11: Resultados do ajuste dos 5 modelos da Figura 7.53.....	179
Tabela 7.12: Erro dos ajuste do sistema 4 para diferentes rotações.	181
Tabela 7.13: Resultado do ajuste do sistema 3 com excitação na direção X.....	184
Tabela 7.14: Resultado do ajuste do sistema 3 com excitação na direção Z.....	185
Tabela 7.15: Dados dos processos de ajuste do sistema 3.....	185

Nomenclatura

Letras Latinas

\dot{q}_i	- Velocidade generalizada i -ésima.
\dot{u}_i, \dot{v}_i	- Velocidades nas direções dos eixos X e Z em o nó i .
q_X, \dot{q}_X	- Vetores das componentes do deslocamento, da velocidade na direção X .
q_Z, \dot{q}_Z	- Vetores das componentes do deslocamento, da velocidade na direção Z .
$\{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}$	- Vetor velocidade, aceleração em coordenadas generalizadas.
$\{q^j\}, \{q_R^j\}, \{q_I^j\}$	- Autovetor j , parte real e parte imaginária do autovetor $\{q^j\}$.
$[Con_r]_{nr,n}$	- Matriz de conexão entre o componente r e o sistema.
$[Cov\{ \}], [\Psi]$	- Matriz de covariância, matriz de covariância do ruído.
$[CV_g]$	- Matriz global de amortecimento proporcional viscoso do sistema.
$[D_g]$	- Matriz global de amortecimento histéretico do sistema.
$[G_a], [C_a]$	- Matrizes giroscópica e de amortecimento do acoplamento.
$[G_g], [C_g]$	- Matrizes giroscópica e de amortecimento globais do sistema.
$[G_{gr}], [C_{gr}]$	- Matrizes giroscópica e de amortecimento globais do sistema de ordem reduzida.
$[G_r], [C_r]$	- Matrizes giroscópica e de amortecimento do r -ésimo componente.
$[H(\omega)], [I]$	- Matriz das funções de transferência, matriz identidade.
$[K_F]$	- Matrizes rigidez devido a uma força axial no elemento de eixo.
$[K_m], [C_m]$	- Matrizes de rigidez e de amortecimento do mancal.
$[M_a], [K_a]$	- Matrizes de massa e de rigidez do acoplamento.
$[M_D], [G_D]$	- Matriz de massa e giroscópica do disco rígido.
$[M_E], [K_E], [G_E]$	- Matrizes de massa, rigidez e giroscópica do elemento de eixo.
$[M_g], [K_g]$	- Matrizes de massa e de rigidez globais do sistema.
$[M_{gr}], [K_{gr}]$	- Matrizes de massa e de rigidez globais do sistema de ordem reduzida.
$[M_r], [K_r]$	- Matrizes de massa e de rigidez do r -ésimo componente.
$[M_{re}], [K_{re}], [G_{re}]$	- Matrizes de massa, rigidez e giroscópica de ordem reduzida por restrição.
$[Q_o]$	- Matriz dos autovetores ou modal.
$[RG]_{n,m}$	- Matriz de conexão entre dois vetores $\{q\}$ (por restrição).
$[S], [W]$	- Matriz de sensibilidade, matriz de ponderação.
$[Xd], [Xe]$	- Matriz dos autovetores a direita e a esquerda.
$[Xdn], [Xen]$	- Matriz dos autovetores a direita e a esquerda normalizados.
$\{F_a\}, s$	- Força assíncrona de componentes $\{F_{as}\}, \{F_{ac}\}$, fator de assincronismo.

$\{F_{con}\}, \{F_{ex}\}$	- Vetor das forças de conexão, vetor das forças externas.
$\{F_d\}$	- Vetor da força de desbalanceamento.
$\{F_{exr}\}, \{F_{conr}\}$	- Vetor das forças externas e de conexão no r -ésimo componente.
$\{F_h\}$	- Força harmônica de componentes $\{F_{hs}\}, \{F_{hc}\}$.
$\{q\}_{n,l}$	- Vetor coluna dos n deslocamentos nodais.
$\{q_a\}, \{q_d\}$	- Vetores de coordenadas ativas, de coordenadas dependentes.
$\{q_r\}_{n,l}$	- Vetor coluna dos deslocamentos nodais do componente r .
A, r	- Área, raio da seção transversal do elemento de eixo.
A_{ac}	- Área da seção transversal do acoplamento.
CI	- Coeficiente de identificabilidade.
Cov	- Covariância.
c_{XX}, c_{ZZ}	- Coeficiente de amortecimento na direção X e Z dos mancais.
c_{XZ}, c_{ZX}	- Coeficiente de amortecimento cruzados dos mancais.
D	- Diâmetro do mancal (munhão do mancal).
E	- Módulo de Young (módulo de elasticidade transversal) do eixo.
e	Excentricidade (posição da m_d), função exponencial.
$E(), E\{ \}$	- Valor esperado, Vetor esperado (esperança matemática).
E_{ac}	- Módulo de elasticidade transversal do acoplamento.
E_c, E_{cD}, E_{cE}	- Energia cinética, do disco, do eixo.
E_{c_d}	- Energia cinética devido ao desbalanceamento.
Ep, Ep_E, Ep_F	- Energia potencial, do eixo, devido a uma força axial no eixo.
Ep_{TE}	- Energia potencial ou de deformação total no eixo.
ET	- Erro percentual teórico.
f	- Frequência de (forças, momentos).
f, f_r, f_m, f_s	- Entrada, entrada real, entrada medida, entrada simulada.
F_{FY}	- Força de reação na direção axial Y sobre os eixos.
f_m	- Frequência m -ésima de (forças, momentos).
F_{obj}	- Função objetivo.
Fq_i	- Força generalizada atuando na i -ésima coordenada generalizada.
FRF_{exp}	- Funções de resposta em frequência experimentais.
F_T	- Força devido ao torque transmitido.
F_{TX}, F_{TZ}	- Força na direção X , na direção Z devido ao torque transmitido.
$H_{jk}(\omega)$	- Função de transferência no grau de liberdade j devido a uma força em k .
i	- Índice de número complexo $\sqrt{-1}$.
I_{ac}	- Inércia da seção transversal do acoplamento.
I_{Dx}, I_{Dy}, I_{Dz}	- Componentes do tensor de inércia do disco rígido em x, y, z .
I_{pmi}	- Momento de inércia polar de massa do disco i
I_x, I_y	- inércias de área da seção transversal do eixo com relação aos eixos x, y .
J, H	- Matriz Jacobiana, Matriz Hessiana.
k_R, c_R	- Coeficientes de rigidez, amortecimento rotacionais do acoplamento.
k_T, c_T	- Coeficientes de rigidez, amortecimento translacionais do acoplamento.
k_{XX}, k_{ZZ}	- Coeficiente de rigidez na direção X e Z dos mancais.
k_{XZ}, k_{ZX}	- Coeficiente de rigidez cruzados dos mancais.
L	- Comprimento do elemento de eixo, largura do mancal.
l_{ac}	- Distância entre os pontos de articulação do acoplamento.
l_m	- Distância entre os dos mancais que suportam o eixo acionado.

m_D, m_d	- Massa do disco rígido, massa de desbalanceamento.
m_i, I_{mi}	- Massa na estação i e momento de inércia de massa do disco i .
m_r, k_r	- Massa e rigidez generalizada ou modais.
T, M_T	- Torque transmitido, momento devido ao torque transmitido.
M_{TX}, M_{TZ}	- Momento na direção X , na direção Z devido ao torque transmitido.
N_1, N_2	- Funções de forma de deslocamento de uma viga em flexão.
n_{pt}, n_p	- número de dados experimentais, número de parâmetros ajustados.
$P(), P(I)$	- Probabilidade, probabilidade condicional.
$p, \{p\}$	- Parâmetro, Vetor de parâmetros.
p, h	- Pressão no óleo e espessura do filme do óleo nos mancais.
p_i, h_i	- Pressão e espessura no ponto $i=p,e,s,d,i$.
$\{q\}, q_i$	- Vetor deslocamento em coordenadas generalizadas, componente i .
q, q_r, q_m, q_s	- Saída, saída real, saída medida, saída simulada.
$R(xyz)$	- Sistema de referência móvel fixo ao rotor.
$R_o(XYZ)$	- Sistema de referência absoluto.
r_{ui}, t	- Ruído, tempo.
u_i, v_i	- Translações nas direções dos eixos X e Z em o nó i .
U_o, U_I	- Velocidades tangenciais na parede externa do eixo e interna do mancal.
W	- Trabalho.
X_{m1}, Z_{m1}	- Coordenadas da posição do 1º ponto de articulação do acoplamento.
X_{m2}, Z_{m2}	- Coordenadas da posição do 2º ponto de articulação do acoplamento.

Letras Gregas

α, β, ϕ	- Velocidade angulares.
$\bar{\omega}_{R/R_o}, \bar{\omega}_{R/R}$	- Freqüência angular do sistema xyz em relação aos sistema XYZ e xyz .
Ω	- Velocidade de rotação do eixo.
ρ	- Densidade específica (volumétrica) do eixo.
ε	- Coeficiente de cisalhamento do elemento de eixo.
μ	- Viscosidade do filme de óleo.
σ, σ^2	- Tensão de deformação do eixo, variância.
$\lambda, \{\chi\}$	- Autovalor, vetor de estado.
α, β, ϕ	- Ângulos de rotação (α, β : <i>coeficientes de amortecimento proporcional</i>).
$\delta, \delta_l, \delta_{nl}$	- Deformação total, parcela linear e não linear da deformação do eixo.
β_a, β_s	- Erro aleatório, erro sistemático.
Φ_a, Θ_a	- Ângulos de deflexão devido ao desalinhamento angular.
ω_h	- Freqüência de uma força harmônica.
α_i, β_i	- Rotações nas direções dos eixos X e Z em o nó i .
ω_j, σ_j	- Freqüência natural e coeficiente de amortecimento j -ésima.
Δp	- Direção de procura.
Φ_p, Θ_p	- Ângulos de deflexão devido ao desalinhamento paralelo.
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	- Componentes da $\bar{\omega}_R$ nas coordenadas x, y, z , respectivamente.
ΔX_a	- Desalinhamento angular (quantidade) na direção X .
ΔX_p	- Desalinhamento paralelo (quantidade) na direção X .
ΔY	- Deformação na direção axial Y do acoplamento.

- ΔZ_a - Desalinhamento angular (quantidade) na direção Z.
 ΔZ_p - Desalinhamento paralelo (quantidade) na direção Z.

Superescritos

- t - Transposto.
 $*$ - Conjugado.
 k - k -ésima iteração.
 $+$ - inversa generalizada ou pseudoinversa.

Abreviações

- Ace* - Inertância ou acelerância.
det - Determinante (determinante de uma matriz).
diag - Diagonal (Matriz diagonal).
FRD - Função de resposta ao Desbalanceamento.
FRDs - Funções de resposta ao Desbalanceamento.
FRF - Função resposta em frequência.
FRFs - Funções resposta em frequência.
gdl. - Grau de liberdade.
gdls. - Graus de liberdade.
MAK - Markov.
MEF - Método de elementos finitos.
mef - Modelo de elementos finitos.
MGL - Múltiplos graus de liberdade.
ML - Máxima verossimilhança.
Mov - Mobilidade.
MQC - Mínimos quadrados comum.
MQP - Mínimos quadrados ponderado.
rms - Raiz média quadrática.

Capítulo 1

Introdução

A análise do comportamento dinâmico das máquinas rotativas horizontais (turbogeradores) é bastante complexa, já que estas máquinas são constituídas, geralmente, por rotores, eixos, acoplamentos, mancais, carcaça, fundação e outros equipamentos auxiliares. Portanto, para estudar-se o comportamento dinâmico desses sistemas, é necessário determinar a interação de todos os componentes. No entanto, o comportamento destas máquinas é influenciado em maior ou menor grau por seus componentes. Nesse sentido, os acoplamentos rígidos ou flexíveis, interferem na resposta dinâmica do sistema **rotor-fundação** (Piotrowski J., 1995).

O tema do presente trabalho foi escolhido com a finalidade de complementar o programa *ROTORTTEST*[®], parcialmente desenvolvido, que permite estudar o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos **rotor-fundação** (Hassui J., Cavalca K. 1996). Porém, este não possui um modelo matemático definido para representar os acoplamentos mecânicos (rígido, flexíveis), que são usados comumente nos sistemas mecânicos de grande porte, para acoplar os rotores em série. Tal fato deve-se, em parte, à não existência na literatura, de modelos matemáticos bem sucedidos destes componentes. Também deve-se ao fato da existência de inúmeros tipos de acoplamentos disponíveis comercialmente no mercado com características muito específicas, o que dificulta a aplicação de um modelo mais genérico. Apesar da importância do acoplamento no sistema de transmissão de movimento, assim como no comportamento dinâmicos destes sistemas, relativamente poucos trabalhos têm sido publicados com respeito à modelagem dos acoplamentos, dentro dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**. Desta forma, foi necessária uma intensa pesquisa bibliográfica, para efetuar o levantamento do que se têm disponível sobre o assunto.

Sendo o modelamento matemático do sistema completo das máquinas rotativas horizontais bastante complexo, elaborou-se um modelo matemático simplificado através do método de elementos finitos do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** considerando a fundação rígida, que nos permita analisar as vibrações transversais ou flexionais do sistema. Entretanto, com o propósito de analisar a influência do modelo do acoplamento, no comportamento dinâmico do sistema, considerou-se 5 modelos simplificados recomendados na literatura, para representar os acoplamentos nos sistemas mecânicos.

No geral, o acoplamento é modelado como um disco rígido, ou como parte dos eixos que conectam, desprezando sua flexibilidade e capacidade de amortecer as vibrações, provenientes da descentragem ou desalinhamento dos eixos que são acoplados. Os trabalhos de Simons G. (1992), Sekhar A., Rao A. (1996), o consideraram através das forças, momentos gerados e/ou das restrições por eles impostas. Razão pela qual, existe pouca informação sobre o comportamento dinâmico dos coeficientes de rigidez e de amortecimento dos acoplamentos, assim como das forças e momentos gerados devido ao desalinhamento nos acoplamentos, e que atuam sobre o eixo dos sistemas mecânicos. Os coeficientes dinâmicos quanto as forças e momentos de reação nos acoplamentos, são influenciados pela rotação e pelo tipo e grau de desalinhamento dos eixos.

No presente trabalho, faz-se uma contribuição à análise e verificação experimental da potencialidade dos modelos simples recomendados na literatura, para representar os acoplamentos flexíveis dentro dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal** determinando-se, conseqüentemente, quais dos modelos, através dos *MEF*, reproduzem melhor o comportamento dinâmico dos mesmos. O banco de teste, montado com este propósito, é apresentado na Figura 1.1, onde, o objeto de estudo é o acoplamento intermediário entre os eixos 1 e 2. Os acoplamentos testados, foram doados pela empresa Vulkan do Brasil denominados por eles como: Vulkan Tormin L-3R, Vulkan Tormin L-1NZ. Estes acoplamentos são do tipo flexíveis flexionalmente, porém torcionalmente rígidos, comumente chamados de acoplamentos de lamelas (Apêndice A).

Com o propósito da validação experimental, utilizou-se Funções de Resposta em Freqüência-*FRFs* (devido ao desbalanceamento, e devido à uma excitação aleatória) experimentais do sistema. As funções de resposta ao desbalanceamento residual foram escolhidas

por serem uma condição inerente de todo sistema mecânico rotativo. As *FRFs*(funções de transferência) devido à uma excitação aleatória, por sua vez, permite determinar as frequências naturais do sistema, em cada condição de operação. Neste sentido, fez-se o uso da teoria da análise modal, que fornece um conjunto de procedimentos, que visam determinar, analítica e/ou experimentalmente, os parâmetros modais de uma estrutura (frequências naturais, fatores de amortecimento, modos, *FRFs*). Finalmente, aplicou-se a análise modal teórica/experimental para sistemas rotativos.

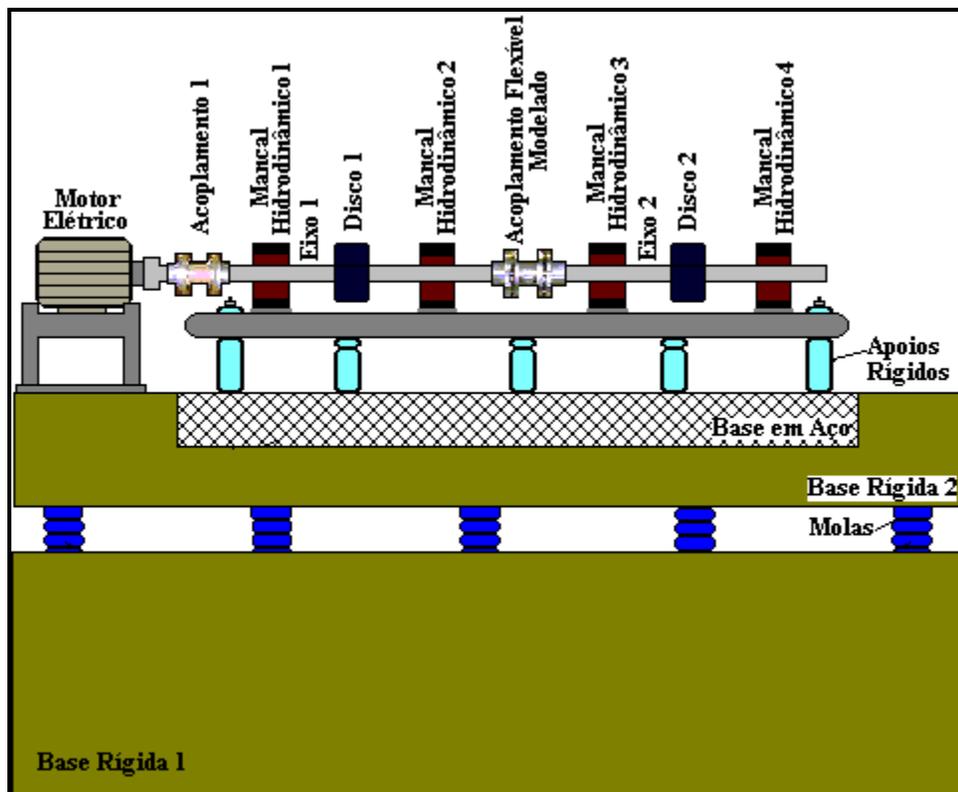


Figura 1.1: Montagem da bancada experimental do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**.

Inicialmente, foi utilizada análise modal experimental para estabelecer a faixa de análise, na qual a fundação comporta-se como rígida. Em seguida, estimaram-se as funções de transferência para os sistemas: eixos1, eixo1-disco1, eixo2, eixo2-disco2, eixo1-disco1-acoplamento1-eixo2-disco2, cujo propósito foi corrigir ou estimar parâmetros físicos, como: elasticidade transversal, fatores de amortecimento, densidade específica, rigidez e amortecimento, para os elementos: eixos, massas e acoplamento 1. Finalmente, estimaram-se as *FRFs* experimentais dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**, nas duas condições de análise e para cada acoplamento. Estas

FRFs foram utilizadas no processo de ajuste dos diferentes modelos de elementos finitos dos sistemas, verificando-se, dessa forma, a validade de cada um dos modelos propostos no trabalho.

A teoria envolvida no processo de estimação de parâmetros baseia-se no método dos Mínimos Quadrados Amortecido(ponderado) Não Linear. O procedimento de ajuste, implementado no trabalho, segue a metodologia apresentada na Figura 1.2, na estimação dos parâmetros.

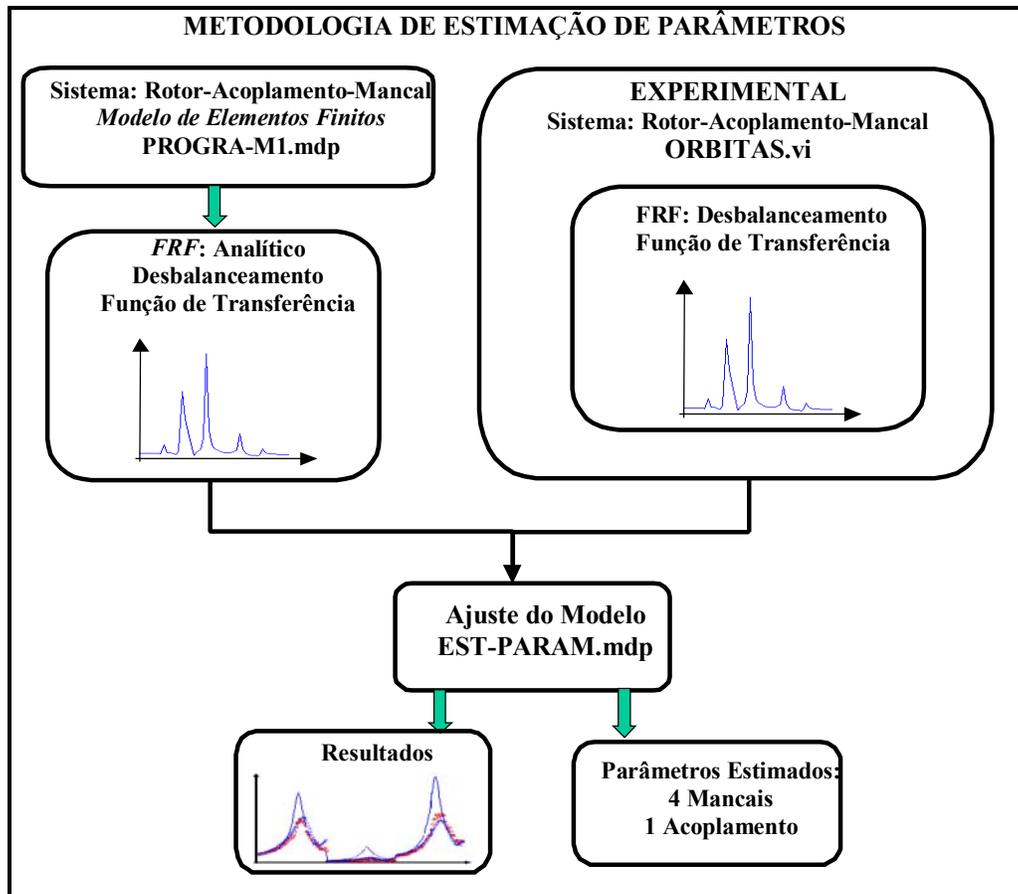


Figura 1.2: Metodologia da estimação de parâmetros.

Durante o trabalho, foram implementados os seguintes programas: **PROGRA-M1.mdp** (programa que faz a análise dinâmica de sistemas mecânicos **Rotor-Acoplamento-Mancal**, modelados através do *MEF*) desenvolvido em Fortran90; **EST-PARAM.mdp** (programa que faz a estimação dos parâmetros utilizando o método de Mínimos Quadrados Amortecido Não Linear, para cada modelo implementado no programa de elementos finitos) também em Fortran90; **ORBITAS.vi** (programa que gerencia a aquisição e o processamento dos sinais dos testes experimentais, gerando os arquivos com as *FRFs* experimentais) desenvolvido em *LabVIEW*[®]

5.0. Todos estes programas, tornaram possível o desenvolvimento do presente trabalho. Finalmente, apresentam-se os resultados, as observações, as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.

1.1 Descrição do Trabalho

O presente trabalho é composto por 8 capítulos, além dos anexos e dos apêndices. O conteúdo dos capítulos do trabalho são resumidos a seguir:

O *Capítulo 1* apresenta uma visão global do tema da pesquisa desenvolvido no presente trabalho, manifestando-se as motivações da sua realização. Também esboça-se a configuração do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, considerado no trabalho, e a metodologia empregada no processo de estimação de parâmetros.

No *Capítulo 2* apresenta-se uma revisão bibliográfica do assunto abordado, objeto do tema de doutorado. Nesta etapa, para uma visão geral da evolução da pesquisa sobre o tema, foram apresentadas os trabalhos mais relevantes, contendo as considerações realizadas até o momento sobre a caracterização e a modelagem dos acoplamentos.

No *Capítulo 3* são apresentadas informação técnica relativa aos Acoplamentos Mecânicos: evolução, classificação, critérios de seleção, sinais de vibração, forças e momentos gerados devido ao desalinhamento, cujo objetivo é um melhor entendimento da interação dos acoplamentos com os sistemas mecânicos do qual fazem parte.

No *Capítulo 4*, apresenta-se a teoria relativa à modelagem dos sistemas mecânicos rotativos, através do *MEF*. São apresentados os modelos para: discos rígidos, eixos flexíveis, mancais hidrodinâmicos, acoplamentos flexíveis, assim como: a montagem das matrizes globais da equação de movimento do sistema e a análise das vibrações livres e forçadas. Esta formulação foi utilizada no programa **PROGRA-M1.mdp**.

No *Capítulo 5* é tratada sobre a análise modal aplicada para máquinas rotativas, explanando-se um pouco sobre as diferenças que existem em relação às aplicações em sistemas estacionários. A formulação também é utilizada no programa **PROGRA-M1.mdp**, utilizado para

realizar os exemplos de simulação. Incluem-se aqui, as dificuldades experimentais próprias dos sistemas rotativos.

No **Capítulo 6** é apresentada a teoria relativa ao ajuste de parâmetros, descrevendo: os principais estimadores (*MAP*, *ML*, *MQC*); os problemas do ajuste (identificabilidade, ruído, ponto de partida); o algoritmo de estimação de parâmetros, que é a base do programa **EST-PARAM.mdp**. Finalmente, apresentam-se 2 exemplos de simulação sobre estimação de parâmetros.

No **Capítulo 7**, apresenta-se a análise experimental para os 2 sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal** considerados, assim como o processo de ajuste dos modelos propostos no presente trabalho para estes sistemas.

No **Capítulo 8** são apresentados os resultados, as observações e as conclusões gerais do trabalho, e ainda, as propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

Os acoplamentos mecânicos são elementos indispensáveis em sistemas mecânicos rotativos, sendo utilizados amplamente nesses sistemas para transmitir potência, tornando-se um aspecto crítico de qualquer sistema de eixos. Por outro lado, uma grande variedade de acoplamentos têm sido disponibilizados no mercado. Porém, os critérios de avaliação e os valores dos parâmetros característicos destes são inadequados do ponto de vista da dinâmica de funcionamento. Existe pouca informação técnica de como ele deve ser modelado fisicamente dentro dos sistemas, tornando-os um dos componentes tecnicamente mais imprecisos nos sistemas mecânicos. O livro intitulado “*Couplings and Joint*”, publicado por Mancuso J. (1986), foi o primeiro livro didático que descrevia um total de 36 acoplamentos diferentes, e enfocava todos os aspectos dos acoplamentos nas aplicações industriais (projeto, seleção, aplicação). Também, Piotrowski J. (1986) e Shigley J. e Mischke C. (1986), publicaram livros importantes, visando os mesmos aspectos que Mancuso, que voltou a publicar uma 2ª edição do seu livro no ano 1999, cuja versão expandia o primeiro e acrescentou os novos acoplamentos que apareceram no mercado.

A incorporação do modelo dos acoplamentos dentro da dinâmica dos sistemas **rotor-mancal**, é um tratamento lógico na extensão do estudo dos acoplamentos. O estado da arte, da dinâmica dos sistemas **rotor-mancal**, do ponto de vista computacional, têm avançado grandemente desde 1970. Vários métodos como as matrizes de transferência, os elementos finitos, e as sínteses de modos componentes (subestruturação), têm sido desenvolvidos e aplicados intensamente à análise dinâmica dos sistemas **fundação-mancal-rotor**. Entretanto, pouco trabalho tem sido feito para incorporar um modelo exato ou simplificado do acoplamento

dentro da análises do sistema.

Marangoni R., Xu M. (1990), fizeram uma revisão crítica da literatura amplamente difundida, sobre os acoplamentos flexíveis entre os anos de 1961 a 1989. Os diferentes aspectos relativos à pesquisa e aplicação dos acoplamentos flexíveis, tais como análises teóricas, estudos experimentais, projeto, seleção e aplicações industriais, são discutidas nesses artigos. A seguir, apresentamos alguns desses trabalhos e outros que estão relacionados com o desenvolvimento deste trabalho.

Marmol R., et al. (1980), em seu trabalho sobre vibrações assíncronas de rotores induzidos por acoplamentos de engrenagens “*spline coupling*”, caracterizou o acoplamento através de quatro coeficientes lineares que correspondiam à rigidez e ao amortecimento, tanto radial quanto angular, os quais descreviam o comportamento do acoplamento com as seguintes hipóteses: A deflexão ocorria somente nos dentes das engrenagens; As deflexões eram pequenas, e dentro do regime elástico; A rigidez não-linear pode ser linearizada, em torno de seu valor sob as condições de operação de estado permanente; Os erros nos dentes e na posição são pequenos, assim o contato entre dentes é uma linha que suporta a mesma carga; As forças sobre os dentes das engrenagens são predominantemente devido ao torque transmitido e ao desalinhamento; O amortecimento de atrito do acoplamento é representado por um coeficiente de amortecimento viscoso equivalente. Analisou-se a instabilidade de um sistema **rotor-mancal-acoplamento** de engrenagem, para quatro configurações diferentes da superfície de contato entre os dentes das engrenagens.

Bannister R. (1980), desenvolveu um método para calcular a rigidez flexional equivalente dos acoplamentos de flanges, utilizando o método de elementos finitos, para computar o ângulo de deflexão da linha central do eixo, gerada pela aplicação de um par de forças. Testou-se várias configurações de acoplamentos em relação à espessura da flange e à quantidade de parafusos de união. Para auxiliar o projetista durante o modelamento desses acoplamentos, sem recorrer a cálculos específicos ou ter um bom conhecimento de elementos finitos, foi desenvolvida uma série de diagramas que fornecem o momento de inércia equivalente.

Simon G. (1992), publicou um trabalho sobre o prognóstico do comportamento vibratório de turbomáquinas horizontais de grande porte sobre fundação elástica, devido ao

desbalanceamento e ao desalinhamento do acoplamento. Nesse trabalho, o acoplamento é considerado como disco rígido, mas, é estabelecido o fato de que o desalinhamento do mesmo, determina a aparição de forças e momentos na posição do acoplamento que induzirão vibrações no sistema. A análise foi feita através do programa MADYN. Analisaram-se, também, a influência da posição do acoplamento no sistema, e dos diferentes arranjos dos mancais no sistema em relação ao acoplamento, sobre as vibrações induzidas pelo desalinhamento dos acoplamentos.

Lund J., et al. (1993), realizaram um trabalho teórico e experimental, sobre a determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento angular de um acoplamento de engrenagens axiais “*spline coupling*” utilizadas em sistemas de turbomáquinas de altas rotações. Os momentos de flexão e as deflexões angulares através do acoplamento foram medidas, enquanto um eixo não rotativo foi excitado por um “*Shaker*”. Um programa computacional de dinâmica de rotores foi utilizado para simular as condições de teste, e para correlacionar os coeficientes de amortecimento e rigidez angular de forma iterativa. Também realizou-se uma análise de sensibilidade, na qual concluiu-se que a mudança nas freqüências naturais do sistema era insensível à mudança da rigidez angular do acoplamento. Assim, pode-se afirmar que, apenas as medições das freqüências naturais não podem predizer exatamente a rigidez angular. Estes mesmos trabalhos foram publicados num artigo em 1994.

Xu M., Marangoni R. (1994), publicaram a tese de doutorado de Xu M., na qual apresentaram um modelo teórico de um sistema mecânico **rotor-acoplamento flexível-motor** usando o método dos elementos finitos, visando compreender as características dinâmicas do desbalanceamento do rotor e o desalinhamento dos eixos. Os efeitos da união universal foram incluídos no modelo para tentar reproduzir o efeito do desalinhamento. As equações de movimento do sistema foram deduzidas usando a técnica de síntese do modo componente. As equações deduzidas para as forças, devido ao desalinhamento, mostram que as freqüências de atuação das mesmas são sempre múltiplas da freqüência de rotação do motor. No experimento, utilizou-se um acoplamento projetado simplificado (tipo de diafragma) e um acoplamento helicoidal. Assim, verificou-se a influência do acoplamento sobre as vibrações e as freqüências naturais do sistema. Também observou-se que os espectros de vibração para diferentes

acoplamentos flexíveis apresentaram características semelhantes, quando sob condições de desalinhamento idênticas.

Chaika V. (1994), apresentou um trabalho sobre as respostas em regime permanente de um sistema de rotores com vários tipos de acoplamentos flexíveis. Nesse trabalho, estudaram-se as vibrações torcionais do sistema, considerando um acoplamento centrífugo e um segundo acoplamento tipo padrão, com elasticidade linear e não linear. Os rotores são considerados, por sua vez, como rígidos. Verificou-se, neste trabalho, que os acoplamentos centrífugos podem suprimir as vibrações torcionais numa faixa específica da velocidade de rotação dos rotores. Além disso, teoricamente observou-se que são capazes de absorver as vibrações torcionais para três frequências naturais diferentes. Verificou-se também, que um acoplamento não linear padrão pode reduzir a amplitude de vibração na ressonância mais efetivamente do que um acoplamento linear; porém a eliminação completa das vibrações na ressonância por meio dos acoplamentos padrões não é factível. Dessa forma, concluiu-se que a vibração de um sistema de rotores depende fortemente do tipo de acoplamento usado.

Sekhar A. e Prabhu B. (1995), publicaram um trabalho sobre os efeitos do desalinhamento do acoplamento sobre as vibrações flexionais das máquinas rotativas. Nesse trabalho, foi modelado o sistema **rotor-mancal**, usando elementos finitos de alta ordem com oito graus de liberdade por nó (2 de translação, 2 de rotação, 2 de forças de cisalhamento, e 2 de momentos de flexão). As forças e os momentos de reação gerados no acoplamento flexível, devido ao desalinhamento paralelo ou angular, são deduzidos e introduzidos no modelo. O acoplamento é modelado considerando-o como parte do eixo. A resposta ao desbalanceamento nas duas harmônicas foi avaliada. Da mesma forma, analisou-se a influência sobre as vibrações, da posição do acoplamento em relação à forma de deflexão do sistema. Os resultados obtidos mostraram que o desalinhamento não afeta significativamente as vibrações excitadas por uma força harmônica, mas, é clara a influência sobre as vibrações excitadas por uma força que atua na segunda harmônica da velocidade de rotação do sistema.

Sekhar A., Rao A. (1996), dando seqüência a seu trabalho de 1994, publicaram outro trabalho sobre a análise das vibrações transversais de um sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** com eixos desalinhados. Nesse estudo, o sistema foi modelado através do método dos elementos

finitos, porém usando 4 graus de liberdade por nó (2 de translação, 2 de rotação) e incluindo as forças e momentos gerados no acoplamento devido ao desalinhamento nos graus de liberdade da posição do acoplamento. Para modelar o acoplamento, foi considerado o primeiro modelo definido por Kramer E. (1993). Verificou-se também com este modelo, que a influência do desalinhamento sobre as vibrações flexionais é maior nas vibrações excitadas por uma força atuando na segunda harmônica da velocidade de rotação dos eixos.

Lee C., Lee Y. (1999), apresentaram um trabalho sobre modelamento e análise das vibrações de um sistema de rotores desalinhados com mancais de rolamentos. Nesse estudo, elaborou-se um modelo dinâmico usando o método de elementos finitos para o sistema **rotor-mancal** acionado através de um acoplamento flexível. Consideraram-se as reações, as cargas e as deformações nos mancais e no acoplamento como efeitos do desalinhamento. Afim de verificar-se o modelo do sistema de rotores desalinhados, foram realizados testes experimentais. Os resultados de simulação analítica e os resultados experimentais tiveram uma boa correspondência, mostrando que, conforme o desalinhamento angular aumenta, as órbitas descritas pelo eixo tendem a tornar-se uma linha reta e a frequência natural do sistema desalinhado, associada à direção do desalinhamento, aumenta acentuadamente. O aumento nas frequências naturais do sistema ocorre, principalmente, devido ao aumento na rigidez dos mancais associadas à direção do desalinhamento.

Redmond I., Al-Hussain K. (2002), publicaram o trabalho sobre a resposta dinâmica de dois rotores conectados através de acoplamentos mecânico rígidos, com desalinhamento paralelo. Analisaram-se as respostas transversais e torcionais dos eixos rotativos (rotores de Jeffcott), fazendo uma análise teórica e simulação numérica. Observou-se que o desalinhamento paralelo acopla os movimentos de translação com as deflexões angulares, através da matriz de rigidez e do vetor de força. Os resultados numéricos mostram que as frequências naturais do sistema são excitadas na condição transiente, devido à presença do desalinhamento paralelo puro. Na condição permanente, a excitação em 1x velocidade rotacional está presente na translação e na flexão angular, o que indica que o desalinhamento paralelo pode ser a fonte tanto das excitações transversais quanto das excitações torcionais. Este trabalho foi direcionado para a análise de um modelo de acoplamento rígido, exposto a desalinhamento paralelo, para auxiliar aos engenheiros de manutenção de turbomáquinas quanto à resposta dinâmica de um sistema desalinhado.

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura sobre os acoplamentos mecânicos, ressaltam uma lacuna existente em relação à interação dos modelos físicos simplificados dos acoplamentos com o modelo do sistema completo, utilizando o método de elementos finitos, seja para a análise de vibração ou para a estabilidade do sistema mecânico **Rotor-Acoplamento-Mancal**. Este trabalho tem como objetivo, contribuir para um melhor entendimento dos efeitos que os acoplamentos introduzem nos sistemas mecânicos rotativos. Assim, são considerados os modelos simplificados dos acoplamentos mecânicos propostos na literatura, com a finalidade de obter uma rápida convergência das soluções numéricas, quando do processamento de identificação e ajuste dos parâmetros de rigidez e amortecimento inerentes a este componente mecânico.

Capítulo 3

Acoplamentos Mecânicos

Os acoplamentos são utilizados para unir subsistemas ou componentes de máquinas rotativas. Se os acoplamentos forem projetados apropriadamente, eles podem diminuir a sensibilidade relativa ao desalinhamento que existe entre os componentes acoplados.

O desalinhamento entre os rotores é uma condição na qual as linhas de eixo destes não são geometricamente coincidentes. Existem três tipos de desalinhamentos entre os rotores: o paralelo, o angular, e o axial. Entretanto, na realidade, o desalinhamento entre rotores é uma combinação dos três tipos de desalinhamento (paralelo, angular, e axial) como é mostrado na Figura 3.1. O alinhamento perfeito entre os rotores acoplados é difícil de ser obtido devido a muitos fatores práticos, e ainda se obtido, é difícil de ser mantido durante o tempo de operação dos sistemas mecânicos. O grau de desalinhamento entre eixos permitido pelos acoplamentos é variável, e depende do tipo de acoplamento usado. O desalinhamento pode causar forças radiais que atuam sobre o sistema. Se estas forças radiais forem consideráveis, os componentes, tais como os mancais, selos e eixos, poderiam sofrer tensões indevidas, e falhar prematuramente. Os materiais mais flexíveis exercem forças radiais menores do que as exercidas pelos materiais mais rígidos.

A frequência natural de um sistema pode ser alterada através da variação da inércia de qualquer um de seus componentes, ou da rigidez do acoplamento usado. Depois que um sistema é projetado, torna-se difícil e custoso alterar a inércia dos componentes. Portanto, a seleção do acoplamento é usada para alterar a frequência natural do sistema.

Em resumo, as funções dos acoplamentos mecânicos podem ser: transmissão de potência, facilitar a montagem e desmontagem das máquinas; isolar e amortecer as vibrações torcionais;

permitir o movimento axial devido à expansão ou contração térmica; absorção do movimento axial para prever o carregamento axial ou manter a peça alinhada; permitir um desalinhamento angular, paralelo ou misto. Entretanto, se o desalinhamento não for minimizado, as conseqüências podem ser: ruído, vibração, perda de potência, rápido desgaste dos mancais, selos e montagens, dano ou falhas das engrenagens, falha por fadiga do eixo, e falha do acoplamento.

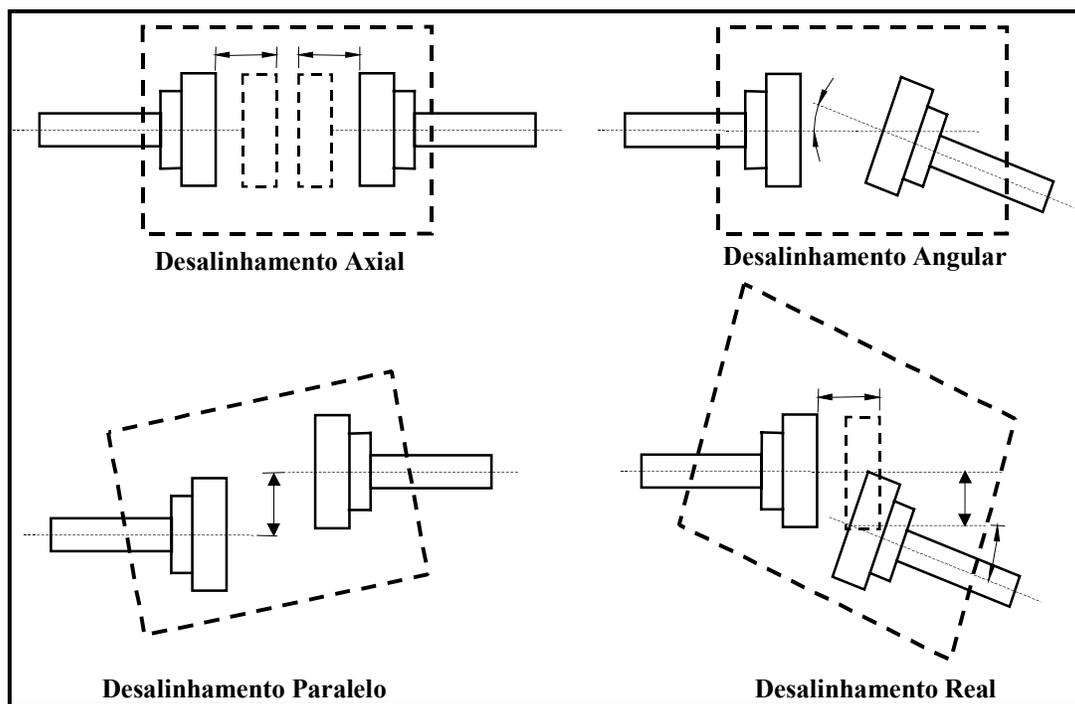


Figura 3.1: Tipos de desalinhamento entre rotores acoplados

3.1 História dos Acoplamentos Mecânicos

O desenvolvimento dos acoplamentos está intimamente relacionado com o desenvolvimento da roda, ainda que só tenha ocorrido quase cinco milênios depois. Enquanto os primeiros registros de rodas datam de 5000 A.C., os acoplamentos não antecedem os 300 A.C., sendo utilizados pelos Gregos, os quais correspondiam a uma junta universal. Os Chineses foram os primeiros a utilizar este conceito aproximadamente em 25 D.C..

A origem dos modernos acoplamentos é delegada a Jerome Cardan, que no século 16 inventou um mecanismo composto por dois braços de ligação, uma cruz e quatro mancais. Este acoplamento foi o antecessor comum de todos os acoplamentos flexíveis, e atualmente ainda é utilizado, e continuamente melhorado com a tecnologia. Porém, ele não projetou a junta que leva seu nome, Junta Cardan, tendo desenvolvido apenas um de seus componentes. A Junta Cardan

também é conhecida como “Junta Hooke”. A primeira aplicação para esta junta foi desenvolvida por Robert Hooke por volta do ano de 1650, quando também equacionou as flutuações na velocidade angular causadas por uma Junta Cardan.

No século subsequente, quase não há registros de avanços nos acoplamentos. Estes só começaram a surgir novamente com a Revolução Industrial, e especialmente, com a revolução automobilística, que motivou o desenvolvimento de muitos acoplamentos flexíveis. Roots F. (1886), teorizou que, em se afinando a seção da flange de um acoplamento rígido, esta poderia ter certa flexibilidade que preveniria falhas para o equipamento e o eixo. Esta idéia foi a precursora dos acoplamentos de diafragma atuais. O acoplamento de compressão de Davis foi desenvolvido para eliminar o uso de chavetas, através do uso de cubos em compressão sobre os eixos, acreditando-se que eram os mais seguros. Acredita-se que o primeiro acoplamento de correntes foi aquele descrito em maio de 1914, na revista Americana “*Scientific American*”.

Na década de 20, a indústria dos acoplamentos flexíveis expandiu-se rapidamente, motivada diretamente pela invenção do automóvel. Surgiram muitos novos modelos e empresas especializadas no assunto, entre eles as companhias “*Thomas Flexible Coupling*”, “*Ajax Flexible Coupling*” e outras. Este desenvolvimento teve continuidade nas décadas de 30 e 40. Neste período, foram introduzidos os acoplamentos flexíveis de uso geral dentro do mercado industrial. Entre os acoplamentos mais utilizados pode-se citar: de corrente, de grade, de garras, de engrenagem, de disco, de bloco quadrado correção e a junta universal.

A partir da segunda metade da década de 40 até a década de 50, observou-se um rápido avanço tecnológico e a introdução de equipamentos rotativos de maior tamanho e de maior torque, levando à necessidade de acoplamentos com capacidade de maior torque e de assimilação de maiores desalinhamentos. Neste período, foi desenvolvido por completo o acoplamento de engrenagens de perfil envolvente, introduzido na indústria de aço. A utilização de turbinas a gás em aplicações industriais (geradores, compressores) tornou-se popular, e com isso tornaram-se necessários os acoplamentos com maiores velocidades de operação. Portanto, os acoplamentos de engrenagens e de disco foram melhorados para suprir essas necessidades. Entretanto, com o aumento da velocidade de operação, necessitou-se de acoplamentos mais leves e com características torcionais. Esses acoplamentos com características torcionais, utilizam materiais

como os elastômeros, que suavizam o funcionamento do sistema, e em alguns casos, são capazes de absorver ou amortecer os carregamentos de pico causados pelas oscilações torcionais.

Na década de 60 houve uma maior exigência em relação às máquinas rotativas com maior torque e maiores velocidades de operação, observando-se a introdução de novos tipos de acoplamentos. Alguns fabricantes lançaram acoplamentos de engrenagens padronizadas, muito utilizados no mercado. Os acoplamentos de grade e de corrente eram populares para as aplicações gerais e os acoplamentos de pneus de borracha eram oferecidos em modelos próprios por cada fabricante. Durante este período, foram introduzidos acoplamentos de elastômeros sofisticados para resolver os diferentes problemas que eventualmente surgiam nos sistemas. A utilização de acoplamentos sem lubrificação cresceu rapidamente neste período, ou seja, até a primeira metade da década de 80.

Os avanços nos acoplamentos desde a segunda metade da década de 80 até os dias atuais, ficou por conta da melhoria dos materiais, da análise através dos elementos finitos e novos métodos de fabricação. Os acoplamentos sem lubrificação, ao serem projetados através da análise de elementos finitos, são mais confiáveis e tem maiores capacidades. Os avanços nos equipamentos de controle numérico (CNC), permitiram o desenvolvimento de acoplamentos de diafragma de uma só peça, eliminando-se, dessa forma, a utilização da solda. A otimização da forma e a melhoria nos materiais dos elastômeros do projeto, permitiram maior capacidade e maior tempo de vida útil nos acoplamentos de elastômeros.

Atualmente, tem-se, principalmente, o desenvolvimento de micro mecanismos, além de melhorias contínuas nos acoplamentos já em uso, direcionados para aplicações específicas em miniaturas (servomecanismos, equipamentos de oficina, e mecanismos pequenos), ou então para acoplamentos com excessivas exigências de potência.

3.2 Classificação dos Acoplamentos Mecânicos

No mercado há uma vasta variedade de acoplamentos mecânicos disponibilizados, os quais, no geral, são agrupados em acoplamentos rígidos e acoplamentos flexíveis. Este segundo grupo é dividido em vários subgrupos. Rivin E.(1986), propôs uma classificação dos acoplamentos considerando a função do acoplamento nos sistemas de transmissão. Nessa classificação ele

subdividiu os acoplamentos flexíveis em: Acoplamentos com compensação de desalinhamento; Acoplamentos torcionalmente flexíveis; Acoplamentos de propósito misto.

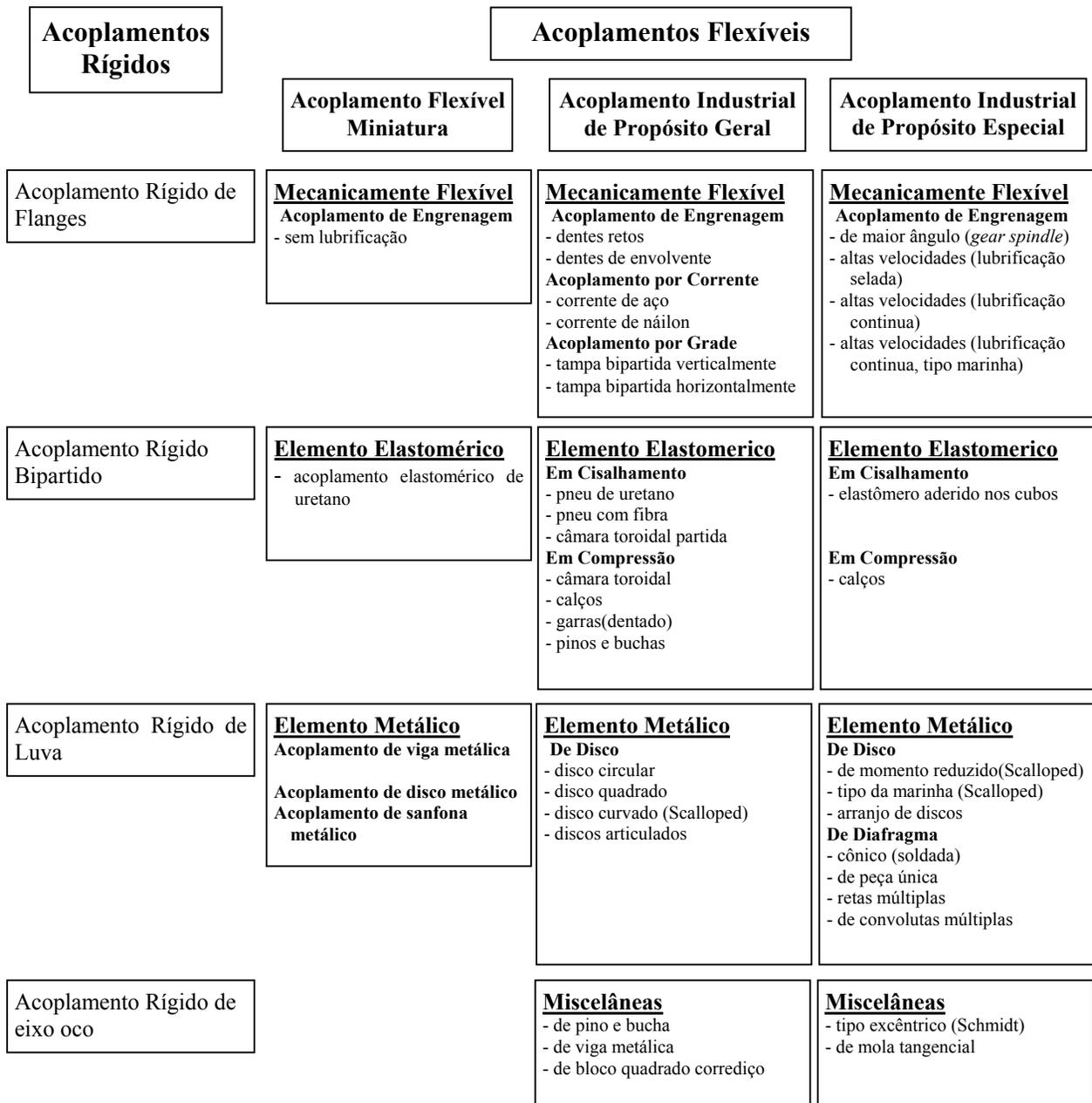


Figura 3.2: Classificação geral dos acoplamentos mecânicos

Marangoni R., Xu M. (1990), classificou os acoplamentos flexíveis em 4 tipos, de acordo com seus princípios de operação, denominando cada grupo como: Acoplamentos mecanicamente flexíveis; Acoplamentos de membranas metálicas; Acoplamentos de elastômeros; Acoplamentos de miscelâneas (mistos). Childs D., et al. (1992), agruparam os acoplamentos em 3 grandes grupos, sendo que os 2 últimos grupos correspondem aos acoplamentos flexíveis: O primeiro

deles não utiliza componentes intermediários entre as superfícies em contato do acoplamento, além de uma camada de lubrificação, ou não, dependendo da flexibilidade das superfícies em contato; O segundo grupo utiliza uma peça intermediária de ligação entre as superfícies em contato do acoplamento. Esta peça pode ser metálica, ou um elastômero, a qual tem características próprias de rigidez e amortecimento, assim como suas condições de balanceamento. Hodowanec M. (1997), classificou-os em 2 tipos, acoplamentos flexíveis metálicos e acoplamentos flexíveis de elastômeros.

Finalmente Mancuso J. (1999), fez uma classificação de acoplamentos similar àquela publicada por Xu M., Marangoni R. (1990), com a diferença de que Mancuso acrescenta uma classificação das aplicações dos acoplamentos, como é mostrada na Figura 3.2. De acordo com o texto anterior, não existe uma classificação única para os acoplamentos flexíveis, mas a mais completa até o presente momento é a citada por Mancuso.

3.3 Acoplamentos Rígidos

Estes acoplamentos são utilizados quando não há desalinhamento ou quando este desalinhamento é muito pequeno, ou ainda, quando os eixos do equipamento ou do acoplamento (rígido de eixo vazado) são muito robustos, ou seja, longos e suficientemente finos para que possam flexionar e assimilar as forças e os momentos de reação produzidos pela deflexão mecânica dos acoplamentos rígidos, impostas pelo desalinhamento. Nestes casos, estes acoplamentos são muito eficientes na conexão de equipamentos. Em geral, estes acoplamentos permitem a transferência de potência de uma peça para outra do equipamento. Eles permitem também a conexão de eixos de diferentes dimensões.

Os quatro tipos básicos de acoplamentos rígidos são:

- Os acoplamentos de flanges rígidas são provavelmente o tipo mais comum de conexão rígida. Seu projeto é limitado pelo número, tamanho, e tipo de parafuso usado. Nas diferentes análises de tensão, que usualmente são consideradas, os limites deveriam considerar as tensões nos parafusos, cubos, e nos flanges. Estes acoplamentos podem ser usados quando não há desalinhamento ou quando estes forem virtualmente nulos. Algumas aplicações são as bombas (verticais, horizontais) e as transmissões de guindastes.

- O acoplamento rígido bipartido é usado onde a facilidade de montagem e desmontagem é requerida. O eixo e o cubo do acoplamento são geralmente chavetados. As duas metades são unidas rigidamente por parafusos radiais na região segmentada, cujo número de parafusos pode variar dependendo do tamanho do acoplamento. O torque é transferido de uma metade para outra, pela força de atrito produzida pelos parafusos. Estes acoplamentos são amplamente utilizados para aplicações de baixo torque e baixa velocidade, tais como em bombas verticais, agitadores, transmissão de guincho, e muitos outros tipos de aplicações.
- O acoplamento rígido de bucha (com ou sem luva) é uma das mais simples formas de acoplamentos, utilizada para transmissões de frações de 1 *hp*, na qual os eixos conectados são de mesmo diâmetro, sendo que estes acoplamentos são fixados nos eixos por parafusos. Na indústria, não há um padrão para este tipo de acoplamento, sendo que os de maiores dimensões são fornecidos com buchas substituíveis para montagem e desmontagem. Os acoplamentos mais simples são utilizados nas transmissões motor-bomba e os mais sofisticados para aplicações de maior torque como eixos de propulsão da marinha.
- O acoplamento rígido de eixo vazado (tubular) geralmente é longo e de pequeno diâmetro. Este acoplamento assimila algum desalinhamento, através da flexão de sua seção menor, sendo que usualmente estes são de 25 a 50% menores do que os acoplamentos flexíveis. Os materiais utilizados na sua fabricação são ligas de aço de alto grau, isto porque as tensões no acoplamento devido ao desalinhamento são geralmente elevadas, e podem ser projetadas para cargas cíclicas. Sua aplicação, geralmente, está relacionada a sistemas de turbinas a gás e vapor de alta potência.

3.4 Acoplamentos Flexíveis

Os acoplamentos flexíveis unem dois eixos de equipamento rotativos, enquanto permitem algum grau de desalinhamento ou movimento relativo dos extremos dos eixos. As três funções básicas deste tipo de acoplamento são: Transmitir potência de uma máquina para outra sob a forma de torque numa dada velocidade (dependendo das características do acoplamento, a eficiência da transmissão será melhor ou pior); Assimilar o desalinhamento entre as linhas de centro dos eixos conectados, que podem ser paralelo, angular, ou misto, sendo este último o que

mais ocorre na realidade; Compensar o movimento axial nos extremos dos eixos conectados, sendo também possível restringí-los.

Além das funções básicas descritas, os acoplamentos flexíveis podem ter outras funções como: amortecer a vibração e reduzir as cargas de choque ou pico; proteger o equipamento de sobrecargas; medir torques de saída no equipamento acionado; isolar o equipamento motriz do equipamento acionado; posicionar o rotor de um motor ou gerador, e para posicionar o sistema fora de seu modo crítico torcional.

Os acoplamentos flexíveis podem ser divididos em quatro categorias:

- Acoplamentos mecanicamente flexíveis: estes cumprem 3 funções básicas, e obtêm sua flexibilidade a partir de folgas entre as peças ou pelo rolamento ou escorregamento entre as peças em contato. Em geral, precisam de lubrificação, exceto quando uma das peças possua auto-lubrificação como o náilon. Há quatro tipos básicos de acoplamentos neste grupo: de engrenagem, de corrente, de grade e a junta universal. Este grupo de acoplamentos são os mais utilizados na indústria e normalmente o tempo de vida útil é de 3 a 5 anos. O modo de falha mais comum destes é o desgaste, podendo ser este tipo de falha previsto ou detectado nas revisões de manutenção a partir de sintomas associados com o mau funcionamento de uma peça, que por sua vez pode ser substituída antes da ocorrência de falha. Outros tipos de falha podem ocorrer tais como: quebra dos parafusos, trinca dos cubos, quebra do espaçador, e a quebra de outras peças. A falha destes acoplamentos pode ser atribuída à uma montagem ruim, pouca lubrificação, e práticas inadequadas de manutenção.
- Acoplamentos de Elastômeros: estes cumprem as 3 funções básicas e ainda protegem os equipamentos dos efeitos indesejáveis dos carregamentos de choque e da vibração por meio do elastômero. Há dois tipos básicos destes acoplamentos: elastômeros em compressão e elastômeros em cisalhamento. O elastômero é um material elástico, uma borracha ou um material sintetizado semelhante à borracha. Este material pode suportar de 5 a 10 vezes mais carga em compressão do que em cisalhamento. Entretanto, estas defletem mais sob cisalhamento do que em compressão. Desta forma, usando elastômeros em compressão, pode-se transmitir cargas maiores e minimamente absorver a vibração

torcional. Já aqueles que usam elastômeros em cisalhamento fornecem um alto amortecimento torcional, mas não transmitem cargas maiores.

- Acoplamento de elemento metálico: seu desenvolvimento tem como objetivo eliminar os problemas associados aos acoplamentos lubrificados, sendo no geral de maior tamanho do que os acoplamentos anteriores. Seu uso foi muito limitado até o início dos anos 50, ainda não sendo amplamente utilizado até o final dos anos 60. Estes acoplamentos apoiam-se na flexibilidade do material metálico para compensar o desalinhamento e os movimentos axiais. Há 2 tipos básicos destes acoplamentos: um é o acoplamento de disco que usualmente consiste de vários elementos metálicos que estão fixados com parafusos à flanges opostas de forma alternada. O outro tipo é o acoplamento de diafragma, que consiste em um ou mais elementos metálicos que são unidos ao diâmetro externo de uma flange motriz e transferem torque, através do diafragma, à um diâmetro interno do mesmo ligado ao eixo acionado. Geralmente, o elemento metálico é projetado para vida infinita, motivo pelo qual as tensões de projeto devem estar abaixo do limite de resistência à fadiga do material.
- Acoplamentos Mistos (Miscelâneos): este grupo de acoplamentos obtêm sua flexibilidade a partir da combinação dos mecanismos dos três tipos de acoplamentos flexíveis mencionados anteriormente ou de um mecanismo só. Alguns dos acoplamentos deste grupo são: acoplamento de pino e bucha, acoplamento de Schmidt, acoplamento de mola tangencial, acoplamento de viga metálica, acoplamento de bloco deslizante (acoplamento de Oldham).
- Acoplamentos de propósito especial: são os acoplamentos instrumentados que permitem monitorar continuamente o torque, o que está tornando-se parte dos programas de manutenção preditiva nas indústrias, a fim de controlar o funcionamento de seus equipamentos críticos, para programar suas paradas apropriadamente.

3.5 Critérios de Seleção dos Acoplamentos

Os acoplamentos são de vital importância para um sistema de transmissão de potência, mesmo que o seu valor monetário não supere no geral 10% do custo total do sistema. Entretanto, muitos projetistas consideram os acoplamentos como se estes fossem peças de *hardware*. O tempo gasto na seleção de um acoplamento e a determinação de sua interação com o sistema,

devem ser não só função do custo do equipamento, mas também função do tempo de substituição ou de reparo devido à uma falha ocorrida. Em alguns casos, esta análise pode envolver um curto período de tempo com base em experiências anteriores. Entretanto, um sistema complexo pode requerer uma análise por elementos finitos, e eventualmente possíveis testes com protótipos devem ser feitos.

O projetista de um sistema deve selecionar um acoplamento que seja compatível com o sistema. A complexidade e o aprofundamento do processo de seleção dependerá do quão crítico e quão custoso será a parada para o usuário final. Segundo Mancuso J. (1999), existem usualmente 4 passos que deveriam ser considerados para uma apropriada seleção de um acoplamento:

- Revisão dos requerimentos iniciais para um acoplamento flexível, e seleção do tipo de acoplamento que melhor satisfaz o sistema;
- Fornecer ao fabricante a informação pertinente, para que o acoplamento possa ser apropriadamente dimensionado, projetado e fabricado para satisfazer essas necessidades. No mínimo 3 itens são necessários para dimensionar um acoplamento: potência, velocidade, e informação da interface;
- Obter informação sobre as características do acoplamento, devido a interação deste com o sistema que deve ser analisado, para garantir compatibilidade e prever o surgimento de forças e momentos prejudiciais. Sendo o acoplamento selecionado, dimensionado e projetado adequadamente, não é garantida uma operação sem problemas. Os acoplamentos geram suas próprias forças e podem também amplificar as forças do sistema, mudando as características originais do sistema ou as condições de operação. Algumas características do acoplamento que podem interagir com o sistema são: rigidez e amortecimento torcional, folga, massa, efeito da rotação do volante do acoplamento, centro de gravidade, quantidade de desbalanceamento, força axial, momento de flexão, rigidez lateral, frequências naturais axial, lateral e torcional. O efeito da rotação do volante de um acoplamento é o produto da massa do acoplamento pelo quadrado do raio de rotação (raio no qual a massa do acoplamento pode ser considerada concentrada);
- Verificar a interação com o sistema, e se as condições do sistema se alterarem, deve-se contatar o fabricante para que as novas condições e seus efeitos sobre o acoplamento selecionado possam ser analisadas. Repetir este processo até o sistema e o acoplamento

serem compatíveis. As características do acoplamento são utilizadas para a análise do sistema axialmente, lateralmente, térmicamente e torcionalmente.

Uma razão importante para o balanceamento do acoplamento, é devido às forças geradas pelo desbalanceamento do mesmo, as quais poderiam ser prejudiciais para o sistema (equipamentos, mancais, e estrutura de suporte). Existem na indústria 4 padrões de balanceamento, que são mais freqüentemente utilizados para acoplamentos: API671, AGMA9002, ANSI S2 19-1989, e ISO1940/1(1ª edição, 1986-09-01). De todos eles, somente um foi especificamente escrito para acoplamentos AGMA9002. Os outros três padrões usam tolerâncias que foram desenvolvidas para rotores ou outras peças rotativas.

Quanto ao alinhamento, o trabalho de Piotrowski J. (1986), fornece a informação sobre os procedimentos práticos dos métodos e preparos do alinhamento de eixos colineares. Assim, as quantidades aceitáveis de desalinhamento deveriam ser toleradas individualmente para cada sistema mecânico de acionamento.

3.6 Vibrações Induzidas por Acoplamentos Mecânicos

Devido ao fato dos acoplamentos estarem sujeitos ao desalinhamento, são geradas forças e momentos de reação cíclicas, cujas freqüências de atuação dependem tanto do tipo de acoplamento como da condição do alinhamento.

Quanto às vibrações induzidas pela Junta Universal, Mabie H.(1948), escreveu a equação que fornece a relação entre as velocidades angulares de entrada e saída, em termos do ângulo entre os eixos e do ângulo de rotação do eixo. Este desenvolvimento mostrou que as flutuações da velocidade angular do eixo de saída são função das harmônicas pares da velocidade angular do eixo de entrada. A revista técnica da “*Borg-Warner*” indica que a junta universal (Hooke), produz um momento de flexão com a freqüência igual a duas vezes a velocidade de rotação do eixo, dada pela relação:

$$M_m = T \text{Sen}(\beta_d) \text{Cos}(2\Omega t). \quad (3.1)$$

Sendo, M_m o momento máximo de flexão, T o torque transmitido, β_d o ângulo de desalinhamento e Ω a velocidade de rotação do eixo.

Sobre os acoplamentos de engrenagens, Mancuso J. (1971), Gibbons C. (1976) e Bloch H. (1976), mostraram que quando sujeitos ao desalinhamento, estes geravam forças e 3 momentos principais. As equações e o desenvolvimento destes momentos (momento que resiste ao desalinhamento, momento devido ao torque, e o momento devido ao atrito) foram obtidos por Bloch. Entretanto, as frequências das vibrações características do acoplamento foram estabelecidas por Dewell D., Mitchell L. (1984), que afirmaram que a frequência base do momento seria igual a 2 vezes a rotação do eixo. Sendo que esta, pode ser expandida através da série de Fourier e ter componentes da forma:

$$f_m = m(2\Omega)/60; \quad m = 1,2,3,\dots \quad (3.2)$$

Sendo, Ω a rotação do eixo em *rpm*.

Para os acoplamentos de disco metálico simples, Wright J. indicou que as frequências das forças ou momentos cíclicos para estes acoplamentos sujeitos ao desalinhamento, são dadas pelas relações:

$$f = \Omega \cdot n, \quad \text{se } n : \text{é par}; \quad f = 2\Omega \cdot n, \quad \text{se } n : \text{é ímpar}. \quad (3.3)$$

Onde: Ω é a velocidade de rotação, n é o número de parafusos do disco do acoplamento. Dewell D., Mitchell L.(1984), além de explicar mais a respeito, também realizaram a verificação experimental destas relações, conseguindo produzir estas frequências de vibração, através do desalinhamento do acoplamento. As componentes de 2x e de 4x a velocidade rotação do acoplamento, apresentavam as maiores mudanças com o aumento do desalinhamento.

No livro de Piotrowski J. (1995), são apresentados espectros das vibrações induzidas por diferentes acoplamentos, obtidos ao longo de 10 anos, por vários pesquisadores que conduziram testes controlados em máquinas rotativas, onde o componente motriz foi sujeito a condições de desalinhamento conhecidas, e os espectros de vibração foram coletados e analisados. Alguns desses espectros são mostrados na Figura 3.3. Analisando estas figuras, pode-se observar que os padrões de vibração sobre o equipamento com o mesmo acoplamento não são exatamente os mesmos, e em alguns casos são significativamente diferentes ou inexistentes.

Na análise de vibrações tradicional têm-se as seguintes regras:

- Desalinhamentos angular e paralelo determinam vibrações na segunda harmônica da rotação, na direção axial e radial respectivamente. Como na prática o desalinhamento é

misto, este será indicado pela vibração na segunda harmônica em qualquer uma das direções;

- Desalinhamentos angular e paralelo determinam uma mudança no espectro da fase de 0° a 180° nas direções axial e radial respectivamente.

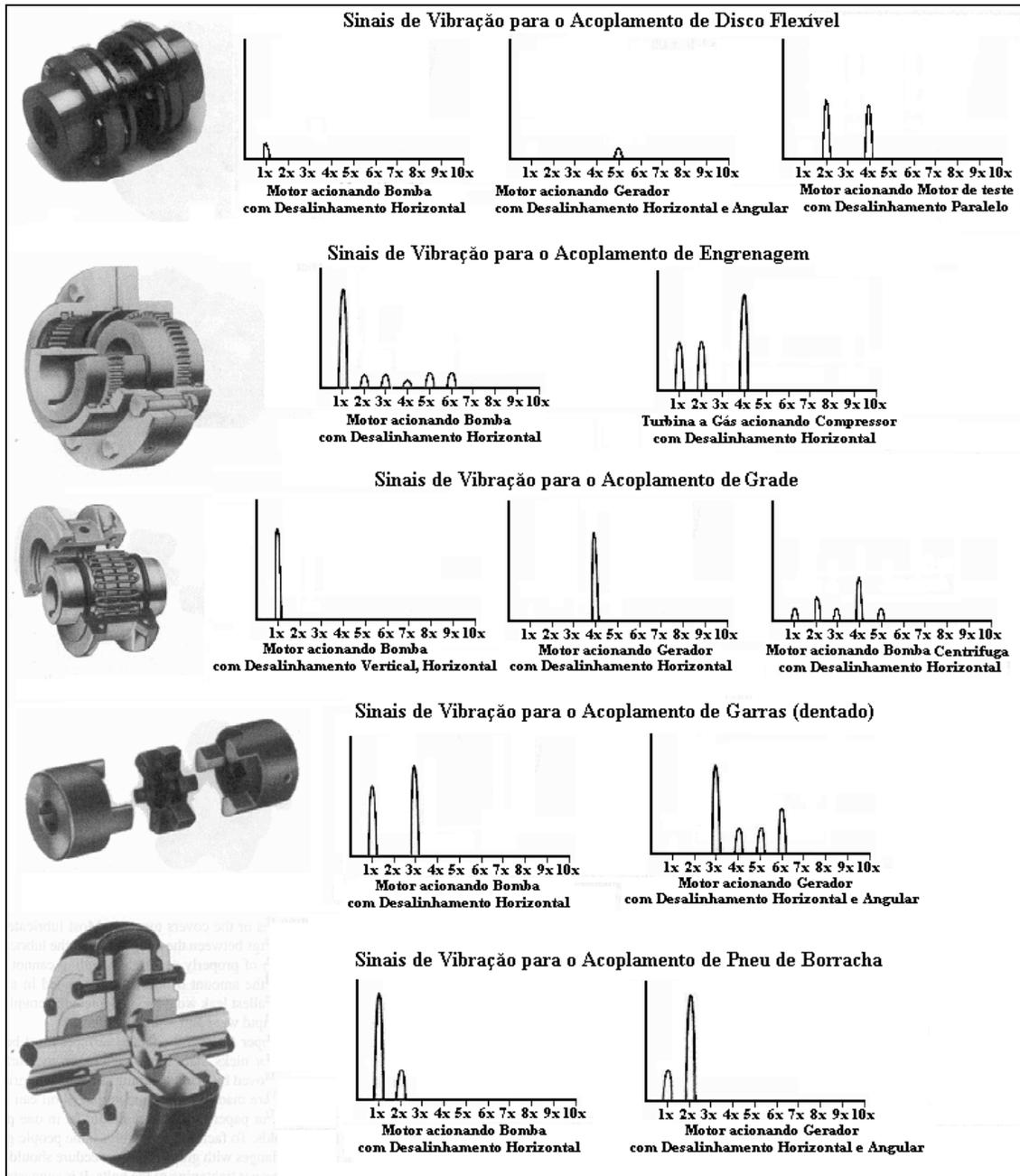


Figura 3.3: Padrões dos espectros de vibração dos acoplamentos sujeitos ao desalinhamento.

Segundo Thomas C., Nower D. (1998), a informação espectral gerada por uma máquina, parece ser um bom indicador do desalinhamento, pois é muito dependente tanto do acoplamento,

quanto do desalinhamento. A informação através da análise da fase é boa para alguns acoplamentos, sendo que para outros não. A análise utilizando-se o valor da corrente do motor, não é suficiente para determinar as condições de alinhamento do sistema, devido a sua baixa sensibilidade aos efeitos do desalinhamento. Ao se utilizar a temperatura como um indicador do desalinhamento, deve-se considerar o tipo de acoplamento utilizado, assim como o ponto de medida que deve ser sobre o mesmo acoplamento. Considerando que medições muito baixas podem ser facilmente influenciadas, mais pelas oscilações da temperatura do meio ou processo, do que pelas condições de alinhamento, estas informações devem ser consideradas pelo grupo de manutenção durante o monitoramento.

3.7 Forças e Momentos devido ao Desalinhamento

A presença de desalinhamento entre rotores acoplados, flexionam o acoplamento e impõem forças e momentos de reação sobre os eixos, nos pontos de articulação com o acoplamento. Embora alguns acoplamentos sejam mais flexíveis, a redução dessas forças dependerá da capacidade do acoplamento de assimilar o efeito do desalinhamento. Schwerdlin H. (1979), afirma que os valores dos parâmetros físicos publicados por fabricantes, para os acoplamentos flexíveis, não consideravam as forças de reação devido ao desalinhamento, velocidade de rotação e o torque. Em geral, essas forças poderiam ser determinadas através de testes, a fim de se revelar sua influência sobre mancais, eixos e outros componentes do sistema mecânico.

As forças e momentos de reação devido ao desalinhamento, são compostas de duas partes: a primeira parte atua sobre os dois eixos acoplados, que ocorre devido ao torque transmitido; a segunda parte é desenvolvida pela deformação do acoplamento.

Quando existe desalinhamento angular e paralelo entre os eixos acoplados, conforme mostrado na Figura 3.4; os momentos e forças transmitidas para o eixo acionado devido ao torque de acionamento, segundo o trabalho de Lee C., Lee W. (1999), podem ser determinadas pelas seguintes relações:

$$M_{TZ} = M_T \cdot \text{Sen}(\Phi_a) \text{Cos}(\Phi_p) + M_T \cdot \text{Sen}(\Phi_p) \text{Cos}(\Phi_a) \quad , \quad F_{TZ} = \frac{M_{TZ}}{l_m} \quad (3.4)$$

$$M_{TX} = -M_T \cdot \text{Sen}(\Theta_a) \text{Cos}(\Theta_p) - M_T \cdot \text{Sen}(\Theta_p) \text{Cos}(\Theta_a) \quad , \quad F_{TX} = \frac{M_{TX}}{l_{ac}}$$

onde

$$\text{Sen}(\Theta_p) = \frac{\Delta X_p}{l_{ac}} \quad , \quad \text{Sen}(\Phi_p) = \frac{\Delta Z_p}{l_{ac}} \quad , \quad \text{Sen}(\Theta_a) = \frac{\Delta X_a}{l_m} \quad , \quad \text{Sen}(\Phi_a) = \frac{\Delta Z_a}{l_m} \quad (3.5)$$

$$\Delta X_p = X_{m1} \quad , \quad \Delta Z_p = Z_{m1} \quad , \quad \Delta X_a = X_{m2} - X_{m1} \quad , \quad \Delta Z_a = Z_{m2} - Z_{m1} \quad (3.6)$$

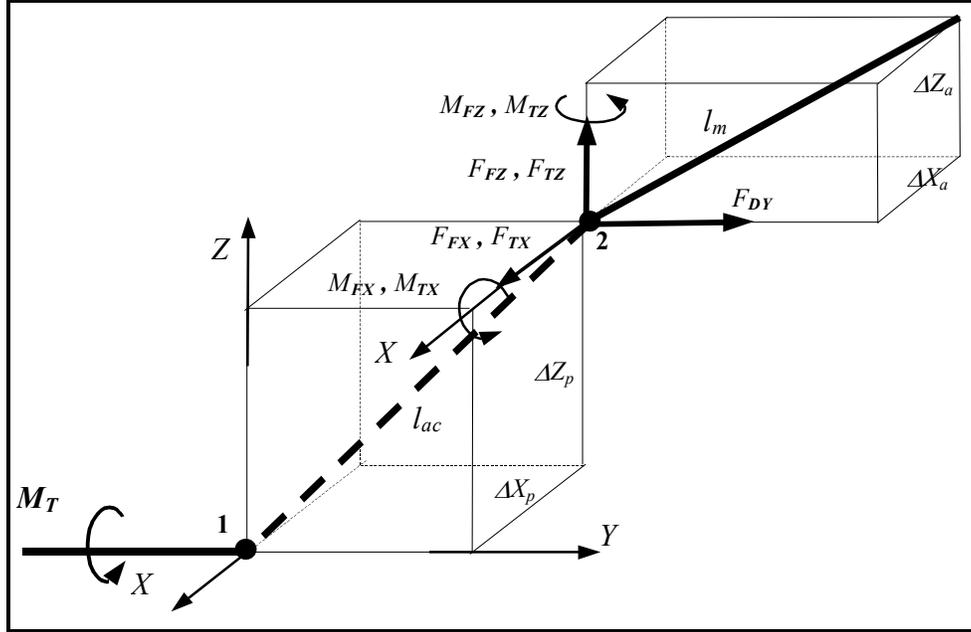


Figura 3.4: Forças e momentos de reação nos acoplamentos devido ao desalinhamento.

Nestas equações, os índices subscritos denotam: p desalinhamento paralelo, e a desalinhamento angular, respectivamente; X e Z denotam as direções X e Z dos eixos coordenados do sistema fixo respectivamente; Θ e Φ designam os ângulos de deflexão; ΔX e ΔZ são as quantidades de desalinhamento nas direções X e Z respectivamente; l_{ac} é a distância entre os pontos de articulação do acoplamento com os eixos conectados; l_m é a distância compreendida entre os dois mancais que suportam ao eixo acionado; F_T e M_T são a força e o momento devido ao torque transmitido.

A fim de se determinar as forças e momentos de reação geradas devido à deformação do acoplamento, pode-se modelar o mesmo como se fosse um elemento de viga em flexão, considerado-o transversalmente flexível e axialmente rígido. Quando o acoplamento é deformado devido ao desalinhamento, a força (F_F) e o momento (M_F) resultantes que atuam sobre os eixos podem ser definidos pelas relações:

$$F_{FX} = \frac{12E_{ac}I_{ac}}{l_{ac}^3} \left(\Delta X_p - \frac{\Theta_a l_{ac}}{2} \right) \quad , \quad F_{FZ} = \frac{12E_{ac}I_{ac}}{l_{ac}^3} \left(\Delta Z_p - \frac{\Phi_a l_{ac}}{2} \right) \quad (3.7)$$

$$M_{FX} = \frac{6E_{ac}I_{ac}}{l_{ac}^2} \left(\Delta X_p - \frac{2\Theta_a l_{ac}}{3} \right), \quad M_{FZ} = \frac{6E_{ac}I_{ac}}{l_{ac}^2} \left(\Delta Z_p - \frac{2\Phi_a l_{ac}}{3} \right),$$

onde, E_{ac} é o módulo de elasticidade transversal do acoplamento e I_{ac} é a inércia da seção transversal do acoplamento.

Se não for rígido na direção axial, o acoplamento sofre deformação na direção axial (ΔY) no seus extremos, a força de reação axial que será exercida sobre os eixos pode ser definida por:

$$F_{DY} = \frac{E_{ac}A_{ac}}{l_{ac}} \Delta Y, \quad (3.8)$$

onde A_{ac} é a área da seção transversal do acoplamento.

As equações das forças e momentos, geradas nos acoplamentos flexíveis devido ao desalinhamento, estabelecidas anteriormente, são as mais gerais encontradas na literatura. Entretanto, existem vários trabalhos que fornecem relações, as quais são restritas a um determinado tipo de acoplamento e a uma determinada condição de desalinhamento, entre os quais podemos citar:

- Bloch H. (1976), identificou as forças e momentos de flexão gerados pelo desalinhamento paralelo ou angular para acoplamentos de engrenagens, considerando 3 momentos relevantes: Momento causado pelo movimento do ponto de contato; Momento causado pelo atrito no acoplamento; Momento devido ao torque de acionamento. Ele determinou também os momentos de flexão para os acoplamentos de diafragma, no qual considerou os momentos causados pelo desalinhamento angular e o momento causado pelo torque de acionamento. Concluiu que os momentos gerados nos acoplamentos de diafragma eram menores quando comparados aos momentos gerados nos acoplamentos de engrenagens.
- Gibbons C. (1976), estabeleceu 3 relações, tanto para as forças, quanto para os momentos que o acoplamento exerce sobre o eixo na presença de desalinhamento paralelo entre os eixos motriz e acionado. As equações são para acoplamento de engrenagens, nas quais não existem forças de restauração até o mesmo ser carregado torcionalmente. Portanto, suas forças de reação seriam função do torque, do ângulo de desalinhamento e do atrito. Também foram deduzidos para os acoplamentos denominados flexíveis (de diafragma, de disco anular), os quais teriam um momento de restauração inerente devido ao

efeito da mola, igualmente para uma condição de torque igual a zero. Entretanto, essas forças de reação não aumentariam notoriamente com o torque, e nem seriam afetadas pelo atrito.

- Sekhar S., Prabhu S. (1995), tendo como base o trabalho de Gibbons B. (1976), determinaram relações para as forças e momentos de reação no acoplamento, quando o mesmo está sujeito ao desalinhamento angular. Considerando-se acoplamento do tipo de diafragma, e assumindo-se relações lineares entre as forças e as deformações, tanto para a flexão quanto para a deformação axial. Para o tipo de acoplamento considerado, o momento total devido à flexão do acoplamento é nulo, pois as suas componentes atuam em direções opostas. Porém, as forças de reação totais que atuam nos pontos de articulação variam periodicamente.
- Xu M., Marangoni D. (1994), incluíram no sistema mecânico motor-acoplamento-rotor modelado por eles, o efeito da junta universal, para representar o efeito do desalinhamento angular do sistema. O torque de acionamento do motor é dividido em duas componentes, quando passa através do acoplamento flexível desalinhado, uma componente do torque atua ao longo do eixo do rotor e a outra componente é transversal ao eixo do rotor, gerando as flexões laterais do eixo. Essa componente é decomposta em 2 componentes que atuam ao longo dos eixos do sistema de coordenadas, contidos no plano normal ao eixo.
- Mancuso R. (1971), definiu forças e momentos de reação impostos em um sistema de transmissão de potência, devido ao desalinhamento angular dos acoplamentos de engrenagens com dentes de perfil envolvente. Considerando 5 casos, o primeiro ocorre quando o sistema está numa condição estática e o ângulo de desalinhamento é constante. Nos demais casos, o sistema está numa condição dinâmica e o ângulo de desalinhamento pode permanecer constante, estar aumentando, estar diminuindo e ser nulo estando neste caso, numa condição de alinhamento perfeito.

Alguns dos trabalhos citados estabelecem que as forças e momentos gerados nos acoplamentos, devido ao desalinhamento, seriam de natureza cíclica e com frequência múltipla da rotação dos eixos, e ainda, cuja frequência fundamental seria $2x$ a frequência de rotação. Entretanto, não há muita referência quanto à mudança do desalinhamento do sistema durante a operação do sistema, que definitivamente não é constante.

Capítulo 4

Modelamento Matemático do Sistema Mecânico

Atualmente, os modelos matemáticos tornaram-se ferramentas imprescindíveis no estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos, porque nos permitem analisar o comportamento dinâmico em situações estáveis e críticas através de simulações. Algumas dessas situações não poderiam ser conduzidas em sistemas reais, devido a diferentes limitações práticas. Estes modelos podem ser feitos usando o método dos elementos finitos ou matrizes de transferência, entre outras técnicas.

O sistema estudado no presente trabalho, se reduz a um problema de modelagem dinâmica de um sistema flexível composto por: rotores, eixos, acoplamentos e mancais; cuja configuração típica pode ser exemplificada na Figura 4.1.

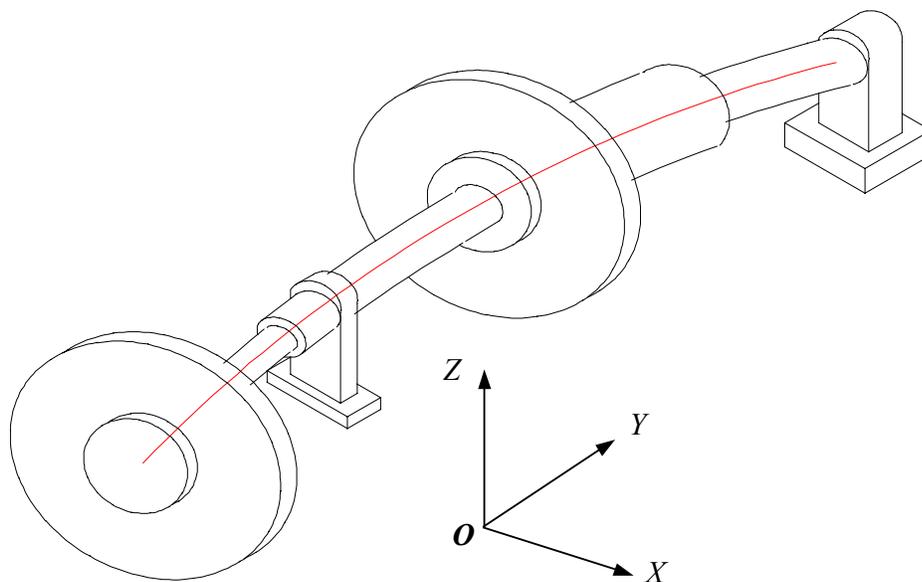


Figura 4.1: Esquema básico do sistema mecânico.

Neste capítulo, apresentamos: O equacionamento matemático do fenômeno físico das vibrações flexionais, usando o método de elementos finitos no modelamento matemático, para estabelecer as equações de movimento de cada um dos componentes, assim como do sistema completo **Rotor-Acoplamento-Mancal**; Os modelos propostos na literatura para representar os acoplamentos mecânicos; A metodologia usada na montagem das matrizes globais de massa, giroscópica, de amortecimento e de rigidez do sistema; O método de solução direta usado para a análise das vibrações livres e forçadas do sistema, as quais serviram de base para a elaboração do programa **PROGRA_M1.mdp** na linguagem de Fortran90, que nos permite analisar o comportamento dinâmico do sistema.

O método dos elementos finitos trata um sistema contínuo discretizando-o em um conjunto de elementos que, individualmente, são considerados contínuos. Em resumo, o método de elementos finitos expressa o deslocamento de qualquer ponto do sistema contínuo em termos dos deslocamentos de um conjunto finito de pontos, multiplicando esses pontos nodais por uma função de interpolação. Este método produz resultados satisfatórios no estudo de problemas estruturais.

As equações de movimento dos componentes do sistema mecânico, podem ser deduzidas aplicando-se a equação de Lagrange definida pela equação 4.1, nas expressões das energias cinéticas (Ec), e potências (Ep) dos componentes.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial Ec}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Fq_i \quad (4.1)$$

Onde: q_i é a i -ésima coordenada generalizada; Fq_i é a força generalizada atuando na direção da i -ésima coordenada generalizada.

4.1 Definições dos Sistemas Referenciais

Na Figura 4.2, o sistema referencial inercial absoluto é $R_o(XYZ)$, e o sistema de referência móvel fixo ao rotor é $R(xyZ)$. O sistema de coordenadas (x,y,z) está relacionado ao sistema (X,Y,Z) através de um conjunto de três ângulos de rotação α , β , e ϕ . Qualquer ponto no sistema (xyz) , é determinado através de uma primeira rotação β ao redor do eixo Z , e uma segunda rotação α ao redor do novo eixo X_1 e finalmente através de uma terceira rotação ϕ ao redor do eixo final Y_2 .

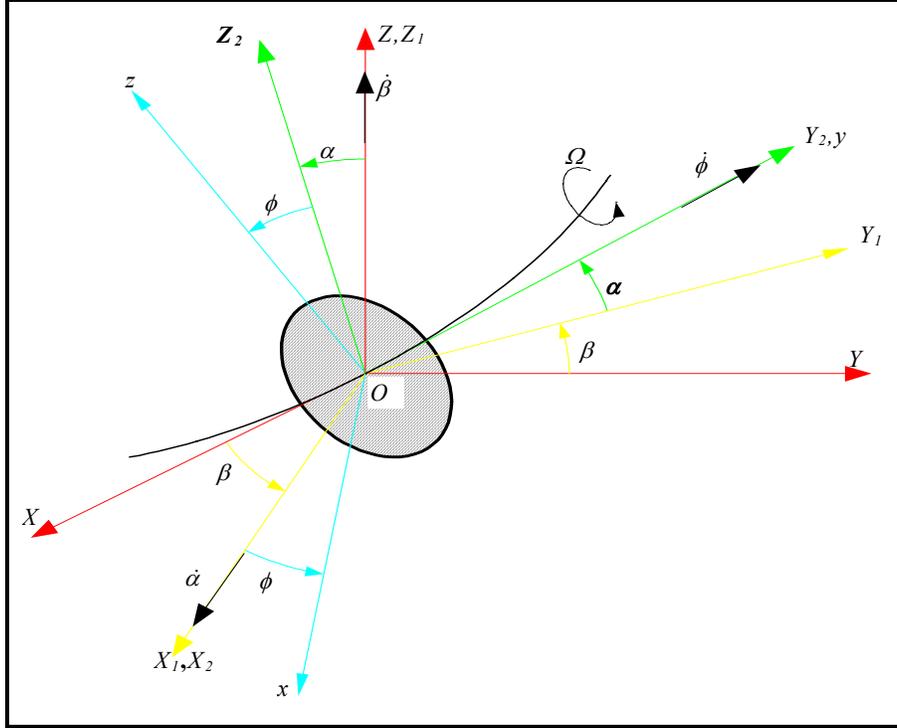


Figura 4.2: Sistemas de referência móvel e fixo ou inercial.

O vetor da frequência angular instantânea do sistema (xyz) em relação ao sistema (XYZ) é:

$$\bar{\omega}_{R/R_0} = \dot{\beta}\hat{Z} + \dot{\alpha}\hat{X}_1 + \dot{\phi}\hat{y}, \quad (4.2)$$

onde \hat{Z} , \hat{X}_1 , e \hat{y} são vetores unitários ao longo dos eixos Z , X_1 e y . Este vetor da frequência angular instantânea do sistema xyz no sistema $R(xyz)$, pode ser escrito como

$$\bar{\omega}_{R/R} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta}\text{Cos}\alpha\text{Sen}\phi + \dot{\alpha}\text{cos}\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\beta}\text{Sen}\alpha \\ \dot{\beta}\text{Cos}\alpha\text{Cos}\phi + \dot{\alpha}\text{Sen}\phi \end{Bmatrix}. \quad (4.3)$$

A relação de transformação do sistema fixo XYZ para o sistema móvel xyz é dada por:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\beta\text{Cos}\phi - \text{Sen}\beta\text{Sen}\alpha\text{Sen}\phi & \text{Sen}\beta\text{Cos}\phi + \text{Cos}\beta\text{Sen}\alpha\text{Sen}\phi & -\text{Cos}\alpha\text{Sen}\alpha \\ -\text{Sen}\beta\text{Cos}\alpha & \text{Cos}\beta\text{Cos}\alpha & \text{Sen}\alpha \\ \text{Cos}\beta\text{Sen}\phi + \text{Sen}\beta\text{Sen}\alpha\text{Cos}\phi & \text{Sen}\beta\text{Sen}\phi - \text{Cos}\beta\text{Sen}\alpha\text{Cos}\phi & \text{Cos}\alpha\text{Sen}\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}. \quad (4.4)$$

4.2 Modelagem do Disco

Na modelagem das máquinas rotativas, os componentes tais como: engrenagens, rotores de compressores e de turbinas, são geralmente modelados como discos rígidos, sendo assumido que o acoplamento entre os movimentos de vibração longitudinal, torcional e lateral do disco é

desprezível. Além disso, é aceitável considerar que a espessura do disco é desprezível em comparação com o comprimento total da montagem rotativa. Dessa forma, o modelo de um disco fino como é mostrada na Figura 4.3, pode ser usado para representar tais componentes de máquinas.

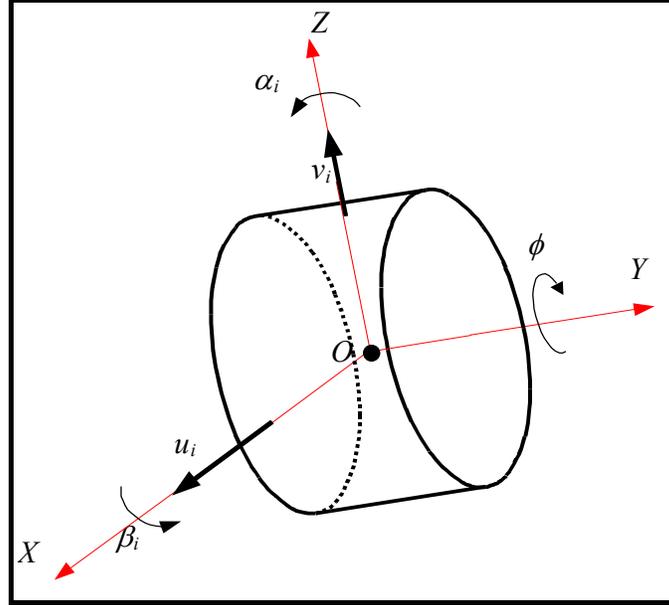


Figura 4.3: Representação dos discos (disco rígido)

O movimento do centro geométrico O do disco, é definido por duas translações (u_i, v_i) e duas rotações (α_i, β_i) nas direções X e Z respectivamente. Sendo um disco rígido, é somente caracterizado por sua energia cinética E_{C_D} expressa pela equação 4.5. Assim, m_D é a massa do disco; I_{D_x} , I_{D_y} , e I_{D_z} são os componentes do tensor de inércia (massa) do disco com relação ao sistema móvel xyz ; ω_x , ω_y e ω_z são as componentes da velocidade angular do disco em relação ao sistema xyz .

$$E_{C_D} = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2) + \frac{1}{2} (I_{D_x} \omega_x^2 + I_{D_z} \omega_z^2 + I_{D_y} \omega_y^2) \quad (4.5)$$

Substituindo as componentes de $\bar{\omega}_{R/R}$ dada pela equação 4.3 na equação 4.5 e, efetuando as simplificações necessárias ($I_{D_x} = I_{D_z}$, $\dot{\phi} = \Omega$), obtém-se:

$$E_{C_D} = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2) + \frac{1}{2} I_{D_x} (\dot{\alpha}_i^2 + \dot{\beta}_i^2) + \frac{1}{2} I_{D_y} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\alpha}_i \beta_i). \quad (4.6)$$

Define-se o vetor deslocamento do centro do disco em coordenadas generalizadas como:

$$q = \{u_i \quad v_i \quad \alpha_i \quad \beta_i\}^t. \quad (4.7)$$

Portanto, a equação de movimento do elemento de disco é obtida aplicando-se a equação 4.1 de Lagrange na equação 4.6, cujo resultado na forma matricial pode ser expresso por:

$$[M_D]\{\ddot{q}_i\} + \Omega[G_D]\{\dot{q}_i\} = \{F_{ex}\} + \{F_{con}\}. \quad (4.8)$$

Onde:

$[M_D]$ é a matriz massa do disco dado por

$$[M_D] = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix};$$

$[G_D]$ é a matriz giroscópica do disco dada por

$$[G_D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix};$$

$\{\ddot{q}\}, \{\dot{q}\}$ são os vetores de aceleração e de velocidade do disco respectivamente;

$\{F_{ex}\}$ é o vetor que contém as forças de desbalanceamento, de desalinhamento e de gravidade;

$\{F_{con}\}$ é o vetor que contém as forças de conexão, que atuam sobre o disco devido aos outros componentes.

4.3 Modelagem do Eixo

Nos elementos de eixos de máquinas, a distribuição da massa e da elasticidade é normalmente muito irregular. É comum em tais sistemas dividir a montagem rotativa num número de segmentos de eixo, os quais podem ser de seção transversal variável e descontínua. Existem duas abordagens comuns na modelagem destas seções: a primeira é um modelo de massas discretas, e a segunda é um modelo de massa contínua, que será utilizada neste trabalho.

Seja um segmento de eixo qualquer, de seção transversal circular uniforme e de comprimento L como é mostrado na Figura 4.4. Este elemento de eixo, nas vibrações transversais, está submetido à flexão, sendo caracterizado através de sua energia cinética e de sua energia elástica de deformação ou energia potencial. Considerando o efeito da inércia rotatória da seção transversal, e o efeito do cisalhamento da seção transversal do eixo, a equação de

movimento do elemento de eixo, aplicando-se a equação de Lagrange nas energias cinética e potencial do mesmo, deduzidas a seguir, será escrita na forma matricial como:

$$[M_E] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_j \end{Bmatrix} + \Omega [G_E] \begin{Bmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_j \end{Bmatrix} + [K_E] \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \{F_{ex}\} + \{F_{con}\}, \quad (4.9)$$

onde: $[M_E]$, $[G_E]$, $[K_E]$ são as matrizes de massa, giroscópica, e de rigidez do elemento de eixo respectivamente, que serão definidas a seguir; $\{F_{ex}\}$ é o vetor das forças externas que podem ser de desbalanceamento, da gravidade ou desalinhamento, que atuam sobre o eixo; $\{F_{con}\}$ é o vetor das forças de conexão, que atuam no eixo devido aos outros componentes do sistema.

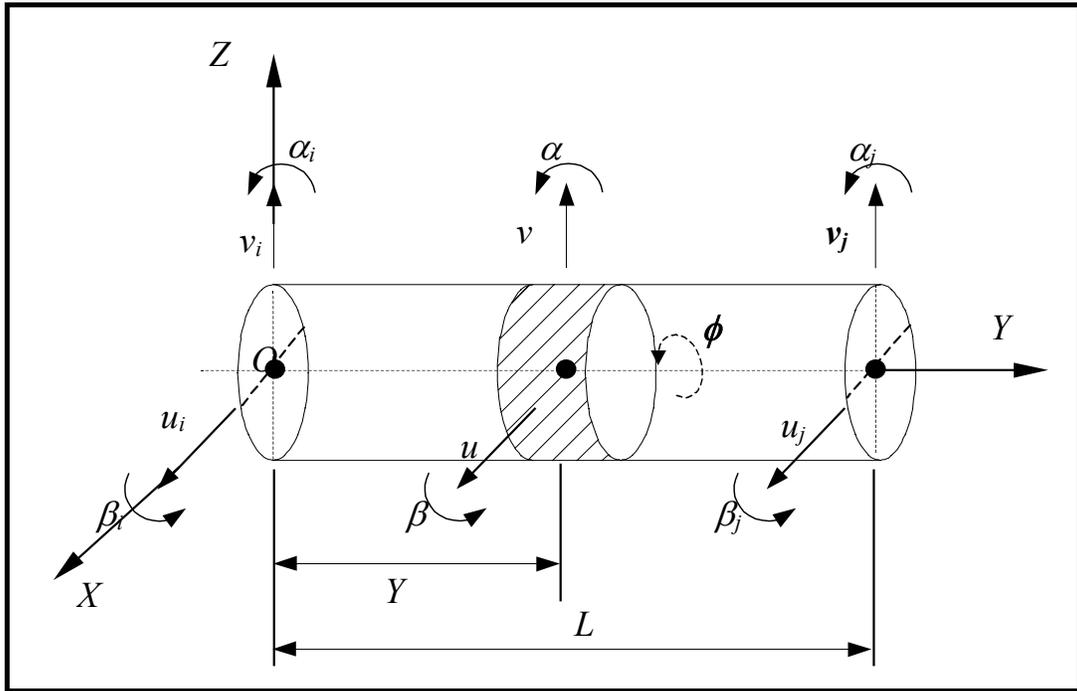


Figura 4.4: Representação do elemento de eixo de seção constante

4.3.1 Energia Cinética do Eixo

A equação geral da energia cinética do elemento de eixo, é uma extensão da energia cinética determinada para o elemento de disco dada pela equação 4.6, a qual é integrada ao longo do comprimento L do eixo, obtendo-se

$$E_{cE} = \frac{\rho}{2} \int_0^L A(\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dy + \frac{\rho}{2} \int_0^L I_x(\dot{\beta}^2 + \dot{\alpha}^2) dy + \frac{\rho\Omega^2}{2} \int_0^L I_y dy + \rho\Omega \int_0^L I_y \dot{\alpha}\dot{\beta} dy, \quad (4.10)$$

onde:

$$\frac{\rho}{2} \int_0^L A(\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dy \quad \text{energia cinética do eixo sob flexão;}$$

$$\frac{\rho}{2} \int_0^L I_x (\dot{\beta}^2 + \dot{\alpha}^2) dy \quad \text{efeito da inércia rotatória (Rayleigh);}$$

$$\frac{\rho \Omega^2}{2} \int_0^L I_y dy \quad \text{energia de rotação} (\Omega \text{ constante});$$

$$\rho \Omega \int_0^L I_y \dot{\alpha} \beta dy \quad \text{Energia cinética devido ao efeito giroscópico;}$$

ρ, A densidade volumétrica do material e área da seção transversal do eixo
 I_x, I_y inércias de área da seção transversal do eixo com relação aos eixos x e y .

O elemento finito do eixo da Figura 4.4 tem quatro graus de liberdade por nó, perfazendo um total de oito graus para cada elemento de eixo (4 deslocamentos, 4 rotações). A relação entre os deslocamentos e as rotações são dadas pelas seguintes relações:

$$\alpha = \frac{\partial v}{\partial y}, \beta = -\frac{\partial u}{\partial y}, \quad (4.11)$$

e o vetor deslocamento do elemento de eixo em coordenadas generalizadas é:

$$q = \{u_i \quad v_i \quad \alpha_i \quad \beta_i \quad u_j \quad v_j \quad \alpha_j \quad \beta_j\}^t, \quad (4.12)$$

o qual contém os deslocamentos que correspondem aos movimentos nas direções X e Z ; isto é,

$$q_X = \{u_i \quad \beta_i \quad u_j \quad \beta_j\}^t, q_Z = \{v_i \quad \alpha_i \quad v_j \quad \alpha_j\}^t. \quad (4.13)$$

Os deslocamentos de qualquer ponto sobre a linha neutra do elemento finito, são definidos em função das oito coordenadas generalizadas do eixo, através das seguintes relações:

$$u(y, t) = N_1(y)q_X, \quad v(y, t) = N_2(y)q_Z, \quad (4.14)$$

onde $N_1(y)$ e $N_2(y)$ são as funções de forma de deslocamento de uma viga em flexão, que satisfazem as condições de contorno do elemento, e são definidas como:

$$N_1(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right], \quad (4.15)$$

$$N_2(y) = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; z - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right].$$

Usando a equação (4.11), as rotações serão definidas por:

$$\beta = -\left(\frac{d}{dy} N_1(y) \right) q_X = \left[\frac{6y}{L^2} + \frac{6y^2}{L^3}; -1 + \frac{4y}{L} - \frac{3y^2}{L^2}; \frac{6y}{L^2} - \frac{6y^2}{L^3}; \frac{2y}{L} - \frac{3y^2}{L^2} \right] \begin{Bmatrix} u_i \\ \beta_i \\ u_j \\ \beta_j \end{Bmatrix},$$

$$\alpha = \left(\frac{d}{dy} N_2(y) \right) q_z = \left[\frac{6y}{L^2} + \frac{6y^2}{L^3}; 1 - \frac{4y}{L} + \frac{3y}{L^2}; \frac{6y}{L^2} - \frac{6y^2}{L^3}; -\frac{2y}{L} + \frac{3y^2}{L^2} \right] \begin{Bmatrix} v_i \\ v_j \\ \alpha_j \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Com as equações 4.16 e 4.14, a equação 4.10 da energia cinética do eixo, pode ser reescrita como:

$$Ec_E = \frac{\rho}{2} \int_0^L A \left[\dot{q}_x^t N_1^t N_1 \dot{q}_x + \dot{q}_z^t N_2^t N_2 \dot{q}_z \right] dy - 2\rho\Omega \int_0^L I_z \dot{q}_x^t \frac{dN_1^t}{dy} \frac{dN_2}{dy} q_z dy + \frac{\rho\Omega^2}{2} \int_0^L I_y dy + \frac{\rho}{2} \int_0^L I_x \left[\dot{q}_x^t \frac{dN_1^t}{dy} \frac{dN_1}{dy} \dot{q}_x + \dot{q}_z^t \frac{dN_2^t}{dy} \frac{dN_2}{dy} \dot{q}_z \right] dy. \quad (4.17)$$

Portanto, ao substituir as funções de forma e suas derivadas direcionais por meio das equações 4.15, 4.16 na equação 4.17, resultará, após a integração dos mesmos sobre o elemento de eixo, a equação da energia cinética do eixo escrita na forma matricial como:

$$Ec_E = \frac{1}{2} \dot{q}_x^t M_1 \dot{q}_x + \frac{1}{2} \dot{q}_z^t M_2 \dot{q}_z + \frac{1}{2} \dot{q}_x^t M_3 \dot{q}_x + \frac{1}{2} \dot{q}_z^t M_4 \dot{q}_z + \Omega \dot{q}_x^t M_5 q_z + \frac{\rho\Omega^2 I_y L}{2}, \quad (4.18)$$

onde:

M_1, M_2 são as matrizes clássicas de massa definidas por

$$M_1 = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix};$$

M_3, M_4 são as matrizes que contém a influência do efeito da inércia rotacional definidas como

$$M_3 = \frac{\rho I_x}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad M_4 = \frac{\rho I_x}{30} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix};$$

M_5 é a matriz que contém o efeito giroscópico dada por

$$M_5 = -\frac{\rho I_y}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ -3L & -4L^2 & 3L & L^2 \\ 36 & -3L & 36 & -3L \\ -3L & -L^2 & 3L & -4L^2 \end{bmatrix}.$$

$0.5 * \rho \Omega^2 I_y L$ é um termo constante;

Aplicando a equação de Lagrange na equação 4.18, obtêm-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{E}c_E}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{E}c_E}{\partial q} = [M_{TE} + M_{RE}] \{\ddot{q}\} + \mathcal{Q}[G_E] \{\dot{q}\}, \quad (4.19)$$

onde:

$[M_{TE}]$ é a matriz massa obtida a partir das matrizes M_1, M_2 definida como

$$M_{TE} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix};$$

$[M_{RE}]$ é a matriz massa obtida a partir das matrizes M_3, M_4 definida por

$$M_{RE} = \frac{\rho I_x}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix};$$

$[G_E]$ é a matriz giroscópica obtida a partir da matriz M_5 definida como

$$G_E = \frac{\rho I_y}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Mas, segundo Nelson, H. e McVaugh, J. (1976), Nelson, H. (1980), as matrizes de massa e giroscópica do elemento do eixo, incluindo o efeito do cisalhamento, podem ser definidas da seguinte forma:

$$M_{TE} + M_{RE} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & -\mu_2 L & \mu_4 & 0 & 0 & \mu_5 L \\ 0 & \mu_1 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_4 & -\mu_5 L & 0 \\ 0 & \mu_2 L & \mu_3 L^2 & 0 & 0 & \mu_5 L & \mu_6 L^2 & 0 \\ -\mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 & -\mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 \\ \mu_4 & 0 & 0 & -\mu_5 L & \mu_1 & 0 & 0 & \mu_2 L \\ 0 & \mu_4 & \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_1 & -\mu_2 L & 0 \\ 0 & -\mu_5 L & \mu_6 L^2 & 0 & 0 & -\mu_2 L & \mu_3 L^2 & 0 \\ \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 \end{bmatrix};$$

$$G_E = \Omega \begin{bmatrix} 0 & -\mu_7 & -\mu_8 L & 0 & 0 & \mu_7 & -\mu_8 L & 0 \\ \mu_7 & 0 & 0 & -\mu_8 L & -\mu_7 & 0 & 0 & -\mu_8 L \\ \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_9 L^2 & -\mu_8 L & 0 & 0 & \mu_{10} L^2 \\ 0 & \mu_8 L & \mu_9 L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & -\mu_{10} L^2 & 0 \\ 0 & \mu_7 & \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_7 & \mu_8 L & 0 \\ -\mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L & \mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L \\ \mu_8 L & 0 & 0 & \mu_{10} L^2 & -\mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_9 L^2 \\ 0 & \mu_8 L & -\mu_{10} L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & \mu_9 L^2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Onde:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= (156 + 3528\varepsilon + 20,160\varepsilon^2)\alpha_T + 36\alpha_R; \\ \mu_2 &= (22 + 462\varepsilon + 2520\varepsilon^2)\alpha_T + (3 - 180\varepsilon)\alpha_R; \\ \mu_3 &= (4 + 84\varepsilon + 504\varepsilon^2)\alpha_T + (4 + 60\varepsilon + 1440\varepsilon^2)\alpha_R; \\ \mu_4 &= (54 + 1512\varepsilon + 10,080\varepsilon^2)\alpha_T - 36\alpha_R; \\ \mu_5 &= (13 + 378\varepsilon + 2520\varepsilon^2)\alpha_T - (3 - 180\varepsilon)\alpha_R; \\ \mu_6 &= -(3 + 84\varepsilon + 504\varepsilon^2)\alpha_T - (1 + 60\varepsilon - 720\varepsilon^2)\alpha_R; \\ \mu_7 &= 72\alpha_R; \\ \mu_8 &= 2(3 - 180\varepsilon)\alpha_R; \\ \mu_9 &= 2(4 + 60\varepsilon + 1440\varepsilon^2)\alpha_R; \\ \mu_{10} &= 2(1 + 60\varepsilon)\alpha_R; \\ \alpha_T &= \frac{\rho AL}{420(1 + 12\varepsilon)^2}; \\ \alpha_R &= \frac{\rho Ar^2}{120L(1 + 12\varepsilon)^2}. \end{aligned} \tag{4.20}$$

Sendo que, r é o raio do elemento de eixo e ε é o coeficiente de cisalhamento do mesmo.

4.3.2 Energia Potencial do Eixo

A Figura 4.5, mostra a seção transversal de um eixo submetida a flexão, na qual $B(x,z)$ é um ponto qualquer contido na seção transversal do eixo; $C(u,v)$ é o centro geométrico do mesmo; u^* e v^* são os deslocamentos do centro geométrico com relação aos eixos X e Z , previamente rotacionados um ângulo igual a Ωt . Da resistência dos materiais, tem-se que a expressão da deformação para o ponto B é dada pela equação 4.21:

$$\delta = \underbrace{-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2}}_{\delta_l} + \underbrace{\frac{I}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{I}{2} \left(\frac{\partial v^*}{\partial y} \right)^2}_{\delta_{nl}} \quad \text{ou} \quad \delta = \delta_l + \delta_{nl}. \quad (4.21)$$

Na qual, δ_l é a parcela linear da deformação e δ_{nl} é a parcela não linear da deformação.

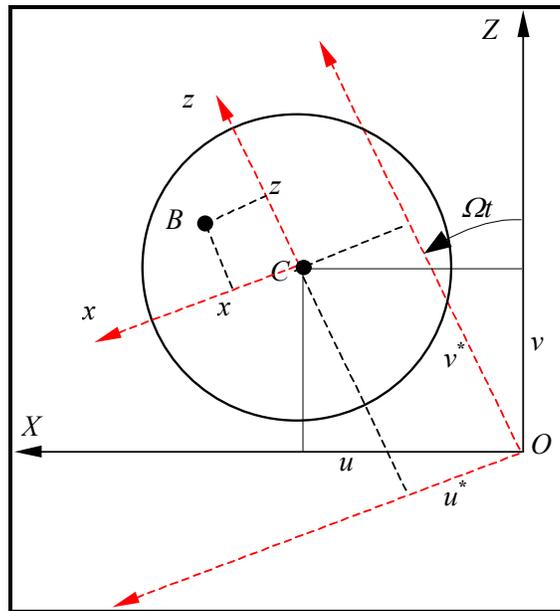


Figura 4.5: Coordenadas do centro geométrico C , e um ponto arbitrário B no eixo.

A energia de deformação do elemento de eixo submetida a flexão é:

$$Ep_E = \frac{I}{2} \int_{\tau} \delta^t \sigma d\tau, \quad (4.22)$$

onde t é o índice sobrescrito que indica transposto. A relação entre a tensão (σ) e a deformação (δ) é dada pela relação 4.23, sendo E o módulo de Young (módulo de elasticidade transversal).

$$\sigma = E\delta. \quad (4.23)$$

Substituindo as equações 4.23 e 4.21 na equação 4.22 temos:

$$Ep_E = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\delta_l^2 + 2\delta_l\delta_{nl} + \delta_{nl}^2) d\tau . \quad (4.24)$$

Entretanto, pela simetria da seção transversal do elemento do eixo, com respeito aos eixos x e z têm-se que:

$$\int_{\tau} \delta_{nl}\delta_l d\tau = 0 , \quad (4.25)$$

e o terceiro termo sob a integral da equação 4.24 é de segunda ordem, sendo, portanto, desprezado. Então, a energia de deformação do elemento de eixo pode ser definida como:

$$Ep_E = \frac{E}{2} \int_0^L \iint_A \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} \right)^2 dA dy . \quad (4.26)$$

Expandindo a equação 4.26, tem-se

$$Ep_E = \frac{E}{2} \int_0^L \iint_A \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} \right] dA dy , \quad (4.27)$$

mas, devido à simetria da seção transversal do elemento, a integral que corresponde ao terceiro termo da equação 4.27 é nula. Introduzindo a inércia da seção transversal do elemento com relação aos eixos x e z temos:

$$I_x = \int_A z^2 dA \quad , \quad I_z = \int_A x^2 dA . \quad (4.28)$$

Usando estas relações na equação 4.27 e impondo a condição de nulidade de alguns termos, tem-se que a equação 4.27 pode ser escrita como

$$Ep_E = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy , \quad (4.29)$$

que é a energia de deformação do elemento de eixo.

Uma nova parcela de energia de deformação Ep_F deve ser considerada, se o eixo está sujeito a uma força axial constante F_o , dada por:

$$Ep_F = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{F_o}{A} (\delta_l + \delta_{nl}) dy = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{F_o}{A} \delta_l dy + \frac{1}{2} \int_0^L \frac{F_o}{A} \delta_{nl} dy . \quad (4.30)$$

Devido à simetria da seção transversal no plano xz , o primeiro termo da equação 4.30 será nula.

Portanto, usando a equação 4.21, a energia potencial devido a força axial F_o , pode ser re-escrita como:

$$Ep_F = \frac{F_o}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy. \quad (4.31)$$

Somando as energias potenciais devido à flexão e devido à força axial, tem-se que a energia de deformação total do eixo Ep_{TE} , é dada por:

$$Ep_{TE} = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_o}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy. \quad (4.32)$$

Para evitar os termos periódicos como função do tempo, é necessário expressar a energia de deformação como função de u e v , que são as componentes do deslocamento em relação ao sistema inercial XYZ , usando as relações:

$$u^* = u \cos(\Omega t) - v \sin(\Omega t) \quad , \quad v^* = u \sin(\Omega t) + v \cos(\Omega t), \quad (4.33)$$

definidas em relação ao diagrama da Figura 4.5.

Portanto, a equação 4.32 pode ser re-escrita como

$$\begin{aligned} Ep_{TE} = & \frac{E}{2} \int_0^L I_z \left(\cos(\Omega t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin(\Omega t) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)^2 dy \\ & + \frac{E}{2} \int_0^L I_x \left(\sin(\Omega t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos(\Omega t) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)^2 dz + \frac{F_o}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] dy, \end{aligned} \quad (4.34)$$

porém, como a seção transversal do eixo é simétrica em relação a seus eixos x e z , tem-se que, $I_x = I_z$. Portanto, a Ep_{TE} pode ser novamente re-escrita sob a forma:

$$Ep_{TE} = \frac{E}{2} \int_0^L I_x \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_o}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] dy. \quad (4.35)$$

Usando as equações 4.14 e 4.16 na equação 4.35, a energia de deformação do eixo é expressa por:

$$\begin{aligned} Ep_{TE} = & \frac{E}{2} \int_0^L I_x \left[q_X \prime \frac{d^2 N_1^t}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} q_X + q_Z \prime \frac{d^2 N_2^t}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} q_Z \right] dy \\ & + \frac{F_o}{2} \int_0^L \left[q_X \prime \frac{dN_1^t}{dy} \frac{dN_1}{dy} q_X + q_Z \prime \frac{dN_2^t}{dy} \frac{dN_2}{dy} q_Z \right] dy. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Após a integração desta equação, a energia potencial Ep_{TE} pode ser escrita na forma matricial como:

$$Ep_{TE} = \frac{1}{2}q_x' K_1 q_x + \frac{1}{2}q_z' K_2 q_z + \frac{1}{2}q_x' K_3 q_x + \frac{1}{2}q_z' K_4 q_z, \quad (4.37)$$

onde:

K_1, K_2 são as matrizes clássicas de rigidez devido à flexão definidas por:

$$K_1 = \frac{EI_x}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \frac{EI_x}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix};$$

K_3, K_4 são as matrizes de rigidez devido as forças axiais que atuam sobre o elemento de eixo definidas como:

$$K_3 = \frac{F_o}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad K_4 = \frac{F_o}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix}.$$

Entretanto, considera-se o efeito de cisalhamento da seção transversal do elemento de eixo (Timoshenko), caracterizado por meio do coeficiente ε :

$$\varepsilon = \frac{EI_x}{kAGL^2}, \quad (4.38)$$

sendo ν a razão de Poisson, k o fator de cisalhamento e G o módulo de Coulomb (módulo de cisalhamento) definido por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (4.39)$$

Porém, incluindo o efeito de cisalhamento, as matrizes K_1 e K_2 são redefinidas como:

$$K_1 = \frac{EI_x}{L^3(1+12\varepsilon)} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & (4+12\varepsilon)L^2 & 6L & (2-12\varepsilon)L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & (2-12\varepsilon)L^2 & 6L & (4+12\varepsilon)L^2 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \frac{EI_x}{L^3(1+12\varepsilon)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & (4+12\varepsilon)L^2 & -6L & (2-12\varepsilon)L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & (2-12\varepsilon)L^2 & -6L & (4+12\varepsilon)L^2 \end{bmatrix}.$$

Conforme é apresentado nos trabalhos de Nelson H., McVaugh J. (1976), Nelson H. (1980), e Lalane M., Ferraris G. (1999).

Aplicando a equação de Lagrange, na equação 4.37 de energia potencial total do elemento de eixo e utilizando as matrizes K_1 , K_2 modificadas devido à presença de cisalhamento, assim como as matrizes K_3 , K_4 obtêm-se:

$$\frac{\partial \mathcal{E}p_{TE}}{\partial q} = [K_E + K_F]q \quad (4.40)$$

Onde:

K_E é matriz de rigidez total do eixo devido à flexão, incluindo o efeito do cisalhamento, definida como

$$[K_E] = \frac{EI_x}{L^3(1+12\varepsilon)} [K_{pe}], \text{ onde } [K_{pe}] \text{ é definida por}$$

$$[K_{pe}] = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) \end{bmatrix}.$$

$[K_F]$ é a matriz de rigidez global devido à força axial F_o , que atua no elemento de eixo definida por:

$$[K_F] = \frac{F_o}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}.$$

4.4 Modelagem dos Mancais

O sistema rotativo de uma máquina interage com as outras partes rotativas da mesma, assim como com a estrutura de suporte da máquina, através de uma variedade de mecanismos. Os mais comuns são os rolamentos, mancais hidrodinâmicos, amortecedores, selos, acoplamentos e

mecanismos de conexão aerodinâmica. Na maioria dos casos, esses componentes apresentam características não lineares. Assumindo que a máquina rotativa opera próxima de sua configuração estática de equilíbrio em flexão, podem ser utilizadas relações força-deslocamento e força-velocidade lineares.

4.4.1 Modelagem dos Mancais Hidrodinâmicos

Mancais hidrodinâmicos são mancais cujas superfícies estão completamente separadas pelo filme lubrificante. O carregamento, que tende a provocar o contato entre as superfícies, é inteiramente suportado pela pressão do fluido, causada pelo próprio movimento relativo entre as superfícies, gerado pela rotação entre os elementos do mancal, sendo inoperante no início e no final do movimento. Problemas como desgaste das superfícies são raros (apenas em cavitação ou instabilidade), e as perdas por atrito são devidas apenas ao atrito viscoso do lubrificante, sendo a vida limitada por vibrações e contaminação do lubrificante.

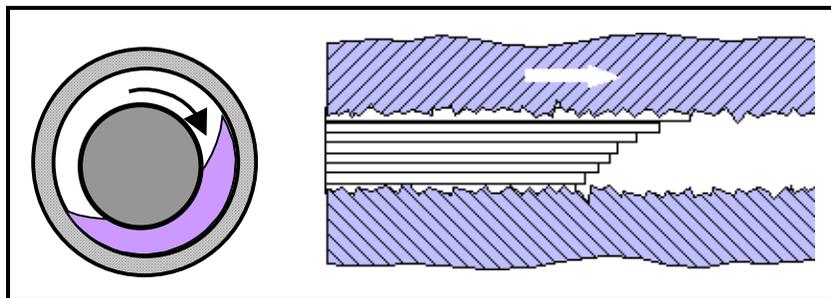


Figura 4.6: Mancal Hidrodinâmico

A lubrificação hidrodinâmica se refere ao suprimento de um lubrificante suficiente (tipicamente um óleo) para a interface deslizante, de modo a permitir a velocidade relativa necessária para bombear o lubrificante dentro do espaço livre, separando as superfícies por um filme de fluido dinâmico (Figura 4.6). Esta técnica é mais eficiente em conjuntos eixo-mancal, nos quais o eixo e o mancal criam um estreito espaço anular dentro da folga radial, que pode prender o lubrificante, permitindo que o eixo o bombeie ao redor do espaço anular. Um ponto de perdas existe nas extremidades, logo, um fornecimento contínuo de óleo deve ser providenciado para compensar as perdas. Este suprimento pode ser pressurizado ou não. Em um mancal hidrodinâmico de escorregamento, com velocidade de rotação nula, o eixo repousa em contato com a parte inferior do mancal. Conforme começa a girar, a linha de centro do eixo se desloca excentricamente dentro do mancal, e o eixo age como uma bomba para puxar o filme de óleo que, por sua vez, adere à superfície do mancal. A região externa do filme de óleo adere à superfície

estacionária do mancal. Um fluxo se estabelece dentro da reduzida espessura do filme de óleo. Com velocidade relativa suficiente, o eixo sobe sobre uma cunha de óleo bombeado, e cessa o contato metal-metal. Portanto, um mancal lubrificado hidrodinamicamente somente tem sua superfície em contato com o eixo quando parado, ou quando operando em uma velocidade abaixo da sua “velocidade de aquaplanagem”. Isto significa que o desgaste por abrasão somente pode ocorrer durante os estados transitórios de início e final de operação. Quanto mais lubrificante e velocidade suficientes estiverem presentes, para permitir a operação hidrodinâmica do eixo no mancal, em sua velocidade de operação, menor será o desgaste por abrasão, sendo este praticamente desprezível. Isto aumenta muito a vida do mancal, em relação à situação de contato contínuo. O óleo deve ser mantido livre de contaminantes, para evitar outras formas de desgaste como a abrasão.

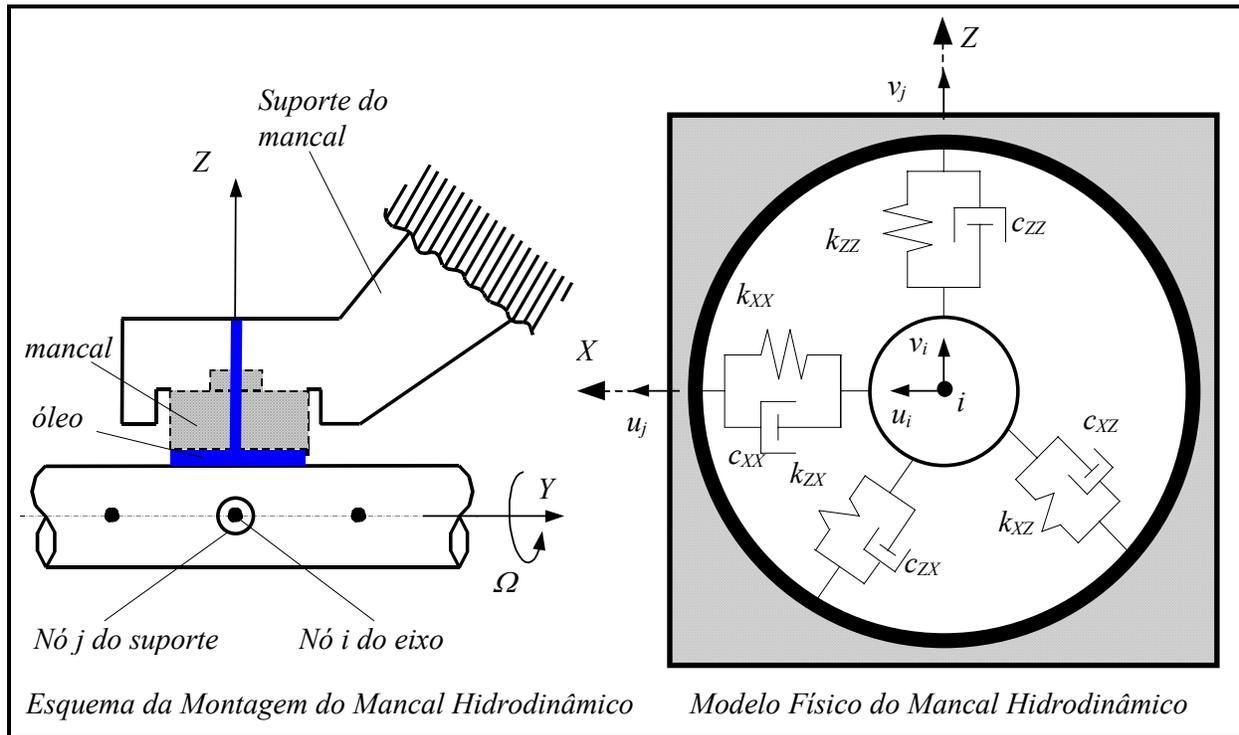


Figura 4.7: Montagem e o Modelo físico dos mancais hidrodinâmicos

A modelagem de mancais hidrodinâmicos visa representar matematicamente seu filme de óleo, considerando o carregamento devido ao peso do rotor e às características geométricas do mancal, que definem a expressão para a espessura do filme de lubrificante responsável, por sua vez, pelo campo de pressões e forças hidrodinâmicas de sustentação. O lubrificante é discretizado num modelo mola-amortecedor e caracterizado por coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento respectivamente, conforme dado pela Figura 4.7, onde se visualiza um esquema

da montagem de um mancal, e o modelo físico simplificado do mancal hidrodinâmico, onde: k_{XX} , c_{XX} e k_{ZZ} , c_{ZZ} são a rigidez e o amortecimento nas direções dos eixos X e Z respectivamente; k_{XZ} , c_{XZ} são a rigidez e o amortecimento na direção X , porém com efeitos na direção do eixo Z ; k_{ZX} , c_{ZX} correspondem à rigidez e amortecimento na direção Z , mas com efeitos na direção X ; (u_i, v_i) e (u_j, v_j) são os deslocamentos do centro do eixo e do suporte do mancal respectivamente.

A caracterização dos mancais hidrodinâmicos e do seu filme de óleo visa, desta maneira, fornecer suporte numérico para a quantificação das forças transmitidas por estes componentes, forças estas causadas pelo próprio peso do rotor ou por um desbalanceamento deste, ou até por excitação externa, por exemplo. Isto é feito para que se conheça o comportamento do sistema estudado, neste caso, um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos, caracterizando os modos de vibrar deste sistema (suas frequências naturais).

O filme de óleo do mancal hidrodinâmico é representado pela equação de Reynolds, cuja solução permite obter o campo de pressão existente em um ponto qualquer do fluido, e cuja integral fornece o campo de forças hidrodinâmicas de sustentação. Será feito o cálculo dos coeficientes dinâmicos, fazendo uso das diversas soluções possíveis desta equação - obtidas com variadas hipóteses e simplificações acerca do modelo estudado em particular, visto que esta equação não possui solução exata. Estes coeficientes servirão como suporte para o cálculo da transmissão de forças entre o eixo e os mancais.

A equação de Reynolds, desenvolvida por Osborne Reynolds, é a base da teoria moderna da lubrificação. Desta podem ser obtidas variadas soluções, aplicáveis a casos especiais de interesse formulados com as hipóteses necessárias. Ao ser aplicada no estudo do filme de óleo de mancais, a solução desta equação fornece a distribuição de pressão no óleo, ou seja, determina-se $p(x,y)$ de acordo com a geometria do mancal. Este campo de pressões é a informação necessária para a resolução da maioria dos problemas básicos na análise de mancais hidrodinâmicos. Para qualquer geometria de filme de óleo, a equação de Reynolds é

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [(U_0 + U_1)h] + 2 \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \right\}, \quad (4.41)$$

na qual: $p = p(x,y)$ é a distribuição de pressão ao longo do filme de óleo; x e y são as coordenadas do centro do rotor, h é a espessura local do filme de óleo; μ é a viscosidade absoluta do filme de

óleo; $\partial h/\partial t$ o termo que descreve a taxa de variação da espessura do filme de óleo em relação ao tempo; ω é a velocidade angular do eixo; r é o raio do eixo; $U_\theta = \omega \cdot r$ é a velocidade tangencial da parede do eixo; U_l é a velocidade tangencial da parede interna do mancal, geralmente igual a zero para mancais estacionários.

Na formulação da equação de Reynolds, são utilizadas as seguintes hipóteses:

- efeitos de cisalhamento viscoso predominam, portanto o único parâmetro importante do fluido é a sua viscosidade absoluta;
- as forças de inércia do fluido são desprezadas;
- o fluido é incompressível;
- a espessura do filme é pequena, ou seja, pode-se considerar a pressão constante através desta espessura e a curvatura do filme também é desprezível;
- a viscosidade é constante ao longo do fluido;
- não há deslizamento na interface do fluido e das superfícies sólidas.

A equação (4.41) possui uma solução iterativa, amplamente adotada em algoritmos computacionais, onde divide-se o fluido em “grades” (ver Figura 4.8) nas direções x e y e, para o cálculo da pressão em um dado ponto (p_p), faz-se uso dos “pontos vizinhos” a este (Equação 4.42, Jacon F. 2000), cujas pressões são, também, calculadas iterativamente. Seu uso é relativamente simples, pois envolve apenas os valores das dimensões da grade, Δx e Δy , o diâmetro D do munhão do mancal, a sua largura L , e a espessura h do filme de óleo neste ponto.

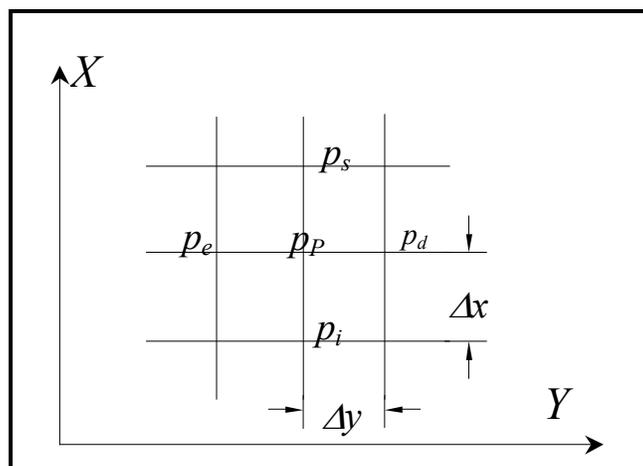


Figura 4.8: Divisão do filme de óleo em grades nas direções x e y .

$$p_p = \frac{6\pi \frac{(h_e - h_d)}{\Delta y} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{h_s^3}{\Delta x^2} P_s + \frac{h_d^3}{\Delta y^2} P_d + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{h_i^3}{\Delta x^2} P_i + \frac{h_e^3}{\Delta y^2} P_e}{\left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{h_s^3}{\Delta x^2} + \frac{h_d^3}{\Delta y^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{h_i^3}{\Delta x^2} + \frac{h_e^3}{\Delta y^2}} \quad (4.42)$$

Desta forma, é necessário conhecer o valor da pressão em algum ponto do fluido, geralmente o ponto de entrada do fluido ou as bordas do mancal, que podem estar sob pressão superior ou igual à pressão ambiente, constituindo as condições de contorno do problema. Pode-se, ainda, como primeira simplificação, classificar os mancais em mancais longos, com $L/D > 1$ ou mancais curtos, com $L/D \leq 1$.

Para mancais longos, a equação deve ser resolvida em coordenadas cilíndricas, pois ambos gradientes de pressão circunferencial e longitudinal são significativos. Para mancais curtos, tem-se que o gradiente de pressão circunferencial é desprezível, se comparado ao termo longitudinal. Conhecido o campo de pressões no filme de óleo, tem-se a informação necessária para prosseguir no cálculo das forças transmitidas pelo filme de lubrificante.

A equivalência entre o filme de óleo e o conjunto de molas e amortecedores equivalentes, faz uso de equações linearizadas simples, cujas respostas obtidas coincidem, na maioria dos casos, com sistemas reais estudados. Estas equações envolvem o conhecimento das forças de sustentação do eixo, que podem ser obtidas por integração numérica da pressão distribuída

$$\vec{F} = \int_A p_A \cdot d\vec{A} \quad (4.43)$$

sendo $d\vec{A}$ um elemento da área interna do mancal e p_A o campo de pressão que atua sobre dita área. Utiliza-se, então, métodos iterativos de integração, como:

$$F = \sum p_A \cdot \Delta A \quad (4.44)$$

sendo ΔA um elemento de área da parede do mancal ($\Delta A = \Delta x \cdot \Delta y$), que são as malhas de discretização do óleo. Sendo que, desta equação, obtém-se o campo de forças que definem F_x e F_z , uma vez conhecido o campo de forças atuantes no fluido, através da solução da equação de Reynolds. No geral, as componentes das forças generalizadas devido aos mancais atuantes entre as estações i e j , como é mostrada pela Figura 4.7, podem ser representadas pelas relações

$$F_x = f(u, v, \dot{u}, \dot{v}, \omega) \text{ e } F_z = f(u, v, \dot{u}, \dot{v}, \omega), \quad (4.45)$$

onde: $u = u_j - u_i$, $v = v_j - v_i$, $\dot{u} = \dot{u}_j - \dot{u}_i$, $\dot{v} = \dot{v}_j - \dot{v}_i$ são os deslocamentos e as velocidades relativas entre as duas estações; ω é a rotação do eixo.

Na proximidade da posição de equilíbrio (u_o, v_o) , as componentes das forças generalizadas podem ser obtidas através da série de Taylor, aplicada na equação 4.45. Considerando somente os termos lineares teremos, para ω constante:

$$\begin{aligned} F_X &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial u} \right)_o u + \left(\frac{\partial F_X}{\partial v} \right)_o v + \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{u}} \right)_o \dot{u} + \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{v}} \right)_o \dot{v}, \\ F_Z &= \left(\frac{\partial F_Z}{\partial u} \right)_o u + \left(\frac{\partial F_Z}{\partial v} \right)_o v + \left(\frac{\partial F_Z}{\partial \dot{u}} \right)_o \dot{u} + \left(\frac{\partial F_Z}{\partial \dot{v}} \right)_o \dot{v}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Com:

$$\begin{aligned} k_{XX} &= \left(\frac{\partial F_X}{\partial u} \right)_o, \quad k_{XZ} = \left(\frac{\partial F_X}{\partial v} \right)_o, \quad c_{XX} = \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{u}} \right)_o, \quad c_{XZ} = \left(\frac{\partial F_X}{\partial \dot{v}} \right)_o, \\ k_{ZZ} &= \left(\frac{\partial F_Z}{\partial v} \right)_o, \quad k_{ZX} = \left(\frac{\partial F_Z}{\partial u} \right)_o, \quad c_{ZZ} = \left(\frac{\partial F_Z}{\partial \dot{v}} \right)_o, \quad c_{ZX} = \left(\frac{\partial F_Z}{\partial \dot{u}} \right)_o. \end{aligned}$$

A equação de movimento linear 4.46 para os mancais entre as estações i e j , podem ser escritas na forma matricial como:

$$[C_m] \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \\ \dot{u}_j \\ \dot{v}_j \end{Bmatrix} + [K_m] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \{F_{con}\}, \quad (4.47)$$

onde:

$[C_m]$ é a matriz amortecimento do mancal expressa por

$$[C_m] = \begin{bmatrix} c_{XX} & c_{XZ} & -c_{XX} & -c_{XZ} \\ c_{ZX} & c_{ZZ} & -c_{ZX} & -c_{ZZ} \\ -c_{XX} & -c_{XZ} & c_{XX} & c_{XZ} \\ -c_{ZX} & -c_{ZZ} & c_{ZX} & c_{ZZ} \end{bmatrix};$$

$[K_m]$ é a matriz rigidez do mancal definida como

$$[K_m] = \begin{bmatrix} k_{XX} & k_{XZ} & -k_{XX} & -k_{XZ} \\ k_{ZX} & k_{ZZ} & -k_{ZX} & -k_{ZZ} \\ -k_{XX} & -k_{XZ} & k_{XX} & k_{XZ} \\ -k_{ZX} & -k_{ZZ} & k_{ZX} & k_{ZZ} \end{bmatrix};$$

$\{F_{con}\}$ são forças de interação com os outros componentes.

Neste modelo físico do mancal hidrodinâmico, é assumido que estes componentes de conexão só dependem das coordenadas de translação do munhão e do suporte do mancal, e que os efeitos tanto devido à flexão (rotações) como os devido à inércia dos mancais(suporte e óleo) são considerados desprezíveis. Porém, como no sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, modelado no presente trabalho a estrutura de suporte (fundação) é considerada rígida, os deslocamentos e as velocidades dos nós do suporte são nulas ($u_j=v_j=0$, $\dot{u}_j = \dot{v}_j = 0$). Conseqüentemente, a equação 4.47 de movimento dos mancais hidrodinâmicos pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} c_{XX} & c_{XZ} \\ c_{ZX} & c_{ZZ} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{XX} & k_{XZ} \\ k_{ZX} & k_{ZZ} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \{F_{con}\}. \quad (4.48)$$

Cabe ressaltar que os coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes, para mancais hidrodinâmicos cilíndricos curtos, têm um caracter não linear em relação ao número de Sommerfeld, como é mostrado na Figura 4.9 (Rao J. 1983).

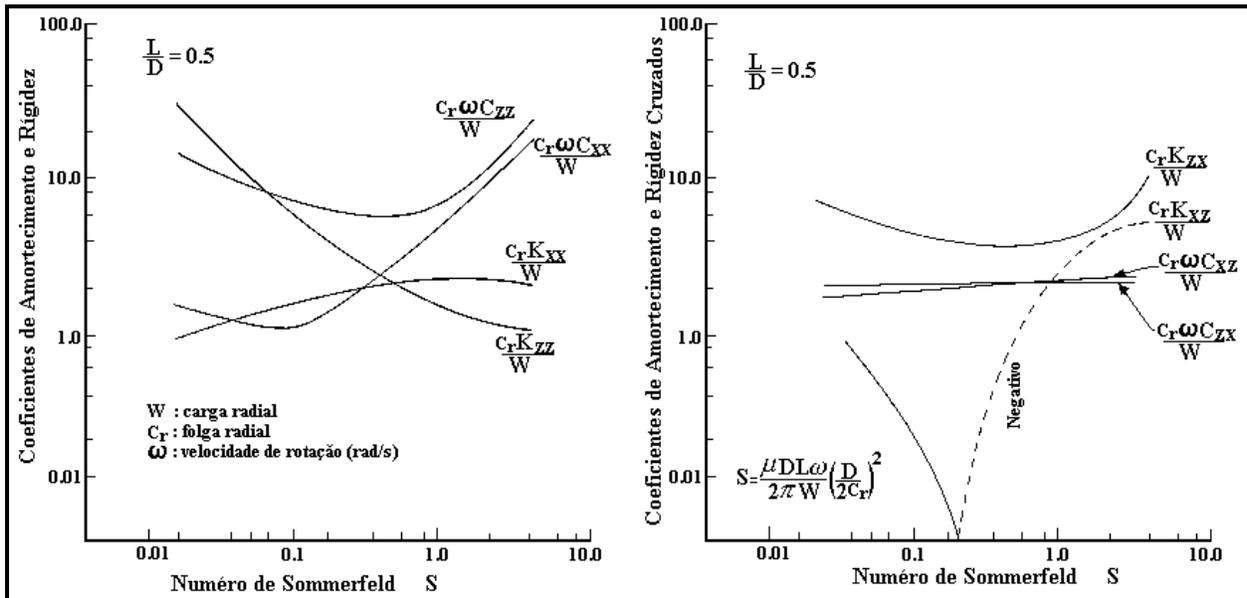


Figura 4.9: Coeficientes de rigidez e amortecimento adimensionais de mancais hidrodinâmicos.

4.5 Modelagem dos Acoplamentos

Na literatura há informações limitadas sobre qual é o melhor modelo físico dos acoplamentos. Em geral, estes são modelados como discos rígidos, para os quais, somente seria suficiente usar a modelagem desenvolvida na seção 4.2, para considerá-los dentro do sistema

Rotor-Acoplamento-Mancal. Porém, este modelo despreza a flexibilidade do acoplamento. Nesse contexto, são apresentados a seguir os modelos desenvolvidos na literatura que consideram a flexibilidade do acoplamento.

4.5.1 Modelos de Acoplamentos segundo Krämer

- O primeiro modelo sugerido por Krämer E.(1993), para representar o acoplamento flexível usado para acoplar eixos colineares, conforme apresentado na Figura 4.10, é aquele que corresponde ao chamado acoplamento sem atrito e radialmente rígido.

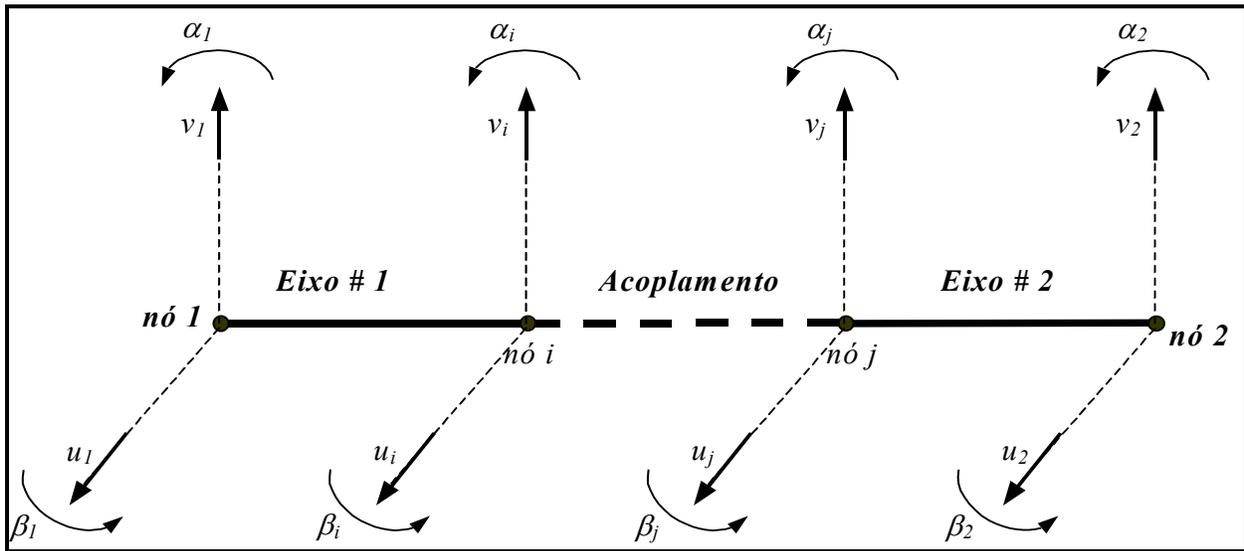


Figura 4.10: Esquema dos eixos e do acoplamento.

Neste caso, o acoplamento é modelado como se fosse um componente radialmente rígido com dois nós. Portanto, a equação de movimento do acoplamento, considerando sua inércia através de 2 discos posicionados em cada um dos nós, pode ser escrita como:

$$[M_a] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_j \end{Bmatrix} + \Omega [G_a] \begin{Bmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_j \end{Bmatrix} = \{F_{ex}\} + \{F_{con}\}, \quad (4.49)$$

onde:

$[M_a]$ é a matriz de massa do acoplamento, sendo definida da mesma forma que para um disco rígido;

$[G_a]$ é a matriz giroscópica do acoplamento, sendo definida da mesma forma que para um disco rígido;

$\{F_{ex}\}$, $\{F_{con}\}$ são os vetores das forças externas e de conexão que atuam sobre o acoplamento.

Entretanto, neste modelo é imposta uma restrição aos nós do acoplamento, de que os deslocamentos nesses nós sejam iguais, isto é, $(u_i=u_j, v_i=v_j)$, devido à rigidez radial do mesmo. Sob esta restrição o sistema da Figura 4.10, pode ser substituído pela Figura 4.11, na qual se observa que o sistema inicial, representado pela Figura 4.10, tinha 16 graus de liberdade. No entanto, o sistema resultante, uma vez impostas as restrições mencionadas anteriormente, terá apenas 14 graus de liberdade, como mostra a Figura 4.11.

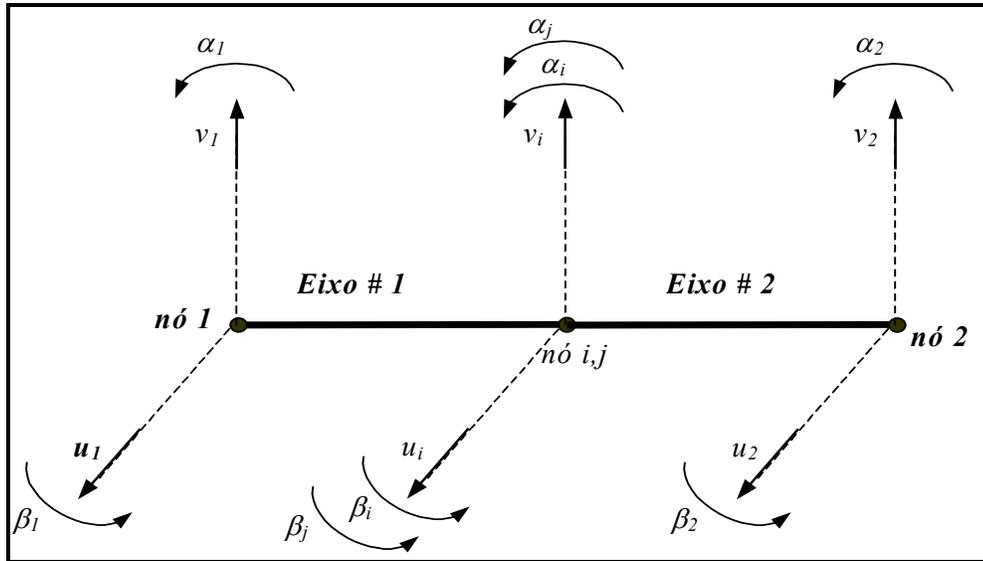


Figura 4.11: Esquema dos eixos acoplados com a restrição imposta (1º modelo de Kramer).

Portanto, a equação de movimento do sistema da Figura 4.11 será definida como

$$[M_{re}]\{\ddot{q}\} + \Omega[G_{re}]\{\dot{q}\} + [K_{re}]\{q\} = \{F_{ex}\} + \{F_{con}\}, \quad (4.50)$$

onde:

$[M_{re}]$ é a matriz de massa de ordem reduzida do sistema dada no Anexo1;

$[G_{re}]$ é a matriz giroscópica de ordem reduzida do sistema dada no Anexo1;

$[K_{re}]$ é a matriz de rigidez de ordem reduzida do sistema dada no Anexo1.

- O segundo modelo sugerido por Krämer E. (1993), corresponde a um acoplamento flexível, representado através de coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes. Neste caso, o acoplamento também é considerado radialmente rígido, sem atrito, como no primeiro modelo. Portanto, consideram-se as restrições impostas por esse modelo. Entretanto, acrescentar-se-a na posição do acoplamento, uma rigidez e um amortecimento rotacional equivalentes à flexibilidade do acoplamento, conforme é amostrado na Figura 4.12:

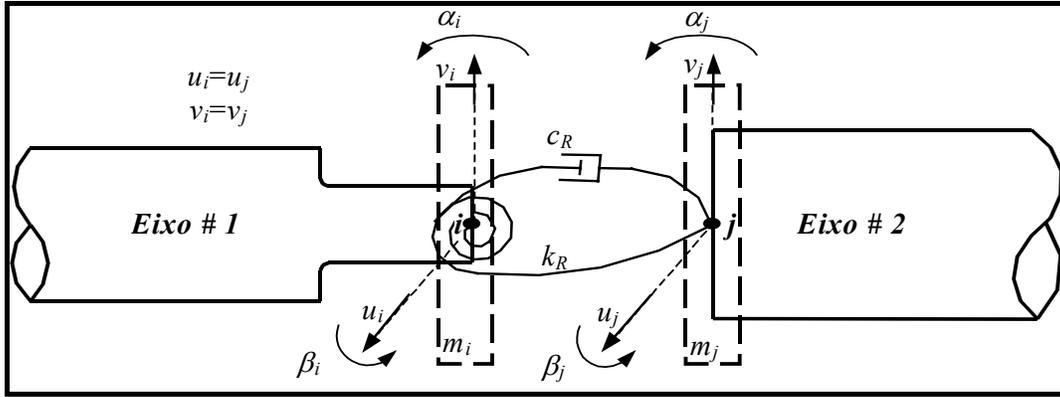


Figura 4.12: Segundo modelo físico do acoplamento por Kramer.

Com essas considerações, a equação de movimento do acoplamento será definida como

$$[M_a] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_j \end{Bmatrix} + [\Omega[G_a] + [C_a]] \begin{Bmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_j \end{Bmatrix} + [K_a] \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \{F_{ex}\} + \{F_{con}\}, \quad (4.51)$$

onde:

$[M_a]$, $[G_a]$ são as mesmas matrizes definidas na equação 4.49;

$[C_a]$ é a matriz de amortecimento para este segundo modelo definida como

$$[C_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_R & 0 & 0 & 0 & -c_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_R & 0 & 0 & 0 & -c_R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_R & 0 & 0 & 0 & c_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_R & 0 & 0 & 0 & c_R \end{bmatrix};$$

$[K_a]$ é a matriz de rigidez para este segundo modelo sendo definida por

$$[K_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_R & \Omega c_R & 0 & 0 & -k_R & -\Omega c_R \\ 0 & 0 & -\Omega c_R & k_R & 0 & 0 & \Omega c_R & -k_R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_R & -\Omega c_R & 0 & 0 & k_R & \Omega c_R \\ 0 & 0 & \Omega c_R & -k_R & 0 & 0 & -\Omega c_R & k_R \end{bmatrix}.$$

Sendo: k_R , c_R a rigidez e o amortecimento rotacionais, próprios do acoplamento, respectivamente.

4.5.2 Modelos de Acoplamentos segundo Nelson e Crandall

• O primeiro modelo sugerido por Nelson H., Crandall S. (1992), considera o acoplamento como um componente elástico isotrópico, com rigidez translacional k_T e uma rigidez rotacional k_R , entre as estações i e j que correspondem aos eixos conectados respectivamente, como é mostrado pela Figura 4.13. Com estas condições a equação de movimento do acoplamento considerando somente a rigidez desta, é definida por

$$[K_a] \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \{F_{con}\} + \{F_{ex}\}, \quad (4.52)$$

onde:

$[K_a]$ é a matriz de rigidez do acoplamento dada por

$$[K_a] = \begin{bmatrix} k_T & 0 & 0 & 0 & -k_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_T & 0 & 0 & 0 & -k_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_R & 0 & 0 & 0 & -k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_R & 0 & 0 & 0 & -k_R \\ -k_T & 0 & 0 & 0 & k_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_T & 0 & 0 & 0 & k_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_R & 0 & 0 & 0 & k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_R & 0 & 0 & 0 & k_R \end{bmatrix};$$

$\{F_{con}\}, \{F_{ex}\}$ são as forças de conexão e as forças externas, que atuam no acoplamento.

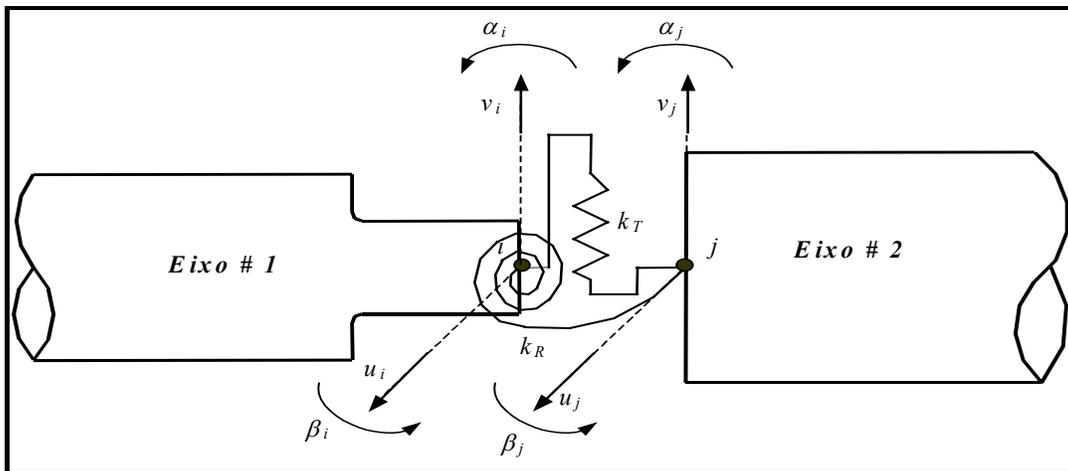


Figura 4.13: Primeiro modelo de acoplamento por Nelson e Crandall.

Este modelo também pode incluir a inércia do acoplamento, através de um disco rígido por nó do acoplamento. Além disso, pode ser modificado para considerar um modelo anisotrópico para o acoplamento.

• O segundo modelo sugerido por Nelson H., Crandall S. (1992), considera além da rigidez do acoplamento o amortecimento interno e os efeitos da inércia do acoplamento. Os efeitos de inércia são incluídos no modelo como um disco rígido em cada uma das estações de conexão ou nós do acoplamento como no primeiro modelo. Nestas condições, o modelo físico do acoplamento pode ser representada pela Figura 4.14, e a equação de movimento do acoplamento com essa configuração terá a seguinte forma:

$$[M_a] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_j \end{Bmatrix} + [\Omega[G_a] + [C_a]] \begin{Bmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_j \end{Bmatrix} + [K_a] \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \{F_{con}\} + \{F_{ex}\}, \quad (4.53)$$

onde:

$[M_a]$ é a matriz massa do acoplamento dada por

$$[M_a] = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{mi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{mi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{mj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{mj} \end{bmatrix},$$

considerando m_i, m_j como as massas do acoplamento concentradas nas estações i e j ;

I_{mi}, I_{mj} são os momento de inércia de massa dos discos nas estações i e j ;

$[G_a]$ é a matriz giroscópica do acoplamento definida por

$$[G_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{pmi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{pmi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{pmj} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{pmj} & 0 \end{bmatrix},$$

sendo, I_{pmi}, I_{pmj} os momento de inércia polar de massa dos discos nas estações i e j ;

$[C_a]$ é a matriz amortecimento do acoplamento dada por

$$[C_a] = \begin{bmatrix} c_T & 0 & 0 & 0 & -c_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_T & 0 & 0 & 0 & -c_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_R & 0 & 0 & 0 & -c_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_R & 0 & 0 & 0 & -c_R \\ -c_T & 0 & 0 & 0 & c_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_T & 0 & 0 & 0 & c_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_R & 0 & 0 & 0 & c_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_R & 0 & 0 & 0 & c_R \end{bmatrix},$$

sendo, c_T , c_R os coeficientes de amortecimento translacional e rotacional do acoplamento respectivamente;

$\{F_{ex}\}$, $\{F_{con}\}$ são os vetores das forças externas e de conexão, que atuam sobre o acoplamento.

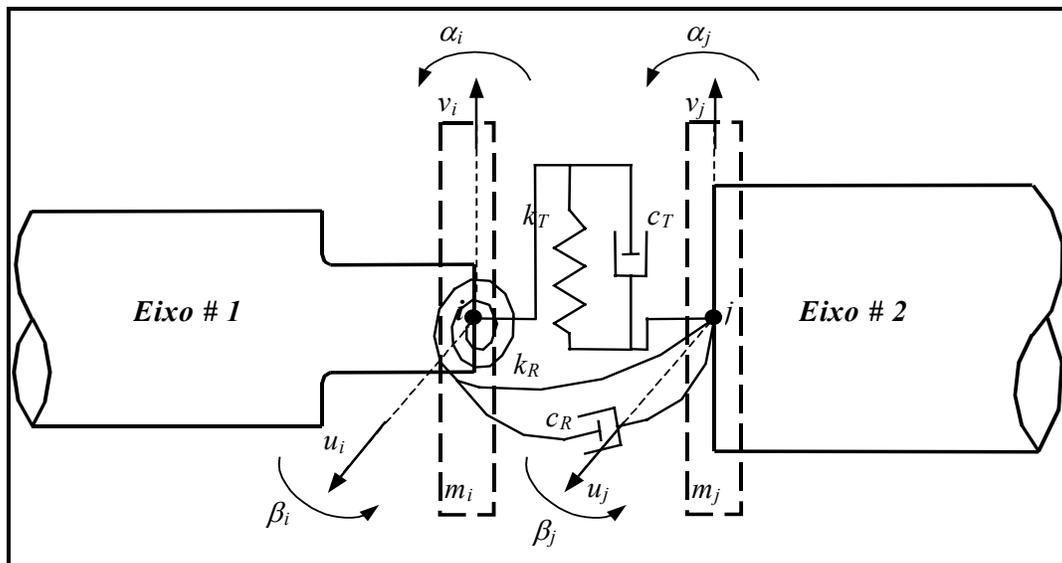


Figura 4.14: Segundo modelo físico do acoplamento por Nelson e Crandall.

Estes dois últimos modelos físicos definidos por Nelson e Crandall (1992) correspondem a um modelo de massa discreta do acoplamento. Nesses casos, baixos valores dos coeficientes de rigidez translacional e rotacional simulam aproximadamente conexões flexíveis e altos valores de rigidez simulam conexões rígidas. Ressalta-se novamente que, cada um dos modelos de acoplamentos podem ser modificados, de modo a considerar modelos anisotrópicos para os acoplamentos.

4.6 Forças de Excitação

As forças principais de excitação que aparecem nos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**, ocorrem, principalmente, devido ao desbalanceamento das partes rotativas do sistema, assim como aquelas desenvolvidas devido ao desalinhamento do acoplamento, ou desalinhamento entre os eixos supostamente colineares.

4.6.1 Forças de Desbalanceamento

A excitação por desbalanceamento é uma fonte de sollicitação freqüentemente encontrada nas máquinas rotativas. O desbalanceamento é definido como uma massa m_d localizada a uma distância e do centro geométrico do eixo, como é apresentada na Figura 4.15, sendo caracterizada apenas por sua energia cinética Ec_d .

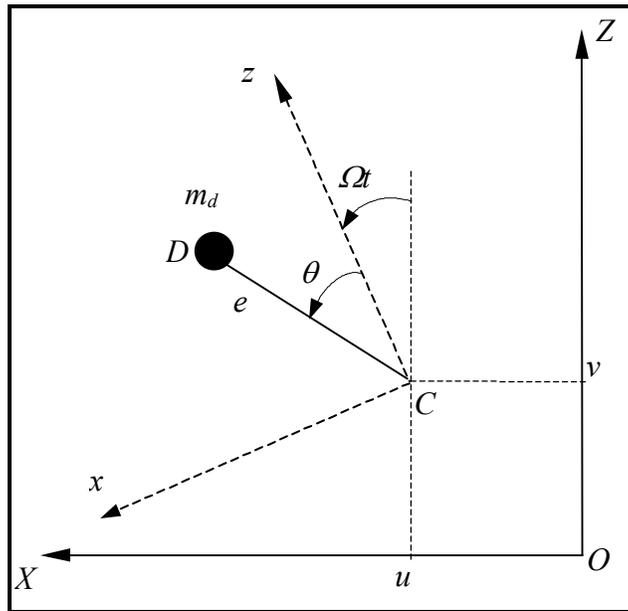


Figura 4.15: Modelo do desbalanceamento mecânico.

Considera-se que a massa permanece num plano perpendicular ao eixo Y , e sua coordenada ao longo do eixo Y é constante. O vetor posição da massa desbalanceada no sistema inercial pode ser escrita como

$$\vec{OD} = \begin{Bmatrix} u + e \text{Sen}(\Omega t + \theta) \\ \text{constante} \\ v + e \text{Cos}(\Omega t + \theta) \end{Bmatrix}, \quad (4.54)$$

logo, a velocidade da massa desbalanceada, obtida derivando-se a equação anterior será:

$$\vec{V} = \frac{d}{dt} \vec{OD} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + e\Omega \text{Cos}(\Omega t + \theta) \\ 0 \\ \dot{v} - e\Omega \text{Sen}(\Omega t + \theta) \end{Bmatrix}. \quad (4.55)$$

Finalmente, a energia cinética Ec_d da massa desbalanceada pode ser escrita como:

$$Ec_d = \frac{m_d}{2} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \Omega^2 e^2 + 2\Omega e \dot{u} \text{Cos}(\Omega t + \theta) - 2\Omega e \dot{v} \text{Sen}(\Omega t + \theta)). \quad (4.56)$$

O termo $m_d \Omega^2 e^2 / 2$ é uma constante e não tem influência nas equações de movimento, e a massa m_d é bem menor que a massa do rotor. Portanto, a expressão da energia cinética pode ser re-escrita como:

$$Ec_d \cong m_d \Omega e (\dot{u} \text{Cos}(\Omega t + \theta) - \dot{v} \text{Sen}(\Omega t + \theta)). \quad (4.57)$$

Aplicando-se a equação de Lagrange, na equação 4.57, obtém-se as forças resultantes devido à presença do desbalanceamento no sistema, como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ec_d}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial Ec_d}{\partial q} = -m_d e \Omega^2 \begin{Bmatrix} \text{Sen}(\Omega t + \theta) \\ \text{Cos}(\Omega t + \theta) \end{Bmatrix} = -\{F_d\}, \quad (4.58)$$

com $q = \{u \quad v\}^t$.

A equação 4.57 corresponde a uma massa desbalanceada localizada numa posição θ com relação ao eixo Z , para um tempo $t=0$. As componentes F_{du} , F_{dv} da força devido ao desbalanceamento podem ser definidas como:

$$\{F_d\} = \begin{Bmatrix} F_{du} \\ F_{dv} \end{Bmatrix} = F_s \text{Sen}(\Omega t) + F_c \text{Cos}(\Omega t), \quad (4.59)$$

sendo,

$$F_s = m_d e \Omega^2 \begin{Bmatrix} \text{Cos}(\theta) \\ -\text{Sen}(\theta) \end{Bmatrix} \text{ e } F_c = m_d e \Omega^2 \begin{Bmatrix} \text{Sen}(\theta) \\ \text{Cos}(\theta) \end{Bmatrix}. \quad (4.60)$$

4.6.2 Forças e Momentos devido ao Desalinhamento

A presença de desalinhamento entre os rotores acoplados flexionam o acoplamento e determinam o aparecimento de forças e momentos de reação sobre os eixos, nos pontos de articulação entre os eixos e o acoplamento, embora alguns acoplamentos sejam muito flexíveis, minimizando o efeito do desalinhamento. Estas forças e momentos de reação devido ao desalinhamento, são compostas de duas partes: uma primeira parte que atua sobre os dois eixos

acoplados, a qual é devido ao torque transmitido; uma segunda parte, é desenvolvida pela deformação do acoplamento. As equações destas forças foram descritas no item 3.7.

4.7 Processo da Montagem das Matrizes Globais do Sistema

Um sistema real geral em dinâmica de rotores, é composto de um grande número de componentes, que tradicionalmente incluem discos flexíveis e rígidos, mancais, amortecedores, selos, acoplamentos, e segmentos de eixo. A escolha de um sistema de referência, inercial ou móvel, pode ser feita de acordo com a preferência do analista em algumas situações. Normalmente, esta decisão é determinada em função das vantagens computacionais que existem para tipos específicos de análises. O procedimento da montagem do sistema de equações (das matrizes globais) são equivalentes tanto para um sistema de coordenadas inercial quanto para um sistema de referência movel. Neste trabalho, utiliza-se um sistema de referência inercial.

Na modelagem de sistemas rotativos, vários são os passos requeridos para o desenvolvimento das equações de movimento, podendo ser resumidos da seguinte forma:

- O primeiro passo é definir um ou mais sistemas de referência, que serão úteis para observar o movimento do sistema. O sistema de referência movel e inercial anteriormente definidos são a escolha usual;
- O segundo passo é dividir o sistema real num modelo com um número finito de graus de liberdade, determinando um conjunto interligado de elementos discretos. Diferentes sistemas de referência podem ser usados para cada um dos componentes. Entretanto, a escolha de um sistema de referência inercial XYZ para todos os componentes simplifica significativamente o processo da montagem, como foi feito neste trabalho;
- O terceiro passo no processo do modelamento é a escolha de um conjunto de coordenadas de referência para o sistema. Isto é simples, se uma referência comum é usada para todos os componentes, e se esta mesma referência for usada como uma referência global do sistema. Para essa escolha, o vetor deslocamento consiste de todos os deslocamentos nodais (coordenadas de referência) o qual é definido como:

$$\{q\}_{n,1}^t = \{\{q_1\}^t, \{q_2\}^t, \{q_3\}^t, \dots, \{q_n\}^t\}; \quad (4.61)$$

- O quarto passo é definir a relação entre os vetores deslocamento dos elementos discretos com o vetor deslocamento do sistema da equação 4.61. O conjunto completo de coordenadas generalizadas constitui um conjunto de coordenadas dependentes, e as equações de relação entre as coordenadas dos componentes e as coordenadas do sistema representam as restrições geométricas entre elas. Para o componente r -ésimo com nr graus de liberdade, a equação de relação é da forma:

$$\{q_r\}_{nr,l}^t = [Con_r]_{nr,n} \{q\}_{n,l}. \quad (4.62)$$

Onde: $[Con_r]$ é a matriz de conexão entre as coordenadas do componente r -ésimo e as coordenadas do sistema total. Os elementos diferentes de zero de $[Con_r]_{nr,n}$ são simplesmente iguais a unidade, quando o sistema de referência dos componentes e do sistema forem os mesmos. Os coeficientes iguais a 1 da matriz $[Con_r]_{nr,n}$ identificam as coordenadas de $\{q\}_{n,l}$, comuns à $\{q_r\}_{nr,l}$.

As nr equações de movimento para o r -ésimo componente do sistema são expressos da forma:

$$[M_r] \{\ddot{q}_r\} + (\Omega_r [G_r] + [C_r]) \{\dot{q}_r\} + [K_r] \{q_r\} = \{F_{exr}\} + \{F_{conr}\}, \quad (4.63)$$

onde:

- $[M_r]$ matriz de massa do r -ésimo componente;
- $[G_r]$ matriz giroscópica do r -ésimo componente;
- $[C_r]$ matriz de amortecimento do r -ésimo componente;
- $[K_r]$ matriz de rigidez do r -ésimo componente;
- $\{F_{exr}\}$ vetor das forças externas aplicadas sobre o r -ésimo componente;
- $\{F_{conr}\}$ vetor das forças de conexão atuando sobre o r -ésimo componente, devido aos outros componentes.

A equação 4.63, pode ser re-escrita na forma de D'Alembert como:

$$\{F_{exr}\} + \{F_{conr}\} - [M_r] \{\ddot{q}_r\} - (\Omega_r [G_r] + [C_r]) \{\dot{q}_r\} - [K_r] \{q_r\} = \{0\}_{nr,l}. \quad (4.64)$$

As equações do sistema são formalmente montadas utilizando-se o princípio do deslocamento virtual, o qual estabelece que “o trabalho realizado pelas forças externas que atuam sobre o sistema, e o trabalho realizado pelas forças internas, devem se anular para qualquer deslocamento virtual” (Oden, J. 1967), isto é:

$$\delta W = 0. \quad (4.65)$$

Esse trabalho virtual consiste na somatória para todos os R componentes do sistema. Dessa forma, temos que:

$$\delta W = \sum_{r=1}^R \delta W_r = 0, \quad (4.66)$$

Usando a equação 4.64, a equação 4.66 será escrita como:

$$\sum_{r=1}^R \{\delta q_r\}' (\{F_{exr}\} + \{F_{conr}\}) - [M_r] \{\ddot{q}_r\} - (\Omega_r [G_r] + [C_r]) \{\dot{q}_r\} - [K_r] \{q_r\} = 0. \quad (4.67)$$

Fazendo uso das relações entre as coordenadas do sistema e dos componentes, dadas pela equação 4.62, para expressar cada um dos componentes em termos das coordenadas do sistema total, e substituindo-as na equação 4.67, produz-se o seguinte conjunto de equações de movimento do sistema:

$$[M_g] \{\ddot{q}_g\} + ([G_g] + [C_g]) \{\dot{q}_g\} + [K_g] \{q_g\} = \{F_{ex}\}. \quad (4.68)$$

De acordo com a terceira lei de Newton, as forças de conexão $\{F_{conr}\}$ cancelam-se ao se fazer a montagem de todas as equações de movimento dos componentes do sistema.

As matrizes $[M_g]$, $[G_g]$, $[K_g]$ da equação 4.68, são as matrizes globais do sistema, sendo definidas pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} [M_g] &= \sum_{r=1}^R ([Con_r]_{nr,n}' [M_r]_{nr,nr} [Con_r]_{nr,n}); \\ [C_g] &= \sum_{r=1}^R ([Con_r]_{nr,n}' [C_r]_{nr,nr} [Con_r]_{nr,n}); \\ [G_g] &= \sum_{r=1}^R \Omega_r ([Con_r]_{nr,n}' [G_r]_{nr,nr} [Con_r]_{nr,n}); \\ [K_g] &= \sum_{r=1}^R ([Con_r]_{nr,n}' [K_r]_{nr,nr} [Con_r]_{nr,n}). \end{aligned}$$

É importante mencionar que a velocidade de rotação da montagem precisa ser incluída quando estamos montando a matriz giroscópica do sistema, e para as propriedades dos suportes, dependentes da rotação. O vetor global das forças $\{F_{ex}\}$, que atuam no sistema são definidos da seguinte forma:

$$\{F_{ex}\} = \sum_{r=1}^R ([Con_r]_{nr,n}' \{F_{exr}\}_{nr,l}). \quad (4.70)$$

A matriz global $[M_g]$ do sistema é simétrica, e consiste das contribuições dos discos rígidos, discos flexíveis, acoplamentos, e elementos de eixos flexíveis. A matriz giroscópica global $[G_g]$ do sistema consiste da contribuição dos mesmos componentes, é anti-simétrica e depende da velocidade de rotação. As matrizes de amortecimento global $[C_g]$ e de rigidez global $[K_g]$ do sistema, são compostas por arranjos simétricos devido aos elementos de eixo não amortecidos, e geralmente, por contribuições dependentes da velocidade de rotação assimétricas, devido aos mancais e outros componentes como selos, e mecanismos aerodinâmicos, os quais são normalmente modelados como pseudo-mancais. O vetor força global $\{F_{ex}\}$ aplicado ao sistema, inclui todas as forças externas tais como: gravidade, desbalanceamento rotativo, desalinhamento, cargas laterais, e manobras de carga. As formas das matrizes globais da equação 4.68 são mostradas na Figura 4.16.

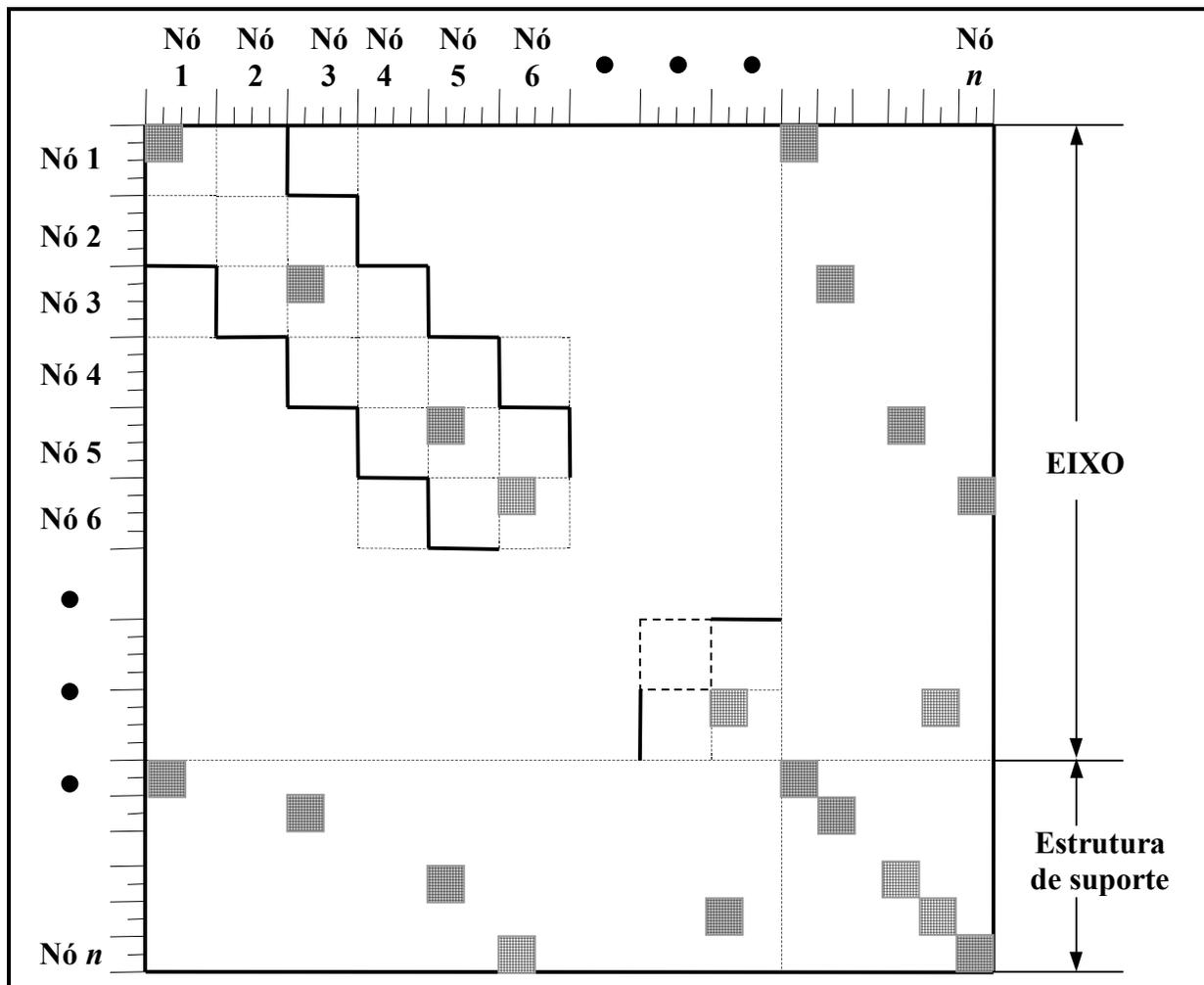


Figura 4.16: Arranjo das Matrizes globais do sistema mecânico.

4.7.1 Restrições Geométricas

Após o conjunto de equações de um sistema ter sido montado, é freqüentemente necessário impor restrições geométricas entre as coordenadas generalizadas. A introdução dessas restrições geométricas nas equações de movimento do sistema, resultam numa redução dos graus de liberdade do sistema.

Na forma matricial, as relações associadas com as restrições geométricas entre o vetor deslocamento do sistema $\{q\}_{n,1}$ de ordem n , e o vetor deslocamento do sistema reduzido $\{q\}_{m,1}$ de ordem m menor que n , é da forma:

$$\{q\}_{n,1} = [RG]_{n,m} \{q\}_{m,1}, \quad (4.71)$$

onde $[RG]$ é matriz de conexão entre os vetores $\{q\}_{n,1}$ e $\{q\}_{m,1}$. Fazendo uso desta equação na equação de movimento 4.68, obtém-se a equação de movimento do sistema de ordem reduzida da forma:

$$[M_{gr}] \{\ddot{q}\}_{m,1} + ([G_{gr}] + [C_{gr}]) \{\dot{q}\}_{m,1} + [K_{gr}] \{q_{gr}\}_{m,1} = \{F_{ex}\}_{m,1}, \quad (4.72)$$

na qual, a matriz de massa reduzida $[M_{gr}]$, matriz giroscópica reduzida $[G_{gr}]$, matriz de amortecimento reduzida $[C_{gr}]$, e matriz de rigidez reduzida $[K_{gr}]$ da equação 4.72 são definidas como:

$$\begin{aligned} [M_{gr}] &= \sum_{r=1}^R ([RG]_{n,m}^t [M_g]_{n,n} [RG]_{n,m}); \\ [C_{gr}] &= \sum_{r=1}^R ([RG]_{n,m}^t [C_g]_{n,n} [RG]_{n,m}); \\ [G_{gr}] &= \sum_{r=1}^R \Omega_r ([GR]_{n,m}^t [G_g]_{n,n} [RG]_{n,m}); \\ [K_{gr}] &= \sum_{r=1}^R ([GR]_{n,m}^t [K_r]_{n,n} [RG]_{n,m}). \end{aligned} \quad (4.73)$$

O vetor coluna das forças externas será expresso por

$$\{F_{exr}\}_{m,1} = [RG]_{n,m}^t \{F_{ex}\}_{n,1}. \quad (4.74)$$

Um uso comum das relações dadas na equação 4.71, é o de liberar um conjunto de coordenadas selecionadas do sistema. O procedimento geral é reordenar o sistema de coordenadas num subconjunto de coordenadas ativas ou independentes $\{q_a\}$, e num outro conjunto de coordenadas dependentes $\{q_d\}$. Uma relação de dependência entre esses dois

conjuntos de coordenadas pode ser estabelecida a partir do problema estático homogêneo associado à equação 4.68, particionando-o apropriadamente, para obter:

$$\begin{bmatrix} [K_{aa}] & [K_{ad}] \\ [K_{da}] & [K_{dd}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_a\} \\ \{q_d\} \end{Bmatrix} = \{0\}, \quad (4.75)$$

a partir do segundo bloco da equação 4.75, a relação de dependência é definida por:

$$\{q_d\} = (-[K_{dd}]^{-1}[K_{da}])\{q_a\} = [II]\{q_a\}. \quad (4.76)$$

Portanto, a relação de transformação de coordenadas pode ser definida fazendo uso da equação de restrição 4.76 e de uma relação de identidade na forma:

$$\begin{Bmatrix} \{q_a\} \\ \{q_d\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [II] \end{bmatrix} \{q_a\}. \quad (4.77)$$

Uma reordenação das coordenadas na equação 4.77, segundo a ordem original das coordenadas, produzirá as relações de restrição geométricas das coordenadas, conforme definidas pela equação 4.71.

O processo de redução prossegue, conforme mostra a equação 4.73, para fornecer o conjunto de equações de movimento do sistema reduzido, dado pela equação 4.72, que representa um sistema de equações em função somente das coordenadas ativas.

4.8 Solução do Sistema de Equações

O método de solução utilizado no presente trabalho, para análise de vibrações livres e forçadas, é o método direto. Neste sentido, o número de equações do sistema, dado pela equação 4.68, não é reduzida, motivo pelo qual o número de graus de liberdade n do sistema é mantido. A equação de movimento do sistema(4.68) representa uma equação diferencial de segunda ordem não homogênea. Convencionalmente, a solução dessa equação é dada pela soma da solução da equação homogênea associada com a solução particular, uma vez que o sistema é linear.

4.8.1 Análise de Vibração Livre

O objetivo da análise da vibração livre do sistema é determinar as frequências naturais do mesmo, para cada valor da velocidade de rotação, e poder elaborar o diagrama de Campbell. Pode-se também, plotar os modos de vibração livre correspondentes a cada frequência natural do sistema, para um determinado valor da rotação do eixo.

Para a análise de vibração livre, é considerada a forma homogênea da equação 4.68, expressa da seguinte forma:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + ([G_g] + [C_g])\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{0\}. \quad (4.78)$$

A matriz de massa $[M_g]$ que representa o coeficiente do vetor aceleração, é simétrica; a soma das matrizes giroscópica $[G_g]$ e de amortecimento $[C_g]$, representa o coeficiente do vetor velocidade e é geralmente assimétrica; e a matriz de rigidez $[K_g]$ que representa o coeficiente do vetor deslocamento do sistema, também é assimétrica. Além disso, a matriz $[M_g]$ é uma matriz de coeficientes constantes para a maioria dos sistemas usuais. No entanto, as matrizes $[G_g]$, $[C_g]$ e $[K_g]$ geralmente dependem da rotação do sistema mecânico. Os termos dependentes da rotação incluem os efeitos giroscópicos e as reações nos mancais hidrodinâmicos.

Como solução da equação 4.78 pode ser assumida uma função exponencial da forma:

$$\{q_g\} = \{q\}e^{\lambda t}, \quad (4.79)$$

a qual, ao ser substituída na equação homogênea 4.78, produz um problema de autovalores dado por:

$$[\lambda^2 [M_g] + \lambda([G_g] + [C_g]) + [K_g]]\{q\} = \{0\}, \quad (4.80)$$

onde: $\{q\}$ é o autovetor direito do sistema e λ é o autovalor do mesmo. A solução da equação 4.80, sendo a ordem das matrizes $n \times n$, produzirá $2n$ autovalores e $2n$ autovetores. Mas, como o problema de autovalores representado pela equação 4.80 é de segunda ordem, há limitações nos procedimentos numéricos (Leung A. 1988) para a resolução de problemas quadráticos. Geralmente, é conveniente reduzir a ordem da equação, para primeira ordem, através da definição de um novo vetor de estado como:

$$\{\mathcal{X}\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}_g\} \\ \{q_g\} \end{Bmatrix}, \quad (4.81)$$

Definindo-se, também a seguinte identidade:

$$[M_g]\{\dot{q}_g\} = [M_g]\{\dot{q}_g\}. \quad (4.82)$$

Utilizando as equações 4.78, 4.82, e fazendo um arranjo matricial, tem-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} [0] & [M_g] \\ [M_g] & [G_g]+[C_g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}_g\} \\ \{\dot{q}_g\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M_g] & [0] \\ [0] & [K_g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}_g\} \\ \{q_g\} \end{Bmatrix} = \{0\}. \quad (4.83)$$

Se definimos:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M_g] \\ [M_g] & [G_g]+[C_g] \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} -[M_g] & [0] \\ [0] & [K_g] \end{bmatrix}.$$

Utilizando estas matrizes e a equação 4.81, a equação 4.83 pode ser re-escrita como:

$$[A]\{\dot{\chi}\} + [B]\{\chi\} = \{0\}. \quad (4.84)$$

Obtém-se assim, uma equação linear de primeira ordem homogênea (4.84), cuja solução pode ser assumida de forma análoga ao caso inicial, ou seja, uma função exponencial definida como:

$$\{\chi\} = \{y\}e^{\lambda t}, \quad (4.85)$$

a qual, quando substituída na equação 4.84, fornece o seguinte problema de autovalores de primeira ordem:

$$(\lambda[A] + [B])\{y\} = \{0\}, \quad (4.86)$$

que pode ser re-escrita da forma:

$$\lambda[A]\{y\} = -[B]\{y\}. \quad (4.87)$$

A solução da equação 4.87 terá $2n$ autovalores e $2n$ autovetores, já que as matrizes $[A]$ e $[B]$ são matrizes reais de ordem $2n \times 2n$. Os autovalores aparecem em pares conjugados complexos, para sistemas amortecidos ou não amortecidos. Em geral, os autovalores e autovetores diretos são definidos da forma

$$\lambda_j = \sigma_j \pm i\omega_j, \quad \{q\} = \{q_R^j\} \pm i\{q_I^j\}, \quad (4.88)$$

que corresponderia ao j -ésimo autovalor e autovetor. Tanto o autovalor como o autovetor são dependentes da rotação do rotor. A parte imaginária ω_j do autovalor é a j -ésima frequência natural do sistema rotativo, e a parte real σ_j é o coeficiente de amortecimento para o j -ésimo modo de vibrar do sistema. Um modo estável requer um valor negativo de σ_j . A partir dos resultados obtidos, o diagrama de Campbell pode ser traçado e a variação das frequências naturais do sistema com a rotação, podem ser observadas. Os modos correspondentes às frequências naturais, para um determinado valor da rotação, podem ser obtidos.

A partir da equação 4.88, observa-se que o modo é complexo. Mas, o entendimento de um modo complexo não é óbvio, sendo necessário voltar para a solução assumida inicialmente, dada pela equação 4.79 ou 4.85, sendo re-escrita usando a solução dada pela equação 4.88 como:

$$\{q^j\} = (\{q_R^j\} + i\{q_I^j\})e^{(\sigma_j + i\omega_j)t} + (\{q_R^j\} - i\{q_I^j\})e^{(\sigma_j - i\omega_j)t}, \quad (4.89)$$

a qual pode ser re-escrita como:

$$\{q^j\} = e^{\sigma_j t} [(\{q_R^j\} + i\{q_I^j\})(\text{Cos}(\omega_j t) + i\text{Sen}(\omega_j t)) + (\{q_R^j\} - i\{q_I^j\})(\text{Cos}(\omega_j t) - i\text{Sen}(\omega_j t))]. \quad (4.90)$$

Logo, fazendo as simplificações adequadas na equação 4.90:

$$\{q^j\} = 2e^{\sigma_j t} [\{q_R^j\}\text{Cos}(\omega_j t) - \{q_I^j\}\text{Sen}(\omega_j t)]. \quad (4.91)$$

A expressão (4.91) não contém mais a parte imaginária.

Observa-se da equação 4.91, que a parte exponencial tende a desaparecer para um sistema estável (σ_j é negativo) conforme passe o tempo. Portanto, a expressão que fornece o modo de vibrar do sistema será:

$$\frac{\{q^j\}}{2e^{\sigma_j t}} = [\{q_R^j\}\text{Cos}(\omega_j t) - \{q_I^j\}\text{Sen}(\omega_j t)]. \quad (4.92)$$

Para um nó qualquer do sistema, as componentes de deslocamento serão definidas como:

$$\begin{aligned} u^j &= u_R \text{Cos}(\omega_j t) - u_I \text{Sen}(\omega_j t), \\ v^j &= v_R \text{Cos}(\omega_j t) - v_I \text{Sen}(\omega_j t). \end{aligned} \quad (4.93)$$

Portanto, as órbitas descritas em cada ponto nodal do sistema serão elipses, devido à assimetria do sistema.

4.8.2 Análise de Vibração Forçada

A análise de vibração forçada dos sistemas é feita com o propósito de determinar a função resposta em frequência do mesmo, quando submetido a excitações externas. A equação utilizada nestas análises é a forma não homogênea da equação 4.68. A resposta forçada em regime permanente de um sistema rotativo, pode ser determinada diretamente em coordenadas físicas ou indiretamente em coordenadas modais. As vibrações forçadas dos sistemas são geralmente devidas ao desbalanceamento, ao desalinhamento entre eixos, e à ação de outra forças externas que eventualmente surgem no sistema. A seguir, analisa-se a resposta do sistema, devido às vibrações forçadas em coordenadas físicas ou generalizadas.

4.8.2.1 Resposta Estática

Devido ao carregamento estático, que pode ser devido à ação da gravidade, desalinhamento dos mancais e dos eixos, forças nas engrenagens, ou manobras permanentes, onde o vetor de excitação é constante, a equação do sistema será escrita como:

$$[K_g]\{q_g\} = \{F_{ex}\}. \quad (4.94)$$

A solução dessa equação é da forma:

$$\{q_g\} = [K_g]^{-1} \{F_{ex}\}. \quad (4.95)$$

4.8.2.2 Resposta ao Desbalanceamento

Para um sistema rotativo, o vetor da força de desbalanceamento $\{F_d\}$ segundo a equação 4.59, pode ser definido da forma:

$$\{F_d\} = \{F_c\} \cos(\Omega t) + \{F_s\} \sin(\Omega t), \quad (4.96)$$

onde: $\{F_s\}$, $\{F_c\}$ são os definidos pela equação 4.60 no item 4.6.1.

Portanto, a equação de movimento do sistema será da forma

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + ([G_g] + [C_g])\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_c\} \cos(\Omega t) + \{F_s\} \sin(\Omega t). \quad (4.97)$$

A solução da equação 4.97 será da forma

$$\{q_g\} = \{q_c\} \cos(\Omega t) + \{q_s\} \sin(\Omega t), \quad (4.98)$$

que, ao ser substituído na equação 4.97, e após a identificação dos termos em $\sin(\Omega t)$ e $\cos(\Omega t)$, fornece a expressão:

$$\begin{Bmatrix} \{q_c\} \\ \{q_s\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_g] - \Omega^2 [M_g] & \Omega([G_g] + [C_g]) \\ -\Omega([G_g] + [C_g]) & [K_g] - \Omega^2 [M_g] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{F_c\} \\ \{F_s\} \end{Bmatrix}. \quad (4.99)$$

O sistema de equações 4.99 é resolvido para cada valor da rotação Ω . Os vetores $\{q_c\}$ e $\{q_s\}$ determinados para um valor de Ω , associados à equação 4.98, dará a resposta do sistema ao desbalanceamento no domínio do tempo.

4.8.2.3 Resposta a uma Força Assíncrona

Toda força assíncrona que atua sobre o sistema pode ser representada pela equação:

$$\{F_a\} = \{F_{ac}\} \cos(s\Omega t) + \{F_{as}\} \sin(s\Omega t). \quad (4.100)$$

Portanto, a equação de movimento do sistema sob a ação desta força assíncrona pode ser escrita como:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + ([G_g] + [C_g])\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{ac}\}\text{Cos}(s\Omega t) + \{F_{as}\}\text{Sen}(s\Omega t). \quad (4.101)$$

A solução da equação 4.101 pode ser assumida como:

$$\{q_g\} = \{q_{ac}\}\text{Cos}(s\Omega t) + \{q_{as}\}\text{Sen}(s\Omega t), \quad (4.102)$$

que ao ser substituída na equação 4.101, e identificando os termos em $\text{Sen}(s\Omega t)$ e $\text{Cos}(s\Omega t)$, fornece a seguinte equação

$$\begin{Bmatrix} \{q_{ac}\} \\ \{q_{as}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_g] - s^2\Omega^2[M_g] & s\Omega([G_g] + [C_g]) \\ -s\Omega([G_g] + [C_g]) & [K_g] - s^2\Omega^2[M_g] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{F_{ac}\} \\ \{F_{as}\} \end{Bmatrix}. \quad (4.103)$$

A equação 4.103 é resolvida para cada valor de Ω , e para um valor de s . Os vetores $\{q_{ac}\}$ e $\{q_{as}\}$ associados à equação 4.102 representam a resposta do sistema à ação de uma força assíncrona, como o caso das forças e momentos gerados devido ao desalinhamento, pois segundo a literatura, as freqüências de atuação das mesmas são sempre múltiplas da freqüência da velocidade de rotação dos eixos do sistema.

4.8.2.4 Resposta a uma Força Harmônica

Uma força harmônica que atua sobre o sistema pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\{F_h\} = \{F_{hc}\}\text{Cos}(\omega_h t) + \{F_{hs}\}\text{Sen}(\omega_h t). \quad (4.104)$$

Logo, a equação de movimento do sistema sob a ação desta força harmônica é expressa por:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + ([G_g] + [C_g])\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{hc}\}\text{Cos}(\omega_h t) + \{F_{hs}\}\text{Sen}(\omega_h t). \quad (4.105)$$

A solução da equação 4.105, pode ser assumida da forma:

$$\{q_g\} = \{q_{hc}\}\text{Cos}(\omega_h t) + \{q_{hs}\}\text{Sen}(\omega_h t). \quad (4.106)$$

Substituindo 4.106 em 4.105, e identificando os termos em $\text{Sen}(\omega_h t)$ e $\text{Cos}(\omega_h t)$, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} \{q_{hc}\} \\ \{q_{hs}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_g] - \omega_h^2[M_g] & \omega_h([G_g] + [C_g]) \\ -\omega_h([G_g] + [C_g]) & [K_g] - \omega_h^2[M_g] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{F_{hc}\} \\ \{F_{hs}\} \end{Bmatrix}. \quad (4.107)$$

A equação 4.107 é resolvida para um valor determinado de ω_h . Os vetores $\{q_{hc}\}$ e $\{q_{hs}\}$ associados à equação 4.106 fornecem a resposta do sistema à ação de uma força harmônica. A rotação Ω do rotor mantém-se constante para um determinado valor de análise de ω_h .

4.9 Programa computacional

O programa computacional (**PROGRA-M1.mdp**) para resolver o sistema de equações matriciais 4.68, foi elaborado na linguagem Fortran90, cujo diagrama de fluxo é dado no Anexo II. Este programa permite analisar as influências das diferentes considerações realizadas na modelagem do acoplamento sobre o sistema mecânico em relação ao comportamento das frequências naturais, que é observado através do diagrama de Campbell; sobre a resposta em frequência do sistema ao desbalanceamento, observado nas amplitudes de vibração do sistema; sobre as funções de transferência, devido a uma excitação aleatória de acordo com a teoria a ser desenvolvida no Capítulo 5. O método de montagem das matrizes globais do sistema utilizado, a partir das matrizes parciais dos componentes mecânicos do sistema, e a solução do sistema de equações matriciais, para a elaboração do diagrama de Campbell e para a função resposta em frequência do sistema, foi o Método Direto descrito por Nelson H., Crandall S. (1992); Lalane M., Ferraris G. (1990).

4.9.1 Exemplo de Aplicação 1

Corresponde ao exemplo encontrado no livro de Lalane M., Ferraris G. (1990), cujo esquema é mostrado na Figura 4.17. O sistema é composto por 3 elementos de disco, 4 elementos de eixo e 2 mancais.

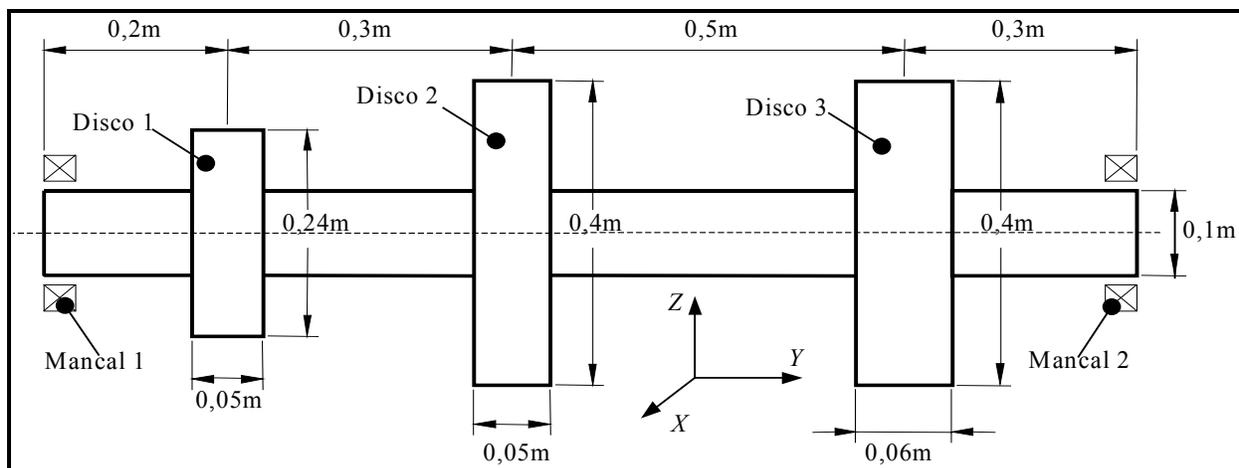


Figura 4.17: Esquema do rotor do exemplo de aplicação 1.

A Figura 4.17 apresenta as medidas dimensionais do rotor. As características físicas dos materiais do eixo e do disco, e as características dinâmicas dos mancais (rígidez, amortecimento) são descritas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.

DISCOS	EIXOS
Disco1, Disco 2, Disco 3: Densidade 7800kg/m ³	Densidade Específica: 7800 kg/m ³ .
MANCAIS 1 e 2	Módulo de Elasticidade: 2*10 ¹¹ N/m ² .
Rígidez: $K_{xx}=5*10^7$ N/m, $K_{xz}=0.0$, $K_{zz}=7*10^7$ N/m, $K_{zx}=0.0$	Coefficiente de Poisson: 0.3
Amortecimento: $C_{xx}=5*10^2$ Ns/m, $C_{xz}=0.0$, $C_{zz}=7*10^2$ Ns/m, $C_{zx}=0.0$	Fator de Cisalhamento: 0.9

A discretização do sistema mecânico da Figura 4.17, através de elementos finitos, fornece o modelo físico do sistema mecânico, que é apresentado na Figura 4.18.

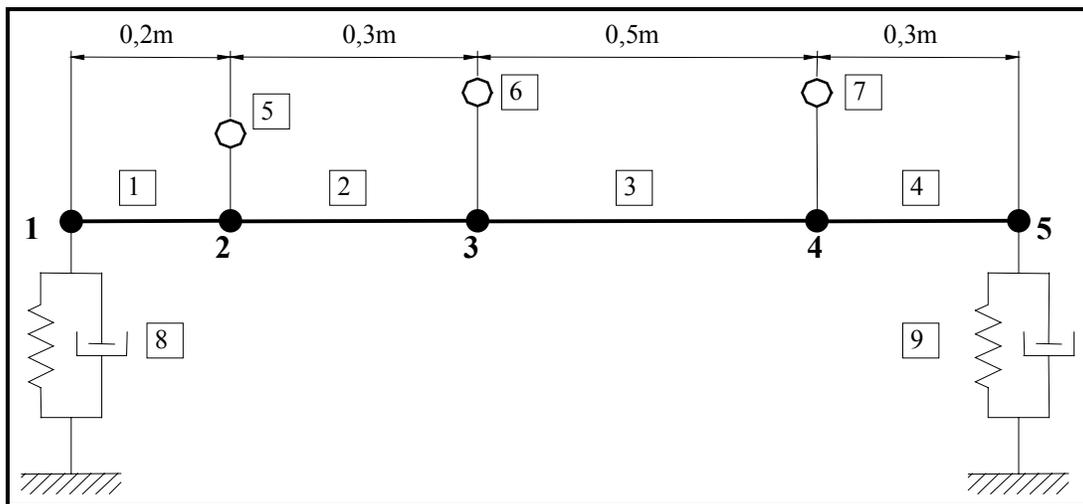


Figura 4.18: Modelo Físico do sistema mecânico da Figura 4.17.

Utilizando esta discretização e os dados previamente definidos, utiliza-se o programa **PROGRA_M1.mdp**, para se determinar as dez primeiras frequências naturais do sistema mecânico para uma rotação $\Omega=25000$ rpm, cujos valores são apresentados na Tabela 4.2. Também, são apresentados nesta tabela, os valores de referência (Lalane M., Ferraris G. 1990) e a diferença percentual entre as mesmas.

A Figura 4.19 apresenta o diagrama de Campbell; a Figura 4.20 apresenta a resposta ao desbalanceamento no nó 3 do sistema, para um desbalanceamento residual de 0.0002kgm, atuando no disco central do sistema (a 0° do eixo Z).

Tabela 4.2: As 10 primeiras Frequências Naturais do sistema para 25000 rpm

Frequências	Referência(Hz)	Calculado(Hz)	Diferença (%)
1a Frequência	55,408	55,605	-0,356
2a Frequência	67,209	67,496	-0,427
3a Frequência	157,90	159,221	-0,837
4a Frequência	193,71	195,438	-0,892
5a Frequência	249,90	252,337	-0,975
6a Frequência	407,62	419,003	-2,793
7a Frequência	446,62	454,345	-1,730
8a Frequência	622,65	631,714	-1,456
9a Frequência	715,03	736,213	-2,962
10a Frequência	1093,0	1112,997	-1,829

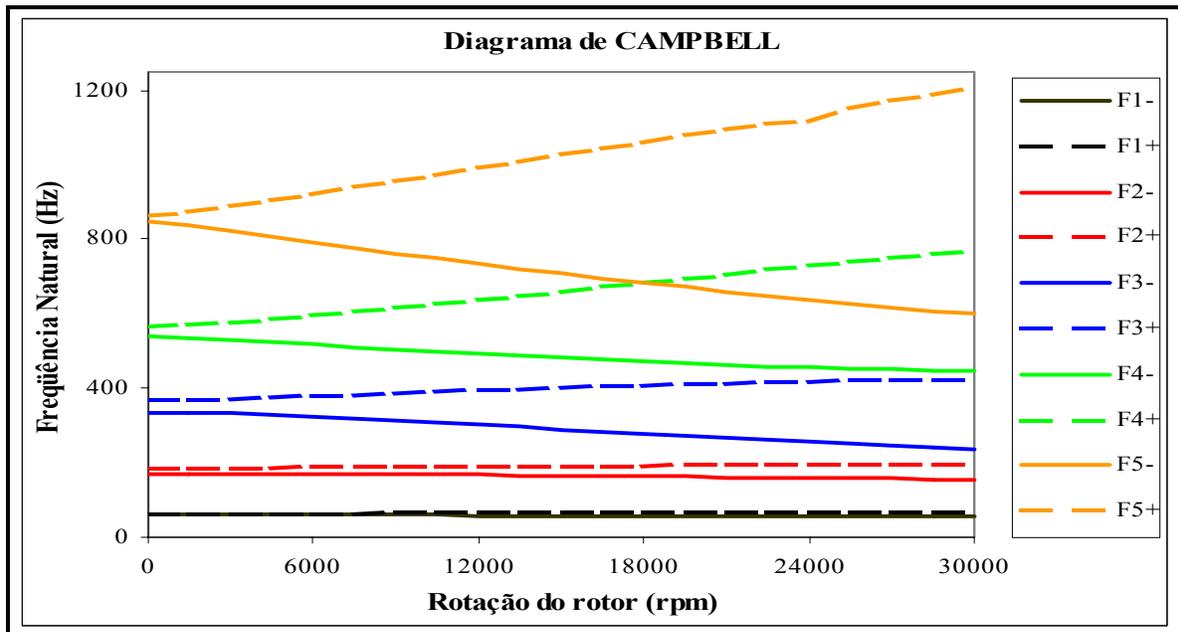


Figura 4.19: Diagrama de Campbell do sistema mecânico da Figura 4.17.

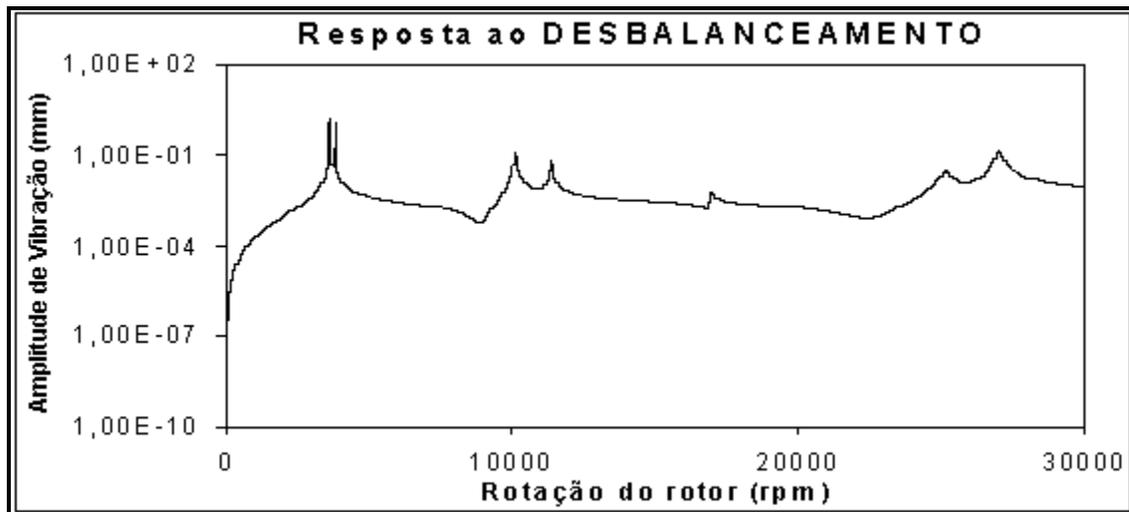


Figura 4.20: Resposta ao desbalanceamento do sistema mecânico da Figura 4.17.

4.9.2 Exemplo de Aplicação 2

Este segundo exemplo corresponde a um modelo hipotético, utilizado no trabalho de Sekhar A., Prabhu B. (1995). Este modelo é composto por dois eixos, acoplados por meio de um acoplamento flexível. Cada eixo é suportado através de dois mancais distribuídos simetricamente em relação à posição do acoplamento, como é apresentado na Figura 4.21.

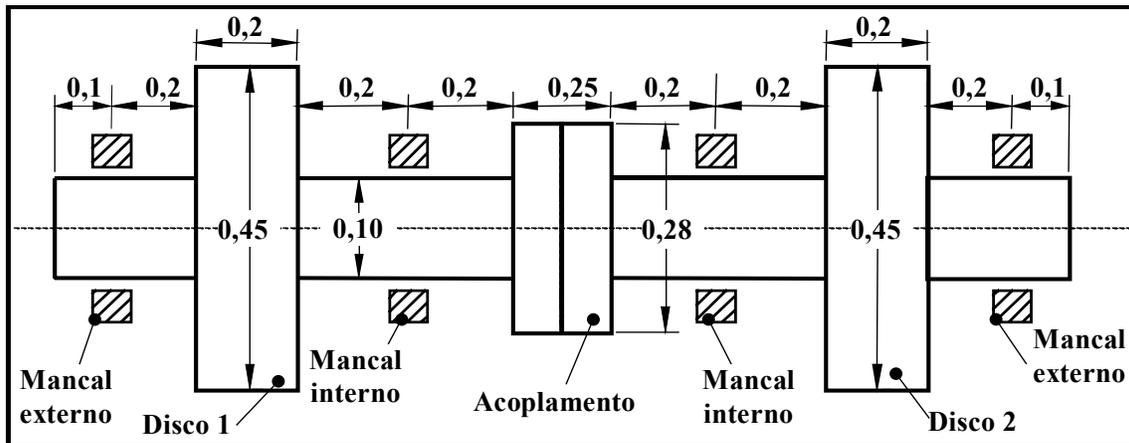


Figura 4.21: Sistema mecânico a ser simulado [Dimensões geométricas em m].

Os casos simulados no programa foram:

- **Caso I:** Quando o acoplamento é modelado como disco rígido, segundo critério geral, para o qual o sistema é modelado com 8 elementos de eixo, 3 elementos de disco, e 4 elementos de mancais;
- **Caso II:** Quando o acoplamento é modelado de acordo o primeiro critério de Krämer E. (1993). Neste caso, o acoplamento é modelado com 2 nós e as restrições nos graus de liberdade estabelecidas no modelo, mais 2 elementos de disco (associada a cada um dos nós do acoplamento) que incluem a inércia do acoplamento;
- **Caso III:** Corresponde ao segundo modelo sugerido por Krämer E. (1993), similar ao caso II, com a diferença de que são acrescentadas rigidez e amortecimento rotacionais próprios do acoplamento;
- **Caso IV:** Quando o acoplamento é modelado de acordo com o primeiro modelo proposto por Nelson H., Crandall S. (1992), no qual são consideradas rigidez translacional e rotacional, e a inércia do acoplamento. O sistema foi discretizado com 10 nós, 8 elementos de eixo, 2 elementos de disco e 4 elementos de mancais;

- **Caso V:** Corresponde ao segundo modelo definido por Nelson H., Crandall S. (1992). Este modelo é similar ao caso anterior, com a diferença de que serão adicionados o amortecimento translacional e rotacional do acoplamento.

A Tabela 4.3 apresenta os dados correspondentes às características físicas e dinâmicas dos diferentes componentes do sistema mecânico indicados na Figura 4.21.

Tabela 4.3: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.

DISCOS		EIXOS	
Disco1: Densidade 7800kg/m ³		Disco2: Densidade 7800kg/m ³	
		Densidade 7800 kg/m ³ , Mod. Elasticidade 2*10 ¹¹ N/m ² , Coef. de Poisson 0,3, Fat. de Cisalhamento 0,9	
MANCAIS EXTERNOS		MANCAIS INTERNOS	
1	Rígidez: K _{xx} =10 ⁸ N/m, K _{xz} =0, K _{zz} =1,5*10 ⁸ N/m, K _{zx} =0	1	Rígidez: K _{xx} =10 ⁷ N/m, K _{xz} =0, K _{zz} =1,5*10 ⁷ N/m, K _{zx} =0
	Amortecimento: C _{xx} =0,5*10 ³ Ns/m, C _{xz} =0, C _{zz} =0,8*10 ³ Ns/m, C _{zx} =0		Amortecimento: C _{xx} =10 ³ Ns/m, C _{xz} =0, C _{zz} =10 ³ Ns/m, C _{zx} =0
2	Rígidez: K _{xx} =10 ⁷ N/m, K _{xz} =0, K _{zz} =10 ⁷ N/m, K _{zx} =0	2	Rígidez: K _{xx} =10 ⁷ N/m, K _{xz} =0, K _{zz} =1,5*10 ⁷ N/m, K _{zx} =0
	Amortecimento: C _{xx} =10 ³ Ns/m, C _{xz} =0, C _{zz} =10 ³ Ns/m, C _{zx} =0		Amortecimento: C _{xx} =10 ³ Ns/m, C _{xz} =0, C _{zz} =1,1*10 ³ Ns/m, C _{zx} =0
ACOPLAMENTO(Kramer)		ACOPLAMENTO (Nelson e Crandall)	
Densidade 7800kg/m ³		Densidade 7800kg/m ³	
Rígidez rotacional 13579.1*10 ² Nm/rad		Rígidez: Rotacional 13579.1*10 ² Nm/rad; Translacional 1.2*10 ⁹ N/m	
Amortecimento rotacional 11.3 Nms/rad		Amortecimento: Rotacional 11.3 Nms/rad; Translacional 11.3 Ns/m	

Os resultados para os casos analisados, apresentados a seguir, foram determinados através do Programa **PROGRA_M1.mdp**.

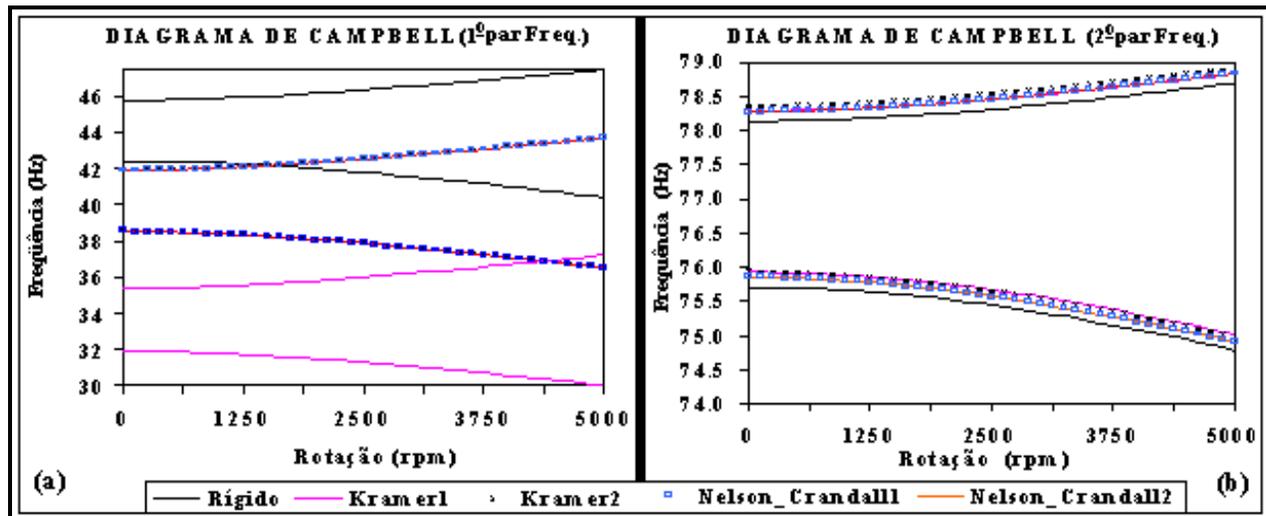


Figura 4.22: (a) primeiro par de frequências naturais do sistema; (b) segundo par de frequências naturais do sistema.

As Figuras 4.22(a), 4.22(b), apresentam as variações dos 2 primeiros pares das freqüências naturais do sistema com a rotação para os cinco casos analisados, através dos diagramas de Campbell.

As Figuras 4.23(a), 4.23(b), representam as variações dos 2 pares seguintes de freqüências naturais do sistema com a rotação, para os cinco casos analisados, através dos diagramas de Campbell.

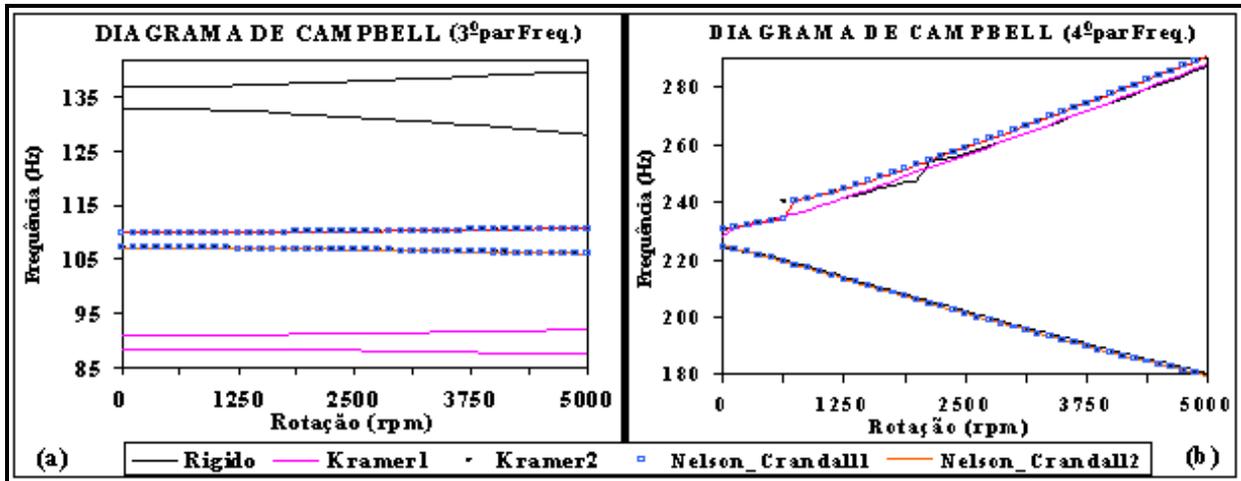


Figura 4.23: (a) terceiro par de freqüências naturais do sistema; (b) quarto par de freqüências naturais do sistema.

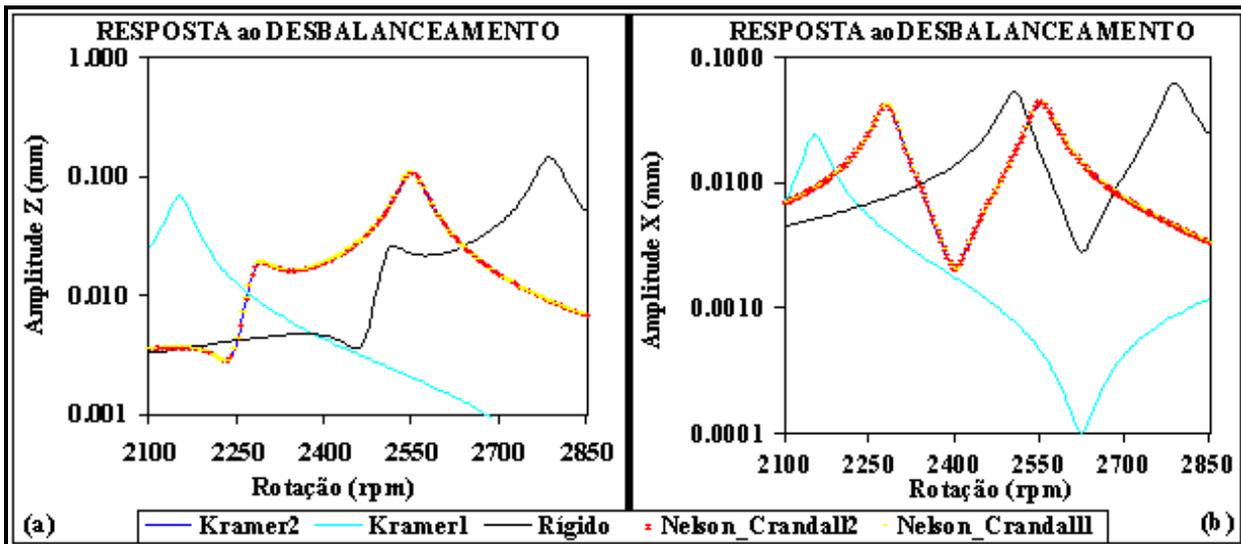


Figura 4.24: (a) na direção Z na posição do Disco1; (b) na direção X na posição do Disco1.

As Figuras 4.24(a), 4.24(b), representam as funções de resposta em freqüência, na direção do eixo X e Z na posição do Disco 1 do sistema, devido a um desbalanceamento de massa suposto

no Disco 1, com um valor aproximado de 0.00189 kgm e a 0° do eixo Z. A faixa de frequência dos gráficos está próxima à primeira condição de ressonância, excitada pelo desbalanceamento, para cada um dos cinco casos definidos.

As Figuras 4.25(a), 4.25(b), representam as funções de resposta em frequência, na direção do eixo X e Z na posição do Disco 1 do sistema, em torno da segunda condição de ressonância.

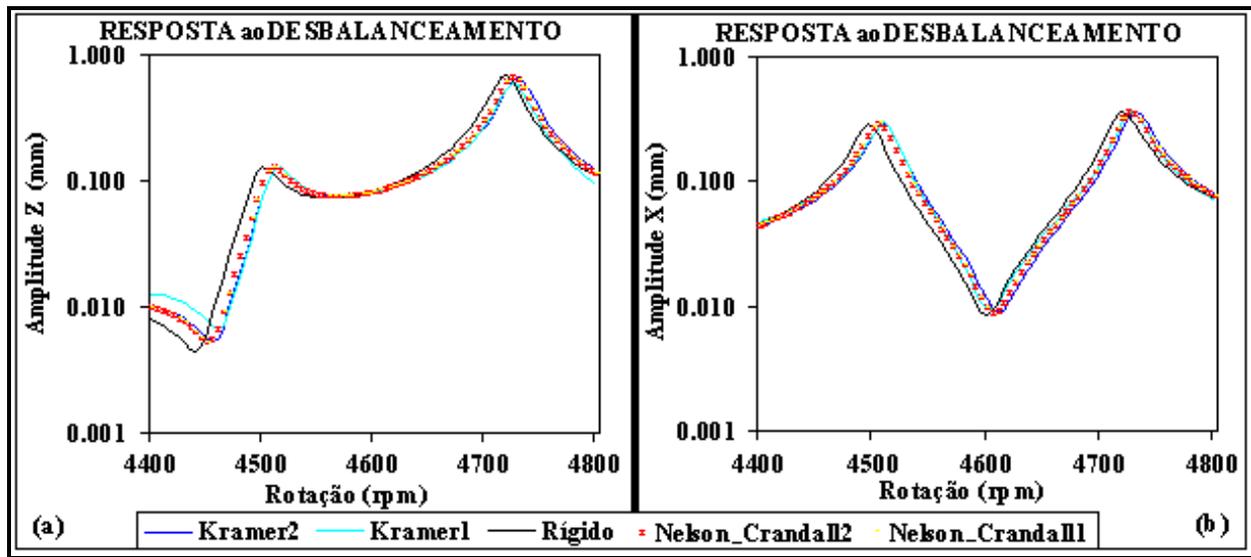


Figura 4.25: (a) na direção Z na posição do Disco1; (b) na direção X na posição do Disco1.

Dos resultados apresentados para este exemplo pode-se afirmar que:

- O modelo por elementos finitos para o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, foi implementado com modelos simplificados de acoplamentos flexíveis, sugeridos por: Krämer E. (1993) e Nelson H., Crandall S. (1992). Assim, determinam-se as frequências naturais do sistema e as respostas ao desbalanceamento;
- Observa-se nas Figuras 4.22(a) e 4.23(a), que os valores do primeiro e do terceiro par de frequências naturais do sistema, dependendo do modelo considerado, diferem tanto na precessão direta quanto na precessão retrógrada, o que mostra a influência do modelo considerado, devido a que as formas modais correspondentes são altamente influenciadas pelo acoplamento;
- Nas Figuras 4.22(b) e 4.23(b), a diferença entre o segundo e o quarto par de frequências naturais não são significativas, o que, pode ser atribuído ao fato de que as formas modais correspondentes são pouco influenciadas pelo acoplamento, pois a posição da mesma está sobre ou bem próxima de um nó dos modos do sistema, fazendo de que as

freqüências desses modos sejam pouco sensíveis às diversas considerações na modelagem dos acoplamentos;

- Analisando as respostas ao desbalanceamento nas Figuras 4.24(a) e 4.24(b), na direção Z e X , em torno da primeira condição de ressonância, observa-se que estas refletem o comportamento apresentado pelo diagrama de Campbell para o primeiro par de freqüências naturais do sistema, ou seja, as posições de ressonância mudam dependendo do modelo considerado. As Figuras 4.25(a) e 4.25(b), correspondem às amplitudes de vibração nas direções Z e X na segunda condição de ressonância, e confirmam mais uma vez o que ocorre no diagrama de Campbell, para o segundo par de freqüências naturais do sistema, ou seja, as posições dos picos de ressonância não se encontram muito distantes uma da outra, para cada um dos cinco modelos de acoplamentos estabelecidos.
- Conclui-se dessa forma, que o acoplamento nos sistemas mecânicos rotativos influencia nas freqüências naturais do sistema e na amplitude de vibração dos mesmos. Além disso, têm-se no presente trabalho que, segundo os critérios existentes na literatura sobre a modelagem dos acoplamentos, as freqüências naturais e a resposta do sistema serão diferentes. Pode-se afirmar, que dependendo do sistema mecânico real analisado, um ou outro modelo será mais adequado para representá-lo e que algumas freqüências serão mais sensíveis aos efeitos dinâmicos do acoplamento flexível.

Capítulo 5

Análise Modal de Máquinas Rotativas

A análise modal é um conjunto de procedimentos que visa determinar, analítica e/ou experimentalmente, os parâmetros modais de uma estrutura, ou seja, frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais, a partir das funções de resposta em frequência ou impulsiva.

Sob o ponto de vista analítico, o que se faz é elaborar um modelo matemático da estrutura, que pode ser através do método de elementos finitos, da matriz de transferência, e outros. Em seguida, resolve-se o problema de autovalor associado e determina-se os modos de vibração, os fatores de amortecimento e as frequências de ressonância da estrutura. As funções de resposta em frequência (funções de transferência), podem ser calculadas através da superposição dos modos naturais de vibração.

Experimentalmente, segue-se uma trajetória oposta (uma vez que não se dispõe do modelo do sistema). Uma força conhecida é aplicada à estrutura e são medidas as vibrações resultantes em diversos pontos. Através do processamento dos sinais de excitação e resposta, consegue-se estimar as respectivas funções de transferência. Com este conjunto de funções de transferência (ou Funções de Resposta ao Impulso), e utilizando os inúmeros algoritmos de extração de parâmetros modais, pode-se identificar as características, modais ou físicas, da estrutura.

Em geral, as máquinas rotativas são estruturas relativamente complexas, contendo inúmeros dispositivos que podem ser difíceis de modelar (selos, mancais, acoplamentos, etc.), e que podem sofrer desgaste durante a vida útil do equipamento, fazendo com que suas características físicas se alterem. Por isso, é importante validar modelos numéricos de estruturas rotativas com resultados experimentais, tanto na fase de projeto quanto durante a operação da máquina. As

freqüências naturais devem ser determinadas, para que se possa conhecer as velocidades críticas e as faixas de rotação seguras para operação em regime. Os modos de vibração do rotor permitem descrever o seu comportamento dinâmico em resposta a várias excitações.

O método de análise modal tradicional, tem sido amplamente e sucessivamente usado para a identificação de parâmetros modais de todo tipo de estruturas, exceto para máquinas rotativas. Embora algumas tentativas, nos trabalhos de Rogers P., Ewins E. (1989), e de Bently D., Muszynska A. (1986), tenham sido feitas para desenvolver métodos de teste modal para máquinas rotativas, estas não diferem significativamente, do método tradicional, que ignora totalmente a direção de um modo. A aplicação de métodos de análise modal tradicionais para máquinas rotativas, têm resultado em respostas ou funções de transferência no domínio da freqüência com alta densidade dos modos de vibrar, muitas vezes com superposição dos modos de precessão direta e retrógrada.

A característica particular dos sistemas rotativos, de apresentar modos de precessão direta e retrógrada, em muitos casos com freqüências bastante próximas entre si, torna difícil realizar uma identificação precisa dos parâmetros modais ou físicos, com os métodos da análise modal experimental tradicionais. Tal fato, têm conduzido ao desenvolvimento recente da análise Modal Complexa para máquinas rotativas, entre os quais destacam-se os trabalhos de Lee C. (1990,1991), com este propósito.

5.1 Hipóteses Básicas para a Análise Modal

Segundo Allemang, R. (1999), existem quatro suposições básicas, relativas a qualquer estrutura estacionária, que são consideradas ao se realizar uma análise modal experimental, as quais são:

- A estrutura é linear, isto é, a resposta do sistema para qualquer combinação de forças, simultaneamente aplicadas, é a soma das respostas individuais para cada uma das forças atuando isoladamente. Esta suposição é válida para uma grande gama de estruturas. Entretanto, esta hipótese não representa bem estruturas altamente não lineares;
- A estrutura é invariante no tempo, isto é, que os parâmetros que descrevem o sistema são constantes no tempo. Em geral, um sistema que varia no tempo terá suas matrizes de

massa, rigidez e amortecimento, dependendo de fatores que não são medidos ou não incluídos no modelo. Por exemplo, a temperatura do óleo dos mancais hidrodinâmicos;

- A estrutura obedece a reciprocidade de Maxwell, isto é, uma força aplicada num grau de liberdade q_k , causa uma resposta num grau de liberdade q_j , igual à resposta no grau de liberdade q_k , causada pela mesma força aplicada no grau de liberdade q_j . Entretanto este princípio não é válido para sistemas rotativos;
- A estrutura é observável, isto é, as medidas das excitações e das respostas do sistema contêm informação suficiente, para gerar um modelo do sistema capaz de reproduzir o comportamento deste adequadamente. Porém, os sistemas que apresentam graus de liberdade não mesuráveis por diferentes motivos, seriam não completamente observáveis.

Estas hipóteses básicas nunca são atingidas completamente em situações experimentais de testes em estruturas reais. Geralmente, estas suposições são aproximadamente verdadeiras. O importante é lembrar que, cada uma das suposições pode ser avaliada experimentalmente, tanto durante quanto após o teste. O que não pode acontecer, é realizar um teste sem ao menos medir a validade das suposições envolvidas.

5.2 Sistemas Estacionários de Múltiplos Graus de Liberdade

Geralmente, a maioria das estruturas estacionárias reais são mais complicadas do que um sistema simples (massa, mola e amortecedor). Portanto, um sistema de múltiplos graus de liberdade (*MGL*) será utilizado para mostrar como a função de transferência, no domínio da frequência, da estrutura ou dos componentes do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, está relacionada aos parâmetros modais dos mesmos. Para este tipo de estrutura serão consideradas, segundo Ewins, D. (1994), e Allemang, R. (1999), as hipóteses de linearidade, invariância no tempo, e reciprocidade, definidas anteriormente.

5.2.1 Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade (*MGL*) não Amortecido

Para os sistemas estacionários com amortecimento desprezível(pouco amortecidos) com n graus de liberdade, como os apresentados na Figura 5.1, a equação de movimento pode ser escrita na forma matricial como

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{ex}\}, \quad (5.1)$$

sendo esta, uma equação diferencial de segunda ordem, invariante no tempo e linear. Onde: $[M_g]$, $[K_g]$ são as matrizes globais de massa e rigidez respectivamente de ordem $n \times n$, cujos termos são invariantes no tempo; $\{\ddot{q}_g\}$, $\{q_g\}$, $\{F_{ex}\}$ são os vetores aceleração, deslocamento e força respectivamente, que são variantes no tempo.

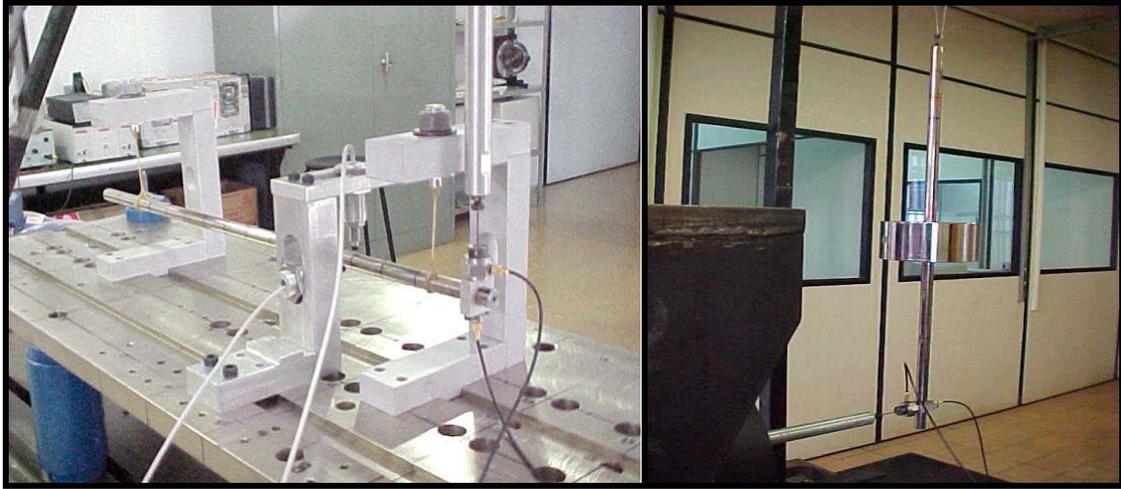


Figura 5.1: Sistema mecânico com baixo amortecimento.

Com o propósito de determinar as propriedades modais do sistema, consideraremos a equação homogênea associada à equação 5.1, expressa como:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{O\}, \quad (5.2)$$

assumimos uma solução da forma $\{q_g\} = \{q_o\}e^{i\omega t}$, que ao ser substituída na equação 5.1, resulta no problema de autovalores expresso por:

$$[[K_g] - \omega^2[M_g]]\{q_o\} = \{O\}, \quad (5.3)$$

que vem a ser um conjunto de equações algébricas simultâneas em q_{oi} . As variáveis desconhecidas são os vetores $\{q_o\}_i$ e os valores de ω_i . Da teoria de equações diferenciais, com o propósito de que esta equação não possua apenas soluções triviais da forma $\{q_o\} = \{O\}$, o determinante dos coeficientes dever ser igual a zero, ou seja:

$$\det([K_g] - \omega^2[M_g]) = \{O\}. \quad (5.4)$$

A frequência de um modo de vibração é definida em termos de autovalor. O vetor solução $\{q_o\}_i$ correspondente a um autovalor ω_i particular é chamado de autovetor, vetor característico, forma do modo, ou vetor modal. Os autovetores $\{q_o\}_i$ representam a deformação padrão da

estrutura, para uma frequência particular de vibração ω_i . Como a equação 5.3 é homogênea, não existe uma solução única para os q_{oi} , só um valor relativo deste, ou uma razão entre os q_{oi} pode ser obtida. Em outras palavras, os q_{oi} podem ser resolvidos em termos de um dos q_{oi} , para o qual pode ser fixado um valor arbitrário. Matematicamente, o posto do sistema de equações 5.3, é no mínimo um a menos do que o número de equações.

Entretanto, a deformação de deflexão de uma estrutura, que descreve um modo natural de vibração, é definida por razões de amplitude de movimento conhecidas, nos vários pontos da estrutura. Desta forma, a amplitude real de vibração de uma estrutura é uma combinação do vetor modal e do nível, posição, e características da força de excitação, e não uma propriedade direta de um modo de vibração natural. A amplitude de vibração é, realmente, dependente da posição e da amplitude das forças de excitação com as condições iniciais do sistema, juntamente, com as propriedades da estrutura descritas por meio dos autovalores e autovetores.

A solução completa da equação 5.3 pode ser expressa em duas matrizes de ordem $n \times n$, que constituem o modelo modal do sistema, escritas como

$$[diag(\omega_i^2)] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad [Q_o] = \begin{bmatrix} q_{11} & \bullet & \bullet & q_{1n} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ q_{n1} & \bullet & \bullet & q_{nn} \end{bmatrix},$$

onde ω_i^2 é o i -ésimo autovalor, e $\{q_o\}_i$ é o autovetor correspondente da matriz modal $[Q_o]$. A matriz $[diag(\omega_i^2)]$ é única, enquanto, que a matriz $[Q_o]$ não é única.

Antes de analisar a resposta do sistema, examinaremos algumas propriedades do modelo modal. Uma propriedade importante do modelo modal é a ortogonalidade, pela qual sempre que as matrizes $[M_g]$ e $[K_g]$ sejam simétricas:

$$\begin{aligned} [Q_o]^T [M_g] [Q_o] &= [diag(m_r)]; \\ [Q_o]^T [K_g] [Q_o] &= [diag(k_r)]. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Onde: m_r é chamada massa generalizada ou massa modal; k_r é conhecida como a rigidez generalizada ou rigidez modal. Porém, como a matriz modal está sujeita a um fator de normalização arbitrário, os valores de m_r e k_r não são únicos. Entretanto, a razão (k_r/m_r) é única

e igual ao autovalor ω_r^2 . Entre os muitos processos de normalização, existe um de maior relevância para o teste modal, designado por normalização de massa (Ewins D. 1994).

Retornando à análise da resposta do sistema e considerando o caso onde a estrutura é excitada senoidalmente através de um conjunto de forças com a mesma frequência ω , mas com diferentes amplitudes e ângulos de fase. Logo, o vetor força pode ser representado por:

$$\{F_{ex}\} = \{F_o\}e^{i\omega t} \quad (5.6)$$

e, como anteriormente, assume-se uma solução da forma:

$$\{q\} = \{q_o\}e^{i\omega t} \quad (5.7)$$

onde $\{F_o\}$ e $\{q_o\}$ são vetores de ordem $n \times 1$, de amplitudes complexas e independentes do tempo. Portanto, substituindo a excitação e a resposta na equação de movimento (5.1), obtém-se:

$$[[K_g] - \omega^2 [M_g]]\{q_o\}e^{i\omega t} = \{F_o\}e^{i\omega t}. \quad (5.8)$$

Resolvendo este sistema de equações, para determinar as respostas q_{oi} , tem-se:

$$\{q_o\} = [[K_g] - \omega^2 [M_g]]^{-1} \{F_o\} = [H(\omega)]\{F_o\}, \quad (5.9)$$

onde $[H(\omega)]$ é a matriz das funções de resposta em frequência (funções de transferência) de ordem $n \times n$. Um elemento qualquer desta matriz pode ser definido como:

$$H_{jk}(\omega) = \left(\frac{q_{oj}}{F_{ok}} \right); \quad \text{Com : } F_{om} = 0, \forall m = 1, \dots, n; \neq k, \quad (5.10)$$

que representará a função de transferência no grau de liberdade j devido a uma força de excitação atuando no grau de liberdade k .

É claramente possível determinar os valores dos elementos de $[H(\omega)]$ para qualquer valor de ω , simplesmente através da substituição dos valores apropriados na equação 5.9. Entretanto, isto envolve a inversão de uma matriz para cada valor da frequência ω , o que implica nas seguintes desvantagens:

- Torna-se custosa para sistemas com muitos graus de liberdade, pelo fato de ter que inverter a matriz de impedância, para cada valor da frequência;
- É ineficiente se apenas algumas funções de transferência são necessárias, pois por este processo sempre serão calculadas todas as funções de transferência;

- Não apresenta informação clara sobre a contribuição de cada um dos modos, numa determinada função de transferência.

Por estas razões, um meio alternativo de determinar as funções de transferência, utilizando as propriedades modais do sistema é definida.

A equação 5.9, pode ser rescrita na forma:

$$[H(\omega)]^{-1} = [[K_g] - \omega^2 [M_g]]. \quad (5.11)$$

Multiplicando esta equação pelas matrizes modais $[Q_o]^t$ e $[Q_o]$ obtém-se:

$$[Q_o]^t [H(\omega)]^{-1} [Q_o] = [[Q_o]^t [K_g] [Q_o] - \omega^2 [Q_o]^t [M_g] [Q_o]]. \quad (5.12)$$

Utilizando as propriedades de ortogonalidade da matriz modal, e multiplicando novamente por $[Q_o]$ e $[Q_o]^t$ tem-se:

$$\underbrace{[Q_o] [Q_o]^t}_{[I]} [H(\omega)]^{-1} \underbrace{[Q_o] [Q_o]^t}_{[I]} = [Q_o] ([diag(k_r)] - \omega^2 [diag(m_r)]) [Q_o]^t, \quad (5.13)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade, e $[diag(k_r)]$, $[diag(m_r)]$ são matrizes diagonais. A equação 5.13, pode ser rescrita na forma

$$[H(\omega)]^{-1} = [Q_o] [diag(k_r - \omega^2 m_r)] [Q_o]^t. \quad (5.14)$$

Realizando algumas operações nesta última equação, a matriz de funções de transferência pode ser escrita:

$$[H(\omega)] = [Q_o] [diag(m_r (\omega_r^2 - \omega^2))]^{-1} [Q_o]^t; \quad \text{Com : } \omega_r^2 = k_r / m_r. \quad (5.15)$$

Como as matrizes de massa e rigidez globais são simétricas, a matriz das funções de transferência também o serão, sendo esta propriedade conhecida como o principio de reciprocidade, o que implica em:

$$H_{jk}(\omega) = \left(\frac{q_{oj}}{F_{ok}} \right) = H_{kj}(\omega) = \left(\frac{q_{ok}}{F_{oj}} \right). \quad (5.16)$$

A equação 5.15 permite calcular qualquer das funções de transferência, através da superposição modal para sistemas lineares, expressa pela seguinte equação:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2)}; \quad \text{Com : } q_{ojr}, q_{okr} \in \{q_o\}_r. \quad (5.17)$$

A expressão (5.17) é muito mais simples e informativa do que a oferecida por meio da inversa da matriz de impedância, dada pela equação 5.9.

5.2.2 Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade (MGL) Amortecidos

Com o propósito de analisar os sistemas mecânicos reais, os efeitos do amortecimento sobre os vetores modais e as frequências naturais devem ser considerados. Muitos mecanismos físicos tratam de descrever as possíveis formas de amortecimento, presentes num dado sistema em particular. Alguns dos tipos clássicos de amortecimento são: amortecimento estrutural, amortecimento viscoso, amortecimento de Coulomb, e amortecimento histerético. No geral, é difícil determinar que tipo de amortecimento está presente numa estrutura em particular. De fato, a maioria das estruturas exibem características de amortecimento, que resultam de uma combinação de todos os tipos de amortecimento mencionados, acrescido de outros que não são conhecidos. Mas, sempre que uma estrutura é modelada com um tipo de amortecimento, este será um modelo equivalente para qualquer tipo de amortecimento que realmente esteja presente no sistema.

Dando continuidade à análise, são estabelecidas as equações para as funções de transferência, para alguns tipos de amortecimento em estruturas estacionárias, como os da Figura 5.1:

♦ **Amortecimento Viscoso Proporcional:** a equação de movimento geral para o sistema de MGL, com este tipo de amortecimento será:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + [C_g]\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{ex}\}. \quad (5.18)$$

Para analisar a resposta deste sistema, consideramos, de forma análoga ao caso anterior, uma força $\{F_o\}e^{i\omega t}$ e uma resposta do sistema $\{q_o\}e^{i\omega t}$, que ao serem substituídas na equação de movimento, fornecem:

$$[[K_g] + i\omega[C_g] - \omega^2[M_g]]\{q_o\}e^{i\omega t} = \{F_o\}e^{i\omega t}. \quad (5.19)$$

Resolvendo esta equação a resposta do sistema é:

$$\{q_o\} = [[K_g] + i\omega[C_g] - \omega^2[M_g]]^{-1}\{F_o\}. \quad (5.20)$$

A matriz das funções de transferência é definida por:

$$[H(\omega)] = [[K_g] + i\omega[C_g] - \omega^2[M_g]]^{-1}. \quad (5.21)$$

Como o amortecimento viscoso é proporcional, o mesmo é definido como:

$$[C_g] = \alpha[M_g] + \beta[K_g]. \quad (5.22)$$

Utilizando os parâmetros modais e as propriedades de ortogonalidade, definidas para o caso não amortecido do item anterior, pode-se escrever a equação da matriz de transferência 5.21, como:

$$[H(\omega)] = [Q_o] [diag(k_r + i\omega c_r - \omega^2 m_r)]^{-1} [Q_o]^t ; \quad (5.23)$$

Com: $c_r = \alpha m_r + \beta k_r$, $\omega_r^2 = k_r / m_r$.

A equação que permite calcular qualquer uma das funções de transferência, para este caso, pode ser definida por:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{m_r (\omega_r^2 + i\omega(\alpha + \beta\omega_r^2) - \omega^2)} ; \quad \text{Com: } q_{ojr}, q_{okr} \in \{q_o\}_r. \quad (5.24)$$

♦ **Amortecimento Viscoso não Proporcional:** geralmente, nas estruturas reais, a matriz de amortecimento não será sempre proporcional às matrizes de rigidez e/ou de massa. Portanto, os amortecimentos destes sistemas são classificados como não proporcionais. A equação de movimento geral para estas estruturas é a mesma equação 5.18 com a diferença de que o amortecimento não é aproximado como proporcional à massa e à rigidez do sistema: $[C_g] \neq \alpha[M_g] + \beta[K_g]$.

Entretanto, os modos de vibrar do sistema não amortecido, associado à equação 5.18, não desacoplam as equações de movimento do sistema amortecido. Uma técnica para evitar este problema foi documentada pela primeira vez por Duncan e Collar, e envolve a reformulação da equação original de movimento para um sistema de n graus de liberdade, num conjunto equivalente de $2n$ equações diferenciais de primeira ordem, conhecidas como as “Equações Canônicas de Hamilton”. A solução deste sistema equivalente será análoga ao caso não amortecido.

A equação 5.18 reformulada numa ordem $2n$ (equação de estado) será:

$$\begin{bmatrix} [0] & [M_g] \\ [M_g] & [C_g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M_g] & [0] \\ [0] & [K_g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_{ex}\} \end{Bmatrix}, \quad (5.25)$$

definindo as seguintes relações

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] & [M_g] \\ [M_g] & [C_g] \end{bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} -[M_g] & [0] \\ [0] & [K_g] \end{bmatrix}, \{X\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix}, \{\dot{X}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix}.$$

Substituindo-as na equação 5.25, podemos escrevê-la na forma:

$$[B]\{\dot{X}\} + [A]\{X\} = \{\{0\} \quad \{F_{ex}\}\}^t. \quad (5.26)$$

O problema de autovalores da equação homogênea, associado à equação 5.26, quando assumida uma solução da forma $\{X\} = \{X_o\}e^{\lambda t}$, será:

$$[\lambda[B] + [A]]\{X_o\} = \{0\}. \quad (5.27)$$

A solução fornece $2n$ autovalores λ_r e $2n$ autovetores $\{X_o\}_r$, que satisfazem a equação 5.27, e que são geralmente complexas, comparecendo em pares conjugados. As matrizes de massa, amortecimento e rigidez globais são simétricas. Os parâmetros modais possuem propriedades de ortogonalidade que podem ser definidas como:

$$\begin{aligned} [X_o]^t [B] [X_o] &= [diag(b_r)]; \\ [X_o]^t [A_g] [X_o] &= [diag(a_r)]. \end{aligned}$$

Para analisar a resposta deste sistema, considera-se de forma análoga aos casos anteriores, uma força $\{F_o\}e^{i\omega t}$ e uma resposta do sistema $\{X_o\}e^{i\omega t}$, que ao serem substituídas na equação 5.27, resultam em:

$$\begin{aligned} [i\omega[B] + [A]]\{X_o\} &= \{F_o\} \Rightarrow \{X_o\} = [i\omega[B] + [A]]^{-1} \{F_o\} \\ \text{Com: } \{X_o\} &= \{\lambda\{q_o\} \quad \{q_o\}\}^t, \{F_o\} = \{\{0\} \quad \{F_{ex}\}\}^t \end{aligned} \quad (5.28)$$

A partir desta equação, e utilizando os parâmetros modais, qualquer função de transferência pode ser definida da forma:

$$\begin{aligned} H_{jk}(\omega) &= \sum_{r=1}^{2n} \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{i\omega b_r + a_r} = \sum_{r=1}^{2n} \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{b_r(i\omega - \lambda_r)}; \\ \text{Com: } q_{ojr}, q_{okr} &\in \{q_o\}_r; \lambda_r = -\frac{a_r}{b_r}; j, k = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Considerando a matriz de impedância mecânica, a matriz das funções de transferência pode ser definida como:

$$[H(\omega)] = [[K_g] + i\omega[C_g] - \omega^2[M_g]]^{-1}; \text{ Com } [C_g] \neq \alpha[M_g] + \beta[K_g]. \quad (5.30)$$

◆ **Amortecimento Histerético:** também chamado amortecimento estrutural. Quando considerado este tipo de amortecimento, a equação de movimento geral para o sistema de MGL será:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + i[D_g]\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{ex}\}, \quad (5.31)$$

onde $[D_g]$ é a matriz do amortecimento histerético, a qual pode ser considerada proporcional ou não, da mesma forma que para o amortecimento viscoso. Portanto:

- Quando é considerada proporcional, será definida como $[D_g] = \alpha[M_g] + \beta[K_g]$.

Portanto, a matriz das funções de transferência, seguindo o processo similar ao caso do amortecimento viscoso proporcional, pode ser definida como:

$$[H(\omega)] = ([K_g] + i[D_g] - \omega^2[M_g])^{-1}. \quad (5.32)$$

Usando os parâmetros modais do sistema não amortecido será:

$$[H(\omega)] = [Q_o][diag(k_r + id_r - \omega^2 m_r)]^{-1}[Q_o]^t, \quad \text{Com: } d_r = \alpha m_r + \beta k_r. \quad (5.33)$$

Qualquer das funções de transferência pode ser definida por:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{m_r(\omega_r^2 + i(\alpha + \beta\omega_r^2) - \omega^2)}; \quad \text{Com: } \omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r}, \quad q_{ojr}, q_{okr} \in \{q_o\}_r. \quad (5.34)$$

- Quando o amortecimento histerético é não proporcional, ou seja, $[C_g] \neq \alpha[M_g] + \beta[K_g]$; a equação homogênea associada à equação de movimento 5.31 do sistema, para uma solução do tipo $\{q\} = \{q_o\}e^{i\lambda t}$ será:

$$(i[D_g] + [K_g] - \lambda^2[M_g])\{q_o\} = \{0\}, \quad (5.35)$$

cuja solução produz n autovalores do tipo λ^2 e a matriz modal $[Q_o]$ com n autovetores $\{q_o\}$, que diagonalizaram cada uma das matrizes do sistema. As propriedades de ortogonalidade para o sistema modal são:

$$\begin{aligned} [Q_o]^t [D_g] [Q_o] &= [diag(d_r)]; \\ [Q_o]^t [K_g] [Q_o] &= [diag(k_r)]; \\ [Q_o]^t [M_g] [Q_o] &= [diag(m_r)]. \end{aligned}$$

Tanto os autovalores λ como os autovetores $\{q_o\}$ são complexos, podendo-se escrever qualquer autovalor e qualquer elemento de um autovetor como:

$$\lambda_r^2 = k_r/m_r + id_r/m_r; \quad q_{oj} = R_q + iI_q. \quad (5.36)$$

A matriz das funções de transferência, usando a inversa da matriz de impedância, é definida por:

$$[H(\omega)] = [[K_g] + i[D_g] - \omega^2[M_g]]^{-1}. \quad (5.37)$$

E usando os parâmetros modais do sistema amortecido:

$$[H(\omega)] = [Q_o] [\text{diag}(k_r + id_r - \omega^2 m_r)]^{-1} [Q_o]^t. \quad (5.38)$$

Qualquer uma das funções de transferência pode ser definida por:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{q_{ojr} \cdot q_{okr}}{m_r (\lambda_r^2 - \omega^2)}; \quad \text{Com: } q_{ojr}, q_{okr} \in \{q_o\}_r. \quad (5.39)$$

5.3 Sistemas Rotativos de Múltiplos Graus de Liberdade

Nos itens anteriores, foram consideradas estruturas estacionárias, cujas equações de movimento são compostas por matrizes globais de massa, de rigidez, e de amortecimento, simétricas e invariantes no tempo. Segundo Irretier, I. (1999), entre outros, as hipóteses estabelecidas no item 5.1, são satisfeitas por estruturas estacionárias. Já, nas estruturas rotativas ou na dinâmica de rotores, as considerações de invariância no tempo e a reciprocidade são violadas em muitas aplicações, devido a várias razões, como a anisotropia da distribuição de massa dos discos ou da rigidez do eixo e dos mancais, ou o efeito giroscópico, respectivamente.

Em geral, o modelo matemático de máquinas rotativas possui matrizes que aparecem devido ao caráter rotativo do sistema, sendo que estas matrizes giroscópicas serão afetadas pelo valor da rotação. Além disso, algumas das matrizes globais do sistema deixam de ser simétricas, devido as contribuições das matrizes giroscópicas e de alguns componentes, que não necessariamente são isotrópicos. Entre estes tem-se: os mancais, os acoplamentos flexíveis, os selos, e outros. Sob estas considerações, a equação de movimento de um sistema rotativo, conforme apresentado na Figura 5.2, considerando-se tanto a distribuição de massa dos discos, quanto a rigidez de flexão do eixo como sendo isotrópicas, é dada por

$$[M_g] \{\ddot{q}_g\} + (\Omega [G_g] + [C_g] + [CV_g]) \{\dot{q}_g\} + [K_g] \{q_g\} = \{F_{ex}\}. \quad (5.40)$$

Onde:

- Ω Velocidade de rotação do sistema;
- $[M_g]$ Matriz massa global do sistema, simétrica positiva definida, com contribuições do eixo, dos discos, e do acoplamento;
- $[G_g]$ Matriz giroscópica global do sistema, assimétrica (anti-simétrica $[G_g] = -[G_g]^t$) com contribuições do eixo, dos discos, e dos acoplamentos;
- $[C_g]$ Matriz de amortecimento global do sistema, que pode ser simétrica ou assimétrica, com contribuições dos mancais e do acoplamento;

- $[CV_g]$ Matriz global devido ao amortecimento estrutural proporcional viscoso do sistema, que é simétrica e com contribuições dos elementos de eixo;
- $[K_g]$ Matriz de rigidez global do sistema, que pode ser simétrica ou assimétrica, com contribuições do eixo, dos mancais e do acoplamento.

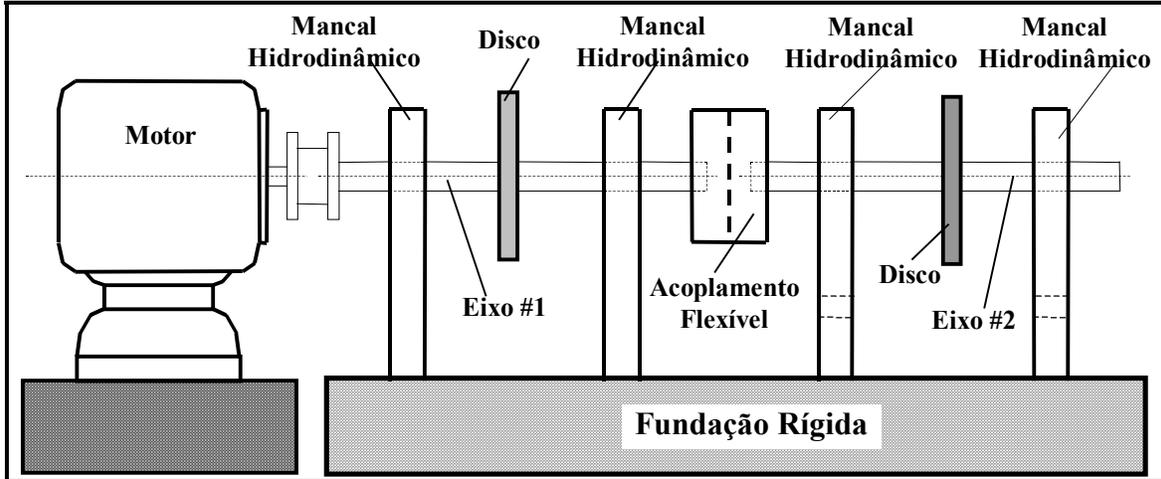


Figura 5.2: Esquema básico do sistema mecânico estudado

Como a solução da equação homogênea associada à equação de movimento 5.40, produz um problema de autovalores de 2^o grau, pelos problemas numéricos que esta acarreta, como os mencionados no trabalho de Bucher, I., et. al. (1996), costuma-se, como nos casos anteriores similares, transformar esta equação diferencial de segunda ordem de dimensão n , numa equação diferencial de primeira ordem de dimensão $2n$, chamada equação de estado, definida como

$$[B]\{\dot{X}\} + [A]\{X\} = \{\{0\} \quad \{F_{ex}\}\}' \quad (5.41)$$

sendo que:

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] & [M_g] \\ [M_g] & \Omega[G_g] + [C_g] + [CV_g] \end{bmatrix}; [A] = \begin{bmatrix} -[M_g] & [0] \\ [0] & [K_g] \end{bmatrix}; \{X\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix}; \{\dot{X}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix}.$$

Onde a matriz $[B]$ sempre será assimétrica, e a matriz $[A]$ pode ser tanto simétrica quanto assimétrica.

O fato da matriz giroscópica ser anti-simétrica, gera um problema de autovalores não auto-adjunto, onde os autovetores a direita e a esquerda serão diferentes. Assim, tem-se dois problemas de autovalores, como foi definido no trabalho de Bucher, I., et. al. (1996). Assumindo uma resposta do tipo $\{X\} = \{X_o\}e^{\lambda t}$, o problema de autovalores associada à equação 5.41, será dada por:

$$(\lambda[B] + [A])\{X_{od}\} = \{0\}, \quad (5.42)$$

e seu problema de autovalores adjunto é definido como:

$$(\lambda[B]^t + [A]^t)\{X_{oe}\} = \{0\}, \quad (5.43)$$

sendo que os autovalores λ_i , para as equações 5.42 e 5.43 serão os mesmos, formando o seguinte vetor:

$$\{A\} = \{\lambda_1 \quad \lambda_1^* \quad \lambda_2 \quad \lambda_2^* \quad \bullet \bullet \bullet \quad \lambda_n \quad \lambda_n^*\}, \quad (5.44)$$

onde: $\{A\}$ é o vetor dos autovalores; λ_i, λ_i^* são o i -ésimo autovalor e seu conjugado complexo respectivamente. Os autovetores à direita associadas à equação 5.42, são da forma:

$$[Xd] = [\{X_{od}\}_1 \quad \{X_{od}\}_1^* \quad \bullet \bullet \bullet \quad \{X_{od}\}_n \quad \{X_{od}\}_n^*], \quad \text{com: } \{X_{od}\}_i = \begin{Bmatrix} \lambda_i \{q_{od}\}_i \\ \{q_{od}\}_i \end{Bmatrix}, \quad (5.45)$$

onde: $[Xd]$ é a matriz dos autovetores diretos; $\{X_{od}\}_i, \{X_{od}\}_i^*$ são os autovetores diretos que correspondem ao i -ésimo autovalor e a seu correspondente conjugado; $\{q_{od}\}_i$ é o autovetor direito do sistema de segunda ordem que corresponde ao autovalor λ_i . Os autovetores à esquerda associadas à equação 5.43, são da forma:

$$[Xe] = [\{X_{oe}\}_1 \quad \{X_{oe}\}_1^* \quad \bullet \bullet \bullet \quad \{X_{oe}\}_n \quad \{X_{oe}\}_n^*], \quad \text{com: } \{X_{oe}\}_i = \begin{Bmatrix} -\lambda_i \{q_{oe}\}_i \\ \{q_{oe}\}_i \end{Bmatrix}, \quad (5.46)$$

onde: $[Xe]$ é a matriz dos autovetores esquerdos; $\{X_{oe}\}_i, \{X_{oe}\}_i^*$ são os autovetores esquerdos que correspondem ao i -ésimo autovalor e a seu correspondente conjugado; $\{q_{oe}\}_i$ é o autovetor esquerdo do sistema de segunda ordem que corresponde ao autovalor λ_i . Da mesma forma que ocorre em estruturas estacionárias, os autovalores e os autovetores serão complexos e aparecerão em pares complexos conjugados, contanto que o sistema seja subamortecido.

Como foi feito no caso de sistemas não rotativos, pode-se dispor os autovetores nas colunas de uma matriz formando assim a matriz modal $[Q_o]$. Para estruturas rotativas, contudo, existirão duas matrizes modais: uma à direita $[Xd]$ e outra à esquerda $[Xe]$.

No caso de sistemas rotativos, devido a não simetria da suas matrizes, as propriedades de ortogonalidade dos autovetores se alteram, e são definidas utilizando-se tanto os autovetores diretos quanto os autovetores esquerdos. Como no caso dos sistemas estacionários, estas

propriedades podem ser normalizadas. Costuma-se normalizar os autovetores à direita e à esquerda apropriadamente. As relações de ortogonalidade podem ser expressas da seguinte forma:

$$[Xe]^t [B][Xd] = [diag(b_r)] ; [Xe]^t [A][Xd] = [diag(a_r)] ;$$

$$\text{Com : } \lambda_r = -(a_r/b_r).$$

Com a normalização temos:

$$[Xen]^t [B][Xdn] = [diag(1_r)] ; [Xen]^t [A][Xdn] = [diag(-\lambda_r)] ;$$

$$\text{Com : } [Xen] = [Xe][diag(1/\sqrt{b_r})] ; [Xdn] = [Xd][diag(1/\sqrt{b_r})].$$

A função de transferência num grau de liberdade ou função resposta em freqüência, será determinada seguindo o processo estabelecido por Nordmann, R. (1982). Este processo expressa o vetor de estado como uma expansão em termos dos autovetores à direita na forma:

$$\{X_o\} = \sum_{r=1}^{2n} \{X_{od}\}_r p_r = [Xd]\{p\}, \quad \{p\} : \text{coordenada generalizada de ordem } 2n \times 1. \quad (5.47)$$

Substituindo-se a equação (5.47) na equação (5.41) e pré-multiplicando-se o resultado por $[Xe]^t$ tem-se que:

$$[Xe]^t [B][Xd]\{\dot{p}\} + [Xe]^t [A][Xd]\{p\} = [Xe]^t \{\{0\} \quad \{F_{ex}\}\}^t. \quad (5.48)$$

Aplicando-se as propriedades de ortogonalidade obtemos

$$[diag(b_r)]\{\dot{p}\} + [diag(a_r)]\{p\} = [Xe]^t \{\{0\} \quad \{F_{ex}\}\}^t. \quad (5.49)$$

Das n ultimas linhas desta equação, obtém-se n equações desacopladas do tipo:

$$b_r \dot{p}_r(t) + a_r p_r(t) = \{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}. \quad (5.50)$$

Supondo-se excitação e resposta harmônicas de mesma freqüência, definidas como $p_r(t) = p_r e^{i\omega t}$, $\{F_{ex}\} = \{F_o\} e^{i\omega t}$ respectivamente, a serem substituídas na equação 5.50. Neste caso, tem-se que a resposta em freqüência na r -ésima coordenada generalizada é dada por

$$p_r = \frac{\{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}}{i\omega b_r + a_r}. \quad (5.49)$$

Substituindo-se, esta equação no vetor de estado da equação (5.47) tem-se:

$$\{X_o\} = \sum_{r=1}^{2n} \{X_{od}\}_r p_r = \sum_{r=1}^{2n} \{X_{od}\}_r \frac{\{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}}{i\omega b_r + a_r} = \sum_{r=1}^{2n} \left\{ \begin{matrix} \lambda_r \{q_{od}\} \\ \{q_{od}\} \end{matrix} \right\}_r \frac{\{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}}{i\omega b_r + a_r}. \quad (5.52)$$

Expressando o vetor de estado $\{X_o\}$ por extenso temos:

$$\{X_o\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}_o\} \\ \{q_o\} \end{Bmatrix} = \sum_{r=1}^{2n} \begin{Bmatrix} \lambda_r \{q_{od}\} \\ \{q_{od}\} \end{Bmatrix}_r \frac{\{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}}{i\omega b_r + a_r}. \quad (5.53)$$

Considerando-se, apenas a resposta em deslocamento, ou seja, $\{q_o\}$ obtém-se:

$$\{q_o\} = \sum_{r=1}^{2n} \{q_{od}\}_r \frac{\{q_{oe}\}_r^t \{F_{ex}\}}{i\omega b_r + a_r}. \quad (5.54)$$

Da equação 5.54, pode-se, calcular a resposta em um grau de liberdade j devido a uma excitação em um grau de liberdade k . Para isso, supõe-se um vetor de forças externas não nulo apenas no k -ésimo grau de liberdade, do tipo:

$$\{F_{ex}\} = \{0 \quad \dots \quad f_k \quad \dots \quad 0\}^t. \quad (5.56)$$

Sendo assim, facilmente conclui-se que a resposta em frequência no grau de liberdade j é:

$$q_{oj} = \sum_{r=1}^{2n} \frac{q_{odjr} q_{oekr} f_k}{i\omega b_r + a_r}. \quad (5.57)$$

A partir desta equação (5.57) tem-se que a função de transferência entre os pontos j e k é dada por:

$$H_{jk}(\omega) = \frac{q_{oj}}{f_k} = \sum_{r=1}^{2n} \frac{q_{odjr} q_{oekr}}{i\omega b_r + a_r}, \quad \text{Com: } q_{odjr} \in \{q_{od}\}_r, \quad q_{oekr} \in \{q_{oe}\}_r. \quad (5.58)$$

A matriz das funções de transferência, pode ser escrita na forma:

$$[H(\omega)] = \sum_{r=1}^{2n} \frac{\{q_{od}\}_r \{q_{oe}\}_r^t}{i\omega b_r + a_r} = \sum_{r=1}^n \left(\frac{\{q_{od}\}_r \{q_{oe}\}_r^t}{i\omega b_r + a_r} + \frac{\{q_{od}^*\}_r \{q_{oe}^*\}_r^t}{i\omega b_r^* + a_r^*} \right). \quad (5.59)$$

Onde:

$\{q_{od}\}_r, \{q_{od}\}_r^*$ são os autovetores diretos que correspondem ao autovalor λ_r e ao autovalor conjugado λ_r^* ;

$\{q_{oe}\}_r, \{q_{oe}\}_r^*$ são os autovetores esquerdos que correspondem ao autovalor λ_r e ao autovalor conjugado λ_r^* ;

b_r, b_r^* são os termos que correspondem ao autovalor λ_r e ao autovalor conjugado λ_r^* , das matrizes diagonalizadas $[diag(b_r)]$;

a_r, a_r^* são os termos que correspondem ao autovalor λ_r e ao autovalor conjugado λ_r^* , das matrizes diagonalizadas $[diag(a_r)]$.

Pode-se perceber que, para calcular as funções de transferência através da superposição modal, é necessário identificar tanto os autovetores à direita como os à esquerda. Sob o ponto de vista experimental, isto implica na medição de $2n-1$ funções de transferência, correspondentes a uma linha e uma coluna da matriz $[H(\omega)]$, para cada rotação do rotor.

De outra forma, a matriz das funções de transferência, assim como cada um das funções de transferência, podem ser determinadas através da inversão da matriz de impedância mecânica. Neste caso, considera-se, porém, os problemas mencionados anteriormente, devido ao processo de inversão de matrizes, mas sem a necessidade de determinar os autovetores direitos e esquerdos, do problema de autovalores não auto-adjunto associado. Sendo a equação de movimento:

$$[M_g]\{\ddot{q}_g\} + [\Omega[G_g] + [C_g] + [CV_g]]\{\dot{q}_g\} + [K_g]\{q_g\} = \{F_{ex}\}.$$

Assumindo uma força de excitação senoidal da forma $\{F_{ex}\} = \{F_o\}e^{i\omega t}$, e a resposta do sistema pode ser da forma $\{q\} = \{q_o\}e^{i\omega t}$. Ao serem substituídas na equação de movimento tem-se:

$$[-\omega^2[M_g] + i\omega[\Omega[G_g] + [C_g] + [CV_g]] + [K_g]]\{q_o\}e^{i\omega t} = \{F_o\}e^{i\omega t}. \quad (5.60)$$

A resposta do sistema é:

$$\{q_o\} = [-\omega^2[M_g] + i\omega[\Omega[G_g] + [C_g] + [CV_g]] + [K_g]]^{-1}\{F_o\}. \quad (5.61)$$

Finalmente, a matriz das funções de transferência pode ser definida como:

$$[H(\omega)] = [-\omega^2[M_g] + i\omega[\Omega[G_g] + [C_g] + [CV_g]] + [K_g]]^{-1}. \quad (5.62)$$

5.3.1 Exemplo de Aplicação

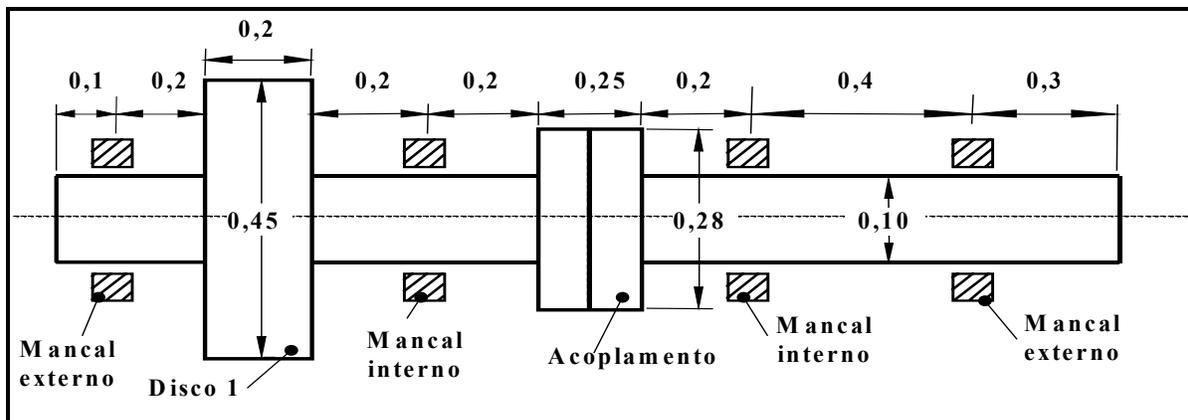


Figura 5.3: Sistema mecânico Rotor-Acoplamento-Mancal [Dimensões geométricas em m].

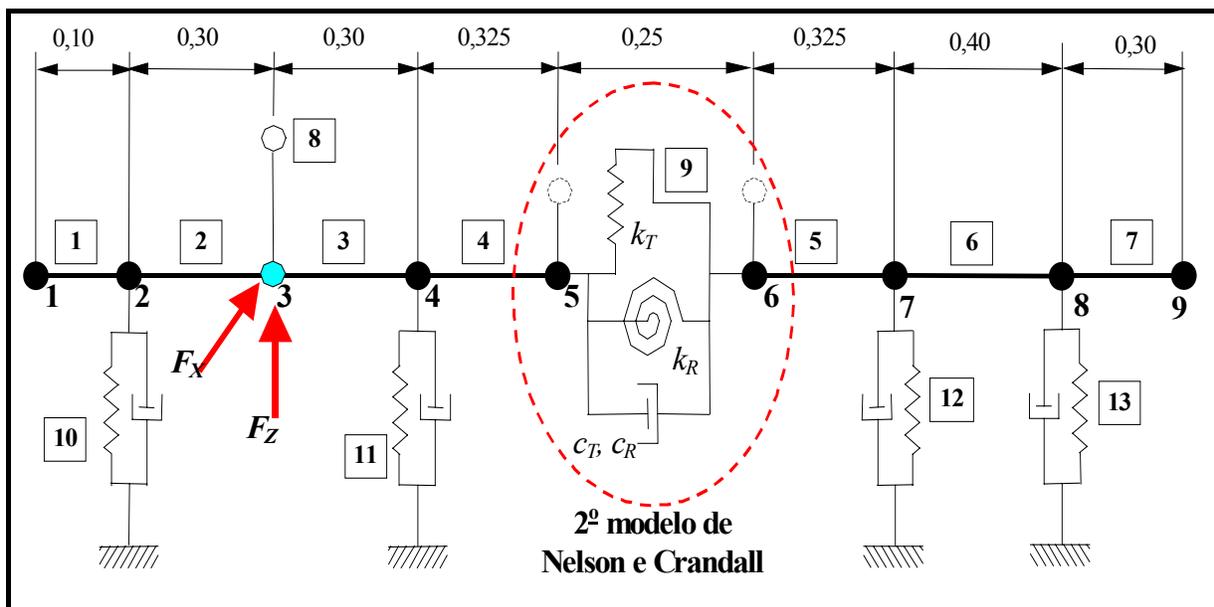
Fazendo uso do programa **PROGRA-M1.mdp**, determina-se as funções de transferência para um sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, como aplicação da teoria descrita neste capítulo. O sistema a ser modelado é mostrado na Figura 5.3.

A Tabela 5.1, apresenta os dados correspondentes as características físicas e dinâmicas dos diferentes componentes do sistema mecânico indicados na Figura 5.3.

Tabela 5.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.

DISCOS		EIXOS	
Disco1: Densidade 7800kg/m ³	Fatores do Amortecimento: $\alpha_k=9.635D-06$; $\beta_m=28.58D+00$	Densidade 7800 kg/m ³ , Mod. Elasticidade $2*10^{11}$ N/m ² , Coef. de Poisson 0,3, Fat. de Cisalhamento 0,9	
MANCAIS EXTERNOS		MANCAIS INTERNOS	
1	Rigidez: $k_{XX}=10^8$ N/m, $k_{XZ}=0$, $k_{ZZ}=15*10^7$ N/m, $k_{ZX}=0$	1	Rigidez: $k_{XX}=10^7$ N/m, $k_{XZ}=0$, $k_{ZZ}=15*10^6$ N/m, $k_{ZX}=0$
	Amortecimento: $c_{XZ}=5*10^2$ Ns/m, $c_{XZ}=0$, $c_{ZZ}=8*10^2$ Ns/m, $c_{ZX}=0$		Amortecimento: $c_{XX}=10^3$ Ns/m, $c_{XZ}=0$, $c_{ZZ}=10^3$ Ns/m, $c_{ZX}=0$
2	Rigidez: $k_{XX}=10^7$ N/m, $k_{XZ}=0$, $k_{ZZ}=10^7$ N/m, $k_{ZX}=0$	2	Rigidez: $k_{XX}=10^7$ N/m, $k_{XZ}=0$, $k_{ZZ}=15*10^6$ N/m, $k_{ZX}=0$
	Amortecimento: $c_{XX}=10^3$ Ns/m, $c_{XZ}=0$, $c_{ZZ}=10^3$ Ns/m, $c_{ZX}=0$		Amortecimento: $c_{XX}=10^3$ Ns/m, $c_{XZ}=0$, $c_{ZZ}=11*10^2$ Ns/m, $c_{ZX}=0$
ACOPLAMENTO(Kramer)		ACOPLAMENTO (Nelson e Crandall)	
Densidade 7800kg/m ³		Densidade 7800kg/m ³	
Rigidez rotacional $13579.1*10^2$ Nm/rad		Rigidez: Rotacional $13579.1*10^2$ Nm/rad; Translacional $1.2*10^9$ N/m	
Amortecimento rotacional 11.3 Nms/rad		Amortecimento: Rotacional 11.3 Nms/rad; Translacional 11.3 Ns/m	

Assumindo uma força aleatória atuando na posição do disco, o modelo de elementos finitos para cada um dos 5 modelos do acoplamento desenvolvidos, é apresentado na Figura 5.4.



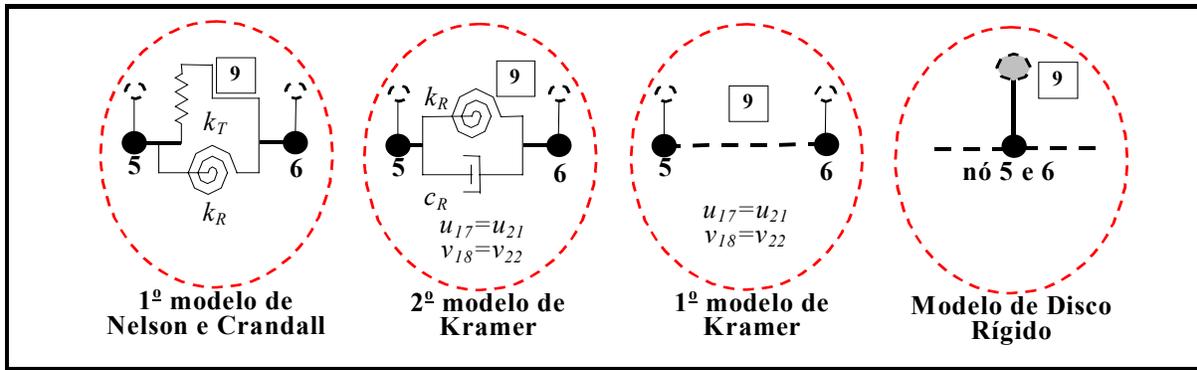


Figura 5.4: Modelos Físicos do sistema da Figura 5.3 para excitação aleatória.

Através do uso do programa **PROGRA-M1.mdp**, levantou-se o Diagrama de Campbell para o primeiro par de frequências naturais do sistema, para observar as diferenças entre as mesmas em relação ao valor das frequências, conforme apresentado na Figura 5.5.

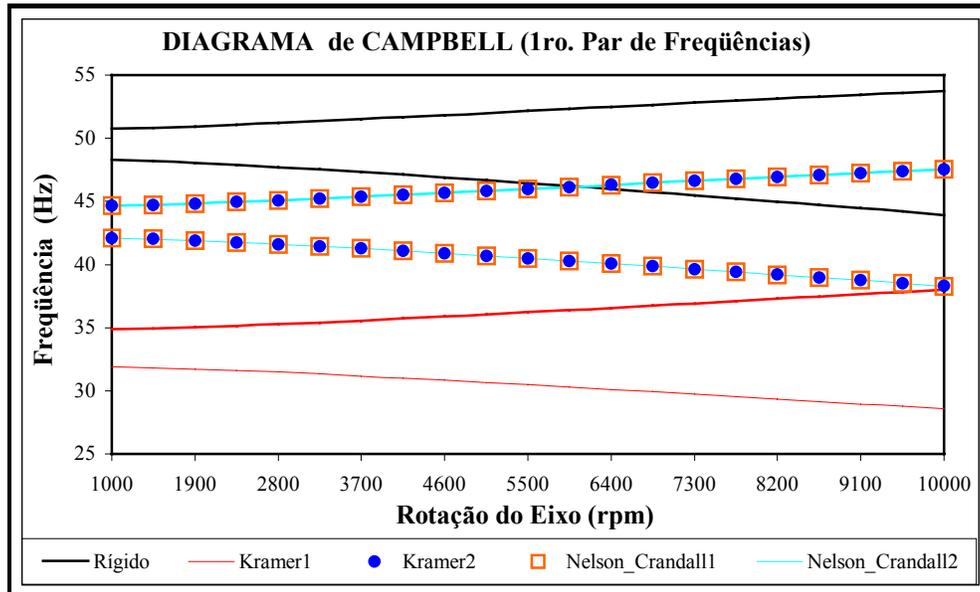


Figura 5.5: Frequências Naturais (1ª Precessão direta e 1ª Precessão retrógrada) dos modelos da Figura 5.4.

Utilizando a formulação deste capítulo, foram determinadas as funções de transferência para cada um dos modelos da Figura 5.4, quando o sistema gira a 9000.00 rpm, para os seguintes casos:

- Quando a força de excitação atua na direção do grau de liberdade(*gdl.*) 9 (*X* correspondente ao nó 3), foram estimadas as funções de transferência-Inertância($\text{mm/s}^2/\text{N}$), nos graus de liberdade(*gdls.*):9,10 (nó 3); 17,18 (nó 5).Sendo apresentada na Figura 5.6 a função de transferência $H_{9,g}(\omega)$.

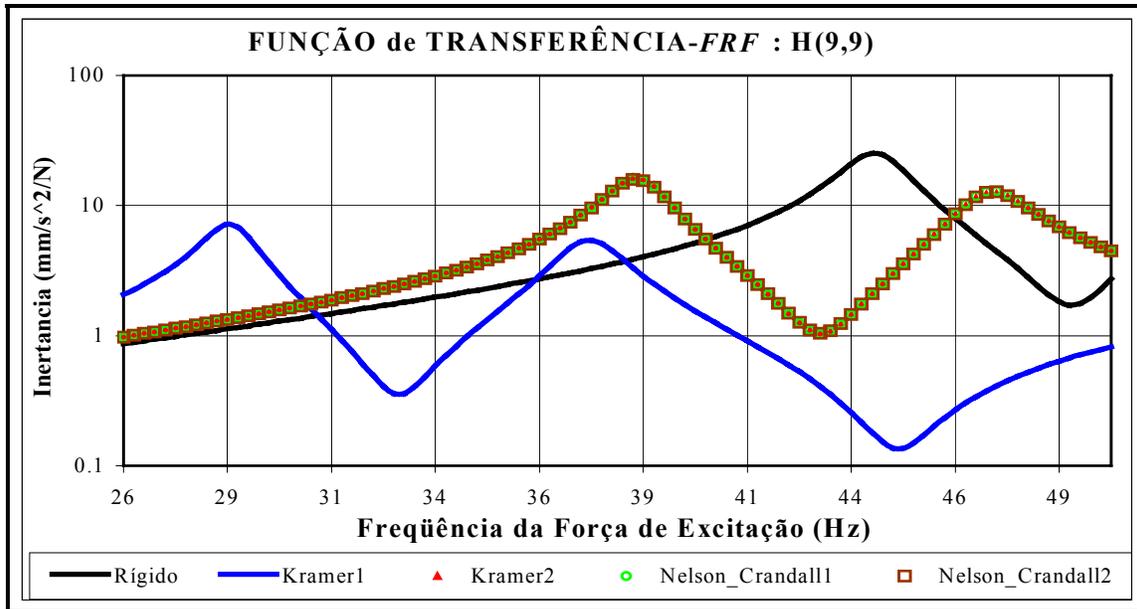


Figura 5.6: Funções de transferência $H_{9,9}(\omega)$ para cada um dos 5 modelos.

- Quando a força de excitação atua na direção do gdl. 10 (Z correspondente ao nó 3), foram estimadas as funções de transferência-Inertância(mm/s²/N), nos gdl.:9,10 (nó 3); 17,18 (nó 5).Sendo apresentada na Figura 5.7 a função de transferência $H_{18,10}(\omega)$.

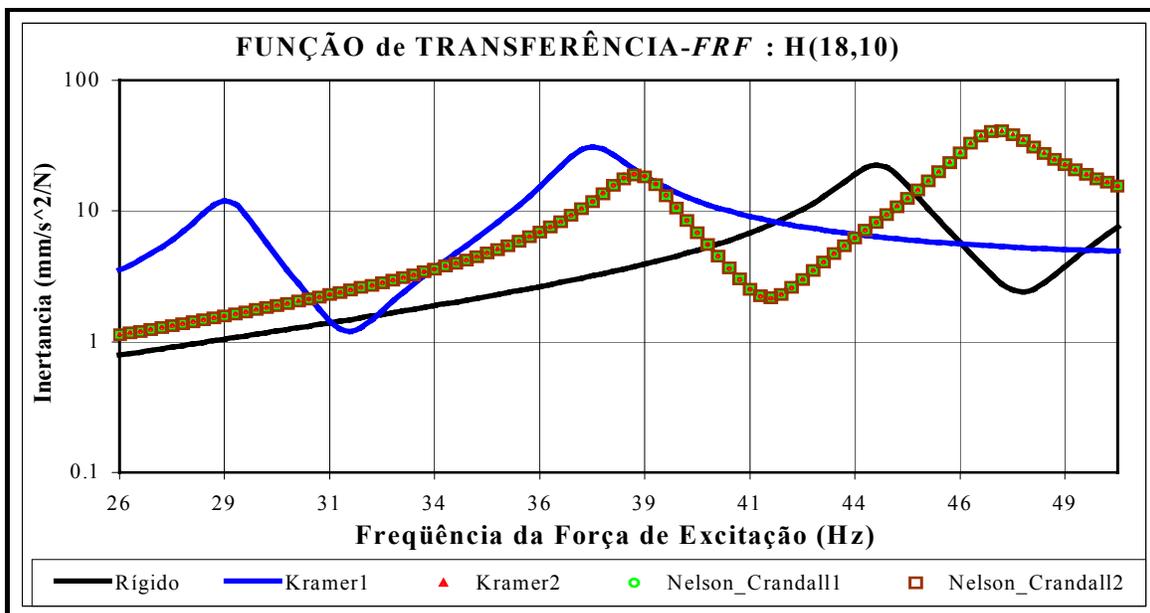


Figura 5.7: Funções de transferência $H_{18,10}(\omega)$ para cada um dos 5 modelos.

5.4 Representação das Funções de Transferência

Existem três formas mais utilizadas de representação das funções de transferência dos sistemas mecânicos as quais são:

- **Receptância**, é a que tem sido utilizada no desenvolvimento das equações da função de transferência até o momento, a qual vem a ser a razão entre o deslocamento e força, que será complexa sempre e quando a resposta e a excitação forem do tipo complexo:

$$H_{jk}(\omega) = \frac{q_{oj}}{f_k}; \quad (5.63)$$

- **Mobilidade**, é a função de transferência que relaciona a velocidade e a força de excitação do sistema:

$$Mov_{jk}(\omega) = \left(\frac{\dot{q}_{oj}}{f_k} \right). \quad (5.64)$$

Está relacionada à receptância pela seguinte relação:

$$Mov_{jk}(\omega) = i\omega H_{jk}(\omega);$$

- **Inertância ou Acelerância**, é a função de transferência que relaciona a aceleração e a força de excitação do sistema:

$$Ace_{jk}(\omega) = \frac{\ddot{q}_{oj}}{f_k}. \quad (5.65)$$

Está relacionada à receptância pela seguinte relação

$$Ace_{jk}(\omega) = -\omega^2 H_{jk}(\omega).$$

Estas representam as três formas principais de apresentação das funções de transferência, embora existam ainda mais possibilidades de apresentá-las.

5.5 Problemas na Análise Modal em Sistemas Rotativos

As características dinâmicas das máquinas rotativas tornam difícil a utilização direta das técnicas de análise modal tradicional, já bastante desenvolvidas para sistemas estacionários (não rotativos), na identificação dos parâmetros modais. Apresenta-se, a seguir, uma relação das dificuldades encontradas ao se realizar a análise modal de uma máquina ou componente rotativo. Estas dificuldades foram detalhadas por Souto, C. (2000), em base aos trabalhos de: Bucher, I., et al. (1996); Ewins, D. (1998); Roger, P. e Ewins, D. (1989), e podem ser resumidas em:

- No geral, no momento que uma máquina rotativa entra em operação, passam a atuar sobre o sistema fenômenos de precessão e nutação, além da rotação própria do eixo (*spin*). Estes efeitos dão origem às forças giroscópicas, que são dependentes da velocidade de

rotação da máquina. Isto faz com que a equação de movimento do sistema seja função da velocidade de rotação. Conseqüentemente, os parâmetros modais (frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais) também variam com a rotação;

- As forças giroscópicas podem ser modeladas e introduzidas na equação de movimento como matrizes anti-simétricas proporcionais à velocidade. Matematicamente, isto implica que o problema de autovalor passa a ser não auto-adjunto, tornando-se necessários dois conjuntos de autovetores para se descrever o comportamento vibratório do sistema. A implicação prática deste fenômeno é que para se identificar experimentalmente estes modos, é necessário medir uma linha e uma coluna da matriz de funções de transferência do sistema, ou seja, é preciso movimentar o excitador ao longo de toda a máquina;

- A análise modal experimental pressupõe a aplicação de uma força conhecida e a medição da resposta resultante do sistema para esta excitação. Devido à rotação do rotor, torna-se bastante crítico o processo de aplicação da força conhecida. Isto ocorre porque, em geral, tem-se um equipamento excitador, estacionário(estático), aplicando a excitação em um sistema girante. Considere, por exemplo, a utilização de um excitador eletrodinâmico ou um martelo para excitar a estrutura. No primeiro caso, é necessário utilizar um rolamento ou uma bucha para fazer a conexão entre o “*Shaker*” e o eixo. Esta montagem, pode alterar significativamente o comportamento dinâmico do sistema rotativo original. A aplicação da excitação externa com um martelo, por outro lado, induz uma considerável componente de força tangencial (devido ao atrito), não medida pelo transdutor de força, que pode comprometer totalmente os resultados da análise modal. Uma opção interessante, para resolver este problema, são os excitadores eletromagnéticos, ou mancais magnéticos ativos, que têm como vantagem o não contato físico com a estrutura;

- A medição da vibração resultante da máquina, quando da aplicação da força externa conhecida, é outra questão a ser considerada. As três possibilidades mais comuns são: os acelerômetros, que possuem o inconveniente de não poderem ser fixados diretamente sobre o eixo em rotação; os sensores de proximidade, que apresentam a vantagem de não alterar as características da estrutura, uma vez que não necessitam de contato físico com a mesma, mas tem como desvantagem o fato de medir o deslocamento relativo entre a superfície de interesse e a sua base; e os velocímetros *doppler*, que se apresentam como a opção mais promissora;

- Uma grande dificuldade da análise modal de máquinas rotativas é que, em geral, os sinais de resposta medidos não são resultados apenas da aplicação da força externa conhecida, mas também das forças internas presentes no sistema, devido à presença de desbalanceamento, desalinhamento, mancais de rolamento defeituosos ou mancais hidrodinâmicos que induzem vibrações auto-excitadas. Muitas componentes harmônicas e sub-harmônicas destas forças internas são geradas nas máquinas rotativas, contaminando os sinais de resposta. Esta característica faz com que o processamento de sinais provenientes de ensaios em máquinas rotativas necessitem de um tratamento mais complexo;
- Existem máquinas rotativas que apresentam simetria radial, o que resulta em frequências naturais repetidas ou muito próximas. Esta alta densidade modal, dificulta bastante a aplicação dos métodos de extração de parâmetros da análise modal clássica. Nestes casos, pode ser necessário utilizar múltiplas excitações simultâneas, para poder separar estes modos.
- As máquinas rotativas podem ter comportamentos lineares, apenas em faixas limitadas de deflexões e de velocidades, uma vez que dispositivos como selos e mancais hidrodinâmicos são grandes geradores de não linearidades, conforme apresentado no trabalho de Bently, D., Muszynska, A. (1986).

As dificuldades principais na análise modal de sistemas rotativos, podem ser resumidas em: problemas na excitação e na quantificação exata da mesma; problemas na medição das respostas; problemas com as auto-excitações operacionais.

5.6 Métodos de Excitação em Sistemas Rotativos

Em toda máquina em operação o rotor apresenta vibrações transversais, torcionais e axiais, causadas por desbalanceamento de massas, desalinhamento dos mancais ou suportes, curvatura e/ou expansão do eixo, defeitos em mancais de rolamentos, comportamentos instáveis de mancais hidrodinâmicos ou magnéticos, interações fluido-estrutura, etc. Alguns destes ou outros efeitos, estarão presentes em maior ou menor grau nos regimes de operação da máquina, por mais cuidadosas que tenham sido a sua construção e montagem. Logo, o rotor possui um nível de vibração intrinsecamente ligado ao seu funcionamento.

Dentro da análise modal é sumamente importante a medição exata das forças de excitação que estão sendo introduzidas no sistema mecânico analisado. Entretanto, isso não é uma tarefa trivial nos ensaios de análise modal em máquinas rotativas. Por exemplo, quando se analisa um sistema rotor-mancal, sem considerar a estrutura de suporte fixa do mancal, e a excitação está sendo aplicada à carcaça do mesmo, o que é medido é a força aplicada à carcaça do mancal, e não a força transmitida ao eixo como deveria ser. Além disso, os mancais podem ser fontes de auto-excitações e comportamentos instáveis.

Na literatura relacionada aos métodos de excitação em sistemas rotativos, estes podem ser agrupados em dois grandes grupos, que seriam os métodos de excitação relativos aos testes de análise modal clássica, e os relativos à análise modal complexa.

Existem 4 métodos de excitação dentro da análise modal clássica. O primeiro utiliza um martelo de impacto, o segundo usa um dispositivo de excitação harmônica, o terceiro utiliza o “*Shaker*”, e o quarto usa mancais magnéticos ativos. Os detalhes da aplicação de cada um destes métodos são apresentados a seguir, expondo alguns trabalhos que utilizaram estas técnicas:

- Nordmann, R. (1982), utilizou a excitação impulsiva na identificação de um sistema rotativo composto por um rotor rígido montado em dois mancais hidrodinâmicos. A força excitadora foi aplicada com um martelo de teste (com transdutor de força). As vantagens da excitação impulsiva são a simplicidade dos dispositivos de excitação, a facilidade em deslocá-los de um ponto a outro do rotor, além de não necessitar contato permanente com o rotor. Como desvantagens podemos citar: baixa repetibilidade, espalhamento da energia em uma faixa limitada de frequência, baixa razão sinal ruído, possibilidade de excitar comportamentos não lineares dos mancais (dependendo da intensidade da força aplicada), surgimento de forças tangenciais não mesuráveis (contaminam a resposta) devido ao contato não perpendicular entre o martelo e o eixo no instante do impacto e à velocidade de rotação.
- Rogers, P., Ewins, D. (1989), utilizaram um excitador eletromagnético (“*Shaker*”) conectado a um mancal (de escorregamento e/ou de rolamento) sobre o eixo, para aplicar a excitação em várias estações. É necessário que o mancal não possua frequências naturais na faixa de interesse relativa ao rotor, e que não altere significativamente as características dinâmicas do rotor. Segundo o autor, o mancal de escorregamento revelou-se superior ao de

rolamento, pois este último introduz componentes harmônicos característicos dos rolamentos nas funções de transferência, enquanto que a outra diminuía a presença destas harmônicas. Este dispositivo permite controlar melhor o sinal de excitação por meio do “*Shaker*”, e podem ser utilizadas excitações do tipo aleatória ou varredura senoidal (ou ainda excitações especiais como “*stepped-sine*”, pseudo aleatória, etc.). A dificuldade em deslocar o mancal ao longo do eixo (em máquinas reais), e a alteração das características dinâmicas do rotor são as desvantagens. A medição da força de excitação é realizada por um transdutor de força posicionado entre a barra conectada ao “*Shaker*” e a parte externa do mancal. No presente trabalho, foram verificadas parte destas afirmações, ao serem testados um mancal de rolamento de esferas e um mancal de escorregamento bipartido. Com este último obtiveram-se melhores resultados, sendo que a excitação foi um sinal de ruído aleatório Gaussiano.

- Bucher, I., et. al. (1996), utilizaram um mancal de rolamento deslizante ao longo do eixo para aplicar a excitação “*stepped-sine*” a um sistema rotativo. Foram conectados dois “*shakers*”, posicionados nas direções horizontal e vertical à caixa do mancal, permitindo aplicar sinais senoidais simultaneamente nas duas direções perpendiculares ao eixo. Comparando as funções de transferência estimadas com um e com dois “*shakers*”, concluíram que a estimação mais precisa é obtido com o uso de duas excitações. A varredura “*stepped-sine*” permite uma elevada razão sinal/ruído, concentrando toda a energia em uma frequência de cada vez, o que não pode ocorrer especialmente em excitações impulsivas. Como desvantagem, o ensaio será demorado devido à necessidade de varrer uma ampla faixa de frequências, com a medição da resposta do sistema após um tempo mínimo de estabilização.

- Bently, D., Muszynska, A. (1986), desenvolveram um novo tipo de excitação, para identificar os parâmetros de um sistema rotor-mancal. A excitação é do tipo harmônica assíncrona, proporcionada por discos com desbalanceamento controlado, conectados a motores elétricos por meio de polias. O disco é conectado por um mancal de rolamento à estação do eixo que se deseja excitar. Controlando-se a rotação do disco é possível varrer uma ampla faixa de frequências. A estação do rotor é excitada simultaneamente nas direções vertical e horizontal, configurando uma excitação bidirecional. A força é controlada e medida por meio de três grandezas: a velocidade angular do disco excitador, a

massa de desbalanceamento e a excentricidade desta massa. Um importante aspecto deste método de excitação, é a capacidade de excitar modos de precessão diretos e retrógrados separadamente. A separação destes modos permite uma identificação de parâmetros muito mais precisa. As grandes desvantagens são: complexidade do dispositivo de excitação, difícil utilização em máquinas reais (para ser deslocado ao longo do eixo), e a colocação de um disco no eixo o que altera as características dinâmicas do rotor.

- Os mancais magnéticos surgem como tendência mais recente em dispositivos de excitação, pois permitem a aplicação de forças sem contato com o eixo, e podem ser utilizados tanto para controle de vibrações como para excitar o sistema em ensaios de análise modal, o que abre a possibilidade de identificações e diagnósticos “*on-line*”. Permitem também utilizar uma ampla gama de tipos de excitação e aplicá-las nas direções horizontal e vertical separada ou simultaneamente. Steffen Jr., V., et al. (1986) utilizaram um mancal magnético conectado a um excitador eletromagnético, tanto para excitar um rotor com eixo flexível obtendo as respostas em frequência, como para controlar a amplitude das vibrações transversais. Também, Lee, C., Kim, J. (1992), utilizaram mancais magnéticos para controlar as vibrações de um sistema rotativo e para excitar o rotor em ensaios de análise modal, medindo os deslocamentos transversais do sistema por meio de sensores de proximidade. Para medir as forças magnéticas aplicadas, um dinamômetro de três eixos foi acoplado ao eixo próximo ao mancal magnético. Os mancais magnéticos requerem um sistema de controle preciso, da corrente nos eletroímãs e da posição do centro do eixo, pois a força eletromagnética linearizada na posição de equilíbrio depende destes dois fatores. Dependendo da precisão na força, a identificação dos parâmetros modais será bem sucedida. Förch, P., et al. (1996), apresentaram as seguintes formas para medir a força transmitida por mancais magnéticos:

- Medição por sensores piezelétricos, colocados entre o estator do mancal e a fundação, para medir as forças verticais e horizontais, assumindo-se serem estas forças iguais às exercidas pelo mancal no eixo. A dificuldade em calibrar este tipo de sensores e a flexibilidade inerente à montagem. São problemas intrínsecos a este método;
- Cálculo da força, a partir da medição da corrente e do deslocamento do centro do eixo, como o utilizado por Lee, C., Kim, J. (1992);

- Cálculo da força, a partir da medição da densidade do fluxo magnético nos pólos, da área de superfície dos pólos, e do coeficiente de permeabilidade dos mesmos. Resultando este último, numa medição mais precisa da força aplicada pelo mancal ao eixo. Este método foi utilizado no projeto MARS (1996), que utilizou como excitação a varredura “*stepped-sine*” simultaneamente nas direções horizontal e vertical (perpendiculares ao eixo) em duas estações, uma de cada vez. Duas excitações senoidais perpendiculares entre si e com a adequada diferença de fase, são equivalentes ao tipo de excitação proposto por Bently, D. (1986), para poder excitar e identificar separadamente os modos diretos e retrógrados, porém sem recorrer aos complexos dispositivos de excitação.

Estes 4 métodos de excitação descritos, compreenderiam o chamado por Ewins, D. (1998), de excitações do eixo rotativo. Além disso, tem-se as excitações dos discos flexíveis montados nos eixos, que apresentam maiores dificuldades. As principais fontes de excitação podem ser: injeção de ar, impacto sobre a superfície do disco, e excitação magnética através de ímãs posicionados próximos à superfície do disco, desde que estes sejam de material magnético.

Já dentro da análise modal complexa segundo os trabalhos de Lee, C., Joh, Y. (janeiro 1993, julho 1993), tem-se três métodos de excitação que são: excitação unidirecional, excitação bi-direcional rotativa, e excitação bi-direcional estacionária. Estes métodos tem como base as relações de entrada e saída de sinais complexos.

5.7 Medição da Resposta em Sistemas Rotativos

Dentro da análise modal clássica, o acelerômetro é o dispositivo mais comum para medir a resposta nas estruturas. Porém, para medir a resposta dos componentes rotativos seu uso não é direto. Por exemplo, Bucher, I., et. al. (1996), utilizaram acelerômetros fixados externamente à caixa do mancal de escorregamento (ao qual estão conectados os “*shakers*”), para medir as respostas do eixo, nas direções vertical e horizontal, somente no “*driving point*”. Para medições numa outra posição, seria necessário mais mancais similares que fossem adicionados ao eixo, exclusivamente para suportar os acelerômetros, o que significa alterar ainda mais a estrutura original. A desvantagem do uso de acelerômetros é a baixa efetividade destes com sinais de baixas frequências, onde os níveis de aceleração são relativamente baixos, o que pode ser crítico,

tendo em vista o ruído operacional das máquinas e do ambiente de operação, que podem ser mais elevados.

Já, para a medição das respostas Nordmann, R. (1982), Rogers, P., Ewins, D. (1989), Bently, D., Muszynska, A. (1986) e Förch, P., et al. (1996) utilizaram sensores de proximidade, os quais apresentam a vantagem de permitir o posicionamento em várias estações do eixo. É necessário, contudo, que sejam fixados em uma base livre de vibrações, ou cujo nível de vibração seja bem inferior ao do eixo, uma vez que medem deslocamentos relativos. Este aspecto pode ser particularmente crítico em máquinas operacionais, sendo, às vezes, necessário medir o deslocamento dos suportes dos sensores, para depois subtraí-los dos deslocamentos medidos pelos sensores de proximidade, demandando o uso de mais sensores por posição de observação.

Tendo em conta as considerações acima citadas, a utilização dos sensores de proximidade seria a mais adequada dentro da análise modal tradicional, devido a sua facilidade de montagem nos diferentes postos de observação do eixo rotativo. Entretanto, no presente trabalho foram usados acelerômetros no ponto de excitação (na parte estacionária dos mancais de escorregamento), assim como sensores de proximidades nas posições de discos rígidos, de mancais hidrodinâmicos, e de acoplamento. Foram obtidos valores adequados para a função coerência apenas em faixas restritas para as posições dos discos, do acoplamento, e do mancal de escorregamento do ponto de excitação, apresentando um baixo valor de coerência para as posições dos mancais hidrodinâmicos.

Conforme citado anteriormente, inúmeros fatores contribuem para a ocorrência de auto-excitações (desbalanceamento, desalinhamento, etc.). Conseqüentemente, a resposta de um rotor a uma excitação aplicada, incluirá necessariamente a resposta a estas auto-excitações, prejudicando a estimativa das funções de transferência. A auto-excitação mais importante é o desbalanceamento, cuja freqüência é a mesma da rotação do eixo. Seu efeito na função de transferência aparece como um pico na freqüência de rotação, podendo ser acompanhado de algumas harmônicas. Na função de coerência, este efeito resulta em valores bem baixos nas mesmas posições. Uma vez que estas regiões de perturbação devido ao desbalanceamento são fixas, podem ser adotadas algumas estratégias para atenuar esta perturbação das funções de transferência, segundo o trabalho de Rogers, P., Ewins, D. (1989):

- Identificar as regiões perturbadas da função de transferência (frequência de rotação e harmônicas). E não utilizá-las nos processos de identificação dos parâmetros modais. Pode ser difícil de ser realizado, caso estas regiões estejam muito próximas da frequência de algum modo de vibração;
- Tentar eliminar a perturbação diretamente, através do uso de um sinal de referência defasado, que será medido inicialmente, antes da aplicação da excitação externa. A função de transferência deste sinal de referência será subtraída da função de transferência obtida quando a excitação externa for aplicada.
- Chamando a esta resposta operacional como ruído em relação à resposta devido a excitação externa aplicada, pode-se eliminar o ruído utilizando uma média no tempo (média cíclica), com base na repetitividade do sinal de excitação que é aplicado ao sistema, sendo o mesmo assíncrono em relação à rotação da máquina.

No presente trabalho, foi usada a média cíclica na determinação das funções de transferência, conseguindo-se atenuar o efeito das auto-excitações operacionais nas funções de transferência obtidas.

Capítulo 6

Ajuste de Parâmetros

O principal objetivo da análise modal é verificar o modelo matemático, através da comparação das características modais, tais como as frequências naturais e as formas modais, assim como, as funções de resposta no tempo e na frequência. Geralmente, os modelos matemáticos inicialmente não reproduzem as características obtidas nos testes experimentais. Portanto, os modelos teóricos devem ser ajustados, até que os resultados experimentais e os do modelo sejam aproximadamente os mesmos. Inicialmente, o ajuste de modelos era feito através de “tentativa e erro”, cujo sucesso dependia muito da experiência e intuição individual do usuário.

Este procedimento de ajuste torna-se difícil para estruturas mais complexas, fato este pelo qual, vários procedimentos sistematizados de ajuste têm sido desenvolvidos, os quais foram classificados em três grupos por Maia, M., Silva, M. (1997):

- **Métodos de comparação:** usados para análises preliminares de compatibilidade entre o modelo experimental e o teórico. Estes estão limitados a fornecer uma indicação sobre quais modos correspondem ao modelo (métodos de redução modal e de expansão modal);
- **Métodos de localização:** estes fornecem informação sobre os locais, onde existem diferenças entre os modelos teórico e experimental, sem descrever se estas são causadas pelas irregularidades de massa e de rigidez (critério de avaliação das coordenadas modais-COMAC, método de balanço da força dinâmica desenvolvida por Fissete E., et al. 1988);
- **Métodos de correlação:** utilizam os ajustes locais nas propriedades de massa, de rigidez e de amortecimento ou nos parâmetros dos elementos do modelo teórico, com o propósito de conseguir um modelo espacial e modal, que represente exatamente as características físicas das estruturas reais.

A seqüência lógica normalmente seguida no ajuste de modelos consiste em aplicar os métodos de comparação, os métodos de localização, e finalmente, os métodos de correlação. No entanto, nenhum dos métodos de ajuste têm recebido aceitação geral, devido a algumas falhas, embora muitos tenham sido aplicados com sucesso em problemas específicos.

A princípio, os procedimentos de ajuste de modelos utilizam a diferença entre os autovalores, autovetores e as funções de resposta em frequência-*FRFs*, obtidas analítica e experimentalmente, para identificar ou estimar os parâmetros do modelo que afetam essas grandezas. Portanto, alguns procedimentos de ajuste utilizam a sensibilidade destas grandezas (autovalor, autovetor, *FRFs*), com relação aos parâmetros do modelo. Esta sensibilidade é escrita na forma de uma matriz Jacobiana, cujos elementos são as derivadas parciais dos autovalores, autovetores e *FRFs* em relação aos parâmetros do modelo.

A maior dificuldade é estabelecer as relações entre os parâmetros considerados e os elementos individuais das matrizes massa, rigidez e amortecimento do modelo (Chen J., Garba J. 1980). Para estruturas simples como sistemas massa-mola e elementos de viga, a formulação analítica das matrizes de massa, rigidez e amortecimento, são facilmente obtidas. Para estruturas complexas, como os sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**, a influência de certos parâmetros sobre os elementos das matrizes de massa, rigidez e amortecimento do modelo não é trivial. Se o modelo emprega uma técnica de síntese modal, tais relações são ainda mais complicadas. Isto parece ser a razão pela qual os trabalhos sobre o assunto (ajuste de modelos) apresentam somente estruturas simples como exemplo de aplicação.

A seguir, apresenta-se a teoria relacionada ao procedimento de ajuste com base no trabalho de Duarte M. (1994), sobre os métodos de estimação de parâmetros: de Máximo a Posteriori (*MAP*); de Máxima Verosimilhança (*ML*); de Mínimos Quadrados (*MQ*). Sendo que todas estas podem ser derivadas a partir do teorema de Bayes. No presente trabalho, foi utilizado o método de ajuste através dos Mínimos Quadrados Não Linear, pois esta permite o ajuste ou estimação direta dos parâmetros fisicamente interpretáveis.

6.1 Modelos Usados na Identificação

No problema de estimação de parâmetros, a expressão matemática para a função de transferência (*FRF*) do modelo, em função dos parâmetros do sistema, é conhecida. Os valores das entradas f e saídas q , bem como as condições iniciais ou valores de contorno, são avaliáveis se necessário, sendo alguns ou todos os parâmetros p do modelo desconhecidos. Caso exista ruído (*ruí*) nos dados medidos q_m , assume-se a hipótese (Beck J., Arnold K. 1977) de que o mesmo é aditivo aos dados do sistema real q_r , como mostrado na Figura 6.1. A solução para o problema é obter “a melhor” estimação dos parâmetros desconhecidos, usando alguns valores medidos das excitações e das respostas do sistema.

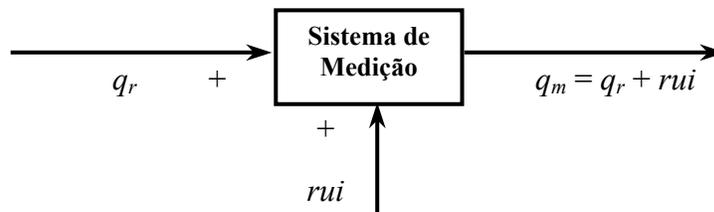


Figura 6.1: Hipótese sobre o ruído aditivo.

O processo de ajuste consiste na construção de uma função objetivo, em função do erro er , existente entre os dados simulados q e os medidos q_m . A estimação dos parâmetros p do modelo é obtida através da maximização ou minimização da função objetivo.

Existem dois modelos de erros utilizados como função objetivo:

- O modelo de erro na entrada ou na excitação, cujo esquema é mostrado na Figura 6.2:

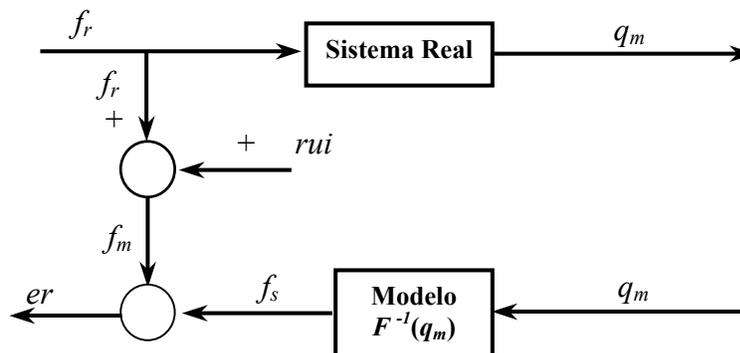


Figura 6.2: Modelo de erro na entrada ou excitação.

No qual: f_r entrada real no sistema; f_m entrada medida no sistema; q_m resposta do sistema medida; f_s saída simulada através do modelo. De acordo com o esquema da Figura 6.2, o modelo matemático usado para o ajuste de parâmetros, é dado por:

$$f_s = F^{-1}(q_m(F(p_k))) \quad , \quad f_m = f_r + rui . \quad (6.1)$$

Segundo Yasuda K., et al. (1988), os modelos matemáticos utilizados em dinâmica podem ser construídos de tal forma, que o modelo de erro na entrada conduza a modelos de ajuste linear em relação aos parâmetros p , mesmo para o caso de modelos não lineares em relação às grandezas físicas do sistema. Nestes casos, a Equação 6.1 pode ser reescrita como:

$$f_s = S(q_m) * p \quad , \quad f_m = f_r + rui . \quad (6.2)$$

No qual $[S]$ é a matriz de sensibilidade das funções de resposta do sistema.

- O modelo de erro na saída ou na resposta, cujo esquema é mostrada pela Figura 6.3:

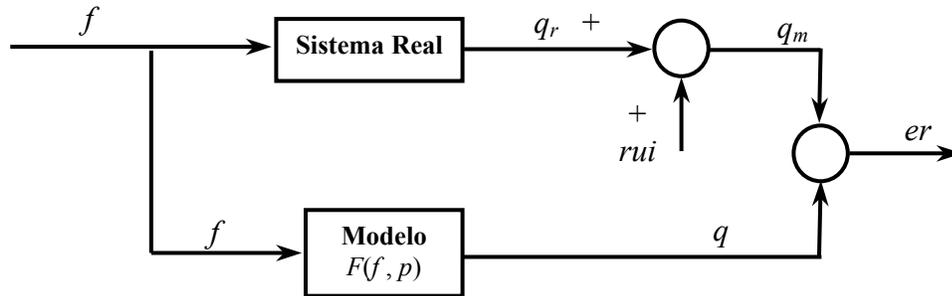


Figura 6.3: Modelo de erro na saída ou resposta.

Para sistemas dinâmicos o modelo de erro na saída é um modelo não linear em relação aos parâmetros. O modelo matemático usado para o ajuste de parâmetros, é dado por

$$q = F(f, p) \quad , \quad q_m = q_r + rui . \quad (6.3)$$

No caso de modelos não lineares em relação aos parâmetros, torna-se necessária a utilização de algoritmos não lineares para a maximização ou minimização da função objetivo. Nos métodos que usam derivadas (Beck J., Arnold K. 1977, Ottoy J., et al. 1985), a função não linear ou a função objetivo são linearizadas, e procedimentos recursivos são utilizados para a estimação dos valores dos parâmetros.

No método de linearização de Gauss (Beck J., Arnold K. 1977), os dois primeiros termos da expansão em série de Taylor da função de transferência (FRF) da equação 6.3 são retidos. Seja q um vetor de dimensão n e função dos parâmetros p a serem estimados. Supondo que F tenha derivada continua nas vizinhanças do vetor p_o . A resposta q pode ser aproximada pela equação:

$$q = F(f, p) = F(f, p_o + \Delta p) \cong F(f, p_o) + S(p_o) * \Delta p . \quad (6.4)$$

No qual, $[S]$ é a matriz de sensibilidade das respostas do sistema em relação aos parâmetros p a serem estimados. Substituindo a equação 6.4 na equação 6.3, resulta a equação 6.5 que é similar à equação 6.2, à exceção do termo constante.

$$q = F(f, p_o) + S(p) * \Delta p, \quad q_m = q_r + rui. \quad (6.5)$$

De maneira iterativa, os valores de p são atualizados até uma eventual convergência do processo. Para evitar que o procedimento divirja, normalmente, algum amortecimento (ou restrição) é introduzido na direção de busca, como é nos casos dos métodos de Box-Kanemasu, Levenberg, e Marquardt (Beck J., Arnold K. 1977).

Ottoy J., et al. (1985), utiliza uma expansão em série de Taylor da função objetivo não linear, retendo os termos de até a segunda ordem, resultando em:

$$F_{obj}(p_o + \Delta p) = F_{obj}(p_o) + J(p_o) * \Delta p + \frac{1}{2} \Delta p' H(p_o) \Delta p. \quad (6.6)$$

No qual: $'$ significa transposto, J é a matriz Jacobiana e H , a matriz Hessiana. Para se determinar, em primeira aproximação, o valor de Δp que minimiza $F_{obj}(p)$, considera-se que as matrizes Jacobiana e a Hessiana são independentes de Δp , diferencia-se parcialmente a equação 6.6 em relação a Δp , e finalmente iguala-se a zero, resultando em:

$$J(p_o) + H(p_o) \Delta p = 0. \quad (6.7)$$

A solução desta equação, para Δp , é dada por:

$$\Delta p = -H^{-1}(p_o) \cdot J(p_o). \quad (6.8)$$

Um problema a ser ressaltado, em estimação de parâmetros para modelos de erro na saída, é a existência de mínimos locais na função de objetivo, e não o procedimento de minimização em si.

6.2 Principais Estimadores

Os principais estimadores de parâmetros podem ser desenvolvidos a partir do teorema de Bayes (Ottoy J., et al. 1985), definido pela seguinte expressão:

$$P\left(\frac{p}{q_m}\right) = \frac{P(q_m/p) \cdot P(p)}{P(q_m)}. \quad (6.9)$$

Onde $P(\cdot)$ significa probabilidade e $P(\cdot/\cdot)$ indica probabilidade condicional, sendo p e q_m variáveis aleatórias.

Tem-se por objetivo maximizar $P(p/q_m)$. Os estimadores ditos Bayesianos normalmente utilizam as seguintes informações e hipóteses *a priori*, com relação às variáveis p e q_m :

- p tem distribuição normal $N(\{p_o\}, cov\{p\})$, sendo $\{p_o\}$ a esperança matemática ($E\{p\}$) e $cov\{p\}$, a matriz de covariância dos parâmetros;
- rui é um ruído com distribuição normal $N(\{0\}, [\psi])$, de média nula e matriz de covariância $[\psi]$;
- p e rui são estatisticamente independentes;
- Não existe erro na matriz de sensibilidade $[S]$.

Com a hipótese de que $P(p/q_m)$ apresente uma distribuição normal, a função de densidade de probabilidade $f(p/q_m)$, de acordo com a definição dada por Beck J., Arnold K. (1977), pode ser escrita como:

$$f(p/q_m) = C \cdot e^{(-0.5\{p-p_o\}'[cov\{p\}]^{-1}\{p-p_o\} - 0.5\{q_m - [S]\{p\}\}'[\psi]^{-1}\{q_m - [S]\{p\}\})}. \quad (6.10)$$

Sendo C uma constante. Aplicando o logaritmo Neperiano nesta equação, têm-se:

$$\ln(f(p/q_m)) = \ln(C) - \frac{\{p - p_o\}' [cov\{p\}]^{-1} \{p - p_o\}}{2} - \frac{\{q_m - [S]\{p\}\}' [\psi]^{-1} \{q_m - [S]\{p\}\}}{2}. \quad (6.11)$$

A posição onde aconteça o máximo para $f(p/q_m)$ será a mesma do que para a função $\ln(f(p/q_m))$. Portanto, a estimação ótima dos parâmetros p será obtida pela minimização da equação 6.11 (Duarte M. 1994).

6.2.1 Estimador de Máximo *a Posteriori* (MAP)

O estimador de Máximo *a Posteriori* (MAP) baseia-se na minimização da equação 6.11. Portanto, derivando esta equação em relação aos parâmetros a estimar p , de acordo com Beck J., Arnold K. (1977), obtém-se:

$$p_{MAP} = p_o + \Gamma_{MAP} [S]' [\psi]^{-1} \{q_m - [S]\{p_o\}\} ; \quad \Gamma_{MAP}^{-1} = [S]' [\psi]^{-1} [S] + [cov\{p\}]^{-1}. \quad (6.12)$$

Onde p_{MAP} é o vetor com os valores estimados de p . Substituindo-se esta equação na equação 6.4, obtém-se a equação recursiva do *MAP* não-linear (Duarte M. 1994), para a k -ésima mais uma iteração, dada por:

$$p_{MAP}^{k+1} = p_{MAP}^k + \Gamma_{MAP}^{-k} \left([S]^t \right)^k \left\{ [S]^t [\psi]^{-1} \{q_m - q^k\} + [cov\{p\}]^{-1} \{p_o - p_{MAP}^k\} \right\}, \quad (6.13)$$

com,

$$\left(\Gamma_{MAP}^{-k} \right)^{-1} = \left([S]^k \right)^t [\psi]^{-1} [S]^k + [cov\{p\}]^{-1}.$$

Para utilizar o estimador *MAP*, é necessário conhecer as propriedades estatísticas do ruído *rui* e aquelas dos parâmetros p . Num problema de estimação de parâmetros, o valor esperado para os parâmetros p , bem como a matriz de covariância $[cov\{p\}]$, são especificados tendo em vista os conhecimentos prévios do usuário a respeito do sistema. As principais características deste estimador são:

- **Hipóteses fundamentais:** Matriz de sensibilidade $[S]$ é livre de erro; p e *rui* são variáveis aleatórias independentes; *rui* é aditivo;
- **Hipóteses simplificadoras:** p possui distribuição normal $N(\{p_o\}, [cov\{p\}])$; *rui* possui distribuição normal $N(\{0\}, [\psi])$;
- **Condição de utilização:** o determinante $\left| [S]^t [\psi]^{-1} [S] + [cov\{p\}]^{-1} \right| \neq 0$;
- estimador é polarizado com $E\{p_{MAP}\} = \{p_o\}$;
- estimador é eficiente de variância mínima, cuja covariância do erro da estimativa é dada por: $cov(\{p_{MAP}\} - \{p\}) = \left[[S]^t [\psi]^{-1} [S] + [cov\{p\}]^{-1} \right]^{-1}$.

A característica do *MAP* de ser polarizado é muito útil, quando se procura ajustar simultaneamente os valores dos parâmetros de um sistema, composto por modelos lineares e não lineares. Nestes casos, o ajuste torna-se difícil, pois as curvas de resposta do modelo do sistema são, normalmente, muito mais sensíveis às variações dos parâmetros dos modelos lineares. Uma forma de contornar isso, é dividir o processo em 2 etapas: Inicialmente controlando as forças de excitação, para se ter níveis de vibração mais baixos, de modo que as não linearidades sejam desprezíveis, ajustando-se os parâmetros lineares. Em seguida, o ajuste é feito com respostas de vibração mais elevadas, onde serão ajustados os parâmetros não lineares, que devido

à característica do *MAP*, serão ajustados sem grande variação dos parâmetros dos modelos lineares.

6.2.2 Estimador de Máxima Verossimilhança (*ML*)

Este estimador também é baseado na maximização da função de probabilidade condicional $P(p/q_m)$, com as mesmas hipóteses do estimador *MAP*. Entretanto, o estimador *ML* pode ser deduzido diretamente do estimador *MAP*, bastando, para isto, montar uma matriz de covariância dos parâmetros com valores elevados na diagonal da ordem de 10^{12} , significando que não existe qualquer certeza sobre os valores dos parâmetros. Com a matriz de covariância definida desta forma, e fazendo a derivada em relação aos parâmetros p da equação 6.11, igual a zero, obtém-se:

$$p_{ML} = [[S]^t [\psi]^{-1} [S]]^{-1} [S]^t [\psi]^{-1} \{q_m\}, \quad (6.14)$$

e a equação recursiva para o estimador *ML*, fica:

$$p_{ML}^{k+1} = p_{ML}^k + \Gamma_{ML}^k ([S]^t)^k \left[([S]^t)^k [\psi]^{-1} \{q_m - q^k\} \right]; \quad [\Gamma_{ML}^k]^{-1} = ([S]^t)^k [\psi]^{-1} [S]^k. \quad (6.15)$$

As principais características deste estimador são:

- **Hipóteses fundamentais:** a matriz de sensibilidade $[S]$ é livre de erro; o ruído *rui* é aditivo;
- **Hipóteses simplificadora:** o ruído *rui* possui uma distribuição normal $N(\{0\}, [\psi])$;
- **Condição de utilização:** o determinante $[[S]^t [\psi]^{-1} [S]] \neq 0$;
- estimador é despolarizado com $E\{p_{ML}\} = \{p\}$;
- O estimador é eficiente, de mínima variância, cuja covariância da estimativa de $\{p\}$ é dada por: $cov\{p_{ML}\} = [[S]^t [\psi]^{-1} [S]]^{-1}$.

6.2.3 Estimador de Mínimos Quadrados (*MQ*)

Os estimadores de mínimos quadrados se baseiam na minimização de uma função objetivo, definida por:

$$F_{obj} = \{q_m - q\}^t [W] \{q_m - q\}, \quad (6.16)$$

onde $[W]$ é a matriz que pondera as incertezas sobre os valores medidos. Se $[W]$ for igual à matriz identidade, têm-se o estimador de Mínimos Quadrados Comum (*MQC*). Se $[W]$ for uma matriz de peso com uma previsão sobre a confiabilidade dos valores medidos, tem-se o estimador de

Mínimos Quadrados Ponderado (*MQP*). Finalmente, se $[W]$ for a matriz inversa da covariância do ruído *ruí* presente nas medições, têm-se o estimador de Markov (*MAK*), que é equivalente ao estimador de máxima verossimilhança (*ML*), com as hipóteses simplificadoras já apresentadas.

Os valores dos parâmetros são, geralmente, avaliados via a maximização da função normal definidas pelas equações 6.10 ou 6.11 (Beck J., Arnold K. 1977), ou através de igualar a zero, as derivadas parciais da F_{obj} dada pela equação 6.16 em relação aos parâmetros p . Resultando em:

$$p_{otim} = [[S]' [W] [S]]^{-1} [S]' [W] \{q_m\}. \quad (6.17)$$

Estes estimadores podem ser deduzidos a partir do estimador de verossimilhança, substituindo $[\psi]^{-1}$ no lugar de $[W]$. Substituindo a matriz $[W]$ correspondente na equação 6.17, tem-se, para os estimadores não lineares *MAK*, *MQC* e *MQP*, a equação recursiva definida por:

$$p_{k+1} = p_k + [[S]'_k [W] [S]_k]^{-1} [S]'_k [W] \{q_m - q_k\}. \quad (6.18)$$

Nos casos em que o produto matricial $[S]' [W] [S]$ for mal condicionado, uma técnica de pseudo-inversa, baseada no cálculo de valores singulares da matriz $[S]$, pode ser utilizada (Duarte M., Arruda J. 1990).

As principais características dos estimadores de mínimos quadrados são:

- Não é necessário nenhum conhecimento *a priori* das propriedades estatísticas dos parâmetros;
- Para o estimador *MQC* nenhuma hipótese é assumida para os dados;
- Condição para utilização: $[[S]' [W] [S]] \neq 0$;
- Condições de despolarização: O ruído *ruí* deve ter media zero e ser aditivo às respostas;
- q_m e p não podem ser processos estocásticos;
- Condições de mínima variância: Do teorema de Gauss-Markov (Beck J., Arnold K. 1977) é necessário que:
 - $Cov\{q_m / p\} = \sigma^2 [W]$ (ruído com variância constante σ^2);
 - Para *MQC*, $Cov(rui_i, rui_j) = 0.0$ para $i \neq j$ (erros não correlacionados);
- As covariâncias dos parâmetros estimados são:

$$\begin{aligned} Cov\{p_{MQC, MQP}\} &= \sigma^2 [S]' [W] [S]^{-1}; \\ Cov\{p_{MAK}\} &= [S]' [\psi]^{-1} [S]^{-1}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

6.3 Unicidade e Critérios de Identificabilidade

Uma questão sempre presente nos problemas de estimação de parâmetros, é saber se o modelo é único. Dado um sistema real, só é possível definir um modelo estrutural único para o mesmo, se o modelo for completo, isto é, se o número de modos e frequências naturais forem conhecidos para cada um dos graus de liberdade. Sendo praticamente impossível, uma vez que as estruturas são sistemas contínuos e os custos dos experimentos seriam muito altos, para a obtenção de todas as curvas de resposta do sistema e identificação de seus modos de frequências mais elevadas, como manifesta Friswell M. (1990).

Apesar disto, é possível identificar um modelo reduzido, que seja consistente com os conhecimentos existentes a priori sobre o sistema e com os dados medidos. Neste caso, apenas um pequeno conjunto de parâmetros do modelo teórico deverá ser ajustado a partir dos dados experimentais, e o problema é de identificabilidade, ou seja, se os parâmetros poderão ser ajustados com os dados experimentais disponíveis.

Existem vários critérios de identificabilidade (Beck J., Arnold K. 1977), mas o apresentado neste trabalho é o da análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade $[S]$. Os valores singulares estão relacionados com a independência linear entre as colunas de uma matriz, ou seja, seu posto. Pode ser demonstrado que se as colunas da matriz de sensibilidade, para um dado grupo de parâmetros, são linearmente dependentes, então aquele grupo não pode ser estimado em bloco, a partir dos dados disponíveis (Beck J., Arnold K. 1977), isto é, o posto da matriz de sensibilidade determina o número de parâmetros que podem ser determinados independentemente.

Das equações para as covariâncias dos estimadores estudados, observa-se que estas são dependentes da matriz de sensibilidade dos parâmetros $[S]$. Em vista disto, (Beck J., Arnold K. 1977) propuseram um critério de experimento ótimo, que pode ser enunciado como: *se existir uma serie de conjuntos de experimentos, candidatos para o ajuste de parâmetros de um determinado modelo, o melhor conjunto será aquele que maximizar o determinante de*

$[S]'[W][S]$. Maximizar o determinante da matriz $[S]'[W][S]$ é equivalente a maximizar o menor valor singular desta matriz. Tendo em consideração as afirmações anteriores, Duarte M. (1994) define o coeficiente de identificabilidade CI como: $CI = 10 \text{Log}_{10}(\text{máx}(\text{Val.Sing})/\text{min}(\text{Val.Sing}))$. Observando que para CI menores que 30 a probabilidade de ajustar todos os parâmetros do modelo era aproximadamente de 100%.

6.4 Estimativa de Erros nos Parâmetros Ajustados

O critério que pode ser utilizado para avaliar a precisão dos valores estimados, é baseado nas matrizes de covariância dadas pelas equações definidas para cada um dos estimadores.

Definem-se os erros percentuais teóricos (ET), do i -ésimo parâmetro de um dado estimador (MQC, MQP, MAK, ML, MAP), através da equação:

$$ET_i = 100 \frac{\sqrt{\text{Cov}_{est}(p_i, p_i)}}{\|(p_i)_{est}\|}, \quad est = MQC, MQP, MAK, ML, MAP. \quad (6.20)$$

Desta equação, pode-se observar que o erro definido está diretamente relacionado com o desvio padrão do valor estimado.

As matrizes de covariância dos estimadores MAP, ML e MAK , são estimadas diretamente por suas equações definidas, e a matriz de covariância dos estimadores MQC e MQP , definida pela equação 6.19, é dependente da variância do ruído σ^2 .

Com as hipóteses: o ruído ser aditivo, não correlacionado, de média zero e de variância constante; a matriz de sensibilidade ser livre de erro; e os parâmetro não serem aleatórios, Beck J., Arnold K. (1977), apresentam uma estimativa para σ^2 , para os estimadores de MQP e MQC , dada pela expressão:

$$\sigma^2 = \frac{\{q_m - [S]\{p\}\}' [W] \{q_m - [S]\{p\}\}}{npt - np}, \quad (6.21)$$

onde npt é o número de dados experimentais e np o número de parâmetros ajustados.

6.5 Matriz de Sensibilidade

Alguns dos trabalhos relacionados com a análise da sensibilidade de sistemas mecânicos que podem ser citados são: Sutter et al. (1989); Sharp R., Brooks P. (1988); Adelman H., Haftka

R. (1986). Aqui apresentaremos a dedução em base ao trabalho de Duarte M. (1994), que formulou as derivadas das funções de transferência (função resposta em frequência-*FRF*) em relação aos parâmetros estruturais do rotor. Definiu-se também, a sensibilidade fazendo uso de diferenças finitas de primeira ordem.

A matriz das funções de transferência (*FRF*), para um sistema mecânico rotativo, usando a matriz de impedância mecânica, é definida como:

$$[H(\omega)] = [-\omega^2 [M_g] + i\omega [\Omega [G_g] + [C_g] + [CV_g]] + [K_g]]^{-1}. \quad (6.22)$$

Onde: ω é a frequência da força de excitação; $[M_g]$, $[C_g]$, $[K_g]$, $[G_g]$ são as matrizes globais de massa, amortecimento, rigidez e giroscópica do sistema; $[CV_g]$ é a matriz de amortecimento estrutural viscoso proporcional do sistema.

É possível calcular a sensibilidade de qualquer função de transferência (*FRF*) em relação a um parâmetro p_k , usando-se a propriedade da derivada de uma matriz inversa (Martinez D. 1981), ou seja:

$$\frac{\partial [H(\omega)]}{\partial p_k} = -[[IM]^{-1}]^t \frac{\partial [IM]}{\partial p_k} [IM]^{-1}. \quad (6.23)$$

Onde:

$$[IM(\omega)] = -\omega^2 [M_g] + i\omega [\Omega [G_g] + [C_g] + [CV_g]] + [K_g]; \quad (6.24)$$

$$\frac{\partial [IM(\omega)]}{\partial p_k} = -\omega^2 \frac{\partial [M_g]}{\partial p_k} + i\omega \left[\Omega \frac{\partial [G_g]}{\partial p_k} + \frac{\partial [C_g]}{\partial p_k} + \frac{\partial [CV_g]}{\partial p_k} \right] + \frac{\partial [K_g]}{\partial p_k}. \quad (6.25)$$

Para uma dada função de transferência $H_{ij}(\omega)$, um elemento da matriz de sensibilidade [S] é dada por:

$$S_{lk} = \frac{\partial H_{ij}(\omega_l)}{\partial p_k}; \quad \text{com: } l = 1, \dots, npt; k = 1, \dots, np. \quad (6.26)$$

As derivadas que aparecem na equação 6.25 devem ser obtidas de forma analítica, o que pode apresentar um razoável grau de dificuldade, dependendo da complexidade do sistema modelado. No caso em que os parâmetros são coeficientes dos elementos concentrados de rigidez e amortecimento dos mancais e do acoplamento, é suficiente montar as matrizes $[K]$ e $[C]$ normalmente, e depois montar novas matrizes, com o valor do parâmetro que se deseja derivar substituído pela unidade. Ao comparar os elementos das novas matrizes com as originais, as

derivadas dos elementos que não variaram serão nulas e as derivadas dos elementos que variaram serão unidades, visto que as matrizes $[K]$ e $[C]$ são lineares em relação aos coeficientes dos mancais e do acoplamento.

A obtenção da matriz de sensibilidade $[S]$ exata tem um custo computacional elevado, devido à necessidade de inverter a matriz $[IM(\omega)]$, ou ainda numericamente, para resolver um sistema de equações algébricas lineares para cada frequência de interesse, que normalmente podem ser dezenas ou centenas. Portanto, define-se a matriz de sensibilidade por diferenças finitas, utilizando-se a regra de Brown e Dennis (Martinez D. 1981), como:

$$S_{lk}(\omega_l) = \frac{H_{ij}(\omega_l)|_{p_k + \Delta p_k} - H_{ij}(\omega_l)|_{p_k}}{\Delta p_k}; \quad \text{com: } l = 1, \dots, n_{pt}; k = 1, \dots, np. \quad (6.27)$$

Onde:

$$\Delta p_k = \begin{cases} 10^{-9} & \text{se } |p_k| < 10^{-6} \\ 10^{-3}|p_k| & \text{se } |p_k| \geq 10^{-6} \end{cases}$$

Segundo o trabalho de Duarte M. (1994), verificou-se, nos casos por ele simulados, que o desempenho em relação ao número de vezes necessárias o cálculo da função objetivo para atingir o ajuste, usando a definição analítica; e através de diferenças finitas da sensibilidade, eram equivalentes, e que inclusive, para níveis de ruído maiores, existia uma ligeira vantagem na sensibilidade definida por diferenças finitas, pois o número de cálculos da função objetivo resultou menor.

6.6 Influência do Ruído nos Erros de Estimação

A influência do ruído na estimação dos parâmetros de massa (m), rigidez (k), e amortecimento (c), foi analisada por Duarte M. (1994), que para este propósito utilizou um sistema linear de 2 graus de liberdade, no qual os valores iniciais para cada um dos parâmetros foi de 10, 20, e 70% do seus valores exatos. O método utilizado no ajuste dos parâmetros foi o de Gauss sem amortecimento na direção de busca, e a matriz de sensibilidade foi definida através de diferenças finitas de primeira ordem. O ruído adicionado ao conjunto de dados (excitação e resposta), tem distribuição normal, média nula e o desvio padrão variável, igual a uma porcentagem do nível *rms* do sinal. As observações obtidas nesse análise foram:

- Com o aumento dos valores singulares mínimos, o procedimento de ajuste converge mais rapidamente para os valores exatos dos parâmetros massa (m), rigidez (k), e amortecimento (c);
- Em relação ao erro teórico (ET), estimado segundo a equação 6.20, dos valores dos parâmetros estimados, em função do nível de ruído na saída para o estimador de MQC , observou-se que, para níveis de ruído na saída de até 3.5%, o erro real é superestimado pelo ET , e que para níveis de ruído maiores, torna-se subestimado para alguns dos parâmetros (m , k , c). Como os níveis de ruído nos experimentos normalmente são baixos, o ET representa um bom indicador da qualidade dos parâmetros estimados;
- Na análise da influência do ruído polarizado, utilizou-se um nível de ruído de entrada igual ao nível de ruído na saída, e ambos foram adicionados às respostas. Para o estimador MQC , observou-se que, além de polarizar o parâmetro estimado, o nível do ruído torna o erro teórico subestimado em relação ao erro real;
- Do desempenho dos estimadores MQC , MQP , e MAK , para ruídos não polarizados, aditivos às respostas, observou-se, que os melhores resultados foram obtidas pelo estimador MAK . Os resultados do estimador MQP com a matriz $[W]$ inversamente proporcional ao nível das respostas, proporcionou ótimos resultados quando comparados com os resultados do estimador MQC .
- Da análise da influência do nível de ruído adicionada à excitação sobre o desempenho dos estimadores, o estimador MAK continua gerando os melhores resultados. Já o estimador MQC , apresenta melhor performance do que o estimador MQP para o mesmo nível de ruído, mas a matriz $[W]$ foi assumida inversamente proporcional ao nível do sinal de excitação. Portanto, deve-se tomar grande cuidado na escolha de $[W]$, quando se utiliza o estimador MQP .

6.7 Função Objetivo para o Ajuste de Curvas não lineares no domínio da Frequência (FRF)

No caso do ajuste de modelos de elementos finitos de rotores, através da estimação dos parâmetros de rigidez e de amortecimento de seus componentes, a discretização da função objetivo pode conduzir a sérios problemas de convergência, devido à existência de muitos mínimos locais, conforme apresentado pela Figura 6.4 (Arruda J., Duarte M. 1993).

O método de estimação de parâmetros pode ser interpretado como um método de otimização no qual a minimização da função objetivo é procurada. Dependendo de como esta função é construída, o método de estimação pode ser classificado como: mínimos quadrados (*MQ*), máxima verosimilhança (*ML*), ou máximo a posteriori (*MAP*), o qual pode ser tanto linear, quanto não linear, recursivo ou não. Frequentemente, a maior parte das estruturas são bem modeladas, mas existem componentes ou regiões que são pobremente modeladas, entre estas podem estar as juntas, os acoplamentos, os mancais, e outros. Onde, geralmente, existe pouca confiança nos valores iniciais dos parâmetros de projeto nos modelos teóricos, os métodos de estimação *MQ* e *ML* são apropriados (Arruda J. 1992).

Nas publicações Arruda J. (1986) e Arruda J. (1989), é proposto o ajuste não linear das curvas da função de transferência - *FRF* e da resposta ao desbalanceamento. Nesses trabalhos, observou-se, nos vários exemplos testados que, considerando as curvas das *FRF* em escala logarítmica, a convergência dos procedimentos de pesquisa apresentavam melhoria considerável, envolvendo a minimização da função objetivo. Arruda J. (1992) mostrou que, quando a curva da função de transferência está em escala logarítmica, a função objetivo para os mínimos quadrados, e para o método de correlação máxima, têm a mesma forma, conforme Figura 6.4. A função objetivo para o método de mínimos quadrados comum é definida como:

$$F_{obj} = \{ \{f_m\} - \{f_s\} \}' \{ \{f_m\} - \{f_s\} \}. \quad (6.28)$$

A função objetivo para o método de máxima correlação é dada por:

$$F_{obj} = 1 - \frac{(\{f_m\}' \{f_s\})^2}{(\{f_m\}' \{f_m\})(\{f_s\}' \{f_s\})}. \quad (6.29)$$

Onde f_m e f_s são os valores medido e simulado das *FRF* analisadas.

Da Figura 6.4, observa-se que a curva da função objetivo em escala logarítmica é muito mais suave, do que em escala linear. Na escala linear, nota-se uma aparência dentada, dando lugar a vários mínimos locais. Assim, conclui-se que para melhorar a convergência num método de estimação de parâmetros no ajuste de modelos estruturais, através de mínimos quadrado não linear, deve-se iniciar o ajuste das curvas das *FRF* em escala logarítmica, para obter uma convergência mais estável, transferindo-se posteriormente para a escala linear nas últimas iterações, a fim de refinar a solução.

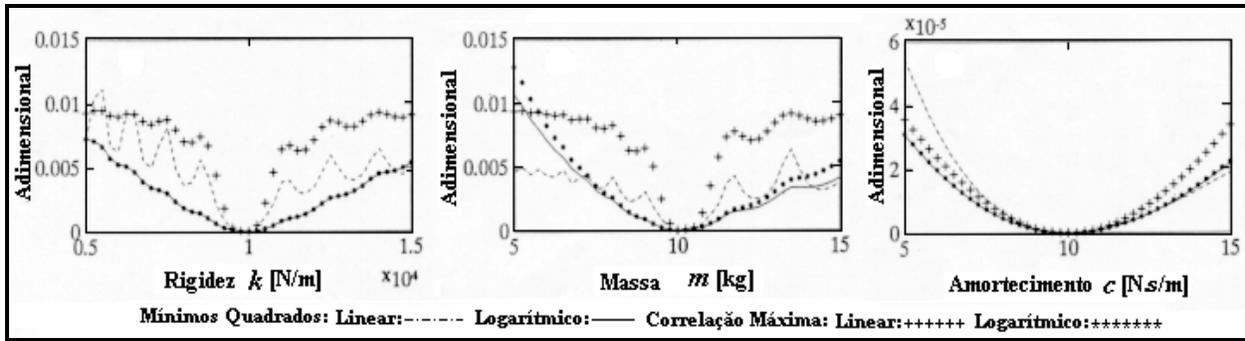


Figura 6.4: Função objetivo para os Mínimos Quadrados e para a Máxima Correlação em escala linear e logarítmica.

6.8 Influência do Valor Inicial na Estimação de Parâmetros

Segundo Duarte M. (1994), o sucesso de um procedimento de ajuste de parâmetros, baseado no modelo de erro na saída, é fortemente dependente dos valores iniciais escolhidos para os parâmetros. Dependendo do valor inicial da função de correlação entre as curvas de respostas experimentais e as do modelo, o procedimento tem grandes chances de convergir para um mínimo local. Fato que foi verificado também no presente trabalho, pois nos sistemas testados, dependendo do ponto de partida, o ponto de convergência não era o mesmo dos valores exatos.

Duarte M. (1994), apresentou resultados para um modelo não linear de 2 graus de liberdade, no qual utilizou o estimador *MQC*, chegando à conclusão de que a convergência é de 100%, somente para valores iniciais cuja correlação inicial, em relação aos valores exatos dos parâmetros, é superior a 60%. Entre as tentativas analisadas para resolver o problema dos valores iniciais dos parâmetros, para o modelo de erro na saída, estão : introduzir amortecimento na direção de procura; procedimentos de busca unidimensional e procedimento de minimização sem cálculo de derivadas. Em alguns casos, evitou-se os mínimos locais, mas em outros, poucas melhorias foram conseguidas.

6.9 Algoritmo de Mínimos Quadrados

O algoritmo implementado no Fortran90, cujo diagrama de fluxo encontra-se no Anexo II, foi apresentado nos trabalhos de Arruda, J. (1987); Arruda J. (1989). No presente trabalho, o método é adequado para ajuste de curvas no domínio da frequência, seja esta devido à resposta ao desbalanceamento, ou à função de transferência devido à uma excitação aleatória. Estas curvas

serão denominadas de funções de resposta em frequência (*FRFs*) e serão utilizada para ajustar os parâmetros do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, ou seja, de cada um dos componentes.

Sejam as funções de resposta em frequência experimentais medidas nos nós ($1, \dots, nos$) denotadas por FRF_{exp} , e as funções de resposta em frequência correspondentes obtidas com o modelo denominadas por FRF . O vetor de parâmetros a serem estimados $\{p\}_{np \times 1}$, com np sendo o número de parâmetros a estimar.

Definindo a função objetivo escalar (F_{obj}), que será a soma dos quadrados das diferenças entre as medidas experimentais e as simuladas, definida como:

$$F_{obj} = \left\{ \left\{ FRF_{exp} \right\}_{pt \times 1} - \left\{ FRF \right\}_{pt \times 1} \right\}^t [W] \left\{ \left\{ FRF_{exp} \right\}_{pt \times 1} - \left\{ FRF \right\}_{pt \times 1} \right\}. \quad (6.30)$$

Com.

$$\begin{aligned} \left\{ FRF_{exp} \right\}_{pt \times 1} &= \{ fe_1(\omega_1), \dots, fe_1(\omega_n), \dots, fe_{nos}(\omega_1), \dots, fe_{nos}(\omega_n) \}^t \\ \left\{ FRF \right\}_{pt \times 1} &= \{ f_1(\omega_1), \dots, f_1(\omega_n), \dots, f_{nos}(\omega_1), \dots, f_{nos}(\omega_n) \}^t \end{aligned}$$

Onde: pt é o número total de pontos considerando todas as funções de resposta em frequência; $[W]$ é a matriz de ponderação positiva definida de ordem $pt \times pt$; $fe_i(\omega_i), f_i(\omega_i)$ são as funções de resposta em frequência experimental e calculada, respectivamente no nó i e na frequência ω_i ; n é o número de pontos por cada FRF .

Definindo um coeficiente qualquer S_{ij} da matriz de sensibilidade $[S]$ como:

$$S_{ij} = \frac{\partial f(\omega_i)}{\partial p_j}; \quad i = 1, \dots, pt; \quad j = 1, \dots, np. \quad (6.31)$$

Portanto, a matriz de sensibilidade escrita por extenso é:

$$[S] = \left[\frac{\partial \{FRF\}_{pt \times 1}}{\partial \{p\}_{np \times 1}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\omega_1)}{\partial p_1} & \frac{\partial f_1(\omega_1)}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\omega_1)}{\partial p_{np}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_1(\omega_n)}{\partial p_1} & \frac{\partial f_1(\omega_n)}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\omega_n)}{\partial p_{np}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{nos}(\omega_1)}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{nos}(\omega_1)}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_{nos}(\omega_1)}{\partial p_{np}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{nos}(\omega_n)}{\partial p_1} & \frac{\partial f_{nos}(\omega_n)}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_{nos}(\omega_n)}{\partial p_{np}} \end{bmatrix}_{pt \times np} \quad (6.32)$$

Cada coeficiente de sensibilidade é calculado através de diferenças finitas definidas de acordo ao item 6.5. O algoritmo implementado para a estimação por mínimos quadrados amortecidos consiste aproximadamente dos seguintes passos:

- Calcular o Jacobiano (matriz de sensibilidade), do vetor $\{FRF\}_{pt \times l}$, para quando os parâmetros a estimar $\{p\}_{np \times l}$ tomam o valor correspondente á k -ésima iteração, ou seja, $\{p\}^k$. O Jacobiano é dado por:

$$[S]^k = \left[\frac{\partial \{FRF\}_{pt \times l}}{\partial \{p\}_{np \times l}} \right]_{\{p\}=\{p\}^k}; \quad (6.33)$$

- Determinando a direção de procura do vetor $\{p\}_{np \times l}$ ótimo para a próxima iteração, usando a definição de mínimo para a função objetivo, ou seja:

$$\nabla (F_{obj})_{\{p\}=\{p\}^k} = \begin{Bmatrix} \partial F_{obj} / \partial p_1 \\ \vdots \\ \partial F_{obj} / \partial p_{np} \end{Bmatrix}_{\{p\}=\{p\}^k} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (6.34)$$

Aplicando esta condição na função objetivo obtém-se, a equação:

$$[W]^k [S]_k^t \{\Delta p\}^k = [W]^k \{ \{FRF_{exp}\} - \{FRF\}^k \}. \quad (6.35)$$

Como a equação 6.35 geralmente é sobre determinada, ou seja, $pt > np$, para resolve-la, utilizaremos a definição de inversa generalizada ou pseudoinversa ($[]^+$), definida através da decomposição em valores singulares. Obtém-se a direção de procura $\{\Delta p\}^k$ definida como:

$$\{\Delta p\}^k = [[W]^k [S]_k^t]^+ [W]^k \{ \{FRF_{exp}\} - \{FRF\}^k \}. \quad (6.36)$$

Onde o $\{\Delta p\}^k$ obtido será de norma mínima;

- Calculando o próximo vetor dos parâmetros estimados $\{p\}^{k+1}$, que será definido em função de $\{p\}^k$ e $\{\Delta p\}^k$ como:

$$\{p\}^{k+1} = \{p\}^k + \alpha \{\Delta p\}^k. \quad (6.37)$$

Na equação 6.37, deve-se determinar o valor de α através de um método de procura unidimensional ao longo de uma linha reta. Neste caso, foi utilizado o método de Coggin que não usa derivada da função. A procura linear com sucesso tem que satisfazer que

$$F_{obj}^{k+1} < F_{obj}^k.$$

- Se a procura linear não obtiver sucesso, a matriz de sensibilidade $[S]^k$ para iteração k -ésima é modificada, introduzindo-se um fator de amortecimento λ , e redefinindo a matriz de sensibilidade pela relação:

$$[S]^k = [S]^k + \lambda[Q]^k, \quad (6.38)$$

onde $[Q]^k$ é uma matriz diagonal definida como:

$$[Q]^k = \left(\text{diag} \left[\left([S]^k \right)^t \cdot [S]^k \right]^{1/2} \right); \quad Q_{i,i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{pt} S_{j,i}^2}, \quad i = 1, \dots, np. \quad (6.39)$$

O valor de λ é incrementado até obter uma condição na qual $F_{obj}^{k+1} < F_{obj}^k$;

- O processo iterativo continuará até conseguir satisfazer as condições de convergência do processo de estimação de parâmetros.

Algumas características do processo de iteração, não comentadas nos parágrafos anteriores, são:

- As FRF podem ser trabalhadas em escala linear (FRF) e logarítmica ($\text{Log}_{10}(FRF), 20 * \text{Log}_{10}(FRF)$);
- É utilizada uma função de penalização externa, para as restrições de desigualdade impostas nos parâmetros a estimar ($\min \leq p_i \leq \max$), definida como:

$$\begin{aligned} F_{obj} &= F_{obj} + w(\max - p_i)^2, & \text{se } p_i > \max; \\ F_{obj} &= F_{obj} + w(p_i - \min)^2, & \text{se } p_i < \min. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Com o coeficiente de penalização $w = 10^5$.

6.10 Simulações de Estimação de Parâmetros

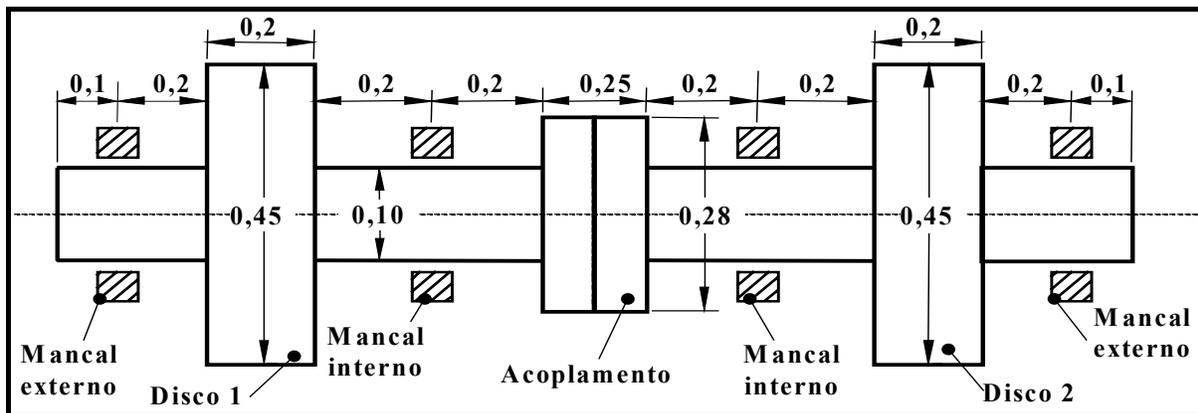


Figura 6.5: Sistema mecânico **Rotor-Acoplamento-Mancal** [Dimensões geométricas em m].

Serão apresentados agora exemplos de ajuste de parâmetros do sistema apresentado na Figura 6.5, para duas condições de testes: o primeiro utilizando a resposta ao desbalanceamento e o segundo utilizando a função de transferência devido a uma excitação aleatória. O ajuste será realizado utilizando o programa implementado em Fortran90, denominado **EST-PARAM.mdp**.

A Tabela 6.1, apresenta os dados correspondentes as características físicas e dinâmicas dos diferentes componentes do sistema mecânico indicados na Figura 6.2.

Tabela 6.1: Propriedades físicas e dinâmicas dos componentes mecânicos do sistema simulado.

DISCOS		EIXOS	
Disco1: Densidade 7800kg/m ³		Disco2: Densidade 7800kg/m ³	
		Densidade 7800 kg/m ³ , Mod. Elasticidade 2*10 ¹¹ N/m ² , Coef. de Poisson 0,3, Fat. de Cisalhamento 0,9	
MANCAIS EXTERNOS		MANCAIS INTERNOS	
1	Rigidez: $k_{XX}=10^8\text{N/m}, k_{XZ}=0, k_{ZZ}=15*10^7\text{N/m}, k_{ZX}=0$	1	Rigidez: $k_{XX}=10^7\text{N/m}, k_{XZ}=0, k_{ZZ}=15*10^6\text{N/m}, k_{ZX}=0$
	Amortecimento: $c_{XX}=5*10^2\text{Ns/m}, c_{XZ}=0, c_{ZZ}=8*10^2\text{Ns/m}, c_{ZX}=0$		Amortecimento: $c_{XX}=10^3\text{Ns/m}, c_{XZ}=0, c_{ZZ}=10^3\text{Ns/m}, c_{ZX}=0$
2	Rigidez: $k_{XX}=10^7\text{N/m}, k_{XZ}=0, k_{ZZ}=10^7\text{N/m}, k_{ZX}=0$	2	Rigidez: $k_{XX}=10^7\text{N/m}, k_{XZ}=0, k_{ZZ}=15*10^6\text{N/m}, k_{ZX}=0$
	Amortecimento: $c_{XX}=10^3\text{Ns/m}, c_{XZ}=0, c_{ZZ}=10^3\text{Ns/m}, c_{ZX}=0$		Amortecimento: $c_{XX}=10^3\text{Ns/m}, c_{XZ}=0, c_{ZZ}=11*10^2\text{Ns/m}, c_{ZX}=0$
ACOPLAMENTO(Kramer)		ACOPLAMENTO (Nelson e Crandall)	
Densidade 7800kg/m ³		Densidade 7800kg/m ³	
Rigidez rotacional 13579.1*10 ² Nm/rad		Rigidez: Rotacional 13579.1*10 ² Nm/rad; Translacional 1.2*10 ⁹ N/m	
Amortecimento rotacional 11.3 Nms/rad		Amortecimento: Rotacional 11.3 Nms/rad; Translacional 11.3 Ns/m	

6.10.1 Resposta ao Desbalanceamento

Os modelos físicos através do método de elementos finitos, do sistema da Figura 6.5, para cada um dos cinco modelos propostos, desenvolvidos para os acoplamentos flexíveis neste trabalho, são apresentados na Figura 6.6.

Definição da FRF Experimental: Calculamos as funções de resposta ao desbalanceamento (FRDs) na posição do acoplamento (*gdl*: 17:X,18:Z,19: α ,20: β), considerando para o acoplamento o modelo com mais graus de liberdade(8) e mais parâmetros (4), que corresponderia ao 2do modelo definido por Nelson e Crandall, considerando um desbalanceamento da ordem de 0.00189 kgm no Disco1 e a 0° do eixo Z. Uma vez obtida a resposta teórica, definimos as funções de resposta ao desbalanceamento experimentais simuladas ($FRDs_{exp}$), calculadas de acordo com a equação 6.41, que considera a formulação

do ruído de acordo com Dos Santos J., Ferraz F. (2001). Cada ponto das *FRDs* experimentais simuladas é definida como:

$$f_{e_i} = f_{s_s} + f_{s_s} * \frac{\beta_a}{100} * rand[-1,1] + \sqrt{\sum_{j=1}^{j=n} f_{s_j}^2} / n * \frac{\beta_s}{100} * rand[-1,1]. \quad (6.41)$$

Onde: *rand*[-1,1] representa um número aleatório entre -1 e +1; f_{s_i} é a componente i -ésima da resposta ao desbalanceamento estimada teoricamente a partir do programa de *MEF*; f_{e_i} é a componente i -ésima da FRD_{exp} ; n é o número de pontos que cada *FRD* contém; β_a é o fator que considera o erro aleatório(10%); β_s é o fator que considera o erro sistemático (1%).

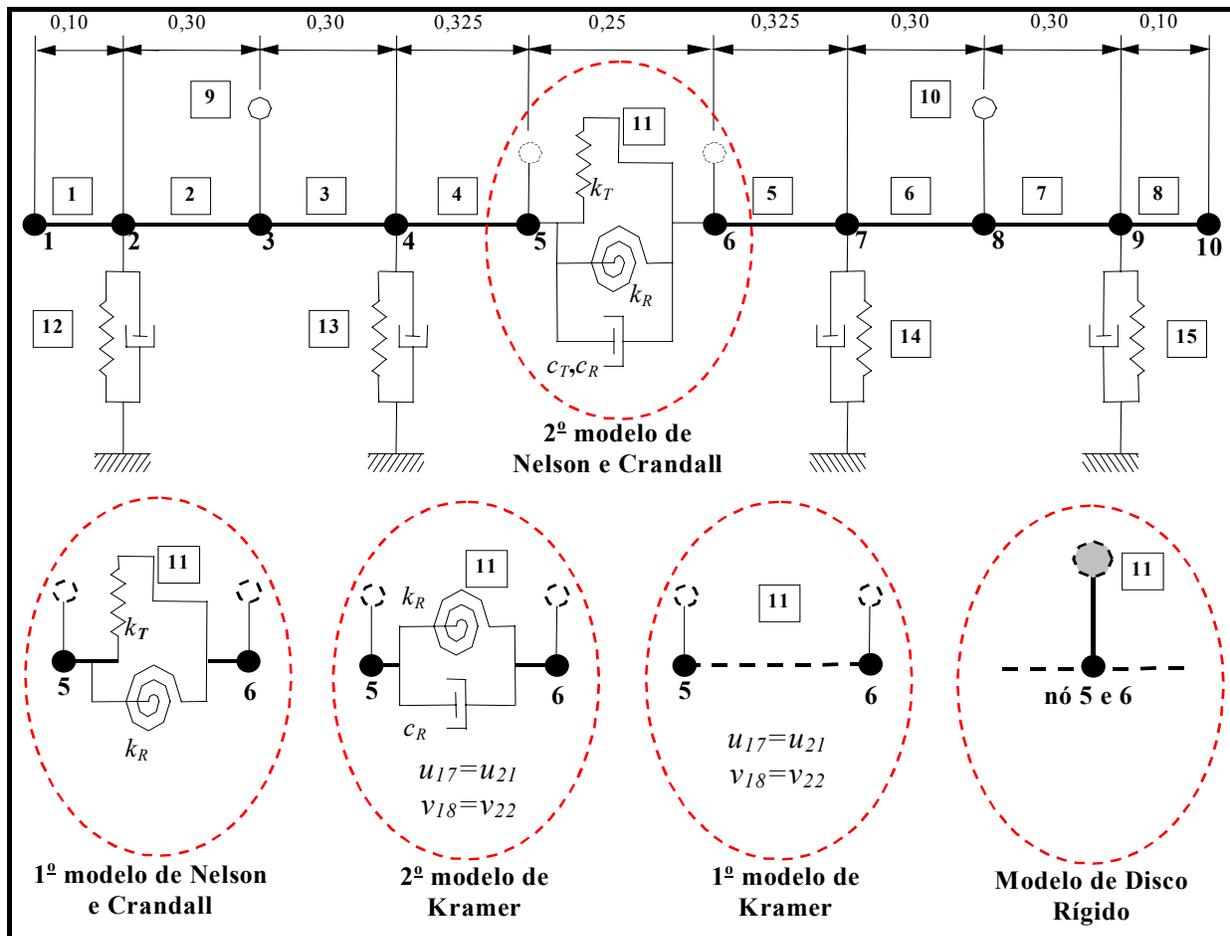


Figura 6.6: Modelos Físicos do sistema da Figura 6.5

Utilizando as $FRDs_{exp}$ assim definidas, são ajustados cada um dos modelos definidos na Figura 6.6. Os parâmetros a serem ajustados correspondem aos do acoplamento, nos modelos que o consideram através de parâmetros de rigidez e amortecimento. Nos modelos que o consideram

como componente rígido, serão ajustados os parâmetros de rigidez e amortecimento do mancal interno mais próximo ao acoplamento. Utilizamos para isso, o método de estimação de parâmetros não linear de Mínimos Quadrados Modificado Restrito, conhecido como Algoritmo de Levenberg-Marquart.

Os casos considerados foram 2:

- **1º. Caso:** Usamos a *FRD* correspondente a *1gdl*(17:*X* do nó 5), na faixa de rotação de 2000 a 3000 rpm. Ajustamos os 5 modelos do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** com as seguintes considerações: O 1º e 2º modelo de Nelson e Crandall, e 2º modelo de Kramer foram ajustados em função dos parâmetros de rigidez e amortecimento do acoplamento; O modelo de corpo Rígido e o 1º modelo de Kramer, em função dos parâmetros de rigidez e amortecimento do mancal interno 1. Com a única restrição de que os parâmetros ajustados sejam positivos e o ponto de partida para o caso dos parâmetros do acoplamento, sejam 50% menores daqueles usados para gerar a curva experimental (simulada). No caso dos parâmetros do mancal interno 1, são utilizados os parâmetros usados para definir a curva experimental. Os resultados obtidos em cada processo de ajuste de curvas (estimação de parâmetros), são descritos nas Tabelas 6.2 e 6.3. As curvas ajustadas são apresentadas na Figura 6.7. Os valores esperados são os da Tabela 6.1.
- **2º. Caso:** Usamos as *FRDs* correspondentes aos *4gdls*.(17:*X*,18:*Z*,19:*α*,20:*β* do nó 5). A faixa de rotação considerada, os parâmetros estimados para cada um dos 5 modelos, a restrição dos parâmetros estimados e o ponto de partida, foram as mesmas considerados para o 1º caso. Da mesma forma, os resultados obtidos em cada processo de estimação, são descritos nas tabelas Tabela 6.2 e 6.3. As curvas ajustadas são apresentadas nas Figuras 6.8 e 6.9.

Tabela 6.2: Resultado do ajuste de curvas para 3 modelos do sistema, considerando a *FRF* em *1gdl* e em *4gdls*.

Parâmetro	2 KRAMER		1 NELSON e CRANDALL		2 NELSON e CRANDALL		
	Valor inicial	1 <i>gdl</i>	4 <i>gdls</i>	1 <i>gdl</i>	4 <i>gdls</i>	1 <i>gdl</i>	4 <i>gdls</i>
K_T	0.60E+6	---	---	97946.98E+4	35221.000	186206.031	139351.4E+4
K_R	0.678955E+9	135541.3E+4	133781.6E+4	135562.9E+4	136214.0E+4	135870.0E+4	133782.3E+4
C_T	0.565E-2	---	---	---	---	545.969	.00304427
C_R	0.565E+4	10711.503	.000	---	---	.00000003	.00000000
# Iterações		16	13	19	23	42	18
Erro (%)		3.417	9.142	3.421	10.580	3.442	9.142

Tabela 6.3: Resultado do ajuste de curvas para os 2 modelos do sistema considerando a *FRD* em 1gdl e em 4gdl.

Parâmetro	Valor inicial	RÍGIDO		1 KRAMER	
		1 gdl	4 gdl	1 gdl	4 gdl
K _{XX}	01.00e+04	4923.007	4974.049	20495.451	20307.429
K _{ZZ}	01.00E+04	4820.281	5451.157	20675.815	21274.493
C _{XX}	01.00E+00	1.425	.419	.000	1.926
C _{ZZ}	01.00E+00	.000	1.795	1.655	2.837
# Iterações		66	17	23	58
Erro (%)		10.450	167.230	22.176	122.271

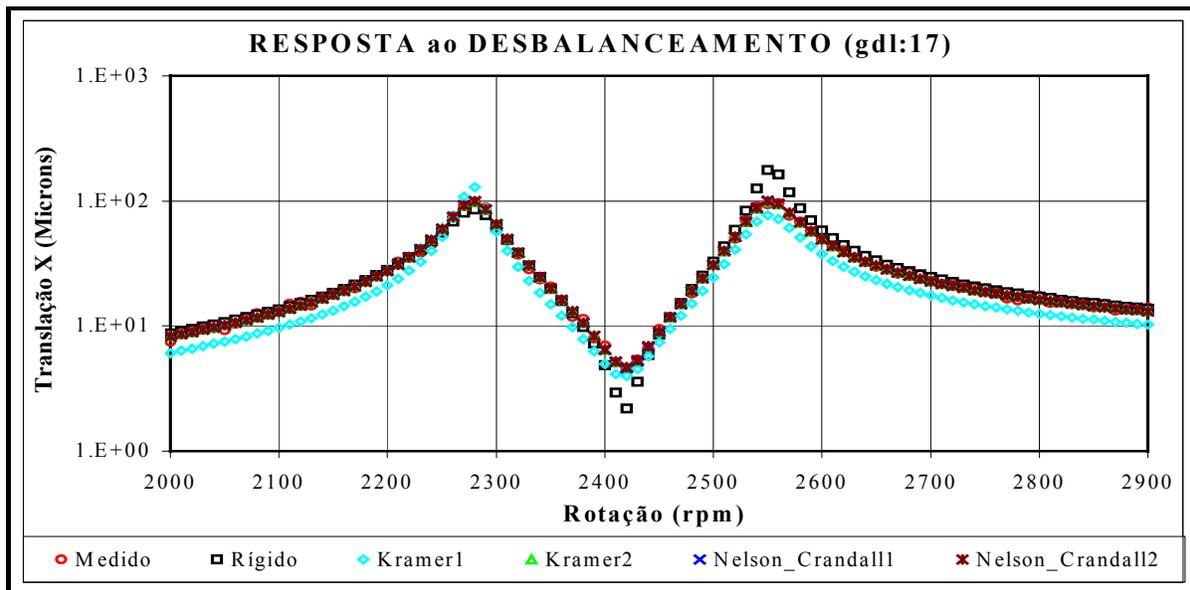


Figura 6.7: Curva de translação ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 1gdl.

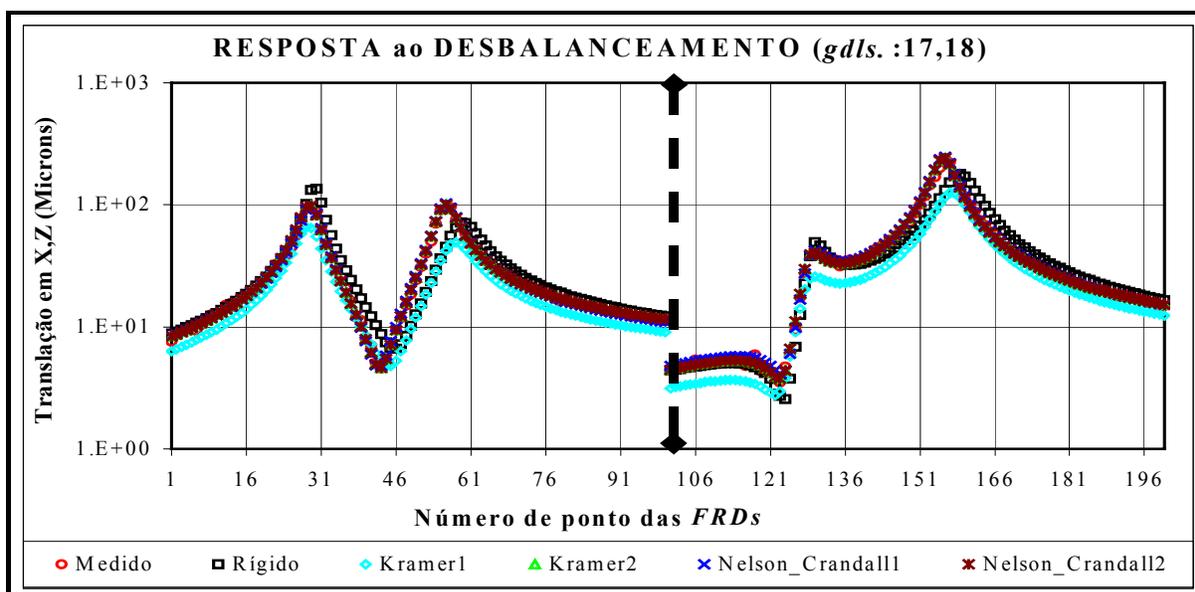


Figura 6.8: Curvas de translação ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 4gdl.

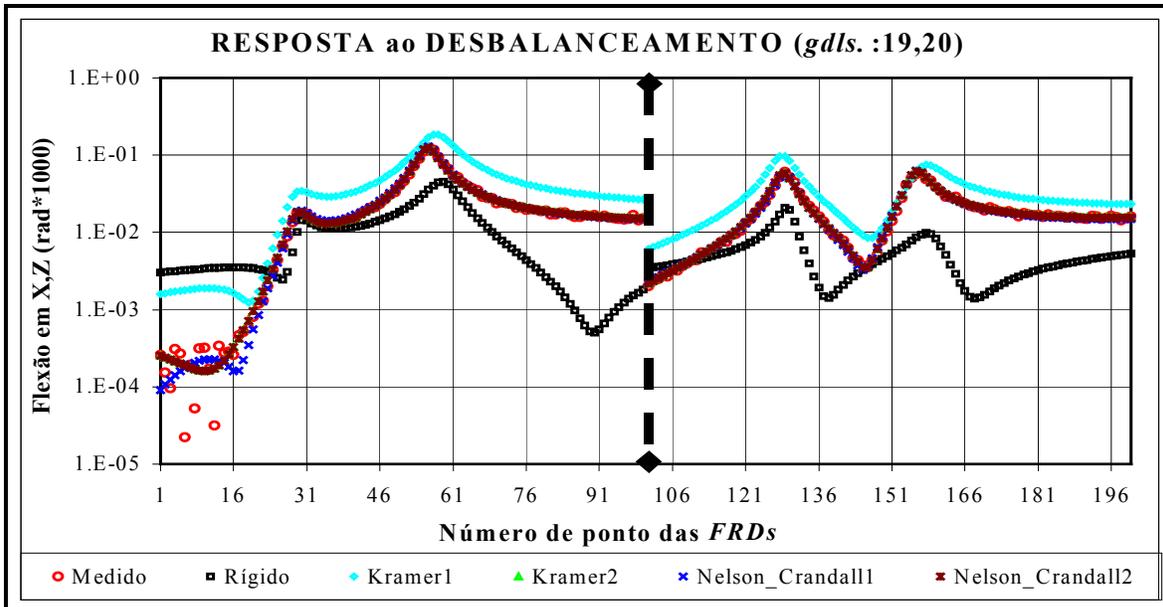


Figura 6.9: Curvas dos graus de flexão ajustadas para os 5 modelos do sistema, considerando 4gdl.

Dos resultados obtidos no ajuste das funções de resposta ao desbalanceamento (FRDs) pode-se levantar as seguintes observações:

- Mesmo sendo a curva assumida como experimental construída usando o 2º Modelo de Nelson e Crandall, no processo de estimação de parâmetros do acoplamento, os casos analisados para 1 gdl e 4 gdl não convergiram para os valores utilizados na definição da curva experimental, a exceção da rigidez rotacional k_R , com um erro até de 1.5% aproximadamente. Porém, os erros de ajuste descritos na Tabela 6.2, são menores do que para os demais modelos, igualando-se apenas ao erro do 2º modelo de Kramer.
- Das Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 pode-se afirmar que o ajuste é obtido com sucesso para os 5 modelos propostos no trabalho, com a diferença de que alguns modelos são melhor ajustados do que outros. Neste sentido, os melhor ajustados correspondem aos modelos 1º, 2º de Nelson e Crandall, e o 2º de Kramer, como é verificado através dos valores dos erros de ajuste final, descritos nas Tabelas 6.2 e 6.3. É interessante ressaltar que alguns dos parâmetros ajustados convergiram para valores nulos, para o 2º modelo de Nelson e Crandall e para o 2º modelo de Kramer, o que sugere que os graus de liberdade considerados no ajuste são pouco influenciados por estes parâmetros. Tal fato nos leva a concluir que, no processo de estimação de parâmetros dos sistemas mecânicos, é necessária

a elaboração do cálculo da sensibilidade paramétrica para a escolha das *FRFs* a serem utilizadas na estimação de um determinado parâmetro.

6.10.2 Função de Transferência

Utilizaremos o mesmo sistema da Figura 6.5, cujas propriedades físicas são as mesmas da Tabela 6.1. O modelo físico do sistema sob excitação aleatória é apresentado pela Figura 6.10.

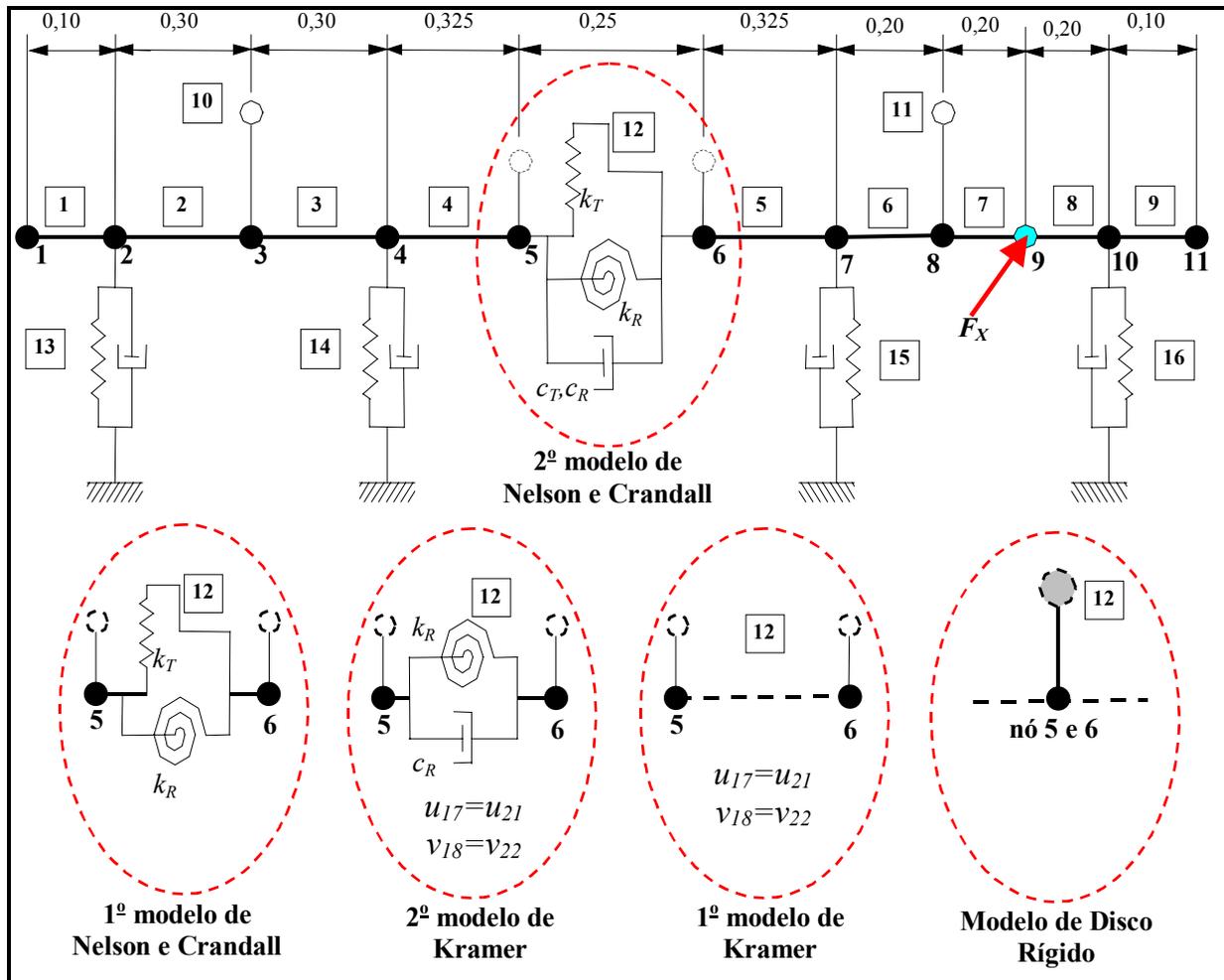


Figura 6.10: Modelos Físicos do sistema da Figura 6.2 para excitação aleatória

A função de transferência (*FRF*) experimental, neste caso, é definida em forma similar ao exemplo do desbalanceamento. Utilizamos o modelo do sistema correspondente ao 2º modelo de Nelson e Crandall, e assumimos uma força de excitação aleatória (com $\omega \in [12000\text{rpm}, 18000\text{rpm}]$ e $\Delta\omega=60.0\text{rpm}$) atuando no grau de liberdade 33:X (nó 9). Determina-se as funções de transferência (inertância : $\text{mm/s}^2/\text{N}$) nos graus de liberdade 13:X, 14:Z, 17:X, 18:Z, com o sistema

girando a 2000 rpm. Estas funções de transferência serão poluídas através da mesma equação 6.41 (erro aleatório 10%, erro sistemático 1%), usada para o desbalanceamento.

Neste caso, utilizando simultaneamente as funções de transferência (experimentais simuladas) destes 4 *gdls*, foram ajustados cada um dos modelos do sistema, definidos na Figura 6.10. O ajuste foi realizada através do programa **EST-PARAM.mdp** (Anexo II).

Para os 1º e 2º modelos de Nelson Crandall, e o 2º modelo de Kramer, os parâmetros estimados foram os 4 parâmetros do mancal hidrodinâmico 2 (k_{xx} , k_{zz} , c_{xx} , c_{zz}), e os 4 parâmetros do acoplamento (k_T , k_R , c_T , c_R). Sendo que o ponto de partida inicial foi 50% dos valores utilizados para definir a resposta experimental. Os resultados destes ajuste são apresentadas na Tabela 6.4.

Também, foram ajustados o 1º modelo de Kramer, e o modelo de disco rígido do sistema. Nestes casos, os parâmetros estimados foram os 4 parâmetros do mancal hidrodinâmico 2 (k_{xx} , k_{zz} , c_{xx} , c_{zz}), e os 4 parâmetros do mancal hidrodinâmico 3 (k_{xx} , k_{zz} , c_{xx} , c_{zz}). O ponto de partida inicial neste caso, consiste dos valores utilizados para definir a resposta experimental. Os resultados destes ajustes são apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.4: Resultado do ajuste de 3 modelos do sistema usando as funções de transferência para 4*gdls*.

Parâmetro		2 KRAMER	1 NELSON e CRANDALL	2 NELSON e CRANDALL
	Valor inicial	<i>gdls</i> : 13,14,17,18	<i>gdls</i> : 13,14,17,18	<i>4 gdls</i> : 13,14,17,18
k_{xx}	5000.00D+00	63435.65D-01	38765.58D+00	14831.94D+00
k_{zz}	5000.00D+00	13679.81D+00	16704.91D+00	67798.36D+00
c_{xx}	0.50D+00	7.07D-01	16.33D+00	11.11D+00
c_{zz}	0.50D+00	1.26D+00	10.06D+00	2.36D+00
k_T	600000.00D+00	---	784824.68D+00	253676.54D+00
k_R	678955.00D+03	678954.977D+03	678959.25495D+03	678953.00381D+03
c_T	565.00D-05	---	---	19.82D-01
c_R	565000.00D-02	759408.03D-01	---	226815.38D-01
# Funções Avaliadas		221	72	153
# Iterações		15	3	8
Erro (%)		51.520	59.870	72.485

Tabela 6.5: Resultado do ajuste de 2 modelos do sistema usando as funções de transferência para 4gds.

Parâmetro		RÍGIDO	1 KRAMER
	Valor inicial	4 gds: 13,14,17,18	4 gds: 13,14,17,18
k_{XX}	10000.00D+00	275344.2D+01	68388.85D-01
k_{ZZ}	10000.00D+00	269825.4D+01	18458.79D+00
c_{XX}	1.00D+00	35.56D+00	10.00D+00
c_{ZZ}	1.00D+00	59.20D+00	3.52D+00
k_{XX}	10000.00D+00	39766.93D-01	38910.56D-01
k_{ZZ}	15000.00D+00	36663.32D+00	25219.73D+00
c_{XX}	1.00D+00	5.91D-01	1.21D-01
c_{ZZ}	1.10D+00	45.17D+00	7.67D-01
# Funções Avaliadas		148	504
# Iterações		8	23
Erro (%)		999.703	114.567

As curvas resultantes do processo de ajuste das 4 funções de transferência experimentais (simuladas), são apresentadas graficamente através das Figuras 6.11 e 6.12.

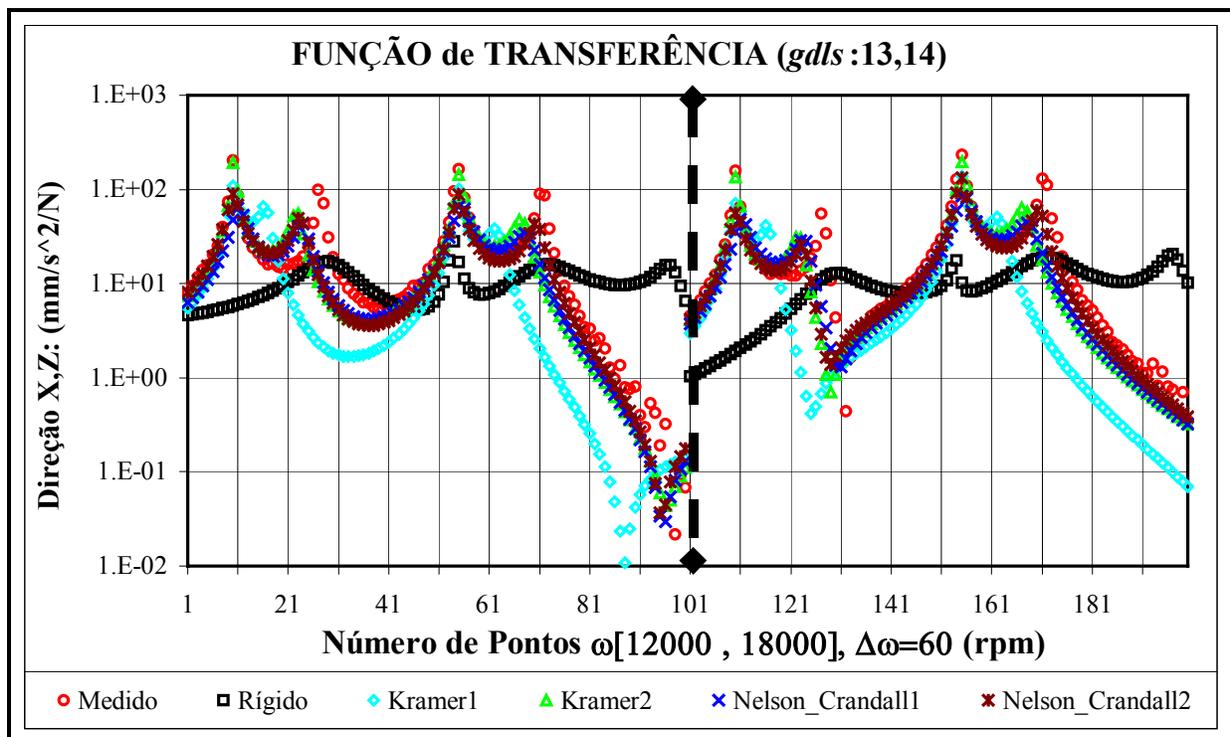


Figura 6.11: Curvas das funções de transferência dos graus de liberdade (gds: 13:X, 14:Z) ajustadas, para os 5 modelos do sistema em 2000rpm.

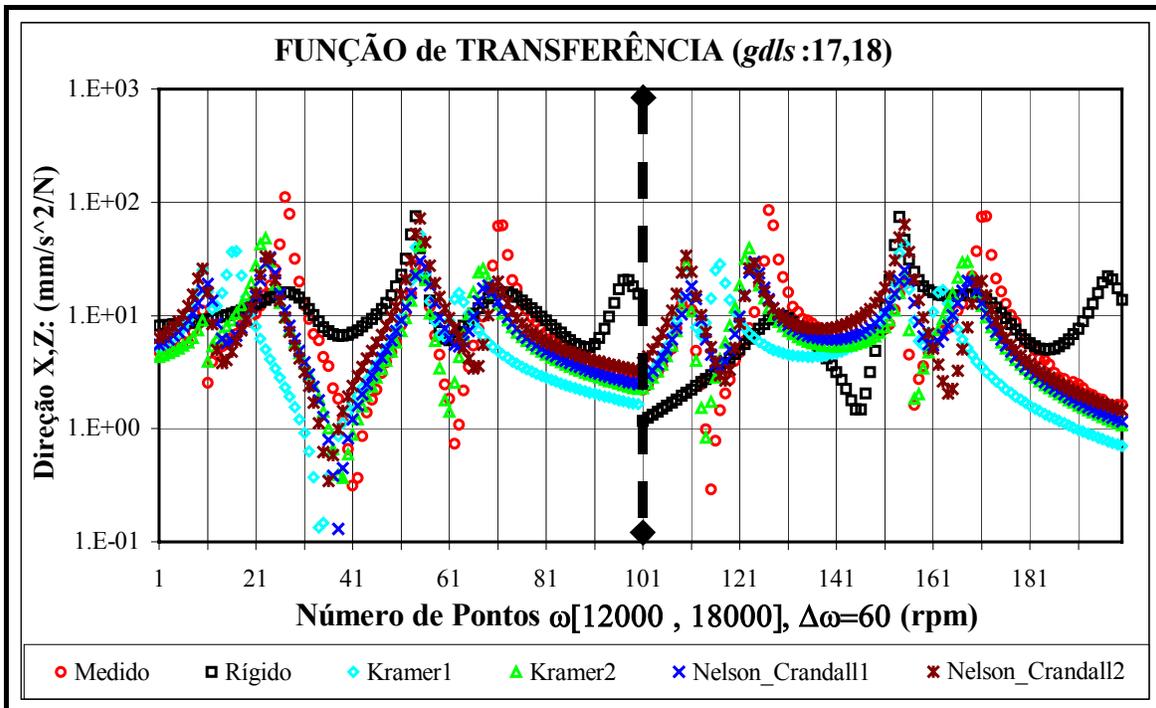


Figura 6.12: Curvas das funções de transferência dos graus de liberdade (*gdl*s: 17:X, 18:Z), ajustadas para os 5 modelos do sistema em 2000rpm.

Dos resultados obtidos no ajuste das funções de transferência, observou-se os seguintes casos:

- Mesmo sendo a curva assumida como experimental construída usando o 2º Modelo de Nelson e Crandall, no processo de estimação de parâmetros do acoplamento, estes não convergiram para os valores utilizados na definição da curva experimental. Porém, dos erros de ajuste descritos na Tabela 6.4, os erros do 2º modelo de Kramer e do 1º modelo de Nelson e Crandall são menores que para os demais modelos.
- Das Figuras 6.11 e 6.12 pode-se afirmar que o ajuste é alcançado com sucesso para os 5 modelos propostos no trabalho, em certas regiões, com a diferença de que alguns são melhor ajustados que os demais. Os modelos que se ajustaram melhor correspondem aos modelos 1º e 2º de Nelson e Crandall e o 2º de Kramer, como é verificado através dos valores dos erros de ajuste final descritos na tabelas 6.4 e 6.5. Fato este também observado para o caso do ajuste da *FRF* devido ao desbalanceamento. Tal fato implica em que as *FRFs* escolhidas para o ajuste são mais sensíveis a estes modelos, do que ao 1º modelo de Kramer e ao modelo de disco rígido.

Capítulo 7

Análises Experimentais

Este capítulo, certamente, é a parte mais importante do trabalho, onde pretende-se verificar a modelagem simplificada através do método de elementos finitos, proposta no capítulo 4, para os acoplamentos flexíveis nos sistemas mecânicos. A implementação experimental foi possível graças à disponibilidade de uma bancada de testes, que apresenta características construtivas que flexibilizam diversos tipos de montagens, seja em relação à configuração da fundação ou em relação à configuração do rotor (mancais, eixos, suportes dos sensores). A construção da bancada está baseada no trabalho de Dedini F., Cavalca K. (1992) e Dedini F. (1993).

Inicia-se com a descrição da bancada de teste e da montagem experimental a ser utilizada no presente trabalho. A seguir, faz-se a análise modal da fundação numa montagem flexível e, finalmente, na montagem rígida, que será a utilizada no trabalho, com o propósito de caracterizar a fundação, em relação a suas frequências naturais mais baixas. Da mesma forma se faz a análise modal das estruturas de suporte dos mancais, e do motor elétrico com sua estrutura de suporte. O propósito foi estabelecer uma faixa de análise para os testes, dentro da qual estes componentes devem apresentar um comportamento praticamente rígido. Fez-se, também, a análise modal dos componentes do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, na condição livre-livre dos seguintes conjuntos: eixos, eixos com massa dos discos, eixos com massa dos discos e acoplamento. O propósito de tais análises foi ajustar os parâmetros desconhecidos dos mesmos e, dessa forma, reduzir o número de variáveis desconhecidas do sistema. Finalmente, serão apresentados os resultados dos ajustes dos modelos propostos do sistema, nas condições de operação, sejam estes sob desbalanceamento residual ou sob excitação aleatória por meio de um “*Shaker*”. Para ambas condições de operação, foram utilizadas 2 tipos de acoplamentos flexíveis: o Vulkan Tormin L-3R e o Vulkan Tormin L-1NZ.

7.1 Configuração da Bancada Experimental

A configuração da bancada utilizada no presente trabalho é apresentada na Figura 7.1, composta por:

- Um motor elétrico de acionamento do sistema (marca WEG, trifásico, 3kWatt, 3465rpm);
- Um acoplamento de Neoprene entre o motor e o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, (detalhes construtivos no Apêndice A);
- Quatro mancais hidrodinâmicos, detalhes construtivos em Dedini F. (1993);
- Duas massas ou discos rígidos;
- Dois eixos de aço supostamente colineares;
- Um acoplamento flexível entre os eixos (Vulkan Tormin L-3R, Vulkan Tormin L-1NZ);
- Uma base metálica ou suporte do rotor, detalhes construtivos em Dedini F. (1993);
- Uma fundação de concreto (Mesa de concreto, espuma, molas, pilares de concreto).

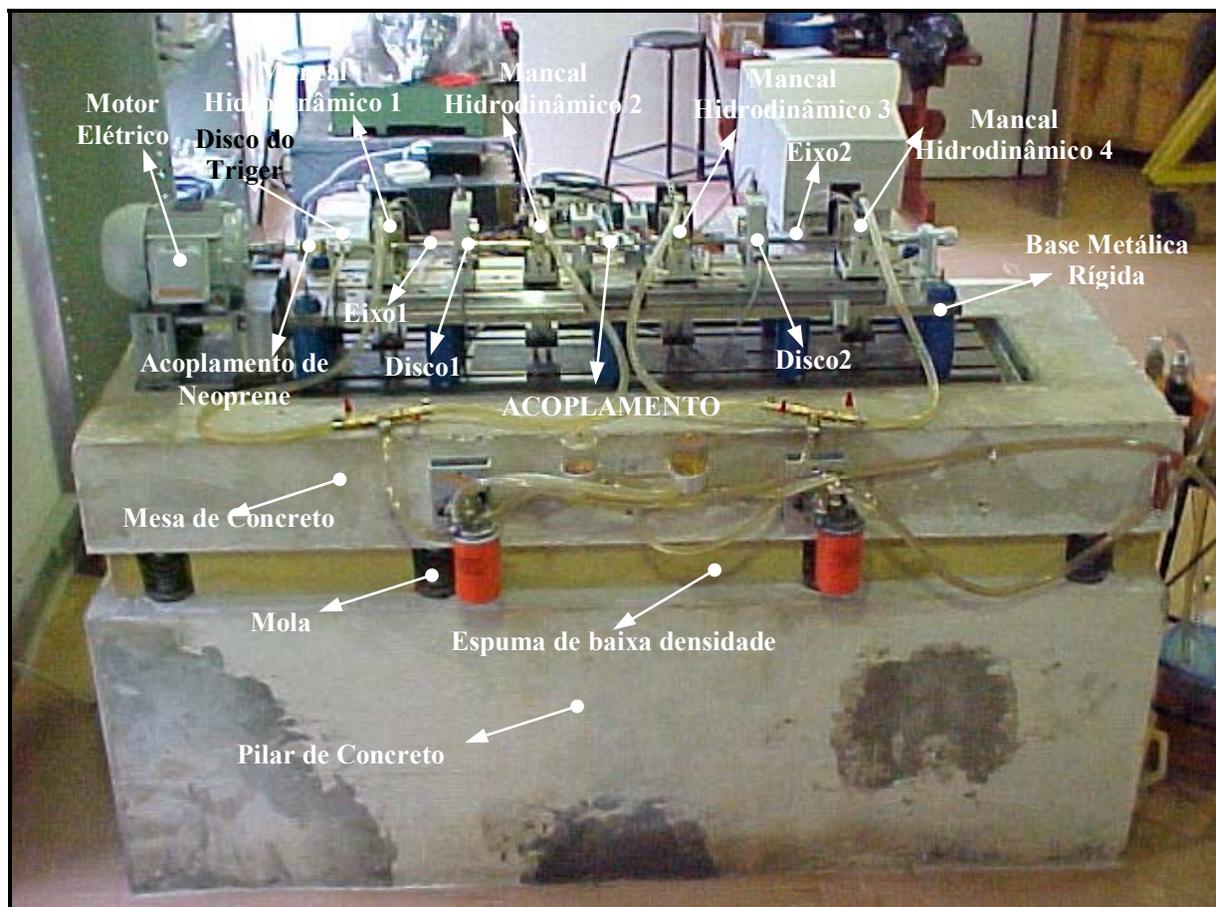


Figura 7.1: Configuração da bancada de Teste Experimental.

A seguir, apresenta-se a análise modal de alguns dos componentes da bancada de teste da Figura 7.1, com a finalidade de determinar as frequências naturais mais baixas dos mesmos, a fim de determinar a faixa de análise na qual ditos componentes não irão influenciar a resposta do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, analisado. O sistema de aquisição e processamento dos sinais, foi realizado através de um programa implementado no *software LabVIEW® 5.0*. Isto pela versatilidade desta linguagem, seja no controle como no processamento dos sinais adquiridos e, principalmente, pela disponibilidade de mais canais, do que nos analisadores tradicionais.

7.1.1 Fundação de Concreto e a Base Metálica

A bancada de teste, conforme mencionado anteriormente, apresenta características construtivas que permitem a montagem de uma fundação flexível, na qual a base metálica esta unida à mesa de concreto através de 10 molas(5 por lado), conforme a Figura 7.2. Esta montagem foi utilizada no trabalho de Cavalcante P. (2001). A análise modal desta montagem foi realizada com as seguintes características: excitação na direção vertical no nó 25, respostas medidas tanto na direção horizontal quanto na vertical ao longo da discretização feita no trabalho de Cavalcante P. (2001). O conjunto dos resultados selecionados, por apresentarem maiores amplitudes de vibração, são apresentados na Figura 7.3.



Figura 7.2: Fundação Flexível excitada verticalmente, respostas medidas nas direções horizontal e vertical.

Da Figura 7.3, observa-se que a primeira frequência natural de flexão, para esta configuração da fundação, é aproximadamente de 35.16Hz.

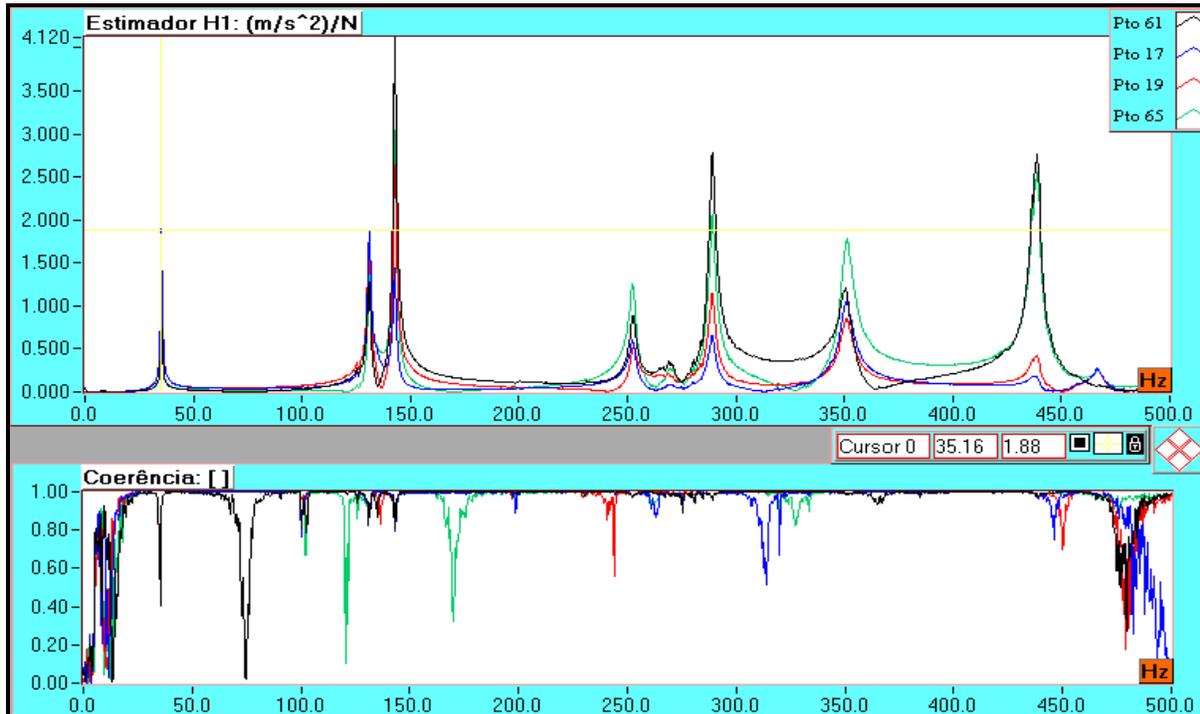


Figura 7.3: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da fundação flexível excitada verticalmente.

Uma configuração da fundação muito menos flexível do que a anterior, é obtida ao substituir as 10 molas helicoidais por 10 elementos cilíndricos vazados de aço e cuja distribuição é mostrada na Figura 7.4.



Figura 7.4: Fundação rígida excitada verticalmente, respostas medidas nas direções horizontal e vertical.

A análise modal desta montagem, foi realizada com as mesmas características (na aquisição e no processamento dos sinais para obter a função de transferência), do que para a fundação com molas helicoidais. O conjunto dos resultados obtidos nos mesmos pontos do caso anterior, são apresentados na Figura 7.5.

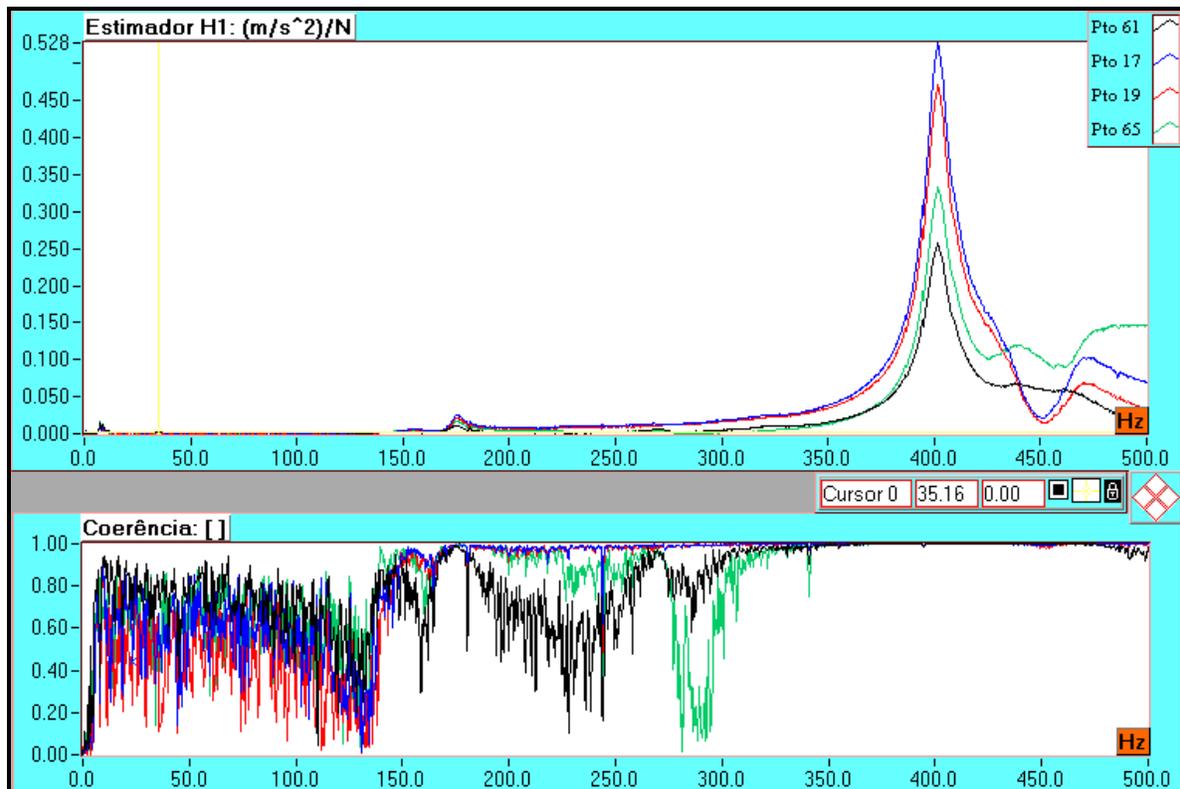


Figura 7.5: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da fundação rígida excitada verticalmente.

Da Figura 7.5, nota-se que a primeira frequência natural de flexão, para esta configuração da fundação, é aproximadamente de 400.0Hz. Existem alguns picos bem menores em frequências inferiores a 400.0Hz, porém muito amortecidos, pois suas amplitudes de vibração são praticamente nulas. Portanto, com a configuração da Figura 7.4, obtém-se uma faixa considerável de 0.0Hz à 350.0Hz, na qual a fundação pode ser considerada como uma fundação rígida.

7.1.2 Mancais Hidrodinâmicos

No presente trabalho são utilizados mancais hidrodinâmicos curtos do tipo cilíndrico, cuja caixa é feita de alumínio e o interior de cobre, a folga radial dos mesmos é de 160.0 microns, a largura da superfície de deslizamento é 20.0mm e o diâmetro interno é de 31.0mm. O óleo de lubrificação dos mancais é do tipo AWS 22, e o fornecimento de óleo no sistema é feito por meio

de uma bomba dosadora de quatro canais (2 de alimentação e 2 de retorno), com uma vazão variável entre 0.0 e 6.0 litros/hora. Para conseguir uma alimentação mais uniforme do óleo, foram instalados dois dispositivos similares a chamineias de equilíbrio em cada circuito de alimentação, conforme apresentada na Figura 7.1.

Na Figura 7.6 é apresentado a montagem das caixas dos 4 mancais hidrodinâmicos e sua distribuição na fundação rígida (a montagem é baseado no princípio de 4 barras, Dedini F. 1993). Além disso, é mostrado nessa figura a montagem realizada como o propósito de se realizar a análise modal das caixas dos mancais montados, para determinar a menor frequência natural das mesmas. A análise modal realizada consiste em aplicar uma excitação na direção vertical, em cada um dos mancais, conforme apresenta a Figura 7.6. As respostas foram medidas no mesmo mancal excitado, nos outros mancais e na fundação rígida. Isto foi realizada para cada um dos mancais hidrodinâmicos, sendo que, as melhores funções de transferência, corresponderam às posições próximas do ponto de excitação, ou seja, do mancal excitado.



Figura 7.6: Montagem e distribuição dos mancais hidrodinâmicos na fundação rígida.

Dos resultados obtidos da análise modal das caixas dos mancais, selecionou-se aqueles que deram as frequências naturais mais baixas e que corresponderam ao mancal 3. As funções de transferência (inertância) e de coerência selecionadas relativas ao mancal 3, são apresentadas na Figura 7.7. Observa-se desta figura, que a primeira frequência natural da caixa é

aproximadamente de 241.70Hz, o que restringirá a faixa de análise do sistema, pois a faixa na qual, a caixa do mancal comporta-se como rígida será inferior a 200.0Hz.

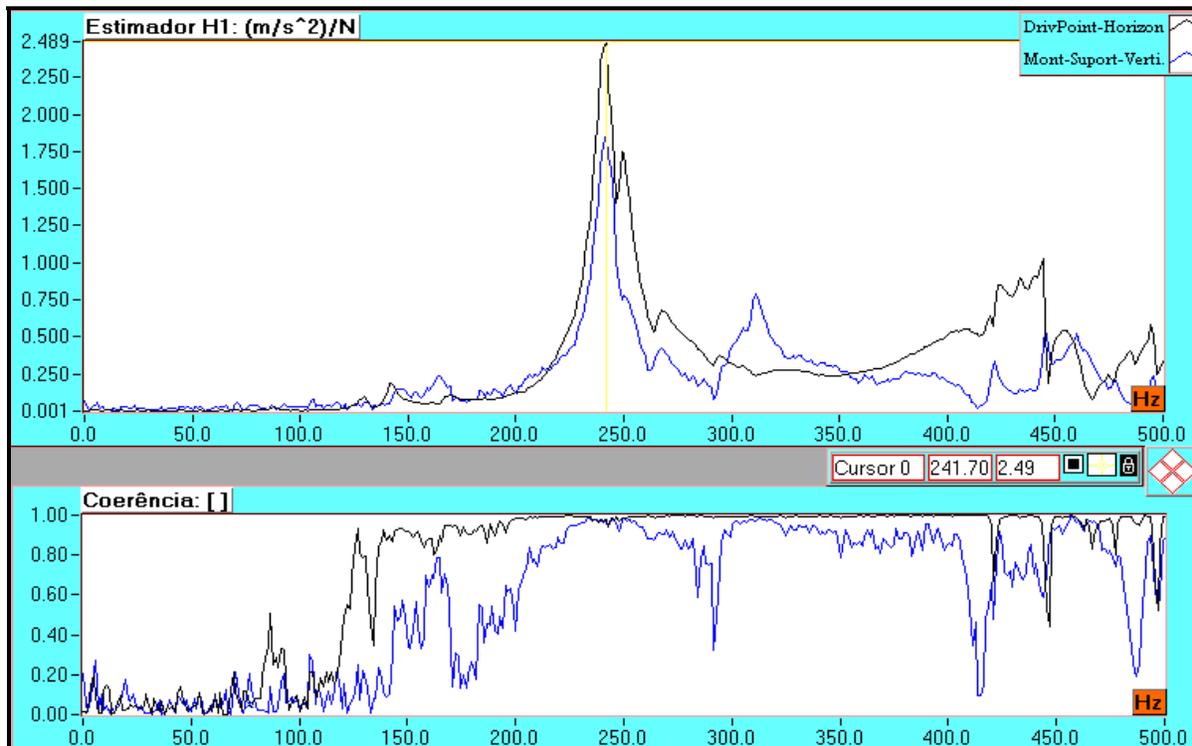


Figura 7.7: Funções de transferência(inertância) e de coerência em frequência da caixa dos mancais.

7.1.3 Montagem do Motor Elétrico de Acionamento

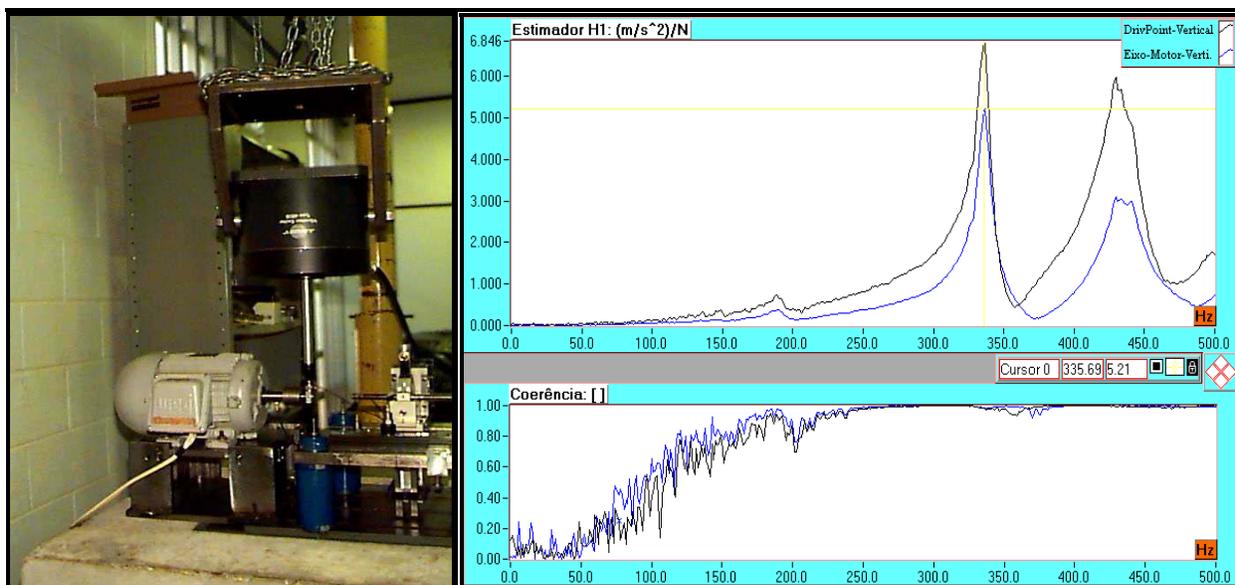


Figura 7.8: Montagem do motor elétrico de acionamento e os resultados da análise modal.

A Figura 7.8, apresenta a montagem do motor elétrico que acionará o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**. Também apresenta a montagem realizada com o propósito de realizar a análise modal deste componente do sistema. Na análise modal do motor elétrico, a excitação foi na direção vertical como apresenta a figura, e as respostas (acelerações) foram medidas em: “*driving point*”, eixo do motor, carcaça do motor próxima da excitação, base metálica que suporta o motor. Das funções de transferência obtidas, foram selecionadas aquelas correspondentes ao “*driving point*” e ao eixo do motor, pois apresentaram as frequências naturais mais baixas e amplitudes de vibração maiores, em relação às outras posições de medição do motor.

7.1.4 Eixos e Massas

O sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** da montagem experimental, é composto por 2 eixos e duas massas ou discos rígidos. Algumas das propriedades físicas dos mesmos não são conhecidas, e outras mesmo sendo conhecidas a partir de tabelas, não são exatas por se tratarem de valores médios, obtidos por procedimentos estatísticos a partir de corpos de prova, motivo pelo qual terão que ser ajustados conforme apresentado nos trabalhos de Ccasa J. (1999) e Jacon F. (2000), ou seja, através da análise modal na condição livre-livre para cada componente.

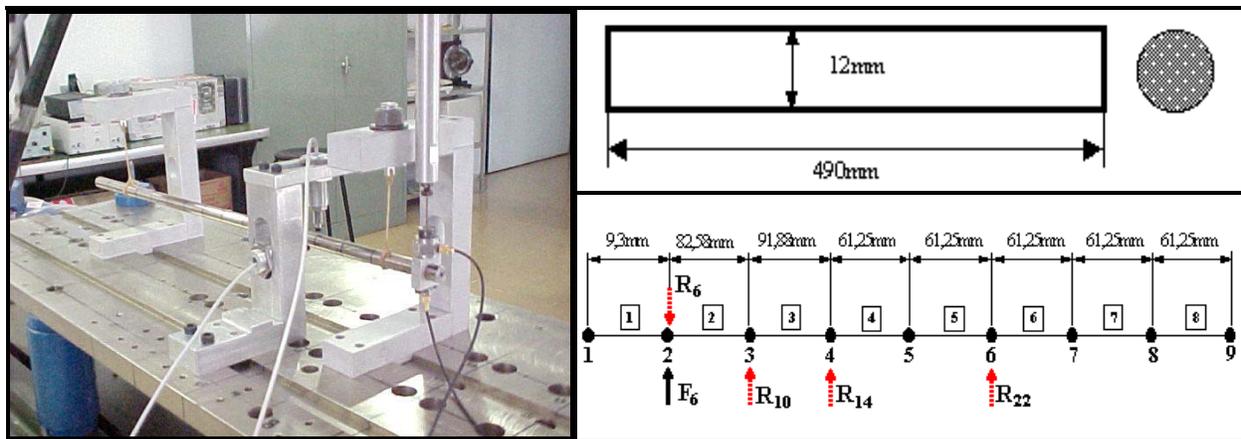


Figura 7.9: Eixo1: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição *MEF*.

◆ O **Eixo1** é feito de um aço comum (utilizado nas impressoras matriciais) com acabamento superficial do tipo H9, cujas dimensões geométricas são indicadas na Figura 7.9. A massa é de 430.0gr e a densidade específica é de 7759.255kg/m^3 . As propriedades físicas do material deste eixo, que não são conhecidas, mas que podem ser assumidas da literatura para os aços, são o coeficiente de Poisson igual a 0.30 e o fator de cisalhamento igual a 0.90, pois estes valores variam muito pouco de um tipo de aço para o outro. Para a descrição completa do Eixo1, através

do método de elementos finitos (*MEF*) precisa-se ainda dos seguintes parâmetros: elasticidade transversal do material do eixo (E), coeficientes de amortecimento proporcional estrutural viscoso (q_{zk} , q_{zm}). Com o propósito de determinar estes parâmetros desconhecidos, foi realizada a análise modal do Eixo1 numa montagem conforme mostrado na Figura 7.9.

A Figura 7.10, apresenta as funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas através da análise modal realizada no Eixo1 (força de excitação no grau de liberdade 6). Algumas destas funções de transferência, foram utilizadas no processo de estimação dos parâmetros desconhecidos do Eixo1.

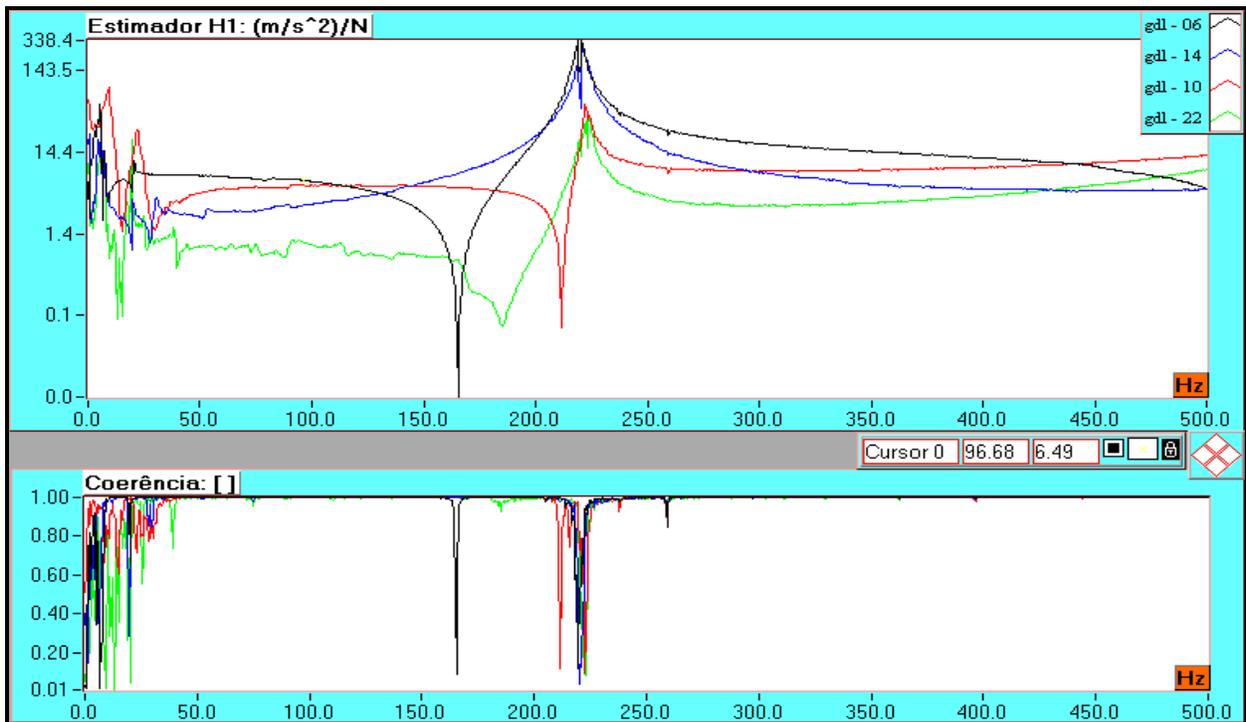


Figura 7.10: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do Eixo1 na condição livre-livre.

A Figura 7.11, apresenta o resultado gráfico do processo de ajuste das funções de transferência nos graus de liberdade 6 e 10, que nos permitiram estimar os valores dos parâmetros desconhecidos para o Eixo1. Os resultados do processo de estimação de parâmetros físicos do Eixo1, são apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Parâmetros estimados para o Eixo1

Eixo1			
Parâmetro a Estimar	Fator de amortecimento q_{zk}	Fator de amortecimento q_{zm}	Módulo de elasticidade E
Valor estimado	$28.030 \cdot 10^{-6}$	15.742	$1.892 \cdot 10^{11}$ N/m ²

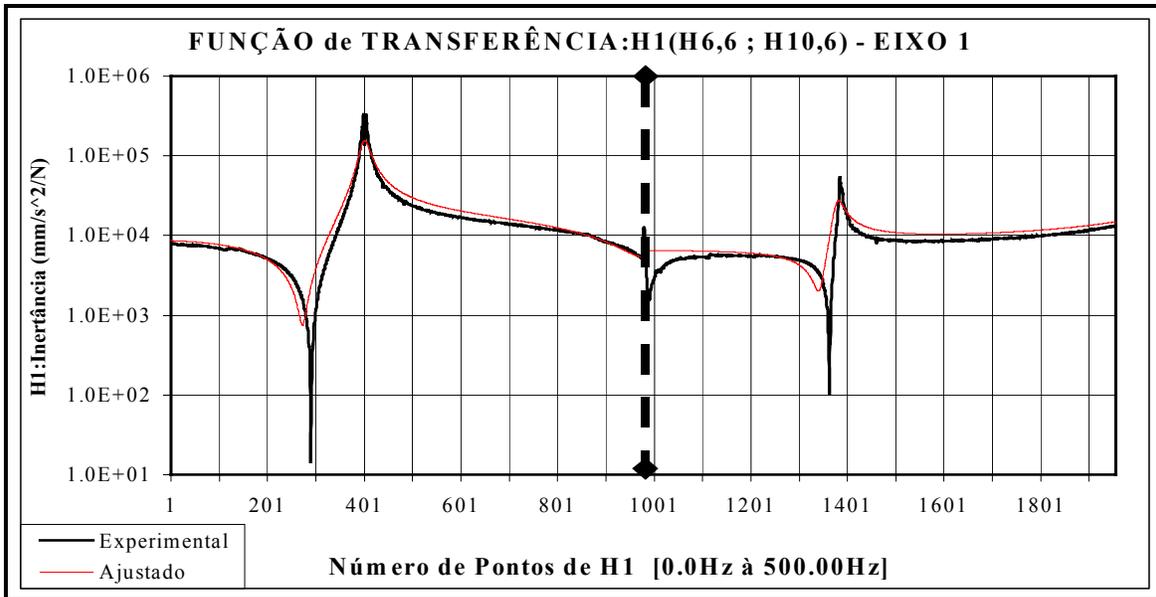


Figura 7.11: Resultado do processo de estimação de parâmetros do Eixo1.

◆ O **Disco1** ou disco rígido é feito de um aço 1020 e tem uma massa de 2344.8gr, cujas dimensões geométricas são indicadas na Figura 7.12. Nos dois lados do disco a uma distância de 3.20cm do centro do disco, existem 24 furos de rosca M2.5, que servem como pontos fixação para a aplicação de massas de calibração ou de desbalanceamento do rotor. A densidade específica é a propriedade física do material deste disco, que é utilizada na descrição do Disco1 através do *MEF*, cujo valor é inexato, devido à imprecisão na determinação do volume do mesmo. Com o propósito de estimar o valor desse parâmetro do Disco1, foi realizada a análise modal do conjunto Eixo1 e Disco1 de acordo à Figura 7.12.

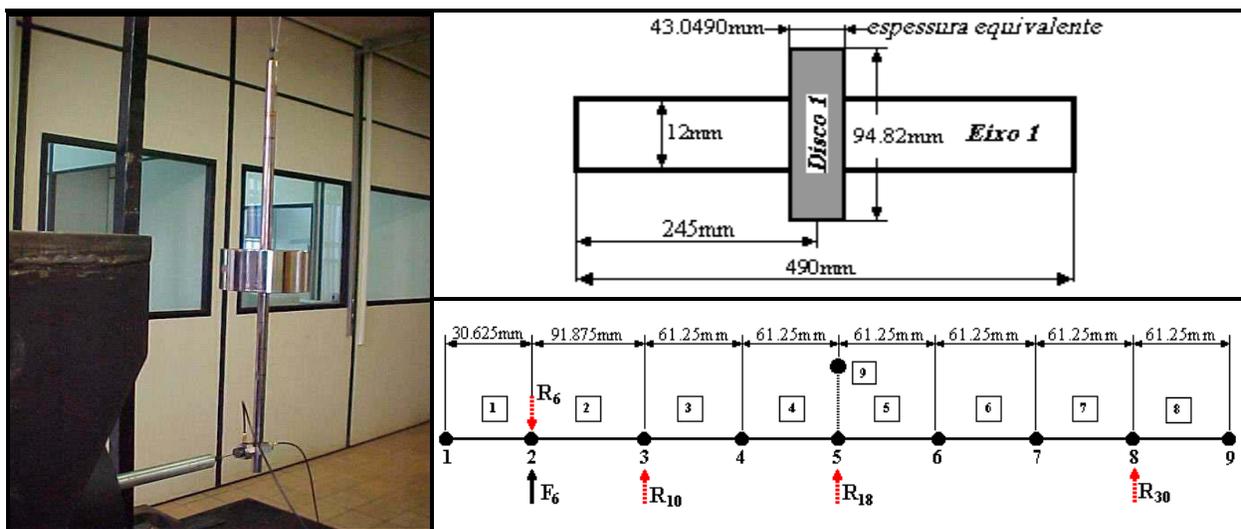


Figura 7.12: Sistema Eixo1-Disco1: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição por *MEF*.

A Figura 7.13, apresenta as funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas através da análise modal realizada no sistema Eixo1-Disco1(excitação no grau de liberdade 6). As funções de transferência nos graus de liberdade 6 e 30, foram utilizadas no processo de estimação da densidade específica do Disco1. Entretanto, a Figura 7.14 apresenta o resultado do processo de ajuste que nos permitiu estimar o valor da densidade específica do Disco1.

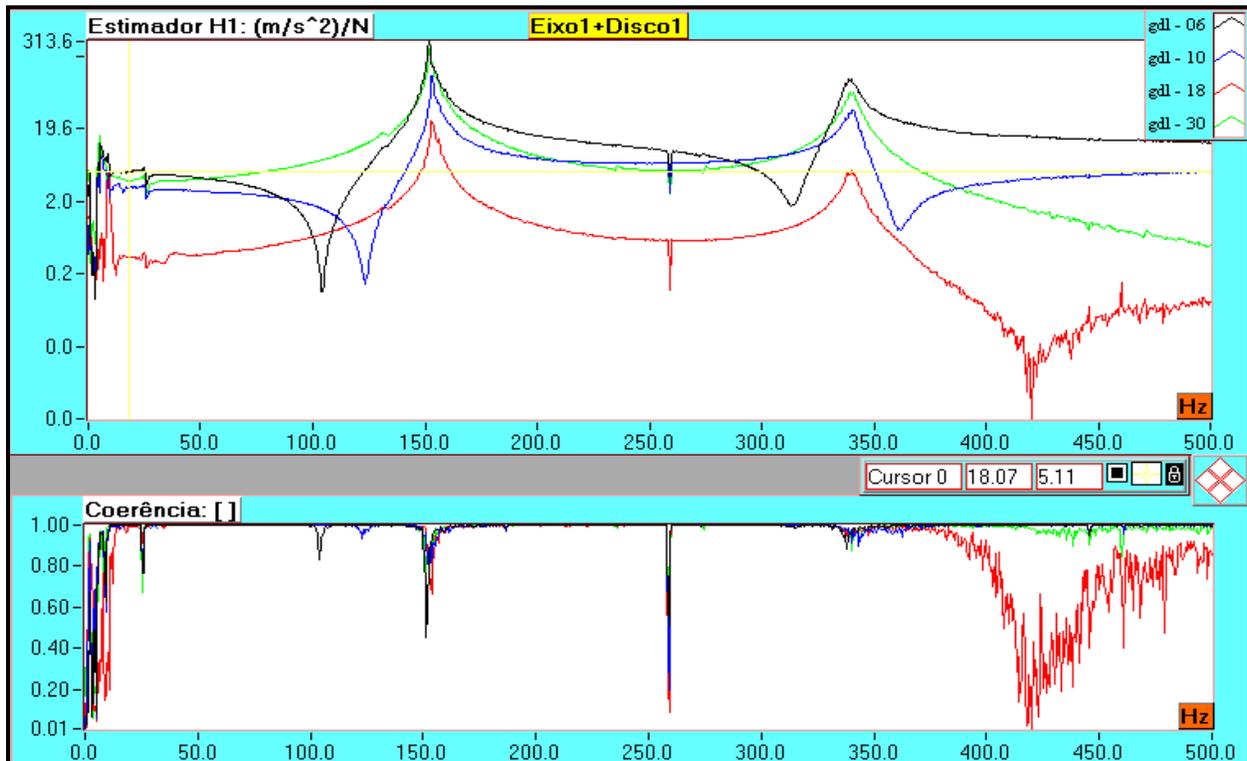


Figura 7.13: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do sistema Eixo1-Disco1, na condição livre-livre.

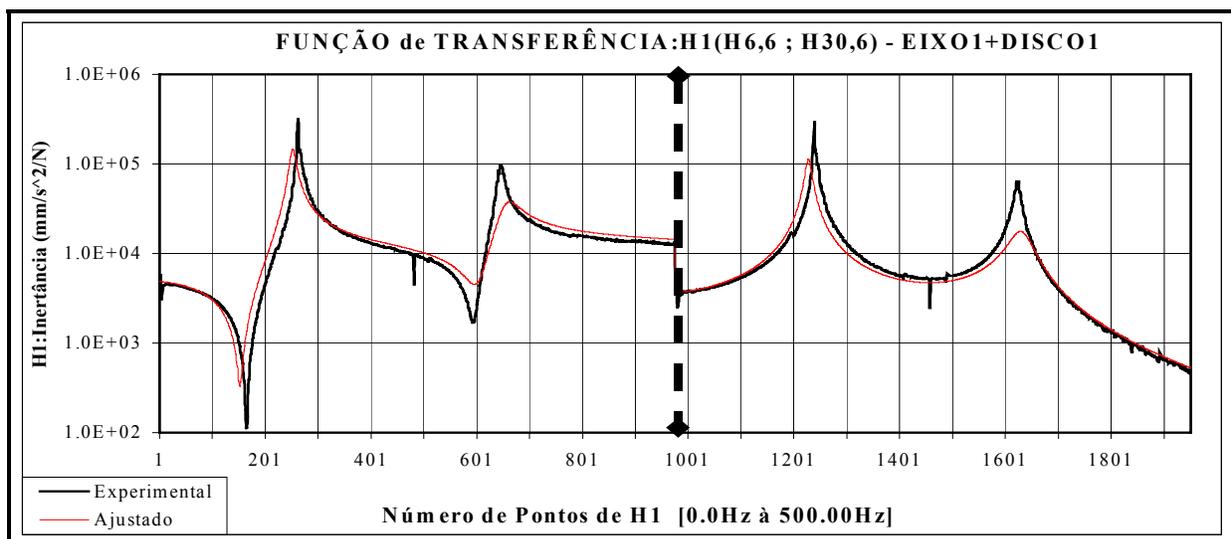


Figura 7.14: Resultado do processo de estimação da densidade específica do Disco1.

Além disso, O resultado do processo de ajuste do parâmetro físico do Disco1 é apresentada na Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Parâmetro estimado para o Disco1

Eixo1-Disco1	
Parâmetro a Estimar	Densidade específica do Disco1
Valor estimado	6047.449kg/m ³

♦ O Eixo2 é do mesmo material que o Eixo1 e com acabamento superficial do tipo H9, cujas dimensões geométricas são indicadas na Figura 7.15. A massa é de 430.8gr, a densidade específica é de 7759.255kg/m³. As propriedades físicas assumidas para o Eixo1 também são assumidas para o Eixo2(coeficiente de Poisson, fator de cisalhamento). Analogamente ao caso do Eixo1, foi realizada a análise modal do Eixo2 de acordo à Figura 7.15, para estimar os valores da elasticidade transversal E e dos coeficientes q_{zk} , q_{zm} do amortecimento proporcional estrutural viscoso do material do Eixo2.

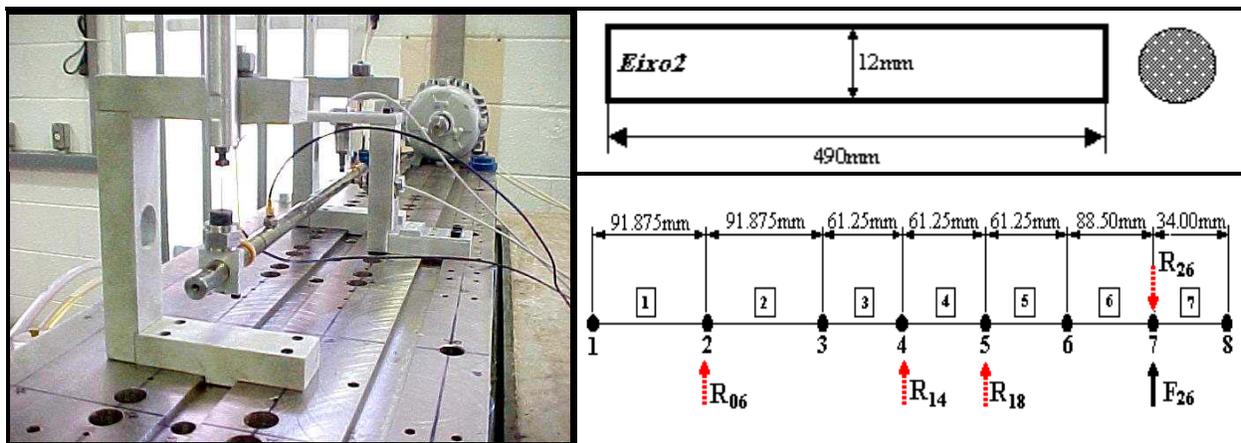


Figura 7.15: Eixo2: descrição geométrica, montagem livre-livre(análise modal), descrição por MEF.

A Figura 7.16 apresenta as funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas através da análise modal realizada no Eixo2. As funções de transferência nos graus de liberdade 26 e 6, foram utilizadas no processo de estimação dos parâmetros desconhecidos do Eixo2.

Entretanto, a Figura 7.17 apresenta o resultado gráfico do processo de ajuste, que nos permitiram estimar os valores da elasticidade transversal E e dos coeficientes q_{zk} , q_{zm} do amortecimento proporcional estrutural viscoso para o Eixo2.

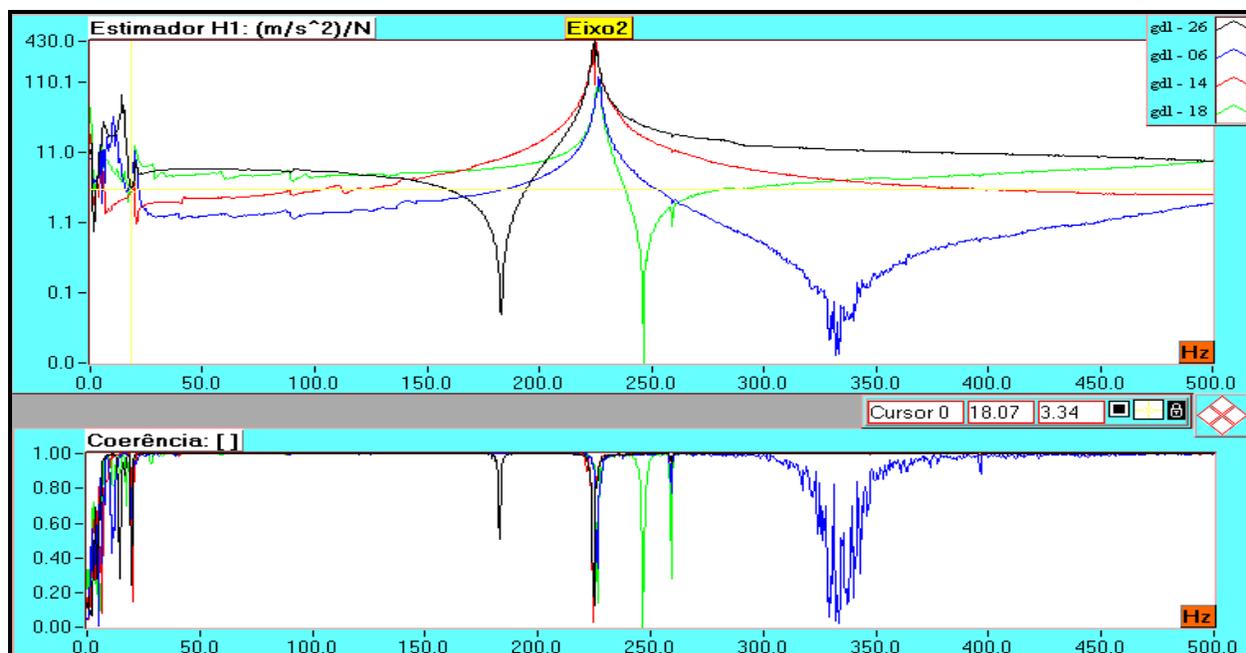


Figura 7.16: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do Eixo2, na condição livre-livre.

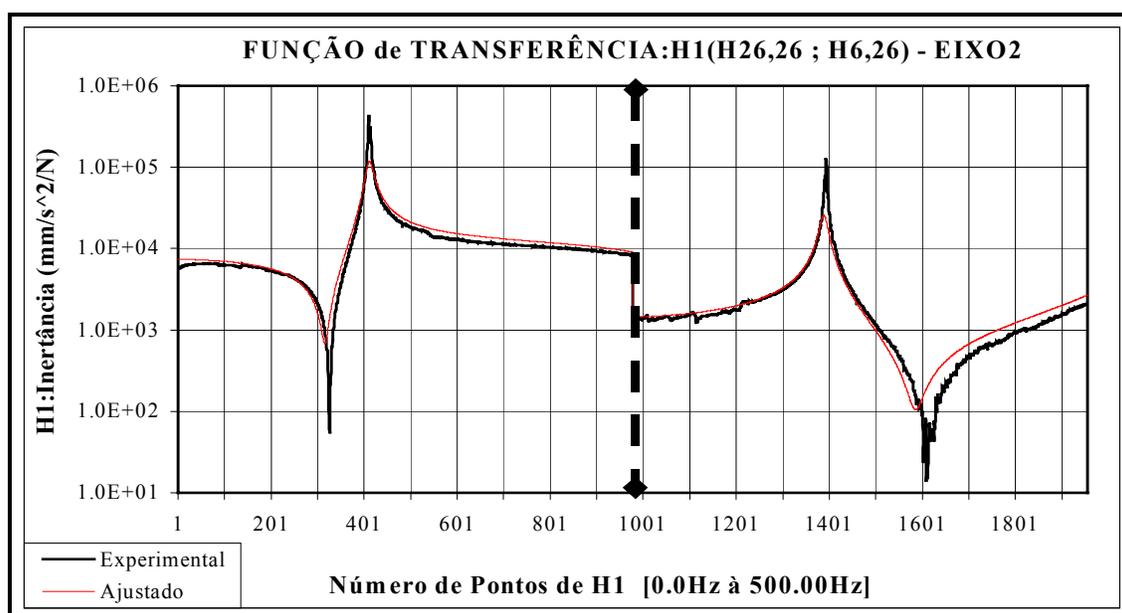


Figura 7.17: Resultado do processo de estimação dos parâmetros do Eixo2.

Os resultados do processo de estimação dos parâmetros físicos do Eixo2, é apresentado na Tabela 7.3.

Tabela 7. 3: Parâmetros estimados para o Eixo2

Eixo2			
Parâmetro a Estimar	Fator de amortecimento q_{zk}	Fator de amortecimento q_{zm}	Módulo de elasticidade E
Valor estimado	$17.949 \cdot 10^{-6}$	15.640	$1.981 \cdot 10^{11} \text{ N/mm}^2$

♦ O **Disco2** ou disco rígido é do mesmo material e dimensões geométricas que o Disco1. Conforme apresentado na Figura 7.18, apresenta uma massa de 2339.2gr. Este disco permite a calibração ou desbalanceamento do rotor, através dos mesmos detalhes geométricos do que o Disco1. Analogamente ao caso do Disco1, a densidade específica desta massa tem que ser corrigida, pelos mesmos motivos citados anteriormente. Com este propósito, foi realizada a análise modal do sistema Eixo2 e Disco2 de acordo à Figura 7.18.

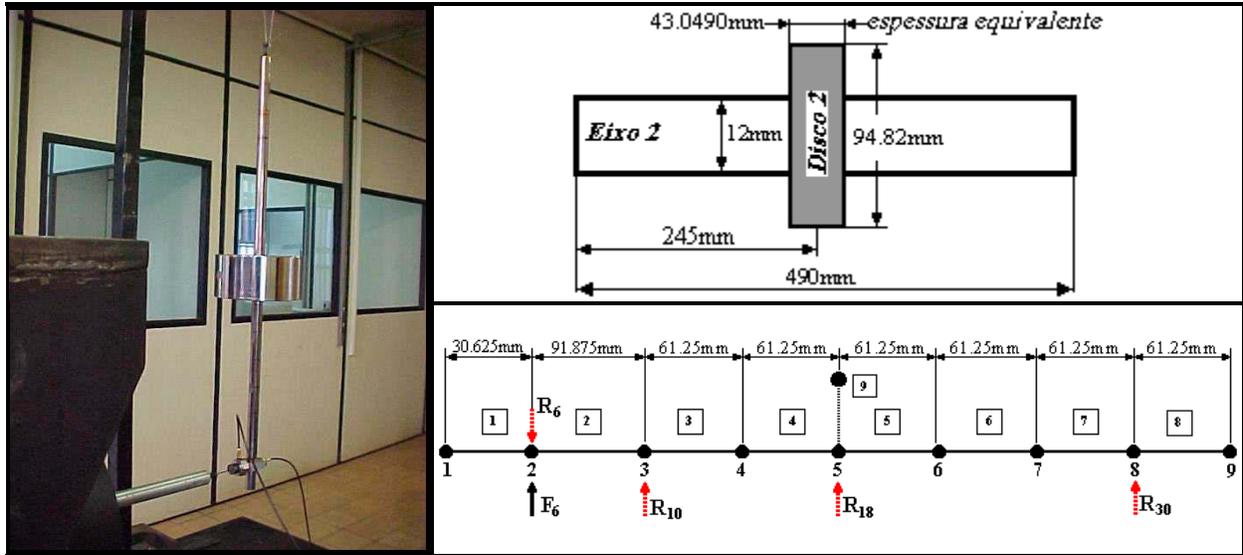


Figura 7.18: Sistema Eixo2-Massa2: descrição geométrica, montagem livre-livre (análise modal), descrição por MEF.

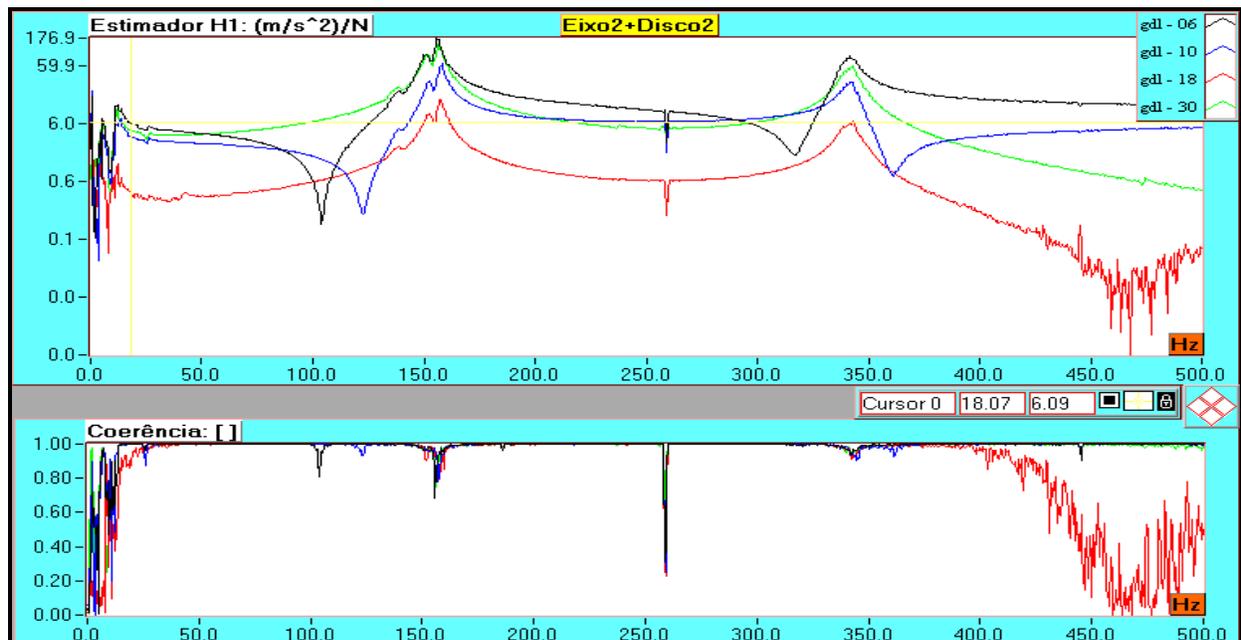


Figura 7.19: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do sistema Eixo2-Disco2, na condição livre-livre.

A Figura 7.19, apresenta as funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas através da análise modal realizada no sistema Eixo2-Disco2. As funções de transferência correspondentes aos graus de liberdade 6 e 30, foram utilizadas no processo de estimação da densidade específica do Disco2.

Entretanto, a Figura 7.20 apresenta o resultado gráfico do processo de ajuste, que nos permitiram estimar o valor da densidade específica do Disco2.

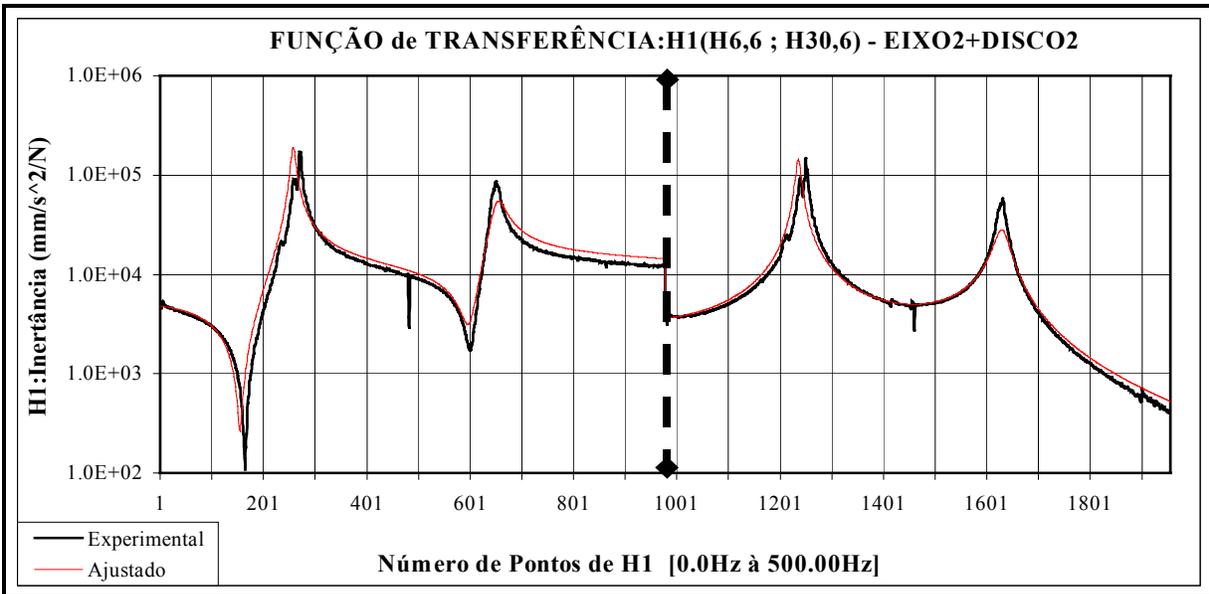


Figura 7.20: Resultado do processo de estimação da densidade específica do Disco2.

Além disso, o resultado do processo de estimação do parâmetro físico do Disco2 é apresentado na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Parâmetro estimado para o Disco2

Eixo2-Disco2	
Parâmetro a Estimar	Densidade específica do Disco2
Valor estimado	6559.021kg/m ³

Nos processos de estimação dos parâmetros desconhecidos, de cada um dos discos e eixos do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, as mesmas grandezas para ambos os eixos, convergiram para valores não muito diferentes. O mesmo aconteceu para a grandeza dos discos. Entretanto, como os programas **PROGRA-M1.mdp** e **EST-PARAM.mdp** consideram elementos de eixos e discos do mesmo material com as mesmas propriedades físicas, foram assumidos valores médios dos estimados como valores verdadeiros, os quais são descritos na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Valores Médios dos parâmetros estimados

Eixos		Discos ou Massas	
Parâmetros	Valores Médios	Parâmetro	Valor Médio
Módulo de Elasticidade	$1.936 \cdot 10^{11} \text{N/m}^2$	Densidade específica	6303.235kg/m^3
Amortecimento Proporcional (q_k)	$22.989 \cdot 10^{-06}$		
Amortecimento Proporcional (q_m)	15.691		

7.1.5 Acoplamento entre o Motor e o Sistema Rotor-Acoplamento-Mancal

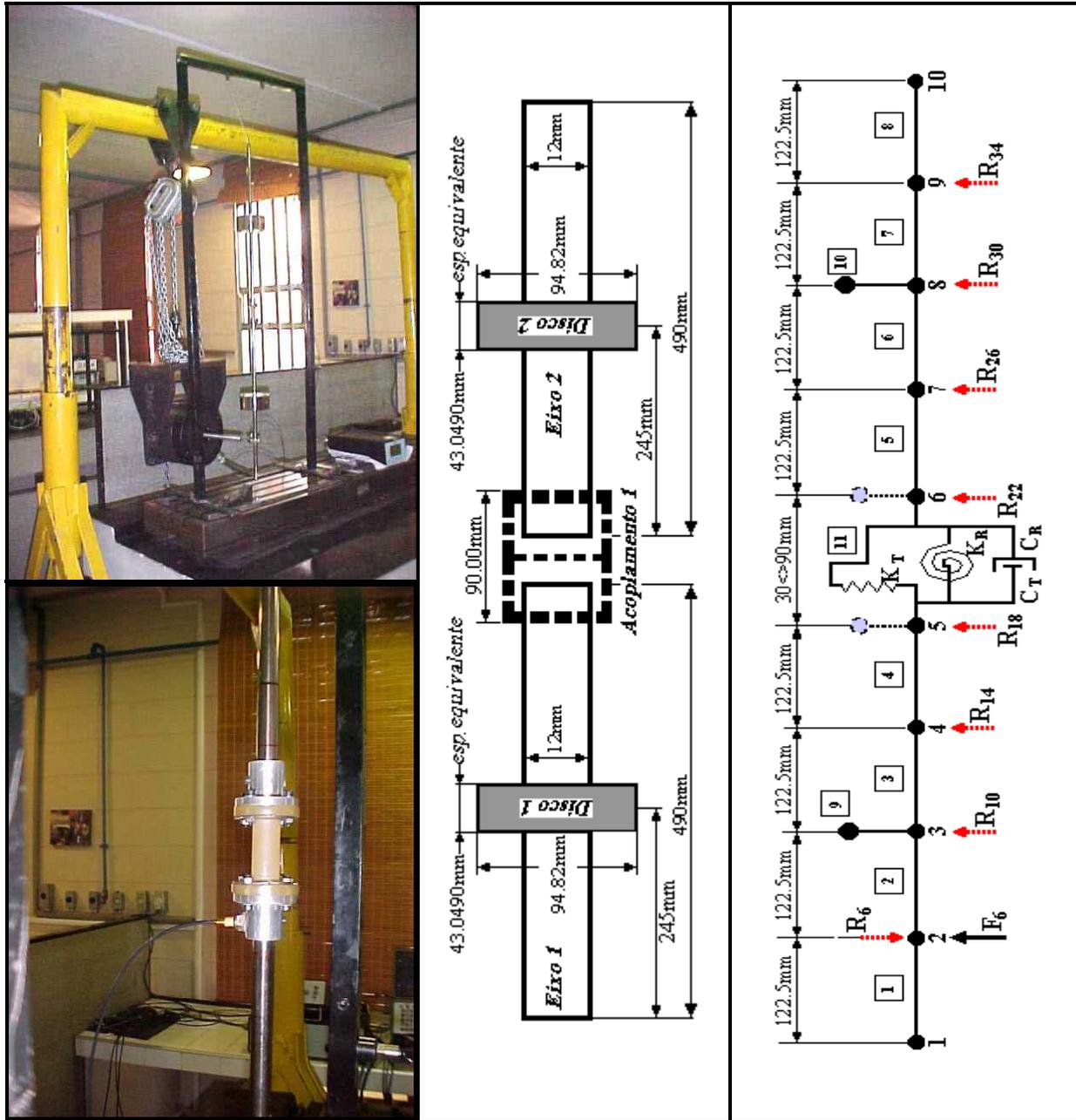


Figura 7.21: Análise modal do Acoplamento1 (livre-livre), descrição por MEF.

O Acoplamento1 foi projetado e fabricado nas oficinas da *DPM-FEM*, cujo desenho construtivo é dado no Apêndice A. Sendo um tipo de acoplamento flexível e torcionalmente elástico, sua flexibilidade permite desalinhamentos radiais, axiais e angulares. Devido a sua elasticidade torcional, proporcionada pelo componente intermediário feito de Neoprene, absorve os choques e vibrações provenientes do motor elétrico, que aciona o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**. As dimensões geométricas do Acoplamento1 são indicadas no Apêndice A, a massa é de 94.52gr, a densidade específica equivalente é de 2758.219kg/m³.

Como o Acoplamento1 sempre estará presente no sistema, há a necessidade de representá-lo através de um modelo simplificado, ou seja, por meio de coeficientes de rigidez e amortecimento. Neste sentido, realizou-se a análise modal experimental do sistema apresentado na Figura 7.21. O segundo modelo de Nelson e Crandall foi utilizado para representar o Acoplamento1.

A Figura 7.22, apresenta as funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas através da análise modal realizada no sistema da Figura 7.21, algumas das quais foram utilizadas no processo de estimação dos parâmetros desconhecidos de rigidez e de amortecimento, que representaram o Acoplamento1.

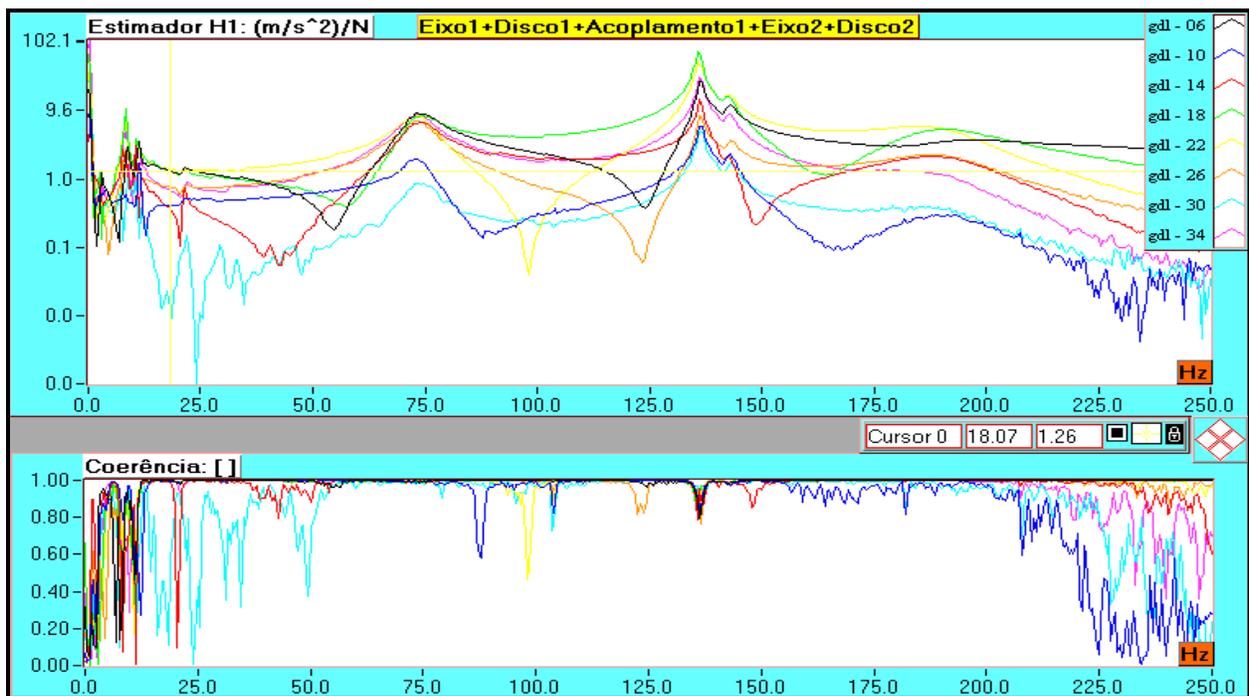


Figura 7.22: Funções de transferência (inertância) e de coerência em frequência da análise modal do sistema da Figura 7.21, na condição livre-livre.

No processo de estimação dos parâmetros do Acoplamento1, o modelo de elementos finitos do sistema considera os valores médios dos parâmetros estimados para os eixos e discos (Tabela 7.5). As funções de transferência utilizadas no ajuste, correspondem aos graus de liberdade 18 e 22 localizados sobre os nós que correspondem ao Acoplamento1. A Figura 7.23, apresenta o resultado do processo de ajuste, que nos permitiram estimar os valores de rigidez e de amortecimento equivalentes para o Acoplamento1.

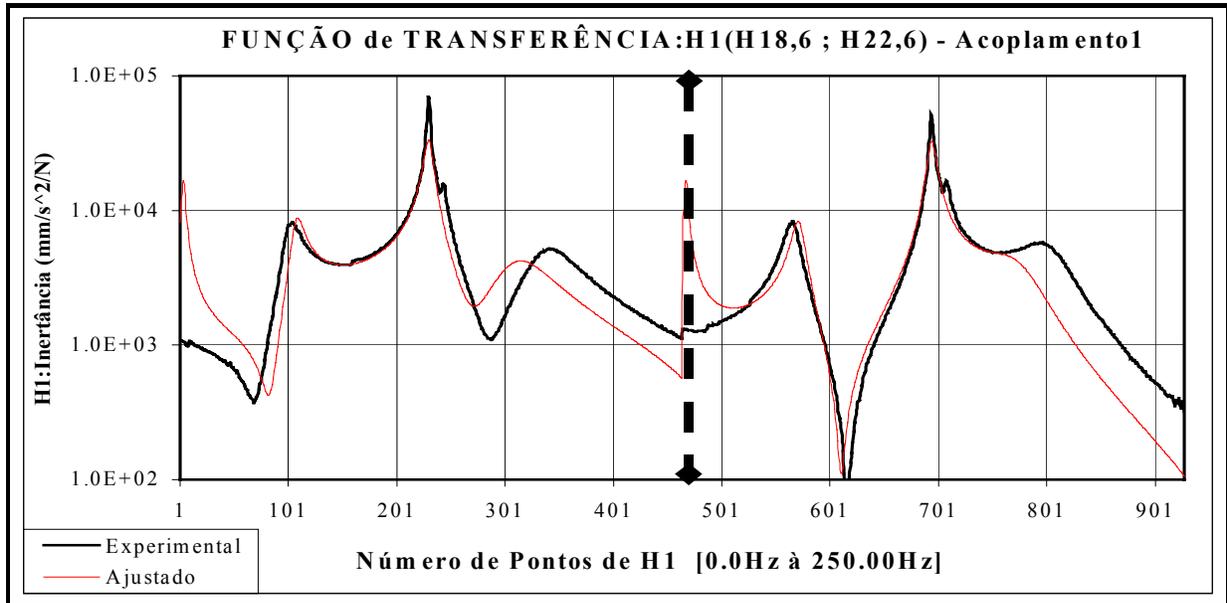


Figura 7.23: Resultado do processo de estimação dos parâmetros do Acoplamento1.

Além disso, os resultados do processo de estimação dos parâmetros físicos do Acoplamento1 são apresentados na Tabela 7.6.

Tabela 7.6: Parâmetros estimados para o Acoplamento1

Eixo1-Disco1-Acoplamento1-Eixo2-Disco2			
Rigidez Translacional k_T	Rigidez Rotacional k_R	Amortecimento Translacional c_T	Amortecimento Rotacional c_R
46.095*10 ³ N/m	22.076*10 ¹ N.m/rad	10.949.s/m	-64.322*10 ⁻⁵ N.m.s/rad

Nota-se, que as funções de transferência utilizadas no ajuste eram pouco sensíveis ao parâmetro C_R .

7.1.6 Sinal do Disparo (“trigger”)

A determinação da velocidade de rotação real do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** é um parâmetro importante, pois muitos dos parâmetros representativos dos componentes do sistema são função da rotação. Neste sentido, utilizou-se um inversor de frequência (marca

IGBT) preciso. Sendo verificado nos trabalhos de Idehara S. (2001) e Jacon F. (2000), que a diferença entre a frequência de alimentação a partir do inversor e a frequência de rotação do sistema era desprezível e, muitas vezes, nula na faixa de 0.0Hz à 60.0Hz. A velocidade do rotor, foi medida através de um disco dentado, cujo sinal foi aquisitado por meio de um sensor óptico com faixa de medição de 0.0 à 5.0 volts. Uma outra função importante deste disco dentado, no presente trabalho, foi a de proporcionar o sinal do “*trigger*” ou de disparo para obter medições síncronas, que melhoraram as *FRFs* obtidas experimentalmente dos sistemas analisados. O sinal de disparo é o sinal do furo de 1mm de diâmetro feito no disco dentado, que também é aquisitado através de um sensor óptico. Os sinais gerados pelos dentes e pelo furo do disco terão a forma apresentada na Figura 7.24.

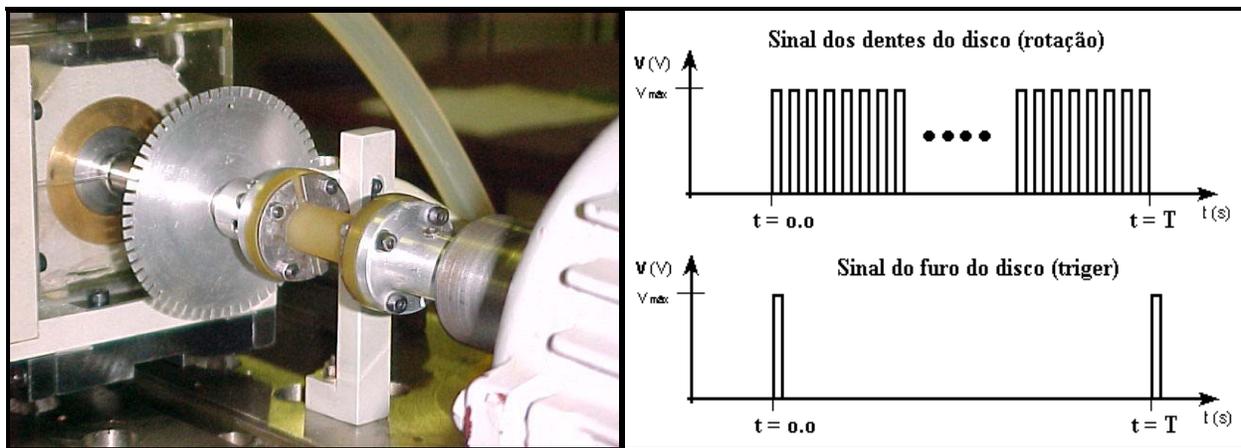


Figura 7.24: Disco do sinal de rotação e do “*trigger*”

7.2 Montagem dos Sensores nos Componentes do Sistema

A seguir, descreve-se a disposição e os tipos de sensores utilizados para monitorar o movimento dos componentes do sistema: mancais hidrodinâmicos, massas, acoplamento e da montagem do dispositivo de excitação aleatória.

7.2.1 Sensores nos Mancais Hidrodinâmicos

Cada um dos 4 mancais hidrodinâmicos foram instrumentados com 2 acelerômetros e 2 sensores de proximidade, cujas características técnicas são descritas no Anexo III. Também, cabe ressaltar que os sensores de proximidade foram calibrados, em função do material do munhão dos mancais, cujas cartas de calibração são apresentadas no Anexo III.

A disposição dos 4 sensores em cada mancal é apresentada na Figura 7.25. A função dos acelerômetros é a de monitorar o movimento da caixa do mancal durante a operação do sistema, comprovando que este deslocamento é desprezível em relação ao deslocamento do munhão do mancal, monitorado através dos sensores de proximidade submersos no óleo dos mancais, fato pelo qual a medição obtida através destes sensores era absoluta. Entretanto, os sensores estavam posicionados ao longo de um sistema de referência (X_m, Z_m, Y) , o qual encontrava-se em relação ao sistema (X, Z, Y) rotacionado de acordo à Figura 7.25. Portanto, para passar do sistema de medição para o sistema de referência utilizado no modelo, utilizam-se as relações.

$$X = \text{Sen}45^\circ (X_m - Z_m) , Z = \text{Sen}45^\circ (X_m + Z_m) . \quad (7.1)$$

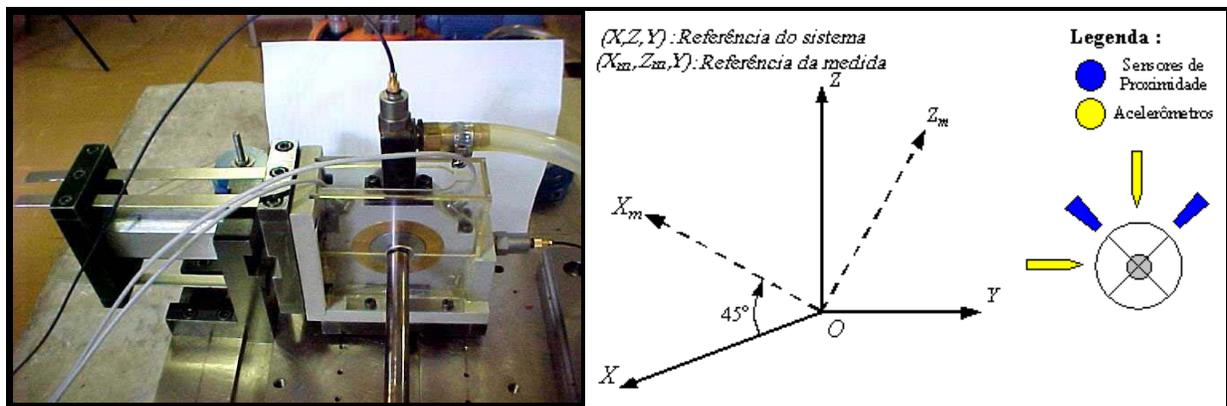


Figura 7.25: Montagem dos sensores nos mancais hidrodinâmicos do sistema

7.2.2 Sensores nas Massas ou Discos Rígidos

Cada uma das 2 massas foram instrumentadas com 2 acelerômetros e 2 sensores de proximidade, cujas características técnicas são descritas no Anexo III. Cabe ressaltar que estes sensores de proximidade também foram calibrados em função do material das massas, cujas cartas de calibração são apresentadas no Anexo III.

A disposição dos 4 sensores em cada massa é de acordo com o apresentado na Figura 7.26. A função dos acelerômetros é a de monitorar o movimento da estrutura do suporte dos sensores de proximidade, comprovando que estes deslocamentos são desprezíveis em relação ao deslocamento da massa, monitorada através dos sensores de proximidade, sendo a medição obtida através destes sensores absoluta. Os sensores estavam posicionados ao longo de um sistema de referência (X, Z, Y) de acordo à Figura 7.26.

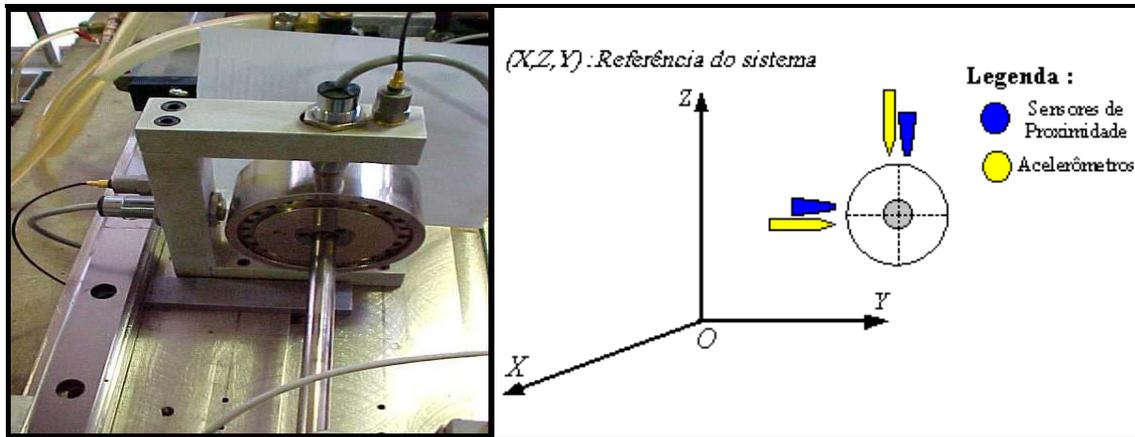


Figura 7.26: Montagem dos sensores nas massas ou discos do sistema

7.2.3 Sensores nos Acoplamentos Flexíveis (Vulkan Tormin L-3R, Vulkan Tormin L-1NZ)

Foram testados 2 tipos de acoplamentos flexíveis, os quais foram fornecidos pela empresa Vulkan do Brasil. A denominação dada aos acoplamentos, segundo a normalização da empresa, são “Vulkan Tormin L-3 R” e “ Vulkan Tormin L-1 NZ”, sendo estes acoplamentos do tipo de lamelas, que são flexionalmente flexíveis e torcionalmente rígidos. Os dados construtivos, assim como os dados técnicos destes acoplamentos, são dados no Apêndice A.

Cada acoplamento foi instrumentado com 4 acelerômetros e 4 sensores de proximidade, cujas características técnicas são descritas no Anexo III. A disposição dos 4 sensores de proximidade em cada acoplamento é de acordo com o apresentado na Figura 7.27. Também os sensores de proximidade tiveram que ser calibradas em função do material do acoplamento a ser monitorado. No caso do acoplamento “Vulkan Tormin L-1 NZ” a calibração dos sensores de proximidade foi feito em relação ao material dos eixos, pois sendo o material deste acoplamento de alumínio, a resposta dos sensores era ruim, devido à estes serem projetados para responder a materiais de aço. Nesse sentido, a montagem dos sensores no acoplamento foi realizada conforme a Figura 7.27.

A função dos acelerômetros é a de monitorar o movimento da estrutura do suporte dos sensores de proximidade no acoplamento, comprovando que o deslocamento é desprezível em relação ao deslocamento do acoplamento, monitorado através dos sensores de proximidade, sendo a medição obtida através destes sensores absoluta. Os sensores estavam posicionados ao longo dos eixos do sistema de referência (X, Z, Y), de acordo à Figura 7.27.

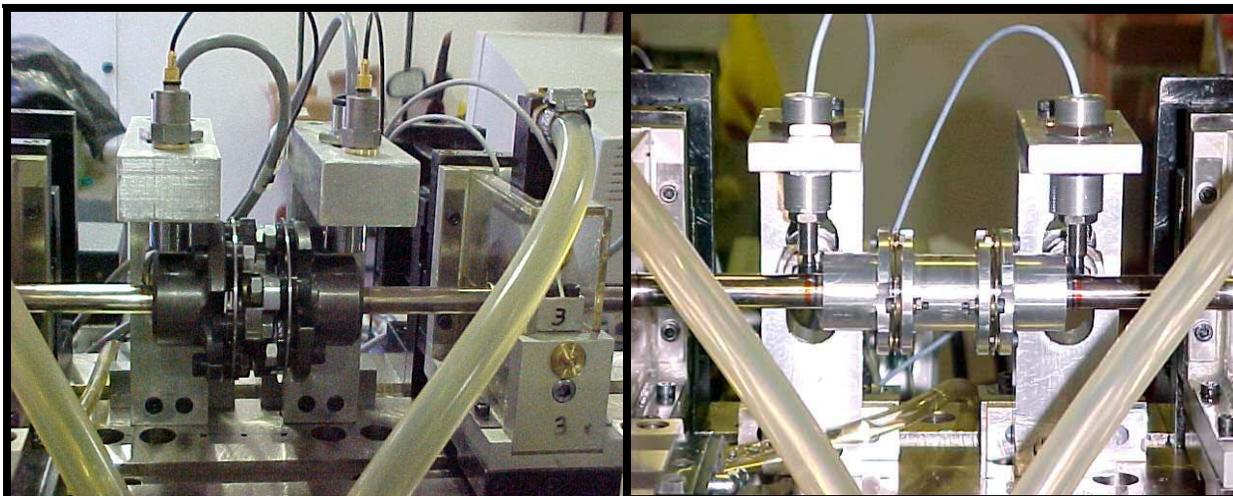


Figura 7.27: Montagem dos sensores nos acoplamentos (Vulkan Tormin L-3 R, Vulkan Tormin L-1 NZ) do sistema.

7.2.4 Sensores no Dispositivo de Excitação Aleatória

O dispositivo para a excitação do sistema enquanto girando, e que permitiu obter os melhores resultados na estimação das *FRFs* experimentais, consiste de uma bucha bipartida conforme apresentada na Figura 7.28, cujos detalhes construtivos da mesma são dadas no Apêndice A.

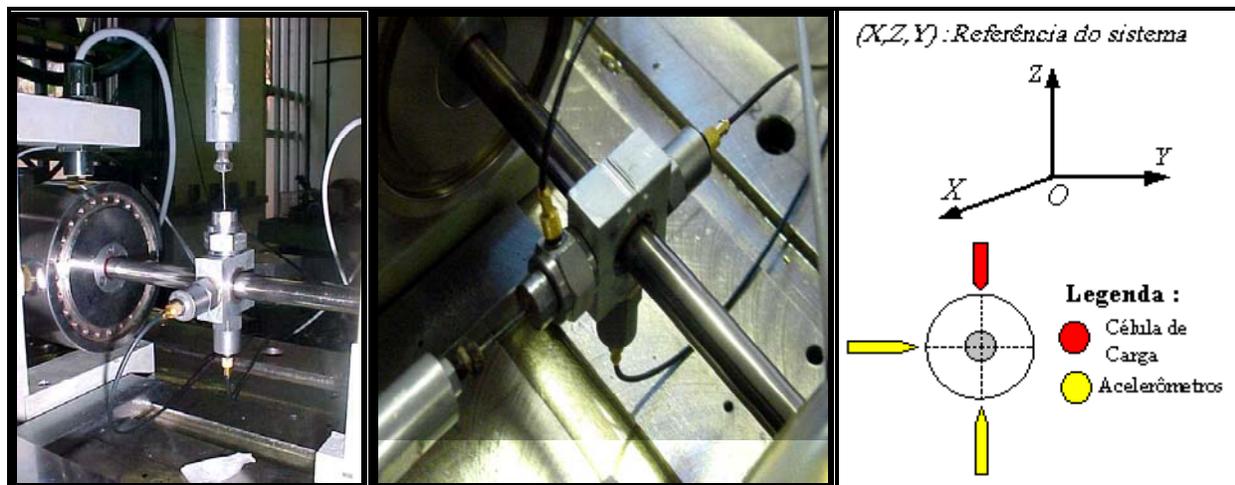


Figura 7.28: Montagem do dispositivo de excitação aleatória na direção horizontal e vertical.

O dispositivo foi instrumentado com 2 acelerômetros e 1 célula de carga, cujas características técnicas são descritas no Anexo III. A disposição dos sensores no dispositivo é de acordo com o mostrado na Figura 7.28. A função dos acelerômetros é monitorar a aceleração do eixo do sistema. A medição obtida através destes sensores é absoluta. O sensor da célula de carga

monitora a força de excitação introduzida no sistema. Estes sensores foram posicionados ao longo dos eixos do sistema de referência (X, Z, Y), de acordo à Figura 7.28.

7.3 Resultados Experimentais do Sistema Rotor-Acoplamento-Mancal

Os sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal** montados nos testes experimentais foram 2, um para cada acoplamento flexível (Vulkan Tormin L-3 R : Sistema 4, Vulkan Tormin L-1 NZ : Sistema 3). As *FRFs* experimentais obtidas são para duas condições de análises: Uma primeira condição de análise é levantar a função de resposta ao desbalanceamento residual do sistema; a segunda condição de análise é levantar a *FRF* devido à uma excitação aleatória, introduzida no sistema por meio de um excitador eletrodinâmico “*Shaker*”. A distribuição dos componentes do sistema, para cada uma das montagens testadas foram de acordo com a Figura 7.29. O processo de aquisição e processamento de sinais foi feito através de um programa desenvolvido no software *LabVIEW*[®] 5.0, cuja tela de interface para as duas condições de análise é dada no Anexo IV.



Figura 7.29: Montagem do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal** experimental.

7.3.1 Resposta ao Desbalanceamento Residual

A bancada experimental, considerando o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, assim como os diferentes instrumentos: condicionadores, filtros, sensores, etc., utilizados para estimar a função de resposta ao desbalanceamento, são apresentados na Figura 7.30. As condições de teste, consideradas na aquisição e no processamento dos sinais, foram registradas de acordo com as folhas de teste para o desbalanceamento, considerando os aspectos apresentados no Anexo IV. A estimação da função de resposta ao desbalanceamento residual foi feita para os dois

acoplamentos flexíveis (Sistema 4 e Sistema 3), cujos resultados são dados a seguir. A faixa de análise dos sistemas é de 5.0Hz à 70.0Hz, com um incremento de 0.5Hz. Para cada condição de rotação, foi determinada a amplitude de vibração em cada um dos componentes do sistema na direção horizontal X e vertical Z . Com estes resultados, construiu-se as funções de resposta ao desbalanceamento residual em cada posição do sistema analisado.

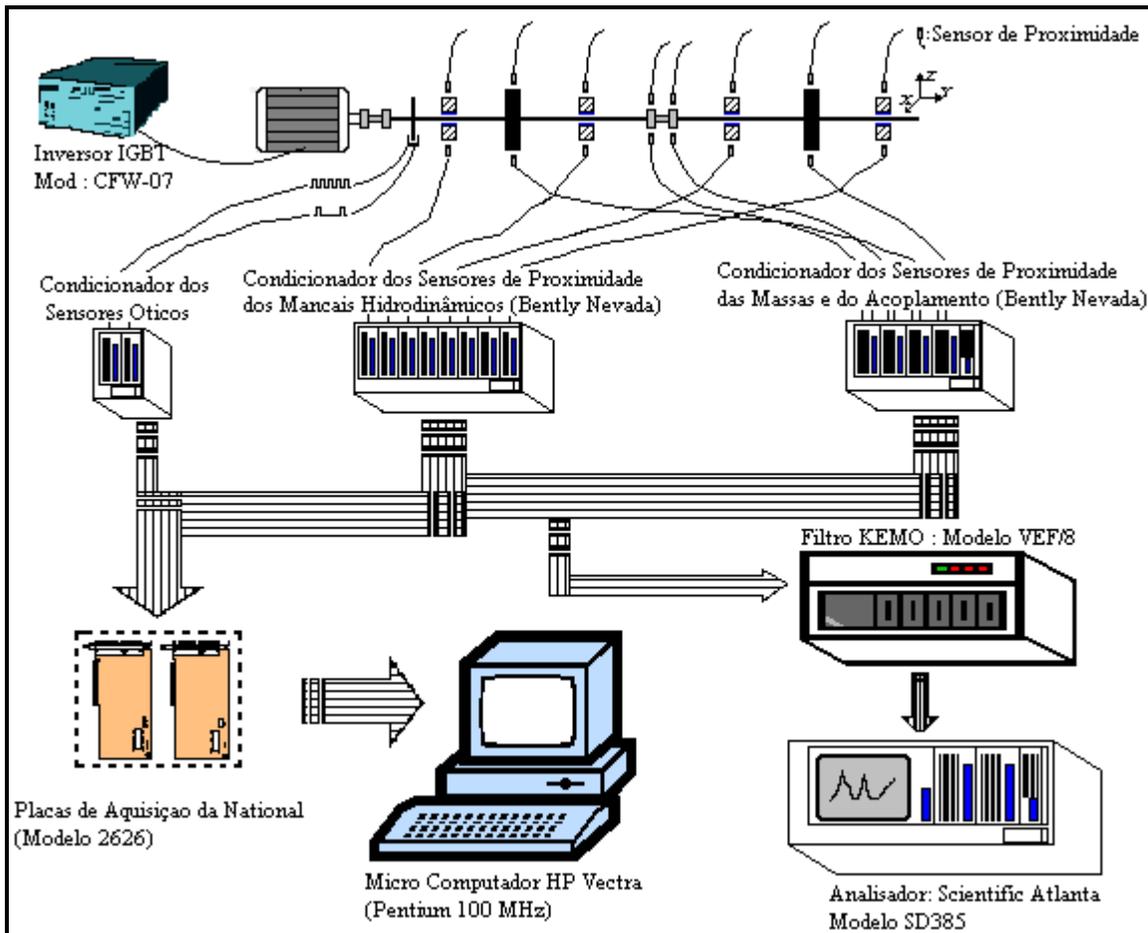


Figura 7.30: Montagem para estimar a função de resposta ao desbalanceamento residual.

7.3.1.1 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4)

A seguir são apresentados os resultados experimentais, das $FRDs$ devido ao desbalanceamento residual obtido no sistema 4:

◆ As funções de resposta experimentais obtidas nos 4 mancais hidrodinâmicos, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.31. Da análise desta figura, observa-se a presença de uma frequência natural do sistema em torno de 48.0Hz, condição de ressonância visualizada no mancal hidrodinâmico 4 do sistema.

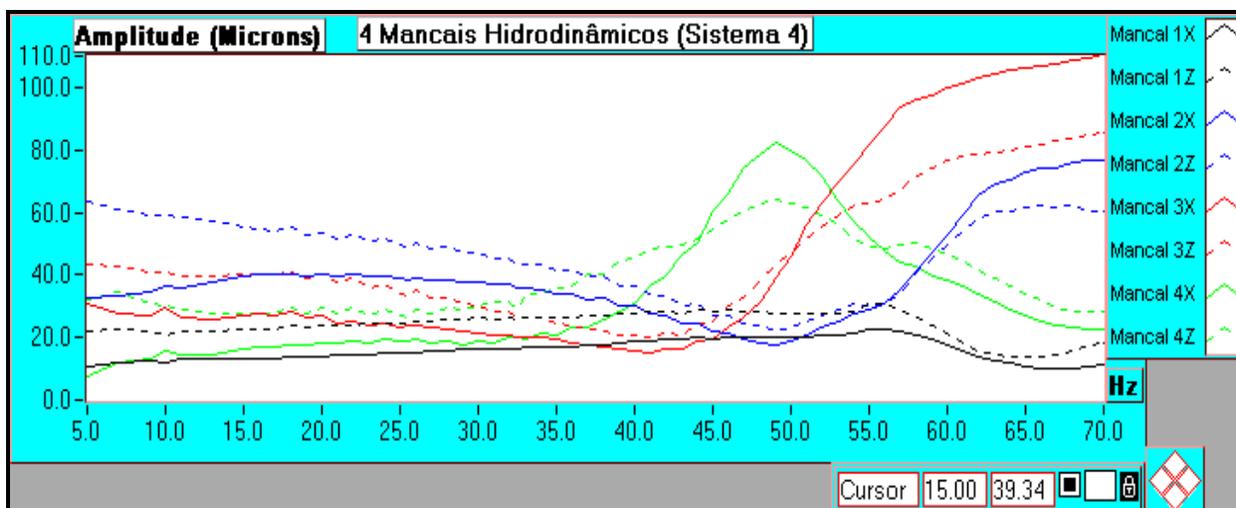


Figura 7.31: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nos 4 mancais.

◆ As funções de resposta experimentais obtidas nas 2 massas ou discos rígidos, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.32. Nesta figura observa-se, a presença de uma frequência natural do sistema em torno de 48.0Hz. Esta condição de ressonância não é bem definida, sendo que ocorre na massa 2 do sistema e na direção Z.

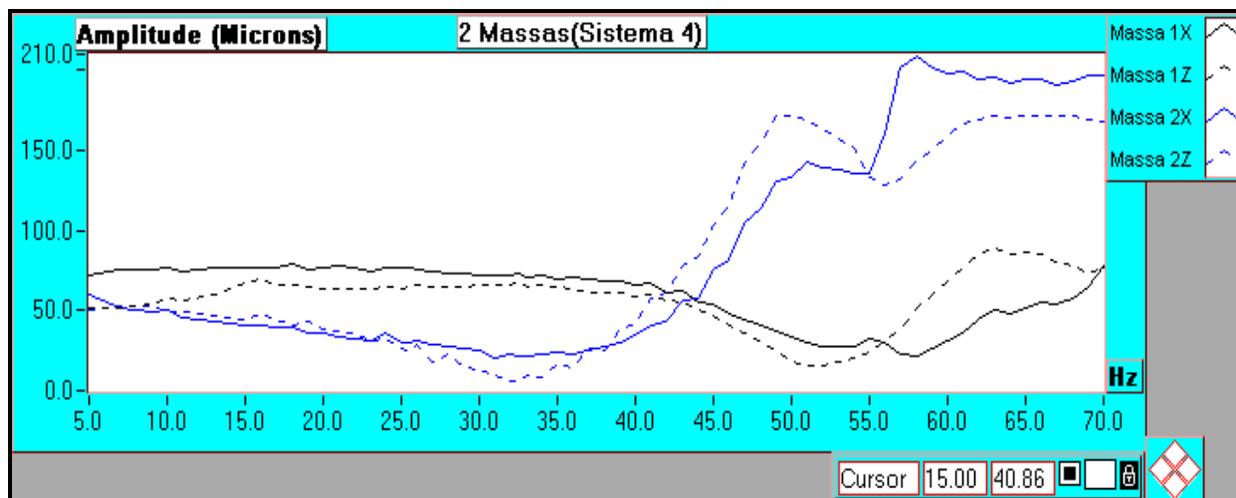


Figura 7.32: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nas 2 massas.

◆ As funções de resposta experimentais obtidas no Acoplamento Flexível **Vulkan Tormin L-3 R**, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.33. Da análise desta figura, não observa-se a presença de alguma frequência natural do sistema 4 na faixa de análise, sendo que as maiores amplitudes de vibração acontecem nas posições do acoplamento.

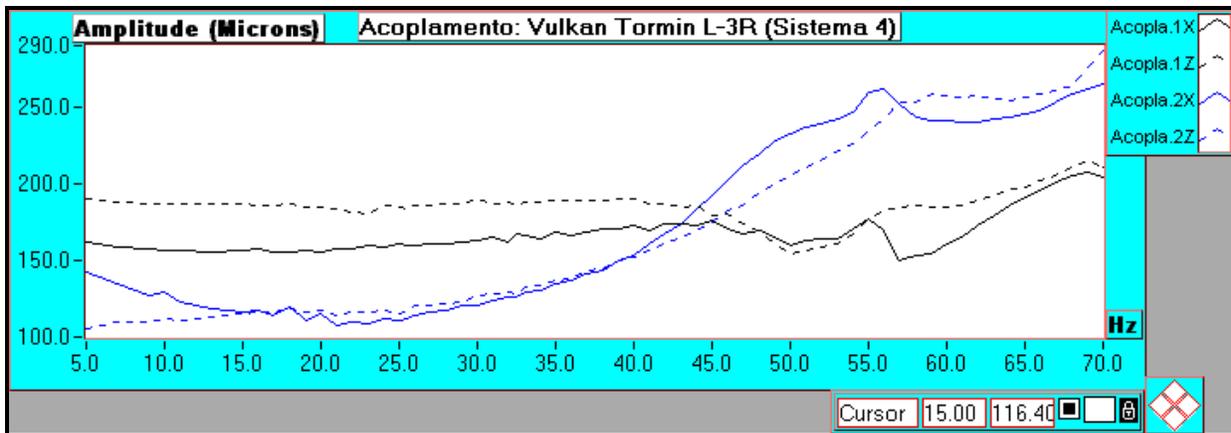


Figura 7.33: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais no Acoplamento Vulkan Tormin L-3R.

7.3.1.2 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)

As *FRDs* experimentais devido ao desbalanceamento residual obtido no sistema 3:

◆ As funções de resposta experimentais obtidas nos 4 mancais hidrodinâmicos, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 3 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.34. Nessa figura, observa-se a presença de uma frequência natural do sistema em torno de 46.0Hz, condição de ressonância visualizada no mancal hidrodinâmico 3 do sistema.

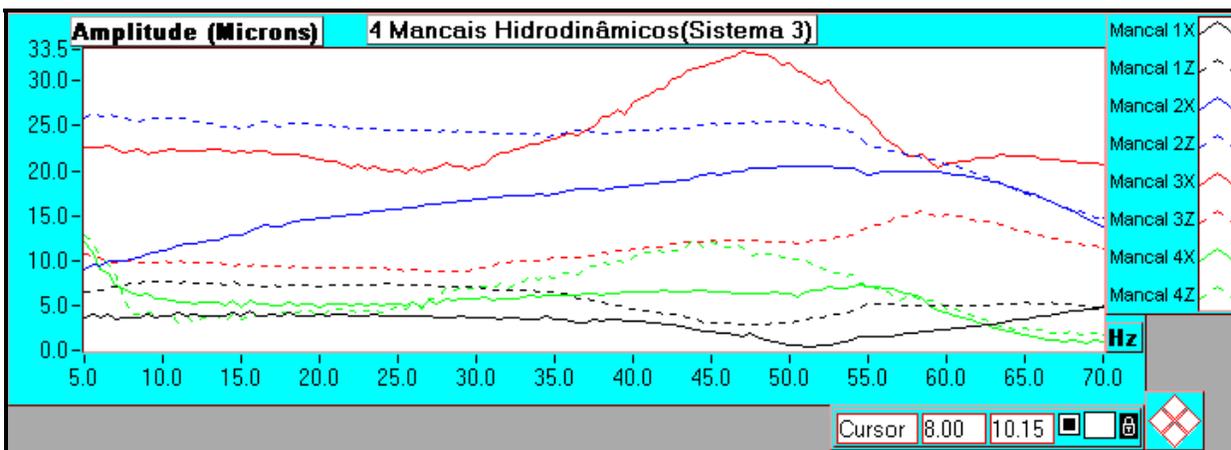


Figura 7.34: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nos 4 mancais.

◆ As funções de resposta experimentais obtidas nas 2 massas ou discos rígidos, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 3 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.35, na qual observa-se a presença de uma frequência natural do sistema em torno de 58.0Hz. Esta condição de ressonância não é bem definida, sendo que ocorre na massa 2 do sistema e na direção Z.

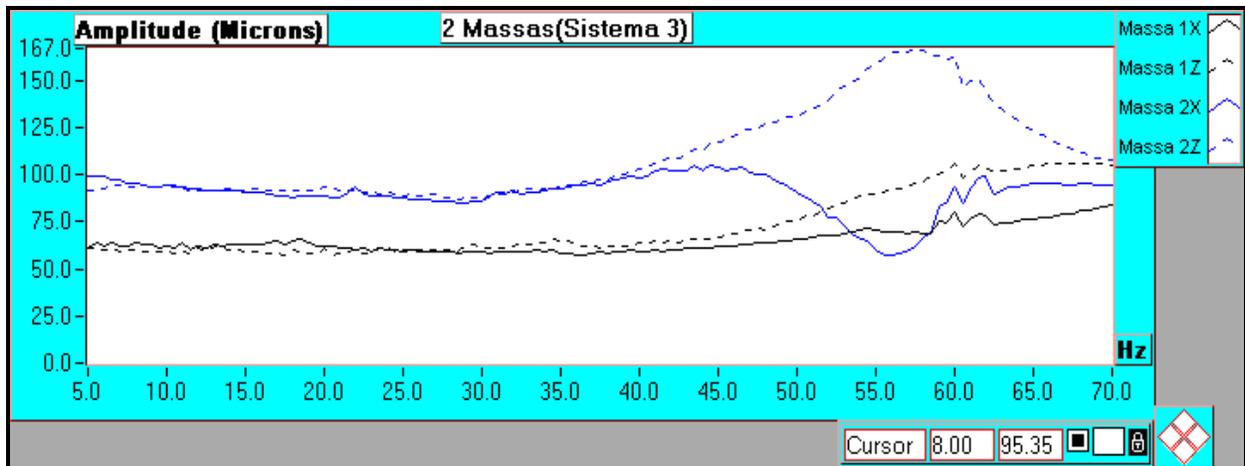


Figura 7.35: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais nas 2 massas.

◆ As funções de resposta experimentais obtidas no Acoplamento Flexível **Vulkan Tormin L-1 NZ**, devido ao desbalanceamento residual presente no sistema 3 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), são apresentadas na Figura 7.36. Da análise desta figura, não observa-se a presença de alguma frequência natural do sistema 3, bem amortecido na faixa de análise, sendo que as maiores amplitudes de vibração acontecem nas posições das massas do sistema 3, enquanto que no sistema 4, aconteceram nas posições do acoplamento.

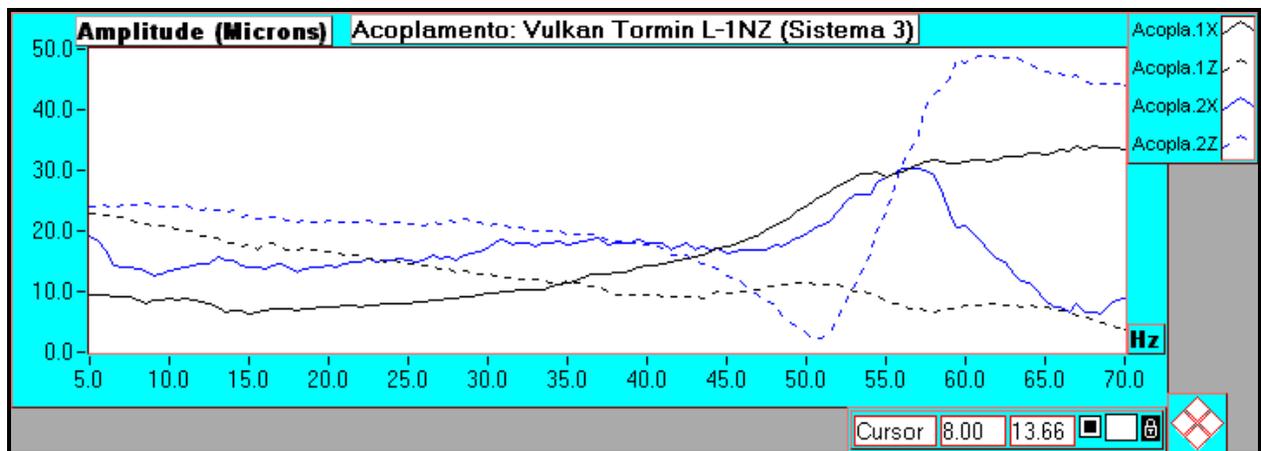


Figura 7.36: Funções de resposta ao desbalanceamento residual experimentais no Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ.

7.3.2 Resposta à Excitação Aleatória

A bancada experimental, considerando o sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, assim como os diferentes instrumentos: condicionadores, filtros, sensores, excitador, etc., utilizados para estimar a *FRF* devido à uma excitação aleatória numa direção, através de um excitador eletrodinâmico “*Shaker*”, são apresentados na Figura 7.37.

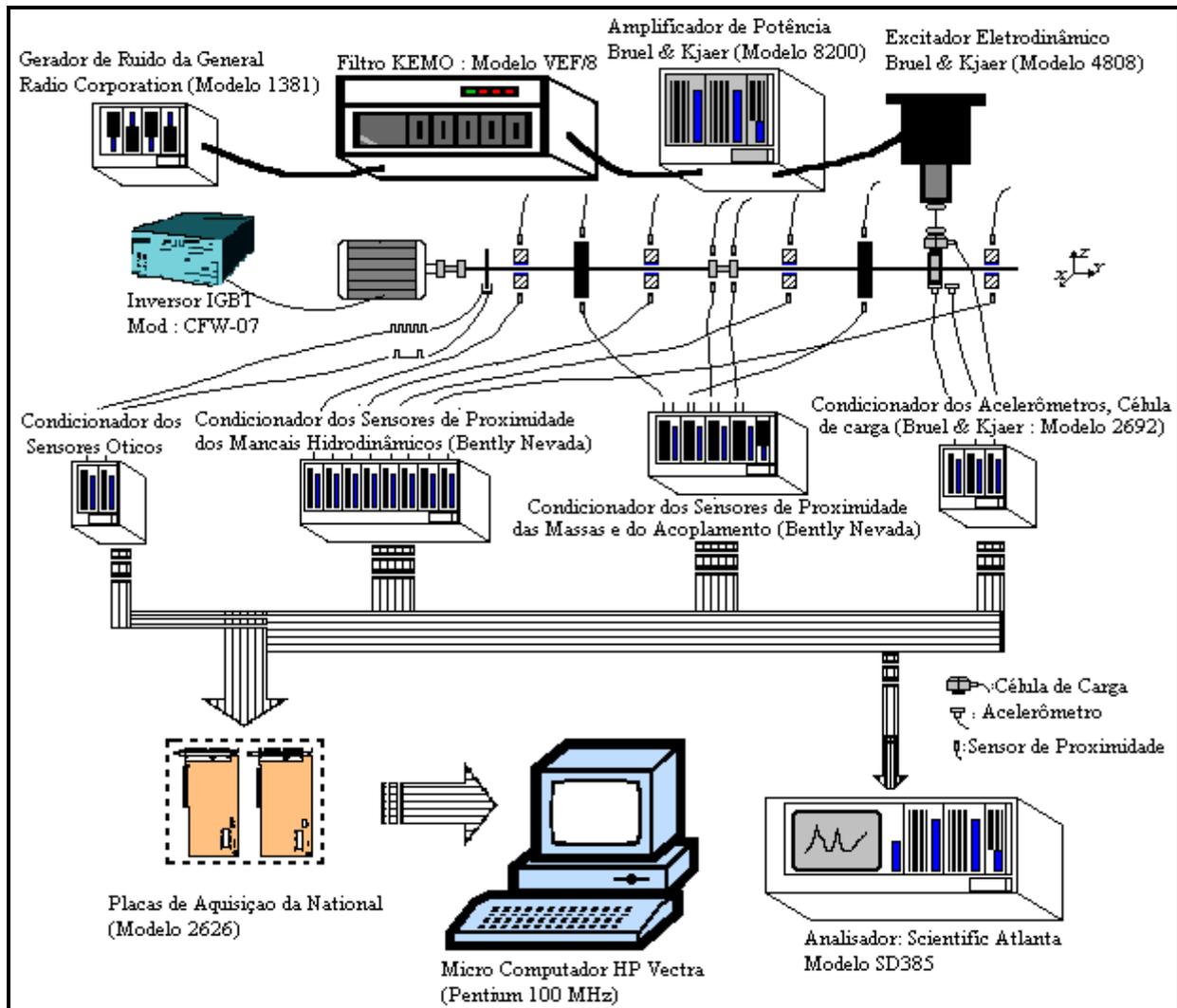


Figura 7.37: Montagem para estimar a FRF devido à uma excitação aleatória.

As condições de teste consideradas na aquisição e no processamento dos sinais, foram registradas de acordo com as folhas de teste para as funções de transferência para os sistemas rotativos, os quais consideram os aspectos apresentados no Anexo IV. A estimação da FRF devido à uma excitação aleatória foi feita para os dois acoplamentos flexíveis (Sistema 4 e Sistema 3), cujos resultados são dados a seguir.

A faixa de análise dos sistemas é de 0.0Hz à 100.0Hz, com uma resolução em frequência de aproximadamente 0.5Hz. Para cada condição de rotação do sistema, foi determinada a Função de Transferência (estimador H_1), Coerência e Fase dos sinais de vibração, em cada um dos componentes do sistema na direção horizontal X e vertical Z . Obtendo-se, dessa forma, as $FRFs$ experimentais, devido à uma excitação aleatória na direção horizontal X e na direção vertical Z . A

faixa de análise compreende a faixa na qual a estrutura de suporte fundação (base metálica com apoios), estrutura fixa dos mancais hidrodinâmicos e o motor elétrico de acionamento, comportam-se como rígidos.

7.3.2.1 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4)

Das *FRFs* (funções de transferência e de coerência) experimentais obtidas, para o sistema 4 observou-se o seguinte:

- As funções de transferência e de coerência obtidas nas posições: da excitação, das massas e do acoplamento, no geral foram as melhores, para cada condição de rotação do sistema 4 (0.0, 7.0, ..., 49.0Hz);
- Observou-se a presença de um pico na função de transferência e uma baixa coerência, numa frequência igual à frequência de rotação do sistema, o qual torna-se mais evidente, conforme a rotação do sistema aumenta.
- A posição da frequência natural do sistema detectado dentro da faixa de análises, deslocava-se com o aumento da rotação, caracterizando o efeito giroscópico nos sistemas rotativos;
- Conforme a rotação aumenta, observa-se uma deterioração na função de coerência, ou seja, uma função de transferência com alto ruído (possivelmente devido ao atrito com o mancal bipartido);
- No geral, as funções de transferência, assim como as funções de coerência, na mesma direção da excitação, foram boas, ao passo que, aquelas nas direções perpendiculares à direção de excitação foram ruins;
- Geralmente, as funções de transferência nas posições dos mancais hidrodinâmicos eram ruins em ambas direções, apresentando vários picos nas harmônicas da rotação do sistema. Consequentemente, a coerência nesses pontos era bem baixa.

A seguir são apresentadas algumas das funções de transferência e de coerência experimentais, obtidas para o sistema 4 devido a uma excitação aleatória:

- ◆ As *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência), obtidas no ponto de excitação (“*driving point*”) do sistema, sendo a excitação na direção X e as respostas coletadas nas direções horizontal e vertical, em cada um dos componentes do sistema 4 (**Rotor-**

Acoplamento-Mancal). Estes dados foram processados e as funções de transferência estimadas, das quais algumas das relativas ao “*driving point*” são apresentadas na Figura 7.38.

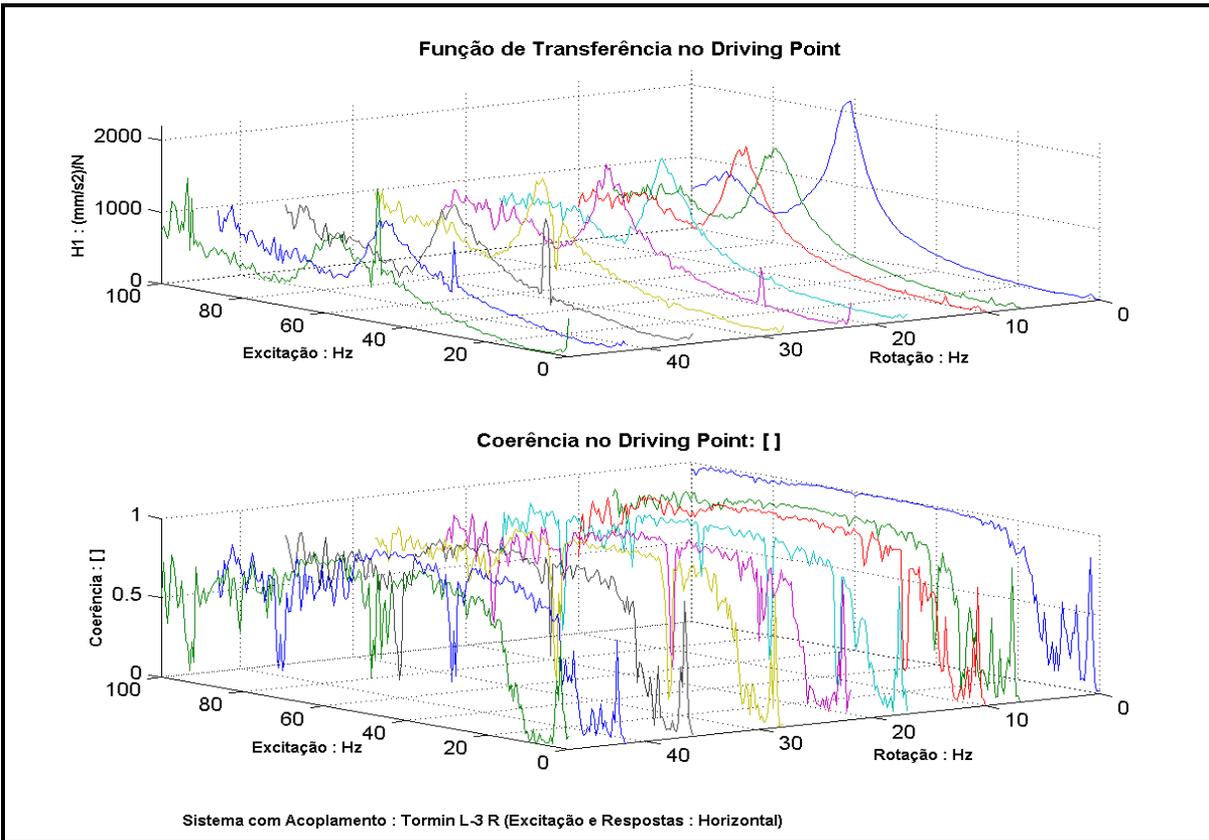


Figura 7.38: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 4, com excitação na direção *X*.

◆ As *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas no segundo nó do acoplamento Vulkan Tormin L-3 R e na mesma direção da excitação, para diferentes rotações do sistema, para excitação na direção *X* do sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**) são apresentadas na Figura 7.39. Observa-se, dessa figura que a função de coerência é pior do que na posição de excitação “*driving point*”, sendo que as mesmas foram estimadas simultaneamente e com as mesmas condições de teste e de operação do sistema 4.

◆ A Figura 7.40 apresenta as *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas na posição de excitação “*driving point*”, também na mesma direção da excitação e para várias rotações do sistema. Entretanto, dessa vez a excitação foi na direção *Z* do sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**). As condições de aquisição e processamento dos sinais de excitação e das respostas, foram as mesmas dos casos anteriores.

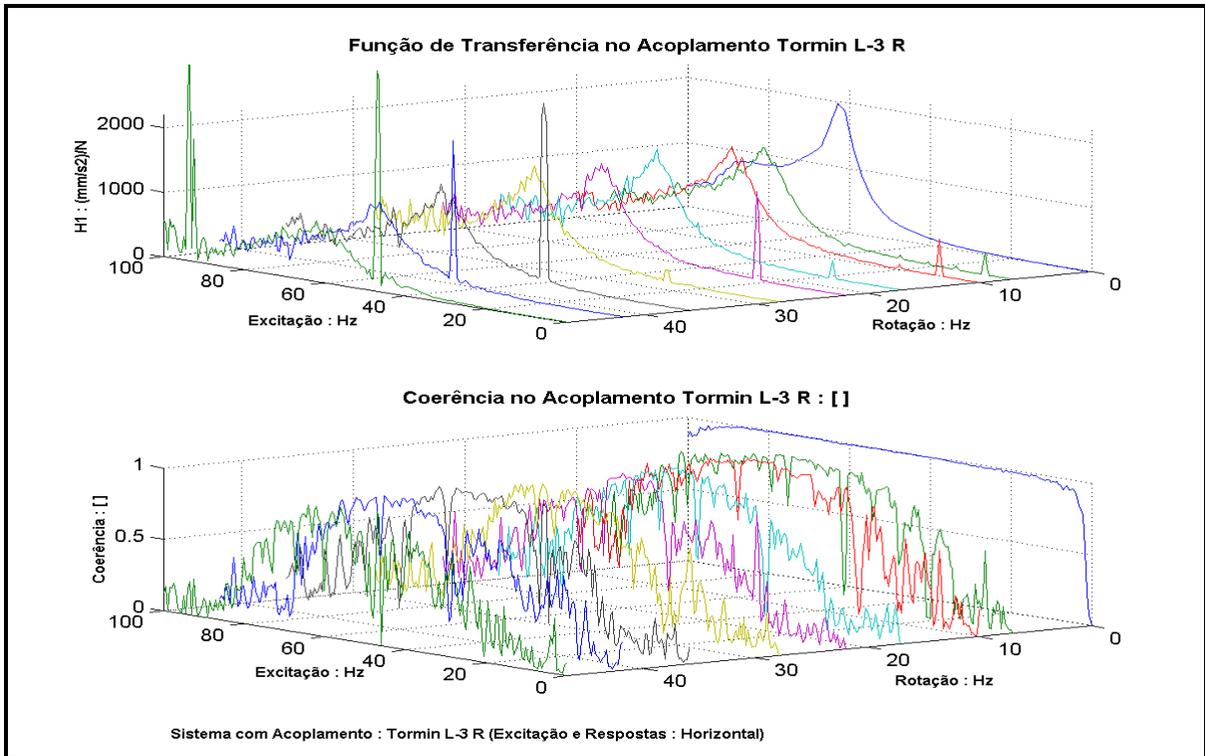


Figura 7.39: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-3 R do sistema 4, com excitação na direção *X*.

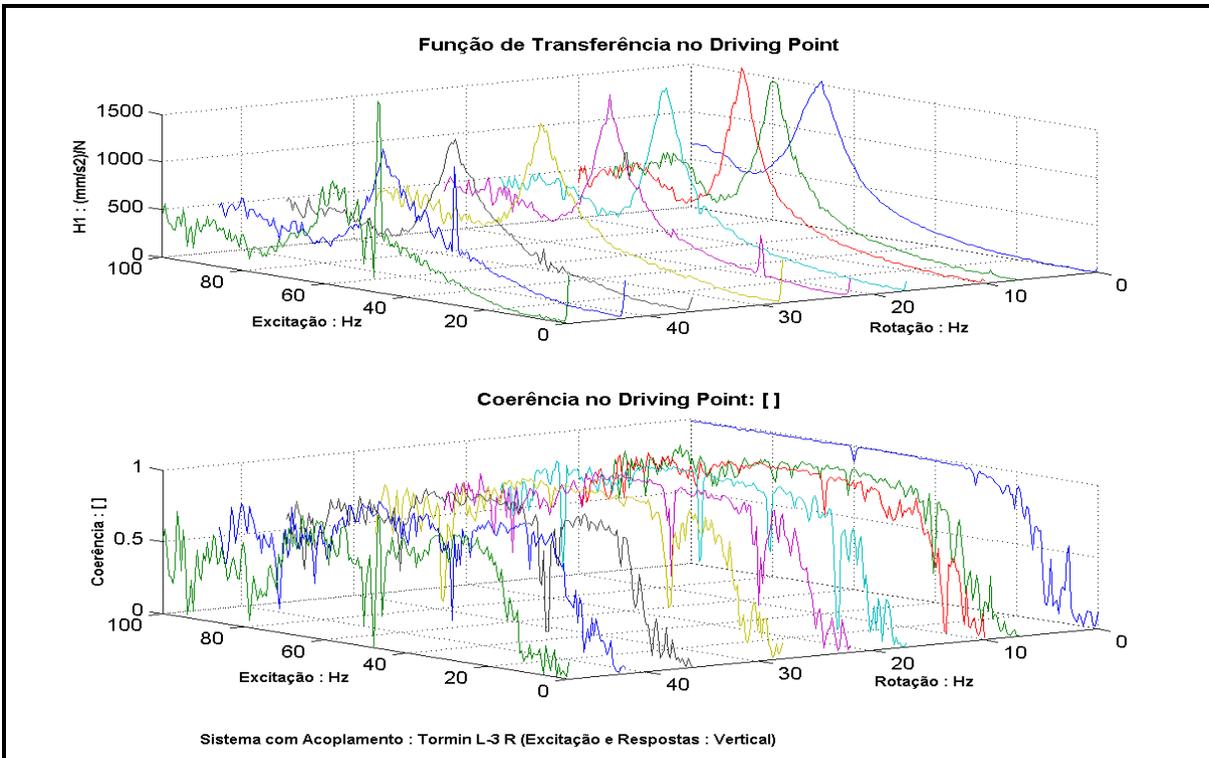


Figura 7.40: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 4, com excitação na direção *Z*.

◆ Na Figura 7.41 são apresentadas as *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas na posição do segundo nó do acoplamento Vulkan Tormin L-3 R, também na mesma direção da excitação e para várias rotações do sistema. Como no caso anterior, a excitação foi na direção Z, do sistema 4 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**). Estes dois últimos casos foram estimados simultaneamente, sendo as condições de teste e processamentos dos sinais foram as mesmas para ambos os casos.

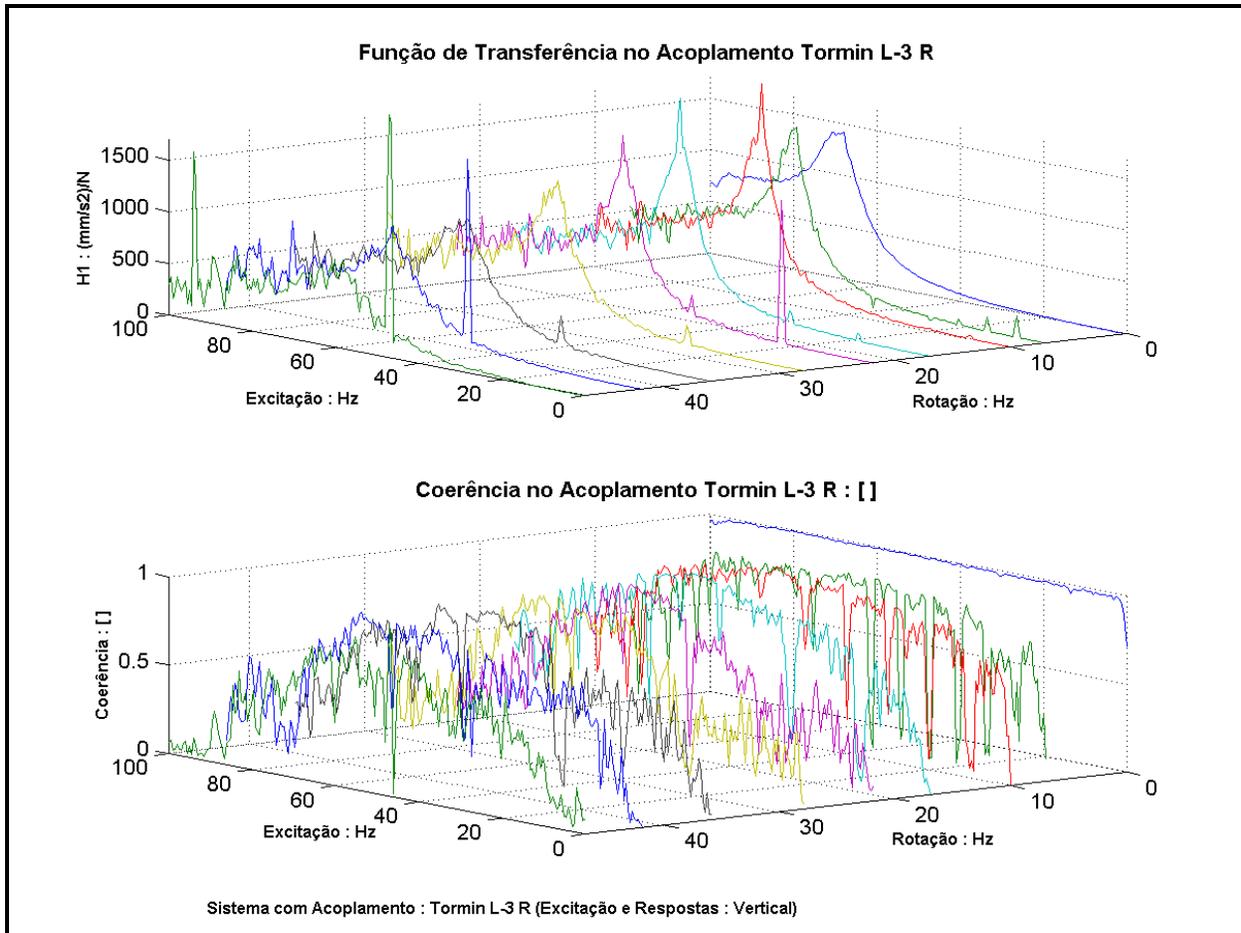


Figura 7.41: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-3 R do sistema 4, com excitação na direção Z.

7.3.2.2 Sistema com Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)

As *FRFs* (funções de transferência e de coerência) experimentais obtidas para o sistema 3, foram estimadas sob condições de teste: posição da excitação, faixa da força de excitação, faixa de análises, rotações do sistema (0.0, 7.0, ... ,49.0Hz), condições de aquisição e do processamento dos sinais similares às consideradas para o sistema 4. Os resultados obtidos apresentaram as mesmas características apresentadas pelo sistema 4, ou seja: resultados bons nos mesmos

componentes, picos nas harmônicas da rotação, deterioração dos resultados com a rotação, deslocamento da frequência natural do sistema 3. A seguir, apresentam-se algumas das funções de transferência e de coerência obtidas para o sistema 3.

◆ A Figura 7.42 apresenta as *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas na posição de excitação “*driving point*”, para várias rotações do sistema 3 (**Rotor-Acoplamento-Mancal**). Neste caso, a excitação foi aplicada ao longo da direção *X* do sistema de referência. Os resultados obtidos no “*driving point*” geralmente foram as melhores.

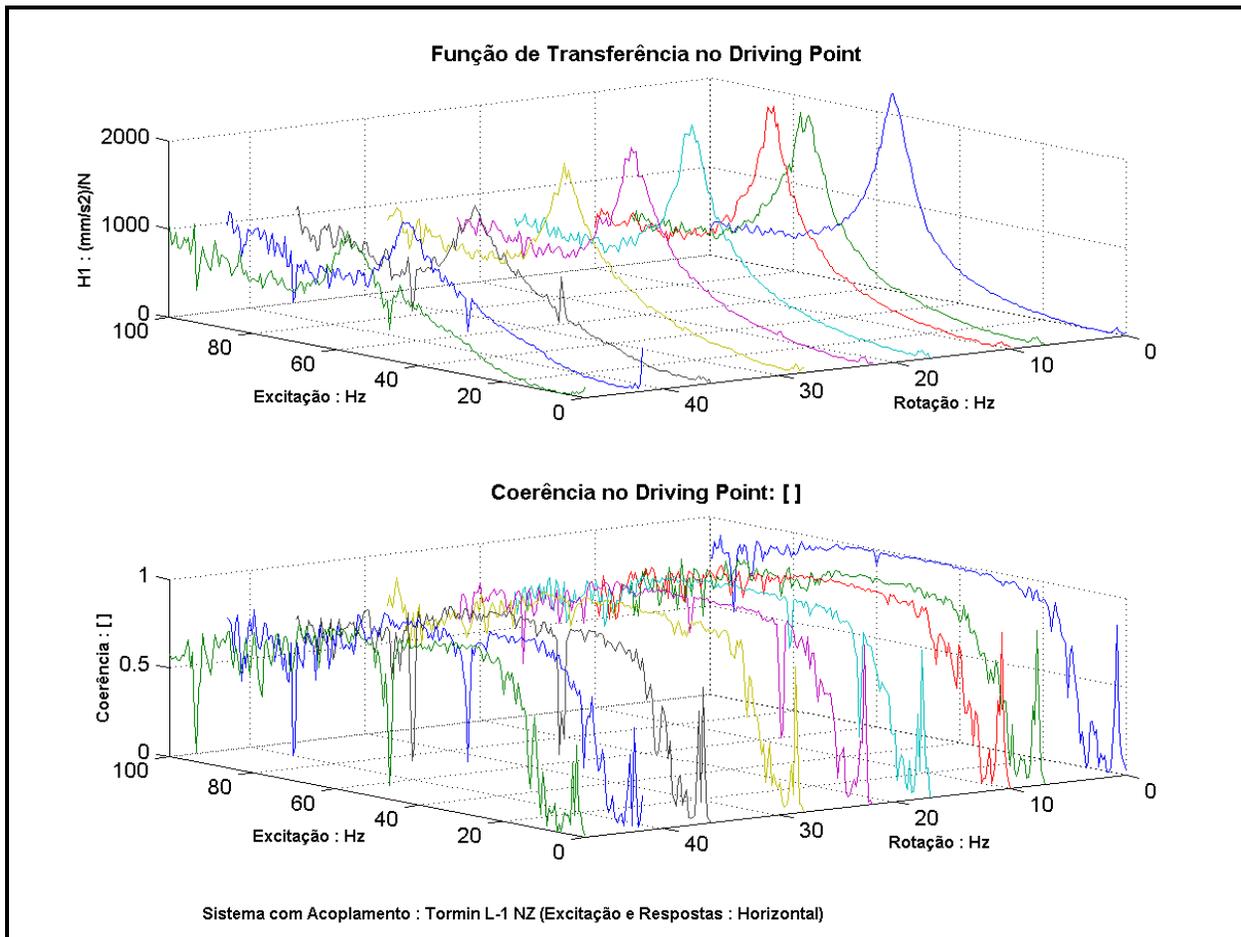


Figura 7.42: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 3, com excitação na direção *X*.

◆ As *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas no segundo nó do acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ, também na mesma direção horizontal (*X*) da excitação e para cada uma das rotações consideradas, são apresentadas na Figura 7.43. Estas *FRFs* experimentais foram simultaneamente estimadas com o caso anterior. Portanto, as condições de

teste e de operação do sistema seriam as mesmas, observando-se que os resultados na posição do acoplamento, são mais sensíveis as perturbações inerentes do sistema, pois os resultados apresentam mais perturbações, tanto na função de transferência quanto na função de coerência.

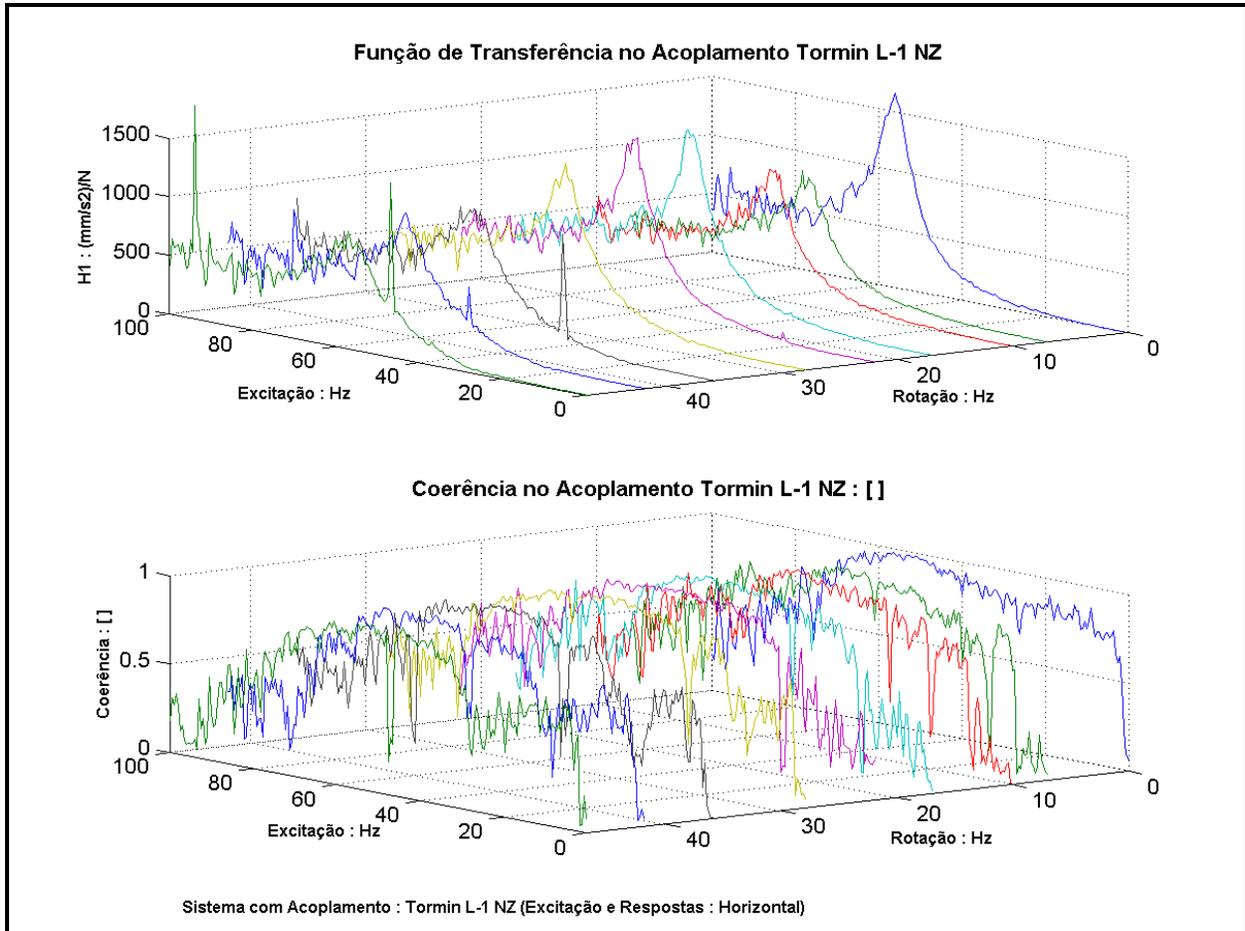


Figura 7.43: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ do sistema 3, com excitação na direção *X*.

◆ A Figura 7.44 apresenta as *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais obtidas no sistema 3, na posição de excitação “*driving point*” e na mesma direção vertical (*Z*) da força de excitação aplicada no sistema (**Rotor-Acoplamento-Mancal**), para cada umas das rotações do sistema consideradas.

◆ A Figura 7.45 apresenta as *FRFs* (função de transferência e de coerência) experimentais, obtidas no segundo nó do acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ na mesma direção vertical (*Z*) da força de excitação, para cada rotação do sistema considerada. Estas *FRFs* experimentais, foram estimadas simultaneamente com o caso anterior.

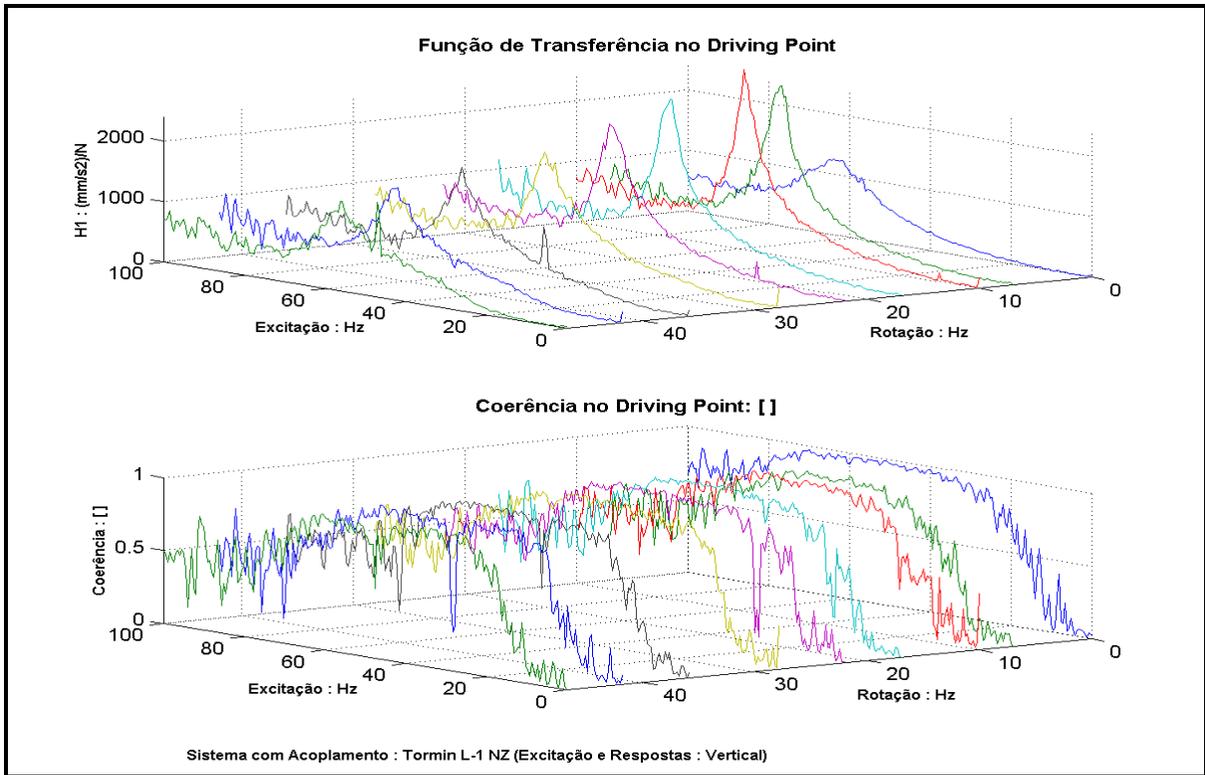


Figura 7.44: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no ponto de excitação do sistema 3, com excitação na direção Z.

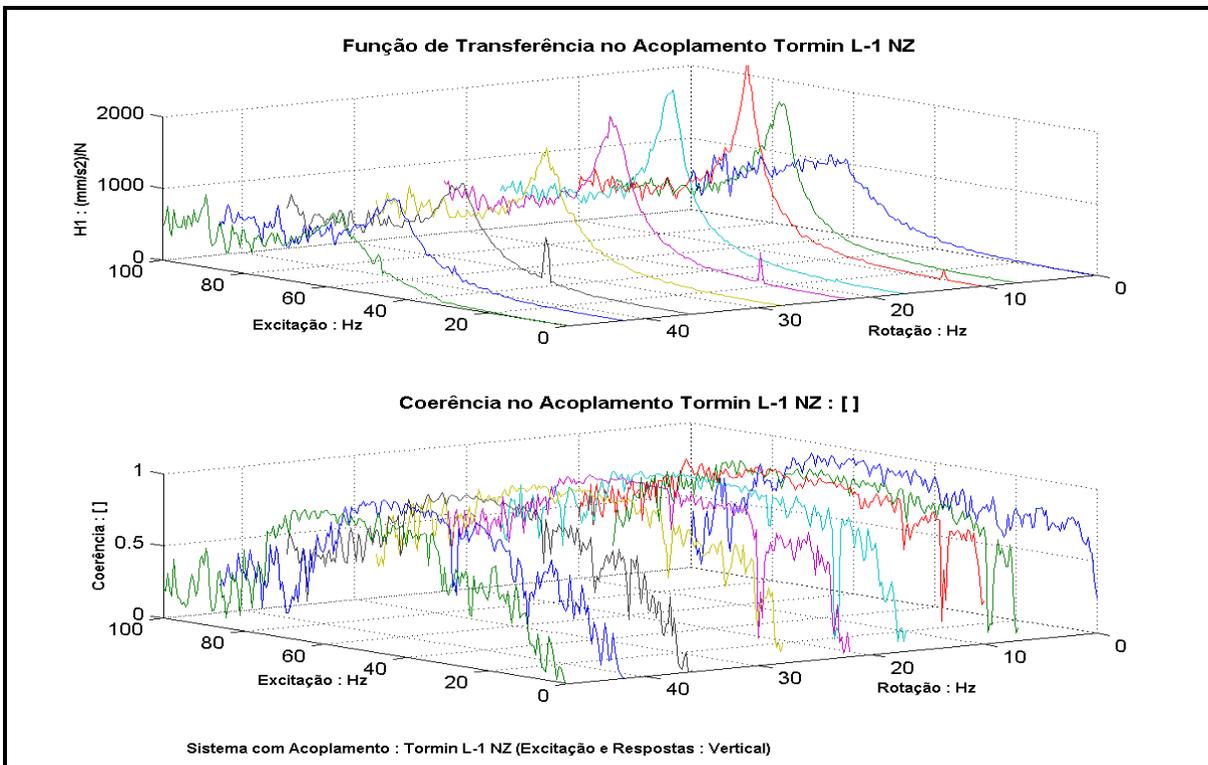


Figura 7.45: *FRFs* experimentais (função de transferência e de coerência) no acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ do sistema 3, com excitação na direção Z.

7.4 Resultados dos Ajustes das *FRFs* Experimentais

Os resultados das *FRFs* experimentais apresentados no item anterior, serão utilizados no processo de ajuste do modelo do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, desenvolvido através do método de elementos finitos (*MEF*). O processo de ajuste utiliza os programas apresentados no Capítulo 4 e no Capítulo 6 do presente trabalho. Nos processos de ajuste dos itens anteriores, foram estimadas os parâmetros dos eixos, dos discos e do Acoplamento1, os valores médios destes parâmetro (eixos, discos) serão utilizadas para descrever tais componentes na modelagem do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**. Entretanto, nos processos de ajuste a seguir, serão estimados no máximo um total de 20 parâmetros: 4 por mancal hidrodinâmico e no máximo 4 para cada acoplamento flexível.

7.4.1 Ajuste das *FRDs* devido ao Desbalanceamento Residual

As curvas das *FRDs* devido ao desbalanceamento residual para o sistema 4 (Acoplamento Vulkan Tormin L-3R) apresentadas nas Figuras 7.31, 7.32, 7.33; e para o sistema 3 (Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ) apresentadas nas Figuras 7.34, 7.35, 7.36, foram utilizadas no processo de ajuste do modelo de elementos finitos (*mef*) do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**. O desbalanceamento residual assumido em cada disco, foi de $15 \cdot 10^{-5}$ kgm defasados em 90° . As tentativas de ajuste realizadas para os 2 sistemas foram:

- Ajuste do *mef* utilizando todas as *FRDs* experimentais e estimando os 20 parâmetros;
- Ajuste do *mef* utilizando as *FRDs* experimentais numa direção e estimando os parâmetros orientados nessa mesma direção;
- Ajuste do *mef* utilizando as *FRDs* experimentais ligadas a um determinado componente e estimando os parâmetros relativos a este componente;
- Ajuste do *mef* utilizando as *FRDs* experimentais ligadas a um determinado componente e numa direção e estimando os parâmetros relativo a este componente e à mesma direção;
- Os ajustes anteriores do *mef*, foram feitos para vários pontos de partida, assim como com ou sem restrição da faixa de análise.

Observa-se da Figura 7.47 que o Acoplamento1 está sendo modelado como se fosse um mancal, cujos valores de seus coeficientes de rigidez e amortecimento serão assumidos iguais aos determinados anteriormente, dados na Tabela 7.6. Além disso, os parâmetros do acoplamento Vulkan Tormin L-3R calculados aproximadamente e utilizadas no modelo de elementos finitos, são apresentadas na Tabela 7.7.

Tabela 7.7: Parâmetros do Acoplamento1 e do Acoplamento Vulkan Tormin L-3R

Componente	Parâmetros	Componente	Parâmetros
Acoplamento 1	$K_{xx}=460.95077*10^5\text{N/m}$	Acoplamento Vulkan Tormin L-3R	Massa = 0.88958Kg
	$K_{zz}=460.95077*10^5\text{N/m}$		Diâmetro externo = 0.069m
	$C_{xx}=109.48560*10^2\text{N.s/m}$		Espessura do Disco = $47.89474*10^{-3}\text{ m}$
	$C_{zz}=109.48560*10^2\text{N.s/m}$		Densidade Especifica = 5122.1506Kg/m^3

Utilizando as 16 curvas experimentais das *FRDs* obtidas para o sistema 4, tentou-se ajustar o modelo de elementos finitos da Figura 7.47, os resultados obtidos são apresentadas a seguir:

- A Figura 7.48 apresenta as *FRDs* (experimental, ponto de partida, ajustada) correspondentes aos 4 mancais hidrodinâmicos. Cada curva da *FRD* contém 64 pontos.

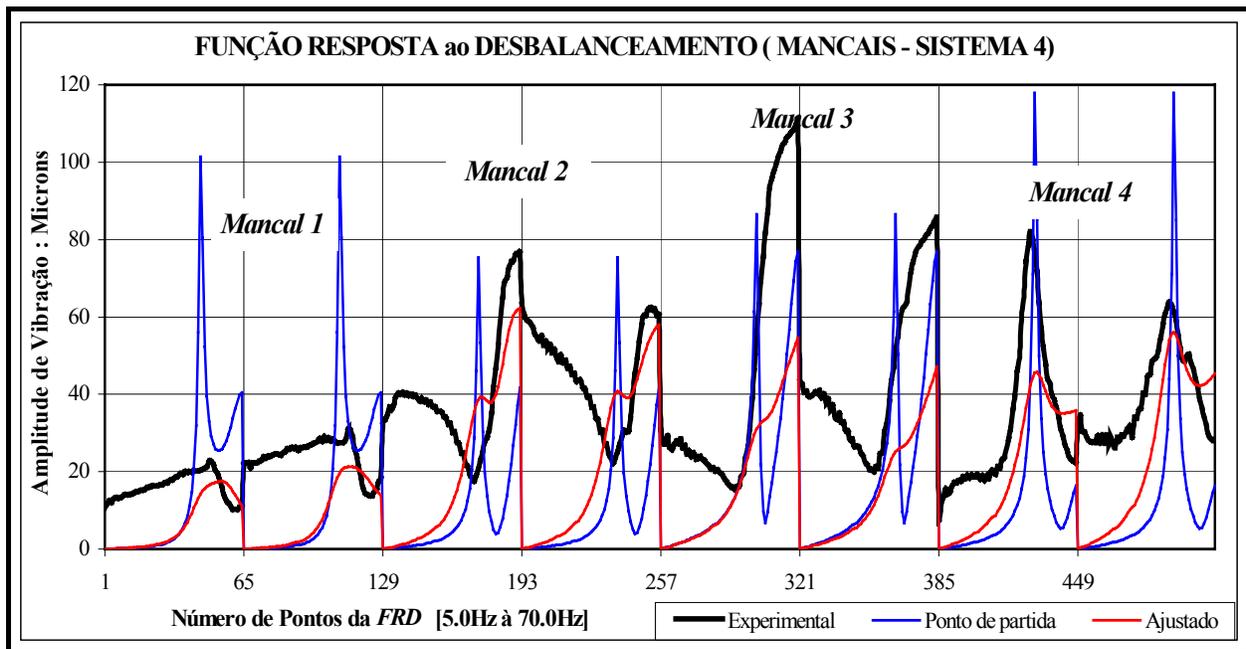


Figura 7.48: Resultados do processo de ajuste do sistema 4 (*FRDs* nos mancais)

- A Figura 7.49 apresenta as *FRDs* (experimental, ponto de partida, ajustada) correspondentes ao acoplamento Vulkan Tormin L-3R. Cada curva da *FRD* contém 64 pontos.

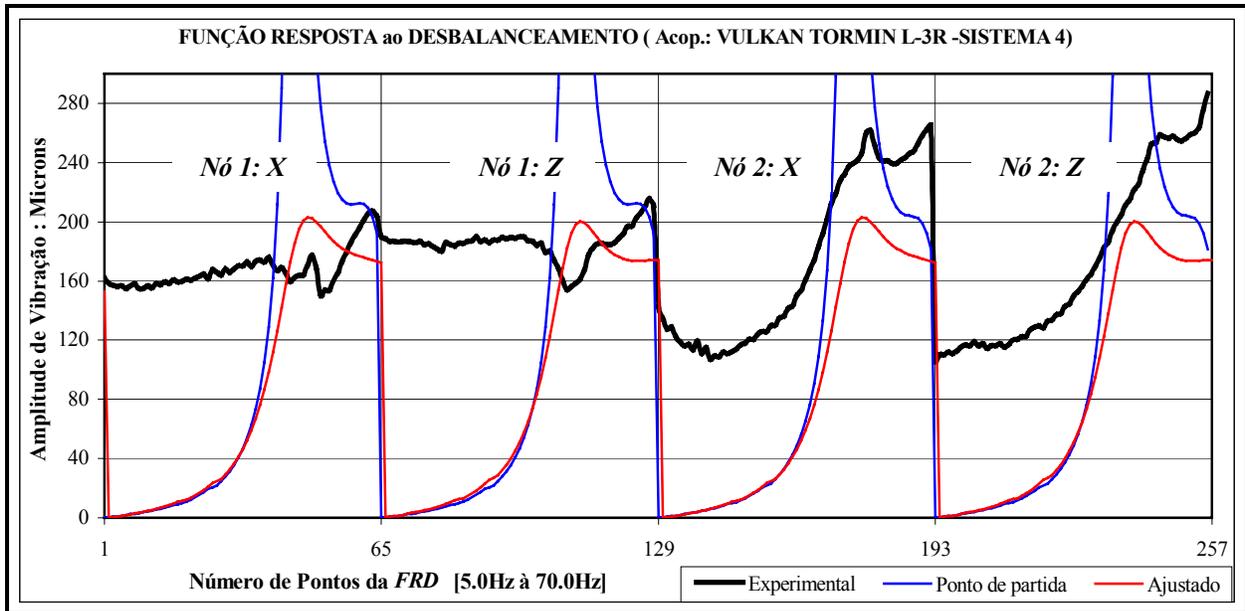


Figura 7.49: Resultados do processo de ajuste do sistema4(FRDs no Acoplamento Vulkan Tormin L-3R).

No processo de ajuste, os valores dos 20 parâmetros desconhecidos convergiram para as quantidades indicadas na Tabela 7.8.

Tabela 7.8: Resultado do ajuste do sistema 4.

	Mancal1	Mancal2	Mancal3	Mancal4	Acop.: Vulkan Tormin L-3 R
k_{xx}	$622.945 \cdot 10^3$	$374.227 \cdot 10^3$	$105.560 \cdot 10^4$	$427.096 \cdot 10^3$ N/m	$k_T = 159.819 \cdot 10^6$ N/m
k_{zz}	$438.063 \cdot 10^3$	$323.296 \cdot 10^3$	$124.955 \cdot 10^4$	$338.308 \cdot 10^3$ N/m	$k_R = 761.471 \cdot 10^3$ N.m/rad
c_{xx}	$122.286 \cdot 10^1$	450.298	664.608	507.615 N.s/m	$c_T = 743.245 \cdot 10^3$ N.s/m
c_{zz}	842.433	539.335	710.910	272.989 N.s/m	$c_R = 540.347 \cdot 10^3$ N.m.s/rad

Os demais resultados obtidos para o sistema 4 não diferem muito dos apresentados.

7.4.1.2 Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)

A montagem do sistema 3 é semelhante à da Figura 7.46, com a diferença de que na posição do acoplamento 4, será montado o acoplamento 3 (Vulkan Tormin L-1NZ). O modelo físico do sistema 3 é o mesmo da Figura 7.48, pois a distribuição dos componentes nos sistemas 3 e 4 foi aproximadamente a mesma. Além disso, os parâmetros do acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ calculados aproximadamente, e utilizados no modelo, são apresentados na Tabela 7.9.

Tabela 7.9: Parâmetros do Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ

Massa	Diâmetro externo	Espessura do Disco	Densidade Específica
889.58gr	69.0mm	47.895mm	5122.151kg/m ³

Foram utilizados apenas 12 *FRDs* experimentais, sem considerar as curvas correspondentes às massas, a partir das 16 *FRDs* experimentais obtidas para o sistema 3. Além disso, selecionou-se uma faixa restrita de 35.0Hz à 65.0Hz, em torno da condição de ressonância do sistema 3. Tentou-se ajustar um modelo de elementos finitos do sistema 3, semelhante ao utilizado para o sistema 4 (Figura 7.47). Também, neste caso, foi assumido um desbalanceamento residual da mesma ordem de grandeza que para o sistema 4 e na mesma disposição geométrica (defasados em 90°). A seguir, são apresentados graficamente os resultados obtidos nas tentativas de ajuste:

- A Figura 7.50 apresenta as *FRDs* (experimental, Ponto de partida, ajustado), correspondentes aos 4 mancais hidrodinâmicos, tanto na direção horizontal *X* quanto na direção vertical *Z* do sistema de referência. Cada curva da *FRD* experimental contém 67 pontos.

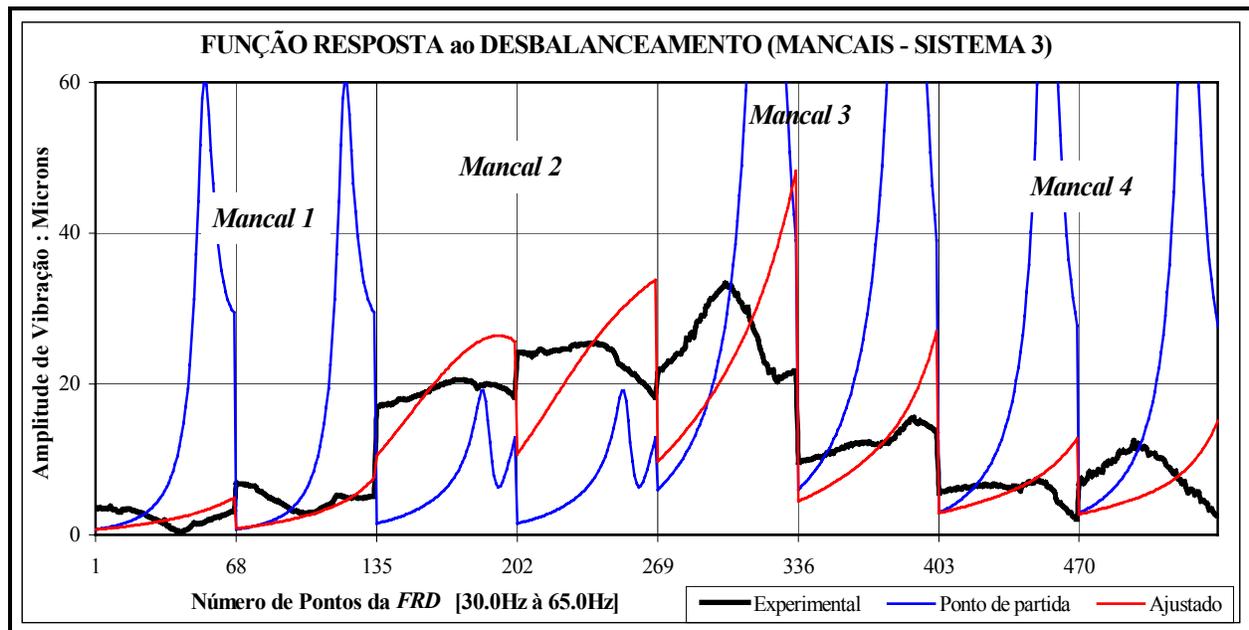


Figura 7.50: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (*FRDs* nos mancais)

- A Figura 7.51 apresenta as *FRDs* (experimental, Ponto de partida, ajustado), correspondentes aos 2 nós do acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ do sistema 3. Cada curva da *FRD* experimental contém 67 pontos. Estes resultados de ajuste foram obtidos juntamente com os dos mancais hidrodinâmicos.

No processo de ajuste os valores dos 20 parâmetros desconhecidos do sistema 3, convergiram para os valores indicados na Tabela 7.10.

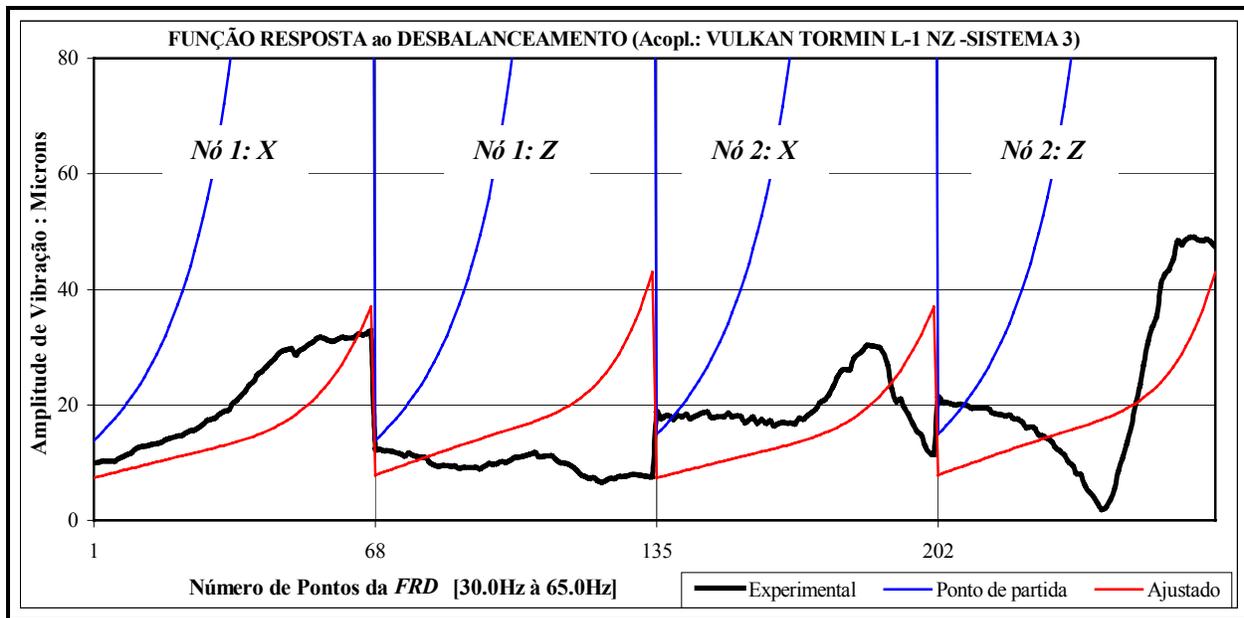


Figura 7.51: Resultados do ajuste do sistema 3 (FRDs no Acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ).

Tabela 7.10: Resultado do ajuste do sistema 3.

	Mancal1	Mancal2	Mancal3	Mancal4	Acop.: Vulkan Tormin L-1 NZ
k_{xx}	$245.162 \cdot 10^3$	$761.168 \cdot 10^1$	$105.124 \cdot 10^2$	$239.872 \cdot 10^4$ N/m	$k_T = 408.914 \cdot 10^6$ N/m
k_{zz}	$179.080 \cdot 10^3$	$102.242 \cdot 10^2$	$224.675 \cdot 10^3$	$172.630 \cdot 10^3$ N/m	$k_R = 313.090 \cdot 10^{-1}$ N.m/rad
c_{xx}	$689.512 \cdot 10^1$	670.988	$300.265 \cdot 10^1$	$409.463 \cdot 10^1$ N.s/m	$c_T = 997.589 \cdot 10^3$ N.s/m
c_{zz}	$518.195 \cdot 10^1$	586.262	$658.358 \cdot 10^1$	$421.759 \cdot 10^1$ N.s/m	$c_R = 153.776 \cdot 10^{-1}$ N.m.s/rad

Os demais resultados obtidos em outras tentativas de ajuste, como foi indicado inicialmente para as FRDs experimentais devido ao desbalanceamento residual, que também foram aplicadas no sistema 3, não diferem muito em melhoria dos apresentados.

7.4.2 Ajuste da FRF à Excitação Aleatória

As curvas experimentais das FRFs (Função de transferência : H_1), devido à uma excitação aleatória aplicada no sistema 4 (Acoplamento Vulkan Tormin L-3R) apresentadas nas Figuras 7.38, 7.39, 7.40, 7.41; e para o sistema 3 (Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ) apresentadas nas Figuras 7.42, 7.43, 7.44, 7.45, foram entre outras, as utilizadas nos processos de ajuste dos modelos de elementos finitos do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**. A excitação foi um sinal aleatório de distribuição Gaussiana de módulo unitário, com uma faixa de frequência de 0.0Hz à 2000.0Hz, passada através de um filtro analógico passa baixa com frequência de corte de 130.0Hz, o que permitiu a excitação do sistema por meio de um sinal aleatório na faixa de 0.0Hz

à 100.0Hz, não excitando, desta forma, os modos relacionados às estruturas estacionárias do sistema (fundação, estrutura de suporte dos mancais e do motor elétrico). A excitação foi unidirecional tanto na direção horizontal X , quanto na direção vertical Z , do sistema de referência.

As tentativas realizadas para os 2 sistemas, foram de ajustar os modelos de elementos finitos dos sistemas, utilizando todas as *FRFs* experimentais (funções de transferência – inércia), que apresentaram boa função de coerência numa faixa específica (de 30.0Hz à 70.0Hz), que eram geralmente as que estavam na mesma direção da excitação e nas posições: das massas, do acoplamento e na posição de excitação ou “*driving point*”. Foram estimados simultaneamente, no máximo os 20 parâmetros, para o caso do segundo modelo de Nelson e Crandall, e no mínimo os 16 parâmetros, para o caso do modelo de disco rígido do acoplamento flexível.

Os resultados obtidos, após este conjunto de testes, foram bons e rapidamente obtidos, conforme aconteceu nas simulações do capítulo 6. A seguir, apresentam-se alguns destes resultados.

7.4.2.1 Acoplamento Vulkan Tormin L-3 R (Sistema 4)

A montagem do sistema 4 é similar ao da Figura 7.29, com a diferença da presença do excitador “*Shaker*” no sistema. A distribuição dos componentes é de acordo à Figura 7.52.

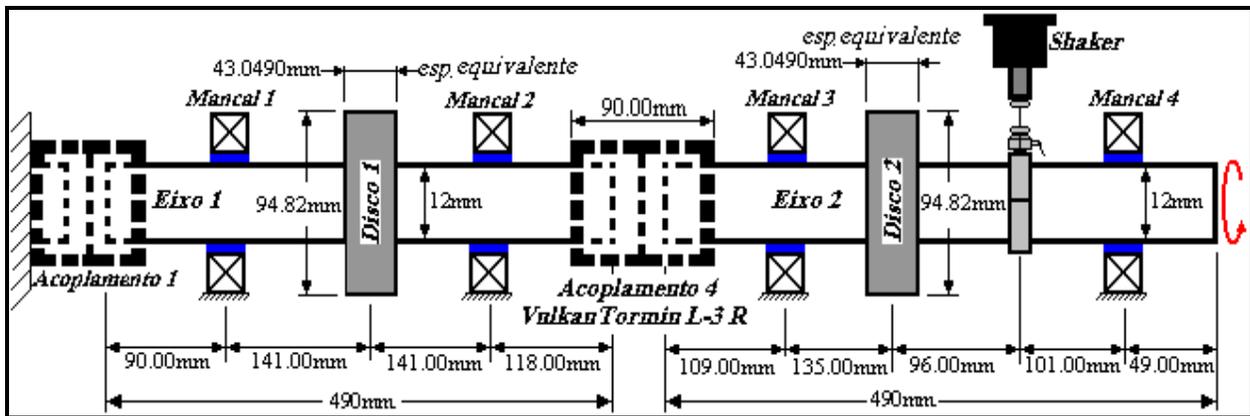


Figura 7.52: Montagem do Sistema 4 para *FRFs* (função de transferência) devido à excitação aleatória.

O modelo físico através do *MEF* deste sistema, utilizando os 5 modelos simplificados para acoplamento Vulkan Tormin L-3R é apresentada pela Figura 7.53.

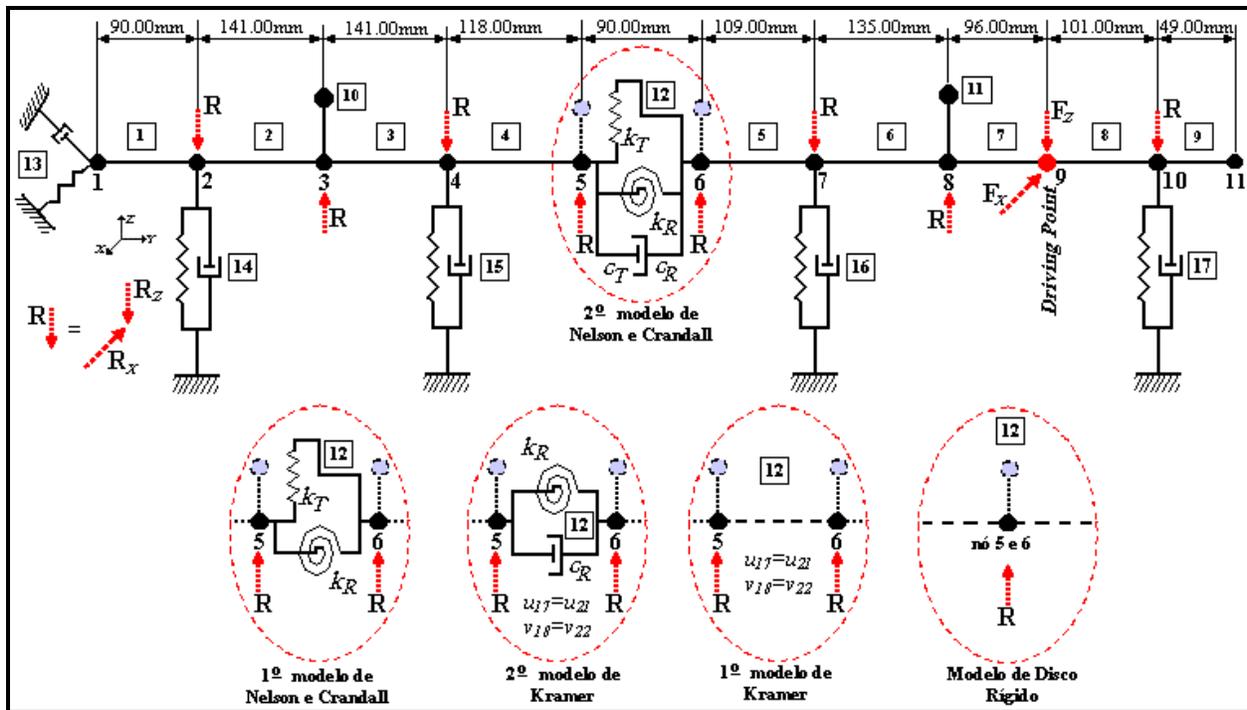


Figura 7.53: Modelo Físico por MEF do sistema 4 para FRF (função de transferência).

Também como no caso da análise por desbalanceamento, o Acoplamento1 está sendo modelado como se fosse um mancal, cujos valores de seus coeficientes de rigidez e de amortecimento são assumidos como anteriormente, de acordo com a Tabela 7.6. Além disso, os parâmetros do acoplamento Vulkan Tormin L-3R, calculados aproximadamente, e utilizados no modelo, foram apresentados na Tabela 7.7.

Foram utilizadas as cinco curvas experimentais, selecionadas a partir das 18 FRFs (funções de transferência) obtidas para o sistema 4, quando girando a 420.0rpm com excitação aplicada no nó 9 na direção vertical (grau de liberdade 34 da descrição de elementos finitos). Foram ajustados os 5 modelos da Figura 7.53, cujos resultados obtidos são apresentados na Figura 7.54.

O ajuste foi realizado através da estimação dos parâmetros desconhecidos do sistema, que corresponderiam aos 4 mancais hidrodinâmicos e ao do acoplamento (Vulkan Tormin L-3R). Os valores dos parâmetros para os quais estes convergiram, no processo de ajuste para cada um dos 5 modelos de elementos finitos do sistema 4 (Figura 7.53), assim como a porcentagem de erro, número de iterações utilizadas, número de vezes que a função objetivo foi avaliada, estão descritos na Tabela 7.11.

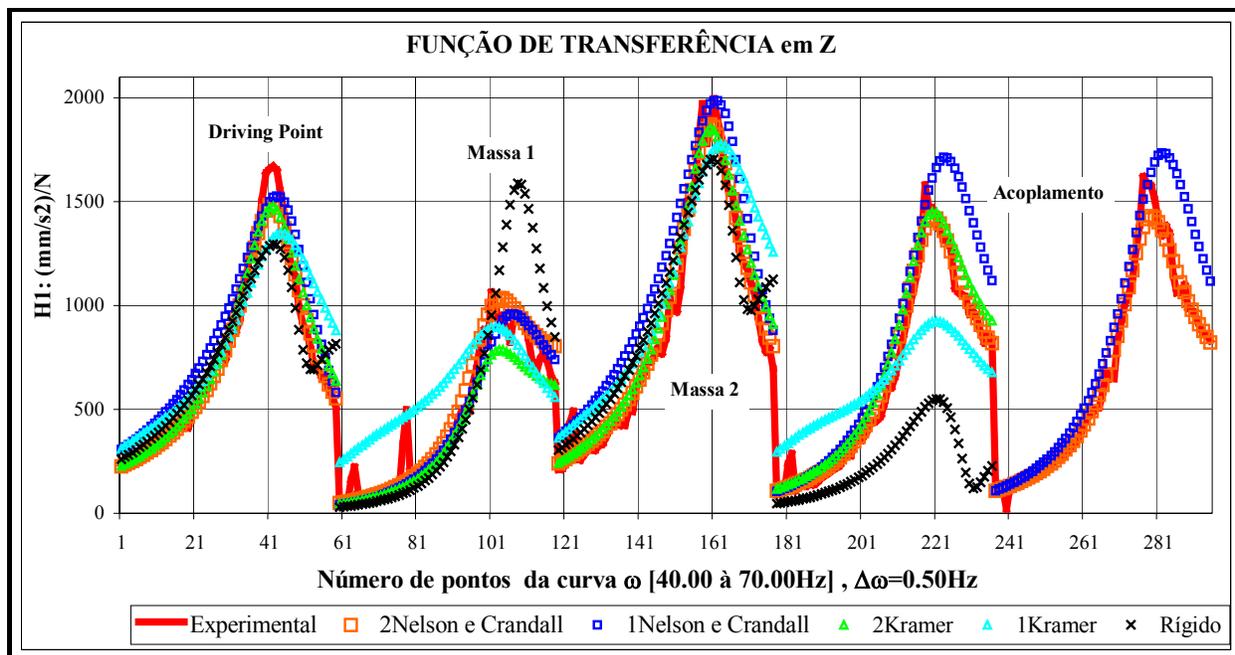


Figura 7.54: Resultados do processo de ajuste do sistema 4 (funções de transferência)

Tabela 7.11: Resultados do ajuste dos 5 modelos da Figura 7.53

		2Nelson e Crandall	1Nelson e Crandall	2Kramer	1Kramer	Rígido
Mancal 1	k_{xx} :N/m	$145.021 \cdot 10^7$	$510.817 \cdot 10^7$	$289.678 \cdot 10^7$	$222.577 \cdot 10^7$	$100.000 \cdot 10^4$
	k_{zz} :N/m	$298.953 \cdot 10^7$	$530.313 \cdot 10^5$	$608.527 \cdot 10^5$	$-113.944 \cdot 10^1$	$226.148 \cdot 10^6$
	c_{xx} :N.s/m	$739.973 \cdot 10^3$	$102.684 \cdot 10^5$	$727.329 \cdot 10^4$	$506.352 \cdot 10^4$	$169.604 \cdot 10^5$
	c_{zz} :N.s/m	$743.413 \cdot 10^4$	$159.850 \cdot 10^5$	$718.041 \cdot 10^1$	$216.681 \cdot 10^0$	$100.158 \cdot 10^5$
Mancal 2	k_{xx} :N/m	$566.104 \cdot 10^7$	$331.758 \cdot 10^7$	$191.655 \cdot 10^7$	$141.142 \cdot 10^7$	$339.609 \cdot 10^4$
	k_{zz} :N/m	$198.085 \cdot 10^7$	$254.652 \cdot 10^4$	$678.870 \cdot 10^4$	$715.878 \cdot 10^5$	$295.450 \cdot 10^3$
	c_{xx} :N.s/m	$150.679 \cdot 10^5$	$599.216 \cdot 10^5$	$701.550 \cdot 10^4$	$501.953 \cdot 10^4$	$999.895 \cdot 10^4$
	c_{zz} :N.s/m	$152.175 \cdot 10^4$	$102.811 \cdot 10^5$	$259.154 \cdot 10^3$	$934.827 \cdot 10^{-1}$	$638.204 \cdot 10^{-1}$
Mancal 3	k_{xx} :N/m	$195.722 \cdot 10^4$	$899.335 \cdot 10^3$	$930.376 \cdot 10^3$	$949.999 \cdot 10^3$	$299.653 \cdot 10^5$
	k_{zz} :N/m	$929.726 \cdot 10^3$	$257.786 \cdot 10^3$	$626.495 \cdot 10^3$	$102.716 \cdot 10^4$	$410.368 \cdot 10^3$
	c_{xx} :N.s/m	$345.854 \cdot 10^1$	$184.364 \cdot 10^5$	$134.759 \cdot 10^5$	$149.701 \cdot 10^5$	$358.336 \cdot 10^2$
	c_{zz} :N.s/m	$375.335 \cdot 10^4$	$112.589 \cdot 10^1$	$449.552 \cdot 10^1$	$686.720 \cdot 10^0$	$106.150 \cdot 10^1$
Mancal 4	k_{xx} :N/m	$566.23 \cdot 10^6$	$650.025 \cdot 10^7$	$362.652 \cdot 10^7$	$275.276 \cdot 10^7$	$768.647 \cdot 10^4$
	k_{zz} :N/m	$382.565 \cdot 10^7$	$640.345 \cdot 10^3$	$411.384 \cdot 10^4$	$839.928 \cdot 10^3$	$371.120 \cdot 10^5$
	c_{xx} :N.s/m	$439.703 \cdot 10^2$	$215.280 \cdot 10^3$	$100.176 \cdot 10^1$	$967.824 \cdot 10^2$	$948.272 \cdot 10^1$
	c_{zz} :N.s/m	$693.774 \cdot 10^0$	$659.500 \cdot 10^1$	$557.030 \cdot 10^2$	$711.119 \cdot 10^4$	$141.421 \cdot 10^5$
Acoplamento 4	k_T :N/m	$774.670 \cdot 10^3$	$269.407 \cdot 10^4$	****	****	****
	k_R :N.m/rad	$286.893 \cdot 10^0$	$349.140 \cdot 10^0$	$312.087 \cdot 10^0$	****	****
	c_T :N.s/m	$929.959 \cdot 10^1$	****	****	****	****
	c_R :N.m.s/rad	$813.337 \cdot 10^{-3}$	****	$609.208 \cdot 10^{-3}$	****	****
Erro %		11.548	27.505	14.150	65.440	34.002
# Iterações		10	28	12	33	71
# Funç. Avaliada		441	870	444	979	1719

Dos resultados anteriores, observou-se que tanto o segundo modelo de Nelson e Crandall, como o segundo modelo de Kramer apresentaram os melhores resultados, com erros não maiores ao 3%, mostrando dessa forma um bom ajuste. Neste sentido, considerando o segundo modelo de Nelson e Crandall para o acoplamento Vulkan Tormin L-3R, ajustamos as mesmas 5 *FRFs* (funções de transferência) para o mesmo sistema 4, com excitação no mesmo grau de liberdade 34 e as respostas selecionadas também nas mesmas posições e na direção *Z* da excitação, para diferentes rotações do sistema. Os resultados obtidos nestes ajustes são apresentadas na Figura 7.55.

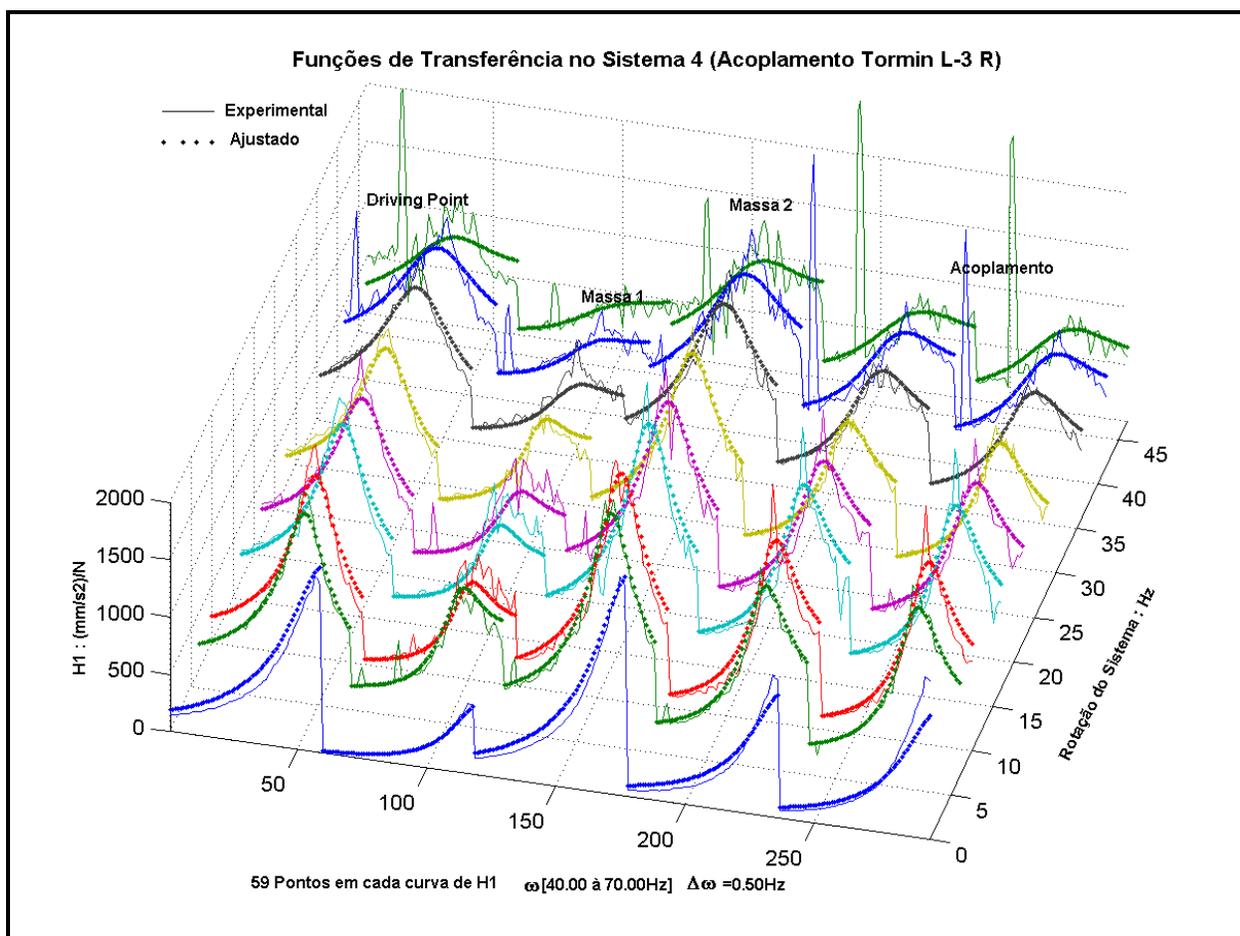


Figura 7.55: Resultado do ajuste das funções de transferência do sistema4 em diferentes rotações.

Da figura 7.55, observa-se que os resultados do ajuste são muito bons em baixas rotações, onde as curvas experimentais das funções de transferência apresentam uma boa função de coerência, mesmo onde apresentam picos nas harmônicas da rotação, que devido a presença do desbalanceamento residual do sistema, não é eliminada totalmente das respostas do sistema. Os

erros relativos a cada ajuste, apresentados na Tabela 7.12, não apresentam uma tendência clara do erro em função da rotação.

Tabela 7.12: Erro dos ajuste do sistema 4 para diferentes rotações.

	0.00Hz	7.00Hz	10.00Hz	17.00Hz	22.00Hz	28.00Hz	36.00Hz	42.00Hz	47.00Hz
Erro %	21.040	11.548	14.763	16.646	16.913	9.996	10.677	17.416	24.833

A Figura 7.56 apresenta os valores dos parâmetros de rigidez do sistema 4 normalizados, que são atingidos no processo de ajuste do modelo de elementos finitos do sistema 4, com o intuito de observar seu comportamento a medida que a rotação do sistema aumenta. Observa-se que alguns destes mostram uma tendência como a rigidez rotacional do acoplamento K_R e alguns parâmetros de rigidez dos mancais hidrodinâmicos, enquanto os demais apresentam um comportamento completamente aleatório.

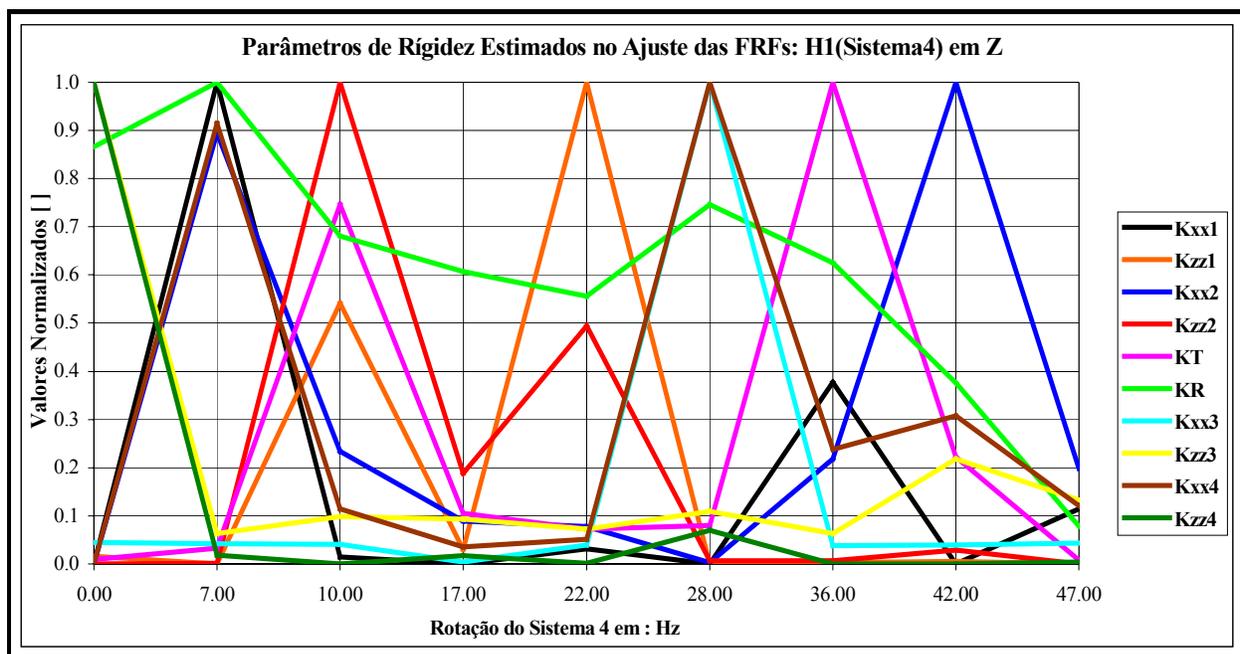


Figura 7.56: Parâmetros de rigidez normalizados, estimados no ajuste da Figura 7.55.

A Figura 7.57, apresenta os valores dos parâmetros de amortecimento do sistema 4 normalizados, atingidos no processo de ajuste do modelo de elementos finitos do sistema 4. Alguns dos parâmetros de amortecimento apresentam um comportamento similar ao apresentado pelos correspondentes parâmetros de rigidez, conforme a Figura 7.56. No geral, o comportamento destes é semelhante aos de rigidez.

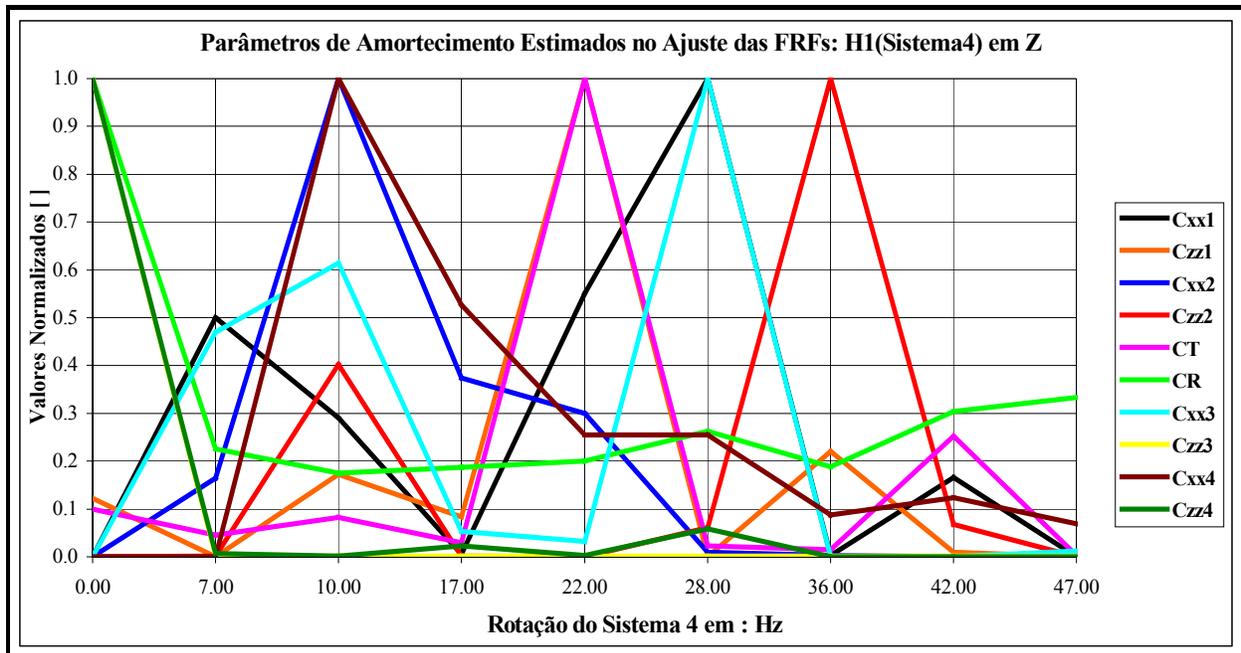


Figura 7.57: Parâmetros de amortecimento normalizados, estimados no ajuste da Figura 7.55.

7.4.2.2 Acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ (Sistema 3)

A montagem do sistema 3 é similar à da Figura 7.29, com a diferença da presença do excitador “Shaker” no sistema. A distribuição dos componentes é de acordo com a Figura 7.58.

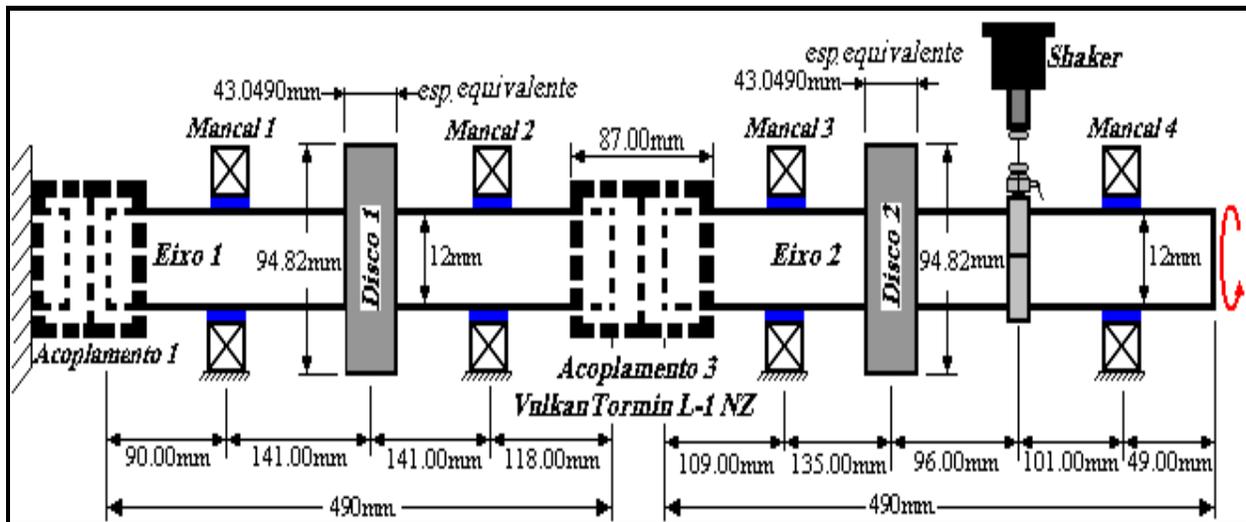


Figura 7.58: Montagem do Sistema 3 para FRFs (função de transferência) devido à excitação aleatória.

O modelo físico através do MEF deste sistema, utilizando o segundo modelo simplificado de Nelson e Crandall para acoplamento Vulkan Tormin L-1 NZ, é apresentado pela Figura 7.59.

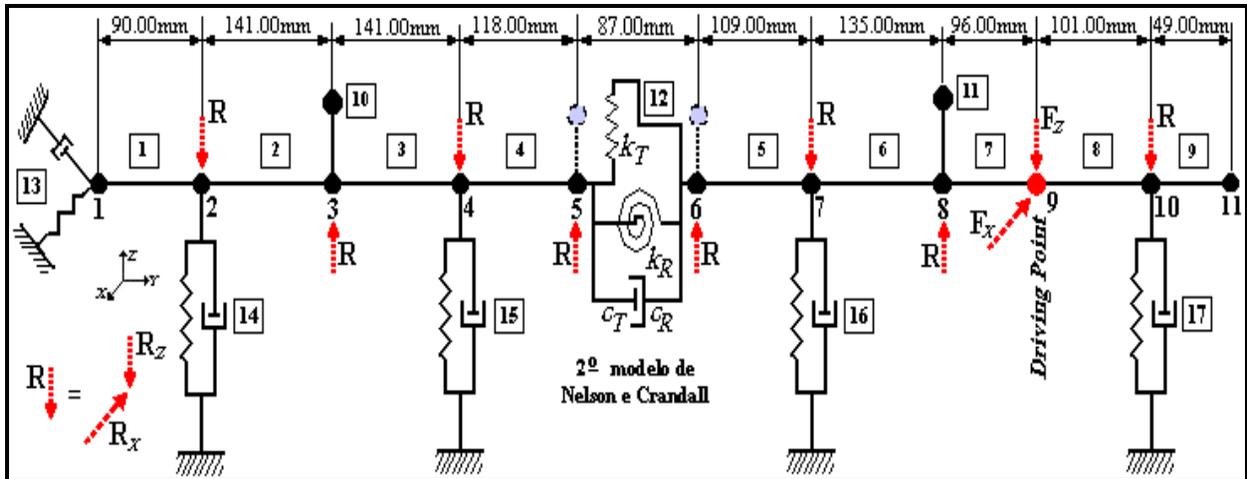


Figura 7.59: Modelo Físico por MEF do Sistema 3 para FRF (função de transferência).

As considerações na modelagem do Acoplamento1, são as mesmas utilizadas nos casos anteriores (dados Tabela 7.6). Além disso, os parâmetros do acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ calculados aproximadamente, e utilizados no modelo, foram apresentados na Tabela 7.9.

Foram utilizadas as cinco curvas experimentais, selecionadas a partir das 18 FRFs (funções de transferência) obtidas para o sistema 3, girando a 420.0rpm com excitação aplicada no nó 9 na direção horizontal (grau de liberdade 33 da descrição de elementos finitos). As curvas selecionadas estavam na mesma direção da excitação, pois eram as que melhor função de coerência apresentavam. Os resultados do processo de ajuste, são apresentados na Figura 7.60.

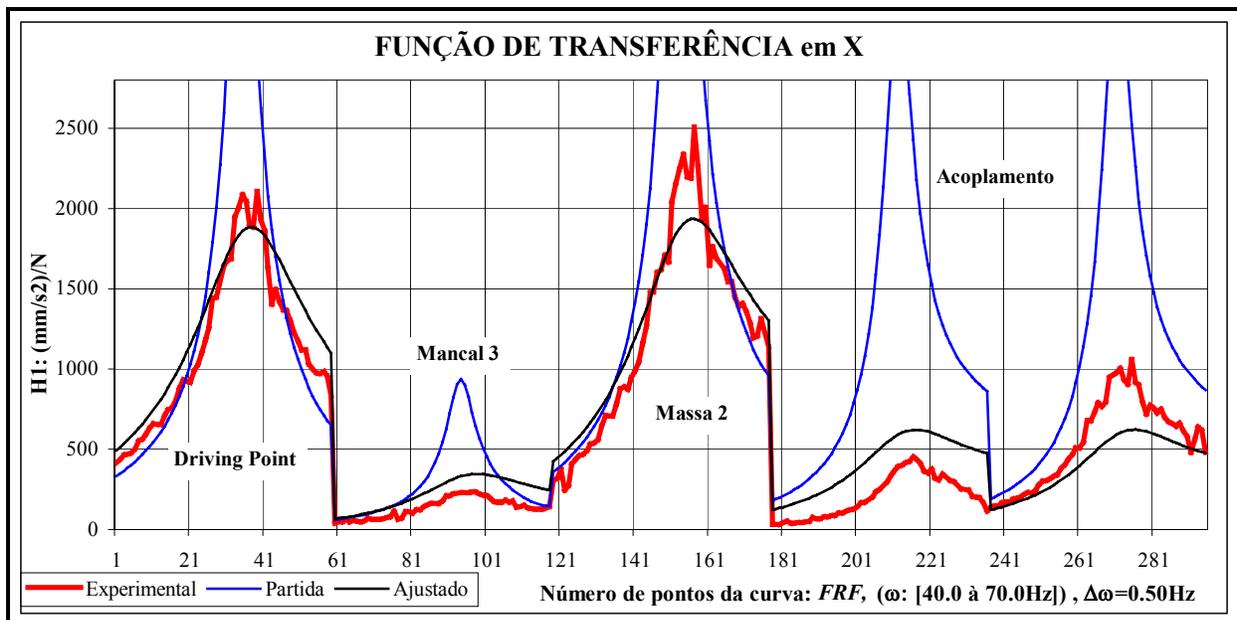


Figura 7.60: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (funções de transferência - X)

O ajuste foi realizado através da estimação dos 20 parâmetros desconhecidos do sistema 3, que correspondiam aos 4 mancais hidrodinâmicos e ao acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ. Os valores para os quais estes convergiram são apresentadas na Tabela 7.13.

Tabela 7.13: Resultado do ajuste do sistema 3 com excitação na direção X .

	Mancal1	Mancal2	Mancal3	Mancal4		Acop.: Vulkan Tormin L-1NZ
k_{xx}	$772.700 \cdot 10^4$	$136.436 \cdot 10^6$	$115.535 \cdot 10^4$	$146.885 \cdot 10^3$	N/m	$k_T = 975.1000 \cdot 10^3$ N/m
k_{zz}	$150.179 \cdot 10^4$	$103.355 \cdot 10^4$	$646.600 \cdot 10^4$	$262.905 \cdot 10^4$	N/m	$k_R = 440.904 \cdot 10^0$ N.m/rad
c_{xx}	$167.240 \cdot 10^3$	$181.224 \cdot 10^4$	$153.517 \cdot 10^1$	$311.563 \cdot 10^0$	N.s/m	$c_T = 820.375 \cdot 10^2$ N.s/m
c_{zz}	$312.049 \cdot 10^3$	$132.505 \cdot 10^4$	$928.727 \cdot 10^4$	$609.553 \cdot 10^5$	N.s/m	$c_R = 108.619 \cdot 10^{-2}$ N.m.s/rad

Finalmente, foram utilizadas as cinco curvas experimentais selecionadas a partir das 18 *FRFs* (funções de transferência) obtidas para o sistema 3, nas mesmas condições de operação do caso anterior, mas com a diferença que, neste caso, a excitação foi na direção vertical (grau de liberdade 34 da descrição de elementos finitos) e no mesmo nó 9 do modelo. As curvas selecionadas foram aquelas que estavam na mesma direção da excitação, pois também eram as que melhor função de coerência apresentavam como no caso anterior. Os resultados do processo de ajuste são apresentados graficamente na Figura 7.61.

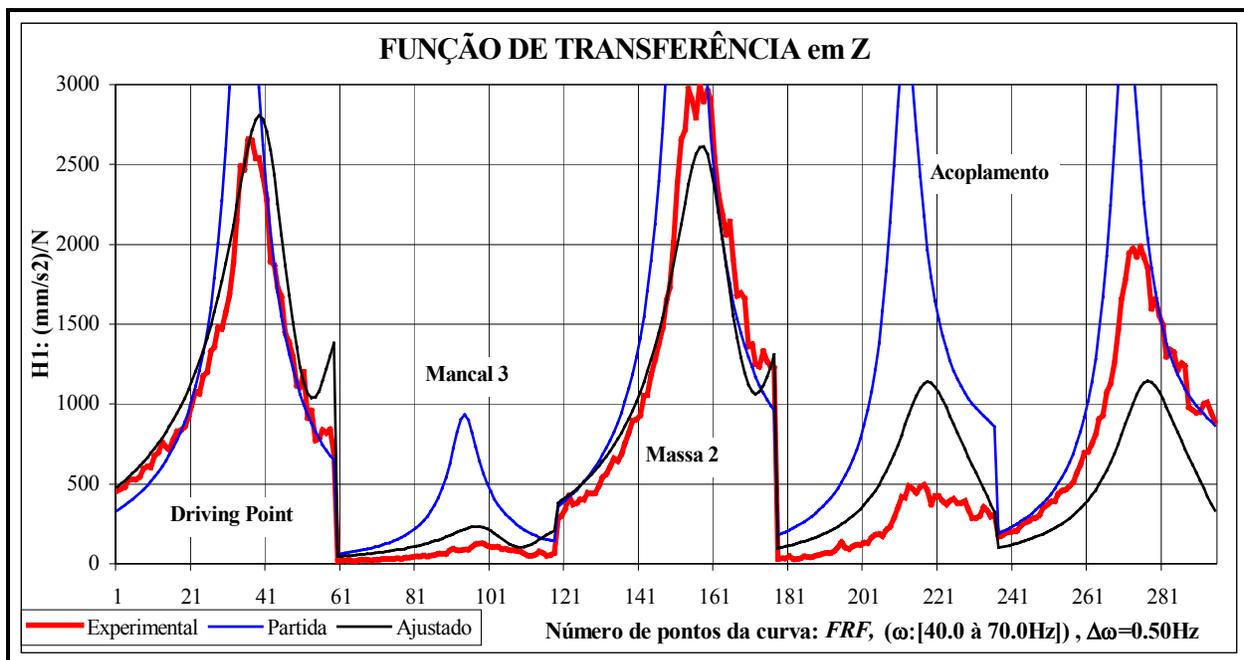


Figura 7.61: Resultados do processo de ajuste do sistema 3 (funções de transferência - Z)

Também, neste caso, o ajuste foi realizado através da estimação dos 20 parâmetros desconhecidos do sistema 3, que correspondiam aos 4 mancais hidrodinâmicos e ao acoplamento

Vulkan Tormin L-1NZ. Os valores para os quais estes parâmetros convergiram, são apresentadas na Tabela 7.14.

Tabela 7.14: Resultado do ajuste do sistema 3 com excitação na direção Z.

	Mancal1	Mancal2	Mancal3	Mancal4	Acop.: Vulkan Tormin L-1NZ
k_{xx}	$295.948 \cdot 10^4$	$136.446 \cdot 10^4$	$160.346 \cdot 10^4$	$111.237 \cdot 10^4$ N/m	$k_T = 840.85507 \cdot 10^4$ N/m
k_{zz}	$117.378 \cdot 10^3$	$451.460 \cdot 10^6$	$102.999 \cdot 10^4$	$137.919 \cdot 10^3$ N/m	$k_R = 190.48250 \cdot 10^1$ N.m/rad
c_{xx}	$115.288 \cdot 10^4$	$499.988 \cdot 10^4$	$519.224 \cdot 10^4$	$769.476 \cdot 10^4$ N.s/m	$c_T = 237.39428 \cdot 10^2$ N.s/m
c_{zz}	$513.261 \cdot 10^{-1}$	$520.089 \cdot 10^2$	$579.815 \cdot 10^1$	$144.718 \cdot 10^0$ N.s/m	$c_R = 354.81668 \cdot 10^{-3}$ N.m.s/rad

A Tabela 7.15 apresenta os dados relacionados aos processos de ajuste do sistema 3, para o caso onde a excitação é na direção horizontal X e para o caso onde a excitação é na direção vertical Z do sistema de referência.

Tabela 7.15: Dados dos processos de ajuste do sistema 3.

Excitação X	Erro Inicial %	147.378	Excitação Z	Erro Inicial %	183.382
	Erro Final %	55.844		Erro Final %	73.144
	# Iterações	31		# Iterações	27
	# Funções Avaliadas	>1000		# Funções Avaliadas	935

Os resultados obtidos no ajuste do sistema 3 para as funções de transferência, não foram tão boas quanto as conseguidas para o sistema 4. Sendo que o acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ do sistema 3 é muito mais flexível do que o acoplamento Vulkan Tormin L-3R do sistema 4.

Capítulo 8

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

8.1 Resultados e Conclusões

O presente trabalho apresenta uma contribuição aos métodos de modelagem dos acoplamentos mecânicos, e ao processo de estimação de parâmetros no estudo dos sistemas mecânicos rotativos **Rotor-Acoplamento-Mancal**. Estas ferramentas são utilizados no presente trabalho para solução de problemas diretos como no prognóstico do comportamento vibracional, e de problemas inversos como a estimação de parâmetros.

Uma revisão da literatura, relacionada aos acoplamentos mecânicos dos sistemas de transmissão, foi feito, visando explicar seu desenvolvimento e classificação, assim como os seus efeitos benéficos (isolar, amortecer, mudar a frequência natural) e prejudiciais (desbalanço, forças e momentos) nos sistemas mecânicos.

São apresentados teorias relacionadas à modelagem das vibrações transversais ou flexionais, através do método de elementos finitos, dos seguintes componentes: rotor, discos rígidos, mancais hidrodinâmicos e acoplamentos mecânicos. Na modelagem do acoplamento, foram implementados os modelos isotrópicos discretos (massa, mola, amortecimento) propostos por Nelson e Crandall (1992) e Kramer E. (1993). Também foram implementadas a metodologia da montagem das matrizes globais da equação de movimento e a solução para as vibrações forçadas do sistema, assim como a teoria sobre a análise modal tradicional aplicada a máquinas rotativas para estimar as funções de transferência do sistema. Foi implementado um programa computacional em Fortran90 que nos permite simular o comportamento vibracional (Diagrama de

Campbell, *FRD* devido ao desbalanceamento mecânico, *FRF* devido a uma excitação aleatória unidirecional) dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**.

Na parte de estimação de parâmetros, foi apresentada a teoria envolvida e a implementação da metodologia de ajuste das *FRFs* dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**, com base nos trabalhos de Arruda J. (1987), Duarte M. (1994) dos Mínimos Quadrados Amortecido Não Linear, sendo consideradas as seguintes *FRFs*: resposta ao desbalanceamento residual do sistema, que é uma condição inerente a todo sistema rotativo; função de transferência devido a uma excitação aleatória. O programa de estimação de parâmetros (**EST-PARAM.mdp**) feito no Fortran90, trabalha juntamente com o programa para a modelagem por elementos finitos do sistema, implementado na mesma linguagem de programação.

Das simulações numéricas do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, realizadas com o programa **PROGRA-M1.mdp**, observou-se que as considerações relativas a modelagem dos acoplamentos flexíveis dos sistemas influenciam as seguintes respostas: frequências naturais do sistema, *FRDs* do sistema devido ao desbalanceamento e *FRFs* devido a uma excitação aleatória. Portanto, precisa-se um conhecimento prévio do acoplamento utilizado, para melhor escolher o modelo que seja fisicamente mais representativo do mesmo.

Nas simulações relativas ao ajuste de modelos do sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**, realizadas com os programas **PROGRA-M1.mdp** e **EST-PARAM.mdp**, notou-se, utilizando as curvas experimentais simuladas (*FRDs* devido ao desbalanceamento residual e *FRFs* devido a uma excitação aleatória construídas usando o 2º modelo de Nelson e Crandall), no processo de estimação dos parâmetros do sistema, que alguns destes parâmetros não convergiram para os valores utilizados na definição das curvas. No geral, dos resultados das simulações de ajuste dos modelos, obteve-se sucesso para os 5 modelos propostos no trabalho, com a diferença de que alguns são melhor ajustados do que os outros. Entretanto, os modelos que melhor se ajustam, correspondem àqueles que consideram a rigidez e o amortecimento para representar o acoplamento, ao invés daqueles que somente o consideram a rigidez. Também é interessante ressaltar que, alguns dos parâmetros ajustados convergiram para valores nulos, o que sugere que os graus de liberdade considerados no ajuste são pouco sensíveis a esses parâmetros ou não foram excitados. Portanto, conclui-se que, no processo de estimação de parâmetros dos sistemas

mecânicos, é necessária a elaboração do cálculo da sensibilidade paramétrica na escolha das *FRFs* a serem utilizadas na estimação de um determinado parâmetro.

Da análises dos resultados experimentais podemos afirmar:

- Do ajuste das *FRDs* experimentais devido ao desbalanceamento residual do sistema, para os acoplamentos Vulkan Tormin L-3R (sistema 4) e Vulkan Tormin L-1NZ (sistema 3), ao contrário do ocorrido nos exemplos de ajuste simulados, não foram obtidos bons resultados, para nenhuma das tentativas de ajuste. Fato este que pode se explicar pela tentativa de ajustar um modelo linear do sistema, de parâmetros constantes ao longo da faixa de análise, hipóteses esta que desconsidera as condições reais de operação do sistema ao longo da faixa de análise. Observou-se que, durante os testes ao longo da faixa de rotação analisada, a temperatura do óleo lubrificante dos mancais experimentava um aumento da ordem de 6°C a medida que a rotação do sistema aumentava. Como nos mancais hidrodinâmicos a distribuição de pressão no óleo é altamente susceptível às mudanças na temperatura do mesmo, ao considerarmos os parâmetros de rigidez e amortecimento dos mancais constantes, considerou-se, também, uma distribuição de pressão do óleo uniforme ao longo da faixa de análise, fato este que não acontece na realidade.
- Do ajuste da *FRFs* (funções de transferência) experimentais, devido a uma excitação aleatória unidirecional, aplicada ao sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**:
 - Para o sistema com o acoplamento Vulkan Tormin L-3R, menos flexível, os resultados obtidos foram melhores. Inclusive, conseguiu-se ajustar cada um dos 5 modelos do sistema com melhores resultados para os modelos 2º de Nelson e Crandall e 2º de Kramer, fato também ocorrido nos exemplos de simulação. Portanto, pode-se reafirmar que o modelo que melhor ajusta o sistema analisado para estes acoplamentos flexíveis são aqueles que o representam através de parâmetros de rigidez e de amortecimento. Os ajustes obtidos considerando o 2º modelo de Nelson e Crandall, para o mesmo sistema, para diferentes condições de rotação, também foram bons. Entretanto, os parâmetros estimados convergiram, no geral, para valores diferentes ao longo das rotações consideradas. Isto poderia explicar o fato pelo qual não foi possível ajustar as *FRDs* devido ao desbalanceamento residual.
 - Para o sistema com o acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ, os resultados também foram bons. Porém, não melhores que para o acoplamento anterior. Tal ocorrência pode ser

explicada, pelo fato que, nas posições dos nós sucessivos dos acoplamentos, observa-se para o acoplamento Vulkan Tormin L-3R, *FRFs* de mesma ordem de grandeza; e para o acoplamento Vulkan Tormin L-1NZ, *FRFs* de diferente ordem de grandeza. Entretanto, as *FRFs* ajustadas para os dois acoplamentos apresentam a mesma ordem de grandeza, o que talvez, possa ser atribuído, ao fato de se considerar um modelo isotrópico para o acoplamento.

- Dos resultados apresentados na Tabela 7.11, observa-se que os mesmos parâmetros, para os diferentes modelos, convergiram para valores diferentes, indicando que os modelos ajustados são sistemas equivalentes que reproduzem às *FRFs* experimentais, porém, não necessariamente refletem a condição física real de cada componente. Isto é corroborado pelos resultados apresentados nas tabelas 7.11 e 7.14, pois os valores para os quais convergiram os parâmetros do acoplamento indicam uma situação contrária às condições reais, pois, dão a entender que o acoplamento Vulkan Tormin L-1Nz é mais rígido do que o acoplamento Vulkan Tormin L-3R, o que na realidade não ocorre.

Uma observação final, é que a análise modal experimental para máquinas rotativas é um campo pouco explorado até o momento, seja pelas dificuldades que ela envolve ou pela falta de instrumentação adequada, assim como pela falta do domínio pleno das técnicas de processamento de sinais, que nos permitam eliminar ou atenuar adequadamente os problemas que envolvem a análise modal em máquinas rotativas.

8.2 Sugestões para Próximos Trabalhos

A importância desta área de pesquisa, no melhor entendimento e controle dos sistemas mecânicos rotativos, assim como as limitações daquilo que foi possível realizar no presente trabalho, permitem esboçar algumas sugestões ou perspectivas para trabalhos futuros:

- Implementar modelos simplificados para os acoplamentos flexíveis, equivalentes aos apresentados neste trabalho, para as vibrações torcionais e axiais dos sistemas mecânicos e fazer sua validação experimental.
- Desenvolver uma metodologia de ajuste para sistemas similares ao do trabalho, que permita ajustar as *FRDs* devido ao desbalanceamento residual do sistema, pois esta é uma condição inerente a toda máquina rotativa.

- Implementar a análise de sensibilidade das *FRFs* dos sistemas **Rotor-Acoplamento-Mancal**, em relação aos parâmetros dos modelos simplificados dos acoplamentos flexíveis, implementados durante o doutoramento;
- Estudar e implementar um método de ajuste dos parâmetros de rigidez e amortecimento que representam os mancais hidrodinâmicos, fazendo uso das forças transmitidas pelo fluido nas partes estacionárias dos mancais, na tentativa de conseguir valores dos parâmetros que reflitam a condição física dos mancais e, conseqüentemente, obter valores dos parâmetros dos acoplamentos mais concordantes com suas características físicas;
- Testar os modelos simplificados dos acoplamentos flexíveis implementados, para novas configurações de sistemas mecânicos e discutir os resultados do presente trabalho;
- Estudar e implementar a análise modal complexa teórica e experimental para sistemas rotativos, e aplicá-los ao sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**.

Referências Bibliográficas

- Adelman, H. M., Haftka, R. T.,** Sensitivity analysis of discrete structural systems. *AIAA Journal*, v.24, n.5, pp.823-832, 1986.
- Allemang, R. J.,** *Vibrations: Experimental modal Analysis*. Cincinnati, OH, USA: University of Studies Press Ltd., 1999, 338p.
- Arruda, J. R. F., Duarte, M. A. V.,** Updating Rotor-Bearing Finite Element models using experimental frequency response functions. *Journal of the Brazilian Societe Mechanical Sciences RBCM*, v.15, n.2, pp.136-149, 1993.
- Arruda, J. R. F.,** Frequency domain methods for structural parameter estimation. *Mécanique Matériaux, Electricité*, n.416, pp.4-8, 1986.
- Arruda, J. R. F., Huallpa, B. N.,** *Introdução à análise espectral*. Campinas: UNICAMP, Brasil, 2001, 114p.
- Arruda, J. R. F.,** Objective functions for the nonlinear curve fit of frequency response functions. *AIAA Journal*, v.30, n.3: Technical Notes, pp.855-857, 1992.
- Arruda, J. R. F.,** Rotor finite element model adjusting. In: *Proceedings of the 9th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Florianópolis, SC, 1987, pp.741-744.
- Arruda, J. R. F.,** Rotor model adjusting by unbalance response curve-fitting. In: *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, v.1, Society for Experimental Mechanics, pp.479-484, 1989.
- Bannister, R. H.,** Methods for Modelling Flanged and Curvic Couplings for Dynamic Analysis of Complex Rotor Constructions. *Journal of mechanical design- Transactions of the ASME*, v.102, pp.130-139, January 1980.
- Beck, J. V., Arnold, K., J.,** *Parameter estimation in engineering and science*. New York: John Wiley & Sons, 1977, 501p.

- Bendat, J. S., Piersol, A. G.,** *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1971, 407p.
- Bently, D. E., Muszynska, A.,** Modal testing and parameter identification of rotating shaft/fluid lubricated bearing system. In: *International Conference of Modal Analysis*, 4th, 1986, Los Angeles: Anais..., v.2, pp.1393-1402.
- Bloc, H. P.,** How to Uprate Turboequipment by Optimized Coupling Selection. *Hydrocarbon Processing*, pp.87-90, January 1976.
- Bucher, I., Ewins, D. J., Robb, D. A.,** Modal testing of rotating structures: difficulties, assumptions, and practical approach. In: *ImechE 6th Conference on Vibrations in Rotating Machinery Publications*, Oxford, UK., 1996, C500/007/96, pp.539-562.
- Cavalca, K. L., Dedini, F. G., Cheli, F.,** Supporting structure effects on rotating machinery vibration. In: *Proceedings of Institute of Mechanical Engineer, ImechE*, 1992.
- Cavalcante, P. F.,** *Método de solução para o estudo da influência da estrutura de suporte no comportamento de máquinas rotativas*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001, 150p., Tese (Doutorado).
- Ccasa, I. J. E.,** *Ajuste de modelos usando técnicas iterativas de estimação de parâmetros*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999, 127p., Dissertação (Mestrado).
- Chaika, V.,** Steady State Response of a System of Rotors with Various Types of Flexible Couplings. *Journal of sound and vibration*, v.144, No. 4, pp.521-537, 1994.
- Chen, J. C., Garba, J. A.,** Analytical model improvement using modal test results. *AIAA Journal*, v.18, Article n.79-0831, pp.684-690, June 1980.
- Childs, D. W., Ehrich, F. F, Prohl, M. A.,** *Vibration considerations in the design of rotating machinery*. In: EHRICH, F. F., *Handbook of rotordynamics*. United States of America: McGraw-Hill, Inc., 1992. Cap1., p.2.1-2.84.
- Cooley, J. W., Tukey, J. W.,** An algorithm for the calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, v.19, pp.297-301, 1965.
- Dedini, F. G.,** *Identificazione dei cuscinetti e della fondazione di rotori: Metodologia e Risultati sperimentali*. Milan: Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, Milan, 1993, 120p., Tese (Doutorado).
- Dewell, D. L., Mitchell, L. D.,** Detection of a Misaligned Disk Coupling Using Spectrum

Analysis. *Journal of vibration, acoustics, stress, and Reliability in design*, v.106, pp.9-16, January 1984.

Dos Santos, J.M.C., Ferraz, F.G., Block-Krylov Component Synthesis and Minimum Rank Perturbation Theory for Damage Detection in Complex Structures. In: *Proceedings of the IX DINAME*, 5-9 March 2001, Florianópolis-SC-Brazil, pp.329-334.

Duarte, M. V., *Ajuste de modelos dinâmicos de estruturas com não linearidades concentradas*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1994, 190p., Tese (Doutorado).

Duarte, M. V., Arruda, J. R. F., Parameter estimation and model updating of Rotor-Bearing systems by direct fit of FRFs. In: *Proceedings of the 3rd IFToMM Conference on Rotordynamics*, pp.431-436, 1990.

Ewins, D. J., *Modal Analysis for rotating machinery*. In: *IFToMM 5th International Conference on Rotor Dynamics*, Darmstadt, September, 1998, 13p.

Ewins, D. J., *Modal Testing-Theory and Practice*. England: Rsearch studies press Ltd, 1994, 313p.

Fisette, E., Stavrinidis, C., Ibrahim, S., Error location and updating of analytical dynamic models using a force balance method. In: *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference (IMAC VI)*, Kissimmee, Florida, U.S.A., 1988, pp.1063-1070.

Förch, P., Gähler, C., Nordmann, R., Modal testing in rotating machinery using active magnetic bearings. In: *International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, 6th, Oxford, 1996, 13p.

Friswell, M. I., Candidate reduced order model for structural parameter estimation. *Journal of Vibration and Acoustics*. (113), pp.93-97, January 1990.

Gibbons, C. B., Coupling Misalignment Forces. In: *Proceedings of the fifth turbomachinery symposium*, 1976, pp.111-116.

Hassui, J. R., Cavalca, K. L., Dedini, F. G., Modelagem e análise de vibrações em sistemas rotor-suportes-fundação. In: *IV CEM-NNE*, Recife-PE, 1996.

Hodowanec, M. M., Effect of coupling installation on motor performance. *IEEE Industry applications magazine*, pp.70-77, January/February 1997.

Hsu, H. P., *Fourier Analysis*. Simon and Schuster, 1970, 274p.

Idehara, S. J., *Relatório de Iniciação Científica*. Proc. N°99/09181-9, Janeiro /2001, 110p.

- Irretier, H.**, Mathematical foundations of experimental modal analysis in Rotor Dynamics. *Mechanical systems and signal processing*, v.13, n.2, pp.183-191, 1999.
- Jacon, F. T.**, *Ajuste de modelos lineares Aplicado a Maquinas Rotativas*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000, 183p., Dissertação(Mestrado).
- Krämer, E.**, *Dynamics of rotors and foundations*. London: Springer-Verlag, 1993, 384p.
- LabVIEW**, *Analysis Concepts*. Austin: National Instruments Corporate Headquarters, USA, 2000.
- Lalane, M., Ferraris, G.**, *Rotordynamics prediction in engineering*. New York: John Wiley & Sons Ltda., 1990, 198p.
- Lee, C. W.**, A complex modal testing theory for rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.5, n.2, pp.119-137, 1991.
- Lee, C. W.**, A new modal testing in rotating. In: *International Conference of Modal Analysis, 17*, Kissimmee, Florida: Anais ..., 1990, v.1, pp.148-154.
- Lee, C. W., Joh, Y. D.**, Excitation methods and modal parameter identification in complex modal testing of rotating machinery. *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, v.8, n.3, pp.179-203, Jul. 1993.
- Lee, C. W., Joh, Y. D.**, Theory of excitation methods and estimation of frequency response functions in complex modal testing of rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.7, n.1, pp.57-74, Jan. 1993.
- Lee, C. W., Kim, J. S.**, Modal testing and suboptimal vibration control of flexible rotor bearing system by using a magnetic bearing. *Transactions of de ASME: Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.114, pp.244-252, June, 1992.
- Lee, C. W., Lee Y. S.**, Modelling and vibration analysis of misaligned rotor-ball bearing systems. *Journal of sound and vibration*, v.224, n.1, pp.17-32, 1999.
- Leung, A. Y. T.**, Inverse iteration for the quadratic eigenvalue problem. *Journal of sound and vibration*, v.124, n.2, pp.249-267, 1988.
- Lund W. J., Walton, F. J., Ku R. P.**, A theoretical approach to determine angular stiffness and damping coefficients of na axial spline coupling in high-speed rotating machinery. *American society of mechanical engineers, Design engineering division* (Publication) DE, v.60, pp.249-256, 1993.

- Lund W. J., Walton, F. J., Ku R. P.**, An experimental investigation of the dynamic characteristics of an axial spline coupling in high-speed rotating machinery. *American society of mechanical engineers, Design engineering division (Publication) DE*, v.60, pp.265-270, 1993.
- Mabie, H. H.**, Constant velocity joints. *Machine design*, v.20, pp.101-105, May 1948.
- Maia, M. M., Silva, M. M.**, *Theoretical and experimental Modal Analysis*. England: Research Studies Press ltd., 1997, 468p.
- Mancuso J. R.**, *Couplings and Joints (design, selection, and application)*. 2.ed. New York: Marcel Dekker, 1999, 581p.
- Mancuso J. R.**, *Couplings and Joints*. Marcel Dekker, 1986, 481p.
- Mancuso J. R.**, *Moments and forces imposed on power transmission systems due to misalignment of a crown tooth coupling*. Pennsylvania: Pennsylvania State University, 1971, 92p. Dissertação (Mestrado).
- Marmol, R. A., Smalley, A. J., Tecza, J. A.**, Spline Coupling Induced Nonsynchronous Rotor Vibrations. *Journal of mechanical design- Transactions of the ASME*, v.102, pp.168-176, January 1980.
- MARS**, Modal Analysis of Rotating Machinery. *MARS synthesis report*, December 5, 1996, 16p.
- Martinez, D. R.**, Parameter estimation in structural dynamics models. *Sandia National Laboratories Report SAND80-0135*, Albuquerque, U.S.A., 1981.
- McConnell, K. G.**, *Vibration testing : Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995, 606p.
- Muszynska, A.**, Modal testing of rotor/bearing system. *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, pp.15-34, 1986.
- Nelson, H. D.**, A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory. *Journal of Mechanical Design – Transaction of the ASME*, v.102, n.4, pp.793-803, October 1980.
- Nelson, H. D., Crandall, S. H.**, *Analytic prediction of rotordynamic response*. In: Ehrich, F. E., Handbook of rotordynamics. United States of America, McGraw-Hill, Inc., 1992. Cap2., p. 2.1-2.84.
- Nelson, H. D., McVaugh, J. M.**, The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements. *Journal of engineering for Industry – Transaction of the ASME*, v.98, n.2,

pp.593-600, May 1976.

Nordmann, R., Modal parameter identification and sensitivity analysis in rotating machinery.

IFToMM, Roma: Anais..., 1982, pp.95-102.

Oden, J. T., *Mechanics of Elastic Structures*. New York: McGraw-Hill, 1967.

Otnes, R. K., Enochson, L., *Digital time series analysis*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1972, 467p.

Ottoy, J. P., Vansteenkiste, G. C., *Software for engineering problems*. A Computational Mechanics Publications, England, 1985.

Piotrowski, J., *Shaft Alignment Handbook*. Marcel Dekker, 1986.

Piotrowski, J., *Shaft Alignment Handbook*. New York: 2.ed. Marcel Dekker, 1995.

Rao, J. S., *Rotor Dynamics*. New Delhi: Wiley Eastern Limited, 1983, 224p.

Redmond, I., Al-Hussain, K. M., Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misalignment. *Journal of sound and vibration*, v.249, n.3, pp.483-498, 2002.

Roger, P. J., Ewins, D. J., Modal testing of an operating rotor system using a structural dynamics approach. In: *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, Las Vegas, 1989, v.1, pp.466-473.

Roots, F., Shaft Couplings. U.S. Patent 349,365, 1886.

Schwerdlin, H., Reactions forces in elastomeric couplings. *Machine design*, 1979.

Sekhar, A. S., Prabhu, B. S., Effects of Coupling Misalignment on Vibrations of Rotating Machinery. *Journal of sound and vibration*, v.185, No. 4, pp.655-671, 1995.

Sekhar, A. S., Rao, A. S., Vibration Analysis of Rotor-Coupling-Bearing System with Misaligned Shafts. In: International Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition, June10-13, 1996, Birmingham, UK, 8p.

Sharp, R. S., Brooks, P. C., Sensitivities of frequency response functions of linear dynamic systems to variations in design parameter values. *Journal of Sound and Vibration*, v.126, n.1, pp.167-172, 1988.

Shigley, J. E., Mischke, C. R., *Standar Handbook of Machine Design*. 1.ed. McGraw-Hill, 1986, Cap. 29, pp. 29.1-29.38.

Simons, G., Prediction of Vibration Behaviour of Large Turbo-Machinery on Elastic Foundations due to Unbalance and Coupling Misalignment. *Part C: Journal of*

mechanical engineering science – Proc Instn Mech Engr, v.206, pp.29-39, 1992.

Souto, C. A., *Análise Modal Complexa de sistemas rotativos*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000, 127p. Dissertação de Mestrado.

Steffen Jr., V., Lepore, N. F. P., Teodoro, E. B., Response of a rigid disc mounted on a flexible shaft under non-linear excitations. In: *International Conference of Modal Analysis*, 4th, 1986, Anais..., pp.1536-1539.

Sutter, T. R., et ali., Comparison of several methods for calculating vibration mode shape derivatives. *AIAA Journal*, v.26, n.12, pp.1506-1511, 1988.

Thomas, C., Nower, D., Characterizing shaft misalignment effects using dynamic measurements. *Computational systems incorporate*, 11p. (1998-2001). Disponível na Internet. <http://www.compsys.com/home.nsf/pages/trmain.html>.

Wright, J., Which flexible coupling. *The 1975-1976 Power trasmission and bearing handbook*. pp.A148-A158.

Xu, M., Marangoni, R. D., Flexible Couplings: Study and Aplication. 1990, 13pp.

Xu, M., Marangoni, R. D., Vibration Analysis of a Motor-Flexible-Coupling_Rotor System Subject to Misalignment and Unbalance, Part I: Theorical Model and Analysis. *Journal of sound and vibration*, v.176, No. 5, pp.663-679, 1994..

Xu, M., Marangoni, R. D., Vibration Analysis of a Motor-Flexible-Coupling_Rotor System Subject to Misalignment and Unbalance, Part II: Experimental Validation. *Journal of sound and vibration*, v.176, No. 5, pp.681-691, 1994.

Yasuda, K., Kawamura, S., Watanabe, K., Identification of Nonlinear Multi-Degree-of-Freedom systems. *JSME International Journal*, (31), Series III, n.1, p.8-14, 1988.

Anexo 1

Matrizes de ordem reduzida para o 1º Modelo de Acoplamento de Kramer

♦ Matriz de massa $[M_{re}]$ de ordem reduzida:

$$[M_{re}] = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & -\mu_2 L & \mu_4 & 0 & 0 & \mu_5 L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_4 & -\mu_5 L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 L & \mu_3 L^2 & 0 & 0 & \mu_5 L & \mu_6 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 & -\mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_4 & 0 & 0 & -\mu_5 L & \mu_1 + \mu_1 & 0 & 0 & \mu_2 L & 0 & -\mu_2 L & \mu_4 & 0 & 0 & \mu_5 L \\ 0 & \mu_4 & \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_1 + \mu_1 & -\mu_2 L & 0 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_4 & -\mu_5 L & 0 \\ 0 & -\mu_5 L & \mu_6 L^2 & 0 & 0 & -\mu_2 L & \mu_3 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 & 0 & 0 & -\mu_5 L & \mu_6 L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_2 L & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 L^2 & \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 L & \mu_1 & 0 & 0 & \mu_2 L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_4 & 0 & 0 & \mu_5 L & 0 & 0 & \mu_1 & -\mu_2 L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 L & 0 & 0 & \mu_6 L^2 & 0 & 0 & -\mu_2 L & \mu_3 L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_5 L & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_6 L^2 & \mu_2 L & 0 & 0 & \mu_3 L^2 \end{bmatrix}$$

◆ Matriz giroscópica $[G_{re}]$ de ordem reduzida:

$$[G_{re}] = \begin{bmatrix} 0 & -\mu_7 & -\mu_8 L & 0 & 0 & \mu_7 & -\mu_8 L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_7 & 0 & 0 & -\mu_8 L & -\mu_7 & 0 & 0 & -\mu_8 L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_9 L & -\mu_8 L & 0 & 0 & \mu_{10} L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_8 L & \mu_9 L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & -\mu_{10} L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_7 & \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_7 - \mu_7 & \mu_8 L & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & \mu_7 & -\mu_8 L & 0 \\ -\mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L & \mu_7 + \mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & -\mu_8 L & -\mu_7 & 0 & 0 & -\mu_8 L \\ \mu_8 L & 0 & 0 & \mu_{10} L & -\mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_9 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_8 L & -\mu_{10} L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & \mu_9 L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_9 L^2 & -\mu_8 L & 0 & 0 & \mu_{10} L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & \mu_9 L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & -\mu_{10} L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_7 & \mu_8 L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 L & \mu_7 & 0 & 0 & \mu_8 L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{10} L^2 & -\mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_9 L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 L & 0 & 0 & -\mu_{10} L^2 & 0 & 0 & -\mu_8 L & \mu_9 L^2 & 0 \end{bmatrix}$$

◆ Matriz de rigidez $[K_{re}]$ de ordem reduzida:

$$[Kp] = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 24 & 0 & 0 & 6L & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 24 & -6L & 0 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) & 0 & 0 & -6L & 4L^2(1+3\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6L & 0 & 0 & 0 & 0 & 2L^2(1-6\varepsilon) & 6L & 0 & 0 & 4L^2(1+3\varepsilon) \end{bmatrix}$$

$$[K_{re}] = \frac{EI_x}{L^3(1+12\varepsilon)} [Kp]$$

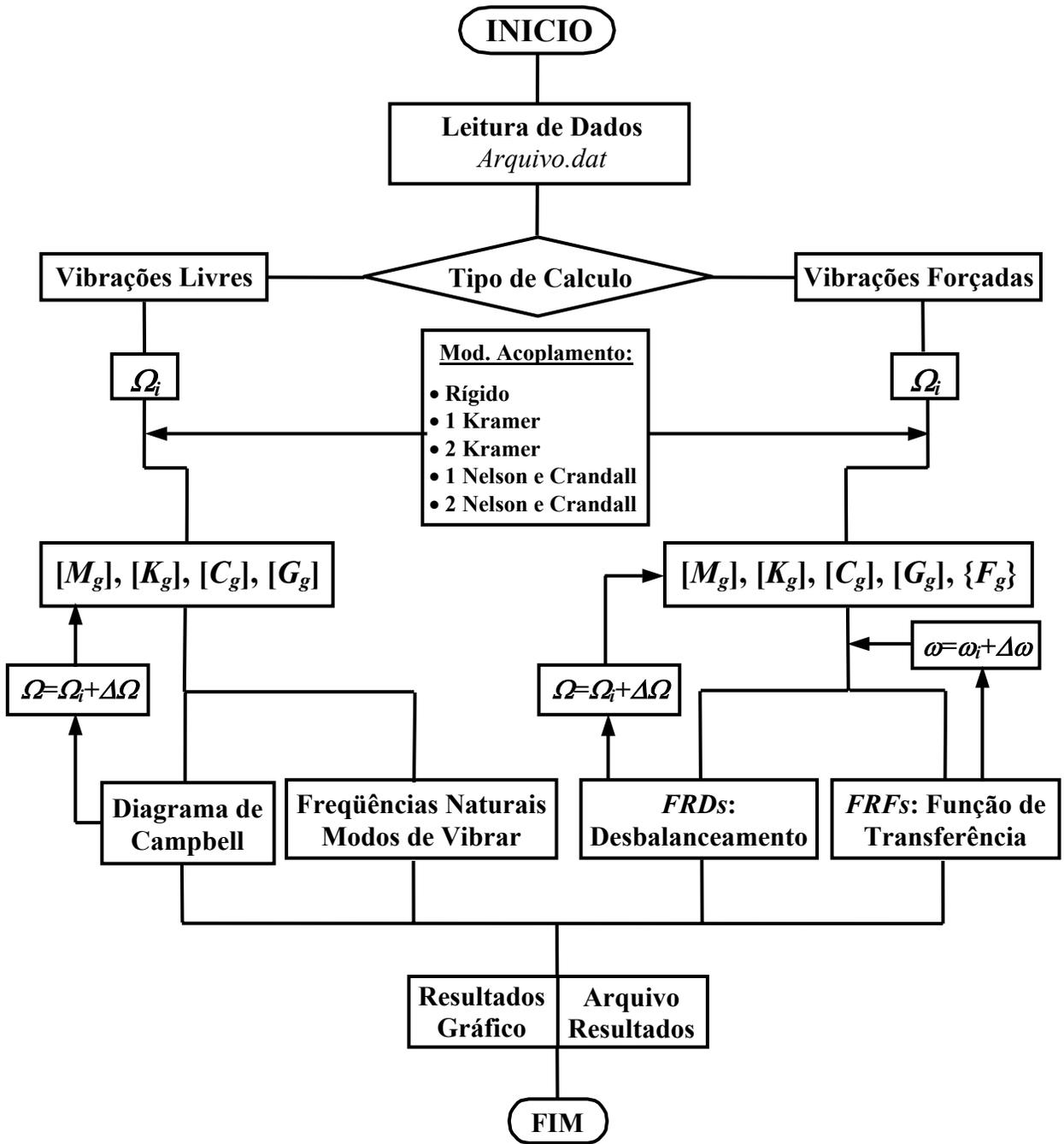
Anexo II

Programas: PROGRA-M1.mdp, EST-PARAM.mdp

PROGRA-M1.mdp (programa de Elementos Finitos do sistema Rotor-Acoplamento-Mancal)

O programa PROGRA-M1.mdp utiliza um arquivo de entrada de dados chamado ENTRADA1.DAT, onde são fornecidos todas informações requeridas para cada tipo de cálculo (freqüências naturais, modos de vibrar, resposta em freqüência ao desbalanceamento, função de transferência), para cada condição de rotação do sistema. O programa gera principalmente três arquivos que são: CAMPBEL.DAT, que armazena as primeiras freqüências naturais ou o número de freqüências requeridas do sistema, para o intervalo da rotação dado; MODOS_3.DAT, que armazena os primeiros modos ou o número de modos selecionados correspondentes às freqüências naturais, para uma dada rotação; RES_RF.DAT, que armazena a resposta em freqüência que vem a ser as amplitudes de vibração nos graus de liberdade selecionados, para o intervalo de rotação definido no arquivo de entrada de dados, também este arquivo armazena os valores da função de transferência em cada grau de liberdade especificado para uma dada rotação do sistema, ao longo da faixa de freqüências da força de excitação. Há também outros arquivos que são gerados para verificação dos dados de entrada (descrição através do método dos elementos finitos). A seguir apresentamos o fluxograma do mesmo.

Fluxograma do programa PROGRA-M1.mdp



EST-PARAM.mdp (programa de Estimação de Parâmetros através do método de Mínimos Quadrados Ponderado Não Linear)

O programa EST-PARAM.mdp implementado no presente trabalho, é um programa de estimação de parâmetros desenvolvido na linguagem Fortran90, com base no algoritmo estabelecido para os Mínimos Quadrados Ponderado Não Linear, no capítulo 6. Este programa trabalha juntamente com o programa de elementos finitos PROGRA-M1.mdp, e permite ajustar dados experimentais reais fornecidos através de um arquivo, ou com dados experimentais simulados pelo programa, com um percentual de erro na definição do mesmo.

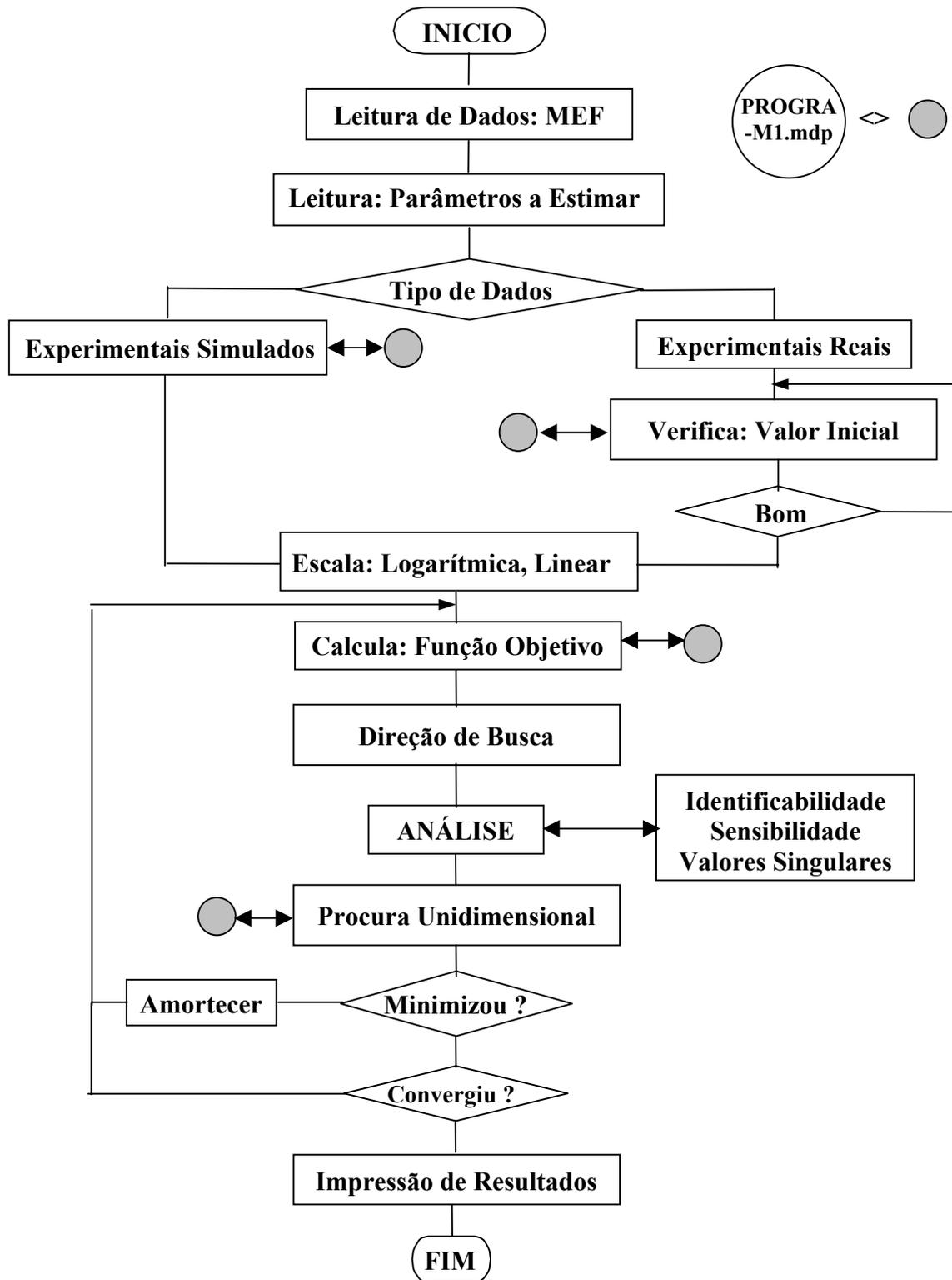
O programa EST-PARAM.mdp utiliza os seguintes arquivos:

- ENTRADA1.dat, onde são fornecidos todos dados referentes à descrição do modelo através do *MEF*, que será usado por PROGRA-M1.mdp;
- ENTRA_GRAD.dat, onde são fornecidos todos os parâmetros que serão estimados no ajuste;
- VAL_INI_PA.dat, onde são fornecidos todos os valores iniciais (pontos de partida) dos parâmetros que serão estimados no ajuste;
- XXXXXXXX.dat, onde são fornecidos os dados obtidos experimentalmente nos testes, este arquivo é solicitado sempre que se trabalhe com dados reais.
- RES_RF.dat, onde são escritos os resultados obtidos: Valores iniciais e ajustados dos parâmetros, curva experimental(simulada), curva do valor inicial, curva ajustada, assim como os dados relativos aos *gdl*s utilizados, iterações, etc.

Este programa permite estimar:

- Elasticidade transversal, Densidade específica, Fator de cisalhamento, Coeficiente de Poisson, os coeficientes do amortecimento viscoso dos eixos;
- Densidade específica dos discos;
- Coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais;
- Coeficientes de rigidez e amortecimento dos acoplamentos para os diferentes modelos.

Fluxograma do programa EST-PARAM.mdp



Anexo III

Equipamentos, Sensores, Cartas de Calibração

Dando continuidade aos anexos, são descritos os equipamentos, os sensores e suas cartas de calibração respectivas, utilizadas no presente trabalho.

III.1 Equipamentos Utilizados

Equipamento	Fabricante	Modelo	Serial Number	Sensibilidade
Analizador de espectro	Scientific Atlanta	SD385	36	N.A.
Gerador de ruído	General Radio Company	1381	01477	N.A.
Shaker	Brüel & Kjaer	4808	2202279	N.A.
Filtro Analógico	Kemo	VBF/8	32047	N.A.
Amplificador do Shaker	Brüel & Kjaer	2712	2170393	N.A.
Condicionador da célula de carga	Brüel & Kjaer	Nexus	2051807	N.A.
Condicionadores dos acelerômetros	Brüel & Kjaer	Nexus	2051807	N.A.
	Brüel & Kjaer	Nexus	2051808	N.A.
	Brüel & Kjaer	Nexus	2051809	N.A.
Bomba dosadora	Dosaq	DQDG 30/4	2537	N.A.
Placa de aquisição	National Instruments	BNC-2080	A7EF90	N.A.
Placa de aquisição	National Instruments	BNC-2080	A7EF53	N.A.
Motor elétrico	WEG	3~/2polos	FE 56783	N.A.
Inversor de frequência	WEG	CFW-07	108016	N.A.

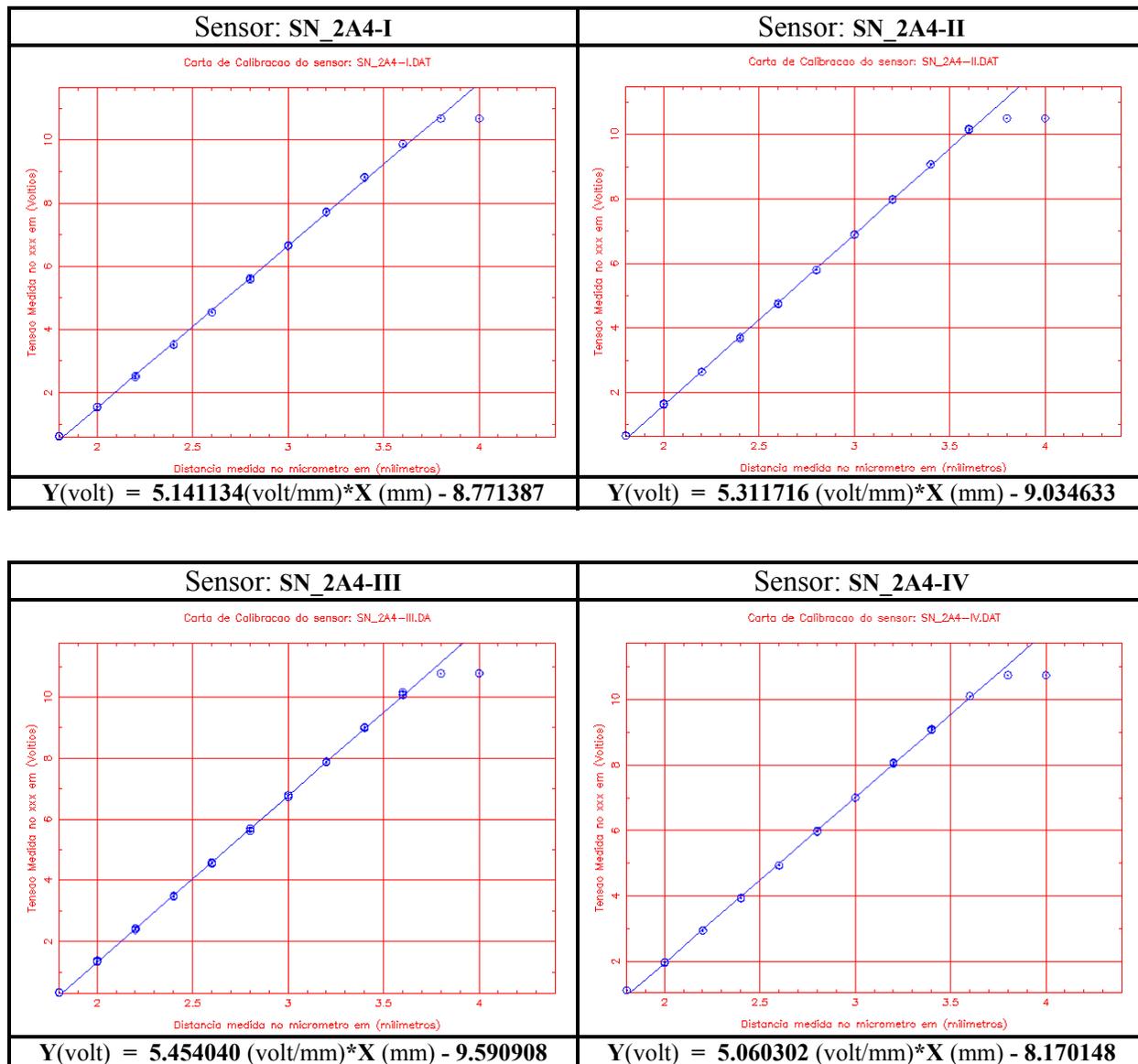
III.2 Sensores Utilizados

Sensores	Fabricante	Modelo	Serial Number	Sensibilidade
Célula de carga	Brüel & Kjaer	8200	995792	3.880 pC/N
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068305	0.9992 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068306	1.005 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068307	0.9884 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068308	1.004 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068309	1.009 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068310	1.005 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068311	1.012 pC/m.s ⁻²

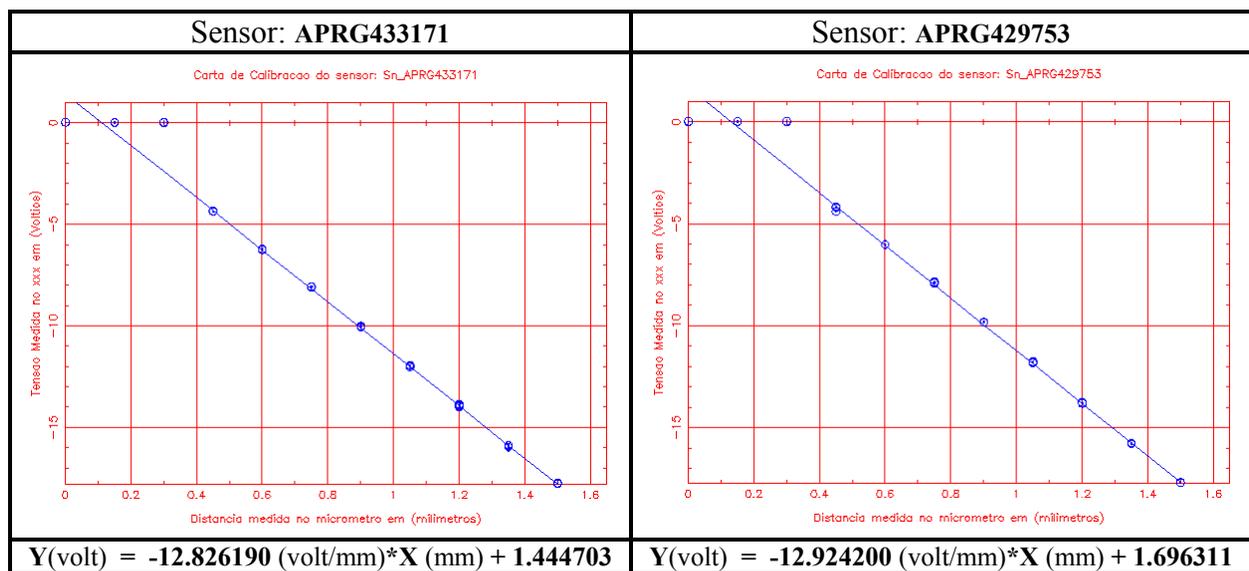
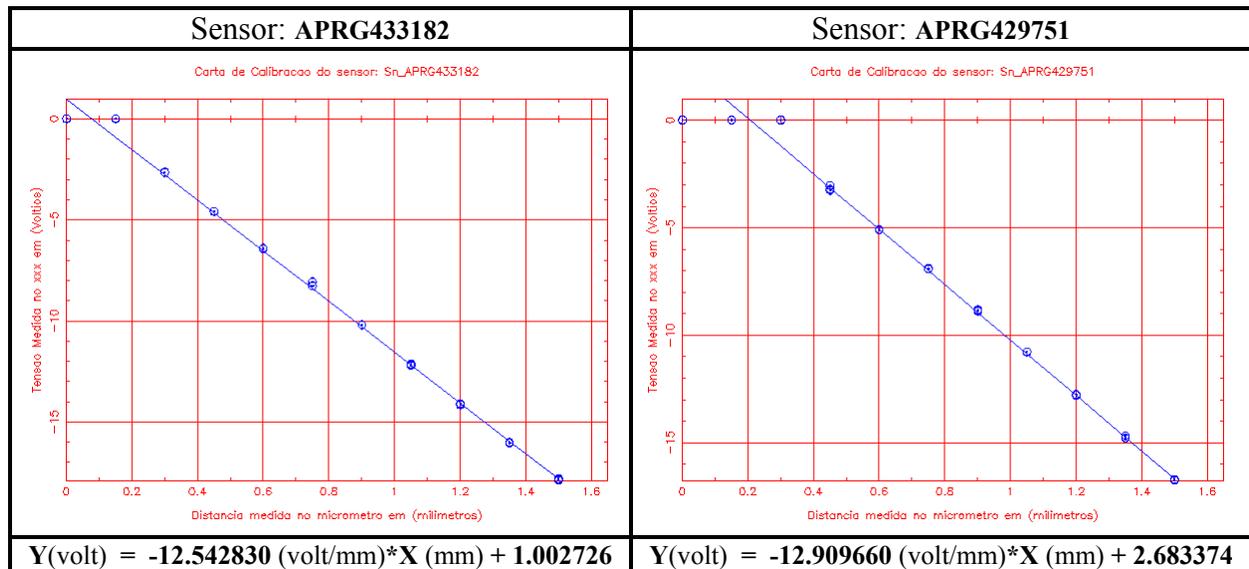
Equipamento	Fabricante	Modelo	Serial Number	Sensibilidade
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068312	1.003 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068313	1.004 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4384	2068314	0.993 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	226C	CZ89	0.301 pC/m.s ⁻²
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	226C	CZ90	0.306 pC/m.s ⁻²
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z412874	0.997v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z412875	0.994v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z412876	0.990v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z411899	0.992v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z403626	0.995v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z403657	0.995v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z403527	1.001v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	Z403628	0.997v@10mils
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	APRG433182	12.54v@1mm
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	APRG429751	12.91v@1mm
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	APRG433171	12.83v@1mm
Sensor de Proximidade(0 a 1.5 mm)	Bently Nevada Co.	3309030003100200	APRG429753	12.92v@1mm
8 Sensores de Proximidade(2 a 4mm)	CE / Turck (Meßbereich)	Bi5-M18-LU	15362	≅5.300v@1mm

III.3 Cartas de Calibração

Cartas de Calibração para os Sensores de Proximidade Bi5-M18-LU (2.0 a 4.0mm), em função do material do Acoplamento VULKAN TORMIN L-3R (Sistema 4)



Cartas de Calibração para os Sensores de Proximidade (0.0 a 1.5mm), em função do material do eixo. Acoplamento VULKAN TORMIN L-1NZ (Sistema 3)



Observação: Os outros sensores de proximidade, foram calibrados nos trabalhos de Idehara S.(2001) e Jacon F.(2000).

Anexo IV

Folhas de teste e programas de aquisição em *LabVIEW 5.0*

Apresenta-se neste anexo, os seguintes materiais:

- ◆ Para *FRDs* devido ao Desbalanceamento Residual
 - Folha de Teste para o Desbalanceamento Residual
 - Diagrama de Fluxo de visualização das órbitas para esta condição
 - Tela de interface da visualização das órbitas para esta condição
 - Diagrama de Fluxo da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição
 - Tela de interface da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição

- ◆ Para *FRFs* devido a uma Excitação Aleatória (Função de Transferência)
 - Folha de Teste para a Função de Transferência H_1
 - Diagrama de Fluxo de visualização das órbitas para esta condição
 - Tela de interface da visualização das órbitas para esta condição
 - Diagrama de Fluxo da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição
 - Tela de interface da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição

Para *FRDs* devido ao Desbalanceamento Residual

Folha de Teste para o Desbalanceamento Residual:

FOLHA DE TESTE EXPERIMENTAL DESBALANCEAMENTO

Temp. de Repouso	22°C	Arquivo Temporal	Tempxxx.dat
Janela de Freqüência	Hanning	Arquivo Final	Sistema3.dat
Janela de Amplitude	Flat Top		

Freqüência. do Inversor (Hz)			Freq. de Amostragem (pts/seg)	Filtro: Butterworth Passa Banda			# Amostras (pts)	# de Δt por Período	# Períodos	# Período retidos	# Médias	Temperatura do Óleo (°C)	Hora
				Ord	F.baixa(Hz)	F.alta(Hz)							
05.00	x	x	80.00	20	2.00	8.00	128	16	8	4	20	23°C	8:15 a.m.
05.50	x	x	88.00	20	2.00	9.00	128	16	8	4	20	23°C	
06.00	x	x	96.00	20	3.00	9.00	128	16	8	4	20	23°C	
06.50	x	x	104.00	20	3.00	11.00	128	16	8	4	20	23°C	
07.00	x	x	112.00	20	3.00	11.00	128	16	8	4	20	23°C	
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
68.00	x	x	1088.00	20	50.00	102.00	1024	16	64	6	20	27 a 28°C	
68.50	x	x	1096.00	20	50.00	103.00	1024	16	64	6	20	27 a 28°C	
69.00	x	x	1104.00	20	50.00	103.00	1024	16	64	6	20	27 a 28°C	
69.50	x	x	1112.00	20	50.00	105.00	1024	16	64	6	20	27 a 28°C	
70.00	x	x	1120.00	20	50.00	105.00	1024	16	64	6	20	28°C	

Freqüência. do Inversor (Hz): Freqüência de rotação em Hz do motor elétrico de acionamento.

Freq. de Amostragem (pts/seg): Freqüência de amostragem em pontos/seg.

Ord: Ordem do filtro digital.

F.baixa(Hz): Freqüência de corte baixa do filtro digital.

F.alta(Hz): Freqüência de corte alta do filtro digital.

Amostras (pts): Número total de amostras de cada registro em pontos.

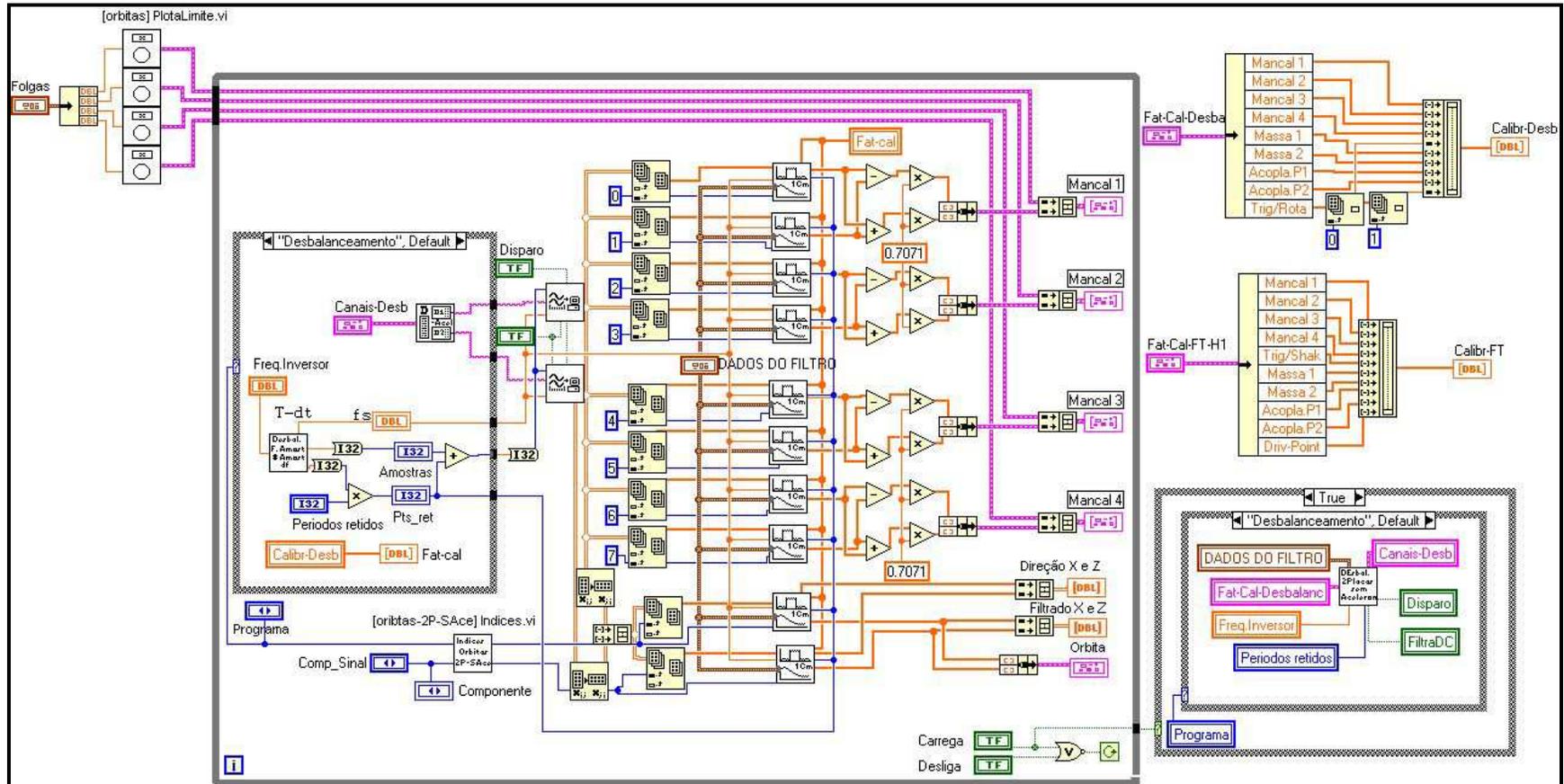
de Δt por período: Número de pontos por período.

Períodos: Número de períodos contidos em cada registro.

Períodos retidos: Número de períodos iniciais desprezados em cada registro.

Médias: Número de registros para cada média.

Diagrama de Fluxo de visualização das órbitas para esta condição



Tela de interface da visualização das órbitas para esta condição (apresenta os Sinais Aquisitados)

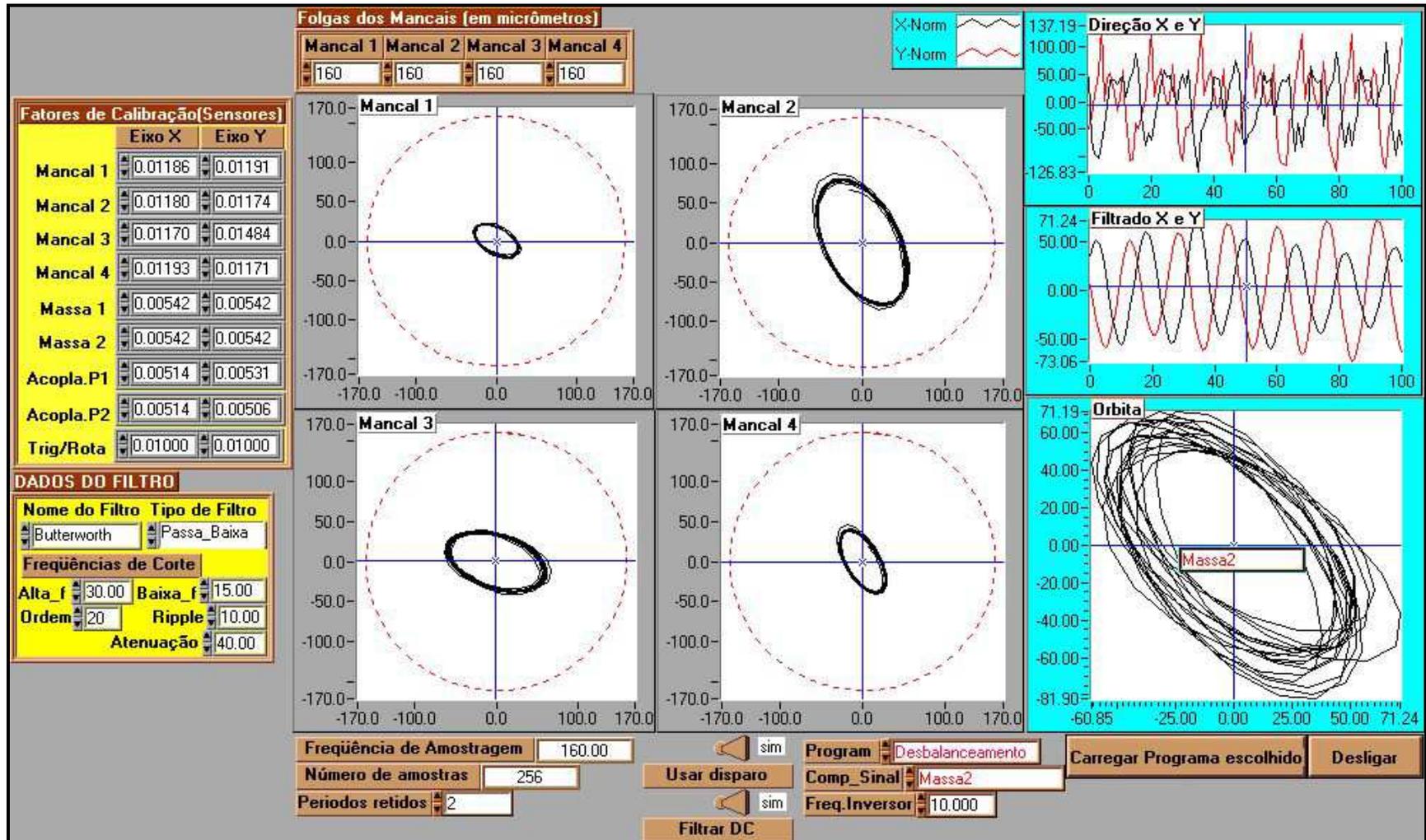
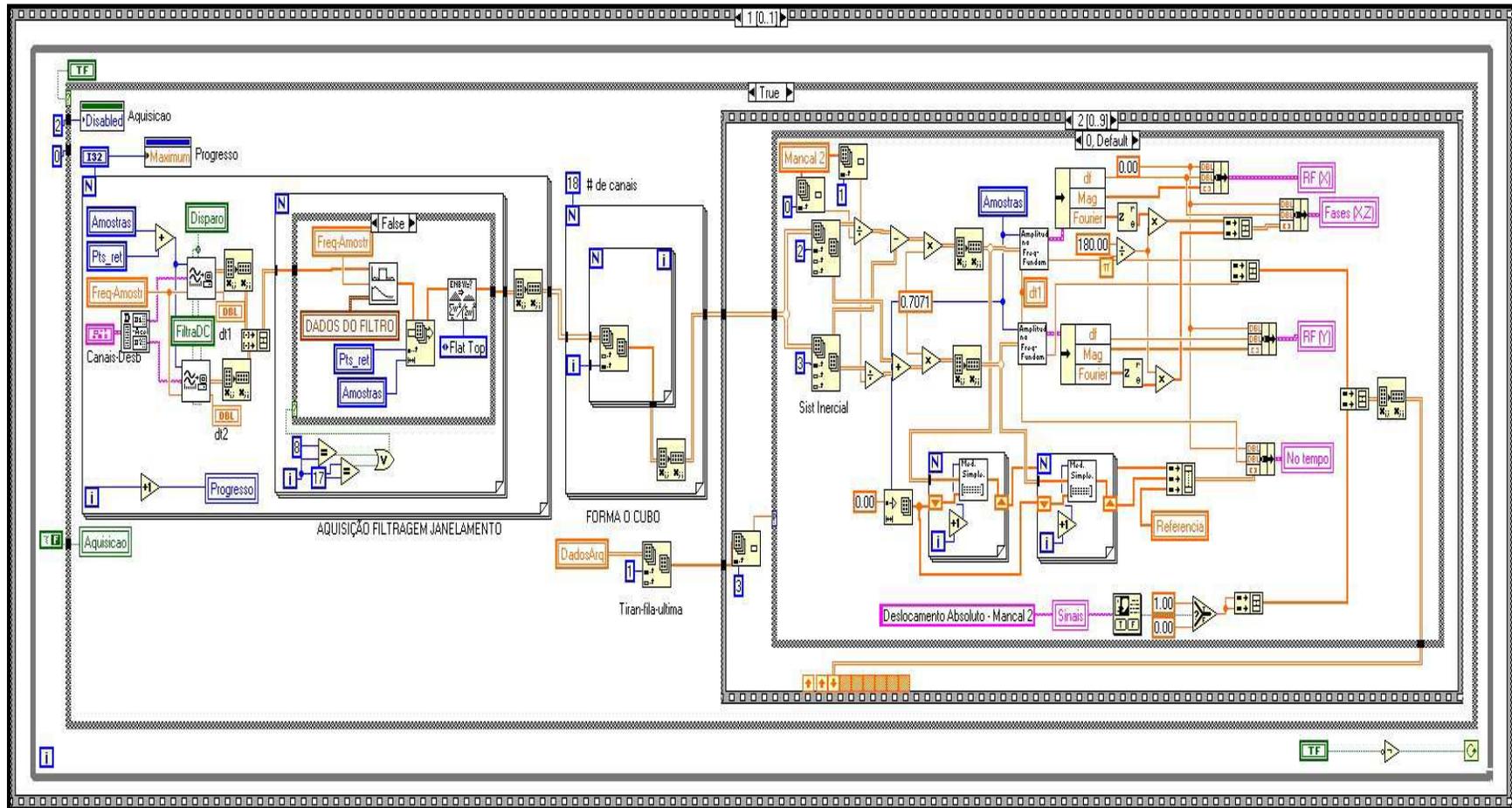


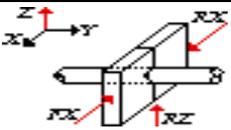
Diagrama de Fluxo da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição



Para *FRFs* devido a uma Excitação Aleatória (Função de Transferência)

Folha de Teste para a *FRF* : Função de Transferência H_1

FOLHA DE TESTE EXPERIMENTAL FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (ROTATIVO)

SISTEMA ANALISADO		SISTEMA 3 - ROTOR			Rotação(Hz:cic/Seg)		7.00		
Tipo de Analises				Análises Modal [0.0Hz a 100.0Hz]					
Condição de analises				Rotativo		Temp. do Óleo		25 a 26°C	
Nome do arquivo gravado				XXXXXXXXXXXXXXXXX.dat					
# Pontos	# médias	#med. tempo	Pts(Med.Cicli)	#Per/media	Pts. retidos	df : Hz	Freq. Amostragem		
4096	20	4	1024	50	0.50	512 pts/seg		
Aparelhos Utilizados									
Gera dor de ruído	2σ : Pos. 0.0Hz à 2000Hz	Shaker	Montagem (Shaker)		Posição da excitação		Condicionador		LabView
					Buch. Alumínio		100mv/N		0.1v/N
					Direção da excitação		Ganho	Janela	Tens. Input
				Horizontal		7	Hanning	2v/2v	
Tipos de Filtros Utilizados									
Filtro Analógico		Posição do filtro		Na Excitação antes do amplificador do Shaker					
		Tipo de filtro		Passa Baixa		Tipo de conexão		Serie	
		Freq. inferior		130Hz		Frequência superior		
Filtro Digital		Posição do filtro		Nas respostas: Driving point, Mancais, Massas, Acoplamento, Célula de carga					
		Nome do filtro		Butterworth		Tipo de filtro		Passa Baixa	
		Ordem do filtro		40		Frequência Amostragem		512pts/seg	
		Freq. corte inferior		130Hz		Frequência corte superior		
Pontos de Medida	Direção	Grandeza	Sensor					Janela	
			Tipo	Serie	Condicionador/LabView	Filtro do Condiciona.			
Driv-Point X		m/s ²	Acelerômetro	2068313/parafus.	(10mv/m.s ²) / 0.01v/ m.s ²	0.1Hz P. Banda 1.0KHz	Hanning		
Driv-Point X		m/s ²	Acelerômetro	2068312/parafus.	(10mv/m.s ²) / 0.01v/ m.s ²	0.1Hz P. Banda 1.0KHz	Hanning		
Mancal 1X		mm	Proximidade	S/N JANZ403627	11.86v/mm	Hanning		
Mancal 1Z		mm	Proximidade	S/N FEBZ411899	11.91v/mm	Hanning		
...		
Acoplam 2X		mm	Proximidade	S/N APRG433182	12.826v/mm	Hanning		
Acoplam 2Z		mm	Proximidade	S/N APRG429751	12.924v/mm	Hanning		

- # **Pontos**: Número de pontos de cada registro.
- # **Médias**: Número de registros para cada média.
- # **Med. tempo**: Número de médias no tempo (média cíclica).
- Pts(Med.Cicli)**: Número de pontos de cada registro após a média cíclica.

Diagrama de Fluxo de visualização das órbitas para esta condição

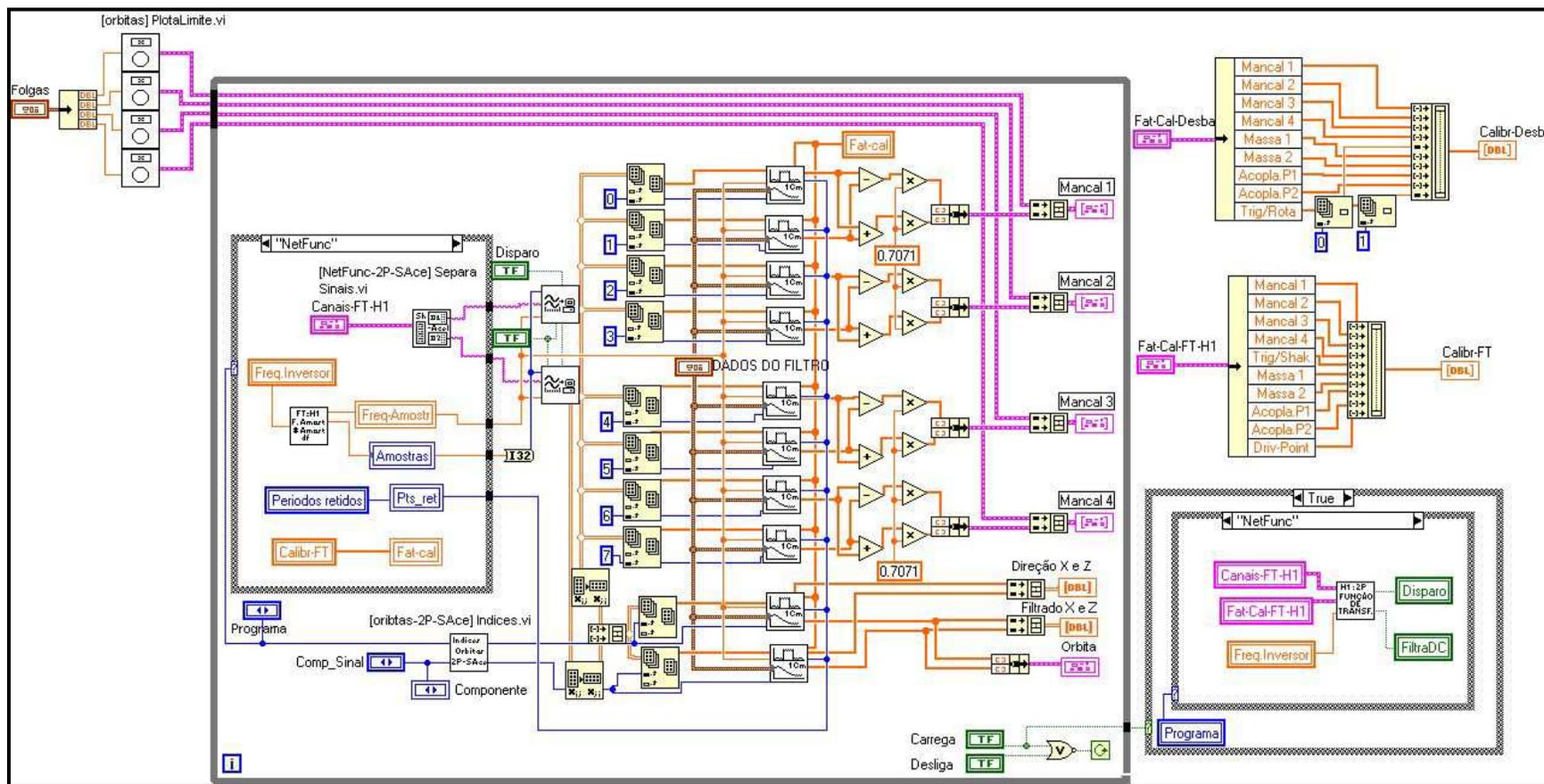
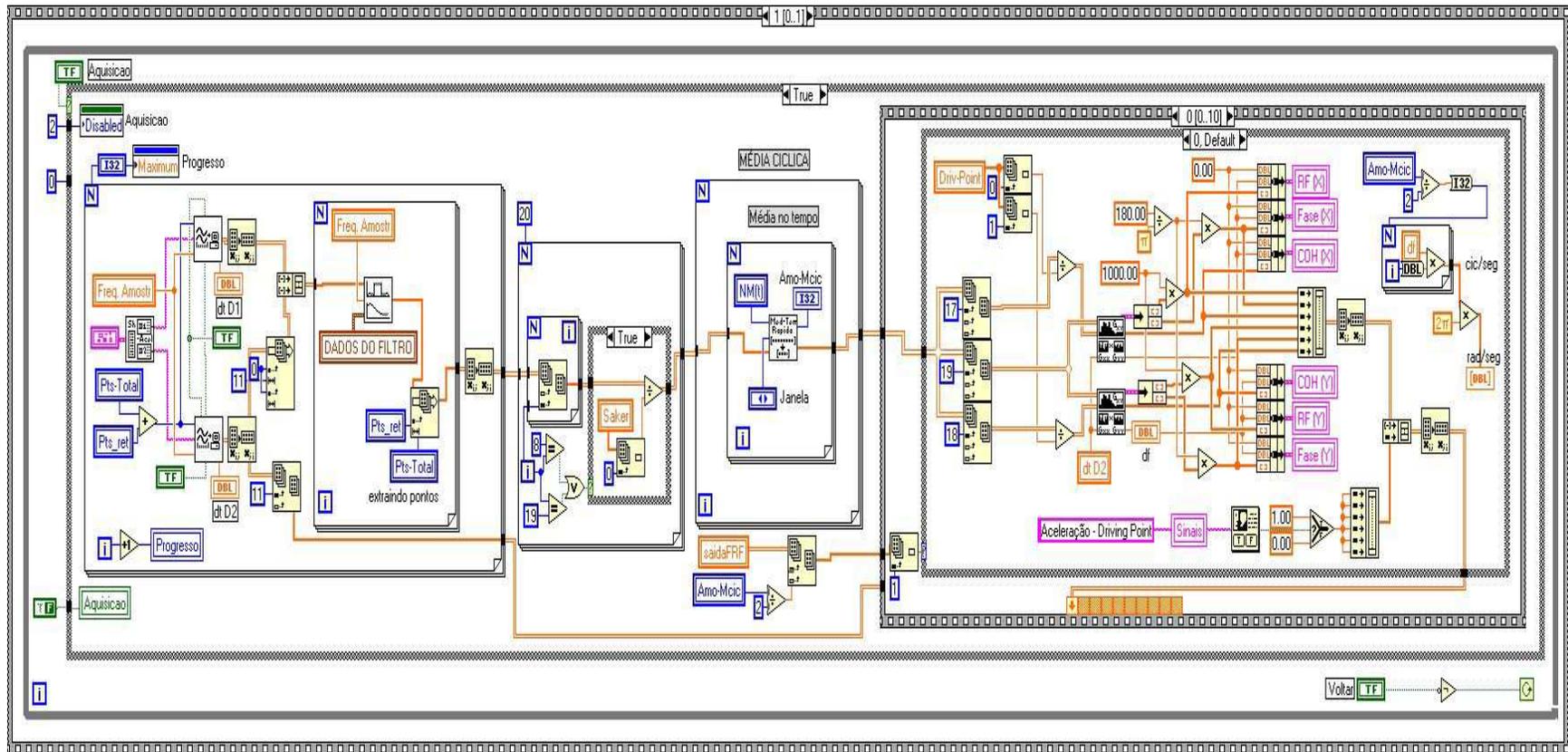
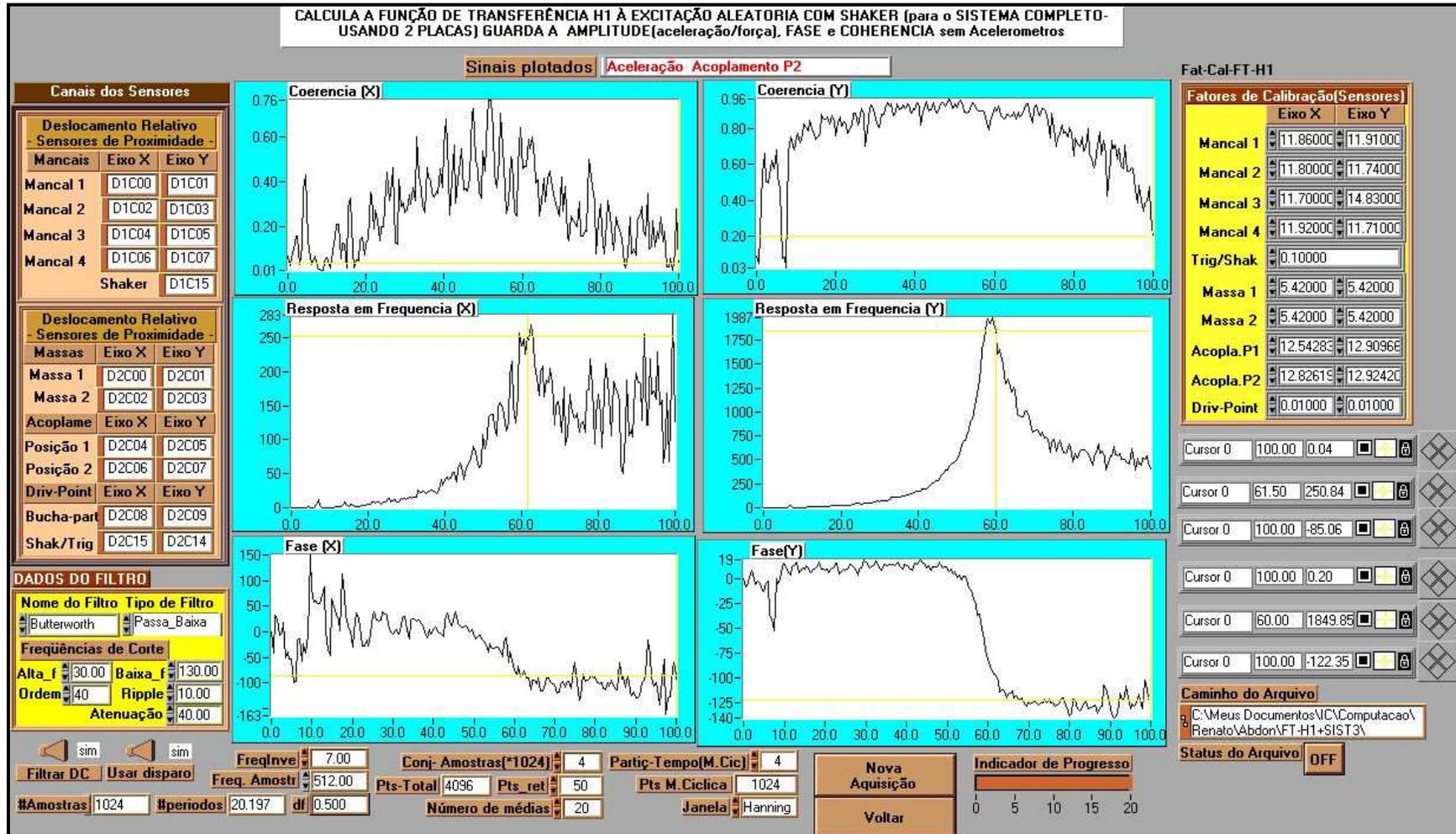


Diagrama de Fluxo da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição



Tela de interface da Aquisição e Processamento dos sinais para esta condição

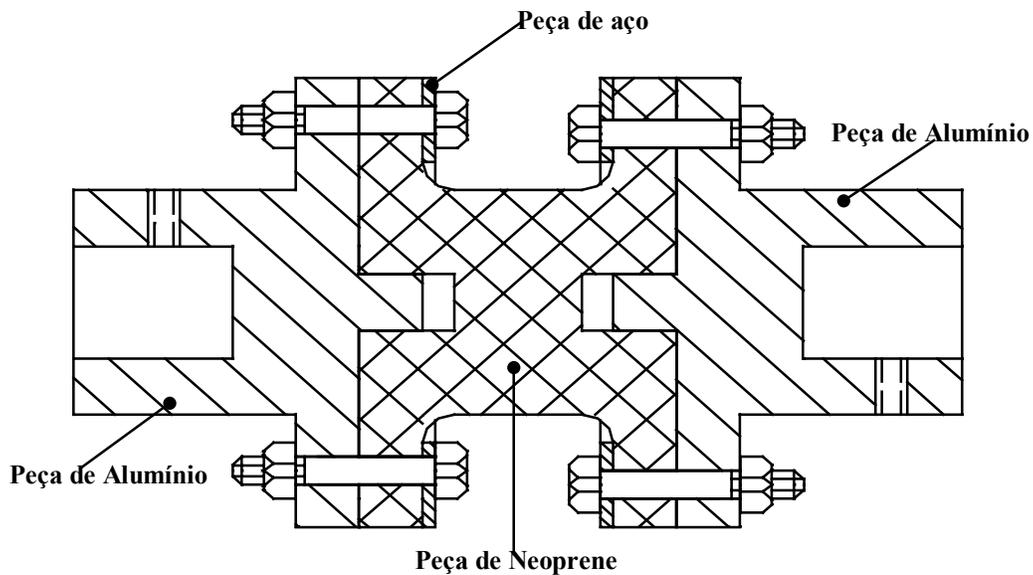


Apêndice A

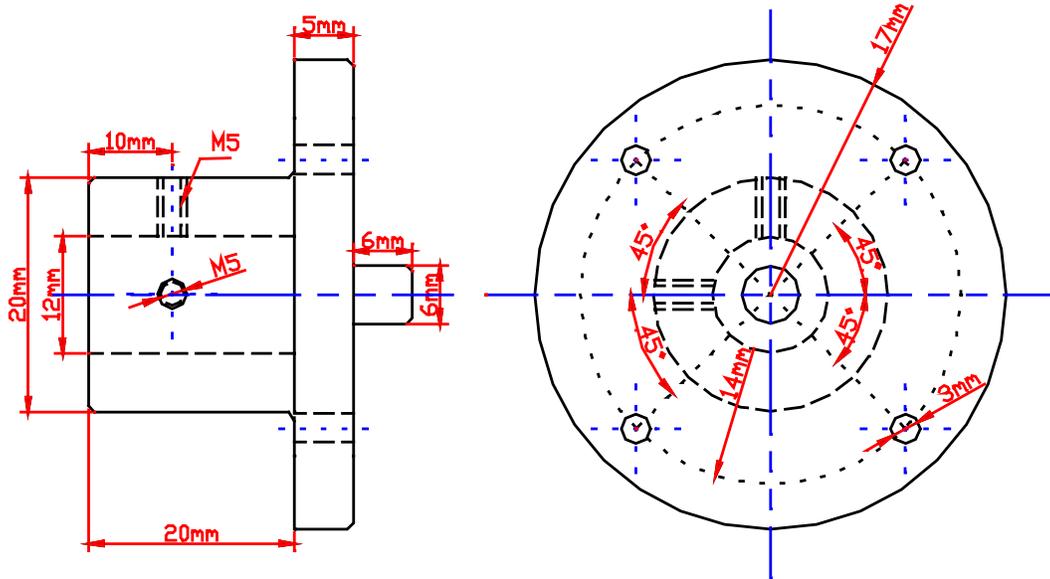
Desenhos dos Acoplamentos Flexíveis

A seguir são apresentados os desenhos construtivos dos acoplamentos flexíveis utilizados no presente trabalho, onde são detalhadas algumas características técnicas e as dimensões geométricas dos mesmos. Também são apresentados os desenhos construtivos do dispositivo de excitação, utilizado para a montagem do “*Shaker*” no sistema **Rotor-Acoplamento-Mancal**.

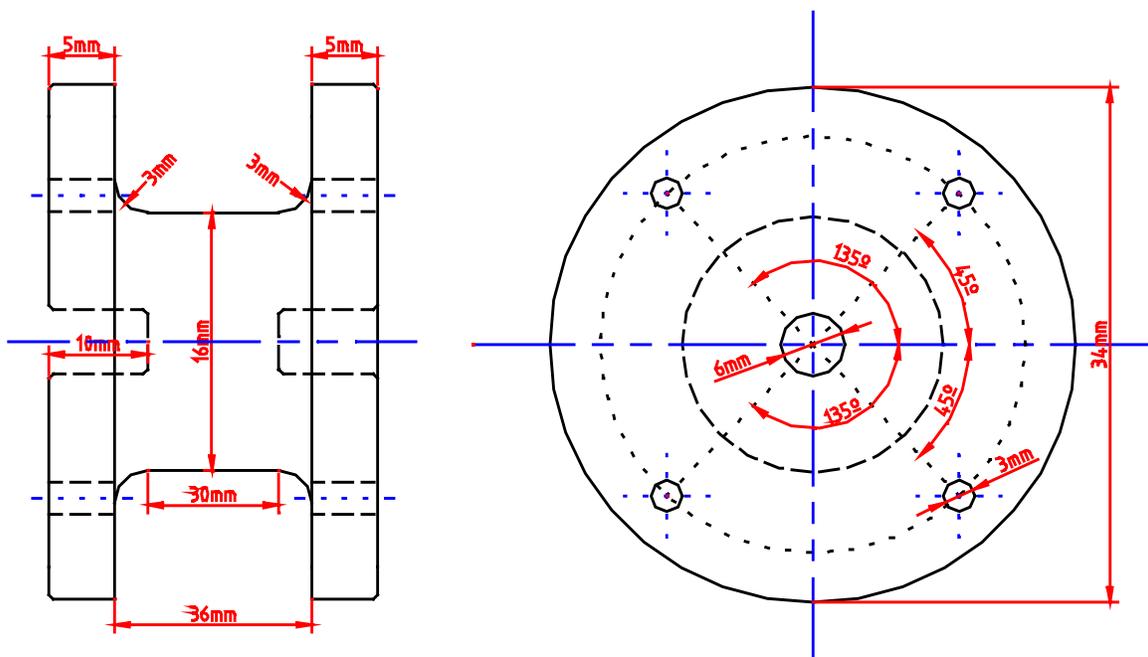
A.1 Acoplamento Flexível : Acoplamento 1 (Fabricado na FEM-DPM)



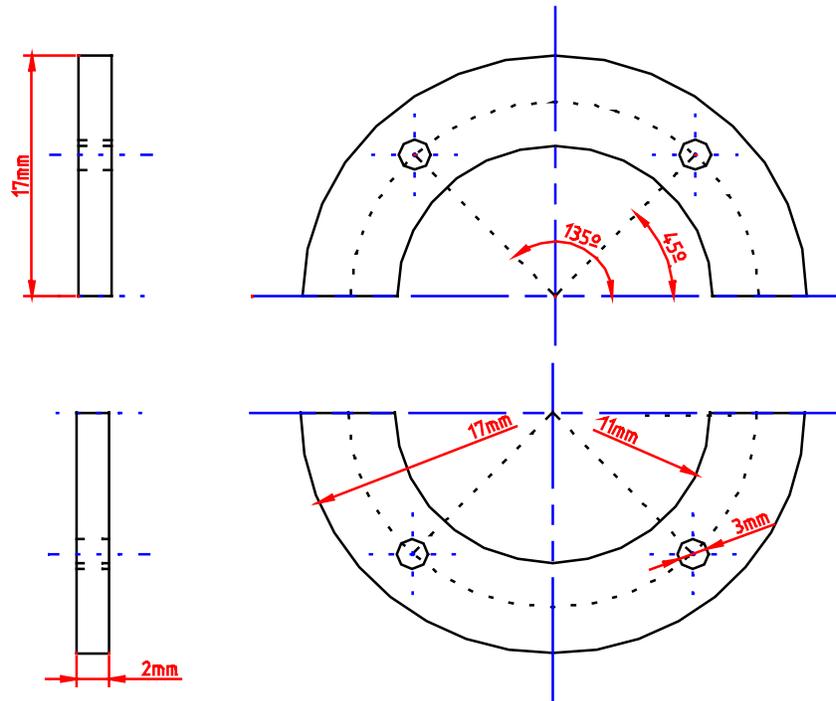
Peça de Alumínio:



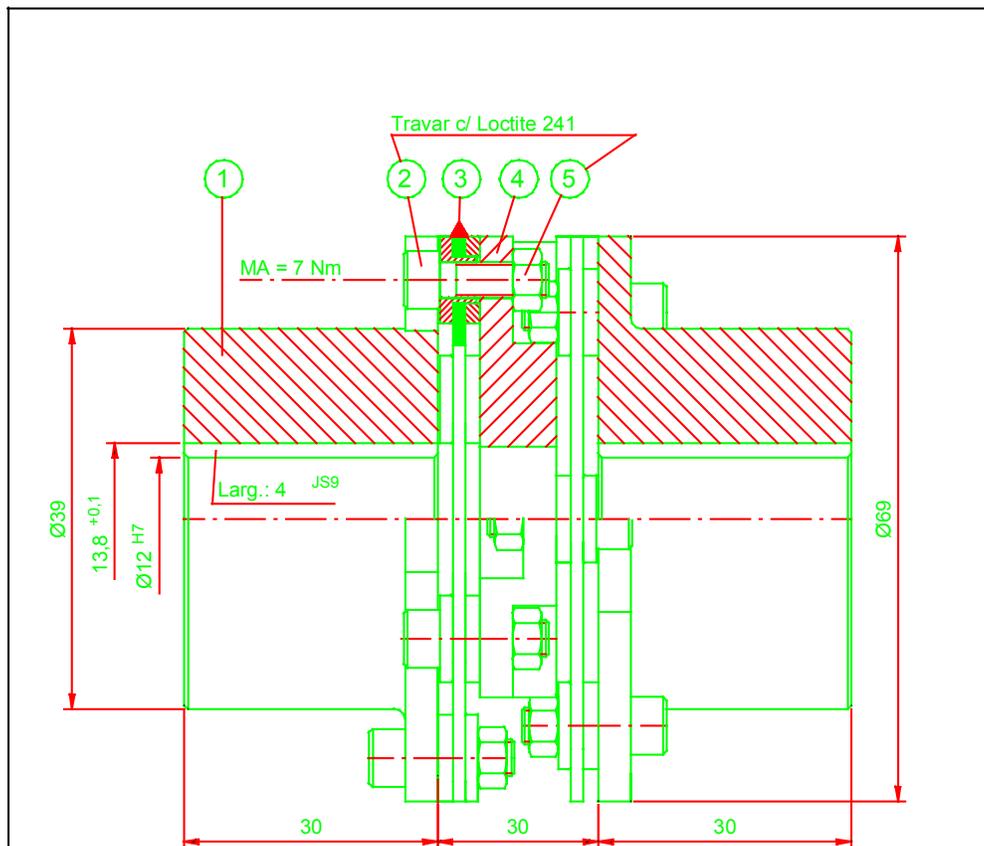
Peça de Neoprene:



Peça de Aço:



A.2 Acoplamento Flexível : VULKAN TORMIN L-3R (Vulkan do Brasil)



DADOS TECNICOS

MOMENTO DE TORÇÃO

T kmax = 40 Nm

ROTAÇÃO MÁXIMA

n = 13900 rpm

PESO

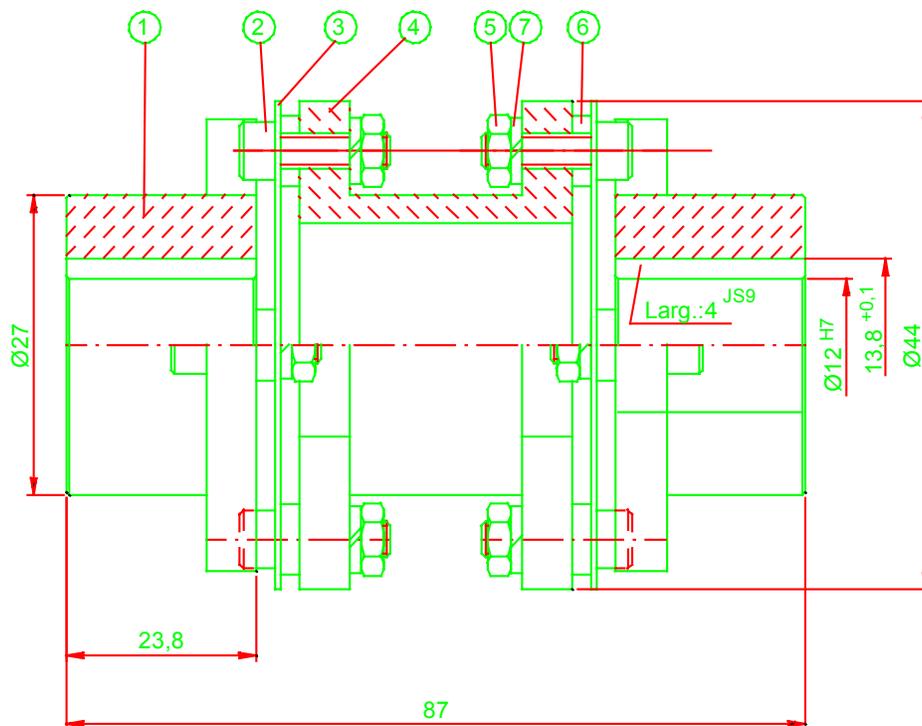
Total = 0,961 kg

MOMENTO DE INÉRCIA

J total = 0,044 X 10² kgm²

	DESENHADO POR	ESCALA	DATA	CP N°	CONTROLADO	APROVADO
	Roberto	S/E	29/10/01	380/01		
	REVISADO POR	DATA	REVISÃO	DENOMINAÇÃO		
				Acopl. Tormin L-3 R		
PROPRIEDADE INTELECTUAL DA VULKAN DO BRASIL LTDA, E PROIBIDA A PRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL SEM EXPRESSA AUTORIZAÇÃO POR ESCRITO				N°4TL0003R02		

A.3 Acoplamento Flexível : VULKAN TORMIN L-1NZ (Vulkan do Brasil)



DADOS TÉCNICOS

MOMENTO MÁXIMO

Tk max. = 4 Nm

ROTAÇÃO ADMISSIVEL

n = 20.000 rpm

DESALINHAMENTOS ADMISSÍVEIS

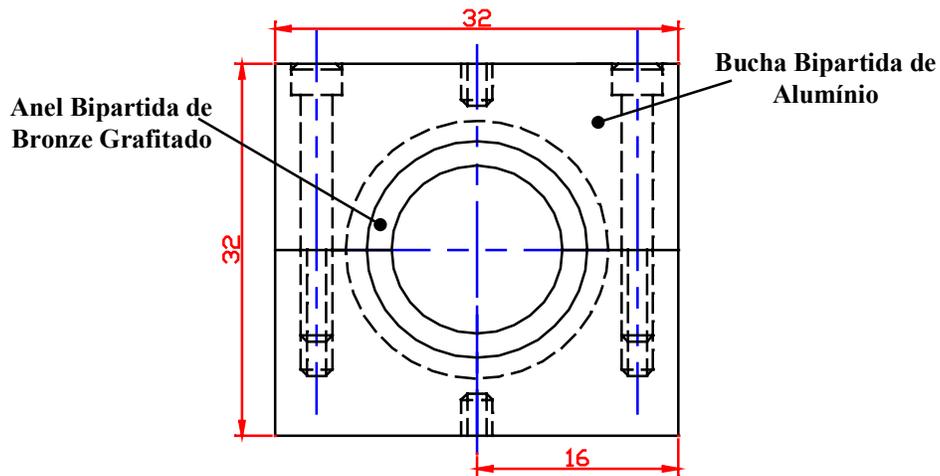
$\Delta Ka = \pm 0,5$ mm

$\alpha^\circ = \pm 0,5^\circ$

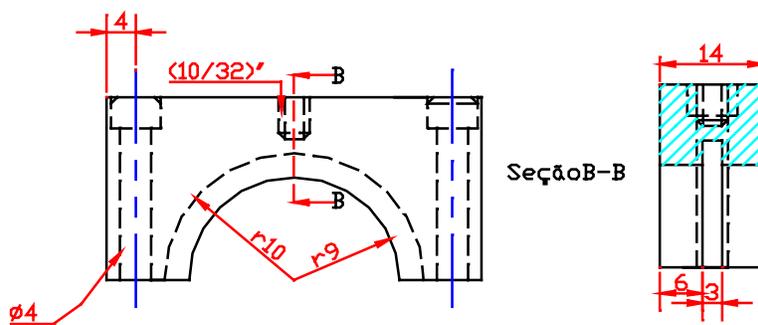
$\Delta Kr = \pm 0,10$ mm

 VULKAN	DESENHADO POR	ESCALA	DATA	CP N°	CONTROLADO	APROVADO
	Roberto	S/E	29/10/01	379/01		
	REVISADO POR	DATA	REVISÃO	DENOMINAÇÃO		
				Acopl. Tormin L-1 NZ		
<small>PROPRIEDADE INTELECTUAL DA VULKAN DO BRASIL LTDA. E PROIBIDA A PRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL SEM EXPRESSA AUTORIZAÇÃO POR ESCRITO</small>				N°4TL0001NZ22		

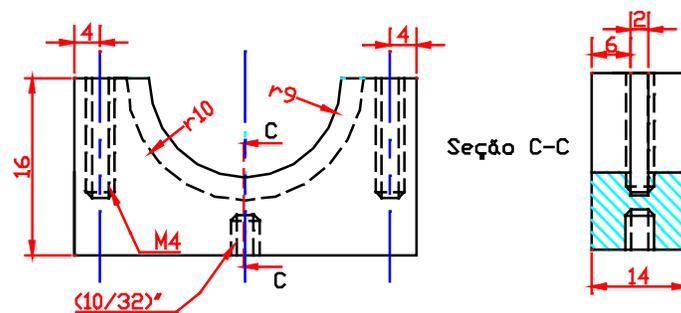
A.4 Dispositivo de Excitação Aleatória (Fabricado na FEM-DPM)



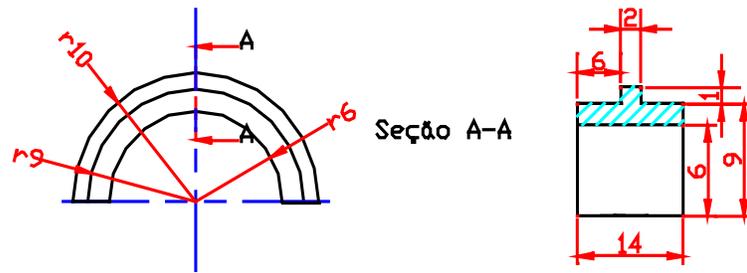
Parte Superior da Bucha de Alumínio



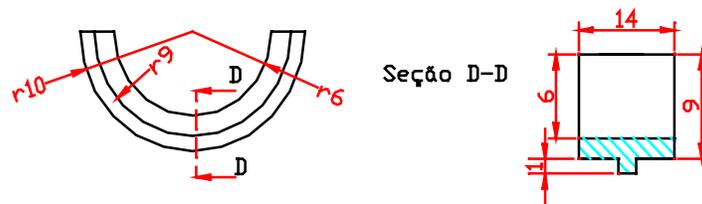
Parte Inferior da Bucha de Alumínio



Parte Superior do Anel de Bronze Grafitado



Parte Inferior do Anel de Bronze Grafitado



Apêndice B

Introdução à Análise de Sinais

Vários trabalhos têm demonstrado a importância e a potencialidade de cada uma das ferramentas matemáticas, agrupadas sob o rótulo de análise de sinais, na solução de problemas mecânicos ou auxiliando para sua compreensão.

A técnica de processamento de sinais digitais, ou a conversão de sinais analógicos para digitais, que descrevam exatamente as variações no tempo, dos sinais de entrada e de saída num sistema. Uma vez os dados digitalizados, a abordagem comum é transformar os dados a partir do domínio do tempo para o domínio da frequência, através do uso do algoritmo da transformada de Fourier discreta. Um elemento chave no desenvolvimento dos analisadores de frequência digitais, foi a invenção do algoritmo da transformada de Fourier por Cooley J., Tukey J. (1965). Os analisadores de frequência digitais estão substituindo os analisadores analógicos na maioria das aplicações, devido a seu alto desempenho, versatilidade, incremento dos sistemas de aquisição baseados no uso do computador, e a significativa redução de custos.

A teoria da transformada de Fourier é utilizada para explorar os princípios básicos e as características de operação dos analisadores digitais, e para explicar o significado dos conceitos importantes tais como: “*aliasing*”, janelas, filtros digitais, funções amostradas e filtros de “*leakage*” (McConnell K. 1995). Como o algoritmo da transformada de Fourier discreta utiliza dados discretizados num período de tempo limitado, há significativos problemas potenciais com esta abordagem, que deveriam ser bem entendidos. A estimação das *FRFs* inclui o processamento de sinais digitais, que é realizado para minimizar erros comuns, que são aleatórios ou determinísticos por natureza. O processamento inclui muitas formas de médias, assim como funções de ponderação(janelas). O processamento de sinais digitais das medições é um passo

importante nos testes estruturais, sendo uma das áreas da tecnologia onde é importante o entendimento das relações do domínio tempo-frequência. O processamento dos sinais digitais são utilizados para:

- Condensar os dados medidos, pois a quantidade de dados observados excede tremendamente a informação presente nas medições;
- Estimação das medidas para os processos de estimação de parâmetros modais;
- Redução da influência do ruído no processo de medição.

Historicamente, a função resposta em frequência ou função resposta ao impulso unitário, têm sido a mais importante medida estimada. Bendat J., et al. (1971); Otnes R., Enochson L. (1972) têm realizado pesquisas na área de processamento de sinais, para determinar as funções de resposta em frequência. Muitas das pesquisas realizadas nos últimos 15 anos nesta área, têm sido direcionados ao entendimento das implicações do processamento de sinais digitais na estimação final das medições características (Allemang R. 1999).

1 Classificação do Sinal

Geralmente os sinais são classificados como: determinísticos, aleatórios e caóticos (sinal aleatório controlado por processos determinísticos). Os sinais determinísticos subdividem-se em periódicos que se repetem num certo intervalo de tempo, e transientes aqueles que têm existência num período limitado de tempo. Os sinais aleatórios subdividem-se em: estacionários, que são aqueles que têm seus parâmetros estatísticos constantes no tempo, para descrever seu comportamento; e não estacionários, cujos parâmetros são dependentes do tempo. Os sinais aleatórios estacionários, cujas características estatísticas são constantes no tempo, correspondem a um processo ergodico (Allemang R. 1999; Arruda J., Huallpa B. 2001).

2 Transformada de Fourier

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática, que nos permite transformar um sinal no domínio do tempo $x(t)$ para o domínio da frequência $X(\omega)$. Porém, o sinal $x(t)$ tem que cumprir as condições de Dirichlet, ou seja:

- $\int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)| dt < \infty$, T é o período do sinal;

- Há um número finito de descontinuidades num período T ;
- Há um número finito de máximos e mínimos num período T .

Os sinais periódicos satisfazem as condições de Dirichlet. Entretanto, há sinais transitórios e aleatórios aos quais não pode ser aplicada diretamente a transformada de Fourier, pois, não satisfazem as condições de Dirichlet. Nesses casos, a estratégia a seguir consiste em gerar artificialmente sinais periódicos, removendo-se, assim, o impedimento para aplicar a transformada de Fourier.

O par de transformadas de Fourier para os sinais periódicos são definidos por:

$$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} X_p e^{ip\omega_0 t} \quad , \quad X_p = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) e^{-ip\omega_0 \tau} d\tau .$$

Sendo, X_p o coeficiente de Fourier complexo, T o período do sinal, ω_0 a frequência fundamental do sinal.

O par de transformadas de Fourier para os sinais transitórios são definidas por:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad , \quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt .$$

Sendo, $X(\omega)$ a densidade espectral (função contínua complexa) dependente do parâmetro ω , $T \rightarrow \infty$ o período do sinal, t o tempo.

O par de transformadas de Fourier para os sinais aleatórios estacionários ergódicos são definidos por:

$$Corr_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad , \quad S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} Corr_{xx}(\omega\tau) d\tau .$$

Sendo, $Corr_{xx}(\tau)$ a auto-correlação do sinal $x(t)$, $T \rightarrow \infty$ o período do sinal, $S_{xx}(\omega)$ é a densidade auto-espectral ou densidade espectral de potência (McConnell K. 1995).

A transformada de Fourier definida pelas equações anteriores, são inconvenientes para a obtenção de um espectro, pois para seu cálculo seriam necessários infinitos valores amostrados do sinal $x(t)$. Portanto, defini-se o par de transformadas de Fourier, para serem aplicadas em sinais discretizados durante um intervalo de tempo finito de acordo a seguinte relação:

$$x(t_n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(f_k) e^{i2\pi(kn/N)} \quad , \quad X(f_k) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} x(t_n) e^{-i2\pi f_k t_n} .$$

$$\omega_k = 2\pi f_k \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad ; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1)$$

$$\Delta f = 1/T \quad ; \quad f_k = k \cdot \Delta f \quad ; \quad T = N \cdot \Delta t \quad ; \quad t_n = n \cdot \Delta t$$

Onde:

- N é o número de pontos do sinal discretizado (preferencialmente 2^m , com m inteiro);
- T é o período de aquisição ou amostragem do sinal;
- Δt é o intervalo de tempo entre cada amostra do sinal;
- Δf a resolução em frequência do espectro do sinal.

3 Erros de Aquisição e Processamento de Sinais

A medição exata das funções de resposta em frequência (*FRF*), depende principalmente de minimizar os erros envolvidos no processamento de sinais digitais. Com o propósito de levar vantagem sobre os dados experimentais e na verificação das abordagens teóricas, na avaliação dos fenômenos experimentais, os erros nas medições geralmente são designados como ruídos, que devem ser reduzidos a níveis aceitáveis.

Os erros na estimativa das *FRFs*, geralmente são agrupados em dois tipos. Erros de **variância** ocorrem devido aos desvios aleatórios de cada amostra da função em relação a seu valor esperado (verdadeiro). Portanto, estatisticamente, se suficientes amostras são consideradas, a média estimada se aproximará do valor esperado com alto nível de confiança. Erros de **bias** (mascaramento) são devido às características do sistema ou aos procedimentos de medição, que resultam numa estimativa incorreta do valor esperado, exemplos destes são: não-linearidades do sistema, erros de digitalização tais como o “*leakage*” e o “*aliasing*”. Estes tipos de erros não necessariamente se reduzem com muitas médias (Allemang R. 1999; McConnell K. 1995).

3.1 Erros na Conversão do Sinal Analógico para Digital

O processo de representar um sinal analógico como uma série de valores digitais, é uma exigência básica dos modernos analisadores digitais de processamento de sinais. Na prática, o objetivo do processo de conversão analógico para digital (*ADC*) é obter a conversão, mantendo precisão suficiente em termos de frequência, magnitude e fase. Com o advento do processamento de sinais digitais, as características de desempenho dos dispositivos analógicos são os primeiros

critérios de consideração, e as características dos conversores analógico-digital tornaram-se agora de extrema importância.

Este processo de conversão analógico-digital envolve os conceitos de Amostragem do sinal analógico e a Quantização do sinal analógico. As condições de amostragem somente afetam a exatidão na frequência, enquanto que as considerações de quantização e amostragem afetam a exatidão na magnitude e na fase do sinal analógico. Portanto, os principais erros de conversão analógico-digital são os erros de amostragem “*aliasing*” e erros de quantização (Allemang R. 1999).

3.1.1 Erros de Amostragem (“*aliasing*”)

O processo de amostragem aparece da necessidade de descrever sinais analógicos numa forma digital, ou seja, a amostragem é o processo de registrar a variável independente de um processo analógico. Isto pode ser feito em geral, através do registro de uma amplitude digital e um tempo de referência da medição; um método muito comum é o de registrar amplitudes em intervalos de tempo constantes. A amostragem pode ser feita num sentido absoluto, onde a variável independente esta em termos do tempo, e num sentido relativo quando a variável independente está em termos de algum evento, por exemplo, a rotação do eixo de um sistema mecânico.

Existem 2 princípios aplicados ao processo de digitalização de sinais analógicos e de recuperação de informação em frequência validas:

Teorema de Amostragem de Shannon, estabelece as relações:

$$f_{amo} = \frac{1}{\Delta t} = f_{Ny} \cdot 2.0 \quad , \quad f_{Ny} \geq f_{max} \quad . \quad (B.1)$$

Onde: f_{amo} é a frequência de amostragem do sinal; f_{Ny} é a frequência de Nyquist; f_{max} é a frequência máxima do sinal amostrado; Δt é o intervalo de tempo entre cada amostra. A equação B.1 estabelece a frequência máxima (f_{max}) que pode ser descrita exatamente, assim como que a frequência de Nyquist (f_{Ny}) é a metade da frequência de amostragem (f_{amo}), e que seria o limite teórico para a frequência máxima (f_{max}). Isto implica em pelo menos duas amostras por período, para qualquer frequência abaixo da frequência de Nyquist. A Figura

B.1 apresenta as relações em frequência entre a frequência máxima, frequência de corte de um filtro analógico passa baixa, e a frequência de Nyquist.

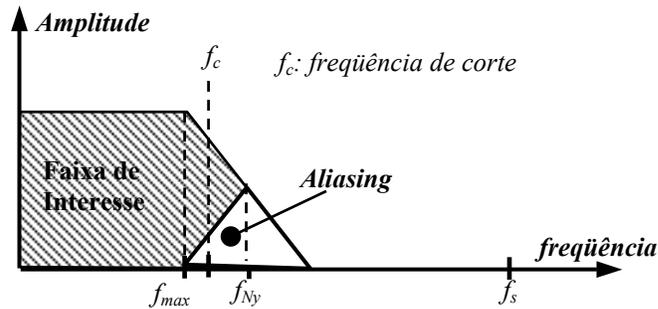


Figura B.1: Relações de amostragem básicas

Critério de Rayleigh: foi formulado primeiro no campo da ótica, e tem a ver com capacidade de determinar duas componentes em frequência relativamente espaçadas, bem próximas. Para um registro durante um tempo T (segundos), a componente em frequência mais baixa (f_{min}), mensurável é:

$$\Delta f = \frac{1.0}{T} = f_{min} \quad , \quad T = N \cdot \Delta t \quad , \quad N + 1 : \text{número de pontos do sinal} .$$

Onde Δf é a resolução das representação espectral do sinal analisado.

Se componentes em frequência maiores que a metade da frequência de amostragem existem no sinal analógico, ocorrem erros na frequência e na amplitude do sinal digitalizado. Estes erros são denominados de “aliasing”, e são devidos à limitação da Transformada de Fourier para decidir que frequências estão dentro e quais estão fora da faixa de análise. A Figura B.2 apresenta graficamente este problema no domínio do tempo.

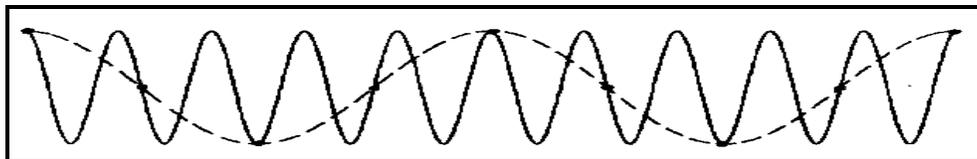


Figura B.2: Exemplo de “Aliasing”

Na Figura B.2 observa-se que os sinais de frequências maiores que a de Nyquist são digitalizados como se fossem sinais de frequência menores que a de Nyquist. Este erro pode ser controlado através da utilização de um filtro analógico antes da digitalização, para passar informação só abaixo da frequência de Nyquist. Naturalmente, como os filtros reais têm uma região de transição entre a faixa de interesse e a faixa de atenuação; portanto, o posicionamento

da frequência de corte dos filtros, da frequência máxima desejada e das características da região de transição do filtro deveriam ser determinados com relação a frequência de Nyquist, (Allemang R. 1999; McConnell K. 1995).

3.1.2 Erros de Quantização

Quantização é a conversão de um valor analógico específico de amplitude para um valor discreto mais próximo disponível no conversor analógico-digital. Este processo envolve representar uma faixa de voltagem por meio de uma faixa de números inteiros espaçados. O número de níveis discretos é uma função do número de “bits” do conversor analógico-digital. Uma quantização ótima ocorre quando o sinal analisado envolve toda a faixa de voltagem de entrada estabelecida.

Há situações onde a quantização ótima não ocorre:

- Quando a faixa de voltagem do sinal analisado é bem menor do que da faixa disponível de medida. Uma solução é fixar a faixa de voltagem de medida, levemente maior do que a faixa do sinal analisado;
- Quando o sinal tem informação predominante fora da faixa de interesse. Neste caso, deve-se remover a informação não desejada através de filtros.

O erro na conversão analógico-digital é igual a $+0.5$ ou -0.5 do intervalo de digitalização. Este erro é de caráter aleatório, e portanto, através do cálculo de médias, seu efeito sobre as medições resultantes será minimizado.

3.1.3 Erro por Ruído Digitalizado

A digitalização de mais ou menos 1 bit, quando o sinal de entrada é zero, é denominada de ruído digitalizado. Este erro pode tornar-se dominante em excitações transientes, pois uma grande parte do sinal observado pode ser muito pequena ou realmente nula, como no caso dos testes de impacto. Este tipo de erro pode ser controlado através de médias e da utilização de janelas especiais.

3.2 Erro por Truncamento ou “Leakage” do Sinal

O principal erro do processamento do sinal digitalizado é um erro associado com a transformada de Fourier rápida ou discreta, que é utilizada para transformar o sinal digital no

tempo para o domínio da frequência. Isto é conhecido como erro de “*Leakage*” ou erro de truncamento, sendo realmente uma limitação da transformada de Fourier.

Este erro é basicamente devido à violação de uma hipótese do algoritmo da transformada de Fourier, que estabelece de que o sinal seja periódico dentro do período de amostragem. Nos casos onde os sinais de entrada e saída, são completamente observáveis (entrada transiente com a saída completamente apagada dentro do período de amostragem), ou são funções harmônicas de período igual ao tempo de amostragem, não haverá contribuições para o “*Leakage*” devido ao truncamento que ocorrerá no domínio do tempo dos sinais.

“*Leakage*” é provavelmente o mais comum e, portanto, o mais sério erro de processamento dos sinais digitais. A diferença do “*Aliasing*” e muitos outros erros, os efeitos do “*Leakage*” somente podem ser reduzidos, mas não eliminados. O “*Leakage*” pode ser reduzido pelos seguintes métodos(Allemang R. 1999): média cíclica, excitação periódica, aumento na resolução em frequência, algoritmos de estimação da *FRF* e por janelamento do sinal.

4 Janelas de Observação

Na prática da amostragem de sinais, só podem ser obtidos registros finitos dos sinais. Infelizmente, para os sinais discretos, os registros finitos resultam em sinais truncados que têm diferentes características espectrais daquela que corresponde ao sinal original contínuo. Essas discontinuidades produzem o vazamento ou “*leakage*” da informação espectral do sinal. Uma maneira simples de melhorar as características espectrais do sinal amostrado, é a utilização de janelas de observação denominadas também de funções de ponderação, as quais minimizam os extremos de transição dos sinais truncados, reduzindo com isso o “*leakage*” do sinal no domínio da frequência. Quando é usado dessa forma, as janelas de ponderação atuam como se fossem filtros predefinidos passa baixa ou passa banda estreita (*LabVIEW* 2000).

De forma geral, considera-se uma janela $w(t)$ e seu espectro $W(f)$, assim como um sinal observado $x(t)$ e seu espectro $X(f)$. O truncamento de um sinal vem a ser a faixa do sinal $x(t)$ observado através da janela $w(t)$, que matematicamente é o mesmo que a multiplicação destas funções definidas e cujo resultado seria uma nova função $x_w(t)$ definida como:

$$x_w(t) = x(t) \cdot w(t); \quad \text{com: } x(t), t \in \langle -\infty, +\infty \rangle; \quad w(t) \begin{cases} = 0.0, & t \notin \langle -\tau, \tau \rangle \\ \neq 0.0, & -\tau \leq t \leq \tau \end{cases}$$

Pelo teorema da convolução, esta multiplicação no tempo corresponde à convolução (*) no domínio da frequência, das transformada de Fourier de cada um dos sinais (McConnell K. 1995), definida por:

$$X_w(f) = W(f) * X(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W(f - \tau) \cdot X(\tau) d\tau$$

A maioria dos analisadores em frequência digitais, utilizam diversas funções de janelamento, as 4 funções comumente utilizadas são as janelas: *retangular*, *Hanning*, *Kaiser-Bessel*, e *Flat Top*. Todas elas podem ser definidas pelas seguintes relações:

Janela Retangular : $w(n) = 1.0$;

Janela Hanning : $w(n) = 1.0 - 1.0 \cos(2\pi n/N)$;

Janela Kaiser - Besel : $w(n) = 1 - 1.298 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.244 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - 0.003 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right)$;

Janela Flat Top : $w(n) = 1 - 1.93 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 1.28 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - 0.38 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) + 0.03 \cos\left(\frac{8\pi n}{N}\right)$;

Para : $n = 1, \dots, N - 2$. Para : $n = 0.0, N - 1$; tem - se : $w(n) = 0.0$.

Os gráficos de cada uma destas janelas, no domínio do tempo e da frequência, são apresentados na Figura B.3, onde observa-se que a janela retangular trata os dados do sinal observado igualmente, enquanto as outras janelas começam e terminam em zero ou próximos de zero, com o propósito de reduzir o “leakage” devido as discontinuidades, seja em magnitude e/ou direção dos extremos do sinal discreto observado. Porém, os pontos da região central do sinal observado são diferentemente ponderados para cada um dessas janelas.

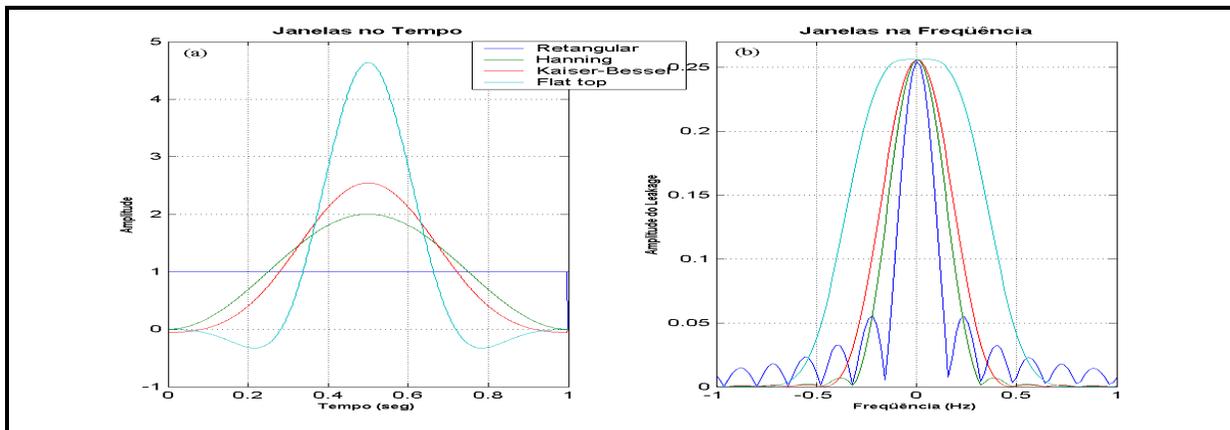


Figura B.3: Descrição das Funções Janela mais utilizadas: (a) no tempo; (b) na frequência.

4.1 Critérios de Seleção das Janelas

A escolha da janela correta, requer um conhecimento das características de cada uma das janelas disponíveis no seu sistema de aquisição e processamento de sinais. Recomenda-se que o usuário avalie as características de cada tipo de janela, analisando inicialmente sinais conhecidos. Uma outra questão importante é o conhecimento prévio do sinal a ser analisado. Tendo em conta as recomendações anteriores recomenda-se utilizar (McConnell K. 1995):

Janela Retangular: com sinais transientes cuja duração é menor do que comprimento da janela; com sinais pseudoaleatórios e nas análises de ordem onde o “leakage” é praticamente nulo; com sinais periódicos e/ou aleatórios seu desempenho é pobre;

Janela Hanning: é de aplicação geral, com sinais transientes onde são utilizados impulsos repetitivos espaçados aleatoriamente e a vibração rapidamente decai dentro do período da janela, motivo pelo que, usualmente 5 ou mais impulsos ocorrem dentro do período da janela. Com qualquer sinal periódico e/ou aleatório é recomendado seu uso;

Janela Kaiser-Bessel: com sinais periódicos quando requerem-se precisão ou seletividade na frequência; com sinais aleatórios fornece boa resolução em frequência, mas não é recomendado seu uso geral; com sinais transientes é inadequado, não sendo recomendado seu uso;

Janela Flat Top: com sinais periódicos, é excelente na determinação exata das amplitudes espectrais (quando as frequências componentes estão espaçadas de ao menos 6 linhas espectrais), mas pobre na resolução em frequência. Com sinais transientes e/ou aleatórios não recomenda-se seu uso.

Em muitos casos quando não se tem conhecimento suficiente do sinal, ou o sinal pode ser resultado da mistura dos sinais básicos (periódico, aleatório), realiza-se mais de um tipo de análise, como por exemplo, a de experimentar as análises com diferentes janelas, para poder extrair e entender as características importantes do sinal.

No presente trabalho foram utilizadas a janela *Flat Top* para a determinação da amplitude de vibração, quando o sistema estudado estava sujeito à excitação por desbalanceamento. E a janela *Hanning*, quando era determinada a *FRF* (função de transferência) do sistema, sujeito a excitação aleatória através do “*Shaker*”.

5 Filtragem do Sinal

Os filtros são geralmente utilizados para alterar o conteúdo em frequência de um sinal, com a hipótese de que uma componente ou uma faixa de frequências de interesse seja separável do sinal. Dependendo da faixa de interesse os filtros podem ser: passa baixa, passa alta, passa banda e rejeita banda, cuja configuração ideal é apresentada na Figura B.4.

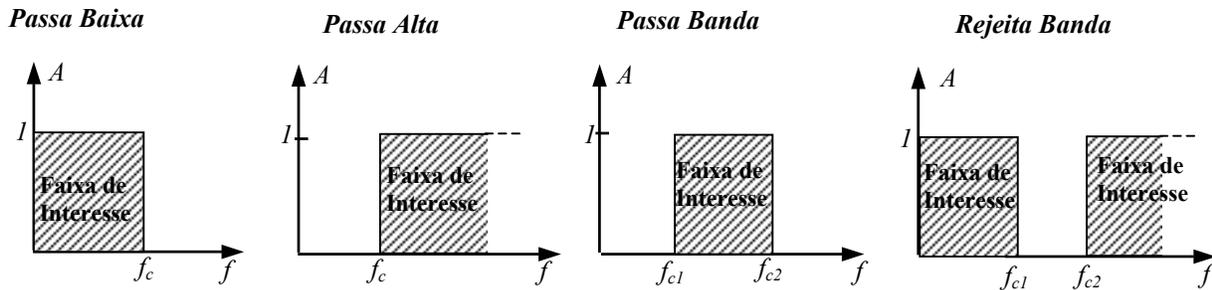


Figura B.4: Filtros ideais.

Idealmente, os filtros eliminariam componentes de frequência superiores ou inferiores, respectivamente, a uma determinada frequência de corte (f_{ci}). Mas, os filtros ideais assim definidos são impossíveis de serem implementados fisicamente, pois sempre existirá uma região de transição entre a faixa de interesse e a faixa de rejeição, onde o ganho do filtro varia de 0.0 dB à -3.0 dB (McConnell K. 1995; LabVIEW 2000). A Figura B.5 representa um filtro que fisicamente pode ser construído. O mesmo será descrita por 4 fatores:

Frequência Central (f_o): nos filtros que são de comprimento de banda constante, f_o é definida pela relação

$$f_o = \frac{f_{c1} + f_{c2}}{2},$$

Comprimento de Banda: “bandwidth” é a medida da resolução do filtro ou a capacidade de separar as frequências componentes. Particularmente, quando se trata com sinais aleatórios, as definições de Comprimento de banda efetiva B e comprimento de banda para 3dB são comumente utilizadas. O B é o comprimento de banda de um filtro ideal passa banda cuja área sob a curva será a mesma de um filtro real. O comprimento de banda para 3dB é a diferença em Hz de pontos, onde a amplitude do filtro é 3dB a menos de seu valor de pico, ou quando é a metade do valor de pico para o filtro ideal conforme apresentado na Figura B.5.

Oscilação: “*ripple*” representa a máxima quantidade de incerteza que existe no valor de pico do filtro dentro de seu comprimento de banda, conforme apresentado na Figura B.5 (pode-se entender como a diferença entre o ganho real e o ganho desejado).

Selectivity: é a medida da capacidade do filtro de diferenciar entre 2 frequências componentes próximas que variam amplamente em amplitude. O fator de forma é um parâmetro que é utilizada para determinar a seletividade de um filtro, conforme apresentado na Figura B.5 (b). Este fator é definido com a razão entre o comprimento de banda correspondente a 60dB (B_{60}) e a banda correspondente a 3dB (B_3). Seu valor é maior que 1, sendo preferível que seja próximo de 1.

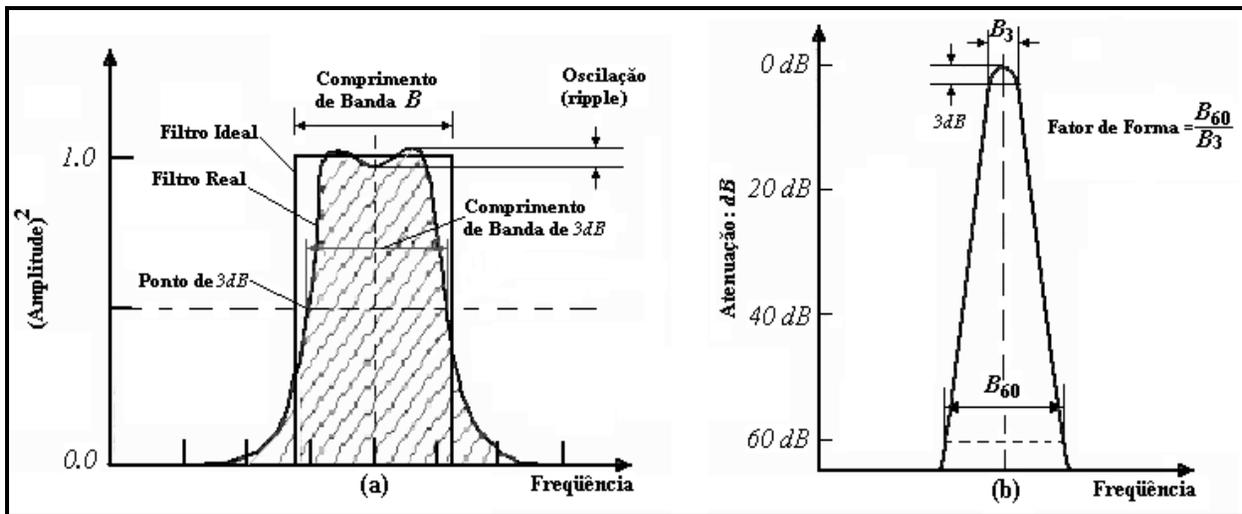


Figura B.5: (a) Filtro real; (b) Fator de forma.

5.1 Filtros Digitais

Um filtro analógico tem um sinal analógico tanto na entrada quanto na saída, os quais serão funções contínuas no tempo. O projeto dos filtros analógicos requer um conhecimento matemático avançado e entendimento dos procedimentos envolvidos no sistema, que afetam o filtro. Entretanto, modernas ferramentas de amostragem e processamento de sinais digitais têm feito possível substituir os filtros analógicos por filtros digitais em aplicações que requerem programabilidade e flexibilidade nos diversos campos. Algumas vantagens dos filtros digitais sobre os filtros analógicos são:

- São *softwares* programáveis e, portanto, fáceis de ser construídos e testados (implicam apenas em operações aritméticas);
- Não oscilam com a temperatura ou umidade ou com a precisão dos componentes;

- Tem uma melhor relação desempenho/custo;
- Não sofrem devido às variações de fabricação ou envelhecimento dos componentes.

Os filtros digitais são classificados, tradicionalmente, com base nos valores sobre os quais opera. Os filtros mais simples são aqueles que operam apenas sobre os valores de entrada, e são os chamados Filtros de Média Móvel (*MA*) ou Filtros de Resposta de Impulso Finita (*FIR*). Se um filtro opera sobre os valores de entrada e de saída tanto anteriores, quanto atuais, este tipo de filtro é chamado de Filtro de Média Móvel Auto-regressiva (*ARMA*) ou Filtro de Resposta de Impulso Infinita (*IIR*). A resposta ao impulso destes filtros é infinita, no sentido de que a resposta do filtro para um impulso nunca irá ser zero.

Cada tipo de filtro têm vantagens e desvantagens. O projeto do filtro, como muitas práticas da engenharia, envolve uma decisão de compromisso “*tradeoff*”. Os filtros *FIR* são simples, e podem ser projetados para fornecer uma resposta de fase linear ou uma defasagem constante. Os filtros *IIR* podem atingir o mesmo nível de atenuação que os filtros *FIR* com muito menos coeficientes. Portanto, os *IIR* podem ser significativamente mais rápidos e mais eficientes (*LabVIEW 2000*).

Os filtros *IIR* podem ou não ter oscilação “*ripple*” na faixa de interesse e/ou na faixa de atenuação. O projeto destes filtros digitais deriva do projeto dos filtros analógicos clássicos que podem ser os filtros: Butterworth, Chebyshev, Inverse Chebyshev, Elíptico, e Bessel. Cada um destes filtros têm vantagens e desvantagens, comparados entre si e, dependendo das necessidades, uns serão melhores do que os outros (*LabVIEW 2000*). O tipo de filtro utilizado no presente trabalho foi, principalmente, o Butterworth.

5.1.1 Filtro Butterworth

Uma resposta suave em todas as frequências e uma diminuição monótona a partir da frequência de corte especificada, caracteriza a resposta em frequência destes filtros. Os filtros Butterworth são maximamente lisos, de resposta ideal igual a 1 na região de interesse e nula na região de atenuação. A frequência da potência média ou da queda em frequência de *3dB* correspondem às frequências de corte especificadas. A Figura B.6 apresenta um filtro Butterworth passa baixa. A vantagem destes filtros é uma suave diminuição monotônica da

resposta em frequência. No *software* do *LabVIEW*, após ter fixado a frequência de corte, é fixada automaticamente pelo software a inclinação da transição proporcional à ordem do filtro. Para ordens maiores, este filtro atingirá a resposta de um filtro ideal passa baixa.

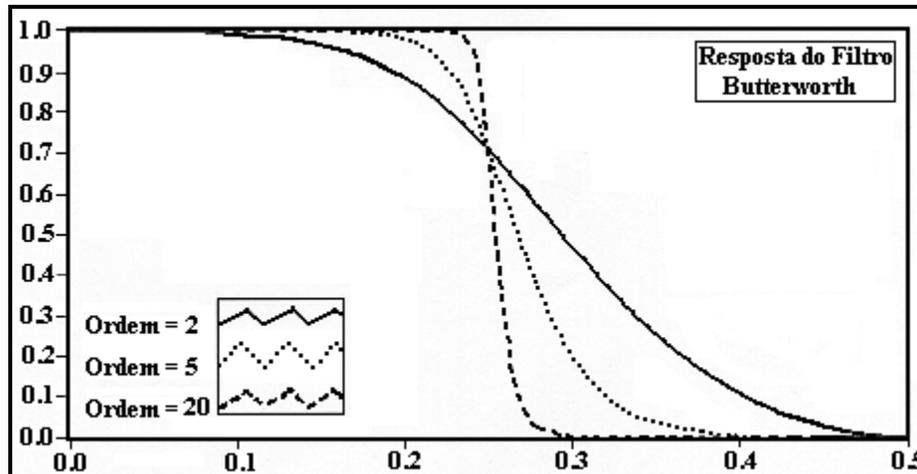


Figura B.6: Resposta do filtro passa baixa Butterworth

5.1.2 Seleção de um Filtro Digital

Alguns dos fatores que afetam a seleção de um filtro apropriado são: se é requerida uma fase linear, se pode permitir oscilações, e se uma região de transição estreita é requerida. A Figura B.7, é um roteiro para o processo de seleção do filtro adequado. Entretanto, na prática, é sempre necessário experimentar com várias das diferentes opções antes de encontrar o melhor filtro.

Após ter escolhido o tipo de filtro, deve-se especificar os parâmetros de projeto. O primeiro parâmetro do projeto a considerar é a taxa de amostragem. A máxima frequência componente do sinal de interesse, usualmente determina a taxa de amostragem. Uma regra prática é escolher uma taxa de amostragem cerca de 10 vezes a máxima frequência componente do sinal de interesse (*LabVIEW* 2000). Uma possível situação de compromisso ocorre quando a frequência de corte do filtro pode estar próxima da frequência de Nyquist. Nestas condições, o filtro poderia convergir lentamente. A solução é aumentar a taxa de amostragem, se a frequência de corte está muito próxima da frequência de Nyquist. Na prática, uma taxa de amostragem particularmente escolhida é ajustada somente se há problemas.

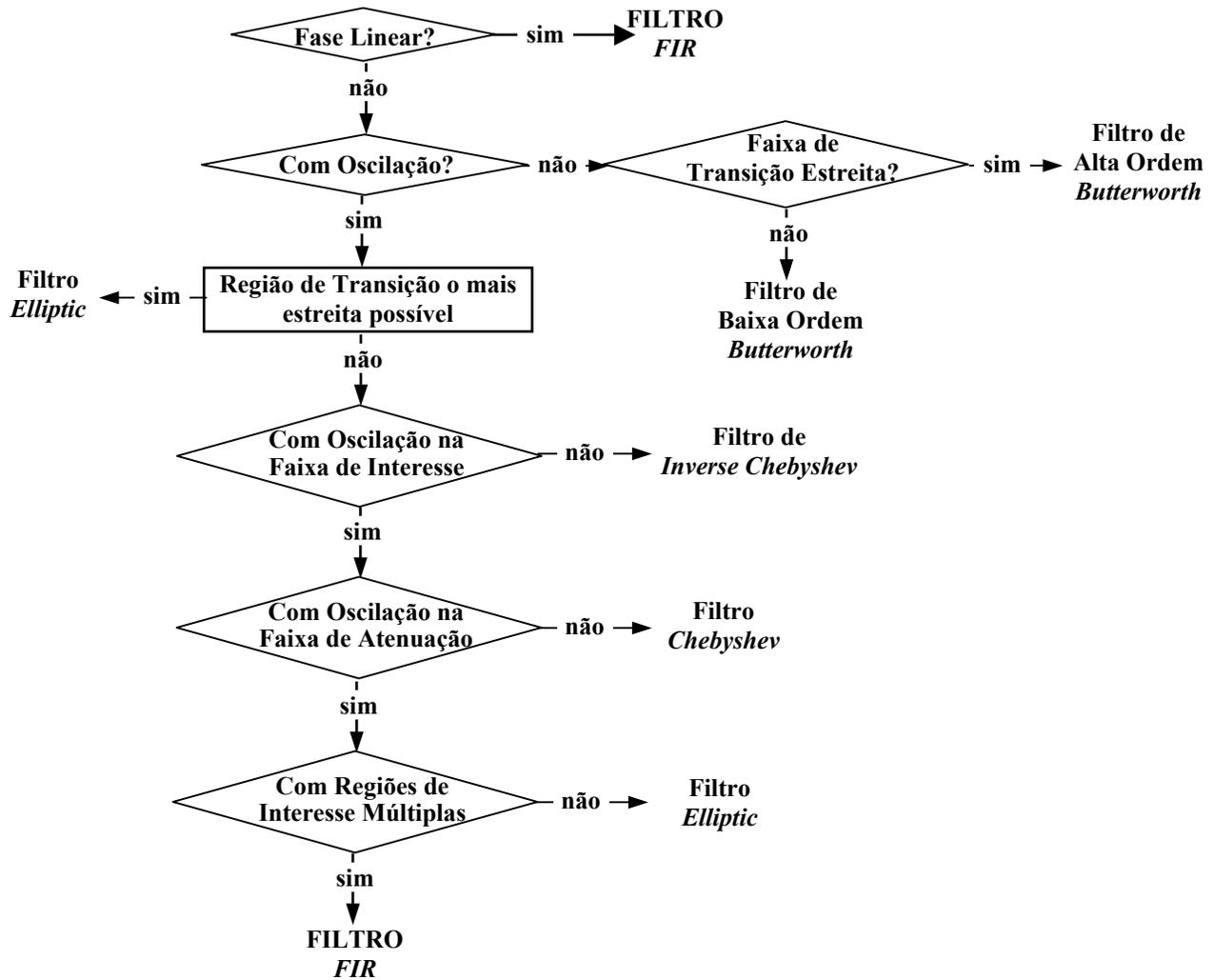


Figura B.7: Diagrama de fluxo do processo de escolha de um filtro digital

6 Estimação das Funções Resposta em Frequência

As funções de resposta em frequência são normalmente utilizadas para descrever a relação entrada-saída (força-resposta) de qualquer sistema. Frequentemente, o sistema é assumido linear e invariante no tempo, embora não seja necessário. Nos casos onde as suposições de linearidade e de invariância no tempo não são válidas, as medições das *FRF* são também dependentes das variáveis independentes tempo e excitação.

A estimação da *FRF* depende da transformação de dados no tempo para o domínio da frequência, através da transformada de Fourier. A *FRF* satisfaz as seguintes relações:

Para entrada simples:

$$X_p(\omega) = H_{pq}(\omega)F_q(\omega);$$

Para múltiplas entradas:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ \bullet \\ \bullet \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & \bullet & \bullet & H_{1q} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ H_{p1} & \bullet & \bullet & H_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ \bullet \\ \bullet \\ F_p \end{bmatrix}.$$

Sendo, $X_p(\omega)$ a resposta no *gdl* p do sistema, $F_q(\omega)$ a força de excitação no *gdl* q , $H_{pq}(\omega)$ função de transferência entre a resposta do *gdl* p e a excitação no *gdl* q .

Para a análise modal experimental atual, a *FRF* é a mais importante medição a ser feita. Como a *FRF* pode ser expressa em termos das propriedades de massa, rigidez e amortecimento do sistema, é razoável concluir que na maioria das estruturas reais, as *FRFs* serão constantes na medida que as propriedades de massa, rigidez e amortecimento sejam constantes. Portanto, a *FRF* estimada será única na medida que o sistema seja linear e o ruído seja minimizado ou eliminado.

Existem ao menos 4 configurações de teste diferentes: entrada simples/saída simples (SISO), entrada simples/saída múltipla (SIMO), entrada múltipla/saída simples (MISO), entrada múltipla/saída múltipla (MIMO). No geral, a melhor situação de teste é o MIMO, pois, os dados são coletados no menor tempo possível com poucas mudanças nas condições de teste (Allemang R. 1999). No presente trabalho foi utilizado o SIMO.

O processo de média do sinal aplicado à estimação da *FRF* é a media linear (média simples) no espectro cruzado e no autoespectro. Entre as médias lineares aplicadas à estimação das *FRFs* podemos mencionar:

Média do Sinal Assíncrona, onde não existe relação conhecida entre cada média, a *FRF* é corretamente estimada somente sobre a base da unicidade da *FRF*;

Média do Sinal Síncrona, onde cada média deve ser iniciada com relação a uma condição de disparo “*trigger*”. A possibilidade de sincronizar o início de cada média permite o uso de entradas determinísticas, ou não estacionárias, com o resultado de uma maior relação sinal/ruído;

Média do Sinal Cíclica, é uma média linear no domínio do tempo, que pode ser utilizada quando o “*leakage*” é um problema sério, juntamente com as médias tradicionais (assíncronas, síncrona). Este tipo de média foi utilizada no presente trabalho.

Os algoritmos mais conhecidos para estimação da *FRF* denominados de estimadores são: H_1 , H_2 , H_v . A diferença principal entre estes estimadores é a suposição de onde o ruído entra na medição. O ruído é usualmente devido aos transdutores, cabos, amplificadores, conversores A/D (McConnell K. 1995). O estimador que foi utilizado no presente trabalho foi o estimador H_1 que é mais comumente utilizado para estimar a *FRF*, sendo a característica deste estimador de minimizar o ruído na resposta, e cujo modelo linear é dado pela Figura B.8

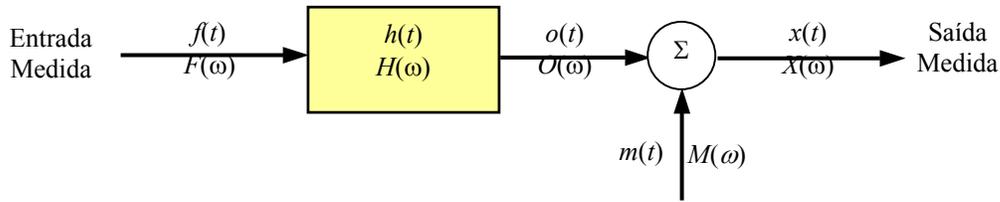


Figura B.8: Modelo linear com ruído $m(t)$ no sinal de saída.

Sendo: $f(t)$, $F(\omega)$ o sinal de entrada no domínio do tempo e da frequência; $h(t)$, $H(\omega)$ representam o sistema linear no tempo e na frequência; $o(t)$, $O(\omega)$ o sinal de saída no tempo e na frequência; $m(t)$, $M(\omega)$ o ruído adicionado na resposta no tempo e na frequência; $x(t)$, $X(\omega)$ o sinal de saída medido no tempo e na frequência. O ruído $m(t)$, a saída do sistema $o(t)$, e a entrada $f(t)$ são não correlacionadas. O estimador H_1 é definido pela relação:

$$H_1(\omega) = \frac{G_{FX}(\omega)}{G_{FF}(\omega)}, \quad \text{para: } 0 < \omega < +\infty, \quad \text{Com: } G(\omega) = \begin{cases} S(0) & \omega = 0 \\ 2S(\omega) & \omega > 0 \end{cases}$$

Onde: $S(\omega)$, $G(\omega)$ são os auto espectros ou espectros cruzados dos sinais; $G_{FX}(\omega)$ é o espectro cruzado entre a resposta e a excitação; $G_{FF}(\omega)$ é o auto espectro da excitação.

Na necessidade de saber a qualidade da relação entre o sinal de resposta e o sinal do estímulo do sistema, usa-se um coeficiente de correlação que descreve quão relacionadas são a resposta e a excitação do sistema. Para o nosso caso, será utilizada a Função de Coerência γ^2 definida pela seguinte relação:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|G_{FX}(\omega)|^2}{G_{FF}(\omega)G_{XX}(\omega)}, \quad \text{para: } 0 < \omega < +\infty.$$

Sendo $G_{XX}(\omega)$ o auto espectro da resposta da sistema. Esta função de coerência fornece a medida da linearidade do sinal de resposta em relação ao sinal de excitação, para cada valor de ω , e seu valor varia de 0.0 à 1.0. Como o γ^2 é baseado nas médias estatísticas das grandezas $G_{FX}(\omega)$, $G_{FF}(\omega)$ e $G_{XX}(\omega)$ ela será igual a 1 quando aplicado para 1 só conjunto de dados, mesmo na

presença de ruído, pois não existe informação disponível para indicar que a resposta não corresponde à excitação. Portanto, somente após vários conjuntos de dados é que o conceito da função de coerência pode detectar a falta de relação entre os sinais de entrada e saída do sistema. Quando a coerência é menor que 1 o estimador H_I tende a subestimar a FRF real (McConnell K. 1995).

Dentre as razões que determinam uma coerência menor que 1 podemos citar:

- *Resposta não linear da estrutura:* estruturas não lineares causam baixa coerência por que o ângulo de fase entre a resposta e o estímulo é dependente da amplitude da resposta. Estes sistemas, quando excitados numa frequência, geram respostas em frequências que são múltiplas da frequência natural da estrutura (McConnell K. 1995);
- *Erro de “Leakage” por resolução:* quando a resolução em frequência é grosseira a tendência a um maior erro de “leakage” determina um valor para a coerência bem menor que 1, o que pode ser corrigido com uma resolução mais fina onde o erro de “leakage” é menor (McConnell K. 1995);
- *Ruído não correlacionado na resposta $x(t)$ e na excitação $f(t)$:* a diminuição na coerência é devido à baixa razão sinal/ruído, portanto, deseja-se sempre ter uma alta razão sinal/ruído para que a coerência seja próxima de 1. Nas condições de ressonância e anti-ressonância dos sistemas, a razão sinal/ruído tende a deteriorar-se e, com isso, a coerência tende a diminuir (McConnell K. 1995).

6.1 Média Cíclica

É um caso especial de média linear, com a restrição de que a digitalização seja coerente entre as médias, isto é, que o mesmo intervalo de tempo entre cada uma das média deve ser mantido. Entretanto, melhor que tentar manter o mesmo tempo entre cada média, o procedimento normal é não permitir tempo nenhum entre as médias sucessivas. Este procedimento simples de calcular a média resulta em um filtro digital tipo pente no domínio da frequência, com os dentes (*passbands*) do pente em incrementos de frequência que são múltiplos inteiros de $\Delta f = 1/T$. O resultado é uma atenuação do espectro entre os dentes, não possíveis com outras formas de média. A média cíclica é, geralmente, executada no domínio do tempo, e é utilizada juntamente com procedimentos de médias assíncrono ou síncrono no domínio da frequência.

A média cíclica do sinal é muito útil, por filtrar componentes periódicos de um sinal poluído, visto que os dentes do filtro são posicionados em harmônicas da frequência do sinal de referência amostrado. Isto é de particular importância em aplicações onde é desejável extrair sinais relativos aos vários membros giratórios. Esta mesma forma de calcular a média do sinal é particularmente útil por reduzir o “leakage” durante medidas das *FRFs*.

Uma aplicação muito comum da média cíclica, está na área da análise de estruturas rotativas, nas quais os picos do filtro tipo pente são posicionados para coincidir com as frequências fundamental e as harmônicas de um eixo ou componente rotativo. Isto é particularmente poderoso, visto que, em uma medida, é possível ressaltar todas possíveis frequências geradas pelo componente rotativo a partir de um sinal de dados.

6.1.1 Teoria da Média Cíclica

Na aplicação da média cíclica à estimação da *FRF*, as frequências fundamental e harmônicas que são ressaltadas são aquelas que são múltiplas de Δf e o espectro entre cada f_i consecutivo é reduzido, diminuindo assim o “leakage”.

A primeira observação a ser notada é a relação entre as transformadas de Fourier de um sinal e do mesmo sinal deslocado. No caso da média, cada historico será da mesma duração de tempo T que é o período de observação do sinal. O T determina a resolução em frequência Δf do espectro (critério de Rayleigh). A transformada de Fourier do sinal é:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt .$$

A transformada de Fourier do mesmo sinal deslocado no tempo até t_o é (Hsu H. 1970):

$$X(\omega) e^{-i\omega t_o} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + t_o) e^{-i\omega t} dt . \quad (\text{B.2})$$

Para o caso de uma transformada de Fourier discreta, cada frequência no espectro é assumida para ser um múltiplo inteiro da frequência fundamental Δf . Fazendo a substituição $\omega = N 2\pi/T$ com N inteiro, a equação B.2 produz:

$$X(\omega) e^{-iN \frac{2\pi}{T} t_o} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + t_o) e^{-i\omega t} dt . \quad (\text{B.3})$$

Observa-se na equação B.3 que a correção para o caso quando $t_o = NT$ será uma amplitude unitária com fase zero. Portanto, se cada sinal somado ciclicamente acontece num deslocamento de tempo em relação ao sinal inicial, que é um múltiplo inteiro do período observado T , logo a correção devido ao deslocamento no tempo não afeta as características no domínio da frequência do sinal somado resultante.

O algoritmo de médias de sinais observados com janela uniforme ou retangular é:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} x_i(t).$$

Sendo: N_a o número de pontos do sinal; N_c o número de médias cíclicas. Para o caso onde $x(t)$ é contínua sobre o período $N_c.T$, os coeficientes de Fourier complexos da média cíclica do sinal no tempo tornam-se:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{x}(t) e^{-i\omega_k t} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} x_i(t) e^{-i\omega_k t} dt.$$

Finalmente:

$$C_k = \frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} \sum_{i=0}^{N_c-1} x_i(t) e^{-i\omega_k t} dt.$$

Como $x(t)$ é uma função contínua, a soma das integrais podem ser substituídas por uma integral avaliada de 0 a $N_c.T$ sobre a função original. Portanto:

$$C_k = \frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} x_i(t) e^{-i\omega_k t} dt. \quad (\text{B.4})$$

A equação B.4 indica que os coeficientes de Fourier do sinal resultante da média cíclica (espaçados $\Delta f = 1/T$), são os mesmos coeficientes de Fourier do sinal original (espaçados $\Delta f = 1/(N_c T)$). Observa-se que o número de coeficientes de Fourier para o sinal com média cíclica será $1/N_c$ vezes o número de coeficientes do sinal original, pois o número e o tamanho da resolução em frequência muda por este fator. O teorema de Parseval relativo a energia de cada coeficiente de Fourier, não é preservado pelo processo de média cíclica, pois a informação em frequência não relativa as harmônicas de Δf é removida (Hsu H. 1970).

Como a média cíclica produz os coeficientes de Fourier de um sinal cujo tempo de aquisição é extenso ($N_c T$ comparado a T). A média cíclica resulta numa janela efetiva no domínio da frequência, que é resultado de um maior tempo de observação. Sendo efetiva a rejeição das frequências não harmônicas de $\Delta f = 1/T$, na prática, um máximo de 16 a 32 médias é recomendado. Na realidade, de 4 a 8 médias, juntamente com uma janela Hann, resulta num melhoramento notório na estimação da *FRF* (Allemang R. 1999).

6.1.2 Implementação da Média Cíclica

A implementação da média cíclica do sinal para a estimação da *FRF*, não é facilmente aplicável a muitos analisadores de transformada de Fourier discreta existentes. A razão para isto é que ao usuário não é dado controle da aquisição de dados no tempo, de tal forma que as exigências de cálculo da média cíclica possam ser satisfeitas. Porém, atualmente, muitos usuários estão aquisitando dados com placas de aquisição de dados em computador pessoal (ou PC) ou em placas de aquisição de dados baseadas em VXI, onde o controle de aquisição de dados no tempo está mais disponível ao usuário. Neste ambiente, a média cíclica é simples de implementar. Os passos a seguir são:

- Coletar registros bem grandes dos dados de entrada e saída (número de pontos igual 2^m , m é inteiro);
- Particionar o registros maiores em N_c registros menores contíguos (número de pontos de cada registro menor igual 2^m , m é inteiro);
- Fazer a média linear entre os registros particionados correspondentes ao mesmo registro maior, para os registros de entrada e de saída. Sem perder nenhum dado entre os registros consecutivos;
 - Quando os dados são ponderados uniformemente sobre o tempo total de amostragem, tem-se o caso simples da média cíclica;
 - Os benefícios de utilização das funções de ponderação (janelas diferentes à retangular) podem ser utilizados, aplicando-se a janela aos registros maiores antes da partição dos mesmos, o que produz uma maior redução do erro de “leakage”, na estimação da *FRF*.
- Estimar a *FRF* através do método tradicional com os dados resultantes da média cíclica.

A Figura B.9 apresenta a *FRF* estimada dos dados coletados de uma viga em balanço levemente amortecida, usando a média cíclica e sem usar a média cíclica (através do processo comum de estimação da *FRF*). Os mesmos dados coletados foram usados, com o propósito de que se tivesse estatisticamente a mesma quantidade de informação independente, para cada processo de estimação da *FRF*.

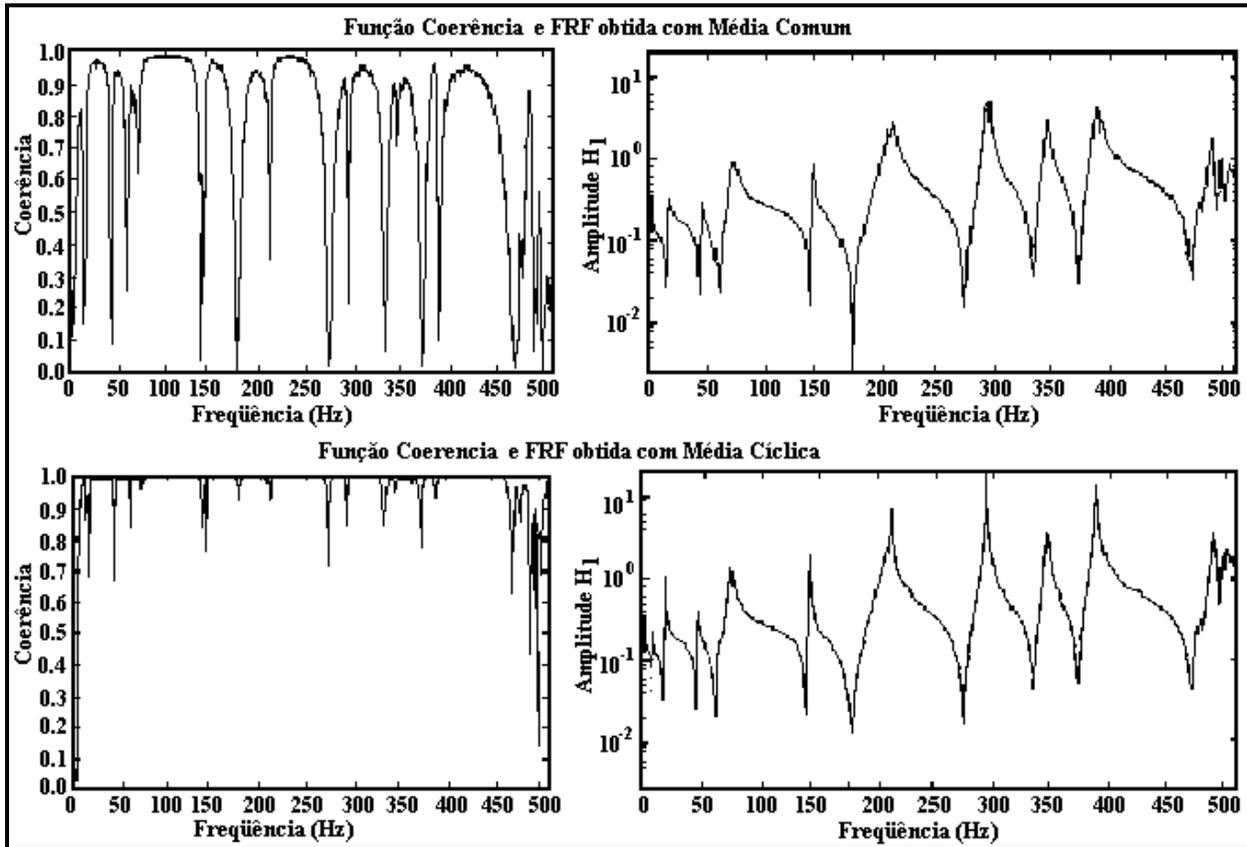


Figura B.9: *FRFs* estimadas com média comum e média cíclica.

7 Diagrama de Blocos da Estimação das *FRFs*

Os processos de estimação das *FRFs* implementados e utilizados no presente trabalho, tanto para a excitação por desbalanceamento como para excitação por força aleatória, representadas através de diagrama de blocos são: a Figura B.10 o processo para *FRF* devido à excitação aleatória; a Figura B.11 o processo para a *FRD* devido ao desbalanceamento residual ou imposto.

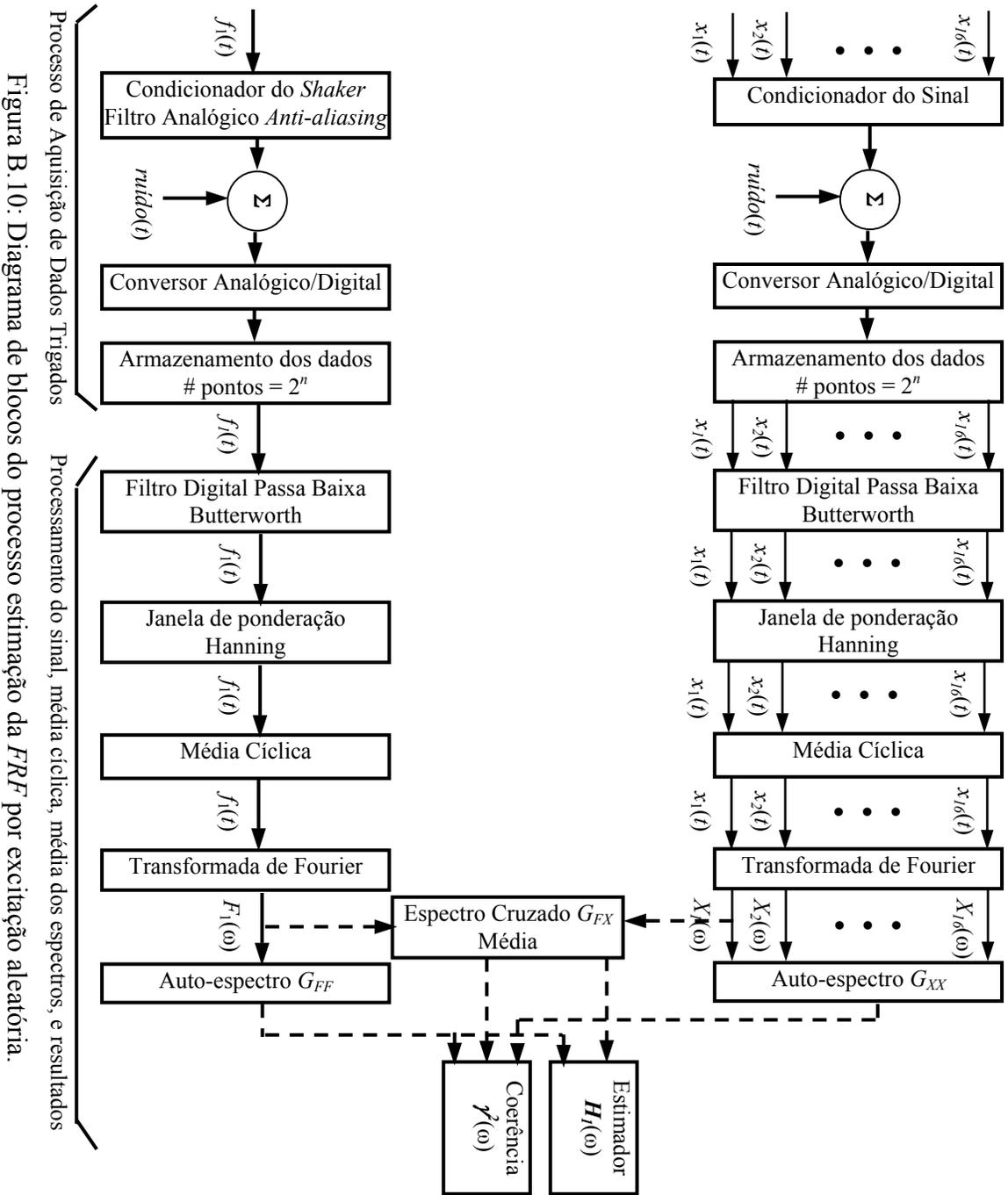


Figura B.10: Diagrama de blocos do processo estimação da FRF por excitação aleatória.

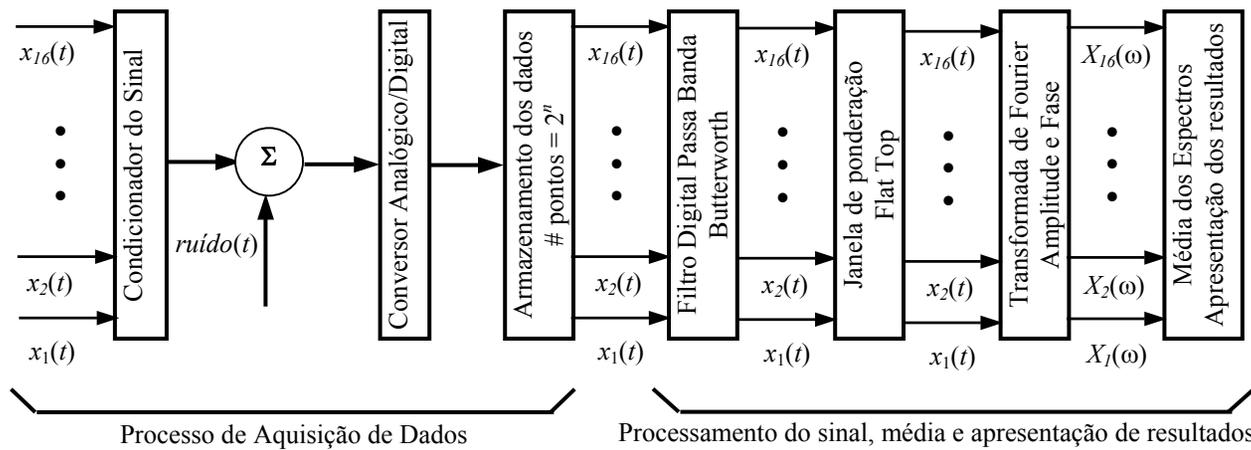


Figura B.11: Diagrama de blocos do processo estimação da *FRD* devido ao desbalanceamento residual.