ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA POR JAIME HIDEO IZUKA E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 30/07/09

ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dinâmica de Sistema Rotor-Biela-Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos

Autor: Jaime Hideo Izuka

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

88/2009

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Dinâmica de Sistema Rotor-Biela-Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos

Autor: Jaime Hideo Izuka
Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2009
S.P . – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Iz8d

Izuka, Jaime Hideo
Dinâmica de Sistema Rotor Biela Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos / Jaime Hideo Izuka. --Campinas, SP: [s.n.], 2009.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka.
Dissertação de mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica de Corpos Rígidos. 2. Mancais. 3. Compressores. 4. Métodos Numéricos. I. Kurka, Paulo Roberto Gardel. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Dinâmica de Sistema Rotor Biela Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos.

Titulo em Inglês: Dynamic Model of Axis - Crank - Shaft - Piston from Reciprocating Compressor with Hydrodynamic Journal Bearing.
Palavras-chave em Inglês: Rigid Dynamics, Bearings, Compressors, Numerical Methods.
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Prof. Dr. Marco Lucio Bittencourt , Dr. Paulo Rogério Carrara Couto
Data da defesa: 30/07/2009
Programa de Pós-Graduação : Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Dinâmica de Sistema Rotor-Biela-Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos

Autor: Jaime Hideo Izuka
Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka , Presidente
DPM / FEM / UNICAMP

Prof. Dr. Marco Lucio Bittencourt
DPM / FEM / UNICAMP

Dr. Paulo Rogério Carrara Couto
EMBRACO

Campinas, 30 de julho de 2009

Dedicatória:

Dedico este trabalho aos meus pais Kangi e Sumiko, ao meu irmão Mauro e à minha namorada Juliana.

Agradecimentos

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka, pela oportunidade oferecida, pelos conselhos e dedicação à orientação.

Ao Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt por ceder o cluster Altix para que as simulações do modelo dinâmico com mancal fossem possíveis.

Ao eng. Dr. Paulo Rogério Carrara Couto pelas correções e sugestões feitas no texto final.

À minha família pelo apoio e compreensão às minhas decisões pessoais e profissionais.

À Juliana , uma pessoa que se mostrou essencial para que terminasse o mestrado, e a quem devo esta dissertação.

À minha segunda família aqui em São Paulo, Sr. Yoshihiro, Sra Sayoko, Ilan, Geisa e Clóvis por me acolherem em todos esses finais de semana em São Paulo.

À tia Kyo pelo apoio e acolhimento desde o tempo do cursinho e até os dias de hoje.

Aos amigos Fabiano e Guilherme pelo companheirismo e exemplos de luta.

Aos amigos Cristiano, Robertinho, Basil, Jefferson e Rallo, pela camaradagem.

Aos amigos do laboratório, Rodrigo, Felipe, Guilherme e Bruno pelo clima de trabalho sempre positivo, mesmo nas horas difíceis.

Aos amigos da pós Alexandre, Alexey e Liliane pelo companheirismo.

Aos amigos da kitnet Sr. Argélio, Sra Eliana e Maria Clara pela recepção e atenção sempre fundamentais, e aos amigos Márcio, Jota e Laécio pela amizade e companheirismo.

Ao CNPQ pelo fundamental apoio financeiro.

Resumo

IZUKA, Jaime H, *Dinâmica de sistema Rotor Biela Pistão de Compressores Alternativos com Mancais Radiais Hidrodinâmicos*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2009. 102 p. Dissertação de Mestrado.

O objetivo do presente trabalho é a modelagem dinâmica e a simulação das cargas e dos deslocamentos correntes nos mancais de um compressor alternativo. O modelo de mancal, integrado à cinética do conjunto, permite avaliar de forma precisa a influência dos pequenos movimentos dos suportes hidrodinâmicos no comportamento global do compressor.

Soluções numéricas do problema de lubrificação hidrodinâmica são pesquisadas com o uso dos métodos de diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos. Resultados das soluções analíticas de mancal curto e longo são comparados com as soluções dos modelos numéricos de mancal. Escolhe-se assim a implementação e uso do modelo de elementos finitos para a simulação dos mancais hidrodinâmicos utilizados no compressor.

O método de Newton-Euler é utilizado para a obtenção das equações diferenciais que representam o modelo de movimento do sistema dinâmico do conjunto eixo/biela/pistão.

A implementação da solução numérica de mancal hidrodinâmico integrada à cinética do sistema exige um grande esforço computacional, demandando a utilização de técnicas de processamento paralelo. Assim, apresenta-se e compara-se com a literatura, os resultados de simulação de cargas e órbitas de mancais, na operação de um compressor alternativo de refrigeração.

Palavras Chave

- Dinâmica de Mecanismos, Mancais Radiais Hidrodinâmicos, Compressor Alternativo, Métodos Numéricos.

Abstract

IZUKA, Jaime H, *Dynamic Model of Axis - Crank - Shaft - Piston from Reciprocating Compressor with Hydrodynamic Journal Bearing*, Campinas : Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2009. 102 p. Master Thesis.

The present works simulates the loads and displacements of the bearings of a reciprocating compressor. The bearing model, which is integrated to the kinetics of the system, allows a precise evaluation of the influence of small movements of the hydrodynamic supports into the global behavior of the compressor

Numerical solutions of the problem of hydrodynamic lubrication are studied using the methods of finite differences, finite volumes and finite elements. Results of analytical solutions for short and long bearing are compared with the numerical models of bearings. The finite element model of hydrodynamic bearings is used in the simulation of the compressor.

The Newton-Euler method is used to obtain the differential equations representing the model of motion of the crankshaft/conrod/piston dynamic system. Implementation of the integrated numerical solution for the hydrodynamic bearing and the kinetics of the system requires a large computational effort, demanding the use of parallel processing techniques. The results of simulation of orbits and bearing loads in the operation of an alternative refrigeration compressor is thus presented and compared with the literature.

Keywords

- Mechanism Dynamics, Hydrodynamic Journal Bearings, Reciprocating Compressors, Numerical Simulation.

Índice

Índice viii
Lista de Figuras xi
Lista de Tabelas xv
Nomenclatura xvi
1 Introdução 1
1. 1 Considerações Preliminares 2
1. 1. 1 Regimes de Lubrificação 2
1. 1. 2 Efeito Cunha e Filme Espremido 3
1. 1. 3 Lubrificantes 5
1. 2 Revisão Bibliográfica 7
1. 3 Organização do Texto 13
2 Compressores Alternativos 15
2. 1 Ciclo de Refrigeração 15
2. 2 Descrição dos Componentes do Compressor Alternativo 16
2. 2. 1 Eixo de Acionamento do Compressor 18
2. 2. 2 Biela 18
2. 2. 3 Pistão 19
Capítulo 3 21
3 Modelo Matemático de Mancal 21
3. 1 Considerações Geométricas 21
3. 2 Equação de Reynolds 23
3. 3 Condições de Contorno 26
3. 4 Solução Analítica 28
3. 4. 1 Mancais Longos 28

3. 4. 2 Mancais Curtos 29
3. 5 Mancais Finitos 31
3. 5. 1 Solução por Diferenças Finitas 31
3. 5. 2 Solução por Volumes Finitos 34
3. 5. 3 Solução por Elementos Finitos 42
3. 6 Espessura do Filme de Lubrificante 45
3. 7 Força de Sustentação Hidrodinâmica 46
3. 8 Comparação dos Resultados para o Mancal Hidrodinâmico Estático 48
3. 8. 1 Resultados para o Mancal Curto 49
3. 8. 2 Resultado para o Mancal Longo 53
3. 8. 3 Resultado para o Mancal Finito 57
4 Sistema Dinâmico 59
4. 1 Definição dos Sistemas de Referência Inercial e Móveis Localizados nos Centros de Massa do Rotor, Biela e Pistão 59
4. 2 Definição dos Vetores de Posição dos Mancais e das Matrizes de Transformação de Coordenadas 60
4. 2. 1 Eixo de Acionamento do Compressor (Rotor) 60
4. 2. 2 Biela 63
4. 2. 3 Pistão 65
4. 3 Velocidade Angular 67
4. 4 Acoplamento dos Elementos 67
4. 5 Cargas Operacionais e Diagrama de Corpo Livre 71
4. 6 Equações Constitutivas 74
4. 7 Equação de Movimento 75
4. 8 Modelos de Forças Elásticas, Viscosas e Paramétricas 76
4. 9 Equações de Estado 78
4. 10 Método de Runge Kutta 79
5 Integração do Modelo Dinâmico e de Mancais 80
5. 1 Descrição do Algoritmo de Solução Numérica 80
5. 1. 1 Rotina do Programa Principal 80
6 Resultados do Modelo Numérico 83

6. 1 Resultados para Dinâmica do Compressor sem o Carregamento de Pressão.....85
6. 1. 1 Modelo de Mancal Representado por Forças Elásticas e Viscosas.....86
6. 1. 2 Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico 88
6. 1. 3 Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos 89
6. 2 Resultados para Dinâmica do Compressor com o Carregamento de Pressão 91
6. 2. 1 Modelo de Forças Elásticas e Viscosas Representando o Mancal 93
6. 2. 2 Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico 95
6. 2. 3 Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos 96
7 Conclusões 99
Referências Bibliográficas 101

Lista de Figuras

Figura 1.1 : Regimes de Lubrificação (Stachowiak e Batchelor, 2001). 3
Figura 1.2 : Mecanismos de autopressurização em mancais hidrodinâmicos. 4
Figura 1.3 : Modelos do compressor e órbitas - Kim e Han (2004). 11
Figura 1.4 : Modelos do compressor e órbitas - Couto (2006). 12
Figura 1.5 : Órbita dos mancais principal e secundário - Karen (2008). 13
Figura 2.1 : Sistema de refrigeração com os principais componentes e o Diagrama Temperatura – Entropia (Stoecker, Jabardo 2002). 16
Figura 2.2 : Mecanismo de um compressor alternativo (Wisbeck, 2000). 17
Figura 2.3 : Descrição do eixo e seus mancais (Couto, 2006). 18
Figura 2.4 : Descrição da biela e seus mancais (Couto, 2006). 19
Figura 2.5 : Descrição do mancal do pistão e as forças atuantes neste componente (Couto, 2006). 20
Figura 3.1 : Geometria do mancal hidrodinâmico. 22
Figura 3.2 : Detalhe da geometria do mancal hidrodinâmico. 22
Figura 3.3 : Velocidade na direção z (Stachowiak, Batchelor, 2001). 24
Figura 3.4 : Sistema de coordenadas para o mancal (Stachowiak, Batchelor, 2001). 25
Figura 3.5 : Campo de Pressão para as condições de contorno de Sommerfeld, Meio Sommerfeld e Reynods (Stachowiak, Batchelor, 2001). 27
Figura 3.6 : Curva de pressão para mancal longo. 29
Figura 3.7 : Curva de pressão para mancal curto. 30
Figura 3.8 : Superfície de deslizamento. 31
Figura 3.9 : Malha de diferenças finitas para problemas bidimensionais. 32
Figura 3.10 : Variação do parâmetro de Vogelpohl e da pressão adimensional no centro de um mancal cuja relação Largura/Diâmetro = 1 e $\varepsilon = 0.95$ (Stachowiak, Batchelor, 2001). 35

Figura 3.11 : Região preenchida com filme de óleo (Prata, 1992).....36
Figura 3.12 : Novo domínio (Prata, 1992). 36
Figura 3.13 : Volume de controle no domínio discretizado (Wisbeck, 2000). 37
Figura 3.14 : Volume de controle adjacente à fronteira de cavitação (Prata, 1992). 40
Figura 3.15 : Gráfico com o resultado do angulo α para L/D = 1 e excentricidade e = 0.8. 42
Figura 3.16 : Elemento quadrático de 9 nós. 44
Figura 3.17 : Desalinhamento do eixo com o alojamento em mancais radiais (Couto, 2006).....45
Figura 3.18 : Decomposição da força hidrodinâmica. 47
Figura 3.19 : Relação de excentricidade = 0,90. 50
Figura 3.20 : Relação de excentricidade = 0,95. 51
Figura 3.21 : Relação de excentricidade = 0,98. 52
Figura 3.22 : Relação de excentricidade = 0,90. 54
Figura 3.23 : Relação de excentricidade = 0,95. 55
Figura 3.24 : Relação de excentricidade = 0,98. 56
Figura 4.1 : Sistemas de coordenadas inercial (XYZ) e móveis (rotor, biela e pistão).....60
Figura 4.2 : Posição dos mancais primário (1), secundário (2) e excêntrico (3).....61
Figura 4.3 : Rotação de corpo rígido – precessão, nutação e spin. 62
Figura 4.4 : Posição do mancal do excêntrico (3) e pino do pistão (4).....63
Figura 4.5 : Rotação de corpo rígido – nutação e spin.....64
Figura 4.6 : Posição do pino (4), saia (5) e topo (6) do pistão. 65
Figura 4.7 : Rotação de corpo rígido – nutação e spin.....66
Figura 4.8 : Restrições geométricas do compressor: (a) variável Δ_3 (b) centro de massa da biela. 69
Figura 4.9 : Parâmetros geométricos Δz e Δy. 69
Figura 4.10 : Sistema cinemático da biela-manivela.....70
Figura 4.11 : Diagrama de corpo livre do rotor.....72
Figura 4.12 : Diagrama de corpo livre da biela.....73
Figura 4.13 : Diagrama de corpo livre do pistão.....74
Figura 5.1 : Fluxograma do Programa Dinâmico.....82
Figura 6.1 : Torque calculado para o compressor alternativo sem carga de compressão. 85

Figura 6.2 : Esforços nos mancais pinados (suportes) para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 85
Figura 6.3 : Sistema de coordenadas inerciais. 86
Figura 6.4 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 87
Figura 6.5 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais. 87
Figura 6.6 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 88
Figura 6.7 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais. 89
Figura 6.8 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 90
Figura 6.9 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais. 90
Figura 6.10 : Curva de compressão no cilindro do compressor. 92
Figura 6.11 : Torque calculado para o compressor alternativo sujeito à carga de compressão. 92
Figura 6.12 : Esforços nos mancais pinados (suportes) para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 93
Figura 6.13 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 94
Figura 6.14 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão. 94

Figura 6.15 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 95
Figura 6.16 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão. 96
Figura 6.17 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão. 97
Figura 6.18 -Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão. 97

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 : Diferentes modelos para viscosidade dependente da temperatura 6
Tabela 3.1 : Comparação de resultados obtidos do ângulo α para diferentes relações de excentricidades (e) e relações de largura/diâmetro. 42
Tabela 3.2 : Pico de Pressão do Filme de Óleo (POFP) para Mancal Curto.....49
Tabela 3.3 : Número de Sommerfeld para Mancal Curto. 49
Tabela 3.4 : Ângulo de Carga para Mancal Curto.....49
Tabela 3.5 : Pico de Pressão do Filme de Óleo (POFP) para Mancal Longo. 53
Tabela 3.6 : Número de Sommerfeld para Mancal Longo. 53
Tabela 3.7 : Ângulo de Carga para Mancal Longo. 53
Tabela 3.8 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1. 57
Tabela 3.9 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1/2. 57
Tabela 3.10 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1/4. 57
Tabela 3.11 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1. 58
Tabela 3.12 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1/2. 58
Tabela 3.13 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1/4. 58
Tabela 6.1 : Dados operacionais e geométricos do mecanismo do compressor alternativo e dos mancais utilizados. 84
Tabela 6.2 : Resultado dos valores médios das reações nos mancais para o sistema sem carga de compressão. 91
Tabela 6.3 : Resultado dos valores médios das reações nos mancais para o sistema com carga de compressor. 98
Tabela 6.4 : Comparação do tempo de processamento. 98

Nomenclatura

Letras Latinas

a	- coeficiente da equação algébrica de volumes finitos	
c	- elementos da matriz de dissipação	[n.s/m]
e	**-** excentricidade	[m]
h	**-** espessura do filme e óleo	[m]
p*	**-** pressão adimensional	
q	**-** vazãovolumétrica por unidade de profundidade	[m^2/s]
r	- vetor de posição no referencial local	[m]
s	- taxa de deformação de cisalhamento	[s^{-1}]
t	- tempo	[s]
x, y, z	- sistema de coordenadas	
A	- área do mancal	[m^2]
C	- folga radial	[m]
E	- coeficiente da equação algébrica de diferenças finitas	
F	- força	[N]
H	- coeficiente da equação algébrica de diferenças finitas	
I	- momento de inércia	[g.mm^2]
L	- largura do mancal	[m]
P	**-** pressão	[N/m]
Q	**-** vazãovolumétrica	[m^3/s]
K	- matriz elástica	
R	- raio do mancal	[m]
T	- temperatura	[celcius]
U	- velocidade tangencial	[m/s]

.....

Letras Gregas

α	- ângulo de cavitação	[rad]
ε	- relação de excentricidade	
ϕ	- ângulo de nutação	[rad]

η	- sistema de coordenadas	
θ	- ângulo medido a partir da linha de centro do mancal	[rad]
λ	- relação entre a distância entre as superfícies e sua rugosidade	
μ	- viscosidade do fluido lubrificante	[N.s/m^2]
ξ	- sistema de coordenadas	
ρ	- densidade do lubrificante	[Kg/m^3]
τ	- torque	[N/m]
φ	- ângulo de precessão	[rad]
ψ	- ângulo de spin	[rad]
ψ_m	- ângulo de carga do mancal	[rad]
ω	- velocidade angular	[rad/s]
$\overset{o}{\omega}$	- aceleração angular	[rad/s^2]
Δ	- número de Sommerfeld	
Γ	- tensão de cisalhamento	[N/m^2]

••

Subscritos

1	- mancal principal no eixo
2	- mancal secundário no eixo
3	- mancal do excêntrico
4	- pino de ligação entre a biela e o pistão
5	- saia do pistão
6	- topo do pistão
c	- referencial da biela
d	- descarga
D	- arrasto
g	- referencial no centro de gravidade
k	- cinética
m	- mancal
s	- sucção
r	- referencial do rotor
rad	- radial
p	- referencial do pistão
visc	- viscoso
atm	- atmosférica

••

Siglas

CG	- centro de gravidade
DEPM	- Departamento de Engenharia Projetos Mecânicos

PV - diagrama de pressão em função do volume
MDF - método de diferenças finitas
MEF - método de elementos finitos
MVF - método de volumes finitos

.....

Capítulo 1

1 Introdução

O sucesso de um produto está relacionado diretamente com as expectativas de seus consumidores. Assim, confiabilidade, durabilidade, preço e consumo de energia são algumas das principais características requisitadas de um compressor, sendo que constantemente a indústria precisa atender a parâmetros mais exigentes e com tempos menores de desenvolvimento.

A globalização dos mercados já é fato consolidado quando se pensa em novos projetos. Dessa forma, produtos que não atentam aos mais exigentes padrões de qualidade e desempenho e com um preço competitivo não conseguirão sobreviver.

Além dos requisitos mecânicos e o preço, o consumo tem se tornado um fator muito importante para a escolha dos produtos em geral. Especificamente no caso de refrigeradores, tem-se o selo PROCEL que torna fácil a comparação de consumo entre os diversos modelos e certamente tem um grande peso para a decisão de escolha.

O consumo sustentável também tem tomado um importante espaço nas questões energéticas do país. Algumas entidades já estão se mobilizando para propor soluções que minimizem o impacto do aumento da demanda energética. Como por exemplo, Januzzi et all, 2006, sugere que a substituição das geladeiras antigas represente uma economia de 50% no consumo de famílias com baixa renda que recebem uma tarifa subvencionada. Segundo este estudo também, este subsídio é de cerca de R$ 1,4 bilhões ao ano (2006). Devido a este cenário, torna-se claro a necessidade de se desenvolver sistemas de refrigeração cada vez mais eficientes, ou seja, com menor consumo.

A utilização de simulações numérica tem contribuído para o desenvolvimento de novos produtos pois seus resultados são confiáveis e permitem uma verificação imediata do

desempenho de novas configurações de projeto. Isso sem a necessidade da construção de protótipos, que possuem maior custo e demandam um maior tempo de confecção. Uma vez que os projetos de novos produtos sofrem cada vez mais com as pressões de mercado acima citados, é de se esperar que os modelos matemáticos utilizados em simulações numéricas também tenham que acompanhar esta evolução. Como conseqüência, os modelos matemáticos devem sempre procurar uma representação mais realista do produto, num ciclo contínuo, e esta é a grande motivação para propor um modelo que contemple os efeitos dos mancais no sistema dinâmico do compressor recíproco.

1. 1 Considerações Preliminares

A busca por um modelo que represente de forma realista o funcionamento de um compressor alternativo envolve o problema de lubrificação dos mancais e com este objetivo, inicialmente será feita uma introdução ao seu funcionamento.

1. 1. 1 Regimes de Lubrificação

A lubrificação em mancais reduz o atrito entre as superfícies e vários regimes de lubrificação podem ser caracterizados pela curva de Stribeck. Os limites do regime de lubrificação hidrodinâmica podem ser verificados na curva indicada pela Figura 1.1.

Uma forma robusta para se caracterizar o regime de lubrificação é através de uma variável adimensional λ definida como a relação entre a distância entre as superfícies e sua rugosidade(Durval, 2005).

Para valores de λ entre $5 \leq \lambda \leq 100$ tem-se o regime de lubrificação hidrodinâmica. Neste regime de lubrificação a separação das superfícies do eixo e do alojamento é feita por um filme de óleo cuja espessura é consideravelmente maior que as dimensões das irregularidades de suas superfícies (Durval, 2005), sendo que o atrito é determinado pelas características do lubrificante. Um aumento da carga e conseqüente aumento da pressão do fluido lubrificante pode causar deformações elásticas das superfícies do mancal, caracterizando assim o regime de lubrificação elastohidrodinâmica. Alguns autores definem o início da lubrificação hidrodinâmica com o valor de λ igual a 2 (Stachowiak e Batchelor, 2001).

Valores de λ entre $1 \leq \lambda \leq 5$ caracterizam a lubrificação mista, onde se trabalha com os regimes de lubrificação marginal e hidrodinâmico. No regime de lubrificação mista estão presentes as interações entre as superfícies e o filme de fluido.

Por fim, para valores de $\lambda \leq 1$, a lubrificação é denominada marginal e apresenta as características semelhantes à lubrificação limite. Na lubrificação limite, ocorre o contato entre as asperezas das superfícies e a espessura do filme de lubrificante e a espessura do filme é da ordem de nanômetros.

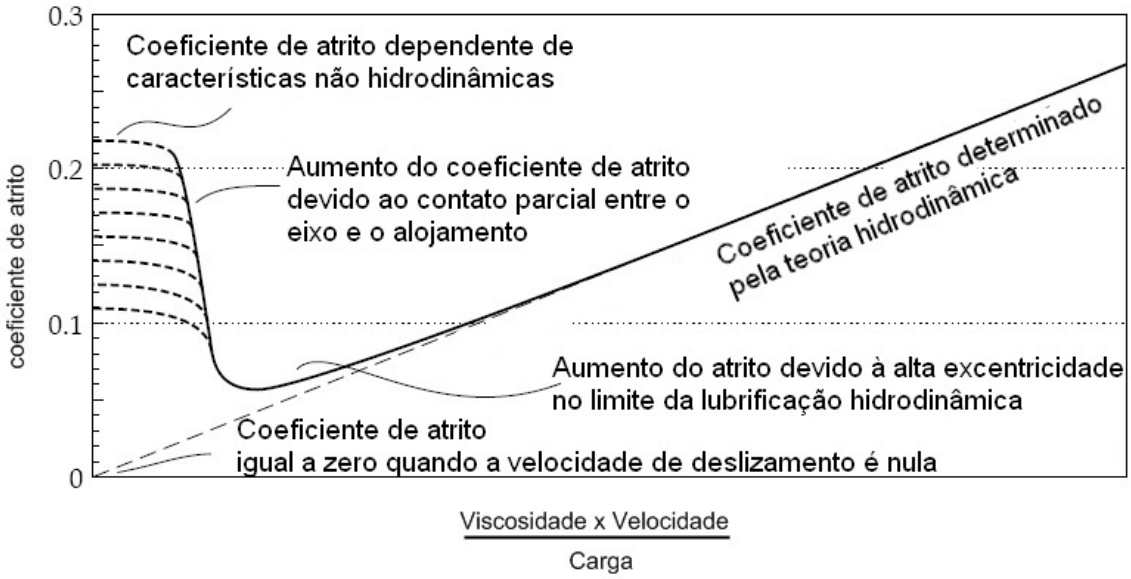


Figura 1.1 : Regimes de Lubrificação (Stachowiak e Batchelor, 2001).

1. 1. 2 Efeito Cunha e Filme Espremido

Duarte (2005) define mancal de deslizamento como sendo um elemento de máquina usado para separar peças rígidas, em movimento relativo, com a finalidade de diminuir o atrito entre elas. O seu projeto tem como objetivo suportar carregamentos estáticos e dinâmicos, sendo o princípio de operação divido em hidrostático, hidrodinâmico ou híbrido, que é a combinação dos dois primeiros. Em mancais hidrodinâmicos existe um movimento relativo entre as duas superfícies mecânicas de uma forma particular. O fluido é arrastado para o filme de lubrificante e são geradas pressões hidrodinâmicas que suportam a carga externa. Mancais hidrostáticos exigem

uma fonte externa de pressurização do fluido lubrificante para possibilitar a separação entre superfícies bem como suportar o carregamento sem que haja o contato mecânico. Combinando os mecanismos de lubrificação hidrodinâmico e hidrostático, tem-se a forma de atuação dos mancais híbridos.

O movimento relativo entre as superfícies do eixo e o alojamento do mancal pode causar dois fenômenos denominados efeito cunha (ou "wedge") e efeito de filme espremido (ou "squeeze") (Duarte, 2005). Estes mecanismos são responsáveis pela autopressurização em mancais dinâmicos.

No efeito "wedge" ou cunha, a rotação do eixo faz com que as partículas do fluido sejam arrastadas de uma região de maior volume para outra de menor volume, aumentando a sua pressão. Essa pressão tende a separar as superfícies sólidas e quando devidamente projetado, o mancal não apresentará contato entre o eixo e o alojamento, transferindo o atrito seco para o atrito viscoso do fluido lubrificante.

O efeito de "squeeze" ou prensamento aparece quando há uma velocidade radial do eixo e as partículas do fluido são prensadas entre o eixo e o alojamento, ocorrendo um aumento drástico da pressão nessa região.

O efeito conjunto destes dois mecanismos, cunha e de filme espremido, geram o campo de pressão responsável pela capacidade de sustentação das cargas em mancais dinâmicos.

a) Efeito Cunha b) Efeito de Filme Espremido

Figura 1.2 : Mecanismos de autopressurização em mancais hidrodinâmicos.

1. 1. 3 Lubrificantes

A função do lubrificante é controlar o atrito e o desgaste de um componente. Dessa forma as características mais importantes estão relacionadas com sua influência sobre estas duas características. Outras características importantes do lubrificante são a sua resistência à degradação, corrosão das superfícies de contato e finalmente o seu custo. Neste trabalho a informação relevante do fluido lubrificante será a sua viscosidade. Assim, é importante que seja definida o que é viscosidade e suas características.

Viscosidade é um dos parâmetro mais relevantes quando se trabalha com óleos lubrificantes. A viscosidade varia com a temperatura, taxa de cisalhamento e de pressão, sendo que a espessura do filme de óleo geralmente é proporcional a sua viscosidade (Stachowiak e Batchelor, 2001). Em uma análise mais superficial, seria de esperar que se escolhesse uma viscosidade mais alta de forma a se ter uma maior espessura de filme de óleo. Esta suposição não é a mais correta uma vez que um óleo mais viscoso demanda uma potência maior para "cisalhar", acarretando uma perda de potência e um aumento da temperatura. Assim, a escolha da viscosidade correta é feita com base no desempenho ótimo a uma dada temperatura.

A viscosidade dinâmica μ pode ser definidada como sendo:

$$\mu = \frac{\Gamma}{u/h} \tag{1-1}$$

onde :

Γ - tensão de cisalhamento [N/m^2] definido pela relação força/área

u – velocidade [m/s].

h – espessura do filme de óleo [m].

u/h - taxa de deformação de cisalhamento [s^{-1}] definido pela relação velocidade/espessura do filme de óleo.

μ - viscosidade [N.s/m^2] ou [Pa.s].

Em algumas situações é conveniente utilizar a definição de viscosidade cinemática ν_k , dada por:

$$\mu_k = \frac{\mu}{\rho} \tag{1-2}$$

onde :

μ - viscosidade [N.s/m^2] ou [Pa.s]

ρ - densidade do fluido [Kg/m^3]

μ_k – viscosidade cinemática [m^2/s]

A viscosidade cinemática é mais fácil de determinar experimentalmente e com uma grande precisão, segundo Hanrock, 2004.

Stachowiak e Batchelor, 2001 descrevem equações que aproximam a dependência da viscosidade com a temperatura, dadas pela tabela 1-1 abaixo.

Tabela 1.1 : Diferentes modelos para viscosidade dependente da temperatura

Nome	Equação	Comentários
Reynolds	$\mu = b.e^{-aT}$	Equação inicial, tem aplicação para um intervalo limitado de temperatura
Slotte	$\mu = \frac{a}{(b+T)^c}$	Razoável, útil para análises numéricas
Walther	$\mu_k + a = b.d^{1/T^c}$	Forma a base para gráfico ASTM de viscosidade X temperatura
Vogel	$\mu = a.e^{b/(T-c)}$	Mais acurada, muito útil em cálculos numéricos

Onde a,b,c,d são constantes

μ_k – viscosidade cinemática [m^2/s]

T – temperatura [K]

A relação da viscosidade com a temperatura é aproximada em Hamrock,2004 por:

$$\log(\log\mu + 1200) = S_0 \log\left(1 + \frac{t_m}{135}\right) + \log G_0 \tag{1-3}$$

onde :

μ - viscosidade [cP]

t_m – temperatura, [ºC]

G_0 – constante adimensional indicativa da variação da viscosidade do liquido

S_0 – constante adimensional que estabelece a inclinação da relação entre viscosidade e temperatura

Os modelos de variação da viscosidade com relação à temperatura são conhecidos. Uma forma de se abordar o problema térmico para se chegar nos valores de temperatura nos mancais é através de modelos numéricos termohidrodinâmicos (THD) ou de uma forma mais geral, considerando os efeitos elásticos e térmicos, conhecida por lubrificação termo-elasto-hidrodinâmico (TEHD) (Michaud, 2006). Isso torna a simulação bastante complexa e foge do escopo deste trabalho, que propõem o acoplamento do sistema dinâmico com o modelo numérico de mancal. Desta forma, o modelo de mancal assume que a viscosidade é constante.

1. 2 Revisão Bibliográfica

Os trabalhos de modelagem de compressores destacam a importância do mecanismo biela-manivela e pistão bem como a representação do sistema de mancais. Devido às semelhanças do funcionamento de compressores alternativos e motores à combustão, são destacados também alguns trabalhos nesta área e que ajudaram no aprimoramento do modelo numérico.

O trabalho de Dufour, Hagopian e Lalanne (1995) destaca que a partida e parada no funcionamento de um compressor são fontes de problemas mecânicos. Dessa forma, existe a necessidade de se obter um método para prever o movimento completo do mecanismo deste componente. Um estudo das equações, implementação de um código computacional e investigação experimental é feito com relação a estas condições de trabalho transiente (partida e parada).

Ainda segundo os autores, a predição pode ser melhorada através de um melhor conhecimento dos parâmetros de entrada como o torque motor, o diagrama de pressão e os coeficientes de atrito do mecanismo da biela-manivela. Além disso, eles destacam que o código não incluiu no modelo as equações eletromecânicas que correspondem aos os diferentes tipos de motores, o comportamento dos coeficientes de amortecimento e atrito do mecanismo da biela manivela e a predição da pressão do cilindro.

O estudo da dinâmica do movimento secundário do pistão de um compressor recíproco é justificado, segundo Prata, Fernandes e Fagotti (2001), por dois processos críticos relacionados com o fluxo de fluido nestes compressores. O primeiro processo é o vazamento de gás através da folga radial que pode causar uma perda considerável na eficiência de bombeamento do compressor. O segundo processo trata-se do atrito viscoso associando ao filme de fluido lubrificante na folga radial. No trabalho apresentado por estes autores, foi desenvolvido um programa para simular o comportamento de um pistão no interior de um cilindro de um compressor recíproco, incluindo o movimento axial e radial do pistão. Durante a operação, o pistão move-se ao longo da linha de centro do cilindro, mas o movimento oscilatório radial no interior do cilindro, apesar de ser geralmente pequeno, tem uma grande influência no desempenho e confiabilidade do compressor. A relação de compromisso entre a vazão de gás refrigerante através da folga entre o cilindro e o pistão e as perdas por atrito exigem uma análise detalhada do movimento de oscilação para um bom projeto.

Todas as forças e momentos correspondentes são incluídos na formulação do problema da dinâmica do pistão com a finalidade de determinar a trajetória, velocidade e aceleração do pistão a cada incremento de tempo. A força hidrodinâmica é obtida da integração da distribuição de pressão na camisa do pistão, que por sua vez, é determinada através da solução por volumes finitos da equação de Reynolds. O método interativo de Newton-Rapshon é utilizado para a resolver as equações da dinâmica do pistão. É dada uma ênfase na investigação do posicionamento do pino de ligação do pistão e a biela, folga radial e viscosidade do óleo na dinâmica do pistão.

Como resultado, observa-se que o movimento secundário do pistão devido às forças que sobre ele agem possui uma grande influência no seu desempenho, e é demonstrado que este movimento afeta significativamente o consumo de potência e a vazão de óleo entre a saia do pistão e o cilindro. A análise incorpora equações para a dinâmica do pistão e a biela, bem como a

equação de lubrificação aplicada à forma variável do filme de óleo presente na folga entre a saia do pistão e o cilindro.

São examinados os resultados para a trajetória do pistão, consumo de potência e vazão de óleo como função da localização do pino do pistão, folga radial entre o pistão e o cilindro e a viscosidade do lubrificante. É demonstrado, entre os resultados, que oscilações indesejáveis do pistão podem ser aumentadas significativamente se o pino do pistão é posicionado abaixo da linha de centro da saia do pistão. Nesta posição, a potência consumida e a vazão de óleo apresentam seus maiores valores.

O movimento secundário do pistão em um compressor alternativo também é investigado por Cho e Moon (2005), onde são apresentados resultados numéricos ilustrando o trabalho teórico. Segundo os autores, o movimento secundário do pistão influencia significativamente as principais características da lubrificação em um compressor recíproco, como vazamento de óleo, o fenômeno de batimento do pistão e a perda de potência por atrito. Dessa forma, os parâmetros de projeto que governam a dinâmica do pistão devem ser determinados baseando-se em uma investigação confiável das características dinâmicas. Como um passo preliminar de pesquisa, os autores realizam a análise por elementos finitos para a resposta dinâmica do pistão. Através do acoplamento do Método de Diferenças Finitas para o campo de lubrificação com o MEF para movimento dinâmico do pistão, a interação estrutura-lubrificante é aproximada numericamente em um compressor recíproco.

Uma análise numérica temporal acoplada da interação lubrificante-estrutura é apresentada, com a finalidade de investigar o movimento secundário do pistão em um compressor recíproco sem anel. A pressão do filme de óleo e a deformação estrutural são aproximadas, respectivamente, pelo Método de Diferenças Finitas e pelo Método de Elementos Finitos, e o contato geométrico entre o pistão e o cilindro é implementado pelo método de penalidades. Em especial, o pistão e o cilindro são tratados como corpos deformáveis na análise da interação lubrificante-estrutura com a finalidade de examinar o efeito da flexibilidade na mudança da folga radial. Através de experimentos numéricos, os autores confirmam a estabilidade e confiabilidade do método numérico proposto. Adicionalmente, o tratamento do contato através do método de penalidade é validado através da justificativa da trajetória do pistão. Por outro lado, é encontrado que a distribuição da pressão do filme de óleo é influenciada pela excentricidade e rotação do pistão, bem como a magnitude da pressão do gás. Através dos gráficos das forças resultantes e da

movimentação do pistão, a importância da localização do pino no movimento secundário do pistão pode ser aferida. Como regra, a vazão de óleo e o consumo de potência mostram o histórico de resposta no tempo dominado pelo padrão de velocidade do pistão, mas o ponto extremo em ambos os gráficos são influenciados pelo gradiente de pressão axial. Encontra-se também que a estrutura flexível causa um efeito considerável na mudança da folga radial, mesmo que sua magnitude varie com o modelo em consideração.

O trabalho desenvolvido por Gerardin (2005) consiste em determinar a distribuição de pressão e das forças atuantes nos mancais de um cilindro de um motor a combustão interna. Para isso é proposto um modelo relativo à dinâmica do sistema pistão biela – manivela que permite calcular as forças e folgas nos mancais e outro modelo relativo ao mancal hidrodinâmico, sendo este oriundo da equação de Reynolds e resolvido através do Método de Elementos Finitos. Os resultados do modelo dinâmico são comparados como o software AVL e os resultados são coerentes, mas a integração temporal para a resolução dos mancais hidrodinâmicos com o sistema dinâmico pistão-biela-manivela não é concretizada neste trabalho. A dificuldade encontrada está na convergência da integração das acelerações do mancal e é sugerido adotar um procedimento de integração mais robusto, por exemplo, baseado no método de Runge-Kutta.

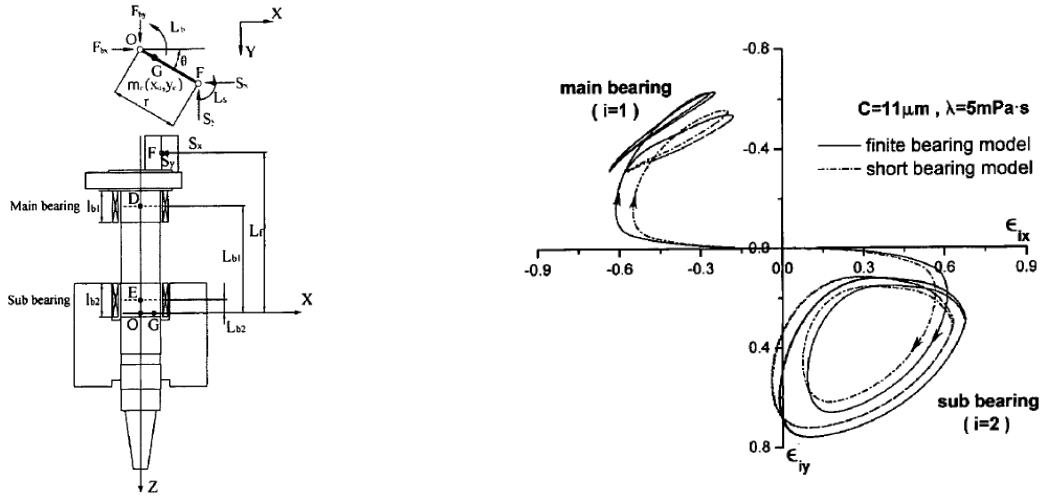
A solução dinâmica do sistema dinâmico biela-manivela sustentado através de mancais pode ser feita através da obtenção dos coeficientes de rigidez e amortecimento deste elemento de máquina. A variação dos coeficientes de rigidez e amortecimento no filme de óleo de um mancal sob a influência de grandes cargas dinâmicas é descrita por Hattori, H. (1993). O conjunto rotor e mancal é estudado através das equações de movimento do rotor acoplado à equação de Reynolds que descreve os mancais. Isto leva a um sistema não linear e os coeficientes de rigidez e amortecimento são determinados a partir dos deslocamentos e velocidades do centro do rotor. Os resultados indicam que os coeficientes de rigidez e amortecimento para os mancais variam em mais de uma ordem de grandeza, e que a não linearidade do filme de óleo influencia seriamente o movimento do rotor.

Sawicki, Jerzy e Rao (2004) investigam a variação dos coeficientes não lineares de rigidez e amortecimento em uma órbita de mancal com relação à posição de equilíbrio. A órbita do mancal é obtida através da solução combinada da equação de movimento e a equação de Reynolds. Na análise dinâmica linearizada, a pressão dinâmica é escrita como uma perturbação da pressão estática e dos gradientes de pressão na posição de equilíbrio. Os resultados indicaram

que a não linearidade do filme de óleo afeta o movimento do mancal a com alto número de Sommerfeld.

As influências da variação da folga radial dos mancais, da viscosidade do lubrificante, da massa e do momento de inércia do pistão e da biela no comportamento dinâmico e nos parâmetros operacionais como consumo de potência e vazão de óleo são investigados por Kim e Han (2004). Segundo os autores, a força de compressão de um gás refrigerante, a força viscosa e de inércia de um pistão e a força centrípeta da massa de balanceamento induz uma rotação do eixo em um pequeno compressor recíproco. Isto justifica o desenvolvimento de um modelo analítico para uma predição exata do comportamento dinâmico do mecanismo do compressor. O mecanismo do compressor recíproco é modelado dinamicamente, considerando a força de atrito viscosa do pistão e a variação no comprimento do contato do sistema cilindro-pistão. É feita então uma análise numérica para o comportamento dinâmico acoplado do pistão e o eixo. Um modelo de mancal finito é adotado para uma predição exata do comportamento dinâmico e das características da lubrificação do sistema de mancal da biela-manivela. Adicionalmente, a trajetória dinâmica e os parâmetros operacionais, como potência consumida e vazamento de óleo, são comparados aos resultados dos modelos de mancais finitos e a aproximação por mancais curtos, como mostra a Figura 1.3.

Este trabalho verificou que o modelo de mancal finito apresenta uma trajetória do eixo maior que àquela do modelo de mancal curto, sendo mostrado na Figura 1.3 (b) .

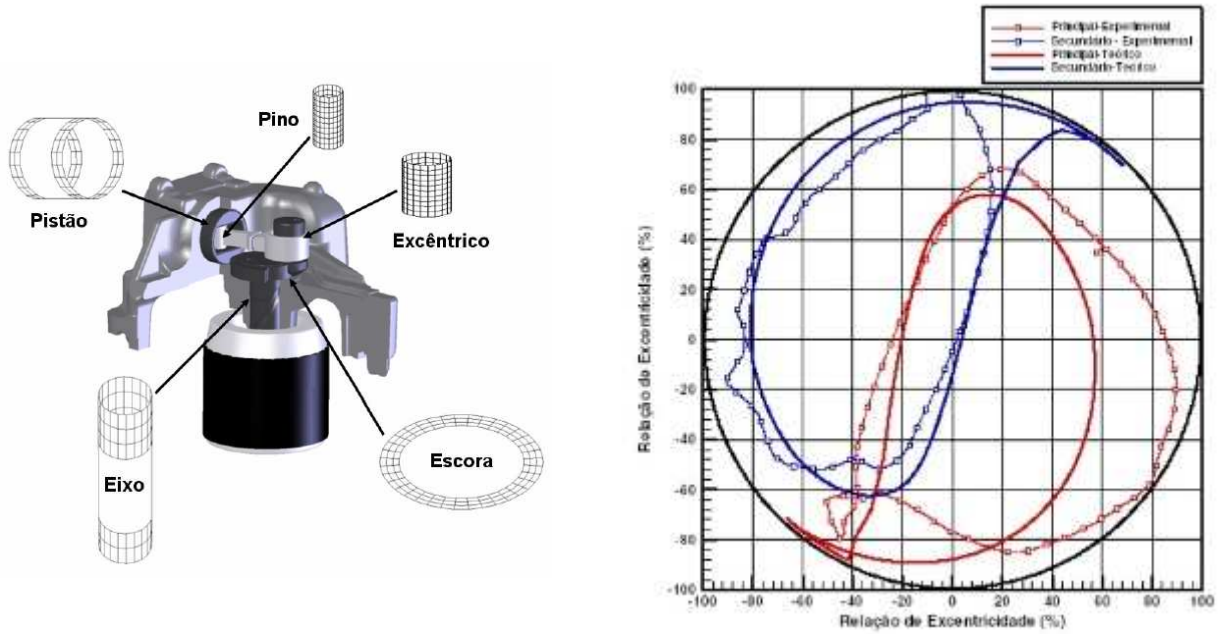


a) modelo do compressor b) órbitas do mancal principal e secundário

Figura 1.3 : Modelos do compressor e órbitas - Kim e Han (2004).

O problema de lubrificação em compressores alternativos é abordado por Couto (2006), onde é desenvolvida uma metodologia para a análise de mancais radiais hidrodinâmicos. Para isso desenvolveu-se uma bancada de testes para a realização de ensaios experimentais. Os resultados são utilizados para a validação dos modelos numéricos que contemplam os efeitos estáticos e dinâmicos, uma vez determinadas as principais grandezas hidrodinâmicas do mancal.

O modelo de mancal com carregamento dinâmico baseia-se na integração da equação de Reynolds através do Método de Elementos Finitos. Este método é escolhido pois a caracterização geométrica dos componentes é mais apropriada. Por fim, para a simulação do mecanismo de compressão de um compressor hermético recíproco, opta-se por desacoplar o problema de lubrificação dos mancais da cinemática e da dinâmica do mecanismo. Assim, o carregamento obtido no modelo dinâmico (com acoplamento pinado) é utilizado como dado de entrada para o modelo de mancal. O modelo do compressor e o resultado das órbitas estão representados na Figura 1.4 abaixo.



a) modelo do compressor b) órbitas do mancal principal e secundário

Figura 1.4 : Modelos do compressor e órbitas - Couto (2006).

Um modelo dinâmico com acoplamentos flexíveis dos componentes do compressor é proposto por Karen (2008), baseado na representação de mancais através de coeficientes de

amortecimento e rigidez. O modelo utiliza um mecanismo eixo, biela e pistão e prevê uma maior mobilidade dos mancais, uma vez que utiliza modelos flexíveis e incorpora o efeito giroscópio do eixo. Assim, os efeitos do desalinhamento dos componentes rotativos são considerados. Este fato representa um aperfeiçoamento da representação matemática atualmente em uso, que supõe mancais rotativos pinados.

A obtenção das equações diferenciais que representam o movimento deste componente é feita através do Método de Newton Euler e a sua resolução numérica, através do Método de Runge Kutta. Observa-se, a partir dos resultados obtidos com relação às forças nos mancais, que a modelagem dos mancais flexíveis produzem esforços diferenciados quando comparados com o modelo pinado. As órbitas estão representadas abaixo na Figura 1.5.

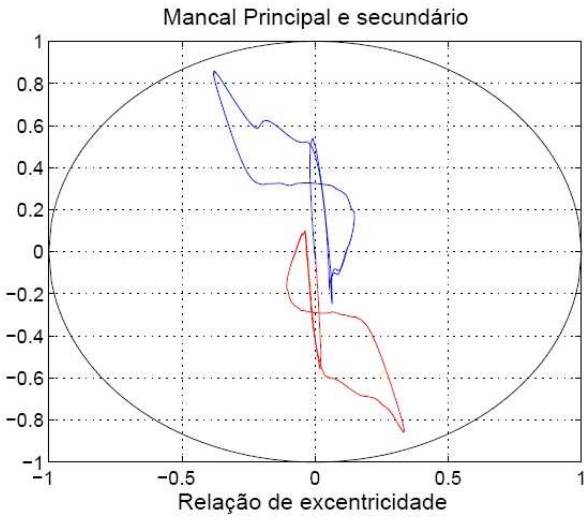


Figura 1.5 : Órbita dos mancais principal e secundário - Karen (2008).

1. 3 Organização do Texto

Uma revisão sobre o funcionamento de um sistema de refrigeração é feita no capítulo 2. O ciclo de compressão ideal é apresentado e é feita uma descrição detalhada dos componentes do compressor alternativo.

O desenvolvimento do modelo de mancal é feito no capítulo 3. Inicialmente é feita uma revisão da equação de Reynolds para mancais radiais. A solução analítica para mancais curtos e mancais longos é apresentada sendo usada para a validação do modelo de mancal finito. São

desenvolvidas três formas numéricas de integração da equação de Reynolds para mancais finitos, baseados no método de diferenças finitas, no método de elementos finitos e no método de volumes finitos. Uma comparação entre estes modelos com relação aos resultados analíticos é feita.

A modelagem dinâmica baseada no método de Newton Euller é apresentada no capítulo 4. As matrizes de transformação de coordenadas são definidas baseadas nos sistemas de coordenadas fixos em cada componente. A definição das equações de movimento em equações de estado e o método de integração numérico de Runge Kutta também são discutidos.

A integração do modelo dinâmico e o de mancais é feita no capítulo 5. O fluxograma do programa principal é apresentado.

Os resultados obtidos para a substituição gradual do modelo de mancal hidrodinâmico no modelo dinâmico é feito no capítulo 6.

A conclusão e propostas para a continuidade do trabalho são apresentadas no capítulo 7.

Capítulo 2

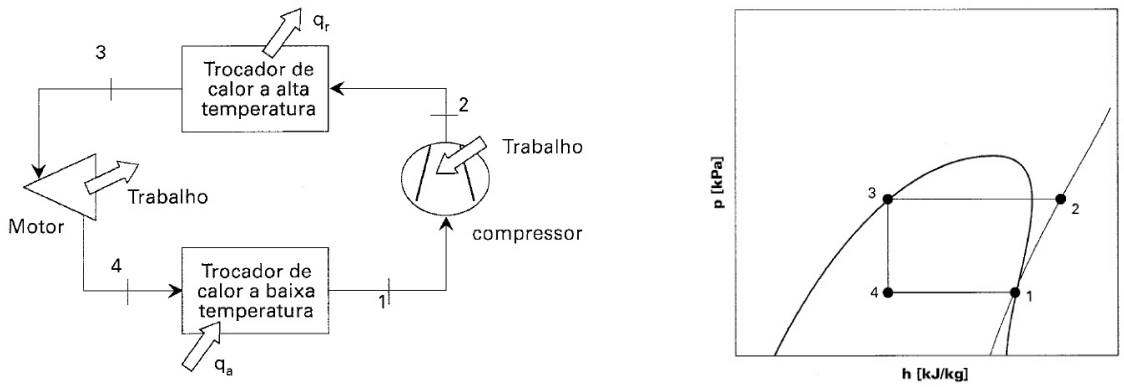
2 Compressores Alternativos

Compressores alternativos são utilizados em aplicações industriais e domésticas. A aplicação doméstica mais usual são os compressores de sistemas de refrigeração. Apresenta-se neste capítulo o ciclo de refrigeração, a descrição dos componentes de um compressor alternativo e a posição dos mancais existentes em tal equipamento.

2. 1 Ciclo de Refrigeração

O sistema de compressão mecânica de vapor é o mais utilizado entre os processos de refrigeração. Um sistema típico é apresentado na Figura 2.1(a) que mostra os principais componentes utilizados, que são compressor, condensador, válvula de expansão e evaporador.

O diagrama apresentado na Figura 2.1(b) ilustra o ciclo de compressão ideal. Neste ciclo, o fluido refrigerante entra no compressor no estado de vapor (1). O vapor é pressurizado a uma entropia constante e deixa o compressor no estado de vapor superaquecido (2). Em seguida, o vapor é inicialmente resfriado (3) e depois condensado (4) através da perda de calor promovida pelo condensador. Finalmente o fluido expande (5) devido a uma perda de pressão na válvula de expansão, resultando em uma mistura de líquido e vapor. A vaporização final deste fluido refrigerante é promovido no evaporador (5 a 1), retirando o calor do ambiente.



(a) (b)

Figura 2.1 : Sistema de refrigeração com os principais componentes e o Diagrama Temperatura – Entropia (Stoecker, Jabardo 2002).

O compressor é o principal componente do sistema de refrigeração. Ele transforma a energia elétrica em energia mecânica de bombeamento, que associado ao ciclo termodinâmico apresentado na Figura 2.1 possibilita a produção do frio. Alguns dos compressores usados em sistemas de refrigeração são alternativo, de pistão rolante, de parafuso, centrífugo e de palhetas. O compressor alternativo é o tipo mais amplamente utilizado na área da refrigeração, dentre estes, principalmente em aplicações domésticas pois apresentam a melhor eficiência termodinâmica, devido às suas menores perdas nos processos de compressão, sucção e descarga quando comparado aos demais mecanismos de compressão, mesmo que o efeito do seu volume morto resulte na menor eficiência volumétrica (Gomes, 2006). Além disso, dentre os compressores existentes, o compressor alternativo domina a faixa de capacidades inferiores a 300 kW (Stoecker, Jabardo 2002). Aspectos relacionados à fabricação também são importantes para a escolha do compressor alternativo para sistemas de refrigeração.

2. 2 Descrição dos Componentes do Compressor Alternativo

As principais partes que compõem um compressor alternativo são: carcaça, pistão, biela, eixo e válvulas. As funções da carcaça são isolar e proteger os componentes rotativos bem como armazenar o óleo lubrificante em sua parte inferior. Seu projeto estrutural deve ser projetado para resistir a pressão do gás refrigerante e seu formato tem influência na propagação de ruído do compressor.

O mecanismo biela-manivela de um compressor alternativo converte o movimento de rotação do eixo em deslocamento linear do pistão, sendo este utilizado pelo pistão para comprimir o fluido refrigerante em uma câmara de volume variável. As válvulas de sucção e de descarga dispostas convenientemente permitem que o fluido refrigerante seja aspirado, posteriormente comprimido e descarregado.

Uma representação detalhada do equacionamento da dinâmica do compressor fornece valores mais corretos de reação nos mancais deste componente (Karen, 2008). Além disso, permite obter resultados melhores na resolução dos efeitos de compressão e expansão do fluido refrigerante. Como resultado, espera-se uma melhor estimativa da vida útil e do rendimento do compressor.

Uma vez que os componentes do mecanismo trabalham com um movimento relativo entre si, existe a necessidade de uma mancalização que possibilite um funcionamento adequado destas peças. Um mau funcionamento dos mancais é motivo para que o rendimento desta máquina seja comprometido, ou até pare de funcionar. Por questões relacionadas a custo e a ruído, normalmente opta-se pelo emprego de mancais hidrodinâmicos (Couto, 2006).

O mancal consiste em um eixo rotacionando dentro de um alojamento fixo. O filme hidrodinâmico que suporta a carga é gerada entre as superfícies móveis do eixo e do alojamento (Stachowiak, Batchelor, 2001), evitando o seu contato (Duarte, 2005).

A Figura 2.2 abaixo representa o mecanismo de um compressor alternativo, com os componentes móveis e os mancais.

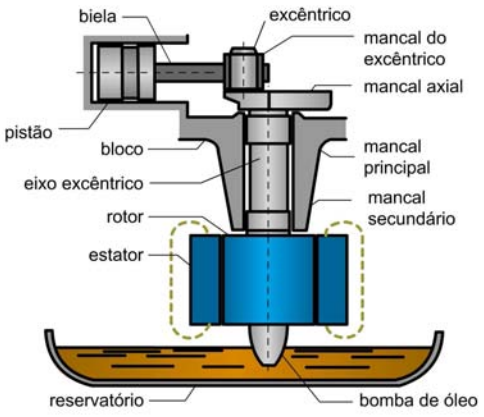


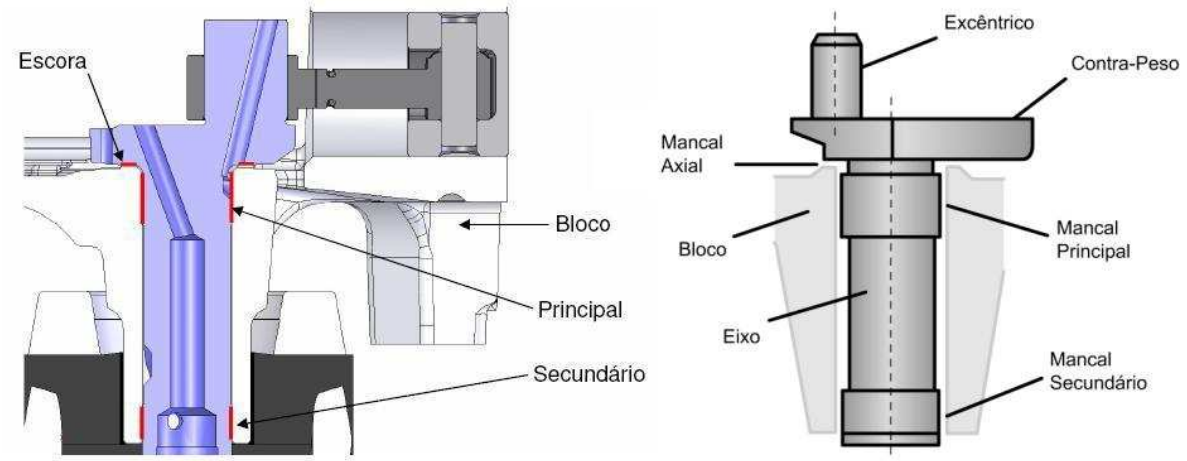
Figura 2.2 : Mecanismo de um compressor alternativo (Wisbeck, 2000).

2. 2. 1 Eixo de Acionamento do Compressor

O eixo de acionamento do compressor transmite o torque produzido no rotor, através do motor elétrico, até o excêntrico. Este componente é acoplado com o bloco através de dois mancais radiais e um mancal axial, como indicado na Figura 2.3. O excêntrico, que está ligado à biela através de um mancal, permite a conversão do movimento circular do eixo em movimento linear do pistão.

As forças que atuam no eixo são provenientes da sustentação hidrodinâmica dos mancais, da inércia do próprio eixo e dos esforços envolvidos na compressão do fluido refrigerante transmitidos pela biela.

Acoplado ao eixo, tem-se o rotor e o contrapeso que funcionam como um volante de inércia. O contrapeso serve para balancear a massa móvel do pistão e do olhal menor da biela.



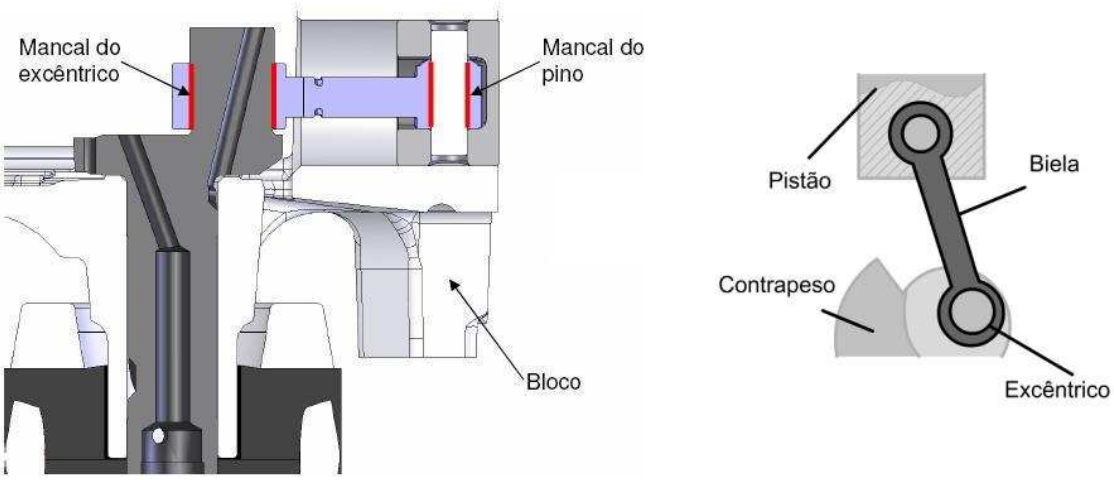
(a) (b)

Figura 2.3 : Descrição do eixo e seus mancais (Couto, 2006).

2. 2. 2 Biela

A biela tem como função transmitir os esforços do eixo para o pistão, ou seja, complementa o movimento de rotação do excêntrico de forma a ter um deslocamento linear do pistão.

A biela é uma haste que liga o excêntrico do eixo e o pistão. Esta ligação é feita através de mancais representados na Figura 2.4. As forças atuantes neste componente provêm destes dois mancais.



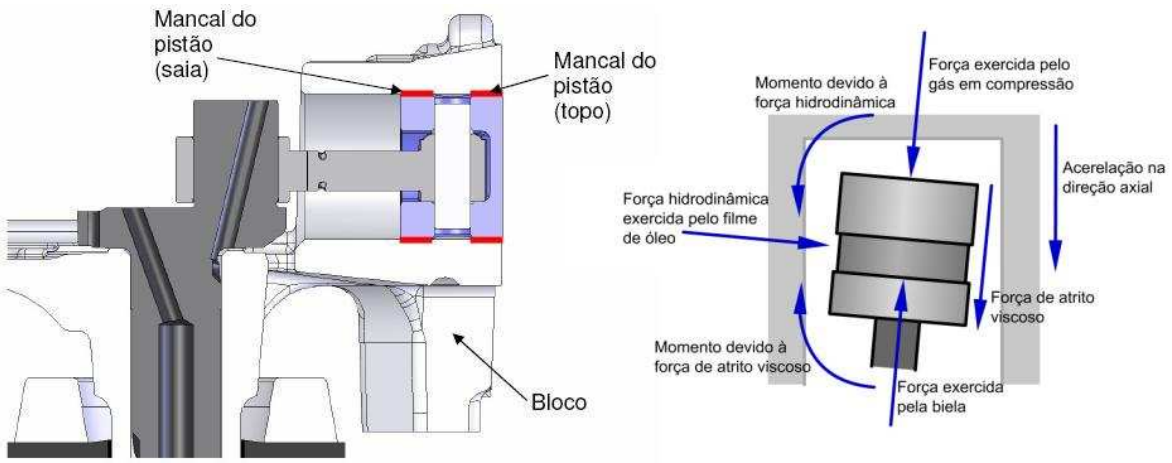
(a) (b)

Figura 2.4 : Descrição da biela e seus mancais (Couto, 2006).

2. 2. 3 Pistão

O pistão é utilizado para comprimir o fluido refrigerante através de um deslocamento axial. Esta compressão se deve à força exercida pela biela, sendo que as forças de atrito viscoso e de inércia também devem ser consideradas devido ao deslocamento do pistão. A existência de uma folga no pistão preenchida com óleo lubrificante é que proporciona a força de atrito viscosa. Além disso, esta folga faz com que apareçam forças na direção radial provocando deslocamentos que podem comprometer o funcionamento deste componente.

Abaixo encontra-se a Figura 2.5 indicando as forças que atuam no pistão e a posição do mancal do pistão.



(a) (b)

Figura 2.5 : Descrição do mancal do pistão e as forças atuantes neste componente (Couto, 2006).

Uma vez descrito o compressor alternativo e suas principais características mecânicas, os capítulos 3 e 4 irão descrever com mais detalhes o modelamento matemático do mancal radial e a dinâmica deste sistema.

Capítulo 3

3 Modelo Matemático de Mancal

Neste capítulo será desenvolvido o modelo computacional de mancal radial. Inicialmente será apresentada a equação de Reynolds que descreve a lubrificação hidrodinâmica a partir da equação de movimento de fluido em situações particulares. Soluções analíticas da equação de Reynolds são obtidas. As metodologias utilizadas para a obtenção das soluções através dos métodos de diferenças finitas (MDF), elementos finitos (MEF) e volumes finitos (MVF) são apresentadas.

3. 1 Considerações Geométricas

As características geométricas do mancal são apresentadas na Figura 3.1. As cargas aplicadas no mancal fazem com que o eixo apresente deslocamento com relação ao centro do alojamento (O – origem do sistema de coordenada do mancal). Esse deslocamento para a posição O' é chamado de excentricidade do eixo. Quando o eixo do mancal e o alojamento encontram-se concêntricos, a distância entre as suas superfícies é chamada de folga radial.

A relação de excentricidade ε é definida como sendo a razão da excentricidade (e) e a folga radial (C):

$$\varepsilon = \frac{e}{C} \ , \ 0 \leq \varepsilon \leq 1 \tag{3.1}$$

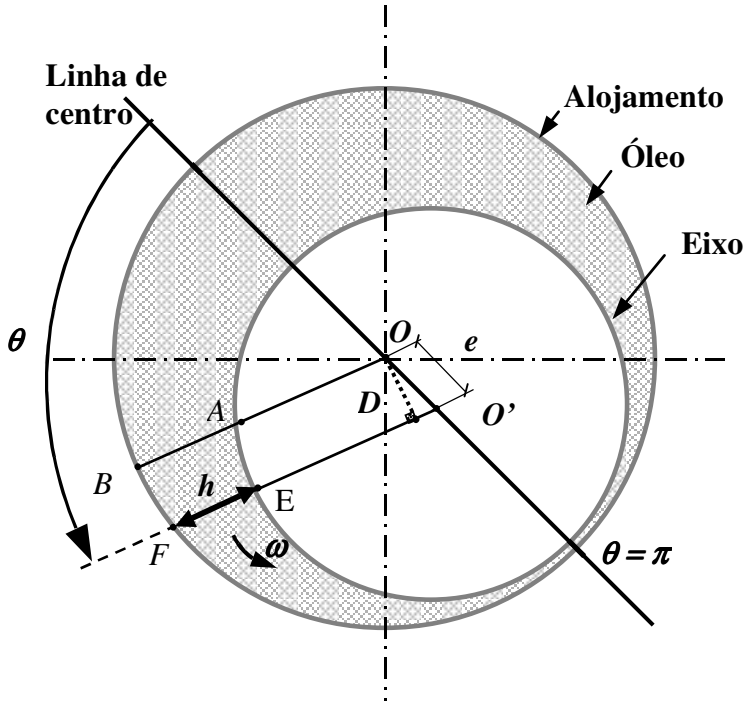


Figura 3.1 : Geometria do mancal hidrodinâmico.

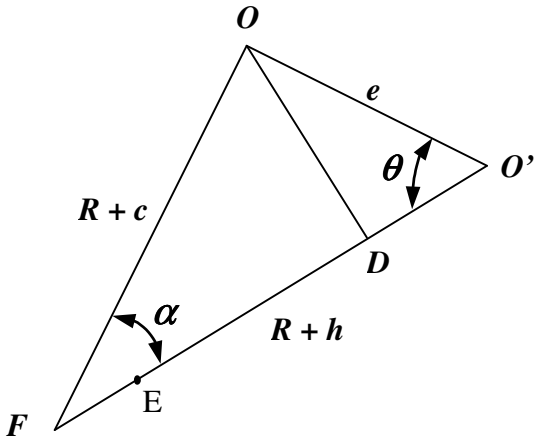


Figura 3.2 : Detalhe da geometria do mancal hidrodinâmico.

Segundo a aproximação feita por Stachowiak, Batchelor, 2001, o ângulo α pode ser considerado muito pequeno e pode-se escrever:

$$O'F = O'D + DF = O'O + OF \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{O'F} = \boldsymbol{e}\cos\theta + (\boldsymbol{R} + \boldsymbol{C})\cos\alpha = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{h} \tag{3.3}$$

Assim, a espessura do filme de óleo h fica:

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{e}\cos\theta + (\boldsymbol{R} + \boldsymbol{C})\cos\alpha - \boldsymbol{R} \tag{3.4}$$

Se α é muito pequeno

$$\cos\alpha \cong 1 \tag{3.5}$$

Assim:

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{C} + \boldsymbol{e}\cos\theta \tag{3.6}$$

Usando a relação de excentricidade dada em (3.1) :

$$h = C\left(1 + \varepsilon.\cos(\theta)\right) \tag{3.7}$$

Desta forma, tem-se que a espessura do filme de lubrificante (h) varia em função do ângulo θ, indicado na Figura 3.1 e Figura 3.2, da folga radial (C) e da relação de excentricidade.

3. 2 Equação de Reynolds

A dedução da equação de Reynolds, que descreve a lubrificação hidrodinâmica, pode ser feita a partir das equações de Navier Stokes e conservação da massa em coordenadas Cartesianas.

Hipóteses simplificativas:

- Efeitos de curvatura – levando em conta a hipótese de que a espessura do filme de óleo é muito menor que o diâmetro do mancal, os efeitos da curvatura são ignorados e utilizam-se as equações de Navier Stokes e de conservação de massa em coordenadas cartesianas.

- Escoamento laminar.

- Lubrificante é um fluido newtoniano – ou seja, a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação por cisalhamento é linear e dada pela viscosidade absoluta (Hamrock, 2004).

- O lubrificante é um fluido incompressível.

- Forças de campos externos desprezíveis – para um fluido não ionizado e sem efeitos de campos eletromagnéticos, o campo gravitacional é o único campo externo atuante e verifica-se que o efeito deste é muito pequeno quando comparado às forças devido ao campo de pressão (Durval, 2005).

- Forças inerciais desprezíveis quando comparadas com as forças devido à pressão interna (Durval, 2005) ou às forças viscosas (Prata, 1996).

- A pressão é considerada constante na direção perpendicular ao movimento (Durval, 2005 e Prata, 1996).

- Viscosidade constante ao longo do filme de óleo lubrificante – simplificação adotada para o cálculo do campo de pressão (Stachowiak, Batchelor, 2001).

- Como simplificação, a velocidade na direção Z, como indicada na Figura 3.3 abaixo, é considerada nula (Stachowiak, Batchelor, 2001) e portanto seu efeito não é considerado.

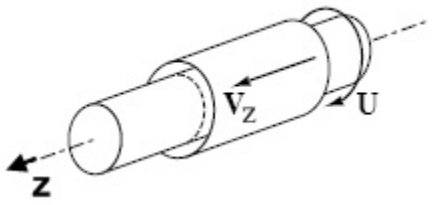


Figura 3.3 : Velocidade na direção z (Stachowiak, Batchelor, 2001).

Para um mancal radial, pode-se adotar um sistema de coordenadas conforme a Figura 3.4 abaixo:

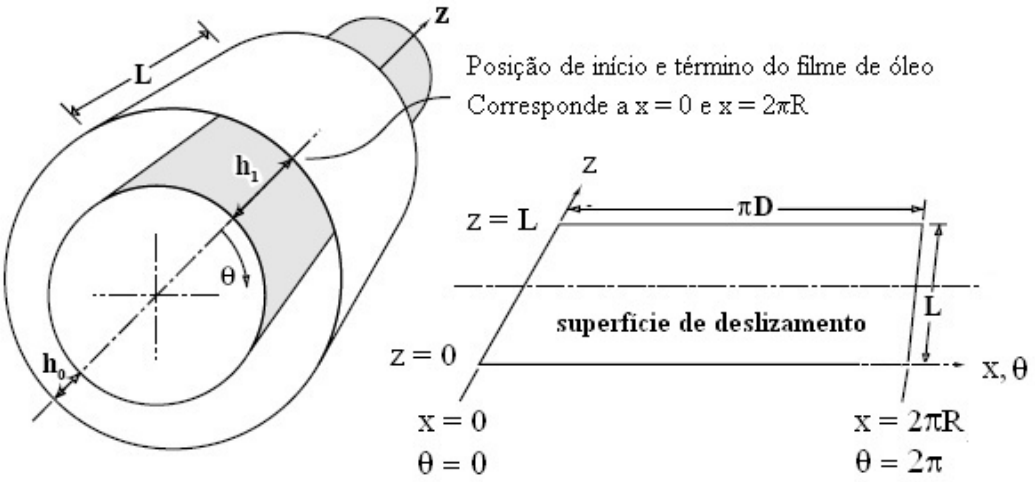


Figura 3.4 : Sistema de coordenadas para o mancal (Stachowiak, Batchelor, 2001).

A partir destas hipóteses, chega-se a equação de Reynolds para mancais radiais dada por Hamrock, Schmid, Jacobson, 2004, Duarte, 2005, Stachowiak, Batchelor, 2001 e Prata, 1992.:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3}{12\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{h^3}{12\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]=\left(\frac{U_2-U_1}{2}\right)\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t} \tag{3.8}$$

onde:

p – pressão [Pa]

h – espessura do filme de óleo [m]

U – velocidade tangencial [m/s]

μ - viscosidade [Pa.s]

R – raio [m]

x, z – coordenadas do filme de óleo [m]

Com relação aos mancais radiais com carregamento estático, não há variação da espessura do filme de lubrificante com relação ao tempo, assim o último termo do lado direito da equação é nulo.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3}{12\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{h^3}{12\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]=\left(\frac{U_2-U_1}{2}\right)\frac{\partial h}{\partial x} \tag{3.9}$$

Para o estudo de mancais radiais, ignorando os efeitos de curvatura (Prata, 1992), pode-se usar a relação:

$$\boldsymbol{dx = Rd\theta} \tag{3.10}$$

Considerando a velocidade U1 do alojamento como sendo nula, e rearranjando as equações (3.8) e (3.9) tem-se respectivamente (3.11) e (3.12):

$$\frac{1}{\boldsymbol{R}^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\boldsymbol{h}^3\left(\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial\theta}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\boldsymbol{h}^3\left(\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial z}\right)\right]=\frac{6\mu}{\boldsymbol{R}}\frac{\partial(\boldsymbol{hU})}{\partial\theta}+12\mu\frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{t}} \tag{3.11}$$

e para mancais com carregamento estático:

$$\frac{1}{\boldsymbol{R}^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\boldsymbol{h}^3\left(\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial\theta}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\boldsymbol{h}^3\left(\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial z}\right)\right]=\frac{6\mu}{\boldsymbol{R}}\frac{\partial(\boldsymbol{hU})}{\partial\theta} \tag{3.12}$$

3. 3 Condições de Contorno

A equação de Reynolds expressa por (3.8) a (3.12) requer 4 condições de contorno, duas em z e duas em x (Prata, 1992).

As condições de contorno associadas a coordenada z (largura do mancal) descrita no sistema de coordenada da Figura 3.4 são:

$$z = 0 \quad , \quad p = atm \tag{3.13}$$

$$z = largura \quad , \quad p = atm \tag{3.14}$$

Para a direção θ (em coordenadas cilíndricas), geralmente adota-se que para o início da formação do filme de óleo em $\theta = 0$ a pressão é igual à atmosférica (p = atm) Hamrock, 2004, Prata, 1992. Para o término do filme de óleo, tem-se três possibilidades:

- $p = atm$ em $\theta = 2\pi$ (condição de Sommerfeld)
- $p = atm$ em $\theta \geq \pi$ (condição de meio Sommerfeld)
- $p = atm$ quando $\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$ (condição de Reynolds)

Estas condições estão descritas na Figura 3.5 abaixo:

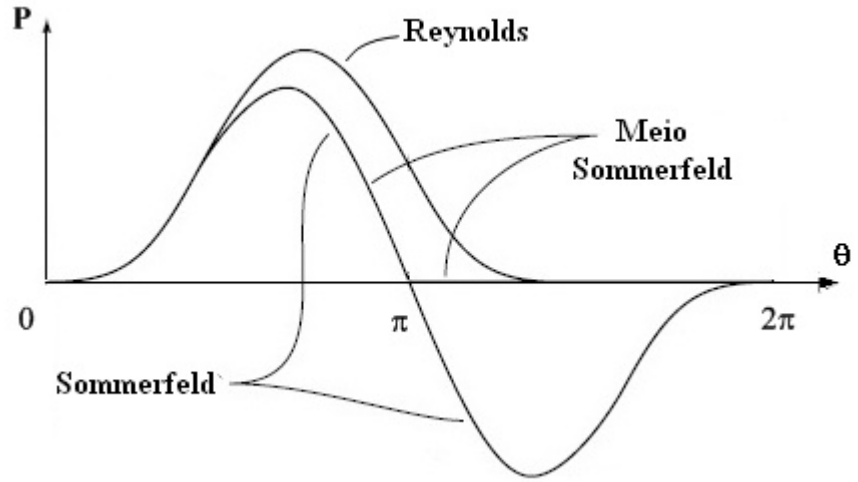


Figura 3.5 : Campo de Pressão para as condições de contorno de Sommerfeld, Meio Sommerfeld e Reynods (Stachowiak, Batchelor, 2001).

A condição de Reynolds é mais realística segundo Hamrock, 2004, a condição de meio Sommerfeld fornece resultados não muito diferentes da condição de Reynolds , Prata, 1992, e a condição de Sommerfeld é bastante irreal, uma vez que para esta condição não há força de sustentação hidrodinâmcia (Stachowiak, Batchelor, 2001).

3. 4 Solução Analítica

A equação de Reynolds apresentada pela equação (3.12) é bidimensional e são necessários métodos numéricos para obter a sua integração. A solução analítica é possível em dois casos particulares de mancal: mancais infinitamente longos (teoria de Sommerfeld) e mancais curtos (teoria de Ockvirk).

3. 4. 1 Mancais Longos

Mancais radiais onde a largura é muito maior que o diâmetro (em geral quando L/D>4, segundo Prata, 1992), os gradientes de pressão na direção axial podem ser ignorados quando comparados com os gradientes de pressão circunferencial, Prata, 1992 e Duarte, 2005.

As duas condições de contorno referentes à formação do filme de óleo, necessárias para a avaliar as duas constantes que aparecem na integração analítica, vêm das informações do início e término do filme de óleo (Prata, 1992). Para o início e final do filme de óleo, as condições de contorno são:

$$\text{para } \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad p(0) = p_{atm} \tag{3.15}$$

$$\text{para } \theta = 2\pi \quad \Rightarrow \quad p(2\pi) = p(0) \tag{3.16}$$

Para estas condições, a pressão varia com relação ao ângulo θ da seguinte maneira:

$$p(\theta) = \frac{6\mu U R \varepsilon}{C^2} \frac{\left[2 + \varepsilon \cos(\theta)\right] \operatorname{sen}(\theta)}{\left(2 + \varepsilon^2\right)\left[1 + \varepsilon \cos(\theta)\right]^2} \tag{3.17}$$

A forma do campo de pressão típica é dada por um gráfico de coordenadas (P,θ), onde a pressão é função apenas de θ e a dimensão da coordenada z (largura do mancal) não é representada. Uma curva de pressão para um mancal longo é apresentado na Figura 3.6 .

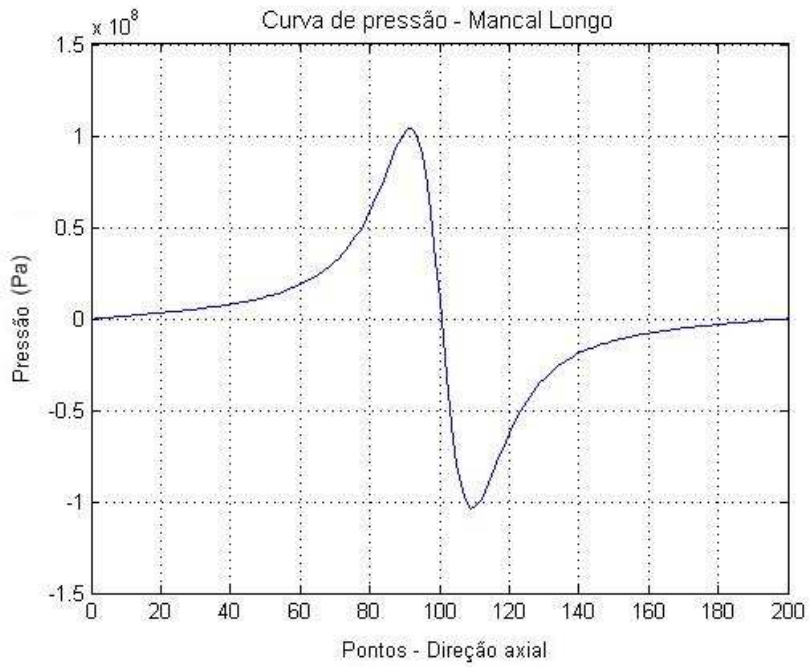


Figura 3.6 : Curva de pressão para mancal longo.

A expressão (3.17) para mancais longos foi adotada utilizando a condição de Sommerfeld para a pressão no término do filme de óleo. Pode-se adotar outras condições de contorno, como as de Meio Sommerfeld ou de Reynolds.

3. 4. 2 Mancais Curtos

Mancais radiais onde a largura é muito menor que o diâmetro (em geral quando L/D < 1/4, segundo Prata, 1992), os gradientes de pressão na direção circunferencial podem ser desconsiderados quando comparados com o gradiente de pressão na direção axial, Prata, 1992 e Duarte, 2005.

Esta aproximação por mancais curtos foi estudada e aplicada por Ocvirk e Dubois. Esta solução foi introduzida para mancais em motores de combustão interna (Stachowiak, Batchelor, 2001), sendo bastante utilizadas até o final da década de 80 (Durval, 2005).

As duas condições de contorno necessárias para a integração analítica para mancais curtos são dadas por:

para z=-L/2 => $p(-L/2) = p_{atm}$ (3.18)

para z=L/2 => $p(L/2) = p_{atm}$ (3.19)

A solução da equação de Reynolds para estas condições é dada pela expressão:

$$p(z) = -\frac{3\mu\omega\varepsilon sen(\theta)}{C^2\left[1+\varepsilon\cos(\theta)\right]^3}\left[z^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right] \tag{3.20}$$

A distribuição da pressão para a aproximação de mancal curto é feita com relação às coordenadas z (largura) e θ . Desta forma a representação da pressão é feita em um terceiro eixo coordenado, como representado na Figura 3.7 abaixo.

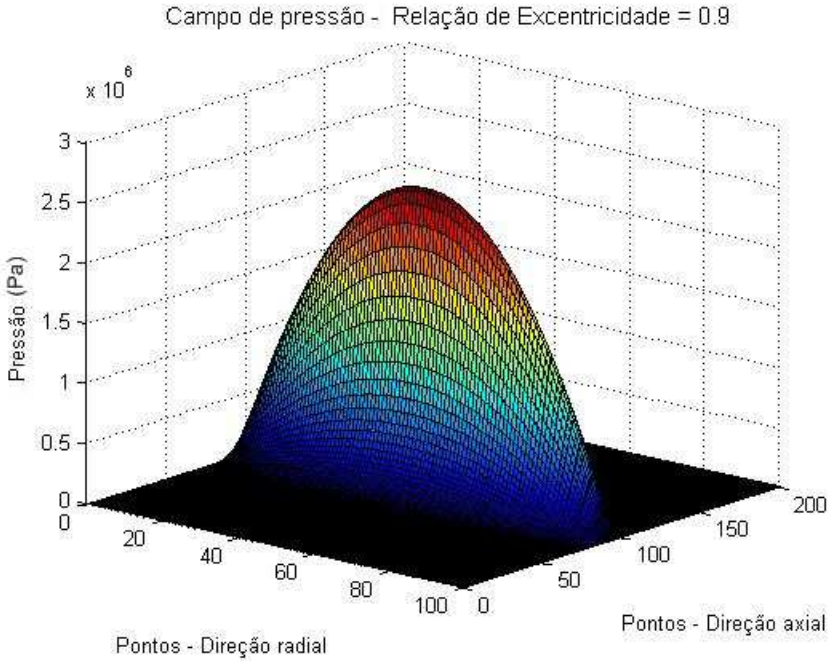


Figura 3.7 : Curva de pressão para mancal curto.

3. 5 Mancais Finitos

A solução da equação de Reynolds para mancais finitos requer uma integração numérica. Dois métodos têm sido usados com sucesso para a solução desta equação: diferenças finitas e elementos finitos, conforme Duarte, 2005. O método de volumes finitos descrito por Prata, 1992, também é implementado para o estudo dos efeitos da cavitação.

3. 5. 1 Solução por Diferenças Finitas

O método de diferenças finitas é um método numérico para se obter uma solução aproximada de uma equação diferencial. Este método baseia-se na expansão em série de Taylor da função derivada.

A apresentação do método das diferenças finitas a seguir está baseada na referência Duarte, 2005. O domínio do problema é dado por : $0 \leq x \leq Lx$ e $0 \leq z \leq Lz$, onde a largura do mancal é dado por Lx e desprezando o efeito da curvatura, o comprimento da superfície de deslizamento = $2\pi R$ = Lx. A Figura 3.8 abaixo descreve a superfície de deslizamento do mancal.

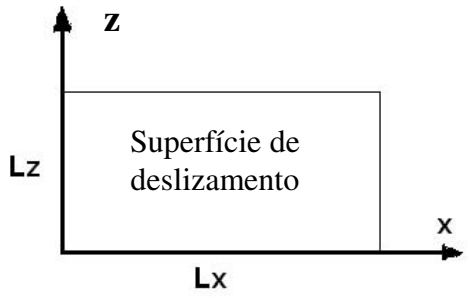


Figura 3.8 : Superfície de deslizamento.

Dividindo-se este domínio uniformemente em Ix pontos na direção X e Iz pontos na direção Z tem-se uma malha de diferenças finitas para problemas bidimensionais descrita na Figura 3.9 abaixo. Os valores de Δx e Δz são dados por:

$$\Delta x = \frac{Lx}{Ix - 1} \tag{3.21}$$

e

$$\Delta z = \frac{Lz}{Iz - 1} \tag{3.22}$$

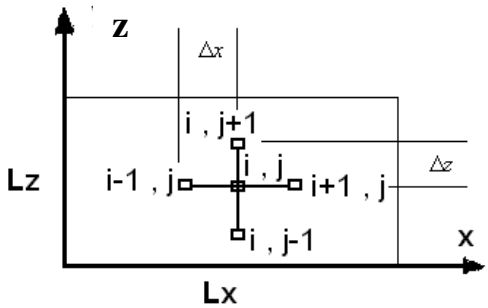


Figura 3.9 : Malha de diferenças finitas para problemas bidimensionais.

As pressões nos pontos vizinhos podem ser calculados por série de Taylor:

$$\boldsymbol{p}_{1+1,j} = \boldsymbol{p}_{1,j} + \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{x}} \Delta \boldsymbol{x} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{x}^2} \frac{\Delta \boldsymbol{x}^2}{2!} + \boldsymbol{E}_1 (\Delta \boldsymbol{x}^3) \tag{3.23}$$

$$\boldsymbol{p}_{1-1,j} = \boldsymbol{p}_{1,j} - \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{x}} \Delta \boldsymbol{x} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{x}^2} \frac{\Delta \boldsymbol{x}^2}{2!} + \boldsymbol{E}_2 (\Delta \boldsymbol{x}^3) \tag{3.24}$$

onde $E1(\Delta x^3)$ e $E2(\Delta x^3)$ são erros de truncamento de terceira ordem.

Após algumas manipulações, as derivadas podem ser aproximadas pelas seguintes equações algébricas:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial x} &\approx \frac{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}{2\Delta x} & \frac{\partial p}{\partial z} &\approx \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j-1}}{2\Delta z} \\
\frac{\partial h}{\partial x} &\approx \frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} & \frac{\partial h}{\partial z} &\approx \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j-1}}{2\Delta h} \\
\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &\approx \frac{p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}}{\Delta x^2} & \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &\approx \frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{\Delta z^2}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Desenvolvendo a equação de Reynolds para mancal estático, tem-se:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{h}{3}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)+\frac{h}{3}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right)=\frac{2\mu R\omega}{h^2}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \tag{3.26}$$

Re-arranjando (para isolar os termos de pressão)

$$p_{i,j}=\frac{1}{\frac{2h_{i,j}}{3}\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta z^2}\right)}\left\{p_{i-1,j}\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta x^2}-\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{4\Delta x^2}\right)+p_{i+1,j}\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta x^2}+\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{4\Delta x^2}\right)+\right.$$
$$\left.p_{i,j-1}\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta z^2}-\frac{h_{i,j+1}-h_{i,j-1}}{4\Delta z^2}\right)+p_{i,j+1}\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta z^2}+\frac{h_{i,j+1}-h_{i,j-1}}{4\Delta z^2}\right)+\frac{2\mu U}{h^2{}_{i,j}}\left(\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)\right\} \tag{3.27}$$

Que pode ser expressa da seguinte maneira:

$$p_{i,j}=\frac{\left[E_e\ p_{i-1,j}+E_d\ p_{i+1,j}+E_i\ p_{i,j-1}+E_s\ p_{i,j+1}+E_c\ \right]}{H}$$
$$i=2,3,\cdots,(I_x-1)\quad;\quad j=2,3,\cdots,(I_z-1) \tag{3.28}$$

Onde as expressões dos coeficientes E_e , E_d, E_i, E_s, E_c e H são:

$$\mathrm{E_e}=\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta x^2}-\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{4\Delta x^2}\right)\qquad \mathrm{E_d}=\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta x^2}+\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{4\Delta x^2}\right)$$
$$\mathrm{E_i}=\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta z^2}-\frac{h_{i,j+1}-h_{i,j-1}}{4\Delta z^2}\right)\qquad \mathrm{E_s}=\left(\frac{h_{i,j}}{3\Delta z^2}+\frac{h_{i,j+1}-h_{i,j-1}}{4\Delta z^2}\right) \tag{3.29}$$
$$\mathrm{E_c}=-\frac{2\mu U}{h^2{}_{i,j}}\left(\frac{h_{i+1,j}-h_{i-1,j}}{2\Delta x}\right)\qquad \mathrm{H}=\frac{2h_{i,j}}{3}\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta z^2}\right)$$

3. 5. 2 Solução por Volumes Finitos

O método de volumes finitos baseia-se em aproximar a integral de uma equação diferencial sobre domínios discretos chamados volumes finitos. Este método fundamenta-se em uma abordagem física do problema representado pela equação diferencial. Para a implementação deste método, é apresentada inicialmente uma adimensionalização da equação de Reynolds.

Adimensionalização da Equação de Reynolds

A adimensionalização consiste na substituição das variáveis reais da equação (de Reynolds, por exemplo) por relações entre dois ou mais parâmetros reais. Este procedimento estende a generalização da solução numérica, diminui o número de parâmetros de controle e conseqüentemente o número de parâmetros de entrada (Stachowiak, Batchelor, 2001).

Introduzindo as variáveis adimensionais:

$$p^* = \frac{pC^2}{6U\mu R} \tag{3.30}$$

$$\xi = \frac{z}{R} \tag{3.31}$$

onde :

p – pressão [Pa]

C – folga radial [m]

U – velocidade tangencial [m/s]

μ - viscosidade [Pa.s]

R – raio [m]

z – coordenada do filme de óleo [m]

Com o objetivo de melhorar a precisão da solução numérica da equação de Reynolds, é proposto o parâmetro de Vogelpohl (Stachowiak, Batchelor, 2001), definido como :

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p}^{*}\left(1+\boldsymbol{e}\cos\theta\right)^{3/2} = \frac{\boldsymbol{pC}^{2}}{6\boldsymbol{U}\mu\boldsymbol{R}}\left(1+\boldsymbol{e}\cos\theta\right)^{3/2} \tag{3.32}$$

A utilização do parâmetro de Vogelpohl simplifica os operadores diferencial da equação de Reynolds e diminui o efeito de gradientes muito elevados de pressão associados à diminuição da espessura do filme de óleo (Prata, 1992 e Stachowiak, Batchelor, 2001). As características do parâmetro "P" e "p*" estão apresentados na Figura 3.10 abaixo.

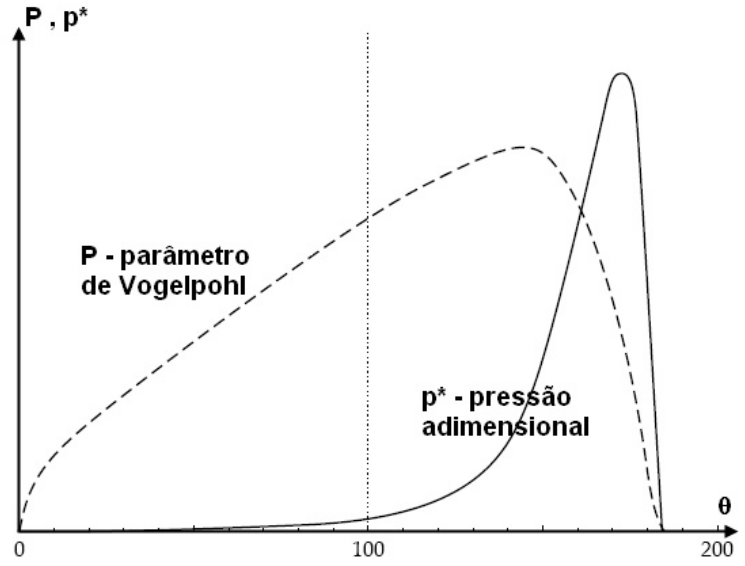


Figura 3.10 : Variação do parâmetro de Vogelpohl e da pressão adimensional no centro de um mancal cuja relação Largura/Diâmetro = 1 e ε = 0.95 (Stachowiak, Batchelor, 2001).

A equação de Reynolds se torna:

$$\frac{\partial^{2}\boldsymbol{P}}{\partial\xi^{2}} + \frac{\partial^{2}\boldsymbol{P}}{\partial\theta^{2}} = \boldsymbol{G}(\theta) + \boldsymbol{F}(\theta)\boldsymbol{P} \tag{3.33}$$

onde

$$\boldsymbol{G}(\theta) = -\frac{\boldsymbol{e}\,\mathrm{sen}\,\theta}{(1+\boldsymbol{e}\cos\theta)^{3/2}} \tag{3.34}$$

e

$$\boldsymbol{F}(\theta) = -\frac{3}{4}\left(\frac{2\boldsymbol{e}\cos\theta + \boldsymbol{e}^2(\cos\theta)^2 + \boldsymbol{e}^2\cos 2\theta}{(1+\boldsymbol{e}\cos\theta)^2}\right) \tag{3.35}$$

A equação (3.33) é válida para a região onde o filme de óleo pode ser considerado contínuo. Com o objetivo de caracterizar o filme de óleo, Prata, 1992 propõe que a fronteira de cavitação ocorra em $\pi+\alpha$, onde α é função da coordenada ξ, como indicada na Figura 3.11.

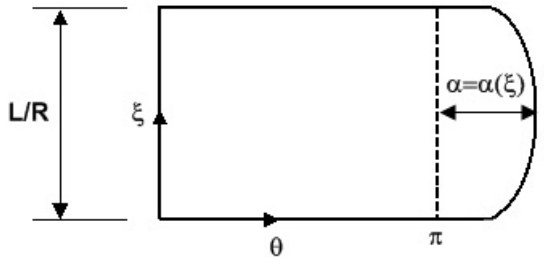


Figura 3.11 : Região preenchida com filme de óleo (Prata, 1992).

Definido a fronteira de cavitação, Prata, 1992 propõe uma transformação de coordenadas de forma que:

$$\eta = \frac{\theta}{\pi + \alpha} \tag{3.36}$$

Esta transformação é representada na Figura 3.12:

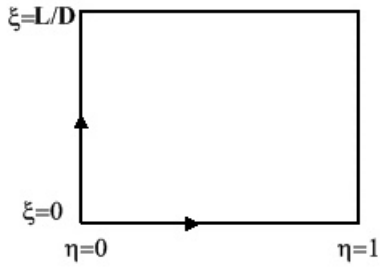


Figura 3.12 : Novo domínio (Prata, 1992).

A transformação de coordenadas proposta em (3.36) faz com que o domínio de solução seja fixo e conhecido. O novo domínio é então definido como mostra a Figura 3.12 e dessa forma a

informação sobre a fronteira de cavitação fica embutida na equação diferencial do problema (Prata, 1992).

Neste novo sistema de coordenadas, a equação de Reynolds fica então (Prata, 1992):

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{(\pi+\alpha)^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial \eta^2} = \boldsymbol{G}(\theta) + \boldsymbol{F}(\theta)\boldsymbol{P} \tag{3.37}$$

Onde e G(θ) e F(θ) são dados respectivamente por (3.34) e (3.35). A coordenada θ é representada por:

$$\theta = (\pi + \alpha)\eta \tag{3.38}$$

Discretização da Equação de Reynolds por Volumes Finitos

O método de volumes finitos é tratado com detalhes em Pantakar, 1980 , sendo muito utilizado em problemas de transferência de calor. Prata, 1992, utiliza este método para problemas de lubrificação, sendo apresentado a seguir.

O volume de controle no qual é feita a integração da equação de Reynolds é apresentada na Figura 3.13 abaixo.

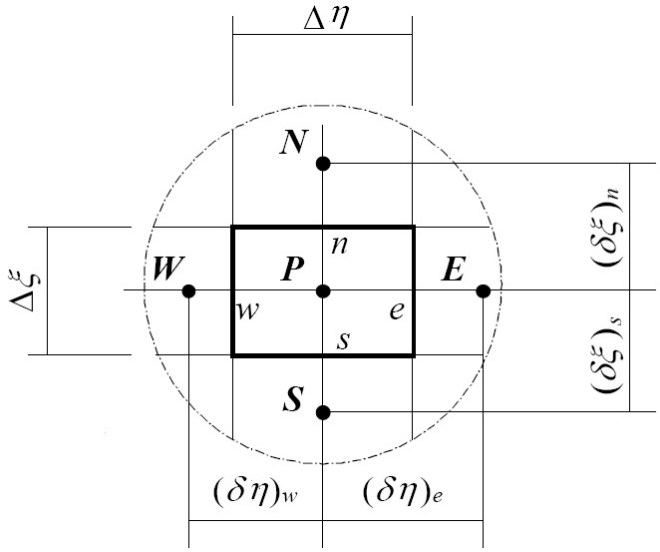


Figura 3.13 : Volume de controle no domínio discretizado (Wisbeck, 2000).

Integrando a equação (3.37) ao longo de ξ e θ resulta em:

$$\Delta\eta\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}\Big|_n - \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}\Big|_s\right) + \frac{\Delta\xi}{(\pi+\alpha)^2}\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \eta}\Big|_e - \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \eta}\Big|_w\right) = \boldsymbol{S}_p(\theta)\Delta\xi\Delta\eta \tag{3.39}$$

Onde S(θ) é calculado por:

$$\boldsymbol{S}(\theta) = \boldsymbol{S}_p(\theta) = \boldsymbol{G}(\theta_p) + \boldsymbol{F}(\theta_p)\boldsymbol{P}_p \tag{3.40}$$

Para as derivadas nas faces do volume de controle são utilizadas aproximações lineares, indicadas abaixo:

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}\Big|_n = \frac{\boldsymbol{P}_n - \boldsymbol{P}_p}{\delta\xi_n} \tag{3.41}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \eta}\Big|_e = \frac{\boldsymbol{P}_e - \boldsymbol{P}_p}{\delta\eta_e} \tag{3.42}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}\Big|_s = \frac{\boldsymbol{P}_p - \boldsymbol{P}_s}{\delta\xi_s} \tag{3.43}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \eta}\Big|_w = \frac{\boldsymbol{P}_p - \boldsymbol{P}_w}{\delta\eta_w} \tag{3.44}$$

Através da substituição das expressões (3.41), (3.42), (3.43) e (3.44) em (3.39) chega-se à equação algébrica final:

$$\boldsymbol{a}_p\boldsymbol{P}_p = \boldsymbol{a}_n\boldsymbol{P}_n + \boldsymbol{a}_s\boldsymbol{P}_s + \boldsymbol{a}_e\boldsymbol{P}_e + \boldsymbol{a}_w\boldsymbol{P}_w + \boldsymbol{S}^* \tag{3.45}$$

onde :

$$\boldsymbol{a}_n = \frac{\Delta\eta}{\delta\xi_n} \tag{3.46}$$

$$\boldsymbol{a}_s = \frac{\Delta\eta}{\delta\xi_s} \tag{3.47}$$

$$\boldsymbol{a}_e = \frac{1}{(\pi+\alpha)^2}\frac{\Delta\xi}{\delta\eta_e} \tag{3.48}$$

$$\boldsymbol{a}_w = \frac{1}{(\pi+\alpha)^2}\frac{\Delta\xi}{\delta\eta_w} \tag{3.49}$$

$$\boldsymbol{a}_p = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_s + \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_w + \boldsymbol{F}(\theta_p)\Delta\xi\Delta\eta \tag{3.50}$$

$$\boldsymbol{S}^* = -\boldsymbol{G}(\theta_p)\Delta\xi\Delta\eta \tag{3.51}$$

Cavitação

A proposta de tratamento do fenômeno de cavitação, que aparece com a inserção do ângulo α na equação (3.36), baseia-se em Prata, 1992. Este ângulo é melhor caracterizado na Figura 3.11, onde a fronteira de cavitação ocorre em $\pi + \alpha$.

O volume de controle adjacente à fronteira de cavitação é mostrado na Figura 3.14 (a). A continuidade do filme de óleo em cada face do volume de controle, indicada na Figura 3.14 (b), leva ao balanço de massa descrito na equação (3.52):

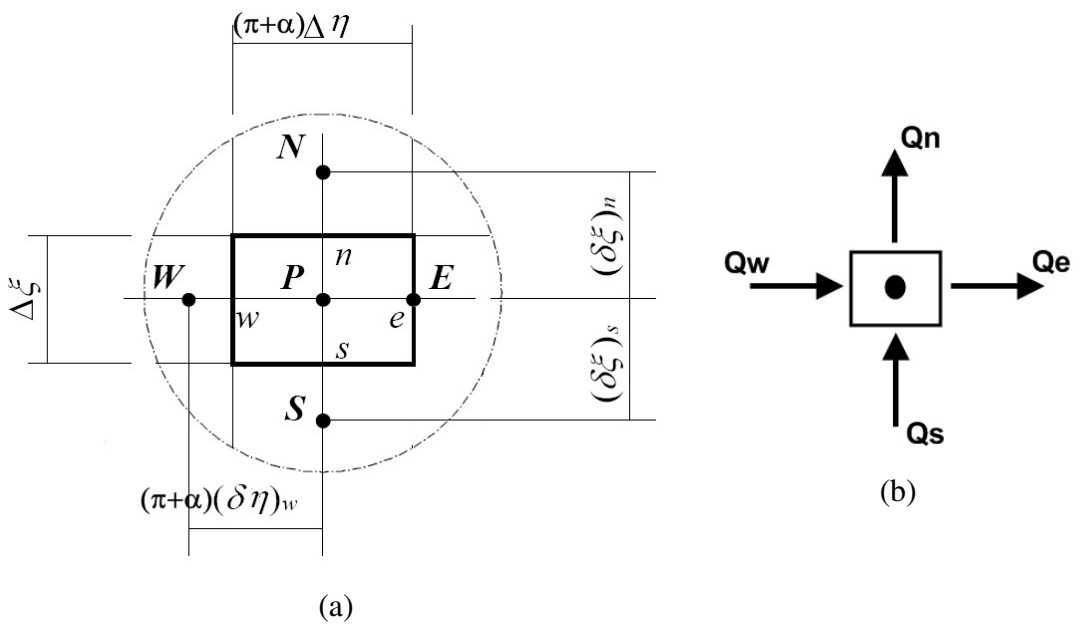


Figura 3.14 : Volume de controle adjacente à fronteira de cavitação (Prata, 1992).

$$\boldsymbol{Q_w} + \boldsymbol{Q_s} = \boldsymbol{Q_e} + \boldsymbol{Q_n} \tag{3.52}$$

A equação (3.52) pode ser escrita como:

$$\boldsymbol{q}\,|_{\eta_w}\ \Delta\xi + \boldsymbol{q}\,|_{\xi_s}\ (\pi+\alpha)\Delta\eta = \boldsymbol{q}\,|_{\eta_e}\ \Delta\xi + \boldsymbol{q}\,|_{\xi_n}\ (\pi+\alpha)\Delta\eta \tag{3.53}$$

Onde q é a vazão volumétrica por unidade de profundidade é calculada por:

$$\boldsymbol{q}\,|_{\eta} = \frac{-\boldsymbol{h}^3}{12\mu\boldsymbol{R}(\pi+\alpha)}\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \eta} + \frac{\boldsymbol{Uh}}{2} \tag{3.54}$$

e

$$\boldsymbol{q}\,|_{\xi} = \frac{-\boldsymbol{h}^3}{12\mu\boldsymbol{R}}\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \xi} \tag{3.55}$$

Definindo a vazão adimensional como:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{2\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{cU}} \tag{3.56}$$

E utilizando o conceito de pressão adimensional P dado pela expressão (3.32), o balanço de massa apresentado em (3.53) pode ser expresso por:

$$\boldsymbol{Q}|_{\eta_w}\ \Delta\xi + \boldsymbol{Q}|_{\xi_s}\ (\pi+\alpha)\Delta\eta = \boldsymbol{Q}|_{\eta_e}\ \Delta\xi + \boldsymbol{Q}|_{\xi_n}\ (\pi+\alpha)\Delta\eta \tag{3.57}$$

Onde $\boldsymbol{Q}|_{\eta_w}$, $\boldsymbol{Q}|_{\eta_e}$, $\boldsymbol{Q}|_{\xi_n}$ e $\boldsymbol{Q}|_{\xi_s}$ são as vazões adimensionais nas faces oeste, leste, norte e sul respectivamente.

As vazões adimensionais Q dependem das derivadas de P com relação a ξ e η. Estas derivadas são aproximadas linearmente com base no volume de controle apresentado na Figura 3.14 (a) e são indicadas abaixo:

$$\boldsymbol{P}|_w = \frac{\boldsymbol{P}_p + \boldsymbol{P}_w}{2} \tag{3.58}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \eta}|_w = \frac{\boldsymbol{P}_p - \boldsymbol{P}_w}{(\delta\eta)_w} \tag{3.59}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}|_n = \frac{\boldsymbol{P}_n - \boldsymbol{P}_p}{(\delta\xi)_n} \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \xi}|_s = \frac{\boldsymbol{P}_p - \boldsymbol{P}_s}{(\delta\xi)_s} \tag{3.61}$$

A expressão final para α(ξ) fica então:

$$\alpha(\xi) = \arccos\left[\frac{1}{e}\left(1 - Q|_{\eta w}\right) + \frac{(\pi+\alpha)\Delta\eta}{e\Delta\xi}\left(Q|_{\xi n} - Q|_{\xi s}\right)\right] \tag{3.62}$$

A forma de $\alpha(\xi)$ para um mancal de excentricidade e = 0.8 e com uma relação L/D =1 é apresentado graficamente na Figura 3.15.

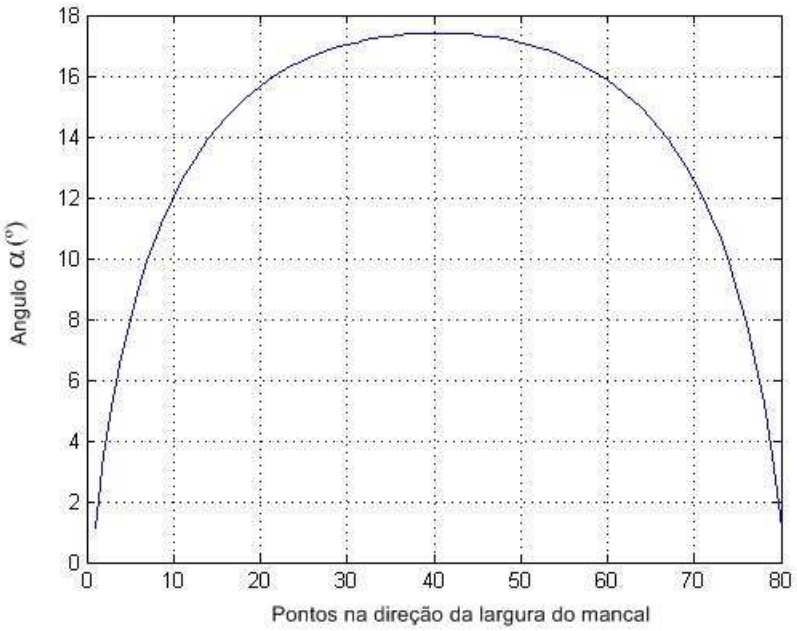


Figura 3.15 : Gráfico com o resultado do angulo α para L/D = 1 e excentricidade e = 0.8.

A Tabela 3.1 apresenta os resultados comparativos desta metodologia com os resultados obtidos por Cameron (1966).

Tabela 3.1 : Comparação de resultados obtidos do ângulo α para diferentes relações de excentricidades (e) e relações de largura/diâmetro.

	Cameron (graus)			Metodologia (graus)		
e	L/D=1	L/D=1/2	L/D=1/4	L/D=1	L/D=1/2	L/D=1/4
0.4	28,0	17,0	9,0	29,3	18,0	9,7
0.6	22,0	16,0	9	24,5	16,4	9,3
0.8	16,0	11,0	8,5	17,4	13,5	8,6

3. 5. 3 Solução por Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos é definido por Bittencourt, 2007, como sendo um método numérico para a solução de Problemas de Valor de Contorno envolvendo equações diferenciais ordinárias e parciais e respectivas condições de contorno.

A solução pelo MEF é justificada por ser mais apropriado para a caracterização dos componentes do mecanismo do compressor, facilitando a integração do problema de lubrificação e mancalização das partes móveis com o problema de deformação estrutural (Couto, 2006).

A partir da equação de Reynolds descrita em (3.11), que é a sua forma mais geral e contempla os efeitos de filme espremido, aplicando o Método dos Resíduos Ponderados tem-se segundo Gerardin, 2005 e Couto, 2006:

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega}\left[\left(\frac{h^3}{R^2}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)\frac{\partial v}{\partial \theta}+\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right)\frac{\partial v}{\partial y}\right]d\theta dy=\int_{\Omega}\frac{6\mu}{R}\frac{\partial(hU)}{\partial \theta}v d\theta dy+\int_{\Omega}12\mu\frac{\partial(h)}{\partial t}v d\theta dy+\ldots\\&-\int_{\Gamma}\left(\frac{\partial p}{\partial \theta}n_{\theta}+\frac{\partial p}{\partial \theta}n_{y}\right)v d\Gamma\end{aligned} \tag{3.63}$$

A função teste é definida por v é o vetor normal em cada ponto do contorno, n_θ e n_y. Especificamente para este problema, as condições de contorno são de Dirichlet (Couto,2006) de forma que a função teste v é nula no contorno (Gerardin, 2005). Dessa forma, o último termo da equação (3.63) é nula.

Através da expansão das funções tentativa P_h^e e teste v com base em funções de interpolação adequadas $\psi(\theta, y)$, segundo Couto 2006, chega-se ao seguinte sistema elementar de equações algébricas:

$$\sum_{j=i}^{n} K_{ij}^{e} P_{j}^{e} = F_{i}^{e} \tag{3.64}$$

onde

$$K_{ij}^{e} = \int_{\Omega e}\left(\frac{h^3}{R^2}\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta}\frac{\partial \psi_j}{\partial \theta}+h^3\frac{\partial \psi_i}{\partial y}\frac{\partial \psi_j}{\partial y}\right)d\theta dy \tag{3.65}$$

e

$$F_{i}^{e} = \int_{\Omega e}\left[\frac{6\mu}{R}\frac{\partial}{\partial \theta}(hU)\right]\Psi_i d\theta dy \tag{3.66}$$

As coordenadas originais da equação de Reynolds, θ e y são transformadas por:

$$\theta = \theta(\xi,\eta) = \sum \theta_j \Psi_j(\xi,\eta) \tag{3.67}$$

$$y = y(\xi,\eta) = \sum y_j \Psi_j(\xi,\eta) \tag{3.68}$$

As derivadas são dadas por:

$$\frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} = \frac{1}{|J(\xi,\eta)|}\left\{\frac{\partial \Psi_j}{\partial \xi}\sum y_k \frac{\partial \Psi_j}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi_j}{\partial \eta}\sum y_k \frac{\partial \Psi_j}{\partial \xi}\right\} \tag{3.69}$$

e

$$\frac{\partial \Psi_j^e}{\partial y} = \frac{1}{|J(\xi,\eta)|}\left\{\frac{\partial \Psi_j}{\partial \xi}\sum \theta_k \frac{\partial \Psi_j}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi_j}{\partial \eta}\sum \theta_k \frac{\partial \Psi_j}{\partial \xi}\right\} \tag{3.70}$$

Onde $|J(\xi,\eta)|$ é o determinante da matriz jacobiana da transformação dado por:

$$|J(\xi,\eta)| = \det(J) = \frac{\partial \theta}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi} \tag{3.71}$$

As funções de forma $\psi(\theta, y)$ para o elemento quadrático de 9 nós são dados por (Bathe,1996) :

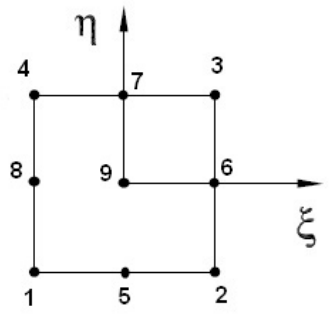


Figura 3.16 : Elemento quadrático de 9 nós.

$$
\begin{aligned}
\Psi_1(\xi,\eta) &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \zeta)(\eta^2 - \eta) \\
\Psi_2(\xi,\eta) &= \frac{1}{4}(\xi^2 + \zeta)(\eta^2 - \eta) \\
\Psi_3(\xi,\eta) &= \frac{1}{4}(\xi^2 + \zeta)(\eta^2 + \eta) \\
\Psi_4(\xi,\eta) &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \zeta)(\eta^2 + \eta) \\
\Psi_5(\xi,\eta) &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(\eta^2 - \eta) \\
\Psi_6(\xi,\eta) &= \frac{1}{2}(\xi^2 + \zeta)(1 - \eta^2) \\
\Psi_7(\xi,\eta) &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(\eta^2 + \eta) \\
\Psi_8(\xi,\eta) &= \frac{1}{2}(\xi^2 - \zeta)(1 - \eta^2) \\
\Psi_9(\xi,\eta) &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)
\end{aligned}
\tag{3.72}
$$

3. 6 Espessura do Filme de Lubrificante

Em mancais radiais, pode haver um desalinhamento do eixo com o alojamento, como indicado na Figura 3.17 abaixo.

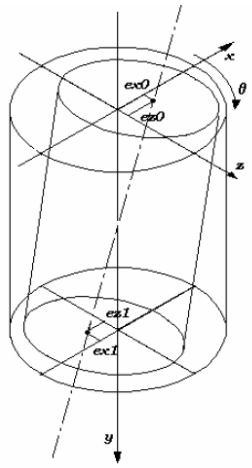


Figura 3.17 : Desalinhamento do eixo com o alojamento em mancais radiais (Couto, 2006).

Definido as excentricidades adimensionais:

$$\varepsilon_{x0} = \frac{e_{x0}}{C} \tag{3.73}$$

$$\varepsilon_{z0} = \frac{e_{z0}}{C} \tag{3.74}$$

$$\varepsilon_{x1} = \frac{e_{x1}}{C} \tag{3.75}$$

$$\varepsilon_{z1} = \frac{e_{z1}}{C} \tag{3.76}$$

Chega-se à definição da espessura de filme de óleo dado por (Wisbeck, 2000 e Couto 2006):

$$h(\theta, y) = C\left(\left(1 - \frac{y}{L}\right)\left(1 - \varepsilon_{x0}.\cos\theta + \varepsilon_{z0}.\operatorname{sen}\theta\right) + \left(\frac{y}{L}\right)\left(1 - \varepsilon_{x1}.\cos\theta + \varepsilon_{z1}.\operatorname{sen}\theta\right)\right) \tag{3.77}$$

A expressão (3.77) é utilizada no modelo de Elementos Finitos e representa uma melhor caracterização do modelo físico.

3. 7 Força de Sustentação Hidrodinâmica

Uma vez determinado o campo de pressão hidrodinâmica, pode-se calcular as componentes radial e tangencial da força de sustentação hidrodinâmica. A primeira tem a direção da linha de centro do mancal e a segunda é perpendicular à linha de centro. Estas componentes estão descritas a seguir na Figura 3.18 a seguir.

Como pode-se observar, o eixo não se move na mesma direção da carga, mas sim a um ângulo ψ, denominado ângulo de carga, e que determina a posição da mínima espessura do filme de óleo e da linha de centro (Stachowiak, Batchelor, 2001).

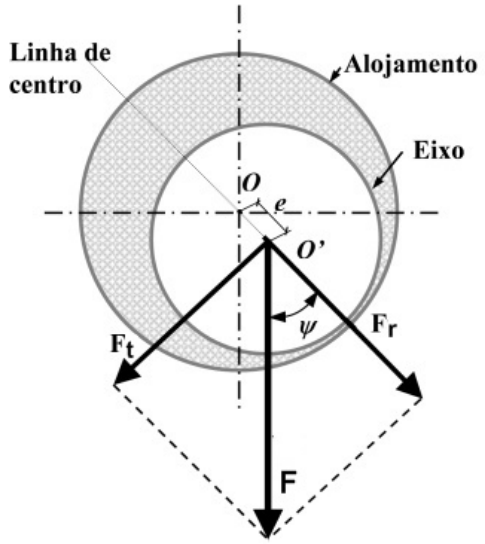


Figura 3.18 : Decomposição da força hidrodinâmica.

A componente radial, paralela à linha de centros, pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$F_r = -\int_0^L \int_{\theta_i}^{\theta_f} p.\cos\theta.R.d\theta.dz \tag{3.78}$$

A componente tangencial, perpendicular à linha de centros, pode ser calculada por:

$$F_t = \int_0^L \int_{\theta_i}^{\theta_f} p.sen\theta.R.d\theta.dz \tag{3.79}$$

A força hidrodinâmica total é então calculada por:

$$F = \sqrt{F_R^2 + F_t^2} \tag{3.80}$$

O ângulo de carga ψ_m é calculado por:

$$\psi_m = a\tan(\frac{f_r}{f_t}) \tag{3.81}$$

O Número de Sommerfeld é definido por:

$$\Delta = \frac{\boldsymbol{FC}^2}{\mu \boldsymbol{UR}^2 \boldsymbol{L}} \tag{3.82}$$

onde, F é a carga suportada, C a folga radial, μ a viscosidade do lubrificante, U a velocidade tangencial do eixo, R raio do mancal e L o comprimento do mancal.

3. 8 Comparação dos Resultados para o Mancal Hidrodinâmico Estático

A solução para mancais finitos é implementada utilizando-se o Método de Diferenças Finitas, o Método de Elementos Finitos e o Método de Volumes Finitos. A seguir são mostrados os resultados para o campo de pressão obtido por estes métodos e comparados com a solução analítica para mancais curtos e mancais longos. Uma vez que os resultados dos mancais são comparados, é interessante que os modelos tenham o mesmo número de nós. Devido à limitação do Matlab, a melhor discretização que se conseguiu foi de 160 nós na direção x (ângulo θ) e 80 nós na direção da largura do mancal. Algumas formas de se melhorar este resultado seriam trabalhar com matrizes esparsas (Matlab Manual, 2008) no modelo de MEF.

Os dados utilizados para esta simulação foram:

- pressão atmosférica (atm) = 1,01325E5
- folga radial(mm) = 50 x10^{-6}
- rotação em rpm = 3000
- viscosidade (mpa.s)/1000 = 10/1000

Para a comparação através da aproximação por mancal curto foi utilizado uma relação de Largura/Diâmetro igual a 1/20 e para a comparação através da aproximação de mancal longo, utilizou-se uma relação Largura/Diâmetro igual a 5.

3. 8. 1 Resultados para o Mancal Curto

São simuladas diferentes situações para a excentricidade do mancal. Estes resultados iniciais são utilizados para validar o modelo de mancal finito implementado através do MEF. A Tabela 3.2 mostra os resultados obtidos para a máxima pressão do filme de óleo, os resultados para o Número de Sommerfeld são apresentados na Tabela 3.3 e os ângulos de carga, na Tabela 3.4 . Os perfis do campo de pressão são indicados nas Figura 3.19, Figura 3.20 e Figura 3.21.

Tabela 3.2 : Pico de Pressão do Filme de Óleo (POFP) para Mancal Curto.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	[Pa]	[Pa]	diferença	[Pa]	diferença	[Pa]	diferença
0,9	2,57E+06	2,48E+06	-3,5%	2,56E+06	-0,4%	2,56E+06	-0,4%
0,95	1,50E+07	1,39E+07	-7,3%	1,40E+07	-6,7%	1,45E+07	-3,2%
0,98	1,50E+08	1,28E+08	-14,6%	1,23E+08	-17,6%	1,34E+08	-10,7%

Tabela 3.3 : Número de Sommerfeld para Mancal Curto.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	valor	valor	diferença	valor	diferença	valor	Diferença
0,9	0,240	0,235	-1,9%	0,234	-2,5%	0,243	1,3%
0,95	0,981	0,924	-5,8%	0,930	-5,2%	0,979	-0,2%
0,98	6,200	5,649	-8,9%	5,471	-11,8%	5,928	-4,4%

Tabela 3.4 : Ângulo de Carga para Mancal Curto.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	[graus]	[graus]	diferença	[graus]	diferença	[graus]	diferença
0,9	20,8	20,9	0,5%	21,0	1,0%	20,9	0,5%
0,95	14,5	14,4	-0,7%	14,8	1,7%	14,5	0,0%
0,98	9,06	9,12	0,7%	9,5	4,3%	9,16	1,1%

A medida que a relação de excentricidade aumenta os resultados comparativos de pressão e conseqüentemente carga e ângulo de atuação começam a divergir. Isto pode ser explicado pelo aumento dos valores de pico do campo de pressão causados pela diminuição da espessura do filme de óleo. Uma forma de se contornar este problema é aumentar a discretização de forma que os modelos numéricos consigam caracterizar melhor a região de pico de pressão. Por outro lado, para valores cuja relação de excentricidade é de 0.98 tem-se a mínima espessura do filme de óleo de 1,1 μm, o que caracterizaria um regime de lubrificação elastohidrodinâmico (Couto, 2006 – figura 2.1 – Regimes de lubrificação por filme fluido) e outros modelos de mancais são necessários para representar esta situação, como por exemplo mancais EHD. Para este trabalho foram modelados apenas mancais HD.

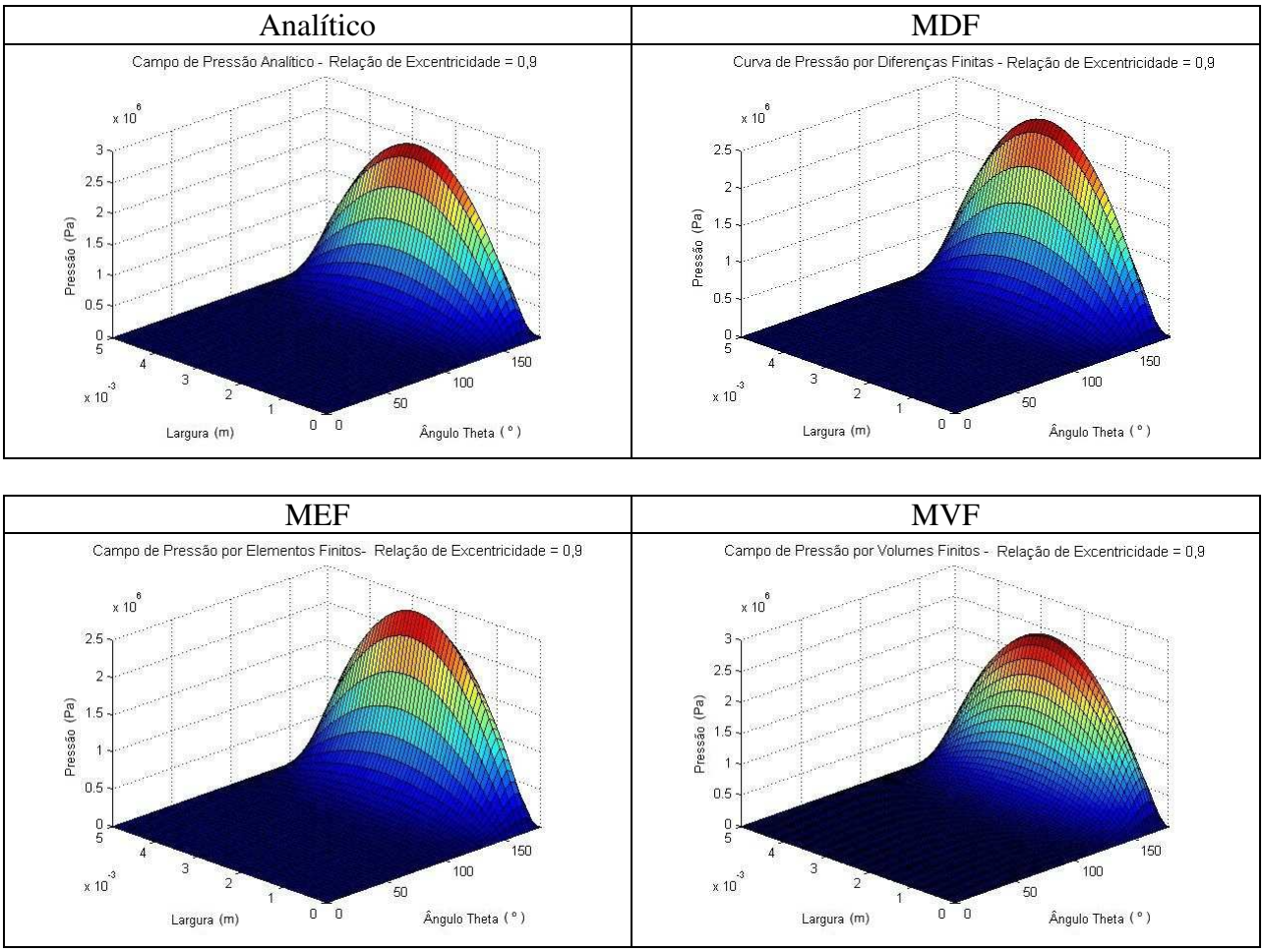


Figura 3.19 : Relação de excentricidade = 0,90.

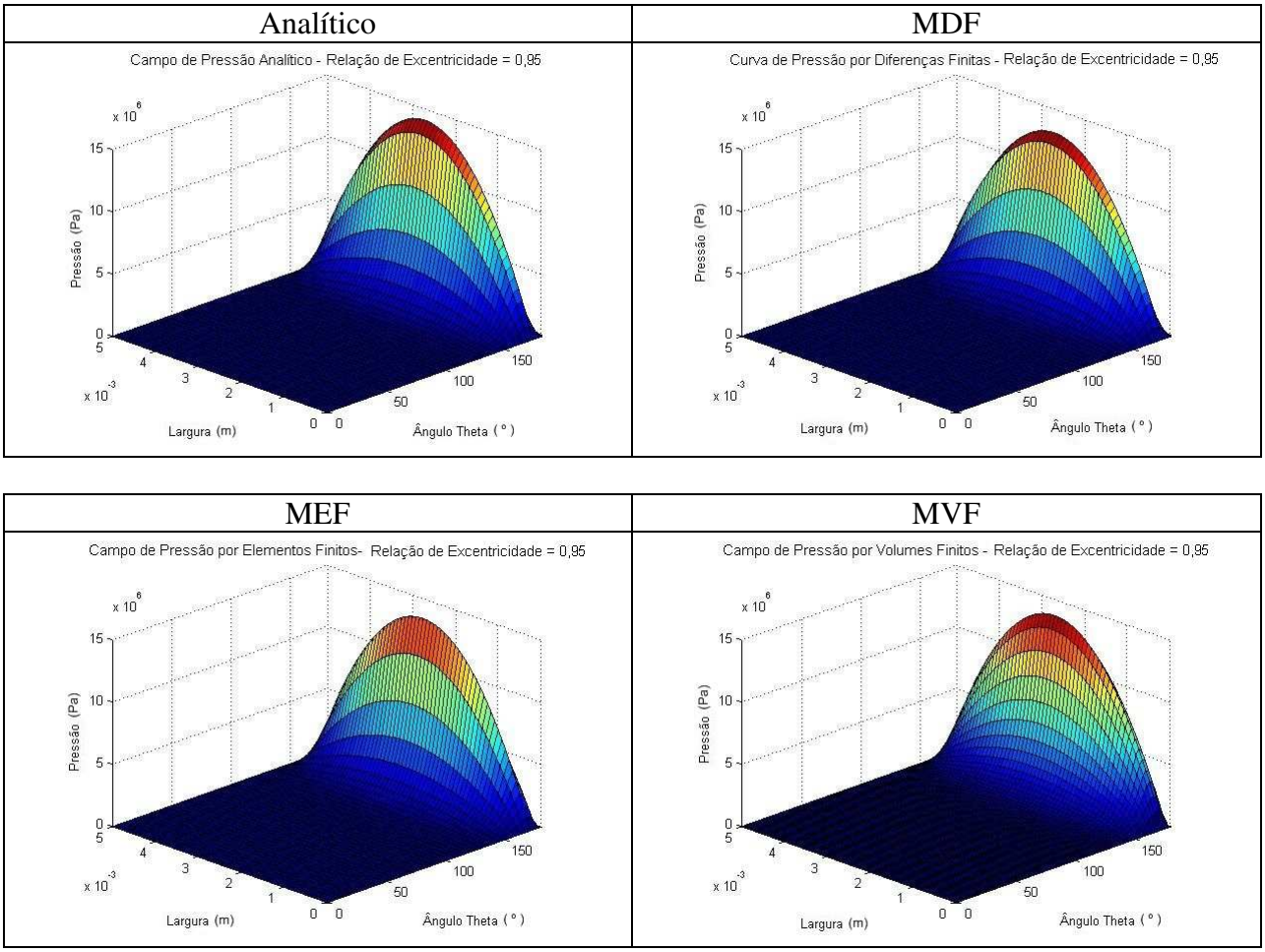


Figura 3.20 : Relação de excentricidade = 0,95.

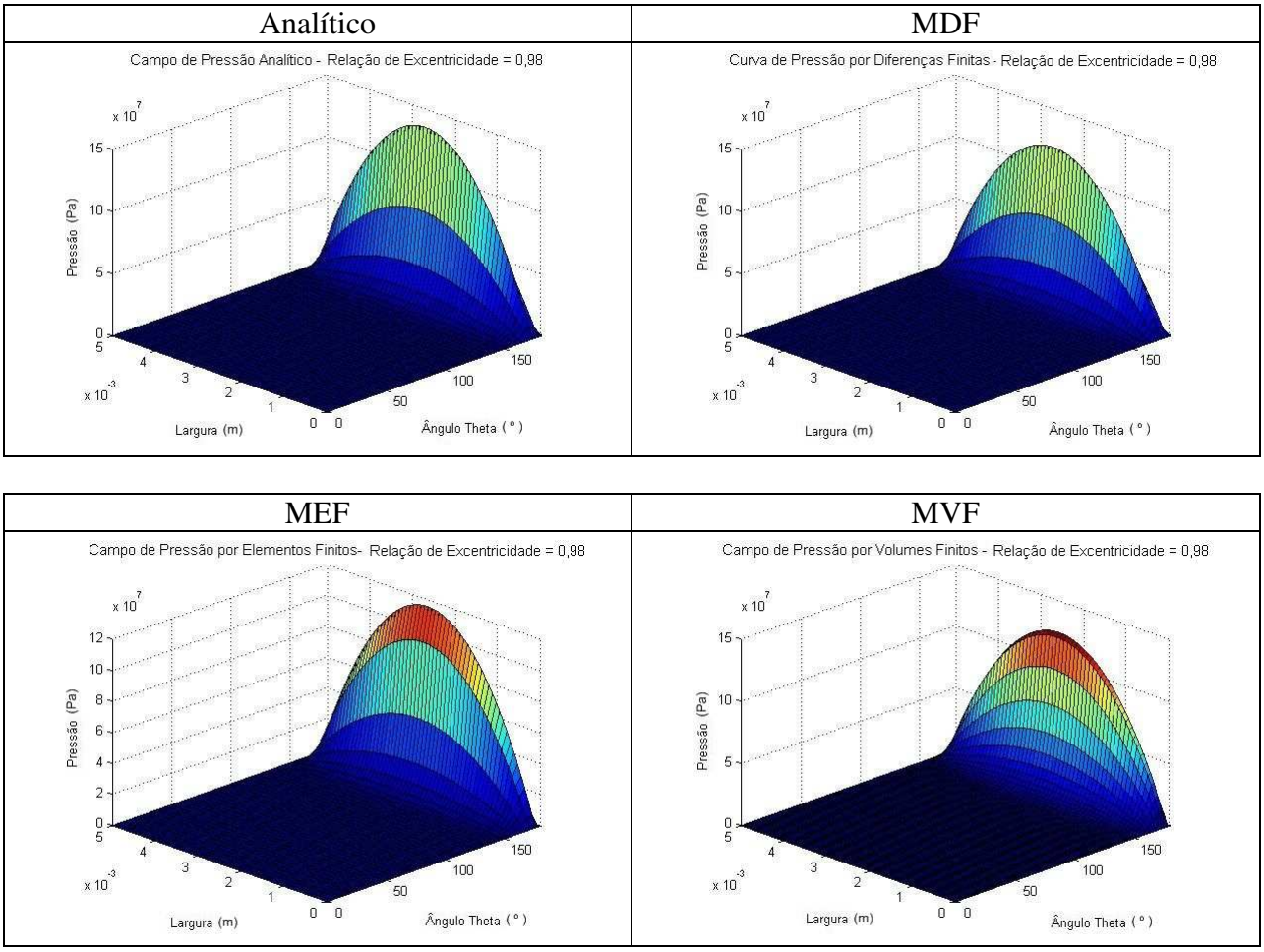


Figura 3.21 : Relação de excentricidade = 0,98.

3. 8. 2 Resultado para o Mancal Longo

Assim como para o mancal curto, são simuladas situações para diferentes relações de excentricidades. A Tabela 3.5 mostra os resultados obtidos pelas metodologias, os resultados para o Número de Sommerfeld são apresentados na Tabela 3.6 e os ângulos de carga, na

Tabela 3.7. Os perfis do campo de pressão são indicados nas Figura 3.22, Figura 3.23 e Figura 3.24 .

Tabela 3.5 : Pico de Pressão do Filme de Óleo (POFP) para Mancal Longo.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	[Pa]	[Pa]	diferença	[Pa]	diferença	[Pa]	diferença
0,9	1,04E+08	1,22E+08	17,3%	1,03E+08	-1,0%	1,04E+08	0,0%
0,95	2,76E+08	3,26E+08	18,1%	2,70E+08	-2,2%	2,76E+08	0,0%
0,98	1,05E+09	1,31E+09	24,8%	9,80E+08	-6,7%	1,05E+09	0,0%

Tabela 3.6 : Número de Sommerfeld para Mancal Longo.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	valor	valor	diferença	valor	diferença	valor	diferença
0,9	22,9	25,1	9,6%	21,0	-8,3%	23,65	3,3%
0,95	43,1	49,0	13,7%	40,5	-6,0%	46,81	8,6%
0,98	103,2	121,9	18,1%	99,3	-3,8%	116,7	13,1%

Tabela 3.7 : Ângulo de Carga para Mancal Longo.

relação de excentricidade	**Analítico**	**MDF**		**MEF**		**MVF**	
	[graus]	[graus]	diferença	[graus]	diferença	[graus]	diferença
0,9	37,3	31,1	-16,6%	36,8	-1,3%	37,1	-0,5%
0,95	27,3	22,7	-16,8%	26,9	-1,5%	27,1	-0,7%
0,98	17,7	14,3	-19,2%	17,5	-1,1%	17,6	-0,6%

Os modelos numéricos de mancal utilizando o MEF e MVF conseguem representar o modelo analítico de mancal longo. Verifica-se que para a discretização utilizada (160 x 80 nós) os resultados do modelo de mancal usando o MDF não apresentou resultados satisfatórios, sendo

necessário uma melhor discretização da malha para que este modelo numérico apresente resultados mais próximos do modelo de mancal longo.

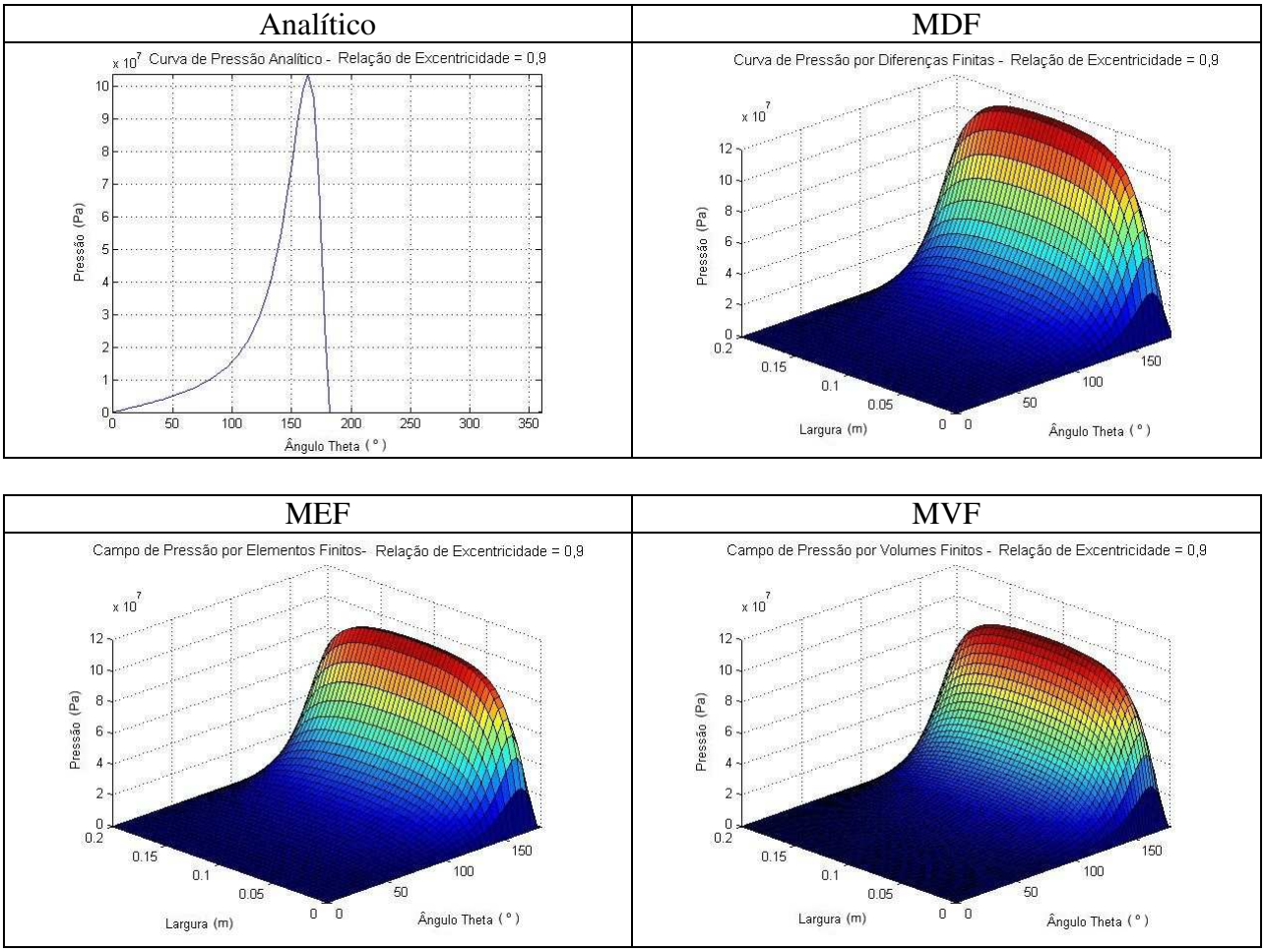


Figura 3.22 : Relação de excentricidade = 0,90.

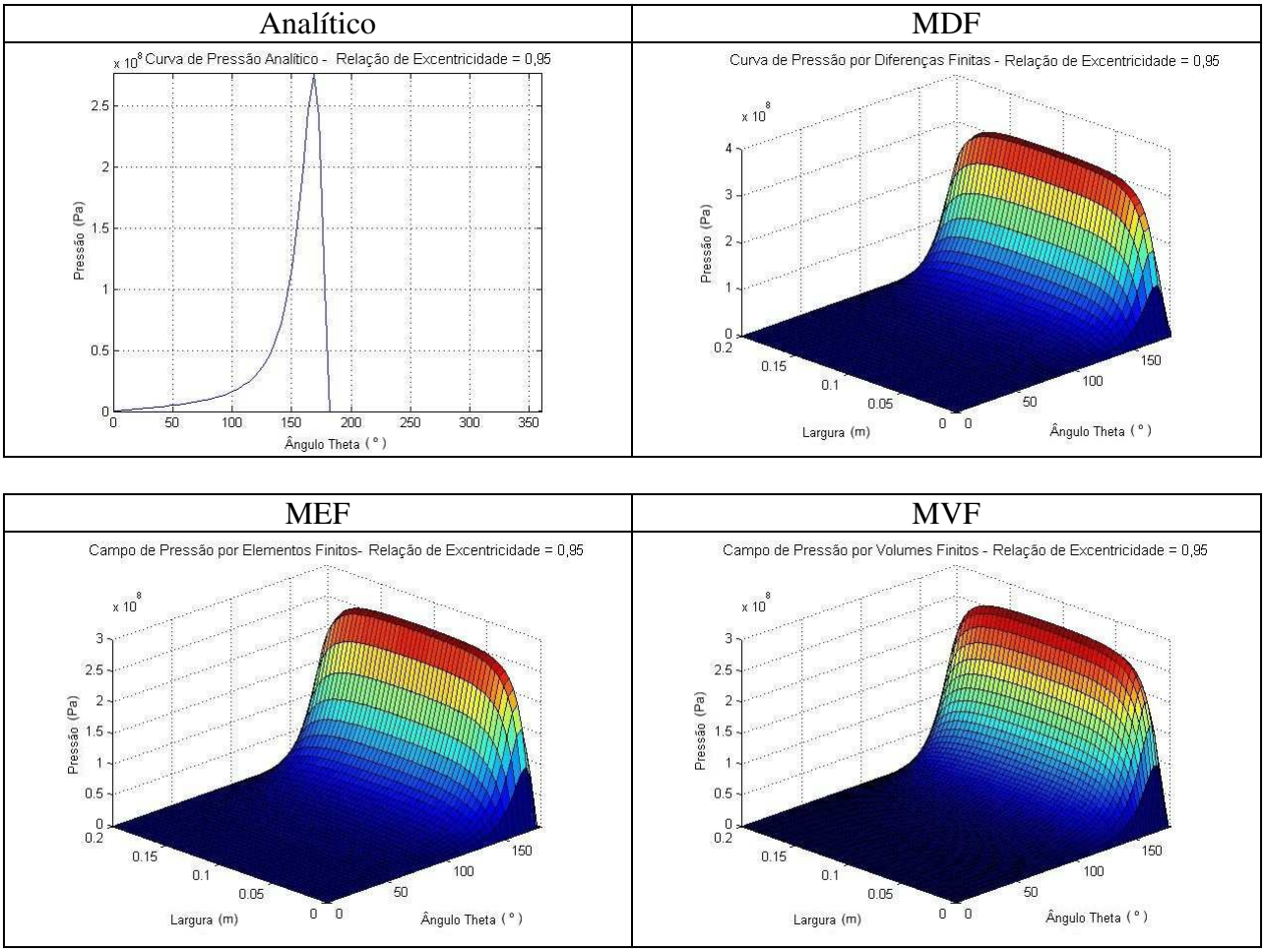


Figura 3.23 : Relação de excentricidade = 0,95.

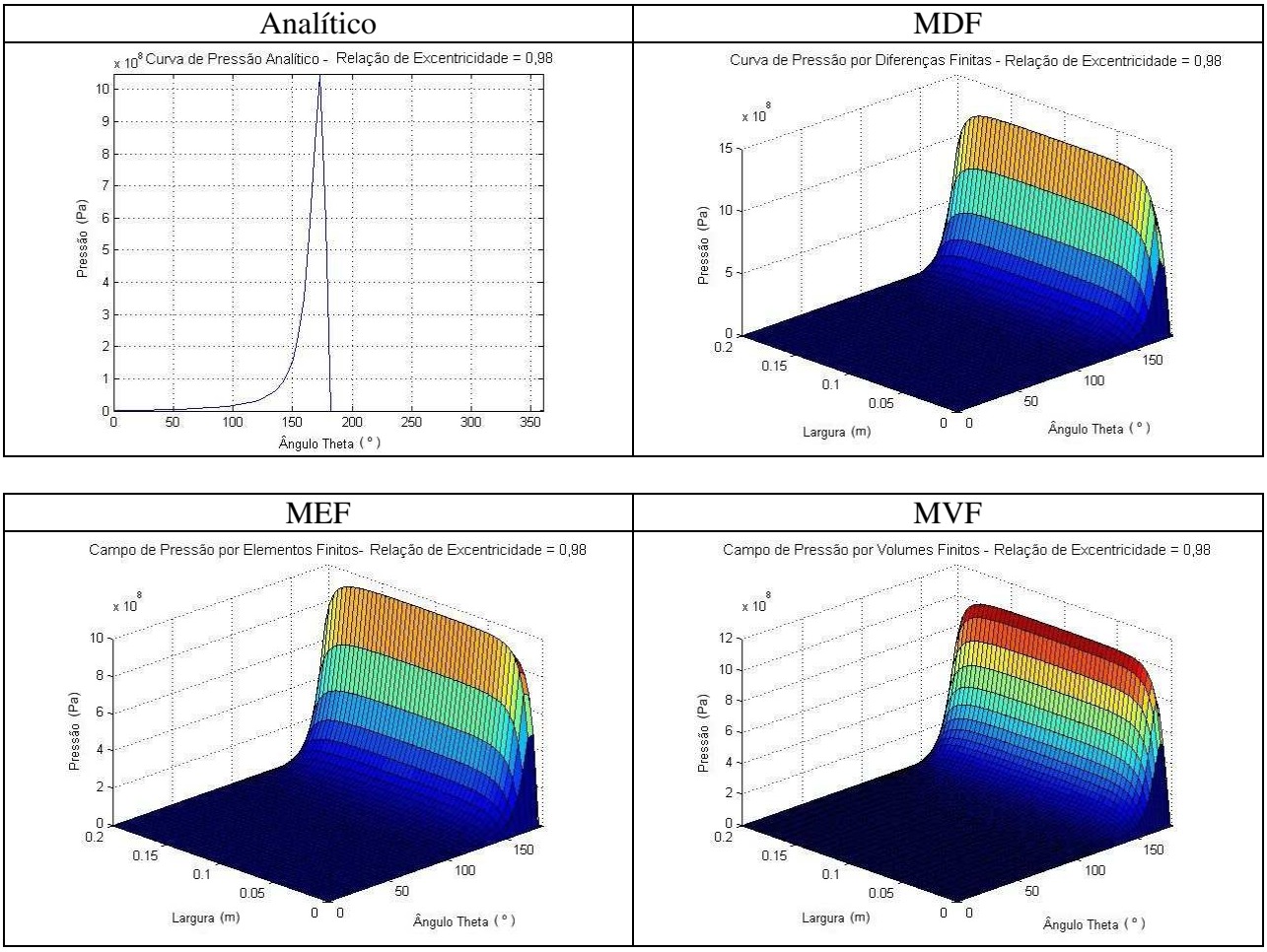


Figura 3.24 : Relação de excentricidade = 0,98.

3. 8. 3 Resultado para o Mancal Finito

Os resultados obtidos para mancal finito nos modelos numéricos de Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos são apresentados nas tabelas 3.8 a 3.13. O modelo de MVF utiliza a condição de contorno de Reynolds enquanto os modelos de mancais de MDF e MEF usam a condição de meio Sommerfeld para o término do filme de óleo.

Número de Sommerfeld

Tabela 3.8 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	1,22	1,11	1,05
0.6	2,59	2,31	2,33
0.8	7,11	6,03	6,53
0.9	16,91	14,01	15,87

Tabela 3.9 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1/2.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	0,38	0,39	0,38
0.6	0,96	0,93	0,93
0.8	3,43	3,07	3,28
0.9	10,17	8,68	9,73

Tabela 3.10 : Número de Sommerfeld para Mancal Finito com a relação L/D = 1/4.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	0,10	0,11	0,11
0.6	0,28	0,29	0,29
0.8	1,20	1,14	1,19
0.9	4,32	3,92	4,25

Ângulo de Carga

Tabela 3.11 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	62,6	69,0	62,6
0.6	50,0	57,0	50,4
0.8	35,9	41,8	36,2

Tabela 3.12 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1/2.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	61,4	64,8	61,8
0.6	47,5	51,6	48,1
0.8	32,6	36,6	32,9

Tabela 3.13 : Ângulo de Carga (graus) para Mancal Finito com a relação L/D = 1/4.

relação de excentricidade	MDF	MEF	MVF
0.4	61,0	62,2	61,2
0.6	46,3	48,2	46,8
0.8	31,0	33,0	31,3

O foco deste trabalho está em utilizar o modelo numérico de MEF na dinâmica do compressor desenvolvido pelo método de Newton-Euler. A diferença entre os resultados de MVF e de MDF e MEF se devem à diferença nas condições de contorno uma vez que o primeiro utiliza a condição de Reynolds e as duas últimas, a condição de Meio Sommerfeld. Uma pesquisa mais específica sobre a modelagem numérica de mancais é mais apropriada para o estudo das diferenças encontradas pelos diferentes métodos. Esta comparação não é realizada na presente dissertação.

Capítulo 4

4 Sistema Dinâmico

Neste capítulo serão desenvolvidas as equações diferenciais de movimento dos componentes do compressor e as reações dinâmicas. Para isso será feito o estudo cinemático e cinético deste componente. Segundo Shabana, 1989, a cinemática estuda a descrição geométrica do movimento, sem se preocupar com suas causas. A cinética ou dinâmica estuda as relações entre seus movimentos focalizando as forças que produz este movimento.

O desenvolvimento deste estudo envolve a definição dos sistemas inercial e móvel bem como as matrizes de rotação destes, o cálculo das velocidades angulares e aceleração e determinação das restrições geométricas. Estas etapas são definidas através do estudo cinemático do sistema. No estudo dinâmico ou cinético, são definidos os diagramas de corpo livre de cada componente e o acoplamento destas equações, as equações constitutivas e as equações de movimento e sua solução. Este procedimento é conhecido como método de Newton-Euler e é detalhado em Santos, 2001.

4. 1 Definição dos Sistemas de Referência Inercial e Móveis Localizados nos Centros de Massa do Rotor, Biela e Pistão

O estudo cinemático inicia-se com a definição dos sistemas referenciais. São definidos quatro sistemas de coordenadas: um inercial e três móveis representados na Figura 4.1. O sistema inercial é definido que no centro de massa do rotor em repouso, sendo representado pelos eixos coordenados XYZ. O primeiro sistema móvel é definido como fixo no centro de massa do rotor, representado pelas coordenadas x_r, y_r, z_r e orientado conforme os cursores i_r, j_r, k_r. O segundo é definido como fixo no centro de massa da biela e representado pelas coordenadas x_c,

y_c, z_c e orientado conforme os cursores x_c, y_c, z_c.O terceiro é definido como fixo no centro de massa do pistão e representado pelas coordenadas x_p, y_p, z_p e orientado conforme os cursores i_p, j_p, k_p.

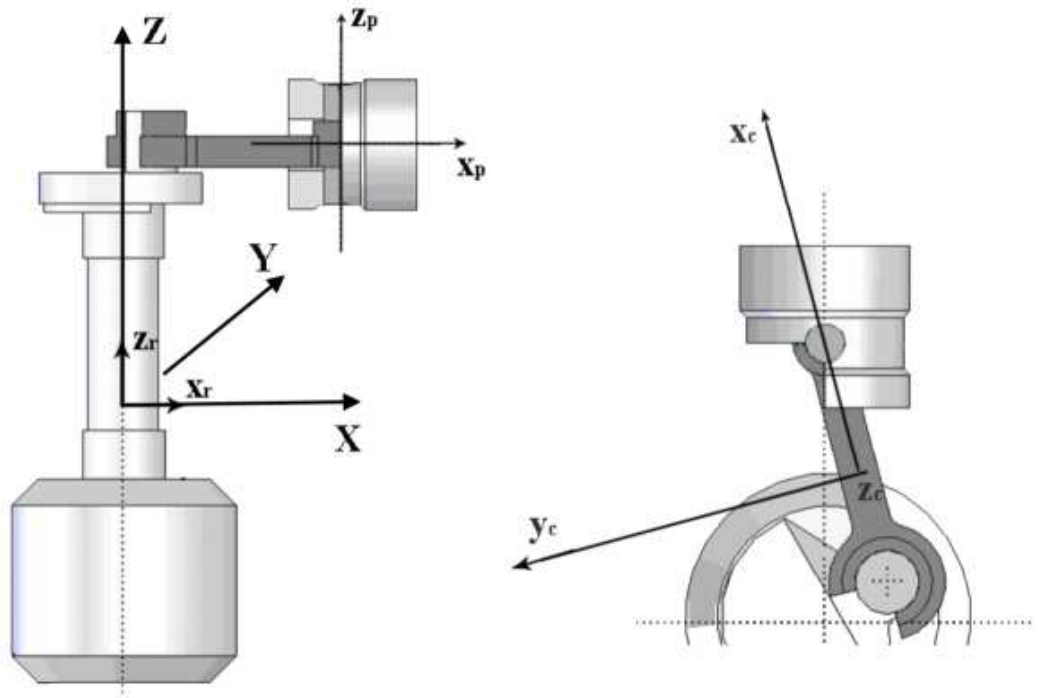


Figura 4.1 : Sistemas de coordenadas inercial (XYZ) e móveis (rotor, biela e pistão).

4. 2 Definição dos Vetores de Posição dos Mancais e das Matrizes de Transformação de Coordenadas

4. 2. 1 Eixo de Acionamento do Compressor (Rotor)

O eixo de acionamento transmite a rotação do motor elétrico até o excêntrico. O eixo é acoplado radialmente através dos mancais primário e secundário. O excêntrico e a biela também são acoplados por um mancal radial.

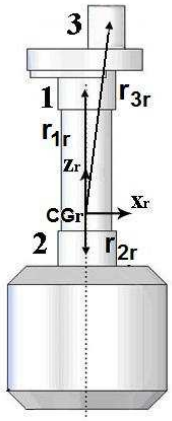


Figura 4.2 : Posição dos mancais primário (1), secundário (2) e excêntrico (3).

As posições dos mancais principal e secundário são definidos através dos vetores $\mathbf{r_{1r}}$ e $\mathbf{r_{2r}}$ dados respectivamente por (4.1) e (4.2). A Figura 4.2 mostra estes mancais nos pontos 1 e 2. O excêntrico é acoplado à biela através de um mancal radial e sua posição é definido pelo vetor $\mathbf{r_{1r}}$ dado por(4.3). A Figura 4.2 mostra este mancal no ponto 3. Todas as posições são definidas no sistema de coordenada móvel do rotor que tem como origem o centro de massa do mesmo.

$$\mathbf{r_{1r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{1rz} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$\mathbf{r_{2r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{2rz} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$$\mathbf{r_{3r}} = \begin{bmatrix} r_{3rx} \\ 0 \\ r_{3rz} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

O movimento do rotor é descrito através de dois deslocamentos do centro de massa (x_r e y_r) e três rotações de Euler: precessão φ_r, nutação θ_r e spin ψ_r. A precessão φ_r é definida como

sendo a primeira rotação em torno do eixo z_r. A segunda rotação é a nutação θ_r , definida como sendo uma rotação em y_r e a terceira rotação com sendo o spin ψ_r em z_r. Estes ângulos de Euler estão indicados na Figura 4.3.

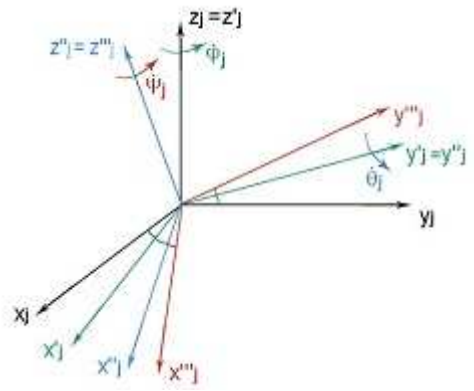


Figura 4.3 : Rotação de corpo rígido – precessão, nutação e spin.

Para cada rotação de Euler associa-se uma coordenada local, indicados na Figura 4.3 por $x_j'y_j'z_j'$, $x_j''y_j''z_j''$ e $x_j'''y_j'''z_j'''$ e que estão associados respectivamente aos ângulos de precessão φ_r, nutação θ_r e spin ψ_r. As matrizes de transformação de coordenadas são usadas para converter o sistema de coordenada inercial para local, ou do sistema local para o inercial através da sua inversa. Essa conversão é necessária pois muitas vezes é mais fácil definir os vetores de posição local móvel (Santos, 2001).

A matriz de transformação de coordenadas devido à rotação φ_r é denominado $\mathbf{T}_{\varphi\, r}$ e está representado por (4.4). A rotação θ_r está relacionada com a matriz representada por (4.5) e a rotação ψ_r , com a matriz representada por (4.6). A matriz de transformação de coordenadas completa é o produto destas três matrizes: $\mathbf{T}_r = \mathbf{T}_{\varphi r}\, \mathbf{T}_{\theta r}\, \mathbf{T}_{\psi r}$.

$$\mathrm{T}_{\theta r} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_r) & sin(\varphi_r) & 0 \\ -\,sin(\varphi_r) & \cos(\varphi_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

$$T_{\theta r} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & 0 & -sin(\theta_r) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\theta_r) & 0 & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$T_{\psi r} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_r) & sin(\psi_r) & 0 \\ -sin(\psi_r) & \cos(\psi_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

4. 2. 2 Biela

A biela, aproveitando o movimento do excêntrico, transforma o movimento rotatório do eixo em linear no pistão.

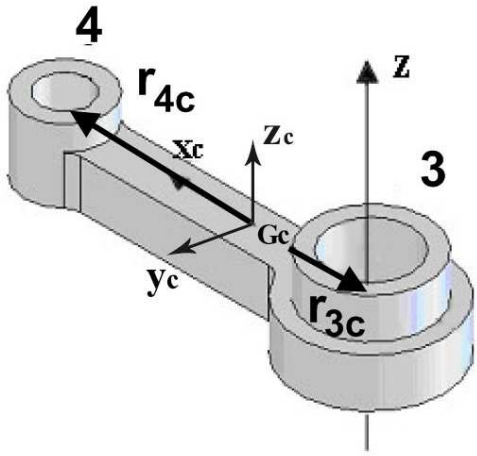


Figura 4.4 : Posição do mancal do excêntrico (3) e pino do pistão (4).

A Figura 4.4 indica a localização do mancal do excêntrico (3) e o pino do pistão (4). O vetor de posição dos pontos 3 e 4 indicados na figura têm como origem o centro de massa da biela e são representados por (4.7) e (4.8).

$$\mathbf{r_{3c}} = \begin{bmatrix} -r_{3cx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

$$\mathbf{r}_{4\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} -r_{4cx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

O movimento da biela é descrito através de dois deslocamentos do centro de massa (x_c e y_c) e duas rotações de Euler: nutação θ_c e spin ψ_c. A primeira rotação é a nutação θ_c , definida como sendo uma rotação em y_c e a segunda rotação com sendo o spin ψ_c em z_c. Estes ângulos de Euler estão indicados na Figura 4.5.

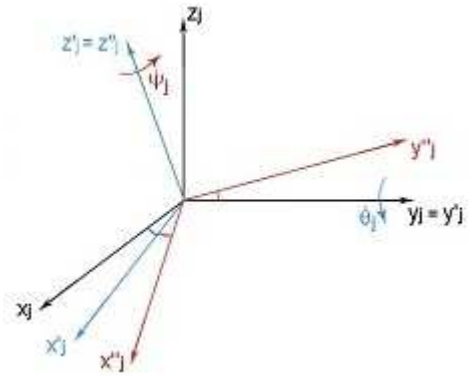


Figura 4.5 : Rotação de corpo rígido – nutação e spin.

A matriz de transformação de coordenadas devido à rotação θ_c está relacionada com a matriz representada por (4.9) e a rotação ψ_c , com a matriz representada por (4.10). A matriz de transformação de coordenadas completa é o produto destas duas matrizes: $\mathbf{T}_c = \mathbf{T}_{\theta c}\, \mathbf{T}_{\psi c}$.

$$\mathrm{T}_{\theta c} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_c) & 0 & -sin(\theta_c) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\theta_c) & 0 & \cos(\theta_c) \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

$$T_{\psi c} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_c) & sin(\psi_c) & 0 \\ -sin(\psi_c) & \cos(\psi_c) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

4. 2. 3 Pistão

O pistão é o responsável pela compressão do gás refrigerante, cuja pressão é a responsável pela força externa que o compressor é solicitado.

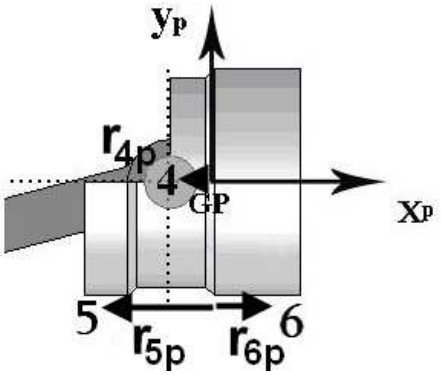


Figura 4.6 : Posição do pino (4), saia (5) e topo (6) do pistão.

A Figura 4.6 indica a localização do pino do pistão (4), saia do pistão (5) e topo do pistão (6). O vetor de posição dos pontos 4, 5 e 6 indicados na Figura 4.6 têm como origem o centro de massa do pistão e são representados respectivamente por (4.11) , (4.12) e (4.13).

$$\mathbf{r_{4p}} = \begin{bmatrix} -r_{4px} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

$$\mathbf{r_{5p}} = \begin{bmatrix} -r_{5px} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

$$\mathbf{r_{6p}} = \begin{bmatrix} r_{6px} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

O movimento do pistão é descrito através de dois deslocamentos do centro de massa (y_p e z_p) e duas rotações de Euler: nutação θ_p e spin ψ_p. A primeira rotação é a nutação θ_p , definida como sendo uma rotação em y_p e a segunda rotação com sendo o spin ψ_p em z_p. Estes ângulos de Euler estão indicados na Figura 4.7.

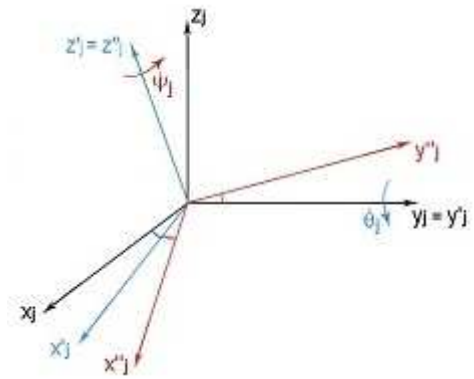


Figura 4.7 : Rotação de corpo rígido – nutação e spin.

A matriz de transformação de coordenadas devido à rotação θ_p está relacionada com a matriz representada por (4.14) e a rotação ψ_p , com a matriz representada por(4.15). A matriz de transformação de coordenadas completa é o produto destas duas matrizes: $\mathbf{T}_p = \mathbf{T}_{\theta p}\, \mathbf{T}_{\psi p}$.

$$\mathrm{T}_{\theta p} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_p) & 0 & -sin(\theta_p) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\theta_p) & 0 & \cos(\theta_p) \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

$$\mathrm{T}_{\psi p} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_p) & sin(\psi_p) & 0 \\ -sin(\psi_p) & \cos(\psi_p) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

4. 3 Velocidade Angular

As velocidades angulares do rotor, biela e pistão são calculadas a partir da variação dos ângulos de Euler. Dessa forma, a velocidade angular do rotor é calculada a partir da combinação da variação do ângulo de precessão $\dot{\varphi}_r$, com a variação do ângulo de nutação $\dot{\theta}_r$ e a variação do ângulo de spin $\dot{\psi}_r$, projetados no sistema móvel de referência no rotor. A equação (4.16) indica a velocidade angular do rotor.

Estas combinação de rotações também são usadas para calcular as velocidades angulares da biela e do pistão, dadas respectivamente pelas equações (4.17) e (4.18).

$$\omega_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{d\psi_r}{dt} \end{bmatrix} + T_{\psi \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{d\theta_r}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} + T_{\psi \mathbf{r}} T_{\theta \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{d\varphi_r}{dt} \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

$$\omega_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{d\psi_c}{dt} \end{bmatrix} + T_{\psi c} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{d\theta_c}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

$$\omega_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{d\psi_p}{dt} \end{bmatrix} + T_{\psi p} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{d\theta_p}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

4. 4 Acoplamento dos Elementos

O acoplamento dos elementos é dado pelas restrições geométricas e condições de contorno de operação das peças do compressor.

Como restrição inicial, é imposto que a biela e o pistão são ligados rigidamente, obrigando a terem a mesma velocidade angular de nutação. Tal condição é indicada por (4.19) abaixo.

$$\boldsymbol{\theta_c = \theta_p} \tag{4.19}$$

O deslocamento relativo entre o mancal do excêntrico e o olhal maior da biela é uma restrição dada por Δ_3 , indicada na Figura 4.8 (a). Esta variável depende da posição absoluta da biela, $\boldsymbol{R_{gc}}$, do rotor, $\boldsymbol{R_{gr}}$, e dos vetores descritos no sistema inercial $\boldsymbol{R_{3r}}$ e $\boldsymbol{R_{3c}}$ e é indicada na expressão (4.20).

$$\boldsymbol{\Delta_3 = -R_{gr} - R_{3r} + R_{gc} + R_{3c}} \tag{4.20}$$

onde

$$\boldsymbol{R_{3r}} = \mathbf{T}_r^{\,T}\mathbf{r}_{3r} \tag{4.21}$$

e

$$\boldsymbol{R_{3c}} = \mathbf{T}_c^{\,T}\mathbf{r}_{3c}\,. \tag{4.22}$$

A posição absoluta do centro de massa da biela é dado por (4.23) abaixo e está indicado na Figura 4.8 (b):

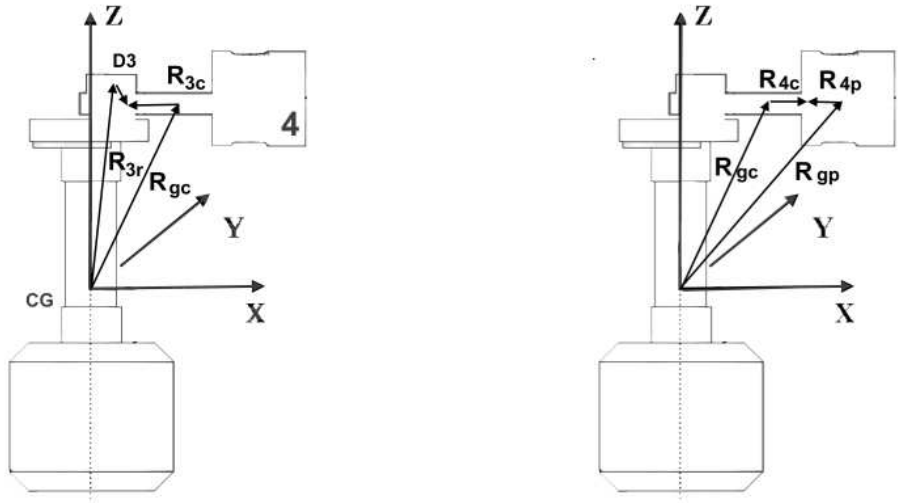
$$\boldsymbol{R_{gc}} = \boldsymbol{R_{gp}} + \boldsymbol{R_{4p}} - \boldsymbol{R_{4c}}\,, \tag{4.23}$$

onde,

$$\boldsymbol{R_{4p}} = \mathbf{T}_p^{\,T}\mathbf{r}_{4p} \tag{4.24}$$

e

$$\boldsymbol{R_{4c}} = \mathbf{T}_c^{\,T}\mathbf{r}_{4c} \tag{4.25}$$



(a) (b)

Figura 4.8 : Restrições geométricas do compressor: (a) variável Δ_3 (b) centro de massa da biela.

A posição vertical (eixo inercial Z) do centro de massa do pistão representado por Δz e o desalinhamento (offset) Δy do pistão com relação ao eixo móvel xr estão indicados na Figura 4.9.

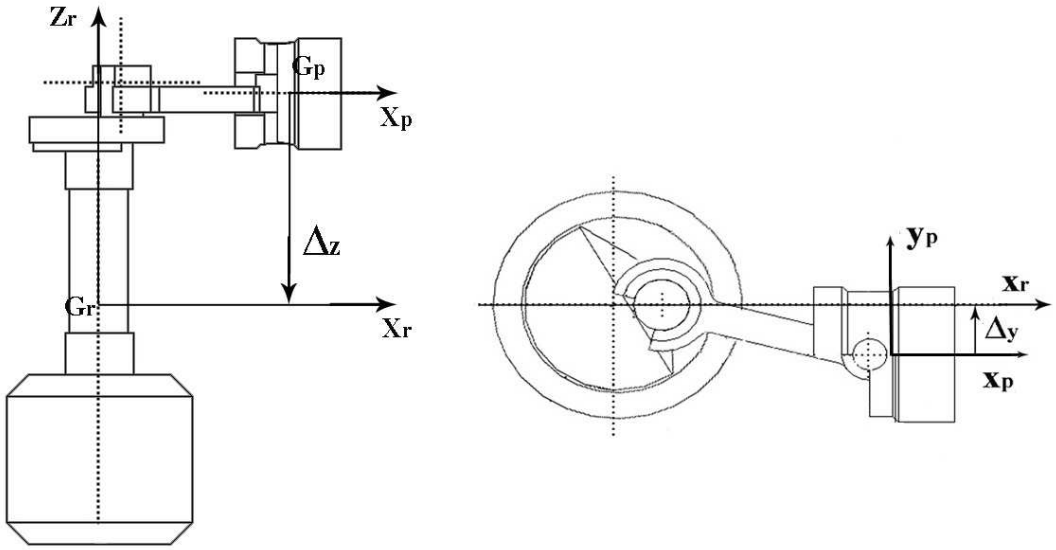


Figura 4.9 : Parâmetros geométricos Δz e Δy.

A cinemática do sistema biela-manivela formada pelo eixo, excêntrico, biela e pistão está descrito na Figura 4.10 . O desalinhamento entre o pistão e o eixo x é definido como Δ_y e está indicado abaixo. Este sistema é proposto para se determinar a relação entre o ângulo de rotação ψ_r do eixo e o ângulo ψ_c de rotação da biela.

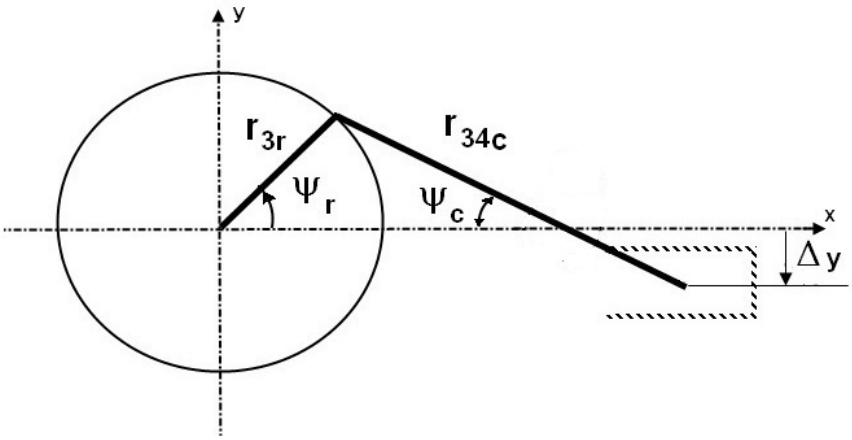


Figura 4.10 : Sistema cinemático da biela-manivela

Esta relação é fornecida por:

$$\psi_c = -\operatorname{arcsen}\left(\frac{r_{3r}\operatorname{sen}\psi_r + \Delta_y}{r_{34c}}\right) \tag{4.26}$$

Dessa forma, considerando que a velocidade angular $\dot{\psi}_r$ é constante, a velocidade angular $\dot{\psi}_c$ fica:

$$\dot{\psi}_c = -\frac{r_{3r}\dot{\psi}_r\cos\psi_r}{r_{34c}\cos\psi_c} \tag{4.27}$$

E a aceleração angular:

$$\ddot{\psi}_c = \frac{r_{3r}\dot{\psi}_r^2\operatorname{sen}\psi_r + r_{34c}\dot{\psi}_c^2\operatorname{sen}\psi_c}{r_{34c}\cos\psi_c} \tag{4.28}$$

4. 5 Cargas Operacionais e Diagrama de Corpo Livre

Após a definição da cinemática do compressor, seguindo o método de Newton Euler proposto em Santos, 2001, segue –se o estudo dinâmico do sistema. As forças de excitação externa são o torque do motor elétrico e a pressão do fluido refrigerante durante o ciclo de compressão. A determinação das forças operacionais sobre o conjunto de corpos rígidos é descrita a seguir nos diagramas de corpo rígido.

A Figura 4.11 indica as forças atuantes no rotor. A direção Z (vertical) não foi levada em conta pois considerou-se que tratam-se de um movimento muito pequeno e estável. As forças no mancal primário e secundário são definidas como:

$$F_1 = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

e

$$F_2 = \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.30}$$

A força na biela é definida como sendo :

$$F_3 = \begin{bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.31}$$

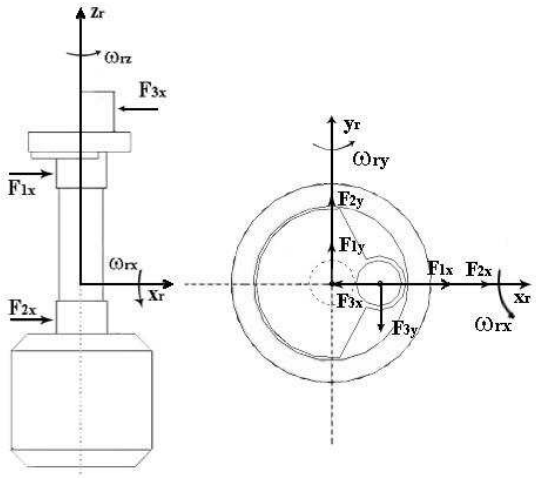


Figura 4.11 : Diagrama de corpo livre do rotor.

As forças associadas com o movimento da biela são indicadas na Figura 4.12. A forca transmitida pelo rotor ao excêntrico é representada por :

$$-F_3 = \begin{bmatrix} -F_{3x} \\ -F_{3y} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

A força transmitida ao pino do pistão é representado por:

$$F_4 = \begin{bmatrix} F_{4x} \\ F_{4y} \\ F_{4z} \end{bmatrix} . \tag{4.33}$$

A força devido à massa da biela é dada por:

$$P_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_c g \end{bmatrix} . \tag{4.34}$$

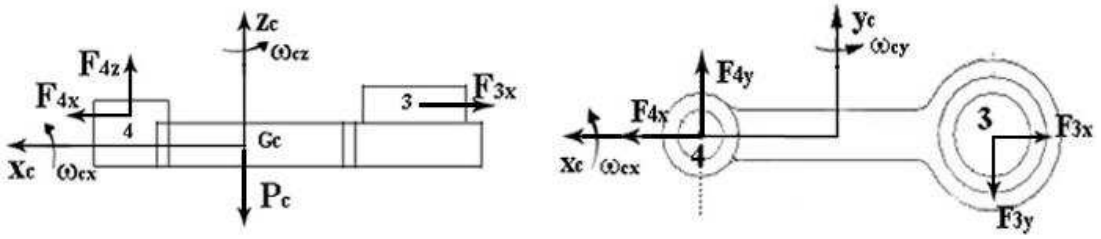


Figura 4.12 : Diagrama de corpo livre da biela.

O movimento predominante do pistão ocorre na direção x_p, mas segundo Prata, 2000, o movimento secundário também é muito importante para a descrição do comportamento do compressor recíproco. As forças associadas ao movimento do pistão estão descritas na Figura 4.13. As forças exercidas pela compressão do gás refrigerante são dadas por :

$$F_{ext} = \begin{bmatrix} P(\varphi_r) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

A força exercida na biela é definida como:

$$-F_4 = \begin{bmatrix} -F_{4x} \\ -F_{4y} \\ -F_{4z} \end{bmatrix}. \tag{4.36}$$

A força na saída do pistão é dada por:

$$F_5 = \begin{bmatrix} -F_{visc_5p} \\ F_{5y} \\ F_{5z} \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

A força no topo do pistão é definido como:

$$F_6 = \begin{bmatrix} -F_{visc_6p} \\ F_{6y} \\ F_{6z} \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

A força peso é dada por:

$$P_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_p g \end{bmatrix}. \tag{4.39}$$

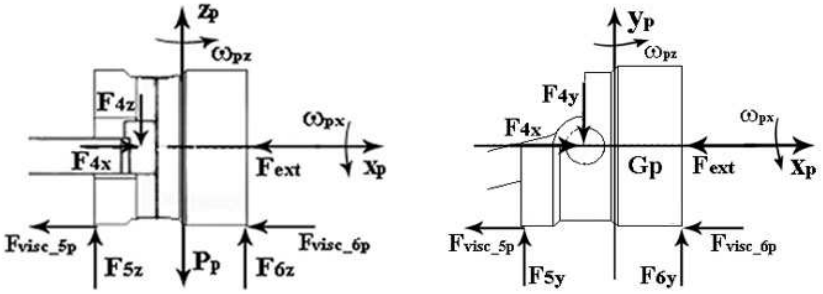


Figura 4.13 : Diagrama de corpo livre do pistão.

4. 6 Equações Constitutivas

As equações constitutivas das forças F_1, F_2 e F_3 do mancal podem ser expressas pelas forças hidrodinâmicas ou através das forças elásticas e viscosas como descrito em Karen, 2008 e apresentadas em (4.40), (4.41) e (4.42) abaixo.

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{K}_1\left(\boldsymbol{R}_{gr} + \boldsymbol{R}_{1r} - r_{1r}\right) - \boldsymbol{C}_1\left(\dot{\boldsymbol{R}}_{gr} + \dot{\boldsymbol{R}}_{1r} - r_{1r}\right), \tag{4.40}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = -\boldsymbol{K}_2\left(\boldsymbol{R}_{gr} + \boldsymbol{R}_{2r} - r_{2r}\right) - \boldsymbol{C}_2\left(\dot{\boldsymbol{R}}_{gr} + \dot{\boldsymbol{R}}_{2r}\right), \tag{4.41}$$

$$\boldsymbol{F}_3 = -\boldsymbol{K}_3\boldsymbol{\Delta}_3 - \boldsymbol{C}_3\dot{\boldsymbol{\Delta}}_3 . \tag{4.42}$$

A obtenção das forças hidrodinâmicas é feita através da integração do campo de pressões e representa um modelo mais realista do modelo real. O campo de pressão é calculado através da integração numérica da Equação de Reynolds, descritas no capítulo 3.

As forças $\boldsymbol{F_5}$ e $\boldsymbol{F_6}$ do pistão foram simplificadas e são expressas através de forças de natureza elástica e viscosas, como indicado em (4.43) e (4.44). Adicionalmente, são incluídas as forças de arraste associadas ao movimento linear do pistão. Esta metodologia segue o trabalho proposto por Karen, 2008. Estas forças são expressas por:

$$\boldsymbol{F}_5 = -\boldsymbol{K}_5\left(\boldsymbol{R}_{gp} + \boldsymbol{R}_{5p} - r_{5p} - \Delta y\right) - \boldsymbol{C}_5\left(\dot{\boldsymbol{R}}_{gp} + \dot{\boldsymbol{R}}_{5p}\right) - \boldsymbol{C}_{ld}\dot{\boldsymbol{R}}_{gp} , \tag{4.43}$$

$$\boldsymbol{F}_6 = -\boldsymbol{K}_6\left(\boldsymbol{R}_{gp} + \boldsymbol{R}_{6p} - r_{6p} - \Delta z\right) - \boldsymbol{C}_6\left(\dot{\boldsymbol{R}}_{gp} + \dot{\boldsymbol{R}}_{6p}\right) - \boldsymbol{C}_{ld}\dot{\boldsymbol{R}}_{gp} . \tag{4.44}$$

As matrizes K_i e C_i das equações (4.40) a (4.44) representam as forças elásticas e viscosas das reações dos mancais. Estas matrizes podem ser calibradas para qualquer valor arbitrário para expressar as propriedades visco-elásticas presentes no pistão. Estas matrizes foram escolhidas como diagonais e os valores seguem o limite de excentricidade da folga radial.

4. 7 Equação de Movimento

As equações dinâmicas de movimento dos componentes são obtidas através da aplicação da Segunda Lei de Newton (somatório de Forças) no sistema inercial XYZ e da equação de Euler (somatório de Momentos) no respectivo sistema móvel.

Como resultado da aplicação de Newton e Euler no rotor, tem-se que :

$$\begin{aligned} &\mathbf{M_r}\ddot{R}_{gr} = F_1 + F_2 + F_3 \\ &\mathbf{I_r}\dot{\omega}_r + \omega_r \times \mathbf{I_r}\omega_r = r_{1r} \times \mathbf{T_r}F_1 + r_{2r} \times \mathbf{T_r}F_2 - r_{3r} \times \mathbf{T_r}F_3 + \tau \end{aligned} \tag{4.45}$$

Para a biela, aplicando-se o somatório de forças e momentos, tem-se que

$$\begin{aligned} &\mathbf{M_c}\ddot{R}_{gc} = -F_3 + F_4 + P_c \\ &\mathbf{I_c}\dot{\omega}_c + \omega_c \times \mathbf{I_c}\omega_c = -r_{3c} \times \mathbf{T_c}F_3 + r_{4c} \times \mathbf{T_c}F_4 - \tau_{visc_c} \end{aligned} \tag{4.46}$$

E para o pistão:

$$\begin{aligned} &\mathbf{M_p}\ddot{R}_{gp} = -F_4 + F_5 + F_6 + F_{ext} + P_p \\ &\mathbf{I_p}\dot{\omega}_p + \omega_p \times \mathbf{I_p}\omega_p = -r_{4p} \times \mathbf{T_p}F_4 + r_{5p} \times \mathbf{T_p}F_5 + r_{6p} \times \mathbf{T_p}F_6 \end{aligned} \tag{4.47}$$

A solução simultânea das equações diferenciais de (4.45) a (4.47) é feita numericamente através do método de Runge Kutta. Este método é precedido da conversão destas equações de segunda ordem para uma equivalente de primeira ordem. Este procedimento é necessário uma vez que este método resolve apenas sistemas de primeira ordem. Esta conversão é feita através de uma mudança apropriada de variáveis.

4. 8 Modelos de Forças Elásticas, Viscosas e Paramétricas

O modelo dinâmico inicialmente proposto por Karen, 2008 utilizou modelos simplificados para a representação do mancal. Estes modelos são importante pois permitem a substituição gradual por mancais hidrodinâmicos.

A força elástica é representada por uma matriz de rigidez do tipo :

$$K_i = \begin{bmatrix} k_i & 0 & 0 \\ 0 & k_i & 0 \\ 0 & 0 & k_i \end{bmatrix}, \text{ i = 1, 2, …, 6.} \tag{4.48}$$

A força viscosa é definida pela força de arrasto cuja direção é contrária ao movimento do eixo no fluido. Para uma esfera de diâmetro D e área A que se move a uma velocidade V em um fluido incompressível de viscosidade μ e densidade ρ, a força de arrasto é uma função do tipo:

$$F_{visc} = f(D, V, \mu, \rho) \tag{4.49}$$

O coeficiente de arrasto é definido como:

$$C_D = \frac{F_{visc}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = f(\mathrm{Re}) \tag{4.50}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \tag{4.51}$$

Para o eixo, que é um corpo cilíndrico, o coeficiente de arraste foi obtido em literatura (Fox and McDonald, 1978) e aplicado ao mancal do compressor.

O torque resistivo é calculado por:

$$\begin{aligned} \tau_{visc} &= F_D \frac{L}{2} = \frac{L}{4}\rho V^2 A C_D \\ \tau_{visc} &= \mu \omega D^3 \frac{L}{4 f_r}\pi \end{aligned} \tag{4.52}$$

A resistência ao movimento devido à translação do pistão é representada por uma força linear viscosa dependente da folga radial (fr), área (A) e velocidade (V). Esta força é representada por:

$$F_{lin} = \mu \frac{V}{f_r} A \tag{4.53}$$

A força paramétrica viscosa é representada através de uma matriz de coeficientes de amortecimento e é proporcional à velocidade do centro do mancal. A matriz equivalente de amortecimento viscos é representado por:

$$C_i = \begin{bmatrix} c_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & c_i \end{bmatrix}, \text{ i = 1, 2, …, 6.} \tag{4.54}$$

4. 9 Equações de Estado

Uma equação diferencial de ordem *n* pode ser escrita com um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem (Prata, 1992). Essa reformulação é feita mediante uma mudança de variáveis convenientes. Para uma equação diferencial de segunda ordem, de valor inicial t_0 , tem-se:

$$\ddot{x}(t) = g(t, x(t), \dot{x}(t)), \quad t > t_0 \tag{4.55}$$

$$x(t_0) = x_0 \tag{4.56}$$

$$\dot{x}(t_0) = y_0 \tag{4.57}$$

Onde x, g, x_0 e y_0 são vetores pertencentes ao R^n ,e

$$g = \begin{bmatrix} g_1(t, x_1(t), \ldots, x_n(t), \dot{x}_1(t), \ldots, \dot{x}_n(t)) \\ g_2(t, x_1(t), \ldots, x_n(t), \dot{x}_1(t), \ldots, \dot{x}_n(t)) \\ \vdots \\ g_n(t, x_1(t), \ldots, x_n(t), \dot{x}_1(t), \ldots, \dot{x}_n(t)) \end{bmatrix} \tag{4.58}$$

Uma nova variável $y(t) = \dot{x}(t)$ cuja derivada é $\dot{y}(t) = \ddot{x}(t)$ e aplica-se a substituição de $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$ na equação (4.57) formando um sistema de primeira ordem:

$$\dot{x} = y \tag{4.59}$$

$$\dot{y} = g(t, x, y) \tag{4.60}$$

Com condições iniciais $x(t_0) = x_0$ e $y(t_0) = y_0$.

4. 10 Método de Runge Kutta

O método de Runge Kutta é um procedimento numérico utilizado para resolver equações diferenciais ordinárias. Este método é baseado na aproximação da função através da expansão da série de Taylor, sendo que a ordem da série define a ordem do método de Runge Kutta.

Este trabalho utilizou o método de Runge Kutta de quarta ordem. Para este procedimento, o intervalo de tempo é discretizado em *p* subintervalos de tamanho h, dado por:

$$h = \frac{t_f - t_0}{p} \tag{4.61}$$

E gera-se a seqüência iterativa:

$$\begin{aligned} m_0 &= g(t_k, x_k) \\ m_1 &= g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} m_0\right) \\ m_2 &= g\left(t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{h}{2} m_1\right) \\ m_3 &= g(t_{k+1}, x_k + h m_2) \end{aligned} \tag{4.62}$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(m_0 + 2m_1 + 2m_2 + m_3) \tag{4.63}$$

onde

$$\mathrm{t_{k_1}} = \mathrm{t_k} + \mathrm{h} \quad , \quad \mathrm{k} = 0, 1, \ldots, \mathrm{p} - 1 \tag{4.64}$$

Descrito o modelo dinâmico, no capítulo 5 o modelo completo, com a incorporação do modelo de mancal hidrodinâmico é explicado através de um diagrama de blocos.

Capítulo 5

5 Integração do Modelo Dinâmico e de Mancais

A integração do modelo de mancais no modelo dinâmico permite que ambos respondam de forma mais realística à simulação do funcionamento do compressor alternativo. O modelo dinâmico resolve as equações diferenciais de movimento através da integração numérica pelo método de Runge Kutta. As reações dos mancais por sua vez são calculadas através do modelo de mancal hidrodinâmico e são integradas na solução do movimento.

5. 1 Descrição do Algoritmo de Solução Numérica

Os modelos numéricos foram implementados em ambiente Matlab devido à facilidade de programação e a possibilidade de se *paralelizar* algumas funções através de comandos simples como o parfor (Matlab R2008 a). Além disso, a ferramenta Profiler do Matlab permite uma melhora considerável de desempenho da rotina implementada em arquivo .M.

5. 1. 1 Rotina do Programa Principal

Inicialmente o programa carrega os dados do mecanismo do compressor alternativo, como geometria, parâmetros de funcionamento, massa e matriz de inércia dos componentes e os dados dos mancais. A curva de compressão do gás refrigerante também é carregado, sendo esta obtida através do gráfico da evolução da pressão do cilindro em função do seu volume apresentado no trabalho de Couto, 2006.

Com estes dados, o primeiro modelo dinâmico, chamado de pinado pois considera os mancais como sendo simples apoios, calcula o torque necessário para a manutenção de uma velocidade angular constante no eixo do compressor e as reações nos mancais. Estas reações nos apoios poderiam ser usados para o cálculo da órbita dos mancais, procedimento este usado nos trabalhos de Couto , 2006, Durval, 2005 e Prata, 1992. Como alternativa a estes trabalhos, o torque motor é utilizado para um segundo modelo dinâmico, este chamado de flexível, e que incorpora o modelo de mancal hidrodinâmico.

O modelo mais completo, chamado de sistema flexível, utiliza como entrada a curva de torque gerada pelo modelo pinado e o perfil de compressão do gás. A equação diferencial que descreve o movimento foi desenvolvida no capítulo 4 e foi utilizado o método de Runge Kutta para a sua integração numérica. Para isso foi necessário reformular as equações de segunda ordem através das equações de estado. Uma vez que o passo de integração é variável, os valores do torque motor e da pressão do gás são obtidos através de uma interpolação linear das curvas de torque calculada no sistema pinado e da curva de pressão original.

Os valores de deslocamento e velocidade obtidos através da integração numérica alimentam o modelo de mancal. Este por sua vez, calcula as forças de reação do mancal a estas entradas. O modelo de mancal utilizado para integrar numericamente a equação de Reynolds baseia-se no método de elementos finitos descrito no capítulo 3.

Abaixo a Figura 5.1 descreve a rotina utilizada para a modelagem dinâmica.

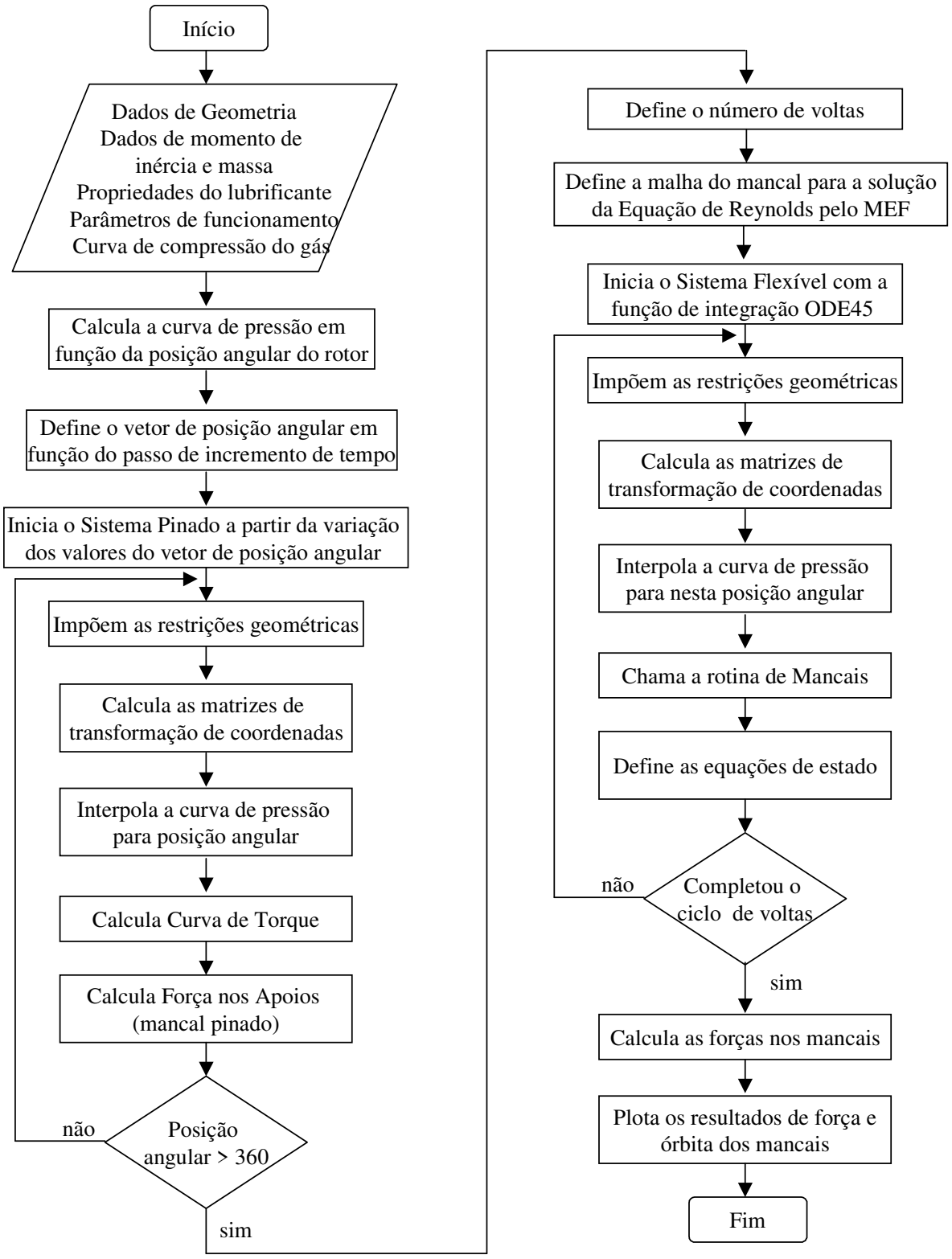


Figura 5.1 : Fluxograma do Programa Dinâmico

Capítulo 6

6 Resultados do Modelo Numérico

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos com a utilização do modelo de mancal radial hidrodinâmico para a dinâmica do compressor alternativo. Inicialmente são apresentados os resultados para a situação sem carga de compressão, ou seja, o modelo é submetido apenas às forças inerciais. Em seguida os resultados considerando a carga de compressão são apresentados.

Para cada situação, são apresentados os resultados obtidos para o modelo pinado, que são o torque e forças nos suportes localizados nas posições dos mancais. A implementação do modelo de mancal hidrodinâmico no modelo dinâmico flexível foi feito de maneira gradual. Assim, primeiramente são apresentados os resultados obtidos por Karen, 2008 que utilizou um modelo de forças elásticas (conservativas) e viscosas (dissipativas) para o mancal. A seguir os resultados da simulação para um modelo de mancal (mancal principal) e dois mancais (mancal principal e mancal secundário) são apresentados.

Neste trabalho, a definição do ângulo ψ_c definido pela equação 4-26 e descrito na figura 4-10 difere da formulação de Karen, 2008 e isto acarretou diferenças nos resultados das forças nos mancais para o modelo flexível.

Os dados utilizados para a simulação estão indicados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 : Dados operacionais e geométricos do mecanismo do compressor alternativo e dos mancais utilizados.

Parâmetros de funcionamento		
Rotação do eixo	3261 rpm	
Viscosidade do Óleo	2.85 mPas (90ºC)	
Offset do Pistão	2.0 mm	
Raio do Excêntrico	10.5 mm	
Eixo e Mancal do Eixo		
Folga Radial do mancal (do eixo)	12.0 μm	
Diâmetro do Mancal	16.0 mm	
Comprimento do Mancal Principal	9.45 mm	
Comprimento do Mancal Secundário	6.09 mm	
Massa do Eixo	0.9455 Kg	
Tensor de inércia do rotor (g.mm^2)		
Ixx = 988842.37	Ixy = -45.04	Ixz = -8030.91
	Iyy = 989330.77	Iyz = -90.85
SYM		Izz = 386062.50
Biela e Mancal da Biela		
Folga Radial do mancal	12.5 μm	
Diâmetro do Mancal	15.0 mm	
Comprimento do Mancal	10.63 mm	
Massa da Biela	0.02879 Kg	
Comprimento da Biela	38.47 mm	
Tensor de inércia da biela (g.mm^2)		
Ixx = 1010.32	Ixy = 2.05e	Ixz = 22.92
	Iyy = 8029.81	Iyz = -0.08e-9
SYM		Izz = 525.95
Pistão e Mancal do Pistão		
Folga Radial do mancal	4.0 μm	
Diâmetro do Mancal	26.0 mm	
Comprimento do Mancal (saia)	4.55 mm	
Comprimento do Mancal (topo)	5.75 mm	
Massa da Biela	0.0454 Kg	
Tensor de inércia do Pistão (g.mm^2)		
Ixx = 4568.73	Ixy = -0.01	Ixz = 0
	Iyy = 3872.47	Iyz = 0.02
SYM		Izz = 3280.58

6. 1 Resultados para Dinâmica do Compressor sem o Carregamento de Pressão

A curva de torque calculado no modelo pinado, para a situação sem carregamento de compressão no cilindro é apresentado na Figura 6.1 e os esforços nos suportes são apresentados na Figura 6.2. O perfil do torque é utilizado pelo modelo flexível e os resultados estão indicados no modelo de forças elásticas e viscosas para representar o mancal, modelo com 1 mancal hidrodinâmico e modelo com 2 mancais hidrodinâmicos.

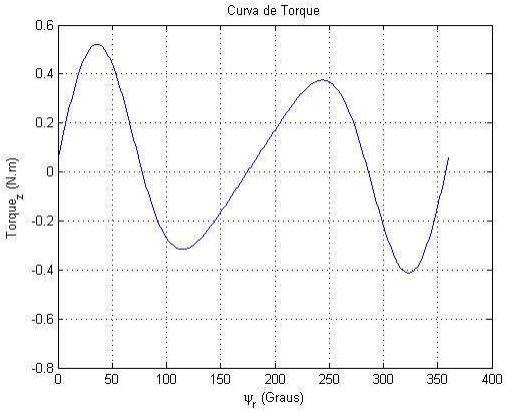


Figura 6.1 : Torque calculado para o compressor alternativo sem carga de compressão.

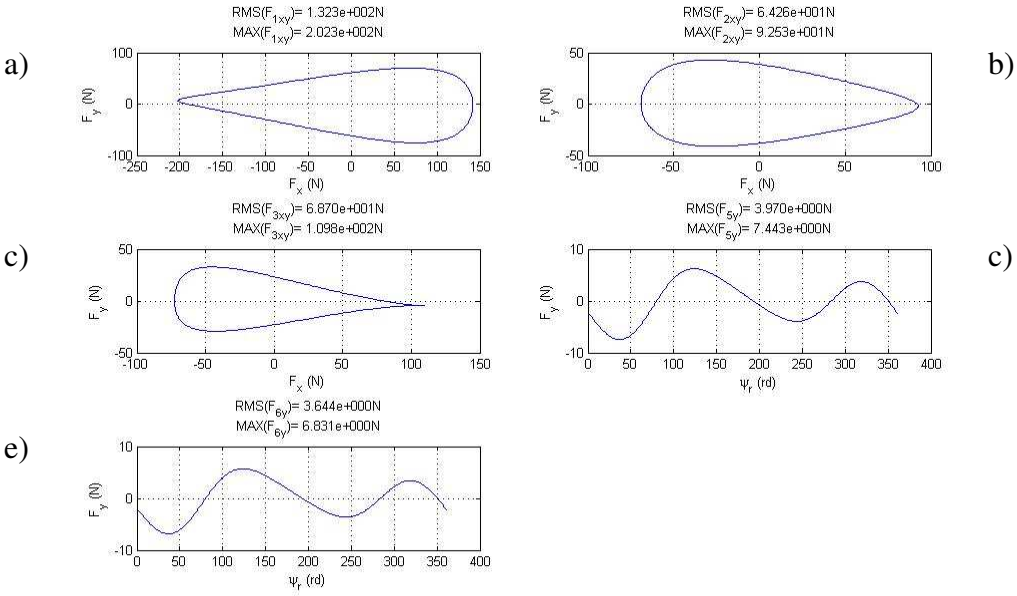


Figura 6.2 : Esforços nos mancais pinados (suportes) para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

O sistema de coordenadas inerciais utilizado nesta simulação encontra-se na Figura 6.3.

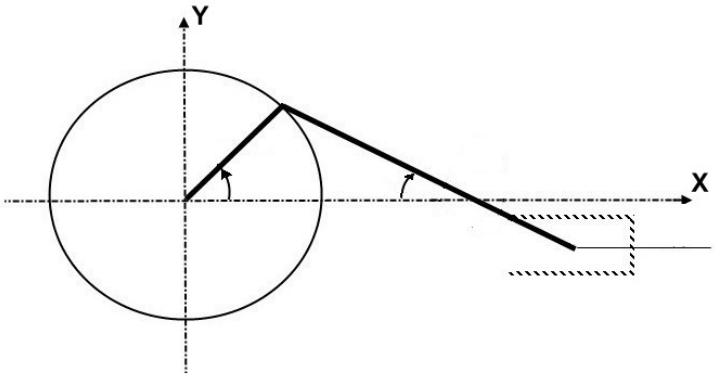


Figura 6.3 : Sistema de coordenadas inerciais.

6. 1. 1 Modelo de Mancal Representado por Forças Elásticas e Viscosas

A rigidez e o amortecimento de cada modelo de mancal foi definido a partir da observação da relação de excentricidade de forma que esta não deveria ser maior que a unidade. Observa-se que este ajuste foi feito no caso de carregamento com pressão e os resultados aqui servem para comparar com os modelos dinâmicos que utilizam um e dois mancais hidrodinâmicos.

Os valores da rigidez utilizados foram:

$K_1 = 8.0\ 10^7$ N/m, $K_2 = 3.2\ 10^7$ N/m, $K_3 = 5.0\ 10^7$ N/m, $K_5 = K_6 = 3.0\ 10^7$ N/m

E para amortecimento:

$C_1 = C_2 = C_3 = C_5 = C_6 = 5000$ Ns/m

A Figura 6.4 indica as forças nos mancais e a Figura 6.5 a órbita. Verifica-se a relação direta entre a força no mancal primário (Figura 6.4 – superior esquerda) e a órbita traçada na Figura 6.5 (linha vermelha) bem como a força no mancal secundário (Figura 6.4 – superior direita) e a órbita traçada na Figura 6.5 (linha azul tracejada).

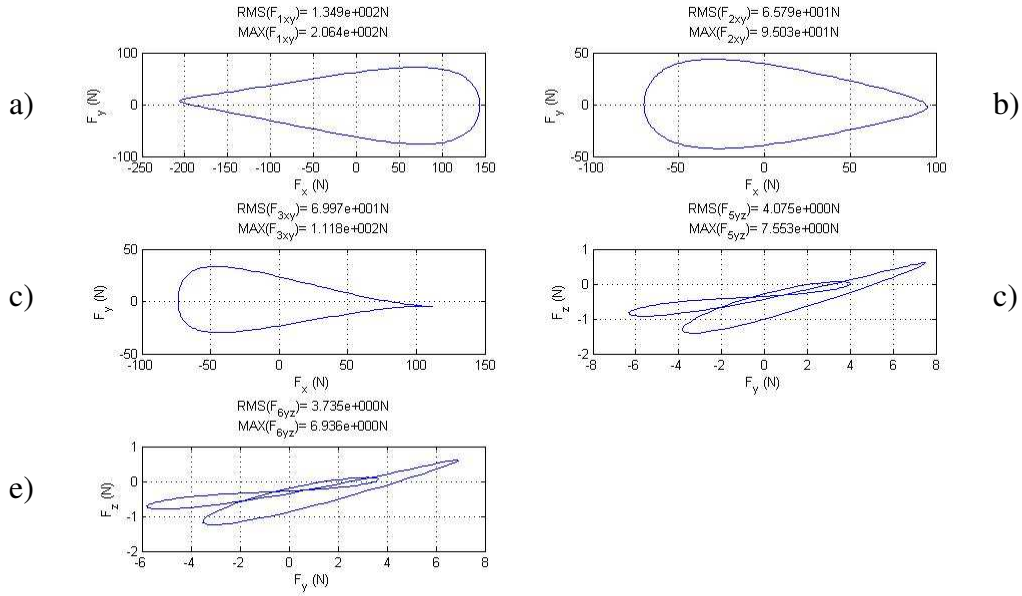


Figura 6.4 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

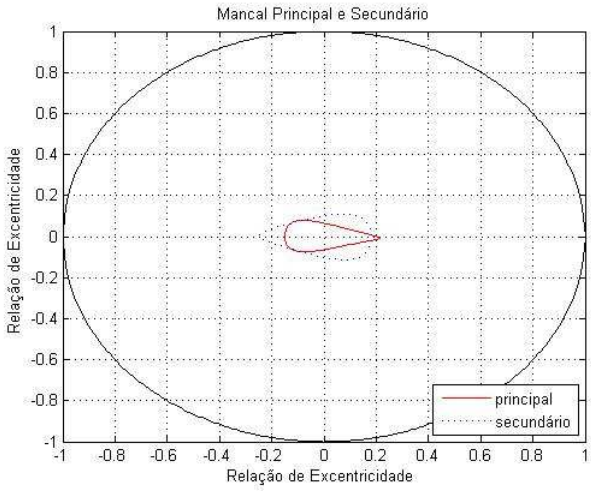


Figura 6.5 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais.

O tempo para esta simulação, em um PC com processador de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 6 min para o eixo completar 3 voltas.

6. 1. 2 Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico

Nesta simulação o mancal primário foi representado através de um modelo de mancal hidrodinâmico. A resposta da força está indicada na Figura 6.6 – superior esquerda. A órbita indicada na Figura 6.7 mostra uma maior mobilidade do eixo, mas continua indicando uma relação direta com o perfil de forças. Os outros mancais continuam sendo representados pelo modelo de forças elásticas e viscosas.

O tempo para esta simulação, em um processador de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 1,3 horas para o eixo completar 3 voltas. Verifica-se um aumento de 13 vezes no tempo para que o modelo complete este ciclo de simulação. Isto se deve à inserção do modelo de mancal ou seja, a rotina de integração da equação de Reynolds, no modelo dinâmico do compressor. Atém disso, o resultado de força fornecido pelo modelo de mancal faz com que a rotina de integração ODE45 aumente o número de iterações para se chegar a um erro de 1.10^{-6} (valor padrão do Matlab) e conseqüentemente à solução final.

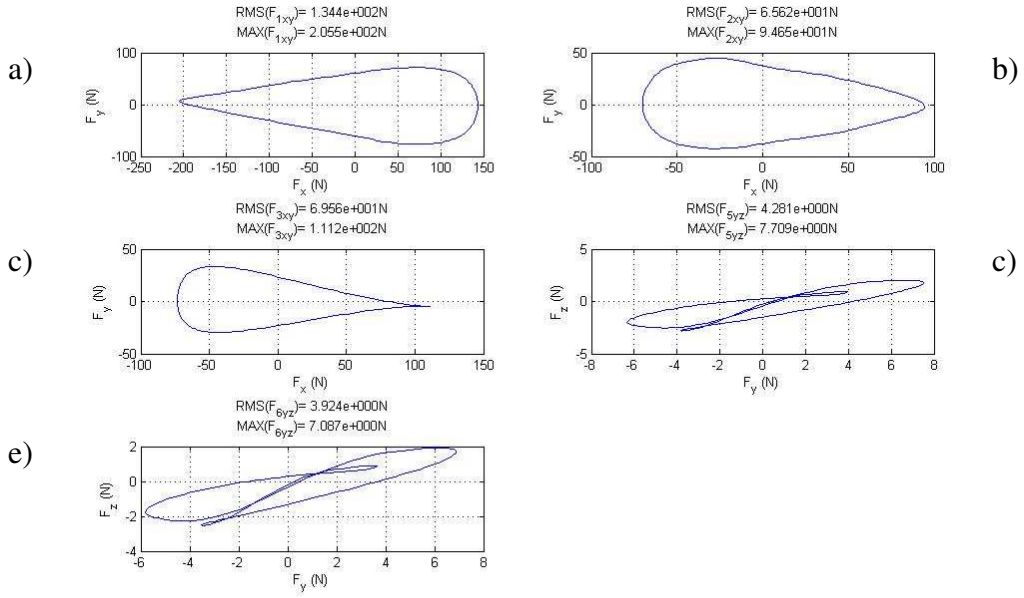


Figura 6.6 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

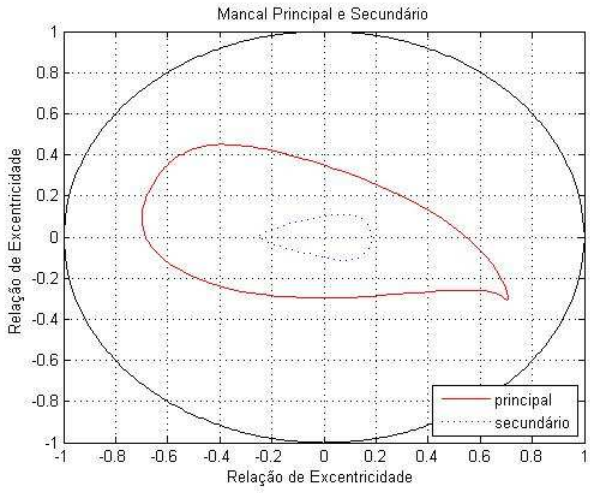


Figura 6.7 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais.

6. 1. 3 Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos

Esta simulação utilizou dois modelos de mancais hidrodinâmicos, o primário e o secundário, cujas forças foram indicadas na Figura 6.8 superior esquerda e direita, respectivamente. A representação do mancal através deste modelo acarreta uma órbita indicada na Figura 6.9. Comparando-se a órbita do mancal principal, verifica-se pouca mudança com relação ao modelo anterior como apenas 1 mancal hidrodinâmico.

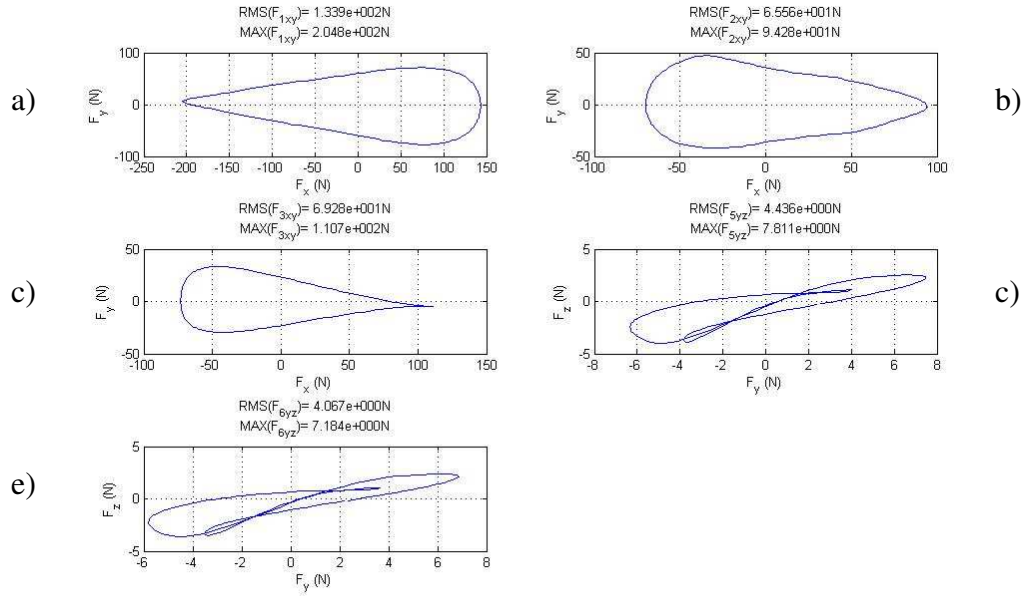


Figura 6.8 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

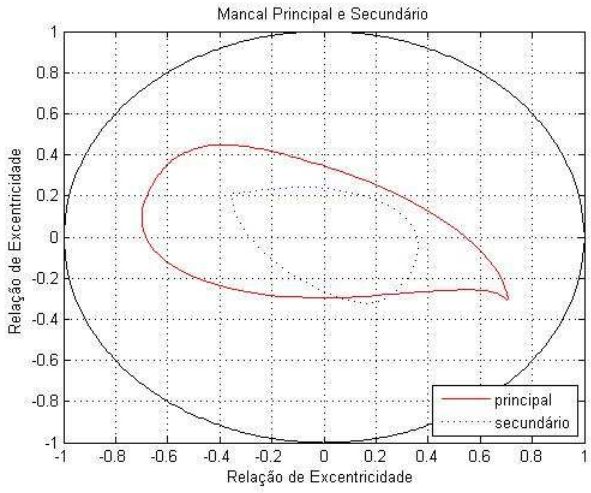


Figura 6.9 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito apenas às cargas inerciais.

O tempo para esta simulação para o modelo desenvolvido neste trabalho, em dois processadores de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 2.5 horas para o eixo completar 3 voltas. Verifica-se novamente um aumento no tempo de processamento, devido à inserção de mais um modelo de mancal. Esta simulação foi feita utilizando o comando "parfor" do Matlab para dividir

o cálculo das forças dos mancais de forma que cada mancal (principal e secundário) foi simulado em um processador diferente. Abaixo a Tabela 6.2 sintetiza os valores das reações dos mancais para os diversos modelos, para o compressor livre, sem o carregamento de compressão.

Tabela 6.2 : Resultado dos valores médios das reações nos mancais para o sistema sem carga de compressão.

	Modelo Pinado [N]	Modelo Visco-Elástico [N]	Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico [N]	Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos [N]
Primário	132,3	134,9	134,4	133,9
Secundário	64,3	65,8	65,6	65,6
Excêntrico	68,7	69,9	69,6	69,3
Pistão – saia	4,0	4,1	4,3	4,4
Pistão - topo	3,6	3,7	3,9	4,1

A análise dos resultados para das forças de reação dos mancais para esta situação mostram que:

- os modelos flexíveis (modelo visco elástico, modelo com 1 mancal hidrodinâmico e modelo com 2 mancais hidrodinâmicos) respondem de forma semelhante para a força.

A comparação das órbitas entre os mancais flexíveis mostra que a representação dos mesmos através da solução numérica da equação de Reynolds permite uma maior mobilidade do eixo representadas nas Figura 6.7 e Figura 6.9.

6. 2 Resultados para Dinâmica do Compressor com o Carregamento de Pressão

A curva de compressão do gás refrigerante foi o mesmo utilizado por Karen, 2008 e Couto, 2006. Este perfil de compressão representa a compressão de ar no cilindro do compressor alternativo durante um ciclo de operação. A Figura 6.10 indica os valores de pressão em função do angulo de giro do eixo.

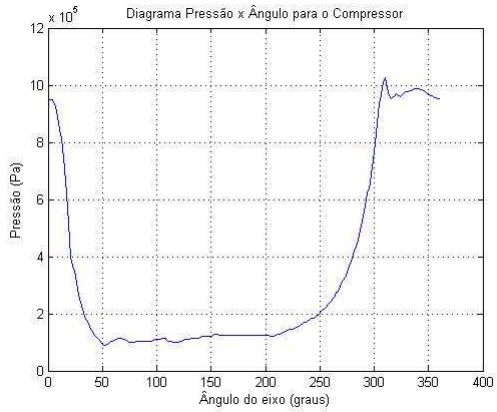


Figura 6.10 : Curva de compressão no cilindro do compressor.

O torque necessário para a manutenção de uma velocidade constante no eixo foi calculado pelo modelo pinado, considerando as cargas de inércia e a compressão no cilindro. O perfil do torque calculado está indicado na Figura 6.11, sendo que o eixo da abscissa é definido pelo ângulo de rotação ψ_r em coordenadas locais do eixo. Este gráfico indica um maior esforço do mecanismo para realizar a compressão do ar, quando comparado com a Figura 6.1 que é o torque necessário para vencer apenas a inércia.

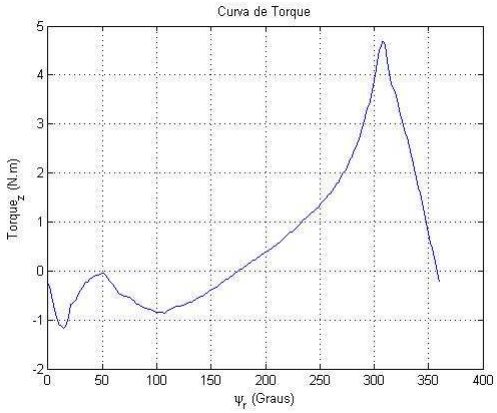


Figura 6.11 : Torque calculado para o compressor alternativo sujeito à carga de compressão.

A forças calculadas no modelo pinado estão indicadas na Figura 6.12. Pode-se verificar que a força externa de compressão do ar alterou significativamente o perfil de forças no modelo pinado.

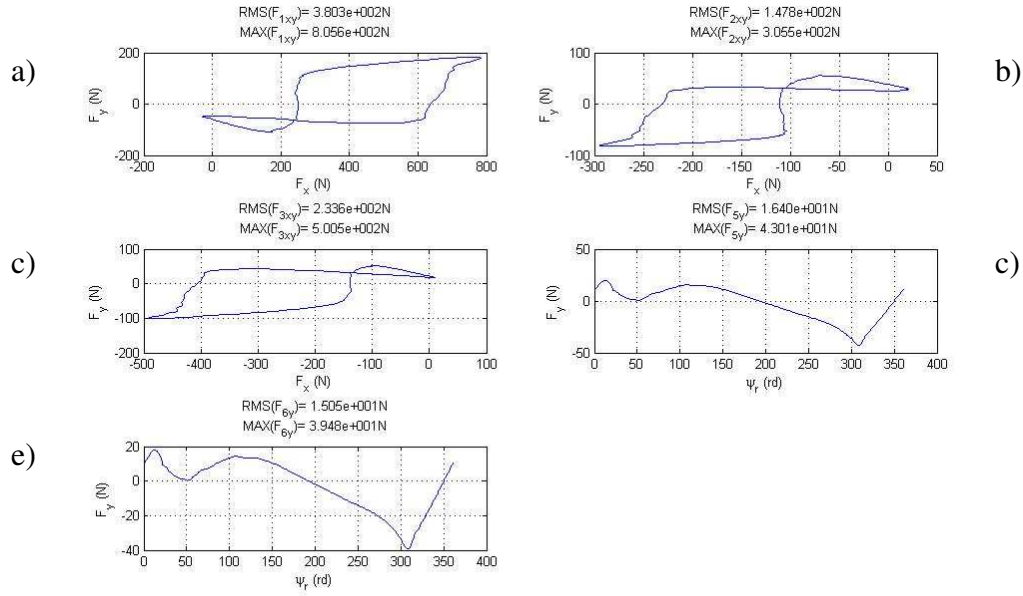


Figura 6.12 : Esforços nos mancais pinados (suportes) para o compressor alternativo sujeito apenas às cargas inerciais. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

6. 2. 1 Modelo de Forças Elásticas e Viscosas Representando o Mancal

A rigidez e o amortecimento de cada modelo de mancal foi definido a partir da observação da relação de excentricidade de forma que esta não deveria ser maior que a unidade, conforme a Figura 6.14.

Os valores da rigidez utilizados foram:

$K_1 = 8.0\ 10^7$ N/m, $K_2 = 3.2\ 10^7$ N/m, $K_3 = 5.0\ 10^7$ N/m, $K_5 = K_6 = 3.0\ 10^7$ N/m

E para amortecimento:

$C_1 = C_2 = C_3 = C_5 = C_6 = 5000$ Ns/m

A Figura 6.13 indica as forças nos mancais e a Figura 6.14 as órbitas. Verifica-se nesta situação a relação direta entre a força no mancal primário (Figura 6.13 – superior esquerda) e a órbita traçada na Figura 6.14 (linha vermelha) bem como a força no mancal secundário (Figura 6.13 – superior direita) e a órbita traçada na Figura 6.14 (linha azul tracejada). O tempo para esta simulação, em um PC com processador de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 6 min para o eixo completar 3 voltas.

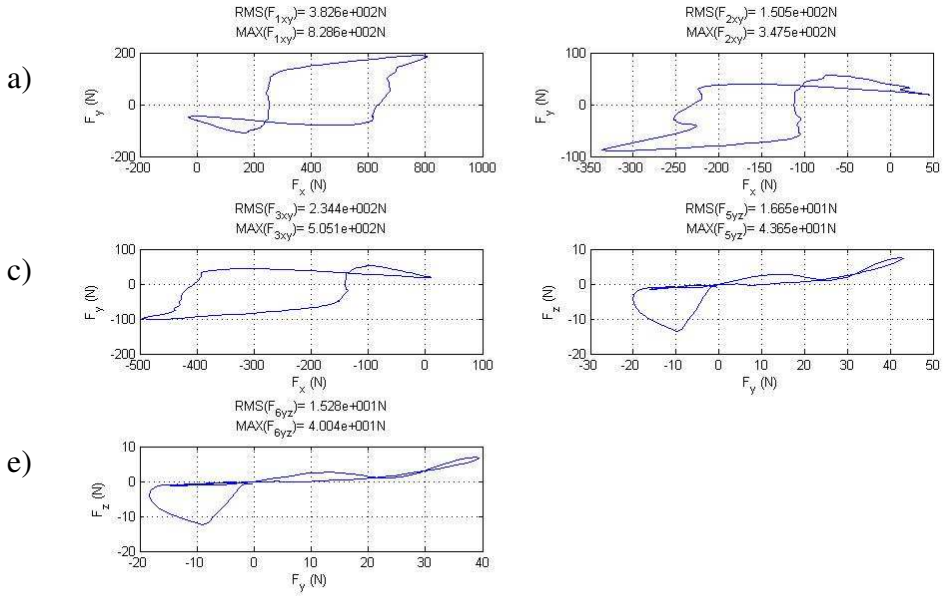


Figura 6.13 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

Para efeitos de comparação com os resultados do mancal hidrodinâmico, o gráfico da forças foi gerado a partir da última volta (completa) do eixo.

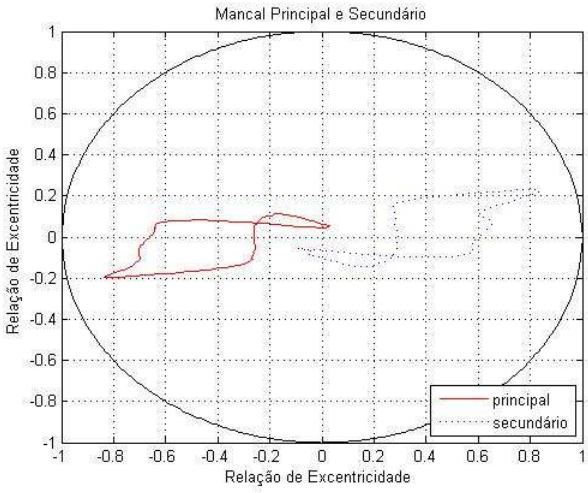


Figura 6.14 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão.

6. 2. 2 Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico

Para evitar que o modelo inicie com uma carga de compressão (ângulo do eixo igual a zero - Figura 6.10) a rotina da dinâmica do modelo flexível inicia a compressão após uma volta e meia.

Para uma maior clareza para a visualização dos resultados, a Figura 6.15 das forças nos mancais representa apenas os valores após o sistema trabalhar com a carga de compressão. Especificamente, a última volta do eixo foi representada. Os valores das forças devido à inércia são idênticos à Figura 6.6.

O tempo para esta simulação, em um processador de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 4.5 horas para o eixo completar 3 voltas. Com a inclusão da carga de compressão, o tempo de simulação aumentou 3 vezes quando comparado com a mesma configuração em 6.1.2. Este aumento se deve ao incremento de iterações para que a rotina de integração ODE45 do Matlab convirja.

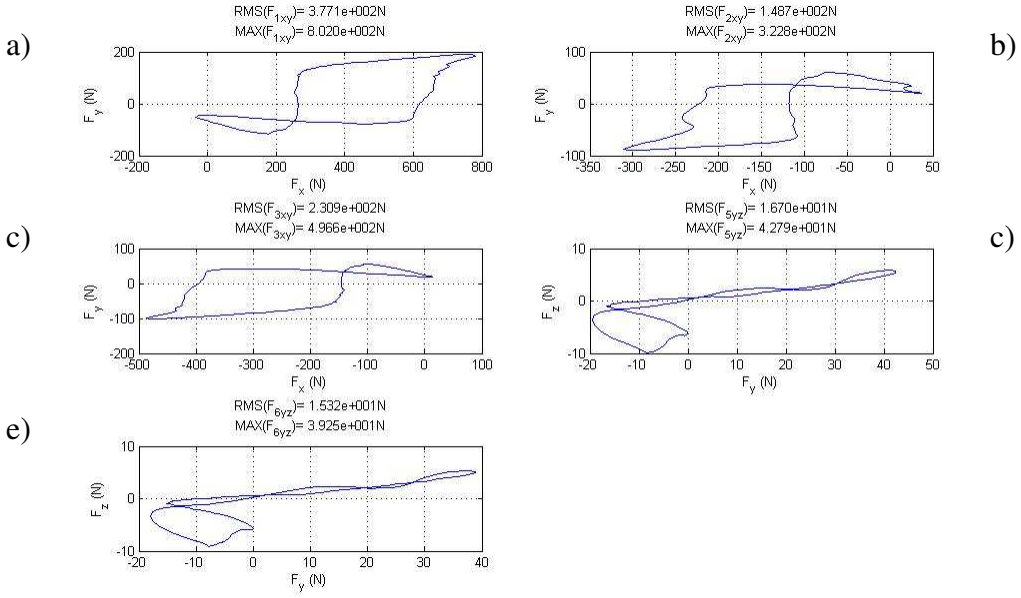


Figura 6.15 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

A nova órbita do mancal primário mostra que o eixo se desloca para a esquerda, diminuindo a sua amplitude, como mostra a Figura 6.16.

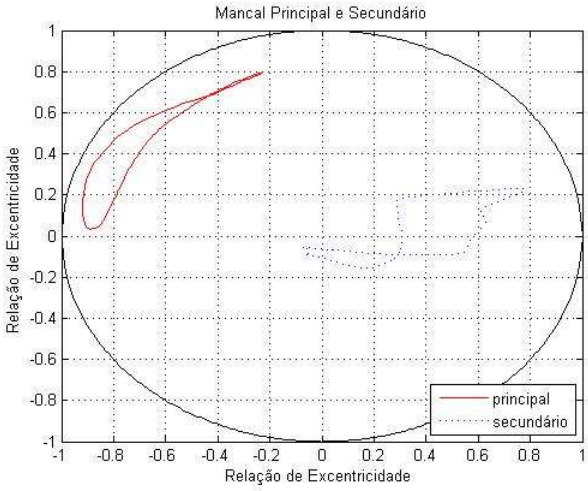


Figura 6.16 : Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão.

6. 2. 3 Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos

O mesmo procedimento para a aplicação da carga de compressão utilizada no modelo com 1 mancal foi utilizado também nesta situação, bem como a apresentação dos resultados.

A Figura 6.17 indica as forças de reação dos mancais. Observa-se que os valores das forças no mancal secundário (superior direita) são menores que no mancal principal (superior esquerda). As curvas de força referem-se à terceira volta (completa) do eixo.

Esta diferença reflete na órbita calculada para estes mancais, indicada na Figura 6.18, onde a amplitude da órbita e deslocamento do eixo do mancal principal (linha vermelha) é maior que o do mancal secundário (linha azul tracejada).

O tempo para esta simulação, em dois processadores de 1.8 GHz, foi de aproximadamente 7,6 horas para o eixo completar 3 voltas. Da mesma forma que a simulação sem carga, esta foi feita utilizando o comando parfor do Matlab para dividir o cálculo das forças dos mancais de forma que cada mancal (principal e secundário) foi simulado em um processador diferente. Quando não utilizado em paralelo, o tempo de processamento sobe para aproximadamente 30 horas.

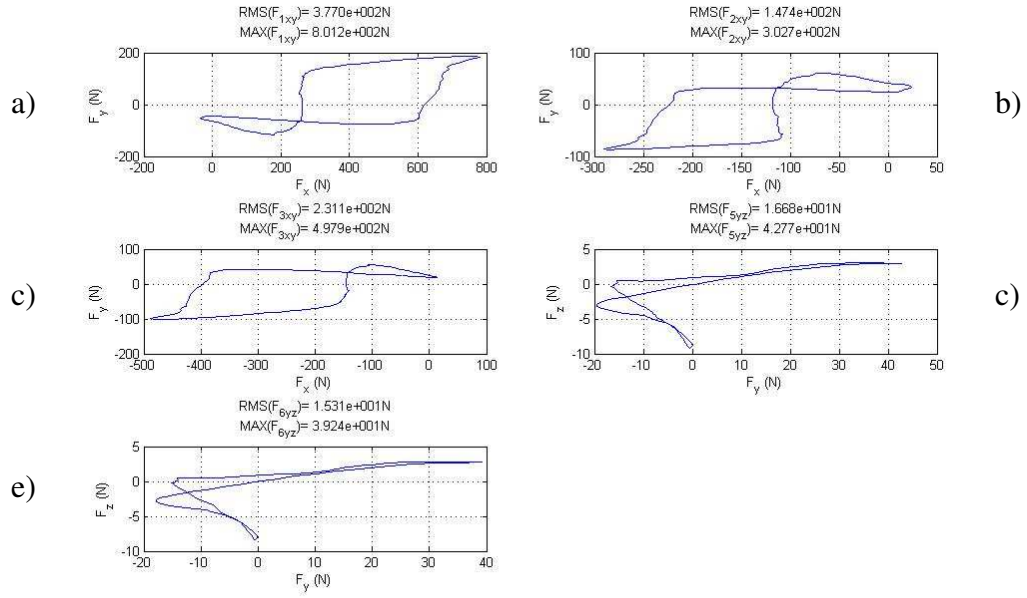


Figura 6.17 : Esforços nos mancais para o compressor alternativo sujeito às cargas de compressão. a) Mancal Principal b) Mancal Secundário c) Mancal do Excêntrico d) Saia do Pistão e) Topo do Pistão.

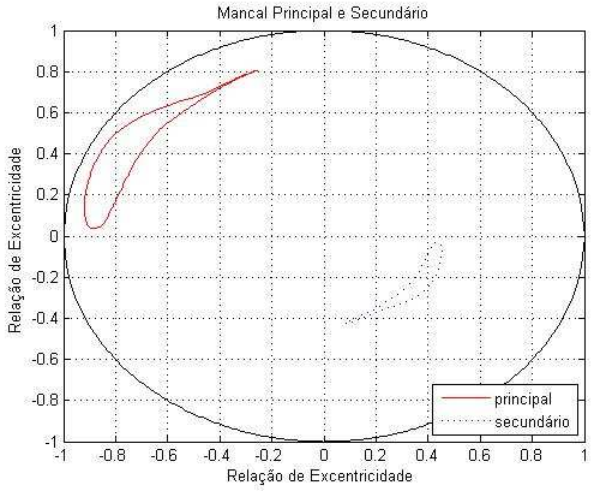


Figura 6.18 -Órbitas dos mancais do eixo (relação de excentricidade) para o modelo sujeito às cargas de compressão.

A órbita dos mancais principal e secundário descrita Figura 6.18 pode ser interpretada como uma inclinação do eixo quando há uma compressão do gás no pistão. Abaixo a Tabela 6.3

sintetiza os valores das reações dos mancais para os diversos modelos, quando o compressor é submetido à compressão indicada na Figura 6.10.

Tabela 6.3 : Resultado dos valores médios das reações nos mancais para o sistema com carga de compressor.

	Modelo Pinado [N]	Modelo Visco-Elástico [N]	Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico [N]	Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos [N]
Primário	380,3	382,6	377,1	377,0
Secundário	147,8	150,5	148,7	147,4
Excêntrico	233,6	234,4	230,9	231,1
Pistão – saia	16,4	16,7	16,7	16,7
Pistão - topo	15,1	15,3	15,3	15,3

A análise dos resultados para das forças de reação dos mancais para esta situação mostram que:

- As forças de reação comportam-se de forma semelhante á situação de sistema sem carga de compressão, ou seja, os modelos flexíveis (modelo visco elástico, modelo com 1 mancal hidrodinâmico e modelo com 2 mancais hidrodinâmicos) respondem de forma semelhante para a força.

Um comparativo do tempo de processamento é mostrado na Tabela 6.4 abaixo:

Tabela 6.4 : Comparação do tempo de processamento.

	Sem carga de pressão	Com carga de pressão
Modelo de forças Elásticas e Viscosas	6 min	6 min
Modelo com 1 Mancal Hidrodinâmico	1.3 horas	4.5 horas
Modelo com 2 Mancais Hidrodinâmicos	2.5 horas *	7.6 horas *

* processamento paralelo com o comando “parfor”

Capítulo 7

7 Conclusões

Este trabalho apresenta uma proposta de modelo numérico que simula a dinâmica de um compressor alternativo com a inclusão de mancais hidrodinâmicos através da resolução da equação de Reynolds.

O modelamento matemático do mancal radial hidrodinâmico é descrito com detalhes no capítulo 3 e serve como base para a avaliação dos modelos atuais através dos métodos das diferenças finitas (MDF) e volumes finitos (MVF) encontrados na literatura, bem como o modelo de elementos finitos (MEF) baseado no trabalho de Couto, 2006. A comparação dos resultados mostra que:

- Os modelos matemáticos são representativos e os resultados calculados pelo modelo analítico de mancal curto e mancal longo são próximos aos valores numéricos de campos de pressão, carga e ângulo de carga.
- O aumento do fator de excentricidade faz com que os resultados comparativos de pressão e conseqüentemente carga e ângulo de atuação comecem a divergir, sendo necessários um refinamento na discretização dos modelos numéricos ou mesmo a utilização de outros modelos matemáticos de mancal como os elasto-hidrodinâmicos (EHD).
- Verifica-se que para a discretização utilizada para o modelo numérico de mancal pelo MDF não apresenta resultados satisfatórios para mancais longos, sendo necessário uma melhor discretização da malha.

A integração do modelo numérico de mancal hidrodinâmico na dinâmica do compressor apresenta uma alternativa ao método baseado em simulações da dinâmica desacoplada do mancal. O método utilizado neste trabalho apresenta a vantagem de obter diretamente as órbitas dos mancais e incluir os efeitos de inércia dos componentes móveis. A análise dos resultados para as forças de reação dos mancais nessa situação mostram que:

- A órbita dos mancais principal e secundário descrita Figura 6.18 pode ser interpretada como uma inclinação do eixo quando há uma compressão do gás no pistão, resultado este também encontrado em Kim e Han, 2004.
- O modelo de mancal elástico-viscoso é muito importante uma vez que torna possível a incorporação gradual do modelo numérico de mancal hidrodinâmico MEF.
- Os resultados da órbita do mancal são próximos dos resultados numéricos encontrados em literatura Kim e Han, 2004, mas não se conseguiu obter uma órbita próxima do resultado de Couto, 2006.
- A incorporação do modelo de mancal aumenta significativamente o tempo de processamento do modelo dinâmico, como indicado na Tabela 6.4. Este fato se deve ao aumento no número de iterações necessárias para a convergência numérica da rotina de integração ODE45 do Matlab.
- A utilização de dois mancais hidrodinâmicos faz com que o tempo de processamento suba para aproximadamente 30 horas, o que é contornado com uso do processamento paralelo que diminui este tempo para 7.6 horas.

Sugestões para trabalhos futuros

- Otimizar as rotinas e aprofundar a pesquisa em processamento paralelo com a finalidade de aumentar o número de mancais hidrodinâmicos e distribuição de memória para uma melhor discretização da malha do modelo de mancal.
- Simular o modelo do compressor em um software comercial, como por exemplo Recurdyn ou AVL, incorporando o modelo de mancal disponível nos mesmos para comparação de resultados.
- Incorporar o efeito de cavitação no modelo de mancal e implementação do efeito elástico no alojamento.

Referências Bibliográficas

Cho, J.R., Moon, S.J. A numerical analysis of the interaction between the piston oil film and the component deformation in a reciprocating compressor. Tribology International, 38, pp. 459–468 2005.

Couto, P. R. C. Análise de Mancais Radiais Hidrodinâmicos com Aplicação em Compressores Herméticos de Refrigeração. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2006 Tese (Doutorado).

Duarte Jr., D. Tribologia, Lubrificação e Mancais de Deslizamento. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2005.

Dufour, R., Hagopian, J. Der, Lalanne, M. Transient and Steady State Dynamic Behaviour of Single Cylinder Compressors: Prediction and Experiments. Journal of Sound and Vibration, 181(1), pp. 23-41 1995

Fox, R. W., McDonald, A. T. Introduction to fluid mechanics. USA, John Wiley and Sons,1978.

Gerardin, R. C. Modelo Dinâmico do Sistema Pistão-Biela-Manivela com Mancais Hidrodinâmicos. Campinas: DPM / FEM / Unicamp, 2005, 80p. Dissertação (Mestrado).

Goodwin, M. J. Dynamics of Rotor-Bearing System. London, England, Unwin Hyman, 1989.

Goodwin, M. J., Nikolajsen, J. L., Ogrodnik, P. J. Reciprocating machinery bearing analysis: theory and practice. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, v. 217, pp. 409-426 2003.

Hamrock, B. J., Schmid, S. R., Jacobson, B. O. Fundamentals of Fluid Film Lubrification. Second Edition. New York, USA: Marcel Dekker, 2004.

Hattori, H. Dynamic Analysis of a Rotor Journal Bearing System with Large Dynamic Loads (Stiffness and Damping Coefficient Variations in Bearing Oil Films). JSME International Journal Series C, v. 36, No. 2, pp. 251-257 1993.

Jannuzi, G. M. et all. Agenda Sustentável 2020 – Estudo de cenários para um setor elétrico brasileiro eficiente, seguro e competivivo / WWF Brasil. Série Técnica : v12 , 47, 80 p. , Brasilia, 2006.

Kim, T.J., Han, J.S. Comparison of the Dynamic Behavior and Lubrication Characteristics of a Reciprocating Compressor Crankshaft in Both Finite and Short Bearing Models. Tribology Transactions, 47, pp. 61-69, 2004.

Ooi, Kim Tiow Simulation of a piezo-compressor. Applied Thermal Engineering, 24, pp. 549–562 2004.

Paulino, Karen de Lolo Guilherme Modelo Dinâmico de Compressores Alternativos. Campinas: DPM / FEM / Unicamp, 2008, 100p. Tese (Doutorado)

Prata, A. T., Fernandes, J. R. S., Fagotti , F. Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors. Journal of Tribology, v. 122, pp. 752-760 2000.

Prata, A. T. Lubrificação Hidrodinâmica de Mancais Radiais – Notas de Aula. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

Rodrigues, R. S. Análise dos esforços dinâmicos transmitidos pelo eixo e pistão ao bloco de compressores herméticos. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2003 Dissertação (Mestrado).

Santos, I. F. Dinâmica de Sistemas Mecânicos – Modelagem – Simulação –Visualização – Verificação. São Paulo: Makron, 2001.

Sinha, A., Gilmore, B. J., Zhang, F., Kohli, V. Efficient Computation of the Sensitivities of Reciprocating Engine Dynamics to Dimensional Tolerances. Mechanism and Machine Theory, v. 32, no. 2, pp. 241-253 1997.

Shabaneh, N.H., Zu, Jean W. Dynamic Analysis of Rotor-Shaft Systems with Viscoelastically Supported Bearings. Mechanism and Machine Theory 35, pp. 1313-1330 2000.

Stachowiak, G. W., Batchelor, A. W. Engineering Tribology. Second Edition. Butterworth-Heinemann, 2001.

Stoecker, W. F.; Jabardo, J. M. S.; Refrigeração Industrial, Ed. Edgard Blucher, ed. 2, 2002

Vohr, J. H. Mechanics of Bearing Systems. IEEE Transactions of Industry Applications, v. 24, no. 3, pp. 531-540 May / June 1988.