

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados

Autor: Melquisedec Francisco dos Santos

Orientador: Ilmar Ferreira Santos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR MELQUISEDEC FRANCIS-
CO DOS SANTOS E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 03/09/97.

Ilmar Ferreira Santos

ORIENTADOR

Prof. ILMAR FERREIRA SANTOS

Matric. 21768-9

FEM - UNICAMP

Sa59e

31937/BC

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados

Autor: Melquisedec Francisco dos Santos

Orientador: Ilmar Ferreira Santos

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1997

S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59e Santos, Melquisedec Francisco
Efeitos térmicos em mancais segmentados.--Campinas,
SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Ilmar Ferreira Santos
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Lubrificação e lubrificantes. 2. Mancais. 3.
Hidrodinâmica. I. Santos, Ilmar Ferreira. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica.
III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados

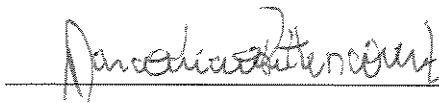
Autor: Melquisedec Francisco dos Santos

Orientador: Ilmar Ferreira Santos



Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos, Presidente

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Oscar Antônio Braunbeck

Universidade Estadual de Campinas

Dedicatória:

Compartilho a conclusão deste trabalho com a minha esposa Inês, por toda sua compreensão e incentivo, e com o meu filho Lucas.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES.

Pesquisa desenvolvida com o auxílio do CENAPAD-SP (Programa Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo), projeto UNICAMP / FINEP - MCT.

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho:

Aos meus familiares que tanto me ajudaram nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos, pela oportunidade concedida em orientar-me no desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos, professores e funcionários da FEM-UNICAMP por suas contribuições à minha formação.

Agradeço em especial ao Paulo Sérgio e a Paula Cavalcante pelo incentivo e amizade constante; ao Jorge Guerrero pela presteza e auxílio.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram e tornaram possível a realização deste trabalho, o meu eterno agradecimento.

A vida só é digna de ser vivida quando se faz algo pela vida em vida

Provérbio Chinês

Resumo

Santos, Melquisedec Francisco, *Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 90 p. Tese(Mestrado)

O presente trabalho descreve detalhadamente as principais etapas e hipóteses simplificadas para se conseguir descrever matematicamente as características operacionais de mancais segmentados levando-se em consideração os efeitos térmicos. Utiliza-se um modelo computacional termohidrodinâmico que possibilita obter a distribuição de pressão, a espessura do filme de óleo, a variação tridimensional da viscosidade e temperatura e os perfis de velocidade. O primeiro passo no detalhamento matemático é a obtenção de uma equação analítica para descrever a folga radial em função das coordenadas do centro do rotor, do mancal e do ângulo de inclinação de cada segmento. A partir da equação de movimento dos fluidos (ou de Navier-Stokes) e da continuidade, obtém-se a equação de Reynolds, tendo como hipótese principal que o fluido em questão escoar de forma laminar na folga radial. Resolvendo-se a equação de Reynolds, obtém-se a distribuição da pressão hidrodinâmica. Integrando-se a distribuição da pressão sobre a superfície do segmento obtém-se as forças hidrodinâmicas responsáveis pela sustentação do rotor e redução do atrito entre as partes girantes e não girantes do sistema. Estas forças são calculadas iterativamente até que se encontre o ponto de equilíbrio rotor-mancal, o qual é resultante das forças existentes e do momento em torno dos apoios dos segmentos. A viscosidade varia nas três dimensões do problema físico considerado e depende somente da temperatura, a qual é obtida através da equação da energia para um fluido incompressível.

As equações de Reynolds e da energia são resolvidas simultaneamente através do Método das Diferenças Finitas com o auxílio de um programa computacional desenvolvido em linguagem "C" e os resultados advindos foram comparados com outros verificados na literatura consultada.

Palavras chave

lubrificação, termohidrodinâmica, mancal segmentado, hidrodinâmica.

Abstract

Santos, Melquisedec Francisco, *Efeitos Térmicos em Mancais Segmentados*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 90 p. Tese(Mestrado)

This work details the principal steps and simplifying assumptions for describing mathematically the dynamical characteristics of tilting-pad journal bearings taking into account the thermal effects. One uses a thermohydrodynamic model which allows the description of the pressure distribution over the pads, the tridimensional variation of the temperature of the oil together with its velocity profiles. The first step to obtain the mathematical model is the description of an equation that describe the radial clearance, which is obtained from the coordinate system of the shaft and the inclination angle of the pads. From the Navier-Stokes and continuity equations, we obtain the Reynolds equation, having the hypothesis that the fluid flow is laminar. Solving the Reynolds equation, it is obtained the hydrodynamic pressure distribution. Then this pressure is integrated over the pad surface, to obtain the hydrodynamic forces that sustain the shaft and reduce the friction between the shaft and pads. This forces are calculated iteratively since the equilibrium point is reached, which is a function from the forces and moments. The viscosity vary in three dimensions and is a function from the temperature, which is obtained from the energy equation for an incompressible fluid.

The Reynolds and energy equations are solved simultaneously through the Finite Difference Method with the use of a computational program in C language and the obtained results are compared with others from the bibliography analysed.

Key-words

lubrication, thermohydrodynamic, tilting-pad journal bearings.

Sumário

Resumo	8
Abstract	9
Lista de Figuras	12
Lista de Tabelas	14
1 Introdução	1
1.1 Introdução geral	1
1.2 Análise histórica e revisão bibliográfica	5
2 Equações Fundamentais da Dinâmica dos Fluidos	8
2.1 Introdução	8
2.2 A equação da continuidade	9
2.3 Determinação da equação de Navier-Stokes	10
2.3.1 Equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal de fluido	11
2.3.2 Fluidos Newtonianos e não Newtonianos	14
2.4 A equação da energia e os efeitos da viscosidade variável	16
3 Aplicação à mancais hidrodinâmicos	23
3.1 Introdução	23
3.2 Da equação de Navier-Stokes à equação de Reynolds	25
3.2.1 Simplificações	25
3.3 Condições geométricas e de aderência	29
3.4 A função espessura do filme de óleo	31
3.4.1 Derivada da Espessura do Filme de Óleo	32
3.5 Cálculo das forças hidrodinâmicas	32
3.6 Simplificando a equação da energia	33
3.7 Equação da condução de calor para os sólidos	35
3.8 Balanço de energia na interface sólido-fluido	35
3.9 A viscosidade em função da temperatura	36

4	MDF aplicado ao problema termohidrodinâmico	38
4.1	Introdução	38
4.2	A equação de Reynolds discretizada	41
4.2.1	Condições de contorno para a pressão no filme de óleo . .	43
4.3	A equação da energia discretizada	45
4.3.1	Condições de contorno para a equação da energia	46
4.3.2	Determinação da temperatura de mistura	48
4.4	Discretização dos termos de velocidade e viscosidade	49
4.5	Procedimento computacional	50
5	Resultados teóricos	54
5.1	Introdução	54
5.2	Campo de pressão hidrodinâmica	56
5.3	Distribuição da temperatura	58
5.4	Perfil de velocidade	66
5.5	Hipóteses adotadas	70
6	Conclusões e perspectivas futuras	77
	Bibliografia	80
A	Anexos	84
A.1	Derivada Substancial	84

Lista de Figuras

2.1	Representação das forças atuantes na direção x de um elemento de fluido infinitesimal	11
2.2	Representação dos fluxos de energia na direção x de um elemento infinitesimal de fluido móvel.	17
3.1	Esquema representativo do mancal em estudo	24
3.2	Cinemática do sistema rotor-segmento.	25
3.3	Escoamento laminar no segmento	27
3.4	Perfis de velocidade na folga radial	30
3.5	Viscosidade em função da temperatura para vários tipos de óleo lubrificante.	37
4.1	Discretização unidimensional	39
4.2	Volume elementar tridimensional	40
4.3	Esquema representativo do domínio do problema.	41
4.4	Condições de contorno para um mancal circular: Sommerfeld, Gumbel e Reynolds.	44
4.5	Representação de um ponto do domínio	47
4.6	Contato sólido-fluido	48
4.7	Representação da vazão, temperatura de mistura e temperatura de suprimento	49
4.8	Sequência do programa computacional	53
5.1	Representação da força atuando no sistema	55
5.2	Variação da pressão ao longo do escoamento nos 4 segmentos. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz]	58
5.3	Pressão ao longo do escoamento considerando variação na carga aplicada. $\Omega = 50$ [Hz].	59
5.4	Pressão ao longo do escoamento considerando variação na rotação do rotor. $W = -400$ [N].	60
5.5	Pressão ao longo do escoamento considerando variação no fator de carga. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz].	61

5.6	Pressão ao longo da direção axial considerando variações na carga imposta. $\Omega = 50$ [Hz].	62
5.7	Pressão ao longo da direção axial considerando variações na rotação do rotor. $W = -400$ [N].	63
5.8	Pressão obtida via teoria isotérmica e teoria termohidrodinâmica. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz].	64
5.9	Variação da temperatura nos 4 segmentos. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz].	66
5.10	Variação da temperatura em função do carregamento. $\Omega = 50$ [Hz].	67
5.11	Variação da temperatura em função da rotação. $W = 400$ [N].	68
5.12	Variação da temperatura em função do fator de carga. $\Omega = 50$ [Hz]; $W = 400$ [N].	69
5.13	Variação da velocidade na direção do escoamento para os 4 segmentos. $\Omega = 90$ [Hz]; $W = 400$ [N].	71
5.14	Variação da velocidade na direção do escoamento para diferentes carregamentos. $\Omega = 50$ [Hz].	72
5.15	Variação da velocidade na direção do escoamento para diferentes rotações do rotor. $W = 400$ [N].	73
5.16	Variação da velocidade na direção z para os 4 segmentos. $\Omega = 50$ [Hz]; $W = 400$ [N].	74
5.17	Variação da velocidade na direção z para diferentes carregamentos. $\Omega = 50$ [Hz].	75
5.18	Variação da velocidade na direção z para diferentes rotações. $W = 400$ [N].	76

Lista de Tabelas

- 5.1 Parâmetros geométricos do conjunto rotor-mancal 56
- 5.2 Parâmetros termodinâmicos do conjunto rotor-mancal 57
- 5.3 Comparação da teoria isotérmica com a teoria THD. 65

Nomenclatura

Letras Latinas

a - aceleração	[m/s ²]
e - energia interna	[J/kg]
c - calor específico	[J/kg ° C]
f, F - Força	[N]
f _p - fator de carga	
h - folga radial	[m]
k - condutibilidade térmica	[J/s m ° C]
L - comprimento do segmento	[m]
m - massa	[kg]
p - pressão	[Pa]
Q - vazão	[m ³ / s]
s - espessura do segmento	[m]
t - tempo	[s]
T - temperatura	[° C]
T _{mis} - temperatura de mistura	[° C]
T _s - temperatura de suprimento do óleo	[° C]
u - velocidade	[m/s]
U ₂ - velocidade do rotor	[m/s]
V - volume	[m ³]
V _y - velocidade de translação do rotor	[m/s]
W - carga aplicada no rotor	[N]

Letras Gregas

α _i - movimento de rotação da i-ésima sapata em torno do ponto de apoio	
α _t - difusividade térmica	[m ² /s]

$\Delta\epsilon_R, \Delta\eta_R$	- movimento do rotor medido na base móvel B_i	
μ	- viscosidade dinâmica do óleo	[Pa . s]
ϕ	- ângulo de posicionamento dos segmentos	[$^{\circ}$]
ρ	- densidade	[kg / m ³]
ω	- rotação do rotor	[Hz]
∇	- operador divergente de uma função	

Subscritos

- f - fluido
- x, y, z - coordenadas cartesianas
- 1,2 - relativo ao segmento e ao rotor respectivamente

Abreviações

- div - operador divergente de uma função
- ISO - isotérmico
- MDF - método das diferenças finitas
- THD - termohidrodinâmica

Siglas

- CENAPAD - Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho
- DPM - Departamento de Projeto Mecânico

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução geral

Os mancais segmentados são amplamente utilizados em conjuntos mecânicos que necessitem operar a altas velocidades de rotações, devido a suas boas características de estabilidade. Verifica-se também uma grande utilização desses mancais em eixos de máquinas rotativas verticais de grande porte, em especial de unidades hidráulicas. Isto deve-se ao fato de que os mancais segmentados facilitam os processos de montagem, o que é fundamental no caso de turbinas Francis, com eixos de 2 m de diâmetro.

Segundo Brockwell [4], sob condições de operação contínua, os dois parâmetros mais importantes que influenciam a vida de um mancal são a máxima temperatura deste e a mínima espessura do filme de óleo, os quais dependem da viscosidade do lubrificante.

Pinkus e Wilcock [25] mostraram que a variação da viscosidade no filme de óleo tem um grande efeito no processo de lubrificação e também no desempenho do mancal. Neste último termo, "desempenho do mancal", estão contidos dados como a distribuição de temperatura, capacidade de carga, distribuição de pressão, entre outros.

De acordo com Yang e Rodkiewicz [37], o fator mais importante que influi no desempenho do mancal é a mudança na temperatura do filme de óleo, pois a fina camada de óleo lubrificante que separa o rotor e o segmento

pode sofrer altas velocidades, resultando em uma geração de calor. Como nem todo calor gerado é transferido para fora do filme, haverá um aumento da temperatura do óleo, afetando consideravelmente o desempenho do mancal.

Wang e Seireg [34] afirmam que a viscosidade é geralmente considerada a propriedade mais importante dos lubrificantes e isso é comprovado, pois nos últimos anos este termo é o parâmetro principal na análise de problemas relacionados com lubrificação.

Embora os mancais segmentados estejam sendo amplamente utilizados nos dias atuais, verifica-se entretanto algumas discrepâncias na modelagem das suas características dinâmicas. A variação da viscosidade devido a temperatura, o escoamento turbulento verificado a altas velocidades e o efeito da pressão de entrada no segmento são algumas das causas prováveis das discrepâncias encontradas entre valores calculados via modelo matemático e medidos experimentalmente.

No presente trabalho, concentram-se os estudos no efeito da variação da viscosidade do filme de óleo devido à temperatura. A fina camada de óleo lubrificante entre o rotor e o segmento é sujeito a altos gradientes de velocidade, o que causa uma geração de calor devido as tensões cisalhantes do fluido. Este calor gerado é em parte conduzido pelo próprio fluido no seu escoamento, sendo que o restante é conduzido através dos sólidos. Essa geração e transferência de calor causa uma variação tridimensional na temperatura do fluido e na sua viscosidade. Segundo Kim et al. [18] é de vital importância considerar a variação tridimensional quando tratamos de problemas termohidrodinâmicos de forma precisa. Neste trabalho, toda análise é realizada considerando-se as dimensões x, y e z . O mancal segmentado em estudo é composto por quatro segmentos, que são pivotados e possuem movimento de rotação em torno do ponto de pivotamento.

Para se estudar o efeito da variação da viscosidade em um mancal segmentado, necessita-se do conhecimento da distribuição de temperatura no conjunto rotor-filme-mancal, a qual é dada pela equação da energia para o fluido e pela equação da condução do calor nos sólidos. Deve-se também conhecer a distribuição da pressão no mancal, que é obtida quando se soluciona

a equação de Reynolds. De uma forma geral, as equações de governo serão obtidas considerando-se os seguintes itens:

- o fluido é Newtoniano e incompressível;
- o escoamento é permanente e laminar;
- as forças de inércia do fluido são desprezíveis;
- não são consideradas deformações térmicas e elásticas dos sólidos;
- o calor específico c , a densidade ρ e a condutibilidade térmica k são supostas constantes;
- a viscosidade varia nas análises realizadas somente em função da temperatura;
- as variações da viscosidade em função das alterações na pressão são negligenciadas.

As hipóteses empregadas no desenvolvimento do trabalho serão detalhadas nos capítulos posteriores.

O desenvolvimento do trabalho se dá como mostrado a seguir: no capítulo 2 obtém-se as equações da dinâmica dos fluidos. A equação da continuidade é a primeira a ser tratada, sendo que esta é obtida a partir do princípio de que a quantidade de massa que entra em um elemento infinitesimal de fluido que se move ao longo do escoamento é igual à quantidade de massa que sai deste. Na sequência do trabalho obtém-se a equação da quantidade de movimento dos fluidos ou equação de Navier-Stokes, que é derivada a partir do equilíbrio de forças atuantes em um elemento infinitesimal de fluido, aplicando a *segunda lei de Newton*. A equação da quantidade de movimento é inicialmente obtida em função das tensões normais e cisalhantes. Aplicando as equações constitutivas, as quais expressam as tensões em função dos gradientes de velocidade, obtém-se as equações de Navier-Stokes na sua forma final. A equação da energia é determinada a seguir. Esta é obtida a partir da aplicação da *primeira lei da termodinâmica* a um elemento infinitesimal de fluido. O

princípio é de que a variação da energia interna do elemento de fluido é igual ao fluxo líquido de calor, acrescido do trabalho realizado no elemento pelas forças atuantes.

No capítulo 3, as equações da dinâmica dos fluidos são aplicadas para mancais hidrodinâmicos. Através de simplificações consideradas na equação de Navier-Stokes, obtém-se a equação de Reynolds, a qual, pela sua resolução, fornece o campo de pressão hidrodinâmica do mancal. Mostra-se também a equação que descreve a espessura do filme de óleo em função dos movimentos do rotor e dos segmentos, a qual é suposta conhecida e é obtida através das equações de vínculo entre o sistema de corpos rígidos. A derivada da função espessura do filme de óleo também é apresentada. As forças hidrodinâmicas que são obtidas através da integração do campo de pressão hidrodinâmica na área da superfície do segmento são mostradas na sequência. A equação da energia obtida no capítulo 2 é simplificada e através dela obtém-se a equação que expressa a condução de calor nos sólidos (rotor e segmentos). A equação que expressa o campo de temperatura existente na região de contato sólido-fluido e a equação da viscosidade em função da temperatura são mostradas no final do capítulo.

A aplicação do Método das Diferenças Finitas (MDF) ao problema termohidrodinâmico é abordado no capítulo 4. Apresentam-se basicamente as equações que regem o problema na sua forma discretizada e também a sequência do programa computacional.

No capítulo 5 são apresentados os principais resultados teóricos obtidos. Analisa-se o comportamento da pressão, da temperatura e da velocidade em função de variações impostas na carga e na rotação do rotor. Mostra-se também o caso em que altera-se o fator de abertura do raio de curvatura do segmento ou fator de carga. Uma comparação entre o campo de pressão obtido aplicando-se a teoria isotérmica, na qual a temperatura do sistema é constante, e a teoria termohidrodinâmica, na qual a temperatura do sistema é variável, é mostrada no final do capítulo.

No último capítulo, apresentam-se as conclusões obtidas através da realização deste trabalho, bem como alguns tópicos que podem ser abordados

em trabalhos posteriores.

1.2 Análise histórica e revisão bibliográfica

Os primeiros estudos a respeito da "teoria da lubrificação hidrodinâmica" foram realizados no século passado. Três homens, N.P. Petroff (1836-1920), B. Tower (1845-1904) e O. Reynolds (1842-1912), são considerados os pais do conceito da lubrificação hidrodinâmica. Embora tenham trabalhado separadamente, eles chegaram a uma conclusão importante sobre o processo de lubrificação: este se deve não à interação mecânica entre duas superfícies sólidas, mas sim à dinâmica do fluido que separa esses sólidos. Os primeiros fundamentos teóricos e experimentais da lubrificação hidrodinâmica deram-se entre 1883 e 1886.

O conceito inicial de lubrificação hidrodinâmica se deu com o russo, Nicolai Petroff, que postulou sobre dois pontos importantes: primeiro que não é a densidade a principal propriedade do fluido quando se estuda o atrito em mancais, mas sim a viscosidade; e segundo que a fonte de atrito em um mancal não é devido ao contato entre duas superfícies, mas sim devido a uma força cisalhante viscosa no fluido existente entre as superfícies.

No entanto, sendo Petroff um tribologista, seu interesse voltou-se mais para as propriedades do fluido e dos materiais, não fazendo relação alguma entre o escoamento do fluido e o carregamento do mancal. Esta relação foi feita por Beauchamp Tower, que no ano de 1883 publicou um trabalho indicando o efeito da ação hidrodinâmica do filme de óleo quando se utilizam mancais de deslizamento como suportes de sistemas rotativos.

Os conceitos de Petroff e Tower foram obtidos via experimentos, Cardinali [6]. A base teórica das observações foi desenvolvida por Osborne Reynolds, do "Manchester College of Technology". Reynolds publicou um trabalho no ano de 1886 baseado nos resultados obtidos por Tower, no qual definia as medidas da distribuição do campo de pressão no interior do filme de óleo de um fluido isoviscoso e incompressível.

A fase seguinte verificada no conceito de lubrificação hidrodinâmica

foi a tentativa de resolver-se a equação de Reynolds. Sommerfeld, em 1904, apresentou uma solução analítica para a equação de Reynolds na qual ele considera a aproximação de mancal infinitamente longo.

Gümbel [15] sugeriu algumas correções para a solução proposta por Sommerfeld, introduzindo um fator baseado na razão entre o comprimento e o diâmetro do mancal (L/D). As soluções proposta por Sommerfeld, por Gümbel e também por Reynolds serão tratadas detalhadamente no capítulo 2.

Uma data também significativa é a do surgimento do mancal segmentado, que se deu em 1898 através de um modelo construído por Kingsburry. Entretanto, a primeira patente de mancais segmentados se deu em 1905 através de A.G.H. Michell. Kingsburry só garantiu sua patente em 1910.

O ano de 1925 foi muito importante na evolução da teoria hidrodinâmica, pois importantes conceitos foram formulados na área da dinâmica de mancais e estabilidade. Stodola afirmou que o fluido no mancal atua como um conjunto de molas e amortecedores cujas características têm um forte efeito no comportamento dinâmico do rotor. A partir daí, rigidez e amortecimento tornaram-se elementos fundamentais no estudo de mancais. Newkirk e Taylor, no ano de 1925, apresentaram relatos sobre os primeiros fenômenos de instabilidade num sistema rotor-mancal devido ao filme de óleo.

Entretanto, foi após a segunda guerra mundial que verificou-se um grande avanço no estudo do comportamento dinâmico do sistema rotor-mancal. A necessidade de se ter mancais hidrodinâmicos como suportes em máquinas rotativas de alta velocidade e a intenção de reduzir os níveis de vibração frequentemente encontrados nessas máquinas, impulsionaram as pesquisas em mancais.

Na pesquisa em lubrificação hidrodinâmica, uma das áreas de grande interesse é a que relaciona os efeitos da temperatura com a variação da viscosidade, que é chamada de termohidrodinâmica e é o foco principal do presente trabalho. Cope [8] foi um dos primeiros a considerar a variação da temperatura na lubrificação hidrodinâmica, tendo para isso resolvido a equação da energia. Seu modelo considerava a temperatura do fluido constante na direção perpendicular ao escoamento principal e desprezava a condução através do filme de

óleo e também nos sólidos adjacentes. Estas hipóteses por ele consideradas têm como consequência que tanto o rotor como o mancal são isotérmicos e assim todo calor gerado é transportado para fora pelo lubrificante.

A partir da publicação de Cope, o trabalho com mais destaque foi desenvolvido por Tipei e Nica [32], a partir do qual obtiveram a distribuição de temperatura para um mancal. Entretanto, eles consideraram a variação da viscosidade apenas ao longo do escoamento, sendo esta constante através da direção perpendicular.

Uma publicação de destaque na área da lubrificação hidrodinâmica foi desenvolvida por Dowson et al. [10] que realizou uma grande investigação experimental em mancais com carregamento contínuo. A pesquisa revelou resultados importantes os quais são citados com frequência nas literaturas consultadas, como por exemplo que a variação da temperatura no rotor é pequena, podendo ser considerado um componente isotérmico. Com os resultados obtidos, Dowson e March [11] realizaram uma simulação numérica em um mancal infinitamente longo e resolveram a equação da energia por diferenças finitas.

Posteriormente, efeitos de turbulência no escoamento e cavitação, Bermudez e Durany [1], Brindley et al. [2]; variação da pressão e temperatura na entrada devido ao suprimento de óleo e ou deformações existentes, Hyun-Cheon e Kim [17]; efeitos de distorção nos sólidos, Fillon et al. [13]; inércia do fluido, Brindley et al. [3], e outros fatores têm sido incluídos na análise termohidrodinâmica de mancais.

Capítulo 2

Equações Fundamentais da Dinâmica dos Fluidos

2.1 Introdução

As equações fundamentais na dinâmica dos fluidos viscosos são as equações da continuidade, da quantidade de movimento e da energia. Estas são conhecidas há mais de um século. Entretanto, mesmo com os modernos computadores hoje disponíveis, estas equações, na sua forma completa, são difíceis de serem resolvidas. Os princípios físicos fundamentais que regem as três equações anteriormente citadas são respectivamente,

1. a massa é conservada;
2. a quantidade de movimento é conservada, $F = ma$ (*segunda lei de Newton*);
3. a energia é conservada (*primeira Lei da Termodinâmica*)

As três variáveis que devem ser obtidas simultaneamente destes três princípios físicos são a velocidade $\vec{u}$, a pressão termodinâmica p e a temperatura T .

O desenvolvimento físico-matemático necessário à obtenção destas equações fundamentais, e consequentemente as discussões realizadas durante

este processo, proporcionam um bom embasamento teórico quanto a transcrição do problema físico para um modelo que represente o escoamento de um fluido. Por isso, no presente capítulo, desenvolvem-se as equações fundamentais que representam o comportamento de um fluido viscoso em movimento. O conhecimento adquirido pelo desenvolvimento destas equações proporcionam uma maior segurança nas análises termohidrodinâmicas em mancais segmentados a serem realizadas em capítulos posteriores.

Primeiramente, obtém-se a equação da continuidade, a seguir as equações da quantidade de movimento ou equações de Navier-Stokes e por último a equação da energia. Seguindo a totalidade dos trabalhos desenvolvidos na área, desenvolver-se-á aqui as equações fundamentais da dinâmica dos fluidos viscosos, considerando-se um elemento infinitesimal de fluido com volume dV e velocidade $\vec{u}$ que se move ao longo das linhas de corrente do escoamento. As equações diferenciais parciais obtidas para um elemento de fluido que se move ao longo do escoamento são chamadas *formas não conservativas* de equações. Na *forma conservativa*, considera-se um elemento de fluido fixo no espaço. Em geral na hidrodinâmica, é irrelevante trabalhar com equações na sua forma conservativa ou não conservativa, já que através de algumas manipulações matemáticas, uma forma pode ser obtida da outra.

2.2 A equação da continuidade

O princípio físico que rege a equação da continuidade é o da conservação da massa. Este princípio pode ser enunciado como se segue: "A quantidade de matéria em uma dada região de um determinado material é constante", ou seja, a derivada da massa em relação ao tempo é nula,

$$\frac{D(\delta m)}{Dt} = 0 \quad (2.1)$$

onde δm é a massa de um elemento de fluido, $\delta m = \rho \delta V$, sendo ρ a sua densidade e δV o seu volume. Reescrevendo a equação (2.1) e aplicando a regra da cadeia, tem-se,

$$\frac{D(\rho \delta V)}{Dt} = \delta V \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{D(\delta V)}{Dt} = 0 \quad (2.2)$$

ou,

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left[\frac{1}{\delta V} \frac{D(\delta V)}{Dt} \right] = 0 \quad (2.3)$$

Sabe-se que a derivada do volume do elemento de fluido em relação ao tempo, por unidade de volume, é igual ao divergente do vetor velocidade, Wendt [35],

$$\text{div } \vec{u} = \frac{1}{\delta V} \frac{D(\delta V)}{Dt} \quad (2.4)$$

onde "div" é o operador divergente¹. Fisicamente a equação (2.4) indica que embora o elemento de fluido possua massa constante com o tempo, seu volume está sofrendo alterações ao longo do tempo.

Assim a equação (2.3) torna-se,

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div } \vec{u} = 0 \quad (2.6)$$

que é a equação da continuidade a ser empregada no desenvolvimento deste trabalho. O primeiro termo da equação (2.6) representa a razão da acumulação de massa em um dado elemento de fluido, enquanto que o segundo termo representa a quantidade de massa que deixa o elemento de fluido, ou seja, há uma conservação da massa pois sua entrada é igual à sua saída.

2.3 Determinação da equação de Navier-Stokes

A equação da quantidade de movimento dos fluidos ou equação de Navier-Stokes é obtida a partir do princípio da conservação da quantidade de movimento linear ou *segunda lei de Newton*, $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Como será visto no decorrer deste tópico, aplicar-se-á o equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal de fluido, obtendo-se as equações de Navier-Stokes em função das

¹O divergente da função velocidade é dado como se segue,

$$\text{div } \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.5)$$

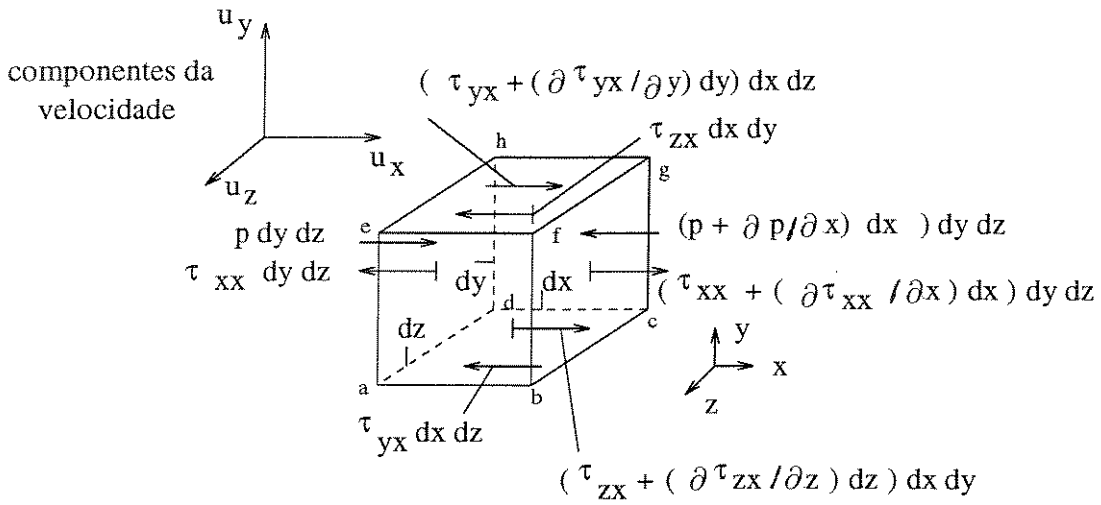


Figura 2.1: Representação das forças atuantes na direção x de um elemento de fluido infinitesimal

tensões atuantes neste elemento. A seguir, considerando-se um fluido Newtoniano, serão obtidos as equações constitutivas que expressam as tensões normais e cisalhantes em função dos gradientes de velocidade. A partir daí, são obtidas as equações de Navier-Stokes em função dos gradientes de velocidade.

2.3.1 Equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal de fluido

As equações da quantidade de movimento dos fluidos são obtidas a partir da segunda lei de Newton aplicada a um elemento infinitesimal de fluido, fig.(2.1), a qual estabelece que a variação da quantidade de movimento linear do elemento é igual à soma de todas as forças atuantes sobre o mesmo. Esta relação é vetorial, podendo ser expressa através de relações escalares sobre os eixos x , y e z . Considerando somente a componente x da segunda lei de Newton,

$$F_x = m a_x \quad (2.7)$$

onde F_x e a_x são as componentes escalares na direção x da força e da aceleração respectivamente.

Existem duas fontes de força que podem atuar sobre um elemento infinitesimal de fluido: *forças de corpo*, que são as que atuam a uma certa distância do elemento de fluido, tais como as forças gravitacionais, elétricas e magnéticas; e *forças de superfície* que atuam diretamente na superfície do elemento e possuem duas fontes: (a) a distribuição da pressão atuando na superfície do elemento de fluido, imposta pelo fluido externo que circunda o mesmo, e (b) as distribuições de tensões normais e cisalhantes atuando na superfície, as quais dependem da razão pela qual o fluido é tensionado.

A força de corpo por unidade de massa é $\vec{f}_c$, sendo f_{cx} sua componente na direção x . O volume do elemento é $dx \, dy \, dz$, assim a força de corpo atuando no elemento de fluido na direção x é,

$$\rho f_{cx} (dx \, dy \, dz) \quad (2.8)$$

As tensões normais e cisalhantes atuantes em um elemento de fluido estão relacionadas com a derivada em relação ao tempo da deformação do elemento. Como resultado, ambas as tensões normais e cisalhantes, dependem dos gradientes de velocidade, como será visto adiante através das equações constitutivas. Na fig.(2.1), observam-se as forças de superfície atuando na direção x em cada face do elemento. A convenção utilizada para a tensão τ_{ij} refere-se a uma tensão atuando na direção j em um plano perpendicular ao eixo i .

Fazendo o somatório das forças de superfície atuando no elemento de fluido na direção x , tem-se,

$$\begin{aligned} f_{sx} = & \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] dydz + \\ & \left[\left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx \right) - \tau_{xx} \right] dydz + \\ & \left[\left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) - \tau_{yx} \right] dx dz + \\ & \left[\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) - \tau_{zx} \right] dx dy \end{aligned} \quad (2.9)$$

A força total na direção x , f_x , é dada pela soma das equações (2.8) e (2.9). Fazendo esta soma e cancelando alguns termos, tem-se,

$$F_x = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz + \rho f_{cx} dx dy dz \quad (2.10)$$

Sabendo que a massa do elemento é fixa e é dada por,

$$m = \rho dx dy dz \quad (2.11)$$

e que a aceleração na direção x do elemento de fluido é igual à derivada substancial da velocidade do elemento na direção x ,

$$a_x = \frac{Du_x}{Dt} \quad (2.12)$$

Utilizou-se na equação (2.12) a derivada substancial já que a análise é realizada em um elemento de fluido que se move ao longo do escoamento (ver Apêndice A). Combinando-se as equações (2.10), (2.11) e (2.12) tem-se,

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_{cx} \quad (2.13)$$

que é a componente na direção x da equação da quantidade de movimento para um escoamento viscoso. Escrevendo-se de forma similar as componentes nas direções y e z tem-se,

$$\rho \frac{Du_y}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_{cy} \quad (2.14)$$

e

$$\rho \frac{Du_z}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_{cz} \quad (2.15)$$

As equações (2.13), (2.14) e (2.15) são conhecidas como as equações da conservação da quantidade de movimento ou equações de Navier-Stokes em homenagem a dois homens - o francês M. Navier e o inglês G. Stokes - que independentemente obtiveram estas equações na primeira metade do século XIX.

Entretanto, para que as equações de Navier-Stokes possam ser tratadas analítica ou numericamente, é necessário relacionar o campo de tensões τ_{ij} com a taxa de deformação das partículas de fluido. Isto é o objeto de estudo do próximo tópico deste trabalho.

2.3.2 Fluidos Newtonianos e não Newtonianos

No final do século XIX, Isaac Newton enunciou que a tensão de cisalhamento verificado no escoamento de um fluido é proporcional à derivada da deformação deste em relação ao tempo, ou seja, é proporcional ao gradiente da velocidade. Os fluidos aonde a tensão de cisalhamento é proporcional ao gradiente da velocidade são chamados fluidos Newtonianos (como por exemplo o óleo lubrificante), e os fluidos onde a tensão de cisalhamento não é proporcional ao gradiente de velocidade são chamados fluidos não-Newtonianos (como por exemplo o creme dental). A lei geral da deformação para um fluido Newtoniano viscoso é dado como se segue, White [36],

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij}\lambda \operatorname{div} \vec{u} \quad (2.16)$$

Na equação (2.16), o primeiro termo deve-se a pressão hidrostática atuante no elemento de fluido, enquanto os demais termos devem-se ao movimento do fluido e são conhecidos como "*deviatoric stress tensor*" ou *desvio do tensor de tensão*, cuja representação matemática é a seguinte,

$$\tau'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij}\lambda \operatorname{div} \vec{u} \quad (2.17)$$

Desenvolvendo a equação (2.16) para $i = j$, sabendo que

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.18)$$

com i e j variando de 1 a 3, sendo 1 o sub-índice relacionado com a direção x , 2 com a direção y e 3 com a direção z , obtém-se as chamadas equações constitutivas as quais expressam as tensões normais e cisalhantes em termos do gradiente de velocidade,

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \tau_{yy} &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{zz} &= -p + \lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
 \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \\
 \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\
 \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido e λ é o coeficiente de viscosidade de bulk. De acordo com a hipótese de Stokes, $\lambda = -(2/3)\mu$, a qual é aceita como uma característica dos fluidos Newtonianos e esta é válida para o trabalho ora em questão.

Substituindo as equações (2.19) nas equações (2.13), (2.14) e (2.15), obtém-se as equações de Navier-Stokes em função do gradiente de velocidade,

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial t} + \nabla (\rho u_x \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \\
 &\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] + \\
 &\quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] + \rho f_{cx} \\
 &\frac{\partial (\rho u_y)}{\partial t} + \nabla (\rho u_y \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \\
 &\frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] + \\
 &\quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right] + \rho f_{cy} \\
 &\frac{\partial (\rho u_z)}{\partial t} + \nabla (\rho u_z \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \\
 &\frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right] + \\
 &\quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \operatorname{div} \vec{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] + \rho f_{cz}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Nas equações anteriores a interpretação dos termos é dada como se segue: $\rho(\partial u_x/\partial t)$, $\rho(\partial u_y/\partial t)$ e $\rho(\partial u_z/\partial t)$ representam as forças de inércia

por unidade de volume de um elemento de fluido infinitesimal, visto que é o produto da densidade pela aceleração; ρf_{cx} , ρf_{cy} e ρf_{cz} representam as forças de corpo por unidade de volume atuando no elemento de fluido; os demais termos referem-se às forças de superfície que atuam no elemento de fluido infinitesimal e dividem-se em duas partes, uma resultante do campo de pressão hidrostático, $\partial p/\partial x$, $\partial p/\partial y$ e $\partial p/\partial z$, e outra devido às deformações provocadas pelo campo de velocidade, todas relacionadas com a variação da viscosidade, $\partial \mu/\partial x$, $\partial \mu/\partial y$ e $\partial \mu/\partial z$.

2.4 A equação da energia e os efeitos da viscosidade variável

Para determinar a transferência de calor entre um corpo sólido e o escoamento de um fluido, deve-se determinar a equação da energia, a qual será obtida usando como modelo um elemento de fluido infinitesimal em movimento.

Nesta seção do presente trabalho, desenvolve-se a equação da energia na sua forma não conservativa, cujo princípio físico fundamental é o de que a energia é conservada no escoamento. O conteúdo deste princípio é a *primeira lei da termodinâmica* que quando aplicada para o elemento de fluido mostrado na fig. (2.1) pode ser enunciada da seguinte forma: "a variação da energia interna no interior do elemento é igual ao fluxo líquido de calor no interior deste, acrescido da variação do trabalho realizado no elemento devido as forças de corpo e de superfície", ou representando na forma de uma equação,

$$A = B + C \quad (2.21)$$

onde A representa a variação da energia interna, B é o fluxo líquido de calor e C é o trabalho realizado no elemento. Passa-se agora a avaliar cada membro da equação (2.21).

Determina-se inicialmente o trabalho realizado no elemento de fluido, ou seja, o termo C da equação (2.21). O trabalho realizado por uma força exercida em um corpo em movimento na unidade de tempo é igual ao produto

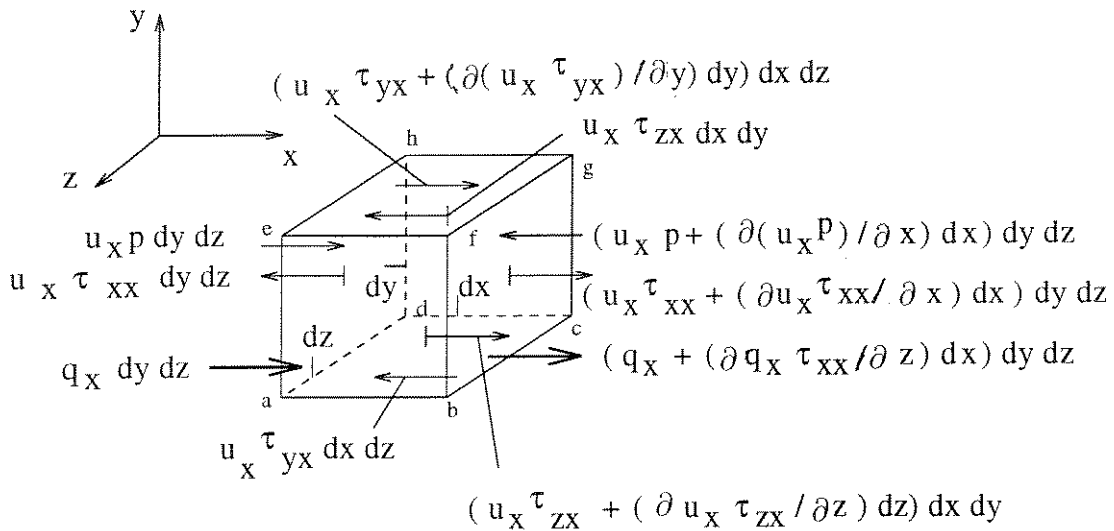


Figura 2.2: Representação dos fluxos de energia na direção x de um elemento infinitesimal de fluido móvel.

da força pela componente da velocidade na direção desta força. Desta forma, o trabalho realizado pela força de corpo que atua no elemento de fluido que se move a uma velocidade $\vec{u}$ é,

$$\rho \vec{f}_c \cdot \vec{u} (dx dy dz) \quad (2.22)$$

As forças de superfície devem-se à pressão e tensões normais e cisalhantes atuantes no elemento de fluido. Analisando a fig. (2.1), observa-se que o trabalho realizado no elemento de fluido devido à pressão e às forças cisalhantes na direção x é simplesmente a multiplicação da componente da velocidade na direção x , u_x , pelas forças, isto é, na face $abcd$ por exemplo, o trabalho realizado por $\tau_{yx} dx dz$ é $u_x \tau_{yx} dx dz$, com expressões similares para as outras faces. Para enfatizar o exposto acima, observa-se a fig. (2.2) onde o trabalho realizado em cada face pelas forças de superfície na direção x é mostrado explicitamente. Para obter o trabalho líquido exercido no elemento de fluido pelas forças de superfície, considera-se inicialmente o trabalho devido à pressão na direção x na face $adhe$ e $bcgf$, fig. (2.2),

$$\left[u_x p - \left(u_x p + \frac{\partial (u_x p)}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = - \frac{\partial (u_x p)}{\partial x} dx dy dz \quad (2.23)$$

Da mesma forma o trabalho líquido realizado na direção x devido as tensões cisalhantes, faces $abcd$ e $efgh$ é,

$$\left[\left(u_x \tau_{yx} + \frac{\partial (u_x \tau_{yx})}{\partial y} dy \right) - u_x \tau_{yx} \right] dx dz = \frac{\partial (u_x \tau_{yx})}{\partial y} dx dy dz \quad (2.24)$$

Considerando todas as forças de superfície atuando na direção x , fig.(2.2), tem-se que o trabalho líquido realizado no elemento de fluido na direção x é,

$$\left[-\frac{\partial (u_x p)}{\partial x} + \frac{\partial (u_x \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u_y \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u_z \tau_{zx})}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (2.25)$$

Obtendo expressões tal qual a equação (2.25) para as direções y e z e somando as forças de superfície atuantes em x , y e z com a força de corpo verificada na equação (2.22), obtém-se o trabalho líquido total realizado no elemento de fluido,

$$\begin{aligned} C = & \left[-\left(\frac{\partial (u_x p)}{\partial x} + \frac{\partial (u_y p)}{\partial y} + \frac{\partial (u_z p)}{\partial z} \right) + \right. \\ & \frac{\partial (u_x \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u_x \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u_x \tau_{zx})}{\partial z} + \\ & \frac{\partial (u_y \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (u_y \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (u_y \tau_{zy})}{\partial z} + \\ & \left. \frac{\partial (u_z \tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (u_z \tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (u_z \tau_{zz})}{\partial z} \right] dx dy dz + \rho \vec{f}_c \cdot \vec{u} dx dy dz \end{aligned} \quad (2.26)$$

ou,

$$C = [-\text{div}(p \vec{u}) + \text{div}(\tau_{ij} \vec{u})] dx dy dz + \rho \vec{f} \cdot \vec{u} dx dy dz \quad (2.27)$$

Passa-se agora à determinação do fluxo líquido de calor no interior do elemento, o termo B da equação (2.21). O fluxo de calor no elemento de fluido deve-se a: (1) fluxo de calor volumétrico devido a emissão ou absorção de radiação, e (2) transferência de calor sobre a superfície devido ao gradiente de temperatura, isto é, condução térmica. Sabendo que a massa do elemento de fluido da fig.(2.2) é $\rho dx dy dz$, tem-se,

$$\{\text{Fluxo de calor volumétrico do elemento}\} = \rho \dot{q} dx dy dz \quad (2.28)$$

Verifica-se a partir da fig.(2.2) que o calor transferido por condução térmica para dentro do elemento de fluido através da superfície $adhe$ é $\dot{q}_x dy dz$, onde $\dot{q}_x$, de acordo com a *lei da condução de Fourier*, é o calor transferido na direção x por unidade de tempo e por unidade de área por condução térmica. O calor transferido para fora do elemento através da superfície $bcbf$ é $[\dot{q}_x + (\partial \dot{q}_x / \partial x) dx] dy dz$. Então o fluxo líquido de calor transferido na direção x para o elemento de fluido por condução térmica é,

$$\left[\dot{q}_x - \left(\dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx dy dz \quad (2.29)$$

Procede-se da mesma forma para obter-se a transferência de calor nas direções y e z através das outras faces do elemento de fluido mostrado na fig.(2.2). Somando-se a equação (2.28) com as equações da transferência de calor nas direções x , y e z através das faces do elemento, obtém-se o calor adicionado ao elemento de fluido,

$$B = \left[\rho \dot{q} - \left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.30)$$

De acordo com a lei de Fourier a transferência de calor por condução térmica é proporcional ao gradiente de temperatura local,

$$\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}; \dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}; \dot{q}_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.31)$$

onde k é a condutibilidade térmica e o sinal negativo indica que o fluxo de calor é positivo na direção do gradiente de temperatura.

Assim a equação (2.30) pode ser escrita como,

$$B = \left[\rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.32)$$

A energia total de um dado material é alterada devido a mudanças na sua energia interna por unidade de massa (como por exemplo uma mudança de fase), e na energia cinética por unidade de massa, $u^2/2$. Somando estes termos, obtém-se a equação que representa a variação total da energia no tempo,

$$A = \rho dx dy dz \frac{D}{Dt} \left[e + \frac{u^2}{2} \right] \quad (2.33)$$

A equação da energia é obtida a partir da substituição das equações (2.32), (2.33) e (2.26) na equação (2.21),

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) = & \rho q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\ & - \frac{\partial (u_x p)}{\partial x} - \frac{\partial (u_y p)}{\partial y} - \frac{\partial (u_z p)}{\partial z} + \\ & \frac{\partial (u_x \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u_x \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u_x \tau_{zx})}{\partial z} + \\ & \frac{\partial (u_y \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (u_y \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (u_y \tau_{zy})}{\partial z} + \\ & \frac{\partial (u_z \tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (u_z \tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (u_z \tau_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f}_c \cdot \vec{u} \quad (2.34) \end{aligned}$$

O lado esquerdo da equação (2.34) envolve a energia total $e + u^2/2$. Entretanto, a equação da energia pode ser escrita somente em função da energia interna e . Multiplicando as equações (2.13), (2.14) e (2.15) por u_x , u_y e u_z respectivamente,

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{u_x^2}{2} \right) &= -u_x \frac{\partial p}{\partial x} + u_x \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + u_x \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + u_x \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho u_x f_{cx} \\ \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{u_y^2}{2} \right) &= -u_y \frac{\partial p}{\partial y} + u_y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + u_y \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + u_y \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho u_y f_{cy} \\ \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{u_z^2}{2} \right) &= -u_z \frac{\partial p}{\partial z} + u_z \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + u_z \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + u_z \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho u_z f_{cz} \quad (2.35) \end{aligned}$$

Adicionando-se as equações (2.35) e sabendo que $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = u^2$, tem-se,

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) &= -u_x \frac{\partial p}{\partial x} - u_y \frac{\partial p}{\partial y} - u_z \frac{\partial p}{\partial z} + u_x \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ &+ u_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + u_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \\ &+ \rho (u_x f_{cx} + u_y f_{cy} + u_z f_{cz}) \quad (2.36) \end{aligned}$$

Substituindo a equação (2.36) em (2.34), tem-se após algumas simplificações,

$$\begin{aligned}
\rho \frac{De}{Dt} = & \rho q' + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\
& -p \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \tau_{xx} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u_x}{\partial z} + \\
& \tau_{xy} \frac{\partial u_y}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial u_y}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial u_z}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial u_z}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.37)
\end{aligned}$$

A equação (2.37) pode ser expressa em função do gradiente de velocidade através das equações constitutivas,

$$\begin{aligned}
\rho \frac{De}{Dt} = & \rho q' + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\
& -p \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] \frac{\partial u_x}{\partial x} \\
& + \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] \frac{\partial u_y}{\partial y} \\
& + \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
& + \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right] \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \\
& + \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right] \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \\
& + \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right] \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad (2.38)
\end{aligned}$$

ou,

$$\begin{aligned}
\rho \frac{De}{Dt} = & \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\
& -p \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \\
& \mu \left[2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (2.39)
\end{aligned}$$

que é a equação da energia na sua forma não-conservativa escrita em função do gradiente de velocidade.

Na equação (2.39), o termo à esquerda representa a taxa de variação da energia interna no escoamento; o primeiro termo à direita representa a quantidade de calor absorvida ou emitida por radiação; os três termos seguintes representam o fluxo de calor conduzido; o termo a seguir representa a taxa de trabalho reversível, podendo este termo ser positivo ou negativo dependendo se há uma expansão ou contração do fluido, sendo que isto indica um modo reversível de troca de energia mecânica em energia térmica; os termos restantes expressam a taxa de trabalho irreversível ou dissipação viscosa.

Deve-se enfatizar que o fluido é Newtoniano e assim o termo de dissipação viscosa que pode ser representado por Φ e é sempre positivo. Isto implica que no escoamento há uma conversão irreversível de formas de energia mecânica em energia térmica. Para um fluido Newtoniano Φ é dado como se segue,

$$\begin{aligned} \Phi = 2 & \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 + \\ & \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Capítulo 3

Aplicação à mancais hidrodinâmicos

3.1 Introdução

Nas últimas décadas, condições severas de operação foram impostas aos mancais, exigindo assim que nos modelos matemáticos desenvolvidos para determinar suas características de operação fossem consideradas variações nas propriedades do fluido para então obter-se dados mais realísticos sobre o desempenho do mancal em operação. E este é um dos propósitos deste capítulo, ou seja, a partir das equações apresentadas no capítulo anterior, será desenvolvido um modelo que represente de forma realística as condições de operação de mancais segmentados.

A equação básica empregada na análise de filmes de óleo lubrificante é a equação de Reynolds, que dado sua resolução pode-se obter o campo de pressão no mancal. Esta equação apresentada por Reynolds no ano de 1886 é obtida a partir de simplificações realizadas na equação de Navies-Stokes previamente apresentada. Após a determinação da equação de Reynolds é obtida a função espessura do filme de óleo, a qual expressa a folga radial entre o rotor e os segmentos. As forças hidrodinâmicas atuantes no sistema rotor-mancal são determinadas na fase seguinte. Estas são obtidas através da integração do campo de pressão sobre a área da superfície do segmento.

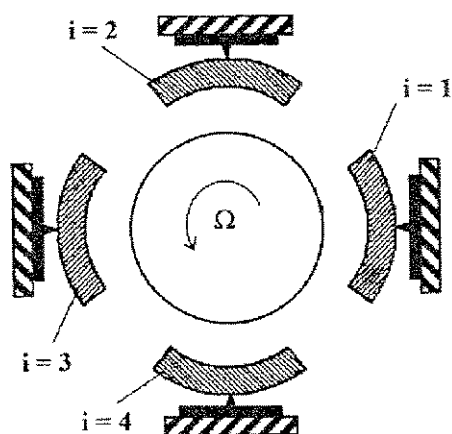


Figura 3.1: Esquema representativo do mancal em estudo

No presente trabalho considera-se a viscosidade do lubrificante variável em função da temperatura. O perfil de temperatura do conjunto rotor-filme-segmento é obtido a partir da resolução simultânea da equação da energia apresentada no capítulo anterior. Neste capítulo será apresentada a equação da energia para o fluido e para os sólidos (rotor e segmento). A equação que expressa a região de contato entre os sólidos e o fluido também será determinada e como veremos esta é obtida através de um balanço da energia nesta região. Por último, obtém-se a equação da viscosidade em função da temperatura, de acordo com o tipo de lubrificante a ser utilizado.

O mancal segmentado em estudo é apresentado de forma esquemática na fig. (3.1). Apresenta-se o rotor que gira a uma dada rotação Ω e os quatro segmentos móveis com pivoteamento central numerados de 1 a 4. Esta numeração será utilizada quando da análise posterior de cada segmento.

As equações apresentadas neste trabalho são desenvolvidas considerando-se 3 sistemas de referência, fig. (3.2), o *sistema inercial* I (X, Y, Z), o *sistema auxiliar* $B'_i (x', y', z')$, implementado em função do ângulo do i -ésimo segmento em relação ao sistema inercial, e o *sistema móvel* $B_i (x, y, z)$, fixo no segmento e rotacionando com a velocidade angular deste. O equacionamento é desenvolvido para o sistema móvel B_i .

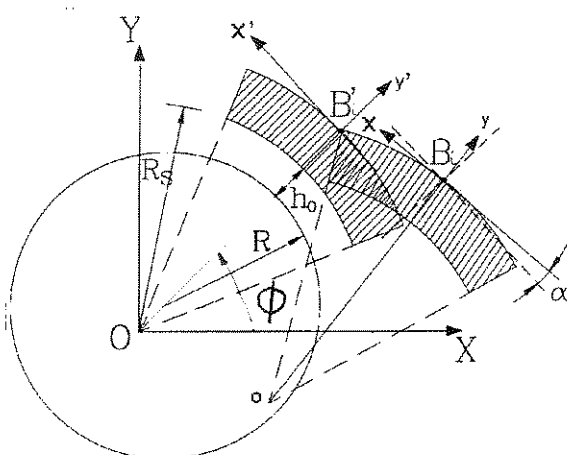


Figura 3.2: Cinemática do sistema rotor-segmento.

3.2 Da equação de Navier-Stokes à equação de Reynolds

A equação de Reynolds, da qual se obtém a distribuição da pressão hidrodinâmica será desenvolvida a partir da equação de Navier-Stokes descrita em um sistema de referência móvel curvilíneo fixado nos segmentos do mancal (*sistema móvel* B_i). Os termos de viscosidade na equação de Reynolds são variáveis em função da temperatura. A densidade do fluido é considerada constante, já que o fluido de trabalho é incompressível.

3.2.1 Simplificações

Desenvolvendo a equação de Navier-Stokes, (2.20), tem-se,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u_x}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + \\ &+ 2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \rho f_{cx} \\ \rho \frac{\partial u_y}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \rho f_{cy} \\
& \quad \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + \\
& +2 \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \rho f_{cz}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

De acordo com Klumpp [19] pode-se realizar algumas simplificações na equação (3.1) até a obtenção da equação de Reynolds. A seguir descreve-se estas simplificações.

1. As forças de inércia são desprezadas. Esta afirmação é válida desde que o fluxo de óleo esteja em regime laminar, ou seja, não há vórtice ou turbulência do filme de óleo em pontos do mancal. Além disto, as forças de inércia do elemento infinitesimal de óleo comparadas com as forças de inércia do fluido existente na folga radial, são intuitivamente desprezíveis.

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial t} = 0, \quad \rho \frac{\partial u_y}{\partial t} = 0, \quad \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0 \tag{3.2}$$

2. Analisando-se a fig.(3.3) percebe-se que a alteração da variação dos termos de velocidade na direção x e z são desprezíveis quando comparados com os termos na direção y , ou seja

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} & \ll \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \\
\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} & \ll \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \\
\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} & \ll \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

3. Devido a espessura do filme de óleo ser muito pequena, da ordem de 10^{-6} [m], tem-se que a pressão e a viscosidade na direção y são constantes,

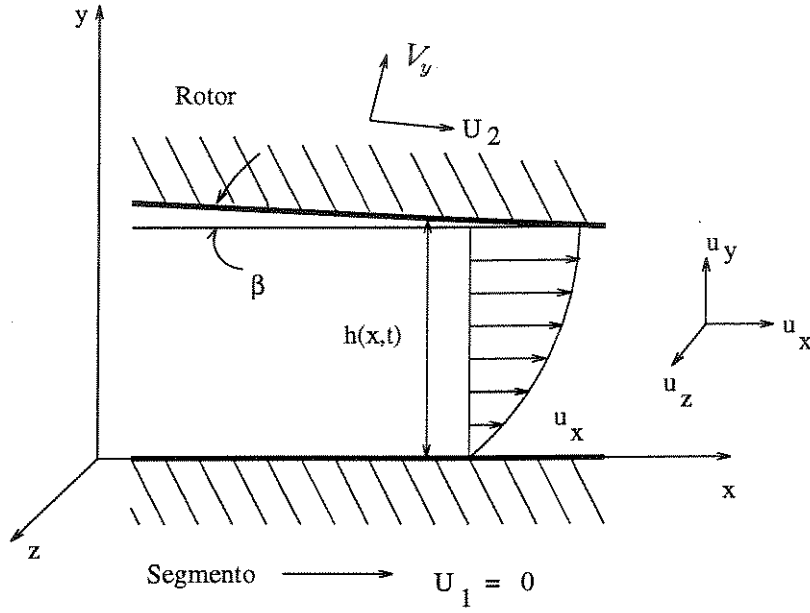


Figura 3.3: Escoamento laminar no segmento

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial \mu}{\partial y} = 0 \quad (3.4)$$

4. A multiplicação dos termos da derivada da viscosidade pelos termos da derivada da velocidade geram valores pequenos, podendo ser desprezados.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) &= 0 & \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) &= 0 & \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

5. A ação da força de corpo no sistema é desprezível,

$$\rho f_{cx} = 0 ; \rho f_{cy} = 0 ; \rho f_{cz} = 0 \quad (3.6)$$

6. O rotor e os segmentos são paralelos e não há cantos entre eles. Isto significa que o raio de curvatura dos sólidos é grande quando comparado

com a espessura do filme de óleo e o ângulo β mostrado na fig. (3.3) é pequeno.

$$\beta = 0 \quad (3.7)$$

No capítulo onde serão apresentados os resultados obtidos, far-se-á uma análise para constatar a veracidade destas hipóteses assinaladas acima.

Aplicando as simplificações consideradas na equação (3.1), tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Integrando duas vezes as equações (3.8) obtém-se os perfis de velocidade nas direções x , y e z . Fazendo a primeira integração tem-se,

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dy &= \int \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} dy \quad \text{ou} \\ \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + c_1 &= \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Na desenvolvimento algébrico da integral acima, considerou-se que a variação da viscosidade na direção y é muito pequena, podendo ser admitida constante, ou seja, dividindo-se a espessura do filme de óleo em um número finito de intervalos, dados de acordo com a malha numérica considerada, tem-se que a diferença a viscosidade entre dois pontos sucessivos é aproximadamente zero. Integrando pela segunda vez,

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dy + \int c_1 dy &= \int \frac{\partial u_x}{\partial y} dy \quad \text{ou} \\ u_x &= \frac{y^2}{2} \frac{\partial p}{\mu \partial x} + c_1 y + c_2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Procedendo-se da mesma forma a fim de obter-se os perfis de velocidade nas direções y e z ,

$$\begin{aligned} u_y &= \frac{y^2}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + c_3 y + c_4 \\ u_z &= \frac{y^2}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} + c_5 y + c_6 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Sabe-se que a viscosidade é função de x , y , z e t e nas integrais acima desenvolvidas, μ foi considerado constante na direção y . Isto se deve à pequena espessura do filme de óleo. No próximo tópico serão determinadas as constantes c_1 a c_6 verificadas nas componentes da velocidade.

3.3 Condições geométricas e de aderência

No presente trabalho, as leis que regem as componentes da velocidade na superfície do rotor e do segmento são igualmente válidas, ou seja, não há deslizamento do fluido nestas superfícies.

Para determinar-se as constantes de integração c_1 a c_6 , utiliza-se o esquema mostrado na fig. (3.3). Determinando as componentes da velocidade para $y = 0$ (superfície do segmento) e $y = h$ (superfície do rotor), tem-se,

-para $y = 0$:

$$u_x = 0; \quad u_y = 0; \quad u_z = 0 \quad (3.12)$$

para $y = h$

$$u_x = U_2 \cos \beta - V_y \sin \beta; \quad u_y = U_2 \sin \beta + V_y \cos \beta; \quad u_z = 0 \quad (3.13)$$

Como foi visto anteriormente o ângulo β é muito pequeno,

$$\cos \beta = 1, \quad \sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta = \frac{\partial h}{\partial x}, \quad V_y \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (3.14)$$

Utilizando as condições geométricas e de aderência a fim de determinar-se as constantes c_1 a c_6 nas componentes da velocidade, tem-se, (fig. (3.4))

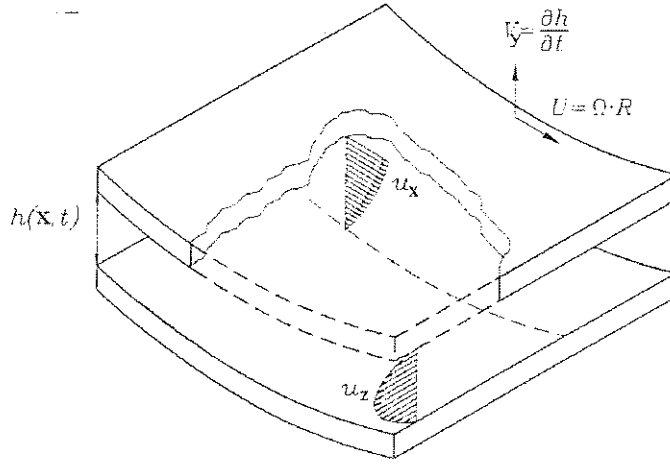


Figura 3.4: Perfis de velocidade na folga radial

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) + \left(\frac{h-y}{h} \right) U_1 + \frac{y}{h} U_2 \\
 u_y &= \frac{y}{h} V_y \\
 u_z &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (y^2 - yh)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Substituindo os termos da equação (3.15) na equação da continuidade (2.6), e sabendo que a densidade do fluido é constante,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - y h) + \left(\frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \right) \right] + \\
 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y}{h} V_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (y^2 - y h) \right] = 0
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

A substituição dos termos da equação (3.15) na equação da continuidade constitui o acoplamento dos termos de velocidade nas direções ortogonais, o que implica na não ruptura do filme de óleo. Integrando a equação (3.16) na direção y no intervalo $[0, h]$, obtém-se,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{2} \right) + \frac{h - \frac{h^2}{2}}{h} U_1 + \frac{h^2}{2h} U_2 \right) +$$

$$V_y + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{2} \right) \right) = 0 \quad (3.17)$$

ou,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + 12 V_y \quad (3.18)$$

que é conhecida como equação de Reynolds. Esta é uma equação diferencial parcial homogênea de segunda ordem para a função $p = p(x, z, t)$, que a partir de sua resolução obtém-se o campo de pressão hidrodinâmica na direção circunferencial (direção x) e axial (direção z). O primeiro termo do lado direito da equação (3.18), $\partial h / \partial x$, deve-se ao movimento de rotação do eixo e o segundo termo, V_y ($V_y = \partial h / \partial t$), deve-se ao movimento de translação ou movimento vibratório do rotor.

3.4 A função espessura do filme de óleo

A espessura do filme de óleo $h(x, t)$ é função da posição do rotor, dos segmentos do mancal e da direção do escoamento x , podendo ser determinada vetorialmente. Baseado em Santos e Russo [28], a espessura do filme de óleo pode ser determinada através de uma equação vetorial expressa em função dos movimentos relativos entre o rotor e os segmentos. A espessura do filme de óleo entre o rotor e o i -ésimo segmento é dado por,

$$h_i \left(\frac{x}{R_s} \right) = R_s - R - \left\{ \sin \left(\frac{x}{R_s} \right) [\Delta \eta_R + \alpha_i * (R_s + \Delta s)] + \cos \left(\frac{x}{R_s} \right) [-\Delta \xi_R - R_s + R + h_0] \right\} \quad (3.19)$$

onde

R_s é o raio de curvatura do segmento,

R é o raio do rotor,

h_0 é a folga radial inicial medida no ponto de apoio do segmento,

$\Delta\xi_R, \Delta\eta_R$ é o movimento do rotor medido na base móvel B_i ,

α_i é o movimento de rotação da i -ésima sapata em torno do seu ponto de apoio.

3.4.1 Derivada da Espessura do Filme de Óleo

De posse da espessura do filme de óleo, equação (3.19), deriva-se a mesma em função da coordenada x (contorno do mancal)

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{R_s} \left(-\cos\left(\frac{x}{R_s}\right) [\Delta\eta_R + \alpha_i * (R_s + \Delta s)] + \sin\left(\frac{x}{R_s}\right) [-\Delta\xi_R - R_s + R + h_0] \right) \quad (3.20)$$

e obtém-se os dois termos, h e $\partial h/\partial x$ para substituir na equação de Reynolds (4.9).

3.5 Cálculo das forças hidrodinâmicas

Uma vez conhecida a distribuição da pressão, passa-se à determinação das forças hidrodinâmicas atuantes entre o rotor e os segmentos. Para isso integra-se a distribuição da pressão sobre a superfície dos segmentos ($i = 1, 2, 3, 4$).

$$\begin{aligned} F_{xi} &= \int_0^{\frac{L_x}{2}} \int_0^{\frac{L_z}{2}} p_i(x, z) * \cos\left(\frac{x}{R_s}\right) dx dz \\ F_{zi} &= \int_0^{\frac{L_x}{2}} \int_0^{\frac{L_z}{2}} p_i(x, z) * \sin\left(\frac{x}{R_s}\right) dx dz \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ressalta-se que F_{xi} e F_{yi} são as componentes das forças hidrodinâmicas representadas na base auxiliar B_i , Santos e Russo [28].

O ponto de equilíbrio do sistema rotor-mancal é determinado em função das forças existentes entre os segmentos e o rotor, e do momento resultante em torno dos apoios dos segmentos, formando assim um sistema com

seis equações, duas referentes à somatória das forças atuantes sobre o rotor e quatro devido ao momento em cada um dos segmentos. Os métodos de integração utilizados na determinação das forças hidrodinâmicas são a *Regra do Trapézio* e a Regra 1/3 de Simpson Repetida, Russo [26].

As forças externas F_X e F_Y , representadas na base inercial (horizontal e vertical), são responsáveis pelo deslocamento do rotor nas direções XeY (horizontal e vertical). Para se obter o equilíbrio estático do rotor faz-se o somatório das forças externas e das forças hidrodinâmicas atuantes nas sapatas.

$$\begin{aligned} F_X - \sum_{i=1}^n F_i (X_R, Y_R, \alpha_i) \cdot \cos \phi_i &= 0 \\ F_Y - \sum_{i=1}^n F_i (X_R, Y_R, \alpha_i) \cdot \sin \phi_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde F_i é a força hidrodinâmica de interação entre o rotor e o i -ésimo segmento, a qual passa pela origem do raio R_s do segmento e pelo ponto deste. Na equação (3.22), ϕ_i é o ângulo entre a linha que une a origem do raio R_s do segmento com o ponto de apoio deste e a direção X do sistema inercial.

Com relação às equações de momento para os segmentos num caso estático, tem-se,

$$F_{\eta i} * (R_s + \Delta s) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, \dots, n) \quad (3.23)$$

onde $F_{\eta i}$ é a componente da força F_i perpendicular à linha que passa pelo ponto O (origem do raio R_s do segmento) e pelo ponto de apoio do segmento e Δs é a espessura do segmento.

O sistema com seis equações é solucionado pelo método de Newton-Raphson. Com isso, obtém-se a descrição do equilíbrio estático do conjunto rotor-segmento.

3.6 Simplificando a equação da energia

O calor gerado no filme de óleo de um mancal hidrodinâmico devido as tensões de cisalhamento atuantes neste fluido, é parcialmente removido pelo

lubrificante, sendo que o restante é conduzido pelos sólidos (rotor e segmento), os quais geralmente estão a diferentes temperaturas. Com a remoção do calor pelo fluido, se for limitada uma região do lubrificante, verifica-se que há um aumento da temperatura entre sua entrada e a saída desta região. Esta variação na temperatura do mancal muitas vezes é desprezada e os cálculos utilizados para se determinar o desempenho deste são realizados de acordo com a teoria isotérmica, ou seja, não há variação na temperatura do fluido e portanto a viscosidade é constante. Entretanto, observa-se que o processo de geração e transferência de calor causa uma variação tridimensional na temperatura e na viscosidade do lubrificante, as quais são determinadas no presente trabalho.

Atualmente, verifica-se um aumento na temperatura de trabalho do lubrificante em mancais devido às severas condições de operação a que estes estão sujeitos. Por isso, torna-se imprescindível considerar a variação tridimensional da viscosidade do lubrificante para que assim possa-se obter com mais precisão os dados de operação do mancal.

Autores como Ettles [12] e Pinkus e Lund [24] obtiveram o desempenho termohidrodinâmico em mancais segmentados, entretanto ambas análises foram realizadas considerando a variação bidimensional da temperatura.

No capítulo anterior foi obtida a equação da energia na sua forma não-conservativa (2.39). O fluido de trabalho é incompressível, ou seja, pode-se simplificar a equação da energia através das seguintes relações,

$$de = c dT ; \text{div } \vec{u} = 0 \quad (3.24)$$

onde c é o calor específico. Considera-se também que não há calor devido a radiação, $\dot{q} = 0$. Baseado nas hipóteses acima e substituindo-as na equação (2.39), chega-se a,

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \Phi \quad (3.25)$$

Decompondo dT/dt da equação anterior em

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (3.26)$$

e substituindo esta decomposição na equação (3.25), admitindo a condutibilidade térmica k constante, obtém-se,

$$\frac{\rho c}{k} \left(u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\mu}{k} \Phi \quad (3.27)$$

que é a equação da energia a ser resolvida numericamente para obter-se a distribuição de temperatura no filme de óleo.

3.7 Equação da condução de calor para os sólidos

Simplificando a equação (3.27), obtém-se a equação que expressa a condução de calor nos sólidos. De acordo com Dong [9] tem-se,

$$\frac{\partial T_i^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T_i^2}{\partial y^2} + \frac{\partial T_i^2}{\partial z^2} = \frac{\rho_i C_{pi}}{k_i} \left(u_{xi} \frac{\partial T_i}{\partial x} + u_{yi} \frac{\partial T_i}{\partial y} + u_{zi} \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) \quad (3.28)$$

sendo que ($i = 1, 2$) corresponde ao segmento e rotor respectivamente. Para o segmento ($i = 1$), $u_{x1} = u_{y1} = u_{z1} = 0$ e para o rotor ($i = 2$), $u_{x2} = U2$; $u_{y2} = V_y$; $u_{z2} = 0$.

3.8 Balanço de energia na interface sólido-fluido

Para determinar a distribuição de temperatura nos contatos sólido-fluido, é necessário resolver de forma apropriada a equação do calor. De acordo com Dong [9], pode-se empregar a seguinte equação para a região de contato,

$$T = T_i \text{ e} \\ -k \frac{\partial T}{\partial y} = -k_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \quad (i = 1, 2) \quad (3.29)$$

ou seja, o fluxo de calor é contínuo e a temperatura do filme é igual à temperatura do sólido.

3.9 A viscosidade em função da temperatura

No presente trabalho, a viscosidade depende apenas da temperatura e esta relação é obtida através do gráfico mostrado na fig. (3.5). Das curvas $T \times \mu$ apresentadas no gráfico, observa-se que para $T = 20^{\circ}\text{C}$ tem-se uma viscosidade $\mu = 108 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2$ e que para $T = 70^{\circ}\text{C}$ tem-se uma viscosidade $\mu = 13 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2$ (considerando o óleo ISO VG 46). Substituindo estes dois pontos na equação $\ln \mu = a \ln T + b$ e resolvendo o sistema para a e b tem-se a seguinte expressão para a viscosidade em função da temperatura,

$$\mu = 17,062 * T^{-1,6899} \quad (3.30)$$

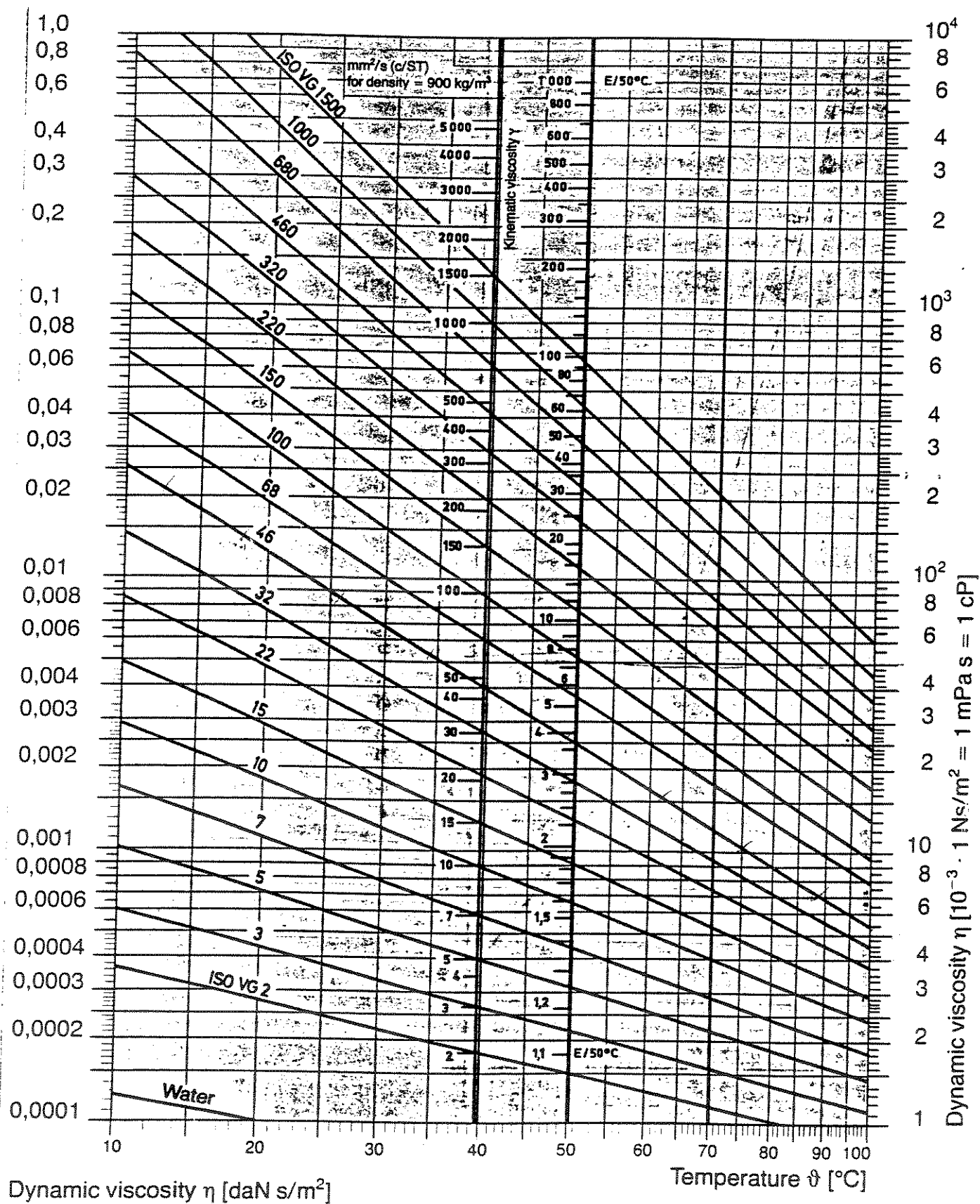


Figura 3.5: Viscosidade em função da temperatura para vários tipos de óleo lubrificante.

Capítulo 4

MDF aplicado ao problema termohidrodinâmico

4.1 Introdução

Neste trabalho resolve-se simultaneamente: a equação de Reynolds com a viscosidade do lubrificante variável e a equação da energia para o fluido e para os sólidos. Estas equações são resolvidas utilizando-se o Método das Diferenças Finitas (MDF), também empregado por Someya [30], Klumpp [19] e outros.

Pelo método das diferenças finitas, um sistema de equações diferenciais parciais é transformado em um sistema de equações algébricas, onde o número de equações depende do refinamento da malha utilizada na análise. O primeiro passo para a obtenção das equações aproximadas é promover a discretização do domínio de interesse, isto é, dividi-lo em células elementares. Exemplificando a aproximação da derivada em um ponto por uma equação algébrica, considera-se a seguinte equação diferencial do problema de condução transiente unidimensional,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_t \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4.1)$$

onde T é a temperatura, t é o tempo e α_t é a difusividade térmica. A tarefa é representar as derivadas espacial e temporal por expressões algébricas. Usando

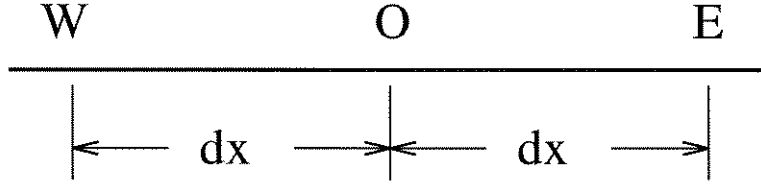


Figura 4.1: Discretização unidimensional

séries de Taylor em torno do ponto O, fig. (4.1), os valores da temperatura em E e W podem ser calculados por

$$\begin{aligned} T_E &= T_O + \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_O \Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_O \frac{\Delta x^2}{2} + \dots + \dots \\ T_W &= T_O - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_O \Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_O \frac{\Delta x^2}{2} - \dots + \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

Destas equações pode-se encontrar as aproximações numéricas das derivadas parciais. Usando as equações (4.2) tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_O &= \frac{T_E - T_O}{\Delta x} + e(\Delta x) \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_O &= \frac{T_O - T_W}{\Delta x} + e(\Delta x) \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_O &= \frac{T_E - T_W}{2 \Delta x} + e\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $e(\Delta x)$ representa o erro de truncamento da ordem de Δx . Na equação (4.3) estão representadas as aproximações por diferenças à jusante, à montante e central respectivamente, para uma derivada de primeira ordem. Somando os fatores da equação (4.2) obtém-se,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_E + T_W - 2 * T_O}{\Delta x^2} + e(\Delta x)^2 \quad (4.4)$$

que é a aproximação numérica para a derivada de segunda ordem. Neste caso, o erro de truncamento é da ordem de $(\Delta x)^2$.

Dos esquemas de diferenças apresentados, à montante, à jusante e central, este último é o que proporciona o menor erro de truncamento, entretanto apresenta problemas de instabilidade numérica. No presente trabalho,

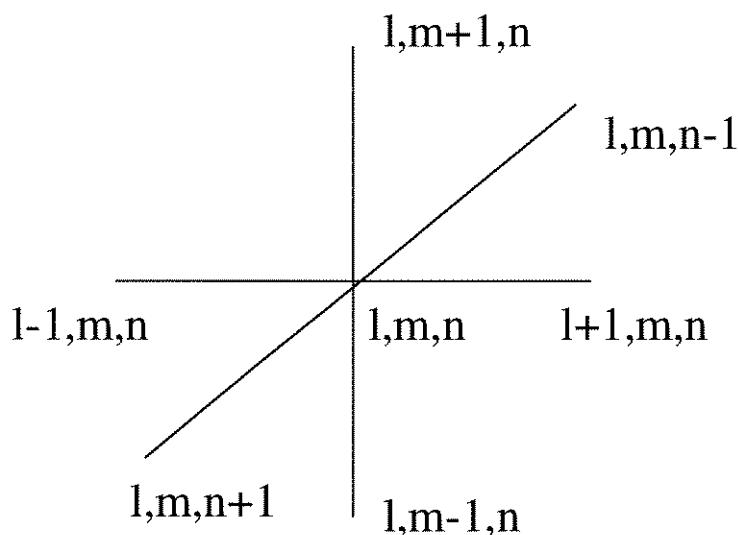


Figura 4.2: Volume elementar tridimensional

utilizou-se o esquema de diferenças central para a equação de Reynolds. Na equação da energia os termos de primeira ordem foram discretizados a montante, enquanto os termos de segunda ordem foram discretizados utilizando o esquema central. Os termos de viscosidade e velocidade foram discretizados utilizando o esquema à montante.

Como já citado anteriormente, considera-se uma distribuição tridimensional da temperatura no conjunto rotor-filme-segmento. Sendo assim é utilizada uma célula elementar em três dimensões, fig.(4.2) na discretização da equação da energia. Para realizar a análise termohidrodinâmica, considera-se uma malha tridimensional baseada na fig.(4.3). Nesta figura, verifica-se o segmento (sólido 1) na parte inferior, o rotor (sólido 2) na parte superior e o filme de óleo lubrificante entre estes. A geometria das partes sólidas é fixa, ou seja, não foi considerado possíveis distorções elásticas nestes.

O modelo utilizado considera a resolução das equações de Reynolds e da energia de forma iterativa para cada segmento, sendo que as características termohidrodinâmicas do segmento posterior dependem do segmento anterior. Este modelo, também chamado *método da superposição*, Ettles [12], é bem preciso, embora complexo.

Neste capítulo, serão analisadas as equações discretizadas do pro-

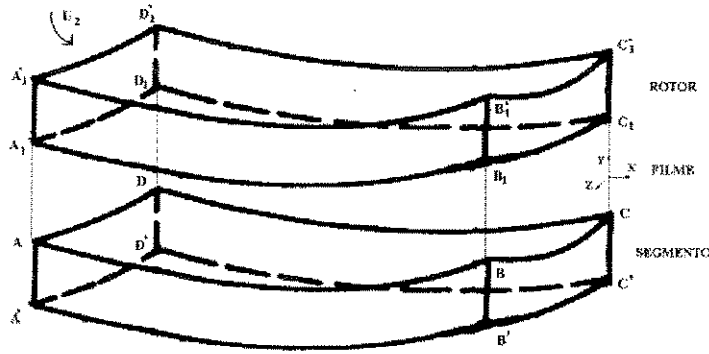


Figura 4.3: Esquema representativo do domínio do problema

blema em questão, bem como as condições de contorno empregadas para solucioná-las numericamente. A determinação da temperatura de mistura na entrada do segmento bem como a sequência numérica do programa computacional também serão abordadas.

4.2 A equação de Reynolds discretizada

Discretizando-se a equação de Reynolds (3.18) através do esquema de diferenças central tem-se,

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{3 h_{m,n}^2}{\mu_{m,n}} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{m,n} \frac{p_{m+1,n} - p_{m-1,n}}{2 \Delta x} - \frac{h_{m,n}^3}{\mu_{m,n}^2} \frac{\partial \mu}{\partial x} \Big|_{m,n} \frac{p_{m+1,n} - p_{m-1,n}}{2 \Delta x} + \\
 & \frac{h_{m,n}^3}{\mu_{m,n}} \frac{p_{m+1,n} - 2 p_{m,n} + p_{m-1,n}}{\Delta x^2} + \rho \frac{3 h_{m,n}^2}{\mu_{m,n}} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{m,n} \frac{p_{m,n+1} - p_{m,n-1}}{2 \Delta z} - \\
 & \frac{h_{m,n}^3}{\mu_{m,n}^2} \frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_{m,n} \frac{p_{m,n+1} - p_{m,n-1}}{2 \Delta z} + \frac{h_{m,n}^3}{\mu_{m,n}} \frac{p_{m,n+1} - 2 p_{m,n} + p_{m,n-1}}{\Delta z^2} = \\
 & = 6 U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{m,n} + 12 \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

ou,

$$\left[-\frac{2 \rho h_{m,n}^3}{\mu_{m,n} \Delta x^2} - \frac{2 \rho h_{m,n}^2}{\mu_{m,n} \Delta z^2} \right] p_{m,n} +$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{3 \rho h_{m,n}^2}{2 \mu_{m,n} \Delta x} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{m,n} - \frac{\rho h_{m,n}^3}{2 \mu_{m,n}^2 \Delta x} \frac{\partial \mu}{\partial x} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{\mu_{m,n} \Delta x^2} \right] p_{m+1,n} + \\
& \left[\frac{-3 \rho h_{m,n}^2}{2 \mu_{m,n} \Delta x} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{2 \mu_{m,n}^2 \Delta x} \frac{\partial \mu}{\partial x} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{\mu_{m,n} \Delta x^2} \right] p_{m-1,n} + \\
& \left[\frac{3 \rho h_{m,n}^2}{2 \mu_{m,n} \Delta z} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{m,n} - \frac{\rho h_{m,n}^3}{2 \mu_{m,n}^2 \Delta z} \frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{\mu_{m,n} \Delta z^2} \right] p_{m,n+1} + \\
& \left[\frac{-3 \rho h_{m,n}^2}{2 \mu_{m,n} \Delta z} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{2 \mu_{m,n}^2 \Delta z} \frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_{m,n} + \frac{\rho h_{m,n}^3}{\mu_{m,n} \Delta z^2} \right] p_{m,n-1} = \\
& = 6U_2 \rho \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{m,n} + 12\rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

Na equação acima, $U_2 = \Omega R$ é a velocidade superficial do rotor, Δx e Δz correspondem ao comprimento do segmento na direção x ou z dividido pelo número de incrementos do domínio, h e $\partial h / \partial x$ são dados pelas equações (3.19) e (3.20) respectivamente, o termo $\partial h / \partial z$ é nulo pois não há variação da espessura do filme de óleo na direção axial, μ , $\partial \mu / \partial x$ e $\partial \mu / \partial z$ são dados pela equação (3.30). Desta forma as únicas incógnitas do problema são as pressões $p_{m,n}$, $p_{m+1,n}$, $p_{m-1,n}$, $p_{m,n+1}$ e $p_{m,n-1}$.

O procedimento para a resolução numérica da equação (4.6) é o seguinte: monta-se a matriz A_p dos coeficientes, composta pelos termos do lado esquerdo da equação e após monta-se o vetor b_p composto pelos termos do lado direito. A seguir resolve-se o sistema,

$$[A_p]_{m,n \times m,n} \{p\}_{m,n \times 1} = \{b_p\}_{m,n \times 1} \quad (4.7)$$

onde,

$$\{p\}^T = \{p_1, p_2, \dots, p_{m,n}\} \quad (4.8)$$

é um vetor de ordem $m \times n$ contendo os valores das pressões nos pontos discretizados. Os valores de p são obtidos resolvendo-se o sistema de equações lineares (4.7) através do *método de Gauss-Seidel*, Vatterling *et al* [33]. Este método é de lenta convergência, entretanto é de fácil implementação. No presente trabalho o tempo necessário à resolução do sistema linear é satisfatório, dado a utilização dos recursos computacionais de alto desempenho proporcionado pelo CENAPAD-SP.

4.2.1 Condições de contorno para a pressão no filme de óleo

Não há solução analítica para a equação de Reynolds quando considera-se um mancal com dimensões finitas. Há apenas dois casos onde é possível resolver-se a equação de Reynolds analiticamente. Uma é no caso de se considerar o mancal infinitamente curto, ou seja, a variação da pressão na direção circunferencial é desprezível quando comparada com a axial, $(\partial p / \partial x) = 0$. A outra possibilidade é o mancal infinitamente longo $(\partial p / \partial z) = 0$. Portanto para o nosso problema a solução se dará numericamente através do método das Diferenças Finitas, como é proposto por Someya [30]. Mas antes de se obter a solução da equação, é necessário conhecer a pressão do filme de óleo nas extremidades do mancal. Tomando-se como exemplo um mancal circular, verifica-se na literatura as condições de contorno que são mais utilizadas, fig.(4.4), para solucionar-se a equação de Reynolds.

Para a direção axial do mancal, a pressão verificada é igual à pressão atmosférica:

$$p\left(x, \pm \frac{L_z}{2}\right) = 0 \quad (4.9)$$

Para a direção circunferencial, há na literatura três casos possíveis para as condições de contorno. Sommerfeld propõe uma condição de acordo com a fig.(4.4) onde verifica-se uma pressão negativa da mesma ordem da positiva na região $\pi R < x < 2\pi R$, a qual é matematicamente possível mas fisicamente irreal devido à ruptura do filme de óleo. A condição de contorno de Sommerfeld é raramente utilizada, com excessão feita para o caso em que o mancal é submetido a alta pressão, Someya [30].

Gümbel sugeriu correções para o proposto por Sommerfeld, substituindo a pressão negativa pela pressão atmosférica fig.(4.4). Outra condição de contorno existente é a proposta por Reynolds, fig.(4.4). Neste trabalho optou-se pela utilização da condição de contorno de Gümbel dado sua simplicidade.

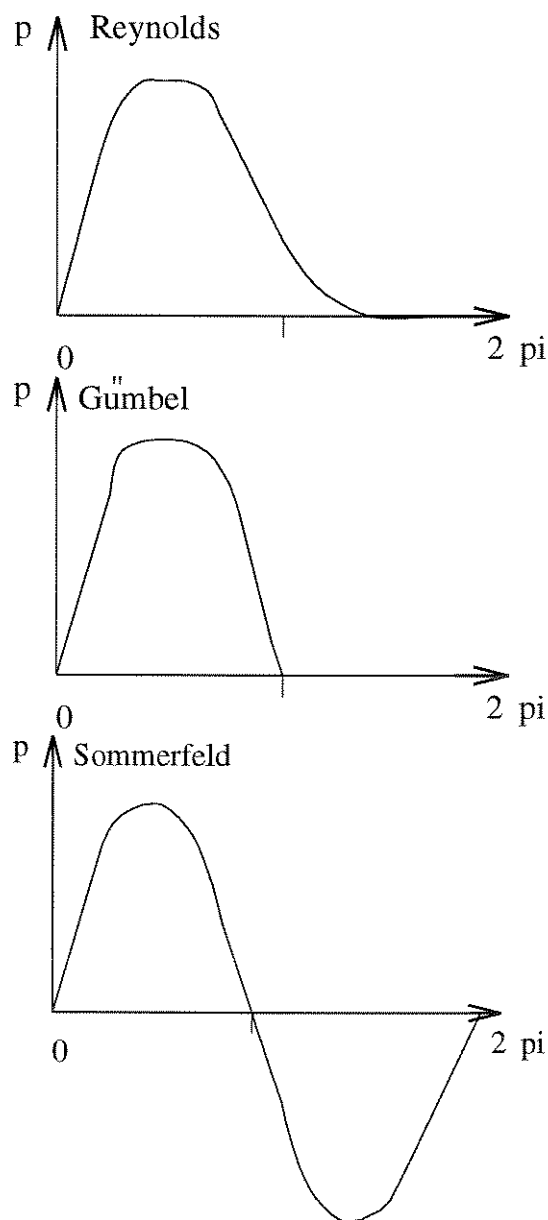


Figura 4.4: Condições de contorno para um mancal circular: Sommerfeld, Gumbel e Reynolds.

Assim,

$$\begin{aligned} p(x = x_i, z) &= 0 && \text{(início do segmento)} \\ p(x = x_f, z) &= 0 && \text{(fim do segmento)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.3 A equação da energia discretizada

Na equação da energia (3.27), os termos de primeira ordem são discretizados à montante, enquanto os termos de segunda ordem são discretizados de acordo com a equação (4.3). Esta forma de discretização da equação da energia proporciona a obtenção de resultados com maior estabilidade numérica. Neste tópico é apresentada a equação da energia discretizada, sendo que os termos da função dissipação Φ serão descritos posteriormente. Da equação (3.27) tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{\rho c}{k} \left(u_x \frac{T_{l,m,n} - T_{l-1,m,n}}{\Delta x} + u_y \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m-1,n}}{\Delta y} + u_z \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m,n-1}}{\Delta z} \right) = \\ \frac{T_{l+1,m,n} - 2 T_{l,m,n} + T_{l-1,m,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{l,m+1,n} - 2 T_{l,m,n} + T_{l,m-1,n}}{\Delta y^2} + \\ \frac{T_{l,m,n+1} - 2 T_{l,m,n} + T_{l,m,n-1}}{\Delta z^2} + \frac{\mu}{k} \Phi \end{aligned} \quad (4.11)$$

ou,

$$\begin{aligned} \left[\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} + \frac{2}{\Delta z^2} + \frac{\rho c}{k} \left(\frac{u_x}{\Delta x} + \frac{u_y}{\Delta y} + \frac{u_z}{\Delta z} \right) \right] T_{l,m,n} + \\ \left[\frac{-\rho c u_x}{k \Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{l-1,m,n} + \left[\frac{-1}{\Delta x^2} \right] T_{l+1,m,n} + \\ \left[\frac{-\rho c u_y}{k \Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2} \right] T_{l,m-1,n} + \left[\frac{-1}{\Delta y^2} \right] T_{l,m+1,n} + \\ \left[\frac{-\rho c u_z}{k \Delta y} - \frac{1}{\Delta z^2} \right] T_{l,m,n-1} + \left[\frac{-1}{\Delta z^2} \right] T_{l,m,n+1} = \frac{\mu}{k} \Phi \end{aligned} \quad (4.12)$$

Esta equação discretizada é válida tanto para o fluido como para os sólidos, bastando apenas ajustar as propriedades destes e sabendo que $\Phi = 0$ para os sólidos.

O procedimento para a resolução numérica da equação (4.12) é o seguinte: monta-se a matriz A_T dos coeficientes, composta pelos termos do lado esquerdo da equação e a seguir monta-se o vetor b_T composto pelos termos do lado direito. Após resolve-se o sistema

$$[A_T]_{j \times j} \{T\}_{j \times 1} = \{b_T\}_{j \times 1} \quad (4.13)$$

onde,

$$\{T\}^T = \{T_1, T_2, \dots, T_{j,j}\} \quad (4.14)$$

é o vetor que contém os valores da temperatura nos pontos discretizados. A resolução do sistema de equações (4.13) se dá através de um pacote de rotinas chamado LAPACK (Linear Algebra Package) instalado no ambiente CENAPAD-SP. A utilização dos recursos do CENAPAD objetiva acelerar o tempo de processamento do programa.

4.3.1 Condições de contorno para a equação da energia

Analisando a fig. (4.3), pode-se perceber melhor as condições de contorno empregadas na resolução da equação da energia para os sólidos e para o fluido de forma simultânea. As superfícies ABA'B', ADA'D', BCB'C', CDC'D', A'B'C'D', A1B1A1'B1', A1D1A1'D1', B1C1B1'C1', C1D1C1'D1' e A1'B1'C1'D1' foram consideradas isoladas, ou seja, aplicou-se uma condição de contorno adiabática para estas superfícies. De acordo com Hollman [16], a representação matemática desta condição de contorno é,

$$-k A \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \quad -k A \frac{\partial T}{\partial y} = 0 ; \quad -k A \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (4.15)$$

Exemplifica-se abaixo a discretização do ponto localizado no vértice A1', fig. (4.5),

$$\begin{aligned} -k_2 \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{T_{l,m,n} - T_{l+1,m,n}}{\Delta x} - k_2 \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m-1,n}}{\Delta y} - \\ k_2 \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m,n-1}}{\Delta z} = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

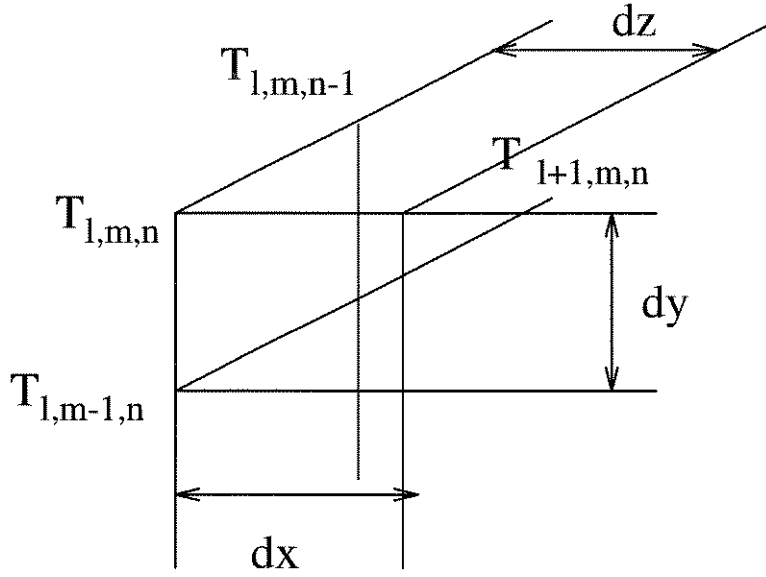


Figura 4.5: Representação de um ponto do domínio

ou,

$$\left[\frac{-k_2}{4} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{\Delta z}{\Delta y} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \frac{\Delta z}{\Delta z} + \frac{\Delta x}{\Delta z} \frac{\Delta y}{\Delta z} \right) \right] T_{l,m,n} + \left[\frac{k_2}{4} \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{\Delta z}{\Delta z} \right] T_{l+1,m,n} + \left[\frac{k_2}{4} \frac{\Delta x}{\Delta y} \frac{\Delta z}{\Delta y} \right] T_{l,m-1,n} + \left[\frac{k_2}{4} \frac{\Delta x}{\Delta z} \frac{\Delta y}{\Delta z} \right] T_{l,m,n-1} = 0 \quad (4.17)$$

Na interface sólido-fluido, faces ABCD e A1B1C1D1, fig.(4.3), aplica-se a equação (3.29). Observando a fig. (4.6), pode-se discretizar a equação a ser empregada nas superfícies de contato rotor-fluido,

$$-k \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m-1,n}}{\Delta y} = -k_2 \frac{T_{l,m+1,n} - T_{l,m,n}}{\Delta y} \quad (4.18)$$

ou,

$$\left[\frac{-k - k_2}{\Delta y} \right] T_{l,m,n} + \left[\frac{k}{\Delta y} \right] T_{l,m-1,n} + \left[\frac{k_2}{\Delta y} \right] T_{l,m+1,n} = 0 \quad (4.19)$$

e para a superfície de contato fluido-segmento tem-se,

$$-k \frac{T_{l,m+1,n} - T_{l,m,n}}{\Delta y} = -k_1 \frac{T_{l,m,n} - T_{l,m-1,n}}{\Delta y} \quad (4.20)$$

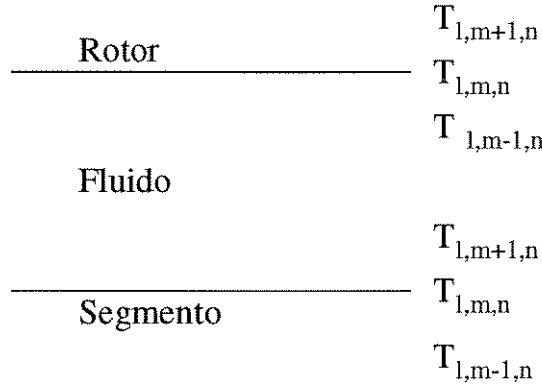


Figura 4.6: Contato sólido-fluido

ou,

$$\left[\frac{k + k_1}{\Delta y} \right] T_{l,m,n} + \left[\frac{-k_1}{\Delta y} \right] T_{l,m-1,n} + \left[\frac{-k}{\Delta y} \right] T_{l,m+1,n} = 0 \quad (4.21)$$

Para os pontos internos aos sólidos aplica-se a equação (4.12) sendo que Φ e a velocidade do segmento são nulos. Nas faces ABA1B1, CDC1D1 e BCB1C1 considera-se que a temperatura do ponto posterior é igual à temperatura do ponto anterior, ou seja,

$$T_{i+1} = T_{i-1} \quad (4.22)$$

Já na face de entrada do fluido, face ADA1D1, a temperatura é considerada conhecida e igual a T_{mis} ou temperatura de mistura.

4.3.2 Determinação da temperatura de mistura

De acordo com Ettles [12], há duas formas para se determinar a temperatura do óleo lubrificante na entrada do segmento. Uma é aplicando a *teoria do transporte do óleo aquecido*, a qual apresenta falhas quando os resultados obtidos são comparados com dados experimentais. Outra é a *teoria da temperatura de mistura*, a qual possui boa concordância com valores experimentais. Baseado em Ettles [12], um balanço de energia na entrada do fluido no segmento conduz à seguinte expressão,

$$T_{mis} = T_{ant} * Q_r + T_s * (1 - Q_r) \quad (4.23)$$

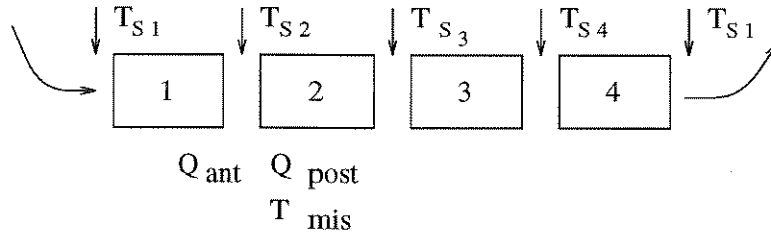


Figura 4.7: Representação da vazão, temperatura de mistura e temperatura de suprimento

onde T_{mis} é a temperatura de mistura ou temperatura de entrada no segmento posterior, T_{ant} é a temperatura do fluido na saída do segmento anterior, T_s é a temperatura de suprimento de óleo no sistema e Q_r é a relação entre a vazão na saída do segmento anterior e na entrada do segmento posterior, $Q_r = Q_{ant}/Q_{post}$. Desta forma, determina-se a temperatura de mistura, sendo que o procedimento apresentado é válido para o conjunto de segmentos. Exemplificando, observa-se a fig. (4.7). Para determinar-se a temperatura na entrada do segmento 2, calcula-se a vazão na saída do segmento 1, Q_{ant} , e a vazão na entrada do segmento 2, Q_{post} . A partir daí obtém-se Q_r . Com isto determina-se a temperatura na entrada do segmento 2 através da equação (4.23).

A determinação da vazão do lubrificante na entrada ou na saída do segmento dá-se através da integração da velocidade na área, ou seja,

$$Q = \int \int u_x dy dz \quad (4.24)$$

onde u_x é a velocidade média do fluido na face de entrada ou de saída do segmento.

4.4 Discretização dos termos de velocidade e viscosidade

Seguindo a totalidade da literatura consultada, discretiza-se os termos de velocidade e viscosidade através do esquema de diferenças à montante. Isto

se deve à boa estabilidade numérica proporcionada por este esquema. Mostra-se a seguir as componentes da velocidade nas direções x , y e z discretizadas,

$$\begin{aligned} u_x|_{l,m,n} &= \frac{1}{2\mu_{l,m,n}} \frac{p_{l,m,n} - p_{l-1,m,n}}{\Delta x} + \frac{y_{l,m,n}}{h_{l,m,n}} U_2 \\ u_y|_{l,m,n} &= \frac{y_{l,m,n}}{h_{l,m,n}} V_y \\ u_z|_{l,m,n} &= \frac{1}{2\mu_{l,m,n}} \frac{p_{l,m,n} - p_{l-1,m,n}}{\Delta z} \end{aligned} \quad (4.25)$$

A equação da viscosidade discretizada é mostrada a seguir,

$$\mu|_{l,m,n} = 17,062 T_{l,m,n}^{1,6899} \quad (4.26)$$

As derivadas da velocidade ou da viscosidade são obtidas a partir da discretização direta destas funções. Tomando como exemplo $\partial u_x / \partial x$ e $\partial \mu / \partial x$, tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x}|_{l,m,n} &= \frac{u_x|_{l,m,n} - u_x|_{l-1,m,n}}{\Delta x} \\ \frac{\partial \mu}{\partial x}|_{l,m,n} &= \frac{\mu|_{l,m,n} - \mu|_{l-1,m,n}}{\Delta x} \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.5 Procedimento computacional

A linguagem de programação "C" é utilizada para o desenvolvimento do programa computacional. O conjunto rotor-filme-segmento é dividido em $12 \times 12 \times 12$ elementos (é possível refinar-se a malha), sendo que o tempo médio de execução do programa é 1 hora, utilizando os recursos computacionais do CENAPAD.

No início do programa são lidos os dados de entrada relativos à geometria, às características termodinâmicas e às de operação. Esses dados iniciais são listados abaixo:

- posição inicial do rotor e dos segmentos;

- espessura inicial do filme de óleo;
- raio do rotor;
- raio de curvatura do segmento;
- comprimento dos segmentos nas direções x e z ;
- espessura do segmento;
- número de pontos da malha nas direções x , y e z ;
- densidade do fluido e dos sólidos;
- calor específico do fluido e dos sólidos;
- condutibilidade térmica do fluido e dos sólidos;
- força externa aplicada nas direções x e y ;
- rotação do rotor.

Tabelas mostrando os valores correspondentes aos dados de entrada acima serão apresentadas no capítulo posterior.

O procedimento computacional se dá de acordo com a fig. (4.8). Assumindo um campo de temperatura constante no sistema, caso isotérmico, passa-se à determinação do ponto de equilíbrio do sistema rotor-mancal. Para isso, resolve-se a equação de Reynolds por diferenças finitas, a qual determina o campo de pressão hidrodinâmica atuante, e a partir da integração dessa pressão na área da superfície do segmento, encontra-se as forças hidrodinâmicas. Para esta integração numérica emprega-se o *método de Simpson*. Calculada as forças e momentos em cada direção, resolve-se o sistema composto de 6 equações, sendo 2 devido a força e 4 devido o momento em cada segmento. A resolução do sistema de equações se dá através do *método de Newton-Raphson*. O processo iterativo para determinação do ponto de equilíbrio é interrompido quando o deslocamento do rotor nas direções X e Y atingirem um erro menor que 10^{-7} [m] e a rotação dos segmentos atingirem um erro menor que 10^{-5} radianos.

A sequência seguinte do programa computacional consiste na inclusão da teoria termohidrodinâmica, ou seja, o estudo das características do mancal considerando a variação da temperatura do sistema. Inicialmente, determina-se o campo de velocidade do fluido, u_x , u_y e u_z , juntamente com as suas derivadas que serão utilizadas na determinação da função de dissipação Φ da equação da energia. A vazão na entrada e na saída do segmento é calculada como o somatório da velocidade na entrada ou na saída dividido pelo número de pontos existentes nestas faces, ou seja, a vazão é dada pela velocidade média na face multiplicada pela área $dy dz$. A seguir, resolve-se a equação da energia para o fluido e a equação da condução de calor para os sólidos de forma simultânea, obtendo assim a distribuição da temperatura no sistema. Conhecido o campo de temperatura, determina-se o campo de viscosidade no sistema e também suas derivadas, as quais serão utilizadas na equação de Reynolds. Esta sequência é repetida até que se alcance o regime permanente que se dá quando a diferença entre a temperatura em um ponto entre duas passagens consecutivas é menor que 10^{-4} . No trabalho desenvolvido isto é alcançado após 4 iterações. Estando o regime permanente, passa-se à determinação do ponto de equilíbrio do sistema, cuja sequência para sua obtenção já foi vista anteriormente. Tendo determinado o ponto de equilíbrio, verifica-se se o regime está permanente através da observação do campo de temperatura existente na determinação do ponto de equilíbrio anterior e o campo de temperatura existente para a determinação do ponto de equilíbrio atual. Se foi alcançado o regime permanente, está terminado o programa, caso contrário retorna-se à determinação do campo de velocidade e prossegue-se como já exposto anteriormente. O regime permanente entre a obtenção de dois pontos de equilíbrio consecutivos é obtido após 5 iterações.

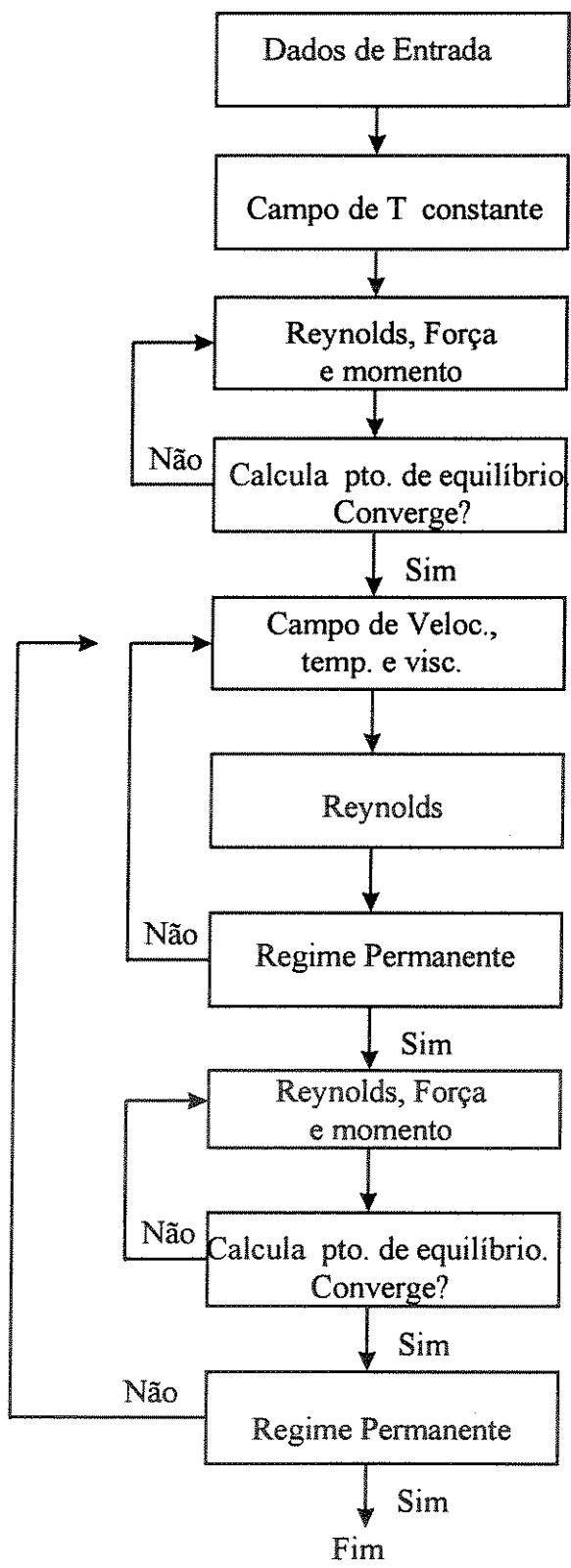


Figura 4.8: Sequência do programa computacional

Capítulo 5

Resultados teóricos

5.1 Introdução

Neste capítulo, encontram-se os principais resultados teóricos obtidos. Desenvolveu-se um número considerável de situações para simulação, as quais objetivam mostrar principalmente o comportamento da pressão e da temperatura do filme de óleo em função dos carregamentos e rotações aplicadas ao rotor. As análises são efetuadas após o regime permanente ser alcançado, ou seja, após atingir-se o equilíbrio térmico. Utilizam-se unidades do sistema internacional SI para apresentação dos resultados.

Em relação à rotação e carregamento, as condições de teste empregadas foram as seguintes:

1. Rotação do rotor variando de 30 a 90 Hz (1800 a 5400 rpm);
2. Carregamento externo aplicado na direção y variando de 0 a 400 N.

Enfatiza-se que a aplicação da carga se dá sempre na direção y (sentido negativo do eixo y - ver fig.(5.1)).

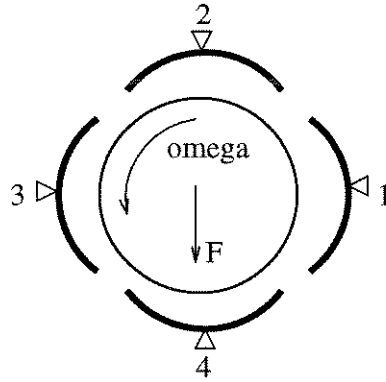


Figura 5.1: Representação da força atuando no sistema

No presente trabalho também se faz uma avaliação do comportamento do campo de pressão e de temperatura em função do fator de carga f_p . Este fator de carga significa o quanto pode-se abrir ou fechar o raio de curvatura do segmento, dado que $R_s = R + h_0 + f_p$. Simula-se aqui um fator de carga igual a 30 e 50 micra.

Os dados relativos à geometria do sistema e suas características termodinâmicas que são utilizados como valores de entrada do programa computacional, são apresentados nas tabelas (5.1) e (5.2). Os índices 1 e 2 referem-se ao segmento e ao rotor respectivamente.

No desenvolvimento deste capítulo serão analisados inicialmente o comportamento do campo de pressão hidrodinâmica e do campo de temperatura considerando-se variações no carregamento e na rotação do rotor. Verifica-se também as alterações da pressão e da temperatura devido ao fator de carga imposto. Faz-se uma análise dos valores da pressão obtidos para uma dada carga e rotação considerando-se o caso isotérmico (ISO) e termohidrodinâmico (THD). Mostra-se uma tabela contendo os valores da pressão em um dado ponto, para cada caso, ISO e THD, e o erro verificado entre estes. As variações das velocidades nas direções x e z também são mostradas considerando-se alterações na carga e na rotação do rotor.

Nas análises, os segmentos serão sempre numerados de 1 a 4 de acordo com a fig. (5.1).

Número total de segmentos(N)	4
Largura do segmento na direção x (L_x)	0,0529 [m]
Largura do segmento na direção z (L_z)	0,056 [m]
Ângulo de abrangência dos segmentos (α_0)	60[°]
Fator de carga f_p	50×10^{-6} [m]
Raio do rotor	0,04937 [m]
Folga radial do mancal (h_0)	110×10^{-6} [m]
Raio de curvatura dos segmentos(R_s)	0,04953 [m]
Espessura dos segmentos (Δs)	0,0175 [m]
Posicionamento dos segmentos (ϕ)	0, 90, 180, 270[°]
Número de pontos na direção x	12
Número de pontos na direção y	12
Número de pontos na direção z	12

Tabela 5.1: Parâmetros geométricos do conjunto rotor-mancal

5.2 Campo de pressão hidrodinâmica

A inclusão dos efeitos da variação da viscosidade na equação de Reynolds é de fundamental importância para uma perfeita determinação das características de operação de mancais segmentados.

Na fig.(5.2), verifica-se o comportamento da pressão atuante nos 4 segmentos. Verifica-se que a pressão hidrodinâmica é maior no segmento 4, no sentido da aplicação da força e é menor no segmento 2, no sentido contrário à força aplicada. Isto se dá devido a menor folga radial verificada no segmento 4, o que faz gerar um maior campo de pressão neste. Os valores da pressão nos segmentos 1 e 3 praticamente coincidem, sendo que esta é maior no segmento 1 devido ao sentido da rotação do rotor.

O aumento do carregamento no rotor causa um acréscimo na pressão hidrodinâmica. Na fig. (5.3) verifica-se que a pressão praticamente não muda nos segmentos 1 e 3 que estão contrários à direção da força aplicada. No segmento 4, que está localizado no sentido da força aplicada, verifica-se, como era de se esperar, que quanto maior a carga aplicada, maior é a pressão hidrodinâmica no segmento. Isto se dá devido a diminuição que é verificada na espessura do filme quando a força aumenta. Já no segmento 2, localizado no

Calor específico do lubrificante (c)	1849,30 [J/kg °C]
Calor específico dos sólidos (c_i $i = 1, 2$)	464,424 [J/kg °C]
Densidade do fluido (ρ)	871 [kg/ m ³]
Densidade dos sólidos ρ_i $i = 1, 2$	7840 [kg/ m ³]
Condutibilidade térmica do fluido (k)	0,14 [J/s m °C]
Condutibilidade térmica dos sólidos (k_i $i = 1, 2$)	53,57 [J/s m °C]
Temperatura inicial (T_0)	25 [° C]
Viscosidade inicial (μ_0)	0,074 Pa s
Temperatura de suprimento do óleo (T_s)	25 [° C]

Tabela 5.2: Parâmetros termodinâmicos do conjunto rotor-mancal

sentido contrário à aplicação da força, observa-se uma diminuição no valor da pressão com o aumento da carga, sendo que isto ocorre devido ao acréscimo na espessura do filme de óleo.

Com o aumento da rotação do rotor, verifica-se uma elevação da pressão hidrodinâmica nos 4 segmentos, fig.(5.4). Isto se dá devido à maior força hidrodinâmica que é exercida pelo filme de óleo para sustentar o rotor.

Na fig. (5.5), verifica-se o comportamento da pressão hidrodinâmica considerando-se diferentes fator de carga, $f_p = 30$ e $f_p = 50$ micra. Nota-se que a pressão aumenta com o fator de carga devido ao aumento da seção do filme convergente. Na prática isto significa um aumento na rigidez e no amortecimento do sistema, fazendo que o mesmo opere de uma forma mais estável.

A variação da pressão na direção z para vários carregamentos e rotações são mostrados nas figs.(5.6) e (5.7). A diferença nas formas dos gráficos de pressão na direção x e z deve-se ao fato de que na direção z não há variação da espessura do filme de óleo.

A comparação da pressão hidrodinâmica obtida considerando-se o caso isotérmico e o termohidrodinâmico é apresentado na fig. (5.8). Observa-se que o valor da pressão obtido através do caso isotérmico é sempre maior do que quando obtido através de um modelo termohidrodinâmico. Isto equivale dizer que o projeto de mancais segmentados desenvolvido considerando-se

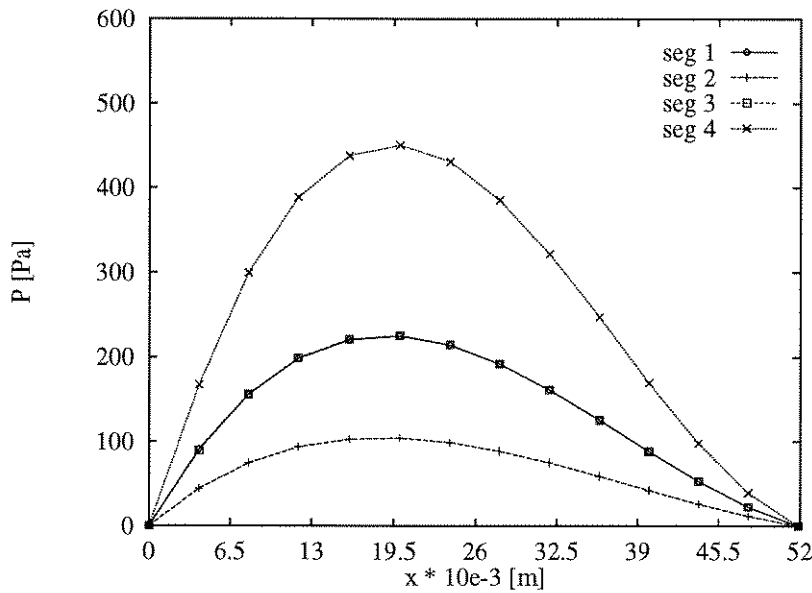


Figura 5.2: Variação da pressão ao longo do escoamento nos 4 segmentos. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz]

um modelo isotérmico, está superdimensionado, ou seja, o mancal é capaz de suportar cargas bem superiores às pré determinadas no seu projeto. Na tabela (5.3), faz-se uma comparação entre os valores de pressão obtidos através de um modelo isotérmico e de um modelo termohidrodinâmico para um dado ponto da malha considerada. Verifica-se que os valores de pressão obtidos através da teoria isotérmica estão cerca de 30 por cento acima dos valores de pressão obtidos através da teoria THD. Essa diferença porcentual entre a pressão determinada através da teoria isotérmica e termohidrodinâmica refere-se às condições de carga e rotação simuladas, podendo este valor ser alterado à medida que modifica-se as condições de operação.

5.3 Distribuição da temperatura

As variações verificadas na temperatura do filme de óleo dependem do maior ou menor atrito entre as partículas do fluido. Na fig. (5.9), verifica-se o comportamento da temperatura ao longo dos 4 segmentos. Observa-se que o segmento 4 que se encontra no sentido da força aplicada possui maior

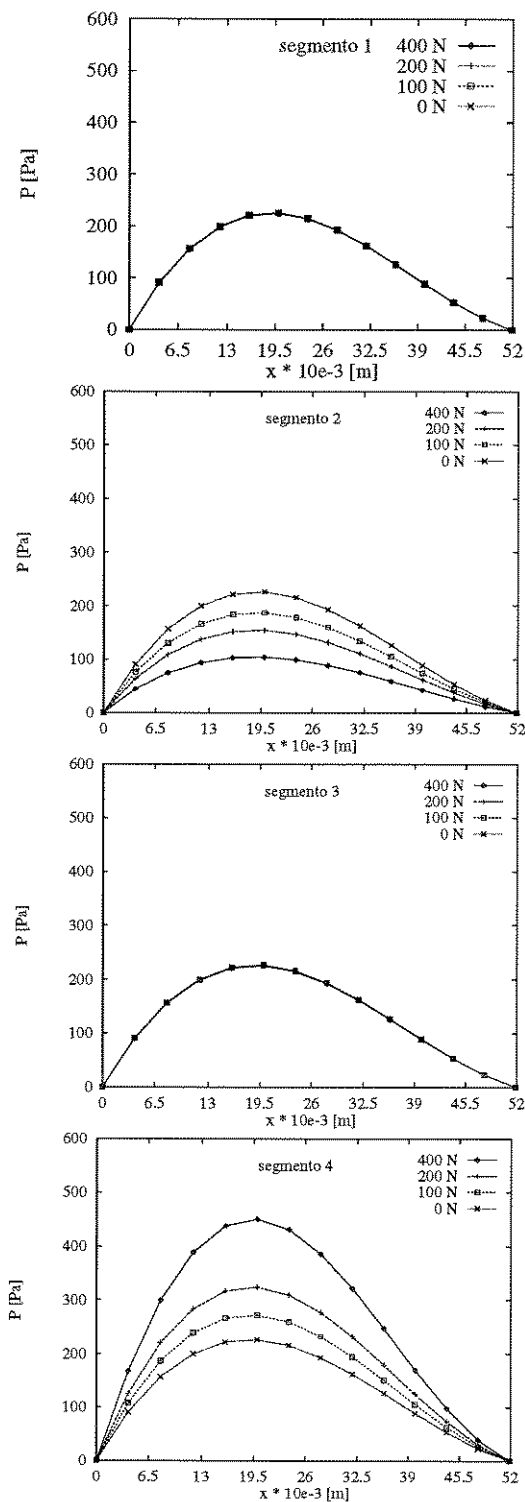


Figura 5.3: Pressão ao longo do escoamento considerando variação na carga aplicada. $\Omega = 50$ [Hz].

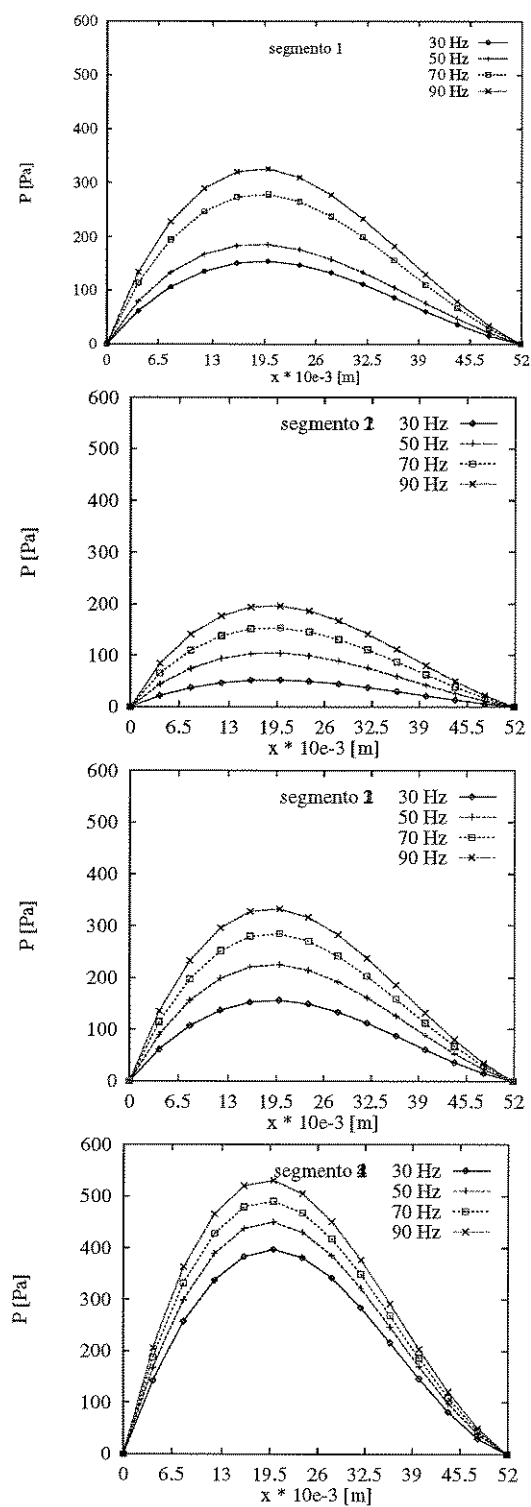


Figura 5.4: Pressão ao longo do escoamento considerando variação na rotação do rotor. $W = -400$ [N].

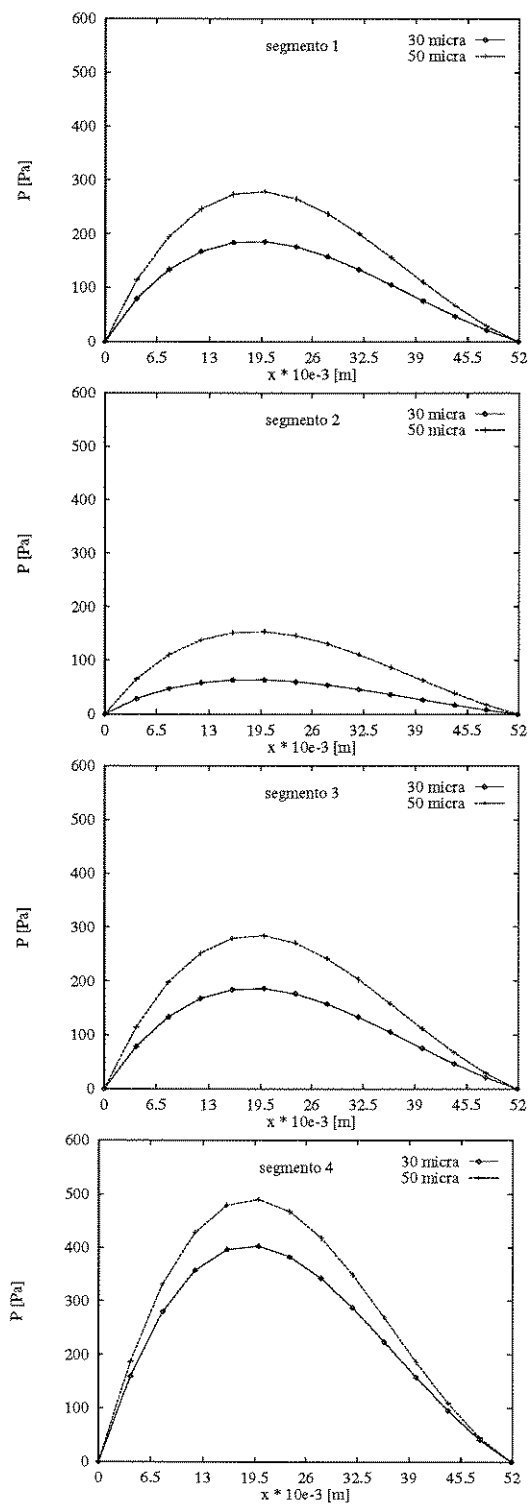


Figura 5.5: Pressão ao longo do escoamento considerando variação no fator de carga. $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz].

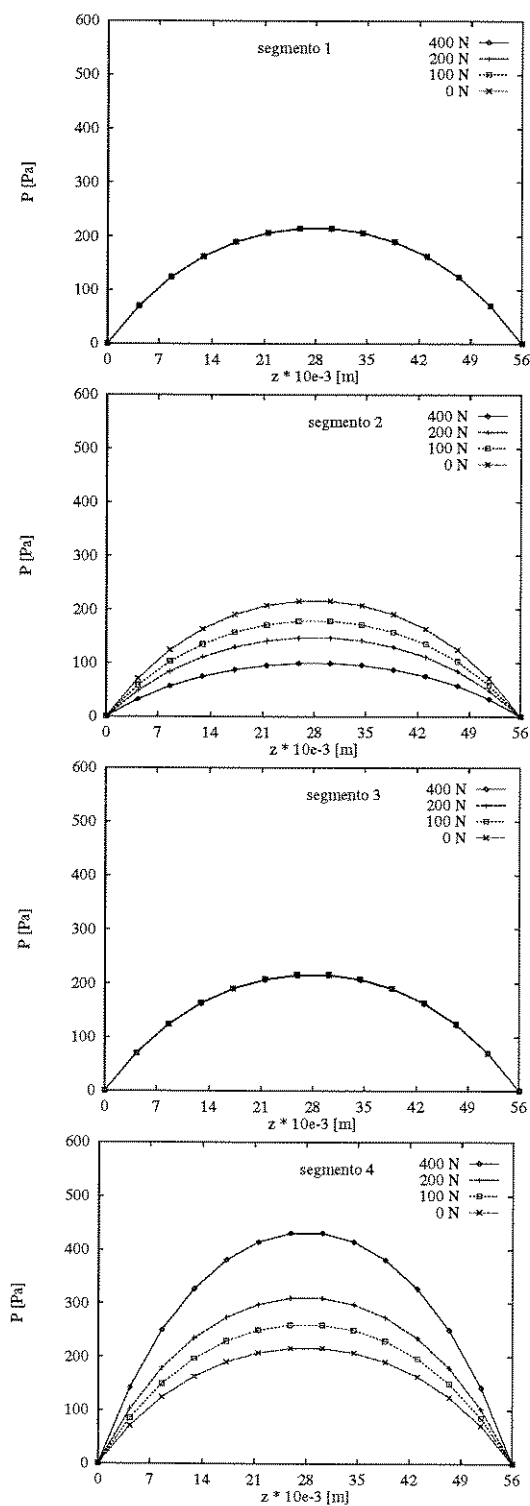


Figura 5.6: Pressão ao longo da direção axial considerando variações na carga imposta. $\Omega = 50$ [Hz].

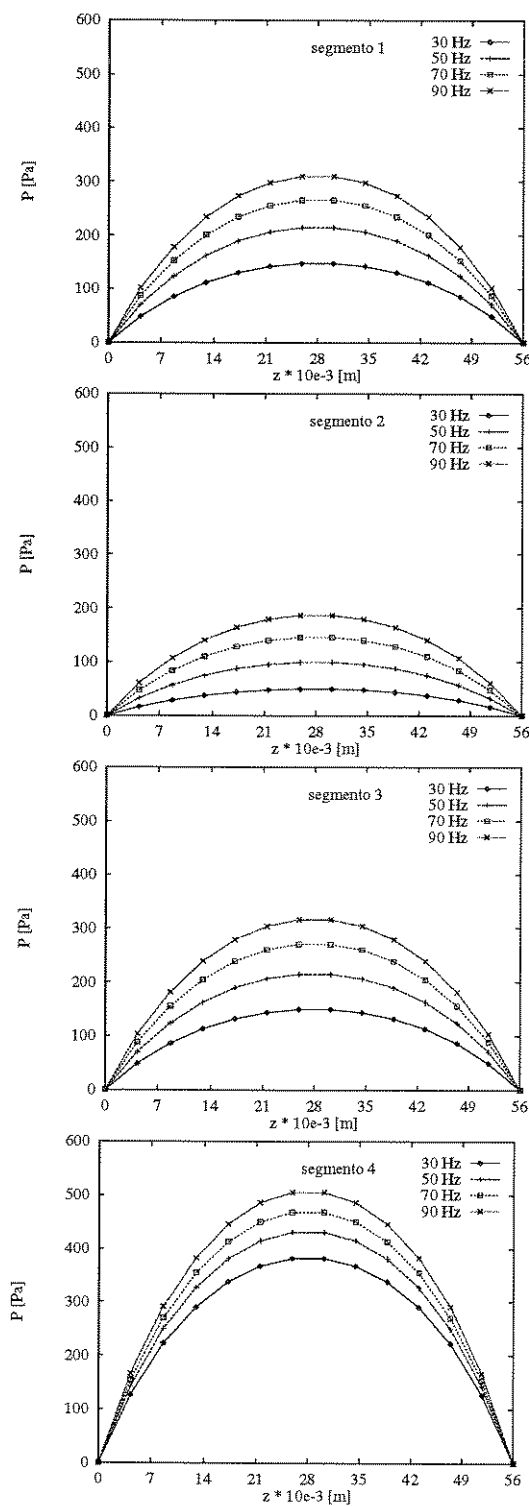


Figura 5.7: Pressão ao longo da direção axial considerando variações na rotação do rotor. $W = -400$ [N].

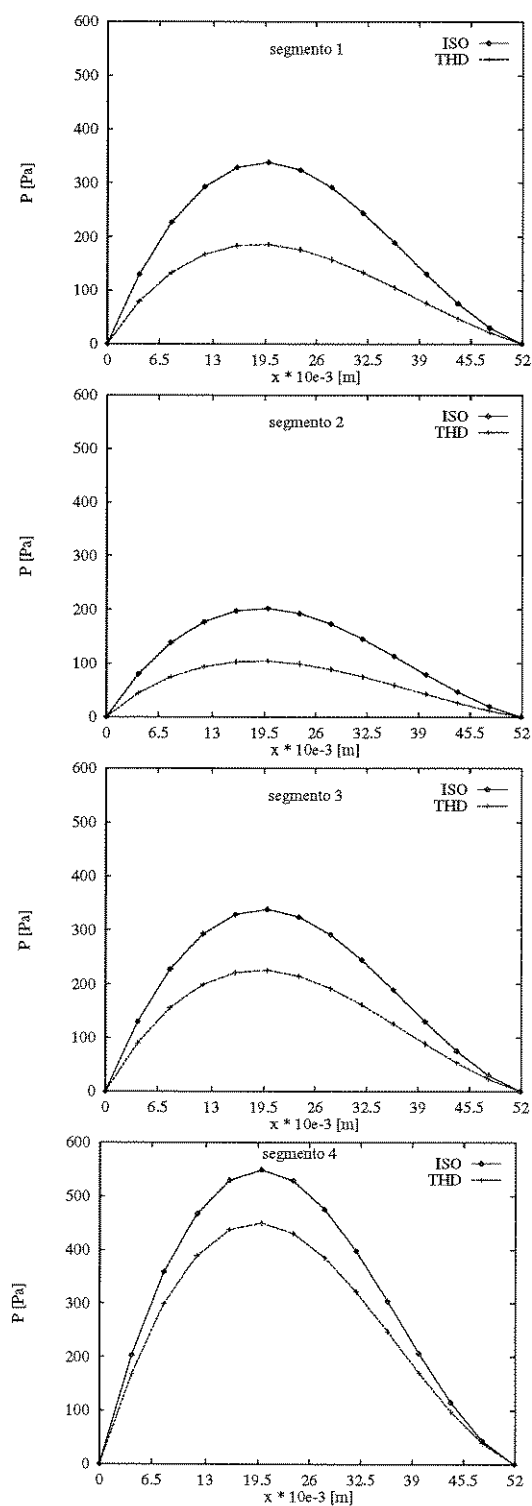


Figura 5.8: Pressão obtida via teoria isotérmica e teoria termohidrodinâmica.
 $W = -400$ [N]; $\Omega = 50$ [Hz].

Segmento	W = 0 N			W = -400 N		
	p (ISO) [Pa]	p(THD)[Pa]	erro %	p (ISO) [Pa]	p(THD)[Pa]	erro %
1	130,010	90,772	30,2	130,001	91,081	29,9
2	130,011	90,767	30,2	80,251	44,484	44,5
3	129,980	90,737	30,2	130,012	89,954	30,8
4	129,983	90,743	30,2	202,876	167,586	17,4

Tabela 5.3: Comparação da teoria isotérmica com a teoria THD.

temperatura, enquanto o segmento 2, que se encontra no sentido contrário à força possui um menor valor. Isto se deve à menor espessura do filme de óleo e ao maior valor da pressão verificado no segmento 4, causando uma elevação da temperatura nesta região. Pelo gráfico mostrado verifica-se que a temperatura eleva-se ao longo da direção do escoamento, sendo que o valor da temperatura no segmento 4 é mais elevada a partir da metade do comprimento do segmento. A variação verificada no início do segmento se dá devido o emprego da condição de contorno que utiliza uma temperatura de mistura na entrada do segmento.

À medida que aumenta o carregamento sobre o rotor, eleva-se a temperatura do segmento que está no sentido da força aplicada e há um decréscimo da temperatura no segmento contrário ao sentido da força. Isto é o que se observa na fig.(5.10). O decréscimo da espessura do filme de óleo no segmento 4, causado pela elevação da carga, causa um aumento da tensão de cisalhamento do fluido e assim eleva-se a temperatura deste naquela região. Já no segmento 2, o aumento do carregamento acarreta um acréscimo na folga radial e com isso há uma redução na tensão de cisalhamento, o que causa um decréscimo na temperatura.

A elevação da rotação do rotor causa um acréscimo na temperatura do sistema na direção do escoamento de acordo com a fig. (5.11). O acréscimo da rotação faz aumentar o gradiente de velocidade do fluido e consequentemente a tensão de cisalhamento, causando assim uma maior dissipação viscosa, ou seja, aumenta a quantidade de energia mecânica que é transformada em energia

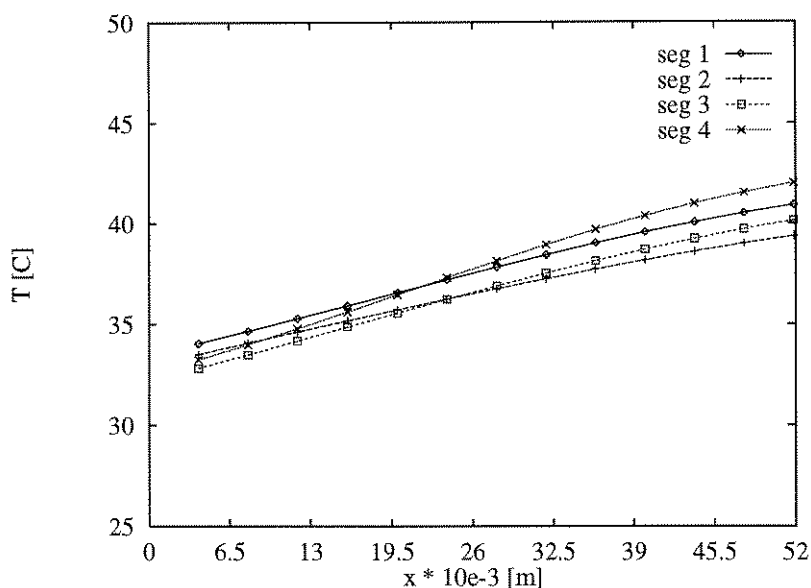


Figura 5.9: Variação da temperatura nos 4 segmentos. $W = -400 \text{ [N]}$; $\Omega = 50 \text{ [Hz]}$.

térmica, fazendo aumentar o campo da temperatura do sistema. Esta elevação é verificada claramente nos 4 segmentos.

Na fig. (5.12), verifica-se o comportamento da temperatura com a variação do fator de carga. Observa-se que o aumento do fator de carga, diminui o valor da temperatura no segmento 4 que se encontra no sentido da força aplicada e aumenta a temperatura no segmento 2 que se encontra no sentido contrário à força. O aumento do fator de carga faz com que a folga radial no segmento 4 cresça, causando uma redução dos gradientes de velocidade e consequentemente das forças de cisalhamento, implicando em um decréscimo da temperatura.

5.4 Perfil de velocidade

Os perfis de velocidade na direção x são obtidos para diferentes carregamentos e rotações. A fig. (5.13) apresenta a variação da velocidade na direção x ao longo dos 4 segmentos. Pelo gráfico verifica-se que a velocidade praticamente é a mesma para os 4 segmentos, entretanto observando os valo-

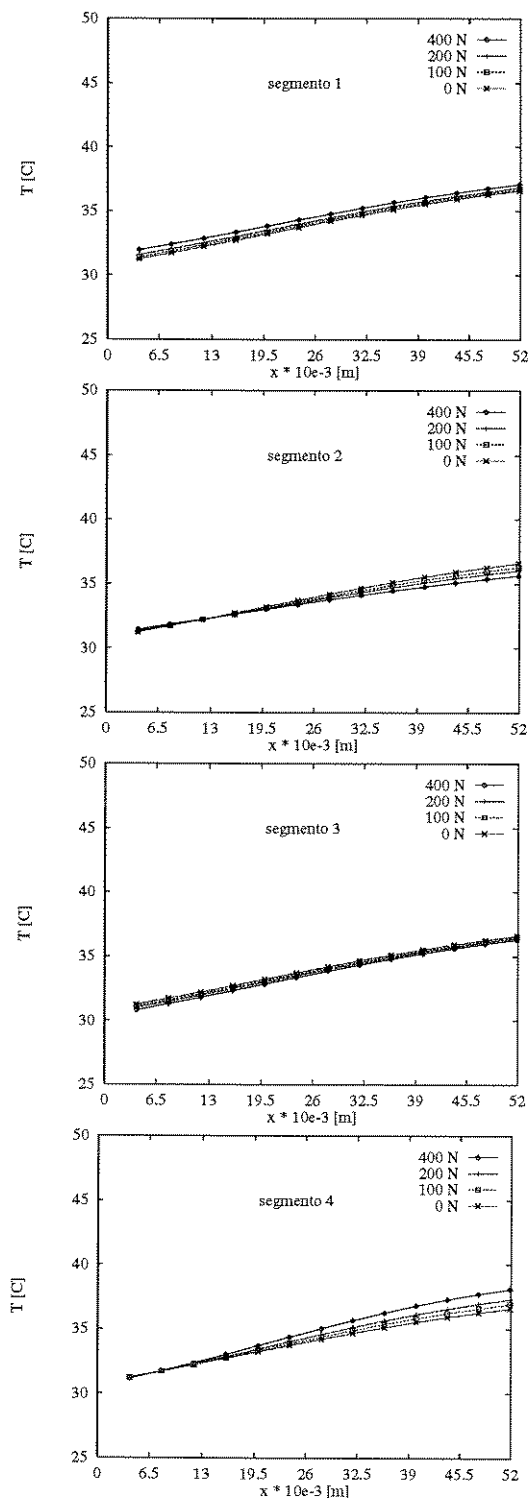


Figura 5.10: Variação da temperatura em função do carregamento. $\Omega = 50$ [Hz].

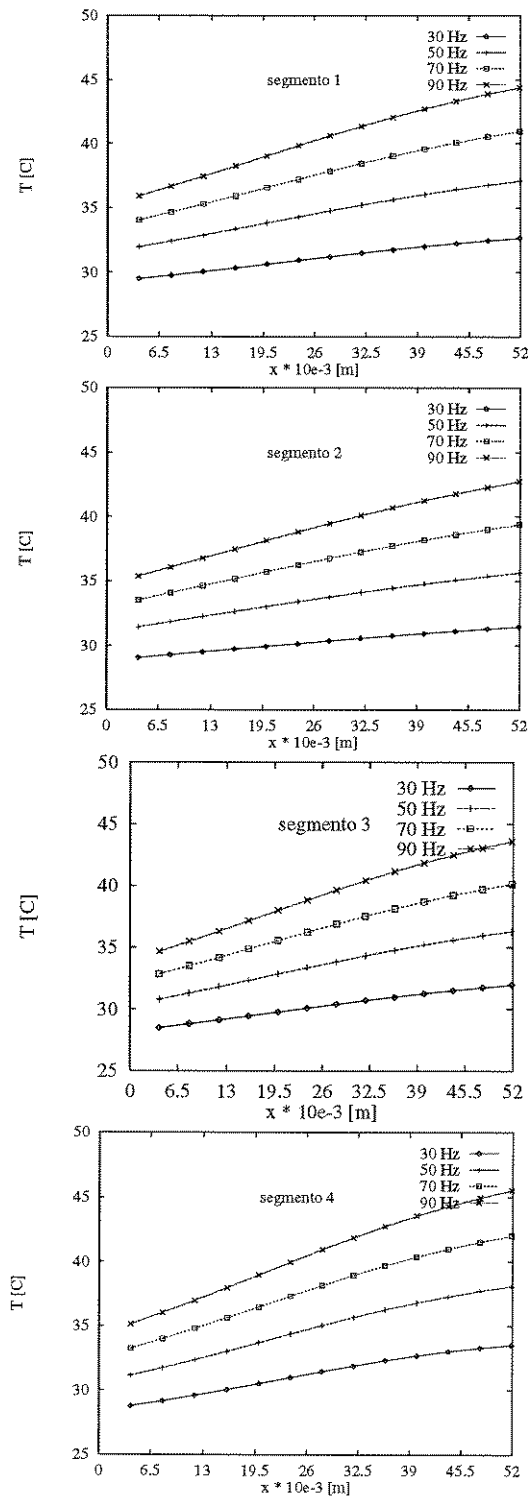


Figura 5.11: Variação da temperatura em função da rotação. $W = 400$ [N].

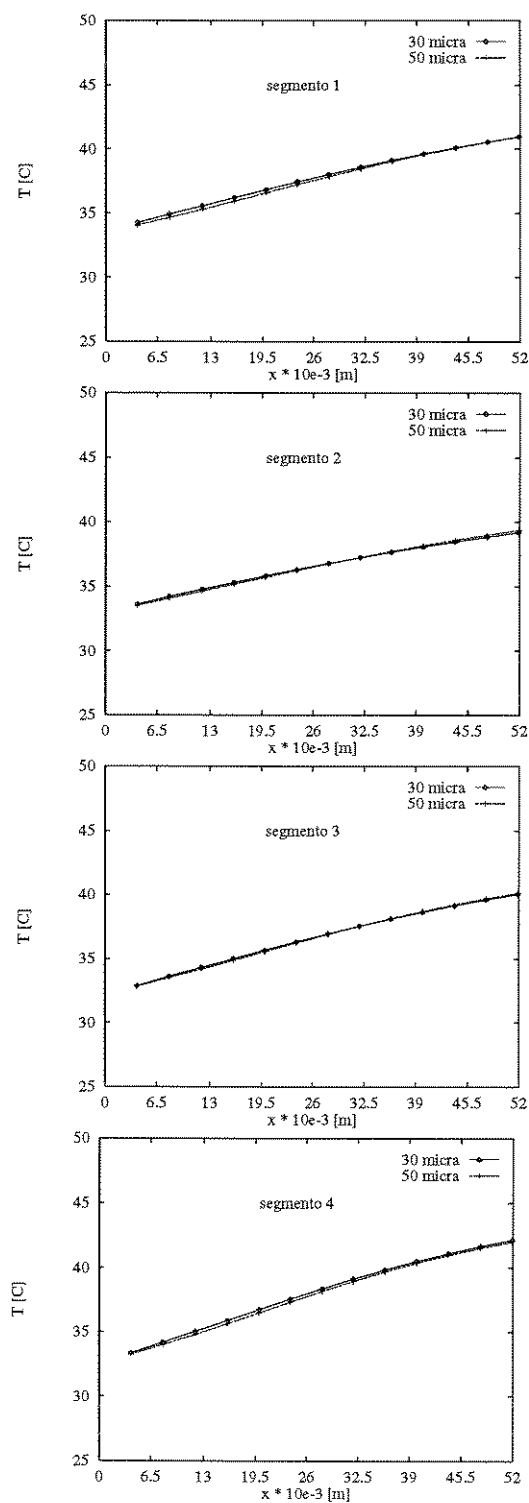


Figura 5.12: Variação da temperatura em função do fator de carga. $\Omega = 50$ [Hz]; $W = 400$ [N].

res numéricos constata-se que esta é maior no segmento 4, que está na direção da força aplicada e é menor no segmento 2, localizado no sentido contrário à força. Isto se deve a menor espessura do filme e também ao maior gradiente de pressão verificado no segmento 4, o que faz gerar um maior gradiente de velocidade. Nos segmentos 1 e 3 a velocidade varia pouco, sendo maior no segmento 1 devido o sentido de giro do rotor. Pelo gráfico pode-se verificar também a variação na espessura do filme de óleo, sendo esta maior no segmento 2.

A variação da velocidade do fluido ao longo do escoamento para diferentes carregamentos impostos ao rotor é mostrada na fig. (5.14). Verifica-se que quanto maior é a carga, maior é a velocidade verificada no segmento 4 e menor é o valor desta no segmento 2. Pelos gráficos mostrados verifica-se que a variação da velocidade com a carga é ínfima. Já na fig. (5.15) verifica-se uma considerável variação da velocidade do fluido em função da rotação do rotor. Isto se dá pois a velocidade do fluido é diretamente proporcional à rotação do rotor, como pode ser observado na equação (3.15). Através da fig.(5.15) também pode-se verificar a variação da folga radial em função da rotação. Observa-se que a espessura do filme de óleo aumenta com a rotação no segmento 4, que está no sentido da força, e diminui no segmento 2, contrário à força aplicada. Isto se deve ao fato do lubrificante exercer uma maior força hidrodinâmica para sustentar o rotor à medida que a rotação aumenta, fazendo com que o rotor se afaste do segmento no qual está sendo exercida a força externa.

Na fig.(5.16), mostra-se a variação da velocidade na direção z para os 4 segmentos. A variação da velocidade na direção z em função da carga e da rotação aplicadas são mostradas nas figs. (5.17) e (5.18) respectivamente.

5.5 Hipóteses adotadas

No desenvolvimento matemático para a obtenção das equações que compõem o problema em questão, foram assumidas algumas hipóteses e simplificações, as quais serão aqui discutidas.

Uma hipótese assumida é que o escoamento é laminar. Na própria

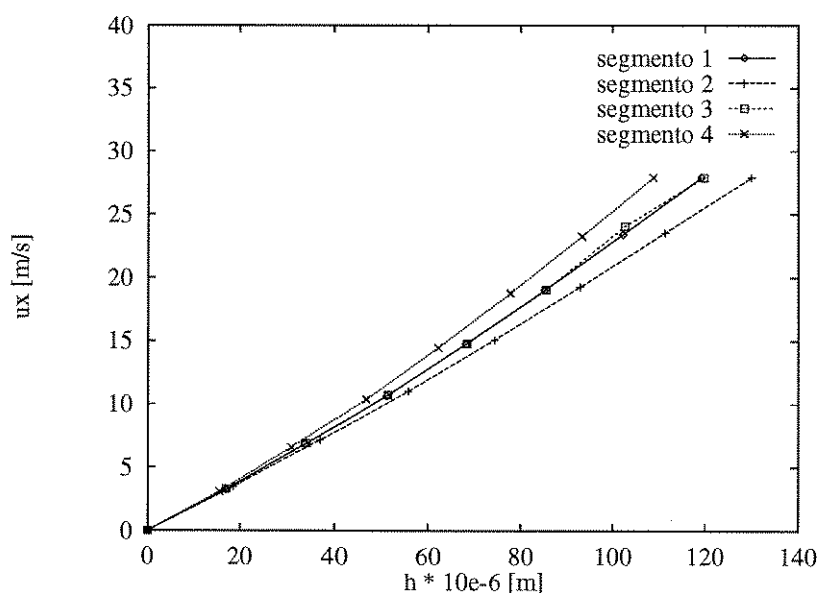


Figura 5.13: Variação da velocidade na direção do escoamento para os 4 segmentos. $\Omega = 90$ [Hz]; $W = 400$ [N].

literatura consultada, verifica-se que para rotações até 20.000 rpm, o escoamento é considerado laminar, Constantinescu [7]. Neste trabalho, a rotação máxima simulada é 5400 rpm, cujo número de Reynolds equivalente a esta é,

$$Re = \frac{\rho U h}{\mu} = \frac{900 \times 27,918 \times 110 \times 10^{-6}}{0,074} = 37,325 \quad (5.1)$$

donde conclui-se que o escoamento é laminar já que um escoamento turbulento se verifica para $Re \geq 1500$.

Outra hipótese assumida é que a variação dos termos de velocidade na direção y é muito maior que a variação dos termos de velocidade nas direções x e z , o que pode ser comprovado pelos valores abaixo tomados de um caso simulado,

- $u_x dx = 42,28$; $u_x dy = 1,8 \times 10^5$; $u_x dz = 0,007$
- $u_y dx \approx 0$ $u_y dy = 9,5$; $u_y dz \approx 0$
- $u_z dx = 2,3$ $u_z dy = 1571$; $u_z dz = 1$

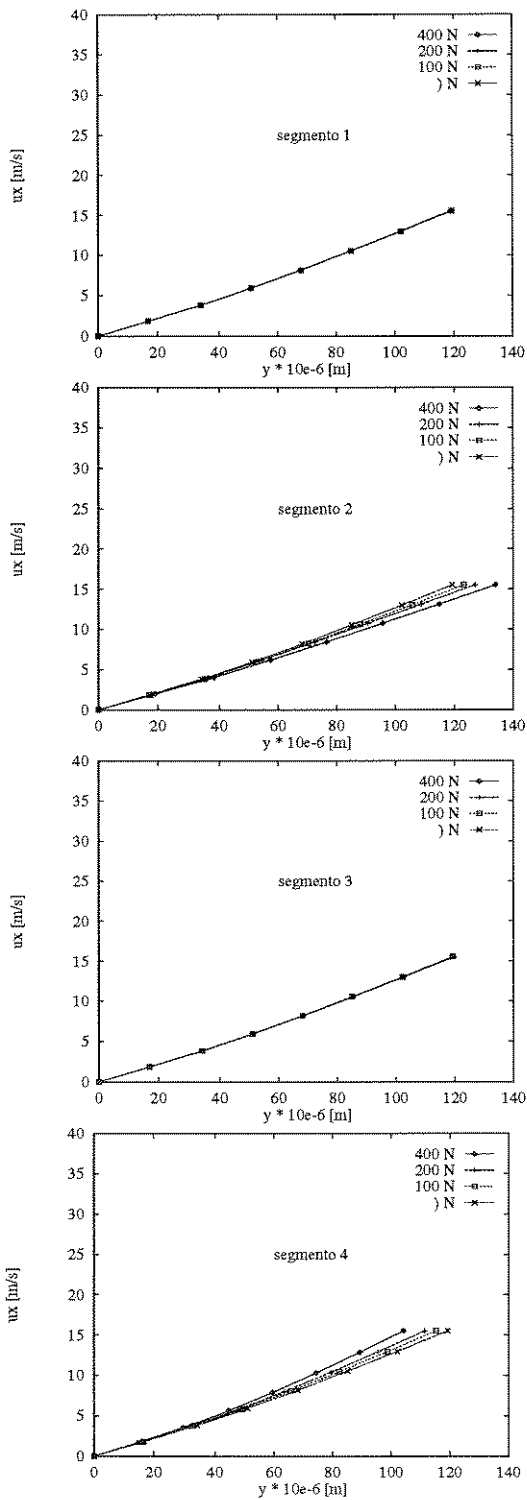


Figura 5.14: Variação da velocidade na direção do escoamento para diferentes carregamentos. $\Omega = 50$ [Hz].

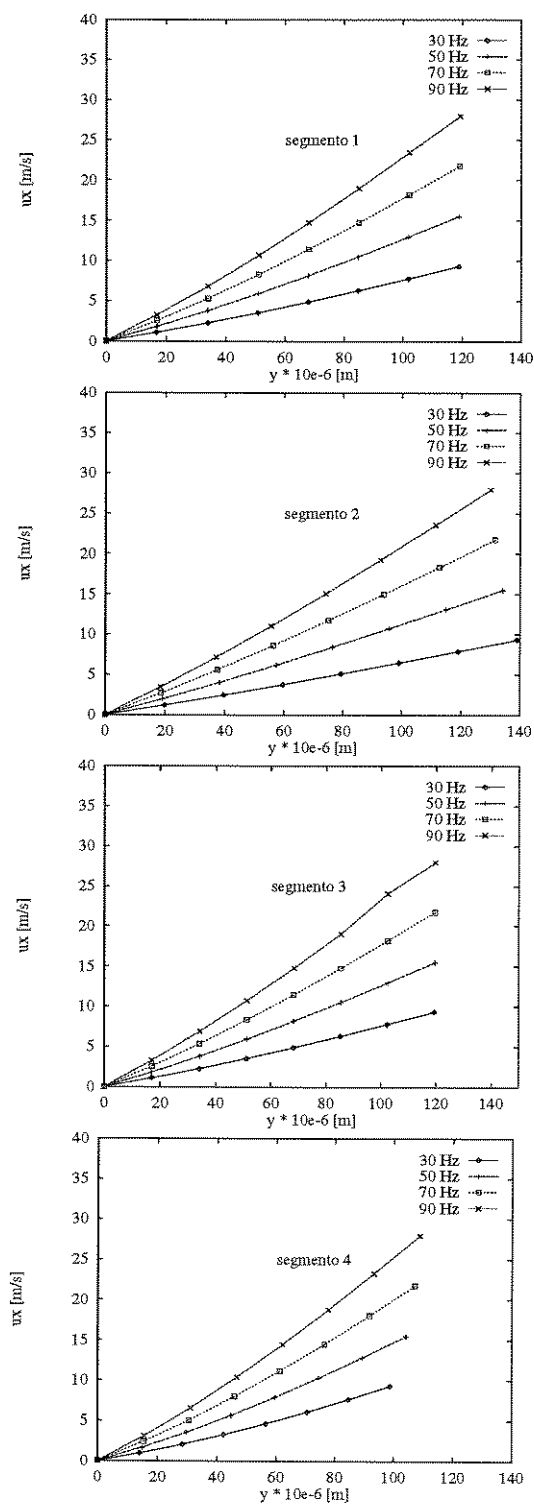


Figura 5.15: Variação da velocidade na direção do escoamento para diferentes rotações do rotor. $W = 400$ [N].

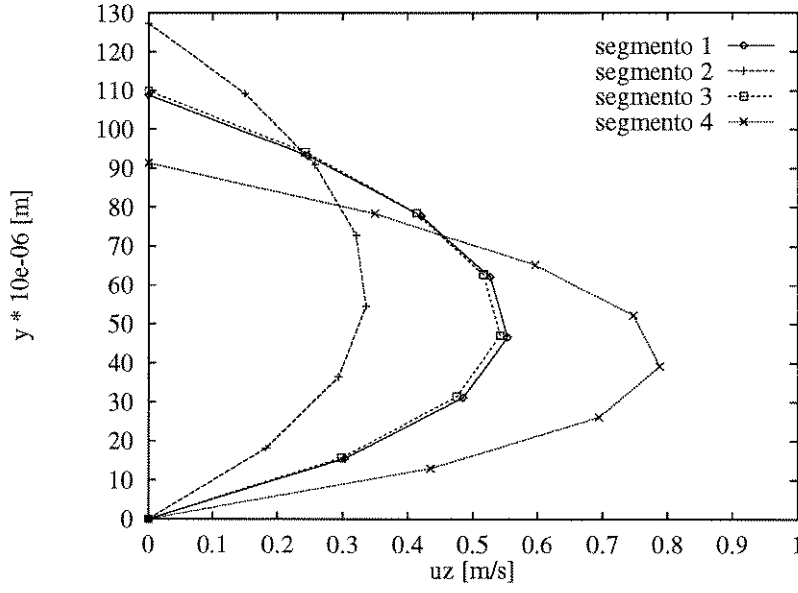


Figura 5.16: Variação da velocidade na direção z para os 4 segmentos. $\Omega = 50$ [Hz]; $W = 400$ [N].

Adotou-se também que a multiplicação dos termos da derivada da viscosidade pelos termos da derivada da velocidade são desprezíveis. Pelos valores numéricos, verifica-se que a variação da viscosidade na direção x é da ordem de 10^{-4} e na direção z a variação é praticamente nula. Com isto verifica-se o que foi afirmado na equação (3.5).

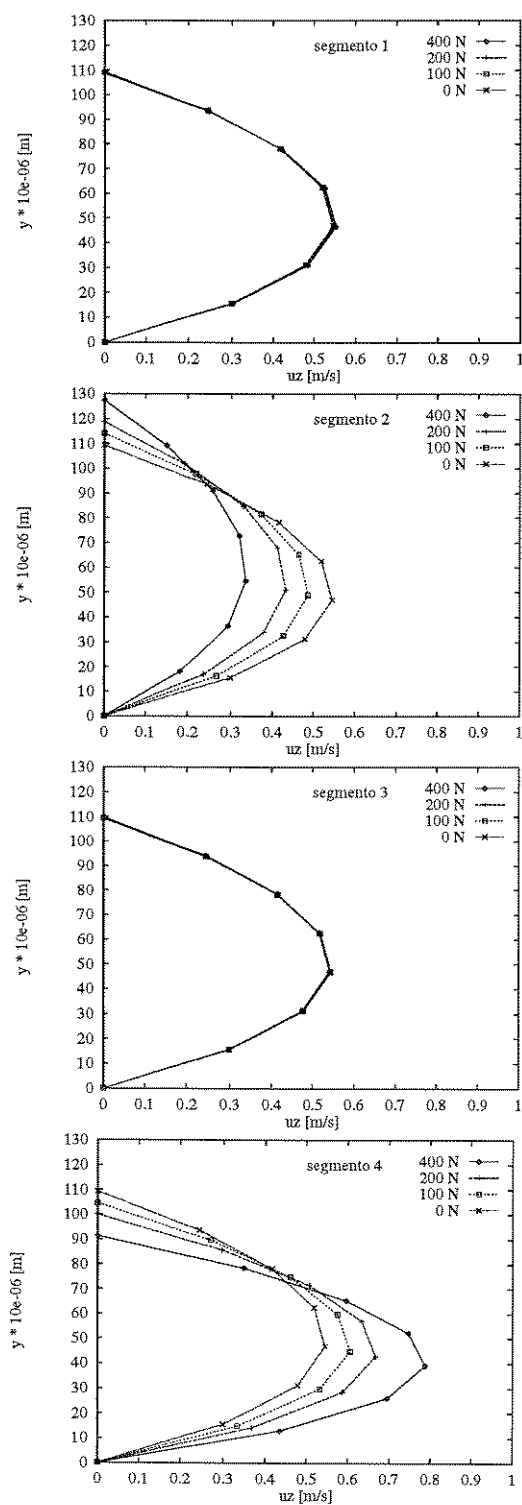


Figura 5.17: Variação da velocidade na direção z para diferentes carregamentos. $\Omega = 50$ [Hz].

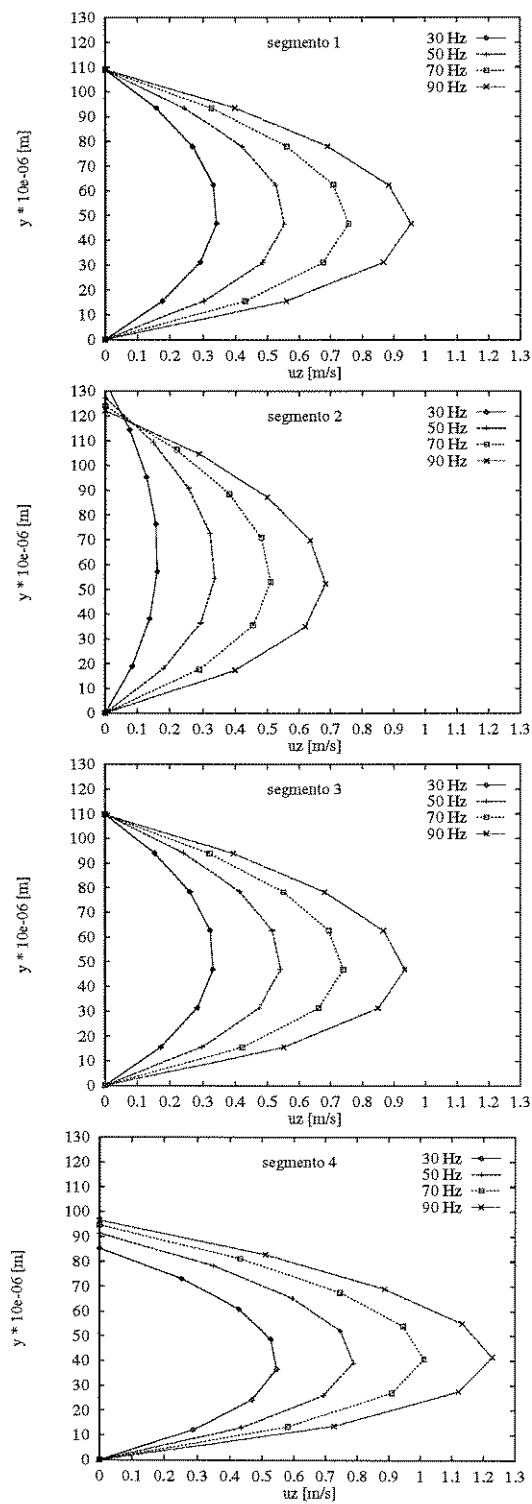


Figura 5.18: Variação da velocidade na direção z para diferentes rotações. $W = 400$ [N].

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas futuras

Pelo trabalho desenvolvido verificou-se que os valores de pressão são maiores onde a espessura do filme de óleo é menor. Observou-se também que há diferença nas curvas de pressão obtidas considerando-se as direções circunferencial, x , e axial, z . Axialmente a pressão distribui-se de uma forma parabólica suave, devido ao fluxo de óleo que escoar para as laterais do segmento. Na direção circunferencial a pressão aumenta bastante e a seguir decresce, sendo que isso se deve à variação da espessura do filme e aos gradientes de velocidade.

Observou-se também neste trabalho que o projeto de mancais desenvolvido considerando-se um modelo isotérmico leva a um superdimensionamento do mesmo, já que a pressão obtida através da consideração da temperatura constante é cerca de 30 por cento superior ao obtido por um modelo THD.

Devido às baixas cargas impostas ao rotor, verifica-se uma pequena alteração da temperatura do fluido com o carregamento. Entretanto, há uma considerável variação da temperatura em função da rotação do rotor. Esta elevação se dá principalmente devido às forças de cisalhamento do fluido que variam proporcionalmente à velocidade deste, implicando em uma maior conversão de energia mecânica em energia térmica. Observando a variação da temperatura ao longo dos 4 segmentos, verifica-se perfeitamente o efeito da

temperatura de mistura na distribuição do campo de temperatura na entrada do segmento. Na literatura consultada, verifica-se a adoção da hipótese de que a temperatura na direção axial é constante. Pelos valores obtidos deste trabalho conclui-se que esta é uma hipótese plausível. Para evidenciar, mostra-se abaixo a variação dos valores da temperatura nas direções x , y e z para um caso simulado ($\omega = 50$ Hz, $W = 400$ N),

- variação da temperatura na direção x : 9°C
- variação da temperatura na direção y : 5°C
- variação da temperatura na direção z : $0,3^{\circ}\text{C}$

A variação da velocidade do filme de óleo depende principalmente da rotação imposta ao rotor. Um aumento da rotação causa um acréscimo do gradiente de velocidade do filme. Já quando se eleva o carregamento imposto ao rotor, observa-se um pequeno acréscimo na velocidade do fluido. Isto se deve principalmente às baixas cargas impostas ao rotor que foram simuladas neste trabalho.

Através da inclusão da termohidrodinâmica no estudo do comportamento de mancais, pode-se analisar em maior grau de profundidade alguns fenômenos ocorridos durante a operação destes componentes mecânicos. Os resultados apresentados neste trabalho servirão de base para um trabalho teórico-experimental em fase de desenvolvimento no Departamento de Projeto Mecânico (DPM), trabalho este que está relacionado com mancais segmentados com lubrificação mista (hidrodinâmica + hidrostática).

Para trabalhos futuros, pode-se incluir no modelo existente os efeitos da turbulência do fluido, principalmente quando altas rotações forem impostas ao rotor. Constantinescu [7] desenvolve de forma clara a equação de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos em mancais.

A influência dos efeitos térmicos na geometria dos segmentos é outro campo de estudos a ser verificado, já que descontinuidades geométricas verificadas nos limites dos segmentos podem causar um aumento na pressão local

do filme. Yang e Rodkiewicz [37] descrevem bem a influência da deformação elástica em mancais.

Bibliografia

- [1] BERMUDEZ, A. e DURANY, J. - Numerical Solution of Cavitation Problems in Lubrication. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 75, 1989, p. 457-466.
- [2] BRINDLEY, J., ELLIOT, L. e McKAY, J.T. - The Role of Cavitation in Whirl Instability in a Rotor Bearing. ASME Trans. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 50, 1983, p. 877-885.
- [3] BRINDLEY, J., SAVAGE, M.D. e TAYLOR, C.M. - The Nonlinear Dynamics of Journal Bearings. ASME Trans. *Phil. Trans. Royal Society London*, A, vol. 332, 1990, p. 107-119.
- [4] BROCKWELL, K. e DMOCHOWSKI, W., - Thermal Effects in the Tilting-Pad Journal Bearing. *Journal of Applied Physics*, vol. 25, 1992, p. 384-392.
- [5] CAMERON, A. - *Basic Lubrication Theory*. New York: John Wiley, 1968.
- [6] CARDINALI, R. - *Modelagem e Aplicações em Diagnose de Máquinas Rotativas Verticais*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1992. Tese (Doutorado)
- [7] CONSTANTINESCU, V. N. - On Turbulent Lubrication, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol.173, No. 38, 1959.
- [8] COPE, W. F. - A Hydrodynamic Theory of Film Lubrication, *Proc. Roy. Soc.*, Series A, vol.197, 1949, p. 201-217.

- [9] DONG, Z., e SHI-ZHU, W. - A Full Numerical Solution for the Thermoelastohydrodynamic Problem in Elliptical Contacts, *ASME Journal of Tribology*, vol.106, 1984, p. 246-254.
- [10] DOWSON, D., HUDSON, J., HUNTER, B., e MARCH, C. - An Experimental Investigation of the Thermal Equilibrium of Steadily Loaded Journal Bearings, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol.101, 3B, 1966-67.
- [11] DOWSON, D., e MARCH, C. - A Thermohydrodynamic Analysis of Journal Bearings, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol.181, 30, 1966-67.
- [12] ETTLES, C. - The Analysis and Performance of Pivoted Pad Journal Bearings Considering Thermal and Elastic Effects, *Transactions of the ASME*, vol.102, 1980, p. 182-192.
- [13] FILLON, M., BLIGAUD, J.C. e FRÊNE, J. - Experimental Study of Tilting-Pad Journal Bearings - Comparison with Theoretical Thermoelastohydrodynamic Results. *ASME Trans. Journal of Tribology*, vol. 114, 1992, p. 579-588.
- [14] FUNG, Y. C. - *A First Course in Continuum Mechanics*, Prentice Hall, Inc.
- [15] GÜMBEL, L. - Einflum der Schmierrung auf die Konstruktion Jahrb Schiffbautechn, Ges., 1917.
- [16] HOLMAN, J.P. - *Transferência de calor*. São Paulo: McGraw-Hill, 1983.
- [17] HYUN-CHEON e KIM, K-W. - Experimental Investigation on Termohydrodynamic Performance of Large Tilting-Pad Journal Bearing Including the Inlet Pressure Effect. *JSME International Journal*, série C, vol. 38, No. 1, 1995, p. 160-166.
- [18] KIM, K. W., TANAKA, M., e HORI, Y. - A Three-Dimensional Analysis of Thermohydrodynamic Performance of Sector-Shaped Tilting-Pad Thrust Bearings, *ASME Journal of Lubrication Technology*, vol.105, 1983, p. 406-412.

- [19] KLUMPP, R. - *Ein Beitrag zur Theorie von Kippsegmentlagern*. Karlsruhe, 1975. Dissertation.
- [20] KREYSZIG, E. - *Advanced Engineering Mathematics*, 7a. edição, John Wiley & Sons, 1993.
- [21] MALISKA, C.R. - *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*, Livros Técnicos e científicos, 1995.
- [22] PANTON, R.L. - *Incompressible Flow*, New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [23] PINKUS, O. - The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication, *ASME Journal of Tribology*, vol.109, 1987, p. 2-20.
- [24] PINKUS, O. e LUND, J. W. - Centrifugal Effects in Thrust Bearings and Seals under Laminar Conditions, *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 103, No. 1, 1981, p. 126-136.
- [25] PINKUS, O. e WILCOCK, D., - *Proc. 6th. Leeds-Lyon Symposium on Tribology. (Lyon, 1979)*. Ed Dowson, C. Taylor, M. Godet e D. Berthe.
- [26] RUSSO, F. H. - *Estudos Teóricos sobre Mancais Segmentados com Filme de Óleo Ativo*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. Relatório de Iniciação Científica.
- [27] SANTOS, I. F., - Design and Evaluation of Two Types of Active Tilting-Pad Journal Bearings. *IUTAM Conference on Active Control of Vibration*, 1994, p. 79-87.
- [28] SANTOS, I. F. e RUSSO, F.H., - Tilting-Pad Journal Bearings with Electronic Radial Oil Injection, *ASME/STLE International Tribology Conference*, San Francisco - USA, 11-15 Oct. 1996, (accepted to be published on ASME Tribology Trans.).
- [29] SOMEYA, T. - *Journal Bearing Databook*, Springer Verlag, 1989.

- [30] SCHILDT, H. - *Linguagem C - Guia do Usuário*, São Paulo: McGraw-Hill, 1986.
- [31] TANAGUCHI, S., MAKINO, T., Takeshita, K., e Ichimura, T. - A Thermohydrodynamic Analysis of Large Tilting-Pad Journal Bearing in Laminar and Turbulent Flow Regimes With Mixing, *ASME Journal of Tribology*, 1990, p. 542-548.
- [32] TIPEI, N., NICA, A. - On the Field of Temperature in Lubricating Films, *ASME Journal of Lubrication Technology*, 1967, p. 483-492.
- [33] VATTERLING, W. T., PRESS, W.H., TEUKOLSKY, S.A., FLANNERY, B.P. - *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1988.
- [34] WANG, N. Z. e SEIREG, A.A. - Thermohydrodynamic Lubrication Analysis Incorporating Thermal Expansion Across the Film, *ASME Journal of Tribology*, vol. 116, 1994, p. 681-689.
- [35] WENDT, J.F., - *Computational Fluid Dynamics - An Introduction*, Springer Verlag, 1992.
- [36] WHITE, F. M. - *Viscous Fluid Flow*, McGraw Hill, 1974.
- [37] YANG, P., e RODKIEWICZ, C.M. - The Effects of Temperature, Elasticity and Fore-Region Pressure Build-Up on the Performance of Centrally Pivoted Linear Pad Bearings, *Tribology International*, Vol. 27, No. 5, 1994.

Apêndice A

Anexos

A.1 Derivada Substancial

De acordo com Wendt [35] a representação matemática da derivada substancial é dada como se segue,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\text{div } \vec{u}) \quad (\text{A.1})$$

Analisando a equação acima, tem-se que D/Dt é a derivada substancial, a qual fisicamente significa a variação no tempo de uma dada propriedade de um elemento de fluido à medida que este se move no espaço; $\partial/\partial t$ é chamado *derivada local* e fisicamente significa a derivada de uma dada propriedade de um elemento de fluido em um ponto fixo do espaço; e $\nabla \vec{u}$ é chamado *derivada convectiva* e o seu significado físico refere-se à variação ocorrida no elemento de fluido devido o seu movimento de um ponto a outro, onde as propriedades do fluido são espacialmente diferentes. A derivada substancial aplica-se a propriedades do fluido como por exemplo, Dp/Dt , DT/Dt , etc.. Tomando como exemplo a representação da derivada substancial da temperatura tem-se,

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (\text{A.2})$$