

ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Análise das Influências da Geometria e do Material
do Molde na Formação da Microestrutura de Ligas
Alumínio-Cobre**

Autor : Ricardo Batista de Andrade

Orientador: Rezende Gomes dos Santos

200326130

02/03

**UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE**

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MATERIAIS**

**Análise das Influências da Geometria e do Material
do Molde na Formação da Microestrutura de Ligas
Alumínio-Cobre**

Autor : Ricardo Batista de Andrade

Orientador: Rezende Gomes dos Santos

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Materiais e Processos de Fabricação

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2003

S.P. - Brasil

UNIDADE	80
Nº CHAMADA	TUMICOM FM 840
V.	EX
TOMBO BCI	54907
PROC.	16-124103
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	02/08/03
Nº CPD	

CM00186907-6

BIBID 297105

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

An24a

Andrade, Ricardo Batista de

Análise das influências da geometria e do material do molde na formação da microestrutura de ligas alumínio-cobre / Ricardo Batista de Andrade.--Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador: Rezende Gomes dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Solidificação. 2. Ligas de alumínio-cobre. 3. Microestrutura. I. Santos, Rezende Gomes dos. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MATERIAIS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

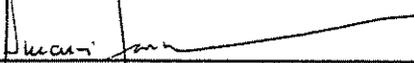
**Análise das Influências da Geometria e do Material
do Molde na Formação da Microestrutura de Ligas
Alumínio-Cobre**

Autor : **Ricardo Batista de Andrade**

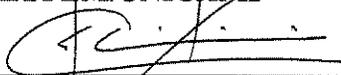
Orientador: **Rezende Gomes dos Santos**



**Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos, Presidente
DEMA/FEM/UNICAMP**



**Prof. Dr. Amauri Garcia
DEMA/FEM/UNICAMP**



**Prof. Dr. Claudio Shyinti Kiminami
UFSCar**

Campinas, 28 de fevereiro de 2003

Agradecimentos

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos à todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho:

Ao meu orientador **Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos**, pela oportunidade e apoio do começo ao término do trabalho, pelas discussões, sugestões e incentivo para a conclusão desta dissertação de mestrado.

À amiga **Prof^a. Dr^a. Mirian de Lourdes Noronha Motta Melo**, que mesmo com outras ocupações assumiu a responsabilidade de me ajudar na modelagem numérica, muitas das vezes a noite e finais de semana.

Ao **Prof. Dr. Paulo Roberto Mei** pelo total apoio (financeiro e laboratorial), à realização da parte experimental, bem como ao **Técnico Emílio Cardoso** pela construção do forno e montagem da parte experimental.

Aos professores, técnicos, funcionários e colegas do **DEMA**, pela ajuda e agradável convívio. Agradeço também ao colega de turma, doutorando **João Lobo Peralta** pela ajuda e dicas em várias situações importantes.

As empresas **ALCOA** e **FEMAQ** pelas doações feitas.

À **CAPES** pela concessão da bolsa de estudo.

RESUMO

ANDRADE, Ricardo Batista, *Análise das Influências da Geometria e do Material do Molde na Formação da Microestrutura de Ligas Alumínio-Cobre*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003, 86 p. Dissertação (Mestrado).

Este trabalho apresenta uma análise experimental da influência do material e da geometria do molde em parâmetros térmicos e estruturais durante a solidificação de ligas alumínio-cobre. Para tanto placas e cilindros das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu foram solidificadas em moldes de areia e de aço. Foram obtidas, através de um sistema de aquisição de dados, as curvas de resfriamento em diferentes posições nas peças e na superfície externa dos moldes. Os resultados obtidos permitiram a determinação dos tempos de solidificação nas diferentes condições analisadas. Através de análise metalográfica foi possível determinar a influência da geometria e do material do molde na formação da macroestrutura e da microestrutura durante o processo de solidificação. Um modelo numérico para simulação do processo de solidificação em moldes maciços foi desenvolvido e otimizado. Alguns resultados obtidos com a aplicação do modelo, comparados com resultados experimentais, são apresentados.

Palavras Chave

Solidificação; Ligas de alumínio-cobre; Microestrutura.

ABSTRACT

ANDRADE, Ricardo Batista, *Analysis of the Influences of Geometry and Mold Material on the Microstructure of Aluminum–Copper Alloys*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003, 86 p. Dissertação (Mestrado).

This work presents an experimental analysis of the influence of material and geometry of mold in thermal and structural parameters during solidification of aluminum-copper alloys. Slabs and cylinders of Al-4.5wt%Cu and Al-15wt%Cu alloys were solidified in sand and steel molds. Curves of the variation of temperature in different positions in the solidifying alloy and on the external surface of the mold were determined. From the results solidification times were estimated for all cases analyzed. From metallographic analysis of the influences of geometry and mold material on macrostructure and microstructure were determined. A numerical model to analyze the solidification of alloys in massive molds was developed. Examples of the application of the model compared with experimental results are shown.

Key Words

Solidification; Aluminum–copper alloys; Microstructure.

Índice

Lista de Figuras.	iii
Lista de Tabelas.	viii
Nomenclatura.	ix
1. Introdução.	1
1.1. Histórico do desenvolvimento da fundição de metais não ferrosos.	1
1.2. Importância da modelagem matemática na solidificação.	4
1.3. Objetivos do trabalho.	6
2. Revisão da literatura.	7
2.1. Formação da microestrutura.	7
2.1.1. Espaçamento dendrítico primário (EDP).	11
2.1.2. Espaçamento dendrítico secundário (EDS).	17
2.2. Métodos numéricos na análise da solidificação.	26
3. Materiais e métodos.	41
3.1. Ligas utilizadas.	41
3.2. Aparato experimental.	41
3.3. Vazamento.	49
3.4. Análise metalográfica.	51

3.5. Procedimento experimental para análise do (EDS).	53
3.6. Procedimento experimental para a quantificação do teor de cobre.	53
4. Análise experimental	55
4.1. Curvas experimentais.	55
4.1.1. Al 4,5%Cu.	55
4.1.2. Al 15%Cu.	57
4.2. Análise metalográfica.	60
4.2.1 Macrografias.	60
4.2.2 Micrografias.	62
4.3. Análise do espaçamento dendrítico secundário (EDS).	65
4.4. Análise do perfil de cobre.	70
4.5. Resultados da aplicação do método numérico.	74
5. Conclusões e sugestões para próximos trabalhos.	77
Apêndice.	79
Referências Bibliográficas.	80

Lista de figuras

2.1: Região de fase única do diagrama de equilíbrio indicando as linhas de transformação sólido e líquido.	8
2.2: Distribuição de soluto em frente a interface sólido/líquido.	8
2.3: Correlação entre gradiente de temperatura e gradiente de soluto em frente a interface sólido/líquido.	9
2.4: Formação do super-resfriamento constitucional.	10
2.5: Representação dos espaçamentos dendríticos primários, secundários e terciários.	11
2.6: Variação da constante \bar{M} com o percentual em peso de elemento de liga para algumas ligas de alumínio.	21
3.1: Vista interna do forno sem a resistência elétrica.	42
3.2: Detalhe da resistência elétrica devidamente montada.	43
3.3: Vista geral do forno.	43
3.4: Cadinho utilizado para a parte experimental.	45

3.5: Moldes de aço cilíndrico (a) e retangular (b).	46
3.6: Modelos de madeira para a preparação dos moldes de areia (a) e moldes de areia cilíndrico e retangular (b).	47
3.7: Região do posicionamento dos termopares.	48
3.8: Sistema de aquisição de dados.	49
3.9: Monitoramento da temperatura pelo sistema de aquisição de dados.	49
3.10: Moldes utilizados para os experimentos.	50
3.11: Instante do vazamento nos moldes de aço (a) retangular e (b) cilíndrico.	51
3.12: Posicionamento do corte para análise da macrografia. Em (a) peça cilíndrica e (b) peça retangular.	52
3.13: Posicionamento do corte para análise da micrografia. Em (a) peça cilíndrica e (b) peça retangular.	52
3.14: Identificação dos pontos para a medição do teor de cobre(seção transversal dos ramos dendríticos secundários). Micrografia Al 15%Cu solidificado em molde de aço cilíndrico a 10mm da interface metal/molde. Aumento 400X.	54
4.1: Perfis térmicos experimentais da liga Al 4,5%Cu para placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	56
4.2: Perfis térmicos experimentais da liga Al 4,5%Cu para cilindros solidificados em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	57

4.3: Perfis térmicos experimentais da liga Al 15%Cu para placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	58
4.4: Perfis térmicos experimentais da liga Al 15%Cu para cilindros solidificados em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	59
4.5: Macrografias da liga Al 4,5%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	60
4.6: Macrografias da liga Al 4,5%Cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	61
4.7: Macrografias da liga Al 15%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	61
4.8: Macrografias da liga Al 15%cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.	62
4.9: Micrografias da liga Al 4,5%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia a 10mm da interface metal/molde e (b) molde de aço a 10mm da interface metal/molde. Aumento 25X.	63
4.10: Micrografia da liga Al 4,5%Cu da peça cilíndrica solidificada em molde de areia a 15mm da interface metal/molde. Aumento 25X.	63
4.11: Micrografias da liga Al 15%cu das placas solidificadas em (a) molde de areia a 10mm da interface metal/molde e (b) molde de aço a 10mm da interface metal/molde. Aumento 25X.	64
4.12: Micrografias da liga Al 15%cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia a 15mm da interface metal/molde e (b) molde de aço a 15mm da interface metal/molde.	

Aumento 25X.	64
4.13: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas de Al 4,5%Cu solidificadas em moldes de aço e areia.	66
4.14: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros de Al 4,5%Cu solidificados em moldes de aço e areia.	66
4.15: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas de Al 15%Cu solidificadas em moldes de aço e areia.	67
4.16: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde de para cilindros de Al 15%Cu solidificados em moldes de aço e areia.	67
4.17: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas solidificadas em moldes de areia.	68
4.18: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas solidificadas em moldes de aço.	68
4.19: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros solidificados em moldes de areia.	69
4.20: Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros solidificados em moldes de aço.	69
4.21: Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de areia.	70
4.22: Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para a placa de Al 4,5%cu solidificada em molde de aço.	71

4.23: Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 4,5%Cu solidificado em molde de areia.	71
4.24: Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 4,5%Cu solidificado em molde de aço.	72
4.25: Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 15%Cu solidificada em molde de areia.	72
4.26: Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 15%Cu solidificada em molde de aço.	73
4.27: Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 15%Cu solidificado em molde de areia.	73
4.28: Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 15%Cu solidificado em molde de aço.	74
4.29: Perfis de temperatura experimental e numérico para a placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de aço.	75
4.30: Curva experimental e numérica do espaçamento dendrítico secundário para placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de aço.	75

Lista de tabelas

2.1: Valores de características físicas de ligas de alumínio utilizadas na determinação do parâmetro \bar{M}	21
2.2: Tipos de análise para modelagem do processo de solidificação e seus benefícios.	29
3.1: Composição química do alumínio fornecida pelo fabricante.	44
3.2: Faixas de valores de composição química obtidas para as ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu. .45	
3.3: Experiências realizadas.	46

Nomenclatura

Letras Latinas

Símbolo	Significado	Unidade
A	área da seção transversal	m ²
a ₂	fator de calibração	-
Bi	número de Biot	-
C ₀	concentração nominal da liga	%
C _E	concentração eutética	%
C _{liq}	concentração do metal correspondente a linha liquidus	%
C _{sol}	concentração do metal correspondente a linha solidos	%
c _c	calor específico do metal	J/KgK
D _{liq}	difusividade de soluto no líquido	m ² /s
D _{sol}	difusividade de soluto no sólido	m ² /s
E	energia	J
Fo	número de Fourier	-
f _{sol}	fração de sólido	%
G	gradiente de temperatura na zona pastosa	°C/m
G ₀	fator de escala para tensão superficial	-
G _{liq}	gradiente térmico da isoterma liquidus	K/m
g ₁	fator de calibração	-
H	entalpia	J/m ³
H _f	calor de fusão volumétrico	J/m ³

h_i	coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde	W/m^2K
K	coeficiente de partição de soluto	-
k	condutividade térmica do metal	W/mK
k_{liq}	condutividade térmica do líquido	W/mK
k_m	condutividade térmica do molde	W/mK
L	comprimento da zona pastosa	m
L_f	calor latente de fusão do metal	J/m^3
L_v	calor latente em base volumétrica	J/m^3
\overline{M}	parâmetro modelo de Feurer	cm^3/s
m	massa	Kg
m_{liq}	inclinação da linha liquidus	-
Q	termo de geração interna de calor, associado a transformação de fase	J/m^3Ks
q	fluxo de calor latente	J/m^3
R	taxa de resfriamento	$^{\circ}C/s$
T	temperatura	$^{\circ}C$
T_a	temperatura ambiente	$^{\circ}C$
T_{eq}	temperatura de equilíbrio do elemento puro com a interface metal/molde	K
T_F	temperatura de fusão	$^{\circ}C$
T_{liq}	temperatura liquidus	K
T_M	temperatura do metal base	$^{\circ}C$
T_{sol}	temperatura solidus	K
T_{vaz}	temperatura de vazamento	$^{\circ}C$
t	tempo	s
t_{local}	tempo local de solidificação	s
V_{cd}	velocidade de transição celular dendrítica	m/s
V_{liq}	velocidade da isoterma liquidus	m/s
V_m	volume molar	m^3
V_{sol}	velocidade da isoterma solidus	m/s
x	comprimento, posição para sistema unidirecional	m

Letras Gregas

Símbolo	Significado	Unidade
α_{liq}	difusividade térmica do líquido	m^2/s
ΔT	diferença de temperatura na zona pastosa	$^{\circ}C$
ΔT_0	intervalo de solidificação de não equilíbrio	$^{\circ}C$
$\Delta T'$	diferença de temperatura entre a base e a ponta da célula	$^{\circ}C$
Δt	variação de tempo	s
ε	gradiente de mistura no líquido	-
Γ	constante de Gibbs-Thompson	mK
γ	constante da equação de Brody-Flemings	-
λ_1	espaçamento dendrítico primário	μm
λ_2	espaçamento dendrítico secundário	μm
ρ	densidade	Kg/m^3
$\sigma_{sol/liq}$	tensão superficial sólido/líquido	J/m^2
Ω	constante equação Clyne-Kurz	-

Sub-índices

Símbolo	Significado	Unidade
c	metal	-
e	molde/ambiente	-
i	referente à posição	m
l	referente ao tempo	s
m	molde	-

Capítulo 1

1 Introdução

1.1 Histórico do desenvolvimento da fundição de metais não ferrosos

A história do desenvolvimento da fundição de metais evidencia que a descoberta da metalurgia foi fundamental para a evolução humana. Admite-se que o homem teve o primeiro contato com o metal a cerca de 8000 anos atrás, ainda em plena idade neolítica (idade da pedra polida), algum tempo depois de ter desenvolvido as mais primitivas formas de agricultura, de ter domesticado alguns animais e ter aprendido a confeccionar potes de argila cozida. Quando o homem aprendeu a dominar o fogo e aprimorou a maneira de fazer potes de argila cozida, passou a ter em suas mãos dois elementos fundamentais para a fundição de metais: o calor para “derretê-los” e o vasilhame para contê-los durante a fusão e o vazamento (Simpson,1969).

É geralmente aceito que a primeira civilização a tomar contato com os metais e a desenvolver as técnicas de sua fundição teria se estabelecido na Mesopotâmia, ao sul do mar Morto, no vale localizado entre o Tigre e o Eufrates. O ouro teria sido o primeiro metal a atrair a atenção do homem primitivo, no entanto em virtude de sua grande ductilidade e baixa dureza foi de pequena valia para a produção de ferramentas e de armas, servindo apenas como adorno. Posteriormente, além do ouro, o homem primitivo descobriu outros metais tais como o cobre e a prata. Quando martelou o cobre para confeccionar ornamentos o homem aprendeu sua primeira lição sobre a ciência dos metais: o cobre martelado endurece e pode, todavia, tomar a forma de ferramentas e de armas. E assim a pedra vermelha tornou-se mais útil que a amarela. Foi descoberta a possibilidade de martelar 2 ou 3 pedaços aquecidos de cobre em uma única massa

caldeada por forjamento, tendo assim nascido o primeiro metal industrial. O terceiro metal a ser descoberto foi a prata, também na Ásia Menor. A era que se caracterizou pelo uso dos três metais (ouro, cobre e prata) e por uma quantidade desprezível de ferro meteorítico (ferro puro), é algumas vezes chamada de Era Calcolítica (termo relacionado com pedra e cobre). Durante este período, o homem utilizava os metais da mesma maneira que utilizou a pedra, osso ou madeira, e tudo indica que de início, o homem olhava para os metais como uma espécie de pedra maleável, até que aprendeu a distinguí-las das demais rochas (Meier,1969).

O cobre teria sido descoberto por acaso, parece provável que ao usar sem saber o minério de cobre (carbonato, óxido ou ambos) para proteger a fogueira, foi descoberto na manhã seguinte, nas cinzas, alguns glóbulos brilhantes de cobre. E essa antiga fogueira, feita por acaso sobre minério de cobre, pode ser considerada o primeiro forno precursor das mais modernas e sofisticadas instalações de fusão existentes, cuja primeira etapa constituiu em fazer uma depressão para coletar o metal líquido; esta cavidade com o passar do tempo foi revestida com argila resistente ao calor. O desenvolvimento da redução dos minérios de cobre, de acordo com os historiadores, algo mais que uma simples fusão, constitui um dos marcos mais importantes da história do homem (Wasilyev, 1967).

No início da nossa era, o conhecimento humano não ia além de sete metais (ouro, prata, cobre, ferro, mercúrio, estanho e chumbo). Este conhecimento permaneceu até aproximadamente o ano de 1500. Até 1700, outros três foram descobertos, no século XVIII mais quatorze metais foram encontrados, e desde 1801 mais de 50 metais foram isolados. Os mais importantes destes novos metais foram o zinco, níquel, magnésio e alumínio (na sequência de sua descoberta). O zinco, embora utilizado por cerca de dois milênios, geralmente sob a forma de calamina, na produção de latão e da alpaca (liga chinesa denominada paktong, não era conhecido como um metal separado. O zinco foi primeiramente isolado por alquimistas orientais, por volta do século XII de nossa era, e usado na China e na Índia; na Europa, este metal só foi isolado em 1721. Atualmente o zinco constitui a base para um importante grupo de ligas para fundição sob pressão. O níquel, embora utilizado por quase dois milênios nas ligas cupro-níquel e alpacas chinesas (em virtude de certos minérios de cobre da província de Yunnan conterem também níquel), somente foi isolado em 1751 pelo cientista sueco Cronstedt. O magnésio foi descoberto por Davy em 1808

e isolado por Bussy em 1828, somente começou a ser utilizado industrialmente por volta de 1910. O desenvolvimento da aviação e as necessidades bélicas da Segunda Guerra mundial provocaram um brusco consumo deste metal. Atualmente é notório o progresso na produção de ligas de magnésio de alta resistência. O alumínio metálico somente foi isolado em 1825 pelo dinamarquês Oersted, e suas propriedades foram determinadas por Wohler em 1827 e foi apresentada na exposição de Paris de 1855 como um metal mais caro que a prata. Somente com o desenvolvimento do processo eletrolítico Heroult-Hall, em 1888, foi que se tornou possível a utilização industrial do alumínio, sendo atualmente o metal não ferroso mais utilizado devido suas excelentes propriedades e abundância na natureza (**Simpson, 1969**).

O alumínio é um metal dúctil, resistente à corrosão, possui elevadas condutividades térmica e elétrica e uma boa relação resistência mecânica/peso. Tais propriedades justificam seu uso em diversos segmentos industriais, entre eles motores, aeronaves, condutores elétricos, esquadrias metálicas, recipientes e embalagens, componentes mecânicos e estruturais de máquinas e veículos automotores, etc. Pode-se observar que o emprego do alumínio é bastante versátil, desde peças e utensílios simples do uso cotidiano, até peças de grande responsabilidade e de uso restrito. Uma família de novas ligas de importância para a indústria aeronáutica são compostas de alumínio, lítio e carbono (alta resistência mecânica) e de alumínio, ferro e cério (resistente a altas temperaturas). Adições de até 3% de lítio pode por exemplo, reduzir a densidade em até 20% e aumentar a rigidez em 20%, (**Monteiro, 1988**). A procura de materiais leves, resistentes à oxidação e as altas temperaturas leva a investigações intensivas de compostos ricos em alumínio do tipo Al_3X , onde X é usualmente Ti, Zr, Hf, V, Nb ou Ta, (**Kumar, 1993**). Na indústria civil, naval, automobilística e de embalagens, o emprego do alumínio é cada vez mais crescente basicamente devido a boa relação resistência mecânica/peso e a consciência ecológica com a reciclagem de embalagens. Na indústria automobilística, as ligas de alumínio podem garantir uma redução de até 25% do peso em um automóvel de tamanho médio, isto é, de 1360kg para 1011kg, o que pode reduzir o consumo de óleo combustível em até 17% e como consequência a redução na emissão de CO_2 . Já no caso das indústrias civil e naval, a substituição do aço pelo alumínio na parte superior de edifícios e navios de grande porte, diminui o centro de gravidade e melhora a estabilidade, possibilitando a construção de edifícios e navios cada vez maiores diminuindo consideravelmente o risco de acidentes catastróficos devido a rajadas de vento.

A história da fundição é realmente fascinante, ela mostra que, desde as idades mais remotas, o homem dependeu dela para satisfazer suas necessidades, quer sejam as artísticas, quer aquelas relacionadas com as atividades guerreiras e comerciais; o que não difere dos dias atuais, mas agora o instinto e a tentativa e erro cederam lugar ao conhecimento mais racional. Para Vannoccio Biringuccio, considerado o pai da indústria da Fundição e autor do primeiro trabalho sobre o assunto, *De La Pirotechnia* (1540), a fundição vem a ser “a redução dos metais à sua última perfeição”.

1.2 Importância da modelagem matemática na solidificação

A solidificação de metais pode ser definida como um processo de extração de calor em regime transiente, com mudança de fase, no qual uma certa quantidade de energia térmica deve ser transferida através do molde, da fase líquida para o meio ambiente para possibilitar a nucleação e o crescimento da fase sólida. A eficiência da extração de calor durante o processo depende das propriedades térmicas do metal, das características do molde (material, geometria e espessura de parede), das condições da interface metal/molde (contato térmico) e das características do meio que vai absorver calor (água, ar, etc), **(Carslaw, 1959)**.

A análise da transferência de calor durante o processo de solidificação tem dois objetivos principais: as determinações de distribuição de temperaturas no sistema metal/molde e da velocidade de transformação líquido/sólido representada pela taxa de deslocamento da fronteira de solidificação. De um modo geral a análise teórica do problema da solidificação pode ser realizada utilizando-se métodos analíticos exatos, métodos analíticos aproximados e métodos numéricos **(Piwonka, 1989)**. Os métodos analíticos exatos não admitem simplificações de caráter matemático, introduzindo hipóteses simplificadoras de caráter físico para tornar viável a solução do problema, afastando-se das condições físicas reais, o que restringe bastante a utilização prática de tais modelos. As hipóteses simplificadoras adotadas na maioria das soluções do problema através desse método são as seguintes:

- Fluxo de calor unidirecional;

- Na interface metal/molde, admite-se um coeficiente de transferência de calor finito, porém não variável durante o processo de solidificação;
- Metal e molde comportam-se como elementos semi-infinitos, não havendo perdas de calor do molde para o meio ambiente durante a solidificação. Todo calor do metal é transferido por condução e absorvido totalmente pelo molde;
- A temperatura da interface metal/molde permanece constante durante a solidificação;
- A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana;
- Não existe fluxo de massa;
- As propriedades físicas do metal e do molde permanecem constante durante a solidificação.

As soluções exatas são aplicáveis ao estudo da solidificação de metais puros e ligas, mas são restritas aos casos de moldes de paredes planas (**Sciana, 1964**). Os métodos analíticos aproximados são aqueles que procuram contornar algumas limitações dos métodos analíticos exatos através da introdução de aproximações de ordem matemática. Aditem por exemplo, funções polinomiais simples para descrever o perfil térmico no metal e também fatores geométricos para adapta-las ao estudo de casos em que o fluxo de calor não é unidirecional (**Hills, 1965/67/69**).

A necessidade de utilizar-se métodos não analíticos no cálculo da distribuição interna de temperaturas do sistema metal/molde e da posição da interface sólido/líquido durante a solidificação surge devido ao fato dos modelos analíticos exatos e aproximados fornecerem soluções que tem aplicação limitada devido a restrições impostas para sua solução. O avanço na área da computação vem propiciando o desenvolvimento de métodos numéricos cada vez mais sofisticados para um melhor entendimento dos casos reais de solidificação. Esses métodos levam em conta a resistência térmica na interface metal/molde, a geometria e as dimensões do sistema metal/molde, a geometria e a cinética da interface sólido/líquido, a variação das propriedades termofísicas e a existência de fluxos de massa durante o processo, etc.

A abordagem matemática do processo de solidificação é portanto bastante complexa, já que envolve diferentes mecanismos de transferência de calor (condução, convecção e radiação),

ocorrendo em regime transiente e também a existência de fronteiras móveis, sendo necessário o uso de equações diferenciais, com condições de contorno não lineares, justificado ainda pelo fato que em condições reais de fundição, deve ser quantificado também a transferência de calor Newtoniana entre o metal e o molde. Por todos esses aspectos, devem ser utilizados os métodos numéricos que fornecem resultados mais próximos da realidade, ao invés dos métodos analíticos exatos e aproximados que restringem-se ao caso mais simples da condução unidirecional de calor e com uma série de simplificações de ordem física e condições de contorno bastante específicas (Flemings, 1974).

Neste trabalho será utilizado o método numérico, que será abordado com mais detalhes no próximo capítulo.

1.3 Objetivos do trabalho

Tendo em vista a importância tecnológica dos processos de fundição o principal objetivo deste trabalho é analisar experimentalmente a influência da geometria e do material do molde nos parâmetros de solidificação e na formação da microestrutura das ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu. Para tanto foram solidificadas placas e cilindros dessas ligas em moldes maciços de areia e aço.

Considerando também a importância crescente da simulação matemática do processo de solidificação, os resultados experimentais obtidos foram utilizados para a otimização de um modelo numérico, a partir de um modelo anterior desenvolvido para o estudo da solidificação unidirecional em molde refrigerado, para o tratamento da solidificação de placas e cilindros em moldes maciços.

2. Revisão da literatura

2.1 Formação da microestrutura

Qualquer que seja o produto metálico, acabado (peças obtidas já na forma final ou próxima), ou semi-acabado (placas, lingotes, blocos e tarugos), com exceção daqueles produzidos diretamente através do pó metálico (sinterização), passam pelas etapas de fusão e solidificação, e a estrutura que se forma imediatamente após a solidificação determina as propriedades do produto final, mesmo para aqueles produtos que posteriormente serão conformados.

No caso de ligas metálicas, que corresponde a quase totalidade dos produtos metálicos utilizados, a solidificação se dá em um intervalo de temperaturas, ver esquema representativo na figura 2.1, e para uma dada composição ocorre entre as linhas liquidus e solidus. Durante a solidificação haverá rejeição de soluto ou de solvente, dependendo do valor de k , coeficiente de partição de soluto ser menor ou maior que a unidade respectivamente, e como na prática de fundição, a solidificação ocorre em condições de não equilíbrio, ou seja, a velocidade de avanço da fronteira sólido/líquido não é extremamente lenta, haverá um acúmulo de soluto no líquido (se $k < 1$) gerando gradientes de composição em frente à interface sólido/líquido, como mostrado na figura 2.2.

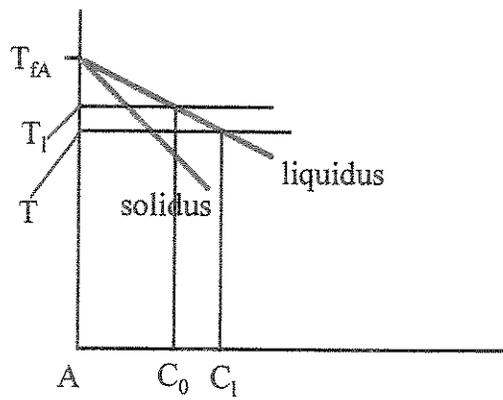


Figura 2.1 – Região de fase única do diagrama de equilíbrio indicando as linhas de transformação solidus e liquidus (Santos, 1998).

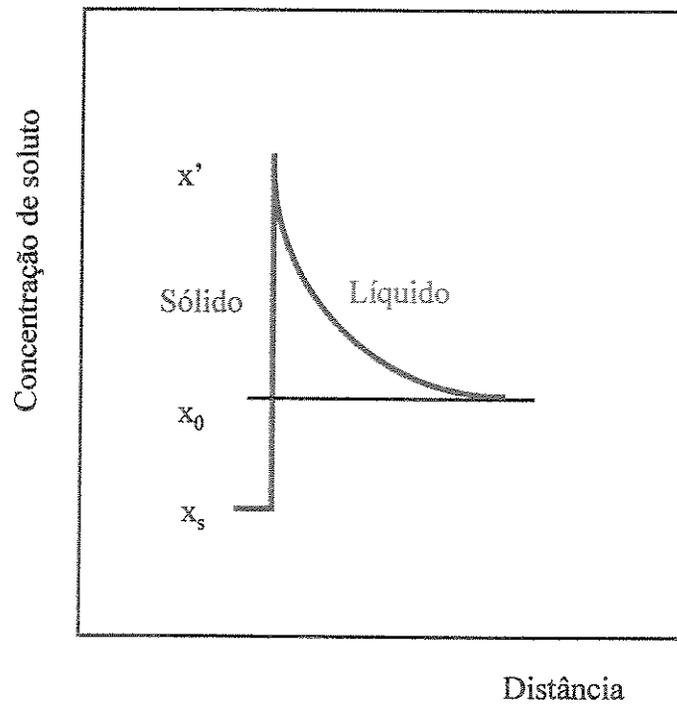


Figura 2.2 – Distribuição de soluto em frente a interface sólido/líquido (Santos, 1998).

Para uma determinada liga, o teor total de soluto não muda, mas como dito anteriormente há um acúmulo na interface sólido/líquido que vai decrescendo à medida que a distância da interface aumenta até que se atinja a composição nominal da liga. Observando-se a figura 2.3, nota-se que o aumento do teor de soluto leva a uma diminuição da temperatura de início de solidificação (correspondente a linha liquidus) e portanto quando a composição decresce ao valor nominal da liga (X_0), a temperatura de início de solidificação aumenta, o que significa que ocorre a formação de um gradiente de temperatura de solidificação adiante da interface sólido/líquido. Esse gradiente formado, superposto ao gradiente de temperatura do metal líquido, poderá propiciar que o líquido adiante da interface apresente uma temperatura de início de solidificação acima da temperatura real e esteja em condições de se solidificar, como mostrado na figura 2.4. Esse fenômeno é denominado super-resfriamento constitucional e pode provocar instabilidades na interface sólido/líquido, que resulta no modelo de crescimento dendrítico, o mais comum em materiais fundidos.

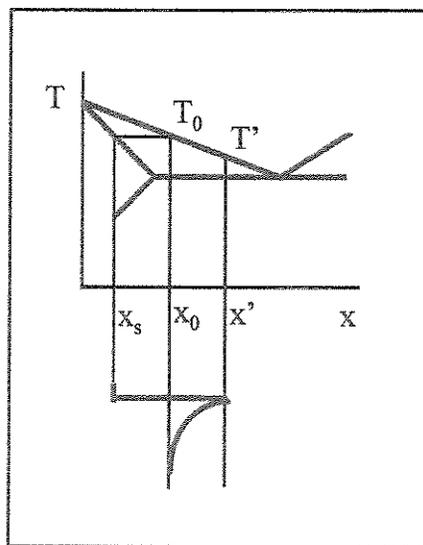


Figura 2.3 – Correlação entre gradiente de temperatura e gradiente de soluto em frente a interface sólido/líquido (Santos, 1998).

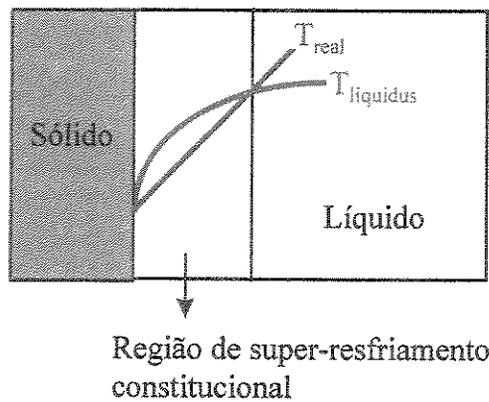


Figura 2.4 – Formação do super-resfriamento constitucional (Santos, 1998).

A qualidade e desempenho mecânico das peças metálicas fundidas dependem da combinação de várias coisas ao mesmo tempo, como por exemplo o tamanho de grão, espaçamentos dendríticos, espaçamentos lamelares ou fibrosos, das heterogeneidades de composição química, do tamanho, forma e distribuição das inclusões, das porosidades formadas, etc. Todos esses fatores podem de alguma maneira ser manipulados durante o processo de solidificação, para obter peças com as inúmeras exigências do mercado. Deve-se portanto, ter conhecimento de todos os fatores envolvidos ao longo de todo o processo, desde o tratamento do metal líquido, temperatura de vazamento, a maneira de se preencher o molde (controlando a intensidade das correntes convectivas), material e geometria do molde (responsável pela capacidade de absorção de calor), se o molde deve ser pré-aquecido, refrigerado ou estar na temperatura ambiente, fatores esses que terão influência na taxa de resfriamento e portanto determinarão o grau de refino da estrutura. Via de regra as peças fundidas apresentarão melhores propriedades mecânicas com o aumento do grau de refinamento, pois espaçamentos intercelulares e interdendríticos menores permitem que a microestrutura seja caracterizada por uma distribuição mais uniforme da segregação microscópica que existe entre essas ramificações (Okamoto e Kishitake, 1975). Na figura 2.5 é mostrado esquematicamente os espaçamentos interdendríticos.

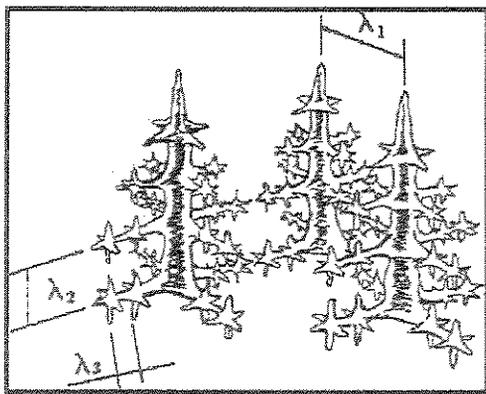


Figura 2.5 – Representação dos espaçamentos dendríticos primários, secundários e terciários (Garcia, 2001).

O espaçamento dendrítico primário é a distância entre dois ramos primários, o secundário é a distância entre os ramos originários do primário e o terciário é a distância originária dos ramos secundários, embora muitas vezes esses últimos não existam ou então estejam mascarados pelos ramos primários, pois estão em direções coincidentes.

Nos processos de fundição e lingotamento de ligas metálicas, a morfologia de solidificação é tipicamente dendrítica e não se altera significativamente da superfície a outras posições da peça, exceto pelo tamanho dos espaçamentos dendríticos. A importância tecnológica desses processos justificou o intenso trabalho de pesquisa na busca de relações quantitativas entre parâmetros do processo e os espaçamentos interdendríticos (Garcia, 2001).

2.1.1 Espaçamento dendrítico primário (EDP)

Para a quantificação do espaçamento dendrítico primário, são levados em conta os efeitos das condições térmicas impostas, representadas pelos valores do gradiente de temperatura na fase líquida (G_{liq}) e velocidade da interface sólido/líquido (V_{liq}), além das constantes relacionadas à liga. O espaçamento primário diminui com o aumento do gradiente de temperatura e a velocidade da interface sólido/líquido. Com relação ao teor de soluto, há controvérsia em relação ao seu efeito no aumento ou diminuição do espaçamento primário. Alguns autores afirmam que o espaçamento primário diminui com o aumento do teor de soluto na liga (Edvardsson, 1976;

Spittle/Lloyd, 1979), enquanto outros, (Flemings,1974; Young/Kirkwood, 1975; Okamoto et al, 1978) afirmam o contrário.

Os modelos para a previsão microestrutural normalmente são divididos em teóricos e experimentais.

(a) Modelos teóricos para espaçamento dendrítico primário (EDP)

A análise teórica do EDP iniciou-se com Brown e Adams em 1961 e posteriormente, Rohatgi e Adams em 1967 mostraram que o espaçamento é uma função da taxa de resfriamento (R) ao invés do tempo local de solidificação (t_{local}).

Um modelo simples para a previsão do EDP foi desenvolvido por (Okamoto e Kishitake, 1975), em que assumiram os ramos secundários como sendo placas, que engrossam com o processo de solidificação, e que não existe difusão no sólido. Introduziram um gradiente de mistura no líquido interdendrítico (ϵ), que resultou em:

$$\lambda_1^{Okamoto} = 2\epsilon \cdot \left(\frac{-m_{liq} D_{liq} (1-k) \cdot C_0}{R} \right) \quad (2.1)$$

D_{liq} = difusividade do líquido, m²/s

k = coeficiente de partição

Onde: m_{liq} = inclinação da linha *liquidus*, °C/% em peso

C_0 = concentração inicial da liga, % em peso

R = taxa de resfriamento, em °C/s

Sendo que (ϵ), é uma constante menor que a unidade experimentalmente assumido como 0,5 para as ligas Al-Si, Al-Sn, Al-Cu e Al-Mg. Notar que os efeitos da velocidade de avanço (V_{liq}) e do gradiente de temperatura (G_{liq}), não tinham sido analisados de maneira isolada.

Os primeiros trabalhos relacionando o EDP com a velocidade da isoterma liquidus (V_{liq}) e gradiente de temperatura à frente da isoterma liquidus (G_{liq}), foi proposto por (Hunt, 1979; e McCartney/Hunt, 1981) que assumiram o crescimento das dendritas em formato regular, chegando à seguinte equação:

$$\lambda_1^{Hunt} = \sqrt[4]{\frac{-64D_{liq}\Gamma[m_{liq}(1-k)C_0 + kG_{liq}V_{liq}^{-1}]}{V_{liq}G_{liq}^2}} \quad (2.2)$$

Onde:

D_{liq} = difusividade no líquido, m²/s

Γ = constante de Gibbs-Thompson, m K

m_{liq} = inclinação da linha liquidus, °C/%

C_0 = concentração inicial da liga, % em peso

k = coeficiente de partição

G_{liq} = gradiente térmico na ponta da dendrita, °C/m

V_{liq} = velocidade da ponta da dendrita, m/s

Considerando $\frac{-m_{liq}C_0(1-k)}{k} = \Delta T_0$, e substituindo a equação acima na equação de Hunt para espaçamento primário tem-se que:

$$\lambda_1^{Hunt} = \sqrt[4]{\frac{-64D_{liq}\Gamma[k\Delta T_0 + kG_{liq}V_{liq}^{-1}]}{V_{liq}G_{liq}^2}} \quad (2.3)$$

Para o crescimento dendrítico, quando $V_{liq} \gg V_{cd}$ (velocidade de transição) definida por (Kurz e Fisher, 1981) como sendo:

$$V_{cd} = \frac{G_{liq}D_{liq}}{k\Delta T_0} \quad (2.4)$$

Sendo que:

$$\Delta T_0 = \frac{-m_{liq} C_0 (1-k)}{k} \quad (2.5)$$

$$\lambda_1^{Hunt} = 2,83 \cdot \sqrt[4]{\frac{D_{liq} \Gamma k \Delta T_0}{V_{liq} G_{liq}^2}} \quad (2.6)$$

O segundo termo dentro do colchete da equação (2.3) pode ser desprezado e então a equação proposta por **Hunt** pode ser simplificada para:

$$\lambda_1^{Hunt} = 2,83 \cdot \sqrt[4]{\frac{D_{liq} \Gamma k \Delta T_0}{V_{liq} G_{liq}^2}} \quad (2.7)$$

onde ΔT_0 representa o intervalo de solidificação de não equilíbrio.

Esta equação permite concluir que o EDP é mais sensível a variações do gradiente de temperatura (G_{liq}) do que a variações na velocidade de deslocamento da ponta da dendrita (V_{liq}) ou a variações na composição química nominal da liga (C_0).

Os estudos de (**Wolf e Kurz, 1979; Kurz e Fisher, 1981/1992**) acrescentaram à idéia de **Hunt** uma condição de caráter geométrico que assumia que a forma da célula ou da dendrita podia ser considerada como metade de um elipsóide de revolução, com o raio da ponta dado por:

$$R_{Kurz} = \frac{b^2}{a} \quad (2.8)$$

Sendo que a e b correspondem ao menor e o maior eixo do elipsóide de revolução, dados por:

$$a = \frac{\Delta T^n}{G_{liq}} \quad (2.9)$$

$$b = \frac{\lambda_1^{Kurz}}{\sqrt{3}} \quad (2.10)$$

Supondo que o espaçamento é proporcional ao raio da ponta da dendrita, ou seja:

$$\lambda_1^{Kurz} = \sqrt{R^{Kurz} a} \quad (2.11)$$

Sendo que para $V_{liq} \gg V_{cd}$, têm-se que:

$$R^{Kurz} \cong 2\pi \left(\frac{D_{liq} \Gamma}{\Delta T_0 k V_{liq}} \right) \quad (2.12)$$

O espaçamento dendrítico primário proposto por **(Kurz e Fisher, 1981)**, passa a ser:

$$\lambda_1^{Kurz} = \sqrt{\frac{3\Delta T^n R^{Kurz}}{G_{liq}}} \quad (2.13)$$

Sendo que ΔT^n = diferença de temperatura entre a base e a ponta da célula, que pode ser determinado por:

$$\Delta T^n = \left(1 - \frac{G_{liq} D_{liq}}{V_{liq}} \Delta T_0 \right) \frac{\Delta T_0}{(1-k)} \quad (2.14)$$

Para crescimento dendrítico com valores baixos para a relação G_{liq}/V_{liq} e considerando que a interface sólido/líquido aproxima-se do formato de uma calota esférica, **(Trivedi, 1984)** propôs que se $V_{liq} < V_{cd}$, onde V_{cd} é a velocidade de transição celular/dendrítica, o crescimento se dá de

maneira celular e que os espaçamentos entre as lamelas tendem a crescer com o aumento de V_{liq} , e então propôs a seguinte equação:

$$\lambda_1^{Trivedi} = 6 \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{\Delta T_0 D_{liq} \Gamma}{k V_{liq} G_{liq}^2}} \quad (2.15)$$

Um outro modelo proposto (**Bouchard e Kirkaldy, 1997**), foi apoiado em vários sistemas metálicos binários para condições de solidificação tanto estacionária quanto transitória, sendo para o regime transitório representado pela seguinte equação:

$$\lambda_1^{Kirkaldy} = g_1 \left(\frac{16c_0^{0.5} G_0 \varepsilon \sigma_{sol/liq} T_F D_{liq}}{m_{liq} (1-k) LG_{liq} V_{liq}} \right)^{0.5} \quad (2.16)$$

onde:

G_0 é um fator de escala para tensão superficial e g_1 um fator de calibração.

(b) Modelos experimentais para espaçamento dendrítico primário (EDP)

Experimentalmente, o EDP é representado por equações do tipo:

$$\lambda_1 = K G_{liq}^{-a} V_{liq}^{-b} \quad (2.17)$$

onde:

G_{liq} = gradiente térmico na ponta da dendrita

V_{liq} = velocidade de avanço da isoterma *liquidus* ou da ponta da dendrita

Sendo que k , a e b são constantes que dependem da liga e podem ser encontrados nos trabalhos de (**Han e Trivedi, 1994 e Esaka, 1986**).

A partir de experimentos com a liga Al 4,4%Cu, a seguinte relação para o espaçamento dendrítico primário foi proposta por (Young e Kirkwood, 1975):

$$\lambda_1^{Young} = 3,05 \times 10^3 G_{liq}^{-0,50} V_{liq}^{-0,36} \quad (2.18)$$

Onde:

λ_1^{Young} = espaçamento dendrítico primário, μm

G_{liq} = gradiente térmico da ponta da dendrita, $^{\circ}\text{C}/\text{mm}$

V_{liq} = velocidade da ponta da dendrita, $\mu\text{m}/\text{s}$.

Utilizando as ligas do sistema Al-Cu e Al-Mg-Si em seus estudos, (Mc Cartney e Hunt, 1981) obtiveram experimentalmente para a liga Al 6%Cu a equação:

$$\lambda_1^{McCartney} = 359 G_{liq}^{-0,474} V_{liq}^{-0,31} \quad (2.19)$$

Onde:

λ_1 = espaçamento dendrítico primário, μm

G_{liq} = gradiente térmico da ponta das dendritas, $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$

V_{liq} = velocidade da ponta da dendrita, cm/s .

Paralelamente ao trabalho teórico, (Bouchard e Kirkaldy, 1977) investigaram várias ligas do sistema Al-Cu, entre elas Al(4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 10 e 10,3)%Cu e chegaram ao valor de 250 para o fator de calibração referente a essas ligas, resultando então na seguinte equação:

$$\lambda_1^{Kirkaldy} = 250 \left(\frac{16c_0^{0,5} G_0 \varepsilon \sigma_{sol/liq} T_F D_{liq}}{m_{liq} (1-k) L G_{liq} V_{liq}} \right)^{0,5} \quad (2.20)$$

2.1.2 - Espaçamento dendrítico secundário (EDS)

Diferentemente do espaçamento dendrítico primário, no secundário há um consenso que este diminui com o aumento da velocidade da interface sólido/líquido e com o aumento do teor de soluto na liga, (Flemings et al,1970; Young e Kirkwood, 1975 e Okamoto et al,1978). Os mecanismos que envolvem a formação e crescimento dos braços dendríticos secundários são mais complexos, quando comparados com o primário. Enquanto o espaçamento dendrítico primário depois de estabelecido, não varia durante, ou mesmo depois da solidificação, o mesmo não ocorre com o espaçamento secundário por causa do efeito de “engrossamento” (Kurz e Fisher,1992).

Os braços dendríticos secundários formam-se nas proximidades das pontas das dendritas (início da transformação líquido/sólido, portanto a temperatura liquidus) e com poucas ramificações uniformemente espaçadas. Entretanto esses espaçamentos aumentam à medida que se aproximam da raiz da dendrita (final da transformação sólido/líquido, portanto a temperatura solidus de não-equilíbrio). De acordo com (Flemings, 1974 e Kurz e Fisher, 1992) o engrossamento dos braços secundários das dendritas, ocorre pelo mecanismo de refusão dos ramos secundários mais finos e o aumento do diâmetro dos ramos mais espessos a fim de reduzir a energia interfacial. Como o espaçamento desses braços exige a difusão de soluto, esse processo passa a ser desprezível a partir do momento em que todo o líquido interdendrítico tenha solidificado. Nessas condições, o valor final do espaçamento é determinado pelo tempo total que a ramificação dendrítica fica em contato com o líquido, já que a difusividade de soluto no líquido é significativamente maior do que no sólido.

Da mesma maneira que o espaçamento dendrítico primário, o secundário também pode ser determinado através dos modelos teóricos e experimentais, cuja forma geral é mostrada a seguir:

$$\lambda_2 = B \cdot (\overline{M}t_{local})^n \quad (2.21)$$

Onde:

λ_2 = espaçamento dendrítico secundário, μm

B = constante

\overline{M} = parâmetro modelo de Feurer (constante), cm^3/s

$n =$ constante que varia entre 1/2 e 1/3

O tempo local de solidificação (t_{local}) corresponde a diferença entre os tempos de passagem das isothermas solidus e liquidus por uma determinada posição, que em outras palavras é o intervalo de tempo entre a passagem da ponta e da raiz da dendrita pelo mesmo ponto e é dado por:

$$t_{local} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T_{liq} - T_{sol}}{G \cdot V_{sol}} \quad (2.22)$$

Onde:

$\Delta T =$ diferença de temperatura na zona pastosa, em °C

$R =$ taxa de resfriamento, em °C/s

$G =$ gradiente de temperatura na zona pastosa, em °C/m

$V_{sol} =$ velocidade da frente *solidus*, em m/s

(a) Modelos teóricos para o espaçamento dendrítico secundário (EDS)

Feurer propôs um modelo no qual considera as ramificações dendríticas com geometria regular de troncos cilíndricos e que o engrossamento dos braços dendríticos é consequência da refusão dos ramos laterais menores, propondo a seguinte equação (**Feurer, 1977**):

$$\lambda_2^{Feurer} = B_0 (\overline{M} t_{local})^{1/3} \quad (2.23)$$

Sendo que \overline{M} representa a influência do sistema de liga e da composição inicial no espaçamento secundário, é chamado parâmetro de engrossamento, e é dado pela equação:

$$\overline{M} = \frac{2\sigma_{sol/liq} D_{liq} T_{liq} \ln\left(\frac{C_{liq}}{C_0}\right)}{H_f (1-k) m_{liq} (C_{liq} - C_0)} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (2.24)$$

Onde:

$B_0 =$ constante teórica = 4,359

$\sigma_{sol/liq} =$ energia interfacial sólido/líquido, J/m²

$D_{liq} =$ difusividade do líquido, m²/s

$T_{liq} =$ temperatura *liquidus* da liga, K

$C_{liq} =$ concentração final do líquido, %, que muitas vezes é igual a C_{eut}

$C_0 =$ concentração inicial da liga, % em peso

$H_f =$ calor de fusão volumétrico, J/m³

$k =$ coeficiente de partição

$m_{liq} =$ inclinação da linha *liquidus*, °C/% em peso.

Substituindo $\Gamma = \frac{\sigma_{sol/liq} T_{liq}}{H_f}$ na equação 2.24, tem-se para o espaçamento secundário:

$$\lambda_2^{Feurer} = 5,5 \cdot \left(\frac{\Gamma D_{liq} \ln\left(\frac{C_{liq}}{C_0}\right)}{(1-k)m_{liq}(C_0 - C_{liq})} \right)^{1/3} = 5,5 \cdot (\overline{Mt}_{local})^{1/3} \quad (2.25)$$

A exemplo de outros autores, (Kirkwood, 1985) também leva em conta o fenômeno do engrossamento baseado na refusão dos ramos menores, iniciando-se na ponta e deslocando-se em direção à raiz, e propôs a seguinte relação para o ramo secundário:

$$\lambda_2^{Kirkwood} = \left(\frac{128\Gamma D_{liq} \ln\left(\frac{C_{liq}}{C_0}\right) t_{local}}{(1-k)m_{liq}(C_0 - C_{liq})} \right)^{1/3} \cong 5 \cdot \left(\frac{\Gamma D_{liq} \ln\left(\frac{C_{liq}}{C_0}\right) t_{local}}{(1-k)m_{liq}(C_0 - C_{liq})} \right)^{1/3} \quad (2.26)$$

Esse modelo é praticamente igual ao modelo proposto por **Feurer em 1977**.

A figura 2.6 apresenta valores do parâmetro \bar{M} para vários sistemas binários com o alumínio como elemento base. Esses valores foram calculados com base nos dados da tabela 2.1.

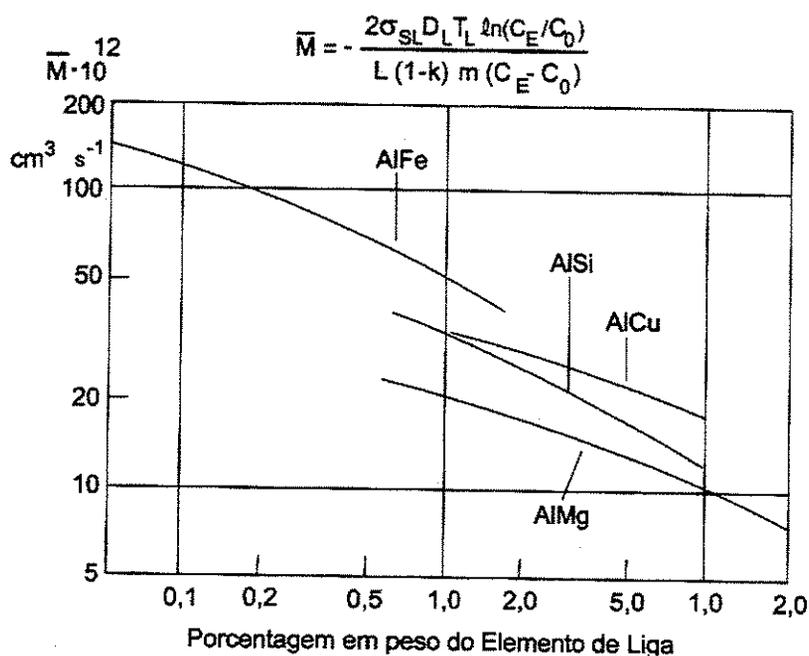


Figura 2.6 – Variação da constante \bar{M} com o percentual em peso de elemento de liga para algumas ligas de alumínio (**Garcia, 2001**).

Tabela 2.1 – Valores de características físicas de ligas de alumínio utilizadas na determinação do parâmetro \bar{M} (**Garcia, 2001**).

Constantes	Al-Cu	Al-Fe	Al-Mg	Al-Si	Unidades
C_{eut}	33,0	1,70	35,0	12,5	% em peso
T_{eut}	548	655	450	577	$^{\circ}C$
k	0,172	0,029	0,439	0,132	adimensional
m	-3,39	-2,94	-6,0	-6,64	$^{\circ}C/\%$

D	5,0	1,0	4,0	5,0	$10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
σ	100				erg/cm^2
L_v	$1,0 \times 10^{10}$				Erg/cm^3

Adotando-se por exemplo,

Al 4,5%Cu chega-se a:

$$\lambda_2^{Feurer} = 12,1(t_{local})^{0,38} \quad (2.27)$$

Al 15%Cu chega-se a:

$$\lambda_2^{Feurer} = 9,9(t_{local})^{0,39} \quad (2.28)$$

Com λ_2 [μm] e t_{local} [s]

Com o auxílio de um modelo experimental de compostos orgânicos em regime de resfriamento unidirecional, (Trivedi et al, 1984) propõe uma relação entre o espaçamento dendrítico secundário e o raio da ponta da dendrita principal, chegando a seguinte relação para o EDS:

$$\lambda_2^{Trivedi} = C_1(R)^{-n} \quad (2.29)$$

com λ_2 [μm]; R [K/s], n = 0,5 e

$$C_1 = 17,8 \frac{\Gamma D_{liq}^{0,5}}{V_{liq}} \quad (2.30)$$

Quando o calor e a massa são transportados durante o engrossamento dos ramos dendríticos secundários, seus espaçamentos podem ser presumidos por uma equação do tipo (Voorhees, 1989):

$$\lambda_2^{Voorhees} = C_3 (t_{local})^n \quad (2.31)$$

com λ_2 [μm]; t_{local} [s]; $n = 1/3$ e

$$C_3 = \left(\frac{8\sigma_{sol/liq} \alpha_{liq} T_{eq} D_{liq}}{9L_f \left[\left(\frac{LD_{liq}}{c} \right) - (1 - k_0) C_{liq} \alpha_{liq} m_{liq} \right]} \right)^{1/3} \quad [(\text{m}^3/\text{s}) \times 10^{-15}] \quad (2.32)$$

Com:

$\alpha_{liq} = k_{liq} V_m / c$, difusividade térmica do líquido;

V_m = volume molar;

c = calor específico;

T_{eq} = temperatura de equilíbrio do elemento puro com a interface sólido/líquido.

Partindo de que a taxa de engrossamento dos ramos dendríticos secundários é limitada pela taxa de calor por condução em metais puros e pelas taxas de calor e taxa de difusão nas ligas metálicas, (Mortensen, 1991) propôs a seguinte equação:

$$\lambda_2^{Mortensen} = C_2 (t_{local})^n \quad (2.33)$$

onde,

$$C_2 = \left(\frac{27\Gamma D_{liq}}{4C_{liq} m_{liq} (1 - k) F_{sol} (1 - \sqrt{F_{sol}})} \right)^{1/3} \quad [(\text{m}^3/\text{s}) \times 10^{-16}] \quad (2.34)$$

Para o sistema Al 4,5Cu tem-se:

$$\lambda_2^{Mortensen} = 12(t_{local})^{1/3} \quad (2.35)$$

com λ_2 [μ m] e t_{local} [s]

Uma expressão para o cálculo do EDS que independe do gradiente térmico e não considera o fenômeno do engrossamento dos braços secundários, apresentando como única variável de controle do crescimento secundário, a velocidade de deslocamento da ponta da dendrita, foi proposta por **(Kirkaldy et al, 1995)**:

$$\lambda_2^{Kirkaldy} = 2a_2\pi \left(\frac{4\sigma_{sol/liq} D_{liq}^2}{C_0(1-k)^2 L_v V_{liq}^2} \right)^{1/3} \quad (2.36)$$

onde, L_v é o calor latente na base volumétrica [J/m^3],

a_2 é um fator de calibração,

$\sigma_{sol/liq}$ é a energia interfacial [J/m^2].

O fator de calibração a_2 , foi investigado com base em medidas experimentais do EDS para diferentes ligas binárias, chegando-se aos seguintes valores **(Bouchard e Kirkaldy, 1997)**:

Ligas Fe-C: $a_2 = 6$;

Ligas Al-Si: $a_2 = 9$;

Ligas Al-Ni: $a_2 = 4$;

Ligas Al-Cu: $a_2 = 5$;

Ligas Sn-Pb: $a_2 = 5$.

Para ligas do sistema Al-Cu, o valor de $a_2 = 5$ por exemplo, foi definido após testes em uma faixa bastante ampla de teor de soluto, variando desde Al 3,9%Cu até Al 26,7%Cu.

(b) Modelos experimentais para o espaçamento dendrítico secundário (EDS)

Com base na investigação do sistema Al-Cu, (**Bower, Brody e Flemings, 1966**) propuseram uma equação para a liga Al 4,5%Cu que até hoje representa um consenso entre os vários trabalhos dessa natureza:

$$\lambda_2^{Bower} = 7,5 \times 10^{-6} (t_{local})^{0,39} \quad (2.37)$$

Onde:

λ_2^{Bower} = espaçamento dendrítico secundário, em μm

t_{local} = tempo local de solidificação, em s.

Suzuki em 1969 e seus colaboradores pesquisaram o aço ao carbono comum com teores de carbono na faixa de (0,14 a 0,88)% em peso, chegando a seguinte relação experimental para o espaçamento dendrítico secundário:

$$\lambda_2^{Suzuki} = 146(R)^{-0,39} \quad (2.38)$$

λ_2 [μm]; R [K/s]

Jacobi em 1975 e 1976 fez alguns trabalhos na área de lingotamento contínuo, entre os quais pode-se citar (**Jacobi/Pitsch, 1975 e Jacobi/Schwerdtfeger, 1976**) que realizaram medidas tanto dos espaçamentos dendríticos primários como dos secundários, na casca sólida de lingotes de aço carbono com o teor deste variando entre 0,6 a 0,7%, definindo as seguintes equações:

$$\lambda_1^{Jacobi} = 35,6(t_{local})^{0,49} \quad (2.39)$$

$$\lambda_2^{Jacobi} = 15,8(t_{local})^{0,44} \quad (2.40)$$

com λ_2 [μm]; t_{local} [s].

2.2 Métodos numéricos na análise da solidificação

Depois da descoberta dos métodos numéricos e seu contínuo aperfeiçoamento, a qualidade das peças fundidas tem melhorado continuamente. Diante da necessidade e da facilidade atualmente encontrada em se manipular modelos matemáticos em computadores, vários trabalhos foram desenvolvidos por diversos pesquisadores na tentativa de caracterizar precisamente todo o fenômeno em um sistema metal/molde (**Brimacombe, 1986/1988/1993; Kumar, 1993; Samarasekera, 1994**). Devido a sua grande flexibilidade, esses métodos permitem uma análise bem próxima dos casos reais de solidificação e geram ganhos em eficiência nos processos de fabricação.

Os métodos numéricos permitem trabalhar com fluxos de calor multidimensionais, geometrias e dimensões do sistema metal/molde variadas e complexas, propriedades físicas variáveis com a temperatura, resistência da interface metal/molde variável, etc. Os métodos numéricos permitem portanto, a solução de problemas que são impossíveis de serem resolvidos analiticamente.

Os métodos numéricos baseiam-se na solução das equações diferenciais de condução em regime transiente pela aproximação das mesmas por equações de diferenças ou elementos finitos, que são resolvidas a cada intervalo de tempo. Esta aproximação se dá através da divisão do sistema em malhas, onde a cada instante a temperatura no centro de cada malha é calculada através das equações de diferenças ou elementos finitos.

O método de diferenças finitas é o método numérico que tem sido mais utilizado para a solução aproximada de equações diferenciais, isto porque a forma de discretização é relativamente simples. O método de diferenças finitas é definido como aquele cuja discretização da equação diferencial é realizada através de um procedimento de aproximação no qual um meio contínuo é substituído por uma rede de malhas de pontos, cuja distância um dos outros é discreta, e o campo de incógnitas é aplicado somente nesses pontos discretos. As derivadas parciais da equação diferencial são aproximadas por diferenças finitas obtidas pela expansão da série de Taylor. As equações de diferenças finitas podem ser obtidas também por aproximação geométrica

e por conservação de energia, mas a vantagem do uso da expansão da série de Taylor é a visualização da ordem do erro introduzido ao se discretizar as derivadas parciais.

O método de diferenças finitas pode ser explícito ou implícito, sendo o explícito o mais tradicionalmente utilizado e se caracteriza pelo fato que a variável incógnita dependente é expressa explicitamente em função dos valores desta variável para a malha em questão e suas vizinhas, tomadas no instante anterior. O método de diferenças finitas implícito é um método no qual a variável incógnita dependente da malha em questão e de suas vizinhas são expressas implicitamente em função das mesmas calculadas para o mesmo instante, e portanto as equações que determinam os valores destas variáveis devem ser resolvidas simultaneamente. O sistema é resolvido pelo método Gaussiano de eliminação ou pelo método iterativo de Gauss/Seidel.

O método de diferenças finitas implícito é incondicionalmente convergente e estável enquanto que no explícito a estabilidade e convergência são condicionalmente função da relação intervalo de tempo / tamanho da malha. Por outro lado, o método de diferenças finitas implícito exige um trabalho computacional e tamanho de memória maiores quando comparado ao método explícito, devido à necessidade da solução simultânea das equações de um sistema. A tabela 2.2 mostra um fluxograma da análise e benefícios de um tratamento numérico para a solidificação, sugeridos por **(Overfelt, 1992)**.

Atualmente com o contínuo desenvolvimento dos métodos computacionais, os métodos numéricos têm apresentado uma crescente importância na análise dos processos de solidificação, pois estes permitem que se estude a solidificação em condições de contorno, mais próximas dos casos observados na prática.

Considerando a condução no metal e sabendo que a solidificação ocorre em regime transitório, isto é, a temperatura varia ponto a ponto com o tempo, usando a equação geral para sistemas metal/molde em que ocorre geração de calor latente e transferência de calor:

$$\rho.c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k.\nabla T) + \dot{Q} \quad (2.41)$$

Na interface sólido/líquido o seguinte balanço de energia deve ser satisfeito (Ruan et al., 1982; Rappaz e Stefanescu, 1988):

$$\dot{Q} = \rho.L_f \frac{\mathcal{F}_{sol}}{\hat{\alpha}} \quad (2.42)$$

Sendo \dot{Q} o calor gerado durante todo o processo de solidificação e a variação da fração de sólido é dada por:

$$\frac{\mathcal{F}_{sol}}{\hat{\alpha}} = \frac{\mathcal{F}_{sol}}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.43)$$

A equação (2.43) inserida na equação (2.42), leva a:

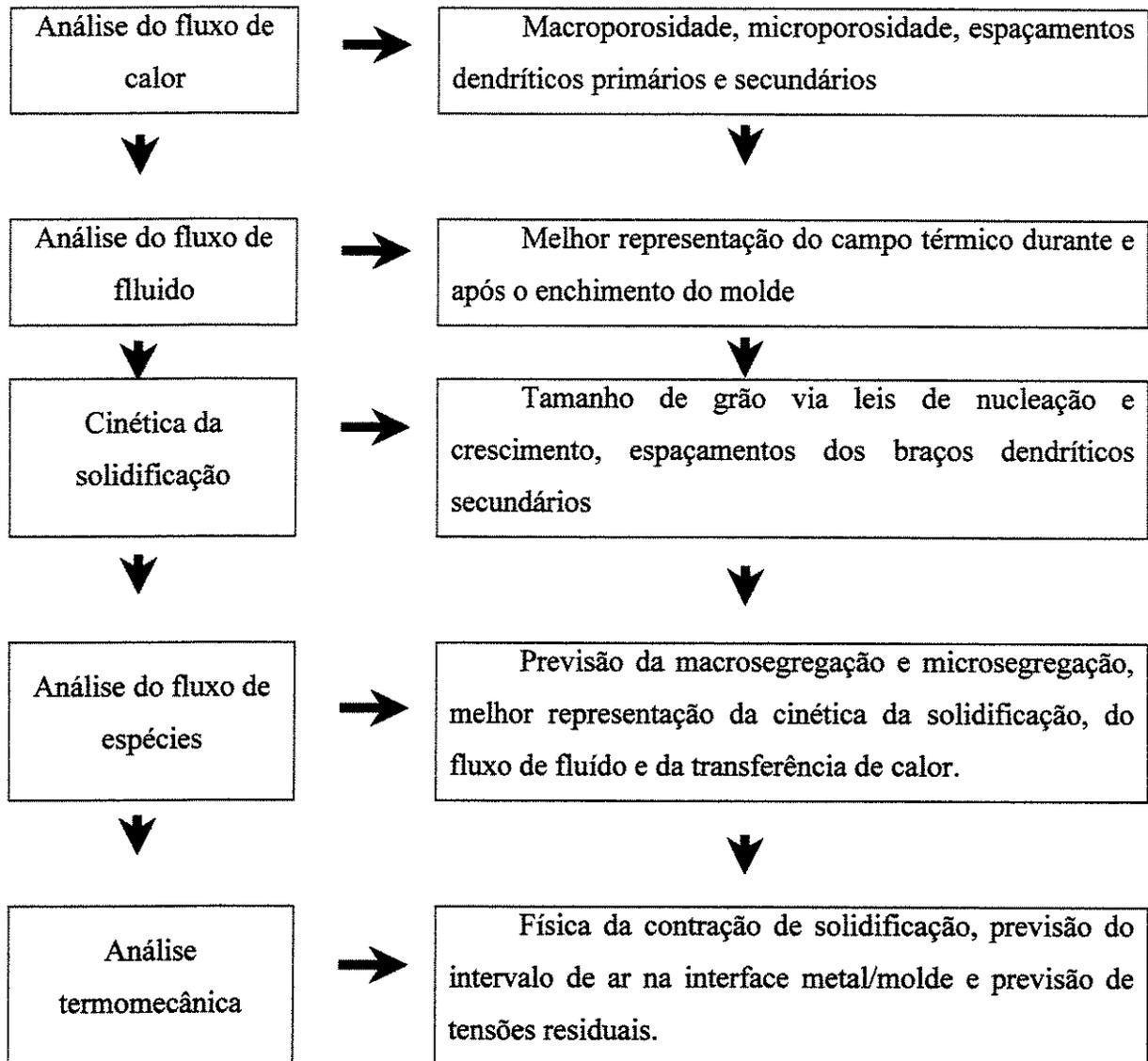
$$\dot{Q} = \rho.L_f \frac{\mathcal{F}_{sol}}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\hat{\alpha}} \quad (2.44)$$

Para fluxo de calor unidirecional e utilizando as equações (2.41) e (2.44), temos que:

$$\rho.c. \frac{\partial T}{\hat{\alpha}} - \rho.L_f \frac{\mathcal{F}_{sol}}{\partial T} \frac{\partial T}{\hat{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k. \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.45)$$

A entalpia (H) é uma grandeza termodinâmica que varia com a temperatura e que leva em conta as mudanças de estado, como acontece no caso da solidificação. Tornando-se conveniente colocar a equação geral (2.45) em função da entalpia, pelas simplificações que esta possibilita no tratamento do calor gerado durante a solidificação (Stefanescu et al., 1990).

Tabela 2.2 – Tipos de análise para modelagem do processo de solidificação e seus benefícios (Overfelt, 1992).



A utilização do método da entalpia tem como principal vantagem não necessitar de um tratamento explícito da condição da interface sólido/líquido (**Thevoz, 1989**). Isto é obtido através da reformulação das equações de conservação de energia e da introdução de um termo apropriado para a fonte de calor, resultado numa equação diferencial simples a ser resolvida. Tem-se, então a seguinte equação para a entalpia (H) (**Rappaz e Stefanescu, 1988; Basu e Sekhar, 1989; Santos e Melo, 1990**):

$$H(T) = \rho \cdot c \cdot T - \rho \cdot L_f \cdot f_{sol} \quad (2.46)$$

Que de uma forma mais geral, pode ser escrita como:

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T c \cdot \rho \cdot dT - \rho \cdot L_f \cdot f_{sol} + L_f \quad (2.47)$$

Derivando equação (2.47) em função do tempo:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \cdot L_f \cdot \frac{\partial f_{sol}}{\partial t} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.48)$$

Note que o segundo termo da equação (2.48) é igual ao primeiro da equação (2.45), e substituindo temos que:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \cdot L_f \cdot \frac{\partial f_{sol}}{\partial t} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.49)$$

Aplicação do método de diferenças finitas para fluxo de calor unidirecional

Considerando um sistema em que o fluxo de calor é unidirecional. Partindo da equação geral de condução de calor, e considerando um meio isotrópico onde a condutibilidade (k) só varia com a temperatura e não com a posição, teremos que: (**Rappaz e Stefanescu, 1988; Santos e Melo, 1990**):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k(T_c) \cdot \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} \quad (2.50)$$

Supondo um caso bem geral de uma liga no estado líquido numa temperatura de vazamento (T_{vaz}), superior a temperatura *liquidus* (T_{liq}) da liga, vazada num molde, inicialmente a temperatura (T_m), menor do que a temperatura de vazamento.

No método de diferenças finitas explícito, a entalpia em uma malha i é calculada levando em conta os valores da temperatura nas malhas vizinhas ($i+1$, $i-1$) e dela mesma no instante anterior ($l-1$). Explicitando a entalpia na equação 2.51, para o metal e colocando em forma de diferenças finitas (Melo, 1991; Rizzo, 1994):

$$\frac{H_i^l - H_i^{l-1}}{\Delta t} = k_c(T_c) \cdot \frac{T_{ci+1}^{l-1} - 2T_{ci}^{l-1} + T_{ci-1}^{l-1}}{\Delta x^2} \quad (2.51)$$

e fazendo:

$$\alpha_c(T_c) = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot k_c(T_c) \quad (2.52)$$

resulta em:

$$H_i^l = H_i^{l-1} + \alpha_c(T_c) \cdot (T_{ci+1}^{l-1} - 2T_{ci}^{l-1} + T_{ci-1}^{l-1}) \quad (2.53)$$

Para as malhas do interior do molde o equacionamento é mais simples, pois o mesmo não sofre mudança de fase, durante o seu aquecimento e posterior resfriamento. Portanto, temos:

$$\frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \frac{k_m(T_m)}{c_m(T) \cdot \rho_m(T)} \cdot \frac{\partial^2 T_m(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.54)$$

que colocando em termos de diferenças finitas resulta em:

$$\frac{T_{m_i}^l - T_{m_i}^{l-1}}{\Delta t} = \frac{k_m(T)}{c_m(T) \cdot \rho_m(T)} \cdot \frac{T_{m_{i+1}}^{l-1} - 2T_{m_i}^{l-1} + T_{m_{i-1}}^{l-1}}{\Delta x^2} \quad (2.55)$$

e colocando em termos do Número de Fourier ($Fo(T_m)$)

$$Fo_m(T_m) = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot \frac{k_m(T_m)}{c_m(T_m) \cdot \rho_m(T_m)} \quad (2.56)$$

Obtemos então, a seguinte equação para a temperatura:

$$T_{m_i}^l = T_{m_i}^{l-1} + Fo_m(T_m) \cdot (T_{m_{i+1}}^{l-1} - 2T_{m_i}^{l-1} + T_{m_{i-1}}^{l-1}) \quad (2.57)$$

A determinação da equação da entalpia para a malha da interface metal/molde, pode ser feita através de um balanço de energia, e da consideração de um coeficiente de transferência de calor (hi) entre o metal e o molde.

Para o molde na interface metal/molde pode-se aplicar a equação da conservação da energia considerando que:

$$\dot{E}_{entra} + \dot{E}_{gerada} - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{armazenada} \quad (2.58)$$

Colocando em termos de fluxo de calor, temos que:

$$q_{newtoniano} - q_{condução} = q_{armazenada} \quad (2.59)$$

Substituindo os termos correspondentes a cada termo da equação acima tem-se:

$$hi_{cm}(t) \cdot A \cdot (T_{c_i} - T_{m_i}) - k_m(T_m) \cdot A \cdot \frac{\partial T_m}{\partial x} = m_m \cdot c_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad (2.60)$$

e fazendo:

$$m_m = \rho_m \cdot V_m = \rho_m \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{2} \quad (2.61)$$

discretizando pelo método de diferenças finitas explícito obtém-se:

$$\begin{aligned} hi_{cm}(t) \cdot A \cdot (T_{ci}^l - T_{mi}^l) - k_m(T_m) \cdot A \cdot \frac{(T_{mi}^l - T_{mi-1}^l)}{\Delta x} = \\ = \rho_m(T_m) \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot c_m(T_m) \cdot \frac{(T_{mi}^{l+1} - T_{mi}^l)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Explicitando em função da temperatura, tem-se:

$$\begin{aligned} T_{mi}^{l+1} = T_{mi}^l + \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_m(T_m) c_m(T_m) \Delta x} hi_{cm}(t) (T_{ci}^l - T_{mi}^l) \\ - \frac{2 \cdot \Delta t \cdot k_m(T_m)}{\rho_m(T_m) c_m(T_m) \Delta x^2} (T_{mi}^l - T_{mi-1}^l) \end{aligned} \quad (2.63)$$

e colocando em termos do número de **Biot**, teremos:

$$Bi_{cm}(T, t) = \frac{hi_{cm}(t) \cdot \Delta x}{k_m(T_m)} \quad (2.64)$$

resultando em:

$$T_{mi}^{l+1} = T_{mi}^l + Fo_m(T_m) \cdot Bi_{cm}(T, t) \cdot (T_{ci}^l - T_{mi}^l) - 2 \cdot Fo_m \cdot (T_{mi}^l - T_{mi-1}^l) \quad (2.65)$$

Aplicando-se agora o balanço de energia na interface metal/molde tendo como volume de controle a parte da malha de interface relativa ao metal, temos que $\dot{E}_{gerada} \neq 0$, pois, existe a liberação de calor latente do metal que solidifica sendo a equação de balanço dada por:

$$q_{condução} + q_{calor\ latente} - q_{newtoniano} = q_{armazenada} \quad (2.66)$$

Substituindo os termos correspondentes a cada termo da equação acima tem-se:

$$k_c(T_c)A \frac{\partial T_c}{\partial x} + \rho_c(T_c)A \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial f_{sol}}{\partial t} L_f - h_{i_{cm}}(t)A(T_{c_i} - T_{m_i}) = m_c \cdot c_c \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (2.67)$$

sendo que:

$$m_c = \rho_c \cdot V_c = \rho_c \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{2} \quad (2.68)$$

substituindo as equações diferenciais parciais e a equação 2.68 em 2.67, colocando em termos de entalpia e rearranjando obtém-se:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{2}{\Delta x} \cdot \left[k_c(T_c) \cdot \frac{\partial T_c}{\partial x} - h_{i_{cm}}(t) \cdot (T_{c_i} - T_{m_i}) \right] \quad (2.69)$$

Colocando em termos de diferenças finitas, teremos:

$$\frac{H_1^l - H_1^{l-1}}{\Delta t} = \frac{2}{\Delta x} \cdot \left[k_c(T_c) \cdot \frac{(T_{c2}^{l-1} - T_{c1}^{l-1})}{\Delta x} - h_{i_{cm}}(t) \cdot (T_{c1}^{l-1} - T_{m1}^{l-1}) \right] \quad (2.70)$$

Explicitando em função da entalpia, teremos que:

$$H_1^{l+1} = H_1^l + \frac{2 \cdot \Delta t}{\Delta x} \cdot \left[k_c(T_c) \cdot \frac{(T_{c2}^l - T_{c1}^l)}{\Delta x} - h_{cm}(t) \cdot (T_{c1}^l - T_{m1}^l) \right] \quad (2.71)$$

Para o molde na interface molde/ambiente pode-se aplicar a equação da conservação da energia, considerando como volume de controle a parte da malha relativa ao molde e considerando a radiação desprezível, conforme:

$$Q_{\text{condução}} - Q_{\text{convecção}} = Q_{\text{armazenada}} \quad (2.72)$$

Substituindo os termos correspondentes a cada termo da equação, tem-se:

$$k_m(T) A \frac{\partial T_m}{\partial x} - \{ h_{cme}(t) \cdot A \cdot (T_{mi} - T_a) \} = m_m \cdot c_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad (2.73)$$

considerando que:

$$m_m = \rho_m \cdot V_m = \rho_m \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{2} \quad (2.74)$$

e colocando em diferenças finitas:

$$k_m(T_m) \frac{(T_{mi+1}^l - T_{mi}^l)}{\Delta x} - [h_{me}(t) (T_{mi}^l - T_a^l)] = \rho_m(T_m) \frac{\Delta x}{2} c_m(T_m) \frac{(T_{mi}^{l+1} - T_{mi}^l)}{\Delta t} \quad (2.75)$$

rearranjando e colocando em termos da entalpia e dos números de **Fourier** e **Biot**, resulta em:

$$T_{mi}^{l+1} = T_{mi}^l - 2 \cdot Fo_m \cdot Bi_{me}(T, t) \cdot (T_{mi}^l - T_a^l) + 2 \cdot Fo_m \cdot (T_{mi+1}^l - T_{mi}^l) \quad (2.76)$$

Estas equações podem ser facilmente transformadas para solidificação em sistema metal/molde com geometria cilíndrica, desde que seja desprezado o fluxo de calor axial (Melo, 1991; Rizzo, 1994).

Convergência do Método de diferenças finitas explícito

O grande inconveniente do método de diferenças finitas explícito é a necessidade de se estabelecer um critério de estabilidade. Para que o modelo seja termodinamicamente convergente, tem-se que:

$$T_{m_i}^{l+1} = Fo_m \cdot (T_{m_{i+1}}^l - T_{m_{i-1}}^l) + (1 - 2 \cdot Fo_m) \cdot T_{m_i}^l \quad (2.77)$$

Reescrevendo também a equação para a malha na interface metal/molde do lado do molde (equação):

$$T_{m_i}^{l+1} = Fo_m(T_m) \cdot Bi_{cm}(T, t) \cdot Tc_i^l + 2 \cdot Fo_m \cdot T_{m_{i-1}}^l + (1 - 2 \cdot Fo_m + Fo_m(T_m) \cdot Bi_{cm}(T, t)) \cdot T_{m_i}^l \quad (2.78)$$

e a equação para a malha na interface molde/ambiente do lado do molde (equação):

$$T_{m_i}^{l+1} = \left(1 - 2 \cdot Fo_m \cdot Bi_{me}(T, t) - 2 \cdot Fo_m\right) \cdot T_{m_i}^l - 2 \cdot Fo_m \cdot Bi_{me}(T, t) \cdot \left(T_a^l\right) + 2 \cdot Fo_m \cdot \left(T_{m_{i+1}}^l\right) \quad (2.79)$$

Os critérios já em termos dos números de **Fourier** e de **Biot** podem ser expressos da seguinte forma (Croft e Lilley, 1977):

- Para o fluxo de calor unidirecional para as malhas internas, teremos:

$$Fo_m < 0,5 \quad (2.80)$$

- Para o fluxo de calor unidirecional para as malhas da interface, teremos:

$$Fo_m \leq \frac{1}{2 \cdot (1 + Bi_{me})} \quad (2.81)$$

A análise realizada anteriormente para o molde, pode ser aplicada para o metal obtendo-se resultados semelhantes.

Um desenvolvimento análogo pode ser realizado para o caso de moldes cilíndricos.

Determinação da Fração Sólida

Um dos maiores problemas na utilização do método da entalpia é a determinação da entalpia total em cada malha discretizada. A entalpia de uma malha sob mudança de fase, de acordo com a equação 2.43, depende da evolução da fração de sólido. Segundo (Griffith e Nassersharif, 1991), o método da entalpia leva a bons resultados quando a malha é suficientemente refinada, de forma que pelo menos duas ou três malhas façam parte da região em mudança de fase.

No decorrer do processo de solidificação de uma liga metálica, que se solidifica dendriticamente, ela pode se encontrar em três formas: sólida, líquida, pastosa (sólida + líquida). A fração de sólido em cada posição, em um determinado tempo, pode ser calculada de várias maneiras, dependendo do sistema em questão e das considerações feitas para cada caso, ou seja:

Solidificação em equilíbrio

Durante a solidificação de uma liga em equilíbrio, as composições do sólido formado e a do líquido remanescente variam com a temperatura, de acordo com o diagrama de fases. Desta forma a regra da alavanca, pode ser usada para calcular a fração de sólido (f_{sol}):

$$f_{sol} = \frac{1}{k-1} \frac{(T - T_{liq})}{(T_M - T)} \quad (2.82)$$

Onde o coeficiente de distribuição no equilíbrio é dado por: $k = \frac{C_{sol}}{C_{liq}}$

Solidificação fora do equilíbrio

Na prática, a solidificação não ocorre em equilíbrio e portanto a difusão não é completa, ocorrendo a formação de uma camada rica ou pobre em soluto em frente a interface sólido/líquido, dependendo se $K < 1$ ou $K > 1$, respectivamente. Nas condições de solidificação fora do equilíbrio, existem algumas equações propostas na literatura.

a) Equação Linear

Desta forma assume-se que o calor latente é perdido linearmente entre as temperaturas *solidus* e *liquidus*. A equação pode ser expressa como se segue (**Jong e Hwang, 1992; Voller e Swaminathan, 1991**):

$$f_{sol} = \frac{T_{liq} - T}{T_{liq} - T_{sol}} \quad (2.83)$$

b) Equação de Scheil

Em condições de mistura total no líquido mas sem difusão de retorno no sólido, a equação de **Scheil** pode ser usada (**Flemings, 1974; Poirier et al., 1987; Jong e Hwang, 1992; Voller e Swaminathan, 1991**):

$$f_{sol} = 1 - \frac{T_M - T_{liq}}{T_M - T} \frac{1}{1-k} \quad (2.84)$$

Nesta equação a contração e a difusão no sólido são ignoradas. Esta equação é usada com bons resultados para ligas substitucionais onde a difusão no sólido pode ser desprezada.

c) Equação de **Brody-Flemings**

Em condições de mistura total no líquido e com difusão de retorno, a equação de **Brody - Flemings** pode ser usada (**Wanqi, 1994**):

$$f_{sol} = (1 + \gamma \cdot k) \left(1 - \left(\frac{T_M - T_{liq}}{T_M - T} \right)^{\frac{1}{1-k}} \right) \quad (2.85)$$

Onde:

$$\gamma = \frac{D_{sol}}{V_{sol} \cdot L} = \frac{D_{sol} t_{local}}{L^2} \quad (2.86)$$

Esta equação é usada nos casos de ligas intersticiais onde a difusão no sólido é muito intensa, ou em casos de grande difusividade atômica. Esta expressão aproxima-se da equação de **Scheil** quando γ tende a zero. Por outro lado, quando a difusão no sólido é completa, ou seja γ tende a infinito, a composição de soluto no sólido ficar próxima da equação de equilíbrio. No entanto, a equação de **Brody-Flemings** coincide com a equação de equilíbrio quando $\gamma = 1$. Desta forma, seus resultados perdem o significado físico quando $\gamma > 1$. Portanto, quando a difusão de soluto na fase sólida é elevada, a equação de **Brody-Flemings** não fornece resultados confiáveis, ou seja, somente deve ser usada para baixos valores de γ .

d) Equação de **Clyne-Kurz**

Para melhorar a solução de **Brody-Flemings**, **Clyne-Kurz** propuseram a substituição do parâmetro γ por outro, Ω , dado por:

$$\Omega = \gamma \left(1 - e^{-\frac{1}{\gamma}} \right) - \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2\gamma}} \quad (2.87)$$

Portanto esta equação tem a forma idêntica à equação de **Brody-Flemings**, a menos do parâmetro Ω , ou seja:

$$f_{sol} = \frac{1}{1 - 2\Omega k} \left(1 - \left(\frac{T_M - T_{liq}}{T_M - T} \right)^{\frac{2\Omega k - 1}{1 - k}} \right) \quad (2.88)$$

A equação de **Clyne-Kurz** aproxima-se da equação de **Scheil** quando γ tende a zero, e da equação de equilíbrio quando γ tende a infinito. Portanto, apresentando consistência física nas condições limites.

A abordagem mais apropriada para tratar a solidificação da liga Al – Cu é a equação de **Scheil**, pois esta despreza a difusão no estado sólido e o raio atômico do alumínio é muito próximo ao do cobre, o que dificulta a difusão do átomo de cobre na rede cristalina do alumínio.

Capítulo 3

3 Materiais e métodos

3.1 Ligas utilizadas

As ligas do sistema Al-Cu são de grande importância para a indústria metalúrgica e mecânica, pois o cobre dentro de certos limites, quando adicionado ao alumínio, aumenta a resistência mecânica e melhora a usinabilidade. Além disso são ligas bastante susceptíveis a tratamentos térmicos, diversificando bastante sua aplicação. As ligas utilizadas para a realização da parte experimental foram Al 4,5%Cu e Al 15%Cu. Além dessas vantagens, e portanto suas variadas aplicações, suas propriedades termofísicas são bem definidas (ver apêndice), o que facilita a simulação numérica.

3.2 Aparato experimental

Para a realização da parte experimental, foram utilizados os seguintes componentes:

- (a) forno a resistência elétrica;
- (b) cadinho;
- (c) moldes;
- (d) termopares;
- (e) sistema de aquisição de dados.

A seguir serão apresentados detalhes desses componentes:

(a) forno a resistência elétrica

Foi projetado e construído um forno para a execução de toda parte experimental, desde a preparação das ligas até a fusão e vazamento definitivo nos diferentes moldes. A carcaça do forno foi feita com aço 1010 (chapa 14) de espessura 1,90mm, sendo sua geometria cilíndrica com 680mm de diâmetro externo, parte útil interna octogonal com 130mm de aresta e altura de 450mm. A parte isolante, de fora para dentro, foi revestida com 3 camadas de manta cerâmica de 1 polegada de espessura e densidade de 128 kg/m^3 , e tijolo refratário com 42% de alumina, de baixa densidade de dimensões $229 \times 114 \times 63 \text{ mm}$, que cortados ao meio no sentido transversal e então furados bem próximo da extremidade, pudessem formar uma concavidade para que a resistência elétrica fosse encaixada. A figura 3.1 mostra a parte interna do forno ainda sem a resistência elétrica. Foram assentados 6 camadas de tijolo, utilizando concreto refratário. Na soleira do forno foi utilizado tijolo refratário de alta densidade, pois diferentemente da parede interna, além da resistência térmica, deve ter alta resistência ao desgaste e suportar choques mecânicos (entrada e retirada do cadinho).

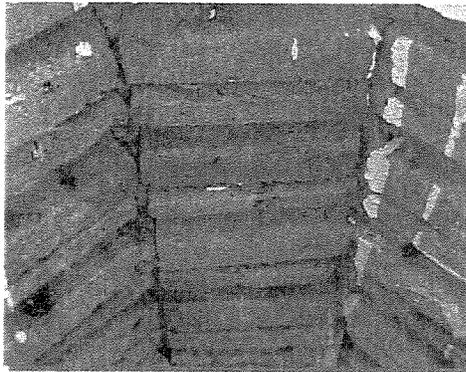


Figura 3.1- Vista interna do forno sem a resistência elétrica

A resistência elétrica para o aquecimento do forno foi o fio de níquel-cromo Kanthal A1, com diâmetro de 2,6mm e resistividade de $0,2705 \text{ ohm.m}$. Foram utilizados 35m de fio gerando uma potência máxima de 5,1KW. A figura 3.2 mostra com detalhe a resistência elétrica já

montada. O forno é ligado em 220V, e para controlar a potência foi utilizado um VARIAC com as seguintes características:

- Voltagem: 220V
- Corrente máxima: 30A
- Potência máxima: 6,6KVA

Foi acoplado também, um painel com mostrador digital de temperatura. Na figura 3.3 pode-se observar uma vista geral do forno elétrico.



Figura 3.2 - Detalhe da resistência elétrica devidamente montada

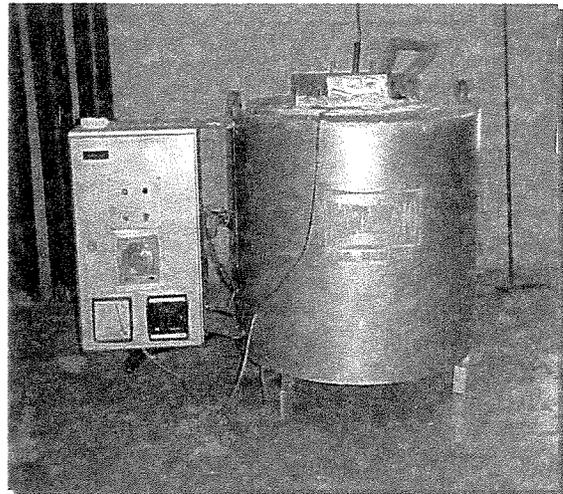


Figura 3.3 – Vista geral do forno

Algumas das vantagens do emprego de fornos elétricos são enumeradas abaixo:

- perda de fusão mínimas;
- absorção de gases, reduzido ao mínimo;
- regulagem fácil e precisa da temperatura;
- bom rendimento térmico, sobretudo no caso de marcha contínua.

Construído o forno, foi feita a secagem do refratário (etapa importante antes de colocar o forno em operação). Esta etapa consiste em aumentar a temperatura de forma gradativa a partir da temperatura ambiente, intercalando com patamares de temperatura x tempo com o objetivo de eliminar aos poucos a água retida e assim evitar trincas e rachaduras.

Com o forno devidamente em condições de uso, passou-se então para a preparação das ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu, sendo utilizado para tanto, 2 lingotes de alumínio comercialmente puro, cuja composição química, fornecida pelo fabricante, pode ser vista na tabela 3.1, e também 10 pastilhas de cavaco de cobre prensado (utilizadas em fundições devido a melhor cinética).

Tabela 3.1- Composição química do alumínio fornecida pelo fabricante.

Al%	Si %	Fe %	Zn %	outros
99,83	0,053	0,10	0,008	0,009

Inicialmente foi preparada uma liga mãe, e então foi-se adicionando o alumínio e verificando através de análise de fluorescência de raio-X a composição, até que se chegasse na liga desejada. A fluorescência de raio-X (XRF), é um dos métodos analíticos mais usados na identificação qualitativa dos elementos com número atômico (>8); além disso, é frequentemente empregada em análise elementar semiquantitativa ou quantitativa, com a grande vantagem de que, em contraste com a maioria das outras técnicas de análise elementar, é uma técnica não destrutiva. Nos casos mais favoráveis, podem ser medidas concentrações de algumas partes por milhão ou menores. Esse método de análise tem grande aplicação no controle de qualidade de metais e ligas manufaturadas, e no caso de ligas, a velocidade de análise permite correções de sua composição durante a fabricação. Foram feitas três fusões, uma para fazer a liga mãe, uma segunda para abaixar o teor de cobre e uma terceira para acertar a composição, obtendo-se assim vários lingotes pequenos que posteriormente foram refundidos. A tabela 3.2 mostra a composição química das ligas obtidas por fluorescência de raio-X.

Tabela 3.2- Faixas de valores de composição química obtidas para as ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu.

Al 4,5%Cu			Al 15%Cu		
Al %	95,29	95,16	Al %	84,65	84,56
Cu %	4,43	4,58	Cu %	15,03	15,12
Fe %	0,14	0,13	Fe %	0,13	0,13
Si %	0,10	0,09	Si %	0,16	0,15
Outros	0,04	0,04	Outros	0,03	0,04

(b) cadinho

Foram utilizados cadinhos de carbetto de silício com capacidade de aproximadamente 3kg das ligas utilizadas. A figura 3.4 mostra o cadinho utilizado.

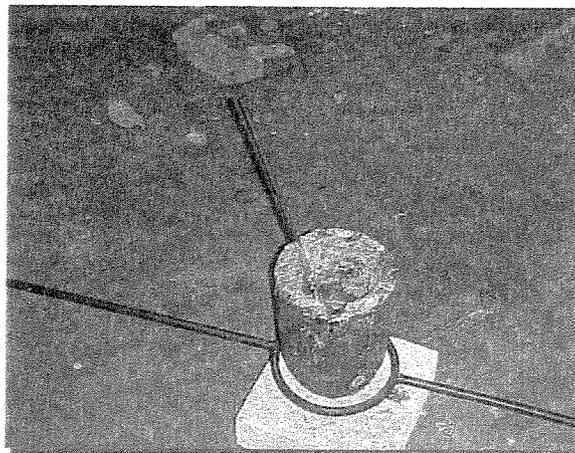


Figura 3.4- Cadinho utilizado para a parte experimental.

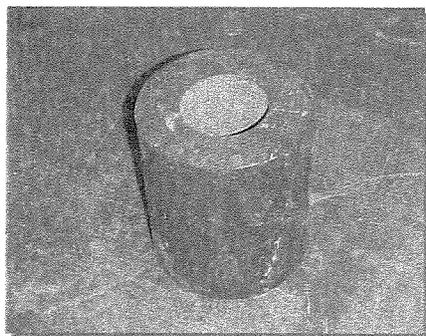
(c) moldes

Como o objetivo do trabalho é analisar a influência do material e geometria do molde durante o processo de solidificação, cada liga foi vazada em moldes cilíndricos e retangulares em aço e areia. Na tabela 3.3 estão esquematizadas as experiências realizadas.

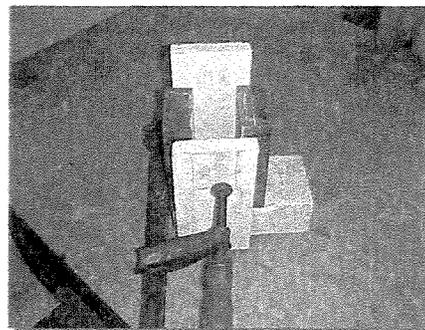
Tabela 3.3- Experiências realizadas.

Experiências	Molde	Geometria
Al 4,5%Cu	Aço	Cilíndrico
Al 4,5%Cu	Aço	Retangular
Al 4,5%Cu	Areia	Cilíndrico
Al 4,5%Cu	Areia	Retangular
Al 15%Cu	Aço	Cilíndrico
Al 15%Cu	Aço	Retangular
Al 15%Cu	Areia	Cilíndrico
Al 15%Cu	Areia	Retangular

No caso dos moldes de aço, o cilíndrico tem espessura de parede de 40mm, diâmetro interno de 60mm e altura de 170mm e o retangular tem a mesma espessura de parede e altura do molde cilíndrico, o comprimento e a largura são 90 mm e 40mm respectivamente, sendo que as duas faces maiores são de aço e as outras duas de tijolo refratário, ficando assim fluxo de calor unidirecional. A figura 3.5 mostra os moldes de aço com geometria cilíndrica e retangular.



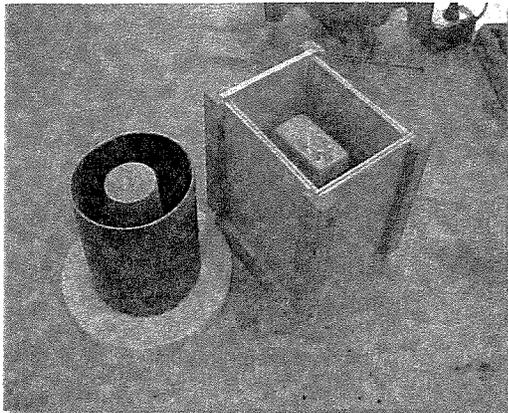
(a)



(b)

Figura 3.5- Moldes de aço cilíndrico (a) e retangular (b)

Da mesma maneira que os moldes de aço, foram feitos os moldes de areia cilíndrico e retangular. Primeiramente foram confeccionados os modelos, em madeira, de tal forma que os moldes tivessem as mesmas dimensões dos de aço. Os moldes foram então obtidos, enchendo-se a caixa de moldagem com uma mistura previamente preparada de areia de sílica de granulometria 50 – 60 AFS (norma da associação de fundidores americanos), com resina furânica como aglomerante, que bem compactado e após um tempo de espera de alguns minutos, já estava pronto para ser desmoldada. A figura 3.6 (a) mostra os modelos de madeira e em (b) os respectivos moldes. No instante do vazamento, tanto os moldes de aço como os moldes de areia, foram apoiados em uma base de tijolo refratário de alta densidade de 63mm de espessura.



(a)



(b)

Figura 3.6- Modelos de madeira para a preparação dos moldes de areia (a) e moldes de areia cilíndrico e retangular. (b).

(d) termopares

Para a medição da variação da temperatura durante o ensaio, foram utilizados termopares tipo K conectados em um sistema de aquisição de dados. As características dos termopares utilizados são as seguintes:

- calibração: tipo K, simples (standard);
- tipo de junção de medição: isolada;
- diâmetro da bainha: 1,5mm;

- material da bainha: aço inox 310;
- pote de adaptação: pote liso;
- material do pote: latão;
- comprimento útil do termopar: 300mm;
- material do rabicho: pvc;
- terminal de ligação: tipo agulha.

Para cada experiência foram utilizados 4 termopares, protegidos por um pequeno tubo de quartzo para facilitar a extração após a solidificação. Com a finalidade de se obter os perfis térmicos no molde e no metal, desde o vazamento até o final da solidificação, posicionou-se os termopares da seguinte maneira:

- termopar1: parede externa do molde. (Foi feito um pequeno orifício na parede externa do molde, o suficiente apenas para encaixar a ponta do termopar);
- termopar 2: interface molde/metal;
- termopar 3: metade da distância entre interface molde/metal e centro;
- termopar 4: exatamente no centro da peça.

Todos os moldes foram divididos em 3 partes; superior, intermediária e inferior, sendo os termopares devidamente posicionados na parte intermediária conforme mostra a figura 3.7 para o molde de areia cilíndrico.

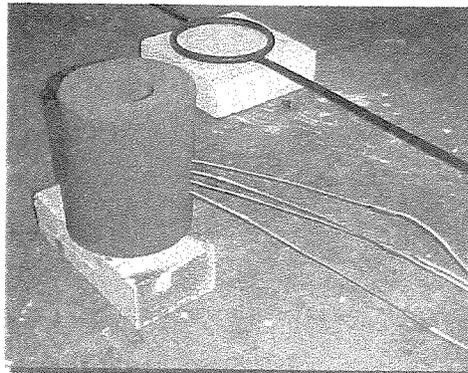


Figura 3.7 - Região do posicionamento dos termopares.

(e) sistema de aquisição de dados

As variações de temperatura no metal e no molde, desde o enchimento do molde até o final da solidificação, foram registradas em um sistema de aquisição de dados de 12 bits de resolução acoplado a um microcomputador. O sistema de aquisição mostrado na figura 3.8 possui duas placas de condicionamento, uma para 16 termopares tipo K e outra para 16 termopares tipo S, com taxa de aquisição de 10 Hz por canal, sendo o primeiro canal de cada placa reservado para medir a temperatura do ambiente (junta fria). Este sistema já vem sendo utilizado com sucesso por outros autores (Rizzo, 1994; Amstalden, 1995; Melo, 1996). Na figura 3.9 pode-se ver o resultado final do monitoramento da temperatura pelo sistema de aquisição de dados para uma das experiências realizadas. Observa-se que há 4 curvas (uma para cada termopar), sendo de cima para baixo respectivamente: centro da peça, metade da distância entre interface molde/metal e centro (que estão superpostas), interface metal/molde e parede externa do molde.

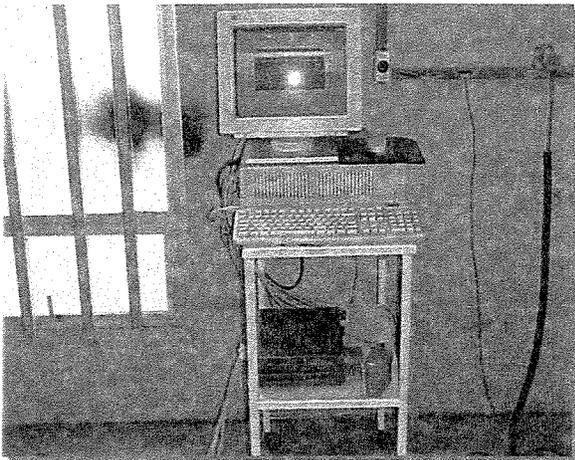


Figura 3.8 - Sistema de aquisição de dados

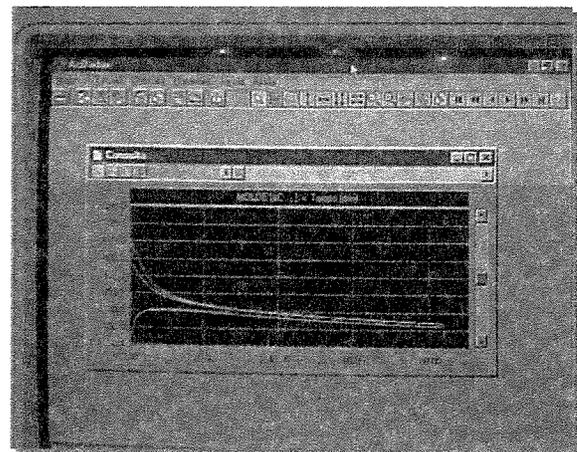


Figura 3.9 - Monitoramento da temperatura pelo sistema de aquisição de dados

3.3 Vazamento

Tendo todo o aparato experimental devidamente montado, as ligas preparadas previamente foram refundidas e então vazadas nos diferentes moldes, ver figura 3.10. Devido a limitação do

forno e cadinho (uso laboratorial), reservou-se um dia para cada experimento. No metal líquido não foi adicionado qualquer tipo de material, nem mesmo a utilização de gás inerte, porém algumas precauções foram tomadas para minimizar a introdução de gases nas ligas:

- mínimo de agitação no banho durante a fusão, para que não quebrasse a camada de óxido de alumínio que se forma sobre ele, já que essa tem uma boa ação protetora;
- secagem prévia da carga, utensílios e cadinho, o molde por exemplo, era deixado na boca do forno enquanto o metal era fundido;
- superaquecimento apenas o suficiente para garantir que a solidificação tivesse início após o enchimento completo do molde. No caso dos moldes de aço, devido a maior velocidade de extração de calor, as temperaturas de vazamento foram superiores as do molde de areia. Para as ligas vazadas nos moldes de areia, as temperaturas de vazamento foram na faixa de 660 °C à 690 °C, e para os vazamentos nos moldes de aço foram entre 710°C e 750°C. Na figura 3.11 pode-se observar o instante de vazamento em alguns moldes.



Figura 3.10 – Moldes utilizados para os experimentos.

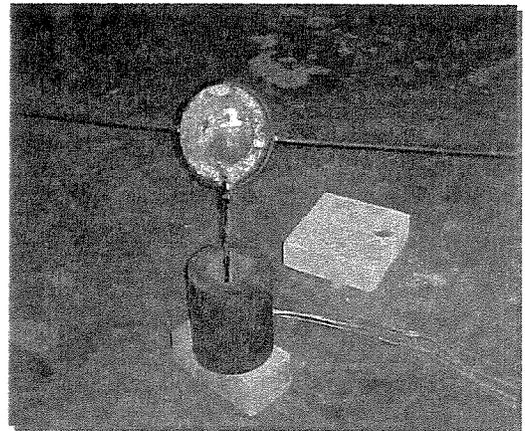
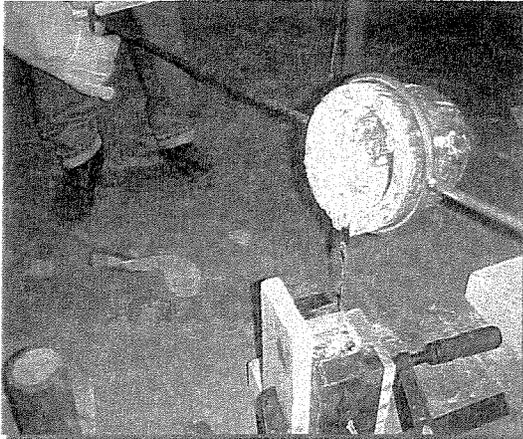


Figura 3.11 - Instante do vazamento nos moldes de aço (a) retangular e (b) cilíndrico

3.4 Análise metalográfica

(a) macrografia

Após a desmoldagem, foi cortado uma fatia da região central de cada peça, no sentido transversal. Essas fatias foram então fresadas, o suficiente apenas para remover a camada superficial irregular originária do corte com a serra de fita. Em seguida foram lixadas em lixadeira manual, com água corrente, na sequência de lixas: 100, 220, 320, 400 e 600. Na figura 3.12 está esquematizado a região de corte para a macrografia. Observa-se que o corte foi feito na região central da peça.

O reagente utilizado para o ataque, tanto da liga Al 4,5%Cu como Al 15%Cu, é constituído de: 271,5ml de água, 15,0ml de ácido Fluorídrico, 9,0ml de ácido clorídrico e 4,5ml de ácido nítrico. Depois do lixamento, as amostras foram lavadas, secas e mergulhadas no reagente por 15 a 30 segundos; lavadas novamente com água e secas em algodão para retirar eventuais manchas escuras, borrifado com acetona e secas em secador.

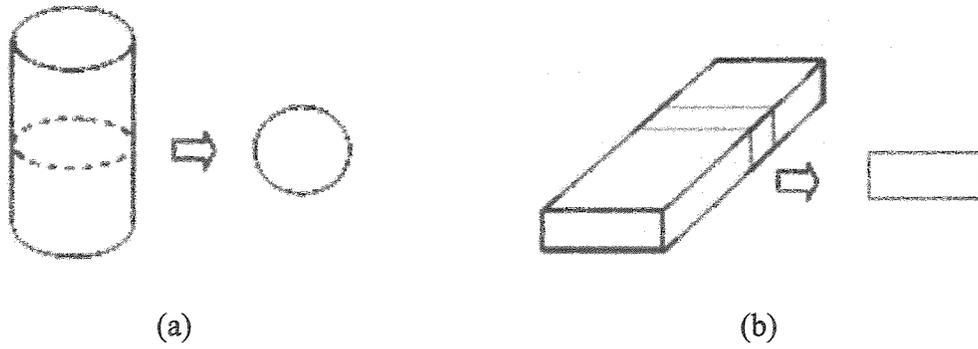


Figura 3.12 - Posicionamento do corte para análise da macrografia. Em (a) peça cilíndrica e (b) peça retangular.

(b) Micrografia

Da mesma maneira que a macrografia, também foram retiradas fatias, para que cortadas conforme o esquema da figura 3.13, pudessem ser embutidas para análise da microestrutura.

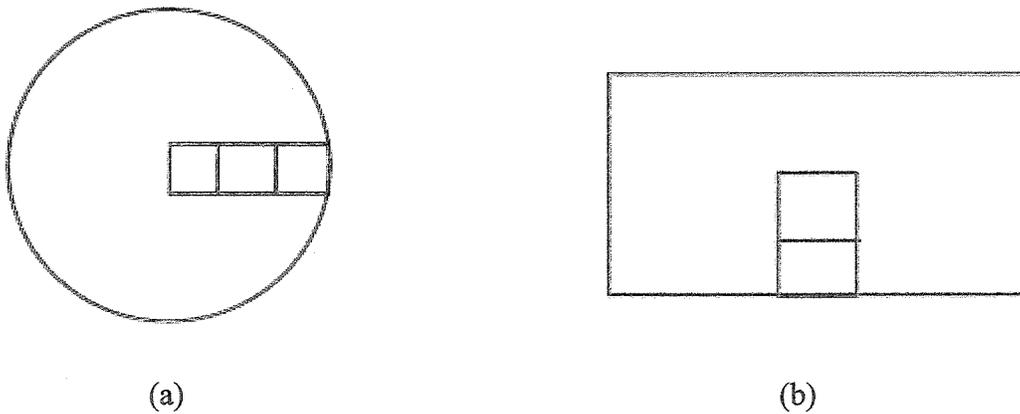


Figura 3.13 - Posicionamento do corte para análise da micrografia. Em (a) peça cilíndrica e (b) peça retangular.

Após o embutimento, as amostras foram lixadas em lixadeira mecânica circular, com água como lubrificante, na sequência de lixas:100, 220, 320, 400, 600, 800 e 1200. Em seguida, as

amostras foram colocadas no ultra-som por 3 minutos e então submetidas ao polimento, em politrizes mecânicas, com pasta de diamante nos panos de 6 μ m, 1 μ m e 0,25 μ m, sempre colocadas no ultra-som a cada mudança de pano.

O reagente utilizado para o ataque, tanto da liga Al 4,5%Cu como Al 15%Cu é constituído de: 90ml de água, 4,5ml de ácido nítrico, 2,7ml de ácido clorídrico e 1,8ml de ácido fluorídrico. As amostras foram mergulhadas por 5 a 8 segundos, bem enxaguadas, borrifado acetona e secas em secador.

3.5 Procedimento experimental para determinação do EDS

Para a determinação dos espaçamentos dendríticos secundários ao longo das peças, a partir da interface metal/molde até a região central, as amostras foram cortadas, embutidas e atacadas conforme visto no item 3.4 (b) e foram analisadas no microscópio óptico Neophot – 32. As medidas foram realizadas utilizando-se o software Q500 MC – Leika Cambridge Ltda, interconectado ao microscópio. Essas medidas foram realizadas de forma sistemática e repetidas; no caso das peças retangulares as medições do EDS foram feitas a 5, 10, 15 e 20mm, sendo 20mm correspondente ao centro da peça e para as peças cilíndricas as medições foram feitas a 5, 10, 20 e 30mm, sendo 30mm o centro da peça. Para cada posição, foram feitas de 16 à 20 medidas, e então extraído um valor médio.

3.6 Procedimento experimental para a quantificação do teor de cobre

Com o objetivo de fazer um mapeamento do teor de soluto (cobre) entre as extremidades da seção transversal dos ramos dendríticos secundários (regiões escuras da figura 3.14), para verificar se há variação do mesmo ao longo da peça e se há influência deste com a geometria e o material do molde, utilizou-se o MEV (microscópio eletrônico de varredura). No caso das peças retangulares, foi feito o mapeamento a 10 e 20mm da interface metal/molde e para as peças cilíndricas, a 10, 20 e 30mm.

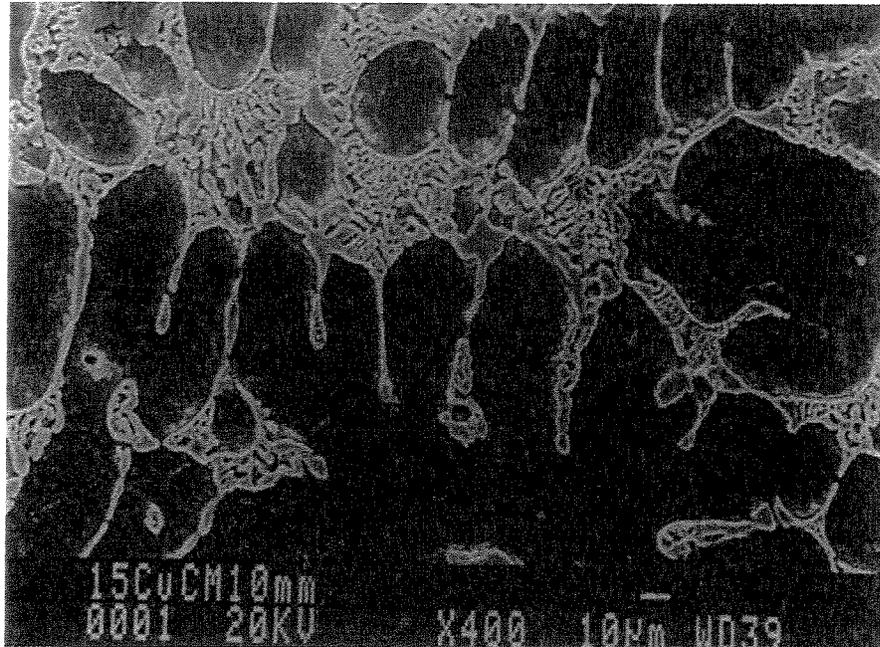


Figura 3.14 – Identificação dos pontos para a medição do teor de cobre (seção transversal dos ramos dendríticos secundários). Micrografia Al 15%Cu solidificado em molde de aço cilíndrico a 10mm da interface metal/molde. Aumento 400X.

Capítulo 4

4 Análise experimental.

4.1 Curvas experimentais

Foram obtidos experimentalmente, através do sistema de aquisição de dados, os perfis de temperatura x tempo das ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu vazadas nos diferentes moldes. A seguir serão apresentadas as curvas obtidas, bem como as diferenças entre elas.

4.1.1 Al 4,5%Cu

No perfil de temperatura x tempo da placa em molde de areia mostrado na figura 4.1 (a), observa-se que o intervalo de tempo até o final da solidificação é de aproximadamente 1000 segundos, mostrando que a capacidade de extração e de absorção de calor do molde é pequena, característico de materiais refratários. No caso da placa vazada em molde de aço, o tempo até o final da solidificação é de aproximadamente de 150 segundos, ver figura 4.1 (b), evidenciando a maior capacidade de extração e de absorção de calor por parte do molde. É importante observar também, a curva inferior das figuras 4.1 (a) e (b), as quais representam a temperatura da parede externa do molde, ficando claro que o molde metálico por ter maior condutividade térmica que o molde de areia, absorve calor com mais facilidade e se aquece mais rapidamente.

Os perfis térmicos nos moldes cilíndricos de areia e aço, comportam-se de maneira semelhante aos da placa nos moldes de areia e aço respectivamente, porém observa-se que para os moldes cilíndricos de areia e aço, figura 4.2 (a) e (b), os intervalos de solidificação são

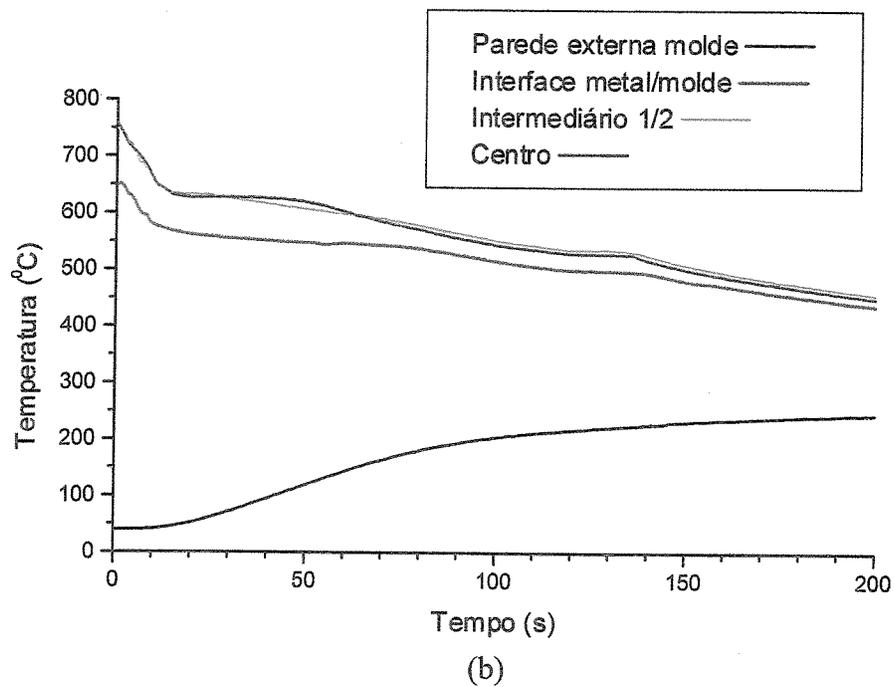
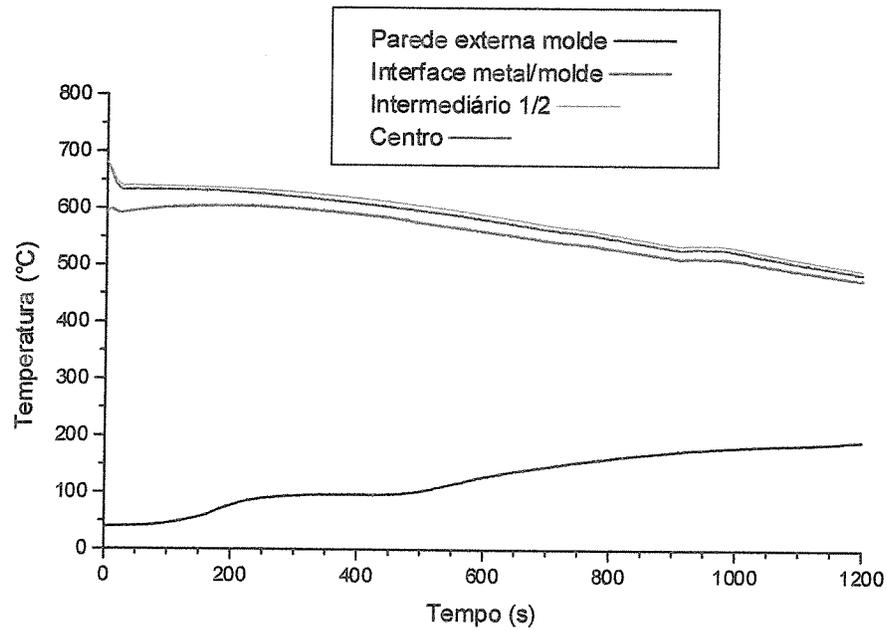


Figura 4.1- Perfis térmicos experimentais da liga Al 4,5%Cu para placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

menores do que os respectivos moldes em placa, embora o raio da peça cilíndrica (30mm) seja maior que a metade da espessura da placa (20mm). Isso ocorre devido ao aumento da taxa de extração de calor para sistemas de fluxo de calor radial cilíndrico à medida que se aproxima do final da solidificação, já que no caso do cilindro a última parte a se solidificar é uma linha, e no

caso da placa é uma superfície.

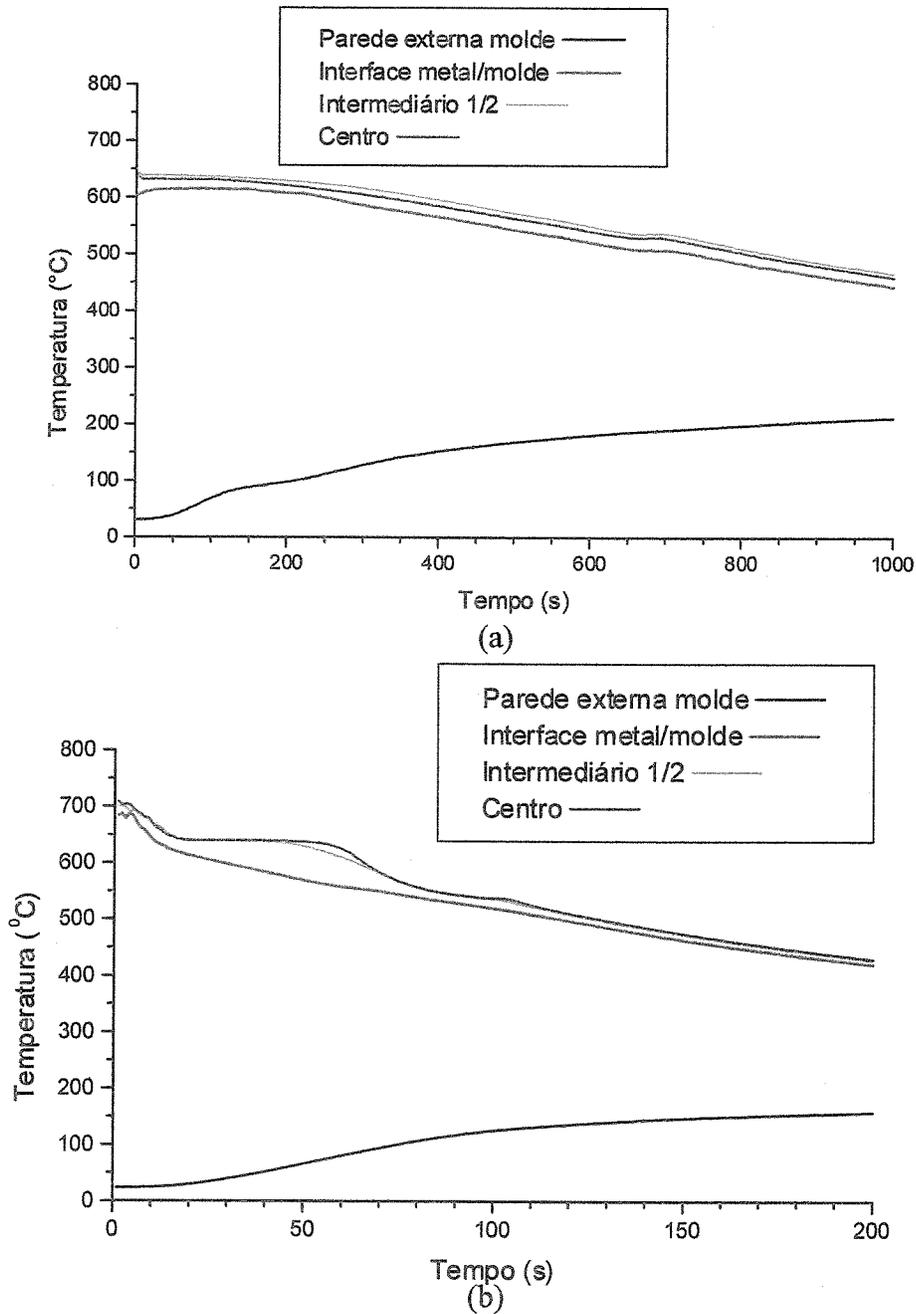
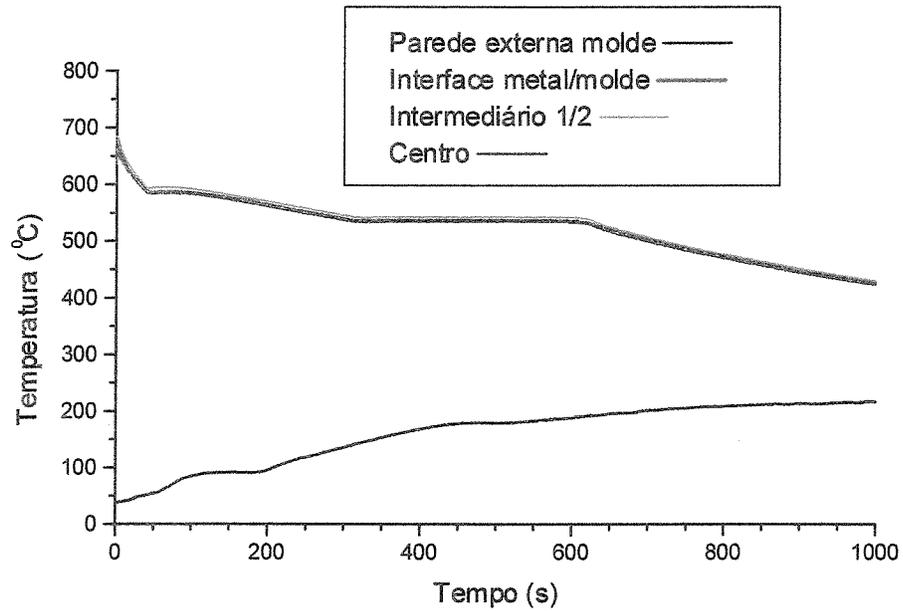


Figura 4.2- Perfis térmicos experimentais da liga Al 4,5%Cu para cilindros solidificados em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

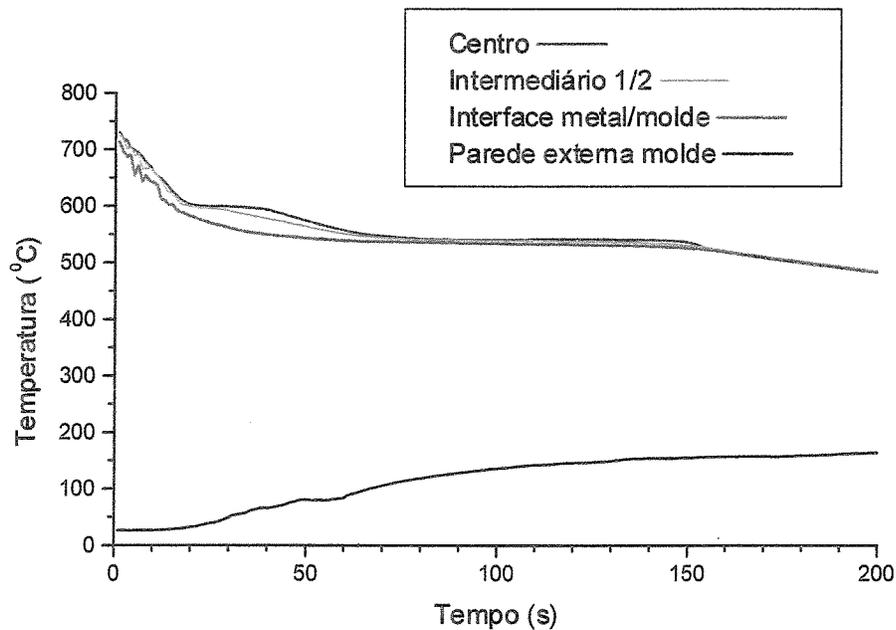
4.1.2 Al 15%Cu

Os perfis de temperatura x tempo obtidos para as ligas Al 15%Cu, tanto para as placas em moldes de areia e aço, figura 4.3 (a) e (b), como para os cilindros nos mesmos moldes, figura 4.4 (a) e (b)

respectivamente, tiveram comportamentos semelhantes aos da liga Al 4,5%Cu. Porém ao comparar a liga Al 15%Cu com a liga Al 4,5%Cu, há uma diminuição do intervalo de solidificação no caso da liga Al 15%Cu, por ter temperatura liquidus mais baixa (maior teor de soluto), comparado com a liga Al 4,5%Cu.

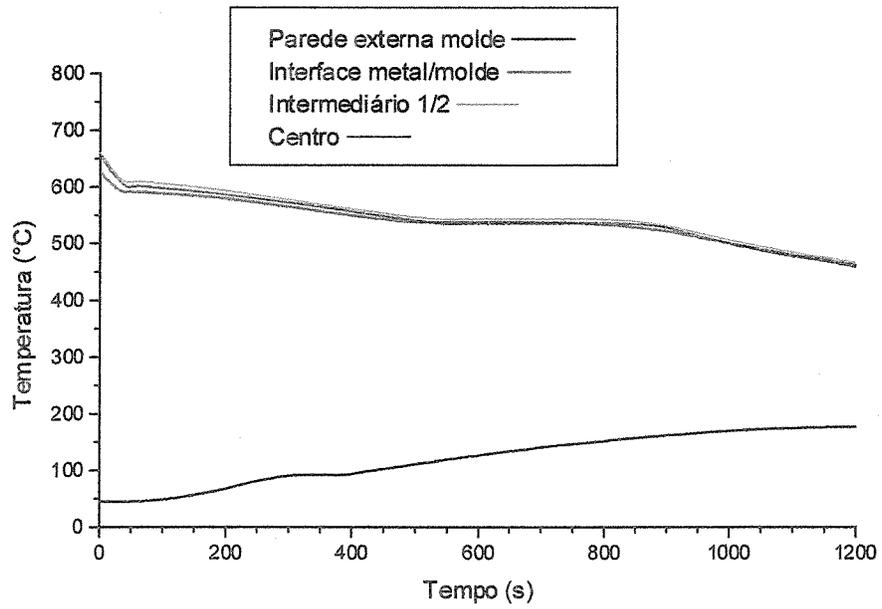


(a)

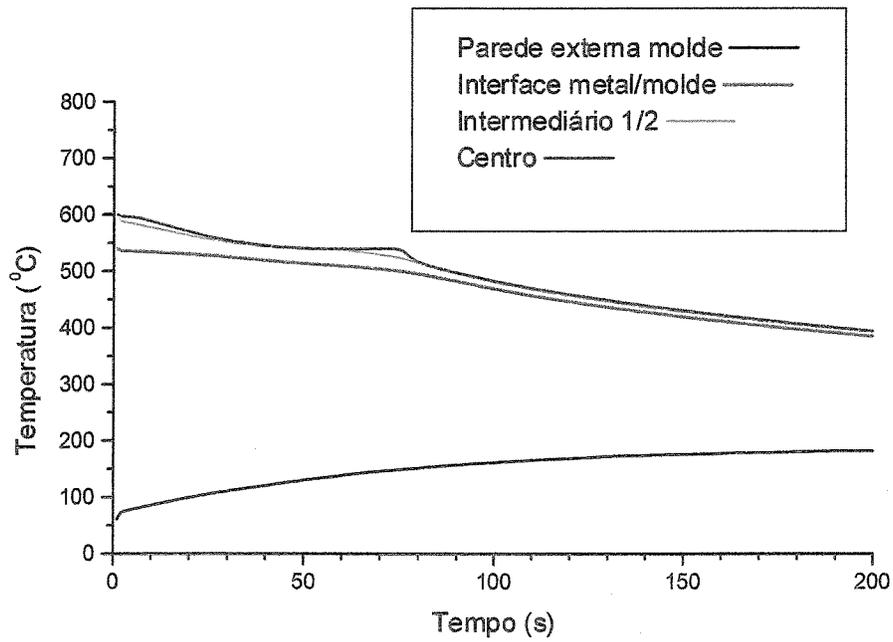


(b)

Figura 4.3- Perfis térmicos experimentais da liga Al 15%Cu para placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.



(a)



(b)

Figura 4.4- Perfis térmicos experimentais da liga Al 15%Cu para cilindros solidificados em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

4.2 Análise metalográfica

4.2.1 Macrografias

- Al 4,5%Cu

No caso da placa vazada em molde de areia observa-se uma estrutura grosseira devido a baixa extração e absorção de calor por parte do molde, equiaxial, como mostrado na figura 4.5 (a). Já para a placa vazada em molde de aço, a estrutura obtida apresenta um grau de refinamento maior, com zona colunar próximo à parede do molde, que gradativamente se torna equiaxial, figura 4.5(b).

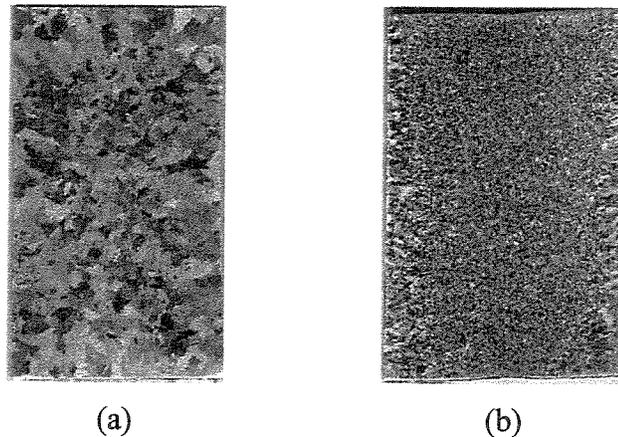


Figura 4.5 – Macrografias da liga Al 4,5%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

Para as peças cilíndricas, as estruturas obtidas foram semelhantes às das placas nos respectivos moldes. No molde cilíndrico de aço observa-se uma região coquilhada muito pequena na interface metal/molde, seguidas das zonas colunar e equiaxial. A presença dessa pequena região coquilhada observada no molde cilíndrico de aço se deve a maior intensidade do fluxo de metal líquido durante o preenchimento do molde. A figura 4.6 mostra as macrografias obtidas para as peças cilíndricas nos moldes de areia e de aço.

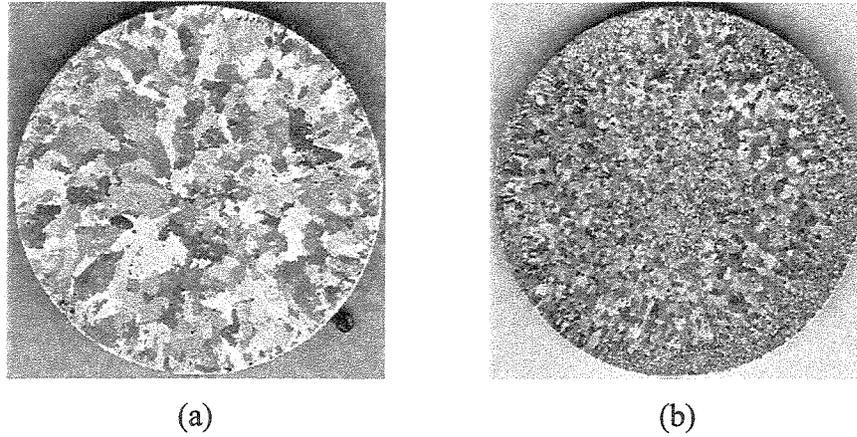


Figura 4.6 – Macrografias da liga Al 4,5%Cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

- Al 15% Cu

As macrografias obtidas para a liga Al 15%Cu são semelhantes aquelas obtidas para a liga Al 4,5%Cu em todos os casos, embora pode-se observar um pequeno refinamento quando comparadas uma a uma com as respectivas geometrias e material do molde com a liga Al 4,5%Cu. As macrografias da liga Al 15%Cu solidificadas nos moldes retangulares e cilíndricos podem ser vistas nas figuras 4.7 e 4.8 respectivamente.

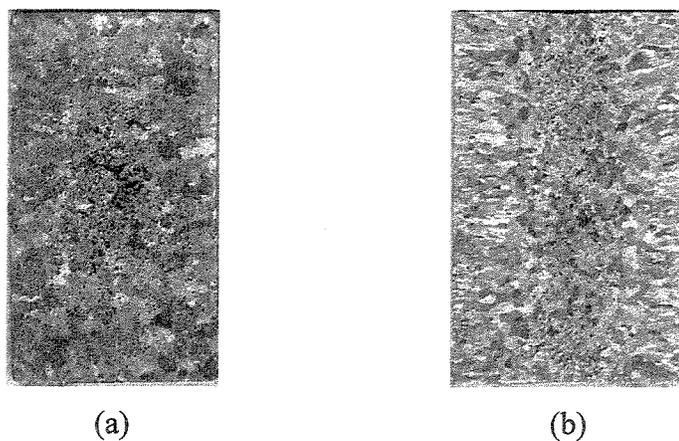


Figura 4.7 – Macrografias da liga Al 15%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

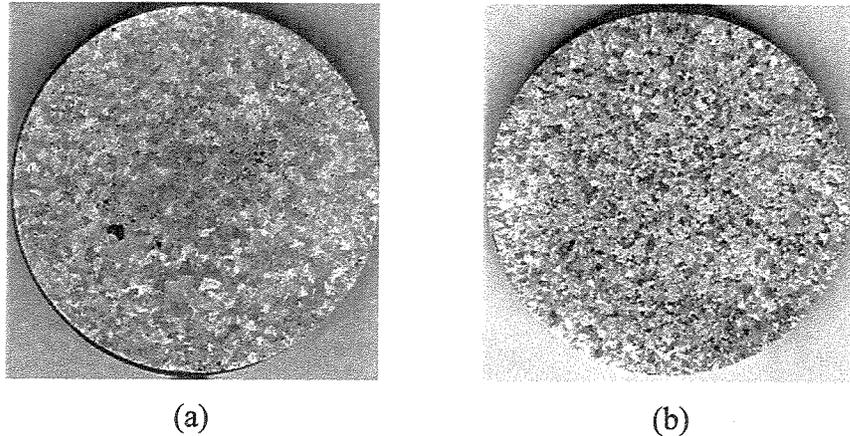


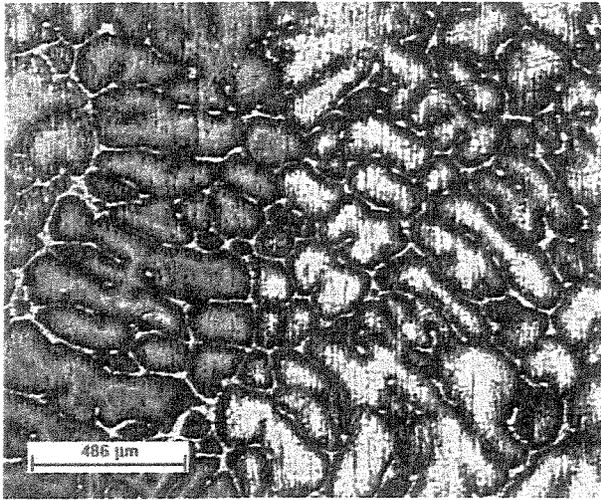
Figura 4.8 – Macrografias da liga Al 15%Cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia e (b) molde de aço.

4.2.2 Micrografias

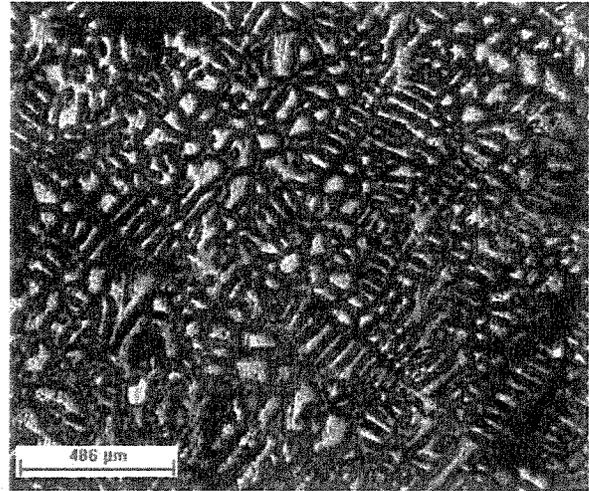
São apresentados como exemplos as micrografias em uma determinada posição para todos os experimentos. A posição escolhida para representar a micrografia foi a metade da distância entre a interface metal/molde e o centro da peça.

- Al 4.5% Cu

Na figura 4.9 são mostradas as micrografias correspondentes às placas solidificadas nos moldes de areia e aço e na figura 4.10 as micrografias correspondentes aos cilindros solidificados nos moldes de areia e aço. É evidente a microestrutura mais grosseira no caso dos moldes de areia, originando espaçamentos dendríticos bem maiores quando comparado com a microestrutura dos vazamentos em moldes de aço. A quantificação dos espaçamentos dendríticos secundários, será mostrado com mais detalhes no item 4.3.



(a)



(b)

Figura 4.9 – Micrografias da liga Al 4,5%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia a 10mm da interface metal / molde e (b) molde de aço a 10mm da interface metal / molde. Aumento 25X.

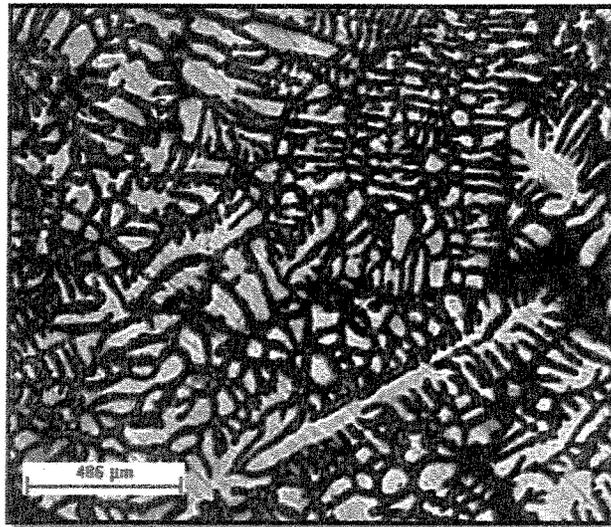
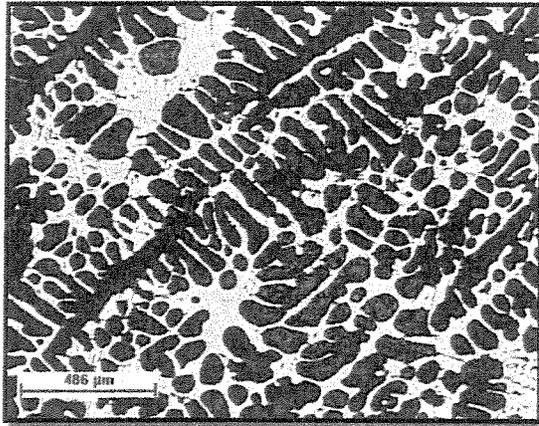


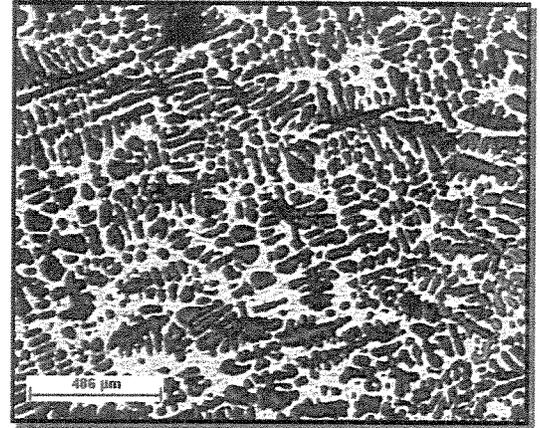
Figura 4.10 – Micrografia da liga Al 4,5%Cu da peça cilíndrica solidificada em molde de areia a 15mm da interface metal / molde. Aumento 25X.

- Al 15% Cu

Analogamente a liga Al 4,5%Cu, estão representados como exemplos micrografias das placas e cilindros solidificados nos moldes de areia e aço, mostrados nas figuras 4.11 e 4.12.

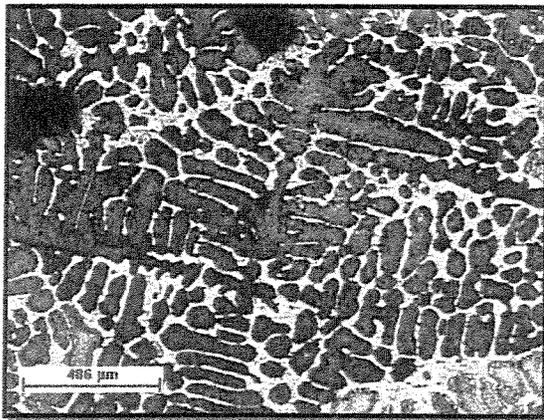


(a)

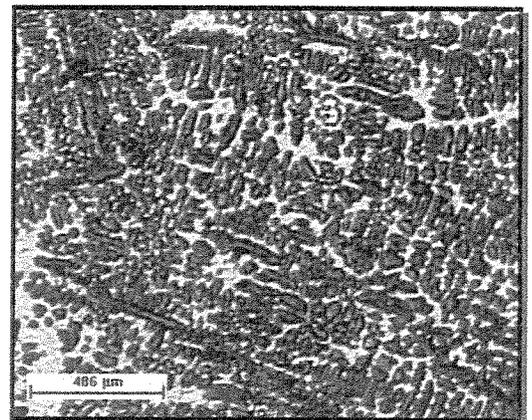


(b)

Figura 4.11 – Micrografias da liga Al 15%Cu das placas solidificadas em (a) molde de areia a 10mm da interface metal / molde e (b) molde de aço a 10mm da interface metal / molde. Aumento 25X.



(a)



(b)

Figura 4.12 – Micrografias da liga Al 15%Cu das peças cilíndricas solidificadas em (a) molde de areia a 15mm da interface metal / molde e (b) molde de aço a 15mm da interface metal / molde. Aumento 25X.

4.3 Análise do espaçamento dendrítico secundário (EDS)

Como as estruturas obtidas não foram direcionais, não houve a possibilidade de medir os espaçamentos dendríticos primários, sendo medidos somente os espaçamentos dendríticos secundários.

A figura 4.13 mostra a variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde, para placas da liga Al 4,5%Cu solidificada em molde de areia e molde de aço. Observa-se que para a placa solidificada em molde de areia, devido à menor velocidade de solidificação, os espaçamentos são bem maiores do que aqueles observados nas placas solidificadas em molde metálico. Nota-se também que há inicialmente uma tendência de aumento do espaçamento com a distância da interface metal/molde, mas esse espaçamento volta a diminuir no final do processo de solidificação devido ao aumento da velocidade de deslocamento da isoterma liquidus.

A figura 4.14 mostra a variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde, para cilindros da liga Al 4,5%Cu solidificada em molde de areia e molde de aço. De forma semelhante nota-se que os espaçamentos são menores na peça solidificada em molde de aço. Comparando-se as figuras 4.13 e 4.14 observa-se que os espaçamentos são menores para os cilindros do que para as placas. Este fato pode ser explicado devido a maior eficiência de extração de calor nos moldes cilíndricos em relação aos moldes com paredes planas.

Nas figuras 4.15 e 4.16 são mostradas as variações dos espaçamentos dendríticos secundários para as placas e cilindros da liga Al 15%Cu solidificados nos moldes de aço e areia. Pode-se notar que as variações dos espaçamentos dendríticos secundários são análogas àquelas observadas à liga Al 4,5%Cu.

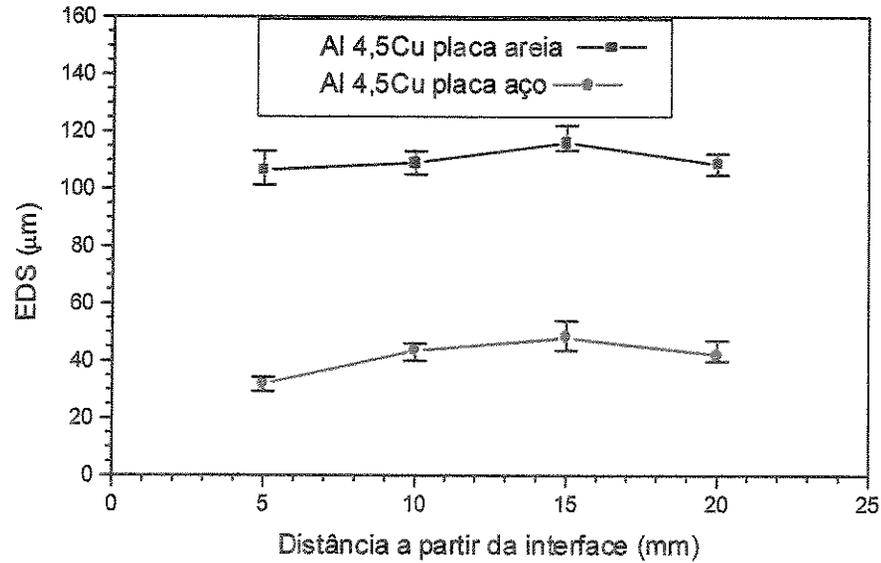


Figura 4.13 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas de Al 4,5%Cu solidificadas em moldes de aço e areia.

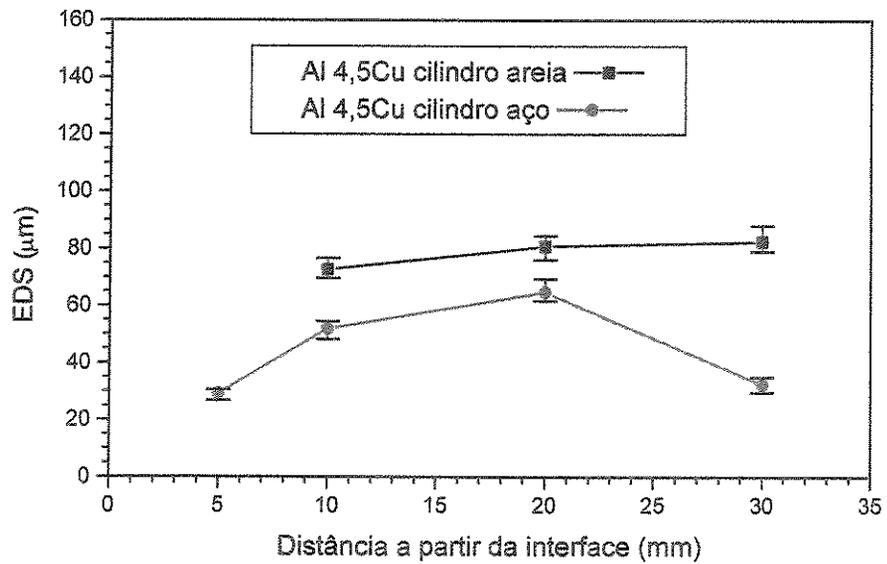


Figura 4.14 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros de Al 4,5%Cu solidificados em moldes de aço e areia.

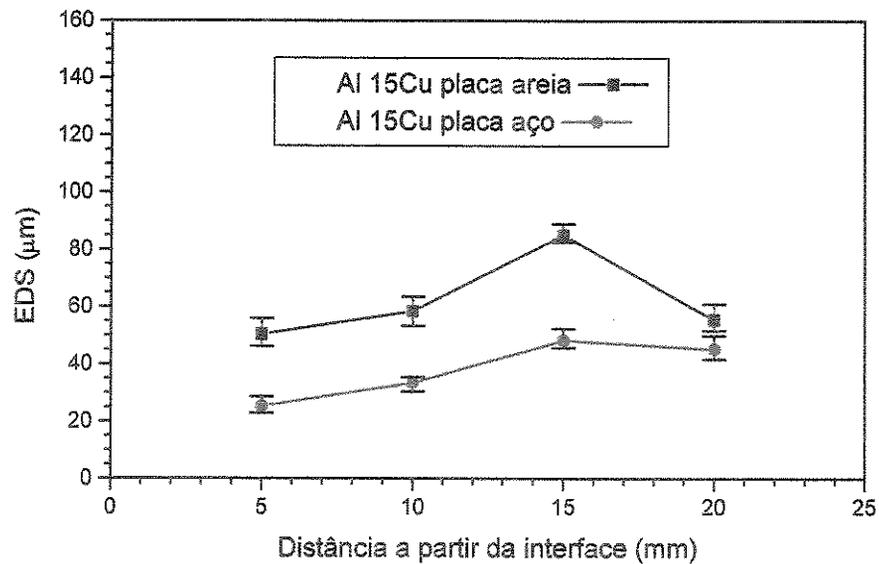


Figura 4.15 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas de Al 15%Cu solidificadas em moldes de aço e areia.

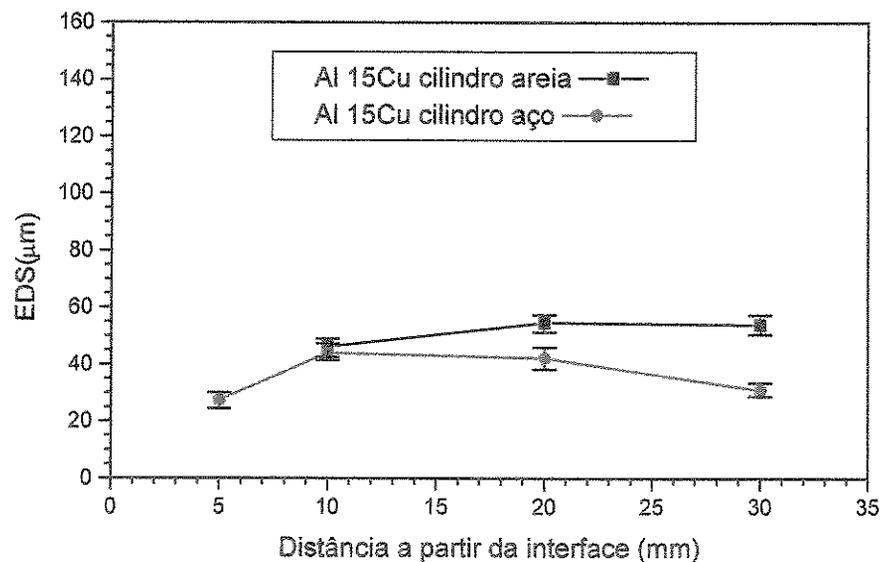


Figura 4.16 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros de Al 15%Cu solidificados em moldes de aço e areia.

Na figura 4.17 são comparados os espaçamentos dendríticos secundários para placas das ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu solidificadas em moldes de areia. Pode-se notar que os espaçamentos são menores para a liga Al 15%Cu. Tal fato provavelmente é conseqüência das

menores temperaturas liquidus e solidus para a liga Al 15%Cu. Na figura 4.18 são apresentados resultados análogos para as placas solidificadas em moldes de aço. Pode-se notar que a tendência é a mesma, mas as diferenças entre os espaçamentos são bem menores, devido às altas velocidades de solidificação observadas nos moldes metálicos.

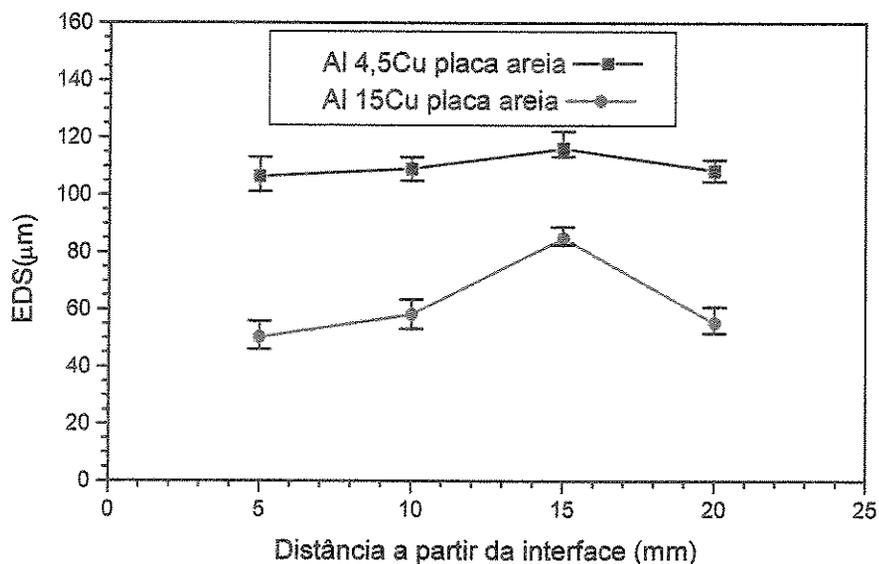


Figura 4.17 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas solidificadas em moldes de areia.

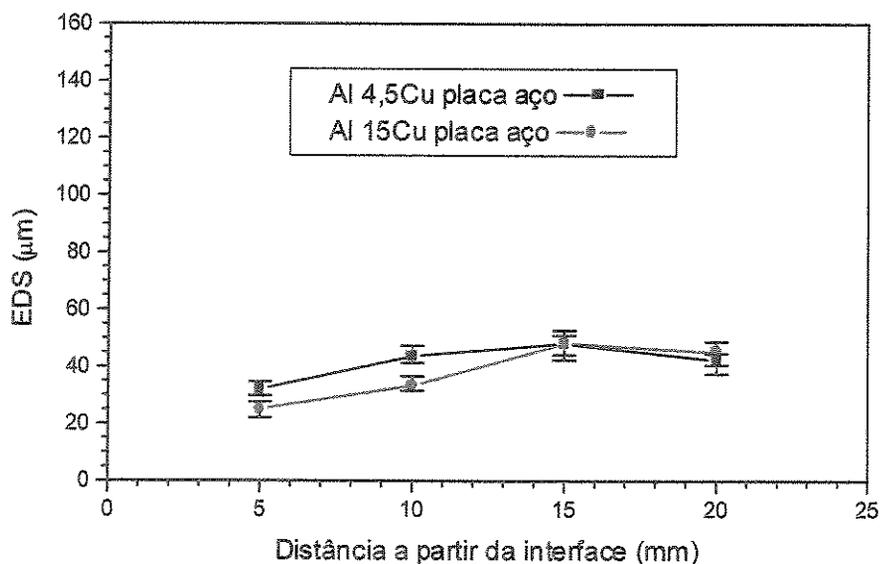


Figura 4.18 - Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para placas solidificadas em moldes de aço.

Nas figuras 4.19 e 4.20 são apresentados resultados análogos aos anteriores para os cilindros das duas ligas solidificados respectivamente em moldes de areia e de aço. As mesmas tendências observadas para as placas são observadas para os cilindros.

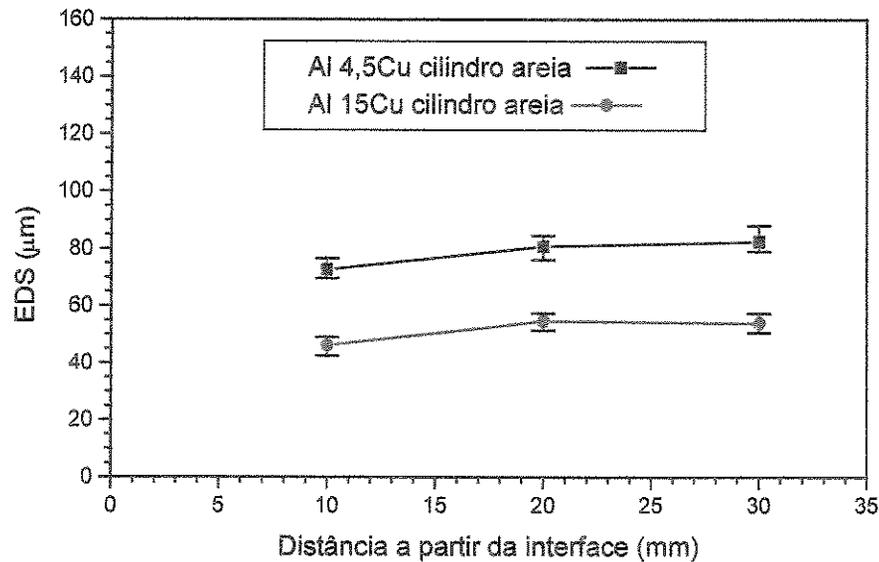


Figura 4.19 – Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros solidificados em moldes de areia.

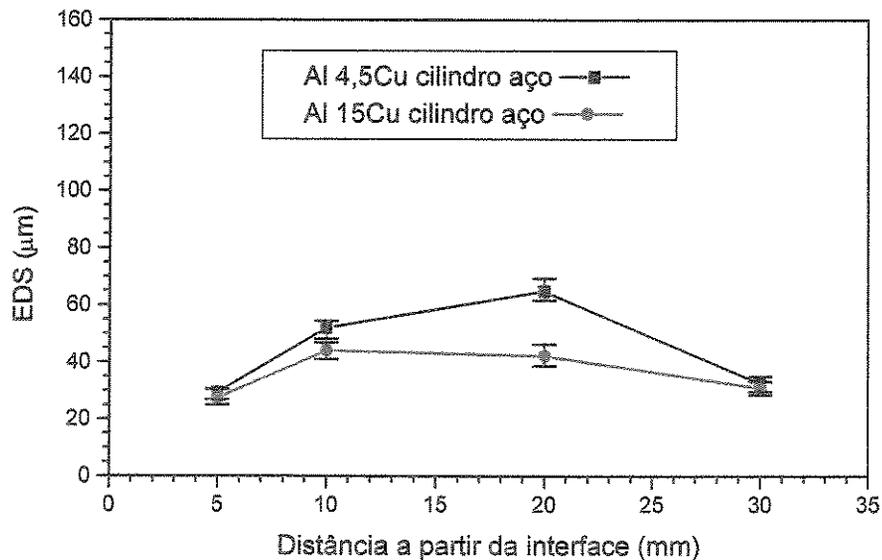


Figura 4.20 - Variação do espaçamento dendrítico secundário com a distância da interface metal/molde para cilindros solidificados em moldes de aço.

4.4 Análise do perfil de cobre

Foi realizado um levantamento da variação do teor de cobre entre as extremidades da seção transversal dos ramos dendríticos secundários com o objetivo de determinar a distribuição do mesmo ao longo da peça e verificar se esta distribuição é afetada pela velocidade de solidificação que depende da geometria e do material do molde.

Nas figuras 4.21 a 4.24 são mostrados os perfis obtidos para a liga Al 4,5%Cu solidificada nos diferentes moldes. Não foram observadas diferenças significativas nos perfis obtidos.

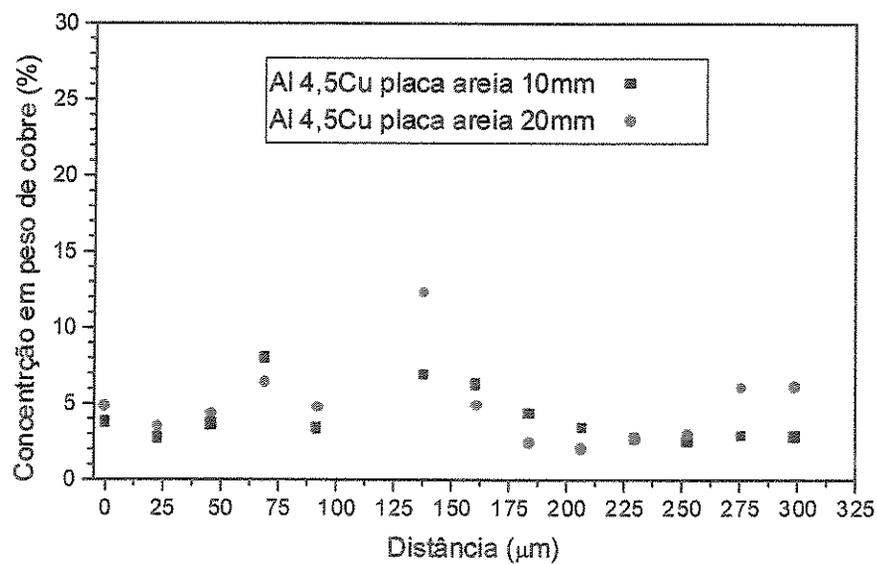


Figura 4.21 – Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de areia.

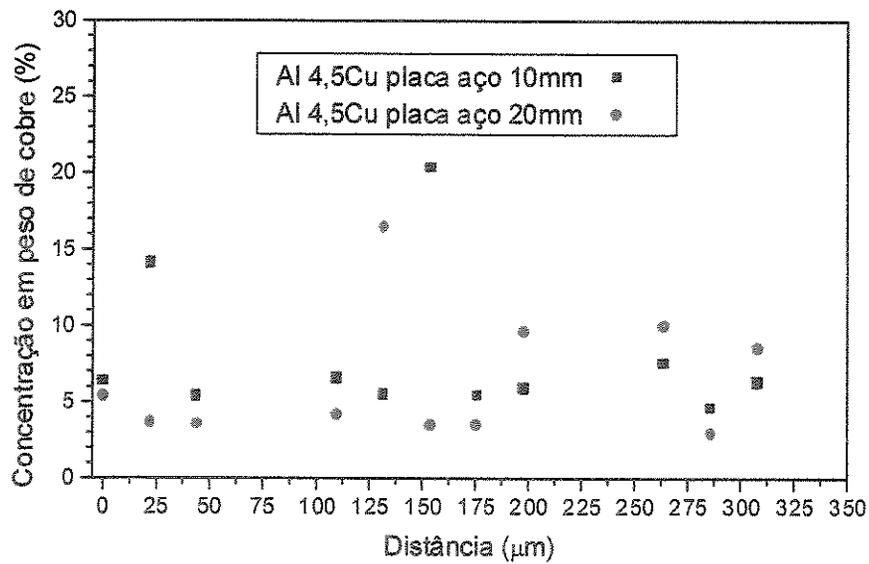


Figura 4.22 – Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de aço.

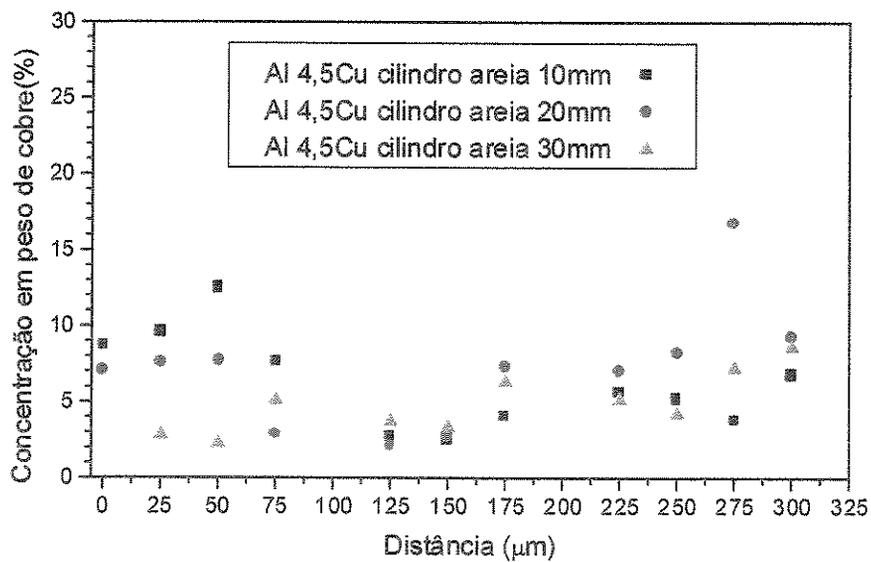


Figura 4.23 – Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 4,5%Cu solidificado em molde de areia.

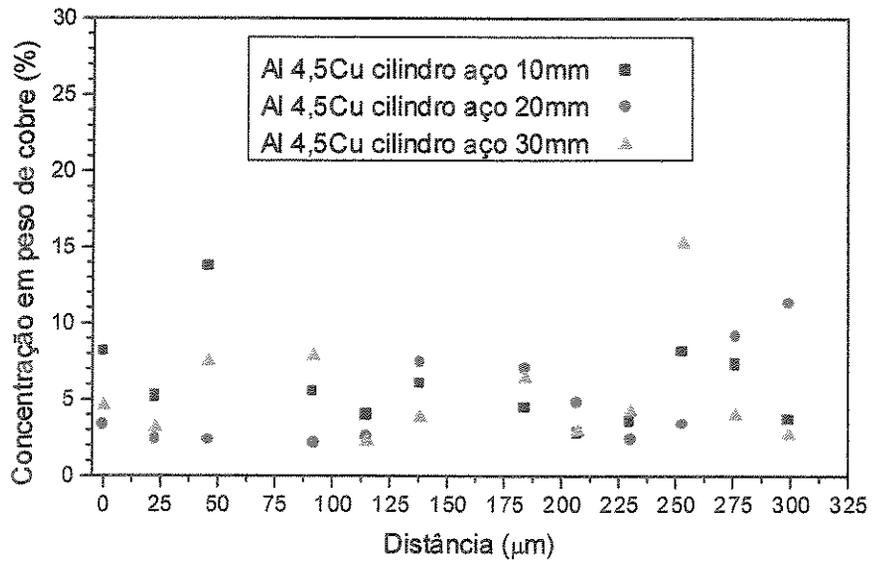


Figura 4.24 – Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 4,5%Cu solidificado em molde de aço.

Nas figuras 4.25 a 4.28 são apresentados os resultados análogos para a liga Al 15%Cu. A comparação dessas figuras parece indicar que para este teor mais alto de cobre, as peças solidificadas em moldes cilíndricos apresentam um afastamento maior dos teores de cobre em relação à composição nominal da liga.

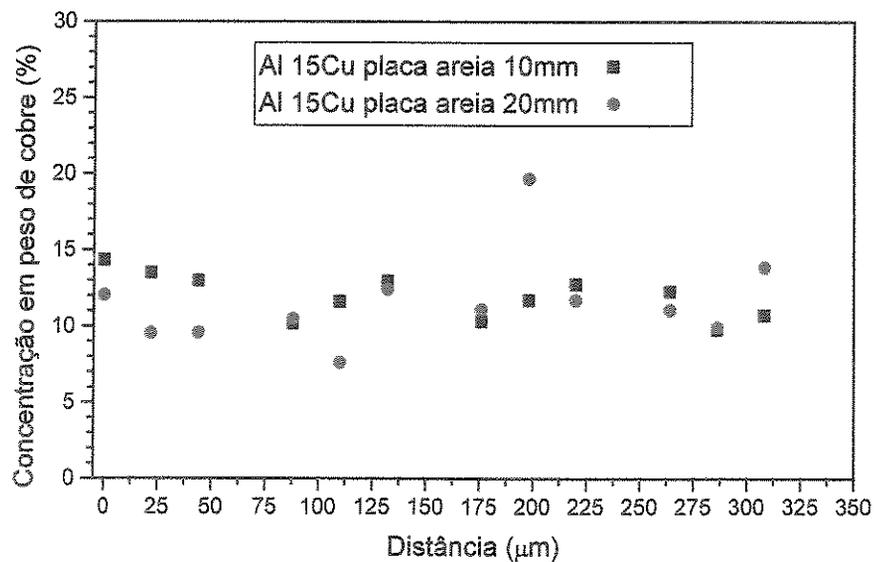


Figura 4.25 – Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 15%Cu solidificada em molde de areia.

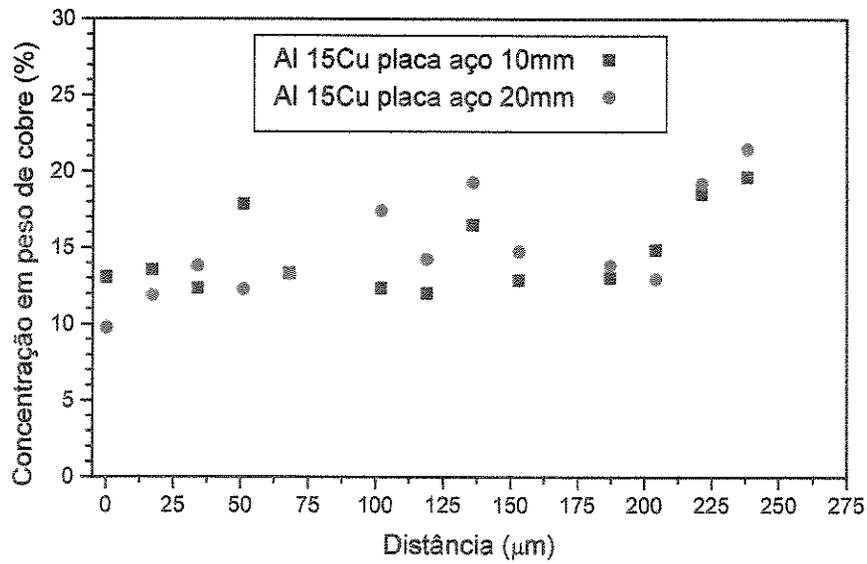


Figura 4.26 – Perfil de variação do teor de cobre em duas posições diferentes para placa de Al 15%Cu solidificada em molde de aço.

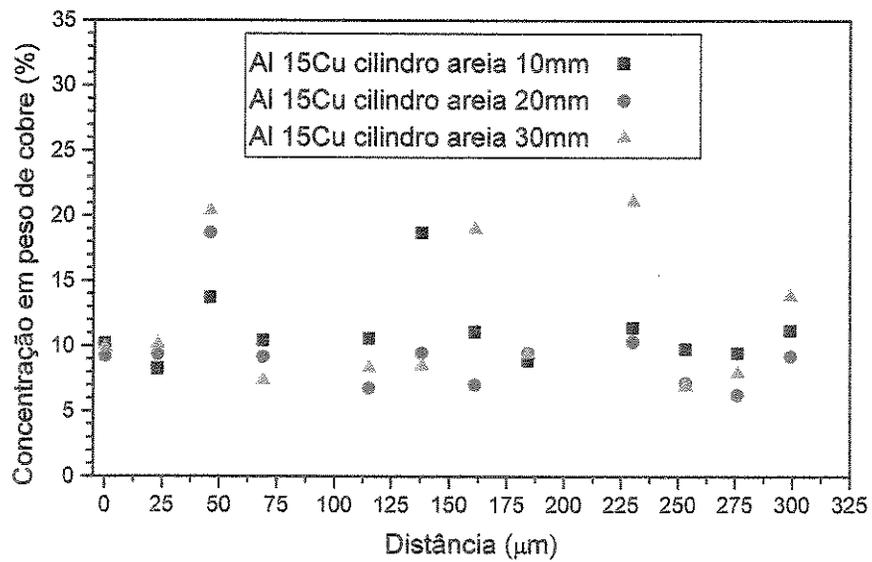


Figura 4.27 – Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 15%Cu solidificado em molde de areia.

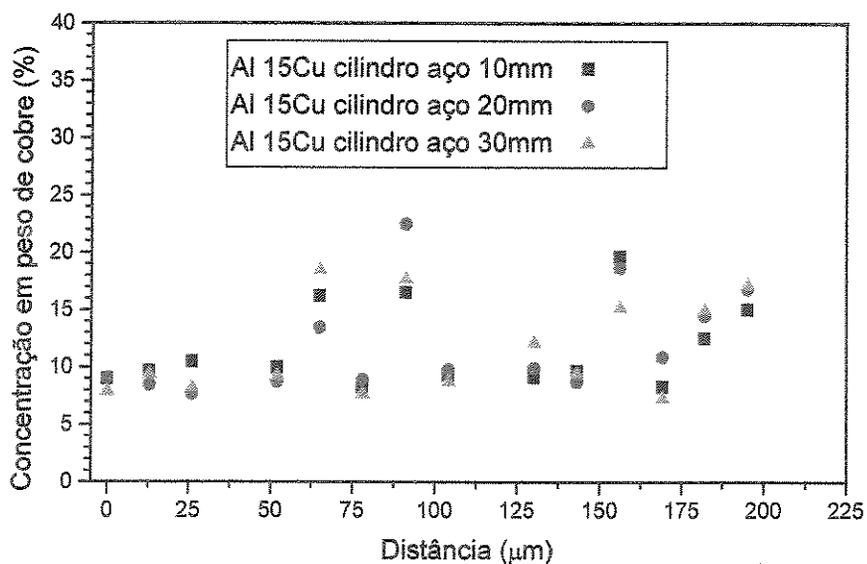


Figura 4.28 – Perfil de variação do teor de cobre em três posições diferentes para cilindro de Al 15%Cu solidificado em molde de aço.

4.5 Resultados da aplicação do método numérico

O modelo numérico utilizado foi proposto inicialmente para o estudo da solidificação unidirecional em moldes refrigerados e foi modificado para ser aplicado em moldes maciços.

Na figura 4.29, pode-se observar a curva experimental a 10 mm da interface metal/molde obtida para a placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde maciço de aço comparado com a curva determinada pelo método numérico modificado para a mesma posição.

Verifica-se que o modelo numérico proposto é viável embora precise ser ainda melhor explorado para atender as condições impostas pela presença de um molde maciço.

No entanto, quando comparado os resultados experimentais do espaçamento dendrítico secundário com os numéricos, o modelo apresentou bons resultados como pode ser visto na figura 4.30.

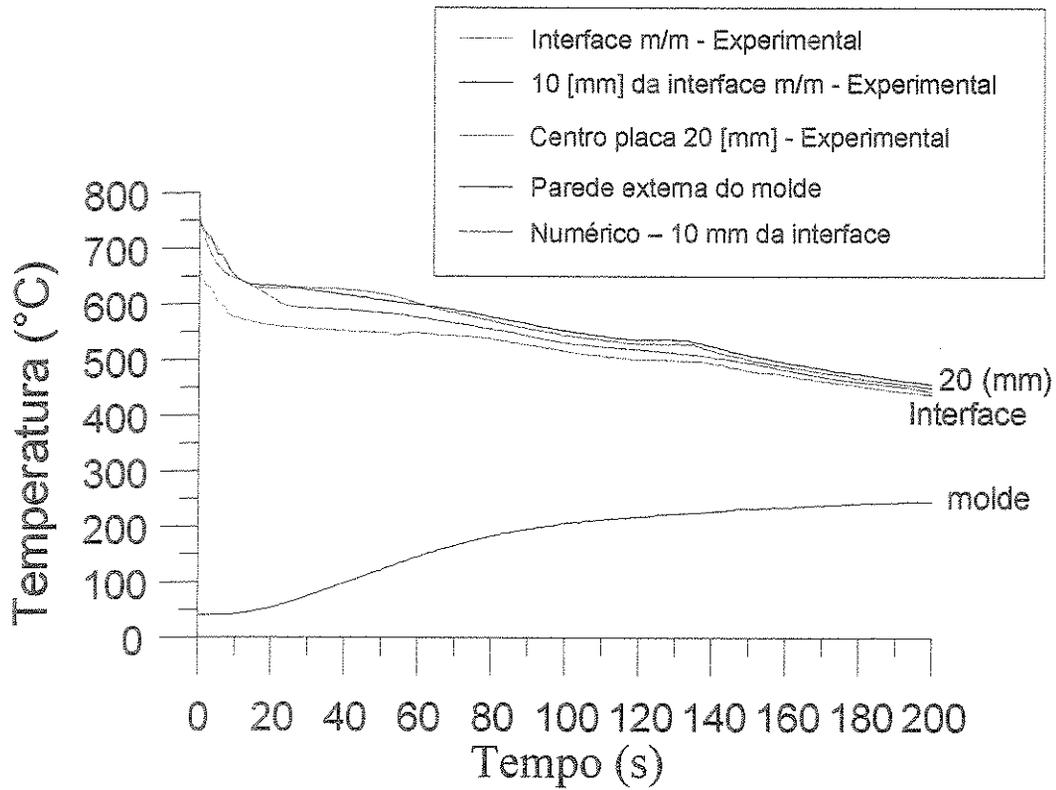


Figura 4.29 – Perfis de temperatura experimental e numérico para a placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de aço.

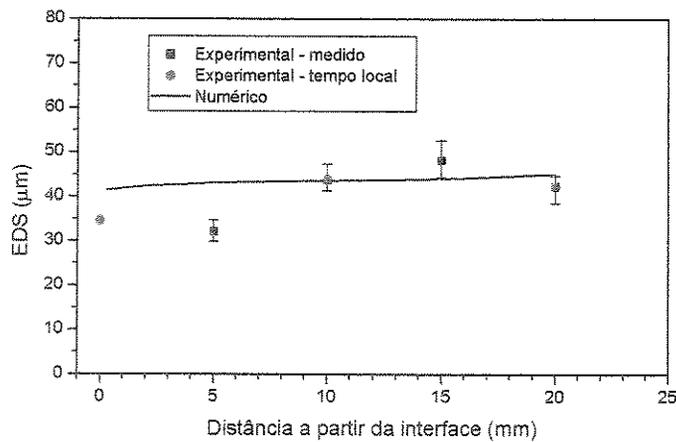


Figura 4.30 – Curva experimental e numérica do espaçamento dendrítico secundário para placa de Al 4,5%Cu solidificada em molde de aço.

Para o cálculo do espaçamento dendrítico secundário (EDS) através do tempo local de solidificação, foi utilizado a equação (2.37):

$$\lambda_2^{Bower} = 7,5 \times 10^{-6} (t_{local})^{0,39}$$

Onde:

t_{local} na interface metal/molde = 50s,

t_{local} a 10mm da interface metal/molde = 93s,

t_{local} a 20mm da interface metal/molde (centro) = 86s.

Capítulo 5

5. Conclusões e sugestões para próximos trabalhos

Conclusões

Os resultados obtidos permitiram analisar a influência da geometria e do material do molde nos parâmetros térmicos estruturais durante a solidificação de ligas alumínio-cobre.

As placas solidificadas em moldes de areia comparadas com as placas solidificadas em molde de aço permitiram analisar a magnitude da influência do material do molde nos parâmetros de solidificação. Para a mesma liga, a solidificação é mais rápida em moldes com geometria cilíndrica do que para placas, tanto para moldes de areia como para moldes de aço.

O espaçamento dendrítico secundário é influenciado pelo material do molde, mostrando que para moldes de aço o espaçamento dendrítico secundário é bem menor quando comparado com moldes de areia, e também é influenciado pela geometria do molde, sendo obtidos os menores espaçamentos para a geometria cilíndrica para o mesmo material de molde.

Com relação ao teor de soluto, os resultados indicam que para a liga com maior teor de soluto, as peças cilíndricas parecem apresentar maior homogeneidade na distribuição de soluto.

Sugestões para futuros trabalhos:

- Usar os resultados experimentais obtidos para a análise de outros parâmetros de solidificação como a velocidade de avanço da isoterma liquidus, taxa de resfriamento e gradiente térmico na interface sólido/líquido.

- Modificar o modelo desenvolvido para tratar a solidificação em moldes cilíndricos.
- Realizar experiências para diversas ligas de interesse, ferrosas e não ferrosas.

Apêndice

Propriedades termofísicas das ligas Al 4,5%Cu e Al 15%Cu.

Liga	T _f Temperaturas transformação (K)	K Conductividade térmica (W/mk)	c Calor específico (J/KgK)	d Densidade (Kg/m ³)	L Calor latente (J/Kg)	σ Tensão superficial (J/m ²)	D Difusividade de soluto no líq. (m ² /s)
Al 4,5%Cu	T _{liq} = 918 T _{eut} = 821	K _S = 193 K _L = 85	c _S = 1.092 c _L = 1.059	d _S = 2680 d _L = 2480	381.900	169.10 ⁻³	3,5.10 ⁻⁹
Al 15%Cu	T _{liq} = 888 T _{eut} = 821	K _S = 179 K _L = 71	c _S = 1.080 c _L = 999	d _S = 2.910 d _L = 2.760	374.270	169.10 ⁻³	3,5.10 ⁻⁹

Referência: (Pehlke, 1992)

Propriedades termofísicas dos materiais do molde.

Material	K (W/mK)	c (J/KgK)	d (Kg/m ³)
Aço baixo carbono	58	485	7.860
Areia à base sílica	0,65	900	1.500

Referência: (Pehlke, 1992)

Referências Bibliográficas

- Amstalden, J.F *Análise da formação de coquilhamento inverso e do número de nódulos de grafita durante a solidificação de ferros fundidos nodulares hipoeutético*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 1995. 112 p. Dissertação (Mestrado).
- Basu, B., Sekhar, J.A - Modeling of multidimensional solidification of an alloy. *Metallurgical Transactions*, v.20A, p.1833-1845, 1989.
- Bower, T.F., Brody, H. D., Flemings, M.C. Measurements of solute redistribution in dendritic solidification. *Transactions AIME*, v. 236, p.624-634, 1966.
- Brimacombe, J. K., Samasekera, I. V., Bommaraju, R. Optimum design and operation of moulds for the continuous casting of steel billets. *Fifht International Iron and Steel Congress, Steelmaking Proceedings*, Washington, D.C., v. 69, p. 409-423, 1986.
- Brimacombe, J. K., Samasekera, I. V. Fundamental aspects of the continuous casting of near-net-shape steel products. *The Metallurgical Society*, p. 3-24, 1988.
- Brimacombe, J. K. Empowerment with knowledge-toward the intelligent mold for the continuous casting of steel billet. *Iron & Steelmaker*, p. 35-47, 1993.

- Bouchard, D., Kirkaldy, J. S. Prediction of dendrite arm spacings in unsteady-and steady-state heat flow of unidirectionally solidified binary alloys. *Metallurgical and Materials Transactions B*, v. 28 B, p. 651-663, 1997.
- Carslaw, H. S., Jaeger, J. C. *Heat conduction in solidus*. Oxford University Press, 2^a Ed., London, 1959.
- Croft, D.R., Lilley, D. G. - Heat transfer calculation using finite difference equation. In: *Proceedings Applied Science Publisher Ltda, Londres, 1977*.
- Edvardsson, T., Fredriksson, H., Svensson, I. A study of the solidification process in low-carbon manganese steel. *Metals Science*, v. 10, (9), p. 298-306, 1976.
- Esaka, H. *Dendrite Growth and Spacing in Succinonitrile-Acetone Alloys*. Lausanne: Escola Federal Politécnica de Lausanne , 1986, 154 p.Tese (Doutorado).
- Feurer, U. Influence of alloy composition and solidification conditions on dendrite arm spacing, feeding and hot tearing properties of aluminium alloys. In: *Proceedings The Symposium on Quality Control of Engineering Alloys, Delft, p.131-145, 1977*.
- Flemings, M.C. *Solidification processing*. 1 ed., New York, Ed. McGraw-Hill, 1974.
- Flemmings, M. C., Poirier, D. R., Barone, R. V., Brody, H. D. Microsegregation in iron-base alloys. *Journal of the Iron and Steel Institute*, v. 208, (4), p. 371-381, 1970.
- Garcia, A. *Solidificação: fundamentos e aplicações*. Editora da Unicamp, Campinas, SP, 2001.
- Griffith, G., Nassersharif, B. Comparison of one-dimensional interface- following and enthalpy methods for the numerical solution of phase change. *Numerical Heat Transfer, part B*, v.99, p.477-483, 1991.

- Glicksmann, M. E., Schaefer, R. J., Ayers, J. D. Dendritic growth – a test of theory. Metallurgical Transactions A, v. 7A, p. 1747-1759, 1976.
- Han, S.H., Trivedi, R. Primary Spacing Selection in Directionally Solidified Alloys. Acta Metallurgica Materialia, v. 42, (1), p.25-41, 1994.
- Hills, A. W. D. Simplified theoretical treatment for the transfer of heat in continuous casting machine moulds. Journal Iron and Steel Institute, v. 203, p. 18, 1965.
- Hills, A. W. D. Heat and mass transfer in process metallurgy. Institute Mineation and Metallurgy, London, 1967.
- Hills, A. W. D. A generalized integral – profile method for the analysis of unidirectional heat flow during solidification. Trans. AIME, v. 245, p. 1471, 1969.
- Hunt, J.D. Solidification and Casting of Metals Society, London, p.3, 1979.
- Jacobi, H., Pitsch, W. Investigation of the crystallization sequence during solidification of low alloy steels. Archiv Eisenhuttewes, v. 46, p. 417, 1975.
- Jacobi, H., Schwerdtfeger, K. Dendrite morphology of steady-state unidirectionally solidified steel. Metallurgical Transactions A, v. 7A, p. 811-820, 1976.
- Jong, S.H., Hwang, W.S. Study of functional relation-ship of fraction of solid with temperature in mushy range for a356 al alloy. AFS Transactions, v.100, p.939-946, 1992.
- Kirkaldy, J. S. , Liu, L. X. e Kroupa, A. Acta Metallurgica Materialia, v. 43, p. 2905, 1995.
- Kirkwood, D. H. A simple model for dendrite arm coarsening during soldification. Materias Science and Engeneering, v. 73, 1985.

- Kumar, S., Walker, B. N., Samarasekera, I. V., Brimacombe, J. K. Chaos at the menisco – the generation of defects in continuous cast steel billets. 13 th PTD Conference Proceeding, p. 119-141, 1993.
- Kurz, W., Fisher, D.J. Acta Metallurgica. v. 29, p.11, 1981.
- Kurz, W., Fisher, D.J. Fundamentals of Solidification. 3ed. Switzerland, Trans Tech Publications, 1992.
- McCartney, D.G.; Hunt, J.D. Metals Reference Book. Acta Metallurgica, 5 ed, Londres, v.29, p.1851-1863, 1981.
- Meier, J. M. Nonferrous metals casting past and future. Modern Casting, Trans. da AFS, 1969.
- Melo, M. L. N. M. *Análise numérica da variação da permeabilidade de canais interdendríticos durante a solidificação de ligas metálicas*. Campinas, Unicamp, 1991, 120 p. Dissertação (Mestrado).
- Melo, M. L. N. M. *Análise numérico/experimental da formação de microporosidades durante a solidificação de ligas de alumínio*. Campinas, Unicamp, Faculdade de Engenharia Mecânica, 1996, 255 p. Tese (Doutorado).
- Monteiro, S. N. Caracterização, perspectivas e oportunidades para novos metais e ligas especiais. In: Seminário Tendências e Perspectivas na Área dos Novos Materiais, São Paulo, *Proceedings ABM*, 1988.
- Mortensen, A. On the rate of dendrite arm coarsening. Metallurgical Transactions A, v. 22A, p. 569-674, 1991.

- Okamoto, T., Kishitake, K. Dendritic Structure in Unidirectionally Solidified Aluminum, Tin, and Zinc Base Binary Alloys. *Journal of Crystal Growth*, v.29, p. 137-146, 1975.
- Okamoto, T., Matsuo, S., Kishitake, K. Dendrite arm spacings in iron-carbon-chromium alloys. *Transactions of the Iron Steel Institute of Japan, Tokyo*, v. 18, (5), p. 289-294, 1978.
- Overfelt, T. The manufacturing significance of solidification modeling. *The Journal of the Minerals and Materials Society*, p. 17-20, 1992.
- Pehlke, R. D., Jeyarajan, A eWada, H. Summary of thermal properties for casting alloys and mold materials, University of Michigan, 1992.
- Piwonka, T. S. Process modeling and control in foundry operations. *Journal of Metals*, p. 38-42, (2), 1989.
- Poirier, D.R., Speiser, R. *Metallurgical Transactions*, v.18A, p. 1156-1160, 1987.
- Rappaz, M., Stefanescu, D.M. Modeling of microstructural evolution. *Metals Handbook, Casting*, v.15, p. 883-891, 1988.
- Rizzo, E.M.S. *Análise numérica e experimental da solidificação de aço rápido M2 no processo de fundição de precisão*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 1994, 186 p. Dissertação (Mestrado).
- Ruan, Y., Liu, J.C., Chu, M.G., Richmond, O. A deforming finite element thermal model for aluminum alloy solidification. In: *First International Conference on Transport Phenomena in Processing*, p. 297-306, 1982.
- Samarasekera, I. V., Brimacombe, J. K., Wilder, K. The pursuit of steel billet quality. *Iron & Steelmaking*, p. 53-63, 1994.

- Santos, R.G, Melo, M.L.N.M. Simulação de solidificação de metais e ligas através da aplicação de um método numérico. Anais do IX CBECMAT, p. 823-826, 1990.
- Santos, R. G. Modelagem do processo de solidificação de metais e ligas. Apostila de curso, 1998.
- Sciama, G. Calcul du temps de refroidissement de jets cylindriques coule en moules metalliques. Fonderie, v. 218, p. 138, 1964.
- Simpson, B. L. History of metal-casting industry. Publicação da AFS, 2ª Ed., 1969.
- Spittle, J. A., Lloyd, D. M. Dendrite arm spacing in hypoeutectic Pb-Sb alloys directionally solidified under steady and non-steady conditions. In: International Conference on Solidification and Casting of Metals, Sheffield, London, *Proceedings Metals Society*, p. 15-20, 1979.
- Stefanescu, D.M., Upadhyya, G., Bandyopadhyya, D. - Heat transfer-solidification kinetics modeling of solidification of casting. Metallurgical Transactions, v.21a, p. 997 - 1005, 1990.
- Thevoz, P., Desbioles, J.L., Rappaz, M. Modeling of equiaxed microstructure in formation in cast. Metallurgical and Material Transactions, v. 20A, p. 311 - 322, 1989.
- Trivedi, R. Interdendritic Spacing: Part II. A compararison of theory an experiment. Metallurgical Transactions, v.15 A, p.977-982, 1984.
- Voller, V.R., Swaminathan, C.R. General source-based method for solidification phase change. Numerical Heat Transfer, Part B, v. 19, p. 175- 189, 1991.
- Voorhees, P. W. Coarsening in binary solid-liquid mixtures. Metallurgical Transactions A, v. 21A, p. 27-37, 1989.

Wasilyev, M. Metals and man, Traduzido do russo por Boris Kuznetsov, Ed. Mir Publishers, Moscou, 1967.

Wanqi, J. Further discussion on the solute redistribution during dendritic solidification of binary alloy. Metallurgical and Materials Transactions, v.25B, p. 731 -739, 1994.

Wolf, M., Kurz, W. Solidification of steel in continuous casting moulds. In: Solidification and Casting of Metals, *Proceedings* The Metals Society, p. 287-294, 1979.

Young, K.P., Kirkwood, D.H. The Dendrite Arm Spacing of Aluminum-Copper Alloys Solidified Under Steady-State Conditions. Metallurgical Transactions, v.6 A, p.197-205, 1975.