

EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Lourival Matos de  
Sousa Filho..... APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 13.10.2009

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

# **Estudo Numérico-Experimental de Mudança de Fase em Torno de Tubo Curvo**

Autor: Lourival Matos de Sousa Filho

Orientador: Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS**

# **Estudo Numérico-Experimental de Mudança de Fase em Torno de Tubo Curvo**

Autor: Lourival Matos de Sousa Filho  
Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Campinas, 2009  
S.P. – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

So85e                   Sousa, Lourival Matos Filho  
                          Estudo numérico-experimental de mudança de fase  
                          em torno de tubo curvo / Lourival Matos de Sousa Filho.  
                          --Campinas, SP: [s.n.], 2009.

                          Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail.  
                          Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
                          Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

                          1. Solidificação. I. Ismail, Kamal Abdel Radi. II.  
                          Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
                          Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Numerical-experimental study of change of phase around  
                          curved tube

Palavras-chave em Inglês: Solidification

Área de concentração: Engenharia Térmica e Fluidos

Titulação: Mestre Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Alcides Padilha, Vivaldo Silveira Júnior

Data da defesa: 13/03/2009

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

**Estudo Numérico-Experimental de Mudança  
de Fase em Torno de Tubo Curvo**

Autor: Lourival Matos de Sousa Filho

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

---

**Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail**

**Instituição: Unicamp/FEM**

---

**Prof. Dr. Alcides Padilha**

**Instituição: UNESP/Bauru**

---

**Prof. Dr. Vivaldo Silveira Jr.**

**Instituição: Unicamp/FEA**

Campinas, 13 de Março de 2009.

## *Dedicatória*

*Dedico esse trabalho à minha mãe que sempre orou por mim e dava-me conselhos quando podia, a meu pai que sempre me ajudou na parte financeira e com conselhos, a minha irmã Geisa e ao meu irmão Israel que sempre foram pessoas que pude contar em todas as horas, além de irmãos, foram dois grandes amigos. Obrigado família!!!*

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser terminado sem antes não agradecer a algumas pessoas que pude contar para a realização deste. Seria impossível tentar descrever, em tão pouco espaço, a importância que meus pais, Lourival e Maria das Graças, tiveram na minha formação humana e acadêmica. Seu amor, constante incentivo e demonstração são frutos dos estudos e do trabalho árduo, não apenas através de palavras e sim, principalmente de exemplos, foram fundamentais no meu processo educacional que culmina com essa dissertação. A eles devo praticamente tudo.

Sou grato muito a Deus por me conceber todos esses anos que estive em campinas, muita saúde, vida, força de vontade em permanecer aqui para realizar parte do meu sonho.

Não poderia de citar a Patrícia (namorada), que me entendia nos momentos desagradáveis do nosso relacionamento em quanto estava empenhado com a dissertação.

Agradeço aos meus amigos maranhenses e então companheiros de república; Adilto (Bucho quebrado), Flávio (Pakito) e Lourival (o gordo), que fizeram parte dos momentos felizes enquanto eu ali permanecia. Ao grupo GEA que teve uma parte essencial na minha vida espiritual em quanto estava em campinas.

Também não poderia de agradecer ao meu orientador professor. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail por ter aceitado-me no programa de mestrado da UNICAMP e pelas orientações que foram cruciais no desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

O meu muito obrigado ao funcionário e amigo do laboratório de tubos e armazenamento de calor do DETF/FEM, Setembrino Vaz e Silva Neto, pela sua disposição, força de vontade de fazer e acontecer.

À secretária Cleusa Vasconcelos de Lima pela sua paciência e disposição.

Ao pessoal da oficina do DETF Luis Zanaga e Luiz Gama pela ajuda nos experimentos.

À Fundação de Amparo à Pesquisa e ao desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão, FAPEMA, pela concessão de bolsa de mestrado.

A empresa Tasco, em especial ao Luiz, pela concessão da bolsa empresa

*“O crescimento pessoal é como investir. Não é o tempo que é escolhido para fazer isso. É o seu tempo investido no crescimento”.*

*Jonh C.Maxwell*

## **Resumo**

SOUSA, Lourival Filho, *Estudo Numérico-Experimental de Mudança de Fase em Torno de Tubo Curvo*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica , Universidade Estadual de Campinas, 2009.

No presente trabalho foi estudado numérico-experimental o processo de solidificação de água ao redor de tubos curvos com diferentes raios de curvaturas, diferentes temperaturas de entrada do fluido refrigerante e número de Dean, que quantificam o grau de curvatura do tubo. O principal objetivo fundamenta-se em analisar a influência desses parâmetros na espessura da camada de gelo. A espessura da camada solidificada foi determinada sobre fotos obtidas de câmera que captura as imagens em intervalos de tempo pré-estabelecido e eram posteriormente digitalizadas. O método numérico utilizado para a interface móvel foi a imobilização de fronteira móvel, e as equações diferenciais do modelo foram discretizadas pelo método de volumes finitos. Correlações para Nusselt nas curvaturas, externa e interna do tubo, foram empregadas no modelo.

### *Palavras-Chave*

Solidificação da água, Tubo curvo, Número de Dean, Imobilização da fronteira móvel

## **Abstract**

SOUSA, Lourival Filho, *An Numerical-experimental Analysis of the Phase Change around of curved pipe*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica , Universidade Estadual de Campinas, 2009

An experimental and theoretical investigation of water solidification around curves pipes with different brine inlet temperatures and Dean numbers, that quantify the curvature ratio of the pipe was performed. The main objective of this work with the influence of these parameters upon the thickness of the frozen layer once one of the main application of this work consists on to obtain parameters that can be applied in the design of latent heat storage. The thickness of the frozen layer was assayed by photography, namely, a video camera was used in order to obtain images of the frozen layer at chosen time intervals and further digitized. A conductive numerical program has been developed using the moving boundary immobilization technique with the differential equations of the model discretized by the finite volume method. Nusselt correlations for the outer and inner tube curvature were used in this model.

### *Keywords*

Water solidification, Curved Pipes, Dean Number, moving boundary immobilization

# Índice

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xx</b>
<b>Capítulo 1 Introdução</b>	<b>1</b>
<i>1.1 Organização do trabalho</i>	<i>4</i>
<b>Capítulo 2 Revisão da Literatura</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Introdução</i>	<i>5</i>
2.2 <i>Problema de mudança de fase</i>	<i>5</i>
2.3 <i>Armazenamento de calor latente</i>	<i>8</i>
2.4 <i>Método numérico</i>	<i>11</i>
2.4.1 <i>Método de imobilização de fronteira móvel</i>	<i>11</i>
2.4.2 <i>Método da entalpia</i>	<i>14</i>
2.5 <i>Problema de mudança de fase em tubos curvos</i>	<i>17</i>
<b>Capítulo 3 Procedimento Experimental</b>	<b>22</b>
3.1 <i>Introdução</i>	<i>22</i>
3.2 <i>Descrição do sistema experimental</i>	<i>23</i>
3.2.1 <i>Da unidade de refrigeração</i>	<i>26</i>
3.2.2 <i>Da seção de testes</i>	<i>28</i>
3.3 <i>Medidas realizadas</i>	<i>30</i>
3.3.1 <i>Sistema de medição de temperatura</i>	<i>32</i>
3.3.2 <i>Espessura do gelo</i>	<i>34</i>
3.3.3 <i>Vazão do fluido secundário</i>	<i>34</i>
3.3.4 <i>Medida da massa solidificada</i>	<i>35</i>
3.4 <i>Metodologia</i>	<i>35</i>
3.5 <i>Descrição do procedimento experimental</i>	<i>36</i>

<b>Capítulo 4 Modelamento Físico e Matemático</b>	<b>37</b>
4.1 <i>Introdução</i>	37
4.1.1 <i>Modelo físico</i>	38
4.2 <i>Formulação matemática</i>	39
4.2.1 <i>Hipóteses</i>	40
4.2.2 <i>Equações governantes e condições de contorno</i>	41
4.2.3 <i>Interface sólido-líquido</i>	43
4.3 <i>Adimensionalização das condições de contorno</i>	47
<b>Capítulo 5 Análise Numérica</b>	<b>49</b>
5.1 <i>Introdução</i>	49
5.2 <i>Discretização da equação da conservação da energia</i>	50
5.3 <i>Discretização das condições de contorno</i>	53
5.4 <i>Tratamento do início do processo de solidificação</i>	54
5.5 <i>Cálculo da massa solidificada</i>	57
5.6 <i>Algoritmo</i>	58
<b>Capítulo 6 Resultados e Discussão</b>	<b>61</b>
6.1 <i>Introdução</i>	61
6.2 <i>Fenômeno observado na formação da camada solidificada</i>	62
6.3 <i>Análise da posição da interface em função do tempo – experimental</i>	64
6.4 <i>Análise da velocidade da frente de solidificação – experimental</i>	72
6.5 <i>Análise da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação</i>	75
6.6 <i>Influência do número de Dean</i>	78
6.6.1 <i>Posição da interface</i>	78
6.6.2 <i>Fração de massa solidificada</i>	81
6.7 <i>Influência da vazão sobre a fração de massa solidificada</i>	83
6.8 <i>Influência da temperatura do fluido de trabalho sobre a fração de massa solidificada</i>	86
6.9 <i>Tempo de solidificação completa</i>	88
6.10 <i>Posição da interface comparação com o modelo numérico</i>	91
<b>Capítulo 7 Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos</b>	<b>96</b>
<b>Referência Bibliográfica</b>	<b>99</b>
<b>Apêndice A</b>	<b>106</b>
<i>Análise da incerteza experimental</i>	106
A.1 <i>Incerteza da temperatura</i>	107
A.2 <i>Vazão volumétrica</i>	107
A.3 <i>Diâmetro do tubo</i>	108
A.4 <i>Massa específica</i>	109

<i>A.5 Viscosidade cinemática</i>	<i>110</i>
<i>A.6 Número de Reynolds</i>	<i>111</i>
<i>A.7 Número de Dean</i>	<i>112</i>
<b>Apêndice B</b>	<b>114</b>
<i>Curvas de Calibração</i>	<i>114</i>
<i>B.1 Placa de orifício</i>	<i>114</i>
<i>B.2 Termopares</i>	<i>115</i>
<b>Apêndice C</b>	<b>124</b>
<i>Correlações empíricas para o coeficiente convectivo de transferência de calor</i>	<i>124</i>
<i>C.1 Número de Nusselt médio</i>	<i>125</i>

## **Lista de Figuras**

Figura 3.1 – Desenho esquemático do sistema experimental	23
Figura 3.2 – Fotografia da unidade refrigeração	25
Figura 3.3 – Fotografia do reservatório do fluido secundário	26
Figura 3.4 – Fotografia do reservatório para resfriar a água	27
Figura 3.5 – Fotografia da seção de teste	28
Figura 3.6 – Esquema da disposição dos termopares	29
Figura 3.7 – Gráfico experimental da posição em função do tempo de solidificação	30
Figura 3.8 – Gráfico experimental da temperatura em função do tempo de solidificação	30
Figura 3.9 – Fotografia do sistema de aquisição de dados da marca LYNX	32
Figura 4.1 – Desenho esquemático do modelo físico	38
Figura 4.2 – Sistema de coordenadas toroidais	39
Figura 4.3 – Corte longitudinal do tubo curvo aproximado para tubo reto	42
Figura 5.1 – Volume de controle bidimensional em coordenadas polares	50

Figura 5.2 – Solidificação em uma fase de um meio semi-infinito com convecção	55
Figura 5.3 – Fluxograma do programa computacional	60
Figura 6.1 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo	62
Figura 6.2 – Fotografia esquemática de um elemento de volume na seção de teste	63
Figura 6.3 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -14^{\circ}C, De = 338,15$	64
Figura 6.4 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -14^{\circ}C, De = 417,87$	65
Figura 6.5 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -8^{\circ}C, De = 781,04$	66
Figura 6.6 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -8^{\circ}C, De = 965,18$	66
Figura 6.7 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -8^{\circ}C, De = 1557,08$	67
Figura 6.8 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo: $T_f = -18^{\circ}C, R = 10,15cm$	68
Figura 6.9 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo, com temperatura do fluido de trabalho constante e vazão variável	69

Figura 6.10 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo, com temperatura do fluido de trabalho constante e vazão variável	69
Figura 6.11 – Resultados experimentais da posição da interface com o tempo de solidificação completa: $R = 15,5cm, Q = 0,06175l/s$	70
Figura 6.12 – Resultados experimentais da posição da interface com o tempo de solidificação completa: $R = 10,15cm, Q = 0,06175l/s$	71
Figura 6.13 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação: $R = 15,5cm, Q = 0,06175l/s$	72
Figura 6.14 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação: $R = 10,15cm, Q = 0,06175l/s$	73
Figura 6.15 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação: $R = 15,5cm, Q = 0,14263l/s$	73
Figura 6.16 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação: $R = 10,15cm, Q = 0,14263l/s$	74
Figura 6.17 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação: $T_f = -14^{\circ}C, Q = 0,06175l/s$	76
Figura 6.18 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação: $R = 15,5cm, Q = 0,06175l/s$	76

Figura 6.19 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação: $R = 15,5cm, Q = 0,10659l/s$	77
Figura 6.20 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação: $R = 15,5cm, T_f = -14^{\circ}C$	77
Figura 6,21 – Posição da interface em função do número de De para solidificação completa com raio de curvatura de $R = 15,5cm$	79
Figura 6,22 – Posição da interface em função do número de De para solidificação completa com raio de curvatura de $R = 10,15cm$	79
Figura 6,23 – Posição da interface em função do número de De para solidificação completa com raio de curvatura de $R = 3,9cm$	80
Figura 6,24 – Posição da interface em função do número de De para solidificação completa com raio de curvatura de $R = 15,5cm$ e $T_f = -20^{\circ}C$	80
Figura 6,25 – Posição da interface em função do número de De para solidificação completa com raio de curvatura de $R = 3,9cm$ e $T_f = -20^{\circ}C$	81
Figura 6.26 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para solidificação completa, com raio de curvatura $R = 15,5cm$	82
Figura 6.27 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para	

solidificação completa com raio de curvatura $R = 10,15cm$	82
Figura 6.28 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para solidificação completa com raio de curvatura $R = 3,9cm$ e $T_f = -8^{\circ}C$ e $-18^{\circ}C$	83
Figura 6.29 – Fração de massa solidificada em função vazão, para tempo da solidificação completa: $T_f = -8^{\circ}C$	84
Figura 6.30 – Fração de massa solidificada em função da vazão, para tempo da solidificação completa: $T_f = -14^{\circ}C$	84
Figura 6.31 – Fração de massa solidificada em função da vazão, para um tempo $t = 4h$ $T_f = -20^{\circ}C$	85
Figura 6.32 – Fração de massa solidificada em função do numero da vazão, para um tempo $t = 4h$ , $T_f = -25^{\circ}C$	85
Figura 6.33 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo $t = 4h$ e raios de curvatura $R = 15,5cm$	86
Figura 6.34 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo $t = 4h$ e raios de curvatura $R = 3,9cm$	87
Figura 6.35 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo $t = 4h$ e raios de curvatura $R = 10,15cm$	87
Figura 6.36 – Tempo de solidificação completa em função da vazão para $T_f = -8^{\circ}C$	88

Figura 6.37 – Tempo de solidificação completa em função da vazão para $T_f = -14^\circ C$	89
Figura 6.38 – Tempo de solidificação completa em função do número de De, para curvatura $R = 15,5cm$	89
Figura 6.39 – Tempo de solidificação completa em função do número de De, para curvatura $R = 10,15cm$	90
Figura 6.40 – Tempo de solidificação completa em função do número de De, para curvatura $R = 10,15cm$	90
Figura 6.41 – Erro relativo na variação radial	92
Figura 6.42 – Resultados numérico e experimental da posição da interface para $T_f = -8^\circ C, R = 15,5cm$	93
Figura 6.43 – Resultados numérico e experimental da posição da interface para $T_f = -8^\circ C, R = 10,15cm$	94
Figura 6.44 – Resultados numérico e experimental da posição da interface para $T_f = -14^\circ C, R = 3,9cm$	94

## **Lista de Tabelas**

Tabela 3.1 – Propriedades dos fluidos, refrigerantes R-22 e Etanol	22
Tabela 6.1 – Erro relativo em função do número de pontos radial	92
Tabela B.1 – Equação regressão linear dos termopares	123
Tabela C.1 – Correlações para o número de Nusselt médio em tubos curvos	125

## Nomenclatura

### Letras Latinas

$c_p$ - calor específico à pressão constante	$\left[ \frac{J}{kg^{\circ}C} \right]$
D – diâmetro de curvatura do tubo	[m]
De – número de Dean	$\left[ \frac{Re}{\sqrt{R/r}} \right]$
d - diâmetro do tubo	[m]
e – espessura	[m]
Fo – número de Fourier	$\left[ \frac{\alpha t}{r^2} \right]$
h – coeficiente convectivo de transferência de calor	$\left[ \frac{W}{m^2^{\circ}C} \right]$
k – condutividade térmica	$\left[ \frac{W}{m^{\circ}C} \right]$
L – calor latente de solidificação	$\left[ \frac{J}{kg} \right]$

M – número de pontos radiais

Nu – número de Nusselt

$$\left[ \frac{hd}{k} \right]$$

P – ponto da malha

Pr – número de Prandtl

$$\left[ \frac{\mu c_p}{k} \right]$$

Q – vazão volumétrica

$$\left[ \frac{l}{s} \right]$$

r – coordenada radial, raio do tubo

$$[m]$$

R – raio de curvatura do tubo [m], coordenada radial adimensional

Re – número de Reynolds, curvatura externa

$$\left[ \frac{4Q}{\pi D \mu} \right]$$

Ri – curvatura interna

$$[m]$$

s(t) – posição da interface sólido-líquido

Ste – número de Stefan

$$\left[ \frac{c_p (T_m - T_f)}{L} \right]$$

s – sólido

T – temperatura

$$[^\circ C]$$

t – tempo

$$[s]$$

u – componente da velocidade na direção x

$$[m/s]$$

v – componente da velocidade na direção y

$$[m/s]$$

V – volume solidificado [m<sup>3</sup>]

X – coordenada plana

w – componente da velocidade na direção z [m/s]

### Letras Gregas

$\alpha$  - difusividade térmica  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

$\phi$  - temperatura adimensional

$\Delta$  - variável auxiliar, espessura da interface sólido-líquido adimensional

$\eta$  - coordenada radial transformada utilizada nas transformada de Landau

$\mu$  - viscosidade cinemática  $\left[ \frac{kg}{ms} \right]$

$\nu$  - viscosidade dinâmica  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

$\theta$  - coordenada angular, direção circunferencial

$\rho$  - massa específica  $\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$

$\tau$  - tempo adimensional

## **Superescritos**

$o$  - tempo anterior

## **Subscritos**

Cu - cobre

$e$  – face do volume de controle à leste do ponto **P** [Figura 5.1]

$E$  – ponto nodal da malha à leste do ponto **P** [Figura 5.1]

$f$  – fluido

$i$  – interface

$in$  – inicial

$l$  – fase líquida

$m$  – mudança de fase, médio

$n$  – face do volume de ao norte do ponto **P** [Figura 5.1]

$N$  – ponto nodal da malha ao norte do ponto **P** [Figura 5.1]

$p$  – parede

$et$  – etanol

$sl$  – sólido-líquido

$s$  – face do volume de ao sul do ponto **P** [Figura 5.1]

$S$  – ponto nodal da malha ao sul do ponto **P** [Figura 5.1]

w – face do volume de ao oeste do ponto **P** [Figura 5.1]

W – ponto nodal da malha ao ponto oeste do ponto **P** [Figura 5.1]

### **Abreviaturas**

PCM – material de mudança de fase

R-22 – monoclorodifluormetano

TDMA – algoritmo para matriz tridiagonal

### **Siglas**

FEM – Faculdade de Engenharia Mecânica

IPT – Instituto de Pesquisa Tecnológica

# Capítulo 1

## Introdução

A solidificação é um fenômeno de mudança de fase que ocorre da fase líquida para a fase sólida, sendo que esse fenômeno está associado com várias aplicações prática na área da engenharia, medicina, geologia, etc.

A solidificação é de interesse prático em diversas áreas, como na refrigeração, na eletroquímica, etc. (Prud'homme e Enguyer, 1989). Na indústria alimentícia, a refrigeração e o congelamento à baixa temperatura são técnicas muito utilizadas para a preservação de alimentos perecíveis. Na geologia, a taxa de solidificação da terra tem sido utilizada para estimar a idade do planeta. Qualquer que seja o campo de aplicação, o problema de interesse central é a taxa em que ocorre a solidificação.

O entendimento do fenômeno de mudança de fase - solidificação/fusão, nesse caso em especial a solidificação, é de grande importância na hora de projetar e desenvolver diversos equipamentos tanto na área industrial quanto na área científica.

Uma das aplicações do processo de mudança de fase é chamado “bancos de gelo”, que consistem em equipamentos que armazenam energia em forma de calor latente que é significativamente maior que do calor sensível na mesma faixa de temperatura do material, resultando em que a massa e o volume serão menores, e o processo se realiza essencialmente à temperatura constante, a baixas temperaturas, são bem utilizados em condicionamento de ar em

prédios, residências, escritório, comércio e indústria em geral, onde o conforto é aspecto primordial para o desempenho humano (Ismail, 1998). Há duas formas de armazenamento por calor latente, a primeira envolve a reação de hidratação e desidratação de sais e a segunda forma envolve o processo de mudança de fase sólido líquido ou o processo de fusão e solidificação (Gonçalves, 1996).

Basicamente, os bancos de gelo possuem o seguinte princípio: A energia é retida no material de mudança de fase, PCM, sendo em seguida transferida para o meio através de um fluido de trabalho adequado.

O objetivo fundamental destes equipamentos é aliviar os efeitos dos picos de carga, que são períodos de tempo críticos na demanda de energia elétrica, onde os aparelhos de ar condicionado são os maiores responsáveis individuais pela ocorrência de pontas de alta demanda de energia elétrica em instalações comerciais. A armazenagem de frio, pelo processo de banco de gelo, é um método para deslocamento dos horários de ponta de carga; ou ainda, para nivelamento da carga, transferindo o consumo de energia do horário de ponta para um horário fora de ponta. Conseqüentemente reduz os custos de energia (Ismail, 1998).

Beckman e Gill (1982) definem o banco de gelo como um armazenador de energia térmica de calor latente. Os mesmos operam em ciclo de carregamento e descarregamento em que recebem e liberam energia. O processo de carga e descarga consiste em ceder e retirar calor de uma substância armazenadora. O elevado calor latente de algumas substâncias possibilita, através do processo de mudança de fase, o armazenamento de uma grande quantidade de energia em pequena variação de temperatura. Este fator foi fundamental para o crescimento do interesse em unidades armazenadoras de calor latente em relação aos equipamentos de calor sensível. Os armazenadores de calor latente, quanto ao tipo de geometria, podem ser feitos, basicamente com tubos retos ou serpentinas.

Segundo Benta (2000), dependendo da finalidade e natureza do processo, a utilização de tubos curvos apresentaria inúmeras vantagens em relação aos tubos retos, dentre as quais cita-se algumas :

- Possibilitam uma maior troca térmica devido à formação do escoamento secundário no plano à direção axial;
- Produz um aumento no coeficiente de transferência de calor e na distribuição do tempo de residência, fator este relevante em algumas reações químicas;
- Possibilitam acomodação de grandes extensões de tubo, proporcionando um aumento na área de transferência de calor;
- O escoamento que se desenvolve no interior tem possibilitado o estudo, o conhecimento e um melhor entendimento do escoamento sanguíneo no sistema arterial humano, uma vez que a aorta é extremamente curva.

Benta (2000) comenta em seu trabalho que a principal particularidade nesse tipo de geometria é o desenvolvimento de um escoamento secundário, que consiste em dois vórtices perpendiculares à direção do escoamento axial. As partículas fluidas próximas ao centro do tubo possuem alta velocidade e, neste caso, são deslocadas pela força centrífuga mais intensamente que as partículas adjacentes às paredes do tubo, mais lentas. O escoamento secundário resultante é direcionado para fora no centro e para dentro (em direção ao centro de curvatura do tubo) próximo das paredes.

Com isso, pode-se prever que há maiores trocas térmicas na curvatura externa do tubo que na interna. Embora uma grande variedade de trabalhos em tubos curvos vem sendo realizada, raros são aqueles que relacionam esta geometria à mudança de fase, em especial, a solidificação externa.

Baseado nisso, este trabalho tem como objetivo o estudo, teórico e experimental, da transferência de calor com mudanças de fase ao redor de tubos com geometria curva, com diferentes raios de curvatura, na análise da influência do número de Dean, que é um número adimensional definido de tal forma que constitui numa medida da magnitude do escoamento secundário, bem como na influência da temperatura de entrada do fluido de transferência de calor secundário, sobre a espessura da camada de gelo formada.

## 1.1 Organização do trabalho

Os próximos capítulos deste trabalho encontram-se assim organizados:

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica que aborda o fenômeno da mudança de fase, armazenadores de calor latente tanto em geometria plana quanto polar, técnicas numéricas na área de transferência de calor com mudança de fase em tubos curvos e trabalhos experimentais e numéricos.

No capítulo 3 está descrito o procedimento experimental adotado, como toda a montagem da bancada experimental e a metodologia utilizada na realização dos testes.

No modelamento físico e matemático são apresentados uma descrição do problema com as equações governantes, junto com as hipóteses simplificadas e condições de contorno, sendo este apresentado no capítulo 4.

Os problemas transientes de mudança de fase, principalmente o acompanhamento da fronteira sólido-líquido, possuem solução analítica apenas em casos muito específico, tornando necessária a utilização de métodos numéricos para a solução. Uma análise numérica com a discretização das equações, uma descrição do algoritmo de resolução, o teste da malha são apresentados no capítulo que trata do método numérico.

No capítulo 6 são apresentados e discutidos todos os resultados e comparações obtidas.

O capítulo 7 traz as conclusões, juntamente com as sugestões para próximos trabalhos.

## **Capítulo 2**

### **Revisão Bibliográfica**

#### **2.1 Introdução**

Esta revisão bibliográfica tem como objetivo levantar trabalhos relacionados aos problemas de mudança de fase (sólido para líquido ou na direção oposta), trabalhos numéricos e experimentais, para tubos curvos. A classificação dos trabalhos foi feita, concordando com a natureza de cada um, muito embora em um mesmo trabalho pôde ser encontrada, simultaneamente, uma abordagem experimental e numérica em uma dada geometria. A influência da convecção natural sobre o processo de solidificação, apesar de não fazer parte do cômputo matemático e numérico deste trabalho, foi mencionada em alguns trabalhos. Viskanta (1985) apresenta uma abordagem elucidativa em relação à presença da convecção natural.

#### **2.2 Problema de mudança de fase**

Os fenômenos relacionados à mudança de fase, em especial a solidificação, têm sido estudados a fundo por diversos pesquisadores. Uma extensa literatura pode ser encontrada sobre a diversidade da aplicação dos processos de mudança de fase, solidificação, tornando-se relevante a descrição e o estudo da condução de calor com mudança de fase. Considerando, portanto, a

proeminência do estudo de fenômeno de mudança de fase, esta foi uma área de pesquisa de grande interesse desde o século passado, tanto do ponto de vista tecnológico como no desenvolvimento de aparatos experimentais e de modelos matemáticos para melhor compreensão dos processos de transferência de calor envolvidos.

Segundo Ismail (1998), vários mecanismos são atuantes quando ocorre a mudança de fase de sólido para líquido ou na direção oposta, sendo que essa mudança geralmente é devida à troca de calor. A presença de forças coesivas nas fases sólidas e líquida mantém os átomos em contato, sendo que, no caso de sólido as moléculas vibram em torno de posições de equilíbrio fixas, enquanto que, no caso de líquido elas podem transladar entre as posições. Em virtude dos átomos no caso da fase líquida serem mais energéticos que no caso da fase sólida, para que a fase sólida mude para a fase líquida é necessária uma energia adicional que vença as forças coesivas. Essa energia, ou seja, o calor latente ou de fusão, é representada pela diferença na energia térmica (entalpia) entre as duas fases líquida e sólida.

Ismail (1998) comenta que a transição de uma fase para outra, isto é , absorção ou liberação de calor latente, acontece numa certa temperatura em função da energia disponível, sendo que esta temperatura de mudança de fase  $T_m$ , depende da pressão.

Lamé e Clapeyron (1831) a partir do início do século XVII foram os primeiros a estudar a forma analítica relacionada a mudança de fase, citados por Lunardini (1991). Muitos problemas envolvendo mudança de fases são importantes no ramo da geofísica e também na aerodinâmica de veículos ultra rápidos, operação de reatores e soldas é o que comenta Sutherland e Gosh (1961).

Os problemas de condução com mudança de fase onde o meio encontra-se na temperatura de mudança de fase foram estudados inicialmente por Stefan, o qual foi denominado problema de Stefan. Os problemas de mudança de fase têm uma característica comum de apresentarem uma interface móvel, que depende do gradiente de temperatura aplicado, (Lazaridis, 1970).

As soluções dos problemas envolvendo mudança de fase apresenta uma dificuldade inerente, uma vez que a mobilidade da interface sólido-líquido torna o problema transiente e não

linear. Devido a essa dificuldade, as soluções exatas aparecem em apenas um número limitado de problema, tornando-se necessário, portanto, a recorrência aos métodos analíticos e principalmente, aos numéricos. (Benta, 2001).

Em uma análise que Viskanta (1985) fez em fotografias e gráficos de sombra do processo de fusão ao redor de cilindros aquecidos mostram que o mecanismo de transmissão de calor por condução pura rege apenas os primeiros estágios, enquanto a convecção natural predomina nos estágios subseqüentes, foi observado que a frente de fusão move-se mais rapidamente no sentido superior que no inferior, conferindo à interface sólido-líquido um formato de pêra.

London e Seban (1943) publicaram trabalhos de casos com maior complexidade e para condições de fronteiras diferentes. Estes autores descreveram um método aproximado para a determinação da taxa de formação de gelo para as superfícies planas, cilíndricas e esféricas. Afirmaram que, quando a relação de calor sensível com o calor latente do gelo é menor que 1, o erro gerado tem um valor pequeno.

Boger e Westwater (1967) apresentaram resultados de um trabalho experimental, que consistia em tirar medidas das velocidades interfaciais, distribuição de temperatura transiente e de estado estacionário para fusão e solidificação de água numa célula experimental com dimensões especificadas. Os experimentos foram realizados considerando forças de empuxo no líquido, com forças de empuxo existentes, porém insuficiente para causar convecção, e com convecção natural ocorrendo continuamente.

Segundo os autores, com ausência de convecção natural, os resultados têm boa concordância como as predições da técnica numérica utilizada por Murray e Landis (1959).

Segundo Yao e Prusa (1989) o métodos de transformação em coordenadas é o mais confiáveis na resolução dos problemas de Stefan , é o mesmo que foi usado por Landau (1949) para resolver um problema de fusão onde o líquido é continuamente eliminado.

### 2.3. Armazenamento de calor latente

O armazenamento ou acumulação de energia térmica é essencial tanto para as aplicações de aquecimento de água como para aquecimento ambiental, além de ser relacionadas à agricultura e a produção de calor industrial.

Para Watanabe *et.al.*(1995), o armazenamento de calor latente tem características atrativas, uma vez que o material de mudança de fase oferece maior armazenamento de calor por unidade de volume comparado com o calor sensível, e a carga térmica é entregue a uma temperatura constante. Uma das desvantagens do armazenamento de calor latente é atribuída a baixa taxa de carga e descarga devido a baixa condutividade térmica do material de mudança de fase.

Ismail (1998) cita em seu trabalho que os sistemas de refrigeração, ar condicionado e tecnologia de frio são os grandes responsáveis pelos desnecessários picos de consumo de energia elétrica. Neste caso, o desenvolvimento e a utilização da tecnologia de banco de gelo visam uniformizar estes perfis de consumo.

Segundo Gonçalves (1996), o armazenamento térmico de calor latente está associado à mudança de fase de um material, sendo que essa forma de armazenar uma certa quantidade de energia apresenta como vantagem o calor de fusão/solidificação por serem várias vezes maiores que o calor sensível na mesma faixa de temperatura do material, resultando que a massa e o volume são menores, e o processo se realiza essencialmente à temperatura constante.

Gonçalves (1996), em seu estudo de armazenador de calor latente, investigou o comportamento da frente de solidificação/fusão em um armazenador de geometria anular com aletas alternadas, bem como o comportamento térmico do armazenador nestas condições. Além disso, foi feito o modelamento matemático e numérico cuja solução foi obtida através do método de volumes de controle, com as equações discretizadas segundo Patankar (1980). Os resultados mostraram que a presença das aletas, bem como o aumento da sua quantidade, provocou um melhoramento na quantidade de calor transferida e na fração de massa fundida. Este comportamento ocorreu porque a presença da aleta produz um aumento nas trocas de calor com

conseqüente diminuição do tempo de fusão/solidificação. O modelamento proposto para representar o armazenador térmico mostrou-se adequado e em concordância quando comparado com trabalhos encontrados na literatura.

Segundo Tiewi *et.al* (1996), o armazenamento de calor latente incluindo estocagem a frio, é de grande importância para muitos sistemas de energia, tais como: sistema de aquecimento solar de água e sistema de ar condicionado. Foi analisado através de um modelo simplificado, o desempenho da estocagem a frio num tanque fechado de forma retangular cheio de material de mudança de fase usado em sistemas de ar condicionado, com o qual puderam ser calculados os efeitos dos fatores operacionais tais com: taxa de fluxo de resfriamento, super-resfriamento do material de mudança de fase, etc., durante o processo de armazenamento a frio.

Al-Nimir *et.al.* (1996), apresentaram um modelo matemático que descreve analiticamente o comportamento térmico de um pacote de carga de estocagem de um tanque com temperatura de entrada variável. A distribuição da temperatura interna do tanque foi obtida analiticamente e o modelo foi verificado experimentalmente. As expressões analíticas para a distribuição das temperaturas internas do tanque foram usadas para obter o tempo requerido para a completa carga de energia do tanque de armazenamento. O modelo apresentado foi descrito matematicamente, através de duas equações diferenciais parciais agrupadas, as quais possuem solução exata.

Um modelo teórico sobre armazenadores de calor latente utilizando a parafina do tipo Wax como material de mudança de fase foi desenvolvido por Lacroix (1993). O problema de solidificação e fusão bidimensional nas direções radial e axial foi resolvido pelo método da entalpia e acoplado a transferência de calor convectiva do fluido de transferência de calor. Foram estudados os efeitos do raio do tubo, da vazão mássica e da temperatura de entrada do fluido de transferência de calor.

M.Neto e Krarti (1997-a) desenvolveram um modelo numérico para um armazenador térmico do tipo gelo sobre serpentinas, afim de simular os processos de carregamento e descarregamento. O armazenador consistia em um tanque cujas serpentinas dispunham-se compactadas dentro deste e arranjadas em circuitos paralelos múltiplos. Devido à superposição das camadas de gelo durante a solidificação, este modelo foi desenvolvido levando em

consideração fenômeno de superposição. Como parâmetros de entrada incluíam-se as dimensões geométricas do tanque, a temperatura do fluido de trabalho, a vazão mássica para o interior do tanque, o número de segmentos ao longo da serpentina e o passo de tempo. Para o modelamento matemático, a serpentina foi dividida em pequenos segmentos, sendo que o balanço de energia foi feito para cada segmento em dado intervalo de tempo. A temperatura de saída do fluido secundário (solução de etileno ou propileno glicol - água) foi calculada para cada um dos segmentos, sendo utilizada como a temperatura de entrada para o próximo segmento. Em seguida, a nova temperatura ao longo de cada segmento foi calculada e utilizada no próximo passo de tempo. Foram utilizadas diversas correlações empíricas já existentes na literatura, para o coeficiente de transferência de calor convectivo, sendo que a correlação desenvolvida por Cheng *et al* (1981), *apud* M. Neto e Krarti (1997-a), foi utilizada para considerar a presença da convecção natural da água ao longo do cilindro, durante o carregamento.

M.Neto e Krarti (1997-b), em trabalho posterior realizaram uma avaliação do modelo numérico utilizado, baseado na temperatura de saída do fluido secundário, na taxa de transferência de calor do fluido secundário, na temperatura do fluido secundário para quatro pontos ao longo da serpentina, na queda de pressão do fluido secundário ao longo do tanque e na temperatura da água e do gelo para três pontos no interior do tanque. Os resultados apresentaram uma boa concordância entre o esperado e os dados medidos.

Ismail e Gonçalves (1999) desenvolveram um modelo matemático e numérico para um armazenador de calor, que consistia em um tubo verticalmente imerso em n-eicosano, o qual foi utilizado como material de mudança de fase, contido no interior de um tanque cilíndrico. O fluido de transferência de calor utilizado foi a água. O método utilizado foi da entalpia e as equações discretizadas através da técnica de volumes de controle. Os efeitos da variação do raio do tubo, dos números de Biot e Stefan, da temperatura de entrada do fluido de trabalho sobre a fração de massa solidificada, e do número de unidades térmicas sobre a efetividade, foram estudados.

Os resultados obtidos mostraram que a fração de massa solidificada/fundida aumentava com o tempo e com os aumentos do raio e do número de Biot (principalmente nos estágios iniciais do processo); enquanto a efetividade sofria decréscimo com o passar do tempo. Além disso, a efetividade e o número de unidades térmicas também sofreram aumento com o aumento

do número de Biot, porém tal efeito era perceptível apenas até um Biot máximo de 10, pois acima deste valor as variações mostravam-se demasiado pequenas. Em relação á temperatura de entrada do fluido de transferência de calor, os autores verificaram que seu aumento provocava uma diminuição na fração de massa solidificada/fundida e, conseqüentemente, na efetividade do processo. Finalmente, observou-se que a diminuição do número de Stefan(principalmente abaixo da unidade) provocava um incremento na fração de massa solidificada

## **2.4. Método numérico**

### **2.4.1 Método de imobilização da fronteira móvel**

A principal característica dos problemas de mudança de fase consiste na existência de uma interface móvel e desconhecida *a priori*, tendo como objetivo determinar sua posição. Baseado nisso , Landau (1949) propôs uma transformação de coordenadas sobre o sistema móvel de modo que o novo sistema, já transformado, apresente um domínio fixo regular. Este processo de transformação, cujo domínio móvel é fixado pela introdução de expressões algébricas, é conhecido como “transformada de Landau”, que foi o pioneiro em desenvolver essa metodologia.

Depois de duas décadas, Duda *et al* (1975) estenderam a técnica de imobilização de fronteira para a resolução de um problema bidimensional, com mudança de fase em geometria cilíndrica. Foi demonstrado que além de fixar a fronteira móvel, este método também consiste em transformá-la em um formato mais simples, como um retângulo, comprovando as predições de Landau (1949). Por outro lado, as equações resultantes têm um aspecto bem mais complexo, principalmente devido ao surgimento de derivadas mistas.

Saitoh (1978) generalizou o uso de transformação de coordenadas para resolver problemas de solidificação em duas e três dimensões, onde os formatos das interfaces, móvel e fixa puderam ser tratadas arbitrariamente, permitindo maiores aplicações para o método.

Hsu *et al* (1981) desenvolveram uma metodologia para a solução de um problema bidimensional de fronteira móvel puramente condutivo, utilizando o método da imobilização da

fronteira e aproximação por volumes de controle. Salientam o fato de que a base deste método consiste na transformação da coordenada, tornando estacionária a interface móvel no novo sistema transformado. O emprego da aproximação da formulação por volumes de controle foi justificado pela facilidade de interpretar fisicamente os termos resultantes da transformação de coordenadas e por assegurar a conservação global da energia. Ressaltam também a necessidade de uma discretização diferenciada dependendo da natureza relevante ou não dos termos pseudoconvectivos, termos estes que surgem em decorrência da transformação das coordenadas e estão diretamente relacionados à velocidade da interface móvel. Em geral, nos problemas de fronteira móvel, os termos pseudoconvectivos são considerados desprezíveis, quando confrontados com os difusivos.

Sparrow e Hsu (1981), dando continuidade ao trabalho de Hsu *et al* (1981), descrito anteriormente, resolveram um problema de solidificação bidimensional de um material de mudança de fase ao redor de um tubo reto vertical, onde um fluido refrigerante circulava no interior deste, desencadeando o processo. A solução foi totalmente baseada na metodologia previamente descrita, a saber, utilização da técnica de imobilização da interface móvel paralelamente à aproximação por volume de controle. Um fato que chama atenção consiste na obtenção de uma solução analítica para os tempos iniciais do processo de mudança de fase, uma vez que a espessura da camada solidificada nos instante de tempo pode ser considerada como em uma geometria plana.

Sparrow e Chuck (1984) desenvolveram um esquema numérico de solução de um problema de solidificação unidimensional, imobilizando a interface móvel por transformação de coordenadas. Provavelmente, o principal feito deste trabalho é o tipo de tratamento implementado à interface sólido-líquido que, após imobilizada, é tratada explicitamente. Outra importante observação que se pode salientar neste trabalho diz respeito ao tratamento inicial do processo de mudança de fase. O processo de solidificação em placa plana foi a solução analítica empregada e o valor inicial da espessura da interface foi de  $10^{-4}$  m. O sistema de equações foi discretizado pelo método das diferenças finitas e a validação do modelo através de comparações com outros trabalhos.

Crank (1984) ressalta que as transformadas de Landau consistem em um caso particular de um método mais generalizado de transformação de um domínio irregular móvel, em um domínio regular fixo no espaço. Este novo domínio fixo, que pode apresentar duas ou mais dimensões, é resultante do método conhecido como “coordenadas ajustadas à fronteira”, ou BFC (body fitted coordinates).

Yao e Prusa (1989) citam as características, vantagens e desvantagens da transformação de coordenadas. Os autores explicam que através da utilização dessas transformadas, um problema de fronteira móvel ( como problema de Stefan) passa a ser caracterizado por um domínio fixo. Além disso, em problemas multidimensionais, a transformação de coordenadas possibilita converter o formato irregular da interface em uma geometria mais simples, como um retângulo ou um cilindro.

Padilha (1990) estudou numérica e experimentalmente o processo de mudança de fase de um líquido super-resfriado no interior de um duto. Foi utilizado o método de imobilização da frente de solidificação, através das transformadas de Landau, à respeito das quais o autor salienta que ambas as fases do sistema, sólida e líquida, ficam representada em um espaço transformado regular. O processo numérico de mudança de fase foi inicializado supondo um filme sólido cuja espessura era de  $10^{-7}$  m e admitindo uma variação linear da temperatura neste período de tempo. Os resultados obtidos, que foram comparados com os modelos analíticos de Neumann, da capacidade térmica de Bonacina e das malhas fixas de Goodrich, mostraram-se eficientes. Além disso, os resultados numéricos apresentaram boa validação com os resultados experimentais obtidos.

Jesus (1998) estudou a mudança de fase da água ao redor de um cilindro vertical resfriado(região anular) utilizando o método em questão. O principal objetivo do trabalho foi a determinação da posição da interface sólido-líquido ao longo do tempo até a completa solidificação, além da obtenção da distribuição de temperatura em ambas as fases, no fluido de transferência de calor e na parede interna do cilindro. As equações do problema foram baseadas em condução pura, e a técnica numérica utilizada foi a de imobilização de fronteira, através das transformadas de Landau, que consiste em uma transformação das coordenadas de um sistema como domínio irregular resultando em um novo sistema com domínio regular. O método de

volumes finitos foi utilizado para a discretização das equações do modelo, sendo o esquema implícito utilizado para o cálculo do campo de temperatura, o explícito para a posição da interface sólido-líquido. Os resultados foram comparados e validados com os obtidos por Sparrow e Hsu (1981), que utilizaram o modelo da imobilização de fronteira, Sinhá e Gupta (1982), único trabalho experimental utilizado para comparação, Cao e Faghri (1991), que utilizaram o método entálpico. Os resultados apresentaram concordância satisfatória com todos os trabalhos supramencionados.

#### **2.4.2 Método da entalpia**

Diversos trabalhos de mudança de fase foram realizados utilizando esta reformulação, que também é conhecida como solução fraca.

Segundo Ismail (1999), na utilização dos métodos que buscam seguir ou mesmo imobilizar a interface sólido-líquido, é necessário que, neste ponto, sejam satisfeitas as condições de Stefan. Tais condições consistem em:

- (a) igualar as temperaturas das fases sólida e/ou líquida à temperatura de mudança de fase;
- (b) satisfazer o balanço de energia na interface sólido-líquido.

Devido ao fato de que, em alguns casos específicos, a mobilidade da interface não se processa de modo suave ou monotônico com o tempo, nem sempre torna-se possível satisfazer as condições de Stefan. Neste caso, uma alternativa consiste na reformulação do problema de modo que, a condição de Stefan seja implicitamente incluída nas equações, através da introdução da função entalpia.

Dalhuijen e Segal (1986) fizeram uma breve revisão de métodos numéricos de resolução bem como de tratamento da interface sólido-líquido em problemas de solidificação, salientando o método entálpico. Introduziram a variável entalpia na equação da energia, que consistia na soma dos calores sensível e latente.

O trabalho de Pham (1986), que também classifica e caracteriza os métodos baseados na temperatura e na entalpia. Complementando os conceitos expostos por Dalhuijen e Segal (1986), o autor salienta o fato de que o maior obstáculo presente nos métodos baseados na temperatura consiste no fato do calor específico aparecer na equação diferencial. Expõe que próximo à temperatura de mudança de fase, o calor específico tende a variar de modo extremamente rápido tendendo ao infinito, tornando a equação da energia altamente não linear. Já os métodos baseados na entalpia não apresentariam as características supramencionadas, além de serem relativamente simples de implementar. Ainda segundo o autor, é aconselhável a utilização de um esquema explícito, uma vez que o implícito requer iteração a cada passo de tempo além de possuir menor eficiência em termos de tempo computacional.

Cao *et al* (1989) , em um trabalho teórico de resolução de um problema tridimensional de mudança de fase, dividem os métodos de resolução dos problemas de mudança de fase em dois grupos principais: (a) métodos baseados em soluções numéricas fortes, onde a localização da interface sólido-líquido e a distribuição de temperatura são feitas a cada passo de tempo, ou através da transformação do sistema de coordenadas utilizando imobilização da fronteira móvel (transformada de Landau) e (b) método baseado em soluções numéricas fracas, onde um dos mais utilizados é o método da entalpia. Os autores citam algumas vantagens da utilização deste método, entre as quais destacam-se o fato de que a resolução do problema é feita em uma malha fixa, e a não necessidade de modificar o esquema numérico para satisfazer as condições na interface.

Yao e Prusa (1989) demonstraram a possibilidade de reformular a equação da energia para obter uma solução fraca dos problemas de mudança de fase. Uma das principais vantagens desta solução cita-se:

- a interface sólido-líquido não aparece explicitamente na formulação e é determinada apenas após a obtenção da solução;
- a interface sólido-líquido não tem uma fronteira regular, podendo também variar de modo descontínuo;
- se a solução clássica existir, também existirá uma solução fraca;
- consiste em um método facilmente extensível a varias dimensões;

- a aproximação é facilmente modificável para permitir um material de mudança de fase não homogêneo usando a transformada de Kirchoff;
- a teoria das soluções fracas leva a um método numérico para computação, conhecido como método entálpico.

Yao e Chait (1993) desenvolveram uma formulação alternativa para o método da capacidade térmica aparente, os quais um dos métodos baseados na formulação entálpica mais simples e aplicáveis em problemas de mudança de fase. Neste caso, a função entalpia é utilizada apenas para introduzir a capacidade térmica aparente não aparecendo explicitamente na equação. É geralmente expressa em termo da função delta de Dirac e aproximada por funções suaves. Como nesta formulação aparece o produto da capacidade térmica com a derivada temporal da temperatura e ambos dependem do tempo e do espaço, resultando em dificuldades numéricas, uma nova formulação foi proposta aplicando diferenças finitas de primeira ordem na formulação básica da entalpia. Neste caso, um novo termo chamado capacidade térmica nominal é introduzido. O principal objetivo foi combinar as vantagens da formulação entálpica básica e da capacidade térmica aparente.

Segundo Ismail (1999), quando não for possível a utilização de um método que compute, em cada incremento de tempo, a posição da interface sólido-líquido (método que seguem a frente móvel), uma alternativa viável é a aplicação dos métodos de domínio fixo. Dentre tais métodos, um dos mais utilizados é o método da entalpia, o qual permite a reformulação do problema introduzindo a entalpia na nova forma das equações aplicáveis ao domínio inteiro. Neste caso, a entalpia é introduzida e representa a quantidade de calor total, isto é, a soma dos calores sensível e latente necessários para a mudança de fase.

A utilização do método da entalpia para problemas cujo material de mudança de fase, tanto para um valor discreto quanto para uma faixa de temperatura. No primeiro caso, como a função entálpica apresenta uma descontinuidade, o uso deste método poderia proporcionar complicações na solução. Conseqüentemente, nem sempre é procedimento habitual, a implementação do método da entalpia em problemas nos quais a mudança de fase ocorre dentro de um valor discreto.

## 2.5. Problema de mudança de fase em tubos curvos

Em relação ao tipo de geometria, apesar da existência de uma grande variedade de trabalhos envolvendo tubos curvos, o levantamento bibliográfico realizado constatou uma escassez de trabalhos experimentais e numéricos envolvendo mudança de fase (solidificação) ao redor de tubos nesta geometria, uma vez que estes limitavam-se, basicamente, a resolver os campos de escoamentos e temperaturas no interior do tubo. Tal fato pode ser devido à inerente complexidade de resolução do escoamento nesta geometria, tendo a mudança de fase como fator agravante. Como será constatado, trabalhos de solidificação envolvendo tubos curvos constam apenas naqueles relativos à armazenadores de calor latente, porém em forma de helicóides e/ou espirais, sem quaisquer análise relativas às influências de parâmetros, como a curvatura do tubo, sobre o processo.

A partir dos estudos de Thomson (1878), vários outros foram desencadeados como os de Eustice (1910, 1911), *apud* Morales (2000) que realizou um dos primeiros estudos experimentais em tubos curvos, determinando as características da queda de pressão. Visualizou, por meio de traçadores coloridos, o movimento das linhas de corrente no escoamento da água no interior dos tubos e demonstrou a existência de um par de vórtices, o qual foi denominado escoamento secundário.

Posteriormente, Dean (1927-1928) publicou notas sobre o desenvolvimento de um estudo teórico sobre escoamento em tubos curvos. Foi demonstrado que a redução na taxa de escoamento devido a curvatura depende apenas de uma variável simples, que mais tarde veio a ser conhecida como número de Dean,  $De$ , o qual exprime a magnitude do escoamento secundário. Também desenvolveu uma aproximação, a qual é utilizada em vários trabalhos que envolvem a geometria em questão, denominada “aproximação para tubo reto”, (*loose coil*). Esta consiste em considerar o raio de curvatura do tubo,  $R$ , suficientemente grande, de modo que este possa ser aproximado para um tubo reto.

Estudos pioneiros relacionados à transferência de calor em tubos curvos foram realizados por Hauwès (1932), que determinou o perfil de temperaturas completamente

desenvolvido em tubos curvos. Os resultados para a água mostraram perfis bem diferentes daqueles obtidos para tubos retos, além de que o coeficiente de transferência de calor local na parede da curvatura externa apresentou valores maiores que na curvatura interna.

No trabalho de Jitchote e Robertson (2000), que realizaram um estudo puramente teórico em tubos curvos, pode-se perfeitamente visualizar os vórtices duplos formados pelo escoamento secundário.

Kubair e Kuloor (1966) explicam a diferença entre tubos em espiral e tubos helicoidais. Enquanto aqueles possuem razão de curvatura variável ao longo do comprimento de acordo com um ponto fixo, estes apresentam razão de curvatura constante com passo considerável. Para estudar a queda de pressão e transferência de calor em um escoamento laminar de glicerol, realizaram experimento em diversos tipos de helicóides e espirais.

Ozisik e Topakoglu (1968) estudaram a transferência de calor em regime laminar para tubos curvos. A temperatura ao longo de qualquer seção transversal periférica, o fluxo de calor médio no tubo e a geração interna de calor foram assumidos uniformes. Os resultados mostraram que a transferência de calor em tubos curvos depende de três parâmetros independentes: (a) número de Reynolds; (b) número de Prandtl e (c) raio de curvatura do tubo.

Um completo estudo teórico sobre a transferência de calor em tubos curvos para campos de velocidades e temperaturas completamente desenvolvidos foi desenvolvido por Kalb e Seader (1972,1974). O primeiro apresentava a condição de fluxo de calor na parede axialmente uniforme; o segundo, temperatura na parede perifericamente uniforme. O sistema de coordenadas utilizado em ambos os casos foi o toroidal e o problema resolvido aproximando as equações por diferenças finitas. O trabalho de Kalb e Seader (1972) é um dos únicos que tratam explícita e elucidativamente a determinação do número de Nusselt periférico para as curvaturas interna e externa do tubo, isto é, fazendo uma varredura nesta direção.

Patankar *et al* (1974) estudaram o escoamento laminar parabólico em tubos helicoidais em três dimensões, para longos raios de curvatura e na região em desenvolvimento hidrodinâmico e térmico. Segundo eles, apesar de ser extensa a literatura relativa aos tubos curvos, a maioria delas restringe-se ao escoamento completamente desenvolvido, onde tanto o

escoamento fluido quanto a transferência de calor permanecem constantes de uma seção para outra. Logo, são poucas as publicações que investigam a região de desenvolvimento do escoamento e do campo de temperatura. O modelamento matemático foi desenvolvido em coordenadas polares e o escoamento tratado como parabólico.

Janssen e Hoogendoorn (1978) confirmam a importância do estudo de escoamento em tubos curvos, bem como o fato de que o escoamento secundário (dois vórtices perpendiculares à direção axial) aumenta a transferência de calor e massa quando comparado aos tubos retos em condições similares. Realizaram um estudo experimental e numérico com o objetivo de analisar a transferência de calor em tubos curvos. Os experimentos foram feitos para várias razões diâmetro do tubo/diâmetro da serpentina, números de Prandtl e Reynolds, bem como para duas condições: fluxo de calor médio perifericamente uniforme e temperatura na parede constante, sendo obtidas algumas correlações. Além disso, foram classificadas três regiões distintas: (a) região de baixo número de Dean ( $De < 17$ ), onde as forças inerciais são desprezíveis; (b) região de número de Dean intermediário ( $17 < De < 100$ ), onde as forças de inércia estão em equilíbrio com as viscosas e (c) região de altos número de Dean ( $De > 100$ ), onde apenas próximo às paredes do tubo prevalecem as forças viscosas.

Jayanti (1990) realizou uma minuciosa revisão de trabalhos relacionados aos tubos curvos. Uma questão interessante levantada pelo autor consiste em um paradoxo que, aparentemente, ainda permanece insolúvel no estudo dos tubos curvos. Alguns autores, como Barua (1963), citado pelo autor, e Mori e Nakayama (1967), que utilizando aproximações de camada limite para resolver as equações de Navier-Stokes, chegaram à conclusão de que a razão dos fatores de fricção entre tubos curvos e retos varia com a raiz quadrada do número de Dean.

Yang e Chang (1993) realizaram um estudo numérico da transferência de calor em regime laminar para tubos curvos com diferentes números de Dean, analisando os efeitos dos raios de curvatura, da razão de fricção, do número de Reynolds e do número de Prandtl e chegaram à conclusões semelhantes às obtidas por Ozisik e Topakoglu (1968).

Um estudo analítico da convecção forçada em tubos curvos foi feita por Quaresma e Cotta (1994). O escoamento completamente desenvolvido de um fluido newtoniano na direção axial poderia ser laminar ou turbulento, mas a distribuição de temperatura estava em

desenvolvimento a partir da entrada do tubo. Foram desprezadas a condução axial no fluido, a dissipação viscosa e os efeitos da convecção livre. Os resultados numéricos para variação do fluxo de calor na parede incluíram a temperatura média e número de Nusselt local médio.

Acharya *et al* (1993) estudaram correlações para número de Nusselt em tubos curvos. Em tubos retos, o número de Nusselt médio periférico tem seu valor máximo na entrada do tubo, decrescendo monotonicamente na direção do escoamento, tendendo a um valor completamente desenvolvido. Por outro lado, em tubos curvos, o número de Nusselt sofre oscilações espaciais antes de ajustar-se ao valor completamente desenvolvido. Este estudo foi realizado com o objetivo de investigar as causas deste comportamento não monotônico do número de Nusselt médio periférico nos tubos curvos. Foi observado que, para pequenas distâncias próximos à entrada, a variação do número de Nusselt no sentido axial podia ser comparada com tubos retos; além disso, para fluidos com número de Prandtl maiores que a unidade, ocorrem maiores oscilações do número de Nusselt periférico antes que o valor completamente desenvolvido seja atingido.

Yang e Ebdian (1993) resolveram analiticamente um problema de transferência de calor laminar e convectiva em um tubo helicoidal. Neste trabalho descrevem as diferenças entre tubos helicoidais e toroidais, sendo que os primeiros apresentam um passo considerável, e nestes o passo é desprezível. As equações da continuidade e da quantidade de movimento nas direções radial, axial e tangencial foram resolvidas desacopladamente da equação da energia podendo tal solução ser encontrada em Ebdian (1993), citado pelos autores. Uma expressão para a determinação do número de Nusselt tangencial foi determinada, sendo analisado o efeito da torção sobre ele.

O processo de solidificação da água no interior de um tubo horizontal, em um escoamento turbulento foi estudado por Thomason *et al* (1978), em um trabalho analítico-experimental. O escoamento na entrada foi assumido hidrodinamicamente desenvolvido e temperatura uniforme maior que a temperatura de mudança de fase. Em relação à parte experimental, foi utilizado o metanol como fluido refrigerante para resfriar a parede do tubo. Os resultados obtidos foram comparados com a literatura.

Gilpin (1979), em seu trabalho experimental sobre a solidificação interna da água, visualizou o fenômeno através do escoamento da água ao longo de um tubo reto vertical. O fluido refrigerante utilizado foi solução aquosa de metanol.

Oiwake e Inaba (1986) estudaram experimentalmente o processo de solidificação da água escoando no interior de tubos “U”. O principal objetivo do trabalho foi avaliar o problema da fratura de tubulações, ocasionada pelo congelamento da água no interior destas, em países de clima frio. Os experimentos foram realizados sob várias condições térmicas e geométricas e as condições de tempo e temperaturas necessários para o congelamento total da água, com conseqüente obstrução do escoamento, foram determinadas.

Braun e Beer (1995) estudaram experimentalmente e teoricamente a solidificação da água no interior de um canal curvo de seção quadrada em regime turbulento. Notaram que a camada de gelo ao longo da direção periférica não apresentava conformação simétrica, devido às diferentes características do escoamento nas curvaturas externa e interna do canal.

Benta (2001), em seu trabalho estudou experimentalmente e numericamente o processo de solidificação da água ao redor de tubos curvos, com diferentes temperaturas de entrada do fluido refrigerante e número de Dean. O principal objetivo fundamentou-se em analisar a influência dos parâmetros citados sobre a espessura da camada solidificada, onde foi observado que no período inicial do processo, a camada ao redor do tubo apresentava maiores espessuras no lado da curvatura externa do que na interna. Em relação ao número de Dean, constatou que seu aumento proporcionou valores mais altos na posição da frente de solidificação. Além disso, este efeito torna-se mais acentuado quanto maior for o número de Stefan, o que significa temperatura mais baixas. A massa solidificada aumentou com o número de Stefan, sendo que os valores calculados numericamente situaram-se acima dos experimentos.

## Capítulo 3

### Procedimento Experimental

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo será abordado a montagem e execução do procedimento experimental.

A bancada experimental foi construída e otimizada no Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor do Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, com o objetivo de estudar o movimento da frente de solidificação na direção radial externa e interna em tubos com perfil curvo. Foram usados três raios de curvatura, avaliando assim a influência de variáveis do tipo: temperatura de entrada do fluido refrigerante secundário, número de Dean, vazão volumétrica, posição e velocidade da interface sólido/líquido, fração de massa solidificada e tempo de solidificação completa. Os fluidos de transferência de calor utilizados no sistema foram o monoclorodifluormetano (R-22) como refrigerante primário e a solução de etanol com refrigerante secundário. Que segundo Stoecker (1985), o refrigerante primário é usado em sistemas de compressão de vapor e refrigerante secundário é utilizado para transportar energia térmica à baixa temperatura de um local para outro, estando estes geralmente na fase líquida. A tabela 3.1 apresenta algumas propriedades dos fluidos refrigerantes utilizados a uma temperatura de referência de 20°C e pressão de 1 atm.

Tabela 3.1 – Propriedades dos fluidos refrigerantes R-22\* e etanol

	R - 22	Etanol
Temperatura de ebulição (°C)	-40,9	78,4
Temperatura de solidificação (°C)	-157	-112
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	1200	790
Condutividade térmica (W/mK)	0,090	0,176
Viscosidade dinâmica (mPa.s)	0,206	1,4

\*Gás liquefeito a 20°C e pressão de 1 atm

Fonte : Stoecker (1985), Perry & Chilton (1985)

### 3.2 Descrição do sistema experimental

No presente item é feita a descrição do sistema experimental mostrado na Figura 3.1. Composto por:

- Um reservatório de teste (T-003) onde é acondicionado o material de mudança de fase e dispostos os tubos curvos.
- Uma unidade de refrigeração á base de R-22 para resfriar o etanol
- Um reservatório (T-002) para o fluido refrigerante secundário.
- Um reservatório (T-001) de água refrigerada

Para uma melhor descrição, o sistema foi dividido em dois subitens que tratarão, respectivamente, da unidade de refrigeração e da seção de testes.

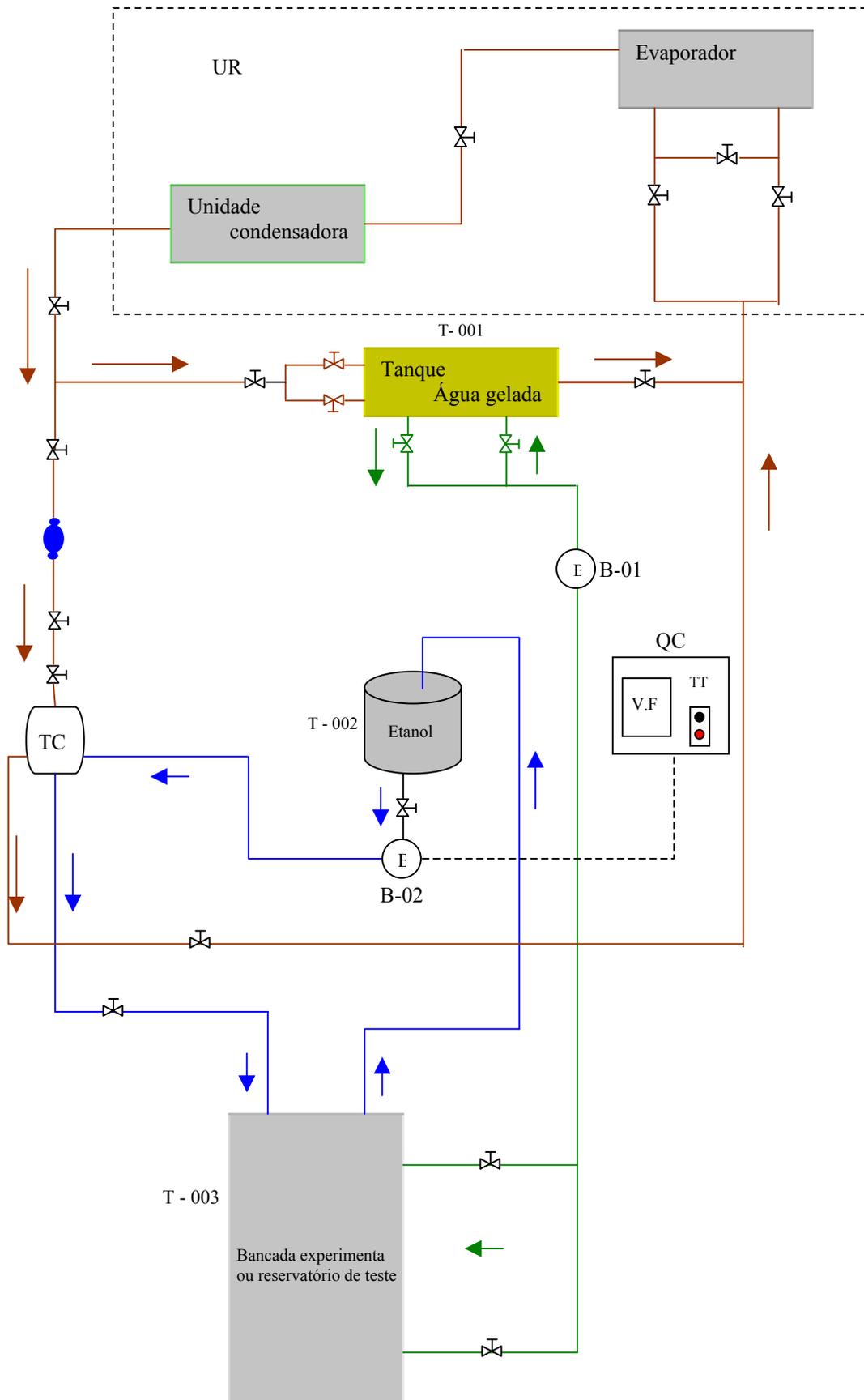


Figura 3.1 – Desenho esquemático do sistema experimental

Legenda:

UR – Unidade de refrigeração à base de R-22

T001 – Tanque armazenador de água gelada

T002 – Tanque armazenador de etanol

T003 – Seção de teste

B01 – Bomba centrífuga (água gelada)

B02 – Bomba centrífuga (etanol)

TC – Trocador de calor

QC – Quadro de comando elétrico

VF – Inversor de frequência

TT – Termostato

R-22- Indicado pela cor marrom

Água gelada – indicada pela cor verde

Etanol – indicado pela cor azul

### 3.2.1 Da unidade de refrigeração

A unidade de refrigeração, Figura 3.2, executa um ciclo de refrigeração básico, onde o compressor aspira o refrigerante primário (R-22), a baixa pressão e na fase gasosa que se encontra na linha de retorno e o impulsiona para o condensador onde é condensado o refrigerante primário a alta pressão, e na fase líquida ao passar pela válvula de expansão sofre uma queda de pressão. Ao passar pelo evaporador, onde tem a função de retirar calor do refrigerante secundário (etanol), onde se encontra circulando no trocador de calor em contra corrente, fazendo com que a temperatura diminua com o tempo até ser atingida a temperatura de trabalho. O refrigerante primário por sua vez retorna pela linha de retorno, onde é aspirado pelo compressor, completando assim o ciclo de refrigeração. Esse processo se repete sucessivamente até o final do experimento.



**Figura 3.2 – Fotografia da unidade de refrigeração**

O reservatório do fluido refrigerante secundário (Figura. 3.3) consiste em um tanque cilíndrico de aço totalmente isolado por isopor, tendo como finalidade armazenar o etanol proveniente da seção de teste, o etanol é bombeado do seu reservatório para o trocador de calor para ser resfriado e conduzido para a seção de testes, onde ocorre o processo de solidificação,

retornando para seu reservatório onde é novamente bombeado para o trocador de calor reiniciando assim um ciclo ininterruptamente até o final da experiência.



**Figura 3.3 – Fotografia do reservatório do fluido secundário**

Para resfriar a água que fora utilizada como material de mudança de fase (PCM), foi utilizado um reservatório retangular (figura 3.4) que comporta um volume de aproximadamente 474 litros , no interior encontra-se uma serpentina fria com o objetivo de pré-resfriar a água antes de entrar na seção de testes até a temperatura desejada para a realização de cada ensaio, neste caso, próxima à temperatura de mudança de fase ( $0^{\circ}\text{C}$ ). A água é resfriada pelo ciclo de refrigeração sendo mantida em circulação constante por meio de uma bomba para evitar que grande parte desta solidifique no interior do tanque.



**Figura 3.4 – Fotografia do reservatório para resfriar a água.**

### **3.2.2 Da seção de testes**

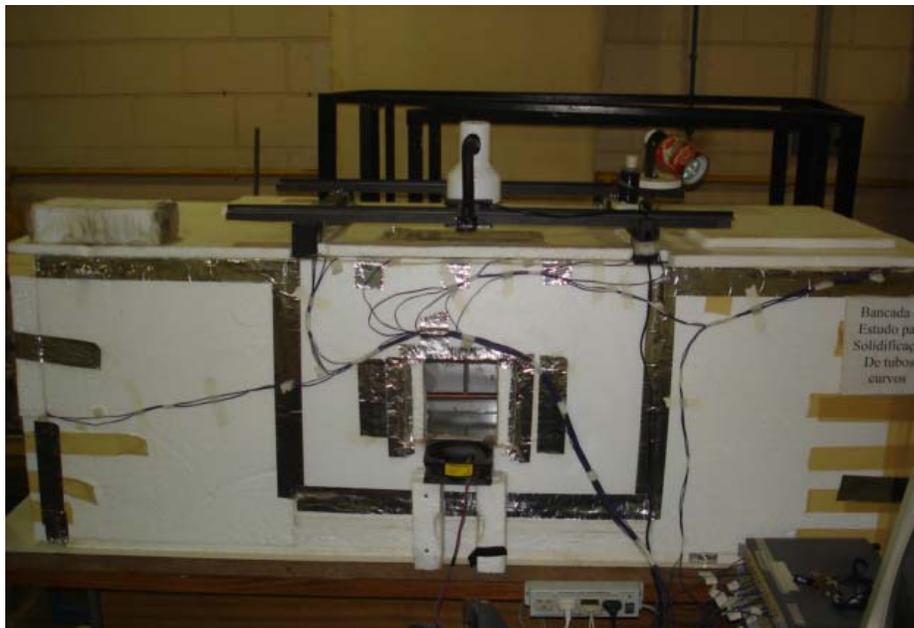
A seção de testes (figura 3.5) consiste em um tanque de seção retangular com dimensões de 153x52x50 cm, com capacidade para 397,8 litros, fabricado com chapas de acrílico transparente. Para abastecer com água gelada, o mesmo foi feito um furo na parte esquerda superior para acoplar uma tubulação que sai do reservatório de água gelada. E para a descarga foi feito um furo na parede de trás na parte inferior para o retorno da água para o reservatório. Seis orifícios foram dispostos retilinearmente ao longo da parede lateral esquerda do tanque para possibilitar a substituição dos tubos curvos, de acordo com cada raio de curvatura. Os tubos são de cobre com diâmetro interno de 10,80mm e externo 12,30 mm e 1450 mm de comprimento mostrado na figura 3.6.

A seção de teste também possuía um sistema de iluminação (figura 3.5) que possibilitava a visibilidade nítida para capturar as imagens em um intervalo de tempo pré-estabelecido. Cada lâmpada disposta na parte superior do reservatório, sendo cada uma com potência de 80W. As lâmpadas foram ligadas apenas no momento de capturar as imagens, para

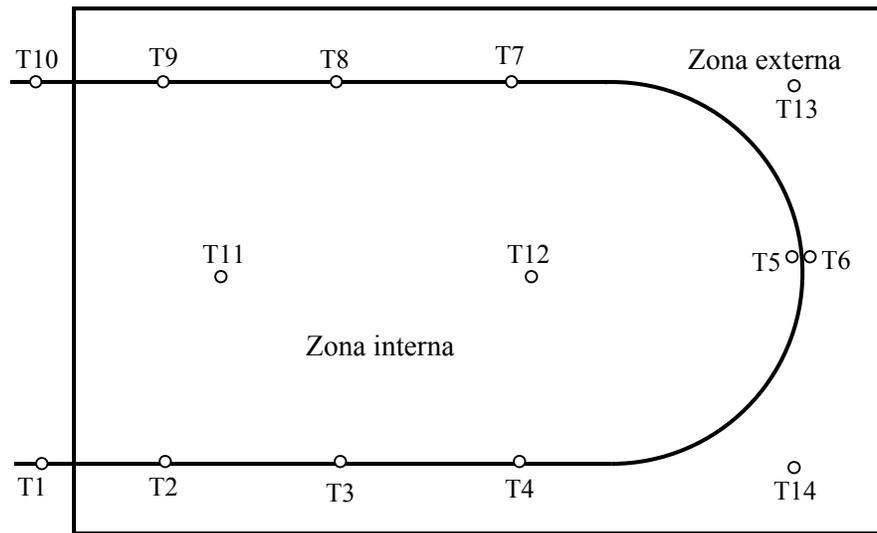
que não interferisse no processo de mudança de fase, ou seja, para que o sistema não recebesse calor do meio externo.

Como fora aberta uma janela na parte frontal da seção de teste para capturar as imagens, foi preciso colocar um sistema de ventilação (figura 3.5) para que não aparecesse condensado na mesma pela mudança de temperatura ficando assim uma visualização mais nítida.

Para registrar as temperaturas na parede do tubo foram fixados termopares, estes foram dispostos como mostrado na figura 3.6. Um termopar na entrada do tubo e 1 na saída do mesmo, 3 ao longo da parte reta da entrada e 3 ao longo da parte reta da saída, 1 na parte interna da curvatura e outro na parte externa, para registrar as temperaturas do banho (PCM) foram colocados 4 termopares, sendo que 2 estão na zona interna e 2 na zona externa da serpentina (figura 3.6). Mais adiante será abordado com mais detalhe a calibração dos termopares.



**Figura 3.5 – Fotografia da seção de teste**



**Figura 3.6 – Esquema da disposição dos termopares**

### **3.3 Medidas realizadas**

As medidas registradas durante os experimentos foram:

- Medida da Posição da interface na curvatura interna e externa Figura 3.7
- Medidas das temperaturas na superfície do tubo na curvatura interna e externa Figura 3.8
- Medida da vazão do fluido refrigerante secundário

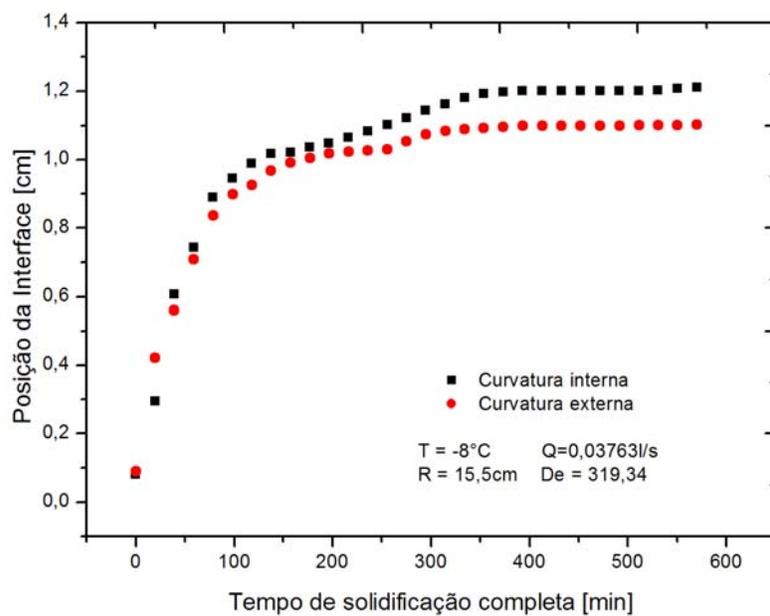


Figura 3.7 – Gráfico experimental da posição em função do tempo de solidificação

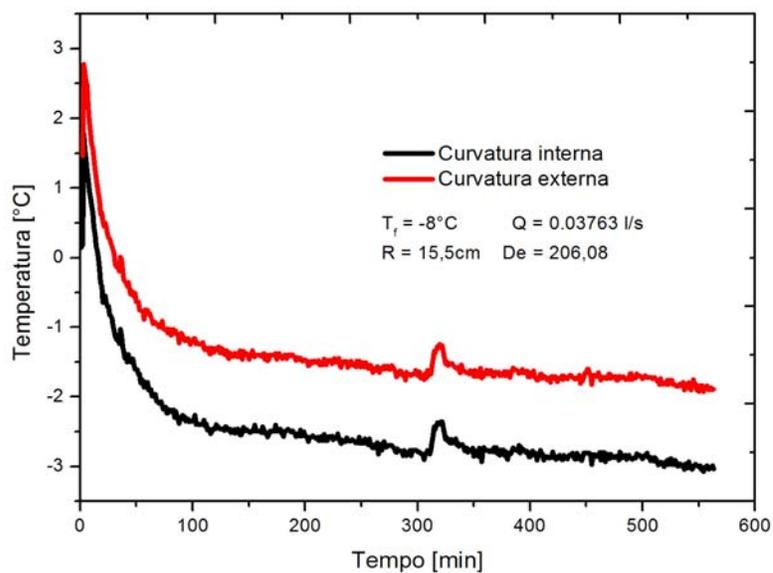


Figura 3.8 – Gráfico experimental da temperatura da parede do tubo em função do tempo de solidificação

### 3.3.1 Sistema de medição de temperatura

Para garantir a qualidade e a precisão necessárias para avaliação das temperaturas decidiu-se construir e calibrar os termopares de acordo com as normas de medição de temperatura ANSI/ASHARE 41.1 – 1986. No sentido de cumprir as especificações da norma, todos os termopares devem apresentar uma incerteza de  $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$ .

Para a bancada experimental foram utilizados 14 termopares do tipo T, isto é, de cobre e constantan, que atende com grande confiabilidade o intervalo de temperatura de interesse ( $-5^{\circ}\text{C}$  a  $-25^{\circ}\text{C}$ ) segundo recomendações do próprio fabricante, os mesmos foram construídos e passaram pelo processo de calibração (a curva de calibração de cada termopar está no Apêndice B.2) que será detalhado a seguir. Estes termopares estão assim distribuídos na seção de teste: 1 termopar na entrada do tubo, 1 termopar na saída do tubo, 6 termopares ao longo da seção reta do tubo, sendo que 3 termopares estão dispostos do lado direito e 3 termopares do lado esquerdo, ambos para avaliar as temperaturas, 1 termopar na curvatura interna do tubo para avaliar a temperatura nessa região, 1 termopar para avaliar a temperatura na curvatura externa do tubo e 2 termopares na zona interna e 2 termopares na zona externa do tubo para avaliar a temperatura do banho, como mostrado na figura 3.6.

Para garantir o nível de incerteza exigido pela norma ASHRAE, optou-se pela calibração de todos os termopares em conjunto com o sistema de aquisição de dados (aqdados) da marca LYNX, conforme mostrado na figura 3.9. O sistema de aquisição de dados da LYNX que coleta os sinais analógicos e através de uma interface que comunica com o computador, foi configurado para fornecer, a temperatura instantânea, na escala Celsius [ $^{\circ}\text{C}$ ], a cada 60 segundos, a partir do início da gravação dos dados para cada um dos termopares.

Isto permite a avaliação dos erros sistemáticos e aleatórios associados a medição das temperaturas, que serão incorporados na análise de incerteza do procedimento de ensaio da serpentina.

Para a calibração foi utilizado um recipiente retangular de metal, totalmente isolado com isopor, onde foram inseridos os termopares e um termômetro aferido pelo Instituto de Pesquisa Tecnológica (IPT), cuja precisão é de  $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$ . Este recipiente foi colocado em um banho termostático (etanol) cuja temperatura pode variar de  $-25$  a  $-5^{\circ}\text{C}$ , para controlar a temperatura foi utilizado um termostato elétrico. Quando a temperatura desejada do termômetro padrão deixou de variar, foi inicializado o programa. Em intervalos de 30 s, os dados foram armazenados pela placa de aquisição de dados, então, quando temperatura voltou a oscilar o programa foi finalizado e então foram extraído todas as temperaturas de cada termopar. Para cada valor de temperatura foi feito o mesmo procedimento para obter a curva de calibração desejada.



**Figura 3.9 – Fotografia do sistema de aquisição de dados da marca LYNX**

Os termopares, utilizados para medir as temperaturas da parede do tubo, foram dispostos axialmente ao longo do tubo.

### **3.3.2 Espessura do gelo**

A espessura da camada de gelo foi determinada por meio da captura de imagens, através de uma câmera fotográfica da marca SONY com resolução de 5.1 megapixels, colocada verticalmente na seção de teste. Por meio de uma escala, em milímetros, acoplada ao tubo, eram obtidas as imagens da evolução da camada de gelo em intervalos regulares e pré-determinados de tempo, estas imagens foram descarregadas da memória da câmera e armazenadas no computador em formato JPEG para depois serem digitalizadas utilizando um software de computador chamado AutoCAD 2006, o qual fornecia os valores reais da espessura da camada de gelo para cada intervalo de tempo, tendo como padrão a escala conhecida.

### **3.3.3 Vazão do fluido secundário**

A vazão do fluido secundário ou fluido de trabalho foi determinada através de uma placa de orifício previamente calibrada. Esta placa foi conectada nas tomadas de pressão de uma coluna de mercúrio que proporcionava a medida da queda de pressão ocasionada pelo escoamento do fluido secundário através da placa de orifício, esta queda de pressão se traduzia em medida de vazão e substituindo esta variável na equação de calibração da placa de orifício que foi encontrada através do software Origin 7.0, tinha para cada queda de pressão, uma medida de vazão.

Para obter as medidas foi coletado o volume de etanol durante um determinado intervalo de tempo, sendo que para cada valor de vazão obteve-se um valor correspondente da perda de pressão. Foram realizadas várias medidas com valores diferentes de vazão para a construção da curva de calibração, além de que, para cada uma delas, eram feitas repetições objetivando a estimativa da incerteza. A curva de calibração da placa de orifício está apresentada no Apêndice B.1

### **3.3.4 Medida da massa solidificada**

Para determinar experimentalmente a massa solidificada, foi feita uma estimativa do volume com base no raio médio solidificado, isso para curvatura do tubo, e no comprimento axial do tubo. No final do processo, obteve-se o volume total solidificado, o qual é transformado em massa multiplicando-se pela massa específica do gelo. Cabe salientar que este foi um cálculo aproximado.

## **3.4 Metodologia**

De acordo com a metodologia descrita a seguir foram realizados os experimentos.

Para a realização de uma série de experimento, foi necessário ligar a unidade de refrigeração para resfriar o material de mudança de fase (água), levando aproximadamente um tempo de 8 horas para a água atingir uma temperatura próxima da mudança de fase ( $0^{\circ}\text{C}$ ), para as condições de contorno desejadas mais aproximadas.

Como a capacidade desse reservatório para armazenar e manter a água a baixa temperatura bastante satisfatória e a quantidade de gelo formada na serpentina era suficiente para realizar aproximadamente 5 testes, daí não houve necessidade de outro reservatório.

Uma vez que a água atingiu a temperatura mais próxima  $0^{\circ}\text{C}$ , esta é bombeada à seção de testes, paralelamente, a unidade de refrigeração do etanol foi ligada para que sua temperatura fosse reduzida até o valor desejado, bem como atingisse o estado estacionário. Ajustadas a vazão de trabalho e a temperatura desejada, o etanol foi bombeado para a seção de testes.

A câmera digital para capturar as imagens durante os ensaios foi colocada em posição frontal em relação à seção de testes, foi aberta uma pequena janela através do isolamento do tanque de acrílico, como mostrado na figura 3.5.

Com estes parâmetros dava-se início aos ensaios.

### **3.5 Descrição do procedimento experimental**

Como o problema consiste na solidificação de um material de mudança de fase (PCM) ao redor de um tubo curvo, no interior do qual circula um fluido de trabalho resfriado à temperatura especificada e a água (PCM) a uma temperatura próxima da mudança de fase, iniciava-se o ensaio; o fluido refrigerante secundário a uma temperatura especificada era bombeado para o interior do tubo (seção de testes), o fluido ao escoar pelo interior do tubo retirava calor da água, aumentando, assim, a sua temperatura, com isso dava início ao processo de solidificação da água. O fluido refrigerante secundário ao sair da seção de teste retornava ao trocador de calor, para trocar calor com o fluido refrigerante primário, diminuindo assim a sua temperatura, e retorna a seção de testes para completar o ciclo. Este processo continua ao longo de todo o ensaio. As medidas do crescimento da camada de gelo foram obtidas por meio de imagens capturadas pela câmera digital de fotos, nos instantes iniciais do processo, como a formação da camada de gelo era muito rápida, devido a alguns fatores que favorecia a velocidade da frente de solidificação, as imagens eram capturadas em pequenos intervalos de tempo de 5 minutos na 1ª hora. À medida que o tempo avançava, o efeito do escoamento secundário tornava-se menos proeminente, dando espaço a outros fatores, sendo os mesmos comentados no capítulo 6. O processo tornava-se gradativamente lento, o intervalo das capturas era gradualmente espaçado. Esse procedimento foi realizado com três tubos com diferentes raios de curvatura e com uma duração variável.

Foi realizado um total de 72 testes.

## Capítulo 4

### Modelamento Matemático

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo será abordado o modelamento matemático do problema de mudança de fase, que consiste em propor as equações de conservação da energia, condições de contorno, o balanço de energia na interface sólido-líquido, que na verdade é uma das condições de contorno, hipóteses e simplificações que irão representar o processo de solidificação ao redor de tubos curvos. Devido à fase líquida encontrar-se à temperatura de mudança de fase durante todo o processo, o presente modelo foi desenvolvido para o domínio sólido, e o mecanismo de transferência de calor é a condução pura. Neste caso, todo o fluxo de calor liberado pela fase líquida é utilizado para a solidificação.

Para contornar as dificuldades relacionadas à mobilidade da interface sólido-líquido, foi utilizada a técnica de imobilização da fronteira móvel através da transformação de coordenadas.

### 4.1.1 Modelo físico

Para entender a formulação matemática é necessário conhecer o modelo físico, que está apresentado na figura 4.1 e consiste no processo de solidificação do material de mudança de fase ao redor de um tubo curvo. Tubo se encontra totalmente imerso no material de mudança de fase (PCM), à temperatura de solidificação. No início do processo a temperatura inicial  $T_i$  é maior que a temperatura de mudança de fase  $T_m$ , o que faz com que exista o PCM apenas na fase líquida. O fluido de transferência de calor secundário, ao circular axialmente no interior do tubo de cobre a uma temperatura  $T_{et} < T_m$ . Isto faz com que absorva calor do material de mudança de fase na fase líquida, transformando-se assim na fase sólida, com formação de duas regiões distintas. As duas regiões formadas são separadas por uma interface sólido-líquido bem definida, com temperatura constante igual à temperatura de mudança de fase à pressão ambiente,  $T_m$ . Conforme o tempo passa a interface sólido-líquido avança na direção radial das curvaturas, sendo que a velocidade de formação da camada no início do processo é acelerada e diminui com o passar do tempo, tendendo a valores mais baixos.

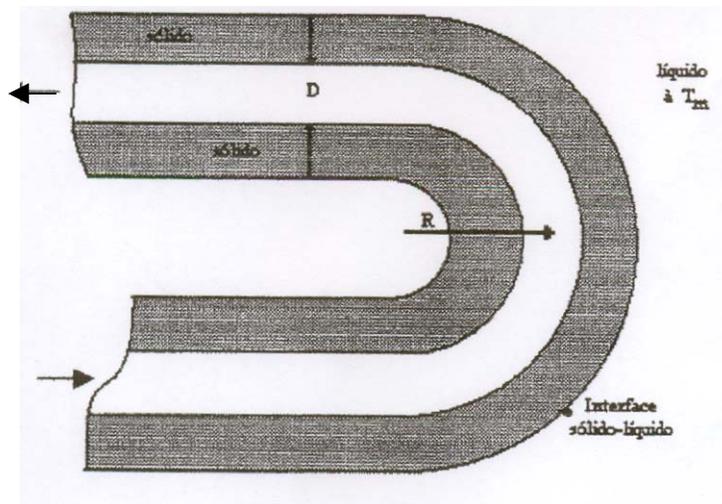
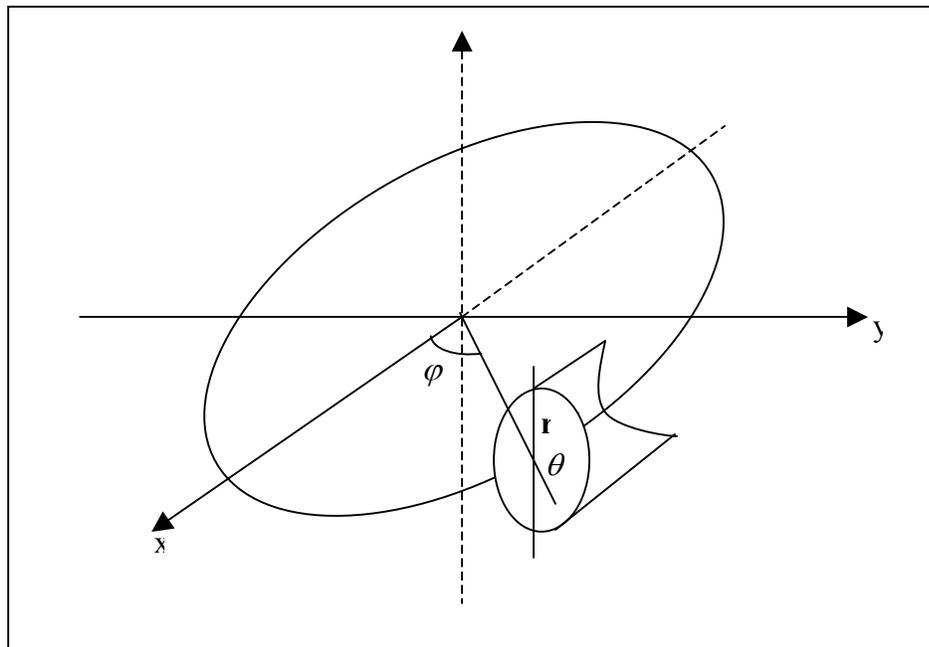


Figura 4.1 – Desenho esquemático do modelo físico

## 4.2 Formulação matemática

Existem várias maneiras de abordar a modelagem matemática em um tubo curvo. Alguns autores propõem tanto o modelamento quanto a resolução desses problemas utilizando o sistema de coordenadas toroidais  $(r, \theta, \varphi)$ , sendo  $r$  a coordenada na direção radial,  $\theta$  na direção tangencial (conhecida também como direção periférica ou circunferencial) e  $\varphi$  na direção axial. A figura 4.2 esquematiza este sistema de coordenadas.



**Figura 4.2 – Sistema de coordenadas toroidais**

Em relação à abordagem, cita-se Kalb e Seader (1972), que estudaram numericamente a transferência de calor tridimensional em tubos curvos.

Devido a tais dificuldades, diversos pesquisadores vêm utilizando uma simplificação para a resolução dos campos de escoamento e temperatura em tubos curvos, proposta inicialmente por Dean (1927, 1928), que é chamada “aproximação para tubo reto” (*loose coil*). Neste caso a razão de curvatura é extremamente alta ( $R/r \gg 1$ ).

### 4.2.1 Hipóteses

Para o desenvolvimento do modelo matemático são admitidas as seguintes considerações:

- Material de mudança de fase à temperatura de solidificação;
- Processo de solidificação regido apenas por condução, sendo desprezado o efeito da convecção natural na fase líquida;
- Propriedades físicas do material de mudança de fase constantes e independentes da temperatura;
- Material de mudança de fase, inicialmente no estado líquido, incompressível e considerado uma substância pura;
- Escoamento do fluido refrigerante secundário axialmente desenvolvido, sendo desconsiderada a difusão nesta direção;
- Problema bidimensional em relação às coordenadas radial e tangencial;
- Razão de curvatura do tubo considerado infinito ( $R/r \gg 1$ ) aproximação para tubo reto.

Todas as hipóteses com exceção da última são típicas de uma grande variedade de problemas de mudança de fase, e podem ser encontradas em trabalhos como Thomason *et al* (1978), Gonçalves (1996) , Jesus (1998), entre outros. A última hipótese requer uma atenção maior pelo fato que esta servirá como ponto de partida para a delimitação do problema. Utilizando a abordagem feita por Dean (1927, 1928) em aproximar para tubo reto “*loose coil*”. Neste caso, a razão de curvatura é considerada extremamente alta ( $R/r \gg 1$ ), sendo que o único termo relativo à curvatura que permanece nas equações da quantidade de energia é o da aceleração centrífuga nas direções radial e tangencial. Conseqüentemente, as equações que rege o problema são as mesmas para um tubo reto, porém atuando sobre este, um campo de forças centrífugas.

## 4.2.2 Equações governantes e condições de contorno

### Equacionamento

Utilizando a equação da conservação da energia transiente, tridimensional em coordenadas toroidais, baseada na Figura 4.2. Observa-se que as parcelas onde a razão de curvatura do tubo, no denominador, foram desprezadas, considerando esta que será explicada posteriormente. Como o trabalho objetiva estudar o problema da solidificação do material de mudança de fase estando este à temperatura de mudança de fase, é resolvida a equação da conservação da energia para o domínio sólido. Permanecendo apenas o primeiro termo do lado esquerdo da equação (4.1), e como o processo é apenas regido por condução, sendo desprezados os termos convectivos do lado esquerdo, levando em conta a hipótese 7, justificada no item 4.2.1, parece razoável desprezar as parcelas destacadas. Isto quer dizer que optou-se por utilizar uma simplificação análoga àquela sugerida por Dean (1927,1928), denominada aproximação para tubo reto.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{w}{R + r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} = \frac{v}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \underbrace{\frac{\sin \theta}{R + r \sin \theta}}_{=0} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \underbrace{\frac{\cos \theta}{r(R + \sin \theta)}}_{=0} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \underbrace{\frac{1}{(R + r \sin \theta)^2}}_{=0} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right) \quad (4.1)$$

Neste caso, a equação (4.1) reduz a uma equação em coordenadas polares da forma:

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_p < r < r_i, t > 0 \quad (4.2)$$

onde:  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ ,

O sistema em estudo pode ser dividido em duas regiões geométricas, a parede do tubo e o espaço anular como especificado na figura 4.3.

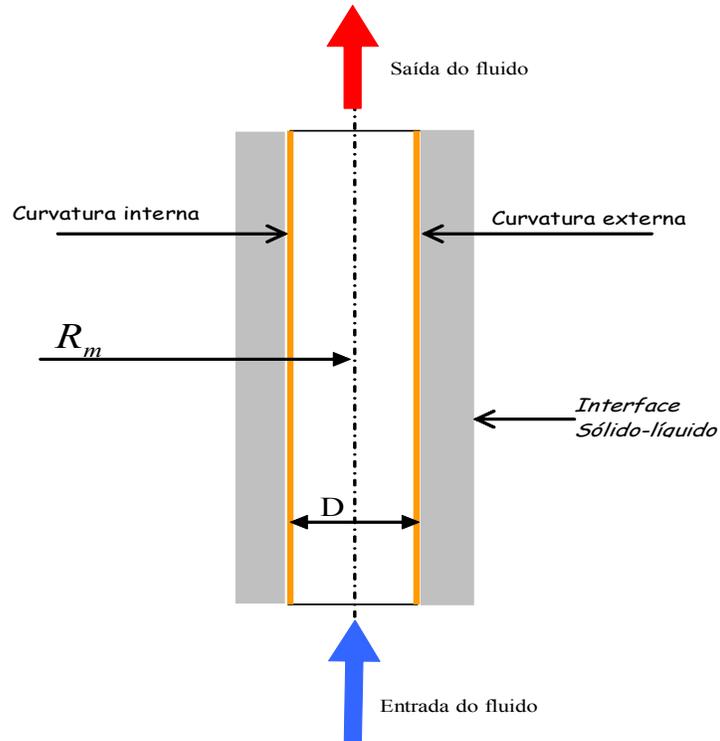


Figura 4.3 – Corte Longitudinal do tubo curvo aproximado para tubo reto

### Condições de contorno

Devido à parede do tubo apresentar alta condutividade térmica ( $k_{Cu} = 390 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) e pequena espessura ( $e = 0,0015 \text{ m}$ ), a condição de contorno adotada é de terceira espécie (tipo Robin), o que resulta, em termos matemáticos:

$$k_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i} = h(T_p - T_f) \quad r = r_p, t > 0 \quad (4.3)$$

Com base no trabalho de Benta (2001), optou-se em inserir a curvatura do tubo como uma das condições de contorno do problema, a qual levará em conta as características do escoamento em tubo curvo. Para estimar o coeficiente convectivo de transferência de calor para as curvaturas, interna e externa do tubo, são empregadas as correlações do número de Nusselt periférico que estão apresentadas no apêndice C.

Segundo Ozisik (1980), em relação à interface móvel relativa aos problemas de mudança de fase, as condições de contorno devem satisfazer duas condições fundamentais, comumente conhecidas como condições de Stefan, Crank (1984), a saber:

- A temperatura é especificada como o próprio valor da temperatura de mudança de fase do material
- O balanço de energia deve ser satisfeito neste ponto.

Matematicamente, em coordenadas polares obtém-se:

$$T_s(r, \theta, t) = T_m \quad r = r_i, t > 0 \quad (4.4)$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{r_i^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left( k \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) = \rho L \frac{dr_i}{dt} \quad r = r_i, t > 0 \quad (4.5)$$

A equação (4.5) satisfaz o balanço de energia na interface e prediz que o fluxo de calor negativo em direção a fase sólida é igual à taxa de calor liberada durante a solidificação.

### 4.2.3 Interface sólido-líquido

Como a dificuldade básica dos problemas de fronteira móvel se baseia na determinação da posição da interface sólido-líquido, a qual se desloca com o tempo tornando o problema transiente, além de não ser conhecida.

Para esse trabalho foi utilizado a técnica de imobilização da fronteira móvel, que tem por objetivo fixá-la por meio da transformação de coordenadas proposta por Landau (1949). Sendo a interface do problema móvel foi imobilizada através da definição de uma nova coordenada radial  $\eta_s$  definida por:

$$\eta_s = \frac{r - r_p}{r_i - r_p} \quad (4.6)$$

Segundo Benta (2001) no plano transformado, a camada solidificada está necessariamente situada entre os valores de  $0 \leq \eta_s \leq 1$ , passando-se a trabalhar em um domínio transformado fixo. O valor de  $\eta_s$  é nulo na parede do cilindro e unitário na interface sólido-líquido.

Para adimensionalizar o tempo adotou-se o seguinte parâmetro adimensional.

$$\tau = Fo Ste \quad (4.7)$$

com:

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_p^2} \quad (4.8)$$

$$Ste = \frac{c_{ps}(T_m - T_f)}{L} \quad (4.9)$$

E assumindo que  $r = r_i(\theta, t)$ , obtém-se as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \theta} = -(r - r_p) \frac{1}{(r_i - r_p)^2} \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{(r - r_p)}{(r_i - r_p)^2} \frac{\alpha Ste}{r_p^2} \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{1}{(r_i - r_p)^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta^2} = \frac{2\eta}{(r_i - r_p)^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial \theta \partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (4.14)$$

Substituindo as expressões acima na equação (4.2) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\rho c_p}{k} \left[ \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \left( -\frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{\partial T}{\partial \tau} \right) \right] &= \frac{1}{r} \frac{1}{(r_i - r_p)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( r \frac{1}{(r_i - r_p)} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \\ + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{2\eta}{(r_i - r_p)^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta \partial \theta \partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] & \quad (4.15) \end{aligned}$$

Adimensionalizando a temperatura e a coordenada radial pelos parâmetros têm-se:

$$\phi = \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \quad (4.16)$$

$$R = \frac{r}{r_p} \quad (4.17)$$

que substituídos na equação (4.15), obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{Ste}{r_p^2} \left( -\frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) + \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) \right) = \frac{1}{Rr_p(r_i - r_p)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{Rr_p}{(r_i - r_p)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) \right) + \\
& + \frac{1}{R^2 r_p^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) + \frac{2\eta}{(r_i - r_p)^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right) \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial \eta} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right) \right] \tag{4.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{Ste}{r_p^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \tau} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{(r_i - r_p)^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( R \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r_p^2} \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{2\eta}{R^2(r_i - r_p)} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \right. \\
& \left. - \frac{\eta}{R^2(r_i - r_p)} \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial \eta} - \frac{\eta}{R^2(r_i - r_p)} \frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Multiplicando a equação (4.19) pelo raio da parede  $r_p$ ,

$$\begin{aligned}
& \frac{Ste}{r_p^2} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} - \frac{\eta Ste r_p}{r_p^2 (r_i - r_p) r_p} \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{r_p^2}{Rr_p^2 (r_i - r_p)^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( R \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{r_p^2} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \\
& + \frac{2\eta}{r_p^2 R^2 (r_i - r_p)^2} \frac{r_p^2}{r_p^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{\eta r_p}{r_p^2 R^2 (r_i - r_p) r_p} \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial \eta} - \frac{\eta r_p}{r_p^2 R^2 (r_i - r_p) r_p} \frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \tag{4.20}
\end{aligned}$$

rearranjando tem-se:

$$Ste \frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{1}{R\Delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{R}{\Delta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\eta Ste}{\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{2\eta}{R^2 \Delta^2} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{\eta}{R^2 \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial \eta} - \frac{\eta}{R^2 \Delta} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \theta^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \quad 0 \leq \eta_s \leq 1 \quad (4.21)$$

Com:

$$\eta = \frac{R-1}{R_i-1} \quad (4.22)$$

$$\Delta = R_i - 1 \quad (4.23)$$

A equação (4.21) representa a equação da energia para a fase sólida transformada, os últimos quatro termos do lado direito são denominados termos fontes, os quais se originam da transformação de coordenadas, o termo  $\frac{\partial \Delta}{\partial \tau}$  pode ser interpretado como a velocidade da frente de solidificação, e segundo Sparrow e Chuck (1984), são denominados termos pseudoconvectivos.

### 4.3 Adimensionalização das condições de contorno

Seja a condição de contorno (4.3):

$$h(T_p - T_f) = k_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i}$$

e adotando o procedimento análogo para a adimensionalização da condição de contorno e utilizando as expressões já adimensionalizadas para a temperatura  $\phi$  e raio transformado  $\eta$ , obtém-se:

$$\phi = 0 \quad (4.24)$$

$$\eta = 1$$

$$-k_s \frac{(T_m - T_f)}{(r_i - r_p)} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = h \left[ \left( \frac{T_p - T_m}{T_m - T_f} \right) + \left( \frac{T_f + T_m}{T_m - T_f} \right) \right] \quad (4.25)$$

Pelas definições no número de Nusselt e espessura da interface adimensional  $\Delta$ :

$$Nu = \frac{hd_p}{k_f} \quad (4.26)$$

$$\Delta = \frac{r_i - r_p}{r_p} = R_i - 1 \quad (4.27)$$

Introduzindo o número de Nusselt na equação, obtém-se:

$$-\frac{k_s}{k_f} \frac{r_p}{(r_i - r_p)} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2} (\phi_p + 1) \quad \longrightarrow \quad -\frac{k_s}{k_f \Delta_s} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2} (\phi_p + 1) \quad \eta_s = 0 \quad (4.28)$$

As correlações do número de Nusselt são encontradas no apêndice C

De modo análogo, adimensionalizando a condição de contorno relativa ao balanço de energia na interface tem-se:

$$\left[ 1 + \frac{1}{r_i^2} \left( \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left[ \frac{k}{(r_i - r_p)} \frac{\partial \left( \frac{T - T_m}{T_m - T_f} \right)}{\partial \eta} \right] = \frac{\rho L}{(T_m - T_f)} \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \quad (4.29)$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{R_i^2} \left( \frac{\partial (R_i - 1)}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{(R_i - 1)} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] = \frac{d(R_i - 1)}{d\tau} \quad (4.30)$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{(\Delta + 1)^2} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{\Delta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] = \frac{d\Delta}{d\tau} \quad \eta_s = 1 \quad (4.31)$$

## Capítulo 5

### Análise Numérica

#### 5.1 Introdução

A tarefa de um método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes na equação por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Com o método numérico adotado, volumes finitos, será feito a simulação dos experimentos realizados.

Como apresentado em Patankar (1980), o procedimento para se obter as equações discretizadas no método dos volumes finitos é integrar, no volume de controle finito, a equação diferencial na forma conservativa.

Baseado nisso, a abordagem numérica apresentada neste capítulo consiste na discretização das equações diferenciais e suas condições de contorno, bem como em discorrer sobre o tratamento numérico proporcionado à formulação matemática, em especial, à interface sólido-líquido móvel.

Para fixar a fronteira sólido-líquido móvel, foi adotado o método da imobilização da fronteira móvel. A escolha de ambos os métodos é justificada com base no trabalho de Hsu *et al* (1981) que apresenta facilidade de interpretação física dos termos resultantes da transformação de coordenadas e assegura a conservação global da energia. O método da imobilização da fronteira,

através da implementação das transformadas de Landau, representa o caso mais simples do método de sistemas de coordenadas coincidentes com a fronteira ou geração de coordenadas ajustada ao corpo (BFC), segundo Benta (2001).

Foi utilizada a formulação totalmente implícita, através do valor unitário do fator peso para o termo transiente, a qual gera um sistema de equações acopladas entre si. Utilizando essa formulação preestabelece a garantia de que todos os coeficientes sejam positivos.

Para o balanço da energia na interface, que consistiu em adotar uma formulação explícita para o termo transiente, foi baseado no trabalho de Benta (2001) e também utilizado por Jesus (1998), este procedimento desacopla as equações da energia para o material de mudança de fase e para o balanço na interface.

## 5.2 Discretização da equação da conservação da energia

A discretização da equação da energia foi desenvolvida com base em uma malha bidimensional em coordenadas polares, isto é, nas direções radial  $r$  e angular  $\theta$ . A figura 5.1 representa um volume de controle contendo o ponto nodal  $P$  e suas vizinhanças, sendo que a malha, como um todo, consistirá na quantidade total de volumes especificados em ambas as direções.

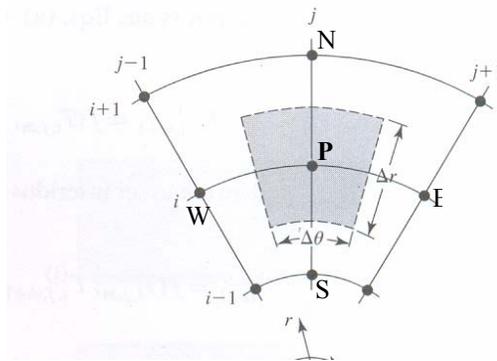


Figura 5.1 – Volume de controle bidimensional em coordenadas polares.

Partindo da equação da energia no plano transformado, equação (4.21), e efetuando a integração no tempo e no volume de controle:

$$\begin{aligned}
\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{w_s}^e \int_s^n ste \frac{\partial\phi}{\partial\tau} R d\theta d\eta d\tau &= \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{w_s}^e \int_s^n \frac{1}{R\Delta^2} \frac{\partial}{\partial\eta} \left( R \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) R d\theta d\eta d\tau + \\
&+ \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{w_s}^e \int_s^n \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) R d\theta d\eta d\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{w_s}^e \int_s^n b R d\theta d\eta d\tau
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Nessa equação **b** é a representação dos quatro últimos termos da equação (4.21), isto é, os termos fonte resultantes da transformação de coordenadas. Adotando a tradicional convenção utilizada por alguns autores, o valor já conhecido da temperatura no ponto **P** que é o nível de tempo anterior  $\tau^o$ , é simbolizado pelo sobrescrito “o”, e o nível de tempo atual,  $\tau + \Delta\tau$ , no qual se busca a solução, não apresenta índice. Neste caso:

$$\begin{aligned}
Ste(\phi_p - \phi_p^o) R \Delta\theta \Delta\eta &= \frac{1}{\Delta_p^2} \left[ \left( R \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right)_n - \left( R \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right)_s \right] \Delta\theta \Delta\tau + \\
&+ \left[ \left( \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right)_e - \left( \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right)_w \right] \Delta\eta \Delta\tau + b^* R \Delta\theta \Delta\eta \Delta\tau
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Dividindo por  $\Delta\tau$ :

$$\begin{aligned}
\frac{Ste \nabla_p}{\Delta\tau} (\phi_p - \phi_p^o) &= \frac{1}{\Delta_p^2} \left[ R_n \left( \frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta\eta} \right) - R_s \left( \frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta\eta} \right) \right] \Delta\theta + \\
&+ \left[ \frac{1}{R_e} \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta\theta} \right) - \frac{1}{R_w} \left( \frac{\phi_P - \phi_w}{\Delta\theta} \right) \right] \Delta\eta + b^* \nabla_p
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Rearranjando:

$$\left[ \frac{Ste \nabla_p}{\Delta} + \frac{\Delta \theta R_n}{\Delta_p^2 \Delta \eta} + \frac{\Delta \theta R_s}{\Delta_p^2 \Delta \eta} + \frac{\Delta \eta}{R_e \Delta \theta} + \frac{\Delta \eta}{R_w \Delta \theta} \right] \phi_p =$$

$$= \frac{\Delta \theta R_n}{\Delta_p^2 \Delta \eta} \phi_N + \frac{\Delta \theta R_s}{\Delta_p^2 \Delta \eta} \phi_S + \frac{\Delta \eta}{R_e \Delta \theta} \phi_E + \frac{\Delta \eta}{R_w \Delta \theta} \phi_W + \frac{Ste \nabla_p}{\Delta \tau} \phi_p^o b^* \nabla_p$$
(5.4)

Os coeficientes  $\phi_N$ ,  $\phi_S$ ,  $\phi_E$ ,  $\phi_W$  e  $\phi_p$  será denominado por  $a_N$ ,  $a_S$ ,  $a_E$ ,  $a_W$  e  $a_p$ , respectivamente, obtendo assim a equação algébrica da forma:

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_E \phi_E + a_W \phi_W + B$$
(5.5)

Sendo os coeficientes:

$$a_N = \frac{\Delta \theta R_n}{\Delta_p^2 \Delta \eta}$$

$$R_n = R_p + \frac{\Delta \eta}{2}$$

$$a_S = \frac{\Delta \theta R_s}{\Delta_p^2 \Delta \eta}$$

$$R_s = R_p - \frac{\Delta \eta}{2}$$

$$a_E = \frac{\Delta \eta}{R_e \Delta \theta}$$

$$a_W = \frac{\Delta \eta}{R_w \Delta \theta}$$

$$a_p = a_N + a_S + a_E + a_W + a_p^o$$

$$B = a_p^o \phi_p^o + b^* \nabla_p$$

E o coeficiente do ponto **P** para o tempo anterior é dado por:

$$a_p^o = \frac{Ste \nabla_p}{\Delta \tau}$$

### 5.3 Discretização das condições de contorno

Seja a equação (4.28)

$$-\frac{k_{sl}}{\Delta_s} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2} (\phi_p + 1) \quad (4.28)$$

Na forma discretizada fica:

$$(\phi_i - \phi_p) = -\frac{Nu}{2} \frac{\Delta_s \Delta \eta}{k_{sl}} (\phi_p + 1)$$

$$\phi_p = \frac{\phi_i \frac{k_{sl}}{\Delta_s \Delta \eta k_f} - \frac{Nu}{2}}{\frac{Nu}{2} + \frac{k_{sl}}{\Delta_s \Delta \eta k_f}} \quad (5.6)$$

A equação (5.6) fornece a expressão para a temperatura na parede obtida a partir da condição de contorno de terceira espécie.

#### Balanço de energia na interface

Conforme Benta (2001) que utilizou o tratamento “explícito” da interface móvel desenvolvido por Sparrow e Chuck (1984) tem como principal vantagem evitar o acoplamento entre as equações da energia que regem o problema. Esse tratamento explícito consiste na

determinação da derivada temporal da equação (4.31) em um intervalo intermediário de tempo  $\tau^o + \frac{1}{2}\Delta\tau$ , uma vez que o valor no tempo anterior  $\tau^o$  é conhecido. Uma vez conhecida a distribuição de temperatura no tempo anterior  $\tau^o$  e a espessura inicial da camada solidificada  $\Delta s$ , nesse caso, a expressão para a interface neste tempo específico é:

$$\Delta_s^{\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2}} = \Delta_s^o + \left( \frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau} \right)^o \frac{\Delta\tau}{2} \quad (5.7)$$

As formas discretizadas da equação (4.31) nos instantes  $\tau^o$  e  $\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2}$  são, respectivamente:

$$\left[ 1 + \frac{1}{(\Delta_s^o + 1)^2} \left( \frac{\partial \Delta_s^o}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{\Delta_s^o} \frac{(\phi - \phi^o)}{\Delta\eta} \right) = \left( \frac{d\Delta}{d\tau} \right)^o \quad (5.8)$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{\left( \Delta_s^{(\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2})} + 1 \right)^2} \left( \frac{\partial \Delta_s^{(\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2})}}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{\Delta_s^{(\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2})}} \frac{(\phi - \phi^o)}{\Delta\eta} \right) = \left( \frac{d\Delta}{d\tau} \right)^{(\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2})} \quad (5.9)$$

Através da equação (5.9) é possível determinar a posição da frente de solidificação no tempo  $\tau^o + \frac{\Delta\tau}{2}$ , pois nesse instante o gradiente de temperatura é o mesmo do instante  $\tau^o$ . Para o cálculo da frente de solidificação no tempo  $\tau^o + \Delta\tau$ , obtém-se a expressão:

$$\Delta_s^{\tau^o + \Delta\tau} = \Delta_s^o + \left( \frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau} \right)^{\tau^o + \frac{1}{2}\Delta\tau} \Delta\tau \quad (5.10)$$

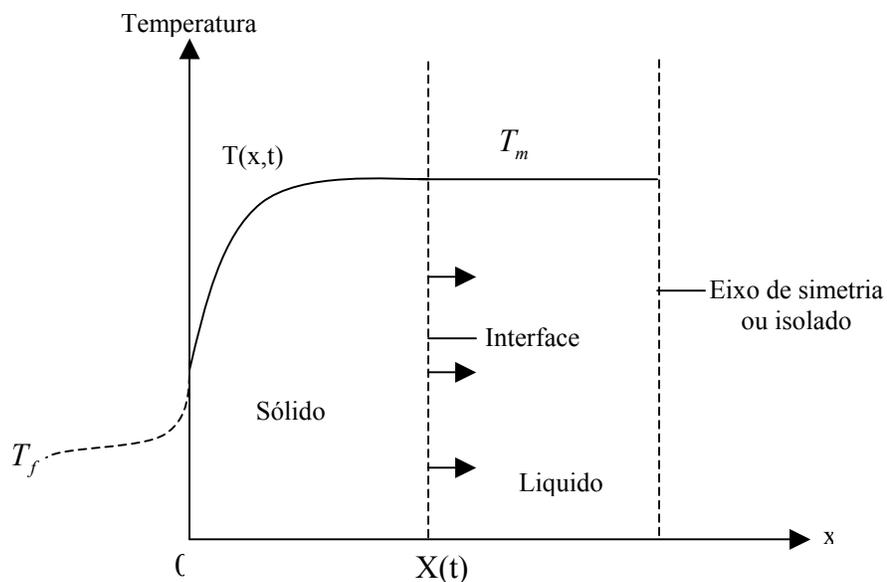
#### 5.4 Tratamento do início do processo de solidificação

O início do processo de solidificação, na análise numérica, consiste em garantir a obtenção de resultados fisicamente coerente, bem como a convergência e consistência dos

resultados. Para a utilização do método de imobilização da fronteira móvel, segundo Sparrow *et al* (1978-b), é necessária a preexistência de uma fina camada solidificada, no início do processo, uma vez que a espessura da camada solidificada  $\Delta_s$  no tempo inicial não pode ser inicialmente nula.

No trabalho de Benta (2001), foi utilizado um ponto de singularidade que consiste em pressupor a existência de uma fina camada solidificada no início do processo ( $t = 0$ ), de tal modo que sua magnitude não influencie os valores da espessura da camada solidificada. Além disso, assume-se também uma distribuição inicial de temperatura. Para esse trabalho, foi utilizada a mesma solução analítica da Benta (2001), que fora baseada em Lunardini (1991), que consistiu em um problema plano de solidificação com líquido inicialmente à temperatura de mudança de fase, e a transferência de calor condutiva na superfície do sólido considerada igual à convectiva (Equação 4.3). Vale salientar que duas resistências térmicas são identificadas no processo: a resistência condutiva, que aumenta à medida que a camada solidificada aumenta com o tempo, e a resistência convectiva que é tida como constante.

A figura 5.2 ilustra o problema com aproximação de regime quase permanente, consiste na equação da conservação da energia unidimensional:



**Figura 5.2 – Solidificação em uma fase de um meio semi-infinito com convecção**

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad 0 < x < X(t) \quad (5.11)$$

Com as condições de contorno:

$$T_s(X, t) = T_m \quad x = X(t), t > 0 \quad (5.12)$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = \rho_s L \frac{dX}{dt} \quad x = X(t), t > 0 \quad (5.13)$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = h(T - T_f) \quad x = 0, t > 0 \quad (5.14)$$

A solução das equações (5.11) e (5.14) é

$$T = \left( \frac{T_m - T_f}{X + \frac{k_s}{h}} \right) \left( x + \frac{k_s}{h} \right) + T_f \quad (5.15)$$

Aplicando o número de Nusselt na equação (5.14), obtém-se:

$$T = \left( \frac{T_m - T_f}{X + \frac{2r_p}{Nu}} \right) \left( x + \frac{2r_p}{Nu} \right) + T_f \quad (5.16)$$

e adimensionalizando a temperatura com a variável já definida e com a aproximação da coordenada plana X para cilíndrica **R** obtém-se:

$$\phi = \left( \frac{X + 2 / Nu}{R_i + 2 / Nu} \right) - 1 \quad (5.17)$$

Sendo que essa equação é a estimativa inicial para a temperatura.

Com

$$X = \frac{r - r_p}{r_p}$$

Para estimar a fina espessura solidificada para a inicialização do problema, parte-se das equações (5.12) e (5.13), cuja solução é:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{k_s (T_m - T_f)}{\rho_s L \left( X + \frac{k_s}{h} \right)} \quad (5.18)$$

Fazendo a integração, com as definições de Nusselt e tempo adimensional  $\tau$  obtém-se:

$$\left( X + \frac{k_s}{h} \right)^2 = 2\alpha_s Ste t + \left( \frac{k_s}{h} \right)^2$$

$$\tau = Ste \frac{\alpha_s t}{r_p^2}$$

$$X = \sqrt{2\tau + \frac{4}{Nu^2}} - \frac{2}{Nu} \quad (5.19)$$

As equações (5.17) e (5.19) resume as expressões utilizadas como solução inicial para o campo de temperatura e espessura da camada solidificada, respectivamente.

## 5.5 Cálculo da massa solidificada

A determinação numérica foi baseada em Benta (2001), que baseou-se em Rieger *et al* (1982), e é dada por:

$$V_s = \int_0^1 \int_0^\pi R d\theta \Delta_s d\eta \quad (5.20)$$

A equação (5.20) consiste na determinação do volume do próprio volume de controle ao longo do tempo, sendo resultado obtido por unidade de comprimento. No final do processo, obtém-se o volume total solidificado, o qual é transformado em massa multiplicando-se pela massa específica do gelo, ou seja:

$$M_s = V_s \rho_s \quad (5.21)$$

## 5.6. Algoritmo

O algoritmo computacional para o cálculo do campo de temperatura e posição da interface sólido-líquido para cada intervalo de tempo, segue a seqüência descrita a seguir.

O programa numérico, cuja linguagem de programação utilizada foi o FORTRAN, inicia-se com a definição dos parâmetros numéricos, geométricos e térmicos, a saber:

- tamanho do volume de controle
- passo de tempo
- número máximo de iterações
- critério de convergência dentro do passo de tempo
- número de Stefan e correlações para Nusselt de acordo com o número de Dean
- propriedades termofísicas

Em seguida são calculadas as soluções para a espessura inicial da camada solidificada bem como a distribuição inicial de temperatura, dadas pelas equações (5.17) e (5.19).

A nova posição da interface sólido-líquido para o próximo tempo é calculada pelas equações obtidas do balanço de energia na interface, (5.7), (5.8), (5.9) e (5.10).

Posteriormente é calculado o sistema de equações lineares para o campo de temperatura, composto por equações do tipo (5.5), pelo algoritmo da Matriz Tri-Diagonal.

Caso o critério de convergência adotado para os cálculos das temperaturas, cujo valor foi de  $10^{-3}$ , foi atingido dentro do passo de tempo, este é incrementado e a nova posição da interface é calculada. Esta seqüência é repetida até que seja atingido o número máximo de iterações requerido.

Se ao contrário, o critério de convergência não for atingido, ainda no mesmo passo de tempo determina-se novamente o campo de temperaturas pelo método TDMA, até atingir nova convergência . A Figura 5.3 esquematiza a seqüência numérica de cálculo do problema

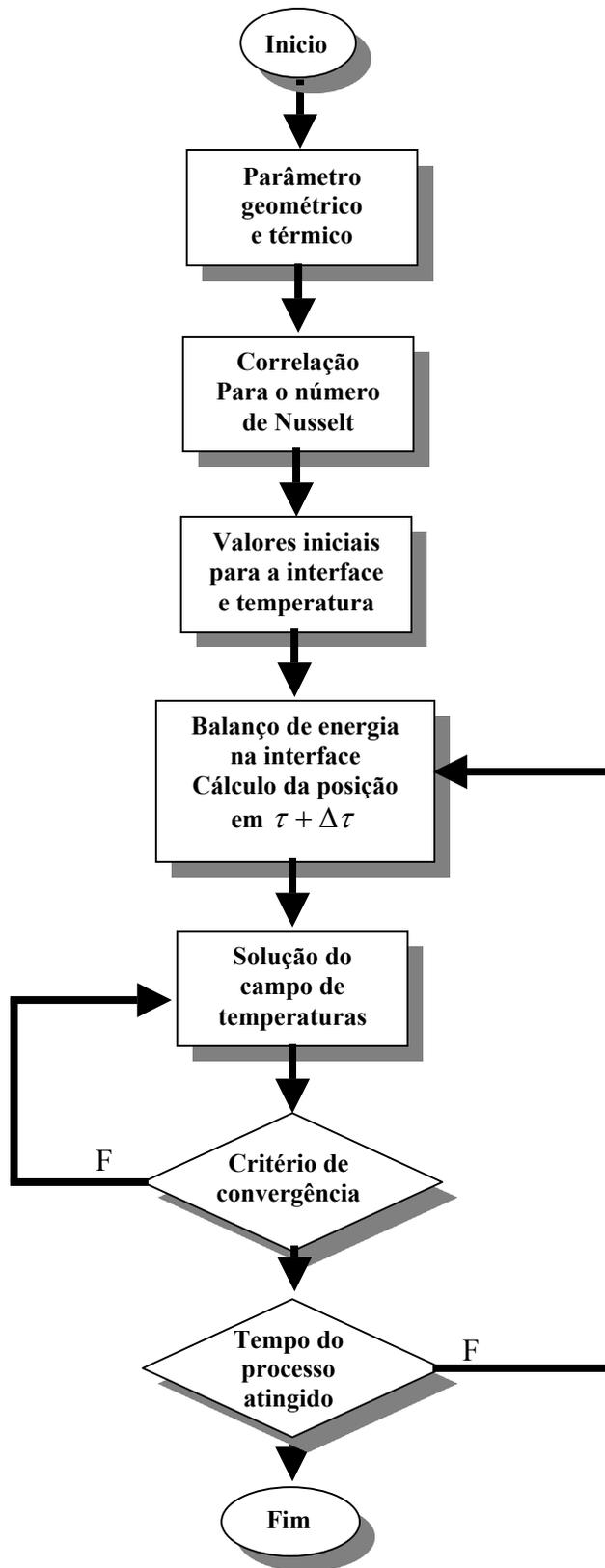


Figura 5.3 – Fluxograma do programa computacional

## **Capítulo 6**

### **Resultados e Discussão**

#### **6.1 Introdução**

Neste capítulo serão discutidos e apresentados os resultados dos testes experimentais e das simulações numéricas para os três tipos de curvaturas utilizadas.

Conforme apresentado no capítulo 3, foram realizadas medidas das temperaturas na superfície das curvaturas, interna e externa em função do tempo em posições fixas previamente determinadas, a posição da interface em função do tempo. Basicamente, o que diferenciou os testes experimentais foi; o raio médio de curvatura do tubo, vazão volumétrica, número de Dean e a temperatura do fluido de trabalho.

Sendo assim, os resultados experimentais apresentados nesse capítulo serão divididos em partes, cada uma delas correspondendo a uma determinada condição.

Com base nas leituras experimentais das temperaturas e da posição da interface, foram construídos uma série de gráficos para analisar e discutir. Estes ilustram a influência dos diferentes parâmetros que compõem a análise.

## 6.2 Fenômeno observado na formação da camada solidificada

Durante a realização dos testes experimentais, foi observado que nos primeiros instantes iniciais da formação da camada solidificada na superfície do tubo (em média nos primeiros 125 min, dependendo da temperatura de entrada do fluido refrigerante e da vazão), a camada solidificada formava-se mais rapidamente no lado da curvatura externa do tubo do que na interna, como mostrada na figura 6.1.

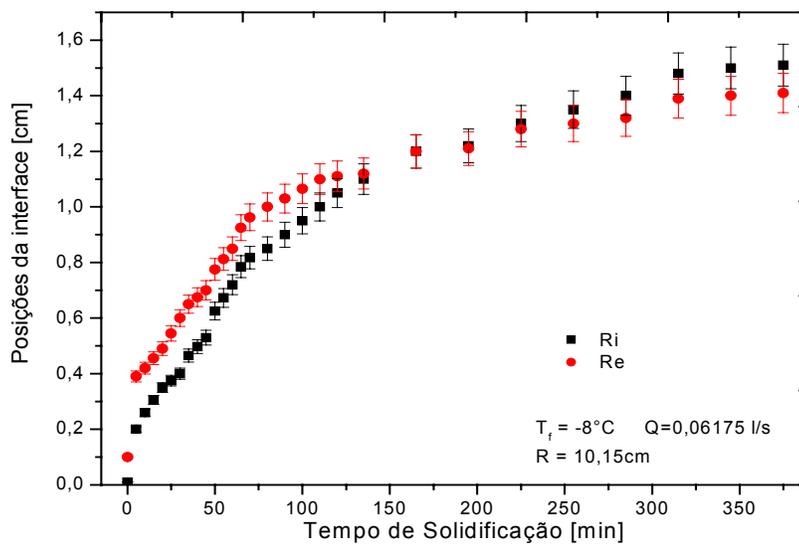
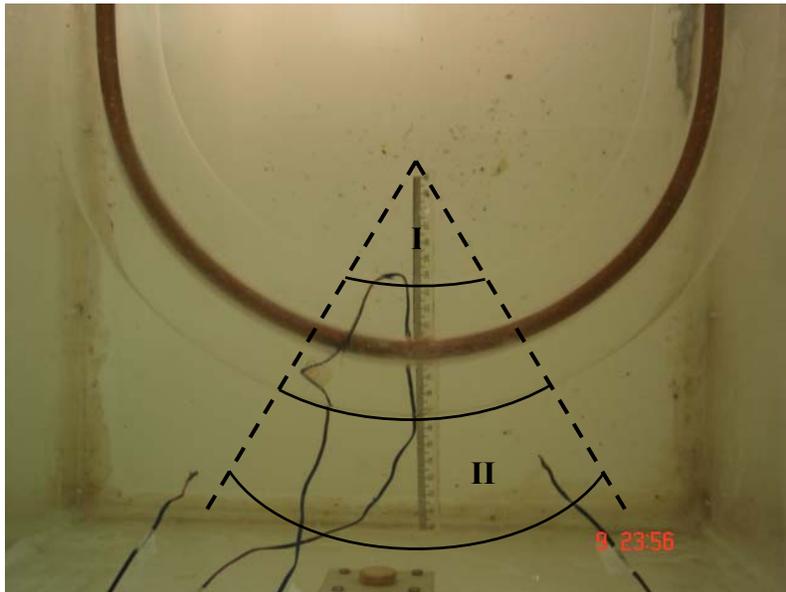


Figura 6.1 – Resultados experimentais da posição da interface em função do tempo

De fato a influência do escoamento secundário no interior do tubo produz maior coeficiente de troca térmica na curvatura externa do tubo. À medida que a posição da interface avança, com o passar do tempo, o efeito do escoamento secundário torna-se cada vez menos proeminente, não mais produzindo as características preliminarmente descritas, em suma a influência dos coeficientes convectivos torna-se irrelevante com o tempo, dando espaço para outros fatores. Um deles é a própria geometria do tubo, sendo que a área interna (região I) à formação da camada solidificada é menor que à área externa (região II), como mostra a Figura 6.2.



**Figura 6.2 – Fotografia esquemática de um elemento de volume na seção de testes**

O fluxo de calor em direção ao tubo proporciona um crescimento mais acentuado da camada de gelo no lado interno (onde a área disponível para mudança de fase é menor), quando comparado ao lado externo (Figura 6.2).

A região I permanece confinada em um meio delimitado pela camada solidificada, ao contrário da região II. Este confinamento das camadas líquidas à região I permite maiores trocas de calor em relação às camadas da região II, provocando naquelas, um maior resfriamento.

Outro fator que deve ser levado em conta é a resistência térmica total, que inclui o coeficiente convectivo interno ao tubo, a resistência térmica da parede do tubo (desprezível) e a resistência térmica da camada solidificada. Esta última deve ser dominante após certo intervalo de tempo, diminuindo a influência do coeficiente convectivo.

Com esses diversos fatores, supõe-se que o confinamento do líquido na região I, que é desencadeado devido à geometria curva do tubo, contribua para a formação de maiores espessuras da camada solidificada nesta superfície, revertendo, assim, o processo inicial.

### 6.3. Análise da posição da interface em função do tempo - experimental

Como foi explicado no capítulo 3, estas imagens foram analisadas por meio de um programa de computador que permitia conhecer a espessura real da camada de gelo. À medida que a frente avança, pode-se determinar aproximadamente sua localização através de uma escala graduada (Figura 6.2).

As curvas que serão apresentadas nesse tópico têm a finalidade de comprovar o efeito da fase inicial do processo, isto é, os instantes em que o efeito geométrico ainda não seja proeminente. Tal análise consiste no estudo da influência dos diferentes números de Dean sobre a solidificação, a qual está diretamente relacionada à magnitude do escoamento secundário.

As figuras (6.3) e (6.4) apresentam as curvas experimentais da posição da interface em função do tempo, ambas para  $T_f = -14^\circ\text{C}$ ,  $Q = 0,06175 \text{ l/s}$ , para diferentes raios de curvatura.

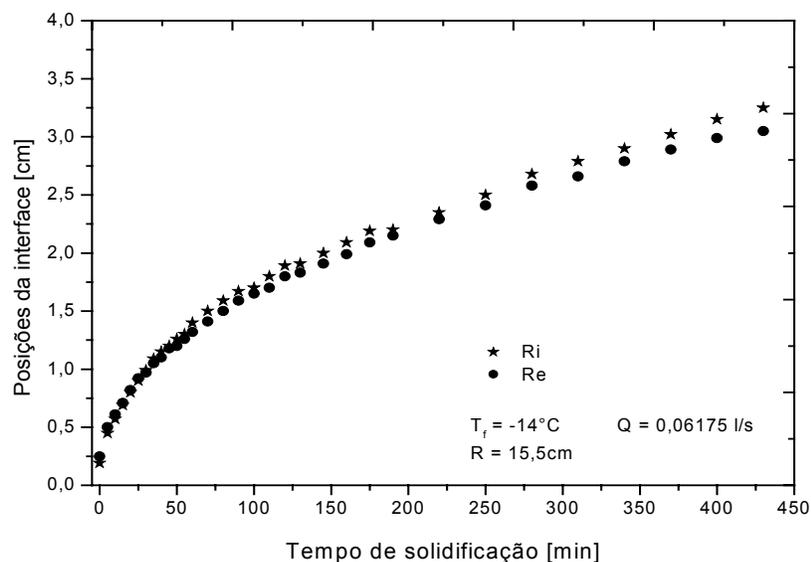
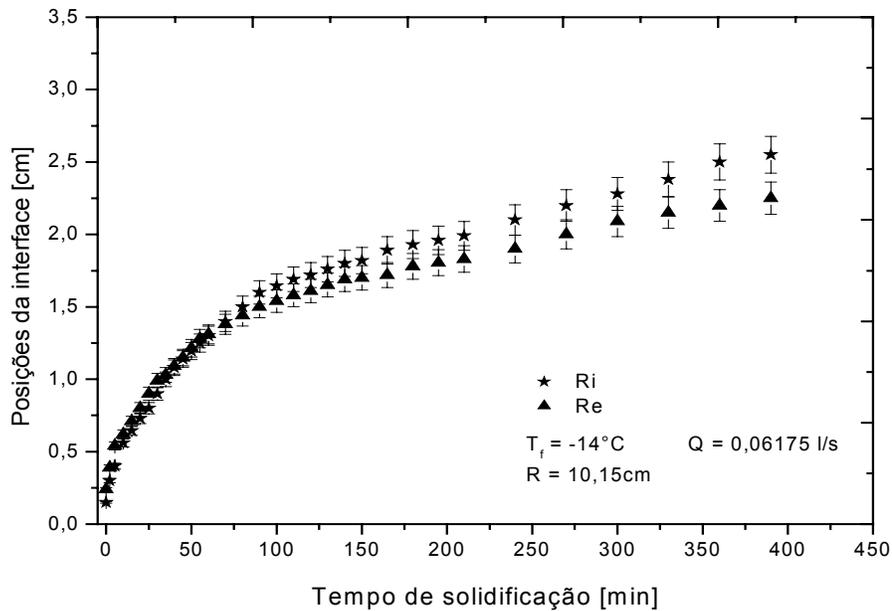


Figura 6.3 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo:  $De = 338,15$



**Figura 6.4 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo:  $De = 417,87$**

Pode-se perceber que, de fato, maiores espessuras da camada solidificada são desenvolvidas no lado do raio externo do tubo, para os instantes iniciais do processo. Na Figura (6.3), que apresenta um número de Dean aproximadamente 80% menor relativamente à Figura (6.4), com menor número de Dean. Tal comportamento comprova o fato de que maiores números de Dean, menores raios de curvaturas, tende a favorecer o efeito de reversão das espessuras das camadas interna e externa, devido aos fatores geométricos. Em análogo a este último comportamento, pela Figura (6.4) nota-se que a diferença entre as espessuras das camadas externa e interna apresentou-se mais acentuada quando comparada com a Figura (6.3). A inversão das camadas interna e externa (Figura 6.3) decorre-se no tempo  $\tau = 70$  min e da Figura 6.4 no tempo  $\tau = 30$  min com espessuras maiores.

As figuras (6.5), (6.6) e (6.7) dos resultados experimentais representam a posição da interface para temperatura de fluido secundário constante e raio de curvatura variável. Percebe-se que a influência da curvatura no avanço da frente, pois quanto menor curvatura, maior é o avanço da frente. Sendo esse comportamento prevalecendo para temperaturas mais baixas, e com o tempo maior de solidificação, como será mostrado nos gráficos posteriores.

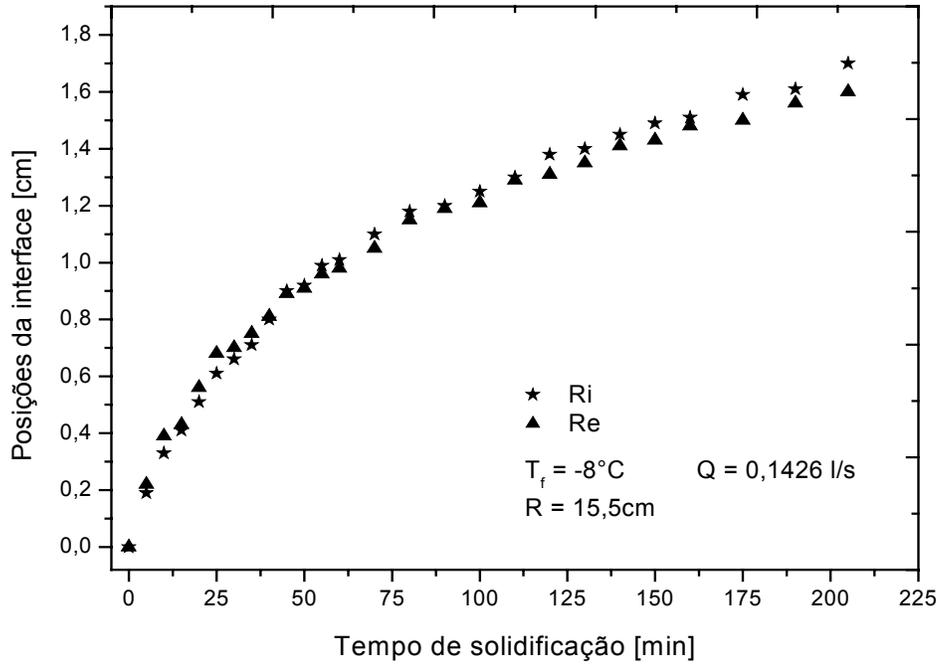


Figura 6.5 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo:  $De = 781,04$

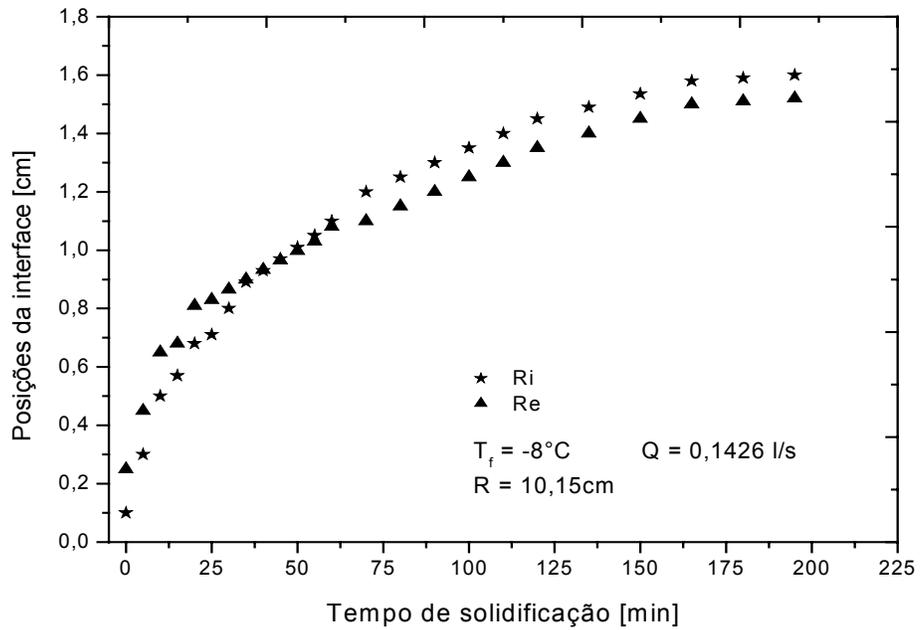
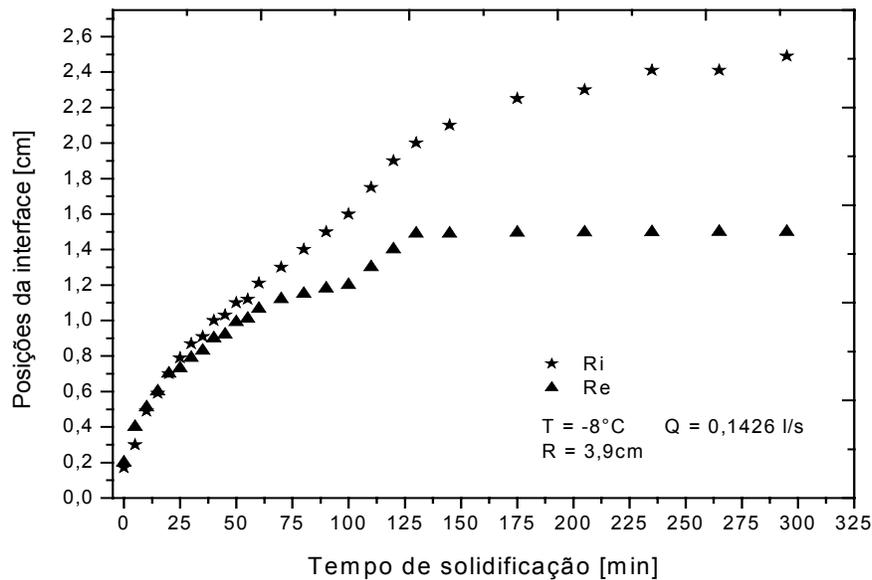


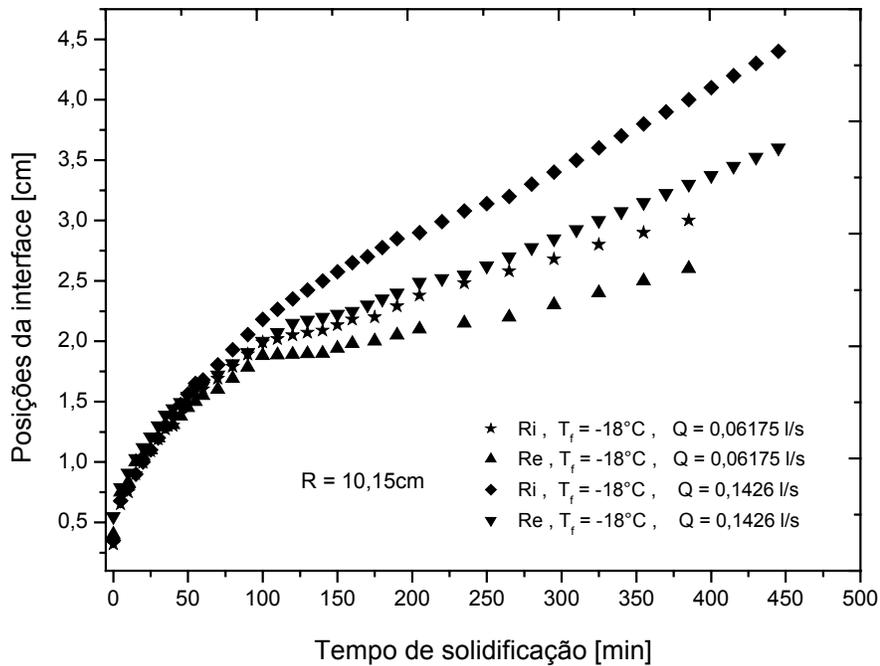
Figura 6.6 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo:  $De = 965,18$



**Figura 6.7 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo:  $De = 1557,08$**

Observa-se também que embora o deslocamento da frente seja diferente para estes experimentos, o comportamento das curvas é similar e que para maior número de Dean maiores diferenças entre as espessuras das camadas.

A Figura 6.8 mostra os resultados da frente da interface para uma curvatura e temperatura de fluido secundário constante, variando apenas a vazão volumétrica. Pode-se observar claramente que, quanto maior a vazão, maior é a velocidade da frente e conseqüentemente maior é a espessura da camada de gelo para um tempo  $\tau$ , esse comportamento prevaleceu para todas as temperaturas de fluido secundário.



**Figura 6.8 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo**

Na Figura 6.9 mostra os resultados da frente da interface na curvatura interna, não apresentando as curvas da curvatura externa, por ter um comportamento similar á curvatura interna, de quatro experimentos com raio de curvatura diferente, temperatura de fluido secundário constante e vazão volumétrica variando. Percebe-se que para uma vazão maior e um raio de curvatura menor, o tempo de solidificação é menor e a espessura da camada solidificada é maior. Diferente para uma vazão menor e raio de curvatura maior, o tempo de solidificação é maior e a espessura da camada solidificada é menor. Um parâmetro importante é a temperatura do fluido secundário, que exerce uma influência no desenvolvimento da frente, quanto menor a temperatura, maior a espessura da camada solidificada, como mostra a Figura 6.10

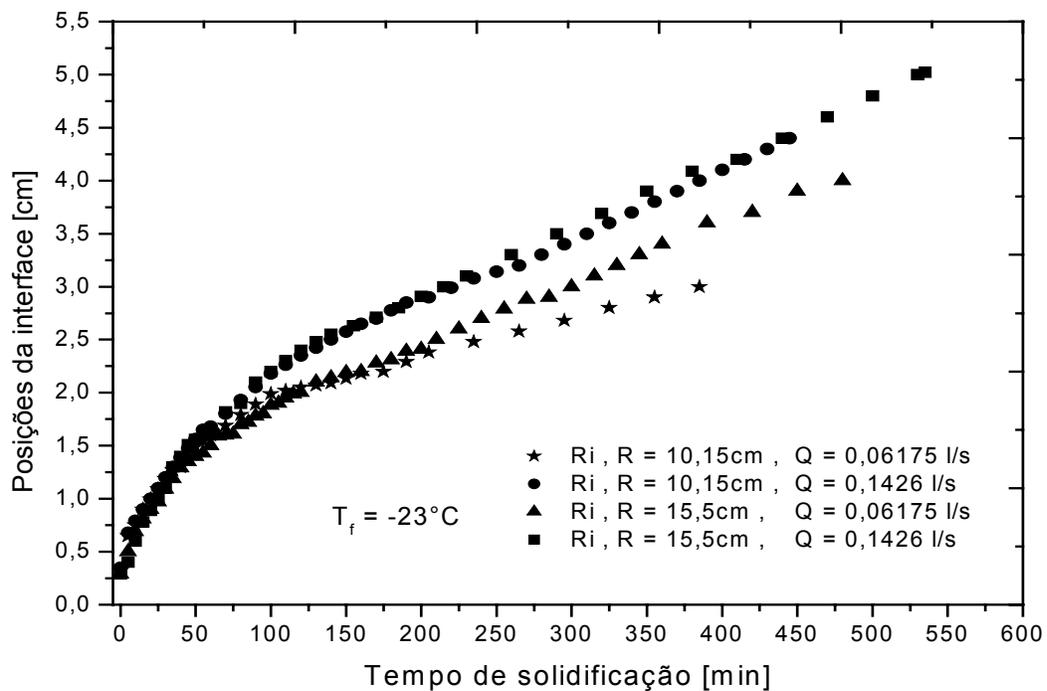


Figura 6.9 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo, com temperatura do fluido de trabalho constante e vazão variável

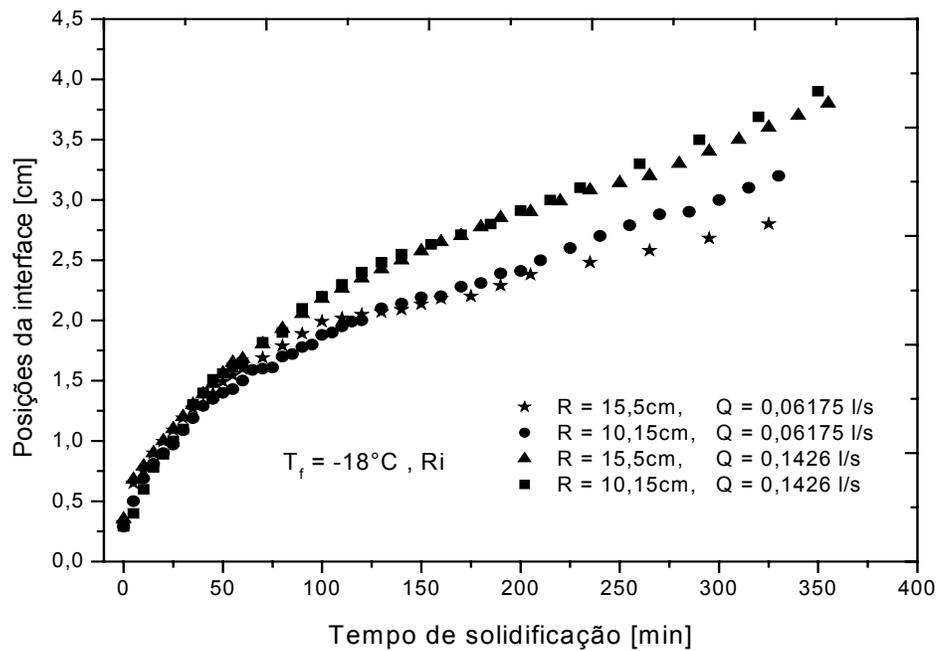


Figura 6.10 – Resultados experimentais das posições da interface em função do tempo, com temperatura do fluido de trabalho constante e vazão variável

Todos os gráficos estudados anteriormente não apresentam o tempo de solidificação completa, ou seja, o instante em que o crescimento da camada solidificada se estabiliza com o tempo. Esse critério de parada adotado no experimento será analisado com mais detalhe nos gráficos seguintes, onde será estudada a influência do mesmo com outros parâmetros. A Figura 6.11 mostra o tempo de solidificação completa, para uma temperatura de fluido secundário  $T_f = -8^\circ C$  e  $T_f = -14^\circ C$ , vazão mínima  $Q = 0,06175 l/s$  e um raio de curvatura  $R_m = 15,5 cm$ , o experimento levou aproximadamente 7,5 e 9 horas, respectivamente, para que a camada solidificada se estabilizasse. Na Figura 6.12 o tempo de solidificação completa foi de aproximadamente 8 e 6 horas, respectivamente, para um  $R_m = 10,15 cm$  e uma temperatura do fluido de trabalho  $T_f = -8^\circ C$  e  $T_f = -14^\circ C$ .

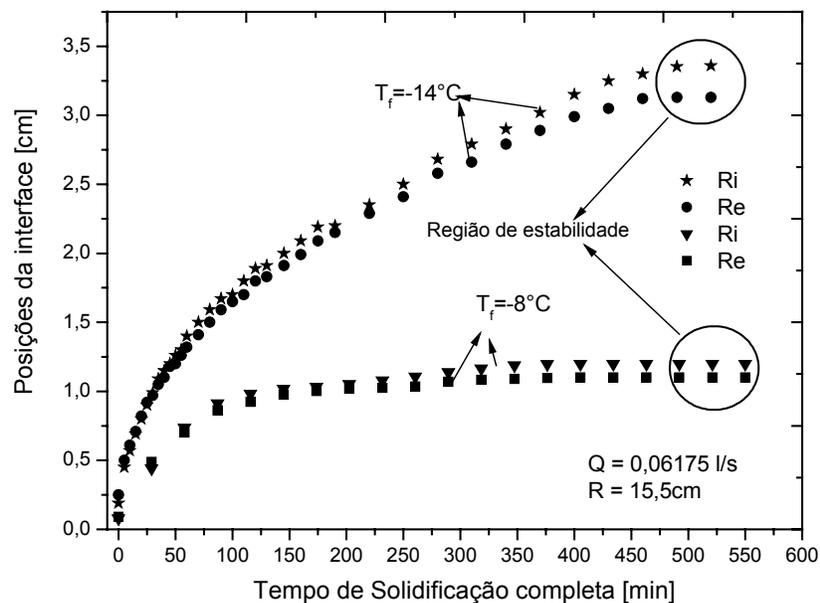
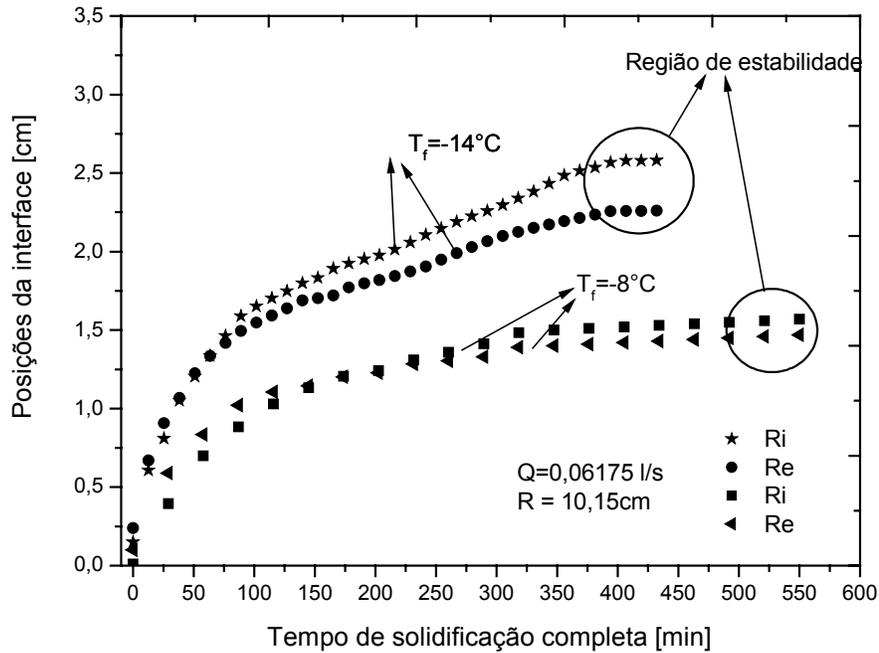


Figura 6.11 – Resultados experimentais das posições da interface com o tempo de solidificação completa



**Figura 6.12 – Resultados experimentais das posições da interface com o tempo de solidificação completa**

Vale salientar que a solidificação completa não foi possível para todos os experimentos, devido algumas dificuldades encontradas ao decorrer dos ensaios. Uma das dificuldades encontradas foi: o parâmetro da temperatura de trabalho, sendo esta cada vez menor, maior a espessura da camada solidificada e para o tubo de 15,5 cm de raio de curvatura, as extremidades do tubo estava próxima a parede do tanque, e com a formação da camada de gelo, o espaço entre o tubo e a parede do tanque diminui, chegando ao ponto do gelo tocar a parede do tanque sem ainda não acontecer a estabilidade da camada, com isso o experimento era encerrado antes. Para curvatura de 3,9cm existia o problema da curvatura interna, como a espessura crescia mais rapidamente na parte interna, chegava ao ponto do gelo não apresentar mais o perfil curvo, possibilitando a má leitura da escala graduada, e com isso o experimento era encerrado antes da estabilidade da camada.

#### 6.4. Análise da velocidade da frente de solidificação - experimental

Os gráficos da velocidade da frente de solidificação são mostrados na figura (6.13) a (6.16). Este parâmetro nos permite estudar o comportamento do processo de solidificação da água sobre perfil curvo, que nos instantes iniciais, e por um período muito curto, apresentam valores elevados no início do processo.

À medida que o processo transcorre a camada de gelo formada se comporta como isolante, oferecendo resistência térmica para retirada de calor da fase líquida. Esta velocidade então tende a diminuir cada vez mais, até tender a valores constantes, ou seja, momento onde ocorre a estabilidade da camada solidificada.

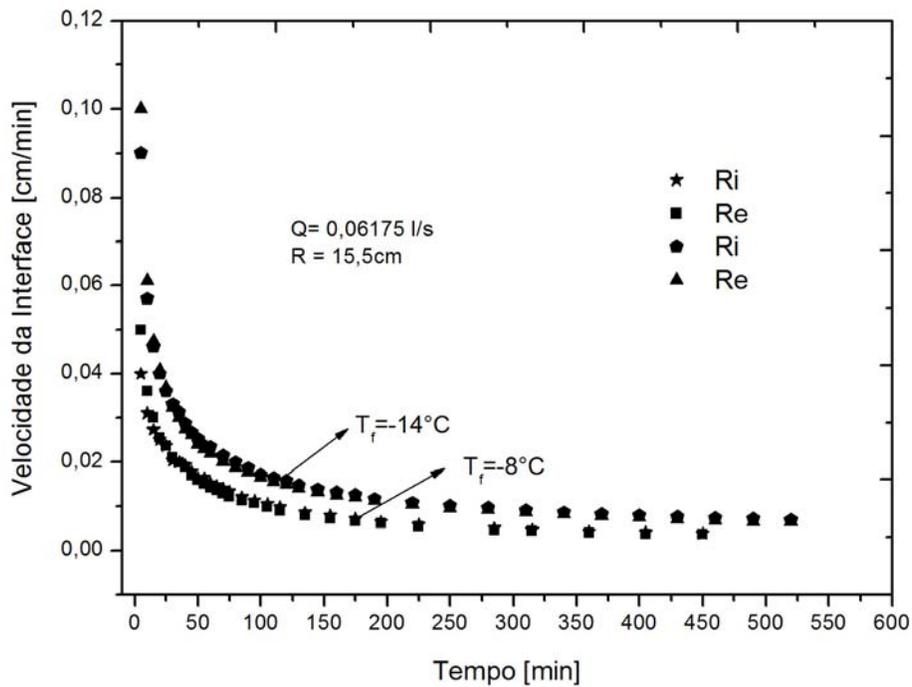


Figura 6.13 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação

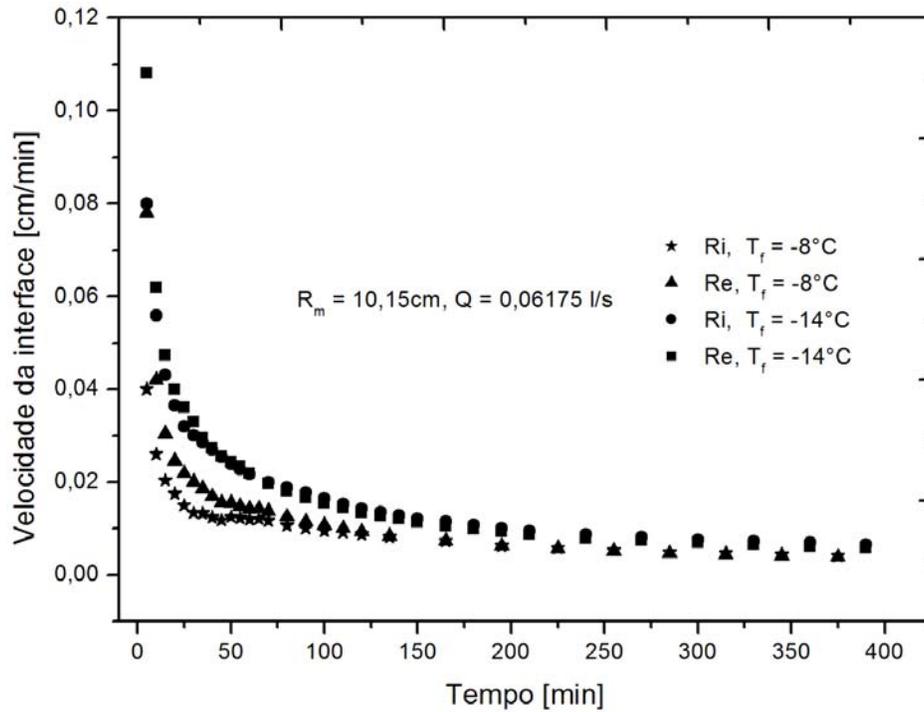


Figura 6.14 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação

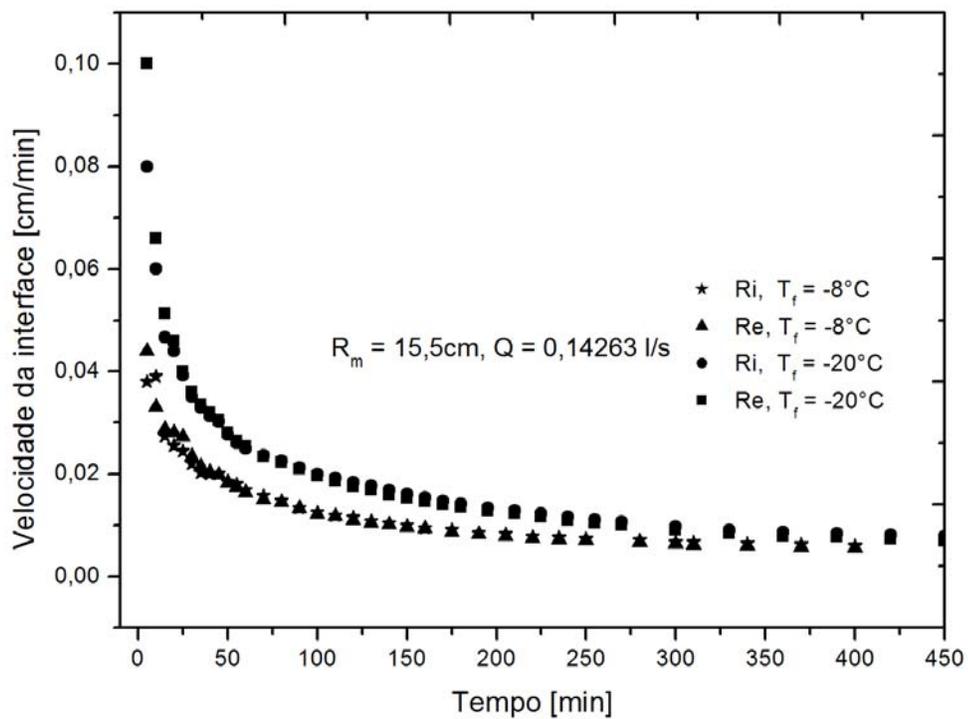
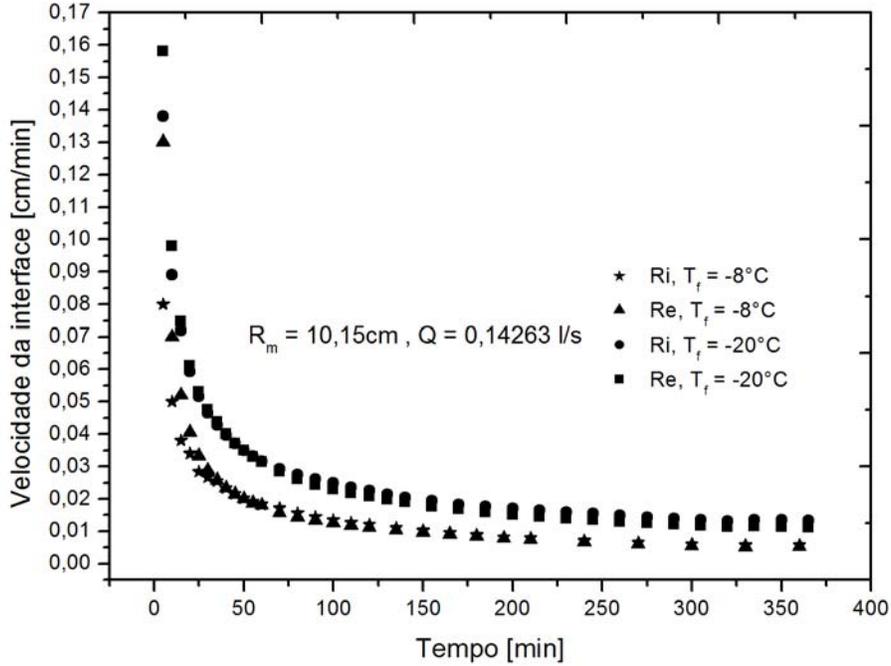


Figura 6.15 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação



**Figura 6.16 – Resultados experimentais da velocidade da interface com o tempo de solidificação**

Observa-se que para raio de curvatura menor, a velocidade no início do processo, tem valores maiores, permanecendo assim todo o processo, corroborando a magnitude do escoamento, número de Dean maior. A temperatura do fluido secundário e a vazão também influenciam na velocidade da interface. As curvas de velocidades têm o comportamento semelhante com da posição da interface, a curvatura externa começa com valores maiores que a curvatura interna, com o passar do tempo esse processo é revertido, apresentando assim a curvatura interna valores de velocidades maiores que a curvatura externa.

## 6.5. Análise da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação

A principal característica de um armazenador de frio é a quantidade de energia armazenada em um intervalo de tempo. A energia armazenada na forma térmica é diretamente proporcional a massa de gelo formada em certo intervalo de tempo. A figura 6.17 mostra uma tendência comum, onde a massa de gelo cresce com o passar de tempo com diferentes taxas.

Com um pequeno tempo de solidificação, o aumento da taxa é dominado pelo processo de convecção natural. Com o passar do tempo o fenômeno de condução começa a predominar, aumentando assim a taxa de massa solidificada. A figura 6.17 mostra a evolução da fração de massa em função do tempo. Para um raio de curvatura  $R_m = 3,9cm$  a fração de massa solidificada é maior, armazenando assim uma energia térmica maior, comparado ao raio de curvatura  $R_m = 15,5cm$ . Nota-se uma diferença muito grande das três curvas, sendo que as menores curvaturas apresentaram um comportamento similar até certo intervalo de tempo, chegando até estarem muito próxima, e depois a tendência em aumentar a diferença entre elas. As curvas para raio de curvatura maior mostram os efeitos convectivos dominantes neste caso.

Observa-se que quanto maior a curvatura, menor é a formação de massa solidificada em certo intervalo de tempo, e a armazenagem de energia térmica é menor comparada a uma curvatura menor.

As figuras 6.18 e 6.19 mostram o comportamento das curvas da fração de massa solidificada para duas temperaturas de fluido de trabalho, permanecendo com o mesmo raio de curvatura, sendo que quanto menor for a temperatura, maior será a massa acumulada em certo intervalo de tempo, e conseqüentemente, a energia térmica acumulada será maior.

A figura 6.20 mostra um resultado com diferentes vazões, raio de curvatura  $R_m = 15,5cm$  e temperatura de trabalho  $T_f = -14^\circ C$ , nota-se a influência da vazão sobre a fração de massa solidificada, onde que maiores vazões, corresponde a maiores valores de fração de massa solidificada e que a diferença da menor em relação a maior vazão é alta.

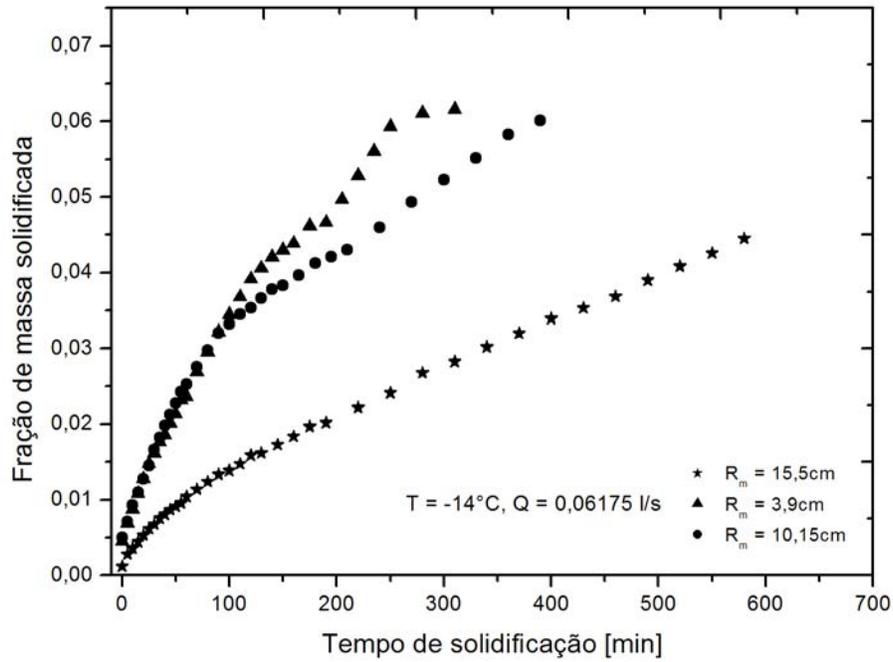


Figura 6.17 – Resultado experimental da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação

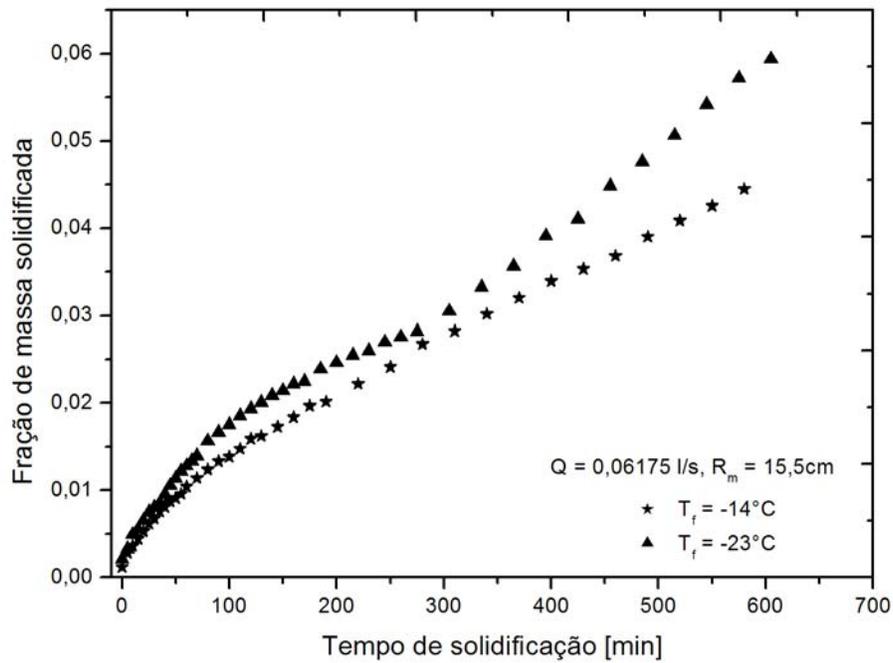


Figura 6.18 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação

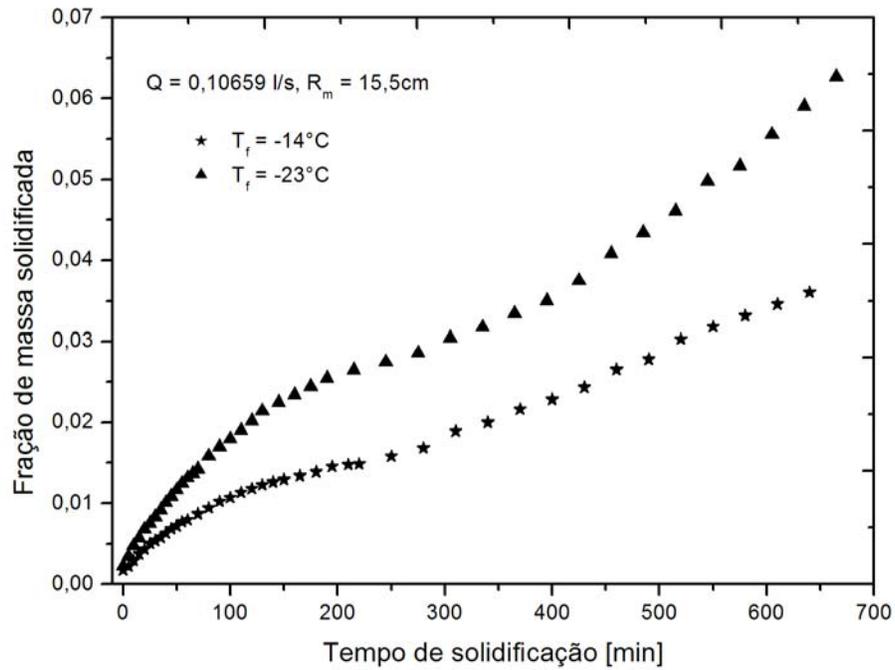


Figura 6.19 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação.

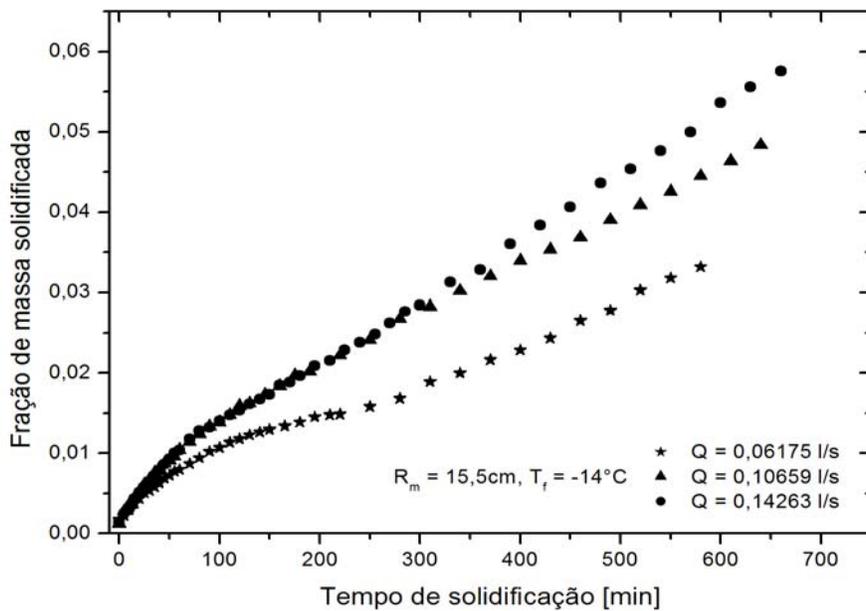


Figura 6.20 – Resultados experimentais da fração de massa solidificada em função do tempo de solidificação.

## 6.6. Influência do número de Dean

O número de Dean ( $De = \frac{Re}{\sqrt{R_m/r}}$ ) é um parâmetro adimensional que quantifica o grau

de curvatura do tubo, e conseqüentemente, a magnitude do escoamento secundário no interior de tubos curvos, através dele pode-se avaliar qual curvatura seria melhor para um processo de solidificação acelerado. Cabe salientar, na análise do efeito desse adimensional, que o fator que proporciona o aumento em questão do adimensional são os diferentes raios de curvatura e que a transferência de calor é inversamente proporcional ao raio de curvatura. Nos sub-itens a seguir será abordado a influência desse adimensional como um fator importante no processo de solidificação em tubos curvos.

### 6.6.1. Posição da interface

Nas figuras 6.21 a 6.23 mostram a influência desse adimensional para a posição da interface na solidificação completa. Nota-se que para maiores valores do número de Dean, maior é a espessura da camada de gelo, isso para a mesma temperatura de fluido de trabalho. Nesse caso um ponto a considerar, é a variação do número de Reynolds já que esse adimensional varia em função da vazão. No trabalho feito por Yang e Chang (1993) para validar a análise, houve necessidade em manter o número de Reynolds constante, e será usado o mesmo procedimento para esse trabalho. Nas figuras 6.21 a 6.23 mostram a evolução da camada solidificada em função do número de Dean para três temperaturas de fluido de trabalho. Nota-se que a temperatura do fluido de trabalho  $T_f = -18^\circ C$  não foi possível computar a espessura do tempo de solidificação completo por alguns motivos já citados no item 6.3. E as figuras 6.24 e 6.25 mostram o mesmo comportamento para a temperatura do fluido de trabalho  $T_f = -20^\circ C$ , já que a mesma não foi possível obter a estabilidade da espessura, em decorrência foi analisado em um intervalo de tempo a posição da frente de solidificação, corroborando os resultados das figuras anteriores.

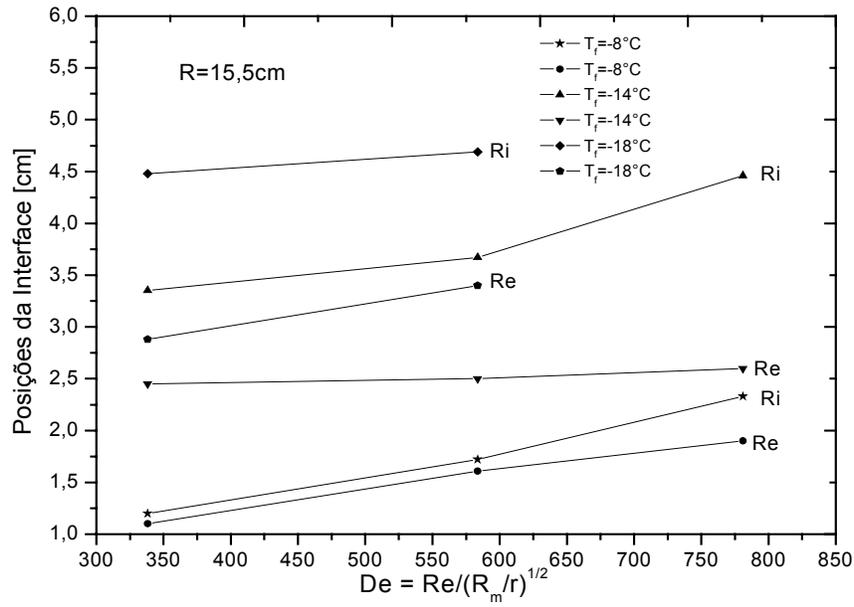


Figura 6.21 – Posições da interface em função do número de Dean, para solidificação completa.

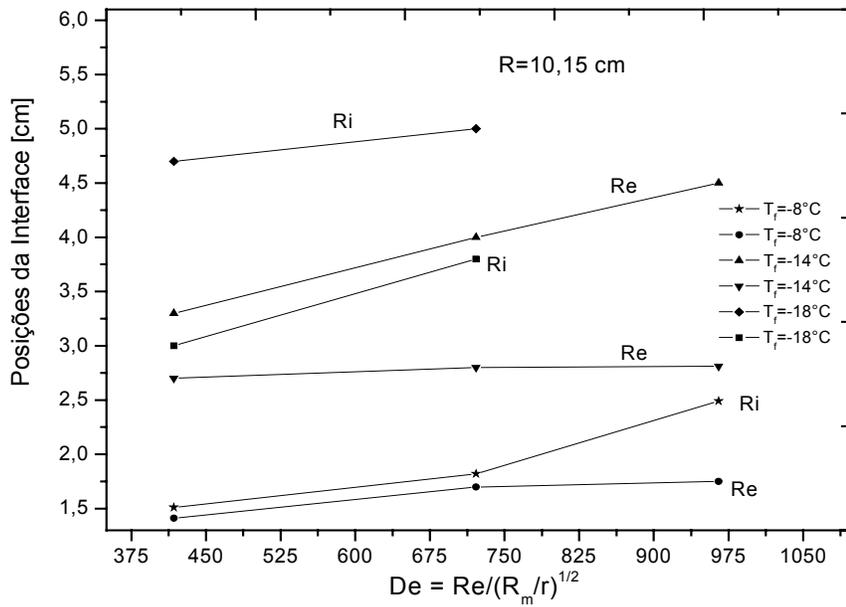


Figura 6.22 – Posições da interface em função do número de Dean, para solidificação completa.

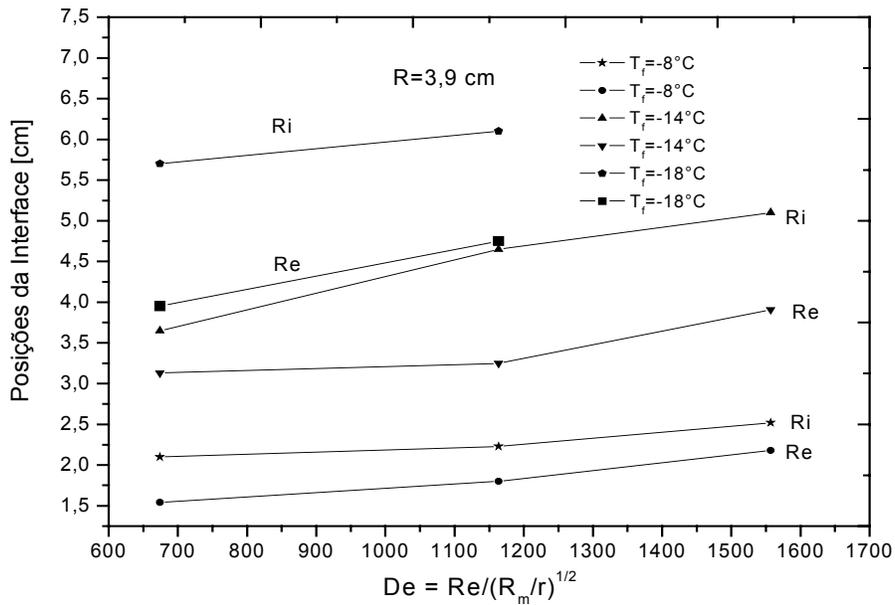


Figura 6.23 – Posições da interface em função do número de Dean, para solidificação completa

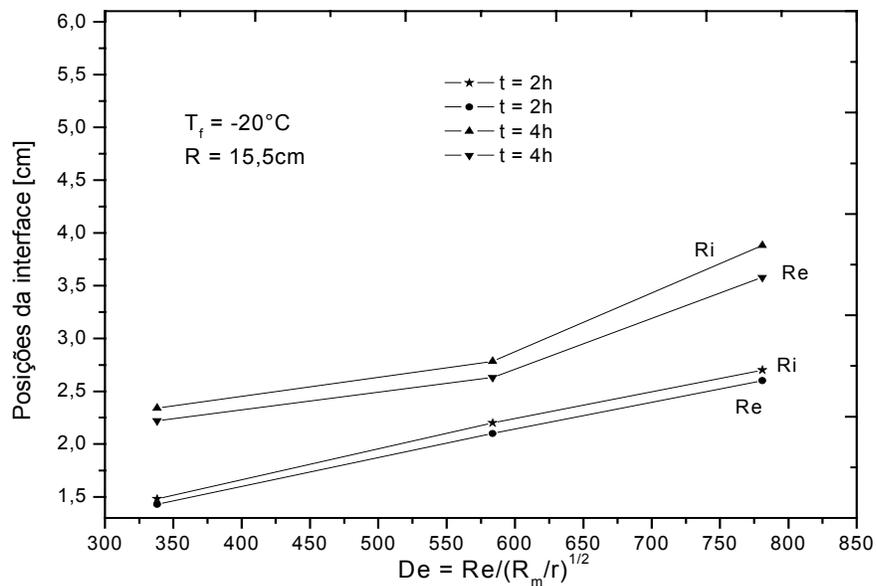


Figura 6.24 – Posições da interface em função do número de Dean.

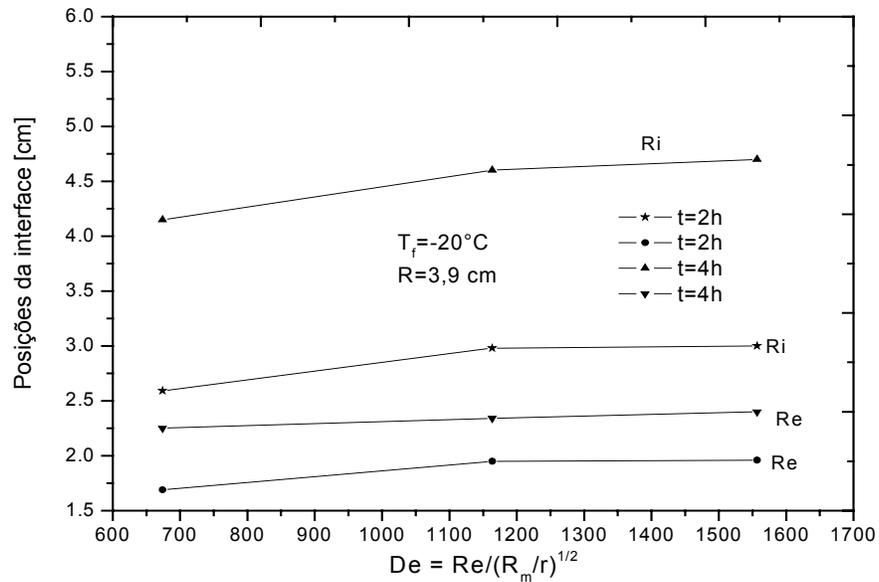


Figura 6.25 – Posições da interface em função do número de Dean.

### 6.6.2. Fração de massa solidificada

As figuras 6.26 a 6.28 mostram a influência do número de Dean em função da fração de massa solidificada no tempo de solidificação completa, e como é o comportamento da fração de massa solidificada variando o número de Dean. Utilizando o mesmo critério de variar o número de Dean, observou-se que aumentando o número de Dean, aumentava-se a fração de massa solidificada, ficando assim uma grandeza diretamente proporcional, ou seja, quanto maior for o número de Dean, maior será a fração de massa solidificada formada no decorrer do tempo.

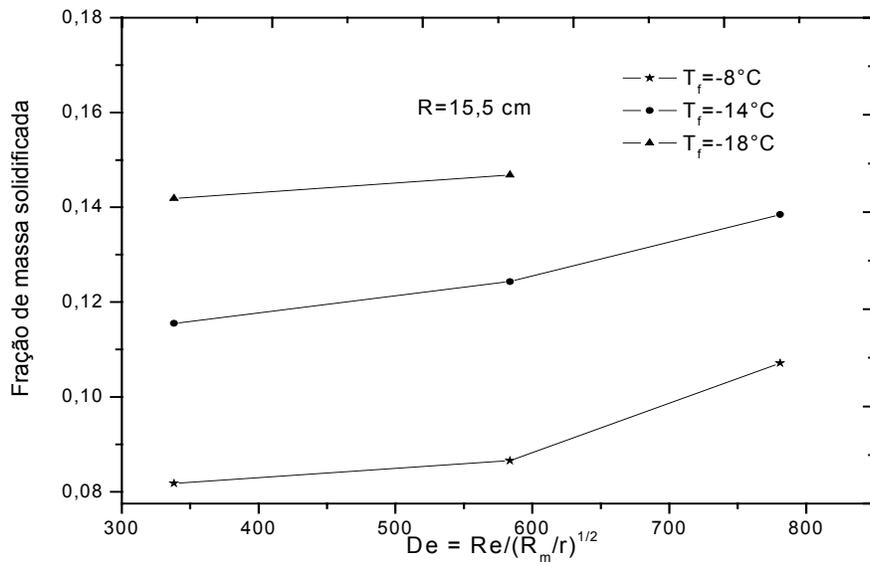


Figura 6.26 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para solidificação completa

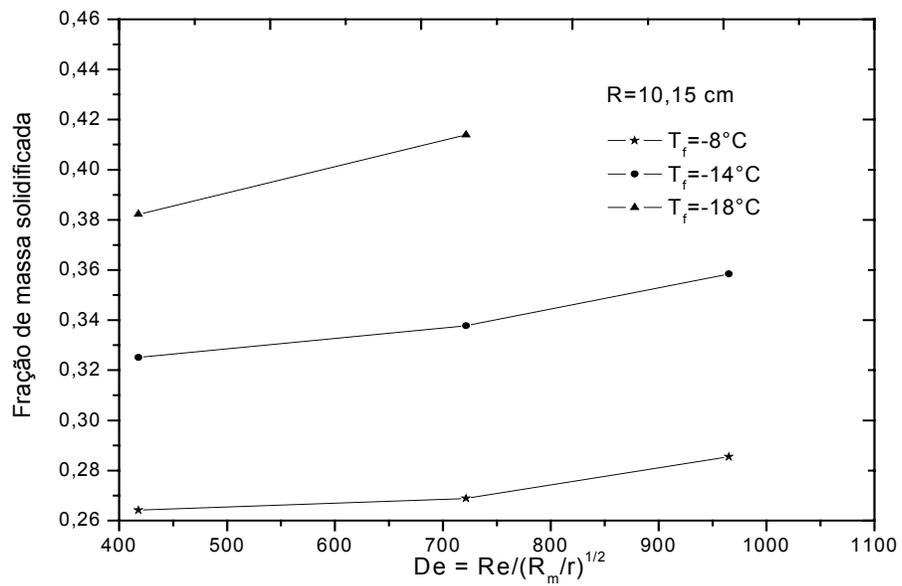


Figura 6.27 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para solidificação completa

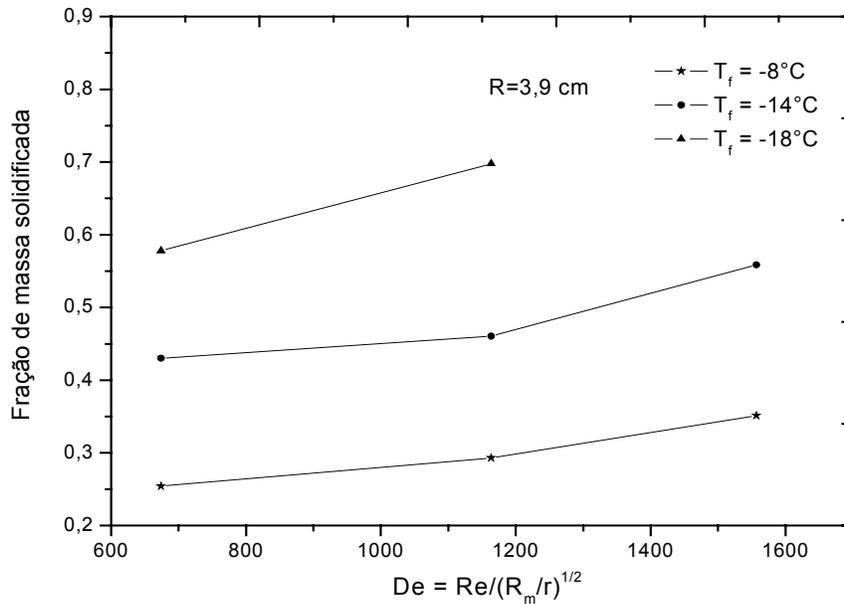


Figura 6.28 – Fração de massa solidificada em função do número de Dean, para solidificação completa.

## 6.7. Influência da vazão sobre a fração de massa solidificada

A figura 6.29 e 6.30 mostra o efeito da vazão em função da fração de massa solidificada, estudado no tempo de solidificação completa. Para raios de curvatura menor, e uma vazão maior, a fração de massa solidificada apresentou valores maiores, comparado a outros valores de raio de curvatura. A figura 6.31 e 6.32 mostra a espessura da camada solidificada em outras temperaturas de trabalho para um tempo específico de 4 horas. Essa análise foi estudada para mostrar a posição da interface, pois para valores de temperatura dessa ordem não foi possível obter o tempo de solidificação completa.

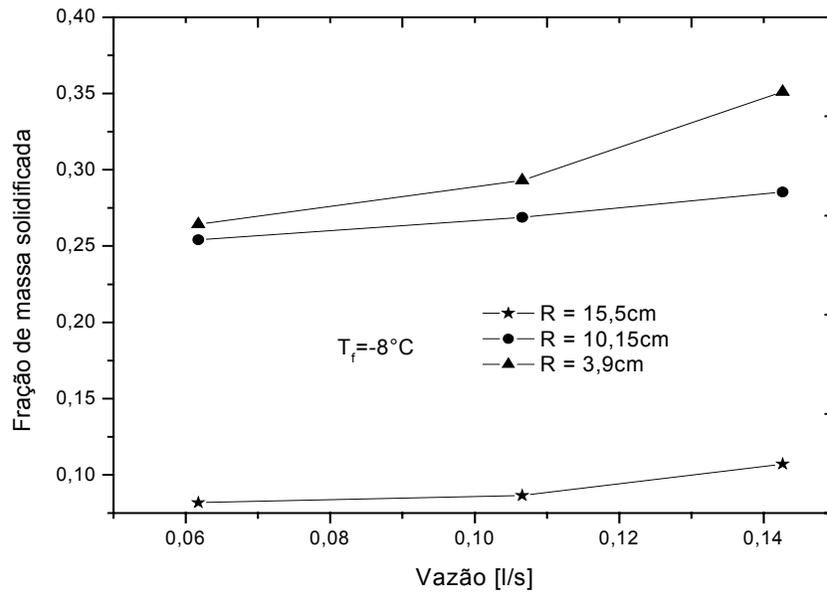


Figura 6.29 – Fração de massa solidificada em função vazão, para tempo da solidificação completa

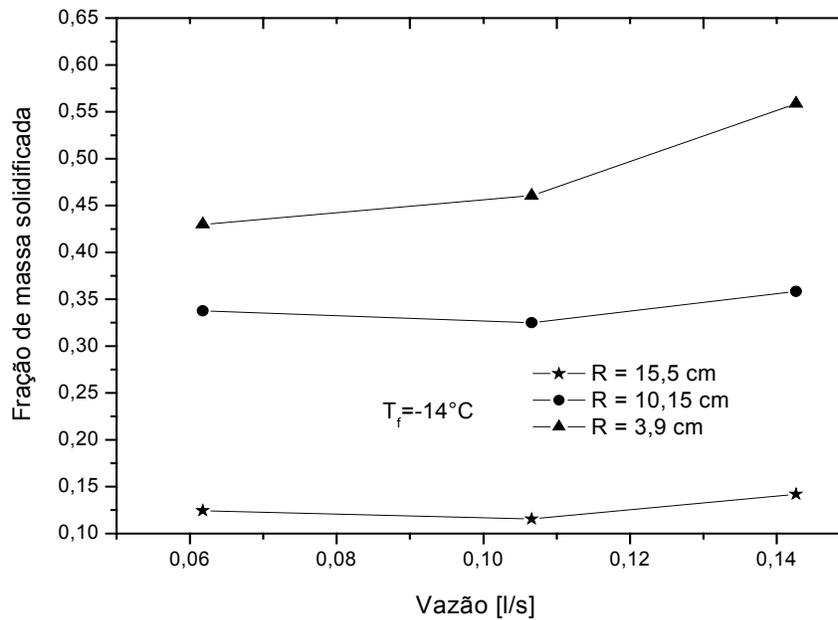


Figura 6.30 – Fração de massa solidificada em função da vazão, para tempo da solidificação completa.

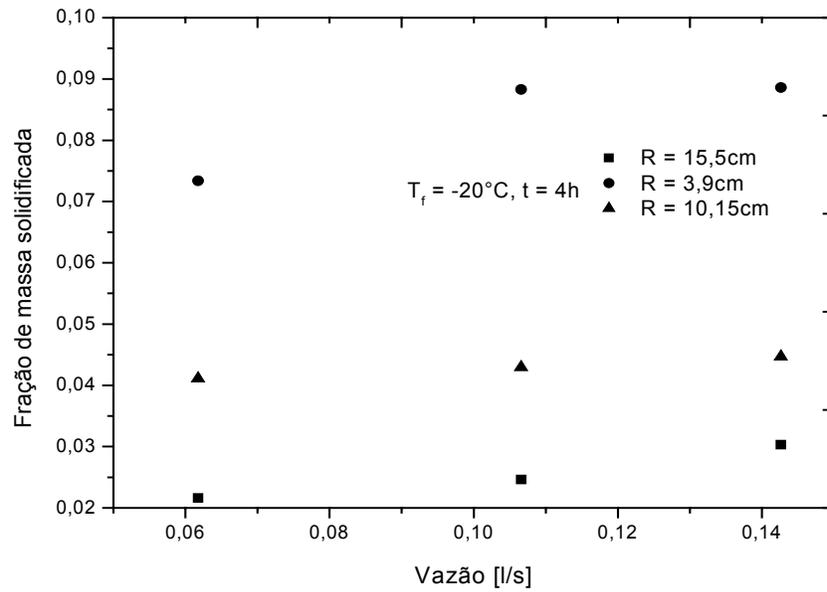


Figura 6.31 – Fração de massa solidificada em função da vazão, para um tempo  $t = 4\text{h}$

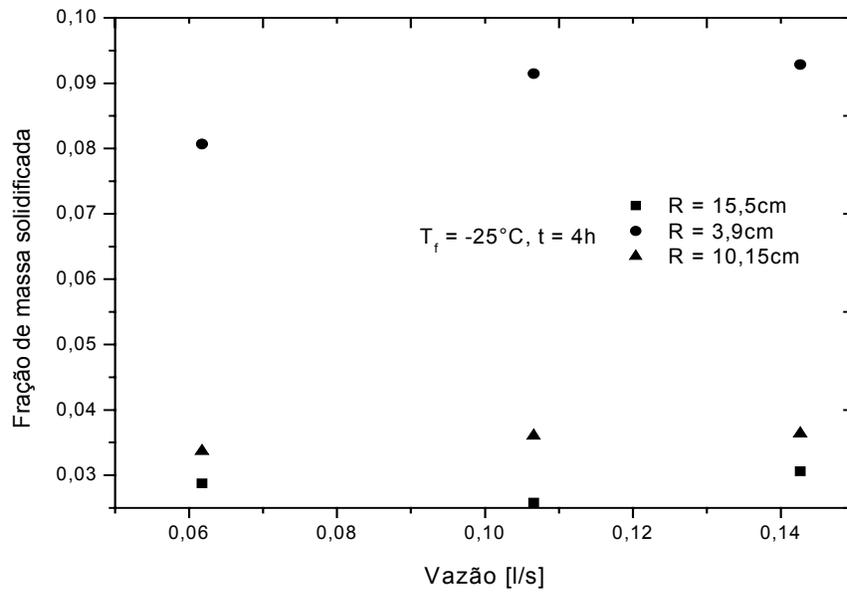


Figura 6.32 – Fração de massa solidificada em função da vazão, para um tempo  $t = 4\text{h}$ .

## 6.8. Influência da temperatura do fluido de trabalho sobre a fração de massa solidificada.

A influência que a temperatura do fluido de trabalho faz sobre a fração de massa solidificada esta sendo representada nas figuras 6.33, 6.34 e 6.35. para um intervalo de tempo de 4 horas. Já era de se esperar, quanto menor a temperatura de trabalho e maior a vazão, maior será a massa solidificada em um determinado intervalo de tempo.

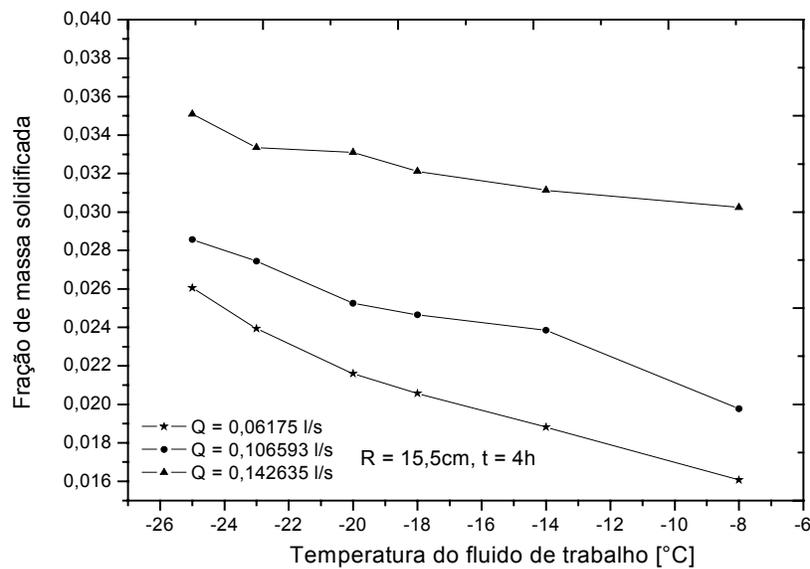
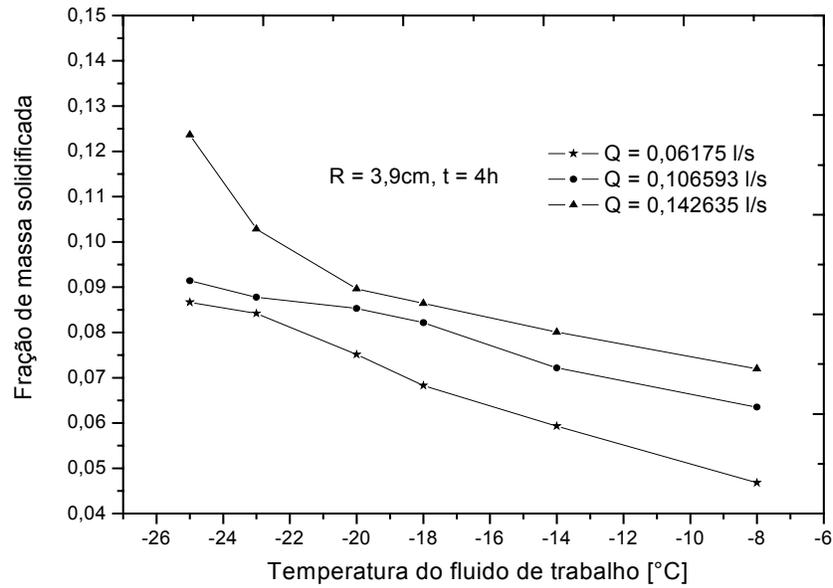
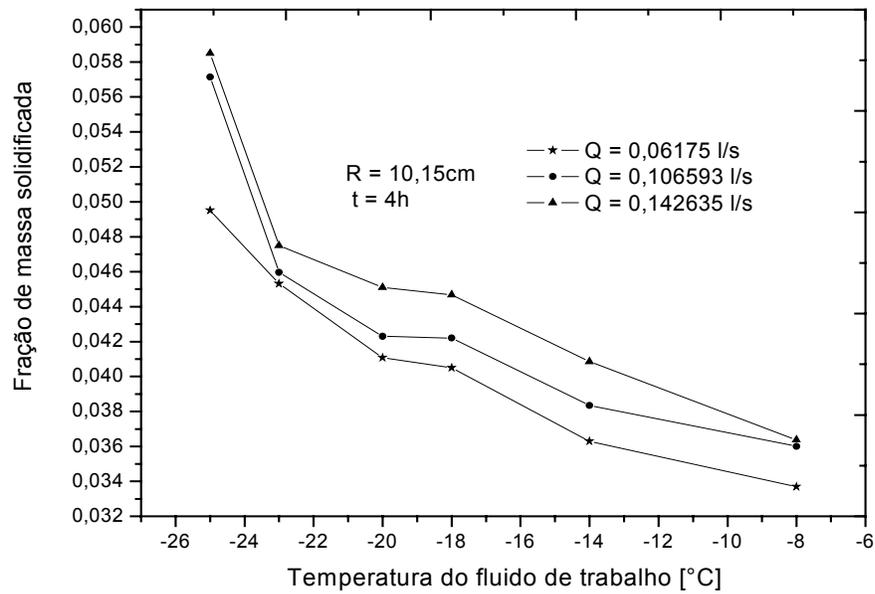


Figura 6.33 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo t = 4h.



**Figura 6.34 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo  $t = 4\text{h}$ .**



**Figura 6.35 – Fração de massa solidificada em função da temperatura do fluido de trabalho, para um tempo  $t = 4\text{h}$ .**

## 6.9. Tempo de solidificação completa

Neste item serão mostrados os gráficos para o tempo completo da solidificação da água. Neste trabalho a solidificação completa é o momento que a posição da interface não varia com o tempo, ou seja, quando a velocidade de solidificação tende a valores constantes. Como foi comentado no sub-item 6.3 anteriormente, para algumas temperaturas dos fluidos de trabalho e raio de curvatura, não foi possível atingir a solidificação completa.

Nas figuras a seguir serão apresentadas as curvas do tempo de solidificação completa em função da vazão e do número de De. Quanto menor o raio de curvatura, menor o tempo para a solidificação completa e maior será a espessura da camada solidificada. Isso dava-se pela resistência térmica do gelo, sendo que o número de Dean já não influenciava muito no processo de solidificação. Nas figuras 6.36 e 6.37, mostra o efeito da vazão sobre o tempo de solidificação completa. Quanto maior vazão menor será o tempo de solidificação completa. E as figuras 6.38 a 6.40 mostram o efeito do número de Dean sobre o tempo de solidificação completa, quanto maior o número de Dean, menor será o tempo de solidificação completa.

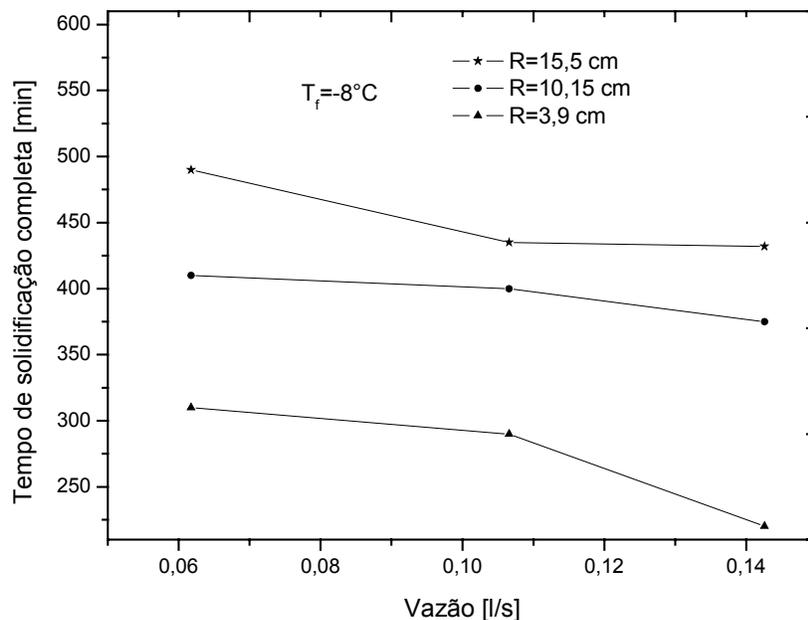


Figura 6.36 – Tempo de solidificação completa em função da vazão.

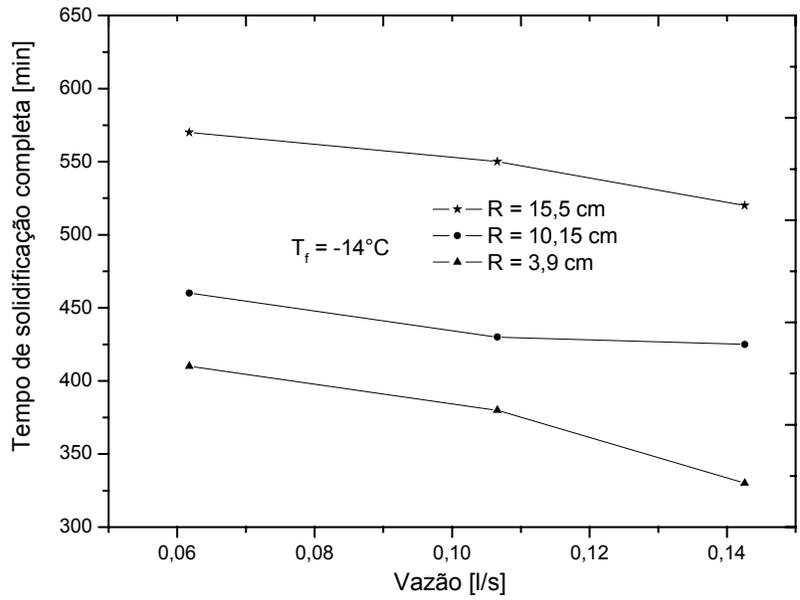


Figura 6.37 – Tempo de solidificação completa em função da vazão.

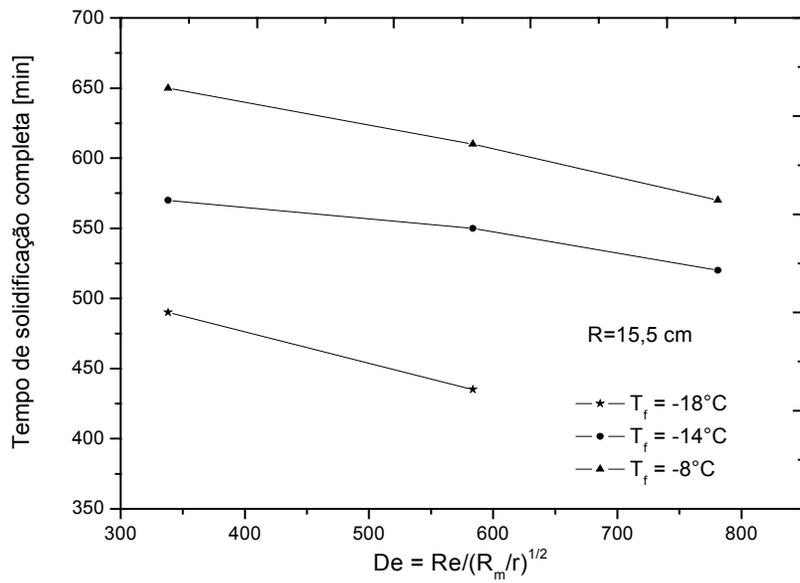


Figura 6.38 – Tempo de solidificação completa em função do número de De.

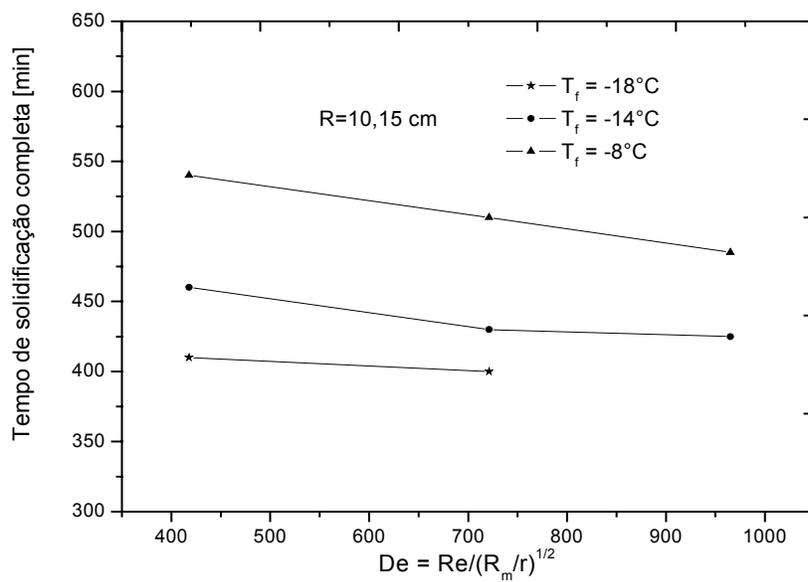


Figura 6.39 – Tempo de solidificação completa em função do número de De.

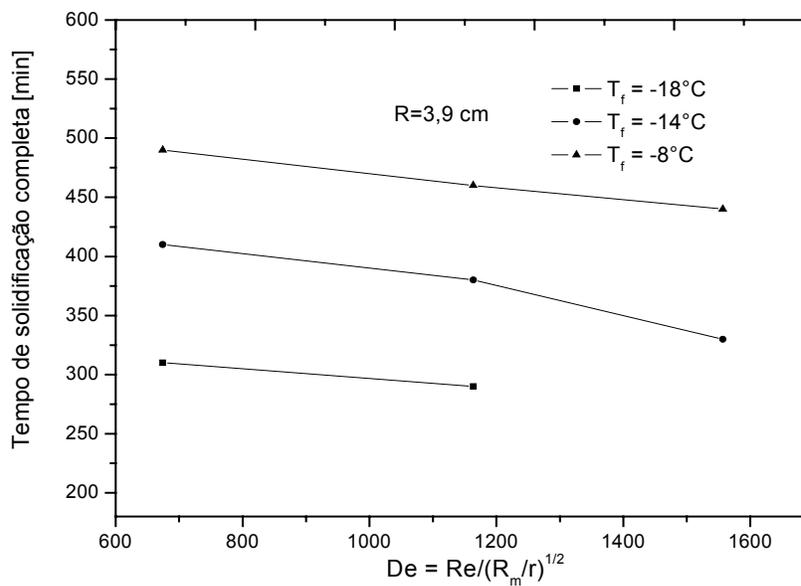


Figura 6.40 – Tempo de solidificação completa em função do número de De.

## 6.10. Posição da interface comparação com o modelo numérico

De acordo com Morales (2000), testes para selecionar uma determinada malha computacional consistem na realização de simulações numéricas com diferentes configurações dessa. O objetivo dos testes em questão é demonstrar que, à medida que a malha é refinada, atingi-se um ponto tal onde a solução torna-se independente da mesma, e neste caso, escolhe-se a malha mais econômica em termos computacionais.

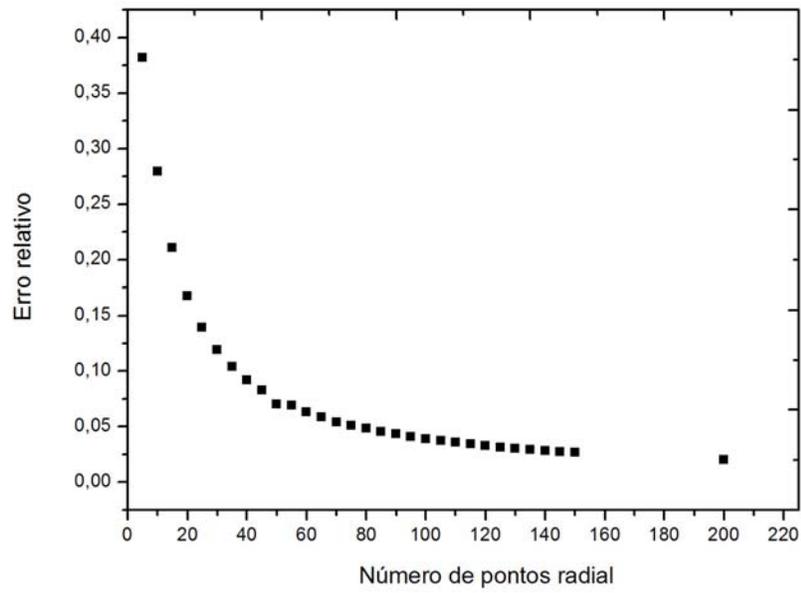
Com o objetivo de analisar essa influência, calculou-se o erro relativo em função do número de pontos radial sendo apresentado na figura 6.41e na tabela 6.1, na qual o cálculo do erro foi de acordo com a equação 6.1. Foram feito testes para diversas malhas e com base nos resultados optou-se em escolher uma malha com 200 volumes de controle.

$$Erro = \left[ \left( \frac{R_g - R_s}{R_g} \right) \right] \quad (6.1)$$

Neste caso:

$R_s$  - valor numérico da posição da interface sólido-líquido no tempo anterior

$R_g$  - valor numérico da posição da interface sólido-líquido no tempo atual



**Figura 6.41 – Erro relativo na variação radial**

Tabela 6.1 – Erro relativo em função do número de pontos radial

Número de pontos radial	Erro relativo
5	0.382
10	0.2794
20	0.1679
.	
.	
50	0.07
100	0.039
150	0.0264
200	0.0199

Testes para o passo de tempo mostraram que um valor da ordem de  $10^{-4}$ , apresentou resultados consistentes. Os resultados foram computados com o passo de tempo de  $2.10^{-4}$  e critério de convergência de  $1.10^{-3}$ .

A comparação dos resultados experimentais com o modelo numérico é demonstrada nas figuras (6.42) a (6.44). Analisando essas figuras pode-se observar que o modelo matemático proposto ajustou-se de maneira satisfatória aos resultados experimentais, quando levadas em consideração todas as hipóteses e simplificações adotadas.

Especialmente com relação á aproximação para tubo reto, utilizando a curvatura do tubo como condição de contorno, por intermédio do uso de correlações para o coeficiente convectivo periférico. Com isso convalidam-se o modelo matemático e numérico proposto.

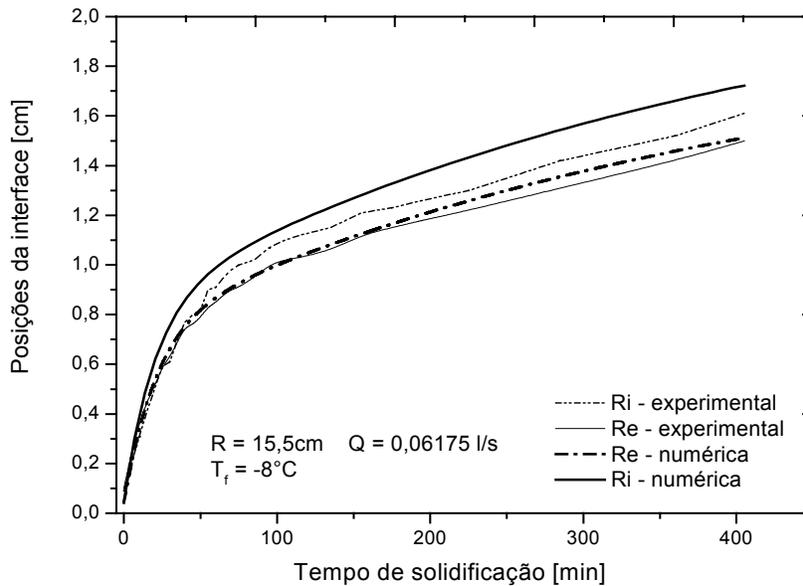


Figura 6.42 – Resultados numérico e experimental das posições da interface.

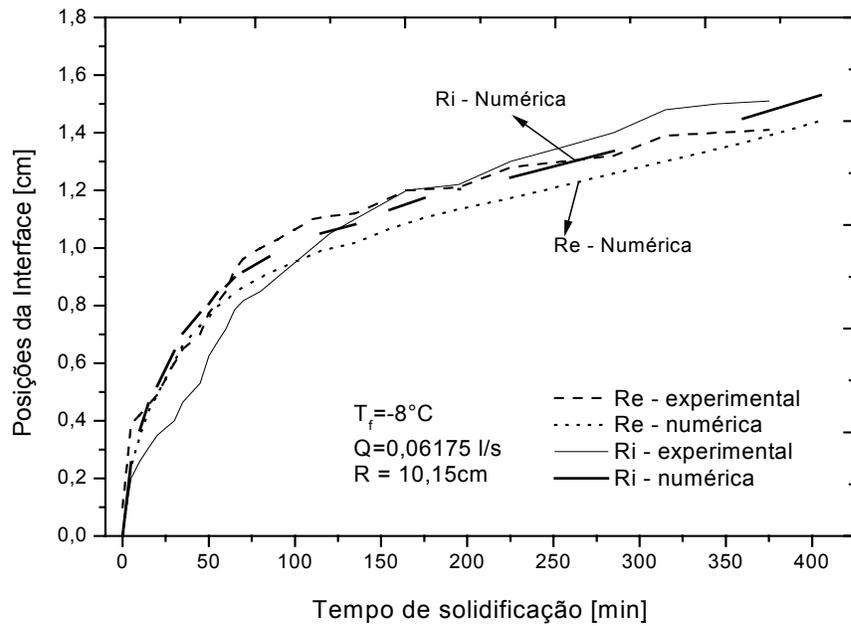


Figura 6.43 – Resultados numérico e experimental das posições da interface.

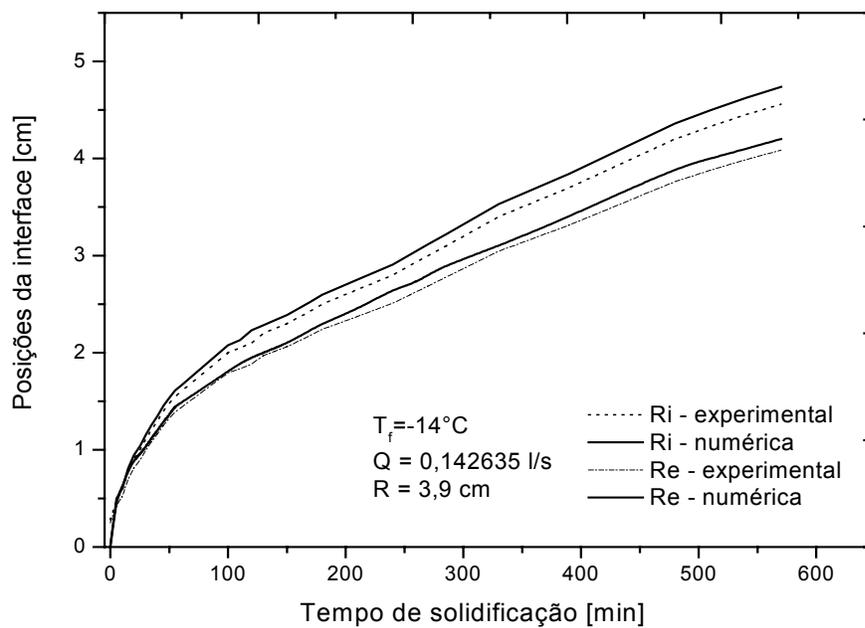


Figura 6.44 – Resultados numérico e experimental das posições da interface.

Nota-se que os pontos experimentais situaram-se, em média, abaixo da curva numérica. Uma hipótese para justificar esta tendência, em primeira análise, consiste nas aproximações feitas no modelo matemático, especialmente a aproximação para tubo reto como o decorrente uso das correlações, assim como a utilização de um modelo puramente condutivo, no qual a fase líquida permanece à temperatura de mudança de fase. Como pode-se observar, a partir de um dado instante de tempo, a solução numérica afasta-se significativamente dos resultados experimentais.

Como o presente modelo considera a hipótese de que a fase líquida permanece durante todo o processo, à temperatura de mudança de fase, o fluxo de calor advindo desta, em sua totalidade, é direcionado à solidificação da água. Tal fato levaria a valores mais altos na posição da frente quando confrontados com valores experimentais.

## Capítulo 7

### Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Neste trabalho, foi estudado, experimentalmente e numericamente, a solidificação da água ao redor de tubos curvos, com diferentes raios de curvatura, temperatura de entrada do fluido refrigerante e vazão, sendo o intuito estudar a influência destes parâmetros sobre a frente de solidificação.

A partir dos resultados apresentados no capítulo anterior, chega-se a algumas conclusões:

Os experimentos mostraram que no período inicial do processo de solidificação, a camada ao redor do tubo apresentava maiores espessuras no lado da curvatura externa do que na interna. É provável, neste intervalo de tempo, a presente influência do escoamento secundário decorrente da curvatura do tubo, que é gerado pelas forças centrífugas. Neste caso, gera coeficientes de troca de calor convectivo maiores na curvatura externa, decrescendo perifericamente até a curvatura interna.

A medida que a camada cresce com o tempo, esse efeito torna-se gradativamente irrelevante, dando espaço a outro fator: a geometria curva do tubo, que, pressupõe-se, gera um confinamento da fase líquida delimitado pela curvatura interna. Além de ser menor a área disponível para a formação de gelo nesta região, a experiência mostrou valores mais baixos de temperatura da água nesta região, em comparação à região externa.

Em relação ao número de Dean, que mede a intensidade do escoamento secundário, constatou-se que seu aumento proporcionou valores mais altos na posição da frente de solidificação. Além disso, este efeito torna-se acentuado quanto menor for a temperatura do fluido secundário.

Foi avaliado também o tempo completo da solidificação para algumas temperaturas do fluido de trabalho e raios de curvatura. Nota-se quanto menor o raio de curvatura, menor será o tempo de estabilidade da camada solidificada e maiores espessuras da camada solidificada. Um parâmetro avaliado foi a fração de massa solidificada que aumenta como o número de De e a temperatura do fluido de trabalho.

Por fim observou-se que a vazão volumétrica não influenciava, comparada à temperatura do fluido secundário, na camada solidificada.

Em relação à velocidade da frente de solidificação, nos instantes iniciais do processo de solidificação, esta apresentou valores maiores no avanço da frente neste período. Com o decorrer do tempo, o processo torna-se mais lento devido ao gradativo aumento da resistência térmica conferida pelo gelo. Além disso, as velocidades no lado externo da curvatura do tubo apresentaram valores mais baixos que o lado interno da curvatura.

Os resultados numéricos mostraram uma concordância satisfatória, apresentando erro de 0,005, comparados com os experimentais, apresentando valores, em média, superiores a estes. As hipóteses simplificadoras no modelo matemático, especialmente a aproximação para tubo reto e o modelo puramente condutivo consistem nas prováveis causas dessas diferenças. À medida que o processo de solidificação decorria, os resultados numéricos afastavam-se gradativamente dos experimentais, isto ocorreu pelas hipóteses adotadas nesse trabalho.

Em relação a posição da frente de solidificação que aumentou com a redução da temperatura do fluido de trabalho, sendo que valores calculados numericamente situaram-se acima dos resultados experimentais.

Para futuros trabalhos são sugeridas algumas propostas como:

- Utilizar vários diâmetros de tubos com o objetivo de estudar a influência deste parâmetro no processo de solidificação;
- Utilizar tubos com diferentes materiais, verificando assim a velocidade da frente de solidificação e a quantidade de massa solidificada que cada um armazena no tempo de solidificação completa;
- Desenvolver um programa numérico para resolução da equação da conservação da energia em coordenadas toroidais.

## Referências Bibliográficas

- ACHARYA, N.; SEM,M.;CHANG, H-C. ‘Thermal Entrance Length and Nusselt in Coiled Tubes’, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.37, n. 2, 1993.
- AL-NIMIR, M. A.; ABU-QUDAIS, M. K.; MASHAQI, M. D. “Dynamic behavior of a packed bed energy storage system”. **Energy Conversion and Management**, v. 37, n. 1, p. 23-30, 1996.
- BARUA, S.N. “On Secondary Flow in Stationary Curved Pipes”, **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v.16, n-1, pp. 61-77, 1963.
- BECKMANN, G. e GILL, P.V. “Thermal Energy Storage”, 2º ed. USA, Springer Veriag Wien, N.Y., 530p.
- BENTA, E.S., MOURA, L.F.M.; JESUS, A.B.; ISMAIL, K.A.R. “Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de um Tubo Horizontal”, **Anais do X ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas**, Porto Alegre, 2000.
- BENTA, E.S. “ Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de Tubos Curvos”, São Paulo: Faculdade de Engenharia Mecânica,Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, 2001, 158p. Tese de Doutorado.
- BOGER, D.V., WESTWATER, J.W., ”Effect of Buoyancy on the Melting and Freezing Process”, **Journal Heat Transfer**, pp.81-89, February, 1967.

- BRAUN, J. e BEER, H. “Ice Formation for Turbulent Flow in Curved Rectangular Channel”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.38, n.8, 1995.
- CAO, Y.; FAGHRI, A. e CHANG, W.S. “A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-dimensional Phase-Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.32, n.7, 1989.
- CAO, Y.; FAGHRI, A. “A Numerical Analysis of Phase-Change Problems Including Natural Convection”, **In International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.34, 1991.
- CHENG, K.C.; INABA, H. e GILPIN, P.R.”An Experimental Investigation of Ice Formation Around an Isothermally Cooled Cylinder in Crossflow”, **Journal of Heat Transfer**, v.103, 1981.
- CRANK, J. ‘Free and Moving Boundary Problems”, **Clarendon Press**, Oxford, 1984.
- DALHUIJEN, A.J.; SEGAL, A.”Comparison of Finite Element Techniques for Solidification Problems”, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.23,1986.
- DEAN, W.R.” Note on the Motion of a Fluid in a Curved Pipe”, **Philosophical Magazine**, v.4, n.20, 1927.
- DEAN, W.R.” Fluid Motion in Curved Channel”, **Proc.R.Soc.Lond.[A]**, v.121, 1928.
- DUDA, J.L.; MALONE, M.F.; NOTTER, R.H. e VENTRAS, J.S.” Analysis of Two-Dimensional Diffusion-Controlled Moving Boundary Problems”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.8, 1975.
- EUSTICE, J. “Flow of Water in Curved Pipes”, **Proc.Royal Society (London)**, Ser.A, v.84,1910.

EUSTICE, J.” Experiments of Streamline Motion in Curved Pipes”, **Proc.Royal Society (London)**, Ser. A, v.85, 1911.

GILPIN, R.R.” The Morphology of Ice Structure in a Pipe at or Near Transition Reynolds Numbers”, **The American Institute of Chemical Engineers, AIChE Symposium Series**, n.189, v.75, 1979.

GONÇALVES, M.”Armazenadores de Calor Latente de Geometria Anular com Aletas Alternadas”, **Tese de Doutorado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 1996.

HAUWES, W.B.”Some Sidelights on the Heat Transfer Problem”, **Trans. Inst. Chem. Engrs.**, v.10, 1932.

HSU, C.F.; SPARROW, E.W.; PATANKAR, S.V.”Numerical Solution of Moving Boundary Problems by Boundary Immobilization and a Control-Volume-Based Finite-Difference Scheme”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n.8, 1981.

ISMAIL, K.A.R. “**Banco de Gelo – Fundamentos e Modelagem**”, Campinas, 1998.

ISMAIL, K.A.R. “**Modelagem de Processos Térmicos – Fusão e Solidificação**, Campinas, 1998.

ISMAIL, K.A.R.; GONÇALVES, M.M. “Thermal Performance of a PCM Storage Unit”, **Energy Conversion & Management**, v.40, 1999.

JANSSEN, L.A.; HOOGENDOORN, C.J. “ Laminar Convective Heat Transfer in Helical Coiled Tubes”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, n.9, 1978.

JAYANTI, S. “ Contribution to the Study of Non-Axisymmetric Flows”, **Ph.D.Thesis**, Department of Chemical Engineering and Chemical Technology, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 1990.

- JESUS, A.B. “ Estudo Numerico da Solidificação em Geometria Anular”, **Tese de Mestrado**, Faculdade de Engenharia Mecanica, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 1998.
- JITCHOTE, W. e ROBERTSON, A.M.” Flow of Second Order Fluids in Curved Pipes”, **Journal of Non-Newtonian Fluids Mechanics**, v.90, n.1, 2000.
- KALB, C.E.; SEADER, J.D.”Heat and Mass Transfer Phenomena for Viscous Flow in Curved Circular Tubes”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.15, 1972
- KALB, C.E.; SEADER, J.D.”Fully Developed Viscous-Flow Heat Transfer in Curved Circular Tubes with Uniform Wall Temperature”, **AIChE Journal**, v.20, n.2, 1974.
- KUBAIR, V. e KULOOR, N.R.”Heat Transfer to Newtonian Fluids in Coiled Pipes in Laminar Flow”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.9, 1966.
- LAZARIDIS, A.” A Numerical Solution of the Multidimensional Solidification (or melting) Problem”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.13, 1970.
- LACROIX, M.” Numerical Simulation of a Shell-and-Tube Latent Heat Thermal Energy Storage Unit”, **Solar Energy**, v.50, n.4, 1993.
- LANDAU, H.G.”Heat Conduction in a Melting Solid”, **Quart. of Applied Mathematics**, v.8, 1949.
- LONDON, A.L. e SEBAN, R.A. “Rate of Ice Formation”, **Transactions of the ASME**, v.65, pp.771-778, 1943
- LUNARDINI, J.V.” Heat Transfer with Freezing and Thawing”, **Elsevier Science**, New York, 1991.
- M. NETO, J.H.; KRARTI, M.” Deterministic Model for an Internal Melt Ice-on-Coil Thermal Storage Tank”, **ASHRAE Transactions: Research**, v.103, n.1, 1997.

- M. NETO, J.H.; KRARTI, M."Experimental Validation of a Numerical Model for an Internal Melt Ice-on-Coil Thermal Storage Tank", **ASHRAE Transactions: Research**, v.103, n.1, 1997
- MORALES, R.E.M."Simulação Numérica Do Escoamento Livre Em Um Canal Helicoidal De Seção Retangular", **Tese de Doutorado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2000.
- MORI, Y.; NAKAYAMA, W."Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes", **International Communication in Heat and Mass Transfer**, v.10, 1967.
- MURRAY, W.D. e LANDIS, F. "Numerical and Machine Solutions of Transient Heat Conduction Problem Involving Melting or Freezing. Part I – Method of Analysis and Sample Solutions". **Journal of Heat Transfer**, Trans.ASME, pp.106-112, 1959.
- OIWAKE, S. e INABA, H."Freezing Fracture of Curved Water Pipes", **Bulletin of ASME**, v.29, n.253, 1986.
- OZISIK, M.N."Heat Conduction", John Wiley & Sons, New York, 1980
- OZISIK, M.N. e TOPAKOGLU, H.C."Heat Transfer for Laminar Flow in a Curved Pipe, **Journal of Heat Transfer**, August, 1968.
- PADILHA, ALCIDES."Estudo Teórico e Experimental do Movimento da Frente de Solidificação por Super-Resfriamento de um Líquido no Interior de um Duto", **Tese de Doutorado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 1990.
- PATANKAR, S.V."Numerical Heat Transfer and Fluid Flow" Hemisphere Publishing Co., 1980.
- PATANKAR, S.V.; PRATAP, V.S.E SPALDING, D.B."Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helical Coiled Pipes, **Journal of Fluid Mechanics**, v.62, part 3, 1974.

- PHAM, Q.T.” The Use of Capacitance in the Finite-Element Solution of Heat Conduction Problems with Phase Change”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.29, n.2, 1986.
- PRUD’HOMME, M., *et.al.* A heat transfer analysis for solidification of slabs, cylinders and spheres. *Journal of Heat Transfer*, vol. 111, pp. 699-705, 1989.
- QUARESMA, J.N.N. e COTTA, R.M.” Exact Solutions for Thermally Developing Tube Flow with Variable Wall Heat Flow”, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.21, 1994.
- SALTHO,T., “Numerical Method for Multidimensional Freezing Problems in Arbitrary Domains”, **Transaction of ASME Journal of Heat Transfer**, vol. 100, pp. 294-299, 1978.
- SINHA,T.K. e GUPTA,J.P. “Solidification in an Annulus”, **International Journal of Heat e Mass Transfer**, v. 25 , pp. 1771-1773, 1982.
- SPARROW, E.M; CHUCK, W.” An Implicit/Explicit Numerical Solution Scheme for Phase Change Problems”, **Numerical Heat Transfer**, v.7, 1984.
- SPARROW, E.M; HSU, C.F.” Analysis of Two-dimensional Freezing on the Outside of a Coolant-Carrying Tube”, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n.8, 1981.
- STOECKER, W.F; JONES, J.W. **Refrigeração e Ar Condicionado**, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1985.
- SUTHERLAND, J.E; GROSH, R.J.” Transient Temperature in a Melting Solid”, **Journal of Heat Transfer**, November, 1961.
- TIEYI, G.; YINPING, Z.; XINSHI, G. “Theoretical analysis of heat transfer in a cool storage tank filled with rectangular enclosures containing phase change material”. **Heat Transfer Science and Technology**, p. 734-739, 1996.

THOMASON, S.B.; MULLIGAN, J.C. e EVEHART, J.” The Effect of Internal Solidification on Turbulent Flow Heat Transfer and Pressure Drop in a Horizontal Tube”, **Journal of Heat Transfer**, v.100, 1978.

THOMSON, J. “On The Origin of Winding of Rivers in Alluvial Plains, with Remarks on the Flow of Water Round Bends of Pipes”, **Proc. Royal Society (London)**, v. 25, 1876.

VISKANTA, R. “ Natural Convection in Melting and Solidification “, **Natural Convection – Fundamentals and Applications**, Hemisphere Publishing Co., 1985.

VOCABULARIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA Legal, editado pelo **Bureau Internacional de Pesos e Medidas – BIPM, Organização Internacional de Normalização – ISSO, Comissão Eletrotécnica Internacional – IEC e Organização Internacional de Metrologia Legal – OIMI.**

WATANABE, T. e KANZAWA. “A Second Law Optimisation of a Latent Heat Storage Systems with PCM Having Different Melting Points”, **Heat Recovery Systems & CHP**, v.15, n.7, p.641-653, 1995.

YANG, G.; EBADIAN, M.A.”Convective Heat Transfer in a Curved Annular-Sector Duct”, **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v.2, n.3, 1993.

YANG, R.; CHANG, S.F.” A Numerical Study of Fully Developed Laminar Flow and Heat Transfer in a Curved Pipe with Arbitrary Curvature Ratio”, **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.14, n.2, 1993.

YAO, L.S.; PRUSA, J.” Melting and Freezing”, **Advances in Heat Transfer**, v.19, 1989.

YAO, M.; CHAIT, A.” An Alternative Formulation of the Apparent Heat Capacity Method for Phase Change Problems”, **Numerical Heat Transfer**, v.24, 1993.

## Apêndice A

### Análise da Incerteza Experimental

Dados de testes experimentais são freqüentemente utilizados para complementar análises de engenharia como uma base de projeto. Nem todos os dados são igualmente bons; a validade dos dados deve ser documentada antes que os resultados do teste sejam usados no projeto. A análise de incerteza é o procedimento usado para quantificar a validade e exatidão dos dados.

Esse método consiste em especificar a incerteza de cada medida experimental primaria como temperatura, vazão, comprimento, etc. Utilizando a mesma nomenclatura dos autores, chamando-se de  $\mathbf{R}$  uma função e  $x_1, x_2, \dots, x_n$  as variáveis independentes, obtém-se a relação:

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{A.1})$$

Denominando as incertezas de cada variável independente por  $w_1, w_2, \dots, w_n$  obtém-se:

$$w_n = \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial R}{\partial x_n} w_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.2})$$

Com base nesta explanação, foram calculadas as incertezas relativas a todas as variáveis medidas ao longo do experimento.

### A.1. Incerteza da temperatura

Como em qualquer experimento que envolva medida de temperatura com termopares, é necessário que estes sejam, previamente, calibrados. A incerteza relativa à temperatura é de  $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$ , isto é:

$$\mu_T = \pm 0,5^{\circ}\text{C}$$

### A.2. Vazão Volumétrica

A vazão para o processo de calibração foi determinada através da coleta de um determinado volume de etanol durante um intervalo de tempo conhecido:

$$Q = Q(V, t)$$

Aplicando-se a equação (A.2), temos:

$$w_Q = \pm \left[ \left( \frac{\partial Q}{\partial V} w_V \right)^2 + \left( \frac{\partial Q}{\partial t} w_t \right)^2 \right] \quad (\text{A.3})$$

As derivadas parciais da vazão em relação ao volume e ao tempo são, respectivamente:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{1}{t} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{V}{t^2} \quad (\text{A.5})$$

A menor divisão de escala da proveta graduada utilizada nas medidas era de 0,1mm e o cronometro digital utilizados apresentavam incertezas de  $\pm 0,2$  s, isto é:

$$\mu_V = \pm 0,05 \text{ cm}^3 (0,05 \times 10^{-6} \text{ m}^3)$$

$$\mu_t = \pm 0,2 \text{ s}$$

Substituindo esses valores de incerteza juntamente com as derivadas expressas em (A.4) e (A.5) na equação (A.3), obtem-se:

$$w_Q = \pm \left[ \left( \frac{1}{t} 0,05 \cdot 10^{-6} \right)^2 + \left( -\frac{V}{t^2} 0,2 \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.6})$$

Utilizando os valores médios de volume e tempo obtidos experimentalmente, obtém-se a incerteza experimental referente á vazão volumétrica:

$$w_Q = \pm 2,15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{A.7})$$

### A.3. Diâmetro do tubo

Os diâmetros interno e externo do tubo, depois de várias medidas com paquímetro digital, apresentaram valores médios de 10,3 mm e 12,69 mm respectivamente. Em decorrência disso pôde-se calcular as incertezas relativas às medidas dos diâmetros:

$$\mu_{Di} = \pm \frac{0,036}{10,30} = \pm 0,003 \text{ mm} (0,003 \times 10^{-3} \text{ m}) \quad (20 \text{ a } 1) \quad (\text{A.8a})$$

$$\mu_{De} = \pm \frac{0,012}{12,69} = \pm 0,001 \text{ mm} (0,001 \times 10^{-3} \text{ m}) \quad (20 \text{ a } 1) \quad (\text{A.8b})$$

#### A.4. Massa específica

Em primeira análise a massa específica foi determinada através da seguinte correlação, (fonte: American Institute of Physics Handbook, 1972):

$$\rho(T) = 0,80625 - 8,461 \cdot 10^{-4} T + 1,6 \cdot 10^{-7} T^2 + 8,5 \cdot 10^{-9} T^3 \quad (\text{A.9})$$

A expressão para o cálculo da incerteza relativa à massa específica é:

$$\mu_{\rho(T)} = \pm \left[ \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \mu_T \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} = -8,461 \cdot 10^{-4} + 3,2 \cdot 10^{-7} T + 2,55 \cdot 10^{-7} T^2 \quad (\text{A.11})$$

Os cálculos das propriedades termofísicas do etanol foram realizados com um valor referente a uma temperatura média do fluido. Tal procedimento foi adotado pois fora feita uma análise prévia dessas propriedades, calculando-os individualmente para cada valor de temperatura do fluido, encontrando-se um desvio médio máximo de 1%.

Inserindo a Equação (A.11) em (A.10), obtém-se:

$$\mu_{\rho(t)} = \pm 4,23 \cdot 10^{-4} \text{ kg} / \text{m}^3$$

O desvio médio obtido para a correlação foi de 5%. Nesse caso o valor da incerteza máxima para a massa específica é calculada como:

$$\mu_{\rho(T)} = \pm \left[ (0,05)^2 + (4,23 \cdot 10^{-4})^2 \right]^{1/2}$$

$$\mu_{\rho(T)} = \pm 0,05 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{A.12})$$

## A.5. Viscosidade cinemática

Analogamente ao procedimento referente ao cálculo da massa específica (SI), foi determinada a incerteza relativa à viscosidade cinemática, pela seguinte correlação empírica, Reid *et al* (1987);

$$\mu(T) = (2,12133 \cdot 10^{-3} - 4,907 \cdot 10^{-5} T + 6,4361 \cdot 10^{-7} T^2)$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm \left[ \left( \frac{\partial \mu}{\partial T} \mu_T \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial T} = -4,907 \cdot 10^{-5} + 1,28722 \cdot 10^{-6} T$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm \left[ \left( (-4,907 \cdot 10^{-5} + 1,28722 \cdot 10^{-6} T) \mu_T \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\mu_{\mu(T)} = 3,258 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m s}$$

Do mesmo modo que a massa específica, para essa correlação também foi estimado um desvio médio de 5% e a certeza é calculada como:

$$\mu_{\mu(T)} = \pm \left[ (0,05)^2 + (3,258 \cdot 10^{-3})^2 \right]^{1/2}$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm 0,05 \text{ kg/m}^3 \tag{A.13}$$

## A.6. Número de Reynolds

Para determinação do número de Reynolds, definido pela relação:

$$\text{Re} = \frac{4Q\rho}{\pi\mu D} \quad (\text{A.14})$$

$$\text{Re} = \text{Re}(Q, D, \rho, \mu) \quad (\text{A.15})$$

Aplicando a equação (A.2) obtém-se:

$$w_{\text{Re}} = \left[ \left( \frac{\partial \text{Re}}{\partial Q} w_Q \right)^2 + \left( \frac{\partial \text{Re}}{\partial D} w_D \right)^2 + \left( \frac{\partial \text{Re}}{\partial \rho} w_{\rho(T)} \right)^2 + \left( \frac{\partial \text{Re}}{\partial \mu} w_{\mu(T)} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.16})$$

Com as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial \text{Re}}{\partial Q} = \frac{4\rho}{\pi\mu D} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial \text{Re}}{\partial D} = \frac{4Q\rho}{\pi\mu D^2} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial \text{Re}}{\partial \rho} = \frac{4Q}{\pi\mu D} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial \text{Re}}{\partial \mu} = \frac{4\rho Q}{\pi\mu^2 D} \quad (\text{A.20})$$

Substituindo essas derivadas na Equação (A.16), é obtido:

$$w_{\text{Re}} = \left[ \left( \frac{4}{\pi\mu D} w_Q \right)^2 + \left( \frac{4Q}{\pi\mu D^2} w_D \right)^2 + \left( \frac{4Q}{\pi\mu D} w_{\rho(T)} \right)^2 + \left( -\frac{4Q}{\pi\mu^2 D} w_{\mu(T)} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.21})$$

Como já foi calculado a incerteza relativas à vazão volumétrica, ao diâmetro externo do tubo, à massa específica e à viscosidade cinemática, necessárias para a determinação do intervalo de incertezas relativa ao número de Reynolds e, conseqüentemente, ao número de Dean. Substituindo (A.7), (A.8b), (A.12) e (A.13) na Equação (A.21) e dividindo por (A.14), obtêm-se:

$$\frac{w_{Re}}{Re} = \left[ \left( \frac{w_Q}{Q} \right)^2 + \left( \frac{w_D}{D} \right)^2 + \left( \frac{w_\rho}{\rho} \right)^2 + \left( \frac{w_\mu}{\mu} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.22a})$$

$$\frac{w_{Re}}{Re} = 0,0780 \text{ ou } 7,8\% \quad (\text{A.22b})$$

### A.7. Número de Dean

Pela definição do número de Dean:

$$De = \frac{Re}{\sqrt{\frac{R}{r}}} \quad (\text{A.23})$$

E aplicando-se as relações (A.1) e (A.2) na equação (A.3), obtém-se, respectivamente:

$$De = De(Re, R, r)$$

$$w_{De} = \left[ \left( \frac{\partial De}{\partial Re} w_{Re} \right)^2 + \left( \frac{\partial De}{\partial R} w_R \right)^2 + \left( \frac{\partial De}{\partial r} w_r \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.24})$$

As derivadas da Equação (A.23) são:

$$\frac{\partial De}{\partial Re} = \left( -\frac{R}{2r} \right)^{-3/2}$$

$$\frac{\partial De}{\partial R} = -\text{Re} \frac{R^{-3/2}}{2r^{-1/2}}$$

$$\frac{\partial De}{\partial r} = -\text{Re} \frac{R^{-1/2}}{2r^{-3/2}}$$

Substituindo as derivadas na Equação (A.24) e dividindo por (A.23), tem-se:

$$w_{De} = \left[ \left( \left( -\frac{R}{2r} \right)^{-3/2} w_{\text{Re}} \right)^2 - \left( \text{Re} \frac{R^{-3/2}}{2r^{-1/2}} w_R \right)^2 - \left( \text{Re} \frac{R^{-1/2}}{2r^{-3/2}} w_r \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.25})$$

Substituindo o valor (A.22b) na Equação (A.14) e computando as incertezas do raio do tubo e do raio de curvatura como a metade da menor divisão da escala, obtém-se a expressão para o cálculo da incerteza relativa ao número de Dean:

$$w_{De} = \left[ \left( -\frac{7,8 \cdot 10^{-4}}{2R(2r)^{3/2} \text{Re}} \right)^2 - \left( \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2R} \right)^2 - \left( \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2r} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.26})$$

## Apêndice B

### Curvas de Calibração

#### B.1. Placa de Orifício

A curva de calibração da placa de orifício, que representa a relação da  $\Delta P$  em função da vazão  $Q$  está mostrada na Figura B.1

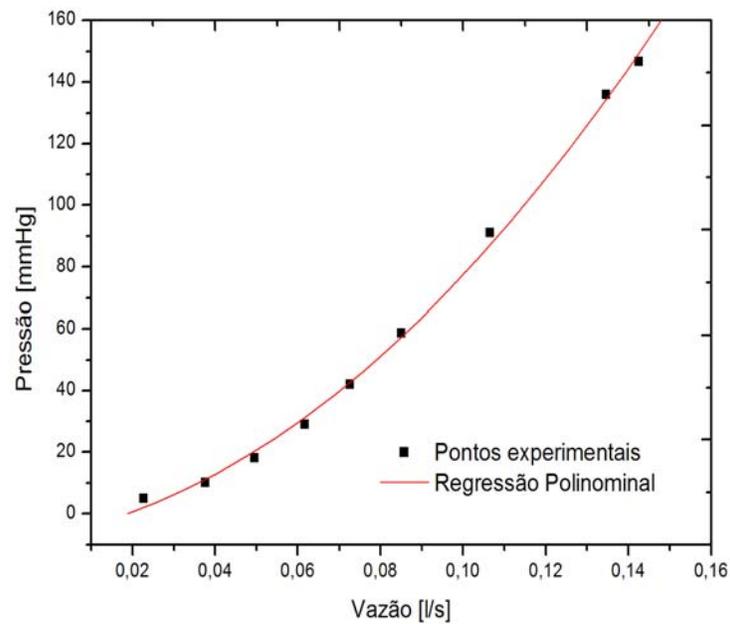


Figura B.1 – Curva de Calibração da placa de orifício

Por regressão Polinomial foi obtido a seguinte equação:

$$\Delta P = -6,49 + 243,60Q + 5965,04Q^2 \quad (\text{B.1})$$

## B.2. Termopares

As curvas de calibração, para cada termopar fixado ao longo da secção de teste, que representa a relação entre a temperatura padrão, medida pelo termômetro padrão e a temperatura do termopar, está mostrada nas Figuras B.2 a B.16. E por regressão linear foi obtida as suas respectivas equações, mostrada na Tabela B.1

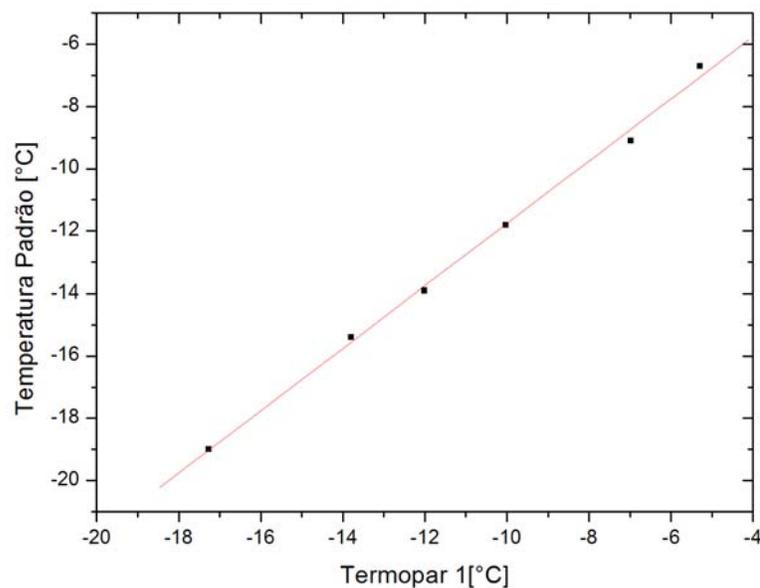


Figura B.2 – Curva de Calibração do termopar 1

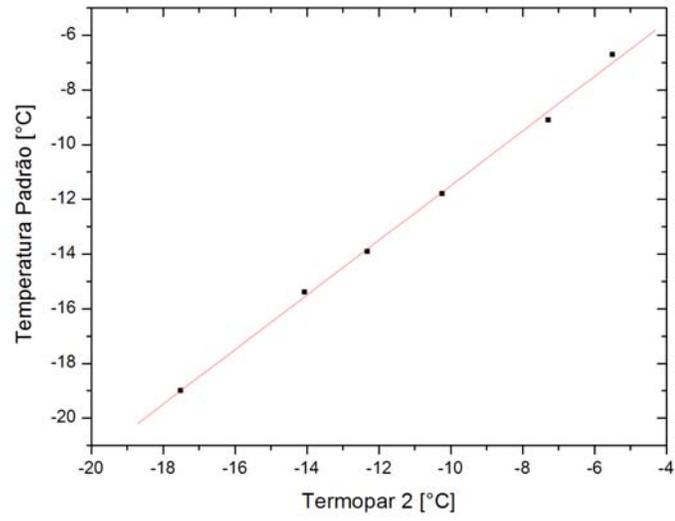


Figura B.3 – Curva de Calibração do termopar 2

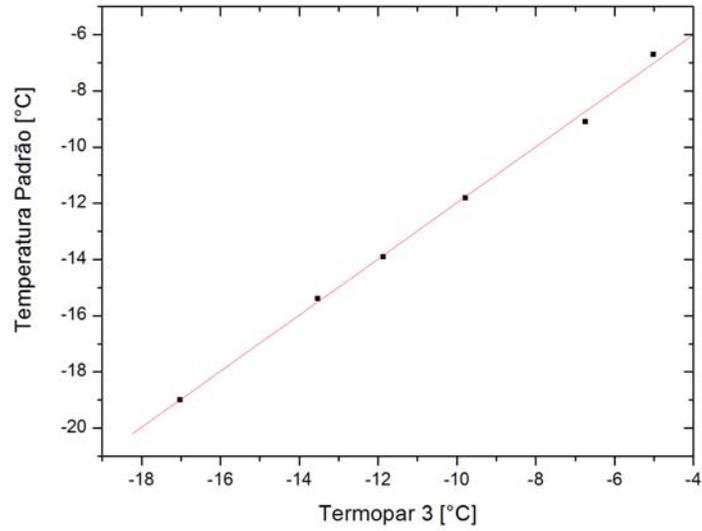


Figura B.4 – Curva de Calibração do termopar 3

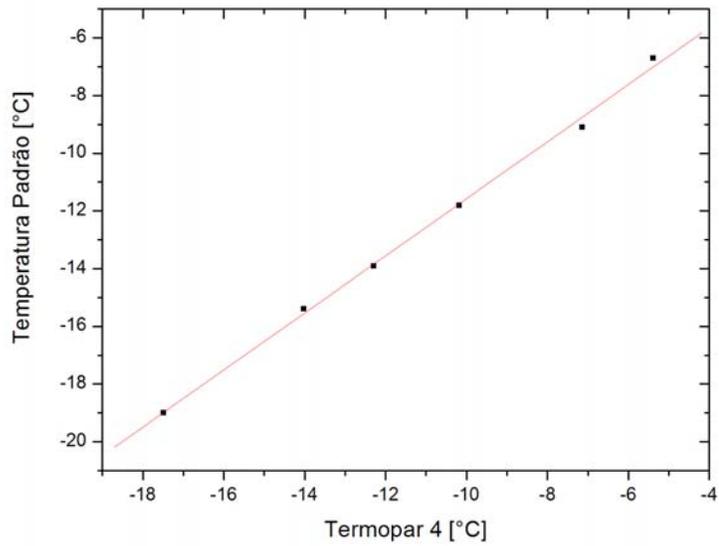


Figura B.5 – Curva de Calibração do termopar 4

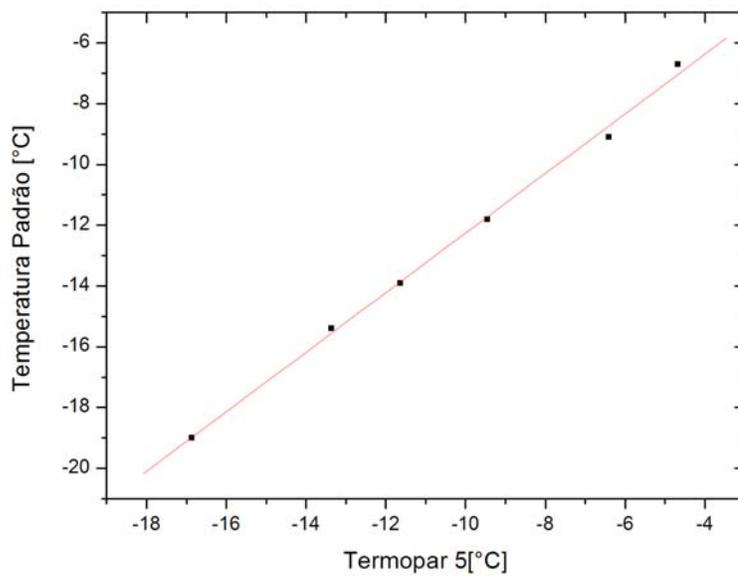


Figura B.6 – Curva de Calibração do termopar 5

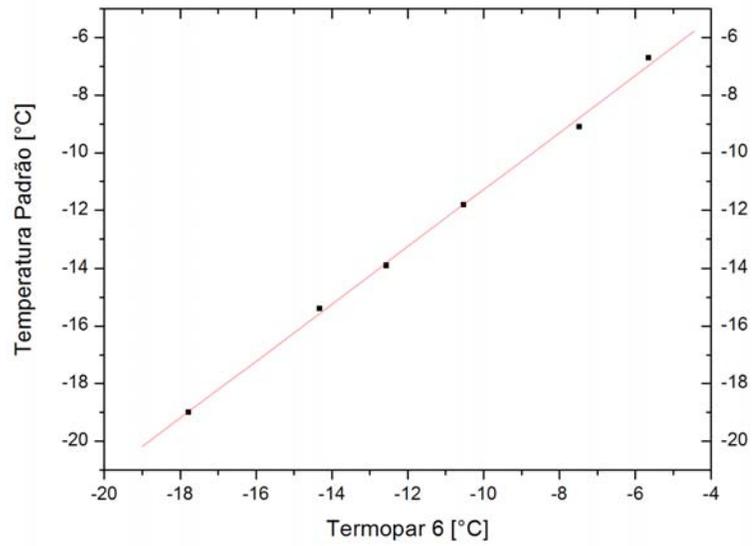


Figura B.7 – Curva de Calibração do termopar 6

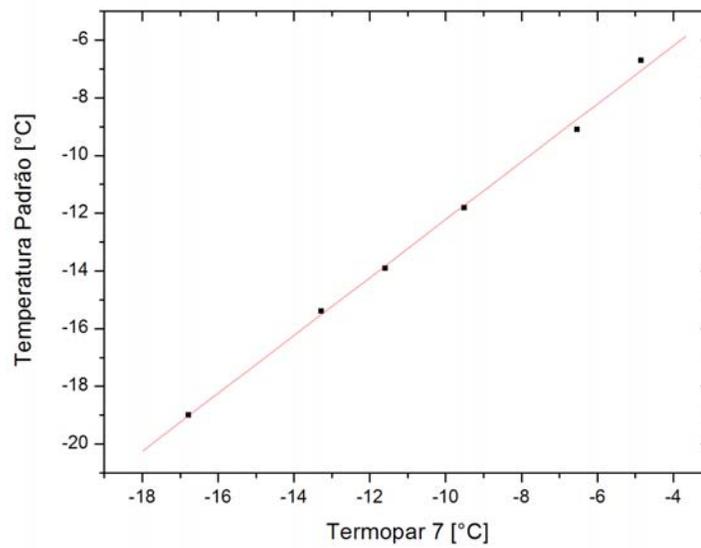


Figura B.8 – Curva de Calibração do termopar 7

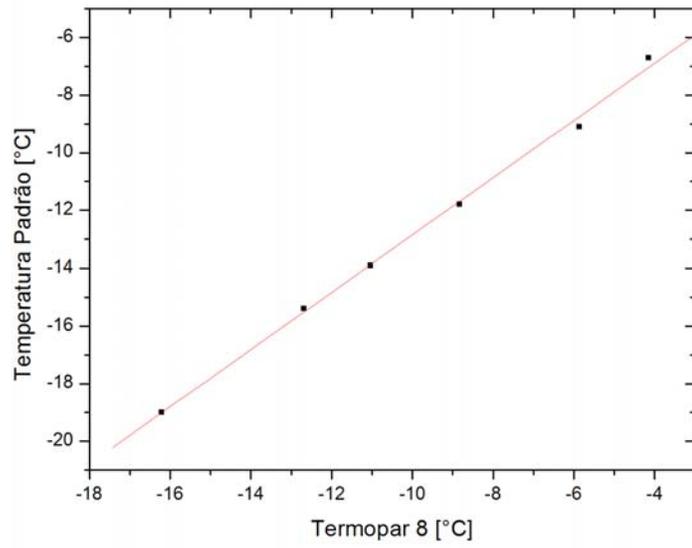


Figura B.9 – Curva de Calibração do termopar 8

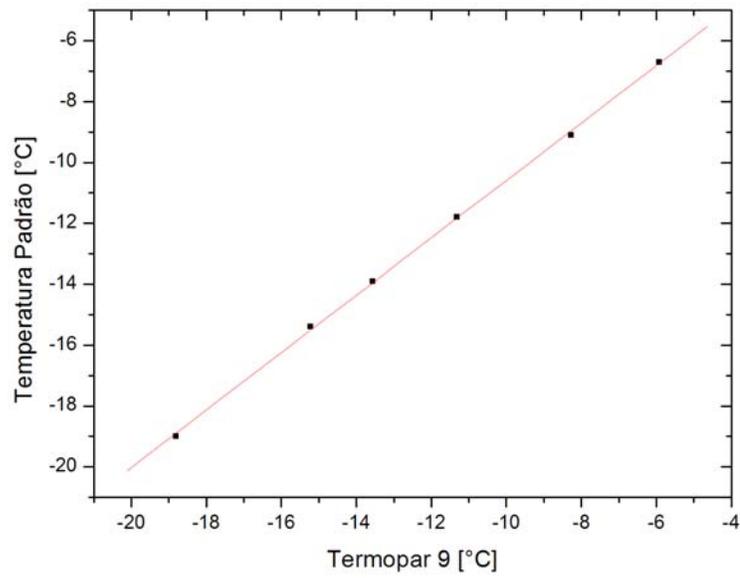


Figura B.10 – Curva de Calibração do termopar 9

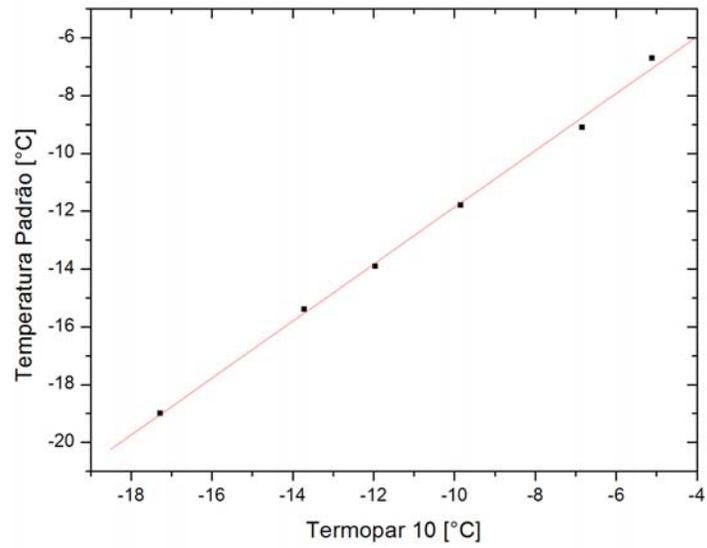


Figura B.11 – Curva de Calibração do termopar 10

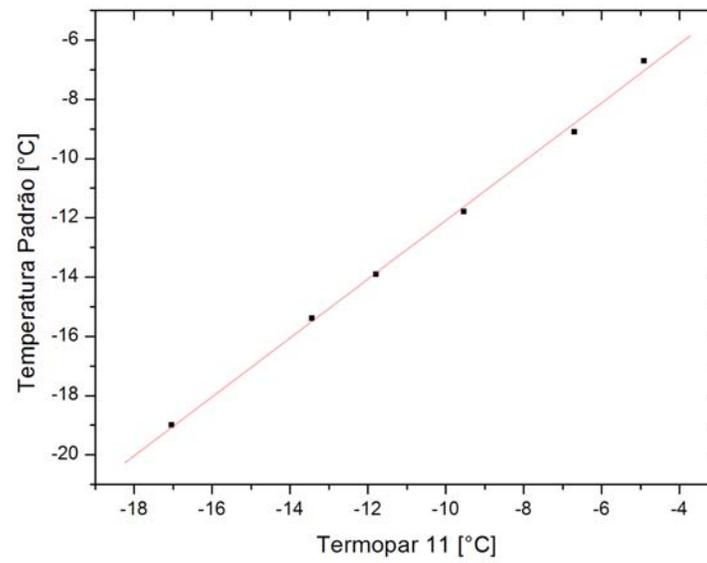


Figura B.12 – Curva de Calibração do termopar 11

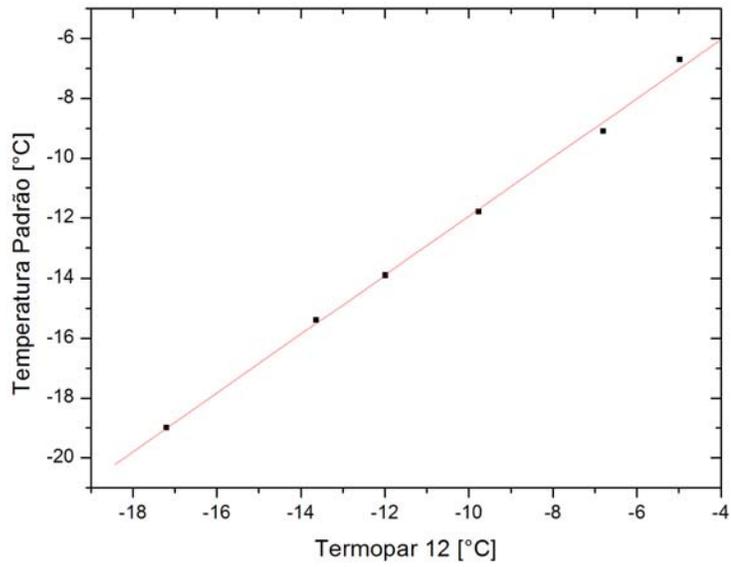


Figura B.13 – Curva de Calibração do termopar 12

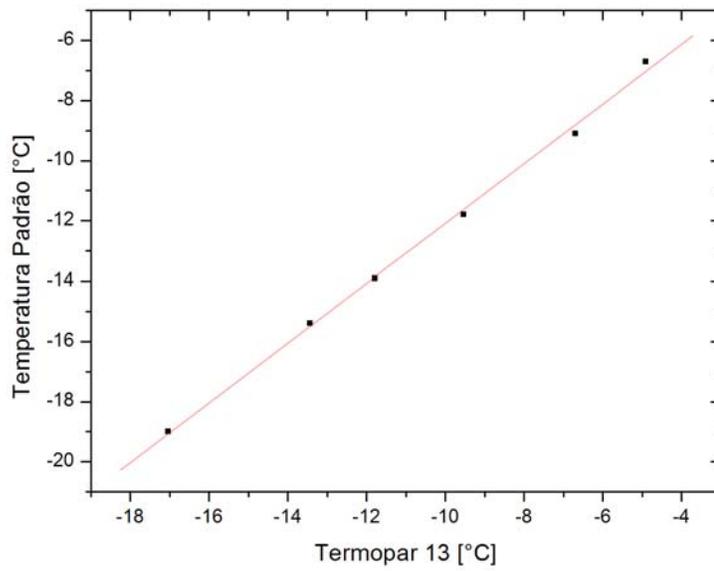


Figura B.14 – Curva de Calibração do termopar 13

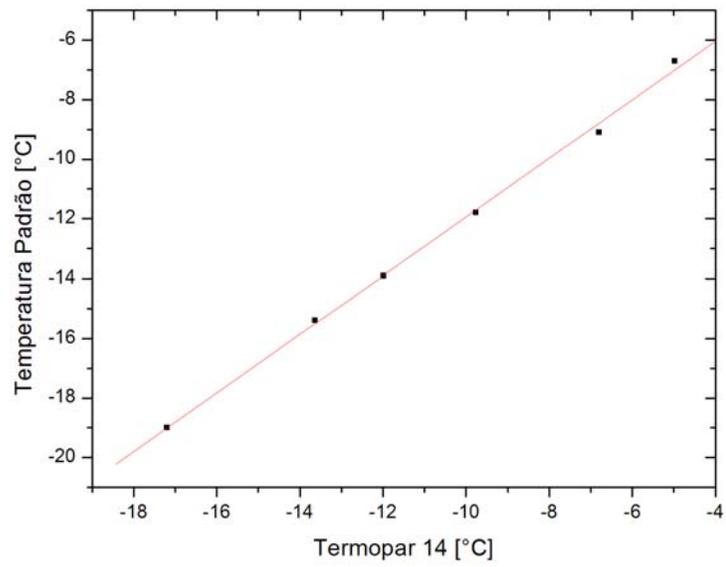


Figura B.15 – Curva de Calibração do termopar 14

Tabela B.1 – Equação regressão linear dos termopares

Termopar	Equação regressão linear	Square
1	$T_{padr\tilde{a}o} = -1,7453 + 1T_{termopar}$	0,99847
2	$T_{padr\tilde{a}o} = -1,5094 + 0,9989T_{termopar}$	0,99886
3	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,+0,9985T_{termopar}$	0,99875
4	$T_{padr\tilde{a}o} = -1,6810 + 0,9894T_{termopar}$	0,99872
5	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,4504 + 0,9807T_{termopar}$	0,99859
6	$T_{padr\tilde{a}o} = -1,3756 + 0,9904T_{termopar}$	0,99897
7	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,1854 + 1,00T_{termopar}$	0,99857
8	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,9261 + 0,992T_{termopar}$	0,99862
9	$T_{padr\tilde{a}o} = -1,1546 + 0,9433T_{termopar}$	0,99977
10	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,0180 + 0,9848T_{termopar}$	0,99859
11	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,1738 + 0,9914T_{termopar}$	0,99874
12	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,1010 + 0,9834T_{termopar}$	0,99893
13	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,1253 + 0,9545T_{termopar}$	0,99876
14	$T_{padr\tilde{a}o} = -2,1276 + 0,977T_{termopar}$	0,99867

## Apêndice C

### Correlações empíricas para o coeficiente convectivo de transferência de calor

Nesta seção é feita uma apresentação de correlações para o coeficiente de transferência de calor convectivo em tubos curvos encontradas na literatura. A maioria dos trabalhos apresentava apenas correlações para o número de Nusselt médio, daí a dificuldade em obter-se correlações para Nusselt local, neste caso específico, circumferencial. Para este trabalho foram utilizadas correlações para Nusselt periférico do trabalho de Kalb e Seader (1972). Por meio de um ajuste de curvas apresentadas nos gráficos obtidos por Kalb e Seader (1972) foram obtidas as seguintes correlações.

$$De \cong 150$$

$$Nu_{\theta} = 15,7619 + 0,122\theta - 1,3 \cdot 10^{-3} \theta^2 - 2,57202 \cdot 10^{-6} \theta^3 + 8,74486 \cdot 10^{-8} \theta^4 \quad C1$$

$$De \cong 253$$

$$Nu_{\theta} = 20,8048 + 0,1676\theta - 1,7 \cdot 10^{-3} \theta^2 - 5,2469 \cdot 10^{-6} \theta^3 + 9,77366 \cdot 10^{-8} \theta^4 \quad C2$$

$$De \cong 390$$

$$Nu_{\theta} = 13,3506 + 0,1919\theta - 4,65488 \cdot 10^{-4} \theta^2 - 6,3786 \cdot 10^{-6} \theta^3 + 4,0217 \cdot 10^{-8} \theta^4 \quad C3$$

$$De \cong 512$$

$$Nu_{\theta} = 15,3506 + 0,2317\theta - 4,65488 \cdot 10^{-4} \theta^2 - 1,00823 \cdot 10^{-5} \theta^3 + 1,777 \cdot 10^{-8} \theta^4 \quad C4$$

onde:

$\theta$  representa a direção circunferencial do tubo, o qual varia de  $90^\circ$  (curvatura externa) e  $-90^\circ$  (curvatura interna)

### C.1 – Número de Nusselt médio

Um resumo de algumas correlações para número de Nusselt médio encontradas na literatura está sintetizado na Tabela C.1

Tabela C.1 – Correlação para o número de Nusselt médio em tubos curvos.

Correlação	Autor	Validade
$Nu = \frac{0,864}{\zeta} \sqrt{De} (1 + 2,35\sqrt{De})$ $\zeta = \frac{2}{11} \left[ 1 + \sqrt{\left(1 + \frac{77}{4Pr^2}\right)} \right] \quad Pr \geq 1$ $\zeta = \frac{1}{5} \left[ 2 + \sqrt{\frac{10}{Pr} - 1} \right] \quad Pr \leq 1$	Mori e Nakayama (1967)	Correlação para o número de Nusselt em regime laminar
$Nu = [0,65\sqrt{De} + 0,76] Pr^{0,175}$	Dravid <i>et al</i> (1971)	$50 \leq De \leq 2000$ $5 \leq Pr \leq 175$
$Nu = 3,31De^{0,115} Pr^{0,0108}$	Kalb e Seader (1972)	$20 \leq De \leq 1200$ $0,005 \leq Pr \leq 0,05$
$Nu = 0,913De^{0,476} Pr^{0,200}$	Kalb e Seader (1972)	$80 \leq De \leq 1200$ $0,7 \leq Pr \leq 5$